



**HAL**  
open science

# Contribution à la modélisation de l'hystérésis vectorielle dans les tôles magnétiques. Validation en régime d'induction uniaxiale ou tournante

Cristina Vernescu

► **To cite this version:**

Cristina Vernescu. Contribution à la modélisation de l'hystérésis vectorielle dans les tôles magnétiques. Validation en régime d'induction uniaxiale ou tournante. Energie électrique. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2000. Français. NNT : . tel-00689970

**HAL Id: tel-00689970**

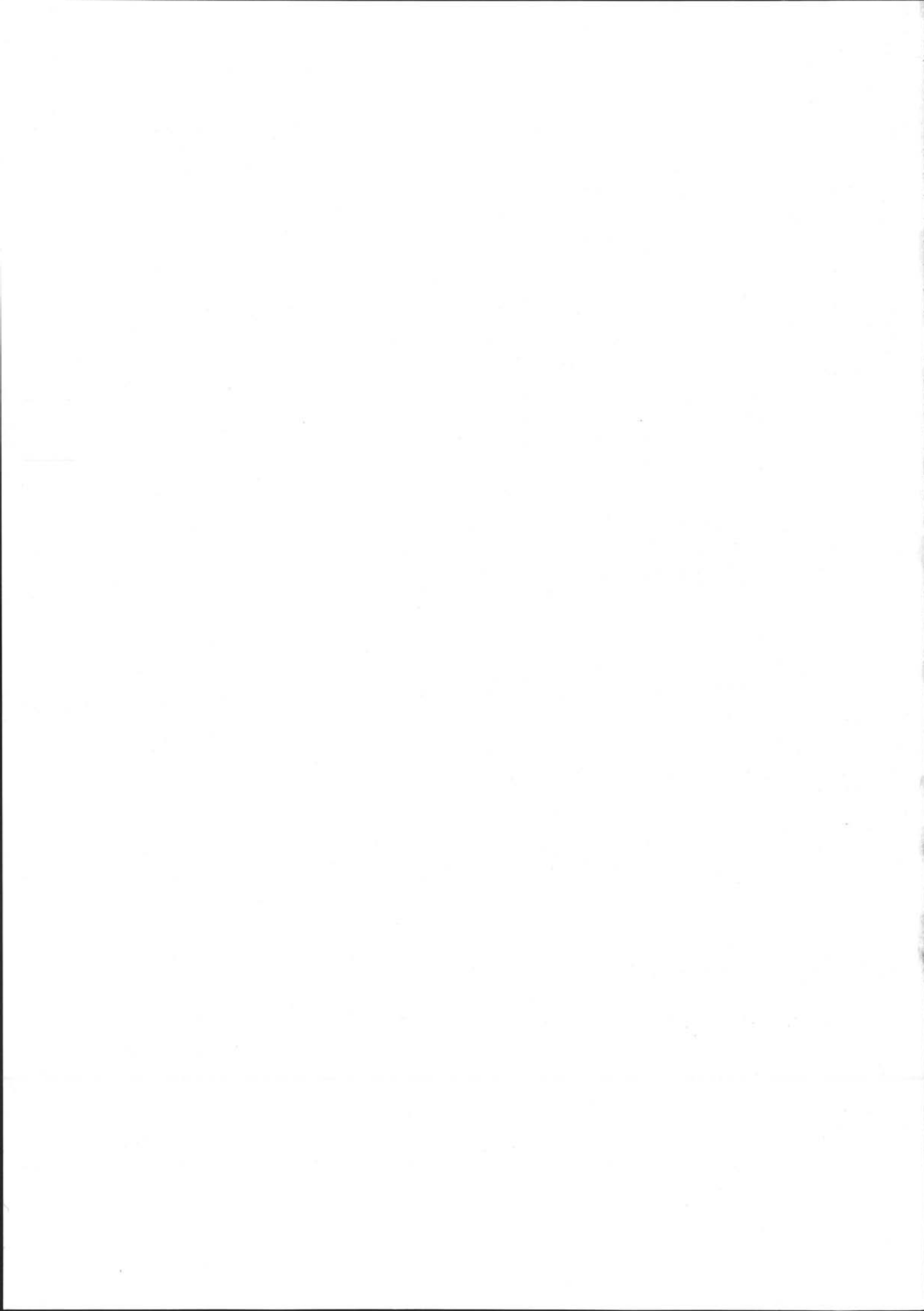
**<https://theses.hal.science/tel-00689970>**

Submitted on 20 Apr 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.





*A mes parents,*

*A ma grand-mère*





## Remerciements

Je tiens à exprimer mes remerciements à :

Mme Afef Kedous-Lebouc, Chargée de recherche CNRS, pour avoir encadré cette thèse, pour ses compétences scientifiques, sa gentillesse, sa disponibilité et sa patience, sa force et son optimisme, qu'elle a réussi à me transmettre. Je lui porte une sincère amitié.

M. Bruno Cornut, Professeur de l'INPG, pour le suivi de ce travail, pour ses conseils pertinents et sa sagesse.

M. Jean-Pierre Masson, Professeur à l'Université Claude Bernard-Lyon 1, qui a présidé le jury de cette thèse et M. Francis Piriou, Professeur à l'USTL, pour avoir accepté d'être les rapporteurs de ce travail.

Mme Florence Ossart, Chargée de recherche CNRS, pour l'intérêt qu'elle a manifesté à ce travail et pour avoir accepté de participer au jury.

M. Jean-Paul Yonnet, Directeur de recherche CNRS, responsable de l'équipe Matériaux Magnétiques du LEG, pour m'avoir accueillie au sein de son équipe, pour sa sympathie, ses conseils et sa grande amabilité.

M. Robert Perret, Professeur de l'INPG, pour l'intérêt qu'il a manifesté à l'évolution de cette thèse et pour sa sympathie pour les Roumains.

M. Gérard Meunier, Directeur de recherche CNRS, directeur adjoint du LEG, pour s'être intéressé à ce travail, malgré son emploi du temps chargé.

Mme Etienne Callegher, Mme Jaqueline Delaye, Mme Florence François, Mme Marie Thérèse Loubinoux, M. Patrick Eustache et M. Bruno Mallet, pour leur soutien et pour tout ce qu'ils m'ont apporté pendant les discussions enrichissantes.

Mes amis Jean-Christophe Crebier et Patrice Joyeux pour leurs encouragements, les balades en montagne et la jolie couronne de marguerites.

Mes chers Jenny et Lambert Pierrat, pour les dimanche passés ensemble, pour leur gentillesse et leur disponibilité.

Lori, pour sa grande amitié, son aide et son grand cœur, ainsi qu'à son copain Mihalis.

Mes amies, Roxana et Gérard Desblanche, Casiana et Jacques Zimmermann, Catalina et Christophe Guérin, Vasile Manoliu, Tibi Sava, Stefan et Cora Giurgea, Rafika et Cherif, Antonela et Ciprian, Viorica et Aurelian, Elena et Germin, Daniela Urma, Cornelia et Cristian Golovanov, Mihaela et Adrian Manescu, Aaron, Singva, Corinne Perret, Iulian Munteanu, Frédéric Parage, pour leur amitié et pour tous les moments passés ensemble.

Mes cousins, Ruxandra et Mihai, qui n'ont jamais cessé d'être à côté de moi.

Mon copain Olivier, pour ce qu'il a enduré pendant la rédaction de la thèse et pour les longues marches entre le LEG et la Résidence de la Houille Blanche, le soir tard et sous la pluie. Pour son amour.



## **Sommaire**



---

## Sommaire

|  |          |
|--|----------|
| <b>Introduction.....</b>   | <b>5</b> |
| <b>Chapitre I Matériaux ferromagnétiques et hystérésis.....</b>      | <b>7</b> |
| 1. Les matériaux ferromagnétiques.....                               | 7        |
| 1.1 Echelle atomique.....  | 8        |
| 1.1.1 Moments magnétiques et structures ordonnées.....               | 8        |
| 1.1.2 Bilan énergétique.....   | 9        |
| 1.2 Echelle mésoscopique.....  | 12       |
| 1.2.1 Les domaines élémentaires de Weiss et les parois de Bloch..... | 12       |
| 1.2.2 Mécanismes d'aimantation.....                                  | 14       |
| 2. Echelle macroscopique et hystérésis.....                          | 15       |
| 2.1 Courbe de première aimantation.....                              | 16       |
| 2.1.1 Aimantation et polarisation magnétique.....                    | 16       |
| 2.1.2 Aimantation d'un matériau à partir d'un état désaimanté.....   | 16       |
| 2.2 Cycles d'hystérésis.....   | 19       |
| 2.2.1 Notions d'hystérésis et mémoire du matériau.....               | 19       |
| 2.2.2 Complexité de l'hystérésis.....                                | 20       |
| 3. Modélisation de l'hystérésis scalaire par Preisach.....           | 22       |
| 3.1 Définition du modèle.....  | 22       |
| 3.2 Interprétation géométrique du modèle.....                        | 23       |
| 3.3 Représentation équivalente.....                                  | 24       |
| 3.4 Propriétés du modèle.....  | 25       |
| 3.5 Détermination de la fonction de Preisach.....                    | 26       |
| 3.6 Les limites du modèle de Preisach.....                           | 28       |
| 4. Modélisation de l'anisotropie par Stoner-Wohlfarth.....           | 28       |
| 4.1 Comportement d'une particule uniaxiale.....                      | 28       |
| 4.2 Détermination graphique de la polarisation.....                  | 30       |
| 4.3 Construction d'un cycle d'hystérésis.....                        | 31       |

|   |           |
|---|-----------|
| 4.4 Troncature de l'astroïde.....                                     | 31        |
| 4.5 Ensemble de particules de Stoner-Wohlfarth.....                   | 32        |
| 4.6 Limites du modèle vectoriel de Stoner-Wohlfarth.....              | 33        |
| 5. Conclusions.....   | 33        |
| <b>Chapitre II Comportement hystérétique bidimensionnel.....</b>      | <b>35</b> |
| 1. Caractéristiques expérimentales typiques.....                      | 35        |
| 1.1 Les tôles fer-silicium à grains orientés (G.O.).....              | 36        |
| 1.2 Les tôles fer-silicium à grains non orientés (N.O.).....          | 39        |
| 1.3 Les tôles à texture cubique.....                                  | 41        |
| 1.4 Conclusions.....  | 42        |
| 2. Principaux modèles d'hystérésis vectoriel.....                     | 43        |
| 2.1 Modèle thermodynamique.....                                       | 43        |
| 2.1.1 Le formalisme thermodynamique.....                              | 43        |
| 2.1.2 Bases du modèle.....  | 44        |
| 2.1.3 Détermination des paramètres du modèle.....                     | 48        |
| 2.1.4 Applications et limites du modèle.....                          | 49        |
| 2.2 Modèle énergétique.....   | 50        |
| 2.2.1 Bases du modèle.....  | 50        |
| 2.2.2 Répartition statistiques des domaines (théorie des phases)..... | 50        |
| 2.2.3 Bilan énergétique du modèle.....                                | 51        |
| 2.2.4 Applications et limites du modèle.....                          | 54        |
| 2.3 Modèle vectoriel isotrope.....                                    | 57        |
| 2.3.1 Bases du modèle.....  | 57        |
| 2.3.2 Modèle scalaire de déplacement des parois.....                  | 57        |
| 2.3.3 Généralisation vectorielle du modèle scalaire.....              | 59        |
| 2.3.4 Rotation cohérente du vecteur aimantation.....                  | 61        |
| 2.3.5 Applications et limites du modèle.....                          | 62        |
| 2.4 Modèle vectoriel et anisotrope de Mayergoyz.....                  | 63        |
| 2.4.1 Bases du modèle.....  | 63        |
| 2.4.2 Caractérisation scalaire du modèle.....                         | 64        |
| 2.4.3 Formulation du modèle vectoriel et anisotrope.....              | 65        |
| 2.4.4 Applications et limites du modèle.....                          | 66        |
| 2.5 Conclusions.....  | 68        |

---

**Chapitre III Vers un nouveau modèle d'hystérésis vectoriel et anisotrope :**

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Modèle Mixte Preisach/ Biaxial.....</b>                               | <b>69</b> |
| 1. Construction du Modèle Mixte Preisach/ Biaxial (MMPB).....            | 70        |
| 1.1 Comportement d'une particule à anisotropie biaxiale.....             | 70        |
| 1.1.1 Bases du modèle.....   | 70        |
| 1.1.2 Condition d'équilibre de la polarisation magnétique.....           | 71        |
| 1.1.3 Positions possibles d'équilibre de la polarisation.....            | 74        |
| 1.1.4 Choix de la position d'équilibre de la polarisation.....           | 78        |
| 1.1.5 Basculement en bas champ. Rotation pour les champs forts.          |           |
| Table de Stoner-Wohlfarth.....   | 79        |
| 1.1.6 Aimantation d'une particule cubique.....                           | 80        |
| 1.2 Modélisation d'un ensemble de particules à anisotropie biaxiale..... | 82        |
| 1.2.1 Répartition des particules dans le plan de Preisach.....           | 83        |
| 1.2.2 Discrétisation du plan de Preisach.....                            | 84        |
| 1.2.3 Dispersion spatiale des particules.....                            | 84        |
| 1.2.4 Discrétisation du plan de la tôle.....                             | 85        |
| 1.2.5 Troncature du biastroïde.....                                      | 86        |
| 1.3 Paramètres du modèle mixte.....                                      | 87        |
| 1.3.1 Définition des paramètres et des mesures.....                      | 87        |
| 1.3.2 Procédure d'identification des paramètres.....                     | 87        |
| 2. Implémentation informatique et test du modèle.....                    | 88        |
| 2.1 Programme développé.....   | 88        |
| 2.1.1 Logiciel utilisé.....  | 88        |
| 2.1.2 Organigramme du programme.....                                     | 88        |
| 2.2 Validation du MMPB.....  | 90        |
| 2.2.1 Tôle FeNi à texture cubique.....                                   | 91        |
| 2.2.2 Tôle M700P65.....  | 96        |
| 2.2.3 Tôle FeCo N.O.....   | 100       |
| 3. Conclusions.....  | 103       |

**Chapitre IV Amélioration du modèle MMPB par une meilleure prise en compte des déplacements des parois.....**

|  |            |
|--|------------|
| <b>1. Comportement de la nouvelle particule vectorielle.....</b> | <b>105</b> |
| 1.1 Description du basculement.....                              | 105        |



---

|   |            |
|---|------------|
| 1.2 Couplage avec les rotations.....                          | 109        |
| 1.3 Aimantation de la particule vectorielle.....              | 109        |
| 1.4 Introduction de l'anisotropie macroscopique.....          | 111        |
| 2. Test et analyse critique du nouveau modèle.....            | 113        |
| 2.1 Tôle FeNi à texture cubique.....                          | 113        |
| 2.2 Tôles FeCo N.O.....                                       | 114        |
| 3. Conclusions.....   | 119        |
| <b>Conclusions et perspectives.....</b>                       | <b>121</b> |
| <b>Annexe 1</b> La méthode de Biorci et Pescetti.....         | <b>123</b> |
| <b>Annexe 2</b> Transformation d'état.....                    | <b>127</b> |
| <b>Annexe 3</b> Extension du modèle à une particule Goss..... | <b>129</b> |
| <b>Bibliographie.....</b>                                     | <b>133</b> |

## **Introduction**



## Introduction

L'intérêt pour les matériaux magnétiques a augmenté de plus en plus pendant ces dernières années, ces matériaux étant utilisés pour la fabrication de beaucoup d'appareils et de dispositifs électromagnétiques comme les transformateurs, les moteurs électriques, etc. Des équipes des chercheurs travaillent, partout au monde, en vue d'étudier et optimiser les matériaux utilisés dans ces dispositifs.

Le développement des logiciels de calcul a permis d'approfondir l'étude sur les matériaux magnétiques et de résoudre des nombreux problèmes, avec des géométries très complexes. Mais pour obtenir des valeurs correctes et précises des grandeurs magnétiques calculées il faut avoir un modèle qui décrit bien le comportement du matériau.

Le comportement des matériaux doux est très complexe et associe hystérésis et anisotropie. Même les matériaux dits « non-orientés » présentent une anisotropie assez importante. Ce comportement résulte de la structure microscopique du matériau et des processus physiques mis en jeu, comme le déplacement irréversible des parois en bas champ et la rotation de la magnétisation pour les champs forts, phénomènes qui bien que connus sont difficiles à modéliser.

Une modélisation précise du matériau doit décrire un tel comportement. De nombreux modèles existent aujourd'hui, mais aucun ne permet de décrire simultanément et de manière précise l'hystérésis et le comportement vectoriel de la loi  $\mathbf{B}(\mathbf{H})$ . De tels modèles sont cependant nécessaires pour représenter les matériaux dans les logiciels de calcul par éléments finis.

Notre étude s'intéresse à la modélisation du comportement des matériaux magnétiques doux, spécialement des tôles magnétiques. Nous avons construit un modèle d'hystérésis en prenant

---

en compte le phénomène d'anisotropie. Le modèle est la combinaison de deux modèles déjà existants, le modèle scalaire de Preisach qui décrit l'hystérésis et le modèle de Stoner-Wohlfarth qui décrit la rotation cohérente de la polarisation, donnée par l'anisotropie. Un modèle similaire a déjà été appliqué et a donné des bons résultats dans le cas des matériaux durs utilisé pour les enregistrements magnétiques. Dans notre approche, la coercivité et les mécanismes d'anisotropie sont adaptés aux matériaux magnétiques doux.

Une étude bibliographique et une présentation de quelques modèles vectoriels seront faites dans le premier et le deuxième chapitre. Cela nous aidera à mieux comprendre les mécanismes d'aimantation et à connaître les principales directions de travail dans la modélisation de l'hystérésis suivie dans d'autres laboratoires.

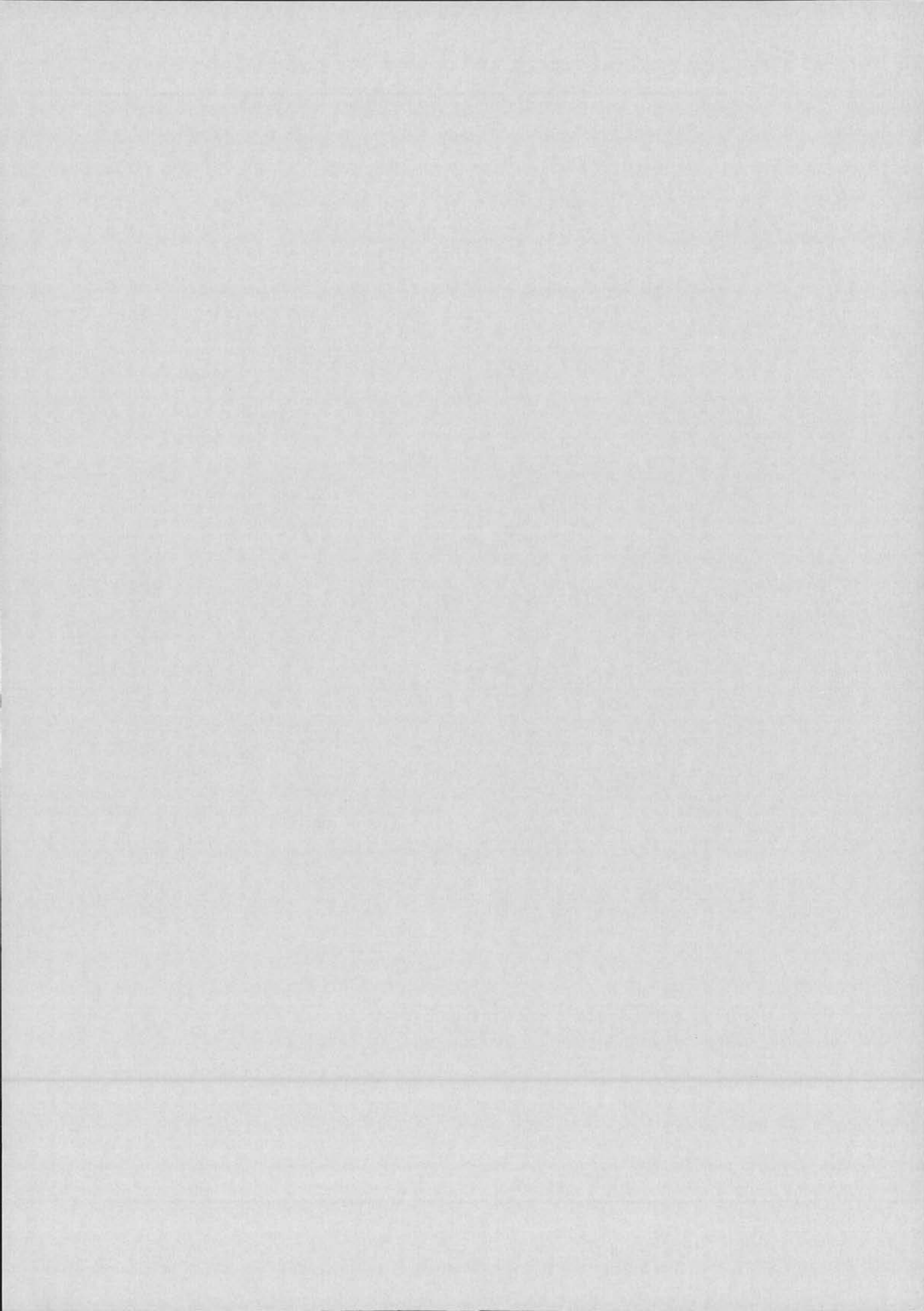
Le principe, les hypothèses de notre modèle vectoriel et les étapes suivies dans la construction de ce modèle sont présentés et expliqués dans le troisième chapitre. Initialement le modèle a été construit pour être appliqué aux tôles à texture cubique ou aux tôles à grains non-orientés. Ces types de tôles sont constitués par des particules de structure cristalline cubique ayant une anisotropie biaxiale.

Le troisième chapitre est consacré aussi à la validation du modèle développé. Le modèle a été testé pour différents types des tôles magnétiques. Une analyse critique a été réalisée, les limites du modèle étant mises en évidence et expliquées.

Enfin, le quatrième chapitre propose une amélioration du modèle développé, par l'introduction d'une nouvelle particule vectorielle qui prend mieux en compte les mécanismes d'aimantation par déplacements de parois. Cette nouvelle approche a été testée sur deux types des tôles magnétiques et les résultats obtenus sont présentés.

## **Chapitre I**

# **Matériaux ferromagnétiques et hystérésis**





## Chapitre I

### Matériaux ferromagnétiques et hystérésis

Le but de ce chapitre est d'expliquer le comportement hystérétique lié aux mécanismes physiques qui interviennent dans les matériaux magnétiques.

Depuis toujours, les hommes se sont intéressés au magnétisme. De nouveaux matériaux magnétiques ont été découverts et sont de plus en plus utilisés dans de nombreux dispositifs industriels dont les domaines d'applications sont multiples : électrotechnique, communications, transports, informatique, etc.

En vue de développer les qualités et les performances de ces matériaux, il est important de comprendre leurs propriétés magnétiques, la structure en domaines, l'origine des moments magnétiques et leur arrangement en fonction des différentes contraintes auxquelles ils pourraient être soumis. Dans ce cadre, l'hystérésis est l'un des phénomènes les plus complexes et donc les plus étudiés.

Après la présentation des matériaux ferromagnétiques, deux modèles classiques d'hystérésis seront exposés : le modèle de Preisach qui décrit l'hystérésis scalaire et le modèle de Stoner-Wohlfarth qui décrit l'anisotropie.

#### **1. Les matériaux ferromagnétiques [BRI-97]**

Pour mieux comprendre le comportement des matériaux magnétiques il faut les étudier sous plusieurs aspects élémentaires : à l'échelle atomique (moment magnétique, énergie interne), à l'échelle mésoscopique (domaines magnétiques, parois de Bloch) et à l'échelle macroscopique (mécanismes d'aimantation). Les modèles d'hystérésis auxquels nous nous intéressons sont à l'échelle macroscopique.



## 1.1 Echelle atomique

L'ordre de grandeur de l'échelle atomique est de  $10^{-10}$  m.

### 1.1.1 Moments magnétiques et structures ordonnées

Chaque atome est constitué d'un noyau entouré d'électrons répartis sur différents niveaux d'énergie, en couches et sous-couches. Dans l'atome, conformément à la physique quantique, les électrons ont à la fois, un mouvement de rotation autour du noyau de l'atome et sur eux-mêmes. L'électron est donc porteur d'un moment cinétique orbital auquel est associé un moment magnétique orbital et d'un moment cinétique de spin auquel est associé un moment magnétique de spin, positif ou négatif. Dans une couche pleine, il y a autant d'électrons de moments magnétiques positif et négatif, donc le moment total s'annule. C'est la dernière couche qui, si elle est incomplète, a un moment magnétique non nul. Le moment magnétique du noyau est très petit par rapport aux moments des électrons. Pour un atome isolé, qui n'est pas en interaction avec d'autres atomes, le moment magnétique est la somme vectorielle des moments des tous les constituants de l'atome.

En réalité, dans les solides, les atomes ou les ions sont rarement isolés. Il y a donc interaction entre les atomes, qui s'organisent en réseaux cristallins, les noyaux étant bien localisés, les électrons étant mis en commun et répartis en bandes d'énergie.

Dans les cristaux, en fonction de la disposition des atomes ayant des moment magnétiques non nuls, on distingue trois comportements principaux qui correspondent à l'alignement des moments dans les structures ordonnées : ferromagnétique, antiferromagnétique et ferrimagnétique (fig. I.1).

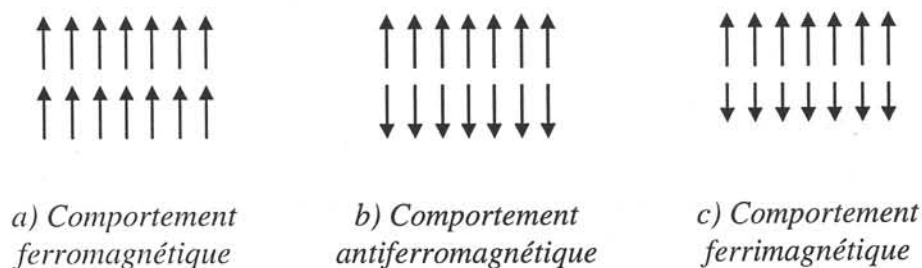


Figure I.1 Alignement des moments magnétiques dans les structures ordonnées

Le comportement ferromagnétique (ex. : le fer Fe, le cobalt Co) intervient quand tous les moments magnétiques sont alignés parallèlement et orientés dans la même direction, même si aucun champ n'est appliqué. Si les atomes porteurs des moments magnétiques forment deux sous-réseaux, dans chacun desquels tous les moments magnétiques sont alignés parallèlement les uns aux autres, les deux sous-réseaux ayant des directions opposées, deux situations peuvent apparaître : si l'aimantation résultante s'annule on parle d'un comportement antiferromagnétique (ex. : oxyde de manganèse MnO, oxyde de fer  $\alpha$   $\alpha$ -Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) ; sinon il s'agit d'un comportement ferrimagnétique (ex. : les ferrites Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>, oxyde de fer  $\gamma$   $\gamma$ -Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>).

### 1.1.2 Bilan énergétique

Dans ces matériaux, l'orientation des moments magnétiques est une conséquence du bilan énergétique qui fait intervenir plusieurs types d'énergies : d'échange, magnétostatique, d'anisotropie magnétocristalline et magnétoélastique.

#### a) L'énergie d'échange

Pour un cristal, l'énergie d'échange est due à une interaction de type électrostatique, entre les atomes voisins, qui ont des électrons en commun. L'énergie d'échange entre deux moments magnétiques voisins a l'expression suivante, proposée par Heisenberg :

$$W_{ij} = -2 J_{ij} S_i \cdot S_j \quad (\text{I.1})$$

$S_i$  et  $S_j$  sont les moments cinétiques de spin des atomes  $i$  et  $j$  et  $J_{ij}$  représente l'intégrale d'échange. Si  $J_{ij} > 0$ , le matériau présente un comportement ferromagnétique et si  $J_{ij} < 0$ , un comportement antiferromagnétique.

#### b) L'énergie magnétostatique

L'énergie magnétostatique ou énergie potentielle d'un moment magnétique est due au champ  $\mathbf{H}'$  créé par ses voisins. Elle traduit l'interaction entre  $\mathbf{J}$  et  $\mathbf{H}'$  et s'écrit :

$$W_m = -\frac{1}{2} \iiint_{\text{Matière aimantée}} \mathbf{J} \cdot \mathbf{H}' \, dv \quad (\text{I.2})$$

où  $\mathbf{J}$  est la polarisation magnétique et  $\mathbf{H}'$  est le champ local.

A cette énergie sont associées des forces magnétostatiques qui, à longue distance, sont plus importantes que les forces d'échange. Dans les petites particules elles peuvent déterminer la direction de l'aimantation spontanée que les forces d'échange ne contrôlent pas. Dans les corps massifs elles peuvent provoquer des variations graduelles de la direction de l'aimantation, de sorte que le moment résultant du corps peut être nul ou beaucoup plus petit que celui du même corps qui serait aimanté de façon uniforme.

### c) L'énergie d'anisotropie magnétocristalline

Les matériaux magnétiques ne sont jamais parfaitement isotropes. L'expérience a montré que le module du moment magnétique atomique dépend très faiblement (de l'ordre de  $10^{-4}$ ) de son orientation [ESC-73] mais que par contre l'énergie interne du cristal varie avec l'orientation de la polarisation magnétique  $\mathbf{J}_s$ . Il existe donc, dans le réseau cristallin, des directions privilégiées, appelées directions de facile aimantation, selon lesquelles les moments magnétiques s'orientent plus facilement. Pour aligner les moments magnétiques dans d'autres directions, appelées directions de difficile aimantation, le champ magnétique extérieur appliqué au cristal doit apporter une énergie plus importante, afin de vaincre l'énergie d'anisotropie magnétocristalline.

Physiquement, l'origine de cette énergie vient du couplage spin-orbite. L'expression analytique de l'énergie d'anisotropie dépend des cosinus directeurs  $\alpha_i$  du vecteur polarisation magnétique à saturation  $\mathbf{J}_s$  par rapport aux axes du cristal (fig. I.2).

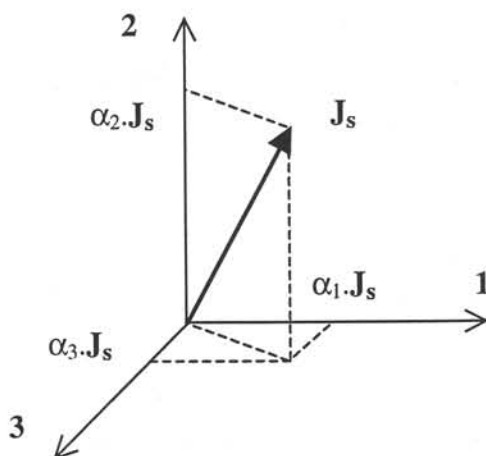


Figure I.2 Représentation des cosinus directeurs du vecteur polarisation magnétique

Pour un cristal de symétrie cubique, l'énergie d'anisotropie s'exprime par un développement en série suivant les puissances croissantes des cosinus directeurs ; généralement, seuls les deux premiers termes non nuls et non constants sont retenus [BOZ-51] :

$$E_{\text{an}} = K_1 \cdot (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2) + K_2 \cdot \alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 \quad (\text{I.3})$$

où  $K_1$  et  $K_2$  sont des coefficients appelés constantes d'anisotropie, homogènes à des énergies volumiques et qui varient avec la température.

Dans le plan (100) d'un cristal cubique (fig. I.3) l'énergie d'anisotropie est minimum selon les directions de facile aimantation [001] et [010], et maximum selon les directions de difficile aimantation [011].

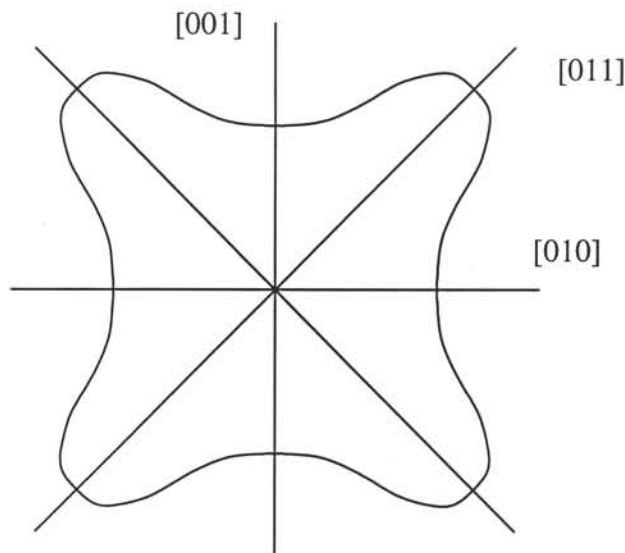


Figure I.3 Diagramme polaire de l'énergie d'anisotropie magnétocristalline dans le plan (100) d'un cristal cubique [ROB-78]

#### d) L'énergie d'anisotropie magnétoélastique

Le processus d'aimantation des matériaux engendre de faibles déformations du réseau cristallin, qui peuvent cependant abaisser la symétrie du cristal et faire apparaître une anisotropie supplémentaire.

## 1.2 Echelle mésoscopique

L'échelle mésoscopique est une échelle intermédiaire entre l'échelle atomique ( $\sim 10^{-10}$  m) et le domaine observable ( $\sim 10^{-3}$  ou  $10^{-4}$  m).

### 1.2.1 Les domaines élémentaires de Weiss et les parois de Bloch

#### a) Les domaines élémentaires de Weiss [WEI-07]

L'expérience a mis en évidence que tous les matériaux magnétiques se divisent en domaines élémentaires [NEE-44b], [BOZ-32], [HEI-31]. Les domaines sont de petites régions où tous les moments magnétiques ont la même orientation imposée par les forces d'échange, l'aimantation totale d'une telle région étant l'aimantation à saturation. Dans chaque domaine du matériau, l'orientation de l'aimantation est différente. La distribution des domaines au sein du matériau est telle que l'énergie interne de l'ensemble est minimum.

Le concept de domaine a été proposé par Pierre Weiss en 1907 [WEI-07]. Il a introduit la notion de champ moléculaire, qui expliquait l'aimantation importante observée dans les matériaux ferromagnétiques pour des champs appliqués assez faibles, ainsi que l'état non aimanté, en considérant que l'aimantation spontanée existe toujours mais que sa direction varie d'un domaine à l'autre sur des régions très petites.

Les domaines ont été mis en évidence pour la première fois en 1919 par Barkhausen [BAR-19], qui a fait apparaître des discontinuités d'aimantation au cours de la description d'un cycle d'hystérésis. En 1931 Bitter [BIT-31] a observé les domaines, en regardant au microscope une configuration de fines particules magnétiques dispersées sur la surface d'un échantillon aimanté. Ces particules se regroupent sur les parties de l'échantillon où le gradient du champ de dispersion est le plus grand et mettent en évidence un champ de pôles à la surface de l'échantillon. Dans les années cinquante, Fowler et Fryer [FOW-54], [FOW-56] ont observé les domaines en utilisant la rotation du plan de polarisation d'un faisceau de lumière transmis par une substance ferromagnétique (effet Kerr).

Les domaines magnétiques se forment spontanément comme conséquence du principe d'équilibre des forces dans le matériau. Frenkel et Dorfman [FRE-30] postulaient que les forces magnétiques internes favorisent un état désaimanté. L'énergie magnétostatique

s'oppose à l'apparition de pôles positifs et négatifs bien localisés et elle diminue avec la taille des domaines. Mais dans ce cas l'énergie d'échange augmente. A la surface du cristal et aussi en présence de défauts ou impuretés, l'expérience montre que des domaines plus petits se forment, appelés par L. Néel domaines de fermeture [NEE-78].

Les énergies d'échange, magnétostatique et d'anisotropie gouvernent la subdivision du matériau en domaines élémentaires. Afin de minimiser l'énergie d'anisotropie magnétocristalline et l'énergie d'échange, les moments magnétiques s'ordonnent en parallèle, donc le cristal est aimanté à saturation selon les axes de facile aimantation (fig. I.4 (a)). Dans ce cas, l'énergie magnétostatique augmente à cause de l'existence de pôles positifs et négatifs distants les uns des autres. Si le monocristal est subdivisé en plusieurs régions aimantées à la saturation mais dans des directions opposées, l'énergie magnétostatique diminue avec la décroissance rapide de  $|\mathbf{H}'|$  lorsqu'on s'éloigne des faces chargées (fig. I.4 (b)).

L'inconvénient de cette configuration est que l'énergie d'échange augmente à cause de moments antiparallèles. L'élimination des pôles par les domaines de fermeture (fig. I.4 (c)) réduit l'énergie magnétostatique mais introduit une énergie magnétoélastique stockée par les parois à  $90^\circ$ . Il existe donc une structure en domaines d'équilibre qui minimise l'énergie totale du système. Dans la réalité, cette structure de domaines est très souvent incroyablement complexe.

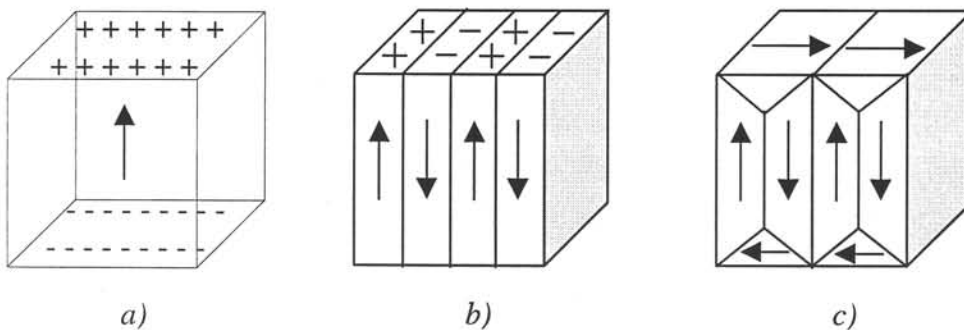


Figure I.4 Subdivision en domaines dans un échantillon de fer  
 a) aimantation uniforme ; b) domaines antiparallèles ; c) intervention des domaines de fermeture

#### b) Les parois de Bloch [BLO-32]

Les domaines élémentaires sont séparés par une région de transition, appelée paroi de Bloch [BLO-32]. Dans un cristal, peuvent exister plusieurs types de parois : les parois à  $180^\circ$ , les

plus répandues, qui séparent deux domaines dont les aimantations sont opposées, les parois à  $90^\circ$  (dans les matériaux cubiques à anisotropie  $K_1$  positive) qui séparent deux domaines dont les aimantations sont orthogonales et les parois à  $70,5^\circ$  et à  $109,5^\circ$  (dans les cristaux cubiques à anisotropie  $K_1$  négative qui possèdent 8 directions de facile aimantation) [NEE-44a], [NEE-44b].

Mais l'orientation des moments magnétiques ne change pas brutalement lors du passage d'un domaine à l'autre et la transition est graduelle (fig. I.5). Une telle transition est plus stable qu'une transition brutale. Les parois de Bloch sont caractérisées par une énergie superficielle qui dépend de l'orientation de la paroi. L'épaisseur de la paroi est déterminée par l'équilibre entre les forces qui résultent de l'énergie d'échange de Heisenberg qui tendent à l'augmenter et de l'énergie magnétocristalline qui tend à la diminuer.

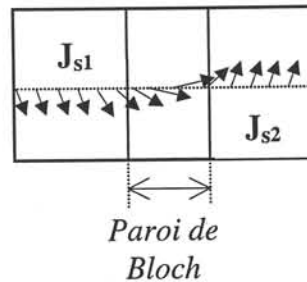


Figure I.5 Transition graduelle entre deux domaines

A travers les parois de Bloch, on a la relation :  $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ , qui exprime l'absence de pôles magnétiques internes. Dans un échantillon d'épaisseur très faible et afin d'éviter la création de pôles en surface de l'échantillon, la rotation des moments magnétiques de la paroi s'effectue uniquement dans le plan de l'échantillon. Il s'agit alors de parois de Néel.

### 1.2.2 Mécanismes d'aimantation

#### a) Déplacement des parois

L'application d'un champ magnétique extérieur  $\mathbf{H}$  ajoute à l'énergie interne une énergie supplémentaire  $-\mathbf{J}_s \cdot \mathbf{H}$ , appelée énergie de Zeeman. Cette variation d'énergie engendre une modification de la structure des domaines, qui entraîne une variation de l'aimantation. Les parois qui limitent les domaines se déplacent afin que le volume des domaines dont



l'aimantation est dans la direction du champ augmente, alors que, corrélativement, le volume des autres domaines, mal orientés, diminue.

Un déplacement de paroi est la conséquence de la rotation de quelques moments magnétiques qui se trouvent à la proximité de cette paroi (fig. I.6).

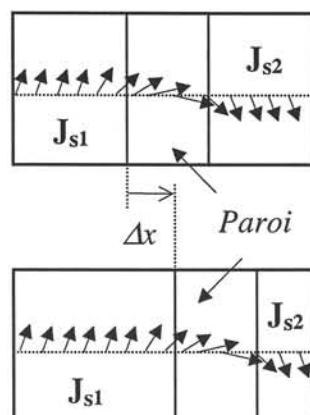


Figure I.6 Déplacement d'une paroi par rotation des moments magnétiques

Dans la réalité les cristaux ne sont pas parfaits. A cause des défauts de fabrication, des impuretés, des dislocations, des joints de grains, etc, apparaissent des contraintes qui introduisent une anisotropie magnétoélastique et s'opposent aux mouvements des parois, lesquelles se déforment si un champ  $\mathbf{H}$  est appliqué.

### b) Rotation des moments magnétiques

Pour un champ appliqué de très forte amplitude, la polarisation  $\mathbf{J}_s$  s'aligne sur la direction de ce champ. Pour de petites amplitudes du champ et quand le champ est appliqué suivant une direction autre que celle de facile aimantation du matériau, l'énergie d'anisotropie s'oppose à la rotation et l'aimantation trouve une position d'équilibre entre la direction du champ appliqué et l'axe de facile aimantation le plus proche.

## 2. Echelle macroscopique et hystérésis

A l'échelle macroscopique, le matériau est supposé homogène et l'aimantation est une fonction continue de l'espace.



## 2.1 Courbe de première aimantation

### 2.1.1 Aimantation et polarisation magnétique

Les matériaux magnétiques sont équivalents à une distribution de moments magnétiques dipolaires.

L'aimantation magnétique  $\mathbf{M}$  est, par définition, la densité volumique des moments magnétiques dipolaires :

$$\mathbf{M} = \frac{d\mathbf{M}}{dV} \quad (\text{I.4})$$

La polarisation magnétique  $\mathbf{J}$  s'exprime par la formule :

$$\mathbf{J} = \mu_0 \frac{d\mathbf{M}}{dV} \quad (\text{I.5})$$

où  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$  est la perméabilité magnétique du vide. L'unité de mesure pour  $\mathbf{M}$  est 1A/m et pour  $\mathbf{J}$  est 1T.

Si on considère un volume assez grand pour qu'il contienne un grand nombre de domaines, alors la variation de l'aimantation peut y être supposée continue.

### 2.1.2 Aimantation d'un matériau à partir d'un état désaimanté

On dit qu'un matériau est dans un état désaimanté quand la polarisation magnétique moyenne est nulle.

Un matériau à l'état désaimanté peut présenter plusieurs configurations qui correspondent à diverses subdivisions possibles en domaines [BLO-65] (fig. I.7).



Figure I.7 Subdivisions possibles en domaines pour un échantillon de CoNi désaimanté

Pour amener un matériau dans un état désaimanté, la technique la plus efficace, mais très rarement utilisée à cause de sa complexité, est le refroidissement lent, à partir de la température de Curie (au dessus de laquelle les moments magnétiques sont désordonnés et l'aimantation spontanée s'annule), en l'absence de champ magnétique.

La méthode la plus couramment utilisée pour la désaimantation consiste à appliquer, selon une direction privilégiée du matériau, un champ alternatif d'amplitude initiale importante pour le saturer, puis de faire décroître très lentement cette amplitude. L'aimantation décrit alors des cycles d'hystérésis de plus en plus petits et quand  $\mathbf{J} = 0$ , on considère que le matériau est dans un état désaimanté. La fréquence du champ appliqué doit être assez faible pour que le flux magnétique soit uniforme dans le matériau.

