



**HAL**  
open science

# Simulation numérique directe et modélisation stochastique de sous-maille de l'accélération dans un écoulement de canal à grand nombre de Reynolds

Rémi Zamansky

► **To cite this version:**

Rémi Zamansky. Simulation numérique directe et modélisation stochastique de sous-maille de l'accélération dans un écoulement de canal à grand nombre de Reynolds. Autre. Ecole Centrale de Lyon, 2011. Français. NNT : 2011ECDL0013 . tel-00673464

**HAL Id: tel-00673464**

**<https://theses.hal.science/tel-00673464>**

Submitted on 23 Feb 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Thèse de l'université de Lyon**  
**délivrée par l'École Centrale de Lyon**  
**École doctorale de Mécanique, Energétique, Génie civil, Acoustique**  
**Spécialité : Mécanique des fluides**

préparée au  
**Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique**

soutenue publiquement le **15 avril 2011**  
par

**Rémi Zamansky**

---

**Simulation numérique directe et modélisation  
stochastique de sous-maille de l'accélération dans un  
écoulement de canal à grand nombre de Reynolds**

---

**Jury**

M. Roland Borghi	- <i>Examineur</i>
M. Mikhael Gorokhovski	- <i>Directeur de thèse</i>
M. Michel Lance	- <i>Président du jury</i>
M. Emmanuel Lévêque	- <i>Rapporteur</i>
M. Nicolas Mordant	- <i>Examineur</i>
M. François G. Schmitt	- <i>Rapporteur</i>
M. Philippe Spalart	- <i>Examineur</i>
Mme Ivana Vinkovic	- <i>Co-encadrante</i>



---

## Avant-propos

Quand on fait de la recherche, on part d'une question et l'on trouve au fur et à mesure des faits conduisant à d'autres questions.

Merci à Mikhael Gorokovoski qui, en me donnant la chance de travailler sur ce sujet de thèse, a su poser les premières questions, et qui, grâce à son intuition, sa bonne humeur ou sa disponibilité, m'a aidé à surmonter les nombreux questionnements qui ont suivi. Merci également à Ivana Vinkovic, qui avec son enthousiasme, son énergie, sa disponibilité m'a encouragé tout au long de la thèse. Ces quelques lignes ne suffiraient pas à exprimer toute la reconnaissance que j'ai pour eux de m'avoir offert l'occasion de faire mes premiers pas dans le monde de la recherche en leur compagnie.

Je remercie Emmanuel Lévêque et François Schmitt d'avoir accepté de rapporter ce manuscrit, et de l'intérêt qu'ils ont bien voulu porter à ce travail. J'adresse également mes remerciements à Roland Borghi, Michel Lance, Nicolas Mordant et Philippe Spalart aussi bien pour m'avoir fait l'honneur de participer à mon jury de thèse que pour la pertinence de leurs remarques.

Merci à Christophe Péra pour la gestion du cluster de calcul du P2CHPD, ainsi qu'au Centre Informatique National de l'Enseignement Supérieur pour l'accès à leur cluster de calcul. Merci également à Marc Buffat et Lionel Le Penven d'avoir mis à disposition leur code de calcul, ainsi qu'à Faouzi Laadhari pour son aide précieuse dans la prise en main de ce code et les nombreuses astuces qu'il m'a transmises. C'est grâce à eux et à ces moyens informatiques que j'ai pu réaliser les calculs pendant le doctorat.

Merci aux organisateurs des différentes conférences où je suis allé approfondir mes connaissances et présenter mes travaux. Je voudrais, en particulier, remercier les organisateurs du « GDR turbulence » Philippe Petitjean et Luminida Daniialla (pour le GDR de Rouen).

Mes remerciements vont également à l'ensemble des collègues travaillant au laboratoire pour les moments agréables passés au LMFA. Je voudrais saluer également les collègues de l'équipe d'enseignement du « département de Mécanique des Fluides - Acoustique - Energétique » de l'école Centrale de Lyon avec qui j'ai passé de nombreuses heures.

Merci aux membres du « Club Microfiche » : Wouter Bos, Mikhael Brukner, Cyril Cassisa, Delphine Chareyron, Philippe Eyraud, Antoine Godard, Andrew Lawrie, Cyril Mauger, Loïc Méès, Aurore Naso, aussi bien pour le café quotidien, les discussions diverses et variées et surtout pour leur participation active à la sauvegarde du patrimoine microfiché...

Je tiens également à saluer mes proches : ma famille (qui à même été jusqu'à venir m'encourager durant ma soutenance) et mes amis (Parisiens, Rouennais, Lyonnais, Lillois...) qui ont permis que la recherche restent un plaisir... Merci !

Et enfin, merci Clara pour le bonheur d'avoir découvert Lyon ensemble...



# Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Écoulements dans un canal . . . . .	2
1.2	Intermittence . . . . .	9
1.2.1	L’intermittence en turbulence . . . . .	9
1.2.2	Intermittence en présence de parois . . . . .	12
1.2.3	L’accélération, variable clé de l’intermittence . . . . .	12
1.3	Simulations sous-résolues . . . . .	14
1.4	Plan du mémoire . . . . .	16
2	Etude statistique de l’accélération dans un canal par DNS	19
2.1	Norme, intermittence et lois d’échelles obtenues par DNS . . . . .	24
2.1.1	Statistique de la norme . . . . .	24
2.1.2	Loi d’échelle pour l’accélération . . . . .	27
2.2	Orientation de l’accélération . . . . .	43
2.2.1	Définition de l’orientation . . . . .	43
2.2.2	Retour vers l’isotropie . . . . .	43
2.2.3	Indépendance statistique de la norme et de l’orientation . . . . .	47
2.3	Structures de l’accélération dans le canal . . . . .	54
2.3.1	Contribution de la viscosité et du gradient de pression . . . . .	54
2.3.2	Corrélations spatiales . . . . .	58
2.3.3	Corrélations lagrangiennes . . . . .	70
2.4	Conclusion sur les observations de la DNS . . . . .	73
3	Modélisation stochastique de l’accélération	75
3.1	Décomposition norme-orientation . . . . .	75
3.2	Modèles pour la norme . . . . .	75
3.2.1	Modèle 1 : Processus de fragmentation . . . . .	75
3.2.2	Modèle 2 : Processus log-Langevin . . . . .	82
3.3	Modèles pour l’orientation . . . . .	89
3.3.1	Marche aléatoire sur la sphère . . . . .	89
3.3.2	Marche aléatoire multifractale sur la sphère . . . . .	95
3.3.3	Corrélation temporelle de l’orientation . . . . .	99
3.4	Conclusions sur les modèles stochastiques proposés . . . . .	100
4	LES-SSAM	101
4.1	Simulation des grandes échelles . . . . .	101
4.1.1	Equations de Navier-Stokes filtrées . . . . .	102
4.1.2	Modèle de Smagorinsky . . . . .	103
4.1.3	Procédure dynamique de Germano . . . . .	104

4.1.4	Amélioration du modèle de Smagorinsky pour les écoulements cisailés . . . . .	106
4.2	L'approche LES-SSAM . . . . .	106
4.2.1	Limitations des approches de type LES . . . . .	106
4.2.2	Description de l'approche LES-SSAM . . . . .	108
4.3	Résultats numériques . . . . .	111
4.3.1	Code de calcul . . . . .	111
4.3.2	Analyse de la LES . . . . .	112
4.3.3	Comparaison LES-SSAM / LES / DNS . . . . .	124
4.4	Conclusion . . . . .	146
5	Particules inertielles : Analyse par DNS et application de la LES-SSAM	147
5.1	Description du problème . . . . .	147
5.2	Influence de l'écoulement de paroi sur la dynamique des particules . . .	149
5.2.1	Etablissement du profil de la concentration moyenne . . . . .	151
5.2.2	Collisions avec la paroi . . . . .	155
5.2.3	Analyse de l'influence des structures de paroi . . . . .	159
5.2.4	Conclusion sur le comportement des particules inertielles . . . . .	164
5.3	LES-SSAM appliquée au transport de particules . . . . .	168
5.4	Conclusion . . . . .	173
6	Conclusion	175
A	Annexe	179
A.1	Coefficients de la loi de puissance . . . . .	179
A.2	Calculs relatifs à l'équation de Langevin . . . . .	184
A.2.1	Variance pour l'équation de Langevin . . . . .	184
A.2.2	Autocorrélation pour l'équation log-Langevin . . . . .	184
A.3	Statistiques de la marche aléatoire multifractale . . . . .	186
A.4	Validation de la DNS . . . . .	190
	Bibliographie	195

# Notations

## Symboles latins

$\mathbf{a}$	vecteur de l'accélération totale $\mathbf{a} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}$ ( $a_i$ sa $i$ ème composante)
$a_*$	accélération basée sur les échelles de frottement $a_* = u_*^3/\nu$
$a_\eta$	accélération de Kolmogorov $a_\eta = \bar{\varepsilon}^{3/4}\nu^{-1/4}$
$C_k$	constante de Kolmogorov
$C_s$	constante de Smagorinsky
$D$	coefficient de diffusion
$d_p$	diamètre d'une particule
$dW$	processus de Wiener
$\mathbf{e}$	vecteur unitaire d'orientation ( $e_i$ sa $i$ ème composante)
$f_{VD}$	fonction d'amortissement de Van Driest
$F_{col}$	fréquence de collision des particules avec la paroi
$h$	demi-hauteur du canal
$k$	nombre d'onde
$k_{sgs}$	énergie cinétique de sous maille
$l_*$	échelle visqueuse $l_* = \nu/u_*$
$\ell$	longueur de mélange
$L$	échelle de corrélation
$\mathcal{LN}$	loi lognormale
$\mathcal{N}$	loi normale
$P$	pression
$P_w$	pression pariétale
$\bar{p}$	pression modifiée $\bar{p} = \frac{\bar{P}}{\rho} + \frac{2}{3}k_{sgs}$
$\mathcal{P}$	production d'énergie cinétique turbulente
$Re_+$	nombre de Reynolds basé sur la vitesse de frottement $Re_+ = u_*h/\nu$
$Re_c$	nombre de Reynolds basé sur la vitesse au centre du canal $Re_c = u_ch/\nu$
$Re_d$	nombre de Reynolds basé sur la vitesse débitante $Re_d = 2u_dh/\nu$
$S_{ij}$	taux de déformation
$S_p$	fonction de structure d'ordre p
$St$	nombre de Stokes
$t_*$	échelle de temps visqueuse $t_* = \nu/u_*^2$
$\mathbf{u}$	vecteur vitesse du fluide ( $u_i$ sa $i$ ème composante)
$u_*$	vitesse de frottement pariétale $u_* = \sqrt{\tau_w/\rho} = \sqrt{\nu \left. \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right _{y=0}}$
$u_c$	vitesse moyenne au centre du canal
$u_d$	vitesse débitante
$\mathbf{u}_p$	vitesse d'une particule
$x$	direction longitudinale
$y$	direction normale à la paroi



$z$  direction transversale

### Symboles grecs

$\Delta$	taille caractéristique d'une maille ( $\Delta_x$ , $\Delta_y$ et $\Delta_z$ : taille dans les directions $x$ , $y$ et $z$ respectivement)
$\Delta t$	pas de temps
$\varepsilon$	taux de dissipation de l'énergie cinétique
$\bar{\varepsilon}$	taux moyen de dissipation de l'énergie cinétique
$\varepsilon_*$	taux de dissipation caractéristique basé sur les échelles de paroi
$\varepsilon_c$	taux de dissipation moyen au centre du canal
$\eta$	échelle de longueur dissipative de Kolmogorov $\eta = \bar{\varepsilon}^{-1/4} \nu^{3/4}$
$\kappa$	constante de Von Kármán
$\lambda$	échelle de Taylor
$\nu$	viscosité cinématique du fluide
$\nu_t$	viscosité turbulente de l'écoulement
$\phi$	angle définissant le vecteur d'orientation $e_i$
$\rho$	masse volumique du fluide
$\rho_a$	coefficient de corrélation de $a$
$\rho_p$	masse volumique d'une particule
$\tau$	suitant le contexte : contrainte totale ou paramètre d'évolution du modèle stochastique
$\tau_\eta$	échelle de temps dissipative de Kolmogorov $\tau_\eta = \bar{\varepsilon}^{-1/2} \nu^{1/2}$
$\tau_p$	temps de réponse d'une particules
$\tau^{SGS}$	tenseur des contraintes de sous-maille
$\tau^{sgs}$	partie anisotrope du tenseur des contraintes de sous-maille
$\tau_w$	contrainte moyenne à la paroi
$\theta$	angle définissant le vecteur d'orientation $e_i$

### Opérateurs

$\langle u \rangle$	moyenne d'ensemble de $u$
$u'$	fluctuation de $u$ autour de sa moyenne : $u' = u - \langle u \rangle$
$ \mathbf{u} $	norme euclidienne du vecteur $\mathbf{u}$
$\bar{u}$	champ filtré de $u$
$u_{rms}$	écart type de $u$
$F(u)$	Flatness (ou coefficient d'aplatissement) de $u$

### Acronymes

BMOS	Mouvement brownien sur la sphère « Brownian Motion On Sphere »
BMOS $\eta$	Mouvement brownien sur la sphère corrélé sur l'échelle de Kolmogorov
DNS	Simulation numérique directe « Direct Numerical Simulation »
LES	Simulation des grandes échelles « Large Eddy Simulation »
MRWOS	Marche aléatoire multifractale sur la sphère « Multifractal Random Walk On Sphere »
PDF	fonction de densité de probabilité « Probability Density Function »

---

RANS	« Reynolds-average Naviers-Stokes »
SISM	Amélioration du modèle de Smagorinsky pour les écoulements cisailés « Shear Improved Smagorinsky Model »
SDYN	Modèle de Smagorinsky dynamique
SGS	Echelle de sous-maille « Subgrid Scale »
SSAM	Modèle stochastique d'accélération de sous-maille « Stochastic Sub- grid Acceleration Model »
SVD	Modèle de sous maille de Smagorinsky avec la fonction d'amortisse- ment de Van Driest
THI	Turbulence Homogène et Isotrope



# 1 Introduction

Les écoulements turbulents sont caractérisés par une gamme très vaste d'échelles en interaction les unes avec les autres. Les plus grandes échelles spatiales sont typiquement déterminées par la géométrie de l'écoulement (largeur ou diamètre d'un conduit, épaisseur de la couche limite, épaisseur d'un jet ...). Alors que les dimensions des plus petits tourbillons sont liées à la dissipation visqueuse d'énergie cinétique en énergie thermique. Le rapport entre ces deux dimensions est caractérisé par le nombre de Reynolds.

Lorsque le nombre de Reynolds est important, il est impossible de simuler numériquement le spectre entier des fluctuations de vitesse (méthodes de simulations numériques directes : DNS). Afin de rendre accessible les calculs à des nombres de Reynolds élevés, le spectre turbulent peut être décomposée en deux parties : l'une représentant les fluctuations de vitesse à basse fréquence et l'autre à haute fréquence. Les propriétés statistiques des fluctuations à basse fréquence sont dépendantes de la géométrie de l'écoulement considéré, et le calcul de cette partie du spectre s'appuie sur les équations de Navier-Stokes filtrées (cette approche de calcul est appelée simulation des grandes échelles : LES). Concernant la partie à haute fréquence, suivant les hypothèses de Kolmogorov [88, 87], la vision classique est de considérer que pour des nombres de Reynolds suffisamment élevés, les petites échelles sont homogènes, isotropes et que leur structure est universelle (indépendante de la géométrie et du nombre de Reynolds). La structure aux plus petites échelles dépend de deux paramètres seulement : la viscosité et le taux de dissipation d'énergie, alors qu'aux échelles intermédiaires la structure de l'écoulement ne dépend plus que du taux de dissipation. Ceci permet de représenter l'influence des petites échelles, dans les calculs de type LES, globalement, sous forme d'une viscosité effective.

La première remise en cause de l'universalité de la structure turbulente aux petites échelles spatiales fut formulée par Landau [96]. La structure instantanée de l'écoulement (différences de vitesse, corrélations ...) peut en principe être exprimée à partir du taux de dissipation instantanée d'énergie. Cependant, les statistiques de ces fonctions dépendent de la dynamique aux grandes échelles qui diffèrent d'un écoulement à un autre. Les fluctuations de la dissipation d'énergie turbulente se manifestent par le phénomène d'intermittence : des zones fortement turbulentes avec une forte dissipation visqueuse alternent de façon aléatoire avec des régions ayant un faible niveau de turbulence et un faible taux de dissipation visqueuse. Plus tard, Oboukhov en 1962 [86, 120] proposa une méthode permettant de raffiner la théorie de Kolmogorov en tenant compte de la remarque de Landau, en considérant les fluctuations de la dissipation d'énergie en fonction de l'échelle. Kuznetsov et al. [90, 91] ont montré que, à grand nombre de Reynolds, les fluctuations de vitesse aux petites échelles peuvent être directement générées par les fluctuations de pression aux grandes échelles, en plus des mécanismes de la cascade turbulente.

Ce type d'interactions directes entre échelles de tailles différentes se manifestent fortement en turbulence de paroi. Dans la région de proche paroi, en plus de la cascade turbulente, les structures organisées de grande dimension interagissent directement avec les petites structures turbulentes. Ainsi, l'intermittence se traduit par la présence des corrélations à longue portée.

Pour les simulations numériques de type LES, ces interactions entre structures de taille très différentes doivent se traduire par la corrélation entre les échelles de sous-maille et les grandes échelles résolues. De plus, pour les LES de paroi, les structures proches de la paroi, caractérisées par de forts gradients de vitesse ne sont pas résolues.

Notre motivation est premièrement d'analyser les propriétés statistiques liées à l'intermittence des écoulements de paroi par DNS, puis de développer un modèle stochastique pour les petites échelles (échelles de sous-maille) permettant de prendre en compte cette intermittence dans la LES. Cette approche est validée en comparant les LES couplées au modèle stochastique avec la LES classique à grand nombre de Reynolds.

Par la suite, notre modèle stochastique pourrait être appliqué aux situations où l'intermittence peut jouer un rôle significatif : les échanges thermiques pariétaux, les écoulements diphasiques, la combustion en proche paroi à grand nombre de Reynolds. . . Pour montrer, l'intérêt de prendre en compte l'intermittence directement au niveau de la simulation de l'écoulement, et non au niveau de la modélisation du phénomène étudié, on s'intéresse au transport de particules par un écoulement de paroi à grand nombre de Reynolds. Avant de tester cette approche, l'analyse, par DNS, de l'influence de la phase porteuse sur la phase dispersée a été menée.

## 1.1 Écoulements dans un canal

La plupart des écoulements turbulents sont contraints par la présence d'au moins une paroi, ce sont par exemple les écoulements internes (écoulement dans une conduite ou dans un moteur), les écoulements externes (écoulement autour d'un véhicule) ou les écoulements géo-physiques (couche limite atmosphérique, rivières). L'un des écoulements de paroi le plus simple et le plus *académique* est l'écoulement incompressible turbulent pleinement développé dans un canal.

Cet écoulement est confiné entre deux parois parallèles, séparées d'une distance  $2h$  et est forcé par le gradient de pression moyen (voir le schéma 1.1).

L'écoulement est caractérisé par le nombre de Reynolds, que l'on définit habituellement de l'une des façons suivantes :

$$Re_d = \frac{2u_d h}{\nu} ; \quad Re_c = \frac{u_c h}{\nu} ; \quad Re_+ = \frac{u_* h}{\nu} \quad (1.1)$$

avec  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide. Les vitesses caractéristiques  $u_d$ ,  $u_c$  et  $u_*$  sont définies de la façon suivante.  $u_d$  est la vitesse débitante ( $u_d = \frac{1}{h} \int_0^h \langle u \rangle dy$  et  $\langle \bullet \rangle$  désigne la moyenne d'ensemble),  $u_c$  est la vitesse moyenne sur le plan médian et  $u_*$  est la vitesse de frottement, introduite plus bas (équation 1.7).

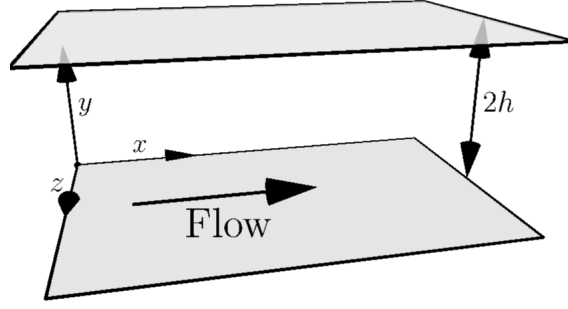


FIG. 1.1: Système de coordonnées.

L'écoulement peut être décrit par les équations de Navier-Stokes couplées à l'équation de conservation de la masse et complétées par les conditions aux limites représentant la paroi (conditions de non-glissement et d'imperméabilité). Lorsque l'écoulement est incompressible et que les forces de volume, tel que le poids, sont négligeables, ces équations s'écrivent :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1.3)$$

$$\mathbf{u}(y = 0) = \mathbf{u}(y = 2h) = 0 \quad (1.4)$$

où  $\nu$  et  $\rho$  sont la viscosité cinématique et la masse volumique du fluide et  $P$  désigne la pression.

A partir du bilan de quantité de mouvement (équation 1.2) moyen dans la direction  $x$  on obtient la relation suivante [132] :

$$\frac{d\tau(y)}{dy} = \frac{dP_w(x)}{dx} \quad (1.5)$$

où  $P_w$  est la pression moyenne à la paroi et où  $\tau$  désigne la contrainte de cisaillement totale, somme de la contrainte visqueuse et de la contrainte turbulente (ou contrainte de Reynolds) :

$$\tau = \rho\nu \frac{d\langle u \rangle}{dy} + \rho\langle u'v' \rangle \quad (1.6)$$

$u' = u - \langle u \rangle$  est la fluctuation de la vitesse autour de sa valeur moyenne. Cette équation nous montre que  $\frac{d\tau(y)}{dy}$  et  $\frac{dP_w(x)}{dx}$  sont constants et permet d'introduire la vitesse caractéristique de frottement à partir du frottement pariétal  $\tau_w = \tau(y = 0)$  :

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \sqrt{\nu \left. \frac{d\langle u \rangle}{dy} \right|_{y=0}} = \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{dP_w}{dx}} \quad (1.7)$$

L'équation 1.5 traduit l'équilibre moyen des forces, le gradient de pression moyen est balancé par le gradient normal de la contrainte de cisaillement. Ainsi, les écoulements de paroi peuvent être vus comme un système qui en moyenne convertit la quantité de mouvement de l'écoulement en force agissant sur l'interface fluide/paroi. La question est alors de décrire comment ce transfert de quantité de mouvement à travers le canal

s'effectue, celui-ci étant lié aux interactions entre la région de proche paroi et les couches qui en sont éloignées.

Les théories classiques de cet écoulement peuvent être trouvées dans les ouvrages de Landau & Lifshitz [96], Tennekes & Lumley [159], Townsend [163] ou encore Pope [132]. Elles dérivent du concept de couche limite introduit par Prandtl en 1904. Prandtl montra que pour les écoulements de paroi, même pour des nombres de Reynolds important, la viscosité continue de jouer un rôle dominant sur la dynamique dans une mince couche adjacente à la paroi.

La présence de cette fine couche visqueuse impose l'existence de deux échelles caractéristiques différentes dans l'écoulement : l'échelle visqueuse dans la région interne, et l'épaisseur de l'écoulement  $h$  loin des parois (la région externe). La zone où la viscosité est dynamiquement prédominante est nommée sous-couche visqueuse. Le nombre de Reynolds  $Re_+ = u_* h / \nu = h / l_*$  caractérise le rapport entre la hauteur du canal et l'épaisseur ( $\sim l_*$ ) de cette région de très proche paroi influencée au premier ordre par la viscosité.

L'expression classique du profil de vitesse dans une région située à la fois loin des parois et loin du centre peut être obtenue avec les arguments de chevauchement (« overlap arguments »). Cette dérivation du profil de vitesse s'appuie sur l'hypothèse qu'il existe une région intermédiaire entre les régions interne et externe, dans laquelle le gradient moyen de vitesse est indépendant du nombre de Reynolds qu'il soit adimensionnalisé par les échelles internes ( $\nu$  et  $u_*$ ) ou par les échelles externes ( $h$  et  $u_c$ ) [159]. La dérivation classique du profil de vitesse, correspondant à l'hypothèse de similarité complète comme décrite par Barenblatt [9], suppose en premier lieu qu'il existe deux fonctions  $f$  et  $g$  décrivant le profil de vitesse, valides respectivement dans la zone interne et dans la zone externe :

$$f(y/l_*) = \frac{\langle u \rangle}{u_*} = \langle u^+(y^+) \rangle \quad (1.8)$$

et

$$g(y/h) = \langle u^+(y/h) \rangle - \langle u^+(1) \rangle \quad (1.9)$$

Dans la suite l'exposant  $+$  signale les grandeurs adimensionnalisées par les échelles de paroi :  $u^+ = u/u_*$  et  $y^+ = y/l_* = y u_* / \nu$ . Ainsi, si ces deux fonctions sont valables dans une région intermédiaire correspondant simultanément à  $y^+ \rightarrow \infty$  et  $y/h \rightarrow 0$  lorsque  $Re_+ \rightarrow \infty$ , on obtient l'expression suivante :

$$y^+ \frac{df}{dy^+} = y/h \frac{dg}{dy/h} = \frac{1}{\kappa} \quad (1.10)$$

où  $\kappa$  est constant (la constante de Von Kármán) puisque  $y^+$  et  $y/h$  sont considérées comme des variables indépendantes. Cette expression donne par intégration la loi logarithmique du profil de vitesse :

$$\langle u^+ \rangle = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B \quad (1.11)$$

avec  $B$  une constante *a priori* universelle.

Le modèle d'« attached eddy » proposé par Townsend [163] permet de dériver la loi logarithmique du profil de la vitesse moyenne d'une autre façon. Physiquement, le modèle de Townsend repose sur l'hypothèse que la dynamique de l'écoulement est caractérisée par une distribution continue d'échelles de longueurs. Autrement dit, il n'y a pas d'échelle de longueur constante caractéristique de la turbulence de paroi, et l'écoulement turbulent de paroi résulte d'une superposition aléatoire de structures de tailles différentes, mais ayant une distribution de vitesse similaire. L'hypothèse est alors de considérer que les échelles caractéristiques des plus grosses structures varient proportionnellement avec la distance à la paroi. Ainsi, chaque structure peut être vue comme étant attachée à la paroi. Von Kármán proposa que la longueur de mélange, échelle caractéristique de l'influence de la turbulence sur l'écoulement moyen, soit donnée par le rapport entre les dérivées de la vitesse moyenne [159] :

$$\ell_m = \frac{-\langle \partial u / \partial y \rangle}{\langle \partial^2 u / \partial y^2 \rangle} \quad (1.12)$$

Ainsi, en utilisant l'hypothèse d'« attached eddy » on a :  $\ell_m \sim y$  et en intégrant la relation précédente on obtient à nouveau l'évolution logarithmique de la vitesse moyenne (équation 1.11). Cependant, en introduisant une hiérarchie de structures, toutes attachées à la paroi, le modèle de Townsend intègre directement les interactions entre les régions interne et externe.

La loi logarithmique (équation 1.11), longtemps vu comme un aboutissement de la turbulence de paroi, a été remise en question sérieusement ces dernières années par Barenblatt et al. [8, 14, 12, 13]. La question n'est pas simplement de savoir si la loi-log ou si une loi en puissance décrit les données de façon plus convenable. L'enjeu est la validité des principes sous-jacents de similitude que chacune de ces lois implique.

L'application directe de l'analyse dimensionnelle donne la relation suivante pour le gradient moyen de la vitesse :

$$\frac{d\langle u \rangle}{dy} = \frac{u_*}{y} \Pi(y^+, Re_+) \quad (1.13)$$

où  $\Pi$  est une fonction inconnue et universelle sans dimension. Le comportement de cette fonction lorsque ces arguments deviennent grands est d'un intérêt central, puisque la limite pour  $Re_+ \rightarrow \infty$  est reliée à la dépendance avec le nombre de Reynolds.

Si la fonction  $\Pi$  tend vers une constante, pour  $Re_+ \rightarrow \infty$  et  $y^+ \rightarrow \infty$ , on parle de similitude complète [9]. Comme mentionnée plus haut, en cas de similitude complète, la loi logarithmique 1.11 découle directement de la relation 1.13.

Le cas où il n'existe pas de limite finie pour  $\Pi$ , correspond soit à une similarité incomplète soit à une absence de similarité [9]. Barenblatt et al. [13] ont fait l'hypothèse que la fonction  $\Pi$  présente une similarité incomplète avec  $y^+$  et pas de similarité en  $Re_+$ . Ceci se traduit par la relation suivante :

$$\Pi = A y^{+\alpha} \quad (1.14)$$

où  $A$  et  $\alpha$  sont des fonctions du nombre de Reynolds. Ceci suppose que la viscosité demeure influente dans tout l'écoulement quelle que soit la distance à la paroi. Cette dérivation du profil de vitesse peut être rendue compatible avec la formulation du chevauchement de la zone interne et externe [14] en employant le concept de viscosité



évanescence [36], et peut également être reliée aux concepts invoqués par le modèle « attached eddy » [17].

Lors des deux dernières décennies, suite à de nombreuses études aussi bien numériques qu'expérimentales, des progrès significatifs ont été réalisés concernant la description de l'organisation des structures spatiales de la turbulence de paroi [84, 108]. Les visions actuelles d'un tel écoulement varient d'un auteur à l'autre, mais certains aspects essentiels semblent acquis.

La région de proche paroi est constituée de structures longitudinales organisées. Dans la sous-couche visqueuse ( $y^+ < 5$ ), le champ de vitesse est hétérogène et est caractérisé par une alternance de structures longitudinales de faible et de forte vitesse axiale : les « streaks ». Les dimensions de ces structures sont invariantes lorsque normalisées par les échelles de paroi ( $u_*$ ,  $\nu$ ) [83, 154]. Plus loin de la paroi, dans la zone tampon ( $5 < y^+ < 70$ ) l'écoulement est constitué de poches de tourbillons quasi longitudinaux. Les échelles de longueur et de temps caractéristiques de ces poches, normalisées par les mêmes échelles de paroi sont dépendantes du nombre de Reynolds [41, 69, 68, 107, 110].

Les interactions auto-entretenues entre la formation et l'évolution des « streaks » de la sous-couche visqueuse et les tourbillons quasi longitudinaux situés dans la région intermédiaire constituent le cycle de proche paroi de régénération des structures cohérentes [61, 73, 154, 158]. Les instabilités tridimensionnelles des « streaks » conduisent à des interactions non-linéaires menant à l'enroulement des tourbillons longitudinaux, qui eux-mêmes par interaction avec le cisaillement moyen génèrent les inhomogénéités du champ de vitesse de la sous-couche visqueuse. Le cycle de proche paroi est ainsi intimement lié à la conversion du flux de quantité de mouvement en direction de la paroi en cisaillement à la paroi et à la production d'énergie cinétique turbulente.

Dans la région « logarithmique » ( $y^+ > 70$ ) les structures turbulentes sont organisées spatialement de façon autosimilaire sous forme de paquets ou amas de tourbillons [43]. Bien que les mécanismes conduisant à cette organisation spatiale de l'écoulement, ainsi que la sensibilité de la dynamique résultant de cette organisation ne soient pas parfaitement compris [84], il semble que les interactions de la couche de proche paroi avec la couche externe influencent de façon primordiale le flux de quantité de mouvement vers la paroi [62, 137], ainsi que le flux de vorticité vers la zone externe [46, 64]. Ainsi, même très loin des parois, les structures de proche paroi influencent l'écoulement. Ceci se traduit par des interactions à longue portée faisant intervenir des structures de tailles très différentes [67, 70].

Il y également des preuves [67] qu'une part importante des interactions entre la zone de proche paroi et la zone externe résulte de la modulation de l'écoulement en très proche paroi due aux basses fréquences associ es aux mouvements aux grandes échelles. Les plus grandes structures de l'écoulement, dont les dimensions peuvent, dans certains cas, atteindre des dimensions supérieures à  $h$  [68], présentent des différences d'un écoulement à un autre (par exemple : couche limite, canal, conduite circulaire) et pouvant entraîner un manque d'universalité même aux petites échelles proches de la paroi.

Les figures 1.2, 1.3 et 1.4 représentent une visualisation du champ des fluctuations de la vitesse longitudinale afin d'illustrer la présence de structures organis es et de tailles très différentes dans l'écoulement de canal. Sur ces figures, on peut remarquer la

présence de très forts gradients proche des parois, ainsi que l'alternance de bandes de fluide de forte vitesse ( $u' > 0$ ) et de faible vitesse ( $u' < 0$ ).

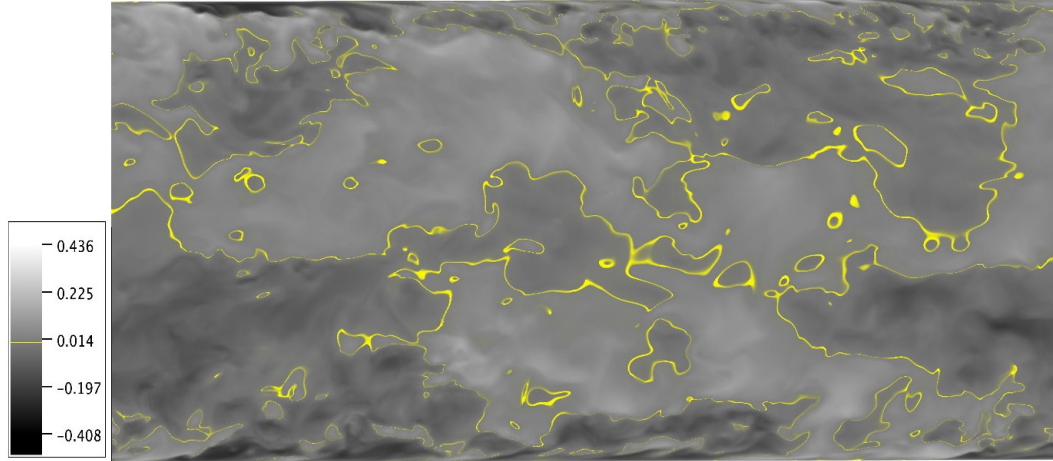


FIG. 1.2: Champ des fluctuations de la vitesse longitudinale normalisée par  $u_c$  dans le plan  $xy$  pour  $Re_+ = 1000$ . Les zones de fortes vitesses ( $u' > 0$ ) sont séparées des zones de faibles vitesses ( $u' < 0$ ) par la ligne jaune représentant les isovaleurs  $u' = 0$ . Visualisations obtenues à partir de nos DNS.

Ainsi, l'écoulement en canal à grand nombre de Reynolds est le siège d'interactions non-locales, non-linéaires et dépendantes du nombre de Reynolds. Ces interactions à travers le canal conduisent à une organisation hétérogène des structures de forte intensité.

Bien qu'il y ait des différences majeures dans les mécanismes de production de la turbulence dans les écoulements en paroi et ceux de la turbulence libre, on retrouve néanmoins, en turbulence de paroi et en turbulence libre les mêmes « ingrédients » menant à l'intermittence.

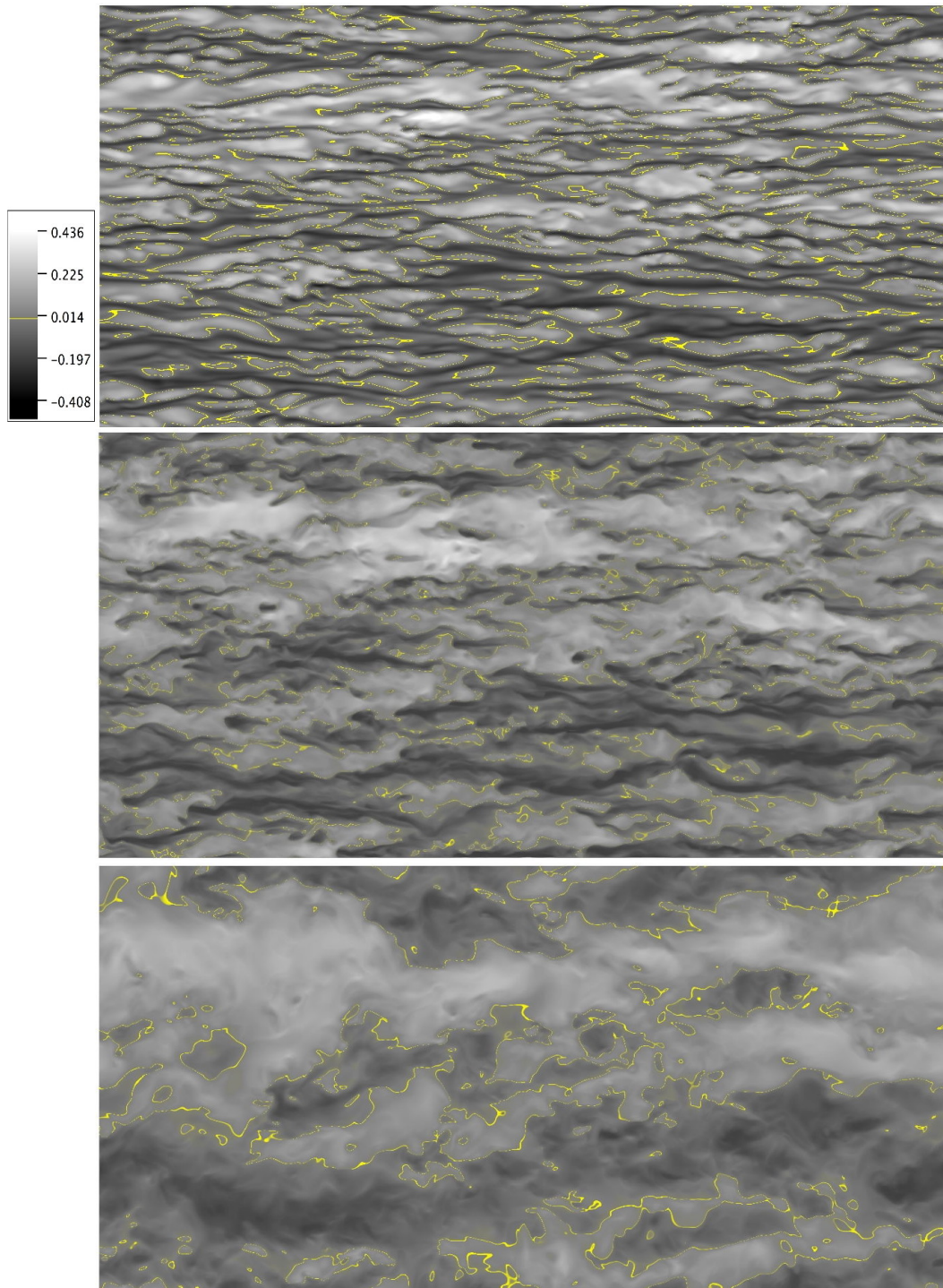


FIG. 1.3: Champ des fluctuations de la vitesse longitudinale normalisée par  $u_c$  dans le plan  $yz$  pour  $Re_+ = 1000$  à  $y^+ = 1$  (a), 30 (b) et 200 (c). Les zones de fortes vitesses ( $u' > 0$ ) sont séparées des zones de faibles vitesses ( $u' < 0$ ) par la ligne jaune représentant les isovalues  $u' = 0$ . Visualisations obtenues à partir de nos DNS.

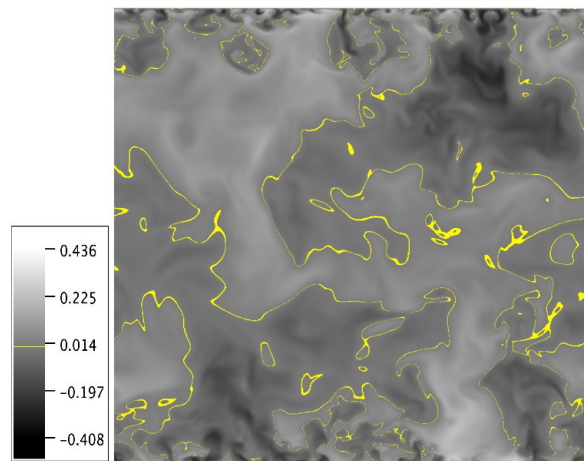


FIG. 1.4: Champ des fluctuations de la vitesse longitudinale normalisée par  $u_c$  dans le plan  $yz$  pour  $Re_+ = 1000$ . Les zones de fortes vitesses ( $u' > 0$ ) sont séparées des zones de faibles vitesses ( $u' < 0$ ) par la ligne jaune représentant les isovaleurs  $u' = 0$ . Visualisations obtenues à partir de nos DNS.

## 1.2 Intermittence

D'un point de vue qualitatif, un signal (ou un champ) intermittent est caractérisé par l'alternance aléatoire et hétérogène de phases plus ou moins étendues de relative tranquillité, et de brèves phases d'intense activité. Les fluctuations très intenses, par rapport à l'écart type, sont par définition rares. Cependant, pour un signal présentant des statistiques intermittentes, les événements extrêmes sont bien plus fréquents que pour une statistique gaussienne. Un tel signal (voir figure 1.5 par exemple) se caractérise donc par une distribution statistique large, et une longueur de corrélation importante.

Les processus multiplicatifs (ou cascades infiniment divisibles [147, 149]) peuvent présenter des statistiques intermittentes. Cette intermittence se manifeste par une flatness (ou kurtosis) liée à l'échelle, qui augmente lorsque cette échelle diminue.

D'un point de vue dynamique, Zel'dovich et al. [184] ou Kadanoff [74] ont montré que, de façon générale, l'intermittence, manifestée par les statistiques d'un signal, résulte d'une dynamique pilotée par les phénomènes non linéaires. Pour les champs turbulents, les comportements intermittents résultent de la dynamique des structures de l'écoulement caractérisée par les interactions non linéaires et non locales [164].

### 1.2.1 L'intermittence en turbulence

La théorie de Kolmogorov-Oboukhov de 1941 [88, 119] décrit la structure du champ de vitesse pour les échelles comprises dans la gamme inertielle. Selon cette théorie, la fonction de structure d'ordre 2 :  $S_2(\mathbf{r}) = \langle (u(\mathbf{x} + \mathbf{r}) - u(\mathbf{x}))^2 \rangle$  varie en loi de puissance comme  $(\bar{\varepsilon}r)^{2/3}$ , où  $\mathbf{x} + \mathbf{r}$  et  $\mathbf{x}$  sont deux points de l'écoulement,  $u$  est la composante de la vitesse dans la direction de  $\mathbf{r}$ ,  $\bar{\varepsilon}$  est le taux moyen de dissipation de l'énergie et  $r = |\mathbf{r}|$ . Le spectre associé à cette loi est le spectre de la zone inertielle de Kolmogorov-Oboukhov :  $E(k) \sim \bar{\varepsilon}^{2/3} k^{-5/3}$  [119]. Par la suite [48], il fut proposé que cette loi d'échelle puisse être étendue aux fonctions de structure d'ordres supérieurs :  $S_p(\mathbf{r}) = \langle (u(\mathbf{x} + \mathbf{r}) - u(\mathbf{x}))^p \rangle \sim$

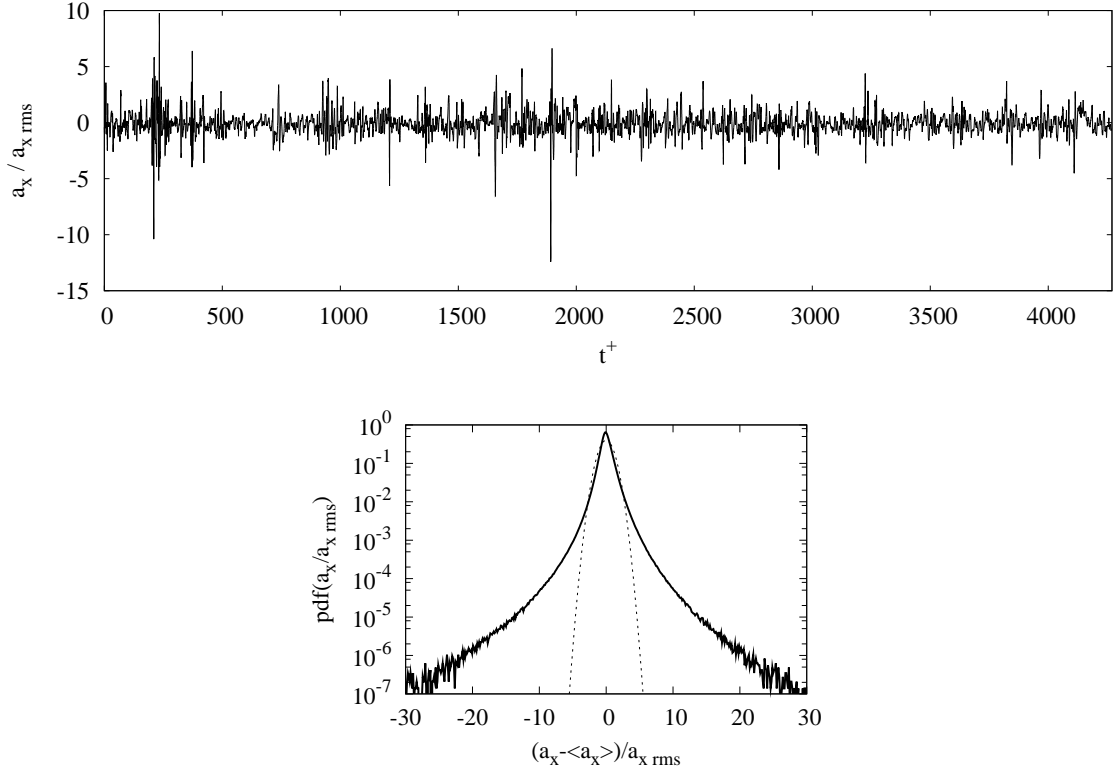


FIG. 1.5: (a) Exemple de signal intermittent : évolution temporelle de l'accélération totale (locale et convective) en un point situé à  $y^+ = 20$  de la paroi pour  $Re_+ = 1000$ . (b) Distribution statistique de ce signal comparée à la distribution gaussienne (traits pointillés).

$(\bar{\varepsilon}r)^{p/3}$ , mais on peut remarquer que Kolmogorov mentionne seulement l'ordre 3 [87].

Peu de temps après la publication de la théorie Kolmogorov-Oboukhov de 1941, Landau [96] conteste la validité de cette théorie en arguant que le taux de dissipation de l'énergie varie avec le temps à l'échelle des grandes structures et est spatialement inhomogène (intermittent). Ainsi, il ne peut être considéré comme constant. A grand nombre de Reynolds, les événements dissipatifs sont fortement concentrés dans des zones étroites et très espacées les unes des autres où la valeur de la dissipation dépasse largement la valeur moyenne. D'après Batchelor [19] ce phénomène est appelé intermittence interne. En s'appuyant sur des études expérimentales Monin et Yaglom [112] proposent que le taux de dissipation présente une corrélation à longue portée dépendant de la géométrie de l'écoulement  $L$  :

$$\langle \varepsilon(\mathbf{x})\varepsilon(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle = c \bar{\varepsilon}^2 \left( \frac{L}{r} \right)^\mu \quad (1.15)$$

A partir de cette relation 1.15 on voit qu'à grand nombre de Reynolds l'essentiel de la dissipation a lieu dans des régions de très petit volume.

Kolmogorov et Oboukhov [86, 120] eux-mêmes établirent une théorie « corrigée » permettant de prendre en compte les fluctuations de  $\varepsilon$  à l'échelle  $r$ . Pour obtenir la loi d'échelle des fonctions de structure, il devient néanmoins nécessaire de faire une

hypothèse sur les fluctuations de  $\varepsilon$ . Les plus connues sont, par exemple, le modèle lognormal [86, 120, 112] ou le modèle log-poisson de She et Lévêque [151].

Plus tard, Kuznetsov [90] a analysé la contribution des forces de pression dans le transfert d'énergie à travers les échelles du spectre de la turbulence homogène et isotrope (THI). Son analyse se base sur l'équation de PDF des incréments de vitesse en 2 points, dérivée de l'équation de Navier-Stokes. Kuznetsov a montré que cette contribution devient très importante à grand nombre de Reynolds et provient des grandes échelles (énergétiques) de l'écoulement. Ce type de transfert d'énergie, des grandes échelles vers les petites, dû au gradient de pression est **non-local**. Il est appelé transfert direct et vient en plus du transfert associé à la cascade d'énergie cinétique. Notamment, les fluctuations de vitesse et de pression, générées par les régions turbulentes de l'écoulement, pénètrent dans les zones non turbulentes et génèrent des fluctuations aux petites échelles. Les hautes fréquences de ces perturbations s'atténuent exponentiellement avec la distance [96], alors que les perturbations à basse fréquence persistent sur de grandes distances. Ainsi, la statistique de fluctuations de vitesse dans les régions calmes est influencée directement par les grandes échelles turbulentes de l'écoulement.

## La dépendance du nombre de Reynolds

La relation 1.15 met en évidence que les statistiques de  $\varepsilon$  ne peuvent être considérées comme universelles puisque elles dépendent de l'échelle intégrale  $L$  de la turbulence et donc du nombre de Reynolds également.

L'analyse dimensionnelle, montre que la fonction de structure des incréments de vitesse, en THI, doit s'exprimer de la façon suivante [15] :

$$S_2(r) = (\bar{\varepsilon}r)^{2/3} F(Re, r/L)$$

où  $F$  est une fonction universelle et  $L$  est une échelle de longueur. La théorie de Kolmogorov-Oboukhov [88, 119], revient à faire l'hypothèse que pour  $Re \rightarrow \infty$  et  $r/L \rightarrow 0$  la fonction  $F(Re, r/L)$  accepte pour limite  $C_k$ , la constante de Kolmogorov. En d'autres termes, le comportement de la fonction de structure est universel quelle que soit la géométrie et le nombre de Reynolds. Dans ce cas, on parle de similarité complète [9].

Du fait des fluctuations intermittentes du taux de dissipation de l'énergie autour de sa valeur moyenne  $\varepsilon$ , l'existence d'une limite pour  $F(Re, r/L)$  a été mise en question [48, 86, 96, 112, 120]. Une similitude incomplète avec la variable  $r/L$  est incompatible avec l'existence d'une limite finie pour  $F$  [9] et conduit, à une expression de la forme :

$$S_2(r) = A (\bar{\varepsilon}r)^{2/3} (r/L)^\alpha$$

où  $\alpha$  est un exposant tenant compte de l'intermittence de l'écoulement et  $A$  est un coefficient. Cette forme est compatible avec les hypothèses de Kolmogorov-Oboukhov 62 et les modèles de fluctuation de  $\varepsilon$  [48, 86, 96, 112, 120, 151]. Barenblatt [15] fait l'hypothèse que lorsque  $Re \rightarrow \infty$  et  $r/L \rightarrow 0$  le coefficient  $A$  et l'exposant d'intermittence  $\alpha$  dépendent du logarithme du nombre de Reynolds. Cette analyse est consistante avec les résultats expérimentaux de Castaing et al. [30].

### 1.2.2 Intermittence en présence de parois

Dans un écoulement turbulent en proche paroi, les effets de l’intermittence résultent des interactions à travers le canal entre des structures de longueurs caractéristiques très différentes [70]. Des études aussi bien numériques qu’expérimentales ont permis d’identifier que les interactions entre les régions interne et externe peuvent être responsables d’une telle corrélation à travers le canal et sont dépendantes de nombre de Reynolds [67, 68, 84, 108].

Près de la paroi, les contraintes de cisaillement  $-\langle u'v' \rangle$  jouent un rôle important pour la régénération de la turbulence de paroi, et sont intimement liées aux structures cohérentes très anisotropes typiquement rencontrées en proche paroi [137]. Les structures cohérentes quasiment alignées avec la paroi présentent dans la zone tampon, sont des zones de fluide lent ( $u' < 0$ ) migrant lentement vers l’extérieur de la zone de proche paroi ( $v' > 0$ ) [71, 83, 154, 158]. Ces poches de faible vitesse sont soumises à une instabilité, due au gradient de pression, qui les fait éclater près de la frontière avec la zone externe, produisant ainsi des éruptions de structures de paroi de petite taille vers l’extérieur (« burst ») [41, 42, 160]. Cette explosion entraîne, du fait de l’incompressibilité de l’écoulement, une arrivée rapide de fluide vers la paroi qui balaie la région de très proche paroi (« sweep ») [72]. Ces mécanismes d’éjections loin de la paroi de structures en rotation et de balayages de la sous-couche visqueuse par de grandes structures font partie intégrante des interactions entre les régions interne et externe [41, 61, 73]. Ces échanges d’énergie à travers le canal induisent de fortes corrélations dans la direction normale à la paroi. Hartel et al. [62] ont souligné l’importance du transfert de quantité de mouvement par ces structures de dimensions variées (surtout en LES où toutes ces structures ne peuvent être résolues).

Ces événements très intermittents aussi bien spatialement que temporellement provoquent de fortes variations des contraintes de cisaillement et sont à l’origine d’une grande production d’énergie cinétique turbulente. Ces variations peuvent produire des fluctuations de la dissipation extrêmement importante, puisque la dissipation dans la zone tampon est fortement corrélée à la présence de couches cisillées par des vitesses très différentes. Onorato et al. [122], ont trouvé que les événements responsables d’une forte intermittence sont conditionnés aux forts gradients de vitesse. Par ailleurs, des études expérimentales et numériques [29, 161] d’écoulements cisillés ont montré que lorsque les contraintes de cisaillement affectent fortement la cascade d’énergie cinétique, l’écoulement devient plus intermittent, ce qui se manifeste dans la zone de proche paroi, par la présence des structures cohérentes de dimensions très variées, et des PDF des fluctuations de vitesse non gaussiennes.

### 1.2.3 L’accélération, variable clé de l’intermittence

L’intermittence se manifeste par une dépendance des propriétés statistiques avec l’échelle à laquelle elles sont observées. Par exemple, la forme de la distribution de probabilité des incréments de vitesse varie avec l’échelle. Nombreuses études dédiées à la compréhension de ce caractère ont été menées en suivant les idées de Kolmogorov et Oboukhov [86, 120]. Dans ce cas, l’intermittence est analysée en termes de loi d’échelles anormales pour les moments des incréments de vitesse. Cette intermittence est attribuée aux inhomogénéités spatiales de l’activité turbulente, dont les statistiques sont bien reproduites par le modèle de cascade multiplicative [48]. Cependant, ces modèles ne permettent pas de relier l’intermittence à la dynamique de la turbulence [115]. En

s'intéressant à l'accélération des particules fluides, on a d'une part une information sur la dynamique de l'écoulement et d'autre part, on a accès à une grandeur liée aux statistiques intermittentes de l'écoulement. En effet, les lois d'échelles pour la variance de l'accélération dépendent du nombre de Reynolds (« scaling » anormal) [20, 63, 145, 166, 172, 178], traduisant le fait que l'accélération n'est pas exclusivement déterminée par les petites échelles.

Les expériences de Mordant et al. [115, 114], confirmées par des simulations numériques [131, 178], ont mit en évidence qu'en THI le champ de l'accélération est très nettement non-gaussien et que le temps de corrélation de la norme de l'accélération est très supérieur à celui de ses composantes manifestant le couplage entre grandes et petites échelles. Il a été montré [114] que le temps de corrélation de la norme est de l'ordre de l'échelle de temps des plus grandes structures  $T$ , alors que celui des composantes est de l'ordre du temps dissipatif  $\tau_\eta = \bar{\varepsilon}^{-1/2}\nu^{1/2}$ . Ainsi les propriétés de l'accélération dépendent du nombre de Reynolds. Ces résultats permettent de considérer que l'accélération puisse être modélisée par le produit de sa norme (processus ayant une longue corrélation) et de sa direction (processus à décorrélation rapide, de l'ordre du temps de Kolmogorov) [131, 54, 139]. Sabelnikov et al. [140] ont montré que cette décomposition est compatible avec la loi de Kolmogorov-Oboukhov. En effet, pour une particule fluide l'incrément de vitesse le long de la trajectoire peut s'écrire :  $\Delta \mathbf{v} = \int_t^{t+t_0} \mathbf{a}(t') dt'$ , et de façon équivalente, on a la relation suivante :  $\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d\Delta \mathbf{v}}{dt} = \mathbf{a}$ . Si  $t - t_0$  est dans le domaine inertielle, on peut écrire en 1D :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{d\langle(\Delta v)^2\rangle}{dt} &= \int_{t_0}^t \langle a(t)a(t') \rangle dt' \\ &= \int_{t_0}^t \langle |a|(t)|a|(t') e(t)e(t') \rangle dt' \\ &= \langle |a|^2 \rangle \int_{t_0}^t \langle e(t)e(t') \rangle dt' \end{aligned} \quad (1.16)$$

où on a considéré que la norme de l'accélération est toujours positive et est corrélée sur un temps très supérieur à  $t - t_0$ . En estimant la norme de l'accélération comme :  $\langle |a|^2 \rangle \sim a_\eta^2 = \bar{\varepsilon}^{3/2}\nu^{-1/2}$ , et en considérant que l'orientation à une échelle de corrélation de l'ordre du temps dissipatif :  $\int_{t_0}^t \langle e(t_0)e(t' + t_0) \rangle dt' \sim \tau_\eta$ , l'équation 1.16 devient :

$$\frac{1}{2} \frac{d\langle(\Delta \mathbf{v})^2\rangle}{dt} \sim \bar{\varepsilon} \quad (1.17)$$

Cette relation montre que les hypothèses de Kolmogorov-Oboukhov sont en accord avec les résultats expérimentaux de Mordant et al. [115, 114] sur l'intermittence en THI.

Dans un écoulement de paroi, on s'attend à ce qu'en plus l'accélération présente des couplages importants à travers le canal, reflétant la dynamique liée à l'organisation hiérarchique du mouvement avec la distance à la paroi. Il a été rapporté par simulation numérique (DNS) [100] que les statistiques de l'accélération sont liées aux structures tourbillonnaires cohérentes rencontrées en proche paroi. Une particule fluide suivant une de ces structures va présenter une accélération centripète (par rapport à l'axe de rotation de la structure) intense. Il a été montré également [100] que ces particules fluides vont conserver la norme de leur accélération bien plus longtemps que sa direction, le temps de corrélation de la norme pouvant être assimilé au temps de vie de la structure, alors



que le temps de mémoire de la direction sera de l'ordre du temps dissipatif. Ce constat est cohérent avec les expériences et les simulations numériques faites en turbulence homogène et isotrope [114, 171, 172].

### 1.3 Simulations sous-résolues

Pour qu'une simulation numérique des écoulements turbulents soit précise, il est nécessaire que le calcul présente suffisamment de variables (de degrés de liberté) pour être à même de capturer toutes les caractéristiques de l'écoulement. Une résolution insuffisante peut conduire à des résultats très éloignés de la « réalité », car les plus petites échelles sont en mesure d'influencer l'écoulement dans sa globalité. Ceci implique que la simulation d'un écoulement turbulent nécessite la résolution de toutes les échelles allant de la taille du système jusqu'à l'échelle dissipative. Une telle exigence est rédhibitoire puisque le rapport entre la plus grande et la plus petite échelle augmente comme une puissance du nombre de Reynolds. Ainsi, les simulations numériques de toutes les échelles (DNS) sont cantonnées aux nombres de Reynolds relativement bas.

On est alors contraint de se demander comment prédire le comportement complexe d'un écoulement lorsque le nombre de degrés de liberté est significativement inférieur à celui nécessaire pour une résolution complète.

Il existe plusieurs approches de modélisation associées à la simulation des grandes échelles (LES). Toutes ces modélisations reposent sur des hypothèses sur les relations entre les degrés de liberté pouvant être représentés explicitement dans le calcul et ceux écartés du fait d'une résolution trop faible. En effet, rien ne peut être fait sans une connaissance supplémentaire de l'écoulement aux échelles inférieures à la résolution.

Dans les écoulements de paroi, il existe des structures de toutes tailles contribuant au transfert d'énergie à travers le canal. Or, en LES, les structures inférieures à l'échelle de coupure ne peuvent être directement prises en compte. Ceci est illustré sur la figure 1.6 où le champ de vitesse est comparé avec un champ de vitesse dont les plus petites échelles ont été filtrées. Il en résulte, d'une part, une mauvaise estimation des transferts de quantité de mouvement dans la direction normale à la paroi et donc une mauvaise estimation de la vitesse moyenne. D'autre part, les fluctuations très intenses, liées aux phénomènes intermittents, sont supprimées (voir figure 1.6), alors qu'elles peuvent être très importantes lorsque l'on s'intéresse à des phénomènes fortement dépendants des petites échelles, comme la chimie, la combustion ou les changements de phase.

On peut estimer l'accélération à l'échelle  $\Delta$  (pour  $L \gg \Delta \gg \eta$ ) par :  $a_\Delta \sim u_\Delta^2/\Delta$ , où  $u_\Delta$  est la différence de vitesse caractéristique à l'échelle  $\Delta$ . L'accélération de Kolmogorov, liée aux petites échelles de la turbulence a pour définition :  $a_\eta = \bar{\varepsilon}^{3/4}\nu^{-1/4}$ . Ainsi, le rapport entre ces deux accélérations est :

$$\frac{a_\Delta}{a_\eta} \sim \left(\frac{\eta}{\Delta}\right)^{1/3} = \left(\frac{L}{\Delta}\right)^{1/3} Re^{-1/4} \quad (1.18)$$

où  $\eta = \bar{\varepsilon}^{-1/4}\nu^{3/4}$  est l'échelle dissipative de Kolmogorov et  $Re = (L/\eta)^{4/3}$ . Ceci montre que pour une géométrie donnée, la résolution de l'accélération à l'échelle  $\Delta$  dépend du nombre de Reynolds. A grand nombre de Reynolds, l'accélération résolue par le maillage peut être sensiblement plus faible que l'accélération non-résolue.

