



**HAL**  
open science

# Réception multi-capteur pour un terminal radio-mobile dans un système d'accès multiple à répartition par codes. Application au mode TDD de l'UMTS.

Laurent Ros

► **To cite this version:**

Laurent Ros. Réception multi-capteur pour un terminal radio-mobile dans un système d'accès multiple à répartition par codes. Application au mode TDD de l'UMTS.. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2001. Français. NNT: . tel-00687474

**HAL Id: tel-00687474**

**<https://theses.hal.science/tel-00687474>**

Submitted on 13 Apr 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THESE**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'INPG**

**Spécialité: Signal, Image, Parole, Télécom**

préparée au laboratoire **LIS de Grenoble**

dans le cadre de l'Ecole Doctorale

**Electronique, Electrotechnique, Automatique, Télécommunications, Signal**

présentée et soutenue publiquement

par

**Laurent ROS**

le 19 Décembre 2001

titre:

**Réception multi-capteur pour un terminal radio-mobile  
dans un système d'accès multiple à répartition par codes.**

**Application au mode TDD de l'UMTS**

---

**Directeur de thèse : Geneviève JOURDAIN**

---

**JURY**

Mme	Odile MACCHI	Présidente
M.	Gilles Y. DELISLE	Rapporteur
M.	Dirk SLOCK	Rapporteur
Mme	Geneviève JOURDAIN	Directeur de thèse
Mme	Marylin ARNDT	Co-encadrante
M.	Ghaïs EL ZEIN	Examineur

À *Geneviève,*  
*Gaël, Elise et Simon,*

# Remerciements

Ce travail s'est déroulé au Laboratoire des Images et des Signaux (LIS, anciennement Cephag) au travers d'une convention de Recherche avec France-Télécom R&D Meylan (anciennement CNET), démarrée en Février 1999. Merci vivement à Marylin Arndt (FT-R&D) et à Geneviève Jourdain (LIS) qui ont rendu cette collaboration possible, et m'ont permis ensuite de faire une thèse dans de bonnes conditions.

J'exprime encore ma gratitude à Geneviève Jourdain pour avoir su, durant près de 3 ans, m'encourager, me conseiller, et témoigner de l'intérêt pour mon travail.

Je remercie Mme Odile Macchi, directrice de recherche au Laboratoire des Signaux et Systèmes / Supélec, de m'avoir fait l'honneur de présider le jury, ainsi que M. Dirk Slock, professeur à l'institut Eurécom, d'avoir rapporté de façon extrêmement détaillée et constructive ce travail, dans un domaine (multi-utilisateur, CDMA) auquel il a largement contribué. Merci également à M. Ghâïs El Zein, professeur à l'INSA de Rennes, et M. Gilles Delisle, professeur à l'Université Laval (Québec), d'avoir examiné et rapporté ce travail.

Merci à Frédéric Baldit, pour les longues discussions techniques et les moments partagés, malgré des visions assez différentes au départ ...

Merci à tous ceux qui m'ont apporté leur aide, de près ou de loin, dans le déroulement ou dans la phase finale de ce travail (relecture, pré-soutenances), en particulier:

(au LIS): Jean-Marc Brossier, Ali Khalighi, Joël Lienard, Kosäi Raoof, Gérard Loubet, Patrick Gounon ... (à France-Télécom R&D): Yvan Pigeonnat, Joumana Farah, Eric Batut, Benoit Miscopein, Eric Petit, Thierry Lenez ... (à l'extérieur): Louis Reynier ...

Merci à l'ensemble des collègues du LIS et en particulier au groupe de thésards qui m'a très chaleureusement accueilli: Xavier Dagany, Jean-Louis Mori, Steeve Zozor, Franck Hétroy, ... ainsi que les derniers arrivés: Alejandro Lobo-Guerrero, Eric Simon, ...

Sans oublier les stagiaires de passage dans l'équipe "communications", pour leur bonne humeur et les très bons échanges que nous avons eus: Mathieu Marchand, Robert Glomm, Ming Weï Woo, Mamadou Diop, ...

En prenant enfin du recul, merci aux anciens collègues de Sodielec et du CNET-Lannion avec qui j'ai eu la joie de travailler dans le passé, et qui ont permis d'enrichir ma vision et mon goût pour la "Transmission du Signal", avant d'en approfondir le formalisme et les enjeux en m'initiant à la recherche. Sans eux, sans ce précieux vécu de conception et d'expérimentation, ma sensibilité à ce domaine serait forcément très différente aujourd'hui...

Merci surtout à ma famille qui a accepté ce long "changement de cap" ...

# Table des matières

<b>I</b>	<b>système radio-mobile, CDMA, UMTS</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>système radio-mobile, CDMA et UMTS</b>	<b>2</b>
1.1	Introduction générale . . . . .	2
1.2	Problématique des communications radio-mobiles . . . . .	6
1.2.1	Organisation en cellules . . . . .	6
1.2.2	Accès multiple . . . . .	7
1.2.3	Limitations de la transmission . . . . .	8
1.3	Le canal radio-mobile . . . . .	10
1.3.1	Introduction . . . . .	10
1.3.2	Réponse impulsionnelle du canal en bande de base . . . . .	13
1.3.3	Modèle de variation des paramètres . . . . .	17
1.3.4	Ordres de grandeur et modèles proposés par l'ETSI . . . . .	25
1.3.5	Dimension spatiale considérée en réception . . . . .	26
1.4	Étalement de spectre et CDMA . . . . .	31
1.4.1	Principe de l'étalement de spectre par séquence directe . . . . .	31
1.4.2	Représentation convolutive du CDMA . . . . .	37
1.4.3	Comparaison avec les systèmes TDMA et FDMA . . . . .	41
1.5	Mode TDD de l'UMTS en voie descendante . . . . .	43
1.5.1	Introduction . . . . .	43
1.5.2	Spécification de la couche physique . . . . .	43
1.5.3	Architecture et différentes tâches du récepteur . . . . .	48
1.5.4	Nos choix pour traiter la détection des symboles . . . . .	50
<b>II</b>	<b>Représentation et structures de réception théoriques</b>	<b>52</b>
<b>1</b>	<b>Représentation multi-dimensionnelle</b>	<b>53</b>
1.1	Synthèse des équations et des hypothèses de la transmission multi-utilisateur multi-capteur . . . . .	54
1.2	Représentation large-bande en fréquence du CDMA . . . . .	55
<b>2</b>	<b>Réception théorique spatio-temporelle en CDMA</b>	<b>61</b>
2.1	Tête de réception . . . . .	62

2.1.1	Récepteur optimal au sens du Maximum de Vraisemblance: BFA + Traitement numérique non linéaire . . . . .	62
2.1.2	Description du BFA . . . . .	63
2.1.3	Modèle discret équivalent compacté au temps symbole . . . . .	65
2.1.4	Tête de réception sous forme de Rake: Recombinaison des trajets et Schémas équivalents de représentation . . . . .	66
2.1.5	Lien avec la formation de voies multiples... . . . .	68
2.1.6	Interprétation fréquentielle à la réception . . . . .	69
2.1.7	Formulation matricielle des modèles équivalents . . . . .	71
2.1.8	Performances du Rake: Interférence résiduelle, SINR . . . . .	72
2.2	Récepteurs théoriques linéaires . . . . .	76
2.2.1	Structure linéaire générale . . . . .	76
2.2.2	Détecteur linéaire “Zero-Forcing” . . . . .	79
2.2.3	Détecteur linéaire “MMSE” . . . . .	85
2.3	Lien avec les résultats généraux multi-capteur . . . . .	89
2.4	Commentaires et Conclusion . . . . .	92
<b>3</b>	<b>Performances pour différents environnements</b>	<b>93</b>
3.1	Calcul de performances moyennes . . . . .	93
3.1.1	Synthèse pour un canal invariant . . . . .	93
3.1.2	Adaptation pour un canal à variations aléatoires lentes . . . . .	94
3.2	Résultats pour les différents environnements . . . . .	98
3.2.1	Résultats avec canal “Vehicular” . . . . .	98
3.2.2	Résultats avec canal “Indoor” . . . . .	100
3.2.3	Résultats avec canal “Pedestrian” . . . . .	103
3.2.4	Conclusion de la partie II . . . . .	104
<b>III</b>	<b>Structures de réalisations</b>	<b>106</b>
<b>1</b>	<b>Deux structures linéaires antagonistes</b>	<b>108</b>
1.1	Discussion vers les détecteurs pratiques... . . . .	108
1.2	Tc-structure: structure libre fractionnée . . . . .	110
1.2.1	Détection avec la Tc-structure . . . . .	110
1.2.2	Représentation polyphase “de Sylvester” pour la Tc-structure . . . . .	112
1.2.3	Calcul des coefficients par optimisation temporelle . . . . .	114
1.3	Ts-structure: structure imposée à BFA . . . . .	118
1.3.1	Détection avec la Ts-structure . . . . .	118
1.3.2	Représentation polyphase “de Sylvester” pour la Ts-structure . . . . .	120
1.3.3	Calcul des coefficients par optimisation temporelle . . . . .	122
1.3.4	Comparaison des complexités des structures Ts- et Tc- . . . . .	123
1.4	Calcul des coefficients par approximation fréquentielle . . . . .	124

1.4.1	Approximation fréquentielle pour la Ts-structure . . . . .	125
1.4.2	Approximation fréquentielle pour la Tc-structure . . . . .	127
1.4.3	Résultats de simulation avec les 2 structures . . . . .	128
1.4.4	Conclusion concernant les 2 structures . . . . .	131
<b>2</b>	<b>Nouvelles structures linéaires intermédiaires</b>	<b>133</b>
2.1	Caractéristiques souhaitées pour de nouvelles structures . . . . .	133
2.2	Ts/FAQ-Structure: banc de filtres adaptés aux $Q$ formes d'ondes . .	135
2.3	Structures à Recombinaison Indirecte . . . . .	136
2.3.1	Ts/RIT-Structure: recombinaison indirecte des trajets ou Ts-structure fractionnée à pas irrégulier . . . . .	136
2.3.2	Ts/RIS-Structure: recombinaison spatiale indirecte . . . . .	140
2.4	Ts/Tc-Structure: structure à traitement au temps symbole, équivalente à l'optimisation à durée finie de la Tc-structure . . . . .	142
2.4.1	Simulation des nouvelles structures . . . . .	147
2.4.2	Conclusion et synthèse sur les nouvelles structures . . . . .	151
<b>3</b>	<b>Structures linéaires adaptatives</b>	<b>154</b>
3.1	Adaptation à un canal variable "Vehicular" . . . . .	154
3.2	Tc-Structure adaptative . . . . .	155
3.3	Ts/xx-structures adaptatives . . . . .	155
3.3.1	Introduction . . . . .	155
3.3.2	Mises à jour: phases et égaliseur . . . . .	156
3.4	Simulations . . . . .	159
3.4.1	Conclusion . . . . .	162
	<b>Conclusion générale</b>	<b>163</b>
	<b>Annexes</b>	<b>168</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>195</b>

# Notations, Dimensions, et Sigles

## Notations

- le double sous-lignage  $\underline{\underline{\cdot}}$  et le simple sous-lignage  $\underline{\cdot}$  désignent respectivement une matrice et un vecteur colonne. Soit  $\underline{\underline{M}}$  une matrice,
  - $\underline{\underline{M}}^T$  représente sa transposée,
  - $\underline{\underline{M}}^*$  sa complexe conjuguée,
  - $\underline{\underline{M}}^H$  sa transposée-conjuguée.
- $*$  : désigne selon le contexte la convolution continue (entre deux fonctions continues  $x(t)$  et  $h(\tau)$ ) ou discrète (entre deux suites discrètes  $a_{[m]}$  et  $g_{[n]}$ ):

$$y(t) = (h * x)(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t - \tau)d\tau \quad \text{et} \quad y_{[m]} = (g * a)_{[m]} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g_{[n]}a_{[m-n]}$$

- $(\cdot)^H$  : désigne le transformée hermitien (filtre adapté) pour une fonction continue ou discrète:
 
$$h^H(\tau) = h^*(-\tau) \quad \text{et} \quad g_{[n]}^H = g_{[-n]}^*$$
- $\delta(\tau)$  désigne la distribution de dirac,
- $\delta_n$  ou  $\delta_{ij[n]}$  désigne le symbole de kronecker (égal à 1 si “ $i = j$  et  $n = 0$ ”, 0 sinon).

## Dimensions

Les dimensions des signaux et des filtres utilisés sont par convention (physique):

- signaux à temps continu ( $y(t)$ ) ou à temps discret ( $y_{[m]}$ ): **Volt**
- réponses impulsionnelles des filtres à temps continu ( $h(\tau)$ ): **Hertz**
- réponses impulsionnelles des filtres à temps discret ( $e_{[n]}$ ): **sans dim.**
- dsp des signaux à temps continu ou discret ( $\hat{\gamma}_y(f)$ ): **Volt<sup>2</sup>/Hertz**

On en déduit:

- réponses en fréquence des filtres à temps continu ( $\hat{h}(f)$ ): **sans dim.**
- réponses en fréquence des filtres à temps discret ( $\hat{e}(f)$ ): **sans dim.**

- passage d’un signal continu à un signal discret par échantillonnage à la période  $T_e$ :

$$y_{[m]} = y(t)|_{t=mT_e}$$

- filtre numérique équivalent après filtrage analogique et échantillonnage à la période  $T_e$ :

$$g_{[n]} = T_e \cdot g(\tau)|_{\tau=nT_e}$$



## Sigles et Symboles

Les sigles utilisés sont, par ordre alphabétique:

- BFA: Banc de Filtres Adaptés
- “BER” ou TEB: “Bit Error rate” ou Taux d’Erreur Binaire
- “BPSK”: “Binary Phase Shift Keying”
- “CDMA”: “Code Division Multiple Access”
- dsp ou “psd”: densité spectrale de puissance ou “power spectral density”
- FA: Filtre Adapté
- IAM: Interférence d’Accès Multiple
- IES: Interférence Entre Symboles
- “INSR”: “Interference and Noise to Signal Ratio”
- “LMS”: “Least Mean Square”
- MMAC/s: Millions de Multiplications(-Accumulations) Complexes par Seconde
- “MMSE”: “Minimum Mean Square Error”
- “MSE” ou EQM: “Mean Square Error” ou Erreur Quadratique Moyenne
- Pe: Probabilité d’erreur
- “QPSK”: “Quadrature Phase Shift Keying”
- Ri: Réponse impulsionnelle; RIF: Ri à durée finie, RII: Ri à durée infinie
- RIS: Recombinaison Indirecte Spatiale (ou d’eSpace)
- RIT: Recombinaison Indirecte de Trajets
- RITS: Recombinaison Indirecte de Trajets et Spatiale
- Rix: désigne l’ensemble (RIT, RIS)
- Rlxx: désigne l’ensemble (RIT, RIS, RITS)
- “RRC”: “Root Raised Cosine”, filtre 1/2 Nyquist en racine de cosinus surélevé
- “SINR”: “Signal to Interference and Noise Ratio”
- “SNR”: “Signal to Noise Ratio”
- “TDD”: “Time Division Duplex”
- TF: Transformée de Fourier
- TFD ou “DFT”: Transformée de Fourier Discrète ou “Discrete Fourier Transform”
- TZ: Transformée en Z
- “UMTS”: “Universal Mobile Telecommunications System”
- “ZF”: “Zero-Forcing”

Les symboles utilisés sont, par ordre alphabétique:

- $K$ : nombre de codes actifs
- $K_u$ : nombre de codes “désirés”, utiles pour le terminal mobile considéré
- $L$ : nombre de capteurs utilisés à la réception
- $L_t$ : nombre de trajets du canal de propagation
- $M$ : nombre de symboles dans un slot
- $P$ : profondeur en symboles des traitements au temps symbole
- $P_i$ : profondeur en symboles de la Ri globale du détecteur
- $Q$ : facteur d’étalement du CDMA, égal au nombre de chips d’un code
- $W_s$ : nombre de symboles nécessaires pour couvrir l’étalement du canal

# Première partie

systeme radio-mobile, CDMA, UMTS

# Chapitre 1

## ystème radio-mobile, CDMA et UMTS

### 1.1 Introduction générale

Ce document traite de la réception de signaux de communications numériques “CDMA” sur un terminal radio-mobile équipé d’une antenne multi-capteur. Avant de définir les objectifs et le plan du manuscrit, retraçons brièvement l’histoire des communications radio-mobiles et du CDMA, avant leur association dans les systèmes de troisième génération à venir...

*Communication radio-mobile: du commencement à la troisième génération...*

Communiquer “sans fil” à partir des ondes radio-électriques est chose courante aujourd’hui. Revenons cependant sur la palpitante aventure de la découverte des ondes Hertziennes, extraite de [11]: En 1887, Heinrich Hertz, professeur de physique à l’université de Karlsruhe apporte une confirmation éclatante à la théorie exposée, presque un quart de siècle auparavant, en 1864, par un mathématicien de génie, James Clerk Maxwell, qui avait montré, par des voies purement théoriques, l’identité des ondes lumineuses et des ondes électromagnétiques. Les ondes Hertziennes étaient nées, même si ce n’est que quelques années après que naquit l’idée de les employer pour communiquer. L’ère des radio-communications a ainsi démarré à la fin du siècle dernier avec les premières expériences et l’invention de la Télégraphie Sans Fil (TSF) en 1896 par l’ingénieur Guglielmo Marconi. Un théoricien de génie, Maxwell, un expérimentateur habile, Hertz, un homme d’action entreprenant, Marconi, tels sont les grands précurseurs des communications par voie radio-électrique. Elles n’ont depuis cessé de progresser en relation avec la connaissance des phénomènes de propagation, avec les radio-technologies et enfin le traitement numérique du signal.

Les premiers systèmes de communication avec les mobiles furent introduits aux Etats-Unis après la deuxième guerre mondiale. Ces systèmes analogiques permettaient d’établir une communication vocale avec les mobiles présents dans une zone de diffusion déterminée,

par exemple une ville. La zone de couverture était limitée par la puissance d'émission du mobile. Le concept de réseau cellulaire n'a été introduit qu'à la fin des années 1970 par les sociétés AT&T et Motorola afin d'améliorer la zone de couverture mais surtout l'efficacité spectrale du système [67]. Les premiers systèmes cellulaires, développés séparément d'un pays à l'autre, permettaient une couverture nationale. En France, le système Radiocom2000, opérationnel à partir de 1986, assurait un réseau privé pour les entreprises et la téléphonie de voiture. Il opérait en duplex fréquentiel (FDD) dans la bande des 174-223 MHz avec un accès multiple fréquentiel (FDMA) et des canaux de largeur 12.5 kHz.

L'utilisation des modulations numériques pour la téléphonie à grande échelle marque ensuite l'arrivée de ce que l'on a appelé les systèmes de deuxième génération. En Europe, le système GSM (Global System for Mobile communication), opérationnel depuis 1992, garantit une interopérabilité entre les différents réseaux nationaux. Il opère en duplex fréquentiel dans la bande des 900 MHz (puis également autour des 1800 MHz depuis 1996) avec un accès multiple temporel (TDMA) et des canaux de largeur 200 kHz. Il utilise une modulation GMSK (Gaussian Minimum Shift Keying) sur un train numérique final de 22,8 kbit/s formé à partir de la parole numérisée, comprimée (débit utile 13 kbit/s) et protégée par codage.

Les systèmes radiomobiles de troisième génération, dont le déploiement est prévu vers 2003, devront pallier certaines carences des systèmes de deuxième génération en offrant: une opérabilité sur tout le territoire international, de nouveaux services (multimédias, internet haut débit), une meilleure qualité vocale ... Pour cela, une meilleure utilisation globale du spectre de fréquences (ressource limitée...) est nécessaire pour accroître la capacité et faire reculer la limite de saturation des systèmes. Tous les systèmes définis dans le monde utiliseront désormais une composante d'accès multiple à répartition par codes (CDMA). Au niveau Européen, la troisième génération de téléphonie mobile a pris pour nom UMTS (Universal Mobile Telecommunications System).

### *Étalement de spectre et CDMA*

Toute modulation qui génère pour le signal transmis un spectre beaucoup plus large que la bande passante (ou rapidité de modulation) du signal porteur d'information, par un moyen indépendant de cette information, peut être qualifiée de modulation à étalement de spectre [67]. Notons que cette définition ne présage pas de la nature analogique ou numérique du signal d'information. L'étalement de spectre pourrait être né [89], [12] dans les années 1920 avec le dépôt d'un brevet américain préconisant l'emploi d'une modulation de fréquence large-bande afin de lutter contre les perturbations engendrées par la présence de trajets multiples.

L'étalement de spectre à séquence directe (DS-SS), à la base de la technique CDMA, a été surtout initié et réservé pour des applications militaires durant la deuxième guerre mondiale, tirant profit de la confidentialité, de la discrétion et de la robustesse apportées par la modulation d'une séquence pseudo-aléatoire en environnement hostile. L'élément clé initial des techniques DS-SS sont les séquences binaires de l'algèbre linéaire et de la théorie des nombres, théories mathématiques développées quelques deux cents ans auparavant. Il a fallu attendre quasiment les années 80 pour voir le DS-SS dans des applications autres que militaires. Le système de radio-navigation par satellite GPS (Global Positioning System) donne l'exemple d'un système créé initialement pour des besoins militaires (nom militaire NAVSTAR) et qui est pleinement utilisé aujourd'hui dans des applications civiles. L'étalement de spectre est aujourd'hui présent dans de très nombreux domaines d'applications [28], en particulier pour établir des liaisons robustes en milieux perturbés (industriels, réseaux locaux sans fil, satellite, acoustique sous-marine [19]), ou réaliser des fonctions de "multiplexage" (réduction du nombre de câbles en automobile, rajout d'information bas débit ou tatouage d'images, de voies audio ...).

C'est aussi à l'aube des années 1980 que les chercheurs en radio-communications mobiles ont manifesté un grand intérêt pour le DS-SS en terme d'accès multiple à répartition par codes, CDMA, en raison du bénéfice potentiel qu'il pourrait apporter [97], [69], [37]. Le premier système radio-mobile cellulaire basé sur le CDMA, IS-95, est né en 1993 aux Etats-Unis. Il est principalement conçu selon les solutions brevetées par la firme Qualcomm et un certain Andrew J. Viterbi [106], déjà célèbre auparavant pour son fameux algorithme...

## Objectifs et Plan du document

Ce travail a été effectué au Laboratoire des Images et des Signaux, entité universitaire, en collaboration et financé par le laboratoire DIH-OCF de France-Télécom R&D, qui s'intéresse de manière générale aux futurs terminaux mobiles et à leur faisabilité.

Dans le cadre du système de troisième génération UMTS (mode TDD), nous nous sommes intéressés aux **traitements numériques de réception sur le mobile avec une antenne constituée de plusieurs éléments**. Une telle antenne prend souvent l'appellation d'antenne multi-capteur ("smart antenna"). Compte tenu des contraintes d'emplacement sur le mobile et de la longueur d'onde de 15 cm, l'utilisation de 2 ou 3 éléments seulement est envisagée. L'application vise aussi des terminaux "de bureaux" un peu plus gros que les téléphones portables classiques.

La littérature s'intéresse majoritairement aux algorithmes envisageables sur la station de base (en émission et réception), nous ne les évoquerons que très brièvement. Le contexte spécifique qui a été donné à cette étude est au contraire celui d'une émission classique "non-intelligente" (omnidirectionnelle ou sectorisée) de la station de base, telle qu'elle est pratiquée

à ce jour et encore pour quelques années. Quel peut-être alors le bénéfice de l'utilisation de plusieurs capteurs sur le mobile, et avec quels traitements de réception à complexité modérée? Ce sont à ces deux questions que nous allons apporter des éléments de réponse tout au long de ce document.

La **Partie I** a deux objectifs majeurs: introduire les ingrédients de la thèse en faisant les rappels nécessaires, et dégager les hypothèses et caractéristiques principales du problème. Cette partie a été faite avec l'ambition d'être abordable, espérons utile, pour "l'homme du métier" mais non spécialiste des radio-mobiles ou du CDMA. Elle s'inscrit dans la première thèse en communications radio-mobile au Laboratoire LIS, et se veut donc un peu pédagogique, même si elle pourra paraître un peu longue à un spécialiste du domaine. En fait, hormis son côté introductif, elle essaie de répondre à certaines questions/discussions que nous avons eu en démarrant: ordres de grandeur et modèles de variations des principaux paramètres du canal de propagation? relations entre les signaux des différents capteurs pour des distances intercapteurs inférieures à la longueur d'onde? traitements de type "diversité" ou de type "formation de voie cohérente"? vertus du CDMA? adéquation du formalisme général des communications numériques aux techniques d'étalement de spectre? Nous présenterons aussi les choix importants qui ont été faits et leurs positionnements par rapport aux études antérieures, particulièrement celles des équipes ayant participé aux travaux de normalisation du mode TDD de l'UMTS.

La **Partie II** répond à une partie du problème posé: lorsque l'on suppose le canal parfaitement estimé et statique sur une portion de symboles et que l'on ne se donne aucune contrainte de réalisation, quels sont les traitements linéaires optimaux théoriques de réception opérant symbole par symbole? Comment calculer les performances moyennes théoriques pour les divers modèles d'environnement de la norme UMTS? Quelles sont ces performances en fonction du nombre de capteurs, d'utilisateurs? L'expression des solutions, les méthodes de calcul des performances et les nombreuses interprétations sont formulées à partir d'un mode particulier de représentation en fréquence du CDMA, que nous avons proposé.

La **Partie III** se veut plus pragmatique et étudie les structures numériques de réalisations pour essayer de trouver les bons compromis performances/complexité en situation de fort ou faible Rapport Signal à Bruit en entrée. Nous comparons d'abord la structure linéaire libre avec la structure imposée approximant à durée finie la solution théorique de la partie II. Fort de cet enseignement, nous dégagerons les caractéristiques souhaitables pour de nouvelles structures "intermédiaires" que nous proposerons et étudierons dans la suite. Enfin nous terminerons en illustrant le comportement adaptatif de ces structures pour le cas où le canal de propagation a des variations rapides.

## 1.2 Problématique des communications radio-mobiles

### 1.2.1 Organisation en cellules

La communication entre deux mobiles n'est établie ni par un lien radio-électrique direct, ni par un système centralisé unique servant de relais radio avec tous les mobiles, mais est basée sur une organisation cellulaire. La zone géographique à couvrir est divisée en cellules possédant chacune une station de base (SB) qui assure la transmission avec les mobiles présents dans la cellule. Les stations de base sont reliées entre elles généralement par un réseau filaire et sont supervisées par un système central, qui permet également la connexion avec le réseau téléphonique fixe. La cellule est représentée généralement par un hexagone et la SB est le plus souvent située en son milieu. La puissance d'émission de la SB (et des mobiles) est volontairement limitée à celle nécessaire pour communiquer dans une cellule.

Cette organisation en cellule permet, de façon générale:

- d'exploiter plus efficacement les ressources fréquentielles allouées au système global grâce à la réutilisation fréquentielle. Une même fréquence porteuse peut en effet être ré-utilisée dans les cellules qui ne sont pas adjacentes avec un degré d'isolation suffisant, en raison d'une atténuation de propagation approximativement proportionnelle à la puissance 4 de la distance dans les environnements terrestres considérés (Cf section 1.3).
- de couvrir, dans le principe, tout le territoire voulu tout en utilisant une puissance d'émission limitée pour les mobiles (typiquement 1 à 2 Watts) et des gammes de fréquence (hyper-fréquences ou micro-ondes) qui ne sont pas celles à longue portée (petites, moyennes, grandes ondes...).
- d'adapter la taille des cellules en fonction des densités locales de population (plus petites tailles dans les régions plus denses). On parlera alors de macro-cellules (rayon compris entre 1 et 35 km), de micro-cellules (rayon inférieur à 1 km) et de pico-cellules (rayon inférieur à 100 m).

En contre-partie, l'organisation en cellules nécessite:

- une infrastructure permettant de relier et superviser toutes les cellules,
- une procédure de localisation pour connaître la cellule dans laquelle se trouve le mobile,
- une procédure de gestion automatique inter-cellules ("handover") assurant la continuité de la communication lorsque le mobile change de cellule.

Les procédures de localisation et de handover nécessitent de la signalisation entre le mobile et le réseau.

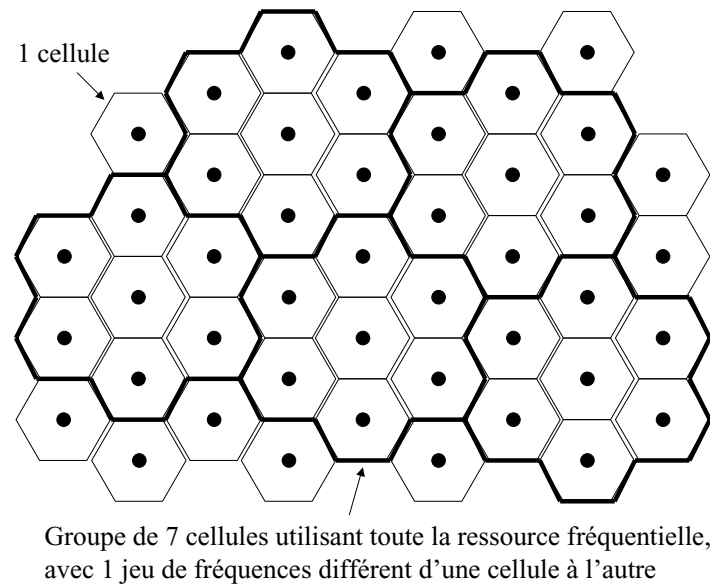


FIG. 1.1 – Exemple de réseau cellulaire avec réutilisation fréquentielle par motif à 7 sous-ensembles de fréquences

### 1.2.2 Accès multiple

La transmission de l'information sur la voie radio-électrique dans les systèmes mobiles s'effectue dans les deux sens (en duplex):

- de la station de base vers les mobiles: liaison descendante (“downlink”),
- des mobiles vers la station de base: liaison montante (“uplink”).

On utilise trois grandes familles de techniques pour permettre à une station de base de dialoguer avec plusieurs mobiles. Donnons en très brièvement le principe:

- FDMA (Frequency Division Multiple Access): accès multiple à répartition fréquentielle. La bande de fréquence du système est partagée entre les signaux simultanés des différents utilisateurs; “A chacun sa bande à tout moment”.
- TDMA (Time Division Multiple Access): accès multiple à répartition temporelle. La bande de fréquence du système est allouée entièrement aux différents utilisateurs, mais de manière successive. Ainsi la station de base ne dialogue en fait qu'avec un seul mobile à la fois, avec des périodes d'allocation (“time slot”) très courtes; “A chacun son tour dans toute la bande”.
- CDMA (Code Division Multiple Access): accès multiple à répartition par code. Nous décrivons plus précisément cette technique au paragraphe 1.4. Le signal associé à un utilisateur donné utilise toute la bande de fréquence et sans localisation temporelle. Il est construit à partir d'un code spécifique, différent d'un utilisateur à l'autre, et qui servira de clé à la réception pour isoler le signal désiré. “A chacun son code, à tout moment, dans toute la bande”.



### 1.2.3 Limitations de la transmission

#### ★ bruit de fond radio-électrique

La réception sur une antenne d'un signal radio-électrique, ou même sa simple observation (nécessairement aux bornes d'un élément résistif) ou conduction par un câble, se fera toujours en présence d'un bruit "thermique" additif, indépendant du signal, blanc (pour tout le domaine de fréquence exploré et jusqu'à plus de 1000 GHz...), avec une distribution des amplitudes à peu près Gaussienne. Ce bruit radio-électrique d'origine thermique est dû à des fluctuations de courants créées par l'agitation thermique des charges élémentaires dans tout élément conducteur. *Il impose ainsi une limite fondamentale à tout système d'émission/réception radio-électrique* et fixe également la limite ultime de résolution de tout système de mesure. On peut mentionner d'autres sources naturelles de bruit radio-électrique additives, mais elles ont une contribution négligeable ou du moins inférieure à celle du bruit thermique pour les fréquences considérées autour de quelques GHz et en environnement terrestre. Ces autres sources peuvent être propres aux équipements ou au contraire captées par l'antenne, d'origine naturelle terrestre (bruit thermique dû au rayonnement du sol, bruit atmosphérique dû aux orages et prédominant dans les basses fréquences...) ou extra-terrestre (bruit galactique, cosmologique, soleil, ...).

Bref, le modèle à bruit blanc additif Gaussien classiquement utilisé en communications se révèle une bonne approximation dans notre cas, du moins lorsqu'on ne considère que les sources naturelles de bruit, non liées à l'activité de l'homme. La densité spectrale de puissance (dsp) monolatérale de ce bruit autour des 2 GHz, notée  $N_0$  (en Watt/Hz), vaut  $kT$  où  $k$  désigne la constante de Boltzmann ( $1,38 \cdot 10^{-23}$  Joule/Kelvin) et  $T$  désigne la "température équivalente de bruit" (en Kelvin) de l'ensemble "antenne+récepteur", c'est à dire la température fictive à laquelle il faudrait porter la source externe pour tenir compte du bruit apporté par le préamplificateur du récepteur. Sa limite ultime (préamplificateur de qualité idéale) est  $N_0^{lim} = kT_0$ , où  $T_0$  est la température ambiante, prise généralement égale à 290 degrés Kelvin, soit 17 degrés Celcius. Cette grandeur, fort utile pour le radio-électricien, est généralement traduite en décibels relatifs au milliwatt par Hertz et vaut -174 dBm/Hz.

L'addition imposée de ce bruit gaussien au signal utile reçu entraînera l'apparition d'erreurs binaires à la reconstruction du message numérique, même si le contexte de la communication est par ailleurs idéal. Ces erreurs seront d'autant plus nombreuses que la puissance du bruit intégrée dans la bande du récepteur est non négligeable par rapport à la puissance du signal utile. La difficulté de la communication vis à vis du bruit additif est généralement indiquée par le rapport ( $\frac{E_b}{N_0}$ ) (explicité en Annexe I.1) où la grandeur  $E_b$  désigne l'énergie moyenne par bit du signal utile, mesurée en entrée du récepteur.

## ★ Interférence propre au système

Contrairement au bruit qui est le facteur limitatif intrinsèque à toute communication radio-électrique, le phénomène perturbateur d'interférence (généralisé par le système de communication) n'est pas fatalement présent. Il est étroitement lié au type d'accès multiple utilisé pour le partage des ressources entre les différents mobiles d'une même cellule, en relation avec les caractéristiques du canal de propagation. Pour des canaux idéaux et un système d'accès multiple bien conçu, il ne doit pas y avoir (ou quasiment pas) d'interférence *après le traitement de séparation de base* en réception. Par contre avec des canaux difficiles, l'interférence résiduelle en sortie du traitement de base peut dans certains cas rendre la communication indisponible, même à très fort ( $\frac{Eb}{N_0}$ ), du moins sans l'utilisation de dispositifs supplémentaires (diversité, égaliseurs, codage...). On distingue deux types d'interférence propre au système de communication numérique cellulaire, que nous préciserons davantage dans la suite:

- Interférence d'Accès Multiple (IAM): lorsqu'on s'intéresse au signal de communication d'un utilisateur particulier ("desired user" en anglais), l'IAM désigne l'interférence apportée par les autres signaux actifs (autres utilisateurs ou signaux de contrôle) de la cellule, ou encore par les signaux des autres cellules. Par construction, à part en situation de "handover", l'interférence inter-cellules doit être négligeable et nous ne la considérerons pas.
- Interférence Entre Symboles (IES): en dehors du bruit, c'est le premier perturbateur d'une communication numérique. Cette interférence n'est pas due à l'accès multiple, mais seulement au propre signal de l'utilisateur d'intérêt, lorsque le canal de propagation amène un étalement temporel non négligeable devant le temps symbole. On ne peut plus alors isoler complètement la contribution des différents symboles numériques émis, *après traitement de base en réception*. Comme nous le verrons, en dehors de cas particuliers, l'IES est très faible en CDMA.

## ★ Interférence externe au système (brouilleurs)

Il ne devrait pas y avoir de perturbateurs radio-électriques d'origine externe au système puisque ce dernier opère dans une bande de fréquence entièrement réservée et que les rayonnements parasites des dispositifs industriels sont réglementés par des normes de plus en plus sévères. Nous ne prendrons pas en compte ce type d'interférence, conscients cependant que l'absence de brouilleurs est illusoire étant donné la multitude des lieux où va pouvoir opérer le terminal mobile et la pollution radio-électrique croissante. Néanmoins, la plupart des brouilleurs parasites seront de type bande-étroite (harmoniques d'une machine électrique par exemple) et affecteront très peu un système CDMA basé sur l'étalement de spectre, comme nous le rappellerons dans la section 1.4.

## 1.3 Le canal radio-mobile

### 1.3.1 Introduction

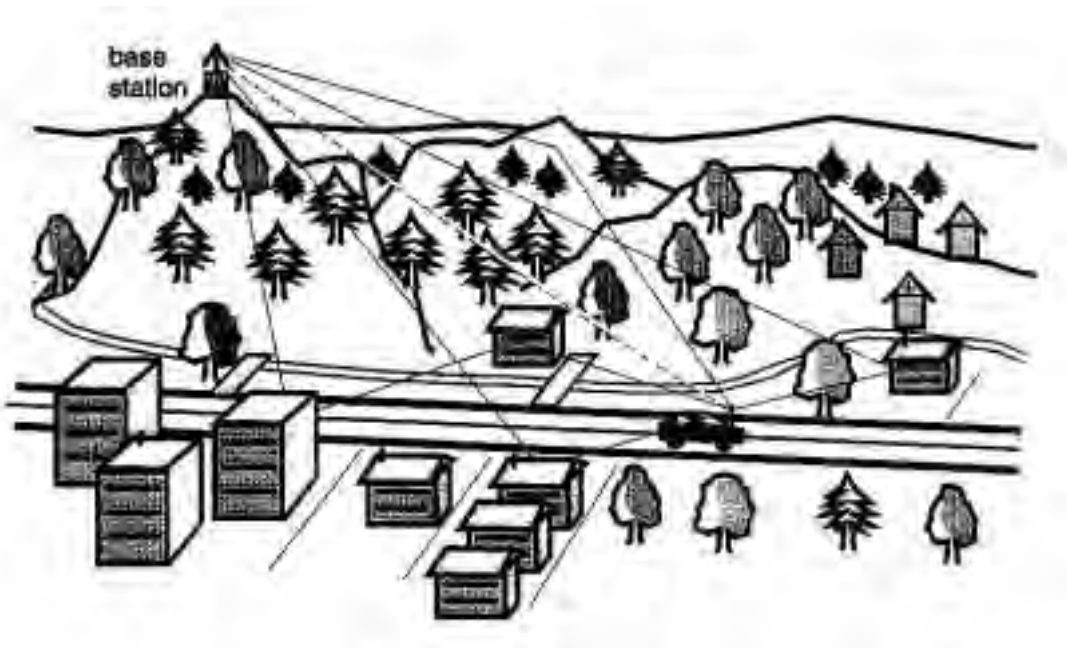


FIG. 1.2 – Scénario typique de propagation radio-mobile en milieu rural

Le support physique de communication de l'UMTS utilise les ondes électromagnétiques autour d'une fréquence porteuse  $f_0$  d'environ **2 GHz** et une largeur de bande de **5 MHz**. La longueur d'onde se situe ainsi autour de  $\lambda = \frac{v_0}{f_0} = \mathbf{15\text{ cm}}$ . Nous considérons par défaut le lien descendant, de la station de base vers le mobile. Les conditions de propagation dépendent de l'environnement [90] et sont très variables. Les mécanismes physiques de base qui se produisent sont:

- les réflexions: sur des surfaces lisses de très grandes dimensions par rapport à  $\lambda$ , comme par exemple les bâtiments ou les murs,
- la diffraction: lorsqu'un obstacle épais, de grande dimension par rapport à  $\lambda$ , obstrue la visibilité radioélectrique directe entre émetteur et récepteur, générant des sources secondaires se propageant derrière l'obstacle ("shadowing"),
- la diffusion ("scattering"): sur de larges surfaces rugueuses, des feuillages ou des objets dont l'épaisseur est inférieure ou égale à  $\lambda$  (lampadaires, feux de circulation...).

#### ★ Différentes échelles de fluctuations avec la distance

Si on analyse la puissance du signal reçu en fonction de la distance entre la station de base et le mobile, relative à l'émission d'une fréquence pure autour de 2 GHz, on observe la superposition de 3 échelles de variation:

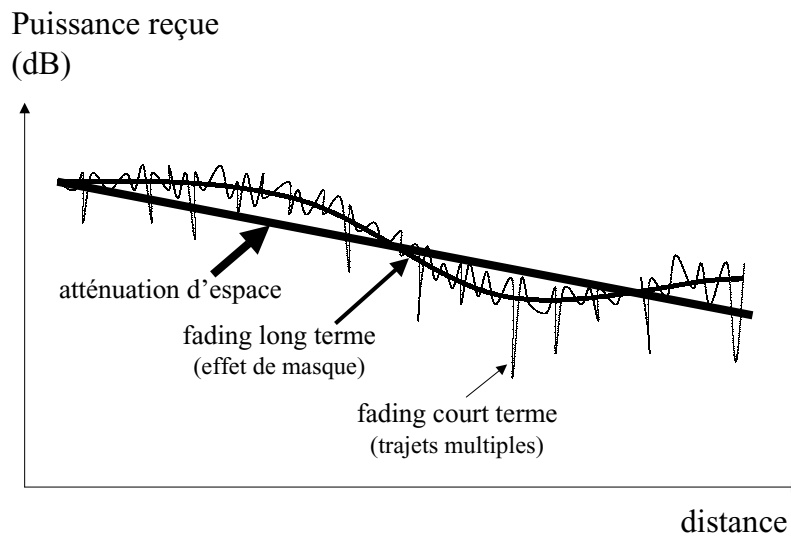


FIG. 1.3 – Puissance du signal reçu en fonction de l'éloignement du mobile

- **Atténuation d'espace** : la puissance du signal reçu diminue globalement (en moyenne à très grande échelle) en fonction de la distance  $d$  de manière pratiquement prédictible, avec une atténuation en  $d^n$  en champ lointain, où  $n$  est un réel positif qui dépend de l'environnement. Rappelons que pour une émission isotrope et une propagation théorique en espace libre, l'atténuation d'espace correspondrait à  $n = 2$ , avec une atténuation en puissance  $L(d) = (\frac{4\pi d}{\lambda})^2$ . Dès lors que la propagation s'effectue dans l'atmosphère et proche de la surface terrestre, les valeurs de  $n$  sont généralement voisines de 3 en environnement d'intérieur ("indoor") et de 4 à l'extérieur.
- **Fluctuations sur de longues distances** : cette variation lente correspond aux effets de masque dus aux principaux obstacles (immeubles, forêt) ou à la forme du terrain. De nombreux travaux la modélisent comme une variable aléatoire de loi log-normale pour l'enveloppe, et qui vient apporter une certaine incertitude à l'atténuation d'espace. Dans une échelle en dB, cette incertitude est gaussienne et centrée. Son écart type est typiquement choisi entre 6 et 10 dB. Le phénomène de fluctuations de la puissance reçue au cours du temps prend l'appellation universelle de "fading", terme anglo-saxon signifiant "évanouissement". L'échelle (distance de corrélation) de fluctuations de l'effet d'ombrage est de l'ordre de 5 mètres à l'intérieur et de 20 mètres à l'extérieur. On le qualifie ainsi de "fading à long terme", comparativement à la longueur d'onde.
- **Fluctuations sur de courtes distances** : cette variation rapide ("fading à court terme") est due aux trajets multiples générés par les divers réflecteurs et diffuseurs de la liaison. En fonction de la distance, les ondes interfèrent de manière constructive ou destructive, et ce à une échelle très courte qui est celle de la longueur d'onde  $\lambda$ , soit 15 cm. Dans la géométrie des ondes stationnaires engendrées par les trajets multiples, un noeud et un ventre seront espacés de  $\lambda/4$ , soit 3,75 cm. Ainsi, le moindre mouvement du mobile engendrera de très fortes fluctuations d'amplitude de l'enveloppe du signal reçu.

Lorsque l'émission est une fréquence pure, les fluctuations d'enveloppe à court terme sont généralement caractérisées par une loi de Rayleigh, avec des évanouissements quasi-périodiques tous les  $\lambda/2$ .

La modélisation séparée de l'atténuation d'espace et des fluctuations lentes est fondamentale dans les bilans de liaison. Elle permet de dimensionner les zones des couvertures cellulaires et d'évaluer une première marge quant à l'atténuation du signal reçu.

Dans la suite, nous ne nous intéresserons plus qu'au troisième phénomène qui seul peut introduire des fluctuations mesurables durant l'intervalle de temps correspondant à l'émission d'un paquet de symboles ("slot" ou "burst"), de l'ordre de  $666 \mu\text{s}$  dans le mode TDD de l'UMTS, et qui correspondrait à un déplacement du mobile de 2 cm à 120 km/h. La modélisation de ces variations rapides, caractéristiques de la propagation par trajets multiples, permet de compléter les prévisions d'atténuation et d'étudier les distorsions du signal reçu, à l'aide de la notion de canal de propagation.

### ★ Canal de propagation

Le signal reçu est ainsi composé par une superposition de versions retardées et atténuées du signal émis. Le canal de propagation peut donc être modélisé par un filtre linéaire, de réponse impulsionnelle simplement formé à partir des caractéristiques des différents trajets de propagation.

Les différentes composantes fréquentielles de la bande de transmission de largeur 5 MHz ne seront pas affectées de la même façon par la propagation, selon les différentes recombinaisons des ondes à une fréquence donnée. On dit que le canal est sélectif en fréquence: cet *effet statique (filtrage, effet de mémoire)*, du à l'étalement de la réponse impulsionnelle du canal, peut causer de sévères dégradations en générant de l'interférence sur les symboles numériques porteurs d'information.

En raison du mouvement du mobile (ou d'objets environnants), chaque version retardée du signal émis subit une modulation parasite apportée par le canal et correspondant à l'effet Doppler. Cet *effet dynamique (modulation)* est dual du premier. Il induit une variation au cours du temps du filtrage occasionné par le canal de propagation. On désignera par "filtre évolutif" un filtre linéaire dont les paramètres varient au cours du temps.

Avant de décrire la modélisation mathématique du canal, introduisons physiquement les notions de temps de cohérence et de bande de cohérence du canal. Ces notions seront définies de manière plus formelle ultérieurement. Si on s'intéresse à une fréquence quelconque de la bande de transmission, on a déjà évoqué les fluctuations importantes de puissance observées en fonction du temps. Les évanouissements sont assez régulièrement répétés et d'autant plus rapidement que la vitesse du mobile est grande. Le temps de cohérence  $T_{coh}$  donne la constante de temps de ce phénomène. Il est donc lié au temps que met le mobile pour se déplacer de  $\lambda$  dans la géométrie des ondes stationnaires.

Par ailleurs, deux fréquences très voisines dans la bande de transmission subiront des évanouissements similaires en fonction du temps. Ce ne sera pas nécessairement le cas de deux fréquences plus espacées. La bande de cohérence  $B_{coh}$  indique l'intervalle de fréquences à partir duquel les évanouissements ne seront plus corrélés. Elle est directement liée à l'inverse de l'étalement de la réponse impulsionnelle du canal. Ainsi, un canal dont la bande de cohérence  $B_{coh}$  est bien supérieure à la bande de transmission  $B_0$  ne sera pas sélectif en fréquence (plat dans la bande  $B_0$ ) et n'apportera pas d'interférence. Par contre, le signal large-bande reçu aura de très fortes fluctuations de puissance, provoquant une très forte dégradation du TEB moyen par rapport à la situation idéale non fluctuante.

### 1.3.2 Réponse impulsionnelle du canal en bande de base

#### ★ Représentation en bande de base

Soient  $s_{HF}(t)$  et  $r_{HF}(t)$  les signaux "Haute Fréquence" émis et reçus. Ces signaux sont des signaux réels à bande étroite  $B_0$  autour de la fréquence porteuse  $f_0$ . Ils peuvent donc s'écrire à partir de leurs enveloppes complexes  $s(t)$  et  $r(t)$  relatives à  $f_0$  sous la forme:

$$s_{HF}(t) = \Re\{s(t).e^{j2\pi f_0 t}\} \quad (1.1)$$

$$r_{HF}(t) = \Re\{r(t).e^{j2\pi f_0 t}\} \quad (1.2)$$

Les parties réelle (voie en phase "I") et imaginaire (voie en quadrature "Q") de  $s(t) = s_I(t) + j s_Q(t)$  correspondent aux signaux en bande de base qui ont modulé en quadrature la porteuse  $\cos(2\pi f_0 t)$  à l'émission :

$$s_{HF}(t) = s_I(t)\cos(2\pi f_0 t) + s_Q(t)\cos(2\pi f_0 t + \frac{\pi}{2})$$

Les parties réelle et imaginaire de  $r(t) = r_I(t) + j r_Q(t)$  correspondent aux signaux en bande de base que l'on obtiendrait si on démodulait en quadrature (en ne conservant que les parties basses fréquences inférieures à  $f_0$ ) le signal reçu à partir d'une porteuse à la réception égale à  $2\cos(2\pi f_0 t)$ :

$$r_I(t) = BF\{r_{HF}(t).2\cos(2\pi f_0 t)\} \quad \text{et} \quad r_Q(t) = BF\{r_{HF}(t).2\cos(2\pi f_0 t + \frac{\pi}{2})\}$$

soit

$$r(t) = BF\{r_{HF}(t).2e^{-j2\pi f_0 t}\} \quad (1.3)$$

Considérons d'abord le cas où il n'y a pas de mouvement entre l'émetteur et le récepteur.

Le signal reçu s'exprime comme un filtrage du signal émis par la réponse impulsionnelle réelle du canal de propagation physique  $h_{HF}(\tau)$  et d'un bruit additif gaussien  $n_{HF}(t)$  de dsp bilatérale  $N_0/2$  autour de  $f_0$ . Afin de conserver l'hypothèse de signal bande étroite pour le signal reçu et donc pour  $n_{HF}(t)$ , on peut supposer qu'un filtrage préliminaire de largeur  $B_0$  a été opéré en tête du récepteur pour obtenir  $r_{HF}(t)$ . Le signal reçu en bande portée autour de  $f_0$  s'écrit:

$$r_{HF}(t) = (h_{HF} * s_{HF})(t) + n_{HF}(t) \quad (1.4)$$

En utilisant les résultats généraux sur l'enveloppe complexe, le signal complexe (démodulé) en bande de base  $r(t)$  s'exprime directement par filtrage du signal complexe (modulant) en bande de base  $s(t)$  et d'un bruit complexe en bande de base  $n(t) = n_I(t) + jn_Q(t)$ :

$$r(t) = (h * s)(t) + n(t) \quad (1.5)$$

avec:

- $h(\tau)$ : filtre passe-bas équivalent en bande de base du canal de propagation. La réponse en fréquence du filtre en bande de base  $\hat{h}(f) = TF\{h(\tau)\}$  se déduit de celle du filtre en bande portée  $\hat{h}_{HF}(f) = TF\{h_{HF}(\tau)\}$  par une translation de  $-f_0$ , en ne considérant que la partie des fréquences positives du filtre ( $\hat{h}_{HF}^+(f) = \hat{h}_{HF}(f)$  si  $f \geq 0$ , 0 sinon), soit  $\hat{h}(f) = \hat{h}_{HF}^+(f + f_0)$ . Dans le cas d'un filtre  $h_{HF}(\tau)$  à bande étroite autour de  $f_0$ , les réponses impulsionnelles sont liées par la relation:  $h(\tau) = BF\{h_{HF}(\tau).e^{-j2\pi f_0\tau}\}$ . Notons que la réponse impulsionnelle du filtre équivalent en bande de base est en général complexe, sauf si le filtre physique  $\hat{h}_{HF}(f + f_0)$  a une symétrie hermitienne autour de  $f_0$ , c'est à dire si  $\hat{h}_{HF}^+(f_0 + f) = \hat{h}_{HF}^+(f_0 - f)$ .
- $n(t) = BF\{n_{HF}(t).2e^{-j2\pi f_0 t}\}$  est l'enveloppe complexe relative à  $f_0$  du bruit réel physique. On montre [51] que la dsp bilatérale du bruit complexe démodulé  $n(t)$  est égale à  $2N_0$  et que les deux composantes en quadrature  $n_I(t)$  et  $n_Q(t)$  sont indépendantes, gaussiennes, centrées, avec chacune pour dsp bilatérale  $N_0$ .

L'équation (1.5) donne ainsi une représentation équivalente en bande de base de la transmission en introduisant artificiellement une Ri de canal et un bruit complexes. Cette représentation permet d'intégrer tous les phénomènes liés à la bande portée sans avoir à manipuler les signaux HF.

Notons que l'enveloppe complexe  $r(t)$  ainsi définie ne correspond au signal en bande de base observé  $r'(t)$  que si la porteuse utilisée pour la démodulation en quadrature est rigoureusement la même en fréquence et en phase que celle utilisée en émission. Ceci n'est jamais strictement le cas en pratique, même si la porteuse du démodulateur est asservie (démodulation quasi-cohérente). On observera alors:

$$r'(t) = r(t).e^{+j\Phi(t)} \quad (1.6)$$

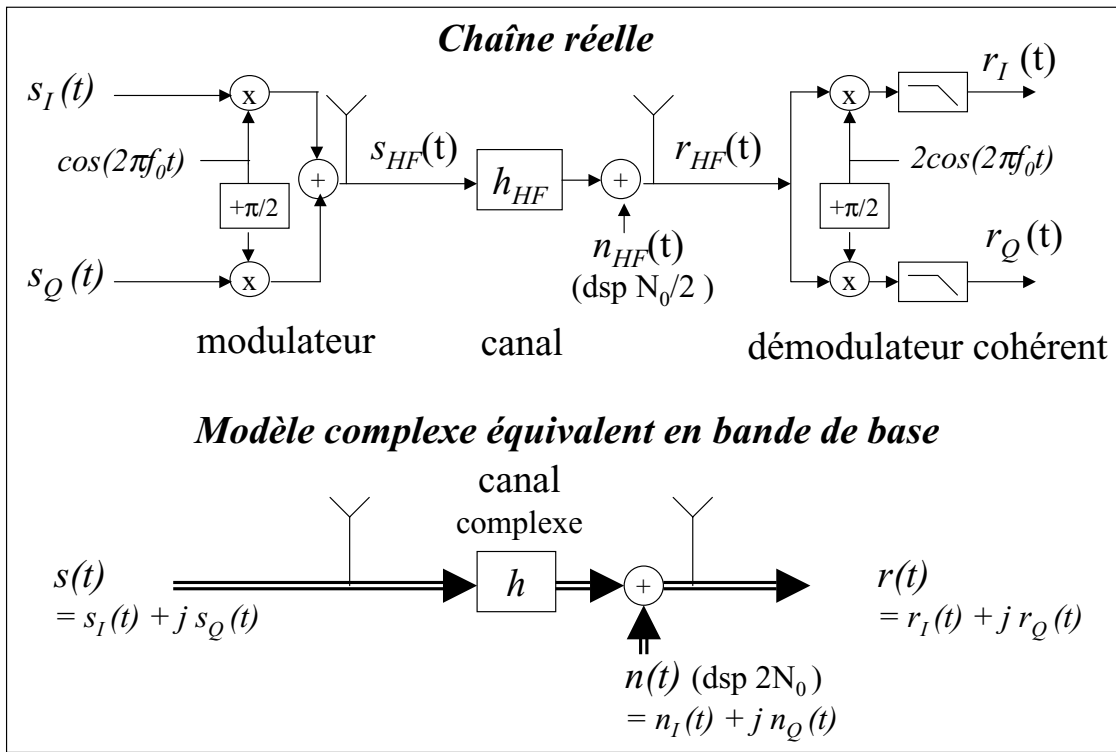


FIG. 1.4 – Chaîne réelle et modèle en bande de base

où  $\Phi(t) = \Phi_{TX}(t) - \Phi_{RX}(t)$  représente les fluctuations et dérives de phase entre les oscillateurs d'émission ( $TX$ ) et de réception ( $RX$ ). Ces fluctuations sont extrêmement lentes relativement à la largeur de bande et à fortiori à la fréquence porteuse, soit  $\frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi(t)}{dt} \ll B_0 \ll f_0$ .

Elles seront généralement (sauf au chapitre 3 de la partie III) supposées majoritairement précompensées, mais rappelons qu'elles peuvent être incluses dans les fluctuations du canal, avec un modèle convolutif pour  $r'(t)$  qui reste semblable à (1.5).

### ★ Modèle mathématique du canal en bande de base

La description précédente est générale. Explicitons maintenant la réponse impulsionnelle du canal en bande de base dans le cas d'un canal à trajets multiples. Le signal reçu en bande portée constitue une superposition de versions retardées et atténuées du signal émis, soit :

$$r_{HF}(t) = \sum_{i=1}^{L_t} \rho_i s_{HF}(t - \tau_i) + n_{HF}(t) \quad (1.7)$$

où :

$L_t$  est le nombre de trajets,

$\tau_i$  est le temps de propagation associé au trajet numéro "i", que l'on dénommera souvent plus simplement, retard du trajet "i",

$\rho_i$  est l'atténuation de propagation associé au trajet numéro "i", ou encore l'amplitude du trajet "i"; c'est un nombre réel positif.



On en déduit alors la forme de la réponse impulsionnelle du canal en bande portée, en accord avec l'équation générale de filtrage (1.4):

$$h_{HF}(\tau) = \sum_{i=1}^{L_t} \rho_i \delta(\tau - \tau_i) \quad (1.8)$$

La réponse en bande de base  $h(\tau)$  peut alors être obtenue après passage en fréquence  $f$ , translation de  $-f_0$  et retour en temps  $\tau$  (ou plutôt retard). On peut aussi la déduire en injectant (1.1) dans (1.7), ce qui amène à:

$$r_{HF}(t) = \Re\left\{ \left[ \sum_{i=1}^{L_t} \rho_i e^{-j2\pi f_0 \tau_i} s(t - \tau_i) \right] \cdot e^{j2\pi f_0 t} \right\} + n_{HF}(t) \quad (1.9)$$

Compte tenu de l'unicité de l'enveloppe complexe  $r(t)$  de  $r_{HF}(t)$  relative à  $f_0$ , on obtient en accord avec l'équation (1.5) l'équivalent complexe en bande de base de la réponse impulsionnelle du canal:

$$h(\tau) = \sum_{i=1}^{L_t} \rho_i e^{j\phi_i} \delta(\tau - \tau_i) \quad (1.10)$$

où les coefficients  $\alpha_i = \rho_i e^{j\phi_i}$  sont dénommés amplitudes complexes des trajets, avec un module  $\rho_i$  égal à l'atténuation physique du trajet "i" et une phase  $\phi_i$  traduisant le déphasage de la porteuse dû au retard de propagation de ce trajet:  $\phi_i = -2\pi f_0 \tau_i$ .

Le canal de propagation à trajets multiples sera ainsi caractérisé par les 3 paramètres  $\{\rho_i, \phi_i, \tau_i\}$  d'amplitude, de phase et de retard de chaque trajet.

Remarque: Il est important de noter qu'en radiocommunications, compte tenu du rapport très important entre la fréquence porteuse  $f_0$  et la bande du signal transmis  $B_0$  (qui vaut  $2GHz/5MHz = 400$  dans notre cas précis), la détermination de la phase  $\phi_i$  d'un trajet se fera indépendamment de la connaissance du retard  $\tau_i$  malgré la relation linéaire théorique qui les lie dans le modèle idéal qui vient d'être décrit. En effet, la précision d'estimation du retard d'un trajet isolé, à partir du signal bruité reçu, est directement liée à la résolution temporelle  $1/B_0$ , avec pratiquement une précision difficilement inférieure à  $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{B_0} = 20ns$ . Or, une imprécision sur le retard aussi faible que  $1/f_0 = 0.5ns$  correspond à une rotation de phase de  $360^\circ$ !

Les phases et les retards des trajets seront ainsi considérés comme indépendants à cause de cette dynamique très importante pour la phase mais aussi de la notion de micro-trajets associés à un même retard  $\tau_i$ , que nous aborderons dans la section 1.3.3.

#### Exemple du canal à deux trajets:

On utilise souvent le cas d'école d'un canal à 2 trajets de paramètres simplificateurs  $\{\rho_1 = 1, \phi_1 = 0, \tau_1 = 0\}$  et  $\{\rho_2 = \rho, \phi_2 = \Delta\phi, \tau_2 = \Delta\tau\}$ . La réponse en fréquence du canal en bande de base est donnée par:

$$\hat{h}(f) = 1 + \rho \cdot e^{j\Delta\phi} \cdot e^{-j2\pi f \Delta\tau}$$

avec ainsi un module tel que

$$|\hat{h}(f)|^2 = (1 + \rho^2) + 2\rho \cdot \cos(\Delta\phi - 2\pi f\Delta\tau)$$

La fonction de transfert est périodique de période  $1/\Delta\tau$ , avec des maxima obtenus pour les fréquences  $f_{max} = \frac{\Delta\phi}{2\pi} \cdot \frac{1}{\Delta\tau} + \frac{n}{\Delta\tau}, \forall n \in \mathbb{Z}$  et des minima pour  $f_{min} = f_{max} + \frac{1}{2\Delta\tau}$ . On vérifie sur cet exemple que la sélectivité en fréquence croît avec l'étalement de la réponse impulsionnelle du canal. Lorsque le canal est à phase minimale [15], ce qui correspond à  $\rho \leq 1$ , cette sélectivité sera d'autant plus marquée que  $\rho$  croît et devient proche de 1. Dans le cas extrême où les deux trajets ont la même amplitude physique ( $\rho = 1$ ), les minima de la fonction de transfert deviennent des zéros:  $|\hat{h}(f_{min})| = 0$ .

### 1.3.3 Modèle de variation des paramètres

Lorsque le mobile se déplace, le modèle du canal devient un filtre évolutif  $h(\tau, t)$  avec des paramètres de canal qui varient au cours du temps  $\{\rho_i(t), \phi_i(t), \tau_i(t)\}$ .

#### ★ Modèle déterministe en défaut...

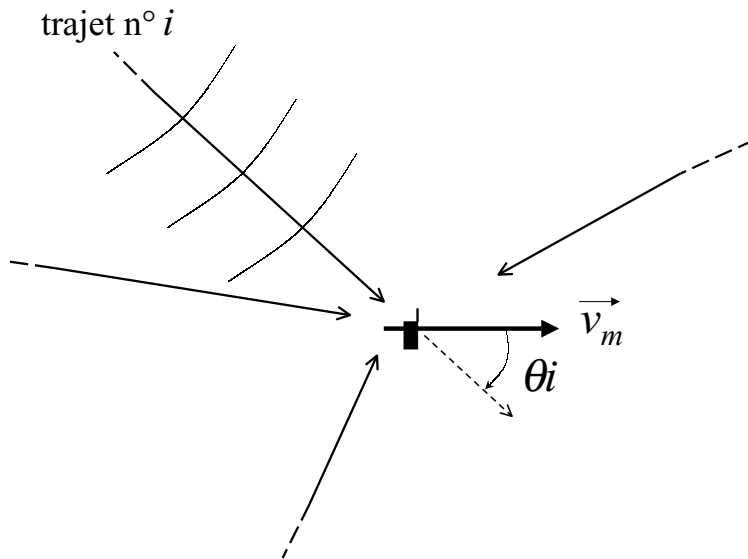


FIG. 1.5 – Trajets multiples dans l'environnement du mobile en mouvement

Les amplitudes complexes des coefficients du canal varient en fonction du temps dès lors qu'il y a du mouvement. Pour évaluer l'évolution de ces coefficients, le plus naturel consiste à décrire le déplacement du mobile par un mouvement uniforme sur la durée du "slot", en rajoutant un paramètre d'angle d'arrivée  $\theta_i$  (par rapport au vecteur vitesse de déplacement du mobile) pour chaque trajet "i".

Ce modèle d'évolution déterministe n'est pratiquement pas utilisé tel quel en radio-mobile, car il ne reflète pas exactement les phénomènes observés. Pour mieux représenter l'observation, il faudra compléter ce modèle ultérieurement par une description aléatoire.

Néanmoins, le modèle d'évolution déterministe permet d'appréhender les choses à partir des phénomènes de base et de dégager ainsi certaines limites.

Si on raisonne sur une durée courte  $t - t_0$  (où l'on prend  $t_0 = 0$  par convention) inférieure ou égale à la durée du "slot", correspondant à un déplacement du mobile très court, inférieur à quelques cm, on peut déduire de la représentation déterministe que:

- les variations de l'atténuation d'espace d'un trajet de propagation isolé sont négligeables en champ lointain, soit  $\rho_i(t) \simeq \rho_i$ ,  $i = 1 \dots L_t$ .
- le déplacement du mobile étant faible par rapport à la distance parcourue par l'onde plane associée à chaque trajet, on peut approcher l'évolution temporelle du retard du trajet "i" par:

$$\tau_i(t) = \tau_i(0) + \frac{v_m \cos(\theta_i)}{v_0} t \quad (1.11)$$

- la phase de chaque trajet subit un déphasage linéaire en fonction du temps, ce qui se traduit par une variation périodique (sous forme de fréquence pure) des coefficients complexes du canal en bande de base à une fréquence  $\Delta f_i$ , différente d'un trajet à l'autre lorsque les angles d'arrivée sont différents:

$$\phi_i(t) = \phi_i(0) - 2\pi \Delta f_i t \quad (1.12)$$

avec

$$\Delta f_i = f_d \cdot \cos(\theta_i) \quad \text{et} \quad f_d = \frac{v_m}{v_0} \cdot f_0 \quad (1.13)$$

La variation périodique des coefficients à une fréquence  $\Delta f_i$  proportionnelle à la vitesse du mobile et à la fréquence porteuse traduit, en bande de base, l'effet Doppler. Si on raisonne au niveau du signal reçu, on met en avant les décalages de fréquences porteuses apparentes au niveau du récepteur en combinant (1.9) et (1.12) dans la formule suivante:

$$r_{HF}(t) = \sum_{i=1}^{L_t} \Re\{[\rho_i e^{-j2\pi f_0 \tau_i(0)} s(t - \tau_i(t))] \cdot e^{j2\pi(f_0 + \Delta f_i)t}\} + n_{HF}(t) \quad (1.14)$$

La fréquence porteuse apparente  $(f'_0)_i$  de l'onde plane associée au trajet "i" subit un décalage statique de fréquence  $\Delta f_i$  observé au niveau du récepteur:

$$(f'_0)_i = f_0 + \Delta f_i$$

Le spectre observé en réception en réponse à une fréquence porteuse non modulée (soit un signal  $s(t)$  constant en bande de base à l'émission) est appelé spectre Doppler. On note qu'en raison de la présence de plusieurs trajets arrivant sous des angles différents, le spectre

Doppler est constitué, dans ce modèle déterministe, de  $L_t$  raies discrètes autour de  $f_0$ . L'écart maximal, positif ou négatif, par rapport à  $f_0$  est donné par  $f_d$ . La fréquence maximale (respectivement minimale) possible correspond à une onde plane arrivant de manière colinéaire et de sens contraire (respectivement de sens identique) au déplacement du mobile.

## Ordres de grandeur limites à retenir pour le mode TDD de l'UMTS...

- **retards fixes sur la durée du "slot"**: à l'échelle d'un "slot" de communication sur lequel est réalisée l'estimation de canal, les paramètres de retards des trajets  $\tau_i$  pourront toujours être considérés comme fixes par rapport à la résolution temporelle de  $1/B_0 = 200ns$ , en raison d'une vitesse de déplacement du mobile  $v_m$  très faible par rapport à la célérité de l'onde radio-électrique  $v_0 = 3.10^8 m/s$ . En effet, la variation maximale de retard sur la durée  $T_{slot}$  sera de l'ordre de  $\frac{v_m}{v_0} \cdot T_{slot} = 0.075ns$  pour une vitesse du mobile de  $120km/h$ . De même sur un "slot", on peut considérer que le nombre de trajets reste fixe, les phénomènes d'apparition et de disparition des trajets étant liés aux effets de masque se produisant très lentement, au cours d'un grand nombre de slots.
- **variations de phase sur un "slot" en environnement "véhicules"**: compte tenu de la fréquence porteuse élevée, un déplacement infime pourra entraîner des variations non négligeables de phase. L'estimation de canal est réalisée à partir d'une séquence d'apprentissage située au milieu du "slot". La variation maximale de la phase d'un trajet de propagation à considérer pour le traitement du "slot" équivaut à une durée de  $T_{slot}/2$ . A partir de (1.13) et (1.12), on déduit les ordres de grandeur suivants:
  - pour  $v_m = 3km/h$ : l'écart doppler maximal est  $f_d = 5,5Hz$ , la variation de phase maximale sur une durée  $T_{slot}/2$  est  $\Delta\phi_{max} = 0.7^\circ$
  - pour  $v_m = 120km/h$ : l'écart doppler maximal est  $f_d = 222Hz$ , la variation de phase maximale sur une durée  $T_{slot}/2$  est  $\Delta\phi_{max} = 27^\circ$
 On rappelle [9] que pour une modulation QPSK et un canal idéal, une erreur *statique* de phase de  $25^\circ$  entraîne une dégradation de l'ordre de 5 dB pour un TEB de  $10^{-5}$ .

Suite aux deux remarques précédentes: pour des vitesses de  $3km/h$  correspondant aux environnements d'intérieur ou piétons, les paramètres du canal pourront être considérés comme fixes pour le traitement d'un "slot" de données.

Pour un environnement "vehicule" à vitesse élevée, les retards des trajets pourront être considérés comme fixes, mais pas les amplitudes complexes. Le modèle dynamique de la Ri du canal en bande de base devient ainsi:

$$h(\tau, t) = \sum_{i=1}^{L_t} \alpha_i(t) \delta(\tau - \tau_i) \quad (1.15)$$

$h(\tau, t)$  représente la réponse du canal au temps  $t$  d'une impulsion émise au temps  $t - \tau$ .

## ★ Modèle aléatoire de Rayleigh

La modélisation aléatoire la plus classique d'un canal de propagation soumis au "fading" est de considérer que sa réponse impulsionnelle  $h(\tau, t)$  est stationnaire au sens large (WSS: wide sense stationary) et que les diffuseurs sont non corrélés (US: uncorellated scatterers). On aboutit ainsi au modèle WSSUS qui a été introduit par P.A. Bello en 1963 dans l'article [8]. L'expérience montre qu'il caractérise bien les variations à court terme pour des déplacements jusqu'à quelques dizaines de longueur d'onde.

Pour une réponse impulsionnelle WSSUS la plus générale possible, les paramètres statistiques du canal sont entièrement caractérisés par une des 4 fonctions d'autocorrelations à 2 paramètres, introduites par P.A. Bello. Ces fonctions sont liées 2 à 2 par des relations de TF. La "fonction de diffusion" est la plus utilisée, délivrant un profil de puissance dans le plan retard-Doppler. La "fonction d'autocorrélation temps-fréquence" du canal ("Spaced-time spaced-frequency correlation function"), notée  $\mathcal{R}_{\hat{h}}(\Delta f, \Delta t)$ , permet de formaliser les notions de temps de cohérence  $T_{coh}$  et de bande de cohérence  $B_{coh}$  introduites en début du chapitre. Cette fonction ne dépend pas des dates  $(t_1, t_2)$  et des fréquences  $(f_1, f_2)$  en absolu mais seulement de leurs écarts  $\Delta t = t_2 - t_1$  et  $\Delta f = f_2 - f_1$  en raison respectivement des hypothèses WSS et US. Sa définition physique est donnée à partir de la réponse en fréquence du canal variant au cours du temps  $\hat{h}(f, t) = TF_{(\tau)}\{h(\tau, t)\}$  par:

$$\mathcal{R}_{\hat{h}}(\Delta f, \Delta t) = E[\hat{h}(f, t)\hat{h}^*(f - \Delta f, t - \Delta t)] \quad (1.16)$$

On a alors:

- **Temps de cohérence:**  $T_{coh} = support\{\mathcal{R}_{\hat{h}}(0, \Delta t)\}$ ,  
 $T_{coh}$  mesure la séparation temporelle minimale pour laquelle les réponses du canal à l'émission d'une fréquence pure  $f_1$  sont décorrélés.
- **Bande de cohérence:**  $B_{coh} = support\{\mathcal{R}_{\hat{h}}(\Delta f, 0)\}$ ,  
 $B_{coh}$  mesure la séparation fréquentielle minimale pour laquelle les réponses du canal à l'émission de deux fréquences pures  $f_1$  et  $f_2$  sont décorrélés.

En exploitant les relations de TF, on vérifie que  $T_{coh}$  et  $B_{coh}$  sont de l'ordre respectivement de l'inverse de l'élargissement Doppler, et de l'inverse de l'étalement temporel du canal. [76] sert de référence universelle pour rappeler la description détaillée du canal WSSUS général.

Nous nous contenterons ici d'une description spécifique au cas qui nous intéresse, c'est à dire à une réponse impulsionnelle à trajets multiples telle qu'elle a été introduite en (1.10) puis en (1.15) dans sa version variable au cours du temps. Le lien (immédiat) entre description générale et cas spécifique "trajets multiples" est fait dans [64].

Dans le cadre d'une réponse impulsionnelle à trajets discrets, chaque coefficient  $\alpha_i(t)$  est caractérisé par une loi de distribution d'amplitude  $\{\rho_i\}$  et de phases  $\{\phi_i\}$ , ainsi que d'une fonction d'autocorrélation  $R_{\alpha_i}(\Delta t)$  ou d'un spectre Doppler  $S_{\alpha_i}(\nu)$ .

## Lois de distribution des amplitudes complexes

Pour obtenir la loi des coefficients  $\alpha_i(t)$  associée au trajet “ $i$ ”, on introduit la notion de groupe (“cluster”) de micro-trajets associé à un même retard  $\tau_i$ .

En effet, la zone de réception du terminal mobile comprend souvent des diffuseurs proches transformant un trajet donné en un groupe de micro-trajets ayant des différences de marches faibles et donc quasiment un même retard  $\tau_i$ ; une différence de marche de quelques *cm* correspond à une différence de retard de l'ordre d'un millième de la résolution temporelle, mais à une différence de phase quelconque. Par ailleurs, les différents groupes de micro-trajets correspondent à divers réflecteurs lointains, avec des différences de marche de plus de 60 mètres pour des trajets résolus (différences de retards supérieures ou égales à 200 ns). Ainsi le coefficient de chaque trajet “ $i$ ” correspond à la superposition de tous les coefficients des micro-trajets du groupe “ $i$ ” :

$$\alpha_i(t) = \rho_i(t).e^{j\phi_i(t)} = \sum_n \rho_{i,n}.e^{j\phi_{i,n}(t)} \quad (1.17)$$

où  $\rho_{i,n}$  et  $\phi_{i,n}(t)$  sont respectivement le module et la phase du  $n$ -ème micro-trajet constitutif de  $\alpha_i(t)$ .

Lorsqu'un trajet “ $i$ ” correspond à une multitude de micro-trajets incohérents, la densité de probabilité du coefficient correspondant  $\alpha_i(t) = \rho_i(t).e^{j\phi_i(t)}$  est gaussienne complexe, en conséquence du théorème de la limite centrale. On peut en déduire [76] que :

- les parties réelles et imaginaires de  $\alpha_i(t)$  sont des variables gaussiennes non corrélées de variance  $\sigma_{\alpha_i}^2$ ,
- le module (enveloppe)  $\rho_i(t)$  des coefficients suit alors une loi de rayleigh, donnée par:

$$p(\rho) = \frac{\rho}{\sigma_{\alpha}^2} \exp\left(-\frac{\rho^2}{2\sigma_{\alpha}^2}\right) \text{ pour } \rho \geq 0, \text{ 0 sinon} \quad (1.18)$$

où  $2\sigma_{\alpha_i}^2$  est le gain en puissance associé au trajet “ $i$ ”.

- la phase  $\phi_i(t)$  des coefficients est uniformément distribuée entre 0 et  $2\pi$ .

Le modèle de Rayleigh correspond à  $L_t$  trajets incohérents (ou diffus) et ainsi à la situation pessimiste où il n'y a pas de trajet direct (Line Of Sight). C'est la situation la plus courante dans les milieux urbains. On vérifie facilement qu'avec un tel modèle de canal, l'enveloppe (le module de l'enveloppe complexe) du signal reçu en réponse à une porteuse non modulée (transmission d'une fréquence pure) suit également une loi de Rayleigh.

Dans un milieu rural, la liaison directe est souvent disponible, accompagnée d'un petit nombre de trajets réfléchis. Notons que dans le cas où il y aurait une composante cohérente ne subissant pas d'évanouissement (présence du trajet direct ou d'une réflexion non diffuse) qui se superposerait aux composantes diffuses, l'enveloppe du signal reçu en réponse à une

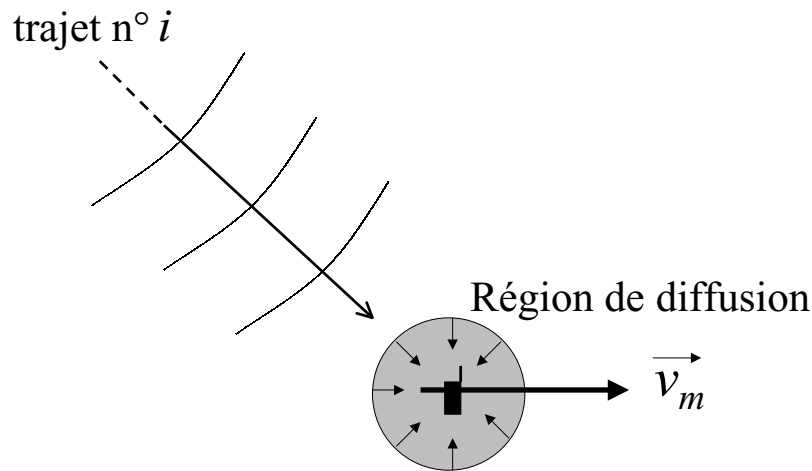


FIG. 1.6 – Groupe de micro-trajets dans la zone de diffusion autour du mobile, généré à partir d'un trajet de propagation

porteuse non modulée suivrait une loi de Rice [76] au lieu d'une loi de Rayleigh. Autrement dit, les parties réelles et imaginaires du signal reçu en bande de base auraient une distribution gaussienne autour d'une valeur moyenne.

### Spectre Doppler de chaque trajet

Le caractère dynamique est mesuré par la fonction d'autocorrélation temporelle de chaque trajet:

$$R_{\alpha_i}(\Delta t) = E\{\alpha_i(t)\alpha_i^*(t - \Delta t)\} \quad (1.19)$$

Les coefficients sont non corrélés entre eux. On associe un spectre Doppler à chaque trajet qui peut se déduire par transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation:

$$S_{\alpha_i}(\nu) = TF_{(\Delta t)}\{R_{\alpha_i}(\Delta t)\} \quad (1.20)$$

Le spectre Doppler correspond au spectre observé (en bande de base) associé au trajet “ $i$ ” en réponse à une fréquence pure. D'après la discussion menée avec le modèle déterministe, on sait que le spectre Doppler a une largeur maximale (mono-latérale) donnée par la fréquence Doppler  $f_d = \frac{v_m}{v_0} \cdot f_0$  et que sa forme dépend de la distribution spatiale des obstacles et de la vitesse du mobile. Clarke [20] et Jakes [48] ont initialement proposé une description bien adéquate pour les signaux émis à très faible largeur de bande, correspondant à des différences de retards toujours faibles par rapport à la résolution temporelle. La prise en compte de la largeur de bande des signaux a alors été faite en associant un modèle de Clarke à chaque trajet. Nous en résumons ci-dessous la démarche.

Raisonnons pour le trajet “ $i$ ” et une antenne de réception omnidirectionnelle. La phase  $\phi_{i,n}(t)$  dépend de l'angle d'arrivée  $\theta_{i,n}$  de l'onde plane associée au micro-tajet “ $n$ ” en vertu

de l'effet Doppler. Similairement à l'équation (1.12), on a :

$$\phi_{i,n}(t + \Delta t) = \phi_{i,n}(t) - 2\pi f_d \cos(\theta_{i,n}) \Delta t \quad (1.21)$$

L'expression générale de la fonction d'autocorrélation de chaque trajet est ainsi :

$$R_{\alpha_i}(\Delta t) = E\left[\sum_n \rho_{i,n} \exp(j\phi_{i,n}(t)) \cdot \sum_m \rho_{i,m} \exp(-j(\phi_{i,m}(t) + 2\pi f_d \cos(\theta_{i,m}) \Delta t))\right] \quad (1.22)$$

L'indépendance statistique entre les modules  $\rho_{i,n}$ , les phases  $\phi_{i,n}(t)$  et les angles  $\theta_{i,n}$  permet d'écrire :

$$R_{\alpha_i}(\Delta t) = \sum_n \sum_m E[\rho_{i,n} \rho_{i,m}^*] \cdot E[\exp\{j(\phi_{i,n}(t) - \phi_{i,m}(t))\}] \cdot E[\exp\{-j2\pi f_d \cos(\theta_{i,m}) \Delta t\}] \quad (1.23)$$

Le deuxième terme  $E[\cdot]$  est nul excepté lorsque  $n = m$ . De plus, pour un nombre important ( $N \rightarrow \infty$ ) de micro-trajets diffus, la puissance incidente provenant d'un secteur angulaire  $[\theta; \theta + d\theta]$  approche une distribution continue, d'où l'on déduit :

$$\begin{aligned} R_{\alpha_i}(\Delta t) &= \frac{\sigma_{\alpha_i}^2}{N} \sum_{n=1}^N E[\exp\{-j2\pi f_d \cos(\theta_{i,n}) \Delta t\}] \\ &= \sigma_{\alpha_i}^2 \cdot \int_{-\pi}^{+\pi} p(\theta) \exp\{-j2\pi f_d \cos(\theta) \Delta t\} d\theta \end{aligned} \quad (1.24)$$

**Dans le cas d'un environnement isotrope**, les micro-trajets peuvent provenir de toutes les directions avec une équi-probabilité : l'angle  $\theta$  a une distribution uniforme sur  $[0; 2\pi]$ , avec  $p(\theta) = \frac{1}{2\pi}$ . Il s'en suit [20] que :

$$R_{\alpha_i}(\Delta t) = \sigma_{\alpha_i}^2 \cdot J_0(2\pi f_d \Delta t) \quad (1.25)$$

où  $J_0(\cdot)$  est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 0.

Le spectre Doppler exprimé en bande de base vaut alors :

$$S_{\alpha_i}(\nu) = \begin{cases} \frac{\sigma_{\alpha_i}^2}{\pi f_d \sqrt{1 - (\frac{\nu}{f_d})^2}} & \text{pour } |\nu| \leq f_d, \\ 0 & \text{pour } |\nu| > f_d \end{cases} \quad (1.26)$$

Ce spectre Doppler est appelé spectre en U en raison de sa forme donnée en figure 1.7. On le nomme aussi spectre Doppler "classique". Ainsi, le canal apporte une modulation aléatoire "parasite" en amplitude et en phase. La transmission d'une fréquence pure  $f_0$  au travers d'un canal soumis au "fading" de Rayleigh (mono-trajet ou multi-trajets) avec un environnement isotrope autour du mobile correspondra en réception à un élargissement en



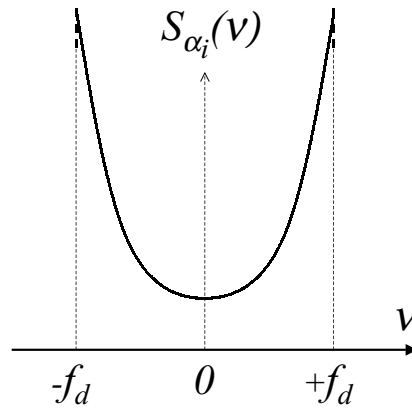


FIG. 1.7 – Spectre Doppler en U (en bande de base) associé à un “trajet”

fréquence de  $+/- f_d$  sous forme d’une dsp donnée par (1.26).

**Remarques:**

- L’obtention analytique de ce spectre en U avait été initialement [20] obtenue en supposant les micro-trajets (d’un même “cluster”) de même module  $\rho_{i,n} = cte \forall n$ , comme la prolongation la plus naturelle du modèle déterministe.
- Le spectre en U peut être obtenu directement sans passer par la fonction d’auto-corrélation, en raisonnant physiquement par extrapolation du modèle déterministe. Chaque micro-trajet d’angle  $\theta_{i,n}$  amène une contribution à la fréquence  $\nu = f_d \cos(\theta_{i,n})$ . Avec une distribution spatiale uniforme et continue (à la limite), on retrouve logiquement pour le spectre la forme de la densité de probabilité en amplitude d’un cosinus à support limité par  $+/- f_d$ .

Plus formellement, de  $\nu = f_d \cos(\theta)$ , on déduit:

$$d\theta = -\frac{d\nu}{f_d \sqrt{1 - (\frac{\nu}{f_d})^2}}$$

La portion de puissance reçue sur l’intervalle angulaire  $[\theta; \theta + d\theta]$  est donnée par  $\sigma_{\alpha_i}^2 \cdot p(\theta) d\theta$  en supposant une antenne de réception à gain uniforme dans toutes les directions  $\theta$ .

Etant donné que les angles  $\theta$  et  $-\theta$  donnent un décalage Doppler identique, la puissance reçue dans l’intervalle de fréquence  $[\nu; \nu + d\nu]$  est donnée par:

$$S_{\alpha_i}(\nu) |d\nu| = \sigma_{\alpha_i}^2 \cdot (p(\theta) + p(-\theta)) |d\theta|$$

On retrouve bien alors le spectre en U de l’équation (1.26) dans le cas d’une distribution angulaire isotrope où  $p(\theta) = \frac{1}{2\pi}$ .

*Cas particulier canal “Indoor”*

Dans le cas particulier du canal “Indoor” (intérieur bureau) où le Doppler est davantage du au mouvement de l’environnement (déplacement de personnes) qu’à celui du récepteur mobile, on considère généralement non pas un spectre Doppler en U mais un spectre plat entre  $-f_d$  et  $+f_d$  avec  $f_d$  correspondant à une vitesse de l’ordre de  $3km/h$ .

**1.3.4 Ordres de grandeur et modèles proposés par l’ETSI**

L’ETSI (European Telecommunications Standards Institute) a proposé des ordres de grandeur pour les paramètres des modèles aléatoires de canaux dans différents environnements terrestres [30]: environnement “Indoor office” (à l’intérieur, dans les bureaux), environnement “Outdoor to Indoor and Pedestrian” (passage à l’extérieur des bâtiments, piéton), environnement “Vehicular” (en véhicule, avec une grande antenne).

Pour chacun de ces trois environnements, on définit des réponses impulsionnelles composées de 6 trajets de puissance prédominante. Pour ces différents environnements, on donne les retards moyens pour les situations fréquentes (95 % des cas) de faible étalement (catégorie A) et d’étalement médian (catégorie B). A chacun des trajets, on associe une puissance moyenne (relative au plus fort trajet et exprimée en dB), une loi de distribution de type Rayleigh pour les modules, et uniforme entre 0 et  $2\pi$  pour les phases. Les paramètres des différents environnements sont résumés dans les tables qui vont suivre.

L’étalement temporel est très faible en “Indoor A”, légèrement supérieur à la résolution temporelle, correspondant à peu près au temps chip,  $T_c$ ; Au contraire, l’étalement temporel est important en “Vehicular B”, autour de  $5 T_s$ , ce qui présente deux situations très différentes en terme de sélectivité en fréquence et de besoin d’égalisation.

Rappelons que, conformément à la discussion sur les ordres de grandeur limites, pour les environnements “Indoor” et “Pedestrian”, le canal pourra être considéré comme fixe (et ainsi déterministe) sur la durée (réalisation) d’un “slot”.

Indoor		trajet 1	trajet 2	trajet 3	trajet 4	trajet 5	trajet 6
A	$\tau_i$	0 ns	50 ns	110 ns	170 ns	290 ns	310 ns
	$(\sigma_{\alpha_i}^2)_{dB}$	0 dB	-3 dB	-10 dB	-18 dB	-26 dB	-32 dB
B	$\tau_i$	0 ns	100 ns	200 ns	300 ns	500 ns	700 ns
	$(\sigma_{\alpha_i}^2)_{dB}$	0 dB	-3.6 dB	-7.2 dB	-10.8 dB	-18.0 dB	-25.2 dB

TAB. 1.1 – Paramètres du canal “Indoor”

Chaque trajet est affecté d’un spectre Doppler “Plat” en “Indoor”, avec un étalement Doppler  $f_d \leq 6Hz$  correspondant à une vitesse  $v_m \leq 3km/h$ .