Si on applique un champ extérieur croissant à un matériau désaimanté, la configuration magnétique évolue, les domaines favorablement orientés augmentant de volume. Cette modification de la configuration des domaines entraîne l'apparition d'une polarisation magnétique non nulle et croissante  $\mathbf{J}(\mathbf{H})$ .

Le changement d'aimantation d'un matériau correspond à deux mécanismes différents : le mécanisme réversible ou irréversible de déplacement des parois de séparation entre deux domaines dont les directions d'aimantation restent fixes et le mécanisme réversible de rotation de l'aimantation spontanée à l'intérieur de chaque domaine.

En représentant le module de la polarisation magnétique en fonction du module du champ appliqué on obtient la courbe de première aimantation (fig. I.8). Cette courbe part de  $\mathbf{J} = 0$  et croît jusqu'à  $\mathbf{J}_s$  à saturation. Dans cet état, tous les moments magnétiques sont orientés selon la direction du champ  $\mathbf{H}$ .

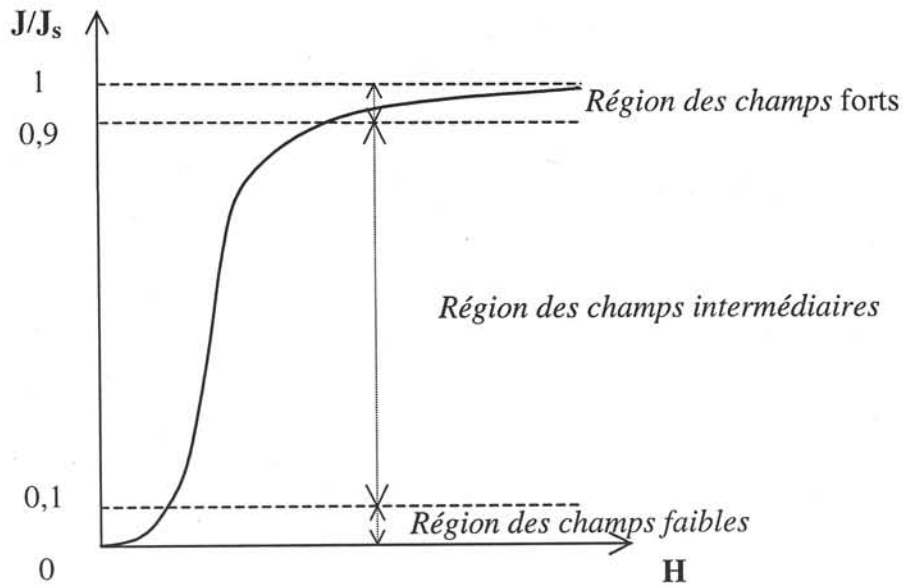


Figure I.8 Courbe de première aimantation

En fonction du champ appliqué, on distingue sur cette courbe, trois régions qui correspondent à des processus d'aimantation différents. Par exemple, pour une tôle FeSi qui contient des parois à  $90^\circ$  et à  $180^\circ$  :

#### a) Champs faibles

Dans ce cas ce sont les parois à  $180^\circ$  qui se déplacent les plus facilement. Pour des champs faibles, Rayleigh a établi les lois d'aimantation, en montrant qu'il y a une partie réversible de l'aimantation proportionnelle à  $H$  et une partie irréversible proportionnelle à  $H^2$ .

#### b) Champs intermédiaires

L'organisation en domaines bouge beaucoup, le caractère irréversible (saut de Barkhausen) du phénomène étant considérable. Pour une toute petite variation du champ appliqué on observe une très importante variation de la polarisation. Le déplacement des parois à  $90^\circ$  est prépondérant. A ce niveau de champ les mécanismes de déplacement de parois et de rotation coexistent.

#### c) Champs forts

Le champ est assez important pour fournir une énergie supérieure à l'énergie d'anisotropie et faire tourner l'aimantation en lui imposant progressivement sa direction. La rotation des moments magnétiques est un phénomène réversible.

A l'état saturé, tous les domaines magnétiques qui composent le matériau ont disparu et la polarisation a une valeur maximale. En réalité, il est très difficile de saturer un matériau, donc de faire disparaître tous les domaines, car subsistent des domaines résiduels dus aux impuretés et aux défauts de la structure cristalline.

C'est pourquoi, pour s'approcher de la saturation il faut imposer un champ très intense, donc fournir une forte énergie d'excitation. Par exemple, pour une tôle FeSi avec  $J_s = 2,10$  T en appliquant un champ  $H = 20$  kA/m on obtient  $J_{\max} = 2,016$  T (soit 96%  $J_s$ ) et en appliquant un champ  $H = 50$  kA/m on obtient  $J_{\max} = 2,087$  T (soit 99,4%  $J_s$ ).

Cette approche à la saturation dépend sensiblement du matériau. Ainsi, pour aimanter une tôle G.O. jusqu'à  $J = 1.95$  T, il suffit de lui appliquer un champ  $H = 0,8$  kA/m, alors que dans les mêmes conditions une tôle N.O. n'est aimantée que jusqu'à  $J = 1.5$  T. [BRI-97]

## 2.2 Cycles d'hystérésis

En magnétisme, l'hystérésis désigne les phénomènes irréversibles inhérents aux déplacements de parois.

### 2.2.1 Notions d'hystérésis et mémoire du matériau

La notion d'hystérésis a été introduite en 1883 par J-A. Ewing [EWI-83] ; il a étudié ce phénomène pour le fer et observé que l'aimantation ne dépend pas que du champ appliqué, mais aussi de toutes ses variations antérieures par suite de l'existence des domaines élémentaires. L'hystérésis est donc associée à la structure en domaines du matériau et aux déplacements de parois. A l'approche de la saturation, quand les variations d'aimantation ne sont dues plus qu'à la rotation réversible des moments magnétiques, il n'y a plus d'hystérésis.

Partant d'un état déjà saturé, si on applique un champ qui décroît lentement de  $H_m$  à  $-H_m$  et puis remonte de  $-H_m$  à  $H_m$ , on obtient ce qu'on appelle un cycle d'hystérésis (fig. I.9).

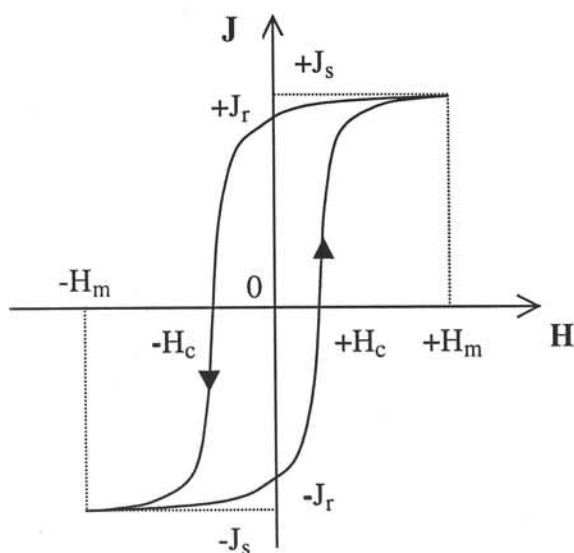


Figure I.9 Cycle d'hystérésis

Le cycle d'hystérésis est caractérisé par au moins deux paramètres : le champ coercitif  $H_c$ , appliqué dans la direction opposée de la polarisation, est le champ nécessaire pour annuler cette polarisation et la polarisation rémanente  $J_r$  représente la valeur de la polarisation correspondant à un champ d'excitation nul.  $H_c$  et  $J_r$  dépendent de la valeur maximale du champ appliqué.

Le cycle d'hystérésis obtenu pour un champ d'excitation qui arrive à saturer totalement le matériau s'appelle cycle majeur. Si la polarisation obtenue est plus petite que  $J_s$ , alors on a un cycle mineur. L'expérience montre que tous les cycles mineurs sont inclus dans le cycle majeur.

### 2.2.2 Complexité de l'hystérésis

L'hystérésis est en particulier présente dans tous les matériaux magnétiques qui ont une structure cristalline. Notre étude s'intéressant aux matériaux magnétiques doux et particulièrement aux tôles obtenues par différents processus de fabrication, nous allons présenter l'influence des divers facteurs sur le cycle d'hystérésis des tôles magnétiques les plus couramment utilisées.

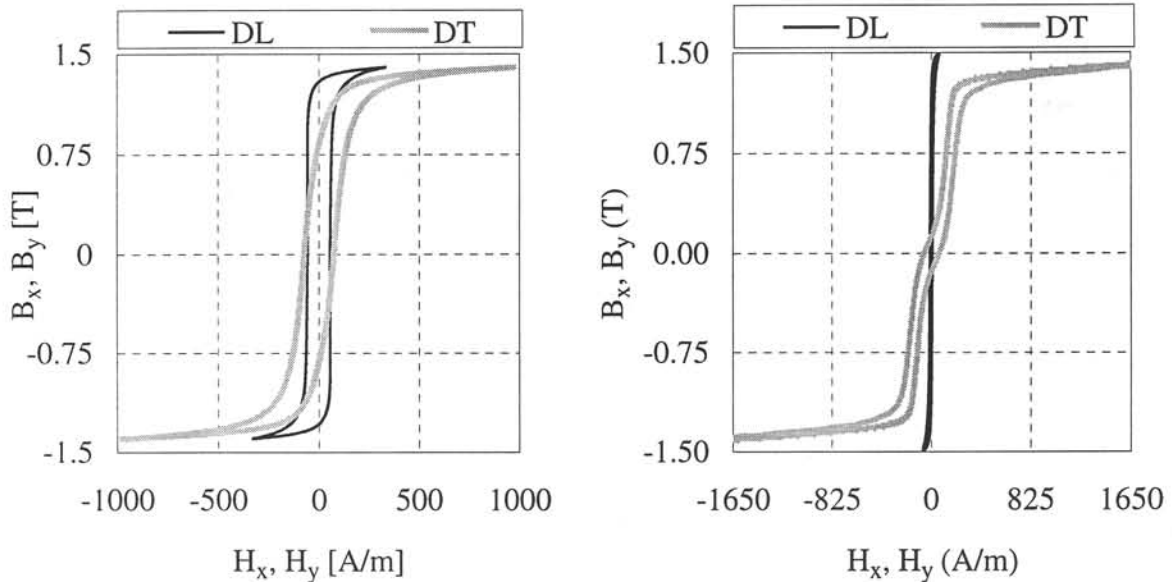
#### a) Influence des défauts du réseau cristallin

L'existence d'un défaut ou d'une contrainte, comme par exemple une déformation détermine

l'apparition d'une énergie d'anisotropie de type magnétoélastique qui modifie le comportement magnétique du matériau et donc la forme du cycle d'hystérésis. Comme les défauts entraînent une augmentation du champ coercitif et que pour les matériaux magnétiques doux il est important d'avoir un  $H_c$  petit, il faut essayer d'éliminer le plus possible les contraintes.

### b) Influence de l'anisotropie du matériau

Compte tenu de l'anisotropie des matériaux (propriétés magnétiques différentes selon des directions diverses du matériau), le cycle  $\mathbf{J}(\mathbf{H})$  dépend également de la direction d'application du champ dans le plan de la tôle. Si cette direction coïncide avec la direction de laminage, qui est d'habitude une direction de facile aimantation ou avec la direction transverse, les vecteurs  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{J}$  sont colinéaires. Dans ce cas il s'agit de l'hystérésis scalaire. Cependant les cycles peuvent être très différents selon les directions de laminage DL et transverse DT (fig. I.10). Enfin, on parle de l'hystérésis vectorielle quand les vecteurs  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{J}$  ne sont pas colinéaires.



a) Tôle FeSi N.O. à 1,4 T et 50 Hz

b) Tôle G.O. à 1,5 T et 1 Hz

Figure I.10 Mise en évidence de l'anisotropie

### c) Influence de la fréquence

Le cycle d'hystérésis n'est pas une caractéristique intrinsèque du matériau, car il dépend du type d'excitation appliqué : régime quasi-statique, régime fréquentiel, etc. Pour les faibles fréquences ( $f < 1$  Hz) le cycle s'appelle quasi-statique et les courants induits dans la tôle sont négligeables. Dans ce cas les vecteurs  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{J}$  sont quasi-uniformes dans la section de la tôle.

Une fréquence du champ appliqué plus importante va déterminer l'apparition de courants de Foucault dans la tôle et  $\mathbf{J}$  n'est plus uniforme dans la section de la tôle. On observe alors une augmentation de la largeur du cycle en régime dynamique (fig. I.11).

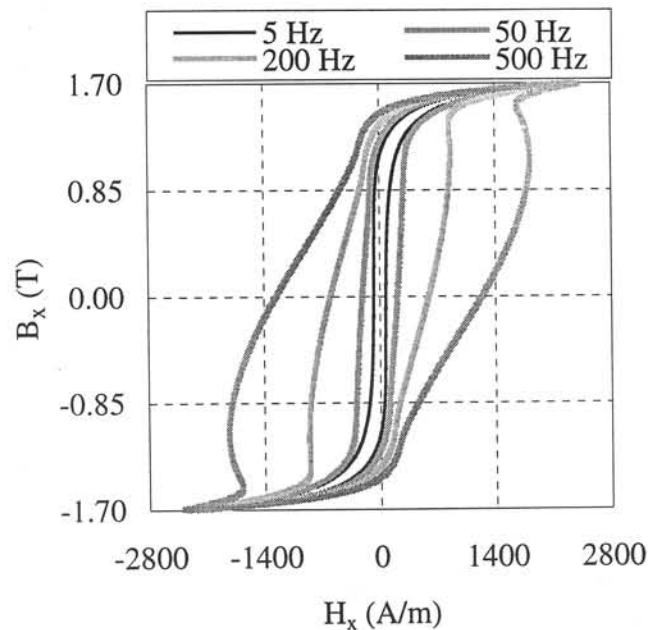
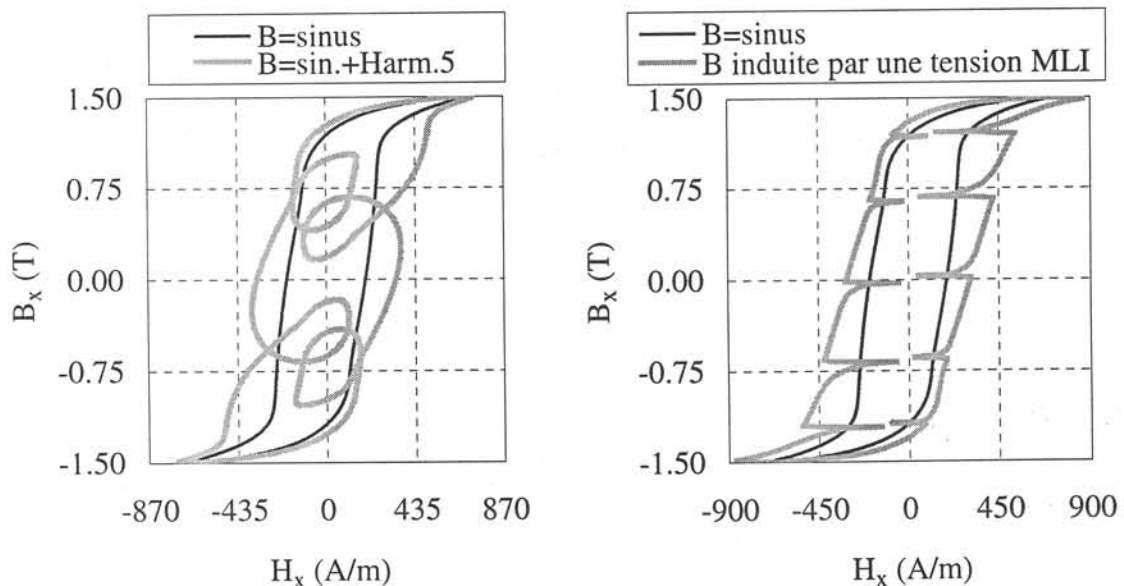


Figure I.11 Influence de la fréquence pour une tôle M700P65 à 1,7 T selon DL

**d) Influence de la forme d'onde du champ H appliqué**

La variation du champ appliqué  $H(t)$  influence aussi la forme du cycle et l'apparition de cycles mineurs (fig. I.12).



a)  $B = \sin. + Harm.5$  (Amp.=50% et  $\Phi = 60^\circ$ )

b) MLI :  $f_{hach} = 0.75\text{kHz}$  et  $m = 50\%$

Figure I.12 Influence de la forme d'onde pour une tôle M700P65 à 1,5 T et 50 Hz, selon DL

### 3. Modélisation de l'hystérésis scalaire par Preisach

Le modèle de Preisach est une référence dans la modélisation de l'hystérésis depuis les années 30 [PRE-35] et il a été beaucoup repris et développé depuis. Par exemple, Mayergoyz a proposé une généralisation vectorielle du modèle de Preisach classique [MAY-85], [MAY-88], [MAY-91] et Bertotti a construit un modèle de Preisach dynamique, tenant compte de l'effet de la fréquence [BER-91], [BER-92], [BER-93a], [BER-93b].

#### 3.1 Définition du modèle

L'idée de base du modèle est que l'état magnétique d'un matériau avec hystérésis peut être représenté par un ensemble d'opérateurs d'hystérésis élémentaires  $\hat{\gamma}_{ab}$ , appelés hystérons. Chaque opérateur, qui possède deux états +1 et -1, est caractérisé par deux champs de basculement  $a$  et  $b$ , avec  $a > b$ . Pour ces deux valeurs du champ l'opérateur passe d'un état à l'autre et de ces transitions irréversibles résulte un cycle élémentaire d'hystérésis (fig. I.13).

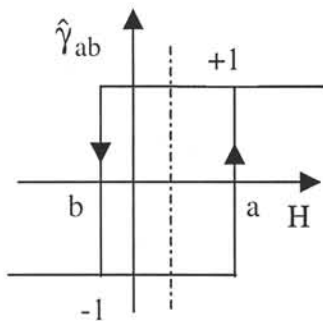


Figure I.13 Cycle élémentaire d'hystérésis

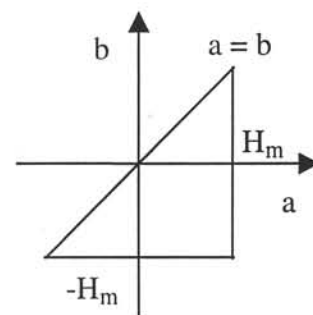


Figure I.14 Triangle de Preisach

Les hystérons sont répartis statistiquement selon la densité de Preisach  $\mu(a, b)$  qui dépend des champs de basculement :

$$\mu(a, b) = M_s \cdot p(a, b) \quad (\text{I.6})$$

où  $M_s$  est l'aimantation à saturation et  $p(a, b)$  la fonction de Preisach. Chaque hystéron peut être associé à une partie du matériau que nous désignerons par la suite et par commodité particule. Pour l'ensemble des particules, l'aimantation résultant de l'application d'un champ  $H(t)$ , à l'instant  $t$ , est exprimée par la formule :



$$M(t) = \iint_T \mu(a, b) \hat{\gamma}_{ab} [H(t)] da db \quad (I.7)$$

où  $T$  est le triangle de Preisach (fig. I.14) défini comme étant le domaine :  
 $T = \{a \geq b, a \leq H_m, b \geq -H_m\}$ , où  $H_m$  est le champ maximal pour lequel le matériau sature.

### 3.2 Interprétation géométrique du modèle

Le triangle de Preisach est défini dans le plan cartésien  $(a, b)$  appelé plan de Preisach (fig. I.15). A un certain instant le triangle de Preisach est subdivisé en deux domaines  $S^+(t)$  et  $S^-(t)$ , tels que  $S^+(t) \cup S^-(t) = T$ . Le domaine  $S^+(t)$  contient les hystérons  $\hat{\gamma}_{ab}$  qui sont dans l'état +1 et le domaine  $S^-(t)$  ceux qui sont dans l'état -1. La frontière entre les deux domaines  $S^+(t)$  et  $S^-(t)$ , notée  $L(t)$  est une ligne brisée qui contient l'histoire du matériau et se modifie lorsque le champ varie.

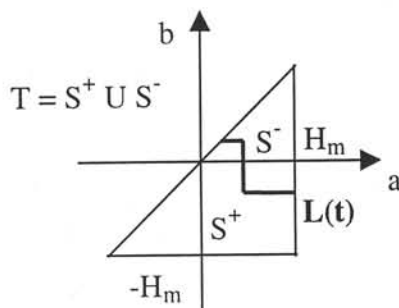


Figure I.15 Plan de Preisach

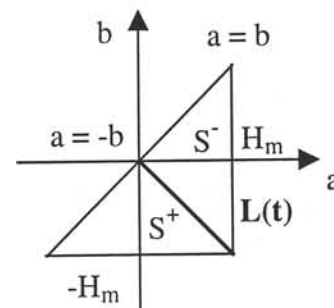


Figure I.16 Etat désaimanté

Supposons qu'initialement, le matériau est saturé négativement ( $H \leq -H_m$ ), donc tous les hystérons sont dans l'état -1. Si le champ augmente de  $-H_m$  à  $H_1$ , les hystérons tels que  $a \leq H_1$  vont basculer de l'état -1 à l'état +1. Si le champ diminue de  $H_1$  à  $H_2$ , ceux tels que  $H_2 \leq b$  et étant dans l'état +1 vont basculer dans l'état -1. Une augmentation du champ entraîne l'apparition des segments verticaux sur la frontière  $L(t)$ , tandis qu'une diminution du champ entraîne la formation des segments horizontaux sur  $L(t)$ .

L'aimantation du matériau dépend de la frontière  $L(t)$ , donc de l'histoire et de l'état initial du matériau :

$$M(t) = M_s \iint_{S^+(t)} p(a, b) da db - M_s \iint_{S^-(t)} p(a, b) da db \tag{I.8}$$

Le matériau se trouve dans un état désaimanté (fig. I.16) si les deux domaines  $S^+(t)$  et  $S^-(t)$  sont égaux et séparés par la droite  $a = -b$ . L'état désaimanté est obtenu par application, à partir d'un état saturé (positivement ou négativement) d'un champ alternatif qui décroît lentement.

### 3.3 Représentation équivalente

Le cycle élémentaire de Preisach peut être défini en fonction de  $a$  et  $b$  ou en fonction de  $h_c$  le champ coercitif et de  $h_i$  le champ d'interaction de la particule associée à l'hystéron (fig. I.17 et fig. I.18) :

$$h_c = \frac{a - b}{2}, \quad h_i = -\frac{a + b}{2} \tag{I.9}$$

à laquelle on peut associer une distribution de Preisach  $p(h_c, h_i)$ .

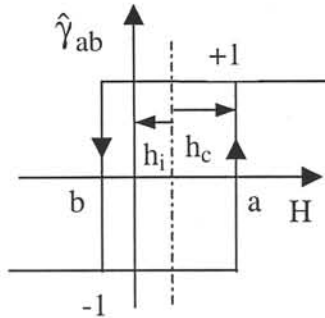


Figure I.17 Cycle élémentaire d'hystérésis exprimé en fonction de  $h_c$  et  $h_i$

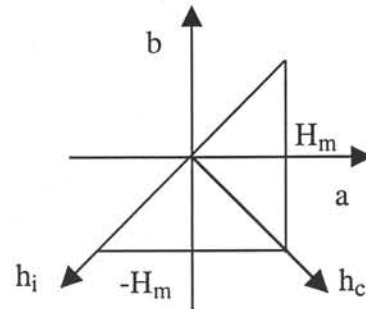


Figure I.18 Triangle de Preisach exprimé en fonction de  $h_c$  et  $h_i$

### 3.4 Propriétés du modèle

- Propriété d'effacement partiel : supposons un champ  $H(t)$  croissant, si  $H(t)$  dépasse un maximum de l'histoire du matériau, alors ce maximum et le minimum qui lui est associé sont effacés. Par exemple dans la figure I.19,  $H_5 > H_3$  et  $H_5 < H_1$ , donc  $H_5$  efface le trajet de  $H_3$  et  $H_4$ .

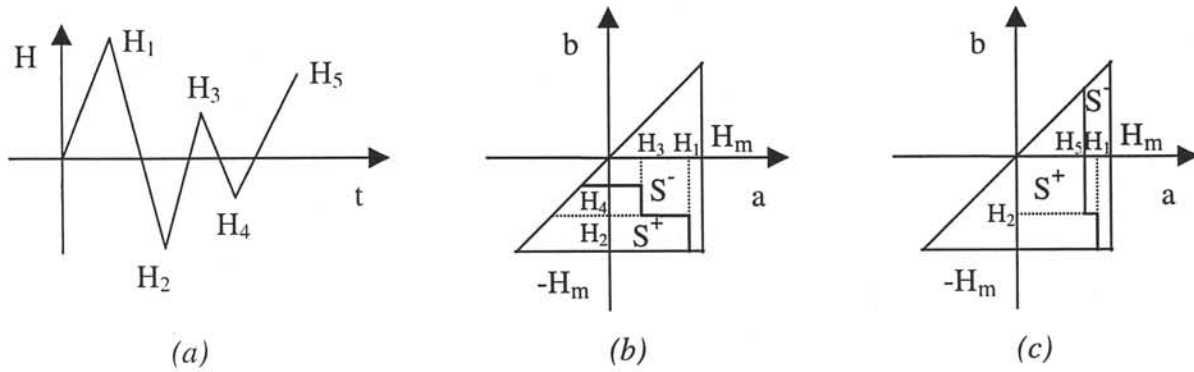


Figure I.19 Propriété d'effacement partiel  
 (a) variation du champ, (b)  $H = H_4$ , (c)  $H = H_5$

En particulier, si on applique un champ  $H$  avec  $H \leq -H_m$  ou  $H \geq H_m$ , tous les états antérieurs sont effacés.

- Propriété de congruence des cycles mineurs : les cycles mineurs tracés entre deux valeurs de champ  $H_1$  et  $H_2$  sont congruents, c'est à dire qu'ils se superposent par translation verticale, quelle que soit l'histoire des états antérieurs (fig. I.20).

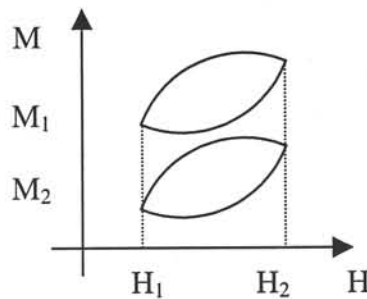


Figure I.20 Cycles mineurs congruents

- Propriété de symétrie de la fonction de Preisach : le cycle majeur étant symétrique, on a  $p(a, b) = p(-b, -a)$  ou encore  $p(h_i, h_c) = p(-h_i, h_c)$ .

### 3.5 Détermination de la fonction de Preisach

La fonction de Preisach est définie à l'intérieur du triangle de Preisach et le domaine d'intégration est borné parce que le cycle majeur est fermé. Afin de déterminer cette fonction caractéristique de chaque matériau, des méthodes expérimentales et analytiques ont été

proposées dans la littérature.

Une des méthodes d'identification de la fonction de Preisach à partir des données expérimentales est celle de Biorci et Pescetti [BIO-58]. La moitié du triangle de Preisach est discrétisée en  $N(N+1)$  éléments  $T_i$  de centre  $(c_a, c_b)$ ,  $i = 1, N(N+1)$  ( $a_k$ ,  $k = 1, N$ ,  $b_l$ ,  $l = 1, 2N$ ) (fig. I.21).

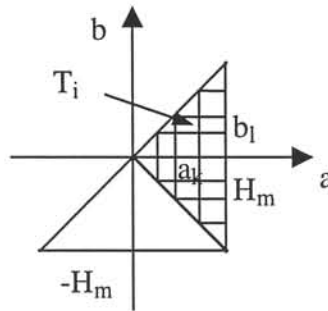


Figure I.21 Discretisation du plan de Preisach

La formule (I.6) devient :

$$M(t) = M_s \sum_{i=1}^n \left\{ \iint_{T_i} p(a, b) da db \right\} \hat{\gamma}_{c_a, c_b} [H(t)] \quad (\text{I.10})$$

L'identification du modèle consiste à calculer, à partir de la courbe de première aimantation et de la courbe descendante du cycle majeur, qui se rejoignent à la saturation, toutes les fonctions  $P_i = \iint_{T_i} p(a, b) da db$ ,  $i = 1, N(N+1)$ . Biorci et Pescetti supposent en plus que la

fonction  $p(a, b)$  peut s'écrire comme le produit des deux fonctions  $p_1(a)$  et  $p_2(b)$  :

$$p(a, b) = p_1(a) \cdot p_2(b) \quad (\text{I.11})$$

Le plan de Preisach doit être très finement discrétisé pour que la fonction de Preisach varie très peu sur les éléments  $T_i$ . Dans ce cas on peut écrire :

$$P_i = \iint_{T_i} p(a, b) da db \approx p_1(a_k) \cdot p_2(b_l) \cdot S_i \quad (\text{I.12})$$

où  $S_i$  est l'aire de l'élément  $T_i$ . Les fonctions  $p_1(a_k)$ ,  $k = 1, N$  et  $p_2(b_l)$ ,  $l = 1, N$  sont calculées par la résolution d'un système dont le nombre d'équations est égal au nombre d'inconnues. La méthode est présentée en détail dans l'Annexe 1.

Dans les méthodes analytiques utilisées pour identifier la distribution de Preisach, on garde toujours l'hypothèse  $p(a,b) = p_1(a) \cdot p_2(b)$  et la seule donnée expérimentale nécessaire est généralement le cycle majeur.

Pour la fonction analytique, en fonction du matériau étudié, on choisit soit une gaussienne (couramment utilisée dans le cas des matériaux pour l'enregistrement magnétique), soit une lorentzienne [BER-93a] (dans le cas des matériaux magnétiques doux), soit une autre expression (ex. : une fonction triangulaire, etc.).

### **3.6 Les limites du modèle de Preisach**

La propriété de congruence verticale des cycles mineurs n'est pas vérifiée par les matériaux magnétiques qui présentent généralement plutôt une congruence horizontale [BAS-98].

Le modèle ne prend en compte que les processus irréversibles du phénomène d'aimantation, sans considérer les rotations réversibles qui interviennent aussi.

## **4. Modélisation de l'anisotropie par Stoner-Wohlfarth [STO-48]**

Le modèle de Stoner-Wohlfarth est un modèle vectoriel qui a été développé pour prédire le comportement de matériaux magnétiques durs. Il décrit le processus de rotation cohérente de l'aimantation dans un monocristal monodomaine à anisotropie uniaxiale. Sous l'effet d'un champ appliqué, le vecteur aimantation change de direction en gardant un module constant. Le matériau est représenté comme un ensemble des particules uniaxiales monodomains.

### **4.1 Comportement d'une particule uniaxiale**

Une particule de Stoner-Wohlfarth est une particule ellipsoïdale qui possède un seul axe de

facile aimantation. Si le champ appliqué  $\mathbf{H}$  fait un angle  $\alpha$  avec l'axe de facile aimantation, le vecteur polarisation magnétique  $\mathbf{J}_s$  tourne d'un angle  $\theta$  dans le plan défini par le champ et par l'axe de facile aimantation (fig. I.22).

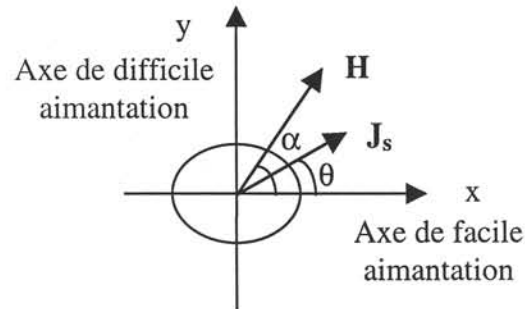


Figure I.22 Particule de Stoner-Wohlfarth

En ne tenant compte que des termes d'énergie dépendant de  $\theta$ , l'énergie totale  $E_t$  de la particule est la somme de l'énergie magnétostatique  $E_H$  et de l'énergie d'anisotropie  $E_a$ .

$$E_t = E_H + E_a = -\mathbf{H} \cdot \mathbf{J}_s + k \sin^2 \theta \quad (\text{I.13})$$

où  $k$  est la constante d'anisotropie. Pour trouver la position d'équilibre de la polarisation, il est nécessaire de déterminer l'angle  $\theta$  pour lequel l'énergie totale est minimale. L'équation à résoudre correspondant à  $\frac{\partial E}{\partial \theta} = 0$  s'écrit :

$$H_k \sin \theta \cos \theta - H \sin(\alpha - \theta) = 0 \quad (\text{I.14})$$

où  $H_k = \frac{2k}{J_s}$  est le champ d'anisotropie. Pour que l'équilibre soit stable il est nécessaire que

la dérivée seconde de l'énergie soit positive ( $\frac{\partial^2 E}{\partial \theta^2} \geq 0$ ). En partant des équations  $\frac{\partial E}{\partial \theta} = 0$  et

$\frac{\partial^2 E}{\partial \theta^2} = 0$ , on obtient l'équation de l'astroïde (fig. I.23) :

$$H_x^{2/3} + H_y^{2/3} = H_k^{2/3} \Leftrightarrow \begin{cases} H_x = -H_k \cdot \cos^3 \theta \\ H_y = +H_k \cdot \sin^3 \theta \end{cases}, \quad \theta \in [0, 2\pi] \quad (\text{I.15})$$

où  $H_x = H \cos \alpha$  et  $H_y = H \sin \alpha$ .

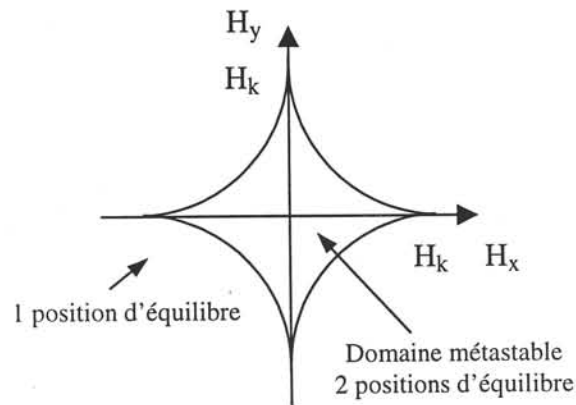


Figure I.23 L'astroïde

A l'extérieur de la courbe de l'astroïde, il existe 2 solutions de l'équation (I.14), mais une seule d'équilibre stable. Par contre, à l'intérieur de la courbe il existe 4 solutions dont 2 d'équilibre stable et il faut choisir entre ces deux solutions. La position actuelle de la polarisation magnétique  $\mathbf{J}_s$  dépend de sa position antérieure.

#### 4.2 Détermination graphique de la polarisation

La direction de  $\mathbf{J}_s$  en fonction de  $\mathbf{H}$  peut être déterminée par une construction graphique simple (fig. I.24) : dans le plan  $(H_x, H_y)$  on trace les tangentes à l'astroïde qui passent par l'extrémité du vecteur  $\mathbf{H}$ . En fonction de la position du vecteur  $\mathbf{H}$  (à l'intérieur ou à l'extérieur de la courbe de l'astroïde), on trouve 2 ou 4 solutions possibles. Ces positions d'équilibre sont données par les angles que font les tangentes avec l'axe horizontal. Les positions les plus proches de l'axe facile sont les positions stables.

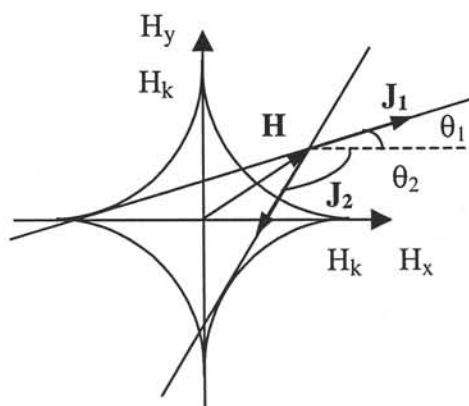


Figure I.24 Détermination graphique de la position d'équilibre stable de  $J_1$  de la polarisation pour un champ  $\mathbf{H}$  extérieur à l'astroïde

### 4.3 Construction d'un cycle d'hystérésis

Un cycle d'hystérésis est obtenu en appliquant un champ selon une direction fixe et en faisant varier son module. Par exemple, sur la figure I.25 le champ est appliqué à  $45^\circ$  et on peut observer les deux mécanismes d'aimantation : la rotation cohérente (phénomène réversible) et le basculement irréversible.

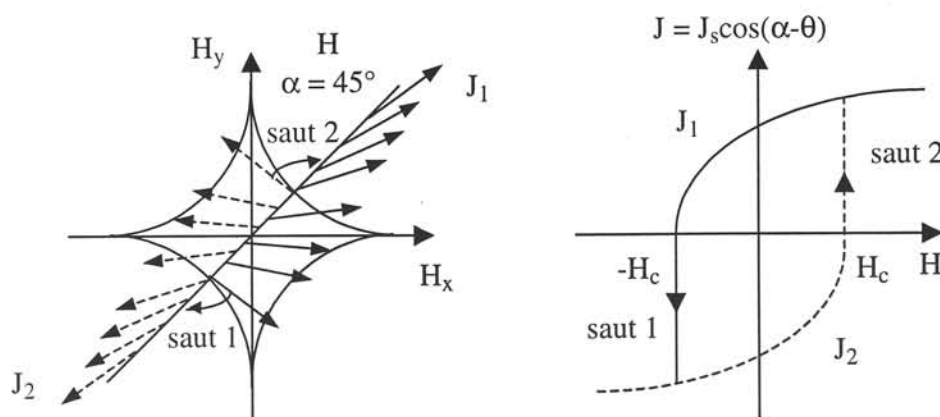


Figure I.25 Construction d'un cycle d'hystérésis

### 4.4 Troncature de l'astroïde [SHT-59]

Le modèle de rotation cohérente impose à la particule un champ coercitif suivant l'axe facile égal au champ d'anisotropie. En réalité, à cause des imperfections et des impuretés du matériau, le champ coercitif de la particule est 4 à 5 fois inférieur au champ  $H_k$ . Donc, le



renversement de la polarisation se produit plus rapidement. Pour tenir compte de ce fait on « tronque » l'astroïde (fig. I.26) en introduisant le facteur de troncature  $q \in [-1,1]$ . L'équation (I.15) devient alors :

$$(1-q)H_x^{2/3} + ((1-q)H_y^{2/3} + q)^{1/3} = 1 \quad (\text{I.16})$$

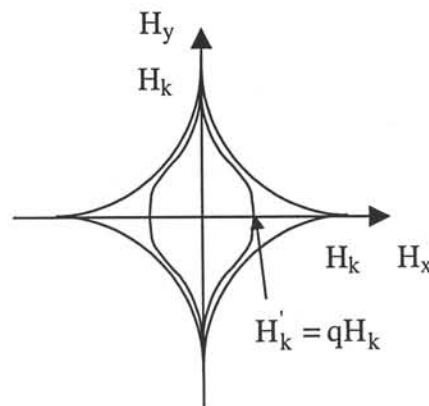


Figure I.26 L'astroïde tronqué

Le rapport entre le champ coercitif selon l'axe facile et le champ d'anisotropie s'écrit :

$$\frac{H_c}{H_k} = \left( \frac{1-q^{1/3}}{1-q} \right)^{3/2} \quad (\text{I.17})$$

#### 4.5 Ensemble de particules de Stoner-Wohlfarth

Le modèle de Stoner-Wohlfarth est un modèle vectoriel capable de décrire les phénomènes comme la rotation cohérente et le basculement de la polarisation magnétique dus à l'anisotropie. Il permet en particulier de reproduire en champ tournant le fait que le vecteur polarisation se trouve alternativement en avance et en retard par rapport au vecteur champ.

Pour l'appliquer à un matériau il faut généralement introduire un ensemble de particules de Stoner-Wohlfarth ayant une distribution de leurs caractéristiques adaptée au comportement expérimental.

---

#### 4.6 Limites du modèle vectoriel de Stoner-Wohlfarth

Le modèle ne tient pas compte des interactions entre les particules constituantes, donc il n'est pas capable de modéliser les cycles mineurs asymétriques.

L'énergie d'anisotropie s'exprime par un développement en série et nous n'avons tenu compte dans le calcul de l'énergie totale que du premier terme, ce qui nous éloigne de la réalité physique. Cette approche reste quand même suffisante dans le cas de notre étude.

La troncature de l'astroïde reste un artifice : elle influe sur le basculement de la polarisation, mais elle n'intervient pas dans le calcul des angles d'équilibre, donc dans la rotation cohérente de la polarisation.

#### 5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné une description simple de l'hystérésis et de l'anisotropie. L'expérience montre que, en réalité les deux phénomènes sont couplés et complexes.

Nous avons présenté également deux modèles classiques, le modèle de Preisach et le modèle de Stoner-Wohlfarth, décrivant ces phénomènes. Ces modèles seront considérés comme base pour la construction de notre modèle.



**Chapitre II**  
**Comportement hystérétique bidimensionnel**



---

## Chapitre II

### Comportement hystérétique bidimensionnel

L'étape qui suit la compréhension du comportement magnétique des matériaux consiste à essayer de trouver un modèle qui reproduit le plus correctement possible l'expérience. Les problèmes d'applications étant des plus en plus complexes, les modèles scalaires de l'hystérésis ne suffisent plus. Comme les outils de calcul deviennent plus puissants, on peut envisager des modèles d'hystérésis plus élaborés. Dans les modèles scalaires le vecteur polarisation magnétique a toujours la même orientation que le vecteur champ appliqué. Mais en réalité ceci n'est vrai que si le champ est appliqué suivant une direction de facile aimantation du matériau ou encore si la valeur du champ est assez importante pour vaincre son énergie d'anisotropie. Ces modèles, qui considèrent des matériaux isotropes dans lesquels les vecteurs  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{B}$  sont colinéaires ne peuvent pas représenter correctement la rotation du champ par rapport à l'induction magnétique. Il faut donc envisager des modèles vectoriels plus complets afin de pouvoir se rapprocher de la réalité.

Ce chapitre se propose de présenter les caractéristiques expérimentales typiques des tôles magnétiques utilisées en électrotechnique et d'explorer les principales voies qui ont été suivies en vue de mieux décrire mathématiquement les mécanismes d'aimantation.

#### 1. Caractéristiques expérimentales typiques

Les tôles magnétiques sont très utilisées, principalement dans les transformateurs et les machines électriques. Elles ont des propriétés magnétiques diverses en fonction de leur mode de fabrication, de la composition des alliages, des traitements de fabrication, etc. [BAV-92], [BRI-80], [BRI-84], [BRI-97], [FAU-71], [LIT-82], [ROB-78].

Les tôles magnétiques sont composées principalement de fer, lequel a des propriétés magnétiques très intéressantes, en particulier sa polarisation à saturation  $J_s = 2,16$  T. Quelques pour cents de silicium (environ 3%) ajoutés au fer améliorent ses propriétés : augmentation de la résistivité électrique (4 à 5 fois supérieure à celle du fer pur) qui entraîne une diminution des pertes par courants de Foucault ; augmentation de la perméabilité magnétique en champs faible ou moyen ; diminution du champ coercitif qui entraîne une diminution des pertes par hystérésis.

L'addition de silicium s'accompagne toutefois de quelques points faibles : on peut noter la polarisation magnétique qui diminue ( $J_s = 2,02$  T pour un alliage 3% silicium par rapport à 2,16 T pour le fer pur) ; si sa concentration dépasse 5% les alliages deviennent cassants et fragiles. La baisse de  $J_s$  est due à la substitution, dans le réseau cristallin, des atomes de fer par des atomes de silicium qui ne sont porteurs d'aucun moment magnétique.

Sous l'effet d'un champ d'excitation  $\mathbf{H}$  le matériau s'aimante et sa polarisation dépend du champ appliqué et de l'histoire de son aimantation antérieure. La relation entre  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{J}$  et l'induction  $\mathbf{B}$  est donnée par :

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{J} \quad (\text{II.1})$$

$$\text{où } \mathbf{J} = \mu_0 \mathbf{M} \quad (\text{II.2})$$

$\mu_0$  étant la perméabilité magnétique du vide ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$ ).

Le terme  $\mu_0 \mathbf{H}$  est très faible ( $\mu_0 \mathbf{H} \ll \mathbf{J}$ ), donc il peut être négligé dans la formule II.1.

Dorénavant on va considérer pratiquement que :  $\mathbf{B} = \mathbf{J}$ .

### 1.1 Les tôles FeSi à grains orientés (G.O.)

Ces tôles ont été élaborées en 1934 par N.P. Goss, qui les a obtenues par un procédé de laminage à froid et plusieurs traitements thermiques. Depuis cette époque, les méthodes de fabrications ont évolué et la qualité des tôles a été nettement améliorée.