Afin de prendre en compte l'accélération non-résolue et ainsi reproduire l'intermittence dans les simulations à grandes échelles des écoulements de paroi, on se base sur

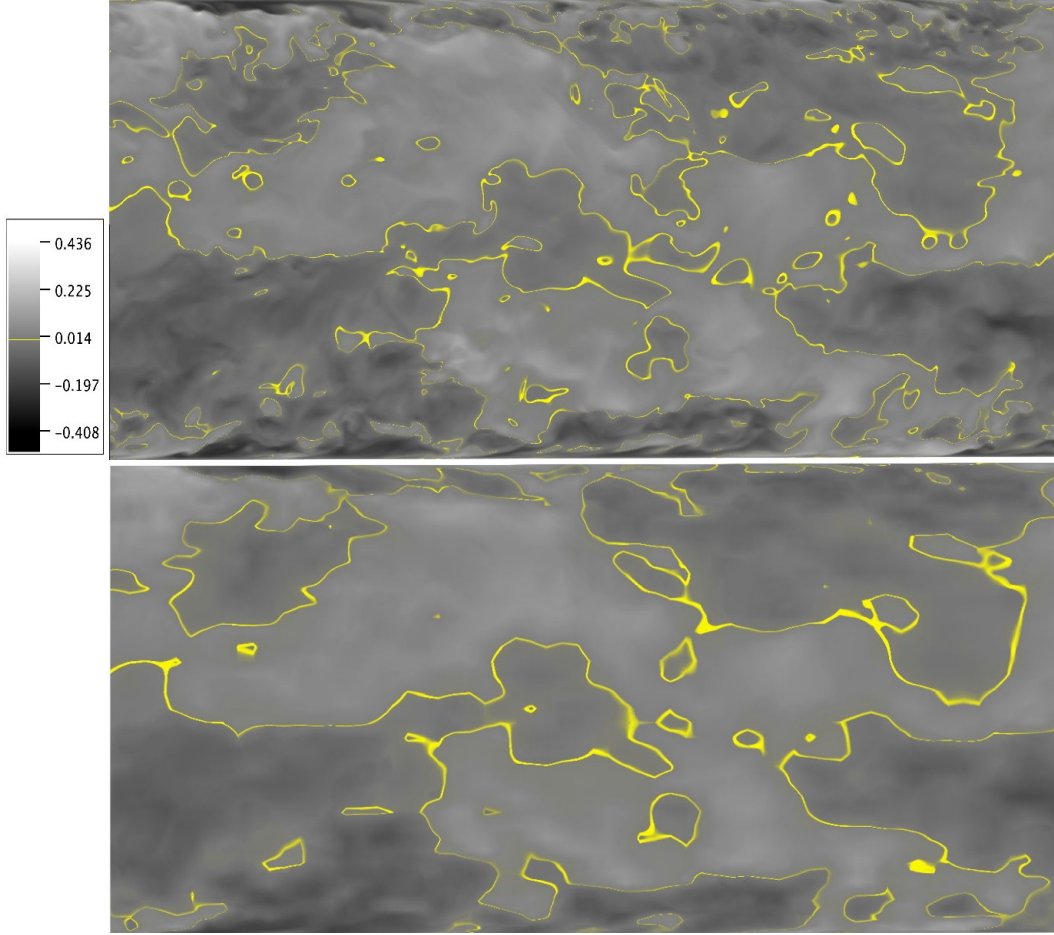


FIG. 1.6: Champ des fluctuations de la vitesse longitudinale normalisée par  $u_c$  dans le plan  $xy$  pour  $Re_+ = 1000$ . (a) Sans filtrage (DNS). (b) Les plus petites échelles ont été filtrées. Les zones de fortes vitesses ( $u' > 0$ ) sont séparées des zones de faibles vitesses ( $u' < 0$ ) par la ligne jaune représentant les isovalues  $u' = 0$ . Visualisations obtenues à partir de nos DNS.

l'approche LES-SSAM introduite par Sabelnikov, Chtab et Gorokhovski [139, 140]. Au lieu de s'intéresser à la décomposition du champ de vitesse en échelles résolues  $\bar{u}$  et échelles de sous maille  $u'$  comme il est classiquement fait en LES [142], on considère que l'accélération totale instantanée peut être représentée comme la somme de deux contributions :

$$a_i = \bar{a}_i + a'_i$$

La première partie ( $\bar{a}_i$ ) est associée à l'accélération totale filtrée spatialement :

$$\bar{a}_i = \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_k u_i}}{\partial x_k}$$

que l'on suppose équivalente au filtrage spatial des équations de Navier-Stokes. La seconde partie ( $a'_i$ ) représente l'accélération totale du champ résiduel et est considérée comme une variable stochastique bâtie en cohérence avec la physique. Ces deux parties sont implicitement couplées en imposant la continuité de l'écoulement. La résolution de ce système permet d'obtenir un champ modèle pouvant être considéré comme une approximation du champ non filtré.

## 1.4 Plan du mémoire

La première partie est consacrée à l'étude, par DNS, de l'accélération dans l'écoulement de canal. Dans cet écoulement, l'accélération est une variable fortement intermittente. On s'intéresse premièrement à l'influence du nombre de Reynolds sur les statistiques de la norme de l'accélération, ainsi qu'à la relation avec les structures cohérentes de l'écoulement. Ensuite, une partie de ce chapitre est consacrée à l'orientation de l'accélération. On montre qu'en proche paroi, l'orientation est très fortement anisotrope, alors que lorsque la distance à la paroi augmente, l'orientation devient quasiment isotrope. On étudie également les statistiques de l'orientation conditionnées à la norme de l'accélération. Ceci permettant de mettre en évidence que suffisamment loin des parois l'orientation et la norme deviennent statistiquement indépendantes. Dans la fin de ce premier chapitre, on cherche à mettre en évidence des corrélations à longue portée pour l'accélération, signe d'interactions entre échelles très différentes à travers le canal.

Dans la partie suivante, des modèles stochastiques pour l'accélération dans l'écoulement de canal sont introduits. La question posée dans cette partie est de savoir si malgré le nombre important de structures différentes en interaction, il est possible de proposer des modèles simples permettant de reproduire les statistiques observées par DNS. Ainsi, ces modèles stochastiques sont bâtis en cohérence avec les observations statistiques faites dans la partie précédente. Le point de départ de cette modélisation est de considérer que l'orientation et la norme de l'accélération sont deux processus aléatoires et indépendants. Les modèles pour la norme sont basés sur des processus multiplicatifs évoluant avec la distance à la paroi. Les modèles pour l'orientation de l'accélération s'appuient sur l'évolution d'une marche aléatoire sur une sphère, représentant toutes les possibilités pour le vecteur unitaire d'orientation.

Dans une troisième partie, on montre que ces modèles stochastiques couplés aux simulations des grandes échelles permettent d'améliorer significativement les résultats obtenus avec les simulations turbulentes sous-résolues (où la taille du maillage est bien supérieure aux plus petites échelles de l'écoulement). Le couplage de nos modèles stochastiques avec la simulation des grandes échelles est fait dans le cadre de l'approche LES-SSAM introduite par Sabelnikov et al. [139, 140]. Premièrement, les approches LES puis LES-SSAM sont présentées. Puis, on compare les statistiques issues de la LES-SSAM, la LES et la DNS. Les confrontations de la vitesse, de l'accélération ou des bilans d'énergie nous permettent de conclure que la prise en compte de l'accélération du champ non résolu permet d'améliorer notablement les simulations des grandes échelles.

Dans la dernière partie, on s'intéresse aux particules inertielles dans l'écoulement de canal. On étudie premièrement, par DNS, le comportement intermittent des particules inertielles pour cet écoulement. Les influences des collisions des particules avec la paroi ainsi que de leur concentration préférentielle résultant des effets d'inertie et de la présence de structures cohérentes sont analysées. Dans un second temps, on montre que l'amélioration de l'estimation de la phase porteuse par la méthode LES-SSAM, permet également d'améliorer de façon significative l'estimation des statistiques de la phase dispersée. Ceci nous mène à conclure qu'une meilleure prise en compte de l'intermittence des écoulements à grand nombre de Reynolds peut s'avérer bénéfique pour la simulation des phénomènes intimement liés aux petites échelles comme la combustion ou les écoulements diphasiques.

---

Le travail présenté ici a conduit à plusieurs publications. Un article présentant quelques résultats de la LES-SSAM pour l'écoulement de canal a été publié dans *Journal of Turbulence* [182]. La publication des résultats de nos simulations numériques des statistiques de l'accélération des particules est en cours de considération. Par ailleurs, ce travail a été présenté à plusieurs reprises lors de conférences et a été publié sous la forme d'acte de congrès [55, 179, 180, 181, 183].



## 2 Etude statistique de l'accélération dans un canal par DNS

L'accélération des particules fluides (ou dérivée matérielle)

$$a_i = \frac{Du_i}{Dt} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.1)$$

en tant que résultante des forces sur le volume infinitésimal, est un paramètre clé de la dynamique de l'écoulement et est également intimement liée à l'intermittence interne des écoulements turbulents [172]. Son étude a permis des avancées importantes pour la compréhension physique de ces phénomènes et leur modélisation.

L'accélération a été étudiée de façon intensive pour la turbulence homogène et isotrope (THI), aussi bien d'un point de vue expérimental [171, 172, 166, 145, 114, 176], numérique [165, 145, 178] ou de modélisation [112, 126, 145, 95]. Cependant, l'accélération a été assez peu étudiée pour les écoulements dans un canal, bien que ce soit un écoulement très étudié. Lee et Choi en 2004 [100, 35] ont étudié l'accélération dans le canal à l'aide simulations numériques directes à  $Re_+ = 180$ , Toschi et al. [21, 161, 29] ont étudié l'intermittence dans l'écoulement de canal à travers les fonctions de structure de la vitesse, également par DNS à  $Re_+ = 160$ . On peut aussi remarquer le travail expérimental de Onorato et al. [122] et numérique de Xu et al. [175] qui a permis de relier l'intermittence des statistiques aux structures cohérentes typiquement rencontrées dans les écoulements de paroi.

Dans ce chapitre, on étudie par Simulation Numérique Directe (DNS) les propriétés statistiques du champ eulérien d'accélération dans l'écoulement turbulent en canal. Les DNS de cet écoulement ont été réalisées pour trois nombres de Reynolds différents :  $Re_+ = 180, 590$  et  $1000$ . Les détails sur la DNS sont donnés dans la section 4.3.1.

Afin d'illustrer la complexité du champ d'accélération en proche paroi on présente des visualisations des isosurfaces de l'accélération sur les figures 2.1, 2.2 et 2.3. On constate que pour les trois composantes, il y a alternance entre des valeurs négatives de l'accélération et des valeurs positives traduisant la présence de structures tourbillonnaires, dont l'axe de rotation semble quasiment aligné avec la direction principale de l'écoulement (« quasi streamwise vortex »). On remarque également, dans la région de très proche paroi, pour la composante longitudinale exclusivement (figure 2.1b), des poches allongées dans la direction de l'écoulement, où l'accélération est très négative uniquement (sans présence de forte accélération positive).

Afin de rendre plus explicite, le lien entre structures cohérentes en proche paroi et l'accélération, on compare sur la figure 2.4 la norme de l'accélération et les lignes de

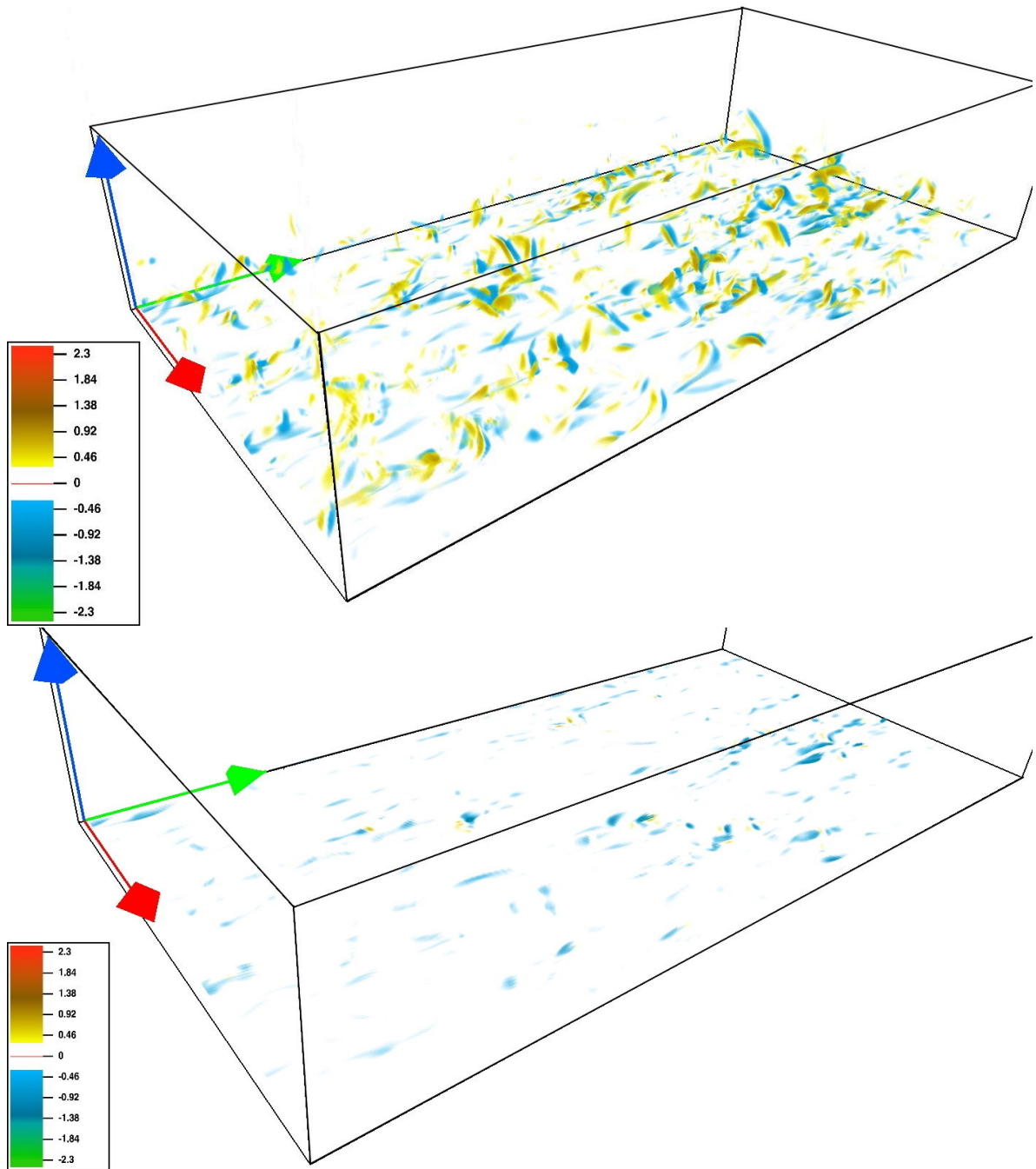


FIG. 2.1: Visualisation de la composante longitudinale de l'accélération (normalisées par  $a_* = u_*^3/\nu$ ). (a) les structures pour  $|a_x^+| \geq 0.35$  (b) uniquement pour  $y^+ < 5$ ; à  $Re_+ = 590$ . Des animations montrant l'évolution temporelle de ces visualisations sont téléchargeables sur le site <http://lmfa.ec-lyon.fr/?name=Remi.Zamansky>.

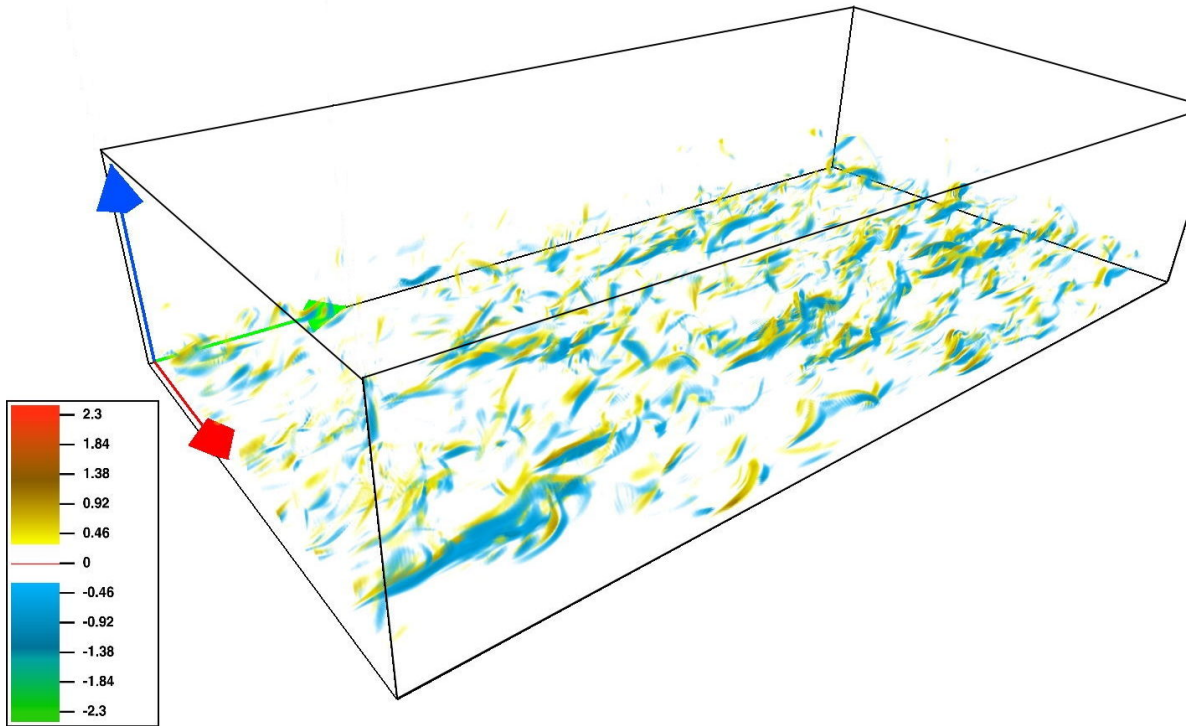


FIG. 2.2: Visualisation de la composante normale de l'accélération (normalisées par  $a_* = u_*^3/\nu$ ). Les structures pour  $|a_y^+| \geq 0.35$  à  $Re_+ = 590$ . Une animation montrant l'évolution temporelle de cette visualisation est téléchargeable sur le site <http://lmfa.ec-lyon.fr/?name=Remi.Zamansky>

courant instantanées. On peut voir qu'il y a une forte corrélation entre la présence de structures tourbillonnaires (mises en évidence par l'enroulement des lignes de courant les unes sur les autres) et les événements présentant une très forte accélération. On a ainsi une illustration de l'intermittence de l'écoulement due à l'alternance des structures cohérentes en proche paroi.

Le champ de l'accélération totale s'avère très complexe, ainsi, dans ce chapitre on cherche à comprendre comment les statistiques de ce champ dépendent de la distance de la paroi et du nombre de Reynolds.

La première partie de ce chapitre est consacrée à l'étude des statistiques de la norme de l'accélération. On présentera des lois d'échelle pour la norme de l'accélération et l'on étudiera comment ces lois d'échelle peuvent être liées à l'intermittence de l'écoulement.

Dans une seconde partie, on s'intéressera aux statistiques du vecteur d'orientation de l'accélération. On montrera que l'on peut considérer que l'accélération se relaxe vers l'isotropie à mesure que la distance à la paroi augmente et que, suffisamment loin des parois, la norme et l'orientation de l'accélération semblent être statistiquement indépendantes.

La dernière partie de ce chapitre est dédiée à l'analyse des corrélations du champ d'accélération. On étudiera les corrélations spatiales et l'on mettra en évidence qu'en proche paroi, la viscosité influence directement les statistiques et les structures de l'ac-



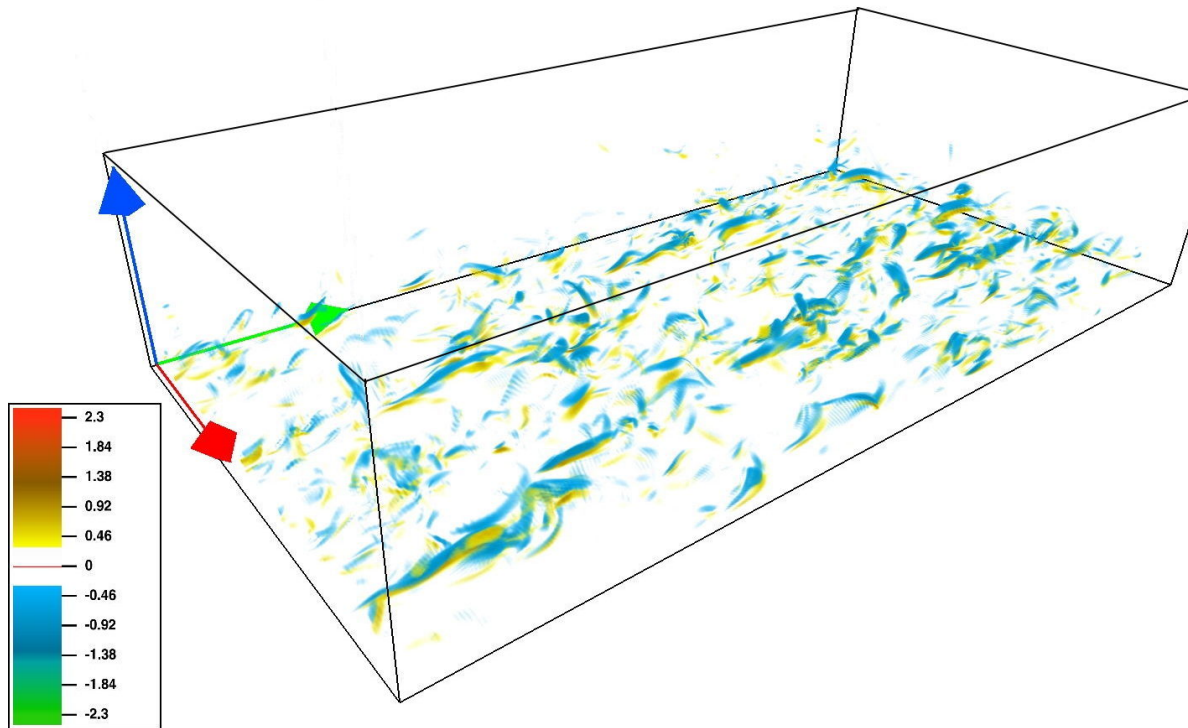


FIG. 2.3: Visualisation de la composante normale de l'accélération (normalisées par  $a_* = u_*^3/\nu$ ). Les structures pour  $|a_z^+| \geq 0.35$  à  $Re_+ = 590$ . Une animation montrant l'évolution temporelle de cette visualisation est téléchargeable sur le site <http://lmfa.ec-lyon.fr/?name=Remi.Zamansky>

célération. On s'intéresse également aux corrélations de l'accélération le long des trajectoires des particules fluides et notamment à la différence de comportement entre la corrélation pour la norme ou pour les composantes.

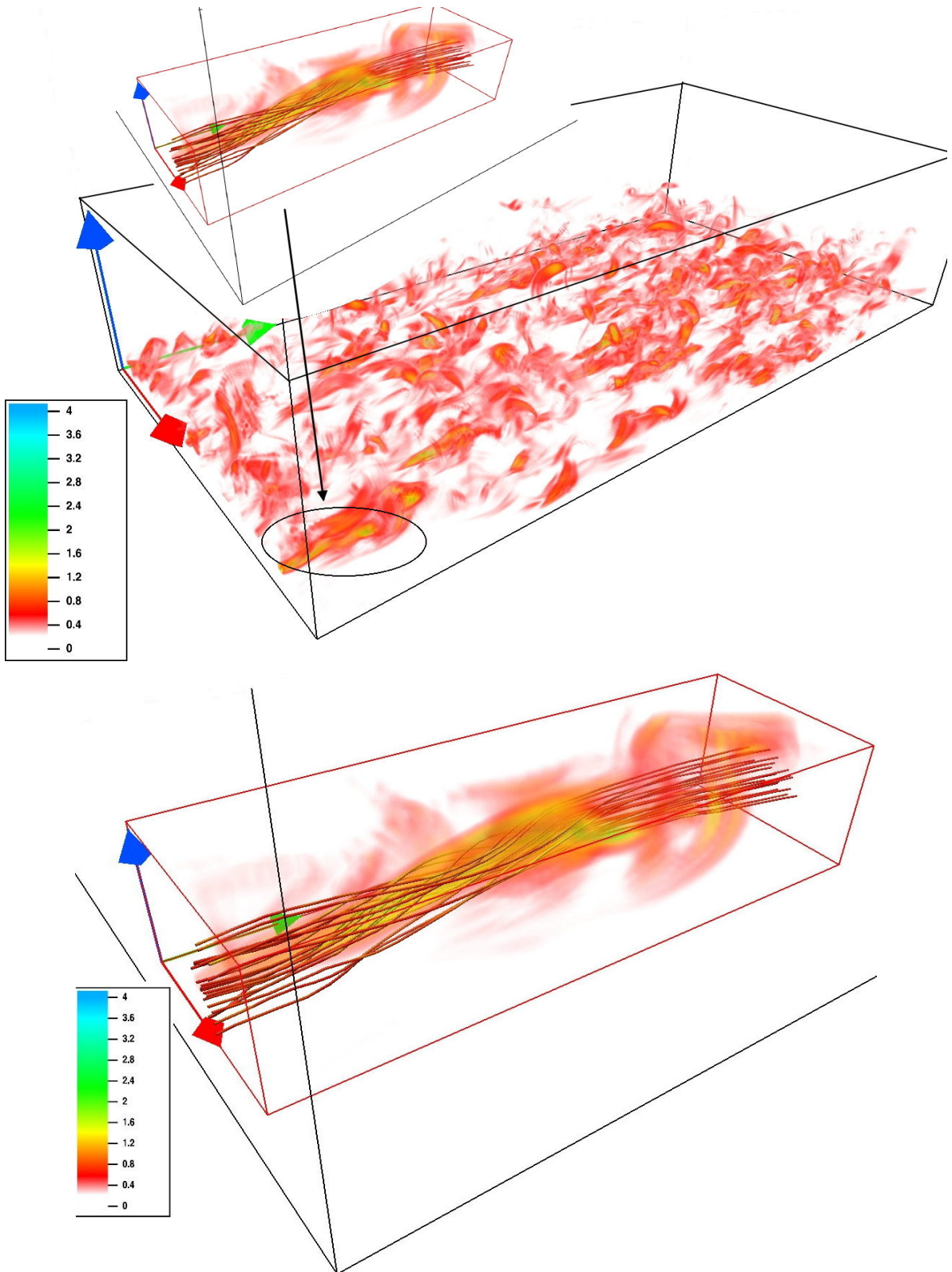


FIG. 2.4: Visualisation de la norme de l'accélération (normalisée par  $a_* = u_*^3/\nu$ ) pour  $|a^+| \geq 0.35$  (a), et comparaison avec les lignes de courant instantanées de l'écoulement colorées par l'ensrophie (b), à  $Re_+ = 590$ . Une animation de cette visualisation est téléchargeable sur le site <http://lmfa.ec-lyon.fr/?name=Remi.Zamansky>

## 2.1 Norme, intermittence et lois d'échelles obtenues par DNS

### 2.1.1 Statistique de la norme

On s'intéresse dans un premier temps aux statistiques en un point pour la norme de l'accélération ( $|a| = (a_i a_i)^{1/2}$ ), dans le canal. On s'attend à ce que ces grandeurs statistiques soient uniquement dépendantes du nombre de Reynolds et de la distance à la paroi. Sur la Figure 2.5, on présente, pour trois nombres de Reynolds, l'évolution de la norme de l'accélération normalisée par  $a_* = u_*^3/\nu$  en fonction de  $y^+$ , pour sa valeur moyenne (Figure 2.5a) ainsi que le rapport entre l'écart type et la moyenne (Figure 2.5b).

Du fait de la condition de non-glissement à la paroi, l'accélération est nulle à la paroi (et donc sa norme également). On constate que la norme présente un maximum autour de  $y^+ = 30$ , la position de ce pic ne semblant que très faiblement dépendante du nombre de Reynolds. La dépendance avec le nombre de Reynolds sera étudiée plus en détail dans le paragraphe suivant. Au delà de  $y^+ = 30$ , la norme de l'accélération diminue régulièrement.

Concernant l'évolution de la variance de la norme de l'accélération, on remarque sur la figure 2.5b que l'écart type de la norme est du même ordre que sa moyenne. Leur rapport est d'autant plus proche de 1 que le nombre de Reynolds est grand et que la paroi est loin. Autrement dit, les fluctuations sont du même ordre de grandeur que la moyenne :

$$\langle |a|'^2 \rangle^{1/2} \sim \langle |a| \rangle \quad (2.2)$$

Les fonctions de densité de probabilité (PDF) de l'amplitude de l'accélération pour trois nombres de Reynolds et pour plusieurs distances de la paroi très différentes sont présentées sur la figure 2.6. Ces courbes obtenues par DNS sont comparées à la distribution lognormale de paramètres  $\mu$  et  $\sigma^2$  :

$$\mathcal{LN}(x, \mu, \sigma^2) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.3)$$

Les deux paramètres ( $\mu$  et  $\sigma^2$ ) de la loi lognormale peuvent être choisis à partir des résultats présentés sur la figure 2.5. Si on suppose, en première approximation, que l'écart type de la norme de l'accélération est identique à sa moyenne (voir figure 2.5b), alors, connaissant l'expression du moment d'ordre  $k$  d'une variable lognormale :  $m_k = \exp(k\mu + k^2\sigma^2/2)$ , on en déduit que la seule valeur possible pour  $\sigma^2$  est :

$$\sigma^2 = \ln 2 \quad (2.4)$$

Sur la figure 2.6, la norme est normalisée par la valeur de son écart type, pour comparer on veut une variance unité pour la distribution lognormale il est alors nécessaire de choisir :

$$\mu = -\sigma^2/2 = -\ln 2/2 \quad (2.5)$$

Pour les trois nombres de Reynolds étudiés et quelle que soit la distance à la paroi, la comparaison avec la loi lognormale est très bonne jusqu'à des valeurs de 25 écarts-types. Il faut remarquer que pour  $Re_+ = 180$  la distribution semble décroître plus rapidement

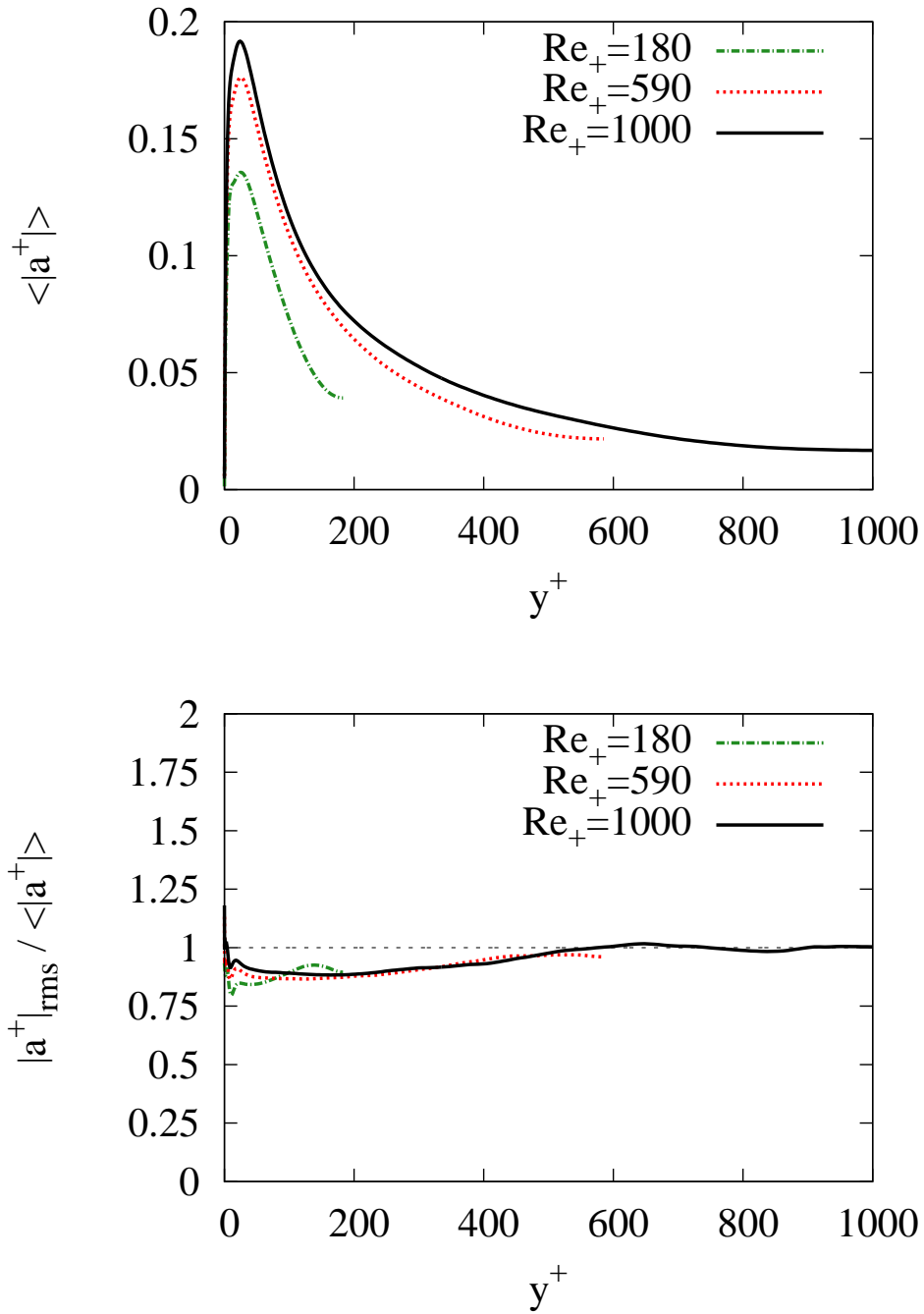


FIG. 2.5: Profil de la moyenne de la norme de l'accélération (a) et rapport entre l'écart type et la moyenne pour la norme de l'accélération (b). Pour trois nombre de Reynolds :  $Re_+ = 180, 590$  et  $1000$ .

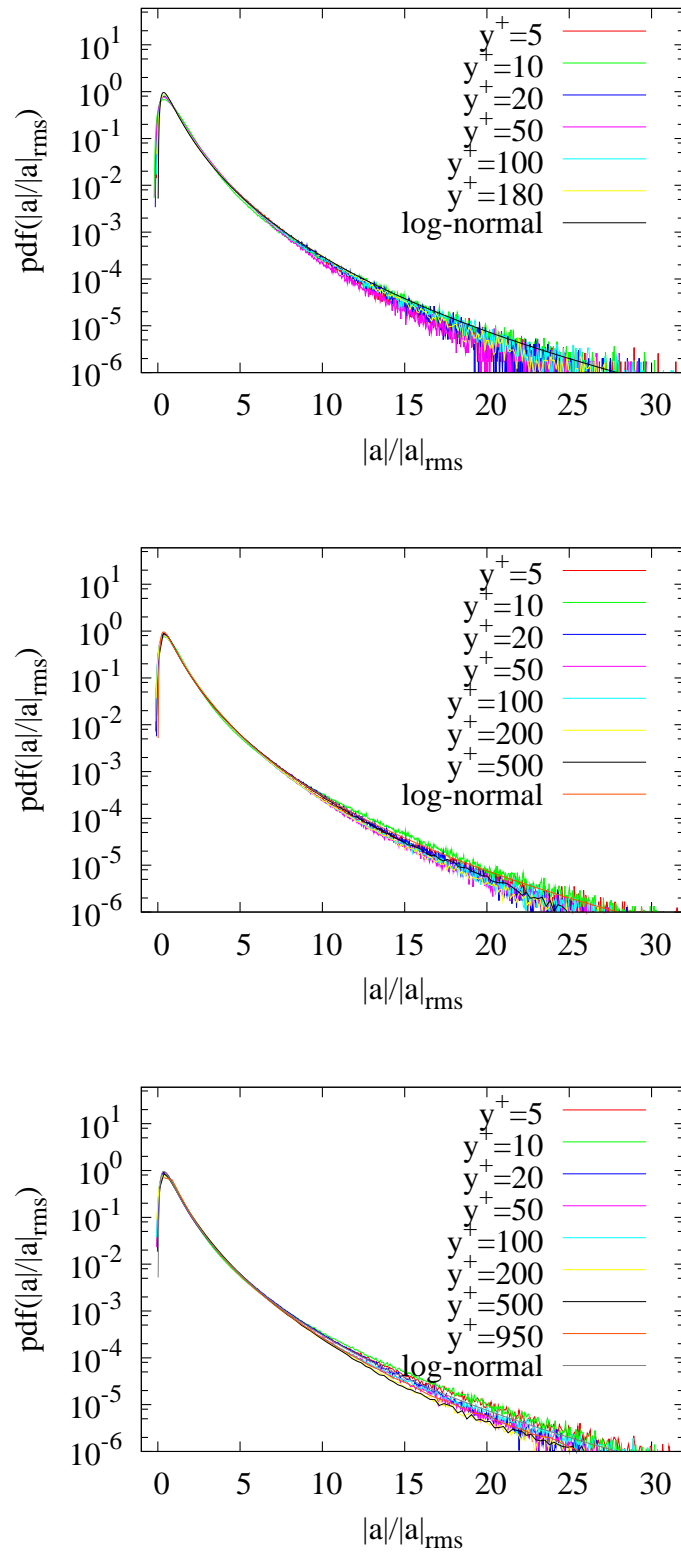


FIG. 2.6: Distribution de la norme de l'accélération pour  $Re_+ = 180$  (a) 590 (b) et 1000 (c) et pour différentes distances de la paroi. Comparaison avec une distribution lognormale de paramètres :  $\mu = -\sigma^2/2$  et  $\sigma^2 = \ln(2)$ .

que pour les deux autres nombres de Reynolds. Les écarts avec la loi lognormale survenant pour les grandes amplitudes de l'accélération sont certainement dus aux faibles échantillons statistiques des événements de très fortes intensités [114], ainsi qu'au fait que l'égalité entre moyenne et écart type pour la norme n'est qu'approximatif. Des distributions lognormales pour la norme de l'accélération avaient déjà été observées aussi bien numériquement, qu'expérimentalement pour des écoulements homogènes et isotropes [178, 136, 114], mais, c'est, à notre connaissance, la première fois qu'il est fait état de la lognormalité de la distribution de l'amplitude de l'accélération dans le canal (écoulement ni homogène ni isotrope) ainsi que de son invariance avec le nombre de Reynolds et la distance à la paroi. Cette constatation impose que la flatness de la norme de l'accélération soit constante. Ceci a été rapporté par Lee et al [100] et est confirmé par nos DNS, la valeur trouvée étant autour de 25.

On peut remarquer, que la lognormalité de la norme de l'accélération est consistante avec les hypothèses de Kolmogorov et Oboukhov de 1962 [86, 112, 120] sur la lognormalité du taux de dissipation de l'énergie cinétique  $\varepsilon$ . Puisque leur théorie conduit à :  $\langle a_i a_j | \varepsilon \rangle = \text{const } \varepsilon^{3/2} \nu^{-1/2} \delta_{ij}$  où  $\langle | \varepsilon \rangle$  désigne la moyenne conditionnelle et  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecker.

### 2.1.2 Loi d'échelle pour l'accélération

Dans ce paragraphe, on s'intéresse à la dépendance de la norme de l'accélération avec le nombre de Reynolds. En THI, l'intermittence interne se manifeste par une dépendance avec le nombre de Reynolds du rapport entre la norme de l'accélération totale et l'accélération de Kolmogorov  $a_\eta = \bar{\varepsilon}^{3/4} \nu^{-1/4}$ . La dépendance avec le nombre de Reynolds est souvent appelée « scaling anormal », le terme « anormal » désignant le fait que, contrairement à l'hypothèse de Kolmogorov et d'Oboukhov de 1941 [88, 87, 112, 119], ce rapport ne semble pas être une fonction universelle (indépendante du nombre de Reynolds).

Différentes lois d'échelle pour l'accélération ont été proposées pour les écoulements THI [171, 58, 166, 165, 63, 145, 178]. En particulier, Vedula et Yeung [166] suggèrent, à partir de simulations numériques directes, qu'à bas nombre de Reynolds ce rapport se comporte comme :  $\langle |a|^2 \rangle / a_\eta^2 \propto Re_\lambda^{1/2}$ , où  $Re_\lambda$  est le nombre de Reynolds basée sur la micro échelle de Taylor  $\lambda$ . Cependant, cette loi d'échelle n'est valable que pour une gamme limitée de nombres de Reynolds [178]. Pour les grands nombres de Reynolds, Sawford et al. [145] utilisent les hypothèses de Kolmogorov et d'Oboukhov de 1962 et le modèle lognormal pour les fluctuations de la dissipation [86, 120, 112] afin d'obtenir :

$$\frac{\langle |a|^2 \rangle}{a_\eta^2} \propto Re_\lambda^{0.14} \quad (2.6)$$

Si les fluctuations de  $\varepsilon$  ne sont plus considérées comme lognormales, mais sont estimées à partir du modèle multifractal proposé par Borgas [23], Sawford et al. obtiennent [145] une loi d'échelle ayant un exposant très proche :  $\langle |a|^2 \rangle / a_\eta^2 \propto Re_\lambda^{0.135}$ . Par ailleurs, Yeung et al. [178] montrent que les données issues d'expériences ou de DNS sont bien approchées par deux formules données dans Sawford et al. [145] :

$$\frac{\langle |a|^2 \rangle}{a_\eta^2} \sim \frac{5}{1 + 110/Re_\lambda} \quad (2.7)$$

$$\frac{\langle |a|^2 \rangle}{a_\eta^2} \sim \frac{1.9 Re_\lambda^{0.135}}{1 + 88/Re_\lambda^{1.135}} \quad (2.8)$$

La relation 2.7 tend vers une valeur limite de 5 à grand nombre de Reynolds et ne tient donc pas compte de l'intermittence. La seconde relation (2.8) approche la loi de puissance d'exposant 0.135 suggérée dans [23], à grand nombre de Reynolds. Les formules 2.7 et 2.8 sont dérivées à partir de la relation reliant la variance du gradient de pression à la fonction de corrélation d'ordre quatre pour la vitesse [18]. Il faut remarquer que ces deux formules, dont les coefficients ont été obtenus à partir de la DNS, sont quasiment indiscernables jusqu'à  $Re_\lambda \sim 1000$ . Enfin, nous remarquons que la loi  $\ln Re_\lambda$  a une pente extrêmement proche de loi de puissance d'exposant 0.135 (ou 0.14), pour  $100 < Re_\lambda < 10000$ . Ainsi, comme Yeung et al. [178], on peut donc imaginer que le rapport de la moyenne de la norme l'accélération à l'accélération de Kolmogorov se comporte comme :

$$\frac{\langle |a|^2 \rangle}{a_\eta^2} \propto \ln Re_\lambda \quad (2.9)$$

Au moins jusqu'à des nombres de Reynolds de l'ordre de  $Re_\lambda \sim 1000$ . Toutes ces lois d'échelles pour l'accélération sont comparées sur la figure 2.7.

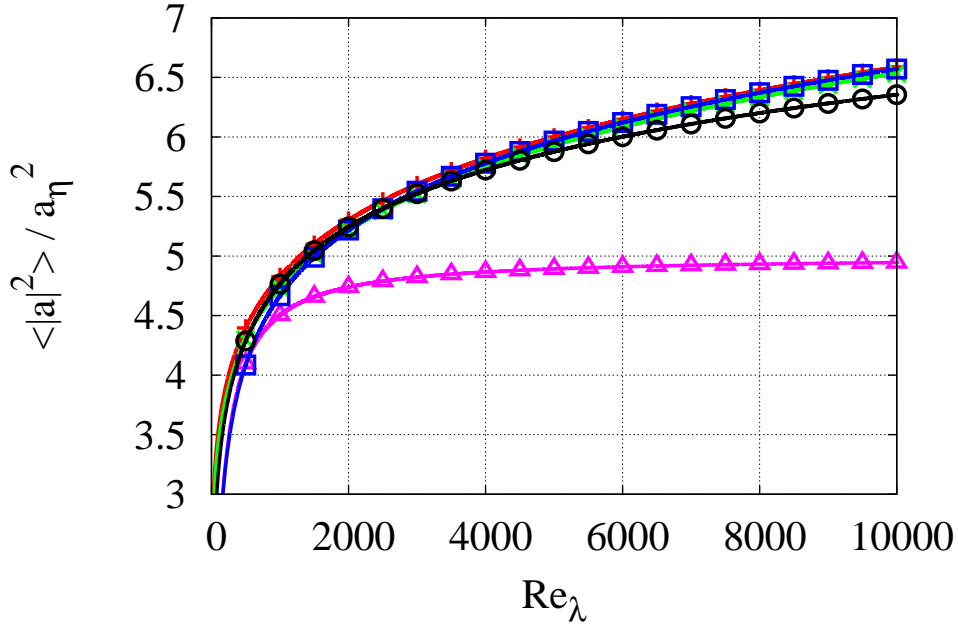


FIG. 2.7: THI : Comparaison des différentes loi d'échelle pour l'accélération en THI.  
 + :  $\langle |a|^2 \rangle / a_\eta^2 = 1.9 Re_\lambda^{0.135}$ ; x :  $\langle |a|^2 \rangle / a_\eta^2 = 1.8 Re_\lambda^{0.14}$ ;  $\Delta$  :  $\langle |a|^2 \rangle / a_\eta^2 = 5 / (1 + 110 / Re_\lambda)$ ;  
 $\square$  :  $\langle |a|^2 \rangle / a_\eta^2 = 1.9 Re_\lambda^{0.135} / (1 + 88 / Re_\lambda^{1.135})$ ;  $\circ$  :  $0.7 \ln Re_\lambda$ .

Dans le paragraphe suivant, on propose une loi d'échelle pour l'accélération dans l'écoulement en canal. Puisque notre loi d'échelle est inspirée du profil de vitesse moyenne suggéré par Barenblatt [8], la loi d'échelle de Barenblatt, ainsi que les hypothèses associées, sont premièrement rappelées.

### Analyse de lois d'échelle pour la vitesse et comparaison avec la DNS

L'une des lois les plus connues de la turbulence développée en présence de parois est le profil de vitesse logarithmique de Kármán Prandtl. Cette loi est basée sur l'hypothèse que suffisamment loin des parois, le profil de la vitesse moyenne devient indépendant de la viscosité. Dans ce paragraphe, on présente le travail de Barenblatt et al. [8, 14, 13, 10] qui, partant des mêmes constatations dimensionnelles que Von Kármán et Prandtl, obtiennent un profil pour la vitesse moyenne différent, en ne considérant plus la viscosité comme négligeable, tenant compte ainsi de l'intermittence dans le canal.

Le gradient de la vitesse moyenne  $\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}$  dans le canal (ou dans une conduite) dépend de la distance à la paroi  $y$ , de la hauteur du canal  $h$ , de la contrainte de cisaillement à la paroi  $\tau_w$ , de la viscosité cinématique  $\nu$  et de la masse volumique  $\rho$  du fluide :

$$\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} = f(y, h, \nu, \rho, \tau_w) \quad (2.10)$$

Landau et Lifshitz [96], s'intéressent au gradient, plutôt qu'à la vitesse moyenne directement, car la valeur de la vitesse, quelle que soit la distance  $y$ , dépend de l'écoulement en proche paroi, où les effets de la viscosité ne peuvent en aucun cas être négligés. Par analyse dimensionnelle, on peut former les nombres sans dimension,  $y^+$  et  $Re_+$ , et obtenir la relation suivante pour le gradient de vitesse moyen :

$$\frac{\partial \langle u^+ \rangle}{\partial y^+} = \frac{1}{y^+} \Pi(y^+, Re_+) \quad (2.11)$$

où  $\Pi$  est une fonction sans dimension universelle.

L'hypothèse faite par Von Kármán est de considérer que la viscosité n'influence plus le gradient de vitesse, pour un nombre de Reynolds très important, et des distances à la paroi grandes devant l'échelle de longueur visqueuse ( $y^+ \gg 1$ ). Ainsi, puisque la viscosité intervient dans les deux paramètres sans dimension :  $y^+$  et  $Re_+$ , il est alors naturel de supposer que la fonction  $\Pi$  ne dépend plus de ses paramètres, lorsque ceux-ci prennent de grandes valeurs, et peut être remplacée par sa valeur limite :  $\Pi(y^+ \rightarrow \infty, Re \rightarrow \infty) = 1/\kappa$ . Remplaçant cette expression dans l'équation 2.11, on obtient :

$$\frac{\partial \langle u^+ \rangle}{\partial y^+} = \frac{1}{\kappa y^+} \quad (2.12)$$

ce qui après intégration donne la loi universelle logarithmique de Kármán Prandtl :

$$\langle u^+ \rangle = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B \quad (2.13)$$

où  $\kappa \approx 0.41$  est la constante de Von Kármán

L'hypothèse d'indépendance de la vitesse avec la viscosité signifie qu'il y a une similitude complète avec  $y^+$  et  $Re_+$  [10].

Barenblatt et al. [8, 14, 13, 10], partant de la même relation sans dimension (équation 2.11), font une hypothèse différente de celle de Von Kármán. Ils font l'hypothèse que l'influence de la viscosité persiste dans tout l'écoulement, quel que soit le nombre de Reynolds, mais que la viscosité n'intervient qu'en combinaison des autres paramètres



contrôlant l'écoulement. Cette hypothèse consiste à supposer qu'il y a similitude incomplète entre le gradient de la vitesse moyenne et le paramètre  $y^+$ , lorsque  $y^+$  est suffisamment grand, et qu'il n'y a aucune similitude avec le nombre de Reynolds [10]. On parle de similitude incomplète (ou du deuxième type), lorsque la limite  $\Pi(y^+ \rightarrow \infty, Re)$  n'est pas bien définie mais qu'il existe des nombres réels  $\alpha$  et  $\alpha'$  tel que la limite suivante soit bien définie (c'est-à-dire tend vers une valeur finie  $k$ ) [10, 52] :

$$\lim_{y^+ \rightarrow \infty} \frac{y^+}{(y^+)^\alpha} \frac{\partial \langle u^+ \rangle}{\partial y^+} = \lim_{y^+ \rightarrow \infty} \frac{1}{(y^+)^\alpha} \Pi \left( y^+, \frac{Re}{(y^+)^{\alpha'}} \right) = k \quad (2.14)$$

D'un point de vue pratique, cela signifie que, pour des nombres de Reynolds très importants et suffisamment loin de la paroi, la fonction  $\Pi$  (dans l'équation 2.11) doit être considérée comme une fonction de puissance de  $y^+$  :

$$\Pi(y^+, Re) = A(Re) (y^+)^{\alpha(Re)} \quad (2.15)$$

où  $A(Re)$  et  $\alpha(Re)$  sont des fonctions inconnues du nombre de Reynolds. Il faut remarquer que si  $A$  est constant et  $\alpha = 0$  on retrouve l'équation 2.13

La seconde hypothèse de Barenblatt, repose sur le principe de viscosité évanescence (« vanishing viscosity ») [10] : le gradient de la vitesse garde une valeur finie lorsque la viscosité tend vers 0. En accord avec ce principe, il est possible de développer  $A(Re)$  et  $\alpha(Re)$  en série d'un paramètre  $\xi$  tendant vers 0 lorsque  $Re \rightarrow \infty$  et de ne retenir que les deux premiers termes :  $A(Re) = A_0 + A_1 \xi$  et  $\alpha(Re) = \alpha_0 + \alpha_1 \xi$ . Les constantes  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $\alpha_0$  et  $\alpha_1$  sont *a priori* universelles. Quand la viscosité tend vers 0, une limite bien définie pour  $\Pi$  n'existe que si  $\alpha_0 = 0$ . Ainsi, l'équation 2.11 devient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle u^+ \rangle}{\partial y^+} &= \frac{1}{y^+} (A_0 + A_1 \xi) (y^+)^{\alpha_1 \xi} \\ &= \frac{1}{y^+} (A_0 + A_1 \xi) \exp \left( \alpha_1 \xi \ln Re_+ + \alpha_1 \xi \ln \frac{y}{h} \right) \end{aligned} \quad (2.16)$$

La relation précédente montre que si  $\xi$  tend vers 0 plus vite que  $(\ln Re)^{-1}$  alors l'exponentielle tend vers 0 et on se retrouve dans le cas d'une similitude complète. Si  $\xi$  tend vers 0 plus lentement que  $\ln Re$ , alors le gradient tend vers l'infini quand la viscosité tend vers 0 ce qui est en contradiction avec l'hypothèse de viscosité évanescence. On en déduit que le seul choix compatible avec les hypothèses est :  $\xi = (\ln Re)^{-1}$ . L'équation 2.16 devient donc après intégration :

$$\langle u^+ \rangle = (C_0 \ln Re + C_1) (y^+)^{\alpha_1 / \ln Re} \quad (2.17)$$

en utilisant la condition :  $\langle u^+ \rangle(y = 0) = 0$ . Cette hypothèse ne découle pas de la condition de non-glissement à la paroi, car la relation 2.17, n'est valable que loin de la sous-couche visqueuse [96].

Le fait que le nombre de Reynolds n'apparaisse que comme argument de la fonction logarithmique permet une certaine souplesse dans sa définition. Ainsi, quelle que soit la définition du nombre de Reynolds choisie, l'équation 2.17 restera identique, seule la valeur des constantes  $C_0$ ,  $C_1$  et  $\alpha_1$  variera.

Ces constantes ont été déterminées par Barenblatt et Prostokishin [16] à partir de mesures expérimentales réalisées dans une conduite cylindrique. Dans leur étude, le

nombre de Reynolds utilisé est défini à partir de la vitesse débitante :  $Re_d = \frac{2u_d h}{\nu}$  où  $u_d$  est le débit moyen divisé par la section de la conduite. La valeur des constantes trouvées est :

$$\begin{aligned} Re &= Re_d & (2.18) \\ \alpha_1 &= \frac{3}{2} \\ C_0 &\approx 0.578 \approx \frac{1}{\sqrt{3}} \quad , \quad C_1 \approx 2.50 \approx \frac{5}{2} \end{aligned}$$

Pour obtenir ces coefficients dans le cas de l'écoulement en canal, on a appliqué le même traitement statistique que [16] aux profils de la vitesse moyenne obtenus par les DNS de Moser et al. [116], Jiménez et al. [65], ainsi que nos propres calculs DNS (voir l'annexe A.1). On remarque que si la définition adoptée pour le nombre de Reynolds se base sur la vitesse au centre du canal, les valeurs des constantes obtenues ne diffèrent que de façon infime de celles trouvées par Barenblatt. Ceci s'explique, d'une part, par le fait que la loi 2.17 doit être valable pour tous les écoulements de paroi (qu'il s'agisse d'un canal ou d'une conduite) et d'autre part, par le fait que le nombre de Reynolds n'intervient qu'au travers du logarithme, or en turbulence développée la vitesse débitante est relativement proche de la vitesse moyenne à l'axe et donc les logarithmes de ces deux nombres sont très proches. En revanche, si on choisit d'utiliser le nombre de Reynolds basée sur la vitesse de frottement :  $Re_+$ , les constantes diffèrent évidemment de façon significative. On trouve alors :

$$\begin{aligned} Re &= Re_+ & (2.19) \\ \alpha_1 &= 1 \\ C_0 &\approx 1.0 \quad , \quad C_1 \approx 1.70 \end{aligned}$$

Le détail des calculs de ces constantes est présenté dans l'annexe A.1.

Avec la loi quasi-universelle (équation 2.17) proposée, on s'attend à ce que les courbes dans le plan  $\langle u^+ \rangle, \ln y^+$  soient différentes pour chaque nombre de Reynolds, contrairement à la loi logarithmique (équation 2.13). En revanche, les données obtenues pour différents nombres de Reynolds doivent se superposer dans le plan  $\Psi, \ln y^+$  avec  $\Psi = \frac{\ln Re}{\alpha_1} \ln \left( \frac{U^+}{C_0 \ln Re + C_1} \right)$  et être confondues avec la première bissectrice de ce plan ( $\Psi = \ln y^+$ ). Sur la figure 2.8, on trace les profils de  $\Psi$  en fonction de  $y^+$ , et on constate, que suffisamment loin de la paroi, les courbes ont le comportement attendu. Sur cette même figure, on a représenté, pour comparaison, le profil de vitesse et la loi logarithmique de Kármán Prandtl (équation 2.13). On voit que pour une région intermédiaire de  $y^+$ , l'accord avec le profil de Barenblatt semble meilleur qu'avec la loi logarithmique, mais demande des nombres de Reynolds plus grand pour pouvoir trancher plus clairement.

L'exposant  $(\ln Re)^{-1}$  doit être une propriété générale d'un écoulement turbulent, car basée sur les propriétés fractales des structures turbulentes dissipatives. On peut ainsi remarquer que Castaing et al. [30] ont obtenu un exposant  $(\ln Re_\lambda)^{-1}$  pour la dépendance avec l'échelle du taux de dissipation moyen à l'échelle  $r$  en THI. Cet exposant a également été utilisé pour les lois d'échelle du spectre de vitesse [31]. Gorokhovski [53] trouve de même que l'argument  $\ln Re_\lambda$  peut être obtenu en décrivant l'évolution de

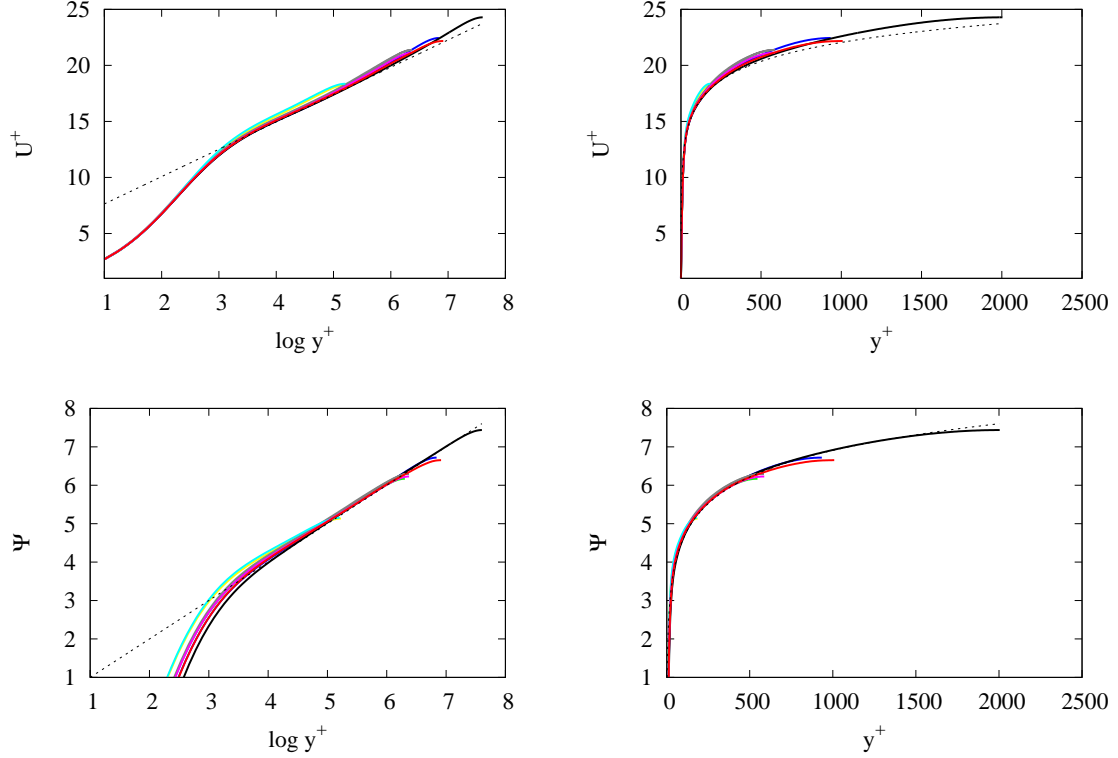


FIG. 2.8: Comparaison des différentes DNS de  $Re_+ = 180$  à 2000 voir tableau A.1. (haut gauche) et (haut droite) : comparaison avec la loi logarithmique de Kármán Prandtl (équation 2.13) avec  $\kappa = 0.41$  et  $B = 5.2$  [132]. (bas gauche) et (bas droite) : Comparaison dans le plan  $\Psi \ln y^+$ , avec la courbe d'équation  $\Psi = \ln y^+$ .

l'incrément de vitesse avec l'échelle  $r$  par une cascade intermittente résultant d'un processus de fragmentation. Il a également été montré que la loi d'échelle pour l'évolution des statistiques des incréments de vitesse à travers les échelles présente une dépendance avec  $\ln Re_\lambda$  [34].

Les structures cohérentes de paroi (« streaks »), où la turbulence et la viscosité agissent conjointement (voir section 2.3), vont influencer l'écoulement dans son ensemble, quel que soit le nombre de Reynolds, générant ainsi l'intermittence de paroi, ce qui est en accord avec l'hypothèse de similitude incomplète.

Ainsi, on remarque la forte analogie entre l'intermittence d'un écoulement de paroi, et l'intermittence interne observée en turbulence libre. Dans ces deux cas, l'action de la viscosité est dominante à petite échelle, ou proche de la paroi, et devient très faible pour des échelles plus importantes, ou des grandes distances de la paroi, mais ne peut être négligée.

### Loi d'échelle pour l'accélération, analyse dimensionnelle et comparaison avec la DNS

Dans ce paragraphe, on cherche à obtenir le profil de l'accélération en canal, pour une région intermédiaire, où la distance à la paroi est à la fois faible devant la hauteur du canal et grande devant l'épaisseur de la sous-couche visqueuse. On va s'inspirer du

raisonnement de Barenblatt présenté plus haut.

On s'intéresse premièrement à l'évolution du rapport entre la norme moyenne de l'accélération et l'accélération de Kolmogorov  $a_\eta = \bar{\varepsilon}^{3/4} \nu^{-1/4}$ . On exprime la moyenne de la norme de l'accélération totale  $\langle |a| \rangle$  et le taux moyen de dissipation de l'énergie cinétique  $\bar{\varepsilon}$  en fonction de la hauteur du canal  $h$ , de la contrainte de cisaillement à la paroi  $\tau_w$ , de la viscosité cinématique  $\nu$ , de la masse volumique  $\rho$ , ainsi que de la distance à la paroi  $y$  :

$$\langle |a| \rangle = f_a(y, h, \nu, \rho, \tau_w) \quad (2.20)$$

$$\bar{\varepsilon} = f_\varepsilon(y, h, \nu, \rho, \tau_w) \quad (2.21)$$

Ainsi, comme pour le profil de la vitesse moyenne, on peut obtenir les relations suivantes par analyse dimensionnelle :

$$\frac{\langle |a| \rangle}{a_*} = \Pi_a(y^+, Re_+) \quad (2.22)$$

et

$$\frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_*} = \Pi_\varepsilon(y^+, Re_+) \quad (2.23)$$

où  $a_* = u_*^3/\nu$  et  $\varepsilon_* = u_*^4/\nu$  sont les échelles caractéristiques de paroi de l'accélération et du taux de dissipation, respectivement, et  $\Pi_a$   $\Pi_\varepsilon$  sont deux fonctions universelles sans dimension.

En élevant à la puissance 3/4 l'équation 2.23 on obtient une relation pour  $a_\eta/a_*$ . Ainsi, en divisant l'équation 2.22 par cette relation, on obtient :

$$\frac{\langle |a| \rangle}{a_\eta} = \Pi'_a(y^+, Re_+) \quad (2.24)$$

où  $\Pi'_a = \Pi_a/\Pi_\varepsilon^{3/4}$  est également une fonction universelle sans dimension. On peut noter que l'on aurait pu arriver au même résultat en considérant que la norme moyenne de l'accélération totale  $\langle |a| \rangle$  dépend de  $h$ ,  $\tau_w$ ,  $\nu$ ,  $\rho$  ainsi que du taux de dissipation de l'énergie cinétique moyen à une distance  $y$  de la paroi  $\bar{\varepsilon}(y)$ .