Pedestrian		trajet 1	trajet 2	trajet 3	trajet 4	trajet 5	trajet 6
A	$\tau_i$	0 ns	110 ns	190 ns	410 ns		
	$(\sigma_{\alpha_i}^2)_{dB}$	0 dB	-9.7 dB	-19.2 dB	-22.8 dB		
B	$\tau_i$	0 ns	200 ns	800 ns	1200 ns	2300 ns	3700 ns
	$(\sigma_{\alpha_i}^2)_{dB}$	0 dB	-0.9 dB	-4.9 dB	-8.0 dB	-7.8 dB	-23.9 dB

TAB. 1.2 – Paramètres du canal “Pedestrian”

Chaque trajet est affecté d’un spectre Doppler “Classique en U” en “Pedestrian”, avec un étalement Doppler  $f_d \leq 6Hz$  correspondant à une vitesse  $v_m \leq 3km/h$ .

Vehicular		trajet 1	trajet 2	trajet 3	trajet 4	trajet 5	trajet 6
A	$\tau_i$	0 ns	310 ns	710 ns	1090 ns	1730 ns	2510 ns
	$(\sigma_{\alpha_i}^2)_{dB}$	0 dB	-1 dB	-9 dB	-10 dB	-15 dB	-20 dB
B	$\tau_i$	0 ns	300 ns	8.9 $\mu s$	12.9 $\mu s$	17.10 $\mu s$	20 $\mu s$
	$(\sigma_{\alpha_i}^2)_{dB}$	-2.5 dB	0 dB	-12.8 dB	-10.0 dB	-25.2 dB	-16.0 dB

TAB. 1.3 – Paramètres du canal “Vehicular”

Chaque trajet est affecté d’un spectre Doppler “Classique en U” en “Vehicular”, avec un étalement Doppler  $f_d \leq 220Hz$  correspondant à une vitesse  $v_m \leq 120km/h$ .

### 1.3.5 Dimension spatiale considérée en réception

#### ★ Limites du contexte spatial envisagé dans la thèse

*Ce qui n’est pas envisagé (traitements sur la Station de Base)...*

On imagine à plus long terme que les systèmes cellulaires futurs utiliseront des “antennes intelligentes” sur la station de base afin de diriger le rayonnement émis uniquement vers la zone où se trouve le mobile. Ainsi, la capacité des systèmes cellulaires actuels sera améliorée de manière spectaculaire avec:

- une grande économie de puissance émise sur la station de base par rapport à une émission omnidirectionnelle (ou sectorisée). Qui plus est, cela permettra de diminuer considérablement la pollution radio-électrique à laquelle nous sommes soumis et qui finalement n’est utile que dans la zone très réduite où se trouve le mobile.
- une limitation considérable de l’interférence d’accès multiple, pouvant être réduite à zéro dans le cas favorable où les mobiles de la cellule sont bien répartis spatialement.

Ceci constitue le concept de SDMA (Spatial Division Multiple Acces) où seul l’espace suffirait à séparer les messages des différents utilisateurs. Le principe d’un tel système est

finaleme nt assez simple mais nécessite, en permanence, une localisation du mobile opérée par la station de base. Former un faisceau dans une direction privilégiée (adaptative en temps réel de manière électronique) ne pose par contre pas de difficulté du moment que l'antenne de la station de base est constituée d'un réseau de capteurs [101], [38]. De tels systèmes d'émission (avec l'infrastructure adéquate) sont envisageables techniquement à plus long terme et sont très étudiés. Dans le cas précis de notre travail commandé par la division DIH-OCF de France-Télécom R&D, nous nous sommes focalisés sur les algorithmes de réception sur le terminal mobile pour une émission classique "non-intelligente" (omnidirectionnelle ou sectorisée) telle qu'elle est pratiquée à ce jour.

*Ce qui est envisagé (Traitements sur le mobile)...*

L'antenne de réception multi-capteur sur le mobile est une manière de procurer au terminal plusieurs signaux différents portant la même information numérique. Les différentes copies pouvant provenir d'éléments ayant ou non la même nature (dipôles ou patch, différentes polarisations...), avec un espacement plus ou moins grand mais de toute manière inférieur ou égal à  $\lambda$ . Ceci nous amène à définir la notion de canal multi-capteur et à introduire des hypothèses de travail sur la relation entre les signaux des différents capteurs. Ces hypothèses sont nécessairement liées aux aspects électromagnétiques des éléments rayonnants (couplage, polarisations, technologie ...), qui font l'objet d'une étude démarrée récemment dans le laboratoire de France-Télécom R&D. Nous nous contenterons ici de donner quelques éléments physiques liés à la propagation afin d'éclairer les caractéristiques du canal multi-capteur.

### ★ Modèle de canal pour une réception multi-capteur

Dans le cas d'une réception sur le terminal mobile utilisant  $L$  capteurs, un canal, défini par sa réponse impulsionnelle à  $L_t$  trajets est associé à chaque capteur  $l = 1 \dots L$ :

$$h^{(l)}(\tau, t) = \sum_{i=1}^{L_t} \alpha_i(t)^{(l)} \delta(\tau - \tau_i) \quad (1.27)$$

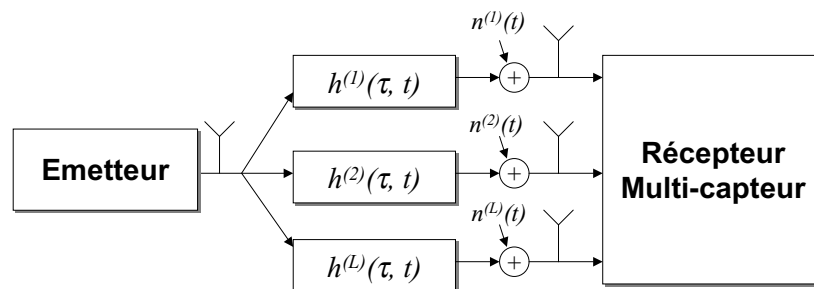


FIG. 1.8 – Différents canaux de propagation pour une réception multi-capteur sur le mobile

Comme vu précédemment, un capteur donné reçoit les composantes associées à chacun des  $L_t$  trajets de propagation. Au micro-trajet "n" du groupe "i" est associée une onde plane

arrivant sur le réseau de capteurs avec une même direction d'arrivée  $\theta_{i,n}$ . En considérant toujours les ordres de grandeur, similairement au raisonnement effectué au paragraphe 1.3.3, les retards peuvent être considérés comme identiques d'un capteur à l'autre (une différence de marche de  $\lambda$  pour un micro-trajet correspond à une différence de retard de  $2 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{B_0}$ ). Par contre, les amplitudes complexes  $\alpha_i^{(l)}$  d'un trajet seront différentes d'un capteur à l'autre  $l = 1 \dots L$ . En raison du grand nombre de micro-trajets de diffusion associés à un retard, ces amplitudes ne pourront pas être déduites par simple déphasage d'un capteur à l'autre, comme c'est le cas quand on fait du traitement d'antenne par formation de voie à partir de trajets cohérents. Les différentes études [88] [25] s'accordent naturellement à conclure que la corrélation de l'enveloppe des coefficients sur les différents capteurs diminue dès lors que le secteur angulaire  $\Delta\theta$  dans lequel arrivent les signaux augmente.

#### *Cas d'un environnement isotrope*

On considère la plupart du temps un environnement isotrope ( $\Delta\theta = 360^\circ$ ) pour le terminal mobile, particulièrement dans les secteurs urbains très denses. Dans ce cas, la corrélation spatiale (d'un capteur à l'autre) des amplitudes complexes des trajets peut facilement être obtenue de manière similaire au calcul de la fonction d'autocorrélation temporelle (1.25). Il suffit pour cela d'exprimer l'écart temporel  $\Delta t$  en fonction de l'écart spatial  $\Delta d$  qui correspondrait à un déplacement du mobile durant  $\Delta t$ , soit  $\Delta t = \frac{\Delta d}{v_m}$ . La fonction d'autocorrélation spatiale est alors :

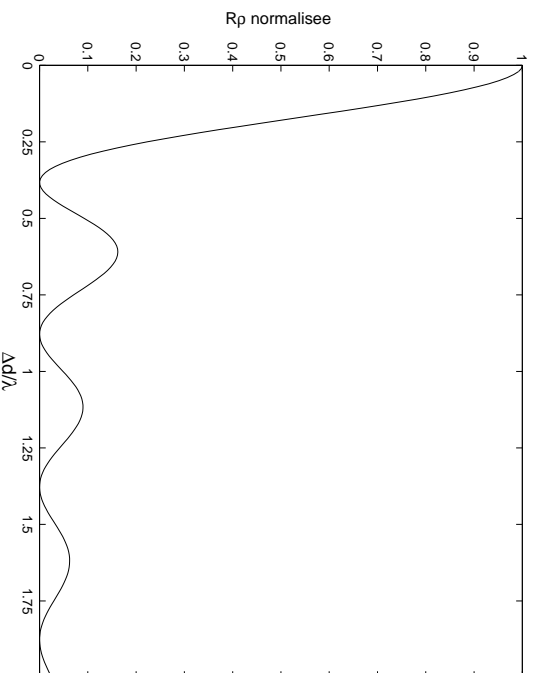
$$R_{\alpha_i}(\Delta d) = \sigma_{\alpha_i}^2 \cdot J_0\left(2\pi \frac{\Delta d}{\lambda}\right) \quad (1.28)$$

On s'intéresse en fait davantage à la fonction d'auto-corrélation de l'enveloppe  $|\alpha_i| = \rho_i$  des coefficients. Rappelons que les fluctuations de phase d'un trajet pourront dans les cas favorables être compensés par le procédé de synchronisation, mais les fluctuations d'amplitude entraîneront automatiquement des dégradations de TEB au travers de la fluctuation du rapport  $\frac{E_b}{N_0}$ . Toujours dans l'hypothèse où la puissance rayonnée est uniformément distribuée en angle, W.C. Jakes [48] montre que :

$$R_{\rho_i}(\Delta d) = \frac{\pi}{8} \sigma_{\alpha_i}^2 \cdot J_0^2\left(2\pi \frac{\Delta d}{\lambda}\right) \quad (1.29)$$

Cette fonction est tracée en figure 1.9. On conclut que *pour un secteur angulaire isotrope, la corrélation de l'enveloppe des amplitudes complexes des trajets est très faible pour un espacement entre capteurs de quelques cm. Elle est de l'ordre de 0.225, 0.09 et 0.05 respectivement pour un espacement de  $\lambda/4$ ,  $\lambda/2$  et  $\lambda$ .*

Il est clair que le canal réel en lien descendant multi-capteur est probablement plus complexe que ce modèle à trajets quasiment "non-corrélés", et fait l'objet d'études de mesures / modélisations. Néanmoins, on peut s'attendre à obtenir une bonne diversité sur les signaux reçus, avec des fonctions de transfert très différentes d'un capteur à l'autre.

FIG. 1.9 – *Corrélation spatiale de l'enveloppe d'un trajet***Remarques :**

- **Polarisation :** l'onde plane électromagnétique associée à chaque micro-trajet est une onde polarisée avec 3 composantes  $\{E_z, H_x, H_y\}$ . Dans le calcul de l'autocorrélation spatiale, nous avons implicitement considéré que les capteurs de réception étaient des dipôles électriques verticaux sensibles à la composante verticale  $E_z$  du champ électrique. Les considérations sur la polarisation sortent du cadre de cette étude. Evouons tout de même qu'une diversité très importante peut être obtenue en considérant les signaux provenant de deux polarisations différentes. En particulier [48]: dans un environnement isotrope, les 3 composantes du champ électromagnétique sont décorrélées en un même point de l'espace.

- **Dissymétrie entre “downlink” et “uplink” :** il est important de noter que cette faible corrélation spatiale obtenue en réception pour le mobile n'est généralement pas du tout retrouvée du côté de la station de base. Ceci est dû à la dissymétrie des environnements. Côté mobile, la présence d'objets diffusants proches et à même hauteur, ou un peu surélevés, entraîne une large répartition angulaire de l'énergie rayonnée vers le mobile. Au contraire, la Station de Base est généralement placée dans des endroits dégagés et surélevés, et reçoit l'énergie rayonnée en provenance d'un mobile dans un assez faible secteur angulaire. En tenant compte de cette dissymétrie, pour un secteur angulaire de  $15^\circ$ , Jakes a montré que la corrélation spatiale était supérieure à 0.9 pour des distances  $\Delta d \leq 100\lambda$ , du côté la station de base. Contrairement au cas du mobile, les traitements de type filtrage spatial ou autre traitement d'antenne [66] pourront être adéquats en réception sur la station de base. L'article [29] présente l'état de l'art actuel sur les modèles spatiaux de canaux au niveau de la station de base, utiles pour évaluer la corrélation spatiale.

## ★ A propos des traitements spatiaux sur le mobile

Lorsque la réception est réalisée sur plusieurs capteurs, on évoque et on met parfois en concurrence les traitements de type “diversité” et ceux de type “formation de voie”. Il est clair que nous utiliserons au maximum la diversité spatiale (procurée malgré des espacements inter-capteurs faibles) pour lutter contre le “fading” mais que les traitements numériques de réception doivent aussi permettre de limiter la dégradation due à l’interférence.

La formation de voie en traitement d’antenne permet de sélectionner en réception un secteur angulaire privilégié (filtrage spatial) en recombinaison le jeu de signaux issus des capteurs après une correction de phase [38], [101]. Ce type de traitement pourra être un cas particulier simple (spécifique à certains canaux) des traitements généraux que l’on envisagera dans la deuxième partie. Nous y reviendrons à la section 2.1.5 de la partie II mais précisons d’ores et déjà que la structure de réception et le calcul des coefficients (lorsque la structure est basée sur des filtres) ne seront pas commandés par des critères spatiaux (visée d’une direction) mais par des critères de qualité du message numérique (choix du jeu de coefficients qui donne la meilleure qualité, sans se préoccuper de l’incidence spatiale).

On peut aussi rajouter qu’un critère purement spatial de formation de voie sur le mobile n’aurait pas tellement de sens dans notre contexte car :

- les signaux de tous les utilisateurs sont émis du même lieu par la station de base supposée omnidirectionnelle. Un critère purement spatial n’opèrerait aucune séparation sur les messages des divers utilisateurs (IAM).
- de toute manière, la sélectivité angulaire serait mauvaise avec un faible nombre de capteurs sur le mobile. Pour un réseau linéaire uniforme avec des éléments espacés de  $\lambda/2$ , l’ouverture à 3 dB du lobe principal [6] est de  $62^\circ$  et de  $26^\circ$  respectivement avec  $L = 2$  ou 3 capteurs et pour une visée dans le plan orthogonal au réseau (plus petite ouverture). Même si ces “limites” peuvent être en partie repoussées avec les méthodes Haute Résolution [62], [41].
- et surtout la formation de voie et plus généralement le traitement d’antenne ne se prête pas aux cas de trajets non-cohérents (trop grand nombre de micro-trajets).

## 1.4 Étalement de spectre et CDMA

### 1.4.1 Principe de l'étalement de spectre par séquence directe

#### ★ Synoptique simplifié en bande de base (1 seul utilisateur)

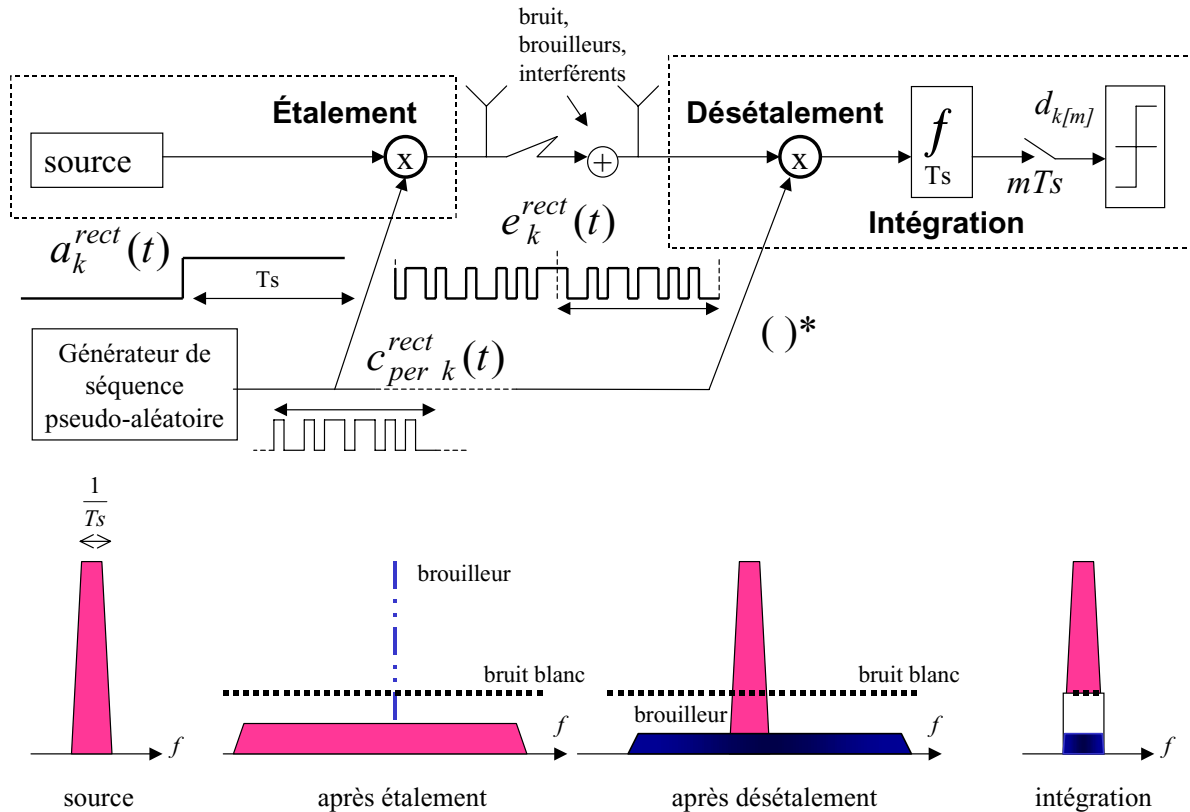


FIG. 1.10 – Principe schématique de l'étalement de spectre CDMA

#### ★ Représentation multiplicative conventionnelle

On s'intéresse uniquement dans un premier temps à l'utilisateur numéro "k". Le message numérique est constitué de symboles complexes  $a_{k[m]}$  (dépendant de la modulation numérique) qui sont émis à la rapidité de modulation  $Ds = 1/Ts$ , encore appelée rythme symbole. Dans le cas d'une modulation BPSK (Binary shift Keying) la porteuse n'est modulée que par la voie en phase (I) et les symboles sont issus de l'alphabet binaire  $\{-A; +A\}$ . Le "signal numérique" (signal analogique porteur de l'information numérique) en bande de base, mis en forme avec des créneaux constants sur la durée d'un symbole, s'écrit :

$$a_k^{rect}(t) = Ts \cdot \sum_m a_{k[m]} \cdot \text{rect}_{(Ts)}(t - mTs) \quad (1.30)$$

où

$$\text{rect}_{(Ts)}(\tau) = 1/Ts \text{ si } 0 \leq \tau \leq Ts, \text{ 0 sinon}$$



La présentation traditionnelle de l'étalement de spectre par séquence directe consiste en la multiplication du signal numérique porteur d'information  $a_k^{rect}(t)$  par une séquence pseudo-aléatoire construite à partir d'entités binaires (ou complexes binaires)  $\{c_{k[q]}\}$  appelées "chips" transitant à un rythme  $Q$  fois plus rapide que le débit symbole. Le signal résultant a ainsi des variations  $Q$  fois plus rapides que le signal d'information, occasionnant un spectre  $Q$  fois plus large. Le facteur  $Q$  est appelé facteur d'étalement ou encore gain de traitement.

Les séquences pseudo-aléatoires utilisées sont généralement *périodiques* de période  $T_s$  et nous nous limiterons à ce cas dans la suite; L'utilisation d'un code à durée limitée au temps symbole et répétée indéfiniment facilite la génération (ou mémorisation) de la séquence et sa synchronisation sur le signal reçu du côté récepteur. Pour 1 utilisateur  $k$  donné, on a seulement ainsi un jeu de  $Q$  chips binaires (binaires complexes)  $\{c_{k[q]}, q=0\dots Q-1\}$  appelé code d'étalement. Le code périodisé et mis en forme constitue ainsi la séquence pseudo-aléatoire périodique:

$$\begin{aligned} c_{per\ k}^{rect}(t) &= \sum_n \sum_{q=0}^{Q-1} c_{k[q]}.rect_{(T_c)}(t - nT_s - qT_c) \\ &= \sum_{q=-\infty}^{+\infty} c_{per\ k[q]}.rect_{(T_c)}(t - qT_c) \end{aligned} \quad (1.31)$$

où  $\{c_{per\ k[q]}\}$  est la suite discrète (au temps chip) infinie obtenue en périodisant les  $Q$  chips du code  $\{c_{k[q]}\}$ .

Le signal étalé s'écrit alors:

$$\begin{aligned} e_k^{rect}(t) &= a_k^{rect}(t) \times c_{per\ k}^{rect}(t) \\ &= T_s. \sum_m \sum_{q=0}^{Q-1} a_{k[m]}c_{k[q]}.rect_{(T_c)}(t - mT_s - qT_c) \end{aligned} \quad (1.32)$$

En raisonnant avec la bande portée, on peut décrire de manière équivalente l'opération comme une modulation classique BPSK d'une "porteuse pseudo-aléatoire" [89]. En l'absence de modulation des symboles à l'émission ( $a_{k[m]}$  fixé à  $+A$  par exemple), on observe effectivement en bande portée une porteuse modulée par la séquence pseudo-aléatoire. Cette modulation large-bande "ne pose aucun problème" (bien au contraire ...) dans la mesure où elle est connue du récepteur, ce qui fait toute la différence avec la modulation parasite apportée par le canal par exemple ...

La séquence pseudo-aléatoire modulée par les symboles à l'émission doit être connue du récepteur afin qu'il puisse procéder à la restitution des symboles par corrélations successives (désétalement et intégration sur la durée symbole) du signal reçu  $r(t)$  avec cette même séquence:

$$d_{k[m]} = \int_{mT_s}^{(m+1)T_s} r(t) \times c_{per\ k}^{rect*}(t) dt$$

Cette présentation de l'étalement de spectre constitue la représentation traditionnelle par multiplication telle qu'elle a été introduite initialement. Bien que très explicite pour certains aspects, elle ne facilite pas la manipulation mathématique dès lors que l'on va introduire par exemple le filtrage du canal. Le formalisme convolutif plus récent sera introduit à la sous-section 1.4.2.

### ★ Définitions des fonctions de corrélation des codes

Les performances (en détection et en synchronisation) d'un récepteur CDMA opérant simplement par corrélation avec le code désiré sont conditionnées par les propriétés d'auto-corrélation et d'inter-corrélation des codes.

Pour le choix d'un code ou d'un jeu de codes, la littérature s'intéresse généralement aux fonctions d'inter-corrélation  $\gamma_{i,k}^{per}[\Delta q]$  des codes "i" et "k" périodisés:

$$\gamma_{i,k}^{per}[\Delta q] = \frac{1}{Q} \cdot \sum_{q=0}^{+Q-1} c_{per\ k[q]}^* \cdot c_{per\ i[q+\Delta q]} \quad (1.33)$$

Notre travail ne consistant pas à choisir des codes, nous serons davantage amenés à manipuler les fonctions d'inter-corrélations  $\gamma_{ik}^{code}[\Delta q]$  des codes non-périodisés, que nous nommerons simplement fonctions d'inter-corrélation des codes. Elles peuvent être classiquement définies par la convolution discrète entre les éléments du code "i" et le transformé hermitien ( $c_{k[q]}^H = c_{k[-q]}^*$ ) des éléments du code "k":

$$\gamma_{ik}^{code}[\Delta q] = \frac{1}{Q} \cdot (c_i * c_k^H)_{[\Delta q]} \quad (1.34)$$

Le code étant constitué de  $Q$  éléments non-nuls, avec  $c_{k[q]} = 0$  si  $q < 0$  ou  $q > Q - 1$ , le support de  $\gamma_{ik}^{code}[\Delta q]$  s'étend sur  $2Q - 1$  chips, de  $-Q + 1$  à  $+Q - 1$ . La fonction d'inter-corrélation entre les codes "i" et "k" prend ainsi les formes suivantes:

$$\gamma_{ik}^{code}[\Delta q] = \frac{1}{Q} \cdot \sum_{q=\Delta q}^{+Q-1} c_{i[q]} \cdot c_{k[q-\Delta q]}^* \quad (1.35)$$

$$= \frac{1}{Q} \cdot \sum_{q=0}^{Q-\Delta q-1} c_{k[q]}^* \cdot c_{i[q+\Delta q]} \quad (1.36)$$

La fonction  $\gamma_{ik}^{code}[\Delta q]$  est appelée aussi fonction de corrélation à durée finie [69]. On la qualifie parfois de corrélation partielle car elle correspond à une part (sur 2) de la corrélation périodisée  $\gamma_{i,k}^{per}[\Delta q]$ . La fonction d'inter-corrélation périodisée peut en effet s'exprimer (sur une période, pour  $\Delta q = 0 \dots Q - 1$ ) par:

$$\gamma_{i,k}^{per}[\Delta q] = \underbrace{\frac{1}{Q} \cdot \sum_{q=0}^{Q-\Delta q-1} c_{k[q]}^* \cdot c_{i[q+\Delta q]}}_{\gamma_{ik}^{code}[\Delta q]} + \underbrace{\frac{1}{Q} \cdot \sum_{q=Q-\Delta q}^{Q-1} c_{k[q]}^* \cdot c_{i[q+\Delta q-Q]}}_{\gamma_{ik}^{code}[\Delta q-Q]} \quad (1.37)$$

Le support de  $\gamma_{i,k}^{per}[\Delta q]$  est infini avec une périodicité de durée  $T_s$ , soit  $Q$  chips. La fonction de corrélation à durée finie et la fonction de corrélation périodique ne coincident que pour le retard nul:  $\gamma_{i,k}^{code}[0] = \gamma_{i,k}^{per}[0] = 1$ .

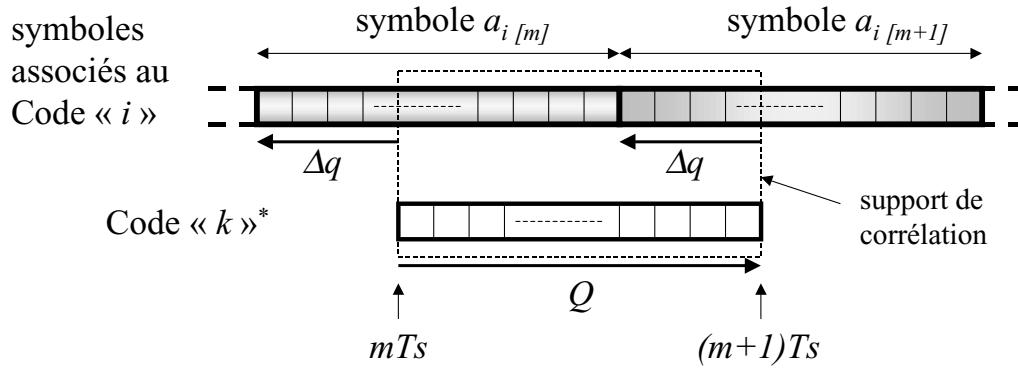


FIG. 1.11 – Intervention des fonctions de corrélation paires ou impaires

La superposition d'une composante déphasée de  $\Delta q T_s$  (trajet secondaire ou décalage de synchronisation entre deux utilisateurs) par rapport à la composante principale associée au code "k", induit de l'interférence pour l'estimation du symbole  $a_{k[m]}$ , dépendante de la modulation de base. Lorsque  $0 \leq \Delta q < Q$  et que l'on s'intéresse à la composante perturbatrice provenant des symboles associés au code "i", celle-ci s'exprime par:

$$d_{ki[m]} = a_{i[m]} \cdot \gamma_{ik}^{code}[\Delta q] + a_{i[m+1]} \cdot \gamma_{ik}^{code}[\Delta q - Q] \quad (1.38)$$

Pour une modulation BPSK, l'interférence s'exprime à partir des fonctions de corrélation paires et impaires [12]. Pour une modulation QPSK, l'interférence s'exprime à partir des fonctions de corrélation paires et impaires, sur les voies en phase  $I$  et en quadrature  $Q$ . Pour  $\Delta q = 0 \dots Q - 1$ , on a:

$$\gamma_{i,k}^{(paire\ I)}[\Delta q] = \gamma_{ik}^{code}[\Delta q] + \gamma_{ik}^{code}[\Delta q - Q] \quad (1.39)$$

$$\gamma_{i,k}^{(impaire\ I)}[\Delta q] = \gamma_{ik}^{code}[\Delta q] - \gamma_{ik}^{code}[\Delta q - Q] \quad (1.40)$$

$$\gamma_{i,k}^{(paire\ Q)}[\Delta q] = \gamma_{ik}^{code}[\Delta q] + (j) \cdot \gamma_{ik}^{code}[\Delta q - Q] \quad (1.41)$$

$$\gamma_{i,k}^{(impaire\ Q)}[\Delta q] = \gamma_{ik}^{code}[\Delta q] - (j) \cdot \gamma_{ik}^{code}[\Delta q - Q] \quad (1.42)$$

où  $(j)$  représente le nombre complexe imaginaire pur tel que  $(j)^2 = -1$ .

En QPSK, ces fonctions interviennent lorsque la voie interférente expérimente durant la durée symbole (où s'effectue la corrélation synchronisée délivrant l'estimation d'un symbole) une évolution entre deux symboles respectivement sans changement, avec une opposition de phase, avec une quadrature positive, avec une quadrature négative.

### ★ Vertus de l'étalement de spectre (sous un canal statique)

Nous évoquons sommairement ici les propriétés à l'aide des opérations "étalement", "désétalement", "intégration", illustrée dans le domaine spectral sur la figure 1.10. La robustesse de l'étalement de spectre sera exprimée plus formellement dans la partie II.

- **discrétion** : la dsp du signal numérique est étalée dans une bande  $Q$  fois supérieure à celle de la modulation de base. Lorsque le facteur d'étalement est important, le rapport signal à bruit d'entrée  $SNR_{in}$  mesuré dans la bande du chip (ou après  $1/2$ Nyquist de réception) peut être très faible (et même négatif en dB) tout en assurant une bonne détection des symboles après désétalement et intégration, avec un rapport signal à bruit  $SNR_{out}$  confortable en sortie de traitement. On vérifie en effet avec un canal idéal et un seul utilisateur que le gain de traitement correspond au facteur d'étalement,  $Q$ :

$$SNR_{out} = Q \times SNR_{in} = \left(\frac{2Eb}{N_0}\right) \quad (1.43)$$

Ainsi la dsp du signal utile peut être inférieure à ("noyée dans") celle du bruit thermique en entrée du récepteur, ce qui assure la discrétion de la transmission, néanmoins robuste (facteur  $\frac{Eb}{N_0}$  confortable). La formule (1.43) se déduit en exprimant simplement le comportement des opérations désétalement-intégration vis à vis du signal utile et du bruit large-bande:

- *comportement vis à vis du signal utile*: la puissance de l'utile est restituée après

$$\text{désétalement: } (a_k^{rect}(t) \times c_{per\ k}^{rect}(t)) \times c_{per\ k}^{rect*}(t) = a_k^{rect}(t)$$

$$\text{et intégration: } \frac{1}{Q} \sum_{q=0}^{Q-1} (a_k^{rect}(mTs + qTc)) = a_{k[m]}$$

- *comportement vis à vis du bruit additif large-bande*: la puissance du bruit complexe en bande de base mesurée dans la bande du chip ( $2N_0 \cdot \frac{1}{Tc}$ ) est approximativement divisée par  $Q$  après traitement. En effet la non-corrélation entre bruit et code entraîne que

$$\text{le bruit reste large-bande après désétalement: } n_{des}(t) = n(t) \times c_{per\ k}^{rect*}(t)$$

$$\text{et l'intégration sur une durée } Q.Tc: \quad \frac{1}{Q} \sum_{q=0}^{Q-1} (n_{des}(mTs + qTc))$$

provoque un filtrage passe-bas de bande équivalente de bruit  $1/(QTc)$ .

On vérifie alors que:  $SNR_{in} = \frac{A^2}{2N_0 \cdot \frac{1}{Tc}} = \frac{1}{Q} \cdot \left(\frac{2Eb}{N_0}\right)$  et que  $SNR_{out} = \frac{A^2}{2N_0 \cdot \frac{1}{Ts}} = \left(\frac{2Eb}{N_0}\right)$

avec  $Eb = \frac{1}{4}A^2Tb$  en QPSK (Cf annexe I.1 avec une forme d'onde normalisée).

- **robustesse aux trajets multiples** : la portion de signal ( $\alpha \cdot e_k^{rect}(t - \Delta q.Tc)$ ) apportée par un trajet multiple de retard  $\Delta q.Tc$  par rapport au trajet principal se retrouvera, après corrélation, atténuée d'un facteur donné par la fonction d'auto-corrélation paire ( $a_{k[m]} \cdot \alpha \cdot \gamma_{k,k}^{(paire\ I)}_{[\Delta q]}$ ) ou impaire, et correspondant à la voie  $I$  ou  $Q$  en QPSK. Ce facteur changera d'un symbole à l'autre en fonction des configurations de transition des symboles, en accord avec la figure 1.11 ou l'équation (1.38). On voit ainsi que les fonctions d'autocorrélation paires et impaires devront être les plus faibles possibles en dehors du retard nul afin de limiter l'IES.

- **robustesse aux signaux des autres utilisateurs** : en faisant le même raisonnement que précédemment, la portion de signal ( $\alpha \cdot e_i^{rect}(t - \Delta q \cdot Tc)$ ) apportée par un autre utilisateur de code “ $i$ ” avec une transition de symboles décalée de  $\Delta q \cdot Tc$  par rapport à l'utilisateur considéré se retrouvera atténuée après corrélation avec le code “ $k$ ” par un facteur donné par la fonction d'inter-corrélation paire ( $a_{k[m]} \cdot \alpha \cdot \gamma_{i,k}^{(paire\ I)}_{[\Delta q]}$ ) ou impaire et correspondant à la voie  $I$  ou  $Q$  en QPSK. On voit ainsi que les fonctions d'inter-corrélation paires et impaires devront être les plus faibles possible à tous les retards afin de limiter l'IAM.
- **robustesse aux brouilleurs bande-étroite** : l'opération de désétalement étale la puissance du brouilleur bande-étroite dans une bande de largeur  $1/Tc$  centrée autour de la fréquence initiale du brouilleur :  $i(t) \times c_{per\ k}^{rect*}(t)$   
Ainsi, l'intégration dans une bande  $1/(QTc)$  divisera au moins par  $Q$  la puissance du brouilleur par filtrage passe-bas.

**Synthèse des propriétés désirées pour les codes et perspectives**: afin que l'opération élémentaire de corrélation avec le code désiré soit optimale en réception, les codes devraient avoir idéalement:

- des fonctions d'inter-corrélation (prenant en compte tous les états de la modulation et transitions possible: fonctions paires, impaires ...) nulles, quelque-soit le retard  $\Delta q$ ,
- des fonctions d'auto-corrélation paires, impaires (...) ayant la forme d'un dirac à temps discret sur une période symbole.

On peut facilement vérifier algébriquement que la réalisation complète de ces conditions est impossible. Pour sélectionner ou construire des codes [12], on va devoir opérer à des compromis pour assurer des valeurs d'intercorrélations suffisamment faibles, ou nulle seulement pour certains retards... Des séquences de code seront alors plus adéquates pour des problèmes de synchronisation, d'autres pour des problèmes d'estimation des symboles connaissant la position des pics. Mais dans tous les cas, l'interférence en sortie du corrélateur ne se révélera acceptable que lorsque le nombre de codes actifs  $K$  est faible par rapport au facteur d'étalement  $Q$ , ce qui est très limitatif en terme d'efficacité spectrale du système.

Les premières séquences utilisées ont été les séquences binaires à longueur maximale [69] qui présentent une corrélation périodique égale, sur une période symbole, à  $-1/Q$  en dehors du retard nul, et à 1 au retard nul (Cf figure 1.12). Elles sont simplement générées à partir d'un registre à décalage rebouclé sur lui même (représentant un polynome primitif), de taille  $m$  pour une séquence de  $2^m - 1$  chips. Le nombre de chips à 1 est le même, à un chip près, que le nombre de chips à -1. Ces séquences sont très adéquates en contexte mono-utilisateur...

Elles sont aussi souvent combinées pour construire quelques “paires préférées”, malheureusement en nombre très réduit... A titre d'exemple, le nombre de paires préférées est seulement de 2 pour un facteur d'étalement de 511, avec une interférence maximale sur l'inter-corrélation de 0.221, et de 0.064 sur l'auto-corrélation [19].

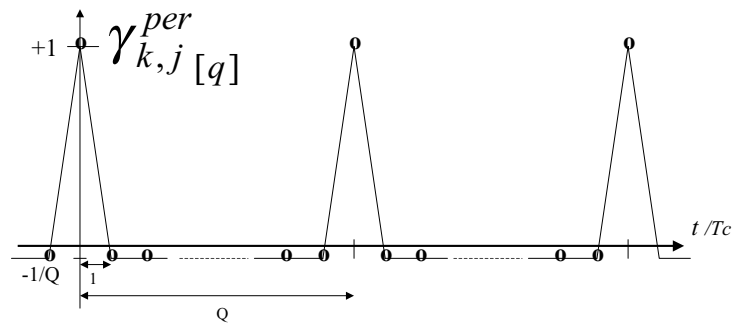


FIG. 1.12 – Auto-corrélation périodique d'une séquence à longueur maximale

Le concept de codes orthogonaux et de récepteur à simple corrélateur a été beaucoup mis en avant dans les débuts de l'étalement de spectre et du CDMA. Cependant, on voit qu'avec de tels récepteurs, les systèmes ont une très mauvaise efficacité spectrale. C'est pourquoi les stratégies de réception envisagées pour le mode TDD de l'UMTS et étudiées dans les parties II et III de ce document seront un peu plus complexes. Afin de guider la conception, il est néanmoins important de garder à l'esprit l'idée de base de corrélation avec les codes, sur laquelle a été construit le CDMA.

## 1.4.2 Représentation convolutive du CDMA

### ★ Equivalence des représentations à l'émission

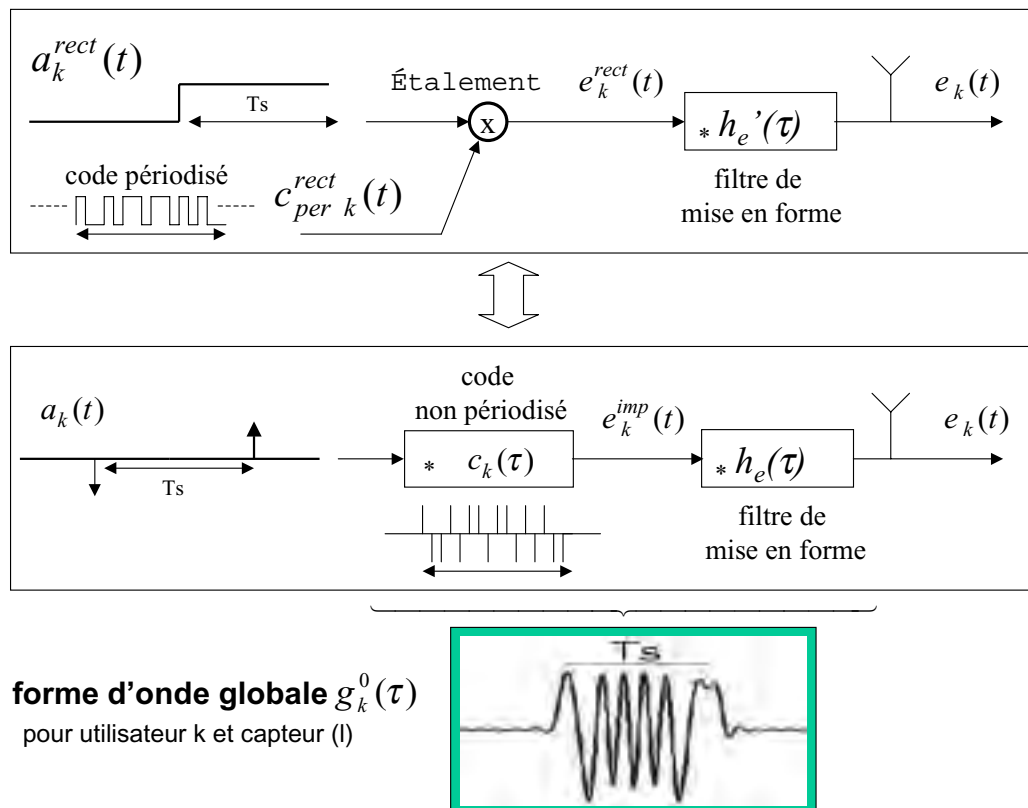


FIG. 1.13 – Equivalence des représentations multiplicative et convolutive du CDMA

L'étalement de spectre par séquence directe peut être formulé à l'aide d'une convolution avec le code non-périodisé à durée finie  $c_k(\tau)$  plutôt que par une multiplication avec le code périodisé et mis en forme  $c_{per\ k}^{rect}(t)$ . Le grand avantage de cette nouvelle formulation est la possibilité de représenter toute la chaîne par une cascade de filtres linéaires excitée par un train impulsif de symboles  $a_k(t)$ , comme on le fait traditionnellement en communications numériques non-CDMA. Ainsi, le code peut être intégré dans la forme d'onde globale de mise en forme des symboles et les principes généraux des communications à modulations numériques linéaires pourront s'appliquer. Le canal de propagation n'apportera qu'un filtrage supplémentaire au train de symboles émis. La figure 1.13 représente la correspondance. Nous avons alors besoin d'utiliser les formes impulsives suivantes:

- pour le train de symboles sans mise en forme:

$$a_k(t) = Ts \cdot \sum_m a_{k[m]} \cdot \delta(t - mTs) \quad (1.44)$$

- pour le code de durée finie  $Tc$ , dont on définit la réponse impulsionnelle par:

$$c_k(\tau) = \sum_{q=0}^{Q-1} c_k[q] \cdot \delta(\tau - qTc) \quad (1.45)$$

Le passage des éléments "chips" à un signal continu se fait par une fonction de mise en forme élémentaire de réponse impulsionnelle  $h_e(\tau)$  vérifiant le premier critère de Nyquist (Cf [9], [32], [76]) au temps chip, c'est à dire à l'absence d'interférence inter-chip générée par le filtrage  $(h_e^H * h_e)(\tau)$ . La fonction de mise en forme globale est donc le résultat de la convolution continue entre le code et la mise en forme élémentaire  $g_k^0(\tau) = (h_e * c_k)(\tau)$ . La seule différence formelle avec une transmission numérique classique est que la fonction de mise en forme est ici à support fréquentiel très large-bande comparée à la bande symbole  $\frac{1}{Ts}$ . Le résultat de l'étalement de spectre formulé de manière convolutive aboutit à:

$$\begin{aligned} e_k(t) &= (h_e * c_k * a_k)(t) \\ &= Ts \cdot \sum_m \sum_{q=0}^{Q-1} a_{k[m]} c_k[q] \cdot h_e(t - mTs - qTc) \\ &= Ts \cdot \sum_m a_{k[m]} \cdot g_k^0(t - mTs) \end{aligned} \quad (1.46)$$

Le résultat formulé à l'équation (1.32) n'était qu'un cas particulier obtenu pour une mise en forme rectangulaire de durée  $Tc$  pour  $h_e(\tau)$ . Dans un contexte multi-utilisateur en lien descendant, le multiplex émis comprenant les signaux de tous les utilisateurs s'écrit:

$$s(t) = Ts \cdot \sum_{k=1}^K \sum_m a_{k[m]} \cdot g_k^0(t - mTs) \quad (1.47)$$

Cette équation exprime de manière générale l'accès multiple basé, idéalement, sur des formes d'ondes  $\{g_k^0\}$  orthogonales pour la mise en forme des symboles. Dans le cas particulier du CDMA, chaque forme d'onde utilise tout le plan temps-fréquence disponible ( $Ts \times \frac{Q}{Ts}$ )

au lieu d'être localisée en temps (avec une largeur temporelle réduite à  $\frac{T_s}{K}$  en TDMA) ou en fréquence (avec une longueur fréquentielle réduite à  $\frac{1}{T_s}$  en FDMA).

### ★ Récepteur élémentaire par filtre adapté au code désiré

Le synoptique simplifié du récepteur élémentaire CDMA (partie droite de la figure 1.10) comprend les fonctions "désétalement" (multiplication par le code conjugué synchronisé sur le signal reçu) et "intégration" sur une durée symbole (constitution de la variable de décision pour la détection de chaque symbole). Ce schéma supposait une synchronisation préalable du code (compensation du retard de propagation et récupération de rythme) et de phase (récupération de porteuse) relative au trajet principal.

Une autre manière intéressante de représenter le récepteur élémentaire est maintenant basée sur les opérations de convolution: le récepteur élémentaire consiste alors à opérer en réception un filtrage adapté  $c_k^H$  au code désiré  $c_k$  (après filtre adapté  $h_e^H$  à la fonction de mise en forme au temps chip  $h_e$  qui limite le traitement à la bande passante du signal transmis) et à échantillonner la sortie de manière synchrone au temps symbole  $d_k(t)$ .

$$d_k(t) = (c_k^H * h_e^H * r)(t) \quad (1.48)$$

$$d_{k[m]} = d_k(t)|_{t=mT_s} \quad (1.49)$$

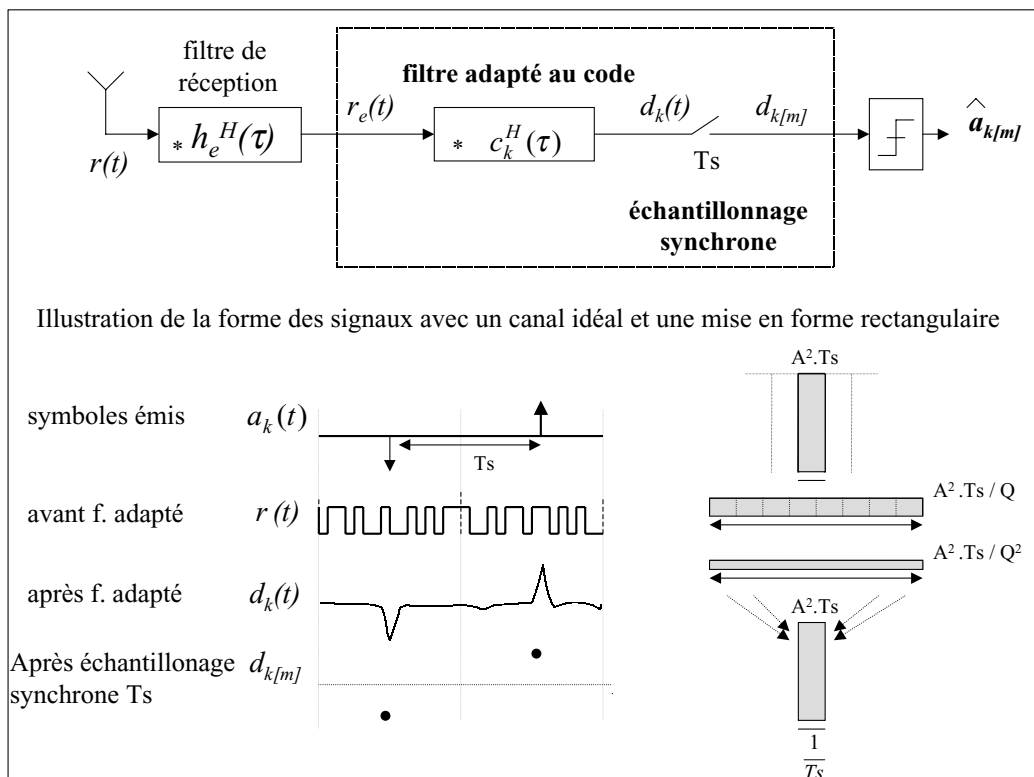


FIG. 1.14 – Récepteur élémentaire par filtre adapté au code désiré



La variable de décision  $d_{k[m]}$  obtenue au temps symbole est identique à celle obtenue par “désétalement-intégration”; elle correspond au résultat de la corrélation avec le code désiré  $c_k$ , recalé par rapport au trajet de propagation prédominant (1 corrélation/  $T_s$ ). Par contre, le signal  $d_k(t)$  obtenu avant échantillonnage en sortie du filtre adapté est un signal large-bande correspondant au résultat de la corrélation à tous les retards intermédiaires de la durée symbole. Pour un canal mono-trajet et un code ayant de bonnes propriétés d’auto-corrélation,  $d_k(t)$  présentera des pics de corrélation régulièrement espacés du temps symbole. La largeur de la base du pic dépendra de la fonction de mise en forme et de sa largeur de bande. Pour l’UMTS, la bande passante (5MHz) est de l’ordre de  $1.22/T_c$  et la largeur de la base du pic sera alors approximativement  $2T_c$ .

Un trajet secondaire apportera un nouveau pic de corrélation dans une durée symbole. On note alors que 2 trajets de propagation correspondant à une différence de retard inférieure au temps chip verront leurs composantes interférer (dans un même “cluster”): on parle de *trajets non résolus*. Dans ce cas, il sera difficile d’identifier précisément toutes les caractéristiques (amplitude, phase et retard) des deux trajets, mais cela n’est pas forcément gênant (le “mal” est déjà fait) puisqu’au niveau du signal reçu, les 2 composantes sont déjà regroupées (par la limitation de bande de l’impulsion de mise en forme à l’émission) en une seule composante associée à un trajet équivalent incohérent.

Notes:

- le signal obtenu en sortie du filtre adapté peut être utilisé pour les procédures d’acquisition de synchronisation et d’estimation de canal, en repérant les amplitudes complexes des pics prépondérants. Mais là encore, en présence d’autres utilisateurs, les propriétés non idéales de corrélation des codes dégraderont les estimations...
- pour la poursuite de synchronisation rythme, on se contente généralement de calculer seulement 3 points de corrélation au rythme symbole au lieu de la sortie complète du filtre adapté: un point central pour l’estimation du symbole, un point légèrement en avance (d’une fraction de temps chip  $T_c$ ) et un autre légèrement en retard. Une boucle early-late [37], [106] utilise alors la différence des deux points symétriques pour former un signal d’erreur qui pilote l’asservissement du retard.

Néanmoins, compte-tenu du fonctionnement par “burst” très courts dans le mode TDD de l’UMTS, on n’aura pas besoin d’utiliser une telle boucle de poursuite du/des retards (mise à jour au rythme  $T_s$ ) puisque les retards sont quasi-fixes sur le “slot”. Ils seront estimés une fois pour toute sur le “slot” (ou moyennés sur plusieurs slots) à partir de la séquence d’apprentissage, lors de la procédure d’acquisition ou d’estimation de canal.

### 1.4.3 Comparaison avec les systèmes TDMA et FDMA

La comparaison des systèmes TDMA, FDMA et CDMA en termes de capacité et de facilité de mise en oeuvre a fait couler beaucoup d'encre sans toutefois mettre tout le monde d'accord... Nous nous contentons ici de rappeler seulement quelques éléments.

*Pour une seule cellule*

- pour un canal mono-trajet BBAG, les performances en TEB en fonction du rapport  $\{Eb/N_0\}$  d'un système CDMA avec un nombre d'utilisateurs maximal égal au facteur d'étalement ( $K = Q$ ) sont les mêmes que celles obtenues avec un multiplexage TDMA ou FDMA. Ceci est vrai à condition d'utiliser des codes orthogonaux (au sens algébrique), c'est à dire présentant une inter-corrélation entre deux codes nulle au retard nul, comme c'est le cas avec les codes de Walsh-Hadamard utilisés pour le mode TDD de l'UMTS. Les performances correspondent alors à celles de la modulation élémentaire de base (Cf Chapitre 2 partie II), QPSK pour le mode TDD de l'UMTS.
- en cas de canal multi-trajets, les formes d'ondes des différents utilisateurs ne seront plus orthogonales en CDMA et en TDMA, générant alors de l'IAM. Le système FDMA ne souffrira quant à lui pratiquement pas de l'IAM, étant donné que les décalages Doppler occasionnés par le canal sont extrêmement faibles (par rapport à la bande du signal transmis). Par contre, le système FDMA élémentaire (une seule bande est allouée à un utilisateur) ne bénéficiera pas de l'élargissement de spectre pour limiter l'IES. Ainsi, lorsque le nombre de communications dans la cellule est faible par rapport à la capacité globale, le système CDMA sera beaucoup plus robuste à un canal sélectif qu'un système FDMA. Ce ne sera plus forcément le cas en présence d'un très grand nombre d'utilisateurs, proche du nombre maximal permis...

On peut faire un parallèle avec la gestion du trafic sur une autoroute très large: le système FDMA obligerait chaque voiture à conserver sa voie, même si cette voie est abimée par endroit et si les voies voisines sont inoccupées. En CDMA, une voiture peut naviguer dans les différentes voies, ce qui rend le système plus robuste aux déformations ponctuelles de chaussée lorsque le débit routier est faible. En cas de débit important, ce système entraîne des risques de collisions et finalement le nombre global d'accidents ne diminue pas forcément ...

- nous avons déjà évoqué une meilleure robustesse du CDMA aux brouilleurs,
- enfin, rappelons que le gros inconvénient du TDMA est la lourdeur du synchronisme très fin à établir (par l'infrastructure cellulaire) entre les différents mobiles, alors que la notion de synchronisme est beaucoup moins exigeante en CDMA.

*Pour le système cellulaire complet*

- c'est dans le contexte multi-cellulaire que le CDMA trouve tout son intérêt. On cite [37] généralement une amélioration de capacité d'un facteur 5 à 8 par rapport aux systèmes classiques, avec pour principale raison la réutilisation de toutes les fréquences dans les cellules voisines contrairement au système FDMA. Comme nous le verrons, les jeux de codes utilisés seront différents d'une cellule à l'autre. Ainsi, pour un mobile positionné entre deux cellules, l'interférence intercellulaire (après filtrage adapté au code) sera toujours plus faible que celle obtenue dans un système FDMA qui travaillerait avec les mêmes fréquences dans les cellules voisines.
- “soft handover” : le passage du mobile d'une cellule à l'autre pourra être géré sans interruption simplement par changement de code (entre 2 slots) utilisé par le récepteur. Ceci est moins contraignant qu'une reconfiguration des synthétiseurs de fréquences de la partie RF du récepteur, comme dans un système FDMA.
- “near far effect” : l'inconvénient majeur que l'on attribue au CDMA est le fait qu'en sortie du filtre adapté au code désiré, le résidu d'interférence (du à une intercorrélacion non nulle lorsque le canal est à trajets multiples) peut devenir prédominant si la puissance de cet interférent à l'entrée du récepteur est très supérieure à celle de l'utilisateur considéré: il y a donc risque d'aveuglement, par exemple, si l'émetteur d'un interférent est beaucoup plus proche que celui de l'utile. Notons que cette situation ne se produira pas en lien descendant (situation qui nous intéresse) du moment que la station de base affecte la même puissance d'émission à chaque code. Pour le lien montant, une solution consiste à opérer un contrôle de puissance de l'émission des différents mobiles, piloté par la station de base, afin que la puissance reçue associée à chaque code soit identique au niveau de la station de base. Notons également que ce problème de “near-far effect” en CDMA n'est pas irréversible et concerne surtout l'utilisation du récepteur élémentaire. Les systèmes de détection conjointe ou d'annulation d'interférence ne souffrent théoriquement pas de ce problème.

## 1.5 Mode TDD de l'UMTS en voie descendante

### 1.5.1 Introduction

Il ne s'agit pas de décrire exhaustivement le mode TDD de l'UMTS (Cf norme 3GPP [2]) mais seulement les caractéristiques essentielles dont nous aurons besoin. Nous concluons en précisant à quelle tâche nous allons nous dévouer, et les choix opérés.

L'UMTS se présentera sous deux modes, le mode FDD (Frequency Division Duplex) qui devrait être opérationnel d'ici un an ou deux, et le mode TDD (Time Division Duplex) envisagé à plus longue échéance. Le mode TDD intègre une composante de division temporelle (découpage en slots) de sorte que les liaisons montantes et descendantes s'effectuent alternativement sur la même fréquence porteuse. Il devrait être utilisé pour une gamme variée de débits utiles et particulièrement pour les services asymétriques nécessitant un important débit dans le sens descendant et un petit débit dans le sens montant, comme pour les services Internet. Les débits utiles maximum visés sont: 384 kbit/s pour une transmission symétrique duplex et 2 Mbit/s pour une transmission essentiellement descendante.

Les bandes de fréquence allouées sont réparties sur 35 MHz, de 1920 à 1940 MHz et de 2010 à 2025 MHz. Cela permettra de déployer plusieurs systèmes d'accès multiple CDMA de largeur élémentaire  $B_0 = 5 \text{ MHz}$ . Ainsi, l'ensemble du système TDD-UMTS exploite à la fois les composantes CDMA, TDMA (gestion émission / réception) et FDMA (extension à d'autres bandes). Néanmoins, *compte-tenu du dimensionnement du système, on pourra considérer seulement la composante CDMA à l'échelle d'un "slot" de communication*, grâce à une isolation temporelle par temps de garde de 25  $\mu\text{s}$  entre 2 slots (vis à vis de l'étalement temporel du canal) et une isolation de la bande utile par filtrage en tête du récepteur.

### 1.5.2 Spécification de la couche physique

#### ★ Modulation de base et Codes d'étalement

La modulation de base (avant étalement) est la modulation QPSK (Quadrature Phase Shift Keying). Ainsi, 2 bits d'information sont regroupés ("dibit") pour former ("mapping") un symbole complexe QPSK à 4 états possibles de phase:

$$a_{k[m]} = A.exp\{j\phi_{k[m]}^{mod}\}, \text{ avec } \phi_{k[m]}^{mod} \in \left\{ \frac{\pi}{4} + n\frac{\pi}{2}; n \text{ entier tel que } 0 \leq n \leq 3 \right\}$$

Les symboles QPSK sont étalés avec un facteur d'étalement de longueur  $Q = 16 \text{ chips}$ . Le débit chip final (sur chacune des voies en phase et en quadrature) est  $Dc = 3.84 \text{ Mchip/s}$ , correspondant à un temps chip  $Tc = 1/Dc = 260 \text{ ns}$ . Ainsi, le débit symbole et le temps symbole sont donnés par:  $Ds = Dc/Q = 240 \text{ ksym/s}$  et  $Ts = QTc = 4.16 \mu\text{s}$ .

Le filtre de mise en forme est un filtre 1/2 Nyquist classique en racine de cosinus surélevé (RRC) [9] relatif au temps chip, avec un facteur de retombé ("roll-off")  $r_{off}=0.22$ , ce qui amène à une largeur de bande de  $B_0 = (1 + r_{off}).\frac{1}{Tc} = 5 \text{ MHz}$ .

Pour une cellule donnée, les  $K$  codes d'étalement  $\{c_{k[q]}, q = 0 \dots Q - 1, k = 1 \dots K\}$  sont à valeurs complexes proportionnelles à  $\{1, j, -1, -j\}$ , algébriquement indépendants et de plus algébriquement orthogonaux. En terme de fonction de corrélation, cela signifie que deux codes “ $k$ ” et “ $j$ ” ont une intercorrélacion nulle au retard nul:

$$\gamma_{kj}^{code}_{[0]} = \gamma_{k,j}^{per}_{[0]} = \delta_{kj} \quad (1.50)$$

Ces jeux de codes sont construits à partir d'un jeu de “codes de canal”  $\{ch_{k[q]}, q = 0 \dots Q - 1\}$  orthogonaux et d'un “code d'embrouillage”  $\{cs_{[q]}, q = 0 \dots Q - 1\}$ . Le code de canal est basé sur les séquences binaires de Walsh-Hadamard. Ainsi, un code de canal particulier sera à valeurs binaires réelles (proportionnelles à  $\{-1; +1\}$ ), choisi dans une famille de 16 séquences orthogonales de Walsh-Hadamard. Le code d'embrouillage, spécifique à chaque cellule, est constitué de 16 valeurs binaires réelles.

Les valeurs complexes du code final sont obtenues en imposant “une rotation de  $\pi/2$  d'un chip à l'autre” après multiplication des codes “de canal” et d'embrouillage:

$$c_{k[q]} = ch_{k[q]} \cdot cs_{[q]} \cdot (j)^{q+1}, \quad q = 0 \dots Q - 1$$

Ainsi, avec un tel code complexe, à la fois les parties réelles  $\Re(a_{k[m]})$  et imaginaires  $\Im(a_{k[m]})$  des symboles à transmettre bénéficieront de la diversité de modulation en phase (voie  $I$ ) et en Quadrature (voie  $Q$ ) de la porteuse. De plus, durant la transmission d'un symbole, la constellation observée au temps chip du signal relatif à un code ne présente pas de transition par zéro, ce qui assure de faibles variations d'enveloppe. Ce n'est évidemment pas le cas lorsqu'on considère le signal résultant de tous les codes qui est émis par la station de base et qui comporte un grand nombre d'états possibles.

Les codes de Walsh-Hadamard [22] sont répertoriés dans le tableau suivant:

$$\begin{aligned} \underline{ch}_0 &= [+1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1]^T \\ \underline{ch}_1 &= [+1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1]^T \\ \underline{ch}_2 &= [+1 + 1 + 1 + 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 + 1 + 1 + 1 + 1]^T \\ \underline{ch}_3 &= [+1 + 1 + 1 + 1 - 1 - 1 - 1 - 1 + 1 + 1 + 1 + 1 - 1 - 1 - 1 - 1]^T \\ \underline{ch}_4 &= [+1 + 1 - 1 - 1 - 1 - 1 + 1 + 1 + 1 + 1 - 1 - 1 - 1 - 1 + 1 + 1]^T \\ \underline{ch}_5 &= [+1 + 1 - 1 - 1 - 1 - 1 + 1 + 1 - 1 - 1 + 1 + 1 + 1 + 1 - 1 - 1]^T \\ \underline{ch}_6 &= [+1 + 1 - 1 - 1 + 1 + 1 - 1 - 1 - 1 - 1 + 1 + 1 - 1 - 1 + 1 + 1]^T \\ \underline{ch}_7 &= [+1 + 1 - 1 - 1 + 1 + 1 - 1 - 1 + 1 + 1 - 1 - 1 + 1 + 1 - 1 - 1]^T \\ \underline{ch}_8 &= [+1 - 1 - 1 + 1 + 1 - 1 - 1 + 1 + 1 - 1 - 1 + 1 + 1 - 1 - 1 + 1]^T \\ \underline{ch}_9 &= [+1 - 1 - 1 + 1 + 1 - 1 - 1 + 1 - 1 + 1 + 1 - 1 - 1 + 1 + 1 - 1]^T \\ \underline{ch}_{10} &= [+1 - 1 - 1 + 1 - 1 + 1 + 1 - 1 - 1 + 1 + 1 - 1 + 1 - 1 - 1 + 1]^T \\ \underline{ch}_{11} &= [+1 - 1 - 1 + 1 - 1 + 1 + 1 - 1 + 1 - 1 - 1 + 1 - 1 + 1 + 1 - 1]^T \\ \underline{ch}_{12} &= [+1 - 1 + 1 - 1 - 1 + 1 - 1 + 1 + 1 - 1 + 1 - 1 - 1 + 1 - 1 + 1]^T \\ \underline{ch}_{13} &= [+1 - 1 + 1 - 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 + 1 - 1 + 1 + 1 - 1 + 1]^T \\ \underline{ch}_{14} &= [+1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1]^T \\ \underline{ch}_{15} &= [+1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1]^T \end{aligned}$$

On note que les codes de Walsh-Hadamard seuls (sans séquences d'embrouillage) ont de très mauvaises propriétés d'auto-corrélation. Les versions cycliques des codes représentent des fonctions binaires périodiques dont la "fréquence" de base croît avec l'entier " $n$ " intervenant dans les indices " $2n - 1$ " et " $2n$ ". Ils ne réalisent pas un bon étalement de spectre, avec une dsp du signal transmis répartie de manière non-uniforme: le premier code (numéro "0") ne réalise aucun étalement et les autres codes ont leur dsp concentrée autour des "fréquences" des codes et de leurs harmoniques. De tels codes ne sont pas très adéquats pour la tâche de synchronisation ou pour limiter l'IES en sortie du filtre adapté. De même les fonctions d'inter-corrélations au retard non nul peuvent être très mauvaises puisque les codes d'indices  $2n$  (pour  $0 < n < 8$ ) ne sont que les versions décalées cycliques des codes d'indice  $2n - 1$ . Par contre, ces codes de Walsh-Hadamard sont optimaux en situation de canal mono-trajet, rendant alors l'IAM exactement nulle. Ils peuvent de plus être générés de façon hiérarchique, ce qui présente un intérêt en cas de facteur d'étalement variable.

Les séquences d'embrouillage retenues (répertoriées dans la norme) parmi les  $2^{16}$  possibles permettent d'améliorer les propriétés d'auto-corrélation des codes "de canal" et l'intercorrélation entre les différentes cellules. Un exemple de code d'embrouillage répertorié, et que nous utiliserons dans les simulations, est:

$$\underline{cs} = [-1, +1, -1, -1, -1, +1, -1, -1, +1, -1, +1, +1, -1, +1, -1, -1]^T$$

### ★ Structure de la trame

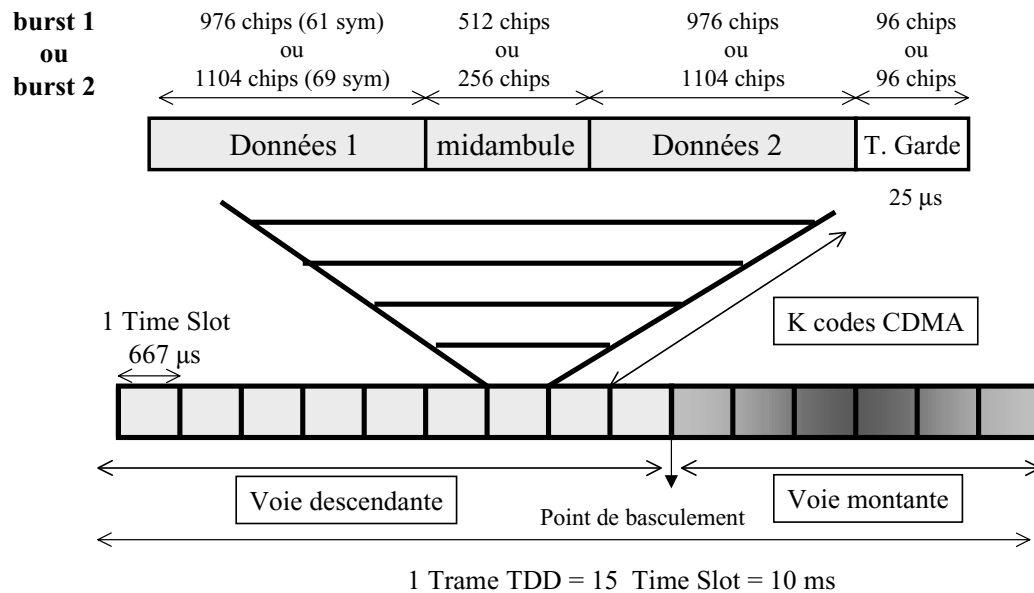


FIG. 1.15 – *Synoptique de la trame TDD-UMTS (canal de données)*

La trame TDMA a une durée de 10 ms, divisée en 15 "Time Slot" de  $666,7 \mu s$ . Le "Time Slot" a ainsi une durée équivalente à 2560 chips. Dans cette durée sont inclus le temps de garde qui sépare les différents "Time Slot" ("bursts") ainsi qu'une séquence d'apprentissage

située au milieu (midamble). La partie principale superpose les différents “bursts” de symboles de données étalés par les différents codes CDMA. La puissance des symboles associés aux différents codes est identique en “downlink”.

Chaque “Time Slot” est alloué au sens montant ou au sens descendant, de manière flexible du moment qu’au moins un “slot” est affecté à chacun des sens. Deux types de burst sont possibles avec un midamble plus ou moins long au détriment des données utiles (facteur de surdébit: 2560/1952 ou 2560/2208).

Canaux de contrôle et de synchronisation:

En utilisant encore le principe de multiplexage par étalement de spectres, d’autres “canaux” sont superposés en “downlink” et sont utilisés pour le fonctionnement et le contrôle du réseau ou encore pour la synchronisation. Le canal de synchronisation (SCH) consiste en l’émission d’un code spécifique (avec de bonnes propriétés d’auto-corrélation...) de 256 chips durant un dixième du “slot”. Cette information non modulée permet au mobile d’acquérir l’asservissement des fréquences porteuses et horloges ainsi que l’acquisition de la synchronisation du code et du “slot”. *Le résidu d’interférence (après corrélation) du à ces canaux auxiliaires ne sera pas pris en compte dans la modélisation du système.*

## ★ Souplesse d’accès multiple

Durant chaque “Time Slot” sont superposés jusqu’à 16 bursts au moyen d’un jeu de codes d’étalement orthogonaux. En fonction du débit utile voulu, plusieurs codes d’un même “slot” peuvent être affectés à un même utilisateur, ce que l’on qualifie de situation “multi-code”. De même, un utilisateur peut utiliser un ou plusieurs “Time Slot” par trame TDMA.

Par exemple, pour le type de burst “2” et en considérant un débit utile égal à 2/3 du débit transmis (codage convolutif préalable des données binaires avec un taux de 1/3):

$$- 1 \text{ code, } 1 \text{ TS: Débit utile} = \underbrace{\left(\frac{2}{3}\right)}_{CCE} \cdot \underbrace{\left(\frac{2208}{2560}\right)}_{\text{surtrame}} \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{16}\right)}_{CDMA} \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{16}\right)}_{TDMA} \cdot \underbrace{2}_{QPSK} \cdot \underbrace{3,84 \cdot 10^6}_{\text{Mchip/s}} = 17.25 \text{ kbit/s}$$

- 16 codes, 1 Time Slot : Débit utile = 276 kbit/s
- 1 code, 15 Time Slot : Débit utile = 258.75 kbit/s
- 8 codes, 14 Time Slot : Débit utile = 1932 kbit/s
- 16 codes, 7 Time Slot : Débit utile = 1932 kbit/s

On a ainsi plusieurs possibilités pour allouer un certain débit à un utilisateur, en jouant sur le nombre de codes/ Time Slot et sur le nombre de Time Slot occupés/ Trame.

Note: au cours des diverses évolutions de la norme, il a été émis la possibilité d’allouer des facteurs d’étalement différents de 16 (Q = 2, 4, ou 8), même si par défaut la valeur Q=16 est

retenue. Dans ces cas annexes, le code de scrambling est toujours de durée 16 mais le code de canal, associé à la durée d'un symbole peut être  $t_{sc/Q} = 8, 4,$  ou 2 fois plus court. Ce schéma n'est plus tout à fait celui d'un étalement par séquence directe tel que nous l'avons introduit et nécessiterait de raisonner non plus sur chaque symbole étalé mais sur le groupe de  $t_{sc/Q}$  symboles étalés durant la durée du code d'embrouillage (16 Tc).

### ★ Performances visées et ordre de grandeur des puissances reçues

Les qualités de service requises avec codage préalable (entrelacement, codage bloc Reed Solomon et codage convolutif ou turbo-codage) sont:

- Parole:  $TEB < 10^{-3}$ ,
- Données:  $TEB < 10^{-6}$ .

La puissance de bruit thermique intégrée par le filtre de réception (support 5 MHz et bande équivalente de bruit de 3.84 MHz), tenant compte du facteur de bruit du pré-amplificateur (typique  $FB_{dB} = 2dB$ ), est de l'ordre de:

$$10\log_{10}(N_{Dc}) = 10\log_{10}(KT_0) + FB_{dB} + 10\log_{10}(3.84MHz) = -106 dBm$$

La puissance de signal utile reçu  $P_r$  (associée à un code) en limite de cellule peut être inférieure à la puissance de bruit intégrée dans la bande du chip. Pour un rapport ( $Eb/N_0$ ) limite (compte tenu du CCE) de l'ordre de 5 dB, la puissance  $P_r$  à l'entrée du récepteur (en bande portée) est de l'ordre de -110 dBm, telle qu'en QPSK (Cf (1.43)):

$$\frac{P_r}{N_{Dc}} = SINR_{in} = \frac{1}{Q} \cdot 2 \cdot \frac{Eb}{N_0}$$

Le signal utile est extrait du bruit grâce au gain de traitement  $10\log_{10}(Q) = 12 dB$ , une fois le désétalement et l'intégration réalisés.

### ★ Différences essentielles avec le mode FDD

La plupart des paramètres du système sont compatibles avec le mode FDD ( $B_0$ , Tc, durée "slot", durée trame, modulation de base, ...) mais le mode FDD:

- opère en continu (pas de temps de garde) sur deux fréquences porteuses différentes pour les liens montant et descendant,
- utilise des facteurs d'étalement qui peuvent être beaucoup plus longs (jusqu'à 256) et variables d'un code à l'autre. De plus, le code d'embrouillage est très long et s'étend sur toute la trame (10 ms) avant d'être répété. On est ainsi davantage dans la philosophie de l'étalement de spectre initial basé sur des séquences pseudo-aléatoires.

L'avantage de codes courts (mode TDD) se répétant identiquement d'un symbole à l'autre est de permettre des traitements utilisant la connaissance de tous les codes actifs pour détecter les symboles associés à un code donné. Ces traitements prennent le nom



de “détection conjointe” ou “détection multi-utilisateur” : ils permettent de lutter efficacement contre l’IAM, alors que cette interférence apparaît comme un bruit inéluctable dans le récepteur élémentaire. Ainsi, le mode TDD est attendu pour pouvoir supporter les services à haut débit, nécessitant une superposition d’un nombre important de codes actifs.

### 1.5.3 Architecture et différentes tâches du récepteur

#### ★ Architectures de mise en oeuvre numériques ...

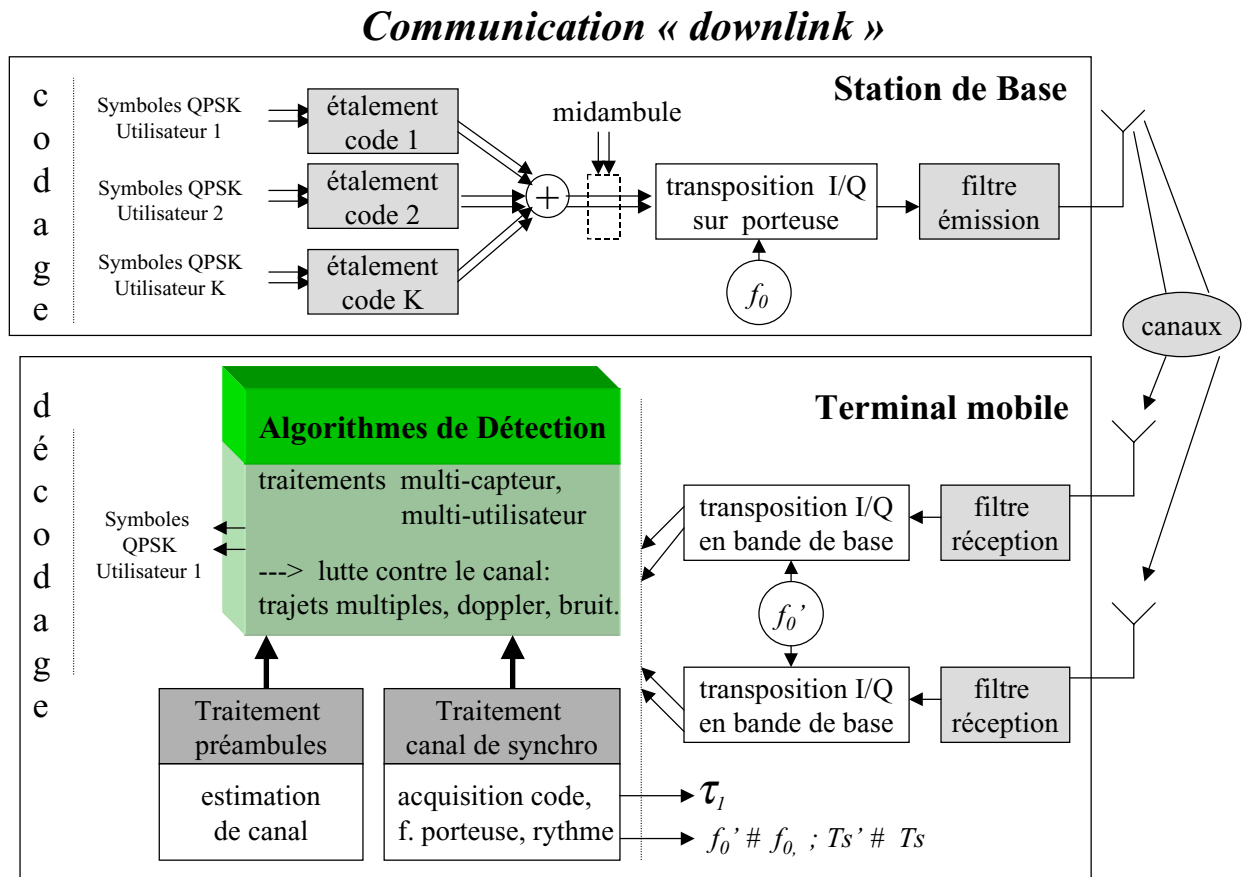
Tous les traitements de réception peuvent être effectués en bande de base, comme rappelé au paragraphe 1.3.2. En terme de mise en oeuvre, les traitements seront de nature numérique et la numérisation pourra être réalisée en Fréquence Intermédiaire (autour de 10 MHz par exemple, de sorte que le signal en FI soit toujours de type bande étroite,  $FI \gg B_0/2$ ), ou en bande de base en opérant la numérisation en parallèle sur les 2 voies I/Q.

Les échantillons traités en bande de base auront généralement un pas d’échantillonnage égal à un diviseur de  $T_c$ . Le rythme  $T_c/2$  permet de respecter le théorème d’échantillonnage mais on a parfois intérêt (Cf partie III) à utiliser un rythme plus rapide.

Les (ou l’) oscillateurs permettant de procéder au retour en bande de base et à la numérisation peuvent être libres (non asservis), du moment que le théorème d’échantillonnage est respecté. Les évolutions systématiques vers le “tout-numérique” tendent vers cette architecture. Néanmoins, pour éviter ou faciliter les opérations numériques d’interpolation, on préfère encore souvent les solutions hybrides où des traitements numériques pilotent l’oscillateur d’échantillonnage (VCXO ou NCO+DAC) pour corriger les décalages statiques de fréquence entre émission et réception (bon rythme d’échantillonnage). De même, le décalage statique de fréquence porteuse entre les oscillateurs émission et réception peut être préalablement corrigé (VCO) afin que les corrections numériques, coûteuses en puissance de calcul, portent surtout sur les variations fines de phase relatives aux différents trajets (Doppler) ou au bruit de phase des oscillateurs [74].

On comprend qu’avec un canal à trajets multiples, on devra procéder à des traitements prenant en compte l’ensemble des paramètres  $\{\rho_i, \phi_i, \tau_i, i = 1 \dots L_t\}$  issus de l’estimation de canal; on ne pourra pas se contenter de l’asservissement analogique de la phase de 2 oscillateurs, associé aux notions de récupération de porteuse et d’horloge, qui ne permettraient d’être cohérent qu’au trajet principal par exemple. Les corrections de phase réalisées en bande de base utiliseront des multiplieurs complexes (“derotator”) et les corrections d’instant d’échantillonnage nécessiteront une interpolation, ou un sur-échantillonnage en entrée.

La manière de “numériser” constitue un choix technologique important. Nous y reviendrons partiellement dans la partie III réservée aux structures de réalisation. Par contre dans la partie II à venir, réservée aux structures théoriques, nous raisonnerons sur les signaux en bande de base à temps continu, indépendamment de la numérisation.

★ **Synoptique de la réception sur le terminal mobile**FIG. 1.16 – *Synoptique de la communication TDD-UMTS en lien descendant*

Le synoptique général de la liaison descendante, avec les différentes étapes de traitement en réception, est représenté en figure 1.16. Dans ce document, nous nous intéresserons essentiellement aux algorithmes de détection des symboles en bande de base à partir du “canal de données”, en considérant les opérations préalables (connexion, connaissance des divers codes, synchronisation initiale, estimation de canal) déjà réalisées.

Situons seulement le déroulement et l’enjeu de ces opérations préalables.

★ **Acquisition de synchronisation et Estimation de canal**– **Acquisition de synchronisation “grossière” à partir du “canal dédié”:**

- permet de connaître les codes de canal actifs ainsi que le code d’embrouillage spécifique à la cellule,
- permet de repérer par corrélation le début du “slot” (relatif au premier trajet prépondérant) avec une précision inférieure au temps chip. On pourra également en déduire la position grossière du midambule, utile pour initier l’estimation de canal,
- les corrections statiques de fréquences (porteuse, horloge) peuvent être mises à jour à partir de cette phase d’acquisition.

- **Estimation de canal à partir du midamble:** le traitement du midamble pourra permettre d'affiner si nécessaire la position du trajet principal par rapport à la référence délivrée à partir du canal de synchronisation, et d'estimer la position des autres trajets ainsi que les amplitudes complexes associées. L'objet de l'estimation de canal est donc complémentaire de celui de l'acquisition, qui ne réalisait qu'un premier repérage en présence d'une IAM non négligeable (due aux "canaux de données"). Les échantillons de la première moitié du "slot" (ou de tout le "slot") devront être mémorisés, afin d'être traités après exploitation du midamble. Une fois le canal estimé, il faudra soustraire l'interférence apportée par le midamble sur les échantillons adjacents.

### 1.5.4 Nos choix pour traiter la détection des symboles

#### ★ Méthodes "symbole par symbole" contre méthodes "bloc"

De manière générale, les algorithmes de réception pour estimer puis détecter les symboles émis durant le slot peuvent procéder en bloc ou de manière séquentielle, symbole par symbole:

- Méthodes blocs: chaque symbole est estimé à partir d'un traitement de tous les échantillons reçus dans le "slot" et préalablement mémorisés. Les articles [49], [54] font la description de ces méthodes dans le cadre de blocs CDMA, l'article [52] pour des situations plus classiques non-CDMA mono-utilisateur.
- Méthodes "symbole par symbole" ou "en ligne": chaque symbole est estimé séquentiellement par traitement de portions successives des échantillons du "slot". Hormis pour le traitement du midamble, ces méthodes ne nécessitent pas de mémoriser tout le slot.

Dans le cadre de la norme UMTS [42], la proposition TD/CDMA a été soutenue en pré-supposant initialement une méthode linéaire bloc BLE (Block Linear Equalizer) en réception. Dans ces méthodes BLE, la dimension du système à "inverser", et ainsi la complexité, est relative à la dimension du bloc. La complexité provient alors du traitement à appliquer à tous les échantillons du "slot" pour l'estimation de chaque symbole, et d'autre part de l'opération préalable d'obtention des coefficients (dépendant du canal, des codes ...) utilisé dans ce traitement. Les "supporters" du TD-CDMA avaient alors avancé (Siemens en 97 et Motorola en 98 [72]) que la complexité pouvait être extrêmement réduite (pour la tâche de calcul des coefficients seulement) sans perte de performances, en utilisant la convergence de la décomposition de Cholesky pour "inverser le système". En prenant du recul, on aurait pu aussi à partir de cette constatation, prêcher pour les traitements en ligne puisque cette convergence très rapide signifiait que le jeu de coefficients utilisés pour estimer un symbole ne varie quasiment pas (avec un canal statique) d'un symbole à l'autre;

D'autre part, il est clair que la profondeur minimale nécessaire pour "inverser" le système (ou réduire l'effet du canal) dépend de l'étalement temporel du canal et non de la taille du bloc, d'autant qu'une inversion exacte peut-être obtenue avec un égaliseur de profondeur finie [96]. Ainsi, les méthodes beaucoup moins complexes opérant symbole par symbole [61],

[107], [96] ont généralement des performances similaires aux méthodes blocs, du moment que la profondeur des détecteurs est suffisamment large, relativement à la profondeur du canal. La thèse d'Yvan Pigeonnat [72] a confirmé ce point par des simulations comparant traitements linéaires en ligne ou par bloc (critère MMSE), pour des canaux et paramètres typiques du mode TDD de l'UMTS; [72] fait également le lien entre traitement linéaire bloc et en ligne.

*Pour les raisons évoquées, nous ne considérerons dans ce travail uniquement que les traitements opérant "symbole par symbole".*

## ★ Structures de réception *linéaires* multi-utilisateur multi-capteur

Le canal de propagation radio-mobile engendre deux phénomènes indésirables par rapport à la situation idéale d'un canal mono-trajet invariant dans le temps: des évanouissements de la puissance reçue au cours du temps ou "fading", et de l'interférence. Pour un nombre de capteurs donné, différentes structures adéquates de réception peuvent tirer similairement profit de la diversité spatiale pour limiter l'effet de fading, mais avec généralement un comportement différent vis à vis de l'interférence. Nous avons choisi de nous focaliser essentiellement sur les structures linéaires de réception opérant symbole par symbole. Il est bien connu que ces structures ne sont pas les meilleures pour réduire l'effet de l'interférence, et qu'elles sont surpassées par les structures non linéaires opérant par décisions et soustraction d'interférence [27] [65] (ou encore par le récepteur à maximum de vraisemblance [103] mais dont la complexité est démesurée). Néanmoins, outre l'avantage d'une analyse analytique simple (...), les structures de réalisation (en partie III) linéaires à Réponses Impulsionnelle Finie sont bien adéquates dans le contexte de cette étude car:

- l'étalement de spectre et le multi-capteur apportent suffisamment de degrés de libertés pour permettre des solutions linéaires exactes à durée finie, contrairement au contexte synchrone de base (1 capteur non CDMA). On évite ainsi les problèmes d'instabilité liés aux structures RII (linéaires ou non-linéaires). De plus la soustraction d'interférence nécessite de décider les symboles associés à tous les codes actifs (au lieu des codes désirés seulement), avec des bancs de filtres "avant" et "arrière" à forte complexité.
- à posteriori, les simulations avec les canaux typiques de la norme ont montré des performances théoriques potentielles très satisfaisantes vis à vis de l'interférence (situation "sans fading", partie II) pour le récepteur linéaire MMSE avec 2 capteurs, à moins de 2 dB des performances obtenues avec un canal idéal (en SINR, pour un  $\frac{E_b}{N_0} \leq 16dB$  et un nombre maximal d'interférents).
- la supériorité des traitements à soustraction d'interférence apparaît surtout lorsque les puissances reçues des divers utilisateurs sont disparates, ce qui n'est pas le cas ici.

Le problème étant maintenant bien posé en terme de contexte, d'hypothèses principales et de choix d'étude, nous allons dans la partie II aborder les structures théoriques de réception.

## Deuxième partie

# Représentation et structures de réception théoriques

# Chapitre 1

## Représentation multi-dimensionnelle de la transmission

La partie II est consacrée aux récepteurs “théoriques” (chapitre 2) dérivées à partir de la représentation large-bande en fréquence du CDMA (chapitre 1), et aux performances de ces récepteurs sous les modèles de canaux de la norme (chapitre 3). Elle permettra ainsi de mesurer l’intérêt du multi-capteur et de la détection conjointe, dans des situations de canaux sélectifs et non-sélectifs. Nous avons choisi d’exprimer initialement les solutions linéaires sans contrainte de réalisation, avec des réponses impulsionnelle qui peuvent être non-causales ou à durée infinie; c’est ce que nous entendons par “théorique”.

Dans ce premier chapitre de la partie II, nous commençons par faire une rapide synthèse des équations et hypothèses de la transmission, en accord avec ce qui a été développé dans la partie I. Nous présentons ensuite le mode de représentation du CDMA, appelé représentation large-bande en fréquence, que nous avons proposé dans [86] et qui permet d’interpréter le CDMA comme une modulation multi-porteuse particulière. Cette représentation permettra de dériver les structures théoriques de réception en fréquence, en prenant en compte de manière simple et naturelle les canaux sélectifs, au lieu de négliger l’interférence au retard non nul. Elle pourrait aussi être utilisée lorsque certains paramètres (canal, codes, rythme) ont besoin d’être estimés.

