



**HAL**  
open science

# Etude de la conversion de fréquence par amplification paramétrique dans les fibres optiques transparentes dans l'infrarouge

Claire Alhenc-Gelas

► **To cite this version:**

Claire Alhenc-Gelas. Etude de la conversion de fréquence par amplification paramétrique dans les fibres optiques transparentes dans l'infrarouge. Autre [cond-mat.other]. Université Paris Sud - Paris XI, 2012. Français. NNT : 2012PA112015 . tel-00676557

**HAL Id: tel-00676557**

**<https://theses.hal.science/tel-00676557>**

Submitted on 5 Mar 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**UNIVERSITE PARIS-SUD XI  
Ecole Doctorale Ondes et Matière**

**Discipline : Physique**

Thèse  
Présentée pour l'obtention du titre de  
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE PARIS-SUD XI

par **Claire Alhenc-Gelas**

**Etude de la conversion de fréquence par amplification  
paramétrique dans les fibres optiques transparentes dans  
l'infrarouge**

31 janvier 2012

Auditorium de l'Institut d'Optique Graduate School

Sébastien Février  
Hervé Maillotte  
Benoît Boulanger  
Philippe Delaye  
Frédéric Druon  
Pierre Bourdon

Rapporteur  
Rapporteur  
Examinateur  
Examinateur  
Directeur de thèse  
Encadrant ONERA, *invité*





## REMERCIEMENTS

Encore plus qu'un travail d'approfondissement d'une thématique scientifique et de découverte du monde de la recherche, la préparation d'un doctorat est une épreuve de volonté. C'est un exercice qui demande curiosité scientifique, capacité à mettre en perspective ses travaux, humilité face à un sujet qui s'inscrit dans une thématique souvent largement explorée par d'éminents membres de la communauté scientifique. Je crois pouvoir dire qu'au terme de cette belle expérience j'ai acquis une grande autonomie, et beaucoup de maturité. La préparation d'une thèse est un challenge que l'on ne peut réaliser seul, et qui demande le concours de nombreux acteurs à qui je voudrais exprimer ici toute ma gratitude.

Mes premiers remerciements vont à Pierre Bourdon et Anne Durécu, qui m'ont encadrée durant ces trois années. Leur soutien et leurs conseils m'ont été précieux. Je remercie chaleureusement Frédéric Druon, mon directeur de thèse, qui s'est toujours montré de bon conseil.

J'adresse mes remerciements aux membres du jury, qui ont accepté d'évaluer ce travail : M. Sébastien Février, enseignant-chercheur à l'Université de Limoges; M. Hervé Maillotte, directeur de recherche à l'Institut Femto-ST de Besançon; M. Benoit Boulanger, professeur à l'Université Joseph Fourier à Grenoble; M. Philippe Delaye, directeur de recherche à l'Institut d'Optique Graduate School.

Ce travail de thèse a été réalisé au Département d'Optique Théorique et Appliquée de l'Onera, au sein de l'unité Sources Laser et Systèmes Lidar. Je remercie Claudine Besson de m'y avoir accueillie et de m'avoir apporté son soutien lors de ma recherche d'emploi. Je remercie Guillaume Canat, dont l'expertise m'a été d'une grande aide pendant ces trois années de travail, ainsi que l'ensemble des membres de l'unité SLS. Enfin, parce qu'une thèse est aussi un grand moment de partage de connaissances avec ses pairs, je remercie mes colocataires de bureau Adrian Azarian, Mathieu Duhant, William Renard, ainsi que l'ensemble des thésards du troisième étage avec qui les discussions, quoique parfois non scientifiques, furent toujours enrichissantes.

Mon intérêt pour les sciences en général et pour la physique en particulier remonte aux classes préparatoires, durant lesquelles j'ai eu la chance de rencontrer de brillants professeurs, passionnants et désireux de communiquer leur enthousiasme à leurs élèves.

Mes premiers pas dans le monde de la recherche ont suscité de nombreuses réactions, admiratives ("docteur, ça fait bien, je pourrai venir à ta soutenance ?"), encourageantes ("c'est normal que tu n'aies pas de résultats, tout arrive à la fin"), inquiètes ("mais pourquoi est-ce que tu t'obstines à faire rentrer de la lumière dans des cheveux ?"), dubitatives ("intéressant, mais ça sert à quoi ?), compatissantes ("moi je n'aurais jamais pu faire une thèse"). Je souhaite remercier les auteurs de leur attention, de leur sympathie, et de leurs encouragements.

Je remercie Joel Jacquet, professeur à Supélec, qui, le premier, m'a donné le goût de la recherche et m'a encouragée à faire une thèse, sans jamais oublier de prendre de mes nouvelles durant ces trois ans. Merci à mes amis qui me soutiennent depuis longtemps : les copains de la "bande à Carnac" (trop long à citer, mais je vous aime tous); Elisabeth, avec qui j'ai eu la première preuve en synthétisant des champignons avariés en TP de Chimie au lieu de saponifier des esters que non, vraiment, je n'étais pas faite pour l'expérimental; Marion, mon

cabri des montagnes; Audrey, ma colloc forever, qui prend toujours le temps de penser aux autres et qui m'a promis de m'envoyer une photo de kangourou. Et tous les autres...

Merci à Geoffroy, Jean-Yves, Alexis et Audrey d'être venus à ma soutenance.

Merci à Suzette d'avoir fait le déplacement en cette froide matinée de janvier pour venir m'encourager.

Mes derniers remerciements vont à ma famille : à mes parents, à Annie, qui m'ont enseigné le goût de l'effort et la curiosité intellectuelle; Papa et Maman, si j'ai pu faire une thèse, je crois bien que c'est grâce à José Maria de Hérédia.

Merci à Zouille et Ionch, qui espéraient être nommés par leur vrai nom dans ces remerciements (mais ça n'aurait plus été tout à fait vous). Merci de votre capacité à oublier que la grande sœur qui connaît la vie, normalement, c'est moi.

Il est souvent d'usage, au début d'un manuscrit, de citer une phrase de la littérature qui semble particulièrement bien adaptée au travail accompli. Je souhaite donc partager cette citation extraite d'un biscuit chinois dégusté rue Danton il y a quelques années, et que chaque thésard se doit de répéter chaque jour dix fois avant d'aller au lit: "si vous persévérez, vous réussirez".

*A Nicolas,*

*pour tout ce qui ne s'écrit pas.*



# TABLES DES MATIERES

<b>Introduction générale</b> .....	1
------------------------------------	---

## **Chapitre 1: Principe de l'amplification paramétrique pour l'émission en bande II**

I - GENERALITES SUR LA PROPAGATION GUIDEE ET L'OPTIQUE NON LINEAIRE DANS LES FIBRES .....	11
I.1 - Rappels sur la propagation guidée.....	11
I.2 - Optique non linéaire guidée - Equation de Schrödinger non linéaire.....	12
I.3 - Description des phénomènes régissant la propagation guidée .....	14
I.3.1 - Partie linéaire de l'Equation de Schrödinger non linéaire.....	14
I.3.1.1 - Absorption optique .....	14
I.3.1.2 - Dispersion d'indice optique .....	17
I.3.2 - Effets non linéaires en optique guidée.....	20
I.3.2.1 - L'effet Kerr optique.....	20
I.3.2.2 - Diffusions Raman et Brillouin.....	22
II - ETUDE DU PROCESSUS DE MELANGE A QUATRE ONDES .....	23
II.1 - Etablissement des équations couplées.....	24
II.1.1 - Hypothèses de travail .....	24
II.1.2 - Etude détaillée des équations .....	24
II.1.3 - Introduction du coefficient non linéaire dans les équations.....	26
II.2 - Calcul du gain paramétrique simplifié .....	27
III - IDENTIFICATION DES PARAMETRES CLE : PREMIER DIMENSIONNEMENT ..	30
III.1 - Choix de la longueur d'onde de pompe .....	31
III.1.1 - Accord de phase en régime de dispersion anormale ( $\lambda_p > \lambda_0$ ) .....	31
III.1.2 - Accord de phase en régime de dispersion normale ( $\lambda_p < \lambda_0$ ) .....	33
III.1.3 - Choix de la longueur d'onde de pompe .....	36
III.2 - Choix de la puissance de pompe.....	38
III.3 - Choix du recouvrement entre les quatre ondes .....	39
III.4 - Premier dimensionnement .....	41

## **Chapitre 2: Etude de l'amplification paramétrique dans les fibres à saut d'indice transparentes dans l'infrarouge**

I - LA CONDITION D'ACCORD DE PHASE DANS LES FIBRES A SAUT D'INDICE ..	47
I.1 - Expression générale.....	47
I.2 - Cas du faible guidage .....	48
II - ETUDE DE LA FAISABILITE D'UN CONVERTISSEUR FIBRE EN VERRES FLUORES .....	50
II.1 - Description des fibres modélisées .....	50
II.2 - Indice de réfraction et dispersion des fibres en verres fluorés .....	51
II.2.1 - Calcul de l'indice de réfraction du matériau .....	51
II.2.2 - Courbes de dispersion .....	53
II.3 - Courbe d'accord de phase et niveau du gain dans les fibres en verres fluorés .....	55
II.3.1 - Analyse de la courbe d'accord de phase pour la fibre FiberLabs .....	57
II.3.2 - Analyse de la courbe de gain.....	58
II.3.3 - Conclusion.....	60
III - ETUDE DE LA FAISABILITE D'UN CONVERTISSEUR FIBRE EN VERRES DE CHALCOGENURES .....	61



III.1 - Caractéristiques des fibres étudiées .....	61
III.2 - Dispersion des verres de chalcogénures $As_2S_3$ et $As_2Se_3$ .....	61
III.3 - Courbe d'accord de phase et niveau du gain .....	64
III.3.1 - Cas d'une propagation en régime monomode des quatre ondes.....	64
III.3.2 - Cas d'une répartition multimode des quatre ondes.....	65
III.3.3 - Choix de la répartition modale et des paramètres du guide .....	70
III.3.4 - Conclusion .....	73

### **Chapitre 3: Modélisation de la dispersion et de l'amplification paramétrique dans les fibres microstructurées en verres de chalcogénures**

I - PRESENTATION DES FIBRES MODELISEES .....	77
II - LA METHODE DE L'INDICE EFFECTIF DE GAIN (EIM).....	79
II.1 - Principe de la méthode .....	79
II.2 - Etape 1 : détermination de l'indice effectif de gain .....	80
II.2.1 - Réduction du domaine.....	80
II.2.2 - Valeur du rayon du contour circulaire b.....	81
II.2.3 - Résolution de l'équation de propagation.....	82
II.3 - Etape 2 : détermination de l'indice effectif des modes guidés.....	85
II.3.1 - Résolution de l'équation de propagation.....	85
II.3.2 - Détermination du rayon de cœur effectif de la fibre équivalente.....	86
II.4 - Mise en œuvre de la méthode EIM pour des fibres en verres de chalcogénures $As_2S_3$ et $As_2Se_3$ .....	88
II.4.1 - Choix des paramètres .....	88
II.4.2 - Temps de calcul de la méthode EIM .....	89
II.4.3 - Calcul par la méthode EIM des courbes de dispersion approchées .....	90
III - VALIDATION DE LA METHODE DE L'INDICE EFFECTIF DE GAIN.....	92
III.1 - La méthode des éléments finis (FEM) .....	93
III.2 - Optimisation des paramètres du modèle EIM par comparaison avec la FEM.....	94
III.2.1 - Etude comparative pour des fibres en $As_2S_3$ .....	96
III.2.1.1 - Détermination des coefficients de Park et Lee optimisés pour $\Lambda = 5 \mu m$ ....	98
III.2.1.2 - Détermination des coefficients de Li et al optimisés pour $\Lambda = 5 \mu m$ .....	101
III.2.1.3 - Etude de l'influence du paramètre $\Lambda$ sur les coefficients empiriques .....	103
III.2.1.4 - Recherche d'une approximation par morceaux de la courbe d'indice effectif .....	104
III.2.2 - Mise en œuvre pour des fibres en $As_2Se_3$ .....	105
III.3 - Conclusion sur la méthode EIM appliquée aux fibres en $As_2S_3$ et $As_2Se_3$ .....	106
IV - APPLICATION DE LA METHODE EIM A L'ETUDE DE LA GENERATION PARAMETRIQUE DANS DES FIBRES EN VERRES DE CHALCOGENURES.....	108

### **Chapitre 4: Mesure de la dispersion, et dimensionnement d'un convertisseur de fréquence fibré émettant en bande II**

I - MESURE DE LA DISPERSION CHROMATIQUE DES FIBRES OPTIQUES .....	115
I.1 - Dispositif expérimental de mesure .....	115
I.2 - Principe de la mesure interférométrique de la dispersion.....	116
I.2.1 - Rappels sur la propagation et la dispersion dans les fibres optiques.....	116
I.2.2 - Obtention d'un interférogramme .....	117
I.3 - Etude expérimentale .....	122
I.3.1 - Réglage du montage interférométrique .....	122
I.3.2 - Calibration du banc : mesure de la dispersion d'une fibre en silice .....	125

I.3.3 - Mesure de la dispersion d'une fibre en verre de chalcogénures.....	127
I.3.4 - Mesure de la dispersion d'une fibre en verre fluoré.....	131
I.3.5 - Conclusion.....	132
II - DIMENSIONNEMENT D'UN CONVERTISSEUR DE FREQUENCE FIBRE.....	132
II.1 - Choix de la fibre optimale.....	132
II.2 - Synchronisation des ondes pompe et complémentaire.....	135
II.3 - Conclusion.....	136
<b>Conclusion générale et perspectives.....</b>	<b>139</b>
<b>Références.....</b>	<b>143</b>
<b>Annexe.....</b>	<b>147</b>



## INTRODUCTION GENERALE

### Contexte de l'étude

De nombreuses applications militaires ou civiles nécessitent de disposer de sources laser émettant dans le moyen infrarouge. On peut citer les contre-mesures optroniques, les systèmes lidars, ou encore les télécommunications laser en espace libre.

Les contre-mesures optroniques utilisent un laser pour éblouir ou endommager une caméra ou un capteur optronique et l'empêcher d'accomplir sa mission d'observation. Elles requièrent l'utilisation d'un laser dans la bande spectrale du capteur, soit la bande 3 – 5  $\mu\text{m}$  (encore appelée bande II) dans le cas des autodirecteurs infrarouge de missiles par exemple.

Les systèmes de télécommunications laser dans l'atmosphère en cours de développement utilisent, entre autres, des sources laser émettant autour de 1,5  $\mu\text{m}$  (bande C des télécommunications) et sont opérationnels sur de courtes distances (quelques centaines de mètres) ou sur de moyennes distances (quelques kilomètres). Pour des distances plus importantes (typiquement quelques dizaines de kilomètres), la turbulence atmosphérique provoque des extinctions du signal optique induisant des pertes d'information. A 1,5  $\mu\text{m}$ , il a été montré que la correction apportée par un système d'optique adaptative devient très complexe à mettre en oeuvre pour des distances supérieures à quelques kilomètres. Le développement des télécommunications en espace libre sur de longues distances peut bénéficier de l'utilisation de sources émettant à une autre longueur d'onde, car la complexité des systèmes d'optique adaptative diminue quand la longueur d'onde augmente. Les fenêtres de transparence atmosphérique du moyen et lointain infrarouge (bandes 3 – 5  $\mu\text{m}$  et 8 – 12  $\mu\text{m}$ , encore appelées bandes II et III) semblent donc plus favorables à des transmissions longue distance.

Un lidar (acronyme de « Light Detection and Ranging ») est un système analogue au radar, mais opérant dans le domaine des longueurs d'onde optiques. L'émetteur, typiquement un système laser, permet d'obtenir des informations sur une cible diffusante située à une distance éloignée (jusqu'à plusieurs centaines de kilomètres pour les lidars spatiaux). La « cible » du lidar peut être de nature diverse, soit « distribuée » dans l'espace (aérosols ou gaz atmosphériques), soit « localisée » (surface dure : la surface terrestre par exemple pour un lidar spatial, un fuselage d'avion pour une application militaire...). Dans la grande majorité des cas, les systèmes lidar impliquent d'assez longs trajets optiques dans l'atmosphère. Il est donc primordial que la longueur d'onde du laser émetteur se situe dans une zone de transmission atmosphérique. La bande II (3 – 5  $\mu\text{m}$ ) est particulièrement favorable pour des systèmes lidar de détection de polluants, un grand nombre d'entre eux possédant des spectres d'absorption marqués dans cette gamme de longueurs d'onde (zone spectrale dite « fingerprint »). A l'Onera, de nombreux systèmes lidar sont développés pour des applications liées à l'aéronautique et à la caractérisation de l'atmosphère (mesures de champ de vent, contrôle des conditions atmosphériques de vol, caractérisation des tourbillons de sillage des aéronefs, mesure de profils d'aérosols et de gaz), sous la forme de systèmes au sol ou embarqués. Ces instruments utilisent des sources laser émettant dans le proche infrarouge

(autour de  $1,5 \mu\text{m}$ ), où de nombreuses sources laser sont actuellement disponibles. En revanche, aucun de ces systèmes lidar ne fonctionne pour l'instant en bande II.

Il existe aujourd'hui peu de sources laser émettant en bande II. Il s'agit principalement des oscillateurs paramétriques optiques (OPO), des lasers à cascade quantique (QCL) et des sources laser fibrées. De plus, la montée en puissance de ces sources se heurte encore à des points durs technologiques.

Les oscillateurs paramétriques optiques reposent sur le principe de la conversion paramétrique d'ordre 2 dans des cristaux non linéaires. Pour la bande II, on peut citer en particulier les chalcopyrites  $\text{AgGaS}_2$  et  $\text{AgGaSe}_2$ , ou encore les oxydes ferroélectriques massifs ou polarisés périodiquement, tels que le PPLN (Periodically Poled  $\text{LiNbO}_3$ ). Le PPLN présente l'avantage de pouvoir être pompé à  $1 \mu\text{m}$ . Cependant, ce matériau absorbe plus ou moins fortement les longueurs d'onde supérieures à  $4 \mu\text{m}$ . Des matériaux tels que le phosphore de zinc germanium ZGP ( $\text{ZnGeP}_2$ ) ou l'arséniure de gallium GaAs utilisé en quasi-accord de phase (OPGaAs fabriqué par épitaxie moléculaire) doivent être pompés à  $2 \mu\text{m}$ . Pour ce faire, il est possible d'utiliser un premier OPO comme source de pompe. Les recherches actuelles visent à limiter l'encombrement d'un tel système et portent sur le développement des lasers à fibre dopée thulium et holmium, émettant autour de  $2 \mu\text{m}$ . Enfin, on notera l'émergence de nouveaux cristaux non linéaires, par exemple le CSP ( $\text{CdSiP}_2$ ), permettant une émission au delà de  $4,5 \mu\text{m}$ , et devant être pompé autour de  $1,55 \mu\text{m}$  [1].

Les OPO sont accordables en longueur d'onde, ce qui leur permet d'atteindre de nombreuses longueurs d'onde de la bande  $3 - 5 \mu\text{m}$ . Ils fonctionnent efficacement en régime impulsif et peuvent générer des rayonnements fortement énergétiques. Toutefois, les seuils de dommage assez faibles des cristaux non linéaires en bande II, ainsi que la cristallogénèse complexe de certains d'entre eux comme le ZGP, sont la limite principale à la montée en puissance de ces sources.

Dans les lasers à cascade quantique, l'émission de rayonnement provient de transitions radiatives internes à la bande de conduction, dont l'écart en énergie est fixé par la largeur des puits quantiques. Ces lasers fonctionnent en régime continu ou quasi-continu. Le maximum de puissance est actuellement démontré à la longueur d'onde de  $4,6 \mu\text{m}$  [2][3], avec un niveau maximal de puissance moyenne de l'ordre de quelques watts. Toutefois, la montée en puissance d'un QCL est limitée par la forte quantité de chaleur dissipée lors du fonctionnement à température ambiante en régime continu. Pour accroître la puissance émise, des techniques de combinaisons de faisceaux laser doivent être mises en œuvre, pouvant conduire à une dégradation de la qualité spatiale du faisceau. Les études en cours visent à développer ces techniques de combinaison et à améliorer la gestion de la thermique dans ces lasers.

Les sources laser qui reposent sur une technologie fibrée présentent de nombreux avantages tels que souplesse d'alignement, robustesse et compacité des solutions « tout fibré », grande longueur de milieu actif permettant une émission spectrale fine, confinement dans le cœur de la fibre permettant de générer des intensités élevées. Dans la catégorie des lasers fibrés, on distingue les lasers à fibre dopée des sources reposant sur des effets non linéaires.

Dans le cas des lasers à fibre dopée, l'insertion de dopants dans la matrice vitreuse introduit des pertes de propagation importantes. Au début de cette étude, aucun effet laser n'avait été obtenu, et seule la fluorescence des ions erbium dopant une matrice de verres de chalcogénures avait été observée [4].

En ce qui concerne les sources fibrées reposant sur des effets non linéaires, les sources à supercontinuum pour le moyen infrarouge ont connu un développement récent [5]. Ce sont des sources dont la génération de rayonnement repose sur la combinaison d'effets non linéaires d'ordre trois au sein de la fibre optique. Le rayonnement généré possède un spectre très large, allant de plusieurs centaines de nanomètres à plusieurs microns. Les fibres optiques devant être transparentes dans la bande II, l'utilisation d'une fibre en silice est exclue. En 2006, Xia et al ont publié la génération d'un supercontinuum allant jusqu'à 4,5  $\mu\text{m}$  dans des fibres en verre fluoré [6]. Ce record a ensuite été dépassé par Qin et al en 2009, dont le supercontinuum généré dans une fibre en verre fluoré a atteint 6,28  $\mu\text{m}$  [7]. En 2005, Shaw et al, du Naval Research Laboratory aux Etats-Unis, ont annoncé la génération d'un supercontinuum allant jusqu'à 3,2  $\mu\text{m}$  dans des fibres microstructurées en verres de chalcogénures [8] ; en 2011, ils ont publié la génération d'un supercontinuum s'étendant jusqu'à 5,5  $\mu\text{m}$  [9]. Toutefois, du fait de la largeur du spectre, la densité spectrale de puissance du rayonnement généré reste encore relativement faible. Les travaux en cours visent à augmenter la densité spectrale de puissance de ces sources, ainsi qu'à aplanir et étendre leur spectre. De plus, ces sources présentent un fort potentiel pour des applications telles que la détection de polluants atmosphériques, mais leur intérêt est moindre pour les télécommunications en espace libre ou les contre-mesures optiques, nécessitant un rayonnement de plus faible largeur spectrale. Une source permettant de générer un rayonnement dans le moyen infrarouge par effet Raman a été décrite théoriquement par Thielen [10] mais aucune réalisation expérimentale n'a été publiée à ce jour.

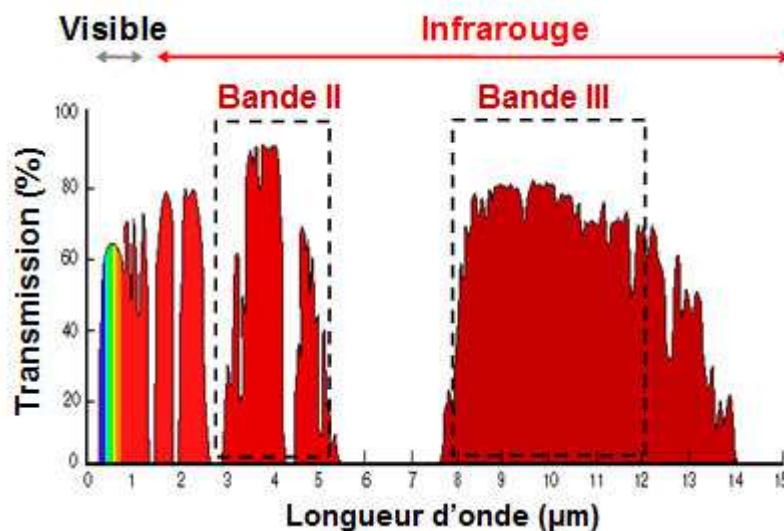


Fig.1 – Fenêtres de transparence de l'atmosphère : bandes II et III.

## Objectifs de l'étude

Dans la catégorie des lasers fibrés utilisant des effets non linéaires, un effet n'avait pas encore été étudié dans le contexte de la génération de rayonnement en bande II au début de cette étude : il s'agit du mélange à quatre ondes, encore appelé amplification paramétrique. Ce processus non linéaire d'ordre trois permet la conversion de fréquence d'une onde de pompe vers une onde signal et une onde complémentaire. Une source émettant un signal en bande II par amplification paramétrique fibrée serait d'une grande compacité puisqu'il est possible d'enrouler des kilomètres de fibre sur une bobine de faible diamètre. Cette source reposerait sur un seul effet non linéaire et non sur une combinaison d'effets comme c'est le cas pour les sources à supercontinuum. Le gain de conversion ne serait donc pas réparti sur plusieurs processus et si la source est optimisée, le transfert d'énergie de l'onde de pompe vers l'onde signal devrait permettre de générer un rayonnement de forte puissance. Enfin, l'amplification paramétrique est un phénomène accordable en longueur d'onde.

Ce phénomène a été étudié en détail dans les fibres en silice, en particulier dans les fibres à saut d'indice pour les applications de télécommunications. En effet, un convertisseur paramétrique fibré permet la réamplification du signal optique sur une bande spectrale plus large que celle des amplificateurs à fibre dopée erbium et des amplificateurs à effet Raman. En 2004, une largeur spectrale de 400 nm a été obtenue dans des fibres à saut d'indice en utilisant une source laser pulsée ayant une puissance crête de 10 W, fonctionnant en régime de dispersion anormale [11]. En régime continu, une largeur spectrale de 100 nm a été obtenue en utilisant une source de pompe ayant une puissance de 4 W [12]. Le gain maximal obtenu est de 70 dB [13]. En régime de dispersion normale, il a été démontré que le phénomène de mélange à quatre ondes pouvait être assisté par la diffusion Raman stimulée, alors que les ondes Stokes et anti-Stokes, éloignées de la pompe, n'étaient pas accordées en phase [14]. Par ailleurs, Sharping et al ont montré qu'il était possible de réduire drastiquement la longueur de fibre en silice présente dans l'amplificateur en utilisant des fibres microstructurées [15]. Le cœur de ces fibres microstructurées peut en effet présenter de très petites dimensions, ce qui permet de réduire l'aire effective du mode considéré et ainsi d'exacerber la non-linéarité de la fibre. En 2010, Lee et al ont réalisé un convertisseur de fréquence contenant une fibre microstructurée, dans une configuration entièrement fibrée [16]. Enfin, Wadsworth et al ont démontré expérimentalement la génération d'une onde signal à 1945 nm dans une fibre microstructurée en silice, à partir d'une onde de pompe à 1064 nm (le décalage spectral obtenu valant donc pratiquement 1  $\mu\text{m}$ ) [67][68][69].

Les fibres optiques qui présentent les meilleures performances de propagation sont les fibres constituées de verre de silice. En effet, les applications de télécommunications nécessitent l'utilisation de sources laser autour de 1,5  $\mu\text{m}$ , longueur d'onde à laquelle le verre de silice présente un minimum d'atténuation : de l'ordre de 0,2 dB/km à 1,5  $\mu\text{m}$  pour les fibres actuelles. Cependant, la silice absorbe les rayonnements dans le moyen infrarouge. Pour pouvoir générer un rayonnement en bande II, il faut donc se tourner vers de nouveaux matériaux tels que les verres fluorés, les verres de chalcogénures, les verres d'oxydes de plomb et de bismuth, ou encore les verres d'oxydes de tellure. Par exemple en 2009, Szpulak

et Février ont montré la faisabilité théorique de l'amplification paramétrique dans une fibre en verre de chalcogénures  $As_2S_3$  à cœur suspendu [17].

Le travail présenté dans ce manuscrit s'inscrit dans le cadre des études menées à l'Onera sur la génération de rayonnement dans le moyen infrarouge par effets non linéaires dans les fibres optiques, et constitue un nouvel axe de recherche, alternatif aux études en cours sur la génération de supercontinuum en bande II. **Il consiste en l'étude de la faisabilité théorique d'une source laser compacte, puissante et stable, émettant dans la bande 3 – 5  $\mu m$ , reposant sur le principe de l'amplification paramétrique, constituée de fibres en verres fluorés ou en verres de chalcogénures.** Les sources de pompe envisagées pour réaliser ce convertisseur sont les sources actuellement disponibles dans le proche infrarouge, c'est à dire émettant entre 1  $\mu m$  et 2  $\mu m$ .

Dans ce manuscrit, nous allons donc transposer les études menées autour de 1,5  $\mu m$  dans des fibres en silice au cas de la génération paramétrique en bande II dans des fibres en verres fluorés et en verres de chalcogénures.

Les fibres en verres fluorés et les fibres en verres de chalcogénures ont des plages de transparence dans l'infrarouge beaucoup plus étendues que la silice, ce qui en fait de bonnes candidates pour la génération paramétrique d'un signal en bande II.

Les verres fluorés sont constitués d'un assemblage de molécules contenant l'élément fluor F. Les fibres en verres de chalcogénures sont constituées de molécules contenant les éléments sulfure S, sélénure Se ou tellure Te. Nous considérerons en particulier le verre fluoré ZBLAN (verre de fluorozirconates, constitué des molécules  $ZrF_4$ ,  $BaF_2$ ,  $LaF_3$ ,  $AlF_3$ ,  $NaF$ ) et les verres de chalcogénures  $As_2S_3$  et  $As_2Se_3$ . Le tableau suivant rassemble quelques caractéristiques comparatives de ces différents verres.

Verre	$SiO_2$	ZBLAN [18] [19]	$As_2S_3$ , $As_2Se_3$ [20] [21][22]
<b>Plage de transparence</b>	Jusqu'à 2,2 $\mu m$	Jusqu'à 7 $\mu m$	Jusqu'à 10 – 15 $\mu m$
<b>Non linéarité</b>	$2,6 \cdot 10^{-20} m^2/W$	$2,1 \cdot 10^{-20} m^2/W$	$1,1 \cdot 10^{-17} m^2/W$
<b>Longueur d'onde de dispersion nulle</b>	1,27 $\mu m$	1,6 $\mu m$	> 5 $\mu m$
<b>Atténuation à 1,55 <math>\mu m</math></b>	0,2 dB/km	0,1 dB/m	< 1 dB/m

Tab. 1 – Tableau comparatif des caractéristiques des verres fluorés et des verres de chalcogénures.

Outre leur large plage de transparence, ces verres possèdent d'autres caractéristiques susceptibles d'influer sur l'efficacité de la génération paramétrique :

-Les verres fluorés possèdent une longueur d'onde de dispersion nulle située autour de 1,6  $\mu m$ , c'est-à-dire légèrement supérieure aux longueurs d'onde de pompe dont nous disposons. Nous étudions l'intérêt de cette configuration pour la conversion de fréquence par



amplification paramétrique dans le chapitre 1. En revanche, les verres fluorés possèdent des non-linéarités peu élevées, comparables à celles de la silice.

-Les verres de chalcogénures présentent des non-linéarités supérieures de plusieurs ordres de grandeur à celle de la silice. Alors que les convertisseurs de fréquence à base de fibres en silice sont constitués de plusieurs centaines de mètres, voire plusieurs kilomètres de fibre, quelques mètres de fibre en verre de chalcogénures peuvent suffire pour générer un processus efficace. Les pertes par absorption seront alors peu importantes. En revanche, la longueur d'onde de dispersion nulle de ces verres est très éloignée du proche infrarouge, et située autour de 5  $\mu\text{m}$ .

Ces deux types de verres présentent aussi bien des caractéristiques avantageuses que des obstacles pour la réalisation d'un convertisseur de fréquence fibré émettant dans le moyen infrarouge.

Nous allons étudier deux structures de fibres en particulier : les fibres à saut d'indice et les fibres microstructurées. Les fibres à saut d'indice constituent la structure classiquement utilisée dans les applications de télécommunications. Les fibres microstructurées air-silice ont été fabriquées pour la première fois en 1996 par des chercheurs de l'Université de Bath [23]. Le coeur de ces fibres peut être de très petite dimension, ce qui permet d'exacerber les phénomènes non linéaires. De plus, la variabilité des paramètres opto-géométriques transverses de ces fibres offre une grande souplesse dans le choix de la longueur d'onde de pompe utilisable pour la conversion de fréquence (voir chapitre 3).

Les fibres en ZBLAN et en verres  $\text{As}_2\text{S}_3$  et  $\text{As}_2\text{Se}_3$  à saut d'indice sont fabriquées par des sociétés spécialisées (Coractive, FiberLabs, Le Verre Fluoré, ARTPhotonics etc.). Les fibres microstructurées en  $\text{As}_2\text{S}_3$  et en  $\text{As}_2\text{Se}_3$  nous sont fournies par le Laboratoire des Verres et Céramiques de Rennes (unité de recherche UMR CNRS 6226 Sciences Chimiques de Rennes). Grâce à une nouvelle méthode de fibrage permettant de réduire les pertes aux interfaces air-verre, ces fibres présentent des pertes bien inférieures ( $<1\text{dB/m}$ ) [22] à celles obtenues par une méthode classique de type «stack and draw» [24][25].

## Plan de l'étude

Le travail présenté dans ce manuscrit s'articule de la façon suivante :

Le chapitre 1 présente les différents effets non linéaires qui peuvent se produire lors de la propagation au sein d'une fibre optique. Nous présentons en détail le phénomène d'amplification paramétrique appliqué au cas des fibres à saut d'indice en silice. Cela nous permet d'identifier les paramètres clé gouvernant l'efficacité de ce processus non linéaire et ainsi d'effectuer un premier dimensionnement théorique répondant au cahier des charges défini dans cette introduction.

Dans le chapitre 2, nous étudions la faisabilité théorique d'un convertisseur de fréquence constitué de fibres à saut d'indice. Nous étudions d'abord le potentiel des fibres à saut d'indice en verres fluorés, puis celui des fibres à saut d'indice constituées de verres de chalcogénures  $\text{As}_2\text{S}_3$  et  $\text{As}_2\text{Se}_3$ . L'originalité de cette étude est d'analyser en détail le cas de la conversion de fréquence dans des fibres multimodes. Nous mettons en avant son intérêt pour la génération de rayonnement en bande II.

La nature des résultats obtenus dans ce chapitre nous conduit à considérer une autre structure de fibre, le profil microstructuré. L'étude de ce type de structure nécessite la connaissance précise du profil de dispersion des fibres. Nous étudions dans le chapitre 3 comment modéliser la propagation dans les fibres microstructurées et comment obtenir ce profil de dispersion. En particulier, ce chapitre est consacré à la mise en oeuvre du modèle de l'indice effectif de gaine, développé initialement pour le cas des fibres en silice, et étendu au cas des fibres en verres de chalcogénures. Nous comparons les performances de ce modèle à celles de la méthode des éléments finis. Nous présentons pour la première fois l'adaptation de ce modèle au cas des fibres transparentes dans l'infrarouge, et nous donnons la valeur des paramètres empiriques associés.

Le chapitre 4 est consacré à la partie expérimentale de ce travail. Nous y présentons une méthode de mesure de la dispersion chromatique des fibres optiques et nous détaillons le traitement de données expérimentales associé. La mise en oeuvre de cette méthode de mesure permet de valider les études théoriques effectuées dans les chapitres précédents. En rassemblant les différentes conclusions intermédiaires tirées des études théoriques de ce manuscrit, nous pouvons alors conclure sur la faisabilité d'un convertisseur de fréquence fibré émettant dans la bande 3 – 5  $\mu\text{m}$  et reposant sur le principe de l'amplification paramétrique, et donner les éléments nécessaires à sa réalisation expérimentale.



## Chapitre 1

# Principe de l'amplification paramétrique pour l'émission en bande II

I - GENERALITES SUR LA PROPAGATION GUIDEE ET L'OPTIQUE NON LINEAIRE DANS LES FIBRES .....	11
I.1 - Rappels sur la propagation guidée.....	11
I.2 - Optique non linéaire guidée - Equation de Schrödinger non linéaire.....	12
I.3 - Description des phénomènes régissant la propagation guidée .....	14
I.3.1 - Partie linéaire de l'Equation de Schrödinger non linéaire.....	14
I.3.1.1 - Absorption optique .....	14
I.3.1.2 - Dispersion d'indice optique .....	17
I.3.2 - Effets non linéaires en optique guidée.....	20
I.3.2.1 - L'effet Kerr optique.....	20
I.3.2.2 - Diffusions Raman et Brillouin.....	22
II - ETUDE DU PROCESSUS DE MELANGE A QUATRE ONDES .....	23
II.1 - Etablissement des équations couplées.....	24
II.1.1 - Hypothèses de travail .....	24
II.1.2 - Etude détaillée des équations .....	24
II.1.3 - Introduction du coefficient non linéaire dans les équations.....	26
II.2 - Calcul du gain paramétrique simplifié .....	27
III - IDENTIFICATION DES PARAMETRES CLE : PREMIER DIMENSIONNEMENT .	30
III.1 - Choix de la longueur d'onde de pompe .....	31
III.1.1 - Accord de phase en régime de dispersion anormale ( $\lambda_p > \lambda_0$ ) .....	31
III.1.2 - Accord de phase en régime de dispersion normale ( $\lambda_p < \lambda_0$ ) .....	33
III.1.3 - Choix de la longueur d'onde de pompe .....	36
III.2 - Choix de la puissance de pompe .....	38
III.3 - Choix du recouvrement entre les quatre ondes .....	39
III.4 - Premier dimensionnement.....	41

### INTRODUCTION

Ce chapitre est consacré à la détermination des paramètres clé qui régissent l'efficacité de l'amplification paramétrique dans les fibres optiques. Il s'agit de déterminer quelles sont les équations qui gouvernent l'amplification paramétrique d'un signal situé dans la bande 3 - 5  $\mu\text{m}$ , et de comprendre le rôle de chacun des paramètres physiques influant sur l'efficacité du processus (caractéristiques optiques du verre utilisé, paramètres opto-géométriques de la fibre, caractéristiques du ou des lasers de pompe).

Pour ce faire, nous rappelons tout d'abord comment le développement des équations de Maxwell dans le cadre de la théorie dipolaire conduit à l'équation de Schrödinger non linéaire, qui régit la propagation et les échanges d'énergie entre plusieurs ondes au sein d'une fibre optique. Cette équation est ensuite simplifiée pour obtenir des équations couplées qui décrivent les transferts d'énergie par mélange à quatre ondes. Par une analyse approfondie de ces équations, nous identifions les lois physiques qui gouvernent l'efficacité de ce processus : conservation de l'énergie et accord de phase. Nous établissons alors l'expression du gain de conversion. Enfin, nous modélisons le processus de mélange à quatre ondes pour une fibre à saut d'indice en silice et nous identifions les paramètres opto-géométriques ayant une influence prédominante sur son efficacité. En effet, l'amplification paramétrique dans ce type de fibres ayant fait l'objet d'études approfondies, notamment dans le cadre des applications de télécommunications, nous disposons de nombreux résultats pour valider les équations utilisées. Cette modélisation nous conduit à un premier dimensionnement d'un convertisseur de fréquence fibré.

Dans les chapitres suivants nous adapterons et validerons ces considérations théoriques dans le cas des fibres transparentes dans l'infrarouge, et nous déterminerons les valeurs des paramètres opto-géométriques des fibres qui permettront la génération d'un signal dans la bande 3-5  $\mu\text{m}$ . Plus généralement, les résultats de ce chapitre 1 permettent d'ores et déjà de restreindre la plage de valeurs des paramètres opto-géométriques à étudier, et ce quel que soit le matériau considéré.

## I - GENERALITES SUR LA PROPAGATION GUIDEE ET L'OPTIQUE NON LINEAIRE DANS LES FIBRES

### I.1 - Rappels sur la propagation guidée

Une fibre optique est un guide d'onde électromagnétique à géométrie cylindrique, pouvant présenter différentes structures radiales d'indice. Dans ce travail de thèse, nous avons été amenés à étudier les deux profils de fibre les plus courants : le profil « à saut d'indice », et le profil « microstructuré ». Bien que le but de ce chapitre soit de formuler quelques premières conclusions applicables à tout type de fibre, nous aurons toutefois besoin, pour illustrer certains développements, de définir une structure de fibre. De plus, les propriétés des fibres microstructurées peuvent souvent être approchées en remplaçant la fibre, en première approximation, par une fibre à saut d'indice équivalente. Nous nous limitons donc dans ce chapitre au cas d'une fibre à saut d'indice.

Une fibre à saut d'indice est constituée de deux zones cylindriques concentriques (Fig. 1.1), le cœur et la gaine. Le cœur est le milieu central de la fibre. Il possède un indice de réfraction  $n_1$  légèrement supérieur à celui de la gaine  $n_2$ . Cette différence d'indice permet le guidage de la lumière dans le cœur de la fibre par le phénomène de réflexion totale interne.

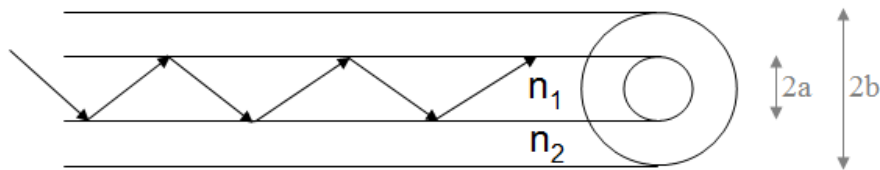


Fig. 1.1 - Structure d'une fibre optique à saut d'indice et trajet des rayons lumineux guidés dans le cœur. a est le rayon de cœur de la fibre, b est le rayon de la gaine.

La propagation au sein d'une fibre optique est décrite par les équations de Maxwell, d'où l'on dérive l'équation d'onde gouvernant la propagation guidée. Puis l'application de conditions d'annulation du champ électromagnétique aux limites de la gaine, et de conditions de continuité du champ à l'interface cœur-gaine, permet de résoudre l'équation d'onde dans le cas fibré [26]. On détermine ainsi les constantes de propagation des ondes pouvant se propager au sein de la fibre. Suivant le nombre de solutions de cette équation, la fibre est dite monomode ou multimode.

Le caractère monomode ou multimode d'une fibre à saut d'indice à une longueur d'onde  $\lambda$  peut être qualifié par la fréquence normalisée de la fibre à cette longueur d'onde:

$$V = \frac{2\pi \cdot a \cdot ON}{\lambda} \quad (1.1)$$

où

$$ON = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (1.2)$$

Dans cette expression,  $a$  est le rayon de cœur de la fibre.  $ON$  est l'ouverture numérique de la fibre, c'est-à-dire le sinus de l'angle d'acceptance géométrique en entrée de la fibre.

Pour une valeur de  $V$  inférieure à 2,405 (dite fréquence de coupure), la fibre est monomode : seul le mode fondamental, d'incidence nulle en entrée de fibre, peut se propager sans pertes dans le cœur.

Pour une valeur de  $V$  supérieure à 2,405, la fibre est multimode. Se propagent alors dans le cœur de la fibre le mode fondamental d'incidence nulle, ainsi que les modes d'ordre supérieur dont l'angle d'incidence est inférieur à l'ouverture numérique de la fibre.

A titre d'exemple, pour une fibre en silice de type SMF28, le rayon de cœur vaut environ  $4,5 \mu\text{m}$  et l'ouverture numérique vaut environ 0,13. A la longueur d'onde  $1,55 \mu\text{m}$ , la valeur de  $V$  est 2,3714 : la fibre est monomode.

### I.2 - Optique non linéaire guidée - Equation de Schrödinger non linéaire

Dans ce paragraphe, nous présentons le développement théorique classique décrivant la propagation électromagnétique au sein d'une fibre quand les effets non linéaires ne sont pas négligeables. Nous détaillons les grandes étapes du raisonnement et les hypothèses faites dans ce cadre. Dans un premier temps, tous les effets non linéaires potentiels seront considérés. Puis nous étudierons comment simplifier l'équation de propagation en ne conservant que les effets prédominants.

Le lecteur intéressé trouvera la démonstration complète de l'établissement de l'équation de propagation dans [27].

L'équation de propagation d'une onde électromagnétique au sein d'une fibre provient du développement des équations de Maxwell écrites pour un milieu diélectrique. Elle s'écrit sous la forme (équation de Helmholtz):

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (1.3)$$

Dans ces expressions,  $P$  est la polarisation du milieu : elle caractérise la réponse des charges électriques localisées et des atomes du milieu de propagation, soumis au champ électromagnétique de l'onde excitatrice.  $\mu_0$  est la perméabilité magnétique du vide.

Au contraire des milieux conducteurs où les charges sont libres, les électrons d'un milieu diélectrique sont liés aux cœurs atomiques par des forces de rappel élastique. Lorsqu'une onde électromagnétique se propage, son champ électrique met en mouvement les électrons du matériau qui se mettent à osciller à la fréquence du champ. Ces électrons présentent un moment dipolaire non nul, et le milieu possède alors une polarisation globale. Si le champ électrique est peu intense, la force de rappel élastique ne provoque que de petits déplacements des électrons autour du cœur de l'atome, qui restent linéaires en fonction de la direction de déplacement  $x$ . Sous l'action d'un champ suffisamment intense, la réponse de l'électron devient non linéaire en  $x$ . Cela se traduit par une réponse anharmonique au champ électrique incident, que l'on peut traiter par une approche perturbative en effectuant un développement de la polarisation du milieu en puissances du champ électrique :

$$\begin{aligned}
 \vec{P} = \varepsilon_0 \left( \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \chi_1 \vec{E}(\vec{r}, t) dt}_{\text{linéaire}} + \underbrace{\iint \chi_2(t-t_1, t-t_2) \vec{E}(\vec{r}, t_1) \vec{E}(\vec{r}, t_2) dt_1 dt_2}_{\text{non linéaire}} \right. \\
 \left. + \underbrace{\iiint \chi_3(t-t_1, t-t_2, t-t_3) \vec{E}(\vec{r}, t_1) \vec{E}(\vec{r}, t_2) \vec{E}(\vec{r}, t_3) dt_1 dt_2 dt_3 \dots}_{\text{non linéaire}} \right)
 \end{aligned} \quad (1.4)$$

où  $\varepsilon_0$  est la permittivité électrique du vide.

Les tenseurs susceptibilité électrique  $\chi_i$  caractérisent les différents ordres de la réponse électronique. Le premier terme constitue la réponse linéaire  $P_L$  des électrons au champ, tandis que tous les termes d'ordre supérieur forment la réponse non linéaire  $P_{NL}$ . La polarisation non linéaire fait apparaître des composantes à plus hautes fréquences traduisant les couplages dipolaires entre l'onde fondamentale et ses harmoniques.

Une fibre optique en verre de silice, de fluorures ou de chalcogénures est un matériau amorphe, et donc centro-symétrique. On peut montrer, compte tenu des relations de symétrie entre les différentes composantes des tenseurs  $\chi_i$ , que les susceptibilités d'ordre pair s'annulent dans une fibre. En conséquence, les effets non linéaires qui auront une influence sur la propagation sont les effets d'ordre 3.

Ces effets sont de deux types. Tout d'abord, les effets dus à une réponse instantanée du milieu, provenant de l'effet Kerr optique, sont des effets élastiques et ne font pas intervenir d'échange d'énergie avec le milieu non linéaire. Ensuite, les effets inélastiques dus aux diffusions (Rayleigh, Brillouin, Raman), dont la réponse non linéaire est retardée, et dans lesquels le milieu absorbe une partie de l'énergie véhiculée dans la fibre.

Pour établir l'équation de propagation d'une onde dans le cadre de la théorie dipolaire, on introduit le développement de  $P$  (équation (1.4)) dans l'équation de propagation (1.3). Pour ce faire, on effectue classiquement les hypothèses suivantes :

- **La réponse des électrons est supposée instantanée** (le temps de réponse des électrons est très faible devant les temps caractéristiques des lasers)
- **$P_{NL}$  est traitée comme une perturbation de  $P_L$**  (la valeur de la susceptibilité d'ordre linéaire est élevée par rapport aux valeurs des termes de la susceptibilité non linéaire)
- **Le champ est polarisé linéairement** et la polarisation est maintenue tout au long de la fibre.

Cette hypothèse permet une approche scalaire de la propagation.

- **Le champ est quasi-monochromatique**, de pulsation centrale  $\omega_0$ .
- **On se place dans le cadre de l'approximation de l'enveloppe lentement variable.** Cette hypothèse, qui prend en compte le fait que les constantes de temps des échanges d'énergie entre les différentes ondes sont grandes devant la période optique de ces ondes, permet de décomposer le champ électrique en un terme sinusoïdal en  $\omega_0$  et une enveloppe de période temporelle élevée devant la période optique.
- **On considère qu'il n'y a pas d'interdépendance entre les directions transverse (x,y) d'une part et longitudinale (z) d'autre part.**

Cette dernière hypothèse permet de réaliser la séparation des variables transverse  $\Psi(x,y)$  et longitudinale  $A(z,t)$  de l'enveloppe du champ électrique, exprimée dans l'espace de Fourier :

$$\vec{E}_z(\vec{r}, \omega - \omega_0) = \psi(x, y) \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) e^{i\beta_0 z} \quad (1.5)$$



avec  $\beta_0 = \frac{n_{eff}(\omega_0)\omega_0}{c}$ .

$\omega_0$  est la pulsation centrale de l'onde.

Sous ce jeu d'hypothèses, l'équation (1.3) conduit à l'équation de Schrödinger non linéaire (ESNL) pour une onde d'enveloppe longitudinale  $A(z,t)$  et de pulsation centrale  $\omega_0$ .

Cette équation régit la propagation du champ électrique total au sein de la fibre :

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \underbrace{i \sum_{k \geq 2} \frac{i^k \beta_k}{k!} \frac{\partial^k A}{\partial t^k} - \frac{\alpha(\omega)}{2} A}_{\text{linéaire}} + i \underbrace{\frac{n_2 \omega}{c A_{eff}} \left( 1 + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left( A(z,t) \int_{-\infty}^t \Re(t') |A(z,t-t')|^2 dt' \right)}_{\text{non linéaire}} \quad (1.6)$$

où  $\alpha$  est le coefficient d'absorption linéique de la fibre, les coefficients  $\beta_k$  représentent les ordres de dispersion successifs,  $\Re(t)$  est la réponse non linéaire de la fibre.  $A_{eff}$  est l'aire effective du mode considéré. Elle s'exprime sous la forme suivante :

$$A_{eff} = \frac{\left( \iint |\Psi(x,y)|^2 dx dy \right)^2}{\iint |\Psi(x,y)|^4 dx dy} \quad (1.7)$$

L'équation (1.6) se décompose en une partie linéaire (qui rassemble les effets d'absorption et de dispersion) et une partie non linéaire.

Dans le cas le plus général, il n'existe pas de solution analytique à cette équation. Sa résolution s'effectue numériquement, par une méthode d'intégration pas à pas de type Runge-Kutta et à l'aide de transformées de Fourier successives, en découplant les parties linéaire et non linéaire de l'équation. On obtient alors l'expression complexe  $A(z,t)$  de l'enveloppe du champ total.

### I.3 - Description des phénomènes régissant la propagation guidée

Dans ce paragraphe, nous détaillons les différents effets physiques qui interviennent dans l'ESNL. Nous évoquons tout d'abord l'absorption et la dispersion, effets linéaires qui agissent directement sur le champ électrique. Puis nous détaillons les effets non linéaires, qui agissent quant à eux sur les puissances supérieures du champ électrique et permettent l'échange d'énergie entre les différentes longueurs d'onde considérées.

#### I.3.1 - Partie linéaire de l'Equation de Schrödinger non linéaire

##### I.3.1.1 - Absorption optique

Lors de la propagation de l'onde le long de la fibre, plusieurs facteurs intrinsèques au matériau fibré (transitions électroniques dans le domaine ultra-violet, transitions rotationnelles et vibrationnelles moléculaires dans le domaine infrarouge, diffusion Rayleigh favorisée aux basses longueurs d'onde) et extrinsèques (absorption par des impuretés dans le cœur de la fibre, pertes dues aux courbures et microcourbures) sont susceptibles de provoquer l'atténuation d'une partie du rayonnement incident. Cela a pour effet de diminuer

la puissance optique véhiculée au sein de la fibre et de dégrader d'autant le rendement énergétique des processus non linéaires que l'on cherche à observer.

Mathématiquement, on quantifie l'intensité lumineuse transmise à une longueur d'onde  $\lambda$  par la loi de Beer-Lambert :

$$I(\lambda, z) = I_0(\lambda).e^{-\alpha z} \quad (1.8)$$

où  $I_0$  est l'intensité du rayonnement incident et  $z$  est la longueur de milieu absorbant parcourue par l'onde.  $\alpha$  ( $m^{-1}$ ) est le coefficient d'absorption linéique de l'onde dans le milieu. En optique guidée, on exprime communément le coefficient d'absorption  $\alpha$  en dB/km en utilisant la relation logarithmique suivante :

$A = \frac{-10}{L(km)} \log_{10}\left(\frac{P_s}{P_e}\right) = 4343.\alpha(m^{-1})$  où  $A$  est exprimé en dB/km.  $P_e$  et  $P_s$  sont les puissances en entrée et en sortie de la fibre respectivement.

Du point de vue du formalisme de la propagation guidée, l'absorption du matériau fibré se traduit donc par une décroissance exponentielle du champ électrique au fil de sa propagation. On définit la longueur effective de la fibre selon la formule suivante:

$$L_{eff} = \frac{1 - e^{-\alpha L}}{\alpha} \quad (1.9)$$

Une fois cette longueur effective définie, on peut écrire l'équation de la propagation en enlevant le terme d'absorption, et en remplaçant dans toutes les équations la longueur de la fibre par sa longueur effective. Dans la suite de cette étude, on prendra en compte l'influence de l'absorption uniquement lorsqu'il s'agira de quantifier avec précision l'efficacité de l'amplification paramétrique.

La figure 1.2 présente les plages de transmission dans l'infrarouge des trois familles des verres constitutifs des fibres que nous serons amenés à utiliser.

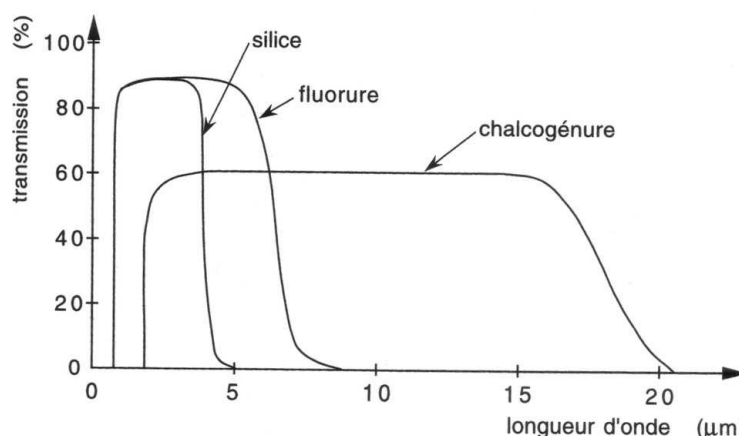


Fig. 1.2 - Courbes de transmission infrarouge simplifiées des matériaux silice, verres fluorés et verres de chalcogénures [28].

Nous observons sur la figure 1.2 que la transmission moyenne est d'environ 80 - 90 % dans la plage de transparence pour une fibre en verre fluoré, alors qu'elle n'est que de 60 % pour une fibre en verre de chalcogénures. Dans le cas où aucun traitement anti-reflet n'a été déposé sur les faces de la fibre, le rayonnement électromagnétique subit des pertes par

réflexion aux interfaces air-fibre appelées pertes de Fresnel. On peut les calculer à partir des lois de Descartes. Le coefficient de réflexion en intensité pour une face de la fibre s'écrit :

$$R(\lambda) = \frac{(n(\lambda) - 1)^2}{(n(\lambda) + 1)^2} \quad (1.10)$$

où  $n$  est l'indice de réfraction de la fibre.

On en déduit la réflexion totale obtenue pour 2 faces :

$$R_{2\text{ faces}}(\lambda) = 1 - \frac{16n^2(\lambda)}{(n(\lambda) + 1)^4} \quad (1.11)$$

Pour une fibre en ZBLAN (verre fluoré), dont l'indice de réfraction à  $1,5 \mu\text{m}$  est voisin de celui de la silice [19], le coefficient  $R$  vaut environ 8%.

Les fibres en verres de chalcogénures sont des fibres à haut indice. L'indice de réfraction d'une fibre en AsS vaut environ 2,3 à  $1,5 \mu\text{m}$  et celui d'une fibre en AsSe vaut environ 2,8. Un rapide calcul évalue à 30% et 40% les pertes de Fresnel dans ces fibres. Les pertes par réflexion peuvent donc fortement impacter le couplage dans une fibre en verre fluoré ou en verre de chalcogénures non traitée antireflets.

#### ❖ Le verre de silice

Le verre de silice présente une plage de transmission couvrant le domaine du proche infrarouge, avec deux longueurs d'onde autour desquelles l'absorption est minimale :  $1,3 \mu\text{m}$  et  $1,55 \mu\text{m}$  (Fig. 1.3). Ce sont les deux fenêtres de transparence utilisées dans les applications de télécommunications par fibres optiques.

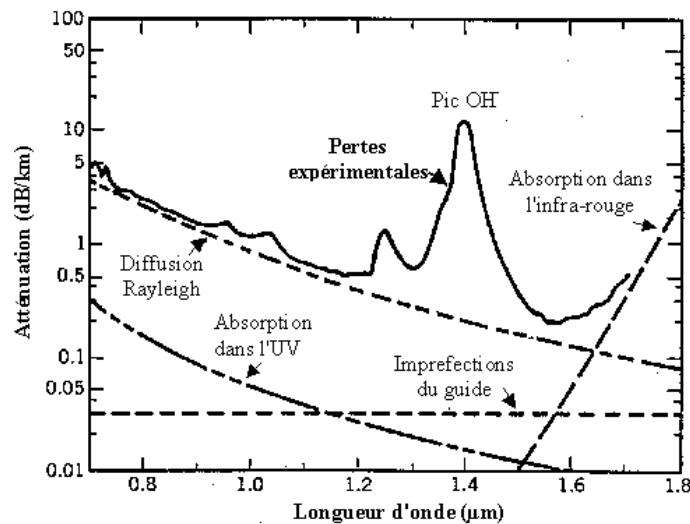


Fig. 1.3 - Courbe d'absorption de la silice [29].

Le pic d'absorption situé aux environs de  $1,4 \mu\text{m}$  est dû à la diffusion par les impuretés résiduelles après purification (il s'agit essentiellement du radical OH). Les procédés de purification du verre de silice avant fibrage ont fait l'objet de fortes avancées technologiques sous l'impulsion du développement des télécommunications haut débit, et les fibres utilisées aujourd'hui présentent de très faibles atténuations (de l'ordre de  $0,2 \text{ dB/km}$  à  $1,55 \mu\text{m}$ ). Cependant, la présence de raies rotationnelles et vibrationnelles de la silice au-delà de  $1,6 \mu\text{m}$

conduisent à une diminution de la transmission optique et à une absorption maximale à partir de 3  $\mu\text{m}$ . Ainsi, malgré ses hautes performances pour l'optique dans le proche infrarouge (très faible atténuation et bonne tenue en température), la silice n'est pas un matériau adapté pour la génération de rayonnement dans la bande 3 - 5  $\mu\text{m}$ .

#### ❖ Les verres fluorés

Les verres fluorés (dont fait partie le ZBLAN, de composition classique 53  $\text{ZrF}_4$  - 20  $\text{BaF}_2$  - 4  $\text{LaF}_3$  - 3  $\text{AlF}_3$  - 20  $\text{NaF}$ ) présentent une plage de transparence beaucoup plus étendue que la silice dans le moyen infrarouge, s'étendant jusque 7  $\mu\text{m}$  dans le cas du ZBLAN [30]. En effet, ces verres sont composés d'éléments chimiques plus lourds que les verres de silice. Les énergies de rotation et de vibration des molécules sont donc plus faibles, les raies rotationnelles et vibrationnelles sont déplacées vers les plus hautes longueurs d'onde, d'où l'élargissement de la plage de transparence des verres fluorés dans l'infrarouge. Nous disposons au laboratoire de fibres en ZBLAN achetées auprès de la société FiberLabs, dont les pertes sont de 30 dB/km à 1,5  $\mu\text{m}$ .

#### ❖ les verres de chalcogénures

Les verres de chalcogénures présentent une très large plage de transparence couvrant les deux bandes de transmission de l'atmosphère (3-5  $\mu\text{m}$  et 8-12  $\mu\text{m}$ ), et peuvent transmettre jusqu'à environ 20  $\mu\text{m}$ . La figure 1.4 donne la courbe de transmission d'une fibre microstructurée hexagonale en AsSe dont nous disposons au laboratoire pour notre étude. Elle a été fournie par le Laboratoire des Verres et Céramiques de Rennes. La courbe d'absorption présente deux pics autour de 3  $\mu\text{m}$  et 4,2  $\mu\text{m}$ , dus à la présence de radicaux S-H et Se-H résiduels dans le matériau. Entre 3 et 5  $\mu\text{m}$ , le niveau d'atténuation est globalement très faible et reste inférieur à 1 dB/m [22].

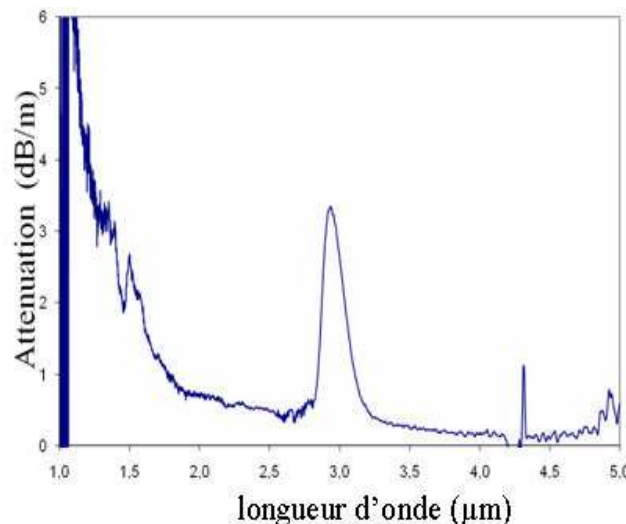


Fig. 1.4 - Courbe d'absorption d'une fibre AsSe hexagonale [22].