Puis en dérivant par rapport à  $y^+$  et en multipliant par  $y^+$ , on obtient :

$$\begin{aligned} y^+ \frac{\partial}{\partial y^+} \frac{\langle |a| \rangle}{a_\eta} &= y^+ \frac{\partial}{\partial y^+} \Pi'_a(y^+, Re_+) \\ &= \Pi''_a(y^+, Re_+) \end{aligned} \quad (2.25)$$

A ce stade, on peut faire l'hypothèse que loin des parois, la composante solénoïdale de l'accélération (voir équation 2.53) est négligeable. Ainsi, par analogie avec les hypothèses de Von Kármán, on considère que pour une région intermédiaire où  $Re$  est grand et  $y^+$  est grand, c'est-à-dire, dans une zone suffisamment loin de la paroi et de l'axe du canal, la viscosité n'influence plus l'accélération. On a alors une similitude complète [10] : lorsque  $y^+$  tend vers l'infini et que  $Re$  tend vers l'infini également,  $\Pi''_a$  tend vers une limite bien définie :  $\Pi''_a(y^+ \rightarrow \infty, Re \rightarrow \infty) = k$ . On a donc dans la limite où cette hypothèse est valable :

$$\frac{\partial}{\partial y^+} \frac{\langle |a| \rangle}{a_\eta} = \frac{k}{y^+} \quad (2.26)$$

Ceci met en évidence l'absence de longueur caractéristique dans l'évolution du rapport  $\langle |a| \rangle / a_\eta$ . En intégrant, la relation précédente devient :

$$\frac{\langle |a| \rangle}{a_\eta} = k \ln y^+ + B \quad (2.27)$$

Les constantes  $k$  et  $B$  sont obtenues à partir de la DNS. De façon surprenante, on trouve :

$$k \approx 0.41 = \kappa ; \quad B = 0 \quad (2.28)$$

Où  $\kappa$  et la constante de Kármán. On a ainsi :

$$\langle |a| \rangle = \kappa a_\eta \ln y^+ \quad (2.29)$$

La comparaison, pour trois nombres de Reynolds, du profil du rapport  $\langle |a| \rangle / a_\eta$  avec la loi logarithmique obtenue (équations 2.27 et 2.28) est présentée sur la figure 2.9. On constate que l'évolution, dans la zone inertielle, de  $\langle |a| \rangle / a_\eta$  est prédite relativement bien, malgré les faibles écarts observés. Le changement de comportement autour de  $y^+ \approx 20$  peut être dû à la transition entre les couches interne et externe entraînant un « accident » dans le profil de  $\langle \varepsilon \rangle$  (voir figure 2.14).

Dans ce paragraphe, on procède de façon similaire à ce qui a été fait pour le profil de la vitesse moyenne par Barenblatt, pour établir un profil pour le rapport de l'accélération avec l'accélération de Kolmogorov. C'est-à-dire, que partant toujours de la relation sans dimension 2.25, on fait premièrement l'hypothèse qu'il y a une similitude incomplète entre  $\langle |a| \rangle / a_\eta$  et  $y^+$  et qu'il n'y a pas de similitude avec le nombre de Reynolds. On a ainsi la relation suivante :

$$\lim_{y^+ \rightarrow \infty} \frac{y^+}{(y^+)^\beta} \frac{\partial}{\partial y^+} \frac{\langle |a| \rangle}{a_\eta} = \lim_{y^+ \rightarrow \infty} \frac{1}{(y^+)^\beta} \Pi_a'' \left( y^+, \frac{Re}{(y^+)^\beta} \right) = k \quad (2.30)$$

En d'autres termes, la viscosité, bien que faible, peut influencer la norme de l'accélération même loin de la paroi. Ce qui donne une loi d'échelle générale, dont la forme suggérée par l'absence d'échelle caractéristique est :

$$\frac{\partial}{\partial y^+} \frac{\langle |a| \rangle}{a_\eta} = \frac{1}{y^+} B(Re) (y^+)^{\beta(Re)} \quad (2.31)$$

En faisant une seconde hypothèse sur le fait que, même dans la limite où  $\nu \rightarrow 0$ ,  $\langle |a| \rangle / a_\eta$  reste fini (principe de viscosité évanescence), on obtient en développant  $B(Re)$  et  $\beta(Re)$  en série autour de  $Re \rightarrow \infty$  et en intégrant, on obtient :

$$\frac{\langle |a| \rangle}{a_\eta} = (D_0 \ln Re + D_1) (y^+)^{\beta_1 / \ln(Re)} \quad (2.32)$$

Les coefficients  $\beta_1$ ,  $D_0$  et  $D_1$  ont été trouvés à partir de nos DNS. On a utilisé la même méthode que [16]. Les détails des calculs sont présentés dans l'annexe A.1. Avec le nombre de Reynolds défini à partir de la vitesse au centre, les valeurs des constantes sont :

$$\begin{aligned} Re &= Re_c \\ \beta_1 &= \frac{3}{2} \\ D_0 &\approx 0.10 \quad , \quad D_1 \approx 0.02 \end{aligned} \quad (2.33)$$

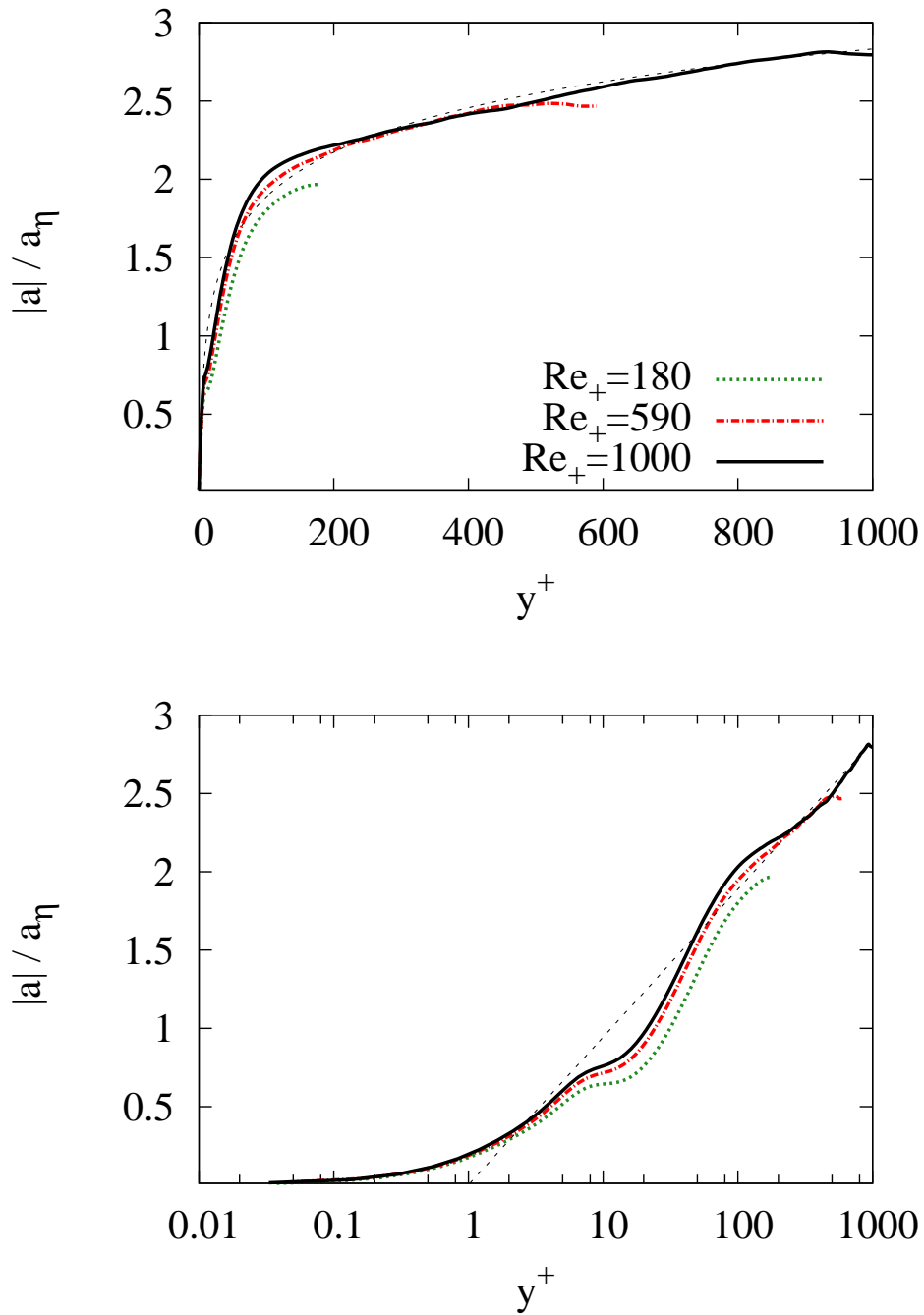


FIG. 2.9: Comparaison, pour les trois nombres de Reynolds de  $Re_+ = 180, 590$  et  $1000$ , entre le profil du rapport  $\langle |a| \rangle / a_\eta$  et la loi logarithmique obtenue (équations 2.27 et 2.28). (a) en échelles linéaires et (b) en échelles semi-logarithmiques.

Alors, qu'avec le nombre de Reynolds basé sur la vitesse de frottement, on trouve :

$$\begin{aligned} Re &= Re_+ & (2.34) \\ \beta_1 &= 1 \\ D_0 &\approx 0.15, \quad D_1 \approx 0.01 \end{aligned}$$

Il faut remarquer que l'exposant de la fonction de puissance est identique à celui trouvé pour la vitesse (relations 2.18 et 2.19).

Avec la loi trouvée, les profils de  $\langle |a| \rangle / a_\eta$  doivent être différents pour des nombres de Reynolds différents. Cependant, ils doivent être universels (indépendant du nombre de Reynolds) dans le plan  $\Psi_a, \ln y^+$  où  $\Psi_a = \frac{\ln Re}{\beta_1} \ln \left( \frac{\langle |a| \rangle / a_\eta}{D_0 \ln Re + D_1} \right)$  et être confondus avec la première bissectrice de ce plan ( $\Psi_a = \ln y^+$ ), ce que l'on observe sur la figure 2.10, pour des valeurs de  $y^+$  assez grandes.

On remarque que pour la vitesse, la zone inertielle semble atteinte autour de  $y^+ = 30$  (voir figure 2.8), alors que pour l'accélération il faut attendre quasiment  $y^+ = 100$  (figures 2.9 ou 2.10). Ceci pourrait expliquer que le plus bas de nos nombres de Reynolds ( $Re_+ = 180$ ) soit trop faible pour présenter, pour l'accélération, le comportement de la turbulence pleinement développée. Enfin, il est intéressant de remarquer que, quelle que soit la loi adoptée (puissance ou logarithmique) le profil de  $\langle |a| \rangle / a_\eta$  est similaire à celui de la vitesse moyenne.

Ces deux lois, la loi logarithmique et la loi de puissance reposent toutes les deux sur des hypothèses précises et justifiées. Pour le profil de l'accélération, les différences entre ces deux lois sont plus marquées que pour la vitesse. Traduisant ainsi le fait que les effets de l'intermittence influencent plus fortement les statistiques de l'accélération. Cependant, pour pouvoir conclure de façon plus définitive quant à la validité de ces hypothèses, il nous faudrait des données s'étendant sur une gamme de nombres de Reynolds plus élevée.

Les dérivations de la loi logarithmique et de la loi de puissance sont basées toutes les deux sur des hypothèses d'autosimilarité. Cependant, les mécanismes (ou scénario physique) conduisant à un type de similarité ou à un autre sont différents. D'après [11], on peut relier la loi de puissance observée (pour la vitesse par exemple) à l'intermittence de l'écoulement. La vorticité transversale est responsable des variations verticales de la vitesse et est associ e au transfert de quantité de mouvement entre la paroi et le corps de l'écoulement. Ce transfert est intermittent et li e aux violentes éjections tourbillonnaires (« burst ») [62, 100]. Ainsi, si on considère que l'échelle de longueur associ e à cette vorticité peut être estim e comme :  $\ell = (\partial_y \langle u \rangle / u_*)^{-1}$ , alors d'après l'équation 2.17 cette échelle caractéristique est :

$$\ell = [\alpha (C_0 \ln Re + C_1)]^{-1} l_*^\alpha y^{1-\alpha} \quad (2.35)$$

avec  $\alpha = \alpha_1 / \ln Re$ . On constate alors que  $\ell$  est proportionnelle à  $y^{1-\alpha}$ . Si on avait utilisé la loi logarithmique on aurait trouvé que  $\ell$  serait proportionnelle à  $y$ . Ceci revient à considérer que  $1 - \alpha$  peut être consid r e comme la dimension fractale des structures tourbillonnaires, projet es sur une ligne verticale. On obtiendrait une dimension de  $3 - \alpha$ , en considérant que les structures sont homogènes dans les plans parallèles à la paroi. Cette interprétation de la loi de puissance permet de relier l'intermittence des structures cohérentes avec l'intermittence se manifestant sur les statistiques par une

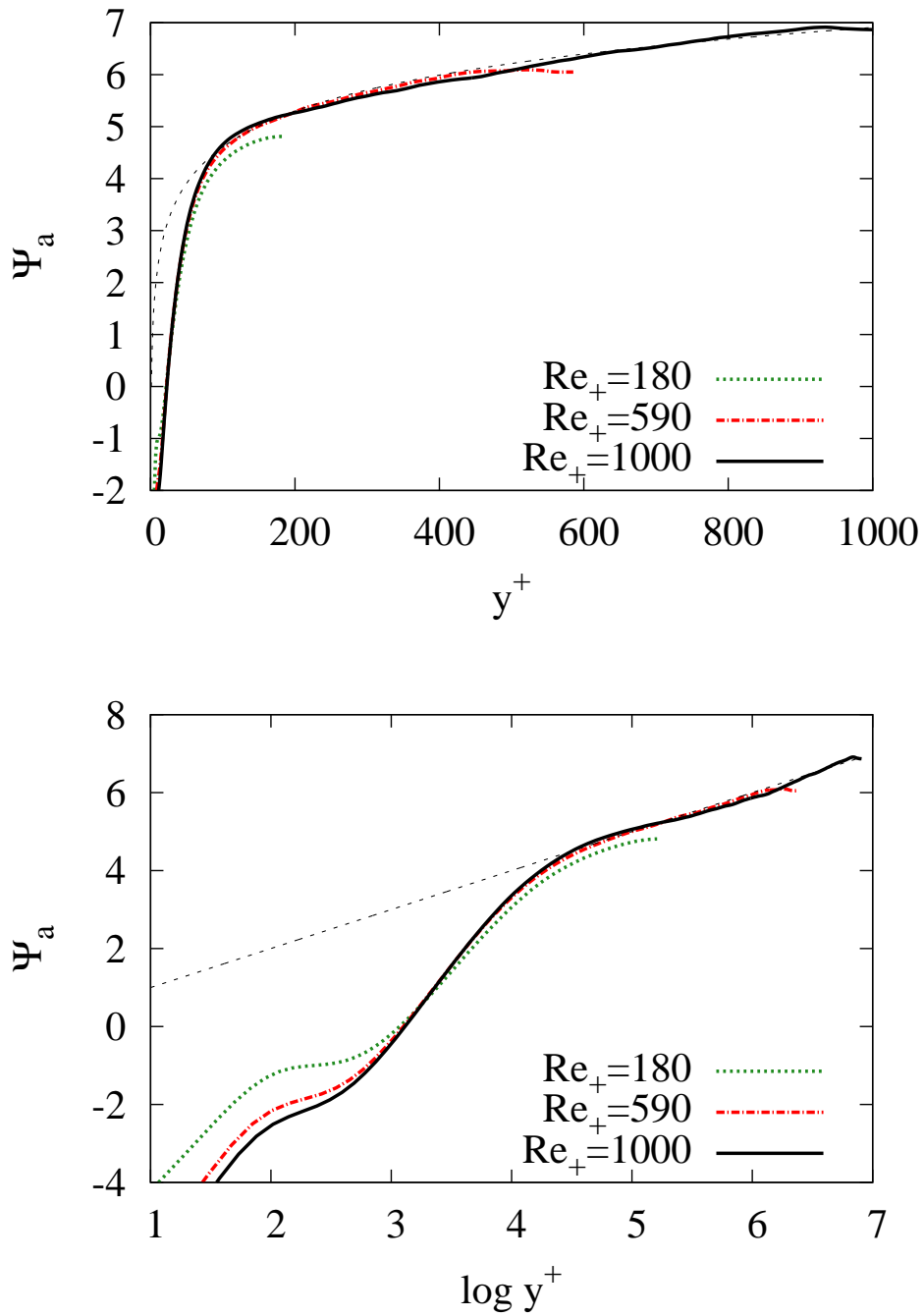


FIG. 2.10: Comparaison, dans le plan  $\Psi_a$ ,  $\ln y^+$ , pour trois nombre de Reynolds,  $Re_+ = 180$ , 590 et 1000, entre les profils de  $\langle |a| \rangle / a_\eta$  et la loi de puissance (équations 2.32 et 2.33. (a) en échelles linéaires et (b) en échelles semi-logarithmiques.



dépendance avec le nombre de Reynolds. La dépendance avec le nombre de Reynolds venant du fait que même pour des nombres de Reynolds très élevés la viscosité ne peut être entièrement négligée puisque, du fait des interactions non locales, elle influence toutes les échelles.

### Un profil universel pour l'accélération dans tout le canal ?

Dans ce paragraphe, on propose une loi d'échelle universelle, par rapport au nombre de Reynolds, pour le profil de la norme moyenne de l'accélération totale semblant être valable non seulement pour la zone inertielle, mais également en proche paroi.

On a vu (équation 2.22) que l'analyse dimensionnelle permet d'obtenir la relation suivante pour la norme moyenne de l'accélération :

$$\frac{\langle |a| \rangle}{a_*} = \Pi_a(y^+, Re) \quad (2.36)$$

avec  $a_* = u_*^3/\nu$ , et  $\Pi_a$  une fonction sans dimension supposée universelle.

On a remarqué, qu'en introduisant le paramètre  $\tau$  :

$$\begin{aligned} \tau &= \ln\left(\frac{h}{h-y}\right) = -\ln\left(1 - \frac{y^+}{Re_+}\right) \\ \tau^+ &= \tau Re_+ \end{aligned} \quad (2.37)$$

on pouvait exprimer la fonction  $\Pi_a$  de la façon suivante :

$$\Pi_a(y^+, Re_+) = \ln(Re_+) \Pi_a'''(\tau^+) \quad (2.38)$$

où  $\Pi_a'''$  est une autre fonction sans dimension, mais d'un seul paramètre :  $\tau Re_+$ . Il faut remarquer que lorsque  $y = 0$ ,  $\tau = 0$  et lorsque  $y \rightarrow h$  alors  $\tau \rightarrow \infty$ . Si cette loi est valable, toutes les mesures de l'accélération, quel que soit le nombre de Reynolds, doivent se superposer dans le plan :

$$\left(\frac{a}{a_* \ln Re_+}, \tau^+\right) \quad (2.39)$$

Les figures 2.11 et 2.12 présentent une telle comparaison. Cette loi d'échelle semble valide pour la norme de l'accélération (figure 2.11) (aussi bien sa moyenne que sa variance, qui sont très similaires voir courbe 2.5b), ainsi que pour la variance des trois composantes figure 2.12.

On remarque que les courbes obtenues pour les trois nombres de Reynolds se superposent dans la sous-couche visqueuse et dans la région intermédiaire, avant de se séparer lorsque la position devient proche de l'axe ( $y/h > 0.8$ ). On note tout de même une légère différence entre les trois nombres de Reynolds au niveau du « pic ». Pour comparaison, sur la figure 2.13, on présente  $|a|/a_* \ln Re_+$  en fonction de  $y^+$ . On constate alors que lorsque les profils sont tracés en fonction de  $y^+$  ils divergent avant  $y/h = 1/2$ . Il serait, néanmoins nécessaire, d'avoir des données à plus grand nombre de Reynolds, pour pouvoir valider réellement ce comportement.

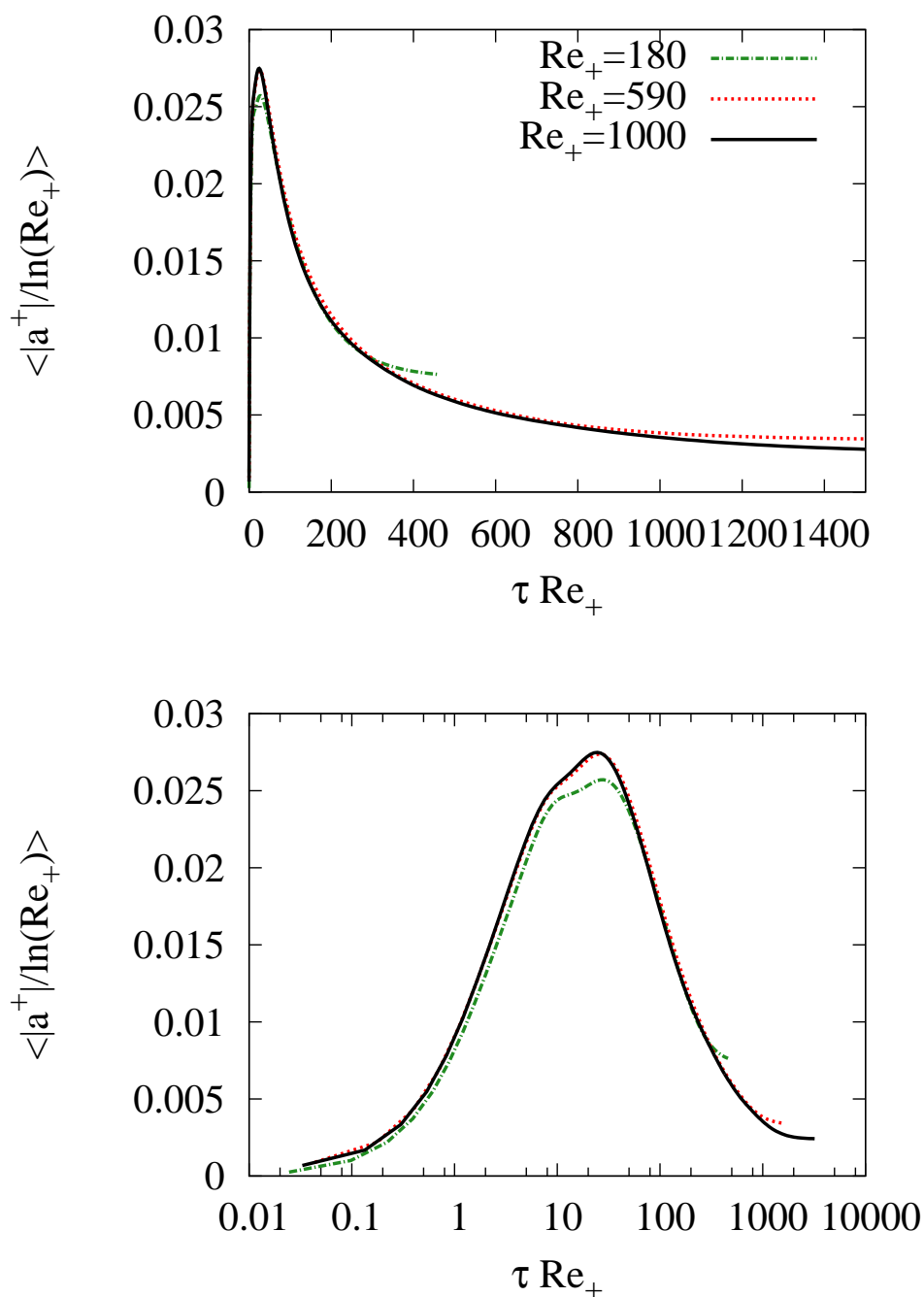


FIG. 2.11: Profil de la norme de l'accélération divisée par  $\ln Re_+$  pour trois nombres de Reynolds en fonction du paramètre  $\tau^+ = \ln\left(\frac{h}{h-y}\right) Re_+$ . En échelles linéaires (a) et en échelles semi-logarithmiques (b).

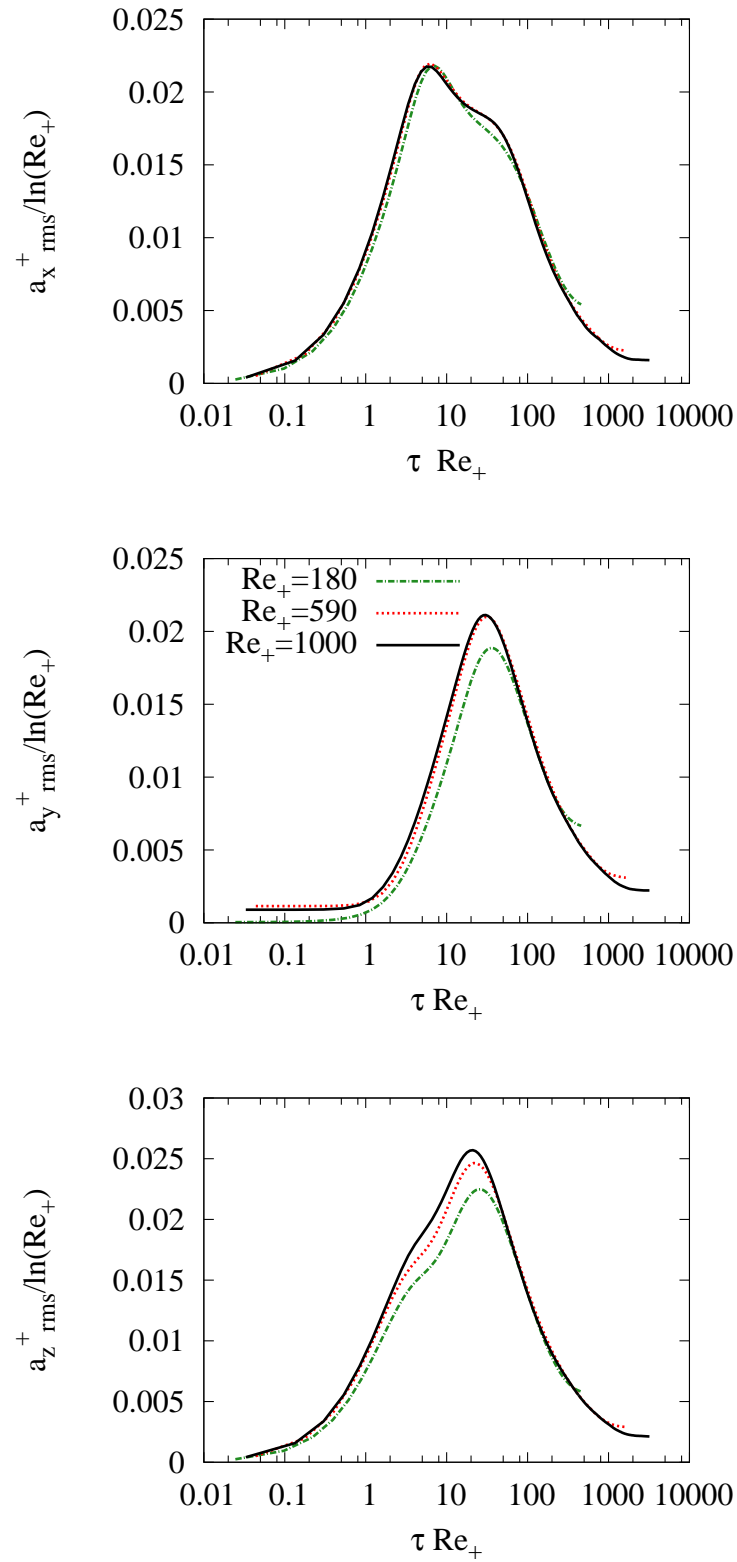


FIG. 2.12: Profil des composantes de l'accélération divisée par  $\ln Re_+$  pour trois nombres de Reynolds en fonction du paramètre  $\tau^+ = \ln\left(\frac{h}{h-y}\right) Re_+$ . La composante longitudinale (a), normale (b) et transversale (c).

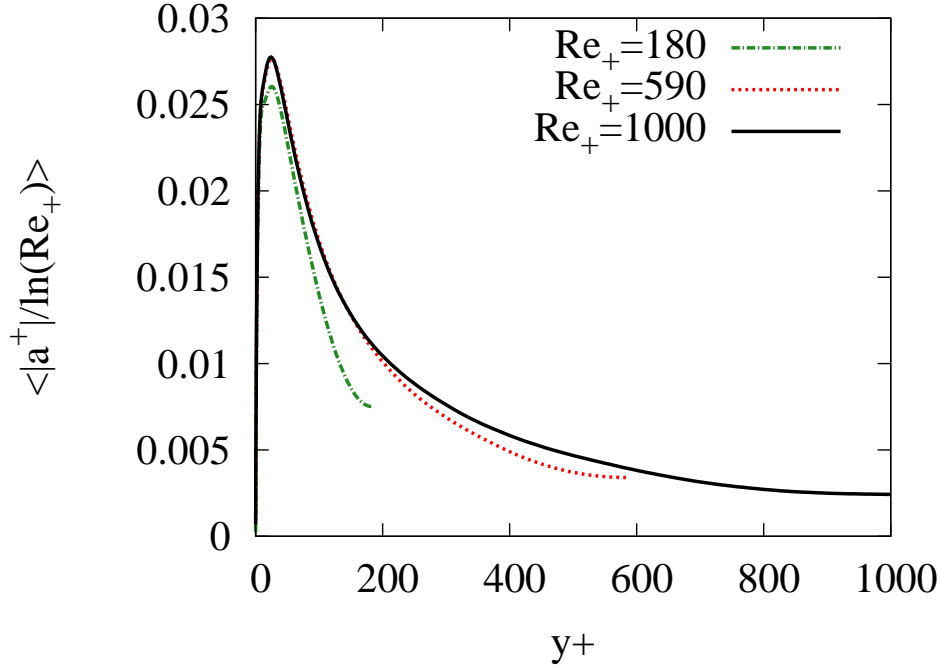


FIG. 2.13: Profil de la norme de l'accélération divisée par  $\ln Re_+$  pour trois nombres de Reynolds en fonction de  $y^+$

On peut montrer pourquoi le coefficient  $(\ln Re_+)^{-1}$  apparait, à partir de la relation en loi de puissance pour le rapport entre la norme de l'accélération et l'accélération de Kolmogorov (équation 2.32). Landau et Lifshitz [96] ont montré que pour des  $y$  intermédiaires le profil de la dissipation moyenne d'énergie cinétique peut être estimée avec les paramètres de paroi :

$$\bar{\varepsilon} = u_*^2 \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} = \varepsilon_* \frac{\partial \langle u^+ \rangle}{\partial y^+} \quad (2.40)$$

avec  $\varepsilon_* = u_*^4 / \nu$  la dissipation caractéristique à la paroi. Pour simplifier le calcul, on choisit d'approximer, dans la même région intermédiaire,  $\partial_{y^+} U^+$  à partir de la loi logarithmique (équation 2.12). La comparaison entre  $\bar{\varepsilon}$  et l'estimation basée sur les équations 2.40 et 2.12 est montrée sur la figure 2.14. On obtient, ainsi pour  $a_\eta$  la relation suivante :

$$\frac{a_\eta}{a_*} = \frac{1}{(\kappa y^+)^{3/4}} \quad (2.41)$$

avec  $a_* = u_*^3 / \nu$ . En substituant l'équation 2.41 dans l'équation 2.32 on a :

$$\frac{\langle |a| \rangle}{a_*} = (\kappa y^+)^{-3/4} D_0 \left( \ln Re + \frac{D_1}{D_0} \right) (y^+)^{\beta_1 / \ln Re_+} \quad (2.42)$$

Ainsi, en utilisant les coefficients calculés au paragraphe précédent (équation 2.34) on trouve :

$$\frac{\langle |a| \rangle}{a_* \ln Re_+} = (\kappa y^+)^{-3/4} D_0 (y^+)^{\beta_1 / \ln Re_+} \quad (2.43)$$

en négligeant  $D_1/D_0$  devant  $\ln Re$ . Enfin, il faut remarquer que si l'on utilise la loi de puissance développée par Barenblatt (équation 2.17) pour estimer  $\bar{\varepsilon}$ , on obtient un

résultat similaire :

$$\frac{\langle |a| \rangle}{a_*} = a (\ln Re_+ + b) (y^+)^{c/\ln Re_+ - 3/4} \quad (2.44)$$

où  $a = D_0 C_0 \alpha_1$ ,  $b = C_1 / (C_0 \alpha_1) + D_1 / D_0 + D_1 C_1 / (D_0 C_0 \alpha_1 \ln Re_+)$  et  $c = \beta_1 + 3/4 \alpha_1$ . Ainsi, en négligeant  $b$  devant  $\ln Re_+$  on trouve :

$$\frac{\langle |a| \rangle}{a_* \ln Re_+} = a (y^+)^{c/\ln Re_+ - 3/4} \quad (2.45)$$

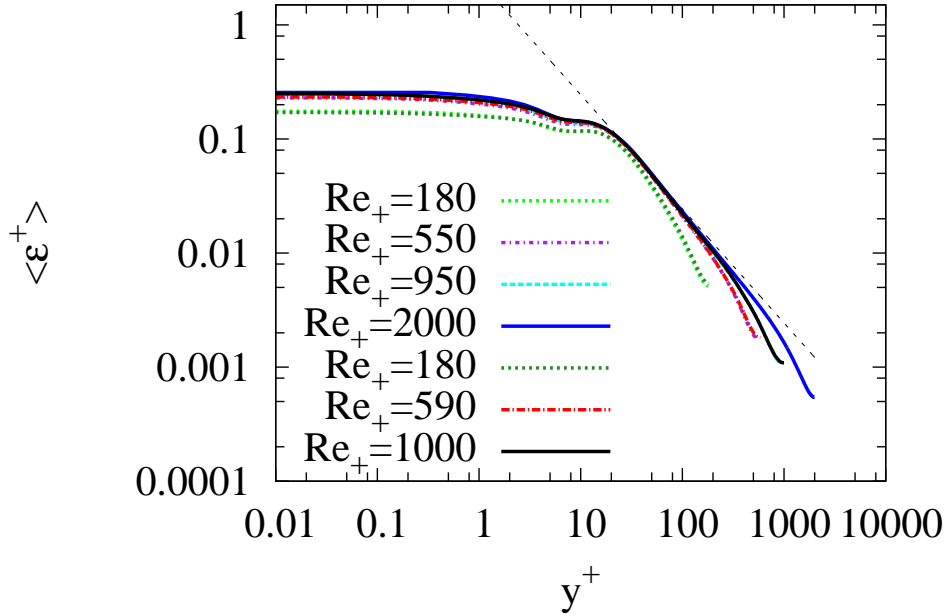


FIG. 2.14: Comparaison entre les différentes DNS de  $Re_+ = 180$  à 2000 (voir tableau A.1), du profil de  $\bar{a}$  avec l'estimation basée sur les équations 2.40 et 2.12.

Concernant, la dépendance avec la distance à la paroi, en proche paroi,  $\tau Re_+$  se comporte comme  $y^+$  (puisque  $\ln(\frac{1}{1-x}) \sim x$  pour  $x$  petit). Cette loi d'échelle nous fait supposer que l'évolution de  $\Pi_a'''$  à travers le canal est uniquement contrôlé par la paroi. La dépendance avec le frottement pariétal ne serait pas linéaire avec la distance à la paroi comme c'est supposé implicitement avec  $y^+$ , mais suivrait une évolution logarithmique. Le comportement de la fonction  $\Pi_a'''$  qui semble universelle et ne dépend que d'un paramètre, nous fait suggérer qu'il n'y a pas, pour l'accélération, de régions distinctes où l'accélération dépend soit de  $y/l_*$  soit de  $y/h$ . Ainsi, puisqu'il n'y a pas séparation des échelles de proche paroi et proche de l'axe, les interactions entre ces deux régions peuvent être fortes. En revanche l'introduction du paramètre  $\tau$  exclu toutes interactions entre les deux parois, car elles sont repoussées à l'infini l'une de l'autre et par conséquent doivent s'ignorer.

Malgré l'influence complexe du gradient de pression et de la viscosité sur l'accélération, malgré les interactions non triviales entre les différentes échelles et distances de la paroi, et malgré la présence de structures de types variés, l'évolution des statistiques de

l'accélération peut se résumer à un seul paramètre : le frottement à la paroi multiplié par la distance logarithmique de la paroi.

Dans la partie consacrée au modèle stochastique, on proposera une modélisation de  $\Pi_a$  (voir section 3.2).

## 2.2 Orientation de l'accélération

Dans cette partie on s'intéresse à l'orientation du vecteur d'accélération  $e_i$ . Après avoir défini clairement le vecteur  $e_i$ , on montre que ce vecteur se relaxe d'un état où il est statistiquement aligné avec la paroi vers une distribution isotrope lorsque  $y^+$  augmente. Ensuite, on s'intéresse à l'indépendance statistique ente norme et orientation pour l'accélération.

### 2.2.1 Définition de l'orientation

Le vecteur d'orientation  $e_i$  de l'accélération peut se définir par deux angles, l'un pour la « longitude »  $\phi$  l'autre pour la « latitude »  $\theta$ , on choisit de définir ces angles de la manière suivante :

$$e_i = \frac{a_i}{|a|} = \begin{cases} e_x &= \cos(\theta) \cos(\phi) \\ e_y &= \sin(\theta) \\ e_z &= \cos(\theta) \sin(\phi) \end{cases} \quad (2.46)$$

avec  $\phi$  ( $-\pi < \phi \leq \pi$ ) caractérisant l'orientation dans le plan  $(x, z)$  parallèle à la paroi, et l'angle  $\theta$  ( $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$ ) définissant l'orientation par rapport à la direction normale à la paroi :  $\theta = 0$  et  $\theta = \pm\pi/2$  correspondent à une accélération qui est orientée parallèlement à la paroi ou de façon normale à la paroi respectivement. La définition de ces deux angles est également donnée de façon schématique sur la figure 3.9.

Si le vecteur  $e_i$  est aléatoire et isotrope, alors avec la définition choisie (équation 2.46), les distributions des angles  $\phi$  et  $\theta$  sont :

$$P_{iso}(\phi) = \frac{1}{2\pi} \quad (2.47)$$

$$P_{iso}(\theta) = \frac{|\cos(\theta)|}{2} \quad (2.48)$$

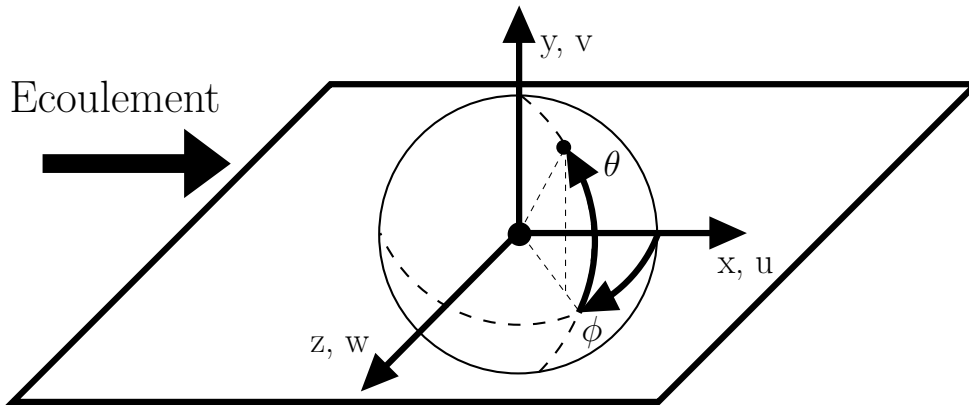
La valeur moyenne pour chacune de ces distributions est zéro, et leur variance est :

$$\langle \phi^2 \rangle_{iso} = \int_{-\pi}^{\pi} \phi^2 P_{iso}(\phi) d\phi = \frac{\pi^2}{3} \quad (2.49)$$

$$\langle \theta^2 \rangle_{iso} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \theta^2 P_{iso}(\theta) d\theta = \frac{\pi^2}{4} - 2 \quad (2.50)$$

### 2.2.2 Retour vers l'isotropie

Antonia et al. [1] ont étudié l'hypothèse « classique » d'isotropie locale (ou isotropie des petite échelles) dans le canal par la DNS pour des nombres de Reynolds de  $Re_+ = 180$  et  $395$ , en analysant les invariants du tenseur des dérivées de la vitesse. Ils trouvent


 FIG. 2.15: Système de coordonnées, et définition des angles  $\phi$ ,  $\theta$ .

que très près de la paroi, les structures turbulentes sont quasiment bidimensionnelles, et que l'hypothèse d'isotropie locale ne se trouve vérifiée que près de l'axe. Leurs résultats semblent également indiquer que le degré d'anisotropie observé en proche paroi ne dépend pas du nombre de Reynolds.

Les statistiques des angles  $\phi$  et  $\theta$  sont obtenues par DNS pour des nombres de Reynolds de  $Re_+ = 180, 590$  et  $1000$ . Sur la figure 2.16 les profils de la variance de ces deux angles  $\langle \phi^2 \rangle$  et  $\langle \theta^2 \rangle$  sont comparés avec leur valeur pour une distribution isotrope (équations 2.49 et 2.50 respectivement). On peut voir sur la figure 2.16a que la variance de  $\phi$  reste proche de la variance de la distribution isotrope sur toute la hauteur du canal et pour les trois nombres de Reynolds. La variance de  $\theta$  (figure 2.16b) est négligeable à la paroi, et augmente quasiment linéairement avec la distance à la paroi, jusqu'à  $y^+ \approx 30$ , où elle atteint une valeur relativement proche de la variance de la distribution isotrope. Il faut noter que cette évolution en proche paroi est indépendante du nombre de Reynolds. Ensuite pour des valeurs de  $y^+$  plus importantes, la variance de  $\theta$  augmente plus lentement et semble tendre vers une valeur environ 20% supérieure à  $\langle \theta^2 \rangle_{iso}$  au milieu du canal, la valeur atteinte sur l'axe semblant indépendante du nombre de Reynolds. Enfin, on constate qu'il y a une zone ni trop proche de la paroi ni trop proche de l'axe, c'est à dire où  $y^+ \gg 1$  et  $y/h \ll 1$  (par exemple  $40 < y^+ < 400$  pour  $Re_+ = 1000$ ) où la variance de  $\theta$  semble réellement proche de la variance isotrope.

A partir de ces observations, on peut conclure que l'accélération totale se relaxe vers l'isotropie lorsque la distance à la paroi augmente et atteint une distribution quasi isotrope à partir de  $y^+ \approx 50$ . On peut faire l'hypothèse que cette isotropie est conservée dans toute la zone de profil universel (ou zone logarithmique). Il faut noter que ce retour vers l'isotropie est universel (i.e. indépendant du nombre de Reynolds) si la distance

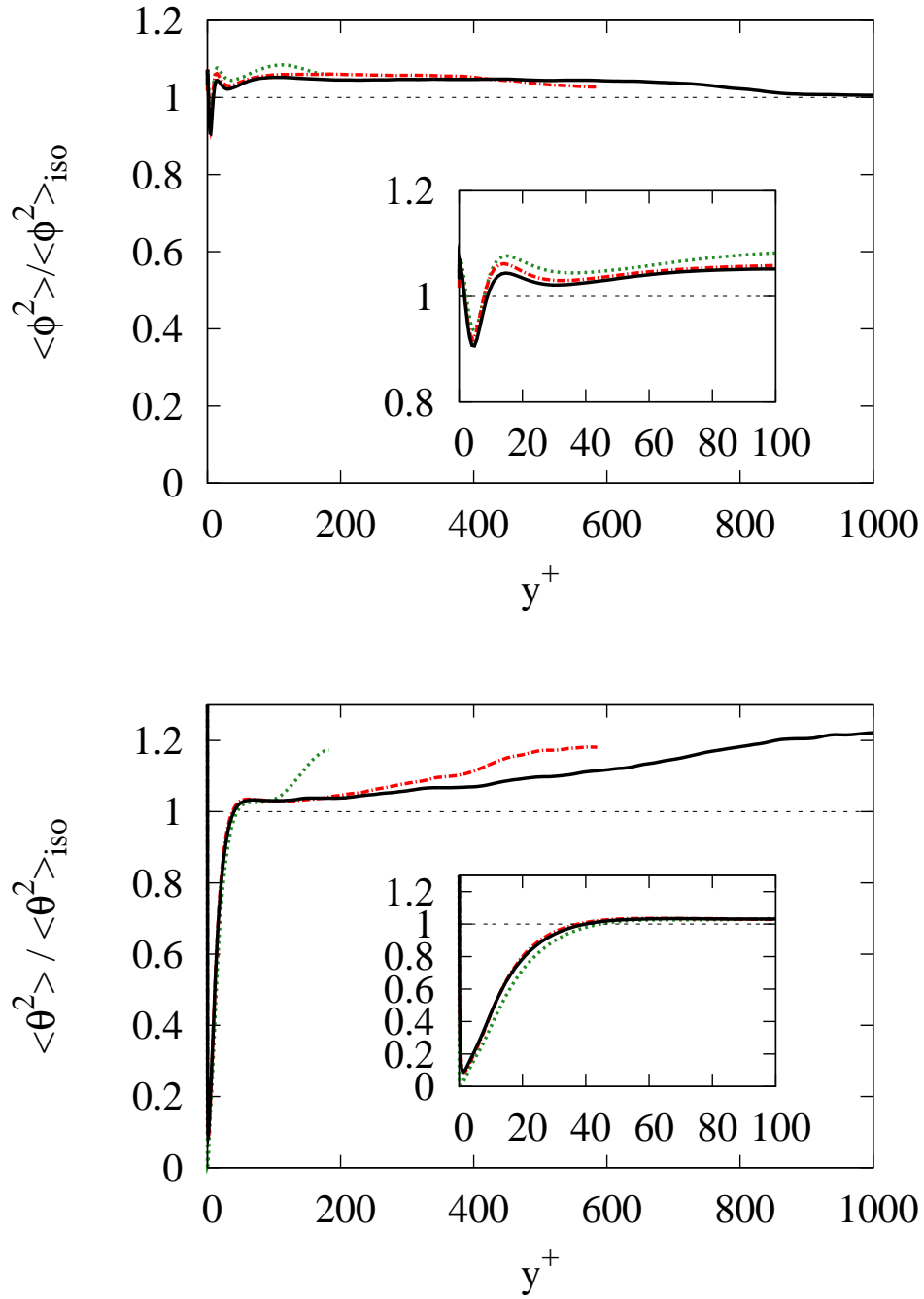


FIG. 2.16: Profil de la variance de  $\phi$  (a) et de  $\theta$  (b) pour  $Re_+ = 180, 590$  et  $1000$ . Encart : zoom dans la région de proche paroi.



est mesurée en unités de paroi.

Le concept d'isotropie locale est basé sur l'idée que la cascade d'énergie est un processus au cours duquel l'orientation initiale est progressivement oubliée, principalement par l'action de la pression, devant mener à une turbulence isotrope aux échelles suffisamment petites (hypothèse de Kolmogorov et d'Oboukhov de 1941 [88, 119]). La condition nécessaire, d'après [32], pour pouvoir observer une isotropie locale dans la zone inertielle (et donc également dans le domaine dissipatif) est que le temps de transfert de l'énergie à travers les échelles soit très inférieur au temps caractéristique de la production anisotrope :

$$\left(k^3 \mathcal{E}(k)\right)^{-1/2} \ll \frac{1}{S} \quad (2.51)$$

où  $k$  est le nombre d'onde,  $\mathcal{E}$  est le spectre tridimensionnel d'énergie, et  $S = \frac{1}{2} \frac{\langle dU \rangle}{dy}$  est le temps typique du cisaillement moyen. Le cisaillement à grande échelle tend à rendre l'écoulement anisotrope à toutes les échelles, alors que l'action de la cascade d'énergie apporte un retour vers l'isotropie à mesure que l'échelle diminue. Si le spectre d'énergie est estimé par la relation de Kolmogorov  $\mathcal{E}(k) \sim \bar{\varepsilon}^{2/3} k^{-5/3}$ ,  $\bar{\varepsilon}$  étant le taux moyen de dissipation de l'énergie cinétique (cette relation est valable dans la zone inertielle dans un écoulement isotrope), on obtient :

$$k^{-1} \ll \sqrt{\frac{\bar{\varepsilon}}{S^3}} = L_s \quad (2.52)$$

Ainsi  $L_s$  est l'échelle de longueur séparant la zone où les structures sont influencées par le cisaillement à grande échelle de la zone où l'isotropie locale peut idéalement être observée. Bien que l'estimation de l'échelle  $L_s$  par l'équation 2.52 ne soit qu'approximative pour l'écoulement en canal, nous proposons de comparer cette échelle avec l'échelle de Kolmogorov  $\eta$ . Sur la figure 2.17 on voit que dans la sous-couche visqueuse  $L_s$  et  $\eta$  sont très proches et sont de l'ordre de l'échelle visqueuse  $l_*$ , ce qui implique que l'écoulement est fortement anisotrope à toutes les échelles, ce qui se manifeste donc également, comme observé plus haut, pour l'accélération. Lorsque la distance à la paroi augmente, l'échelle  $L_s$  croît bien plus rapidement que l'échelle de Kolmogorov. Par exemple à  $y^+ = 50$ , il y a quasiment un rapport 100 entre ces deux échelles. Ainsi, l'accélération, bien que n'étant pas exclusivement reliée aux petites échelles, devient isotrope.

Afin d'analyser les directions privilégiées, liées à une orientation anisotrope, la figure 2.18 présente l'évolution des distributions de ces deux angles avec la distance à la paroi pour  $Re_+ = 1000$ . Il faut noter que pour  $Re_+ = 180$  et 590 les résultats présentés par la suite sont qualitativement similaires. Sur la figure 2.18a, on voit que la PDF de  $\phi$ , en accord avec les constatations faites sur sa variance, reste proche de la PDF isotrope quelque soit la distance à la paroi. On remarque néanmoins qu'en proche paroi ( $y^+ < 10$ ) l'accélération est plus souvent orientée de façon longitudinale, pointant soit dans la direction de l'écoulement ( $\phi = 0$ ) soit dans la direction contraire ( $\phi = \pm\pi$ ). A partir de  $y^+ = 30$  la PDF de  $\phi$  reste identique jusqu'à l'axe du canal, et l'orientation est un peu plus fréquemment alignée avec la direction transversale. La figure 2.18b montre qu'en proche paroi l'angle  $\theta$  de l'orientation est principalement nul, avec néanmoins de fortes fluctuations, faiblement asymétriques. Puis à mesure que la distance à la paroi

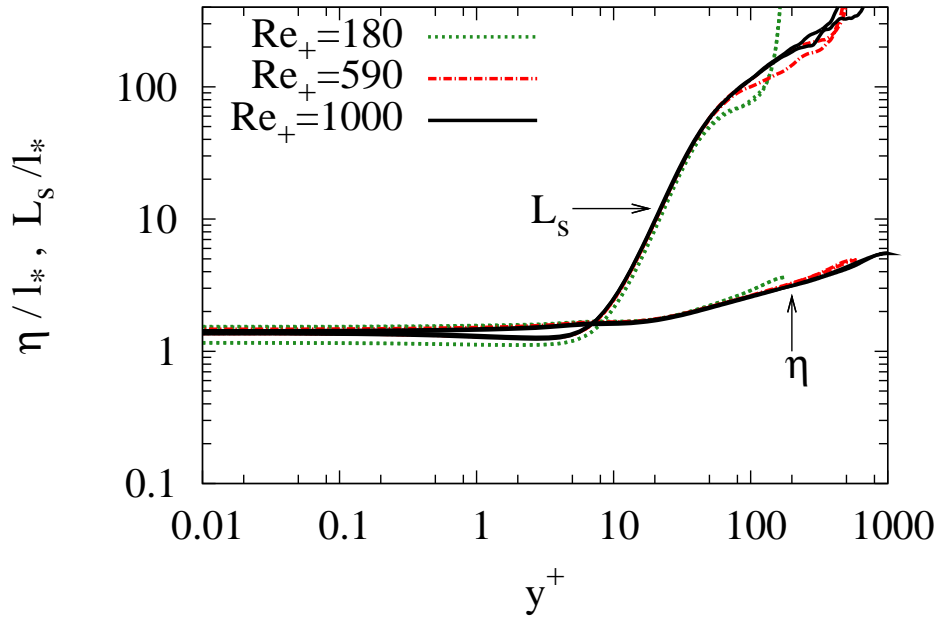


FIG. 2.17: Comparaison des échelles de longueur  $L_s$  et  $\eta$  dans le canal pour trois nombres de Reynolds :  $Re_+ = 180$ ,  $590$  et  $1000$ .

augmente la PDF de  $\theta$  se rapproche de la distribution isotrope, avant de s'en écarter légèrement lorsque la distance de la paroi approche la demi-hauteur du canal.

### 2.2.3 Indépendance statistique de la norme et de l'orientation

Dans ce paragraphe on se pose la question de l'indépendance statistique (ou de la présence de corrélations) entre la norme et l'orientation de l'accélération, ainsi qu'entre les deux angles  $\phi$  et  $\theta$  caractérisant l'orientation. Dans ce but, les statistiques de la norme conditionnées à  $\phi$  et  $\theta$ , ainsi que les statistiques de  $\theta$  conditionnées à  $\phi$  ont été calculées.

Les figures 2.19 et 2.20 présentent les profils de la variance de la norme de l'accélération conditionnée à  $\phi$  et  $\theta$  respectivement, pour  $Re_+ = 1000$ . Là encore pour les nombres de Reynolds plus faibles ces statistiques sont similaires. On peut distinguer clairement deux zones, départagées par le pic de variance de la norme. En proche paroi ( $y^+ < 30$ ), la variance de la norme dépend assez fortement de l'orientation de l'accélération, ce qui peut être interprété comme l'influence des structures cohérentes très anisotropes de proche paroi. Concernant la dépendance avec l'angle  $\phi$ , on remarque que lorsque l'accélération est orientée de façon contraire à la direction moyenne de l'écoulement ( $\phi \pm \pi$ ), l'accélération présente un pic d'intensité en très proche paroi ( $y^+ \sim 5$ ). Ces événements intenses et orientés contrairement à l'écoulement sont visibles sur les isosurfaces de la composante longitudinale de l'accélération. On observe sur la figure 2.1, en très proche paroi, des structures allongées dans la direction longitudinale où l'accélération est très négative, pouvant correspondre aux « balayage » (ou en anglais « sweep »). L'influence de  $\theta$  sur la norme est plus marquée. On remarque que, pour des valeurs de  $\theta$  positives

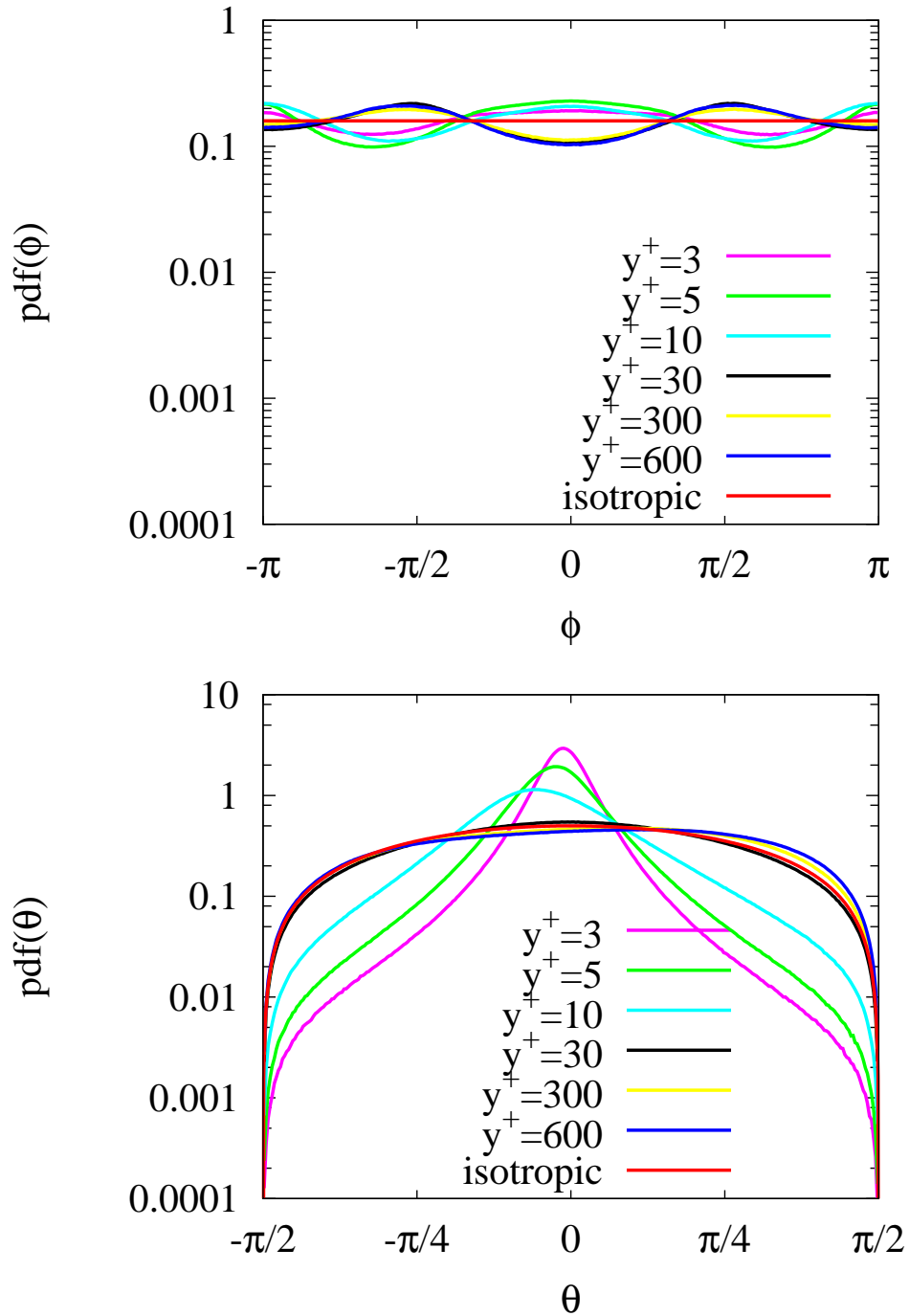


FIG. 2.18: PDF de  $\phi$  (a) et de  $\theta$  (b) pour différentes distance de la paroi à  $Re^+ = 1000$ .

(correspondant à une orientation pointant vers le centre du canal) et une distance à la paroi autour de  $y^+ = 20$ , l'amplitude de l'accélération est plus forte, ceci pouvant être relié aux éjections. Par ailleurs, puisque  $\theta = 0$  est la valeur la plus fréquente (voir figure 2.18b), il est logique de retrouver que la valeur de la norme de l'accélération conditionnée à  $\theta = 0$  est très proche de la variance inconditionnelle de l'accélération. Loin des parois ( $y^+ > 30$ ) l'influence de l'orientation devient minime aussi bien pour  $\theta$  que pour  $\phi$ , ce qui conforte l'hypothèse de relaxation vers l'isotropie faite plus haut. En effet, si l'accélération est isotrope, il ne doit pas y avoir de direction où l'intensité de l'accélération est privilégiée.

Sur la figure 2.21, on présente la PDF de la norme de l'accélération conditionnée à  $\phi$  et à  $\theta$ . Il est important de remarquer que la distribution de la norme de l'accélération semble rester lognormale comme pour les distributions inconditionnelles (présentée sur la figure 2.6). La lognormalité des PDF conditionnées est également observée pour d'autres distances de la paroi et pour les autres nombres de Reynolds, mais n'est pas montrée ici. Il faut néanmoins remarquer que du fait de la plus lente convergence des statistiques conditionnées, on restreint la présentation des distributions sur la figure 2.21 à de plus faibles valeurs de  $|a|/a_{rms}$ .

Les pdf de  $\theta$  conditionnées à  $\phi$  sont présentées sur la figures 2.22 à deux distances de la paroi où l'écoulement est très anisotrope ( $y^+ = 5$  et  $y^+ = 20$ ) pour  $Re_+ = 1000$ . On constate que toutes les courbes sont quasiment superposées, traduisant le fait que la distribution de  $\theta$  ne semble que très faiblement dépendante de  $\phi$ . Par ailleurs, les composantes de l'accélération ( $a_x$ ,  $a_y$  et  $a_z$ ) ne peuvent être indépendantes, même pour une turbulence homogène et isotrope [114], car le seul champ de vecteur aléatoire isotrope dont les composantes sont indépendantes est un champ gaussien, or l'accélération est nettement non-gaussienne, ce qui entraîne, *a fortiori* pour le canal où l'écoulement est anisotrope, l'existence de corrélations entre les composantes de l'accélération. On conclut alors, que bien que les composantes de l'accélération ne soient pas indépendantes, les deux angles  $\phi$  et  $\theta$  sont indépendants. De plus, loin de la paroi, la norme est également indépendante de ces deux angles. Ainsi, la décomposition de l'accélération en norme et orientation semble légitime.

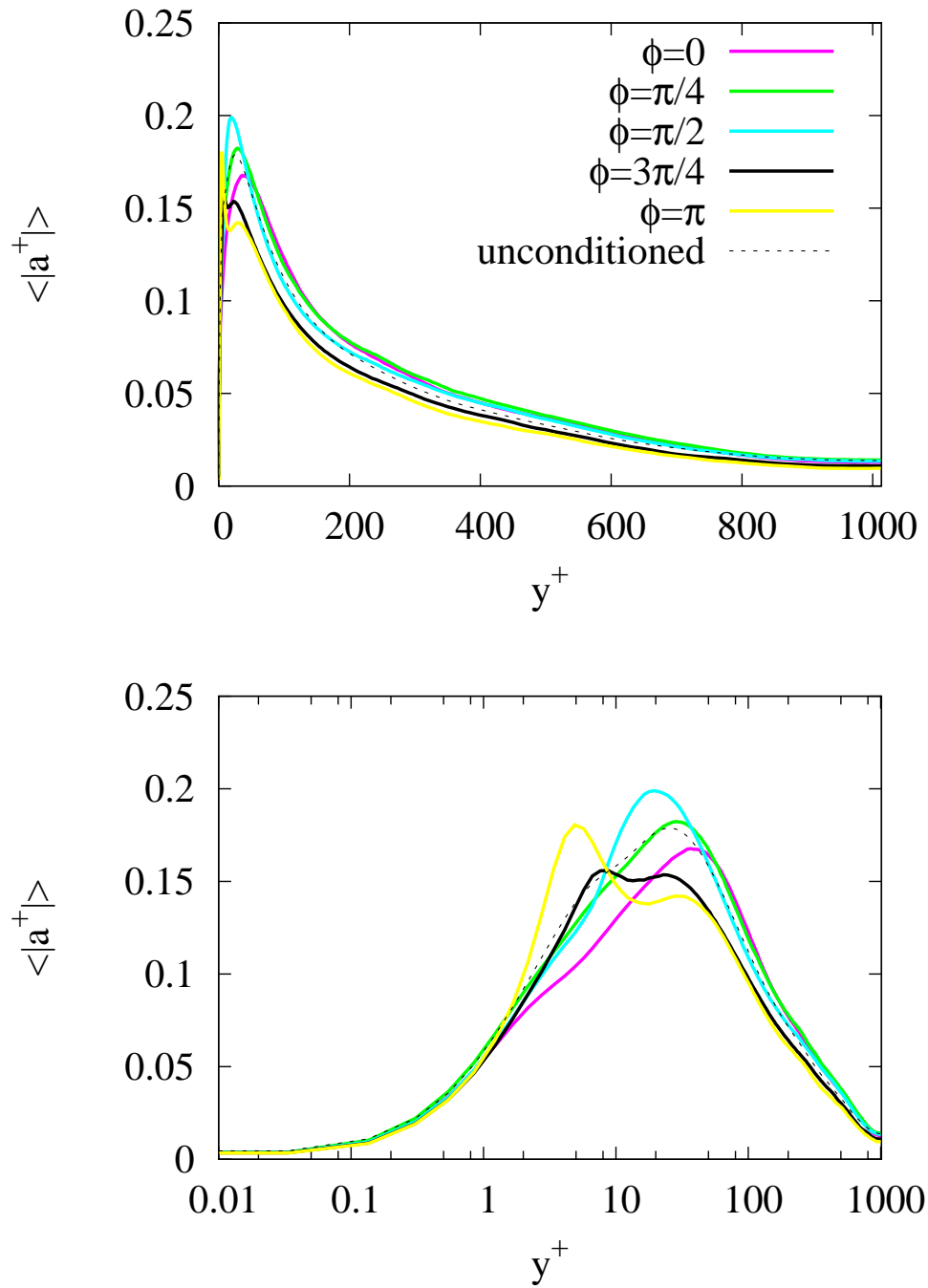


FIG. 2.19: (a) Profil de la variance de la norme de l'accélération conditionnée à  $\phi$  pour  $Re_+ = 1000$ . (b) idem en échelle semi-logarithmique.

