

# Relation entre la géométrie d'un résonateur de longueur finie et son rayonnement. Étude numérique et expérimentale de ses résonances complexes

Bastien Mallaroni<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique  
CNRS UPR 7051 Marseille  
Université de Provence Aix-Marseille I

Directeurs de thèse: Pierre-Olivier Mattei et Philippe Herzog

## Contexte général: étude du couplage

Développement d'un outil numérique

## Contexte général: étude du couplage

Développement d'un outil numérique

## Couplage fluide/fluide

géométrie d'un résonateur  $\longleftrightarrow$  rayonnement

## Contexte général: étude du couplage

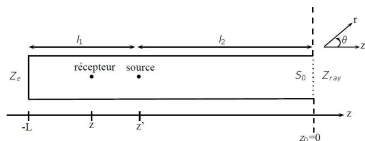
Développement d'un outil numérique

## Couplage fluide/fluide

géométrie d'un résonateur ↔ rayonnement

## Cas de référence: cylindre de longueur finie

Méthode modale analytique



## Contexte général: étude du couplage

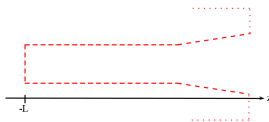
Développement d'un outil numérique

## Couplage fluide/fluide

géométrie d'un résonateur  $\longleftrightarrow$  rayonnement

## Géométries complexes

Méthode numérique: BEM directe par collocation



## Contexte général: étude du couplage

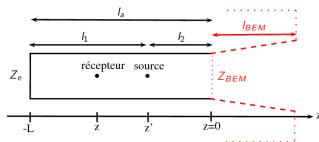
Développement d'un outil numérique

## Couplage fluide/fluide

géométrie d'un résonateur  $\longleftrightarrow$  rayonnement

## Objectif principal

Méthode hybride



## Contexte général: étude du couplage

Développement d'un outil numérique

## Couplage fluide/fluide

géométrie d'un résonateur  $\longleftrightarrow$  rayonnement

## Objectif principal

Méthode hybride

## Confrontation expérimentale

Cylindre de longueur finie et pavillons

## Plan de la présentation

- 1 **Introduction**
- 2 **Formulation du champ de pression interne**
  - Méthode des variables séparées
  - Calcul du rayonnement
  - Méthode d'impédance ramenée
- 3 **Calcul des fréquences de résonance**
  - Définitions et objectifs
  - Méthode modale analytique
  - Méthode BEM directe
  - Méthode hybride
- 4 **Mesure des fréquences des résonances**
  - Protocole expérimental
  - Cas du résonateur cylindrique
  - Cas des pavillons
- 5 **Conclusion**



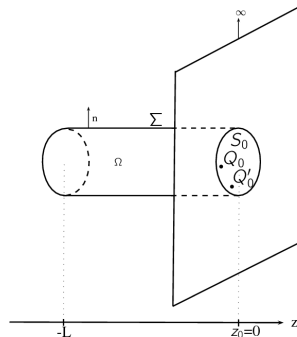
# Plan de la présentation

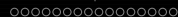
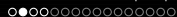
- 1 Introduction
- 2 **Formulation du champ de pression interne**
  - Méthode des variables séparées
  - Calcul du rayonnement
  - Méthode d'impédance ramenée
- 3 Calcul des fréquences de résonance
  - Définitions et objectifs
  - Méthode modale analytique
  - Méthode BEM directe
  - Méthode hybride
- 4 Mesure des fréquences des résonances
  - Protocole expérimental
  - Cas du résonateur cylindrique
  - Cas des pavillons
- 5 Conclusion

## Problème général

L'équation de propagation hors source s'écrit

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) p(M, t) = 0.$$





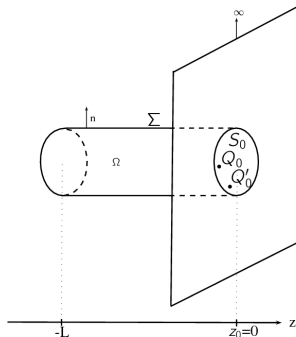
## Problème général

L'équation de propagation hors source s'écrit

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) p(M, t) = 0.$$

Condition de Neumann sur les parois:

$$\frac{\partial p(M)}{\partial n} = 0, \quad \forall M \in \Sigma.$$



## Problème général

L'équation de propagation hors source s'écrit

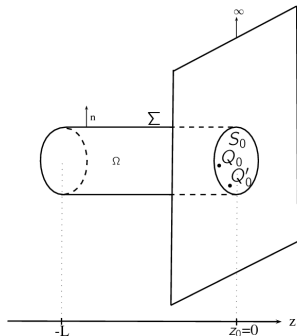
$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) p(M, t) = 0.$$

Condition de Neumann sur les parois:

$$\frac{\partial p(M)}{\partial n} = 0, \quad \forall M \in \Sigma.$$

Solutions sous forme de variables séparées:

$$p(r, \theta, z, t) = \rho c^2 \psi(r) \Theta(\theta) P(z) T(t).$$



On obtient les solutions suivantes:

### dépendance temporelle

$$T(t) = Ae^{-i\omega t}$$

### dépendance en $(r, \theta)$ (modes propres du conduit)

$$\phi_{mn}(r, \theta) = \frac{J_m(\lambda_{mn}r)}{N_{mn}} e^{im\theta}$$

► Modes de conduits

### dépendance en $z$

$$P(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} C_{mn} e^{-ik_{mn}z} + D_{mn} e^{ik_{mn}z}$$

► Modes longitudinaux

Solutions de l'équation de propagation:

$$p(r, \theta, z) = \rho c^2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [C_{mn} e^{-ik_{mn}z} + D_{mn} e^{ik_{mn}z}] \phi_{mn}(r, \theta).$$

## fonction de Green du résonateur

$\Gamma(M, M', \omega)$  vérifie :

$$(\Delta_M + k^2)\Gamma(M, M', \omega) = -\frac{1}{2\pi r}\delta(r - r')\delta(\theta - \theta')\delta(z - z'),$$

## fonction de Green du résonateur

$\Gamma(M, M', \omega)$  vérifie :

$$(\Delta_M + k^2)\Gamma(M, M', \omega) = -\frac{1}{2\pi r}\delta(r - r')\delta(\theta - \theta')\delta(z - z'),$$

sur les parois:

$$\partial_n \Gamma(M, M', \omega) = 0.$$

## fonction de Green du résonateur

$\Gamma(M, M', \omega)$  vérifie :

$$(\Delta_M + k^2)\Gamma(M, M', \omega) = -\frac{1}{2\pi r}\delta(r - r')\delta(\theta - \theta')\delta(z - z'),$$

sur les parois:

$$\partial_n \Gamma(M, M', \omega) = 0.$$

décomposition sur les modes propres du conduit:

$$\Gamma(M, M', \omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \phi_{mn}(r, \theta)\phi_{mn}(r', \theta')g_{mn}(z, z', \omega).$$



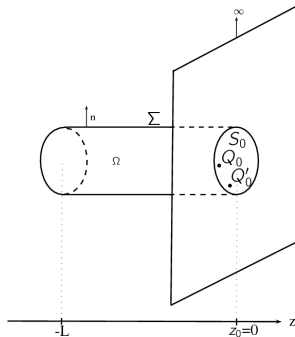
# Plan de la présentation

- 1 Introduction
- 2 **Formulation du champ de pression interne**
  - Méthode des variables séparées
  - Calcul du rayonnement
  - Méthode d'impédance ramenée
- 3 Calcul des fréquences de résonance
  - Définitions et objectifs
  - Méthode modale analytique
  - Méthode BEM directe
  - Méthode hybride
- 4 Mesure des fréquences des résonances
  - Protocole expérimental
  - Cas du résonateur cylindrique
  - Cas des pavillons
- 5 Conclusion

## Impédance de rayonnement analytique

### Pression à l'extérieur du conduit

$$p(r, \theta, z) = \int_S p(M') \partial_n G(M, M') - G(M, M') \partial_n p(M') dS.$$



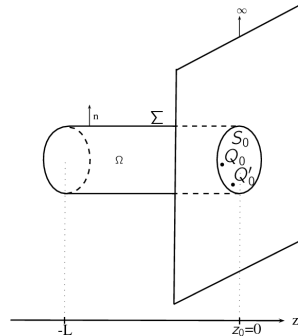
## Impédance de rayonnement analytique

### Pression à l'extérieur du conduit

$$p(r, \theta, z) = \int_S p(M') \partial_n G(M, M') - G(M, M') \partial_n p(M') dS.$$

On cherche la fonction de Green  $\mathcal{G}$  satisfaisant  $\partial_n \mathcal{G}(M, M_0) = 0$  sur  $S_0$

$$p(r, \theta, z) = - \int_{S_0} \mathcal{G}(M, M_0) \partial_n p(M_0) dS_0.$$



## Impédance de rayonnement analytique

### Pression à l'extérieur du conduit

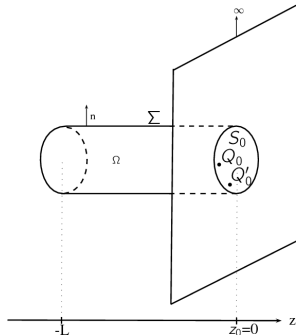
$$p(r, \theta, z) = \int_S p(M') \partial_n G(M, M') - G(M, M') \partial_n p(M') dS.$$

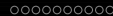
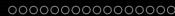
On cherche la fonction de Green  $\mathcal{G}$  satisfaisant  
 $\partial_n \mathcal{G}(M, M_0) = 0$  sur  $S_0$

$$p(r, \theta, z) = - \int_{S_0} \mathcal{G}(M, M_0) \partial_n p(M_0) dS_0.$$

### Equation d'Euler:

$$p(r, \theta, z) = i\omega\rho \int_0^{2\pi} \int_0^b r_0 v(r_0, \theta_0) \mathcal{G}(M, M_0) dr_0 d\theta_0.$$





## Impédance de rayonnement analytique

### Pression à l'extérieur du conduit

$$p(r, \theta, z) = \int_S p(M') \partial_n G(M, M') - G(M, M') \partial_n p(M') dS.$$

On cherche la fonction de Green  $\mathcal{G}$  satisfaisant  $\partial_n \mathcal{G}(M, M_0) = 0$  sur  $S_0$

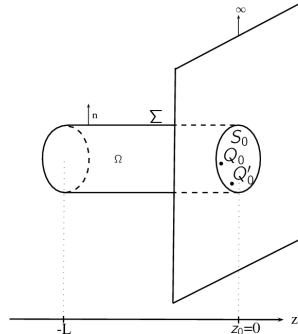
$$p(r, \theta, z) = - \int_{S_0} \mathcal{G}(M, M_0) \partial_n p(M_0) dS_0.$$

### Equation d'Euler:

$$p(r, \theta, z) = i\omega\rho \int_0^{2\pi} \int_0^b r_0 v(r_0, \theta_0) \mathcal{G}(M, M_0) dr_0 d\theta_0.$$

$M \rightarrow Q'(r', \theta', z') \in S_0$ , pour  $z \geq 0$ :

$$p(r', \theta', z') = - \frac{i\omega\rho}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^b r_0 v(r_0, \theta_0) \frac{e^{ikh}}{h} dr_0 d\theta_0.$$



# Impédance de rayonnement analytique

## Méthode de Zorumski

La pression et la vitesse peuvent s'exprimer en fonction des modes transverses du conduit  $\Phi_{mn} = \psi_{mn}(r)e^{im\theta}$ , en  $z = 0$  on a:

$$p(r, \theta, z = 0) = \rho c^2 \sum_{m,n} \psi_{mn}(r) e^{im\theta} P_{mn}$$

$$v(r, \theta, z = 0) = c \sum_{m,n} \psi_{mn}(r) e^{im\theta} V_{mn}$$

# Impédance de rayonnement analytique

## Méthode de Zorumski

La pression et la vitesse peuvent s'exprimer en fonction des modes transverses du conduit  $\Phi_{mn} = \psi_{mn}(r)e^{im\theta}$ , en  $z = 0$  on a:

$$p(r, \theta, z = 0) = \rho c^2 \sum_{m,n} \psi_{mn}(r) e^{im\theta} P_{mn}$$

$$v(r, \theta, z = 0) = c \sum_{m,n} \psi_{mn}(r) e^{im\theta} V_{mn}$$

en l'introduisant dans

$$p(r, \theta, z) = -\frac{i\omega\rho}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^b r_0 v(r_0, \theta_0) \frac{e^{ikh}}{h} dr_0 d\theta_0.$$

# Impédance de rayonnement analytique

## Méthode de Zorumski

La pression et la vitesse peuvent s'exprimer en fonction des modes transverses du conduit  $\Phi_{mn} = \psi_{mn}(r)e^{im\theta}$ , en  $z = 0$  on a:

$$p(r, \theta, z = 0) = \rho c^2 \sum_{m,n} \psi_{mn}(r) e^{im\theta} P_{mn}$$

$$v(r, \theta, z = 0) = c \sum_{m,n} \psi_{mn}(r) e^{im\theta} V_{mn}$$

en l'introduisant dans

$$p(r, \theta, z) = -\frac{i\omega\rho}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^b r_0 v(r_0, \theta_0) \frac{e^{ikh}}{h} dr_0 d\theta_0.$$