### I.3.1.2 - Dispersion d'indice optique

Le cœur de la fibre, dans lequel se propagent les ondes électromagnétiques, est un milieu dispersif, c'est-à-dire que l'indice de réfraction du matériau qui le constitue dépend de la longueur d'onde qui s'y propage. Les paramètres de guidage de la fibre sont extrêmement

sensibles à des variations même faibles de l'indice de réfraction. Il est donc indispensable de prendre en compte cette dispersion, qui se traduit par le fait que les différentes composantes spectrales d'une impulsion lumineuse ne se propageront pas à la même vitesse dans la fibre. Il en résulte un étalement dans le temps de ces différentes composantes, ce qui peut réduire l'efficacité des processus non linéaires qui nécessitent une interaction simultanée de plusieurs longueurs d'onde en un point donné de la fibre, tel le mélange à quatre ondes. C'est pourquoi il importe de connaître avec précision les caractéristiques de dispersion des fibres que nous souhaitons utiliser.

On calcule communément l'indice de réfraction d'un matériau à l'aide d'une relation empirique dite de Sellmeier [27], de la forme:

$$n^2(\omega) = 1 + \sum_{j=1}^m \frac{B_j \omega_j}{\omega_j^2 - \omega^2} \quad (1.12)$$

A cet « indice de réfraction matériau » s'ajoute la dispersion de la structure guidante qui constitue la fibre. L'effet conjugué de ces deux dispersions est regroupé dans la valeur de l'indice effectif d'une onde, que l'on peut l'interpréter qualitativement comme étant l'indice que « voit » l'onde qui se propage au sein de la fibre. La constante de propagation d'une onde s'écrit alors :

$$\beta(\omega) = \frac{n_{\text{eff}}(\omega) \cdot \omega}{c} \quad (1.13)$$

Si l'on décompose cette constante de propagation autour d'une pulsation de référence  $\omega_0$ , on obtient le développement de Taylor :

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6} \beta_3(\omega - \omega_0)^3 + \frac{1}{24} \beta_4(\omega - \omega_0)^4 \dots \quad (1.14)$$

$$\text{avec } \beta_k = \left( \frac{d^k \beta(\omega)}{d\omega^k} \right)_{\omega=\omega_0}$$

Les coefficients  $\beta_k$  représentent les différents ordres de dispersion. On peut exprimer les premiers coefficients  $\beta_1$  et  $\beta_2$  de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{1}{c} \left( n_{\text{eff}} + \omega \frac{dn_{\text{eff}}}{d\omega} \right) = \frac{1}{V_g} \\ \beta_2 &= \frac{1}{c} \left( 2 \frac{dn_{\text{eff}}}{d\omega} + \omega \frac{d^2 n_{\text{eff}}}{d\omega^2} \right) \end{aligned} \quad (1.15)$$

$\beta_1$  est l'inverse de la vitesse de groupe de l'onde  $V_g$ , et  $\beta_2$  représente la dispersion de la vitesse de groupe.

On définit la dispersion chromatique de la fibre par la relation :

$$D_c = \frac{d\beta_1}{d\lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \approx \frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_{\text{eff}}}{d\lambda^2} \quad (1.16)$$

On utilisera indifféremment  $\beta_2$  ou  $D_c$  pour caractériser la dispersion d'une fibre.

Le terme  $\beta_2$  occupe une place importante dans l'étude des phénomènes non linéaires d'ordre trois, comme on le verra au paragraphe III. Le coefficient  $\beta_2$  (ou  $D_c$ ) provient de la double dérivation de l'indice effectif de l'onde. Ainsi, il contient à la fois la dispersion du matériau et celle de la structure guidante.

Toutefois, il est parfois utilisé pour désigner uniquement la dispersion matériau. Cela peut s'expliquer par le fait que dans le cas très étudié d'une fibre monomode à saut d'indice en silice, l'influence de la dispersion due au guide d'onde est négligeable (voir Fig. 1.5).

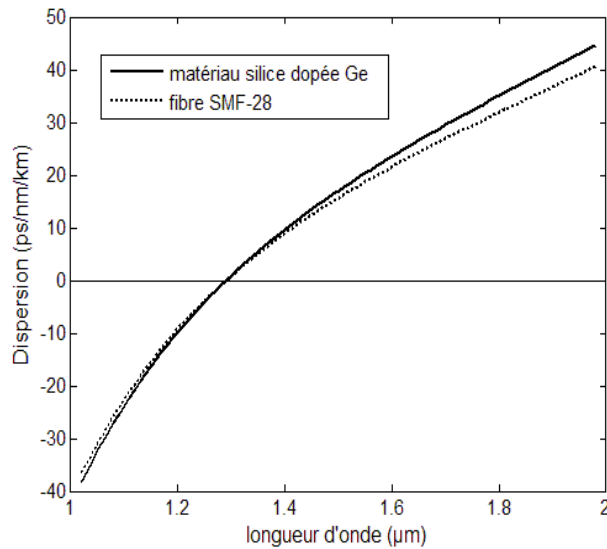


Fig. 1.5 - Courbes de dispersion du matériau constituant le cœur d'une fibre SMF-28, et courbe de dispersion totale de la fibre. Le cœur de la fibre est constitué de silice dopée à 4% au germanium, et son rayon vaut 4,5 μm.

Les longueurs d'onde telles que la dispersion  $D_c$  de la fibre (matériau+structure guidante) est positive ( $\beta_2 < 0$ ) sont situées en régime de dispersion dite « anormale ». A l'inverse, les longueurs d'onde pour lesquelles  $D_c < 0$  (et donc  $\beta_2 > 0$ ) sont situées en régime de dispersion « normale ». La figure 1.6 présente des courbes de dispersion « matériau » de verres fluorés et de verres de chalcogénures calculés à partir de l'équation (1.12) à l'aide des coefficients mesurés dans [31], ainsi que celle de la silice à titre de comparaison. Le coefficient D désigne ici uniquement le matériau.

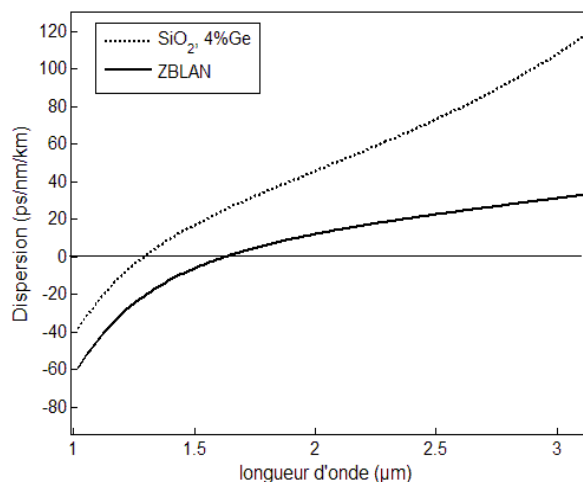


Fig. 1.6 (a) - Courbes de dispersion de la silice et du verre fluoré ZBLAN entre 1 et 3 μm.

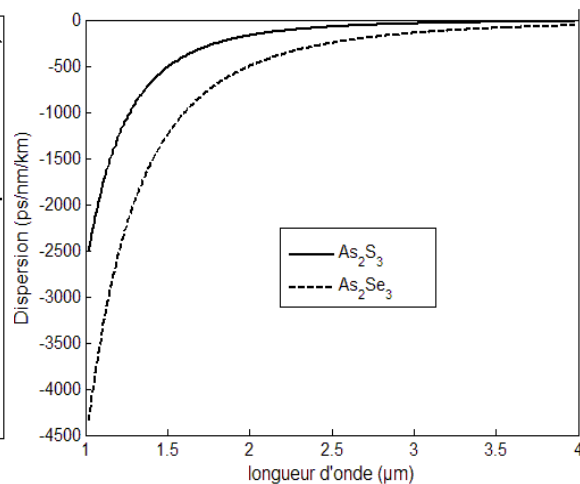


Fig. 1.6 (b) - Courbes de dispersion des verres de chalcogénures As<sub>2</sub>S<sub>3</sub> et As<sub>2</sub>Se<sub>3</sub> entre 1 et 4 μm.

De part et d'autre de la longueur d'onde pour laquelle la dispersion s'annule, le décalage temporel des différentes longueurs d'onde qui se propagent dans le matériau s'inverse. Les longueurs d'onde de dispersion nulle de ces différents matériaux sont très diverses : pour le verre ZBLAN le zéro de dispersion se situe autour de 1,6  $\mu\text{m}$ , alors que pour les verres de chalcogénures il se situe autour de 5  $\mu\text{m}$ .

Pour connaître la longueur d'onde de dispersion nulle  $\lambda_0$  de la fibre, il faut ajouter à cette dispersion matériau la contribution de la structure guidante. Cette contribution est d'ailleurs parfois utilisée pour décaler  $\lambda_0$  vers des plages de longueurs d'onde avantageuses [27]. Pour une fibre à saut d'indice monomode, cette contribution est relativement faible et le zéro de dispersion est peu décalé spectralement, alors que pour une fibre à saut d'indice multimode ou pour une fibre microstructurée il peut subir des décalages conséquents. Le paragraphe III.1 est consacré à la compréhension de l'influence de la longueur d'onde de dispersion nulle sur l'efficacité d'un convertisseur paramétrique fibré, dans le cas d'une fibre en silice à saut d'indice.

### I.3.2 - Effets non linéaires en optique guidée

Comme nous l'avons détaillé au paragraphe I.2, les effets non linéaires qui ont un impact sur la propagation fibrée sont les effets d'ordre trois. Un effet non linéaire d'ordre trois décrit l'interaction entre quatre ondes et peut être schématisé par un diagramme énergétique à quatre photons. Ces effets sont de deux types. Tout d'abord, les effets dus à une réponse instantanée du milieu, appelée effet Kerr optique, sont des effets élastiques pour lesquels le milieu de propagation n'échange pas d'énergie avec les ondes qui s'y propagent. Les niveaux d'énergie du diagramme sont tous virtuels. Ensuite, les effets de diffusion (Rayleigh, Brillouin, Raman) sont des effets inélastiques, dont la réponse non linéaire est retardée, et pour lesquels le milieu absorbe une partie de l'énergie véhiculée dans la fibre. Certains niveaux du diagramme d'énergie sont alors réels et correspondent à des transitions possibles des atomes et molécules constituant le milieu. Nous présentons brièvement ces différents effets, avant de nous intéresser en particulier au mélange à quatre ondes.

#### I.3.2.1 - L'effet Kerr optique

La réponse non linéaire instantanée liée à la susceptibilité  $\chi_3$  du matériau est nommée effet Kerr optique. Cette réponse quasi instantanée du milieu sous l'action du champ électrique (temps de réponse de  $10^{-15}\text{s}$ ) provoque une modulation spatio-temporelle de l'indice de réfraction du milieu. Cet indice peut se décomposer en une partie linéaire (liée à l'absorption et à la dispersion du matériau) et une partie non linéaire :

$$n(t) = \underbrace{n_0}_{\text{linéaire}} + \underbrace{n_2 I(t)}_{\text{non.linéaire}} \quad (1.17)$$

$$\text{où } n_2 = \frac{3}{8n} \text{Re}(\chi_3) \quad (1.18)$$

$I$  est l'intensité du champ électromagnétique incident.

$n_2$  est l'indice de réfraction non linéaire. C'est une caractéristique intrinsèque du matériau considéré. Les valeurs de l'indice de réfraction non linéaire de différents verres à 1,5  $\mu\text{m}$  sont présentées dans le tableau suivant:

SiO <sub>2</sub>	2,6.10 <sup>-16</sup> cm <sup>2</sup> /W
ZBLAN	2,1.10 <sup>-16</sup> cm <sup>2</sup> /W [6]
As <sub>2</sub> Se <sub>3</sub>	1,1.10 <sup>-13</sup> cm <sup>2</sup> /W [21]

Tab 1-1 Valeur de l'indice de réfraction non linéaire à 1,55 μm de trois matériaux.

Les verres fluorés sont des matériaux dont la non-linéarité est du même ordre de grandeur que celle de la silice. En revanche, les verres de chalcogénures sont des matériaux beaucoup plus fortement non linéaires. On serait tenté de conclure hâtivement que le matériau le plus non linéaire induira également la conversion paramétrique la plus efficace. Cependant, il ne faut pas oublier de prendre en compte la dispersion de ces matériaux. Ainsi, nous verrons dans la suite de ce manuscrit qu'une fibre mal adaptée en dispersion peut s'avérer peu efficace malgré un coefficient non linéaire mesuré élevé.

L'effet Kerr optique provoque l'apparition de nouvelles fréquences qui s'ajoutent à celles du champ électrique qui se propage.

#### ❖ Processus nécessitant une relation d'accord de phase

Si l'on suppose que quatre ondes coexistent au sein de la fibre, le champ électrique total peut s'écrire :

$$E = \frac{1}{2} \bar{x} \sum_{j=1}^4 E_j e^{i(\beta_j z - \omega_j t)} + c.c. \quad (1.19)$$

La polarisation non linéaire des charges locales sous l'effet du champ prend alors une forme similaire :

$$P_{NL} = \frac{1}{2} \bar{x} \sum_{j=1}^4 P_j e^{i(\beta_j z - \omega_j t)} + c.c. \quad (1.20)$$

En écrivant P en fonction de E (équation (1.4)), nous obtenons un développement de P dépendant de la combinaison linéaire  $\omega_1 \pm \omega_2 \pm \omega_3 \pm \omega_4$ . Parmi toutes les combinaisons possibles, seules celles dont les constantes de propagation vérifieront une relation d'égalité, dénommée accord de phase (voir paragraphe II.2), engendreront des processus non linéaires efficaces sur des longueurs de fibre substantielles.

Parmi toutes les combinaisons de fréquences possibles, celle qui vérifie la relation  $\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 - \omega_3$  correspond au processus qui nous intéresse : le mélange à quatre ondes. Cet effet prédominera sur les autres combinaisons de fréquences possibles si l'on dimensionne le convertisseur de fréquence de façon à ce que la relation d'accord de phase entre les quatre ondes soit vérifiée. Nous présentons cet effet en détail au paragraphe II.1.

#### ❖ Processus auto-accordés en phase

Pour certains effets non linéaires, cette relation d'accord de phase est automatiquement vérifiée. C'est le cas des phénomènes non linéaires suivants :

-Effet d'automodulation de phase

L'indice vu par une onde, de pulsation centrale  $\omega_0$ , qui se propage dans la fibre en présence d'effet Kerr optique, varie avec l'intensité de son champ électrique total (relation(1.17)). La



phase de cette onde s'écrit  $\phi = (n(\omega) + n_2 |E|^2) k_0 L$ . La fluctuation temporelle de l'intensité induit donc une fluctuation temporelle de phase. La pulsation instantanée de l'onde s'écrit alors  $\omega(t) = -\frac{d\phi(t)}{dt} = \omega_0 - \frac{2\pi L}{\lambda_0} \frac{d n(I)}{dt}$ . L'impulsion initiale subit donc un élargissement spectral. Ce phénomène est appelé automodulation de phase.

#### -Modulation de phase croisée

Si le champ initial est constitué de plusieurs ondes de pulsations différentes, l'indice de réfraction vu par chacune des ondes dépend du champ total. Cela se traduit par un terme de déphasage supplémentaire correspondant au phénomène de modulation de phase croisée, et par une génération supplémentaire de nouvelles fréquences. Ces deux processus existent toujours au sein de la fibre et sont dits auto-accordés en phase.

### 1.3.2.2 - Diffusions Raman et Brillouin

Les effets Raman et Brillouin sont des effets pour lesquels le milieu non linéaire échange de l'énergie avec les ondes incidentes. Ce sont également des effets non linéaires d'ordre 3, mais dont le temps de réponse est plus long que dans le cas de l'effet Kerr (>100 fs). Cette interaction provoque la génération d'une nouvelle fréquence décalée par rapport à l'onde incidente. Nous présentons deux grands processus de diffusion susceptibles d'apparaître lors de la propagation guidée :

#### ❖ La diffusion Brillouin

La propagation d'un champ intense génère des ondes acoustiques dans le milieu de propagation. Une partie de l'énergie de l'onde incidente est alors absorbée par des phonons acoustiques à la pulsation  $\delta\omega$ . L'onde résultante est rétro-diffusée dans le sens inverse de l'onde excitatrice à la fréquence  $\omega - \delta\omega$ , et peut alors être amplifiée par diffusion stimulée. Pour une fibre en silice, le décalage fréquentiel provoqué par la diffusion Brillouin est de l'ordre de 10 GHz. On définit la puissance seuil d'apparition de l'effet Brillouin comme la puissance crête vérifiant la relation :

$$\frac{g_B P_{cr} L_{eff}}{K A_{eff}} = 21 \quad (1.21)$$

Cette relation est valable pour une onde monochromatique. Le paramètre K vaut 3/2 dans une fibre standard. Pour une fibre à maintien de polarisation, il vaut K = 1.

Le paramètre  $g_B$  est le gain Brillouin de la fibre considérée. Pour une fibre en silice, il vaut  $5 \cdot 10^{-11} \text{ m/W}$ . Il a été évalué à  $8,10^{-11} \text{ m/W}$  pour une fibre en  $\text{As}_2\text{Se}_3$  [32].

En régime impulsif picoseconde ou femtoseconde, on peut considérer la diffusion Brillouin comme négligeable, car la durée de vie d'un phonon acoustique est généralement très supérieure à la durée de l'impulsion. En revanche, elle peut apparaître en régime nanoseconde ou continu et provoquer la réflexion d'une partie de l'onde incidente en sens inverse de la propagation dans la fibre. Il s'agit d'un effet non linéaire parasite pour notre étude, et l'on cherchera à le minimiser lors du choix des paramètres de la source fibrée.

❖ La diffusion Raman

L'effet Raman est également une diffusion inélastique, provoquée cette fois par les vibrations des molécules constitutives du matériau fibré, qui entrent en résonance. Une partie de l'énergie de l'onde incidente est alors diffusée par des phonons optiques à une fréquence  $\delta\omega$ . Le décalage fréquentiel provoqué par la diffusion Raman est plus important que celui provoqué par la diffusion Brillouin. Pour des fibres en silice, le décalage Raman est de 13,2 THz.

Le seuil d'apparition de l'effet Raman est donné par la relation suivante :

$$\frac{g_R P_{cr} L_{eff}}{KA_{eff}} = 16 \quad (1.22)$$

Le paramètre K vaut 2 si l'onde n'est pas polarisée, il vaut 1 dans le cas contraire.

L'effet Raman est couramment utilisé pour réaliser des convertisseurs de fréquences. Cependant, les décalages fréquentiels mis en jeu ne sont pas suffisants pour atteindre la bande 3-5  $\mu\text{m}$  à partir d'une longueur d'onde de pompe située entre 1 et 2  $\mu\text{m}$ . On pourrait envisager une génération par décalages Raman successifs. Toutefois, l'efficacité du processus ira diminuera au fil des décalages successifs et le gain total pourrait être faible si un grand nombre de sauts est nécessaire.

## II - ETUDE DU PROCESSUS DE MELANGE A QUATRE ONDES

Le mélange à quatre ondes peut être exploité pour réaliser l'amplification paramétrique dans les fibres optiques. Il s'agit de l'effet non linéaire d'ordre 3 par lequel deux photons de pompe  $\omega_1$  et  $\omega_2$  sont convertis en un photon signal et un photon complémentaire (figure 1.7), la pulsation du photon signal  $\omega_3 = \omega_s$  étant inférieure à celle du photon complémentaire  $\omega_4 = \omega_i$  dans notre cas. Dans cet échange, les quatre ondes sont liées par la relation de conservation de l'énergie:

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4 \quad (1.23)$$

On peut représenter ce processus par son diagramme énergétique équivalent, ici dans le cas dégénéré (c'est-à-dire pour  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_p$ ) :

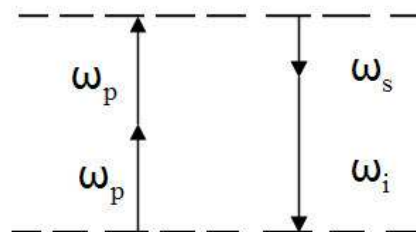


Fig. 1.7 - Diagramme énergétique équivalent de l'amplification paramétrique dans le cas dégénéré.

Dans la suite de cette étude, nous désignerons les pulsations des ondes pompe, signal et complémentaire par  $\omega_p$ ,  $\omega_s$  et  $\omega_i$  (pour « idler » en anglais) respectivement.

Nous allons à présent reprendre l'équation de Schrödinger non linéaire écrite au paragraphe I.2. Sous sa forme la plus complète, elle régit la propagation du champ électrique

total au sein de la fibre en présence de tous les effets non linéaires d'ordre trois susceptibles d'influer sur la propagation.

## II.1 - Etablissement des équations couplées

Nous allons restreindre l'étude de la propagation non linéaire fibrée, pour établir les équations du mélange à quatre ondes. Nous supposons que nous sommes dans des conditions pour lesquelles les seuils des effets Raman et Brillouin ne sont pas atteints. En conséquence, nous ne gardons dans l'ESNL que le terme non linéaire lié à l'effet Kerr.

En limitant le développement du terme dispersif au troisième ordre, l'ESNL prend alors la forme suivante :

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{i}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \beta_2 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} \beta_3 + \dots + \frac{\alpha}{2} A = i \frac{n_2 \omega_0}{c A_{eff}} |A|^2 A \quad (1.24)$$

Le terme  $\beta_1$  n'apparaît pas explicitement dans cette équation. Il est inclus dans la variation temporelle de l'équation par changement de variable (hypothèse du temps retardé) [27].

Comme nous l'avons détaillé auparavant, les effets d'ordre 3 dus à l'effet Kerr sont

- l'automodulation de phase de chaque onde couplée,
- la modulation de phase croisée entre les différentes ondes couplées,
- le mélange à quatre ondes

### II.1.1 - Hypothèses de travail

Pour mettre en évidence le phénomène de mélange à quatre ondes dans l'ESNL, on décompose le champ électrique total et la polarisation en somme de composantes monochromatiques (équations (1.19) et (1.20)).

Nous ajoutons une hypothèse supplémentaire aux hypothèses définies dans le paragraphe I.2.

- **Le régime de propagation des quatre ondes est continu ou quasi-continu.** En effet, cela permet de simplifier le développement de l'ESNL dans le cadre de la théorie du mélange à quatre ondes.
- **Nous nous plaçons dans une configuration de mélange à quatre ondes dégénéré pour la pompe,** c'est-à-dire pour lequel  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_p$ . Nous utiliserons donc une seule longueur d'onde de pompe. Utiliser un seul laser de pompe est en effet plus simple à mettre en œuvre expérimentalement.

### II.1.2 - Etude détaillée des équations

Une fois ces approximations faites, on reproduit le développement théorique du paragraphe I.2, cette fois pour un champ somme de quatre ondes. On néglige la dépendance temporelle de  $n_2$  et les termes non linéaires à quatre ondes qui ne seront pas accordés en phase, puis on décompose l'équation suivant les quatre pulsations. On obtient alors un système de quatre équations couplées pour les enveloppes longitudinales des champs des quatre ondes. Dans notre cas, les deux pulsations de pompe étant identiques, le système est réduit à trois équations :

$$\begin{aligned}
 \frac{dA_p}{dz} &= \frac{in_2\omega_p}{c} \left[ (f_{pp} |A_p|^2 + 2(f_{ps} |A_s|^2 + f_{pi} |A_i|^2)) A_p + f_{ppsi} A_p^* A_s A_i e^{i\Delta kz} \right] \\
 \frac{dA_s}{dz} &= \frac{in_2\omega_s}{c} \left[ (f_{ss} |A_s|^2 + 2(f_{sp} |A_p|^2 + f_{si} |A_i|^2)) A_s + f_{sipp} A_i^* A_p^2 e^{-i\Delta kz} \right] \\
 \frac{dA_i}{dz} &= \frac{in_2\omega_i}{c} \left[ (f_{ii} |A_i|^2 + 2(f_{ip} |A_p|^2 + f_{is} |A_s|^2)) A_i + f_{ispp} A_s^* A_p^2 e^{-i\Delta kz} \right]
 \end{aligned} \tag{1.25}$$

avec

$$\Delta k = \frac{n_{eff,s}\omega_s + n_{eff,i}\omega_i - 2n_{eff,p}\omega_p}{c} \tag{1.26}$$

Dans ces équations,  $A(z)$  est l'amplitude longitudinale de l'enveloppe du champ électrique. En se plaçant dans un repère cylindrique, les intégrales de recouvrement  $f_{klmn}$  s'écrivent sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 f_{klmn} &= \frac{1}{A_{eff,klmn}} = \frac{\langle \Psi_k^* \Psi_l^* \Psi_m \Psi_n \rangle}{\left[ \langle |\Psi_k|^2 \rangle \langle |\Psi_l|^2 \rangle \langle |\Psi_m|^2 \rangle \langle |\Psi_n|^2 \rangle \right]^{1/2}} \\
 &= \frac{\iint [\Psi_k^*(r, \phi) \cdot \Psi_l^*(r, \phi) \cdot \Psi_m(r, \phi) \cdot \Psi_n(r, \phi)] r dr d\phi}{\left[ \left( \iint |\Psi_k(r, \phi)|^2 r dr d\phi \right) \cdot \left( \iint |\Psi_l(r, \phi)|^2 r dr d\phi \right) \cdot \left( \iint |\Psi_m(r, \phi)|^2 r dr d\phi \right) \cdot \left( \iint |\Psi_n(r, \phi)|^2 r dr d\phi \right) \right]^{1/2}}
 \end{aligned} \tag{1.27}$$

Les intégrales de recouvrement notées  $f_{kl}$  sont définies par :  $f_{kl} = f_{kkll}$ .

$A_{eff}$  est l'aire effective du mode considéré. Les indices  $k, l, m, n$  représentent les quatre ondes mises en jeu dans le processus.

Les grandeurs  $\psi_{k,l,m,n}(r, \phi)$  sont les profils transverses d'intensité de chaque onde.

Dans les membres de droite du système d'équations (1.25), on n'a conservé que les processus non linéaires issus de l'effet Kerr :

- le premier terme représente l'automodulation de phase de la pompe, qui résulte du déphasage non linéaire induit par l'onde lors de sa propagation.
- le deuxième terme représente la modulation de phase croisée : la phase de chaque onde est modulée sous l'action de chacune des autres. Il s'agit donc d'une interaction entre deux ondes.
- le troisième terme représente le mélange à quatre ondes entre les ondes pompes, signal et complémentaire. Il comprend un terme en exponentielle complexe  $e^{\pm i\Delta kz}$ . Ce terme de phase est de signe positif ou négatif selon qu'il apparaît dans les équations de la pompe d'une part, et du signal ou du complémentaire d'autre part. Son signe matérialise le sens des échanges d'énergie de la pompe vers le signal et le complémentaire, ou le processus inverse. Le terme  $\Delta k$  est appelé désaccord de phase linéaire. Il représente la dispersion relative des ondes lors de la propagation. Il s'exprime comme la différence des constantes de propagation des quatre ondes :

$$\Delta k = \beta_s + \beta_i - 2\beta_p = \frac{n_{eff,s}\omega_s + n_{eff,i}\omega_i - 2n_{eff,p}\omega_p}{c} \tag{1.26}$$

Le terme de mélange à quatre ondes dépend de l'intégrale de recouvrement entre les quatre ondes. Cette intégrale est maximale si toutes les ondes se propagent dans le mode fondamental. En revanche, pour une propagation multimode choisie aléatoirement, sa valeur peut chuter fortement et réduire le gain de conversion (voir paragraphe III).

### II.1.3 - Introduction du coefficient non linéaire dans les équations

Introduisons à ce stade un nouveau paramètre, caractéristique de la non linéarité pour une fibre optique. Il s'agit du coefficient non linéaire  $\gamma_{kk}$ , défini comme suit, pour une seule onde de pulsation  $\omega_k$  :

$$\gamma_{kk} = \frac{n_2 \omega_k}{c A_{eff, kk}} \quad (1.28)$$

avec  $A_{eff, kk} = \frac{1}{\int_{kkkk}}$  (on retrouve la relation(1.7)). Le coefficient  $\gamma_k$  contient donc l'indice non linéaire du matériau  $n_2$  et l'information de répartition modale de l'onde à travers l'intégrale de recouvrement.

Lors de l'interaction entre plusieurs ondes, l'efficacité du processus dépend du recouvrement spatial des modes transverses de ces ondes, dont on tient compte grâce aux intégrales de recouvrement. On définit de manière analogue plusieurs coefficients non linéaires prenant en compte ces conditions de recouvrement transverse des ondes et notés  $\gamma_{kl}$  et  $\gamma_{klmn}$  :

$\gamma_{kl} = \frac{n_2 \omega_k}{c \cdot A_{eff, kl}}$  se rapporte aux termes de l'équation représentant l'interaction de deux ondes (termes de modulation de phase croisée).

$\gamma_{klmn} = \frac{n_2 \omega_k}{c \cdot A_{eff, klmn}}$  se rapporte aux termes de l'équation représentant l'interaction des quatre ondes (termes de mélange à quatre ondes).

On peut alors réécrire les équations couplées sous la forme:

$$\begin{aligned} \frac{dA_p}{dz} &= i \left[ (\gamma_{pp} |A_p|^2 + 2(\gamma_{ps} |A_s|^2 + \gamma_{pi} |A_i|^2)) A_p + \gamma_{ppsi} A_p^* A_s A_i \cdot e^{i\Delta kz} \right] \\ \frac{dA_s}{dz} &= i \left[ (\gamma_{ss} |A_s|^2 + 2(\gamma_{sp} |A_p|^2 + \gamma_{si} |A_i|^2)) A_s + \gamma_{sipp} A_i^* A_p^2 \cdot e^{-i\Delta kz} \right] \\ \frac{dA_i}{dz} &= i \left[ (\gamma_{ii} |A_i|^2 + 2(\gamma_{ip} |A_p|^2 + \gamma_{is} |A_s|^2)) A_i + \gamma_{ispp} A_s^* A_p^2 \cdot e^{-i\Delta kz} \right] \end{aligned} \quad (1.29)$$

Dans le cas d'une propagation monomode des quatre ondes, la taille du mode fondamental varie peu avec la longueur d'onde considérée. On peut donc supposer que toutes les intégrales de recouvrement sont identiques. De plus, la variation en  $\omega_k$  provoquant une variation négligeable de la valeur de  $n_2(\omega_k)$  et de la valeur de  $\gamma_k$ , nous pouvons dans ce cas, en première approximation, exprimer les coefficients  $\gamma_{kk}$ ,  $\gamma_{kl}$  et  $\gamma_{klmn}$  sous la forme d'un unique coefficient  $\gamma$ .

## II.2 - Calcul du gain paramétrique simplifié

La résolution numérique des équations couplées (1.29) s'effectue en intégrant pas à pas le système des trois équations par un schéma de type Runge-Kutta, pour obtenir l'expression des enveloppes temporelles  $A_k(z)$  des champs. A partir de là, il est possible d'évaluer la valeur du gain de l'amplification paramétrique. La grandeur que nous utilisons pour quantifier l'efficacité de l'amplification paramétrique est le gain d'amplification du signal, c'est à dire le rapport entre la puissance transportée par l'onde signal après traversée d'une longueur  $L$  de fibre et la puissance de l'onde signal injectée en entrée de fibre.

$$G = \frac{|A_{signal}(L)|^2}{|A_{signal,injecté}(0)|^2} \quad (1.30)$$

L'utilisation de cette formule du gain signal suppose que l'on se situe dans une configuration où l'onde signal est présente en entrée de fibre, puis amplifiée durant la propagation par échange d'énergie avec les ondes de pompe. Dans notre cas, l'onde signal, située en bande II, n'est pas présente en entrée de la fibre. L'onde de pompe sera injectée soit seule, soit conjointement à l'onde complémentaire (pour favoriser le processus de mélange à quatre ondes au détriment des autres effets non linéaires). Dans les études présentées dans ce manuscrit, nous utiliserons tout de même la formule (1.30). Il sera en effet plus facile de comparer les résultats obtenus à ceux décrits dans la littérature, qui utilisent classiquement cette formule. De plus, si l'on écrit cette fois la formule du gain comme le rapport entre la puissance de l'onde signal après traversée de la fibre, et la puissance de l'onde complémentaire en entrée de la fibre, l'expression obtenue est quasi-identique à la relation (1.30), à un facteur additif près [33].

On peut obtenir une expression simple de ce gain d'amplification sans faire intervenir, dans un premier temps, la résolution numérique des équations couplées.

En effet, si l'on suppose que dans toute la longueur de la fibre, la puissance de l'onde de pompe varie peu et reste très supérieure aux puissances de l'onde signal et de l'onde complémentaire, c'est-à-dire que l'onde de pompe transfère peu d'énergie vers les ondes signal et complémentaire, **on dit que la pompe est « non déplétée »**. On peut alors négliger certains termes des équations couplées précédentes [33] (automodulation de phase des ondes signal et complémentaire, modulation de phase croisée ne faisant pas intervenir l'onde pompe, termes de mélange à quatre ondes vers l'onde pompe...). On obtient le nouveau système d'équations simplifié :

$$\begin{aligned} \frac{dA_p}{dz} &= i \left[ (\gamma_{pp} |A_p|^2) |A_p| \right] \\ \frac{dA_s}{dz} &= i \left[ (2\gamma_{sp} |A_p|^2 A_s + \gamma_{sipp} A_i^* A_p^2 e^{-i\Delta kz}) \right] \\ \frac{dA_i}{dz} &= i \left[ (2\gamma_{ip} |A_p|^2 A_i + \gamma_{ispp} A_s^* A_p^2 e^{-i\Delta kz}) \right] \end{aligned} \quad (1.31)$$

En intégrant analytiquement la première équation et en remplaçant son expression dans les deux suivantes, on obtient les expressions analytiques des champs  $A_p$ ,  $A_s$  et  $A_i$ .

Le gain signal s'écrit alors :

$$G = 1 + \frac{\gamma_{sipp} \cdot \gamma_{ispp} \cdot P_p^2}{g^2} \cdot \sinh(gL)^2 \quad (1.32)$$

avec

$$g = \left[ \gamma_{ispp} \cdot \gamma_{sipp} \cdot P_p^2 - \left[ \frac{K}{2} \right]^2 \right]^{1/2} \quad (1.33)$$

et

$$K = \frac{n_{eff,s} \cdot \omega_s + n_{eff,i} \cdot \omega_i - 2 \cdot n_{eff,p} \cdot \omega_p}{c} + 2(\gamma_{sp} + \gamma_{ip} - \gamma_{pp})P_p \quad (1.34)$$

Le paramètre  $P_p$  est la puissance de l'onde de pompe. Il est défini comme :  $P_p = |A_p|^2$ .

Dans le cas où l'on considère une propagation monomode des quatre ondes, on peut remplacer les différents coefficients non linéaires par un unique coefficient  $\gamma$ . Les équations précédentes se simplifient, et on obtient les formules suivantes :

$$G = 1 + \frac{(\gamma P_p)^2}{g^2} \times (\sinh(gL))^2 \quad (1.35)$$

avec

$$g = \left[ (\gamma P_p)^2 - \left[ \frac{K}{2} \right]^2 \right]^{1/2} \quad (1.36)$$

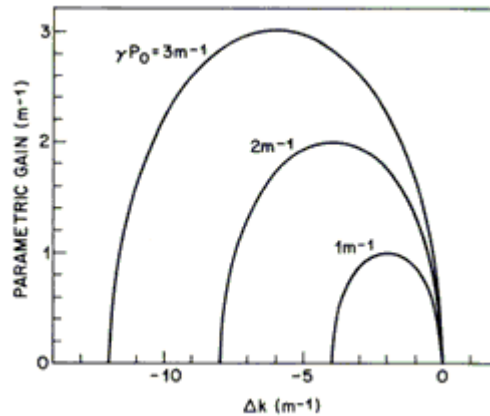
et

$$K = \frac{1}{c} \underbrace{(n_{eff,s} \cdot \omega_s + n_{eff,i} \cdot \omega_i - 2 \cdot n_{eff,p} \cdot \omega_p)}_{\Delta k_L} + \underbrace{2\gamma P_p}_{\Delta k_{NL}} \quad (1.37)$$

$L$  est la longueur de la fibre considérée. Le détail de cette démonstration est donné en annexe. Le paramètre  $K$  est nommé désaccord de phase total.

Ces expressions sont valables dans le cas continu ou quasi-continu, sous l'hypothèse de non déplétion de la pompe. Ce sont des expressions simples, qui ne prennent pas en compte la réalité d'un certain nombre de phénomènes physiques tels que l'absorption au sein de la fibre ou la dégradation du gain par la présence d'autres effets non linéaires. Elles donnent néanmoins une bonne idée de l'allure générale du gain signal en sortie de fibre, et nous les utiliserons la plupart du temps comme première approximation du gain dans nos modélisations.

La figure 1.8 donne la valeur de  $g$  en fonction de  $\Delta k_L$  pour différentes valeurs du terme non linéaire  $\gamma P_p$  [33][27].


 Fig. 1.8 - Tracé de  $g$  en fonction de  $\Delta k$  pour différentes puissances de pompe [33].

Le gain petit signal  $g$  présente un maximum pour  $\Delta k_L = -2\gamma P_p$ , soit  $K = 0$  : **c'est la condition d'accord de phase**. Les quatre ondes sont dites **accordées en phase** lorsque les termes linéaire dû au matériau et à la structure guidante, et non linéaire, se compensent.

Nous voyons donc apparaître une nouvelle condition critique  $K = \Delta k_L + \Delta k_{NL} = 0$ .

➤  $\Delta k_L$  est la partie linéaire de  $K$ . Elle s'exprime comme la différence des constantes de propagation des ondes. Le désaccord de phase linéaire dépend donc de la nature du matériau constituant la fibre optique et de la structure guidante.

Ainsi, pour modéliser la condition d'accord de phase, nous devons connaître l'indice effectif de chaque onde. La manière la plus rigoureuse de procéder est de résoudre l'équation aux valeurs propres de la propagation guidée. Cette méthode est parfois longue en temps de calcul. C'est pourquoi nous verrons au chapitre suivant que pour les fibres à saut d'indice, il est possible de procéder de manière plus rapide en utilisant des relations empiriques permettant d'accéder à cette grandeur plus simplement.

Dans le cas où les bandes spectrales considérées sont peu étendues, on peut décomposer les constantes de propagation de chaque onde selon un développement de Taylor autour de la longueur d'onde de pompe. En injectant ces expressions dans la relation (1.37), on obtient, après simplification des termes d'ordre impair :

$$\Delta k_L = \beta_2(\omega_s - \omega_p)^2 + \frac{\beta_4}{12}(\omega_s - \omega_p)^4 \quad (1.38)$$

Les termes  $\beta_k$  désignent ici la dispersion totale due au matériau et au guide.

Ce développement, fréquemment utilisé dans les articles qui traitent des amplificateurs paramétriques fibrés pour les applications de télécommunications optiques, suppose que les différentes longueurs d'onde intervenant dans le processus sont peu éloignées. Nous utiliserons l'expression la plus complète la plupart du temps, et nous utiliserons l'expression approchée uniquement pour formuler des conclusions qualitatives ou pour obtenir des ordres de grandeur.

➤  $\Delta k_{NL}$  est la partie non linéaire de  $K$ . Elle traduit les effets de l'automodulation de phase et de la modulation de phase croisée sur le gain paramétrique. Elle dépend de la puissance moyenne de l'onde pompe et du recouvrement des modes des différentes ondes.

Le gain paramétrique  $G$  est directement fonction du désaccord de phase  $K$ . Il dépend donc de la dispersion de la fibre et de la structure guidante, de la non-linéarité du matériau, du recouvrement entre les quatre ondes. Il dépend également de la longueur de la fibre



amplificatrice (de sa longueur effective si l'on prend en compte l'absorption de la fibre), qui n'intervient pas dans l'expression de  $K$  et ne joue que sur l'amplitude du gain d'amplification.

Dans la partie suivante, nous évaluons le poids relatif de chacun de ces termes dans le cas spécifique de notre application. Ainsi, nous pouvons mettre en évidence les paramètres clé pour la génération de rayonnement par amplification paramétrique vers la bande II. Ce sont ces paramètres que nous chercherons à connaître ou à dimensionner dans les chapitres suivants de ce manuscrit.

### III - IDENTIFICATION DES PARAMETRES CLE : PREMIER DIMENSIONNEMENT

Dans ce paragraphe, nous reprenons les résultats théoriques obtenus dans les paragraphes précédents pour le mélange à quatre ondes d'ondes pompe, signal et complémentaire choisies arbitrairement, dans une fibre quelconque. Nous les appliquons au cas bien connu des fibres à saut d'indice en silice, ce qui nous conduit à formuler quelques premières grandes conclusions. En effet, comme les indices de réfraction de la silice, des verres fluorés et des verres de chalcogénures peuvent être décrits par le même type de fonction mathématique, et présentent la même monotonie et la même dérivabilité, nous pouvons penser que les conclusions qualitatives établies pour les fibres en silice seront transposables pour les fibres transparentes dans l'infrarouge.

En supposant que la dispersion provoquée par le matériau et celle provoquée par le guide sont indépendantes l'une de l'autre, Lin et al [34] ont décomposé le désaccord de phase  $K$  en trois termes dépendant de la dispersion du matériau, de la dispersion du guide, et de la non linéarité :

$$K = \underbrace{\Delta k_M}_{\text{matériau}} + \underbrace{\Delta k_W}_{\text{guide d'onde}} + \underbrace{\Delta k_{NL}}_{\text{non linéaire}} \quad (1.39)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{linéaire}}$

Nous verrons dans le chapitre 2 comment calculer ces différentes contributions à l'accord de phase (la méthode de calcul diffère selon qu'il s'agit de fibres à saut d'indice ou de fibres microstructurées).

Nous supposons que nous disposons d'une fibre à saut d'indice en silice ayant des caractéristiques géométriques connues. Les paramètres que nous devons optimiser sont la longueur d'onde de pompe, la répartition modale des quatre ondes, et la puissance de la pompe. Nous allons étudier comment choisir ces paramètres. Pour ce faire, nous modélisons l'accord de phase et le gain paramétrique en utilisant les expressions (1.35), (1.36) et (1.37). La fibre modélisée est une fibre de type SMF-28, ayant les caractéristiques classiques suivantes :

- cœur de silice dopée au germanium à 4%
- rayon de cœur  $a = 4,5 \mu\text{m}$
- coefficient non linéaire  $\gamma = 2W^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$

La longueur d'onde de dispersion nulle du matériau se situe alors à  $1,2902 \mu\text{m}$ , et celle de la fibre (structure du guide incluse) se situe vers  $1,2899 \mu\text{m}$ . Dans le paragraphe qui suit, nous allons tracer les grandeurs  $\Delta k_M$ ,  $\Delta k_W$  et  $\Delta k_{NL}$  en fonction de la longueur d'onde signal, pour une longueur d'onde de pompe fixée (la longueur d'onde complémentaire correspondante est

calculée à partir de la relation de conservation de l'énergie). On identifiera la longueur d'onde signal pour laquelle l'accord de phase  $K = 0$  sera atteint.

### III.1 - Choix de la longueur d'onde de pompe

Nous fixons arbitrairement pour cette étude la **puissance de la pompe à 1W** et nous supposons que **les quatre ondes se propagent dans le mode fondamental**. Nous allons étudier en quoi le choix de la longueur d'onde de pompe gouverne la longueur d'onde signal accessible par amplification paramétrique.

L'accord de phase est obtenu lorsque les trois contributions linéaires et non linéaire se compensent et s'annulent. Notons que la contribution non linéaire, à  $P_p$  fixé, possède une valeur fixe (si l'on suppose  $\gamma$  constant) toujours positive. Elle vaut ici  $0,004 \text{ m}^{-1}$ . La figure 1.9 représente le tracé du désaccord de phase linéaire du matériau  $\Delta k_M$  en fonction de la longueur d'onde, pour différentes longueurs d'onde de pompe.

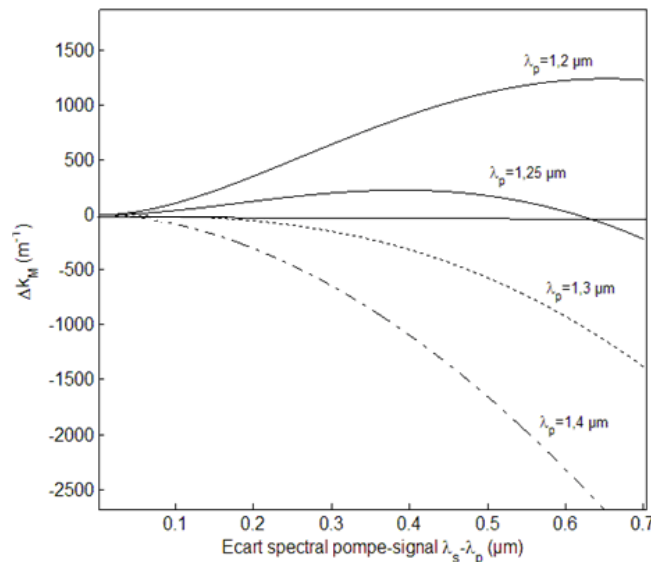


Fig. 1.9 - Tracé de  $\Delta k_M$  pour différentes valeurs de la longueur d'onde de pompe  $\lambda_p$  ( $\lambda_0 = 1,2899 \mu\text{m}$ ).

On peut différencier sur ces tracés deux grands domaines : celui pour lequel la longueur d'onde de pompe est inférieure à la longueur d'onde de dispersion nulle du matériau, et celui pour lequel elle est supérieure. Comme les longueurs d'onde de dispersion nulle du matériau et de la fibre sont très proches, on utilise abusivement les termes de dispersion normale et anormale pour désigner les longueurs d'onde de pompe situées de part et d'autre de la longueur d'onde de dispersion nulle du matériau.

-En régime de dispersion anormale, la longueur d'onde de pompe est supérieure à la longueur d'onde de dispersion nulle du matériau. Le désaccord  $\Delta k_M$  est une fonction décroissante de  $\lambda$ , et est toujours négatif.

-En régime de dispersion normale, les valeurs de  $\Delta k_M$  changent de signe.

#### III.1.1 - Accord de phase en régime de dispersion anormale ( $\lambda_p > \lambda_0$ )

Pour que l'accord de phase soit réalisé, les termes  $\Delta k_M$ ,  $\Delta k_W$  et  $\Delta k_{NL}$  doivent se compenser. La figure 1.10 représente le tracé de  $\Delta k_W$  pour les longueurs d'onde de pompe de la figure 1.9 qui sont en régime de dispersion anormale.

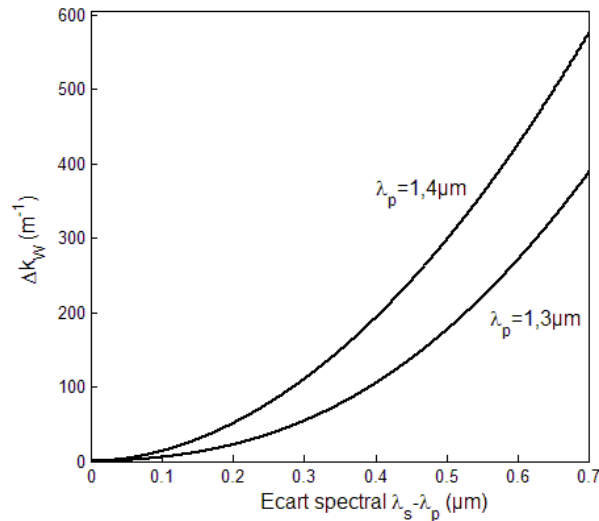


Fig. 1.10 - Tracé de  $\Delta k_W$  pour différentes valeurs de  $\lambda_p$  en régime de dispersion anormale ( $\lambda_0 = 1,2899 \mu\text{m}$ ).

On constate que  $\Delta k_W$  est croissant et toujours positif, et que sa valeur est moins élevée que la valeur absolue de  $\Delta k_M$  pour une même longueur d'onde. L'accord de phase se fera donc à la longueur d'onde pour laquelle le terme  $\Delta k_W + \Delta k_{NL}$ , positif, compensera le terme  $\Delta k_M$ , négatif.

➤ En régime de dispersion anormale éloignée ( $\lambda_p \gg \lambda_0$ )

Supposons que l'on choisisse une longueur d'onde de pompe  $\lambda_p$  très supérieure à  $\lambda_0$ , par exemple  $1,4 \mu\text{m}$ .

La figure 1.11 présente le tracé des trois contributions  $\Delta k_M$ ,  $\Delta k_W$  et  $\Delta k_{NL}$  ainsi que leur somme  $K$ .

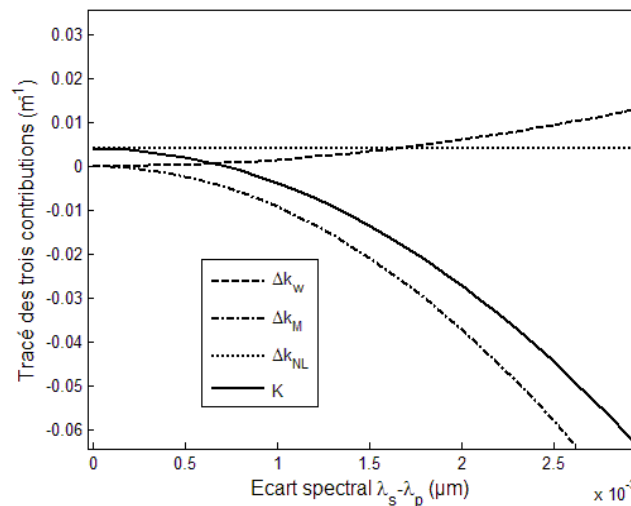


Fig. 1.11 - Tracé du désaccord de phase  $K$  et de ses différents termes pour  $\lambda_p = 1,4 \mu\text{m}$ .

Nous constatons qu'à la longueur d'onde signal pour laquelle  $K=0$ , le désaccord linéaire dû au guide d'onde est négligeable devant les autres termes qui contribuent au désaccord de phase. L'accord de phase se produit donc lorsque  $\Delta k_M + \Delta k_{NL} = 0$ . La courbe noire est la courbe de désaccord de phase total. Elle présente une allure décroissante, et s'annule pour une longueur d'onde signal très proche de la longueur d'onde de pompe.

➤ En régime de dispersion anormale proche

Traçons la même courbe pour une longueur d'onde de pompe relativement proche de  $\lambda_0$ , par exemple  $\lambda_p=1,3 \mu\text{m}$  :

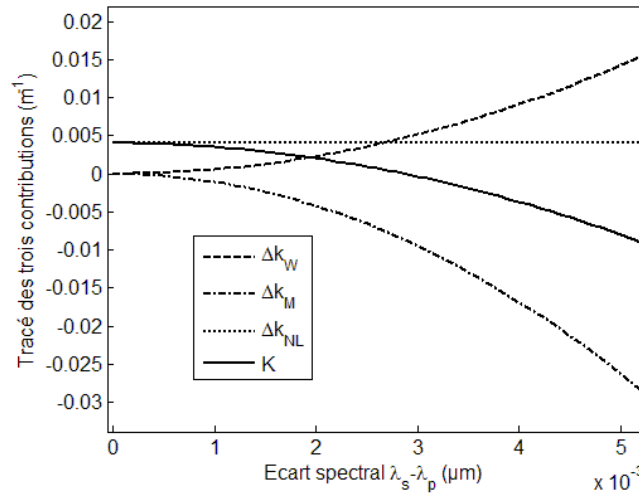


Fig. 1.12 - Tracé du désaccord de phase  $K$  et de ses différents termes pour  $\lambda_p=1,3 \mu\text{m}$  .

Dans ce cas, la contribution du guide n'est plus négligeable. Cela se traduit par une augmentation de la valeur du désaccord de phase total, qui présente la même allure mais s'annule pour un écart pompe-signal plus important que dans le cas précédent (environ 3nm). Nous constatons que  $\Delta k_W$  est croissant et toujours positif, et que sa valeur est moins élevée que la valeur absolue de  $\Delta k_M$  pour une même longueur d'onde. L'accord de phase se fera donc à la longueur d'onde pour laquelle le terme  $\Delta k_W + \Delta k_{NL}$ , positif, compensera le terme  $\Delta k_M$ , négatif.

Nous n'avons présenté ici que deux courbes, mais une étude systématique de différentes longueurs d'onde de pompe nous conduit aux observations suivantes :

- en régime de dispersion anormale éloignée ( $\lambda_p \gg \lambda_0$ ), le désaccord de phase linéaire dû au guide d'onde est négligeable, et l'accord de phase est réalisé lorsque  $\Delta k_M + \Delta k_{NL} = 0$ , ce que l'on peut appeler accord de phase « par automodulation de phase » [27].
- en régime de dispersion anormale proche, la contribution du guide devient non négligeable et l'accord de phase est réalisé lorsque la somme des trois termes  $\Delta k_M + \Delta k_W + \Delta k_{NL}$  s'annule.
- dans tous les cas, la longueur d'onde signal accordée en phase est peu décalée par rapport à la longueur d'onde de pompe, et d'autant moins que la longueur d'onde de pompe est éloignée de  $\lambda_0$ .

En conséquence, un accord de phase monomode en régime de dispersion anormale sera possible même pour des longueurs d'onde très supérieures à  $\lambda_0$ , car le terme  $\Delta k_{NL}$ , positif compensera toujours le terme  $\Delta k_M$ , négatif. Toutefois, le décalage pompe-signal sera extrêmement faible.

### III.1.2 - Accord de phase en régime de dispersion normale ( $\lambda_p < \lambda_0$ )

La figure 1.13 représente le tracé de  $\Delta k_W$  pour les longueurs d'onde de pompe de la figure 1.9 qui correspondent au régime de dispersion normale.

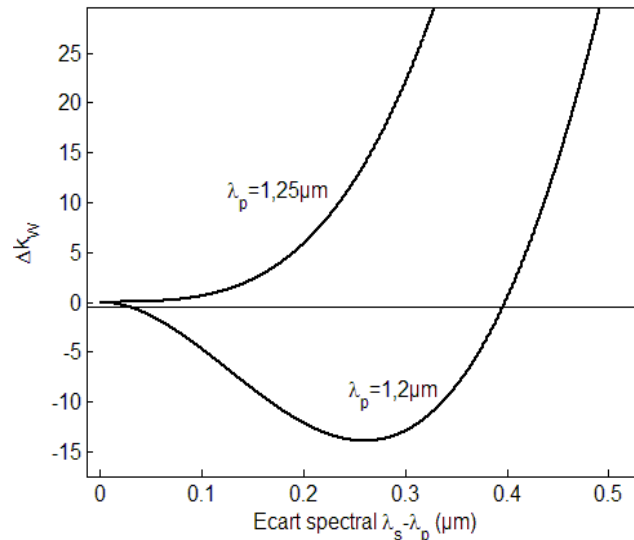


Fig. 1.13 - Tracé de  $\Delta k_W$  pour différentes valeurs de  $\lambda_p$  en régime de dispersion normale ( $\lambda_0=1,2899 \mu\text{m}$ ).

Dans ce cas, le terme  $\Delta k_W$  peut soit changer de signe, soit rester toujours positif.

➤ En régime de dispersion normale proche

A titre d'exemple, la figure 1.14 a été tracée pour une longueur d'onde de pompe de  $1,28 \mu\text{m}$ . Nous constatons que c'est le terme  $\Delta k_{NL}$  qui est à présent négligeable. L'accord de phase se produit lorsque les termes  $\Delta k_M$  et  $\Delta k_W$  se compensent.

La courbe de désaccord de phase total présente une allure croissante puis décroissante, à cause de la courbure du désaccord dû au matériau. Grâce à ce changement de sens de variation, la courbe de désaccord de phase s'annule pour un écart de longueur d'onde pompe - signal bien plus important qu'en régime de dispersion anormale (environ 350 nm dans ce cas).

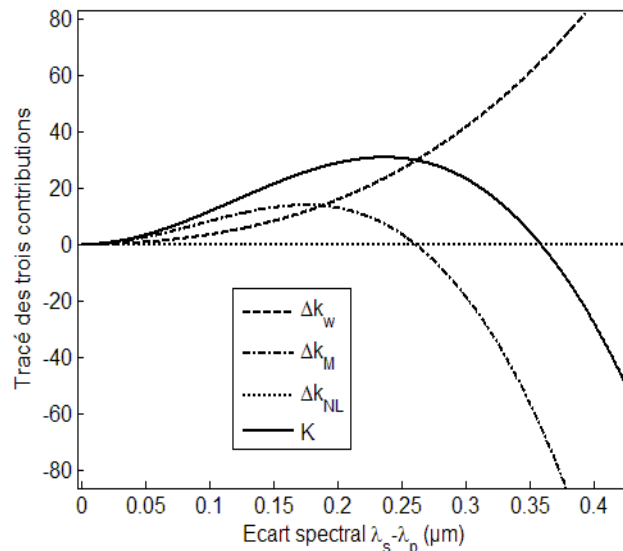


Fig. 1.14 - Tracé du désaccord de phase  $K$  et de ses différents termes pour  $\lambda_p=1,28 \mu\text{m}$ .

➤ En régime de dispersion normale éloignée ( $\lambda_p \ll \lambda_0$ )

La figure 1.15 a été tracée pour une longueur d'onde de pompe de  $1,2 \mu\text{m}$ .

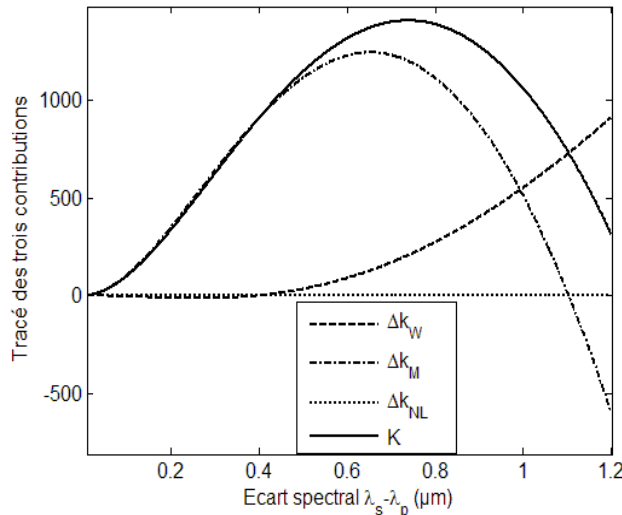


Fig. 1.15 - Tracé des trois contributions et de K pour  $\lambda_p=1,2 \mu\text{m}$ .

On observe les mêmes tendances que dans le cas précédent. La courbe  $\Delta k_M$  étant de plus en plus incurvée, la courbe de désaccord de phase total s'annule pour un écart pompe-signal de plus en plus important (d'environ  $1 \mu\text{m}$  ici !).

➤ En régime de dispersion normale très éloignée

Si nous injectons une pompe à  $532 \text{ nm}$ , nous obtenons la courbe de désaccord de phase suivante :

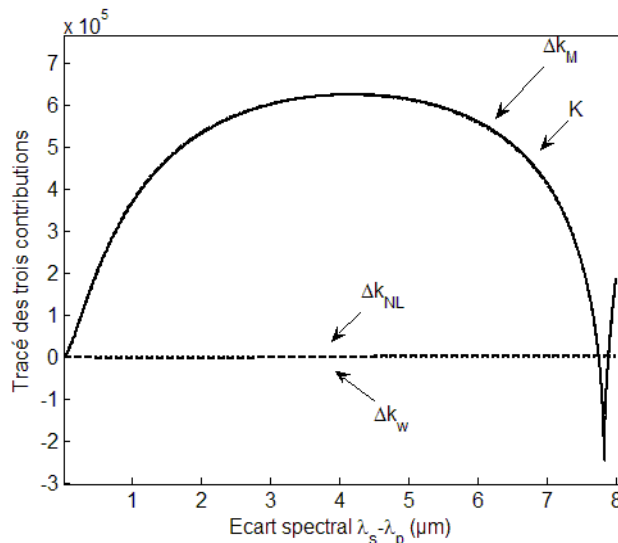


Fig. 1.16 - Tracé des trois contributions et de K pour  $\lambda_p=532 \text{ nm}$ .

Dans ce cas, l'influence du terme non linéaire et du terme de dispersion du guide deviennent négligeables, et le désaccord de phase total reproduit les variations de la dispersion du matériau. Il est difficile dans ce cas de se prononcer sur la possibilité d'atteindre l'accord de phase dans la mesure où la courbe s'annule au voisinage d'une résonance de la silice et que l'absorption du matériau risque de compromettre l'efficacité du processus non linéaire. Une conclusion à ce stade nous obligerait à prendre en compte la nature du matériau fibré.

C'est pourquoi nous laissons de côté pour l'instant le cas de la dispersion normale « très éloignée ». Nous le reprendrons quand nous nous intéresserons aux fibres transparentes dans l'infrarouge.

Une étude systématique pour un grand nombre de longueurs d'onde de pompe en régime de dispersion normale nous mène aux conclusions suivantes :

- en régime de dispersion normale (proche et éloignée de  $\lambda_0$ ), le désaccord de phase non linéaire est négligeable, et l'accord de phase est réalisé lorsque  $\Delta k_M + \Delta k_W = 0$ .
- la longueur d'onde signal accordée en phase est beaucoup plus décalée par rapport à la longueur d'onde de pompe qu'en régime de dispersion anormale, et d'autant plus que la longueur d'onde de pompe est éloignée de  $\lambda_0$ .

A ce stade, nous pouvons résumer les différents domaines d'accord de phase dans le tableau suivant :

Régime de dispersion de l'onde de pompe	Scénario d'accord de phase	Ecart spectral pompe-signal généré
Dispersion anormale, $\lambda_p$ située près de $\lambda_0$	compensation $\Delta k_M / \Delta k_W / \Delta k_{NL}$	Faible (plusieurs dizaines de nm)
Dispersion anormale, $\lambda_p$ située loin de $\lambda_0$	compensation $\Delta k_M / \Delta k_{NL}$	
Dispersion normale, cas général	compensation $\Delta k_M / \Delta k_W$	Elevé (plusieurs centaines de nm)
Dispersion normale, $\lambda_p$ située très loin de $\lambda_0$	pas utilisable dans la silice	

Tab 1-2 Présentation des différentes techniques d'accord de phase.

Nous avons identifié les différentes techniques d'accord de phase en décomposant le terme de désaccord de phase  $K$  comme la somme de trois termes. Une autre approche consiste à utiliser la décomposition de la partie linéaire de  $K$  selon la relation (1.38). Ce type d'approche a été utilisé dans [Harvey] pour décrire une expérience d'amplification paramétrique en régime de dispersion normale dans une fibre microstructurée en silice. L'accord de phase dépend alors des signes respectifs des termes  $\beta_2$  et  $\beta_4$ . Ce type d'approche est également présenté dans la thèse d'Arnaud Mussot [Mussot/p.108].