Les tôles G.O. ont une concentration en silicium de 3% et présentent une très forte anisotropie, car les grains ont pratiquement la même orientation. Cette orientation s'appelle orientation Goss ou  $[100]$  en notation Miller (fig. II.1).

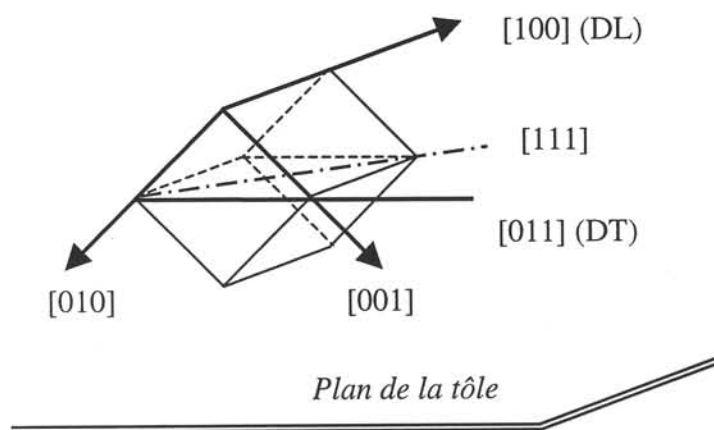


Figure II.1 Orientation d'un grain dans une tôle à texture de Goss

La direction de laminage (DL)  $[100]$  est une direction de facile aimantation, la direction transverse (DT)  $[011]$  une direction difficile et à  $54,7^\circ$  il y a une direction de très difficile aimantation  $[111]$ . Le rapport des perméabilités entre les directions de laminage et transverse est de l'ordre de 10 à 100.

La dispersion d'orientation des grains par rapport à l'axe de facile aimantation est de  $7$  à  $8^\circ$ , voire  $3$  à  $4^\circ$  pour les tôles les plus performantes, de haute perméabilité (dites HIB).

Par suite de leur procédé de fabrication, les tôles G.O. ont des grains assez gros, de quelques mm à 1 cm. Leur champ coercitif est assez faible, de l'ordre de 10 A/m. Les tôles G.O. sont utilisées surtout dans la construction des noyaux de transformateurs, leur propriété de s'aimanter facilement selon la direction de laminage étant très favorable.

Pour mettre en évidence l'anisotropie de ces tôles, on applique un champ de module croissant dans une direction autre que la direction de facile aimantation, par exemple selon un angle important ( $75^\circ > 54,7^\circ$ ). A faible champ, la polarisation magnétique reste parallèle à l'axe de facile aimantation. Pour un champ intermédiaire la polarisation change de direction en se



rapprochant du vecteur champ et son module diminue. Au-delà de  $H = 1,5 \text{ kA/m}$  la polarisation « saute » de l'autre côté du champ en se rapprochant de l'axe transverse et son module augmente jusqu'à la saturation (fig. II.2).

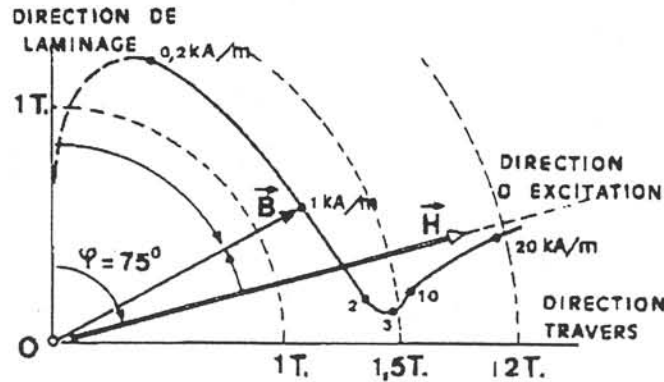


Figure II.2 Diagramme polaire de  $B$  pour une tôle FeSi G.O. [FAS-64]

On peut également mettre en évidence le comportement anisotrope du matériau en sollicitant toutes les directions du plan de la tôle par l'application d'un champ tournant. La figure II.3 (a) illustre un tel comportement dans le cas d'une tôle FeSi à grains orientés soumise à une induction circulaire d'amplitude constante de 1,2 T et tournant à vitesse uniforme (50 Hz) dans le sens antihoraire. Elle représente le diagramme polaire  $H_y(H_x)$  qui correspond à la trajectoire décrite sur une période par l'extrémité du vecteur champ magnétique dans le plan de la tôle. Les axes  $x$  et  $y$  correspondent respectivement à la direction de laminage et la direction transverse. Pour obtenir une induction circulaire d'amplitude constante de 1,2 T, le champ tournant nécessaire varie en module avec la direction de l'induction : il est maximal vers  $54,7^\circ$  ( $\sim 500 \text{ A/m}$ ), il présente une valeur moyenne selon la direction transverse ( $\sim 170 \text{ A/m}$ ) et il est minimal selon la direction de laminage ( $\sim 10 \text{ A/m}$ ).

Le comportement vectoriel du matériau est montré explicitement par le déphasage entre le vecteur champ magnétique  $H$  et le vecteur induction  $B$  (fig. II.3 (b)). Tant que celui-ci est positif,  $H$  se trouve en avance par rapport à  $B$ , lorsque le déphasage est négatif le vecteur  $B$  passe devant  $H$ .

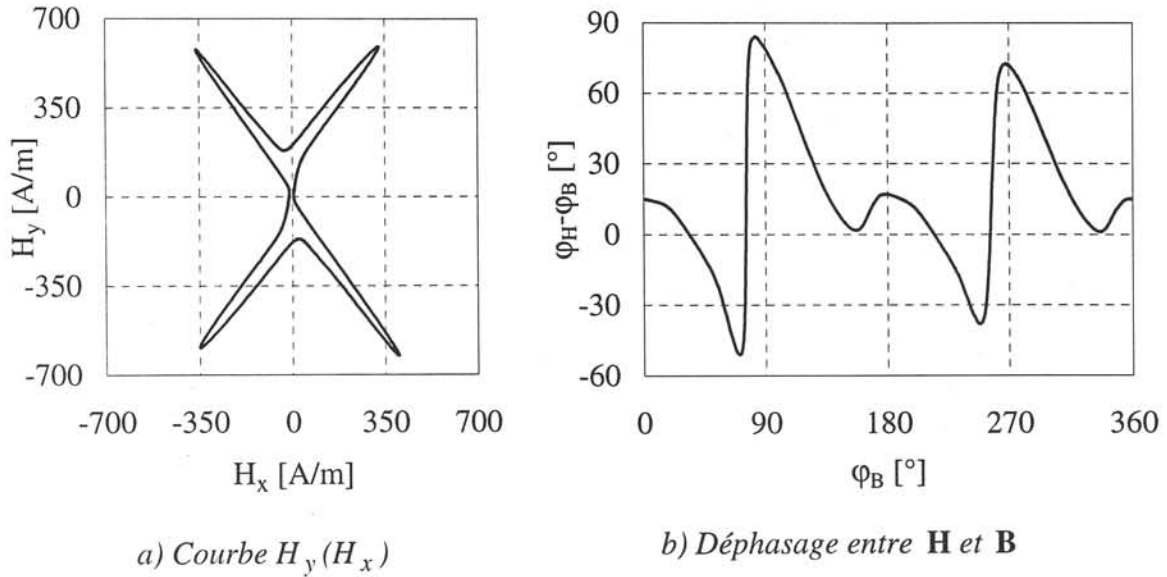


Figure II.3 Comportement vectoriel et anisotrope d'une tôle FeSi à texture Goss  
(induction circulaire, 1,2 T, 50 Hz)

### 1.2 Les tôles fer et silicium à grains non-orientés (N.O.)

Ce sont les tôles magnétiques les plus couramment utilisées en constructions électriques. Elles constituent la base des circuits magnétiques feuilletés des machines tournantes et existent sous forme de deux familles : les tôles « fully-process » et les tôles « semi-process ». Les tôles « fully-process » ont subi toutes les étapes de laminage et de recuit nécessaires à l'obtention de leurs propriétés magnétiques optimales et peuvent être utilisées directement à la livraison. Les tôles « semi-process » sont des tôles plutôt « bas de gamme » qui sont livrées à un état d'élaboration semi-fini. Pour obtenir les propriétés magnétiques garanties de ces matériaux, le constructeur électricien doit effectuer, après mis en forme du circuit magnétique, un traitement thermique de recuit. Pour ces matériaux la teneur en silicium varie de 0 à respectivement 3,2 et 2%.

Dans les tôles N.O. la taille des grains est très petite (entre 50 et 250  $\mu\text{m}$ ) et le champ coercitif de l'ordre de quelques dizaines de A/m. La surface des cycles d'hystérésis est plus importante que pour une tôle G.O., donc dans les mêmes conditions d'excitation ( $B$ ,  $f$ ) les pertes dans les tôles N.O. sont généralement supérieures aux pertes dans les tôles G.O.

De par leur désignation, on s'attend à ce que les tôles à grains non-orientés soient des matériaux isotropes. Cependant, par suite des procédés de fabrication (laminage et recuit), les cristaux ne sont jamais parfaitement répartis au hasard. Les propriétés magnétiques selon la direction de laminage et selon la direction transverse sont différentes, la direction de laminage étant une direction de plus facile aimantation. Généralement, les écarts entre les pertes mesurées dans la direction de laminage et les pertes mesurées dans la direction transverse sont de 15 à 20%.

La caractéristique vectorielle et anisotrope de la loi  $\mathbf{B}(\mathbf{H})$  est mise en évidence dans la figure II.4 pour une induction circulaire de 1,4 T qui tourne dans le sens antihoraire. Le diagramme  $H_y(H_x)$  n'est pas du tout circulaire ou elliptique comme on pourrait s'y attendre dans le cas d'une tôle isotrope ou très faiblement anisotrope. D'autre part le rapport entre les champs d'excitation suivant la direction de laminage et la direction transverse est important et vaut environ 2,5.

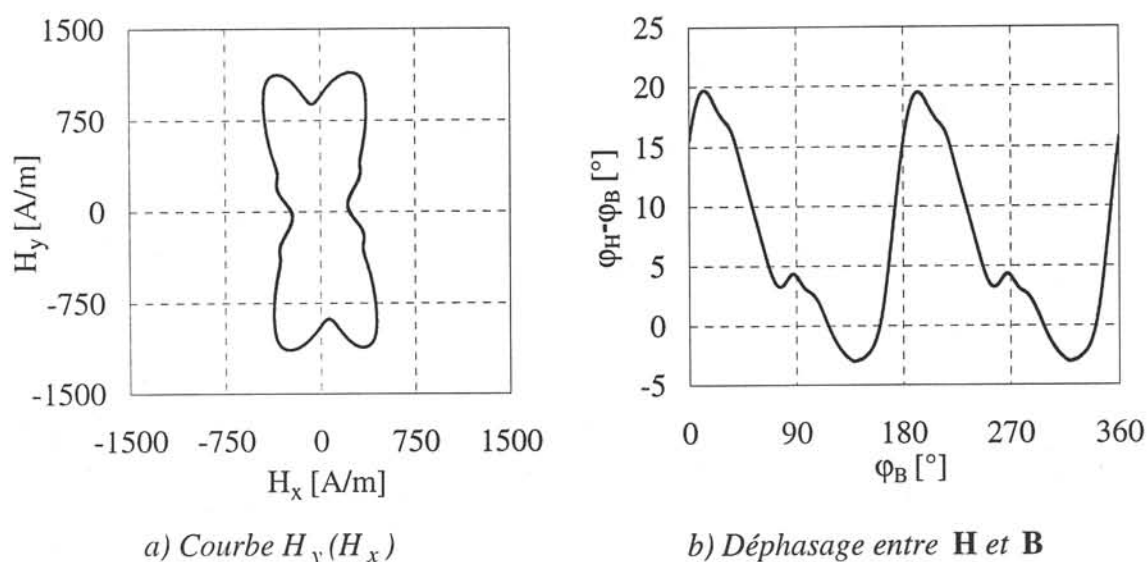


Figure II.4 Comportement vectoriel et anisotrope d'une tôle FeSi N.O.  
(induction circulaire, 1,4 T, 50 Hz)

Même si ce n'est pas aussi spectaculaire que pour la tôle FeSi G.O., le déphasage entre l'induction  $\mathbf{B}$  et le champ  $\mathbf{H}$  varie de manière sensible.

### 1.3 Les tôles à texture cubique

Les matériaux magnétiques à texture cubique comportent des grains ayant deux axes de facile aimantation, suivant la direction de laminage et suivant la direction transverse. Le cube représentatif de la maille a l'orientation indiquée sur la figure II.5.

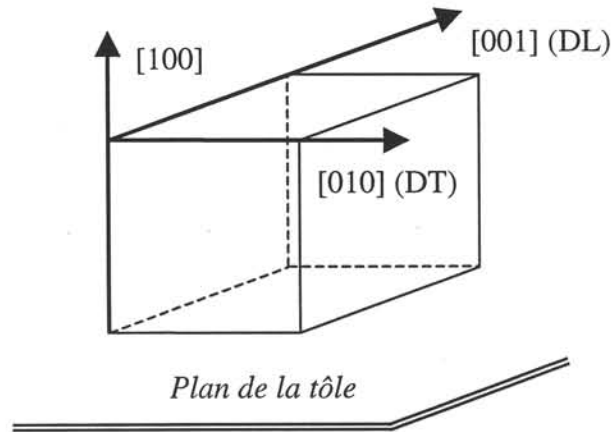


Figure II.5 Orientation d'un grain dans une tôle à texture cubique

Une telle texture est intéressante car elle révèle de très bonnes propriétés dans les deux directions principales de la tôle et également en champ tournant.

A l'échelle industrielle ce type de texture existe dans des alliages de FeNi et FeCo. Malheureusement pour les alliages de FeSi, les procédés d'élaboration restent limités à des recherches de laboratoire.

Les courbes de la figure II.6 donnent l'évolution de la trajectoire du champ  $\mathbf{H}$  et de son déphasage avec l'induction  $\mathbf{B}$  au cours du temps, pour une induction circulaire de 1,5 T, dans le cas d'une tôle FeNi à texture cubique. Ce point de fonctionnement étant très proche de la saturation du matériau ( $J_s = 1,6$  T), les mécanismes de rotation sont prédominants et on retrouve le comportement caractéristique de la structure cubique.

Les directions DL et DT sont des directions sensiblement équivalentes et de facile aimantation et les directions  $45^\circ$  et  $-45^\circ$  sont des directions de difficile aimantation. Dans ces directions, l'induction et le champ magnétique sont quasiment en phase.

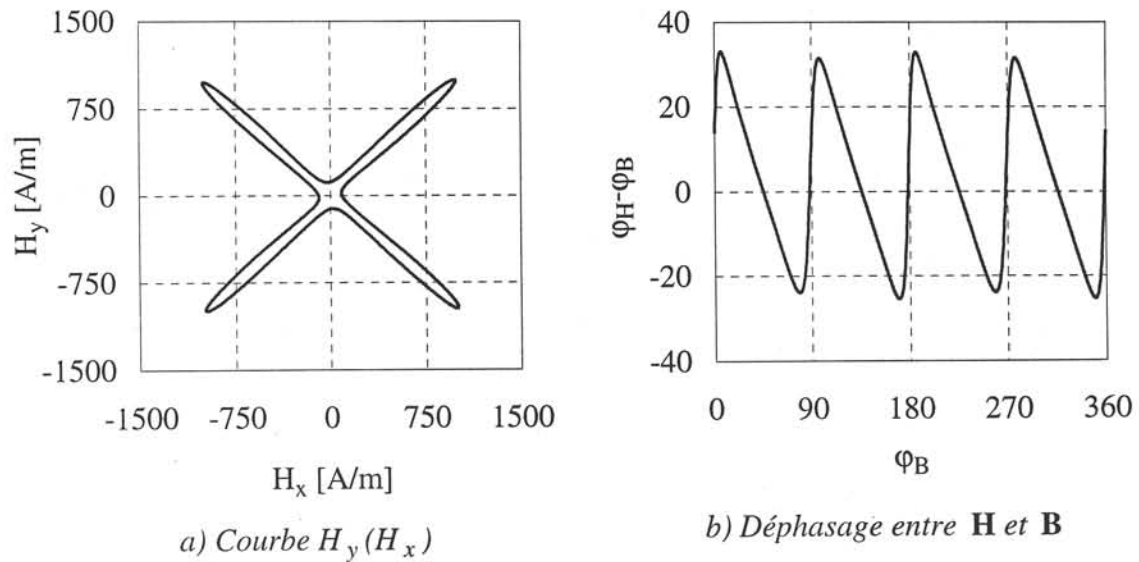


Figure II.6 Comportement vectoriel et anisotrope pour une tôle FeNi à texture cubique  
(induction circulaire, 1,5 T, 50 Hz)

#### 1.4 Conclusions

Les courbes présentées précédemment ont été sélectionnées dans une banque de mesures expérimentales obtenue au laboratoire dans le cadre des travaux de thèse antérieures [NEN-94], [ROU-96], [SPO-98] et grâce à un banc de caractérisation magnétique en champ tournant de type RSST (Rotational Single Sheet Tester). A travers ces courbes, nous avons essayé d'illustrer quelques exemples de comportement anisotrope et vectoriel des matériaux magnétiques. Ce comportement est complexe et varie en fonction de l'amplitude de l'excitation, de sa forme ainsi que de sa vitesse. Il est difficile à décrire de manière quantitative car il dépend étroitement et conjointement de l'hystérésis, de l'anisotropie magnétocristalline et de la texture du matériau. En fonction de l'excitation, les mécanismes d'aimantation peuvent être gouvernés séparément ou simultanément par les déplacements de parois et les rotations des moments, la frontière étant difficilement identifiable. Pour les matériaux étudiés, le processus d'aimantation se déroule globalement suivant les étapes suivantes : à faible champ les déplacements de parois à  $180^\circ$  sont prioritaires ; pour les champs intermédiaires les déplacements des autres parois, en particulier les parois à  $90^\circ$  pour les tôles FeSi (structure cubique et  $k > 0$ ), deviennent importants ; à champ élevé la rotation cohérente intervient et fait dévier les moments magnétiques des grains [FIO-93].

## 2. Principaux modèles d'hystérésis vectorielles

Plusieurs modèles vectoriels ont été développés afin de reproduire le comportement des matériaux magnétiques en champ tournant. Nous allons présenter, par la suite, quatre modèles vectoriels d'hystérésis que nous avons jugés intéressants et représentatifs des nombreux travaux effectués sur ce thème : le premier est une approche thermodynamique applicable aux alliages FeSi ; le suivant est un modèle énergétique conçu pour les tôles G.O. ; le troisième est un modèle vectoriel isotrope, basé sur la superposition d'un modèle scalaire appliqué sur différentes directions ; enfin, le dernier est le modèle vectoriel et anisotrope de Mayergoyz, implanté dans un logiciel de calcul par éléments finis.

### 2.1 Modèle thermodynamique

S.G. Engdahl, A.J. Bergqvist et S.A. Lundgren [ENG-97] ont développé une approche thermodynamique afin de modéliser les phénomènes d'aimantation et magnétoviscoélasticité dans les alliages FeSi. Le modèle n'est pas établi sur les processus microscopiques rencontrés dans les matériaux, mais sur un formalisme mathématique dans le cadre thermodynamique.

#### 2.1.1 Le formalisme thermodynamique

On sait que l'entropie d'un système fermé tend vers un maximum. Les auteurs ont montré que, dans le cas d'un processus isotherme, un maximum d'entropie correspond à un minimum du potentiel de Gibbs  $G$  [BER-95] :

$$G = F - \mathbf{H} \cdot \mathbf{M} \quad (\text{II.3})$$

$F$  est l'énergie libre de Helmholtz qui dépend seulement de l'état du système. Pour exprimer cette énergie il faudrait tenir compte des états de tous les atomes du système. Ceci est pratiquement impossible et une hypothèse simplificatrice a été faite en exprimant l'énergie  $F$  en fonction de variables  $(\xi_1, \xi_2, \dots)$  qui gardent la mémoire des états magnétiques du matériau.

$$F = F(\xi_1, \xi_2, \dots) \quad (\text{II.4})$$

Ces variables peuvent avoir plusieurs expressions : elles peuvent être égales à l'aimantation  $\mathbf{M}$ , aux composantes réversibles et irréversibles de l'aimantation, à des fractions de volumes des différents types des domaines ou à  $\int |\mathbf{M}| dt$ , etc.

Le système est en équilibre lorsque  $G$  atteint un minimum local pour tous les variables  $\xi_i$  :

$$\frac{\partial G}{\partial \xi_i} = 0 \quad \forall i \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial F}{\partial \xi_i} - \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \xi_i} = 0 \quad \forall i \quad (\text{II.5})$$

Si  $F$  n'est pas une fonction convexe, l'équation (II.5) peut avoir plusieurs solutions qui correspondent à des états métastables liés à l'histoire du matériau. Un nombre assez grand de variables d'état conduit à une meilleure représentation, mais corrélativement, augmente la complexité du modèle.

### 2.1.2 Bases du modèle

Les auteurs supposent que l'aimantation peut s'exprimer par la somme des contributions d'un grand nombre de pseudoparticules indépendantes et que l'énergie libre de chaque particule ne dépend que de sa propre aimantation. Soit une pseudoparticule définie par une aimantation  $\mathbf{m}$ , une énergie libre de Helmholtz  $f(\mathbf{m})$  et une énergie libre de Gibbs  $g(\mathbf{H}, \mathbf{m})$ . Tant que les pseudoparticules sont indépendantes, l'aimantation  $\mathbf{m}$  évolue pour que  $g$  tende vers un minimum. Pour trouver un état stable ou le plus souvent métastable il est nécessaire de déterminer un minimum local de la fonction  $g = f(\mathbf{m}) - \mathbf{H} \cdot \mathbf{m}$ , ce qui correspond à :

$$\nabla_{\mathbf{m}} f - \mathbf{H} = 0 \quad (\text{II.6})$$

Dans le cas des matériaux magnétiques doux, l'hystérésis est due principalement aux imperfections qui s'opposent aux déplacements des parois des domaines. Chaque imperfection engendre une perturbation de l'énergie libre  $f$  du domaine contenant le défaut, perturbation qui se propage et s'accroît pour la dérivée  $\nabla_{\mathbf{m}} f = f'(\mathbf{m})$ . Par conséquent, en concordance avec la réalité physique, l'énergie libre de chaque particule est exprimée par la somme d'une fonction convexe  $F_{\text{an}}(\mathbf{m})$  et d'une petite ondulation  $f_p(\mathbf{m})$  qui prend en compte la perturbation :

$$f(\mathbf{m}) = F_{\text{an}}(\mathbf{m}) + f_p(\mathbf{m}) \quad (\text{II.7})$$

Une autre hypothèse est que toutes les imperfections induisent les mêmes perturbations sur la fonction  $f$  et les amplitudes de toutes les variations de  $f'(\mathbf{m})$  sont égales. Cette amplitude notée  $k$ , représente le champ nécessaire pour vaincre les défauts de la structure. La courbe d'hystérésis est construite par la superposition de deux courbes symétriques, dues à une série de petits « sauts », situés à une distance  $k$  par rapport à la courbe anhystérétique (à chaque  $J$  le champ d'excitation est situé à distance égale des champs correspondants au même  $J$  sur les branches du cycle). Ces petits « sauts » peuvent être approchés par une ligne continue (fig. II.7).

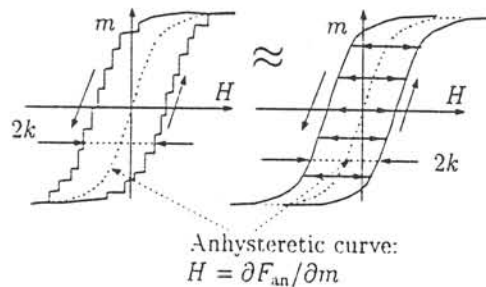


Figure II.7 Approximation des petits « sauts » par une ligne continue

#### a) Formulation unidimensionnelle 1D

Dans le cas 1D, soit  $H$  le champ et  $m$  l'aimantation à un certain moment. Si le champ varie de  $H$  à  $H_1$  et si  $|H_1 - F'_{\text{an}}(m)| \leq k$ , alors l'aimantation ne varie pas et  $m_1 = m$ . Par contre, si  $|H_1 - F'_{\text{an}}(m)| > k$ , alors l'aimantation prend une nouvelle valeur afin que  $|H_1 - F'_{\text{an}}(m)| = k$ .

Une nouvelle variable est introduite telle que :

$$\eta \equiv F'_{\text{an}}(m) \quad (\text{II.8})$$

$\eta$  peut être interprété comme le champ qui, en absence des blocages, pourrait produire l'aimantation  $m$  (champ anhystérétique).

On peut aussi écrire :



$$m = M_{\text{an}}(\eta) \quad (\text{II.9})$$

L'auteur qualifie  $M_{\text{an}}(\eta)$  de courbe anhystérétique (l'aimantation anhystérétique est obtenue lorsqu'on fournit une énergie supplémentaire aux parois pour franchir les barrières de potentiel qui s'opposent à leurs déplacements), alors qu'elle correspond en fait à la courbe médiane du cycle construit à aimantation constante.

La relation entre le champ appliqué  $H$  et la variable  $\eta$  est donc donnée par :

$$\eta(t) = \begin{cases} \eta(t - \Delta t), & \text{si } |H(t) - \eta(t - \Delta t)| \leq k \\ H(t) - k, & \text{si } H(t) - \eta(t - \Delta t) > k \\ H(t) + k, & \text{si } H(t) - \eta(t - \Delta t) < -k \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

En utilisant un opérateur d'hystérésis, la formule (II.10) s'écrit :

$$\eta = P_k[H] \quad \text{ou compte tenu de (II.9) :} \quad m = M_{\text{an}}(P_k[H]) \quad (\text{fig. II.8}) \quad (\text{II.11})$$

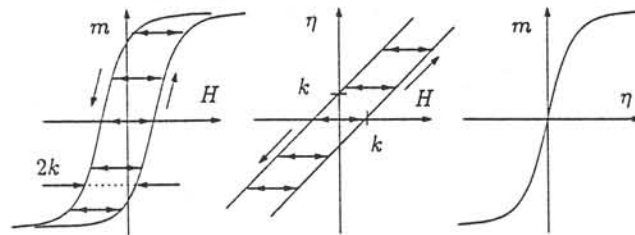


Figure II.8 Décomposition de la courbe d'hystérésis (gauche) dans une fonction linéaire (milieu) et une fonction nélinéaire (droite)

### b) Formulation bidimensionnelle

Cette méthode peut être appliquée dans le cas multidimensionnel et en particulier au cas 2D. On suppose que  $[H - \eta]$  varie dans un domaine elliptique et ceci s'exprime par l'expression :

$$\begin{aligned} |k^{-1}(H(t) - \eta(t - \Delta t))| \leq 1 &\Rightarrow \eta(t) = \eta(t - \Delta t) \\ |k^{-1}(H(t) - \eta(t - \Delta t))| > 1 &\Rightarrow \eta(t) \text{ est tel que } |k^{-1}(H(t) - \eta(t))| = 1 \end{aligned} \quad (\text{II.12})$$

où  $\mathbf{k}$  est un tenseur symétrique qui définit les longueurs des axes du domaine elliptique et leurs orientations. Tant que  $\boldsymbol{\eta}$  reste dans le domaine elliptique de centre  $\mathbf{H}$  et de longueurs d'axes  $\mathbf{k}$ , alors  $\boldsymbol{\eta}$  ne change pas. Lorsque  $\mathbf{H}$  varie et que  $\boldsymbol{\eta}$  tend à dépasser les bords du domaine elliptique,  $\boldsymbol{\eta}$  se modifie afin de rester dans les limites de ce domaine. Si  $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{H}$  et  $\boldsymbol{\eta}$  sont des scalaires alors la formule (II.12) est équivalente à la formule (II.10). La direction de  $\boldsymbol{\eta}$  est gouvernée par la relation :

$$\boldsymbol{\eta}(t) - \boldsymbol{\eta}(t - \Delta t) = p[\mathbf{H}(t) - \boldsymbol{\eta}(t - \Delta t)] \quad (\text{II.13})$$

où  $p$  est choisi pour que l'égalité (II.12) soit respectée. En partant des équations (II.12) et (II.13), l'évolution temporelle de  $\boldsymbol{\eta}$  est donnée par la formule :

$$\boldsymbol{\eta}(t) - \boldsymbol{\eta}(t - \Delta t) = \begin{cases} 0, & \text{si } \left| \mathbf{k}^{-1}(\mathbf{H}(t) - \boldsymbol{\eta}(t - \Delta t)) \right| \leq 1 \\ (1 - \left| \mathbf{k}^{-1}(\mathbf{H}(t) - \boldsymbol{\eta}(t - \Delta t)) \right|^{-1})(\mathbf{H}(t) - \boldsymbol{\eta}(t - \Delta t)), & \text{dans les autres cas.} \end{cases} \quad (\text{II.14})$$

L'aimantation de la pseudoparticule pour un champ vectoriel arbitraire  $\mathbf{H}(t)$  est donc :

$$\mathbf{m} = \mathbf{M}_{\text{an}}(\boldsymbol{\eta}) \quad (\text{II.15})$$

Le modèle permet de reproduire le caractère vectoriel de l'hystérésis en 2D. En particulier, pour un champ tournant, le vecteur aimantation tourne aussi, mais il est choisi par les auteurs en retard par rapport au vecteur champ appliqué. De même, à l'approche de la saturation, l'influence de l'histoire des particules est effacée. Les cycles mineurs sont par contre moins bien représentés parce que le tenseur  $\mathbf{k}$  est le même pour toutes les imperfections. On peut corriger cette insuffisance par une méthode de pondération. Si on caractérise chaque pseudoparticule par un coefficient  $\lambda$ , son tenseur devient  $\lambda\mathbf{k}$  et la fraction de volume qu'elle occupe est  $\zeta(\lambda)d\lambda$  (sachant que  $\int \zeta(\lambda)d\lambda = 1$ ), le vecteur aimantation s'exprime par la superposition des toutes les pseudoparticules en fonction de leurs poids respectifs (fig. II.9) :

$$\mathbf{M} = \int_0^{\infty} \mathbf{M}_{\text{an}}(\mathbf{P}_{\lambda k}[\mathbf{H}]) \zeta(\lambda) d\lambda \quad (\text{II.16})$$

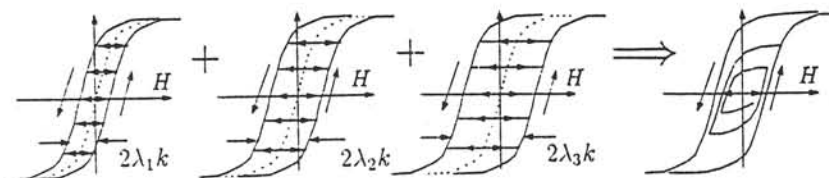


Figure II.9 Superposition des pseudoparticules ayant des poids différents

Les auteurs précisent que le modèle présente encore des limites en ce qui concerne la modélisation des cycles mineurs et suggèrent des pistes d'amélioration comme par exemple l'introduction d'un champ d'interaction entre les pseudoparticules.

### 2.1.3 Détermination des paramètres du modèle

Le problème de détermination des paramètres du modèle à partir des données expérimentales n'est pas encore complètement résolu, mais en faisant des hypothèses simplificatrices ceux-ci peuvent être identifiés.

Dans le cas 1D, le « tenseur »  $k$  est déterminé en utilisant les pertes totales à la saturation  $Q_{\text{sat}} = 4M_s k \int \lambda \zeta(\lambda) d\lambda$  et la condition de normalisation  $\int \lambda \zeta(\lambda) d\lambda = 1$ . Dans le cas vectoriel et anisotrope, la même méthode est appliquée suivant chaque direction.

Pour la fonction  $\zeta(\lambda)$  il est difficile de trouver une équation explicite liée aux valeurs expérimentales. Une bonne approche consiste à exprimer cette fonction sous forme analytique, avec peu de paramètres qui peuvent être identifiés expérimentalement. Plusieurs fonctions ont été essayées, une Gaussienne [BER-97a], une Lorenzienne [BER-97b] ou une fonction exponentielle [HOL-97], qui ont toutes donné des résultats corrects.

La courbe anhystérétique  $\mathbf{M}_{\text{an}}(\mathbf{H})$  peut être déterminée à partir des résultats expérimentaux, mais dans le cas anisotrope non linéaire il est difficile de l'identifier. Un modèle pour l'aimantation anisotrope anhystérétique [RAM-96] qui fait appel à peu de données expérimentales a été utilisé.

### 2.1.4 Applications et limites du modèle

Le modèle a été testé et comparé avec des mesures en 1D et 2D pour des tôles FeSi G.O. et N.O. Les figures II.10 et II.11 donnent les résultats obtenus sur les courbes d'hystérésis selon DL et DT et les pertes unidirectionnelles et en champ tournant.

Le modèle décrit de manière satisfaisante les pertes magnétiques. De même, on peut voir que les cycles d'hystérésis et les courbes de renversement sont qualitativement bien représentés. Les courbes mesurées et calculées n'étant pas superposées, il est difficile de quantifier la précision du modèle. On peut cependant remarquer que le modèle donne systématiquement des cycles plus couchés.

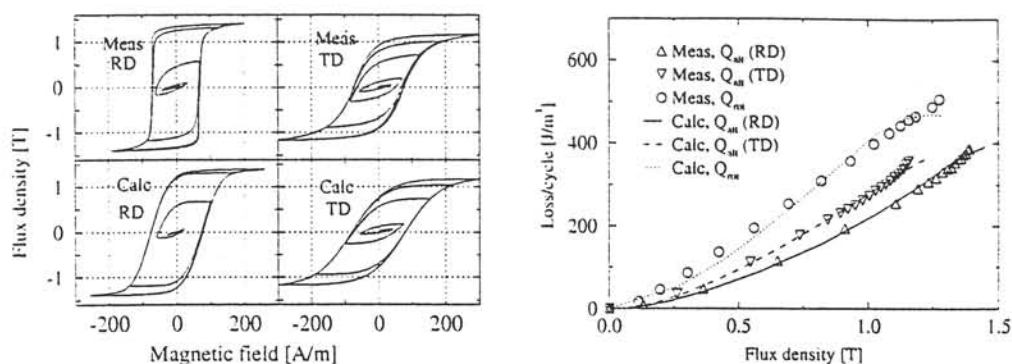


Figure II.10 Comparaison modèle-expérience pour la tôle FeSi N.O.

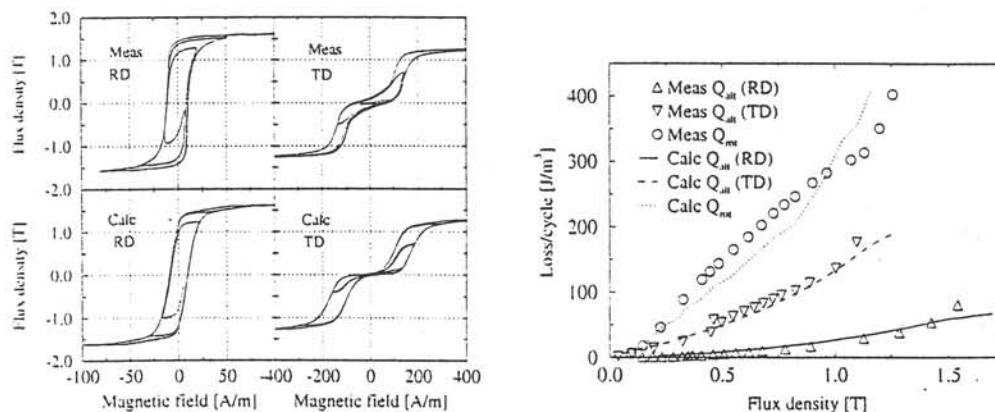


Figure II.11 Comparaison modèle-expérience pour la tôle FeSi G.O.

## 2.2 Modèle énergétique

Paul L. Fulmek et Hans Hauser ont développé un modèle énergétique d'hystérésis [FUL-97], pour les matériaux ferromagnétiques, applicable aux tôles FeSi G.O. Le modèle est capable de décrire le processus d'aimantation tant des matériaux isotropes qu'anisotropes.

### 2.2.1 Bases du modèle

Le modèle est basé sur la minimisation de l'énergie totale du système et sur le modèle « des domaines répartis statistiquement » (théorie des phases). Etant basé sur la réalité physique, il peut prendre en compte plusieurs facteurs qui influencent le processus d'aimantation comme l'énergie d'anisotropie, la température, les courants de Foucault, etc. Le modèle présente un comportement vectoriel pouvant décrire le phénomène d'aimantation en champ tournant.

### 2.2.2 Répartition statistique des domaines (théorie des phases)

Dans un matériau il y a plusieurs catégories de domaines, chacune définie par une fraction de volume  $v_i$ , une aimantation  $M_i$  orientée suivant la direction  $\mathbf{n}_i$ . L'aimantation pour  $N_{SD}$  catégories de domaines est donnée par la formule (II.17). Par exemple, pour un cristal de FeSi à 6 directions de facile aimantation  $N_{SD} = 6$  et pour un matériau à anisotropie uniaxiale  $N_{SD} = 2$ . Un matériau isotrope pourrait être assimilé à un matériau avec  $N_{SD} = 2$  : les directions parallèle et antiparallèle au champ appliqué.

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^{N_{SD}} v_i \mathbf{n}_i M_i = M_s \sum_{i=1}^{N_{SD}} v_i \mathbf{n}_i \quad (\text{II.17})$$

La somme des volumes  $v_i$  de toutes les catégories de domaines est égale à l'unité :

$$\sum_{i=1}^{N_{SD}} v_i = 1 \quad (\text{II.18})$$

Pour la distribution des catégories des domaines, la fonction de probabilité de répartition est basée sur la formule de Newton :

$$P = \frac{1}{h} \cdot \left( \prod_i \frac{w_i^{v_i} \cdot e^{v_i}}{v_i^{v_i}} \right)^a \quad (\text{II.19})$$

a et h sont deux constantes,  $w_i$  représente la probabilité initiale d'occupation des volumes ; dans l'état désaimanté  $v_i = w_i$ . La condition de normalisation impose :

$$\sum_{i=1}^{N_{SD}} w_i = 1 \quad (\text{II.20})$$

### 2.2.3 Bilan énergétique du modèle

Pour décrire le processus d'aimantation, le modèle minimise l'énergie totale du système  $E_T$ , exprimée par la relation additive :

$$E_T = E_A + E_R + E_I + E_H \quad (\text{II.21})$$

où  $E_A$  est l'énergie d'anisotropie,  $E_R$  l'énergie réversible,  $E_I$  l'énergie irréversible et  $E_H$  l'énergie magnétostatique due au champ appliqué. L'énergie réversible et l'énergie irréversible représentent l'énergie des parois. En régime quasi stationnaire et isotherme, l'énergie totale doit être minimale pour que le système soit à l'équilibre. En partant d'un point stable, au cours du processus d'aimantation sous l'effet d'un champ appliqué, le système suit le chemin d'énergie locale minimale. L'énergie irréversible augmente et détermine l'accumulation des pertes dans le système.

Dans ce modèle, les variables sont les volumes des domaines et leurs directions individuelles de facile aimantation. Dans ces conditions, l'équilibre est atteint quand :

$$dE_T = \underbrace{\sum_i \frac{\partial E_T}{\partial v_i} dv_i}_{\text{déplacement des parois}} + \underbrace{\sum_i \frac{\partial E_T}{\partial \mathbf{n}_i} d\mathbf{n}_i}_{\text{rotation}} = 0 \quad (\text{II.22})$$

a) *L'énergie d'anisotropie* qui détermine les directions de facile aimantation est la somme de trois énergies : l'énergie d'anisotropie magnétocristalline, l'énergie d'anisotropie de « forme » et l'énergie d'anisotropie magnétoélastique :

$$E_A = E_c + E_d + E_s \quad (\text{II.23})$$

• *l'énergie d'anisotropie magnétocristalline* est responsable du comportement magnétique anisotrope du matériau et pour toutes les catégories des domaines elle s'exprime par :

$$E_c = K_0 + \sum_{i=1}^{N_{SD}} v_i \cdot \left( K_1 (\alpha_{1,i}^2 \alpha_{2,i}^2 + \alpha_{2,i}^2 \alpha_{3,i}^2 + \alpha_{3,i}^2 \alpha_{1,i}^2) + K_2 \alpha_{1,i}^2 \alpha_{2,i}^2 \alpha_{3,i}^2 \right) \quad (\text{II.24})$$

où  $\alpha_{1,i}, \alpha_{2,i}, \alpha_{3,i}$  sont les cosinus directeurs de l'aimantation  $\mathbf{M}_s$  pour le domaine  $i$ .

L'aimantation pour le domaine  $i$  s'exprime par :

$$\mathbf{M}_i = M_s \cdot \mathbf{n}_i = M_s \cdot \begin{pmatrix} \alpha_{1,i} \\ \alpha_{2,i} \\ \alpha_{3,i} \end{pmatrix} \quad (\text{II.25})$$

• *l'énergie d'anisotropie de « forme »* est due au champ démagnétisant  $\mathbf{H}_d$  et pour un échantillon de forme ellipsoïdale avec  $N_{SD}$  catégories de domaines elle s'écrit :

$$E_d = -\frac{1}{2} \mu_0 \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_d = -\frac{1}{2} \mu_0 \mathbf{M} \cdot (\mathbf{N} \cdot \mathbf{M}) = -\frac{1}{2} \mu_0 M_s^2 \sum_i (v_i \mathbf{n}_i) \cdot (\mathbf{N} \cdot \sum_i (v_i \mathbf{n}_i)) \quad (\text{II.26})$$

où  $\mathbf{N}$  est le tenseur du champ démagnétisant dont les éléments sont constants et déterminés par la forme du matériau.

• *l'énergie d'anisotropie magnétoélastique* est due aux contraintes mécaniques externes ; pour un cristal cubique avec les constantes de magnétostriction  $\lambda_{100}$  et  $\lambda_{111}$ , elle est définie par la formule :

$$E_s = -\sigma \left( \frac{3}{2} \lambda_{100} (\alpha_1^2 \gamma_1^2 + \alpha_2^2 \gamma_2^2 + \alpha_3^2 \gamma_3^2) + 3 \lambda_{111} (\alpha_1 \alpha_2 \gamma_1 \gamma_2 + \alpha_2 \alpha_3 \gamma_2 \gamma_3 + \alpha_1 \alpha_3 \gamma_1 \gamma_3) \right) \quad (\text{II.27})$$

où  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  sont les cosinus directeurs de la contrainte mécanique  $\sigma$ .

*b) L'énergie réversible* représente toutes les contributions des déplacements de parois qui ne sont pas transformées en chaleur. Pour donner l'expression de l'énergie, les auteurs introduisent un champ réversible  $\mathbf{H}_R$  dont l'amplitude est liée à l'inverse de la probabilité et telle que  $\mathbf{H}_R = 0$  pour un état désaimanté :

$$H_R = h \left( \left( \prod_i \frac{v_i^{v_i}}{w_i^{v_i}} \right)^a - 1 \right) \quad (\text{II.28})$$

$$\mathbf{H}_R = -H_R \cdot \frac{\mathbf{M}}{|\mathbf{M}|} \quad (\text{II.29})$$

La variation de l'énergie réversible en fonction de la variation des volumes des catégories des domaines correspond à :

$$\frac{\delta E_R}{\delta v_i} = -\mu_0 \frac{\delta \mathbf{M}}{\delta v_i} \cdot \mathbf{H}_R \quad (\text{II.30})$$

*c) L'énergie irréversible* est due aux forces de friction qui s'opposent au mouvement des parois. Lorsqu'un champ est appliqué les parois sont élastiques et se déplacent de manière réversible jusqu'au déclenchement du « saut » de Barkhausen, qui entraîne des pertes irréversibles. Les auteurs expriment l'énergie irréversible totale comme suit :

$$E_I = \sum_i w_i \cdot \frac{K_r}{K_a} \cdot \left( s_i K_a + K_{c,i}^2 \left( \exp \left[ \frac{-K_a}{K_{c,i}} s_i \right] - 1 \right) \right) \quad (\text{II.31})$$

où  $s_i$  représente la distance de déplacement de paroi,  $K_a$  décrit la densité globale de position stable des parois des domaines et contient des informations sur la pureté du matériau,  $K_r$  est la



constante de friction. Le paramètre  $K_{c,i}$  décrit le changement de la fonction de probabilité  $p_{a,i}$  au moment du basculement de l'aimantation :  $K_{c,i} = 1$  pour la courbe de première aimantation et  $K_{c,i} = 2$  pour le cycle d'hystérésis.