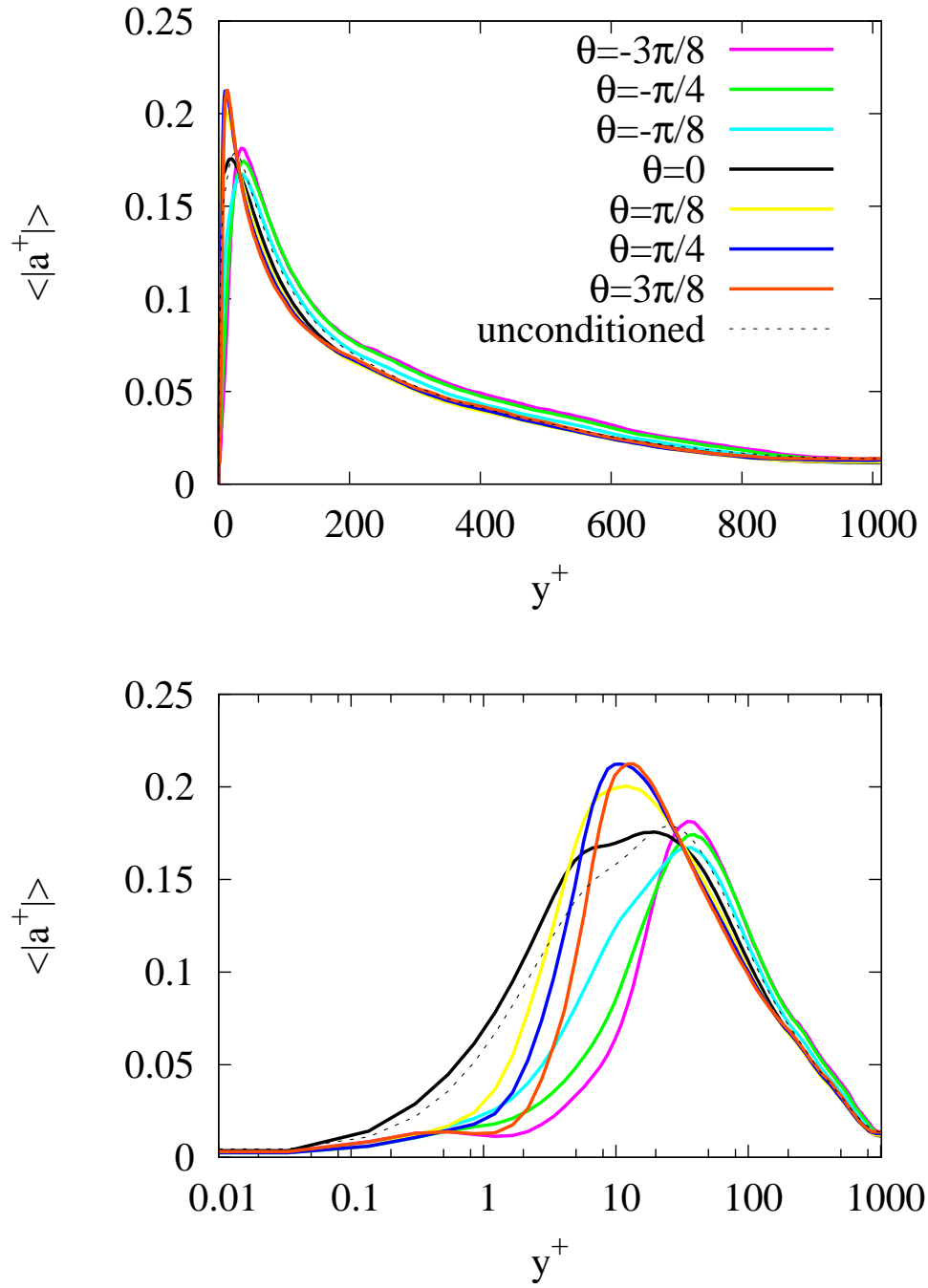


FIG. 2.20: (a) Profil de la variance de la norme de l'accélération conditionnée à  $\theta$  pour  $Re_+ = 1000$ . (b) idem en échelle semi-logarithmique.

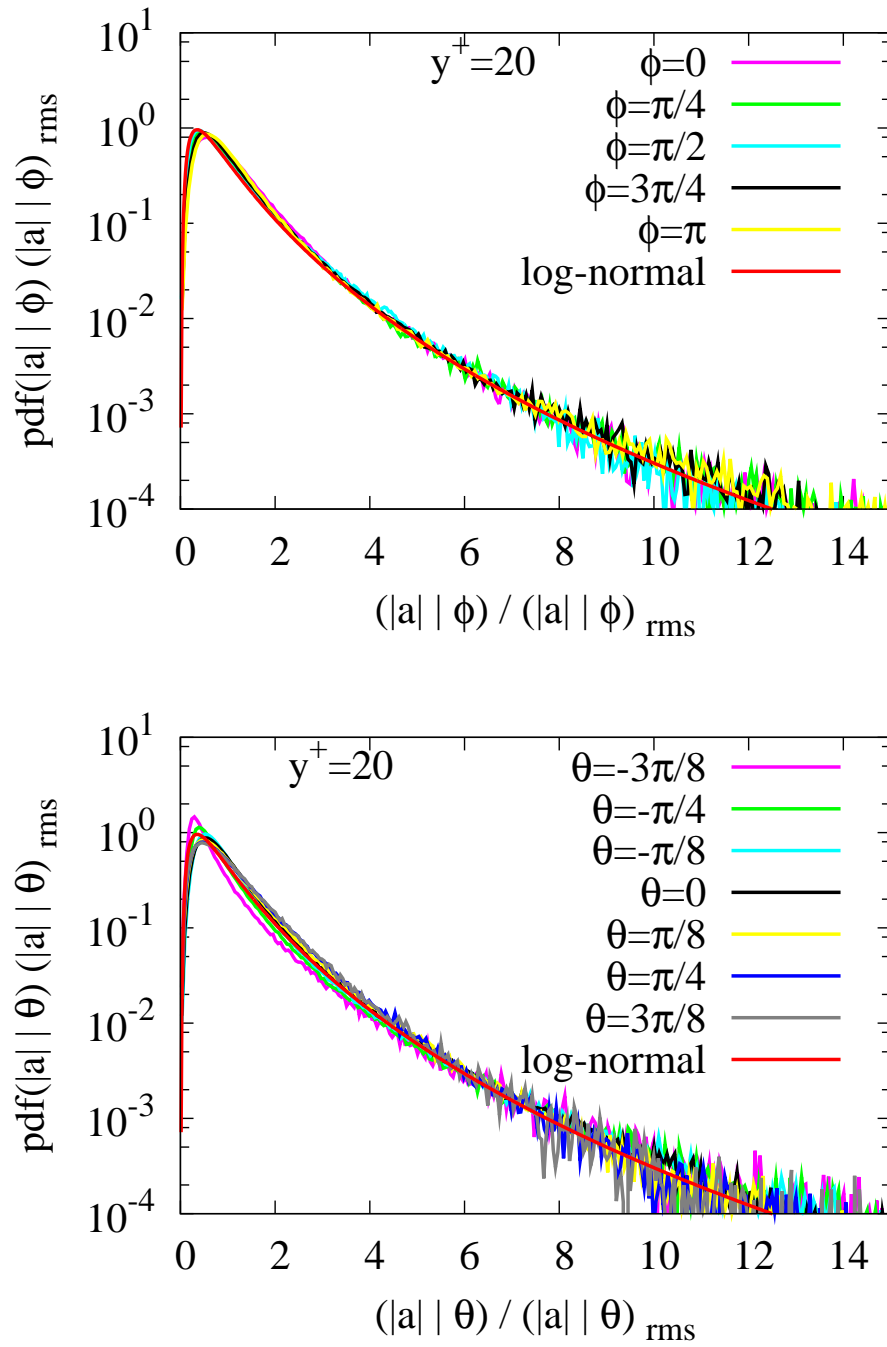


FIG. 2.21: PDF de la norme de l'accélération normalisée par son écart type conditionnée à  $\phi$  (a) et à  $\theta$  (b) pour  $Re_+ = 1000$  et à  $y^+ = 20$ . Comparaison avec la loi lognormale de paramètres  $\mu = -1/2\sigma^2$  et  $\sigma^2 = \ln 2$ .

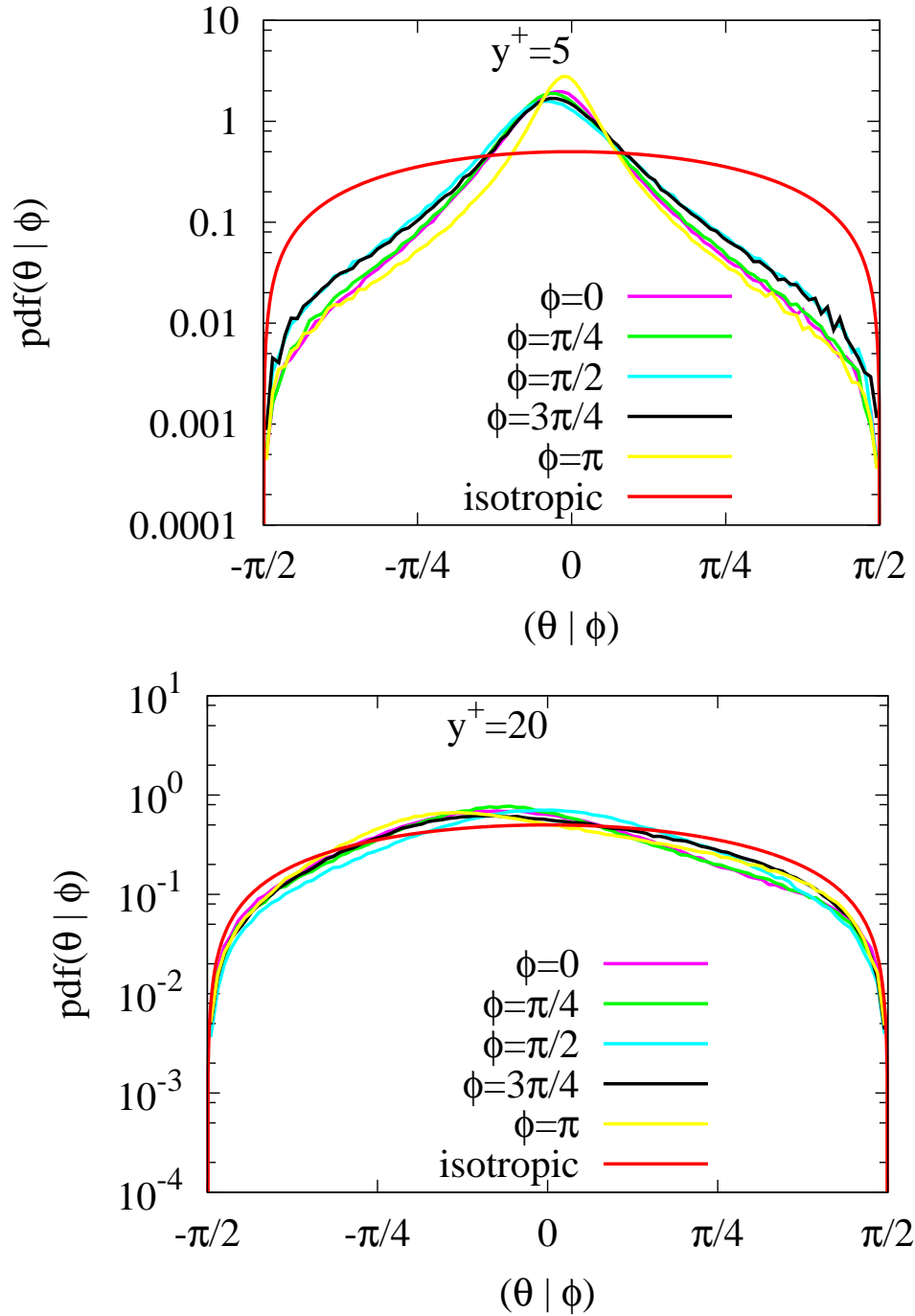


FIG. 2.22: PDF de  $\theta$  conditionée à  $\phi$  pour  $Re_+ = 1000$  à  $y^+ = 5$  (a) et à  $y^+ = 20$  (b).



## 2.3 Structures de l'accélération dans le canal

Les effets de l'intermittence de l'écoulement turbulent en proche paroi découlent des interactions à travers le canal entre des structures de longueurs caractéristiques très différentes [70]. Dans cette section, on cherche à identifier comment ces interactions, résultant de l'interaction entre les zones interne et externe, vont influencer les corrélations de l'accélération et notamment si ces mécanismes vont conduire l'accélération à être corrélée à longue portée.

### 2.3.1 Contribution de la viscosité et du gradient de pression

L'accélération, comme tout champ vectoriel, peut être décomposée en une partie solénoïdale (divergence nulle) et une partie potentielle (irrotationnelle)  $a_i = a_{I,i} + a_{S,i}$ . Dans un écoulement décrit par l'équation de Navier-Stokes :

$$\underbrace{\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}}_{a_i} = - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i}}_{a_{I,i}} + \nu \underbrace{\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}}_{a_{S,i}} \quad (2.53)$$

la partie solénoïdale de l'accélération est le laplacien de la vitesse, et sa partie potentielle est le gradient de pression. En effet, pour les écoulements incompressibles ( $\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$ ), le gradient de pression est un champ irrotationnel et le laplacien de la vitesse est, comme la vitesse, un vecteur à divergence nulle.

Pour un écoulement turbulent homogène, la partie solénoïdale et la partie irrotationnelle sont décorréelées l'une de l'autre [165]. En revanche, dans le canal, à la paroi (et près de la paroi) l'accélération est nulle (en effet,  $u_i(y=0, t) = 0$  et  $\partial u_i / \partial t|_{y=0} = 0$  et donc  $a_i(y=0, t) = 0$ ), ce qui implique que le champ du gradient de pression et du laplacien de la vitesse sont égaux, puisque d'après l'équation (2.53) on a :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} \Big|_{y=0} = \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \Big|_{y=0} \quad (2.54)$$

Ainsi, à la paroi, ces deux contributions sont corrélées et lorsque la distance à la paroi augmente, ces deux champs vont se décorréler progressivement.

Afin de mettre en évidence de quelle manière la contribution visqueuse et celle du gradient de pression influent sur l'accélération, on compare l'évolution du profil de ces trois champs pour chacune de leurs composantes.

Sur la figure 2.23, le profil moyen de l'accélération est comparé à celui de  $\mathbf{a}_I$  et  $\mathbf{a}_S$  pour les composantes longitudinale et normale (fig. 2.23a et fig. 2.23b respectivement), la composante transversale étant nulle en moyenne due à l'homogénéité dans cette direction. En moyenne, l'accélération est la somme de la dérivée seconde de la vitesse moyenne (la courbure du profil de la vitesse moyenne) et du gradient moyen de pression. Dans la direction longitudinale, l'écoulement est forcé par un gradient de pression constant. La composante longitudinale est, de plus, la seule direction où le laplacien de la vitesse moyenne est différent de zéro. On a donc :  $\langle a_x \rangle \sim \nu \frac{\partial^2 \langle u_x \rangle}{\partial y^2}$ . Pour la composante normale à la paroi, la seule contribution est celle du gradient de pression moyen dans la direction normale, on a ainsi :  $\langle a_y \rangle \sim \langle \frac{\partial P}{\partial y} \rangle$ . Pour les deux composantes, on constate que l'accélération moyenne est maximale dans la zone tampon.

La figure 2.24 présente l'évolution de la variance des trois composantes de l'accélération ainsi que de leurs contributions potentielle et solénoïdale. On voit que, pour les trois composantes, l'accélération des particules fluides reste très faible jusqu'à  $y^+ \sim 1$ . Ainsi, à partir des équations 2.53 et 2.54 on peut estimer qu'en très proche paroi ( $y^+ < 1$ ) les écarts type de la contribution visqueuse et de la contribution du gradient de pression doivent rester du même ordre de grandeur.

Dans la zone tampon ( $5 < y^+ < 30$ ), l'écart type de la composante longitudinale de l'accélération est dominé par sa partie solénoïdale, alors que pour les deux autres composantes la contribution potentielle est plus forte. Ainsi, près de la paroi, puisque le champ d'accélération ne peut être considéré comme un champ irrotationnel (la composante longitudinale est dominée par la viscosité), on s'attend à ce que les effets de la viscosité se manifestent sur les structures de l'accélération.

Suffisamment loin de la paroi, et jusqu'à l'axe du canal, l'accélération est quasiment irrotationnelle, puisque la partie solénoïdale de l'accélération est négligeable. Elle doit néanmoins demeurer importante aux plus petites échelles de ce champ comme il a été montré, pour une turbulence homogène et isotrope (THI), par Vedula et Yeung. [166].

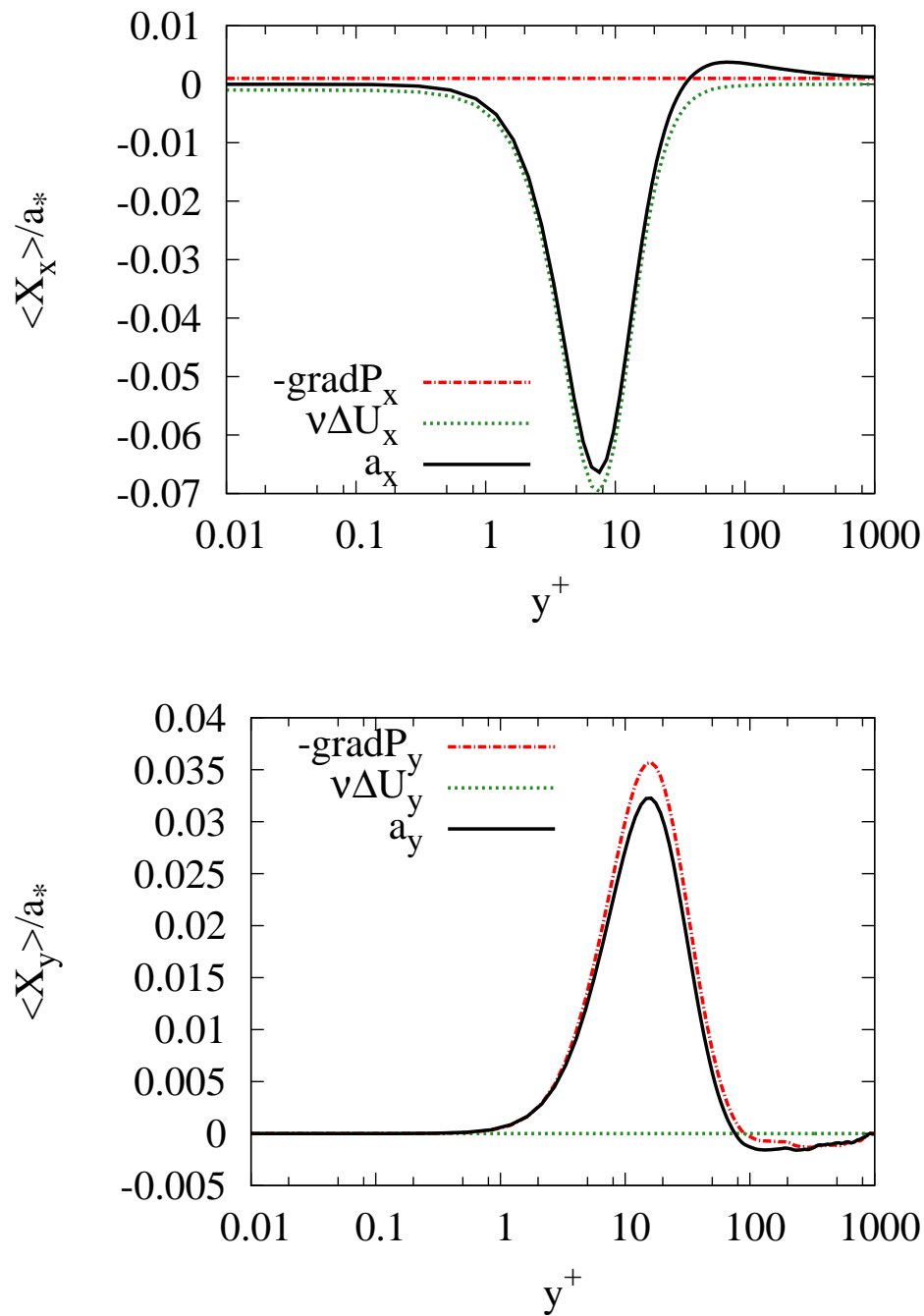


FIG. 2.23: Comparaison pour la composante longitudinale (a) et normale (b) de la moyenne de l'accélération, de la moyenne de gradient de pression et de la moyenne de la contribution solénoïdale de l'accélération. Pour  $Re_+ = 1000$ . En échelle semi-log.

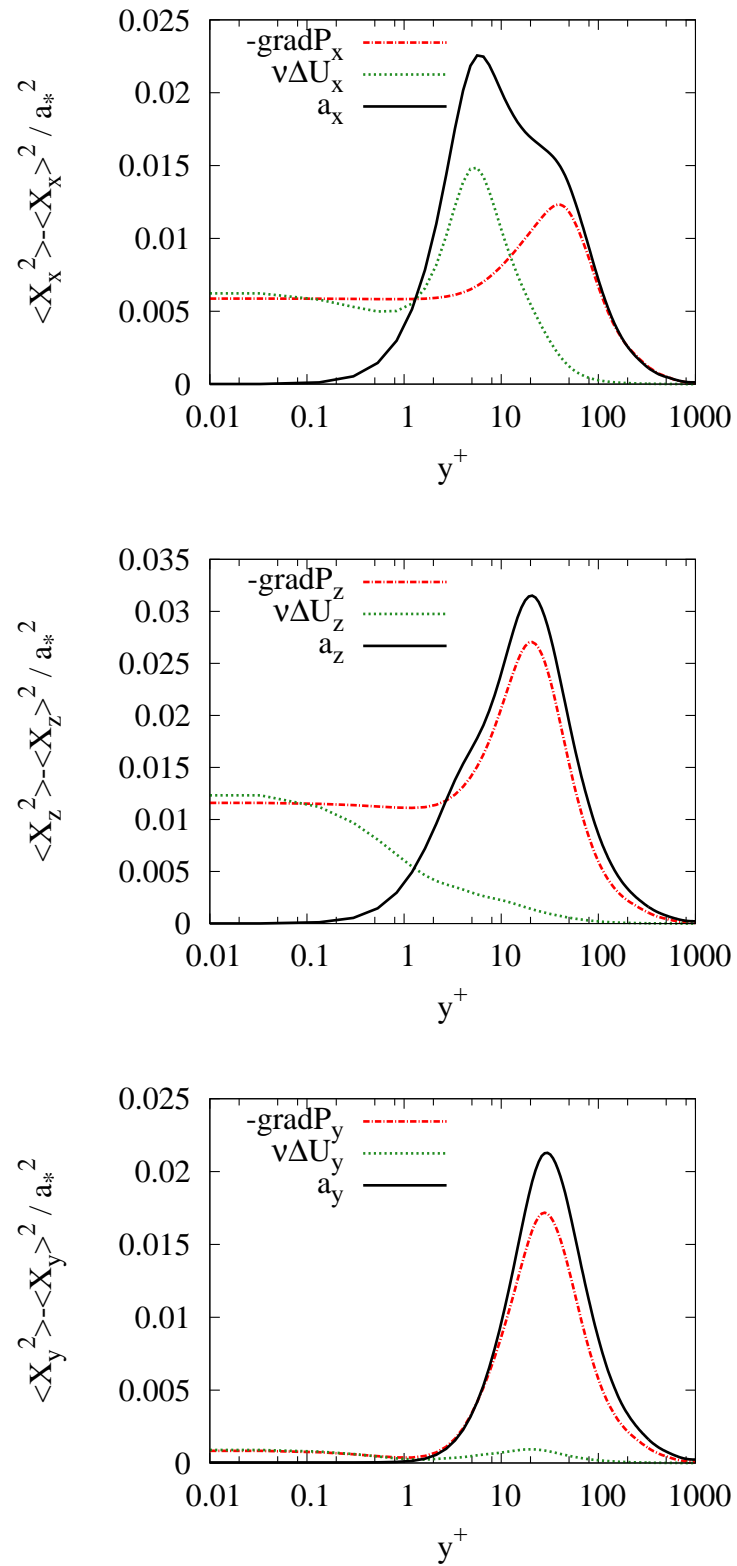


FIG. 2.24: Comparaison pour la composante longitudinale (a), transversale (b) et normale (c) de la variance de l'accélération, de la variance de gradient de pression et de la variance de la partie solénoïdale de l'accélération. Pour  $Re_+ = 1000$ . En échelle semi-log.

### 2.3.2 Corrélations spatiales

Dans ce paragraphe, on étudie l'influence de la viscosité, en proche paroi, sur la structure du champ d'accélération. Pour analyser ce champ, on considère les corrélations spatiales de l'accélération. On s'intéressera en particulier à l'influence de la distance à la paroi et du nombre de Reynolds.

Il faut remarquer que généralement l'étude des structures des champs turbulents au moyen de leurs spectres ou de leurs autocorrélations spatiales se fait pour des écoulements homogènes et non-confinés. Ici, le confinement par les parois nous impose de revoir les définitions du coefficient d'autocorrélation ou de l'échelle intégrale rendant plus délicate l'interprétation des résultats.

Les corrélations spatiales de l'accélération entre particules fluides ont été mesurées expérimentalement par Xu et al. [176] pour une turbulence homogène et isotrope, en considérant que les autocorrélations spatiales de l'accélération totale peuvent s'interpréter comme la corrélation entre l'accélération de deux particules fluides séparées, à un instant donné, d'une distance  $r$ . Ils ont observé que le coefficient de corrélation des composantes de l'accélération décroît comme  $(r/\eta)^{-2/3}$ . Cette évolution est en accord avec la relation d'Obukov-Yaglom [121] obtenue en négligeant l'effet de la viscosité.

Puisque l'écoulement est inhomogène, il est nécessaire de préciser la définition du coefficient de corrélation employée pour les calculs présentés dans la suite :

$$\rho_{a_i, a_j}(y, \mathbf{r}) = \frac{\langle a'_i(\mathbf{x}) a'_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle}{(\langle a'_i(\mathbf{x})^2 \rangle \langle a'_j(\mathbf{x} + \mathbf{r})^2 \rangle)^{1/2}} \quad (2.55)$$

où  $a'_i$  est la fluctuation de l'accélération i.e. :  $a'_i = a_i - \langle a_i \rangle$ . Les moyennes sont prises sur les plans homogènes (parallèles à la paroi) et sont donc dépendantes de la distance à la paroi. On s'intéresse à l'autocorrélation, on aura donc par la suite  $i = j$  (ici la règle de sommation sur les indices répétés ne s'applique pas).

Alors qu'en THI, le tenseur des autocorrélations (trois composantes et trois directions) peut se résumer à l'unique connaissance de la fonction de corrélation alignée et de la fonction perpendiculaire [112] (notés  $\rho_{LL}(r)$  et  $\rho_{NN}(r)$  respectivement, voir le schéma de la figure 2.25), dans le canal la situation est plus complexe. Du fait de l'anisotropie de l'écoulement et de l'inhomogénéité induite par la paroi, à chaque distance de la paroi, il est nécessaire de connaître les neuf composantes du tenseur des autocorrélations. Lorsque le vecteur  $\mathbf{r}$  est parallèle à l'axe  $x$ ,  $y$  ou  $z$ , on parlera de corrélations longitudinales, normales ou transversales respectivement.

L'évolution de ces neuf coefficients de corrélation avec la distance de séparation, pour différentes distances de la paroi est représentée sur les figures 2.26 (pour les corrélations dans la direction longitudinale), 2.27 (pour les corrélations transversales) et 2.28 (pour les corrélations normales à la paroi). Il faut noter que les autocorrélations ne sont pas symétriques par rapport à  $r_y$ , du fait de l'inhomogénéité de l'écoulement dans la direction normale à la paroi :  $\rho_{a_i, a_j}(y, r_y) \neq \rho_{a_i, a_j}(y, -r_y)$ ; ainsi pour les corrélations normales il est nécessaire de représenter l'évolution du coefficient de corrélation dans la

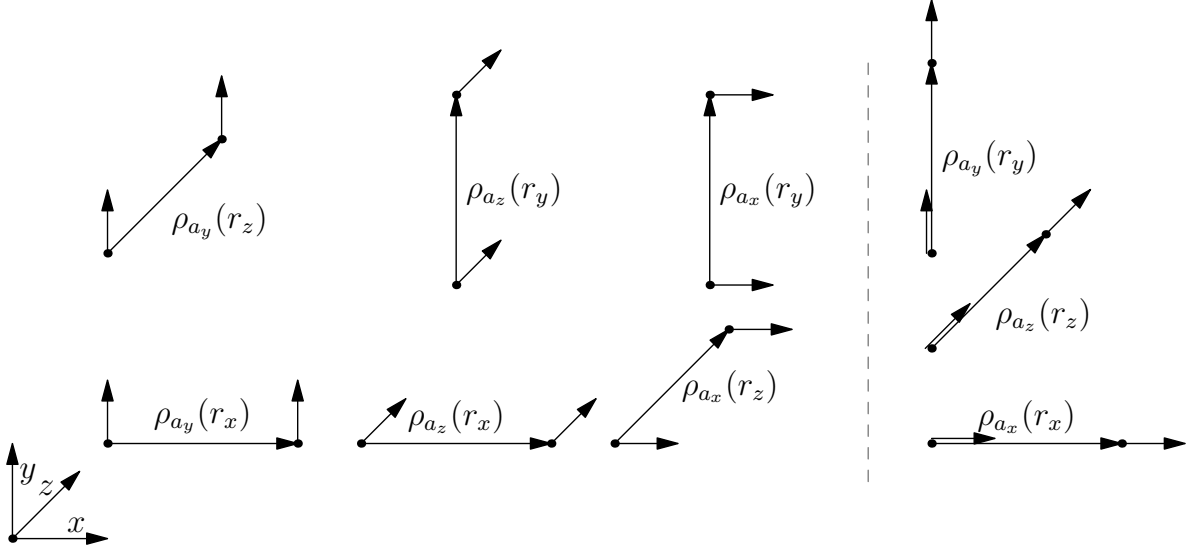


FIG. 2.25: Définition des autocorrélations spatiales perpendiculaires  $\rho_{NN}$  (à gauche) et alignées  $\rho_{LL}$  (à droite).

direction pointant vers le centre du canal ( $r_y > 0$ ) et dans la direction pointant vers la paroi la plus proche ( $r_y < 0$ ).

On remarque une forte disparité dans la forme du profil du coefficient d'autocorrélation, suivant la composante, la distance à la paroi et la direction de corrélation. La corrélation longitudinale va prendre des valeurs négatives pour la composante  $a_x$  pour  $y^+ > 20$  et pour la composante  $a_z$  lorsque  $y^+ < 20$  (figure 2.26a et b). La corrélation transversale de  $a_z$  (figure 2.27b) et la corrélation normale de  $a_y$  (figure 2.28c) présentent des valeurs négatives quel que soit  $y^+$  et tous les autres coefficients de corrélations restent positifs.

De manière similaire à l'analyse qui est faite en turbulence homogène et isotrope [112, 166], les autocorrélations dans l'écoulement de canal peuvent être décomposées en deux groupes : les autocorrélations alignées et celles perpendiculaires. Dans le premier groupe les vecteurs  $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{a}$  sont colinéaires et dans le deuxième cas ils sont perpendiculaires (voir schéma 2.25). Les neuf composantes du tenseur des corrélations (représentées sur les figures 2.26, 2.27 et 2.28) sont donc décomposées en six composantes perpendiculaires ( $\rho_{a_x}(r_y)$ ,  $\rho_{a_x}(r_z)$ ,  $\rho_{a_y}(r_x)$ ,  $\rho_{a_y}(r_z)$ ,  $\rho_{a_z}(r_x)$  et  $\rho_{a_z}(r_y)$ ) et trois alignées ( $\rho_{a_x}(r_x)$ ,  $\rho_{a_y}(r_y)$  et  $\rho_{a_z}(r_z)$ ).

Les propriétés du champ d'accélération (solénoïdale ou potentielle) imposent une certaine forme au coefficient de corrélation spatiale [112, 166], et permettent d'expliquer les différences constatées pour les coefficients de corrélation en fonction de la composante, la direction ou la distance de la paroi.

Un champ solénoïdal (la vitesse  $u$  dans un écoulement incompressible, ou la partie incompressible de l'accélération  $a_S$  par exemple) doit satisfaire la relation suivante [112] :

$$\left\langle \frac{\partial a_{S,j}(\mathbf{x})}{\partial x_j} a_{S,i}(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \right\rangle = \left\langle \frac{\partial a_{S,i}(\mathbf{x})}{\partial x_i} a_{S,j}(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \right\rangle = 0 \quad (2.56)$$

ou de façon équivalente [112] :

$$\frac{\partial \rho_{a_{S,i},a_{S,j}}(\mathbf{r})}{\partial r_j} = \frac{\partial \rho_{a_{S,i},a_{S,j}}(\mathbf{r})}{\partial r_i} = 0 \quad (2.57)$$

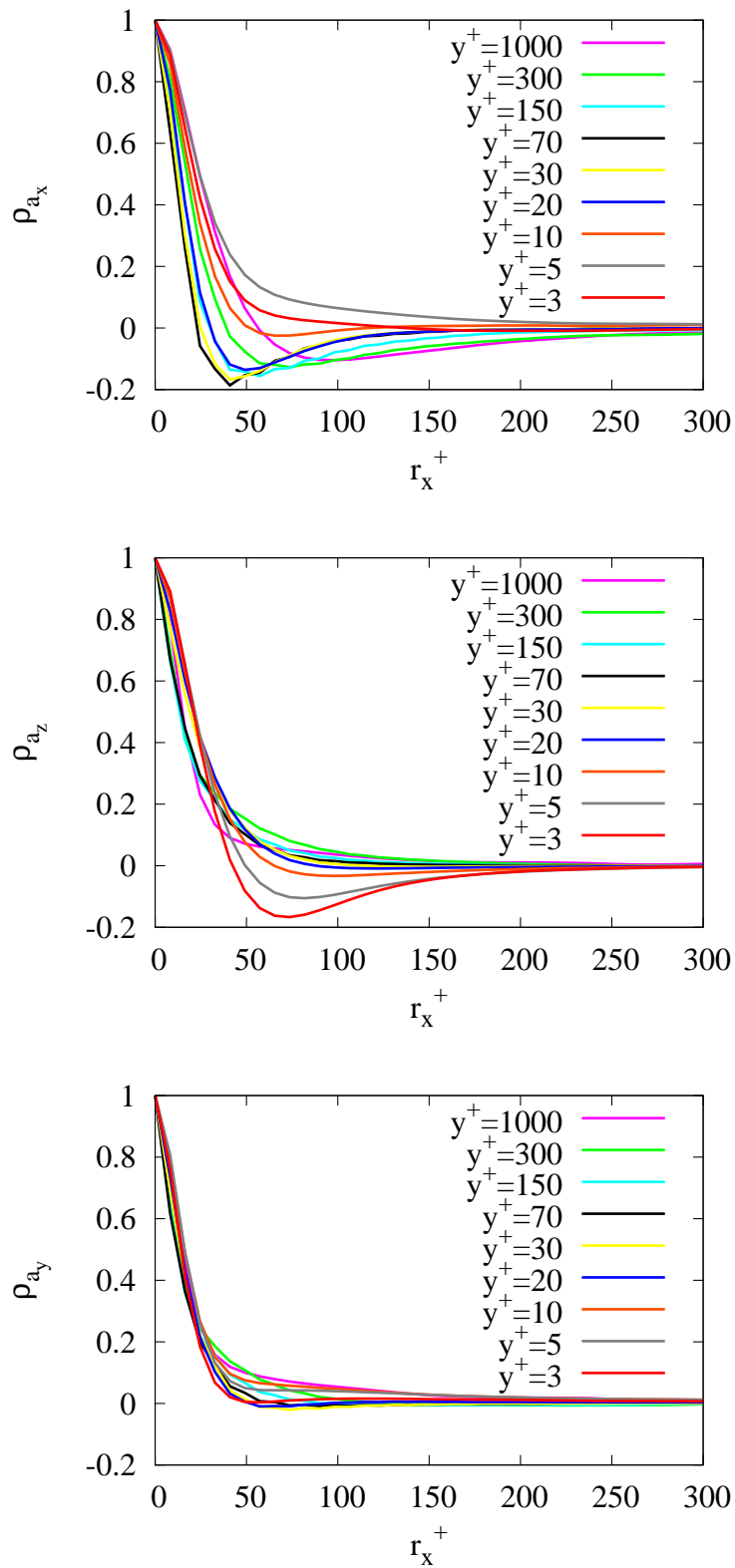


FIG. 2.26: Autocorrélation dans la direction longitudinale de l'écoulement pour les trois composantes  $a_x$  : (a),  $a_z$  : (b),  $a_y$  : (c) à  $Re_+ = 1000$ , pour différentes distances de la paroi.

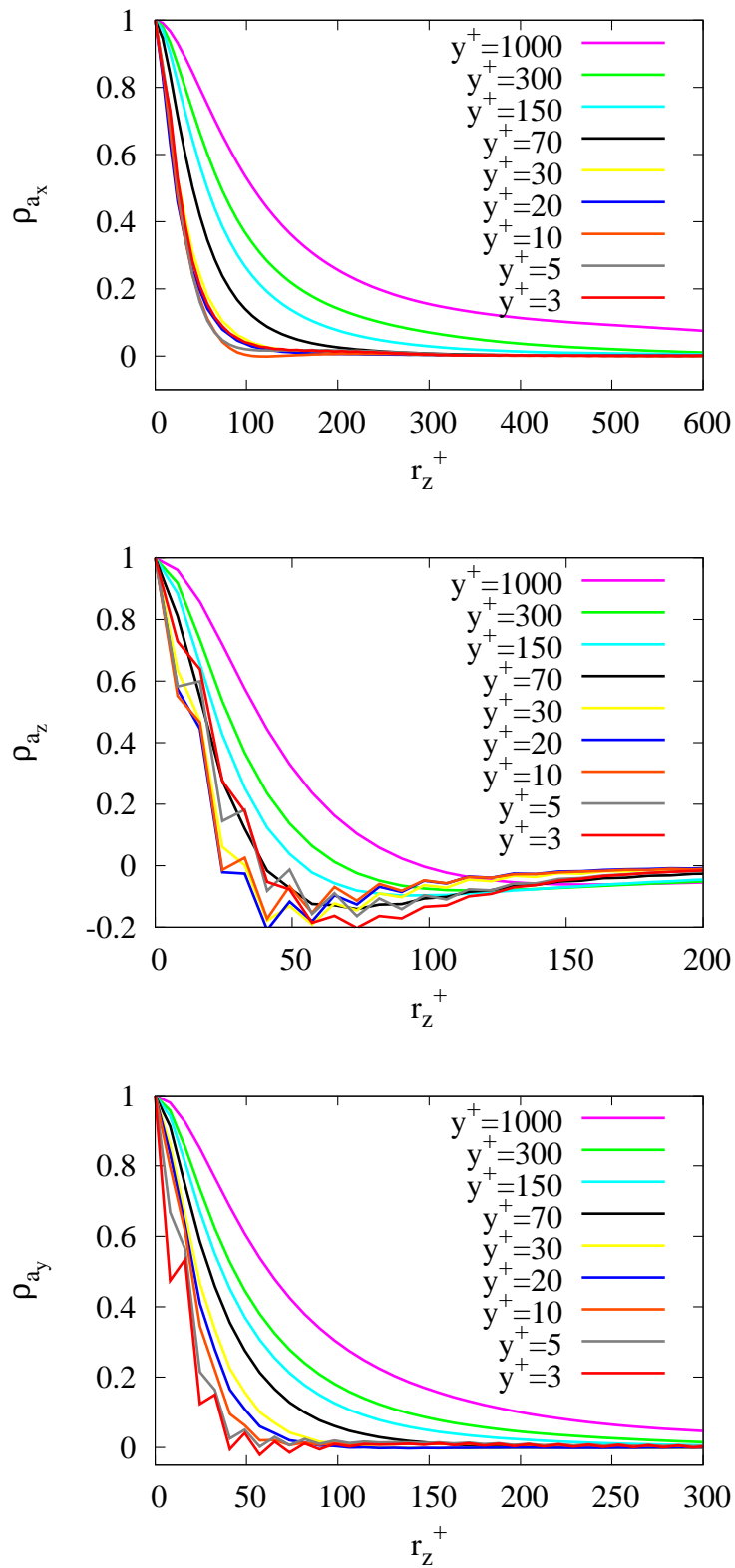


FIG. 2.27: Autocorrélation dans la direction transversale de l'écoulement pour les trois composantes  $a_x$  : (a),  $a_z$  : (b),  $a_y$  : (c) à  $Re_+ = 1000$ , pour différentes distances de la paroi.



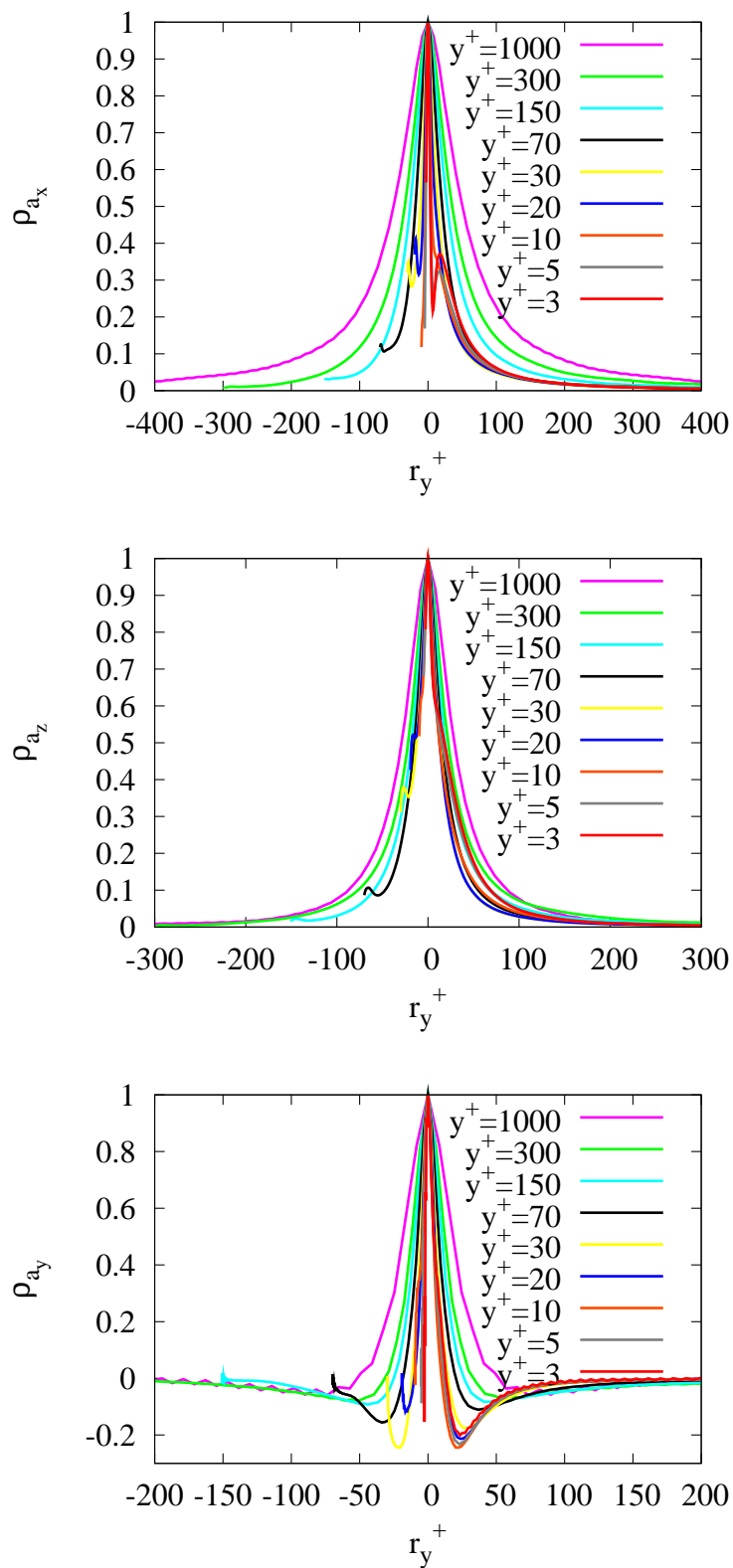


FIG. 2.28: Autocorrélation dans la direction normale de l'écoulement pour les trois composantes  $a_x$  : (a),  $a_z$  : (b),  $a_y$  : (c) à  $Re_+ = 1000$ , pour différentes distances de la paroi.

Si en plus le champ est homogène et isotrope on a [112] :

$$\rho_{a_S,NN}(r) = \rho_{a_S,LL}(r) + \frac{r}{2} \frac{d}{dr} \rho_{a_S,LL}(r) \quad (2.58)$$

avec  $\rho_{a_S,LL}(r)$  et  $\rho_{a_S,NN}(r)$  les fonctions scalaires représentant l'évolution des coefficients de corrélation alignés et perpendiculaires, respectivement. Ainsi pour un champ solénoïdal,  $\rho_{a_S,NN}(r)$  doit être négatif pour des valeurs de  $r$  intermédiaires puisque les corrélations en deux-points décroissent rapidement avec  $r$  [166].

De façon analogue, pour un champ irrotationnel (comme le gradient de pression  $\mathbf{a}_I$ ) on a par définition la relation suivante :

$$\left\langle \left( \frac{\partial a_{I,j}(\mathbf{x})}{\partial x_i} - \frac{\partial a_{I,i}(\mathbf{x})}{\partial x_j} \right) a_{I,i}(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \right\rangle = 0 \quad (2.59)$$

ce qui impose :

$$\frac{\partial \rho_{a_{I,i},a_{I,j}}(\mathbf{r})}{\partial r_k} = \frac{\partial \rho_{a_{I,k},a_{I,j}}(\mathbf{r})}{\partial r_i} \quad (2.60)$$

Si en plus le champ est homogène et isotrope on a [112] :

$$\rho_{a_I,LL}(r) = \rho_{a_I,NN}(r) + r \frac{d}{dr} \rho_{a_I,NN}(r) \quad (2.61)$$

Ainsi pour un champ potentiel,  $\rho_{a_I,LL}(r)$  doit également être négatif pour des valeurs de  $r$  intermédiaire [166].

On peut étendre ce raisonnement au cas plus général où l'écoulement n'est ni homogène ni isotrope. Ainsi, les autocorrélations alignées du gradient de pression et les autocorrélations perpendiculaires du laplacien de vitesse présentent pour une gamme d'échelles intermédiaires des valeurs négatives avant de s'annuler.

Si  $a_{S,i}$  et  $a_{I,i}$  sont statistiquement indépendants (comme en THI), alors l'autocorrélation de  $a_i$  se comporte comme la somme des autocorrélations de  $a_{S,i}$  et  $a_{I,i}$ . En proche paroi, ces deux composantes ne sont pas indépendantes, néanmoins faisons l'hypothèse que l'autocorrélation de l'accélération soit dominée par  $a_{S,i}$  ou  $a_{I,i}$ . Ainsi, si l'on retrouve que l'autocorrélation perpendiculaire présente des valeurs négatives on pourrait conclure que l'effet de la viscosité domine l'organisation de l'écoulement. Et inversement si l'autocorrélation alignée devient négative c'est le signe que le champ est dominé par le gradient de pression.

On constate sur les figures 2.27b et 2.28c que les corrélations spatiales  $\rho_{a_z}(r_z)$  et  $\rho_{a_y}(r_y)$  (vecteur  $\mathbf{a}$  et  $\mathbf{r}$  alignés) présentent des pics négatifs avant de s'annuler. Ceci peut alors être relié au fait que les composantes normale et transversale de l'accélération restent dominées par leur partie irrotationnelle dans tout le canal (voir figures 2.24b et c).

La corrélation longitudinale de  $a_x$ , en revanche, ne prendra des valeurs négatives que pour  $y^+ > 20$  (figures 2.26a), puisqu'en proche paroi la composante longitudinale de l'accélération a un comportement majoritairement solénoïdal (figures 2.24a). C'est également parce que la direction longitudinale de l'accélération est dominée en proche paroi par la viscosité que le coefficient de corrélation  $\rho_{a_z}(r_x)$  est négatif, pour des valeurs intermédiaires de  $r$  et pour  $y^+ < 20$  (figures 2.26b).

On constate également que, lorsque la distance à la paroi augmente, les pics négatifs observés pour les autocorrélations alignées ( $\rho_{a_x}(r_x)$ ,  $\rho_{a_y}(r_y)$  et  $\rho_{a_z}(r_z)$ ) deviennent de

plus en plus faibles et de plus en plus « étalés ». Ceci peut être interprété, par analogie avec l'équation 2.61, par l'augmentation avec  $y$  de la longueur de corrélation.

Sur la figure 2.29, on présente l'évolution, en échelle logarithmique, des coefficients de corrélation pour  $a_z$  et  $a_x$  dans la direction normale. Sur cette figure on a distingué l'évolution du coefficient de corrélation pour  $r_y > 0$  (vers le centre) et pour  $r_y < 0$  (vers la paroi la plus proche). On constate que ces deux coefficients de corrélation diminuent approximativement comme  $\sim r_y^{-3/2}$ . La décroissance de la corrélation semble être indépendante de la zone de l'écoulement (proche paroi, buffer zone, centre). Néanmoins, pour l'autocorrélation de  $a_x$  dans la direction normale (figure 2.28a) pour  $y_0^+ < 10$ , on remarque un minimum et un maximum local situé autour de  $r_y^+ = 10$ .

La figure 2.30 présente l'évolution du coefficient de corrélation pour la norme de l'accélération dans les directions longitudinale, transversale et normale à la paroi.

### Echelles de corrélation spatiales

On s'intéresse maintenant à la dépendance de l'autocorrélation spatiale avec le nombre de Reynolds et avec la distance à la paroi. Afin d'étudier quantitativement cette dépendance, on s'intéresse à l'évolution de la longueur intégrale :

$$L_{int,a_i,r_j}(y) = \int_0^\infty \rho_{a_i,a_i}(y, r_j) dr_j \quad (2.62)$$

Il se pose un problème de définition pour l'échelle intégrale lorsque le coefficient de corrélation devient négatif. La partie négative fait diminuer la longueur intégrale, alors que les deux points sont manifestement corrélés (négativement). On peut dans ce cas soit estimer la distance de corrélation comme étant la distance pour laquelle le coefficient s'annule, soit calculer la longueur intégrale à partir de la valeur absolue du coefficient. Ces deux longueurs sont définies respectivement de la façon suivante :

$$\rho_{a_i,a_i}(y, L_{zero,a_i,r_j}(y)) = 0 \quad (2.63)$$

$$L_{|int|,a_i,r_j}(y) = \int_0^\infty |\rho_{a_i,a_i}(y, r_j)| dr_j \quad (2.64)$$

Quand on s'intéresse aux autocorrélations dans la direction normale à la paroi il faut distinguer deux directions : la première pointant vers la paroi la plus proche (la direction confinée). L'autre direction pointant vers l'axe du canal. En effet, le coefficient de corrélation n'est pas symétrique par rapport à  $\mathbf{r}$  :  $\rho_{a_i,a_i}(y, \mathbf{r}) \neq \rho_{a_i,a_i}(y, -\mathbf{r})$ , sauf dans le cas particulier où le vecteur  $\mathbf{r}$  est parallèle à la paroi :  $\mathbf{r} = (r_x, r_y = 0, r_z)$ . Par ailleurs, il faut tenir compte du confinement dans la direction normale en modifiant les borne de l'intégrale. On distingue, alors deux échelles de corrélation (par exemple pour l'échelle intégrale) :

$$L_{int+,a_i,r_j}(y) = \int_0^{2h-y} \rho_{a_i,a_i}(y, r_j) dr_j \quad (2.65)$$

$$L_{int-,a_i,r_j}(y) = \int_{-y}^0 \rho_{a_i,a_i}(y, r_j) dr_j$$

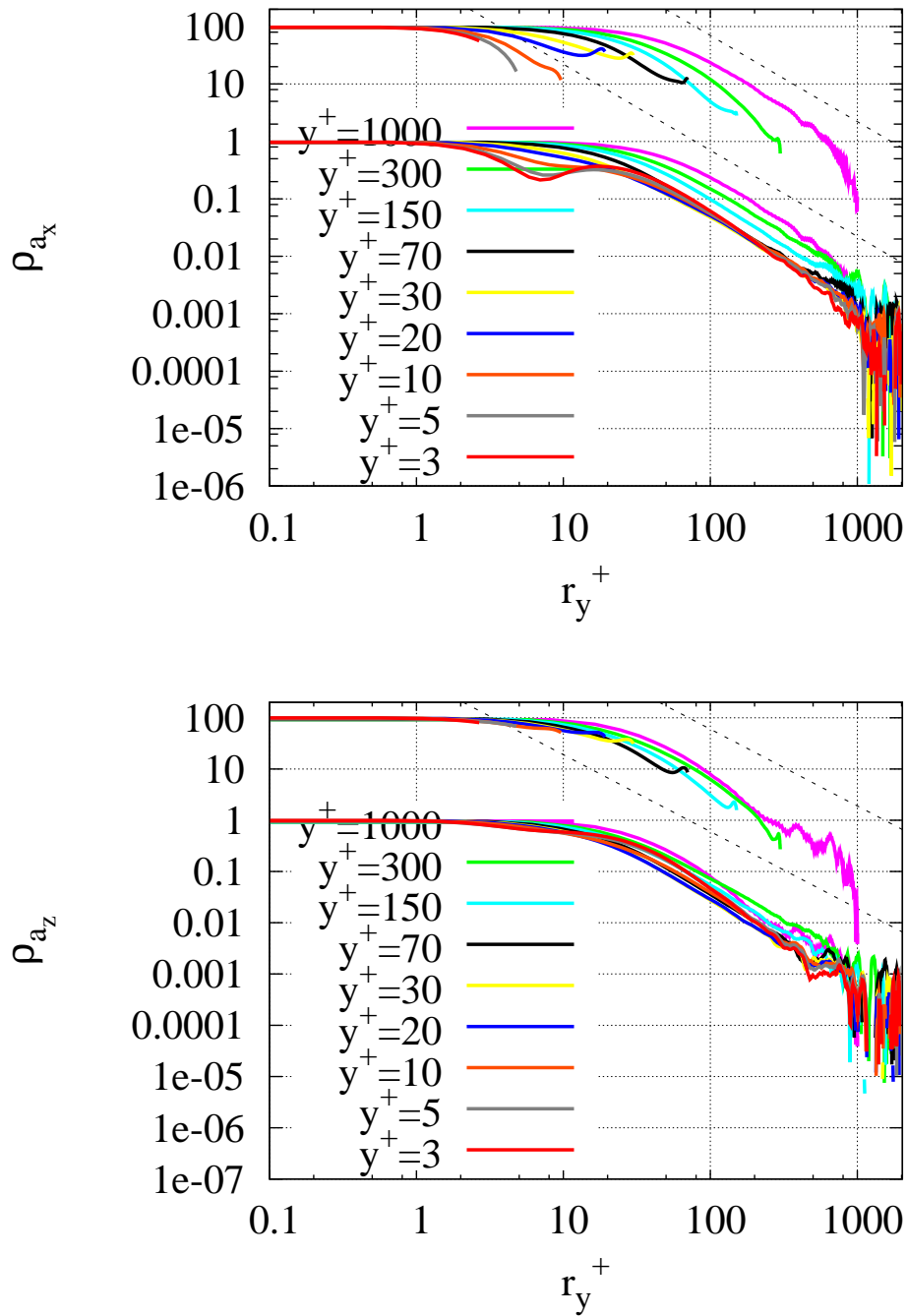


FIG. 2.29: Autocorrelation à  $Re_+ = 1000$  dans la direction normale de l'écoulement pour les composantes  $a_x$  (a) et  $a_z$  (b), pour différentes distances de la paroi. Sur chaque figure la courbe inférieure représente l'évolution pour  $r_y > 0$  et la courbe supérieure (décalée d'un facteur 100) l'évolution pour  $-r_y > 0$ . Comparaison avec la courbe  $r_y^{-3/2}$ .

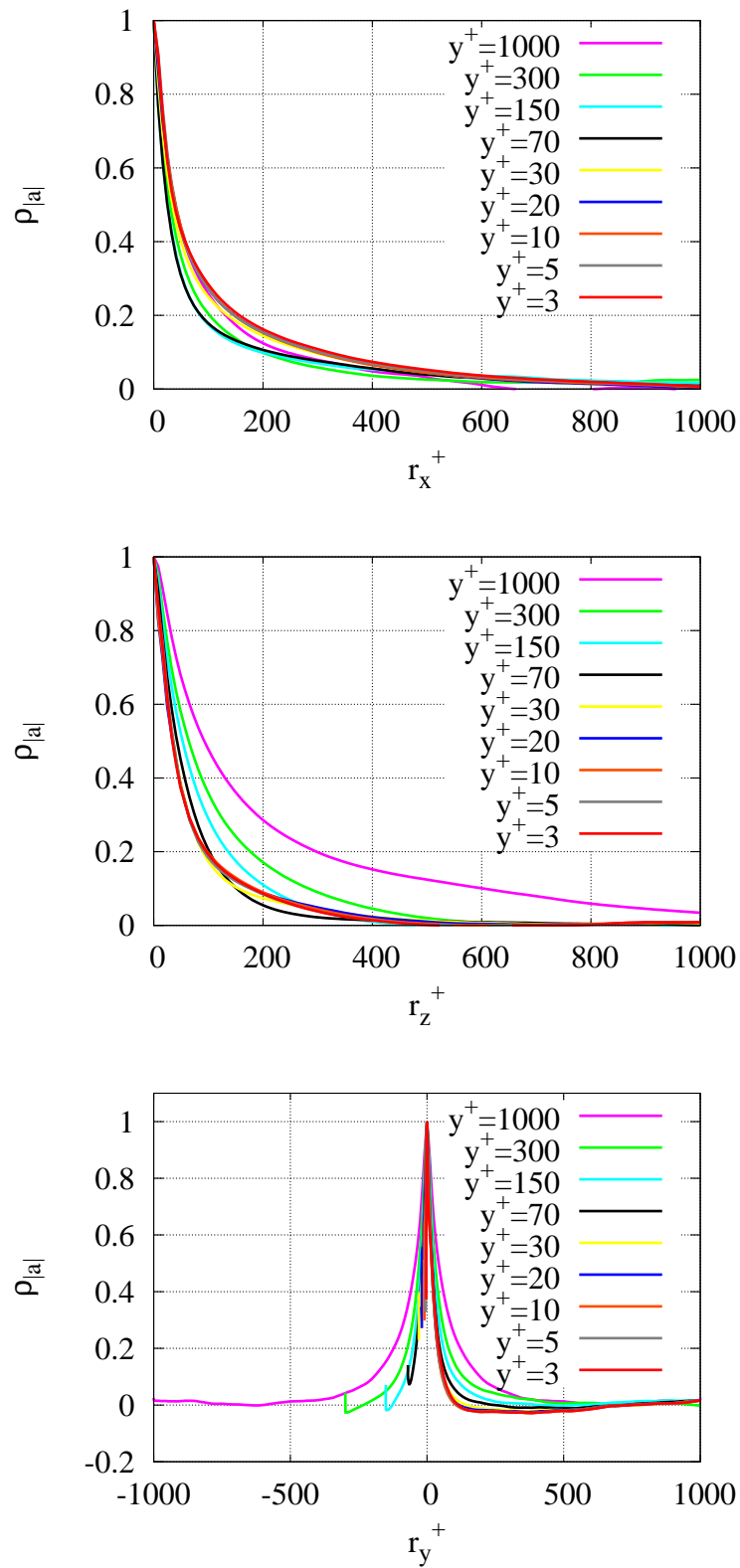


FIG. 2.30: Autocorrelation dans la direction longitudinale (a), transversale (b) et normale (c) pour la norme à  $Re_+ = 1000$ , pour différentes distances de la paroi.

Pour l'autocorrélation dans la direction normale à la paroi de la norme et des composantes  $x$  et  $z$ , les échelles intégrales telles que définies par l'équation 2.65 ont été calculées et sont présentées sur la figure 2.31. Les distances de corrélation pour la composante normale de l'accélération définies par les équations 2.63 et 2.64 ont également été calculées et sont données sur la figure 2.32. Pour tous ces profils d'échelle intégrale (figures 2.31a, b et c et figures 2.32a et b) on remarque qu'il y a systématiquement deux zones : une en proche paroi ( $y^+ < 10$ ) et une seconde éloignée de la paroi ( $y^+ > 30$ ). Dans la zone de proche paroi, on constate que l'échelle intégrale est approximativement constante si l'on regarde dans la direction pointant vers le centre, et que l'échelle intégrale est égale à  $y$  dans la direction confinée. Si on considère que la taille des structures peut être assimilée à la somme des deux échelles intégrales ( $L_-$  et  $L_+$ ), on a alors des structures dont la taille croît linéairement avec la distance à la paroi jusqu'à  $y^+ \sim 10$ . Dans cette zone, les structures sont directement affectées par le confinement imposé par la paroi et sont donc très inhomogènes (puisque leurs dimensions vers le haut et vers le bas sont différentes).

Loin de la paroi, la taille des structures continue d'augmenter avec la distance à la paroi, mais de manière beaucoup moins rapide. Dans les deux directions (vers la paroi et vers le centre) les longueurs de corrélation deviennent identiques traduisant le fait que les structures situées au-delà  $y^+ = 30$  ne sont plus affectées directement par la paroi, et deviennent ainsi plus homogènes.

On remarque que ce changement de comportement dans l'évolution des échelles de corrélation intervient lorsque la taille de la partie basse de la structure ( $L_{int-}$ ) devient du même ordre de grandeur que la taille de la partie supérieure ( $L_{int+}$ ). Ceci pouvant indiquer l'existence d'une taille intrinsèque aux structures de proche paroi, dépendant uniquement de l'échelle visqueuse  $l_*$ .

Il faut remarquer que ce comportement est identique pour les trois nombres de Reynolds que nous avons étudiés, et que l'évolution des longueurs de corrélation en fonction de la distance à la paroi est indépendante du nombre de Reynolds si elles sont adimensionnalisées par la longueur de frottement  $l_*$ .

Pour la norme et pour la composante longitudinale, on observe que loin de la paroi, l'évolution de l'échelle de corrélation avec la distance à la paroi est similaire à :

$$L_{int}^+ \sim \sqrt{y^+} \quad (2.66)$$

Ceci fait penser à un processus de diffusion des structures de l'accélération. Pour les deux autres composantes (transversale et normales) la longueur intégrale évolue comme :  $L_{int}^+ \sim (y^+)^{1/3}$ .