Toutes ces techniques d'accord de phase ont été identifiées pour le cas d'une fibre monomode. Il existe également deux autres techniques d'accord de phase :

- Accord de phase par répartition multimode [34]. Il s'agit de modifier la valeur du désaccord linéaire dû au guide d'onde en considérant une répartition multimodale des quatre ondes. Cette technique d'accord de phase sera vue en détail au chapitre 2.
- Accord de phase par biréfringence. Cette technique permet de modifier l'expression du désaccord de phase en considérant des indices de réfraction différents selon les axes de biréfringence de la fibre [27]. L'étude de cette technique nécessite un développement vectoriel de la propagation non linéaire fibrée. Nous ne considérerons pas cette technique et supposerons les fibres peu biréfringentes.

### III.1.3 - Choix de la longueur d'onde de pompe

Nous avons constaté au paragraphe précédent que la courbe de désaccord de phase total n'avait pas la même allure en régime de dispersion normale et anormale. Cela se traduit sur l'allure du gain d'amplification paramétrique, dont on rappelle l'expression simplifiée, dans le cas d'une propagation monomode :

$$G = 1 + \frac{(\gamma P_p)^2}{g^2} * (\sinh(g * L))^2 \quad (1.35)$$

$$\text{avec } g = \left[ (\gamma P_p)^2 - \left[ \frac{K}{2} \right]^2 \right]^{1/2} \quad (1.36)$$

La figure 1.17 donne l'allure du gain d'amplification dans une fibre en silice pour différentes longueurs d'onde de pompe, pour une puissance moyenne de 1 W et une longueur de fibre de 500 m :

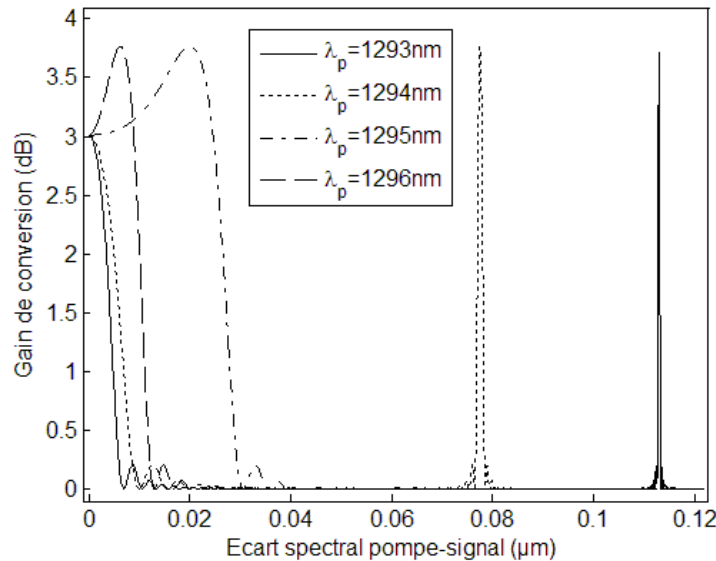


Fig. 1.17 - Tracé du gain paramétrique pour différentes longueurs d'onde de pompe.

Nous constatons que la courbe de gain présente deux grandes tendances : soit le spectre est large et son maximum est situé à une longueur d'onde proche de la longueur d'onde de pompe ; soit le spectre prend la forme d'une raie étroite et son maximum est éloigné de la longueur d'onde de pompe. L'étude des différents termes de  $K$  que nous venons d'effectuer nous a permis de distinguer ces deux tendances en classant les scénarii d'accord de phase en deux catégories : ceux pour lesquels  $\lambda_p < \lambda_0$  (régime de dispersion normale) et ceux pour lesquels  $\lambda_p > \lambda_0$  (régime de dispersion anormale). En réalité, la transition entre les deux allures de gain ne se fait pas exactement de part et d'autre de  $\lambda_0$ . En effet, la condition d'accord de phase prend en compte la valeur de la dispersion de la fibre aux trois longueurs d'onde pompe, signal et complémentaire, ce qui décale légèrement la limite de transition entre les deux allures du gain observées sur la figure 1.17. Le choix de la longueur de la fibre influe également sur l'allure du gain : diminuer la longueur de la fibre aplatit la bande de gain, l'augmenter creuse la courbe et accentue l'écart entre maxima et minima de la courbe [37] (elle n'influe pas, en revanche, sur la position de l'accord de phase). La transition entre les deux types de courbes peut donc se produire à une longueur d'onde légèrement différente de  $\lambda_0$  (une dizaine de nm au maximum). Pour simplifier le raisonnement, nous considérons  $\lambda_0$  comme la limite de transition entre les deux tendances, en gardant à l'esprit que cette limite se situe rigoureusement à  $\lambda_0 + \Delta\lambda$ .

En régime de dispersion « anormale », le gain se présente sous la forme d'une bande spectrale d'amplification localisée autour de la pompe. Elle est d'autant plus large que la longueur d'onde de pompe est proche de la longueur d'onde de dispersion nulle. C'est ce



régime de fonctionnement qui est exploité dans les applications de télécommunications optiques, où l'on cherche à obtenir la bande d'amplification la plus large.

**Pour la conversion de fréquence, notre spécification majeure est de pouvoir générer une onde signal (3 - 5 μm) très éloignée de la longueur d'onde de pompe (1 - 2 μm). C'est pourquoi nous devons choisir une longueur d'onde de pompe située en régime de dispersion « normale ».** Nous serons alors dans le cas d'une amplification paramétrique à bande étroite. On peut d'ores et déjà se demander quelle sera la largeur de cette bande et si elle sera suffisante pour assurer une conversion de fréquence efficace. Des éléments de réponse à cette question sont apportés au chapitre 2.

Désormais, nous nous intéressons uniquement au cas où la longueur d'onde de pompe se situe en régime de dispersion normale. Nous étudions l'influence des autres paramètres que nous devons dimensionner pour réaliser le convertisseur de fréquence fibré : puissance de pompe, et recouvrement entre les ondes.

### III.2 - Choix de la puissance de pompe

Jusqu'à présent, nous avons fixé la puissance moyenne de la pompe à 1W, en supposant un régime continu ou quasi-continu. Etudions maintenant l'influence du choix de la puissance de la pompe sur la courbe d'accord de phase et sur l'allure du gain.

La condition d'accord de phase monomode s'écrit :

$$K = \frac{1}{c} (n_{eff,s} \cdot \omega_s + n_{eff,i} \cdot \omega_i - 2 \cdot n_{eff,p} \cdot \omega_p) + 2\gamma P_p \quad (1.37)$$

Nous avons vu que la contribution non linéaire au désaccord de phase était très faible (cf. paragraphe précédent) en régime de dispersion normale proche, et négligeable en régime de dispersion normale éloignée. En conséquence, **le choix de la puissance de pompe aura très peu d'influence sur la position de la longueur d'onde signal accordée en phase. Elle sera même négligeable en régime de dispersion normale éloignée.**

En revanche, le choix de la puissance de pompe va influencer sur la valeur du gain paramétrique:

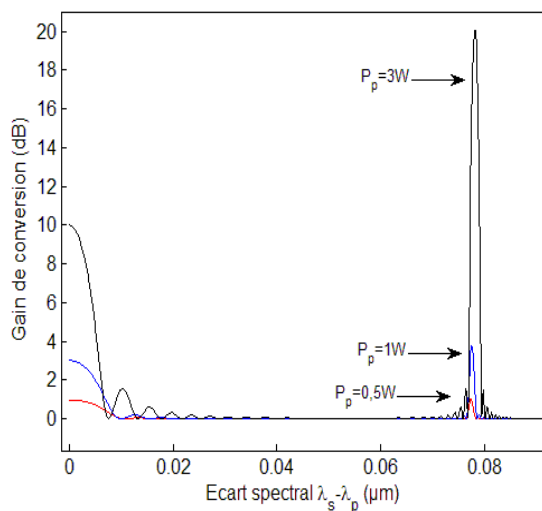


Fig. 1.18 (a) - Influence de la puissance de pompe sur l'allure et le niveau du gain paramétrique.

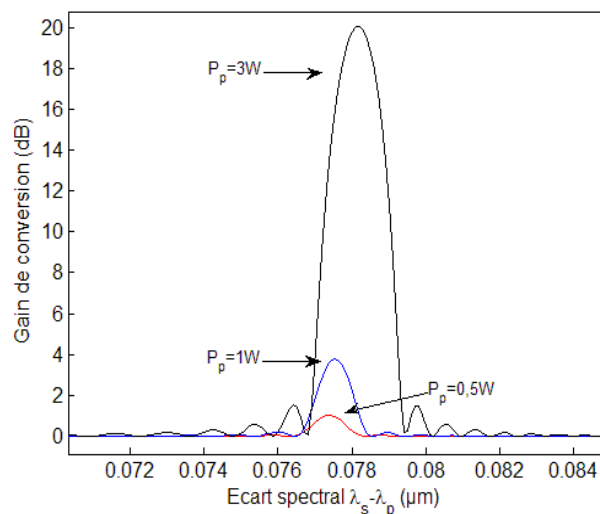


Fig. 1.18 (b) - Détail de la zone d'accord de phase pour  $\lambda_p = 1294 \text{ nm}$ .

La figure 1.18 est tracée pour  $\lambda_p = 1294$  nm. Nous constatons que multiplier par six la puissance moyenne de l'onde pompe provoque un décalage de l'onde signal de moins de 1 nm, pour un écart pompe-signal d'environ 78 nm (soit un décalage relatif d'environ 1,3 %). Nous avons retrouvé le même résultat pour d'autres longueurs d'onde de pompe. Dans la suite de ce manuscrit, on considérera donc que **le choix de la puissance de pompe n'influe pas sur la position de l'onde signal accordée en phase.**

En revanche, le gain paramétrique, de manière évidente, subit une forte augmentation. Pour obtenir la conversion de fréquence la plus efficace possible, on peut donc maximiser la puissance de pompe. Cela n'induirait pas de perturbation notable des conditions d'accord de phase.

### III.3 - Choix du recouvrement entre les quatre ondes

Le recouvrement entre les modes des différentes ondes intervient dans l'expression du coefficient  $\gamma$ , dont nous réécrivons l'expression la plus complète:

$$\gamma_{klmn} = \frac{n_2 \omega_k}{c \cdot A_{eff_{klmn}}}$$

Il intervient dans la condition d'accord de phase (1.34) et dans l'expression du gain de conversion simplifié (1.32). L'aire effective de recouvrement est maximale lorsque les quatre ondes se propagent dans le même mode, ce que nous avons déjà supposé dans le paragraphe précédent, où toutes les ondes se propageaient dans le mode fondamental. Un choix de recouvrement différent réduit donc la valeur de  $\gamma$ . Ainsi, le terme non linéaire multimode du désaccord de phase aura une valeur inférieure à celle du terme monomode, dont nous venons de constater l'influence négligeable sur la valeur de K. On peut donc considérer que **le choix du recouvrement entre les ondes n'influe pas sur la position de la longueur d'onde signal accordée en phase.**

Le choix d'un recouvrement multimode va par contre pouvoir diminuer la valeur du gain. Dans la suite de l'étude, si la répartition multimodale est indispensable pour obtenir l'accord de phase, nous choisirons une répartition qui conserve un recouvrement maximal, de façon à ce que les quatre ondes puissent interférer dans la fibre et engendrer un processus efficace même s'il n'est pas optimal.

On rappelle l'expression de l'aire effective de recouvrement entre les quatre ondes :

$$\frac{1}{A_{eff_{ijkl}}} = \frac{\iint [\Psi_i^*(r, \varphi) \cdot \Psi_j^*(r, \varphi) \cdot \Psi_k(r, \varphi) \cdot \Psi_l(r, \varphi)] r dr d\varphi}{\left[ \left( \iint |\Psi_i(r, \varphi)|^2 r dr d\varphi \right) \cdot \left( \iint |\Psi_j(r, \varphi)|^2 r dr d\varphi \right) \cdot \left( \iint |\Psi_k(r, \varphi)|^2 r dr d\varphi \right) \cdot \left( \iint |\Psi_l(r, \varphi)|^2 r dr d\varphi \right) \right]^{1/2}} \quad (1.27)$$

Les termes  $\Psi_i$  sont les profils d'intensité transverse des ondes.

Nous supposons **l'hypothèse de faible guidage vérifiée** [35], c'est-à-dire que les indices du cœur et de la gaine sont très proches, à une longueur d'onde donnée (cette hypothèse est vérifiée pour les fibres en silice, et nous vérifierons par la suite qu'elle l'est également pour les fibres en verres fluorés et en verres de chalcogénures).

Les profils d'intensité, appelés modes  $LP_{xy}$ , prennent alors la forme de fonctions de Bessel [26]:

$$\Psi_{l,m}(r, \varphi) = J_l(u \times \frac{r_1}{a}) \cdot \cos(l \times \varphi) \quad \text{pour } r_1 < a \quad (1.40)$$

$$\Psi_{l,m}(r, \varphi) = \frac{J_l(u)}{K_l(w)} \cdot K_l(w \times \frac{r_2}{a}) \cdot \cos(l \times \varphi) \quad \text{pour } a < r_2 < b \quad (1.41)$$

où  $r_1$ ,  $r_2$  et  $\varphi$  sont les coordonnées cylindriques transverses de l'espace,  $a$  est le rayon de cœur de la fibre et  $b$  est le rayon externe de la fibre.

La valeur de  $u$  dépend du caractère monomode ou multimode de la fibre. Gloge en donne une expression approchée valable pour les fibres à saut d'indice [35] :

$$u(V) = \frac{(1 + \sqrt{2})V}{1 + (4 + V^4)^{\frac{1}{4}}} \quad \text{pour le mode LP}_{01} \quad (1.42)$$

$$u(V) = V_c \cdot \exp\left(\frac{1}{s} \left( \arcsin\left(\frac{s}{V_c}\right) - \arcsin\left(\frac{s}{V}\right) \right)\right) \quad \text{pour les modes d'ordre supérieur} \quad (1.43)$$

$$\text{avec } s = \sqrt{V_c^2 - l^2 - 1}$$

$V_c$  et  $l$  sont des valeurs tabulées pour chaque mode d'ordre supérieur : le paramètre  $s$  définit le mode dans lequel l'onde se propage. Pour le mode fondamental, on a  $l = 0$ .

Le paramètre  $w$  intervenant dans l'équation (1.41) est défini par la relation :

$$w = \sqrt{V^2 - u^2} \quad (1.44)$$

où  $V$  est la fréquence normalisée de la fibre, et  $ON = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$  est son ouverture numérique.

Les expressions (1.40) et (1.41) contiennent l'information de **répartition modale de chaque onde** par l'intermédiaire des coefficients  $u$ ,  $l$  et  $w$ .

Selon le profil des modes envisagés pour chaque onde, l'intégrale de recouvrement peut alors prendre des valeurs très différentes. Les figures 1.19 (a), (b) et (c) représentent l'allure des deux premiers modes d'ordre supérieur se propageant dans la fibre. Dans le tableau 1-3, on a calculé la valeur de l'intégrale de recouvrement pour diverses combinaisons de quatre modes.

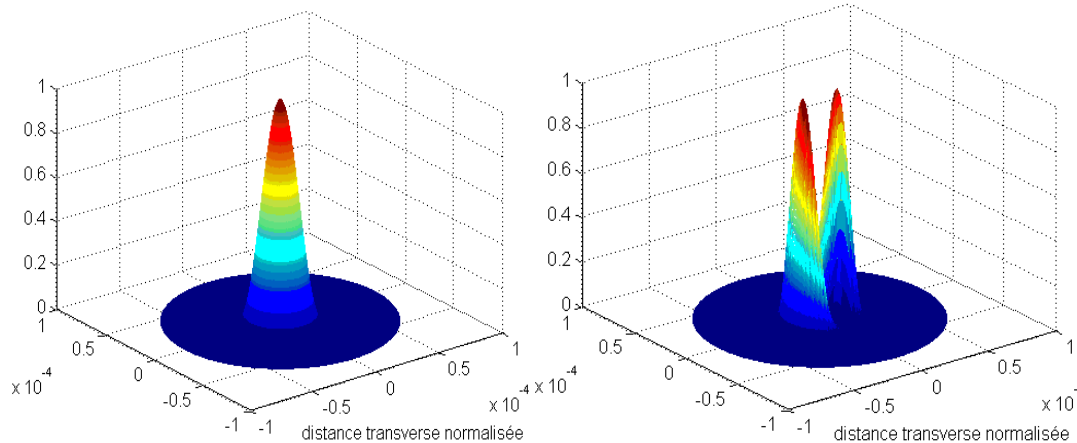


Fig. 1.19 (a) - Intensité normalisée du mode LP<sub>01</sub>. Fig. 1.19 (b) - Intensité normalisée du mode LP<sub>11</sub>.

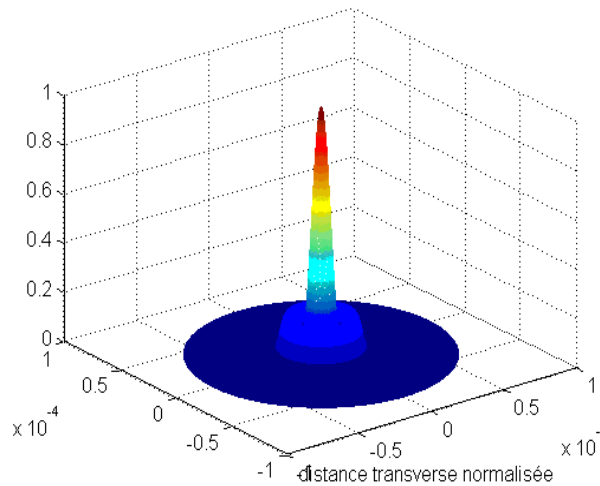


Fig. 1.19 (c) - Intensité normalisée du mode LP<sub>02</sub>.

Répartition modale (pompe, pompe, signal, complémentaire)	Pourcentage de recouvrement des 4 ondes normalisé par rapport au cas monomode
LP <sub>01</sub> , LP <sub>01</sub> , LP <sub>01</sub> , LP <sub>02</sub>	49,02%
LP <sub>01</sub> , LP <sub>01</sub> , LP <sub>02</sub> , LP <sub>02</sub>	82,87%
LP <sub>01</sub> , LP <sub>01</sub> , LP <sub>01</sub> , LP <sub>11</sub>	0,01%

Tab 1-3 Valeur du pourcentage de recouvrement pour différentes répartitions modales des quatre ondes.

Les valeurs obtenues montrent que le gain peut varier considérablement selon le recouvrement des modes transverses des quatre ondes. Si l'on choisit d'injecter l'onde pompe dans la fibre selon le mode LP<sub>01</sub> (configuration la plus simple à mettre en œuvre et garantissant le plus souvent le meilleur couplage dans la fibre), **la conversion de fréquence devrait être efficace si l'on privilégie des modes de type LP<sub>0y</sub> pour les ondes signal et complémentaire.**

### III.4 - Premier dimensionnement

Si les comportements observés dans la silice se confirment dans les matériaux verres fluorés et verres de chalcogénures, nous pouvons effectuer un premier dimensionnement qualitatif d'un convertisseur de fréquence fibré, répondant aux principales spécifications suivantes :

- la longueur d'onde de pompe est comprise entre 1 et 2  $\mu\text{m}$  environ
- on n'utilisera qu'une seule longueur d'onde de pompe, que l'on injectera dans le mode LP<sub>01</sub>
- la longueur d'onde signal recherchée doit être comprise entre 3 et 5  $\mu\text{m}$

Pour une structure de fibre donnée, les paramètres que nous devons fixer sont la valeur de la longueur d'onde de pompe, la puissance de l'onde pompe injectée en entrée de fibre, et la répartition modale des ondes intervenant dans le processus d'amplification paramétrique.

Nous pouvons déjà dimensionner qualitativement ces paramètres :

- **La longueur d'onde de pompe sera choisie inférieure à la longueur d'onde de dispersion nulle, et de préférence éloignée de celle-ci (régime de dispersion normale)**

- **Nous maximiserons la puissance de pompe à l'entrée de la fibre, cela ne modifiera pas sensiblement les conditions d'accord de phase.**
- **Nous veillerons à privilégier la propagation des ondes signal et complémentaire dans des modes  $LP_{0y}$  ( $y=1$  si propagation monomode,  $y>1$  si propagation multimode).**

Dans ce chapitre, nous avons considéré une structure de fibre silice donnée, avec des paramètres opto-géométriques fixés, et nous avons cherché à optimiser la valeur de paramètres relatifs aux quatre ondes elles-mêmes plutôt qu'à la fibre.

On peut également effectuer la démarche opposée : en connaissant la longueur d'onde ou la puissance de pompe, déterminer la structure de fibre optimale pour réaliser un convertisseur de fréquence fibré. Dans ce chapitre, nous n'avons pas encore exposé les développements théoriques permettant de modéliser en détail la structure de la fibre.

## CONCLUSION

Ce chapitre a été consacré à l'extraction des paramètres clé qui gouvernent l'efficacité de l'amplification paramétrique, à travers l'étude de diverses techniques d'accord de phase. Il s'agissait de réaliser un premier dimensionnement d'un convertisseur de fréquence fibré.

Pour ce faire, nous avons tout d'abord détaillé l'étude théorique du mélange à quatre ondes dans le cadre de la théorie dipolaire. Dans un premier temps, nous sommes partis de la formule générale des équations de Maxwell dans un milieu diélectrique, puis nous avons rappelé le développement qui conduit à l'équation de Schrödinger non linéaire. Nous avons ensuite réduit le développement théorique au cas des effets non linéaires découlant de l'effet Kerr, et nous avons établi les équations couplées du mélange à quatre ondes. De ces expressions, nous avons extrait la valeur du gain paramétrique pour une pompe non déplétée, et nous avons mis en évidence le rôle de la condition d'accord de phase sur la valeur du gain. Dans un deuxième temps, nous avons mené une étude détaillée de la condition d'accord de phase et du gain paramétrique dans des fibres en silice. Nous avons analysé l'influence de chacun des paramètres (longueur d'onde de pompe, puissance de pompe, répartition modale des quatre ondes) sur l'accord de phase et sur le gain. Nous avons mis en évidence les différents domaines d'accord de phase, que nous rappelons dans le tableau suivant :

Régime de dispersion de l'onde de pompe	Scénario d'accord de phase	Ecart spectral pompe-signal généré
<b>Dispersion anormale</b> , $\lambda_p$ située près de $\lambda_0$	compensation $\Delta k_M / \Delta k_W / \Delta k_{NL}$	Faible (jusqu'à quelques dizaines de nm)
<b>Dispersion anormale</b> , $\lambda_p$ située loin de $\lambda_0$	compensation $\Delta k_M / \Delta k_{NL}$	
<b>Dispersion normale</b> , cas général	compensation $\Delta k_M / \Delta k_W$	Elevé (plusieurs centaines de nm)
<b>Dispersion normale</b> , $\lambda_p$ située très loin de $\lambda_0$ .	pas utilisable dans la silice	

Pour générer une onde signal dans la bande 3 – 5  $\mu\text{m}$  à partir d'une onde de pompe située entre 1  $\mu\text{m}$  et 2  $\mu\text{m}$ , nous devons donc utiliser une fibre telle que l'onde de pompe soit située en régime de dispersion normale, et suffisamment inférieure à la longueur d'onde de dispersion nulle pour que l'écart spectral entre l'onde de pompe et l'onde signal générée soit élevé. Par ailleurs, nous avons montré que la puissance de l'onde de pompe influe peu sur la position de la longueur d'onde signal accordée en phase. Elle influence uniquement le niveau du gain paramétrique. Enfin, nous avons montré l'importance du recouvrement entre les quatre ondes pour la génération d'un processus efficace. Nous avons choisi de privilégier des répartitions modales des ondes signal et complémentaire dans des modes de type  $LP_{0y}$  si l'onde se propage dans le mode fondamental.

Nous allons à présent adapter le raisonnement et les conclusions qualitatives effectuées dans ce chapitre au cas des fibres à saut d'indice à base de matériaux transparents dans le moyen infrarouge. Nous établirons alors des conclusions quantitatives sur la faisabilité d'un convertisseur de fréquence constituées de fibres à saut d'indice transparentes dans le moyen infrarouge.



## Chapitre 2

# Etude de l'amplification paramétrique dans les fibres à saut d'indice transparentes dans l'infrarouge

I - LA CONDITION D'ACCORD DE PHASE DANS LES FIBRES A SAUT D'INDICE ..	47
I.1 - Expression générale .....	47
I.2 - Cas du faible guidage .....	48
II - ETUDE DE LA FAISABILITE D'UN CONVERTISSEUR FIBRE EN VERRES FLUORES .....	50
II.1 - Description des fibres modélisées .....	50
II.2 - Indice de réfraction et dispersion des fibres en verres fluorés .....	51
II.2.1 - Calcul de l'indice de réfraction du matériau .....	51
II.2.2 - Courbes de dispersion .....	53
II.3 - Courbe d'accord de phase et niveau du gain dans les fibres en verres fluorés .....	55
II.3.1 - Analyse de la courbe d'accord de phase pour la fibre FiberLabs .....	57
II.3.2 - Analyse de la courbe de gain .....	58
II.3.3 - Conclusion .....	60
III - ETUDE DE LA FAISABILITE D'UN CONVERTISSEUR FIBRE EN VERRES DE CHALCOGENURES .....	61
III.1 - Caractéristiques des fibres étudiées .....	61
III.2 - Dispersion des verres de chalcogénures $As_2S_3$ et $As_2Se_3$ .....	61
III.3 - Courbe d'accord de phase et niveau du gain .....	64
III.3.1 - Cas d'une propagation en régime monomode des quatre ondes .....	64
III.3.2 - Cas d'une répartition multimode des quatre ondes .....	65
III.3.3 - Choix de la répartition modale et des paramètres du guide .....	70
III.3.4 - Conclusion .....	73



## INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'étude théorique de l'amplification paramétrique pour la génération de rayonnement dans la bande 3 - 5  $\mu\text{m}$ , dans les fibres optiques constituées de matériaux transparents dans l'infrarouge, ayant une structure de type saut d'indice. Nous allons considérer le cas des fibres en verres fluorés, puis celui des fibres en verres de chalcogénures.

Nous reprenons tout d'abord les équations de l'amplification paramétrique établies au chapitre 1, en détaillant l'expression de la condition d'accord de phase dans le cas d'une fibre à saut d'indice. Nous distinguons en particulier les cas monomode et multimode. Nous utilisons ensuite cette expression pour obtenir la courbe théorique d'accord de phase et du gain paramétrique, d'abord dans des fibres en verres fluorés ZBLAN, puis dans des fibres en verres de chalcogénures en  $\text{As}_2\text{S}_3$  et en  $\text{As}_2\text{Se}_3$ . A ce stade, nous pouvons vérifier que le premier dimensionnement effectué au chapitre 1 pour les fibres en silice est également valable pour les fibres transparentes dans l'infrarouge. Pour chaque type de fibre, nous identifions alors la longueur d'onde de pompe et la répartition modale les mieux adaptées à la conversion de fréquence vers la bande 3 - 5  $\mu\text{m}$ .

Ainsi, nous pouvons conclure sur le dimensionnement et la faisabilité de convertisseurs de fréquence fibrés constitués de fibres à saut d'indice transparentes dans l'infrarouge.

## I - LA CONDITION D'ACCORD DE PHASE DANS LES FIBRES A SAUT D'INDICE

### I.1 - Expression générale

Dans le chapitre 1, nous avons établi les expressions du désaccord de phase et du gain paramétrique pour une fibre de géométrie quelconque : les expressions du désaccord de phase et du gain paramétrique comportent un terme relatif à la structure du guide dans lequel intervient la géométrie radiale de la fibre. Nous redonnons ici ces expressions dans le cas le plus général, c'est-à-dire pour une propagation multimode des quatre ondes (voir chapitre 1) :

$$G = 1 + \frac{\gamma_{sipp} \cdot \gamma_{ispp} \cdot P_p^2}{g^2} \cdot \sinh(g \cdot L)^2 \quad (1.32)$$

avec

$$g = \left[ \gamma_{ispp} \cdot \gamma_{sipp} \cdot P_p^2 - \left[ \frac{K}{2} \right]^2 \right]^{1/2} \quad (1.33)$$

et

$$K = \frac{n_{eff,s} \cdot \omega_s + n_{eff,i} \cdot \omega_i - 2 \cdot n_{eff,p} \cdot \omega_p}{c} + 2 * (\gamma_{sp} + \gamma_{ip} - \gamma_{pp}) * P_p \quad (1.34)$$

Nous avons vu au paragraphe III.1.2 du chapitre 1 que dans le cas monomode, lorsque l'onde de pompe est en régime de dispersion normale, la contribution du terme non linéaire est alors faible. Dans le cas multimode, on considérera dans la majorité des cas des ondes se propageant dans des modes de type LP<sub>0y</sub>. Les coefficients de recouvrement entre deux modes  $\gamma_{ij}$  auront donc une valeur légèrement inférieure au coefficient  $\gamma$  du recouvrement monomode, et là encore la contribution du terme non linéaire restera donc faible. Pour simplifier l'expression, nous pouvons donc assimiler tous les coefficients non linéaires de l'équation (1.34) à un unique coefficient  $\gamma$ , et nous ramener ainsi au cas monomode, pour lequel :

$$K = \frac{n_{eff,s} \cdot \omega_s + n_{eff,i} \cdot \omega_i - 2 \cdot n_{eff,p} \cdot \omega_p}{c} + 2\gamma P_{pompe} \quad (1.37)$$

Pour obtenir la valeur exacte du désaccord de phase, il faut pouvoir connaître les indices effectifs des quatre ondes mises en jeu dans le processus. Ces indices sont obtenus en résolvant numériquement l'équation aux valeurs propres de la propagation guidée, pour chaque longueur d'onde pompe, signal et complémentaire. Nous cherchons à obtenir la valeur du gain sur un grand nombre de quadruplets  $[\lambda_p, \lambda_p, \lambda_s, \lambda_i]$  possibles : pour une longueur d'onde de pompe donnée, on cherche le minimum du désaccord de phase K sur une plage de longueurs d'onde signal. Cela suppose une résolution numérique coûteuse en temps de calcul. Il est toutefois possible, sous l'approximation du guidage faible, d'utiliser des expressions analytiques [34] en décomposant les différents termes du désaccord de phase K.

En supposant que la dispersion du matériau et celle induite par le guide sont indépendantes, on décompose le premier terme de K en deux composantes indépendantes, l'une liée à la

dispersion du matériau, l'autre à la dispersion du guide. A ces deux termes s'ajoute la contribution non linéaire selon la formule donnée au chapitre 1 :

$$\Delta K = \underbrace{\Delta k_M}_{\text{matériau}} + \underbrace{\Delta k_W}_{\text{guide d'onde}} + \underbrace{\Delta k_{NL}}_{\text{non linéaire}} \quad (1.39)$$

linéaire

où  $\Delta k_M$  est le désaccord linéaire dû à la dispersion du matériau,  $\Delta k_W$  est le désaccord linéaire dû à la dispersion de la structure guidante, et  $\Delta k_{NL}$  est le désaccord non linéaire.

## I.2 - Cas du faible guidage

D.Gloge donne, dans la référence [35], des expressions analytiques pour les termes  $\Delta k_M$  et  $\Delta k_W$ . L'expression de  $\Delta k_W$  est valable dans le cas des fibres qui vérifient l'hypothèse de faible

guidage (c'est-à-dire que  $\frac{n_{coeur} - n_{gaine}}{n_{gaine}} \ll 1$  vérifiée) pour lesquelles on suppose que la

différence d'indice entre le cœur et la gaine de la fibre  $n_{coeur} - n_{gaine}$  est indépendante de la longueur d'onde :

$$\Delta k_M = \frac{n_s \cdot \omega_s + n_i \cdot \omega_i - 2 \cdot n_p \cdot \omega_p}{c} \quad (2.1)$$

$$\Delta k_W = 2\pi \cdot (n_{coeur} - n_{gaine}) \cdot \left( \frac{b_i}{\lambda_i} + \frac{b_s}{\lambda_s} - \frac{b_{p_1}}{\lambda_{p_1}} - \frac{b_{p_2}}{\lambda_{p_2}} \right) \quad (2.2)$$

où les indices  $s, i, p_1, p_2$  représentent les ondes signal, complémentaire et pompe (dans le cas cas non dégénéré) respectivement.

Dans l'équation (2.1), les indices  $n_j$  sont les indices de réfraction du matériau constituant le cœur de la fibre, à la longueur d'onde  $\lambda_j$ . Les grandeurs  $n_{coeur}$  et  $n_{gaine}$  de la relation (2.2) sont calculées pour la longueur d'onde de pompe (on suppose que leur différence varie peu en fonction de la longueur d'onde). Les grandeurs  $b_j$  sont les constantes de propagation normalisées de chaque onde.

D.Gloge donne une expression analytique approchée des grandeurs  $b$  pour chaque onde:

$$b_j \approx \frac{\frac{\beta_j}{k_j} - n_{gaine}(\lambda_j)}{n_{coeur}(\lambda_j) - n_{gaine}(\lambda_j)} \quad (2.3)$$

où  $k_j = \frac{2\pi}{\lambda_j}$ . Le paramètre  $\beta_j$  est défini comme suit :

$$\beta_j = n_{coeur}(\lambda_j) k_j \left[ 1 + \Delta - \Delta \left( \frac{u_j^2}{V_j^2} \right) \right] \quad (2.4)$$

avec

$$\Delta = \frac{n_{\text{coeur}}(\lambda_j) - n_{\text{gain}}(\lambda_j)}{n_{\text{gain}}(\lambda_j)} \quad (2.5)$$

Il s'agit d'une approximation analytique de la constante de propagation de chaque onde. On rappelle les expressions de  $u_j$  et  $V_j$  ( $u_j$  diffère selon que l'onde se propage dans le mode fondamental ou dans un mode d'ordre supérieur) :

$$V_j = \frac{2\pi \cdot ON \cdot a}{\lambda_j} \quad (1.1)$$

$$u_j(V) = \frac{(1 + \sqrt{2})V_j}{1 + (4 + V_j^4)^{\frac{1}{4}}} \quad \text{pour le mode LP}_{01} \quad (1.42)$$

$$u_j(V) = V_c \cdot \exp\left(\frac{1}{s} \left( \arcsin\left(\frac{s}{V_c}\right) - \arcsin\left(\frac{s}{V_j}\right) \right)\right) \quad \text{pour les modes d'ordre supérieur} \quad (1.43)$$

$$\text{avec } s = \sqrt{V_c^2 - l^2 - 1}$$

$V_c$  et  $l$  sont des valeurs tabulées pour chaque mode d'ordre supérieur  $\text{LP}_{xy}$ : le paramètre  $s$  définit le mode dans lequel l'onde se propage.

A la lumière de ces équations, nous observons que la constante de propagation normalisée  $b_j$  de chaque onde dépend d'une part des caractéristiques géométriques de la fibre (rayon de cœur et saut d'indice), et d'autre part du mode dans lequel se propage l'onde (imposé par la donnée des grandeurs  $V_c$  et  $l$ ).

Nous avons supposé pour notre étude que les deux ondes de pompe se propageaient dans le mode fondamental. Dans ce cas, l'équation (2.2) devient :

$$\Delta k_W = 2\pi \cdot (n_{\text{coeur}} - n_{\text{gain}}) \cdot \left( \frac{b_i}{\lambda_i} + \frac{b_s}{\lambda_s} - 2 \frac{b_{p1}}{\lambda_{p1}} \right) \quad (2.6)$$

En résumé, l'expression complète du désaccord de phase s'écrit :

$$K = \frac{n_s \cdot \omega_s + n_i \cdot \omega_i - 2 \cdot n_p \cdot \omega_p}{c} + 2\pi \cdot (n_{\text{coeur}} - n_{\text{gain}}) \cdot \left( \frac{b_i}{\lambda_i} + \frac{b_s}{\lambda_s} - 2 \frac{b_{p1}}{\lambda_{p1}} \right) + 2\gamma P_p \quad (2.7)$$

où  $n_{\text{coeur}}$  et  $n_{\text{gain}}$  sont calculés à la longueur d'onde de pompe.

Nous allons à présent utiliser cette formule analytique pour modéliser les conditions d'accord de phase et de gain dans des fibres à saut d'indice en verres fluorés et en verres de chalcogénures.

Dans la décomposition qui précède, les paramètres de dispersion et de non linéarité du matériau sont des paramètres spécifiques de chaque type de verre. Les paramètres que nous devons optimiser pour assurer la conversion paramétrique selon les plages de longueurs d'onde définies par nos spécifications sont

- les paramètres de taille de la structure à saut d'indice (rayon de cœur, rayon de gaine),
- la puissance de la pompe,
- la répartition modale des quatre ondes.

Ces modélisations permettront de déterminer :

- les paramètres opto-géométriques optimaux d'une fibre moyen infrarouge pour assurer une conversion de fréquence efficace du proche infrarouge vers la bande 3-5  $\mu\text{m}$ ,
- si les fibres disponibles dans le commerce sont adaptées à la conversion paramétrique, et si oui comment doit être dimensionné le convertisseur fibré.

Pour évaluer l'efficacité du processus non linéaire dans chacun de ces cas, nous tracerons d'abord la courbe d'accord de phase de différentes fibres. Cette courbe donne, pour chaque longueur d'onde de pompe fixée entre 1  $\mu\text{m}$  et 2  $\mu\text{m}$ , les longueurs d'onde signal et complémentaire qui seront accordées en phase et générées avec le maximum d'efficacité. Nous identifierons les longueurs d'onde de pompe pour lesquelles la longueur d'onde signal est générée entre 3  $\mu\text{m}$  et 5  $\mu\text{m}$ , et nous calculerons alors le gain de conversion paramétrique pour ces longueurs d'onde de pompe. Nous discuterons alors de la faisabilité d'un convertisseur de fréquence fibré pour chaque verre étudié. La section II de ce chapitre est consacrée à l'étude des fibres en verres fluorés, la section III est consacrée à l'étude des fibres en verres de chalcogénures.

## **II - ETUDE DE LA FAISABILITE D'UN CONVERTISSEUR FIBRE EN VERRES FLUORES**

### **II.1 - Description des fibres modélisées**

Pour tracer la courbe d'accord de phase, nous avons écrit un programme de modélisation sous Matlab qui calcule, pour chaque longueur d'onde de pompe, la somme des trois contributions au désaccord de phase, puis recherche les longueurs d'onde signal et complémentaire pour lesquelles ce désaccord de phase  $K$  s'annule. Les paramètres d'entrée du programme sont les suivants.

- rayon du cœur et de la gaine de la fibre,
- indices du cœur et de la gaine (ou ouverture numérique),
- modes transverses de propagation de chaque onde,
- coefficient non linéaire du matériau,
- puissance de la pompe.

Nous allons considérer des fibres en verres fluorés dont les caractéristiques sont voisines de celles de trois fibres vendues par les sociétés Le Verre Fluoré en France et FiberLabs au Japon. Les caractéristiques de ces trois fibres sont les suivantes :

- « Fibre Le Verre Fluoré »

Composition de la fibre : 57 ZrF<sub>4</sub>, 34 BaF<sub>2</sub>, 5 LaF<sub>3</sub>, 4 AlF<sub>3</sub>

Rayon de cœur a = 3,25 μm

Ouverture numérique ON = 0,22

Il s'agit ici d'une fibre ZBLA, qui ne contient pas la molécule NaF.

- « Fibre FiberLabs a = 4,5 μm »

Rayon de cœur a = 4,5 +/-0,05 μm

Rayon de gaine b = 61,5 +/-1,5 μm

Ouverture numérique ON = 0,2 +/-0,02

Pertes <0,1dB/m à 1,5 μm

- « Fibre FiberLabs a = 5,3 μm »

Rayon de cœur a = 5,3 +/-0,05 μm

Rayon de gaine b = 61,5 +/-1,5 μm

Ouverture numérique ON = 0,2 +/-0,02

Pertes <0,1dB/m à 1,5 μm

Les fibres fabriquées par la société FiberLabs ont un cœur constitué de verre ZBLAN et une gaine constituée de verre HBLAN (la lettre H correspond à la molécule HfF<sub>4</sub>), de composition non divulguée par le fabricant.

## II.2 - Indice de réfraction et dispersion des fibres en verres fluorés

### II.2.1 - Calcul de l'indice de réfraction du matériau

Pour calculer le premier terme de l'équation (2.7), nous devons connaître l'indice de réfraction du matériau et sa variation en fonction de la longueur d'onde. Cet indice peut être calculé de plusieurs manières différentes.

#### Méthode de Sellmeier

Nous pouvons utiliser une formule empirique de type Sellmeier pour le ZBLAN :

$$n(\lambda) = \sqrt{1 + \left( \frac{G_1 \lambda^2}{\lambda^2 - L_1^2} + \frac{G_2 \lambda^2}{\lambda^2 - L_2^2} \right)} \quad (2.8)$$

avec  $G_1 = 1,168$ ,  $G_2 = 2,77$ ,  $L_1 = 0,0954$  et  $L_2 = 25$ . La longueur d'onde  $\lambda$  est exprimée en μm.

Cette formule est extraite de la base de données matériaux du logiciel Zeemax.

#### Méthode des fractions molaires

Nous pouvons également utiliser une formule dépendant de la composition du verre ZBLAN, c'est-à-dire de la fraction molaire de chaque molécule et de leurs longueurs d'onde

d'absorption dans l'ultra-violet et l'infrarouge [36]. Elle se présente également sous la forme d'une expression de Sellmeier :

$$n^2(\lambda) = \sqrt{1 + \sum_{i=1}^6 \frac{f_i \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_i^2}} \quad (2.9)$$

Les coefficients  $f_i$  et  $\lambda_i$  s'expriment comme suit :

$$\lambda_i = \frac{\sum_{j-\text{molecules}} X_{ij} \lambda_{ij}}{\sum_{j-\text{molecules}} X_{ij}} \quad f_i = \sum_{j-\text{molecules}} X_{ij} f_{ij} \quad (2.10)$$

Les coefficients  $f_{ij}$  représentent les forces d'oscillation des liaisons moléculaires et les coefficients  $\lambda_{ij}$  représentent les longueurs d'onde d'absorption UV et IR de ces molécules. Le coefficient  $X_{ij}$  représente la fraction molaire de chaque molécule. Dans toutes ces expressions, chaque coefficient  $i$  représente un domaine de longueurs d'onde infrarouge ( $i=1, 2, 3$ ) ou ultraviolet ( $j=4, 5, 6$ ), défini comme suit.

i	$\lambda_{ij}$
1	69 nm < $\lambda_{ij}$ < 80 nm
2	80 nm < $\lambda_{ij}$ < 90 nm
3	$\lambda_{ij}$ > 90 nm
4	13 $\mu\text{m}$ < $\lambda_{ij}$ < 25 $\mu\text{m}$
5	25 $\mu\text{m}$ < $\lambda_{ij}$ < 33 $\mu\text{m}$
6	$\lambda_{ij}$ > 33 $\mu\text{m}$

Tab 2-1 Classement des molécules selon leur fréquences de résonance.

Chaque molécule appartient donc à 2 groupes : le groupe 1, 2 ou 3 et le groupe 4, 5 ou 6. Les valeurs des coefficients  $f_{ij}$  et  $\lambda_{ij}$  pour chaque molécule constitutive du verre ZBLAN sont regroupées dans le tableau 2-2 :

	$f_{UV}$	$\lambda_{1,2,3} (\mu\text{m})$	$f_{IR}$	$\lambda_{4,5,6} (\mu\text{m})$
NaF	0,8073	0,1170	4,6856	40,5731
BaF <sub>2</sub>	1,3855	0,1050	2,7631	44,4379
AlF <sub>3</sub>	0,7069	0,0728	1,2665	15,6344
LaF <sub>3</sub>	1,4805	0,0900	3,4296	30,1871
ZrF <sub>4</sub>	1,2429	0,0735	1,4821	17,5479

Tab 2-2 Valeurs des forces d'oscillation et des fréquences de résonance des molécules des verres fluorés.

On trouve dans la littérature différentes valeurs de ces coefficients.

Dans la relation (2.10), le premier terme de la somme est relatif au domaine  $i=1$ , c'est-à-dire aux molécules dont la longueur d'onde d'absorption dans l'ultraviolet est comprise entre 0,069 $\mu\text{m}$  et 0,080 $\mu\text{m}$  : c'est le cas des molécules ZrF<sub>4</sub> et AlF<sub>3</sub>. Pour la composition de la fibre Le Verre Fluoré (57 ZrF<sub>4</sub>, 34 BaF<sub>2</sub>, 5 LaF<sub>3</sub>, 4 AlF<sub>3</sub>), les coefficients  $\lambda_1$  et  $f_1$  se calculent donc selon la formule [36]:

$$\lambda_1 = \frac{0,57 \times \lambda_{ZrF_4-UV} + 0,04 \times \lambda_{AlF_3-UV}}{0,57 + 0,04} \quad f_1 = 0,57 \times f_{ZrF_4-UV} + 0,04 \times f_{AlF_3-UV} \quad (2.11)$$

La figure 2.1 présente le tracé de l'indice de réfraction du verre ZBLAN calculé par la méthode de Sellmeier, puis par la méthode des fractions molaires en utilisant les deux compositions suivantes, extraites de la littérature :

-composition 1: 55,8 ZrF<sub>4</sub> -14,4 BaF<sub>2</sub> -3,8 AlF<sub>3</sub>-5,8 LaF<sub>3</sub>-20,2 NaF

-composition 2: 52 ZrF<sub>4</sub>-24 BaF<sub>2</sub>-5 LaF<sub>3</sub>-4 AlF<sub>3</sub>-15 NaF

Nous avons ajouté à ces courbes celle de l'indice de réfraction du verre ZBLA qui constitue la fibre fabriquée par Le Verre Fluoré.

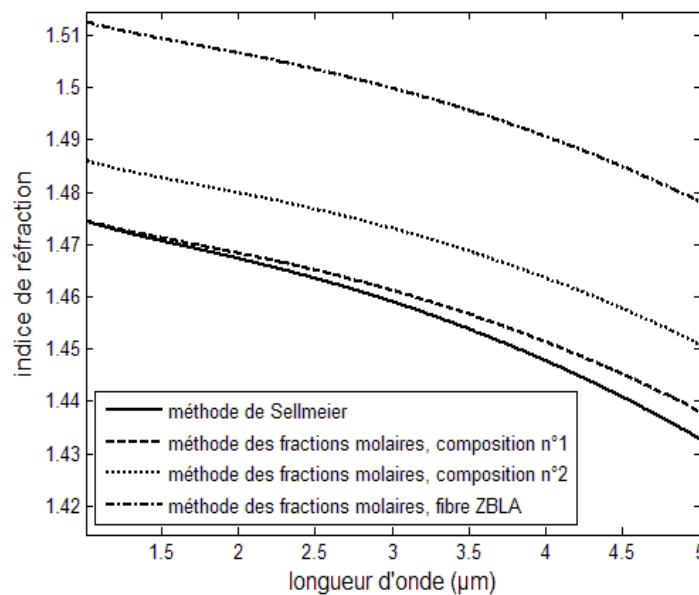


Fig. 2.1 - Indice de réfraction des verres ZBLAN et ZBLA entre 1 et 5 µm

Nous constatons que l'indice du matériau varie de manière non négligeable selon la composition utilisée.

## II.2.2 - Courbes de dispersion

Avant de tracer la courbe d'accord de phase, nous traçons la courbe de dispersion matériau et de dispersion chromatique pour les fibres définies au paragraphe II.1. La connaissance de la longueur d'onde de dispersion nulle nous permettra de valider les premiers dimensionnements effectués à la fin du chapitre 1 pour des fibres en silice.

La figure 2.2 présente les courbes de dispersion du matériau calculées pour deux méthodes et deux compositions.



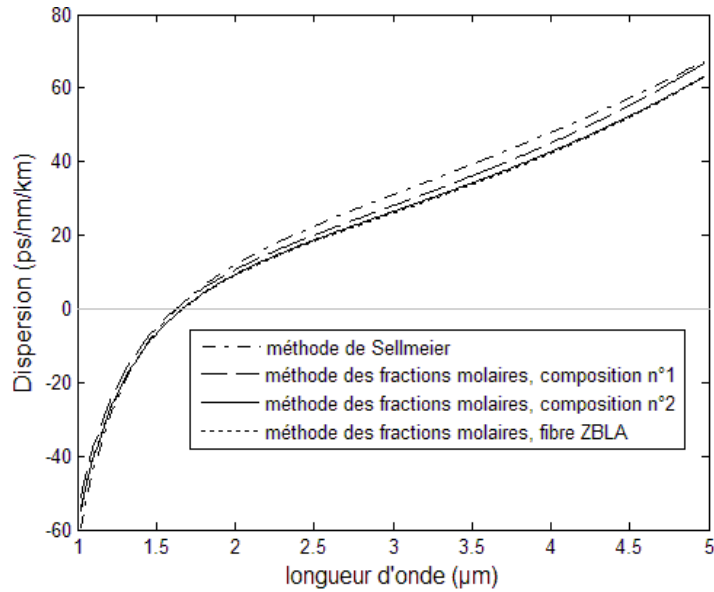


Fig. 2.2 - Courbe de dispersion des verres fluorés ZBLAN et ZBLA.

Toutes les courbes présentent sensiblement la même allure. On donne la longueur d'onde de dispersion nulle obtenue pour chacune des méthodes permettant de calculer la dispersion du matériau ZBLAN :

-méthode de Sellmeier :  $\lambda_0 = 1625,5 \text{ nm}$

-méthode des fractions molaires, composition n°1 :  $\lambda_0 = 1625 \text{ nm}$

-méthode des fractions molaires, composition n°2 :  $\lambda_0 = 1664 \text{ nm}$

La figure 2.3 présente la courbe de dispersion chromatique de la fibre fabriquée par FiberLabs pour laquelle  $a = 4,5 \mu\text{m}$  et  $ON = 0,2$ , calculée de trois manières: d'abord par la formule de Sellmeier, puis en supposant que le coeur de la fibre possède les compositions 1 et 2.

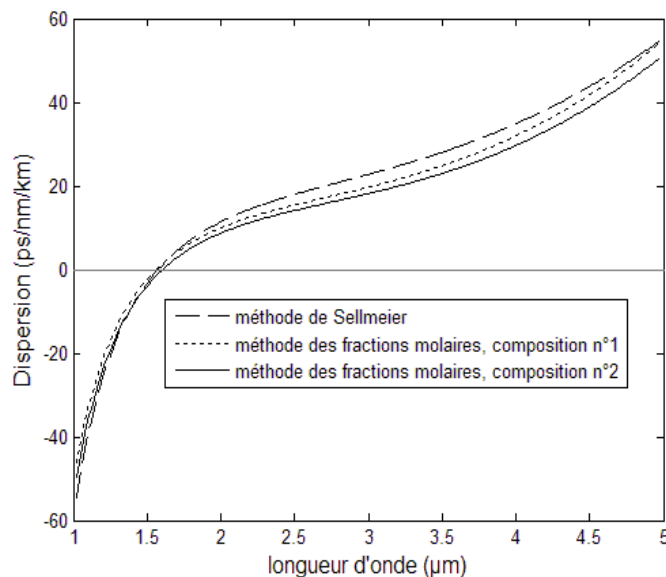


Fig. 2.3 - Courbe de dispersion chromatique d'une fibre en ZBLAN avec  $a=4,5 \mu\text{m}$  et  $ON=0,2$ .

La longueur d'onde de dispersion nulle est estimée pour chacune des trois courbes :

-méthode de Sellmeier :  $\lambda_0 = 1574 \text{ nm}$

-méthode des fractions molaires, composition n°1 :  $\lambda_0 = 1562 \text{ nm}$

-méthode des fractions molaires, composition n°2 :  $\lambda_0 = 1606 \text{ nm}$

Les longueurs d'onde de dispersion nulle obtenues par la méthode des fractions molaires pour la composition n°1 et pour la composition n°2 sont éloignées de 44 nm. Nous avons constaté par la suite, en traçant la courbe d'accord de phase par ces deux méthodes pour une fibre donnée, que les deux estimations de la longueur d'onde signal accordée en phase était distantes de quelques nanomètres, et au maximum de 10 nm. Le choix de la méthode de calcul de l'indice de réfraction aura donc une influence relativement faible sur les dimensionnements du chapitre.

Dans la suite de cette étude, nous ne considérerons pas la fibre fabriquée par Le Verre Fluoré. En effet, les valeurs des paramètres du guide  $a=3,5 \mu\text{m}$  et  $ON=0,22$  sont trop faibles pour que le guidage des ondes dans le moyen infrarouge soit assuré : le rayon de courbure maximal assurant une propagation sans pertes par courbure à ces longueurs d'onde serait de plusieurs mètres. Nous considérerons donc uniquement les fibres fabriquées par FiberLabs dont les spécifications sont données au paragraphe II.1. Comme nous ne connaissons pas la composition exacte du cœur de ces fibres, nous utiliserons les coefficients de Sellmeier pour calculer l'indice de réfraction du matériau ZBLAN.

### II.3 - Courbe d'accord de phase et niveau du gain dans les fibres en verres fluorés

Pour tracer les courbes d'accord de phase et de gain, nous fixons la puissance de pompe à 1 W en régime continu, et nous supposons que nous disposons de 250 m de fibre ZBLAN. Dans la littérature, des fibres de quelques mètres seulement sont utilisées. Ces fibres sont pompées en régime impulsionnel avec des puissances crêtes très supérieures à 1 W. Nous avons supposé une propagation en régime continu, pour simplifier le dimensionnement. Le gain paramétrique dépendant du produit  $P_p L$ , nous devons utiliser une grande longueur de fibre pour notre dimensionnement si nous supposons que  $P_p = 1 \text{ W}$ . Cette longueur de fibre agit sur la valeur du gain mais pas sur la condition d'accord de phase. En effet, la courbe d'accord de phase en régime normal sera quasiment la même quel que soit le régime temporel fixé pour la pompe.

Enfin, on suppose également que les quatre ondes se propagent dans le mode fondamental. Nous utilisons à présent la formule analytique (2.7), en prenant pour paramètres d'entrée les spécifications des fibres fabriquées par FiberLabs. Nous définissons une plage de longueurs d'onde de pompe  $\lambda_p$ , allant de  $1 \mu\text{m}$  à  $2 \mu\text{m}$ . Pour chacune de ces longueurs d'onde de pompe, nous calculons la valeur du désaccord de phase  $K$  pour des longueurs d'onde signal allant de  $\lambda_p$  à  $5 \mu\text{m}$  (valeur maximale de la longueur d'onde signal que l'on souhaite générer et amplifier). Nous calculons ensuite la longueur d'onde signal pour laquelle  $K$  s'annule. La longueur d'onde complémentaire correspondante est calculée par la relation de conservation de l'énergie. On trace alors la courbe donnant, pour chaque longueur d'onde de pompe, les longueurs d'onde signal et complémentaire pour lesquelles la condition d'accord de phase est vérifiée : c'est la courbe d'accord de phase. La figure 2.4 présente le tracé de cette courbe pour les deux fibres FiberLabs ( $a = 4,5 \mu\text{m}$ ,  $ON = 0,2$  et  $a = 5,3 \mu\text{m}$ ,  $ON = 0,2$ ).

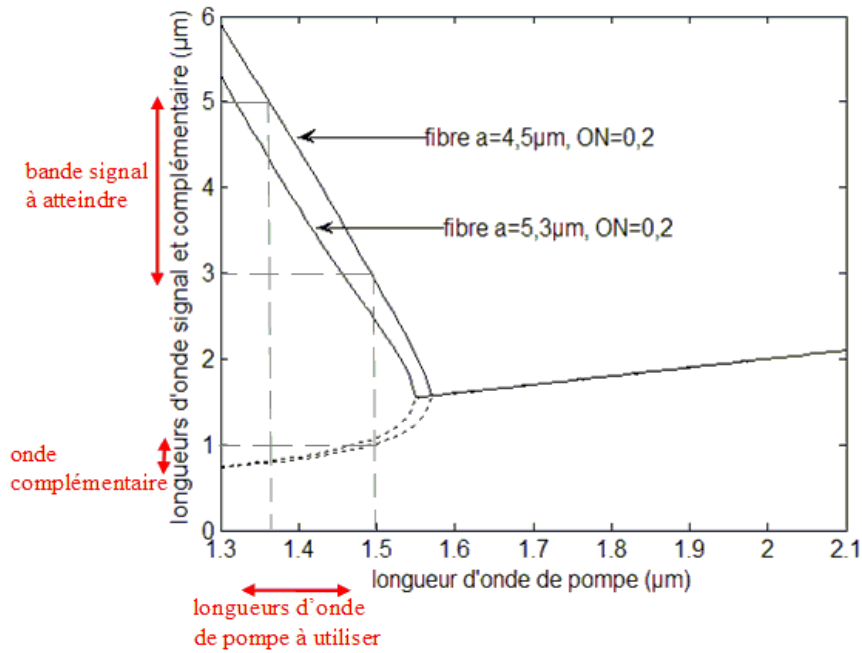


Fig. 2.4 - Courbe d'accord de phase de la fibre fabriquée par FiberLabs,  $a = 4,5 \mu\text{m}$ ,  $\text{ON} = 0,2$ .

Nous retrouvons sur cette courbe la même allure que dans le cas des fibres en silice : en régime de dispersion fortement normale ( $\lambda_p \ll \lambda_0$ ), le décalage spectral pompe-signal est très important, alors qu'il est très faible en régime de dispersion anormale ( $\lambda_p \gg \lambda_0$ ).

Le décalage spectral le plus important est obtenu pour la fibre de paramètres  $a = 4,5 \mu\text{m}$  et  $\text{ON} = 0,2$ . Nous constatons que **pour générer une longueur d'onde signal comprise entre 3 et 5  $\mu\text{m}$ , nous devons utiliser une longueur d'onde de pompe comprise entre 1362,5 nm et 1492 nm**. Nous allons considérer uniquement cette fibre dans la suite de l'étude.

Traçons à présent le gain paramétrique, d'abord pour des longueurs d'onde situées de part et d'autre de la longueur d'onde de dispersion nulle (Figure 2.5).

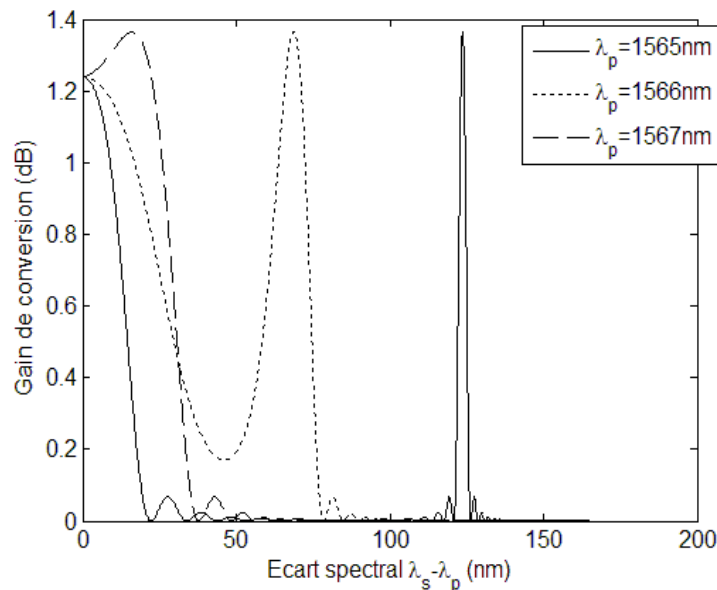


Fig. 2.5 - Gain paramétrique dans la fibre FiberLabs de rayon de cœur  $a = 4,5 \mu\text{m}$  pour 3 longueurs d'onde de pompe différentes.

Nous retrouvons les conclusions du paragraphe III du chapitre 1 concernant l'allure du gain paramétrique en fonction du régime de dispersion de l'onde de pompe : la courbe de gain se présente sous la forme d'une bande large en régime de dispersion anormale, et sous la forme d'un pic étroit en régime de dispersion normale. Rappelons que la transition entre les deux allures du gain ne s'effectue pas rigoureusement de part et d'autre de la longueur d'onde de dispersion nulle (la position de cette transition dépend entre autres de la dispersion de chacune des quatre ondes et de la longueur de la fibre). Elle est toutefois très proche de  $\lambda_0$ , c'est pourquoi nous utilisons abusivement les termes de dispersion normale et anormale. L'étude de la figure 2.5 nous montre que pour générer une onde signal suffisamment éloignée de la pompe, nous devons utiliser une pompe en régime de dispersion fortement normale (c'est-à-dire très éloignée de  $\lambda_0$ , et donc de la zone de transition). La longueur de la fibre aura donc une influence réduite sur la forme de la courbe de gain (voir paragraphe III.1.3). Traçons à présent le spectre du gain paramétrique pour les deux longueurs d'onde de pompe extrêmes susceptibles de générer une onde signal dans la bande 3 - 5  $\mu\text{m}$ , c'est-à-dire 1362,5  $\mu\text{m}$  et 1492 nm (Fig. 2.6 (a) et (b)).

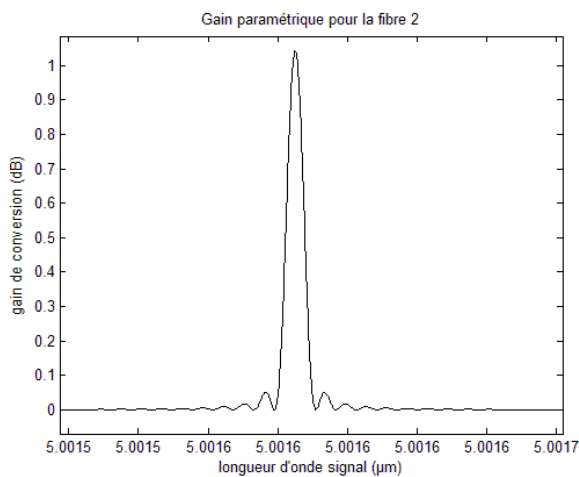


Fig. 2.6 - (a)-Gain signal pour  $\lambda_p = 1362,5$  nm.

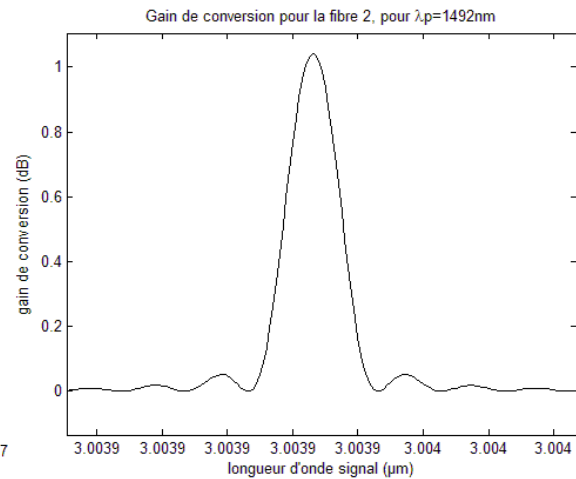


Fig. 2.6 (b)-Gain signal pour  $\lambda_p = 1492$  nm.