On obtient alors

$$p(r, \theta, z) = -\frac{i\omega\rho c}{2\pi} \sum_m \sum_n V_{mn} \int_0^{2\pi} e^{im\theta_0} \int_0^b r_0 \frac{e^{ikh}}{h} \psi_{mn}(r_0) dr_0 d\theta_0$$



## Développement de la fonction de Green en espace libre

Zorumski utilise:

$$\frac{e^{ikh}}{h} = k \int_0^{\infty} \tau(\tau^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} J_0(\tau kh) d\tau$$

## Développement de la fonction de Green en espace libre

Zorumski utilise:

$$\frac{e^{ikh}}{h} = k \int_0^\infty \tau(\tau^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} J_0(\tau kh) d\tau$$

→ **divergente** pour  $k$  complexe

développement asymptotique pour  $\nu$  fixé et  $|\kappa| \rightarrow \infty$ :

$$J_\nu(\kappa) = \sqrt{\frac{2}{\pi\kappa}} \left[ \cos\left(\kappa - \frac{1}{2}\nu\pi - \frac{1}{4}\pi\right) + e^{|\Im(\kappa)|} O(|\kappa|^{-1}) \right]$$

## Développement de la fonction de Green en espace libre

Zorunski utilise:

$$\frac{e^{ikh}}{h} = k \int_0^{\infty} \tau(\tau^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} J_0(\tau kh) d\tau$$

→ **divergente** pour  $k$  complexe

développement asymptotique pour  $\nu$  fixé et  $|\kappa| \rightarrow \infty$ :

$$J_\nu(\kappa) = \sqrt{\frac{2}{\pi\kappa}} \left[ \cos\left(\kappa - \frac{1}{2}\nu\pi - \frac{1}{4}\pi\right) + e^{|\Im(\kappa)|} O(|\kappa|^{-1}) \right]$$

Nous utilisons:

$$\frac{e^{ikh}}{h} = \int_0^{\infty} \tau(\tau^2 - k^2)^{-\frac{1}{2}} J_0(\tau h) d\tau$$

## Nouvelle formulation de l'impédance de rayonnement

En introduisant le nouveau développement de  $\frac{e^{ikh}}{h}$  dans:

$$p(r, \theta, z) = -\frac{i\omega\rho c}{2\pi} \sum_m \sum_n V_{mn} \int_0^{2\pi} e^{im\theta_0} \int_0^b r_0 \frac{e^{ikh}}{h} \psi_{mn}(r_0) dr_0 d\theta_0$$

## Nouvelle formulation de l'impédance de rayonnement

En introduisant le nouveau développement de  $\frac{e^{ikh}}{h}$  dans:

$$p(r, \theta, z) = -\frac{i\omega\rho c}{2\pi} \sum_m \sum_n V_{mn} \int_0^{2\pi} e^{im\theta_0} \int_0^b r_0 \frac{e^{ikh}}{h} \psi_{mn}(r_0) dr_0 d\theta_0$$

avec

$$p(r, \theta, z = 0) = \rho c^2 \sum_{m,n} \psi_{mn}(r) e^{im\theta} P_{mn}$$

## Nouvelle formulation de l'impédance de rayonnement

En introduisant le nouveau développement de  $\frac{e^{ikh}}{h}$  dans:

$$p(r, \theta, z) = -\frac{i\omega\rho c}{2\pi} \sum_m \sum_n V_{mn} \int_0^{2\pi} e^{im\theta_0} \int_0^b r_0 \frac{e^{ikh}}{h} \psi_{mn}(r_0) dr_0 d\theta_0$$

avec

$$p(r, \theta, z=0) = \rho c^2 \sum_{m,n} \psi_{mn}(r) e^{im\theta} P_{mn}$$



$$P_{mn} = \sum_m \sum_l Z_{mnl} V_{ml},$$

$Z_{mnl}$ : coefficient de l'impédance de rayonnement  $Z_{ray}$

## Géométries complexes?

Géométries complexes?



plus accès à la représentation de Green de la pression rayonnée en espace libre



Géométries complexes?



plus accès à la représentation de Green de la pression rayonnée en espace libre



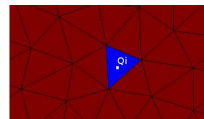
**Pour obtenir l'impédance**

Utilise une méthode BEM directe par collocation

# Méthode BEM directe par collocation

## Discrétisation de la surface $\Sigma$

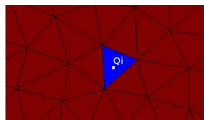
$$\bigcup_{j=1}^{N_e} S_j \simeq \Sigma,$$



# Méthode BEM directe par collocation

## Discretisation de la surface $\Sigma$

$$\bigcup_{j=1}^{N_e} S_j \simeq \Sigma,$$



$$\frac{1}{2}p(Q) = \sum_{j=1}^{N_e} \int_{S_j} \left[ p(Q') \frac{\partial G(Q, Q')}{\partial n(Q')} - G(Q, Q') \frac{\partial p(Q')}{\partial n(Q')} \right] d\Sigma_{Q'}$$

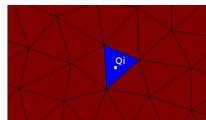
$$p(Q) = \sum_{i=1}^{N_e} p_i \gamma_i(Q) \quad \text{et} \quad \frac{\partial p(Q)}{\partial n(Q)} = \sum_{i=1}^{N_e} \left( \frac{\partial p}{\partial n} \right)_i \gamma_i(Q),$$

$\gamma_i(Q)$ : fonction caractéristique de la surface  $S_i$ .

# Méthode BEM directe par collocation

## Discretisation de la surface $\Sigma$

$$\bigcup_{j=1}^{N_e} S_j \simeq \Sigma,$$



$$\frac{1}{2}p(Q) = \sum_{j=1}^{N_e} \int_{S_j} \left[ p(Q') \frac{\partial G(Q, Q')}{\partial n(Q')} - G(Q, Q') \frac{\partial p(Q')}{\partial n(Q')} \right] d\Sigma_{Q'}$$

$$p(Q) = \sum_{i=1}^{N_e} p_i \gamma_i(Q) \quad \text{et} \quad \frac{\partial p(Q)}{\partial n(Q)} = \sum_{i=1}^{N_e} \left( \frac{\partial p}{\partial n} \right)_i \gamma_i(Q),$$

$\gamma_i(Q)$ : fonction caractéristique de la surface  $S_i$ .

Ainsi:

$$p_i = p(Q_i),$$

et

$$\left( \frac{\partial p}{\partial n} \right)_i = \frac{\partial p(Q_i)}{\partial n(Q_i)},$$

où  $Q_i$  est le centre du triangle.

**Pression aux  $N_e$  points  $Q_j$ :**

$$\frac{1}{2}p_i = \sum_{j=1}^{N_e} p_j \int_{S_j} \frac{\partial G(Q_i, Q')}{\partial n(Q')} d\Sigma_{Q'} - \sum_{j=1}^{N_e} \left(\frac{\partial p}{\partial n}\right)_j \int_{S_j} G(Q_i, Q') d\Sigma_{Q'}$$

## Pression aux $N_e$ points $Q_j$ :

$$\frac{1}{2}p_i = \sum_{j=1}^{N_e} p_j \int_{S_j} \frac{\partial G(Q_i, Q')}{\partial n(Q')} d\Sigma_{Q'} - \sum_{j=1}^{N_e} \left(\frac{\partial p}{\partial n}\right)_j \int_{S_j} G(Q_i, Q') d\Sigma_{Q'}$$

## Ecriture matricielle du problème

$$\mathbf{M}_1 \mathbf{P} - \mathbf{M}_2 \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{n}} = 0$$

## Pression aux $N_e$ points $Q_i$ :

$$\frac{1}{2}p_i = \sum_{j=1}^{N_e} p_j \int_{S_j} \frac{\partial G(Q_i, Q')}{\partial n(Q')} d\Sigma_{Q'} - \sum_{j=1}^{N_e} \left(\frac{\partial p}{\partial n}\right)_j \int_{S_j} G(Q_i, Q') d\Sigma_{Q'}$$

## Ecriture matricielle du problème

$$\mathbf{M}_1 \mathbf{P} - \mathbf{M}_2 \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{n}} = 0$$

avec  $\mathbf{M}_1$  et  $\mathbf{M}_2$  de taille  $(N_e \times N_e)$  constituées des éléments:

$$M_{1,ij} = \frac{1}{2} \delta_{ij} - \int_{S_j} \frac{\partial G(Q_i, Q')}{\partial n(Q')} d\Sigma_{Q'}$$

et

$$M_{2,ij} = \int_{S_j} G(Q_i, Q') d\Sigma_{Q'}$$

## Pression aux $N_e$ points $Q_i$ :

$$\frac{1}{2}p_i = \sum_{j=1}^{N_e} p_j \int_{S_j} \frac{\partial G(Q_i, Q')}{\partial n(Q')} d\Sigma_{Q'} - \sum_{j=1}^{N_e} \left(\frac{\partial p}{\partial n}\right)_j \int_{S_j} G(Q_i, Q') d\Sigma_{Q'}$$

## Ecriture matricielle du problème

$$\mathbf{M}_1 \mathbf{P} - \mathbf{M}_2 \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{n}} = 0$$

avec  $\mathbf{M}_1$  et  $\mathbf{M}_2$  de taille  $(N_e \times N_e)$  constituées des éléments:

$$M_{1,ij} = \frac{1}{2} \delta_{ij} - \int_{S_j} \frac{\partial G(Q_i, Q')}{\partial n(Q')} d\Sigma_{Q'}$$

et

$$M_{2,ij} = \int_{S_j} G(Q_i, Q') d\Sigma_{Q'}$$



## Pression aux $N_e$ points $Q_i$ :

$$\frac{1}{2}p_i = \sum_{j=1}^{N_e} p_j \int_{S_j} \frac{\partial G(Q_i, Q')}{\partial n(Q')} d\Sigma_{Q'} - \sum_{j=1}^{N_e} \left(\frac{\partial p}{\partial n}\right)_j \int_{S_j} G(Q_i, Q') d\Sigma_{Q'}$$

## Ecriture matricielle du problème

$$\mathbf{M}_1 \mathbf{P} - \mathbf{M}_2 \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{n}} = 0$$

avec  $\mathbf{M}_1$  et  $\mathbf{M}_2$  de taille  $(N_e \times N_e)$  constituées des éléments:

$$M_{1,ij} = \frac{1}{2} \delta_{ij} - \int_{S_j} \frac{\partial G(Q_i, Q')}{\partial n(Q')} d\Sigma_{Q'}$$

et

$$M_{2,ij} = \int_{S_j} G(Q_i, Q') d\Sigma_{Q'}$$

## Écriture matricielle du problème

$$\mathbf{M}_1 \mathbf{P} - \mathbf{M}_2 \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{n}} = 0$$

## Écriture matricielle du problème

$$\mathbf{M}_1 \mathbf{P} - \mathbf{M}_2 \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{n}} = 0$$

## Condition de Dirichlet sur $\Sigma$

$$-\mathbf{M}_2 \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{n}} = 0$$

## Ecriture matricielle du problème

$$\mathbf{M}_1 \mathbf{P} - \mathbf{M}_2 \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{n}} = 0$$

## Condition de Dirichlet sur $\Sigma$

$$-\mathbf{M}_2 \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{n}} = 0$$

## Condition de Neumann sur $\Sigma$

$$\mathbf{M}_1 \mathbf{P} = 0$$

## Ecriture matricielle du problème

$$\mathbf{M}_1 \mathbf{P} - \mathbf{M}_2 \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{n}} = 0$$

## Condition de Dirichlet sur $\Sigma$

$$-\mathbf{M}_2 \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{n}} = 0$$

## Condition de Neumann sur $\Sigma$

$$\mathbf{M}_1 \mathbf{P} = 0$$

## Condition d'impédance

Méthode hybride

## Méthode hybride

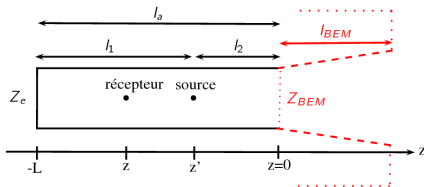
$$\mathbf{M}_1 \mathbf{p} = \mathbf{M}_2 \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{n}},$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{Z}_{N_1} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{n}}$$

avec  $\mathbf{Z}_{N_1} = \mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{M}_2$ .

Equation d'Euler  $\rightarrow \mathbf{p} = ik\rho c \mathbf{Z}_{N_1} \mathbf{v}$

Projection sur les modes propres du tuyau:



## Méthode hybride

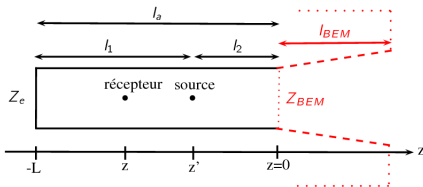
$$\mathbf{M}_1 \mathbf{p} = \mathbf{M}_2 \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{n}},$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{Z}_{N_1} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{n}}$$

avec  $\mathbf{Z}_{N_1} = \mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{M}_2$ .