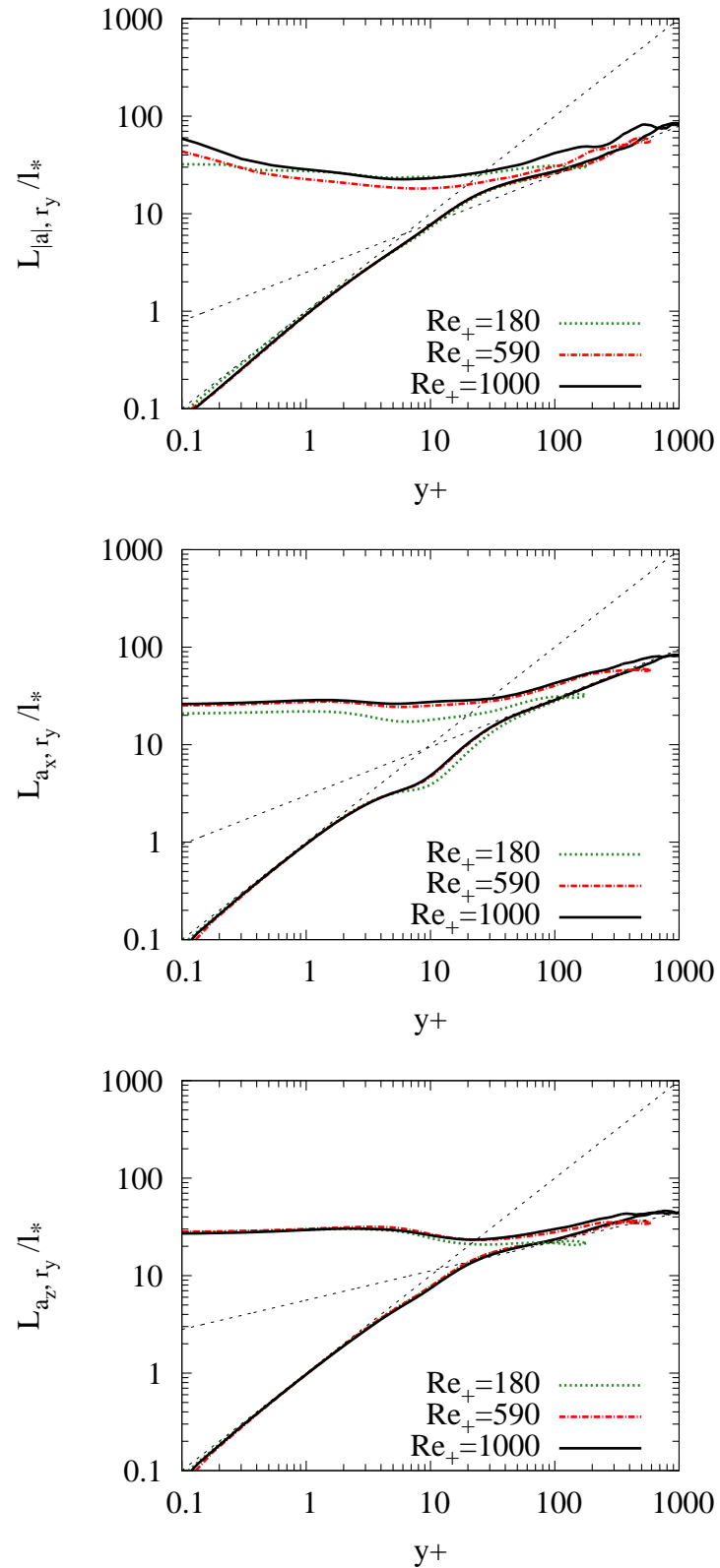


FIG. 2.31: Évolution, en fonction de la distance à la paroi, de la longueur intégrale pour l'autocorrélation dans la direction normale à la paroi de la norme (a) et des composantes  $a_x$  (b) et  $a_z$  (c), Pour  $Re_+ = 180, 590$  et  $1000$ . Les longueurs intégrales du coefficient de corrélation dans le sens vers la paroi et vers l'axe sur le même graphique.

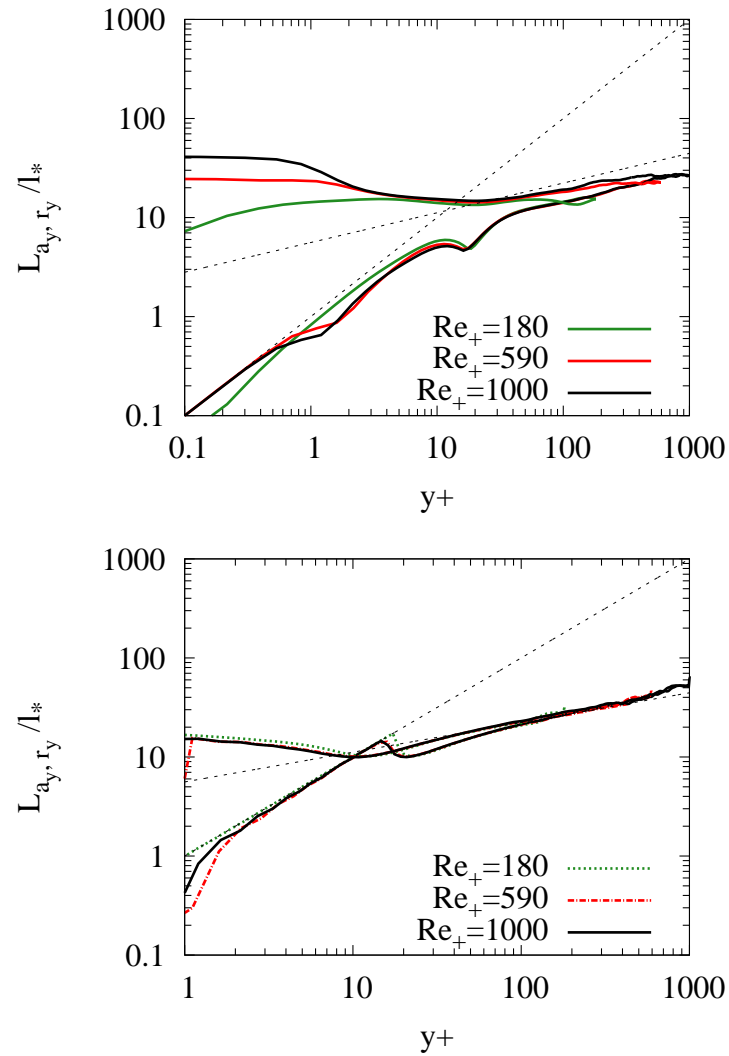


FIG. 2.32: Evolution, en fonction de la distance à la paroi, de la longueur intégrale de la valeur absolue du coefficient (a), et de la distance à laquelle l'autocorrélation s'annule (b), pour l'autocorrélation dans la direction normale à la paroi de  $a_y$ , Pour  $Re_+ = 180$ , 590 et 1000. Les longueurs intégrales du coefficient de corrélation dans le sens vers la paroi et vers l'axe sur le même graphique.



### 2.3.3 Corrélations lagrangiennes

Dans cette section, on étudie les corrélations de l'accélération des particules fluides le long de leur trajectoire (corrélations lagrangiennes). Les corrélations lagrangiennes pour l'accélération sont des grandeurs statistiques importantes pour caractériser l'intermittence, car ces corrélations sont liées à la dynamique des trajectoires des particules fluides. A cause des fortes difficultés expérimentales rencontrées pour obtenir des mesures lagrangiennes, ces corrélations ont premièrement été étudiées en DNS principalement pour des écoulements THI [131, 177], mais également pour des écoulements cisailés [177], et pour le canal turbulent [35, 100]. Avec l'arrivée de nouvelles méthodes de mesures, les trajectoires lagrangiennes ont été accessibles expérimentalement à partir de la fin des années 1990 [92, 113, 114, 115, 169, 171].

Yeung et al. [177] ont montré que la décorrélation d'une composante de l'accélération était rapide, de l'ordre de l'échelle de temps dissipative. Ensuite, Mordant et al. [113, 114, 115] ont découvert que la norme de l'accélération reste corrélée sur des temps bien plus longs que ces composantes, le temps de corrélation de la norme étant de l'ordre de l'échelle d'injection d'énergie. La dynamique des particules fluides est dominée par les corrélations à longue portée et la survenue de très fortes fluctuations aux petites échelles, et est intimement liée au fait que ces particules peuvent être capturées par des filaments de vorticité [22] répartis dans un écoulement relativement calme. Ainsi le comportement intermittent des particules fluides est dû à la nature et la répartition de ces structures intenses.

Les études des corrélations lagrangiennes de l'accélération en proche paroi [35, 100] montrent que la dynamique des particules fluides est fortement conditionnée par la présence des structures longitudinales de paroi, qui semblent jouer un rôle analogue aux filaments de vorticité en THI.

Les autocorrélations de l'accélération le long des trajectoires des particules fluides pour les trois composantes et pour la norme ont été calcul  es pour  $Re_+ = 590$ . Les détails sur la méthode utilis  e pour le suivi des particules et le calcul de leur accélération sont donnés dans la section 5.1.

Du fait de la non-homogénéité de l'écoulement, il est nécessaire de bien préciser la définition du coefficient de corrélation utilis  e :

$$\rho_{a_i, a_j}(y_0, t) = \frac{\langle a'_i(t_0) a'_j(t_0 + t) \rangle_{y_0}}{\left( \langle a'_i(t_0)^2 \rangle_{y_0} \langle a'_j(t_0 + t)^2 \rangle_{y_0} \right)^{1/2}} \quad (2.67)$$

avec  $a'_i$  la fluctuation par rapport à la moyenne :  $a'_i(t_0 + t) = a_i(t_0 + t) - \langle a_i(t_0 + t) \rangle_{y_0}$ , la moyenne  $\langle \bullet \rangle_{y_0}$  correspondant à la moyenne sur l'ensemble des particules se trouvant à une distance de la paroi  $y_0$     l'instant  $t_0$  i.e. :  $\langle a_i(t_0 + t) \rangle_{y_0} = \langle a_i(t_0 + t) | y(t = t_0) = y_0 \rangle$ . La moyenne définie de la sorte évoluera donc avec  $t$ , mais la taille de l'échantillon statistique sur laquelle elle est calcul  e sera indépendant de  $t$  ne dépendant que  $y$  (et de  $t_0$ ). Il faut noter qu'avec la définition adoptée pour la moyenne, le coefficient de corrélation sera 1 pour  $t = 0$  et que la corrélation tendra vers zéro pour des temps suffisamment longs.

Sur la figure 2.33, les coefficients de corrélation des composantes et de la norme sont comparés pour quatre distances de la paroi ( $y_0^+ = 3$ ,  $y_0^+ = 30$ ,  $y_0^+ = 70$  et  $y_0^+ = 300$ ) et pour  $Re_+ = 590$ . Il faut remarquer qu'en très proche paroi, l'autocorrélation est moins bien converg  e, car il y a moins de particules fluides entre  $y_0$  et  $y_0 + dy$ , puisque  $dy$  est très faible en proche paroi (on a choisi le même  $dy$  que pour le maillage). Lee et al.

[100] avait présenté la comparaison entre ces coefficients de corrélation pour  $y^+ = 20$  et  $Re_+ = 180$  et leur figure est en accord avec celles présentées ici.

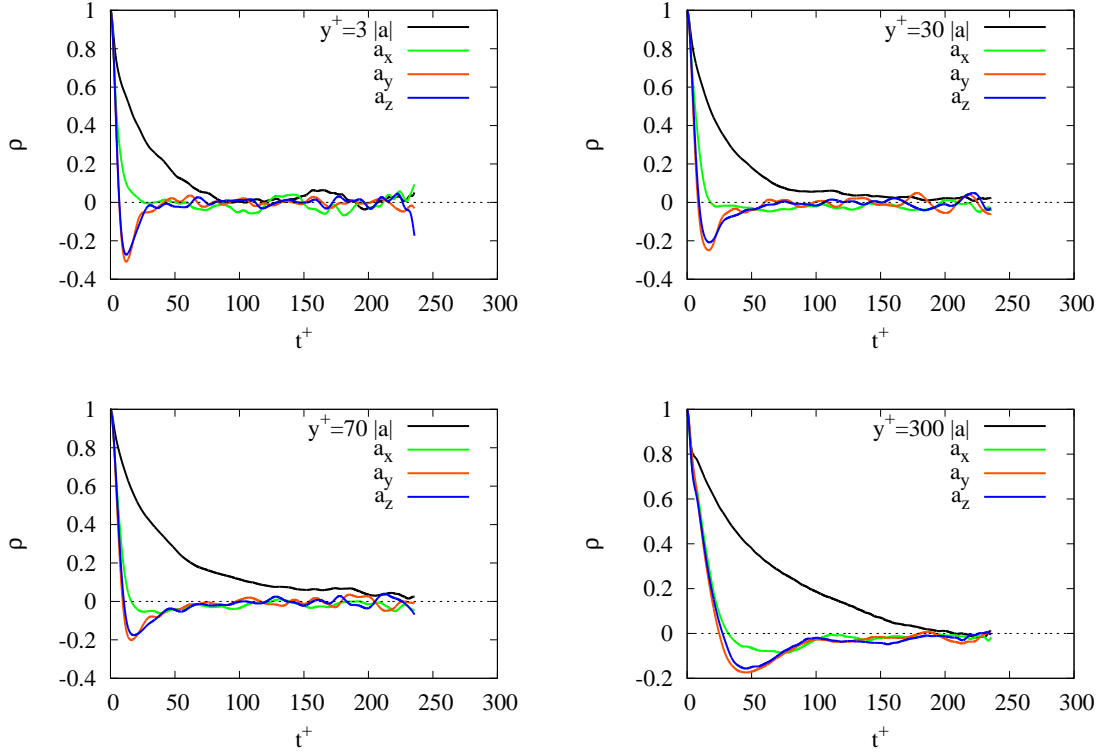


FIG. 2.33: Autocorrelations temporelles le long des trajectoires lagrangiennes, comparaison entre les composantes et la norme pour quatre distances de la paroi à  $Re_+ = 590$ .

On retrouve un résultat important de la THI : quelle que soit la distance à la paroi, le temps de corrélation de la norme est bien supérieur à celui des composantes. Ceci est une manifestation de l'intermittence : les particules fluides piégées par des structures cohérentes de forte vorticité subissant une forte accélération centripète ont une orientation qui change rapidement, alors que leur amplitude demeure corrélée longtemps.

Les coefficients de cor elation pour les composantes transversale et normale sont quasiment indiscernables même très proche de la paroi. On peut voir que la différence entre l'autocor elation pour la composante longitudinale et les deux autres est plus marquée, bien que cette différence ait tendance à s'estomper à mesure que la distance à la paroi augmente. Cette différence dans le comportement semble être directement liée à la présence des tourbillons quasi longitudinaux plus intenses en proche paroi, comme illustr e par [100]. Le fait que la différence entre les composantes s'amenuise avec la distance à la paroi peut également être interpr et e comme le signe que les fluctuations de l'accélération le long des trajectoires des particules fluides deviennent statistiquement isotropes lorsque la distance de la paroi augmente (il n'y a pas de direction privilégiée pour l'accélération) et que les structures de l'écoulement cessent d'être alignées avec la paroi.

Le temps nécessaire pour que le coefficient de cor elation coupe l'axe horizontal dépend de la distance à la paroi. Mordant et al. [114] avait constat e, pour l'écoulement

de type « Von Kármán », que pour les composantes le « crossing time » était quasiment indépendant du nombre de Reynolds et était de l'ordre de l'échelle de temps dissipative.

Afin d'analyser plus en détail l'influence de la distance à la paroi, sur les autocorrélations lagrangiennes, on a représenté l'évolution des échelles de corrélation pour la norme et les composantes sur la figure 2.34. L'échelle intégrale est calculée à partir de la valeur absolue du coefficient de corrélation, de façon similaire à l'équation 2.64.

On constate que le temps de corrélation est indépendant de la composante observée. De plus, l'échelle intégrale des composantes semble être, comme en THI, de l'ordre du temps dissipatif local de Kolmogorov ( $\tau_\eta = \bar{\varepsilon}^{-1/2} \nu^{1/2}$ ), pour  $y^+ > 100$ . En proche paroi, les composantes sont corrélées pendant un peu plus longtemps que le temps de Kolmogorov, mais leur échelle de corrélation reste malgré tout du même ordre de grandeur.

De façon analogue aux observations faites en THI, le temps de corrélation de la norme de l'accélération est plus important que le temps de corrélation des composantes. On remarque que pour  $y^+ < 100$  le temps de corrélation de la norme augmente rapidement alors que loin de la paroi l'évolution est plus lente. On constate que la gamme de distances à la paroi où l'augmentation du temps de corrélation de la norme est rapide coïncide avec la région où les temps de corrélation des composantes sont supérieurs à  $\tau_\eta$ . Il faut noter que l'échelle intégrale de la norme n'a pu être calculée pour  $y^+ > 400$ , car au delà, la durée de notre enregistrement n'est plus assez longue pour que le coefficient de corrélation atteigne zéro.

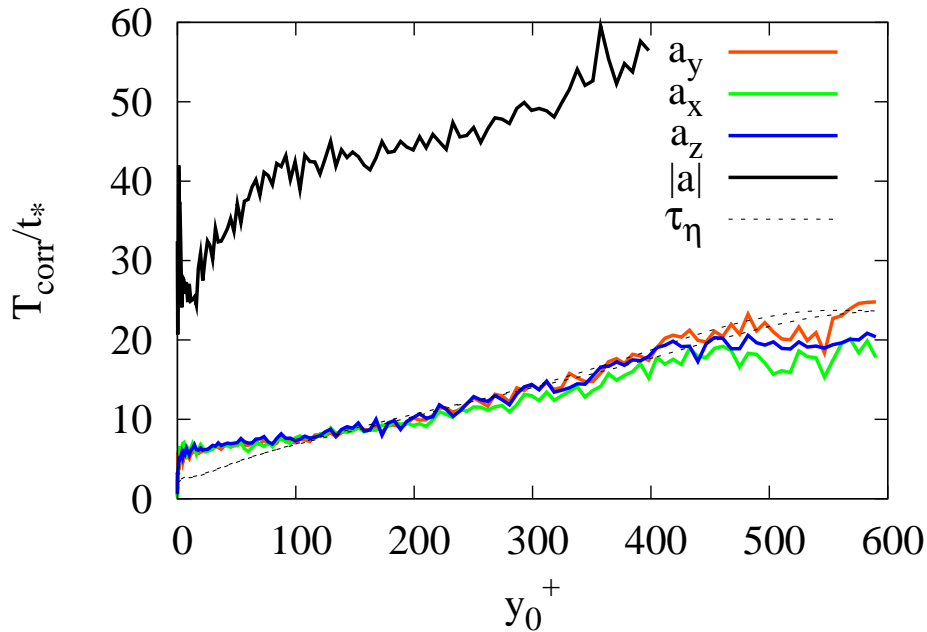


FIG. 2.34: Profil des temps de corrélation de l'accélération le long des trajectoires lagrangiennes. Comparaison entre les composantes ( $a_x$  : vert,  $a_y$  : rouge et  $a_z$  : bleu) et la norme (en noir) pour  $Re_+ = 590$ . Le trait en pointillés représente le temps dissipatif de Kolmogorov  $\tau_\eta$ .

Dans l'écoulement de canal, l'une des caractéristiques très importantes liées à l'intermittence en turbulence homogène et isotrope est conservée, à savoir une dynamique riche pour les trajectoires des particules fluides composée de deux temps caractéristiques, et surtout une corrélation à très longue portée pour la norme. Ceci est un ingrédient majeur pour l'intermittence [115]. Ces corrélations à longue portée sont associées à l'alternance de longues périodes de fluctuations modérées, avec de brefs épisodes de très forte intensité. Enfin, on remarque que le comportement des corrélations lagrangiennes est qualitativement peu dépendant de la distance à la paroi.

## 2.4 Conclusion sur les observations de la DNS

Dans ce chapitre, la DNS a été utilisée pour étudier les statistiques de l'accélération dans l'écoulement turbulent pleinement développé dans un canal pour des nombres de Reynolds de 180, 590 et 1000.

On a constaté que la norme de l'accélération était distribuée de façon lognormale pour les trois nombres de Reynolds étudiés et ce quelle que soit la distance à la paroi, même au plus près de celle-ci. Par ailleurs, on a constaté que l'écart type de la norme de l'accélération est du même ordre de grandeur que sa moyenne. Lorsque le nombre de Reynolds devient plus important ou que la distance à la paroi augmente, le rapport entre ces deux grandeurs se rapproche davantage de 1. Cette constatation nous a permis d'estimer les paramètres  $\mu$  et  $\sigma^2$  de la distribution lognormale de  $|a|/|a|_{rms}$  comme  $\mu = 1/2\sigma^2$  et  $\sigma = \ln 2$ .

On a montré, en se basant sur l'analyse dimensionnelle, que le rapport de la moyenne de la norme accélération et de l'accélération locale de Kolmogorov :  $\langle |a| \rangle / a_\eta$  présentait une loi d'échelle très similaire à celle de la vitesse moyenne. En appliquant les hypothèses de Von Kármán, qui considère une similitude complète de l'écoulement à grand nombre de Reynolds, il s'avère que la loi d'échelle pour  $\langle |a| \rangle / a_\eta$  se réduit à la loi logarithmique :  $\langle |a| \rangle / a_\eta = \kappa \ln y^+$ . Alors qu'avec les hypothèses de Barenblatt [8, 14, 13, 10], on peut considérer que ce rapport évolue en loi de puissance dont les paramètres dépendent logarithmiquement du nombre de Reynolds :  $\langle |a| \rangle / a_\eta = (D_0 \ln Re + D_1) (y^+)^{\beta_1 / \ln(Re)}$ . Nos statistiques issues de la DNS montrent que pour les  $Re$  étudiés, ces deux lois représentent bien l'évolution à travers le canal, bien que leur forme soit différente et que leurs hypothèses sous-jacentes diffèrent. Peut-être qu'à des nombres de Reynolds plus importants, une distinction plus nette entre ces deux lois pourrait émerger.

Il a également été remarqué que les profils de l'accélération semblaient évoluer comme :  $\langle |a| \rangle \sim \ln Re_+ \Pi(\tau Re_+)$  avec  $\tau = \ln(h/(h-y))$  et  $\Pi$  une fonction supposée être universelle dans la sous-couche visqueuse et dans la région intermédiaire. Ce profil, établi pour  $Re_+ = 180 - 1000$  indique deux paramètres dominants dans les interactions complexes de l'écoulement. Ce sont le frottement à la paroi représentée par  $Re_+$  et un paramètre logarithmique de distance à la paroi  $\tau$ .

En étudiant les statistiques de l'orientation de l'accélération, il a été vu que très proche de la paroi le champ d'accélération est essentiellement bidimensionnel : le vecteur d'accélération étant aligné avec la paroi. Avec l'augmentation de la distance à la paroi, les statistiques deviennent progressivement isotropes. On a constaté que pour les trois nombres de Reynolds étudiés, on pouvait considérer que l'accélération devenait isotrope à partir de  $y^+ \approx 50$ . Près de l'axe du canal  $y/h \gtrsim 0.5$ , l'orientation de l'ac-

célération s'écarte à nouveau de l'isotropie. Ainsi, l'orientation de l'accélération peut être considérée comme réellement isotrope dans la région inertielle de l'écoulement (loin des parois et loin de l'axe). L'isotropie de l'accélération dans cette région est de plus confirmée puisque suffisamment loin des parois les statistiques de la norme conditionnée à l'orientation deviennent indépendantes de l'orientation. Il faut néanmoins remarquer que même en proche paroi la distribution de  $|a|/|a|_{rms}$  conditionnée à l'orientation demeure lognormale avec les mêmes paramètres que ceux observés plus haut. Ainsi la distribution lognormale de la norme de l'accélération semble être relativement persistante.

On a constaté la présence de structures cohérentes pour l'accélération. Le comportement de ces structures est fortement influencé par la nature de l'accélération. On a vu qu'en proche paroi, la composante longitudinale de l'accélération est dominée par sa contribution visqueuse ( $\nu\Delta\mathbf{u}$ ), alors que pour les autres composantes ou loin des parois l'accélération est contrôlée par le gradient de pression. Cette dominance en proche paroi de la viscosité entraîne un comportement différent pour les corrélations spatiales de l'accélération près de la paroi et loin de la paroi. Ainsi dans les zones du canal où l'accélération est dominée par la viscosité, la nature des structures de l'accélération est radicalement différente de celles observées dans les zones où l'accélération est irrotationnelle (loin des parois ou en THI). Ceci est visible sur les visualisations des isosurfaces de l'accélération présentées au début de ce chapitre.

En étudiant les corrélations de l'accélération le long des trajectoires des particules fluides, on a constaté que, de manière analogue à la THI, le temps de corrélation pour la norme était très supérieur à celui des composantes. Ceci est un signe de l'intermittence de l'écoulement. On a confirmé également que le temps de corrélation des composantes est de l'ordre de l'échelle de temps dissipative.

Dans le chapitre suivant, ces observations seront utilisées pour bâtir une modélisation stochastique de l'accélération de l'écoulement en canal.

# 3 Modélisation stochastique de l'accélération

Dans cette partie, on se pose la question de savoir si malgré le nombre important de structures très différentes produites par un écoulement turbulent proche d'une paroi, et malgré les interactions sur des longueurs très variées, il est possible de reproduire les statistiques de l'accélération par une modélisation stochastique, en vue de l'utiliser dans l'approche LES-SSAM.

## 3.1 Décomposition norme-orientation

La première hypothèse faite pour modéliser l'accélération est de considérer que la norme et l'orientation de l'accélération sont deux variables aléatoires et indépendantes. Ainsi, l'accélération peut être obtenue par le produit de sa norme et de son orientation

$$a_i = |a|e_i \quad (3.1)$$

Pour les écoulements THI, une hypothèse analogue à été faite par Pope [131]. Lorsque l'écoulement est isotrope, cette hypothèse est bien justifiée. De plus, puisque la norme de l'accélération et son orientation semblent être deux processus ayant des échelles de temps très différentes [114], il est cohérent de considérer que ces deux processus sont indépendants.

Puisque les écoulements contraints par une paroi sont très anisotropes, cette hypothèse pourrait être remise en question. Cependant dans le paragraphe 2.2.3 on a présenté des statistiques issues de DNS permettant de considérer que, suffisamment loin des parois ( $y^+ > 30$ ), la norme et l'orientation sont statistiquement indépendantes.

En nous basant sur cette décomposition, nous présentons, dans la suite de cette partie, les modèles stochastiques pour la norme et pour l'orientation que nous avons développés pour l'accélération de sous-maille dans le canal.

## 3.2 Modèles pour la norme

On présente ici deux modèles stochastiques pour la norme de l'accélération.

### 3.2.1 Modèle 1 : Processus de fragmentation

Ce modèle stochastique repose sur l'idée d'une cascade de fragmentation de tourbillons causée par leur impact sur la paroi. L'ensemble de nouveaux tourbillons formés est caractérisé par un spectre d'incrément de vitesse. Cette variation de vitesse peut typiquement être estimée comme le rapport de la taille du tourbillon sur le temps typique

d'interaction avec la paroi :  $y/t_* = y u_*^2/\nu$ . L'échelle typique de ces accélérations (ou décélérations) est le rapport entre la variation de vitesse du tourbillon due à l'impact et le temps de vie du tourbillon. Ainsi l'accélération est estimée par :

$$|a| = y \frac{u_*^2}{\nu} \frac{1}{T} = y \frac{u_*^2}{\nu} f \quad (3.2)$$

où  $T$  est le temps de vie du tourbillon et  $f$  est la fréquence de fragmentation des tourbillons. On peut remarquer qu'en adimensionnalisant avec les paramètres de parois  $l_* = \nu/u_*$ ,  $a_* = u_*^3/\nu$  et  $f_* = u_*^2/\nu$ , la relation précédente devient :  $|a^+| = f^+ y^+$ .

Nous supposons que (i) les fréquences  $f$  sont aléatoires et sont corrélées à travers le canal (voir paragraphe 2.3.2), et que (ii) la région de proche paroi est caractérisée par la présence de hautes fréquences, alors que vers l'axe il y a une alternance entre des événements associés à de basses fréquences et des événements rares de hautes fréquences correspondant aux éjections de petites structures [83]. Ainsi, à travers le canal, à chaque fois que la distance à la paroi augmente la fréquence sera modifiée d'un coefficient  $\alpha$  aléatoire ( $0 < \alpha < 1$ ) :  $f \rightarrow \alpha f$ . Les propriétés statistiques de  $\alpha$  sont liées aux paramètres de l'écoulement.

Nous caractérisons l'évolution de  $f$  par le paramètre sans dimension  $\tau$  :

$$\tau = \ln \left( \frac{h}{h-y} \right) \quad (3.3)$$

Ainsi  $f$  va évoluer de  $\tau = 0$  à  $\tau \rightarrow \infty$ , correspondant à  $y$  augmentant de 0 vers la demie hauteur du canal. Ce paramètre est similaire à celui introduit par Gorokhovski [56] pour caractériser la relaxation de la cascade intermittente vers les petits écarts spatiaux.

On suppose que  $f$  suit un processus multiplicatif, lorsque la distance à la paroi augmente ( $\tau$  augmente) :  $f \rightarrow \alpha f$ . Ce processus de fragmentation, souvent appelé fragmentation avec symétrie d'échelle, nécessite la connaissance de la distribution de  $\alpha$ ,  $q(\alpha)$ , qui est l'inconnue principale de ce processus stochastique. Cependant si la relaxation de  $f$  est rapide par rapport à l'évolution de  $\tau$ , l'équation décrivant l'évolution continue de la distribution de  $f$ ,  $G(f; \tau)$  peut être réduite exactement à l'équation de Fokker-Planck [57] :

$$\frac{\partial G(f; \tau)}{\partial \tau} = -\langle \ln \alpha \rangle \frac{\partial}{\partial f} (fG) + \frac{\langle \ln^2 \alpha \rangle}{2} \frac{\partial}{\partial f} \left( f \frac{\partial}{\partial f} (fG) \right) \quad (3.4)$$

Il faut remarquer que seulement les deux premiers moments logarithmiques de  $\alpha$  ( $\langle \ln^k \alpha \rangle = \int_0^1 q(\alpha) \ln^k \alpha d\alpha$ ,  $k = 1, 2$ ) apparaissent dans l'évolution de  $G(f, \tau)$ . Par ailleurs, le rapport des moments logarithmiques s'exprime :  $\langle \ln \alpha \rangle / \langle \ln^2 \alpha \rangle = \langle \ln f \rangle / \langle (\ln f - \langle \ln f \rangle)^2 \rangle$ , avec  $\langle \ln f \rangle = \int_0^\infty G(f) \ln f df$ .

La solution de l'équation 3.4 et ses propriétés ont été décrites par [57]. Il est montré qu'en augmentant  $\tau$ , la distribution initiale  $G(f; \tau = 0)$ , passe premièrement par la distribution lognormale, pouvant être mise sous la forme suivante :

$$G(f; \tau) = \frac{1}{f_w \sqrt{2\pi \langle \ln^2 \alpha \rangle \tau}} \exp \left( -\frac{\ln^2 (f/f_w)}{2 \langle \ln^2 \alpha \rangle \tau} \right) \left( \frac{f}{f_w} \right)^{1 - \frac{\langle \ln \alpha \rangle}{\langle \ln^2 \alpha \rangle}} \quad (3.5)$$

où  $f_w$  est l'échelle typique de fréquence initiale (à la paroi), et sera donnée plus bas. Il faut remarquer que la distribution lognormale a été identifiée par Kolmogorov [85] lors

de l'étude du modèle de cascade discrète de fragmentation. Cependant, la lognormalité fut obtenue par Kolmogorov dans le contexte du théorème central limite. La solution analytique de l'équation d'évolution de  $G$  (équation 3.5), obtenue sans faire appel au théorème central limite [57], montre que lorsque  $\tau$  augmente encore, l'exponentielle  $\exp\left(-\ln^2(f/f_w)/2\langle\ln^2\alpha\rangle\tau\right)$  dans l'équation (3.5) tend vers 1. Ainsi, la distribution limite pour les temps très longs est déterminée par une loi de puissance avec un seul paramètre universel :  $\langle\ln\alpha\rangle/\langle\ln^2\alpha\rangle$ .

On utilise l'équation 3.4 pour dériver une équation stochastique pour  $f$ . Au sens de Itô, on obtient :

$$df = \left(\langle\ln\alpha\rangle + \langle\ln^2\alpha\rangle/2\right) f d\tau + \sqrt{\langle\ln^2\alpha\rangle/2} f dW(\tau) \quad (3.6)$$

où  $dW(\tau)$  est le processus de Wiener ( $\langle dW(\tau)\rangle = 0$  et  $\langle dW(\tau)^2\rangle = 2d\tau$ ).

### Choix des paramètres

Pour être cohérent avec la loi d'échelle (équation 2.38) proposée dans la section 2.1.2, les paramètres  $\langle\ln\alpha\rangle$  et  $\langle\ln^2\alpha\rangle$  doivent être proportionnelles à  $Re$ . On a choisi :

$$\langle\ln\alpha\rangle = -k_1 Re_+ \quad (3.7)$$

$$\langle\ln^2\alpha\rangle = -\frac{1}{2}\langle\ln\alpha\rangle \quad (3.8)$$

et on a pris  $k_1 = 0.04$  d'après la DNS (voir figure 3.2).

L'échelle typique de fréquence  $f_w$  est la moyenne de  $f$  à la paroi. Ainsi d'après l'équation 3.2 on a :

$$\frac{f_w}{u_*^2/\nu} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\langle|a^+|\rangle}{y^+} \quad (3.9)$$

On peut choisir de façon équivalente  $y \rightarrow 0$  ou  $\tau \rightarrow 0$  puisque  $\ln\left(\frac{1}{1-x}\right) \sim x$  au voisinage de 0. On détermine alors  $f_w$  à partir de la DNS. Les figures 2.11 et 3.1 montrent qu'en proche paroi  $\langle|a|\rangle/\ln Re$  est une fonction linéaire de  $y$  et indépendante du nombre de Reynolds. On peut ainsi écrire :

$$\frac{f_w}{u_*^2/\nu} = k_2 \ln Re_+ \quad (3.10)$$

et d'après la DNS (voir la figure 3.1), on trouve  $k_2 = 0.01$ .

Enfin, la distribution de  $f/f_w$  à la paroi (c'est à dire les valeurs initiales du processus) est choisie comme étant lognormale d'après ce qui a été observé par DNS (voir figure 2.6). De plus, les paramètres  $\mu$  et  $\sigma^2$  de cette distribution peuvent également être déterminés par ces observations (voir les équations 2.4 et 2.5). En considérant qu'à la paroi, la moyenne de  $f$  est identique à son écart type, on a :

$$\mu = -\frac{1}{2}\sigma^2 \quad (3.11)$$

$$\sigma^2 = \ln 2 \quad (3.12)$$



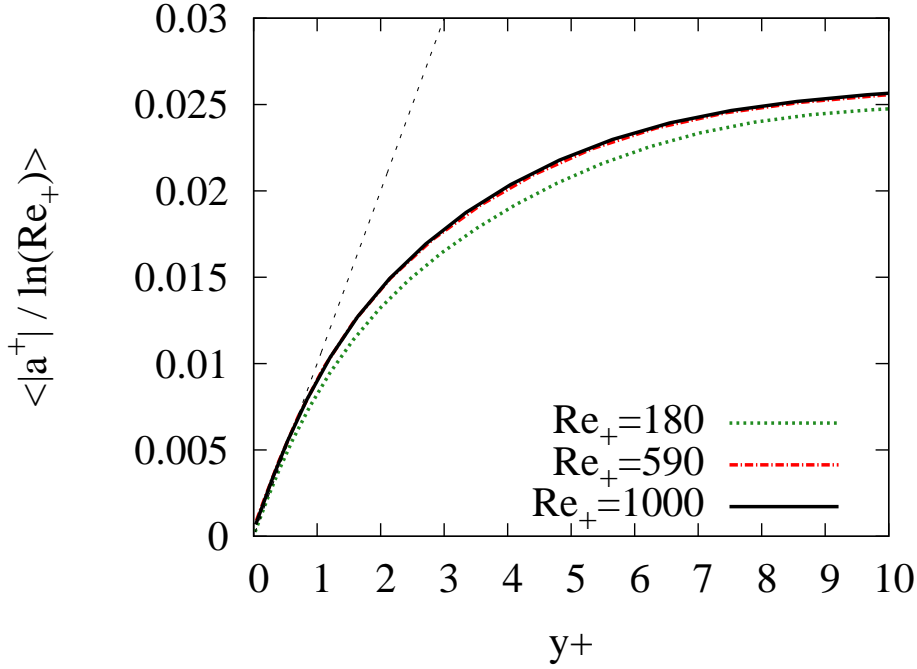


FIG. 3.1: Profil de la norme de l'accélération pour trois nombres de Reynolds obtenu par DNS, zoom dans la zone de proche paroi. Droite de pente 0.01 en pointillés.

### Comparaison avec la DNS

A partir de l'équation 3.5, on peut écrire que la moyenne de  $f$  évolue avec  $\tau$  de la façon suivante :

$$\frac{\langle f \rangle}{f_w} = \exp \left[ \left( \langle \ln \alpha \rangle + \frac{1}{2} \langle \ln^2 \alpha \rangle \right) \tau \right] \quad (3.13)$$

La figure 3.2 présente l'évolution de la moyenne de l'accélération obtenue avec ce modèle stochastique comparée avec la norme moyenne de l'accélération obtenue par DNS. On voit que bien qu'il y ait des écarts assez importants entre la DNS et le modèle la tendance globale ainsi que les ordres de grandeur sont respectés. On remarque également que la dépendance de l'accélération avec le nombre de Reynolds semble bien reproduite avec ce modèle.

Sur la figure 3.3, on montre comment évolue la distribution de l'accélération modèle lorsque la distance à la paroi augmente. Lorsque  $\tau$  devient grand la distribution devient très large, et se comporte en loi de puissance. Ceci est une représentation des éjections des petites structures très intenses, à très haute fréquence loin des parois, comme illustré sur la figure 3.4 où les réalisations de la fréquence obtenue par le modèle sont montrées pour 2 distances à la paroi très différentes. Cependant, d'après la DNS, nous avons vu que la norme de l'accélération reste distribuée de façon lognormale quelle que soit la distance à la paroi et que l'écart type est quasiment identique à la moyenne de la norme dans tout le canal ce qui impose que la « forme » de la distribution demeure invariante lorsque la distance à la paroi est modifiée.

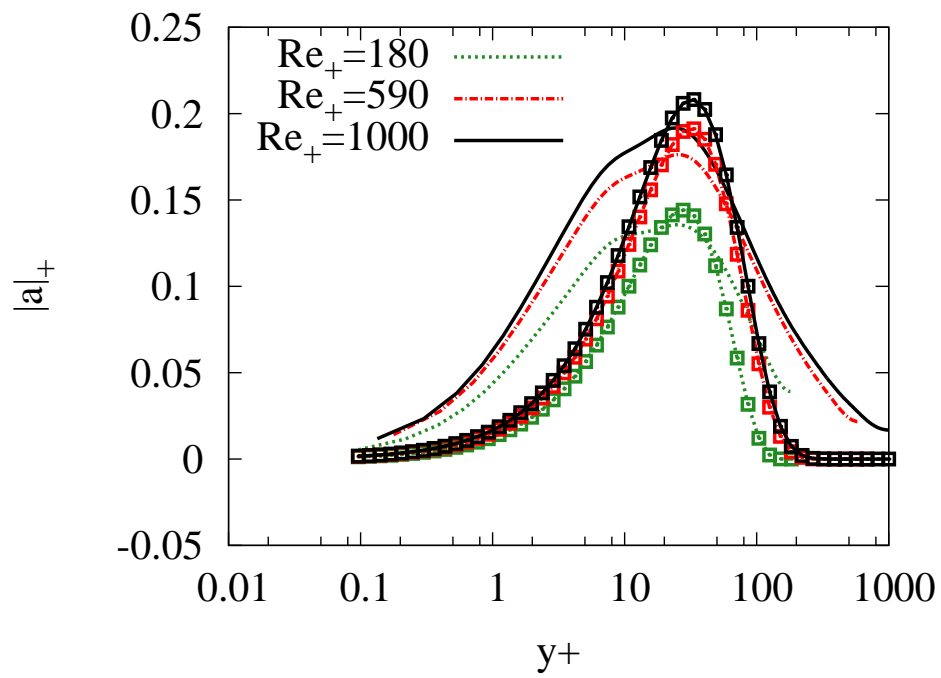


FIG. 3.2: Comparaison de la moyenne de la norme de l'accélération obtenue par le modèle stochastique 3.6 (symboles) et la DNS (lignes) pour  $Re_+ = 180, 590$  et  $1000$ .

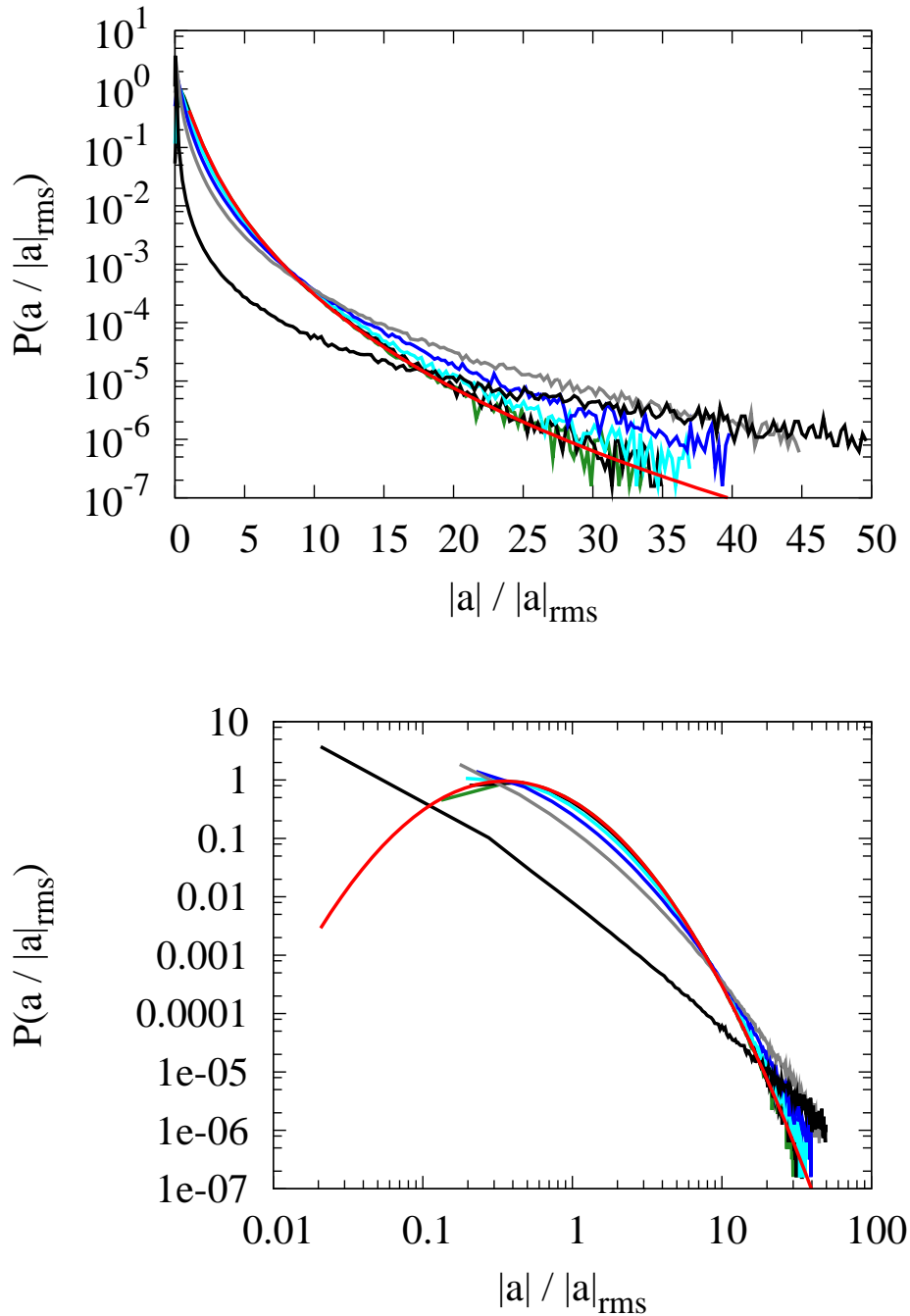


FIG. 3.3: Distribution de la norme de l'accélération obtenue par le modèle stochastique 3.6 avec les paramètres correspondant à  $Re_+ = 1000$ . Pour  $y^+ = 0, 3, 10, 30, 70$  et  $300$ , correspondant respectivement à  $\tau = 0, 3 \times 10^{-3}, 10^{-2}, 3 \times 10^{-2}, 7.2 \times 10^{-2}$  et  $0.37$ . Comparaison avec la loi lognormale de paramètre  $\sigma^2 = \ln 2$  et  $\mu = -\frac{\sigma^2}{2}$  (courbe rouge). (a) en échelles semi-logarithmiques et (b) en échelle logarithmiques.

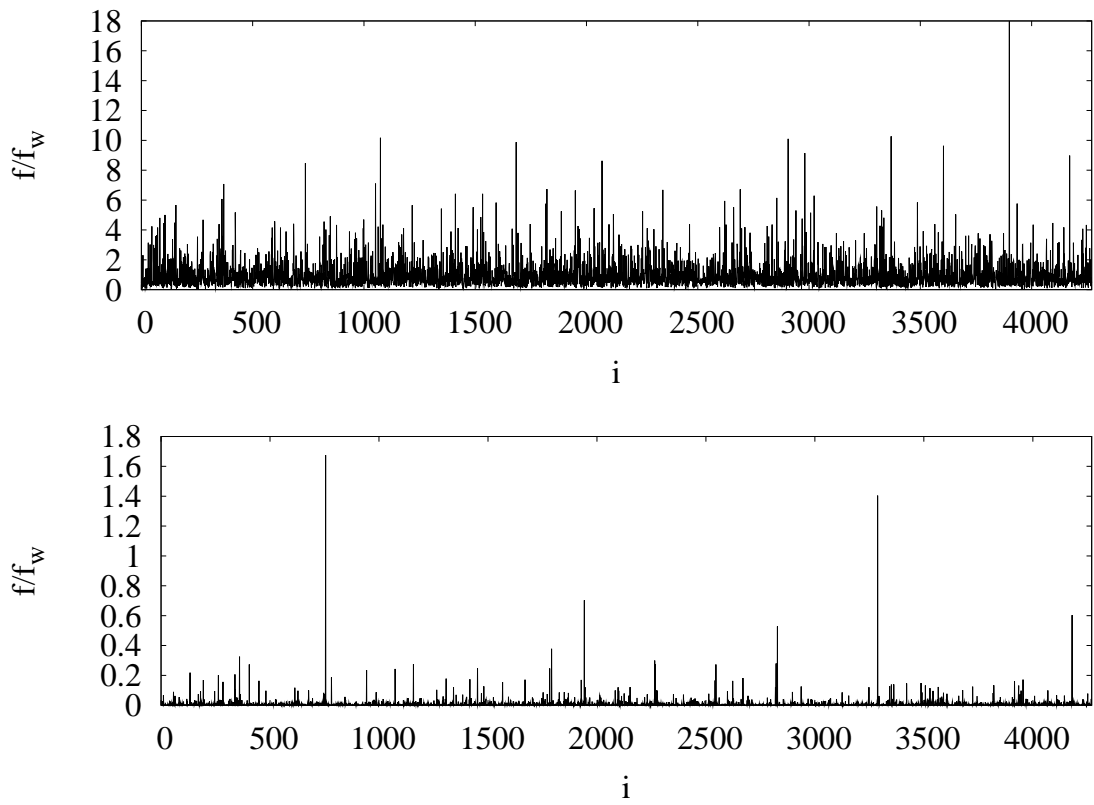


FIG. 3.4: Réalisations de  $f/f_w$  obtenues par le modèle stochastique 3.6 avec les paramètres correspondant à  $Re_+ = 1000$ . Pour  $y^+ = 3$  ( $\tau = 3 \times 10^{-3}$ ) (a) et  $y^+ = 300$  ( $\tau = 0.37$ ) (b).

### 3.2.2 Modèle 2 : Processus log-Langevin

Dans cette partie, on propose un second modèle pour la norme de l'accélération. Ce modèle est basé sur un processus stochastique menant à la distribution lognormale à longue échéance.

Pour ce modèle, on considère également la cascade de fragmentation, au voisinage de la paroi, des tourbillons de taille similaire à  $y$ . Cependant, contrairement au modèle précédant, ici, les accélérations/décélérations typiques des nouveaux tourbillons formés sont supposées être contrôlées par le taux local de dissipation de leur énergie cinétique. Par analyse dimensionnelle, on écrit :

$$|a| = \frac{y}{\nu} E \quad (3.14)$$

où  $E = \nu (\nabla u)^2$  est considérée comme une variable aléatoire représentant le taux de dissipation d'énergie cinétique. En adimensionnalisant avec les paramètres de parois  $l_* = \nu/u_*$ ,  $a_* = u_*^3/\nu$  et  $E_* = u_*^4/\nu$  on obtient :

$$|a^+| = y^+ E^+ \quad (3.15)$$

On cherche alors à proposer un processus stochastique pour  $E^+$  permettant de reproduire l'essentiel des observations, faites par DNS, sur les statistiques de la norme de l'accélération. On a constaté dans la section 2.1.1 que la distribution de l'accélération  $P(a^+)$  est lognormale, ainsi  $P(E^+)$  doit également être lognormale. De plus, on a vu, toujours d'après la DNS, que l'écart type de la norme de l'accélération était très proche de sa moyenne, et ce quelle que soit la distance à la paroi, on va donc supposer que  $\langle E^+ \rangle = \sqrt{\langle E^{+2} \rangle - \langle E^+ \rangle^2}$ .

On fait l'hypothèse que  $E^+$  va évoluer de la paroi vers l'axe en suivant une relaxation à partir d'une valeur déterminée par la paroi ( $E_w^+$ ) vers une valeur de  $E^+$  basée sur les propriétés de l'accélération en turbulence homogène et isotrope atteinte au milieu du canal ( $E_c^+$ ).

Comme pour le modèle précédent, l'évolution de  $E^+$  à travers le canal sera contrôlée par le paramètre  $\tau$  :

$$\tau = \ln \left( \frac{h}{h-y} \right) \quad (3.16)$$

Lorsque  $y = 0$  alors  $\tau = 0$  et lorsque  $y \rightarrow h$  alors  $\tau \rightarrow \infty$ .

Enfin, on souhaite que  $E^+$  soit corrélé sur de grandes distances, afin de représenter les interactions à longue portée entre la paroi et l'axe.

On introduit  $\chi = \ln E^+$ , dont la distribution sera alors gaussienne, de paramètres  $\langle \chi(\tau) \rangle$  et  $\sigma_\chi^2(\tau)$ . On a vu, toujours d'après la DNS, que l'écart type de la norme de l'accélération était très proche de sa moyenne, et ce quelle que soit la distance à la paroi. Ainsi on a comme paramètre pour la distribution lognormale de l'accélération  $\sigma_{\ln a}^2 = \ln 2$ . On souhaite donc que la variance de  $\chi$  soit  $\sigma_\chi^2 = \ln 2$ , pour que  $\langle E^+ \rangle = E_{rms}^+$ .

Par analogie avec Pope et Chen [134] et avec Sabel'nikov et al. [139, 140], on introduit

un processus d'Orrstein-Oulenbeck pour  $\chi$  :

$$\begin{aligned} d\chi &= A(\tau)d\tau + B(\tau)dW(\tau) \quad (3.17) \\ A(\tau) &= -\frac{\chi - \chi_\infty}{T_\chi(\tau)} \\ B(\tau) &= \sqrt{\frac{2\sigma_\chi^2}{T_\chi(\tau)}} \end{aligned}$$

où  $\chi_\infty = \langle \chi(\tau \rightarrow \infty) \rangle$  est la valeur moyenne de  $\chi$  lorsque  $\tau$  tend vers l'infini (ou lorsque  $y$  se rapproche de  $h$ ),  $dW(\tau)$  est le processus de Wiener ( $\langle dW(\tau) \rangle = 0$  et  $\langle dW(\tau)^2 \rangle = 2d\tau$ ) et  $T_\chi$  est une échelle de corrélation pour  $\chi$ . Cette distance de corrélation est pour l'instant laissée sous sa forme la plus générale. Puisque l'écoulement n'est pas homogène dans la direction normale à la paroi, il n'y a pas de réelles raisons d'avoir un temps de relaxation pour  $\chi$  constant.

On choisit, toujours en cohérence avec la distribution lognormale de  $|a|$  observée par DNS, même au plus près de paroi, d'avoir  $\chi(\tau = 0)$  distribué de façon normale, avec comme moyenne et variance respectivement  $\langle \chi(\tau = 0) \rangle = \chi_0$  et  $\sigma_\chi^2$ .

La solution de l'équation stochastique 3.17 s'écrit alors :

$$\chi(\tau) = \chi_\infty + (\chi_0 - \chi_\infty) \exp[-\Gamma(0, \tau)] + \int_0^\tau \exp[-\Gamma(\tau', \tau)] \sqrt{\frac{2\sigma_\chi^2}{T_\chi(\tau')}} dW(\tau') \quad (3.18)$$

où, pour simplifier la notation, on a introduit :

$$\Gamma(\tau_1, \tau_2) = \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{d\tau'}{T_\chi(\tau')} \quad (3.19)$$

Ainsi on peut montrer que le premier et le second moment de  $\chi(\tau)$  évoluent comme :

$$\langle \chi(\tau) \rangle = \chi_\infty + (\chi_0 - \chi_\infty) \exp[-\Gamma(0, \tau)] \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \langle \chi(\tau)^2 \rangle &= \langle \chi(\tau = 0)^2 \rangle \exp[-2\Gamma(0, \tau)] + 2\sigma_\chi^2 \int_0^\tau \exp[-2\Gamma(\tau', \tau)] \frac{d\tau'}{T_\chi(\tau')} \\ &= \sigma_\chi^2 \end{aligned} \quad (3.21)$$

Le détail de ce dernier calcul est donné dans l'annexe A.2.1. Notons que le résultat 3.21 est valable tant que  $T_\chi(\tau) > 0$  pour  $\tau \geq 0$ . Ainsi, bien que le coefficient de diffusion associé à ce processus stochastique soit dépendant de  $\tau$ , la variance de  $\chi$  reste constante et égale à  $\sigma^2$ .

La figure 3.5 montre l'évolution de la fonction de densité de probabilité correspondant à 3.17 avec les paramètres  $\chi_0$ ,  $\chi_\infty$  et  $T_\chi(\tau)$  tels qu'ils seront spécifiés plus bas. On voit que la distribution reste gaussienne quel que soit  $\tau$  et que  $\langle \chi(\tau)^2 \rangle$  reste effectivement constant, seule la moyenne évolue ce qui donne une « translation » de la distribution.

De façon analogue à Pope et Chen [134], on obtient par transformation de Ito, une équation stochastique pour  $E^+$  :

$$\frac{dE}{E} = \left( -\frac{\ln E - \chi_\infty}{T_\chi(\tau)} + \frac{\sigma_\chi^2}{T_\chi(\tau)} \right) d\tau + \sqrt{\frac{2\sigma_\chi^2}{T_\chi(\tau)}} dW(\tau) \quad (3.22)$$

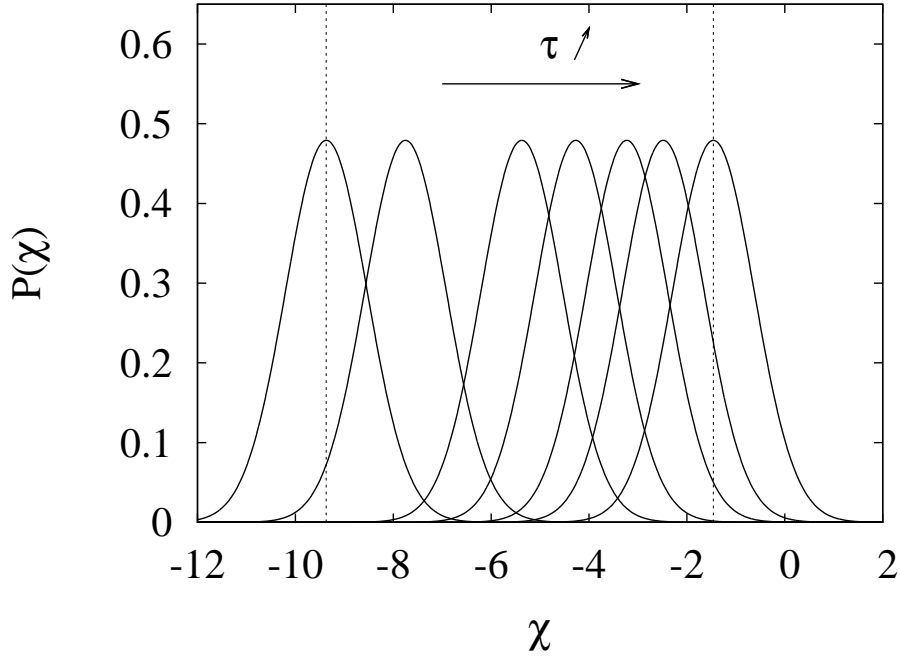


FIG. 3.5: Evolution de la PDF de  $\chi$  avec  $\tau$ . Avec les paramètres correspondant à  $Re_+ = 1000$ , pour  $\tau = 0, 3 \times 10^{-3}, 10^{-2}, 3 \times 10^{-2}, 7.2 \times 10^{-2}, 0.37$  et  $5$  (correspondant respectivement à  $y^+ = 0, 3, 10, 30, 70, 300$  et  $990$ ). Les traits verticaux en pointillés correspondent aux valeurs de  $\chi_0$  et  $\chi_\infty$ .

Le processus stochastique 3.17 donne des PDF gaussiennes pour  $\chi$ , ainsi le processus stochastique 3.22 donne des PDF de  $E$  lognormales pour chaque  $\tau$ . Les moments statistiques de  $E$  peuvent alors être exprimés de la façon suivante :

$$\langle E(\tau)^k \rangle = \exp \left[ k \langle \ln E(\tau) \rangle + \frac{k^2}{2} \sigma_\chi^2 \right] \quad (3.23)$$

avec  $\langle \ln E(\tau) \rangle = \langle \chi(\tau) \rangle$  donné par l'équation 3.20. On peut alors vérifier qu'avec  $\sigma_\chi^2 = \ln 2$  on a bien  $\langle E(\tau) \rangle = \sqrt{\langle E^{+2} \rangle - \langle E^+ \rangle^2}$ .

Puisque  $\langle \ln E(\tau \rightarrow \infty) \rangle = \chi_\infty$ , on a :  $\ln \langle E(\infty) \rangle = \chi_\infty + \frac{\sigma_\chi^2}{2}$ . Ainsi, en notant  $\langle E(\infty) \rangle = E_c$  (la valeur moyenne de  $E$  au centre), l'équation 3.22 prend la forme suivante :

$$\frac{dE}{E} = - \left( \ln \left( \frac{E}{E_c} \right) - \frac{\sigma^2}{2} \right) \frac{d\tau}{T_\chi(\tau)} + \sqrt{\frac{2\sigma_\chi^2}{T_\chi(\tau)}} dW(\tau) \quad (3.24)$$

D'après la DNS on a déjà fixé  $\sigma_\chi^2 = \ln 2$ , il n'y a alors plus que trois paramètres à déterminer :  $E_c$ ,  $T(\tau)$  et la condition initiale  $E_w$  ( $\ln E_w = \ln \langle E(\tau = 0) \rangle = \chi_0 + \frac{\sigma_\chi^2}{2}$ ).

### Choix de $E_w^+$

Pour définir la valeur moyenne de  $E$  à la paroi on procède de façon similaire à ce qui a été fait pour le modèle de fragmentation (voir équation 3.10).

D'après l'équation 3.15, on peut définir  $E_w^+$  comme :

$$E_w^+ = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\langle |a^+| \rangle}{y^+} \quad (3.25)$$

Il faut remarquer que l'on peut choisir de façon équivalente  $y \rightarrow 0$  ou  $\tau \rightarrow 0$  puisque  $\ln(\frac{1}{1-x}) \sim x$  au voisinage de 0. On a vu sur la figure 3.1, obtenue par DNS, que  $\langle |a^+| \rangle / \ln Re_+$  évolue linéairement avec  $y^+$  en proche paroi et que cette évolution est indépendante du nombre de Reynolds. On a donc :

$$E_w^+ = k_2 \ln Re_+ \quad (3.26)$$

et d'après la DNS (voir la figure 3.1), on trouve  $k_2 = 0.01$ .

### Choix de $E_c^+$

A partir des équations 2.27 et 2.28 établies par DNS, on a

$$\frac{\langle |a|(y=h) \rangle}{a_\eta(y=h)} = \kappa \ln Re_+ \quad (3.27)$$

Pour estimer l'accélération de Kolmogorov  $a_\eta$  sur l'axe du canal, l'idée est de considérer que la dissipation au centre du canal va être similaire à ce qui est observé pour les écoulements homogènes et isotropes. Pour  $y \approx h$ , la gradient moyen de vitesse devient négligeable et les fluctuations de la vitesse deviennent pratiquement isotropes. Ainsi même aux grandes échelles, l'écoulement peut être considéré comme quasiment homogène et isotrope. Pour développer cette idée, on peut remarquer, que la valeur de  $\varepsilon$  au centre du canal peut être fidèlement estimée par les approximations faites en turbulence homogène et isotrope :  $\varepsilon_{THI} = 15\nu \langle \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 \rangle$ , permettant ainsi de calculer  $a_\eta(y=h)$ . En THI, la variance du gradient de vitesse est estimée par l'échelle de Taylor et le nombre de Reynolds. Pour utiliser une relation similaire pour le canal, et estimer l'intensité du gradient de vitesse au cœur du canal, il est nécessaire de définir une distance à la paroi équivalente à l'échelle de Taylor. On sait qu'en THI  $\langle \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 \rangle \sim \frac{u_{rms}^2}{\lambda^2}$  et que, toujours pour une THI [132] :  $Re_\lambda \sim \sqrt{Re_L}$ , avec  $Re_L = (L/\eta)^{4/3}$  le nombre de Reynolds basé sur le rapport entre la macro échelle et l'échelle dissipative. Par analogie, on choisi d'estimer  $\lambda$  comme  $\lambda = h/\sqrt{Re_c}$ ,  $Re_c = \frac{Uh}{\nu}$  étant le nombre de Reynolds basé sur la vitesse au centre. On obtient une relation donnant la dissipation au centre du canal  $\varepsilon_c$  :

$$\varepsilon_c = 15k_1\nu \frac{u_{rms}^2(y=h)}{h^2} Re_c \quad (3.28)$$

où  $k_1$  est une constante à définir.

Afin d'évaluer la précision de la relation précédente, on présente sur la figure 3.6 la comparaison, pour quatre nombres de Reynolds, entre le profil de  $a_\eta$  et la valeur  $a_\eta = \varepsilon_c^{3/4}/\nu^{-1/4}$  où  $\varepsilon_c$  est calculé avec l'équation 3.28 avec  $k_1 = 0.008$ . On constate, que pour cette gamme de nombres de Reynolds, l'agrément est relativement bon et que la différence est de quelques pour cent.