Nous constatons que la largeur du gain à mi-hauteur est très faible dans les deux cas ( $<1$  nm), et semble augmenter lorsque la longueur d'onde de pompe augmente.

### II.3.1 - Analyse de la courbe d'accord de phase pour la fibre FiberLabs

Le tracé de la courbe d'accord de phase nous donne une condition sur les longueurs d'onde de pompe permettant de générer un signal entre 3  $\mu\text{m}$  et 5  $\mu\text{m}$  par conversion de fréquence, en l'occurrence situées entre 1362,5 nm et 1492 nm. Nous disposons au laboratoire d'une source Raman émettant à 1480 nm. Cependant, ce type de source possède plusieurs modes longitudinaux. Il est montré dans la thèse d'Anne Durécu [37] qu'une source multimode longitudinale ne permet pas une conversion paramétrique efficace. Par ailleurs, nous disposons de sources émettant entre 1530 nm et 1580 nm (diodes laser, laser à verrouillage de modes, laser à fibre). Cela nous permettrait de générer une longueur d'onde signal entre 2 et 3  $\mu\text{m}$ .

Il est difficile de connaître l'incertitude de calcul sur la courbe d'accord de phase de la figure 2.4. Pour la fibre FiberLabs ( $a = 4,5$   $\mu\text{m}$ ,  $ON = 0,2$ ), le fabricant annonce une incertitude de  $\pm 0,02$  sur la valeur de l'ouverture numérique, et une incertitude de  $\pm 0,05$   $\mu\text{m}$  sur la valeur du rayon de cœur. Si l'on trace deux nouvelles courbes d'accord de phase, l'une

en prenant  $a = 4,45 \mu\text{m}$  (sans modifier  $ON = 0,2$ ) et l'autre en prenant  $ON = 0,18$  (sans modifier  $a = 4,5 \mu\text{m}$ ), on obtient la figure suivante :

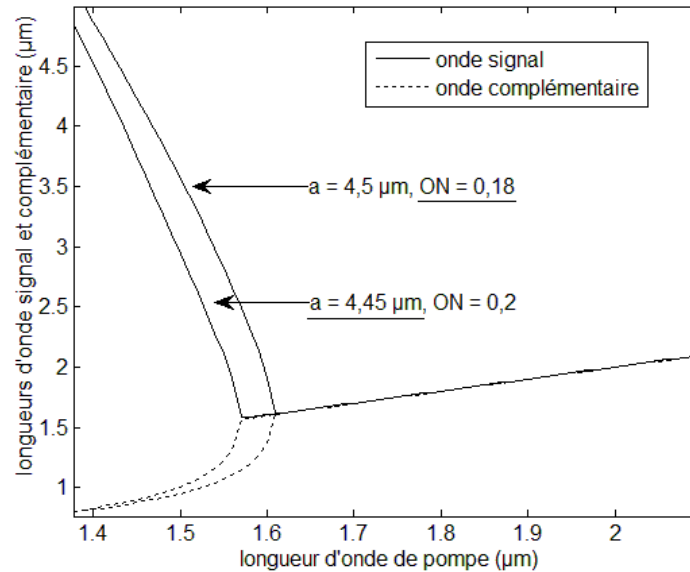


Fig. 2.7 - Influence de la variation du rayon de cœur et de l'ouverture numérique sur la courbe d'accord de phase pour la fibre FiberLabs.

La diminution du rayon de cœur selon l'incertitude annoncée par le fabricant décale la courbe d'accord de phase vers les hautes longueurs d'onde. Elle est presque confondue avec celle de la figure 2.4 (c'est pourquoi nous n'avons pas superposé les deux courbes ici). En revanche, la diminution de l'ouverture numérique provoque une augmentation plus importante de la longueur d'onde de dispersion nulle. La plage de longueurs d'onde de pompe qui permettraient la génération d'un signal dans la bande 3-5  $\mu\text{m}$  se situe à présent entre 1390 nm et 1540 nm, et nous disposerions cette fois-ci de sources adaptées émettant dans cette bande. Cette incertitude nous montre la sensibilité de l'accord de phase au profil de dispersion de la fibre que nous souhaitons utiliser. C'est pourquoi nous avons mené des études expérimentales destinées à mesurer la dispersion des fibres. Ces études sont détaillées dans le chapitre 4. L'étude menée dans cette section montre l'existence théorique de longueurs d'onde accordées en phase dans des fibres à saut d'indice en verres fluorés.

### II.3.2 - Analyse de la courbe de gain

En étudiant la courbe du gain paramétrique, nous observons plusieurs choses :

-pour une puissance continue de 1W, la valeur du gain est très faible (légèrement supérieure à 1dB).

-la largeur de gain est d'autant plus faible que la longueur d'onde de pompe est éloignée de la longueur d'onde de dispersion nulle.

Nous avons fixé une puissance de pompe continue de 1 W. Les fibres en ZBLAN ayant un coefficient non linéaire  $\gamma$  de l'ordre de  $2 \text{ W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$  (du même ordre de grandeur que celui de la silice), nous devons modéliser une grande longueur de fibre pour obtenir un gain conséquent. Compte tenu de l'absorption de la fibre en verre fluoré, qui est de l'ordre de 0,1 dB/m, il n'est pas envisageable d'utiliser plus de quelques dizaines de mètres de fibre ZBLAN si l'on souhaite que l'absorption reste modérée. En régime impulsionnel, le niveau du gain de conversion n'est pas déterminé par la puissance moyenne de l'onde de pompe (cas du régime continu), mais par la puissance crête des impulsions. Cette puissance crête étant beaucoup

plus élevée que la puissance moyenne, nous pourrions utiliser une source fonctionnant en régime impulsionnel pour générer une onde signal avec un niveau de gain égal ou supérieur à celui de la figure 2.5, pour des longueurs de fibre plus faibles. La valeur de la puissance crête des sources impulsionnelles dont nous disposons s'étend de quelques dizaines de Watt à plusieurs centaines de Watt, selon leur régime temporel.

Abordons à présent le problème lié à la largeur de gain de l'onde signal.

Si l'on trace la largeur de gain de l'onde signal en fonction de chaque longueur d'onde de pompe correspondante, on obtient les tracés suivants (figures 2.8 (a) et (b)) :

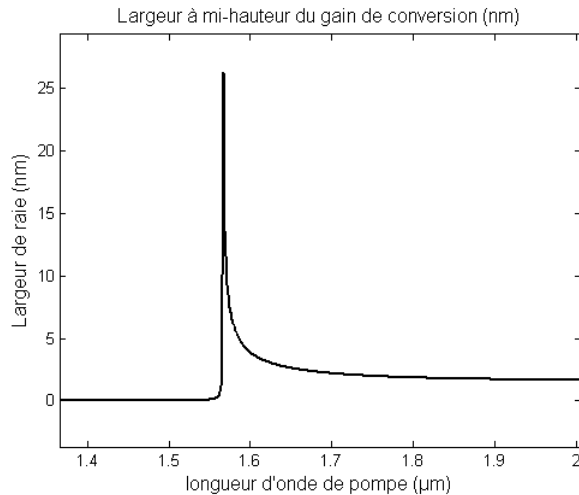


Fig. 2.8 (a) - Tracé de la largeur du gain paramétrique en fonction de la longueur d'onde de pompe.

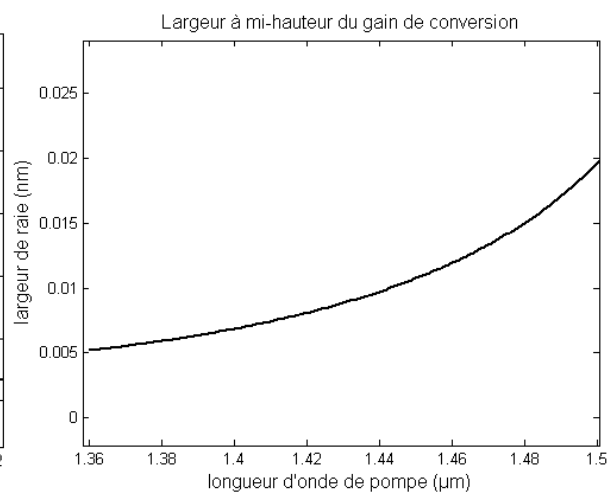


Fig. 2.8 (b)-Gros plan de la figure 2.8 (a).  $a=4,5 \mu\text{m}$ ,  $ON=0,2$ .

La figure de droite est un gros plan de la figure de gauche autour des longueurs d'onde de pompe [1362,5 nm – 1492 nm].

Sur la figure 2.8 (a), nous constatons que la courbe est divisée en deux zones : pour  $\lambda_p < \lambda_0$ , la pompe se trouve en régime de dispersion normale et le gain, très piqué, présente une faible largeur de raie. Pour  $\lambda_p > \lambda_0$ , en revanche, le spectre du gain présente une bande de quelques nanomètres de large. En effectuant un gros plan autour des longueurs d'onde de pompe permettant la génération d'un signal dans la bande 3 - 5  $\mu\text{m}$ , on s'aperçoit que la largeur de raie est inférieure à 0,025 nm dans tous les cas. Les conditions d'accord de phase risquent de ne pas être conservées pour le même quadruplet de longueurs d'onde sur toute la longueur de la fibre. Pour illustrer ce propos, traçons l'influence d'une variation extrêmement faible ( $1/4000^{\text{ème}}$ ) de la valeur du rayon de cœur sur la courbe de gain paramétrique, pour une longueur d'onde de pompe de 1535 nm et une ouverture numérique de 0,18 (figure 2.9).

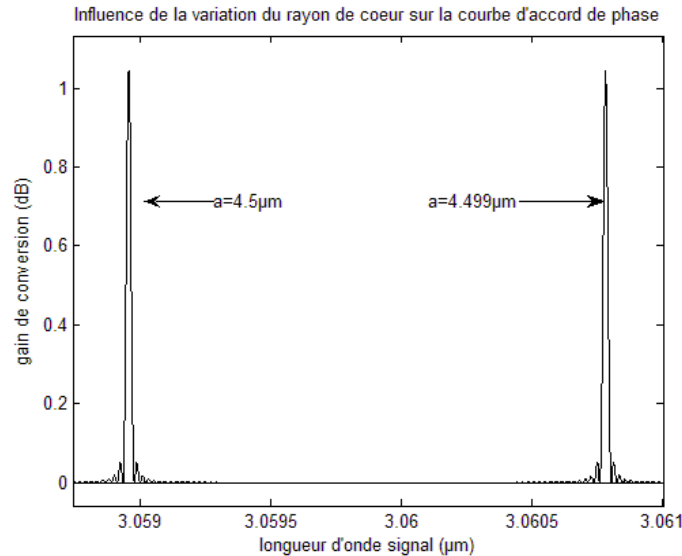


Fig. 2.9 - Influence de la variation du rayon de cœur sur la courbe de gain paramétrique.

Nous constatons que si le rayon de cœur varie de 1 nm, le déplacement du pic de gain est très supérieur à sa largeur à mi-hauteur. Cela signifie qu'une très faible variation d'un paramètre opto-géométrique de la fibre modifiera les conditions d'accord de phase, qui ne seront donc pas maintenues pour la même longueur d'onde signal sur toute la longueur de la fibre. La longueur d'onde signal amplifiée variera donc le long de la fibre, et le processus cumulé sera au final très peu efficace. Ces courbes ont été calculées pour un régime temporel continu, pour lequel on suppose les quatre ondes quasi-monochromatiques. En revanche, si l'on considère une propagation en régime impulsionnel, la largeur spectrale de l'impulsion sera plus importante, et se répercutera certainement sur la largeur du gain.

### II.3.3 - Conclusion

A la lumière des analyses précédentes, nous pouvons à présent donner des spécifications pour le dimensionnement expérimental d'un convertisseur de fréquence à base de fibres de verres fluorés.

Sachant que nous disposons majoritairement de longueurs d'onde de pompe situées entre 1530 et 1580 nm et compte tenu des disponibilités offertes par les constructeurs:

-La fibre doit avoir un rayon de cœur théorique inférieur à 4,5  $\mu\text{m}$ , ou bien une ouverture numérique de l'ordre de 0,18.

-Nous devons utiliser une source de pompe fonctionnant en régime impulsionnel, pour garantir un niveau de gain élevé dans une fibre de longueur raisonnable, et ainsi réduire l'influence des variations des paramètres opto-géométriques.

Un couple de valeurs bien adaptées serait  $a = 4,5 \mu\text{m}$ ,  $ON = 0,16$ . Ces valeurs correspondent à celles d'une fibre réalisée sur mesure par la société FiberLabs. L'analyse de la courbe d'accord de phase du mélange à quatre ondes dans ce cas donne une plage de longueurs d'onde pompe comprise entre 1410 nm et 1600 nm. Cette plage englobe toutes les longueurs d'onde d'émission des sources impulsionnelles disponibles au laboratoire. Cependant, à cause de la valeur réduite de l'ouverture numérique, l'onde signal générée risque de ne pas être guidée dans le cœur de la fibre.

Dans cette partie, nous avons montré la faisabilité théorique d'un convertisseur de fréquence à base de fibres en verres fluorés. La source de pompe et la source signal doivent alors être impulsionnelles, et les valeurs du rayon de cœur et de l'ouverture numérique doivent respecter certaines contraintes: ces valeurs doivent à la fois garantir l'émission dans la bande 3 - 5  $\mu\text{m}$  et le guidage de l'onde signal dans le cœur de la fibre.

Les verres fluorés ont des coefficients non linéaires assez faibles. De grandes longueurs de fibre sont donc nécessaires, ce qui augmente le risque de fluctuations des conditions d'accord de phase le long de la fibre. Une possibilité pour réduire ce risque est d'utiliser des matériaux ayant des non-linéarités beaucoup plus importantes, ce qui permet de réduire la longueur de fibre nécessaire. C'est le cas des verres chalcogénures, que nous allons étudier dans la section qui suit.

### **III - ETUDE DE LA FAISABILITE D'UN CONVERTISSEUR FIBRE EN VERRES DE CHALCOGENURES**

#### **III.1 - Caractéristiques des fibres étudiées**

Parmi les différents fournisseurs de fibre, les sociétés Coractive, au Canada, et Oxford Electronics, au Royaume-Uni, fournissent des fibres en  $\text{As}_2\text{S}_3$  et en  $\text{As}_2\text{Se}_3$  à saut d'indice. Le diamètre de cœur de ces fibres est souvent très élevé ( $>30 \mu\text{m}$ ). Seule la société Coractive fournit des fibres en verres de chalcogénures très faiblement multimodes, dont les caractéristiques sont les suivantes :

- rayon de cœur  $a = 3 \mu\text{m}$ ,
- rayon de gaine  $b = 85 \mu\text{m}$ ,
- ouverture numérique  $\text{ON} = 0,2$ .

Nous allons reprendre la modélisation précédente et l'adapter au cas des fibres en verres de chalcogénures constituées des verres  $\text{As}_2\text{S}_3$  et  $\text{As}_2\text{Se}_3$ , tout d'abord pour une propagation monomode des quatre ondes. Nous prenons en compte pour nos modélisations en régime monomode les paramètres de la fibre fabriquée par Coractive. Nous fixons la puissance de pompe à 1 W en régime continu, et nous considérons que nous disposons de 3 m de fibre.

On trouve dans les articles des valeurs des coefficients non linéaires  $\gamma$  des verres, allant de  $100 \text{ W}^{-1}.\text{km}^{-1}$  à plus de  $2000 \text{ W}^{-1}.\text{km}^{-1}$ , selon le matériau chalcogénure et l'aire effective du mode fondamental se propageant dans le cœur de la fibre [38] [21]. Nous prenons pour nos simulations une valeur moyenne de  $500 \text{ W}^{-1}.\text{km}^{-1}$ .

#### **III.2 - Dispersion des verres de chalcogénures $\text{As}_2\text{S}_3$ et $\text{As}_2\text{Se}_3$**

Comme au paragraphe précédent, on souhaite connaître le profil de dispersion d'une fibre en  $\text{As}_2\text{S}_3$  ou en  $\text{As}_2\text{Se}_3$ . Il faut donc disposer des valeurs d'indice de réfraction du matériau.

1) Boudebs et al [31] donnent une variante de la relation de Sellmeier, appelée formule de Cauchy, pour les verres  $\text{As}_2\text{S}_3$  et  $\text{As}_2\text{Se}_3$  (relation (2.12)).



$$n(\omega) = \sqrt{A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}} \quad (2.12)$$

Les coefficients A, B et C sont définis dans le tableau 2-3 :

	A	B ( $\mu\text{m}^2$ )	C ( $\mu\text{m}^4$ )
As <sub>2</sub> S <sub>3</sub>	5.41	0.20	0.14
As <sub>2</sub> Se <sub>3</sub>	7.56	1.03	0.12
GeSe <sub>4</sub>	5.73	0.80	-0.18
Ge <sub>10</sub> As <sub>10</sub> Se <sub>80</sub>	5.52	1.23	-0.46

Tab 2-3 Coefficients de Cauchy pour les verres As<sub>2</sub>S<sub>3</sub> et As<sub>2</sub>Se<sub>3</sub> [31].

2) Chaudhari et al [39] ont établi une formule de Sellmeier pour le verre As<sub>2</sub>S<sub>3</sub>:

$$n(\omega) = \sqrt{1 + \sum_{j=1}^p \frac{A_j \lambda^2}{\lambda^2 - L_j^2}} \quad (2.13)$$

Les coefficients A<sub>j</sub> et L<sub>j</sub> sont définis dans le tableau 2-4 Tab 2-4:

Table 1. Sellmeier fitting coefficients for As<sub>2</sub>S<sub>3</sub>

Material	As <sub>2</sub> S <sub>3</sub> Glass (j=5)	
	A <sub>i</sub>	L <sub>i</sub> <sup>2</sup>
i=1	1.8983678	0.0225
i=2	1.9222979	0.0625
i=3	0.8765134	0.1225
i=4	0.1188704	0.2025
i=5	0.9569903	750

Tab 2-4 Coefficients Sellmeier pour les verres As<sub>2</sub>S<sub>3</sub> [39].

3) Enfin, la société Amorphous Materials Inc a calculé les valeurs d'indice suivantes pour les verres As<sub>2</sub>S<sub>3</sub> et As<sub>2</sub>Se<sub>3</sub>:

longueur d'onde ( $\mu\text{m}$ )	indice de réfraction du verre As <sub>2</sub> S <sub>3</sub> à 25°C
1,014	2,4757
1,53	2,438
1,97	2,4268
3	2,4152
4	2,4116
5	2,4074

Tab 2-5 (a) – Valeurs discrètes d'indices pour le verre As<sub>2</sub>S<sub>3</sub> données par la société Amorphous Materials Inc.

longueur d'onde ( $\mu\text{m}$ )	indice de réfraction du verre $\text{As}_2\text{Se}_3$
1	2,9221
1,064	2,9023
1,25	2,8638
1,5	2,8351
1,75	2,8186
2	2,8082
3	2,7897
4	2,7830
5	2,7796

Tab 2-5 (b) – Valeurs discrètes d'indices pour le verre  $\text{As}_2\text{Se}_3$  données par la société Amorphous Materials Inc.

Nous avons tracé sur les figures 2.10 (a) et (b) les courbes donnant l'indice de réfraction des verres  $\text{As}_2\text{S}_3$  et  $\text{As}_2\text{Se}_3$  selon les trois références citées ci-dessus.

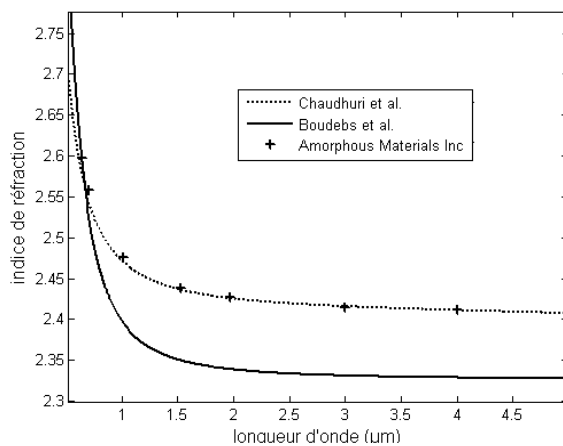


Fig. 2.10 (a) - Indice de réfraction du verre  $\text{As}_2\text{S}_3$ .

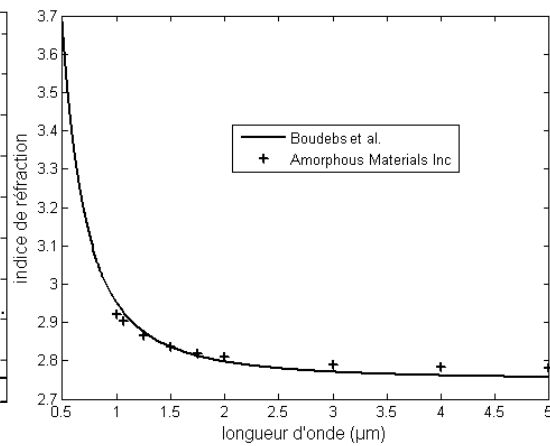


Fig. 2.10 (b) - Indice de réfraction du verre  $\text{As}_2\text{Se}_3$ .

Nous constatons que les différentes formules de la littérature donnent des valeurs d'indice assez différentes pour le verre  $\text{As}_2\text{S}_3$ . D'autres articles de la littérature [40] proposent des valeurs d'indice proches de celles établies par Boudebs et al [31]. Il est précisé dans cette référence [31] que les mesures de l'indice de réfraction ont été effectuées sur des matériaux synthétisés par le laboratoire des Verres et Céramiques de Rennes. Comme nous disposons de fibres fabriquées par ce même laboratoire, nous choisissons d'utiliser les coefficients de Sellmeier de la référence [31] donnés dans le tableau 2-3.

La figure 2.11 présente la courbe de dispersion matériau des fibres. Nous constatons que la longueur d'onde de dispersion nulle des verres  $\text{As}_2\text{S}_3$  et  $\text{As}_2\text{Se}_3$  se situe dans le moyen infrarouge, très loin des longueurs d'onde de pompe disponibles. Dans la suite de l'étude, nous allons effectuer les modélisations pour le verre qui a la longueur d'onde de dispersion nulle la moins éloignée dans l'infrarouge, ce qui est a priori le cas le plus favorable : il s'agit du verre  $\text{As}_2\text{S}_3$ . Les deux courbes de dispersion ayant des variations similaires, les conclusions qualitatives seront identiques pour les deux verres.

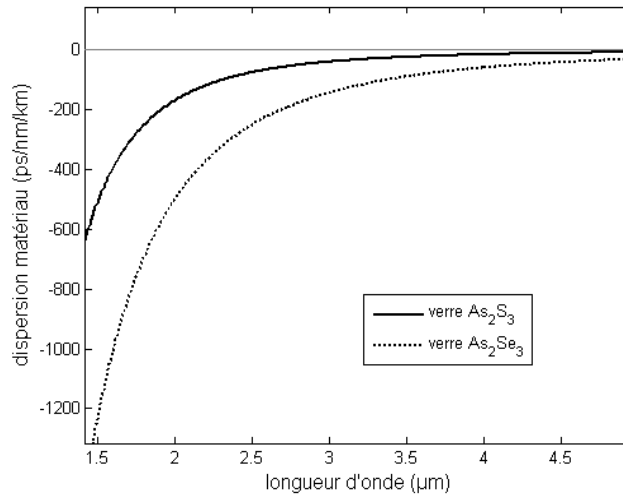


Fig. 2.11 - Courbe de dispersion matériau des verres As<sub>2</sub>S<sub>3</sub> et As<sub>2</sub>Se<sub>3</sub>.

### III.3 - Courbe d'accord de phase et niveau du gain

#### III.3.1 - Cas d'une propagation en régime monomode des quatre ondes

Comme la longueur d'onde de dispersion nulle des fibres en verres de chalcogénures est située dans le moyen infrarouge, la pompe se situe en régime de dispersion très fortement normale. Au chapitre précédent, nous n'avons pas détaillé ce régime pour des fibres en silice, car la courbe de désaccord de phase s'annulait près d'une fréquence de résonance de la silice. On reprend à présent cette étude en traçant les contributions  $\Delta k_M$ ,  $\Delta k_W$  et  $\Delta k_{NL}$  du désaccord  $K$  pour une longueur d'onde signal variable et pour  $\lambda_p=1550$  nm (figure 2.12), et en supposant que toutes les ondes se propagent dans le régime fondamental. Les paramètres de la fibre modélisée correspondent aux spécifications données par la société Coractive:  $a = 3$  μm,  $ON = 0,2$ .

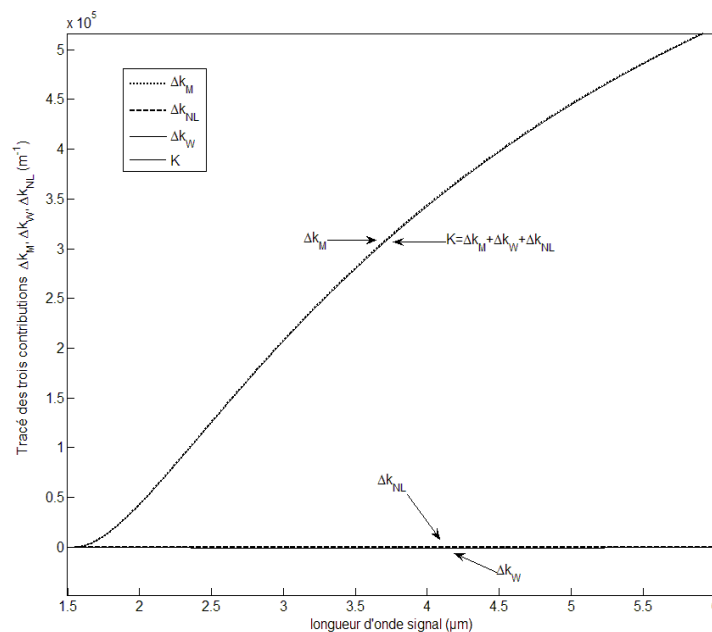


Fig. 2.12 - Tracé des trois termes du désaccord de phase  $\Delta k_M$ ,  $\Delta k_W$  et  $\Delta k_{NL}$  et de leur somme  $K$  pour  $\lambda_p = 1550$  nm.

Le désaccord de phase non linéaire et le désaccord linéaire dû au guide d'onde ont des valeurs très faibles devant celles du désaccord linéaire dû à la dispersion du matériau. En conséquence, le désaccord de phase  $K$  est dominé par le terme  $\Delta k_M$ . Pour toutes les longueurs d'onde de pompe comprises entre 1 et  $2\mu\text{m}$ , et pour les deux verres  $\text{As}_2\text{S}_3$  et  $\text{As}_2\text{Se}_3$ , on obtiendra un tracé analogue. Si on modifie les valeurs des paramètres géométriques de la fibre,  $\Delta k_M$  reste dominant. La différence entre ce cas de figure et le cas des fibres en silice ou en verres fluorés réside dans le fait que pour les verres chalcogénures, le terme de dispersion du guide est trop faible pour compenser la dispersion du matériau, très élevée. Ainsi, le désaccord total  $K$  est toujours positif, et il n'y a jamais accord de phase si les quatre ondes se propagent dans le mode  $\text{LP}_{01}$ .

Pour qu'il y ait accord de phase, il faudrait pouvoir modifier la valeur d'un ou de plusieurs termes de  $K$ . Le terme  $\Delta k_{\text{NL}} = 2\gamma P_p$  est toujours positif, modifier sa valeur ne permettra pas de compenser le terme  $\Delta k_M$ , également positif. Il est également impossible de diminuer de manière importante la valeur de  $\Delta k_M$  tant que l'on considère des longueurs d'onde de pompe très éloignées de la longueur d'onde de dispersion nulle  $\lambda_0$ .

Le terme  $\Delta k_W$  de la figure 2.12 est négatif. Il faudrait pouvoir augmenter de plusieurs ordres de grandeur sa valeur absolue pour qu'il compense  $\Delta k_M$ . Ce terme dépend des caractéristiques géométriques du guide et de la répartition modale des quatre ondes. Nous avons constaté en réalisant quelques simulations supplémentaires que la modification d'un paramètre géométrique du guide dans des plages de valeur réalistes (par exemple doubler ou diminuer de moitié la valeur du rayon de cœur ou de l'ouverture numérique) ne permettait pas d'augmenter suffisamment  $\Delta k_W$ .

En revanche, modifier la répartition modale des quatre ondes permettrait de modifier le désaccord linéaire dû au guide d'onde, et de le rendre non négligeable dans le régime de dispersion qui nous intéresse et où il est toujours négligeable dans une fibre monomode : le régime de dispersion fortement normale.

### III.3.2 - Cas d'une répartition multimode des quatre ondes

L'objectif de ce paragraphe est d'identifier, si elles existent, les répartitions modales des quatre ondes permettant l'amplification paramétrique d'un signal dans la bande 3 - 5  $\mu\text{m}$ , ainsi que la structure géométrique de la fibre adaptée à cette amplification. On évaluera alors l'efficacité de la conversion non linéaire.

Pour limiter le nombre de cas de figure à étudier et ne garder que les répartitions modales privilégiées dans le cadre de notre étude, **on conserve l'hypothèse selon laquelle l'onde de pompe se propage dans le mode fondamental**. Pour que les ondes signal et complémentaire puissent se propager dans des modes d'ordre supérieur, la fibre doit être multimode, ce qui impose une condition sur les paramètres de structure de guide.

#### 1- Condition d'existence des modes

La grandeur qui permet de déterminer le caractère monomode ou multimode d'une fibre à une longueur d'onde donnée est la fréquence normalisée  $V$ . Elle dépend du rayon de cœur et de l'ouverture numérique de la fibre selon la relation :

$$V = \frac{2\pi \cdot ON \cdot a}{\lambda} \quad \text{où} \quad ON = \sqrt{n_{\text{cœur}}^2 - n_{\text{gaine}}^2}$$

A une longueur d'onde donnée, la propagation d'une onde dans un mode d'ordre supérieur n'est possible que si sa fréquence normalisée  $V$  est supérieure à la fréquence de coupure du mode  $V_c$ . Pour une fibre à saut d'indice, la fréquence de coupure du premier mode vaut  $V_c = 2,405$ . Pour  $V < V_c$  la fibre est monomode. Pour  $V > V_c$ , au moins les deux premiers modes de propagation peuvent exister.

La fréquence normalisée varie en sens inverse de la longueur d'onde. Comme nous étudions des longueurs d'onde situées dans l'infrarouge, c'est-à-dire relativement élevées, le produit du rayon de cœur par l'ouverture numérique devra être suffisamment élevé pour permettre la propagation des modes qui nous intéressent.

La figure 2.13 donne, pour chaque longueur d'onde, la valeur minimale du produit  $ON \times a$  assurant l'existence des modes d'ordre supérieur. Les droites matérialisent la limite d'apparition d'un mode, et la valeur de  $V_c$  correspondante est indiquée pour chaque droite. Dans chaque zone délimitée par deux droites, le mode  $LP_{xy}$  qui apparaît est indiqué, ainsi que  $M$  le nombre total de modes qui peuvent alors coexister au sein de la fibre.

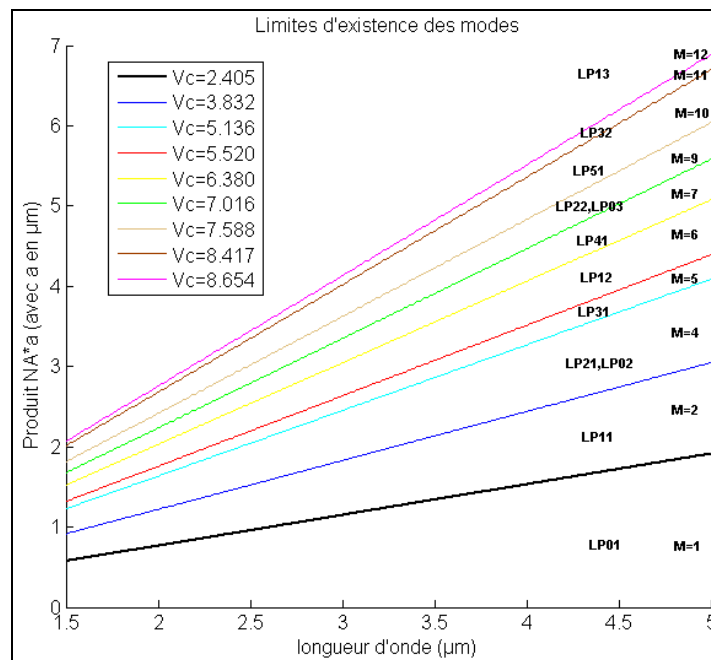


Fig. 2.13 - Condition limite pour l'existence des 12 premiers modes dans une fibre à saut d'indice. M est le nombre de modes pouvant se propager.

Pour chaque répartition  $(LP_{pompe}, LP_{pompe}, LP_{signal}, LP_{complémentaire}) = (LP_{x_1y_1}, LP_{x_2y_2}, LP_{x_3y_3}, LP_{x_4y_4})$  que nous souhaitons étudier, nous devons vérifier que les paramètres  $ON$  et  $a$  de la fibre permettent l'existence de chacun des modes considérés.

Si le produit  $ON \times a$  est suffisamment élevé pour assurer l'existence de seulement quelques modes d'ordre supérieur, la fibre est dite faiblement multimode. Si la valeur du produit  $ON \times a$  est très élevée, de nombreux modes peuvent se propager et rester guidés dans la fibre. L'utilisation d'une fibre fortement multimode n'est pas forcément adaptée à notre étude : si beaucoup de modes d'ordre supérieur existent, plusieurs sont susceptibles de générer une fraction de gain signal à diverses longueurs d'onde accordées en phase, au détriment de la longueur d'onde signal désirée dans un mode particulier.

En général, on préférera considérer une fibre faiblement multimode, et on fixera la valeur du produit  $ON \times a$  proche de la **valeur minimale assurant l'existence du mode d'ordre supérieur considéré**.

Précisons que la recherche de la courbe d'accord de phase telle qu'elle a été implémentée sous Matlab se fait, pour chaque longueur d'onde de pompe fixée, par recherche de la longueur d'onde signal qui annule la fonction K. Cette longueur d'onde est recherchée sur une plage de longueurs d'onde signal. Ce qui signifie que la condition d'existence du mode devra être vérifiée pour des longueurs d'onde signal allant jusqu'à la limite maximale fixée, en général 5  $\mu\text{m}$ , et pour des longueurs d'onde complémentaire allant jusqu'à la limite minimale correspondante, selon la conservation de l'énergie. Nous avons implémenté une procédure d'erreur qui teste la condition d'existence des modes et interrompt le programme si celle-ci n'est pas respectée.

## 2- Recherche d'une répartition modale vérifiant l'accord de phase

Rappelons l'expression du désaccord de phase linéaire dû au guide d'onde :

$$\Delta k_W = 2\pi \cdot (n_{\text{coeur}} - n_{\text{gaine}}) \cdot \left( \frac{b_i}{\lambda_i} + \frac{b_s}{\lambda_s} - 2 \frac{b_p}{\lambda_p} \right) \quad (2.6)$$

Pour que la dispersion du guide compense la dispersion du matériau, elle doit devenir suffisamment négative, c'est-à-dire que le terme  $b_i/\lambda_i + b_s/\lambda_s$  doit être suffisamment faible devant le terme  $2b_p/\lambda_p$ .

Nous étudions donc la contribution relative de chaque terme  $b_j/\lambda_j$  à la somme totale. La figure 2.14 recense les tracés de  $b_j/\lambda_j$  en fonction de  $\lambda_j$ , pour les douze premiers modes, pour des valeurs fixées de  $ON = 0,453$  et  $a = 15 \mu\text{m}$  (valeurs assurant l'existence de ces douze modes). L'information de répartition modale est contenue dans l'expression de  $b_k$  au travers des paramètres  $V_c$  et  $l$ , dont les valeurs pour les 11 premiers modes sont tabulées (les valeurs de  $V_c$  sont présentées en encart de la figure 2.13, les valeurs de  $l$  sont les valeurs de  $x$  lorsque l'on utilise la notation  $LP_{xy}$ ) :

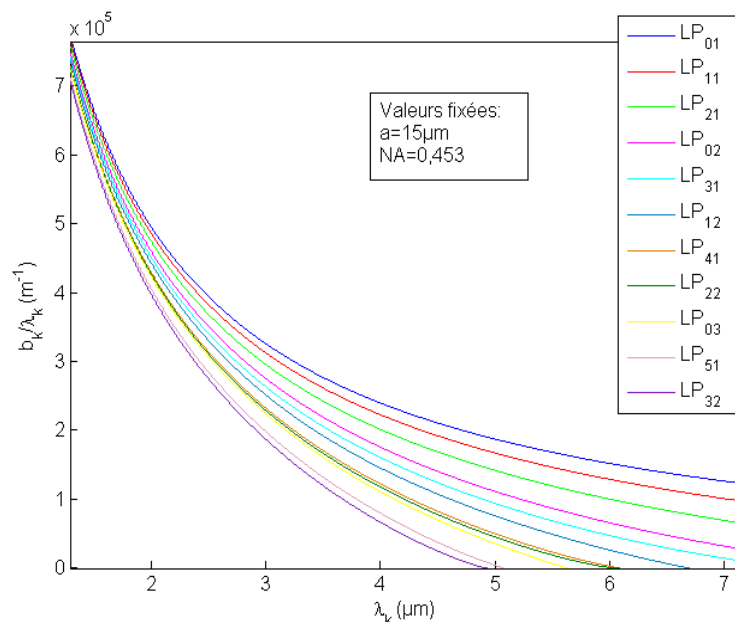


Fig. 2.14 - Tracés des courbes  $b_k/\lambda_k$  en fonction de  $\lambda_k$ .

Chaque courbe  $b_j/\lambda_j$  correspond à une répartition modale.

Nous constatons sur cette figure que l'ordonnée des courbes diminue lorsque l'ordre du mode considéré augmente. Pour rendre le terme  $\Delta k_W$  suffisamment négatif, il faut augmenter le terme  $b_p/\lambda_p$  et diminuer les termes  $b_s/\lambda_s$  et  $b_i/\lambda_i$ . D'après la figure 2.14, cela est possible si l'on répartit les ondes signal et complémentaire dans des modes d'ordre élevé, et la pompe dans le mode fondamental. Par exemple, la répartition (pompe, pompe, signal, complémentaire) = (LP<sub>01</sub>, LP<sub>01</sub>, LP<sub>32</sub>, LP<sub>32</sub>) pourra permettre d'obtenir une valeur fortement négative de  $\Delta k_W$ . Sur la figure 2.15, nous avons tracé le terme  $\Delta k_W$  pour différentes répartitions modales des ondes signal et complémentaire, et pour les paramètres du guide suivants :  $a = 1,5 \mu\text{m}$ ,  $\Delta n = 0,453$ ,  $\lambda_p = 1,56 \mu\text{m}$ . On a également tracé en noir la courbe  $-\Delta k_M$ . L'intersection entre la courbe  $-\Delta k_M$  et chacune des courbes  $\Delta k_W$  donne la position de l'accord de phase pour chaque répartition modale.

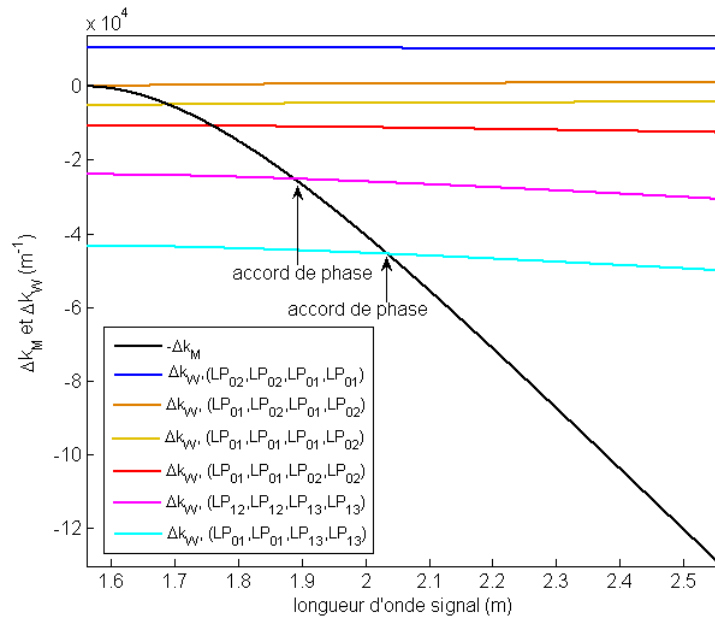


Fig. 2.15 - Tracés des désaccords dus au guide d'onde pour différentes répartitions modales dans une fibre à saut d'indice en  $\text{As}_2\text{S}_3$ .

Pour couvrir de façon exhaustive les répartitions, nous avons aussi considéré le cas où la propagation de l'onde de pompe dans le mode fondamental n'est pas réalisée. Les courbes de  $\Delta k_W$  de la figure 2.15 varient peu en fonction de la longueur d'onde signal. La longueur d'onde signal accordée en phase (intersection de  $\Delta k_W$  avec  $-\Delta k_M$ ) est d'autant plus éloignée de la longueur de pompe que les ondes signal et complémentaire se propagent dans des ordres élevés. Nous constatons que **dans tous les cas où l'onde pompe se propage dans le mode fondamental, l'accord de phase est réalisable**. En revanche, certaines répartitions modales (par exemple la répartition (LP<sub>02</sub>, LP<sub>02</sub>, LP<sub>01</sub>, LP<sub>01</sub>) ne le permettent pas. Enfin, nous observons à la lumière de ces tracés que lorsque les deux photons de pompe sont répartis dans deux modes différents, la longueur d'onde signal accordée en phase est moins éloignée de la longueur d'onde de pompe que dans le cas où les deux photons de pompe sont dans le même mode.

Ainsi, pour assurer un grand écart spectral onde pompe-onde signal accordée en phase, nous choisirons de propager les deux ondes de pompe dans le mode fondamental.

### 3- Sélection des modes assurant un gain paramétrique élevé

Dans la section III.3 du chapitre 1, nous avons mentionné l'importance du recouvrement entre les quatre ondes pour assurer une conversion de fréquence efficace. La figure 2.16 présente le

profil d'intensité des douze premiers modes  $LP_{xy}$ . L'intégrale de recouvrement définie à la section II.1.2 du chapitre dépend du produit entre les profils d'intensité.

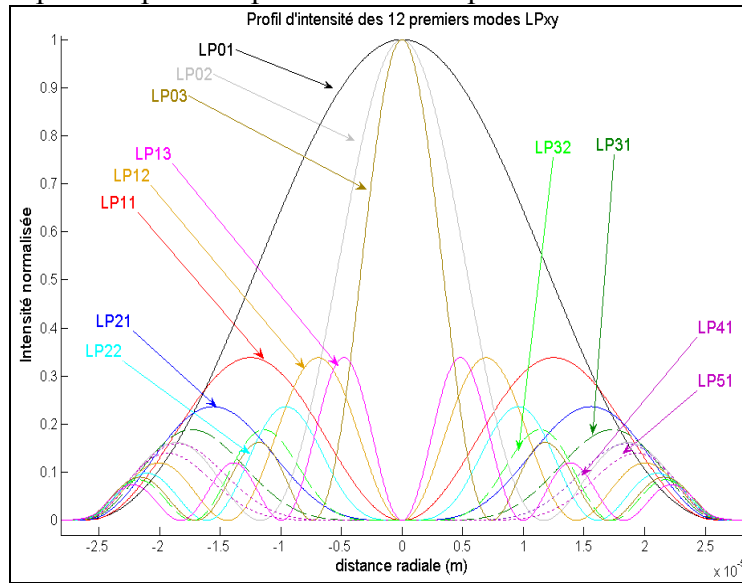


Fig. 2.16 - Tracés des douze premiers profils de modes  $LP_{xy}$  [26].

Nous constatons d'emblée que certains modes transverses présenteront des conditions de recouvrement plus favorables, alors que d'autres combinaisons donneront des valeurs de coefficients de recouvrement très faibles (voir tableau 1-3 du chapitre 1).

Le calcul de l'intégrale de recouvrement étant indépendant de la nature du matériau fibré, nous pouvons appliquer directement la conclusion obtenue dans le cas des fibres en silice : **nous limiterons le choix des modes des ondes signal et complémentaire aux modes de type  $LP_{0y}$** , les autres modes d'ordre supérieur offrant un coefficient de recouvrement plus faible avec l'onde de pompe se propageant dans le mode fondamental.

Le tableau suivant donne le calcul du coefficient de recouvrement pour des ondes signal et complémentaire réparties dans le même mode puis dans deux modes différents, pour  $a = 15 \mu\text{m}$ ,  $ON = 0,45$ , et  $\lambda_p = 1,5 \mu\text{m}$ .

Répartition modale des 4 ondes	Pourcentage de recouvrement des 4 ondes normalisé par rapport au cas monomode
$(LP_{01}, LP_{01}, LP_{01}, LP_{02})$	49,02%
$(LP_{01}, LP_{01}, LP_{02}, LP_{02})$	82,87%
$(LP_{01}, LP_{01}, LP_{03}, LP_{03})$	82,35%

Tab 2-6 Valeur du pourcentage de recouvrement pour différentes combinaisons des quatre ondes.

Nous constatons que le recouvrement est le plus fort lorsque les ondes signal et complémentaire se propagent dans le même mode  $LP_{0y}$ . De plus, le recouvrement, et donc le gain, est favorisé lorsque  $y$  a une valeur faible (similarité des profils d'intensité). En revanche, si l'on reprend les tracés de la figure 2.15, on constate que l'écart entre les longueurs d'onde de la pompe et du signal à l'accord de phase est d'autant plus important que  $y$  est élevé.

Ces effets sont antagonistes pour les performances du convertisseur: un compromis entre valeur du gain et décalage spectral  $\lambda_s - \lambda_p$  est donc nécessaire.



Pour résumer, nous avons établi qu'il était possible de réaliser l'accord de phase dans des fibres en verres  $As_2S_3$  et  $As_2Se_3$  à saut d'indice :

- Avec l'onde pompe qui se propage dans le mode fondamental.
- Sous la condition que les ondes signal et complémentaire se propagent dans le même mode d'ordre supérieur de type  $LP_{0y}$ . La valeur de  $y$  devra être choisie de façon à assurer à la fois un recouvrement suffisant entre les quatre ondes et un écart  $\lambda_s - \lambda_p$  important à l'accord de phase.

On prendra soin de vérifier la condition de propagation guidée des modes dans la fibre, dans chacune de nos simulations.

### III.3.3 - Choix de la répartition modale et des paramètres du guide

#### 1- Détermination des paramètres du guide

Nous choisissons d'étudier le cas où les ondes signal et complémentaire se propagent dans le **mode  $LP_{03}$** . Quelques calculs préliminaires nous permettent en effet de penser que choisir  $y=2$  ne sera pas suffisant pour atteindre la bande 3 - 5  $\mu m$  par conversion de fréquence, compte tenu du fait que la longueur d'onde de pompe sera vraisemblablement inférieure à 2  $\mu m$ . Nous allons à présent étudier s'il est possible, sous ces hypothèses, de trouver des valeurs des paramètres géométriques du guide qui permettent de générer un signal entre 3 et 5  $\mu m$ .

Nous considérons dans un premier temps une fibre en  $As_2S_3$ . Prenons à titre d'exemple  $a = 15 \mu m$  et  $ON = 0,4$ . Le produit  $ON \times a$  est alors suffisamment élevé pour assurer la condition d'existence des modes. La valeur  $ON = 0,4$  est réaliste, elle est en effet proposée pour des fibres en verres de chalcogénures vendues par Oxford Electronics. Avec  $a = 15 \mu m$ , la fibre est faiblement multimode.

Les figures 2.17 (a) et (b) donnent, pour une puissance de pompe de 1W, et pour deux longueurs d'onde de pompe de 1,55  $\mu m$  et 2  $\mu m$ , le tracé du désaccord total de phase  $K$  pour le jeu de paramètres que nous venons de fixer, et pour une petite variation de ces paramètres :

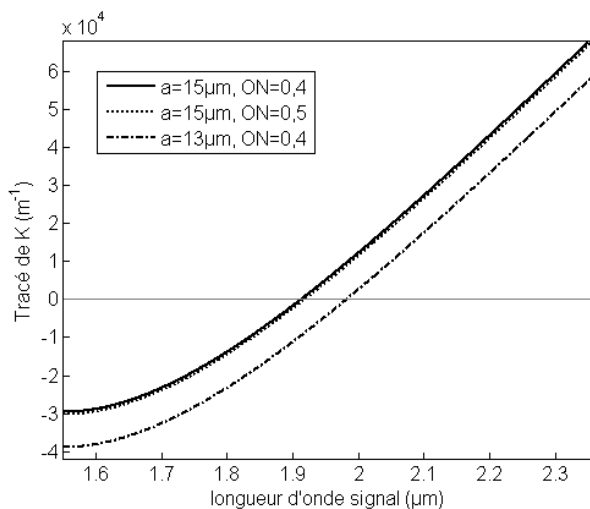


Fig. 2.17 (a) - Tracé du désaccord de phase total  $K$  pour différentes valeurs de  $a$  et  $ON$ , pour  $\lambda_p = 1,5 \mu m$ .

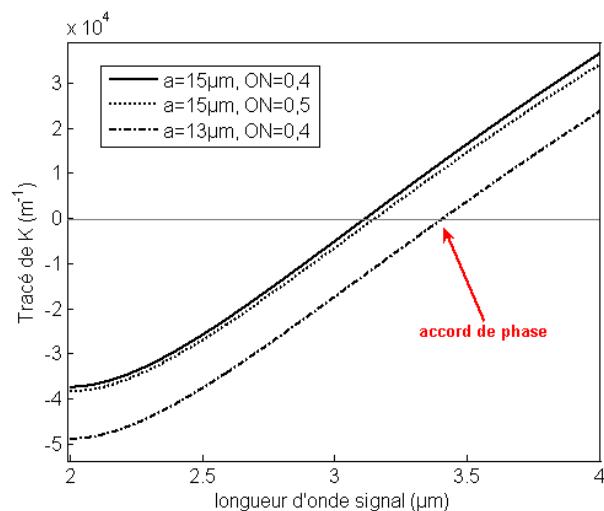


Fig. 2.17 (b) - Tracé du désaccord de phase total  $K$  pour différentes valeurs de  $a$  et  $ON$ , pour  $\lambda_p = 2 \mu m$ .

L'observation des deux figures ainsi que les considérations précédentes nous amènent aux conclusions suivantes :

La variation de l'ouverture numérique de la fibre de 25% de sa valeur ne provoque qu'un faible décalage de la longueur d'onde signal accordée en phase. En revanche, la variation du rayon de cœur de 13% de sa valeur provoque un décalage important de la longueur d'onde signal générée par conversion de fréquence.

Pour favoriser **la génération d'une longueur d'onde signal éloignée de la longueur d'onde de pompe, il faut utiliser une fibre ayant une grande ouverture numérique et un petit rayon de cœur**. Le paramètre dont le choix a le plus d'influence sur la position de l'accord de phase est le rayon de cœur de la fibre. On devra donc fixer et connaître sa valeur exacte le plus précisément possible.

En conséquence, nous définissons une fibre « idéale » en choisissant un rayon de cœur le plus petit possible, et tel que le produit  $ON \times a$  respecte la condition d'existence des modes. Nous prenons  $a = 13 \mu\text{m}$  et  $ON = 0,4$ .

## 2 - Courbes d'accord de phase et du gain paramétrique

Traçons maintenant la **courbe d'accord de phase pour une répartition modale ( $LP_{01}, LP_{01}, LP_{03}, LP_{03}$ ) dans une fibre en verre  $As_2S_3$** .

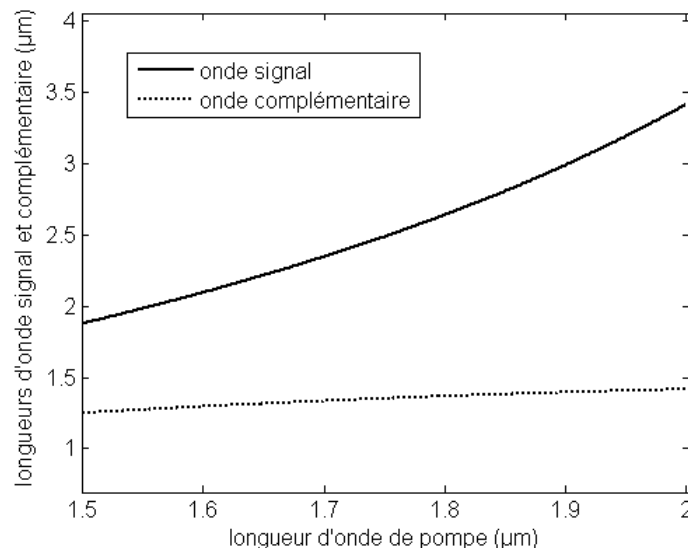


Fig. 2.18 – Tracé de la courbe d'accord de phase pour une fibre à saut d'indice en  $As_2S_3$ , pour  $a = 13 \mu\text{m}$  et  $ON = 0,4$ , et pour la répartition modale ( $LP_{01}, LP_{01}, LP_{03}, LP_{03}$ ).

Nous constatons que dans le cas de cette fibre « idéale », il est possible de générer une longueur d'onde signal supérieure à  $3 \mu\text{m}$  pour des longueurs d'onde de pompe supérieures à  $1,89 \mu\text{m}$  environ. Actuellement sont développées des sources de pompe impulsives émettant à  $1960 \text{ nm}$  et  $1995 \text{ nm}$ , qui seraient donc adaptées à la conversion paramétrique dans cette fibre. La figure 2.19 présente l'allure du gain de conversion paramétrique pour  $\lambda_p = 1995 \text{ nm}$ .

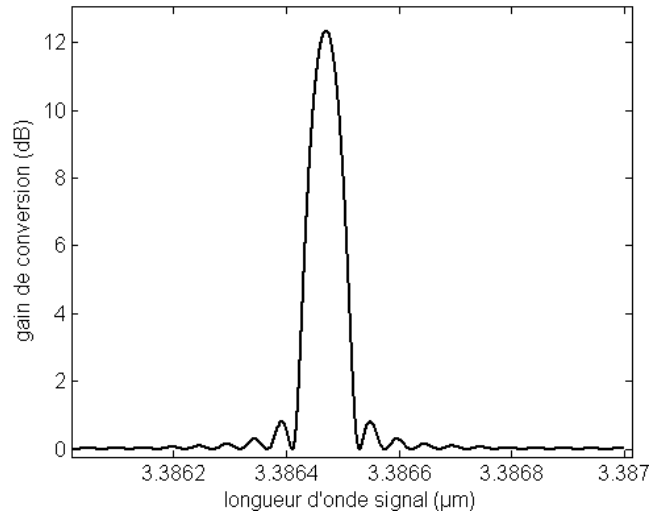


Fig. 2.19 - Spectre du gain paramétrique pour  $\lambda_p = 1,995 \mu\text{m}$  et pour  $L = 3 \text{ m}$ .

Le niveau de gain (12 dB) est plus élevé que pour les fibres en ZBLAN, grâce à la très forte non-linéarité des verres de chalcogénures, ce qui permet en outre de réduire la longueur de fibre à seulement 3 m.

### 3 - Calcul de la largeur de gain

La largeur de gain semble très faible. Le calcul de la largeur à mi-hauteur du gain de conversion en fonction de la longueur d'onde de pompe, pour deux répartitions multimodes des quatre ondes, est présenté sur la figure 2.20.

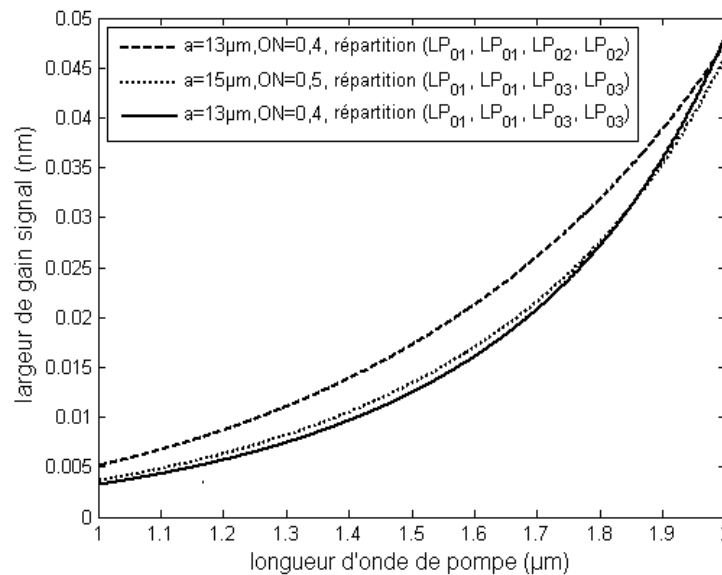


Fig. 2.20 - Tracé de la largeur du gain paramétrique en fonction de la longueur d'onde de pompe.

On constate que cette largeur est extrêmement faible pour toutes les longueurs d'onde de pompe. Elle est toujours inférieure à 0,05 nm. Cela peut s'expliquer par le fait que la longueur d'onde de pompe est très éloignée de la longueur d'onde de dispersion nulle. Nous observons que la modification du désaccord linéaire dû au guide d'onde par répartition multimode n'a que peu ou pas d'impact sur cette largeur de gain. Le maintien des conditions d'accord de phase sur quelques mètres de fibre sera très difficile, compte tenu de la variabilité des paramètres opto-géométriques de la fibre sur toute sa longueur. La figure 2.21 montre la

variation de la position de la longueur d'onde signal accordée en phase lorsque l'on fait varier le rayon de cœur de moins de un millième de sa valeur : le spectre de gain se déplace de plusieurs fois sa largeur à mi-hauteur.

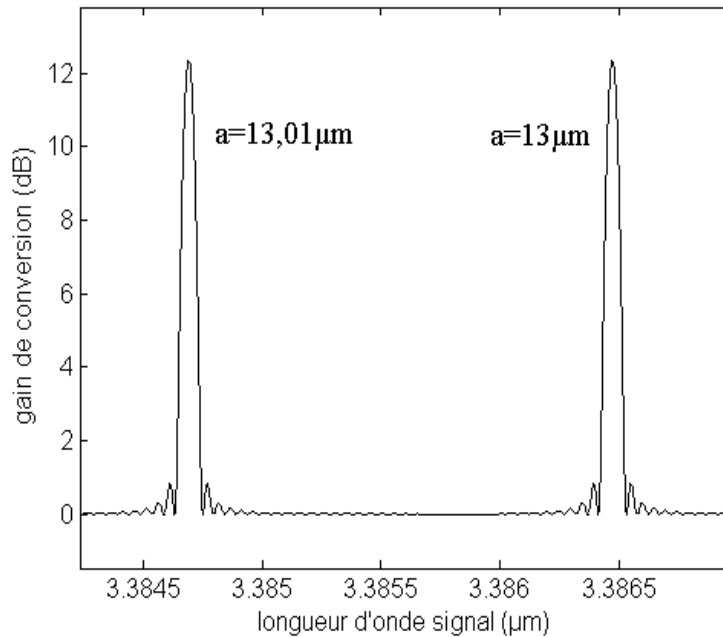


Fig. 2.21 - Influence de la variation du rayon de cœur sur la courbe de gain paramétrique

### III.3.4 - Conclusion

Dans cette section, nous avons modélisé la conversion de fréquence par mélange à quatre ondes dans une fibre en verres de chalcogénures  $As_2S_3$  à saut d'indice. Nous avons mis en évidence l'impossibilité de réaliser l'accord de phase dans cette fibre si les quatre ondes se propagent dans le mode fondamental  $LP_{01}$ . En revanche, si les ondes signal et complémentaire se propagent dans des modes d'ordre supérieur de type  $LP_{0y}$ , l'accord de phase peut avoir lieu. Nous avons montré qu'en répartissant les ondes signal et complémentaire dans le mode  $LP_{03}$ , dans une fibre dont l'ouverture numérique vaut 0,4 et dont le rayon de cœur vaut  $13 \mu m$ , il était possible de générer une onde signal de longueur d'onde située entre  $3 \mu m$  et  $5 \mu m$ , avec un gain de 12 dB.

Toutefois, se posent deux problèmes majeurs : tout d'abord, une telle fibre « idéale » n'est pour l'instant pas commercialisée. En effet, le plus petit rayon de cœur est proposé par Coractive et vaut  $27,5 \mu m$ . En effectuant des simulations avec ces paramètres de fibre, nous avons constaté que dans tous les cas le rayon de cœur est trop élevé pour permettre de générer une longueur d'onde signal supérieure à  $3 \mu m$ . La société Coractive est en train de mener des études pour réaliser une fibre en  $As_2S_3$  dont le rayon de cœur vaudrait  $14 \mu m$ .

Toutefois, ces études en sont encore au stade du développement de laboratoire. Le deuxième problème que nous rencontrons est celui de la largeur spectrale du gain. Dans le cas des fibres en verres fluorés comme dans le cas des fibres en verres de chalcogénures, nous avons constaté que la largeur spectrale du gain était très inférieure au nanomètre. Dans ce cas, les conditions d'accord de phase risquent de ne pas être vérifiées pour la même longueur d'onde signal tout au long de la fibre.

## CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons étudié le potentiel théorique de l'amplification paramétrique dans des fibres à saut d'indice en verres fluorés et en verres de chalcogénures, pour la génération de rayonnement dans la bande 3 – 5  $\mu\text{m}$ .

Nous avons d'abord montré la possibilité de réaliser un accord de phase monomode dans les fibres en verres fluorés ZBLAN, permettant la génération d'une onde signal à 3  $\mu\text{m}$  à partir d'une onde de pompe à 1,5  $\mu\text{m}$ . Cependant, la largeur spectrale du gain signal étant très faible ( $< 0,02 \text{ nm}$ ), l'efficacité de la conversion risque d'être très fortement compromise si les paramètres opto-géométriques de la fibre fluctuent longitudinalement. Cela sera très vraisemblablement le cas, puisque du fait de la faible non-linéarité des fibres en verres fluorés, il est nécessaire d'utiliser plusieurs mètres de fibre.