Equation d'Euler  $\rightarrow \mathbf{p} = ik\rho c \mathbf{Z}_{N_1} \mathbf{v}$

Projection sur les modes propres du tuyau:



$$p(r, \theta) = \rho c^2 \sum_{m,n} P_{mn} \Phi_{mn}(r, \theta),$$

$$v(r, \theta) = c \sum_{m,n} V_{mn} \Phi_{mn}(r, \theta).$$

# Méthode hybride

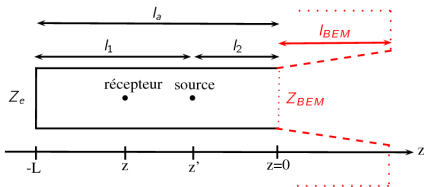
$$\mathbf{M}_1 \mathbf{p} = \mathbf{M}_2 \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{n}},$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{Z}_{N_1} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{n}}$$

avec  $\mathbf{Z}_{N_1} = \mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{M}_2$ .

Equation d'Euler  $\rightarrow \mathbf{p} = ik\rho c \mathbf{Z}_{N_1} \mathbf{v}$

Projection sur les modes propres du tuyau:



$$p(r, \theta) = \rho c^2 \sum_{m,n} P_{mn} \Phi_{mn}(r, \theta),$$

$$v(r, \theta) = c \sum_{m,n} V_{mn} \Phi_{mn}(r, \theta).$$

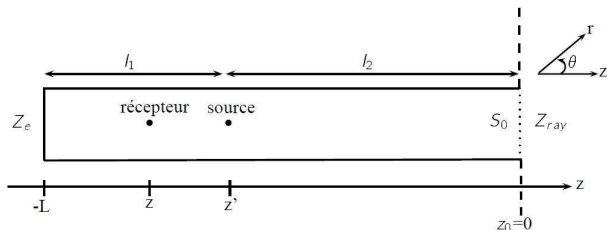
$$P_{mn} = ikS_e^{-1} \int_{S_i} \Phi_{mn}^T \mathbf{Z}_{N_1} \mathbf{V}_{ml} \Phi_{ml} dS.$$

$\rightarrow Z'_{mnl}$ : coefficient de l'impédance  $Z_{BEM}$



# Plan de la présentation

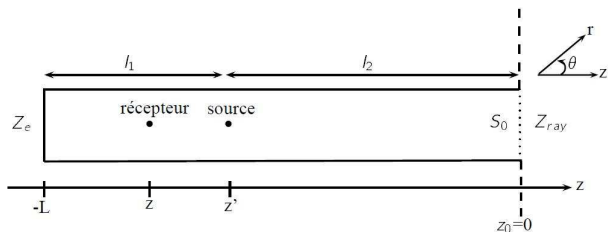
- 1 Introduction
- 2 **Formulation du champ de pression interne**
  - Méthode des variables séparées
  - Calcul du rayonnement
  - Méthode d'impédance ramenée
- 3 **Calcul des fréquences de résonance**
  - Définitions et objectifs
  - Méthode modale analytique
  - Méthode BEM directe
  - Méthode hybride
- 4 **Mesure des fréquences des résonances**
  - Protocole expérimental
  - Cas du résonateur cylindrique
  - Cas des pavillons
- 5 **Conclusion**



### Solutions générales en $z$ en fonction de $P$ et de $V$ en $z'$ :

$$\begin{pmatrix} P'_{mn}(z) \\ V'_{mn}(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{mn} & -ZC_{mn}S_{mn} \\ -\frac{S_{mn}}{ZC_{mn}} & C_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P'_{mn}(z') \\ V'_{mn}(z') \end{pmatrix},$$

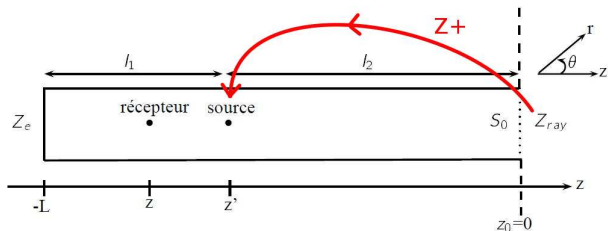
avec  $C_{mn} = \cosh(ik_{mn}(z' - z))$ ,  $S_{mn} = \sinh(ik_{mn}(z' - z))$  et  $ZC_{mn} = \frac{k}{k_{mn}}$ .



### Matrice mutiporte:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{P}'(z) \\ \mathbf{P}'(z') \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_{11} & -\mathbf{Z}_{12} \\ \mathbf{Z}_{21} & -\mathbf{Z}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{V}'(z) \\ \mathbf{V}'(z') \end{pmatrix},$$

avec  $\mathbf{Z}_{11} = -\mathbf{Z}_c \mathbf{S}^{-1} \mathbf{C}$ ,  $\mathbf{Z}_{12} = -\mathbf{Z}_c \mathbf{S}^{-1}$ ,  $\mathbf{Z}_{21} = -\mathbf{Z}_c \mathbf{S}^{-1}$  et  $\mathbf{Z}_{22} = -\mathbf{Z}_c \mathbf{S}^{-1} \mathbf{C}$ .

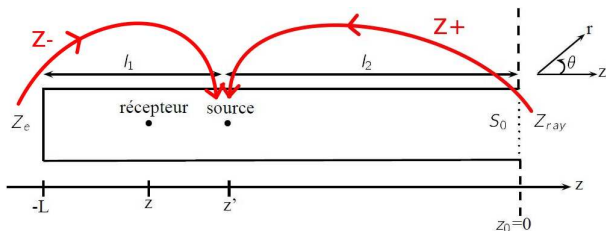


### Zray en z':

$$\mathbf{Z}^+(z') = -\mathbf{Z}_c \mathbf{S}_s^{-1} \mathbf{C}_s + \mathbf{Z}_c \mathbf{S}_s^{-1} [\mathbf{Z}_c^{-1} \mathbf{Z}_{ray} - \mathbf{S}_s^{-1} \mathbf{C}_s]^{-1} \mathbf{S}_s^{-1}$$

$\mathbf{C}_s$  la matrice diagonale constituée des  $\cosh(ik_{mn}l_2)$

$\mathbf{S}_s$  la matrice diagonale constituée des  $\sinh(ik_{mn}l_2)$

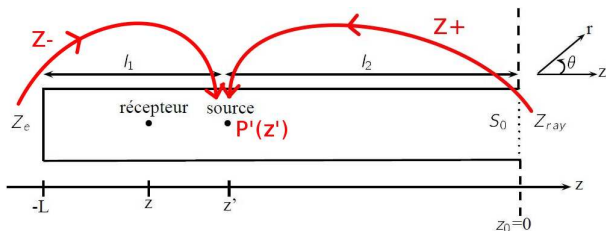
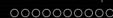


**$Z_e$  en  $z'$ :**

$$\mathbf{Z}^-(z') = \mathbf{Z}_c \mathbf{S}_e^{-1} \mathbf{C}_e$$

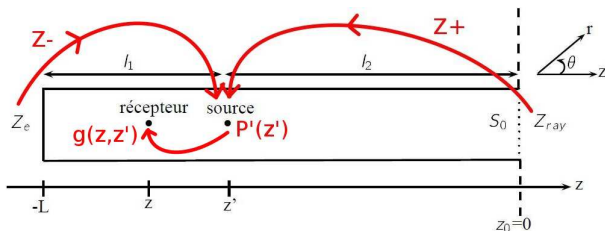
$\mathbf{C}_e$  la matrice diagonale constituée des  $\cosh(ik_{mn}l_1)$

$\mathbf{S}_e$  la matrice diagonale constituée des  $\sinh(ik_{mn}l_1)$



### Relation de continuité en $z'$ :

$$P'(z') = -\frac{1}{ikS} [(Z^+(z'))^{-1} - (Z^-(z'))^{-1}]^{-1} W$$

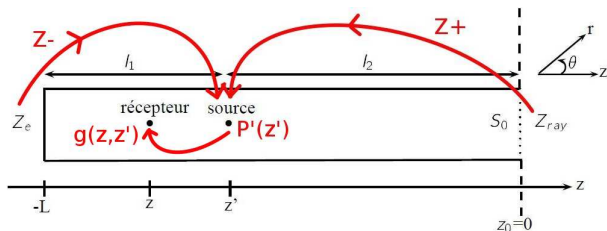


### Profil longitudinal:

$$\mathbf{g}(z, z') = \mathbf{S}_g [\mathbf{S}_g^{-1} \mathbf{C}_g - \mathbf{Z}_c (\mathbf{Z}^-(z'))^{-1}] \mathbf{P}'(z')$$

$\mathbf{C}_g$  la matrice diagonale constituée des  $\cosh(ik_{mn}(z' - z))$

$\mathbf{S}_g$  la matrice diagonale constituée des  $\sinh(ik_{mn}(z' - z))$



### Profil longitudinal:

$$\mathbf{g}(z, z') = \mathbf{S}_g [\mathbf{S}_g^{-1} \mathbf{C}_g - \mathbf{Z}_c (\mathbf{Z}^-(z'))^{-1}] \mathbf{P}'(z')$$

### Fonction de Green du résonateur:

$$\Gamma(M, M', \omega) = \phi(r, \theta) \phi(r', \theta') \mathbf{g}(z, z', \omega).$$



# Plan de la présentation

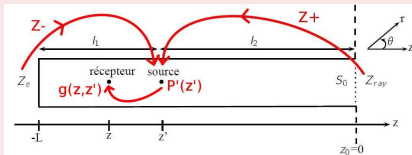
- 1 Introduction
- 2 Formulation du champ de pression interne
  - Méthode des variables séparées
  - Calcul du rayonnement
  - Méthode d'impédance ramenée
- 3 Calcul des fréquences de résonance
  - Définitions et objectifs
  - Méthode modale analytique
  - Méthode BEM directe
  - Méthode hybride
- 4 Mesure des fréquences des résonances
  - Protocole expérimental
  - Cas du résonateur cylindrique
  - Cas des pavillons
- 5 Conclusion

## Méthode de recherche des résonances

**Fréquences de résonance:** entités mathématiques pour lesquelles  $\Gamma(M, M', \omega)$  est singulière (pôles complexes).

$$f_{mn}^j = \frac{\omega_{mn}^j}{2\pi} = \Re(f_{mn}^j) + i\Im(f_{mn}^j) \text{ où } \Im(f_{mn,r}^j) < 0 \iff \text{pertes par rayonnement}$$

### Méthode modale analytique:



$$\Gamma(M, M', \omega) = \phi(r, \theta)\phi(r', \theta')g(z, z', \omega).$$



**Méthode de Newton:** méthode itérative de recherche de zéro  $f_{mn}^j$  qui s'écrit de la manière suivante:

$$f_{mn}^{(j+1)} = f_{mn}^j - \frac{F(f_{mn}^j)}{F'(f_{mn}^j)}.$$

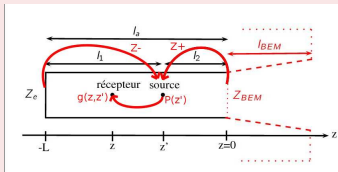
avec  $F = 1/\Gamma(M, M', \omega)$ .

## Méthode de recherche des résonances

**Fréquences de résonance:** entités mathématiques pour lesquelles  $\Gamma(M, M', \omega)$  est singulière (pôles complexes).

$$f_{mn}^j = \frac{\omega_{mn}^j}{2\pi} = \Re(f_{mn}^j) + i\Im(f_{mn}^j) \text{ où } \Im(f_{mn}^j) < 0 \iff \text{pertes par rayonnement}$$

### Méthode hybride:



$$\Gamma(M, M', \omega) = \phi(r, \theta)\phi(r', \theta')g(z, z', \omega).$$



**Méthode de Newton:** méthode itérative de recherche de zéro  $f_{mn}^j$  qui s'écrit de la manière suivante:

$$f_{mn}^{(j+1)} = f_{mn}^j - \frac{F(f_{mn}^j)}{F'(f_{mn}^j)}.$$

avec  $F = 1/\Gamma(M, M', \omega)$ .