*d) L'énergie magnétostatique* (d'interaction entre l'aimantation et le champ appliqué) d'un échantillon ayant une aimantation  $\mathbf{M}$  et soumis à un champ  $\mathbf{H}_a$  s'exprime par la formule :

$$E_H = -\mu_0 \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_a = -\mu_0 M_s \mathbf{H}_a \cdot \sum_i v_i \mathbf{n}_i \quad (\text{II.32})$$

#### 2.2.4 Application et limites du modèle

Le modèle a été appliqué par les auteurs à une tôle anisotrope FeSi présentant une texture de Goss parfaite. Dans ce cas, on considère six catégories des domaines, orientées selon les six directions des axes faciles, donc  $N_{SD} = 6$ .

##### *a) Hypothèse et formulations*

Hypothèses de calcul selon les directions symétriques :

- l'énergie irréversible peut être négligée dans la recherche de la solution et est introduite à posteriori comme un terme de correction ;
- le processus d'aimantation est dû principalement aux déplacements des parois. On peut donc négliger l'influence de l'énergie d'anisotropie magnétocristalline aussi longtemps que la rotation n'intervient pas ;
- l'énergie d'anisotropie de forme due au champ démagnétisant est invariante.

Donc selon les directions symétriques les vecteurs aimantation et champ sont parallèles.

La condition d'équilibre donnée par l'équation (II.22) devient :

$$H_a + H_R + H_I = 0 \quad (\text{II.33})$$

Le champ irréversible  $H_I$  est défini par la formule :

$$H_I = \frac{K_r}{\mu_0 M_s} \sum_i^{N_{SD}} \left[ \frac{1}{\alpha_{i,H}} \left( 1 - K_{c,i} \exp \left[ \frac{-K_a}{K_{c,i}} \cdot \left| \frac{v_i - v_{i,0}}{w_i} \right| \right] \right) \right] \quad (\text{II.34})$$

où  $v_{i,0}$  est le volume initial du domaine  $i$  et  $\alpha_{i,H} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{n}_i$ .

L'équation (II.33) est résolue en utilisant le multiplicateur de Lagrange  $\lambda$ . La courbe d'aimantation ( $H_a(\mathbf{v})$ ,  $M(\mathbf{v})$ ), donc l'état du matériau, est définie à partir de :

$$v_i = \frac{w_i \exp[\alpha_{i,H} \lambda]}{\sum_k w_k \exp[\alpha_{k,H} \lambda]} \quad (\text{II.35})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M = M_s \sum_{i=1}^{N_{SD}} v_i \alpha_{i,H} \\ H_a = h \left( \left( \prod_{i=1}^{N_{SD}} \frac{v_i}{w_i} \right)^a - 1 \right) + \frac{K_r}{\mu_0 M_s} \sum_{i=1}^{N_{SD}} \left[ \frac{1}{\alpha_{i,H}} \left( 1 - K_{c,i} \exp \left[ \frac{-K_a}{K_{c,i}} \cdot \left| \frac{v_i - v_{i,0}}{w_i} \right| \right] \right) \right] \end{array} \right. \quad (\text{II.36})$$

### b) Identification des paramètres

L'identification du modèle est réalisée à partir des mesures obtenues avec un cadre Epstein, selon les directions de laminage et transverse. Les paramètres  $K_a$  et  $K_r$  sont déterminés en utilisant des mesures à faible champ. En champ élevé le champ irréversible peut être négligé et les mesures servent à déterminer les paramètres  $w_i$ ,  $a$ , et  $h$ . Pour mettre en évidence son caractère vectoriel, le modèle a été testé aussi pour d'autres directions, la rotation des moments magnétiques étant alors prise en compte.

Les courbes des figures II.12 et II.13 comparent les résultats donnés par le modèle énergétique avec les mesures expérimentales. Pour des champs d'excitation élevés, on observe une très bonne concordance. A bas champ par contre, des écarts importants sont observés. Ils sont attribués d'après les auteurs à la représentation très simplifiée de l'énergie irréversible. L'introduction d'un coefficient de pertes  $K_r$  dépendant du champ d'excitation devrait améliorer nettement le modèle.

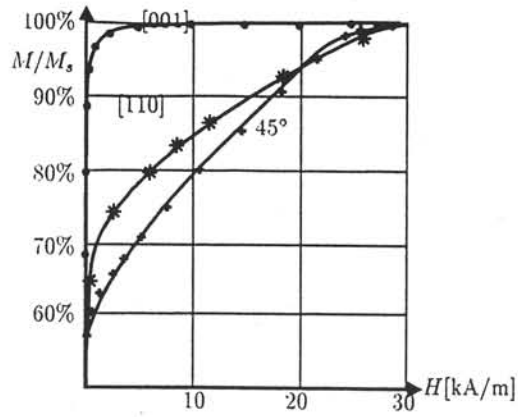


Figure II.12 Comparaison modèle-expérience pour des champs d'excitation élevés  
(mesures :  $\circ$  :  $[001]$ ,  $*$  :  $[110]$ ,  $+$  :  $45^\circ$ )

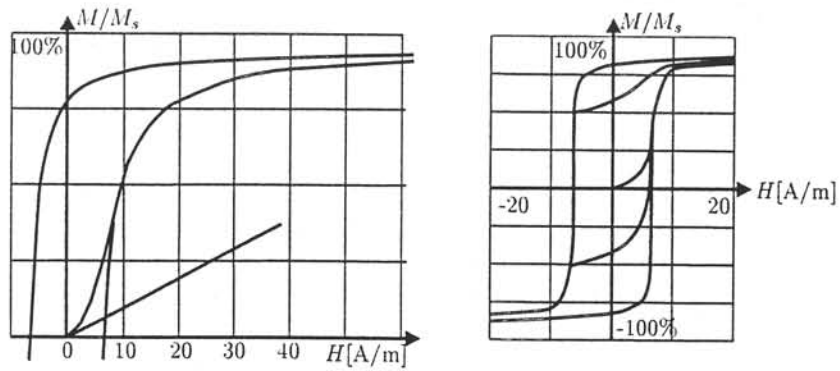


Figure II.13 Comparaison modèle-expérience à bas champ  
(mesures (gauche) et modèle (droite))

## 2.3 Modèle vectoriel isotrope

Le modèle développé par Vittorio Basso [BAS-97] de IEN Galileo Ferraris de Torino prend en compte les deux mécanismes d'aimantation rencontrés dans les matériaux magnétiques : le déplacement des parois et la rotation cohérente de la polarisation.

### 2.3.1 Bases du modèle

Le point de départ est un modèle scalaire d'hystérésis [BAS-96] qui décrit le processus d'aimantation par déplacement des parois. Ce modèle, basé sur la description des sauts de Barkhausen, est équivalent au modèle de Preisach simplifié sans saturation [BER-96]. L'approche de la saturation est obtenue en considérant les parois comme une interface entre deux phases (domaines « up » et « down »). L'aimantation varie proportionnellement à la surface totale des parois [BAS-98].

Un modèle vectoriel isotrope est obtenu par la superposition du modèle scalaire avec une distribution uniforme des axes de facile aimantation. Mais un tel modèle ne peut pas être appliqué pour les champs forts. Ce problème est résolu par l'introduction de la rotation cohérente de la polarisation : la direction de la polarisation dans les domaines est donnée par le modèle de Stoner-Wohlfarth [STO-48].

### 2.3.2 Modèle scalaire de déplacement des parois

Pour prendre en compte le phénomène d'aimantation par le mécanisme de déplacement des parois l'auteur a considéré un système idéal composé d'un plan divisé en deux domaines. Dans ce cas le système a un seul degré de liberté, donné par la position  $x$  de la paroi. Le point de départ est de considérer un champ de dureté  $h_p(x)$ , champ nécessaire à faire bouger la paroi, comme une fonction de la position  $x$  de la paroi :

$$h_p(x) = x/\chi + W(x) \tag{II.37}$$

où  $W(x)$  est un processus discret de « marche aléatoire » de Wiener-Levy et le terme  $x/\chi$  prend en compte l'effet démagnétisant local. Lorsque le champ extérieur varie,  $x$  se modifie par sauts irréversibles successifs.

### a) Approche de Preisach simplifiée

La moyenne  $\langle x \rangle$  peut être décrit par le modèle de Preisach [BER-96]. L'histoire du champ est prise en compte par une fonction en forme d'échelle  $b(h_c)$  qui sépare les deux états élémentaires opposés. Dans ce cas l'équivalence entre le mouvement des parois en potentiel aléatoire et le modèle de Preisach correspond à une distribution simplifiée  $p(h_c)$  et la saturation n'est pas atteinte. La position  $x$  de la paroi s'exprime comme :

$$x[H(t)] = \chi \int_0^{\infty} dh_c p(h_c) b(h_c) \quad (\text{II.38})$$

où  $b(h_c)$ , la frontière entre les domaines « up » et « down », est donnée par  $H(t)$  et  $p(h_c)$  est la fonction de distribution du champ coercitif local. La densité de la distribution  $p(h_c)$  est choisie par V. Basso sous la forme :

$$p(h_c) = (1/H_0) \exp(-h_c/H_0) \quad (\text{II.39})$$

où  $H_0$  représente la largeur de la distribution, laquelle peut être ajustée en fonction de l'expérience.

### b) Approche de la saturation

On définit l'aimantation réduite  $m$  en fonction de l'aimantation à la saturation  $M_s$  :

$$m = M/M_s, \quad -1 \leq m \leq 1 \quad (\text{II.40})$$

L'approche de la saturation est obtenue en considérant que la variation de l'aimantation  $dm$  est due à la variation de flux pour une seule paroi  $dx$ .

$$dm = R(m) \cdot dx \quad (\text{II.41})$$

$R(m)$  est une fonction proportionnelle à la surface totale des parois, dépendant de  $m$  et tendant vers zéro quand  $m$  tend vers 1.

Soit :

$$g(m) = \int dm/R(m) = x[H(t)] \quad (\text{II.42})$$

On obtient :

$$M/M_s = m = G(x[H(t)]) \quad (\text{II.43})$$

où  $G(x)$  est la fonction inverse de  $g(m)$ .

En choisissant la fonction représentant la surface totale des parois de la façon suivante [KAD-89] :

$$R(m) = 1-m^2 \quad (\text{II.44})$$

on obtient pour  $G(x)$  :

$$G(x) = \text{th}(x) \quad (\text{II.45})$$

Les cycles d'hystérésis ainsi obtenus dépendent fortement de la fonction  $R(m)$ . Une propriété importante du modèle est qu'il donne une congruence horizontale des cycles mineurs, par rapport au modèle de Preisach qui donne une congruence verticale (voir modèle de Preisach, chapitre I, § 3). L'auteur précise que généralement, les matériaux magnétiques ne manifestent pas de congruence verticale [BAS-97].

### 2.3.3 Généralisation vectorielle du modèle scalaire

Le modèle vectoriel est obtenu par la superposition de modèles scalaires pour différentes directions, selon une distribution 2D uniforme, des axes de facile aimantation. Soit  $e_\varphi$  le vecteur unité pour la direction de facile aimantation  $\varphi$ . Le vecteur aimantation magnétique

$\mathbf{m}_{2D}$  est défini comme la somme vectorielle des toutes les aimantations locales  $m_{sc}$  données par le modèle scalaire selon la direction  $\varphi$  :

$$\mathbf{m}_{2D} = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \mathbf{e}_\varphi m_{sc} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{e}_\varphi) \quad (\text{II.46})$$

Dans la formule (II.46)  $m_{sc}$  peut être n'importe quel modèle scalaire. Cette relation a été introduite par Mayergoyz lors de la construction d'un modèle de Preisach vectoriel [MAY-91].

*a) Champ unidirectionnel et champ tournant*

Dans le cas d'un champ sinusoïdal appliqué selon une direction fixe, on suppose que l'aimantation a la même direction que le champ. La formule (I.18) devient :

$$m_{2D} = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \cos \varphi m_{sc} (H \cos \varphi) \quad (\text{II.47})$$

Comme il n'y a pas de rotation, la valeur maximale de l'aimantation réduite  $m$  est égale à  $2/\pi$ .

Dans le cas d'un champ tournant  $\mathbf{H}$  d'amplitude  $H_0$ , le vecteur aimantation  $\mathbf{m}_{2D}$  d'amplitude  $m_0$  tourne aussi en suivant le champ avec un certain angle de retard. L'expression de  $\mathbf{m}_{2D}$  est :

$$\mathbf{m}_{2D} = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \mathbf{e}_\varphi m_{sc} (H_0 \cos \varphi) \quad (\text{II.48})$$

*b) Calcul des pertes et limitations du modèle*

Les pertes sont calculées d'après la formule :

$$W_r = \mu_0 M_s \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{m}_{2D} = 2\pi\mu_0 M_s H_0 m_0 \sin \lambda \quad (\text{II.49})$$

où  $\lambda$  est l'angle de retard de l'aimantation par rapport au champ.

Le comportement du modèle est assez bon pour les faibles niveaux d'aimantation. A l'approche de la saturation le modèle a le même comportement en champ tournant qu'en champ sinusoïdal, ce qui ne correspond pas à la réalité des matériaux (fig. II.14).

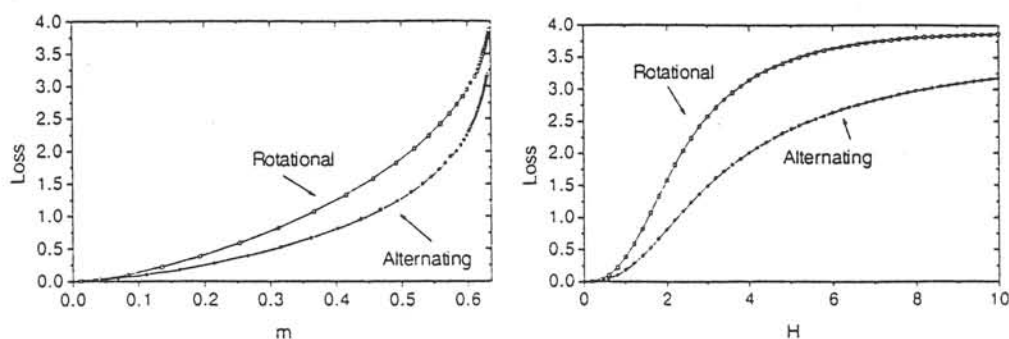


Figure II.14 Représentation des pertes par hystérésis en régime uniaxial et circulaire en fonction des valeurs maximales d'aimantation  $m$  (T) (gauche) et du champ  $H$  (A/m) (droite)

### 2.3.4 Rotation cohérente du vecteur aimantation

Pour les champs élevés, la rotation cohérente de l'aimantation est très importante, car elle fait décroître les pertes en champ tournant. Pour ce faire, les auteurs couplent leur modèle au modèle de Stoner-Wohlfarth.

Si les grains sont assez gros pour former des domaines, alors le basculement de l'aimantation est donné par le déplacement des parois et le champ de basculement est proche du champ coercitif du matériau. Dans ce cas, pour un seul grain on peut introduire les parties réversible  $\mathbf{m}_r$  et irréversible  $\mathbf{m}_i$  de l'aimantation réduite  $\mathbf{m}$  :

$$\mathbf{m} = \gamma[H(t)]\mathbf{m}_i + \mathbf{m}_r \quad (\text{II.50})$$

avec :

$$\mathbf{m}_r = (\mathbf{m}_+ + \mathbf{m}_-)/2 \quad , \quad \mathbf{m}_i = (\mathbf{m}_+ - \mathbf{m}_-)/2 \quad (\text{II.51})$$



L'opérateur  $\gamma[H(t)] = \pm 1$  change de signe pour  $h_x = \pm H_c$  ou lorsque le champ dépasse la courbe de l'astroïde (voir modèle de Stoner-Wohlfarth).

Si on considère deux fractions de volume  $v_+$  et  $v_-$  des domaines avec les aimantations correspondantes  $\mathbf{m}_+$  et  $\mathbf{m}_-$  et qui vérifient les conditions  $v_+ + v_- = 1$  et  $v = v_+ - v_-$ , on peut écrire :

$$\mathbf{m} = v_+ \mathbf{m}_+ + v_- \mathbf{m}_- = v \mathbf{m}_i + \mathbf{m}_r \quad (\text{II.52})$$

Alors  $dv = R(v)dx$  et  $v = G(x[h_x])$ . En absence d'anisotropie on peut écrire :

$$\mathbf{m} = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi G(x[\mathbf{H}(t)\mathbf{e}_\varphi]) \mathbf{m}_{i,\varphi}(\mathbf{H}) + \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \mathbf{m}_{r,\varphi}(\mathbf{H}) \quad (\text{II.53})$$

### 2.3.5 Applications et limites du modèle

Le modèle est donc capable de mettre ensemble deux processus d'aimantation différents et peut être appliqué pour des matériaux magnétiques avec une distribution d'anisotropie locale. Il a été testé et il donne des résultats satisfaisants sur les alliages amorphes à anisotropie induite et les alliages nanocristallins. Par contre, nous n'avons pas trouvé de validation du modèle vectoriel sur les aciers électriques.

## 2.4 Modèle vectoriel et anisotrope de Mayergoyz

Carlo Ragusa et Maurizio Repetto [RAG-00] ont considéré le modèle de Preisach vectoriel et anisotrope, proposé par Mayergoyz [MAY-91], en vue de son implémentation dans un logiciel de calcul de champ.

### 2.4.1 Bases du modèle

Un modèle 2D vectoriel et anisotrope de Preisach a été construit comme une superposition de modèles scalaires distribués continuellement selon toutes les directions angulaires. L'aimantation irréversible peut s'exprimer par la relation :

$$\mathbf{M}_{\text{irr}}(t) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \mathbf{e}_{\phi} \left( \iint_D v_{\text{vect}}(\alpha, \beta, \phi) \hat{\gamma}_{\alpha\beta}(\mathbf{H}(t) \cdot \mathbf{e}_{\phi}) d\alpha d\beta \right) d\phi \quad (\text{II.54})$$

dans laquelle  $\mathbf{H}(t)$  et  $\mathbf{M}_{\text{irr}}(t)$  sont les données d'entrée et sortie à l'instant  $t$ ,  $\mathbf{e}_{\phi}$  le vecteur unité selon la direction  $\phi$ , et  $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}$  l'opérateur élémentaire d'hystérésis ; le domaine d'intégration  $D$  est le triangle de Preisach et  $v_{\text{vect}}(\alpha, \beta, \phi)$  est le vecteur Preisach de la fonction de distribution. Dans le cas d'un matériau isotrope la fonction de distribution ne dépend que de  $\alpha$  et  $\beta$ . Si le matériau est caractérisé par une anisotropie uniaxiale, cette fonction  $v_{\text{vect}}(\alpha, \beta, \phi)$  est périodique en  $\phi$  et sa période est égale à  $\pi$ . Si  $\phi = 0$  est la direction de laminage, on a :

$$v_{\text{vect}}(\alpha, \beta, \phi) = v_{\text{vect}}(\alpha, \beta, -\phi) \quad (\text{II.55})$$

La dépendance angulaire de la fonction de distribution est donnée par un développement en série de Fourier :

$$v_{\text{vect}}(\alpha, \beta, \phi) = \sum_{i=0}^{\infty} v_{\text{vect}}^{(i)}(\alpha, \beta) \cos(2i\phi) \quad (\text{II.56})$$

où  $v_{\text{vect}}^{(i)}(\alpha, \beta)$  est l'harmonique d'ordre  $i$ . Pour l'aimantation on obtient :

$$\mathbf{M}_{\text{irr}}(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{M}_{\text{irr}}^{(i)}(t) \quad (\text{II.57})$$

$$\text{avec } \mathbf{M}_{\text{irr}}^{(i)}(t) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \mathbf{e}_{\phi} \cos(2i\phi) \left( \iint_{\text{D}} v_{\text{vect}}^{(i)}(\alpha, \beta) \hat{\gamma}_{\alpha\beta}(\mathbf{H}(t) \cdot \mathbf{e}_{\phi}) \times d\alpha d\beta \right) d\phi \quad (\text{II.58})$$

Pour identifier le modèle vectoriel et anisotrope de Preisach, il faut déterminer toutes les fonctions  $v_{\text{vect}}^{(i)}(\alpha, \beta)$  en fonction des données expérimentales. La procédure d'identification est basée sur la caractérisation scalaire du matériau magnétique anisotrope en utilisant des mesures et la formulation mathématique nécessaire pour mettre en relation le comportement scalaire et le comportement vectoriel donné par la fonction  $v_{\text{vect}}(\alpha, \beta, \phi)$ .

#### 2.4.2 Caractérisation scalaire du modèle

Par suite de l'anisotropie des matériaux, lorsqu'un champ sinusoïdal est appliqué selon une direction fixe, le cycle d'hystérésis décrit dépend de la direction d'application du champ. Pour chaque direction  $\phi$  dans le plan du matériau, le comportement anisotrope peut être pris en compte par le modèle classique scalaire de Preisach. La fonction de distribution de Preisach qui dépend de l'angle  $\phi$  est obtenue en réunissant tous les modèles scalaires. Cette fonction est déterminée par le processus d'identification du modèle. En faisant la supposition que  $\phi = 0$  est la direction de laminage on a :

$$v_{\text{scal}}(\alpha, \beta, \phi) = v_{\text{scal}}(\alpha, \beta, -\phi) \quad (\text{II.59})$$

Cette fonction est périodique en  $\phi$  de période  $\pi$  et elle peut s'exprimer par un développement en série de Fourier :

$$v_{\text{scal}}(\alpha, \beta, \phi) = \sum_{i=0}^{\infty} v_{\text{scal}}^{(i)}(\alpha, \beta) \cos(2i\phi) \quad (\text{II.60})$$

Les fonctions  $v_{\text{scal}}^{(i)}(\alpha, \beta)$  sont calculées en utilisant des mesures unidirectionnelles selon différents axes. Soit  $N_c$  le nombre des directions  $\phi_j = (j-1) \cdot \pi / (2 \cdot (N_c-1))$ ,  $j = 1, \dots, N_c$  selon lesquelles on identifie les fonctions de distribution  $v_{\text{scal}}^{(i)}(\alpha, \beta, \phi)$ . Ces fonctions sont calculées avec la formule :

$$v_{\text{scal}}^{(i)}(\alpha, \beta) \equiv \frac{4 \Delta \phi}{\pi} \sum_{j=1}^{N_c} v_{\text{scal}}(\alpha, \beta, \phi_j) \cos(2i \phi_j) + \frac{2 \Delta \phi}{\pi} \times \left( v_{\text{scal}}(\alpha, \beta, 0) + (-1)^i v_{\text{scal}}(\alpha, \beta, \frac{\pi}{2}) \right)$$

$$i = 0, \dots, (N_c-1) \quad (\text{II.61})$$

où  $\Delta \phi = \pi / (2 \cdot (N_c-1))$ .

### 2.4.3 Formulation du modèle vectoriel et anisotrope

En faisant l'hypothèse que la solution du modèle de Preisach vectoriel et anisotrope selon une direction  $\phi'$  est égale à la solution du modèle classique scalaire caractérisé par la distribution  $v_{\text{scal}}(\alpha, \beta, \phi')$ , le modèle est identifié par la résolution de l'équation :

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 \psi \cdot v_{\text{vect}}(\alpha \cos \psi, \beta \cos \psi, \psi + \phi') d\psi = v_{\text{scal}}(\alpha, \beta, \psi') \quad (\text{II.62})$$

En tenant compte des équations (II.56) et (II.60) l'équation (II.62) devient :

$$\sum_{i=0}^{\infty} \left( \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 \phi \cos(2i\phi) \cdot v_{\text{vect}}^i(\alpha \cos \phi, \beta \cos \phi) d\phi \right) \times \cos(2i\psi) = v_{\text{scal}}^i(\alpha, \beta) \cos(2i\psi) \quad (\text{II.63})$$

L'identification du modèle est obtenue par la résolution de  $N_c$  équations ( $i = 0, N_c-1$ ):

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 \phi \cos(2i\phi) \cdot v_{\text{vect}}^i(\alpha \cos \phi, \beta \cos \phi) d\phi = v_{\text{scal}}^i(\alpha, \beta) \quad (\text{II.64})$$

Ces équations, qui n'ont pas de solution analytique, sont résolues numériquement.

#### 2.4.4 Applications et limites du modèle

Le modèle a été testé par les auteurs sur deux matériaux magnétiques doux FeSi N.O., l'un présentant une anisotropie négligeable, l'autre ayant une anisotropie importante. Le modèle a été comparé aux résultats de mesures en champ unidirectionnel et tournant ; dans les deux cas, les résultats obtenus sont très proches de l'expérience (fig. II.15).

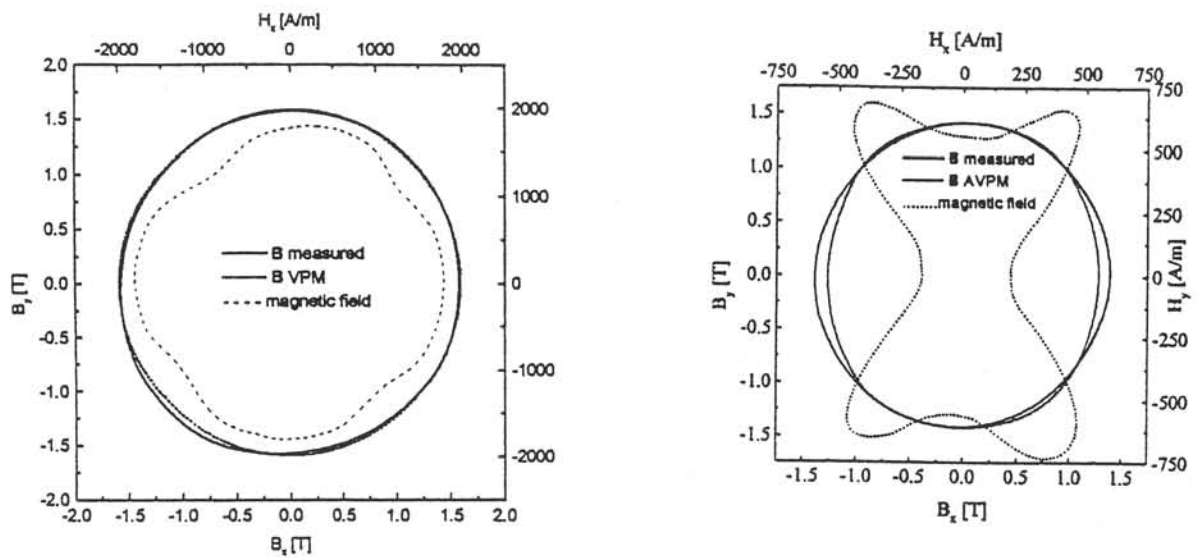


Figure II.15 Comparaison modèle-expérience de l'induction  $B$  pour une tôle isotrope FeSi 0,4% (gauche) et une tôles anisotrope FeSi 2,5% (droite)

Le modèle de Mayergoz a été également développé par L.L. Rouve dans le cadre d'une collaboration entre Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble et Electricité de France [DUC-98]. Testé sur une tôle de fer non orientée, le modèle reproduit correctement le comportement du matériau à 1,5 T. Par contre, pour des faibles niveaux d'induction, les résultats sont nettement moins bons (fig. II.16).

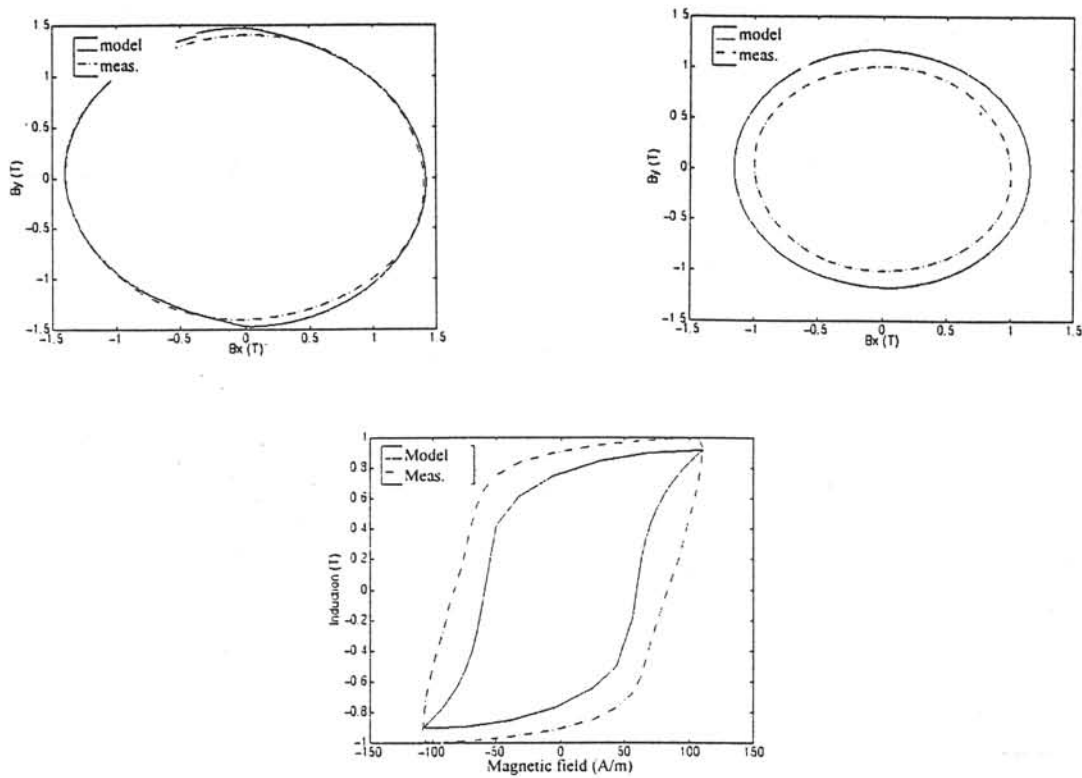


Figure II.16 Comparaison modèle-expérience pour une tôle fer non-orientée

Le modèle vectoriel et anisotrope de Preisach a été implémenté par M. Reppeto dans un logiciel de calcul utilisant la méthode des éléments finis. En négligeant les courants de Foucault, l'équation qui donne la variation du champ magnétique s'écrit :

$$\Delta \times (\chi^{-1}(\Delta \times \mathbf{A})) = \mathbf{J} \quad (\text{II.65})$$

où  $\mathbf{B} = \chi(\mathbf{H})$  et  $\mathbf{H} = \chi^{-1}(\mathbf{B})$  sont les relations vectorielles d'hystérésis entre le vecteur induction magnétique et le vecteur champ magnétique,  $\mathbf{A}$  est le potentiel vecteur magnétique et  $\mathbf{J}$  est la densité de courant imposé.

Le modèle a été appliqué au matériau isotrope du stator d'une machine à induction.

## 2.5 Conclusions

| Modèles<br>Caractéristiques | Modèle<br>thermodynamique     | Modèle<br>énergétique                             | Modèle vectoriel<br>isotrope   | Modèle de<br>Mayergoyz                                   |
|-----------------------------|-------------------------------|---|--|--|
| Mécanismes                  | Formalisme<br>mathématique    | Théorie des<br>phases<br>Equilibre<br>énergétique | Déplacement de<br>parois<br>Rotation cohérente<br>de la polarisation | Superposition<br>des modèles<br>scalaires de<br>Preisach |
| Anisotropie                 | oui                           | oui   | non  | oui  |
| Cycles mineurs              | Représentation<br>moins bonne | Représentation<br>moins bonne                     | oui  | Représentation<br>moins bonne                            |
| Champ tournant              | oui                           | oui   | oui  | oui  |
| Matériaux<br>testé          | Tôles FeSi<br>N.O. et G.O.    | Tôles FeSi G.O.                                   | Alliages amorphes  | Tôles FeSi N.O.  |

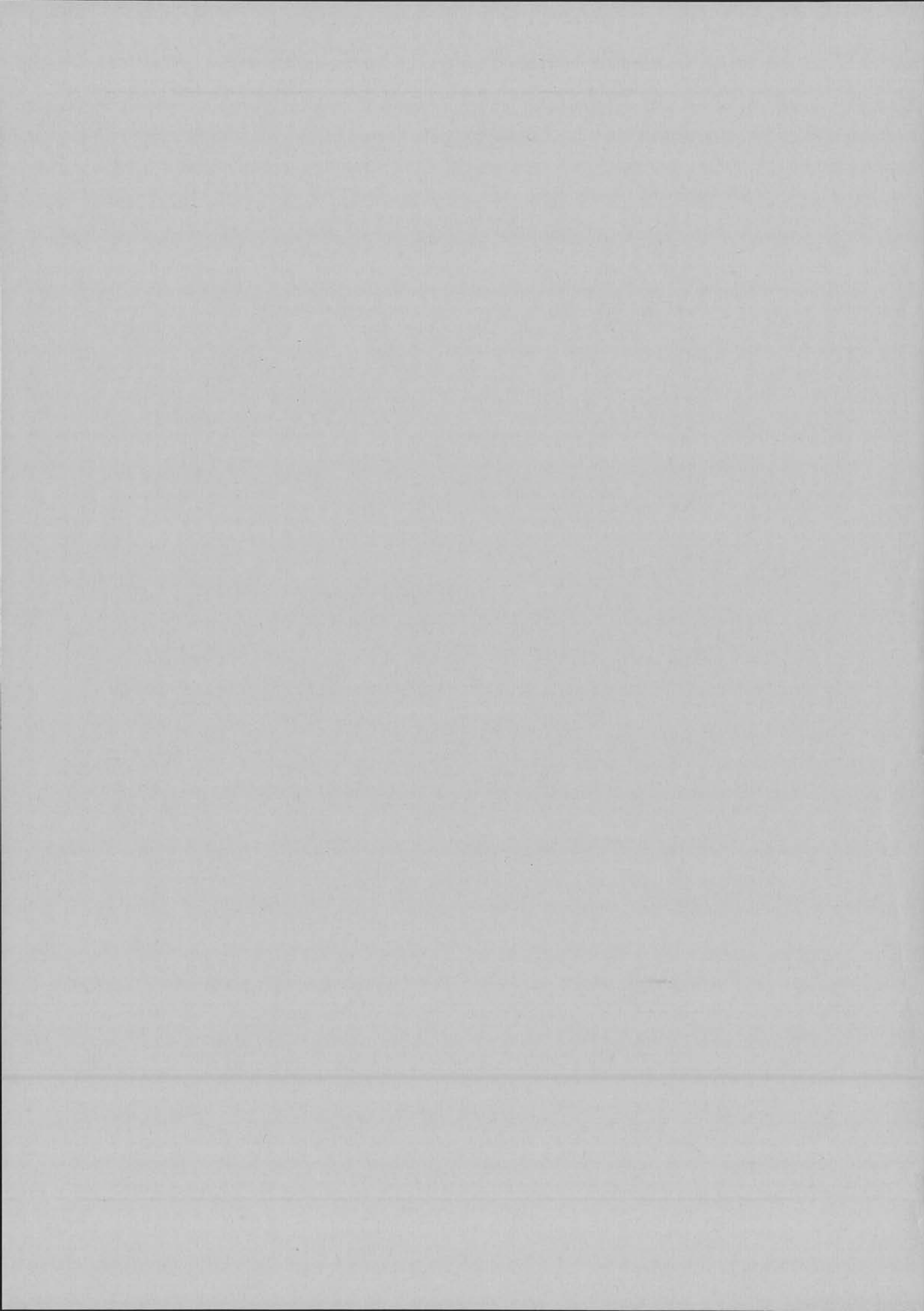
Tableau II.1

Dans le tableau ci-dessus, nous avons essayé de faire un bilan récapitulatif des différents modèles vectoriels d'hystérésis présentés. Avec des approches différentes, on arrive plus ou moins à représenter ce phénomène. Cependant on voit que nous sommes encore loin d'un modèle complet et précis. De surcroît, il est difficile de quantifier réellement la pertinence de ces modèles et de les comparer, car les validations ne sont pas faites sur les mêmes matériaux, ni dans les mêmes conditions d'excitation. Il faudrait les mettre en œuvre pour mieux connaître des difficultés d'identification et élargir les tests de validation. On peut remarquer qu'en champ tournant les comparaisons entre les modèles et l'expérience ont été menées soit sur les pertes, soit sur les trajectoires de **B**. Il est regrettable qu'aucun résultat concernant l'évolution du déphasage entre **B** et **H** ne soit fourni, cette grandeur étant également déterminante pour apprécier le comportement du modèle.

## **Chapitre III**

**Vers un nouveau modèle d'hystérésis vectoriel et  
anisotrope : Modèle Mixte Preisach/Biaxial**





### Chapitre III

#### Vers un nouveau modèle d'hystérésis vectoriel et anisotrope : Modèle Mixte Preisach/Biaxial

Pour représenter le comportement réel du matériau, il est nécessaire de développer un modèle capable de retrouver, dans n'importe quelle direction, la polarisation correspondant à un champ appliqué, donc un modèle à la fois vectoriel et anisotrope.

Plusieurs travaux ont été déjà menés au LEG, soit sur la modélisation de l'hystérésis scalaire statique ou dynamique [ROU-96], soit sur l'anisotropie [PER-94]. Un modèle d'hystérésis vectoriel a été développé dans le cadre de la thèse de F. Cortial [COR-96], sur la base des modèles Preisach et Stoner-Wohlfarth, mais il s'appliquait aux matériaux pour l'enregistrement magnétique [KTE-93], [DAV-96]. Nous avons adapté cette approche afin de décrire le comportement des matériaux magnétiques doux. Ces matériaux étant des polycristaux de structure cubique, nous les avons décrits en introduisant la notion de particule biaxiale, puis en construisant un modèle mixte combinant les modèles de Preisach et de Stoner-Wohlfarth.

Le matériau est modélisé par un ensemble d'opérateurs caractérisés par une orientation dans l'espace, un champ coercitif et un champ d'interaction. L'opérateur scalaire élémentaire de Preisach est remplacé par un opérateur vectoriel dont le comportement inclut l'hystérésis et l'anisotropie par la rotation cohérente et le renversement de la polarisation selon le modèle de Stoner-Wohlfarth.

Dans la suite nous allons tout d'abord définir la particule biaxiale et étudier son comportement sous l'effet d'un champ magnétique. Puis nous construisons le modèle mixte Preisach/biaxial (MMPB) et nous le testerons sur différents matériaux et différentes excitations uniaxiales et tournantes.

## 1. Construction du Modèle Mixte Preisach/Biaxial (MMPB) [OSS-97], [VER-00]

### 1.1 Comportement d'une particule à anisotropie biaxiale

#### 1.1.1 Bases du modèle

##### a) Hypothèse

On considère une particule cubique « posée » sur une face dans le plan du matériau (XOY) (fig. III.1). Etant symétrique, cette particule présente deux axes de facile aimantation et deux axes de difficile aimantation situés à  $45^\circ$  et  $135^\circ$ . Le modèle est donc bidimensionnel.

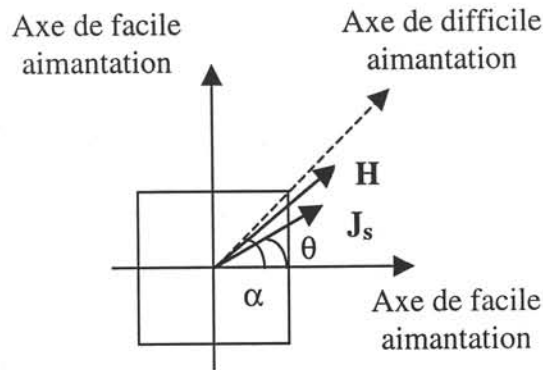


Figure III.1 Particule biaxiale assise sur une face dans le plan de la tôle

Sous l'effet du champ appliqué  $\mathbf{H}$  faisant l'angle  $\alpha$  avec l'un des axes de facile aimantation, la polarisation à saturation  $\mathbf{J}_s$  tourne d'un angle  $\theta$ .

##### b) Energies d'une particule à anisotropie biaxiale

Dans ce cas, pour cette particule les cosinus directeurs (fig. III.2) s'écrivent :  $\alpha_1 = \cos \theta$ ,

$$\alpha_2 = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta \text{ et } \alpha_3 = \cos\frac{\pi}{2} = 0.$$

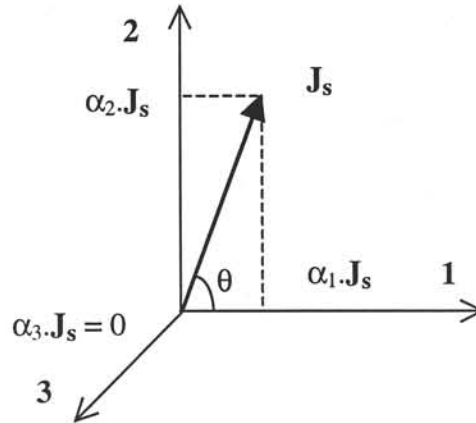


Figure III.2 Représentation des cosinus directeurs pour une particule cubique à anisotropie biaxiale

L'énergie d'anisotropie pour une particule cubique a l'expression :

$$E_{an} = k \cdot (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2) = k \cdot \sin^2 \theta \cos^2 \theta \quad (\text{III.1})$$

où  $k$  est la première constante d'anisotropie.

L'énergie d'interaction entre le champ magnétique appliqué  $\mathbf{H}$  et la polarisation à saturation de la particule  $\mathbf{J}_s$  s'exprime par la formule :

$$E_i = -\mathbf{H} \cdot \mathbf{J}_s = -H \cdot J_s \cos(\alpha - \theta) \quad (\text{III.2})$$

L'énergie totale est définie comme la somme de l'énergie d'anisotropie et l'énergie d'interaction (on néglige les termes d'énergie qui ne dépendent pas de l'angle  $\theta$ ) :

$$E = k \cdot \sin^2 \theta \cos^2 \theta - H \cdot J_s \cos(\alpha - \theta) \quad (\text{III.3})$$

### 1.1.2 Condition d'équilibre de la polarisation magnétique

#### a) Minimisation de l'énergie

La condition d'équilibre est donnée par la minimisation de l'énergie totale de la particule, donc par l'annulation de la dérivée première de l'énergie totale :

$$\frac{\partial E}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{III.4})$$

La position d'équilibre  $\theta$  est donc donnée par la résolution de l'équation :

$$2k \cdot \sin \theta \cdot \cos^3 \theta - 2k \cdot \sin^3 \theta \cdot \cos \theta + J_s H \cdot \cos \alpha \cdot \sin \theta - J_s H \cdot \sin \alpha \cdot \cos \theta = 0 \quad (\text{III.5})$$

Comme pour la particule uniaxiale, on définit le champ d'anisotropie comme étant :

$$H_k = \frac{2k}{J_s} \text{ et on note : } H_x = H \cos \alpha, H_y = H \sin \alpha, u = \cos \theta \text{ et } v = \sin \theta.$$

Avec ces nouvelles variables l'équation (III.5) devient :

$$\begin{cases} H_k \cdot v u^3 - H_k \cdot v^3 u + H_x \cdot v + H_y \cdot u = 0 \\ u^2 + v^2 = 1 \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

La résolution de ce système se ramène à la résolution d'une équation de huitième degré en  $u$  :

$$4H_k^2 \cdot u^8 - 8H_k^2 \cdot u^6 + 4H_k H_x \cdot u^5 + 5H_k^2 \cdot u^4 - 6H_k H_x \cdot u^3 - (H_k^2 - H_x^2 - H_y^2) \cdot u^2 + 2H_k H_x \cdot u - H_x^2 = 0 \quad (\text{III.7})$$

Nous avons résolu numériquement cette équation et selon le module et l'orientation de  $\mathbf{H}$ , nous avons obtenu 2, 4, 6, ou 8 solutions réelles, dont 1, 2, 3 ou 4 stables.