Note: la version en  $Z$  de la représentation large-bande, utile pour définir l’existence des solutions à durée finie est décrite en annexe III.1. Cette annexe présente également la représentation polyphase du CDMA, utile dans la partie III de la thèse réservée aux structures de réalisation, et fait le lien entre les matrices de transfert en  $Z$  des deux représentations.

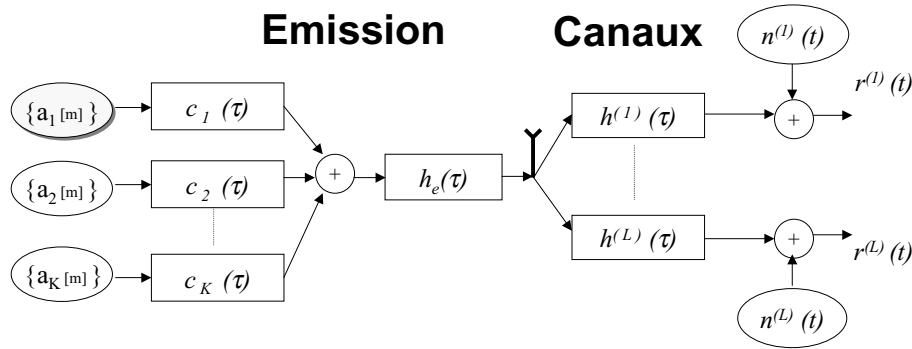


FIG. 1.1 – Modèle en bande de base de la transmission

## 1.1 Synthèse des équations et des hypothèses de la transmission multi-utilisateur multi-capteur

Soit  $r^{(l)}(t)$  la représentation en bande de base et à temps continu du signal reçu sur l'élément ( $l$ ) de l'antenne multi-capteur, observé sur la durée d'un demi-slot (ou d'un slot après extraction du midamble et de ces effets):

$$r^{(l)}(t) = Ts \cdot \sum_{k=1}^K \sum_m a_{k(m)} g_k^{(l)}(t - mTs) + n^{(l)}(t) \quad (1.1)$$

où

- $a_{k[m]}$  sont les symboles QPSK émis par la  $k$ -ème source aux temps symboles  $mTs$ . Ils sont supposés stationnaires, centrés, décorrés temporellement et d'un utilisateur à l'autre, de variance  $A^2$  (ou dsp  $A^2Ts$ ):

$$E\{a_{k[m]}\} = 0; \quad E\{a_{k[m]} \cdot a_{j[m-n]}^*\} = A^2 \delta_{kj[n]};$$

- $n^{(l)}(t)$  est un bruit additif complexe, Gaussien, spatio-temporellement blanc (dsp bilatérale  $2N_0$ ), non corrélé avec les symboles.
- $g_k^{(l)}(\tau) = (c_k * h_e * h^{(l)})(\tau)$  est la **forme d'onde large-bande globale du  $k$ -ème utilisateur**. Elle résulte de la convolution entre les réponses impulsionnelles du code d'étalement numéro  $k$  défini en (I.1.45), du filtre 1/2 Nyquist de mise en forme au temps chip  $Tc$ , et du canal. Par défaut, nous supposons un seul code par utilisateur.

Nous rappelons le cadre de communication multi-utilisateur en lien descendant dans lequel nous nous plaçons:

- un nombre de codes (ou d'utilisateurs)  $K$  inférieur ou égal au facteur d'étalement  $Q$ ;
- les  $K$  codes actifs (choisis parmi un jeu de  $Q$  codes orthogonaux associés à la cellule)  $\{c_{k[q]}, q=0..Q-1\}$  sont supposés connus à la réception;
- "downlink": les signaux de tous les utilisateurs ont la même puissance et traversent le même canal de propagation  $h^{(l)}$  jusqu'à l'élément ( $l$ ) de l'antenne de réception;

- le canal est supposé linéaire, invariant sur la durée d'observation (1 slot), avec un étalement temporel limité à  $W_s$  symboles. Il peut être qualifié de déterministe en tant que réalisation particulière sur un slot d'une grandeur aléatoire. Les structures théoriques qui vont être dérivées ne nécessitent pas d'hypothèse supplémentaire sur le canal, même si nous avons vu que ce dernier était généralement simplement paramétré par les amplitudes complexes  $\alpha_i^l$  et les retards  $\tau_i$  des  $L_t$  trajets de propagation, comme défini en (I.1.27). On a alors  $\tau_i \leq W_s.T_s, \forall i \in \{1, \dots, L_t\}$ .

On note que  $g_k^{(l)}(\tau)$  est causal, à durée pratiquement inférieure ou égale à  $W_s + 1$  symboles;

- deux slots de symboles sont isolés par un temps de garde supérieur à  $W_s.T_s$ ;

- on suppose la synchronisation rythme et l'estimation de canal réalisées parfaitement;

- le code qui nous intéresse (code "désiré" ou "utile") est par convention le numéro 1.

L'**énergie moyenne par bit** sur l'ensemble des capteurs en entrée du récepteur, pour le code désiré, s'exprime à partir de l'autocorrélation au retard nul,  $\frac{\gamma_{11}[0]}{T_s}$ , de la forme d'onde de l' "utile"  $g_1(\tau)$  (Cf l'annexe I.1):

$$E_b = \frac{1}{4}.A^2.T_s.\gamma_{11}[0] \quad (1.2)$$

*Remarque:* Nous avons vu à la section 1.3.3 partie I que l'hypothèse d'invariance du canal sur la durée du slot (ou 1/2 slot) n'était pas tout à fait valide à vitesse élevée en environnement "vehicular". Nous reviendrons sur ce cas avec les structures adaptatives au chapitre 3 partie III.

## 1.2 Représentation large-bande en fréquence du CDMA: transmission multi-porteuse

L'appellation "représentation large-bande du CDMA" désigne le formalisme vectoriel que j'ai introduit pour représenter le système:

- ce formalisme est dépendant de la fréquence, pour prendre en compte simplement la sélectivité du canal, qui est souvent négligée en CDMA,
- de plus, il intègre naturellement la très forte cyclo-stationnarité du signal CDMA, qui se traduit par une redondance d'information entre les composantes espacées de  $\frac{1}{T_s}$ .

Commençons par mettre en évidence cette redondance en fréquence, avant d'introduire le formalisme algébrique de représentation.

### Diversité de fréquence du CDMA

Partons de la formulation à temps continu du signal reçu. Le résultat d'une observation sur la durée du slot peut être analysé en fréquence à l'aide de la Transformée de Fourier (TF). Les signaux exprimant les sources impulsives de symboles  $a_k(t)$  et le bruit  $n^{(l)}(t)$  sont ici considérés comme déterministes, en tant que réalisations particulières sur un slot de



variables aléatoires. Dans le cas aléatoire, on se contenterait (au second-ordre) de considérer les fonctions d'autocorrélations cycliques [15] du signal reçu. La TF de l'équation (1.1) donne:

$$\hat{r}^{(l)}(f_w) = \sum_{k=1}^K \hat{r}_k^{(l)}(f_w) + \hat{n}^{(l)}(f_w) \quad (1.3)$$

$$\text{avec } \hat{r}_k^{(l)}(f_w) = \hat{a}_k(f_w) \cdot \hat{g}_k^{(l)}(f_w) \quad (1.4)$$

où par convention:

- $f_w$  désigne une fréquence quelconque alors que  $f$  désignera une fréquence de la bande symbole, toujours comprise entre  $[-\frac{1}{2T_s}; +\frac{1}{2T_s}]$ . Ainsi, quelque-soit  $f_w$ , il existe une unique fréquence  $f$  et un unique coefficient entier relatif  $q$  tel que:  $f_w = f + \frac{q}{T_s}$ ,
- la Transformée de Fourier continue d'une fonction  $h$  à temps continu ou discret (alors obtenue par la TZ) est notée  $\hat{h}(\cdot)$ .

La largeur de la bande de transmission, définie par le support de  $\hat{g}_k^{(l)}(f_w)$  est limitée à la bande du filtre 1/2 Nyquist, soit  $Q_r \cdot \frac{1}{T_s}$  où  $Q_r$  est la partie entière de  $(1 + r_{off}) \cdot Q$ , traduisant ainsi l'excès de bande du filtre.

Avec les paramètres de l'UMTS ( $Q = 16$  et  $r_{off} = 0.22$ ),  $Q_r$  est impair et vaut 19. Les  $Q_r$  bandes symboles de largeur  $\frac{1}{T_s}$  qui composent la large-bande sont ainsi centrées aux fréquences  $f_w = -\frac{Q_{r/2}}{T_s}, \dots, 0, \dots, \frac{Q_{r/2}}{T_s}$  avec la définition de  $Q_{r/2}$  telle que  $Q_r = 2Q_{r/2} + 1$ .

*Note:* Compte tenu de l'atténuation du 1/2Nyquist, on néglige ainsi les portions non incluses dans ces  $Q_r$  bandes. Si on ne voulait perdre aucune information, il suffirait de prendre  $Q_r = 20$  au lieu de  $Q_r = 19$  et choisir une plage pour  $f$  égale à  $[0; +\frac{1}{T_s}[$  au lieu de  $[-\frac{1}{2T_s}; +\frac{1}{2T_s}[$ .

En raison du caractère "échantillonné" (Cf équation (I. 1.44)) de  $a_k(t)$  au rythme symbole (ou plus généralement de la cyclo-stationnarité des signaux de communications numériques [64], [76], [15]),  $\hat{a}_k(f_w)$  est périodique de période  $\frac{1}{T_s}$ :

$$\hat{a}_k(f) = \hat{a}_k(f + \frac{q}{T_s}), \quad \forall q \in \mathbb{Z} \quad (1.5)$$

L'expression (1.4) s'écrit alors sur la large-bande utile:  $\forall q = -Q_{r/2}, \dots, +Q_{r/2}$ :

$$\hat{r}_k^{(l)}(f + \frac{q}{T_s}) = \hat{g}_k^{(l)}(f + \frac{q}{T_s}) \cdot \hat{a}_k(f) \quad (1.6)$$

L'équation (1.6) exprime la **diversité de fréquence d'ordre  $Q_r$**  du système à étalement de spectre: pour un utilisateur "k", **le même message binaire complexe**  $a_{k[m]}$ ,  $m = 1 \dots M$ , de transformée de Fourier  $\hat{a}_k(f)$  sur toute la bande symbole, **est transmis dans  $Q_r$  bandes symboles différentes.**

La figure 1.3 schématise cette redondance, avec une information source à la fréquence  $f$  de la bande symbole qui se retrouve portée par la forme d'onde à toutes les fréquences relatives à  $f$  dans les bandes symboles juxtaposées.

Avec un faible “roll-off”, les portions en dehors de la bande chip de largeur  $\frac{1}{T_c}$ , sont atténuées et on parle généralement de diversité d'ordre  $Q$ , relative à la structuration temporelle des codes, cadencée au temps chip.

On peut de manière équivalente mettre en avant la diversité de fréquence en évoquant le concept de **modulation multi-porteuse** puisqu'en utilisant la périodicité de  $\hat{a}_k(f)$  et la forme impulsive du code  $c_k(\tau)$  (Cf équation (I.1.45)), le signal du  $k$ -ème utilisateur avant filtrage par le 1/2Nyquist et le canal, s'exprime en fréquence par:

$$\hat{e}_k^{imp}(f_w) = (\hat{c}_k^{per} * \hat{a}_k^{rect})(f_w) \quad (1.7)$$

avec:

$$\hat{c}_{per\ k}(f_w) = \sum_n \sum_{q=-\frac{Q}{2}}^{+\frac{Q}{2}-1} \hat{c}_k\left(\frac{q}{T_s}\right) \cdot \delta\left(f_w - \frac{q}{T_s} - \frac{n}{T_c}\right) \quad (1.8)$$

et  $\hat{a}_k^{rect}(f_w) = \hat{a}_k(f_w) \cdot \text{sinc}(\pi T_s f_w)$

A la différence de l'OFDM, pour 1 utilisateur donné, les sous-porteuses sont modulées par la même information (symboles QPSK), comme schématisé sur la figure 1.2. Ces sous-porteuses sont espacées de  $\frac{1}{T_s}$  et ont des amplitudes complexes  $\hat{c}_k(\frac{q}{T_s})$  données par la TFD des  $Q$  chips du code. Les messages des différents utilisateurs pourront être facilement séparés à la réception, du moins avec un canal idéal, grâce aux propriétés d'orthogonalité (ou seulement d'indépendance linéaire) des codes, qui s'expriment en fréquence par des jeux de  $Q$  sous-porteuses algébriquement orthogonaux (ou seulement indépendants).

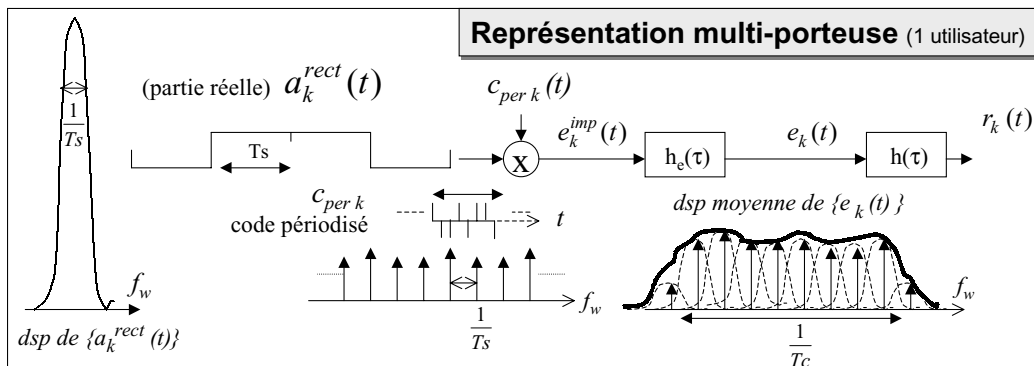


FIG. 1.2 – Représentation “multi-porteuse” du CDMA (1 utilisateur, 1 capteur)

*Remarque:* l'équation (1.7) s'établit plus naturellement en utilisant la représentation multiplicative de l'étalement de spectre (section 1.4 partie I):  $e_k(t)$  résulte de la multiplication du train de symboles  $a_k^{rect}(t)$  (mis en forme avec une impulsion rectangulaire de durée  $T_s$ ) par la forme impulsive  $c_k^{per}(t) = \sum_n \sum_{q=0}^{Q-1} c_{k[q]} \cdot \delta(t - nT_s - qT_c)$  du code périodisé à la période  $T_s$ . L'écriture du code périodisé sous forme de série de Fourier amène ainsi directement à la représentation multi-porteuses, avec:

$$c_k^{per}(t) = \frac{1}{T_s} \sum_{q=-\infty}^{+\infty} \hat{c}_k\left(\frac{q}{T_s}\right) \cdot e^{j2\pi \frac{q}{T_s} t}$$

où la périodicité de  $\frac{1}{T_c}$  pour  $\hat{c}_k(f_w)$  amène à (1.8), avec:

$$\hat{c}_k\left(\frac{q}{T_s}\right) = \hat{c}_k(f_w)_{|f_w=\frac{q}{T_s}} = \hat{c}_k\left(\frac{q}{T_s} + n\frac{Q}{T_s}\right) = \sum_{i=0}^{Q-1} c_{k[i]} \cdot e^{-j2\pi \frac{iq}{Q}}$$

### Représentation large-bande du CDMA et matrice de transfert $\underline{\underline{G}}(f)$

Nous venons de voir que les propriétés de cyclostationnarités impliquent une redondance entre les composantes espacées de  $\frac{1}{T_s}$  des signaux CDMA.

Pour cette raison, l'analyse des traitements linéaires de réception pour une fréquence quelconque  $f_w$  de la large-bande fera intervenir simultanément les composantes à la fréquence  $f_w$  des formes d'ondes des divers utilisateurs, mais aussi les composantes aux fréquences espacées des multiples de  $\frac{1}{T_s}$  par rapport à  $f_w$ .

Aussi, nous proposons de rassembler dans un même vecteur de taille  $Q_r$ , dépendant de la fréquence  $f \in [-\frac{1}{2T_s}; +\frac{1}{2T_s}[$  de la bande symbole, toutes les composantes large-bande associées. Pour la forme d'onde  $\hat{g}_k^{(l)}$  de l'utilisateur "k" et du capteur "l", on a:

$$\underline{\hat{g}}_k^{(l)}(f) = \left[ \hat{g}_k^{(l)}\left(f - \frac{Q_r/2}{T_s}\right), \hat{g}_k^{(l)}\left(f - \frac{Q_r/2}{T_s} + \frac{1}{T_s}\right), \dots, \hat{g}_k^{(l)}\left(f + \frac{Q_r/2}{T_s}\right) \right]^T$$

Pour l'ensemble des  $K$  utilisateurs, on forme la matrice  $\underline{\underline{G}}^{(l)}(f)$  de dimension  $Q_r \times K$ , contenant les formes d'ondes large-bande relatives à  $f$  dans les différentes bandes symboles:

$$\underline{\underline{G}}^{(l)}(f) \triangleq [\underline{\hat{g}}_1^{(l)}(f), \dots, \underline{\hat{g}}_K^{(l)}(f)]$$

Cette matrice joue le rôle d'une matrice de transfert des  $K$  sources vers les  $Q_r$  bandes, pour une fréquence  $f$  donnée de la bande symbole. Le mode de représentation large-bande est schématisé sur la figure 1.3.

Les  $Q_r$  composantes du signal reçu à la fréquence  $f$  dans les différentes bandes (équation (1.6)) s'expriment ainsi de manière vectorielle par:

$$\underline{\hat{r}}^{(l)}(f) = \underline{\underline{G}}^{(l)}(f) \underline{\hat{a}}(f) + \underline{\hat{n}}^{(l)}(f) \quad (1.9)$$

où

$$\underline{\hat{r}}^{(l)}(f) = \left[ \hat{r}^{(l)}\left(f - \frac{Q_r/2}{T_s}\right), \dots, \hat{r}^{(l)}\left(f + \frac{Q_r/2}{T_s}\right) \right]^T, \quad \underline{\hat{n}}^{(l)}(f) = \left[ \hat{n}^{(l)}\left(f - \frac{Q_r/2}{T_s}\right), \dots, \hat{n}^{(l)}\left(f + \frac{Q_r/2}{T_s}\right) \right]^T,$$

alors que  $\underline{\hat{a}}(f) = [\hat{a}_1(f), \dots, \hat{a}_K(f)]^T$  est un vecteur "bande symbole" pour les  $K$  utilisateurs.

On peut faire une analogie avec la séparation de sources à partir de la réception sur un réseau de  $Q_r$  capteurs (au lieu de  $Q_r$  bandes de fréquence). En traitement d'antennes [62, 13], chacun des  $Q_r$  capteurs reçoit un mélange des  $K$  sources mais les sources arrivent sous des vecteurs directionnels (spatiaux) différents. En CDMA, chacune des  $Q_r$  bandes symboles de réception contient un mélange des  $K$  sources (chaque bande contenant toute l'information pour une source donnée) mais les sources arrivent sous des "vecteurs fréquentiels" différents, imposés par les codes et le canal.

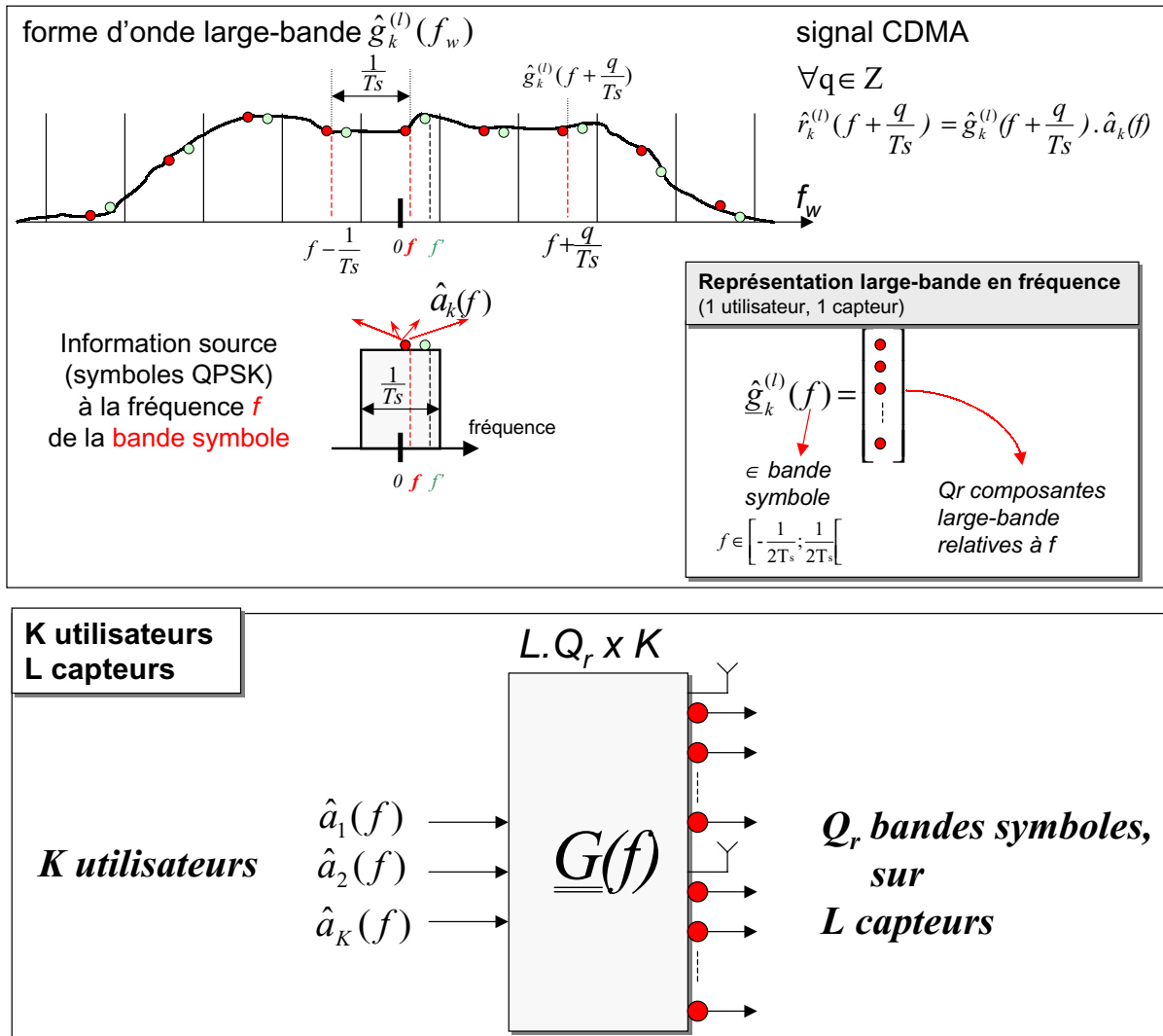


FIG. 1.3 – Représentation large-bande en fréquence du CDMA

Nous avons surtout insisté sur le mode de représentation du CDMA. Pour avoir une représentation algébrique complète intégrant l'aspect multi-capteur, par défaut, nous juxtaposerons en colonne les entités (vecteurs ou matrices) associées aux différents capteurs de réception dans une seule entité. Ainsi, nous obtenons:

$$\hat{\underline{r}}(f) = \underline{\underline{G}}(f) \hat{\underline{a}}(f) + \hat{\underline{n}}(f) \quad (1.10)$$

$$\text{avec} \quad \underline{\underline{G}}(f) = \begin{bmatrix} \underline{\underline{G}}^{(1)}(f) \\ \dots \\ \underline{\underline{G}}^{(L)}(f) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \hat{\underline{n}}(f) = \begin{bmatrix} \hat{\underline{n}}^{(1)}(f) \\ \dots \\ \hat{\underline{n}}^{(L)}(f) \end{bmatrix}$$

C'est à partir de ce formalisme de représentation large-bande et de cette matrice  $\underline{\underline{G}}(f)$  que les solutions et calculs de performances théoriques seront établies dans le chapitre 2.

Nous retrouvons des “hypothèses courantes” en traitement d'antennes:

- le bruit est non corrélé d'une bande à l'autre et d'un capteur à l'autre:

$$\frac{1}{T_{slot}} \cdot E\{\hat{\underline{n}}(f) \hat{\underline{n}}^H(f)\} = 2N_0 \cdot \underline{\underline{I}}_{Q_r}$$

- la décorrélation entre les sources entraîne que:

$$\frac{1}{T_{slot}} \cdot E\{\hat{\underline{a}}(f) \hat{\underline{a}}^H(f)\} = (A^2 T_s) \cdot \underline{\underline{I}}_K$$

où  $\underline{\underline{I}}_K$  désigne la matrice identité de dimension  $K \times K$ .

#### *Cas particulier du lien descendant*

Dans le cas du lien descendant, le canal de propagation est commun à tous les codes. La matrice de transfert large-bande peut alors se décomposer en une part propre au code, et une part propre au canal. Une manière de faire la décomposition est:

$$\underline{\underline{G}}(f) = \underline{\underline{H}}_0(f) \cdot \underline{\underline{C}}_e(f) \quad (1.11)$$

où  $\underline{\underline{C}}_e(f)$  est une matrice de même structure que  $\underline{\underline{G}}(f)$  mais contenant seulement la contribution des codes convolués avec le RRC. Cette matrice, de taille  $Q_r \times K$  est de rang ligne plein  $K$ ,  $\forall f \in [-\frac{1}{2T_s}; +\frac{1}{2T_s}]$ , en raison de l'indépendance linéaire des codes,

$\underline{\underline{H}}_0(f)$  rassemble en colonnes  $L$  matrices diagonales contenant la fonction de transfert du canal large-bande, pour chaque capteur:

$$\underline{\underline{H}}_0(f) \triangleq \begin{bmatrix} \underline{\underline{H}}_0^{(1)}(f) \\ \dots \\ \underline{\underline{H}}_0^{(L)}(f) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{H}}_0^{(l)}(f) \triangleq \begin{bmatrix} \hat{h}^{(l)}(f - \frac{Q_r/2}{T_s}) & 0 & \dots \\ 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \hat{h}^{(l)}(f + \frac{Q_r/2}{T_s}) \end{bmatrix}$$

Note: Cette décomposition sera suffisante pour discuter au chapitre 2 de l'existence des solutions pour les récepteurs “théoriques”, à partir de la fonction de transfert du canal de propagation  $\hat{h}^{(l)}(f_w)$ . Notons cependant qu'elle masque la périodicité en fréquence des codes, de période  $\frac{1}{T_c}$ , contrairement à la décomposition proposée en B) de l'Annexe III.1 avec un formalisme en Z.

## Chapitre 2

# Réception théorique spatio-temporelle en CDMA

Nous allons dans ce chapitre nous intéresser essentiellement aux structures théoriques linéaires de réception opérant symbole par symbole. Les récepteurs optimaux à Maximum de Vraisemblance, souffrant d'une complexité exponentielle avec le nombre d'utilisateurs et la profondeur du canal, seront seulement évoqués en guise d'introduction. Nous étudierons par contre en détail (section 2.1) la tête de réception de ce récepteur, constituée d'un banc de filtre adapté (BFA), car elle apparait dans la plupart des récepteurs théoriques et en particulier dans les détecteurs linéaires "optimisés" que nous étudierons en section 2.2.

Les récepteurs Non Linéaires utilisant les décisions (Decision Feedback Equalizer [26] [27] [65] [45]) présentent généralement l'avantage de moins amplifier le bruit que les structures linéaires, en opérant par "soustraction d'interférence" et non par "déconvolution". Nous ne les avons pas abordés car ils présentent surtout un intérêt lorsque les puissances des divers utilisateurs sont très disparates ou lorsqu'il y a nécessité de générer un "traitement à durée infinie" (facilité par le coté récursif), ce qui n'est pas le cas dans le contexte étudié.

Notre contribution principale dans ce chapitre est la formulation des solutions en fréquence à partir de la représentation large-bande, et leurs interprétations. Le formalisme fréquentiel nous permet de prendre en compte de manière simple et naturelle les canaux sélectifs (étalement du canal supérieur à la durée symbole) alors que la plupart des auteurs utilisent des formulations temporelles (de type polyphase sur 1 durée symbole) qui négligent l'interférence aux retards non nuls. Nous obtenons ainsi des solutions en fréquence au problème canal sélectif / multi-utilisateur / multi-capteur qui généralisent les solutions exprimées dans la littérature. Elles ne seront pas directement utilisables car elles correspondent à des expressions à temps continu sans contrainte de durée finie ni de causalité. Elles ont néanmoins l'avantage d'exprimer simplement les formes des solutions et les **performances limites théoriques**. De plus, les idées essentielles dégagées permettront un bon éclairage pour les structures réalisables étudiées dans la partie III. Nous commençons par décrire la tête de réception par BFA avant de revenir à la formulation plus générale des structures linéaires.

## 2.1 Tête de réception à statistique suffisante: banc de filtres adaptés et échantillonnage synchrone

### 2.1.1 Récepteur optimal au sens du Maximum de Vraisemblance: BFA + Traitement numérique non linéaire

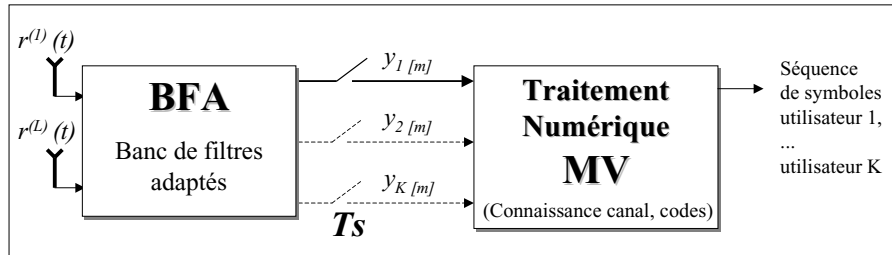


FIG. 2.1 – *Synoptique du récepteur à Maximum de Vraisemblance*

S. Verdù [103] est le pionnier universellement reconnu en contexte “multi-utilisateur”, pour l’étude au début des années 1980 du récepteur à Maximum de Vraisemblance (MV) et de ces performances [102] sous un Canal à Bruit Blanc Additif Gaussien. Citons aussi le travail de W. Van Etten [99] qui, dès 1976, généralisait au cas d’interférence multi-canaux les travaux précurseurs de G.D. Forney [33] et G. Ungerboeck [98] consacrés au récepteur MV mono-utilisateur.

Ce récepteur MV, quasiment optimal en terme de TEB [103] et prenant ses décisions par séquences, sort du cadre de notre étude. L’objet de ce paragraphe est seulement de rappeler comment le récepteur MV optimal peut se décomposer en une tête de réception analogique, suivie d’un traitement numérique (Non Linéaire) au temps symbole, comme schématisé figure 2.1. Dans la suite de la section 2.1, nous nous focaliserons sur la description détaillée de la tête de réception et de ces propriétés. Le “traitement numérique optimal” est explicité dans les références citées; nous nous contentons ici d’évoquer sommairement son principe, un peu plus détaillé en annexe II.1.

#### *Statistique suffisante en sortie du BFA*

La tête de réception applique à l’ensemble des signaux reçus sur chaque capteur un banc de filtres à temps continu  $g_k^{(l)H}$ ,  $k = 1..K$  adaptés à chacune des formes d’ondes globales, avant un échantillonnage synchrone au temps symbole. Nous utilisons l’abréviation BFA (Banc de Filtres Adaptés) pour désigner cette tête de réception qui permet de transformer les  $L$  signaux continus  $r^{(l)}(t)$  en  $K$  séquences parallèles de signaux discrets  $y_k[m]$ :

$$y_k[m] = \sum_{l=1}^L (g_k^{(l)H} * r^{(l)})(t)|_{t=mTs} \quad (2.1)$$

Les  $K$  sorties de ce banc, échantillonnées de manière synchrone au temps symbole, constituent un résumé exhaustif [99, 103] du signal reçu  $r^{(l)}(t)$ . Ainsi, la connaissance de  $y_{k[m]}, k = 1..K, m = 1..M_+$  est suffisante pour connaître la fonction de vraisemblance du signal reçu et ainsi pour réaliser le traitement minimisant la probabilité d'erreur. Pour le traitement d'un slot, le nombre d'échantillons considéré  $M_+ = M + \text{entier}\{2Ws/Q\}$  est légèrement supérieur au nombre effectif de symboles à cause de l'étalement temporel du canal et du filtrage adapté. On note que le théorème d'échantillonnage n'est pas respecté pour cette suite d'échantillons, mais ce n'est pas une nécessité puisque ce sont les symboles numériques émis qui nous intéressent et non la reconstitution du signal continu. Les éléments de démonstration de cette statistique suffisante sont donnés en annexe II.1. Cette notion de résumé exhaustif éclaire le fait que l'on puisse faire apparaître le BFA en tête de tous les récepteurs **théoriques** étudiés dans ce manuscrit.

### Traitement numérique au temps symbole

Le traitement numérique au temps symbole sélectionne la séquence de symboles émis la plus probable parmi toutes celles possibles, en effectuant des comparaisons de métriques. Ces métriques peuvent être formées [99] directement à partir des  $\{y_{k[m]}\}$  (Récepteur MV à BFA) ou après un banc de filtres numériques blanchisseur (Récepteur MV à BFA blanchissant) au temps  $Ts$ , permettant de calculer ensuite de simples distances euclidiennes. Ces traitements peuvent être réalisés de manière séquentielle à l'aide de l'algorithme de Viterbi [9] [15].

## 2.1.2 Description du BFA

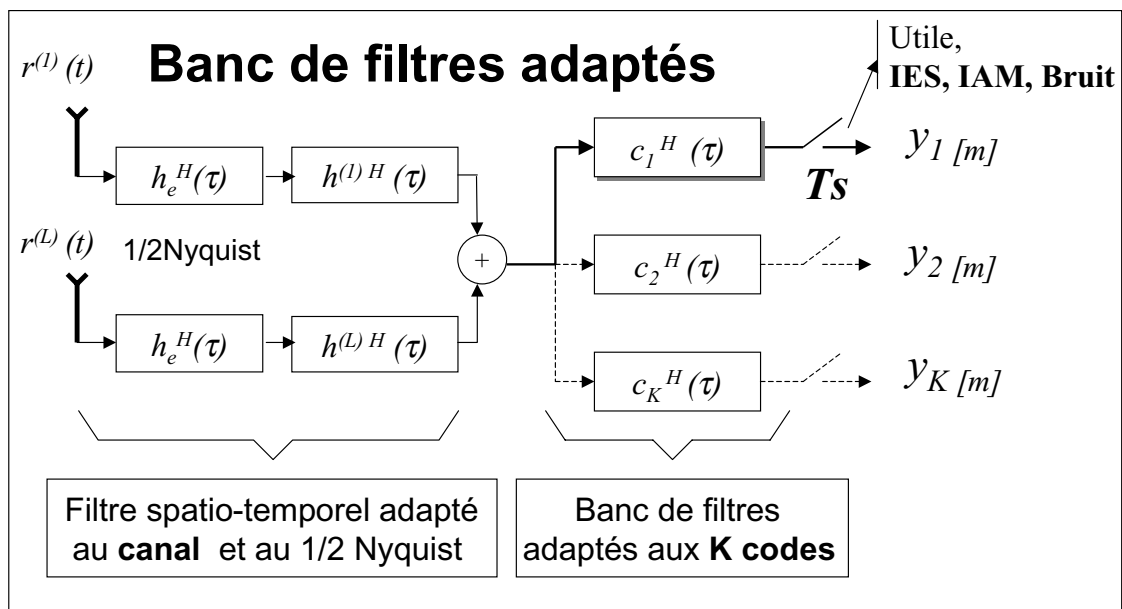


FIG. 2.2 – Banc de filtres adaptés spatio-temporel et échantillonnage synchrone



La tête de réception par BFA permet de compacter les  $L$  signaux continus reçus  $r^{(l)}(t)$  en  $K$  suites de signaux discrets au temps symboles,  $\{y_{k[m]}\}$ , selon l'équation (2.1). La figure 2.2 présente une manière de représenter cette tête de réception, sous la forme de:

- un filtre adapté spatio-temporel au canal de propagation vu par chaque capteur:

$$v(t) = \sum_{l=1}^L (h^{(l)H} * h_e^H * r^{(l)})(t)$$

- un banc de filtres adaptés à chacun des  $K$  codes actifs:

$$y_k(t) = (c_k^H * v)(t) \quad k = 1 \dots K$$

- un banc de  $K$  échantillonneurs synchrones au temps symbole:

$$y_{k[m]} = y_k(t)|_{t=mTs} \quad k = 1 \dots K$$

Le filtre adapté spatio-temporel a ainsi compacté le signal reçu en un signal continu mono-dimensionnel. La diversité spatiale a été “consommée” en opérant une recombinaison cohérente des  $L$  branches. La présence de  $K$  codes actifs nécessite alors un filtre adapté à chacun des codes pour compacter correctement l'information au temps symbole en sortie des  $K$  branches distinctes.

Notons que compte-tenu de la commutativité de la convolution qui permet de réordonner à souhait les filtres mis en jeux, cette tête de réception peut être formulée de plusieurs manières, comme nous le précisons dans le paragraphe 2.1.4.

### *Base non orthogonale*

L'opération de filtrage adapté-échantillonnage est équivalente d'un point de vue mathématique à corrélérer le signal reçu avec les formes d'onde  $g_k^{(l)}(\tau)$  calées sur les différents “instants symboles”  $t = mTs$ :

$$y_k(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{g}_k^{*T}(\tau - t) \cdot \underline{r}(\tau) d\tau \longrightarrow y_{k[m]} \text{ pour } t = mTs$$

où:

$$\underline{r}(t) = [r^{(1)}(t), \dots, r^{(L)}(t)]^T \text{ et } \underline{g}_k(\tau) = [g_k^{(1)}(\tau), \dots, g_k^{(L)}(\tau)]^T$$

Il peut être interprété de manière équivalente comme une projection du signal reçu dans la base des vecteurs “formes d'ondes”  $\{\underline{g}_k(t - mTs), m \in Z\}$ :

$$y_{k[m]} = \langle \underline{r}^T(t); \underline{g}_k(t - mTs) \rangle \text{ où } \langle ; \rangle \text{ représente le produit scalaire dans } L^2.$$

Les symboles  $\{a_{k[m]}\}$  sont les composantes du signal (non bruité) dans cette base. Dans le cas général où le canal n'est pas mono-trajet, cette base n'est pas orthogonale, contrairement aux bases de départ  $\{\delta(t - mTs), m \in Z\}$  ou après mise en forme par le code et le 1/2 Nyquist  $\{g_k^0(t - mTs), m \in Z\}$  (Cf équations 1.44 et 1.46 de la partie I).

*cas mono-trajet*

Dans le cas d'un canal mono-trajet, la durée du code limitée à  $T_s$  (et le respect du critère de Nyquist au temps chip pour  $h_e$ ) entraîne l'absence d'interférence aux retards non nuls pour le système multi-utilisateur puisqu'alors  $\langle \underline{g}_i(nTs); \underline{g}_k(nTs - mTs) \rangle \propto \gamma_{ik}^{code}[n] = 0, \forall n \neq 0$ . Comme de plus les codes sont orthogonaux,  $\gamma_{ik}^{code} = \delta_{ik}$ , et il n'y a pas d'interférence au retard nul: seule est utile la première branche du filtre adapté qui se résume alors au 1/2 Nyquist de réception suivi d'une corrélation avec le code de l'utile, comme introduit au paragraphe 1.4 de la partie I.

### 2.1.3 Modèle discret équivalent compacté au temps symbole

Les sorties  $T_s$ -échantillonnées  $y_k[m]$  s'écrivent comme des convolutions à temps-discret des symboles émis, perturbées par un bruit additif coloré (qui sera caractérisé ultérieurement):

$$y_k[m] = \sum_{i=1}^K (\gamma_{ik} * a_i)[m] + \eta_k[m] \quad (2.2)$$

Etant donné l'utilisation de filtres adaptés en réception, la suite discrète  $\gamma_{ik}[n]$  assurant le transfert équivalent discret n'est autre que l'**échantillonnée au temps symbole de la fonction d'inter-corrélation déterministe continue**  $\gamma_{ik}^{cont}(\tau)$  entre les formes d'ondes large-bande des utilisateurs "i" et "k", pour l'ensemble des capteurs:

$$\gamma_{ik}[n] = Ts \cdot \gamma_{ik}^{cont}(\tau)|_{\tau=nTs} \quad (2.3)$$

avec:

$$\gamma_{ik}^{cont}(\tau) = \sum_{l=1}^L (g_i^{(l)} * g_k^{(l)H})(\tau) \quad (2.4)$$

Après filtrage adapté et échantillonnage synchrone, l'équation (2.2) montre que tout le système peut se modéliser à temps discret  $T_s$ . La suite discrète  $\gamma_{ik}[n], \forall n \in \mathbb{Z}$ , assurant le filtrage est sans dimension. Elle est marquée par la propriété de symétrie hermitienne:

$$\gamma_{ik}[n] = \gamma_{ki}^*[-n] = \gamma_{ki}^H[n]$$

Avec un canal à trajets multiples, les formes d'ondes ne sont généralement pas orthogonales et de l'interférence IES et IAM apparaît avec l'existence respectivement de termes secondaires de  $\gamma_{11}$  aux retards non nuls et de termes inter-canaux  $\gamma_{i1}, i \neq 1$  aux différents retards:

$$y_1[m] = \underbrace{\gamma_{11}[0] \cdot a_1[m]}_{\text{utile}} + \underbrace{\sum_{n \neq m} \gamma_{11}[m-n] \cdot a_1[n]}_{\text{IES}} + \underbrace{\sum_{i=2}^K \sum_n \gamma_{i1}[m-n] \cdot a_i[n]}_{\text{IAM}} + \underbrace{\eta_1[m]}_{\text{bruit}} \quad (2.5)$$

Le problème de détection des symboles  $a_1[m]$  en présence d'interférence est conditionné par les valeurs  $\{\gamma_{ik}[n]\}$ .

### 2.1.4 Tête de réception sous forme de Rake: Recombinaison des trajets et Schémas équivalents de représentation

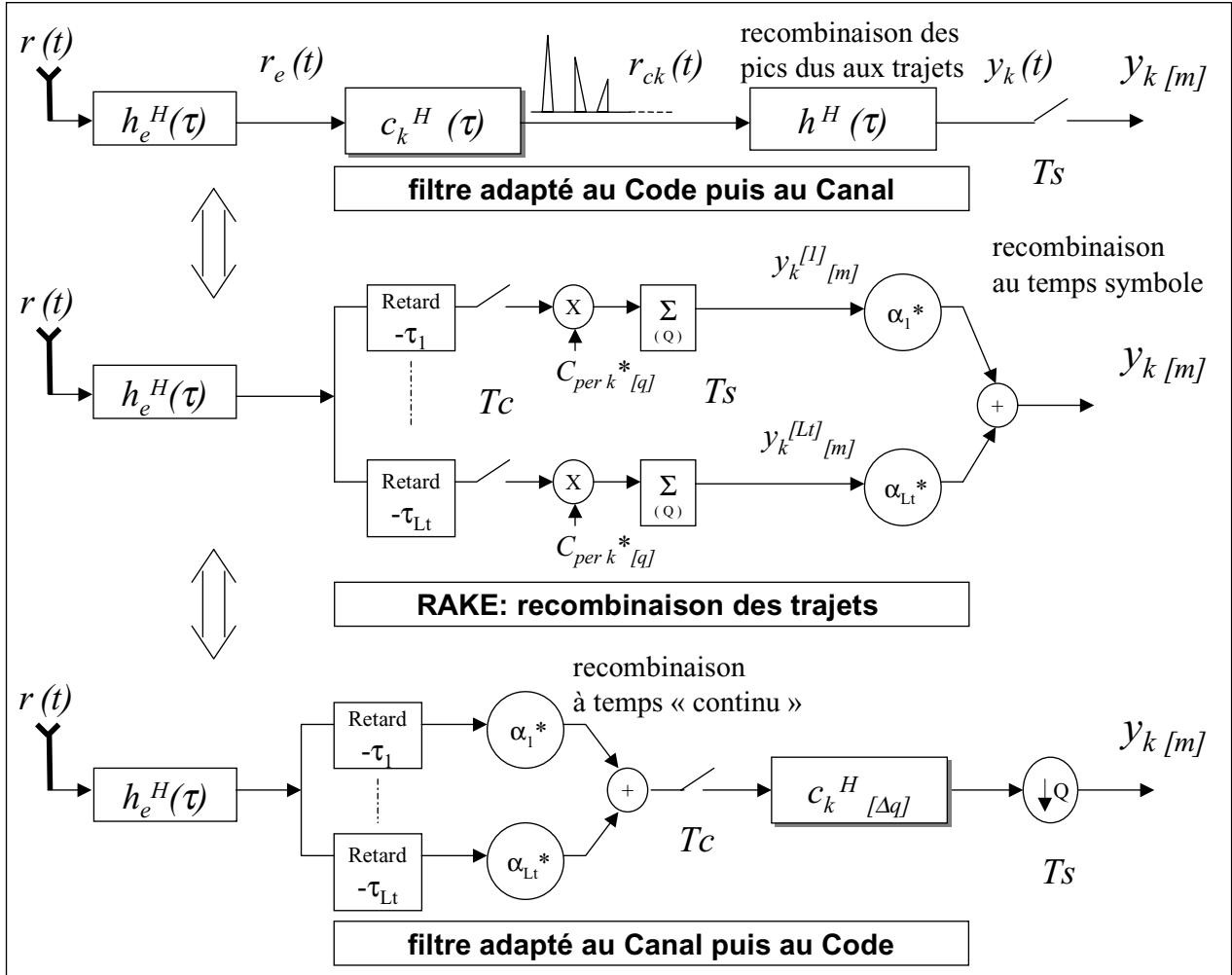


FIG. 2.3 – Schémas équivalents d'une branche (code "k", 1 capteur) du BFA

Dans le cas d'un canal à trajets multiples, chaque branche (1 code, 1 capteur) du banc de filtre adapté prend une forme particulière appelée Rake.

Pour simplifier les notations, considérons le cas mono-capteur et sans bruit injecté. Sur la branche "k", le traitement appliqué au signal  $r_e(t)$  en sortie du filtre de réception 1/2 Nyquist peut être ordonné en filtre adapté au code "k" puis au canal et échantillonnage synchrone au rythme symbole (Cf haut de la figure 2.3):

$$y_{k[m]} = (h^H * c_k^H * r_e)(t)|_{t=mT_s}$$

Le filtre adapté au code "k" fournit un signal  $r_{ck}(t)$  de la forme:

$$r_{ck}(t) = \sum_m \sum_{l_t=1}^{L_t} \{ a_{k[m]} \cdot \alpha_{l_t} \cdot \gamma_{kk}^{c/h_e}(t - mT_s - \tau_{l_t}) + \sum_{i=1; i \neq k}^K a_{i[m]} \cdot \alpha_{l_t} \cdot \gamma_{ik}^{c/h_e}(t - mT_s - \tau_{l_t}) \} \quad (2.6)$$

où  $\gamma_{ik}^{c/h_e}(\tau) = (h_e^H * h_e * c_k^H * c_k)(\tau)$  représente la fonction de corrélation déterministe continue du “code +1/2 Nyquist” pour les codes “*i*” et “*k*”. L’équation (2.6) montre que, pour des fonctions de corrélation idéales, le signal  $r_{ck}(t)$  présente, durant un symbole, autant de pics de corrélation que de trajets. Le filtre adapté au canal  $h^H(\tau) = \sum_{l_t=1}^{L_t} \alpha_{l_t}^* \cdot \delta(\tau + \tau_{l_t})$  recombine ces différents pics porteurs de la même information en 1 seul signal  $y_k(t)$ . La réponse impulsionnelle de ce filtre a une forme en rateau, composée de  $L_t$  coefficients non nuls seulement, d’où le nom de “Rake” en langage anglo-saxon, qui signifie “rateau”.

En réorganisant les termes, on fait apparaître le synoptique habituel du Rake (deuxième position de la figure 2.3), avec  $L_t$  sous-branches de traitement, soit une par trajet :

$$y_{k[m]} = \sum_{l_t=1}^{L_t} \alpha_{l_t}^* (y_{k[m]}^{[l_t]}) \quad (2.7)$$

avec

$$y_{k[m]}^{[l_t]} = \sum_{q=0}^{Q-1} c_{k[q]}^* \cdot r_e(mTs + qTc + \tau_{l_t}) \quad (2.8)$$

Sur chaque sous-branche “ $l_t$ ”, le signal est “avancé” pour compenser le retard de propagation  $\tau_{l_t}$ , puis il subit une corrélation avec le code de la même manière que le récepteur élémentaire. On obtient ainsi des échantillons  $y_{k[m]}^{[l_t]}$  au rythme  $Ts$  sur chaque sous-branche qui, dans le cas d’autocorrélations et d’intercorrélations idéales des codes (ce que nous ne supposons plus dans la suite), seraient proportionnels aux symboles utiles, sans interférence :

$$y_{k[m]}^{[l_t]} \simeq a_{k[m]} \cdot \alpha_{l_t} \cdot \gamma_{kk[0]}^{c/h_e} \quad (2.9)$$

où  $\gamma_{kk[n]}^{c/h_e} = Ts(\gamma_{kk}^{c/h_e})(\tau)|_{\tau=nTs}$  représente l’autocorrélation au temps symbole du “code +1/2 Nyquist”, idéalement (mais impossible strictement) égal à  $\delta_{kk[n]}$ .

Les échantillons  $y_{k[m]}^{[l_t]}$  de chaque sous-branche “ $l_t$ ” sont ensuite (Cf 2.7) corrigés en phase (argument de  $\alpha_{l_t}^*$ ) pour compenser le déphasage du trajet, puis sont pondérés par l’amplitude du trajet (module de  $\alpha_{l_t}^*$ ) avant d’être additionnés.

Le Rake tire ainsi partie de l’énergie des trajets secondaires au lieu seulement de l’énergie du trajet principal, comme le faisait le récepteur élémentaire. La recombinaison des trajets est réalisée de manière cohérente et proportionnellement à leur amplitude. On donne ainsi plus de poids aux trajets les plus forts (de meilleur Rapport Signal à Bruit), ce qui découle du principe du filtrage adapté. Pour des fonctions de corrélations idéales, le SNR en sortie du Rake serait ainsi égal à la somme des SNR relatif à chaque trajet (ce que l’on déduit des équations (2.7) et (2.9)), améliorant les performances par rapport au récepteur élémentaire qui ne considère que le trajet le plus fort.

En utilisant la commutativité de la convolution, un autre schéma équivalent du Rake (bas de la figure 2.3) est obtenu en créant  $L_t$  versions décalées du signal continu  $r_e(t)$ . Cet

ordre correspond à celui de la forme générale du BFA de la figure 2.2. La variable discrète au temps symbole est alors obtenue en recombinaison de manière cohérente ces  $L_t$  signaux recalés et corrigés en phase, avant de leur appliquer la corrélation par le code conjugué :

$$y_{k[m]} = (c_k^H * h^H * r_e)(t)|_{t=mT_s} = (c_k^H * (\sum_{l_t=1}^{L_t} \alpha_{l_t}^* . r_e(t + \tau_{l_t})) )|_{t=mT_s} \quad (2.10)$$

La caractérisation de l'interférence en sortie du Rake est faite dans [79]. Un deuxième trajet de propagation entrainera automatiquement de l'interférence en sortie du Rake. L'IES sera généralement faible lorsque le canal ne comporte pas de trajets exactement espacés d'un temps symbole. La situation la plus favorable intervient lorsque la Ri du canal dure moins d'un temps symbole. Nous avons reporté dans le document [80] de nombreuses illustrations de cette interférence, en présentant des exemples de fonctions de corrélation entre la forme d'onde désirée et les  $K$  formes d'ondes actives, dans le cadre d'un canal idéal ou sélectif en fréquence.

### 2.1.5 Lien avec la formation de voies multiples...

Nous avons vu dans la partie I que les trajets du canal radio-mobile étaient généralement incohérents, en raison d'un nombre important de multi-trajets. Faisons ici une parenthèse afin de donner une interprétation du Rake 2D (plusieurs capteurs) dans le cas où les  $L_t$  trajets seraient cohérents (pas de micro-trajets). Supposons pour 1 trajet donné un même module d'un capteur ( $l$ ) à l'autre, et un déphasage obtenu directement par la différence de marche. Pour un réseau rectiligne avec un espacement inter-capteur " $d$ ", on aurait par exemple (sans mouvement) :

$$\rho_i^{(l)} = 1; \quad \text{et} \quad \phi_i^{(l)} = -2\pi(l-1) \frac{d \cdot \cos(\theta_i)}{v_0}$$

sur  $l = 1 \dots L$  capteurs, pour chacun des  $i = 1 \dots L_t$  trajets.

Le filtre spatio-temporel adapté au canal à trajets multiples (partie gauche du BFA dans la figure 2.2) réalise deux combinaisons, une relativement aux capteurs, l'autre par rapport aux trajets. Pour 1 trajet donné " $i$ ", la recombinaison spatiale est effectuée en appliquant simplement un déphasage de  $\Delta\phi_i = +2\pi \frac{d \cdot \cos(\theta_i)}{v_0}$  du capteur  $(l-1)$  au capteur  $l$ . Le retard global  $\tau_i$  associé à ce trajet est également compensé. Cette recombinaison spatiale n'est autre qu'une formation de voie ([101], [38]) dans la direction  $\theta_i$  du trajet " $i$ ".

Pour l'ensemble des trajets, on voit donc qu'avec un cas particulier de canal cohérent, le filtre adapté au canal spatio-temporel isole par filtrage spatial (avec un nombre de capteurs suffisant) la contribution de chaque trajet, avant de recombinaison les différentes contributions recalées. Cela revient à exploiter le canal sélectif en fréquence comme une superposition de  $L_t$  canaux non sélectifs par formation de voie large-bande (avec un jeu de déphaseurs et une compensation de retard par trajet).

### 2.1.6 Interprétation fréquentielle à la réception

Nous avons vu que lorsqu'on suppose parfaite connaissance du canal et synchronisation rythme, on peut synthétiser la situation en sortie du filtre adapté-échantillonneur à partir d'une transformation linéaire des symboles émis, sans faire intervenir les signaux reçus large-bande. L'expression temporelle (à temps discret  $T_s$ ) du "modèle dans la bande symbole" a été établie en (2.2).

Le transfert  $\hat{\gamma}_{ik}(f)$  entre les symboles de la source "i" et la sortie de la branche "k" s'exprime en fréquence par TF de (2.3) comme le **repliement de l'inter-spectre large-bande  $\hat{\gamma}_{ik}^{cont}(f_w)$  dans la bande symbole**:

$$\hat{\gamma}_{ik}(f) = \sum_{q=-Q_r/2}^{+Q_r/2} \hat{\gamma}_{ik}^{cont}\left(f - \frac{q}{T_s}\right) \quad (2.11)$$

avec:

$$\begin{aligned} \hat{\gamma}_{ik}^{cont}(f_w) &= \sum_{l=1}^L \hat{g}_i^{(l)} \hat{g}_k^{(l)*}(f_w) \\ &= \left( \sum_{l=1}^L |\hat{h}^{(l)}|^2 \right) \cdot |\hat{h}_e|^2 \hat{c}_i \hat{c}_k^*(f_w) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Nous allons pouvoir interpréter pour le cas particulier du CDMA, les notions de spectres repliés dans  $\frac{1}{T_s}$  [58], ou encore de canaux équivalents repliés.

#### Canaux globaux Emission-Réception repliés

En sortie de la première branche, le transfert  $\hat{\gamma}_{i1}(f)$  est équivalent à un Canal Global Emission/Reception replié dans la bande symbole (CGE/Rr) pour le code désiré,  $\hat{\gamma}_{i1}(f)$  à un CGE/Rr pour l'interfèrent "i ≠ 1". Exprimée en fréquence, l'absence d'IES sur la branche "1" correspond à un CGE/Rr blanc pour l'utile, et l'absence d'IAM correspond à des CGE/Rr nuls pour tous les interférents. Ces propriétés sont absolument fausses pour les CGE/R avant repliement  $\hat{\gamma}_{ik}^{cont}(f_w)$  (interférence inter-chips et inter sous-chips sur les canaux large-bande avant échantillonnage). Elles expriment simplement, pour le code désiré, une recombinaison cohérente des sous-porteuses, et pour l'interfèrent une recombinaison destructive. Avec un canal mono-trajet, l'orthogonalité au retard nul et la durée finie des codes assure ces conditions. On montre facilement avec la formule de Poisson que:

$$\sum_{q=-\frac{Q}{2}}^{+\frac{Q}{2}-1} (\hat{c}_k \cdot \hat{c}_j^*)(f - \frac{q}{T_s}) = \gamma_{ik[0]}^{code} = \delta_{kj}, \quad \forall f \quad (2.13)$$

Le respect du critère de Nyquist au temps chip pour  $h_e * h_e^H$  amène alors à:

$$\sum_{q=-Q_r/2}^{+Q_r/2} (\hat{c}_k \cdot |\hat{h}_e|^2 \cdot \hat{c}_j^*)(f - \frac{q}{T_s}) = \delta_{kj}, \quad \forall f \quad (2.14)$$

Lorsque le canal n'est pas mono-trajet, l'équation (2.11) de repliement explique la robustesse de l'étalement de spectre aux canaux sélectifs puisque le CGE/Rr vu par l'utile est finalement un canal de largeur  $\frac{1}{T_s}$  issu de la superposition cohérente de  $Q_r$  canaux de même largeur, moyennant ainsi la sélectivité imposée aux différentes bandes. Ce phénomène renforce largement le "moyennage" résultant de la recombinaison cohérente d'espace obtenue avec plusieurs capteurs.

La figure 2.4 montre des CGE/R et CGE/Rr sur la branche "1" pour le code désiré et pour le code interférent "2", avec un canal issu du modèle "Vehicular B" caractérisé par un étalement temporel de l'ordre de  $5T_s$ . On note effectivement que le canal large-bande est très sélectif en fréquence alors que le canal replié est quasiment plat.

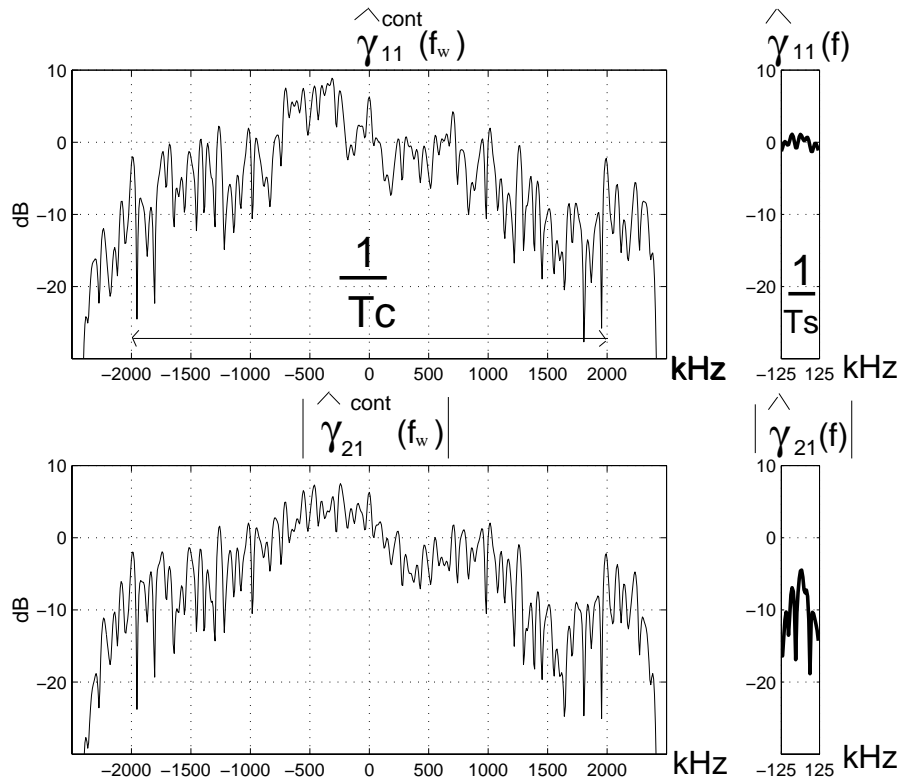


FIG. 2.4 – Exemple de canaux globaux E/R en VB.

### 2.1.7 Formulation matricielle des modèles équivalents

#### ★ Modèle large-bande en réception

Tout comme la formation de voie qui privilégie une direction spatiale pour extraire la source “1” à partir de la recombinaison cohérente des sorties des  $Q_r$  capteurs, le filtre adapté (sur un capteur) privilégie en CDMA une “signature fréquentielle” par recombinaison cohérente (sur la branche “1” pour le code désiré) des composantes issues des  $Q_r$  bandes ou sous-porteuses, (ce que l’on peut établir à partir de (2.1)):

$$\begin{aligned}\hat{\underline{y}}(f) &= \underline{\underline{G}}^H(f) \hat{\underline{r}}(f) \\ &= \underline{\underline{G}}^H(f) \underline{\underline{G}}(f) \hat{\underline{a}}(f) + \underline{\underline{G}}^H(f) \hat{\underline{n}}(f)\end{aligned}\quad (2.15)$$

où

$\hat{\underline{y}}(f) = [\hat{y}_1(f), \dots, \hat{y}_K(f)]^T$ , et  $\underline{\underline{G}}(f)$  a été définie en section 1.2 du chapitre 1.

#### ★ Modèle dans la bande symbole de la chaîne “Transmission-BFA”

##### Matrice spectrale des inter-canaux repliés

On définit, pour chaque fréquence  $f$  appartenant à  $[-\frac{1}{2T_s}, +\frac{1}{2T_s}]$ , la matrice spectrale normalisée des inter-canaux repliés dans la bande symbole, regroupant tous les CGE/Rr de la manière suivante:

$$\underline{\underline{\Gamma}}(f) \triangleq \frac{1}{\gamma_{11[0]}} \cdot \begin{pmatrix} \hat{\gamma}_{11}(f) & \hat{\gamma}_{21}(f) & \cdots & \hat{\gamma}_{K1}(f) \\ \hat{\gamma}_{12}(f) & \hat{\gamma}_{22}(f) & \cdots & \hat{\gamma}_{K2}(f) \\ \hat{\gamma}_{1K}(f) & \hat{\gamma}_{2K}(f) & \cdots & \hat{\gamma}_{KK}(f) \end{pmatrix}$$

Cette matrice est de dimension  $K \times K$ , hermitienne et définie non-négative.

Pour l’ensemble des utilisateurs, l’IES correspond à la non blancheur des termes diagonaux de  $\underline{\underline{\Gamma}}(f)$ , et l’IAM aux termes non-diagonaux non nuls.

L’expression de  $\underline{\underline{\Gamma}}(f)$  à partir de  $\underline{\underline{G}}(f)$  traduit sous forme matricielle la relation (2.11) de repliement:

$$\underline{\underline{\Gamma}}(f) = \frac{1}{\gamma_{11[0]}} \cdot \underline{\underline{G}}^H(f) \underline{\underline{G}}(f) \quad (2.16)$$

##### Modèle matriciel dans la bande-symbole

Le modèle dans la bande symbole (figure 2.5) relie directement les  $K$  sources de symboles aux  $K$  branches de sortie des échantillonneurs par l’intermédiaire de la matrice de transfert  $\underline{\underline{\Gamma}}(f)$ . Il se déduit de l’équation (2.15) du modèle large-bande ou directement à partir de l’équation (2.2) après passage en fréquence et formulation matricielle:



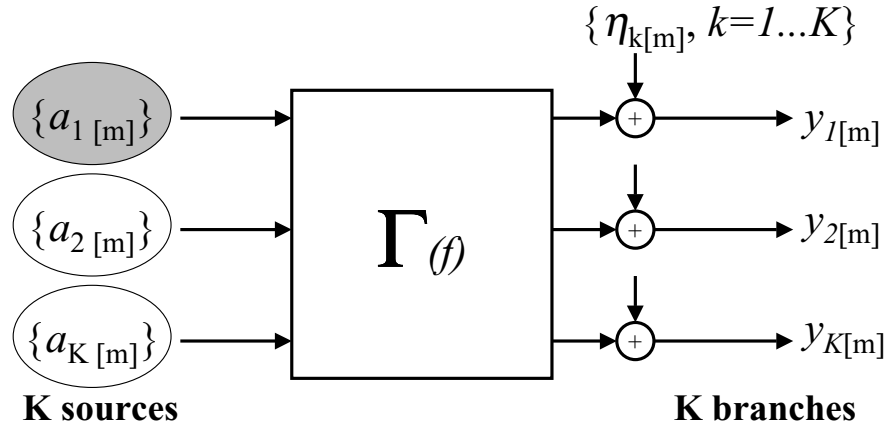


FIG. 2.5 – Modèle 'bande symbole' du transfert 'transmission+BFA'

$$\hat{y}(f) = \gamma_{11[0]} \cdot \underline{\Gamma}(f) \hat{a}(f) + \hat{\eta}(f) \quad (2.17)$$

où

$$\hat{\eta}(f) = [\hat{\eta}_1(f), \dots, \hat{\eta}_K(f)]^T = \underline{\underline{G}}^H(f) \hat{n}(f).$$

Le bruit discret équivalent  $\eta_{k[m]}$ , reporté artificiellement en addition sur chaque branche est gaussien, corrélé temporellement et d'une branche à l'autre. Sa densité interspectrale, d'une branche "i" à la branche "k" vaut  $\frac{E\{\hat{\eta}_i(f) \cdot \hat{\eta}_k^*(f)\}}{T_{slot}} = 2N_0 \cdot \hat{\gamma}_{ik}(f)$ , soit sous forme matricielle:

$$\frac{1}{T_{slot}} \cdot E\{\hat{\eta}(f) \hat{\eta}^H(f)\} = 2N_0 \cdot \gamma_{11[0]} \cdot \underline{\underline{\Gamma}}(f) \quad (2.18)$$

Deux **exemples** de matrice  $|\underline{\underline{\Gamma}}(f)|$  sont donnés pour  $K = 8$  utilisateurs (en échelles linéaires): en figure 2.6, l'étalement temporel du canal est de l'ordre de 1Ts (une réalisation de canal "Pedestrian B" selon le modèle ETSI) alors qu'en figure 2.7, il est de l'ordre de 5Ts (même canal "Vehicular B" qu'en figure 2.4). Dans les deux exemples, l'interférence est du même ordre de grandeur mais on vérifie que la bande de cohérence en "Vehicular B" est environ 5 fois plus petite.

### 2.1.8 Performances du Rake: Interférence résiduelle, SINR

La puissance d'Interférence et de Bruit (Interference and Noise, ou "IN") en sortie de la première branche du filtre adapté (matched filter ou "mf") se déduit de l'expression temporelle des termes d'IES, d'IAM et de bruit définis en (2.5). En utilisant la décorrélation des symboles et du bruit, on obtient:

$$\begin{aligned} (IN)_{mf} &\triangleq E\{|y_1[m] - \gamma_{11[0]} \cdot a_1[m]|^2\} \\ &= A^2 \sum_{n \neq 0} |\gamma_{11[n]}|^2 + A^2 \sum_{k=2}^K \sum_n |\gamma_{k1[n]}|^2 + \gamma_{11[0]} \cdot 2N_0 \cdot \frac{1}{T_s} \end{aligned} \quad (2.19)$$

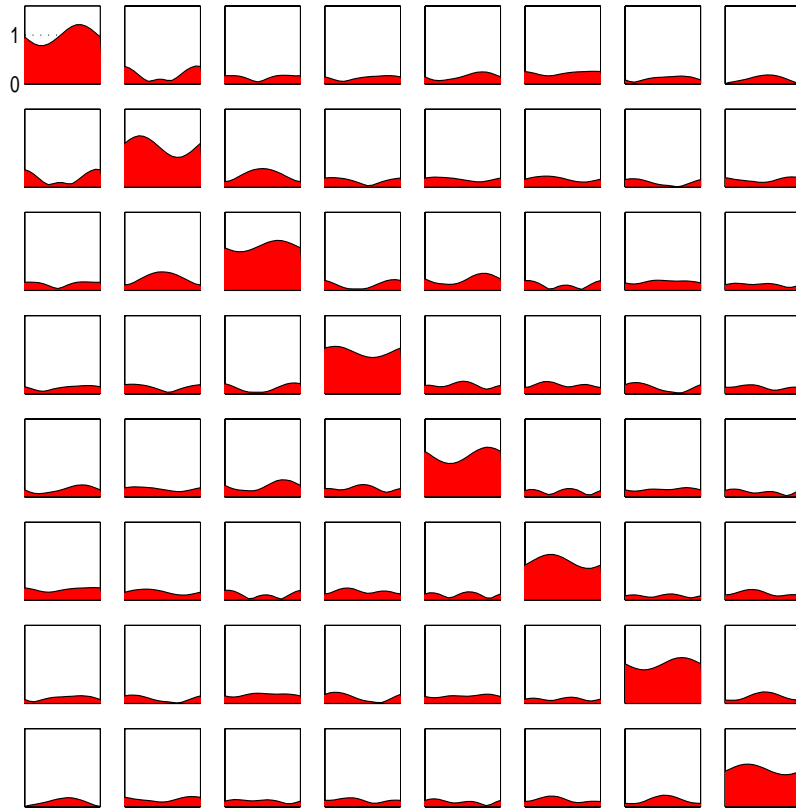


FIG. 2.6 – Exemple de matrice  $|\underline{\underline{\Gamma}}(f)|$  en “Pedestrian B”

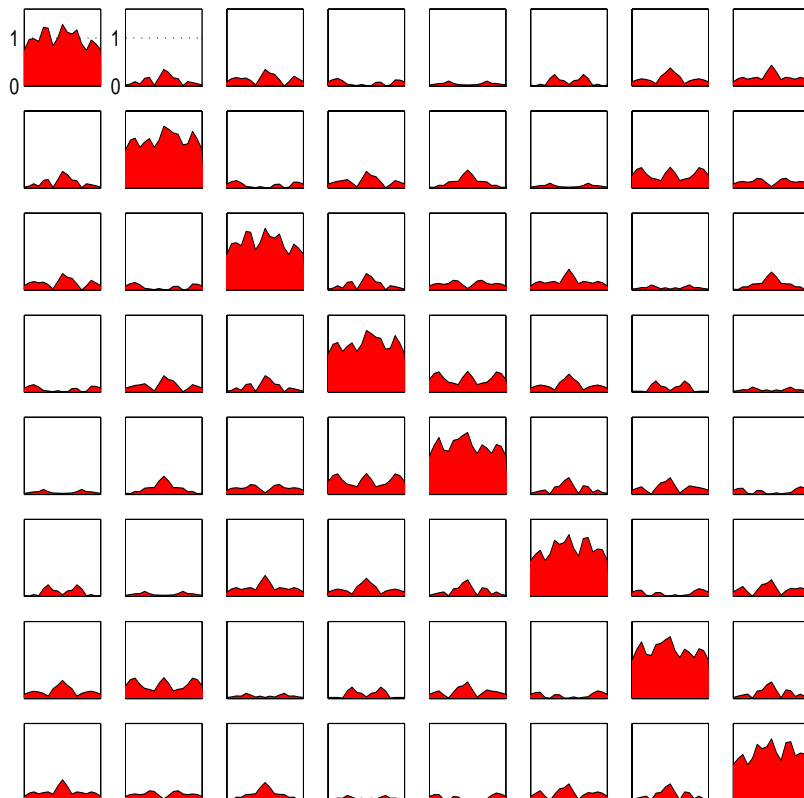


FIG. 2.7 – Exemple de matrice  $|\underline{\underline{\Gamma}}(f)|$  en “Vehicular B”

L'expression de la puissance (IN) en fonction de la fréquence, établie à partir de l'équation (2.19) en utilisant la relation de Parseval, se déduit de l'allure des CGE/Rr:

$$(IN)_{mf} = A^2 T_s \int_{\frac{1}{T_s}} |\hat{\gamma}_{11}(f) - \gamma_{11[0]}|^2 df + A^2 T_s \sum_{k=2}^K \int_{\frac{1}{T_s}} |\hat{\gamma}_{k1}(f)|^2 df + 2N_0 \cdot \int_{\frac{1}{T_s}} \hat{\gamma}_{11}(f) df$$

La puissance d'IES se déduit de l'aire quadratique en fréquence entre le CGE/Rr du code désiré et un canal blanc de même "gain énergétique": elle traduit la non blancheur du CGE/Rr utile. La puissance d'IAM se déduit de la somme des aires quadratiques en fréquence des CGE/Rr interférents de la branche "1". La puissance de bruit se déduit de la bande équivalente de bruit  $\gamma_{11[0]} \cdot \frac{1}{T_s}$  de la branche 1, c'est à dire de l'aire sur la bande symbole du CGE/Rr désiré.

### Rapport Signal à Bruit: SNR

Nous avons vu qu'une stratégie de réception consistait à ne considérer que la sortie de la première branche, ce qui nécessite seulement la connaissance du code désiré. Le filtre adapté-échantillonneur a la propriété de maximiser le SNR (Signal to Noise Ratio) aux instants d'échantillonnage:

$$(SNR)_{mf} = \frac{E[|\gamma_{11[0]} \cdot a_{1[m]}|^2]}{E[|\eta_{1[m]}|^2]} \quad (2.20)$$

Le SNR en sortie du filtre adapté au temps symbole ne dépend pas de la forme d'impulsion donnée aux symboles décorrélés, et vaut:

$$(SNR)_{mf} = \frac{A^2 \gamma_{11[0]}^2}{\gamma_{11[0]} \cdot 2N_0 \cdot \frac{1}{T_s}} = \left( \frac{2E_b}{N_0} \right) \quad (2.21)$$

### Rapport Signal à Bruit plus Interférence: SINR

Le filtre adapté maximise le rapport signal à bruit mais sans tenir compte de l'interférence (IES et IAM). Pour tenir compte des interférences, on utilise généralement le critère de qualité du rapport signal à bruit plus interférences ("Signal to Interference plus Noise Ratio" ou SINR).

Pour l'utilisateur "1", le SINR en sortie de la première branche du filtre adapté s'exprime à partir de la matrice  $\underline{\underline{\Gamma}}(f)$  par:

$$\begin{aligned} (SINR)_{mf} &= \frac{A^2 \gamma_{11[0]}^2}{(IN)_{mf}} \\ &= \left( \frac{2E_b}{N_0} \right) \cdot \frac{1}{1 + \left( \frac{2E_b}{N_0} \right) \underline{\underline{\Sigma}}^T T_s \int_{\frac{1}{T_s}} |\underline{\underline{\Gamma}}(f) \underline{\mathbf{1}} - \underline{\mathbf{1}}|^2 df} \end{aligned} \quad (2.22)$$

où  $\underline{\underline{\Sigma}}^T \triangleq [1, \dots, 1]$ ,  $\underline{\mathbf{1}}^T \triangleq [1, 0, \dots, 0]$

En l'absence d'IES et d'IAM, le filtre adapté obtient le meilleur SINR égal à  $\left( \frac{2E_b}{N_0} \right)$  ainsi que la probabilité d'erreur binaire élémentaire idéale.

Retenons que:

Dans le cas d'un système sans détection conjointe (ou mono-utilisateur), seule la première branche du BFA est mise en place, opérant à une recombinaison cohérente des trajets appelée Rake. Dans ce cas, la suite discrète  $y_{1[m]}$  obtenue est perturbée par une IES généralement faible et une IAM qui dépend du nombre de codes actifs et des propriétés des codes. Le récepteur Rake (ou à filtre adapté unique) se contente de  $y_{1[m]}$  comme variable de décision, sans traitement numérique supplémentaire. Il a généralement de meilleures performances que le récepteur élémentaire (filtre adapté au code désiré seulement, et non pas au canal), en tirant profit de l'énergie des différents trajets.

Dans le cas d'un canal multi-trajets caractérisé par un étalement faible par rapport à la durée symbole, les contributions aux retards symboles non nuls sont négligeables et l'interférence se résume pratiquement à l'IAM au retard nul. Tout se passe alors comme si les formes d'ondes étaient de durée  $T_s$ , mais non orthogonales: c'est la situation traitée par la plupart des auteurs, correspondant à un système bien dimensionné mais qui exclut de nombreuses situations en environnement véhicule pour le mode TDD.

Dans le cas d'un système utilisant le BFA complet, les sorties discrètes des  $K$  branches vont pouvoir être traitées numériquement pour réduire l'effet de l'interférence présente sur la voie "désirée". On utilise ainsi la connaissance de tous les codes actifs, même si on ne s'intéresse qu'aux symboles associés au code désiré. Le post-traitement théorique optimal (critère du maximum de vraisemblance) a été évoqué en annexe II.1. Il n'est pratiquement jamais envisagé à cause de sa complexité. Dans notre travail, lorsque le récepteur utilisera le BFA en tête, nous ne considérerons que les post-traitement linéaires.

Dans la suite du chapitre, nous allons justement montrer que les solutions du récepteur linéaire "théorique" le plus général (c'est à dire appliquant un traitement linéaire directement sur le signal reçu), obtenues pour des critères classiques, utilisent toujours le BFA en tête.

## 2.2 Récepteurs théoriques linéaires

### 2.2.1 Structure linéaire générale

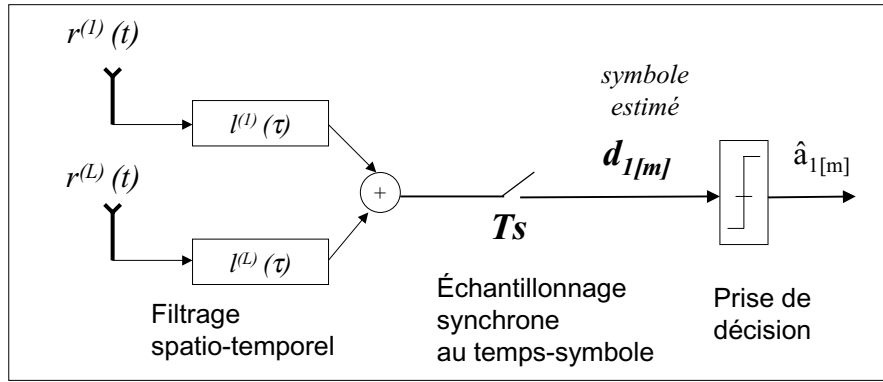


FIG. 2.8 – *Synoptique de la structure linéaire générale*

La structure multi-capteur linéaire (opérant symbole par symbole) la plus générale consiste à un filtrage séparé sur les  $L$  capteurs. Les sorties des filtres sont additionnées et le résultat est échantillonné à la cadence symbole pour fournir une estimation  $\{d_{1[m]}\}$  des symboles émis  $\{a_{1[m]}\}$ , associés au code “1” :

$$d_{1[m]} = \sum_{l=1}^L \left( l_1^{(l)} * r^{(l)} \right) (t) |_{t=mT_s} \quad (2.23)$$

Cette structure rappelle celle utilisée en traitement d’antenne large-bande [66], même si les objectifs peuvent être différents. En traitement d’antenne, les  $L$  filtres séparés délivrant une seule estimation sont généralement adaptés pour “éliminer” les signaux indésirables (radar, sonar) ou pour faire une analyse spatiale (localisation, tomographie ...) prenant en compte la géométrie (de la propagation, du réseau de capteur). Ici, les critères utilisés ne concernent pas des sources continues mais seulement l’information discrète qu’elles contiennent au temps symbole. On va chercher à optimiser ces filtres, indépendamment de leurs conséquences spatiales, avec des critères minimisant la variance de l’erreur d’estimation sur les symboles (obtenue en supposant les symboles décorrélés et le canal bien estimé dans ce chapitre, ou à partir des décisions au chapitre 3).

Nous nous focaliserons généralement sur l’estimée (ou variable de décision)  $d_{1[m]}$ . Rappelons cependant que la prise de décision à partir de  $d_{1[m]}$  pourra simplement se faire par décision de quadrant (symboles QPSK), bien que dans le cadre de l’UMTS, la décision est en fait reportée après l’étape de décodage canal.

La variable de décision  $d_{1[m]}$  définie en (2.23) peut s’écrire comme un transfert convolutif

global  $\{glo_{1i}, i = 1 \dots K\}$  des symboles, perturbé par un bruit additif discret équivalent  $b_{1[m]}$ :

$$d_{1[m]} = \sum_{i=1}^K \sum_n a_{i[n]} \cdot glo_{1i[m-n]} + b_{1[m]} \quad (2.24)$$

où

$$glo_{1i[n]} = Ts \cdot glo_{1i}(\tau)|_{\tau=nTs-P_{1_1}Ts} \quad \text{et} \quad glo_{1i}(\tau) = Ts \cdot \sum_{l=1}^L (l_1^{(l)} * g_i^{(l)})(\tau) \quad (2.25)$$

La suite  $\{glo_{1i[n]}\}$  correspond au filtre global discret équivalent pour les symboles associés au code “ $i$ ” et  $b_{1[m]} = \sum_{l=1}^L (l_1^{(l)} * n^{(l)})(t)|_{t=mTs-P_{1_1}Ts}$  est le bruit discret perturbant la variable de décision (associée au code “1”).  $P_{1_1}$  est un entier positif ou nul égal au retard (exprimé en temps symbole  $T_s$ ) du détecteur. Pour les détecteurs théoriques (partie II), nous considérons un retard nul, c’est à dire  $P_{1_1} = 0$ .

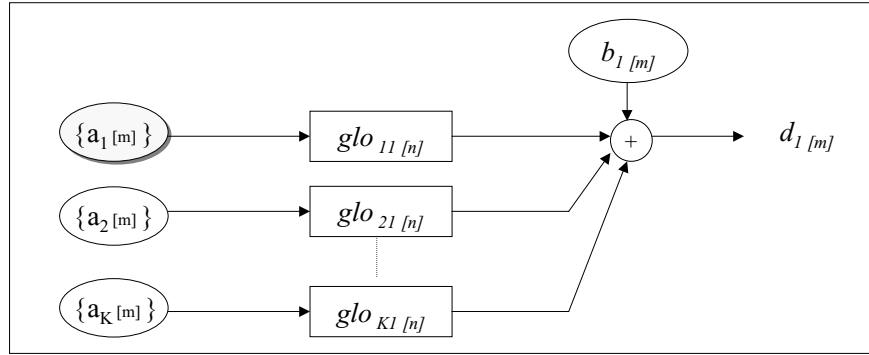


FIG. 2.9 – Modèle discret équivalent au temps symbole de l’émission/réception linéaire

Nous nous baserons principalement sur la grandeur de l’erreur quadratique moyenne (“Mean Square Error” ou MSE) pour dériver l’expression du détecteur, avec ou sans contrainte d’annulation de l’interférence. La MSE est définie par:

$$(MSE) \triangleq E\{|d_{1[m]} - a_{1[m]}|^2\} \quad (2.26)$$

Cette MSE est due au bruit (3ème terme de la formule 2.27), à l’IAM (2ème terme) et à un premier terme qui correspond à l’IES mais aussi à la conséquence d’un gain global  $glo_{11[0]}$  pas forcément unitaire, sur la voie “utile” au retard nul.

En utilisant toujours la décorrélation des symboles et du bruit, on obtient:

$$(MSE) = A^2 \sum_n |glo_{11[n]} - \delta_n|^2 + A^2 \sum_{k=2}^K \sum_n |glo_{1k[n]}|^2 + 2N_0 \cdot \sum_{l=1}^L \int_{-\infty}^{+\infty} |l_1(\tau)|^2 d\tau \quad (2.27)$$

Les solutions vont être dérivées en fréquence avec le formalisme large-bande établi dans le chapitre précédent. Dans le même esprit, la réponse en fréquence du détecteur linéaire à la fréquence  $f$  dans les différentes bandes symboles est regroupée dans un vecteur de taille  $Q_r$ :

$$\hat{l}_1^{(l)}(f) = [\hat{l}_1^{(l)}(f - \frac{Q_{r/2}}{T_s}), \dots, \hat{l}_1^{(l)}(f + \frac{Q_{r/2}}{T_s})]^T \quad \text{et} \quad \hat{l}_1(f) = [\hat{l}_1^{(1)T}(f), \dots, \hat{l}_1^{(L)T}(f)]^T$$

Après échantillonnage au temps symbole, une composante à la fréquence  $f$  de la bande symbole est obtenue par combinaison linéaire de  $Q_r$  composantes du signal reçu à la même fréquence dans les différentes bandes symboles:

$$\hat{d}_1(f) = \hat{l}_1^T(f) \cdot \hat{x}(f) \quad (2.28)$$

La fonction de transfert globale des symboles est:

$$\hat{g}l_{o_{1k}}(f) = \hat{l}_1^T(f) \cdot \underline{\Gamma}(f) \cdot \mathbf{1}_k$$

où on rappelle que  $\mathbf{1}_k^T = \underbrace{[0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0]}_k$

Nous pouvons décrire la (MSE) dans le domaine fréquentiel par:

$$(MSE) = A^2 T_s \int_{\frac{1}{T_s}} | \hat{g}l_{o_{11}}(f) - 1 |^2 df + A^2 T_s \sum_{k=2}^K \int_{\frac{1}{T_s}} | \hat{g}l_{o_{1k}}(f) |^2 df + 2N_0 \cdot \int_{\frac{1}{T_s}} | \hat{t}_1(f) |^2 df \quad (2.29)$$

Soit sous forme algébrique:

$$(MSE) = A^2 T_s \cdot \underline{\Sigma}^T \int_{\frac{1}{T_s}} | \underline{G}^T(f) \cdot \hat{l}_1(f) - \mathbf{1}_1 |^2 df + 2N_0 \cdot \int_{\frac{1}{T_s}} \hat{l}_1^H(f) \cdot \hat{l}_1(f) df \quad (2.30)$$

Le terme d'intégration dans l'expression de la MSE est la densité spectrale globale de l'erreur, après filtrage direct du signal reçu (nous utiliserons ultérieurement le symbole " $psd_d$ " pour la désigner).

Due à l'échantillonnage, la dsp  $2N_0 \cdot | \hat{t}_1(f) |^2$  du bruit  $b_{1[m]}$  est périodique de période  $\frac{1}{T_s}$ , avec:

$$| \hat{t}_1(f) |^2 = \sum_{l=1}^L \sum_{q=-Q_{r/2}}^{+Q_{r/2}} | \hat{l}_1(f - \frac{q}{T_s}) |^2 = \hat{l}_1^H(f) \cdot \hat{l}_1(f)$$

*Remarque:*

La puissance d'Interférences plus Bruit se déduit très simplement de la MSE, pour des symboles décorrélés et un détecteur linéaire, en soustrayant le terme d'erreur quadratique au retard nul:

$$\begin{aligned} (IN) &= E\{ | d_{1[m]} - g l_{o_{11[0]}} \cdot a_{1[m]} |^2 \} \\ &= (MSE) - A^2 | 1 - g l_{o_{11[0]}} |^2 \end{aligned} \quad (2.31)$$

Cette correspondance s'établit en considérant l'équation temporelle (2.27) de la MSE. Pour la puissance (IN), on a une expression équivalente à (2.27) en remplaçant simplement " $\delta_n$ " par " $g l_{o_{11[0]}} \cdot \delta_n$ " dans le premier terme de droite.

## 2.2.2 Détecteur linéaire “Zero-Forcing”

### ★ Critère et Solution

---

#### Critère

Les critères “Zero Forcing” consistent à “forcer à zéro” l’interférence, de sorte que sans bruit, les symboles estimés  $d_{1[m]}$  soient égaux aux symboles émis  $a_{1[m]}$ . Nous considérons ici le **critère “Zero Forcing optimal”** qui consiste à minimiser la MSE, sous la contrainte d’annulation de l’IES et de l’IAM. On peut encore le formuler de la manière suivante:

$$\left\{ \begin{array}{l} (i) \text{ Interference (IES et IAM) nulle} \\ (ii) \text{ Amplification du bruit minimum} \end{array} \right.$$

#### Solution

$$\hat{\underline{l}}_{1zf}^T(f) = \frac{1}{\gamma_{11[0]}} \cdot \underbrace{\hat{e}_{1zf}^T(f)}_{\text{Egaliseur}} \cdot \underbrace{\underline{G}^H(f)}_{\text{BFA}} \quad (2.32)$$

avec

$$\hat{\underline{e}}_{1zf}^T(f) = \underline{\mathbf{1}}_1^T [\underline{\Gamma}(f)]^{-1} \quad (2.33)$$


---

La solution peut se décomposer en deux étapes. Elle comprend en amont la tête de réception décrite en section 2.1,  $\underline{G}^H(f)$ , qui consiste en un Banc de Filtre Adapté aux  $K$  formes d’ondes spatio-temporelles suivi d’un échantillonnage synchrone au temps symbole. Chacune des  $K$  branches subissent ensuite un filtrage dans la bande symbole avant d’être sommées pour former la variable de décision. Cette deuxième étape constitue le banc d’égalisation au temps symbole,  $\hat{\underline{e}}_{1zf}^T(f)$ , qui peut être réalisé au moyen de filtres discrets opérant au temps symbole.