Dans un deuxième temps, nous avons montré que seul un accord de phase multimode était possible dans les fibres en verres de chalcogénures  $\text{As}_2\text{S}_3$  et  $\text{As}_2\text{Se}_3$ . Nous avons identifié les répartitions modales et les paramètres opto-géométriques adaptés à la génération de rayonnement dans la bande 3 – 5  $\mu\text{m}$ . En particulier, nous avons montré qu'il était possible de générer une onde signal située à 3,3  $\mu\text{m}$  à partir d'une onde de pompe située à 1,89  $\mu\text{m}$ , en exploitant la répartition modale ( $\text{LP}_{01}$ ,  $\text{LP}_{01}$ ,  $\text{LP}_{03}$ ,  $\text{LP}_{03}$ ). Dans ce cas, la largeur spectrale du gain signal est encore très faible ( $< 0,05 \text{ nm}$ ). Cela est dû au fait que la longueur d'onde de pompe se situe en régime de dispersion fortement normale. Malgré les fortes non-linéarités des verres de chalcogénures, rendant possible l'utilisation de faibles longueurs de fibre, la fluctuation des paramètres opto-géométriques risque de compromettre très fortement l'efficacité de la conversion. Pour augmenter la largeur spectrale du gain signal, il est indispensable que la longueur d'onde de la pompe et la longueur d'onde de dispersion nulle de la fibre soient voisines. Il n'est pas envisageable d'utiliser une longueur d'onde de pompe située près de la longueur d'onde de dispersion nulle des verres de chalcogénures (autour de 5  $\mu\text{m}$ ). En revanche, il est possible d'abaisser significativement la longueur d'onde de dispersion nulle de la fibre en verre de chalcogénures en utilisant des fibres microstructurées. En effet, ces fibres sont formées d'un réseau de trous périodique dont les dimensions gouvernent la dispersion du guide d'onde.

Dans le chapitre 3, nous étudions le potentiel des fibres microstructurées en verres de chalcogénures pour la génération de rayonnement dans la bande 3 – 5  $\mu\text{m}$ .

## Chapitre 3

# Modélisation de la dispersion et de l'amplification paramétrique dans les fibres microstructurées en verres de chalcogénures

I - PRESENTATION DES FIBRES MODELISEES .....	77
II - LA METHODE DE L'INDICE EFFECTIF DE GAINE (EIM).....	79
II.1 - Principe de la méthode .....	79
II.2 - Etape 1 : détermination de l'indice effectif de gaine .....	80
II.2.1 - Réduction du domaine.....	80
II.2.2 - Valeur du rayon du contour circulaire b.....	81
II.2.3 - Résolution de l'équation de propagation.....	82
II.3 - Etape 2 : détermination de l'indice effectif des modes guidés.....	85
II.3.1 - Résolution de l'équation de propagation.....	85
II.3.2 - Détermination du rayon de cœur effectif de la fibre équivalente.....	86
II.4 - Mise en œuvre de la méthode EIM pour des fibres en verres de chalcogénures $As_2S_3$ et $As_2Se_3$ .....	88
II.4.1 - Choix des paramètres .....	88
II.4.2 - Temps de calcul de la méthode EIM .....	89
II.4.3 - Calcul par la méthode EIM des courbes de dispersion approchées .....	90
III - VALIDATION DE LA METHODE DE L'INDICE EFFECTIF DE GAINE.....	92
III.1 - La méthode des éléments finis (FEM).....	93
III.2 - Optimisation des paramètres du modèle EIM par comparaison avec la FEM.....	94
III.2.1 - Etude comparative pour des fibres en $As_2S_3$ .....	96
III.2.1.1 - Détermination des coefficients de Park et Lee optimisés pour $\Lambda = 5 \mu m$ ....	98
III.2.1.2 - Détermination des coefficients de Li et al optimisés pour $\Lambda = 5 \mu m$ .....	101
III.2.1.3 - Etude de l'influence du paramètre $\Lambda$ sur les coefficients empiriques .....	103
III.2.1.4 - Recherche d'une approximation par morceaux de la courbe d'indice effectif .....	104
III.2.2 - Mise en œuvre pour des fibres en $As_2Se_3$ .....	105
III.3 - Conclusion sur la méthode EIM appliquée aux fibres en $As_2S_3$ et $As_2Se_3$ .....	106
IV - APPLICATION DE LA METHODE EIM A L'ETUDE DE LA GENERATION PARAMETRIQUE DANS DES FIBRES EN VERRES DE CHALCOGENURES.....	108

## INTRODUCTION

Nous avons montré dans le chapitre précédent qu'il était théoriquement possible de réaliser un accord de phase multimode dans les fibres en verres de chalcogénures à saut d'indice. Cependant, la très faible largeur spectrale du gain paramétrique compromettant potentiellement l'efficacité du processus non linéaire, nous devons envisager une autre structure de fibre.

Dans ce chapitre, nous étudions le potentiel théorique du processus d'amplification paramétrique dans des fibres microstructurées en verres de chalcogénures  $As_2S_3$  et  $As_2Se_3$ . La détermination des conditions d'accord de phase dans ces fibres microstructurées requiert la connaissance de l'indice effectif de chacune des quatre ondes mises en jeu dans le processus paramétrique. Dans le cas des fibres à saut d'indice, nous disposons d'une équation aux valeurs propres scalaire issue des équations de Maxwell, dont la résolution numérique permettait d'obtenir la valeur de ces indices effectifs. Dans le cas des fibres microstructurées, il n'est pas possible a priori d'établir directement cette équation aux valeurs propres, ni d'utiliser d'expression analytique simple. Il faut donc résoudre numériquement les équations de Maxwell, de façon à obtenir la valeur de l'indice effectif pour chaque onde. En conséquence, la majeure partie de ce chapitre est consacrée à la détermination de l'indice effectif d'une onde se propageant dans une fibre microstructurée.

Nous présentons tout d'abord les différentes géométries de fibres microstructurées existantes, et nous précisons les fibres utilisées dans le cadre de notre étude.

La suite de l'étude est consacrée aux méthodes numériques approchées de calcul de l'indice effectif et du profil de dispersion des fibres microstructurées en verres de chalcogénures.

Nous étudions tout d'abord le potentiel d'une méthode de détermination de l'indice effectif appelée « méthode de l'indice effectif de gaine ». Cette méthode repose sur l'approximation de la fibre microstructurée par une fibre à saut d'indice équivalente, ce qui permet de passer d'une résolution numérique lourde à la simple résolution de deux équations aux valeurs propres. Elle est donc a priori peu coûteuse en temps de calcul et nous permet ainsi de simuler un très grand nombre de profils de dispersion pour des valeurs de paramètres variant sur un large domaine.

Nous comparons ensuite les résultats obtenus par cette méthode avec ceux donnés par une méthode numérique plus complète utilisant les éléments finis. Cela nous permet de valider la pertinence du modèle de l'indice effectif de gaine pour l'étude de la conversion de fréquence dans les fibres microstructurées et d'évaluer son domaine de validité.

Enfin, nous déterminons les courbes d'accord de phase et du gain paramétrique dans ces fibres, et nous nous prononçons sur la faisabilité théorique d'un convertisseur de fréquence constitué de fibres microstructurées en verres de chalcogénures  $As_2S_3$  et  $As_2Se_3$ .

## I - PRESENTATION DES FIBRES MODELISEES

Les fibres microstructurées en verres de chalcogénures sont composées d'un cœur constitué du matériau, et d'une gaine contenant des trous d'air. Du fait de la présence de l'air, cette gaine présente un indice moyen inférieur à celui du cœur. Le guidage est ainsi assuré à l'intérieur de ce cœur. Par analogie avec les fibres à saut d'indice, on parle de « guidage par réflexion totale interne modifiée ». La première fibre microstructurée air-silice a été fabriquée en 1996 par l'équipe de Jonathan Knight de l'université de Bath [23].

Un deuxième type de guidage est présent dans ces fibres et fait appel à la notion de cristal photonique. La gaine est en effet constituée d'un réseau périodique de trous ayant des dimensions géométriques (pas du réseau, taille des trous) à l'échelle de la longueur d'onde. Cette structure ordonnée présente le même comportement qu'un semi-conducteur ayant des bandes électroniques interdites : la présence du réseau de trous provoque l'existence de bandes interdites photoniques déterminées par le pas du réseau. Certaines longueurs d'onde ne seront pas guidées au sein du réseau de trous et seront donc confinées dans le cœur de la fibre. Pour ce type de guidage, il n'est pas nécessaire que l'indice de la gaine soit inférieur à celui du cœur. Le guidage par bande interdite photonique peut donc se produire dans des structures dont le cœur est creux [41].

Dans ce manuscrit, nous allons considérer uniquement les fibres microstructurées à cœur plein. Les deux types de guidage présents précédemment existent au sein de la fibre, mais le guidage par réflexion totale interne modifiée sera prédominant dans ce type de fibre. Nous ne considérerons que ce dernier type de guidage dans les modélisations de ce manuscrit.

Il existe un grand nombre de structures géométriques de fibres microstructurées (voir chapitre 1). Nous disposons au laboratoire de fibres à cœur suspendu et de fibres à géométrie hexagonale, en verres  $As_2S_3$  et  $As_2Se_3$  (Figure 3.1).

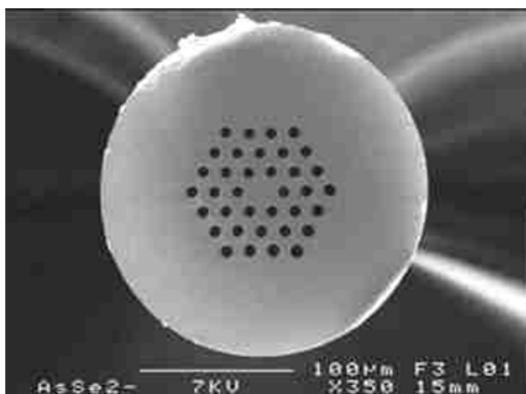


Fig. 3.1 (a) – Fibre microstructurée à géométrie hexagonale ( $d = 3,3 \mu\text{m}$ ,  $\Lambda = 10 \mu\text{m}$ ).

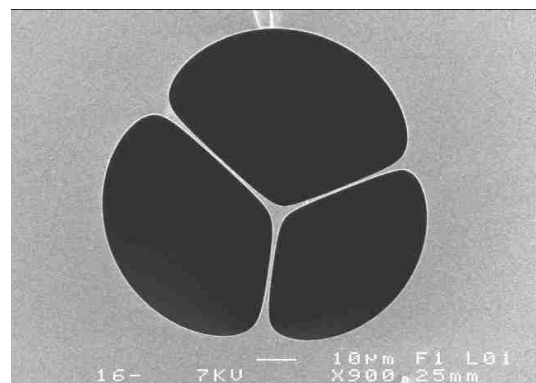


Fig. 3.1 (b) - Fibre à cœur suspendu (cœur de  $4 \mu\text{m}$ ).

Les fibres dont nous disposons au laboratoire sont fabriquées par le laboratoire des Verres et Céramiques de Rennes (pour les fibres en  $As_2Se_3$ ) et par le laboratoire interdisciplinaire Carnot de Bourgogne (pour les fibres en  $As_2S_3$ ). Les fibres à cœur suspendu possèdent une gaine formée de trois trous d'air de grande dimension (quelques dizaines de micromètres) séparés par des ponts de matière très fins (quelques micromètres). Les fibres à géométrie



hexagonale possèdent trois couronnes de trous. Ces deux types de fibre présentent un intérêt pour la génération paramétrique. Tout d'abord, les très faibles dimensions du cœur des fibres à cœur suspendu permettent un fort confinement de la lumière, ce qui exacerbe les non-linéarités. En revanche, un fort taux de couplage est difficile à atteindre dans des cœurs de faible dimension. Les fibres hexagonales ont en général un cœur de dimension plus importante, ce qui facilite l'injection de puissance optique. Elles ont aussi des seuils de dommage en puissance plus élevés que les fibres à cœur suspendu.

L'intérêt des fibres microstructurées est de disposer des trous d'air, dont les caractéristiques géométriques offrent des degrés de liberté supplémentaires par rapport à la fibre à saut d'indice. Ces degrés de liberté permettent de déplacer significativement la longueur d'onde de dispersion nulle de la fibre [43], et de la rendre légèrement supérieure aux longueurs d'onde de pompe utilisées. Il a été montré dans le cas des fibres en silice que les structures permettant d'abaisser le plus fortement la longueur d'onde de dispersion nulle sont soit des fibres à cœur suspendu, soit des fibres microstructurées dont les trous d'air sont de grande taille et peu espacés [42]. Nous allons étudier si ces conclusions sont conservées dans les fibres en verres de chalcogénures.

Nous choisissons d'étudier dans la suite de cette étude le potentiel des fibres microstructurées à géométrie hexagonale pour la génération de fréquence au-delà de  $2\ \mu\text{m}$  par amplification paramétrique. En effet, il sera a priori plus facile d'injecter un rayonnement avec un fort taux de couplage dans ce type de fibre. Nous modélisons la propagation dans ces fibres par une méthode de l'indice effectif de gaine puis par un modèle complet aux éléments finis. Les notations employées pour désigner les paramètres opto-géométriques de cette fibre sont définies classiquement de la manière suivante (Figure 3.2): la grandeur  $d$  représente le diamètre d'un trou d'air, et le paramètre  $\Lambda$  représente la distance entre deux trous d'air. Pour des fibres microstructurées hexagonales, la relation  $d < \Lambda$  est toujours vérifiée. Nous verrons qu'une grandeur intéressante dans le cadre de notre étude est le rapport  $d/\Lambda < 1$ .

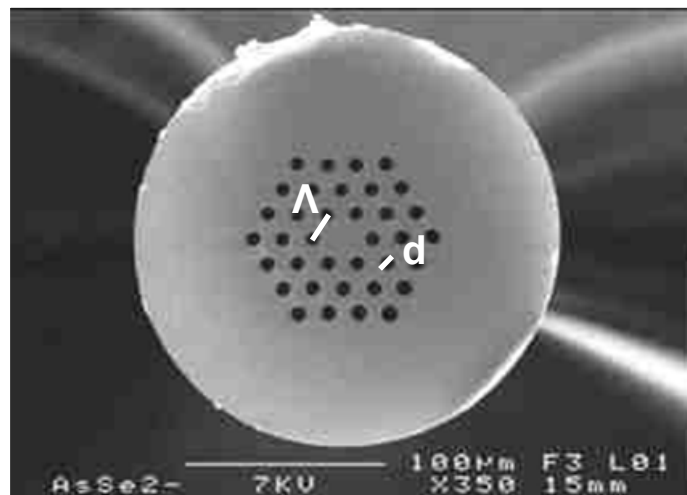


Fig. 3.2 - Définition des paramètres géométriques d'une fibre microstructurée hexagonale.

Dans la suite de cette étude, nous ferons fréquemment référence à la méthode de l'indice effectif de gaine à l'aide de l'acronyme EIM (pour Effective Index Method), et nous décrirons la méthode des éléments finis à l'aide de l'acronyme FEM (pour Finite Element Method).

## II - LA METHODE DE L'INDICE EFFECTIF DE GAIN (EIM)

Pour étudier la faisabilité d'un convertisseur paramétrique constitué de fibres microstructurées hexagonales en verres de chalcogénures, nous devons d'une part déterminer la ou les fibres ayant les paramètres opto-géométriques théoriques optimaux, et d'autre part évaluer le potentiel des fibres dont nous disposons au laboratoire. Cela suppose de faire varier les degrés de liberté sur un large domaine. Résoudre numériquement les équations de Maxwell sur l'ensemble du domaine de variation de ces paramètres demande alors un grand temps de calcul.

La méthode de l'indice effectif de gain (méthode EIM) présente l'avantage d'être beaucoup moins coûteuse en temps qu'une méthode numérique, car elle nécessite la résolution de deux équations aux valeurs propres seulement. En revanche, elle est a priori moins précise que la méthode des éléments finis puisqu'elle repose sur une approximation. Cette méthode a été utilisée pour la première fois par Knight et al [44], peu de temps après la fabrication des premières fibres microstructurées hexagonales en silice. Elle a d'abord été développée en version scalaire [44], puis en version vectorielle [45]. D'autre part, elle nécessite la définition de paramètres géométriques intermédiaires, en particulier un rayon de cœur effectif, pour lesquels plusieurs expressions empiriques ont été établies [46][47]. En conséquence, le domaine de validité de cette méthode pour des fibres microstructurées en silice est source de controverses.

A notre connaissance, seuls Dabas et al ont appliqué cette méthode aux fibres en verres de chalcogénures  $As_2Se_3$  [48]. Elle leur a permis de calculer le profil de dispersion d'une fibre à compensation de dispersion en verre  $As_2Se_3$ . Ils ont utilisé dans cette méthode les coefficients empiriques établis pour la silice, mais n'ont pas vérifié si ces coefficients étaient encore valables pour les verres de chalcogénures. Nous nous proposons de mettre en œuvre la méthode EIM pour des fibres en verres  $As_2S_3$  et  $As_2Se_3$ , d'évaluer sa précision par comparaison avec la méthode des éléments finis, et de vérifier si les coefficients empiriques sont toujours valables pour ces verres de haut indice.

La méthode de l'indice effectif de gain se décompose en deux grandes étapes : la première consiste en la détermination d'un indice de gain équivalent. La deuxième consiste en l'identification de l'indice effectif du mode se propageant dans le cœur de la fibre.

### II.1 - Principe de la méthode

Le cœur de la fibre microstructurée est constitué du verre de chalcogénures  $As_2S_3$  ou  $As_2Se_3$  : il possède donc un indice de réfraction homogène spatialement. En revanche, la gaine de la fibre microstructurée est un milieu inhomogène puisque celle-ci est constituée de verre de chalcogénures ainsi que de trous d'air. Son indice varie donc spatialement. La méthode de l'indice effectif de gain consiste à remplacer cet indice par un indice « moyen » homogène. Cet indice moyen aura une valeur plus faible que l'indice du cœur, compte tenu de la présence de l'air, d'indice  $n_a=1$  inférieur à l'indice des verres de chalcogénures. Le guidage dans la fibre microstructurée est alors assuré majoritairement de la même manière que dans une fibre à saut d'indice classique. On peut donc considérer en première approximation la fibre microstructurée comme une fibre à saut d'indice dont la gaine a pour indice cet indice moyen.

Pour qu'une onde de constante de propagation  $\beta$  soit guidée dans le cœur de la fibre, l'indice effectif de gain doit vérifier la relation :

$$k_0 n_{\text{gaine}} < \beta < k_0 n_{\text{coeur}} \quad (3.1)$$

$$\text{où } k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

La limite inférieure  $k_0 n_{\text{gaine}}$  est une constante de propagation. Elle peut être définie comme la constante de propagation d'un mode de gaine ayant la valeur la plus élevée possible (car l'onde de constante  $\beta$  doit être guidée dans le cœur de la fibre : si  $k_0 n_{\text{gaine}}$  n'a pas la valeur la plus élevée possible, la relation (3.1) autorise des valeurs de  $\beta$  correspondant à une propagation dans la gaine). Pour que le mode qui se propage ait la plus grande constante  $k_0 n_{\text{gaine}}$ , et donc le plus grand indice  $n_{\text{gaine}}$ , son énergie doit être répartie majoritairement dans le matériau plutôt que dans les trous d'air.

Pour cette raison, ce mode est appelé « fundamental space filling mode » (FSM) dans la littérature [49], car il remplit de façon optimale l'espace entre les trous d'air. Nous notons sa constante de propagation  $\beta_{\text{FSM}} = k_0 n_{\text{gaine}}$ , son indice  $n_{\text{FSM}} = n_{\text{gaine}}$ , et nous nommerons par la suite cet indice « indice effectif de gaine ».  $n_{\text{FSM}}$  est l'indice du mode fondamental qui se propagerait dans une gaine microstructurée infinie.

Le calcul de  $n_{\text{FSM}}$  constitue la première étape de la méthode de l'indice effectif de gaine (étape 1). Puis la fibre microstructurée est assimilée à une fibre à saut d'indice équivalente dont l'indice de cœur est celui du matériau considéré, et dont l'indice de gaine est  $n_{\text{FSM}}$ . On peut alors résoudre l'équation aux valeurs propres classique d'une fibre à saut d'indice (étape 2).

Ces deux étapes constituent le fondement de la méthode de l'indice effectif de gaine. Au sein de ces deux étapes, les approximations effectuées diffèrent selon les auteurs [47][49][50][51].

Nous allons présenter successivement ces deux étapes, ainsi que les diverses approximations effectuées.

## II.2 - Etape 1 : détermination de l'indice effectif de gaine

### II.2.1 - Réduction du domaine

On suppose tout d'abord que la gaine est constituée d'une structure périodique infinie. Le champ du mode fondamental de la gaine respectant la même symétrie que la gaine microstructurée, on peut réduire le domaine d'étude à une cellule élémentaire hexagonale, centrée sur un trou d'air (Figure 3.3). Les conditions aux limites de la cellule impliquent de dériver les champs sur un contour sans discontinuité. On approxime donc le contour hexagonal par un contour circulaire de rayon  $b$ .

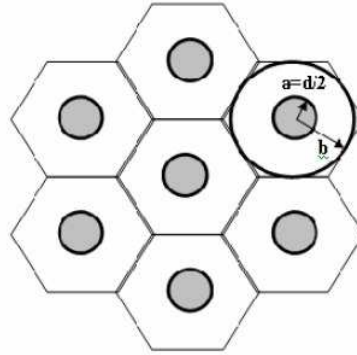


Fig. 3.3 - Cellules hexagonales et paramètres de l'approximation circulaire.

Sur la figure 3.3, les zones grisées représentent les trous d'air. Le paramètre  $a$  est le rayon d'un trou. Le paramètre  $b$  est le rayon du contour circulaire.

### II.2.2 - Valeur du rayon du contour circulaire $b$

Il est nécessaire de donner une valeur au rayon  $b$  du contour circulaire. Plusieurs valeurs ont été utilisées dans la littérature.

-La première valeur utilisée est la demi-distance entre deux trous d'air  $b = \frac{\Lambda}{2}$  [50]. Dans ce cas, le contour circulaire est le cercle inscrit dans le contour hexagonal.

-Il est également possible de choisir la valeur de  $b$  telle que le rapport entre la surface d'un trou d'air et la surface en verre de chalcogénures, soit conservé pour les cellules hexagonale et circulaire [49]:

$$b = \Lambda \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2\pi}} \text{ pour une cellule hexagonale}$$

- Les expressions précédentes sont constantes lorsque  $\Lambda$  est fixé, et indépendantes de la longueur d'onde considérée et du rapport  $d/\Lambda$ . Li et al [51] ont établi une expression de  $b$  à partir de coefficients empiriques déterminés pour la silice, prenant en compte ces deux dépendances. En effet, la longueur d'onde du rayonnement incident et la taille des trous ont une influence sur le confinement du champ, et donc sur la surface équivalente. Ces considérations suggèrent de prendre en compte, dans l'expression de  $b$ , la valeur du rapport  $d/\Lambda$  et de la longueur d'onde considérée :

$$\frac{b}{\Lambda} = \sum_{i=0}^5 m_{ij} \left( \frac{\lambda}{\Lambda} \right)^i \left( \frac{d}{\Lambda} \right)^j \quad (3.2)$$

Les coefficients  $m_{ij}$  ont été établis empiriquement pour des fibres en silice et sont détaillés dans [51].

Nous choisissons d'utiliser dans un premier temps pour notre méthode la valeur  $b = \Lambda/2$ . Ce choix est justifié dans la section II.4.1.

### II.2.3 - Résolution de l'équation de propagation

Une fois que l'on a réduit le domaine d'étude et que l'on a choisi l'expression du rayon du contour circulaire  $b$ , on résout l'équation aux valeurs propres issue de l'équation de propagation, en se servant des conditions aux limites de la cellule et des conditions de continuité à l'interface air-verre.

Dans les différentes publications relatives à la méthode EIM, cette équation a été résolue sous sa forme scalaire et/ou vectorielle.

- Equation scalaire

En utilisant le formalisme scalaire [44], on suppose que l'approximation du guidage faible s'applique, qui se traduit entre autres par l'annulation des composantes longitudinales des champs électrique et magnétique de l'onde qui se propage. L'équation scalaire, résultant de la projection de l'équation vectorielle sur un axe de polarisation, s'écrit alors

$$\left[ \nabla_t + (k_0^2 n_c^2 - \beta_0^2) \right] \cdot \psi = 0 \quad (3.3)$$

où  $\psi$  est le profil transverse du champ électrique de l'onde,  $\beta_0$  est la constante de propagation longitudinale de l'onde, et  $n_c$  est l'indice du verre considéré. Les conditions de symétrie de réflexion aux bornes de la cellule circulaire imposent la relation  $\left. \frac{\partial \psi}{\partial r} \right|_{r=b} = 0$ . L'application de cette condition, ainsi que de conditions de continuité du champ et de sa dérivée à l'interface air-silice conduisent à l'équation scalaire :

$$B \cdot J_1(u) + C \cdot Y_1(u) = 0 \quad (3.4)$$

avec

$$B = \frac{1}{J_0(U)} \left[ I_0(W) - Y_0(U) \frac{U J_1(U) I_0(W) + W J_0(U) I_1(W)}{U J_1(U) Y_0(W) - U J_0(U) Y_1(W)} \right] \quad (3.5)$$

et

$$C = \frac{W I_1(W) J_0(U) + U J_1(U) I_0(W)}{U J_1(U) Y_0(W) - J_0(U) Y_1(U)} \quad (3.6)$$

où

$$U = k_0 a \sqrt{n_c^2 - n_{FSM}^2} \quad (3.7)$$

$$W = k_0 a \sqrt{n_{FSM}^2 - n_a^2} \quad (3.8)$$

$$u = k_0 b \sqrt{n_c^2 - n_{FSM}^2} \quad (3.9)$$

Dans ces équations,  $a$  est le rayon d'un trou d'air,  $b$  est le rayon du contour circulaire,  $n_c$  est l'indice du matériau constituant le cœur de la fibre, et  $n_a$  est l'indice de l'air ( $n_a = 1$ ). Les fonctions  $J$  et  $Y$  sont les fonctions de Bessel de première et deuxième espèce, la fonction  $I$  est une fonction de Bessel modifiée.

La résolution de l'équation (3.4) permet d'obtenir l'indice effectif de gaine  $n_{FSM}$ .

Cette équation a été utilisée par Birks et al pour prédire de manière qualitative le caractère infiniment monomode de certaines fibres microstructurées [49]. Toutefois, l'approximation

du guidage faible n'est pas forcément vérifiée pour toutes les valeurs des paramètres  $d$  et  $\Lambda$  des fibres microstructurées hexagonales, et pour de grandes plages de variation en longueur d'onde [45]. Midrio et al ont montré que l'utilisation d'une méthode basée sur la résolution de l'équation d'onde vectorielle donnait des résultats plus proches de ceux donnés par les méthodes numériques non approchées [50]. C'est cette méthode que nous détaillons à présent.

- Equation vectorielle

Midrio et al ont montré que l'on pouvait déterminer une solution analytique  $n_{FSM}$  à partir de la résolution de l'équation aux valeurs propres vectorielle.

On décompose les champs électrique  $E_j$  et magnétique  $H_j$  par séparation de variables sous la forme :

$$\begin{cases} \vec{E}_j(r, \theta, z) = \vec{E}_j(r, \theta) e^{-i\beta z} \\ \vec{H}_j(r, \theta, z) = \vec{H}_j(r, \theta) e^{-i\beta z} \end{cases} \quad j=1, 2 \quad (3.10)$$

où  $j$  représente chacune des zones air ( $j=1, r \leq a$ ) et silice ( $j=2, a \leq r \leq b$ ). Le champ  $E_j(r, \theta)$  se décompose selon ses composantes transverse et longitudinale :

$$\vec{E}_j(r, \theta) = \vec{E}_{t,j}(r, \theta) + \vec{E}_{z,j}(r, \theta) \quad (3.11)$$

Le développement des équations de Maxwell conduit aux équations couplées suivantes :

$$\begin{cases} \vec{E}_{t,j}(r, \theta) = -\frac{1}{\beta^2 + \omega^2 \mu \varepsilon_j} \left[ \beta \nabla_t \vec{E}_{z,j} + i\omega \mu \nabla_t \vec{H}_{z,j} \wedge \vec{e}_z \right] \\ \vec{H}_{t,j}(r, \theta) = -\frac{1}{\beta^2 + \omega^2 \mu \varepsilon_j} \left[ \beta \nabla_t \vec{H}_{z,j} - i\omega \varepsilon_j \nabla_t \vec{E}_{z,j} \wedge \vec{e}_z \right] \end{cases} \quad j=1, 2 \quad (3.12)$$

avec

$$\nabla_t = \frac{\partial}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \vec{e}_\theta \quad (3.13)$$

$\vec{E}_z$  et  $\vec{H}_z$  sont les solutions de l'équation de Helmholtz bidimensionnelle. Par des considérations de symétrie aux limites de la cellule, le champ électromagnétique du mode fondamental en tout point  $P$  du contour circulaire doit vérifier la relation [50]:  $\vec{E}_z(P) = \vec{H}_z(P) = 0$ .

A ces équations s'ajoutent les conditions de continuité des composantes tangentielles des deux champs aux interfaces air-verre (relation (3.14)).

$$\begin{aligned}
 E_{z1}(r=a, \theta) &= E_{z2}(r=a, \theta) \\
 H_{z1}(r=a, \theta) &= H_{z2}(r=a, \theta) \\
 E_{\theta1}(r=a, \theta) &= E_{\theta2}(r=a, \theta) \\
 H_{\theta1}(r=a, \theta) &= H_{\theta2}(r=a, \theta)
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

La forme de l'équation de Helmholtz que vérifient  $\vec{E}_z$  et  $\vec{H}_z$  conduit à rechercher les solutions sous la forme de combinaisons de fonctions de Bessel. Dans la zone  $r \leq a$ , les solutions s'expriment grâce à la fonction de Bessel modifiée  $I_l$ , croissante lorsque  $r$  augmente, ce qui traduit le caractère évanescent de l'onde dans l'air. Dans la zone  $a \leq r \leq b$ , les solutions s'expriment comme une combinaison des fonctions  $J$  et  $Y$ . Au final, la solution cherchée est bien maximale dans la zone constituée du matériau, et évanescence dans la zone constituée du trou d'air.

En insérant ces formes de solutions dans l'équation (3.12) et en appliquant les équations de continuité des champs à l'interface air-verre (3.14), on obtient un système matriciel dont l'annulation du déterminant conduit à l'équation aux valeurs propres suivante pour le mode fondamental:

$$\frac{I_2(W)}{I_1(W)} = -\frac{1}{W} - \frac{W}{2} \frac{P_1'(U)}{UP_1(\rho=a)} \left(1 + \frac{n_c^2}{n_a^2}\right) - W \sqrt{\frac{1}{4} \left[ \frac{P_1'(U)}{UP_1(\rho=a)} \left(1 - \frac{n_c^2}{n_a^2}\right) \right]^2 + \frac{1}{n_a^2} \left( \frac{1}{U^2} + \frac{1}{W^2} \right) \left( \frac{n_a^2}{W^2} + \frac{n_c^2}{U^2} \right)} \tag{3.15}$$

avec

$$P_1(\rho) = J_1\left(\frac{u\rho}{a}\right)Y_1\left(\frac{ub}{a}\right) - Y_1\left(\frac{u\rho}{a}\right)J_1\left(\frac{ub}{a}\right) \tag{3.16} \quad U = k_0 a \sqrt{n_c^2 - n_{FSM}^2} \tag{3.17}$$

$$P_1'(U) = \frac{a}{U} \left. \frac{\partial P_1(\rho)}{\partial \rho} \right|_{\rho=a} \tag{3.18} \quad W = k_0 a \sqrt{n_{FSM}^2 - n_a^2} \tag{3.19}$$

$n_a$  est l'indice de l'air ( $n_a = 1$ ) et  $n_c$  est l'indice du matériau.  $\rho$  est le rayon d'un cercle centré sur le trou d'air.

Comme pour la méthode scalaire, on obtient l'indice effectif de la gaine  $n_{FSM}$  en résolvant l'équation (3.15).

- Comparaison entre les deux méthodes

La figure 3.4 présente la valeur de  $n_{FSM}$  pour deux jeux de paramètres  $d$  et  $\Lambda$ , pour une plage de longueurs d'onde allant de 1 à 5  $\mu\text{m}$ , obtenue par application des méthodes EIM scalaire et vectorielle au verre  $\text{As}_2\text{S}_3$ .

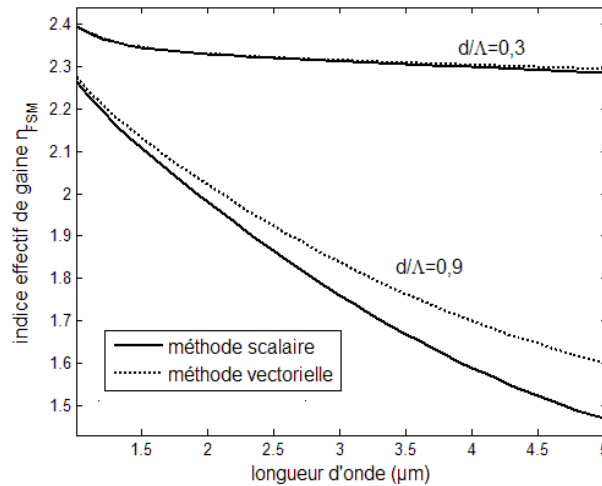


Fig. 3.4 - Comparaison entre les méthodes scalaire et vectorielle de la 1<sup>ère</sup> étape, pour le verre  $As_2S_3$ . Dans cette figure,  $\Lambda = 5 \mu m$ .

Lorsque le rapport  $d/\Lambda$  a une valeur peu élevée, la microstructure occupe une proportion réduite dans la gaine. Dans ce cas, les deux méthodes donnent des résultats peu divergents. Nous constatons que les deux méthodes divergent significativement lorsque le rapport  $d/\Lambda$  est élevé, et d'autant plus que la longueur d'onde augmente. L'indice du matériau variant avec la longueur d'onde et l'indice de l'air étant constant de valeur 1, l'approximation de faible guidage n'est pas vérifiée sur toute la plage 1 - 5  $\mu m$ . De plus, le fort confinement du champ dans la zone en  $As_2S_3$  pour le cas  $d/\Lambda = 0,9$  explique sa plus grande sensibilité aux différentes approximations effectuées.

Par la suite, dans la mise en œuvre de la méthode de l'indice effectif de gaine, nous utiliserons l'équation aux valeurs propres vectorielle, qui est plus complète que la méthode scalaire.

### II.3 - Etape 2 : détermination de l'indice effectif des modes guidés

La fibre microstructurée hexagonale est maintenant assimilée à une fibre à saut d'indice équivalente, dont l'indice de cœur est l'indice de réfraction du matériau, et dont l'indice de gaine est l'indice  $n_{FSM}$  déterminé lors de l'étape 1. A présent, il est possible d'obtenir l'indice effectif du mode fondamental se propageant dans le cœur de la fibre en résolvant l'équation aux valeurs propres classique d'une fibre optique à saut d'indice, soit sous sa forme scalaire, soit sous sa forme vectorielle.

#### II.3.1 - Résolution de l'équation de propagation

On utilise à présent l'équation aux valeurs propres établie pour une fibre à saut d'indice.

- Equation vectorielle

L'équation aux valeurs propres vectorielle pour une fibre à saut d'indice s'obtient en écrivant l'équation de propagation issue des équations de Maxwell, puis en effectuant la séparation des composantes transverse et longitudinale des champs. Cela permet d'établir une équation différentielle sur le profil transverse du champ, conduisant à rechercher les solutions sous formes de fonctions de Bessel  $J_l$  et  $K_l$ . En appliquant les conditions de continuité à l'interface



cœur-gaine et les conditions aux limites de la fibre à saut d'indice, on obtient l'équation suivante [52]:

$$\left[ \frac{J'_p(U_{eff})}{U_{eff} J_p(U_{eff})} + \frac{K'_p(W_{eff})}{W_{eff} K_p(W_{eff})} \right] \left[ \frac{J'_p(U_{eff})}{U_{eff} J_p(U_{eff})} + \frac{n_{FSM}^2}{n_c^2} \frac{K'_p(W_{eff})}{W_{eff} K_p(W_{eff})} \right] = \left( \frac{pn_{eff}}{n_c} \right)^2 \left( \frac{V_{eff}}{U_{eff} W_{eff}} \right)^4 \quad (3.20)$$

avec

$$U_{eff} = k_0 r_c \sqrt{n_c^2 - n_{eff}^2} \quad (3.21)$$

$$W_{eff} = k_0 r_c \sqrt{n_{eff}^2 - n_{FSM}^2} \quad (3.22)$$

$$\text{et } k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Dans ces expressions,  $n_c$  est l'indice du cœur de la fibre, constitué du verre de chalcogénures.  $n_{FSM}$  est l'indice effectif de la gaine calculé dans l'étape précédente.  $r_c$  est le rayon de cœur de la fibre équivalente.  $p$  est l'ordre du mode considéré.

La résolution de l'équation (3.20) pour  $p = 1$  permet d'obtenir l'indice effectif du mode fondamental se propageant dans le cœur de la fibre à saut d'indice équivalente.

- Equation scalaire

Dans l'approximation du guidage faible, l'équation aux valeurs propres vectorielle (3.20) se simplifie et s'écrit, pour le mode fondamental :

$$\left[ \frac{J_0(U_{eff})}{U_{eff} J_1(U_{eff})} - \frac{K_0(W_{eff})}{W_{eff} K_1(W_{eff})} \right] = 0 \quad (3.23)$$

Les paramètres  $U_{eff}$  et  $W_{eff}$  sont définis par les équations (3.21) et (3.22). Ils dépendent du rayon de cœur  $r_c$  de la fibre à saut d'indice équivalente. Comme la fibre microstructurée ne possède pas de cœur et de gaine clairement délimités comme dans le cas d'une fibre à saut d'indice, la valeur de  $r_c$  n'est pas évidente à évaluer. Comme pour le rayon  $b$  du contour circulaire (voir paragraphe II.2.2), on trouve plusieurs définitions de  $r_c$  dans la littérature.

### II.3.2 - Détermination du rayon de cœur effectif de la fibre équivalente

Birks et al [46] ont d'abord choisi la valeur du rayon de cœur effectif  $r_c = 0,625\lambda$ . Ils ont en effet montré qu'avec cette valeur, la relation de proportionnalité liant  $V$  à  $U$  était sensiblement la même pour la fibre à saut d'indice et pour la fibre microstructurée équivalente. De plus, la valeur de la fréquence de coupure du premier mode  $V_c$  dans la fibre équivalente a alors une valeur très proche de celle de la fibre à saut d'indice ( $V_c = 2,405$ ).

Toutefois, Park et Lee ont montré en 2005 [47], dans le cas d'une fibre microstructurée en silice, que l'on augmentait significativement la précision de la méthode de l'indice effectif de gaine en considérant que le rayon de cœur effectif varie en fonction du rapport  $d/\Lambda$ . En effet, lorsque le rapport  $d/\Lambda$  augmente pour  $\Lambda$  fixé, la proportion de silice dans la région centrale de la fibre est réduite, le rayon du cœur équivalent devrait donc diminuer. La même variation est également attendue lorsque la valeur de  $\Lambda$  diminue, pour un rapport  $d/\Lambda$  fixé. Cela a conduit les auteurs de la référence [47] à déterminer un rayon de cœur de la forme :

$$r_c = \Lambda \frac{c_1}{1 + \exp\left(\frac{\frac{d}{\Lambda} - c_3}{c_2}\right)} \quad (3.24)$$

avec, pour les fibres en silice, les coefficients empiriques suivants :

$$c_1 = 0,686064$$

$$c_2 = 0,265366$$

$$c_3 = 1,291080$$

Ces coefficients ont été déterminés en comparant les résultats de la méthode de l'indice effectif avec les résultats d'une méthode numérique plus complète, en l'occurrence la méthode multipolaire [53][54].

En 2008, Li et al [51] ont pris en compte la dépendance du rayon de cœur effectif à la longueur d'onde considérée, en établissant la formule suivante, qui diminue de deux ordres de grandeur, pour les fibres en silice, l'erreur par rapport aux méthodes numériques:

$$\frac{r_c}{\Lambda} = \sum_{i=0}^5 n_{ij} \left(\frac{\lambda}{\Lambda}\right)^i \left(\frac{d}{\Lambda}\right)^j \quad (3.25)$$

Les 36 coefficients empiriques  $n_{ij}$ , établis pour des fibres en silice, sont donnés dans [51]. Comparons à présent les résultats des deux méthodes scalaire et vectorielle en utilisant pour le calcul de l'indice effectif du mode l'expression de Li et al, pour une fibre en  $As_2S_3$ , pour deux valeurs de  $d/\Lambda$ :

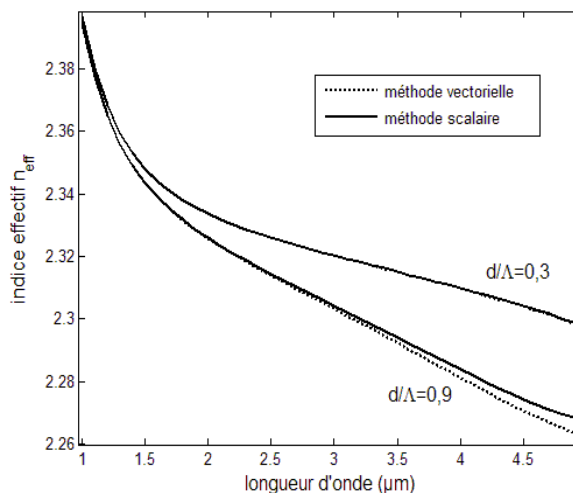


Fig. 3.5 - Comparaison entre les méthodes scalaire et vectorielle de la 2<sup>ème</sup> étape, pour le verre  $As_2S_3$ , pour  $\Lambda = 5 \mu m$ .

Les différences entre ces deux méthodes sont plus faibles que dans l'étape précédente. La figure 3.6 présente les indices du cœur et de la gaine équivalente pour une fibre microstructurée en  $\text{As}_2\text{S}_3$  de paramètres géométriques  $\Lambda = 5 \mu\text{m}$  et  $d/\Lambda = 0,3$  :

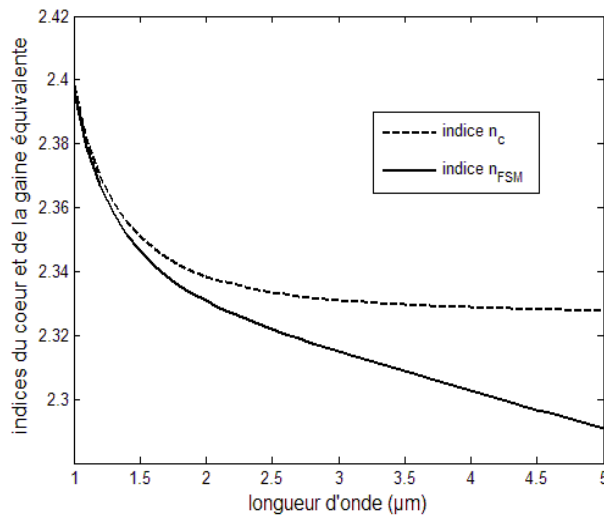


Fig. 3.6 – Evolution des indices  $n_c$  et  $n_{FSM}$  en fonction de la longueur d'onde, pour  $\Lambda = 5 \mu\text{m}$  et  $d/\Lambda = 0,3$ .

Nous constatons que l'approximation du guidage faible  $\frac{n_c^2 - n_g^2}{n_g^2} \ll 1$  n'est pas valide aux

hautes longueurs d'onde, ce qui explique la divergence entre les méthodes scalaire, qui s'appuie sur cette approximation, et vectorielle. Dans la suite de l'étude, nous utiliserons donc l'équation aux valeurs propres vectorielle, plus exacte quelles que soient les valeurs des paramètres expérimentaux.

## II.4 - Mise en œuvre de la méthode EIM pour des fibres en verres de chalcogénures $\text{As}_2\text{S}_3$ et $\text{As}_2\text{Se}_3$

### II.4.1 - Choix des paramètres

Résumons les différents choix que nous allons effectuer lors de l'application de la méthode de l'indice effectif de gaine aux fibres microstructurées en verres de chalcogénures  $\text{As}_2\text{S}_3$  et  $\text{As}_2\text{Se}_3$ .

- Nous utilisons dans les deux étapes les équations aux valeurs propres vectorielles.
- Nous choisissons le rayon du contour circulaire  $b = \frac{\Lambda}{2}$ .
- Nous utilisons de manière comparative, pour déterminer la valeur du rayon de cœur, les expressions données par Park et Lee [47] d'une part, et par Li et al [51] d'autre part.

Donnons quelques précisions sur ces choix : le but de cette étude est d'obtenir les valeurs d'indice effectif les plus exactes possibles, par la méthode EIM. Nous allons donc comparer,

dans la section III, les résultats de cette méthode avec une méthode numérique complète telle que la méthode des éléments finis. Il faudra vraisemblablement par la suite adapter l'expression et/ou les coefficients choisis pour  $b$  et pour  $r_c$  à ce stade.

Nous souhaitons tout d'abord obtenir les courbes du mode fondamental. Ce mode étant fortement confiné dans le cœur de la fibre, le paramètre important à déterminer est  $n_{eff}$  (relatif au cœur de la fibre), plutôt que  $n_{FSM}$  (relatif à la gaine). Dans un premier temps, nous choisissons de ne déterminer qu'un seul jeu de paramètres empiriques, pour éviter des expressions trop lourdes : nous choisissons d'adapter le paramètre  $r_c$ , et de garder une valeur fixe pour  $b$ . Dans ce cas, la valeur de l'indice de gaine  $n_{FSM}$  ne sera alors peut-être pas aussi exacte que si l'on déterminait une formule empirique à la fois pour  $r_c$  (relation (3.25)) et pour  $b$  (relation (3.2)), comme l'ont fait Li et al. Cependant, du fait du fort confinement du champ du mode fondamental dans le cœur de la fibre, une mauvaise évaluation de  $n_{FSM}$  aura un impact moins important que dans le cas des modes d'ordre supérieur. En revanche, le

paramètre  $V = \frac{2\pi.r_c \sqrt{n_c^2 - n_{FSM}^2}}{\lambda}$  et donc le nombre de modes qui se propagent dans la fibre

microstructurée ne pourront pas être interprétés quantitativement. A ce stade, nous avons deux valeurs fixes possibles pour  $b$  :  $b = \frac{\Lambda}{2}$  et  $b = \Lambda \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2\pi}}$ . Or, Li et al remarquent que si l'on

choisit la valeur  $b = \Lambda \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2\pi}}$ , la courbe du rayon de cœur adapté en fonction du rapport  $d/\Lambda$

sera une fonction croissante puis décroissante. Physiquement, on s'attend plutôt à ce que la fonction  $r_c = f(d/\Lambda)$  soit une fonction décroissante. En effet, plus la fraction d'air augmente, plus la région centrale en verre de silice est réduite, d'où une diminution du rayon de cœur. Si l'on prend  $b = \Lambda/2$  (ce qu'ont fait Park et Lee dans leur étude), on constate effectivement que l'adaptation du rayon de cœur conduit à une fonction décroissante en fonction de  $d/\Lambda$ .

C'est pourquoi nous avons fixé  $b = \Lambda/2$ .

Par ailleurs, nous avons choisi de faire varier le paramètre  $r_c$ . Nous avons pris pour rayon de cœur  $r_c$  d'abord l'expression donnée par Park et Lee, puis l'expression donnée par Li et al. Lors d'une étude préliminaire, nous avons mis en œuvre la méthode EIM avec les deux expressions de  $r_c$  sur des fibres en verres de chalcogénures, en utilisant les coefficients empiriques définis pour les fibres en silice. Nous avons constaté que les deux expressions donnaient des résultats similaires jusqu'à 2,5  $\mu\text{m}$  environ. Pour des longueurs d'onde supérieures à 2,5  $\mu\text{m}$ , les courbes issues de l'expression de Li et al donnent des courbes peu réalistes (les courbes de dispersion divergent pour  $d/\Lambda = 0,3$  et  $d/\Lambda = 0,9$ ). En revanche, ceux de Park et Lee donnent des courbes de dispersion relativement proches de celles obtenues pour des fibres en verres de chalcogénures par une méthode numérique décrite dans la littérature, et appliquée aux fibres en  $\text{As}_2\text{S}_3$  et  $\text{As}_2\text{Se}_3$  [55]. Nous choisissons d'utiliser d'abord les coefficients qui donnent les courbes les plus réalistes sur des fibres en verres de chalcogénures, à savoir ceux de Park et Lee. Nous devons de toute façon vraisemblablement adapter les coefficients empiriques de cette expression.

#### II.4.2 - Temps de calcul de la méthode EIM

L'avantage de la méthode approchée de l'indice effectif de gaine réside dans son faible temps d'exécution devant celui des méthodes numériques plus complètes. Le tableau 3-1 Tab 3-1

rassemble les temps de calcul observés pour plusieurs valeurs des paramètres  $\Lambda$  et  $d/\Lambda$ , pour 36 valeurs de longueurs d'onde comprises entre 1,5  $\mu\text{m}$  et 5  $\mu\text{m}$ .

		$d/\Lambda$	
		0,3	0,9
$\Lambda$	3 $\mu\text{m}$	12 sec	2,5 min
	9 $\mu\text{m}$	3 sec	43 sec

Tab 3-1 Temps de calcul de la méthode EIM.

En comparaison, le temps de calcul de l'indice effectif pour  $\Lambda$  et  $d/\Lambda$  donnés avec une méthode numérique de type éléments finis est d'environ 2 h. La méthode de l'indice effectif de gaine permet donc de tracer un très grand nombre de profils de dispersion en un temps record. L'application de cette méthode, une fois validée pour les fibres en verres de chalcogénures, nous permettra de gagner beaucoup de temps lors de l'optimisation de notre convertisseur.

### II.4.3 - Calcul par la méthode EIM des courbes de dispersion approchées

Une fois tous ces paramètres fixés, la méthode EIM nous permet d'obtenir l'indice effectif du mode fondamental d'une fibre microstructurée, de paramètres géométriques  $\Lambda$  et  $d/\Lambda$ , pour une plage de longueurs d'onde allant de 1,5  $\mu\text{m}$  à 5  $\mu\text{m}$ , pour les verres  $\text{As}_2\text{S}_3$  et  $\text{As}_2\text{Se}_3$ . Une fois l'indice effectif obtenu, on peut tracer la courbe de dispersion de la fibre microstructurée à l'aide de la relation :

$$D = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_{eff}}{d\lambda^2} \quad (3.26)$$

Obtenir la dispersion de la fibre nécessite une double dérivation de l'indice effectif. Ce calcul demande donc une très bonne précision d'évaluation de  $n_{eff}$ . Nous allons donc vérifier dans quelle mesure les coefficients établis pour les fibres en silice sont encore valides pour les fibres en verres de chalcogénures, et s'il est nécessaire de déterminer de nouveaux coefficients.

Les figures 3.7 (a) et (b), 3.8 (a) et (b) présentent les courbes de dispersion obtenues par dérivation de l'indice effectif calculé pour des fibres en verres  $\text{As}_2\text{S}_3$  et  $\text{As}_2\text{Se}_3$  respectivement, pour un rapport  $d/\Lambda$  variable (figure (a)) et pour une valeur de  $\Lambda$  variable (figure (b)). Les courbes ont été tracées pour des fibres en verres de chalcogénures, mais les coefficients empiriques utilisés ici dans l'expression du rayon de cœur effectif  $r_c$  sont ceux établis pour des fibres en silice [56].

Nous avons vérifié visuellement en les superposant que les courbes de dispersion obtenues étaient proches de celles obtenues par Roy et Chaudhuri [55] avec une méthode numérique pour les verres  $\text{As}_2\text{S}_3$  et  $\text{As}_2\text{Se}_3$ . Elles ne semblent toutefois pas parfaitement confondues et une comparaison précise avec la méthode des éléments finis est nécessaire. Néanmoins, ces courbes et les courbes de [55] présentant les mêmes tendances, nous pouvons dès maintenant en retirer quelques conclusions qualitatives.

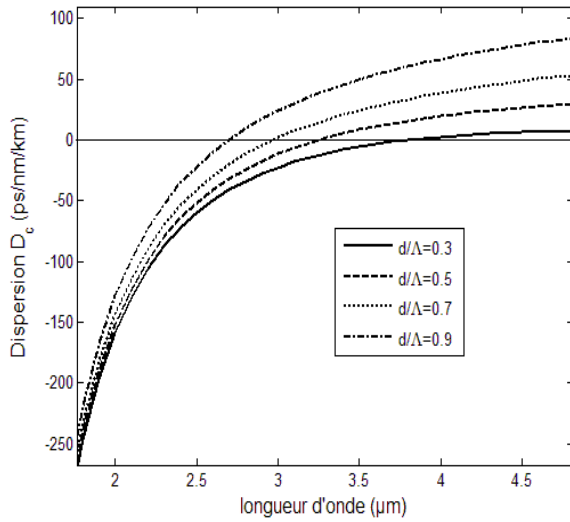


Fig. 3.7 (a) – Courbes de dispersion approchées pour le verre  $\text{As}_2\text{S}_3$ , pour  $\Lambda = 5 \mu\text{m}$ .

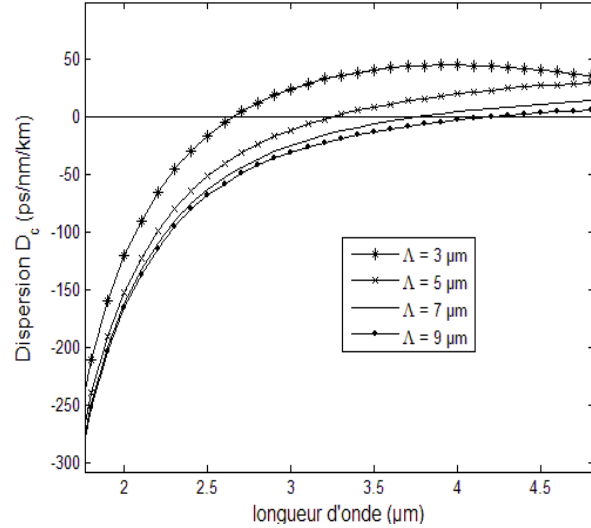


Fig. 3.7 (b) – Courbes de dispersion approchées pour le verre  $\text{As}_2\text{S}_3$ , pour  $d/\Lambda = 0,5$ .

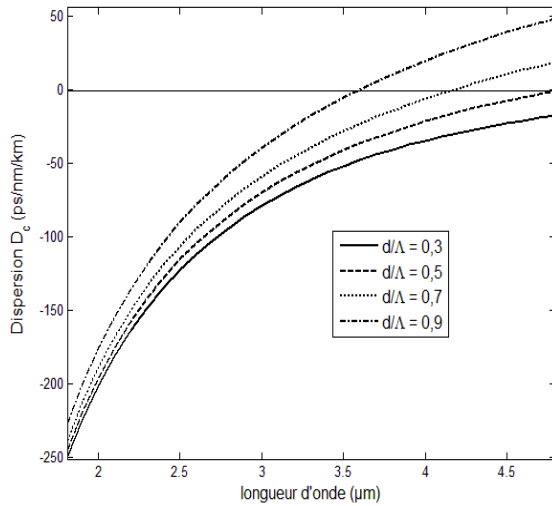


Fig. 3.8 (a) – Courbes de dispersion approchées pour le verre  $\text{As}_2\text{Se}_3$ , pour  $\Lambda = 5 \mu\text{m}$ .

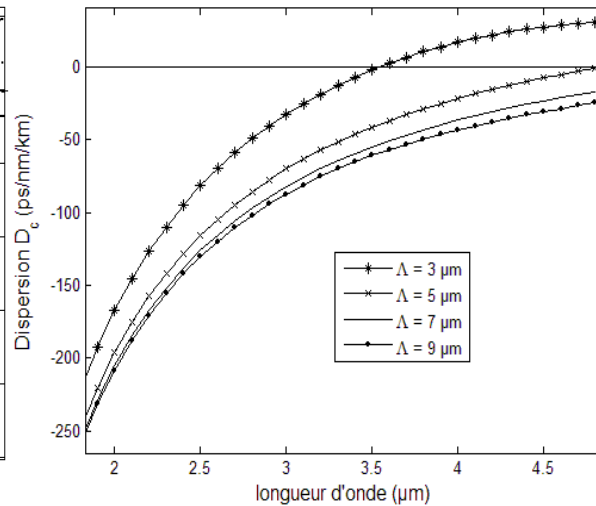


Fig. 3.8 (b) – Courbes de dispersion approchées pour le verre  $\text{As}_2\text{Se}_3$ , pour  $d/\Lambda = 0,5$ .

Nous constatons tout d'abord que la valeur des paramètres géométriques  $d$  et  $\Lambda$  a une grande influence sur la courbe de dispersion. En changeant la valeur de ces paramètres, on peut modifier la courbe de dispersion. En particulier, il est possible de diminuer fortement la valeur de la longueur d'onde de dispersion nulle  $\lambda_0$  (la longueur d'onde de dispersion nulle des deux matériaux se situe à plus de  $5 \mu\text{m}$ ). Pour générer une longueur d'onde signal éloignée de la longueur d'onde de pompe par amplification paramétrique, nous souhaitons utiliser une longueur d'onde de pompe située en régime de dispersion normale (voir chapitre 1). Une fibre adaptée à cette étude doit donc avoir une longueur d'onde  $\lambda_0$  relativement basse, et si possible légèrement supérieure à  $1,5 \mu\text{m}$  ou  $2 \mu\text{m}$ , compte tenu des sources laser disponibles. Au vu de l'évolution des courbes de dispersion en fonction des paramètres géométriques de la microstructure, une telle fibre doit donc avoir **un paramètre  $\Lambda$  le plus petit possible, et un paramètre  $d/\Lambda$  le plus grand possible**. On constate également que le matériau qui assure la plus forte diminution de  $\lambda_0$  est le verre  $\text{As}_2\text{S}_3$ .

Dans cette section, nous avons appliqué la méthode de l'indice effectif de gaine (EIM) à des fibres microstructurées hexagonales en verres de chalcogénures  $\text{As}_2\text{S}_3$  et  $\text{As}_2\text{Se}_3$ . Nous avons présenté son principe théorique ainsi que les différentes approximations effectuées pour des

fibres microstructurées en silice. Nous avons appliqué cette méthode au cas des fibres en verres de chalcogénures, en appliquant une résolution vectorielle des équations aux valeurs propres, et en utilisant les approximations établies pour les fibres en silice. Les courbes de dispersion obtenues, proches de celles déterminées dans la littérature par une méthode numérique plus complète, nous ont permis de tirer des premières conclusions qualitatives sur le choix des paramètres  $\Lambda$  et  $d/\Lambda$  adaptés pour la conversion de fréquence vers le moyen infrarouge. Toutefois, la prise en compte de valeurs numériques de l'indice effectif dans la condition d'accord de phase requiert la validation quantitative des courbes d'indice effectif et de dispersion. C'est ce qui fait l'objet de la section suivante.

### III - VALIDATION DE LA METHODE DE L'INDICE EFFECTIF DE GAIN

Cette section est consacrée à la validation de la méthode de l'indice effectif de gain appliquée à des fibres microstructurées hexagonales en verres  $As_2S_3$  et  $As_2Se_3$ . Cette validation est effectuée par comparaison avec une méthode numérique complète, plus coûteuse en temps de calcul, mais également beaucoup plus précise a priori. Cette méthode servira de référence pour notre comparaison.

De nombreuses méthodes numériques ont été mises en œuvre pour étudier la propagation dans les fibres microstructurées. Parmi elles, on peut citer deux grands types de méthodes:

- **Les méthodes de développement de fonctions**

Ces méthodes se basent sur la décomposition du champ électromagnétique sur une base de fonctions. Cette décomposition conduit à un système matriciel dont la résolution permet d'obtenir les profils modaux du champ électromagnétique (vecteurs propres du système) et les constantes de propagation associées (valeurs propres du système). Citons deux méthodes en particulier.

-la méthode des fonctions localisées [57]

Le principe de cette méthode est le suivant : puisque les modes recherchés sont situés dans le cœur de la fibre, le champ peut se décomposer sous la forme d'une série de fonctions localisées autour de ce cœur, par exemple des fonctions de Hermite-Gauss. Cette méthode permet de décrire des trous d'air de forme non circulaire.

-la méthode multipolaire [54][56]

Lorsque la fibre présente des trous parfaitement circulaires, on peut effectuer un développement en fonctions harmoniques cylindriques. Les composantes longitudinales des champs  $E$  et  $H$  sont décomposées en série de Fourier-Bessel au voisinage de chaque trou d'air. Dans l'air, le champ est exprimé sous la forme de combinaisons de fonctions de Bessel. Dans le matériau, le champ est exprimé comme combinaison de fonctions de Bessel et de fonctions de Hankel modifiées. La propagation électromagnétique est alors vue comme un problème de diffraction sur le trou d'air : le champ incident sur une interface air-matériau est la somme du champ incident direct (partie exprimée par les fonctions de Bessel) et du champ diffracté par tous les autres trous d'air (partie exprimée par les fonctions de Bessel et les fonctions de Hankel modifiées). Cette décomposition aboutit également à un système matriciel dont on calcule les vecteurs propres et valeurs propres. L'avantage de cette méthode,

bien que lourde à mettre en œuvre, est qu'elle permet de traiter assez rapidement un grand nombre de couronnes de trous circulaires. De plus, elle prend en compte la nature complexe de la constante de propagation, ce qui permet de décrire avec précision les pertes de guidage de la fibre. En revanche, elle ne fonctionne que pour des trous circulaires.

- **Les méthodes numériques de discrétisation**

- la méthode des différences finies [58]

La méthode des différences finies est une méthode très générale. Elle repose sur la discrétisation du profil transverse de la fibre selon une maille carrée. La résolution des équations de Maxwell discrétisée sur ce maillage régulier conduit à un système matriciel composé de matrices creuses. Cette méthode est assez lourde à mettre en œuvre car elle nécessite un maillage régulier dont le pas est très inférieur à la longueur d'onde considérée, pour garantir la convergence.

- la méthode du faisceau propagé [59]

Cette méthode est très utile pour étudier des structures inhomogènes longitudinalement. Elle consiste à évaluer le champ électromagnétique dans une succession de plans transverses infiniment minces, par résolution de proche en proche d'une équation différentielle. Elle se décline en versions scalaire et vectorielle.

- la méthode des éléments finis [60]

Cette méthode repose sur la recherche d'une solution approchée de l'équation de propagation, définie par morceaux sur chaque élément d'un maillage de la structure transverse de la fibre. Nous disposons à l'Onera du logiciel Comsol Multiphysics, permettant de résoudre l'équation de propagation par cette méthode. Nous avons utilisé ce logiciel pour obtenir l'indice effectif du mode fondamental se propageant dans les fibres microstructurées en verres de chalcogénures.

### **III.1 - La méthode des éléments finis (FEM)**

Le principe de cette méthode appliquée aux calculs de propagation dans les fibres microstructurées est décrit notamment dans les thèses d'Emmanuel Kerrinckx [60] et d'Ambre Peyrilloux[62]. Nous reprenons ici les grands points de cette description.