## Méthode de recherche des résonances

**Fréquences de résonance:** entités mathématiques pour lesquelles  $\Gamma(M, M', \omega)$  est singulière (pôles complexes).

$$f_{mn}^j = \frac{\omega_{mn}^j}{2\pi} = \Re(f_{mn}^j) + i\Im(f_{mn}^j) \text{ où } \Im(f_{mn,r}^j) < 0 \longleftrightarrow \text{pertes par rayonnement}$$

### Méthode BEM directe:



$$\mathbf{M}_1 \mathbf{P} = 0, \text{ avec } M_{1,ij} = \frac{1}{2} \delta_{ij} - \int_{S_j} \frac{\partial G(Q_i, Q')}{\partial n(Q')} d\Sigma_{Q'}.$$



**Méthode de Newton:** méthode itérative de recherche de zéro  $f_{mn}^j$  qui s'écrit de la manière suivante:

$$f_{mn}^{(j+1)} = f_{mn}^j - \frac{F(f_{mn}^j)}{F'(f_{mn}^j)}.$$

**fréquences de résonance:** lorsque  $\mathbf{M}_1$  est **singulière** (déterminant nul)

➔  $F = \det(\mathbf{M}_1).$

# Objectifs

**Méthode modale analytique** → **Référence**

- cylindre de longueur finie (mode plan et modes non plans)

# Objectifs

## Méthode modale analytique → Référence

- cylindre de longueur finie (mode plan et modes non plans)

## Comparaison avec la méthode BEM directe

- Référence
- Validation du modèle BEM et limitations dues au maillage
- cylindre+pavillon

# Objectifs

## Méthode modale analytique → Référence

- cylindre de longueur finie (mode plan et modes non plans)

## Comparaison avec la méthode BEM directe

- Référence
- Validation du modèle BEM et limitations dues au maillage
- cylindre+pavillon

## Comparaison avec la méthode hybride

- Référence
- cylindre+pavillon
- Validation du modèle hybride

# Programmation en Fortran

## Méthode modale "analytique"

- Calcul de  $Z_{ray}$
- Méthode d'impédance ramenée
- Méthode de Newton
- Inversion par méthode LU
- Fonction de Bessel complexe: approximants de Padé
- Méthode d'intégration de Gauss Legendre



# Programmation en Fortran

## Méthode modale "analytique"

- Calcul de  $Z_{ray}$
- Méthode d'impédance ramenée
- Méthode de Newton
- Inversion par méthode LU
- Fonction de Bessel complexe: approximants de Padé
- Méthode d'intégration de Gauss Legendre

## Méthode hybride

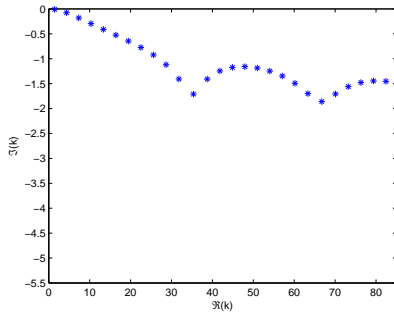
- Basée sur un code BEM direct par collocation de R. Guillermin
- Fréquences complexes
- Calcul de  $Z_{BEM}$
- Parallélisation Open MP du code
- Lien avec le code "analytique"

# Plan de la présentation

- 1 Introduction
- 2 Formulation du champ de pression interne
  - Méthode des variables séparées
  - Calcul du rayonnement
  - Méthode d'impédance ramenée
- 3 Calcul des fréquences de résonance
  - Définitions et objectifs
  - Méthode modale analytique
  - Méthode BEM directe
  - Méthode hybride
- 4 Mesure des fréquences des résonances
  - Protocole expérimental
  - Cas du résonateur cylindrique
  - Cas des pavillons
- 5 Conclusion

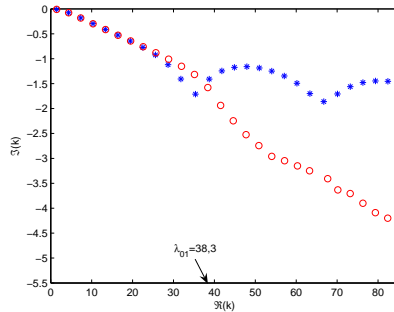
# Mode plan

$L=1\text{m}$  et  $b=0,1\text{m}$



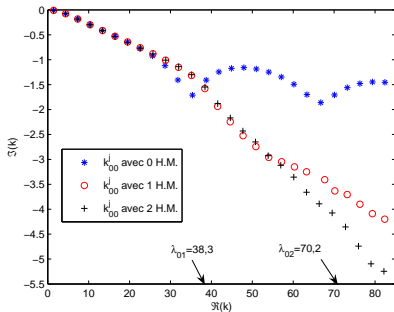
# Mode plan

$L=1\text{m}$  et  $b=0,1\text{m}$



# Mode plan

$L=1\text{m}$  et  $b=0,1\text{m}$



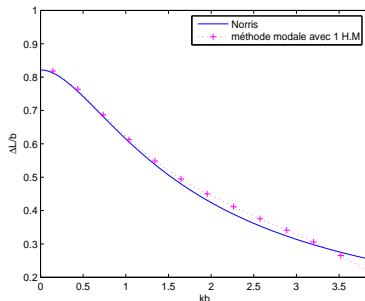
Entre la  $n^{\text{eme}}$  et la  $(n+1)^{\text{eme}}$   $f_c$ :

$(n+1)$  modes d'ordres supérieurs (H.M.) suffisent

# Mode plan

$L=1\text{m}$  et  $b=0,1\text{m}$

$j$	$k_{00}^j$	$k_{00,r}^j$
0	1,5708	1,451 - 0,0096i
1	4,712	4,375-0,078i
2	7,854	7,345-0,183i
3	10,996	10,345-0,299i
4	14,137	13,4-0,415i
5	17,279	16,45-0,53i
6	20,42	19,523-0,644i
7	23,562	22,608-0,76i
8	26,7	25,707 -0,881i
9	29,85	28,824-1,01i
10	32,99	31,965-1,152i
11	36,13	35,149-1,317i
12	39,27	38,395-1,579i

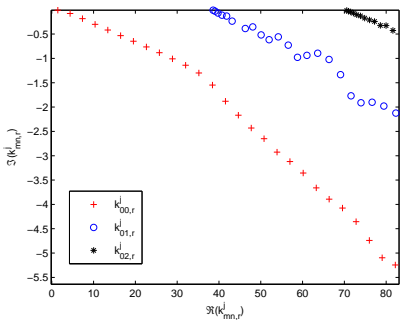


$$\Delta L = \frac{(2j+1)\pi}{2\Re(k_{00,r}^j)} - L$$

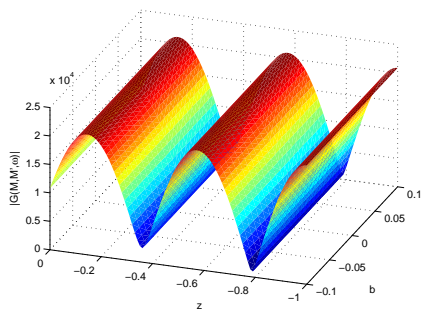
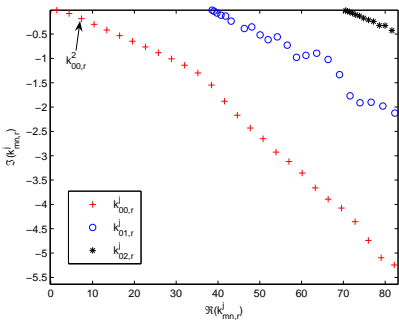


- Pas d'information sur l'amortissement
- Mode plan: seul mode propagatif

# Modes non plans

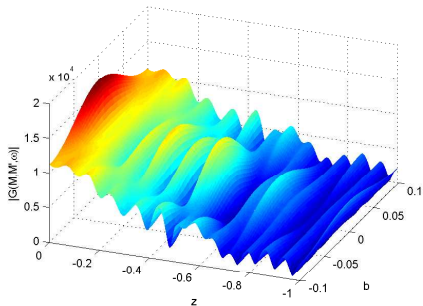
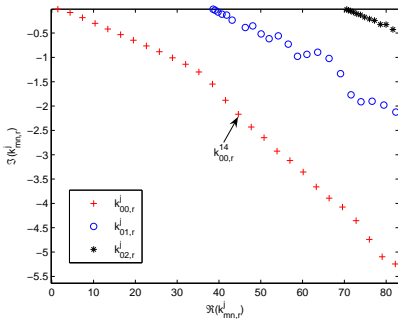


# Modes non plans

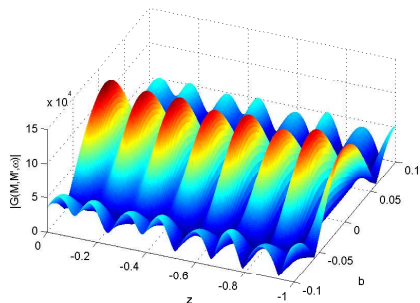
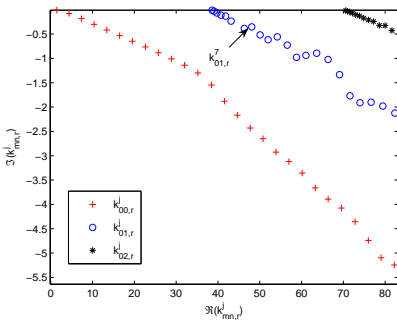




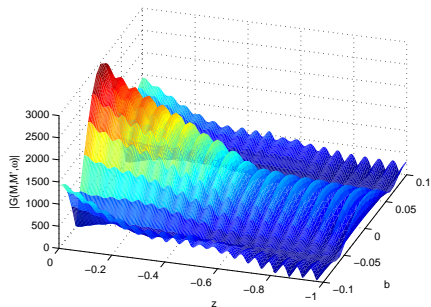
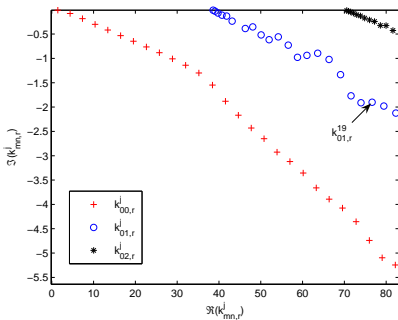
# Modes non plans



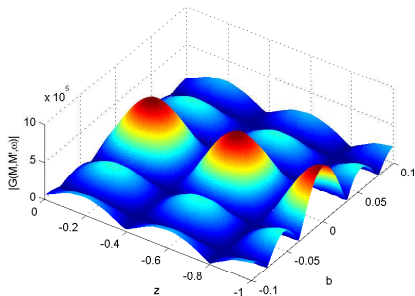
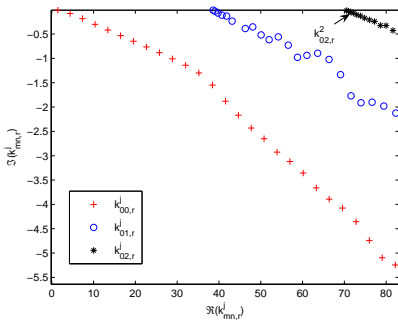
# Modes non plans



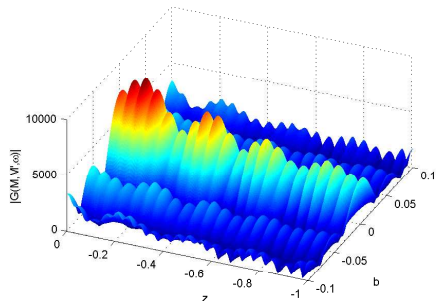
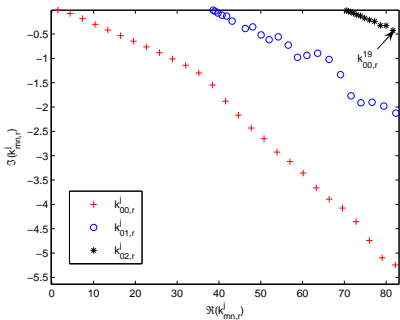
# Modes non plans



# Modes non plans



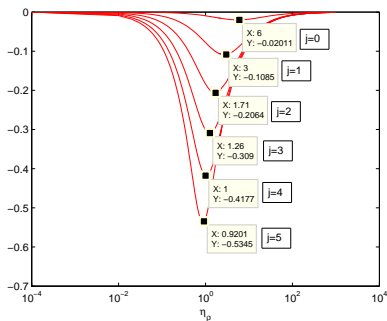
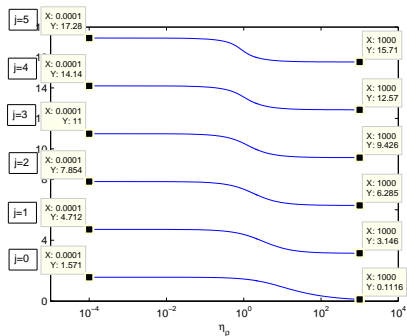
# Modes non plans



Infinité de résonances  $\longleftrightarrow$  résonances longitudinales issues du mode mn

# Evolution des fréquences de résonance en fonction de la densité de fluide externe

$$Z_{ray} \longrightarrow \eta_\rho Z_{ray} \text{ avec } \eta_\rho = \frac{\rho_{ext}}{\rho_{int}}$$



Neumann/Dirichlet:  $k_{00}^j = \frac{(2j+1)\pi}{2L}$



Neumann/Neumann:  $k_{00}^j = \frac{j\pi}{L}$

$\Im(k_{00}^j)$  passe par un maximum:  
maximum de rayonnement

# Plan de la présentation

- 1 Introduction
- 2 Formulation du champ de pression interne
  - Méthode des variables séparées
  - Calcul du rayonnement
  - Méthode d'impédance ramenée
- 3 Calcul des fréquences de résonance
  - Définitions et objectifs
  - Méthode modale analytique
  - Méthode BEM directe
  - Méthode hybride
- 4 Mesure des fréquences des résonances
  - Protocole expérimental
  - Cas du résonateur cylindrique
  - Cas des pavillons
- 5 Conclusion