Le vecteur  $\hat{\underline{e}}_1^T(f) = [\hat{e}_{11}(f), \dots, \hat{e}_{1K}(f)]$  est formé par les fonctions de transfert des filtres égaliseurs des  $K$  branches. Il est directement obtenu par inversion de la matrice spectrale des inter-canaux repliés, en ne conservant que la première ligne pour le code désiré “1”. Ceci est immédiat à partir du modèle dans la bande symbole (équation (2.17) ou figure 2.5) lorsque l’on impose le BFA en tête de réception (solution de la forme (2.32)). Notons que l’existence de la solution suppose  $[\underline{\Gamma}(f)]$  inversible, ce qui est généralement vrai et que nous discuterons ultérieurement.

#### Démonstration directe

(sans présupposer le BFA en tête)

$$(i) \Leftrightarrow \hat{\underline{l}}_1^T(f) \cdot \underline{G}(f) = \underline{\mathbf{1}}_1^T, \text{ ce qui correspond à temps discret à } g_{1i[n]} = \delta_{1i[n]}$$

$$(ii) \Leftrightarrow \hat{\underline{l}}_1^H(f) \cdot \hat{\underline{l}}_1(f) \text{ minimum}$$



On utilise la méthode de Lagrange pour minimiser  $\frac{1}{2}\hat{\underline{l}}_1^H(f) \cdot \hat{\underline{l}}_1(f)$  sous la contrainte ( $\hat{\underline{l}}_1^T(f) \cdot \underline{\underline{G}}(f) - \underline{\mathbf{1}}_1^T = 0$ ), soit :

$$\frac{\partial}{\partial \hat{\underline{l}}_1} \left( \frac{1}{2} \hat{\underline{l}}_1^H \cdot \hat{\underline{l}}_1 - (\underline{\underline{G}}^T \cdot \hat{\underline{l}}_1 - \underline{\mathbf{1}}_1) \cdot \underline{\lambda} \right) = 0, \text{ où le vecteur } \underline{\lambda} \text{ de taille } K \times 1 \text{ est à déterminer.}$$

Après dérivation, on trouve  $\hat{\underline{l}}_1^T = \underline{\lambda}^T \cdot \underline{\underline{G}}^H$ , ce qui, injecté dans (i), donne:  $\underline{\lambda}^T = \underline{\mathbf{1}}_1^T \cdot (\underline{\underline{G}}^H \cdot \underline{\underline{G}})^{-1}$ .

On arrive finalement à la solution sous la forme  $\hat{\underline{l}}_1^T = \underline{\mathbf{1}}_1^T \cdot (\underline{\underline{G}}^H \cdot \underline{\underline{G}})^{-1} \cdot \underline{\underline{G}}^H$  qui peut alors s'exprimer à partir de la matrice inter-spectrale  $\underline{\underline{\Gamma}}(f)$  définie au paragraphe (2.1.7).

*Structure théorique linéaire "optimale": BFA suivi d'un banc d'Egalisation au temps symbole*

Précisons dès à présent que la structure linéaire imposée de réception que nous venons d'établir pour un critère Zero-Forcing sera conservée avec un critère MMSE. Seuls les jeux de coefficients du Banc d'Egalisation  $\hat{\underline{e}}_1^T(f)$  seront différents.

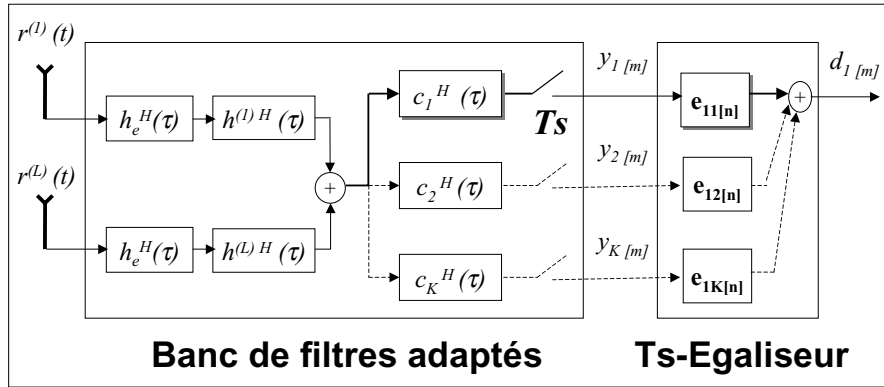


FIG. 2.10 – *Synoptique de l'égaliseur linéaire théorique (critère ZF ou MMSE) pour  $\gamma_{11[0]} = 1$*

Notons que même si on utilise la connaissance de tous les codes, on estime seulement les symboles relatifs au code désiré.

Reformulation en temps:

En présence d'interférences, un égaliseur combine linéairement les sorties des  $K$  branches  $y_k[m]$  du banc de filtres adaptés - échantillonneurs après filtrage numérique par un banc de filtres  $\{e_{1k[n]}\}$  opérant au temps symbole, afin de former la variable de décision  $d_{1[m]}$ :

$$d_{1[m]} = \frac{1}{\gamma_{11[0]}} \cdot \sum_{k=1}^K (e_{1k} * y_k)_{[m]} \quad (2.34)$$

Le transfert global vu par les symboles et défini en (2.25) devient:

$$glo_{1i[n]} = \frac{1}{\gamma_{11[0]}} \sum_{k=1}^K (e_{1k} * \gamma_{ik})_{[n]}$$

Avec cette structure imposée (ZF ou MMSE):

- la fonction de transfert globale des symboles devient:

$$\hat{g}l_{o_{1k}}(f) = \hat{\underline{e}}_1^T(f) \cdot \underline{\Gamma}(f) \cdot \underline{\mathbf{1}}_k$$

- la fonction de transfert globale du bruit  $\hat{t}_1(f)$  est telle que:

$$|\hat{t}_1(f)|^2 = \frac{1}{\gamma_{11[0]}} \hat{\underline{e}}_1^H(f) \cdot \underline{\Gamma}^*(f) \cdot \hat{\underline{e}}_1(f)$$

A partir de ces expressions, on établit, en omettant ( $f$ ) dans le second membre pour alléger les notations, que la dsp de l'erreur ( $d_{1[m]} - a_{1[m]}$ ) prend la forme:

$$\frac{psd}{A^2 T_s}(f) = \hat{\underline{e}}_1^H (\underline{\Gamma}^* \underline{\Gamma} + \frac{N_0}{2E_b} \cdot \underline{\Gamma}^*) \hat{\underline{e}}_1 - 2Re\{\hat{\underline{e}}_1^H \underline{\Gamma}^* \underline{\mathbf{1}}_1\} + 1 \quad (2.35)$$

Ces expressions sont générales à la structure représentée en figure 2.10, quelque soit le critère d'optimisation des coefficients de l'égaliseur.

### *Symétrie Hermitienne et durée infinie des réponses impulsionnelles des égaliseurs*

Les jeux de coefficients du banc d'égalisation ont une symétrie Hermitienne, ce qui se déduit directement de la solution Zero-Forcing (2.33). Cette propriété pourra être exploitée en situations multi-codes, où plusieurs codes désirés  $k_u = 1...K_u$  sont à décoder. Cette symétrie, exprimée en fréquence et en temps, s'écrit:

$$\hat{\underline{e}}_{jk}(f) = \hat{\underline{e}}_{kj}^*(f) \quad \text{et} \quad \underline{e}_{jk[n]} = \underline{e}_{kj[-n]}^* \quad \text{pour } j, k = 1...K; \quad \forall n \in Z$$

On constate que les réponses impulsionnelles discrètes des filtres égaliseurs "théoriques" sur les différentes branches sont non causales, avec en particulier  $\underline{e}_{kk[n]} = \underline{e}_{kk[-n]}^*$ . Elles sont théoriquement à durée infinie, ce que nous justifierons dans la discussion 1.1 de la partie III. Pour le code désiré numéro "1", les coefficients de la première branche sont normalement les plus énergétiques. Les coefficients des autres branches contribuent à la décorrélation, pour annuler l'interférence IAM présente en sortie du BFA. En contexte mono-utilisateur [108], l'étalement de l'énergie de la réponse impulsionnelle dépend de la proximité avec le cercle unité des zéros du polynôme en  $Z$  représentant le canal replié,  $\gamma_{11}^{ZT_s}(z)$ . Autrement dit, l'étalement sera important si le module de  $\hat{\gamma}_{11}(f) = \gamma_{11}^{ZT_s}(e^{j2\pi f T_s})$  a une valeur proche de zéro pour une fréquence  $f$  de la bande symbole, ce qui est fortement improbable grâce à l'excès de bande fourni par l'étalement de spectre, comme discuté en section 2.1.6.

### *Existence de la solution Zéro-Forcing*

En ne considérant pas de contrainte de causalité ou de durée finie pour les réponses impulsionnelles du banc d'égalisation, l'annulation d'interférence nécessite que la matrice définie non négative  $\underline{\Gamma}(f)$  soit de rang plein  $K$  pour n'importe quelle fréquence de la bande symbole ( $f \in [-\frac{1}{2T_s}, +\frac{1}{2T_s}]$ ). Ce rang est égal au rang de la matrice  $\underline{G}(f)$ , étant donnée la relation (2.16).

A partir de la décomposition (1.11) valable en lien descendant, le rang de  $\underline{G}(f)$  peut être décrit à partir des zéros du module de la réponse en fréquence du canal de propagation

$\hat{h}^{(l)}(f_w)$ . On vérifie facilement que  $\underline{\underline{G}}(f)$  est de rang plein  $\forall f$ , et ainsi “inversible à gauche”, si les  $L$  spectres  $|\hat{h}(f_w)|^2$  des canaux de propagation n’ont de zéro commun à aucune fréquence  $f_w$  de la large-bande. Notons que l’absence d’annulation du module large-bande est une condition suffisante mais qui n’est pas nécessaire.

Au contraire, pour une situation mono-capteur ( $L = 1$ ), si le spectre du canal de propagation a un zéro commun à une fréquence  $f_1$  dans plus de  $(Q_r - K)$  bandes symboles différentes, la matrice  $\underline{\underline{G}}(f)$  est nécessairement de rang déficient pour cette fréquence spécifique.

En conclusion, le rang *normal* (c’est à dire “pour presque tout  $f$ ”) est plein et à moins de canaux pathologiques (présentant des zéros bien particuliers dans la bande de transmission), la solution Zero-Forcing optimale existe (rang plein “pour tout  $f$ ”), avec une réponse impulsionnelle théorique non causale et à durée infinie.

## ★ Performances en MSE, SINR, BER

### *Modèle discret sans interférence*

Après annulation de l’interférence par l’égaliseur, la variable de décision est seulement perturbée par un bruit additif Gaussien. L’équation (2.24) se résume à :

$$d_{1[m]} = a_{1[m]} + b_{1[m]} \quad (2.36)$$

On retrouve l’équation d’une situation mono-utilisateur au travers d’un canal global respectant le critère de Nyquist. Pourtant les performances ici seront nettement dégradées par rapport à la situation idéale, à cause d’une variance de bruit nettement supérieure. Pour le code désiré, le filtre global (incluant l’égaliseur de la première branche) respecte bien le critère de Nyquist mais il n’a pas été équiréparti entre Emission et Réception (au point d’addition du bruit). On peut dire également que l’amplification de la contribution du bruit thermique additif représente le prix à payer pour obtenir l’annulation de l’interférence due aux autres utilisateurs, en situation de canal sélectif en fréquence.

Précisons qu’il existe une infinité de filtres de réception capables de supprimer l’interférence. Celui que nous venons de décrire, qualifié de “Zero-Forcing optimal” est justement celui qui amplifie le moins le bruit.

Caractérisons la composante due au bruit résiduel en sortie du banc d’égalisation: La dsp  $\hat{\gamma}_{b_1}(f)$  de ce bruit discret s’obtient facilement:

$$\hat{\gamma}_{b_1}(f) = 2N_0 \cdot \hat{\underline{\underline{l}}}_{1zf}^H(f) \hat{\underline{\underline{l}}}_{1zf}(f) = 2N_0 \cdot \frac{1}{\gamma_{11[0]}} \cdot \underbrace{\underline{\underline{\mathbf{1}}}_1^T [\underline{\underline{\Gamma}}(f)]^{-1} \underline{\underline{\mathbf{1}}}_1}_{\hat{e}_{11zf}(f)}$$

Ainsi, la dsp du bruit après égalisation ZF n’est conditionnée que par la réponse en fréquence du filtre égaliseur de la première branche  $\{\hat{e}_{11}\}_{zf}(f)$ . On déduit l’autocorrélation du bruit:

$$\gamma_{b_1[n]} = E\{b_{1[m]} \cdot b_{1[m-n]}^*\} = (2N_0 \cdot \frac{1}{T_s}) \cdot \frac{1}{\gamma_{11[0]}} \cdot e_{11zf}[n]$$

qui prend la forme des coefficients de l'égaliseur de la première branche pour le code désiré numéro "1". Evidemment, si le code désiré était le code " $k_u \neq 1$ ", il faudrait considérer la réponse du filtre de la branche " $k_u$ ", soit  $\{\hat{e}_{k_u k_u}\}_{zf}(f)$ .

### Expressions MSE, SINR, BER

Ainsi, L'Erreur Quadratique Moyenne (MSE) en sortie du détecteur Zero-Forcing (ZF) est formée seulement à partir de la contribution du bruit, amplifiée par le processus de forçage à zéro des interférences. Elle s'obtient comme une fonction proportionnelle à la dsp monolatérale du bruit  $N_0$  à l'entrée du récepteur:

$$(MSE)_{zf} = (2N_0 \cdot \frac{1}{T_s}) \cdot \frac{1}{\gamma_{11}[0]} \cdot e_{11zf}[0] \quad (2.37)$$

On en déduit le SINR en sortie du détecteur:

$$(SINR)_{zf} = \frac{A^2}{(MSE)_{zf}} = \left(\frac{2E_b}{N_0}\right) \cdot \frac{1}{e_{11zf}[0]} \quad (2.38)$$

La Probabilité d'erreur  $(Pe)_{zf}$  s'exprime directement à partir du SINR, sous la forme<sup>1</sup>  $Q(\sqrt{(SINR)_{zf}})$ , puisque après égalisation (Cf 2.36) on retrouve exactement les symboles émis de l'utilisateur "1", perturbés par un bruit gaussien. L'expression de  $(Pe)_{zf}$  prend alors une forme simple et classique:

$$(Pe)_{zf} = Q\left(\sqrt{\left(\frac{2E_b}{N_0}\right) \cdot \frac{1}{e_{11zf}[0]}}\right) \quad (2.39)$$

### facteur de dégradation

Le coefficient au retard nul de la branche "1" de l'égaliseur  $e_{11zf}[0]$  joue un rôle fondamental puisqu'il décrit entièrement les performances du système. Plus précisément, il exprime le facteur de dégradation du SINR mais aussi de la Probabilité d'erreur, par rapport à une situation de canal idéal. Le facteur de dégradation correspond à l'aire fréquentielle du motif numéro "1" de la diagonale de la matrice spectrale inverse des inter-canaux repliés:

$$e_{11zf}[0] = T_s \int_{\frac{1}{T_s}} [\underline{\underline{\Gamma}}(f)^{-1}]_{11} df$$

On vérifie que:

-  $e_{11zf}[0]$  est un réel positif, obtenu par intégration de termes positifs issus de diagonales de matrices hermitiennes définies non-négatives.

-  $e_{11zf}[0] \geq 1$ , ce que l'on peut déduire de la manière suivante:

lorsque  $\underline{\underline{\Gamma}}(f)$  est inversible, elle est définie positive. Elle admet alors une décomposition de Cholesky [39] (ou décomposition spectrale):  $\underline{\underline{\Gamma}}(f) = \underline{\underline{L}}(f) \cdot \underline{\underline{L}}^H(f)$  où  $\underline{\underline{L}}(f)$  est une matrice triangulaire inférieure de taille  $K \times K$  avec des éléments positifs sur la diagonale. L'inégalité

1. la fonction  $Q(\cdot)$  mesure l'aire sous la queue de distribution de la Gaussienne:  $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-u^2/2} du$ .

de Schwartz permet de déduire le résultat:

$$T_s \cdot \underbrace{\int_{\frac{1}{T_s}} \underline{\mathbf{1}}_1^T \underline{\underline{\Gamma}}(f) \cdot \underline{\underline{\Gamma}}^H(f) \underline{\mathbf{1}}_1 df}_{\frac{\gamma_{11}[0]}{\gamma_{11}[0]}=1} \cdot \underbrace{T_s \cdot \int_{\frac{1}{T_s}} \underline{\mathbf{1}}_1^T \underline{\underline{\Gamma}}^{H-1}(f) \cdot \underline{\underline{\Gamma}}^{-1}(f) \underline{\mathbf{1}}_1 df}_{e_{11zf[0]}} \geq \underbrace{|T_s \cdot \int_{\frac{1}{T_s}} \underline{\mathbf{1}}_1^T \underline{\underline{\Gamma}}(f) \cdot \underline{\underline{\Gamma}}^{-1}(f) \underline{\mathbf{1}}_1 df|^2}_1$$

- la situation sans dégradation ( $e_{11zf[0]} = 1$ ) correspond à un canal mono-trajet et l'utilisation de codes orthogonaux. On peut le déduire de l'inégalité de Schwartz qui devient une égalité lorsque  $\underline{\underline{\Gamma}}^H(f)$  est, à un facteur multiplicatif près, égale à  $\underline{\underline{\Gamma}}^{-1}(f)$ , c'est à dire lorsque la matrice  $\underline{\underline{\Gamma}}(f)$  a la forme d'une matrice identité  $\forall f$ , ce qui nécessite  $K$  formes d'ondes orthogonales.

- Etant donné l'absence d'interférence et un gain global  $glo_{11zf[0]}$  unitaire, on a  $(IN)_{zf} = (MSE)_{zf}$ , ce qui peut se déduire de (2.31).

La figure 2.11 donne l'exemple d'une matrice inverse  $|\underline{\underline{\Gamma}}(f)^{-1}|$  en "Pedestrian B". La première ligne représente ainsi le module en fréquence des filtres égaliseurs  $\hat{e}_{1k}(f)$  pour  $k = 1$  à 8; le facteur de dégradation pour l'utile "1" est assez faible (+1.2 en dB).

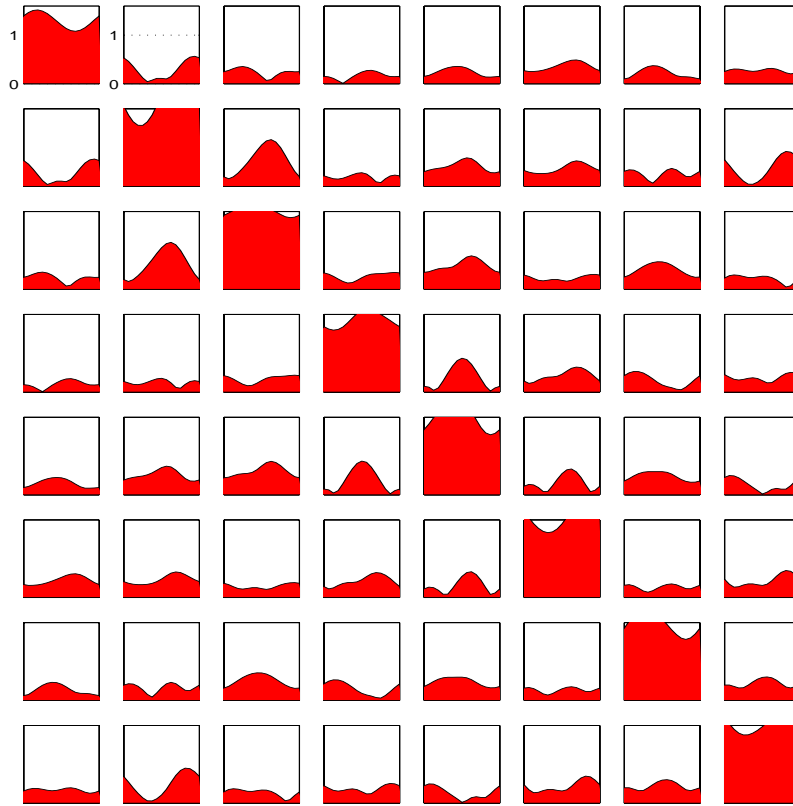


FIG. 2.11 – Exemple de matrice  $|\underline{\underline{\Gamma}}(f)^{-1}|$  en PB

### 2.2.3 Détecteur linéaire “MMSE”

#### ★ Critère et Solution

---

##### *Critère*

Le critère “MMSE” (Minimum Mean Square Error) consiste à minimiser l’Erreur Quadratique Moyenne de la variable de décision, définie en (2.26), sans aucune contrainte contrairement au critère “Zero-Forcing”. Le filtre linéaire  $\hat{\underline{l}}_{me}^T(f)$  obtenu avec ce critère est généralement appelé filtre de Wiener.

##### *Solution*

$$\hat{\underline{l}}_{me}^T(f) = \frac{1}{\gamma_{11}[0]} \cdot \underbrace{\hat{\underline{e}}_{me}^T(f)}_{\text{Egaliseur}} \cdot \underbrace{\underline{G}^H(f)}_{\text{BFA}} \quad (2.40)$$

avec

$$\hat{\underline{e}}_{me}^T(f) = \underline{\mathbf{1}}_1^T [\underline{\Gamma}'(f)]^{-1} \quad (2.41)$$

et

$$\underline{\Gamma}'(f) = \underline{\Gamma}(f) + \left(\frac{N_0}{2E_b}\right) \underline{I}_K \quad (2.42)$$


---

Comme annoncé, la solution théorique linéaire utilise la même structure imposée qu’avec le critère ZF, avec en tête le BFA-échantillonneur, suivi d’un banc d’égalisation au temps symbole.

L’inversion de la matrice spectrale des inter-canaux repliés est ici réalisée après ajout d’un facteur bruit à signal  $\frac{N_0}{2E_b}$  sur la diagonale. Ainsi, comme en situation mono-utilisateur, l’inversion partielle du MMSE limite l’amplification du bruit aux fréquences où le rapport signal à bruit est mauvais. De plus, du moment que la puissance du bruit n’est pas nulle, l’inverse de  $\underline{\Gamma}'(f)$  est toujours défini et la solution MMSE existe toujours, contrairement au cas ZF. Le récepteur MMSE a le comportement du récepteur ZF dans les situations de fort  $\frac{E_b}{N_0}$  et est réduit à la tête de réception (BFA) dans les situations extrêmes opposées.

En présupposant le BFA en tête (forme de la solution (2.40)), la solution (2.41) pour l’égaliseur est obtenue telle quelle, en minimisant par rapport à  $\hat{\underline{e}}_1(f)$  la densité spectrale de l’erreur, définie en (2.35).

##### *Démonstration directe*

(sans présupposer le BFA en tête)

1) expression directe:

La solution est obtenue en minimisant, pour chaque fréquence  $f$  de la bande symbole, l’expression générale de la dsp de l’erreur en sortie du détecteur global  $\hat{\underline{l}}_1(f)$ , représentée par le

terme d'intégration de la (MSE) en (2.30). On peut faire apparaître une forme quadratique:

$$\frac{psd_d}{A^2 T_s}(f) = \hat{l}_1^H \left( \underline{\underline{G}}^* \underline{\underline{G}}^T + \frac{N_0}{2E_b} \cdot \underline{\underline{I}}_{LQ_r} \right) \hat{l}_1 - 2\Re \left( \hat{l}_1^H \cdot (\underline{\underline{G}}^* \underline{\underline{1}}_1) \right) + 1 \quad (2.43)$$

La minimisation d'une telle forme quadratique est classique et conduit à:

$$\hat{l}_{1me}^T(f) \cdot \left( \underline{\underline{G}} \underline{\underline{G}}^H(f) + \frac{N_0}{2E_b} \cdot \underline{\underline{I}}_{LQ_r} \right) = \underline{\underline{1}}_1^T \underline{\underline{G}}^H(f) \quad (2.44)$$

soit, lorsque la dsp du bruit  $N_0$  n'est pas nulle, à la solution:

$$\hat{l}_{1me}^T(f) = \underbrace{\underline{\underline{1}}_1^T \underline{\underline{G}}^H(f)}_{\hat{g}_1^H(f)} \cdot \left( \underline{\underline{G}} \underline{\underline{G}}^H(f) + \frac{N_0}{2E_b} \cdot \underline{\underline{I}}_{LQ_r} \right)^{-1} \quad (2.45)$$

avec

$$\frac{(MSE)_{me}}{A^2 T_s} = \int_{\frac{1}{T_s}} \left( 1 - \hat{l}_{1me}^T(f) \underline{\underline{G}}(f) \underline{\underline{1}}_1 \right) df \quad (2.46)$$

Cette forme directe de Wiener [43] [15], obtenue comme solution du problème de minimisation, n'a pas l'apparence de la solution énoncée en (2.40). Elle correspond à une transformation par filtrages linéaires large-bande en amont, suivie d'une corrélation unique avec la forme d'onde désirée (sur chaque capteur), comme schématisée sur la figure 2.12.

2) expression de la solution sous forme de "BFA et banc d'égalisation au temps symbole":

Envisageons les 2 cas possibles:

2.1- en absence de bruit ( $N_0 = 0$ ), la solution large-bande (2.45) n'est pas définie car la matrice carrée  $(\underline{\underline{G}} \underline{\underline{G}}^H)$  de taille  $LQ_r \times LQ_r$  est singulière (car de rang  $\leq K$ ). En fait, en l'absence de bruit, il existe une infinité de solutions optimales qui annulent complètement la MSE, et la solution par banc de filtre adapté (2.32) en est une, se résumant alors sans bruit au pseudo-inverse de  $\underline{\underline{G}}(f)$ , soit  $(\underline{\underline{G}}^H(f) \underline{\underline{G}}(f))^{-1} \underline{\underline{G}}^H(f)$ .

2.1- en présence de bruit ( $N_0 \neq 0$ ), on peut vérifier (par décomposition en valeurs singulières de  $\underline{\underline{G}}(f)$  par exemple) que  $(\underline{\underline{G}}(f) \underline{\underline{G}}^H(f) + \frac{N_0}{2E_b} \cdot \underline{\underline{I}}_{LQ_r})$  est inversible.

A partir de (2.44) et en multipliant à droite par  $\underline{\underline{G}}(f)$ , on obtient:

$$\hat{l}_{1me}^T(f) \underline{\underline{G}}(f) = \underline{\underline{1}}_1^T \underline{\underline{\Gamma}}(f) \underline{\underline{\Gamma}}'^{-1}(f) = \underline{\underline{1}}_1^T \underline{\underline{\Gamma}}'^{-1}(f) \underline{\underline{\Gamma}}(f) \quad (2.47)$$

A partir de (2.44), on obtient encore

$$\hat{l}_{1me}^T(f) = \left( \frac{2E_b}{N_0} \cdot \left( \underline{\underline{1}}_1^T \cdot \underbrace{\underline{\underline{\Gamma}}'(f) \underline{\underline{\Gamma}}'^{-1}(f)}_{\underline{\underline{I}}_K} - \hat{l}_{1me}^T(f) \underline{\underline{G}}(f) \right) \right) \cdot \underline{\underline{G}}^H(f) \quad (2.48)$$

En injectant (2.47) dans (2.48) et en utilisant (2.42), on obtient la forme générale de la solution par BFA énoncée en (2.32).

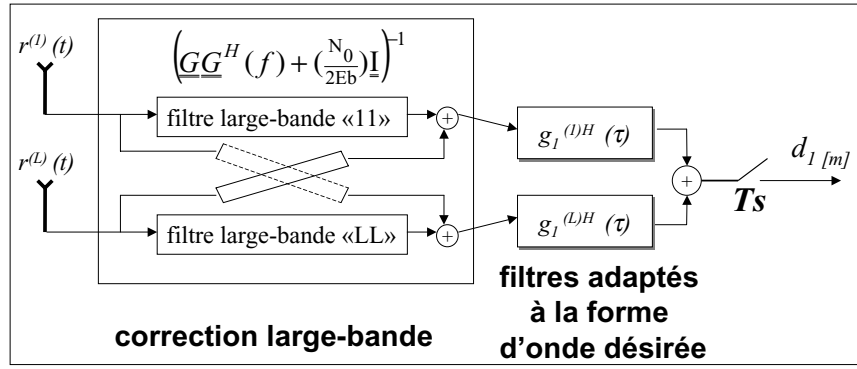


FIG. 2.12 – formulation directe (Wiener) de la solution MMSE, équivalente à la structure théorique linéaire par BFA

### ★ Performances en MSE, SINR, BER

On déduit l'expression de la MSE des équations (2.46) et (2.47) en fonction du gain global  $glo_{11me[0]}$  sur toute la chaîne E/R pour l'utilisateur "1" :

$$(MSE)_{me} = A^2(1 - glo_{11me[0]}) \quad (2.49)$$

où

$$glo_{11me[0]} = Ts \int_{\frac{1}{Ts}} \mathbf{1}_1^T [ \underline{\underline{\Gamma}}'(f)^{-1} \underline{\underline{\Gamma}}(f) ] \mathbf{1}_1 df \quad (2.50)$$

Le facteur  $glo_{11me[0]}$  est un réel positif inférieur ou égal à 1 (la MSE étant nécessairement réelle et positive), généralement très proche de 1. L'égalité à 1 se produit en situation "sans bruit", où le détecteur MMSE se comporte exactement comme le détecteur ZF en restituant une MSE nulle.

La (MSE) peut d'ailleurs être exprimée en fonction de la dsp du bruit. En substituant  $1 = \int_{\frac{1}{Ts}} \mathbf{1}_1^T \underline{\underline{\Gamma}}'(f)^{-1} \underline{\underline{\Gamma}}(f) \mathbf{1}_1 df$  et (2.50) dans (2.49), on obtient une forme de (MSE) similaire au cas ZF, mais cette fois  $e_{11me[0]}$  dépend de la dsp  $N_0$  du bruit :

$$(MSE)_{me} = (2N_0 \frac{1}{Ts}) \frac{1}{\gamma_{11[0]}} \cdot e_{11me[0]} \quad (2.51)$$

où le coefficient au retard nul de l'égaliseur s'établit en fréquence par :

$$e_{11me[0]} = Ts \int_{\frac{1}{Ts}} \mathbf{1}_1^T \underline{\underline{\Gamma}}'^{-1}(f) \mathbf{1}_1 df$$

On vérifie que :

- le facteur global de la branche "1" est tel que :

$$glo_{11me[0]} = 1 - \left( \frac{N_0}{2E_b} \right) \cdot e_{11me[0]} \quad (2.52)$$

On obtient cette relation en remplaçant  $\underline{\underline{\Gamma}}(f)$  par  $\underline{\underline{\Gamma}}'(f) - \left( \frac{N_0}{2E_b} \right) \cdot \underline{\underline{I}}_K$  dans (2.50).



– le coefficient au retard nul de l'égaliseur est un réel positif tel que:

$$e_{11me[0]} \geq \frac{1}{1 + \left(\frac{N_0}{2E_b}\right)} \quad (2.53)$$

Cette inégalité est obtenue en utilisant la décomposition de Cholesky  $\underline{\Gamma}'(f) = \underline{L}'(f) \cdot \underline{L}'^H(f)$  où  $\underline{L}'(f)$  est une matrice triangulaire inférieure de taille  $K \times K$  avec des éléments positifs sur la diagonale. L'inégalité de Schwartz permet d'écrire:

$$Ts \cdot \int_{\frac{1}{Ts}} \mathbf{1}_1^T \underbrace{\underline{L}'(f) \cdot \underline{L}'^H(f)}_{\underline{\Gamma}(f) + \left(\frac{N_0}{2E_b}\right) \cdot \underline{I}_K} \mathbf{1}_1 df \cdot Ts \cdot \underbrace{\int_{\frac{1}{Ts}} \mathbf{1}_1^T \underline{L}'^H(f) \cdot \underline{L}'^{-1}(f) \mathbf{1}_1 df}_{e_{11me[0]}} \geq 1$$

On conclut que  $e_{11me[0]}$  est minoré et que le minimum  $(e_{11me[0]})_{min}$  est obtenu lorsque  $\underline{L}'^H(f)$  et  $\underline{L}'^{-1}(f)$  coïncident à une constante près, c'est à dire lorsque la matrice  $\underline{\Gamma}'(f)$  est proportionnelle à la matrice Identité. Le minimum est donc atteint pour  $\underline{\Gamma}(f) = \underline{I}_K$ , d'où l'on déduit que:  $(e_{11me[0]})_{min} = \left(Ts \int_{\frac{1}{Ts}} \mathbf{1}_1^T (\underline{I}_K + \left(\frac{N_0}{2E_b}\right) \cdot \underline{I}_K) \mathbf{1}_1 df\right)^{-1} = \frac{1}{1 + \left(\frac{N_0}{2E_b}\right)}$ .

La puissance d'Interférence plus bruit en fonction de la MSE (équations (2.31) et (2.49)) s'écrit:

$$(IN)_{me} = glo_{11me[0]} \cdot (MSE)_{me}$$

Le coefficient au retard nul de l'égaliseur est cette fois normalisé par le gain global pour former le facteur de dégradation du SINR, ce qui est exprimé au travers de:

$$(SINR)_{me} = \frac{A^2 glo_{11me[0]}^2}{(IN)_{me}} \quad (2.54)$$

$$= \left(\frac{2E_b}{N_0}\right) \cdot glo_{11me[0]} \cdot \frac{1}{e_{11me[0]}} \quad (2.55)$$

On vérifie à partir des équations (2.52) et (2.53) que le facteur de dégradation est un réel positif supérieur à 1:

$$(\beta_I)_{me} = e_{11me[0]} \cdot \frac{1}{glo_{11me[0]}} \geq 1$$

Les SINR des trois types de récepteurs qui viennent d'être décrits (filtre adapté, récepteur ZF optimal, récepteur MMSE) sont inférieurs à  $\left(\frac{2E_b}{N_0}\right)$ . Pour les situations de fort  $\left(\frac{E_b}{N_0}\right)$ , ils sont ordonnés de la manière suivante:

$(SINR)_{mf} \leq (SINR)_{zf} \leq (SINR)_{me} \leq \left(\frac{2E_b}{N_0}\right)$  si  $\frac{2E_b}{N_0} \gg 1$  En terme d'Erreur Quadratique Moyenne, conformément aux critères utilisés, on a:

$$(MSE)_{me} \leq (MSE)_{zf} \quad et \quad (MSE)_{me} \leq (MSE)_{mf}$$

On s'attend ainsi à améliorer les performances de la tête de réception par un complément d'égalisation, MMSE de préférence si le bruit n'est pas négligeable.

### ★ Quelques Commentaires

- la solution MMSE est garantie en présence de bruit. Elle nécessite néanmoins la connaissance du rapport  $\frac{Eb}{N_0}$  dans cette version théorique, établie directement à partir de la connaissance du canal. On pourra évidemment en pratique remplacer  $\frac{Eb}{N_0}$  par un facteur de régularisation  $\epsilon$  comme suggéré en égalisation mono-utilisateur dans [109].
- la Réponse impulsionnelle de ce détecteur est également infinie, non causale, avec une symétrie hermitienne pour les coefficients du banc d'égalisation. Néanmoins, pour un niveau de bruit non négligeable, la décroissance des coefficients est plus rapide que pour la solution Zero-Forcing, ce qui généralise le cas mono-utilisateur non CDMA [108].
- on peut montrer que l'amplification du bruit diminue avec le niveau de bruit intégré dans la bande “chip” de réception, et donc avec le rapport  $\frac{N_0}{Eb}$ . Cette amplification peut se mesurer par la norme de la réponse en fréquence du détecteur  $\hat{l}_{1_{me}}^H(f) \cdot \hat{l}_{1_{me}}(f)$ .

## 2.3 Lien avec les résultats généraux en multi-capteur non CDMA avec brouilleurs

Dans ce paragraphe, nous nous proposons de faire le lien entre les structures théoriques linéaires que nous venons d'établir et celles obtenues il y a quelques années [105], [104], [19], [63] en contexte “multi-capteur, mono-utilisateur (non-cdma), avec brouilleurs et canal sélectif”. Les structures que nous avons établies doivent correspondre à une forme particulière de ces résultats antérieurs puisque nous nous intéressons seulement aux symboles d'un utilisateur particulier (ou code désiré), et que les signaux associés aux autres codes peuvent être considérés comme des brouilleurs (dont la forme d'onde est, ici, connue). Par ailleurs, nous avons montré dans la partie I que le système avec étalement de spectre adopte bien la forme d'une communication numérique classique, en remplaçant simplement les impulsions de mise en forme classiques par des impulsions large-bande.

Rappelons les résultats multi-capteurs non CDMA avec brouilleurs, issus de [19]:

La structure théorique linéaire optimale (critère ZF et MMSE) comporte (Cf bas (c-) de la figure 2.13):

- une tête de réception permettant d'obtenir une suite discrète  $y'_{1[m]}$  au temps symbole à partir des signaux continus reçus sur chaque capteur. Cette tête de réception a été dénommée FAST (Filtre Adapté Spatio Temporel) par les auteurs français cités. Elle comporte:
  - 1- un filtre spatio-temporel blanchisseur des interférences et du bruit, en entrée du récepteur,
  - 2- un banc de filtres adaptés à la forme d'onde globale de l'utile vue par chaque capteur, soit  $g_1^{(1)H}(\tau)$ , ...,  $g_1^{(L)H}(\tau)$ , avant recombinaison en une seule voie.
  - 3- un échantillonneur synchrone à la cadence  $T_s$ .

- un égaliseur synchrone au temps symbole, commun à tous les capteurs. Cet égaliseur inverse en fréquence (complètement en ZF ou en tenant compte de  $(\frac{N_0}{2E_b})$  en MMSE) le canal global discret jusqu'à l'entrée de l'échantillonneur, constitué du repliement de l'ensemble "canal-FAST".

Nous nous intéressons au détecteur linéaire avec le critère MMSE. En utilisant le formalisme fréquentiel large-bande, la formulation sous forme vectorielle du détecteur est:

$$\hat{l}_{1me}^T(f) = \underbrace{\left( \hat{g}_1^H(f) \underline{R}_{IN}^{-1}(f) \hat{g}_1(f) + 1 \right)^{-1}}_{Ts\text{-egaliseur}} \cdot \underbrace{\hat{g}_1^H(f) \cdot \underline{R}_{IN}^{-1}(f)}_{FAST} \quad (2.56)$$

avec

$$\underline{R}_{IN}(f) = \left( \underline{R}_I(f) + \left( \frac{N_0}{2E_b} \right) \cdot \underline{I}_{LQ_r} \right) \quad \text{et} \quad \gamma_{11[0]} \cdot \underline{R}_I(f) = \underline{G}(f) \cdot \underline{G}^H(f) - \hat{g}_1(f) \cdot \hat{g}_1^H(f)$$

où  $\underline{R}_{IN}(f)$  désigne la matrice de corrélation en fréquence des "interférences plus bruit", et  $\underline{R}_I(f)$  désigne la matrice de corrélation en fréquence des interférents (ou brouilleurs), calculés en supposant les symboles des différents codes et le bruit décorrélés. Ces matrices peuvent être déduites de la représentation large-bande (1.10).

Cette structure théorique linéaire MMSE de réception, exprimée par l'équation (2.56), a une allure différente de celle énoncée dans les paragraphes précédents. Nous allons montrer qu'elle est en réalité strictement équivalente.

### Démonstration

Partons de la forme directe (de Wiener) du détecteur MMSE que nous avons établie en équation (2.45) et exprimons la en fonction de  $\underline{R}_{IN}(f)$ :

$$\hat{l}_{1me}^T(f) = \hat{g}_1^H(f) \cdot \left( \underline{R}_{IN}(f) + \hat{g}_1(f) \cdot \hat{g}_1^H(f) \right)^{-1}$$

d'où l'on déduit, en utilisant l'inversibilité de  $\underline{R}_{IN}(f)$ :

$$\hat{l}_{1me}^T(f) = \hat{g}_1^H(f) \cdot \underline{R}_{IN}^{-1}(f) \cdot \left( \underline{I}_{LQ_r} + \hat{g}_1(f) \cdot \hat{g}_1^H(f) \cdot \underline{R}_{IN}^{-1}(f) \right)^{-1}$$

En utilisant la relation:

$$\underbrace{\left( 1 + \hat{g}_1^H(f) \cdot \underline{R}_{IN}^{-1}(f) \cdot \hat{g}_1(f) \right)}_{\text{scalaire}} \cdot \hat{g}_1^H(f) \cdot \underline{R}_{IN}^{-1}(f) = \hat{g}_1^H(f) \cdot \underline{R}_{IN}^{-1}(f) \cdot \left( \underline{I}_{LQ_r} + \hat{g}_1(f) \cdot \hat{g}_1^H(f) \cdot \underline{R}_{IN}^{-1}(f) \right)$$

on arrive au résultat  $\hat{l}_{1me}^T(f) = \hat{l}_{1me}^T(f)$  par l'intermédiaire de:

$$\hat{g}_1^H(f) \cdot \underline{R}_{IN}^{-1}(f) \cdot \left( \underline{I}_{LQ_r} + \hat{g}_1(f) \cdot \hat{g}_1^H(f) \cdot \underline{R}_{IN}^{-1}(f) \right)^{-1} = \left( 1 + \hat{g}_1^H(f) \cdot \underline{R}_{IN}^{-1}(f) \cdot \hat{g}_1(f) \right)^{-1} \cdot \hat{g}_1^H(f) \cdot \underline{R}_{IN}^{-1}(f)$$

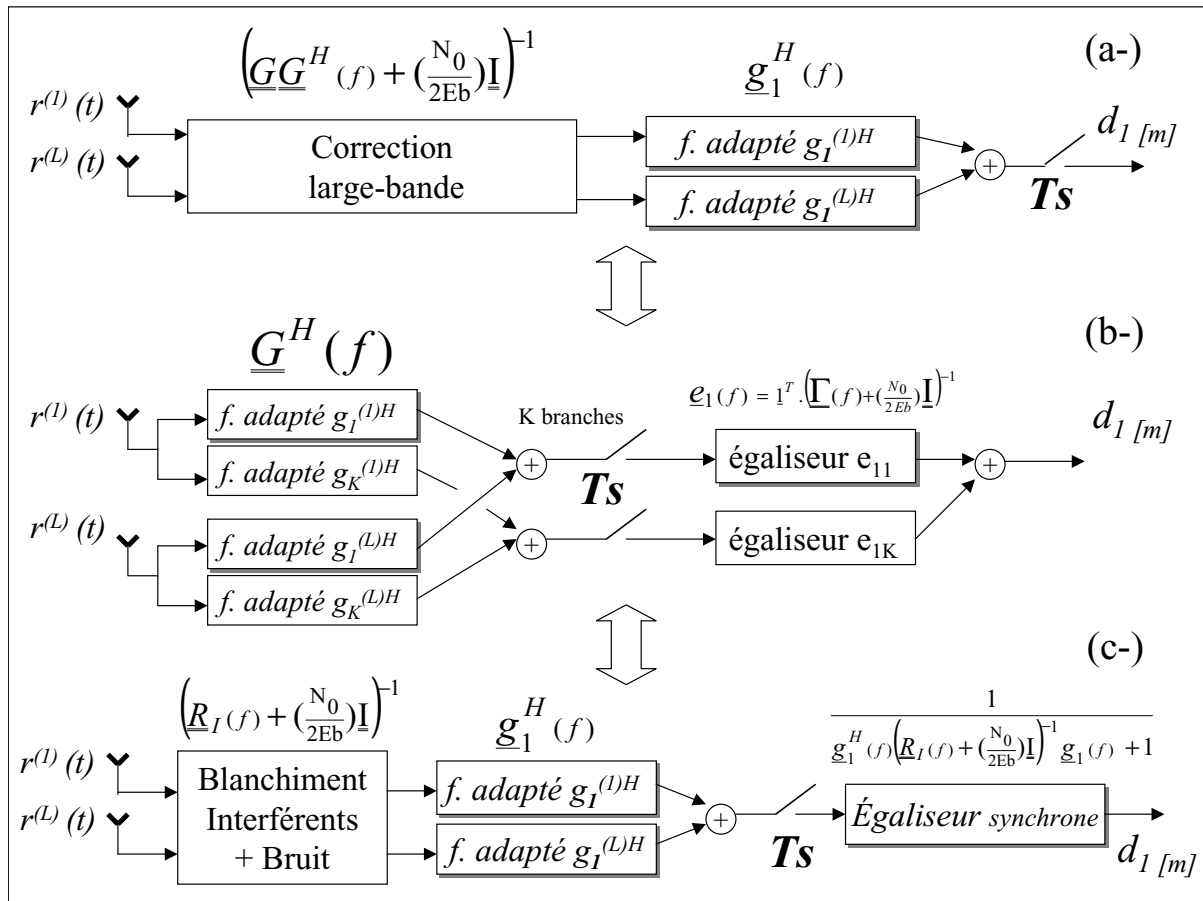


FIG. 2.13 – 3 façons équivalentes de formuler le récepteur linéaire théorique MMSE:  
 (a-): Forme directe de Wiener: Correcteurs large-bande + FA à la seule forme d'onde désirée;  
 (b-): BFA + banc d'égaliseurs au temps  $Ts$ ;  
 (c-): FAST avec blanchiment + égaliseur synchrone mono-utilisateur.

La figure 2.13 montre ainsi les 3 façons équivalentes de représenter le récepteur linéaire MMSE, utilisant la connaissance de tous les codes et du rapport  $(\frac{E_b}{N_0})$ .

**Notes:**

1-) les échantillons numériques au temps symbole en sortie du FAST constituent un résumé exhaustif pour la détection des symboles de l'utilisateur désiré. En situation mono-utilisateur avec brouilleurs, la meilleure estimation possible des symboles pourra être obtenue par traitement numérique (non linéaire) au temps symbole de ces échantillons discrets.

2-) la référence [5] fournit une bonne revue des récepteurs optimums théoriques dans le cas multicapteur, mono-utilisateur (non-CDMA). Elle établit les solutions optimales pour le détecteur à MV, les structures non-linéaires à décision dans la boucle, et les structures linéaires ZF et MMSE. Cette dernière apparaît alors comme un cas particulier des solutions (b-) et (c-) présentées ici.

## 2.4 Commentaires et Conclusion

Les solutions linéaires de détection multi-utilisateur (critères Zero-Forcing ou MMSE) sont basées sur l'inversion "complète ou partielle" de la matrice spectrale des inter-canaux repliés. Ceci généralise les résultats classiques obtenus avec des canaux faiblement sélectifs, basés sur la matrice de corrélation des codes au retard nul; Avec des canaux à faible étalement temporel devant la durée symbole, l'égaliseur n'a pas de profondeur temporelle et se résume à recombinaison linéaire des  $y_{k[m]}$ . Dans ce cas, la matrice spectrale des inter-canaux repliés, blanche en fréquence (mais non diagonale si les formes d'ondes ne sont plus orthogonales), est identique à la matrice de corrélation au retard nul puisque la dimension fréquence n'intervient plus. On retrouve alors les égaliseurs décrits par les auteurs de [107], [61], [103], [76]. En présence de CGE/Rr sélectifs dans la bande symbole, on rajoute alors la dimension fréquence  $f$ , ce qui est équivalent à traiter indépendamment plusieurs canaux non sélectifs à bande étroite par rapport à  $\frac{1}{T_s}$  (stationnarité au 2<sup>nd</sup> ordre des échantillons **au temps**  $T_s$ ).

Le détecteur linéaire Zero-Forcing supprime l'interférence, sans présupposer la forme de la modulation de base, du moment que c'est une modulation numérique linéaire, respectant la forme (1.1) du chapitre 1. Notons également que le détecteur ZF optimal n'égalise pas le canal large-bande de propagation mais corrige seulement l'effet du canal sur les symboles numériques observés à temps discret, généralisant les résultats mono-utilisateur [108], [58]. Il annule ainsi l'interférence sur les symboles tout en minimisant (sous contrainte) l'amplification du bruit, contrairement au détecteur ZF non-optimal qui consisterait à inverser le canal large-bande (dans la bande chip  $\frac{1}{T_c}$ ) avant la corrélation avec le seul code utile. Une telle égalisation du canal large bande, ne bénéficierait pas du repliement constructif (propre à la solution optimale), ce qui entraînerait une amplification très importante du bruit, identique quelque soit le nombre de codes actifs  $K$ . La solution ZF optimale a au contraire des performances optimisées par rapport à  $K$ , comme nous le vérifierons au chapitre suivant.

Le critère MMSE permet de faire le meilleur compromis vis à vis des 2 perturbateurs, bruit et interférence. Rappelons néanmoins que les performances en TEB ne seront généralement pas les meilleures possibles, à moins que l'interférence puisse être considérée comme approximativement Gaussienne (très grand nombre d'utilisateurs). Notons aussi que si nous avons utilisé le critère de maximisation du SINR, les solutions auraient été plus complexes, basées sur des calculs de vecteurs propres en fréquence.

Nous avons abouti à des méthodes très simples d'évaluation des performances; Pour le facteur de dégradation ZF par exemple, on part de la réponse en fréquence du canal vue par chaque capteur, on forme la matrice des inter-spectres repliés, on l'inverse pour chaque fréquence et on mesure l'aire en fréquence du premier motif. Nous sommes maintenant à même d'appliquer ces méthodes au calcul des performances des détecteurs linéaires (Rake2D, linéaire ZF, ou MMSE), pour un canal déterministe invariant dans le temps donné.

# Chapitre 3

## Application du calcul de performances théoriques pour différents modèles d'environnement

### 3.1 Calcul de performances moyennes pour un canal à variations aléatoires

#### 3.1.1 Synthèse pour un canal invariant

Pour une réponse impulsionnelle donnée de canal déterministe et invariant dans le temps, les performances des détecteurs vont être évaluées à partir des formules théoriques (2.22, 2.38, 2.39, 2.55) développées au chapitre 2, en approximant les mesures d'aires en fréquence par la méthode des rectangles, avec un pas fréquentiel de  $\Delta f = \frac{1}{32T_s}$  et un suréchantillonnage temporel de  $T_c/8$  pour former les retards des trajets.

Ces performances sont de la forme:

$$(SINR) = \left(\frac{2E_b}{N_0}\right) \cdot \frac{1}{\beta_I} \quad (3.1)$$

où  $\beta_I$  représente la dégradation sur le SINR causée par l'interférence, spécifique pour les récepteurs Filtre Adapté, Zéro-Forcing et MMSE. Pour l'égaliseur Zéro-Forcing,  $\beta_I$  représente aussi le recul de seuil pour le TEB.

Nous rappelons que ces formules de performance supposent une parfaite connaissance du canal et une parfaite synchronisation rythme, elles correspondent donc à des bornes supérieures, qui seront inévitablement dégradées en situation réelle.

### 3.1.2 Adaptation pour un canal à variations aléatoires lentes

★ **méthodologie générale pour le calcul de performances: dégradations dues à la sélectivité en fréquence et aux évanouissements en temps**

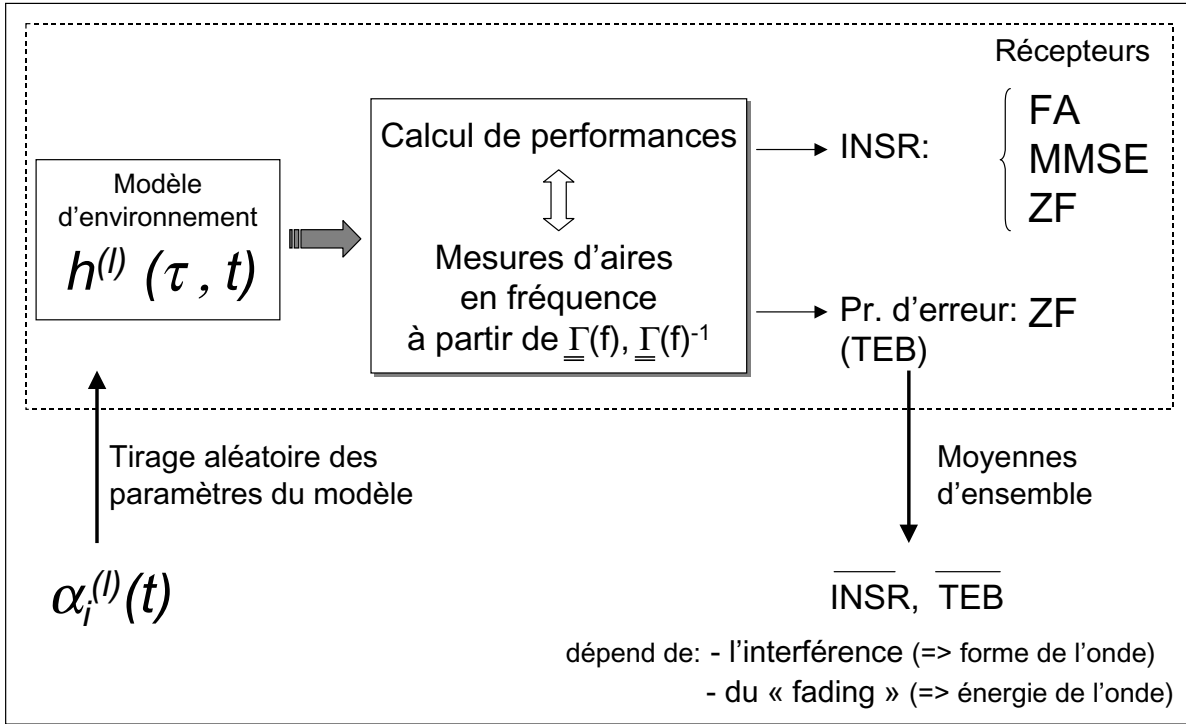


FIG. 3.1 – méthodologie de calcul de performance pour un modèle de canal à variations aléatoires lentes

La formule (3.1) n'est valable que pour une réponse impulsionnelle de canal déterministe et invariante dans le temps, ce qui n'est pas le cas des modèles radio-mobile décrits au paragraphe 1.3.4 de la partie I, **aléatoires** principalement par l'intermédiaire des amplitudes  $\alpha_i^l$ .

Plutôt que de calculer les performances pour une seule réalisation des amplitudes des trajets (supposées alors déterministes, égales par exemple à leur valeur moyenne), nous allons donner des **performances moyennes** sur l'ensemble des réalisations possibles de la réponse impulsionnelle. Cette démarche classique [76, 17] peut être utilisée pour représenter la situation pratique d'un canal à variations lentes: un tirage de  $\{\alpha_i^l\}$  est associé à la réponse impulsionnelle du canal prise à un instant donné. La variation temporelle est suffisamment lente pour considérer le canal fixe sur la réalisation (sur une portion de slot par exemple) et parfaitement estimé. **Ainsi, le terme d'interférence  $\beta_I$ , de même que l'énergie moyenne par bit  $E_b$**  (liée au gain en puissance de la forme d'onde globale  $\gamma_{11[0]}$  par l'équation (1.2) du chapitre 1) deviennent des variables aléatoires. Nous relèverons alors les espérances du SINR, de l'inverse du SINR et de la probabilité d'erreur (en ZF), calculées sur un très grand

nombre de réalisations:

$$\overline{(SINR)} \triangleq E\{SINR\} = 2 \cdot \frac{\overline{(E_b/\beta_I)}}{N_0} \quad (3.2)$$

$$\overline{(INSR)} \triangleq E\left\{\frac{1}{SINR}\right\} = \left(\frac{N_0}{2\overline{E_b}}\right) \cdot (\beta_I \cdot \beta_f) \quad (3.3)$$

$$(\overline{Pe})_{z_f} = E\left\{Q\left(\sqrt{\left(\frac{2\overline{E_b}}{N_0}\right) \cdot \frac{1}{\beta_I} \cdot \frac{1}{\beta_f}}\right)\right\} \quad (3.4)$$

où  $\beta_f \triangleq \frac{\overline{\gamma_{11[0]}}}{\gamma_{11[0]}} = \frac{\overline{E_b}}{E_b}$  traduit le “fading” d’amplitude, le surlignage représentant l’espérance ou la valeur moyenne.

La dégradation des performances est due à deux phénomènes différents: l’interférence, au travers de  $\beta_I$  et le “fading” d’amplitude (étalement de la fonction de densité de probabilité de l’énergie normalisée  $\frac{E_b}{\overline{E_b}}$ ), via  $\beta_f$ . Nous utiliserons préférentiellement le  $\overline{(INSR)}$  au  $\overline{(SINR)}$ , car ce dernier se résume à  $\left(\frac{2\overline{E_b}}{N_0}\right) \cdot E\left\{\frac{1}{\beta_I}\right\}$  (lorsque le “fading” d’amplitude et le terme d’interférence sont décorrélés) et ne fait pas apparaître le “fading” d’amplitude, pourtant terriblement dégradant en terme de TEB comme nous le rappellerons.

### ★ situation artificielle “sans fading”

Afin d’obtenir la dégradation moyenne seulement causée par l’interférence, nous introduisons artificiellement une **situation “sans fading”**, où d’une réalisation à l’autre, la forme d’onde est toujours aléatoire mais son gain en énergie  $\gamma_{11[0]}$  est maintenu constant à  $\overline{\gamma_{11[0]}}$ , ce qui fixe l’énergie reçue à  $E_b = \overline{E_b}$  et rend déterministe et constant  $\beta_f = \overline{\beta_f} = 1$ .

### ★ effet de la diversité en réception pour un canal “flat fading”

En l’absence d’interférence ( $\beta_I = 1$ ), avec un canal mono-trajet soumis à un “fading” de Rayleigh, en supposant  $N$  branches de diversité indépendantes et de même puissance en réception (par exemple  $N = L$  capteurs sans corrélation), on obtient:

$$E_b = N \cdot E_b^{(n)} \quad \forall n = 1 \dots N \quad \text{avec} \quad E_b^{(n)} \propto \alpha^2$$

où le module de  $\alpha$  suit une loi de Rayleigh,  $E_b^{(n)}$  suit une loi du  $\chi^2$  à 2 degrés de liberté,  $E_b$  suit une loi du  $\chi^2$  à  $2N$  degrés de liberté, de telle sorte que:

$$\begin{aligned} p\left(\frac{E_b}{\overline{E_b}}\right) &= p(E_b) \cdot \overline{E_b} = p\left(\frac{1}{\beta_f}\right) \\ &= \frac{N^N}{(N-1)!} \cdot \left(\frac{E_b}{\overline{E_b}}\right)^{N-1} \cdot e^{-N\left(\frac{E_b}{\overline{E_b}}\right)} \end{aligned} \quad (3.5)$$



La probabilité d'erreur élémentaire  $Pe(E_b) = Q(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}})$  est moyennée selon la densité de probabilité de  $E_b$  en accord avec (3.4):  $(\overline{Pe})_{z_f} = \int_0^{+\infty} Pe(E_b) \cdot p(E_b) dEb$ . On vérifie alors [76] que la probabilité d'erreur  $(\overline{Pe})_{z_f}$  varie asymptotiquement (pour  $\frac{E_b}{N_0} \gg 1$ ) comme  $(\frac{E_b}{N_0})^{-N}$ . La pente de la courbe de TEB (échelles Log classiques) indique alors l'ordre de la diversité,  $N$ .

Note: lorsque  $N = 1$ , les performances en TEB sont très dégradées par rapport aux performances idéales obtenues avec la fonction extrêmement décroissante  $Q(\cdot)$  (Cf courbe de référence en pontillé sur les figures de résultats avec “fading”). Lorsque  $N \rightarrow \infty$ , on retrouve les performances idéales obtenues avec un canal mono-trajet sans “fading”.

## ★ mesure de la diversité équivalente pour un canal quelconque

*indice  $cv$*

Avec un canal aléatoire quelconque, on pourra toujours définir un ordre de diversité équivalent  $N_{eq}$  relatif à un “fading” de Rayleigh. Ce nombre équivalent peut être obtenu, comme proposé dans [25], à partir du coefficient de variation  $cv$  de la puissance reçue (écart type normalisé). Il est établi dans [25] que pour un “fading” de Rayleigh, une recombinaison parfaite avec  $N$  branches indépendantes de même puissance, on a:

$$N_{eq} = \frac{1}{cv^2} \quad \text{avec} \quad cv = \frac{\sqrt{E_b^2 - \overline{E_b}^2}}{\overline{E_b}} \quad (3.6)$$

*indice  $\overline{\beta}_f$*

Compte tenu de la faible corrélation entre  $\beta_f$  et le terme d'interférence  $\beta_I$  (Cf figure 3.2), l'  $(\overline{INSR})$  en présence de “fading” se déduit de celui de la situation “sans fading” par une pondération par le facteur  $\overline{\beta}_f$ :

$$(\overline{INSR})_{fading} = \overline{\beta}_f \cdot (\overline{INSR})_{no \text{ fading}}$$

$\overline{\beta}_f$  est ainsi un indicateur de recul du au “fading”, qui décroît vers 1 lorsque le nombre de branches  $N$  tend vers l'infini. En situation “avec fading”, nous ne tracerons pas les courbes d'  $(\overline{INSR})$  qui se déduisent quasiment de celles de la situation “sans fading”, connaissant  $\overline{\beta}_f$ .

A partir de  $\overline{\beta}_f = \int_0^{+\infty} (\frac{E_b}{\overline{E_b}}) \cdot p(\frac{Eb}{\overline{E_b}}) d(\frac{Eb}{\overline{E_b}})$  et de l'équation (3.5), on montre par récurrence (pour  $N > 1$ ) que relativement à un “fading” de Rayleigh et  $N$  branches de diversité indépendantes:

$$\overline{\beta}_f = \frac{N}{N-1} \quad (3.7)$$

On disposera ainsi de deux indices,  $cv$  et  $\overline{\beta}_f$ , pour mesurer le “fading”, même si on sait que les indices énergétiques moyens ne sont pas suffisants pour interpréter quantitativement la

probabilité d'erreur. Afin de faciliter l'interprétation des résultats, nous indiquons dans le tableau suivant les valeurs en dB de ces deux indices pour quelques ordres de diversité:

$N_{eq}$	1	2	3	5	8	$+\infty$
$cv$ (dB)	0	-1.5	-2.3	-3.5	-4.5	$-\infty$
$\bar{\beta}_f$ (dB)	$+\infty$	3	1.76	0.96	0.57	0

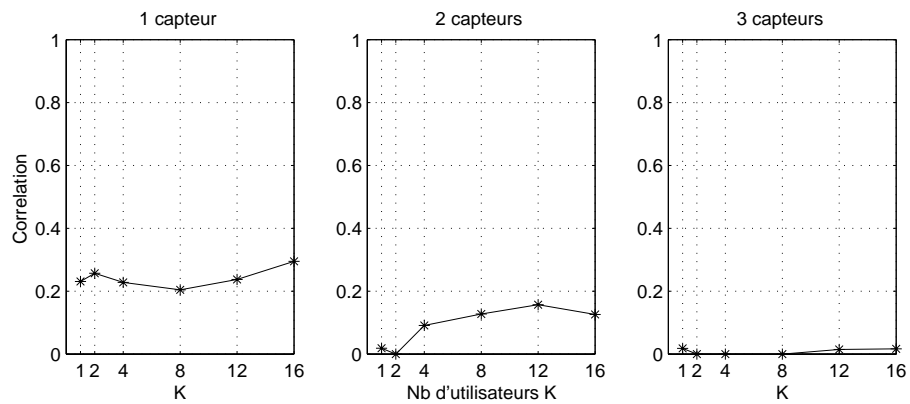


FIG. 3.2 – Coefficient de corrélation entre  $\beta_I$  et  $\beta_f$  pour le modèle de canal “Vehicular B”

## 3.2 Résultats pour les différents environnements

Nous allons présenter les résultats pour 3 modèles de canaux: canal “Indoor A” (IA), “Pedestrian B” (PB) et “Vehicular B” (VB), présentant un étalement respectivement de l’ordre de 1.5 chips, 1 symbole et 5 symboles. Les simulations utilisent les paramètres de canal qui ont été présentés pour les 3 modèles au paragraphe 1.3.4 de la partie I., avec la discrétisation précisée au paragraphe précédent (3.1.1).

### 3.2.1 Résultats avec canal “Vehicular”

#### ★ “Vehicular” sans “fading”

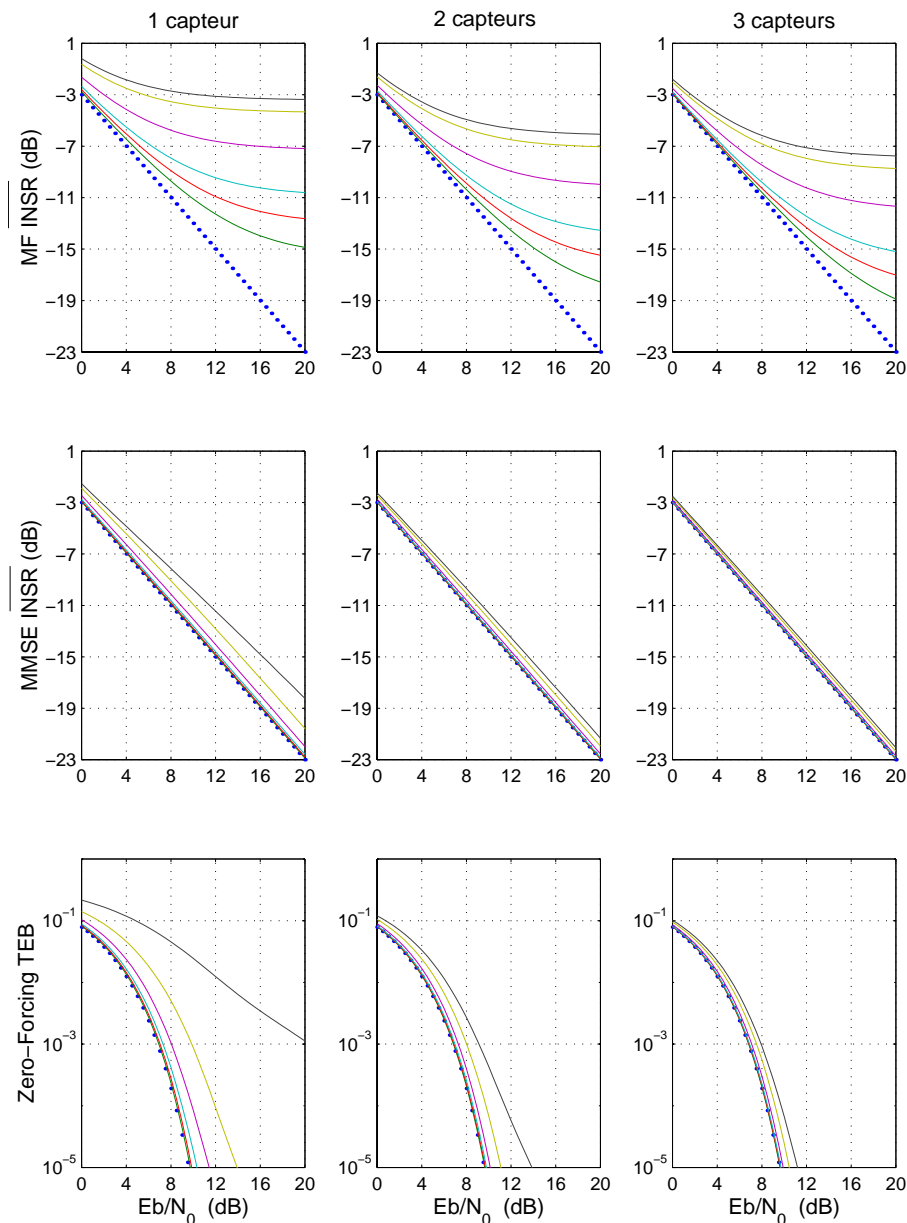


FIG. 3.3 – Performances en “Vehicular B” sans “fading”

La Figure 3.3 représente les résultats en VB pour 1, 2, 3 capteurs et une situation “sans fading”. Chaque cellule élémentaire de la figure superpose les résultats pour 1, 2, 4, 8, 12 et 16 utilisateurs en ligne continue (du bas vers le haut). Les lignes pointillées donnent les performances théoriques idéales obtenues avec un canal mono-trajet “sans fading”. Rappelons que les courbes d’ $(\overline{INSR})$  en Zero-Forcing se déduisent de celles en MMSE: identiques pour de forts  $\frac{E_b}{N_0}$ , et conservant ensuite le même décalage en dB par rapport à (et donc parallèle à) la droite idéale en pointillés, quelquesoit  $\frac{E_b}{N_0}$ .

En terme d’ $(\overline{INSR})$ , nous observons d’abord une grande amélioration (diminution de  $\overline{\beta_I}$ ) en MMSE ou ZF par rapport au simple filtre adapté (MF), dont les courbes sont bornées inférieurement par un plancher dû à l’interférence, pour les fortes valeurs de  $K$ . Cette amélioration est accentuée avec 2 ou 3 capteurs, ce qui ramène pratiquement aux performances idéales.

En terme de TEB en ZF, un recul très important est observé, égal à 15 dB pour  $Pe=10^{-3}$  lorsque la saturation du nombre d’utilisateurs ( $K = 16$ ) est approchée. Le multi-capteur redonne des degrés de liberté et ramène le recul à seulement 1 dB avec 3 capteurs.

On note aussi que, malgré un étalement du canal important par rapport à la durée symbole (ce qui indique généralement un canal très sélectif en contexte non-CDMA), l’IES est très faible en sortie du filtre adapté, et ainsi les performances quasi-idéales après égalisation en situation mono-utilisateur ( $K = 1$ ). Ceci s’explique par le fait que les trajets prépondérants ne sont pas espacés d’un multiple exact de  $T_s$ , comme discuté au paragraphe 2.1.4 du chapitre 2.

### ★ “Vehicular” avec “fading”

La Figure 3.4 représente les résultats pour un récepteur ZF en situation de “fading” (haut de la figure). La courbe pointillée supérieure correspond aux performances avec un canal mono-trajet soumis au “fading” de Rayleigh avec un seul capteur de réception, c’est à dire sans diversité. L’importance du “fading” est matérialisée par les courbes du bas qui indiquent la dispersion de la densité de probabilité de l’énergie du canal rapportée à sa valeur moyenne. Nous avons aussi porté les indices  $cv$  et  $\overline{\beta_f}$ .

Nous observons en mono-capteur une dégradation de 3 à 5 dB par rapport aux courbes de TEB “sans fading”. Le très important recul supérieur à 18 dB pour 16 utilisateurs est réduit à 3 dB avec 3 capteurs.

Nous notons, pour un utilisateur et sans diversité spatiale, que la sensibilité en TEB est meilleure qu’en situation mono-trajet soumis au “fading”, ce qui s’explique naturellement par la diversité de trajets (trajets résolus) dont bénéficie l’environnement “Vehicular”. Nous relevons en effet en mono-capteur  $cv = -1.6$  dB et  $\overline{\beta_f} = 2$  dB, ce qui correspond déjà à un ordre de diversité  $N_{eq}$  compris entre 2 et 3. Cet ordre passe environ à 5 et 7 avec 2 et 3 capteurs.

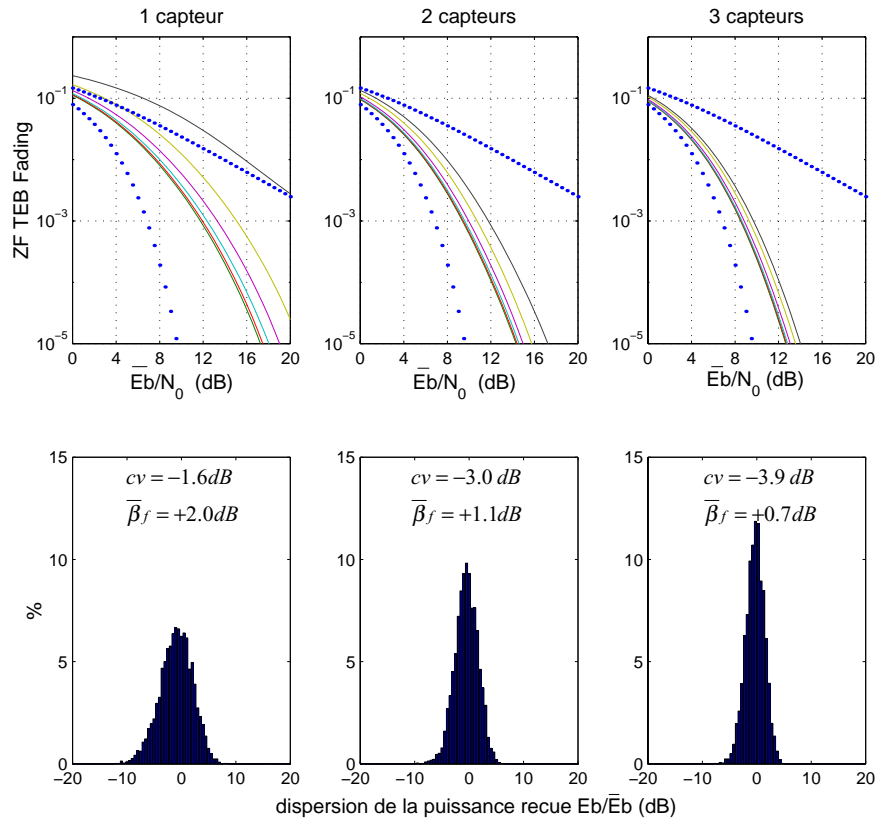


FIG. 3.4 – Performances en “Vehicular B” avec “fading”

### 3.2.2 Résultats avec canal “Indoor”

#### ★ “Indoor” sans “fading”

Nous vérifions sur la figure 3.5 que le très faible étalement du canal “Indoor”, avec 6 trajets quasiment pas résolus, induit assez peu d’interférence, même lorsque le nombre d’utilisateurs est élevé. Le TEB après égalisation du canal IA “sans fading” est quasiment celui de la situation idéale (lorsque  $K \leq 12$ ), même avec un seul capteur.

#### ★ “Indoor” avec “fading”

Il est intéressant de comparer la situation “fading” vue précédemment pour le canal “Vehicular” avec celle observée en environnement “Indoor A” (figure 13) où il n’y a pratiquement pas de diversité de trajets et très peu d’interférence en sortie du banc de filtres adaptés. Avec un capteur, la probabilité d’erreur est quasiment celle d’une situation mono-trajet soumise au “fading”, quelque soit le nombre d’utilisateurs, traduisant de faibles  $\beta_I$  et un fort  $\bar{\beta}_f$ . La diversité spatiale est alors nécessaire, même si  $K$  est faible, afin de diminuer le “fading” d’amplitude: en mono-capteur  $cv = -0.3$  dB et  $\bar{\beta}_f = 5$  dB, ce qui correspond à un ordre de diversité  $N_{eq}$  très faible, légèrement supérieur à 1. Cet ordre passe environ à 2.5 et 4 respectivement avec 2 et 3 capteurs.

L’amélioration serait moins flagrante avec des trajets corrélés d’un capteur à l’autre.

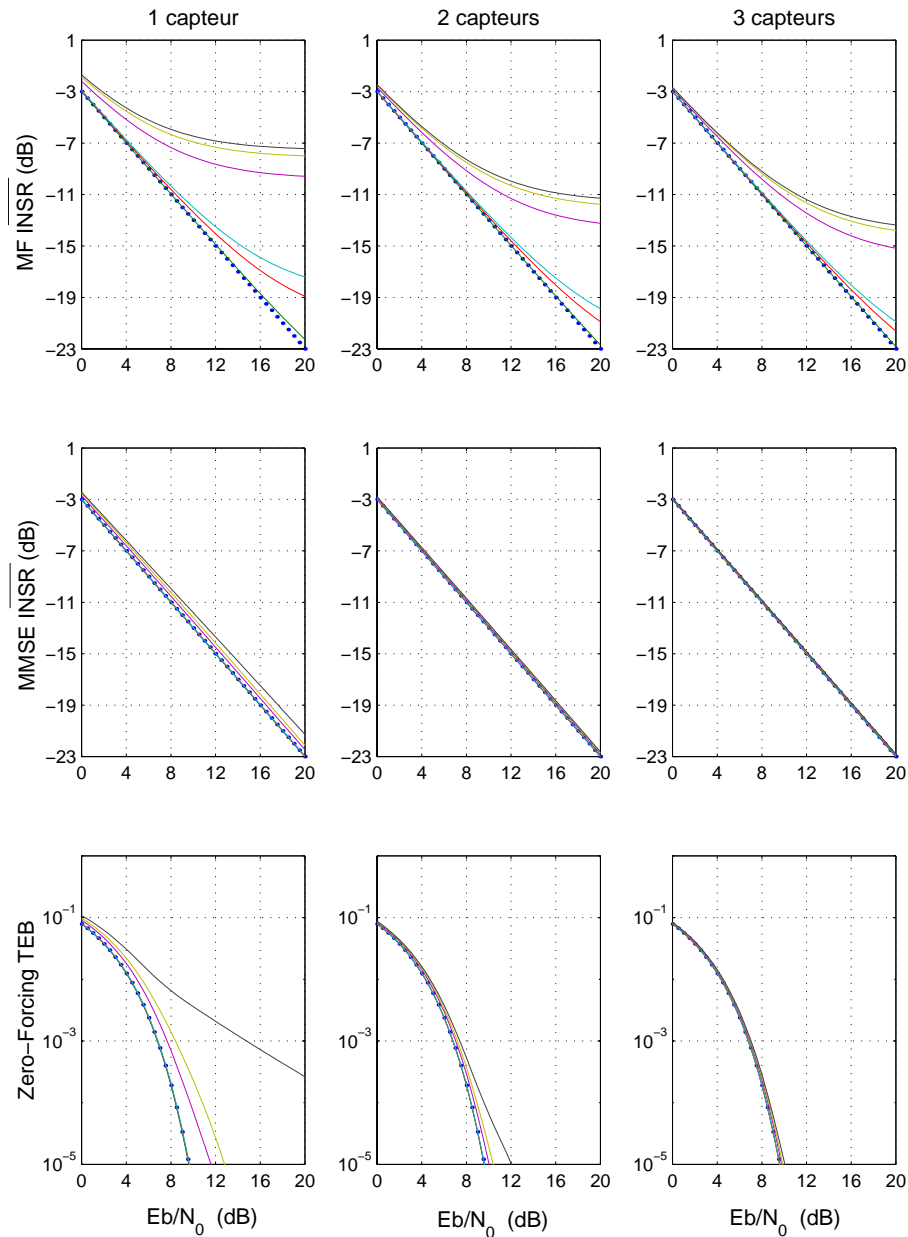


FIG. 3.5 – Performances en “Indoor A” sans “fading”

Néanmoins, l’environnement “Indoor” qui a le plus besoin de diversité spatiale présente une situation très favorable en “downlink” sur le mobile [48] [25] due à la proximité des diffuseurs et du récepteur, comme nous l’avons rappelé dans la partie I. Si nous introduisons cependant une corrélation de l’enveloppe d’un capteur à l’autre, nous pouvons vérifier sur le haut de la figure 3.7 que pour une corrélation de  $corr1 = 0.225$  entre 2 capteurs juxtaposés et de  $corr2 = 0.09$  entre le premier et le troisième capteur, ce qui correspond à un espacement intercapteur de  $\lambda/4$  (3.25 cm) dans une répartition isotrope des micro-trajets, les performances sont quasiment identiques à celles obtenues sans corrélation. Dans une situation de plus forte corrélation ( $corr1 = 0.8$  et  $corr2 = 0.4$ ), l’amélioration serait effectivement moins bonne, comme représenté sur le bas de la figure 3.7.

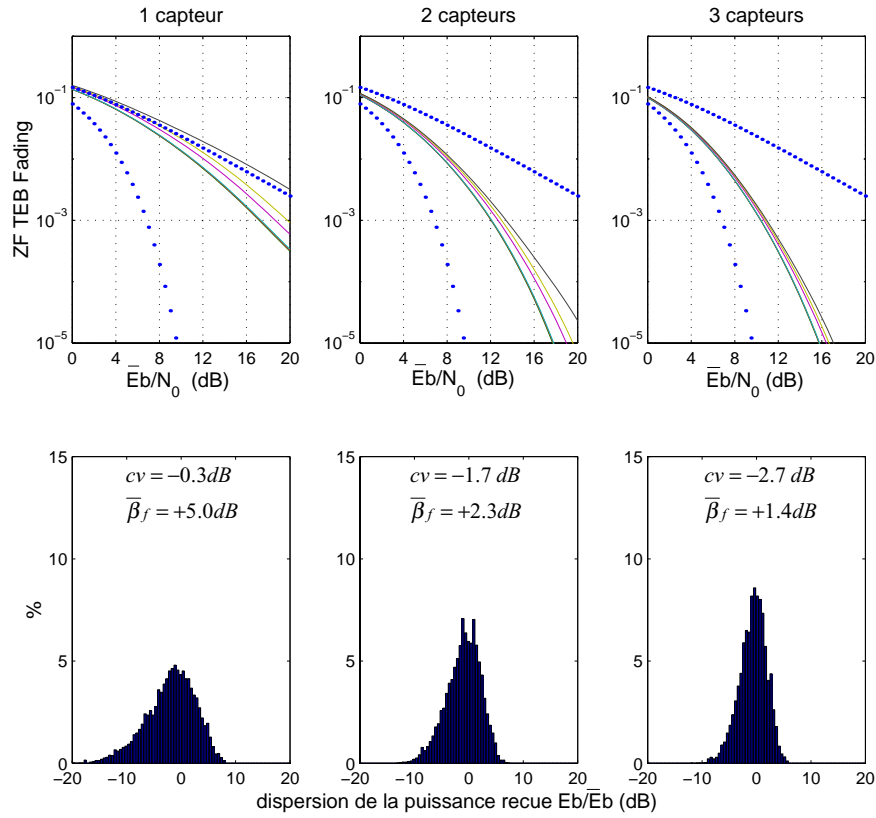


FIG. 3.6 – Performances en “Indoor A” avec “fading”

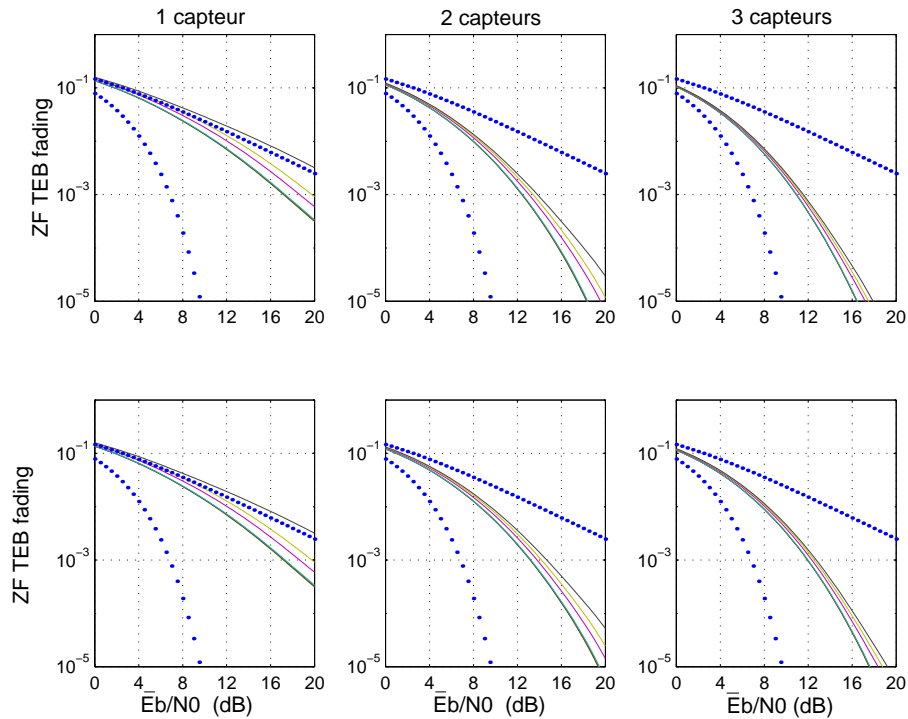


FIG. 3.7 – Performances en IA avec “fading” en introduisant une corrélation de l’enveloppe entre les capteurs: haut ( $corr1=0.225$ ;  $corr2=0.09$ ) et bas ( $corr1=0.8$ ;  $corr2=0.4$ )

### 3.2.3 Résultats avec canal “Pedestrian”

Les résultats, avec et sans “fading”, présentés sur les figures 3.8 et 3.9 sont très proches de ceux obtenus en “Vehicular”. Dans les deux cas, les trajets sont résolus, mais ici l’interférence d’accès multiple est relativement concentrée au retard nul (durée du canal inférieure à  $T_s$ ), contrairement au cas “Vehicular B” qui nécessitera une profondeur plus importante pour l’égalisation.

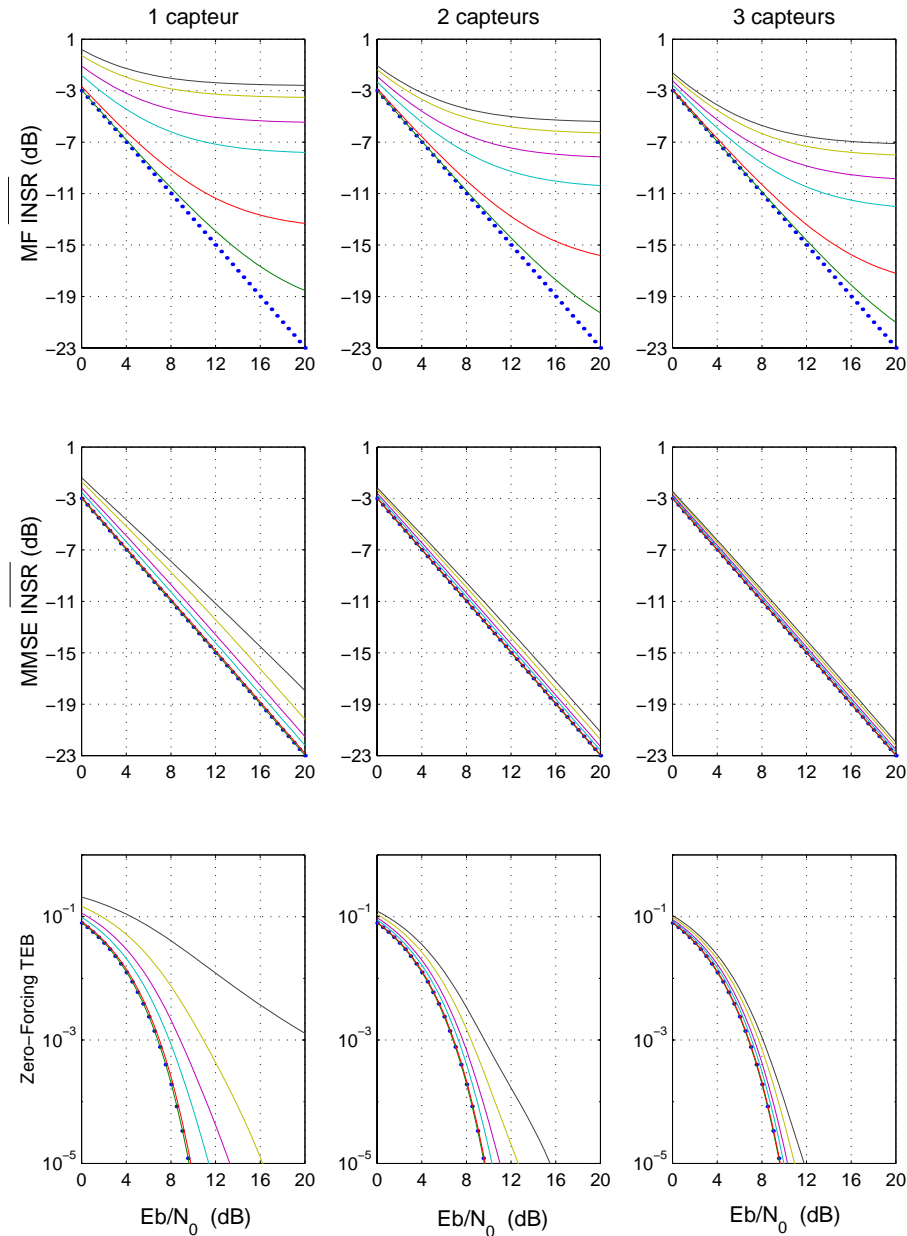


FIG. 3.8 – Performances en “Pedestrian B” sans “fading”



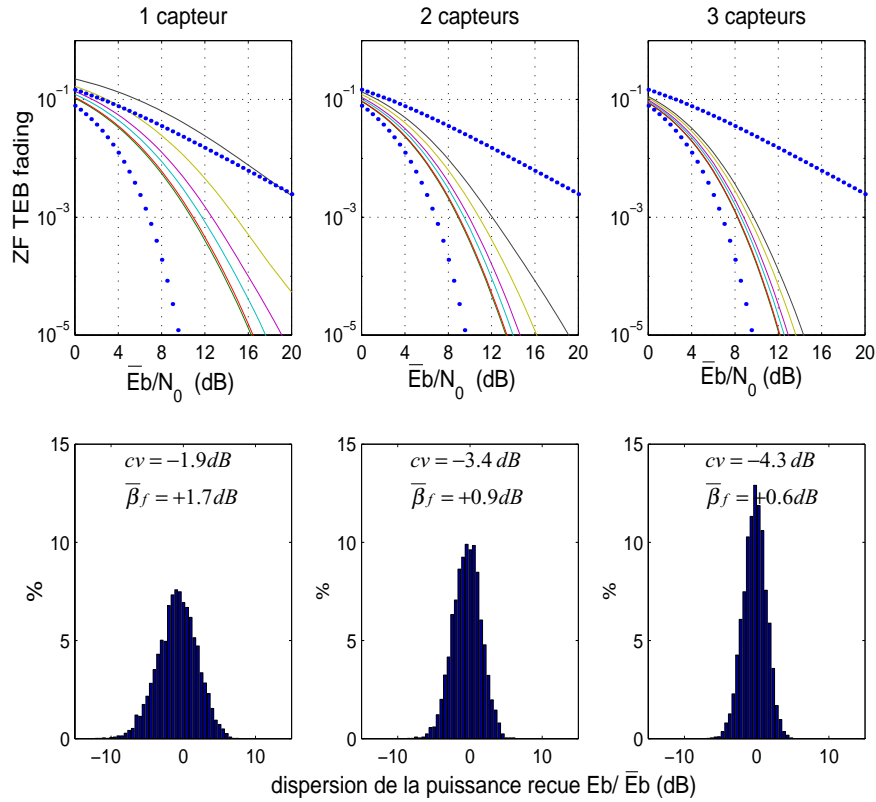


FIG. 3.9 – Performances en “Pedestrian B” avec “fading”

### 3.2.4 Conclusion de la partie II

Cette étude a permis, en se positionnant sous un aspect de représentation et d’interprétation en fréquence, de faire le point (non exhaustif) sur les structures de détection linéaire du lien descendant d’un système TD-CDMA, avec une réception sur une antenne à éléments multiples. Nous avons retrouvé les expressions et performances de ces détecteurs à partir des représentations large-bande et dans la bande symbole, basées sur la matrice spectrale des inter-canaux repliés. Enfin, nous avons appliqué les expressions des performances, qui constituent des bornes pour les situations réelles (structures de réalisation à durée finie, erreurs d’estimation du canal, de la synchronisation ...), aux modèles d’environnement “Vehicular B”, “Indoor A” et “Pedestrian B”.