Pour obtenir les indices effectifs des modes d'une fibre microstructurée, il faut résoudre l'équation de propagation:

$$\nabla \wedge (\varepsilon_r^{-1} \nabla \wedge \vec{E}) = k_0^2 \vec{E} \quad (3.27)$$

où  $\varepsilon_r$  est la permittivité relative du matériau dans lequel l'onde se propage.

Une équation analogue pour le champ H doit être résolue simultanément.



La méthode des éléments finis consiste en la discrétisation de ces équations sur un maillage (généralement triangulaire) défini selon les conditions suivantes :

- Le domaine total à décrire est la réunion de tous les sous-domaines du maillage.
- Deux sous-domaines doivent avoir soit un sommet, soit une arête du maillage en commun.

Chaque sous-domaine forme donc une partition de l'espace total.

Par des considérations de symétrie, il est possible de réduire le domaine de résolution de l'équation de propagation (3.27). Une fois cette réduction effectuée, l'équation est résolue localement au sein de chaque sous-domaine. Pour ce faire, on définit arbitrairement des points situés sur le contour du sous-domaine appelés nœuds du maillage, pour lesquels le champ est approximé par une fonction polynômiale présentant la même variation que le champ recherché. En particulier, ces fonctions doivent respecter les conditions de continuité des champs et les conditions aux limites de la structure étudiée. Ensuite, le champ local au sein d'un sous-domaine est calculé par interpolation des valeurs du champ calculées pour chaque nœud.

Enfin, le champ total est calculé en effectuant la somme pondérée des champs locaux. Le champ total résultant est donc une approximation, définie par morceaux, de la solution réelle.

### **III.2 - Optimisation des paramètres du modèle EIM par comparaison avec la FEM**

Nous avons mis en œuvre la méthode des éléments finis à l'aide du logiciel Comsol Multiphysics pour des fibres à géométrie hexagonale en verres  $As_2S_3$  et  $As_2Se_3$ . Dans un premier temps, nous avons validé la méthode des éléments finis en retrouvant les courbes d'indice effectif obtenues par la méthode multipolaire pour des fibres microstructurées en silice ayant 5 couronnes de trous [47].

Nous avons ensuite déterminé le nombre de couronnes des fibres en verres de chalcogénures que nous souhaitons modéliser. Comme nous souhaitons comparer les résultats de la FEM avec ceux de la méthode EIM, pour laquelle on suppose le nombre de couronnes de trous infini, nous devons modéliser un nombre de couronnes de trous suffisamment grand. Ce nombre ne doit pourtant pas être trop élevé pour limiter le temps de calcul. Les fibres pour lesquelles ce paramètre est le plus critique sont les fibres dont le rapport  $d/\Lambda$  est peu élevé [62]. En effet, dans ce cas la proportion d'air dans la gaine de la fibre est peu importante, et le champ s'étale entre les trous d'air dans la zone en verre de chalcogénures. Si le nombre de couronnes modélisées est insuffisant, le champ sera moins bien confiné dans le cœur de la fibre, et l'indice calculé sera très différent de celui obtenu pour un nombre de couronnes infini.

La figure 3.9 présente l'évolution de l'indice effectif du mode fondamental d'une fibre microstructurée en  $As_2S_3$  de faible rapport  $d/\Lambda$  ( $d/\Lambda = 0,3$ ) en fonction du nombre de couronnes de trous modélisées, pour deux longueurs d'onde ( $\lambda = 1,5 \mu m$  et  $\lambda = 5 \mu m$ ). Le paramètre  $\Lambda$  vaut  $5 \mu m$ .

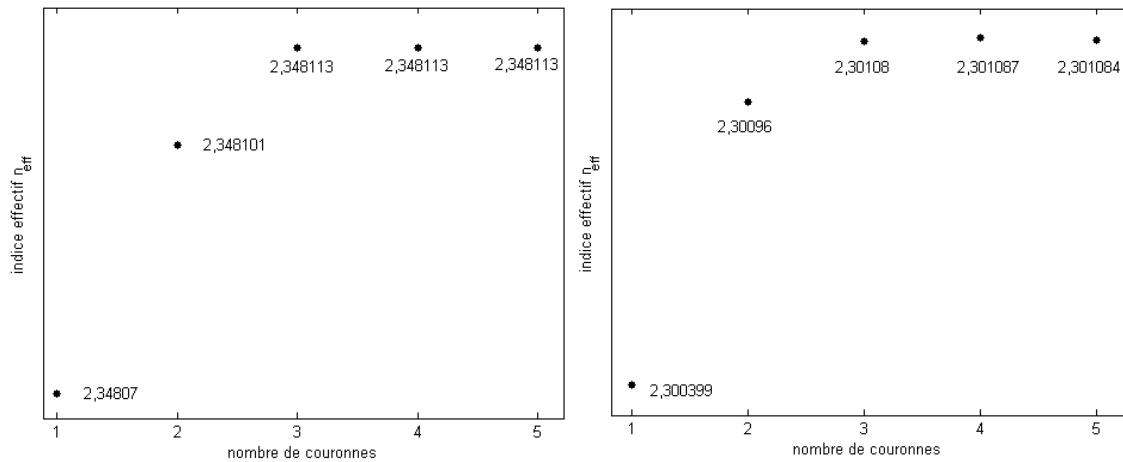


Fig. 3.9 - Influence du nombre de couronnes de la gaine microstructurée sur la valeur de l'indice effectif, pour  $\Lambda = 5 \mu\text{m}$  et  $d/\Lambda = 0.3$ .  
A gauche,  $\lambda = 1,5 \mu\text{m}$ . A droite,  $\lambda = 5 \mu\text{m}$ .

Nous constatons que la valeur de l'indice effectif devient constante (à la 6<sup>ème</sup> décimale près pour le cas  $\lambda = 5 \mu\text{m}$ ) à partir de 3 couronnes de trous.

D'autre part, les fibres fabriquées par le Laboratoire des Verres et Céramiques de Rennes, dont nous disposons au laboratoire, comportent également 3 couronnes de trous. Nous souhaitons pouvoir comparer les résultats des méthodes de calcul de l'indice effectif du champ avec des mesures de la dispersion des fibres en laboratoire (voir chapitre 4).

En conclusion, nous choisissons donc de modéliser des fibres microstructurées en verres de chalcogénures dont la gaine présente 3 couronnes de trous.

La modélisation par le logiciel Comsol Multiphysics fait apparaître les étapes suivantes :

- définition de la structure géométrique
- définition de l'indice du matériau constituant chaque zone fermée (l'indice du verre variant selon la longueur d'onde considérée)
- entrée des conditions aux limites de chaque zone (il s'agit de conditions de continuité du champ aux interfaces verre/air et d'annulation du champ aux limites extérieures de la gaine)
- maillage de la structure
- résolution par la méthode des éléments finis pour une longueur d'onde donnée à l'aide d'un solver intégré au logiciel Comsol

Les figures 3.10 (a), (b) et (c) présentent le maillage de la structure et le profil du champ électrique obtenu après résolution pour  $d/\Lambda = 0,3$  et  $d/\Lambda = 0,9$ . Sur ces figures, le cercle central est un cercle virtuel défini par l'utilisateur avant maillage (son indice interne est l'indice du matériau et les conditions de continuité sont appliquées à ses frontières), dans lequel est calculée l'aire effective du champ solution considéré. Pendant la résolution, le logiciel Comsol calcule, pour chaque solution, l'aire effective du champ dans ce sous-domaine virtuel, ce qui permet d'identifier le mode fondamental dans la liste de solutions mathématiques proposées par le logiciel.

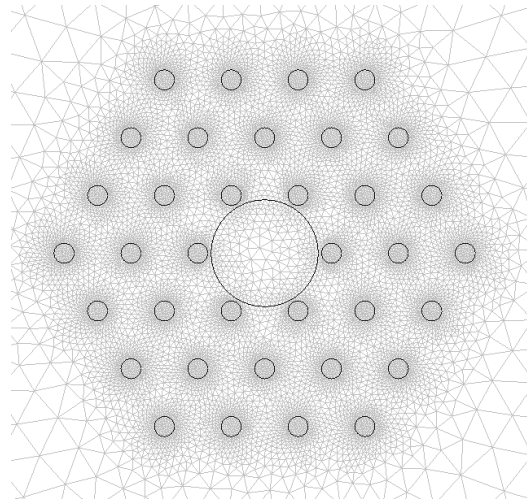


Fig. 3.10 (a) – Exemple de maillage triangulaire de la gaine microstructurée.

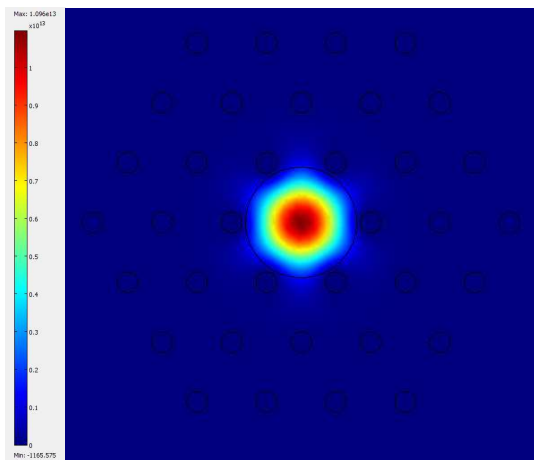


Fig. 3.10 (b) - Résultats de modélisation par la FEM pour  $\lambda = 1.5 \mu\text{m}$ ,  $\Lambda = 3 \mu\text{m}$  et  $d/\Lambda = 0.3$ .

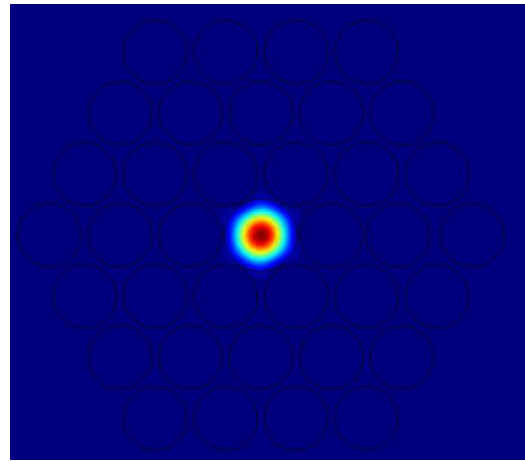


Fig. 3.10 (c) - Résultats de modélisation par la FEM pour  $\lambda = 1,5 \mu\text{m}$ ,  $\Lambda = 3 \mu\text{m}$  et  $d/\Lambda = 0.9$ .

Nous constatons bien sur les figures (b) et (c) que le champ est bien plus confiné dans le cœur de la fibre lorsque le rapport  $d/\Lambda$  est élevé.

### III.2.1 - Etude comparative pour des fibres en $\text{As}_2\text{S}_3$

Comparons à présent les résultats obtenus par la méthode des éléments finis (FEM) avec ceux obtenus par la méthode de l'indice effectif de gaine (EIM) pour des fibres en  $\text{As}_2\text{S}_3$ . Nous présentons ici une étude détaillée pour les fibres en  $\text{As}_2\text{S}_3$ , en prenant pour la majorité des calculs la valeur  $\Lambda = 5 \mu\text{m}$ . Pour les fibres en  $\text{As}_2\text{Se}_3$ , le raisonnement est identique et nous présenterons directement dans la section III.2 les résultats obtenus.

La figure 3.11 représente en trait plein les indices effectifs du mode fondamental obtenus par la FEM pour des fibres microstructurées en  $\text{As}_2\text{S}_3$ , pour  $\Lambda = 5 \mu\text{m}$ , pour trois valeurs du rapport  $d/\Lambda$ , et pour une longueur d'onde variant de  $1,5 \mu\text{m}$  à  $5 \mu\text{m}$ . Nous avons superposé à ces courbes les valeurs obtenues par la méthode EIM. Les courbes en pointillés ont été obtenues en utilisant l'expression et les coefficients empiriques de  $r_c$  donnés par Park et Lee pour la silice [47]. Les courbes représentées par des tirets ont été obtenues en utilisant l'expression et les coefficients empiriques de Li et al établis pour la silice [51].

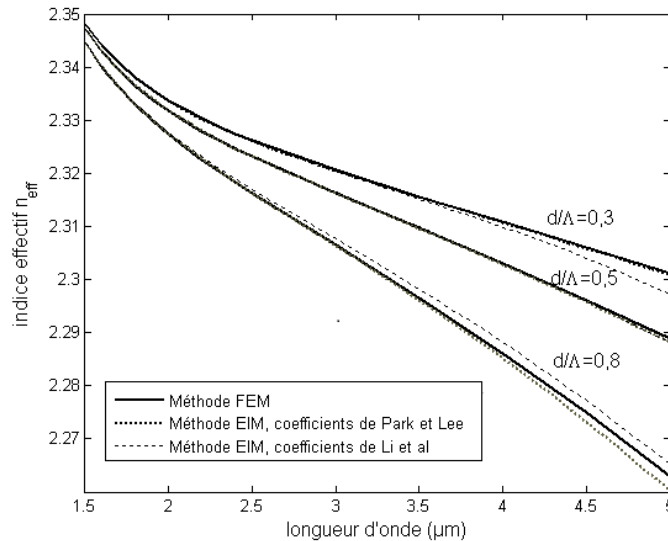


Fig. 3.11 – Tracé comparatif des courbes d'indice effectif obtenues par les méthodes FEM et EIM pour une fibre en  $\text{As}_2\text{S}_3$ ,  $\Lambda = 5 \mu\text{m}$ .

L'indice du matériau a été calculé à partir de [31]. Nous constatons tout d'abord que les coefficients déterminés pour des fibres en silice donnent des courbes très proches de celles obtenues par la méthode des éléments finis pour les basses longueurs d'onde. En revanche, l'erreur augmente significativement aux hautes longueurs d'onde. En effet, les coefficients empiriques ont été optimisés pour une plage de longueurs d'onde allant jusqu'à  $2 \mu\text{m}$  environ. Ce sont les coefficients déterminés par Park et Lee (traits pointillés) qui donnent les courbes les plus proches de celles obtenues par la FEM. Elles semblent convenir en première approximation pour les fibres en verre  $\text{As}_2\text{S}_3$ .

Cependant, il faut garder à l'esprit que l'on souhaite également dériver deux fois ces courbes pour obtenir le profil de dispersion de la fibre, et que l'erreur sur l'indice effectif peut se répercuter de façon importante sur la courbe de dispersion.

La figure 3.12 présente les courbes de dispersion relatives à la FEM et à la méthode EIM de Park et Lee (traits pointillés) et de Li et al (tirets), pour  $\Lambda = 5 \mu\text{m}$  et  $d/\Lambda = 0,8$ .

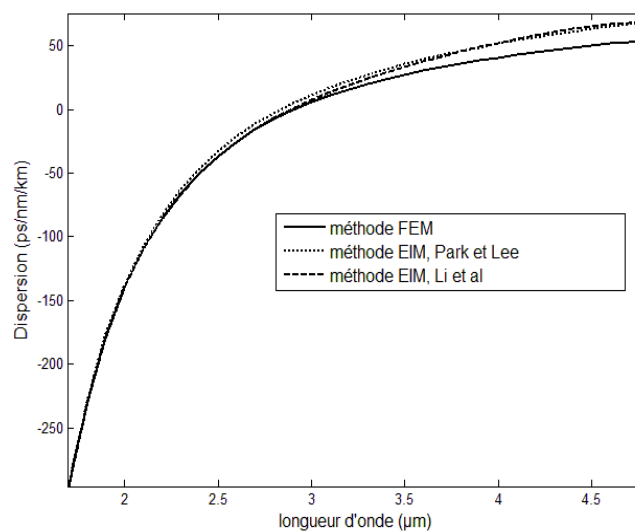


Fig. 3.12 – Tracé comparatif des courbes de dispersion obtenues par les méthodes FEM et EIM pour une fibre en  $\text{As}_2\text{S}_3$ ,  $\Lambda = 5 \mu\text{m}$  et  $d/\Lambda = 0,8$ .

Aux basses longueurs d'onde ( $\lambda < 2 \mu\text{m}$ ), les deux courbes présentent une très bonne adéquation avec les résultats de la FEM. L'erreur relative par rapport à la FEM à  $2 \mu\text{m}$  est de 1,43 % pour la courbe de Park et Lee, et de 0,7 % pour la courbe de Li et al.

Aux hautes longueurs d'onde, en revanche, les deux courbes présentent une erreur plus importante. L'erreur relative maximale à  $5 \mu\text{m}$ , de 20,6 %, est très élevée. Pour réduire au mieux l'erreur aux hautes longueurs d'onde entre les deux jeux de courbes, nous allons optimiser les coefficients empiriques intervenant dans l'expression du rayon de coeur  $r_c$ .

Cette étude nous permet de formuler une première conclusion : il semblerait que l'expression et les coefficients empiriques établis par Park et Lee d'une part ( $r_c$  fonction de  $\Lambda$  et  $d/\Lambda$ ) et Li et al d'autre part ( $r_c$  en fonction de  $\Lambda$ ,  $d/\Lambda$  et  $\lambda$ ) **ne dépendent pas du matériau constituant la fibre microstructurée**, puisqu'ils donnent de très bonnes approximations de la courbe d'indice effectif et de la courbe de dispersion entre  $1 \mu\text{m}$  et  $2 \mu\text{m}$ , que ce soit pour les fibres en silice ou pour les fibres en verre  $\text{As}_2\text{S}_3$ . Dans la section III.2., nous constaterons que cette adéquation est également vérifiée pour le verre  $\text{As}_2\text{Se}_3$ . Ces coefficients empiriques dépendraient donc seulement des paramètres géométriques du guide et non pas de sa nature.

### III.2.1.1 - Détermination des coefficients de Park et Lee optimisés pour $\Lambda = 5 \mu\text{m}$

Dans un premier temps, nous essayons d'optimiser les coefficients donnés par Park et Lee, afin de réduire l'erreur entre les deux méthodes aux hautes longueurs d'onde.

Nous procédons de la manière suivante [47] : la valeur du paramètre  $\Lambda$  est fixée à  $5 \mu\text{m}$ . Pour chaque valeur du paramètre  $d/\Lambda$  (de 0,3 à 0,8 par pas de 0,1), nous cherchons la valeur de  $r_c$  qui minimise l'erreur entre les deux courbes (figure 3.13). Cette erreur (au sens des moindres carrés) est donnée par la formule suivante :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N_\lambda} \sum_{i=1}^{N_\lambda} (n_{\text{eff},FEM} - n_{\text{eff},EIM})^2} \quad (3.28)$$

où  $N_\lambda$  est le nombre de valeurs discrètes de la longueur d'onde prises en compte dans le calcul de l'erreur.

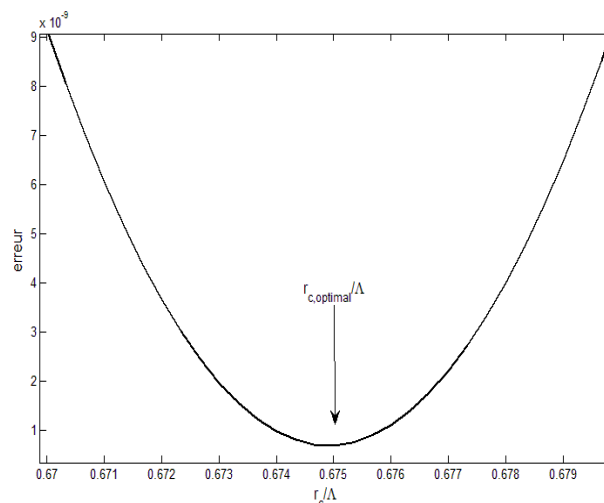


Fig. 3.13 – Tracé de l'erreur entre les courbes d'indice effectif calculé suivant les méthodes FEM et EIM pour  $\Lambda = 5 \mu\text{m}$  et  $d/\Lambda = 0,3$ .

L'erreur minimisée est alors comprise entre  $10^{-8}$  et  $10^{-11}$  pour toutes les valeurs de  $d/\Lambda$  étudiées. Pour chaque valeur de  $d/\Lambda$ , nous déterminons la valeur optimale de  $r_c$  (figure 3.13). Nous obtenons la courbe du rayon de coeur optimal en fonction du rapport  $d/\Lambda$  (figure 3.14) :

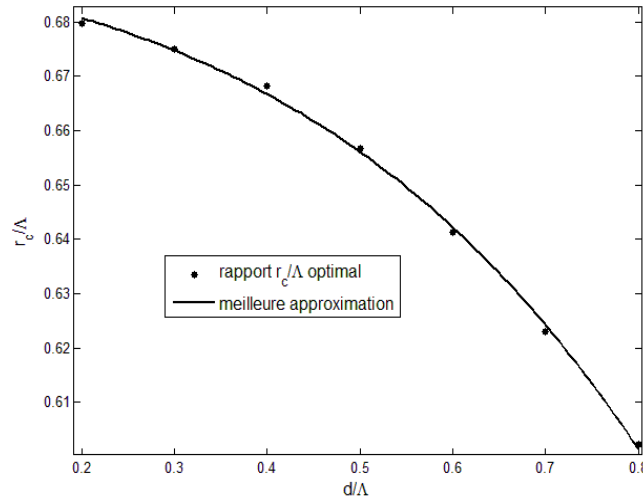


Fig. 3. 14 – Tracé du rayon de cœur optimal pour une fibre en  $\text{As}_2\text{S}_3$ , pour  $\Lambda = 5 \mu\text{m}$ , et de la meilleure approximation de  $r_c$  selon la formule (3.24).

Lorsque le rapport  $d/\Lambda$  augmente pour  $\Lambda$  fixé, la proportion d'air dans la région centrale augmente. La proportion de verre de chalcogénures se trouve donc réduite dans cette zone centrale, d'où une diminution du rayon du cœur de la fibre. La courbe est donc décroissante en fonction du rapport  $d/\Lambda$ .

En approchant cette répartition de points à l'aide de l'équation établie par Park et Lee :

$$r_c = \Lambda \frac{c_1}{1 + \exp\left(\frac{\frac{d}{\Lambda} - c_3}{c_2}\right)} \quad (3.24)$$

nous obtenons les nouvelles valeurs optimisées des coefficients  $c_1$ ,  $c_2$  et  $c_3$  :

$$\begin{aligned} c_1 &= \mathbf{0.698072} \\ c_2 &= \mathbf{0.325394} \\ c_3 &= \mathbf{1.394607} \end{aligned}$$

Pour rappel, les valeurs obtenues par Park et Lee pour les fibres en silice étaient les suivantes :

$$\begin{aligned} c_1 &= 0,686064 \\ c_2 &= 0,265366 \\ c_3 &= 1,291080 \end{aligned}$$

Nous pouvons à présent tracer les courbes d'indice effectif obtenues à l'aide de ces nouveaux coefficients, et les comparer aux courbes obtenues par la FEM (figure 3.15).

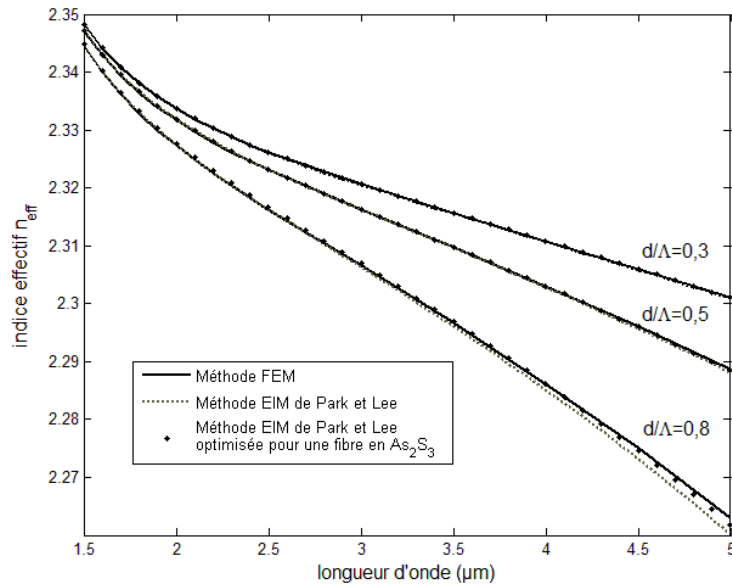


Fig. 3.15 - Comparaison entre les indices calculés par la FEM et la méthode EIM de Park et Lee optimisée pour une fibre en  $\text{As}_2\text{S}_3$ , pour  $\Lambda = 5 \mu\text{m}$ .

Nous constatons que l'erreur entre les deux courbes d'indice effectif a diminué. Toutefois, sur la courbe de dispersion correspondant à  $d/\Lambda = 0,8$ , on constate une erreur de 17,6 % à  $5 \mu\text{m}$  entre la méthode EIM optimisée et la FEM. Cette erreur est encore trop élevée. Cela peut être dû au fait que l'on calcule l'erreur en effectuant une moyenne sur une très large plage de longueurs d'onde. Sur la figure 3.16, nous avons tracé l'erreur en indice effectif entre la méthode EIM et la FEM, calculée cette fois pour chaque longueur d'onde, pour les paramètres  $\Lambda = 5 \mu\text{m}$  et  $d/\Lambda = 0,8$ . Nous constatons que le rayon de cœur optimal, c'est-à-dire le minimum de chaque courbe, augmente avec la longueur d'onde. De plus, aux hautes longueurs d'onde, l'erreur croît très rapidement lorsque l'on s'éloigne de ce rayon de cœur optimal. On comprend donc qu'en utilisant un rayon de cœur unique pour toutes ces longueurs d'onde, l'erreur soit importante pour certaines d'entre elles.

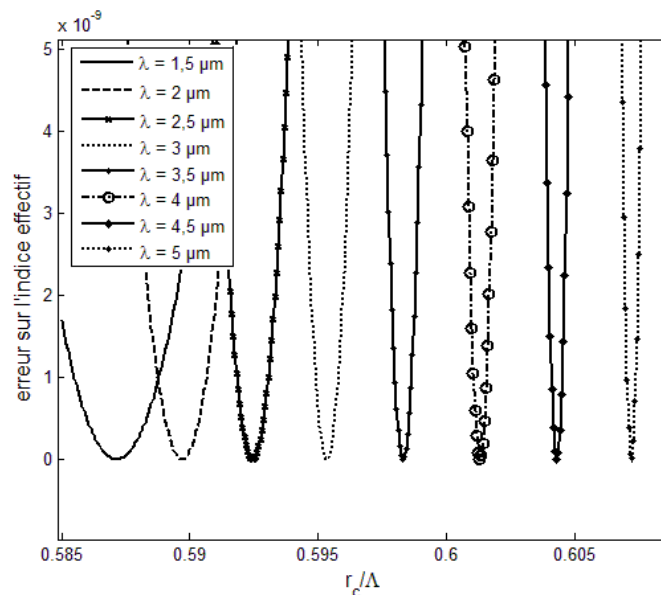


Fig. 3.16 - Evolution du rayon de cœur optimal en fonction de la longueur d'onde, pour  $\Lambda = 5 \mu\text{m}$  et  $d/\Lambda = 0,8$ .

Pour réduire significativement l'erreur entre les deux méthodes, nous devons donc prendre en compte une dépendance en longueur d'onde dans l'expression de  $r_c$ , c'est-à-dire un modèle de type Li et al.

### III.2.1.2 - Détermination des coefficients de Li et al optimisés pour $\Lambda = 5 \mu\text{m}$

Nous allons à présent optimiser, pour les fibres en verres de chalcogénures, les coefficients établis par Li et al.

Li et al ont proposé d'écrire l'expression de  $r_c$  à l'aide de la formule suivante :

$$\frac{r_c}{\Lambda} = \sum_{i=0}^5 n_{ij} \left( \frac{\lambda}{\Lambda} \right)^i \left( \frac{d}{\Lambda} \right)^j \quad (3.25)$$

Cette expression utilise 36 coefficients empiriques.

Pour établir ces coefficients, nous reprenons la démarche employée précédemment pour optimiser le modèle de Park et Lee. Pour chaque valeur de  $d/\Lambda$  fixée, nous effectuons cette fois-ci la minimisation de l'erreur pour chaque longueur d'onde. Nous ajustons ensuite la valeur de  $r_c$  en fonction de  $\lambda/\Lambda$ , à  $d/\Lambda$  fixé. Pour une valeur de  $d/\Lambda$  donnée, cet ajustement en

$\lambda/\Lambda$  nous donne les 6 coefficients  $\xi_i = \sum_{j=0}^5 n_{ij} \left( \frac{d}{\Lambda} \right)^j$ . En réitérant cette minimisation pour 5 autres valeurs de  $d/\Lambda$ , on obtient un système d'équations dont l'inversion conduit à la détermination des coefficients  $n_{ij}$ .

Le tableau Tab 3-23-2 recense la valeur de ces 36 coefficients optimisés.

	j=0	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5
i=0	-1,786386	23,940359	-90,057665	164,024313	-145,876708	50,727264
i=1	24,708651	-241,197978	913,098875	-1680,779081	1508,102363	-528,788767
i=2	-89,513507	874,141226	-3311,603074	6104,138823	-5486,106753	1927,560857
i=3	151,330796	-1475,259006	5582,422174	-10282,553113	9239,315882	-3245,857027
i=4	-121,490933	1180,532855	-4455,668527	8190,563304	-7348,213439	2578,494085
i=5	37,44427	-362,340499	1362,752513	-2497,704171	2235,447045	-782,891655

Tab 3-2 Coefficients optimisés selon la formule (3.25) pour une fibre en  $\text{As}_2\text{S}_3$ .

Nous avons fait varier l'ordre du polynôme intervenant dans l'expression (3.25), et nous avons constaté que l'erreur minimale était obtenue lorsque l'on recherchait bien 36 coefficients (5 ordres sur le paramètre  $d/\Lambda$  et 5 ordres sur le paramètre  $\lambda/\Lambda$ ). On n'améliore donc pas la précision du modèle en modifiant la forme de l'expression (3.25).

En ajoutant à la figure 3.11 les courbes d'indice effectif obtenues à l'aide de cette nouvelle expression, on obtient la figure suivante (Figure 3.17) :



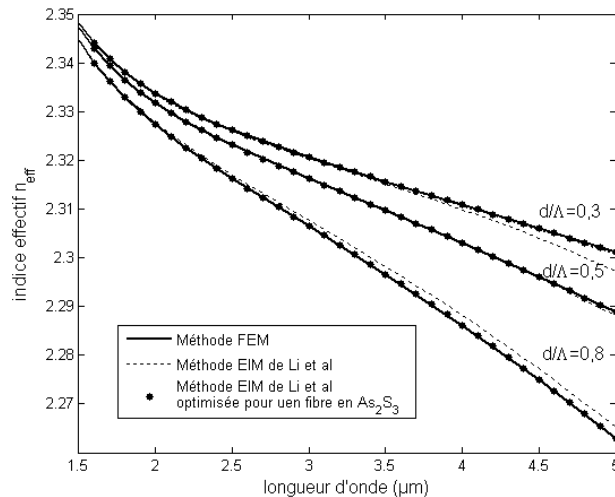


Fig. 3.17 – Comparaison du calcul de l'indice effectif entre la FEM et la méthode EIM de Li et al optimisée pour une fibre en  $As_2S_3$ , avec  $\Lambda = 5 \mu m$ .

Nous constatons cette fois-ci une très bonne adéquation entre les deux méthodes. L'erreur effectuée sur la courbe de dispersion est réduite de façon considérable : elle vaut 0,27% à  $4 \mu m$  pour  $d/\Lambda = 0,8$ . La figure 3.18 rassemble les courbes de dispersion calculées par la FEM, par les méthodes EIM de Park et Lee et de Li et al optimisées pour les fibres en verres de chalcogénures. Nous constatons bien que l'erreur est très réduite lorsque l'on utilise la méthode de Li et al optimisée, contrairement à la méthode de Park et Lee, même optimisée.

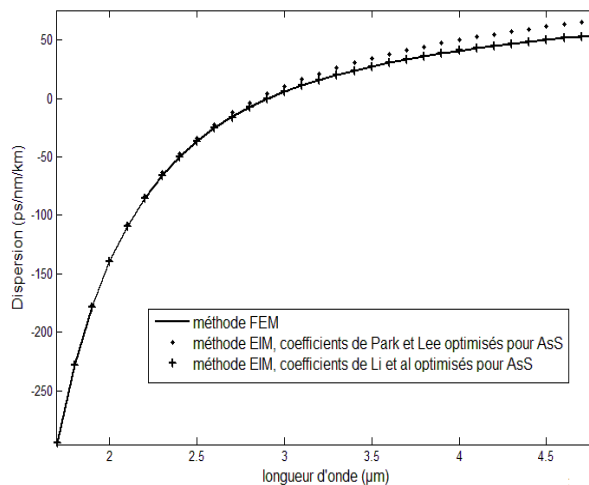


Fig. 3.18 – Comparaison de courbes de dispersion obtenues par la FEM et la méthode EIM. Dans cette figure,  $\Lambda = 5 \mu m$  et  $d/\Lambda = 0,8$ .

Nous avons donc identifié des coefficients empiriques qui permettent de réduire considérablement l'erreur entre la FEM et la méthode EIM, à la fois sur la courbe d'indice effectif et sur la courbe de dispersion. Cette comparaison montre l'importance de prendre en compte la dépendance en longueur d'onde du rayon de cœur de la fibre équivalente, sur une aussi grande plage de longueurs d'onde. Les longueurs d'onde signal et complémentaire générées par amplification paramétrique seront en effet éloignées de la longueur d'onde de pompe, et le calcul de la condition d'accord de phase nécessite la connaissance précise des indices effectifs à ces longueurs d'onde.

Les coefficients empiriques ont été déterminés et sont donc valables pour diverses valeurs du rapport  $d/\Lambda$  comprises entre 0,3 et 0,8, et pour une valeur de  $\Lambda = 5 \mu m$  fixée. Etudions à présent si les coefficients sont encore valables pour une valeur de  $\Lambda$  différente.

### III.2.1.3 - Etude de l'influence du paramètre $\Lambda$ sur les coefficients empiriques

Les articles de Park et Lee [47] et de Li et al [51] fixent tous les deux la valeur  $\Lambda = 2,3 \mu\text{m}$ . Nous avons utilisé leurs coefficients pour obtenir les courbes pour lesquelles le paramètre  $\Lambda$  valait  $5 \mu\text{m}$ , et nous avons constaté que les courbes présentaient une bonne adéquation avec la FEM aux basses longueurs d'onde. Les figures 3.19 (a) et (b) présentent les courbes d'indice effectif obtenues en utilisant les coefficients du tableau 3-2, pour  $\Lambda = 3 \mu\text{m}$  et pour  $\Lambda = 9 \mu\text{m}$ , comparées aux courbes obtenues par la FEM.

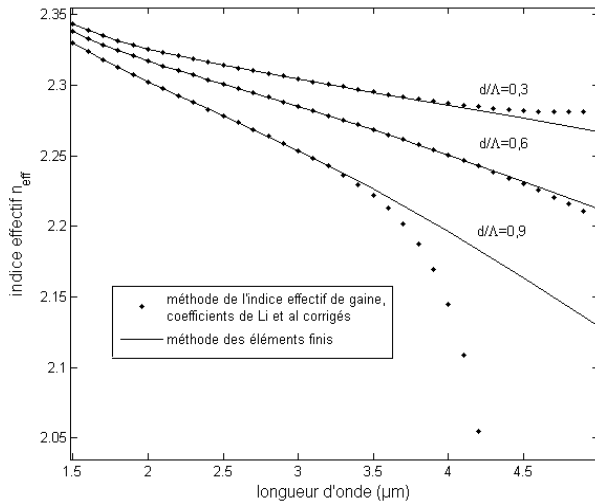


Fig. 3.19 (a) Courbes d'indice effectif obtenues par la méthode EIM de Li optimisée pour  $\Lambda = 3 \mu\text{m}$ .

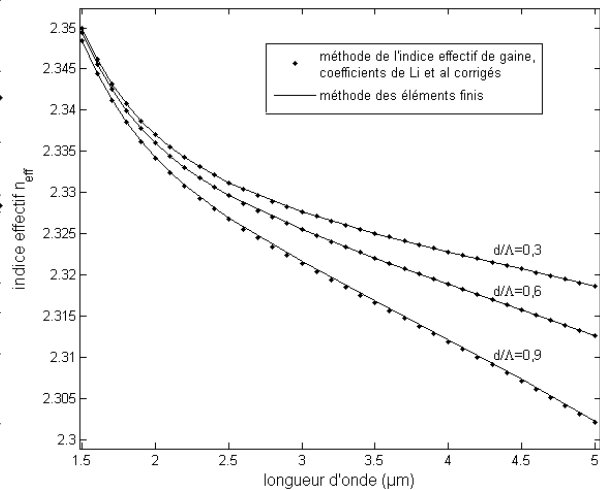


Fig. 3.19 (b) Courbes d'indice effectif obtenues par la méthode EIM de Li optimisée pour  $\Lambda = 9 \mu\text{m}$ .

Nous constatons dans les deux cas de figure une bonne adéquation entre les courbes d'indice effectif jusqu'à une longueur d'onde de  $3 \mu\text{m}$  environ. Pour des longueurs d'onde supérieures, les courbes à  $\Lambda = 3 \mu\text{m}$  présentent un décrochage, particulièrement important dans le cas où  $d/\Lambda = 0,9$ . Les valeurs de  $d$  et  $\Lambda$  sont alors inférieures à la longueur d'onde qui se propage.

La figure 3.20 illustre l'écart induit sur la courbe de dispersion pour  $\Lambda = 3 \mu\text{m}$  et  $d/\Lambda = 0,9$  :

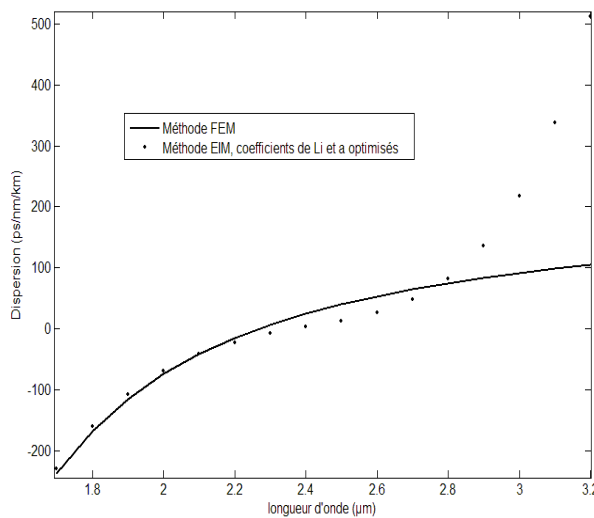


Fig. 3.20 – Comparaison des courbes de dispersion obtenues par la méthode FEM et par la méthode EIM de Li et al optimisée à l'aide des coefficients du tableau 3-2 pour une fibre en  $\text{As}_2\text{S}_3$ , pour  $\Lambda=3\mu\text{m}$  et  $d/\Lambda =0,9$ , entre  $1,7 \mu\text{m}$  et  $3,2 \mu\text{m}$ .

Le jeu de paramètres  $\Lambda = 3 \mu\text{m}$ ,  $d/\Lambda = 0,9$  est celui pour lequel la méthode EIM présente l'écart le plus fort par rapport à la méthode FEM. Les valeurs limites en longueur d'onde déterminées pour ce jeu de paramètres déterminent donc les plages de validité de la méthode. Nous pouvons considérer d'après l'étude de la figure 3.20 que la formule empirique que nous avons utilisée est valable jusqu'à  $\lambda = 2,3 \mu\text{m}$  environ pour n'importe quelles valeurs de  $\Lambda$  comprises entre 3 et 9  $\mu\text{m}$  et n'importe quelle valeur de  $d/\Lambda$  comprise entre 0,3 et 0,9. La plage de longueurs d'onde [1,5  $\mu\text{m}$  - 5  $\mu\text{m}$ ] est probablement trop étendue pour que l'on puisse déterminer une formule empirique simple valable pour tous les paramètres  $\Lambda$  et  $d/\Lambda$ . Une possibilité de remédier à ce problème serait de rechercher une nouvelle expression analytique de  $r_c$ , par exemple en y incluant une dépendance en  $\lambda/d$ . Une autre possibilité est de rechercher des coefficients empiriques sur une plage de longueurs d'onde plus réduite, et de reconstruire les courbes d'indice et de dispersion à l'aide d'approximations « par morceaux ».

### III.2.1.4 - Recherche d'une approximation par morceaux de la courbe d'indice effectif

Nous allons minimiser l'erreur observée aux hautes longueurs d'onde (Figure 3.19 (a)) en effectuant plusieurs optimisations des coefficients empiriques de la formule (3.25) sur des plages de longueurs d'onde plus réduites. Nous avons testé plusieurs ordres de polynôme, pour plusieurs fragmentations de la plage de longueurs d'onde [1,5  $\mu\text{m}$  - 5  $\mu\text{m}$ ]. Cette recherche a été effectuée pour la valeur  $\Lambda = 5 \mu\text{m}$ , comme dans les optimisations précédentes. Nous présentons ici le résultat le plus satisfaisant que nous avons obtenu. Nous avons divisé la plage de longueurs d'onde en deux parties :

- $\lambda \in [1,5 \mu\text{m} - 2,8 \mu\text{m}]$ ,
- $\lambda \in [2,8 \mu\text{m} - 5 \mu\text{m}]$ .

Dans chacune de ces deux plages, nous avons utilisé la formule empirique suivante, à base de polynômes d'ordre 3 :

$$\frac{r_c}{\Lambda} = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 n_{ij} \left(\frac{\lambda}{\Lambda}\right)^i \left(\frac{d}{\Lambda}\right)^j \quad (3.29)$$

Pour la plage de longueurs d'onde de 1,5  $\mu\text{m}$  à 2,8  $\mu\text{m}$ , les coefficients  $n_{ij}$  sont recensés dans le tableau suivant (tableau 3-3):

	j=0	j=1	j=2	j=3
i=0	1,064965	-1,754197	2,445290	-1,260011
i=1	-1,583041	7,348102	-11,053229	5,452807
i=2	2,222727	-10,194501	15,359787	-7,568244
i=3	-1,04614	4,761511	-7,121238	3,485553

Tab 3-3 Coefficients optimisés selon la formule (3.29) définie par morceaux pour une fibre en  $\text{As}_2\text{S}_3$ , pour  $\lambda \in [1,5 \mu\text{m} - 2,8 \mu\text{m}]$ .

Pour la plage  $\lambda \in [2,8 \mu\text{m} - 5 \mu\text{m}]$ , les coefficients  $n_{ij}$  sont recensés dans le tableau 3-4 :

	j=0	j=1	j=2	j=3
i=0	1,67077	-4,626390	6,919072	-3,545307
i=1	-3,793336	17,835224	-27,407074	13,817535
i=2	4,871152	-22,769636	34,991908	-17,622486
i=3	-2,090004	9,721447	-14,873045	7,460333

Tab 3-4 Coefficients optimisés selon la formule (3.29) définie par morceaux pour une fibre en  $\text{As}_2\text{S}_3$ , pour  $\lambda \in [2,8 \mu\text{m} - 5 \mu\text{m}]$ .

Ces formules empiriques permettent de retrouver les courbes telles que  $\Lambda = 5 \mu\text{m}$  avec une très bonne précision. Pour la courbe correspondant à la fibre microstructurée de paramètres  $\Lambda = 5 \mu\text{m}$  et  $d/\Lambda = 0,8$ , l'erreur entre la méthode FEM et la méthode EIM définie par morceaux est de 0,25% à  $4 \mu\text{m}$ .

Pour  $\Lambda = 3 \mu\text{m}$  et  $d/\Lambda = 0,9$  (cas où l'erreur est la plus forte), elles conduisent aux courbes de dispersion suivantes (Figure 3.21) :

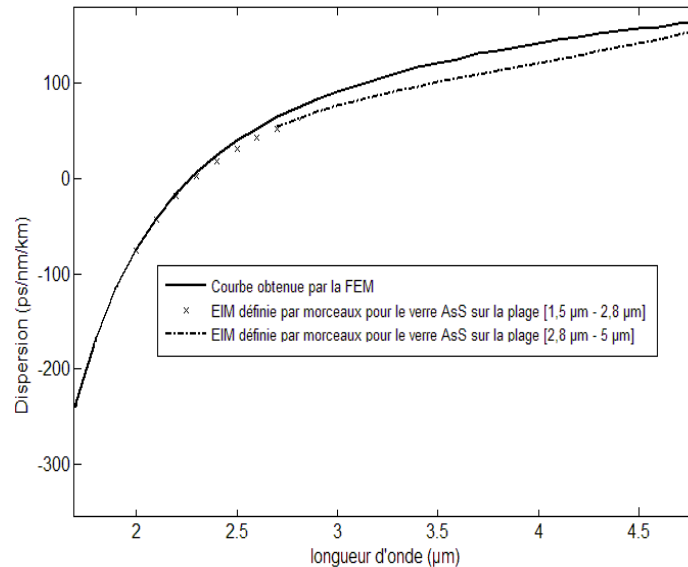


Fig. 3.21 - Courbe de dispersion tracée par morceaux pour  $\Lambda=3 \mu\text{m}$  et  $d/\Lambda = 0,9$ , comparée avec la méthode FEM et la méthode EIM non optimisée.

Avec cette définition de formules empiriques par morceaux, la courbe de dispersion obtenue par la méthode EIM pour une fibre en  $\text{As}_2\text{S}_3$  de paramètres  $\Lambda = 3 \mu\text{m}$  et  $d/\Lambda = 0,9$  n'est plus divergente aux hautes longueurs d'onde, comme c'était le cas lorsque l'on n'utilisait qu'une seule formule empirique (figure 3.20). La position de la longueur d'onde de dispersion nulle est estimée à 20 nm près. Nous constatons que l'erreur est encore relativement importante pour les hautes longueurs d'onde (14,29 % à  $4 \mu\text{m}$ ). Cette étude montre néanmoins qu'il existe probablement une ou plusieurs formules empiriques, pour lesquelles l'erreur entre les méthodes EIM et FEM deviendrait très faible même pour les fibres de faible valeur de  $\Lambda$ . Cette étude ne sera pas détaillée plus avant dans ce manuscrit. Elle montre toutefois l'intérêt d'une approche par morceaux de la méthode EIM dans les fibres  $\text{As}_2\text{S}_3$ . Dans la suite de cette étude, nous choisissons d'utiliser une unique formule empirique dans le calcul de la dispersion.

### III.2.2 - Mise en œuvre pour des fibres en $\text{As}_2\text{Se}_3$

Nous avons repris l'étude précédente en l'appliquant cette fois-ci au cas des fibres en verres de chalcogénures  $\text{As}_2\text{Se}_3$ . Il s'agit également d'un verre de haut indice, et toutes les conclusions intermédiaires effectuées pour le verre  $\text{As}_2\text{S}_3$  sont encore valables pour le verre  $\text{As}_2\text{Se}_3$ .

En particulier, nous avons retrouvé le fait que les coefficients empiriques établis par Li et al pour la silice étaient encore valables pour les fibres en  $\text{As}_2\text{Se}_3$  jusqu'à une longueur d'onde de  $2 \mu\text{m}$ . La minimisation, sur l'indice effectif, de l'erreur entre les deux méthodes pour des longueurs d'onde supérieures conduit aux jeux de coefficients suivants, définis pour la formule de Li et al :

$$\frac{r_c}{\Lambda} = \sum_{i=0}^5 n_{ij} \left(\frac{\lambda}{\Lambda}\right)^i \left(\frac{d}{\Lambda}\right)^j \quad (3.25)$$

avec

	j=0	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5
i=0	2,937827	-24,125229	99,125331	-196,871611	188,564627	69,988388
i=1	-16,244214	173,036688	-708,711996	1398,812243	-1334,523752	493,845897
i=2	45,752103	-486,270590	1987,424353	-3914,052581	3726,998623	-1377,056763
i=3	-62,236365	659,980589	-2690,966907	5288,362796	-5027,0851	1855,118471
i=4	40,558562	429,281242	1746,464098	3250,74798	-1198,289970	-1198,289970
i=5	-10,087896	106,588614	-432,731622	847,000038	-802,637423	295,582642

Tab 3-5 Coefficients optimisés selon la formule (3.25) pour une fibre en  $\text{As}_2\text{Se}_3$ .

Nous vérifions sur la figure 3.22 que cette nouvelle formule permet de retrouver les courbes données par la FEM avec une très bonne précision.

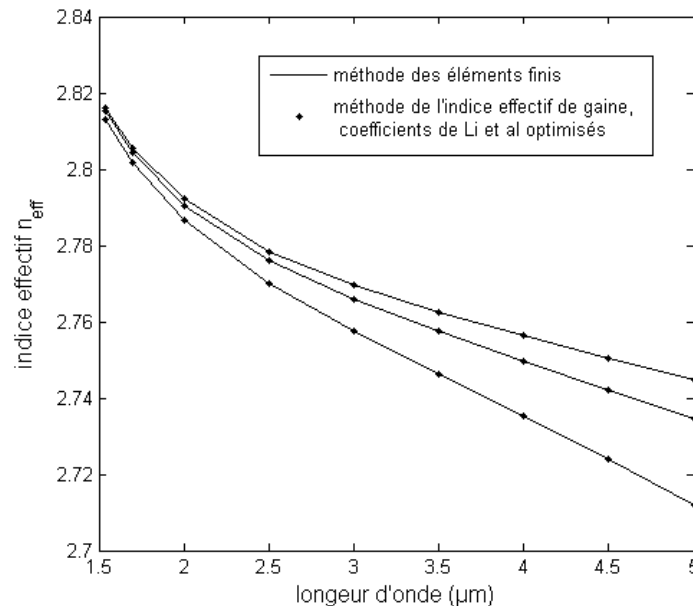


Fig. 3.22 - Comparaison entre la FEM et la méthode EIM pour une fibre en  $\text{As}_2\text{Se}_3$ , pour  $\Lambda = 5 \mu\text{m}$ , pour 9 longueurs d'onde.

Nous avons mené une étude de sensibilité identique à celle menée pour les fibres en  $\text{As}_2\text{S}_3$ , et nous aboutissons aux mêmes conclusions, que nous résumons dans le paragraphe qui suit.

### III.3 - Conclusion sur la méthode EIM appliquée aux fibres en $\text{As}_2\text{S}_3$ et $\text{As}_2\text{Se}_3$

Dans cette section, nous avons réalisé une étude quantitative de la méthode de l'indice effectif de gaine pour des fibres microstructurées hexagonales en verres de chalcogénures  $\text{As}_2\text{S}_3$  et  $\text{As}_2\text{Se}_3$ , en la comparant avec les résultats donnés par la méthode des éléments finis, pour diverses valeurs des paramètres de la microstructure  $\Lambda$  et  $d/\Lambda$ , et pour une plage de longueurs d'onde allant de  $1,5 \mu\text{m}$  à  $5 \mu\text{m}$ . Nous avons montré que les formules empiriques établies pour la silice, avec (Li et al) ou sans (Park et Lee) dépendance de la longueur d'onde, étaient identiques quel que soit le matériau constitutif de la fibre pour des longueurs d'onde

inférieures à 2  $\mu\text{m}$ . Nous avons montré la nécessité de prendre en compte la dépendance en longueur d'onde du rayon de cœur pour obtenir une précision optimale, en particulier pour des longueurs d'onde supérieures à 2  $\mu\text{m}$ , et nous avons déterminé de nouveaux coefficients empiriques selon la formule de Li et al. Ces coefficients permettent d'obtenir une bonne correspondance entre la méthode EIM et la méthode des éléments finis pour toutes les longueurs d'onde étudiées lorsque le paramètre  $\Lambda$  est élevé et supérieur à 5  $\mu\text{m}$ , et jusqu'à une longueur d'onde de 3  $\mu\text{m}$  environ lorsque  $\Lambda = 3 \mu\text{m}$ . Nous avons également montré qu'en utilisant une approximation par morceaux, la divergence de la courbe aux hautes longueurs d'onde était fortement réduite. Cette approximation nous offre la possibilité d'établir des formules plus précises sur un domaine de longueurs d'onde plus large.

Dans la suite de l'étude, nous calculerons les valeurs d'indice effectif et de dispersion pour des fibres en  $\text{As}_2\text{S}_3$  et en  $\text{As}_2\text{Se}_3$  en utilisant la méthode de Li et al optimisée à l'aide des coefficients des tableaux 3-2 et 3-5. Les domaines de validité en longueur d'onde de ces coefficients sont déterminés dans la section IV. On rappelle ici la formule empirique utilisée :

$$\frac{r_c}{\Lambda} = \sum_{\substack{i=0 \\ j=0}}^5 n_{ij} \left( \frac{\lambda}{\Lambda} \right)^i \left( \frac{d}{\Lambda} \right)^j \quad (3.25)$$

On rappelle également les valeurs des coefficients  $n_{ij}$  pour une fibre en  $\text{As}_2\text{S}_3$  (Tableau 3-2) et pour une fibre en  $\text{As}_2\text{Se}_3$  (Tableau 3-5):

	j=0	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5
i=0	-1,786386	23,940359	-90,057665	164,024313	-145,876708	50,727264
i=1	24,708651	-241,197978	913,098875	-1680,779081	1508,102363	-528,788767
i=2	-89,513507	874,141226	-3311,603074	6104,138823	-5486,106753	1927,560857
i=3	151,330796	-1475,259006	5582,422174	-10282,553113	9239,315882	-3245,857027
i=4	-121,490933	1180,532855	-4455,668527	8190,563304	-7348,213439	2578,494085
i=5	37,44427	-362,340499	1362,752513	-2497,704171	2235,447045	-782,891655

Tab 3-2 Coefficients optimisés selon la formule (3.25) pour une fibre en  $\text{As}_2\text{S}_3$ .

	j=0	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5
i=0	2,937827	-24,125229	99,125331	-196,871611	188,564627	69,988388
i=1	-16,244214	173,036688	-708,711996	1398,812243	-1334,523752	493,845897
i=2	45,752103	-486,270590	1987,424353	-3914,052581	3726,998623	-1377,056763
i=3	-62,236365	659,980589	-2690,966907	5288,362796	-5027,0851	1855,118471
i=4	40,558562	429,281242	1746,464098	3250,74798	-1198,289970	-1198,289970
i=5	-10,087896	106,588614	-432,731622	847,000038	-802,637423	295,582642

Tab 3-5 Coefficients optimisés selon la formule (3.25) pour une fibre en  $\text{As}_2\text{Se}_3$ .

Il est encore possible d'améliorer la précision de la méthode de l'indice effectif de gaine de plusieurs façons. La première consiste à rechercher une nouvelle expression empirique de  $r_c$ , prenant peut-être en compte une dépendance en  $\lambda/d$ . Deuxièmement, on pourrait envisager d'utiliser une expression empirique dès la première étape de la méthode EIM. En effet, Li et al incorporent dans l'expression de b, rayon de la cellule circulaire de la première étape, une dépendance semblable à celle utilisée pour  $r_c$ . Cette correction empirique permet d'obtenir une expression plus exacte de l'indice effectif de gaine  $n_{FSM}$ . Il serait alors possible, avec la méthode de l'indice effectif de gaine, de prédire le caractère multimode de la propagation

(l'expression de la fréquence normalisée  $V$  dépendant uniquement de l'indice du cœur et de l'indice de la gaine de la fibre).

Dans la section suivante, nous allons utiliser ces conclusions pour étudier la faisabilité d'un convertisseur de fréquence par amplification paramétrique constitué de fibres microstructurées en verres de chalcogénures  $As_2S_3$ .

#### IV - APPLICATION DE LA METHODE EIM A L'ETUDE DE LA GENERATION PARAMETRIQUE DANS DES FIBRES EN VERRES DE CHALCOGENURES

Grâce à l'expression approchée donnée par Park et Lee, nous avons pu obtenir une allure qualitative des courbes de dispersion des fibres microstructurées hexagonales en  $As_2S_3$  et en  $As_2Se_3$ . Il ressort de cette étude que pour abaisser la longueur d'onde de dispersion nulle de la fibre de manière significative, il faut utiliser une fibre dont le paramètre  $\Lambda$  est le plus faible possible et le paramètre  $d/\Lambda$  le plus élevé possible. Cela correspond à une fibre ayant un cœur très petit et des trous d'air de grande dimension. On se rapproche ainsi d'une géométrie « à cœur suspendu », pour laquelle la fibre possède un petit cœur (typiquement de  $0,8 \mu\text{m}$  à  $4 \mu\text{m}$ ) entouré de très gros trous d'air (voir section I de ce chapitre). La longueur d'onde de dispersion nulle peut alors atteindre des valeurs inférieures à  $2 \mu\text{m}$  [17]. On notera également que le verre qui permet d'obtenir la plus basse longueur d'onde de dispersion nulle est le verre  $As_2S_3$ .

Dans le cadre de l'étude de la conversion de fréquence par amplification paramétrique, nous avons besoin de connaître les indices effectifs des ondes pompe, signal et complémentaire intervenant dans la condition d'accord de phase. La longueur d'onde de pompe est située dans le proche infrarouge autour de  $1,5 \mu\text{m}$  ou de  $2 \mu\text{m}$  environ. On peut distinguer deux cas de figure selon les triplets (pompe, signal, complémentaire) envisagés :

-Si la longueur d'onde signal est proche de la longueur d'onde de pompe (de quelques nanomètres ou quelques dizaines de nanomètres), alors la longueur d'onde complémentaire l'est aussi. Ce cas de figure est observé en régime de dispersion anormale ou en régime de dispersion très légèrement normal. L'accord de phase linéaire, qui s'écrit comme la différence des constantes de propagation se transforme en un développement limité autour de la

longueur d'onde de pompe, faisant apparaître les dérivées paires  $\beta_i = \left. \frac{d^i \beta}{d\omega^i} \right|_{\omega=\omega_p}$  de la

constante de propagation de l'onde de pompe (voir relation (1.38)). Dans ce cas, l'expression de la condition d'accord de phase dépend entre autres de la valeur du paramètre de dispersion  $\beta_2$ , qui doit donc être connue le plus précisément possible. Cela signifie que pour utiliser la méthode de l'indice effectif de gaine dans ce cas de figure, celle-ci doit assurer une précision optimale à la fois sur la valeur de l'indice effectif et sur la valeur de la dispersion. Dans notre cas, la longueur d'onde de pompe se situe vers  $1,5 \mu\text{m} - 2 \mu\text{m}$ , c'est-à-dire dans le domaine des longueurs d'onde [ $1,5 \mu\text{m} - 2,3 \mu\text{m}$ ] pour lesquelles les coefficients empiriques de  $Li$  et  $al$  optimisés sont valables quelles que soient les valeurs de  $\Lambda$  et  $d/\Lambda$ , et donnent une bonne précision à la fois sur l'estimation de l'indice effectif et de la dispersion. Dans ce cas de figure, on pourra donc utiliser les coefficients empiriques établis dans le tableau 3-2.

-Si les longueurs d'onde signal et complémentaire sont éloignées de la longueur d'onde de pompe, la différence des constantes de propagation ne peut plus s'écrire sous la forme d'un développement limité. C'est le cas en régime de dispersion normale. La condition d'accord de phase dépend alors des produits  $n_p\omega_p$ ,  $n_s\omega_s$ , et  $n_i\omega_i$ . Puisque les pulsations pompe, signal et complémentaire sont très éloignées les unes des autres (par exemple, pour le jeu de valeurs  $[\lambda_p, \lambda_s, \lambda_i] = [2 \mu\text{m}, 2 \mu\text{m}, 3 \mu\text{m}, 1,5 \mu\text{m}]$ , la longueur d'onde signal générée est éloignée de  $1 \mu\text{m}$  de la longueur d'onde de pompe), on peut tolérer une erreur un peu plus importante sur la valeur de chaque indice effectif. Dans ce cas de figure (où l'on ne peut plus décomposer les constantes de propagation selon un développement limité), nous pouvons tolérer, en première approximation, un modèle de l'indice effectif de gaine qui assure une bonne précision sur la valeur de l'indice effectif uniquement. D'après les figures 3.19 (a) et (b), cela signifie que l'on peut utiliser la formule empirique optimisée pour tous les paramètres  $d/\Lambda$  et  $\Lambda$ , jusqu'à une longueur d'onde de  $3,3 \mu\text{m}$  environ (qui correspond au début du décrochage de la courbe d'indice effectif pour  $\Lambda = 3 \mu\text{m}$  et  $d/\Lambda = 0,9$ ).

En conclusion de ces deux observations, **nous pouvons tracer et interpréter la courbe d'accord de phase pour une fibre microstructurée en  $\text{As}_2\text{S}_3$  pour des paramètres  $\Lambda$  et  $d/\Lambda$  quelconques, et pour des longueurs d'onde allant de  $1,5 \mu\text{m}$  à  $3,3 \mu\text{m}$ , en utilisant la méthode EIM de Li et al optimisée pour les fibres en verres de chalcogénures.**

La figure 3.23 présente la courbe d'accord de phase pour une fibre hexagonale en verre  $\text{As}_2\text{S}_3$ , de paramètres  $\Lambda = 3 \mu\text{m}$  et  $d/\Lambda = 0,9$ . En effet, ce jeu de paramètres est celui qui permet la plus forte diminution de la longueur d'onde de dispersion nulle de la fibre tout en restant dans le cadre de validité de la méthode EIM.

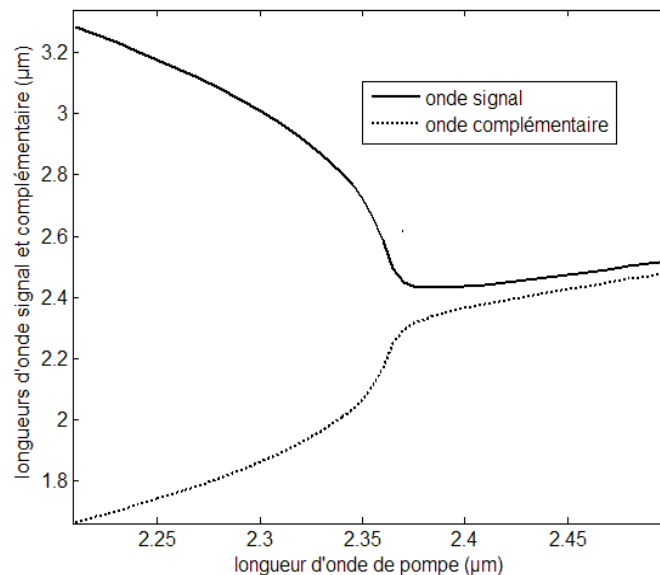


Fig. 3.23 - Courbe d'accord de phase pour une fibre en  $\text{As}_2\text{S}_3$ , pour  $\Lambda = 3 \mu\text{m}$  et  $d/\Lambda = 0,9$ .