### *b) Equations du biastroïde*

Pour que l'équilibre soit stable, il faut ajouter une condition supplémentaire et prendre en compte les solutions de l'équations (III.7) pour lesquelles la dérivée seconde de l'énergie est positive :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial \theta^2} \geq 0 \quad (\text{III.8})$$

Pour déterminer les régions avec les différents nombres de solutions, on résout donc le système :

$$\begin{cases} \frac{\partial E}{\partial \theta} = 0 \\ \frac{\partial^2 E}{\partial \theta^2} = 0 \end{cases} \quad (\text{III.9})$$

En remplaçant l'expression de l'énergie dans le système (III.9), on obtient :

$$\begin{cases} H_k \cdot \sin \theta \cos^3 \theta - H_k \cdot \sin^3 \theta \cos \theta + H_x \cdot \sin \theta - H_y \cdot \cos \theta = 0 \\ H_k \cdot \cos^4 \theta - 6H_k \cdot \sin^2 \theta \cos^2 \theta + H_k \cdot \sin^4 \theta + H_x \cdot \cos \theta - H_y \cdot \sin \theta = 0 \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

Le système a comme solution :

$$\begin{cases} H_x = H_k \cdot \cos^3 \theta [5 - 6 \cos^2 \theta] \\ H_y = H_k \cdot \sin^3 \theta [5 - 6 \sin^2 \theta] \end{cases}, \quad \theta \in [0, 2\pi] \quad (\text{III.11})$$

L'équation (III.11) donne la courbe du biastroïde (fig. III.3) qui délimite les domaines avec 1, 2, 3 ou 4 solutions stables.

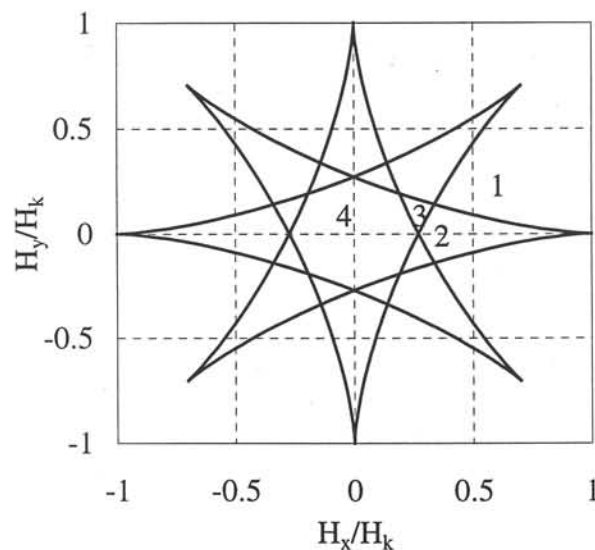


Figure III.3 Biastroïde

Dans le cas d'une particule monodomaine, l'inexistence de parois fait que le comportement de la polarisation est déterminé par le biastroïde. Au centre de la courbe (fig. III.3), pour un petit champ appliqué, il y a 4 solutions, donc la polarisation s'oriente selon quatre directions possibles. Dans ce cas, l'énergie d'interaction est trop petite pour vaincre l'énergie d'anisotropie. Au fur et à mesure que le champ augmente le nombre de solutions de l'équation (III.7) diminue, la position de la polarisation magnétique se rapprochant de la direction du vecteur champ. Pour un champ fort, il reste une seule position d'équilibre, dont la direction est proche de celle du champ appliqué.

### 1.1.3 Positions possibles d'équilibre de la polarisation

Pour comprendre comment les positions d'équilibre de la polarisation évoluent et observer le passage d'une solution à une autre, nous avons tracé les courbes de la dérivée première de l'énergie  $\partial E/\partial\theta$  en fonction de l'angle  $\theta$  fait par la polarisation avec l'un des axes de facile aimantation. Les solutions d'équilibre sont celles pour lesquelles la dérivée d'énergie s'annule et la pente de la courbe est ascendante, donc la dérivée seconde de l'énergie est positive. Si  $\partial^2 E/\partial\theta^2 < 0$ , alors  $\theta$  correspond à un maximum d'énergie. Dans ce cas,  $\theta$  est une solution instable et on ne la prend pas en considération. Le nombre des solutions possibles d'équilibre change avec la variation en module et en phase du vecteur champ appliqué  $\mathbf{H}$ . Si le champ augmente ou tourne, on peut passer d'une région avec 4 positions possibles à une autre région avec 3, 2 ou 1 solution.

#### *a) Mise en évidence des solutions*

Afin de mettre en évidence les régions avec leurs différents nombres de solutions, nous avons tracé à titre d'exemple les courbes  $\partial E/\partial\theta = f(\theta)$  pour deux valeurs de l'angle  $\alpha$  du champ :  $\alpha = 10^\circ$  (fig. II.4) et  $\alpha = 35^\circ$  (fig. III.5) et pour plusieurs valeurs de  $H/H_k$  :  $H/H_k = 0,1 ; 0,27 ; 0,45 ; 0,75$ .

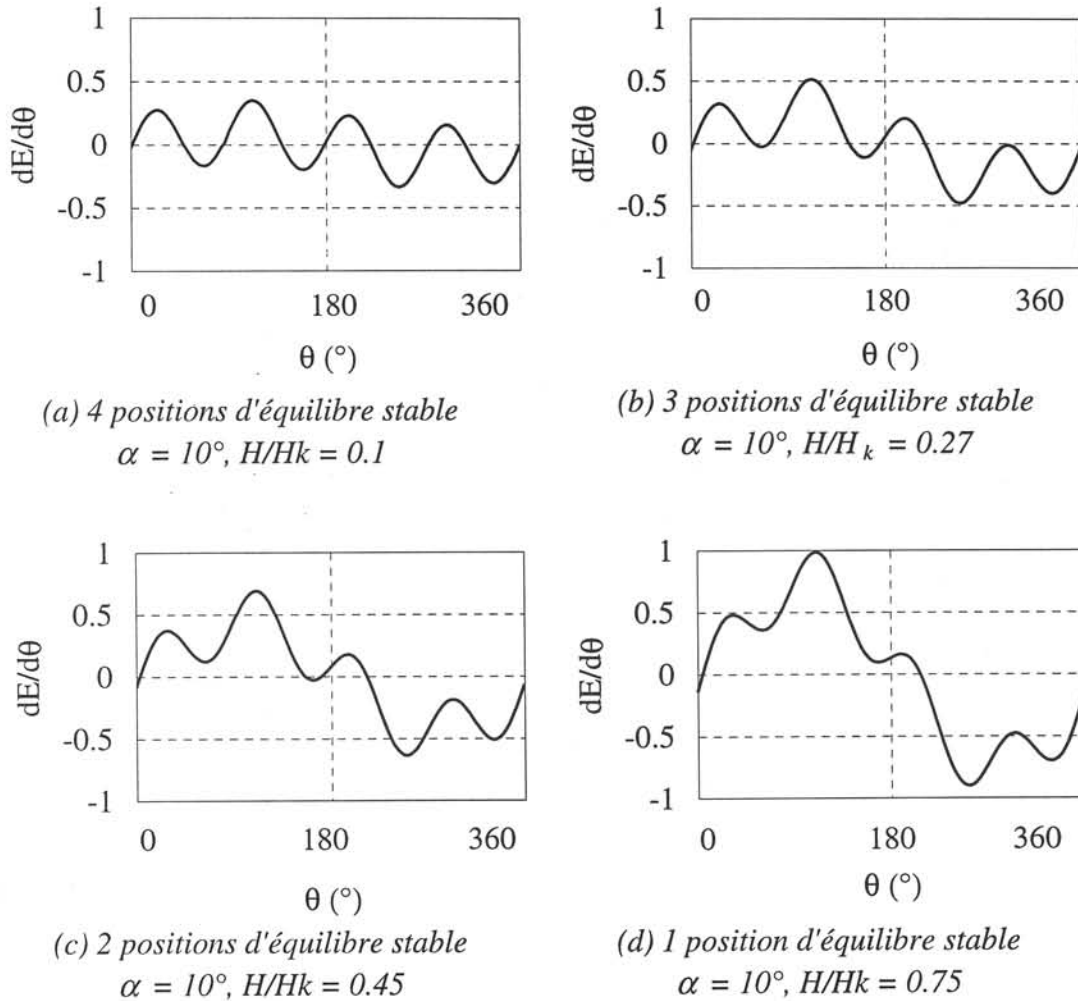


Figure III.4 Variation de  $\partial E/\partial \theta$  avec le module de  $\mathbf{H}$  pour  $\alpha = 10^\circ$

Dans le premier cas (fig. III.4 (a)), l'amplitude du champ est très petite et on se trouve dans la région centrale du biastroïde où 4 positions d'équilibre sont possibles. Dans les cas suivants, l'amplitude du champ augmente et on se retrouve dans les régions du biastroïde avec 3 (fig. III.4 (b)), 2 (fig. III.4 (c)) positions possibles. En dehors de la courbe du biastroïde, il reste une seule position d'équilibre (fig. III.4 (d)).

Sur les figures III.4 et III.5 on observe que, pour les mêmes amplitudes de  $\mathbf{H}$ ,  $\partial E/\partial \theta$  ne varie pas de la même façon et dépend de la phase  $\alpha$  de  $\mathbf{H}$ . On distingue alors deux cas :  $0 < \alpha \leq \frac{\pi}{8}$

et  $\frac{\pi}{8} < \alpha \leq \frac{\pi}{4}$  (à cause de la symétrie on n'étudie que le premier huitième de l'espace).



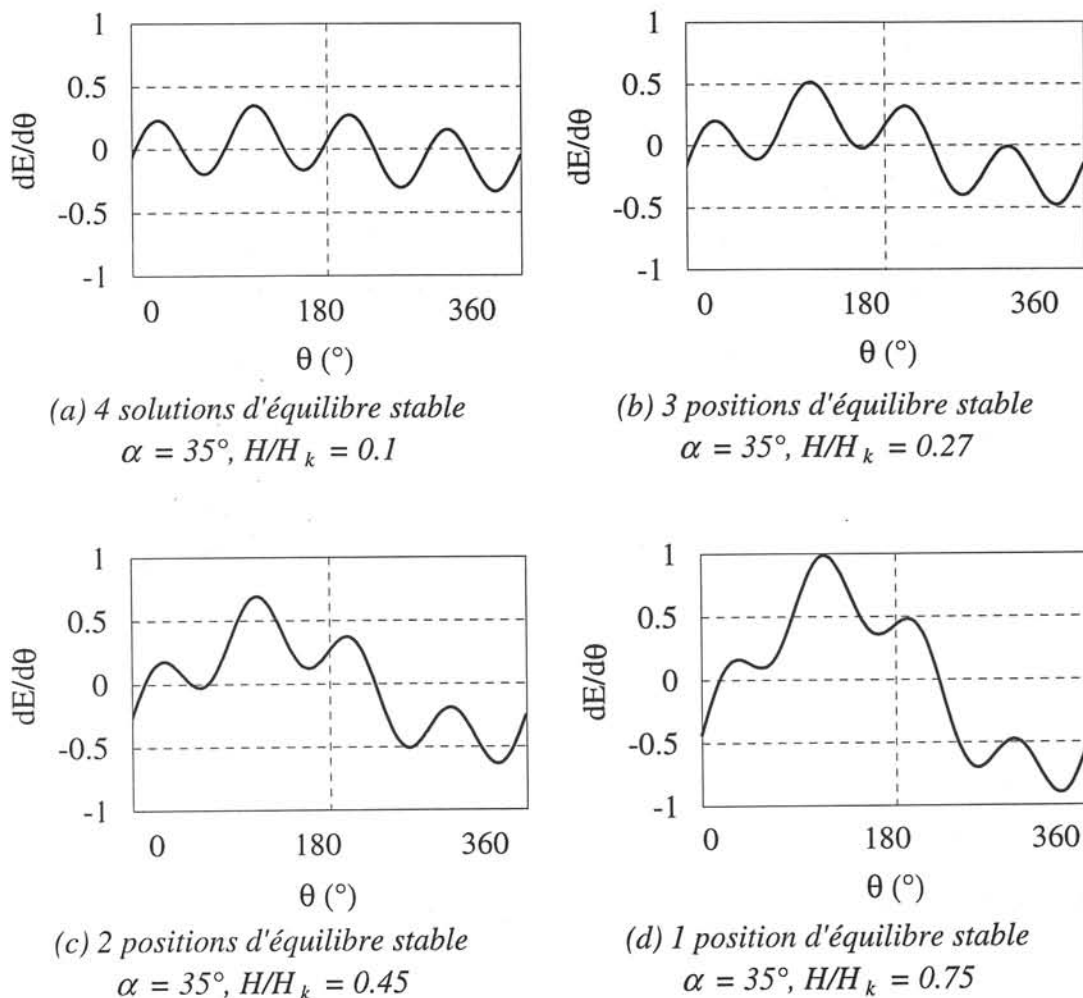


Figure III.5 Variation de  $\partial E/\partial \theta$  avec le module de  $H$  pour  $\alpha = 35^\circ$

b) Etat de la particule et opérateur vectoriel

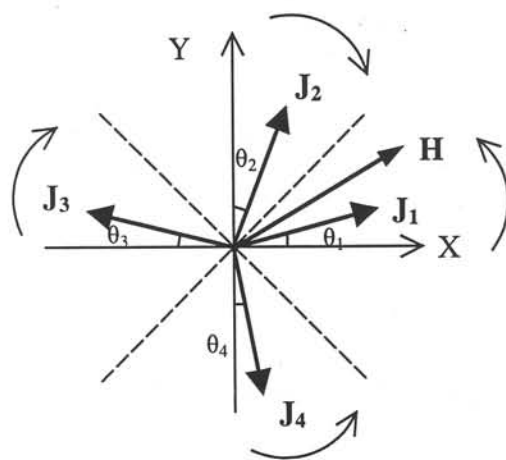


Figure III.6 Sens de variation des 4 positions possibles d'équilibre stable de la polarisation

Si on fait varier très lentement l'amplitude de  $\mathbf{H}$  tout en maintenant son orientation, on peut observer dans le cas où il y a 4 solutions stables (fig. III.6) que la première position d'équilibre varie dans l'intervalle  $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ , la deuxième entre  $\frac{\pi}{2}$  et  $\frac{\pi}{4}$ , la troisième entre  $\pi$  et  $\frac{3\pi}{4}$  et la quatrième dans l'intervalle  $\left[\frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}\right]$ .

L'opérateur vectoriel qui remplace dans notre modèle l'opérateur élémentaire scalaire de Preisach est caractérisé par un état, déterminé par la position de la polarisation par rapport aux diagonales du plan (Fig. III.7). L'état de la particule à laquelle l'opérateur vectoriel est associé, est défini de la manière suivante :

- l'état est 1 si  $\theta \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$  ;

- l'état est 2 si  $\theta \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$  ;

- l'état est 3 si  $\theta \in \left[\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right]$  ;

- l'état est 4 si  $\theta \in \left[\frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right]$ .

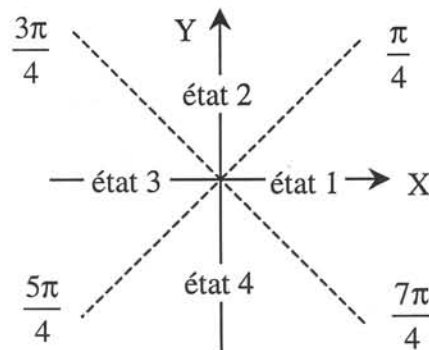


Figure III.7 Définition d'état associé à une particule

L'opérateur vectoriel est aussi caractérisé, comme l'opérateur scalaire de Preisach, par un champ coercitif  $h_c$  et un champ d'interaction  $h_i$ . Il possède aussi une orientation qui va être définie dans le paragraphe 1.2 de ce chapitre.

### 1.1.4 Choix de la position d'équilibre de la polarisation

Nous avons vu dans le paragraphe 1.1.3 que, pour un certain champ d'amplitude  $H$  appliqué sous un angle  $\alpha$  par rapport à l'axe de facile aimantation  $OX$ , il existe plusieurs solutions possibles d'équilibre stable de la polarisation et il faut choisir parmi ces possibilités. Le choix de la position finale d'équilibre est fait en fonction du nombre des solutions possibles et de la position d'équilibre antérieure, donc de l'état antérieur de la particule.

Le champ  $\mathbf{H}$  peut être appliqué selon une direction quelconque dans le plan  $(XOY)$ , mais la courbe du biastroïde étant symétrique on se ramène dans le premier huitième d'espace. Pour cela on fait une transformation d'état (voir Annexe 2) afin de déterminer l'état actuel de la particule.

*a)* si  $0 < \alpha \leq \frac{\pi}{8}$  alors :

- si le nombre des solutions est égal à 4, on est dans la région centrale du biastroïde où le champ est très faible et ne peut pas modifier la position de la polarisation ; dans ce cas, l'état de la polarisation reste le même que l'état antérieur.
- si le nombre des solutions est égal à 3 et si l'état antérieur de la particule est 4, alors l'état de la particule sera 1 ; sur la figure (III.4 (b)) on observe que, lorsque le champ augmente et se trouve dans les régions du biastroïde avec 3 positions possibles, la solution 4 est la première qui disparaisse et la position la plus proche vers laquelle elle tend est la position dont l'état associé est égal à 1.
- si le nombre des solutions est égal à 2 et l'état antérieur est 2 ou 4, alors le nouvel état va être 1 ; au fur et à mesure que le champ augmente en amplitude, il arrive à vaincre de plus en plus l'énergie d'anisotropie ; les positions 2 et 4 disparaissent et tendent vers la première position (fig. III.4 (c)).
- lorsqu'il reste une seule position d'équilibre, la première (fig. III.4 (d)), alors l'état de la particule est 1.
- dans les autres cas l'état de la particule reste inchangé.

*b)* si  $\frac{\pi}{8} < \alpha \leq \frac{\pi}{4}$  alors :

- si le nombre des solutions est égal à 4, on est au centre du biastroïde où le champ est très

faible et l'état de la polarisation reste le même que l'état antérieur.

- si le nombre des solutions est égal à 3 et si l'état antérieur de la particule est 4, alors l'état de la particule sera 1 ; la solution 4 disparaît (fig. III.5 (b)) et la position d'équilibre la plus proche est la position 1.
- si le nombre des solutions est égal à 2 : a) si l'état antérieur est 3, alors le nouveau état va être 2 qui est la position la plus proche de 3 ; b) si l'état antérieur est 4, alors le nouveau état va être 1 qui est la position la plus proche de 4 (fig. III.5 (c)).
- lorsque il reste une seule position d'équilibre, la première (fig. III.5 (d)), alors l'état de la particule est 1.
- dans les autres cas l'état de la particule reste inchangé.

Les états des particules au pas antérieur sont stockés d'une manière telle qu'on puisse les utiliser pour la détermination de l'état courant.

### **1.1.5 Basculement en bas champ. Rotation pour les champs forts. Table de Stoner-Wohlfarth**

Dans le choix de la position de la polarisation magnétique interviennent deux phénomènes : le basculement et la rotation cohérente de la polarisation. Le basculement est donné par le changement de l'état de la particule, qui modifie considérablement la position de la polarisation. La rotation commence quand le champ est assez important pour attirer vers lui la polarisation. Pour les champs très forts, la polarisation s'approche de la direction du champ.

Dans notre modèle, le basculement et la rotation cohérente de la polarisation sont gouvernés par le biastroïde avec ses régions qui limitent les zones avec 1, 2, 3 ou 4 positions possibles et déterminent le passage d'une zone à l'autre. Pour mieux gérer le calcul de ces positions et le choix de l'angle d'équilibre, nous avons construit la « table de Stoner-Wohlfarth ». Cette table stocke les positions possibles d'équilibre stable de la polarisation, donc les solutions de l'équation (III.4) pour lesquelles la dérivée seconde de l'énergie est positive. Le champ ( $H_x$ ,  $H_y$ ) est normalisé par rapport au champ d'anisotropie  $H_k$  et le premier huitième du plan (XOY) est discrétisé (fig. III.8).

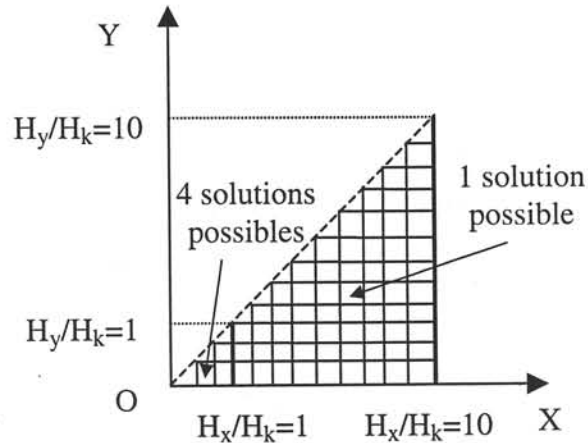


Figure III.8 Discretisation d'un huitième du plan XOY

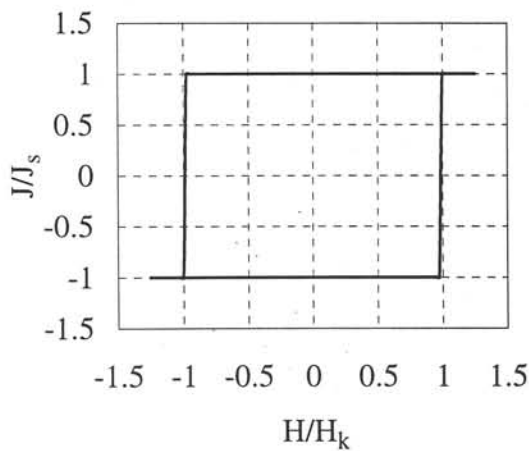
Pour un champ normalisé  $H/H_k$  qui varie entre 0 et 1 on est positionné à l'intérieur de la courbe du biastroïde et on garde dans la table toutes les solutions stables de l'équation (III.4). A partir de  $H/H_k = 1$  il reste qu'une solution, celle qui est la plus proche du champ. Pour les champs forts  $H/H_k > 10$ , on considère que la direction du champ appliqué est imposée à la polarisation.

La rotation cohérente est un processus réversible, alors que le basculement est un processus irréversible. Ces deux phénomènes sont très bien représentés sur les figures III.9 et III.10 du paragraphe suivant.

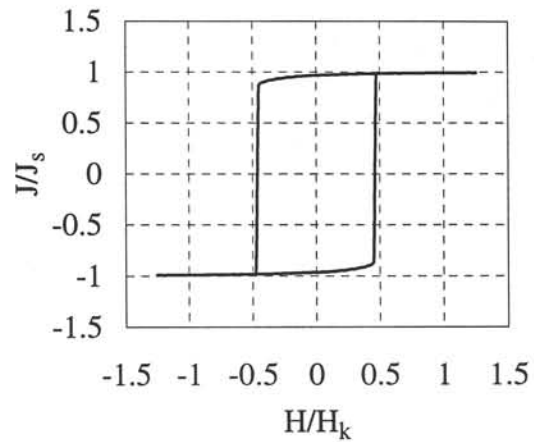
### 1.1.6 Aimantation d'une particule cubique

La figure III.9 montre le cycle majeur réduit  $J/J_s(H/H_k)$  obtenu pour une seule particule cubique à anisotropie biaxiale, caractérisée par un champ coercitif égal au champ d'anisotropie et un champ d'interaction nul, pour un champ appliqué selon un angle de  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $45^\circ$  et  $90^\circ$  fait avec la direction de facile aimantation (OX).  $J$  correspond à la projection de la polarisation sur la direction du champ appliqué. Contrairement au modèle de Preisach scalaire, la forme du cycle d'hystérésis de la particule dépend de la direction du champ appliqué. Pour un champ appliqué selon les directions de facile aimantation (fig. III.9 (a) et (d)), le cycle majeur réduit obtenu est rectangulaire et le champ coercitif est égal au champ d'anisotropie. Dans ce cas, le phénomène de rotation n'intervient pas. Au fur et à mesure que la direction du champ tend vers l'axe de difficile aimantation (fig. III.9 (c)), la forme du cycle

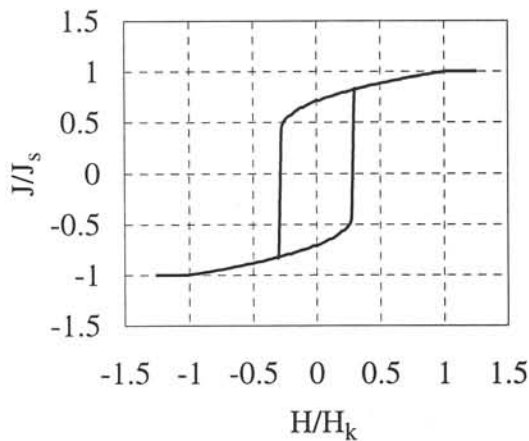
observé dans la direction du champ est moins raide à cause des rotations et le champ coercitif diminue.



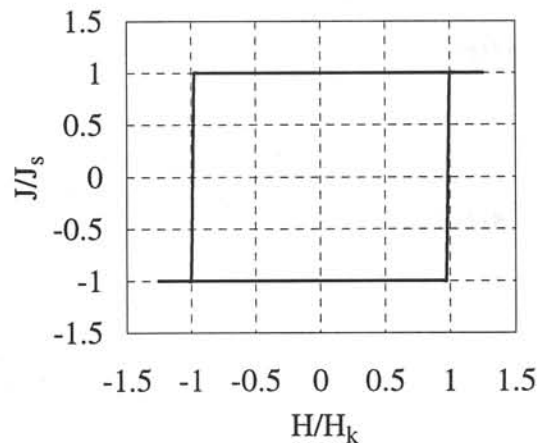
a) Champ appliqué selon la direction OX



b) Champ appliqué à 15°



c) Champ appliqué à 45°



d) Champ appliqué à 90°

Figure III.9 Comportement d'une particule cubique en champ unidirectionnel

Le phénomène d'anisotropie est mis en évidence dans la figure III.10 (a) et (b) où le champ appliqué est un champ tournant à vitesse constante et d'amplitude voisine du champ d'anisotropie. La distance entre deux points de la polarisation correspond à un intervalle de temps fixe de la rotation du champ. On peut observer que la vitesse de rotation de la polarisation magnétique est plus petite près des axes de facile aimantation et plus grande dans le voisinage de l'axe difficile, duquel la polarisation tend à s'éloigner. Pour un champ fort, celui-ci « tire » vers lui le vecteur polarisation (fig. III.10 (b)). Par contre pour un faible

champ, le vecteur polarisation tend à rester « collé » aux axes faciles.

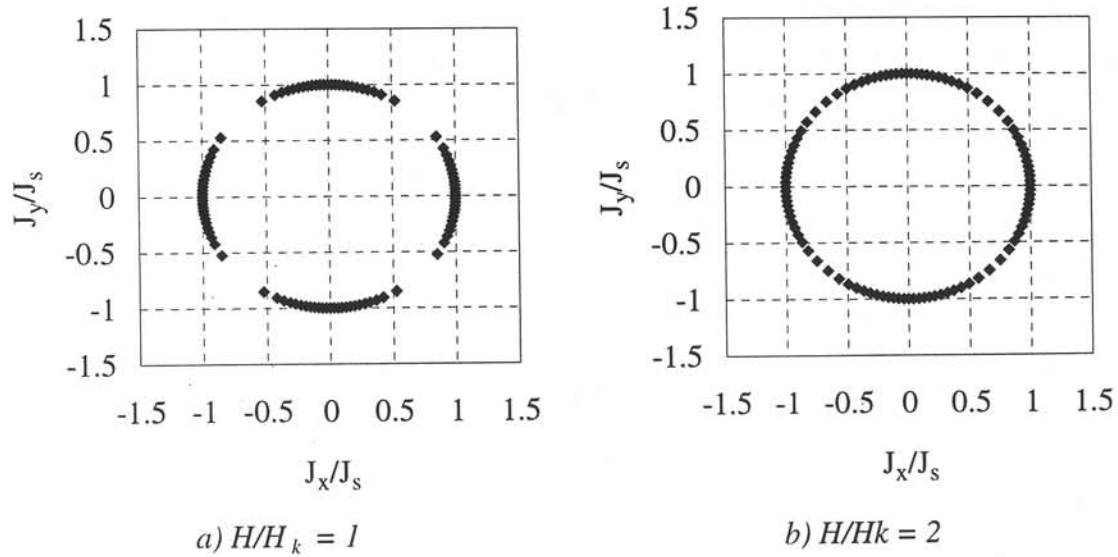


Figure III.10 Comportement d'une particule cubique en champ tournant

La particule biaxiale est donc représentée dans notre modèle MMPB, par un opérateur qui possède 4 états possibles déterminés conformément au biastroïde et caractérisé par un champ coercitif et un champ d'interaction comme dans le modèle classique de Preisach.

### 1.2 Modélisation d'un ensemble des particules à anisotropie biaxiale

Dans notre approche, les matériaux doux qu'on cherche à modéliser, en particulier les tôles magnétiques N.O. ou à texture cubique, sont supposés être composés d'un ensemble de particules cubiques à anisotropie biaxiale. Les opérateurs vectoriels associés à chaque particule de l'ensemble sont caractérisés par :

- un champ coercitif  $h_c$  ;
- un champ d'interaction  $h_i$  ;
- une orientation  $\beta$  donnée par une dispersion spatiale ;
- un état choisi en fonction de la direction de la polarisation.

Le comportement du modèle mixte Preisach/ biaxial est défini par deux distributions : la distribution de Preisach  $p(h_c, h_i)$  et une distribution spatiale  $g(\beta)$ .

### 1.2.1 Répartition des particules dans le plan de Preisach

La distribution de Preisach peut être définie par une fonction analytique ou être identifiée en partant des données expérimentales.

Les fonctions analytiques peuvent avoir différentes expressions et elles doivent être adaptées aux matériaux modélisés. La gaussienne, la lorentzienne, la fonction triangulaire sont assez bien adaptées à la modélisation des matériaux magnétiques doux. Nous avons testé ces trois fonctions et les résultats obtenus sont assez proches les uns des autres.

Prenons par exemple une gaussienne. La fonction de Preisach  $p(h_c, h_i)$  est le produit de deux distributions supposées indépendantes, une distribution du champ coercitif  $p(h_c)$  et une distribution du champ d'interaction  $p(h_i)$ .

$$p(h_c, h_i) = p(h_c) * p(h_i) = \exp\left\{-0.5 \cdot \left(\frac{h_c - h_{c\_moyen}}{\sigma_{hc}}\right)^2\right\} \cdot \exp\left\{-0.5 \cdot \left(\frac{h_i}{\sigma_{hi}}\right)^2\right\} \quad (\text{III.12})$$

où  $h_{c\_moyen}$  est le centre de la distribution du champ coercitif, la distribution du champ d'interaction étant centrée sur 0, et  $\sigma_{hc}$  et  $\sigma_{hi}$  sont les largeurs de ces deux distributions.

Pour l'identification expérimentale de la distribution de Preisach scalaire, plusieurs méthodes existent : la méthode Mayergoyz, la méthode de Biorci et Pescetti, la méthode des cycles centrés, etc. La méthode proposée par Mayergoyz [MAY-91] utilise la propriété d'effacement du modèle de Preisach et, comme données expérimentales, les courbes de renversement du premier ordre sur le cycle majeur statique. La variation d'aimantation sur une courbe de renversement est associée à une certaine zone dans le plan de Preisach. Cette méthode est un peu « lourde » ou difficile à mettre en œuvre, à cause de la grande quantité des données expérimentales nécessaires et du volume de calcul. La méthode de Biorci et Pescetti, celle que nous avons appliquée, utilise la courbe de première aimantation et la courbe descendante du cycle majeur. Cette méthode ne nécessite pas beaucoup des données expérimentales et les temps de calcul sont relativement faibles. Cette méthode est présentée en détail dans l'Annexe 1. Par rapport aux fonctions analytiques, la méthode de Biorci et Pescetti est plus précise et



permet une meilleure modélisation des cycles mineurs.

### 1.2.2 Discrétisation du plan de Preisach

En prenant la fonction de Preisach  $p(h_c, h_i)$  comme le produit de deux gaussiennes, dans le plan de Preisach (fig. III.11), les valeurs de  $h_c$  et  $h_i$  de chaque particule sont distribuées dans une ellipse, restreinte dans une partie intérieure du triangle de Preisach, de centre  $h_{c\_moyen}$  et 0, et de largeurs  $3\sigma_{h_c}$  selon l'axe du champ coercitif et  $3\sigma_{h_i}$  selon l'axe du champ d'interaction. On suppose que, en dehors de cette ellipse, la fonction de Preisach est tellement faible qu'on peut la négliger.

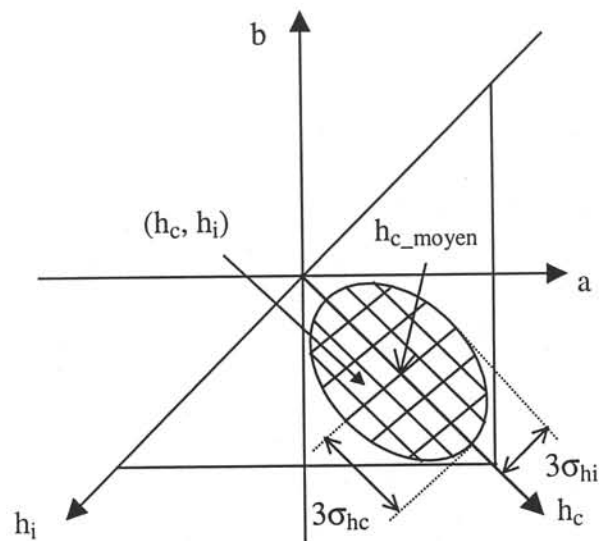


Figure III.11 Discrétisation du plan de Preisach

Le plan de Preisach est discrétisé et à chaque maille on associe un opérateur vectoriel avec les caractéristiques  $(h_c, h_i)$ .

### 1.2.3 Dispersion spatiale des particules

Dans le plan de la tôle, les particules sont dispersées autour de la direction de laminage. Nous avons considéré une particule cubique parfaite, donc notre particule présente une symétrie des axes longitudinal et transversal, ces deux axes étant des axes de facile aimantation équivalents. Dans la figure III.12 on observe la répartition des particules autour de la direction positive de l'axe longitudinal. Par symétrie, on considère que les particules sont réparties de la

même façon autour de la direction négative de cet axe long et de la direction positive et négative de l'axe travers.

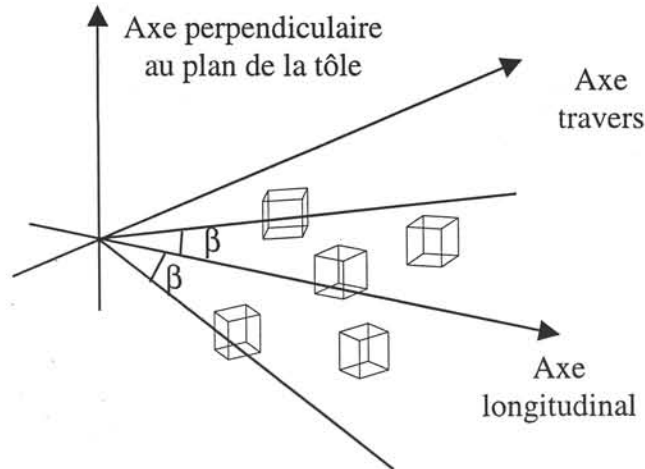


Figure III.12 Dispersion des particules dans le plan de la tôle

L'angle maximum de dispersion diffère d'un matériau à l'autre. Les particules sont réparties autour des axes selon une distribution spatiale donnée par une gaussienne de valeur moyenne nulle et de largeur  $\sigma_\beta$ .

$$g(\beta) = \exp\left\{-0.5 \cdot \left(\frac{\beta}{\sigma_\beta}\right)^2\right\} \quad (\text{III.13})$$

#### 1.2.4 Discrétisation du plan de la tôle

Ainsi chaque opérateur vectoriel est de plus caractérisé par un angle  $\beta$ , correspondant à une maille (fig. III.13), qui donne son orientation dans le plan de la tôle.

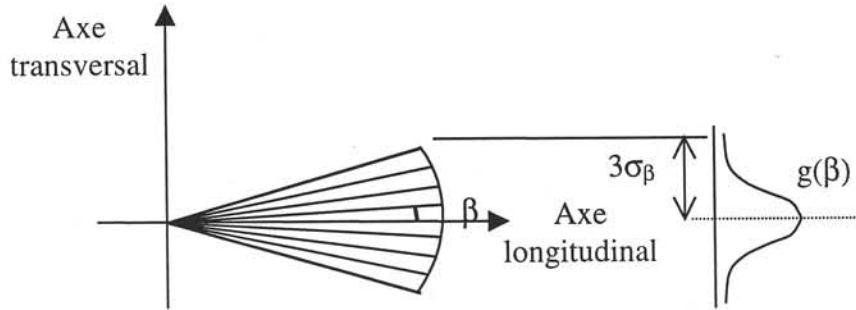


Figure II.27 Discretisation du plan de la tôle

### 1.2.5 Troncature du biastroïde

En réalité, le renversement de la polarisation se produit pour un champ coercitif beaucoup plus petit que le champ d'anisotropie  $H_k$ . Comme le modèle, dans son principe, confond ces deux grandeurs, il a fallu équilibrer leur influence en introduisant le facteur de troncature. L'état associé à l'opérateur vectoriel est alors déterminé à partir du biastroïde tronqué et la rotation cohérente s'effectue selon les mêmes principes qu'avant.

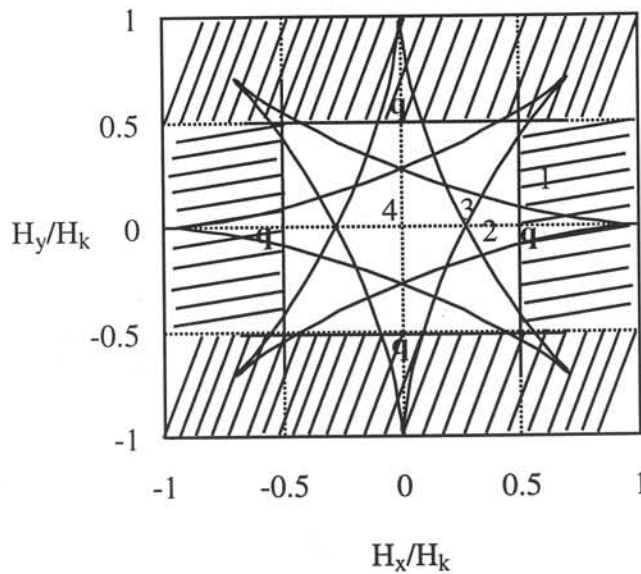


Figure III.14 Astroïde tronqué

Le nouveau champ d'anisotropie est  $H'_k = q \cdot H_k$ , où  $q$  est le facteur de troncature du biastroïde et peut avoir des valeurs comprises entre 0 et 1, sauf 0. Dans ces conditions, un champ plus petit est nécessaire pour faire basculer la polarisation, donc le processus de

basculement est facilité. En dehors du biastroïde tronqué (fig. III.14), c'est le champ qui impose la direction de la polarisation.

### 1.3 Paramètres du modèle mixte

Pour obtenir un bon accord avec l'expérience, il est nécessaire de faire une bonne identification des paramètres du modèle. Ces paramètres sont déterminés par un procédé d'essais et de corrections.

#### 1.3.1 Définition des paramètres et des mesures

Dans le cas où la fonction de Preisach est une fonction analytique, donnée par le produit de deux gaussiennes, les paramètres du modèle mixte sont :

- le centre de la distribution de champ coercitif  $h_{c\_moyen}$  ;
- la largeur de cette distribution  $\sigma_{hc}$  ;
- la largeur de la distribution de champ d'interaction  $\sigma_{hi}$  ;
- la largeur de la distribution spatiale  $\sigma_{\beta}$  ;
- le facteur de troncature du biastroïde  $q$  ;
- la polarisation à saturation  $J_s$ .

Les données expérimentales nécessaires à l'identification des paramètres sont le cycle majeur suivant la direction longitudinale. La polarisation à saturation  $J_s$  est donnée directement par l'expérience. Les autres paramètres sont choisis afin de reproduire le champ coercitif expérimental, le champ rémanent et la susceptibilité différentielle (pente  $dJ/dH$ ) au niveau du champ coercitif.

#### 1.3.2 Procédure d'identification des paramètres

Le jeu de paramètres est trouvé de la façon suivante :

- le centre de la distribution de champ coercitif  $h_{c\_moyen}$  est choisi autour du champ coercitif expérimental du cycle majeur ;
- les largeurs des distributions de champ coercitif  $\sigma_{hc}$  et de champ d'interaction  $\sigma_{hi}$  sont

choisies afin d'obtenir la valeur du champ coercitif et la pente du cycle majeur expérimental ;  
- le choix de la largeur de la distribution spatiale  $\sigma_\beta$  a comme but d'obtenir la polarisation rémanente expérimentale longitudinale.

Après avoir déterminé les paramètres du modèle et calculé le cycle majeur, on compare les résultats obtenus avec la mesure. Si les résultats ne sont pas acceptables, on modifie encore les paramètres afin d'avoir une meilleure approche de la mesure. Lorsqu'on a trouvé les paramètres optimaux, on compare les cycles majeurs et les cycles mineurs calculés suivant différentes directions avec les mesures expérimentales effectuées dans les mêmes directions.

Dans le cas de l'identification de la fonction de Preisach à partir des données expérimentales, il reste comme paramètres du modèle la largeur de la distribution spatiale  $\sigma_\beta$  et la polarisation à saturation  $J_s$ . En appliquant la méthode de Biorci et Pescetti, les données expérimentales nécessaires sont la courbe de première aimantation du matériau étudié et la courbe descendante du cycle majeur suivant la direction long.

## **2. Implémentation informatique et test du modèle**

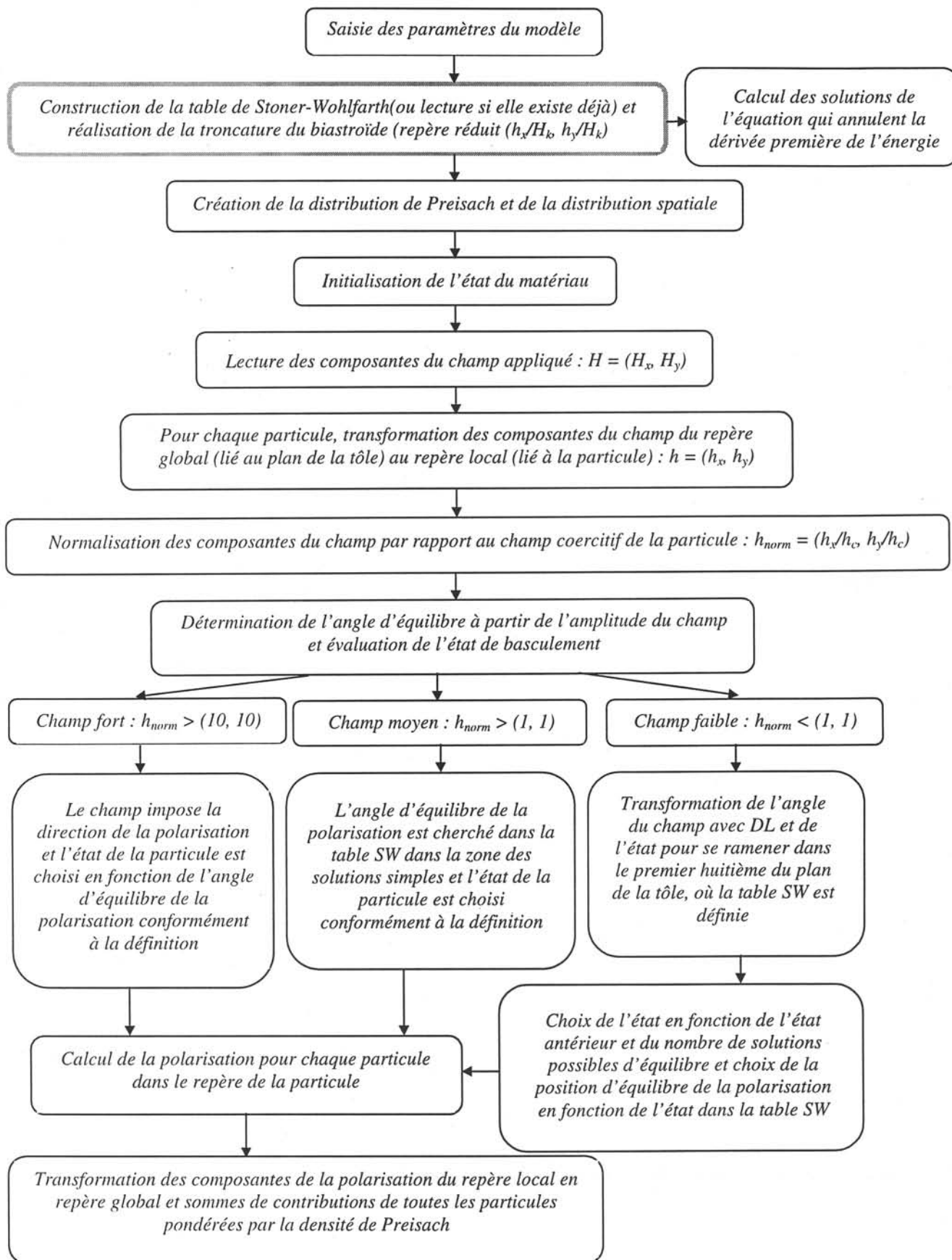
### **2.1 Programme développé**

#### **2.1.1 Logiciel utilisé**

Pour mettre en œuvre le modèle MMPB, nous avons développé un programme de calcul en langage C, en utilisant le logiciel LabWindows CVI commercialisé par National Instruments. Grâce aux facilités de ce logiciel, nous avons pu construire notre propre interface graphique, cela nous permettant d'utiliser plus facilement notre programme.