#### *adéquation des structures linéaires*

Vis à vis de l’interférence, les structures linéaires ne sont pas les meilleures. Néanmoins, pour les canaux typiques de la norme, leurs performances sont satisfaisantes. La situation artificielle “sans fading” permet justement de mesurer les performances moyennes, pour toutes les réalisations possibles de formes d’ondes, sans faire intervenir la dégradation due aux évanouissements. Nous avons vu qu’avec un récepteur linéaire MMSE équipé de 2 capteurs, la dégradation due à l’interférence était inférieure à 2 dB (en INSR, pour un  $\frac{E_b}{N_0} \leq 16$  dB, et le pire cas de 16 utilisateurs) par rapport à la situation d’un canal mono-trajet.

*apport théorique de la détection conjointe et de la réception multicapteur*

A partir du modèle “Vehicular” B, sélectif en fréquence, et du modèle “Pedestrian B”, nous avons d’abord illustré le bénéfice de la détection conjointe par rapport au simple filtre adapté à la forme d’onde de l’utile, surtout lorsque la marge de code est petite. Nous avons pu également mettre en évidence la nette amélioration des performances avec une réception cohérente sur 2 ou 3 capteurs, qui diminue l’interférence et facilite l’“inversion” opérée par l’égaliseur.

Le canal “Indoor A” induit très peu d’interférence car très peu sélectif en fréquence, mais il est en conséquence complètement soumis aux évanouissements, puisque privé de diversité temporelle (trajets non résolus). *Avec un seul capteur*, les performances en TEB sont extrêmement dégradées pour un modèle d’évanouissement de Rayleigh, par rapport à une situation sans évanouissement. On pourrait presque dire à partir de ces exemples, que l’“interférence est à préférer aux évanouissements”, et considéré ce point pour le dimensionnement des systèmes (Bande plus large quitte à superposer d’avantage d’utilisateurs?). Mais en ce qui concerne le système complet TDD-UMTS (et tout autre système un peu robuste ...), cette dégradation (1 seul capteur) doit être complètement nuancée car la diversité temporelle absente du canal “Indoor”, est artificiellement introduite par le schéma de codage à l’émission, avec entre autre un entrelacement temporel des données. En raisonnant sans codage, on note la spectaculaire amélioration des performances *avec un deuxième capteur*, qui apporte la diversité pour réduire l’effet des évanouissements. Pour un seul utilisateur (interférence quasi nulle), le recul d’une douzaine de dB (pour  $TEB = 10^{-3}$ ) est réduit à 5 dB avec un deuxième capteur.

En conclusion, une antenne cohérente en réception améliore la transmission en luttant à la fois contre la sélectivité en fréquence et le “fading” d’amplitude (sélectivité en temps). Or ces deux caractéristiques ont tendance à s’exclure puisque duales; particulièrement en contexte CDMA, la diversité de trajet (diversité temporelle réduisant le “fading” d’amplitude) amène de la sélectivité en fréquence, et l’absence de trajet secondaire résolu correspond à un “fading” d’amplitude important.

Ainsi, le bénéfice de la réception multi-capteur est garantie pour lutter contre les deux phénomènes indésirables duaux que peut introduire un canal.

Note: en terme de bilan de liaison, les performances présentées bénéficieront d’une amélioration supplémentaire de  $10\log(L)$  dB pour tenir compte du gain d’antenne. En effet, rappelons que par convention, la grandeur  $E_b$  utilisée pour former le rapport  $\frac{E_b}{N_0}$  qui paramètre les courbes de performances, correspond à l’énergie moyenne par bit sur l’ensemble des  $L$  capteurs.

**Troisième partie**

**Structures de réalisations**

Le calcul de performances pour différents modèles d'environnement vient d'être mené pour un récepteur linéaire théorique sans contrainte de causalité ou de durée finie. Nous avons vu que pour une liaison descendante CDMA telle que le système UMTS-TDD, la réception multi-capteur amène de nettes améliorations, combattant les phénomènes d'évanouissement et d'interférence, apportées par le canal de propagation. Pour l'aspect réduction d'interférence, le récepteur multi-capteur opérant par détection conjointe est alors particulièrement efficace. Cependant, la puissance de calcul est limitée sur le mobile pour des raisons de consommation/autonomie et d'encombrement, c'est pourquoi nous nous intéressons maintenant à différentes manières de réaliser (en approchant si possible l'optimal théorique) ce détecteur linéaire. En effet, *avec des structures pratiques basées sur des filtres numériques à nombre fini de coefficients*, la diversité des paramètres du système rend les performances (vis à vis de l'interférence et de l'amplification du bruit) et la complexité très dépendantes du choix de la structure et de la méthode utilisée pour calculer les coefficients des filtres.

Pour le calcul des coefficients, nous chercherons les coefficients optimums (selon le critère choisi) pour un nombre fini de coefficients donné, ou approcherons ceux issus des solutions théoriques à durée infinie.

Pour le choix de la structure, nous considérerons d'abord deux structures qui nous paraissent les plus naturelles pour passer des versions théoriques à temps continu aux versions discrètes: la première, appelée "Tc-structure", est la structure linéaire libre qui recombine au temps symbole les sorties de filtres transverses fractionnés traitant les échantillons (au temps  $T_c$  ou sous-multiple) de chaque capteur. La seconde, appelée "Ts-structure", est la structure imposée dérivée des solutions théoriques à durée infinie et intégrant le modèle multi-trajet du canal. Elle travaille sur les deux échelles de temps des signaux à étalement de spectre, en combinant filtres discrets large-bande et filtres transverses au temps symbole.

L'étude et la comparaison (en terme de détection, de calcul des coefficients, de comportement et de compromis performance/complexité) de ces deux structures antagonistes nous amènera à proposer de nouvelles structures intermédiaires cherchant à conserver les "bonnes caractéristiques" de chacune des 2 structures de référence.

Après avoir présenté les versions statiques des structures investiguées, considérant le canal quasi-invariant et bien estimé (amplitudes complexes et retards des trajets), nous nous intéresserons finalement à la mise à jour adaptative de ces structures durant le "slot" à l'aide des décisions. Cette adaptation automatique aux variations du canal est nécessaire, ou en tout cas très bénéfique, lorsque la vitesse de déplacement du mobile est supérieure à une cinquantaine de  $km/h$ .

Note: Précisons que nous utiliserons ici seulement des filtres discrets à réponse impulsionnelle finie (RIF). Nous nous sommes intéressés à d'autres structures possibles, utilisant des filtres récursifs, mais elles nous ont paru moins fiables et plus complexes.

# Chapitre 1

## Deux structures linéaires antagonistes: structure libre et structure imposée issue de la théorie

### 1.1 Discussion vers les détecteurs pratiques...

Nous considérons donc d'abord deux structures à nombre fini de coefficients. La Tc-structure est représentée figure 1.1. Elle constitue une version discrète non récursive, basée sur des filtres RIF multi-cadences, de la forme la plus générale du détecteur continu décrit par l'équation (2.23) (ou la figure 2.8) de la partie II. Elle peut ainsi être qualifiée de "structure linéaire RIF libre". La Ts-structure, représentée figure 1.5, comprend le banc de filtres adaptés (BFA) en tête de réception, suivi par un banc de filtres discrets RIF au temps symbole. Elle constitue une approximation à durée finie, discrète et non récursive de la structure imposée de réception linéaire théorique (figure 2.10 partie II).

Dans les applications pratiques en présence de bruit additif à l'entrée du récepteur, on a intérêt à réduire globalement les effets du bruit et de l'interférence avec un critère MMSE. Néanmoins, lorsque le bruit additif est négligeable par rapport au signal utile, il est souhaitable que le résidu d'interférence soit également négligeable, de 15 à 20 dB par exemple, afin d'assurer une très bonne transmission. Au contraire, en situation de faible ( $\frac{E_b}{N_0}$ ), l'interférence résiduelle peut être plus forte du moment qu'elle est inférieure à la contribution du bruit.

Pour une structure donnée, la potentialité d'avoir une interférence résiduelle négligeable est pleinement garantie si une solution Zero-Forcing exacte à durée finie existe avec cette structure. Pour annuler toute l'interférence, il faut respecter au temps symbole un critère de "Nyquist multi-utilisateur": les coefficients des filtres discrets "globaux" vus par les symboles jusqu'à l'organe de décision,  $glo_{1k[n]}$  (introduits en (2.25), partie II), doivent être forcés à zéro, excepté pour le coefficient au retard nul,  $glo_{11[0]}$ , vu par la source "désirée" de symboles:

$$glo_{1i[n]} = \delta_{1i[n]}, \quad \forall n \in \mathbb{Z} \quad (1.1)$$

Etant donné la durée de  $W_s + 1$  symboles pour les formes d'ondes transmises,  $g_k$ , et une profondeur de  $P_l$  symboles pour le détecteur global, le transfert global  $glo_{1k[n]}$  comporte  $P_l + W_s$  coefficients non nuls. L'annulation exacte de l'interférence nécessite donc de pouvoir contraindre  $K.(P_l + W_s)$  valeurs pour l'ensemble des  $K$  réponses  $\{glo_{1i[n]}\}$ .

Nous avons déjà vu que la solution linéaire ZF "optimale", c'est à dire celle qui amplifie le moins le bruit, n'a pas cette propriété puisque le banc d'égalisation  $\{e_{1k[n]}, n = -\infty, \dots +\infty\}$  est RII, pour la partie causale comme pour la partie anti-causale. Il en va de même pour la Ts-structure qui correspond à une troncature de la structure théorique. En effet, après transmission, BFA, échantillonnage, et banc d'égalisation, on a pour  $i = 1 \dots K$ :

$$glo_{1i[n]} = \frac{1}{\gamma_{11[0]}} \cdot \sum_{k=1}^K \sum_{u=-\infty}^{+\infty} e_{1k[u]} \cdot \gamma_{ik[n-u]}$$

Si nous supposons un nombre fini de coefficients  $P$  sur chaque branche de l'égaliseur, la profondeur globale du détecteur se décompose en  $P_l = P + W_s$ . Le transfert discret  $\gamma_{ik[n]}$  comporte  $2W_s + 1$  coefficients non nuls, et le transfert global,  $glo_{1k[n]}$ , en comporte toujours  $P_l + W_s = P + 2W_s$ . Le forçage à zéro de l'interférence nécessiterait, avec seulement  $K.P$  degrés de liberté (coefficients), de contraindre  $K.(P + 2W_s)$  valeurs pour l'ensemble des  $K$  réponses impulsionnelles discrètes au temps-symbole  $\{glo_{1i[n]}\}$ . On a donc un système linéaire sur-déterminé qui n'admet pas de solution exacte. Néanmoins, rappelons qu'en lien descendant et à l'exception de canaux particuliers, on tend bien vers une solution ZF exacte lorsque  $P \rightarrow \infty$ , comme cela a été montré dans la partie II.

Par contre, la Tc-structure présente cette bonne propriété [96] d'annulation exacte de l'interférence possible à durée finie, sans condition sévère pour le canal de propagation. L'annexe III.2 donne une justification de cette affirmation à partir de la représentation large-bande en Z introduite en annexe III.1.B.

Nous savons déjà que, pour un critère d'optimisation et une "profondeur de détection" donnés, une structure libre aura des performances équivalentes ou meilleures qu'une structure imposée, puisque cette dernière n'est qu'un cas particulier de la première. Par contre, la Ts-structure peut présenter d'autres avantages en terme de complexité d'implémentation.

Nous allons maintenant décrire et comparer ces deux structures. Pour l'évaluation de complexité, nous séparerons les tâches de détection (ou plus précisément de filtrage pour obtenir la variable de décision) de celle de calcul des coefficients (utilisés pour réaliser le filtrage). Les étapes de calcul pour l'obtention des coefficients sont détaillées en annexe III.4. Nous utiliserons d'abord une "méthode d'optimisation temporelle" pour obtenir les coefficients optimums pour un critère donné. Nous proposerons ensuite une "méthode d'approximation fréquentielle" sous-optimale mais bien moins complexe, approximant la solution théorique "à durée infinie", basée sur la matrice inter-spectrale du système.

## 1.2 Tc-structure: structure libre fractionnée

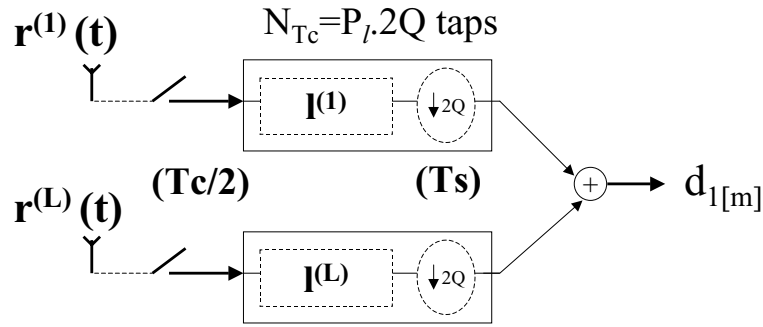


FIG. 1.1 –  $T_c$ -structure pour la détection d'un code désiré ( $k_u = 1$ )

Cette structure réalise directement la combinaison linéaire des échantillons du signal reçu à l'aide de filtres multi-cadence, travaillant à  $T_c/S$  en entrée et au rythme des symboles,  $T_s$ , en sortie. Le suréchantillonnage  $S = 2$  assure l'absence de repliement sur le signal utile. Nous supposons, dans tous les cas où  $S \geq 2$ , un filtrage anti-repliement analogique parfait avant échantillonnage, assurant l'absence de repliement du bruit. Lorsque les échantillons d'entrée sont à la cadence du chip ( $S=1$ ), la  $T_c$ -structure correspond aux structures introduites dans [96] et [71, 72], nommées respectivement “Optimal Decorrelating Receiver” et “Row Equalizer”.

Afin de faciliter la comparaison avec la  $T_s$ -structure, la longueur de la  $R_i$  du détecteur est choisie multiple de  $T_s$ , soit  $P_l T_s$  où  $P_l$  est un entier positif. De plus, nous sommes surtout intéressés aux longueurs supérieures ou égales à celles des filtres adaptés aux formes d'ondes, c'est à dire  $(W_s + 1)T_s$ . Aussi, nous définissons un entier positif  $P$  tel que  $P_l = W_s + P$ . Ainsi  $P$  désigne, en symboles, le surplus par rapport à la longueur du canal. Il correspondra à la profondeur de l'égaliseur dans la  $T_s$ -structure. Le nombre de coefficients par capteur des  $L$  filtres  $l_1^{(l)}$  est noté  $N_{T_c} = S Q P_l$ .

Note: Evidemment, dans les situations pratiques, les valeurs de  $N_{T_c}$  seront plus générales, avec des valeurs possibles de  $P$  non entières, négatives ou nulles. La convention adoptée ici permet seulement de faciliter les futures comparaisons.

### 1.2.1 Détection avec la $T_c$ -structure

La variable de décision est obtenue par un produit scalaire de dimension  $L S Q P_l$ :

$$d_{1[m]} = \underline{l}_1^T \underline{r}_{[m]} \quad (1.2)$$

avec:

$$\underline{l}_1 = [l_1^{(1)}_{[-SQP_l]}, \dots, l_1^{(L)}_{[-SQP_l]}, \dots, l_1^{(1)}_{[+SQ(P_l+1)-1]}, \dots, l_1^{(L)}_{[+SQ(P_l+1)-1]}]^T$$

$$\underline{r}_{[m]} = [r_{((m+P_l)Ts)}^{(1)}, \dots, r_{((m+P_l)Ts)}^{(L)}, \dots, r_{((m-P_l-1)Ts + \frac{T_c}{S})}^{(1)}, \dots, r_{((m-P_l-1)Ts + \frac{T_c}{S})}^{(L)}]^T$$

$P_l = P_{l_1} + 1 + P_{l_2}$ , où  $P_{l_1} \geq 0$  a déjà été défini dans la partie II comme la partie “anti-causale” (obtenue par un retard en pratique) du détecteur, toujours exprimée en symboles. Cela signifie pratiquement que c’est le symbole  $a_{1[m-P_{l_1}]}$  qui est estimé à l’instant  $mTs$ . Pour faciliter les notations, nous avons choisi de retarder la référence de temps en réception ( $a_{1[m]}$  est ainsi estimé à l’“instant de réception”  $mTs$ ), en utilisant alors une partie non causale pour la Ri du filtre détecteur (Cf figure 1.2).

Nous définissons aussi les vecteurs de taille  $N_{Tc}$  contenant les coefficients spécifiques au  $l$ -ème capteur:  $\underline{l}_1^{(l)} = [l_1^{(l)}[-SQP_{l_1}], l_1^{(l)}[-SQP_{l_1}+1], \dots, l_1^{(l)}[+SQ(P_{l_2}+1)-1]]^T$

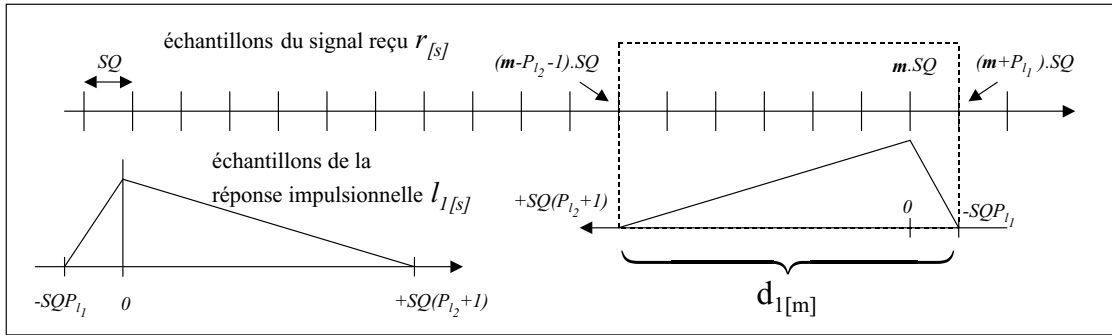


FIG. 1.2 – obtention de la variable de décision par produit scalaire

Pour illustrer les évaluations de complexité, nous supposons les paramètres typiques du mode TDD suivants: Précisons qu’à un nombre de codes désirés  $K_u$  de 1 et de 12 correspond

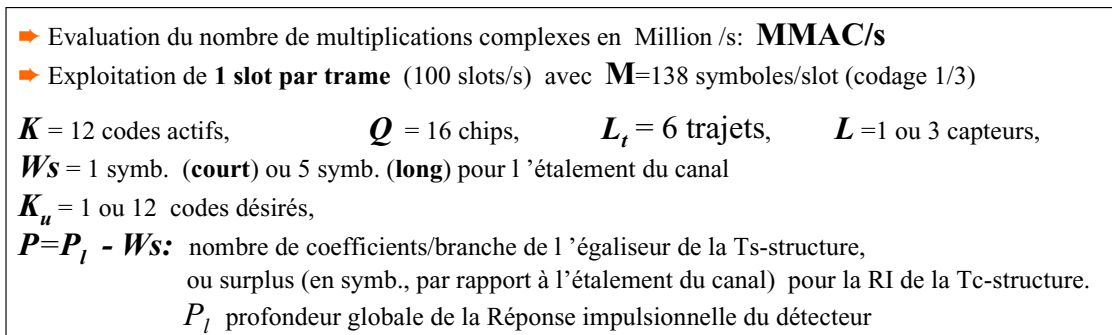


FIG. 1.3 – paramètres utilisés pour les évaluations de complexité

respectivement un débit (hors codage) de 18 kbit/s et 2.2 Mbit/s.

Complexité de la détection: la complexité de la détection des symboles seule (sans le calcul des coefficients) ne dépend pas de  $K$  mais est linéaire avec le nombre total de coefficients  $LSQ$ , et le nombre de codes désirés à détecter,  $K_u$ , pour le mobile visé. Elle nécessite:  $M.K_u.LSQ(P + W_s)$  MAC/trame. Afin de donner des ordres de grandeur, nous définissons



une situation “court” où l'étalement du canal dure  $W_s = 1$  symbole, et une situation “long” où  $W_s = 5$  symboles, ce qui correspond à un important étalement de  $20 \mu s$ .

Les chiffres mentionnés dans toutes les tables sont donnés en millions de multiplications par seconde (MMAC/s):

	$K_u = 1$			$K_u = 12$		
$court, P=1$	0.9	1.8	2.7	11	21	32
$long, P=0$	2.2	4.4	6.6	27	53	80
$long, P=2$	3.1	6.2	9.3	37	74	111
	L=1	L=2	L=3	L=1	L=2	L=3

### 1.2.2 Représentation polyphase “de Sylvester” pour la Tc-structure

Les échantillons du signal reçu utilisés pour l'estimation d'un symbole  $a_{1[m]}$  avec un retard de  $P_l$  symboles s'expriment en fonction des symboles groupés dans un vecteur colonne  $\underline{a}_{[m, P_l]}$  (commençant par  $a_{1[m+P_l]}$ ) de taille  $K(P_l + W_s)$  par l'intermédiaire d'une matrice de filtrage  $\underline{\tau}_{(g)}$  de taille  $LSQ(P_l) \times K(P_l + W_s)$ :

$$\underline{r}_{[m]} = \underline{SQ} \cdot \underline{\tau}_{(g)} \underline{a}_{[m, P_l]} + \underline{n}_{[m]} \quad (1.3)$$

Cette matrice est appelée matrice de Sylvester généralisée. Elle permet de représenter les convolutions comme un opérateur matriciel Toeplitz par bloc.

La structure Toeplitz par blocs, avec des blocs de taille  $[LSQ \times K]$ , nécessite un entrelacement des symboles des différents codes dans la représentation du vecteur de départ  $\underline{a}_{[m, P_l]}$ . La matrice  $\underline{\tau}_{(g)}$  prend alors la forme suivante:

$$\underline{\tau}_{(g)} \triangleq \begin{bmatrix} \underline{g}_{[0]} & \underline{g}_{[1]} & \cdots & \underline{g}_{[W_s]} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \underline{g}_{[0]} & \underline{g}_{[1]} & \cdots & \underline{g}_{[W_s]} & 0 & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \underline{g}_{[0]} & \underline{g}_{[1]} & \cdots & \underline{g}_{[W_s]} & 0 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \underline{g}_{[0]} & \underline{g}_{[1]} & \cdots & \underline{g}_{[W_s]} \end{bmatrix}$$

où:

$\underline{g}_{[n]} = [\underline{g}_{1[n]}, \underline{g}_{2[n]}, \dots, \underline{g}_{K[n]}]$  est le bloc correspondant au retard  $nTs$ , contenant les échantillons des formes d'ondes globales, pour les  $K$  utilisateurs,

$\underline{g}_{k[n]} = \left(\frac{Tc}{S}\right) \cdot [g_{k((n+1)Ts - \frac{Tc}{S})}^{(1)}, \dots, g_{k((n+1)Ts - \frac{Tc}{S})}^{(L)}, \dots, g_{k(nTs)}^{(1)}, \dots, g_{k(nTs)}^{(L)}]^T$  contient ainsi les échantillons prélevés au pas  $\frac{Tc}{S}$  (dans un ordre anti-chronologique) de la  $k$ -ème forme d'onde globale pour un retard compris entre  $(n+1)Ts$  et  $nTs$ , avec un entrelacement correspondant aux différents capteurs. Ainsi, les  $L$  premiers échantillons correspondent aux  $L$  derniers échantillons prélevés sur le jeu de capteurs  $l = 1 \dots L$ , et les  $L$  derniers échantillons correspondent, avec le même arrangement, aux  $L$  premiers prélevés sur les capteurs  $l = 1 \dots L$ ,

$\underline{a}_{[m, P_{l_1}]} = [a_{1[m+P_{l_1}]}, \dots, a_{K[m+P_{l_1}]}, a_{1[m-(P_l+W_s-P_{l_1}-1)]}, \dots, a_{K[m-(P_l+W_s-P_{l_1}-1)]}]^T$ ,  
 $\underline{n}_{[m]}$  contient les échantillons de bruit (même arrangement que  $\underline{r}_{[m]}$ ).

La figure 1.4 schématise les effets de la convolution intervenant durant la transmission et le filtrage du détecteur: la variable d'estimation  $d_{1[m]}$  du symbole transmis  $a_{1[m]}$  est générée à partir d'une tranche de durée  $P_l.Ts$  des échantillons reçus, générés eux-mêmes à partir d'une tranche de  $(P_l + W_s)$  symboles émis pour chacun des  $K$  codes.

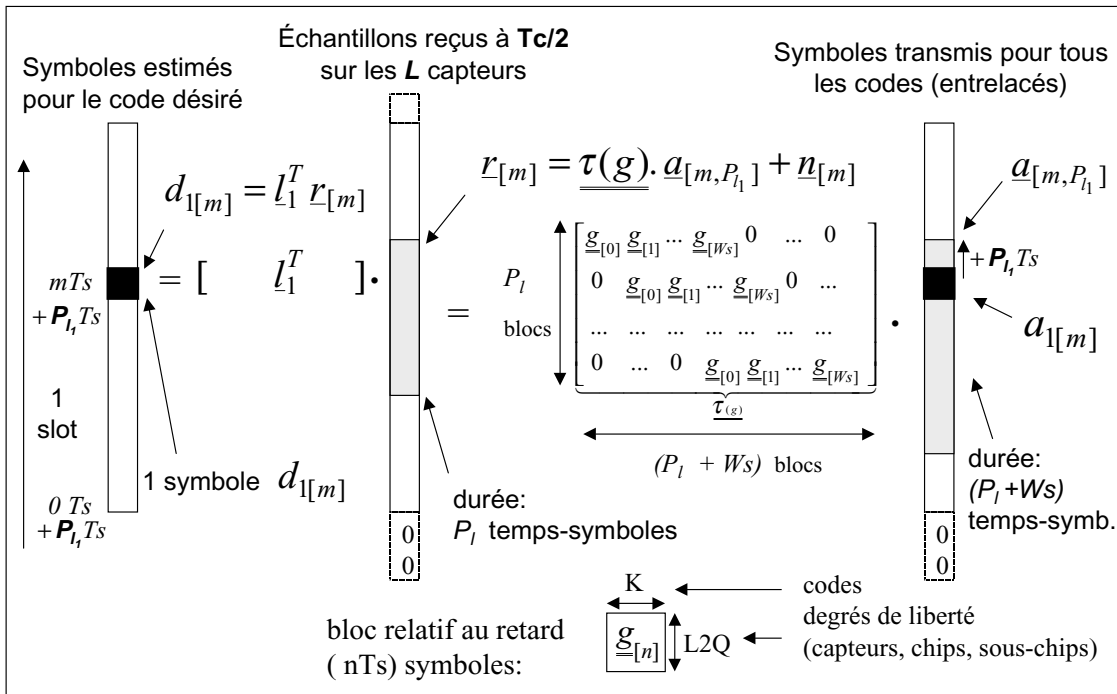


FIG. 1.4 – Symboles émis et échantillons reçus intervenant dans l'estimation d'un symbole

Cette formulation à l'aide de la matrice de Sylvester est typique des systèmes multicanaux ou/et cyclo-stationnaires [91], [44]. La seule modification opérée ici, est la prise en compte de la dimension supplémentaire  $K$ , induite par les  $(K - 1)$  codes interférents. L'arrangement du système "Multiple Input Multiple Output" peut aussi être fait (Cf [96], [92]) en associant un bloc Toeplitz par utilisateur, conduisant à une matrice globale à blocs Toeplitz au lieu de Toeplitz par bloc.

En contexte CDMA "courant", le facteur d'étalement est suffisant pour que  $LSQ.P_l \geq K(P_l + W_s)$ . On note ainsi que la matrice  $\underline{\tau(g)}$  est plus haute que large, ce qui est une condition nécessaire pour que cette matrice soit de rang colonne plein, égal à  $K(P_l + W_s)$ . Les formes d'onde globales étant à bande limitée de largeur  $\frac{Q_r}{T_s}$ , on peut affiner la condition précédente puisqu'il ne peut y avoir au plus que  $LQ_r.P_l$  lignes linéairement indépendantes. Ainsi, pour un "roll-off" de filtre 1/2 Nyquist classique tel que  $0 < r_{off} < 1$ , et à l'exception de canaux bien particuliers (Cf Annexe III.2), la matrice  $\underline{\tau(g)}$  est de rang colonne plein si:

$$\begin{aligned}
 LQ_r.P_l &\geq K(P_l + W_s) \text{ pour } S > 1 \\
 LQ.P_l &\geq K(P_l + W_s) \text{ pour } S = 1
 \end{aligned} \tag{1.4}$$

### 1.2.3 Calcul des coefficients par optimisation temporelle

Le vecteur optimal d'estimation au sens MMSE minimise:

$$(MSE) = E\{| \underline{l}_1^T \underline{r}_{[m]} - a_{1[m]}|^2\} \quad (1.5)$$

La solution de Wiener ([15], [43]) est telle que:

$$\underline{l}_1^T \cdot E\{\underline{r}_{[m]} \cdot \underline{r}_{[m]}^H\} = E\{\underline{r}_{[m]}^H \cdot a_{1[m]}\} \quad (1.6)$$

Les symboles et le bruit étant non-corrélés et centrés, nous avons:

$$E\{a_{[m, P_{l_1}]} \cdot a_{[m, P_{l_1}]}^H\} = A^2 \cdot \underline{I}_{\underline{K}(P_l + W_s)} \quad \text{et} \quad E\{\underline{n}_{[m]} \cdot \underline{n}_{[m]}^H\} = (2N_0 \cdot \frac{SQ}{T_s}) \cdot \underline{I}_{\underline{LSQ} \cdot P_l}$$

Etant donné la non-corrélation entre les symboles et le bruit, la matrice de corrélation des échantillons reçus prend la forme suivante:

$$\underline{R} \triangleq \frac{1}{SQ \cdot A^2} \cdot E\{\underline{r}_{[m]} \cdot \underline{r}_{[m]}^H\} = SQ \cdot [\underline{\tau}_{(g)} \cdot \underline{\tau}_{(g)}^H + \sigma_0^2 \underline{I}_{\underline{LSQ} \cdot P_l}] \quad (1.7)$$

où l'on pose  $\sigma_0^2 = (\frac{N_0}{2E_b})$ .

La matrice de corrélation  $\underline{R}$  a une structure Toeplitz par blocs, avec des blocs de taille  $LSQ \times LSQ$ , traduisant le caractère “cyclo-stationnaire” et “multi-canal” du signal reçu  $\underline{r}_{[m]}$ . En l'absence de bruit, cette matrice de corrélation n'est pas inversible en contexte CDMA “courant”, car de rang inférieur ou égal à la largeur de  $\underline{\tau}_{(g)}$ , soit  $K(P_l + W_s)$ .

Pour un retard  $nTs$  donné, un bloc contient les coefficients  $\beta_{s_1, s_2}^{l_1, l_2}[n]$  qui expriment la corrélation du signal reçu au retard  $nTs$ , d'un capteur  $l_1$  à l'autre  $l_2$  et d'un subchip  $s_1$  à l'autre  $s_2$ :

$$\beta_{s_1, s_2}^{l_1, l_2}[n] = \frac{1}{SQ \cdot A^2} E\{r^{(l_1)}(mTs + s_1 \frac{Tc}{S}) \cdot r^{(l_2)*}((m-n)Ts + s_2 \frac{Tc}{S})\}$$

avec la symétrie:  $\beta_{s_1, s_2}^{l_1, l_2}[n] = \beta_{s_2, s_1}^{l_2, l_1*}[-n]$

Le vecteur d'intercorrélation entre le vecteur d'échantillons reçus et le symbole désiré s'exprime par:

$$\frac{1}{SQ \cdot A^2} \cdot E\{\underline{r}_{[m]}^H \cdot a_{1[m]}\} = \underline{g}_{1, P_{l_1}}^H \triangleq \underline{\mathbf{1}}_{\Delta_l}^T \underline{\tau}_{(g)}^H \quad (1.8)$$

$$\text{avec} \quad \Delta_l = K \cdot P_{l_1} + k_u \quad (\text{code } k_u = 1) \quad \text{et} \quad \underline{\mathbf{1}}_{\Delta_l}^T \triangleq [\dots, \underbrace{0, 1, 0, \dots}_{\Delta_l}] \quad (1.9)$$

Le vecteur  $\underline{g}_{1, P_{l_1}}^H$  correspond au complexe conjugué d'une colonne particulière (la  $\Delta_l$ -ème) de la matrice  $\underline{\tau}_{(g)}$ . Il contient les échantillons du filtre adapté uniquement à la forme d'onde désirée ( $k_u = 1$ ), non-tronqué seulement si le retard  $P_{l_1}$  (partie anti-causale de  $\underline{l}_1$ ) est supérieur ou égal à  $W_s$ , et que la profondeur du détecteur est suffisante.

Note: Dans les situations où le canal n'est pas estimé ou bien lorsque les codes des interférents ne sont pas connus, le vecteur de filtrage  $\underline{l}_1^T$  peut être estimé à partir de la forme empirique de (1.6). Pour cela, la matrice de corrélation est évaluée empiriquement à partir des échantillons reçus (forme empirique de (1.7)), et le vecteur d'intercorrélation à partir des décisions (ou séquence d'apprentissage), ou à partir de la forme d'onde désirée (1.8) si les codes des interférents sont inconnus mais le canal estimé.

En supposant à la fois le canal déjà estimé et tous les codes connus, ce qui est notre hypothèse, le vecteur  $\underline{l}_1^T$  peut être alors construit directement sans utiliser les échantillons reçus.

### ★ Forme directe de la solution de Wiener (non retenue)

Nous déduisons qu'en présence de bruit ( $N_0 \neq 0$ ), la solution de Wiener s'exprime en fonction des paramètres de transmission par :

$$\underline{l}_1^T = \frac{1}{SQ} \cdot \underline{\mathbf{1}}_{\Delta_l}^T \underline{\tau}_{(g)}^H [\underline{\tau}_{(g)} \underline{\tau}_{(g)}^H + \sigma_0^2 \underline{I}_{LSQ.P_l}]^{-1} \quad (1.10)$$

Cette forme directe de la solution de Wiener, comparable à la forme "théorique" obtenue en (2.45) partie II (ou figure 2.12), décompose le filtrage  $\underline{l}_1^T$  en une transformation large-bande des  $LSQ.P_l$  échantillons reçus en  $LSQ.P_l$  nouveaux échantillons, suivi par un filtre fractionné (entrée au rythme  $Tc/S$ , sortie au rythme  $Ts$ ) adapté à la forme d'onde désirée. Cependant, l'optimisation est ici réalisée pour une Ri à durée limitée, avec ainsi une adaptation de la solution "théorique": le filtre adapté peut dans certains cas être une version tronquée, et la transformation linéaire  $[\underline{\tau}_{(g)} \underline{\tau}_{(g)}^H + \sigma_0^2 \underline{I}_{LSQ.P_l}]^{-1}$  ne correspond pas exactement à un filtrage. En effet, l'inversion d'une matrice définie positive Toeplitz par blocs donne une matrice par blocs mais généralement non exactement Toeplitz. Cependant, les lignes de blocs convergent, et la structure devient ainsi proche d'une structure Toeplitz en dehors des effets de bord... La référence [72] donne un énoncé plus complet de ce résultat sur les matrices Toeplitz par bloc, et [78] en donne la démonstration.

Ainsi,  $\underline{l}_1^T$  pourrait être calculé à partir de cette forme directe mais cela présenterait les inconvénients suivants:

- cette forme de solution n'est pas définie en situation courante (équation (1.4) satisfaite) et "sans bruit" puisque la matrice carrée hermitienne  $\underline{\beta}_{(g)} = (\underline{\tau}_{(g)} \underline{\tau}_{(g)}^H)$  de dimensions  $LSQ.P_l \times LSQ.P_l$  mais de rang au plus égal à  $K(P_l + \underline{W}_s)$ , est alors singulière. Le calcul sera donc délicat (mauvais conditionnement) en situation pratique de fort  $\frac{E_b}{N_0}$ .
- la formation de la matrice  $\underline{\beta}_{(g)}$  et la résolution du système pour obtenir les coefficients est très complexe pour un canal "long" à cause de la forme non-compacte de  $\underline{\beta}_{(g)}$  (tous les degrés de liberté apparaissent dans la dimension de la matrice), même si elle bénéficie d'une structure Toeplitz par bloc. Ces considérations et le calcul de complexité avec cette forme directe de solution sont détaillées dans l'annexe 3, paragraphe III.B.1.a, du rapport [81].

### ★ Forme indirecte de la solution

Aussi, nous préconisons le calcul du filtre fractionné  $\underline{l}_1^T$  à partir de la forme indirecte de la solution de Wiener, exprimée par :

$$\underline{l}_1^T = \frac{1}{SQ} \cdot \underline{\mathbf{1}}_{\Delta_l}^T [\underline{\tau}_{(g)}^H \underline{\tau}_{(g)} + \sigma_0^2 \underline{I}_{K(P_l+W_s)}]^{-1} \underline{\tau}_{(g)}^H \quad (1.11)$$

Cette **forme indirecte** (1.11) peut être facilement établie en utilisant une Décomposition en Valeurs Singulières [43] de la matrice  $\underline{\tau}_{(g)}$ . Le filtrage  $\underline{l}_1^T$  peut cette fois être décomposé en une transformation linéaire  $\underline{\tau}_{(g)}^H$  délivrant  $K$  séquences d'échantillons au temps  $Ts$ , suivi par un banc de  $K$  transformations linéaires au temps  $Ts$ . Cette forme semble proche de la forme théorique "indirecte" BFA + Banc d'égalisation, mais là encore les transformations ne sont pas des filtres. En particulier,  $\underline{\tau}_{(g)}^H$  n'est pas exactement le BFA mais ajoute des contributions supplémentaires à partir des premiers et derniers  $W_s$  échantillons de  $\underline{\tau}_{[m]}$ .

Cette différence avec le BFA exact rend le détecteur différent du théorique optimal à durée infinie, mais l'approche lorsque le nombre de coefficients  $SQ \cdot P_l$  est assez large. La contribution complémentaire permet néanmoins d'obtenir la MSE minimum *pour une profondeur finie de  $P_l$  symboles*, ainsi que de conserver assez de degrés de liberté pour rendre possible une inversion exacte (sans bruit,  $\sigma_0^2 = 0$ ) à durée finie par le filtre global  $\underline{l}_1^T$ , contrairement au traitement après BFA exact, comme discuté au paragraphe 1.1.

En effet, la matrice carrée hermitienne  $\underline{\psi}_{(g)} = (\underline{\tau}_{(g)}^H \underline{\tau}_{(g)})$  est régulière si  $\underline{\tau}_{(g)}$  est de rang plein  $K(P_l + W_s)$ , ce qui est vrai sauf cas particuliers (Cf annexe III.2). "Sans bruit", la solution de l'équation (1.6) n'est pas unique et (1.11) donne la solution à norme minimale.

La matrice  $\underline{\psi}_{(g)}$  a une structure par blocs de taille  $[K \times K]$  mais non-Toeplitz; Les  $K$  lignes de blocs centrales forment exactement la matrice de corrélation Toeplitz par bloc  $\underline{\tau}_{(\gamma)}$  (défini précisément au paragraphe 1.3). Mais sur les bords "haut" et "bas" de la matrice, les  $W_s$  blocs utilisent des corrélations "incomplètes", ce qui brise la structure Toeplitz ...

$$\underline{\psi}_{(g)} = \begin{bmatrix} \underline{\psi}_{[0]} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \underline{\psi}_{[-W_s+1]} & \cdots & \underline{\psi}_{[+W_s-1]} & 0 & 0 \\ & & \underline{\tau}_{(\gamma)} & & \\ 0 & 0 & \underline{\psi}_{[-W_s+1]} & \cdots & \underline{\psi}_{[+W_s-1]} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \underline{\psi}_{[0]} \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \underline{\psi}_{[n]} \triangleq \begin{bmatrix} \psi_{1,1}[n] & \cdots & \psi_{K,1}[n] \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \psi_{1,K}[n] & \cdots & \psi_{K,K}[n] \end{bmatrix}$$

où

$$\psi_{k_1, k_2}[n] \triangleq Ts \cdot \sum_{l=1}^L \sum_{m=0}^n \left(\frac{Tc}{S}\right) \sum_{s=0}^{SQ-1} g_{k_1}^{(l)}(mTs + s\frac{Tc}{S}) \cdot g_{k_2}^{(l)*}((m-n)Ts + s\frac{Tc}{S})$$

est une corrélation déterministe "incomplète" puisque la sommation (ou le support d'intégration) est limité à  $n$  symboles, au lieu de  $W_s$ , pour la fonction de corrélation complète  $\gamma_{ik}[n]$ .

La **solution Zero-forcing** est donnée par (1.11) en remplaçant  $\sigma_0^2$  par zéro. Elle consiste simplement en une ligne du pseudo-inverse à gauche de  $\underline{\tau}_{(g)}$ , matrice de passage des symboles aux échantillons. On vérifie facilement que  $\underline{l}_1^T \cdot SQ \cdot \underline{\tau}_{(g)} = \underline{\mathbf{1}}_{\Delta_i}^T$  correspond bien à un gain global  $glo_{11[0]}$  (défini en (3.33), annexe III.3.B) unitaire pour le code désiré et une interférence (IES et IAM) forcée à zéro (cf (3.34)). Cette solution particulière de forçage à zéro des interférences minimise sous cette contrainte la MSE, réduite à la contribution du bruit (cf (3.35)).

Note : L'annulation exacte de l'interférence en CDMA peut être atteinte sans suréchantillonnage vis à vis du chip ( $S = 1$ ) et avec un seul capteur. Dans ce cas, la profondeur temporelle du détecteur  $P_l$  doit seulement être égale (ou supérieure) à l'étalement du canal  $W_s$ , lorsque  $K \leq \frac{Q}{2}$  ((1.4) est satisfaite). Autrement dit, pour une profondeur de détection égale à l'étalement du canal, on doit avoir un nombre de codes actifs  $K \leq 8$  avec les paramètres du mode TDD de l'UMTS.

*Notons cependant que sans excès de bande ( $r_{off}=0$ ) par rapport à la bande chip  $\frac{1}{T_c}$  et avec un seul capteur, l'annulation exacte de l'interférence à durée finie pour un nombre de codes actifs maximal ( $K = Q$ ) serait impossible, malgré un sur-échantillonnage ( $S > 1$ ).*

#### Complexité du calcul des coefficients:

Le calcul des coefficients est mené à partir de la connaissance du canal, c'est à dire des coefficients  $(\tau_i, \alpha_i^{(l)})$ . L'estimation de canal ([82]) est une tâche importante du récepteur, bien qu'elle ne soit pas évaluée ici, et sa complexité doit être rajoutée aux évaluations proposées. De plus, pour une solution exacte MMSE, il faut une estimation du rapport  $\frac{E_b}{N_0}$  à l'entrée du récepteur.

Une évaluation de complexité de l'obtention des coefficients est proposée en annexe III.1.4, basée sur la formation de  $\underline{\tau}_{(g)}^H$ ,  $\underline{\psi}_{(g)}$ , le calcul de  $K_u$  lignes (une par code désiré) de l'inverse de la matrice définie positive  $\underline{\psi}_{(g)}$  par décomposition de Cholesky et résolutions d'équations, l'application finale de l'équation (1.11).

La complexité totale pour le calcul des coefficients selon l'équation (1.11) est donnée (MMAC/s) par:

	$K_u = 1$			$K_u = 12$		
<i>court</i> , $P=1$	1.5	2.0	2.6	4.9	8.0	11.1
<i>long</i> , $P=0$	32	34	37	64	87	110
<i>long</i> , $P=2$	55	58	62	105	144	183
	L=1	L=2	L=3	L=1	L=2	L=3

Dans les situations bien appropriées avec cette structure (1 seul code désiré  $K_u = 1$ ) et pour des canaux très dispersifs, la part majoritaire du calcul (autour de 90 %) est due à la décomposition de Cholesky de la matrice par blocs non-Toeplitz  $\underline{\psi}_{(g)}$ .

### 1.3 Ts-structure: structure imposée à banc de filtres adaptés

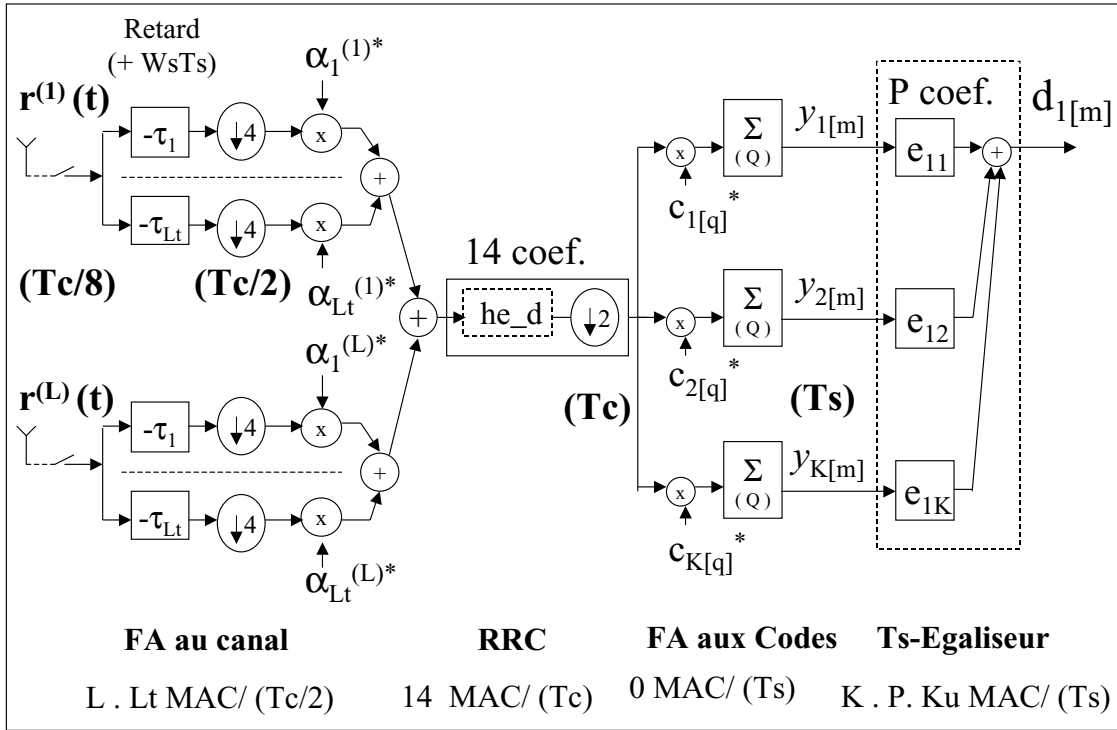


FIG. 1.5 –  $T_s$ -structure (avec  $\gamma_{11[0]} = 1$ )

Cette structure est une approximation tronquée de la structure linéaire théorique, conservant le BFA en tête, suivi par un banc de filtres transverses d'égalisation synchrone (1 échantillon par symbole) à durée finie. Elle est de plus spécifique à un canal à trajets.

#### 1.3.1 Détection avec la $T_s$ -structure

Nous utilisons la commutativité de la convolution pour réordonner le BFA selon la figure 1.5, en utilisant des changements de cadence d'échantillonnage par décimation licite entre les différentes étapes (filtre adapté au canal spatio-temporel, RRC, et corrélation avec les codes). Comme le récepteur Rake, cette structure tire profit de la nature discrète du canal pour calculer le FA au canal avec seulement une multiplication au rythme  $Tc/2$ , par capteur et par trajet, **après compensation quasi-continue de retard**. Les compensations de retard (avances en théorie de  $\tau_i$ ) du FA au canal (Cf paragraphe 2.1.4 partie II) sont obtenues pratiquement avec un retard additionnel égal à  $W_s Ts$ . Après FA au canal, la cadence d'échantillonnage du signal avec seulement 2 points par  $Tc$  est suffisante et est exprimée aux instants "théoriques"  $s \cdot \frac{Tc}{2}$  par (1.12) du moment que la cadence d'entrée est suffisante pour approximer les retards  $\tau_i, i = 1..L_t$  (sur-échantillonnage de 8 sur la figure 1.5):

$$u_{[s]} = \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^{L_t} \alpha_i^{(l)*} \cdot r^{(l)}(t + \tau_i) \Big|_{t=s \cdot \frac{Tc}{2}} \quad (1.12)$$

Note: Evidemment, on pourrait se contenter d'un suréchantillonnage d'entrée égal seulement à  $S = 2$  et réaliser les compensations de retard  $r^{(l)}(t + \tau_i)|_{t=s.\frac{T_c}{2}}$  par interpolation numérique puisque le théorème d'échantillonnage est respecté. La complexité en terme de nombre de multiplications se trouverait alors néanmoins considérablement augmentée.

Le filtre 1/2 Nyquist "RRC" discret  $h_{e_d}$  travaille au rythme  $T_c/2$  en entrée et  $T_c$  en sortie, avec un nombre usuel de coefficients de 14, c'est à dire avec une longueur de réponse impulsionnelle de 7 chips. La sortie à l'instant  $qT_c$  s'écrit:

$$v_{[q]} = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} h_{e_d}[s] \cdot u_{[q-s]} \quad (1.13)$$

Etant donné que les codes complexes sont binaires, les corrélations avec les codes sont simplement réalisées par des additions et soustractions de  $Q$  échantillons durant un temps symbole  $T_s$ . Les échantillons  $y_{k[m]}$  aux instants  $mT_s$  sur la branche  $k$  sont exprimés par:

$$y_{k[m]} = \sum_{q=0}^{+Q-1} c_{k[q]}^* \cdot v_{[mQ+q]} \quad (1.14)$$

où  $Re\{c_{k[q]}\}$  et  $Im\{c_{k[q]}\} \in \{-1; +1\}$ .

Le banc d'égalisation recombine linéairement les sorties  $\{y_{k[m]}\}$  des  $K$  branches après traitement par un banc de filtres transverses  $\{e'_{1k[n]}\}$ ,  $k = 1 \dots K$ . Le nombre de coefficients sur chaque branche de l'égaliseur est noté  $P$ , *amenant, pour un  $P$  donné, à une même profondeur  $P_1 T_s$  de réponse impulsionnelle globale du détecteur que pour la  $T_c$ -structure.* En notation algébrique, la variable de décision  $d_{1[m]}$  est obtenue par un produit scalaire:

$$d_{1[m]} = \frac{1}{\gamma_{11[0]}} \underline{e}_1^T \cdot \underline{y}_{[m]} \quad (1.15)$$

où:

- $\underline{e}_1^T = \gamma_{11[0]} \cdot \underline{e}'_1^T$  contient les coefficients normalisés de l'égaliseur, ordonnés de la manière suivante:  $\underline{e}_1 = [e_{11[-P_1]}, \dots, e_{1K[-P_1]}, \dots, e_{11[+P_2]}, \dots, e_{1K[+P_2]}]^T$ ;
- $\underline{y}_{[m]} = [y_{1[m+P_1]}, \dots, y_{K[m+P_1]}, \dots, y_{1[m-P_2]}, \dots, y_{K[m-P_2]}]^T$ ;
- $P_1 + 1 + P_2 = P$  où  $P_1$  est le nombre de coefficients anticausaux d'une branche de l'égaliseur, correspondant à un retard de  $P_1 T_s$  en pratique. Logiquement,  $P_1$  doit être choisi autour de la partie entière de  $\frac{P}{2}$ , puisque dans la version théorique, le support anticausal de la Ri de l'égaliseur discret est aussi large que le support causal.

Nous avons aussi besoin de définir les vecteurs de taille  $K$  contenant les coefficients des filtres discrets de la  $k$ -ème branche:  $\underline{e}_{1k} = [e_{1k[-P_1]}, \dots, e_{1k[0]}, \dots, e_{1k[+P_2]}]^T$



### Complexité de la détection:

La complexité du BFA ne dépend pas de l'étalement du canal,  $W_s$ , mais uniquement du nombre de trajets,  $L_t$ . Seul l'égaliseur, qui nécessite un traitement moins rapide au temps symbole, dépend de la profondeur du canal  $W_s$  (via l'adaptation de  $P$ ),  $K$  et  $K_u$ . La complexité globale de la détection est:  $M\{LSQ.L_t + 14Q + KPK_u\}$  MAC/trame et est donnée dans la table suivante (MMAC/s) pour différentes valeurs de  $P$  et de  $K_u$ :

	$K_u = 1$			$K_u = 12$		
$court, P=1$	05.9	08.6	11.2	07.7	10.4	13.0
$long, P=8$	07.1	09.7	12.4	21.6	24.3	26.9
	L=1	L=2	L=3	L=1	L=2	L=3

On vérifie que la complexité de détection avec cette structure augmente très peu avec la profondeur d'égalisation.

En pratique, on se contente souvent du filtre anti-repliement analogique en guise de filtre 1/2 Nyquist de réception, quitte à compenser ensuite dans la partie numérique. La pondération par les amplitudes des trajets peut alors se faire au temps chip, avec une complexité de détection  $M\{LQ.L_t + KPK_u\}$  MAC/trame, qui donne (MMAC/s):

	$K_u = 1$			$K_u = 12$		
$court, P=1$	01.5	02.8	04.2	03.3	04.6	06.0
$long, P=8$	02.6	04.0	05.3	17.2	18.5	19.9
$long, P=12$	03.3	04.6	06.0	25.0	26.5	27.8
	L=1	L=2	L=3	L=1	L=2	L=3

Note: lorsque le nombre de codes actifs  $K$  est faible, on pourra aussi avoir intérêt à faire la pondération par les amplitudes complexes conjuguées des trajets au temps symbole au lieu du temps chip ( $LK.L_t$  au lieu de  $LQ.L_t$  multiplications selon les équivalences présentées au paragraphe 2.1.4 partie II), mais avec nécessité alors de dupliquer la corrélation avec les codes pour chaque trajet.

### 1.3.2 Représentation polyphase "de Sylvester" pour la Ts-structure

Les échantillons au temps  $T_s$  du vecteur  $\underline{y}_{[m]}$  s'expriment directement en fonction des symboles à partir de la matrice de filtrage (de Sylvester généralisée)  $\underline{\underline{\tau}}_{(\gamma)}$ , de dimension  $KP \times K(P + 2W_s)$ , et de structure Toeplitz par blocs de taille  $[K \times K]$ :

$$\underline{y}_{[m]} = \underline{\underline{\tau}}_{(\gamma)} \underline{a}_{[m, P+2W_s]} + \underline{\eta}_{[m]} \quad (1.16)$$

avec

$$\underline{\underline{\tau}}_{(\gamma)} \triangleq \begin{bmatrix} \underline{\underline{\gamma}}_{[-W_s]} & \cdots & \underline{\underline{\gamma}}_{[W_s]} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \underline{\underline{\gamma}}_{[-W_s]} & \cdots & \underline{\underline{\gamma}}_{[W_s]} & 0 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \underline{\underline{\gamma}}_{[-W_s]} & \cdots & \underline{\underline{\gamma}}_{[W_s]} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{\gamma}}_{[n]} \triangleq \begin{bmatrix} \gamma_{11[n]} & \cdots & \gamma_{K1[n]} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{1K[n]} & \cdots & \gamma_{KK[n]} \end{bmatrix}$$

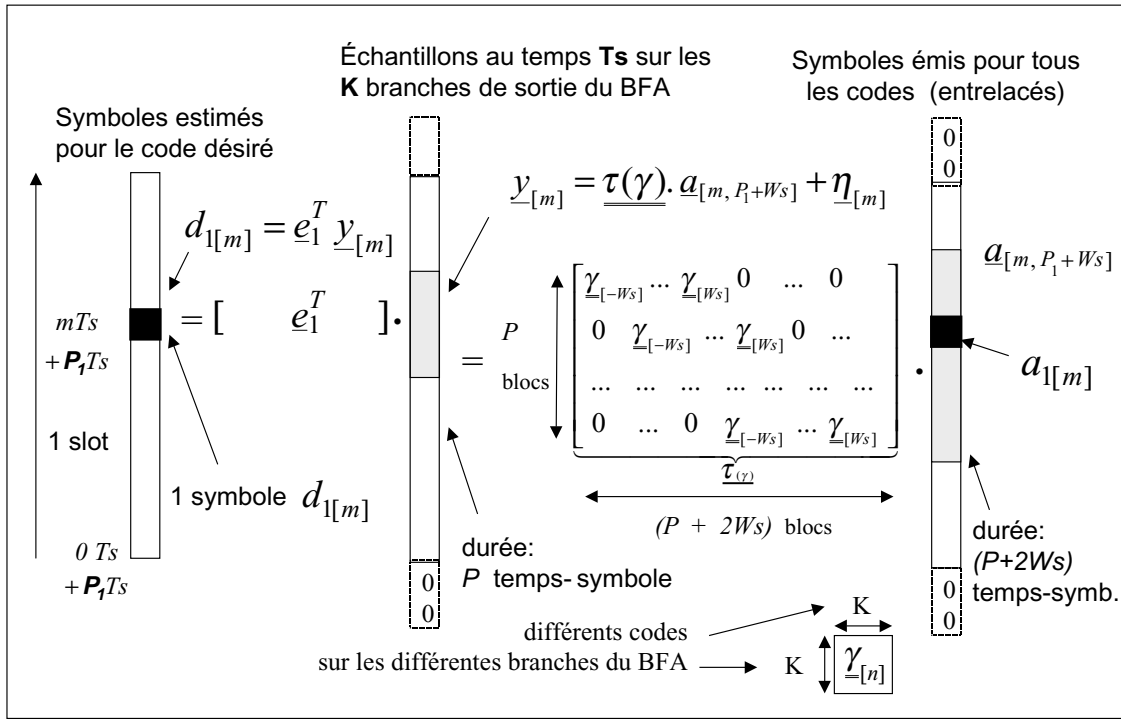


FIG. 1.6 – Symboles émis et échantillons après BFA intervenant dans l'estimation d'un symbole

Le bloc  $\underline{\gamma}_{[n]} = (\gamma_{ik[n]}^H)_{i,k=1..K}$ , correspondant au retard  $nT_s$ , contient ici les intercorrélations au temps symbole entre les  $K$  formes d'ondes globales.

En supposant un BFA exact, la description précédente est suffisante pour déterminer les coefficients, du moment que le bruit  $\underline{\eta}_{[m]}$  a été caractérisé par sa matrice de corrélation, pour une analyse au second ordre. Il est montré en annexe III.3 que:

$$E\{\underline{\eta}_{[m]} \cdot \underline{\eta}_{[m]}^H\} = \left(\frac{2N_0}{T_s}\right) \cdot \underline{\tau}_{tn}(\underline{\gamma}) \quad (1.17)$$

où  $\underline{\tau}_{tn}(\underline{\gamma})$  est une matrice carrée de dimension  $KP \times KP$  obtenue par troncature de  $\underline{\tau}(\underline{\gamma})$ , avec pour premier bloc  $\underline{\gamma}_{[0]}$  (en haut à gauche de la matrice). Elle prend ainsi la forme suivante:

$$\underline{\tau}_{tn}(\underline{\gamma}) = \begin{bmatrix} \underline{\gamma}_{[0]} & \cdots & \underline{\gamma}_{[W_s]} & 0 & \cdots \\ \underline{\gamma}_{[-1]} & \underline{\gamma}_{[0]} & \cdots & \underline{\gamma}_{[W_s]} & 0 \\ \underline{\gamma}_{[-2]} & \underline{\gamma}_{[-1]} & \underline{\gamma}_{[0]} & \cdots & \underline{\gamma}_{[W_s]} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \underline{\gamma}_{[-W_s]} & \cdots & \underline{\gamma}_{[0]} & \underline{\gamma}_{[1]} \\ \cdots & 0 & \underline{\gamma}_{[-W_s]} & \cdots & \underline{\gamma}_{[0]} \end{bmatrix}$$

L'annexe III.3 établit également le lien entre cette représentation polyphase de "Sylvester" et celle utilisée pour la Tc-structure, et permet d'exprimer le vecteur  $y_{[m]}$  en fonction du vecteur d'échantillons reçus  $r_{[m]}$ .

### 1.3.3 Calcul des coefficients par optimisation temporelle

Le vecteur d'égalisation MMSE minimise:

$$(MSE) = E\left\{ \left| \frac{1}{\gamma_{11[0]}} \underline{e}_1^T \underline{y}_{[m]} - a_{1[m]} \right|^2 \right\}$$

La solution de Wiener est telle que:

$$\frac{1}{\gamma_{11[0]}} \underline{e}_1^T \cdot E\{\underline{y}_{[m]} \cdot \underline{y}_{[m]}^H\} = E\{\underline{y}_{[m]}^H \cdot a_{1[m]}\} \quad (1.18)$$

La matrice de corrélation pour le vecteur  $\underline{y}_{[m]}$  s'écrit:

$$\frac{1}{A^2} \cdot E\{\underline{y}_{[m]} \cdot \underline{y}_{[m]}^H\} = \underline{\underline{\tau(\gamma)}} \cdot \underline{\underline{\tau(\gamma)}}^H + \sigma_0^2 \cdot \underline{\underline{\tau_{tn}(\gamma)}}$$

Le vecteur d'intercorrélation entre les sorties du BFA  $\underline{y}_{[m]}$  et le symbole à estimer est:

$$\frac{1}{A^2} \cdot E\{\underline{y}_{[m]}^H \cdot a_{1[m]}\} = \underline{\underline{\gamma}}_{1,P_1}^H \triangleq \underline{\underline{\mathbf{1}}}_\Delta^T \underline{\underline{\tau(\gamma)}}^H$$

avec  $\Delta = K \cdot (P_1 + W_s + k_u)$  (code  $k_u = 1$ ) (1.19)

Le vecteur d'égalisation MMSE dérivée de la solution de Wiener pour la Ts-structure s'écrit alors:

$$\frac{1}{\gamma_{11[0]}} \underline{e}_1^T = \underline{\underline{\mathbf{1}}}_\Delta^T \underline{\underline{\tau(\gamma)}}^H [\underline{\underline{\tau(\gamma)}} \underline{\underline{\tau(\gamma)}}^H + \sigma_0^2 \underline{\underline{\tau_{tn}(\gamma)}}]^{-1} \quad (1.20)$$

Cette solution unique à l'équation (1.18) est toujours bien conditionnée, même en l'absence de bruit ( $\sigma_0^2$ ), du moment que  $\underline{\underline{\tau(\gamma)}}$  est de rang plein  $KP$ , ce qui est généralement vrai. Notons que la symétrie hermitienne des coefficients peut être exploitée lorsque le mobile doit décoder plusieurs ( $K_u$ ) codes désirés.

La **solution "Zero-Forcing approchée"** correspond à remplacer  $\sigma_0^2$  par zéro dans l'équation (1.20). Comme discuté au paragraphe 1.1, à l'exception du cas mono-trajet ( $W_s = 0$ ), cette solution approchée minimise l'interférence mais ne la réduit pas à zéro puisque la matrice  $\underline{\underline{\tau(\gamma)}}$  est plus large que haute ( $KP < K(P + 2W_s)$ ). Elle garantit seulement, pour cette structure imposée particulière, l'amplification minimale du bruit (norme minimale) avec la contrainte première de minimisation de la puissance d'interférence. Ce résultat peut être interprété de la manière suivante: le BFA, suivi par le banc d'échantillonneurs synchrones, ont complètement compacté l'information (en une statistique suffisante pour la détection des symboles ...) sans conserver de degré de liberté. Ainsi, un simple banc d'égalisation transverse linéaire (qui n'est pas le traitement numérique optimal...) travaillant au temps  $T_s$  doit théoriquement avoir une Ri infinie pour inverser le système et annuler l'interférence. Néanmoins, dans la plupart des applications, l'annulation exacte de l'interférence n'est pas requise et cette approximation Zero-Forcing peut être satisfaisante.

Finalement, l'obtention des coefficients nécessite d'inverser la matrice de taille  $KP \times KP$ , Toeplitz par blocs de taille  $[K \times K]$  (ou après avoir ajouté  $\sigma_0^2 \underline{\underline{\tau_{ln}(\gamma)}}$  pour la solution MMSE):

$$\underline{\underline{\phi(\gamma)}} \stackrel{\Delta}{=} \underline{\underline{\tau(\gamma)}} \underline{\underline{\tau(\gamma)}}^H = \begin{bmatrix} \phi_{\underline{[0]}} & \phi_{\underline{[1]}} & \cdots & \phi_{\underline{[P-1]}} \\ \phi_{\underline{[-1]}} & \phi_{\underline{[0]}} & \phi_{\underline{[1]}} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \phi_{\underline{[1]}} \\ \phi_{\underline{[-P+1]}} & \cdots & \phi_{\underline{[-1]}} & \phi_{\underline{[0]}} \end{bmatrix}$$

où  $\phi_{\underline{[n]}} \stackrel{\Delta}{=} (\phi_{ik[n]})$  est le bloc correspondant au retard  $nTs$ , constitué par les résultats de convolutions discrètes:

$$\phi_{ik[n]} = \sum_{j=1}^K \sum_u \gamma_{ji[u]} \cdot \gamma_{jk[n-u]}^H \quad (1.21)$$

Notons encore la symétrie  $\phi_{ik[n]} = \phi_{ki[n]}^H$ .

#### Complexité du calcul des coefficients:

A partir de (1.20), la complexité du calcul des coefficients est proposée en annexe III.4, basée sur la formation de la matrice  $\underline{\underline{\phi(\gamma)}}$  à partir du calcul des  $\gamma_{ik[p]}$  et des  $\phi_{ik[p]}$ , sur la décomposition de Cholesky de  $\underline{\underline{\phi(\gamma)}}$ , et la résolution d'équations pour obtenir les coefficients pour chaque code désiré.

La complexité globale pour le calcul des coefficients à partir de (1.20) ne dépend quasiment pas du nombre de capteurs  $L$  et est donnée, en MMAC/s, par:

	$K_u = 1$	$K_u = 12$
<i>court</i> , $P=1$	0.8	0.9
<i>long</i> , $P=8$	18	28
<i>long</i> , $P=12$	33	56
	L=1 à 3	L=1 à 3

### 1.3.4 Comparaison des complexités des structures Ts- et Tc-

Pour une réponse impulsionnelle globale de même longueur  $P_l$ , la complexité est comparée pour les deux différentes tâches:

- **détection:** pour un grand nombre de codes désirés,  $K_u$ , la Tc-structure est évidemment moins adéquate que la Ts-structure puisque cette dernière conserve la même tête de réception quelque soit le code désiré (même canal, et donc même BFA, en lien descendant). De plus, même pour 1 seul code désiré ( $K_u = 1$ ), la Ts-structure reste avantageuse lorsque le canal a un étalement important, grâce d'une part à la forme "rake" du BFA qui exploite la nature discrète du canal, et d'autre part à la cadence au temps symbole du banc d'égaliseur qui permet des profondeurs importantes d'égalisation avec une complexité raisonnable.

- **calcul des coefficients:** d’abord, nous notons que pour les paramètres du mode TDD de l’UMTS et une “optimisation temporelle” des coefficients relative aux critères ZF ou MMSE, le calcul des coefficients représente une tâche non négligeable, qui peut avoir une complexité du même ordre ou bien supérieure à la complexité de détection des symboles. Là encore, la Ts-structure prend l’avantage grâce à une bien plus petite dimension du système à inverser (degrés de libertés compactés dans la formulation au temps symbole), qui de plus est de forme Toeplitz par bloc.

La complexité globale (détection et calcul des coefficients) de la Tc-structure est:

	$K_u = 1$			$K_u = 12$		
$court, P=1$	2.4	3.8	5.3	16	29	43
$long, P=0$	34	38	44	91	140	190
$long, P=2$	58	64	71	142	218	294
$long, P=8$	187	201	216	382	560	737
	L=1	L=2	L=3	L=1	L=2	L=3

La complexité globale (détection et calcul des coefficients) de la Ts-structure est:

	$K_u = 1$			$K_u = 12$		
$court, P=1$	02.3	03.6	5.0	04.2	05.5	06.9
$long, P=8$	20.6	22.0	23.3	45.2	46.5	47.9
$long, P=12$	36.3	37.6	39.0	81.0	82.5	83.8
	L=1	L=2	L=3	L=1	L=2	L=3

Ainsi, pour le mode TDD de l’UMTS et un canal à étalement important, nous pouvons conclure que la complexité globale est en faveur de la Ts-structure pour une profondeur donnée du détecteur, particulièrement en situation multi-capteur. Néanmoins, avant de conclure sur le meilleur compromis performance / complexité, nous devons vérifier le comportement des détecteurs. En effet, les performances avec la Tc-structure doivent être théoriquement meilleures puisque l’optimisation linéaire pour une profondeur donnée est réalisée sans imposer de structure. De plus, la Tc-structure a la possibilité de réduire l’interférence à zéro.

## 1.4 Calcul des coefficients par approximation fréquentielle

L’optimisation temporelle qui vient d’être décrite est optimale, par définition, pour un nombre donné de coefficients. Cependant nous venons de voir que ce calcul des coefficients était coûteux, bien plus que la détection proprement dite pour le cas particulier de la Tc-structure. C’est pourquoi nous avons envisagé une méthode sous-optimale très simple pour calculer les coefficients: elle consiste à *échantillonner les réponses théoriques en fréquence*

des égaliseurs  $\hat{e}_{1k}(f)$  ou des filtres de la Tc-structure  $\hat{l}_1(f_w)$  avec un pas d'échantillonnage en fréquence  $\Delta f$  inversement proportionnel à la longueur désirée (et ainsi au nombre de coefficients) de leurs réponses impulsionnelles: pour la Ts-structure et la Tc-structure, ce pas  $\Delta f$  sera égal respectivement à:

$$\Delta f_s = \frac{1}{PT_s}, \quad \Delta f_c = \frac{1}{P_l T_s}$$

*Nous reprendrons donc les formules théoriques données dans la partie II.*

Les coefficients des filtres discrets seront obtenus à partir de la Transformée de Fourier Discrète inverse (iDFT). La très faible complexité de cette méthode est due à la très simple formulation des égaliseurs dans le domaine des fréquences. Nous dénommons la méthode *approximation fréquentielle*, car elle opère un échantillonnage en fréquence sans respecter exactement le théorème d'échantillonnage puisque les Ri théoriques de l'égaliseur sont infinies, et nécessitent théoriquement un pas fréquentiel  $\Delta f$  infiniment petit. Néanmoins, on peut espérer une approximation correcte étant donné que l'étalement de spectre et le BFA réduisent la sélectivité en fréquence du canal.

Les prochains paragraphes décrivent avec plus de précision la méthode et sa complexité. Nous commençons avec la Ts-structure puisque la méthode utilisée pour la Tc-structure est simplement une adaptation de celle utilisée pour la Ts-structure.

### 1.4.1 Approximation fréquentielle pour la Ts-structure

Les réponses en fréquences théoriques des filtres discrets sur les différentes branches  $k = 1 \dots K$ , obtenues en Zero-Forcing par l'équation (2.33) partie II, sont maintenant notées  $\hat{e}_{1k}^0(f)$  lorsqu'il n'y a pas de retard d'estimation, c'est à dire lorsque  $P_1 = 0$ . La réponse  $\hat{e}_{1k}^0(f)$  correspond, pour chaque fréquence  $f$  de la bande symbole  $]-\frac{1}{2T_s}; +\frac{1}{2T_s}]$ , au motif de la première ligne (pour le code désiré numéro 1) et de la  $k$ -ème colonne de l'inverse de la matrice inter-spectrale,  $\underline{\underline{\Gamma}}(f)^{-1}$ :

$$\hat{e}_{1k}^0(f) = \mathbf{1}_1^T [\underline{\underline{\Gamma}}(f)]^{-1} \mathbf{1}_k \quad (1.22)$$

Nous décrivons la méthode pour le critère Zero-Forcing mais elle est aussi valide pour le critère MMSE (II.2.41) en substituant simplement  $\underline{\underline{\Gamma}}(f)$  par  $(\underline{\underline{\Gamma}}(f) + (\frac{N_0}{2B_b}) \cdot \underline{\underline{I}}_K)$ . L'expression théorique de l'égaliseur, sans approximation, a un nombre infini de coefficients. Chaque coefficient est obtenu par Transformée de Fourier inverse:

$$e_{1k[n]}^{theo} = T_s \cdot \int_{\frac{1}{T_s}} \hat{e}_{1k}^0(f) \cdot e^{+j2\pi f n T_s} df \quad \text{pour } n = -\infty, \dots, +\infty$$

avec la formule directe duale, exprimant la TF d'une suite discrète:

$$\hat{e}_{1k}^0(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e_{1k[n]}^{theo} \cdot e^{-j2\pi f n T_s}$$

L'approximation fréquentielle consiste à échantillonner les expressions théoriques en fréquence des filtres égaliseurs  $\hat{e}_{1k}(f)$  avec un échantillonnage en fréquence  $\Delta f_s = \frac{1}{PT_s}$ , amenant à  $P$  échantillons dans la bande symbole. Les  $P$  coefficients temporels  $e_{1k[n]}$ ,  $n = -P_1, \dots, 0, \dots, P_2$ , avec le choix d'un retard d'estimation  $P_1$ , sont alors calculés par iDFT, amenant aux coefficients suivants:

$$e_{1k[n-P_1]} = SQ \cdot \sum_{p=0}^{P-1} \hat{e}_{1k}\left(\frac{p}{PT_s}\right) \cdot e^{+j2\pi n \frac{p}{P}} \quad \text{pour } n=0, \dots, +P-1 \quad (1.23)$$

où

$$\hat{e}_{1k}\left(\frac{p}{PT_s}\right) = \hat{e}_{1k}^0\left(\frac{p}{PT_s}\right) \cdot e^{-j2\pi p \frac{P_1}{P}}$$

représente les échantillons de la réponse en fréquence de la  $k$ -ème branche de l'égaliseur, pour un retard  $P_1$  non nul (exprimé en Ts).

La limitation du support de la réponse impulsionnelle discrète  $e_{1k[n]}$  n'est pas simplement une troncature de la réponse théorique  $e_{1k[n]}^{theo}$  mais souffre de repliement temporel, ce qui est une conséquence directe du théorème d'échantillonnage:

$$e_{1k[n]} = \sum_{u=-\infty}^{+\infty} e_{1k[n-uP]}^{theo} \quad \text{pour } n = -P_1, \dots, +P_2$$

Les équations (1.22) et (1.23) montrent que le calcul des coefficients nécessite de considérer un système de (et d'inverser séparément)  $P$  matrices de petite dimension  $K \times K$  au lieu d'une matrice unique de taille  $KP \times KP$  dans la solution exacte par optimisation temporelle.

En utilisant la notation matricielle de l'opérateur TFD, les coefficients sont obtenus par:

$$\underline{e}_{1k} = SQ \cdot \underline{DFT}_{[P, P_1]}^{-1} \cdot \hat{e}_{1k}^0 \quad (1.24)$$

où:  $\underline{DFT}_{[P, P_1]} = (e^{-j2\pi \frac{in}{P}} \cdot e^{+j2\pi \frac{nP_1}{P}})$  pour  $i=0..P-1$ ,  $n=0..P-1$

et  $\hat{e}_{1k}^0 = [\hat{e}_{1k}^0(\frac{0}{PT_s}), \hat{e}_{1k}^0(\frac{1}{PT_s}), \dots, \hat{e}_{1k}^0(\frac{P-1}{PT_s})]^T$ .

Afin d'alléger les notations, définissons les fréquences discrètes  $f_{p,q}$  où  $q$  est l'indice de la bande symbole et  $p$  l'indice de la fréquence discrète dans la bande symbole:

$$f_{p,q} = p \cdot \Delta f + q \cdot \frac{1}{T_s}, \quad \text{pour } q = -Q_{r/2}, \dots, +Q_{r/2}$$

Avec,

pour la Ts-structure:  $p = 0, \dots, P - 1$ ; *puisque*  $\Delta f = \Delta f_s$

pour la Tc-structure:  $p = 0, \dots, P_l - 1$ ; *puisque*  $\Delta f = \Delta f_c$

### Complexité du calcul de coefficients:

A partir de (1.24), le calcul des coefficients pour les  $K$  branches et les  $K_u$  codes désirés, détaillé en annexe, est basé sur la formation des réponses en fréquence large-bande  $|\hat{h}(f_{p,q})|^2$ , des  $P$  matrices dans la bande symbole  $\underline{\underline{\Gamma}}(p.\Delta f)$ , des  $K_u$  lignes de  $\underline{\underline{\Gamma}}(p.\Delta f)^{-1}$  obtenues par décomposition de Cholesky, des  $K_u \times K$  iDFT.

La complexité totale du calcul de coefficients à partir de (1.24) augmente très peu avec le nombre de capteurs  $L$ , le nombre de codes désirés  $K_u$ . Elle est quasi-linéaire avec la profondeur  $P$ , mais a une forte augmentation avec le nombre de codes actifs  $K$ .

	$K_u = 1$			$K_u = 12$		
<i>court</i> , $P=1$	0.19	0.21	0.22	0.20	0.21	0.23
<i>long</i> , $P=8$	1.64	1.75	1.85	2.06	2.17	2.27
<i>long</i> , $P=12$	2.51	2.67	2.83	3.46	3.62	3.78
	L=1	L=2	L=3	L=1	L=2	L=3

La méthode d'approximation fréquentielle a ainsi une complexité globale extrêmement réduite par rapport à la méthode d'optimisation temporelle. De plus, la tâche de calcul des coefficients devient ainsi négligeable par rapport à celle de détection proprement dite.

### 1.4.2 Approximation fréquentielle pour la Tc-structure

Pour la Tc-structure, la détermination des  $L$  filtres discrets  $l_1^{(l)}$   $l=1\dots L$  par approximation fréquentielle consiste à calculer les  $N_{Tc} = P_l.SQ$  coefficients (par capteur) à partir des  $N_{Tc}$  échantillons en fréquence des fonctions de transfert des filtres  $\hat{l}_1^{(l)0}$  :

$$l_1^{(l)} = \underline{\underline{DFT}}_{[P_l, P_{l1}]}^{-1} \cdot \hat{l}_1^{(l)0} \quad (1.25)$$

Le pas d'échantillonnage en fréquence  $\Delta f_c = \frac{1}{P_l T_s}$  fixe le pas entre les fréquences discrètes  $f_{p,q}$ . Pour une profondeur  $P_l$  donné, ce pas est plus fin que celui utilisé pour le calcul des coefficients de l'égaliseur de la Ts-structure, ce qui devrait assurer une meilleure approximation. Le paragraphe précédent a montré qu'il était très simple d'obtenir les réponses en fréquence des égaliseurs. Aussi, nous calculons  $\hat{l}_1^{(l)0}(f_{p,q})$  à partir de  $\hat{e}_{1k}^0(\frac{p}{P_l T_s})$ :

$$\hat{l}_1^{(l)0}(f_{p,q}) = \frac{1}{\gamma_{11[0]}} \cdot \sum_{k=1}^K \hat{e}_{1k}^0\left(\frac{p}{P_l T_s}\right) \cdot \hat{g}_k^{(l)*}(f_{p,q}) \quad p=0, \dots, P_l-1; \quad q=-Q_{r/2}, \dots, +Q_{r/2}$$

Cette dernière expression peut être dérivée de l'équation (2.32) partie II; elle exprime simplement la périodicité en  $\frac{1}{T_s}$  de la réponse en fréquence  $\hat{e}_{1k}(f)$ ,  $k=1, \dots, K$ , et la réduction du schéma de la Ts-structure théorique en un unique filtre fractionné large-bande  $\hat{l}_1^{(l)}(f_w)$ . Dans l'expression de la réponse en fréquence, la seule part qui est spécifique au capteur ( $l$ ) est le filtre adapté au canal, ce qui apparait dans l'expression suivante:

$$\hat{l}_1^{(l)0}(f_{p,q}) = \frac{1}{\gamma_{11[0]}} \cdot \hat{h}^{(l)*}(f_{p,q}) \cdot \sum_{k=1}^K \{(\hat{h}_e^*(f_{p,q}) \cdot \hat{c}_k^*(f_{p,q}))\} \cdot \hat{e}_{1k}\left(\frac{p}{P_l T_s}\right)$$



Complexité du calcul des coefficients:

A partir de (1.25), le calcul des coefficients, détaillé en annexe III.4, est basé sur la formation des échantillons des réponses en fréquence large-bande  $\hat{l}_{k_u}^{(l)}(f_{p,q})$  à partir des égaliseurs  $\hat{e}_{k_u,k}^0(\frac{p}{PT_s})$  (bande-symbole), puis sur des calculs d'iDFT.

La complexité globale pour calculer les coefficients à partir de (1.25), en utilisant la FFT, est de l'ordre de:

	$K_u = 1$			$K_u = 12$		
<i>court</i> , $P=1$	0.25	0.33	0.40	0.7	1.2	1.7
<i>long</i> , $P=2$	0.6	0.8	1.1	2.6	4.8	7.0
<i>long</i> , $P=8$	2.1	2.7	3.4	6.5	11.1	15.8
	L=1	L=2	L=3	L=1	L=2	L=3

Cette complexité est finalement légèrement supérieure à celle de la Ts-structure avec une approximation fréquentielle, mais est très inférieure à celle obtenue par optimisation temporelle. Comme pour la Ts-structure, la complexité augmente légèrement avec le nombre de capteurs  $L$ , le nombre de codes désirés, mais est quasiment linéaire avec la profondeur d'égalisation  $P$ , et augmente beaucoup avec le nombre total de codes actifs  $K$ .

Aussi, pour une profondeur globale de détection donnée, le calcul des coefficients par approximation fréquentielle avec la Tc-structure a une complexité globale très peu coûteuse par rapport à la méthode d'optimisation temporelle et demeure négligeable par rapport à l'opération de détection des symboles proprement dite.

### 1.4.3 Résultats de simulation avec les 2 structures

Les performances qui vont être décrites ne sont évidemment pas à prendre comme références absolues. Pour tenter d'y arriver, il aurait fallu faire des simulations sur un très grand nombre de réalisations de canaux, pour différents modèles ... Le but ici est plutôt de donner un exemple qui illustre bien le comportement des deux structures. Précisons que les traits dégagés seront retrouvés à nouveau et complétés dans le chapitre suivant où les Tc- et Ts-structures serviront de références.

Pour les simulations, nous avons utilisé une réalisation particulière du modèle vehicular B, avec les amplitudes des 6 trajets égales à  $[-2.5; 0; -12; -6; -16; -16 \text{ dB}]$ , et les phases à  $[0^\circ; -90^\circ; +90^\circ; -36^\circ; -180^\circ; +90^\circ]$  et  $[+90^\circ; +90^\circ; -36^\circ; -180^\circ; +180^\circ; 0^\circ]$ , respectivement pour le premier et le deuxième capteur, ce qui constitue une réalisation plutôt difficile en terme d'interférence pour ce modèle. Rappelons que l'étalement temporel de ce canal est grand, atteignant pratiquement  $W_s = 5$  symboles. Nous avons utilisé 12 codes actifs et un seul code désiré. Les résultats sont présentés en fonction de  $P$ , paramétrant la longueur du détecteur. Rappelons que  $(P - 1)Ts$  est le surplus, relativement au BFA, de la durée de la Ri du détecteur, égale à  $P_l Ts$ , où  $P_l = P + W_s$ .

La figure 1.7 trace l'inverse du SINR de sortie, noté INSR, obtenu avec la Tc-structure et la Ts-structure, avec un seul capteur de réception, ce qui représente le cas où le détecteur a le plus besoin de profondeur. Les résultats sont donnés en ZF et en MMSE avec optimisation temporelle ou approximation fréquentielle, et pour deux rapports  $\frac{E_b}{N_0}$ , respectivement 30 dB et 10 dB. La figure 1.8 trace les résultats avec 2 capteurs en réception et un critère MMSE. Le calcul des performances est mené de manière analytique (à partir de la connaissance du canal et des filtres synthétisés pour la réception), selon les formules décrites en annexe III.3.B. Nous avons aussi mené une vérification approximative de l'EQM sur les constellations obtenues en simulant la chaîne de communication.

**D'abord, avec l'optimisation temporelle** (notée "tp" sur les figures):

pour le critère **Zero-Forcing** et un seul capteur de réception, la **Tc-structure** avec courte profondeur  $P_l$  peut réaliser une inversion exacte, du moment que  $P_l \geq 3$  (en accord avec l'équation (1.4)) mais l'amplification du bruit est très forte, par exemple 26 dB pour  $P = 0$ , c'est à dire  $P_l = W_s = 5$ . Pour comparaison, l'amplification du bruit pour l'égaliseur ZF théorique à durée infinie (calculée à partir des formules de la partie II) est seulement autour de 2.5 dB, amenant à un INSR autour de -30.5 dB lorsque  $\frac{E_b}{N_0} = 30dB$ . Les performances théoriques sont approchées pour  $P \geq 2W_s$ . De plus, la détection en Zero-Forcing avec la Tc-structure est très sensible au choix du retard,  $P_{l_1}$ , et nous traçons seulement les meilleurs résultats, obtenus pour des valeurs  $P_{l_1}$  comprises entre 1 et  $W_s$  symboles. L'étude théorique de la partie II permet de comprendre le besoin de retard puisque le BFA de la structure théorique est anticausal à raison de  $W_s + 1$  symboles.

**Pour le critère MMSE**, la **Tc-structure** se rapproche par contre des performances théoriques pour de très courtes profondeurs, par exemple  $P = 2$ ; elle est beaucoup moins sensible au retard, fixé ici égal à  $P_{l_1} = 1$ .