Nous avons imposé à l'onde signal la valeur maximale  $\lambda_{s,\text{max}} = 3,3 \mu\text{m}$ . Nous constatons que la transition entre les régimes de dispersion normale et anormale se situe vers  $2,35 \mu\text{m}$  environ. Les longueurs d'onde de pompe qui permettent de générer une onde signal éloignée sont situées en régime de dispersion normale (voir chapitre 1). Cela correspond ici à des longueurs d'onde de pompe situées autour de  $2,2 - 2,3 \mu\text{m}$ . Ainsi, nous montrons **qu'un accord de**



**phase monomode est réalisable dans les fibres microstructurées en verres de chalcogénures**, ce qui n'était pas le cas pour les fibres à saut d'indice (voir chapitre 2). Cela s'explique par le fait que la microstructure permet d'abaisser significativement la longueur d'onde de dispersion nulle de la fibre.

Etudions à présent le gain de conversion pour une longueur d'onde de pompe située en régime de dispersion légèrement normale, par exemple pour  $\lambda_p = 2,27 \mu\text{m}$  (figure 3.24), et pour une puissance de pompe de 1 W continu. Ces spécifications correspondent à celles de lasers continus émettant en espace libre commercialisés par la société IPG Photonics (SFTL Series).

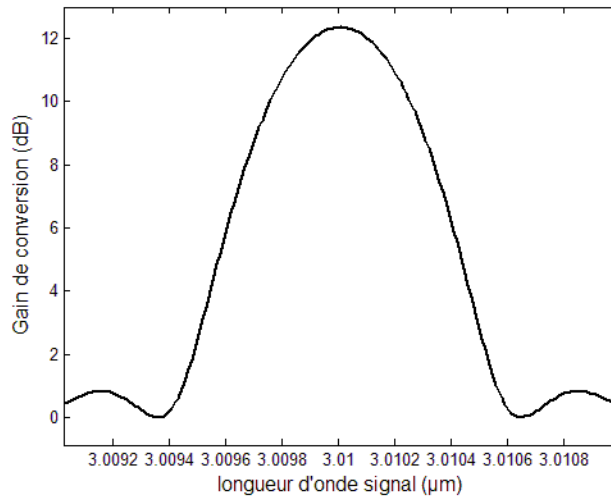


Fig. 3.24 - Gain paramétrique pour une fibre en  $\text{As}_2\text{S}_3$ , pour  $\lambda_p = 2,3 \mu\text{m}$ ,  $\Lambda = 3 \mu\text{m}$  et  $d/\Lambda = 0,9$ .

La courbe de gain a été tracée pour une longueur de fibre de 3 m et pour une puissance crête de 1 W.

Le gain paramétrique a une valeur élevée (12 dB), et la largeur à mi-hauteur est légèrement inférieure à 1 nm (0,6 nm). Cette valeur est plus élevée que dans le cas des fibres à saut d'indice (0,05 nm, voir chapitre 2). La longueur d'onde de pompe est en effet plus proche de la longueur d'onde de dispersion nulle que dans le cas des fibres à saut d'indice. Ainsi, le gain signal sera moins sensible aux fluctuations longitudinales des paramètres opto-géométriques de la fibre. Cette courbe de gain donne bon espoir de pouvoir réaliser une source paramétrique constituée de fibres microstructurées en verres de chalcogénures.

La longueur d'onde de pompe utilisée correspond à une source laser disponible commercialement. Au laboratoire, nous disposons de deux sources laser émettant à 1960 nm et 1995 nm respectivement. En utilisant une fibre microstructurée hexagonale de paramètre  $\Lambda$  légèrement plus faible, voire une fibre à cœur suspendu, la longueur d'onde de dispersion nulle de la fibre sera encore diminuée par rapport au cas de la figure 3.23. La longueur d'onde de pompe correspondant à celle des sources du laboratoire sera alors très proche de  $\lambda_0$ . Dans ce cas, la largeur du gain signal sera encore plus importante, et l'on peut espérer générer un gain signal de quelques nanomètres de large à mi-hauteur.

## CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons étudié le potentiel des fibres microstructurées en verres de chalcogénures pour la génération de fréquences dans la bande 3 – 5  $\mu\text{m}$ . Nous avons mis en oeuvre la méthode de l'indice effectif de gaine (EIM), développée pour des fibres en silice, pour obtenir l'indice effectif du mode fondamental des fibres microstructurées hexagonales en verres  $\text{As}_2\text{S}_3$  et  $\text{As}_2\text{Se}_3$ .

Nous avons montré que les deux formules empiriques proposées dans la méthode EIM (par Park et Lee d'une part, et par Li et al d'autre part) et déterminées pour les fibres en silice sont également valables pour les fibres en verres de chalcogénures jusqu'à la longueur d'onde  $\lambda = 2 \mu\text{m}$ . Pour les longueurs d'onde supérieures à 2  $\mu\text{m}$ , nous avons montré qu'il était nécessaire d'utiliser la formule empirique dépendant de la longueur d'onde (formule de Li et al) et d'adapter ses coefficients. Pour des fibres en  $\text{As}_2\text{S}_3$ , la formule de Li et al ainsi que ses coefficients s'écrivent :

$$\frac{r_c}{\Lambda} = \sum_{i=0}^5 n_{ij} \left( \frac{\lambda}{\Lambda} \right)^i \left( \frac{d}{\Lambda} \right)^j$$

avec

	j=0	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5
i=0	-1,786386	23,940359	-90,057665	164,024313	-145,876708	50,727264
i=1	24,708651	-241,197978	913,098875	-1680,779081	1508,102363	-528,788767
i=2	-89,513507	874,141226	-3311,603074	6104,138823	-5486,106753	1927,560857
i=3	151,330796	-1475,259006	5582,422174	-10282,553113	9239,315882	-3245,857027
i=4	-121,490933	1180,532855	-4455,668527	8190,563304	-7348,213439	2578,494085
i=5	37,44427	-362,340499	1362,752513	-2497,704171	2235,447045	-782,891655

Tab Tab 3-2 Coefficients  $n_{ij}$  optimisés pour une fibre en  $\text{As}_2\text{S}_3$ .

Nous avons défini les limites de validité de cette nouvelle formule empirique. En particulier, nous avons montré que cette nouvelle formule permettait de prédire l'indice effectif de fibres microstructurées hexagonales pour des valeurs de  $\Lambda$  allant de 3  $\mu\text{m}$  à 9  $\mu\text{m}$ , et pour des valeurs de  $d/\Lambda$  allant de 0,3 à 0,9. Pour des valeurs de  $\Lambda$  supérieures à 5  $\mu\text{m}$ , le domaine de validité de la méthode s'étend de 1,5  $\mu\text{m}$  à 5  $\mu\text{m}$ . Pour des valeurs de  $\Lambda$  inférieures à 5  $\mu\text{m}$ , le modèle empirique permet de prédire la valeur de l'indice effectif jusqu'à la longueur d'onde de 3,3  $\mu\text{m}$  environ.

Par ailleurs, nous avons montré l'intérêt d'effectuer une approximation par morceaux en découpant le domaine de longueurs d'onde étudié. La nouvelle formule empirique adaptée de la formule de Li et al permet de prédire le profil de dispersion des fibres jusqu'à 2,3  $\mu\text{m}$  environ. Nous avons montré la faisabilité de l'accord de phase monomode dans les fibres microstructurées en verres de chalcogénures, et nous avons tracé la courbe d'accord de phase pour une fibre en verre  $\text{As}_2\text{S}_3$ . Cette courbe nous a permis de démontrer théoriquement la faisabilité de la conversion de fréquence d'une onde pompe située à 2,27  $\mu\text{m}$  vers une onde signal située à 3  $\mu\text{m}$ . Le gain paramétrique est alors élevé et sa largeur à mi-hauteur est légèrement inférieure à 1 nm, ce qui devrait permettre le maintien des conditions d'accord de phase sur des longueurs de fibre de quelques mètres.



## Chapitre 4

# Mesure de la dispersion, et dimensionnement d'un convertisseur de fréquence fibré émettant en bande II

I - MESURE DE LA DISPERSION CHROMATIQUE DES FIBRES OPTIQUES .....	115
I.1 - Dispositif expérimental de mesure .....	115
I.2 - Principe de la mesure interférométrique de la dispersion.....	116
I.2.1 - Rappels sur la propagation et la dispersion dans les fibres optiques.....	116
I.2.2 - Obtention d'un interférogramme .....	117
I.3 - Etude expérimentale .....	122
I.3.1 - Réglage du montage interférométrique .....	122
I.3.2 - Calibration du banc : mesure de la dispersion d'une fibre en silice .....	125
I.3.3 - Mesure de la dispersion d'une fibre en verre de chalcogénures.....	127
I.3.4 - Mesure de la dispersion d'une fibre en verre fluoré.....	131
I.3.5 - Conclusion .....	132
II - DIMENSIONNEMENT D'UN CONVERTISSEUR DE FREQUENCE FIBRE.....	132
II.1 - Choix de la fibre optimale.....	132
II.2 - Synchronisation des ondes pompe et complémentaire.....	135
II.3 - Conclusion.....	136

## INTRODUCTION

Les modélisations effectuées dans les chapitres précédents nous ont montré la grande sensibilité de la courbe d'accord de phase et du gain paramétrique à de très faibles variations des paramètres opto-géométriques des fibres. Ainsi, nous avons vu au chapitre 1 que la dispersion chromatique de la fibre influait sur la condition d'accord de phase et sur l'efficacité des processus non linéaires. La connaissance du profil de dispersion des fibres, et en particulier de la longueur d'onde de dispersion nulle, est donc primordiale. Dans la première partie de ce chapitre, nous présentons la mise en œuvre d'une méthode de mesure de la dispersion chromatique d'une fibre optique.

Jusqu'à présent, nous avons déterminé les conditions d'accord de phase dans une fibre en nous appuyant sur une expression théorique de son profil de dispersion. La dispersion du matériau a été calculée à partir de formules de Sellmeier dans toutes nos modélisations. La dispersion du guide a été calculée à partir de formules approchées dans le cas des fibres à saut d'indice (voir chapitre 2), et par résolution des méthodes FEM ou EIM dans le cas des fibres microstructurées (voir chapitre 3). Il n'est pas certain que la formule de Sellmeier soit parfaitement vérifiée pour toutes les fibres, compte tenu de la variabilité de composition des verres utilisés et de l'impact de la méthode de fabrication de ces verres sur les paramètres spécifiques de la fibre. La modélisation de la dispersion du guide peut aussi s'avérer inexacte, en particulier si la fibre présente des fluctuations de ses paramètres opto-géométriques.

Nous avons donc besoin de vérifier la validité de ces approximations et calculs à l'aide d'un dispositif expérimental. Nous avons mis en œuvre une méthode interférométrique, et nous avons mesuré la dispersion de plusieurs fibres en verres fluorés et en verres de chalcogénures. Dans la seconde partie de ce chapitre, nous définissons l'architecture expérimentale la mieux adaptée pour réaliser un premier convertisseur de fréquence fibré. Nous reprenons d'abord toutes les conclusions théoriques issues des chapitres précédents. Grâce à ces conclusions, nous identifions les fibres adaptées à la conversion de fréquence vers la bande II. Nous traçons la courbe d'accord de phase pour la fibre optimale identifiée, et nous mesurons sa dispersion à l'aide du dispositif décrit dans la première partie de ce chapitre. Grâce à un programme de résolution numérique de l'équation de Schrödinger non linéaire en régime impulsionnel, nous étudions l'impact de la présence d'autres effets non linéaires au sein de la fibre et de la désynchronisation temporelle des quatre ondes. Nous proposons enfin une architecture de convertisseur de fréquence permettant l'émission vers la bande II.

## I - MESURE DE LA DISPERSION CHROMATIQUE DES FIBRES OPTIQUES

Il existe plusieurs méthodes de mesure de la dispersion d'une fibre optique. Certaines sont basées sur une mesure de l'élargissement temporel d'impulsions de courte durée lors de leur propagation au sein de la fibre [62], d'autres reposent sur la mesure interférométrique de phase différentielle entre l'onde se propageant dans la fibre et une onde de référence. D'autres méthodes interprètent les effets non linéaires qui apparaissent au sein de la fibre, en particulier le mélange à quatre ondes [63][64].

Nous avons choisi d'utiliser une méthode interférométrique pour calculer la dispersion des fibres. Ce type de méthode, mis en œuvre pour la première fois par Tateda et al [65], présente l'avantage de pouvoir être utilisé pour caractériser de très faibles longueurs de fibre. Elle est donc bien adaptée au cas des fibres en verres de chalcogénures. Nous présentons dans un premier temps le banc expérimental de mesure de la dispersion que nous avons construit. Nous détaillons ensuite le principe de la méthode interférométrique utilisée, ainsi que sa mise en œuvre.

### I.1 - Dispositif expérimental de mesure

La méthode que nous utilisons repose sur une mesure interférométrique par division d'amplitude, et utilise un interféromètre de type Mach-Zehnder. Le banc de mesure de la dispersion chromatique des fibres est le suivant :

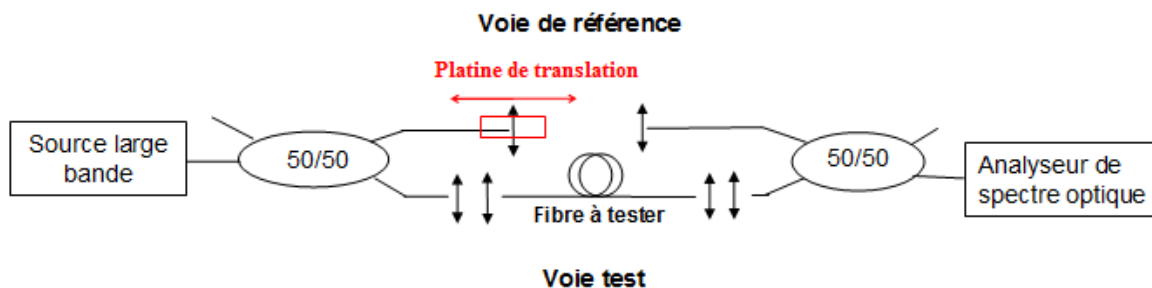


Fig. 4.1 – Présentation du banc expérimental.

Nous avons choisi d'utiliser un système majoritairement fibré pour des raisons de stabilité. Le rayonnement issu d'une source large bande est séparé en deux voies distinctes.

La première voie est appelée « voie test » et contient la fibre dont on souhaite mesurer la dispersion. La deuxième voie est la voie de référence, et contient un chemin d'air de longueur variable. Après propagation dans chacune de ces voies, les faisceaux sont recombinés à l'aide d'un coupleur fibré. Lorsque les ondes parcourent le même chemin optique dans chaque voie, l'interféromètre est équilibré, et des franges d'interférence apparaissent sur l'analyseur de spectre optique placé en sortie de l'interféromètre. C'est l'interprétation de ces franges qui permet de mesurer la dispersion de la fibre.

## I.2 - Principe de la mesure interférométrique de la dispersion

### I.2.1 - Rappels sur la propagation et la dispersion dans les fibres optiques

L'indice effectif d'une onde électromagnétique varie avec sa longueur d'onde. En conséquence, deux impulsions monochromatiques de longueurs d'onde différentes ne présentent pas le même indice effectif et ne voyagent donc pas à la même vitesse de phase

$v_\varphi = \frac{n_{eff}}{c}$ . En réalité, une impulsion laser possède une largeur spectrale non nulle. La vitesse de phase est donc uniquement une grandeur théorique destinée à l'étude des modèles monochromatiques. La grandeur qui représente une réalité physique est celle qui traduit la vitesse du paquet d'ondes monochromatiques constituant l'impulsion, nommée vitesse de groupe et définie selon:

$$\frac{1}{V_g} = \frac{d\beta}{d\omega} \quad (4.1)$$

Le temps de groupe associé s'écrit :

$$t_g = \frac{L}{V_g} \quad (4.2)$$

Il représente le temps mis par l'impulsion pour se propager dans une fibre ou un milieu de longueur L.

On définit alors l'indice de groupe de l'impulsion :

$$N = \frac{c}{V_g} \quad (4.3)$$

avec  $c=3.10^8$  m/s la vitesse de la lumière dans le vide.

Sachant que  $\beta = \frac{n_{eff}(\omega)\omega}{c}$ , on obtient:

$$N = n_{eff}(\omega) + \omega \frac{dn_{eff}(\omega)}{d\omega} = n_{eff}(\lambda) - \lambda \frac{dn_{eff}(\lambda)}{d\lambda} \quad (4.4)$$

L'élargissement temporel de l'impulsion après propagation dans une longueur L de fibre s'écrit:

$$\tau = \frac{dt_g}{d\lambda} \Delta\lambda \quad (4.5)$$

où  $\Delta\lambda$  représente la largeur spectrale de l'impulsion.

La dispersion chromatique est définie par la formule suivante:

$$D_c = \frac{\tau}{L\Delta\lambda} = \frac{1}{L} \frac{dt_g}{d\lambda} \quad (4.6)$$

En développant l'expression de  $t_g$  à l'aide des formules (4.2), (4.3) et (4.4), nous obtenons l'expression de la dispersion chromatique:

$$D_c = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_{eff}(\lambda)}{d\lambda^2} \quad (4.7)$$

### I.2.2 - Obtention d'un interférogramme

Nous allons à présent étudier comment l'utilisation d'un montage interférométrique permet d'obtenir la dispersion chromatique de la fibre test.

Ecrivons le champ en sortie de l'interféromètre comme la somme des champs  $E_1$  et  $E_2$  se propageant dans chaque voie [62]:

$$E_{tot} = (A_1 e^{-j\varphi_1} \vec{e}_1 + A_2 e^{-j\varphi_2} \vec{e}_2) \cdot e^{j\omega t} \quad (4.8)$$

En supposant les ondes polarisées linéairement et avec des champs colinéaires, l'intensité correspondant à ce champ vaut alors :

$$I_{tot} = E_{tot} \cdot E_{tot} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\phi) \quad (4.9)$$

où  $I_1 = A_1^2$ ,  $I_2 = A_2^2$  et  $\phi = \varphi_1 - \varphi_2$ .

Le terme  $\cos(\phi)$  correspond au terme d'interférences entre les deux ondes  $E_1$  et  $E_2$ .

Le terme de phase  $\phi$  s'écrit comme la différence entre les déphasages subis par l'onde dans chaque voie de l'interféromètre (la phase initiale étant identique pour les ondes 1 et 2) :

$$\phi = \varphi_1 - \varphi_2 = \beta_{FUT} L_{FUT} - \frac{\omega}{c} L_{air} \quad (4.10)$$

où l'acronyme FUT (pour « Fiber Under Test ») désigne la fibre dont on souhaite mesurer la dispersion.

On peut alors effectuer un développement limité de la constante de propagation  $\beta_{FUT}$  autour d'une pulsation  $\omega_0$  présente dans l'impulsion :

$$\begin{aligned} \Phi(\omega) &= L_{FUT} \beta_{FUT}(\omega_0) + L_{FUT} (\omega - \omega_0) \left. \frac{d\beta_{FUT}}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0} + L_{FUT} \frac{(\omega - \omega_0)^2}{2} \left. \frac{d^2\beta_{FUT}}{d\omega^2} \right|_{\omega=\omega_0} - \frac{\omega}{c} L_{air} \\ \Phi(\omega) &= \underbrace{L_{FUT} \beta_{FUT}(\omega_0) - \frac{\omega_0}{c} L_{air}}_{\Phi_0(\omega)} + (\omega - \omega_0) \underbrace{\left( L_{FUT} \left. \frac{d\beta_{FUT}}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0} - \frac{L_{air}}{c} \right)}_{\Phi_1(\omega)} + \underbrace{L_{FUT} \frac{(\omega - \omega_0)^2}{2} \left. \frac{d^2\beta_{FUT}}{d\omega^2} \right|_{\omega=\omega_0}}_{\Phi_2(\omega)} \\ \Phi(\omega) &= \Phi_0 + \frac{1}{c} (\omega - \omega_0) (N_{FUT}(\omega_0) L_{FUT} - L_{air}) + L_{FUT} \frac{(\omega - \omega_0)^2}{2} \left. \frac{d^2\beta_{FUT}}{d\omega^2} \right|_{\omega=\omega_0} \end{aligned} \quad (4.11)$$

$\Phi_0$ ,  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$  regroupent les termes en  $\omega$  d'ordre 0, 1 et 2 respectivement.



L'interféromètre est équilibré pour une pulsation  $\omega_{\text{éq}}$  lorsque une impulsion parcourt le même chemin optique dans chacune des deux voies, c'est à dire lorsque

$$N_{FUT}(\omega_{\text{éq}})L_{FUT} = L_{\text{air}}(\omega_{\text{éq}}) \quad (4.12)$$

Cela correspond alors à l'annulation du terme  $\Phi_1(\omega)$  quelle que soit  $\omega$ .

### **1-Mesure de la dispersion**

Reprenons l'expression de  $N_{FUT}$  :

on a

$$N_{FUT}(\omega_{\text{éq}}) = \frac{c}{V_{g,FUT}(\omega_{\text{éq}})} = c \left. \frac{d\beta_{FUT}}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{\text{éq}}} \quad (4.13)$$

soit

$$N_{FUT}(\omega_{\text{éq}}) = n_{\text{eff},FUT}(\omega_{\text{éq}}) + \omega_{\text{éq}} \left. \frac{dn_{\text{eff},FUT}}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_{\text{éq}}} = n_{\text{eff},FUT}(\lambda_{\text{éq}}) - \lambda_{\text{éq}} \left. \frac{dn_{\text{eff},FUT}}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_{\text{éq}}} \quad (4.14)$$

La condition d'équilibre de l'interféromètre (relation (4.12)) s'écrit donc :

$$n_{\text{eff},FUT}(\lambda_{\text{éq}})L_{FUT} - \lambda_{\text{éq}} \left. \frac{dn_{\text{eff},FUT}}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_{\text{éq}}} L_{FUT} = L_{\text{air}}(\lambda_{\text{éq}}) \quad (4.15)$$

Lorsque l'on fait varier  $L_{\text{air}}$ , on fait varier la longueur d'onde d'équilibre  $\lambda_{\text{éq}}$ .

En considérant  $\lambda_{\text{éq}}$  comme une variable et en dérivant l'expression (4.15) par rapport à  $\lambda_{\text{éq}}$ , on obtient :

$$-\lambda_{\text{éq}} \left. \frac{d^2 n_{\text{eff},FUT}}{d\lambda^2} \right|_{\lambda=\lambda_{\text{éq}}} L_{FUT} = \left. \frac{dL_{\text{air}}}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_{\text{éq}}} \quad (4.16)$$

Notons à ce stade que nous n'avons pas pris en compte, dans le calcul précédent, la longueur d'air présente dans la voie test de l'interféromètre. Cette longueur étant fixe, contrairement à celle de la voie de référence, sa contribution s'annule lors de la dérivation.

Sachant que  $D_{c,FUT} = -\frac{\lambda}{c} \frac{d^2 n_{\text{eff},FUT}}{d\lambda^2}$  (relation (4.7)), il vient finalement :

$$D_{c,FUT} = \frac{1}{L_{FUT} c} \left. \frac{dL_{\text{air}}}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_{\text{éq}}} \quad (4.17)$$

La dispersion chromatique de la fibre test s'obtient donc en faisant varier la longueur du bras d'air de la voie de référence et en repérant, pour chaque position de la platine, la longueur d'onde d'équilibre de l'interféromètre, puis en dérivant la relation  $L_{\text{air}} = f(\lambda)$ . Voyons à présent comment mesurer cette longueur d'onde.

## 2-Allure de l'interférogramme, notion de longueur d'onde d'équilibre

Nous venons de voir que pour un développement limité de l'interférogramme autour de la pulsation d'équilibre, le terme  $\Phi_1$  s'annule.

Le déphasage entre les deux voies s'écrit alors :

$$\Phi(\omega) = \Phi_0 + L_{FUT} \frac{(\omega - \omega_{eq})^2}{2} \frac{d^2 \beta_{FUT}}{d\omega^2} \Big|_{\omega=\omega_{eq}} \quad (4.18)$$

En utilisant la formule  $D_{c,FUT} = -\frac{\omega_{eq}}{2\pi c} \frac{d^2 \beta_{FUT}}{d\omega^2} \Big|_{\omega=\omega_{eq}}$  (obtenue à l'aide des formules (4.1), (4.2) et

(4.6)), on obtient :

$$\Phi(\omega) = \Phi_0 - \pi c L_{FUT} \frac{(\omega - \omega_{eq})^2}{\omega_{eq}^2} D_{c,FUT} \quad (4.19)$$

L'intensité totale en sortie de l'interféromètre s'exprime alors sous la forme :

$$I_{tot}(\omega) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \left( \Phi_0 - \pi c L_{FUT} \frac{(\omega - \omega_{eq})^2}{\omega_{eq}^2} D_{c,FUT} \right) \quad (4.20)$$

En utilisant l'expression de  $D_{c,FUT}$  déterminée au paragraphe précédent (relation (4.17)), on obtient :

$$I_{tot}(\omega) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \left( \Phi_0 - \pi \frac{(\omega - \omega_{eq})^2}{\omega_{eq}^2} \frac{dL_{air}}{d\lambda} \Big|_{\lambda=\lambda_{eq}} \right) \quad (4.21)$$

L'intensité  $I_{tot}(\omega)$  s'exprime donc sous la forme d'une fonction du type  $A + B \cos(C + D\omega^2)$ . L'allure typique de ce type de courbe est représentée sur les graphiques suivants, pour une longueur d'onde d'équilibre  $\lambda_{eq}$  arbitrairement fixée à  $1,55 \mu\text{m}$ , et pour deux valeurs de  $\Phi_0$ . Les courbes ont été calculées avec les paramètres typiques d'une fibre en silice.

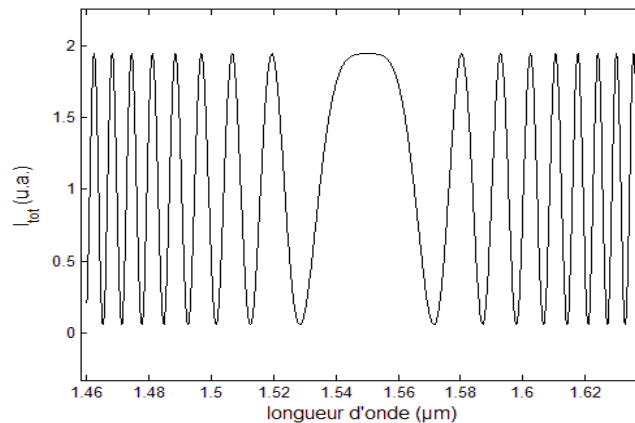


Fig. 4.2 - Figure d'interférences pour une fibre en silice, pour  $\lambda_{eq}=1,55 \mu\text{m}$  et  $\Phi_0=0$ .

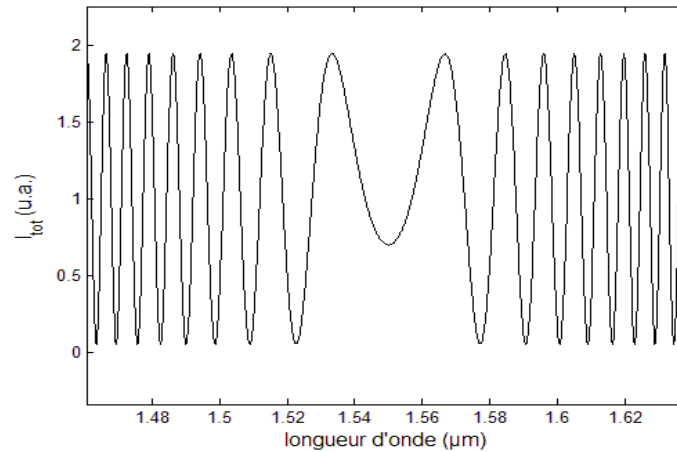


Fig. 4.3 - Figure d'interférences pour une fibre en silice, pour  $\lambda_{eq} = 1,55 \mu\text{m}$  et  $\Phi_0 \neq 0$ .

Nous constatons que l'intensité totale se présente sous la forme d'un spectre cannelé, présentant une frange centrale large. **La longueur d'onde correspondant à cette frange centrale est la longueur d'onde d'équilibre de l'interféromètre pour une longueur d'air fixée.** Les franges sont de plus en plus resserrées lorsque l'on s'éloigne de la frange centrale. Deux maxima consécutifs sont séparés l'un de l'autre par un saut de phase de  $2\pi$ .

Si le terme  $\Phi_0$  est nul, la frange centrale correspond à un état d'interférence constructif. S'il est non nul, la frange centrale correspond à n'importe quel état d'interférence.

Les interférogrammes précédents ont été tracés pour une étendue spectrale quelconque. En pratique, la largeur spectrale sur laquelle les franges sont visibles est limitée d'une part par la largeur spectrale de l'impulsion, et d'autre part par la longueur de cohérence de la source. En effet, les franges d'interférences ne seront visibles que si les impulsions provenant des deux voies de l'interféromètre se recombinent dans un intervalle de temps  $\tau$  tel que

$\tau \ll \tau_c$  où  $\tau_c = \frac{\lambda_0^2}{c\Delta\lambda_0}$  est appelé temps de cohérence de la source. Dans cette expression,  $\lambda_0$

est la longueur d'onde centrale de l'impulsion et  $\Delta\lambda_0$  est sa largeur spectrale. On définit de manière analogue la longueur de cohérence de la source :  $L_c = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda_0}$ .

Il s'agit de l'écart de longueur maximal entre les deux chemins optiques assurant la visibilité des franges. Au-delà, les franges sont brouillées et ne seront donc pas visibles.

Enfin, si l'on trace la courbe d'intensité totale en modifiant la longueur d'air  $L_{air}$  de la voie de référence (et donc le terme  $\Phi_1$ ), on obtient l'allure présentée sur la figure 4.4.

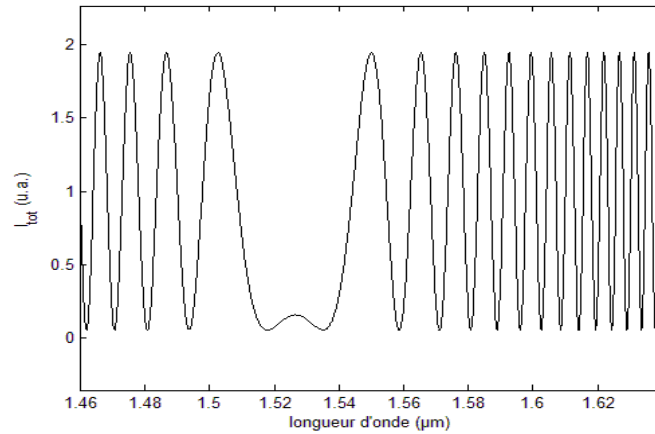


Fig. 4.4 - Figure d'interférences pour une fibre en silice, obtenue en déséquilibrant les voies optiques de l'interféromètre ( $\Phi_1 \neq 0$ ).

Nous constatons que la frange centrale se déplace vers une nouvelle position d'équilibre.

### **3-Calcul de la dispersion**

On rappelle l'expression de la dispersion déterminée au sous-paragraphe 1 :

$$D_{c,FUT} = \frac{1}{L_{FUT} c} \left. \frac{dL_{air}}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_{eq}} \quad (4.17)$$

Ainsi, pour mesurer la dispersion de la fibre test, on relève la position de la frange centrale en fonction de la longueur du chemin d'air afin d'obtenir  $L_{air}(\lambda)$ , puis on dérive la courbe obtenue selon la formule précédente.

### **4-Influence des fibres en silice présentes dans l'interféromètre**

Le montage expérimental incorpore des parties fibrées en silice déjà présentes dans les coupleurs 50/50. De plus, pour conserver des encombrements acceptables et une précision d'alignement suffisante, il est préférable de limiter la longueur du bras d'air de la voie de référence. Nous avons donc choisi d'utiliser une longueur de fibre en silice pour réduire la taille de ce chemin d'air. Si nous voulons connaître la dispersion de la fibre test, nous devons d'abord connaître la dispersion de la fibre en silice présente dans l'interféromètre. Nous allons donc, dans un premier temps, mesurer la dispersion de cette fibre. Cela nous permettra par la même occasion de valider la méthode de mesure de la dispersion en comparant le résultat obtenu avec les mesures présentées dans la littérature. Dans un deuxième temps, la fibre en silice sera placée dans la voie de référence, et nous mesurerons la dispersion de la fibre test.

Dans les calculs qui précèdent, nous n'avons pas considéré la présence de fibres en silice au sein de l'interféromètre.

En prenant en compte cette longueur de fibre en silice, l'égalisation des chemins optiques des deux voies à l'équilibre s'écrit:

$$N_{FUT}(\omega_{eq})L_{FUT} + N_{SiO_2}(\omega_{eq})L_{SiO_2, voie test} = L_{air}(\omega_{eq}) + N_{SiO_2}(\omega_{eq})L_{SiO_2, voie ref} \quad (4.22)$$

Posons  $L_{SiO_2} = L_{SiO_2,voie\ ref} - L_{SiO_2,voie\ test}$ .

On a alors  $N_{FUT}L_{FUT} = N_{SiO_2}L_{SiO_2} + L_{air}$ .

En développant l'expression des indices de groupe, il vient:

$$n_{eff,FUT}L_{FUT} - \lambda_{\dot{e}q} \left. \frac{dn_{eff,FUT}}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_{\dot{e}q}} L_{FUT} = n_{eff,SiO_2}L_{SiO_2} - \lambda_{\dot{e}q} \left. \frac{dn_{eff,SiO_2}}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_{\dot{e}q}} L_{SiO_2} + L_{air} \quad (4.23)$$

En dérivant cette expression, on obtient:

$$-\lambda_{\dot{e}q} \left. \frac{d^2n_{eff,FUT}}{d\lambda^2} \right|_{\lambda=\lambda_{\dot{e}q}} L_{FUT} = \left. \frac{dL_{air}}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_{\dot{e}q}} - \lambda_{\dot{e}q} \left. \frac{d^2n_{eff,SiO_2}}{d\lambda^2} \right|_{\lambda=\lambda_{\dot{e}q}} L_{SiO_2} \quad (4.24)$$

qui conduit à la formule suivante:

$$D_{c,FUT} = \frac{1}{L_{FUT}} \left( \left. \frac{1}{c} \frac{dL_{air}}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_{\dot{e}q}} + D_{c,SiO_2}L_{SiO_2} \right) \quad (4.25)$$

avec

$$L_{SiO_2} = L_{SiO_2,voie\ ref} - L_{SiO_2,voie\ test}$$

Cette formule permet de calculer la dispersion de la fibre test, connaissant la dispersion et la longueur de la fibre en silice utilisée dans le montage interférométrique.

### I.3 - Etude expérimentale

#### I.3.1 - Réglage du montage interférométrique

Rappelons le schéma du banc de mesure :

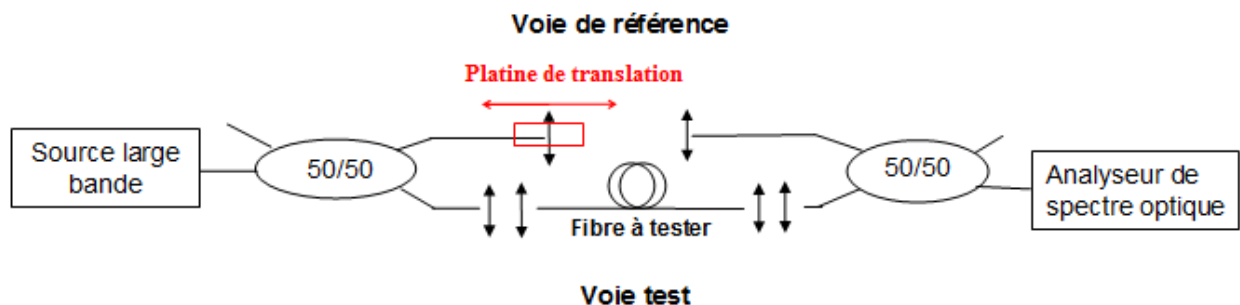


Fig. 4.1 - Présentation du banc expérimental

La source large bande que nous souhaitons utiliser est une source à supercontinuum vendue par la société Koheras. Elle émet un rayonnement impulsionnel nanoseconde, dont le spectre très large couvre les longueurs d'onde comprises entre 500 nm et 2,4 μm environ, pour une puissance moyenne totale de l'ordre de 150 mW. Son taux de répétition est de 23,5 kHz.

Ce rayonnement est ensuite injecté dans les deux voies de l'interféromètre au moyen d'un coupleur 50/50 fibré (AFR Photonics). Dans la voie de référence, une platine ayant une course de 5 cm, elle-même montée sur un rail de 50 cm de longueur, permet d'ajuster finement la longueur du chemin d'air. Le bras d'air de la voie de référence est placé entre deux collimateurs fibrés de distance focale  $f = 18,4$  mm.

Dans la voie test, le faisceau est collimaté puis recombinaé dans la fibre test à l'aide d'un collimateur fibré et d'une lentille, tous deux de distance focale  $f = 8$  mm. L'injection dans la fibre test se fait au moyen d'un micropositionneur ayant 5 degrés de liberté sur lequel la fibre est maintenue. En sortie de la fibre test, le faisceau est collimaté puis recombinaé dans la branche en silice d'un coupleur 50/50, au moyen d'une lentille et d'un collimateur fibré de focale  $f = 8$  mm. L'intensité en sortie du coupleur 50/50 est injectée dans un analyseur de spectre optique (Anritsu MS9710B limité aux longueurs d'onde inférieures à 1750 nm, et Yokogawa AQ6375 sensible de 1200 nm à 2400 nm). Nous avons choisi d'utiliser dans la voie test des lentilles ayant toutes la même distance focale. La fibre à tester n'ayant pas forcément le même diamètre de mode que les fibres en silice émettrice et collectrice, il faudrait rigoureusement adapter également les focales des lentilles selon les lois de l'optique gaussienne et donc modifier le dispositif à chaque fibre testée. En pratique, nous avons constaté que l'utilisation de focales identiques permettait un couplage satisfaisant pour la visualisation des franges d'interférence.

La première étape du réglage consiste à aligner les divers composants optiques du montage, et à effectuer le couplage de la voie de référence. Cela ne peut pas se faire directement avec la source à supercontinuum, dont la puissance moyenne par unité de longueur d'onde est trop faible. Nous réalisons donc cet alignement à l'aide d'une source amplifiée continue centrée autour de 1535 nm, de très faible largeur spectrale ( $< 1$  nm), délivrant une puissance moyenne de 50 mW environ.

Ensuite, pour effectuer le couplage de la lumière dans la fibre test, nous utilisons la source à supercontinuum. Son rayonnement visible nous permet en effet d'aligner plus facilement le faisceau sur la face d'entrée de la fibre test. Le réglage du couplage de la lumière dans la fibre se fait d'abord grossièrement à l'aide d'une photodiode et d'un oscilloscope, puis finement à l'aide d'un analyseur de spectre optique.

Dans le montage interférométrique, nous avons utilisé des lentilles et collimateurs non achromatiques, de sorte que le couplage de la lumière dans la fibre test est optimal autour de 1550 nm. Ainsi, le rayonnement de la source à supercontinuum n'est pas parfaitement couplé sur la totalité de sa bande spectrale d'émission. La variation de ce coefficient de couplage en fonction de la longueur d'onde a un impact sur la forme de l'enveloppe des spectres d'interférences mesurés. Il est suffisant et nous permet d'effectuer la mesure de dispersion entre 1300 nm et 2000 nm environ.

Une fois tous les couplages de l'interféromètre effectués, il est nécessaire d'égaliser les temps de groupe des deux voies. Lors de la mise en place du banc de mesure, les tailles des brins de fibre silice des coupleurs, ainsi que la longueur du chemin d'air, ont en effet été définis arbitrairement. Une manière d'équilibrer l'interféromètre est de visualiser la trace temporelle des deux impulsions à l'aide d'un oscilloscope, et de modifier le chemin optique de l'une des deux voies jusqu'à ce que les impulsions soient superposées temporellement. Cette synchronisation se fait selon le schéma suivant :

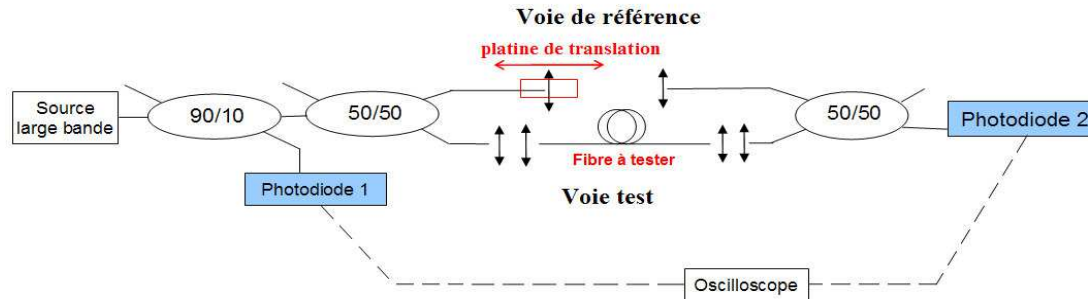


Fig. 4. 5 - Montage utilisé pour la synchronisation temporelle des deux voies

En cachant alternativement chacune des deux voies, on repère la position de l'impulsion provenant de chaque voie, puis on en déduit leur écart temporel  $\Delta\tau$ . Cet écart correspond à une longueur d'air  $\Delta\tau \cdot c$  où  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide. Si la valeur de cet écart est très importante (plusieurs mètres d'air), nous ajoutons une longueur équivalente ( $\sim \frac{c \cdot \Delta\tau}{n_{eff, SiO_2}}$ ) de fibre silice sur la voie correspondant à l'impulsion la moins retardée. Lorsque

la valeur de cet écart est faible, nous modifions la position de la platine de translation en la faisant coulisser le long du rail de 50 cm.

Cette étape constitue un premier réglage grossier de l'interféromètre. Elle permet d'optimiser à quelques millimètres près les différentes longueurs du montage. Il est nécessaire d'effectuer un réglage fin dans un deuxième temps. En effet, la longueur de cohérence de la source à supercontinuum n'est que de quelques micromètres. Une précision au millimètre près n'est donc pas suffisante pour s'assurer de la visibilité des franges. Pour cette raison, nous avons utilisé dans cette étape une source impulsionnelle de spectre plus étroit que la source à supercontinuum : il s'agit d'un laser à verrouillage de modes Toptica fonctionnant en régime picoseconde autour de 1550 nm, avec un taux de répétition de 100 MHz, émettant une puissance moyenne de 10 mW. Sa largeur spectrale est d'environ 25 nm, sa longueur de cohérence est donc de l'ordre de la centaine de microns. La présence des interférences est détectable beaucoup plus facilement avec ce type de source : une fois la synchronisation temporelle effectuée, les franges sont normalement visibles sur un analyseur de spectre optique (voir figure 4.6). Si ce n'est pas le cas, elles apparaissent lorsque l'on déplace légèrement la platine de translation sur le rail de 50 cm.

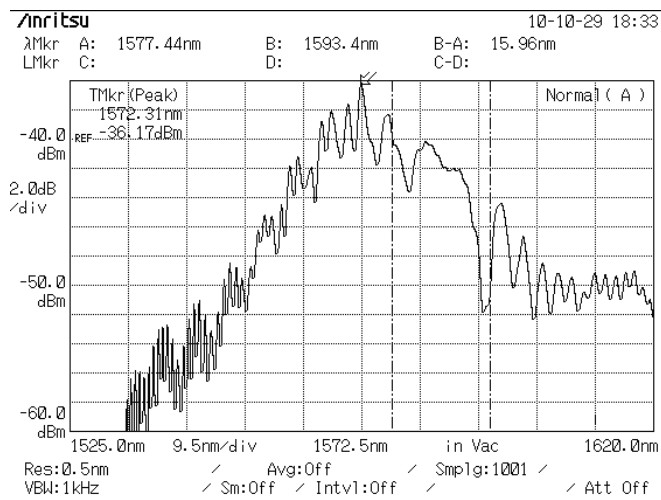


Fig. 4.6 - Franges d'interférences visibles sur le spectre de la source Toptica.

Il arrive que la frange centrale n'apparaisse pas directement sur le spectre et que l'on observe uniquement des maxima secondaires. On utilise alors la vis micrométrique de la platine de translation pour faire défiler des franges de moins en moins resserrées : cela signifie que l'on se rapproche de la frange centrale et donc de la longueur d'onde d'équilibre.

Ce réglage fin permet enfin de faire apparaître les franges d'interférences lorsque l'on injecte le rayonnement de la source à supercontinuum (figure 4.7).

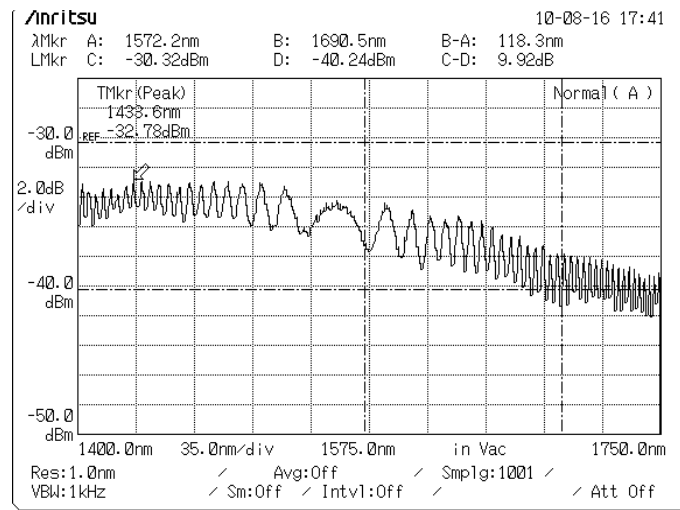


Fig. 4.7 – Franges d'interférences visibles sur le spectre de la source à supercontinuum.

### I.3.2 - Calibration du banc : mesure de la dispersion d'une fibre en silice

Nous avons tout d'abord mesuré la dispersion de la fibre en silice constituant les bras des coupleurs 50/50. Il s'agit d'une fibre SMF 28. Les figures 4.8 (a), (b) et (c) présentent trois interférogrammes obtenus lorsque l'on fait varier la taille du chemin d'air de la voie de référence.

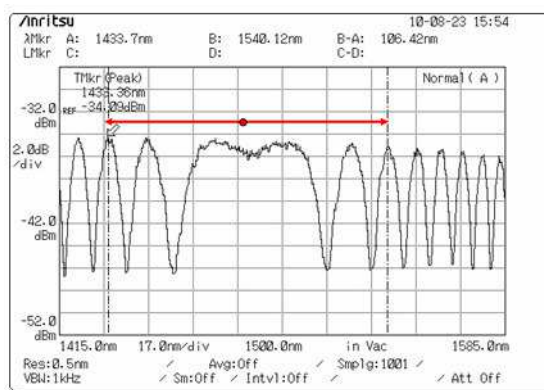


Fig. 4.8 (a) - Interférogramme centré autour de 1500 nm.

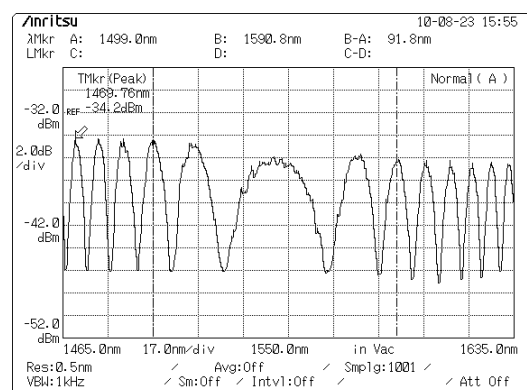


Fig. 4.8 (b) - Interférogramme centré autour de 1550 nm.



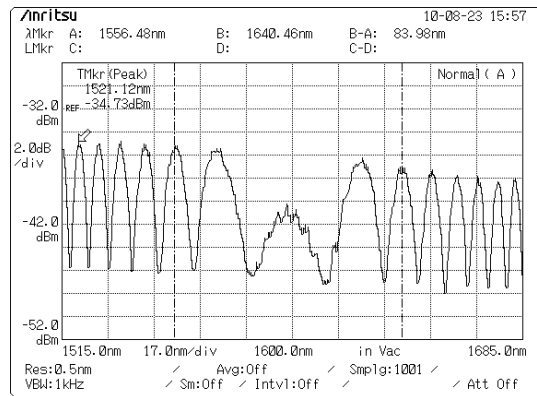


Fig. 4.8 (c) - Interférogramme centré autour de 1600 nm.

Pour une longueur du chemin d'air fixée, l'allure de l'interférogramme varie sur l'analyseur de spectre optique d'une acquisition à l'autre. Nous avons effectué le relevé de  $\lambda_c = f(L_{air})$ , où  $\lambda_c$  est la longueur d'onde centrale de la frange la plus large de l'interférogramme, selon la procédure suivante : pour chaque valeur de  $L_{air}$ , nous avons sélectionné un spectre faisant apparaître des interférences. Puis nous avons calculé la longueur d'onde correspondant à la frange centrale en effectuant la moyenne des fréquences correspondant aux pics du deuxième ordre situés de part et d'autre de la frange centrale (voir flèche sur la figure 4.8 (a)). C'est en effet de cette manière que nous avons obtenu la courbe  $\lambda_c = f(L_{air})$  la plus lisse. En utilisant une fibre en silice de 81 cm, nous avons obtenu le relevé suivant :

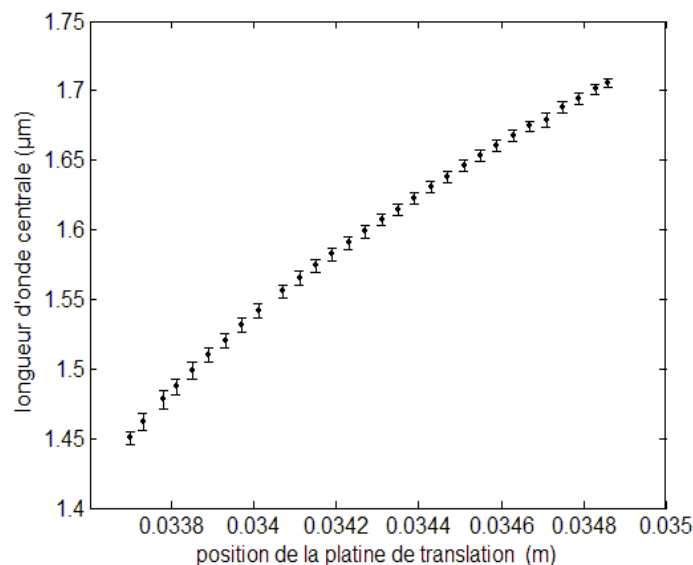


Fig. 4.9 - Relevé expérimental  $\lambda_c = f(L_{air})$  pour une fibre en silice.

La graduation de l'axe des abscisses de la figure 4.9 correspond à la graduation de la platine de translation. Ces valeurs sont arbitraires et n'ont pas une valeur physique significative. En revanche, l'écart relatif en graduation entre chacun des points du relevé est important, puisque le calcul de la dispersion dépend de la dérivée de la courbe de relevé. Les barres d'erreur présentes sur la courbe ont été calculées en effectuant 5 relevés.

Une fois ce relevé obtenu, la courbe est lissée à l'aide d'une approximation par un polynôme d'ordre trois. L'application de la formule (4.17) conduit alors à la courbe de dispersion présentée sur la figure 4.10, comparée avec le calcul théorique de la dispersion de la fibre SMF 28 utilisant les paramètres de la fiche de spécifications:

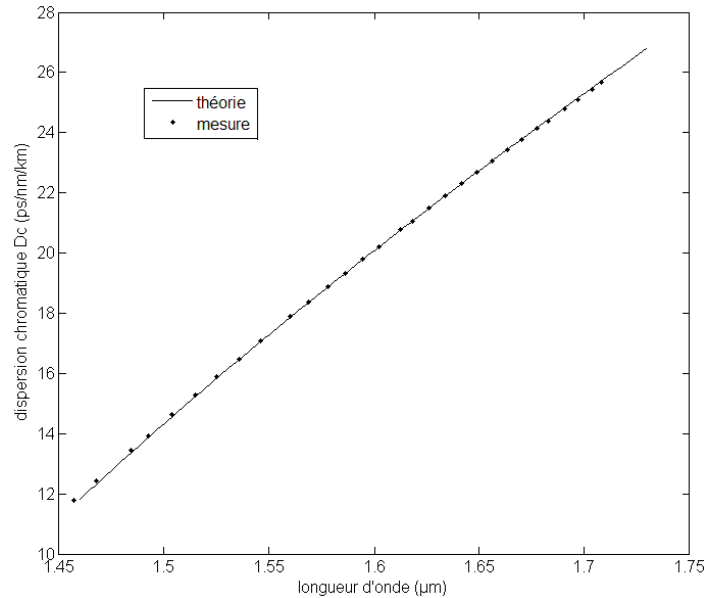


Fig. 4.10 – Courbe de dispersion d'une fibre en silice.

Nous constatons une très bonne adéquation entre les courbes mesurée et simulée. Si nous simulons l'allure de la courbe d'intensité en utilisant les données mesurées de la figure 4.10, nous retrouvons bien l'allure de l'interférogramme expérimental :

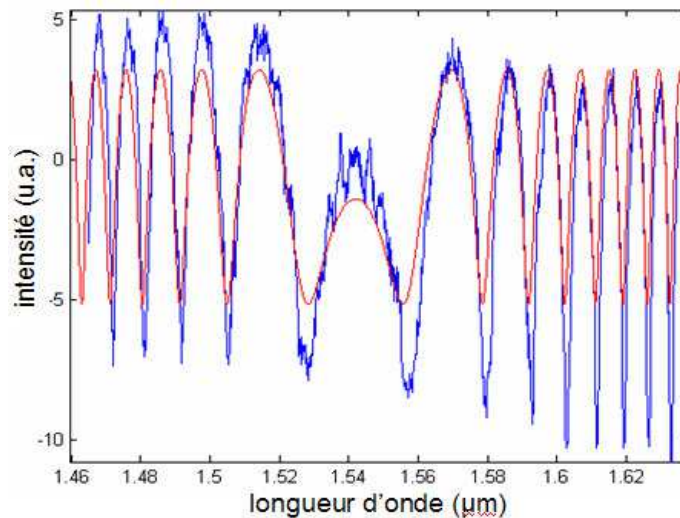


Fig. 4.11 – Comparaison entre les interférogrammes théorique et mesuré pour une fibre en silice.

Nous avons ainsi validé notre méthode de mesure de la dispersion en retrouvant la courbe de dispersion théorique d'une fibre SMF 28. Cette mesure nous permettra en outre, lorsque nous mesurerons la dispersion de fibres en verres fluorés et en verres de chalcogénures, de déduire la contribution dispersive de la silice selon la formule (4.25).

### I.3.3 - Mesure de la dispersion d'une fibre en verre de chalcogénures

Nous avons mis en œuvre cette méthode interférométrique pour mesurer la dispersion d'une fibre microstructurée en verre de chalcogénures  $As_2Se_3$  de 24,6 cm de longueur, fournie par le Laboratoire des Verres et Céramiques de Rennes. Cette fibre a pour paramètres moyens :  $\Lambda=10 \mu m$  et  $d/\Lambda=0,33$ . Une coupe transversale de cette fibre est présentée sur la figure 4.12.

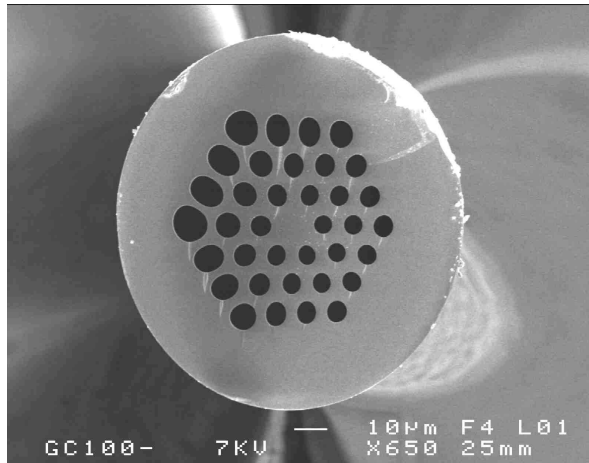


Fig. 4.12 – Fibre microstructurée en verre de chalcogénures  $As_2Se_3$ , de paramètres  $\Lambda=10 \mu m$  et  $d/\Lambda=0,33$ .

Nous avons effectué le réglage du montage selon la procédure décrite au paragraphe I.3.1. Pour obtenir l'interférogramme constructif sur lequel nous allons relever la longueur d'onde centrale pour chaque longueur  $L_{air}$  fixée, nous effectuons 10 enregistrements successifs de l'interférogramme, réalisés à l'aide d'une interface Labview. Nous enregistrons également le spectre de sortie de chacune des deux voies séparément. Ces spectres sont présentés sur les figures 4.13 (a) et 4.13 (b).

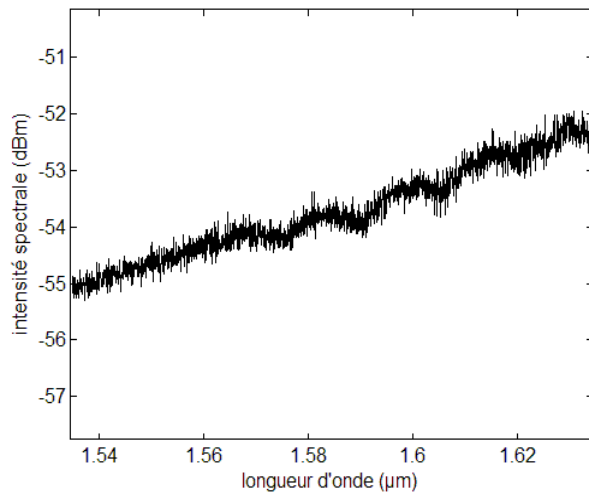


Fig. 4.13 (a) Spectre optique mesuré en sortie de la voie de référence.

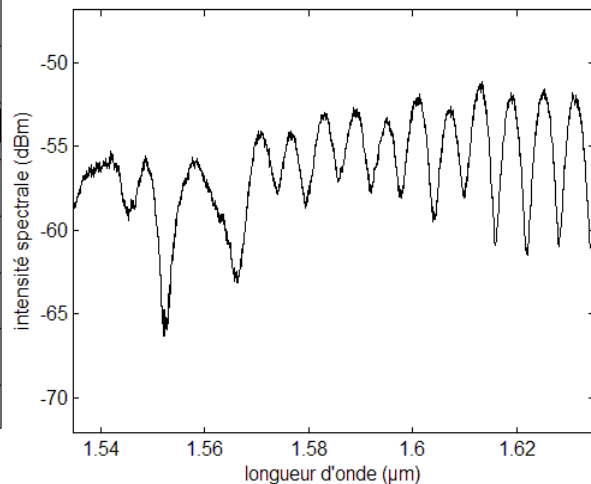


Fig. 4.13 (b)-Spectre optique mesuré en sortie de la voie test.

Ces relevés ont été effectués avec 1001 points de mesure, et une résolution de 1 nm.

Nous constatons qu'un système de franges s'est déjà formé dans la voie test uniquement. Ces interférences peuvent être dues à la dispersion intermodale au sein de la fibre en  $As_2Se_3$ . Pour obtenir un interférogramme exploitable pour notre mesure, il est donc nécessaire de s'affranchir de l'influence de ces interférences en extrayant le terme de phase selon la formule :

$$\cos(\Phi) = \frac{I_{tot} - (I_1 + I_2)}{2\sqrt{I_1 I_2}} \quad (4.26)$$

Nous obtenons alors l'interférogramme suivant :

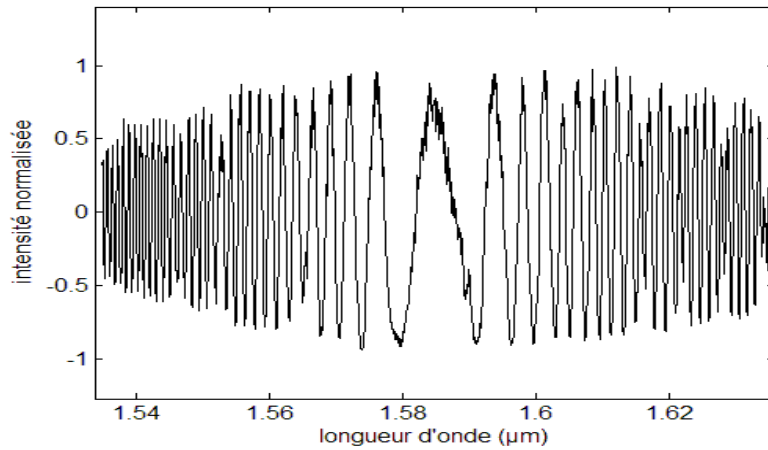


Fig. 4.14 (a) – Interférogramme obtenu pour une fibre microstructurée en verre de chalcogénures. La résolution est de 1 nm.

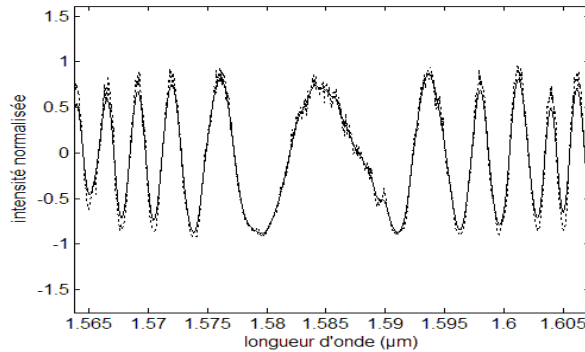


Fig. 4.14 (b) – Vue rapprochée de la figure 4.14 (a) et filtrage des hautes fréquences.

Il s'agit ensuite de calculer la longueur d'onde des pics secondaires pour effectuer la moyenne des pulsations correspondantes. Pour ce faire, nous effectuons tout d'abord un filtrage des hautes fréquences du spectre en lui appliquant une fenêtre de Chebychev (figure 4.14 (b)), puis une procédure automatisée repère et calcule les positions des pics secondaires. En reproduisant cette procédure pour un grand nombre de positions de la platine de translation, nous obtenons le relevé de la figure Fig. 4.15.