#### **2.1.2 Organigramme du programme**

Les étapes suivies dans la construction du programme qui met en pratique le MMPB et qui aident à mieux comprendre les démarches entreprises sont :



## 2.2 Validation du MMPB

Notre modèle MMPB a été appliqué à des données expérimentales obtenues au sein du Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble en utilisant comme dispositif de mesure le cadre en champ tournant. Ces données correspondent à des essais dans lesquels la forme et la vitesse de variation de l'induction  $\mathbf{B}$  sont imposées dans l'échantillon. C'est donc le champ magnétique mesuré qui est appliqué à l'entrée du modèle.

Pour tester le modèle nous avons sélectionné trois matériaux, de caractéristiques physiques et textures différentes :

- un alliage FeNi 50%. C'est le matériau le plus intéressant et le plus adapté à notre modèle. En effet, il présente d'une part une texture cubique presque parfaite. D'autre part, grâce à sa forte perméabilité, ce matériau a pu être caractérisé en champ tournant jusqu'à la saturation ( $J_s = 1,6$  T). Ainsi on met en œuvre les mécanismes de déplacements des parois et/ou les rotations des moments. La constante d'anisotropie de ce matériau étant environ 30 fois plus faible que celle des FeSi, les mécanismes de rotation seront plus faciles.

- un fer pur non orienté de haute perméabilité M700P65. Ce matériau possède une texture planaire. La face du cube est dans le plan de la tôle mais à la différence de la texture cubique, les cristaux sont désorientés. En choisissant une distribution adéquate, ce matériau devrait être aussi bien décrit par le modèle. Sa constante d'anisotropie vaut  $48 \text{ kJ/m}^3$  et sa polarisation magnétique à saturation  $2,16$  T.

- un alliage FeCo 25%. C'est un matériau magnétique qui a un comportement macroscopique faiblement anisotrope. Il possède la polarisation magnétique à saturation la plus élevée ( $J_s = 2,4$  T). Sa constante d'anisotropie magnétocristalline est de  $40 \text{ kJ/m}^3$ .

Les caractéristiques magnétiques de ces matériaux ont été déterminées en induction sinusoïdale appliquée suivant les directions DL, DT et  $45^\circ$  et en induction tournante circulaire dans le sens antihoraire, à vitesse angulaire constante. Les essais ont été menés à différents niveaux d'induction et à 50 Hz pour les FeNi et FeCo. L'échantillon Fe étant plus épais et de

résistivité plus faible que les deux autres matériaux ( $e_{\text{fer}} = 0,65$  mm,  $\rho_{\text{fer}} = 17 \mu\Omega\text{cm}$  ;  $e_{\text{FeNi}} = 0,30$  mm,  $\rho_{\text{FeNi}} = 20 \mu\Omega\text{cm}$  ;  $e_{\text{FeCo}} = 0,35$  mm,  $\rho_{\text{FeCo}} = 20 \mu\Omega\text{cm}$ ), les effets dynamiques sont plus importants. Pour ce matériau, la fréquence d'essai était limitée à 15 Hz.

En fait, des mesures quasistatiques ou à des fréquences beaucoup plus basses auraient été plus adaptées pour la validation du modèle car le modèle de Preisach utilisé est un modèle d'hystérésis statique. Malheureusement, le banc de mesure développé ne permettait pas d'imposer ce type de conditions sans une modification significative. On négligera donc les effets dynamiques et on testera la validité du modèle sur les courbes obtenues à 15 et 50 Hz.

Le modèle MMPB a été vérifié sur ces tôles à deux niveaux d'induction différents : haute induction (1,5 T pour la tôle FeNi, 1,4 T pour FeSi et 1,6 T pour FeCo) où les phénomènes réversibles de rotation interviennent et à 1 T, où la variation de l'aimantation s'effectue essentiellement par déplacements irréversibles des parois des domaines magnétiques.

L'anisotropie est prise en compte, d'une part par le biastroïde, d'autre part par l'introduction d'un champ d'interaction selon DT. On rappelle que cette direction est une direction moins facile que DL.

Les paramètres du modèle sont trouvés par essais consécutifs à partir des données expérimentales du cycle majeur suivant DL. En utilisant les mêmes paramètres, les cycles selon les autres directions (DT, à  $45^\circ$ ) et les courbes en champ tournant pour différents niveaux d'induction sont déterminés.

### 2.2.1 Tôle FeNi à texture cubique

La tôle FeNi sur laquelle le modèle MMPB a été testé présente une texture cubique, c'est à dire les grains ont la même orientation dans le plan de la tôle, celle qui aligne les deux axes de facile aimantation du cristal aux directions de laminage et transverse de la tôle. Théoriquement, pour ce type de tôle les deux directions DL et DT devraient être équivalentes. En réalité, cela n'est pas vrai, DT étant une direction de moins facile aimantation. Cependant, la tôle que nous avons étudiée ne présente pas une différence trop importante entre DL et DT.

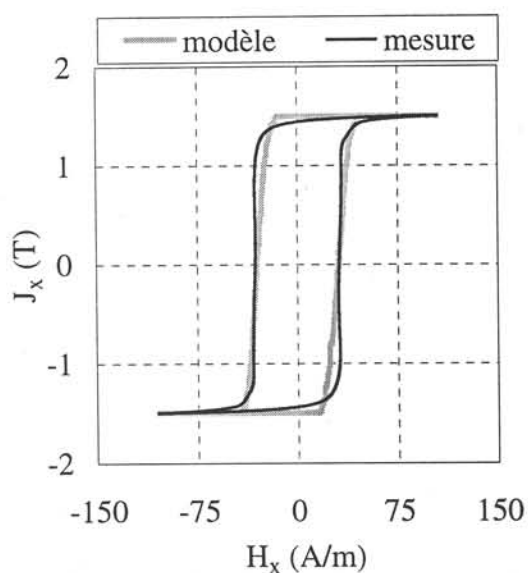


Les paramètres du modèle choisis pour cette tôle sont :

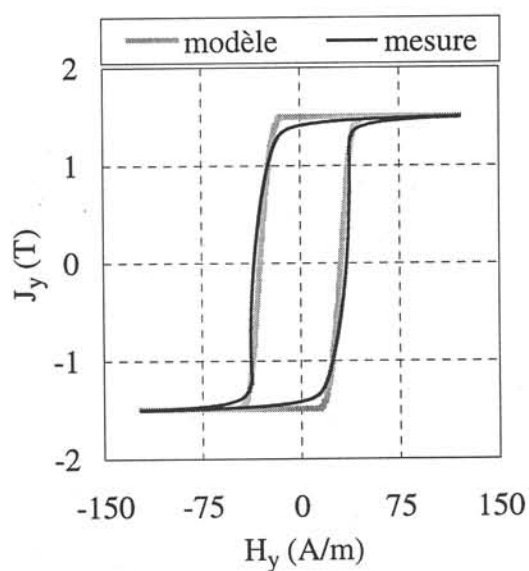
- le centre de la distribution de champ coercitif  $h_{c\_centre} = 25$  A/m,
- la largeur de cette distribution  $\sigma_{hc} = 7$  A/m,
- la largeur de la distribution de champ d'interaction  $\sigma_{hi} = 7$  A/m,
- la largeur de la distribution spatiale  $\sigma_{\beta} = 4^{\circ}$ ,
- la polarisation maximale  $p_{max} = 1,5$  T,
- le champ d'anisotropie  $H_k = 1\,500$  A/m,
- le facteur de troncature  $q = 0,05$ .

$h_{c\_centre}$  a été choisi de valeur proche du champ coercitif du cycle majeur suivant DL. La dispersion spatiale de particules autour des axes de facile aimantation n'est pas très large ( $\sigma_{\beta} = 4^{\circ}$ ), car liée à la texture quasi parfaitement cubique de la tôle. Le facteur de troncature petit favorise les rotations qui interviennent de façon prépondérante à saturation.

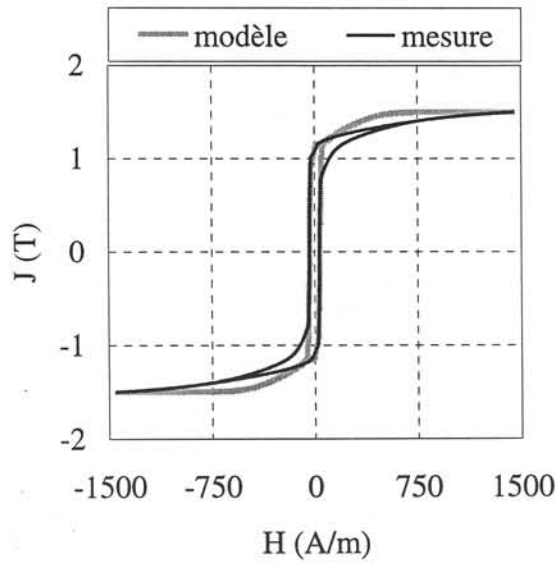
La figure III.15 (a), (b), (c), montre les résultats donnés par le modèle et comparés à l'expérience pour un champ sinusoïdal appliqué selon DL, DT et à  $45^{\circ}$ , proche de la saturation (1,5 T).



a) Cycle majeur à 1,5 T suivant DL



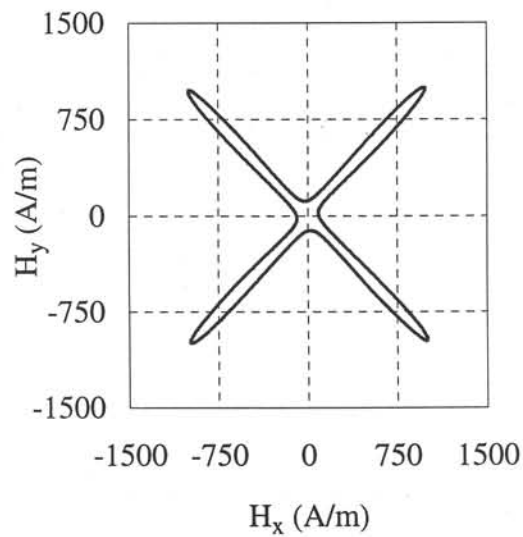
b) Cycle majeur à 1,5 T suivant DT



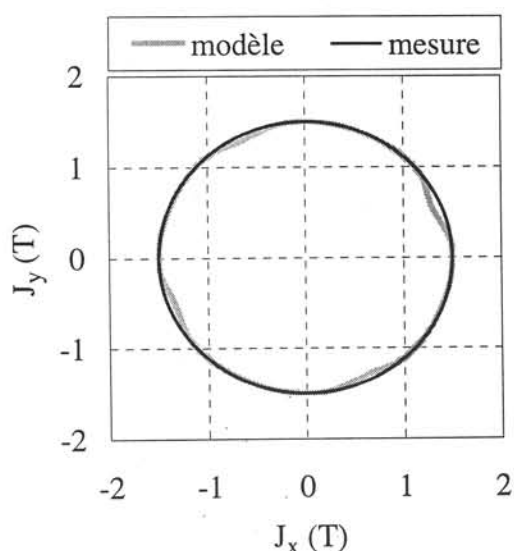
c) Cycle majeur à 1,5 T suivant la direction 45°

Figure III.15 Comparaison modèle- expérience en champ unidirectionnel à 1,5 T

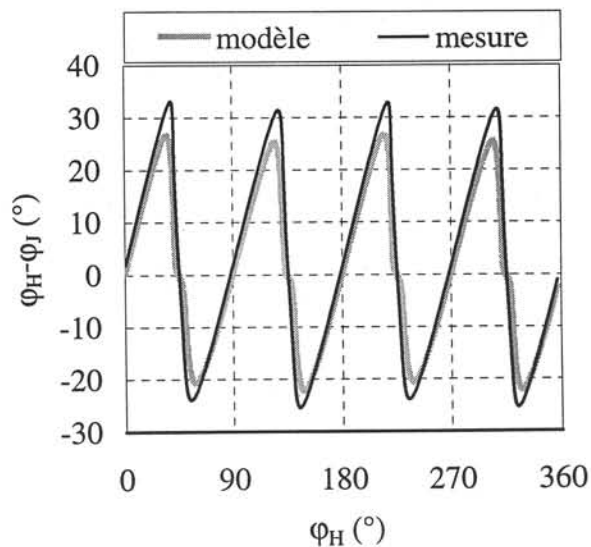
Pour un champ appliqué comme dans la figure III.16 (a), la comparaison du modèle à l'expérience est faite pour la variation du module de la polarisation à 1,5 T (b) et de la différence de phases entre le champ et la polarisation (c). On peut remarquer que la concordance entre modèle et expérience est très satisfaisante en particulier en ce qui concerne le déphasage.



a) Champ appliqué  $H_y$  ( $H_x$ )



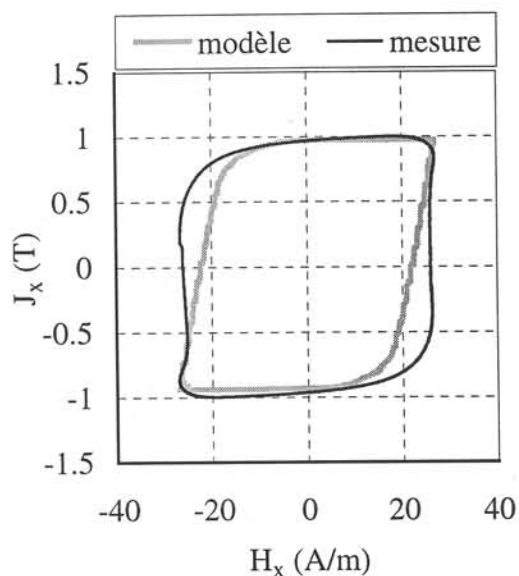
b) Courbe  $J_y(J_x)$  à 1,5 T



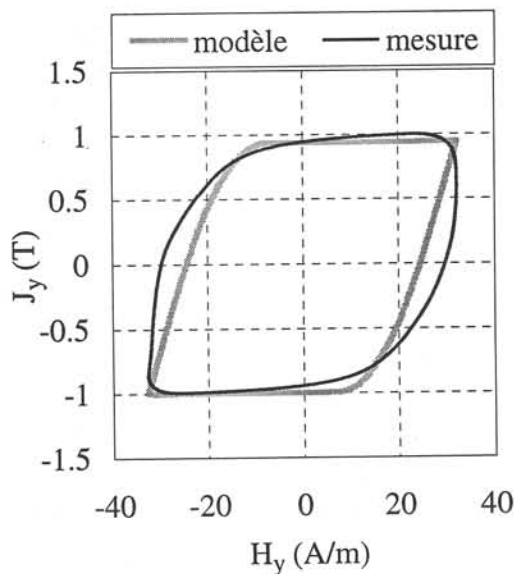
c) Déphasage entre  $H$  et  $J$

Figure III.16 Comparaison modèle- expérience en champ tournant à 1,5 T

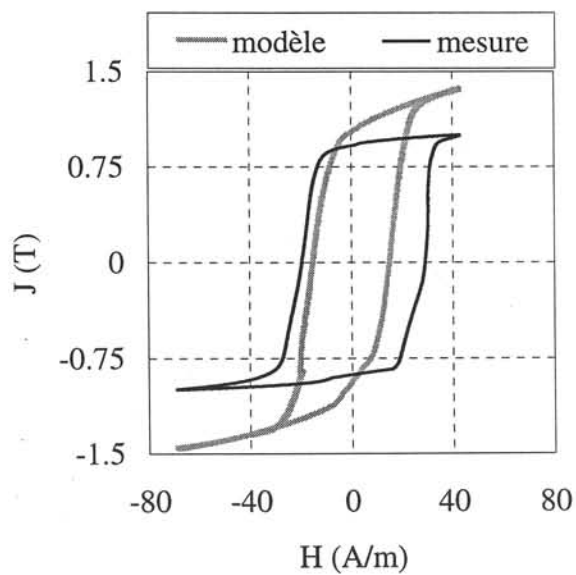
A une induction de 1 T, les mécanismes d'aimantation ne sont plus les mêmes et dans ce cas une modification du facteur de troncature permet de privilégier les déplacements de parois. Cette opération est un peu « cavalière » et affaiblit le modèle proposé. Nous y reviendrons dans la conclusion du chapitre. La valeur choisi est  $q = 0.4$ , les valeurs pour les autres paramètres restant inchangées. Les résultats du MMPB comparés aux mesures sont mis en évidence dans la figure III. 17 pour le cas unidirectionnel et dans la figure III.18 en champ tournant.



a) Cycle mineur à 1 T suivant DL

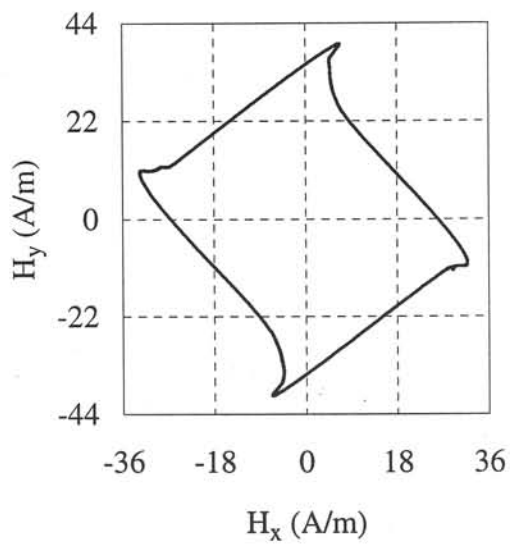


b) Cycle mineur à 1 T suivant DT



c) Cycle mineur à 1 T suivant la direction 45°

Figure III.17 Comparaison modèle- expérience en champ unidirectionnel à 1 T



a) Champ appliqué  $H_y(H_x)$

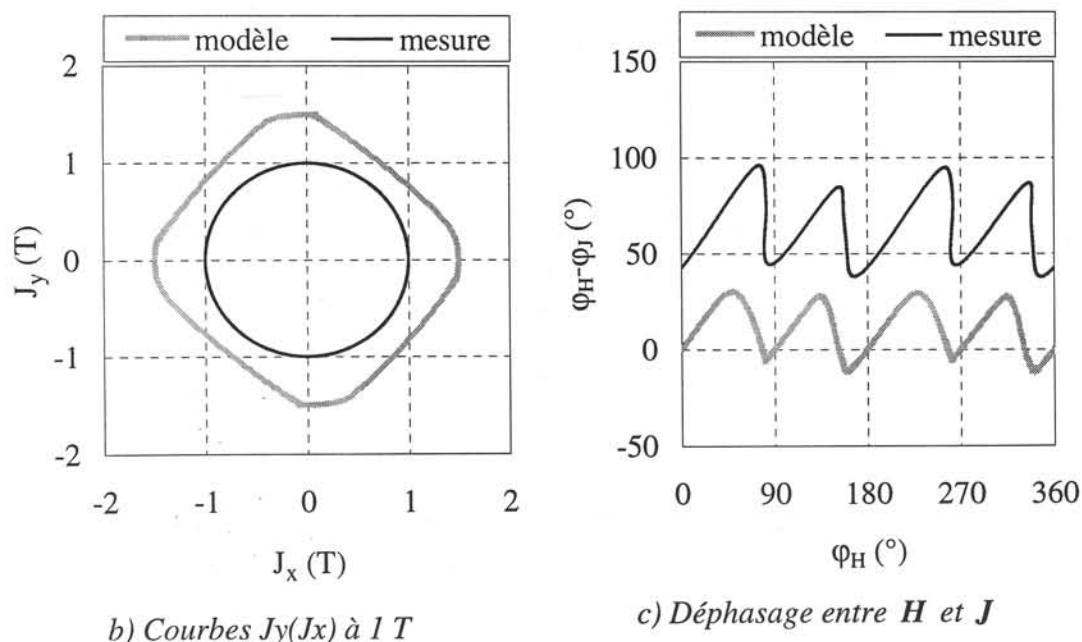


Figure III.18 Comparaison modèle- expérience en champ tournant à 1 T

Alors que les résultats 1D en long et en travers sont satisfaisants, des écarts significatifs sont observés en uniaxial à  $45^\circ$  et un champ tournant.

### 2.2.2 Tôle M700P65

La tôle M700P65 est une tôle à haute perméabilité et présente une texture plutôt planaire.

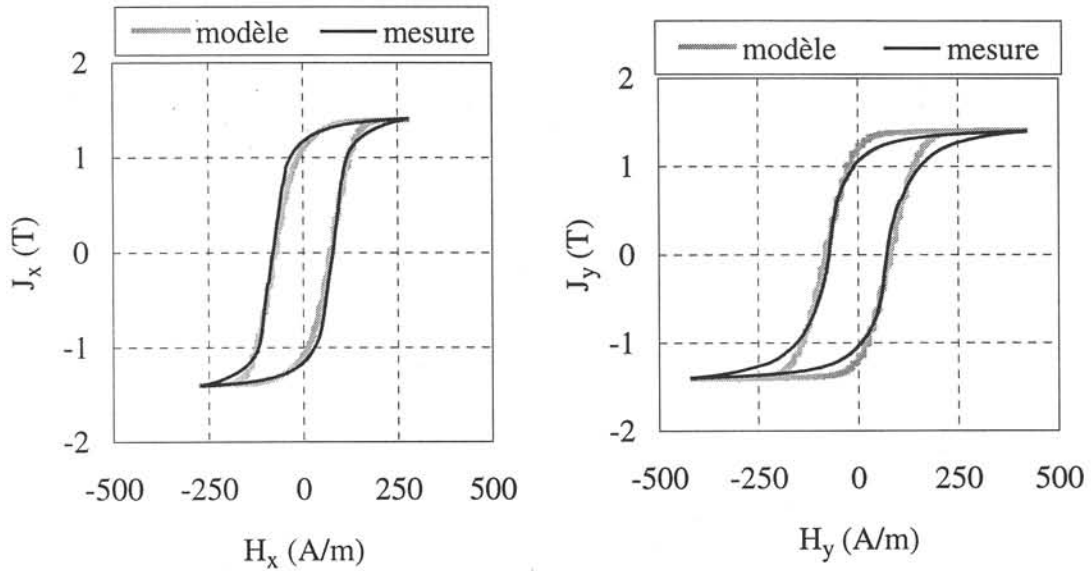
Les paramètres du modèle choisis pour cette tôle sont :

- le centre de la distribution de champ coercitif  $h_{c\_centre} = 80$  A/m,
- la largeur de cette distribution  $\sigma_{hc} = 40$  A/m,
- la largeur de la distribution de champ d'interaction  $\sigma_{hi} = 40$  A/m,
- la largeur de la distribution spatiale  $\sigma_\beta = 15^\circ$ ,
- la polarisation maximale  $p_{max} = 1,4$  T,
- le champ d'anisotropie  $H_k = 30\,000$  A/m,
- le facteur de troncature  $q = 0,35$ .

$h_{c\_centre}$  a été choisi voisin du champ coercitif du cycle majeur suivant DL. La texture planaire suppose une distribution assez uniforme des cristaux dans le plan de la tôle et pour cette

raison nous avons choisi une dispersion spatiale de particules autour des axes de facile aimantation assez large ( $\sigma_\beta = 15^\circ$ ). Le facteur de troncature est choisi tel que à 1,4 T et à 1 T les phénomènes de rotations et de déplacements de parois coexistent.

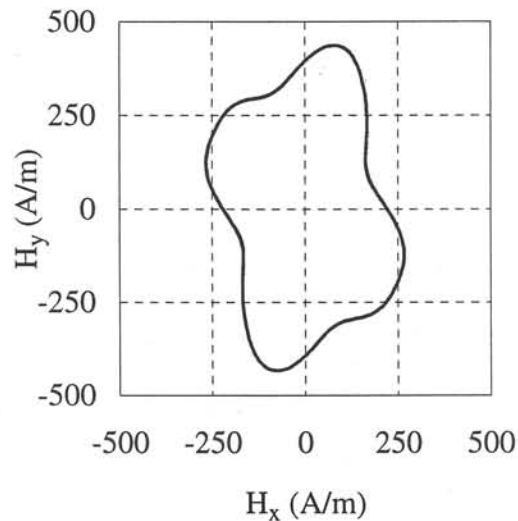
Les figures III.19 (a), (b) et III.20 (a), (b), (c), montrent les résultats donnés par le modèle et comparés à l'expérience pour une induction sinusoïdale appliquée selon DL et DT et circulaire de 1,4 T.



a) Cycle majeur à 1,4 T suivant DL

b) Cycle majeur à 1,4 T suivant DT

Figure III.19 Comparaison modèle- expérience en champ unidirectionnel à 1,4 T



a) Champ appliqué  $H_y(H_x)$

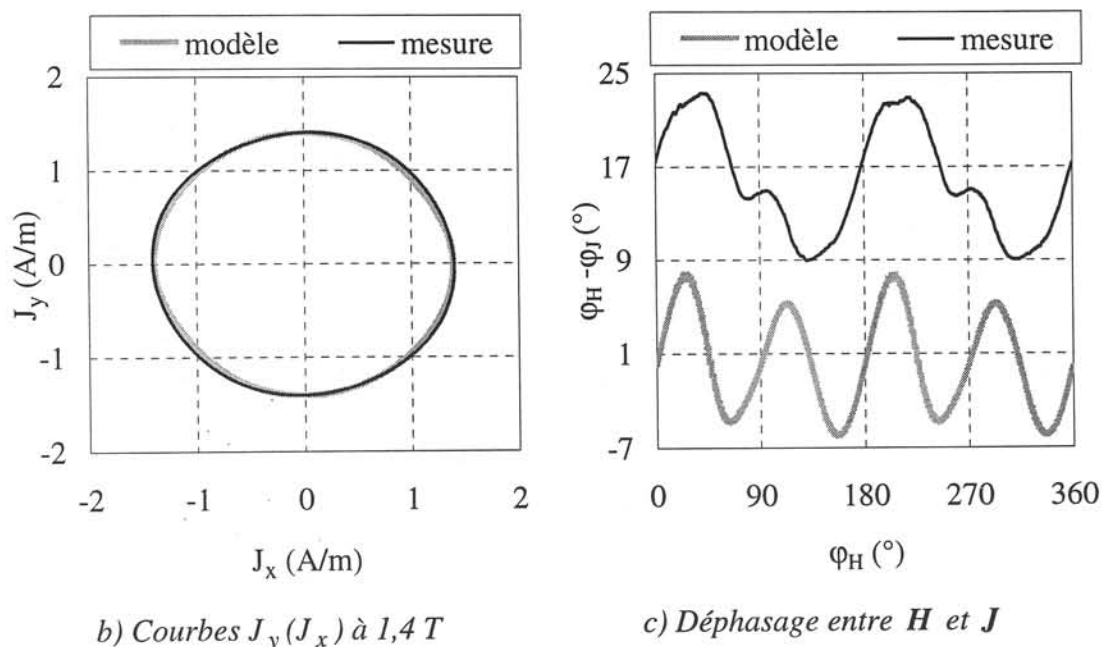


Figure III.20 Comparaison modèle- expérience en champ tournant 1,4 T

Le modèle a été testé aussi à 1 T en unidirectionnel (DL et DT) (fig. III.21 (a), (b)) et en champ tournant (fig. III.22 (a), (b), (c)).

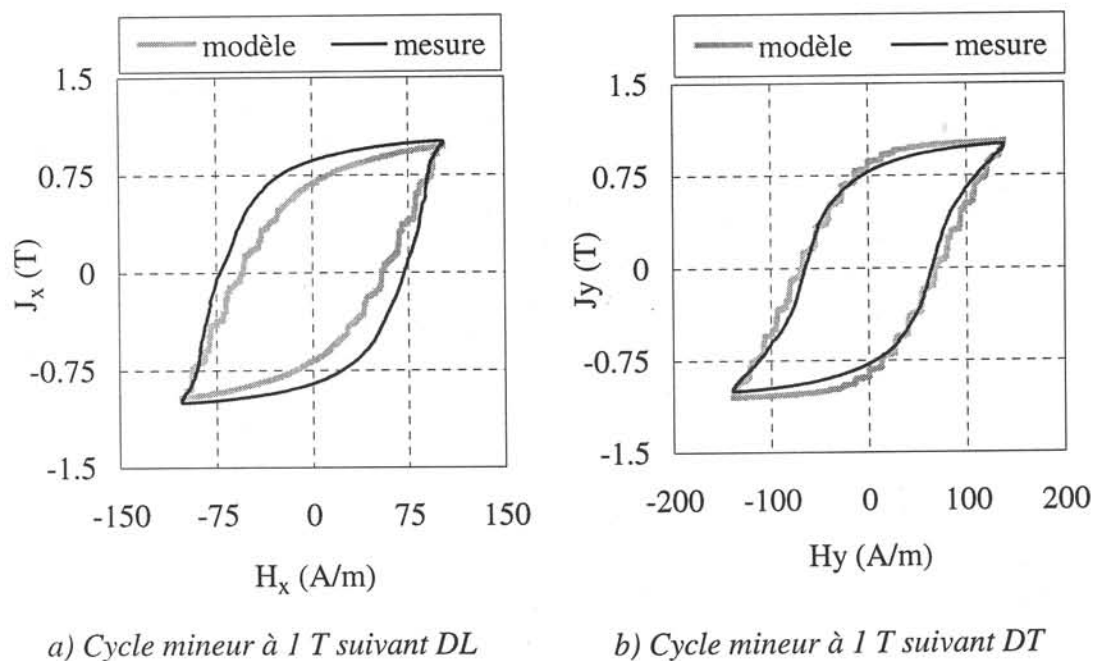


Figure III.21 Comparaison modèle- expérience en champ unidirectionnel à 1 T

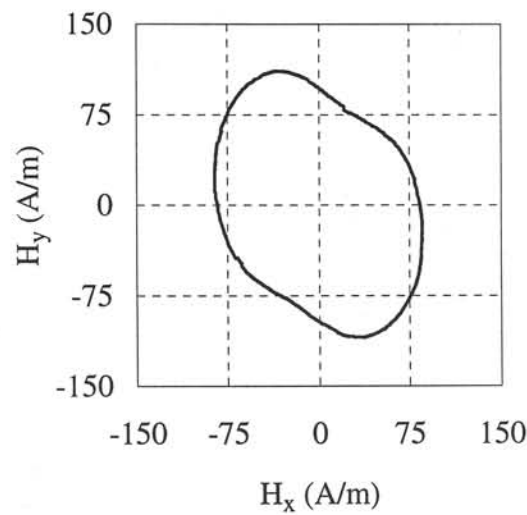
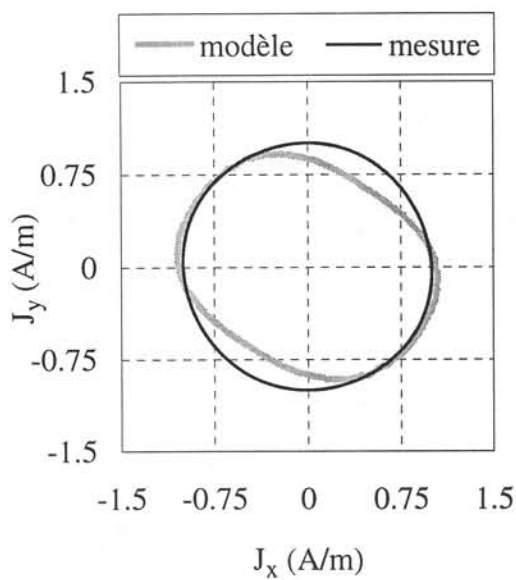
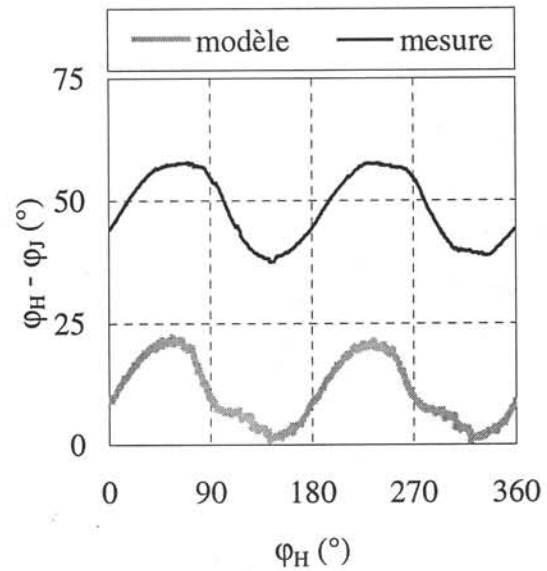
a) Champ appliqué  $H_y(H_x)$ b) Courbe  $J_y(J_x)$  à 1 Tc) Déphasage entre  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{J}$ 

Figure III.22 Comparaison modèle- expérience en champ tournant à 1 T

Pour ce matériau, on peut affirmer que l'accord est satisfaisant, même si des écarts subsistent, notamment pour la phase de la polarisation. Le modèle abouti à un déphasage systématiquement plus faible, ce qui est une indication que les rotations s'imposent à champ trop bas. Ceci est en particulier une conséquence de l'utilisation du facteur de troncature  $q$  petit.



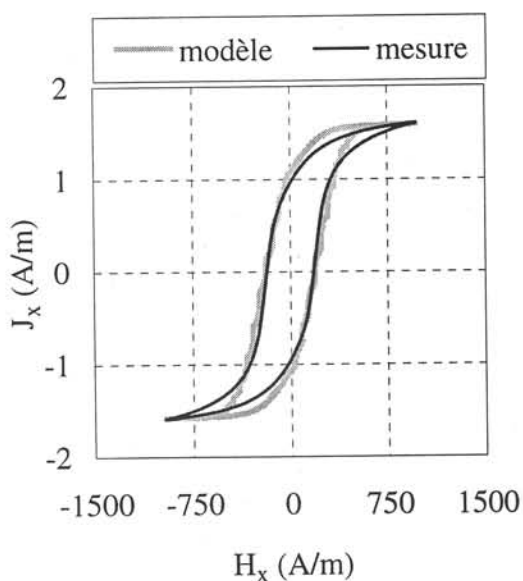
### 2.2.3 Tôle FeCo N.O.

La tôle FeCo est la tôle la plus isotrope parmi les trois tôles étudiées. On s'attend donc à ce que le modèle soit bien adapté.

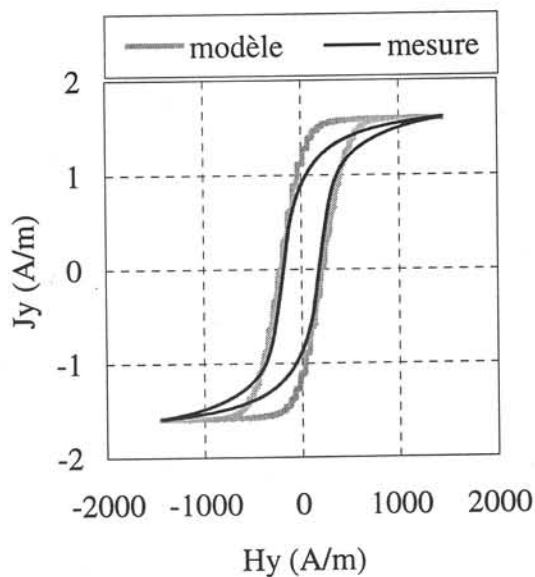
Dans ce cas, les paramètres du modèle sont :

- le centre de la distribution de champ coercitif  $h_{c\_centre} = 180 \text{ A/m}$ ,
- la largeur de cette distribution  $\sigma_{hc} = 150 \text{ A/m}$ ,
- la largeur de la distribution de champ d'interaction  $\sigma_{hi} = 150 \text{ A/m}$ ,
- la largeur de la distribution spatiale  $\sigma_{\beta} = 15^\circ$ ,
- la polarisation maximale  $p_{max} = 1,6 \text{ T}$ ,
- le champ d'anisotropie  $H_k = 34\,000 \text{ A/m}$ ,
- le facteur de troncature  $q = 0,3$ .

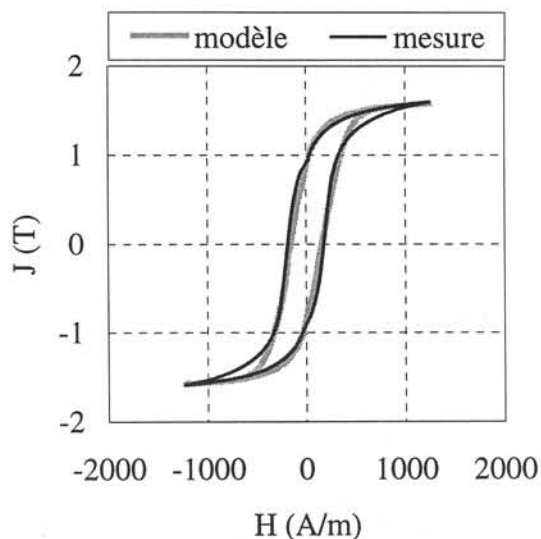
Les figures III.23 (a), (b), (c) et III.24 (a), (b), montrent les résultats donnés par le modèle et comparés à l'expérience pour une induction sinusoïdale appliquée selon DL et DT et circulaire de 1,6 T.



a) Cycle majeur à 1,6 T suivant DL

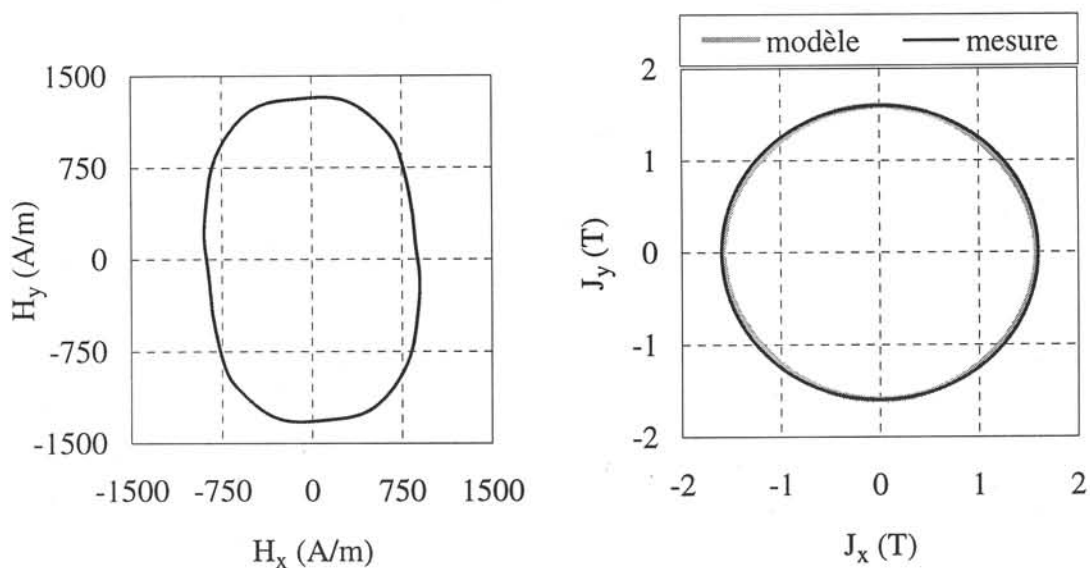


b) Cycle majeur à 1,6 T suivant DT



c) Cycle majeur à 1,6 T suivant la direction 45°

Figure III.23 Comparaison modèle- expérience en champ unidirectionnel à 1,6 T

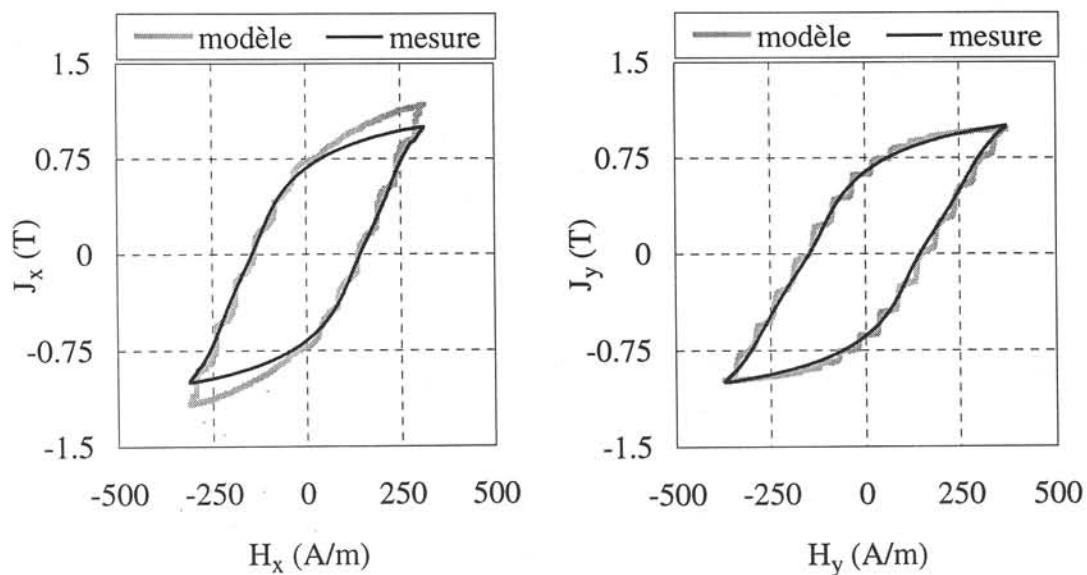


a) Champ appliqué  $H_y(H_x)$

b) Courbes  $J_y(J_x)$  à 1,6 T

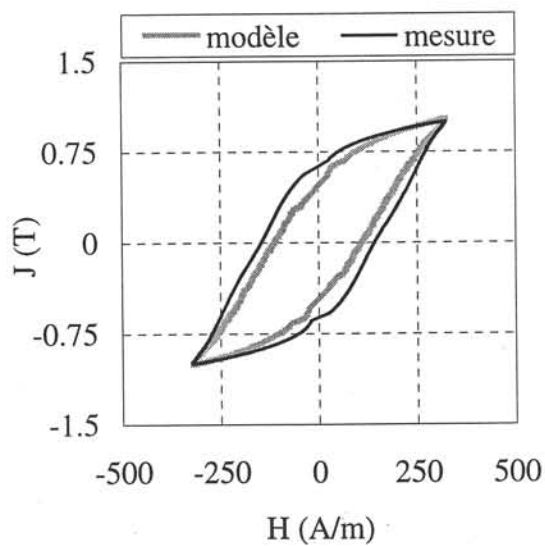
Figure III.24 Comparaison modèle- expérience en champ tournant à 1,6 T

Le modèle a été testé aussi à 1 T en unidirectionnel (DL et DT) (fig. III.25 (a), (b), (c)) et en champ tournant (fig. III.26 (a), (b)).



a) Cycle mineur à 1 T suivant DL

b) Cycle mineur à 1 T suivant DT



c) Cycle mineur à 1 T suivant la direction 45°

Figure III.25 Comparaison modèle- expérience en champ unidirectionnel à 1 T

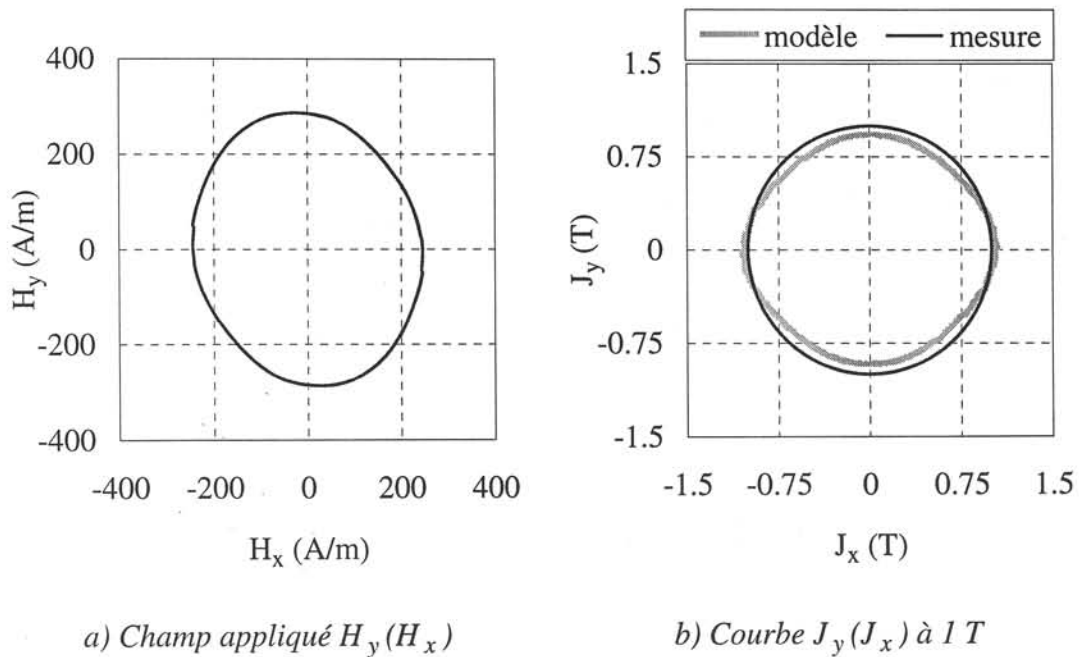


Figure III.26 Comparaison modèle- expérience en champ tournant à 1 T

Dans le cas du FeCo, les cycles d'hystérésis en régime uniaxial et les diagrammes polaires à 1 T et 1,6 T sont assez bien décrits par le modèle. Par contre, les déphasages entre les vecteurs champ  $\mathbf{H}$  et polarisation  $\mathbf{J}$  calculés par le modèle sont sans corrélation avec les résultats expérimentaux. C'est pourquoi les courbes correspondantes ne sont pas montrées.