Le comportement avec la **Ts-structure** est similaire quelque soit le critère, avec une assez faible amplification du bruit grâce au BFA, mais avec une interférence résiduelle comme nous pouvons le constater en situation de fort  $\frac{E_b}{N_0}$ . L'amplification du bruit, autour de 2 dB, n'est pas visualisée directement ici mais on pourra consulter les figures 2.10 à 2.14 du chapitre suivant à titre d'exemple. La diminution de l'interférence résiduelle vers une valeur négligeable, par exemple 20 dB en dessous de la puissance utile, nécessite une importante profondeur  $P$ , de l'ordre du double ( $2W_s$ ) de la profondeur du canal pour 1 seul capteur de réception. Néanmoins, cette interférence résiduelle est moins gênante en situation de faible  $\frac{E_b}{N_0}$ , même si les performances restent un peu moins bonnes que pour la Tc-structure.

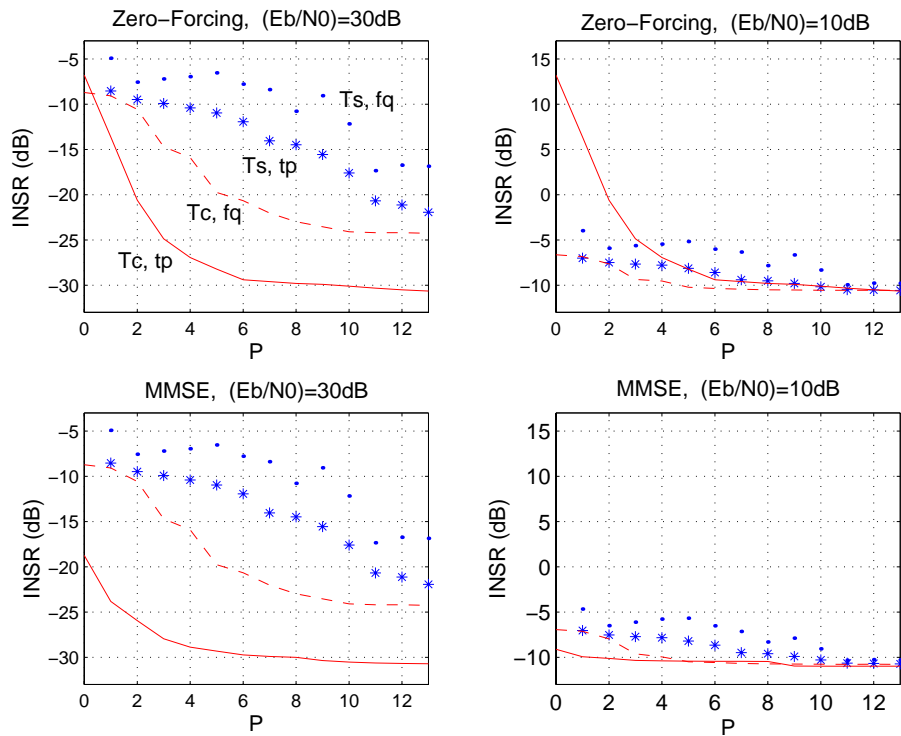


FIG. 1.7 – Performances de la  $T_c$ - et  $T_s$ -structure avec un long canal ( $W_s = 5$ ), un seul capteur de réception, 12 codes, pour des critères Zero-forcing et MMSE

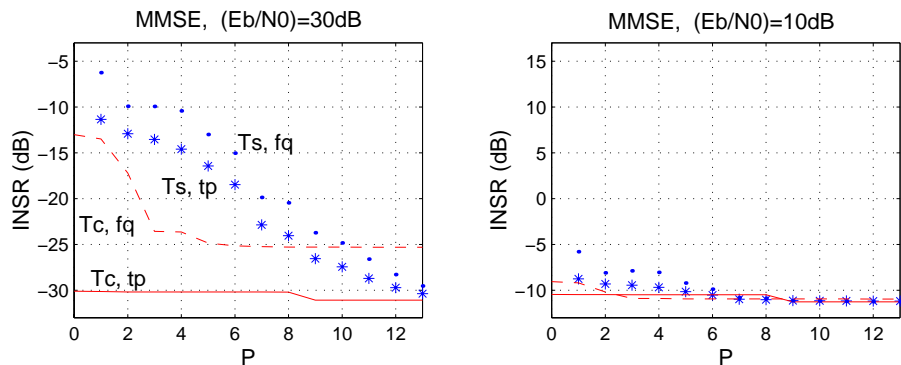


FIG. 1.8 – Performances de la  $T_c$ - et  $T_s$ -structure avec un long canal ( $W_s = 5$ ), deux capteurs de réception, 12 codes, pour des critères MMSE

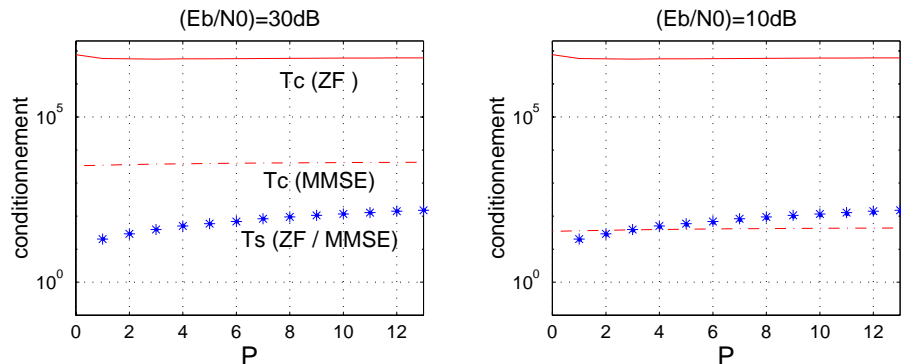


FIG. 1.9 – Conditionnement de l'inversion matricielle de calcul des coefficients par optimisation temporelle pour la  $T_c$ - et  $T_s$ -structure avec optimisation temporelle pour un long canal ( $W_s = 5$ ), un seul capteur de réception, 12 codes

Pour un INSR donné, la Ts-structure conserve tout de même l'avantage en terme de complexité, même si la profondeur requise est bien supérieure. Par exemple avec un seul capteur, 20 MMAC/s (45 MMAC/s pour 12 codes désirés) pour  $P = 8$  avec la Ts-structure, contre 34 MMAC/s pour un seul code désiré (90 MMAC/s pour 12 codes désirés) et  $P = 0$  avec la Tc-structure. Souvenons nous que le banc de filtres transverses requiert seulement  $P.K$  coefficients dans la Ts-structure contre  $(P + W_s).2Q$  coefficients dans la Tc-structure. Cette différence est encore plus marquée en situation multi-capteurs.

Avec 2 capteurs en réception (figure 1.8) en MMSE, nous notons un comportement similaire, mais la profondeur requise pour la Ts-structure est moins importante qu'avec un seul capteur. Par exemple, on obtient de bons résultats seulement avec  $P > W_s$  en situation de fort rapport  $\frac{Eb}{N_0}$ . Pour les faibles rapport  $\frac{Eb}{N_0}$ , les performances de la Ts-structure sont vraiment proches de celles de la Tc-structure.

En ce qui concerne l'**approximation fréquentielle** (notée "fq" sur les figures): les résultats sont décevants avec la Tc-structure pour de faibles valeurs de  $P$ . Par exemple, avec un seul capteur, la diminution de l'interférence résiduelle a une valeur négligeable nécessite une valeur de  $P > W_s$  au lieu de  $P = 0$  dans l'optimisation temporelle. Malheureusement, la complexité de la détection dépend fortement de la profondeur  $P$ . Au contraire, l'approximation fréquentielle peut-être attractive avec la Ts-structure puisque la profondeur d'égalisation requise  $P$  est très peu augmentée par rapport à l'optimisation temporelle. C'est particulièrement vrai avec 2 capteurs où la profondeur requise est de  $P = 7$  au lieu de  $P = 6$  dans l'optimisation temporelle. De plus, la complexité de la détection augment très peu avec  $P$  dans la Ts-structure.

La **figure 1.9** représente le conditionnement (racine carrée du rapport entre les valeurs singulières maximale et minimale de la matrice à inverser) relevant du calcul des coefficients, avec optimisation temporelle. Si ce conditionnement est mauvais (valeur très grande), il nécessitera une très grande précision finie (nombre de bits) durant le calcul de l'inversion matricielle. Cette figure montre le grand avantage de la Ts-structure en situation de fort  $\frac{Eb}{N_0}$  en terme de conditionnement, puisque la matrice  $\underline{\underline{\tau_{(\gamma)}}}$  à pseudo-inverser est toujours bien conditionnée.

#### 1.4.4 Conclusion concernant les 2 structures

Nous venons d'étudier la complexité et le comportement de deux structures pratiques (Ri à durée finie) de détection "antagonistes" multi-capteur multi-utilisateur avec des critères Zero-Forcing et MMSE. Leur comportement a été introduit au travers d'un exemple, mais sera encore illustré par d'autres exemples dans le chapitre suivant.

Pour de très larges profondeurs de détection, les deux structures tendent vers les mêmes performances. Pour une profondeur plus courte, la Tc-structure est une structure linéaire libre qui a de meilleures performances. Sous un critère Zero-Forcing, elle réalise une an-

nulation exacte d'interférence, mais avec une forte amplification du bruit (par rapport à la structure optimale théorique ZF) si la profondeur de détection est très courte. Sous un critère MMSE, la Tc-structure est capable, avec une très petite profondeur (légèrement supérieure à la profondeur du canal), d'obtenir une performance comparable à celle du détecteur théorique (*i.e.* à durée infinie) MMSE. Néanmoins cette structure est très coûteuse en nombre de multiplications/seconde, principalement à cause de l'“optimisation temporelle” des coefficients. L'“approximation fréquentielle” des coefficients diminue la complexité mais avec des résultats malheureusement décevants pour cette structure.

Au contraire, la Ts-structure présente un tout autre comportement: elle nécessite une profondeur supérieure pour diminuer l'interférence résiduelle, mais contrôle toujours l'amplification du bruit.

En considérant à la fois la performance et la complexité, la Ts-structure semble globalement plus avantageuse, en particulier pour un canal à fort étalement et une réception multicapteur, en situation de bruit non négligeable (rapport  $\frac{Eb}{N_0}$  inférieur à 15 dB par exemple). De plus, le calcul des coefficients par approximation fréquentielle réduit encore la complexité en préservant des performances assez proches.

La Tc-structure sera préférée pour des canaux courts, ou lorsque les trajets sont nombreux, pas résolus, ou encore pour une réponse impulsionnelle de canal continue.

Pour les situations de fort  $\frac{Eb}{N_0}$ , on regrette toutefois la complexité élevée de la Tc-structure et l'interférence résiduelle apparente de la Ts-structure. Ce dernier commentaire va guider la recherche de nouvelles structures dans le chapitre suivant.

# Chapitre 2

## Nouvelles structures linéaires intermédiaires

### 2.1 Caractéristiques souhaitées pour de nouvelles structures

#### Inconvénients de la Tc-structure (vs Ts):

- 1<sup>o</sup> inconvénient: la Tc-structure effectue tous ces traitements sur les échantillons à la cadence la plus rapide  $Tc/S$  au lieu d'en effectuer une partie sur des échantillons au temps symbole obtenus après corrélation avec les codes (ne nécessitant que des additions et des soustractions). Ainsi, elle n'exploite pas la nature à trajets discrets du canal de propagation ni les propriétés de corrélation des signaux CDMA, pour diminuer la complexité. On peut aussi rajouter que l'absence d'étape de corrélation avec les codes ne lui assure pas une bonne immunité vis à vis des "canaux" auxiliaires (non pris en compte dans notre modèle).
- 2<sup>o</sup> inconvénient: l'obtention des coefficients dans la Tc-structure repose sur l'"inversion" d'un système linéaire de transfert très large décrit au temps sous-chip et mal conditionné, entraînant une complexité prohibitive.
- 3<sup>o</sup> inconvénient: en situation multi-code (plusieurs des  $K$  codes actifs sont associés à l'utilisateur désiré), la Tc-structure doit être dupliquée autant de fois qu'il y a de codes désirés à décoder, alors que seule la partie au temps symbole doit être dupliquée dans la Ts-structure.

**Point faible de la Ts-structure:** impossibilité théorique d'annuler complètement l'interférence pour une profondeur finie  $P$  de l'égaliseur transverse, contrairement à la Tc-structure. Cet inconvénient découle directement des avantages précédemment cités: le banc d'égaliseur au temps symbole travaille sur une information complètement compactée qui ne comporte plus assez de degrés de liberté pour que l'"inversion" exacte du système soit possible. En pratique, l'annulation complète de l'interférence n'est pas utile du moment que le résidu est faible par rapport à la contribution de l'utile ou du bruit. Cette situation apparaît généralement pour une profondeur  $P$  deux ou trois fois supérieure à la durée du canal et la Ts-structure demeure attractive. Néanmoins, rien n'est garanti théoriquement et on ne peut pas savoir à l'avance la profondeur nécessaire...

**Le but des nouvelles structures** est de chercher à préserver les deux caractéristiques intéressantes qui s'excluent dans la Ts- et Tc-structure: la potentialité d'annuler exactement l'interférence, et l'utilisation de corrélations avec les codes pour effectuer une partie des traitements au temps symbole. Pour cela, le passage au temps symbole doit conserver suffisamment de degrés de liberté pour permettre de résoudre un système à  $K(2W_s + P)$  contraintes lorsque  $P + W_s$  est la profondeur globale du détecteur (Cf discussion 1.1).

Les deux premières catégories de structures proposées (Ts/FAQ-structure et les Ts/RIxx-structures) généralisent la Ts-structure, en augmentant, pour une même profondeur  $P$  d'égalisation (et donc un même nombre de contraintes), le nombre de branches de traitement au temps symbole issues du "BFA".

La Ts/FAQ-structure travaille avec  $Q$  branches au temps symbole au lieu de  $K$ , en utilisant les branches de FA associées à tous les codes possibles, y compris aux  $Q - K$  codes non actifs.

Les Ts/RIxx-structures réalisent 2 BFA au lieu d'un seul en tête de réception, mais les filtres ne sont adaptés que partiellement (et en complément d'un groupe à l'autre) aux formes d'ondes. Ainsi, au lieu de réaliser une recombinaison complète de trajets et d'espace dans le banc de filtre adapté complet, la recombinaison n'est réalisée qu'indirectement par l'intermédiaire de 2 bancs d'égalisation. Ces structures à Recombinaison Indirecte de Trajets ou d'espace, nommées respectivement Ts/RIT-structure et Ts/RIS-structure, permettent d'obtenir un jeu de  $2KP$  coefficients dans les bancs d'égalisation au lieu de  $KP$  coefficients dans la Ts-structure. Cette différence rend possible la résolution du système lorsque  $P \geq 2W_s$ .

La dernière structure proposée, nommée Ts/Tc-structure, est une structure imposée équivalente à la solution optimale à durée finie de la Tc-structure (critère ZF ou MMSE) dans le cas spécifique d'un canal à trajets multiples. A la différence des structures précédentes, on n'a pas ici simplement un "BFA" en tête suivi de "banc de filtres transverses" au temps symbole. Les deux organes sont complétés (sans être doublés) par des moyens qui ne sont plus des filtres, pour prendre en compte au mieux la nature à durée finie du traitement. Si la décomposition en deux étapes (large-bande et temps symbole) est immédiate en regardant la solution "indirecte" de la Tc-structure (équation (1.11)), la mise en oeuvre à faible complexité du complément de BFA, rendant cette structure fort attractive, ne nous est apparue que très tardivement...

Précisons enfin que les structures Ts/FAQ-, Ts/RIT-, et Ts/Tc- sont utilisables en situation mono ou multi-capteur, contrairement à la Ts/RIS-structure qui a besoin nécessairement des degrés de liberté apportés par les différents capteurs.

## 2.2 Ts/FAQ-Structure: banc de filtres adaptés aux $Q$ formes d'ondes

Le BFA de la Ts-structure compacte l'information au temps symbole sur  $K$  branches associées aux seuls codes actifs. La Ts/FAQ-structure complète simplement la tête de réception en mettant en place les  $Q - K$  branches associées aux codes non actifs, c'est à dire en "projetant" l'information sur les  $Q$  formes d'ondes possibles du système. On sait que lorsqu'on considère l'ensemble ("durée infinie") des échantillons, ceux issus des  $Q - K$  branches n'apportent théoriquement aucune information supplémentaire. Mais là encore, ce n'est plus le cas à durée finie, à moins d'un canal mono-trajet qui induirait des échantillons nuls sur ces branches pour des codes orthogonaux.

Le banc d'égalisation utilise alors  $Q$  branches de filtres transverses au temps symbole de  $P$  coefficients chacun, permettant pour  $P \geq \frac{2KW_s}{Q-K}$  la pseudo-inversion de la matrice de filtrage  $\underline{\underline{\tau_{(\gamma_c)}}}$  de taille  $QP \times K(P + 2W_s)$ , avec des blocs de taille  $[Q \times K]$ :

$$\underline{\underline{\tau_{(\gamma_c)}}} \triangleq \begin{bmatrix} \underline{\underline{\gamma_c}}_{[-W_s]} & \cdots & \underline{\underline{\gamma_c}}_{[W_s]} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \underline{\underline{\gamma_c}}_{[-W_s]} & \cdots & \underline{\underline{\gamma_c}}_{[W_s]} & 0 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \underline{\underline{\gamma_c}}_{[-W_s]} & \cdots & \underline{\underline{\gamma_c}}_{[W_s]} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{\gamma_c}}_{[n]} \triangleq \begin{bmatrix} \gamma_{11[n]} & \cdots & \gamma_{K1[n]} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{1K[n]} & \cdots & \gamma_{KK[n]} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{1Q[n]} & \cdots & \gamma_{KQ[n]} \end{bmatrix}$$

Le bloc  $\underline{\underline{\gamma_c}}_{[n]}$ , correspondant au retard  $nTs$ , contient ici les intercorrélations au temps symboles  $\gamma_{ik[n]}$ , pour  $i = 1..K$ ,  $k = 1..Q$ . La corrélation du bruit au temps symbole sur les  $Q$  branches dépend de la matrice  $\underline{\underline{\tau_{tn}(\gamma_c)}}$  de dimension  $QP \times QP$ , caractérisée en annexe III.3.A.

Notons que nous avons supposé implicitement que le nombre de codes actifs n'est pas maximal ( $K < Q$ ). Dans ce cas, on pourrait aussi ne rajouter qu'une partie des codes non actifs, avec un nombre de branche  $Q' < Q$ .

Le vecteur de taille  $QP$  contenant tous les coefficients pour estimer les symboles relatifs au code  $k_u = 1$  sont obtenus par des formules similaires à celles que nous décrirons pour les Ts-RIT structures, soit par les équations (2.5), (2.6), (2.7) en remplaçant  $\underline{\underline{\tau_{(\gamma_t)}}}$  et  $\underline{\underline{\tau_{tn(\gamma_{tt})}}}$  par leurs équivalents  $\underline{\underline{\tau_{(\gamma_c)}}}$  et  $\underline{\underline{\tau_{tn(\gamma_c)}}}$ , et en corrigeant la condition sur  $P$  pour l'obtention de la solution Zero-Forcing exacte.



## 2.3 Structures à Recombinaison Indirecte

### 2.3.1 Ts/RIT-Structure: recombinaison indirecte des trajets ou Ts-structure fractionnée à pas irrégulier

#### ★ Structure

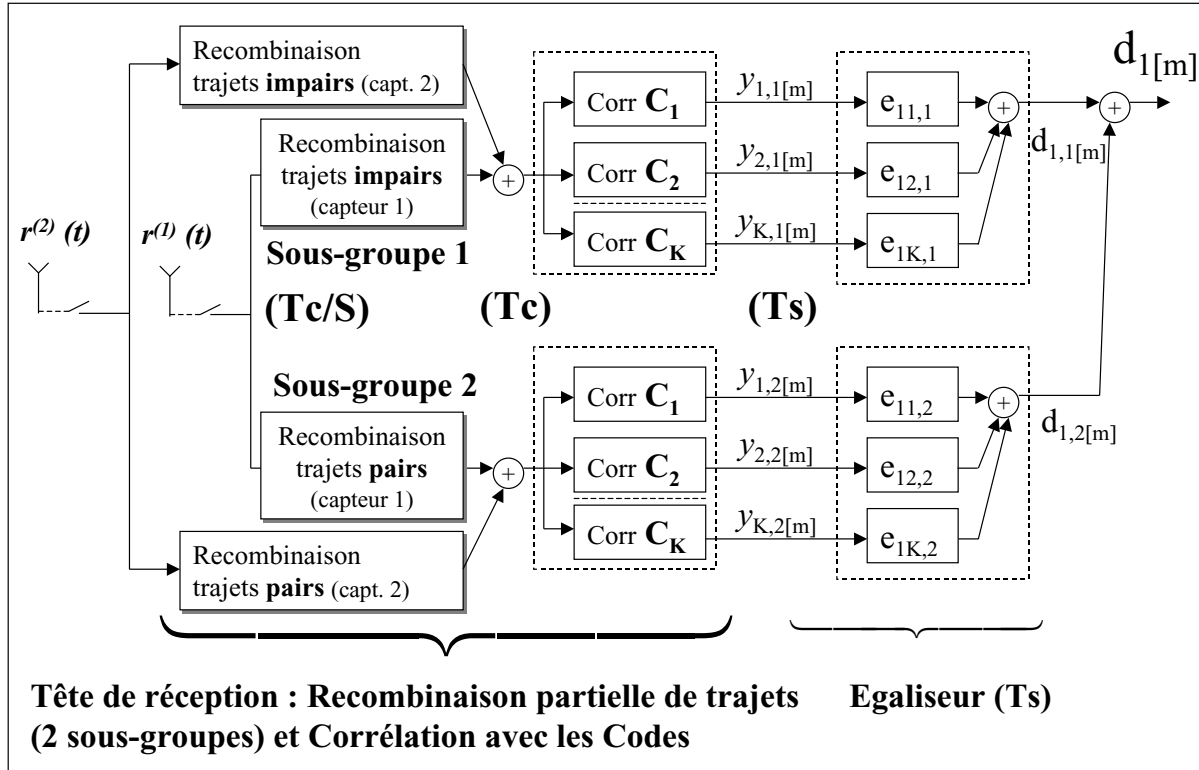


FIG. 2.1 – Synoptique de la Ts/RIT-Structure

La Ts/RIT-structure est constituée d'une tête de réception large-bande à  $2K$  branches et d'un banc d'égaliseur au temps symbole à  $2K$  filtres discrets transverses  $\{e_{1k,1}\}$  et  $\{e_{1k,2}\}$ ,  $k = 1..K$ , de  $P$  coefficients chacun. La tête de réception ne réalise pas un banc de filtre adapté complet comme dans la Ts-structure (opérant la recombinaison directe des  $L_t$  trajets et des  $L$  capteurs en un seul groupe, pour chacun des  $K$  codes) mais une recombinaison des trajets en deux sous-groupes d'indice  $g_t = 1$  et  $g_t = 2$ , ce qui permet d'obtenir  $2K$  branches (2 branches par code actif) délivrant les échantillons  $\{y_{k,g_t}[m]\}$  au temps symbole. Ainsi, le canal à trajets multiples est décomposé en deux canaux (ou voies) d'indices " $g_t$ " se partageant les  $L_t$  trajets. Chaque branche " $k, g_t$ " ( $k = 1..K$ ,  $g_t = 1$  ou  $2$ ) est obtenue théoriquement par un filtre adapté au code " $k$ " et à la partie " $g_t$ " du canal, suivi d'un échantillonnage synchrone au temps symbole. Cette différence par rapport à la Ts-structure permet de conserver assez de degrés de liberté pour annuler exactement l'interférence avec un banc d'égaliseur transverse à  $2KP$  coefficients lorsque la profondeur  $P$  est suffisante, du moins pour un canal "non-pathologique" et un "roll-off" adéquat (Cf discussion en fin de paragraphe 2.3.1 et annexe

III.3.A). On a alors, comme pour la Ts-structure, un système de  $K(2W_s + P)$  équations mais cette fois-ci avec  $2KP$  paramètres que sont les coefficients des filtres  $\{e_{1k,g_t[p]}\}$ . Une condition nécessaire pour qu'il existe des jeux de coefficients présentant une solution exacte est:

$$P \geq 2W_s \quad (2.1)$$

On notera que la Ts-structure est un cas particulier de la nouvelle structure, obtenue lorsque les couples de filtres transverses de l'égaliseur correspondant aux deux sous-groupes ( $g_t = 1$  et  $2$ ) sont identiques. Cette dernière remarque garantit des performances statiques aussi bonnes sinon meilleures qu'avec la Ts-structure pour un critère de calcul des coefficients et une profondeur  $P$  donnés.

Pour répartir les trajets dans les 2 sous-groupes, on essaie autant que possible d'avoir un bon équilibre en terme d'amplitude moyenne et de retard moyen. On peut par exemple procéder de manière chronologique en affectant un trajet sur deux dans chaque sous-groupe,  $g_t = 1$  ou  $2$ . Pour ne pas alourdir la présentation, nous supposons un nombre de trajets  $L_t$  pair, et que le filtrage 1/2 Nyquist a été réalisé en amont (analogique) sur le signal reçu en bande de base.

Les échantillons  $y_{k,g_t[m]}$  aux instants  $mTs$  sur la branche  $k$  sont alors exprimés par:

$$y_{k,g_t[m]} = \sum_{i=0}^{L_t/2-1} \left\{ \sum_{l=1}^L \sum_{q=0}^{+Q-1} c_{k[q]}^* r(mTs + qTc + \tau_{2i+g_t}) \right\} \cdot \alpha_{2i+g_t}^{(l)*} \quad (2.2)$$

La variable de décision est obtenue par sommation des échantillons provenant des deux sous-groupes:

$$d_{1[m]} = d_{1,1[m]} + d_{1,2[m]} \quad \text{avec} \quad d_{1,g_t[m]} = \frac{1}{\gamma_{11[0]}} e_{1,g_t}^T \cdot \underline{y}_{g_t[m]} \quad (2.3)$$

où:

$$\begin{aligned} & - \underline{e}_{1,g_t} = [e_{11,g_t[-P_1]}, \dots, e_{1K,g_t[-P_1]}, \dots, e_{11,g_t[+P_2]}, \dots, e_{1K,g_t[+P_2]}]^T; \text{ et } \underline{e}_1 = [\underline{e}_{1,1}^T, \underline{e}_{1,2}^T]^T; \\ & - \underline{y}_{g_t[m]} = [y_{1,g_t[m+P_1]}, \dots, y_{K,g_t[m+P_1]}, \dots, y_{1,g_t[m-P_2]}, \dots, y_{K,g_t[m-P_2]}]^T; \text{ et } \underline{y}_{[m]} = [\underline{y}_{1[m]}^T, \underline{y}_{2[m]}^T]^T \\ & - P_1 + 1 + P_2 = P. \end{aligned}$$

**Notes:** Structures alternatives, égaliseurs fractionnés...

L'idée de doubler le nombre de voie au temps symbole est similaire à celle des égaliseurs fractionnés [108], [56], mais adaptée ici aux deux échelles de temps et aux propriétés de corrélation des signaux CDMA.

Pour obtenir un nombre suffisant de degrés de liberté après corrélation avec les codes, on aurait pu se contenter de réaliser *un banc d'égaliseur fractionné à 2 points/Ts* en sortie du banc de filtre adapté complet. On sait en effet depuis quelques années [91] que le passage d'une structure synchrone (1 point/Ts) à une structure fractionnée (2 points /symbole) permet en contexte mono-utilisateur, pour des canaux RIF, une "parfaite reconstruction" à durée finie, correspondant à une

égalisation ZF-RIF. Rappelons aussi que ce suréchantillonnage par rapport au temps symbole amène une autre propriété très intéressante [94], rappelée dans [44]: les traitements à base de “statistiques à l’ordre 2” sont suffisants pour identifier le canal (sauf cas particulier de canaux “pathologiques”). Des algorithmes d’identification “autodidacte” (ou “aveugle”) du filtre égaliseur ont ainsi pu être mis au point par des techniques de sous-espaces ou de prédiction linéaire [91].

Nous ne nous intéressons ici qu’à la première propriété, puisque le canal est estimé par la séquence d’apprentissage. L’obtention de degrés de liberté supplémentaires s’inspire toujours de l’idée du “fractionné”, mais la structure Ts/RIT proposée a l’avantage d’utiliser pleinement les caractéristiques des formes d’ondes CDMA, qui font apparaître des pics de corrélation aux retards des trajets. Ainsi, la Ts/RIT-structure peut être vue comme procédant à un échantillonnage ( $L_t$  fois supérieur à  $T_s$ ) à pas irrégulier en sortie du filtre adapté *au code*, calé sur les pics de corrélation correspondant à chaque trajet (Cf figure 2.2). Cet échantillonnage particulier doit procurer un meilleur comportement vis à vis du bruit. Avec 2 trajets par exemple, la seconde voie d’échantillons (correspondant au trajet secondaire) devrait avoir un meilleur “RSB” que celle obtenue par échantillonnage décalé de  $T_s/2$  par rapport à la voie synchrone (correspondant au trajet principal).

Après cet échantillonnage à pas irrégulier (qui correspond à celui du Rake), on aurait pu aussi procéder à une égalisation au temps symbole avec  $L_t \times K$  branches mais le groupement en  $2K$  branches après pondération par les amplitudes conjuguées des trajets assure assez de degrés de liberté, ainsi qu’une statistique suffisante et une maximisation du SNR en sortie.

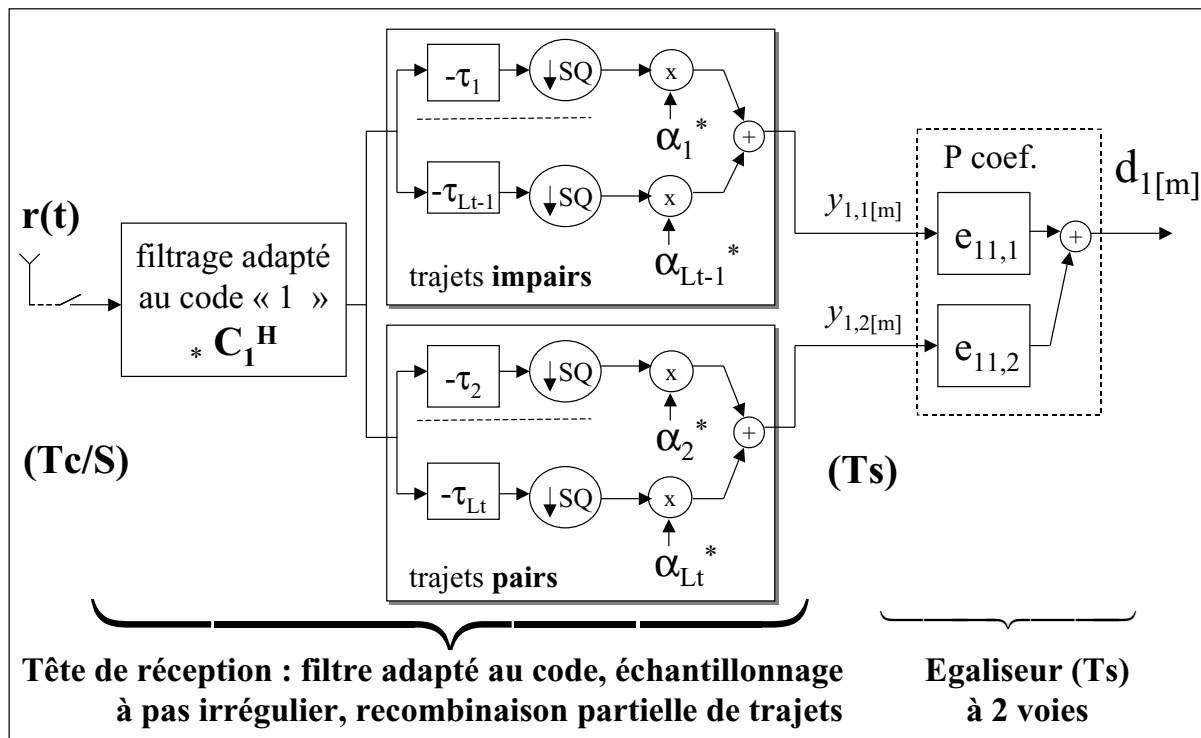


FIG. 2.2 – Synoptique équivalent de la Ts/RIT-Structure (représentation avec  $L = 1, K = 1$ )

### ★ Calcul des coefficients

Le système se modélise toujours à l'aide d'une matrice de Sylvester généralisée Toeplitz par blocs  $\underline{\tau}_{(\gamma_t)}$ , et les solutions MMSE et ZF reposent sur la pseudo-inversion de cette matrice de transfert, en rajoutant la contribution du bruit en MMSE. Lorsque la matrice est plus haute que large (et de rang colonne plein), le pseudo-inverse à gauche garantit l'annulation exacte de l'interférence en Zero-Forcing.

La matrice de filtrage  $\underline{\tau}_{(\gamma_t)}$  permettant de passer des symboles émis aux échantillons au temps  $T_s$  en sortie des  $2K$  branches de la tête de réception, a ici une dimension  $2KP \times K(P + 2W_s)$ , avec des blocs de taille  $[2K \times K]$ :

$$\underline{y}_{[m]} = \underline{\tau}_{(\gamma_t)} \underline{a}_{[m, P_1 + W_s]} + \underline{\eta}_{[m]} \quad (2.4)$$

avec

$$\underline{\tau}_{(\gamma_t)} \triangleq \begin{bmatrix} \underline{\gamma}_{t[-W_s]} & \cdots & \underline{\gamma}_{t[W_s]} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \underline{\gamma}_{t[-W_s]} & \cdots & \underline{\gamma}_{t[W_s]} & \mathbf{0} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \underline{\gamma}_{t[-W_s]} & \cdots & \underline{\gamma}_{t[W_s]} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \underline{\gamma}_{t[n]} \triangleq \begin{bmatrix} \gamma_{11,1[n]} & \cdots & \gamma_{K1,1[n]} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{1K,1[n]} & \cdots & \gamma_{KK,1[n]} \\ \gamma_{11,2[n]} & \cdots & \gamma_{K1,2[n]} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{1K,2[n]} & \cdots & \gamma_{KK,2[n]} \end{bmatrix}$$

Le bloc  $\underline{\gamma}_{t[n]}$ , correspondant au retard  $nT_s$ , contient ici les canaux discrets équivalents des  $2K$  différentes branches:

$$\gamma_{ik,g_t[n]} = T_s \cdot \sum_{l=1}^L (g_i^{(l)} * g_{k,g_t}^{(l)H})(\tau)|_{\tau=nT_s}$$

avec

$$g_{k,g_t}^{(l)}(\tau) = (h_e * h_{g_t}^{(l)} * c_k)(\tau) \quad \text{et} \quad h_{g_t}^{(l)}(\tau) = \sum_{i=0}^{L_t/2-1} \alpha_{2i+g_t}^{(l)} \cdot \delta(\tau - \tau_{2i+g_t})$$

On retrouve la fonction d'intercorrélation au temps symbole en sommant les 2 canaux discrets équivalents de même indice "k" dans les 2 sous-groupes:  $\gamma_{ik[n]} = \gamma_{ik,1[n]} + \gamma_{ik,2[n]}$ .

La corrélation du bruit au temps symbole sur les  $2K$  branches est  $E\{\underline{\eta}_{[m]} \cdot \underline{\eta}_{[m]}^H\} = (\frac{2N_0}{T_s}) \cdot \underline{\tau}_{tn}(\gamma_{tt})$ , où la matrice carrée  $\underline{\tau}_{tn}(\gamma_{tt})$  de dimension  $2KP \times 2KP$ , a une structure Toeplitz par blocs de taille  $2K \times 2K$ , et est caractérisée en annexe III.3.A.

Lorsque les inverses de matrice mis en jeu existent, le vecteur de taille  $2KP$  contenant tous les coefficients pour estimer les symboles relatifs au code  $k_u = 1$  est obtenu, pour les différents critères par:

**MMSE:**

$$\frac{1}{\gamma_{11[0]}} \underline{e}_1^T = \underline{\mathbf{1}}_{\Delta}^T \underline{\underline{\tau}}_{(\gamma_t)}^H [\underline{\underline{\tau}}_{(\gamma_t)} \underline{\underline{\tau}}_{(\gamma_t)}^H + \sigma_0^2 \underline{\underline{\tau}}_{tn(\gamma_{tt})}]^{-1} \quad (2.5)$$

**Zero-Forcing:**

$$P \geq 2W_s \text{ (ZF exact) : } \quad \frac{1}{\gamma_{11[0]}} \underline{e}_1^T = \underline{\mathbf{1}}_{\Delta}^T [\underline{\underline{\tau}}_{(\gamma_t)} \underline{\underline{\tau}}_{(\gamma_t)}^H]^{-1} \underline{\underline{\tau}}_{(\gamma_t)}^H \quad (2.6)$$

$$P < 2W_s \text{ (ZF non exact) : } \quad \frac{1}{\gamma_{11[0]}} \underline{e}_1^T = \underline{\mathbf{1}}_{\Delta}^T \underline{\underline{\tau}}_{(\gamma_t)}^H [\underline{\underline{\tau}}_{(\gamma_t)} \underline{\underline{\tau}}_{(\gamma_t)}^H]^{-1} \quad (2.7)$$

Lorsque  $P < 2W_s$  l'approximation ZF n'annule pas l'interférence, et correspond à la solution MMSE en remplaçant  $\sigma_0^2$  par zéro.

**Notes: Limitation de la Ts-RIT structure pour un nombre de codes actifs  $K$  élevé :**

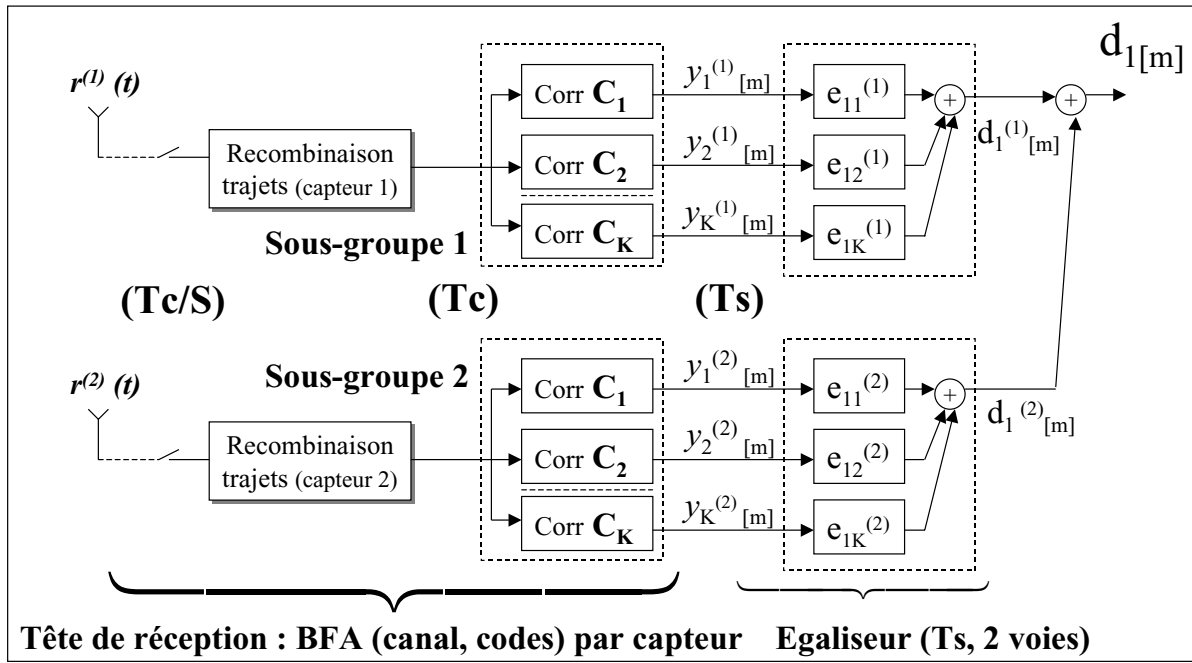
1)- influence du “roll-off” : les conditions de profondeur décrites précédemment, indépendantes du nombre de codes actifs  $K$ , supposaient implicitement un “roll-off” confortable pour assurer l'indépendance linéaire des équations du système. En effet, l'inversibilité pour  $P_{min} = W_s$  et  $K$  élevé (proche de  $Q$ ) ne peut être garantie (avec un canal non pathologique) que si le “roll-off” procure un excès de bande confortable par rapport à  $\frac{1}{T_c}$ , soit  $r_{off} \gg 0$ . Ceci est établi dans l'annexe III.2 et se déduit aussi des résultats de la structure libre. Rappelons en effet qu'avec la Tc-structure qui fixe une borne minimale sur la profondeur requise, l'inversibilité exacte pour  $K = Q$  est impossible sans excès de bande ( $r_{off} = 0$ ) et un seul capteur. Pour un “roll-off” supérieur à 0, la borne minimale est  $P_{min} = W_s \cdot (\frac{K}{Q \cdot (1+r_{off}) - K} - 1)$ . Pour  $r_{off} = 0.5$  et  $K = Q$ , on obtient  $P_{min} = W_s$ , ce qui n'altère pas la condition nécessaire (équation (2.1)) décrite avec la Ts/RIT-structure. Par contre pour  $r_{off} = 0.22$ , la borne minimale n'est inférieure à  $2W_s$  seulement pour les valeurs de  $K \leq 14$ , soit  $P_{min} = 1.5 W_s, 2.3 W_s, 3.5 W_s$  respectivement pour  $K = 14, 15, 16$ .

2)- En situation mono-capteur, un canal composé de trajets espacés d'un nombre entier de  $T_c$  entrainera automatiquement la non-inversibilité, lorsque  $K = Q$ , malgré un roll-off confortable (Cf annexe III.2). Ce ne sera plus le cas pour la Ts/RIT-structure disposant de 2 capteurs de réception.

### 2.3.2 Ts/RIS-Structure: recombinaison spatiale indirecte

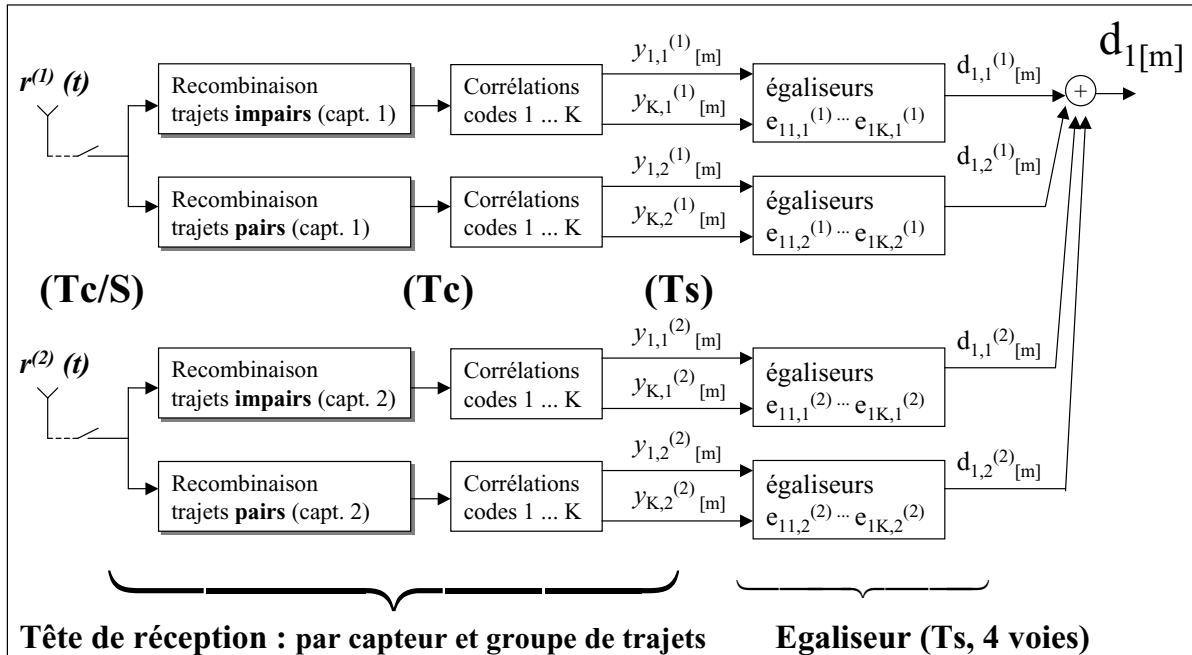
Comme énoncé en introduction, le principe de cette structure et les équations sont similaires à celles de la Ts/RIT-structure, et nous ne les décrivons donc que brièvement.

Les  $2K$  branches de la tête de réception nourrissant les 2 bancs d'égalisation  $\{e_{1k}^{(1)}\}$  et  $\{e_{1k}^{(2)}\}$  sont obtenues en séparant (ne recombinaison pas directement) les contributions des différents capteurs en 2 sous-groupes, d'indice “spatial”  $g_s = 1$  et  $g_s = 2$ . Avec  $L = 2$  capteurs, la tête de réception correspond à 2 BFA, propres à chaque capteur. Avec les mêmes conventions que pour la Ts/RIT structure et pour 2 capteurs, les échantillons  $y_{k[m]}^{(g_s)}$  aux instants  $mTs$  sur la branche  $k$  du sous-groupe  $g_s$  sont alors exprimés par  $y_{k[m]}^{(g_s)} = \sum_{i=1}^{L_t} \sum_{q=0}^{Q-1} c_{k[q]}^* r(mTs + qTc + \tau_i)$   $\cdot \alpha_i^{(g_s)*}$  et la variable de décision par  $d_{1[m]} = d_{1[m]}^{(1)} + d_{1[m]}^{(2)}$  avec  $d_{1[m]}^{(g_s)} = \frac{1}{\gamma_{11[0]}} \underline{e}_{1[m]}^{(g_s)T} \cdot \underline{y}_{[m]}^{(g_s)}$ .


 FIG. 2.3 – *Synoptique de la Ts/RIS-Structure*

Les coefficients sont obtenus par les formules (2.5), (2.6), (2.7) en remplaçant  $\tau_{(\gamma_t)}$  et  $\tau_{ln(\gamma_{tt})}$  par leurs équivalents spatiaux.

★ **Ts/RITS-Structure: recombinaison indirecte (trajets / espace)**


 FIG. 2.4 – *Synoptique de la Ts/RITS-Structure*

La Ts/RITS, schématisée sur la figure 2.4 généralise les deux structures précédentes en opérant une recombinaison indirecte au temps symbole à la fois sur les composantes spatiales et de trajets, pour former  $4K$  branches dans la tête de réception suivie de 4 bancs de  $K$  branches d'égalisation chacun  $\{e_{1k,g_t}^{(g_s)}\}$ . La matrice de transfert  $\underline{\tau_{(\gamma_{st})}}$  est alors de taille  $4KP \times K(P + 2W_s)$  et l'inversion exacte du système est possible lorsque  $P \geq W_s$ .

On peut aussi associer à ces structures de recombinaison indirecte, l'idée de la première structure (FAQ), pour former 2 ou 4 bancs d'égalisation à  $Q$  branches chacune.

## 2.4 Ts/Tc-Structure: structure à traitement au temps symbole, équivalente à l'optimisation à durée finie de la Tc-structure

Les structures intermédiaires présentées précédemment avaient pour point de départ la structure (tronquée) obtenue à partir de la solution (MMSE ou ZF) linéaire à durée infinie. La Ts/Tc-structure réalise au contraire une adaptation, quasiment équivalente, de la solution linéaire **à durée finie** obtenue à partir de la structure libre (Tc-structure). La solution est strictement équivalente pour une mise en forme de type "fonction porte de durée  $T_c$ ", ou de type impulsion de dirac. Dans le cas d'un filtre 1/2 Nyquist de type RRC, la Ts/Tc-structure réalise une approximation très proche (interférence résiduelle négligeable), comme nous l'avons vérifié en simulant la chaîne. Pour ne pas alourdir la présentation, nous nous plaçons dans le cas idéal d'une fonction de mise en forme de type "porte" et nous discuterons ultérieurement l'effet du 1/2 Nyquist.

### ★ Structure

Nous avons vu au paragraphe 1.2, que l'optimisation de la Tc-structure amenait à un vecteur de coefficients large-bande  $\underline{l}_1^T$  pouvant se décomposer en une tête de réception suivie d'un traitement au temps-symbole, selon l'équation (1.11). Contrairement aux Ts/xx-structures, la tête de réception  $\underline{\tau_{(g)}}^H$  n'est pas un simple filtrage, mais comprend les effets de bords liés au caractère à durée finie de la solution. Or c'était justement la forme particulièrement simple du filtrage par BFA (ou versions indirectes des structures intermédiaires) pour un canal à trajets qui faisait l'atout des Ts/xx-structures, car il permettait le passage au temps-symbole avec une très faible complexité.

Pour obtenir une mise en oeuvre efficace de la solution optimale à durée finie, nous utiliserons la décomposition en 2 étapes mais en ramenant le passage au temps-symbole à des opérations de retard/pondération et "corrélations partielles" avec les codes, relatives à chaque trajet; Décrivons d'abord sous forme algébrique la séparation en 2 étapes, tête de réception et traitement au temps symbole, du traitement optimal (linéaire à durée fini, non-récursif, sous un critère MMSE ou ZF...). Nous verrons ensuite comment tenir compte du modèle à trajets du canal pour réaliser la tête de réception.

Selon l'équation (1.11) du chapitre 1, la variable de décision  $d_{1[m]}$  peut s'obtenir par les

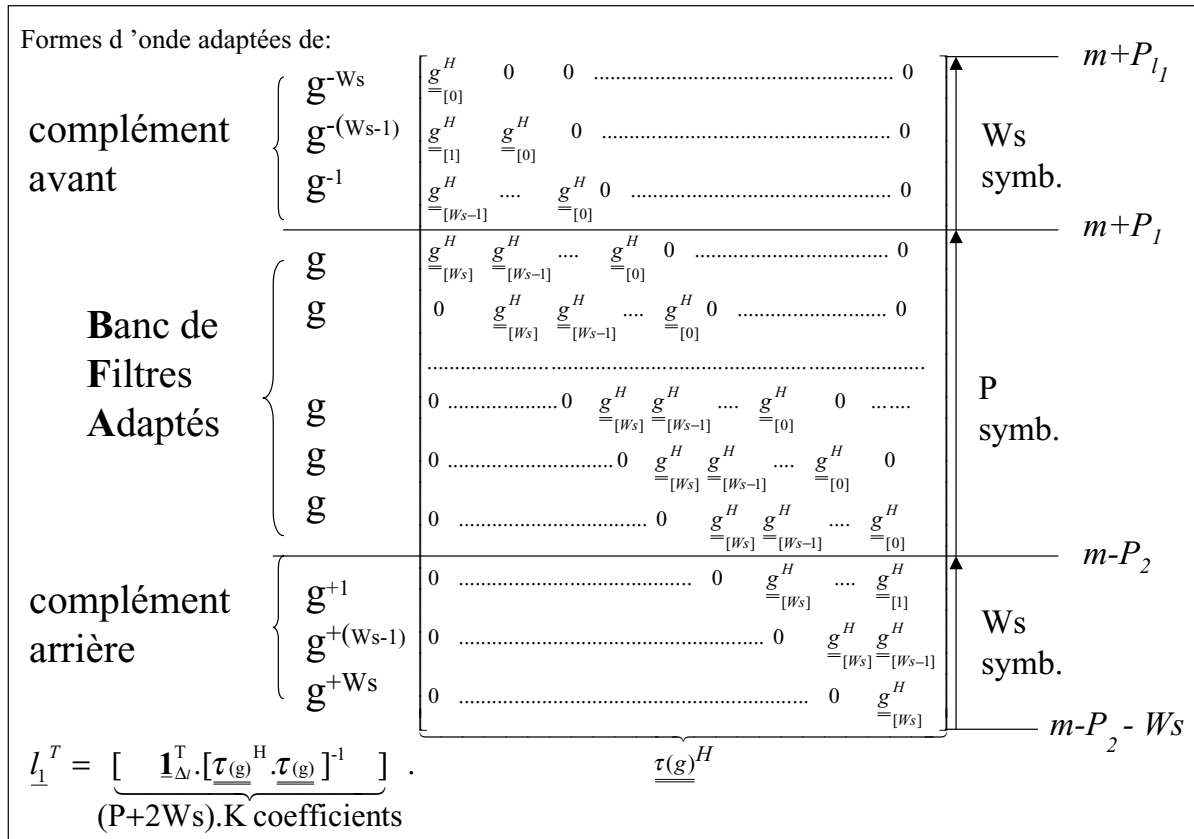


FIG. 2.5 – Rappel à propod de l'obtention du vecteur solution pour la Tc-structure

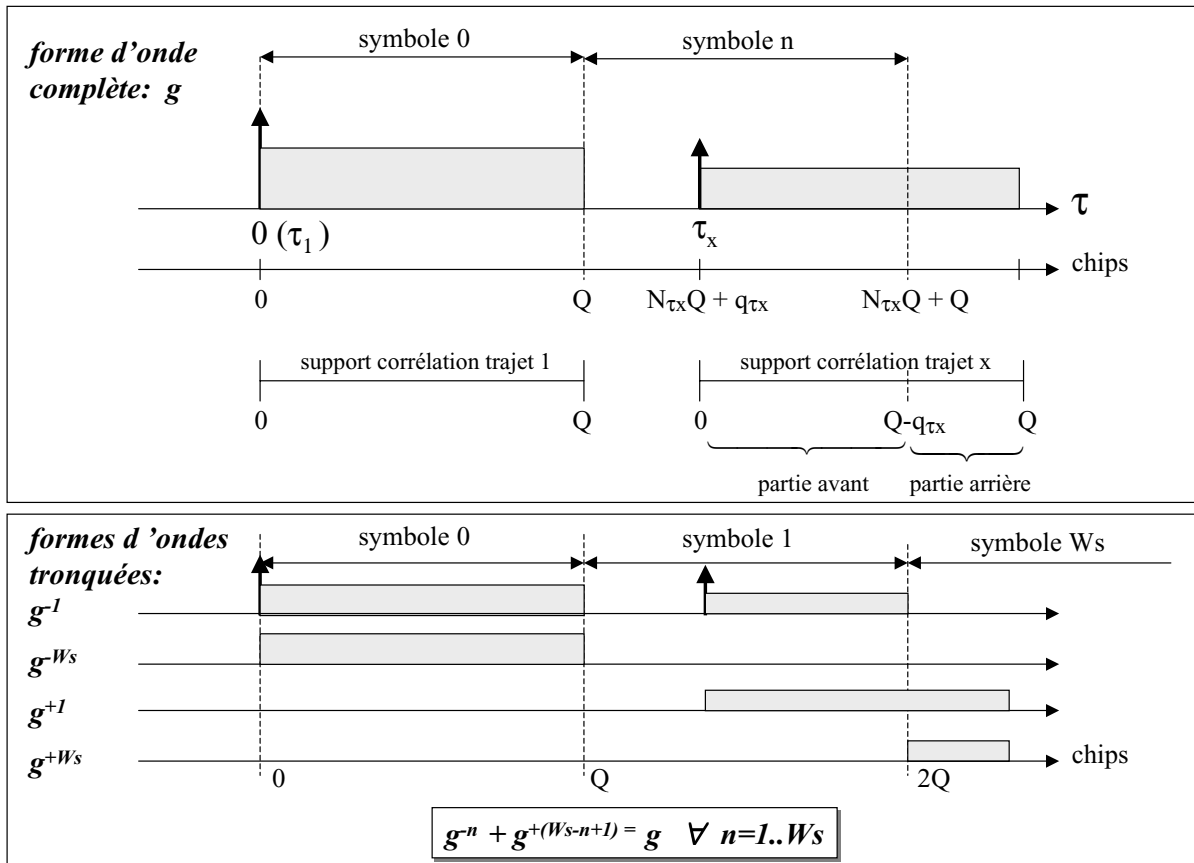
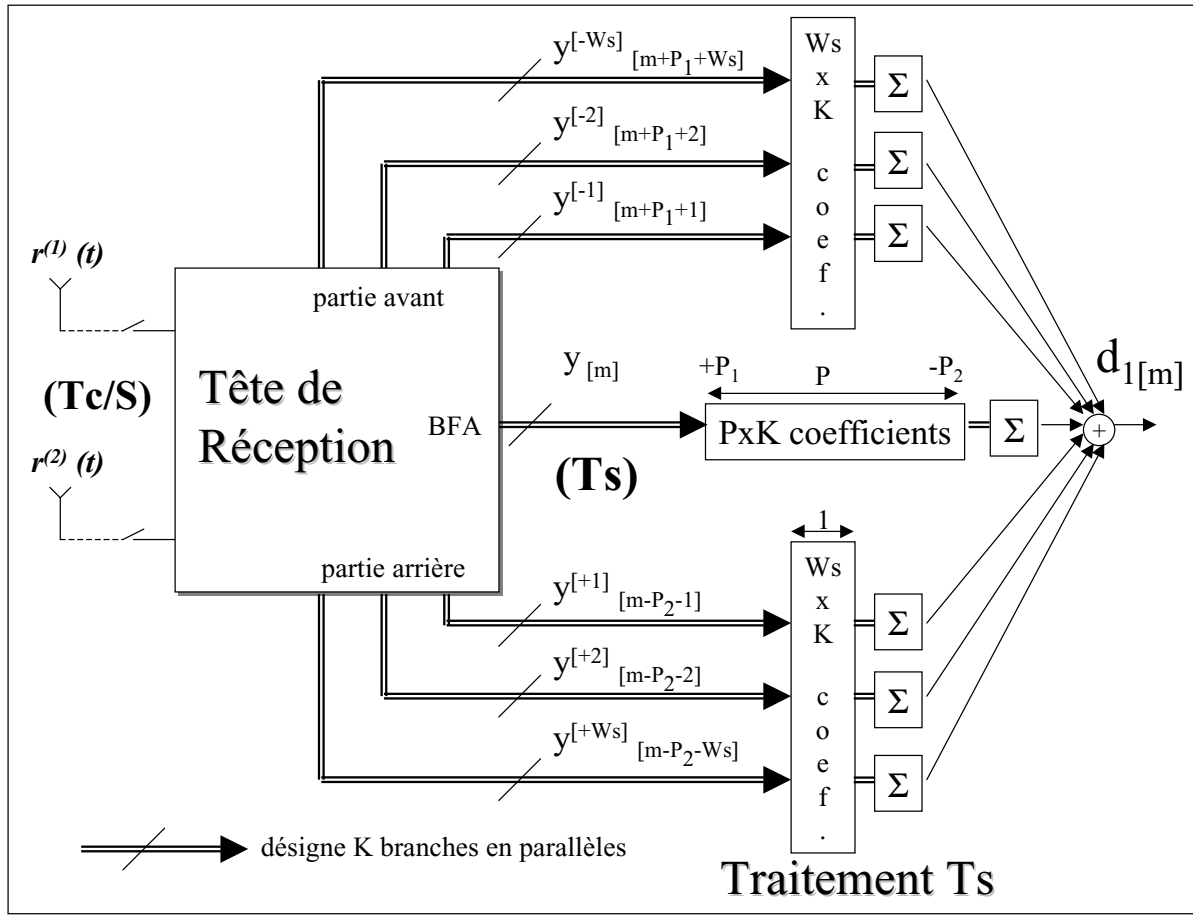


FIG. 2.6 – Illustration des formes d'ondes intervenant dans la tête de réception  $\underline{\tau}_{(g)}^H$




 FIG. 2.7 – Synoptique de la  $T_s/T_c$ -structure

deux étapes:

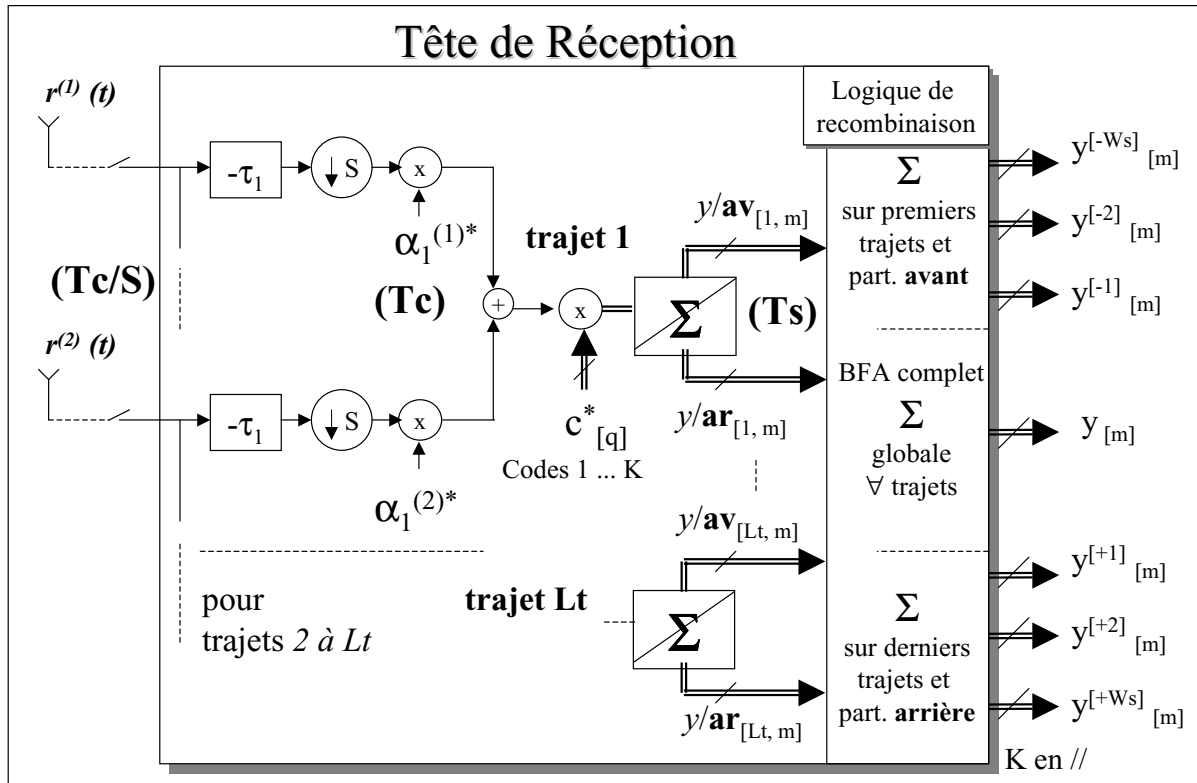
$$\text{Passage au temps } T_s : \quad \underline{y}_{[m]} = \underline{\tau}_{(g)}^H \cdot \underline{r}_{[m]}$$

$$\text{Traitement au temps } T_s : \quad d_{1[m]} = \underline{e}_1^T \cdot \underline{y}_{[m]} \quad \text{avec } \underline{e}_1^T = \frac{1}{SQ} \cdot \underline{\mathbf{1}}_{\Delta_i}^T [\underline{\tau}_{(g)}^H \underline{\tau}_{(g)} + \sigma_0^2 \underline{\mathbf{I}}_{K(P_1+W_s)}]^{-1}$$

L'opérateur de passage au temps-symbole  $\underline{\tau}_{(g)}^H$  à partir des  $P_1.LSQ$  échantillons reçus comprend le BFA classique mais ajoute des contributions supplémentaires, comme schématisé sur la figure 2.5:

- à partir des  $P.LSQ$  échantillons centraux de  $\underline{r}_{[m]}$  sont restitués les  $K \times P$  échantillons correspondant exactement à un filtrage par BFA,
- à partir des premiers et derniers  $W_s.LSQ$  échantillons de  $\underline{r}_{[m]}$  sont également générés, en "avance" et en "arrière",  $K \times W_s$  échantillons au temps symbole supplémentaires; ces échantillons résultent en fait d'un "filtrage" avec des versions tronquées successives du BFA.

Les formes d'ondes, tronquées de  $n = 1$  à  $W_s$  symboles sur la partie "avant" ou "arrière", sont notées respectivement  $g_k^{[-n]}$  et  $g_k^{[+n]}$ .


 FIG. 2.8 – Détail “schématique” de la tête de réception de la  $T_s/T_c$ -structure

1- extraction de  $(N_{\tau_i}, q_{\tau_i})$  pour chaque trajet ‘ i ’ :  $E(\tau_i / T_c) \Leftrightarrow N_{\tau_i} \cdot Q + q_{\tau_i}$  chips

2- formation des corrélations partielles «avant»:  $y / av_{[i,m]} = \sum_{q=0}^{Q-q_{\tau_i}-1} \sum_{l=1}^L \alpha_i^{(l)*} \cdot r^{(l)}(t + \tau_i + qT_c + mT_s) \cdot c_{[q]}^*$

et «arrière»:  $y / ar_{[i,m]} = \sum_{q=Q-q_{\tau_i}}^Q \sum_{l=1}^L \alpha_i^{(l)*} \cdot r^{(l)}(t + \tau_i + qT_c + mT_s) \cdot c_{[q]}^*$

3- formation des échantillons de sorties du BFA classique au temps  $T_s$ :

$$y_{[m]} = \sum_{i=1}^{L_t} (y / av_{[i,m]} + y / ar_{[i,m]})$$

4- formation des échantillons en complément au temps  $T_s$ :

$$\text{arrière: } y_{[m]}^{[+n]} = \sum_{\substack{\text{trajets } i \\ \text{tels que} \\ N_{\tau_i} \geq n}} (y / av_{[i,m]} + y / ar_{[i,m]}) + \sum_{\substack{\text{trajets } i \\ \text{tels que} \\ N_{\tau_i} = n-1}} y / ar_{[i,m]}$$

$$\text{avant: } y_{[m]}^{[-n]} = \sum_{\substack{\text{trajets } i \\ \text{tels que} \\ N_{\tau_i} < W_s - n}} (y / av_{[i,m]} + y / ar_{[i,m]}) + \sum_{\substack{\text{trajets } i \\ \text{tels que} \\ N_{\tau_i} = W_s - n}} y / av_{[i,m]}$$

$$\text{ou } y_{[m]}^{[-n]} = y_{[m]} - y_{[m]}^{[W_s - n + 1]} \quad \forall n = 1 \dots W_s$$

 FIG. 2.9 – Equations et logique de recombinaison pour la tête de réception de la  $T_s/T_c$ -structure

Ainsi, le vecteur au temps-symbole  $\underline{y}_{[m]}$  utilisé pour former la variable de décision a une taille  $K.(2W_s + P)$  et est constitué de:

$$\underline{y}_{[m]} = \underbrace{\left[ y_{1[m+P_1+W_s]}^{[-W_s]}, \dots, y_{K[m+P_1+W_s]}^{[-W_s]}, \dots, y_{1[m+P_1+1]}^{[-1]}, \dots, y_{K[m+P_1+1]}^{[-1]} \right]}_{W_s.K \text{ sorties "avant"}}, \underbrace{\left[ y_{1[m+P_1]}, \dots, y_{K[m+P_1]}, \dots, y_{1[m-P_2]}, \dots, y_{K[m-P_2]} \right]}_{P.K \text{ sorties du BFA}}, \underbrace{\left[ y_{1[m-P_2-1]}^{[+1]}, \dots, y_{K[m-P_2-1]}^{[+1]}, \dots, y_{1[m-P_2-W_s]}^{[+W_s]}, \dots, y_{K[m-P_2-W_s]}^{[+W_s]} \right]^T}_{W_s.K \text{ sorties "arriere"}}$$

La figure 2.7 représente schématiquement cette nouvelle structure, sans préciser encore la procédure de formation des échantillons “avant” et “après”. Pour générer un échantillon central  $y_{k[m]}$ , on évite l’emploi du produit scalaire ( $(W_s + 1).LSQ$  multiplications!) en utilisant comme à l’accoutumée la forme Rake du BFA, opérant la recombinaison constructive de tous les trajets. Pour les échantillons “avant”  $y_{[.]}^{[-n]}$  et “après”  $y_{[.]}^{[+n]}$ , il faut également éviter de faire directement le produit scalaire avec les  $2W_s$  formes d’ondes tronquées. La réalisation de ces produits scalaires amènerait une complexité démesurée par rapport à celle de la Tc-structure, qui ne réalisait en tout qu’un seul produit scalaire (de taille  $P_l.LSQ$ ) pour former la variable de décision. Si les trajets étaient exactement espacés de multiples du temps symbole, il suffirait de recombinaison les résultats de corrélations relatives à certains trajets, choisis par ordre chronologique. Mais en général, à l’exception du premier, un trajet donné amène des contributions sur deux symboles, et il faut séparer la contribution relative au symbole “avant” de celle du symbole “arrière”. Ceci est schématisé sur la figure 2.6 qui représente la reconstruction des formes d’ondes tronquées en positionnant, pour un trajet donné, le code complet, ou seulement la partie “avant” ou “arrière”.

Dans la tête de réception, on formera alors pour chaque trajet “ $i$ ” les corrélations partielles “avant” (avec le début du code) ou “arrière” (avec la fin du code) délivrant les échantillons  $y/av_{[i,m]}$  et  $y/ar_{[i,m]}$ . En sommant ensuite de manière adéquate ces échantillons “partiels”, on formera les  $y_{[m]}$ ,  $y_{[m]}^{[-n]}$  et  $y_{[m]}^{[+n]}$  attendus. La figure 2.8 schématise la génération des échantillons “avant”, “arrières” et “normaux” au temps  $T_s$ . La description plus détaillée des équations et de la logique de recombinaison est représentée figure 2.9.

Finalement, on voit qu’à partir de  $LSQ.P_l$  échantillons reçus, la  $T_s/T_c$ -structure est équivalente à appliquer la  $T_s$ -structure avec son banc d’égalisation de profondeur  $P$ , mais en rajoutant un traitement supplémentaire issu des mêmes échantillons reçus, n’augmentant ainsi pas la profondeur  $P_l$  du détecteur. Ce supplément autorise à choisir des valeurs de  $P$  très faibles, égales à 0, 1 ou 2 (contre plus de  $3W_s$  pour la  $T_s$ -structure) pour obtenir une solution exacte avec un bon comportement vis à vis du bruit (Cf comportement de la Tc-structure). Mais le nombre de coefficients est ici bien compacté par rapport à la Tc-structure. De plus en situation multi-codes, on devra seulement dupliquer les  $K(P + 2W_s)$  coefficients au temps symbole au lieu des  $LSQ.(P + W_s)$  coefficients de la Tc-structure.

Notes: prise en compte et effets du filtre 1/2 Nyquist “RRC” à l’émission:

- l’algorithme précédent doit être utilisé en calant la corrélation avec les codes aux retards ( $\tau'_i = \tau_i + \Delta\tau$ ) tenant compte du délai introduit par tout le filtrage amont. Ce délai est essentiellement du au filtre 1/2 Nyquist d’émission, et au filtre analogique de réception. Le filtre analogique de réception peut jouer le rôle approximatif du filtre 1/2 Nyquist de réception, quitte à compenser dans le calcul des coefficients numériques. Compte tenu de sa forme symétrique, le 1/2 Nyquist introduit un retard qui dure la moitié du support de sa Ri, soit typiquement 3 ou 4 chips. Notons par rapport aux illustrations de la figure 2.6 que pour le premier trajet, on aura  $N_{\tau'_1} = 0$  mais  $q_{\tau'_1} \neq 0$ . De plus, la contribution d’un trajet peut dans certain cas s’étaler sur 3 symboles au lieu de 2.
- pour une solution exacte, il aurait fallu recréer la corrélation avec les troncatures de la forme d’onde globale “canal / code / RRC”, au lieu de réaliser en amont (ou en aval) approximativement le filtrage 1/2 Nyquist, avant de corrélérer avec la troncature de la forme d’onde “canal /code”. La solution approximative amène néanmoins, avec une complexité nettement réduite, pratiquement aux mêmes performances comme nous le vérifierons en simulation. Les performances qui vont être présentées correspondent à un filtre RRC de “roll-off”  $r_{off} = 0.22$  à l’émission, une filtre analogique passe-bas idéal de fréquence de coupure égale à  $\frac{1+r_{off}}{T_c}$  à la réception, et les coefficients numériques au temps  $T_s$  optimisés pour cette configuration.

### 2.4.1 Simulation des nouvelles structures

Nous avons vu qu’en situation de mauvais rapport  $\frac{Eb}{N_0}$ , la Ts-structure convenait bien. Nous nous plaçons alors au contraire en situation de fort  $\frac{Eb}{N_0}$  (mobile d’intérêt pas trop éloigné de la station de base), afin de sonder le comportement des nouvelles structures en terme d’interférence résiduelle. Nous ne présentons les résultats qu’avec le critère MMSE qui contrôle par ailleurs l’amplification du bruit pour obtenir le meilleur compromis.

Nous présentons sur les figures 2.10 à 2.13 les résultats pour un canal “long” ( $W_s = 5$  symboles), basé sur les retards du canal “PB”, avec les amplitudes moyennes indiquées dans la partie I. C’est donc une réalisation de difficulté moyenne de ce canal “long”, avec des trajets secondaires relativement faibles, hormis le deuxième.

La figure 2.14 représente les résultats pour un canal “court” ( $W_s = 1$  symbole), mais composé de 6 trajets de fortes amplitudes  $[0, 0, -3, -3, -6, -6 \text{ dB}]$ , avec les retards du canal “PB”. Ce canal correspond donc à une réalisation particulièrement difficile du canal “PB”.

Afin de discerner la part du bruit et de l’interférence résiduelle, nous traçons en plus de l’INSR, la puissance d’interférence résiduelle et l’amplification du bruit (par rapport à un canal idéal) propre à chaque structure, en fonction du paramètre de profondeur,  $P$ .

Au travers des deux exemples, nous constatons que les nouvelles structures ont bien les comportements attendus:

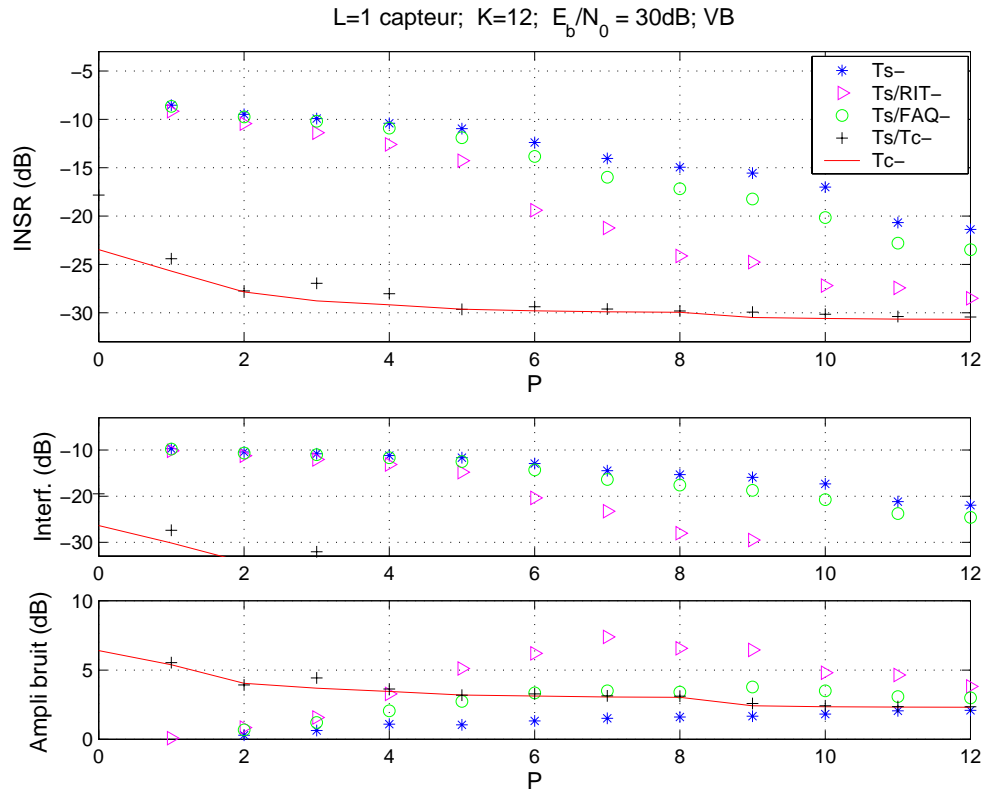


FIG. 2.10 – Résultats avec canal “VB” ( $W_s = 5$ ), 1 capteur, 12 utilisateurs

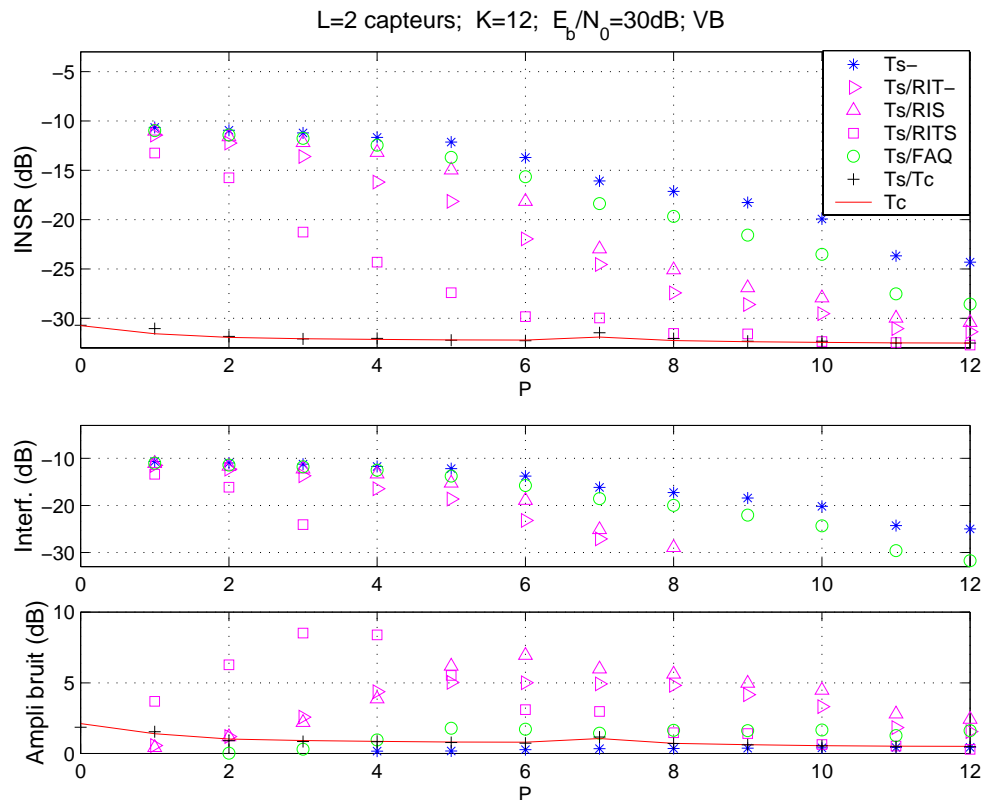


FIG. 2.11 – Résultats avec canal “VB” ( $W_s = 5$ ), 2 capteurs, 12 utilisateurs

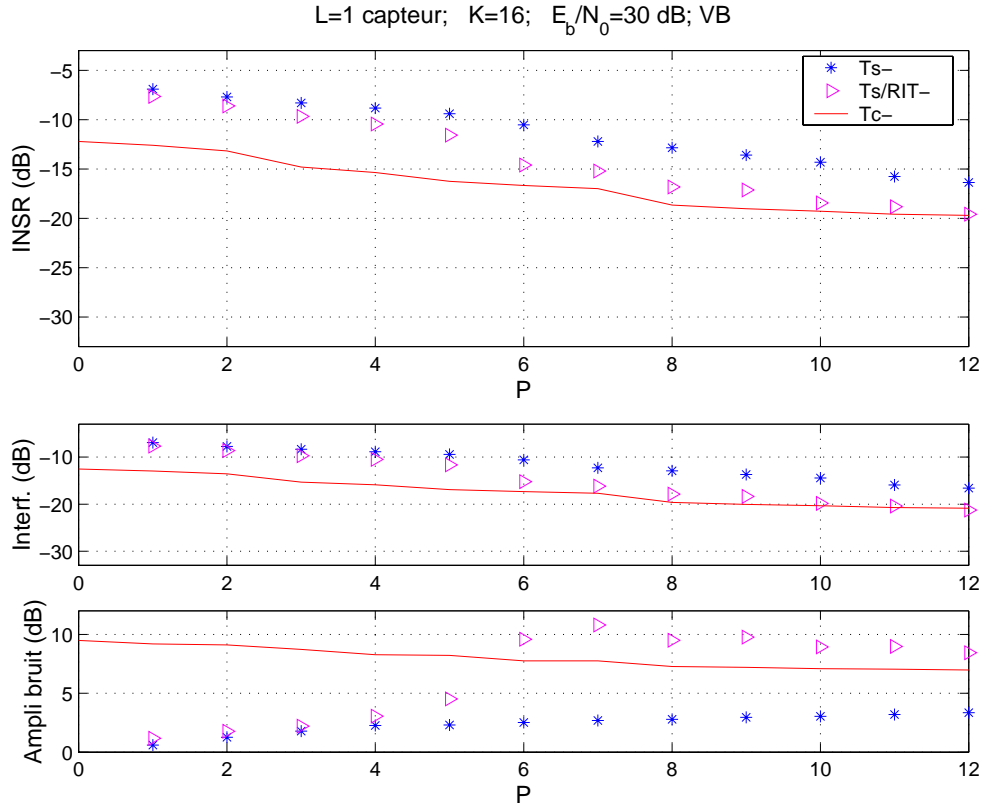


FIG. 2.12 – Résultats avec canal “VB” ( $W_s = 5$ ), 1 capteur, 16 utilisateurs

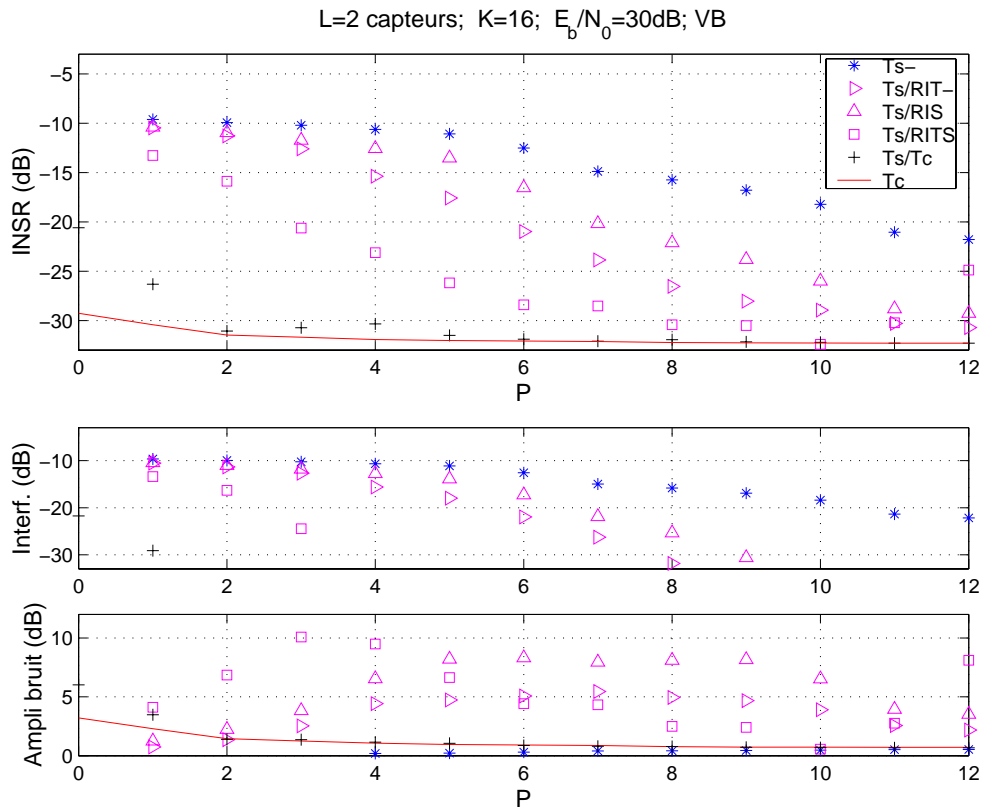


FIG. 2.13 – Résultats avec canal “VB” ( $W_s = 5$ ), 2 capteurs, 16 utilisateurs

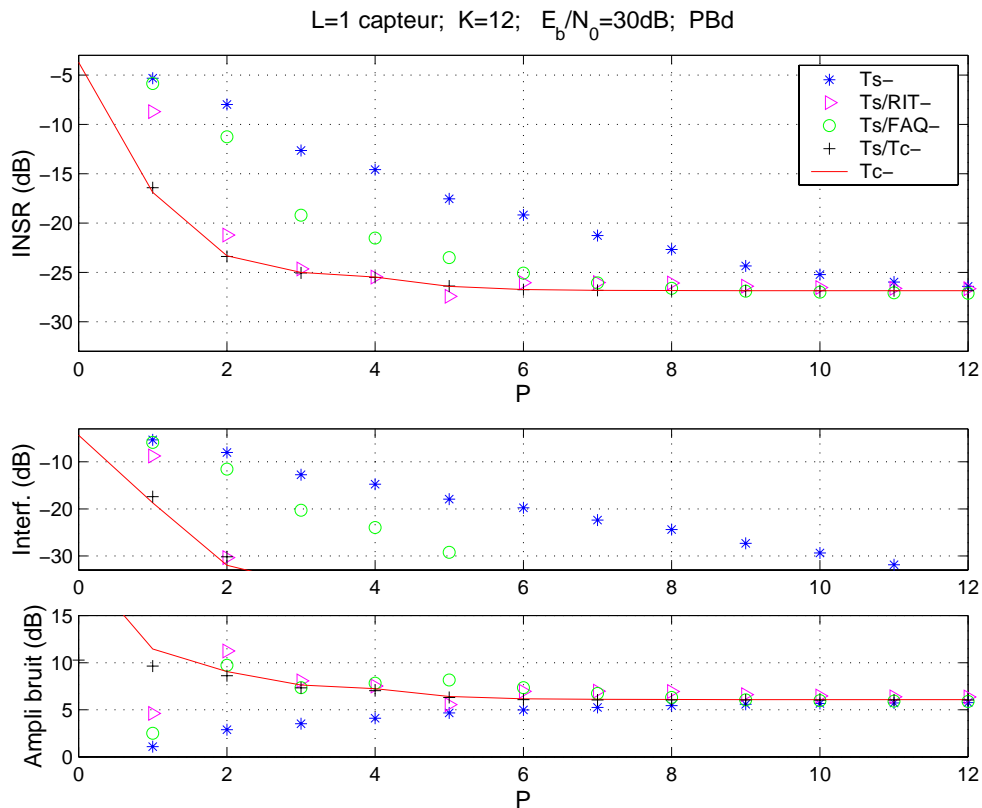


FIG. 2.14 – Résultats avec canal “PB difficile” ( $W_s = 1$ ), 1 capteur, 12 utilisateurs

La Ts/Tc structure se comporte de manière similaire à la Tc-structure et a besoin d’une très faible profondeur pour atteindre les performances théoriques à durée infinie.

Les Ts/Rixx et Ts/FAQ-structures agissent bien comme des intermédiaires entre les Ts- et Tc-structure. Elles n’auront d’intérêt par rapport à la Ts-structure que si le contexte d’interférence est important au point que cette dernière nécessite une profondeur large par rapport à  $W_s$ . C’est le cas sur la figure 2.14, où la Ts-structure nécessite une profondeur  $P = 6$  pour ramener l’INSR à -20 dB, contre  $P' = 2$  dans la Ts/RIT-structure qui prend l’avantage même si le nombre de coefficients est passé de  $KP$  à  $2KP'$ . L’avantage en terme de nombre de coefficients n’est pas systématique lorsque les amplitudes des trajets secondaires sont plus modérées, comme pour la réalisation “moyenne” du canal “PB” (figures 2.10 à 2.13) ou encore lorsque le nombre de codes actifs est faible (figures non représentées).

En situation multi-capteur (figures 2.11 et 2.13), nous avons été surpris par le fait que, pour un nombre équivalent de coefficients, la structure à recombinaison indirecte de trajets se comportait mieux que la structure à recombinaison spatiale, du moins sur l’ensemble (y compris ceux non représentés) des exemples traités. La diversité est pourtant à priori plus marquée dans la Ts/RIS-structure qui forme les 2 voies à partir des contributions séparées des 2 capteurs de réception, alors que pour la Ts-RIT structure, la contribution relative à un groupe de trajets n’est pas complètement indépendante du premier groupe puisque le canal de transmission fait intervenir les deux groupes. L’argument en faveur de la Ts-RIT

structure pourrait être de dire qu'elle a "à égaliser" un canal équivalent au temps-symbole moins difficile, du fait du "moyennage constructif" des canaux bien distincts vus par les 2 capteurs ...