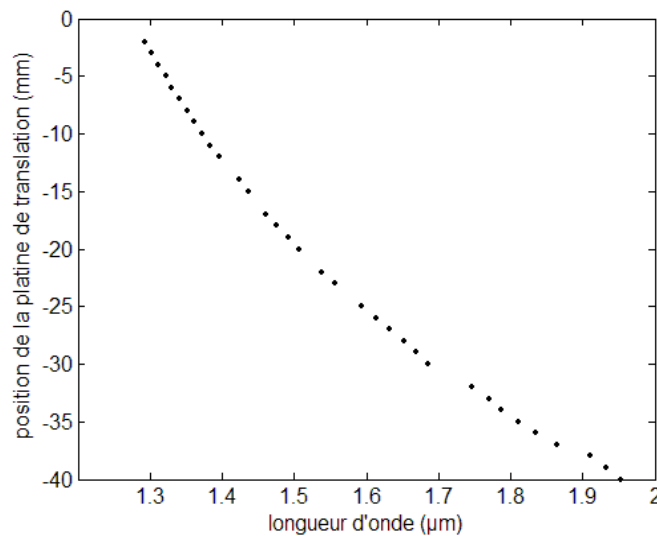


Fig. 4.15 – Relevé expérimental de  $\lambda_c$  pour une fibre en verre de chalcogénures pour différentes valeurs de  $L_{air}$ .

Nous devons ensuite approcher la courbe par une fonction adaptée pour pouvoir appliquer la formule (4.17). Dans le cas de la mesure de dispersion des fibres en silice, un polynôme d'ordre 3 permettait de reproduire les variations de la courbe théorique. Dans la littérature, d'autres auteurs ont utilisé un polynôme d'ordre 2 [32] ou encore un polynôme d'ordre 5 [62]. Dans le cas d'une fibre en verre de chalcogénures, nous souhaitons pouvoir extrapoler la courbe vers les hautes longueurs d'onde, le choix de la fonction de lissage est donc plus délicat. Nous avons essayé d'approcher la courbe avec des fonctions polynomiales d'ordre 2 à 5, et avec des fonctions hyperboliques d'ordre 1 à 4. En effet, les relations de Sellmeier décrivant l'indice de réfraction d'un matériau s'écrivent en général comme des sommes de fonctions hyperboliques plutôt que de fonctions polynomiales. On s'attend donc à ce que ses dérivées puissent se modéliser plus facilement par une fonction du même type. Toutes les fonctions de lissage présentaient une faible erreur au sens des moindres carrés par rapport au jeu de points présenté sur la figure 4.15. Toutefois, nous avons constaté que leurs dérivées présentent des divergences hors des bornes du domaine de longueurs d'onde étudié. La nécessité d'extrapoler la courbe nous a conduit à privilégier les fonctions de type hyperbolique. La figure 4.16 montre la courbe de dispersion obtenue en effectuant un lissage par des fonctions hyperboliques d'ordre 3 et 4 et en retranchant la dispersion induite par les fibres en silice du montage. Nous avons ajouté à ces courbes mesurées la courbe théorique obtenue par la méthode de l'indice effectif de gaine développée au chapitre 3, en prenant  $\Lambda=10\ \mu\text{m}$  et  $d/\Lambda=0,33$ .

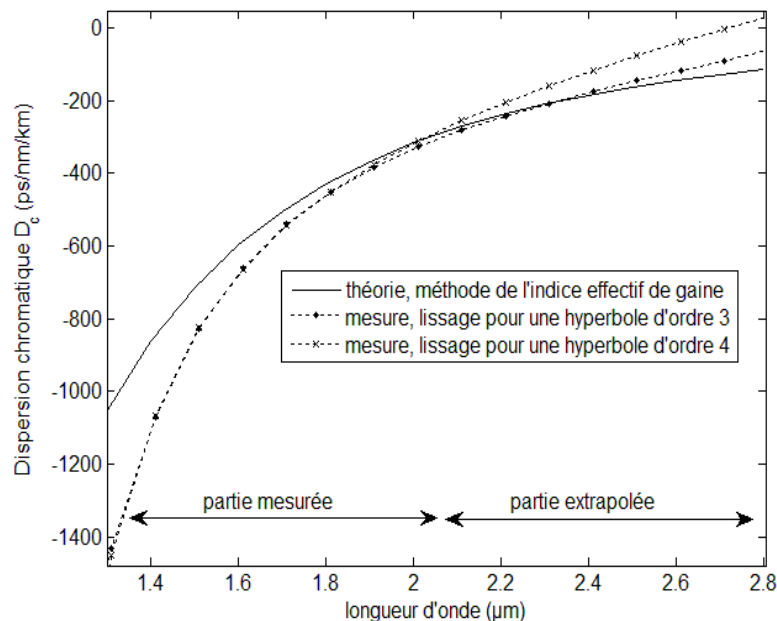


Fig. 4.16 – Courbes de dispersion théorique et mesurées d'une fibre microstructurée en verre de chalcogénures

Nous constatons que les courbes théorique et expérimentales sont du même ordre de grandeur. La partie extrapolée des courbes expérimentales peut être entachée d'une erreur due à la forme de la fonction de lissage. Elle ne donne donc probablement qu'une tendance. En revanche, la partie mesurée nous permet de connaître la dispersion à la longueur d'onde de pompe que nous aurons fixée entre 1 et 2  $\mu\text{m}$ .

Nous avons comparé les valeurs mesurées à celles que l'on peut trouver dans la littérature. Par exemple, nous avons mesuré une valeur d'environ -780 ps/nm/km à 1550 nm. Cette longueur d'onde se situe donc en régime de dispersion fortement normale. La valeur mesurée est du même ordre de grandeur que celle mesurée par Fatome et al [32] pour une fibre de paramètres

$\Lambda = 7 \mu\text{m}$  et  $d/\Lambda = 0,42$  (leur valeur est de  $-760 \text{ ps/nm/km}$ ). Notre valeur est légèrement inférieure, ce qui est cohérent avec les variations des courbes de dispersion en fonction des paramètres  $\Lambda$  et  $d/\Lambda$  présentées au chapitre 3.

Les courbes théorique et mesurée présentent le même ordre de grandeur, mais leurs pentes sont assez différentes. En particulier, elles semblent diverger significativement aux hautes longueurs d'onde. Cet écart peut s'expliquer de plusieurs façons. Tout d'abord, l'extrapolation de la fonction de lissage introduit une première erreur sur la valeur de la dispersion pour des longueurs d'onde supérieures à  $2 \mu\text{m}$ . En effet, nous avons constaté que deux fonctions de lissage hyperbolique de degré différent prédisaient la position de la longueur d'onde de dispersion nulle avec un écart de plus de  $100 \text{ nm}$ . Par ailleurs, le modèle de l'indice effectif de gaine calcule la dispersion chromatique du mode fondamental, mais ne prend pas en compte la dispersion intermodale de la fibre dans le cas où celle-ci est multimode. La fibre en  $\text{As}_2\text{Se}_3$  que nous avons utilisée est probablement multimode. Cette supposition est confirmée par la présence de franges d'interférences dans la voie test (voir fig. 4.13 (b)). Cette dispersion supplémentaire non prise en compte dans le modèle de l'indice effectif de gaine pourrait expliquer les divergences entre les deux courbes.

Ainsi, la mise en oeuvre de cette méthode nous a permis de connaître la dispersion chromatique d'une fibre microstructurée en verre de chalcogénures, et d'obtenir une estimation de sa longueur d'onde de dispersion nulle. Le modèle théorique utilisé ne prenant pas en compte un certain nombre de paramètres tels que la dispersion intermodale, une mesure est indispensable.

### I.3.4 - Mesure de la dispersion d'une fibre en verre fluoré

Nous reprenons à présent la démarche du paragraphe précédent et nous l'appliquons à la mesure de la dispersion d'une fibre en ZBLAN de  $4,5 \text{ mètres}$  de longueur, de rayon de cœur  $a = 5,3 \mu\text{m}$  et d'ouverture numérique  $\text{ON} = 0,2$ . Comme la longueur d'onde de dispersion nulle de la fibre en ZBLAN est située autour de  $1,6 \mu\text{m}$ , il n'est pas nécessaire d'extrapoler la fonction de lissage. Nous utilisons donc une fonction polynômiale d'ordre 5. Nous obtenons alors la courbe de dispersion suivante :

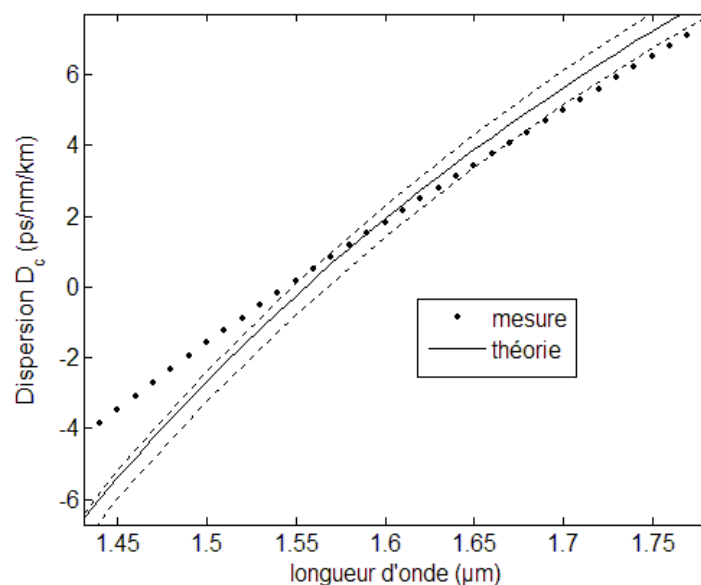


Fig. 4.17 – Courbes de dispersion théorique et mesurée d'une fibre en ZBLAN de paramètres  $a = 5,3 \mu\text{m}$  et  $\text{ON} = 0,2$ .

Sur la figure 4.17, la courbe en trait plein correspond au calcul théorique de la dispersion chromatique effectué à l'aide des coefficients de Sellmeier définis dans le chapitre 2. Les courbes en traits pointillés représentent les barres d'erreur sur la courbe théorique correspondant à l'incertitude sur la valeur de l'ouverture numérique (donnée à +/-0,01 par le constructeur). Nous constatons une bonne adéquation entre les courbes mesurée et théorique. L'écart maximal est de 2 ps/nm/km aux basses longueurs d'onde. En revanche, la pente de la courbe mesurée est plus faible que celle de la courbe théorique. La divergence entre les deux pentes peut s'expliquer par le fait que nous ne connaissons pas la composition de la fibre en ZBLAN (la seule information divulguée par le constructeur est que le cœur de la fibre est constitué de verre ZBLAN, et la gaine de verre HBLAN). Nous avons donc pris des valeurs approchées pour le calcul théorique (voir chapitre 2). La longueur d'onde de dispersion nulle de la fibre est mesurée à 1545 nm. La courbe de dispersion théorique donne  $\lambda_0 \sim 1555$  nm.

### **I.3.5 - Conclusion**

Nous avons ainsi mis en œuvre une méthode interférométrique de mesure de la dispersion pour des fibres composées de silice, de verres fluorés et de verres de chalcogénures. Nous avons montré que l'on obtenait des résultats proches de ceux donnés dans la littérature ou obtenus par une méthode théorique.

Une difficulté de cette méthode est de reproduire les mêmes conditions expérimentales pour chaque position de la platine de translation, pour pouvoir relever précisément la longueur d'onde centrale de l'interférogramme. Une étude de répétabilité nous a montré qu'il n'y avait pas de dérive de la température du laboratoire lors de ces acquisitions successives. Toutefois, la précision de l'interférogramme peut être entachée d'erreurs par exemple dues à des vibrations dans la pièce.

Les valeurs obtenues par la méthode de mesure que nous avons utilisée sont en général très proches des valeurs théoriques. La non prise en compte dans les modèles théoriques du caractère multimode de la fibre, ainsi que l'incertitude sur les valeurs de l'indice de réfraction utilisées, nous montrent bien l'importance de ce dispositif expérimental pour connaître la dispersion des fibres et par la suite dimensionner un convertisseur de fréquence fibré.

## **II - DIMENSIONNEMENT D'UN CONVERTISSEUR DE FREQUENCE FIBRE**

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous allons effectuer le dimensionnement d'un convertisseur de fréquence fibré vers l'infrarouge moyen. Nous allons tout d'abord reprendre les conclusions théoriques des chapitres précédents pour déterminer la fibre optimale pour réaliser l'amplification paramétrique. Dans un deuxième temps, nous calculerons la dispersion chromatique de cette fibre pour connaître la position de sa longueur d'onde de dispersion nulle. Enfin, nous concluons en proposant une architecture du convertisseur de fréquence en détaillant ses différents modules constitutifs.

### **II.1 - Choix de la fibre optimale**

Reprenons les conclusions des chapitres précédents pour déterminer la fibre optimale à utiliser dans l'architecture du convertisseur de fréquence.

En ce qui concerne les fibres en verres de chalcogénures, nous avons montré au chapitre 2 que l'accord de phase monomode pour la génération de rayonnement dans la bande 3 – 5  $\mu\text{m}$

n'était pas réalisable dans des fibres à saut d'indice avec des sources de pompe émettant entre 1 et 2  $\mu\text{m}$ . Nous avons montré qu'il était possible de réaliser un accord de phase multimode en répartissant les ondes signal et complémentaire dans des modes  $LP_{0y}$ , avec  $y > 1$ , lorsque la pompe se propage dans le mode  $LP_{01}$ . Toutefois, l'injection sélective (de l'onde complémentaire) dans un mode d'ordre supérieur n'est pas forcément très aisée. De plus, nous avons montré que la largeur spectrale du gain signal sera alors très faible, ce qui risque de compromettre l'efficacité du processus non linéaire si les paramètres opto-géométriques de la fibre fluctuent longitudinalement (voir chapitre 2). Du fait de ces deux contraintes (répartition multimode nécessaire, et faible largeur de gain attendue), les fibres à saut d'indice en verres de chalcogénures ne sont pas les meilleures candidates pour l'amplification paramétrique vers la bande 3 – 5  $\mu\text{m}$ .

Ces constatations nous ont conduit à étudier, dans le chapitre 4, le potentiel des fibres microstructurées en verres de chalcogénures. Nous avons montré que les fibres permettant de réaliser la conversion de fréquence vers la bande II étaient soit des fibres microstructurées hexagonales de faible paramètre  $\Lambda$  et de haut rapport  $d/\Lambda$ , soit vraisemblablement des fibres à cœur suspendu. Dans le cas des fibres à géométrie hexagonale, les longueurs d'onde de pompe requises sont légèrement supérieures à 2  $\mu\text{m}$ . Nous ne disposons pas encore d'une source de pompe émettant à ces longueurs d'onde. Ainsi, dans notre cas, la fibre en verre de chalcogénures la plus adaptée pour réaliser la conversion de fréquence vers la bande II serait une fibre à cœur suspendu.

En ce qui concerne les fibres en verres fluorés, nous avons montré qu'un accord de phase monomode était réalisable dans les fibres à saut d'indice. Le problème de la largeur spectrale du gain paramétrique se pose toutefois, même s'il est peut-être moins critique en régime impulsionnel qu'en régime continu.

Ainsi, les deux types de fibre les plus intéressants parmi toutes celles que nous avons étudiées sont les fibres en verres fluorés à saut d'indice et les fibres en verres de chalcogénures à cœur suspendu. Nous avons choisi dans un premier temps de dimensionner un convertisseur de fréquence constitué d'une fibre en verre fluoré. L'injection de puissance dans ces fibres est en effet a priori plus aisée que dans les fibres à cœur suspendu et le coefficient de couplage attendu supérieur au cas des fibres à cœur suspendu. De plus, les outils de modélisation que nous avons étudiés et développés dans le cadre de cette thèse nous permettent de calculer plus facilement la courbe d'accord de phase et du gain paramétrique dans les fibres en verres fluorés à saut d'indice que dans les fibres en verres de chalcogénures à cœur suspendu.

Nous avons donc effectué le choix du matériau et de la structure de la fibre que nous allons utiliser pour effectuer un premier dimensionnement. Déterminons à présent les paramètres géométriques de cette fibre. Parmi toutes les fibres en verres fluorés disponibles chez les constructeurs spécialisés, nous avons identifié en particulier trois fibres à saut d'indice en verres fluorés vendues par les sociétés FiberLabs au Japon, et Le Verre Fluoré en France ayant les paramètres suivants:

	<b>Fibre 1</b>	<b>Fibre 2</b>	<b>Fibre 3</b>
<b>Diamètre de cœur 2a</b>	10 $\mu\text{m}$	9 $\mu\text{m}$	6,5 $\mu\text{m}$
<b>Ouverture numérique</b>	0,2	0,2	0,22

Tab 4-1 Caractéristiques de trois fibres en verres fluorés.

Les fibres 1, 2 sont commercialisées par FiberLabs, la fibre 3 est commercialisée par Le Verre Fluoré.

Nous avons ensuite calculé les courbes d'accord de phase de ces fibres, présentées sur la figure 4.18.



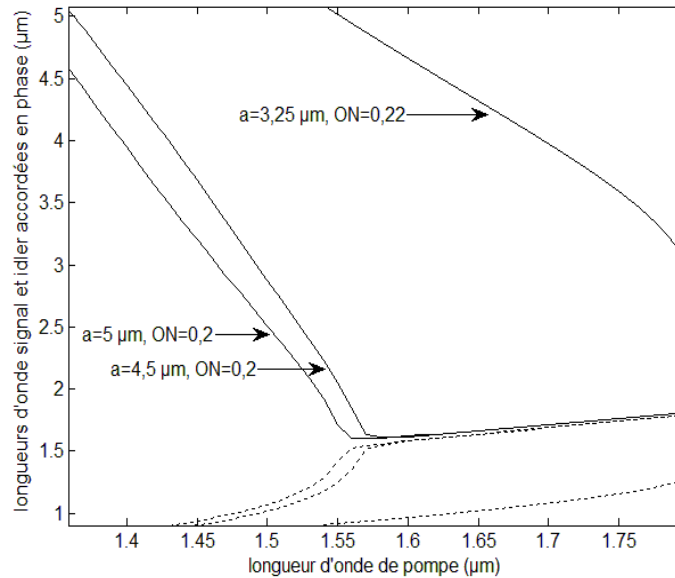


Fig. 4.18 – Courbe d'accord de phase théorique pour trois fibres en ZBLAN.

Nous constatons à nouveau que plus le rayon de cœur est faible, plus la longueur d'onde signal générée est élevée. Cependant, si ce rayon est trop faible, l'onde signal risque de ne pas être guidée dans le cœur de la fibre. Ce sera vraisemblablement le cas pour la fibre 3, pour laquelle il serait pourtant théoriquement possible de générer un signal à 5 µm à partir d'une onde de pompe à 1,55 µm. Pour les fibres 1 et 2 ayant un rayon de cœur plus important, l'onde signal générée vers 3 µm sera guidée dans le cœur de la fibre. Nous choisissons la fibre permettant de générer l'onde signal la plus élevée, soit la fibre 2.

Sur la figure 4.19, nous avons tracé uniquement la courbe d'accord de phase relative à la fibre 2 :

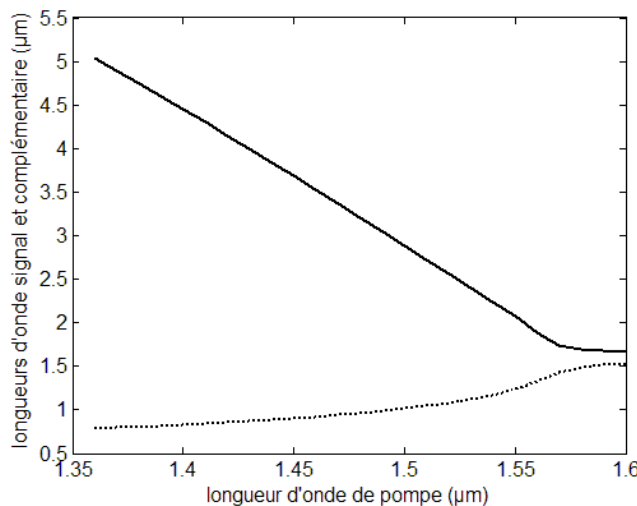


Fig. 4.19 – Courbe d'accord de phase théorique pour une fibre en ZBLAN de paramètres  $a = 4,5 \mu\text{m}$  et  $ON = 0,2$ .

L'étude de la courbe d'accord de phase de la fibre 2 nous montre qu'il est possible de générer une onde signal en bande II en utilisant une longueur d'onde de pompe localisée entre 1362 et 1492 µm.

Ainsi dans notre cas, la fibre la mieux adaptée à la conversion de fréquence vers la bande II est une fibre en ZBLAN de rayon de cœur 4,5 µm et d'ouverture numérique  $ON = 0,2$ .

Nous avons utilisé le banc de mesure de la dispersion présenté dans la section I pour obtenir la dispersion chromatique de la fibre en ZBLAN choisie. La figure 4.20 présente la courbe de dispersion donnée par le calcul théorique et par la mesure interférométrique. Les courbes en pointillés représentent la marge d'erreur théorique, l'ouverture numérique de la fibre valant  $0,2 \pm 0,02$ .

Nous constatons que les courbes théorique et mesurée présentent une bonne adéquation. L'erreur maximale entre les deux courbes est de 5 ps/nm/km à  $1,8 \mu\text{m}$ . Les valeurs de la longueur d'onde de dispersion nulle théorique et mesurée diffèrent de 20 nm environ. En revanche, de même que pour la première fibre en verre fluoré dont nous avons mesuré la dispersion au paragraphe I.3.4, nous constatons que la pente mesurée est plus faible que la pente théorique (de même que pour les mesures présentées en I.3.4 - , nous ne connaissons pas la composition exacte de cette fibre). La longueur d'onde de dispersion nulle de la fibre est mesurée à 1599 nm.

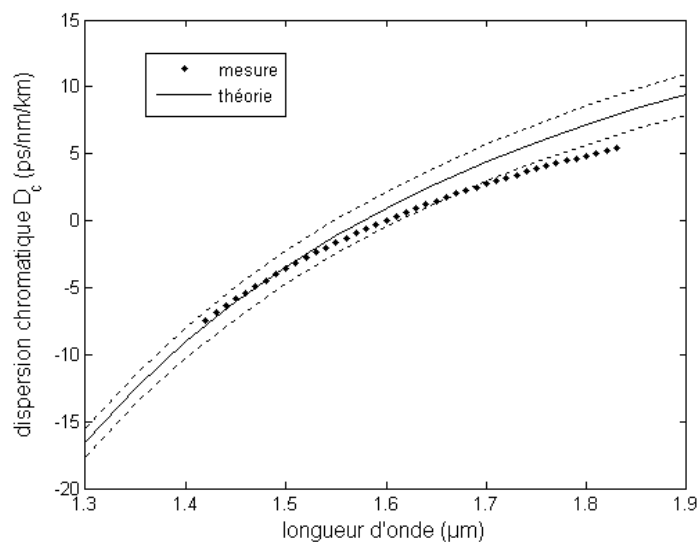


Fig. 4.20 - Courbes de dispersion théorique et mesurée d'une fibre en ZBLAN de paramètres  $a = 4,5 \mu\text{m}$  et  $ON = 0,2$ .

Cette courbe de dispersion a été mesurée sur un intervalle spectral trop faible pour que nous puissions tracer une courbe d'accord de phase exploitant cette mesure. En revanche, elle nous a permis d'accéder à une donnée importante, qui est la longueur d'onde de dispersion nulle de la fibre.

## II.2 - Synchronisation des ondes pompe et complémentaire

Pour favoriser l'effet de mélange à quatre ondes et minimiser l'impact des autres effets non linéaires, nous envisageons d'injecter l'onde complémentaire en entrée de la fibre en même temps que l'onde de pompe. Nous devons également utiliser une source de pompe fonctionnant en régime impulsionnel nanoseconde. En effet, le mélange à quatre ondes est favorisé dans ce régime, alors que le phénomène d'automodulation de phase est prioritaire en régime picoseconde.

Les deux ondes pompe et complémentaire devront alors être synchronisées temporellement. Il est possible de calculer le décalage temporel par unité de longueur de fibre entre deux impulsions centrées autour des longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  à l'aide de la relation :

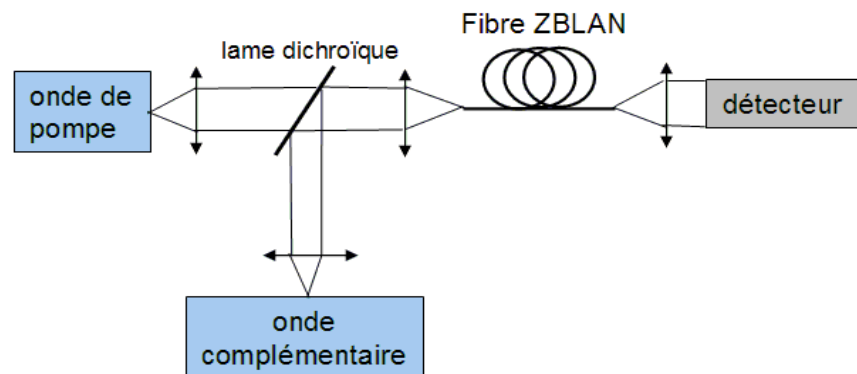
$$d_{12} = \beta_1(\lambda_1) - \beta_1(\lambda_2) \quad (4.27)$$

où  $d_{12}$  s'exprime en ps/m. Si  $d_{12}$  est supérieur à la durée de l'une des deux impulsions à la sortie de la fibre, cela signifie que les deux ondes n'interagiront pas durant toute la propagation, ce qui réduira l'efficacité du processus.

Pour le couple de longueurs d'onde [ $\lambda_p=1480$  nm,  $\lambda_s=3200$  nm] repéré sur la courbe d'accord de phase, le paramètre  $d_{12}$  vaut 15 ps/m. En sortie d'une fibre ZBLAN de 10 m de longueur, les impulsions seront désynchronisées de 150 ps. Supposons que les sources de pompe et complémentaire émettent chacune des impulsions de 5 ns. La valeur de l'écart temporel provoqué par la désynchronisation des impulsions est bien inférieure à leur largeur temporelle, les deux ondes interagiront donc durant toute la propagation.

### II.3 - Conclusion

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons identifié la fibre optimale, parmi celles dont nous disposons, pour réaliser un amplificateur paramétrique en bande II. Il s'agit d'une fibre en ZBLAN dont le rayon de cœur vaut  $4,5 \mu\text{m}$  et l'ouverture numérique vaut 0,2. Nous avons effectué un dimensionnement expérimental du convertisseur de fréquence, qui nous conduit à proposer l'architecture suivante :



Nous disposons au laboratoire d'une source de pompe à effet Raman émettant à 1480 nm. Malheureusement, cette source possède plusieurs modes longitudinaux. Ce type de source de pompe semble défavorable à la réalisation d'un convertisseur de fréquence paramétrique [37]. Nous disposons par ailleurs de deux sources de pompe émettant autour de 1550 nm. La première est une diode laser émettant à 1556 nm intégrée dans une architecture MOPA. Elle délivre une impulsion de 20 ns de largeur temporelle à un taux de répétition de 1kHz, de puissance crête 1kW. La deuxième source émet à 1543 nm. Elle est constituée d'une diode laser amplifiée par un EDFA double passage. Elle émet des impulsions de quelques nanosecondes et son taux de répétition est accordable. La puissance crête maximale de ces impulsions est de 800 W à 10 kHz. Pour la source complémentaire, nous proposons l'utilisation de la source à supercontinuum de la société NKT Photonics (qui émet un rayonnement de 500 nm à 2400 nm), dont on filtre les longueurs d'onde supérieures à celles de la pompe. Son spectre très large contiendra donc la longueur d'onde complémentaire. En pompant à 1550 nm, il n'est pas possible d'atteindre directement la bande II. Cette expérience peut néanmoins permettre de démontrer le principe de la conversion paramétrique

en régime de dispersion normale dans une fibre en verre fluoré. De plus, ce dispositif pourrait constituer la première étape d'un schéma en cascade.

Nous n'avons pas pu tester cette architecture car les deux sources de pompe envisagées, assemblées plusieurs années avant la fin de cette thèse, ne sont malheureusement plus fonctionnelles en l'état et nécessitent d'être réoptimisées pour atteindre les performances spécifiées.

## CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté une méthode de mesure de la dispersion chromatique dans les fibres optiques. Nous avons détaillé le principe de cette méthode, ainsi que sa mise en œuvre pour des fibres en verre de silice, en verres fluorés et en verres de chalcogénures. Cette méthode nous a permis de constater une très bonne adéquation entre les résultats de nos modèles numériques et la dispersion mesurée pour une fibre en silice à saut d'indice, ce qui a permis de valider la méthode expérimentale.

Pour les fibres en verres de chalcogénures et en verres fluorés, les courbes de dispersion mesurées sont du même ordre de grandeur que les courbes calculées numériquement. Les différences entre les courbes mesurée et simulée peuvent s'expliquer, dans le cas d'une fibre microstructurée hexagonale en verre de chalcogénures, par le caractère multimode de la fibre mesurée, non pris en compte dans les simulations. Dans le cas des fibres en verres fluorés, nous ne connaissons pas la composition exacte de la fibre, et l'indice de réfraction du matériau est alors calculé par une formule de type Sellmeier dont les coefficients sont extraits de la littérature.

Cette méthode nous a également permis de connaître plus précisément la longueur d'onde de dispersion nulle de deux fibres en verres fluorés.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous nous sommes interrogés sur le choix de la fibre optimale pour bâtir le convertisseur de fréquence, et des différents modules expérimentaux. Notre choix s'est porté sur une fibre en verre fluoré. Nous avons étudié les courbes d'accord de phase de différentes fibres disponibles chez deux constructeurs et nous avons déterminé les paramètres de la fibre la mieux adaptée. Par ailleurs, nous avons ensuite vérifié que la désynchronisation temporelle des ondes durant le processus non linéaire n'était pas rédhibitoire. Enfin, nous avons proposé le dimensionnement d'un convertisseur de fréquence fibré. Ce convertisseur est composé d'une source de pompe émettant à 1543 nm ou à 1556 nm en régime impulsif nanoseconde, d'une source à supercontinuum jouant le rôle de source complémentaire, et d'une fibre en ZBLAN de rayon de cœur 4,5  $\mu\text{m}$  et d'ouverture numérique 0,2.

## CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Le travail présenté dans ce manuscrit s'inscrit dans le cadre de la génération de rayonnement dans la bande 3 – 5  $\mu\text{m}$  à l'aide de sources laser fibrées. Il présente une alternative aux études actuellement en cours à l'Onera, axées sur la génération de supercontinuum pour des applications de spectroscopie de polluants dans les bandes de transmission atmosphérique. L'objectif de cette étude était de répondre à la question : « est-il possible de générer un rayonnement dans la bande 3 – 5  $\mu\text{m}$  par amplification paramétrique, à partir d'une longueur d'onde de pompe située entre 1 et 2  $\mu\text{m}$ , dans des fibres en verres fluorés ou en verres de chalcogénures ? »

Pour répondre à cette question, nous avons tout d'abord étudié en détail le phénomène d'amplification paramétrique appliqué à la génération de rayonnement en bande II. Cette étude nous a montré qu'il était nécessaire d'utiliser une longueur d'onde de pompe située en régime de dispersion normale de la fibre utilisée. Elle nous a également montré l'importance du terme de dispersion lié au guide d'onde pour satisfaire la condition d'accord de phase.

En nous intéressant tout d'abord à la structure la plus classique, le saut d'indice, nous avons appliqué cette étude théorique aux fibres transparentes dans l'infrarouge. Dans le cas des fibres en verres fluorés ZBLAN, nous avons montré la faisabilité théorique de l'accord de phase lorsque les ondes se propagent toutes dans le mode fondamental. Cet accord de phase permet la génération d'une onde signal à 3  $\mu\text{m}$  à partir d'une onde de pompe émettant à 1,55  $\mu\text{m}$ . Dans le cas des fibres en verres de chalcogénures  $\text{As}_2\text{S}_3$  et  $\text{As}_2\text{Se}_3$ , nous avons mis en évidence l'impossibilité de réaliser un accord de phase monomode. Nous avons proposé un scénario d'accord de phase multimode pour lequel l'onde de pompe se propage dans le mode fondamental, et les ondes signal et complémentaire se propagent dans des modes  $\text{LP}_{0y}$  qui permettent d'assurer un bon recouvrement avec l'onde de pompe et une interaction non linéaire efficace. Cependant, nous avons constaté que le gain d'amplification pour les fibres à saut d'indice possédait alors une très faible largeur spectrale, quel que soit le matériau envisagé. Cela peut compromettre l'efficacité du processus de conversion sur une grande longueur de fibre.

Afin d'augmenter la largeur spectrale du gain paramétrique, il est nécessaire que la longueur d'onde de pompe se situe en régime de dispersion faiblement normale. Pour y parvenir, une solution consiste à utiliser les fibres microstructurées, dont la variabilité des paramètres opto-géométriques permet de modifier les caractéristiques de dispersion du guide d'onde, et en particulier la longueur d'onde de dispersion nulle. La longueur d'onde de pompe peut alors être située en régime de dispersion faiblement normale, ce qui augmente la largeur spectrale du gain.

Le calcul de la condition d'accord de phase suppose de pouvoir connaître la dispersion des fibres microstructurées. Pour ce faire, il existe entre autres deux méthodes de résolution de l'équation de propagation : la méthode des éléments finis (FEM), précise mais coûteuse en temps de calcul, et la méthode de l'indice effectif de gaine (EIM), très rapide mais dont la résolution repose sur une approximation.

Pour pouvoir calculer rapidement la dispersion d'un grand nombre de fibres microstructurées, nous avons adapté la méthode EIM, initialement développée pour les fibres microstructurées hexagonales en silice, au cas des fibres en verres de chalcogénures  $\text{As}_2\text{S}_3$  et  $\text{As}_2\text{Se}_3$ . Cette méthode repose sur l'approximation de la fibre microstructurée par une fibre à saut d'indice équivalente. Le calcul du rayon de cœur de la fibre nécessite le calcul de coefficients

empiriques connus auparavant pour le cas des fibres en silice jusqu'à 2  $\mu\text{m}$ . En comparant les résultats de cette méthode avec les résultats donnés par la méthode des éléments finis, nous avons montré que ces coefficients restaient valables dans le cas des fibres microstructurées en verres  $\text{As}_2\text{S}_3$  et  $\text{As}_2\text{Se}_3$ , jusqu'à 2  $\mu\text{m}$ . Les coefficients empiriques utilisés seraient donc liés à la structure de la fibre, et indépendants de la nature du matériau. Notre application nécessite de connaître la dispersion des fibres sur une plage de longueurs d'onde beaucoup plus importante. Nous avons donc déterminé de nouveaux coefficients valables pour des longueurs d'onde situées entre 2  $\mu\text{m}$  et 5  $\mu\text{m}$ . En particulier, nous avons montré l'intérêt de définir des coefficients « par morceaux » sur des plages de longueurs d'onde peu étendues. Nous avons ensuite utilisé la méthode EIM pour modéliser les conditions d'accord de phase dans des fibres microstructurées hexagonales en  $\text{As}_2\text{S}_3$ . Nous avons démontré qu'il était possible, dans ces fibres, de générer une onde signal à 3  $\mu\text{m}$  à partir d'une onde de pompe émettant autour de 2,3  $\mu\text{m}$ .

L'étude des conditions d'accord de phase dans des fibres à saut d'indice et microstructurées a montré l'importance de connaître avec précision le profil de dispersion des fibres. Nous avons donc mis en œuvre une méthode de mesure interférométrique de la dispersion. Cette méthode nous a permis d'obtenir le profil de dispersion de fibres en silice, en verres fluorés et en verres de chalcogénures, et d'obtenir une estimation de la longueur d'onde de dispersion nulle dans le cas des fibres en verres fluorés.

Enfin, grâce aux résultats des études théoriques menées dans les chapitres 1 à 3 et à la mesure de dispersion présentée dans le chapitre 4, nous avons pu effectuer le dimensionnement d'un convertisseur de fréquence fibré constitué d'une fibre en ZBLAN. Ce convertisseur peut théoriquement émettre dans la bande 3 – 5  $\mu\text{m}$  à partir d'une onde de pompe située autour de 1,48  $\mu\text{m}$ .

Au terme de cette étude, nous pouvons donc conclure sur la faisabilité d'une source émettant en bande II par amplification paramétrique dans les fibres transparentes dans l'infrarouge :

- Une première possibilité pour réaliser un tel convertisseur de fréquence est d'utiliser une fibre en verre fluoré ZBLAN. Dans ce cas, il est nécessaire d'utiliser une fibre dont le produit du rayon de cœur par l'ouverture numérique est suffisamment élevé pour garantir le guidage de l'onde signal dans la bande II. De plus, l'allure de la courbe d'accord de phase impose un rayon de cœur de l'ordre de 4 ou 5  $\mu\text{m}$ . En confrontant ces contraintes théoriques avec les possibilités de fabrication réelles de ces fibres offertes par les différents constructeurs, nous constatons que l'émission dans la bande II nécessite l'utilisation d'une source de pompe située plutôt autour de 1,5  $\mu\text{m}$ , voire même vers 1,3 – 1,4  $\mu\text{m}$ . La très faible largeur du gain paramétrique attendu et la méconnaissance des fluctuations longitudinales des paramètres optogéométriques de la fibre nous empêchent toutefois de garantir l'efficacité du processus.

- L'utilisation de fibres en verres de chalcogénures à saut d'indice impose un accord de phase multimode. Malheureusement, les contraintes sur la valeur du rayon de cœur et de l'ouverture numérique de la fibre ne concordent pas avec l'offre actuelle des constructeurs. La société Coractive envisage de fabriquer des fibres dont les paramètres pourraient convenir à notre étude, mais la commercialisation de ces fibres n'est pas encore à l'ordre du jour.

- Pour réaliser un convertisseur de fréquence vers la bande II à base de fibres en verres de chalcogénures, il est donc nécessaire d'utiliser une fibre microstructurée hexagonale ou à cœur suspendu. Les paramètres optimaux d'une fibre microstructurée hexagonale pour

réaliser l'émission en bande II sont un paramètre  $\Lambda$  le plus faible possible et un paramètre  $d/\Lambda$  le plus élevé possible.

- En ce qui concerne la mise en oeuvre expérimentale de l'amplification paramétrique dans les fibres transparentes dans l'infrarouge, l'expérience la plus simple consiste à se placer en régime de dispersion normale dans une fibre en ZBLAN, pour de faibles décalages spectraux pompe - signal. Compte tenu des sources disponibles au laboratoire, il semble intéressant d'envisager l'utilisation d'une longueur d'onde de pompe autour de  $1,55 \mu\text{m}$ . Il serait alors possible de générer une longueur d'onde signal supérieure à  $2 \mu\text{m}$ .

Pour réaliser un convertisseur de fréquence fibré émettant en bande II, le meilleur choix semble être d'utiliser des fibres microstructurées en verre  $\text{As}_2\text{S}_3$ , vraisemblablement à cœur suspendu. De telles fibres ayant une longueur d'onde de dispersion nulle située au mieux autour de  $2 \mu\text{m}$ , il serait intéressant d'utiliser les potentialités offertes par le développement récent des lasers à fibre dopée thulium et holmium, qui permettent de pomper les fibres vers  $2 \mu\text{m}$ .

En effet, la longueur d'onde de pompe serait alors légèrement inférieure à la longueur d'onde de dispersion nulle, ce qui permettrait d'élargir le spectre du gain paramétrique. De plus, du fait de la non-linéarité des verres de chalcogénures, seulement quelques mètres de fibre seraient nécessaires.

Le dimensionnement d'un tel convertisseur de fréquence demande des approfondissements du modèle EIM développé dans le cadre de cette thèse.

Tout d'abord, il serait intéressant de pouvoir étendre le modèle EIM à des fibres microstructurées hexagonales ayant des dimensions  $\Lambda$  et  $d/\Lambda$  situées hors du domaine de validité actuel de la méthode (en particulier, pour une valeur de  $\Lambda$  plus faible et une valeur de  $d/\Lambda$  plus élevé). Il serait également intéressant d'améliorer la précision des coefficients définis par morceaux. De plus, le modèle de l'indice effectif de gaine est pour l'instant utilisé pour décrire la dispersion de fibres microstructurées à géométrie hexagonale, mais il serait intéressant d'étudier son adaptabilité aux fibres à cœur suspendu. Ces fibres présentent en effet un cœur de très faible dimension, ce qui permet d'augmenter la non linéarité de la fibre et de réduire la position de sa longueur d'onde de dispersion nulle.

Une autre piste serait d'étudier l'adaptabilité de la méthode EIM au cas des fibres multimodes. Il pourrait alors être possible d'identifier un scénario d'accord de phase multimode dans une fibre ayant des paramètres  $\Lambda$  et  $d/\Lambda$  compris dans le domaine de validité actuel. Peut alors se poser le problème de l'injection sélective d'un ou de plusieurs modes d'ordre supérieur. Néanmoins, l'injection de puissance dans le cœur d'une fibre microstructurée hexagonale serait plus aisée que dans le cœur d'une fibre à cœur suspendu.

Ce travail de thèse a donc permis de donner les grandes lignes directrices théoriques préalables à la réalisation expérimentale d'un convertisseur de fréquence fibré vers la bande II. Ces dimensionnements théoriques devraient ouvrir la voie à d'éventuelles investigations expérimentales futures.





## REFERENCES

- [1] P. G. Schunemann, K. T. Zawilski, D. E. Zelmon, N. C. Fernilius, F. K. Hopkins, «New mid-IR nonlinear optical crystal: CdSiP<sub>2</sub>», CLEO, Papier CFX7, 2008.
- [2] A. Lyakh, R. Maulini, A. G. Tsekoun, C. K. N. Patel, «Progress in high-performance quantum cascade lasers», *Optical Engineering* Vol. 49, No. 11, pp. 111105, 2010.
- [3] M. Razeghi, Y. Bai, S. Slivken and S. R. Darvish, «High-performance InP-based midinfrared quantum cascade lasers at Northwestern University», *Optical Engineering*, Vol. 49, No. 11, pp. 111103, 2010.
- [4] V. Moizan, V. Nazabal, J. Troles, P. Houizot, J-L. Adam, J-L. Doualan, R. Moncorge, F. Smektala, G. Gadret, S. Pitois, G. Canat, «Er<sup>3+</sup>-doped GeGaSbS glasses for mid-IR fibre laser application: Synthesis and rare earth spectroscopy», *Optical Materials*, Vol. 31, No. 1, pp. 39-46, 2008.
- [5] J. M. Dudley, G. Genty, S. Coen, «Supercontinuum generation in photonic crystal fiber», *Rev. Mod. Phys.*, Vol. 78, pp. 1135-1184, 2006.
- [6] C. Xia, M. Kumar, O. P. Kulkarni, M. N. Islam, and F. Terry, «Mid-infrared supercontinuum generation to 4,5 μm in ZBLAN fluoride fibers by nanosecond diode pumping», *Opt. Lett.*, Vol. 31, No. 17, pp. 2553 - 2555, 2006.
- [7] G. Qin, X. Yan, C. Kito, M. Liao, C. Chaudhari, T. Suzuki, Y. Ohishi, «Ultrabroadband supercontinuum generation from ultraviolet to 6,28 μm in a fluoride fiber», *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 95, 2009.
- [8] L. B. Shaw, P. A. Thielen, F. H. Kung, V. Q. Nguyen, J. S. Sanghera, I. D. Aggarwal, «IR Supercontinuum Generation in As-Se Photonic Crystal Fiber», OSA/ASSP, papier TuC5, 2005.
- [9] L. B. Shaw, R. R. Gattas, J. Sanghera, I. Aggarwal, «All-Fiber Mid-IR Supercontinuum Source from 1,5 to 5 μm», *Proc. Of SPIE*, Vol. 7914, 2011.
- [10] P. Thielen, L. Shaw, J. Sanghera, I. Aggarwal, «Modelling of a mid-IR chalcogenide fiber Raman laser», *Opt. Expr.*, Vol. 11, pp.3248-3253, 2003.
- [11] M. E. Marhic, K. K. Y. Wong, L. G. Kazovsky, «Wide-band tuning of the gain spectra of one pump fiber optical parametric amplifiers», *IEEE J. Selected Topics in Quantum Electron.*, Vol. 10, pp.1133-41, 2004.
- [12] T. Torounidis, P. A. Andrekson, «Broadband single-pumped fiber optic parametric amplifiers», *IEEE Photon. Technol. Lett.*, Vol. 19, pp. 650 - 652, 2007.
- [13] T. Torounidis, P. A. Andrekson, B. A. Olsson, «Fiber-optical parametric amplifier with 70-dB gain», *IEEE Photon. Techn. Lett.*, Vol. 18, pp. 1194-1196, 2006.
- [14] T. Sylvestre, H. Maillotte, E. Lantz, P. Tchofo Dinda, «Raman assisted parametric frequency conversion in a normally dispersive single-mode fiber», *Opt. Lett.*, Vol. 25, No. 22, pp. 1561-1563, 1999.
- [15] J. E. Sharping, M. Fiorentino, A. Coker, P. Kumar, R. S. Windeler, «Four-wave mixing in microstructure fiber», *Opt. Lett.*, Vol. 26, No. 14, 2001.
- [16] W. Lee, T. Sylvestre, M. Delqué, A. Kudlinski, A. Mussot, J.-F. Gleyze, A. Jolly, H. Maillotte, «Demonstration of an All-Fiber Broadband Parametric Amplifier at 1 μm», *J. Light. Tech.*, Vol. 28, No. 15, pp. 2173-2178, 2010.
- [17] M. Szpulak, S. Février, «Chalcogenide As<sub>2</sub>S<sub>3</sub> suspended core fiber for mid-IR wavelength conversion based on four-wave mixing», *IEEE Phot. Tech. Lett.*, Vol. 21, No. 13, pp. 884-886, 2009.
- [18] C. M. Baldwin, R. M. Almeida, and J. D. Mackenzie, «Halide glasses», *Journal of Non-Crystalline Solids*, Vol. 43, pp.309-344, 1981.

- [19] M. Poulain, M. Poulain, J. Lucas, « Verres fluorés au tétrafluorure de zirconium, propriétés optiques d'un verre dopé au  $\text{Nd}^{3+}$  », *Materials Research Bulletin*, Vol. 10, No. 4, pp. 243-246, 1975.
- [20] S. Danto, P. Houizot, C. Boussard-Pledel, X. H. Zhang, F. Smektala, and J. Lucas, «A Family of Far-Infrared-Transmitting Glasses in the Ga-Ge-Te System for Space Applications», *Advanced Functional Materials*, Vol. 16, pp. 1847-1852, 2006.
- [21] R. E. Slusher, G. Lenz, J. Hodelin, J. Sanghera, L. B. Shaw, I. D. Aggarwal, «Large Raman gain and nonlinear phase shifts in high-purity chalcogenide fibers», *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 21, No. 6, pp. 1146-1155, 2004.
- [22] Q. Coulombier, L. Brilland, P. Houizot, T. Chartier, T. N. N'Guyen, F. Smektala, G. Renversez, A. Monteville, D. Méchin, T. Pain, H. Orain, J. C. Sangleboeuf, et J. Troles, « Casting method for producing low-loss chalcogenide microstructured optical fibers », *Opt. Expr.*, Vol. 18, No. 9, pp. 9107-9112, 2010.
- [23] J. C. Knight, T. A. Birks, P. St. J. Russel, D. M. Atkin, «All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding», *Opt. Lett.*, Vol. 21, pp. 1547-1549, 1996.
- [24] E. F. Chillece, C. M. B. Cordeiro, L. C. Barbosa, and C. H. Brito Cruz, «Tellurite photonic crystal fiber made by a stack-and-draw technique», *Journal of Non-Crystalline Solids*, Vol. 352, pp. 3423-3428, 2006.
- [25] T. M. Monro, Y. D. West, D. W. Hewak, N. G. R. Broderick, and D. J. Richardson, «Chalcogenide holey fibres», *Electronics Letters*, Vol. 36, pp. 1998-2000, 2000
- [26] J. A. Buck, «Fundamentals of Optical Fibers», *Wiley Series in Pure and Applied Optics*, 1995.
- [27] G. P. Agrawal, «Nonlinear Fiber Optics », third edition, *Optics and Photonics*, Academic Press, 2001.
- [28] V. Moizan, « Etude de l'amplification laser en bande II dans les fibres en verres de chalcogénures », Thèse de doctorat, UMR 6226 Sciences Chimiques de Rennes, 2008.
- [29] E. Cassan, S. Cassan, «Construction pas à pas d'une liaison par fibre optique longue distance», *CETSIS'2005*, Nancy, 25-27 octobre 2005.
- [30] P. W. France, S. F. Carter, C. R. Day, and M. W. Moore, «Optical Properties and Applications in Fluoride Glasses», *John Wiley & Sons*, Hoboken, USA, 1989.
- [31] G. Boudebs, S. Cherukulappurath, M. Guignard, J. Troles, F. Smektala, F. Sanchez, «Linear optical characterization of chalcogenide glasses», *Opt. Comm.*, Vol. 230, No. 4-6, pp. 331-336, 2004.
- [32] J. Fatome, C. Fortier, T. N. Nguyen, T. Chartier, F. Smektala, K. Messaad, B. Kibler, S. Pitois, G. Gadret, C. Finot, J. Troles, F. Desevedavy, P. Houizot, G. Renversez, L. Brilland, N. Traynor, «Linear and Nonlinear Characterizations of Chalcogenide Photonic Crystal Fibers», *J. Light. Tech.*, Vol. 27, No. 11, pp. 1707-1715, 2009.
- [33] R. H. Stolen, J. E. Bjorkholm, «Parametric Amplification and Frequency Conversion in Optical Fibers», *IEEE J. of Quantum Elect.*, Vol. QE-18, No. 7, pp. 1062-1072, 1982.
- [34] C. Lin, W. A. Reed, A. D. Pearson, H. T. Shang, «Phase matching in the minimum-chromatic-dispersion region of single-mode fibers for stimulated four-photon mixing», *Opt. Lett.*, Vol. 6, No. 10, pp. 493-495, 1981.
- [35] D. Gloge, «Weakly Guiding Fibers», *Appl. Opt.*, Vol. 10, No. 10, pp.2252-2258,1971.
- [36] L. Zhang, F. Gan, P. Wang, «Evaluation of refractive-index and material dispersion in fluoride glasses», *Appl. Opt.*, Vol. 33, No. 1, pp. 50-56, 1994.
- [37] A. Legrand, «Etude des amplificateurs paramétriques à fibre optique pour leur utilisation dans les systèmes de transmissions optiques haut débit multiplexées en longueur d'onde», Thèse de doctorat, Université de Limoges, 2005.
- [38] J.A.Harrington, «Infrared Fibers and their applications», *SPIE Press*, Bellingham, WA, 2004.

- [39] C. Chaudhari, T. Suzuki, Y. Ohishi, «Chalcogenide Core Photonic Crystal Fibers for Zero Chromatic Dispersion in the C-Band», Papier OTuC4, OSA/OFC/NFOEC, 2009.
- [40] B. Tatian, «Fitting refractive-index data with the Sellmeier dispersion formula», *Appl. Opt.*, Vol. 23, No. 24, pp. 4477-4485, 1984.
- [41] L. Bigot, P. Roy, «Fibres à cristal photonique: 10 ans d'existence et un vaste champ d'applications», *Images de la physique*, pp. 71 - 80, 2007.
- [42] F. Zolla, G. Renversez, A. Nicolet, B. Kuhlmeiy, S. Guenneau, D. Felbacq, «Foundations of Photonic Crystal Fibres», Imperial College Press, London, 2005.
- [43] J. H. V. Price, «Mid-IR Supercontinuum Generation From Nonsilica Microstructured Optical Fibers», *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, Vol. 13, pp. 738-749, 2007.
- [44] J. C. Knight, T. A. Birks, P. St. J. Russel, J. P. de Sandro, «Properties of photonic crystal fiber and the effective index model», *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol. 15, No. 3, pp.748-752, 1998.
- [45] R. K. Sinha, A. D. Varshney, «Dispersion properties of photonic crystal fiber: comparison by scalar and fully vectorial effective index methods», *Opt. Quant. Elect.*, Vol. 37, pp. 711-722, 2005.
- [46] T. A. Birks, D. Mogilevtsev, J. C. Knight, P. St. J. Russel, J. Broeng, P. J. Roberts, J. A. West, D. C. Allan, J. C. Fajardo, «The analogy between photonic crystal fibres and step index fibres», *OFC/IOOC*, Vol. 4, pp. 114-116, 2002.
- [47] K. N. Park, K. S. Lee, «Improved effective-index method for analysis of photonic crystal fibers», *Opt. Lett.*, Vol. 30, No. 9, pp. 958-960, 2005.
- [48] B. Dabas, R. K. Sinha, «Dispersion characteristics of hexagonal and square lattice chalcogenide  $As_2Se_3$  glass photonic crystal fiber», *Opt. Comm.*, Vol. 283, pp. 1331-1337, 2010.
- [49] T. A. Birks, J. C. Knight, P. ST. J. Russel, «Endlessly single-mode photonic crystal fiber», *Opt. Lett.*, Vol. 22, No. 13, pp. 961-963, 1997.
- [50] M. Midrio, M. P. Singh, C. G. Someda, «The Space Filling Mode of Holey Fibers: An Analytical Vectorial Solution», *J. Light. Tech.*, Vol. 18, No. 17, 2000.
- [51] Y. Li, Y. Yao, M. Hu, L. Chai, C. Wang, «Improved fully vectorial effective index method for photonic crystal fibers: evaluation and enhancement», *Appl. Opt.*, Vol. 47, No. 3, pp.399-406, 2008.
- [52] J. Bures, «Optique guidée», Presses internationales de Poytechnique, 2009.
- [53] T. P. White, B. T. Kuhlmeiy, R. C. McPhedran, D. Maystre, G. Renversez, C. Martijn de Sterke, L. C. Botten, «Multipole method for microstructured optical fibers. I. Formulation», *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 19, pp. 2322-2330, 2002.
- [54] B. T. Kuhlmeiy, T. P. White, G. Renversez, D. Maystre, L. C. Botten, C. Martijn de Sterke, R. C. McPhedran, «Multipole method for microstructured optical fibers. II. Implementation and results», *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 19, pp. 2331-2340, 2002.
- [55] S. Roy, P. R. Chaudhuri, «Supercontinuum generation in visible to mid-infrared region in square-lattice photonic crystal fiber made from highly nonlinear glasses», *Opt. Comm.*, Vol. 282, pp. 3448-3455, 2009.
- [56] C. Alhenc-Gelas, P. Bourdon, G. Canat, F. Druon, A. Durecu, «Theoretical and experimental study of microstructured chalcogenide  $As_2S_3$  fibers for frequency conversion», *Advances in Optical Materials*, OSA Technical Digest, papier AThD5, 2011.
- [57] T. M. Monro, D. J. Richardson, N. G. R. Broderick, P. J. Benett, «Holey optical fibers: an efficient modal model», *J. Light. Tech.*, Vol. 17, pp. 1093-1102, 2000.
- [58] S. Guo, F. Wu, S. Albin, H. Tai, R. Rogowski, «Loss and dispersion analysis of microstructured fibers by finite-difference method», *Opt. Expr.*, Vol. 12, No. 5, pp. 3341-3352, 2004.

- [59] C. Kerbage, B. Eggleton, P. Westbrook, R. Windeler, «Experimental and scalar beam propagation analysis of an air-silica microstructure fiber», *Opt. Expr.*, Vol. 7, No. 3, pp. 113-122, 2000.
- [60] F. Brechet, J. Marcou, D. Pagnoux, P. Roy, «Complete Analysis of the Characteristics of Propagation into Photonic Crystal Fibers, by the Finite Element Method», *Opt. Fiber Techn.*, Vol. 6, pp. 181-191, 2000.
- [61] E. Kerrinckx, «Les microstructurations dans les fibres optiques», Thèse de doctorat, Université de Lille, 2005.
- [62] A. Peyrilloux, «Modélisation et caractérisation des fibres microstructurées air/silice pour applications aux télécommunications optiques», Thèse de doctorat, Université de Limoges, 2003.
- [63] H. Chen, «Simultaneous measurements of non-linear coefficient, zero-dispersion wavelength and chromatic dispersion in dispersion-shifted fibers by four-wave mixing», *Opt. Comm.*, Vol. 220, pp. 331-335, 2003.
- [64] J. Fatome, S. Pitois, G. Millot, «Measurement of nonlinear and chromatic dispersion parameters of optical fibers using modulation instability», *Opt. Fiber Techn.*, Vol. 12, pp.243-250, 2006.
- [65] M. Tateda, N. Shibata, S. Seikai, «Interferometric Method for Chromatic Dispersion Measurement in a Single-Mode Optical Fiber», *IEEE J. of Quantum Elec.*, Vol. 17, No. 3, pp. 404-407, 1981.
- [66] G. Canat, T. Laverre, L. Lombard, V. Jolivet, P. Bourdon, «Influence of the Wavelength Dependence of the Effective Area on Infrared Supercontinuum Generation», *CLEO 2008, OSA Technical Digest*, papier CMT4, 2008.
- [67] W.J. Wadsworth, N. Joly, J. Knight, T. Birks, F. Biancalana, P. Russel, «Supercontinuum generation and four-wave mixing with Q-switched pulses in endlessly single-mode photonic crystal fibres», *Opt. Express*, Vol. 12, pp. 299-309, 2004.
- [68] L. Lavoute, J. C. Knight, P. Dupriez, W. J. Wadsworth, «High power red and near-IR generation using four wave mixing in all integrated fibre laser systems», *Opt. Express*, Vol. 18, pp.16193-16205, 2010.
- [69] D. Nodop, C. Jauregui, D. Schimpf, J. Limpert, A. Tünnermann, «Efficient high-power generation of visible and mid-infrared light by degenerate four-wave-mixing in a large-mode-area photonic crystal fiber», *Opt. Lett.*, vol. 34, pp.3499-3501, 2009.

## ANNEXE - CALCUL DU GAIN PARAMETRIQUE SIMPLIFIE

Dans cette annexe, nous détaillons le calcul et les hypothèses permettant d'obtenir l'expression du gain de conversion paramétrique simplifié [1][2] (relation (1.35)).

Pour simplifier le calcul, nous nous plaçons dans le cas où les quatre ondes se propagent dans le mode fondamental.

En régime continu et sous l'hypothèse de non-déplétion de la pompe, les équations couplées du mélange à quatre ondes s'expriment sous la forme (relation (1.31)):

$$\begin{aligned}\frac{dA_p}{dz} &= i \left[ (\gamma |A_p|^2) \right] |A_p| \\ \frac{dA_s}{dz} &= i \left[ (2\gamma |A_p|^2 A_s + \gamma A_i^* A_p^2 \cdot e^{-i\Delta kz}) \right] \\ \frac{dA_i}{dz} &= i \left[ (2\gamma |A_p|^2 A_i + \gamma A_s^* A_p^2 \cdot e^{-i\Delta kz}) \right]\end{aligned}\quad (\text{A.1})$$

L'hypothèse de non-déplétion de la pompe nous permet d'écrire la relation suivante:

$$|A_p|^2 \approx |A_p(z=0)|^2 = P_p \quad (\text{A.2})$$

La première équation du système (A.1) devient alors:

$$\frac{dA_p}{dz} = i\gamma P_p |A_p| \quad (\text{A.3})$$

L'intégration de cette équation conduit à l'expression de  $A_p$ :

$$A_p(z) = A_0 \cdot e^{i\gamma P_p z} \quad (\text{A.4})$$

où  $A_0 = A_p(z=0)$ .

Cette expression traduit bien le fait que l'enveloppe du champ de l'onde pompe acquiert un terme de déphasage dû au phénomène d'automodulation de phase.

En remplaçant l'équation (A.4) dans les équations couplées, on obtient les deux nouvelles équations suivantes:

$$\begin{aligned}\frac{dA_s}{dz} &= i\gamma P_p \left[ (2A_s + A_i^* \cdot e^{(-\Delta k + 2\gamma P_p)iz}) \right] \\ \frac{dA_i}{dz} &= i\gamma P_p \left[ (2A_i + A_s^* \cdot e^{(-\Delta k + 2\gamma P_p)iz}) \right]\end{aligned}\quad (\text{A.5})$$

Ces équations se résolvent à l'aide d'un changement de variable en posant:

$$B_j = A_j \cdot e^{-2i\gamma P_p z} \quad (\text{A.6})$$

En remplaçant les expressions de  $A_s$  et  $A_i$  et en multipliant chaque membre des équations par  $e^{-2i\gamma P_p z}$ , on obtient le nouveau système:

$$\begin{aligned}\frac{dB_s}{dz} &= B_i^* \cdot e^{-(\Delta k + 2\gamma P_p)iz} \\ \frac{dB_i}{dz} &= B_s^* \cdot e^{-(\Delta k + 2\gamma P_p)iz}\end{aligned}\tag{A.7}$$

Nous constatons l'apparition du terme de désaccord de phase total  $K = \Delta k + 2\gamma P_0$ .  
La solution générale de ces équations est du type [2]:

$$\begin{aligned}B_s(z) &= e^{-iKz/2} (a_s e^{gz} + b_s e^{-gz}) \\ B_i(z) &= e^{-iKz/2} (a_i e^{gz} + b_i e^{-gz})\end{aligned}\tag{A.8}$$

avec

$$g = \left( (\gamma P_p)^2 - \left( \frac{K}{2} \right)^2 \right)^{1/2}\tag{A.9}$$

Les paramètres  $a_s, a_i, b_s, b_i$  sont calculés en utilisant les équations (A.7) et (A.8) auxquelles sont appliquées certaines conditions initiales. Dans le cas où l'on suppose que l'onde signal est présente à l'entrée de la fibre ( $A_s(0) = A_{s0}$ ) et que l'onde complémentaire n'est pas encore générée ( $A_i(0) = 0$ ), ces constantes s'expriment sous la forme:

$$\begin{aligned}a_s &= \frac{g - iK/2}{2g} B_{s,0} \\ b_s &= \frac{g + iK/2}{2g} B_{s,0} \\ a_i &= \frac{i\gamma P}{2g} B_{s,0} \\ b_i &= \frac{-i\gamma P}{2g} B_{s,0}\end{aligned}\tag{A.10}$$

Le gain d'amplification du signal se calcule par la formule:

$$G = \frac{P_s(z=L)}{P_{s,0}} = \frac{A_s A_s^*(z=L)}{A_{s,0} A_{s,0}^*} = \frac{B_s B_s^*(z=L)}{B_{s,0} B_{s,0}^*}\tag{A.11}$$

En développant l'équation (A.8) et en utilisant les formules mathématiques  $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

et  $\sinh^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\cosh(x) - 1}{2}$ , il vient finalement:

$$G = 1 + \frac{(\gamma P_p)^2}{g^2} \times (\sinh(gL))^2\tag{A.12}$$

[1] G. P. Agrawal, « Nonlinear Fiber Optics », third edition, Optics and Photonics, Academic Press, 2001.

[2] R. H. Stolen and J. E. Bjorkholm, « Parametric Amplification and Frequency Conversion in Optical Fibers », IEEE J. Quantum Electron., Vol. QE-18, pp.1062-1072, 1982.