### 3. Conclusions

Nous avons développé un modèle vectoriel d'hystérésis appelé Modèle mixte Preisach/biaxial. Il est la combinaison du modèle scalaire de Preisach qui décrit l'hystérésis et du modèle de Stoner-Wohlfarth qui décrit la rotation cohérente et le basculement de la polarisation, mais appliqué à une particule à anisotropie biaxiale. Dans le cas des tôles à texture cubique ou N.O., le modèle consiste en un ensemble de particules cubiques réparties dans le plan de la tôle. L'opérateur d'hystérésis élémentaire scalaire de Preisach associé à chaque particule est remplacé par un opérateur vectoriel dont le comportement inclut l'anisotropie, la rotation et le basculement de la polarisation selon le modèle de Stoner-Wohlfarth.

Le comportement d'une particule unique a été tout d'abord étudié. Pour un champ donné, la position de la polarisation est trouvée en minimisant l'énergie totale du système : anisotropie

et interaction avec le champ appliqué. Les solutions d'équilibre stable de la polarisation se trouvent à l'intérieure du biastroïde.

L'ensemble des particules est modélisé en associant à chaque particule un opérateur qui est caractérisé par une distribution dans le plan de la tôle et une distribution dans le plan de Preisach.

Une extension de ce modèle à une tôle FeSi G.O. est proposé en annexe 3, les comparaison avec l'expérience n'ont pas été cependant réalisées et restent à faire.

Ce modèle a été testé sur 3 types de matériaux pour différentes conditions d'excitation. Il décrit bien les cycles d'hystérésis tant majeurs que mineurs en régime uniaxial ainsi que les diagrammes polaires à différentes induction. Pour ce faire, il a été nécessaire dans les trois cas de tronquer le biastroïde. Par contre, à l'exception du FeNi à 1,5 T, le modèle ne permet pas de reproduire correctement les déphasages entre  $\mathbf{J}$  et  $\mathbf{H}$  en champ tournant. Les déphasages importants observés expérimentalement sont dus essentiellement aux pertes magnétiques développées dans la tôle. En conséquence, on peut dire que le modèle n'est pas capable de représenter correctement les déplacements de parois.

Une possibilité d'amélioration du modèle serait de séparer les deux mécanismes d'aimantation, les déplacements des parois et les rotations des moments, qui pour l'instant sont « mélangés » dans le modèle. C'est ce que nous tenterons dans le chapitre suivant.

## **Chapitre IV**

### **Amélioration du modèle MMPB par une meilleure prise en compte des déplacements des parois**



## Chapitre IV

### Amélioration du modèle MMPB par une meilleure prise en compte des déplacements des parois

Dans le modèle MMPB, les rotations et les basculements étaient gérés ensemble par le biastroïde. Comme on a vu précédemment, la réalité physique n'était pas bien prise en compte, à cause de la structure en domaines qui fait que les basculements se produisent plus vite que ne le prévoit le modèle, pour un champ coercitif  $h_c$  plus petit que le champ d'anisotropie  $H_k$ .

Le facteur de troncature  $q$  réalisait alors d'une façon artificielle la concordance entre ces deux champs de point de vue de l'ordre de grandeur. Il nous a semblé plus réaliste de séparer les phénomènes de basculement des phénomènes de rotation, les derniers restant toujours gouvernés par le biastroïde. Donc les basculements ne se font plus à partir du biastroïde, mais bien avant, en fonction du champ coercitif, du champ d'interaction et de l'état antérieur de chaque particule. Sur la base du modèle de Preisach, nous allons proposer dans ce chapitre une nouvelle approche permettant de réaliser cette séparation.

#### 1. Comportement de la nouvelle particule vectorielle

##### 1.1 Description du basculement

La construction de la nouvelle particule vectorielle a été réalisée en essayant de répondre aux contraintes suivantes :

- Comme dans le modèle MMPB, l'opérateur vectoriel associé à la particule a quatre états possibles 1, 2, 3, 4.
- Les basculements entre 1 et 3 ou 2 et 4 correspondent aux déplacements des parois à  $180^\circ$ . Ils sont imposés par le champ coercitif réel du matériau et non plus par le champ

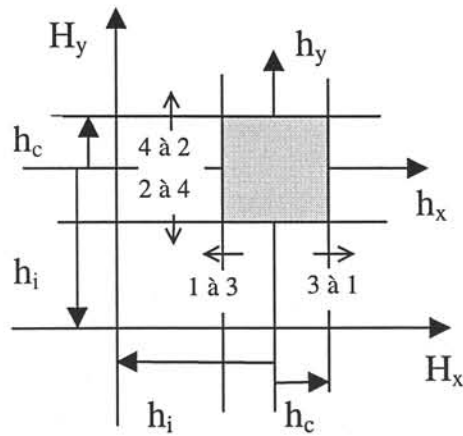


d'anisotropie. La distribution de champ coercitif peut être calculée soit par une fonction analytique (une gaussienne par exemple), soit déduite directement des données expérimentales dans le cas de l'application de la méthode de Biorci et Pescetti.

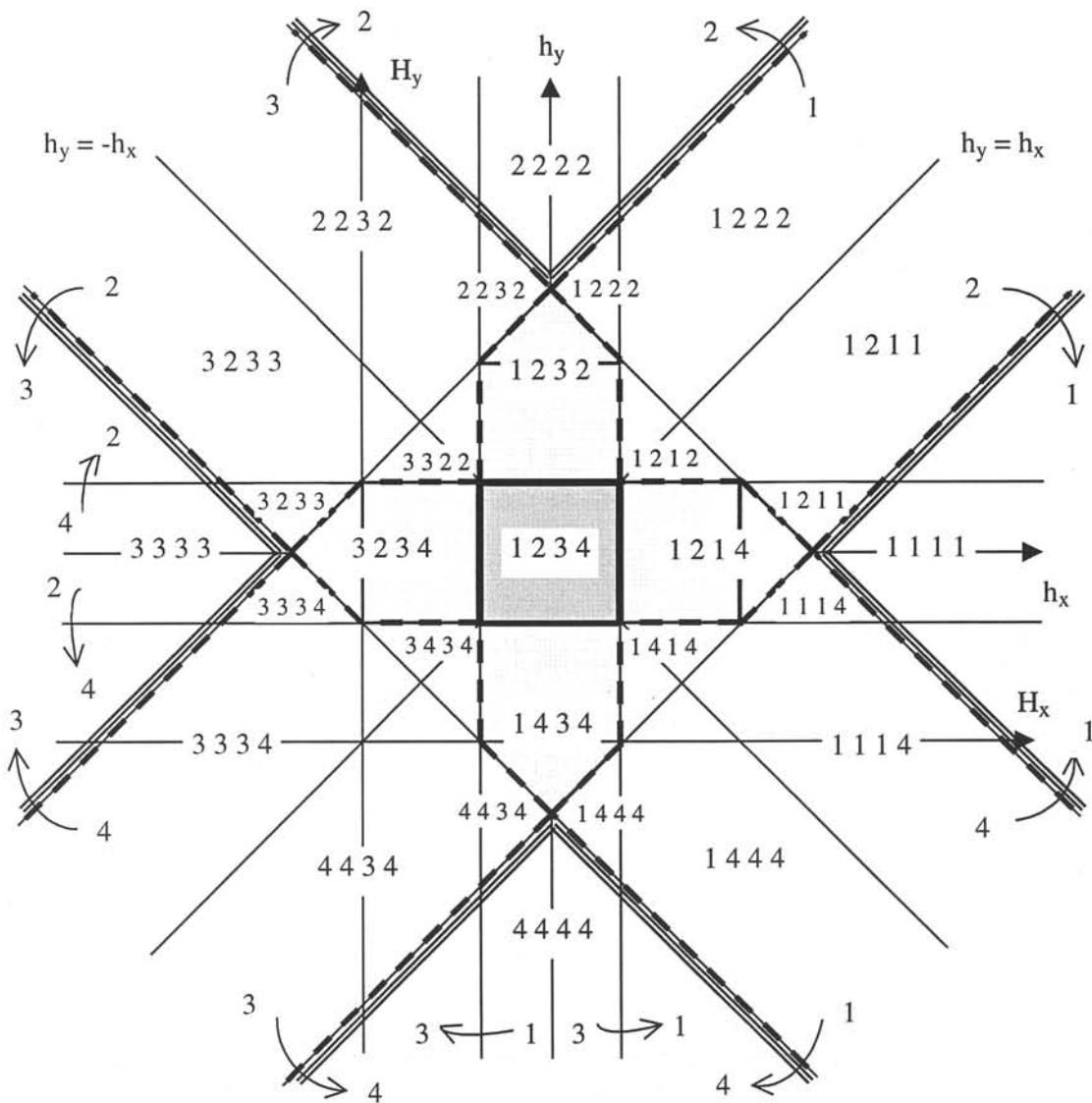
- Les axes  $H_x$  et  $H_y$  étant des axes d'aimantation équivalents pour une structure cubique, l'opérateur sera caractérisé par le même couple  $(h_i, h_c)$  dans ces deux axes.
- Dans le repère local  $h_x, h_y$ , les axes  $h_x = h_y$  et  $h_x = -h_y$  sont des axes privilégiés. Ce sont des axes de référence pour les déplacements des parois à  $90^\circ$  (entre les états 1 et 2, 2 et 3, 3 et 4 et 4 et 1). Ces basculements se font également avec l'hystérésis.
- Les basculements à  $180^\circ$  ont lieu généralement avant ceux à  $90^\circ$ .

La figure IV.1 décrit d'une manière suggestive le basculement de la nouvelle particule vectorielle. Les flèches indiquées ( $2 \rightarrow 3$  par exemple) montrent les barrières de basculement de la particule d'un état à l'autre. Celles des basculements à  $180^\circ$  sont celles du modèle classique de Preisach. Les barrières de basculement à  $90^\circ$  sont construites naturellement de telle façon que sur les axes  $H_x$  et  $H_y$ , le modèle vectoriel reproduit le modèle scalaire. On obtient ainsi une particule qui se trouve au centre de la figure (en gris foncé) et décalée par rapport aux axes  $H_x$  et  $H_y$  avec la valeur du champ d'interaction  $h_i$ . La particule voit donc le champ :  $h_x = H_x + h_i$  et  $h_y = H_y + h_i$ . Les états possibles diffèrent d'une zone à l'autre. Au centre de la figure, dans la zone gris foncé, 4 états sont possibles. Dans les zones gris clair 3 états sont possibles, 2 états dans les zones délimitées par la ligne tiret et 1 état dans les zones délimitées par la ligne double. Le fait d'écrire 4 chiffres dans chaque zone indique ce que devient chaque état dans la zone respective. Par exemple, dans la zone gris foncé 1 2 3 4 indique que chaque état reste inchangé ; dans une des zones gris clair 1 2 1 4 indique que les états 1, 2 et 4 ne bougent pas et l'état 3 passe dans l'état 1.

La figure IV.1 traduit le comportement de la particule pour un champ d'interaction d'amplitude supérieure au champ coercitif. En suivant le même principe, on peut décrire le modèle pour  $h_i = 0$  ou  $|h_i| < h_c$  comme l'indique la figure IV.2.

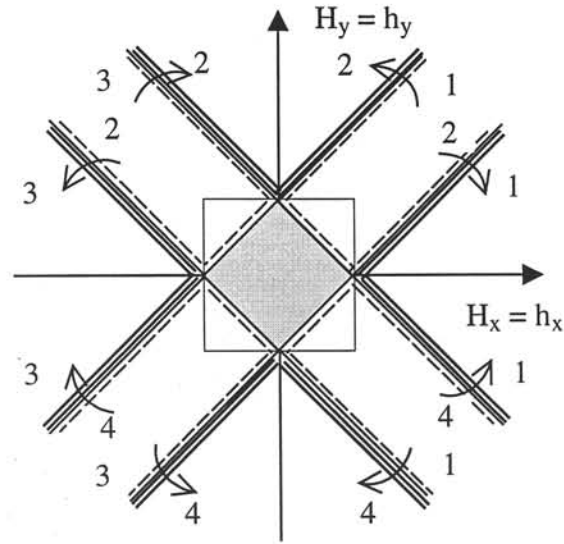


a) Première phase : particule avec basculements à  $180^\circ$  uniquement

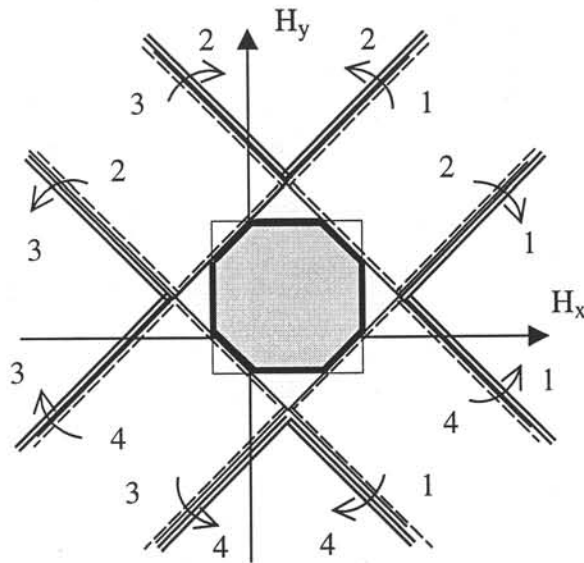


b) Deuxième phase : particule complète, basculements à  $90^\circ$  et  $180^\circ$

Figure IV.1 Construction de la particule vectorielle ( $h_i < 0$  et  $|h_i| > h_c$ )



a)  $h_i = 0$



b)  $h_i < 0$  et  $|h_i| < h_c$

Figure IV.2 Cas particulier de la particule vectorielle

Le comportement de la particule ainsi construite reste logique et cohérent. Il est caractérisé par le couple  $(h_i, h_c)$  qui est toujours identifié en régime d'excitation alternative dans les direction DL ou DT. On voit qu'en régime uniaxial, l'hystérésis est présente quelque soit la direction du champ appliqué. Les axes de facile aimantation ont un comportement magnétique identique, les basculements entre les états 1 et 3 et entre 2 et 4 étant dus au champ coercitif. L'axe  $45^\circ$  (ou  $135^\circ$ ) est un axe de symétrie et a un comportement particulier en fonction de  $h_i$

et  $h_c$ . Pour  $h_i = 0$ , c'est un axe de plus facile aimantation que les axes DL et DT avec  $h_{i45} = h_i = 0$  et  $h_{c45} = \frac{h_c}{\sqrt{2}}$ . Au fur et à mesure que  $|h_i|$  augmente, cet axe devient de plus en plus difficile, la valeur limite étant atteinte pour  $|h_i| = h_c$  et pour laquelle  $h_{c45} = h_c \sqrt{2}$ . Ce type de comportement est effectivement observé en pratique à bas champ. En effet, sur les tôles FeSi N.O., les pertes obtenues pour une excitation à  $45^\circ$  sont systématiquement supérieures aux pertes longitudinales, alors que c'est l'inverse pour la tôle FeNi à texture cubique étudiée précédemment.

En champ tournant, la particule permet également de décrire le comportement des pertes à bas champ. Des études antérieures ont montré que dans ce cas et pour les tôles FeSi G.O. ou N.O., les pertes en induction circulaire sont la superposition des pertes en régime alternatif obtenues dans les directions DL et DT et associées aux composantes du vecteur  $\mathbf{B}$  sur ces deux axes. Pour la tôle FeNi à texture cubique, ce principe de décomposition n'est pas valable et les pertes en champ tournant sont inférieures à la somme des pertes longitudinales et transversales [ZOU-91]. Sur la figure IV.1, on peut voir qu'en partant d'un état désaimanté et en appliquant un champ tournant d'amplitude faible mais supérieure à  $h_c$ , les variations de l'aimantation s'effectuent uniquement par basculements à  $180^\circ$  et que les pertes sont égales à la somme des pertes unidirectionnelles DL et DT. Par contre, si  $|h_i| < h_c$ , les basculements à  $90^\circ$  interviennent plutôt, avec des champs coercitifs apparent plus petit que  $h_c$  d'où des pertes plus faibles.

## 1.2 Couplage avec les rotations

Le comportement complet de la particule est donné par le couplage entre le basculement et la rotation. Une fois le basculement réalisé, elle est soumise aux rotations gérées par le modèle du biastroïde (le modèle de Stoner-Wohlfarth appliqué à une particule biaxiale).

## 1.3 Aimantation de la particule vectorielle

La particule vectorielle est aimantée en champ unidirectionnel (fig. IV.3) et les courbes obtenues sont cohérentes avec le nouveau basculement. Le champ sinusoïdal unidirectionnel est appliqué selon différentes directions qui font un angle de  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $45^\circ$  et  $90^\circ$  avec la

direction de facile aimantation ( $ox$ ). La particule est caractérisée par un champ coercitif  $h_c = 0.3$  A/m et un champ d'interaction nul. Le champ d'anisotropie est choisi égal à 1 A/m. La réponse du modèle,  $j$ , représente la projection de la polarisation magnétique sur la direction du champ appliqué.

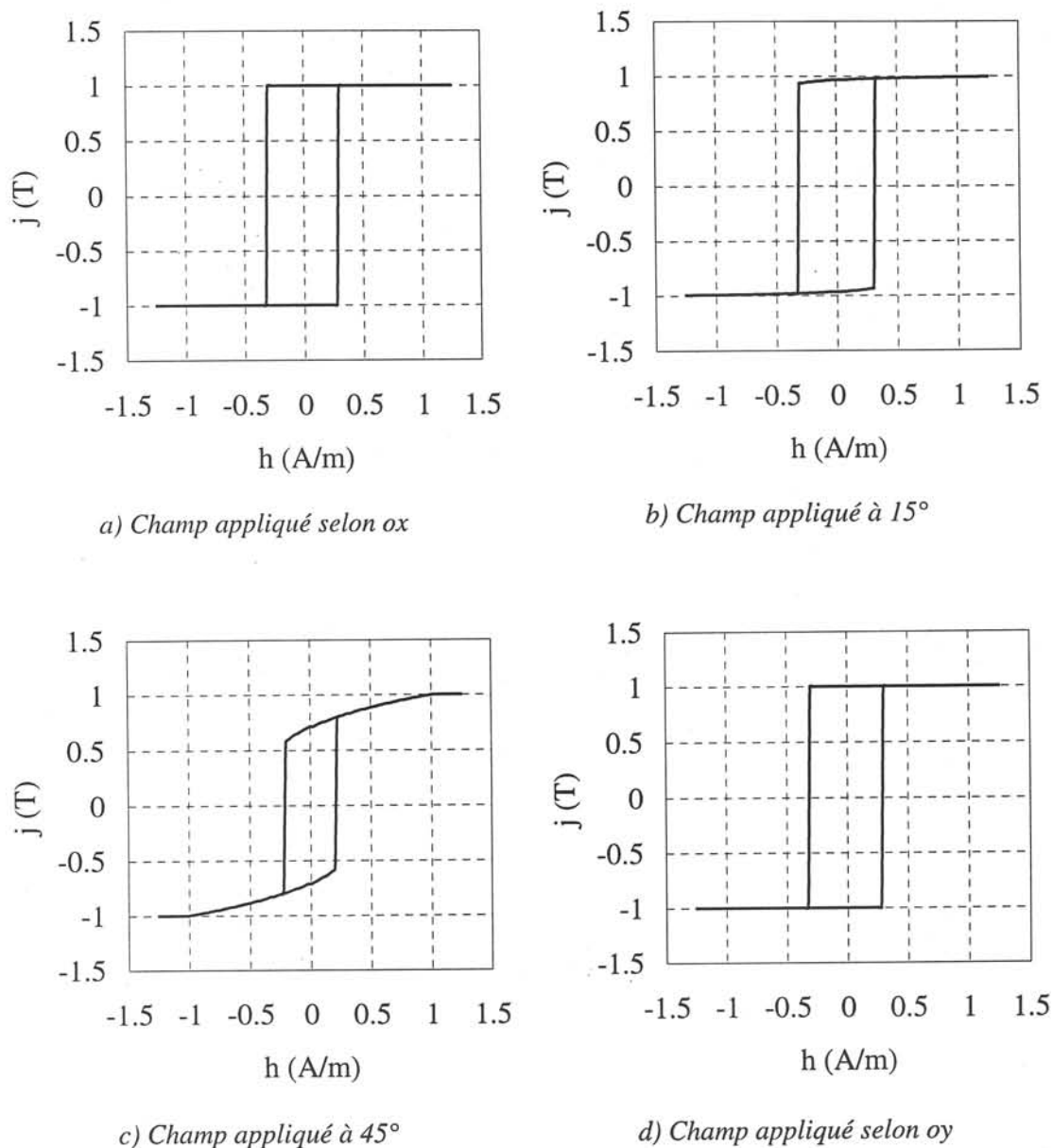


Figure IV.3 Comportement d'une particule vectorielle en champ unidirectionnel

On observe que les axes  $ox$  et  $oy$  sont équivalents. Les rotations interviennent dès que le vecteur champ s'éloigne des axes de facile aimantation.

Le phénomène d'anisotropie est pris en compte et mis en évidence sur les courbes  $j_y(j_x)$  (fig. IV.4) obtenues pour un champ tournant à vitesse constante : les axes  $ox$  et  $oy$  sont faciles et l'axe  $45^\circ$  difficile.

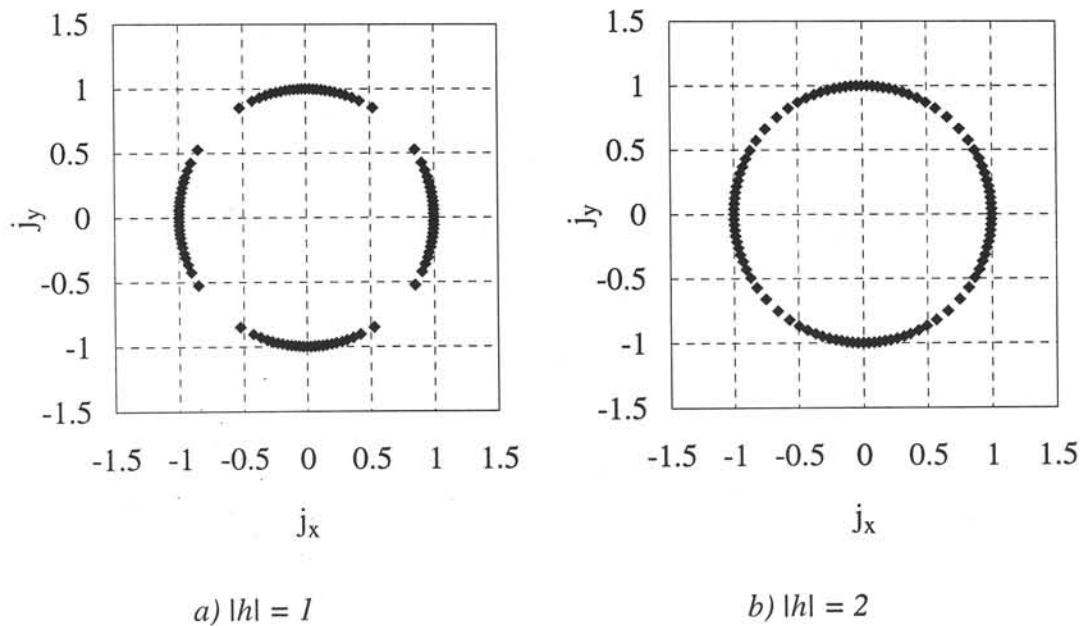


Figure IV.4 Comportement d'une particule vectorielle en champ tournant

#### 1.4 Introduction de l'anisotropie macroscopique

Le champ d'anisotropie  $H_k$  décrit l'anisotropie microscopique, due à une structure cubique. Dans ce paragraphe il s'agit de l'anisotropie macroscopique. Pour en tenir compte, nous rajoutons au comportement de la particule ce qu'on observe au niveau global. Il y a plusieurs façons d'introduire l'anisotropie avec leurs avantages et inconvénients. Nous avons choisi et testé deux d'entre elles (fig. IV.5 et fig. IV.6). Dans le premier cas (fig. IV.5) on rend les basculements à  $90^\circ$  entre les états 1 et 2 et entre les états 3 et 4 plus difficiles, en augmentant le champ coercitif correspondant  $h_{c90}$ . En même temps, le basculement entre 1 et 3 est facilité en diminuant le champ coercitif  $h_{c180}$ . Par conséquent, l'axe OY devient plus difficile que l'axe OX. Dans le deuxième cas (fig. IV.6), l'axe OY est rendu plus difficile que l'axe OX. Ceci peut se faire en augmentant le champ d'interaction ou/et le champ coercitif. Dans ce dernier cas, la particule devient rectangulaire et l'axe d'anisotropie de difficile aimantation initialement à  $45^\circ$  s'en trouve modifié. Les barrières de basculement à  $90^\circ$  sont déduites comme précédemment en considérant les nouveaux axes d'anisotropie. Cette méthode permet d'élargir la zone de stabilité des états 1 et 3 au détriment des états 2 et 4.

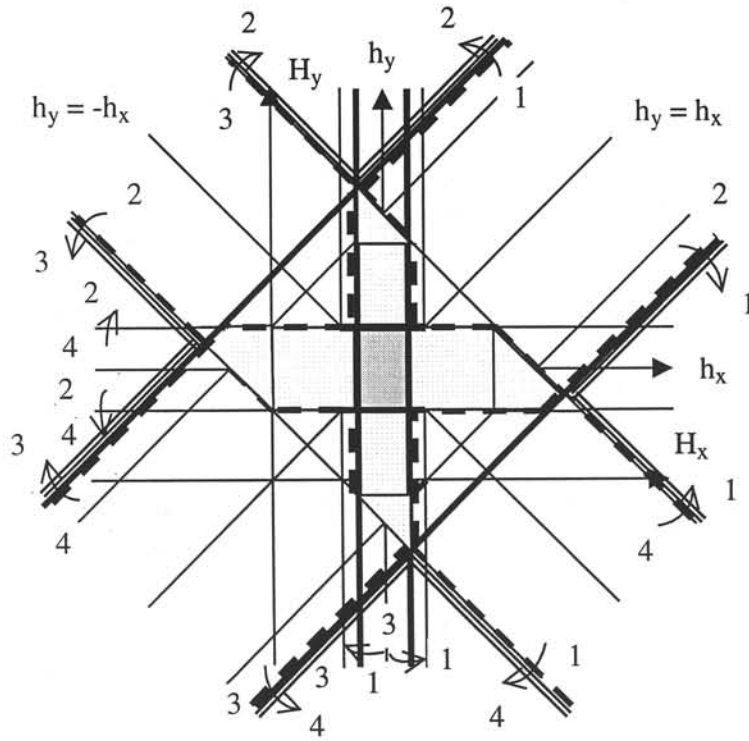


Figure IV.5 Introduction de l'anisotropie – méthode 1

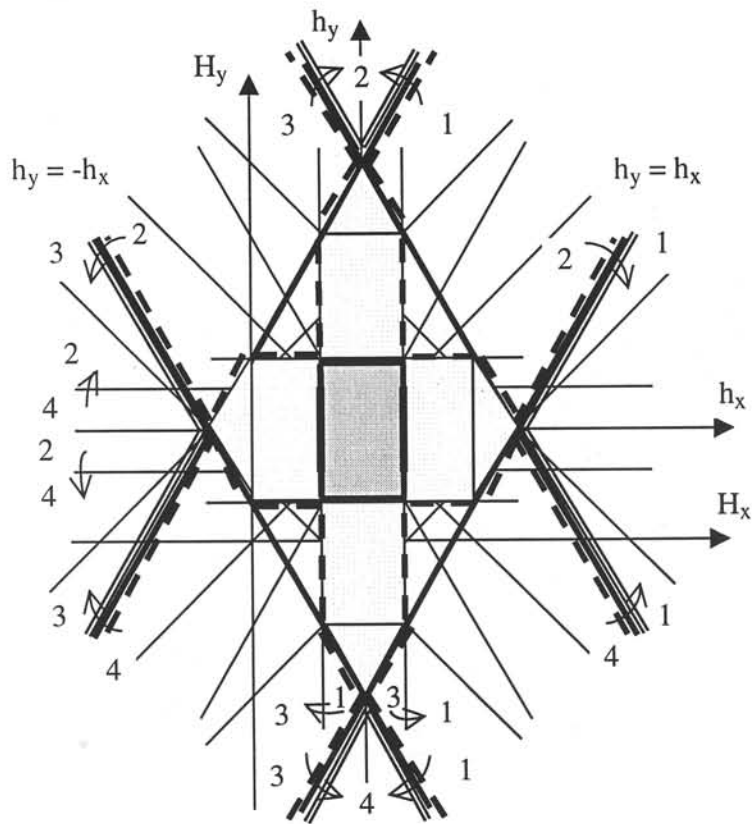


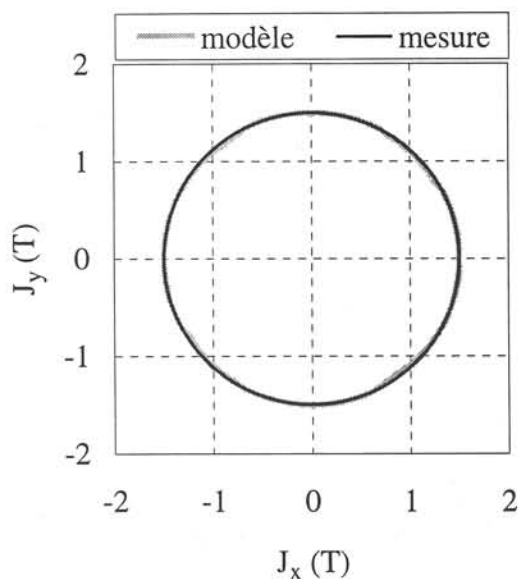
Figure IV.6 Introduction de l'anisotropie – méthode 2

## 2. Test et analyse critique du nouveau modèle

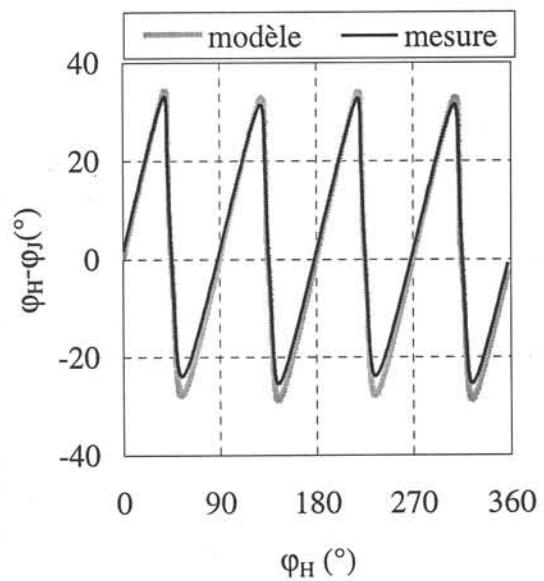
### 2.1 Tôle FeNi à texture cubique

La figure IV.7 montre ce que ce modèle apporte en plus par rapport au modèle MMPB sur le comportement en champ tournant. Ces résultats ont été obtenus avec une anisotropie introduite comme dans la figure IV.5. Le coefficient d'anisotropie considéré est de 1,2 (la particule voit selon  $ox$  (DL) un champ coercitif de 1,2 fois plus petit que selon  $oy$  (DT) et, pour passer de l'état 1 à l'état 2, un champ coercitif de 1,2 fois plus grand que pour passer de 2 à 3). Les particules voient donc un champ coercitif différent en fonction des transitions qu'elles effectuent. Nous avons gardé les mêmes distributions Gauss (de champ coercitif, de champ d'interaction et spatiale) que nous avons utilisées pour la validation du MMPB :

- le centre de la distribution de champ coercitif  $h_{c\_centre} = 25$  A/m,
- la largeur de cette distribution  $\sigma_{hc} = 7$  A/m,
- la largeur de la distribution de champ d'interaction  $\sigma_{hi} = 7$  A/m,
- la largeur de la distribution spatiale  $\sigma_{\beta} = 4^{\circ}$ ,
- le champ d'anisotropie  $H_k = 1\,500$  A/m,
- la polarisation maximale  $p_{max} = 1,5$  T.



a) Courbe  $J_y(J_x)$  à 1,5 T



b) Déphasage entre  $H$  et  $J$



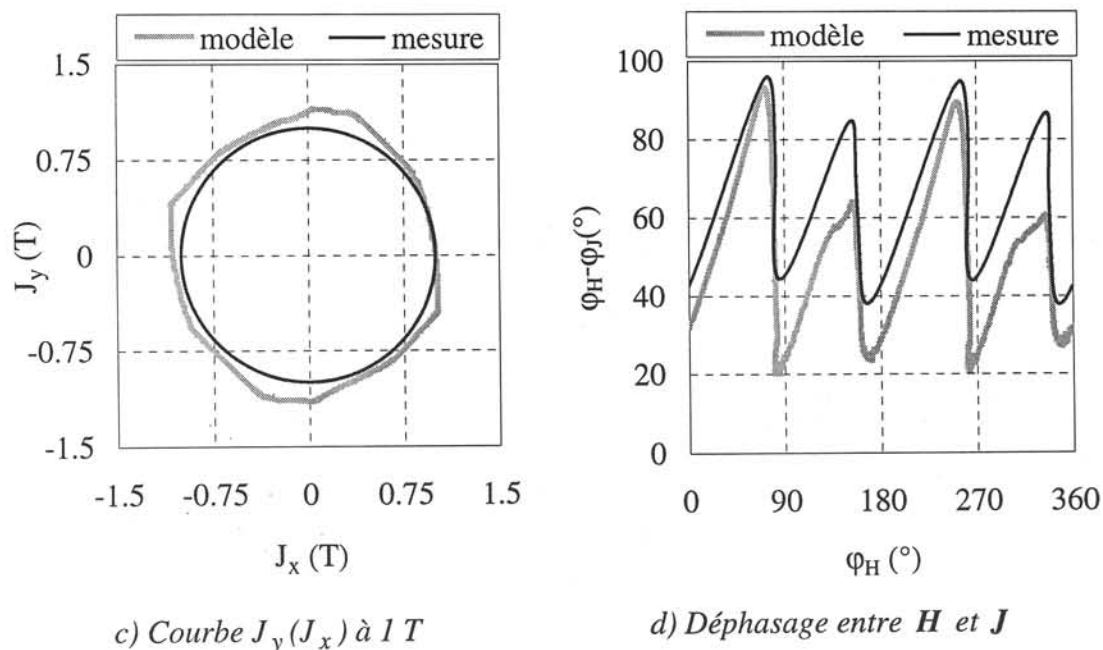
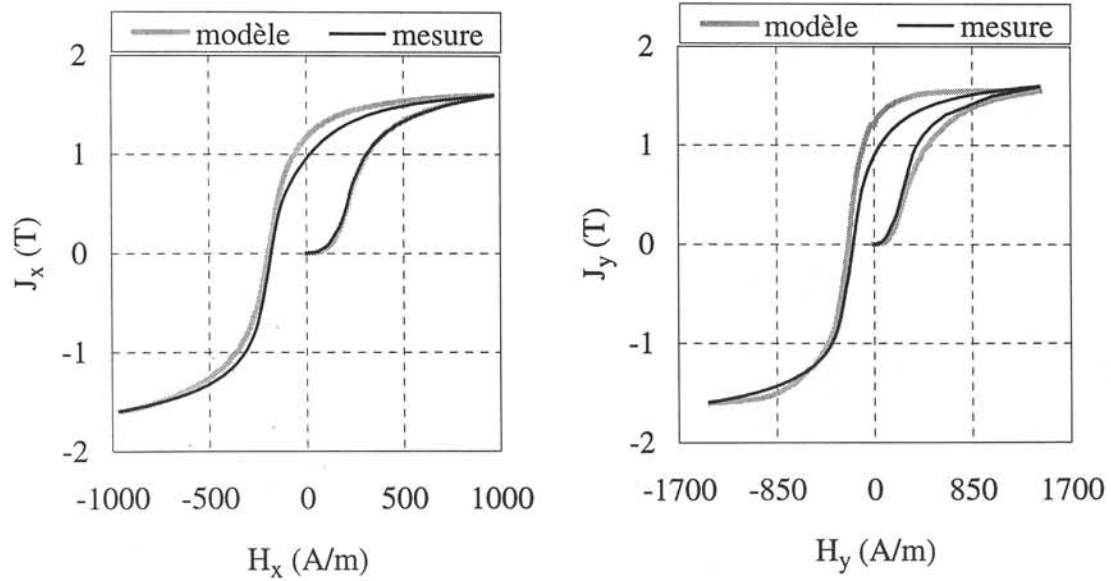


Figure IV.7 Comparaison modèle-expérience en champ tournant

A 1,5 T, le modèle amélioré donne le même résultat que MMPB, ce qui est normal compte tenu du fait que dans ce cas seules les rotations interviennent. A 1 T par contre, on observe une sensible amélioration tant au niveau de l'amplitude qu'à celui du déphasage.

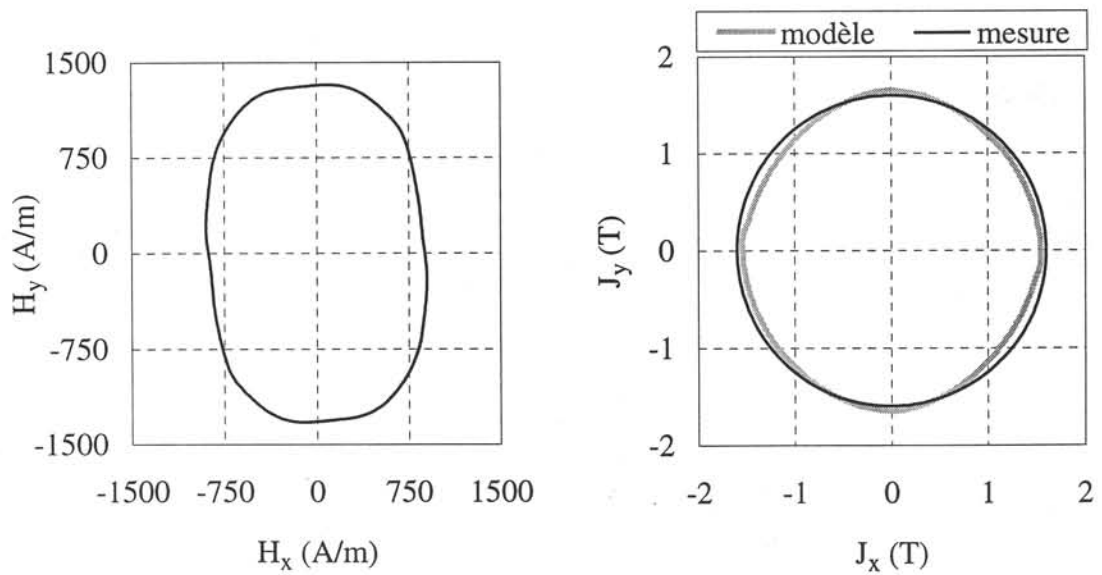
## 2.2 Tôle FeCo N.O.