# Maillage

- Méthode BEM directe :



- Impossible de mailler un baffle infini



# Maillage

- Méthode BEM directe :



- Impossible de mailler un baffle infini
- Obligation de fermer le maillage

# Maillage

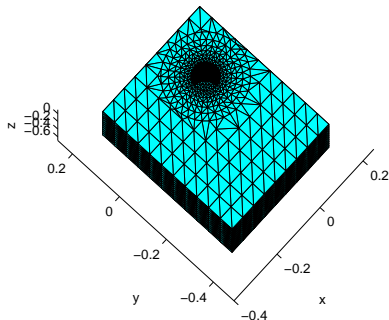
- Méthode BEM directe :



- Impossible de mailler un baffle infini
- Obligation de fermer le maillage



Insertion du cylindre ( $L=50\text{cm}$  et  $b=4,7\text{cm}$ ) dans une **boîte**



## Différentes tailles de boîtes:

**CEI:**  $l_x = 1,35\text{m}$ ,  $l_y = 1,65\text{m}$  et  $l_z = 0,594$

**CEI/2:**  $l_x = 0,675\text{m}$ ,  $l_y = 0,825\text{m}$  et  $l_z = 0,594\text{m}$

**CEI/3:**  $l_x = 0,45\text{m}$ ,  $l_y = 0,55\text{m}$  et  $l_z = 0,594\text{m}$

## Limitation due à la taille de la boîte

Maillage T2B10 (2cm sur le tube et 10cm sur la boîte)

$j$	CEI	CEI/2	CEI/3	Modale 1HM
0	156,248-1,024i	156,31-0,674i	156,04-0,523i	157,9-0,93i

## Limitation due à la taille de la boîte

Maillage T2B10 (2cm sur le tube et 10cm sur la boîte)

$j$	CEI	CEI/2	CEI/3	Modale 1HM
0	156,248-1,024i	156,31-0,674i	156,04-0,523i	157,9-0,93i
1	473,16-8,052i	473,31-8,055i	471,31-7,415i	475,76-7,63i

## Limitation due à la taille de la boîte

Maillage T2B10 (2cm sur le tube et 10cm sur la boîte)

$j$	CEI	CEI/2	CEI/3	Modale 1HM
0	156,248-1,024i	156,31-0,674i	156,04-0,523i	157,9-0,93i
1	473,16-8,052i	473,31-8,055i	471,31-7,415i	475,76-7,63i
2	795,27-18,89i	795,396-18,75i	792,71-18,53i	797,95-18,24i

## Limitation due à la taille de la boîte

Maillage T2B10 (2cm sur le tube et 10cm sur la boîte)

$j$	CEI	CEI/2	CEI/3	Modale 1HM
0	156,248-1,024i	156,31-0,674i	156,04-0,523i	157,9-0,93i
1	473,16-8,052i	473,31-8,055i	471,31-7,415i	475,76-7,63i
2	795,27-18,89i	795,396-18,75i	792,71-18,53i	797,95-18,24i
3	—	1127,77-28,43i	1116,935-26,69i	1124,25-30,14i

## Limitation due à la taille de la boîte

Maillage T2B10 (2cm sur le tube et 10cm sur la boîte)

$j$	CEI	CEI/2	CEI/3	Modale 1HM
0	156,248-1,024i	156,31-0,674i	156,04-0,523i	157,9-0,93i
1	473,16-8,052i	473,31-8,055i	471,31-7,415i	475,76-7,63i
2	795,27-18,89i	795,396-18,75i	792,71-18,53i	797,95-18,24i
3	—	1127,77-28,43i	1116,935-26,69i	1124,25-30,14i
4	—	—	1459,431-32,325i	1453,57-42,21i

## Limitation due à la taille de la boîte

Maillage T2B10 (2cm sur le tube et 10cm sur la boîte)

$j$	CEI	CEI/2	CEI/3	Modale 1HM
0	156,248-1,024i	156,31-0,674i	156,04-0,523i	157,9-0,93i
1	473,16-8,052i	473,31-8,055i	471,31-7,415i	475,76-7,63i
2	795,27-18,89i	795,396-18,75i	792,71-18,53i	797,95-18,24i
3	—	1127,77-28,43i	1116,935-26,69i	1124,25-30,14i
4	—	—	1459,431-32,325i	1453,57-42,21i
5	—	—	1779,862-44,631i	1785,01-54,11i



## Limitation due à la taille de la boîte

Maillage T2B10 (2cm sur le tube et 10cm sur la boîte)

$j$	CEI	CEI/2	CEI/3	Modale 1HM
0	156,248-1,024i	156,31-0,674i	156,04-0,523i	157,9-0,93i
1	473,16-8,052i	473,31-8,055i	471,31-7,415i	475,76-7,63i
2	795,27-18,89i	795,396-18,75i	792,71-18,53i	797,95-18,24i
3	—	1127,77-28,43i	1116,935-26,69i	1124,25-30,14i
4	—	—	1459,431-32,325i	1453,57-42,21i
5	—	—	1779,862-44,631i	1785,01-54,11i
6	—	—	2149,403-59,073i	2118,13-65,86i
$t_i(s)$	6	1,8	1,2	0,15

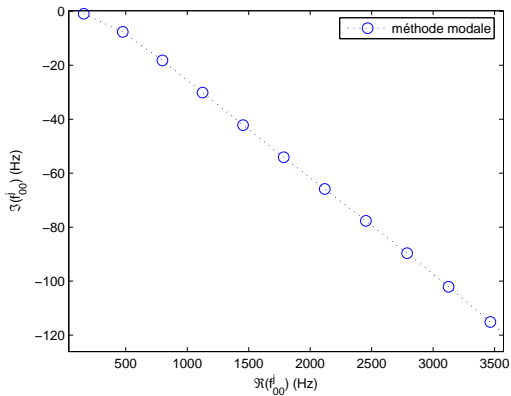
- Boîte



▸ fréquences propres irrégulières du problème interne associé

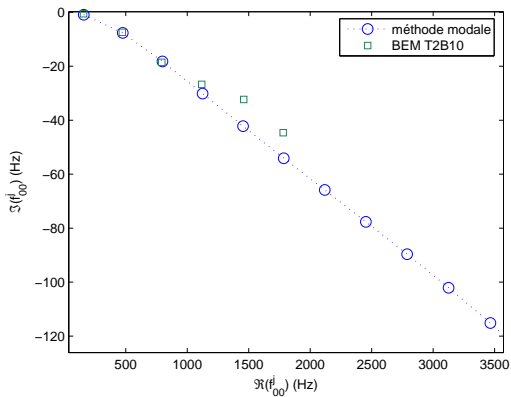
## Limitation due à la taille des éléments

Avec une boîte de taille CEI/3



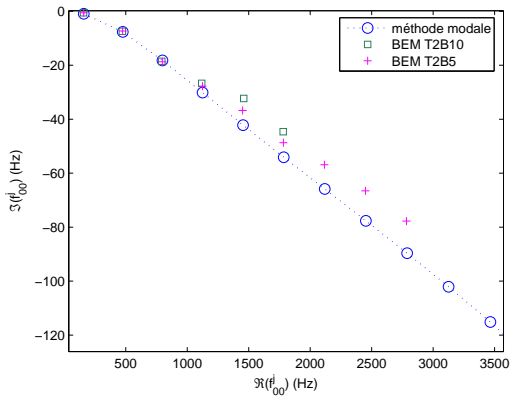
# Limitation due à la taille des éléments

Avec une boîte de taille CEI/3



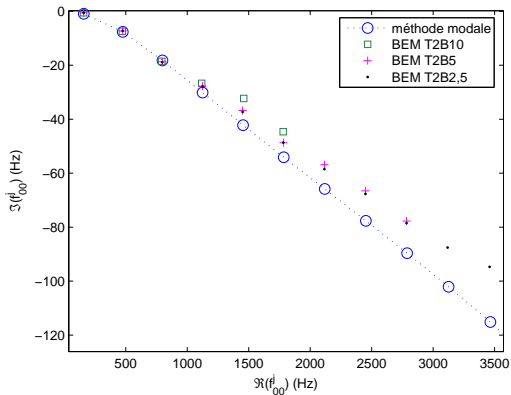
# Limitation due à la taille des éléments

Avec une boîte de taille CEI/3



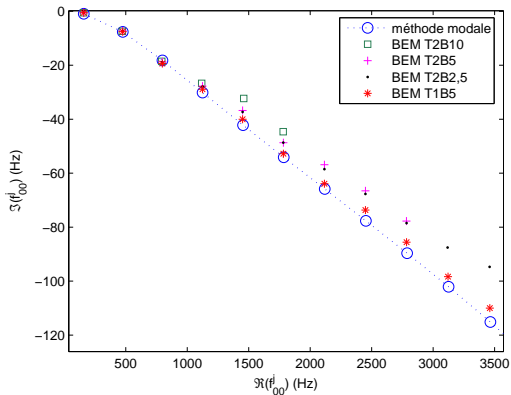
# Limitation due à la taille des éléments

Avec une boîte de taille CEI/3

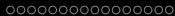


## Limitation due à la taille des éléments

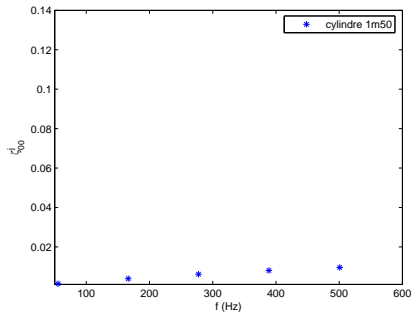
Avec une boîte de taille CEI/3

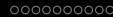


Mailler plus grossièrement sur la boîte

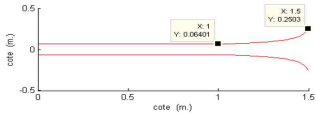


# Pavillons



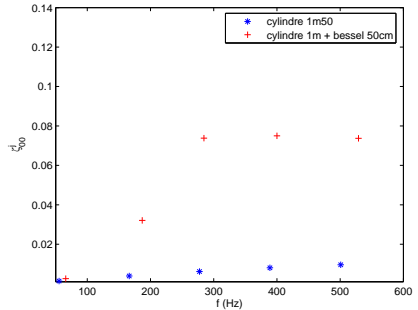


# Pavillons

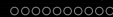
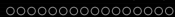


$$R(x) = \frac{\beta}{(x_a - x)^\nu}$$

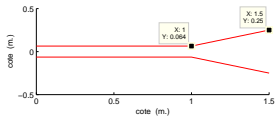
$$f_c = 216\text{Hz}$$





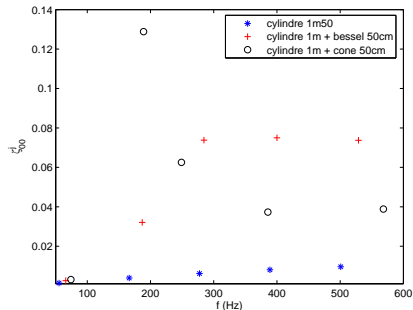


# Pavillons



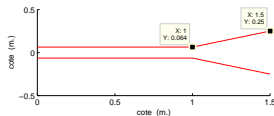
$$R(x) = 0,372x + 0,064$$

$$f_c = 192\text{Hz}$$



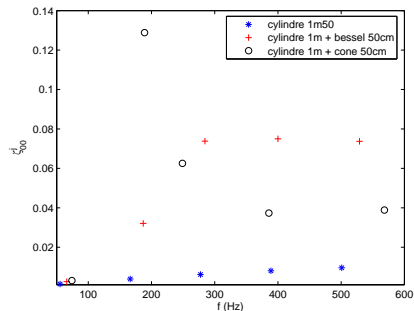


# Pavillons



$$R(x) = 0,372x + 0,064$$

$$f_c = 192\text{Hz}$$



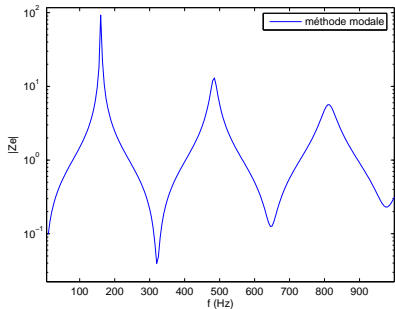
j	$\Re(f_{00}^j / f_{00}^0)$ cylindre	$\Re(f_{00}^j / f_{00}^0)$ bessel	$\Re(f_{00}^j / f_{00}^0)$ cone
0	55/55=1	66/66=1	74/74=1
1	164/55=3	187/66=2,84	189.03/74=2,55
2	274/55=5,01	285/66=4,33	248.92/74=3,36
3	384/55=7,02	400/66=6,08	385.63/74=5,21
4	495/55=9,04	529/66=8,06	568.39/74=7,68