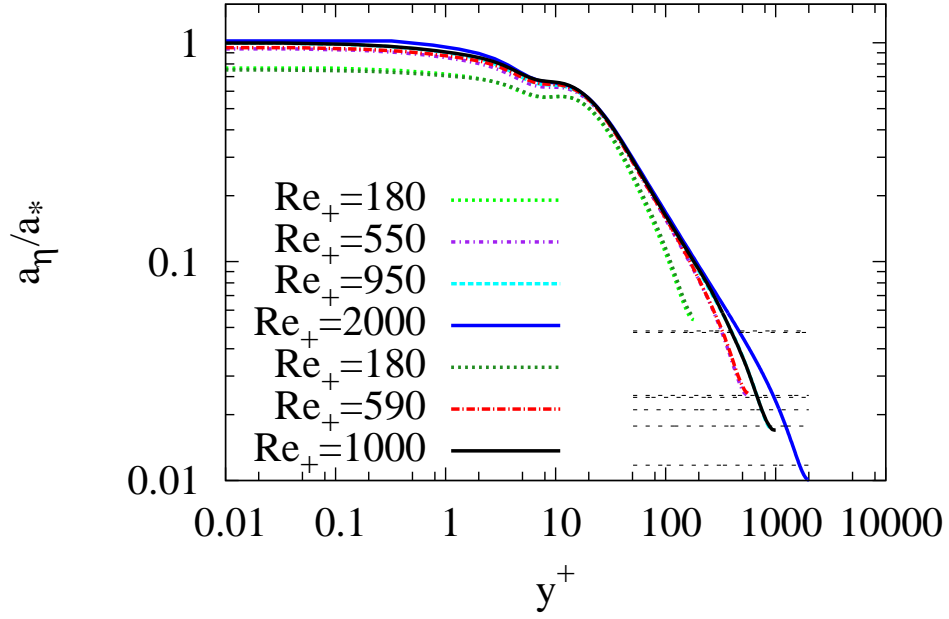


FIG. 3.6: Profils de la norme de l'accélération de Kolmogorov pour des nombres de Reynolds de 180 à 2000 obtenus par nos DNS et par celles de [65]. Droites en pointillés correspondants à l'accélération de Kolmogorov estimée avec l'équation 3.28 et  $k_1 = 0.008$ .

Ainsi, avec les équations 3.27 et 3.28, on a une approximation de la valeur de la moyenne (ou de la variance) de la norme de l'accélération au centre du canal et  $E_c^+$  est estimé de la façon suivante :

$$E_c^+ = \frac{\langle |a(y=h)|^+ \rangle}{Re_+} = \kappa \frac{\ln Re^+}{Re_+} \frac{a_\eta(y=h)}{a_*} = \kappa \frac{\ln Re^+}{Re_+} \frac{\varepsilon_c^{3/4} \nu^{-1/4}}{a_*} \quad (3.29)$$

où  $\kappa \approx 0.41$  est la constante de Kármán.

### Choix de $T_\chi$

On souhaite que l'échelle de corrélation de  $E^+$  soit similaire à la distance de corrélation pour la norme de l'accélération observée par DNS dans la section 2.3.2.

Dans la section 2.3.2 on a analysé l'évolution de l'échelle intégrale pour l'autocorrélation de la norme de l'accélération dans la direction normale  $L_{int|a|}^+(y^+)$ . On a constaté que pour  $y^+ \gtrsim 10$ ,  $L_{int|a|}^+(y^+) \approx c\sqrt{y^+}$ . Ainsi, avec la définition de  $\tau$  (équation 3.16), on écrit que  $\frac{L_{int|a|}^+(y^+(\tau))}{h} = \frac{c}{\sqrt{Re_+}} \sqrt{1 - e^{-\tau}}$

On fait l'hypothèse que le processus pour  $E$  a la même distance de corrélation que la norme de l'accélération. Ainsi, on obtient :

$$T_E(\tau) = \frac{c}{\sqrt{Re_+}} \sqrt{1 - e^{-\tau}} \quad (3.30)$$

Dans l'annexe A.2.2, on montre comment exprimer la fonction d'autocorrélation de  $E$  en fonction de la fonction d'autocorrélation de  $\chi$ , et on montre que dans le cas

où la longueur de corrélation  $T_\chi$  est constante,  $T_E$  et  $T_\chi$  sont du même ordre de grandeur :  $T_E/T_\chi \approx 0.8345$ . Ainsi en faisant l'approximation que la relation précédente reste valable lorsque la longueur de corrélation dépend de  $\tau$ , on obtient pour  $T_\chi$  :

$$T_\chi(\tau) = \frac{c'}{\sqrt{Re_+}} \sqrt{1 - e^{-\tau}} \quad (3.31)$$

Avec cette expression pour  $T_\chi$  on peut compléter le calcul pour l'évolution de la moyenne et l'écart type de  $E$ . On a :

$$\Gamma(0, \tau) = \int_0^\tau \frac{d\tau'}{T_\chi(\tau')} = 2 \frac{\sqrt{Re_+}}{c'} \ln(\sqrt{e^\tau} + \sqrt{e^\tau - 1}) \quad (3.32)$$

On peut remarquer que, pour  $\tau$  suffisamment grand,  $2 \ln(\sqrt{e^\tau} + \sqrt{e^\tau - 1}) \approx \tau + \sqrt{2}$ . L'équation 3.23 devient donc :

$$\frac{\overline{E(\tau)}}{E_w} = \frac{E_{rms}(\tau)}{E_w} = \left(\frac{E_c}{E_w}\right)^{1 - (\sqrt{e^\tau} + \sqrt{e^\tau - 1})^{-2/c' \sqrt{Re_+}}} \sim \left(\frac{E_c}{E_w}\right)^{1 - \exp(-2/c' \sqrt{Re_+}(\sqrt{2} + \tau))} \quad (3.33)$$

L'évolution de  $E^+$  est un processus multiplicatif dépourvu d'échelle caractéristique. Cependant, puisque la loi logarithmique est stable par rapport à la multiplication [155], ce processus ne dégénère pas en loi de puissance. Avec ce modèle,  $E^+$  est corrélé sur une grande distance, on peut ainsi considérer que la paroi et l'axe du canal ne « s'ignorent » pas, ce qui permet de représenter les fortes interactions présentes à travers le canal.

### Comparaison avec la DNS

Les résultats de ce modèle (équations 3.16, 3.22 , 3.26 , 3.29 et 3.31 avec  $c' \sim 25$ ) peuvent être comparés à la DNS. Sur la figure 3.7 on compare la moyenne de  $E^+$  obtenue avec le modèle stochastique avec celle calculée par la DNS en utilisant l'équation 3.14. La figure 3.8 donne la comparaison entre la moyenne de la norme de l'accélération venant de la DNS et du modèle stochastique. La comparaison est très bonne aussi bien en proche paroi que dans le corps du canal. Avec ce modèle, et la valeur choisie pour  $\sigma^2$  l'écart type de  $E^+$  sera identique à sa moyenne, ceci peut être comparé avec la DNS sur la figure 2.5b afin de justifier ce choix.

Le modèle log-Langevin utilisé pour  $E^+$  complété d'une condition initiale lognormale pour  $E^+$  à la paroi, donnera une distribution lognormale pour  $E^+$  dans tout le canal, ce qui est en accord avec les distributions obtenues par DNS (voir courbes 2.6).

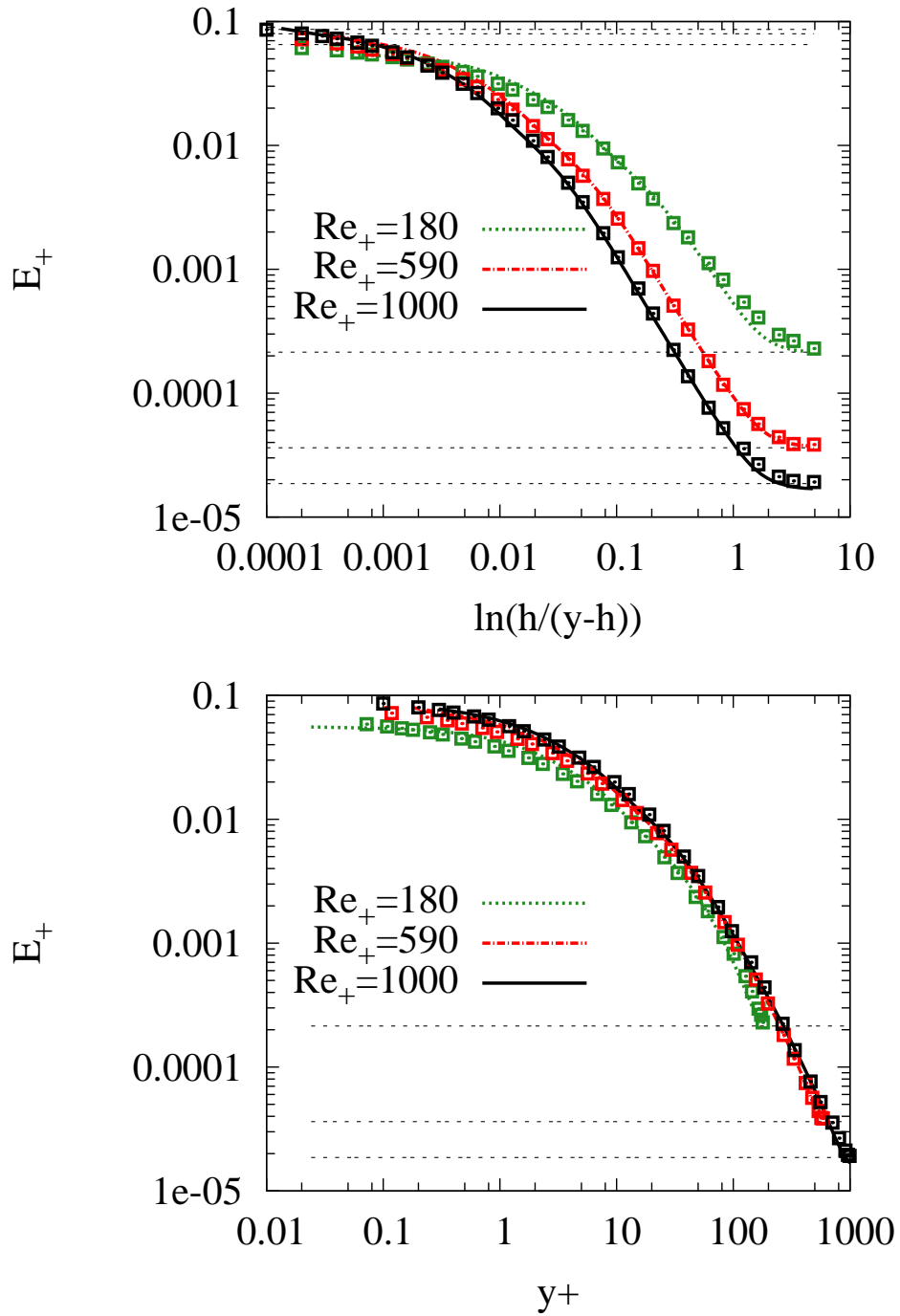


FIG. 3.7: Comparaison de la moyenne de  $E^+$  pour le modèle stochastique (symboles) et la DNS (lignes) pour  $Re_+ = 180, 590$  et  $1000$ . (a) Evolution de  $E^+$  en fonction de  $\tau$ , (b) Evolution de  $E^+$  en fonction de  $y^+$ . Les traits en pointillés correspondent aux valeurs de  $E_c^+$  et  $E_w^+$ .

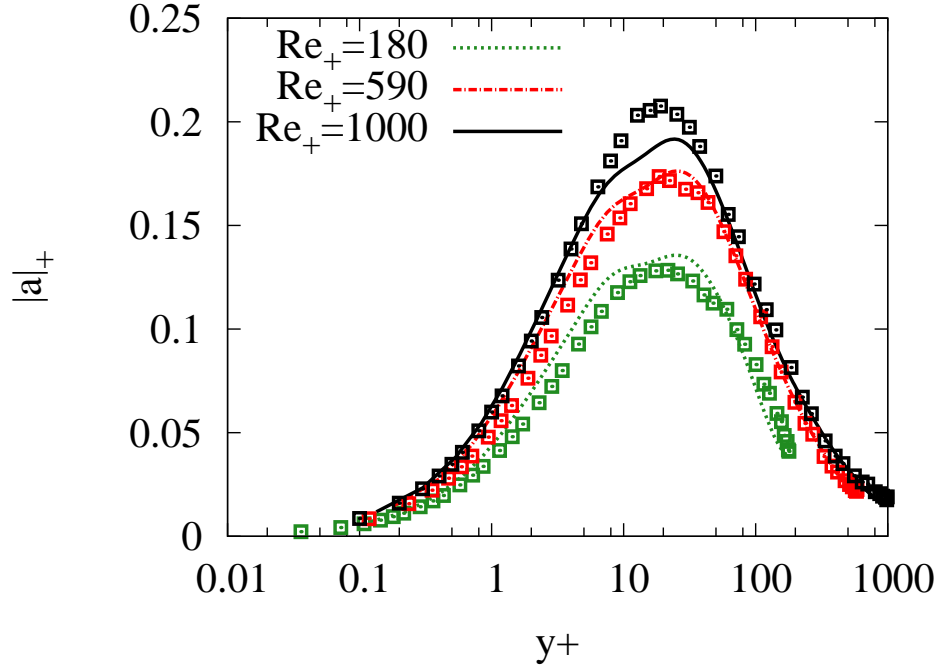


FIG. 3.8: Comparaison de la moyenne de la norme de l'accélération obtenue avec le modèle stochastique (symboles) et la DNS (lignes) pour  $Re_+ = 180, 590$  et  $1000$ .

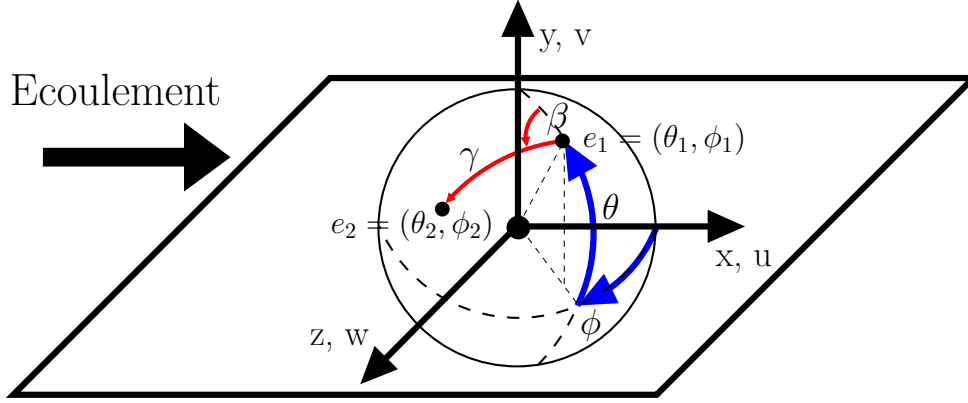
### 3.3 Modèles pour l'orientation

#### 3.3.1 Marche aléatoire sur la sphère

Afin de représenter la tendance vers le retour à l'isotropie observée dans la DNS (voir section 2.2.2), un modèle stochastique pour l'orientation (équation 2.46) est proposé. Ce modèle est une marche aléatoire sur une sphère de rayon unité. Le vecteur d'orientation est défini par deux points : l'un est le centre de la sphère de rayon unité et l'autre est sur la surface de cette sphère. Le point situé à la surface de la sphère va évoluer de façon aléatoire en suivant un processus stochastique sur la sphère de type processus de Wiener. Cette marche aléatoire sur la sphère évolue avec l'augmentation de la distance à la paroi, en d'autres termes, la distance à la paroi va jouer le rôle du temps. L'évolution du vecteur unité  $e_i$  est définie par le processus stochastique suivant :

$$\begin{cases} \gamma = 2DdW \\ 0 \leq \beta < 2\pi \end{cases} \quad (3.34)$$

où  $\gamma$  est la distance du chemin séparant deux positions successives sur la sphère et  $\beta$  est la direction initialement suivie pour aller du point 1 au point 2 (voir figure 3.9).  $\beta$  est choisi aléatoirement à partir de la distribution uniforme.  $D$  est un coefficient de diffusion,  $dW$  est le processus de Wiener standard défini par  $\langle dW \rangle = 0$ ,  $\langle dW^2 \rangle = 2dy^+$ , avec  $dy^+$  représentant la taille du maillage (en unité de paroi) dans la direction normale (et joue donc le rôle du pas de temps). A partir du calcul des géodésiques, on peut obtenir l'évolution des angles  $\theta$  et  $\phi$  caractérisant l'orientation de  $e_i$  (comme définit sur


 FIG. 3.9: Système de coordonnées, et définition des angles  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\gamma$  and  $\beta$ .

la figure 3.9) :

$$\begin{cases} \theta_{k+1} = \sin^{-1}(\sin \theta_k \cos \gamma + \cos \theta_k \sin \gamma \cos \beta) \\ \phi_{k+1} = \phi_k + \arg(\xi) \\ \Re(\xi) = \sin \beta \sin \gamma \cos \theta_k \\ \Im(\xi) = \cos \gamma - \sin \theta_k \sin \theta_{k+1} \end{cases} \quad (3.35)$$

où  $\theta_k$  et  $\phi_k$  sont les angles de  $e_i$  au noeud  $k$ , et  $\xi$  est un nombre complexe, dont les parties réelle et imaginaire sont respectivement  $\Re(\xi)$  et  $\Im(\xi)$ . Un exemple de réalisation du mouvement brownien sur la sphère est donné sur la figure 3.10.



FIG. 3.10: Une réalisation de la marche aléatoire décrite par les équations 3.34 et 3.35.

On peut remarquer que le processus stochastique précédent est équivalent au processus stochastique :  $d\mathbf{e} = \mathbf{e} \times d\mathbf{W}$ , avec  $\times$  le produit vectoriel et  $d\mathbf{W}$  le processus de

Wiener à trois dimensions. Il faut cependant noter que puisqu'on utilise un processus de Wiener en trois dimensions pour réaliser un mouvement à deux dimensions, il y a trop d'information, pourtant les statistiques de ces deux processus sont équivalentes.

Pour une distance à la paroi ( $y^+$ ) suffisamment grande, ce processus atteint un état d'équilibre diffusif, correspondant à une distribution isotrope du vecteur  $e_i$  :

$$\begin{cases} P_\theta(\theta, y^+ \rightarrow \infty) & \rightarrow P_{iso}(\theta) \\ P_\phi(\phi, y^+ \rightarrow \infty) & \rightarrow P_{iso}(\phi) \end{cases} \quad (3.36)$$

avec  $P_\theta(\theta, y^+)$  et  $P_\phi(\phi, y^+)$  les PDF de  $\theta$  et  $\phi$  respectivement, à une distance  $y^+$  de la paroi. Les définitions de  $P_{iso}(\theta)$  et  $P_{iso}(\phi)$  sont données respectivement par les équations 2.48 et 2.47.

En accord avec la DNS (voir section 2.2.2), ce processus commence à la paroi ( $y^+ = 0$ ) avec les conditions initiales suivante :

$$\begin{cases} P_\theta(\theta, y^+ = 0) & = \delta(\theta) \\ P_\phi(\phi, y^+ = 0) & = P_{iso}(\phi) \end{cases} \quad (3.37)$$

où  $\delta$  est la distribution de Dirac. Ce qui implique que l'accélération modèle à  $y^+ = 0$  est choisie parallèle à la paroi avec un angle azimutal  $\phi$  aléatoire.

Il reste maintenant à déterminer le coefficient de diffusion  $D$ . Sur la sphère, la distance  $R$  séparant la position d'origine et le point à  $y^+$  peut se mesurer par les grands cercles (ie. l'angle entre le point 1, le centre de la sphère et le point 2, ainsi  $0 \leq R \leq \pi$ ) :

$$R(y_1, y_2) = \cos^{-1} [\sin(\theta_1) \sin(\theta_2) + \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) \cos(\phi_1 - \phi_2)] \quad (3.38)$$

où  $\theta_1 = \theta(y_1)$  et  $\phi_1 = \phi(y_1)$ . Du fait du confinement de la particule, la distance quadratique moyenne ( $\langle R^2 \rangle$ ) présente une saturation pour les temps longs, à une valeur  $R_{max}^2$  : la particule atteint un équilibre diffusif, comme précisé plus haut. En revanche, pour les temps courts le mouvement reste diffusif et se traduit par une évolution linéaire de  $\langle R^2 \rangle$ . On a même  $\langle R(t, t' = 0)^2 \rangle = 2Dt$ , ce qui est équivalent à un processus de Wiener sur un plan avec la même constante de diffusion  $D$ . Ceci revient à dire que le mouvement brownien sur la sphère, qui est un processus stochastique non-linéaire, peut être « linéarisé » pour les temps courts. La figure 3.11 présente l'évolution de  $R$  en fonction de la distance à la paroi.

Le coefficient de diffusion  $D$  contrôle la vitesse de relaxation vers l'isotropie de ce processus. On considérera que l'équilibre diffusif est atteint lorsque  $\langle R^2 \rangle \sim R_{max}^2$ . La valeur  $R_{max}^2$  peut être calculée en intégrant  $R^2$  sur toutes les positions possibles pour  $y_1$  et  $y_2$ , ces positions étant distribuées de façon isotrope :

$$\begin{aligned} R_{max}^2 &= \langle R^2 \rangle_{iso} \\ &= \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} R(y_1, y_2)^2 P_{iso}(\theta_1) P_{iso}(\phi_1) P_{iso}(\theta_2) P_{iso}(\phi_2) d\phi_1 d\phi_2 d\theta_1 d\theta_2 \\ &= \frac{\pi^2}{2} - 2 \end{aligned} \quad (3.39)$$

Pour intégrer cette expression, on peut remarquer que puisque les positions sont équiprobables sur la sphère, on peut en fixer l'une des deux à une valeur simplifiant le calcul,

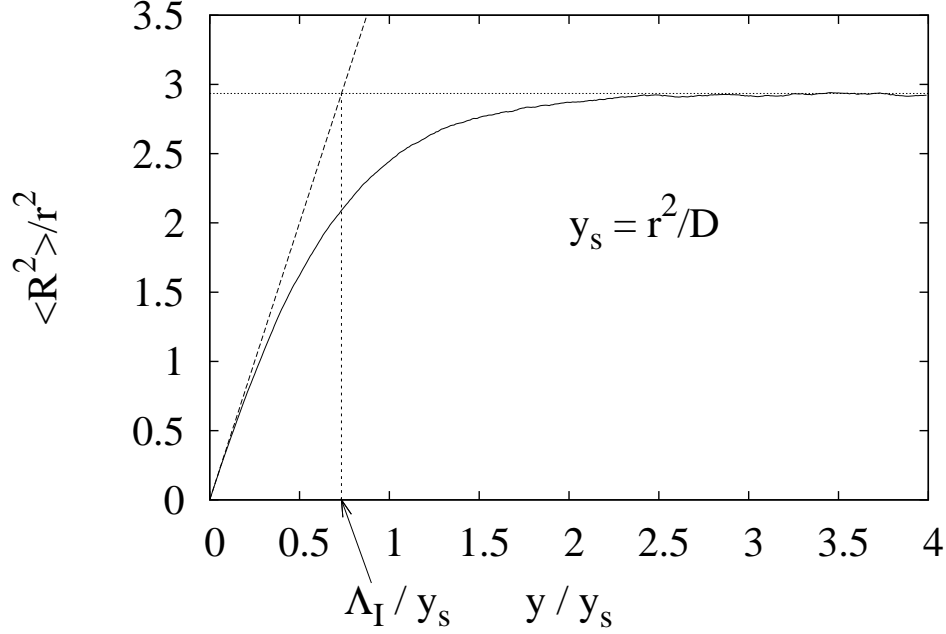


FIG. 3.11: Évolution de la distance  $\langle R^2 \rangle$  d'après le modèle stochastique des équations 3.34, 3.35 et 3.37 (ligne), droite de pente  $2D$  (tiret). ( $r = 1$  rayon de la sphère).

par exemple :  $\theta_2 = \pm\pi/2$ . On peut définir une distance caractéristique de relaxation vers l'isotropie  $\Lambda_I$ . Cette longueur caractéristique est reliée à  $D$  :

$$2D\Lambda_I = R_{max}^2 = \frac{\pi^2}{2} - 2 \quad (3.40)$$

On peut remarquer qu'il est possible de proposer deux autres distances caractéristiques  $\Lambda_{\theta I}$  et  $\Lambda_{\phi I}$ , pour les angles  $\theta$  et  $\phi$  respectivement, dont les définitions sont les suivantes :  $D\Lambda_{\theta I} = \langle \theta^2 \rangle_{iso} = \pi^2/4 - 2$  et  $D\Lambda_{\phi I} = \langle \phi^2 \rangle_{iso} = \pi^2/3$ .

Le retour à l'isotropie constaté dans la DNS (voir section 2.2.2), s'accompagne également d'une évolution linéaire de la variance de  $\theta$  en proche paroi (voir figure 2.16). La distance nécessaire pour ce retour vers l'isotropie semble correspondre à la distance avant le début de la zone logarithmique. La viscosité n'a plus d'influence directe à partir de  $y^+ \sim 50$ . Ceci nous permet d'estimer  $D$  à partir de  $\Lambda_I$ . Si on considère que  $\Lambda_{\theta I} \sim 50$  (en unités de paroi), on peut alors estimer  $D \sim 0.01$ . Cette valeur est confirmée par régression linéaire, dans la partie linéaire de la courbe  $\langle \theta^2 \rangle = f(y^+)$  obtenue par la DNS (figure 3.12) : en utilisant  $5 < y^+ < 20$ , on obtient  $D = 0.0094$ . Il est important de remarquer que sur la plage de nombres de Reynolds étudiée ( $Re_+ = 180-1000$ ) la valeur de ce coefficient de diffusion semble universelle.

### Comparaison avec la DNS

Les statistiques obtenues par le modèle stochastique décrit plus haut (équations 3.34, 3.35 et 3.37) sont comparées à celles obtenues par la DNS. L'évolution de la variance de  $\theta$  avec la distance à la paroi est montrée sur la figure 3.12. L'accord entre le modèle et la DNS est très satisfaisant.

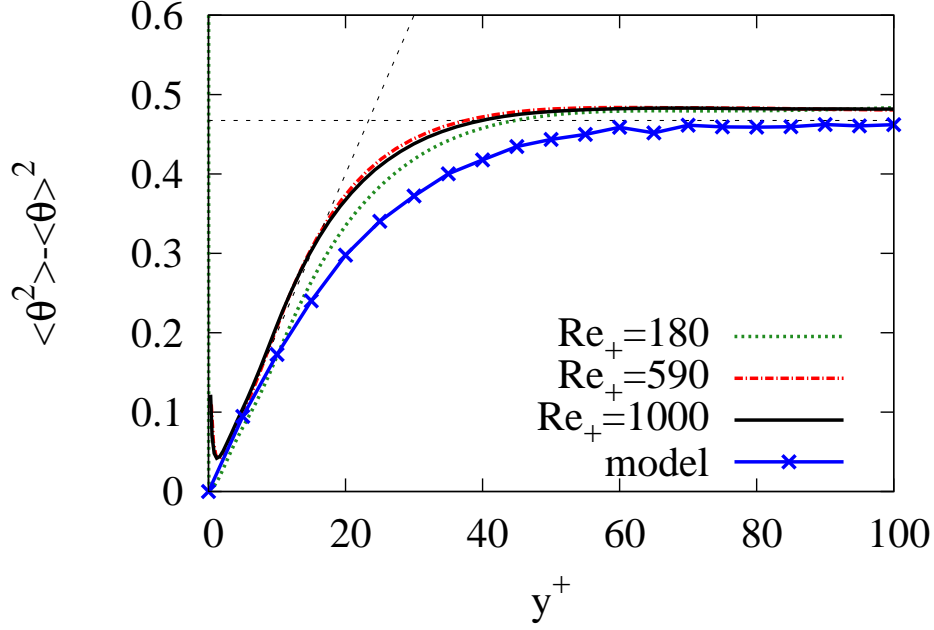


FIG. 3.12: Evolution de la variance de  $\theta$ . Comparaison entre la DNS pour  $Re_+ = 180, 590$  et  $1000$  avec le modèle stochastique défini par les équations 3.34, 3.35 et 3.37(croix). La ligne horizontale en pointillé correspond à la valeur de la variance de la distribution isotrope (équation 2.48 et 2.50).

Compte tenu de la condition à la paroi prescrite (équation 3.37), la variance de  $\phi$  donnée par le modèle est exactement celle de la distribution isotrope :  $\langle \phi(y)^2 \rangle = \langle \phi^2 \rangle_{iso}$ . La comparaison avec la DNS peut donc être vue sur la figure 2.16a.

La comparaison des distributions de  $\theta$  pour le modèle et pour la DNS (figure 3.13) révèle quelques lacunes du modèle. Bien que la distance nécessaire à la relaxation et l'évolution de la variance soient bien reproduites par le modèle, les fluctuations de  $\theta$  observées dans la DNS sont beaucoup plus intenses que celles prévues par le modèle. Sur la figure 3.13, on constate en effet que, près de la paroi, la distribution de  $\theta$  obtenue par DNS est bien plus « étirée » que celle issue du modèle stochastique.

Cette absence de très fortes fluctuations dans le modèle est également visible sur l'évolution de la flatness (figure 3.14). On constate effectivement que la flatness de  $\theta$  obtenue par le modèle est bien plus faibles près de la paroi que celle obtenue par la DNS. En revanche comme attendu la flatness du modèle et celle de la DNS convergent vers la valeur de la distribution isotrope de  $\theta$ . La flatness pour la distribution isotrope peut être calculée analytiquement de façon similaire au calcul de la variance. On obtient alors :

$$F_{iso}(\theta) = \frac{\langle (\theta - \langle \theta \rangle_{iso})^4 \rangle_{iso}}{\langle (\theta - \langle \theta \rangle_{iso})^2 \rangle_{iso}^2} = \frac{\pi^4 - 48\pi^2 + 384}{(\pi^2 - 8)^2} \approx 2.194 \quad (3.41)$$



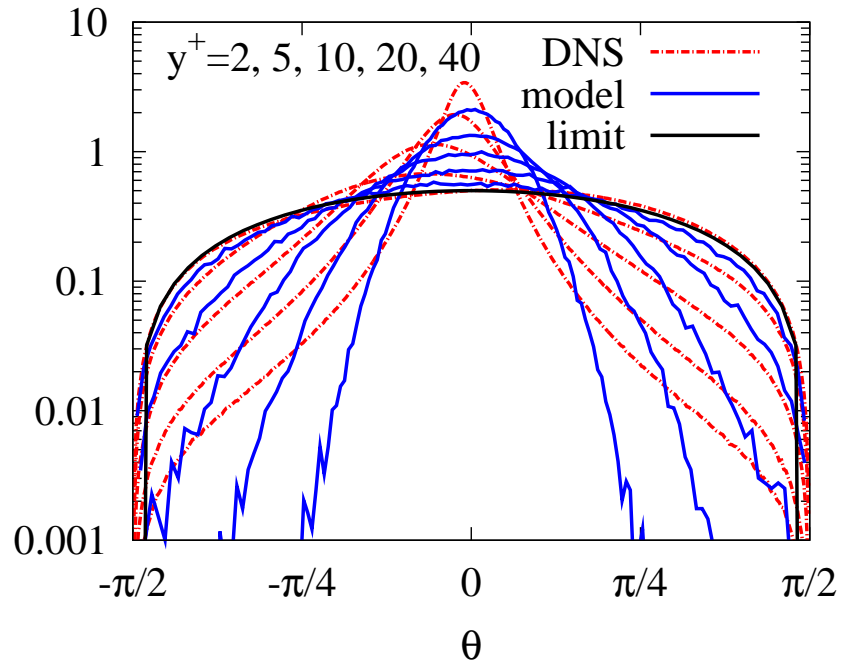


FIG. 3.13: Distribution  $\theta$ . Comparaison entre le modèle stochastique et la DNS à  $Re_+ = 1000$  pour différentes distances à la paroi. La ligne fine correspond à la distribution isotrope (équation 2.48).

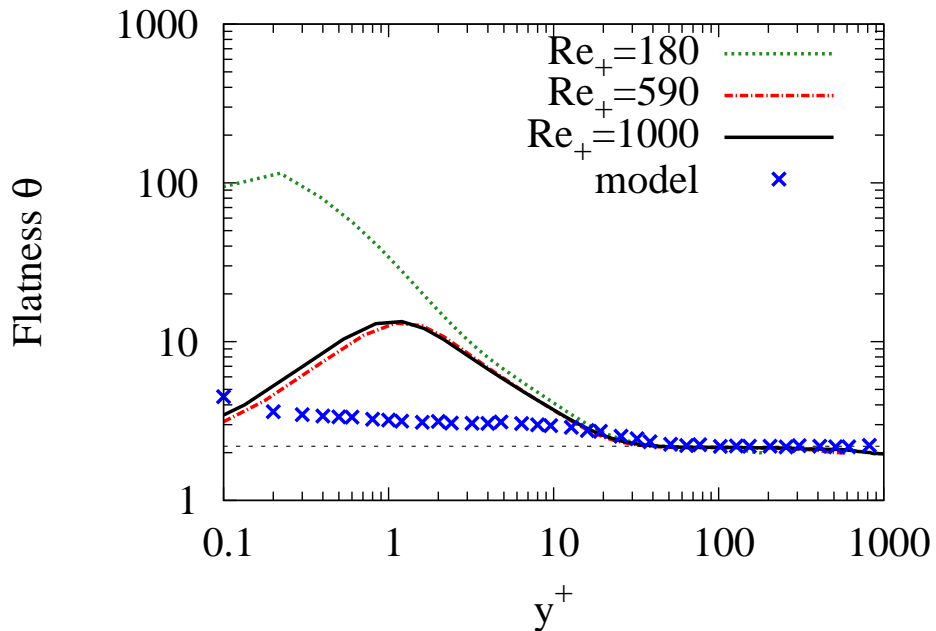


FIG. 3.14: Evolution de la flatness de  $\theta$ . Comparaison entre la DNS pour  $Re_+ = 180, 590$  et  $1000$  avec le modèle stochastique défini par les équations 3.34, 3.35 et 3.37 (croix). La ligne horizontale en pointillés correspond à la valeur de la distribution isotrope (équation 2.48 et 3.41).

### 3.3.2 Marche aléatoire multifractale sur la sphère

Dans cette partie, on propose une amélioration du modèle précédent présentant des fluctuations beaucoup plus importantes en proche paroi.

Au lieu d'utiliser un processus de Wiener pour déterminer  $\gamma$  (la distance entre deux positions successives sur la sphère, équation 3.34 et figure 3.9),  $\gamma$  sera déterminé par les incréments d'un processus multifractal  $\psi$ .

$$\begin{aligned}\gamma &= d\psi = 2DdGdW \\ \psi(y^+) &= \int_0^{y^+} 2DdGdW\end{aligned}\tag{3.42}$$

avec  $dW$  un processus de Wiener et  $dG = e^{dg}$  un processus lognormal stationnaire ( $dg$  un processus normal stationnaire).

Si on veut que le processus  $\psi(y^+)$  ait une diffusion standard (c'est-à-dire  $\langle \psi(y^+)^2 \rangle = 2Dy^+$ ) il est nécessaire d'avoir  $\langle dG^2 \rangle = 1$ . En notant  $\mu_g = \langle dg \rangle$  et  $\sigma_g^2 = \langle dg^2 \rangle - \langle dg \rangle^2$  la moyenne et la variance de  $dg$  respectivement, la relation entre les moments d'une variable lognormale implique d'avoir :

$$\frac{\mu_g}{\sigma_g^2} = -1\tag{3.43}$$

Il est de plus indispensable que les  $dG$  soient corrélés entre eux. La distribution de incréments du processus définit par l'équation 3.42 :  $\delta_r\psi = \psi(y+r) - \psi(y)$  va converger, lorsque  $r$  augmente, vers la distribution normale, de moyenne nulle et de variance  $2Dy^+$ . Cependant, si les  $dG$  sont indépendants, on peut montrer, en utilisant le théorème de la limite centrale, que ce retour à la normalité ne dépendrait que du nombre d'itérations  $N$  et pas du pas de temps (la convergence du théorème de la limite centrale et de l'ordre de  $\sqrt{N}$  [155]). Il en résulterait que le processus stochastique pour  $\psi(y)$  serait dépendant du pas de temps choisi, ce qui est le signe d'un problème mal posé. En revanche si les  $dG$  sont corrélés sur une « grande » distance  $L$ , le théorème centrale limite ne s'applique plus ; bien que les incréments  $\delta_r\psi$  soient toujours distribués de façon normale pour  $r \gg L$ .

De manière analogue à [4] et [123], on peut choisir pour la covariance de  $dg$  :

$$\begin{aligned}\text{cov}(dg(y)dg(y')) &= \langle dg(y)dg(y') \rangle - \langle dg \rangle^2 = \\ &= \begin{cases} 0 & \text{si } |y - y'| > L \\ \lambda^2 \ln\left(\frac{L}{|y - y'|}\right) & \text{si } dy < |y - y'| < L \\ \lambda^2 \left(1 + \ln\left(\frac{L}{dy}\right) - \frac{|y - y'|}{dy}\right) & \text{si } |y - y'| \leq dy \end{cases}\end{aligned}\tag{3.44}$$

D'après les définitions précédentes, on a  $\sigma_g^2 = -\mu_g = \lambda^2 \left(1 + \ln\left(\frac{L}{dy}\right)\right)$ .  $L$  est la longueur de corrélation du processus  $dg$ , et  $\lambda^2$  est un paramètre caractérisant l'intermittence du processus.

Cette marche aléatoire n'est pas un processus markovien. Du fait de sa corrélation temporelle, la valeur de  $dg$  à l'instant  $y$  dépend des valeurs aux instants « voisins »  $y'$  compris entre  $y - L < y' < y + L$ . Deux méthodes sont proposées pour calculer un signal aléatoire corrélé en temps. Les deux méthodes sont basées sur la convolution entre la fonction de corrélation et un bruit blanc :

- Par transformée de Fourier du coefficient de corrélation de  $dg$ . Cette méthode est bien adaptée lorsque  $L \gg dy$ . Elle nécessite cependant des précautions afin d'éviter les erreurs d'aliasing.
- Décomposition de Choleski de la matrice de covariance, puis multiplication de la matrice triangulaire obtenue par un bruit blanc gaussien. Cette méthode est bien adaptée lorsque la distance de corrélation  $L$  n'est pas très grande comparée à  $dy$  (la matrice de covariance est donc de dimension réduite). Cette méthode est également plus générale, car elle permet le calcul de signaux instationnaires.

Dans l'annexe A.3, quelques résultats statistiques de ce processus de marche aléatoire multifractale sont rassemblés, afin de bien mettre en évidence les différences avec le processus de Wiener.

Le modèle stochastique pour l'orientation est donc défini par les équations 3.42, 3.43, 3.44, 3.35 et 3.37, et toujours avec  $0 \leq \beta < 2\pi$ . Une réalisation de cette marche aléatoire multifractale sur la sphère est donnée sur la figure 3.15. En comparant avec le mouvement brownien sur la sphère (figure 3.10), on constate que la marche multifractale est bien plus intermittente, la particule alternant des phases où elle garde une position identique avec des phases où son déplacement est très grand.

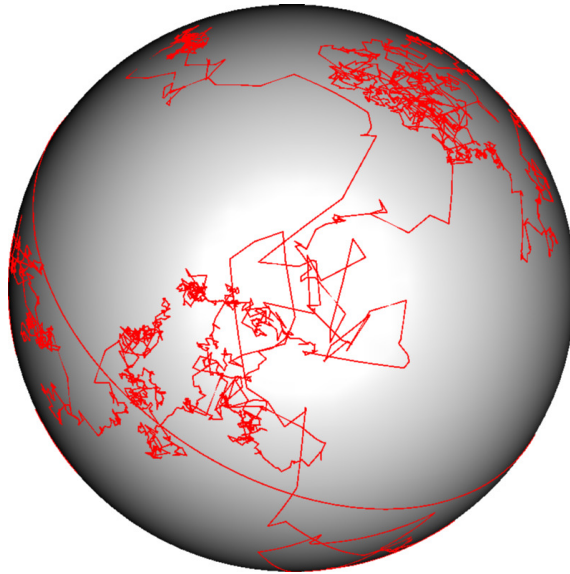


FIG. 3.15: Une réalisation de la marche aléatoire multifractale décrite par les équations 3.42, 3.43, 3.44 et 3.35.

Ce modèle introduit deux nouveaux paramètres par rapport à la première version. On a donc les paramètres suivants :  $D$ ,  $L$ ,  $\lambda^2$ . On a montré précédemment comment déterminer  $D$  à partir de la DNS.  $L$  correspond à la distance caractéristique de retour à la normalité : les incréments  $\delta_r \psi$  seront distribués de façon normale pour  $r \gg L$ .  $L$  pourrait être relié à l'épaisseur de la sous-couche visqueuse. Dans cette couche, l'accélération est majoritairement parallèle à la paroi avec de temps à autre un mouvement intense dans la direction normale à la paroi. Pour  $L$  et  $\lambda^2$ , on a trouvé 5 et 0.09 respectivement. Ces valeurs peuvent être déterminées à partir des profils de la flatness et du

moment d'ordre 4 de  $\theta$  dans la DNS : la pente du moment d'ordre 4 pour une distance à la paroi inférieure à  $L$  ne dépend que de  $\lambda^2$  (voir la figure 3.18).

### Comparaison avec la DNS

La figure 3.16 présente l'évolution de la variance de  $\theta$  obtenue par le modèle de marche aléatoire multifractale sur une sphère conjointement avec celle obtenue par DNS. On voit que ce modèle conserve des propriétés diffusives très similaires au modèle précédent (mouvement brownien sur une sphère) gardant ainsi un très bon accord avec la DNS. Cependant en comparant les courbes 3.12 et 3.16, on constate que l'évolution de la variance est légèrement différente entre ces deux modèles.

Ceci est dû au fait que la marche aléatoire évolue sur une sphère, qui est un espace non-eclidien. Ainsi le processus stochastique est non-linéaire, et donc tous les moments statistiques des incréments de la marche aléatoire influencent la diffusion, ce qui explique que, bien que le moment d'ordre deux des incréments soit identique pour le mouvement brownien et la marche aléatoire multifractale, l'évolution de  $\langle \theta^2 \rangle$  diffère.

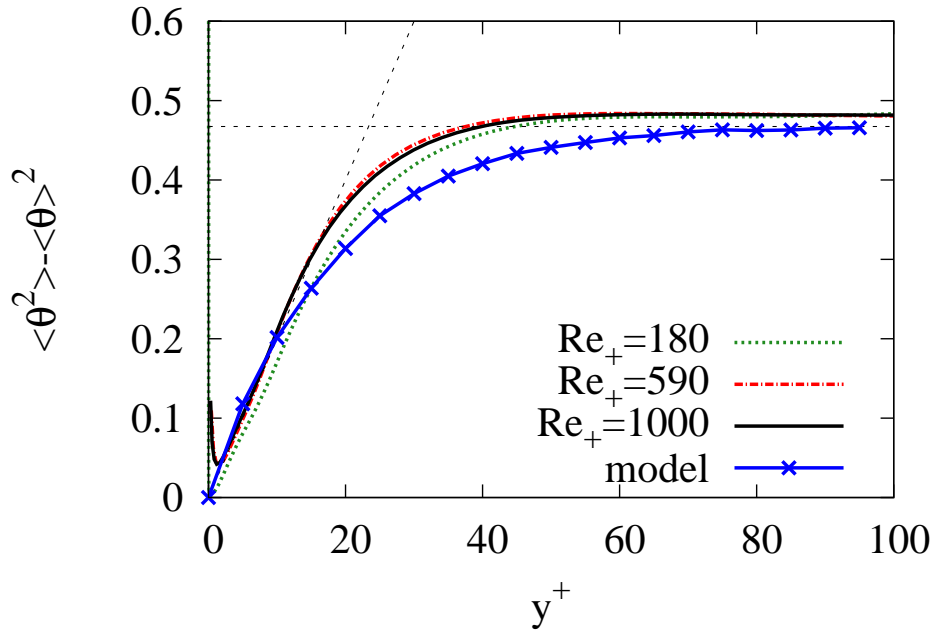


FIG. 3.16: Évolution de la variance de  $\theta$ . Comparaison entre la DNS pour  $Re_+ = 180$ , 590 et 1000 avec le modèle stochastique défini par les équations 3.42, 3.43, 3.44, 3.35 et 3.37 (croix). La ligne horizontale en pointillés correspond à la valeur de la variance de la distribution isotrope (équation 2.48 et 2.50).

La figure 3.17 présente l'évolution de la distribution de  $\theta$  à mesure que la distance à la paroi augmente, pour le modèle et pour la DNS. On constate que les distributions sont très similaires entre le modèle et la DNS. Ceci est confirmé par l'évolution de la flatness (figure 3.18) qui est bien plus fidèle à la DNS avec ce modèle.

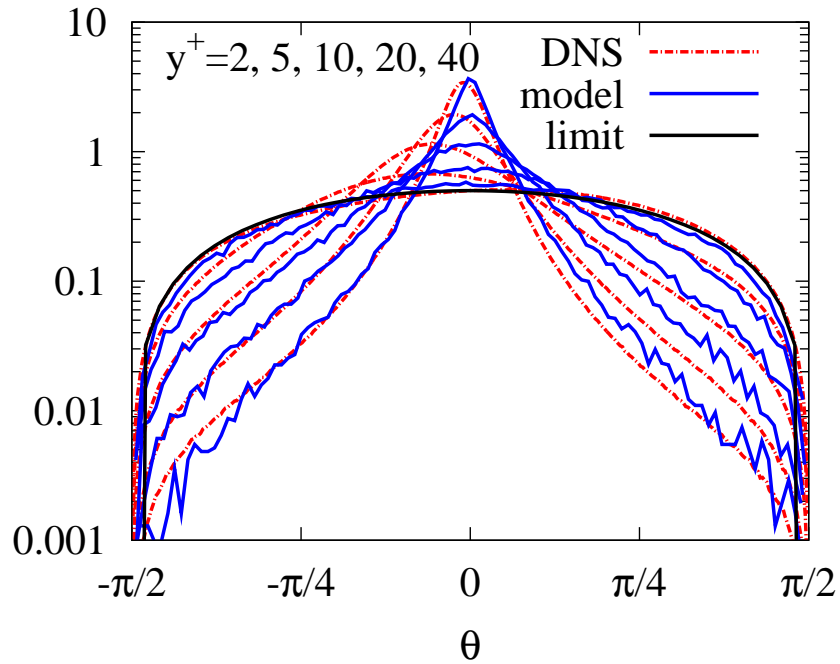


FIG. 3.17: Distribution de  $\theta$ . Comparaison entre le modèle stochastique de marche aléatoire multifractale sur une sphère et la DNS à  $Re_+ = 1000$  pour différentes distances de la paroi. La ligne fine correspond à la distribution isotrope (équation 2.48).

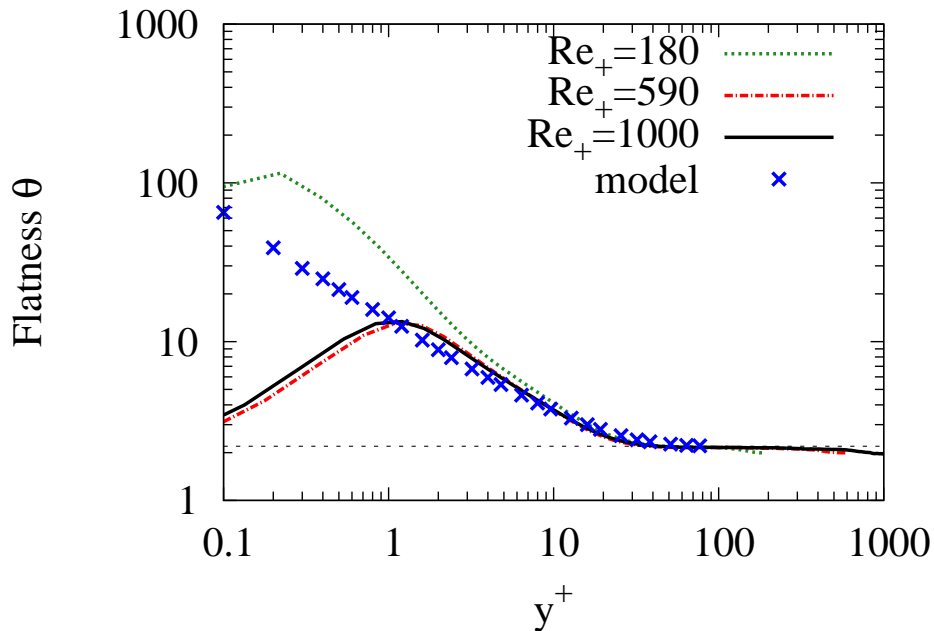


FIG. 3.18: Evolution de la flatness de  $\theta$ . Comparaison entre la DNS pour  $Re_+ = 180$ , 590 et 1000 avec le modèle stochastique défini par les équations 3.42, 3.43, 3.44, 3.35 et 3.37 (croix). La ligne horizontale en pointillés correspond à la valeur de la distribution isotrope (équation 2.48 et 3.41).

Bien que la flatness de l'orientation en proche paroi soit améliorée, il reste toujours quelques défauts à ce modèle. On constate que pour la DNS, la PDF est faiblement dissymétrique alors que les distributions issues du modèle sont strictement symétriques, quelle que soit la version du modèle (normale ou lognormale). Une telle dissymétrie pourrait être introduite dans nos modèles en modifiant la condition à la paroi (c'est-à-dire la distribution initiale de  $\theta$ ).

La variance de  $\phi$  obtenue par le modèle est exactement celle de la distribution isotrope, comme pour le modèle du paragraphe précédent, du fait de la condition à la paroi utilisée (équation 3.37). En revanche, pour la DNS la variance de  $\phi$  n'est pas constante bien que relativement proche de la variance prédite par le modèle.

On voit qu'il y a une zone ni trop proche de la paroi ni trop proche de l'axe ( $40 < y^+ < 400$  pour  $Re_+ = 1000$ ) où l'orientation semble réellement isotrope (figures 2.16 et 2.18), ce qui est bien reproduit par le modèle. En revanche, près de l'axe la distribution de l'orientation n'est pas tout à fait isotrope, ce que le modèle ne peut prendre en compte, il semblerait que l'isotropie de l'accélération ne soit observée que dans la zone inertielle.

Avec ce modèle, on a donc une relaxation de l'orientation vers l'isotropie lorsque la distance à la paroi augmente avec une corrélation du vecteur d'orientation dans la direction normale à la paroi. De plus, dans le deuxième cas les variations de l'orientation sont lognormales et corrélées entre elles.

### 3.3.3 Corrélation temporelle de l'orientation

Comme mentionné dans l'introduction (équation 1.16 et 1.17), il est nécessaire de prendre en compte la corrélation  $\langle e(t_0)e(t + t_0) \rangle$  pour qu'il y ait un apport d'énergie associé à la modélisation stochastique de l'accélération. En effet, d'après l'équation 1.16, on constate que si l'orientation de l'accélération est  $\delta$ -corrélée l'apport d'énergie cinétique sera nul. Et pour une simulation numérique, l'apport d'énergie sera dépendant du pas de temps  $dt$  du calcul, puisque l'on peut considérer que dans ce cas l'orientation est corrélée pendant  $dt$ . Cependant, modéliser la corrélation de l'orientation sur une échelle de l'ordre  $\tau_\eta$  avec  $dt \ll \tau_\eta$  (avec  $dt$  le pas de temps de la simulation) se révèle être lourd. Nous réalisons ici une approche simplifiée permettant de prendre en compte cette corrélation.

On tire une nouvelle valeur uniquement quand  $t - t_0 > \tau_\eta(y)$ . Ce qui génère un signal pour chacun des deux angles en palier, chacun des paliers ayant une durée identique et égale à  $\tau_\eta$ . L'autocorrélation (temporelle) d'un tel signal évolue linéairement avec le décalage temporel, et devient nulle pour  $t - t_0 = \tau_\eta(y)$ . Si au lieu de choisir une durée constante pour chaque palier on choisit une durée aléatoire dont la distribution est lognormale, l'autocorrélation approchera une exponentielle décroissante.

Cette modélisation simplifiée n'est certainement pas la meilleure que l'on puisse trouver pour modéliser la corrélation temporelle de l'accélération. Cependant, elle ne fait pas intervenir les équations aux dérivées partielles stochastiques et permet d'étudier l'influence de la corrélation temporelle de l'orientation.

### 3.4 Conclusions sur les modèles stochastiques proposés

L'hypothèse principale dans la dérivation de ces modèles repose sur l'indépendance statistique entre la norme et l'orientation de l'accélération. Ainsi, l'accélération est modélisée par deux processus stochastiques, l'un pour la norme et l'autre pour l'orientation.

Pour la norme, on a proposé deux modèles, tous deux basés sur des processus multiplicatifs évoluant avec le paramètre  $\tau = \ln(h/(h - y))$ . Le premier modèle repose sur l'idée que l'impact des tourbillons avec la paroi entraîne une cascade de fragmentation contrôlée par la fréquence de fragmentation des tourbillons. Ce processus stochastique permet de représenter les éjections de petites structures très intenses loin des parois. Pour le second modèle, on considère également la cascade de fragmentation des tourbillons. Cependant, pour ce modèle, la cascade est contrôlée par le taux local de dissipation d'énergie cinétique conduisant à une distribution stationnaire lognormale à longue échéance. Ainsi, en cohérence avec les observations de la DNS, on propose une équation de Langevin pour le logarithme du taux de dissipation d'énergie à travers le canal. Lors de la comparaison de ces modèles avec la DNS, on a pu constater que le modèle stochastique log-Langevin, reproduisait mieux les statistiques (moyenne, écart type, PDF et covariance) que le modèle basé sur la fragmentation.

Nos modèles pour l'orientation reproduisent la relaxation de l'accélération vers un état d'isotropie statistique lorsque la distance à la paroi augmente. Les valeurs successives de l'orientation sont données par l'évolution d'une marche aléatoire sur une sphère. Pour le premier modèle, la marche aléatoire est un mouvement brownien. On a étudié quelques statistiques d'un tel processus relatives à la diffusion et à la relaxation vers l'isotropie. En comparant avec la DNS, on constate que ce modèle prédit de façon adéquate le retour vers l'isotropie de l'accélération. Cependant, avec ce modèle, les brusques changements d'orientation existant en proche paroi ne sont pas reproduits. On a ainsi introduit une deuxième version du modèle stochastique d'orientation. Cette fois, on considère l'évolution d'une marche aléatoire multifractale sur la sphère. Les incréments de cette marche aléatoire sont corrélés entre eux et sont distribués de façon log-normale. La comparaison avec la DNS montre que les statistiques de ce modèle sont plus réalistes que celle du modèle précédant. Enfin, le troisième modèle d'orientation est, comme le premier modèle, basé sur un mouvement brownien sur la sphère. Sabelnikov et al. [140] ont montré qu'il est nécessaire d'introduire une corrélation temporelle pour l'orientation de l'accélération pour qu'il y ait une production d'énergie associée au modèle stochastique de l'accélération. Ainsi, dans la troisième version du modèle d'orientation, on propose de reproduire la corrélation de l'orientation sur une échelle de temps de l'ordre du temps dissipatif local, en générant un signal en palier, chaque palier ayant une longueur  $\tau_\eta(y)$ . Cette troisième version est celle qui est retenue pour la suite.

Dans la section suivante, ces modèles stochastiques pour l'accélération sont couplés avec une simulation des grandes échelles afin de tenir compte de l'accélération de sous-maille et de reproduire les effets de l'intermittence.

# 4 LES couplée avec une modélisation stochastique de l'accélération

Dans cette partie, après avoir présenté le principe des simulations des grandes échelles (LES : Large Eddy Simulation) ainsi que les trois modèles des contraintes de sous-maille utilisés, on décrit l'approche de la simulation des grandes échelles couplée à une modélisation stochastique de l'accélération de sous-maille (LES-SSAM : Stochastic Subgrid acceleration Model), introduite par Sabelnikov et al. [139].

Pour les simulations LES-SSAM présentées ici, les modèles stochastiques pour l'accélération seront ceux décrits dans la section 3 et sont bâtis sur les observations statistiques de l'accélération dans le canal turbulent présentées dans la section 2.

Dans la section 4.3, premièrement, le code de calcul utilisé pour nos simulations numériques est décrit. Ensuite, on présente l'étude permettant de valider la LES dans ce code. On a étudié l'influence du maillage, ainsi que l'influence du modèle de sous-maille. Trois modèles de sous maille sont testés : le modèle de Smagorinsky avec fonction d'amortissement, le modèle de Smagorinsky dynamique et le modèle de Smagorinsky amélioré pour les écoulements cisailés. On termine cette partie en proposant une comparaison entre les simulations LES-SSAM utilisant les modèles développés, la LES et la DNS. Ces comparaisons faites pour trois nombres de Reynolds (de  $Re_+ = 590$  à 2000) et différentes résolutions montrent qu'avec l'approche LES-SSAM on peut effectivement prendre en compte l'influence de l'intermittence à petites échelles dans les champs à grande échelle.

## 4.1 Simulation des grandes échelles

La difficulté de simuler numériquement les écoulements turbulents est due au large spectre d'échelles spatio-temporelles présentes dans ces écoulements lorsque le nombre de Reynolds est grand. Pour une simulation numérique directe, le coût de calcul augmente pratiquement comme le cube du nombre de Reynolds, rendant ces simulations impraticables pour les écoulements très turbulents.

Avec la simulation des grandes échelles, seules les plus grandes échelles sont résolues, alors que l'effet des petites échelles est modélisé, rendant ainsi les calculs à grand nombre de Reynolds réalisables. Cette approche repose sur le fait que les grandes structures de l'écoulement n'ont pas un comportement universel. Leur dynamique instationnaire peut alors être résolue à partir des équations de Navier-Stokes filtrées. Par ailleurs, dans cette approche on suppose que l'essentiel de l'énergie cinétique de l'écoulement ainsi que ses propriétés de transport sont contenues dans les grandes échelles. Les petites échelles



sont modélisées en supposant qu'elles ont un comportement universel.

### 4.1.1 Equations de Navier-Stokes filtrées

Les équations de Navier-Stokes s'écrivent pour un écoulement incompressible sans forces de volumes :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (4.1)$$

avec la condition d'incompressibilité :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.2)$$

où  $\rho$  et  $P$  sont la masse volumique et la pression.  $\tau_{ij}$  représente le tenseur des contraintes, qui pour un fluide newtonien et incompressible peut s'exprimer, en fonction du taux de déformation  $S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$  et de la viscosité cinématique  $\nu$  :

$$\tau_{ij} = 2\nu S_{ij} \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (4.4)$$

Dans l'approche LES le champ de vitesse est décomposé en grandes et petites échelles :

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (4.5)$$

où  $\bar{u}_i$  représente la partie résolue du champ de vitesse (grande échelle) et  $u'_i$  la partie résiduelle (liée aux échelles de sous-maille). L'opérateur filtre servant à décomposer le champ de vitesse peut se définir ainsi :

$$\bar{u}_i(\mathbf{x}, t) = \int u_i(\boldsymbol{\xi}, t) G_{\bar{\Delta}}(\boldsymbol{\xi} - \mathbf{x}) d\boldsymbol{\xi} \quad (4.6)$$

avec  $G_{\bar{\Delta}}$  la fonction de filtrage. Cette fonction peut par exemple être : un filtre gaussien, un filtre de coupure dans l'espace spectral ou un filtre créneau.  $\bar{\Delta}$  est la taille caractéristique du filtre et elle est de l'ordre de la dimension du maillage.

Le filtrage des équations de Navier-Stokes (4.1) et (4.2) donne :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.8)$$

en supposant que l'opérateur filtre commute avec les opérateurs de dérivées. Cette hypothèse est valable, pour les filtres basés sur le maillage, tant que la dimension de celui-ci est constante. Le deuxième terme du membre de gauche de l'équation 4.7 est un terme non linéaire faisant intervenir les vitesses de sous-maille :  $\bar{u}_i \bar{u}_j = \overline{(\bar{u}_i + u'_i)(\bar{u}_j + u'_j)}$ . L'équation 4.7 peut s'écrire formellement :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial (\bar{\tau}_{ij} - \tau_{ij}^{SGS})}{\partial x_j} \quad (4.9)$$

où  $\bar{\tau}_{ij}$  représente les contraintes du champ résolu et  $\tau_{ij}^{SGS} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$  est le tenseur des contraintes de sous-maille. Grâce à la décomposition LES (équation 4.5) le tenseur  $\tau_{ij}^{SGS}$  peut être exprimé de la sorte :

$$\tau_{ij}^{SGS} = \underbrace{(\overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j)}_I + \underbrace{(\overline{u_i u'_j} + \overline{u'_j u_i})}_{II} + \underbrace{\overline{u'_i u'_j}}_{III} \quad (4.10)$$

Le terme *I* est appelé le terme de Leonard et désigne l'interaction entre deux tourbillons de l'échelle résolue et produisant de la turbulence aux petites échelles. Ce terme se calcule explicitement à partir du champ filtré ( $\bar{\mathbf{u}}$ ). Le terme *II* représente l'interaction entre les échelles résolues et non-résolues, il est appelé « cross term ». Le transfert est possible dans les deux sens, mais en moyenne s'effectue des grandes échelles vers les petites. Enfin le terme *III* désigne l'interaction entre deux tourbillons de tailles inférieures à l'échelle de coupure. Ce terme est lié aux transferts s'effectuant des échelles de sous maille vers les grandes échelles. Il est appelé en anglais « backscatter term ».

En pratique, pour calculer le terme non linéaire  $\bar{u}_i \bar{u}_j$  de (4.9), qui est un terme quadratique, il faut une grille deux fois plus fine que pour les autres termes [142]. Si le terme non linéaire est calculé sur le même maillage alors ce n'est pas le terme  $\bar{u}_i \bar{u}_j$  qui est calculé, mais  $\overline{\bar{u}_i \bar{u}_j}$ . Il est donc intéressant de définir le tenseur des contraintes non résolues de la façon suivante :

$$\tau_{ij}^{SGS} = \overline{u_i u_j} - \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} \quad (4.11)$$

supprimant ainsi le terme *I* dans la décomposition (4.10).

De plus  $\tau_{ij}^{SGS}$  peut se décomposer en une partie isotrope et une partie anisotrope :

$$\tau_{ij}^{SGS} = \tau_{ij}^{sgs} + \frac{2}{3} k_{sgs} \delta_{ij} \quad (4.12)$$

$\tau_{ij}^{sgs}$  désigne alors le tenseur des contraintes résiduelles anisotropes et  $k_{sgs}$  est l'énergie cinétique résiduelle et s'exprime de la façon suivante :

$$k_{sgs} = \frac{1}{2} \tau_{ii}^{SGS} = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i} - \frac{1}{2} \overline{\bar{u}_i \bar{u}_i} \quad (4.13)$$

$k_{sgs}$  peut être inclu dans le terme de pression

$$\bar{p} = \frac{\bar{P}}{\rho} + \frac{2}{3} k_{sgs} \quad (4.14)$$

$p$  est ainsi la pression modifiée [132].

L'équation à résoudre peut alors se présenter sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j}}{\partial x_j} = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}^{sgs}}{\partial x_j} \quad (4.15)$$

Il reste à proposer un modèle pour les contraintes de sous-maille  $\tau_{ij}^{sgs}$ .