En terme d'amplification du bruit, hormis la Ts-structure qui a l'amplification du bruit minimale quelque-soit  $P$ , on remarque que les autres structures se mettent à amplifier le plus le bruit autour de la zone des valeurs de  $P_{min}$  où le système est potentiellement inversible. Ceci apparait avec des profondeurs  $P$  proches de zéro pour les Tc- et Ts/Tc-structures, et entre  $W_s$  et  $2W_s$  pour les Ts/Rixx-structures. Remarquons aussi que pour la structure libre, on obtient de bonnes performances en SINR pour des valeurs de  $P$  légèrement supérieures à  $P_{min}$  (égal à  $-\frac{5}{7}W_s$ ), alors que pour les Ts/Rix-structures, nous avons toujours observé le contraire: les performances sont généralement bonnes avant  $P_{min}$ , égal à  $2W_s$  pour les Ts/RIS et Ts/RIT-structures. C'est encore plus vrai pour la Ts-structure qui nécessite une profondeur théorique  $P_{min}$  infinie...

### 2.4.2 Conclusion et synthèse sur les nouvelles structures

L'optimisation avec un critère MMSE des nouvelles structures pour une profondeur de détection  $P_l$  donnée garantit des performances en Erreur Quadratique Moyenne meilleures ou équivalentes à celles obtenues avec la Ts-structure, qui n'était qu'un cas particulier de toutes ces nouvelles structures. Pour de courtes profondeurs de détection, les performances obtenues sont la plupart du temps bien meilleures car les nouvelles réalisent, sous un critère MMSE, un meilleur compromis interférence/bruit que ne le pouvait la Ts-structure.

Comme la Tc-structure, la Ts/Tc-structure nécessite une profondeur bien plus faible que les autres structures. Sa particularité est de compléter la Ts-structure en rajoutant en parallèle non pas des filtres transverses au temps symbole, mais des opérations prenant spécifiquement en compte la nature "tronquée" du traitement. Pour une profondeur  $P_l = W_s$  ou  $P_l = W_s + 1$ , on obtient d'ailleurs satisfaction alors que le traitement se résume quasiment au traitement supplémentaire, complétant une Ts-structure de profondeur équivalente aussi faible que  $P = 0$  ou 1 symbole. Le traitement global de la Ts/Tc-structure est similaire au filtrage opéré par la Tc-structure MMSE, mais en exploitant cette fois la nature à trajets du canal et en faisant apparaitre une partie commune pour les différents codes désirés. Précisons aussi que le nombre de degrés de liberté utilisés par la Ts/Tc-structure,  $(P + 2W_s)K$ , correspond toujours exactement au rang possible de la matrice de transfert large-bande  $\underline{\tau_{(g)}}$ , alors que la Tc-structure utilisait un nombre de coefficients  $LSQ(P + W_s) \geq \frac{S}{r_{off}} \times (P + 2W_s)K$ .

Evidemment, la profondeur nécessaire est une chose, la complexité requise en est une autre, c'est d'ailleurs pour cela que nous avons cherché à faire évoluer la Tc-structure.

La structure à banc de filtre adapté aux  $Q$  formes d'ondes est mise à part car si elle tient la route en terme de nombre de coefficients nécessaires, elle présente une complexité bien accrue pour le calcul des coefficients, ayant toujours à prendre en compte l'ensemble des codes possibles, même si le nombre de codes actifs est faible.



Les structures à recombinaison indirecte sont plus attractives, particulièrement la Ts/RIT-structure, mais son utilisation ne se justifie que lorsque la Ts-structure est en défaut. Typiquement pour un canal avec des trajets secondaires de fortes amplitudes et un nombre d'utilisateurs important. La complexité de la détection reste du même ordre de grandeur que pour la Ts-structure, avec un nombre de voies au temps symbole qui a doublé, mais une profondeur requise diminuée. Il en va de même pour le calcul des coefficients.

Pour la Ts/Tc-structure, la complexité du calcul des coefficients reste similaire à celui de la Tc-structure mais la complexité de la détection proprement dite a diminué.

La situation la plus cruciale en terme de complexité pour le terminal mobile se produit lorsqu'il faut détecter les symboles associés à plusieurs codes désirés (multi-code). La complexité dépend alors du nombre de multiplications supplémentaires par code désiré. Elle se mesure essentiellement en comparant  $N$ , le nombre de coefficients nécessaire au temps symbole pour les Ts/xx structures, ou le nombre total de coefficients pour la Tc-structure.

Le tableau suivant résume la profondeur minimale théorique requise,  $P_{min}$ , pour que l'annulation de l'interférence soit possible dans les différentes structures, avec les paramètres typiques  $Q = 16$  chips,  $S = 2$  points/chip pour la Tc-structure, un "roll-off" de  $r_{off} = 0.22$  amenant à  $Q_r = 19$  bandes symbole:

structures	Ts-	Ts/FAQ-	Ts/RIT-	Ts/RIS-	Ts/RITS-	Ts/Tc- ou Tc-
$P_{min}$	$+\infty$	$(\frac{2K}{Q-K}).W_s$	$2W_s$	$2W_s$	$W_s$	$(\frac{K}{LQ_r-K} - 1).W_s$
... pour $K=1$	$+\infty$	$\frac{2}{11}.W_s$	$2W_s$	$2W_s$	$W_s$	$-\frac{17}{18}.W_s$   $-\frac{36}{37}.W_s$
... pour $K=4$	$+\infty$	$\frac{3}{4}.W_s$	$2W_s$	$2W_s$	$W_s$	$-\frac{11}{15}.W_s$   $-\frac{30}{34}.W_s$
... pour $K=8$	$+\infty$	$2.W_s$	$2W_s$	$2W_s$	$W_s$	$-\frac{3}{11}.W_s$   $-\frac{24}{30}.W_s$
... pour $K=12$	$+\infty$	$6.W_s$	$2W_s$	$2W_s$	$W_s$	$-\frac{5}{7}.W_s$   $-\frac{14}{26}.W_s$
... pour $K=16$	$+\infty$	$+\infty$	$+\frac{13}{3}.W_s$	$2W_s$	$W_s$	$+\frac{13}{3}.W_s$   $-\frac{3}{11}.W_s$
Nb capteurs	$L \geq 1$	$L \geq 1$	$L \geq 1$	$L \geq 2$	$L \geq 2$	$L = 1$ $L = 2$

A partir de cette profondeur minimale théorique, on déduit le nombre de coefficients des filtres transverse  $N_{min}$  à rajouter pour chaque nouveau code désiré:

structures	Ts-	Ts/FAQ-	Ts/RIS-	Ts/Tc-	Tc-
$N$	$KP$	$QP$	$2KP$	$K.(P + 2W_s)$	$LSQ.(P + W_s)$
$N_{min}$	$\infty$	$Q.(\frac{2K}{Q-K}).W_s$	$4KW_s$	$\frac{LQ_r K}{LQ_r - K}.W_s$	$\frac{LSQK}{LQ_r - K}.W_s$

Ces valeurs minimales pour l'annulation exacte (sans bruit) d'interférence sont incontes- tables et peuvent servir de guide, mais elles ne reflètent malheureusement pas l'indication que l'on attend en pratique, à savoir la profondeur pour laquelle l'amplification du bruit est contrôlée avec une interférence résiduelle inférieure de 15 à 20 dB à la puissance de l'utile. Or nous avons vu que pour la Tc-structure, la valeur théorique  $P_{min}$  n'était pas suffisante vis à

vis de l'amplification du bruit, malgré le critère MMSE. Ceci n'a rien d'étonnant, puisqu'en regardant seulement le nombre d'équations indépendantes avec cette structure, on déduit par exemple que pour un canal idéal et un seul utilisateur, une profondeur de 1 chip est suffisante pour annuler l'interférence, ce qui évidemment serait catastrophique vis à vis du bruit (gain de traitement du CDMA non exploité). Vis à vis du bruit, il est souhaitable que le détecteur couvre à peu près l'étalement de la (ou des) réponse(s) impulsionnelle(s) à "déconvoluer" au temps symbole, ce qui mène aux alentours de  $P_{OK} = 0$  ou 1 pour la Tc-structure.

Au contraire, pour les structures à recombinaison indirecte basées sur des corrélations, l'amplification du bruit est mieux contrôlée et l'interférence acceptable pour des valeurs de  $P$  inférieures à  $P_{min}$ . Cette adéquation "avant  $P_{min}$ " est encore accentuée avec un deuxième capteur pour la Ts/RIT-structure...

En guise d'indication, nous donnons les ordres de grandeur de profondeur  $P_{OK}$  et de nombre de coefficients  $N_{OK}$  requis, observés en pratique pour un canal long, des trajets secondaires d'amplitudes typiques, un grand nombre de codes actifs ( $K = 12$  à 16), et 2 capteurs de réception:

structures	Ts-	Ts/RIT-	Ts/Tc-	Tc-
$P_{OK}$	(2... 2.5) $W_s$	(1... 1.2) $W_s$	0	0
$N_{OK}$	(24... 30) $W_s$	(24... 30) $W_s$	24 $W_s$	32 $W_s$ ou 64 $W_s$ (1 ou 2 capt.)

En résumé,

Les nouvelles structures ont surtout un intérêt pour des canaux difficiles. Pour un canal typique, le tableau précédent montre que le nombre de coefficients nécessaire avec les Ts-, Ts/RIT, et Ts/Tc- structures est à peu près du même ordre de grandeur.

La Ts/RIT-structure nécessite une profondeur pratique intermédiaire entre celle de la Tc- et de la Ts-structure, avec une annulation complète de l'interférence possible et une complexité similaire à celle de la Ts-structure.

La Ts/Tc-structure garantit la profondeur minimale, avec une complexité plus faible que la Tc-structure. Le nombre de coefficients nécessaires en pratique a tendance à être inférieur à celui des autres structures proposées, mais le calcul des coefficients reste complexe.

Nous avons vu également avec le chapitre précédent (et la partie II) que lorsque le nombre d'utilisateurs est quasi maximum, les performances théoriques (à durée infinie) sont généralement assez mauvaises avec un seul capteur. De plus, un très grand nombre de coefficients est alors nécessaire pour approcher pratiquement ces performances médiocres, quelque soit la structure. *L'utilisation d'un deuxième capteur permet de lever ces deux inconvénients, amenant généralement de bonnes performances "théoriques", pouvant être pratiquement atteinte avec des profondeurs raisonnables*, telles celles qui viennent d'être mentionnées.

# Chapitre 3

## Structures linéaires adaptatives: égalisation et synchronisation

### 3.1 Adaptation à un canal variable “Vehicular”

Nous venons d'étudier les versions statiques de structures linéaires de réception, adéquates lorsque le canal de propagation est invariant sur la durée du slot. Or en environnement “véhicule”, l'examen des ordres de grandeur permet de supposer que les trajets sont résolus, avec des retards de propagation quasi-fixes et des amplitudes faiblement variables sur le slot, mais des phases fluctuantes à cause des différences de doppler entre les trajets. On a vu que les phases peuvent varier d'une cinquantaine de degrés à 120 km/h pour le passager d'une voiture. Pour le train, il faut considérer des vitesses de l'ordre de 200 km/h, et jusqu'à 500 km/h pour le TGV, mais à priori ce dernier comportera une station de base.

Nous nous intéressons maintenant aux versions adaptatives des structures précédentes. Notre modeste étude se limitera à dériver les équations d'adaptation des coefficients et à illustrer le comportement en poursuite des diverses structures sur quelques exemples.

L'utilisation de la séquence d'apprentissage permet généralement de calculer les coefficients des structures de manière itérative, ce qui évite l'étape d'estimation de canal et du calcul analytique des coefficients. Cependant, il semble que la norme UMTS ne préconise pas cette voie car il aurait fallu que la séquence d'apprentissage contienne des symboles étalés, au lieu d'une séquence de 256 chips. Cette séquence permet plutôt une bonne estimation de canal, ou de son “inverse” (au sens MMSE) au temps chip.

Nous supposons ainsi les structures correctement initialisées par les étapes préalables: estimation de canal, calcul des coefficients initiaux. Nous nous intéressons alors à la phase de poursuite pilotée par les décisions à partir d'un algorithme LMS.

## 3.2 Tc-Structure adaptative

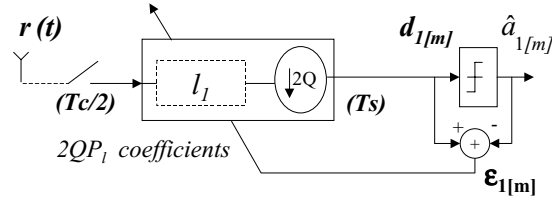


FIG. 3.1 – *Synoptique de la Tc-Structure (avec 1 seul capteur)*

La mise à jour de manière itérative, aux instants  $mTs$ , est faite à partir de l’erreur instantannée  $\epsilon_{1[m]} = d_{1[m]} - \hat{a}_{1[m]}$  formée à partir des décisions sur les symboles  $\hat{a}_{1[m]}$ , au moyen d’un algorithme LMS (pour “Least Mean Square”, Cf [60], [7], [43], [15]) encore appelé “algorithme du gradient stochastique”. Le domaine des communications numériques utilise depuis fort longtemps [58] cet algorithme. Dans le cas de base d’un filtre transverse synchrone (1 point /  $Ts$ ) et une référence donnée par une séquence d’apprentissage [59], rappelons que les opérations de mise à jour par le LMS ont une complexité seulement de l’ordre de celle du filtrage, avec des coefficients qui convergent en moyenne vers le filtre MMSE. Le coté itératif permet ainsi d’obtenir les coefficients sans calculer la forme analytique (qui nécessite une inversion matricielle) et peut s’adapter aux évolutions lentes du canal. Il fait évoluer les coefficients à chaque période symbole “ $mTs$ ” de la manière suivante:

$$\underline{l}_{1[m+1]} = \underline{l}_{1[m]} - \frac{\mu}{2} \cdot (\nabla_{\underline{l}_1} \{|\epsilon_{1[m]}|^2\})$$

En moyenne, cet algorithme conduit à la minimisation de l’Erreur Quadratique Moyenne  $J(\underline{l}_1) = E\{|\underline{l}_1^T \underline{r}_{1[m]} - a_{1[m]}|^2\}$ , plus simplement (mais de manière plus bruitée) qu’un algorithme du gradient déterministe sur  $J(\underline{l}_1)$ . Le coefficient  $\mu$  désigne le pas d’adaptation de l’algorithme. Pour la Tc-structure, les équations d’évolution sont finalement:

$$\begin{aligned} d_{1[m]} &= \underline{l}_{1[m]}^T \underline{r}_{1[m]} \\ \hat{a}_{1[m]} &= \text{signe}\{\text{Re}\{d_{1[m]}\}\} + j \text{signe}\{\text{Im}\{d_{1[m]}\}\} \\ \epsilon_{1[m]} &= d_{1[m]} - \hat{a}_{1[m]} \\ \underline{l}_{1[m+1]} &= \underline{l}_{1[m]} - \mu \{\epsilon_{1[m]} \cdot \underline{r}_{1[m]}^*\} \end{aligned}$$

## 3.3 Ts/xx-structures adaptatives:

### Egalisation et Synchronisation de phase

#### 3.3.1 Introduction

Pour les Ts/xx-structures (Ts-, Ts/RIxx-, Ts/Tc- ...), la version adaptative la plus générale consiste à poursuivre les amplitudes complexes des trajets (utilisés dans la partie amont) conjointement aux coefficients du traitement au temps symbole. Ainsi, on poursuit directement les éléments variables du canal plutôt que le très grand nombre de coefficients au travers duquel ils se cachent dans la Tc-structure.

En fait, nous nous limiterons à poursuivre les phases des trajets, au lieu des phases et amplitudes (maintenues à leur valeur initiale  $\rho_i^{(l)}$ ), pour concentrer la poursuite sur les paramètres à variations les plus rapides et qui priment dans la qualité de la détection. Rappelons que les trajets peuvent subir des rotations de phase maximales de l'ordre de  $\pm 25^\circ$  durant un 1/2 slot pour une vitesse du mobile de 120 km/h, dégradant clairement les performances pour des symboles QPSK et une démodulation cohérente sans poursuite de phase. Dans le cas d'un seul trajet de propagation en QPSK, une erreur de  $25^\circ$  statique occasionne un recul de 5 dB pour un Taux d'Erreur Binaire (TEB) de  $10^{-5}$  [74]. Par contre, une erreur statique sur la connaissance de l'amplitude du trajet unique n'entraîne pas de dégradation (décision d'un quadrant).

On généralise ainsi au cas CDMA multi-trajets l'idée d'"égalisation et récupération de porteuse conjointes" introduite dans [31], optimisée et appliquée à l'acoustique sous-marine dans [14].

### 3.3.2 Mises à jour: phases et égaliseur

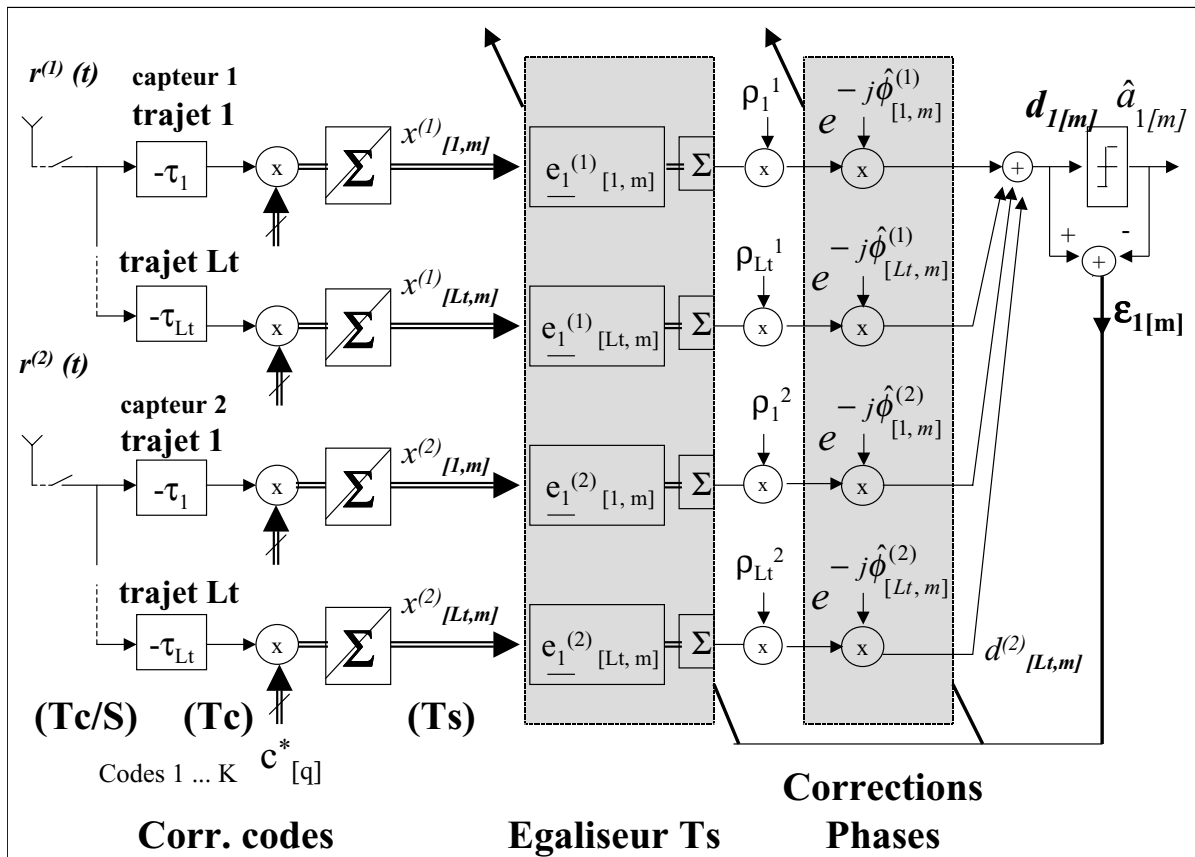


FIG. 3.2 – Synoptique général des  $Ts/xx$ -Structures avec mise à jour adaptative

Nous avons vu que, pour toutes les structures  $Ts/xx$ -, la variable de décision  $d_{1[m]}$  peut s'obtenir sous forme d'un produit scalaire entre les échantillons  $\underline{y}_{[m]}$  au temps symbole issus de la partie amont et un vecteur de coefficients opérant au temps symbole:  $d_{1[m]} = \underline{e}_{1[m]}^T \cdot \underline{y}_{[m]}$ .

Nous conservons ce formalisme, mais les équations d'adaptation des phases nécessitent de calculer la contribution propre à chaque phase (pour un trajet donné sur les  $L$  capteurs). On réordonne alors les structures en utilisant la commutativité des différentes opérations pour faire apparaître les composantes  $d_{1[i,m]}^{(l)}$  associées à chacun des  $i = 1 \dots L_t$  trajets de propagation et les  $l = 1 \dots L$  capteurs dans la variable de décision  $d_{1[m]}$  (3.3). La compensation de phase opérée en amont dans les versions de base peut se reporter de manière équivalente en aval (pour des variations de phases faibles durant  $P$  symboles, correspondant à la profondeur du banc d'égalisation), au niveau de la formation des  $d_{1[i,m]}^{(l)}$ , nécessitant seulement une multiplication par temps symbole (pour chaque trajet/capteur) au lieu de temps chip. Un synoptique général pour l'adaptation des structures Ts/xx est présenté en figure 3.2.

On a alors besoin de dupliquer, pour chacun des trajets et chacun des capteurs, le banc d'égalisation  $\underline{e}_{1[i,m]}^{(l)T}$  qui n'opère heureusement qu'au temps symbole. C'est le prix à payer pour pouvoir adapter chaque phase à partir d'un signal d'erreur bénéficiant de l'égalisation conjointe. Toutes les Ts/xx-structures auront ainsi sensiblement la même complexité de "détection et mise à jour".

Le banc  $\underline{e}_{1[i,m]}^{(l)T}$  traite (Cf équation(3.2)) le vecteur  $\underline{x}_{[i,m]}$  contenant le résultat de la corrélation (3.1) du signal reçu  $r_e^{(l)}(t)$  avec les différents codes au retard  $\tau_i$ .

Le vecteur  $\underline{y}_{[m]}$  est formé selon l'arrangement ou les sommations propres à chaque structure, comme vu au chapitre précédent. Les jeux de coefficients  $\underline{e}_{1[i,m]}^{(l)T}$  qui composent  $\underline{e}_{1[m]}^T$  sont identiques ou non d'un capteur à l'autre ou d'un trajet à l'autre, selon la structure choisie.

Pour la Ts-structure par exemple, on a :

$$\underline{y}_{[m]} = \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^{L_t} \underline{x}_{[i,m]}^{(l)} \cdot \rho_i^{(l)} e^{-j\hat{\phi}_{i[m]}^{(l)}}$$

avec  $\underline{x}_{[i,m]}^{(l)} = [x_{1[i,m+P_1]}^{(l)}, \dots, x_{K[i,m+P_1]}^{(l)}, \dots, x_{1[i,m-P_2]}^{(l)}, \dots, x_{K[i,m-P_2]}^{(l)}]^T$   
et les mêmes coefficients pour chaque voie:  $\underline{e}_{1[m]}^T = \underline{e}_{1[i,m]}^{(l)T} \quad \forall i = 1 \dots L_t, l = 1 \dots L$ .

On cherche ici à minimiser l'erreur quadratique moyenne  $J(\underline{e}_{1[m]}, \hat{\phi}_1^{(1)}, \dots, \hat{\phi}_{L_t}^{(1)}, \hat{\phi}_1^{(L)}, \dots, \hat{\phi}_{L_t}^{(L)}) = E\{|\underline{e}_{1[m]}^T \cdot \underline{y}_{[m]} - a_{1[m]}|^2\}$  par rapport aux phases estimées et aux coefficients. On forme un signal d'erreur instantanée  $\epsilon_{1[m]}$  calculé à partir des décisions  $\hat{a}_{1[m]}$  (3.5). En supposant les coefficients  $\underline{e}_{1[m]}$  faiblement dépendants des phases, on obtient à partir des équations (3.3) et (3.2) les gradients stochastiques suivants:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \nabla_{\underline{e}_{1[m]}} \{|\epsilon_{1[m]}|^2\} &= \epsilon_{1[m]} \cdot \underline{y}_{[m]}^* \\ \frac{1}{2} \nabla_{\hat{\phi}_i^{(l)}} \{|\epsilon_{1[m]}|^2\} &= +Im\{\epsilon_{1[m]}^* \cdot d_{1[i,m]}\} \quad \text{pour } i=1..L_t \end{aligned}$$

Concernant la mise à jour de la phase, on reconnaît dans le cas d'un seul trajet, le signal d'erreur  $v_{\epsilon_\phi}$  d'une boucle à remodulation, utilisant les décisions pour supprimer la modulation:

$$\text{avec } L_t = 1, L = 1 : \quad v_{\epsilon_\phi} = \frac{1}{2} \nabla_{\hat{\phi}} \{|\epsilon_{1[m]}|^2\} = Im\{\hat{a}_{1[m]}^* \cdot d_{1[m]}\} \approx A^2 \cdot \sin(\hat{\phi})$$

Les  $L_t \times L$  boucles de phase utilisent des filtres intégrateurs  $\mathcal{F}$  (de TZ:  $\{\beta_1 + \frac{\beta_2}{1-z^{-1}}\}$ ) à 2 coefficients  $\beta_1$  (Lead) et  $\beta_2$  (Lag) afin de réaliser des boucles numériques du  $2^{nd}$  ordre.

L'égaliseur est mis à jour classiquement avec un pas d'adaptation  $\mu$ .

L'ensemble des équations de mise à jour est finalement, à l'itération  $[m]$ , pour  $k = 1..K$ ,  $i = 1..L_t$ ,  $l = 1..L$  :

$$x_{k[i,m]}^{(l)} = \sum_{q=0}^{Q-1} c_{k[q]}^* r_e^{(l)}(mTs + qTc + \tau_i) \quad (\text{ou partie avant et arriere pour } Ts/Tc-) \quad (3.1)$$

Formation de  $\underline{x}_{[i,m]}^{(l)}$  a partir des  $\{x_{k[i,m+P_1]}^{(l)}, \dots, x_{k[i,m-P_2]}^{(l)}\}$  (et complements pour  $Ts/Tc-$ )

Formation de  $\underline{y}_{[m]}$  a partir des  $\{\underline{x}_{[i,m]}^{(l)} \cdot \rho_i^{(l)} \cdot e^{-j\hat{\phi}_{i[m]}^{(l)}}\}$  (selon choix de la structure)

$$d_{1[i,m]}^{(l)} = \underline{e}_{1[i,m]}^{(l)T} \cdot \underbrace{\underline{x}_{[i,m]}^{(l)} \cdot \rho_i^{(l)} \cdot e^{-j\hat{\phi}_{i[m]}^{(l)}}}_{\underline{y}_{[i,m]}^{(l)}} \quad : \quad \text{var. decision partielle} \quad (3.2)$$

$$d_{1[m]} = \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^{L_t} d_{1[i,m]}^{(l)} \quad \text{ou equivalent : } d_{1[m]} = \underline{e}_{1[m]}^T \cdot \underline{y}_{[m]} \quad : \quad \text{var. decision globale} \quad (3.3)$$

$$\hat{a}_{1[m]} = \text{signe}\{\text{Re}\{d_{1[m]}\}\} + j \text{signe}\{\text{Im}\{d_{1[m]}\}\} \quad (3.4)$$

$$\epsilon_{1[m]} = (d_{1[m]} - \hat{a}_{1[m]}) \quad (3.5)$$

$$\hat{\phi}_{i[m+1]}^{(l)} = \hat{\phi}_{i[m]}^{(l)} - \mathcal{F}(\text{Im}\{\epsilon_{1[m]}^* \cdot d_{1[i,m]}^{(l)}\}) \quad (3.6)$$

$$\underline{e}_{1[m+1]} = \underline{e}_{1[m]} - \mu \cdot \{\epsilon_{1[m]} \cdot \underline{y}_{[m]}^*\} \quad (3.7)$$

### Remarques

1- En terme de complexité, nous voyons que les Ts/xx-structures perdent leur avantage dans la version adaptative par rapport à la Tc-structure, à cause du traitement séparé de chaque trajet jusqu'à la variable de décision. Ceci est à nuancer en situation multi-code: on peut en effet asservir les phases et les coefficients relatifs au code désiré numéro un à partir de l'erreur  $\epsilon_{1[m]}$  et n'utiliser les erreurs relatives aux autres codes désirés  $\epsilon_{k_u[m]}$ ,  $k_u = 2..K_u$ , que pour asservir les égaliseurs associés au temps symbole. Ainsi, on ne duplique l'égaliseur (différents trajets/capteurs) que pour le premier code désiré.

2- Pour réduire encore la complexité, une version alternative pourrait être de former l'erreur de phase de chaque trajet/capteur non pas après l'égalisation mais avant, ce qui reviendrait à faire un *Rake adaptatif suivi d'un égaliseur au temps symbole*, avec des mises à jour séparées. Pour le trajet numéro "i", la corrélation du signal reçu avec le code désiré (au retard  $\tau_i$ ) permet de former un signal d'erreur au temps symbole pour piloter la boucle délivrant  $\hat{\phi}_i$ . Néanmoins, en contexte multi-utilisateur et avec des variations rapides de phase (ne permettant pas une intégration importante de l'erreur), une telle boucle aura des performances médiocres car travaillant par construction à mauvais rapport signal à perturbauteur (Interférence plus Bruit), alors que les versions complètes n'ont théoriquement pas ce problème, du moins si la poursuite se fait correctement...

*Choix des paramètres*

Le choix des paramètres  $\mu$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  est un problème pratique difficile. En présence d'interférences et bruit, il faut trouver le bon compromis vitesse/précision, avec des valeurs de paramètres ne faisant pas diverger l'algorithme. On pourrait envisager d'adapter de manière automatique ces paramètres avec les versions auto-optimisées [15], [14] des algorithmes LMS. Nous nous contentons ici de rappeler quelques éléments pour dimensionner les paramètres.

En situation de base ( $L = 1$ ,  $L_t = 1$ ,  $K = 1$ ), pour des symboles normalisés ( $A^2 = 1$ ), et en régime de poursuite (régime linéaire valable pour une erreur de phase faible), la fonction de transfert en boucle fermée de la boucle de phase numérique au pas  $Ts$  se traduit (en supposant les décisions justes) par:  $H(z) = \frac{\hat{\phi}(z)}{\phi(z)} = \frac{\mathcal{F}(z)}{(z-1)+\mathcal{F}(z)}$ . La boucle est stable [47] pour:  $0 < \beta_1 < 2$  et  $0 < \beta_2 < 4 - 2\beta_1$ .

On peut à partir de  $(\beta_1, \beta_2)$  revenir aux paramètres physiques de pulsation propre et facteur d'amortissement,  $(w_n, \zeta)$ , plus parlants en terme de rapidité d'asservissement et stabilité de la boucle. Etant donné que la boucle est nécessairement étroite devant le temps symbole ( $w_n Ts < 1$ , temps d'intégration au moins sur quelques symboles), l'approximation  $e^{pTs} \approx 1 + pTs$  rend l'asservissement numérique équivalent à celui d'une boucle analogique du second ordre de grand gain [34],  $H(e^{pTs}) \approx \frac{2\zeta w_n p + w_n^2}{p^2 + 2\zeta w_n p + w_n^2}$  avec:

$$w_n^2 Ts^2 = \beta_2 \quad \text{et} \quad 2\zeta w_n Ts = (\beta_1 + \beta_2) \quad (3.8)$$

Un bon facteur d'amortissement correspond à des valeurs de  $\zeta$  comprises entre 0.7 et 1.5. Pour un  $w_n$  donné, le choix  $\zeta = 1$  correspond à l'extinction (asymptotique) la plus rapide de l'erreur de l'asservissement en réponse à un saut de phase [10], avec une erreur réduite de 90% au bout de  $\frac{3}{(w_n Ts)}$  temps-symbole. Pour des variations rapides de phase, une boucle très rapide est obtenue pour  $\beta_1 = 0.5$  et  $\beta_2 = 0.1$ , correspondant à  $w_n Ts \approx 0.3$  et  $\zeta \approx 1$ . A 120km/h, on pourra se contenter, en présence de bruit, de boucles moins rapides pour compenser au pire +/-5 degrés en  $13Ts$ .

En ce qui concerne la mise à jour des coefficients de l'égaliseur, la constante de temps de l'algorithme LMS est approximativement proportionnelle à  $\frac{1}{\mu}$ . Mais il existe une valeur de  $\mu$  au delà de laquelle l'algorithme diverge. Les performances en poursuite de l'algorithme sont bonnes lorsque la matrice de corrélation des échantillons à égaliser est bien conditionnée.

### 3.4 Simulations

Le comportement en poursuite est illustré à l'aide de simulations sous un canal à variations aléatoires de Rayleigh, utilisant le modèle de Jakes pour le Doppler, tel qu'il a été présenté dans la première partie, avec des symboles BPSK. Le stage de Mamadou DIOP [24] a permis de mener une partie de ce travail. Nous considérons les canaux "Vehicular A" et "Vehicular B", limités aux 4 premiers trajets. Les tables 3.1 à 3.3 présentent en dB l'Erreur Quadratique Moyenne,  $EQM_{dB}$ , mesurée durant un 1/2 slot (70 symboles) après



		sans adap.	Ts-	Ts/RIT-	Ts/Tc-	Tc-
120 km/h	$EQM_{dB} (K = 4)$	-11	-20	-23	-28	-21
	$EQM_{dB} (K = 8)$	-9	-14	-11	-16.5	-12
	$EQM_{dB} (K = 12)$	-6	-10.5	-8	-9	-8
500 km/h	$EQM_{dB} (K = 4)$	-0.3	-15	-9	-14	-10

 TAB. 3.1 – “Vehicular A” ( $W_s = 1$ ) avec 1 seul capteur, pour 120 et 500 km/h

		sans adap.	Ts-	Ts/RIT-	Ts/Tc-	Tc-
120 km/h	$EQM_{dB} (K = 12)$	-11	-14.5	-16.2	-17.5	-14.5
500 km/h	$EQM_{dB} (K = 4)$	-0.5	-14	-14	-17.5	-14

 TAB. 3.2 – “Vehicular A” ( $W_s = 1$ ) avec 2 capteurs, pour 120 et 500 km/h

		sans adap.	Ts-	Ts/RIT-	Ts/Tc-	Tc-
120 km/h	$EQM_{dB} (K = 4)$	-8.5	-16.5	-20	-17	-14.5
	$EQM_{dB} (K = 8)$	-8.2	-12	-15.5	-12	-11
	$EQM_{dB} (K = 12)$	-7.9	-10.2	-11.5	-10	-9.9
200 km/h	$EQM_{dB} (K = 4)$	-3.8	-16.2	-17.5	-12	-9.3

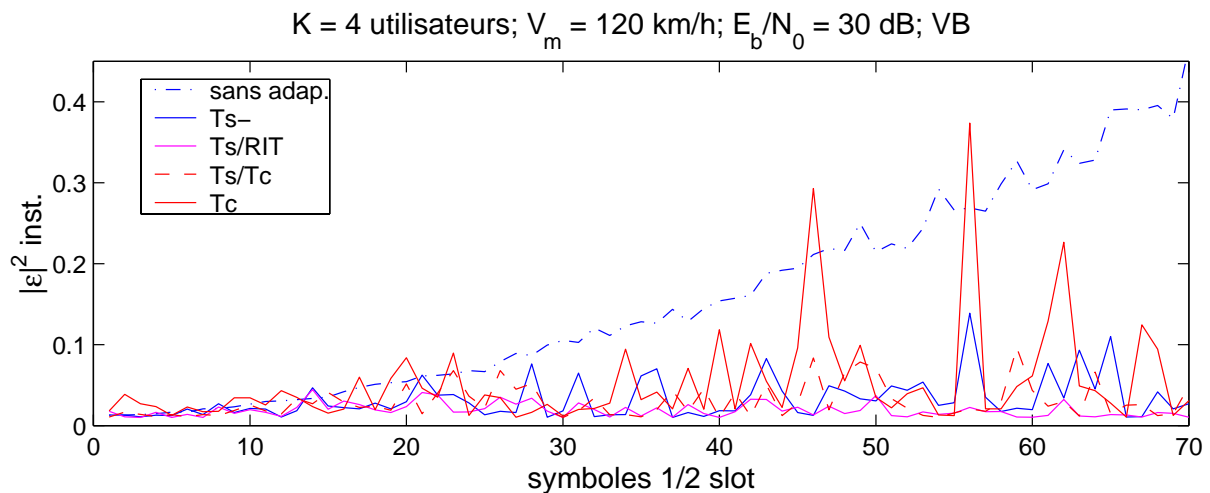
 TAB. 3.3 – “Vehicular B” ( $W_s = 5$ ) avec 1 seul capteur, pour 120 et 200 km/h


FIG. 3.3 – exemple de poursuite durant un demi-slot en “Vehicular B”

avoir initialisé les structures selon les optimisations MMSE vues au chapitre précédent. Ces résultats ne sont pas du tout exhaustifs, car moyennés seulement sur quelques slots. Ils ne prétendent en aucun cas refléter les performances moyennes sous ces modèles de canaux, ce qui aurait nécessité un très grand nombre de réalisations, en réglant à chaque fois les paramètres d'adaptation...

Nous avons constaté que:

- toutes les structures adaptatives donnent satisfaction lorsque le nombre d'interférents n'est pas trop élevé, améliorant nettement les performances par rapport aux versions statiques.
- lorsque le nombre d'utilisateurs devient élevé (plus d'une dizaine de codes), la poursuite a du mal à se faire correctement avec un seul capteur de réception. On est obligé de baisser les valeurs de  $\mu$  et de  $w_n$  pour éviter la divergence, mais occasionnant alors une adaptation trop lente.... Pour l'exemple du "Vehicular A" qui, rappelons le, est un canal de durée courte contenue dans un temps symbole, l'exploitation d'un deuxième capteur permet d'avoir une très bonne poursuite avec  $K = 12$  utilisateurs à 120 km/h (Cf table 3.2). Malheureusement, il n'en va pas toujours ainsi: pour des réalisations du canal VB qui s'avèrent difficiles avec un seul capteur et beaucoup d'interférents, la poursuite ne se fait plus avec un deuxième capteur (tables non représentées). Cela est probablement dû au grand nombre de coefficients nécessaires avec ce canal "long", nombre qui doit être doublé avec un deuxième capteur dans la Tc-structure. Pour les autres structures, il faut poursuivre 2 fois plus de phases qu'avec un seul capteur, ce qui devient délicat...
- lorsque le canal varie dans le temps, nous voyons qu'il faut se contenter de viser une EQM inférieure à une dizaine ou quinzaine de dB. Pour une structure donnée, il y a un compromis à trouver sur la profondeur  $P_l$  vis à vis de la réduction d'interférence et de la poursuite, cette dernière s'opérant beaucoup mieux lorsque le nombre de coefficients est réduit, ce qui est classique avec un algorithme LMS.
- à titre d'information, nous donnons la plage des valeurs "optimales" (relevées de manière empirique) des paramètres de mises à jour à 120 km/h, avec un rapport  $\frac{E_b}{N_0} = 30$  dB. Les valeurs admissibles les plus élevés correspondent au cas du canal court et peu d'interférents, les valeurs les plus faibles au cas du canal long et 12 codes actifs:

Tc-structure:  $\mu = 0.01$  à  $0.0005$

Ts/xx-structures:  $\mu = 0.0002$  à  $0.00001$ ,  $(\beta_1, \beta_2) = (0.4, 0.05)$  à  $(0.07, 0.002)$ .

Pour les Ts/xx structures, les boucles de phase correspondant à une pulsation propre telle que  $w_n T_s = 0.22$  à  $0.044$ . Nous avons pu vérifier que la boucle du deuxième ordre est très sensible au choix de  $\beta_2$  (conditionne directement  $w_n$ ) et que les valeurs de  $\beta_1$  doivent être en adéquation avec la formule 3.8 et des valeurs pour  $\zeta$  autour de 1.

- la Ts/Tc structure, moins libre que la Tc-structure, améliore systématiquement les performances en poursuite. Néanmoins nous avons observé que les performances les meilleures (ou les plus mauvaises) apparaissent pour les mêmes réalisations de canal...
- la Ts-structure, qui est la moins libre, a toujours un bon comportement en poursuite, malgré une interférence résiduelle. Ceci est logique car après BFA complet, la matrice de corrélation  $E\{\underline{y}_{[m]}\underline{y}_{[m]}^H\}$  traduit un système compacté au temps symbole, Toeplitz par bloc, de petite dimension  $KP \times KP$ , généralement très bien conditionné, ce qui n'est pas toujours le cas des autres structures (Cf. figure 1.9 du chapitre 1).
- pour la Ts/RIT-structure, le comportement en poursuite (lié au conditionnement) dépend de la réalisation de canal. Il est assez mauvais avec un seul capteur dans l'exemple 3.1, devient correct avec 2 capteurs dans la table 3.2 et surpasse toutes les autres structures dans l'exemple du canal VB, table 3.3...

### 3.4.1 Conclusion

L'adaptation des structures permet toujours une amélioration en environnement véhicule. Néanmoins, les performances en poursuite se dégradent vite avec le nombre d'utilisateurs.

Avec une initialisation correcte, les Ts/xx-structures se comportent mieux que la structure complètement libre, Tc-structure. Dans les Ts/xx-structures, on compense directement les éléments variables que sont les phases alors que la compensation se fait au travers d'un très grand nombre de coefficients pour la Tc-structure, ce qui pénalise le comportement en poursuite. Rappelons néanmoins que les structures fractionnées adaptatives présentent un intérêt par rapport aux structures synchrones lorsque la récupération de rythme est mauvaise [108], [56], [15]. Or, les ordres de grandeur et le contexte particulier de l'étalement de spectre nous ont permis de supposer une bonne compensation de rythme dès l'acquisition (variations négligeables sur plusieurs slots, 500 fois plus faibles que les variations de phase!). Dans le cas contraire, il faudrait prévoir par exemple une/des boucles "Early-late" [37] en parallèle pour poursuivre les retards...

Parmi les Ts/xx-structures, ce sont les versions les moins libres, la Ts- et la Ts/Tc qui ont le comportement en poursuite le plus régulier.

Nous sommes conscients que l'analyse du comportement en poursuite des différentes structures (selon les spécificités du canal, le "sens" des variations de phases/amplitudes ...) mériterait d'être largement approfondi, sur le plan théorique et par l'observation de davantage de réalisations. Cela pourrait permettre par exemple de préconiser une structure particulière pour une situation donnée. Ce premier travail a tout de même permis de valider le passage à l'adaptatif des différentes structures proposées, et de mettre en évidence quelques caractéristiques prédominantes...

# Conclusion

L'objet de ce document était d'apporter un certain nombre de réponses sur l'apport et la mise en oeuvre de traitements spatio-temporels à la réception sur un terminal mobile, dans le contexte de communications numériques multi-utilisateur, basées sur des signatures à codes CDMA. Les ordres de grandeur du problème ont été dictés par la liaison descendante, (c'est à dire de la station de base vers le mobile) du prochain système cellulaire de radio-téléphonie mobile, UMTS, dans sa version TDD. Une contrainte importante à prendre en compte, était la limitation de la complexité des traitements sur le terminal mobile pour des raisons d'autonomie/consommation, d'encombrement et de coût ...

## *Synthèse du travail et principales contributions*

La **partie I** a rappelé les notions de canaux radio-mobile et de technique d'étalement de spectre pour l'accès multiple (CDMA), spécifiques au contexte de l'étude. Elle nous a permis, à partir des modèles de la littérature [48], de préciser la nature de la diversité spatiale potentiellement recueillie sur le mobile à partir d'une antenne composée de plusieurs capteurs dont l'espacement global est inférieur à la longueur d'onde  $\lambda$ . Nous avons aussi dégager les hypothèses de travail sur les variations des paramètres du canal. Ainsi, nous avons pu supposer les retards des trajets quasi-fixes à l'échelle du slot, et les amplitudes complexes quasi-fixes sur plusieurs symboles, voire un slot lorsque le terminal mobile n'est pas à bord d'un véhicule.

Ces constatations nous ont amené à étudier dans la **partie II** les structures théoriques linéaires de réception pour un canal fixe, avant de généraliser les performances pour un canal lentement variable vis à vis du temps symbole, situation toujours rencontrée pour les vitesses inférieures à  $500 \text{ km/h}$  (canal très "underspread"). Nous avons choisi dans cette étude théorique initiale de ne pas considérer de contrainte de réalisation (de type Ri à durée finie, causale, ...) afin de dériver et d'interpréter les solutions "naturelles" (sans faire intervenir d'effets de troncature) et de fixer des bornes de performances. Ces solutions théoriques pourront toujours être approchées par les structures de réalisation, et guident à la compréhension du comportement de ces dernières.

Le canal de propagation radio-mobile engendre deux phénomènes indésirables par rapport à la situation idéale d'un canal mono-trajet invariant dans le temps: des évanouissements de la puissance reçue au cours du temps ou "fading" (sélectivité en temps), et de l'interférence (due à la sélectivité en fréquence). Les simulations de performances pour les différents modèles de

canaux de la norme ont montré comment la réception avec une antenne multiple composée de 2 ou 3 éléments permettait de lutter efficacement contre ces deux phénomènes duaux.

Concernant le phénomène d'interférence seul, les structures linéaires ne sont pas les meilleures, mais les simulations sous les canaux typiques ont conforté ce choix. La dégradation moyenne due à l'interférence (situation "sans fading") est en effet seulement de l'ordre de 2 dB (en INSR, pour un  $\frac{E_b}{N_0} \leq 16dB$  et un nombre maximal d'interférents) par rapport aux performances obtenues avec un canal idéal mono-trajet.

La **partie III** a été entièrement consacrée aux structures linéaires de réalisation. Pour un nombre infini de coefficients et un même critère (MMSE de préférence ou Zéro-Forcing) toutes les structures linéaires retenues tendent vers les mêmes performances, celles de la structure théorique à durée infinie. Avec une profondeur finie de filtrage et un nombre réduit de coefficients, le comportement des diverses structures peut par contre être très varié. Nous sommes partis de deux structures de référence: la structure "libre" la plus générale à durée finie, dénommée Tc-structure, et la structure imposée obtenue par troncature de la structure théorique à durée infinie, nommée Ts-structure et composée d'un Banc de Filtres Adaptés (BFA) aux formes d'ondes globales de chaque utilisateur, suivis d'un Banc de filtres transverses opérant au temps-symbole. La Tc-structure obtient les meilleures performances pour une profondeur donnée de filtrage, mais avec un plus grand nombre de coefficients, car elle ne profite pas de la nature discrète du canal ni des propriétés de corrélations des formes d'ondes. La Ts-structure bénéficie au contraire de ces deux points pour opérer un retour au temps-symbole très peu complexe (équivalent au BFA suivi d'un échantillonnage synchrone sur les K branches), mais nécessite une profondeur de filtrage nettement supérieure à celle de la Tc-structure. En terme de nombre de coefficients, la Ts-structure est généralement avantageuse (en présence de bruit) car les filtres discrets n'opèrent qu'au temps symbole. Cependant, à fort rapport  $\frac{E_b}{N_0}$ , l'interférence résiduelle inhérente de cette structure peut être gênante, lorsque le nombre d'utilisateurs est important et le canal difficile. C'est pour cela que nous avons proposé des structures intermédiaires; elles réalisent toujours en amont les corrélations (complètes ou partielles) avec les codes aux retards des trajets de propagation pour opérer le passage au temps symbole, mais en ne recombinaient pas directement toutes les contributions des divers trajets/capteurs, contrairement au BFA. On conserve alors suffisamment de degrés de libertés pour que le traitement linéaire sur plusieurs voies au temps-symbole permette de réduire complètement l'interférence (en absence de bruit), pour une profondeur finie déterminée, ce qui n'était pas le cas de la Ts-structure. Notons que la réception avec un deuxième capteur n'augmente généralement pas la complexité des traitements numériques en raison d'une profondeur requise plus courte.

La cadence suffisante de réactualisation des coefficients des structures dépend de la vitesse du mobile. Ainsi, en environnement "hors véhicule", elle se fera naturellement d'un slot à l'autre à partir de chaque nouvelle estimation de canal. En environnement véhicule, la mise à jour doit être opérée au cours du slot, ce qui nous a amené à dériver les versions adaptatives aidées par les décisions des structures précédentes, et à illustrer leur comportement.

L'étude des récepteurs linéaires multi-capteur en CDMA n'est évidemment pas nouvelle. Particulièrement ces dernières années, les enjeux économiques liés aux systèmes radio-mobile ont entraîné une effervescence de projets et de thèses sur le sujet... Résumons les points où nous pouvons avoir contribué:

### **Formalisation en fréquence de la représentation large-bande CDMA multi-capteur:**

nous avons construit un formalisme qui regroupe dans un seul vecteur les composantes à une même fréquence relative  $f$  des diverses bandes symboles juxtaposées de largeur  $\frac{1}{T_s}$ , qui composent la bande élargie de la transmission. En raison de la forte cyclo-stationnarité de période  $T_s$  des communications à étalement de spectre, le formalisme large-bande est particulièrement bien adapté pour dériver et interpréter les solutions théoriques en fréquence, où interviennent toujours des combinaisons linéaires des composantes relatives à une même fréquence  $f$ . La prise en compte de canaux sélectifs se fait simplement et naturellement, ainsi que les discussions d'existence des solutions en fonction du canal. Cette représentation est une alternative aux formulations fractionnées temporelles [107] ou à la représentation polyphase [96], même si cette dernière est plus adéquate pour optimiser directement les coefficients en temps. Le passage entre les représentations à été établi au moyen de la Transformée en Z.

### **Proposition de nouvelles structures de réalisation:**

Nous avons vu que l'association "CDMA / multi-capteur" constituait un ensemble riche en possibilités de mise en oeuvre, ce qui nous a amené à explorer plusieurs structures linéaires de réalisation pour essayer d'obtenir de bons compromis performance / complexité. Nous nous sommes efforcés de tirer partie des propriétés de symétrie et de la nature discrète du canal à trajets pour former les matrices mises en jeu dans le calcul des coefficients. De même, en tenant compte à la fois de la forme des solutions et de la forme du canal, nous avons essayé de définir des traitements équivalents moins complexes, comme dans la  $T_s/T_c$ -structure.

Cette approche se distingue des méthodes généralement proposées dans le cadre de la norme UMTS/TDD, qui mettent en oeuvre de grosses matrices "à l'état brut", en particulier dans les méthodes blocs [42], [54], [49].

### *Perspectives*

Pour conforter l'intérêt pratique de ce travail, il conviendrait d'étudier la sensibilité des diverses structures aux erreurs d'estimation de canal... De même, les évaluations de complexité doivent intégrer les aspects mémoires, et surtout, la précision finie nécessaire avec les diverses structures.

L'analyse des  $T_s/x$  structures adaptatives doit être poussée, en ce qui concerne le réglage automatique des pas, le dénombrement des situations défavorables ... De plus, lorsque le nombre d'utilisateurs est important, ce qui est à priori la situation visée, nous avons vu que la poursuite se faisait très mal et des améliorations doivent être envisagées.

Concernant la représentation large-bande, nous pensons qu'elle pourrait être exploitée pour estimer en fréquence, de manière auto-didacte, le canal ou les codes des interférents. Elle pourrait aussi permettre de définir des algorithmes traitant les données directement en fréquence, comme proposé très récemment par l'auteur de [40].

Nous avons abordé de manière indépendante la partie "égalisation multi-utilisateur"; une approche globale incluant les aspects codage (convolutif ou turbo-code pour l'UMTS) serait plus satisfaisante, mais son analyse analytique paraît fort délicate...

Ces dernières années, a été mis en avant le gain spectaculaire potentiel en terme de capacité (pour un canal soumis aux évanouissements) apporté par un codage spatio-temporel à l'émission. Cela ouvrira probablement de grandes perspectives aux générations futures de radio-téléphonie.

Egalement, les techniques associant CDMA et OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplex) paraissent prometteuses. Elles constituent une manière de rallonger la durée du temps symbole, et ainsi de diminuer l'interférence aux retards non nuls.

Concernant l'amélioration de la transmission proprement dite, sans les aspects codage, une voie difficile à mettre en oeuvre pratiquement aujourd'hui, mais qui nous intéresse au sein du laboratoire *LIS*, concerne l'exploitation de la diversité de polarisation, déjà utilisée dans d'autres domaines comme les transmissions ionosphériques.

# Annexes



## ANNEXE I.1:

### Rapport $\left(\frac{Eb}{N_0}\right)$

Le rapport  $\left(\frac{Eb}{N_0}\right)$  est généralement adopté [9] en transmissions numériques comme paramètre d'entrée du récepteur pour lequel on va évaluer la qualité du message numérique restitué (Taux d'Erreur Binaire, Erreur Quadratique moyenne ou Rapport Signal à Bruit sur les symboles estimés). Il permet ainsi de qualifier la sensibilité du récepteur au bruit additif.

Dans le contexte CDMA et avec  $l = 1 \dots L$  capteurs de réception, on a:

- $N_0$ : densité spectrale de puissance monolatérale du bruit blanc en entrée (bande portée) de chaque capteur,
- $E_b$ : énergie moyenne par bit du signal modulé associé au code "utile" ou "désiré" en entrée (bande portée) du récepteur, mesurée sur l'ensemble des capteurs.

*Expression de  $E_b$  en fonction du gain énergétique de la forme d'onde "utile",  $\gamma_{11[0]}$ , et de la puissance des symboles,  $A^2$ , pour une modulation QPSK.*

On suppose que le code "utile" ou "désiré" est le numéro "1". Le signal "utile" en bande portée à l'entrée du capteur "l" est:

$$r_{1HF}^{(l)}(t) = \Re \left\{ \underbrace{Ts \sum_m \tilde{a}_{[m]} \tilde{g}_1^{(l)}(t - mTs)}_{\tilde{r}_1(t)} \cdot e^{j(2\pi f_0 t)} \right\}$$

où exceptionnellement dans cette annexe, nous marquons les signaux temporels complexes en bande de base par un tilde ( $\tilde{\cdot}$ ). On peut définir la dsp moyenne [51] du signal aléatoire cyclo-stationnaire  $r_{1HF}^{(l)}(t)$ . Pour des symboles décorrélés et centrés, on a:

$$\hat{\gamma}_{r_{1HF}^{(l)}}(f) = \frac{1}{4} \cdot \left( \hat{\gamma}_{\tilde{r}_1^{(l)}}(f - f_0) + \hat{\gamma}_{\tilde{r}_1^{(l)}}(-f - f_0) \right) \quad \text{avec} \quad \hat{\gamma}_{\tilde{r}_1^{(l)}}(f) = (A^2 Ts) \cdot |\hat{g}_1^{(l)}(f)|^2$$

La puissance moyenne du signal utile HF reçu, égale à la moitié de celle de l'enveloppe complexe, s'exprime ainsi par:

$$P_{r_{1HF}} = \frac{1}{2} \cdot P_{\tilde{r}_1} = \frac{1}{2} \cdot (A^2 Ts) \cdot \gamma_{11}(0) = \frac{1}{2} \cdot A^2 \cdot \gamma_{11[0]}$$

où  $\tilde{\gamma}_{11}(\tau) = \left( \sum_{l=1}^L \tilde{g}_1^{(l)} * \tilde{g}_1^{(l)H} \right) (\tau)$  est l'autocorrélation de la forme d'onde "utile" sur l'ensemble des capteurs, et  $\tilde{\gamma}_{11}(0) = \gamma_{11}(0) = \sum_{l=1}^L \int |\tilde{g}_1^{(l)}(\tau)|^2 d\tau$  sa bande équivalente de bruit. L'échantillonnée au temps symbole de  $\tilde{\gamma}_{11}(\tau)$  est sans dimension:  $\tilde{\gamma}_{11[n]} = Ts \cdot \tilde{\gamma}_{11}(\tau)_{\tau=nTs}$ .

On en déduit l'énergie moyenne par bit:  $E_b = \sum_{l=1}^L E_b^{(l)} = P_{r_{1HF}} \cdot T_b$   
En **QPSK**, le temps bit  $T_b$  est la moitié du temps symbole  $Ts = 2T_b$ , d'où:

$$E_b = \frac{1}{4} \cdot A^2 Ts \cdot \gamma_{11[0]}$$

## ANNEXE II.1:

### Statistique suffisante et Récepteur optimal à maximum de vraisemblance par séquences

Le récepteur MV conjoint travaille par séquences (correspondant au 1/2 slot ou à une durée supérieure à celle du canal). Il décide  $N$  symboles à la fois, simultanément pour chacun des  $K$  utilisateurs, soit globalement la séquence multiple la plus probable  $\{a_{k[m]}^i\}$  parmi les  $N_{pos} = 4^{NK}$  possibles, pour des symboles à 4 états (QPSK). Le problème peut ainsi se résumer à choisir l'indice  $i$  parmi les valeurs  $i = 1 \dots N_{pos}$ .

Les formes d'ondes  $\underline{g}_k(\tau)$  incluant le canal et le code étant supposées connues (vecteur colonne pour les différents capteurs), on peut former au niveau du récepteur les  $N_{pos}$  "signaux possibles sans bruit":

$$\underline{x}^i(t) = Ts \cdot \sum_{m=1}^N \sum_{k=1}^K a_{k[m]}^i \underline{g}_k(t - mTs) \quad (3.9)$$

Le critère MV consiste à choisir, à partir de l'observation continue bruitée  $\underline{r}(t)$ , la séquence  $i$  ou encore le signal possible  $\underline{x}^i(t)$  tel que:

$$MV : \quad \max_i \text{Prob}\{\underline{x}^i(t) / \underline{r}(t)\}$$

Les séquences étant équiprobables, le critère MV est équivalent à un critère de Maximum à Postérieur (MAP):

$$MAP : \quad \max_i \text{Prob}\{\underline{r}(t) / \underline{x}^i(t)\}$$

Le bruit étant blanc et Gaussien en entrée du récepteur, on montre [100] que le signal analogique  $\underline{x}^i(t)$  à choisir est celui qui est le plus proche (au sens de la distance Euclidienne) du signal bruité reçu  $\underline{r}(t)$ , minimisant la métrique:

$$P_m\{a_{k[m]}^i\} = \int_{-\infty}^{+\infty} |\underline{r}(t) - \underline{x}^i(t)|^2 dt \quad (3.10)$$

En développant le carré, on obtient:

$$P_m\{a_{k[m]}^i\} = \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} |\underline{r}(t)|^2 dt}_{\text{énergie signal reçu}} + \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} |\underline{x}^i(t)|^2 dt}_{E^i: \text{énergie signal } i} - \underbrace{2\Re\left\{\int_{-\infty}^{+\infty} \underline{x}^{iH}(t) \cdot \underline{r}(t) dt\right\}}_{C_{obs}^i} \quad (3.11)$$

Le premier terme est indépendant de la séquence à choisir, le deuxième terme,  $E^i$ , est formé pour chaque  $i$  indépendamment de l'observation  $\underline{r}(t)$ . On en déduit que pour maximiser la vraisemblance (minimiser  $P_m$ ), il n'est pas nécessaire de traiter directement le signal analogique reçu, mais que l'on peut se contenter de sa "projection"  $C_{obs}^i$  sur tous les signaux possibles  $\underline{x}^i(t)$ . Or cette projection s'exprime simplement (en utilisant (3.9)) à partir des

échantillons  $\{y_{k[m]}\}$ , obtenus en appliquant au signal reçu un BFA suivi d'un échantillonnage synchrone au temps symbole, comme défini en 2.1 de la partie II:

$$C_{obs}^i = 2Ts \Re \left\{ \sum_m \sum_{k=1}^K a_{k[m]}^i \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \underline{g}_k^{*T}(\tau - mTs) \cdot \underline{x}(\tau) d\tau}_{y_{k[m]}} \right\} \quad (3.12)$$

On en conclut que les échantillons  $\{y_{k[m]}\}$  constituent une statistique suffisante du signal reçu pour la détection des symboles.

### Récepteur MV à Banc de filtres adaptés

Pour maximiser la vraisemblance, il faut choisir la multi-séquence “ $i$ ” qui minimise la contribution des deux derniers termes du membre de gauche de (3.11). En utilisant (3.12), et la forme (3.9) de  $\underline{x}^i(t)$  pour calculer  $E^i$ , on obtient le traitement numérique à opérer au temps symbole sur les  $\{y_{k[m]}\}$  en sortie du BFA, pour sélectionner la séquence multiple “ $i$ ”:

$$\max_i \Re \left\{ \sum_m \sum_{k=1}^K a_{k[m]}^i \left( y_{k[m]} - \frac{1}{2} \cdot y_{k[m]}^i \right) \right\} \quad \text{avec} \quad y_{k[m]}^i = \sum_{j=1}^K \left( \underline{g}_k^{*T} * \underline{g}_j * a_j^i \right) (t)_{|t=mTs}$$

Ce traitement généralise celui proposé par G. Ungerboeck [98] en contexte mono-utilisateur.

### Récepteur MV à Banc de filtres adaptés blanchissant

On préfère souvent ramener le traitement numérique précédent à un calcul de métriques, qui permettra d'utiliser directement l'algorithme de Viterbi.

Sommairement, l'idée est de calculer la distance euclidienne entre  $\underline{r}(t)$  et les  $\underline{x}^i(t)$  (équation (3.10)) à partir des composantes de ces deux signaux dans une base orthogonale. L'application d'un filtre numérique blanchissant (multiples entrées/multiples sorties) aux sorties du BFA,  $\{y_{k[m]}\}$ , délivre sur  $K$  branches des échantillons  $\{s_{k[m]}\} = B(y_{k[m]})$ , dont la partie “bruit” est non corrélée (temporellement et d'une branche à l'autre), pour un bruit blanc en entrée du récepteur; c'est une manière de construire une base orthogonale [9]. Pour maximiser la vraisemblance, il suffit de sélectionner la multi-séquence “ $i$ ” telle que:

$$\min_i \left\{ \sum_m \sum_{k=1}^K |s_{k[m]} - s_{k[m]}^i|^2 \right\} \quad \text{avec} \quad s_{k[m]}^i = B(y_{k[m]}^i)$$

Ce traitement généralise celui proposé par G. Forney [33] en contexte mono-utilisateur.

**Note:** nous avons présenté le récepteur MAP “conjointement optimum”. On peut aussi définir un récepteur MAP qui optimise la détection “individuellement” pour chaque code désiré. Cette dernière stratégie est théoriquement légèrement meilleure mais [103] montre que les performances de ce récepteur sont extrêmement proches, pour une complexité bien supérieure...

## ANNEXE III.1:

### Formulation matricielle en Z des Représentations Large-Bande et Polyphase et relation entre les deux représentations

La représentation large-bande du CDMA a été introduite en fréquence dans la partie II pour dériver les solutions théoriques à durée infinie. Un autre mode de représentation, fort utile, est la représentation polyphase du CDMA. Elle est utilisée avec une formulation temporelle dans la partie III (sous sa forme de Sylvester) pour calculer les solutions à durée finie.

Après une présentation rapide de la représentation polyphase, l'objet de cette annexe est de formuler représentation polyphase et large-bande sous la forme d'une matrice de transfert en Z appliquée aux symboles émis au pas  $Ts$ , et de faire le lien entre les deux représentations. Dans la situation qui nous intéresse de lien descendant, nous verrons aussi que la représentation large-bande prend une forme très simple séparant la contribution des codes et du canal, utile dans l'annexe III.2 pour discuter les conditions d'inversibilité à durée finie des structures de réalisation (ou les conditions à durée infinie lorsque  $z = e^{j2\pi fTs}$ ).

#### A1) Représentation polyphase: transmission multi-canal ou multi-“bandes repliées”

Cette représentation est largement utilisée en CDMA par les différents auteurs, mais la plupart du temps avec des canaux non sélectifs. En s'inspirant de [96], nous généralisons cette représentation aux canaux sélectifs. Classiquement, nous partons de la formulation fractionnée, qui à temps discret correspond à la formulation large-bande (duplication des bandes de transmission) pour arriver à la représentation polyphase (transmission dans plusieurs canaux en parallèle au temps symbole).

##### *Formulation fractionnée ou large-bande discrète*

Pour les structures de réalisation de la partie III, nous travaillons essentiellement à partir de la formulation discrète du signal reçu sur chaque élément de l'antenne:

$$r_{[s]}^{(l)} = r^{(l)}(t)|_{t=s \cdot \frac{Ts}{SQ}} \quad (3.13)$$

$$g_k^{(l)}[s] = \left(\frac{Ts}{SQ}\right) \cdot g_k^{(l)}(t)|_{t=s \cdot \frac{Ts}{SQ}} \quad (3.14)$$

La numérisation est réalisée avec un pas  $Te = Tc/S = Ts/(SQ)$  où  $S$  désigne le facteur de suréchantillonnage par rapport au temps chip. Nous supposons toujours un filtre anti-repliement analogique idéal (respectant le signal utile) en amont de la numérisation. Avec le “roll-off” de l'UMTS, le facteur  $S = 2$  permet de respecter le théorème d'échantillonnage.

On peut utiliser un formalisme entièrement discret pour passer de la suite de symboles (au pas  $T_s$ ) aux échantillons reçus au pas  $T_s/(SQ)$ . On obtient ainsi une représentation fractionnée avec facteur d'extension  $SQ$  par rapport au temps symbole, traduisant la cyclo-stationnarité sous la forme discrète. Cette représentation est illustrée telle quelle dans la partie émission du haut de la figure 3.5, ou en découpant les étapes d'étalement et de mise en forme sur la figure 3.4.

De manière générale:

$\{\cdot\}_{(\downarrow M)}$  désignera l'opérateur de décimation avec un pas entier  $M$  (conservation de manière régulière d'un échantillon sur  $M$ ),

$\{\cdot\}_{(\uparrow M)}$  désignera l'opérateur d'extension avec un pas entier  $M$  (intercallage de  $M - 1$  zéros entre 2 échantillons initiaux).

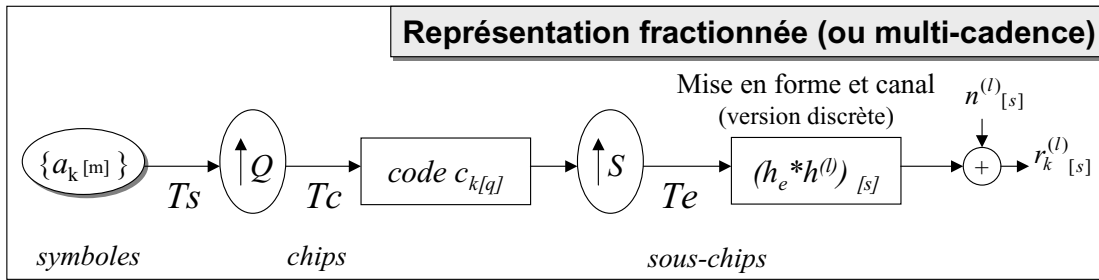


FIG. 3.4 – Représentation fractionnée du CDMA (1 utilisateur, 1 capteur)

De la formulation discrète fractionnée à la représentation polyphase

La représentation polyphase du signal reçu consiste à décrire ce dernier à partir d'un jeu de  $SQ$  signaux discrets au temps symbole, pour les différents décalages (ou phases) possibles:

$$r_{[m]}^{(l,q,s)} = r^{(l)}(t)|_{t=mTs+qTc+s.\frac{Tc}{S}} = r_{[mSQ+qS+s]}^{(l)} \quad \text{pour } q = 0 \dots Q - 1 \text{ et } s = 0 \dots S - 1 \quad (3.15)$$

Ainsi, en utilisant aussi la représentation polyphase de la forme d'onde large-bande de chaque utilisateur, les différentes composantes polyphases du signal reçu sont simplement décrites par des convolutions discrètes au temps symbole à partir du même jeu de symboles émis. Le système cyclo-stationnaire est alors représenté par  $SQ$  systèmes stationnaires correspondant aux  $SQ$  phases d'échantillonnages possibles à l'intérieur d'un temps symbole:

$$\begin{aligned} r_{[m]}^{(l,q,s)} &= \sum_{k=1}^K (g_k^{(l,q,s)} * a_k)_{[m]} + n_{[m]}^{(l,q,s)} \\ &= \sum_{k=1}^K \sum_n g_{[m-n]}^{(l,q,s)} \cdot a_{[n]}^{(l,q,s)} + n_{[m]}^{(l,q,s)} \end{aligned} \quad (3.16)$$

avec:

$$\begin{aligned} g_{[n]}^{(l,q,s)} &= g_k^{(l)}(\tau)|_{\tau=nTs+qTc+s.\frac{Tc}{S}} \\ n_{[m]}^{(l,q,s)} &= n^{(l)}(t)|_{t=mTs+qTc+s.\frac{Tc}{S}} = n_{[mSQ+qS+s]}^{(l)} \end{aligned}$$

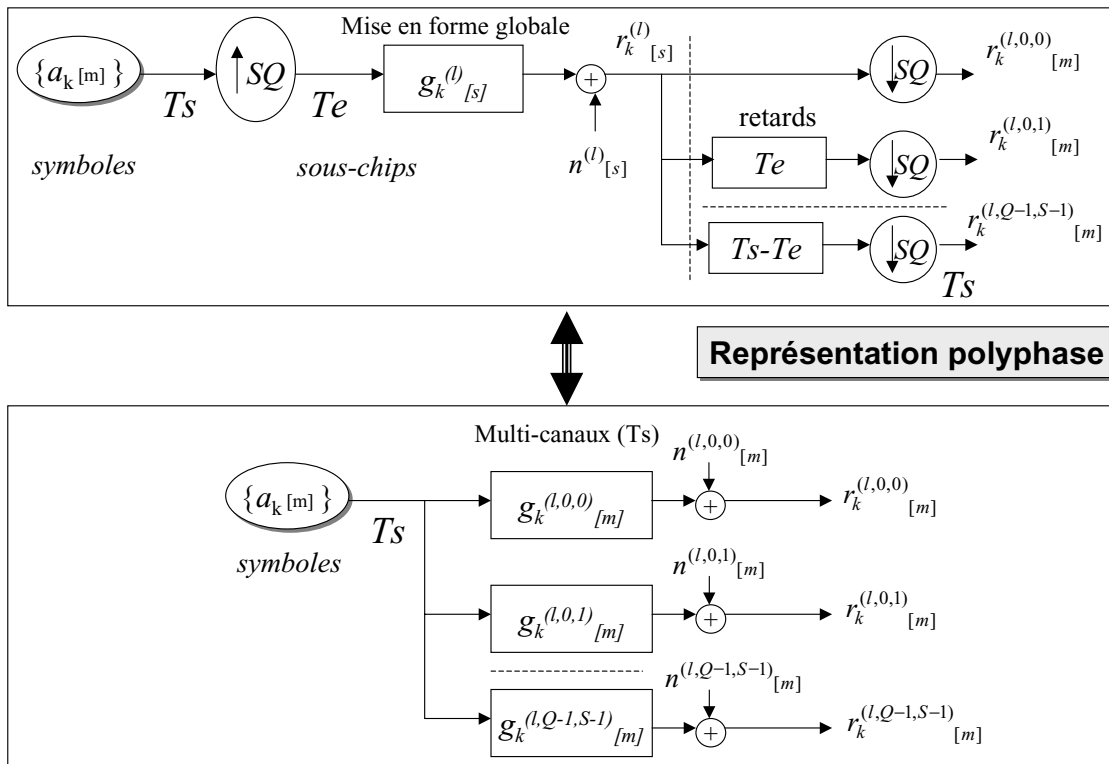


FIG. 3.5 – Représentation polyphase du CDMA (1 utilisateur, 1 capteur)

Comme dans le modèle large-bande, une source QPSK au temps symbole est transmise dans plusieurs canaux de largeur  $1/T_s$ . Néanmoins dans le domaine des fréquences, ces canaux ne représentent plus les bande-symboles obtenues par découpage en fréquence du canal physique large-bande. Un canal donné correspond ici au repliement du canal physique dans la bande symbole, pour une phase donnée d'échantillonnage. On dénombre  $SQ$  canaux au lieu de  $Q_r$  mais  $SQ - Q_r$  canaux sont nécessairement linéairement dépendants des  $Q_r$  premiers en vertu du théorème d'échantillonnage. Un échantillonnage avec un pas non entier  $Q_r/Q$  aurait été suffisant pour conserver toute l'information, mais de manipulation moins aisée. La représentation polyphase se synthétise bien sous forme matricielle, ce que nous écrirons dans le plan des  $Z$ .

## A2) Formulation en Z de la représentation polyphase

La transformée en Z (bilatérale) au pas  $T$  est notée:  $(.)^{Z_T}$ ;

Ainsi, on a par exemple:

$$a_k^{Z_{T^s}}(z) = \sum_n a_{k[n]} \cdot z^{-n}; \quad g_k^{(l,q,s)Z_{T^s}}(z) = \sum_{n=0}^{W_s+1} g_{k[n]}^{(l,q,s)} \cdot z^{-n};$$

où  $g^{(l,q,s)}$  est la représentation polyphase de la forme d'onde, telle qu'elle vient d'être introduite.

La description entièrement au temps symbole du modèle polyphase permet d'écrire sous forme matricielle pour le capteur numéro " $l$ " (avec toujours la généralisation en colonne pour l'ensemble des capteurs lorsque nécessaire):

$$\underline{r}^{(l)Z_{T^s}}(z) = \underline{\underline{G}}^{(l)Z_{T^s}}(z) \cdot \underline{a}^{Z_{T^s}}(z) + \underline{n}^{(l)Z_{T^s}}(z) \quad (3.17)$$

où:

$$\underline{r}^{(l)Z_{T^s}}(z) = [r^{(l,0,0)Z_{T^s}}(z), \dots, r^{(l,Q-1,S-1)Z_{T^s}}(z)]^T,$$

$$\underline{n}^{(l)Z_{T^s}}(z) = [n^{(l,0,0)Z_{T^s}}(z), \dots, n^{(l,Q-1,S-1)Z_{T^s}}(z)]^T \text{ regroupent les composantes polyphases,}$$

$$\underline{a}^{Z_{T^s}}(z) = [a_1^{Z_{T^s}}(z), \dots, a_K^{Z_{T^s}}(z)]^T \text{ regroupe les TZ des suites de symboles pour les différents utilisateurs.}$$

La matrice de transfert en Z,  $\underline{\underline{G}}^{(l)Z_{T^s}}(z)$ , de dimension  $SQ \times K$  contient les filtres (au temps symbole) en Z correspondant à chacune des phases pour les  $K$  utilisateurs:

$$\underline{\underline{G}}^{(l)Z_{T^s}}(z) = \begin{bmatrix} g_1^{(l,0,0)Z_{T^s}}(z) & \dots & g_K^{(l,0,0)Z_{T^s}}(z) \\ \dots & \dots & \dots \\ g_1^{(l,Q-1,S-1)Z_{T^s}}(z) & \dots & g_K^{(l,Q-1,S-1)Z_{T^s}}(z) \end{bmatrix}$$

Les éléments de la matrice  $\underline{\underline{G}}^{(l)Z_{T^s}}(z)$  sont des polynômes à puissance inférieure ou égale à zéro et à degré fini (formes d'ondes causales à durée finie); Ils appartiennent à un anneau de dimension finie. De telles matrices sont appelées matrices polynomiales dans la théorie des systèmes linéaires. Leurs caractéristiques principales sont décrites dans [77, 50].

Cette représentation fait apparaître directement les coefficients temporels des formes d'ondes globales au travers d'un système MIMO (Multiple Input Multiple Output) en Z au temps symbole. Dans le cas particulier du CDMA et en présence de trajets multiples, elle a été introduite par M.K. Tsatsanis dans [96] en 1996.

## B) Formulation en Z de la représentation large-bande

Revenons maintenant à la représentation large-bande introduite à la section 1.2 de la partie II. La formulation en Z de la représentation large-bande donne l'instrument adéquat pour discuter des conditions de stabilité, d'existence des structures de réalisation (causale, à durée finie) des structures de réception en fonction des zéros du polynôme en Z décrivant le canal de propagation large-bande. On aurait pu donner directement la forme en Z au lieu de la formulation en fréquence qui n'est qu'un cas particulier. Néanmoins, nous nous sommes contentés de la représentation en fréquence pour établir les structures théoriques du chapitre 2 de la partie II, car plus intuitive pour qui ne manipule pas couramment la TZ (...), et pour ne pas allourdir davantage la présentation...

L'écriture fractionnée des échantillons du signal reçu au pas  $Te = Tc/S$ , introduite en (3.13), s'exprime à l'aide de la TZ par:

$$r^{(l)Z_{Te}}(z) = \underline{g}^{(l)Z_{Te}T}(z) \cdot \underline{a}^{Z_{Te}}(z) + n^{(l)Z_{Te}}(z)$$

où:

$$\underline{g}^{(l)Z_{Te}}(z) = \sum_{s=0}^{+(W_s+1)SQ-1} \begin{bmatrix} g_{1[s]}^{(l)} \\ g_{2[s]}^{(l)} \\ \dots \\ g_{K[s]}^{(l)} \end{bmatrix} \cdot z^{-s} \quad \text{et} \quad \underline{a}^{Z_{Te}}(z) = \sum_n \begin{bmatrix} a_{1[n]} \\ a_{2[n]} \\ \dots \\ a_{K[n]} \end{bmatrix} \cdot z^{-nSQ} = \underline{a}^{Z_{Ts}}(z^{SQ})$$

Cette dernière équation exprime la cyclo-stationnarité vis à vis du temps-symbole  $Ts$ . Elle permet de d'écrire:

$$r^{(l)Z_{Te}} \left( z^{\left(\frac{1}{SQ}\right)} \cdot \exp\left\{-j2\pi \frac{s}{SQ}\right\} \right) = \underline{g}^{(l)Z_{Te}T} \left( z^{\left(\frac{1}{SQ}\right)} \cdot \exp\left\{-j2\pi \frac{s}{SQ}\right\} \right) \cdot \underline{a}^{Z_{Ts}}(z) \quad (3.18) \\ + n^{(l)Z_{Te}} \left( z^{\left(\frac{1}{SQ}\right)} \cdot \exp\left\{-j2\pi \frac{s}{SQ}\right\} \right)$$

On en déduit l'écriture en Z de la représentation large-bande à partir de la matrice polynomiale  $\underline{\tilde{G}}^{(l)}(z)$  de dimension  $SQ \times K$ :

$$\tilde{r}^{(l)}(z) = \underline{\tilde{G}}^{(l)}(z) \cdot \underline{a}^{Z_{Ts}}(z) + \tilde{n}^{(l)}(z)$$

avec :

$$\tilde{r}^{(l)}(z) = \begin{bmatrix} r^{(l)Z_{Te}} \left( z^{\frac{1}{SQ}} \right) \\ r^{(l)Z_{Te}} \left( z^{\frac{1}{SQ}} \cdot e^{-j2\pi \frac{1}{SQ}} \right) \\ \dots \\ r^{(l)Z_{Te}} \left( z^{\frac{1}{SQ}} \cdot e^{-j2\pi \frac{SQ-1}{SQ}} \right) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \underline{\tilde{G}}^{(l)}(z) \triangleq \begin{bmatrix} \underline{g}^{(l)Z_{Te}T} \left( z^{\frac{1}{SQ}} \right) \\ \underline{g}^{(l)Z_{Te}T} \left( z^{\frac{1}{SQ}} \cdot e^{-j2\pi \frac{1}{SQ}} \right) \\ \dots \\ \underline{g}^{(l)Z_{Te}T} \left( z^{\frac{1}{SQ}} \cdot e^{-j2\pi \frac{SQ-1}{SQ}} \right) \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Les éléments de la matrice sont des polynômes en  $z$  (à puissance inférieure ou égale à zéro) mais n'expriment pas des coefficients temporels de filtres au temps symbole, comme



dans le modèle polyphase.

En posant  $z = \exp(j2\pi fTs)$ , on retrouve bien dans les colonnes de  $\underline{\tilde{G}}^{(l)}(z)$ , les  $SQ$  composantes en fréquence relatives à  $f$  et espacées de  $1/Ts$  des formes d'ondes large-bande de chaque utilisateur, soit les  $g_k^{(l)Z_{T_e}}(z')$  avec  $z' = e^{j2\pi(f - \frac{s}{Ts})T_e}$ ,  $s=0..SQ-1$ .

Compte tenu du support du filtre  $1/2$  Nyquist, seulement  $Q_r$  bandes ont une atténuation non nulle, correspondant aux éléments (réponses en fréquence) de la matrice  $\underline{G}^{(l)}(f)$ .

### Formulation en Z large-bande spécifique au lien descendant

Dans les discussions sur le canal de propagation spécifique au lien descendant, nous décomposerons la matrice de transfert en séparant la contribution du canal et des codes.

La matrice polynomiale  $\underline{\tilde{G}}^{(l)}(z)$  peut être décomposée en le produit d'une matrice à blocs  $[S \times 1]$  diagonaux  $\underline{\tilde{H}}^{(l)}(z)$ , par une matrice  $\underline{\tilde{C}}(z)$  contenant la représentation large-bande des codes au temps chip  $Tc$ .

$$\underline{\tilde{G}}^{(l)}(z) = \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{h}_{1/2[1]}^{(l)}(z) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \tilde{h}_{1/2[2]}^{(l)}(z) & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \tilde{h}_{1/2[Q]}^{(l)}(z) \end{bmatrix}}_{\underline{\tilde{H}}^{(l)}(z)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{c}_1(z) & \tilde{c}_2(z) & \tilde{c}_K(z) \end{bmatrix}}_{\underline{\tilde{C}}(z)} \quad (3.20)$$

La matrice  $\underline{\tilde{C}}(z)$ , de dimension  $Q \times K$ , est formée à partir de la représentation en Z large-bande (au pas  $Tc$ ) des  $K$  codes, par l'intermédiaire des vecteurs de dimension  $Q$ :

$$\tilde{c}_k(z) = [c_k^{Z_{Tc}}(z^{\frac{1}{Q}}), \dots, c_k^{Z_{Tc}}(z^{\frac{1}{Q}} \cdot e^{-j2\pi\frac{Q-1}{Q}})]^T$$

Cette matrice  $\underline{\tilde{C}}(z)$  est de rang  $K$  en raison de l'indépendance linéaire des codes. L'orthogonalité des codes assure également  $\underline{\tilde{C}}^H(1/z^*) \cdot \underline{\tilde{C}}(z) = \underline{I}_K$ .

La matrice  $\underline{\tilde{H}}^{(l)}(z)$ , de dimension  $SQ \times Q$ , est formée à partir de la représentation en Z large-bande au pas  $Tc/S$  du canal convolué avec le  $1/2$  Nyquist:  $h_{1/2}^{(l)} = h^{(l)} * h_e$ .

Sans suréchantillonnage ( $S = 1$ ), cette matrice est diagonale, formée par les éléments  $h_{1/2}^{(l)Z_{Tc}}(z^{\frac{1}{SQ}}), \dots, h_{1/2}^{(l)Z_{Tc}}(z^{\frac{1}{SQ}} \cdot e^{-j2\pi\frac{1}{SQ}})$ .

Avec du suréchantillonnage ( $S > 1$ ), les  $Q$  blocs de dimension  $[S \times 1]$  contiennent

$$\tilde{h}_{1/2[q]}^{(l)}(z) = [h^{(l)Z_{T_e}}(z^{\frac{1}{SQ}} \cdot e^{-j2\pi(\frac{q}{Q} + \frac{0}{SQ})}), \dots, h^{(l)Z_{T_e}}(z^{\frac{1}{SQ}} \cdot e^{-j2\pi(\frac{q}{Q} + \frac{S-1}{SQ})})]^T, \text{ pour } q = 0..Q-1$$

La représentation (3.20) est valide grâce au caractère échantillonné du code au temps chip, schématisé sur la figure 3.4.

### C) Lien entre les représentations polyphase et large-bande

Il est possible de relier les éléments de la matrice large-bande  $\underline{\underline{\tilde{G}}}^{(l)}(z)$  à ceux de la matrice polyphase  $\underline{\underline{G}}^{(l)ZTs}(z)$ . La TZ au temps symbole  $g_k^{(l,s,q)ZTs}(z)$  s'exprime à partir de la TZ au temps sous-chip  $g_k^{(l)ZTe}(z)$  par décalage de  $(qS + s)$  échantillons au temps  $Te$  et décimation d'ordre  $SQ$ :

$$g_k^{(l,s,q)ZTs}(z) = SQ \cdot \{g_k^{(l)ZTe}(z) \cdot z^{-(qS+s)}\}_{(\downarrow SQ)} \quad (3.21)$$

Des propriétés de la TZ vis à vis de la décimation [73], on déduit:

$$\underbrace{g_k^{(l,s,q)ZTs}(z)}_{polyphase} = \sum_{n=0}^{SQ-1} \underbrace{g_k^{(l)ZTe}\left(z^{\frac{1}{SQ}} \cdot e^{-j2\pi \frac{n}{SQ}}\right)}_{large-bande} \cdot \left(z^{\frac{1}{SQ}} \cdot e^{-j2\pi \frac{n}{SQ}}\right)^{-(qS+s)} \quad (3.22)$$

Cette relation exprime en  $Z$  le repliement des composantes large-bande pour passer aux composantes polyphases. Elle permet de déduire que les  $i = 1..SQ$  composantes du vecteur colonne polyphase (pour le  $k$ -ème utilisateur) s'obtient, au facteur  $z^{-\frac{i}{SQ}}$  près, par  $TFD^{-1}$  du vecteur colonne large-bande correspondant. On en déduit la relation entre les matrices de transfert large-bande et polyphase:

$$\underline{\underline{G}}^{(l)ZTs}(z) = \underline{\underline{diag}}\{z^{-\frac{i}{SQ}}\}_{i=0..SQ-1} \cdot \underline{\underline{DFT}}_{[SQ]}^{-1} \cdot \underline{\underline{\tilde{G}}}^{(l)}(z) \quad (3.23)$$

où:

$\underline{\underline{diag}}\{x(i)\}_{i=0..N-1}$  désigne une matrice diagonale de taille  $N \times N$ , contenant les éléments  $x(i)$  sur la diagonale en position  $(i, i)$ ,

$\underline{\underline{DFT}}_{[N]} = \{e^{-j2\pi \frac{in}{N}}\}_{i,n=0..N-1}$  désigne l'opérateur de Transformée de Fourier Discrète opérant sur un vecteur de taille  $N$ .

Ces relations deviennent plus parlantes lorsqu'on raisonne en fréquence, c'est à dire pour les  $z$  sur le cercle unité:  $z = \exp\{j2\pi fTs\}$ . Dans ce cas, la  $k$ -ème colonne de  $\underline{\underline{\tilde{G}}}^{(l)}(\exp\{j2\pi fTs\})$  représente les atténuations complexes de la forme d'onde du  $k$ -ème utilisateur à la fréquence  $f$  des différentes bandes symboles juxtaposées, obtenues en procédant à un échantillonnage en fréquence espacé de  $1/Ts$  (aux fréquences  $f - \frac{q}{Ts}$ ) de la forme d'onde large-bande  $\hat{g}_k^{(l)}(f_w)$ .

En revanche, la  $k$ -ème colonne de  $\underline{\underline{G}}^{(l)ZTs}(\exp\{j2\pi fTs\})$  contient les atténuations complexes à la fréquence  $f$  des  $SQ$  canaux polyphases vues par le  $k$ -ème utilisateur.

Pour un des  $SQ$  canaux polyphase donné, cette atténuation résulte (Cf (3.22)) du repliement des  $SQ$  composantes de la forme d'onde large-bande relatives à  $f$  et espacées de  $1/Ts$  ( $k$ -ème colonne de  $\underline{\underline{\tilde{G}}}^{(l)}(\exp\{j2\pi fTs\})$ ) après leur avoir appliqué le déphasage adéquat, soit  $e^{-j2\pi f(qS+s)Te} \cdot e^{+j2\pi n \frac{qS+s}{SQ}}$  aux fréquences  $f - \frac{n}{Ts}$ . On retrouve alors la correspondance par  $TFD^{-1}$  et déphaseurs (facteur  $e^{-j2\pi f(qS+s)Te}$ ), entre composantes à la fréquence  $f$  du vecteur large-bande et celles du polyphase, comme schématisé sur la figure 3.6.