Maillage T2B8 -> 10500 éléments : **20 min/itération** avec 16 processeurs

# Plan de la présentation

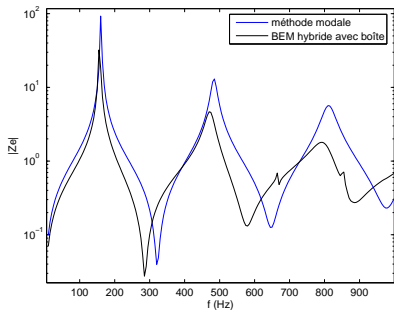
- 1 Introduction
- 2 Formulation du champ de pression interne
  - Méthode des variables séparées
  - Calcul du rayonnement
  - Méthode d'impédance ramenée
- 3 Calcul des fréquences de résonance
  - Définitions et objectifs
  - Méthode modale analytique
  - Méthode BEM directe
  - Méthode hybride
- 4 Mesure des fréquences des résonances
  - Protocole expérimental
  - Cas du résonateur cylindrique
  - Cas des pavillons
- 5 Conclusion

# Cylindre



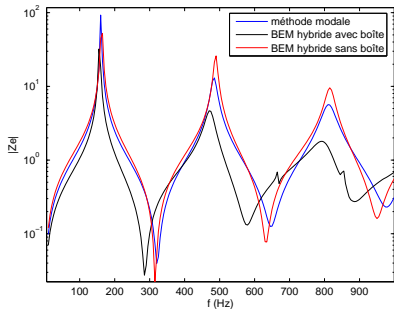
Cylindre BEM 50cm

# Cylindre



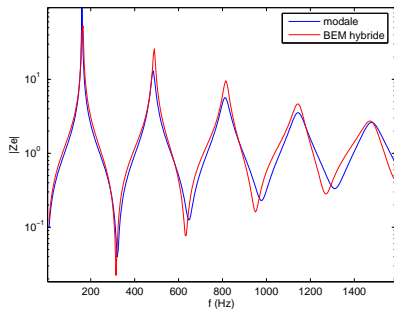
Cylindre BEM 50cm

# Cylindre

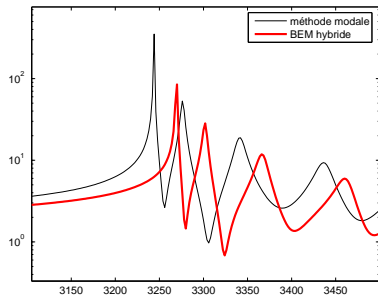


Cylindre BEM 50cm

# Cylindre

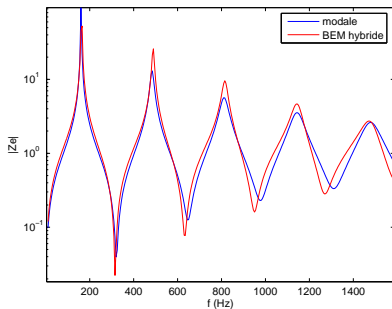


Cylindre BEM 50cm

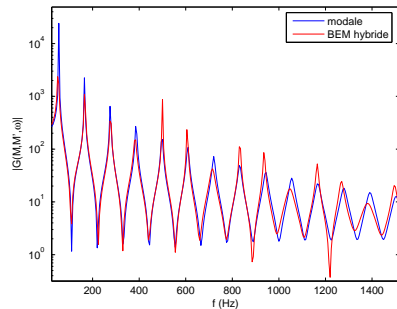


Cylindre BEM 50cm (Mode 01)

## Cylindre



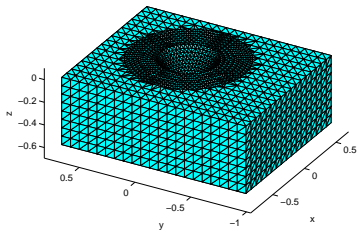
Cylindre BEM 50cm



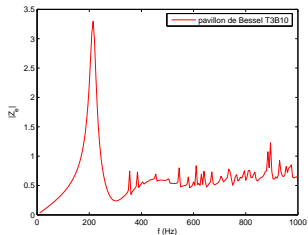
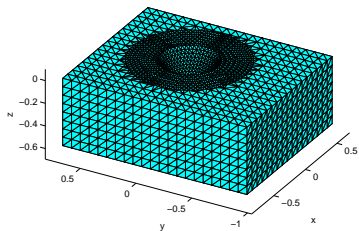
Cylindre BEM 50cm + 1m analytique

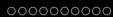
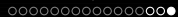


# Pavillons



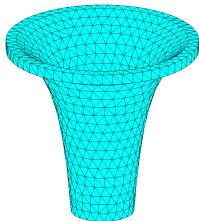
# Pavillons



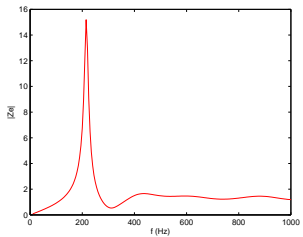
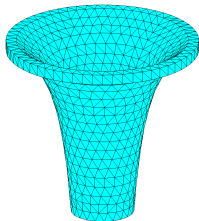


Méthode hybride

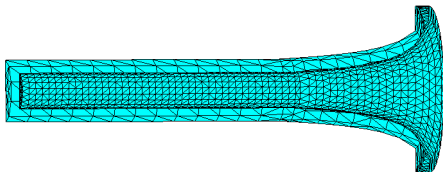
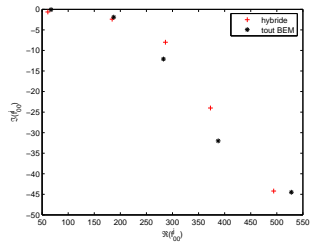
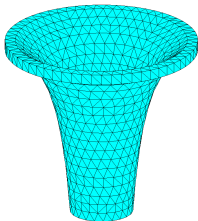
# Pavillons



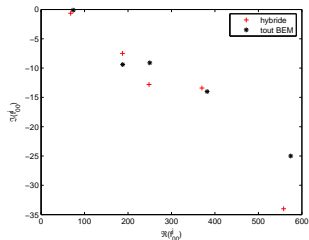
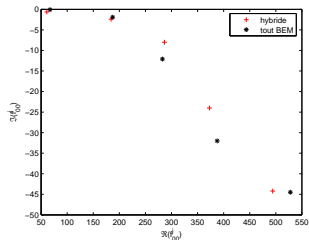
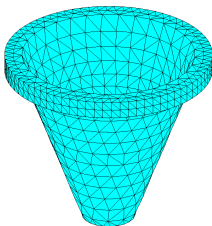
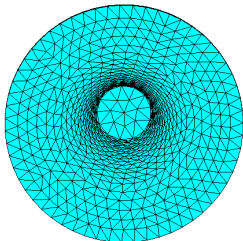
# Pavillons



# Pavillons



## Pavillons

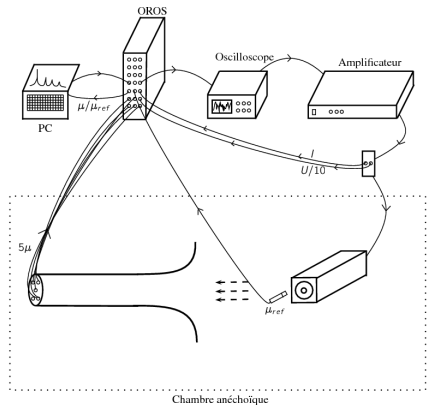


2800 éléments (4cm) : **1min30s** par itération avec 16 processeurs

# Plan de la présentation

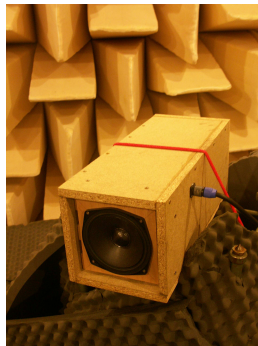
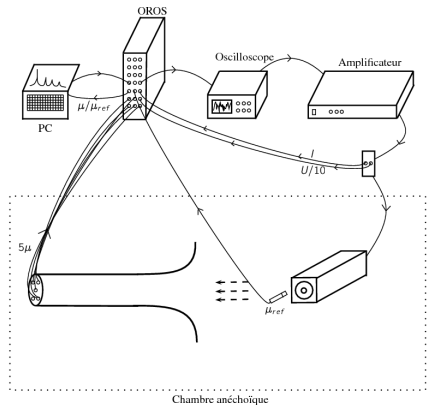
- 1 Introduction
- 2 Formulation du champ de pression interne
  - Méthode des variables séparées
  - Calcul du rayonnement
  - Méthode d'impédance ramenée
- 3 Calcul des fréquences de résonance
  - Définitions et objectifs
  - Méthode modale analytique
  - Méthode BEM directe
  - Méthode hybride
- 4 Mesure des fréquences des résonances
  - Protocole expérimental
  - Cas du résonateur cylindrique
  - Cas des pavillons
- 5 Conclusion

# Schéma du montage



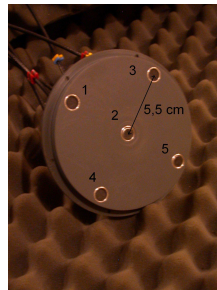
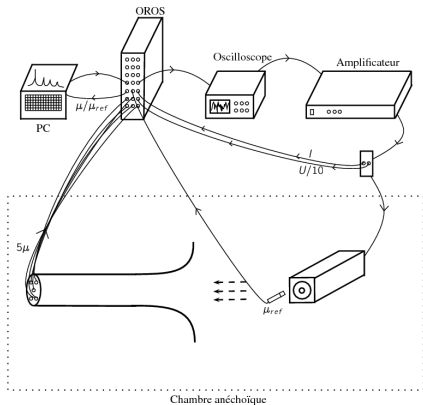


# Schéma du montage

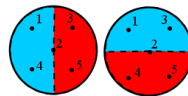


20cm × 20cm × 50cm

# Schéma du montage



mode 00

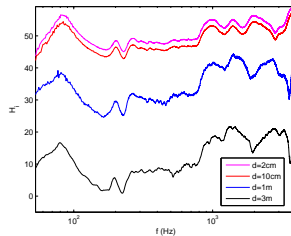
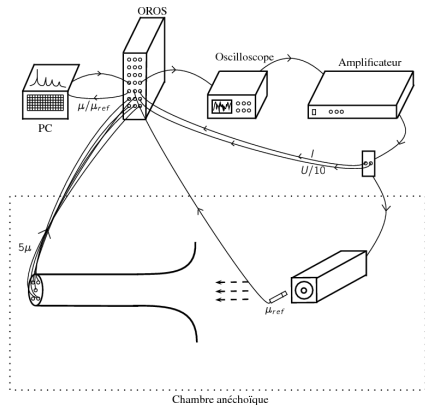


mode 10



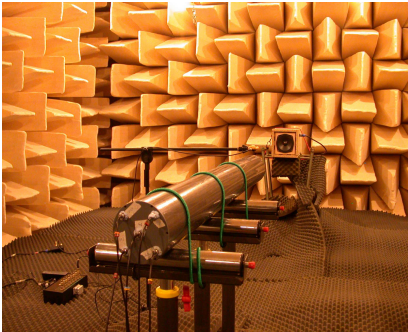
mode 01

## Schéma du montage

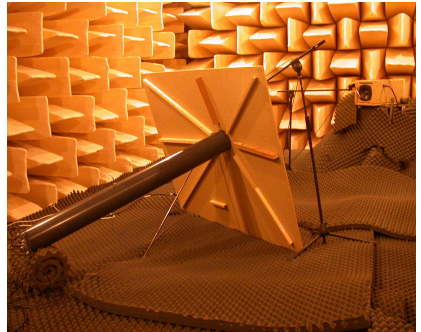


# Plan de la présentation

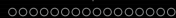
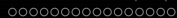
- 1 **Introduction**
- 2 **Formulation du champ de pression interne**
  - Méthode des variables séparées
  - Calcul du rayonnement
  - Méthode d'impédance ramenée
- 3 **Calcul des fréquences de résonance**
  - Définitions et objectifs
  - Méthode modale analytique
  - Méthode BEM directe
  - Méthode hybride
- 4 **Mesure des fréquences des résonances**
  - Protocole expérimental
  - Cas du résonateur cylindrique
  - Cas des pavillons
- 5 **Conclusion**



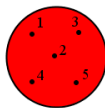
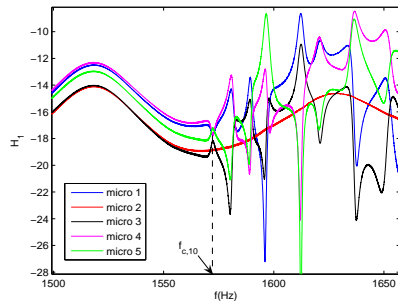
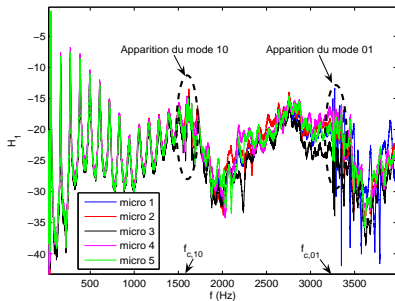
Système sans écran