### 4.1.2 Modèle de Smagorinsky

Pour la fermeture des équations 4.15, il faut modéliser  $\tau_{ij}^{sgs}$ . La modélisation la plus répandue est due à Smagorinsky, et repose sur l'introduction d'une viscosité turbulente

$\nu_t$ . Le principe de cette modélisation est similaire au principe du modèle à longueur de mélange de Prandtl. Il consiste à relier les contraintes de sous-maille  $\tau_{ij}^{sgs}$  au taux de déformation résolu  $\overline{S_{ij}}$ , par une échelle de longueur caractéristique (ou longueur de mélange)  $\ell$  :

$$\tau_{ij}^{sgs} = -2\nu_t \overline{S_{ij}} \quad (4.16)$$

$$\nu_t = \ell^2 |\overline{S}| \quad (4.17)$$

où  $|\overline{S}| = \left(2\overline{S_{ij}}\overline{S_{ij}}\right)^{\frac{1}{2}}$  représente un taux de déformation résolu caractéristique. Classiquement  $\ell$  est estimée comme :

$$\ell = C_s \overline{\Delta} \quad (4.18)$$

$\overline{\Delta}$  est la taille caractéristique du filtre qui dans le cas d'un maillage cartésien s'exprime :  $\overline{\Delta} = (\Delta_x \Delta_y \Delta_z)^{\frac{1}{3}}$ , où  $\Delta_x$ ,  $\Delta_y$  et  $\Delta_z$  représentent la taille des mailles dans les directions  $x$ ,  $y$  et  $z$  respectivement. Dans le cas d'une turbulence isotrope et homogène, la valeur recommandée pour le paramètre  $C_s$  est d'environ 0.2 [49, 37]. Cependant, cette valeur n'est pas universelle, et semble dépendre du type d'écoulement, du nombre de Reynolds et de la résolution [49]. Par exemple, pour un écoulement en canal, J. W. Deardorff [40] a montré que  $C_s = 0.1$ . En général, là où la turbulence n'est ni isotrope ni homogène, l'usage du paramètre  $C_s$  constant ne semble plus approprié. La modélisation d'écoulements avec des zones de transition à la turbulence développée (au voisinage des parois ou dans une couche de mélange, par exemple) nécessite l'utilisation d'une procédure qui ajuste le paramètre  $C_s$ . Ainsi, pour l'écoulement de canal, l'emploi d'une fonction d'amortissement ajustant la valeur de  $\ell$  avec la distance à la paroi s'avère efficace. La fonction d'amortissement de Van Driest, par exemple, est couramment utilisée [132, 49] :

$$f_{VD}(y^+) = \left(1 - \exp\left(-\frac{y^+}{A^+}\right)\right)^2 \quad (4.19)$$

où  $y^+$  est la distance à la paroi en unités visqueuses et  $A^+$  est une constante prise généralement égale à 25.

### 4.1.3 Procédure dynamique de Germano

Une manière d'estimer  $C_s$  de manière locale est la procédure dynamique proposée par Germano et al. [50]. Cette approche est basée sur la similarité d'échelle entre les plus petites échelles du champ résolu et les plus grandes échelles du champ résiduel. Nous allons maintenant décrire cette procédure dynamique.

Dans la procédure dynamique, on introduit un deuxième filtre  $G_{\tilde{\Delta}}$  appelé filtre-test. La longueur caractéristique de ce filtre  $\tilde{\Delta}$  est supposée plus large que celle du filtre initial  $\overline{\Delta}$ .

L'application du filtre-test aux équations de Navier-Stokes déjà filtrées une fois à l'échelle  $\overline{\Delta}$  (équations 4.7 et 4.8) donne :

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{\tau}_{ij}}{\partial x_j} \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.21)$$

En introduisant le tenseur des contraintes à l'échelle intermédiaire

$$T_{ij} = \widetilde{u_i u_j} - \widetilde{u_i} \widetilde{u_j} \quad (4.22)$$

on peut écrire de façon analogue à (4.9) :

$$\frac{\partial \widetilde{u_i}}{\partial t} + \frac{\partial \widetilde{u_i} \widetilde{u_j}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \widetilde{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial \widetilde{\tau_{ij}} - T_{ij}}{\partial x_j} \quad (4.23)$$

Si l'hypothèse de similarité d'échelle est valable, ce tenseur  $T_{ij}$  peut également être représenté par le modèle de Smagorinsky avec le même paramètre  $C_s$  qu'à l'échelle  $\overline{\Delta}$  :

$$T_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} T_{kk} = -2 \left( C_s \overline{\Delta} \right)^2 |\widetilde{S}| \widetilde{S}_{ij} \quad (4.24)$$

Par ailleurs, le tenseur des contraintes de sous maille  $\tau_{ij}^{SGS}$  (équation 4.10 pour sa définition et équation 4.16 pour sa modélisation) peut également être filtré à l'échelle  $\widetilde{\Delta}$  :

$$\widetilde{\tau_{ij}^{SGS}} = \widetilde{u_i u_j} - \widetilde{u_i} \widetilde{u_j} \quad (4.25)$$

$$\widetilde{\tau_{ij}^{SGS}} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \widetilde{\tau_{kk}^{SGS}} = -2 \left( C_s \overline{\Delta} \right)^2 |\widetilde{S}| \widetilde{S}_{ij} \quad (4.26)$$

Il faut remarquer que dans l'expression précédente on fait l'hypothèse que  $C_s$  varie suffisamment lentement pour pouvoir être considéré comme identique à sa valeur filtrée  $\overline{C_s}$ . D'après leur définition (équations 4.3 et 4.22), on constate que la différence entre les tenseurs  $T_{ij}$  et  $\widetilde{\tau_{ij}^{SGS}}$  représente l'interaction du champ de vitesse entre les échelles  $\widetilde{\Delta}$  et  $\overline{\Delta}$  :

$$T_{ij} - \widetilde{\tau_{ij}^{SGS}} = L_{ij} = \overline{u_i u_j} - \widetilde{u_i} \widetilde{u_j} \quad (4.27)$$

En y substituant les équations 4.24 et 4.25, on obtient une expression permettant de trouver  $C_s$ , puisque tous ses termes sont connus (il n'y a pas de termes de sous-maille) :

$$L_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} L_{kk} = -2 \left( C_s \overline{\Delta} \right)^2 M_{ij} \quad (4.28)$$

avec  $M_{ij} = |\widetilde{S}| \widetilde{S}_{ij} - \left( \frac{\widetilde{\Delta}}{\overline{\Delta}} \right)^2 |\widetilde{S}| \widetilde{S}_{ij}$ . Si  $C_s$  est toujours considéré comme un scalaire, alors l'équation 4.28 est surdéterminée puisque il y a cinq équations indépendantes (les tenseurs sont symétriques) pour une inconnue. Ainsi Lilly [102] propose d'appliquer la méthode des moindres carrés, et obtient l'évaluation de  $C_s$  suivante :

$$\left( C_s \overline{\Delta} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}} \quad (4.29)$$

Ainsi, le paramètre du modèle  $C_s$  peut être calculé à chaque noeud du maillage et à chaque pas de temps, directement à partir des données issues de la LES. Cependant, lorsque calculé ainsi,  $C_s$  présente de fortes fluctuations aussi bien spatiales que temporelles ce qui entre en contradiction avec l'hypothèse consistant à prendre  $C_s$  constant. De plus,  $C_s$  peut présenter des valeurs négatives conduisant donc à des valeurs négatives de la viscosité turbulente sensée rendre compte du « back scatter ». Cependant, la viscosité totale ( $\nu + \nu_t$ ) doit rester positive pour éviter au calcul de devenir instable.

Ainsi, dans la pratique, le numérateur et le dénominateur de l'expression (4.29) sont moyennés :

$$(C_s \overline{\Delta})^2 = \frac{1}{2} \frac{\langle L_{ij} M_{ij} \rangle}{\langle M_{ij} M_{ij} \rangle} \quad (4.30)$$

La définition de la moyenne adoptée peut varier d'un écoulement à l'autre. Lorsque l'écoulement présente des directions d'homogénéité, la définition est triviale. Ainsi pour un écoulement homogène et isotrope c'est la moyenne spatiale sur tout le domaine de calcul qui est retenue, alors que pour l'écoulement de canal on préférera prendre la moyenne sur les plans parallèles à la paroi.

D'un point de vue pratique, cette procédure dynamique s'avère couteuse en temps de calcul. Une méthode simple et efficace pour estimer  $C_s$  dans un écoulement cisailé a été proposée par Lévêque et al. [101].

#### 4.1.4 Amélioration du modèle de Smagorinsky pour les écoulements cisailés

Cette modification du modèle de Smagorinsky introduite par Lévêque et al. [101] permet de mieux prendre en compte les inhomogénéités de l'écoulement créées par le cisaillement, sans introduire une fonction d'amortissement *ad hoc* ni utiliser la procédure dynamique présentée dans le paragraphe précédent qui s'avère être relativement couteuse en temps de calcul.

Le terme  $\tau_{ij}^{sgs}$ , comme pour les deux modèles de sous-maille précédents, est modélisé à partir de la longueur de viscosité turbulente :

$$\tau_{ij}^{sgs} = -2\nu_t \overline{S_{ij}} \quad (4.31)$$

$$\nu_t = \ell^2 (|\overline{S}| - |\langle \overline{S} \rangle|) \quad (4.32)$$

où  $\langle \overline{S} \rangle$  représente la moyenne de  $\overline{S_{ij}}$ . Idéalement  $\langle \overline{S} \rangle$  est la moyenne d'ensemble de  $\overline{S_{ij}}$ , mais puisqu'elle n'est pas accessible, elle peut être remplacée comme pour la procédure dynamique par une moyenne spatiale dans les directions d'homogénéité et/ou temporelle si l'écoulement est stationnaire.  $\ell$  conserve la même définition que dans le modèle de Smagorinsky :

$$\ell = C_s \overline{\Delta} \quad (4.33)$$

et  $C_s$  prendra une valeur constante dans tout le domaine. Lévêque et al. [101] ont proposé  $C_s = 0.16$  et appliquent une coupure pour assurer que  $(\nu + \nu_t)$  demeure positif.

## 4.2 L'approche LES-SSAM

### 4.2.1 Limitations des approches de type LES

Bien que la LES soit en mesure de prédire les phénomènes physiques présents dans un écoulement de paroi, la précision du résultat dépend fortement du maillage et en particulier de sa résolution en proche paroi [127]. Baggett et al. [5] ont montré que le nombre de modes devant être résolus pour que la LES fournisse une estimation satisfaisante de l'écoulement au voisinage de la paroi augmente quasiment comme le carré du nombre de Reynolds. Ainsi, lorsque le nombre de Reynolds devient élevé, la LES des écoulements de paroi requière trop de ressources informatiques.

Pour pouvoir simuler correctement les écoulements à grand nombre de Reynolds et afin de surpasser ces limitations, différentes modifications de l'approche LES ont été introduites.

Par exemple, la zone de proche paroi peut être modélisée par des techniques RANS (« Reynolds-average Naviers-Stokes ») alors que la simulation du corps de l'écoulement utilise la LES. La diminution du nombre de modes résolus en proche paroi permet une économie importante des moyens de calcul. Ce sont les méthodes hybrides RANS/LES [33, 97, 129, 152]. Il faut noter que ces méthodes hybrides sont différentes des simulations avec un modèle de paroi [128, 130], où la zone proche de la paroi n'est prise en compte que par une modification des conditions aux limites. L'application la plus connue des méthodes hybrides RANS/LES est la DES (Detached Eddy Simulation), proposé par Spalart et al. [156]. Dans l'approche DES la couche limite est simulée par une méthode RANS lorsqu'elle est attachée alors que les zones de décollement sont simulées par LES. Le problème récurrent de ces méthodes est que, vu le grand nombre d'échelles mises en jeu, l'interface entre les deux zones ne peut représenter toutes les interactions ayant lieu à travers le canal. Dans le but de pallier ces problèmes, il a été montré [77, 97, 129] que l'ajout d'un forçage stochastique, basé sur un bruit gaussien, près de la zone de transition entre les deux types de simulations permet d'améliorer l'estimation du coefficient de frottement et le profil de la vitesse moyenne en favorisant les structures générant les contraintes de Reynolds.

Toujours dans le but de contourner les exigences sur le maillage en proche paroi, d'autres travaux introduisent, dans la technique LES, une estimation des échelles non résolues du champ de vitesse. Pour la plupart de ces modélisations, le but est de calculer directement les contraintes de sous maille et ainsi de fermer les équations de Navier-Stokes filtrées. La première implantation de cette idée remonte au modèle de similarité de Bardina et al. [7, 49]. Dans le même esprit, Park et Mahesh [124] ont proposé une estimation, déterministe, du champ de vitesse non résolu basée sur les gradients de vitesse résolus afin de simuler le tenseur des contraintes de sous-maille. Domaradzki et Adams [44] proposent, pour la THI, de reconstruire le champ de vitesse aux petites échelles en utilisant le modèle invariant d'échelle de Scotti et Meneveau [150] afin d'interpoler le champ de vitesse aux grandes échelles et créer un champ de vitesse synthétique des petites échelles, et ainsi d'estimer les contraintes de sous-maille. Cette approche permet d'éviter le concept de viscosité turbulente, mais conduit à une mauvaise estimation du flux d'énergie des grandes échelles vers les petites. Westbury et al. [174] proposent un modèle stochastique pour simuler le tenseur des contraintes résiduelles en couche limite. Cette modélisation met l'accent sur les transferts inverses d'énergie, liés aux interactions entre structures de tailles différentes.

Les approches de Schmidt et al. [146] et de Kemenov et Menon [78, 79] vont plus loin, en proposant de simuler directement le champ de vitesse non résolu par une équation simplifiée de la dynamique à ces échelles. L'approche de Schmidt et al. [146] est axée sur le couplage de la LES avec une équation unidimensionnelle de la turbulence [80, 81, 82], permettant d'estimer les fluctuations du champ de vitesse en proche paroi de façon stochastique. Dans l'approche de Kemenov et Menon [78, 79] le champ turbulent est considéré comme étant la superposition d'une composante à grande échelle et d'une composante à petite échelle. Dans cette approche, les petites échelles du champ de vitesse sont calculées explicitement par une équation unidimensionnelle (dans les

trois directions d'espace). L'équation régissant les petites échelles est une simplification de l'équation de Navier-Stokes où le gradient de pression a été omis. La suppression du gradient de pression entraîne la perte des effets non locaux et donc du caractère intermittent des petites échelles [99].

Il faut noter que dans les modèles de sous-maille présentés au dessus, la structure de l'écoulement aux petites échelles est supposée indépendante du nombre de Reynolds [109]. Ainsi dans ces modèles les effets de l'intermittence aux échelles de sous-maille sont ignorés.

L'approche de Burton et Dahm [26, 27] est basée sur le couplage de la LES avec une modélisation multifractale du champ de vorticité à petite échelle pour les écoulements THI. Cette approche basée sur un processus multiplicatif, dépendant explicitement du nombre de Reynolds, pour l'amplitude de la vorticité permet (grâce à l'intégrale de Biot-Savart) d'avoir un champ synthétique de vitesse intermittent et autorise ainsi le calcul direct du tenseur des contraintes résiduelles. Burton et Dahm [27] ont montré que cette démarche apporte d'une part une très bonne corrélation entre le tenseur des contraintes de sous-maille calculé ainsi et celui calculé par DNS, et d'autre part que les statistiques du champ LES sont semblables à celles de la DNS. Cependant, cette approche vise à simuler le champ de vitesse filtré sans prendre en compte les effets de l'intermittence.

### 4.2.2 Description de l'approche LES-SSAM

Dans ce paragraphe on présente l'approche introduite par Sabelnikov Chtab et Gorokhovski [139, 140] de simulation des grandes échelles coupl  e à une modélisation stochastique de l'accélération de sous-maille (LES-SSAM).

Dans [139, 140], la modélisation de sous-maille s'articule essentiellement autour de l'accélération aux échelles de sous-maille. L'idée générale de cette approche consiste à décomposer l'accélération totale (ou d  riv  e matérielle :  $\frac{du_i}{dt} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k}$ ) en deux contributions  $a_i = \bar{a}_i + a'_i$  :

$$\frac{du_i}{dt} = \overline{\left(\frac{du_i}{dt}\right)} + \left(\frac{du_i}{dt}\right)' \quad (4.34)$$

La barre horizontale représentant l'opération de filtrage, le premier terme désigne les grandes échelles du champ d'accélération totale, et le second terme, les petites échelles de ce champ.

D'après l'équation de Navier-Stokes (  quation 1.2), l'accélération totale filtr  e  $\bar{a}_i$  peut s'exprimer comme :

$$\begin{aligned} \bar{a}_i &= \overline{\left(\frac{du_i}{dt}\right)} = \frac{d\bar{u}_i}{dt} + \frac{\partial(\bar{u}_i\bar{u}_j - \bar{u}_i\bar{u}_j)}{\partial x_j} \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \\ \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} &= 0 \end{aligned} \quad (4.35)$$

La seconde contribution représentant l'accélération totale résiduelle  $a'_i$  est donnée par :

$$\begin{aligned} a'_i &= \left( \frac{du_i}{dt} \right)' = \frac{\partial u'_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_j u_i - \bar{u}_j \bar{u}_i)}{\partial x_j} \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P'}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j \partial x_j} \\ \frac{\partial u'_j}{\partial x_j} &= 0 \end{aligned} \quad (4.36)$$

Si les deux contributions sont modélisées, leur somme nous donne une approximation de l'équation de Navier-Stokes.

La première hypothèse consiste à remplacer l'équation exacte 4.36 par une équation modèle :  $a'_i \rightarrow (a'_i)_m$  :

$$(a'_i)_m = \left( \frac{du_i}{dt} \right)'_m = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P^*}{\partial x_i} + a_i^* \quad (4.37)$$

où  $P^*$  est une pseudo pression assurant l'incompressibilité du champ de vitesse, et  $a_i^*$  est une variable stochastique à modéliser.

La deuxième hypothèse est d'approcher l'équation exacte 4.35, en utilisant un modèle de viscosité turbulente :  $\bar{a}_i \rightarrow (\bar{a}_i)_m$  :

$$\begin{aligned} (\bar{a}_i)_m &= \overline{\left( \frac{du_i}{dt} \right)}_m = \frac{d_\Delta \bar{u}_i}{dt} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.38)$$

où  $\nu_t$  est la viscosité turbulente et  $\Delta$  est l'échelle de longueur associée au filtre.  $d_\Delta \bullet / dt$  représente ainsi la dérivée à l'échelle du filtre.

La somme de 4.38 et 4.37 donne :

$$\begin{aligned} (a_i)_m &= (\bar{a}_i)_m + (a'_i)_m \\ &= \frac{d_\Delta \bar{u}_i}{dt} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + (a'_i)_m \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial (\bar{P} + P^*)}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \nu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + a_i^* \end{aligned} \quad (4.39)$$

ou de façon équivalente :

$$\frac{d_\Delta \bar{u}_i}{dt} + (a'_i)_m = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial (\bar{P} + P^*)}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \nu_t) \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + a_i^* \quad (4.40)$$

La troisième hypothèse est de considérer que  $d_\Delta \bar{u}_i / dt + (a'_i)_m$  représente l'accélération d'un champ de vitesse synthétique (ou modèle)  $\hat{\mathbf{u}}$  pouvant être considéré comme une approximation du champ non filtré :

$$\frac{d_\Delta \bar{u}_i}{dt} + (a'_i)_m \equiv \hat{a}_i = \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial t} + \hat{u}_j \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} \quad (4.41)$$



Ainsi, en supposant que  $\partial\hat{u}_i/\partial x_j \approx \partial\bar{u}_i/\partial x_j$  on obtient les équations de l'approche LES-SSAM :

$$\begin{aligned}\hat{a}_i &= \frac{\partial\hat{u}_i}{\partial t} + \hat{u}_j \frac{\partial\hat{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial\hat{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \nu_t) \left( \frac{\partial\hat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\hat{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + a_i^* \\ \frac{\partial\hat{u}_j}{\partial x_j} &= 0\end{aligned}\tag{4.42}$$

Les équations 4.42 pour le champ modèle furent formulées initialement par Sabelnikov et al. [139] pour simuler un écoulement THI stationnaire. Les auteurs modélisèrent l'accélération  $\hat{a}'_i$  par deux processus stochastiques indépendants, l'un pour la norme de l'accélération, l'autre pour son orientation. Ces deux processus sont censés représenter les propriétés statistiques principales de l'accélération. Le modèle pour la norme fut dérivé à partir d'un processus lognormal pour la dissipation d'énergie [95, 112, 134, 141], alors que l'orientation était tirée aléatoirement à chaque pas de temps (qui était de l'ordre du temps de Kolmogorov).

Dans la suite de cette partie, les équations 4.42 avec nos modèles stochastiques pour  $a_i^*$  (proposés dans la section 3) vont être appliquées à l'écoulement turbulent pleinement développé dans un canal en y ajoutant la condition de non-glissement à la paroi.

### Avantages de la LES-SSAM

Il est important de remarquer que  $\hat{\mathbf{u}}$  est un champ modèle. Puisque le but est de réduire le nombre de modes résolus,  $\mathbf{u}$  et  $\hat{\mathbf{u}}$  n'ont bien évidemment pas le même support spectral, et donc  $\hat{\mathbf{u}}$  ne contient pas explicitement les petites échelles. Cependant,  $\hat{\mathbf{u}}$  est un champ modèle au sens où ce champ rend compte de l'influence des petites échelles de l'écoulement, notamment de leur intermittence, sur les statistiques et les structures des échelles résolues.

Dans l'approche hybride RANS/LES les fluctuations de vitesse à la paroi sont moyennées, ce qui rend tous les phénomènes intermittents invisibles. Ce problème est d'autant plus important que l'intermittence des petites échelles influence l'écoulement dans sa globalité par le jeu des interactions non locales et non linéaires. Alors, pour obtenir des statistiques plus réalistes il est nécessaire d'ajouter (comme vu plus haut) un forçage aléatoire représentant l'action des petites échelles. Dans ce contexte, l'approche LES-SSAM présente une justification formelle de ce forçage aléatoire.

L'approche LES classique, en se concentrant uniquement sur la modélisation du tenseur des contraintes de sous-maille, cherche à résoudre la vitesse filtrée dont les fluctuations peuvent s'avérer très différentes des fluctuations instantanées. Ainsi, lorsque le nombre de Reynolds est élevé et/ou que le filtrage est important, les fortes fluctuations sont gommées. De plus, la plupart des modèles pour  $\tau_{ij}^{sgs}$  sont indépendant du nombre de Reynolds alors que les phénomènes de sous-maille ne sont pas réellement invariant d'échelle en raison de l'intermittence.

On note finalement que, bien que cette approche semble similaire au modèle de Laval et Dubrulle [98], la physique est différente.

Quand on s'intéresse aux problèmes multiphysiques, et qu'en plus de l'écoulement il est nécessaire de résoudre des phénomènes intimement liés aux petites échelles comme

la combustion ou d'autres phénomènes ayant lieu aux interfaces entre phases, la prise en compte des petites échelles peut devenir un réel avantage [133].

## 4.3 Résultats numériques

Avant de comparer les résultats pour un écoulement turbulent en canal issus de DNS, de LES et de la LES-SSAM (utilisant les modèles présentés dans la partie précédente), on décrit brièvement le code de calcul utilisé, et l'on présente les données permettant de valider notre LES.

### 4.3.1 Code de calcul

Dans ce paragraphe, on présente le code de calcul numérique utilisé pour nos simulations d'écoulements turbulents dans un canal. Ce code a été développé par Marc Buffat et Lionel Le Penven et est décrit dans [125, 25]. Il est écrit principalement en C++ et est parallélisé en utilisant une méthode de décomposition de domaines avec la bibliothèque de passage de messages MPI. Ce code de calcul a été utilisé dans différentes études d'écoulements turbulents confinés [25, 51, 93, 94, 125, 148, 168].

La résolution des équations de Navier-Stokes est réalisée par une méthode pseudo-spectrale. Le code est basé sur une méthode spectrale (Fourier Chebyshev) avec une formulation variationnelle de projection sur une base à divergence nulle dont le principe a été décrit par Moser et al. [117].

L'intégration en temps utilise le schéma (explicite) d'Adams-Bashford pour les termes non linéaires et un algorithme semi-implicite pour les termes de diffusion.

Le terme de convection est calculé sous la forme rotationnelle :  $\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = \mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{u}^2)$  où  $\times$  désigne le produit vectoriel et  $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$  la vorticité, ce qui permet d'assurer la conservation de l'énergie [28].

Des conditions aux limites périodiques sont appliqu es dans la direction longitudinale ( $x$ ) et transversale ( $z$ ) afin de représenter l'extension infinie du canal, et la condition de non-glissement est impos e aux parois. Dans la direction normale à la paroi, le maillage est non-uniforme et la taille de la  $i$ ème maille dans la direction  $y$  est donn e par  $\Delta_{y,i} = \pi/N_y \sin(i\pi/N_y)$  avec  $N_y$  le nombre de mailles entre les deux parois.

Il faut noter que dans ce code, le nombre de Reynolds est impos e par le choix de deux paramètres : la perte de charge par unité de longueur  $-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_t}{\partial x}$  et la viscosité cinématique du fluide  $\nu$ . Il est possible de relier ces paramètres au nombre de Reynolds basé sur la vitesse débitante  $Re_d = 2u_d h/\nu$ , sur la vitesse au centre  $Re_c = u_c h/\nu$  ou sur la vitesse de frottement pariétale  $Re_+ = u_* h/\nu$  en utilisant les relations obtenues expérimentalement par Dean [39] :

$$C_f = 0.073 Re_d^{-1/4} \quad (4.43)$$

$$\frac{u_c}{u_d} = 1.28 Re_d^{-0.0116} \quad (4.44)$$

Il vient alors que si on fixe  $h$  et  $U_c$  (par exemple à 1), alors  $\nu$  et  $-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_t}{\partial x}$  peuvent être déterminés :

$$\nu = 0.110 u_c h Re_+^{-1.1296} \quad (4.45)$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_t}{\partial x} = Re_+^2 \nu^2 / h^3 \quad (4.46)$$

Dans l'annexe A.4 on présente une comparaison des résultats des simulations numériques directes obtenus avec ce code de simulation avec les résultats de [116, 65].

### 4.3.2 Analyse de la LES

L'approche retenue, dans ce code de LES, pour représenter le tenseur des contraintes de sous-maille repose sur la modélisation par viscosité turbulente.

Dans cette section nous présentons les résultats permettant de valider le code de LES. On étudie, pour un nombre de Reynolds, d'une part l'influence du maillage et d'autre part l'influence de la modélisation de sous-maille. Trois modèles de viscosité turbulente ont été étudiés :

- le modèle de Smagorinsky avec une fonction d'amortissement [142] (section 4.1.2). Ce modèle sera dénommé par la suite modèle SVD (pour Smagorinsky avec amortissement de Van Driest)
- le modèle de Smagorinsky dynamique [50, 102] (section 4.1.3), et sera désigné par SDYN
- le modèle de Smagorinsky amélioré pour les écoulements cisailés [101] (section 4.1.4). Il sera noté SISM.

#### Caractéristiques techniques

L'adaptation du code de calcul DNS décrit dans le paragraphe précédant en code de calcul de type LES, a été réalisé au début de ce travail de doctorat.

L'utilisation d'une méthode pseudospectrale pour la résolution des équations aux dérivées partielles permet de limiter au maximum les erreurs de discrétisation et les effets de dissipation numérique, et permet ainsi de se concentrer sur la modélisation. Le terme modélisant les contraintes de sous-mailles  $\tau_{ij}^{sgs} = -2\nu_t S_{ij}$  est traité dans le code comme un terme non linéaire, puisque  $\nu_t$  varie en temps et en espace. Quelle que soit le modèle de sous-maille utilisé on applique un filtrage explicite au champ de vitesse par l'utilisation d'un filtre droit dans l'espace spectral. L'utilisation de ce filtre permet d'éviter que le champ résolu ne soit contaminé par des nombres d'ondes trop grands pour être représentés sur le maillage. Ce filtrage explicite est courant lors de l'utilisation de LES avec un code pseudospectral [59] et s'avère indispensable si le code n'a pas de « dealiasing ». Il faut noter qu'avec l'application de ce filtre la résolution effective de la simulation sera inférieure à la résolution du maillage.

La taille caractéristique de la maille est calculée comme  $\Delta = (\Delta_x \Delta_y \Delta_z)^{1/3}$  [40, 101], sauf pour le modèle de Smagorinsky dynamique où elle n'a pas besoin d'être explicitement définie.

Dans les cas des modèles SDYN et du modèle SISM, la viscosité turbulente peut présenter de fortes fluctuations, pouvant éventuellement donner lieu à une viscosité turbulente négative. On impose alors que  $\nu_t$  soit supérieur à  $-\nu$  afin de garder une viscosité totale ( $\nu_t + \nu$ ) positive, et éviter ainsi les instabilités numériques.

La valeur du paramètre  $C_s$  semble avoir une forte influence sur l'écoulement. Cette valeur est choisie de façon empirique. Pour le nombre de Reynolds le plus faible,  $Re_+ = 590$ , la valeur retenue est  $C_s = 0.16$  [49, 101], alors que pour les nombres de Reynolds plus élevés on a choisit  $C_s = 0.2$ , ce qui est la valeur théorique obtenue pour un écoulement homogène et isotrope [49, 37].

Le coefficient  $A$  dans la fonction d'amortissement de Van Driest, utilisée avec le modèle SVD est choisi de manière à avoir l'échelle de longueur de la turbulence de sous-

maille en proche paroi similaire à  $\ell = \min(y, \Delta)$ , comme suggéré par [152], pour la DES (detached-eddy simulation). Ainsi  $A$  est choisi de manière à avoir  $\Delta f_{VD} \sim \min(y, \Delta)$ . Ainsi,  $A$  ne dépend que du maillage.

### Influence du maillage

Il a été montré par [111] que, pour l'écoulement de canal, l'influence du maillage est complexe. Ainsi, l'impact, sur les statistiques, de la résolution dans les directions normale et verticale est étudié en détail. Cette analyse est menée pour deux modèles de sous-maille : le modèle de Smagorinsky dynamique (SDYN) et le modèle de Smagorinsky amélioré pour les écoulements cisailés (SISM).

Les résolutions et les paramètres utilisés pour les simulations LES présentées ici sont résumés dans le tableau 4.1. Les simulations LES ont été réalisées pour deux tailles de domaines, dont seule la longueur longitudinale diffère ( $L_{x,1} = 2\pi h$  ou  $L_{x,2} = 3\pi h$ ) et pour deux maillages différents ( $64 \times 64 \times 64$  et  $96 \times 96 \times 96$ ). Ces quatre résolutions différentes permettent, d'une part de voir l'influence de la résolution longitudinale et verticale, et d'autre part de voir le comportement de nos simulations LES lorsque la résolution devient de plus en plus grossière. Dans le cas du maillage le plus fin, le rapport entre le nombre de points permettant de résoudre toutes les échelles (DNS) et le nombre de points utilisés est de 40, alors qu'il est de 400 avec le maillage le plus grossier. Du point de vue des applications de la LES, il est intéressant d'étudier les résolutions très lâches, permettant ainsi, soit une économie importante de ressources informatiques par rapport à la DNS, soit de réaliser des simulations dont le nombre de Reynolds est hors d'atteinte par DNS avec les capacités informatiques actuelles. Enfin, on se contentera de présenter ici les simulations pour un nombre de Reynolds de  $Re_+ = 590$ .

Sur les figures 4.1 et 4.2, on présente l'influence du maillage sur la vitesse moyenne calculée par LES avec le modèle SDYN et SISM, respectivement. On remarque qu'avec le maillage le plus fin, la comparaison de la vitesse moyenne avec la DNS est très bonne, et ce, quel que soit le modèle de sous-maille utilisé. Lorsque la résolution devient moins bonne, la vitesse moyenne au milieu du canal est de plus en plus surestimée. Ceci est également visible sur l'évaluation du nombre de Reynolds basé sur la vitesse au centre du canal,  $Re_c$  (voir table 4.1), et conduit bien sûr à un débit massique également surestimé. Ce problème de surestimation (« overshoot » en anglais) de la vitesse moyenne est rencontré de façon récurrente dans d'autres simulations de LES utilisant le modèle de Smagorinsky (dynamique ou avec amortissement de Van Driest), on peut citer à titre d'exemple les travaux suivants [24, 50, 59, 60, 66, 124, 143, 144, 170]. L'origine de cette surestimation est liée à la mauvaise résolution du transfert de quantité de mouvement au voisinage de la paroi. Dans ce code, la perte de charge est imposée et le débit à travers le canal s'ajuste afin de produire la perte de charge désirée. Ainsi, si

Tab. 4.1: Paramètres utilisés pour les simulations LES. « SVD » désigne l'utilisation du modèle de Smagorinsky avec la fonction d'amortissement de Van Driest, « SDYN » l'utilisation du modèle de Smagorinsky dynamique, « SISM » l'utilisation du modèle de Smagorinsky amélioré pour les écoulements cisailés et « NM » l'utilisation de la LES sans modèle de sous-maille ( $\nu_t = 0$ ).

Nom	$Re_+$	$Re_c$	$N_x \times N_y \times N_z$	$L_x \times L_y \times L_z$	$\Delta x^+ \times \Delta y^+ \times \Delta z^+$	$dt^+$	$C_s$	$A/h$
DNS	587	12490	$384 \times 257 \times 384$	$\frac{3}{2}\pi h \times 2h \times \frac{3}{4}\pi h$	$7.2 \times (0.04 \sim 7.2) \times 3.6$	0.033	-	-
SDYN96L1	587	12760	$96 \times 96 \times 96$	$2\pi h \times 2h \times \pi h$	$39 \times (0.3 \sim 19) \times 19$	0.14	-	-
SDYN96L2	587	13150	$96 \times 96 \times 96$	$3\pi h \times 2h \times \pi h$	$58 \times (0.3 \sim 19) \times 19$	0.14	-	-
SDYN64L1	587	14010	$64 \times 64 \times 64$	$2\pi h \times 2h \times \pi h$	$58 \times (0.7 \sim 29) \times 29$	0.14	-	-
SDYN64L2	587	14740	$64 \times 64 \times 64$	$3\pi h \times 2h \times \pi h$	$86 \times (0.7 \sim 29) \times 29$	0.14	-	-
SISM96L1	587	12700	$96 \times 96 \times 96$	$2\pi h \times 2h \times \pi h$	$39 \times (0.3 \sim 19) \times 19$	0.14	0.16	-
SISM96L2	587	13800	$96 \times 96 \times 96$	$3\pi h \times 2h \times \pi h$	$58 \times (0.3 \sim 19) \times 19$	0.14	0.16	-
SISM96L1	587	14250	$64 \times 64 \times 64$	$2\pi h \times 2h \times \pi h$	$58 \times (0.7 \sim 29) \times 29$	0.14	0.16	-
SISM96L2	587	15150	$64 \times 64 \times 64$	$3\pi h \times 2h \times \pi h$	$86 \times (0.7 \sim 29) \times 29$	0.14	0.16	-
SVD96L2	587	13660	$64 \times 64 \times 64$	$3\pi h \times 2h \times \pi h$	$86 \times (0.7 \sim 29) \times 29$	0.14	0.16	0.015
NM96L2	587	15080	$64 \times 64 \times 64$	$3\pi h \times 2h \times \pi h$	$86 \times (0.7 \sim 29) \times 29$	0.14	-	-

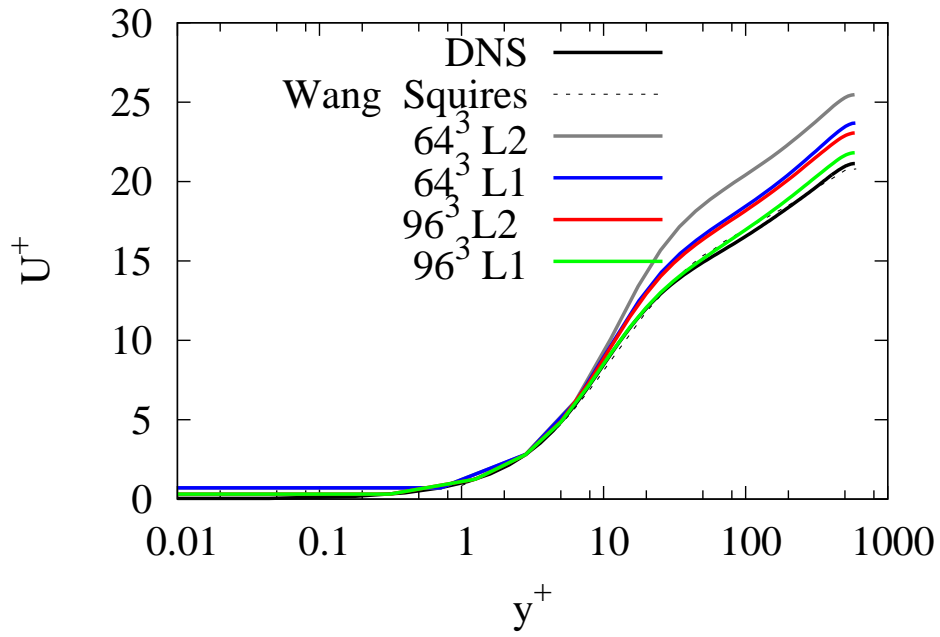


FIG. 4.1: Profil de la vitesse moyenne à  $Re_+ = 590$  pour la LES avec le modèle de Smagorinsky dynamique pour quatre résolutions différentes. Comparaison avec la DNS et la LES de [173].

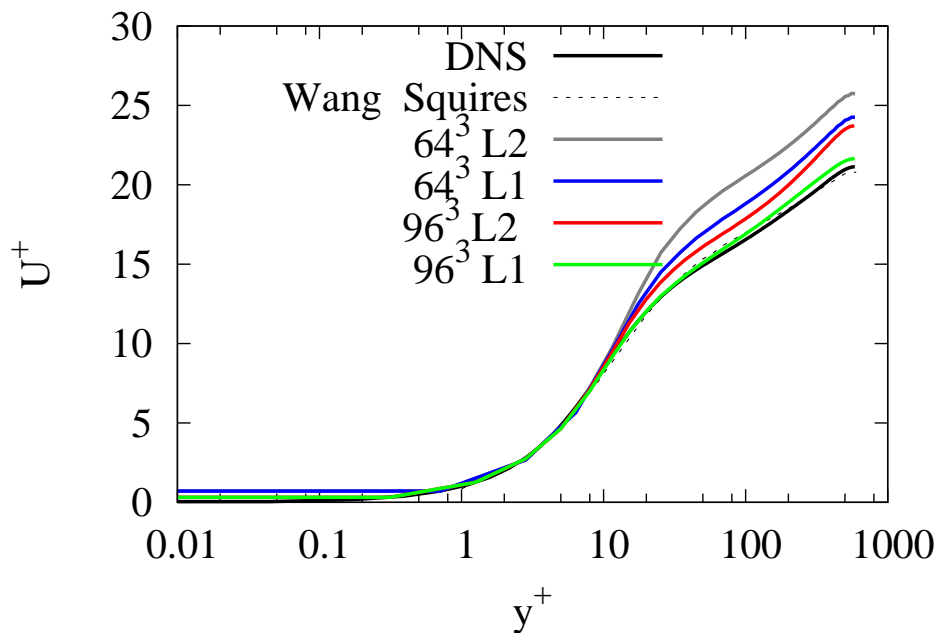


FIG. 4.2: Profil de la vitesse moyenne à  $Re_+ = 590$  pour la LES avec le modèle de Smagorinsky modifié pour les écoulements cisailés pour quatre résolutions différentes. Comparaison avec la DNS et la LES de [173].

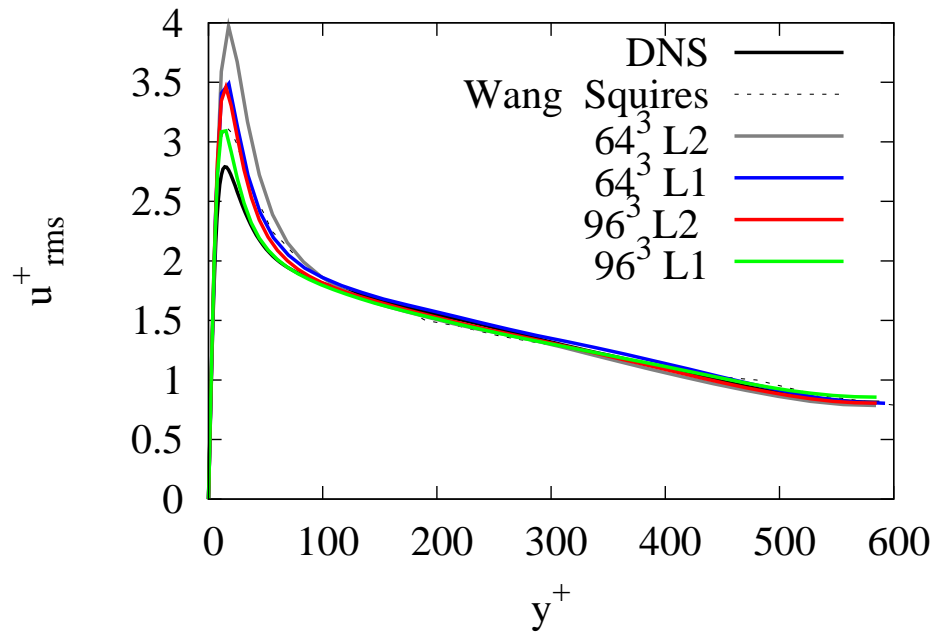


FIG. 4.3: Profil de l'écart type de la vitesse longitudinale à  $Re_+ = 590$  pour la LES avec le modèle de Smagorinsky dynamique pour quatre résolutions différentes. Comparaison avec la DNS et la LES de [173].

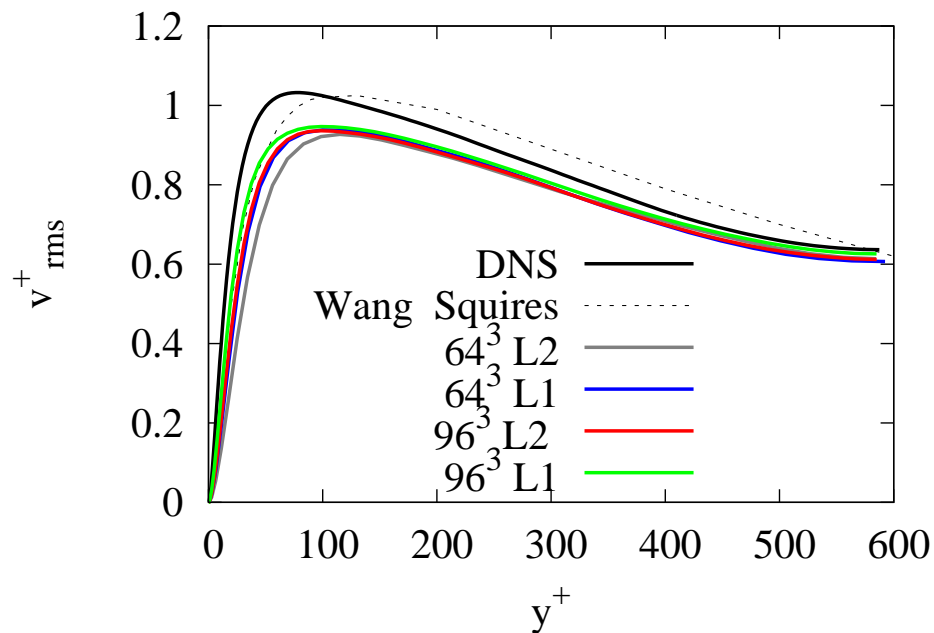


FIG. 4.4: Profil de l'écart type de la vitesse normale à  $Re_+ = 590$  pour la LES avec le modèle de Smagorinsky dynamique pour quatre résolutions différentes. Comparaison avec la DNS et la LES de [173].

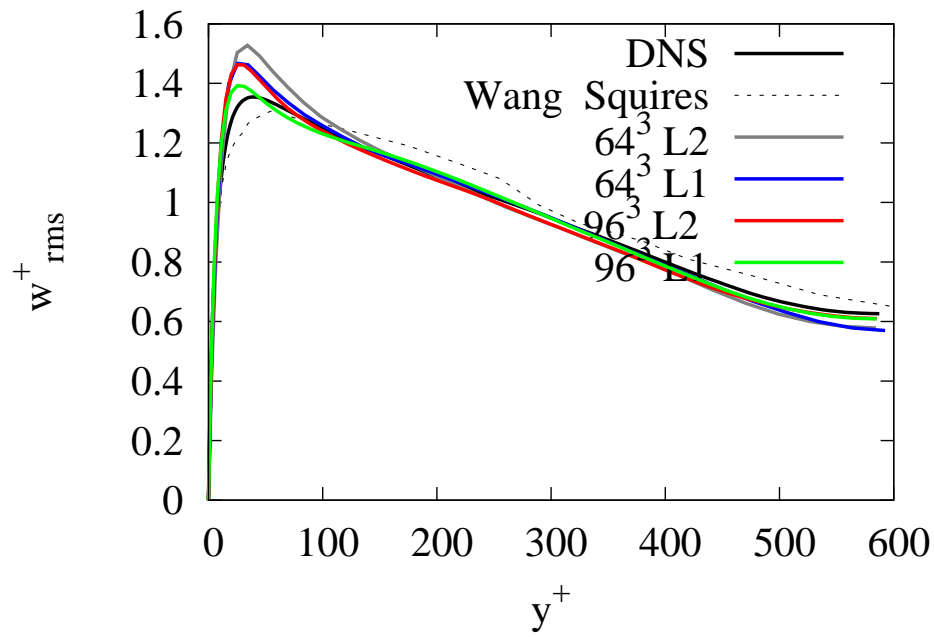


FIG. 4.5: Profil de l'écart type de la vitesse transversale à  $Re_+ = 590$  pour la LES avec le modèle de Smagorinsky dynamique pour quatre résolutions différentes. Comparaison avec la DNS et la LES de [173].

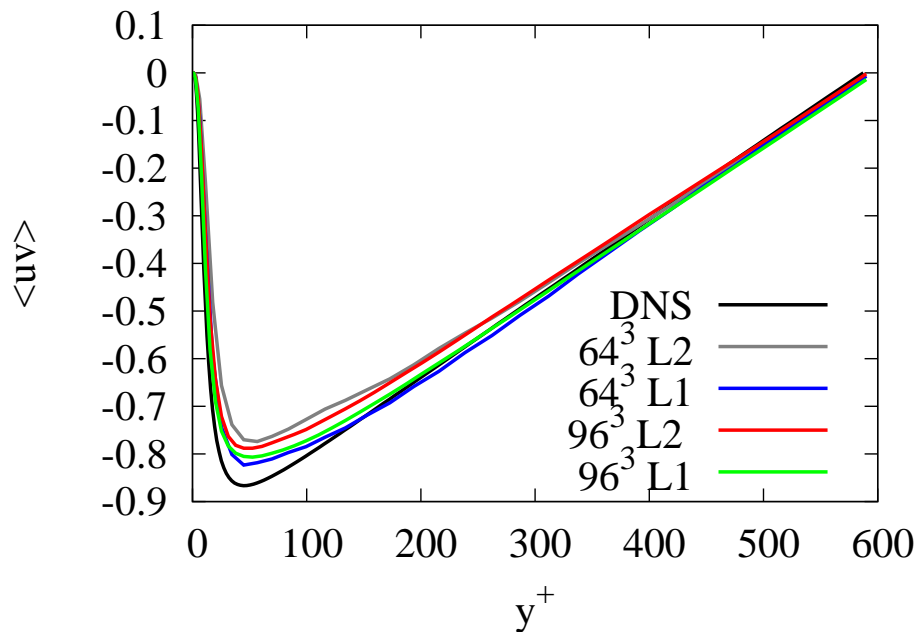


FIG. 4.6: Profil de  $\langle u'v' \rangle$  à  $Re_+ = 590$  pour la LES avec le modèle de Smagorinsky dynamique pour quatre résolutions différentes. Comparaison avec la DNS.



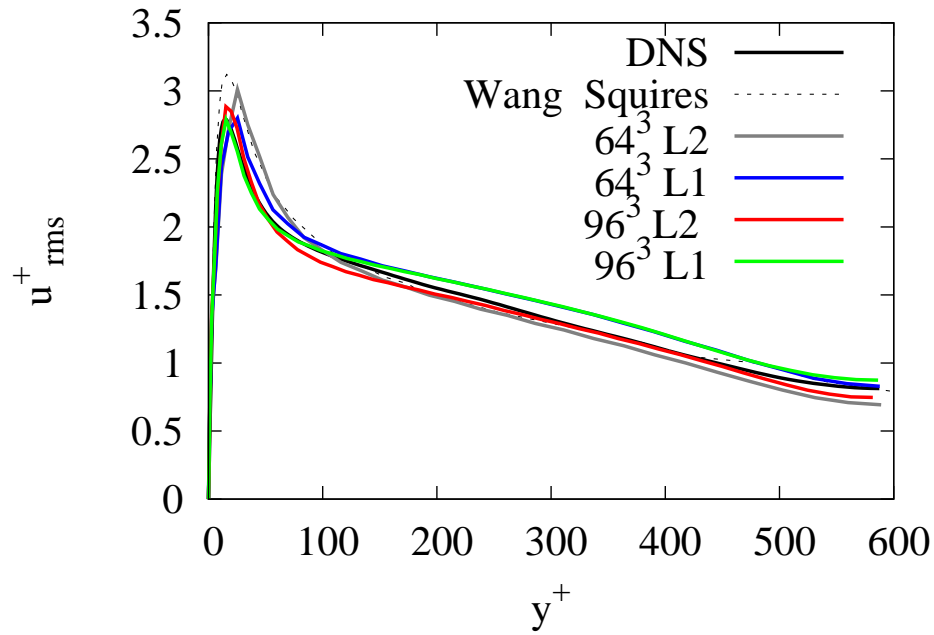


FIG. 4.7: Profil de l'écart type de la vitesse longitudinale à  $Re_+ = 590$  pour la LES avec le modèle de Smagorinsky amélioré pour les écoulements cisailés [101] pour quatre résolutions différentes. Comparaison avec la DNS et la LES de [173].

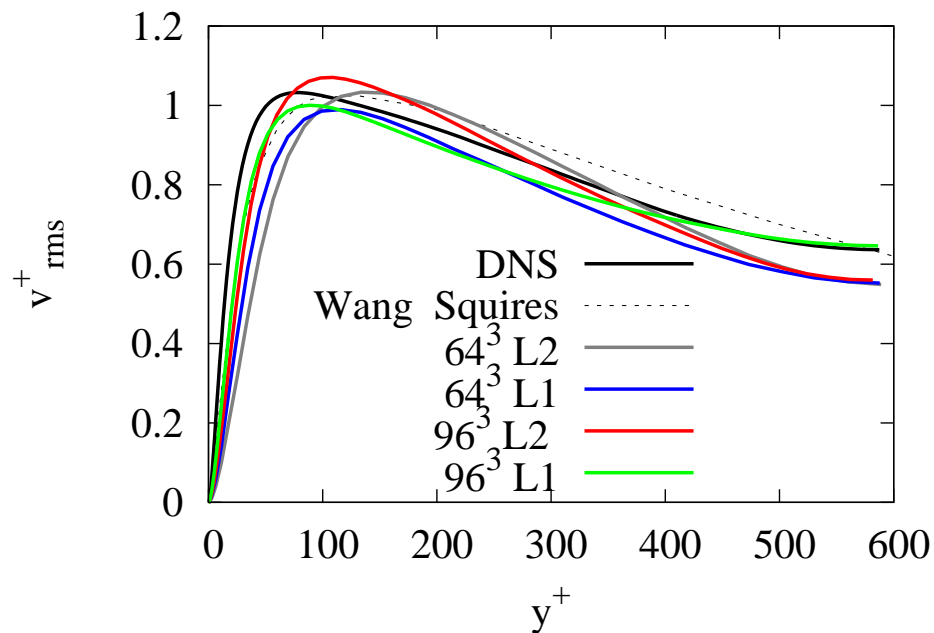


FIG. 4.8: Profil de l'écart type de la vitesse normale à  $Re_+ = 590$  pour la LES avec le modèle de Smagorinsky amélioré pour les écoulements cisailés [101] pour quatre résolutions différentes. Comparaison avec la DNS et la LES de [173].

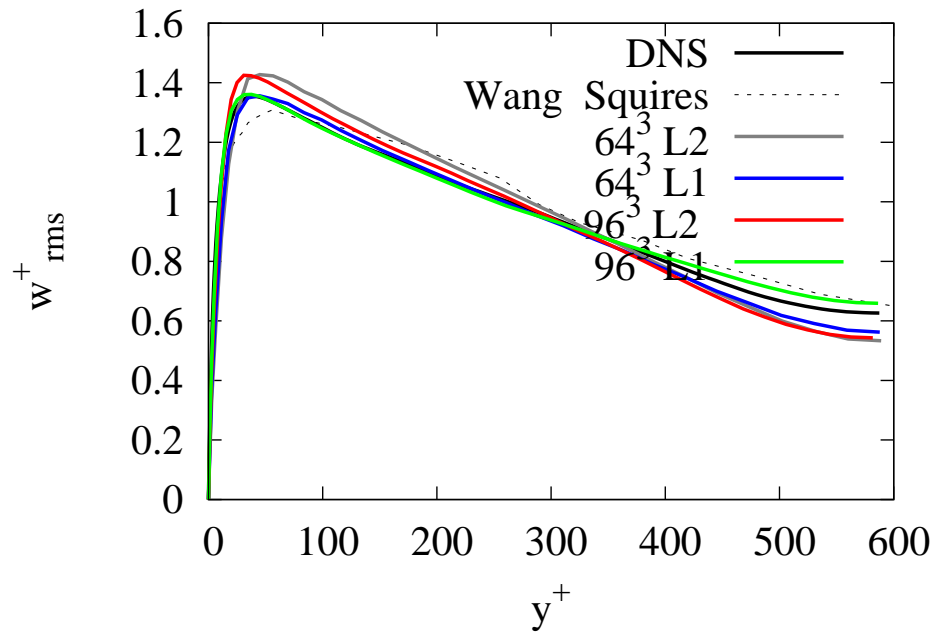


FIG. 4.9: Profil de l'écart type de la vitesse transversale à  $Re_+ = 590$  pour la LES avec le modèle de Smagorinsky amélioré pour les écoulements cisailés [101] pour quatre résolutions différentes. Comparaison avec la DNS et la LES de [173].

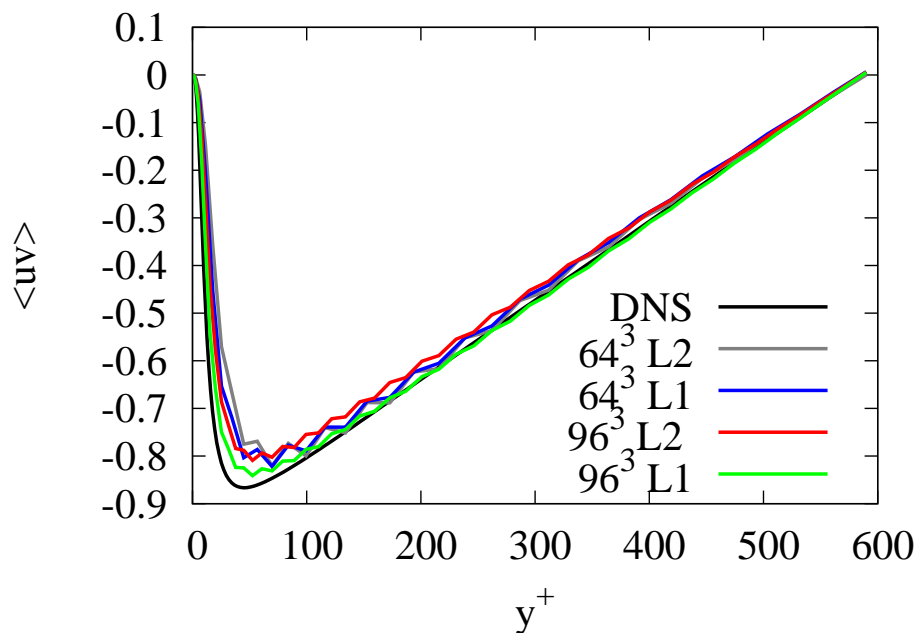


FIG. 4.10: Profil de  $\langle u'v' \rangle$  à  $Re_+ = 590$  pour la LES avec le modèle de Smagorinsky amélioré pour les écoulements cisailés [101] pour quatre résolutions différentes. Comparaison avec la DNS.

le transfert de quantité de mouvement avec la paroi (i.e. la perte de charge) n'est pas simulé correctement le débit à travers le canal sera erroné.

Les structures contribuant majoritairement au transfert vertical de quantité de mouvement sont les structures quasi longitudinales de proche paroi [62]. Il est donc important d'avoir une bonne résolution longitudinale.

L'influence de celle-ci peut être vu sur les figures 4.1 et 4.2. En comparant les différentes simulations on voit que plus la résolution longitudinale est dégradée plus l'estimation de la vitesse devient médiocre. Et en comparant les simulations « SDYN96L2 » et « SDYN64L1 » (voir tableau 4.1) (ou « SISM96L2 » et « SISM64L1 ») dont la résolution longitudinale est identique, on constate que le profil de vitesse est très proche bien que la résolution dans les autres directions soit différente. Ceci confirme l'importance de la résolution longitudinale sur le profil de vitesse moyenne.

Sur les figures 4.3, 4.4, 4.5 et 4.6 les statistiques du tenseur de Reynolds sont présentées pour le modèle de Smagorinsky dynamique (SDYN), et sur les figures 4.7, 4.8, 4.9 et 4.10 celles pour le modèle de Smagorinsky amélioré (SISM) [101].

Avec le modèle dynamique, le pic de l'écart type de la vitesse longitudinale (figures 4.3) est légèrement surestimé pour la meilleure résolution, et devient de plus en plus surévalué à mesure que la résolution longitudinale est diminuée, de manière analogue à la vitesse moyenne. Dans le reste du canal, ce profil est tout à fait similaire à la DNS. Pour le modèle SISM, l'accord avec la DNS est excellent (figures 4.7), bien que pour la plus mauvaise résolution la position du pic s'écarte légèrement de la paroi. On remarque néanmoins que loin des parois l'écart type de la vitesse est faiblement sous-estimé par rapport à la DNS lorsque la résolution est dégradée.

L'écart type de la composante normale de la vitesse est légèrement sous-estimé avec le modèle SDYN (figures 4.4) et semble très peu dépendant de la résolution spatiale. Avec le modèle SISM (figures 4.8), l'évolution est plus proche de la DNS, bien que la résolution dans la direction normale semble avoir plus d'influence que pour le modèle dynamique. On remarque, comme pour la composante longitudinale, que près du centre du canal l'écart type est sous-estimé pour les résolutions les plus faibles.

Pour la composante transversale (figures 4.5 et 4.9), on remarque, avec le modèle dynamique, un pic en proche paroi d'autant plus présent que la résolution est médiocre. Ce pic est absent aussi bien pour la DNS que pour la LES avec le modèle SISM. Pour le modèle SISM, en proche paroi la qualité du profil est dépendante de la résolution normale, et loin de la paroi, de manière identique aux deux autres composantes, l'écart type est sous-estimé pour les faibles résolutions.

Pour la corrélation  $\langle u'v' \rangle$  (figures 4.6 et 4.10), l'estimation est similaire avec les deux modèles de sous-maille, bien que de faibles oscillations soient présentes avec le modèle SISM. Selon nous, ces oscillations sont provoquées par la condition imposée sur  $\nu_t$  :  $\nu_t > -\nu$ . Lors de l'utilisation de ce modèle, les valeurs les plus négatives sont rencontrées en très proche paroi, et le fait de tronquer systématiquement ces valeurs négatives peut créer des discontinuités dans la viscosité turbulente, or un code spectral, comme celui utilisé, ne peut gérer efficacement les discontinuités et génère des oscillations de numériques (oscillations de Gibbs).

### Influence de la modélisation de la viscosité turbulente

Pour finir cette étude de sensibilité, on évalue, pour la plus mauvaise des quatre résolutions, l'influence du modèle de sous maille sur les statistiques de la vitesse. On présente des comparaisons pour la LES avec les modèles SVD, SDYN et SISM ainsi que pour la LES sans modèle de sous maille. La comparaison pour la vitesse moyenne, figure 4.11, montre que d'une part les modèles SDYN et SISM donnent des profils tout à fait similaires, et d'autre part que la LES avec le modèle de SVD donne une meilleure estimation de la vitesse loin des parois, bien qu'elle soit toujours surestimée par rapport à la DNS. Il faut noter que si on prend  $A^+ = 25$  pour la fonction d'amortissement, qui est la valeur généralement utilisée [49], les profils deviennent similaires à ceux obtenus avec les deux autres modèles de sous-maillages. Ici, on a choisi  $A$  tel que  $\Delta f_{VD} \sim \min(y, \Delta)$ , ce qui nous donne avec notre maillage et pour  $Re_+ = 590$   $A^+ \approx 9$ . Il en résulte qu'en proche paroi la viscosité turbulente est bien plus forte, ce qui se traduit par une atténuation des fluctuations de vitesse et des contraintes turbulentes (voir figures 4.12, 4.13, 4.14, 4.15) par rapport aux autres LES.

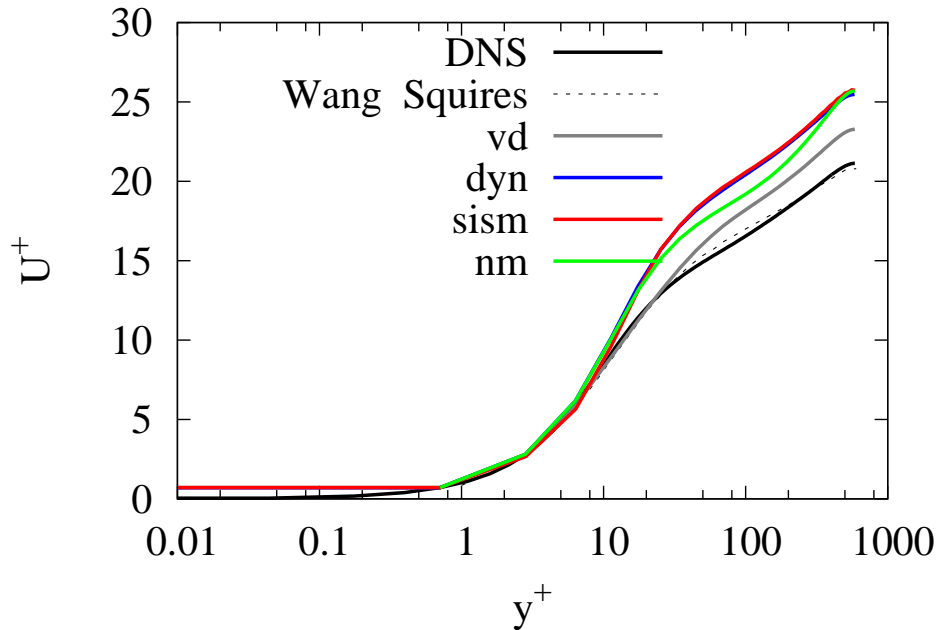


FIG. 4.11: Profil de la vitesse moyenne à  $Re_+ = 590$  pour la LES avec un maillage de  $64 \times 64 \times 64$  pour trois modèles de sous-maille différents : « SVD » : modèle de Smagorinsky avec amortissement de Van Driest, « SDYN » : modèle de Smagorinsky dynamique, « SISM » modèle de Smagorinsky amélioré pour les écoulements cisailés et « NM » : pas de modèle de sous-maille ( $\nu_t = 0$ ). Comparaison avec la DNS et la LES de [173].