Notre modèle amélioré a été appliqué à la tôle FeCo pour quatre niveaux d'induction : 1,6 T (fig. IV.8), 1,5 T (fig. IV.9), 1,2 T (fig. IV.10) et 1 T (fig. IV.11). L'anisotropie a été introduite comme pour la tôle FeNi présentée antérieurement, en considérant un facteur d'anisotropie de 1,2. Parce que les résultats sont très sensibles au choix de la distribution et que la distribution de Gauss est très simple et pas forcément bien adaptée à notre matériau, nous avons utilisé une distribution construite à partir des données expérimentales en appliquant la méthode de Biorci et Pescetti. Pour identifier cette distribution de Preisach, nous sommes partis de la courbe de première aimantation et de la courbe majeure descendante à 1,6 T. Nous avons combiné cette distribution avec la distribution spatiale dans le plan de la tôle ( $\sigma_\beta = 45^\circ$ ), celle-ci ayant aussi comme conséquence la baisse de la polarisation maximale pour les courbes données par le modèle. Par conséquent, nous avons adapté le paramètre polarisation maximale dans la méthode de Biorci et Pescetti pour notre cas et nous avons considéré  $p_{\max} = 1,8$  T.



a) Cycle majeur à 1,6 T suivant DL

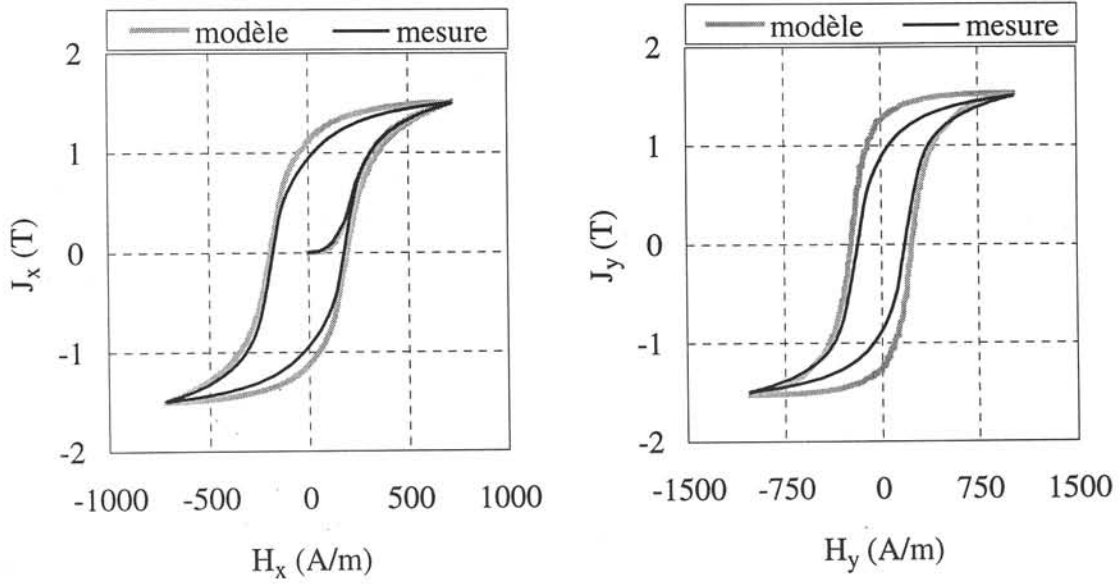
b) Cycle majeur à 1,6 T suivant DT



c) Champ appliqué  $H_y(H_x)$

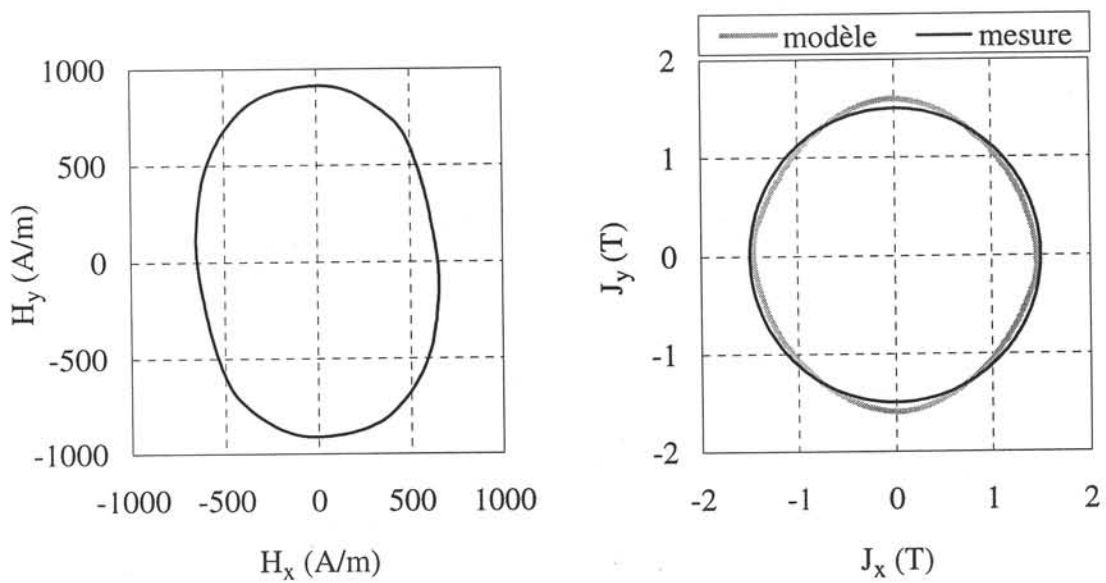
d) Courbe  $J_y(J_x)$  à 1,6 T

Figure IV.8 Comparaison modèle-expérience à 1,6 T en champ unidirectionnel et tournant



a) Cycle majeur à 1,5 T suivant DL

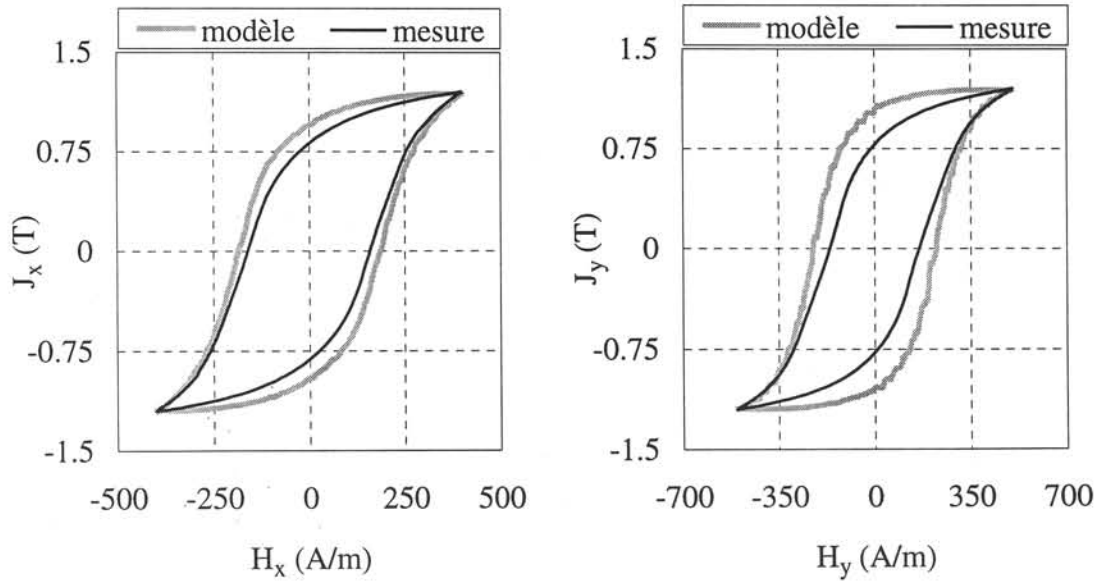
b) Cycle majeur à 1,5 T suivant DT



c) Champ appliqué  $H_y(H_x)$

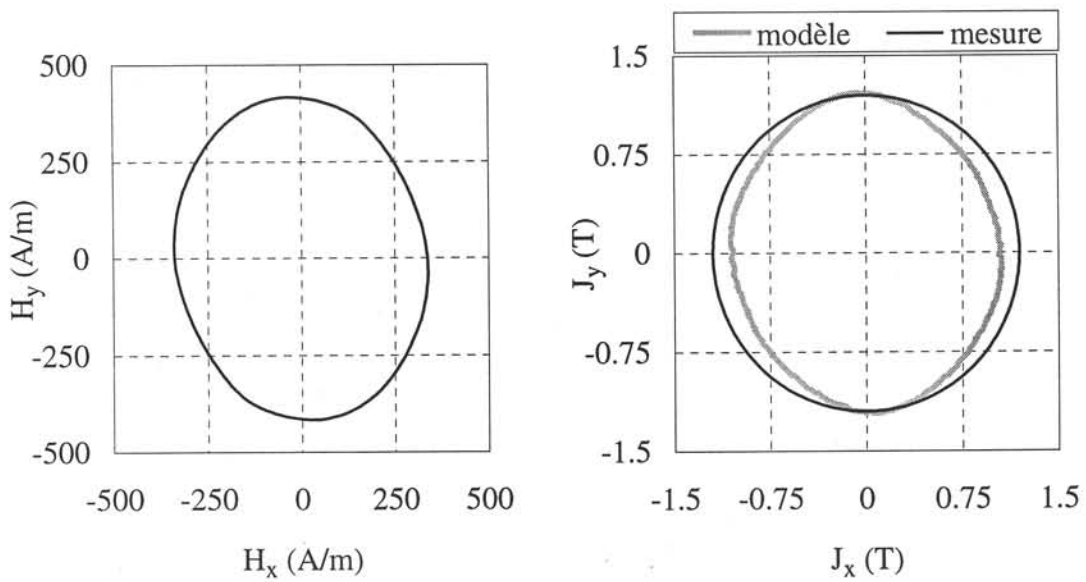
d) Courbe  $J_y(J_x)$  à 1,5 T

Figure IV.9 Comparaison modèle-expérience à 1,5 T en champ unidirectionnel et tournant



a) Cycle majeur à 1,2 T suivant DL

b) Cycle majeur à 1,2 T suivant DT



c) Champ appliqué  $H_y(H_x)$

d) Courbe  $J_y(J_x)$  à 1,2 T

Figure IV.10 Comparaison modèle-expérience à 1,2 T en champ unidirectionnel et tournant

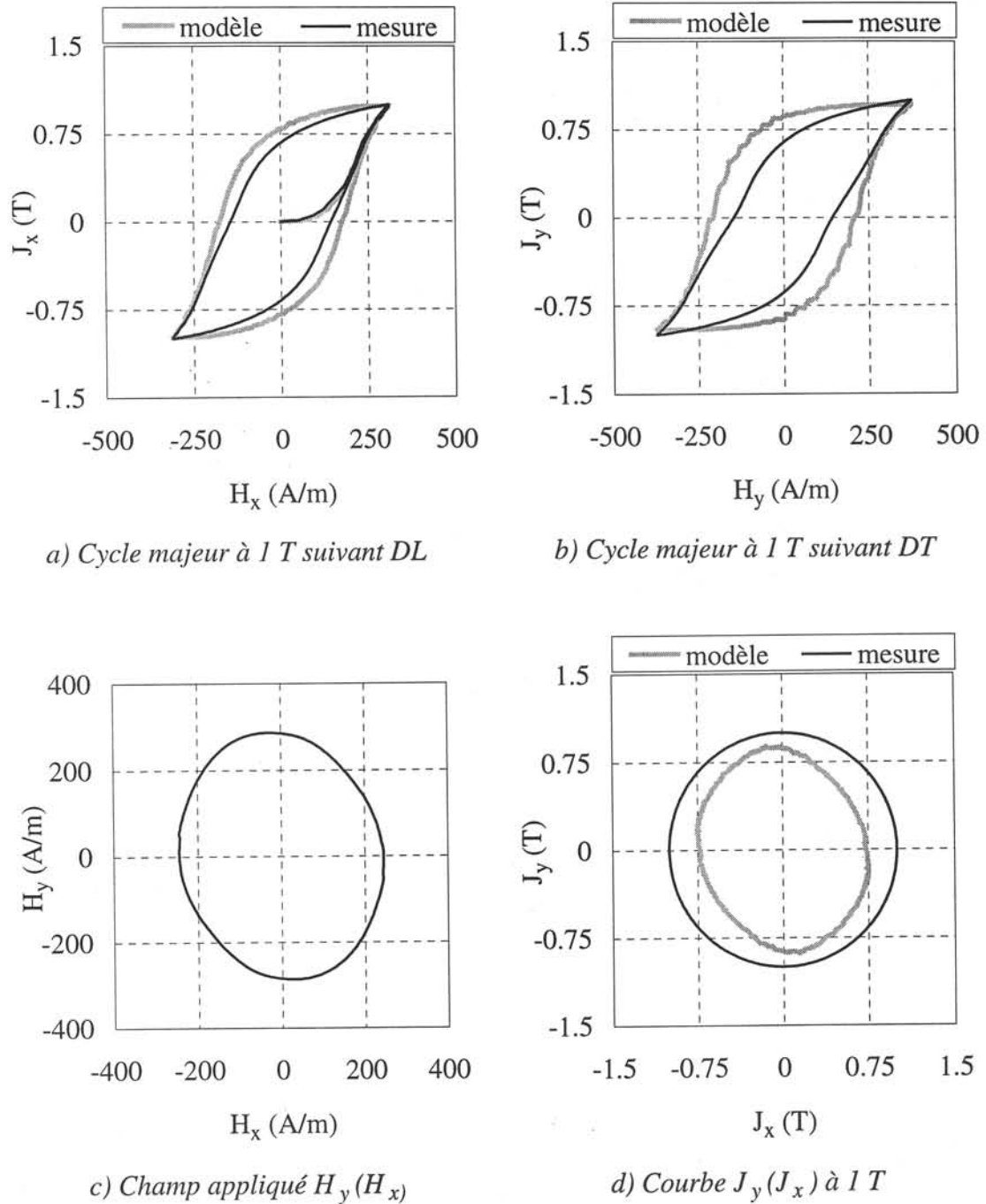


Figure IV.11 Comparaison modèle-expérience à 1,6 T en champ unidirectionnel et tournant

Contrairement au cas précédent du FeNi, le nouveau modèle n'apporte pas d'amélioration significative, bien que l'identification de la distribution soit plus précise avec la méthode de Biorci et Pescetti.

### 3. Conclusions

Une nouvelle particule vectorielle a été proposée. Par cette démarche, nous nous sommes approchés de la réalité physique par la séparation du champ coercitif responsable du basculement de la particule, du champ d'anisotropie du matériau. Cette particule vectorielle permet de représenter l'hystérésis à bas champ et par conséquent de mieux tenir compte des mécanismes de déplacements de parois.

Cette approche a été appliquée à deux types de tôles magnétiques, une tôle FeNi et une tôle FeCo. S'ils sont en deçà de nos espérances en ce qui concernent les FeCo, les résultats obtenus sont très satisfaisants pour la tôle FeNi et le modèle permet en particulier de reproduire assez fidèlement les déphasages entre champ et polarisation magnétique. C'est une amélioration sensible du modèle MMPB.



## **Conclusions et Perspectives**





## Conclusions et perspectives

Nous avons développé un modèle d'hystérésis vectoriel appelé Modèle Mixte Preisach/Biaxial (MMPB). Ce modèle couple les modèles de Preisach et de Stoner-Wohlfarth, permettant ainsi de décrire les mécanismes d'aimantation par déplacement des parois et par rotation. Pour ce faire, nous avons introduit la notion de particule biaxiale de structure cubique. On peut ainsi décrire le comportement hystérétique et vectoriel des tôles à grains non-orientés ou à texture cubique.

Le modèle MMPB a été appliqué sur plusieurs types des tôles magnétiques soumises à des excitations uniaxiales et tournantes. Les résultats, bien qu'imparfaits, sont satisfaisants. On remarque cependant que les déphasages entre le vecteur polarisation  $\mathbf{J}$  et le vecteur champ  $\mathbf{H}$  ne sont pas bien décrits par le modèle.

La mise en œuvre de ce modèle a soulevé deux difficultés principales :

- identification de la distribution de Preisach. La fonction analytique gaussienne retenue est trop simple pour identifier fidèlement le cycle majeur et retrouver les cycles mineurs. D'autre part, la validation a été menée sur des mesures réalisées à 50 Hz et 15 Hz. Les effets dynamiques qui ont ainsi été négligés ont perturbé l'identification du modèle.
- le facteur de troncature. On a introduit le facteur de troncature pour assurer la correspondance entre le champ coercitif  $h_c$  de la particule et le champ d'anisotropie  $H_k$  du matériau. Cette opération permet de mieux corrélérer le modèle à l'expérience, par contre elle reste un artifice et favorise trop les rotations de la polarisation sous l'effet d'un champ tournant.

---

Pour améliorer ce modèle, nous avons séparé le champ coercitif  $h_c$  de la particule du champ d'anisotropie  $H_k$ . Une particule bidimensionnelle de Preisach a été proposée pour mieux décrire les mécanismes de déplacements des parois, le modèle de Stoner-Wohlfarth suivant à décrire les rotations cohérentes de la polarisation magnétique. Le comportement de la particule en 1D et 2D est cohérent et décrit qualitativement les observations expérimentales.

Ce modèle amélioré a été appliqué avec succès à la tôle FeNi à texture cubique. Les résultats sont moins probants pour la tôle FeCo.

A l'issue de ce travail et avant de pousser les validations sur d'autres matériaux, deux voies de recherche au moins doivent être poursuivies :

- décrire le mieux possible l'anisotropie macroscopique du matériau. Nous avons exploré la solution d'une particule biaxiale anisotrope. Une distribution 3D représentative de la dispersion des grains constitutifs du matériau et associé à une particule biaxiale symétrique, serait-elle une alternative plus physique ?
- améliorer l'identification de la distribution de Preisach. Une première solution consisterait à travailler sur des données quasi-statiques. Ceci nécessiterait une adaptation importante du banc de mesure. On pourrait également introduire la dynamique, en s'appuyant sur des approches développées par ailleurs.

Finalement, on s'attachera à implanter notre modèle dans un logiciel de calcul par éléments finis.

## **Annexes**



## Annexe 1

### La méthode de Biorci et Pescetti

Les données expérimentales nécessaires, utilisées par cette méthode, pour l'identification de la fonction de Preisach sont la courbe de première aimantation  $M_{init}(H)$  et la courbe majeure descendante  $M_{sat}(H)$ .

#### Hypothèses :

- la fonction de Preisach  $p(a, b)$  est supposée être égale au produit de deux fonctions indépendantes  $p_1(a)$  et  $p_2(b)$  ;

$$p(a, b) = p_1(a) \cdot p_2(b)$$

- si le plan de Preisach est très finement discrétisé, on peut faire l'approximation :

$$P_i = \iint_{T_i} p(a, b) da db \approx p_1(a_k) \cdot p_2(b_l) \cdot S_i$$

où  $S_i$  est l'aire de l'élément  $T_i$  (fig. A1.1).

Dans ces conditions, on peut écrire :

$$F_k = \int_{a_{k-1}}^{a_k} da \int_{-a}^{+a} p(a, b) db = \frac{M_{init}(a_k) - M_{init}(a_{k-1})}{2M_s}, \quad k = 1, N$$

avec  $a_k > a_{k-1}$ ,

$$G_l = \int_{-b_l}^{b_{l-1}} db \int_{|b|}^{H_m} p(a, b) da = \frac{M_{sat}(b_{l-1}) - M_{sat}(b_l)}{2M_s}, \quad l = 1, N$$

si  $b_{l-1} > b_l > 0$

$$G_{N+1} = \int_{b_1}^{b_{1-1}} db \int_{|b|}^{H_m} p(a, b) da$$

$$= \frac{M_{\text{sat}}(b_{1-1}) - M_{\text{sat}}(b_1)}{2M_s} - \frac{M_{\text{init}}(-b_1) - M_{\text{init}}(-b_{1-1})}{2M_s}, \quad l = N+1, 2N$$

si  $b_1 < b_{1-1} < 0$

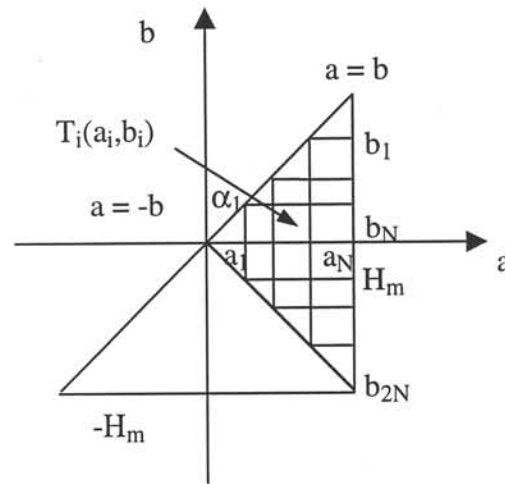


Figure A1.1 Discretisation du plan de Preisach

On considère :  $\alpha_k = a_k - a_{k-1}$ .

Une autre approche qu'on fait, pour simplifier les calculs, c'est de considérer des rectangles à la place de petits triangles situés sur les frontières  $a = b$  et  $a = -b$ .

Entre les fonctions  $F$  et  $G$  on a la liaison :  $\sum_{k=1}^N F_k = \sum_{l=1}^{2N} G_l$ . Pour identifier la fonction de

Preisach, il faut déterminer les inconnues :  $p_1(a_k)$ ,  $k = 1, N$  et  $p_2(b_l)$ ,  $l = 1, 2N$ .

On note :

$$\psi_1(a_k) = \alpha_k p_1(a_k), \quad k \in \{1, N\}$$

$$\psi_2(b_l) = \alpha_{N+1-l} p_2(b_l), \quad l \in \{1, N\}$$

$$\psi_2(b_l) = \alpha_{1-N} p_2(b_l), \quad l \in \{N+1, 2N\}$$

Pour  $\psi_1(a_N)$  on fixe la valeur :  $\psi_1(a_N) = \alpha_N p_1(a_N) = 1$ . Les fonctions  $\psi_1$  et  $\psi_2$  sont déterminées par récursivité :

$$\psi_1(a_{k-1}) = F_{k-1} \frac{\psi_1(a_k)}{F_k - \psi_1(a_k) [\psi_2(b_{N+1-k}) + \psi_2(b_{N+k})]}$$

$$\psi_2(b_{N-k+2}) = \frac{G_{N-k+2}}{\psi_1(a_{k-1}) + \dots + \psi_1(a_N)}$$

$$\psi_2(b_{N+k-1}) = \frac{G_{N+k-1}}{\psi_1(a_{k-1}) + \dots + \psi_1(a_N)}, \quad k \in \{N, 2\}$$

On considère encore que :  $\psi_2(b_1) = G_1$  et  $\psi_2(b_{2N}) = G_2$ . En conséquent, on peut calculer  $\psi_1$  et  $\psi_2$ . Pour déterminer  $p_1$  et  $p_2$ , on applique les formules :

$$p_1(a_k) = \frac{\psi_1(a_k)}{\alpha_k}, \quad k \in \{1, N\}$$

$$p_2(b_l) = \frac{\psi_2(b_l)}{\alpha_{N+1-l}}, \quad l \in \{1, N\}$$

$$p_2(b_l) = \frac{\psi_2(b_l)}{\alpha_{l-N}}, \quad l \in \{N+1, 2N\}$$

On trouve ainsi la fonction de Preisach  $P_i$  :

$$P_i = p_1(a_k) \cdot p_2(b_l) \cdot \alpha_k \cdot \alpha_l$$



## Annexe 2

### Transformation d'état

Le but est de ramener le champ dans le premier huitième du plan XOY, en vue de simplifier les calculs en utilisant la table de Stoner- Wohlfarth.

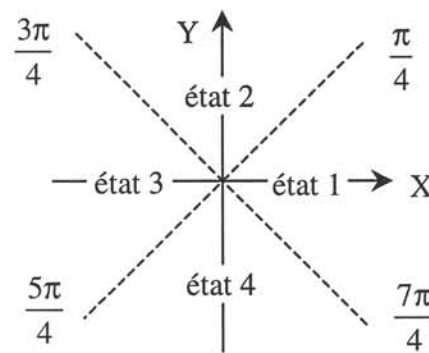
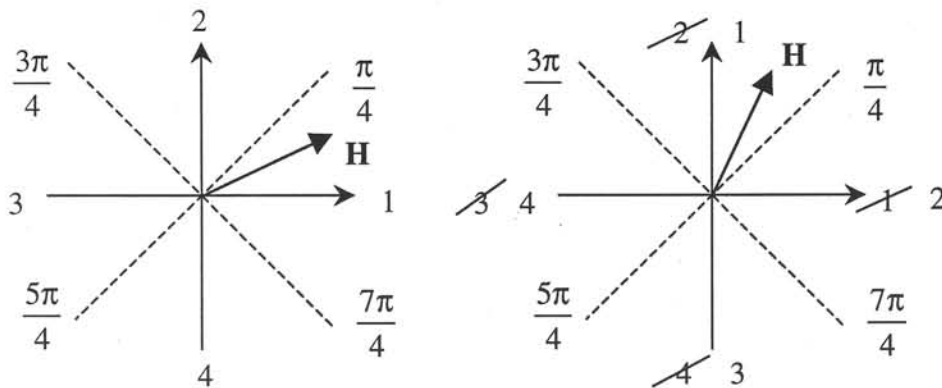


Figure A2.1 Définition d'état associé à une particule



a)  $0 \leq H < \frac{\pi}{4}$

b)  $\frac{\pi}{4} \leq H < \frac{\pi}{2}$

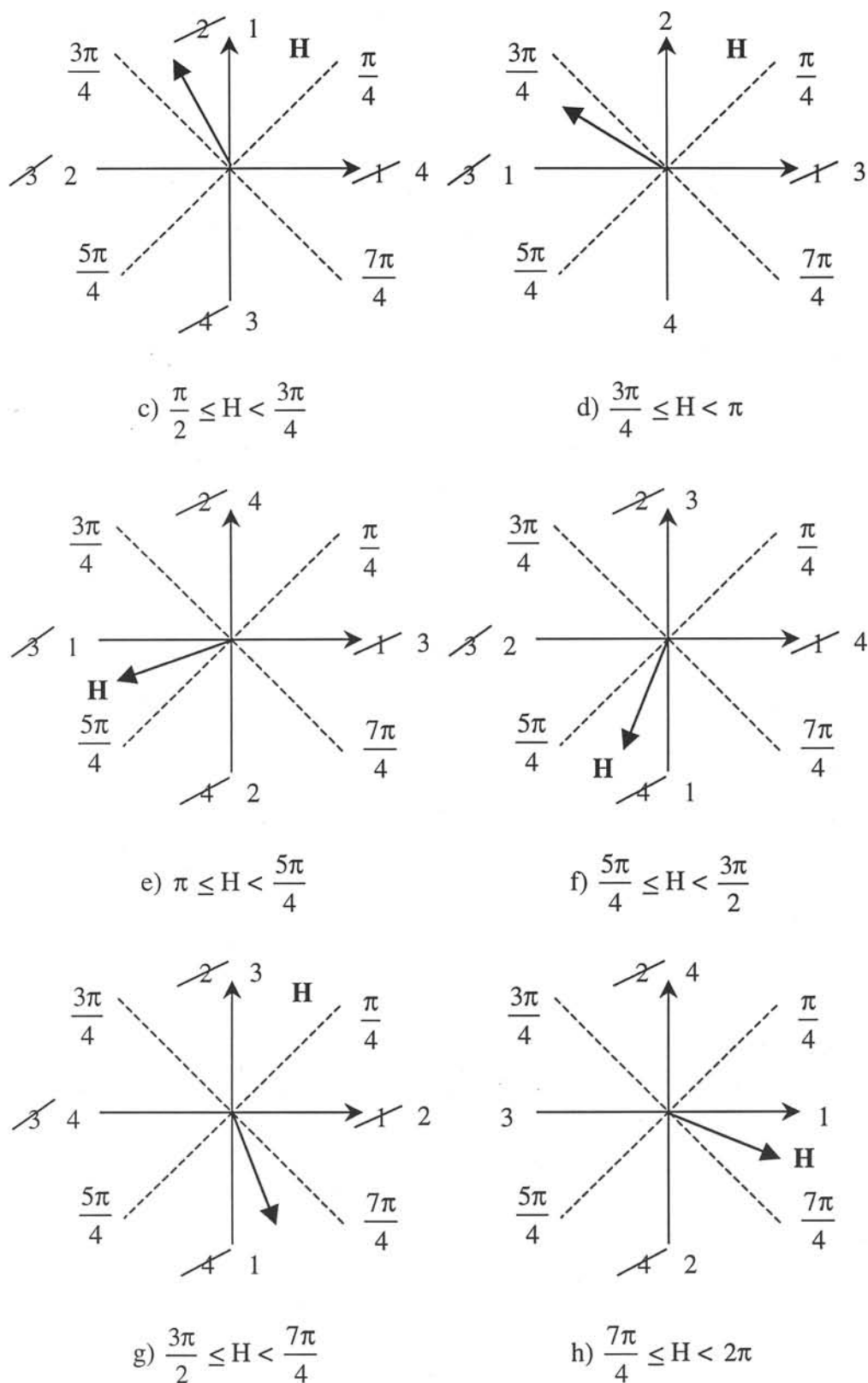


Figure A2.2 Transformation d'état

## Annexe 3

## Extension du modèle à une particule de Goss

Anisotropie d'une particule de Goss

Le cas d'une particule Goss est différent du point de vue de l'anisotropie du cas de la particule cubique à cause de sa « forme » et de son positionnement particulier dans le plan de la tôle (fig. II.1). Dans ces conditions, les tôles G.O. ou à texture Goss présentent une anisotropie importante. Suite au procédé de fabrication, la direction longitudinale (DL) est un axe de facile aimantation, la direction transverse (DT) est un axe de moins facile aimantation et la direction de  $54.5^\circ$  une direction très difficile (fig. A3.1).

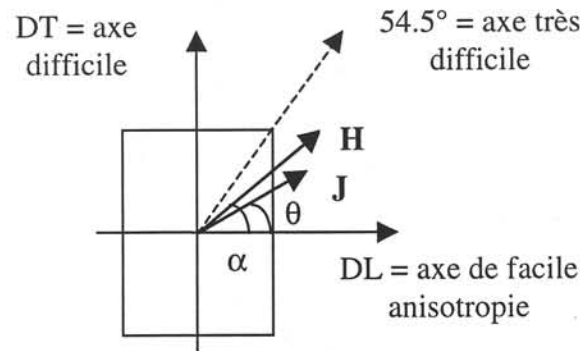


Figure A3.1 Particule Goss assise sur une face dans le plan de la tôle

Si on calcule l'expression de l'énergie d'anisotropie pour une particule Goss, on obtient :

$$E_{\text{an}} = k \cdot (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2) = k \cdot \left( \frac{1}{4} \sin^4 \theta + \sin^2 \theta \cos^2 \theta \right) \quad (\text{A3.1})$$

L'énergie d'interaction étant la même que pour la particule cubique, l'énergie totale s'écrit :

$$E = k \cdot \left( \frac{1}{4} \sin^4 \theta + \sin^2 \theta \cos^2 \theta \right) - H \cdot J_s \cos(\alpha - \theta) \quad (\text{A3.2})$$

Condition d'équilibre de la polarisation

La condition d'équilibre  $\frac{\partial E}{\partial \theta} = 0$  se traduit par l'équation :

$$2H_k \cdot \sin \theta \cdot \cos^3 \theta - H_k \cdot \sin^3 \theta \cdot \cos \theta - 2H_y \cdot \cos \theta + 2H_x \cdot \sin \theta = 0 \quad (\text{A3.3})$$

avec les notations du chapitre III, paragraphe 1.1.

La condition d'équilibre stable  $\frac{\partial^2 E}{\partial \theta^2} \geq 0$  devient :

$$2H_k \cdot \cos^4 \theta + H_k \cdot \sin^4 \theta - 9H_k \cdot \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta + 2H_y \cdot \sin \theta + 2H_x \cdot \cos \theta \geq 0 \quad (\text{A3.4})$$

Un nouveau biastroïde

Pour une particule Goss, les équations qui donnent la courbe du nouveau biastroïde (fig.

A3.2), à partir du système  $\begin{cases} \frac{\partial E}{\partial \theta} = 0 \\ \frac{\partial^2 E}{\partial \theta^2} = 0 \end{cases}$ , ont l'expression :

$$\begin{cases} H_x = H_k \cdot \cos^3 \theta \left[ \frac{7}{2} \sin^2 \theta - \cos^2 \theta \right] \\ H_y = H_k \cdot \sin^3 \theta \left[ 4 \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \sin^2 \theta \right] \end{cases}, \quad \theta \in [0, 2\pi] \quad (\text{A3.5})$$

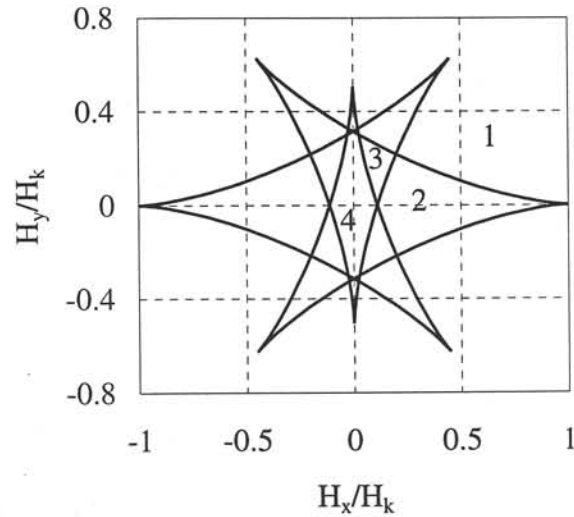


Figure A3.2 Biastroïde pour une particule Goss

Comme pour la particule cubique, le comportement de la polarisation magnétique, dans le cas de la particule Goss, est donné par le nouveau biastroïde. On retrouve ainsi les mêmes régions où 1, 2, 3 ou 4 positions d'équilibre stable sont possibles.

#### Définition de l'état pour une particule de Goss

L'état de la particule Goss est défini de la manière suivante :

- l'état est 1 si  $\theta \in [-54.7^\circ, 54.7^\circ]$  ;
- l'état est 2 si  $\theta \in [54.7^\circ, 125.3^\circ]$  ;
- l'état est 3 si  $\theta \in [125.3^\circ, 234.7^\circ]$  ;
- l'état est 4 si  $\theta \in [234.7^\circ, 305.3^\circ]$ .

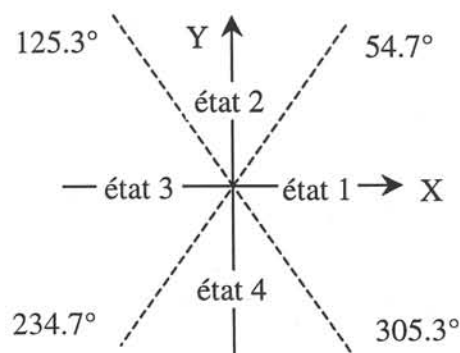


Figure A3.3 Définition d'état associé à une particule

L'opérateur vectoriel est aussi caractérisé par un état, déterminé par la position de la polarisation par rapport au nouveau biastroïde (Fig. A3.2), par un champ coercitif  $h_c$  et un champ d'interaction  $h_i$  et par une orientation, comme pour la particule cubique.

Positions possible d'équilibre stable de la polarisation et choix de la position d'équilibre finale

Comme dans les figures III.4 et III.5, nous avons tracé les courbes de la variation d'énergie  $\partial E/\partial\theta$  en fonction de  $\theta$ . Nous avons observé la variation du nombre des solutions de l'équation  $\partial E/\partial\theta = 0$  vérifiant  $\partial^2 E/\partial\theta^2 \geq 0$  en fonction de l'amplitude du champ  $\mathbf{H}$  et de l'angle  $\alpha$  fait par le champ avec l'axe de facile aimantation. Le choix de l'état actuel de la particule Goss a été fait en suivant les mêmes règles que pour la particule cubique. Dans ce cas, on distingue 5 domaines différents :

- \*  $0 \leq \alpha \leq 47^\circ$
- \*  $47^\circ < \alpha \leq 54.7^\circ$
- \*  $54.7^\circ < \alpha \leq 85^\circ$
- \*  $85^\circ < \alpha \leq 86^\circ$
- \*  $86^\circ < \alpha \leq 90^\circ$

Ensemble de particules Goss

L'ensemble de particules Goss est modélisé de la même façon que l'ensemble de particules cubiques biaxiales. Les distributions Preisach et spatiale restent les mêmes et les paramètres du modèle sont adaptés aux nouveaux matériaux.



## **Bibliographie**





---

## Bibliographie

- [BAR-19] **H. BARKHAUSEN**  
« Zwei mit Hilfe der neuen Verstärker entdeckte Erscheinungen »  
Phys.Z. 20, 1919, pp. 401-403.
- [BAS-96] **V. BASSO, G. BERTOTTI**  
« Hysteresis models for the description of domain wall motion »  
IEEE Trans. Mag., vol. 32, N° 5, 1996, pp. 4210-4212.
- [BAS-97] **V. BASSO**  
« Scalar and vector hysteresis models for the description of magnetisation process under alternating et rotational field »  
5<sup>th</sup> Int. Workshop on 2D Magnetization Problems, Grenoble, France, sept. 1997, proceedings publié par EDP Sciences ISB 2-86883-385-3, pp 111-118.
- [BAS-98] **V. BASSO**  
« Hysteresis models for magnetisation by domain wall motion »  
IEEE Trans. Mag., vol. 34, N° 4, 1998, pp. 2207-2212.
- [BAV-92] **J.C. BAVAY, J. VERDUN**  
« Alliages fer-silicium »  
Techniques de l'Ingénieur, traité Génie Electrique, 1992, pp D2110-D2113.
- [BER-91] **G. BERTOTTI**  
« Generalized Preisach model for the description of hysteresis end eddy current effects in metallic ferromagnetic materials »  
J. Appl. Phys., vol. 69 (8), 1991, pp. 4608-4610.

- 
- [BER-92] **G. BERTOTTI, M. PASQUALE**  
« Physical interpretation of induction and frequency dependence of power losses in soft magnetic materials »  
IEEE Trans. Mag., vol. 28, N° 5, 1992, pp. 2787-2789.
- [BER-93a] **G. BERTOTTI, V. BASSO**  
« Consideration on the physical interpretation of the Preisach model of ferromagnetic hysteresis »  
J. Appl. Phys. 73 (10), 1993, pp. 5827-5829.
- [BER-93b] **G. BERTOTTI, V. BASSO, M. PASQUALE**  
« Application of the Preisach model to the calculation of magnetization curves and power losses in ferromagnetic materials »  
EMMA'93, Kosice.
- [BER-96] **G. BERTOTTI, V. BASSO, G. DURIN**  
« Random free energy model for the description of hysteresis »  
J. Appl. Phys. 79 (8), 1996, pp. 5764-5766.
- [BER-95] **A. BERGQVIST, G. ENGD AHL**  
« A thermodynamic representation of pseudoparticles with hysteresis »  
IEEE Trans. Mag., vol. 31, 1995, pp. 3539.
- [BIO-58] **G. BIORCI, D. PES CETTI**  
« Analytical theory of the behaviour of ferromagnetic materials »  
Il Nuovo Cimento, vol. VII, N° 6, 1958, pp. 829-842.
- [BIT-31] **F. BITTER**  
« On inhomogeneities in the magnetization of ferromagnetic materials »  
Phys. Rev., vol. 38, 1931, pp. 1903-1905.
- [BOZ-32] **R.M. BOZORTH**  
« The theory of ferromagnetic anisotropy of single crystals »  
Phys. Rev., vol. 42, 1932, pp. 882-892.

- 
- [BLO-32] **F. BLOCH**  
« Zur Theorie des Austauschproblems und der Remanenzerscheinung der Ferromagnetika »  
Z. Phys., vol. 74, 1932, pp. 295-335.
- [BLO-65] **R-W. DE BLOIS**  
General Electric Lab. Rep. n° 65-C-082, Dec. 1965.
- [BOZ-51] **R.M. BOZORTH**  
« Ferromagnetism »  
Princeton, N.T.D. Van Nostrand and Company, 1951.
- [BRI-80] **P. BRISSONNEAU**  
« Non oriented Si-Fe sheets »  
J.M.M.M., vol.19, 1980, pp. 52-59.
- [BRI-84] **P. BRISSONNEAU**  
« Non oriented electrical sheets »  
J.M.M.M., vol.41, 1984, pp. 38-46.
- [BRI-97] **P. BRISSONNEAU**  
« Magnétisme et matériaux magnétiques pour l'électrotechnique »  
Hermès, Paris, 1997.
- [COR-96] **F. CORTIAL**  
« Modélisation de l'hystérésis et des dispositifs d'enregistrement magnétique »  
Thèse doctorat, LEG - INPG, 1996.
- [DAV-96] **R. DAVIDSON**  
« Vector Preisach hysteresis models for simulation of recording media »  
PhD Thesis, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, USA, May 1996.

- 
- [DUC-97] **J.P. DUCREUX, L.L. ROUVE, D. BINESTI, A. KEDOUS-LEBOUC**  
« Pseudo-vectorial modeling of N.O. electrical sheet under rotating field »  
5<sup>th</sup> Int. Workshop on 2D Magnetization Problems, Grenoble, France, sept. 1997,  
proceedings publié par EDP Sciences ISB 2-86883-385-3, pp 101-110.
- [ENG-97] **S.G. ENGDahl, A.J. BERGQVIST, S.A. LUNDGREN**  
« Measurements and modelling of 2-D magnetization and magnetoelasticity in  
silicon iron »  
5<sup>th</sup> Int. Workshop on 2D Magnetization Problems, Grenoble, France, sept.  
1997, proceedings publié par EDP Sciences ISB 2-86883-385-3, pp 1-15.
- [ESC-73] **P. ESCUDIER**  
Thèse Grenoble, 1973.
- [EWI-83] **J-A. EWING**  
Proceeding of the Royal Soc., 216, 1881, p.22 et 228, 1883, p.123.
- [FAS-64] **G-M. FASCHING, H. HOFMANN**  
« Les vecteurs **B** et **H** dans les champs faibles dans les tôles anisotropes »  
(en allemand)  
Z. Angew. Phys., vol. 17, 1964, pp.244-247.
- [FAU-71] **A. FAUSSURIER, R. SERVAN**  
« Les matériaux électrotechniques »  
Dunod, Paris, 1971.
- [FIO-93] **F. FIORILLO, A.M. RIETTO**  
Proc. 3<sup>rd</sup>. Int Workshop on 2D magnetization problems, Editors : F. Fiorillo  
and C. Beatrice, AIM, 1993.
- [FOW-54] **C.A. Jr. FOWLER, E.M. FRYER**  
Phys. Rev., vol. 94, 1954, pp. 52-56.

- 
- [FOW-56] **C.A. Jr. FOWLER, E.M. FRYER**  
Phys. Rev., vol. 104, 1956, pp. 552-553.
- [FRE-30] **J. FRENKEL, J. DORFMAN**  
« Spontaneous and induced magnetization in ferromagnetic bodies »  
Nature (London), vol. 126, 1930, pp. 274-275.
- [FUL-97] **P.L. FULMEK, H. HAUSER**  
« Energetic model of ferromagnetic hysteresis : magnetization of grain oriented steel sheets in asymmetric directions »  
5<sup>th</sup> Int. Workshop on 2D Magnetization Problems, Grenoble, France, sept. 1997, proceedings publié par EDP Sciences ISB 2-86883-385-3, pp 17-31.
- [HEI-31] **W. HEISENBERG**  
« De la théorie de la magnétostriction et des courbes d'aimantation »  
(en allemand)  
Z. Physik, Vol. 69, 1931, pp.287-297.
- [KTE-93] **A. KTENA and S.H. CHARAP**  
« Vector Preisach modeling and recording applications »  
IEEE Tran. on Magn., vol. 29, N° 6, 1993, p. 3661-3663.
- [LIT-82] **M.F. LITTMANN**  
« Grain oriented silicon steel sheets »  
J.M.M.M., vol.26, 1982, pp.1-10.
- [MAY-85] **I.D. MAYERGOYZ**  
« Hysteresis models from the mathematical and control theory points of view »  
J. Appl. Phys., Vol. 57 (1), 1985, p. 3803-3805.
- [MAY-88] **I.D. MAYERGOYZ**  
« Generalized Preisach model of hysteresis »  
IEEE Trans. Magn., Vol. 24 (1), 1988, p. 212-217.

- 
- [MAY-91] **I.D. MAYERGOYZ**  
« Mathematical models of hysteresis »  
SPRINGER-VERLAG, New-York, 1991.
- [NEE-44a] **L. NEEL**  
Cahiers de Physique No. 25 (Dec. 1944) 1-20.
- [NEE-44b] **L. NEEL**  
« Les lois de l'aimantation et de la subdivision en domaines élémentaires d'un monocristal de fer »  
J. Phys. Radium, Vol. 5, 1944, pp. 241-251 ; 265-276.
- [NEE-78] **L. NEEL**  
« Oeuvres complètes »  
Editions du CNRS, Paris, 1978.
- [NEN-94] **N. NENCIB**  
« Conception et validation d'un dispositif de caractérisation magnétique sous excitation bidimensionnelle. Comportement des tôles FeSi en « champ tournant » »  
Thèse doctorat, LEG - INPG, 1994.
- [OSS-97] **F. OSSART, C. VERNESCU, A. KEDOUS-LEBOUC**  
« A first step to build an anisotropic vector Preisach hysteresis model for NO electrical steels »  
5<sup>th</sup> Int. Workshop on 2D Magnetization Problems, Grenoble, France, sept. 1997, proceedings publié par EDP Sciences ISB 2-86883-385-3, pp 119-126.
- [PER-94] **T. PERA**  
« Lois d'aimantation anisotropes et non linéaires :modélisation et validation expérimentales »  
Thèse doctorat, LEG - INPG, 1994.

- 
- [PRE-35] **F. PREISACH**  
« Über die magnetische Nachwirkung »  
Zeitschrift für Physik, Vol. 94, May 1935, p. 277-302.
- [RAG-00] **C. RAGUSA, M. REPETTO**  
« Accurate analysis of magnetic devices with anisotropic vector hysteresis »  
Physica B, 275, 2000, pp. 92-98.
- [ROB-78] **P. ROBERT**  
« Matériaux de l'électrotechnique »  
Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1978.
- [ROU-96] **L.L. ROUVE**  
« Prise en compte du comportement magnétique fréquentiel des tôles FeSi en modélisation électrotechnique »  
Thèse doctorat, LEG - INPG, 1996.
- [SHT-59] **S. SHTRIKMAN, D. TREVES**  
« The coercive force and rotational hysteresis of elongated ferromagnetic particles »  
J. Phys. Radium, vol. 20, 1959, p. 186.
- [SPO-98] **S.A. SPORNIC**  
« Automatisation de bancs de caractérisation 2D des tôles magnétiques. Influence des formes d'ondes sur les mécanismes d'aimantation. »  
Thèse doctorat, LEG - INPG, 1998.
- [STO-48] **E.C. STONER, E.P. WOHLFARTH**  
« A mechanism of magnetic hysteresis in heterogeneous alloys »  
Tran. Roy. Soc. London, 240, 1948, pp. 599-644.



- 
- [VER-00] **C. VERNESCU, A. KEDOUS-LEBOUC, S.A. SPORNIC, F. OSSART**  
« Anisotropic and vector hysteresis model for magnetic materials, Application to a cubic textured NiFe sheet »  
Conférence HMM'99 (Perugia, Italie) Juin 1999  
Physica B: Physics of Condensed Matter, Vol. 275/1-3, 2000, pp. 99-102
- [WEI-07] **P. WEISS**  
« L'hypothèse du champ moléculaire et la propriété ferromagnétique »  
Journal de Physique Rad., vol. 6, 1907, p. 661-690.
- [ZOU-91] **S. ZOZOU**  
« Contribution à l'étude des pertes magnétiques en champs tournants »  
Thèse doctorat, LEG - INPG, 1991.