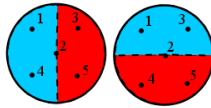
Système avec écran



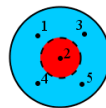
## Cas du résonateur cylindrique



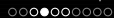
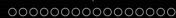
mode 00



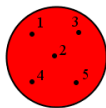
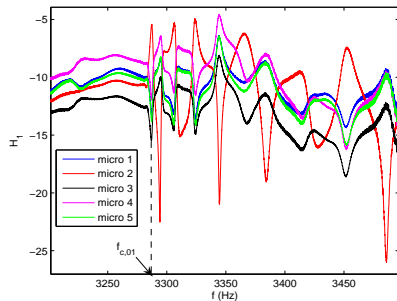
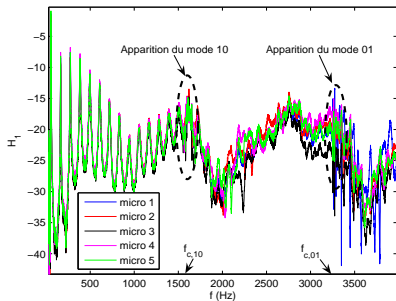
mode 10



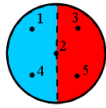
mode 01



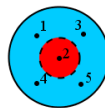
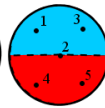
## Cas du résonateur cylindrique



mode 00



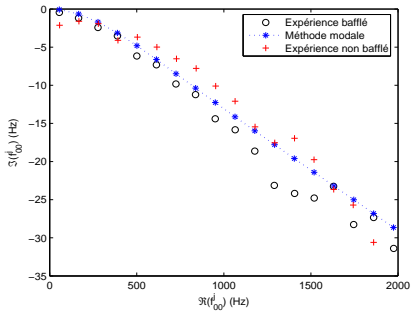
mode 10



mode 01

# Mode plan

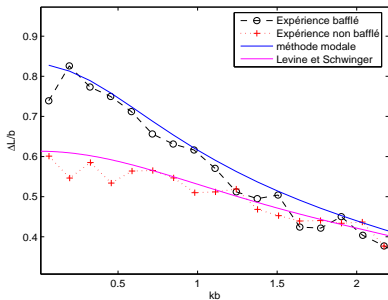
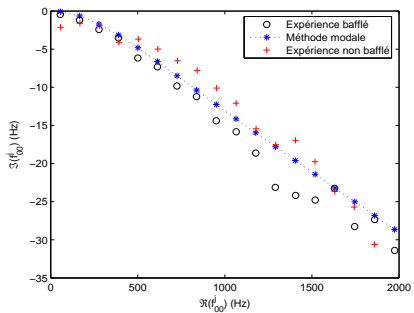
$\Im(f_{mn}^j)$   $\longleftrightarrow$  amortissement des pics





# Mode plan

$\mathcal{S}(f_{mn}^j)$   $\longleftrightarrow$  amortissement des pics



## Modes non plans

### Projection sur les modes propres du conduit

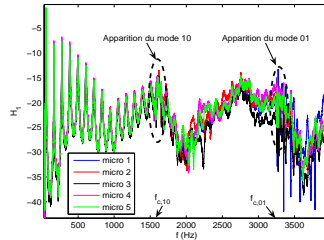
$$p = M\Phi,$$

matrice  $M$  de taille  $N_f \times N_m$ :

mesures des 5 micros aux différentes fréquences

matrice  $\Phi$  de taille  $N_m \times N_{mode}$ :

valeur des différents modes  $\Phi_{mn}$  pour les différentes positions des micros



# Modes non plans

## Projection sur les modes propres du conduit

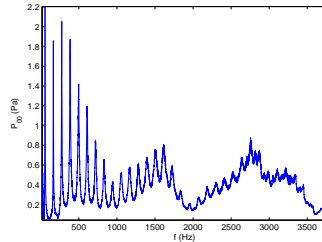
$$p = M\Phi,$$

matrice  $M$  de taille  $N_f \times N_m$ :

mesures des 5 micros aux différentes fréquences

matrice  $\Phi$  de taille  $N_m \times N_{mode}$ :

valeur des différents modes  $\Phi_{mn}$  pour les différentes positions des micros



Projection sur le mode 00

## Modes non plans

### Projection sur les modes propres du conduit

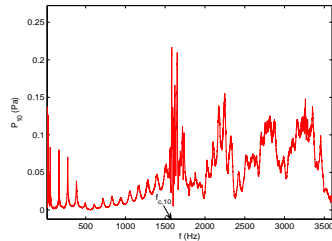
$$p = M\Phi,$$

matrice  $M$  de taille  $N_f \times N_m$ :

mesures des 5 micros aux différentes fréquences

matrice  $\Phi$  de taille  $N_m \times N_{mode}$ :

valeur des différents modes  $\Phi_{mn}$  pour les différentes positions des micros



Projection sur le mode 10

## Modes non plans

Projection sur les modes propres du conduit

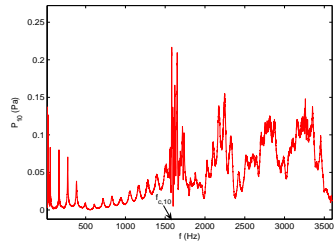
$$p = M\Phi,$$

matrice  $M$  de taille  $N_f \times N_m$ :

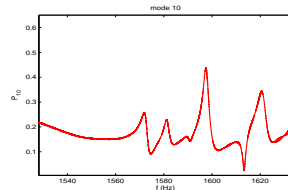
mesures des 5 micros aux différentes fréquences

matrice  $\Phi$  de taille  $N_m \times N_{mode}$ :

valeur des différents modes  $\Phi_{mn}$  pour les différentes positions des micros



Projection sur le mode 10



j	Mesures	théorie modale
0	1572	1576
1	1581	1584,1
2	1598	1600,04
3	1621	1623,7

# Modes non plans

## Projection sur les modes propres du conduit

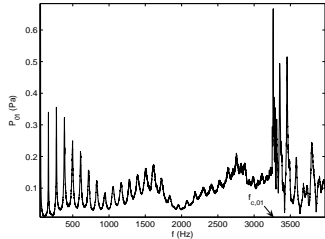
$$p = M\Phi,$$

matrice  $M$  de taille  $N_f \times N_m$ :

mesures des 5 micros aux différentes fréquences

matrice  $\Phi$  de taille  $N_m \times N_{mode}$ :

valeur des différents modes  $\Phi_{mn}$  pour les différentes positions des micros



Projection sur le mode 01

Cas du résonateur cylindrique

# Modes non plans

## Projection sur les modes propres du conduit

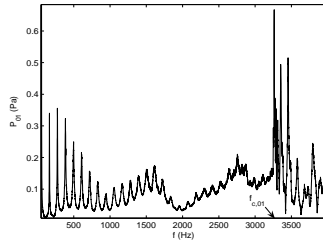
$$p = M\Phi,$$

matrice  $M$  de taille  $N_f \times N_m$ :

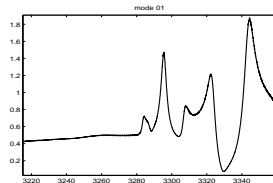
mesures des 5 micros aux différentes fréquences

matrice  $\Phi$  de taille  $N_m \times N_{mode}$ :

valeur des différents modes  $\Phi_{mn}$  pour les différentes positions des micros



Projection sur le mode 01



j	Mesures	théorie modale
0	3284	3283,7
1	3295	3291,5
2	3308	3302,5
3	3321	3318,7
4	3344	3338

## Modes non plans

### Projection sur les modes propres du conduit

$$p = M\Phi,$$

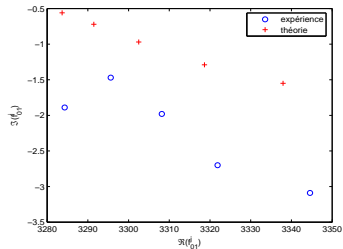
matrice  $M$  de taille  $N_f \times N_m$ :

mesures des 5 micros aux différentes fréquences

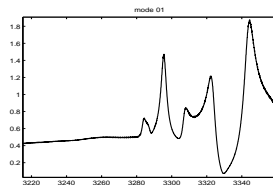
matrice  $\Phi$  de taille  $N_m \times N_{mode}$ :

valeur des différents modes  $\Phi_{mn}$  pour les différentes positions des micros

j	$\zeta$ (%) Mesures	$\zeta$ (%) théorie modale
0	0,058	0,017
1	0,045	0,022
2	0,06	0,03
3	0,081	0,04
4	0,092	0,05



Projection sur le mode 01

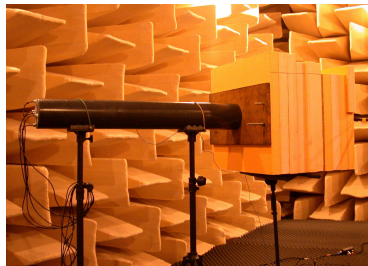
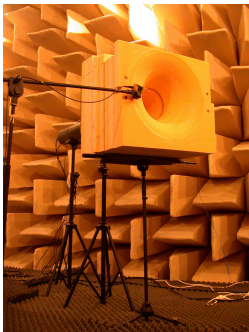




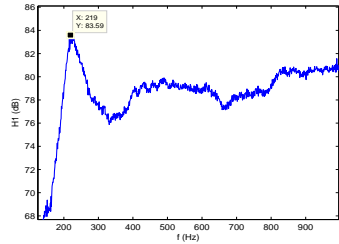
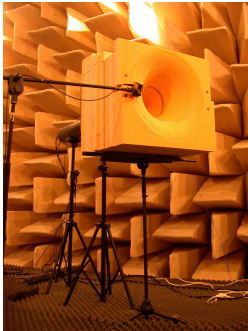
# Plan de la présentation

- 1 Introduction
- 2 Formulation du champ de pression interne
  - Méthode des variables séparées
  - Calcul du rayonnement
  - Méthode d'impédance ramenée
- 3 Calcul des fréquences de résonance
  - Définitions et objectifs
  - Méthode modale analytique
  - Méthode BEM directe
  - Méthode hybride
- 4 Mesure des fréquences des résonances
  - Protocole expérimental
  - Cas du résonateur cylindrique
  - Cas des pavillons
- 5 Conclusion

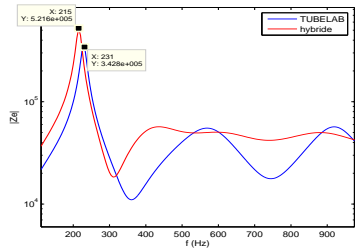
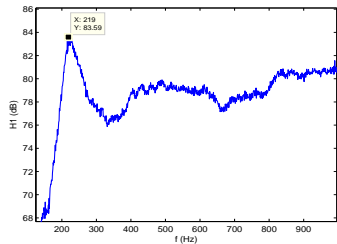
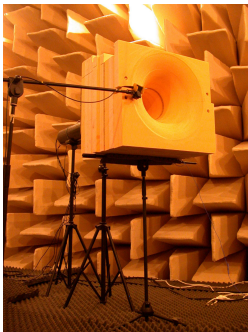
# Pavillon de Bessel

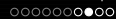
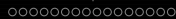
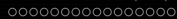


# Pavillon de Bessel

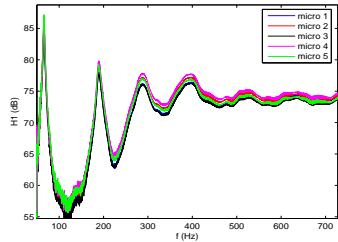
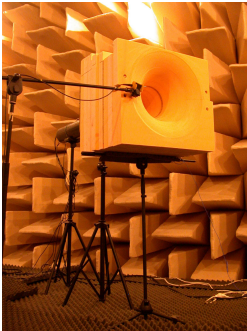


# Pavillon de Bessel

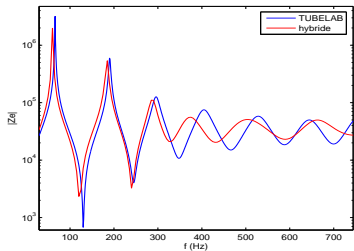
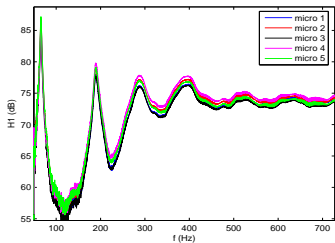




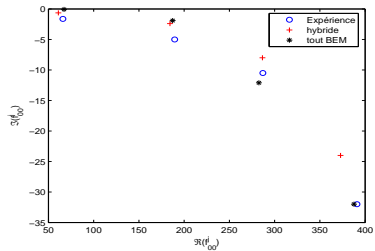
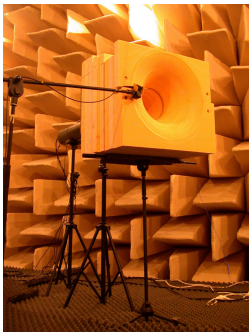
# Pavillon de Bessel