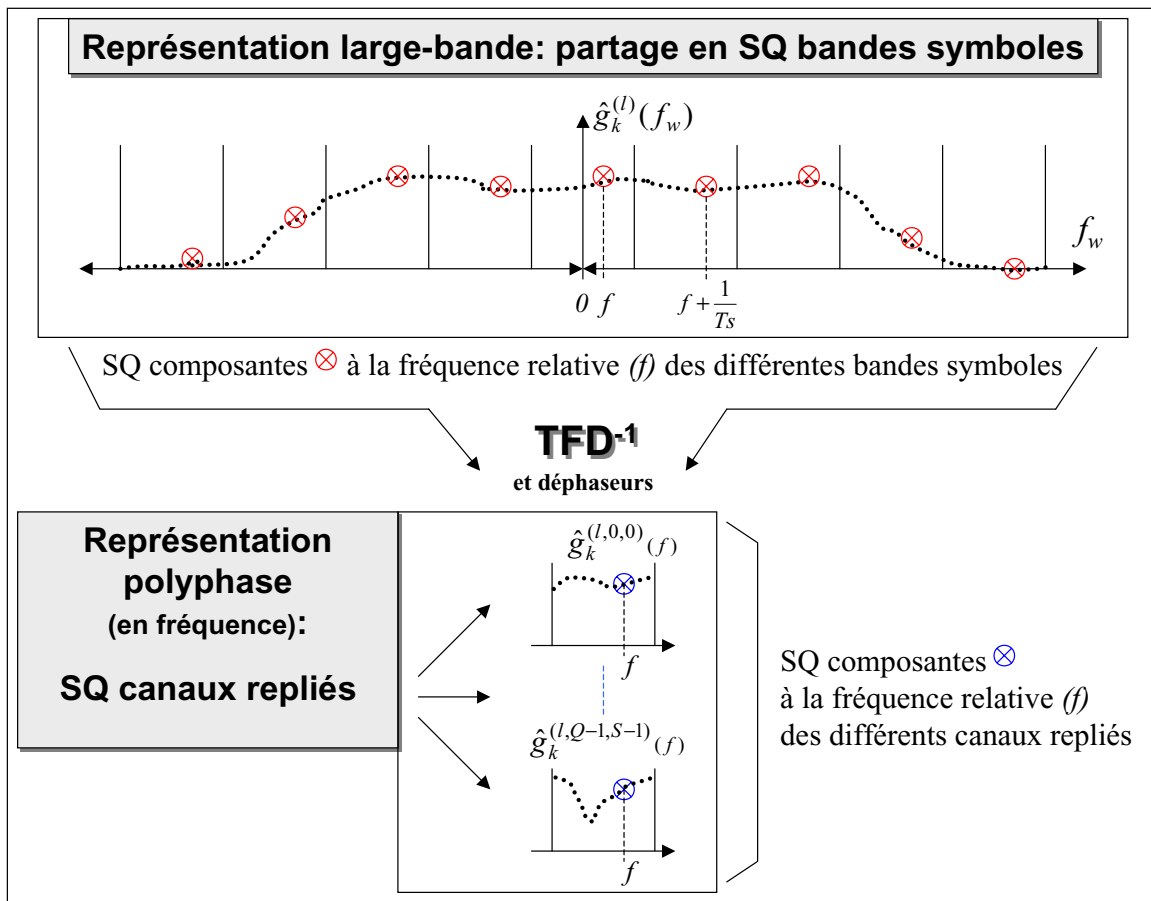


FIG. 3.6 – Passage en fréquence de la représentation large-bande à la représentation polyphase de la forme d'onde CDMA globale (utilisateur  $k$ , capteur ( $l$ ))

Note: A premier abord, on peut trouver surprenant que le résultat d'une TFD inverse sur des composantes en fréquence (large-bande) puisse s'interpréter, après déphasage, comme des composantes en fréquence poly-phase, mais ces composantes ne sont pas de même nature.

La TFD inverse s'opère sans respecter le théorème d'échantillonnage en fréquence, créant un repliement temporel (une somme) de période  $T_s$  sur les différents jeux de composantes polyphases, ce qui correspond bien à former une composante basse-fréquence pour ces canaux polyphases. Cette basse-fréquence est fixée à  $f$  en raison du "calage" des échantillons de départ à  $f - \frac{n}{T_s}$  et de la multiplication par  $e^{-j2\pi f(qS+s)T_e}$ .

Dans le cas particulier où la forme d'onde n'est composée que du code (canal idéal, sans  $1/2$  Nyquist), la TFD inverse des  $Q$  composantes (avec  $S = 1$ ) en fréquence large-bande redonne les  $Q$  chips  $\{c_{k[q]}\}$ . Chacun de ces chips correspond bien à l'amplitude complexe à la fréquence  $f = 0$  des  $Q$  canaux polyphases, soit  $\hat{g}_k^{(l,0,q)}(0) = c_{k[q]} = \hat{g}_k^{(l,0,q)}(f)$ , puisque dans ce cas particulier, les  $Q$  canaux polyphases sont non sélectifs en fréquence, compte-tenu du support temporel du code ne dépassant pas  $T_s$ . Notons que pour les composantes en fréquence large-bande, il y a par contre des variations d'amplitudes complexes autour des fréquences  $(f - \frac{n}{T_s})$ .

## ANNEXE III.2:

### Conditions d'inversibilité à durée finie

#### Conditions générales: exemple de la Tc-structure

A1- définition: le jeu de filtres  $\{l_{[s]}^{(1)}, l_{[s]}^{(2)}, \dots, l_{[s]}^{(L)}\}$  constitue pour le jeu de formes d'ondes multi-utilisateur  $\{\hat{g}_{[s]}^{(1)}, \hat{g}_{[s]}^{(2)}, \dots, \hat{g}_{[s]}^{(L)}\}$  un filtrage inverse (ou décorrélateur ou annuleur complet d'interférence) RIF (à réponse impulsionnelle finie) vis à vis des symboles de l'utilisateur numéro "1", avec un retard d'estimation de  $P_{l_1}$  symboles si et seulement si:

$$\left\{ \sum_{l=1}^L (l^{(l)Z_{Ts/SQ}} \cdot \underline{g}^{(l)Z_{Ts/SQ}})(z) \right\}_{(\downarrow SQ)} = z^{-P_{l_1}SQ} \mathbf{1}_1 \quad (3.24)$$

où les notations  $\{\cdot\}_{(\downarrow M)}$  et  $(\cdot)^{ZT}$  ont été introduites en annexe III.1 et représentent respectivement l'opérateur de décimation d'un facteur  $M$  et la TZ calculée avec un pas  $T$ . Ainsi:

$$l^{(l)Z_{Te}}(z) = \sum_{s=-P_{l_1}SQ}^{+SQ(P_{l_2}+1)-1} l_{[s]}^{(l)} \cdot z^{-s} \quad \text{et} \quad \underline{g}^{(l)Z_{Te}}(z) = \sum_{s=0}^{+SQ(W_s+1)-1} \begin{bmatrix} g_{1[s]}^{(l)} \\ g_{2[s]}^{(l)} \\ \dots \\ g_{K[s]}^{(l)} \end{bmatrix} \cdot z^{-s}$$

où nous avons déjà introduit le pas d'échantillonnage  $Te = Ts/SQ = Tc/S$ , créant un facteur d'expansion  $SQ$  par rapport au temps symbole  $Ts$ .

A2- proposition 1: Le système multi-utilisateur décrit par l'équation (1.3) partie III est RIF inversible si:

(P1): la matrice polynomiale large-bande en  $Z$ ,  $\underline{\tilde{G}}(z)$ , définie en 3.19 de l'annexe III.1.B est telle que:  $\text{rang} \{\underline{\tilde{G}}(z)\} = K, \forall z \in C, z \neq 0$ , et

(P2):  $\text{rank} \{\underline{G}_0\} = K$

avec

$$\underline{G}_0 \triangleq \begin{bmatrix} \underline{G}_0^{(1)} \\ \dots \\ \underline{G}_0^{(L)} \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \underline{G}_0^{(l)} \triangleq \begin{bmatrix} g_{1[0]}^{(l)} & \dots & g_{K[0]}^{(l)} \\ g_{1[1]}^{(l)} & \dots & g_{K[1]}^{(l)} \\ \dots & \dots & \dots \\ g_{1[SQ-1]}^{(l)} & \dots & g_{K[SQ-1]}^{(l)} \end{bmatrix}$$

*preuve:* Cette proposition peut être prouvée en 2 étapes:

1) A partir des propriétés de la transformation en  $Z$  vis à vis de l'opérateur de décimation ( $\downarrow SQ$ ) [73], nous pouvons facilement déduire de la définition (3.24) que:

$$\sum_{l=1}^L \sum_{s=0}^{SQ-1} (l^{(l)Z_{Te}} \cdot \underline{g}^{(l)Z_{Te}})(z^{\frac{1}{SQ}} \cdot e^{-j2\pi \frac{s}{SQ}}) = z^{-P_{l_1}SQ} \mathbf{1}_1 \quad (3.25)$$

Cette équation peut être exprimée de façon algébrique par:

$$\underline{\tilde{L}}^T(z) \cdot \underline{\tilde{G}}(z) = z^{-P_1} S^Q \mathbf{1}_1 \quad (3.26)$$

2) Un système d'équations en  $Z$  tel que celui décrit par l'équation (3.26), où  $\underline{\tilde{G}}(z)$  et  $\underline{\tilde{L}}(z)$  sont respectivement une matrice polynômiale et un vecteur polynômial, est classique en théorie des systèmes linéaires multi-variés [50]. **Il admet des solutions en  $\underline{\tilde{L}}(z)$  si  $\underline{\tilde{G}}(z)$  est irréductible** (Cf [96]), ce qui correspond aux propriétés (P1) et (P2). C'est une ramification du théorème de Bezout. L'existence de  $\underline{\tilde{L}}(z)$  prouve ainsi l'inversibilité RIF du système.

Note:

- La condition (P2) n'est pas nécessaire si la valeur du retard  $P_1$  n'est pas imposée ([96]).
- Des conditions suffisantes similaires sont exprimées dans [92] pour un système MIMO (Multiple Input Multiple Output) plus général,
- Voir aussi [4] pour les conditions nécessaires et suffisantes d'inversibilité RIF d'un système MIMO, exprimées à partir de la forme de Smith ([77], [50]) de la matrice de transfert  $\underline{\tilde{G}}(z)$ .

A3- Conditions sur le canal de propagation: Dans le cas spécifique du lien descendant, nous avons vu avec l'équation (3.20) de l'annexe III.1.B que  $\underline{\tilde{G}}(z) = \underline{\tilde{H}}(z) \cdot \underline{\tilde{C}}(z)$  où  $\underline{\tilde{C}}(z)$  est une matrice "de codes" de taille  $Q \times K$ , de rang colonne plein  $K \forall z \in C, z \neq 0$  et  $\underline{\tilde{H}}(z)$  est une matrice "de canal" rassemblant les matrices des différents capteurs:  $\underline{\tilde{H}}(z) \triangleq \begin{bmatrix} \underline{\tilde{H}}^{(1)}(z) \\ \dots \\ \underline{\tilde{H}}^{(L)}(z) \end{bmatrix}$  où  $\underline{\tilde{H}}^{(l)}(z)$  contient les  $h_{1/2}^{(l) Z_{Te}}(z^{\frac{1}{SQ}}) \dots h_{1/2}^{(l) Z_{Te}}(z^{\frac{1}{SQ}} \cdot e^{-j2\pi \frac{SQ-1}{SQ}})$  sous forme de blocs diagonaux.

Ainsi, à l'exception de canaux bien particuliers, (P1) sera satisfait et l'existence de récepteurs décorrélateurs RIF sera garantie.

Par exemple, une **condition suffisante pour satisfaire (P1)** est de n'avoir aucun zéro commun pour les  $L$  polynômes différents  $\{h_{1/2}^{(1) Z_{Te}}(z), \dots, h_{1/2}^{(L) Z_{Te}}(z)\}$  représentant les canaux de propagation convolués avec le 1/2 Nyquist.

Au contraire, avec un seul capteur ( $L = 1$ ), une **condition suffisante pour ne pas remplir (P1)** est:  $h^{Z_{Te}}(z)$  a plus de  $(SQ - K)$  zéros complexes sur le même cercle et avec des angles espacés de multiples de  $2\pi \frac{1}{SQ}$  sur le plan des  $Z$ . En situation mono-utilisateur ( $K = 1$ ), cette condition amène à un espacement uniforme des  $SQ$  zéros du canal. On retrouve ainsi les conditions de non-identification aveugle d'un canal de propagation, établies dans [94]. En situation où le nombre d'utilisateurs est maximum,  $K = Q$  et sans suréchantillonnage ( $S = 1$ , ou avec un roll-off nul), l'inversibilité exacte est impossible pour un canal sélectif.

La condition suffisante qui vient d'être citée est générale lorsqu'on dispose de  $K$  formes d'ondes linéairement indépendantes de largeur de bande étendue d'un facteur  $SQ$  par rapport au temps symbole. Dans le cas particulier du CDMA où les formes d'onde sont générées

avec  $Q$  chips et avec un facteur d'extension supplémentaire  $S$  que nous posons égal à 2 pour fixer les idées, une **condition suffisante plus précise pour ne pas remplir (P1)** est:  $h_{1/2}^{Z_{Te}/2}(z)$  a plus de  $(Q - K)$  zéros de même module et d'angles espacés de multiples de  $2\pi\frac{1}{Q}$ , avec pour chacun de ces zéros, un autre zéro de même module et d'angle espacé exactement de  $+2\pi\frac{1}{2Q}$ . On vérifie en effet à partir de l'équation (3.20) qu'une telle condition impose un rang inférieur ou égal à  $K - 1$  pour la matrice de transfert.

On vérifie facilement qu'un canal à trajets multiples (et un seul capteur) dont les trajets sont exactement espacés par des multiples du temps-symbole  $T_s$  est un canal pathologique, quelsoit le nombre d'utilisateurs. Dans ce cas  $h^{Z_{Te}}(z^{\frac{1}{SQ}}) = h^{Z_{Ts}}(z)$  et alors quelsoit  $z_0 \in C$  tel que  $h^{Z_{Te}}(z_0^{\frac{1}{SQ}}) = 0$ , on a  $h^{Z_{Te}}(z_0^{\frac{1}{SQ}} e^{j2\pi\frac{s}{SQ}}) = 0, \forall s$ . En d'autres termes, les zéros d'un tel canal sont uniformément espacés d'un angle  $2\pi\frac{1}{SQ}$  sur le cercle des  $Z$ .

## Vérification non-inversibilité RIF pour la Ts-structure

Pour la Ts-structure, la matrice de transfert est  $\underline{\underline{\Gamma}}^{Z_{Ts}}(z)$ . Il suffit de faire  $K = 1$  pour vérifier que cette matrice n'est pas irréductible. En effet, du moment que le canal n'est pas mono-trajet, cette matrice est réduite au filtre discret au temps symbole  $\gamma_{11}^{Z_{Ts}}(z)$  qui comporte au moins un zéro  $z_0$  (présence d'IES), faisant chuter le rang de  $\underline{\underline{\Gamma}}^{Z_{Ts}}(z)$  pour  $z = z_0$ .

Pour  $K \neq 1$ , la matrice de transfert définie non négative  $\underline{\underline{\Gamma}}^{Z_{Ts}}(z) = \underline{\underline{\tilde{G}}}^H(1/z^*) \cdot \underline{\underline{\tilde{G}}}(z)$  sera également de rang déficient (c'est à dire non définie positive) pour  $z = z_0$  si au moins un des polynômes de la diagonale  $\gamma_{kk}^{Z_{Ts}}(z)$  admet un zéro  $z_0$ . Ainsi, lorsque le canal n'est pas mono-trajet (entraînant  $\gamma_{kk}^{Z_{Ts}}(z)$  de degré supérieur ou égal à 1), la matrice de transfert n'est pas irréductible et il n'existe pas de banc de filtres au temps symbole permettant une annulation exacte de l'interférence à durée finie.

Par contre notons que les conditions d'inversibilité théoriques à durée infinie pour la Ts-structure, telles que décrites au paragraphe 2.2.2 partie II sont moins difficiles que celles d'inversibilité RIF pour la Tc-structure. Ces conditions portent non pas sur l'ensemble des zéros du polynôme représentant le canal large-bande, mais seulement sur ceux situés sur le cercle unité, correspondant à l'annulation du module en fréquence du canal physique.

## Cas des structures intermédiaires

Nous allons discuter des conditions d'inversibilité des Ts/RIT- et Ts/RIS-structures en fonction du canal de propagation physique échantillonné à 2 points/chip ( $S = 2$ , soit  $Te = Tc/2$ ), ou d'une version repliée à 1 point/chip et incluant le 1/2 Nyquist. Pour faciliter cette discussion, nous présenterons la matrice de transfert  $\underline{\underline{\Gamma}}_{RI}^{Z_{Ts}}(z)$  des  $K$  sources de symboles groupées dans le vecteur  $\underline{a}^{Z_{Ts}}(z)$  vers les échantillons au temps symbole des  $2K$  branches groupés dans le vecteur  $\underline{y}_{RI}^{Z_{Ts}}(z)$ , exprimée à partir d'une matrice contenant les contributions du canal et une matrice contenant les codes, le tout avec une représentation large-bande en  $Z$  au temps chip, introduite en 3.20 de l'annexe III.1.B.

On a :

$$\underline{\underline{\Gamma}}_{RI}^{Z_{Ts}}(z) = \begin{bmatrix} \underline{\underline{\Gamma}}_{RI1}^{Z_{Ts}} \\ \underline{\underline{\Gamma}}_{RI2}^{Z_{Ts}} \end{bmatrix}$$

avec

$$\underline{\underline{\Gamma}}_{RI1}^{Z_{Ts}} = \underline{\underline{\tilde{C}}}^H(1/z^*) \cdot \underbrace{\underline{\underline{\tilde{H}}}_1^H(1/z^*) \cdot \underline{\underline{\tilde{H}}}(z)}_{\underline{\underline{\tilde{H}}}'_1(z)} \cdot \underline{\underline{\tilde{C}}}(z) \quad \text{et} \quad \underline{\underline{\Gamma}}_{RI2}^{Z_{Ts}} = \underline{\underline{\tilde{C}}}^H(1/z^*) \cdot \underbrace{\underline{\underline{\tilde{H}}}_2^H(1/z^*) \cdot \underline{\underline{\tilde{H}}}(z)}_{\underline{\underline{\tilde{H}}}'_2(z)} \cdot \underline{\underline{\tilde{C}}}(z)$$

Ce formalisme est conforme à la représentation en  $Z$  large-bande de l'équation (3.20), généralisé aux matrices  $\underline{\underline{\tilde{H}}}_1(z)$  et  $\underline{\underline{\tilde{H}}}_2(z)$  qui se partagent les contributions du canal (et  $1/2$  Nyquist) selon les groupements propres à la Ts/RIT ou Ts/RIS-structures, avec  $\underline{\underline{\tilde{H}}}(z) = \underline{\underline{\tilde{H}}}'_1(z) + \underline{\underline{\tilde{H}}}'_2(z)$ . Les matrices  $\underline{\underline{\tilde{H}}}'_1(z)$  et  $\underline{\underline{\tilde{H}}}'_2(z)$ , de dimension  $Q \times Q$ , sont ainsi formées à partir de la représentation large-bande en  $Z$  **au pas**  $Tc$  (adéquate grâce au caractère échantillonné du code au pas  $Tc$ ) des canaux “globaux par voie” (incluant le  $1/2$  Nyquist, et le FA à une partie (ou voie) du canal selon RIT ou RIS)  $h_1^{Z_{Tc}}(z)$  et  $h_2^{Z_{Tc}}(z)$ , soit, pour l'indice “1” :

$$\underline{\underline{\tilde{H}}}'_1(z) = \begin{bmatrix} h_1^{Z_{Tc}}(z^{\frac{1}{Q}}) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_1^{Z_{Tc}}(z^{\frac{1}{Q}} \cdot e^{-j2\pi\frac{1}{Q}}) & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & h_1^{Z_{Tc}}(z^{\frac{1}{Q}} \cdot e^{-j2\pi\frac{Q-1}{Q}}) \end{bmatrix}$$

avec:

- Ts/RIT-structure:  $h_1^{Z_{Tc}}(z) = \{ \sum_{l=1}^L h_{1/2(1)}^{(l)*}{}^{Z_{Tc}}(1/z^*) \cdot h_{1/2}^{(l)}{}^{Z_{Tc}}(z) \}_{(\downarrow 2)}$   
où  $h_{1/2(1)}^{(l)}{}^{Z_{Tc}}(z)$  ne prend en compte qu'une partie sur deux des trajets de propagation, en complément avec  $h_{1/2(2)}^{(l)}{}^{Z_{Tc}}(z)$ .
- Ts/RIS-structure:  $h_1^{Z_{Tc}}(z) = \{ h_{1/2}^{(1)*}{}^{Z_{Tc}}(1/z^*) \cdot h_{1/2}^{(1)}{}^{Z_{Tc}}(z) \}_{(\downarrow 2)}$   
pour le capteur “ $l = 1$ ”, et une formule symétrique pour le capteur “ $l = 2$ ”.

Les canaux “globaux par voie” bénéficient de la symétrie Hermitienne contrairement à ceux de la Ts/RIT-structure.

La matrice de transfert prend désormais la forme:

$$\underline{\underline{\Gamma}}_{RI}^{Z_{Ts}}(z) = \begin{bmatrix} \underline{\underline{\gamma}}_{11,1}^{Z_{Ts}}(z) & \underline{\underline{\gamma}}_{12,1}^{Z_{Ts}}(z) & \underline{\underline{\gamma}}_{1K,1}^{Z_{Ts}}(z) \\ \dots & \dots & \dots \\ \underline{\underline{\gamma}}_{K1,1}^{Z_{Ts}}(z) & \underline{\underline{\gamma}}_{K2,1}^{Z_{Ts}}(z) & \underline{\underline{\gamma}}_{KK,1}^{Z_{Ts}}(z) \\ \underline{\underline{\gamma}}_{11,2}^{Z_{Ts}}(z) & \underline{\underline{\gamma}}_{12,2}^{Z_{Ts}}(z) & \underline{\underline{\gamma}}_{1K,2}^{Z_{Ts}}(z) \\ \dots & \dots & \dots \\ \underline{\underline{\gamma}}_{K1,2}^{Z_{Ts}}(z) & \underline{\underline{\gamma}}_{K2,2}^{Z_{Ts}}(z) & \underline{\underline{\gamma}}_{KK,2}^{Z_{Ts}}(z) \end{bmatrix}$$

avec  $\underline{\underline{\gamma}}_{ik,1}^{Z_{Ts}}(z) + \underline{\underline{\gamma}}_{ik,2}^{Z_{Ts}}(z) = \underline{\underline{\gamma}}_{ik}^{Z_{Ts}}(z)$ .

Désormais, le fait que  $\underline{\underline{\gamma}}_{kk,1}^{Z_{Ts}}(z)$  ou  $\underline{\underline{\gamma}}_{kk,2}^{Z_{Ts}}(z)$  admette un ou plusieurs zéro ne fait plus systématiquement chuter le rang de la matrice de transfert pour ces zéros, comme c'était le

cas pour la Ts-structure. Ce serait le cas si par exemple les canaux équivalents au temps symbole  $\underline{\gamma}_{11,1}^{Z_{Ts}}(z)$  et  $\underline{\gamma}_{11,2}^{Z_{Ts}}(z)$  avaient un zéro commun, en situation mono-utilisateur,  $K = 1$ .

Plutôt que de continuer à raisonner sur les canaux “globaux par voie” équivalents au temps symbole, discutons des conditions au temps chip, avant d’en arriver aux conditions sur le canal de propagation, en différenciant les cas Ts/RIS et Ts/RIT.

Définissons la matrice  $\underline{\tilde{A}}(z)$ , de dimension  $2Q \times K$  contenant les transferts globaux avant corrélation avec les codes, soit:

$$\underline{\tilde{A}}(z) = \begin{bmatrix} \underline{\tilde{H}}'_1(z) \\ \underline{\tilde{H}}'_2(z) \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{\tilde{c}}_1(z) & \underline{\tilde{c}}_2(z) & \dots & \underline{\tilde{c}}_K(z) \end{bmatrix}}_{\underline{\tilde{C}}(z)} \quad (3.27)$$

ainsi que la matrice  $\underline{\tilde{C}}_{\times 2}(z)$  de dimension  $2Q \times 2K$  et de rang plein  $2K$ :

$$\underline{\tilde{C}}_{\times 2}(z) = \begin{bmatrix} \underline{\tilde{C}}(z) & \underline{\mathbf{0}}_{Q \times K} \\ \underline{\mathbf{0}}_{Q \times K} & \underline{\tilde{C}}(z) \end{bmatrix}$$

La matrice de transfert “globale” au temps symbole s’exprime ainsi par

$$\underline{\Gamma}_{RI}^{Z_{Ts}}(z) = \underline{\tilde{C}}_{\times 2}^H(1/z^*) \cdot \underline{\tilde{A}}(z)$$

Pour discuter le rang de  $\underline{\Gamma}_{RI}^{Z_{Ts}}(z)$ , rappelons [50] que, pour 2 matrices  $\underline{A}$  et  $\underline{B}$ , on a:  $\text{rang}\{\underline{A}, \underline{B}\} \leq \min\{\text{rang}\{\underline{A}\}, \text{rang}\{\underline{B}\}\}$ .

Si de plus  $\underline{A}$  est une matrice carrée de rang plein,  $\text{rang}\{\underline{A}, \underline{B}\} = \text{rang}\{\underline{B}\}$ .

On en déduit une **condition suffisante d’inversibilité** lorsque le nombre de codes est maximal ( $K = Q$ ): l’absence de zéro commun entre les canaux “globaux par voie” au temps chip,  $h_1^{Z_{Tc}}(z)$  et  $h_2^{Z_{Tc}}(z)$ .

En effet, étant donné que pour  $K = Q$ , la matrice carrée  $\underline{\tilde{C}}_{\times 2}^H(1/z^*)$  est de rang plein  $2Q$ ,  $\forall z$ , le rang de la matrice de transfert est alors égal au rang de  $\underline{\tilde{A}}(z)$ . Or, lorsqu’il n’y a pas de zéro commun entre  $h_1^{Z_{Tc}}(z)$  et  $h_2^{Z_{Tc}}(z)$ , la matrice  $\underline{\tilde{A}}(z)$  conserve toutes les lignes de la matrice  $\underline{\tilde{C}}(z)$  en les pondérant par des facteurs non nuls, selon la décomposition (3.27). Elle conserve donc le rang de  $\underline{\tilde{C}}(z)$ , égal à  $K$ .

On en déduit également une **condition suffisante de non-inversibilité**: lorsque les canaux “globaux par voie” au temps chip,  $h_1^{Z_{Tc}}(z)$  et  $h_2^{Z_{Tc}}(z)$ , ont au moins  $Q - K + 1$  zéros communs, de même module et d’angle espacés d’un multiple de  $\frac{2\pi}{Q}$ .

En effet, la matrice rectangle  $\underline{\tilde{C}}_{\times 2}^H(1/z^*)$  étant de rang  $2K$ , le rang de la matrice de transfert est au plus égal au rang de  $\underline{\tilde{A}}(z)$ , qui est inférieur ou égal à  $K$ . Ce rang est nécessairement



dégénéré lorsque, pour un  $z_0$ , la matrice  $\underline{\tilde{H}}'(z_0)$  contient plus de  $Q - K + 1$  éléments nuls, restituant une matrice  $\underline{\tilde{A}}(z_0)$  avec moins de  $K$  colonnes non-nulles. Ceci se produit lorsque  $h_1^{Z_{Tc}}(z)$  a  $Q - K + 1$  zéros, appartenant à  $\{z_0^{\frac{1}{Q}} \cdot e^{-j2\pi \frac{q}{Q}}, q = 0 \dots Q - 1\}$ , qui sont communs à  $h_2^{Z_{Tc}}(z)$ , ce qui amène à la condition suffisante énoncée.

Notons que pour  $K = Q$ , un seul zéro commun pour les canaux “globaux par voie” au temps chip entraîne la non-inversibilité.

**Cas Ts/RIS-structure:** de l’expression du canal “global par voie” au temps chip, on déduit que pour  $K = Q$ , l’absence de zéro commun pour les canaux physiques échantillonnés à  $Tc/2$  des deux capteurs  $h^{(1)Z_{Tc}}(z)$  et  $h^{(2)Z_{Tc}}(z)$  est une condition suffisante d’inversibilité exacte, comme c’était le cas pour la structure libre, Tc-structure.

**Cas Ts/RIT-structure:** la “diversité” semble ici moins favorable que pour la structure précédente, issue d’un même signal, par corrélation aux retards respectifs de chaque trajet.

Avec un roll-off adéquat ( $r_{off} > 0$ ) et en mono-capteur, le cas du canal à 2 trajets est explicite. Si les 2 trajets sont espacés d’un nombre entier de  $Tc$ , on a la relation  $h^{Z_{Tc/2}}(z) = h^{Z_{Tc/2}}(z \cdot e^{-j2\pi \frac{1}{2}}) = h^{Z_{Tc}}(z^2)$ . On vérifie qu’un zéro  $z_0$  du canal physique  $h^{Z_{Tc/2}}(z)$  entraîne systématiquement un zéro commun,  $z_0^2$ , sur les canaux “globaux par voie”  $h_1^{Z_{Tc}}(z)$  et  $h_2^{Z_{Tc}}(z)$ , rendant impossible l’inversibilité pour  $K = Q$ .

Sans excès de bande ( $r_{off} = 0$ ), et avec un seul capteur, un zéro du canal physique  $h^{Z_{Tc}}(z)$  donne systématiquement un zéro commun dans les canaux “globaux par voie” 1 et 2, rendant impossible l’inversion pour  $K = Q$ . Mais ceci est cohérent avec ce qui avait été mentionné pour la Tc-structure. Notons que pour  $L = 2$  capteurs l’apparition de zéros (non-communs) sur les canaux physiques  $h^{(1)Z_{Tc}}(z)$  et  $h^{(2)Z_{Tc}}(z)$  (canaux sélecifs), n’entraîne plus cette non-inversibilité, même si la recombinaison d’espace est faite directement au niveau du BFA.

## ANNEXE III.3:

### Caractérisation pour les structures de réalisation

#### A) Caractérisation du bruit dans les Ts/xx-structures et lien avec la Tc-structure

##### Pour la Ts-structure

Le BFA exact appliqué aux échantillons reçus s'exprime de manière algébrique comme un opérateur matriciel:

$$\underline{\underline{BFA}} \triangleq \begin{bmatrix} \underline{g}_{[W_s]}^H & \underline{g}_{[W_s-1]}^H & \cdots & \underline{g}_{[0]}^H & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \underline{g}_{[W_s]}^H & \underline{g}_{[W_s-1]}^H & \cdots & \underline{g}_{[0]}^H & 0 & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \underline{g}_{[W_s]}^H & \underline{g}_{[W_s-1]}^H & \cdots & \underline{g}_{[0]}^H & 0 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \underline{g}_{[W_s]}^H & \underline{g}_{[W_s-1]}^H & \cdots & \underline{g}_{[0]}^H \end{bmatrix}$$

Le BFA peut ainsi s'exprimer par troncature de  $\underline{\underline{\tau}}_{(g)}^H$ :

$$\underline{y}_{[m]} = \underbrace{\left( \underline{T}_n \quad \underline{\underline{\tau}}_{(g)}^H \right)}_{BFA} \cdot \underline{x}_{[m]}$$

où l'opérateur matriciel  $\underline{T}_n$  réduit la dimension en lignes de  $\underline{\underline{\tau}}_{(g)}^H$  de  $K(P + 2W_s)$  à  $KP$  lignes. La matrice  $\underline{T}_n$  de taille  $KP \times K(P + 2W_s)$  est alors exprimée par:

$$\underline{T}_n \triangleq \begin{bmatrix} 0 & \underline{I}_{[KP, KP]} & 0 \\ \underline{0}_{[KP, KW_s]} & & \end{bmatrix}$$

où  $\underline{0}_{[KP, KW_s]}$  est une matrice de taille  $KP \times KW_s$ , complétée par des zéros.

Nous pouvons facilement déduire:

$$\underline{\underline{\tau}}_{(\gamma)} = SQ \cdot \underline{T}_n \cdot (\underline{\underline{\tau}}_{(g)}^H \cdot \underline{\underline{\tau}}_{(g)})$$

et

$$\underline{\eta}_{[m]} = \left( \underline{T}_n \quad \underline{\underline{\tau}}_{(g)}^H \right) \cdot \underline{n}_{[m]}$$

ce qui justifie l'expression de la matrice de corrélation du bruit de l'équation (III.1.17):

$$\begin{aligned} E\{\underline{\eta}_{[m]} \cdot \underline{\eta}_{[m]}^H\} &= \left( 2N_0 \frac{SQ}{T_s} \right) \cdot (\underline{\underline{BFA}} \underline{\underline{BFA}}^H) \\ &= \left( \frac{2N_0}{T_s} \right) \cdot \underline{\underline{\tau}}_{tn}(\gamma) \text{ avec } \underline{\underline{\tau}}_{tn}(\gamma) = \underline{\underline{\tau}}(\gamma) \cdot \underline{T}_n^T \end{aligned}$$

Ainsi, même si la Ts-structure décompose la détection en deux étapes, nous pouvons combiner les différentes étapes en un unique filtre fractionné équivalent  $\underline{l}_1^T$ :

$$\underline{l}_1^T = \frac{1}{\gamma_{11[0]}} \underline{e}_1^T \cdot \left( \underline{T}_n \quad \underline{\underline{\tau}}_{(g)}^H \right) \quad (3.28)$$

### Pour la Ts/RIT-structure et extension aux autres Ts/RIxx-structures

Le “BFA incomplet” appliqué aux échantillons reçus, représente un opérateur matriciel BFAI similaire au BFA, si ce n'est que la dimension des blocs  $\underline{g}_{t[n]}^H$  devient  $2K \times LSQ$  au lieu de  $K \times LSQ$  et qu'un bloc contient les 2 sous-groupes de  $K$  formes d'ondes incomplètes, adapté à seulement une des deux parties ou “voie” du canal.

La corrélation du bruit au temps symbole sur les  $2K$  branches de la Ts/RIT-structure,  $E\{\underline{\eta}_{[m]} \cdot \underline{\eta}_{[m]}^H\} = (\frac{2N_0}{T_s}) \cdot \underline{\underline{\tau}}_{tn}(\gamma_{tt})$ , est caractérisée par:

$$\underline{\underline{\tau}}_{tn}(\gamma_{tt}) = \begin{bmatrix} \underline{\underline{\gamma}}_{tt[0]} & \cdots & \underline{\underline{\gamma}}_{tt[W_s]} & 0 & \cdots \\ \underline{\underline{\gamma}}_{tt[-1]} & \underline{\underline{\gamma}}_{tt[0]} & \cdots & \underline{\underline{\gamma}}_{tt[W_s]} & 0 \\ \underline{\underline{\gamma}}_{tt[-2]} & \underline{\underline{\gamma}}_{tt[-1]} & \underline{\underline{\gamma}}_{tt[0]} & \cdots & \underline{\underline{\gamma}}_{tt[W_s]} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \underline{\underline{\gamma}}_{tt[-W_s]} & \cdots & \underline{\underline{\gamma}}_{tt[0]} & \underline{\underline{\gamma}}_{tt[1]} \\ \cdots & 0 & \underline{\underline{\gamma}}_{tt[-W_s]} & \cdots & \underline{\underline{\gamma}}_{tt[0]} \end{bmatrix}$$

où, la matrice carrée  $\underline{\underline{\tau}}_{tn}(\gamma_{tt})$  de dimension  $2KP \times 2KP$ , est constituée de blocs de dimension  $2K \times 2K$ :

$$\underline{\underline{\gamma}}_{tt[n]} \triangleq \begin{bmatrix} \gamma_{11,11[n]} & \cdots & \gamma_{K1,11[n]} & \gamma_{11,12[n]} & \cdots & \gamma_{K1,12[n]} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{1K,11[n]} & \cdots & \gamma_{KK,11[n]} & \gamma_{1K,12[n]} & \cdots & \gamma_{KK,12[n]} \\ \gamma_{11,21[n]} & \cdots & \gamma_{K1,21[n]} & \gamma_{11,22[n]} & \cdots & \gamma_{K1,22[n]} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{1K,21[n]} & \cdots & \gamma_{KK,21[n]} & \gamma_{1K,22[n]} & \cdots & \gamma_{KK,22[n]} \end{bmatrix}$$

avec

$$\gamma_{ik,g_{t1}g_{t2}[n]} = Ts \cdot \sum_{l=1}^L (g_{i,g_{t1}}^{(l)} * g_{k,g_{t2}}^{(l)H})(\tau)_{|\tau=nTs} \quad \text{pour } g_{t1}, g_{t2} = 1 \text{ ou } 2$$

Les matrices  $\underline{\underline{\tau}}(\gamma_t)$  et  $\underline{\underline{\tau}}_{tn}(\gamma_{tt})$  seront formées en calculant les  $\gamma_{ik,g_{t1}g_{t2}[n]}$  et  $\gamma_{ik,g_{t1}[n]}$  à partir des contributions des trajets du canal pour limiter les calculs.

Pour la Ts/RIS-structure, on obtient une forme similaire de la corrélation du bruit en remplaçant les indices de sous-groupe de trajets  $(.)_{g_t}$ , par les exposants de sous-groupe de capteurs  $(.)^{(g_s)}$ . On note alors que, pour  $L = 2$  capteurs, les blocs  $\underline{g}_s^H$  du BFAI, toujours de taille  $2K \times LSQ$ , comportent pour 1 ligne donnée alternativement 1 élément sur 2 nul (avec alternance de la position des zéros d'une ligne à l'autre), et que les  $\gamma_{ij,12[n]}$  et  $\gamma_{ij,21[n]}$  sont nuls.

Pour la Ts/RITS-structure, on généralise encore avec un “BFA incomplet” contenant des blocs  $\underline{g}_{ts}^H$  de dimension  $4K \times LSQ$  contenant les 4 sous-groupes de  $K$  formes d'ondes incomplètes, et en utilisant à la fois les indices  $(.)_{g_t}$ , et exposants  $(.)^{(g_s)}$ .

Notes:

1- Pour réaliser le calcul les performances en SINR (selon les formules de la partie B), les matrices mises en jeu dans les solutions peuvent aussi être calculées de manière “brute” (sans détailler la contribution de chaque trajet...), de la manière suivante (avec les notations de la Ts/RIT-structure):

$$\underline{\underline{\tau}}(\gamma_t) = \underline{\underline{T}}_{nd} \cdot (\underline{\underline{\tau}}(g_t)^H \cdot \underline{\underline{\tau}}(g_t)) \cdot \underline{\underline{\Sigma}}_d^T \quad \text{et} \quad \underline{\underline{\tau}}_{tn}(\gamma_{tt}) = \underline{\underline{T}}_{nd} \cdot (\underline{\underline{\tau}}(g_t)^H \cdot \underline{\underline{\tau}}(g_t)) \cdot \underline{\underline{T}}_{nd}^T \quad (3.29)$$

où  $\underline{\underline{\tau}}(g_t)$ , matrice de dimension  $LSQ \times 2K(P+2Ws)$ , a le format de la matrice de transfert au temps sous-chip  $\underline{\underline{\tau}}(g)$  décrite pour la Tc-structure, mais en doublant les colonnes pour associer côte à côte les formes d’ondes associées aux sous-groupe  $g_t = 1$  ou 2 du canal. La matrice  $\underline{\underline{\Sigma}}_d$ , de dimension  $2K(P+2Ws) \times K(P+2Ws)$ , formée seulement par des blocs non-nuls  $[1 \ 1]^T$  sur la diagonale, permet justement de sommer 2 à 2 les colonnes de  $\underline{\underline{\tau}}(g_t)$  pour revenir à la matrice de transfert des échantillons reçus, soit  $\underline{\underline{\tau}}(g) = \underline{\underline{\tau}}(g_t) \cdot \underline{\underline{\Sigma}}_d$ .

$\underline{\underline{T}}_{nd}$  correspond à la matrice de troncation de taille  $2KP \times 2K(P+2Ws)$  exprimée par:

$$\underline{\underline{T}}_{nd} \triangleq [0_{[2KP, 2KW_s]}; I_{[2KP, 2KP]}; 0_{[2KP, 2KW_s]}].$$

Avec ce formalisme, l’opérateur à appliquer aux échantillons reçus pour passer aux échantillons aux temps symboles sur les  $2K$  branches, avec une profondeur temporelle de  $P$ , s’exprime par:

$$\underline{\underline{BFAI}} = \underline{\underline{T}}_{nd} \cdot \underline{\underline{\tau}}(g_t)^H. \quad \text{On retrouve ainsi les expressions (3.29).}$$

2- Comme pour la Ts-structure, on peut calculer le filtre large-bande équivalent à appliquer directement aux échantillons reçus pour les structures intermédiaires, sous la forme (notations de la Ts/RIT-structure):

$$\underline{\underline{l}}_1^T = \frac{1}{\gamma_{11[0]}} \underline{\underline{e}}_1^T \cdot \underline{\underline{BFAI}} \quad (3.30)$$

### Pour la Ts/FAQ-structure

Le BFA complété appliqué aux échantillons reçus, représente un opérateur matriciel  $\underline{\underline{BFAQ}}$  similaire au  $\underline{\underline{BFA}}$ , si ce n’est que la dimension des blocs  $\underline{\underline{g}}_c^H$  devient  $Q \times LSQ$  au lieu de  $K \times LSQ$ , pour une taille globale de  $Q(P_l + W_s) \times LSQ \cdot P_l$ .

Ainsi, la matrice de corrélation du bruit  $E\{\underline{\underline{\eta}}_{[m]} \cdot \underline{\underline{\eta}}_{[m]}^H\} = (\frac{2N_0}{T_s}) \cdot \underline{\underline{\tau}}_{tn}(\gamma_c)$  a une forme similaire à celle de la Ts-structure,  $\underline{\underline{\tau}}_{tn}(\gamma)$ , mais avec des blocs  $\underline{\underline{\gamma}}_c$  de taille  $Q \times Q$ , au lieu de  $K \times K$ , contenant l’ensemble des corrélations au temps symbole  $\gamma_{ik[n]}$  des  $Q$  formes d’ondes.

## B) Calcul des Performances en SINR et MMSE pour les structures de réalisation

### Pour l'ensemble des structures

En utilisant toujours la non-corrélation des symboles et du bruit, les indices quadratiques tel la MSE ou le SINR de la variable de décision, pour des paramètres donnés de la transmission ( $\tau_{(g)}$  et  $(\frac{Eb}{N_0})$ ) peuvent être calculés seulement à partir des choix du retard  $P_{l_1}$  et du filtre  $\underline{l}_1$ . Le SINR est un indice intéressant puisqu'il peut être directement lié au TEB lorsque l'interférence résiduelle est nulle ou considérée comme approximativement Gaussienne. Nous avons déjà vu dans la partie II qu'avec des symboles et un bruit non corrélé, le SINR est défini comme le rapport entre la puissance de la "partie utile" ( $S_u$ ) sur la puissance de l'interférence ( $I$ ) due à l'IES et à l'IAM plus la puissance du bruit ( $N$ ), aux instants  $mT_s$ :

$$SINR = \frac{S_u}{I + N} \quad (3.31)$$

où:

$$S_u/A^2 = E\{|d_{1[m]}|^2\}/A^2 = |glo_{11[0]}|^2 \quad (3.32)$$

$$\text{avec } glo_{11[0]} = (\underline{l}_1^T \cdot \underline{\tau}_{(g)} \cdot \underline{\mathbf{1}}_{\Delta_l}) \quad (3.33)$$

$$\text{et } \Delta_l = K \cdot P_{l_1} + k_u \quad (\text{code } k_u = 1) \quad \underline{\mathbf{1}}_{\Delta_l}^T \triangleq [\dots, \underbrace{0, 1, 0, \dots}_{\Delta_l}]$$

La puissance d'interférence ( $I$ ) est définie comme

$$\begin{aligned} I/A^2 &\triangleq E\{|(d_{1[m]} - glo_{11[0]} \cdot a_{1[m]})_{|N_0=0}|^2\} \\ &= (\underline{l}_1^T \cdot \underline{\tau}_{(g)} - glo_{11[0]} \cdot \underline{\mathbf{1}}_{\Delta_l}^T) \cdot (\underline{l}_1^T \cdot \underline{\tau}_{(g)} - glo_{11[0]} \cdot \underline{\mathbf{1}}_{\Delta_l}^T)^H \end{aligned} \quad (3.34)$$

La puissance de bruit ( $N$ ) est définie comme:

$$N \triangleq E\{|b_{1[m]}|^2\} = 2N_0 \cdot \frac{1}{T_s} \cdot \underline{l}_1^T \underline{l}_1$$

et ainsi:

$$N/A^2 = \left(\frac{N_0}{2Eb}\right) \cdot \underline{l}_1^T \underline{l}_1 \cdot \gamma_{11[0]} \quad (3.35)$$

Ces expressions sont utilisés pour calculer les performances de réalisation des chapitres 1 et 2 de la partie III, indépendamment de la méthode utilisée pour générer le filtre  $\underline{l}_1$  (optimisation temporelle, approximation fréquentielle, autres).

Elles s'appliquent directement pour la Tc-structure, mais aussi pour les Ts/xx structures du moment que l'on sait former le filtre large-bande équivalent,  $\underline{l}_1$ , comme nous l'avons vu en partie A pour les structures Ts (équation 3.28) et Ts/Rlxx- (équation 3.30). Il faut alors exprimer le retard global du détecteur,  $P_{l_1} = P_1 + W_s$ , pour tenir compte du BFA en tête.

Néanmoins, pour les structures linéaires ayant la forme d'une partie large-bande traitant les échantillons reçus et d'une partie au temps symbole, le calcul des performances peut aussi être obtenu directement sans passer par le filtre large-bande équivalent, ce que nous présentons dans le paragraphe suivant.

### Pour les structures Ts/xx-

Pour une matrice de transfert  $\underline{\tau}_{(\gamma)}$  donnée, le choix d'un retard  $P_1$  et d'un jeu de coefficients d'égalisation  $\underline{e}_1$ , les performances en SINR pour la Ts-structure peuvent être calculées par (3.31), (3.32) et les expressions au temps symbole suivantes:

$$glo_{11[0]} = \underline{e}'_1{}^T \cdot \underline{\tau}_{(\gamma)} \cdot \underline{\mathbf{1}}_{\Delta} \quad (3.36)$$

et

$$\Delta = K \cdot (P_1 + W_s + k_u) \quad (\text{code } k_u = 1)$$

$$I/A^2 = (\underline{e}'_1{}^T \cdot \underline{\tau}_{(\gamma)} - glo_{11[0]} \cdot \underline{\mathbf{1}}_{\Delta}^T) \cdot (\underline{e}'_1{}^T \cdot \underline{\tau}_{(\gamma)} - glo_{11[0]} \cdot \underline{\mathbf{1}}_{\Delta}^T)^H \quad (3.37)$$

et

$$N/A^2 = \frac{N_0}{2Eb} \cdot \underline{e}'_1{}^T (\underline{\tau}_{in(\gamma)}) \cdot \underline{e}'_1{}^H \cdot \gamma_{11[0]} \quad (3.38)$$

Ces formules se généralisent directement pour les autres Ts/xx-structures, en mettant les matrices de transfert et de corrélation du bruit adéquates.

Pour l'Erreur Quadratique Moyenne, nous avons vu en (2.31) partie II que la décorrélation des symboles et du bruit amenait à:

$$MSE/A^2 = I/A^2 + N/A^2 + |1 - glo_{11[0]}|^2$$

## ANNEXE III.4:

### Evaluation de complexité pour le calcul des coefficients de la Tc- et Ts-structure

Nous proposons ici une évaluation de complexité du calcul des coefficients pour les structures Tc-structure et Ts-structure, par optimisation temporelle puis par approximation fréquentielle. Les ordres de grandeur donnés dans les tables à titre d'exemple correspondent aux paramètres typiques du mode TDD suivants: 1 slot par trame pour l'utilisateur d'intérêt (ainsi 100 slots par seconde),  $M = 138$  symboles par slot,  $K = 12$  codes actifs,  $Q = 16$  chips,  $Q_r = 19$ ,  $L_t = 6$  trajets, un facteur de suréchantillonnage  $S = 2$  pour la Tc-structure. Nous évaluons seulement le nombre de multiplications complexes, noté MAC.

#### Optimisation temporelle pour la Tc-structure

##### Complexité du calcul des coefficients:

Le calcul des coefficients est mené à partir de la connaissance du canal, c'est à dire des coefficients  $(\tau_i, \alpha_i^{(l)})$ . La complexité de l'estimation de canal doit être rajoutée aux évaluations proposées.

Pour obtenir la forme indirecte (1.11) en Zero-Forcing (ou quasiment en MMSE), on utilise les différentes étapes de calcul:

**-(Tc1):** formation de  $\underline{\underline{\tau_{(g)}}}^H$ : cette tâche nécessite la connaissance des  $K$  formes d'ondes globales  $g_k^{(l)}$ , échantillonnées à  $Tc/2$  ( $S = 2$  pour la Tc-structure). Pour cela, nous exploitons la nature discrète du canal et supposons pré-calculées les échantillons de  $h_{ec[k]}(\tau) = (h_e * c_k)(\tau)$  avec un pas suffisamment fin (par exemple  $Tc/8$ ) pour approximer correctement les retards continus  $\tau_i$ . Le support temporel de  $h_{ec[k]}(\tau)$  est  $1Ts + 7Tc$ , en supposant une profondeur classique du 1/2 Nyquist de 7 chips à l'émission. Puisque la connaissance de la forme d'onde globale nécessite seulement un échantillonnage à  $Tc/2$ , pour un retard donné  $\tau_i$ , nous choisissons le "bon" jeu d'échantillons espacés de  $Tc/2$  de  $h_{ec[k]}$ , c'est à dire avec la bonne phase d'échantillonnage. Nous avons besoin de multiplications seulement dans le calcul de  $h_{ec[k,i]}^{(l)}(s\frac{Tc}{2}) = h_{ec[k]}(s\frac{Tc}{2} - \tau_i) \cdot \alpha_i^{(l)}$ ,  $s=0..2Q+14-1$ ,  $l=1..L$  pour former  $g_k^{(l)}(s\frac{Tc}{2}) = \sum_{i=1}^{L_t} h_{ec[k,i]}^{(l)}(s\frac{Tc}{2})$ ,  $s=0..(W_s+1)SQ$ ,  $l=1..L$ , ce qui nécessite finalement:  
**L(SQ + S7).L<sub>t</sub>.K (MAC/trame),**

**-(Tc2):** formation de  $\underline{\underline{\psi_{(g)}}}$ : cette tâche nécessite seulement le calcul des  $K \times K$  intercorrélations au temps symbole,  $\gamma_{ik}$ , puisque les corrélations "incomplètes"  $\psi_{k_1, k_2}[n]$  peuvent être obtenues à partir des calculs intermédiaires de  $\gamma_{ik}$ . Nous calculons d'abord l'auto-corrélation du canal spatio-temporel  $\gamma_h = \sum_{l=1}^L (h * h^H)$  qui a une forme en "rateau" avec 1

coefficient central non-nul et 2 paires de  $\frac{L_t \cdot (L_t - 1)}{2}$  coefficients non-nuls, avec une symétrie hermitienne relative au coefficient central:  $\gamma_h(\tau) = \sum_{i=1}^{L'_t} \alpha'_i(\tau - \tau'_i)$  où  $L'_t = 2 \cdot \frac{L_t \cdot (L_t - 1)}{2} + 1$ . Nous supposons un pré-calcul des échantillons de l'autocorrélation  $\gamma_{ec[k]}(\tau) = (h_{ec[k]} * h_{ec[k]}^H)(\tau)$  avec un support temporel  $2Ts + 14Tc$  et un échantillonnage suffisamment fin, de même qu'en (Tc1). Puisque la connaissance des inter-corrélations globales nécessite seulement un pas d'échantillonnage au temps symbole  $Ts$  (ce sont les Canaux Globaux Equivalents repliés dans la bande symbole), pour un  $\tau_i$  donné, nous choisissons les "bons" échantillons de  $\gamma_{ec[k]}(\tau)$ . Nous utilisons des multiplications seulement pour le calcul de  $\gamma_{ec[k,i]}(nTs) = \gamma_{ec[k]}(nTs - \tau'_i) \cdot \alpha'_i$ ,  $n=0..2W_s+1$  pour former  $\gamma_{ik[n]} = \sum_{i=1}^{L'_t} \gamma_{ec[k,i]}(nTs)$ ,  $n=0..2W_s+1$ . Grâce à la symétrie Hermitienne, nous avons à calculer seulement  $\gamma_{ik}$  pour  $i = 1..K$  et  $k = i..K$ , ce qui nécessite finalement:  $\mathbf{L} \cdot (\frac{\mathbf{L}_t(\mathbf{L}_t-1)}{2} + \mathbf{1}) + \frac{\mathbf{K}}{2}(\mathbf{K} + \mathbf{1}) \cdot (\mathbf{2W}_s + \mathbf{1}) \cdot (\frac{\mathbf{L}_t(\mathbf{L}_t-1)}{2} + \mathbf{1})$  (MAC/trame),

-(Tc3): calcul de  $K_u$  lignes (une par code désiré) de l'inverse de la matrice définie positive  $\underline{\psi}_{(g)}$  (avec addition de  $\sigma_0^2$  sur la diagonale pour le critère MMSE). Une méthode efficace pour réaliser cette tâche est la décomposition de Cholesky, suivie par  $K_u$  résolutions avec les vecteurs colonnes unitaires appropriés, ce qui nécessite [75]:

$$\frac{1}{6}[(\mathbf{P} + \mathbf{2W}_s)\mathbf{K}]^3 + \mathbf{K}_u \cdot \frac{2}{3}[(\mathbf{P} + \mathbf{2W}_s)\mathbf{K}]^2 \text{ (MAC/trame)},$$

-(Tc4): calcul de  $LN_{Tc}$  coefficients pour chacun des  $K_u$  codes. A partir des éléments calculés en (Tc1) et (Tc3), nous obtenons  $K_u$  vecteurs  $\underline{l}_1^T$  en appliquant (1.11), ce qui nécessite:  $\mathbf{K}_u \cdot \mathbf{LSQ} \cdot (\mathbf{P} + \mathbf{W}_s) \times \mathbf{K}(\mathbf{P} + \mathbf{2W}_s)$  (MAC/trame).

La tâche Tc3 représente la part majoritaire du calcul.

Pour le pire cas envisagé ( $W_s = 5$ ,  $K_u = 12$ ), on utilise 183 MMAC/s pour une réception avec  $L = 3$  capteurs et une profondeur telle que  $P = 2$ .

## Optimisation temporelle pour la Ts-structure

Complexité du calcul des coefficients:

A partir de (1.20) partie III pour le critère ZF (et similairement en MMSE):

-(Ts1): calcul de  $\gamma_{ik[p]}$  pour  $p = 1..P$ ,  $i, k = 1..K$ : idem (Tc2)

-(Ts2): calcul de  $\phi_{ik[p]}$  pour  $p = -P + 1, \dots, +P - 1$ ;  $i, k = 1..K$ .

Les propriétés de symétrie permettent de calculer  $\phi_{ik[p]}$  seulement pour  $i=1..K, k=i..K, n=0..P-1$  avec une sommation sur "u" dans (1.21) pour  $(W_s + 1 - n)$  valeurs. La complexité totale s'exprime de deux manières, selon que  $P \geq W_s$  ( $\delta_{(P \geq W_s)} = 1$ ) ou non ( $\delta_{(P \geq W_s)} = 0$ ). Dans la situation courante avec la Ts-structure où  $P \geq W_s$ , on utilise:

$$\frac{\mathbf{K}(\mathbf{K}+1)}{2} \cdot \mathbf{K} \cdot \left\{ \frac{(\mathbf{2W}_s+1) \cdot (\mathbf{2W}_s+2)}{2} \right\} \text{ Mac/trame.}$$



-(Ts3): Décomposition de Cholesky de  $\underline{\underline{\phi}}_{(\gamma)} = \underline{\underline{T}} \underline{\underline{T}}^H$  où  $\underline{\underline{T}}$  est une matrice triangulaire inférieure avec des éléments réels positifs sur la diagonale. Les  $P$  lignes de blocs de  $\underline{\underline{T}}$  peuvent être calculées, itérativement d'une ligne de blocs à l'autre, par l'algorithme à faible complexité présenté par Rissanen [78], prenant en compte le caractère Toeplitz par blocs  $[K \times K]$  et défini positif de la matrice  $\underline{\underline{\phi}}_{(\gamma)}$ . Notons aussi qu'en première approximation, on pourrait se contenter de ne calculer que les premières lignes, étant donné que les lignes de blocs de  $\underline{\underline{T}}$  convergent. La décomposition exacte (calcul des  $P$  lignes de blocs) nécessite:  
**P.P(K)<sup>3</sup>MAC/trame,**

-(Ts4): calcul de  $KP$  coefficients pour chacun des  $K_u$  codes, par résolution en deux étapes [75] de:  $\underline{\underline{T}}^* \underline{\underline{T}}^T \cdot \underline{e}_1 = (\underline{\underline{\tau}}_{(\gamma)}^* \cdot \underline{\mathbf{1}}_{\Delta})$ , ce qui nécessite:  
**K<sub>u</sub>.(KP)<sup>2</sup> MAC/trame.**

La complexité globale pour le calcul des coefficients à partir de (1.20) partie III ne dépend quasiment pas du nombre de capteurs  $L$ . Dans un pire cas ( $W_s = 5$ ,  $K_u = 12$ ), on utilise 56 MMAC/s pour une réception avec  $L = 3$  capteurs et une profondeur telle que  $P = 12$ .

## Approximation fréquentielle pour la Ts-structure

Complexité du calcul de coefficients:

A partir de (1.24) partie III en Zero-Forcing (et pratiquement pareil en MMSE):

-(Tsf1) calcul des réponses en fréquence large-bande  $|\hat{h}(f_{p,q})|^2$ ,  $p=0, \dots, P-1$ ;  $q=-Q_{r/2}, \dots, +Q_{r/2}$  à partir des  $\{\alpha_i^{(l)}, \tau_i\}$ :

- calcul pour chaque capteur  $l = 1 \dots L$  de  $\hat{h}^{(l)}(f_{p,q}) = \sum_{i=1}^{L_i} \alpha_i^{(l)} \cdot \exp(-j2\pi\tau_i f_{p,q})$  où les exponentielles sont supposées tabulées pour les différents retards, avec un pas suffisamment fin, comme  $T_c/8$  par exemple,
- calcul de  $|\hat{h}(f_{p,q})|^2 = \sum_{l=1}^L |\hat{h}^{(l)}(f_{p,q})|^2$ .

Le nombre global de multiplications pour (Tsf1) est: **LQ<sub>r</sub>.P.L<sub>t</sub>+LQ<sub>r</sub>.P MAC/trame.**

-(Tsf2) calcul des  $P$  matrices dans la bande symbole  $\underline{\underline{\Gamma}}(p, \Delta f)$ ,  $p=0, \dots, P-1$ :

Nous supposons une table contenant les inter-spectres large-bande entre les  $K$  formes d'ondes au travers d'un canal mono-trajet idéal:  $\hat{\gamma}_{ik}^{ec,cont}(f_{p,q}) = |\hat{h}_e(f_{p,q})|^2 \cdot \hat{c}_i(f_{p,q}) \cdot \hat{c}_k^*(f_{p,q})$

- calcul de  $\hat{\gamma}_{ik}^{cont}(f_{p,q}) = \hat{\gamma}_{ik}^{ec,cont}(f_{p,q}) \cdot |\hat{h}(f_{p,q})|^2$   
seulement (symétrie hermitienne) pour  $i=1 \dots K$ ,  $k=i \dots K$ ,  $p=0, \dots, P-1$ ;  $q=-Q_{r/2}, \dots, +Q_{r/2}$
- repliement (somme) des  $Q_r$  composantes:  

$$\hat{\gamma}_{ik}(p, \Delta f) = \sum_{q=-Q_{r/2}}^{+Q_{r/2}} \hat{\gamma}_{ik}^{cont}(f_{p,q})$$

Le nombre total de multiplications de (Tsf2) est du seulement à la première des tâches qui viennent d'être listées et vaut:  $\frac{\mathbf{K}(\mathbf{K}+1)}{2} \cdot \mathbf{Q}_r \cdot \mathbf{P} \text{ MAC/trame.}$

-(Tsf3) calcul des  $K_u$  lignes de  $\underline{\underline{\Gamma}}(p, \Delta f)^{-1}$  pour former les vecteurs  $\hat{e}_{k_u k}^0$   $k=1, \dots, K; k_u=1, \dots, K$ : nous utilisons la décomposition de Cholesky puisque la matrice  $\underline{\underline{\Gamma}}(p, \Delta f)$  est définie positive. Les  $K_u$  lignes sont obtenues par 2 étapes de résolution avec des vecteurs colonnes unitaires. La tâche (Tsf3) nécessite globalement:  $(\frac{\mathbf{K}^3}{6} + \frac{2}{3} \cdot \mathbf{K}^2 \cdot \mathbf{K}_u) \cdot \mathbf{P} \text{ MAC/trame.}$

-(Tsf4) calcul de  $K_u \times K$  iDFT (incluant les déphasages dus au retard  $P_1$ ) pour former  $K$  vecteurs  $\underline{e}_{k_u k}$   $k=1, \dots, K; k_u=1, \dots, K$  pour les  $K$  branches et les  $K_u$  codes désirés, en accord avec l'équation (1.24) partie III pour le code désiré numéro "1".

Cette dernière tâche n'étant pas du tout prédominante par rapport aux premières (en tout cas lorsque  $P$  est inférieur à 16), nous donnons la complexité sans utilisation de l'algorithme de Transformée de Fourier Rapide (FFT), ce qui permet de choisir des valeurs de  $P$  non nécessairement multiples de 2. En utilisant la symétrie hermitienne, cette tâche utilise finalement:  $(\frac{\mathbf{K}(\mathbf{K}+1)}{2} - \frac{(\mathbf{K}-\mathbf{K}_u)(\mathbf{K}-\mathbf{K}_u+1)}{2}) \cdot \mathbf{P}^2 \text{ MAC/trame.}$

La complexité totale du calcul de coefficients à partir de (1.24) augmente très peu avec le nombre de capteurs  $L$ , le nombre de codes désirés  $K_u$ . Elle est quasi-linéaire avec la profondeur  $P$ , mais à une forte augmentation avec le nombre de codes actifs  $K$ . Pour le pire cas envisagé ( $W_s = 5$ ,  $K_u = 12$ ), on utilise 3.78 MMAC/s pour une réception avec  $L = 3$  capteurs et une profondeur telle que  $P = 12$ .

## Approximation fréquentielle pour la Tc-structure

Rappelons que le support à bande limitée de  $\hat{l}_1^{(l)}(f_w)$  génère une portion de composantes nulles dans le vecteur de réponse en fréquence:

$$\hat{l}_1^{(l)0} = [\hat{l}_1^{(l)0}(f_{0,0}), \dots, \hat{l}_1^{(l)0}(f_{P_1-1,0}), \dots, \hat{l}_1^{(l)0}(f_{0,+Q_{r/2}}), \dots, \hat{l}_1^{(l)0}(f_{P_1-1,+Q_{r/2}}), \underbrace{0, \dots, 0}_{(SQ-Q_{r/2})P_l}, \hat{l}_1^{(l)0}(f_{0,-Q_{r/2}}), \dots, \hat{l}_1^{(l)0}(f_{P_1-1,-Q_{r/2}}), \dots, \hat{l}_1^{(l)0}(f_{0,-1}), \dots, \hat{l}_1^{(l)0}(f_{P_1-1,-1})]^T$$

Complexité du calcul des coefficients:

A partir de (1.25) partie III en Zero-Forcing (et pratiquement en MMSE):

-(Tcf1) à partir des  $\{\alpha_i^{(l)}, \tau_i\}$ :

- calcul des échantillons bande-étroite des réponses en fréquence des égaliseurs:

$$\hat{e}_{k_u k}^0 \left( \frac{p}{PT_s} \right), \quad p=0, \dots, P-1; \quad k=1, \dots, K; \quad k_u=1, \dots, K_u : \text{idem Tsf1+Tsf2+Tsf3;}$$

- calcul de  $\hat{h}^{(l)}(f_{p,q}) = \sum_{l=1}^L |\hat{h}^{(l)}(f_{p,q})|^2$ ,  $l=1, \dots, L; \quad p=0, \dots, P-1; \quad q=-Q_{r/2}, \dots, +Q_{r/2}$ : obtenu à partir de (Tsf1) via (Tcf1);

(Tcf1) nécessite globalement:

$$(\mathbf{LSQ}_r \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{L}_t + \mathbf{LSQ}_r \cdot \mathbf{P}) + \left(\frac{\mathbf{K}(\mathbf{K}+1)}{2} \cdot \mathbf{SQ}_r \cdot \mathbf{P}\right) + \left(\frac{\mathbf{K}^3}{6} + \frac{2}{3} \cdot \mathbf{K}^2 \cdot \mathbf{K}_u\right) \cdot \mathbf{P} \text{ MAC/trame}$$

-(Tcf2) calcul des échantillons des réponses en fréquence large-bande  $\hat{l}_{k_u}^{(l)}(f_{p,q})$

pour  $l=1, \dots, L$ ;  $p=0, \dots, P-1$ ;  $q=-Q_{r/2}, \dots, +Q_{r/2}$ ,  $k_u=1, \dots, K_u$ :

nous supposons une table contenant les  $K$  formes d'ondes large-bande avec un canal idéal mono-trajet:  $\hat{h}_k^{ec,cont}(f_{p,q}) = \hat{h}_e(f_{p,q}) \cdot \hat{c}_k(f_{p,q})$ . Nous obtenons alors:

$$\hat{l}_{k_u}^{(l)0}(f_{p,q}) = \hat{h}^{(l)*}(f_{p,q}) \cdot \sum_{k=1}^K \hat{h}_{ik}^{ec,cont*}(f_{p,q}) \cdot \hat{c}_{k_u,k}^0\left(\frac{p}{PT_s}\right)$$

pour  $k=i \dots K$ ;  $p=0, \dots, P-1$ ;  $q=-Q_{r/2}, \dots, +Q_{r/2}$ , nécessitant:

$$\mathbf{L} \cdot (\mathbf{K}+1) \cdot \mathbf{Q}_r \cdot \mathbf{P} \text{ MAC/trame}$$

-(Tcf3) calcul des iDFT pour former les vecteurs  $\underline{l}_{k_u}^{(l)}$  pour les  $K_u$  codes désirés, et les  $L$  capteurs, sans utiliser la FFT:

$$\mathbf{K}_u \cdot \mathbf{L} \cdot ((\mathbf{P} + \mathbf{W}_s) \cdot \mathbf{SQ})^2 \text{ MAC/trame}$$

La complexité globale pour le calcul des coefficients à partir de (1.25) partie III sans utiliser la FFT est alors donnée par:

	$K_u = 1$			$K_u = 12$		
<i>court</i> , $P=1$	0.6	1.1	1.5	5	10	15
<i>long</i> , $P=2$	5.5	10.5	15.7	60	121	181
<i>long</i> , $P=8$	19.1	36.7	54.2	207	417	624
	L=1	L=2	L=3	L=1	L=2	L=3

La complexité prédominante ici est le calcul des Transformées de Fourier Discrète inverses, de taille  $SQ \cdot P_l$ . Nous avons alors intérêt à utiliser la FFT en choisissant des valeurs  $P_l'$  égales au plus petit radix 2 supérieur à  $P_l$  pour obtenir  $SQ \cdot P_l'$  coefficients, même si seulement les  $SQ \cdot P_l$  premiers sont utilisés dans le détecteur. Alors, la dernière tâche devient:

-(Tcf3') calcul des FFT inverses pour former les vecteurs  $\underline{l}_{k_u}^{(l)}$  correspondant aux  $K_u$  codes désirés, et les  $L$  capteurs, ce qui nécessite environ:

$$\mathbf{K}_u \cdot \mathbf{L} \cdot ((\mathbf{P}'_l) \cdot \mathbf{SQ}) \cdot \log_2((\mathbf{P}'_l) \cdot \mathbf{SQ}) \text{ MAC/trame}$$

La complexité globale pour calculer les coefficients à partir de (1.25) partie III en utilisant la FFT est alors:

	$K_u = 1$			$K_u = 12$		
<i>court</i> , $P=1$	0.25	0.33	0.40	0.7	1.2	1.7
<i>long</i> , $P=2$	0.6	0.8	1.1	2.6	4.8	7.0
<i>long</i> , $P=8$	2.1	2.7	3.4	6.5	11.1	15.8
	L=1	L=2	L=3	L=1	L=2	L=3

# Bibliographie

- [1] 3GPP. Technical specification: spreading and modulation (TDD). Technical Report TS25.223, V2.1.0, June 1999.
- [2] 3GPP. Technical specification: physical channels and mapping of transport channels onto physical channels (TDD). Technical Report TS25.221, V2.2.0, March 2000.
- [3] F. ADACHI, M. SAWAHASHI, and H. SUDA. Wideband DS-CDMA for next-generation mobile communications systems. *IEEE Communications Magazine*, pages 56–69, September 1998.
- [4] E.W. BAI and Z. DING. Invertibility of sampled data systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental, Theory and applications*, 47(3):279–289, March 2000.
- [5] P. BALABAN and J. SALZ. Optimum diversity combining and equalization in digital data transmission with application to cellular mobile radio - part 1: Theoretical considerations. *IEEE Transactions on Communications*, 40(5):885–894, May 1992.
- [6] R. BAUDIN, J.P. BLOT, and B. PAJUSCO. Antennes adaptatives pour les systèmes de communication avec les mobiles. Note technique NT/Cnet/6390, CNET, Septembre 1999.
- [7] M. BELLANGER. *Analyse des signaux et filtrage numérique adaptatif*. Collection Technique et Scientifique des Télécommunications, 1989.
- [8] P.A. BELLO. Characterization of randomly time-variant linear channels. *IEEE Transactions on Communications and Systems*, 11(4):360–393, December 1963.
- [9] J.C. BIC, J.C. IMBEAUX, and D. DUPONTEIL. *Éléments de Communications numériques. Transmission sur fréquence porteuse (tome 1 et 2)*. Collection Technique et Scientifique des Télécommunications, Dunod, 1986.
- [10] A. BLANCHARD. Techniques des boucles à verrouillage de phase. Cours polycopié 2364/..1975, Supélec, 1975.
- [11] L. BOITHIAS. *Propagation des ondes radio-électriques dans l'environnement terrestre*. Collection Technique et Scientifique des Télécommunications, 1983.
- [12] C. BOULANGER. *Accès multiple à répartition par les codes. Optimisation de séquences et architectures de récepteurs associés*. Thèse de Doctorat de l'INPG, préparée au CEA-LETI, Septembre 1998.
- [13] S. BOURENNANE, B. FAURE, and J.L. LACOUME. Traitement d'antenne pour des sources bande large. *Annales des Télécommunications*, 45(7-8):384–392, Juillet 1990.

- [14] J.M. BROSSIER. *Egalisation adaptative et estimation de phase. Application aux communications acoustiques sous-marines*. Thèse de Docteur Ingénieur INPG, préparée au CEPHAG, Novembre 1992.
- [15] J.M. BROSSIER. *Signal et communication numérique: égalisation et synchronisation*. Collection Traitement du Signal, Hermes, 1997.
- [16] J.M. BROSSIER and G. JOURDAIN. Algorithmes adaptatifs auto-optimisés pour l'égalisation et la récupération de porteuse. Application aux transmissions acoustiques sous-marines. *Traitement du Signal*, 11(4):327–336, 1994.
- [17] S. BULJORE. *Etude d'égaliseurs multicapteurs pour communications avec les mobiles*. Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes, Décembre 1995.
- [18] S. BULJORE, J.F. DIOURIS, and J. SAILLARD. Etude théorique d'un égaliseur multi-capteur associé au critère EQM pour le canal radiomobile (modèle GSM). In *GRETSI*, pages 557–560, Juan-les-Pins, France, September 1995.
- [19] V. CAPELLANO. *Apport des traitements spatio-temporels pour les transmissions numériques en présence de trajets multiples. Application aux communications acoustiques sous-marines*. Thèse de Docteur Ingénieur INPG, préparée au CEPHAG, Mai 1995.
- [20] R.H. CLARKE. A statistical theory of mobile radio reception. *Bell System Technical Journal*, 47:957–1000, July-August 1968.
- [21] J.C. DANY. Théorie de la réception en communications numériques. Cours polycopié 06437/..1997, Supélec, 1997.
- [22] F. DE COULON. *Théorie et traitement des signaux*. Traité d'Electricité, Presses Polytechniques Romandes, 1990.
- [23] E.H. DINAN and B. JABBARI. Spreading codes for direct sequence CDMA and wideband CDMA cellular networks. *IEEE Communications Magazine*, September 1998.
- [24] M. DIOP. Récepteurs adaptifs en CDMA: programmation et mesure de performances. Rapport de stage, LIS et ENSERG, Octobre 2001.
- [25] J.F. DIOURIS, J. ZEIDLER, and S. BULJORE. Space-path diversity in CDMA using a compact array. *Annals of Telecommunications*, 53(11-12):425–434, 1998.
- [26] A. DUEL-HALLEN. Decorrelating decision-feedback multiuser detector for synchronous code-division-multiple-access channels. *IEEE Transactions on Communications*, 41(2):285–290, February 1993.
- [27] A. DUEL-HALLEN. A family of multiuser decision-feedback detectors for asynchronous code-division-multiple-access channels. *IEEE Transactions on Communications*, 43(2-3-4), February-March-April 1995.
- [28] G. EL ZEIN. Techniques et applications de l'étalement de spectre. In *Communications numériques et Applications*, Rennes, le 26 Novembre 1998.

- [29] R.B. ERTEL, P. CARDIERI, K.W. SOWERBY, T.S. RAPPAPORT, and J.H. REED. Overview of spatial channel model for antenna array communication systems. *IEEE Personal Communications Magazine*, pages 10–22, February 1998.
- [30] ETSI. Chapter b.1.4.2: Channel impulse response model. Technical Report UMTS 30.03, TR101.112, V3.2.0, April 1998.
- [31] D.D. FALCONER. Jointly adaptive equalization and carrier recovery in two dimensional digital communications systems. *Bell Systems Tech. Journal*, 55(3):317–334, 1976.
- [32] E. FERNANDEZ and M. MATHIEU. *Les Faisceaux Hertzien analogiques et numériques*. Collection Technique et Scientifique des Télécommunications, 1991.
- [33] G. FORNEY. Maximum likelihood sequence estimation of digital sequences in the presences of intersymbol interference. *IEEE Transactions on Information Theory*, 18(3):363–378, May 1972.
- [34] F.M. GARDNER. *Phaselock Techniques*. Wiley-Interscience Publication, second edition, 1979.
- [35] D. GESBERT. *Egalisation et identification multi-voies: méthodes auto-adaptatives au second ordre*. Thèse de Doctorat de l'ENST, préparée au CNET Paris, Mars 1997.
- [36] A. GLAVIEUX and M. JOINDOT. *Communications numériques, introduction*. Collection pédagogique de Télécommunication, 1996.
- [37] S. GLISIC and B. VUCETIC. *Spread spectrum CDMA systems for wireless communications*. Mobile Communications Series, Artech House Publishers, 1997.
- [38] L.C. GODARA. Applications of antenna arrays to mobile communications, part II: Beam-forming and direction-of-arrival considerations. *proceedings of the IEEE*, 85(8):1195–1245, August 1997.
- [39] G.H. GOLUB and C.F. VAN LOAN. *Matrix computations*. Johns Hopkins University Press, second edition, Baltimore and London, 1989.
- [40] L. GONÇALVES, L. SILVA, and A. GAMEIRO. Frequency shift based multiple access interference canceller for DS-CDMA systems. In *VTC2001 Fall*, Atlantic city, October 2001.
- [41] P. GOUNON. Analyse spatio-temporelle haute résolution à l'aide d'une antenne active. *Traitement du Signal*, 11(5):351–360, 1994.
- [42] M. HAARDT, A. KLEIN, S. OESTREICH, M. PURAT, V. SOMMER, and T. ULRICH. Radio interface concepts for ultra-tdd. In *PIMRC'2k*, pages 1210–1215, London, UK, September 2000.
- [43] S. HAYKIN. *Adaptive filter theory*. Prentice-Hall International, second edition, 1991.
- [44] F. HOLLIN. *Contribution à l'égalisation aveugle fondée sur l'exploitation des statistiques d'ordre deux. Application à l'acoustique sous-marine*. Thèse de Docteur Ingénieur INPG, préparée au LIS (ex CEPHAG), Janvier 2000.

- [45] S. HONIG and M.K. TSATSANIS. Adaptive techniques for multi-user CDMA receivers. *IEEE Signal Processing Magazine*, pages 49–61, May 2000.
- [46] L. HUSSON. *Evaluation par le récepteur de la qualité du signal reçu dans les systèmes de radiocommunications avec les mobiles et amélioration des performances par l'égalisation conditionnelle*. Thèse de Doctorat de l'Université Paris-Sud, préparée à Supélec, Janvier 1998.
- [47] J.C. IMBEAUX. Réception en communications numériques: synchronisation par récupération de rythme. Cours polycopié 06307/..1994, Supélec, 1994.
- [48] W.C. JAKES. *Microwave mobile communications*. IEEE press, 1974.
- [49] P. JUNG and J. BLANZ. Joint detection with coherent receiver antenna diversity in CDMA mobile radio systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 44(1):76–88, February 1995.
- [50] T. KAILATH. *Linear systems*. Prentice-Hall Information and System Sciences series, 1980.
- [51] G. KAWAS KALEH. Introduction aux communications numériques. Cours polycopié 3248/..1989, Supélec, 1989.
- [52] G. KAWAS KALEH. Channel equalization for block transmission systems. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 13(1):110–121, January 1995.
- [53] A. KLEIN. Data detection algorithms specially designed for the downlink of CDMA mobile radio systems. In *ICASSP*, pages 203–207, Anapolis, May 1997.
- [54] A. KLEIN, G. KAWAS KALEY, and P. WALTER BAIER. Zero forcing and minimum mean-square-error equalization for multiuser detection in code-division-multiple-access channels. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 45(2):276–287, May 1996.
- [55] S. KUMAR. Local oscillator selection for digital satellite communications. *Microwave Journal*, pages 129–135, July 1998.
- [56] J. LABAT. Introduction à l'égalisation adaptative. Polycopié stage traitement du signal, ENST/Bretagne, Septembre 1996.
- [57] R. LUPAS and S. VERDU. Linear multiuser detectors for synchronous code-division-multiple-access channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 35(1):123–136, January 1989.
- [58] C. MACCHI, J.P. JOUANNAUD, and O. MACCHI. Récepteurs adaptatifs pour transmission de données à grande vitesse. *Annales des Télécommunications*, 30(9-10):311–329, 1975.
- [59] O. MACCHI. Le filtrage adaptatif en télécommunications. *Annales des Télécommunications*, 36(11-12):615–625, 1981.
- [60] O. MACCHI and M. BELLANGER. Le filtrage adaptatif transverse. *Traitement du Signal*, 5(3):115–132, 1988.
- [61] U. MADHOW and M.L. HONIG. MMSE interference suppression for direct sequence spread-spectrum CDMA. *IEEE Transactions on Communications*, 42(12):3178–3188, December 1994.

- [62] S. MARCOS and all. *Les méthodes à hautes résolutions, traitement d'antenne et analyse spectrale*. Collection Traitement du Signal, Hermes, 1998.
- [63] S. MAYRARGUE. Mise en oeuvre d'un récepteur multicapteurs pour les radio-communications. In *GRETSI*, pages 1499–1502, Grenoble, France, September 1997.
- [64] H. MEYR, M. MOENECLAEY, and S.A. FECHTEL. *Digital communication receivers: synchronization, channel estimation and signal processing*. Wiley Series in Telecommunications and Signal Processing, 1998.
- [65] S. MOSHAVI. Multi-user detection for DS-CDMA communications. *IEEE Communications Magazine*, pages 85–96, October 1996.
- [66] J. MUNIER and G.Y. DELISLE. Spatial analysis in passive listening using adaptive technique. *proceedings of the IEEE*, 75(11):1458–1471, November 1987.
- [67] R.L. PETERSON, R.E. ZIEMER, and D.E. BORTH. *Introduction to spread-spectrum communications*. Prentice Hall, 1995.
- [68] E. PETIT. *Récepteurs cohérents pour les transmissions numériques à travers un canal à trajets multiples. Application aux communications acoustiques sous-marines*. Thèse de Docteur Ingénieur INPG, préparée au CEPHAG, Janvier 1996.
- [69] R.L. PICKHOLTZ, D.L. SCHILLING, and L.B. MILSTEIN. Theory of spread-spectrum communications - a tutorial. *IEEE Transactions on Communications*, 30(5):855–884, May 1982.
- [70] Y. PIGEONNAT. Procédé de détection conjointe d'un ensemble de codes CDMA. Brevet FranceTélécom, numéro de publication: FR9905642, 10/11/2000.
- [71] Y. PIGEONNAT. Alternative solutions for joint detection in TD/CDMA multiple access scheme for UMTS. In *SPAWC*, pages 329–332, Anapolis, May 1999.
- [72] Y. PIGEONNAT. *Etude de complexité d'algorithmes de détection conjointe pour les radio-communications mobiles cellulaires de 3ème génération*. Thèse de Docteur Ingénieur INPG, préparée au CNET Meylan, Décembre 2000.
- [73] B. PORAT. *A course in digital signal processing*. John Wiley & sons, 1996.
- [74] V.K. PRABHU. PSK performances with imperfect carrier phase recovery. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 12(2):275–285, march 1976.
- [75] W.H. PRESS and all. *Numerical recipes in Pascal: the art of scientific computer*. Cambridge University Press, 1992.
- [76] J.G. PROAKIS. *Digital communications*. McGraw-Hill, third edition, 1995.
- [77] J.P. RICHARD and all. *Algèbre et analyse pour l'automatique*. Chapitre sur les Matrices polynomiales et rationnelles, par C. Commault et J.M. Dion. Hermes, 2001.
- [78] J. RISSANEN. Algorithms for triangular decomposition of block hankel and toeplitz matrices with application to factoring positive matrix polynomials. *Math. of computation*, 27(121):76–88, January 1973.



- [79] L. ROS. Eléments de réception en CDMA dans le contexte TDD/UMTS. Rapport d'avancement n°1, convention CTI (FT/INPG/CNRS) ref: 981B527, Juillet 1999.
- [80] L. ROS. Réception multi-capteur pour un terminal mobile TDD-UMTS. Rapport interne 8/2000, LIS, Mai 2000.
- [81] L. ROS. Etude de la réception multi-capteur pour un terminal mobile TDD/UMTS. Rapport d'avancement n°4, convention CTI (FT/INPG/CNRS) ref: 981B527, Février 2001.
- [82] L. ROS, J. FARAH, and M. ARNDT. Joint linear multi-sensor reception in downlink TD-CDMA. In *IEEE 7th International Conference on Electronics, Circuits and Systems (ICECS'2k)*, pages 152–155, Beirut, Liban, December 2000.
- [83] L. ROS, G. JOURDAIN, and M. ARNDT. Multi-sensor reception for TDD-UMTS mobile terminal in indoor and pedestrian environments. In *IEEE 11th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC'2k)*, pages 1221–1225, London, UK, September 2000.
- [84] L. ROS, G. JOURDAIN, and M. ARNDT. Comparisons of structures for TD-CDMA multi-user detector on the mobile. In *6th International Symposium on Communication Theory and Applications (ISCTA'01)*, pages 505–510, Ambleside Lake District, UK, July 2001.
- [85] L. ROS, G. JOURDAIN, and M. ARNDT. Egaliseurs linéaires multi-utilisateur adaptatifs en TD-CDMA. In *18-eme colloque GRETSI (GRETSI'01)*, Toulouse, France, September 2001.
- [86] L. ROS, G. JOURDAIN, and M. ARNDT. Interpretations and performances of linear reception in downlink TD-CDMA and multi-sensor extension. *Annals of Telecommunications*, 56(5-6):275–290, May-June 2001.
- [87] L. ROS, G. JOURDAIN, and M. ARNDT. Dispositif de détection conjointe de codes CDMA pour liaison descendante à trajets multiples. Demande de Brevet France-Télécom, numéro: 01-10293, le 30/07/2001.
- [88] J. SALZ. Effect of fading correlation on adaptative arrays in digital mobile radio. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 43(4):1049–1057, November 1994.
- [89] R.A. SCHOLTZ. The origins of spread-spectrum communications. *IEEE Transactions on Communications*, 30(5):822–853, May 1982.
- [90] B. SKLAR. Rayleigh fading channels in mobile digital communication systems, part 1: Characterisation, part 2: Mitigation. *IEEE Com. Magazine*, pages 136–155, Sept. 1997.
- [91] D. SLOCK. Blind fractionally-spaced equalization, perfect reconstruction filterbanks, and multi-linear prediction. In *ICASSP*, pages 585–588, Adelaide, Australia, April 1994.
- [92] D. SLOCK. Blind joint equalization of multiple synchronous mobile users using oversampling and/or multiple antennas. In *ICASSP*, pages 1154–1158, Detroit, USA, May 1995.
- [93] B. STEINER and P. JUNG. Uplink channel estimation in synchronous CDMA mobile radio systems with joint detection. In *PIMRC'93*, pages 123–127, Yokohama, 1993.

- [94] L. TONG, G. XU, B. HASSIBI, and T. KAILATH. Blind channel identification based on second order statistics: a frequency domain approach. *IEEE Transactions on Information Theory*, 41(1):329–334, January 1995.
- [95] M.K. TSATSANIS. Inverse filtering criteria for CDMA systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 45(1):102–112, January 1997.
- [96] M.K. TSATSANIS and G.B. GIANNAKIS. Optimal decorrelating receivers for DS-CDMA systems: a signal processing framework. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 44(12):3044–3055, December 1996.
- [97] G.L. TURIN. Introduction to spread-spectrum antimulti-path techniques and their application to urban digital radio. *Proceedings of the IEEE*, 68(3):328–353, Mars 1980.
- [98] G. UNGERBOËK. Adaptive maximum likelihood receiver for carrier-modulated data-transmission systems. *IEEE Transactions on Communications*, 22(5):624–636, May 1974.
- [99] W. VAN ETTEN. Maximum likelihood receiver for multiple channel transmission systems. *IEEE Transactions on Communications*, pages 276–283, February 1976.
- [100] H.L. VAN TREES. *Detection, Estimation, and Modulation Theory*. part I, John Wiley and Sons editor, 1968.
- [101] B.D. VAN VEEN and K.M. BUCKLEY. Beamforming: a versatile approach to spatial filtering. *IEEE ASSP Magazine*, 5:4–24, April 1988.
- [102] S. VERDU. Minimum probability of error for asynchronous gaussian multiple-access channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 32:85–96, January 1986.
- [103] S. VERDU. *Multiuser detection*. Cambridge University Press, 1998.
- [104] P. VILA, F. PIPON, D. PIREZ, and L. FETY. Filtrage adapté multidimensionnel pour l'égalisation d'un canal sélectif en fréquence et brouillé. In *GRETSI*, pages 553–556, Juan-les-Pins, France, September 1995.
- [105] P. VILA, F. PIPON, D. PIREZ, and L. FETY. MMSE antenna diversity equalization of a jammed frequency-selective fading channel. In *ICASSP*, pages 1872–1875, Detroit, USA, May 1995.
- [106] A.J. VITERBI. *CDMA systems*. Addison-Wesley Wireless Communications Series, 1997.
- [107] X. WANG and H.V. POOR. Blind multiuser detection: a subspace approach. *IEEE Transactions on Information Theory*, 44(2):677–690, Mars 1998.
- [108] A. WAUTIER. Egalisation. Cours polycopié 06653/..1997, Supélec, 1997.
- [109] A. WAUTIER, J.C. DANY, and C. MOUROT. Filtre correcteur de phase pour égaliseurs sous-optimaux. *Annales des Télécommunications*, 47(9-10):359–369, 1992.