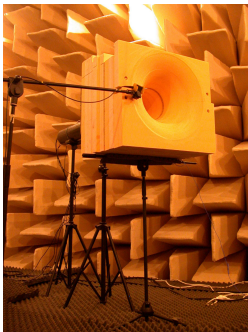
# Pavillon de Bessel



# Pavillon de Bessel

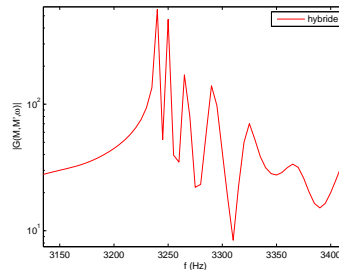
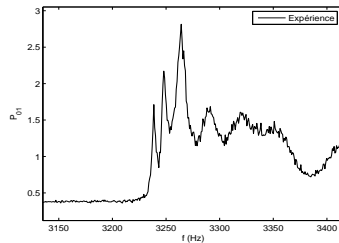


# Pavillon de Bessel



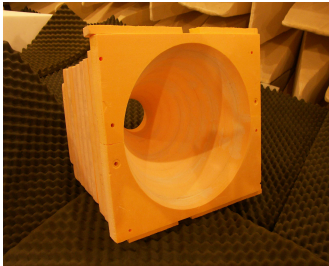
Mode 01

J	Expérience	Hybride
0	3239	3240
1	3248	3250
2	3264	3265
3	3290	3290
4	3321	3325
5	3352	3365





# Pavillon conique



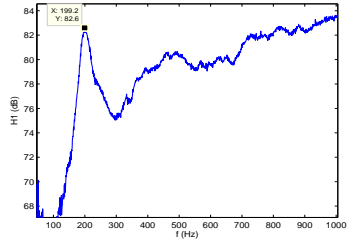
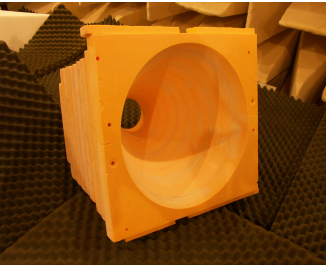
○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○

○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○

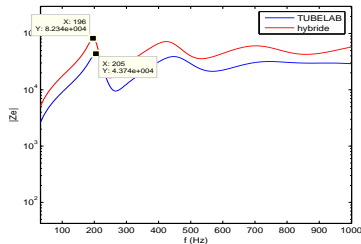
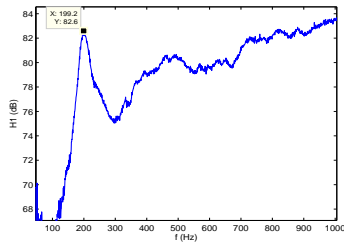
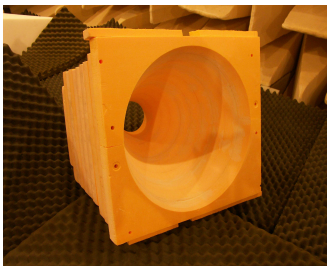
○○○○○○○○●○

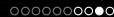
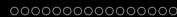
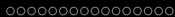
Cas des pavillons

# Pavillon conique



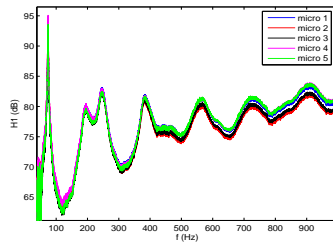
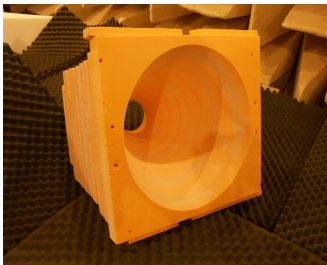
# Pavillon conique



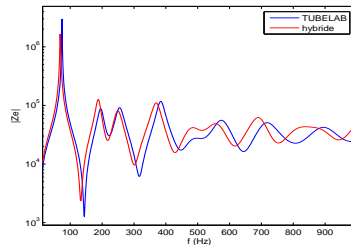
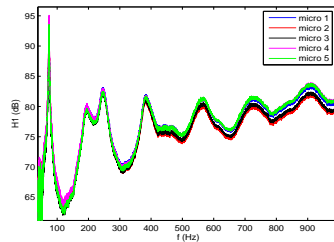
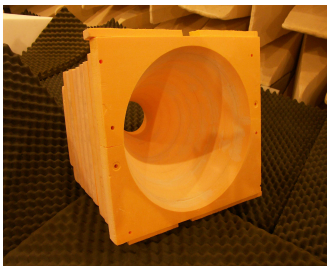


Cas des pavillons

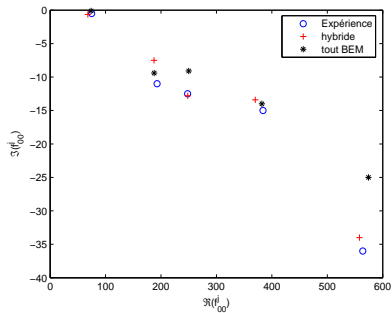
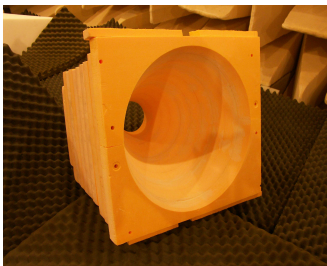
# Pavillon conique



# Pavillon conique



# Pavillon conique

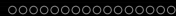
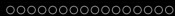


# Pour conclure

## Méthode modale analytique

- Nouvelle formulation de l'impédance de rayonnement valide pour les fréquences complexes
- Etude des fréquences de résonances complexes (rayonnement)
- Influence des modes de conduits d'ordres supérieurs





### Méthode modale analytique

- Nouvelle formulation de l'impédance de rayonnement valide pour les fréquences complexes
- Etude des fréquences de résonances complexes (rayonnement)
- Influence des modes de conduits d'ordres supérieurs

### Méthode BEM directe

- Limitations dues au maillage et à la présence de la boîte
- Profil externe qui suit le profil interne: repousse les fréquences propres irrégulières en hautes fréquences
- Temps de calcul très long

### Méthode modale analytique

- Nouvelle formulation de l'impédance de rayonnement valide pour les fréquences complexes
- Etude des fréquences de résonances complexes (rayonnement)
- Influence des modes de conduits d'ordres supérieurs

### Méthode BEM directe

- Limitations dues au maillage et à la présence de la boîte
- Profil externe qui suit le profil interne: repousse les fréquences propres irrégulières en hautes fréquences
- Temps de calcul très long

### Méthode hybride

- Accélère considérablement le temps de calcul
- Partie numérique plus petite qu'en tout BEM: repousse encore les fréquences propres irrégulières
- Très sensible au maillage de la surface de raccord
- Premières validations du modèle par l'expérience: cylindre et pavillons (mode plan et modes non plans)

## Perspectives

### Améliorations du code

- Maillage plus fin sur la surface de raccord
- Maillage non axisymétrique
- Ajout d'autres pertes

## Perspectives

### Améliorations du code

- Maillage plus fin sur la surface de raccord
- Maillage non axisymétrique
- Ajout d'autres pertes

### Améliorations de l'expérience

- Etalonnage des micros sur le mode plan
- Prise en compte de la réponse de la salle

## Perspectives

### Améliorations du code

- Maillage plus fin sur la surface de raccord
- Maillage non axisymétrique
- Ajout d'autres pertes

### Améliorations de l'expérience

- Etalonnage des micros sur le mode plan
- Prise en compte de la réponse de la salle

### Extension du domaine d'application

- Raccord de la partie dissipative BEM avec d'autres parties passives: perces réelles d'instruments de musique, enceintes, salles...

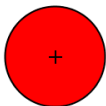


**Merci de  
votre  
attention**

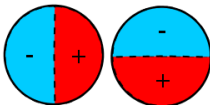
## Modes de conduits

dépendance en  $(r, \theta)$  (modes propres du conduit)

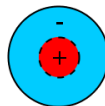
$$\phi_{mn}(r, \theta) = \frac{J_m(\lambda_{mn}r)}{N_{mn}} e^{im\theta}$$



mode 00



mode 10



mode 01

**Fréquences de coupure**  $f_{c,mn} = c * \lambda_{mn}/2\pi$  avec  $\lambda_{mn} = \gamma_{mn}/b$  où  $\gamma_{mn}$  sont les  $n + 1^{eme}$  zéros de la dérivée première de la fonction de Bessel  $J_m$ .

[retour](#)

## Cas simple

Condition de **Neumann à l'entrée**  
 ( $\partial P(-L) = 0$ ) et une condition de  
**Dirichlet en sortie** ( $P(0) = 0$ ):

$$P(z) = Ce^{-i\alpha_j z} + De^{i\alpha_j z},$$

$\alpha_j$ : nombre d'onde du  $j^{ieme}$  mode  
 longitudinal.

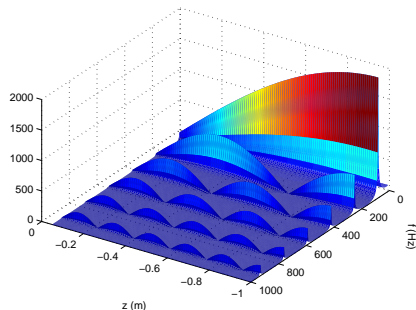
Dans le cas du **mode plan**:

$$\alpha_j = \frac{(2j+1)\pi}{2L}.$$

Correction de longueur  $\Delta L$ :  $\alpha_j = \frac{(2j+1)\pi}{2(L+\Delta L)}.$

retour

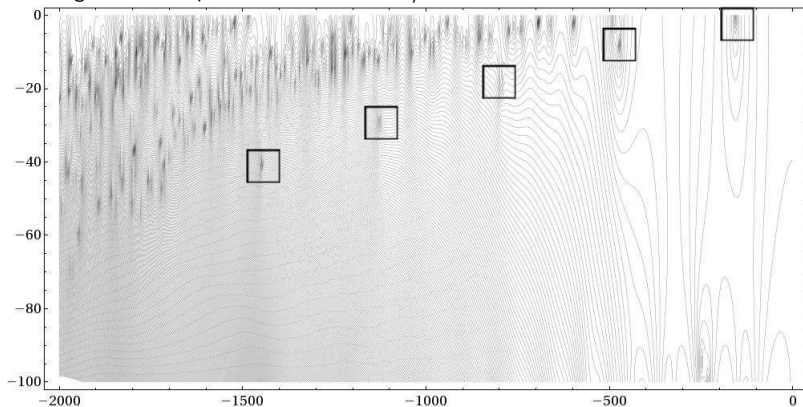
Profil longitudinal de la pression





## fréquences propres irrégulières du problème interne associé

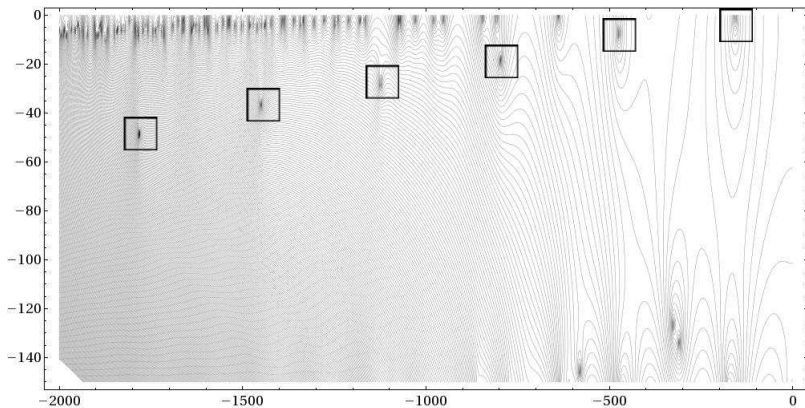
maillage T2B10 pour une boîte CEI/3



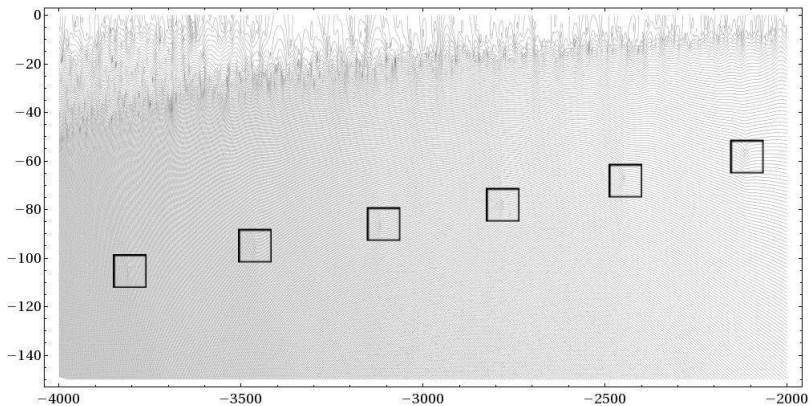
Fréquences propres irrégulières → information sur les limites du maillage

[retour](#)

## cartographie T1B5 CEI/3

[retour](#)

## cartographie T1B5 CEI/3

[retour](#)