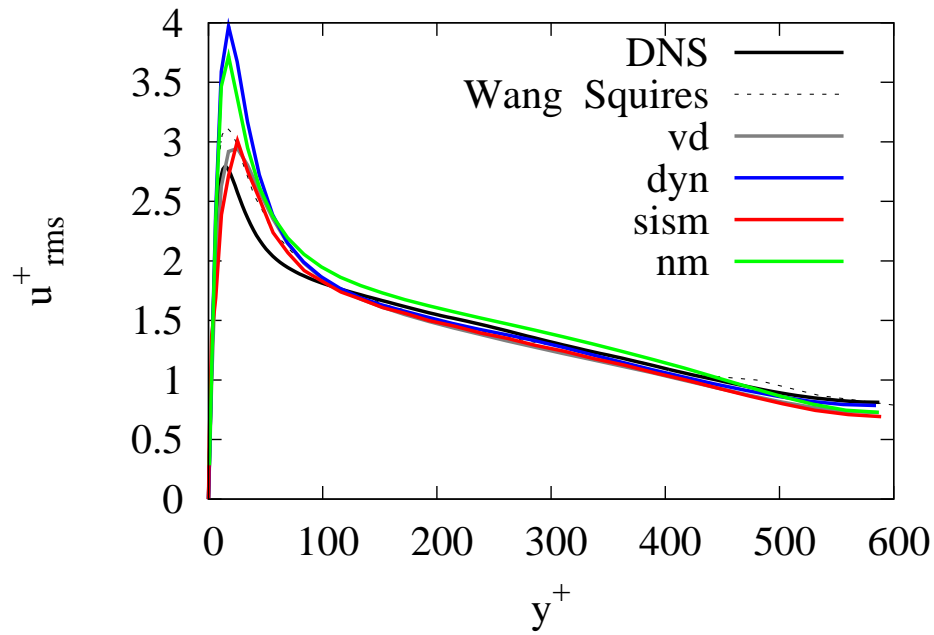


FIG. 4.12: Ecart type de la vitesse longitudinale à  $Re_+ = 590$  pour un maillage de  $64 \times 64 \times 64$  pour trois modèles de sous-maille : SVD, SDYN, SISM et NM ( $\nu_t = 0$ ). Comparaison avec la DNS et la LES de [173].

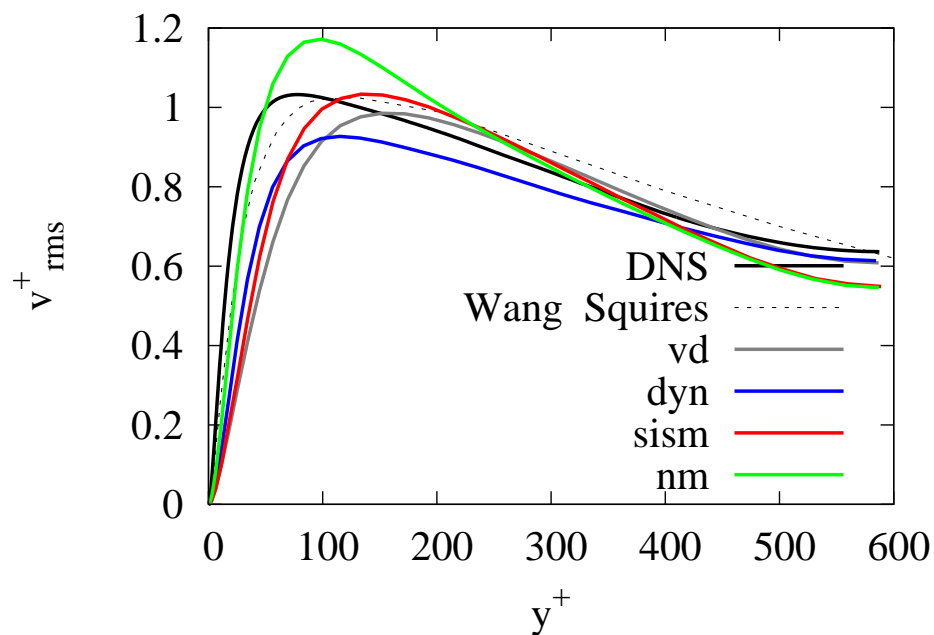


FIG. 4.13: Ecart type de la vitesse normale à  $Re_+ = 590$  pour un maillage de  $64 \times 64 \times 64$  pour trois modèles de sous-maille : SVD, SDYN, SISM et NM ( $\nu_t = 0$ ). Comparaison avec la DNS et la LES de [173].

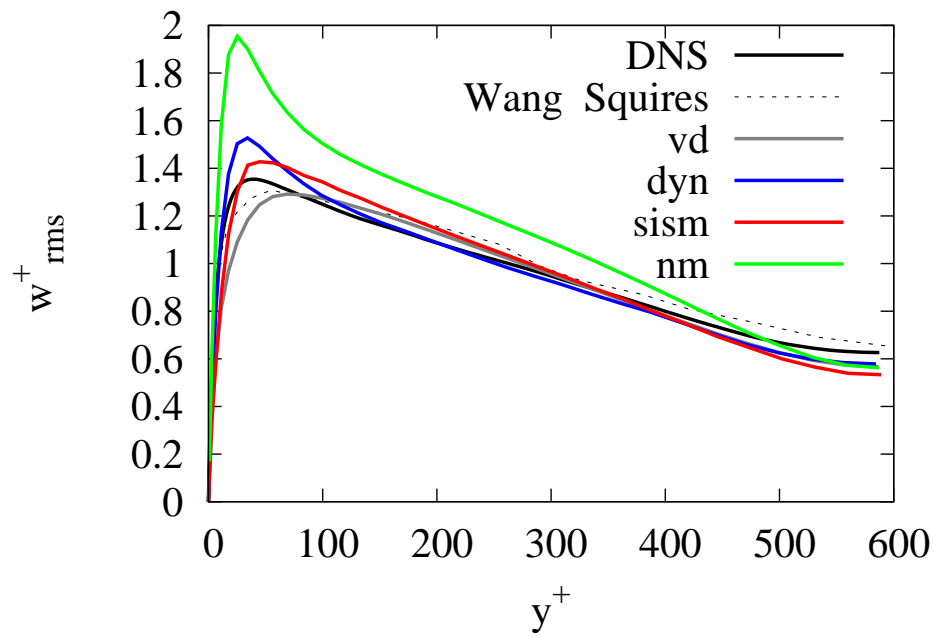


FIG. 4.14: Ecart type de la vitesse transversale à  $Re_+ = 590$  pour un maillage de  $64 \times 64 \times 64$  pour trois modèles de sous-maille : SVD, SDYN, SISM et NM ( $\nu_t = 0$ ). Comparaison avec la DNS et la LES de [173].

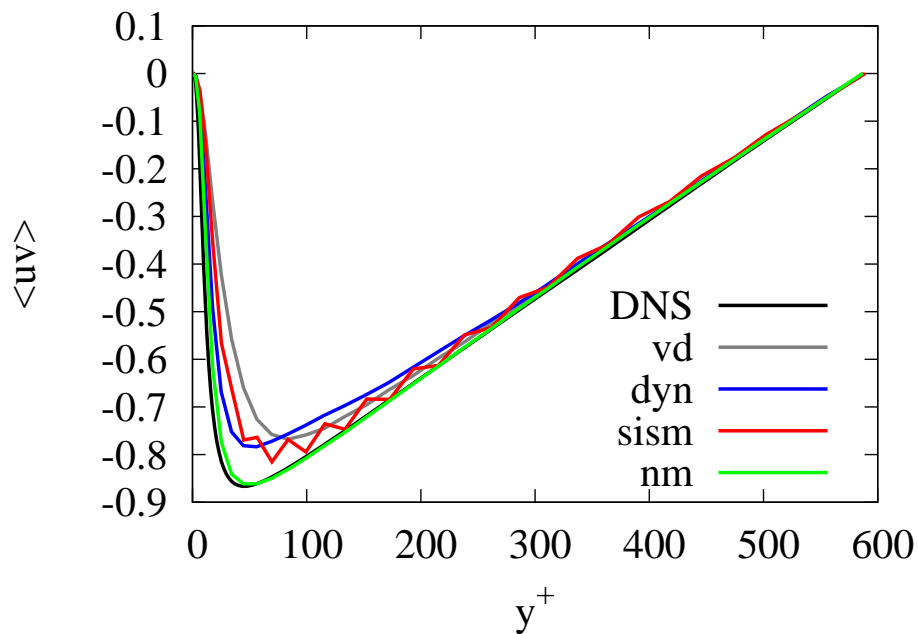


FIG. 4.15: Profil de  $\langle u'v' \rangle$  à  $Re_+ = 590$  pour un maillage de  $64 \times 64 \times 64$  pour trois modèles de sous-maille : SVD, SDYN, SISM et NM ( $\nu_t = 0$ ). Comparaison avec la DNS.

On remarque également l'excellent accord entre la LES sans modèle de sous-maille et la DNS pour les profils  $\langle u'v' \rangle$ .

Pour conclure, il apparaît que le modèle SISM donne des résultats de meilleure qualité que le modèle SDYN, pour un coût de calcul moindre. Cependant, dans le cas de résolutions très médiocres, ce modèle souffre d'une surestimation de la vitesse moyenne dans le corps du canal du fait, certainement, d'une trop faible dissipation dans la zone de proche paroi. On a montré que cette surestimation de la vitesse pouvait être réduite en utilisant le modèle de Smagorinsky avec une fonction d'amortissement, si le coefficient contrôlant l'amortissement est choisi de manière à avoir  $\ell \sim \min(y, \Delta)$ . Ce choix pour le coefficient d'amortissement crée une dissipation plus importante en proche paroi, ce qui donne une meilleure estimation de la vitesse moyenne, mais conduit à une dégradation, par rapport au modèle SISM, de l'écart type des vitesses en proche paroi. Dans la suite, pour évaluer l'influence de nos modèles stochastiques de sous maille pour l'accélération, on choisit de représenter la viscosité turbulente par le modèle de Smagorinsky avec l'amortissement de Van Driest. Cependant, on utilisera également le modèle de Smagorinsky amélioré [101] pour évaluer l'influence de la modélisation de la viscosité turbulente.

### 4.3.3 Comparaison LES-SSAM / LES / DNS

Dans ce paragraphe, les résultats obtenus par LES-SSAM sont comparés avec ceux issus de la LES et de la DNS.

#### Caractéristiques des simulations

On va utiliser les modèles stochastiques présentés dans la section 3. Nos modèles pour l'accélération de sous-maille sont bâtis sur l'hypothèse que la norme et l'orientation peuvent être représentées par deux processus stochastiques indépendants. Dans la section 3, on avait introduit trois modèles pour l'orientation, tous basés sur une marche aléatoire sur une sphère pour représenter la relaxation vers l'isotropie. On avait également introduit deux modèles pour l'évolution de la norme à travers le canal, l'un était construit sur une équation stochastique représentant la fragmentation, l'autre sur un processus lognormal.

Dans ce paragraphe, on présente deux modélisations différentes de l'accélération résiduelle pour les simulations LES-SSAM. Dans les deux cas, l'orientation de l'accélération de sous-maille est modélisée par le modèle de marche aléatoire corrélée sur l'échelle de temps dissipative (BMOS $\eta$ ). Alors que pour sa norme, on utilisera soit le modèle de fragmentation, soit le modèle log-Langevin. Ces deux simulations différentes seront respectivement dénommées LES-SSAM1 et LES-SSAM2.

Les comparaisons entre LES-SSAM, LES et DNS sont réalisées pour trois nombres de Reynolds :  $Re_+ = 590, 1000$  et  $2000$ . Pour les deux nombres de Reynolds les plus forts, deux maillages différents ont été testés. Dans le tableau 4.2, on présente les paramètres utilisés pour ces simulations. On remarquera que les calculs LES et LES-SSAM utilisent exactement les mêmes paramètres, en particulier, le maillage est identique, et le modèle de Smagorinsky avec sa fonction d'amortissement est utilisé à la fois pour la LES et pour la LES-SSAM.

On peut déjà remarquer grâce au tableau 4.2 qu'avec la LES-SSAM, quelle que soit la modélisation de sous-maille adoptée pour l'accélération (LES-SSAM1 ou LES-SSAM2), le nombre de Reynolds basé sur la vitesse au centre est plus proche de la DNS qu'avec la LES. Dans le code de calcul utilisé ici, le nombre de Reynolds de l'écoulement est fixé en choisissant la viscosité et le gradient de pression, ainsi pour  $\nu$  et  $-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_t}{\partial x}$  donnés, l'estimation de la vitesse à l'axe et le débit massique sont améliorés par la prise en compte de l'accélération de sous-maille.

Par souci de simplicité, dans la suite on ne présentera que les comparaisons entre LES-SSAM et LES pour le maillage le plus grossier, pour les trois nombres de Reynolds. Pour les résolutions plus fines les différences entre LES et LES-SSAM sont moins marquées, mais qualitativement similaires.

### La vitesse

Sur la figure 4.16, la comparaison entre LES-SSAM, DNS et LES pour le profil de vitesse moyenne est montré pour  $Re_+ = 590, 1000$  et  $2000$ . On peut voir que l'évolution de la vitesse moyenne est mieux estimée avec la LES-SSAM qu'avec la LES, bien que pour le nombre de Reynolds le plus élevé la vitesse moyenne semble légèrement sous-évaluée. Il faut aussi remarquer que les différences entre les simulations LES-SSAM1 et LES-SSAM2 sont minimes.

Les figures 4.17, 4.18 et 4.19 présentent la comparaison de l'écart type des trois composantes de la vitesse pour les trois nombres de Reynolds étudiés. On constate que la LES-SSAM apporte une amélioration explicite dans les profils d'écart type. Cette amélioration est la plus marquée pour la région de proche paroi, où l'on voit qu'effectivement pour la composante longitudinale, la position du pic d'écart type ainsi que sa hauteur sont plus proches de la DNS avec la LES-SSAM qu'avec la LES. De plus, pour les composantes normale et transversale l'augmentation de l'écart type près de la paroi est bien plus rapide avec la LES-SSAM. Près du centre du canal, avec la LES-SSAM, comme avec la LES, l'écart type de la vitesse demeure légèrement inférieur à la DNS pour  $Re_+ = 2000$ . Il est important de remarquer que la différence entre la LES et la LES-SSAM a tendance à augmenter à mesure que le nombre de Reynolds augmente. On note également que le comportement est similaire entre LES-SSAM1 et LES-SSAM2, bien que les profils obtenus avec LES-SSAM2 soient plus en accord avec ceux de la DNS pour  $Re_+ = 590$  et  $2000$ .

La figure 4.20 illustre l'évolution verticale des contraintes visqueuses et des contraintes turbulentes,  $\tau_{visc} = -\rho\nu \langle \frac{\partial u}{\partial y} \rangle$  et  $\tau_{turb} = -\rho \langle u'v' \rangle$  respectivement. Les contraintes sont présentées pour  $Re_+ = 1000$  et sont rapportées à la contraintes totale  $\tau_{tot} = \tau_{visc} + \tau_{turb}$ . On constate encore une fois que l'avantage est à la LES-SSAM. Alors que la LES prédit une surestimation de la région où les contraintes visqueuses dominent, l'évolution des contraintes visqueuses et des contraintes turbulentes sont plus conformes à la DNS avec la LES-SSAM. Ceci traduit le fait que les transferts de quantité de mouvement dans la direction normale à la paroi sont accrus avec la LES-SSAM. D'une part, la région où l'écoulement est influencé directement par la paroi (sous-couche visqueuse et zone



TAB. 4.2: Paramètres utilisés pour les simulations LES et LES-SSAM.

Nom	$Re_+$	$Re_c$	$N_x \times N_y \times N_z$	$L_x \times L_y \times L_z$	$\Delta x^+ \times \Delta y^+ \times \Delta z^+$	$dt^+$	$C_s$	$A/h$
DNS	587	12490	$384 \times 257 \times 384$	$\frac{3}{2}\pi h \times 2h \times \frac{3}{4}\pi h$	$7.2 \times (0.04 \sim 7.2) \times 3.6$	0.033	-	-
DNS [116]	587	12547	$384 \times 257 \times 384$	$2\pi h \times 2h \times \pi h$	$9.7 \times (0.04 \sim 7.2) \times 4.8$	-	-	-
LES	587	13660	$64 \times 65 \times 64$	$3\pi h \times 2h \times \pi h$	$87 \times (0.71 \sim 29) \times 29$	0.1	0.16	0.015
LES-SSAM 1	587	12420	$64 \times 65 \times 64$	$3\pi h \times 2h \times \pi h$	$87 \times (0.71 \sim 29) \times 29$	0.1	0.16	0.015
LES-SSAM 2	587	12640	$64 \times 65 \times 64$	$3\pi h \times 2h \times \pi h$	$87 \times (0.71 \sim 29) \times 29$	0.1	0.16	0.015
DNS	1000	22250	$512 \times 385 \times 512$	$\frac{4}{3}\pi h \times 2h \times \frac{2}{3}\pi h$	$8.2 \times (0.03 \sim 8.3) \times 4.1$	0.034	-	-
DNS [65]	934	20960	$3072 \times 385 \times 2304$	$8\pi h \times 2h \times 3\pi h$	$7.6 \times (0.03 \sim 7.6) \times 3.8$	-	-	-
LES	1000	25710	$96 \times 97 \times 96$	$3\pi h \times 2h \times \pi h$	$99 \times (0.53 \sim 33) \times 33$	0.1	0.16	0.009
LES-SSAM 1	1000	23530	$96 \times 97 \times 96$	$3\pi h \times 2h \times \pi h$	$99 \times (0.53 \sim 33) \times 33$	0.1	0.16	0.009
LES-SSAM 2	1000	22860	$96 \times 97 \times 96$	$3\pi h \times 2h \times \pi h$	$99 \times (0.53 \sim 33) \times 33$	0.1	0.16	0.009
LES	1000	25820	$64 \times 65 \times 64$	$3\pi h \times 2h \times \pi h$	$147 \times (1.2 \sim 49) \times 49$	0.1	0.2	0.015
LES-SSAM 1	1000	23150	$64 \times 65 \times 64$	$3\pi h \times 2h \times \pi h$	$147 \times (1.2 \sim 49) \times 49$	0.1	0.2	0.015
LES-SSAM 2	1000	22440	$64 \times 65 \times 64$	$3\pi h \times 2h \times \pi h$	$147 \times (1.2 \sim 49) \times 49$	0.1	0.2	0.015
DNS [65]	2003	48680	$6144 \times 633 \times 4608$	$8\pi h \times 2h \times 3\pi h$	$8.2 \times (0.32 \sim 8.9) \times 4.1$	-	-	-
LES	2000	56540	$128 \times 129 \times 128$	$3\pi h \times 2h \times \pi h$	$147 \times (0.60 \sim 49) \times 49$	0.1	0.16	0.006
LES-SSAM 1	2000	51770	$128 \times 129 \times 128$	$3\pi h \times 2h \times \pi h$	$147 \times (0.60 \sim 49) \times 49$	0.1	0.16	0.006
LES-SSAM 2	2000	50300	$128 \times 129 \times 128$	$3\pi h \times 2h \times \pi h$	$147 \times (0.60 \sim 49) \times 49$	0.1	0.16	0.006
LES	2000	57640	$64 \times 65 \times 64$	$3\pi h \times 2h \times \pi h$	$295 \times (2.4 \sim 98) \times 98$	0.1	0.2	0.015
LES-SSAM 1	2000	47730	$64 \times 65 \times 64$	$3\pi h \times 2h \times \pi h$	$295 \times (2.4 \sim 98) \times 98$	0.1	0.2	0.015
LES-SSAM 2	2000	47620	$64 \times 65 \times 64$	$3\pi h \times 2h \times \pi h$	$295 \times (2.4 \sim 98) \times 98$	0.1	0.2	0.015

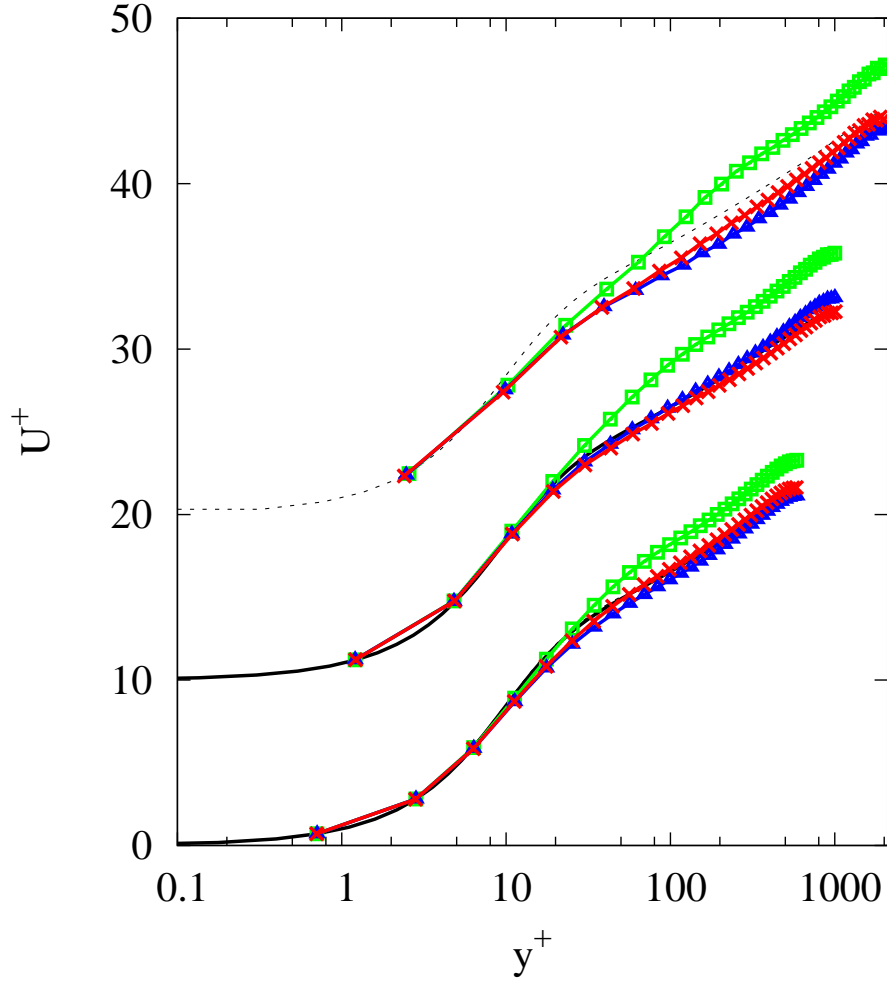


FIG. 4.16: Profil de vitesse moyenne pour  $Re_+ = 590, 1000$  et  $2000$  respectivement de bas en haut et décalé de 10 unités de paroi. Carrés verts : LES ; triangles bleus : LES-SSAM1 ; croix rouges : LES-SSAM2 ; ligne : DNS ; pointillées : DNS [65].

tampon) est mieux prédite. Ceci est également visible sur les profils de l'écart type (figures 4.17, 4.18 et 4.19). D'autre part, la vitesse moyenne est améliorée comme on l'a constaté sur la figure 4.16.

La comparaison des spectres de vitesse issus de la LES-SSAM, de la LES et de la DNS, pour  $Re_+ = 1000$  est présentée sur la figure 4.21. On se concentre sur la zone de proche paroi où on a remarqué que les différences entre la LES et la LES-SSAM sont les plus importantes. On présente les spectres unidimensionnels dans la direction longitudinale pour les trois composantes à  $y^+ = 5$  et  $y^+ = 20$ . Sur cette figure il est clairement visible que les plus grands nombres d'ondes accessibles avec le maillage choisi sont mieux résolus par LES-SSAM qu'avec la LES. Indiquant que l'ajout d'un terme modélisant l'accélération résiduelle est en mesure d'augmenter de façon significative l'énergie portée par les grands nombres d'ondes.

On présente sur les figures 4.22, 4.23 et 4.24 l'autocorrélation longitudinale de la vi-

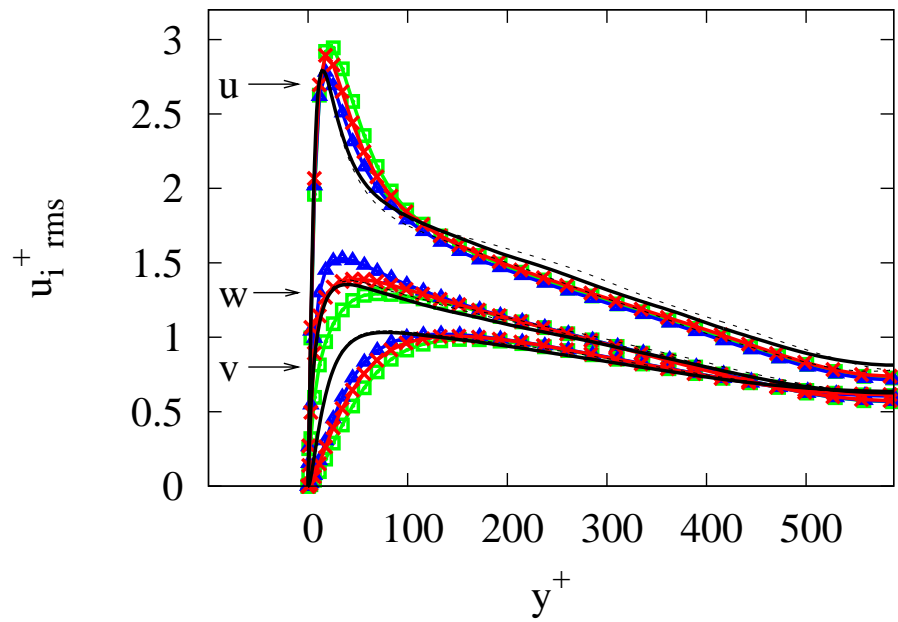


FIG. 4.17: Profil de l'écart type des trois composante de la vitesse pour  $Re_+ = 590$ . Carrés verts : LES ; triangles bleus : LES-SSAM1 ; croix rouges : LES-SSAM2 ; ligne : DNS ; pointillées : DNS [116].

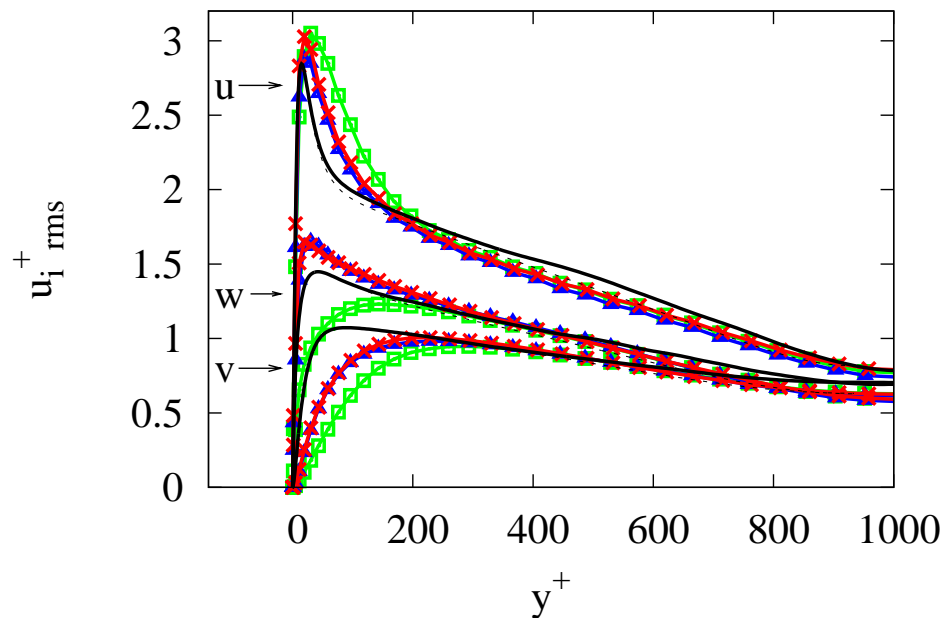


FIG. 4.18: Profil de l'écart type des trois composante de la vitesse pour  $Re_+ = 1000$ . Carrés verts : LES ; triangles bleus : LES-SSAM1 ; croix rouges : LES-SSAM2 ; ligne : DNS ; pointillées : DNS [65].

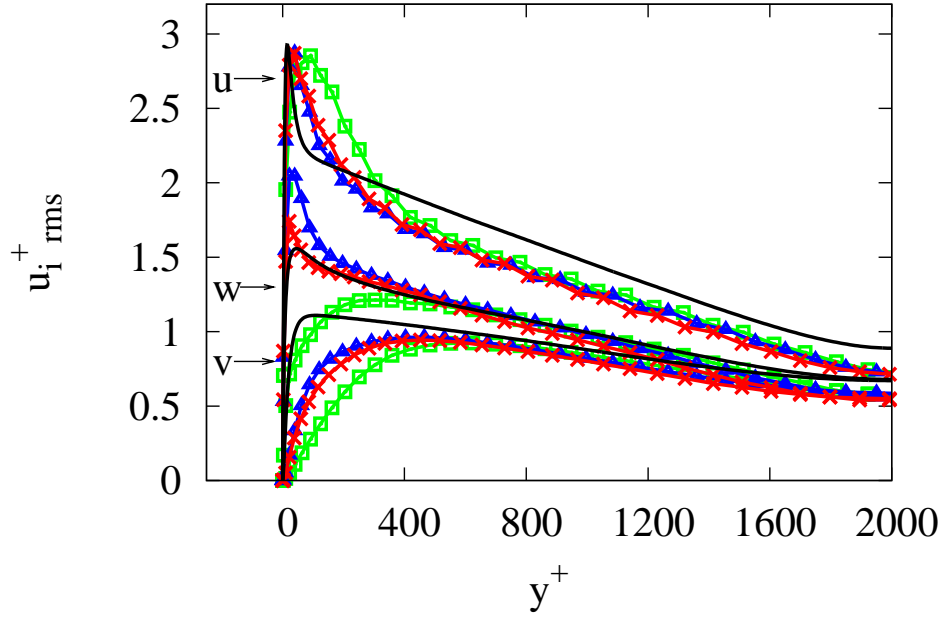


FIG. 4.19: Profil de l'écart type des trois composante de la vitesse pour  $Re_+ = 2000$ . Carrés verts : LES ; triangles bleus : LES-SSAM1 ; croix rouges : LES-SSAM2 ; ligne : DNS [65].

tesse, respectivement pour les composantes longitudinale, normale et transversale, pour  $Re_+ = 1000$  et  $y^+ = 5$  et  $y^+ = 20$ . L'amélioration des échelles spatiales de corrélation obtenue par LES-SSAM est clairement visible sur ces figures. Cette amélioration est due à la meilleure résolution des petites échelles du spectre. Cela se traduit par une meilleure estimation des structures de paroi.

### Bilan d'énergie

On voit d'après l'équation 4.42 que l'approche LES-SSAM introduit un nouveau terme dans le bilan d'énergie cinétique turbulente du champ résolu :

$$\frac{1}{2} \frac{d\langle u_i u_j \rangle}{dt} = \langle u'_i a_i^{\text{LES}} \rangle + \langle u'_i a_i^* \rangle \quad (4.47)$$

Le terme :

$$\mathcal{P}_a = \langle u'_i a_i^* \rangle \quad (4.48)$$

représente la production d'énergie cinétique turbulente due au modèle stochastique de l'accélération de sous-maille. Le champ de vitesse est statistiquement indépendant de  $a_i^*$ , puisque  $u_i$  n'intervient pas dans la modélisation proposée. Cependant, comme montré au paragraphe 3.3.3, puisque l'orientation de l'accélération modèle est corrélée en temps (sur un temps de l'ordre du temps de Kolmogorov), le terme  $\mathcal{P}_a$  n'est pas nul.

Sur la figure 4.25 le terme supplémentaire  $\mathcal{P}_a$  du bilan d'énergie est comparé au terme de production d'énergie cinétique turbulente résultant du transfert avec le champ

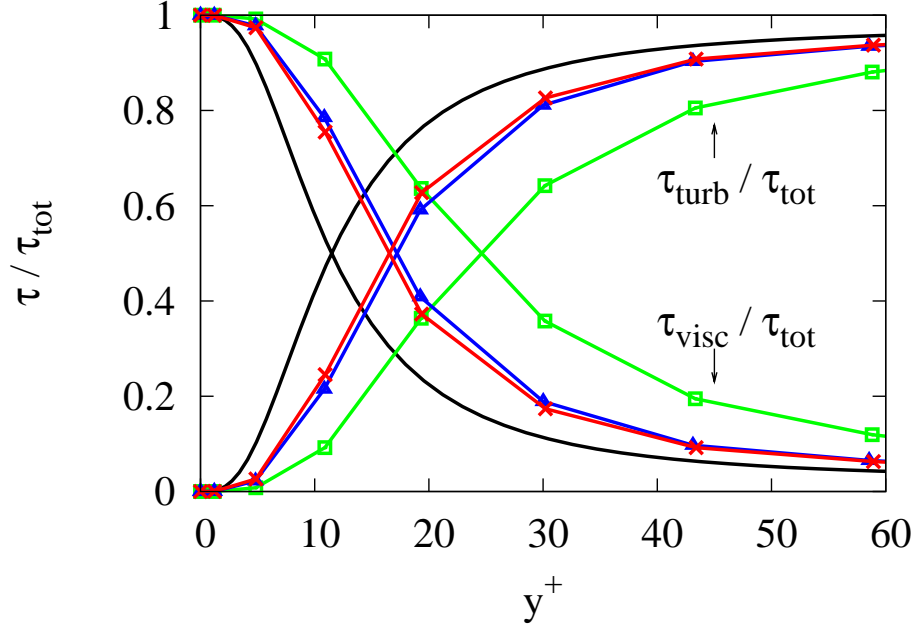


FIG. 4.20: Comparaison, en proche paroi, des contraintes de visqueuse  $\tau_{visc} = -\rho\nu\langle\frac{\partial u}{\partial y}\rangle$  et des contraintes turbulentes  $\tau_{turb} = -\rho\langle u'v'\rangle$  rapportées à la contrainte totale  $\tau_{tot} = \tau_{visc} + \tau_{turb}$ . Pour  $Re_+ = 1000$ . Carrés verts : LES ; triangles bleus : LES-SSAM1 ; croix rouges : LES-SSAM2 ; ligne : DNS.

moyen :  $\mathcal{P} = -\langle u'v'\rangle\frac{d\langle u\rangle}{dy}$ . Sur cette figure ce terme  $\mathcal{P}$  est calculé à partir des champs LES-SSAM.

On voit que pour les deux modèles, en proche paroi, les taux production d'énergie cinétique turbulente directement liée au modèle stochastique sont très proches et sont de l'ordre du taux de production par le champ moyen, bien qu'inférieurs. En revanche, loin de la paroi la production devient quasiment nulle avec le modèle utilisé pour LES-SSAM1 alors qu'elle reste de l'ordre de  $\mathcal{P}$  pour la LES-SSAM2.

Sur la figure 4.26 on présente la comparaison du profil du taux de production et du taux de dissipation effectifs d'énergie cinétique turbulente, respectivement notés  $\mathcal{P}_{eff}$  et  $\varepsilon_{eff}$ , de la LES-SSAM, de la LES et de la DNS. Le taux de dissipation effectif est défini comme  $\varepsilon_{eff} = 2(\nu + \nu_{turb})S_{ij}S_{ij}$ , évidemment pour la DNS,  $\varepsilon_{eff} = \varepsilon$  puisque  $\nu_{turb} = 0$ . Pour la LES-SSAM la production effective est :  $\mathcal{P}_{eff} = \mathcal{P} + \mathcal{P}_a$ .

On constate d'une part que la production d'énergie cinétique turbulente avec la LES-SSAM est bien plus forte qu'avec la LES. Cependant, même pour la LES-SSAM, le niveau de production est encore largement sous-estimé par rapport à la DNS. Il faut de plus remarquer que l'ajout du modèle pour l'accélération augmente la production d'énergie cinétique d'une façon directe (via le terme  $\mathcal{P}_a$ ) et d'une façon indirecte en résolvant mieux les contraintes turbulentes comme observées sur la figure 4.20. On note également que le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente est mieux estimé avec la LES-SSAM, en proche paroi.

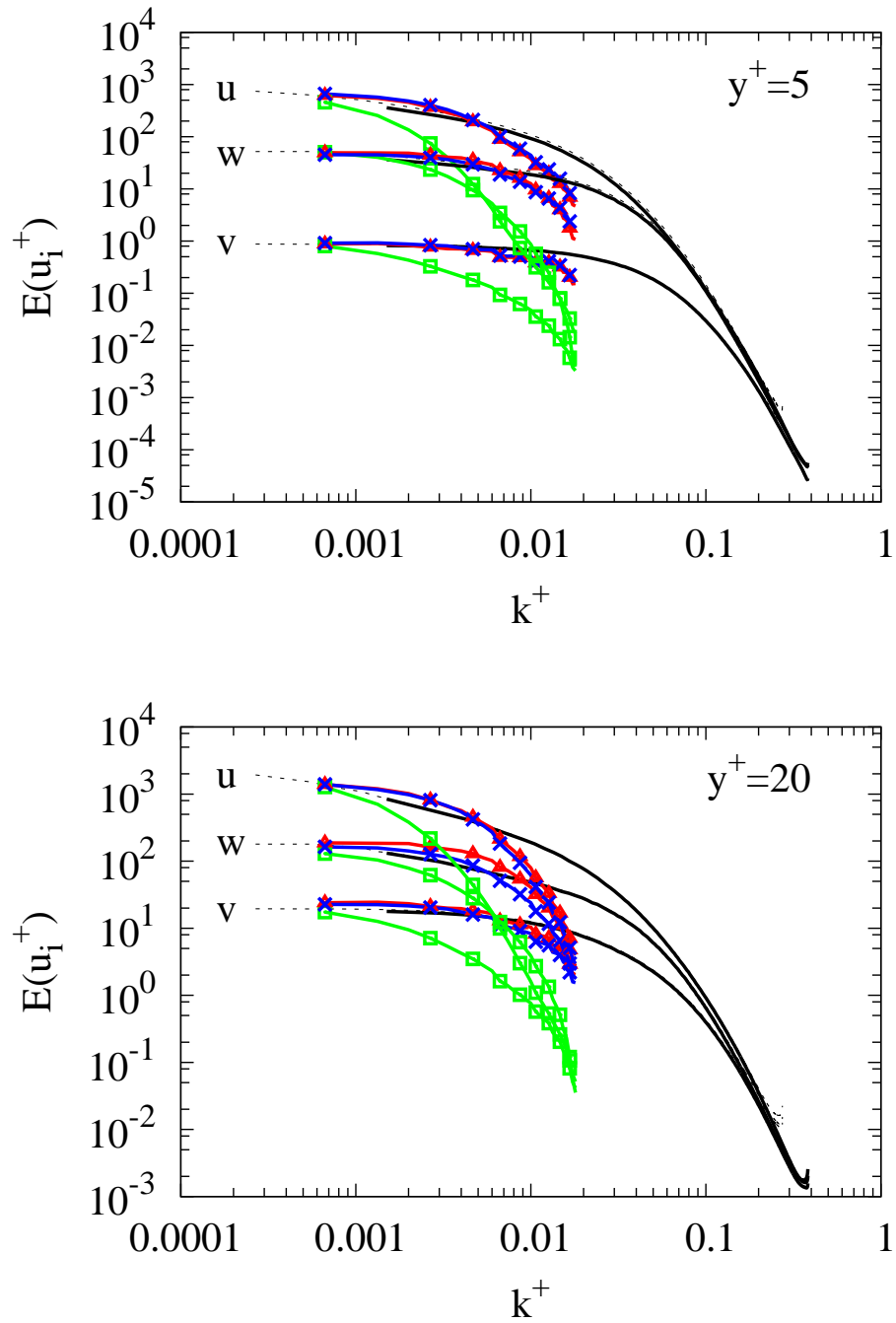


FIG. 4.21: Spectre normalisé unidimensionnel dans la direction longitudinale pour les trois composantes de vitesse en proche paroi ( $y^+ = 5$  et  $y^+ = 20$ ). Pour  $Re_+ = 1000$ . Carrés verts : LES ; triangles bleus : LES-SSAM1 ; croix rouges : LES-SSAM2 ; ligne : DNS ; pointillées : DNS [65].

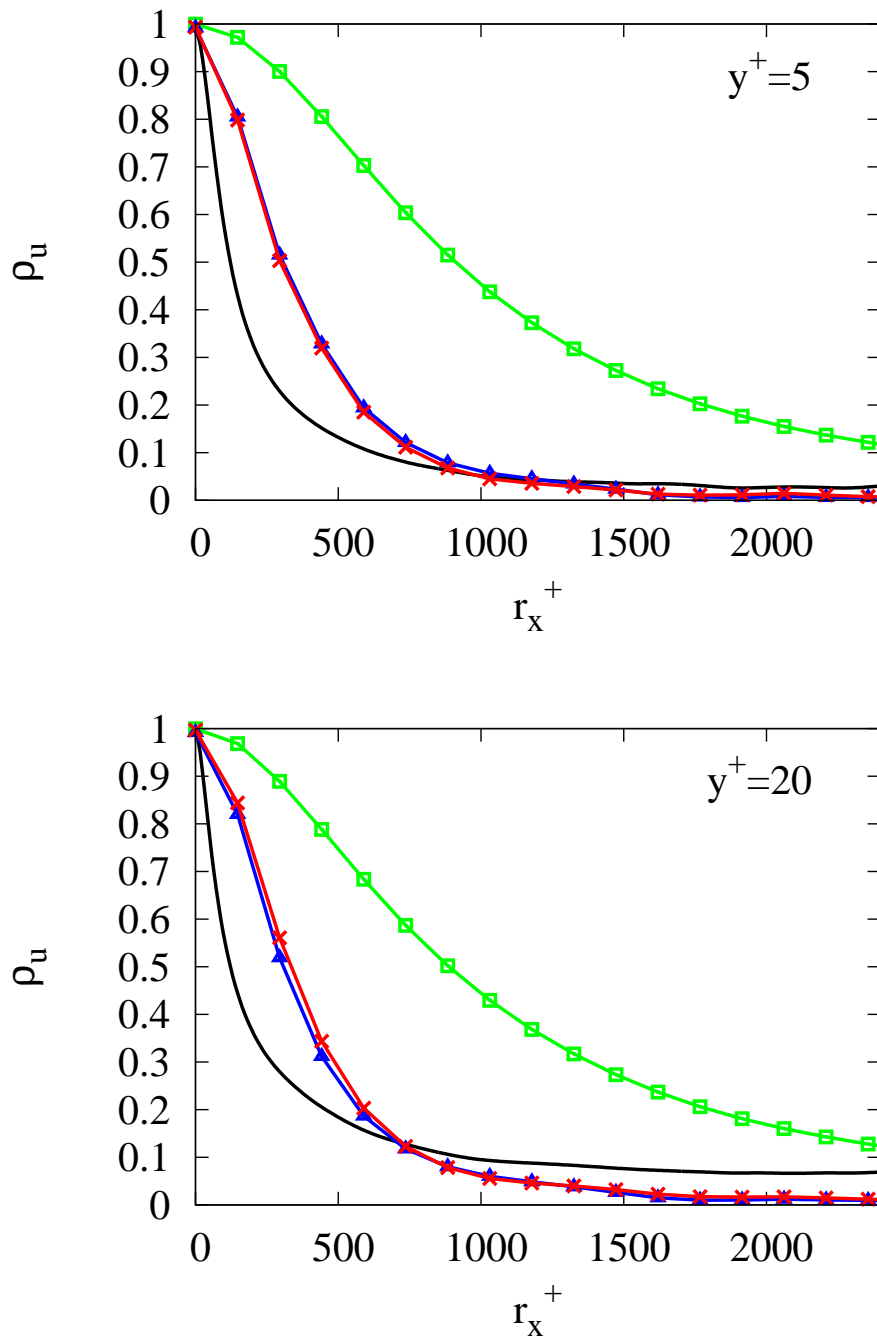


FIG. 4.22: Autocorrélation de la composante longitudinale de la vitesse en proche paroi ( $y^+ = 5$  et  $y^+ = 20$ ). Pour  $Re_+ = 1000$ . Carrés verts : LES ; triangles bleus : LES-SSAM1 ; croix rouges : LES-SSAM2 ; ligne : DNS.

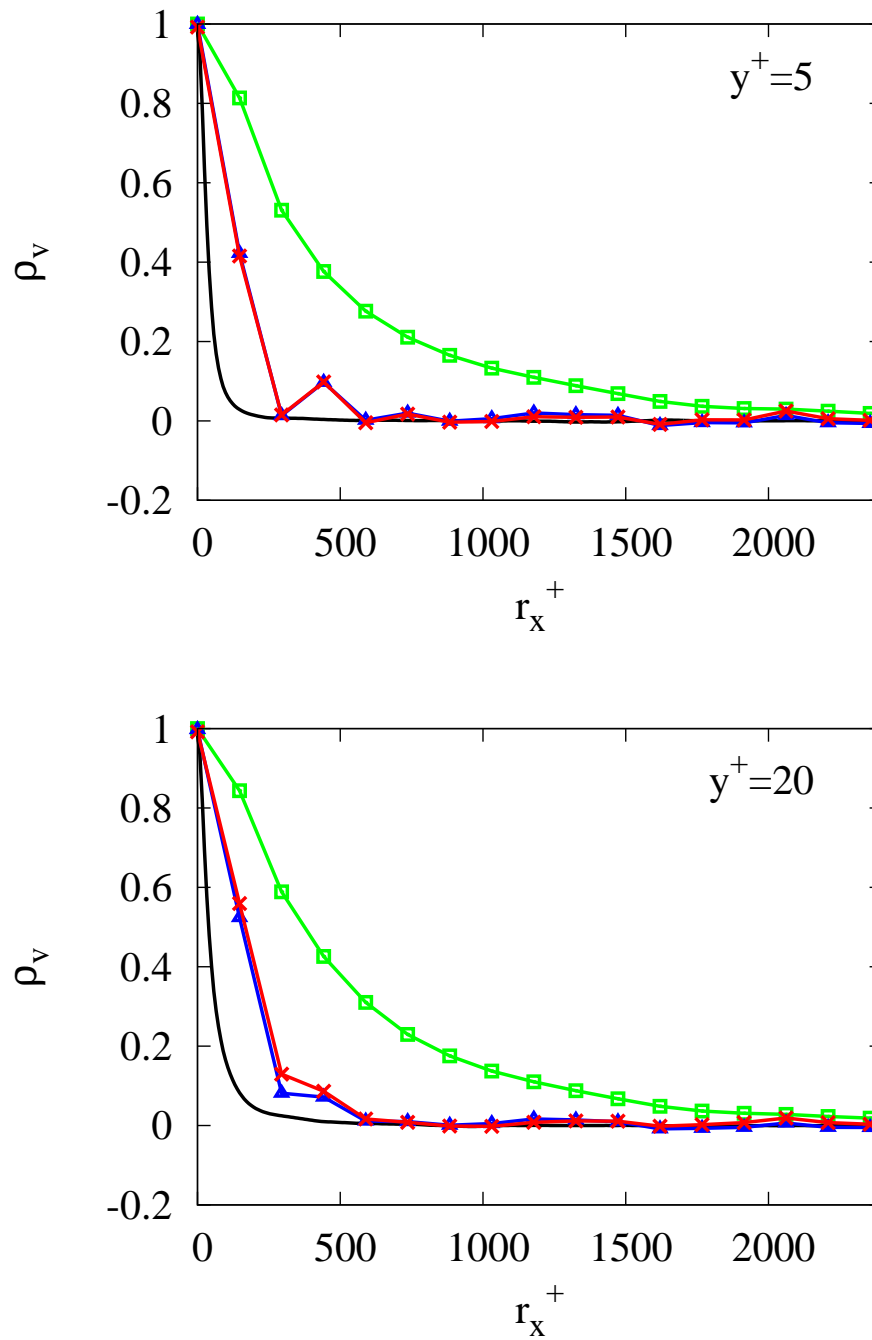


FIG. 4.23: Autocorrélation de la composante normale de la vitesse en proche paroi ( $y^+ = 5$  et  $y^+ = 20$ ). Pour  $Re_+ = 1000$ . Carrés verts : LES; triangles bleus : LES-SSAM1; croix rouges : LES-SSAM2; ligne : DNS.



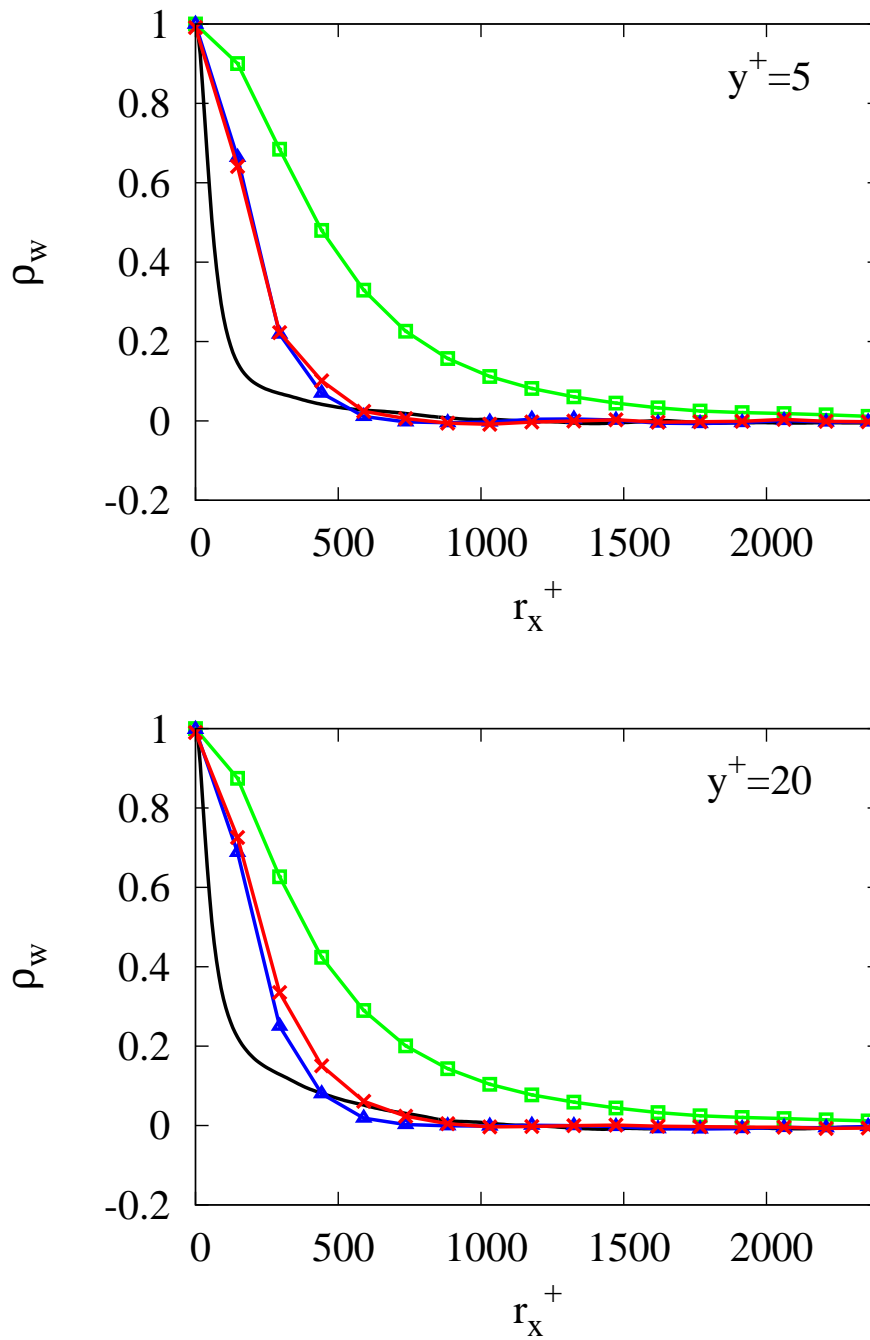


FIG. 4.24: Autocorrélation de la composante transversale de la vitesse en proche paroi ( $y^+ = 5$  et  $y^+ = 20$ ). Pour  $Re_+ = 1000$ . Carrés verts : LES ; triangles bleus : LES-SSAM1 ; croix rouges : LES-SSAM2 ; ligne : DNS.

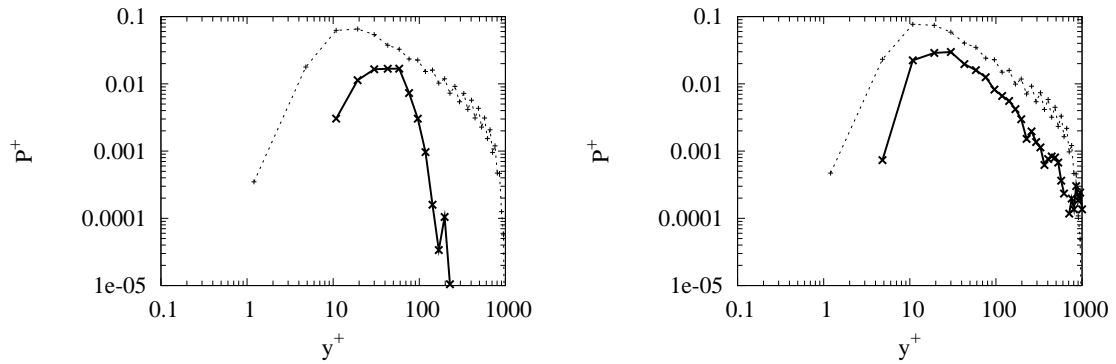


FIG. 4.25: Comparaison entre le terme de production d'énergie cinétique turbulente  $\mathcal{P}_a$  et  $\mathcal{P}$  pour le modèle LES-SSAM1 (a) et LES-SSAM2 (b), à  $Re_+ = 1000$ . pointillé :  $\mathcal{P}$ ; ligne :  $\mathcal{P}_a$ .

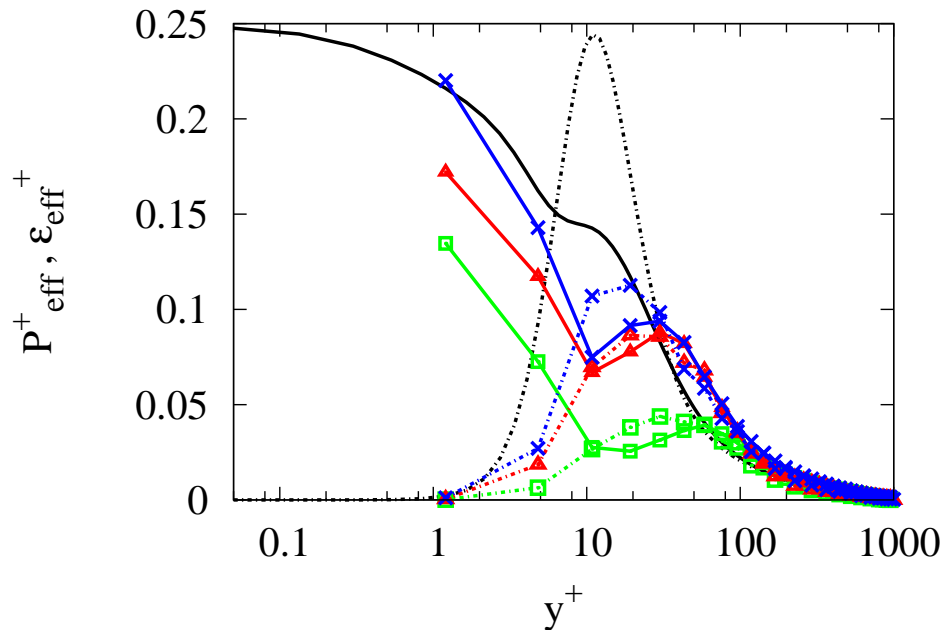


FIG. 4.26: Comparaison entre le profil du taux de production et du taux de dissipation effectifs d'énergie cinétique turbulente, à  $Re_+ = 1000$ . Lignes en pointillés :  $\mathcal{P}_{eff}^+$ ; lignes continues :  $\varepsilon_{eff}^+$ . Carrés verts : LES; triangles bleus : LES-SSAM1; croix rouges : LES-SSAM2; ligne : DNS.

Il est important de souligner le rôle de la corrélation temporelle dans le modèle pour l'orientation. Effectivement, si on ne présente que les résultats avec le modèle BMOS $\eta$  (marche aléatoire corrélée sur l'échelle de temps dissipative), c'est parce que l'utilisation des deux autres modèles d'orientation : mouvement brownien et marche aléatoire multifractale sur la sphère (BMOS et MRWOS respectivement), dont on peut considérer que la corrélation temporelle est de l'ordre du pas de temps  $dt$ , n'apporte quasiment aucune différence avec la LES que ce soit avec le modèle de fragmentation ou log-Langevin pour la norme.

Il faut cependant noter, que dans [182], l'orientation était modélisée par le modèle BMOS et que le modèle de fragmentation était utilisé pour la norme et qu'on avait constaté des améliorations de la LES-SSAM par rapport à la LES. Ceci est dû au choix des paramètres et de la condition à la paroi différents. Il en résulte que dans [182] l'amplitude de l'accélération de sous-maille est bien plus forte et a un impact (positif) sur les simulations. On note également qu'en utilisant le modèle de fragmentation tel que décrit dans [182] on ne constate que très peu de différences entre le modèle BMOS et MRWOS sur les comparaisons avec la LES et la DNS.

Enfin, on ne présente pas ici les résultats obtenus dans [182] car comme expliqué au paragraphe 3.3.3, les simulations LES-SSAM utilisant soit le modèle BMOS soit le modèle MRWS sont dépendantes du pas de temps choisi. Ainsi lorsque le pas de temps est, par exemple, choisi dix fois plus faible, les simulations LES-SSAM présentées dans [182] n'ont plus de différences avec la LES. Avec le modèle pour l'orientation BMOS $\eta$ , l'orientation devient corrélée en temps et ainsi, les simulations LES-SSAM présentées ici deviennent, comme la LES, indépendantes du pas de temps.

### **L'accélération**

Sur les figures 4.27, 4.28 et 4.29, on compare les distributions de probabilités (PDF) de l'accélération calculées par la LES-SSAM, la LES et la DNS. On présente les distributions des trois composantes pour  $Re_+ = 1000$  à trois distances de la paroi ( $y^+ = 5, 20$  et  $950$ ). Comme observées dans la section 2, les PDF issues de la DNS s'éloignent fortement de la distribution normale, et présentent des ailes très étirées, manifestant le caractère intermittent des petites échelles. Avec la LES-SSAM les distributions de l'accélération sont également étirées alors que dans le cas de la LES les queues des distributions sont bien moins développées. Ceci est un signe de la manifestation de l'intermittence dans les simulations LES-SSAM.

Il faut cependant remarquer qu'alors que les statistiques de la vitesse ne présentent que très peu de différences entre les simulations LES-SSAM1 et LES-SSAM2, les distributions de l'accélération semblent plus dépendantes de la modélisation adoptée. Effectivement, on constate que près du centre du canal avec la LES-SSAM2 les PDF deviennent quasiment identiques à celles de la LES, alors que celles de la LES-SSAM1 restent étirées et présentent une allure similaire à la DNS. En revanche en proche paroi les simulations LES-SSAM1 et LES-SSAM2 donnent des distributions très proches.

Avec le modèle de fragmentation (LES-SSAM1) la distribution de la norme de l'accélération de sous-maille n'est pas lognormale alors qu'elle l'est avec le modèle log-Langevin (LES-SSAM2). Pour le modèle de fragmentation, la norme est distribuée en

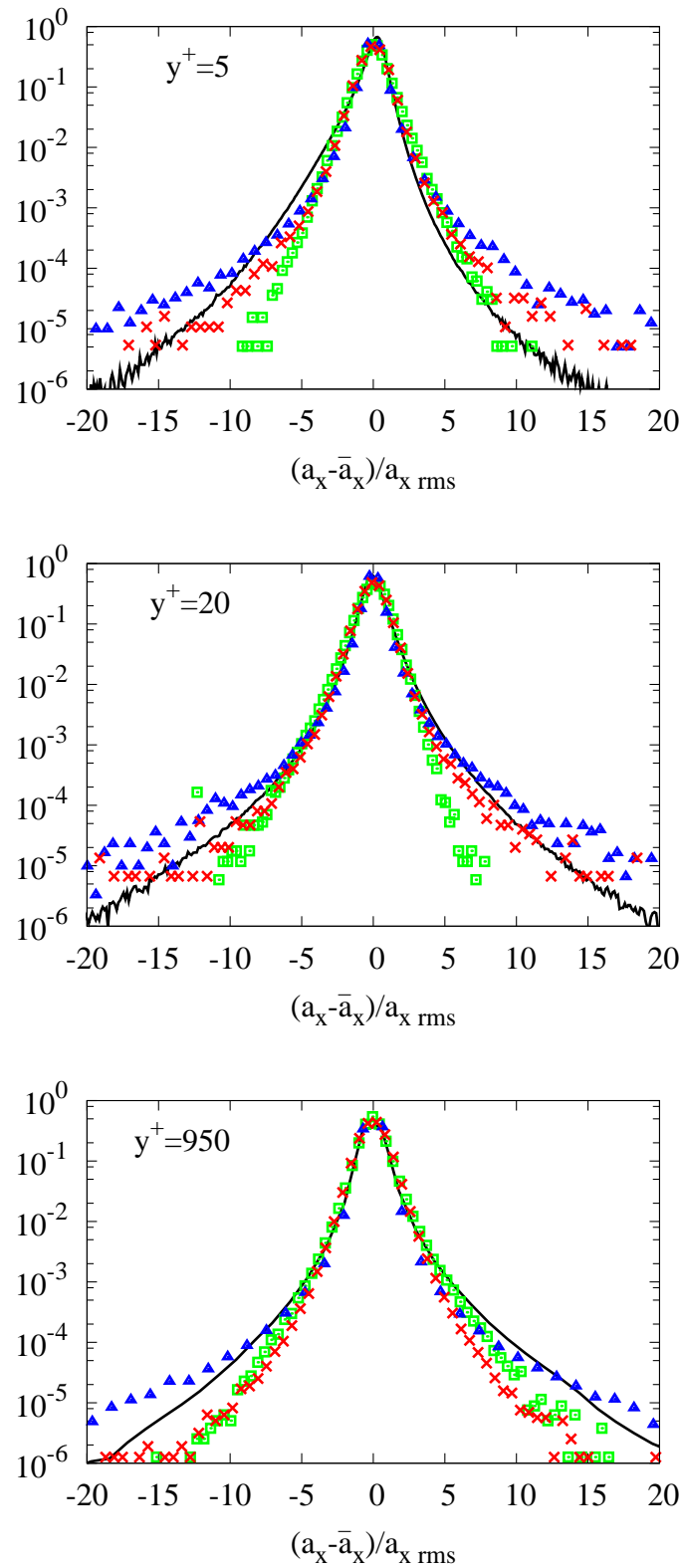


FIG. 4.27: Distribution statistique de la composante longitudinale de l'accélération pour trois distances à la paroi :  $y^+ = 5$ ,  $y^+ = 20$ ,  $y^+ = 950$ . Pour  $Re_+ = 1000$ . Carrés verts : LES ; triangles bleus : LES-SSAM1 ; croix rouges : LES-SSAM2 ; ligne : DNS.

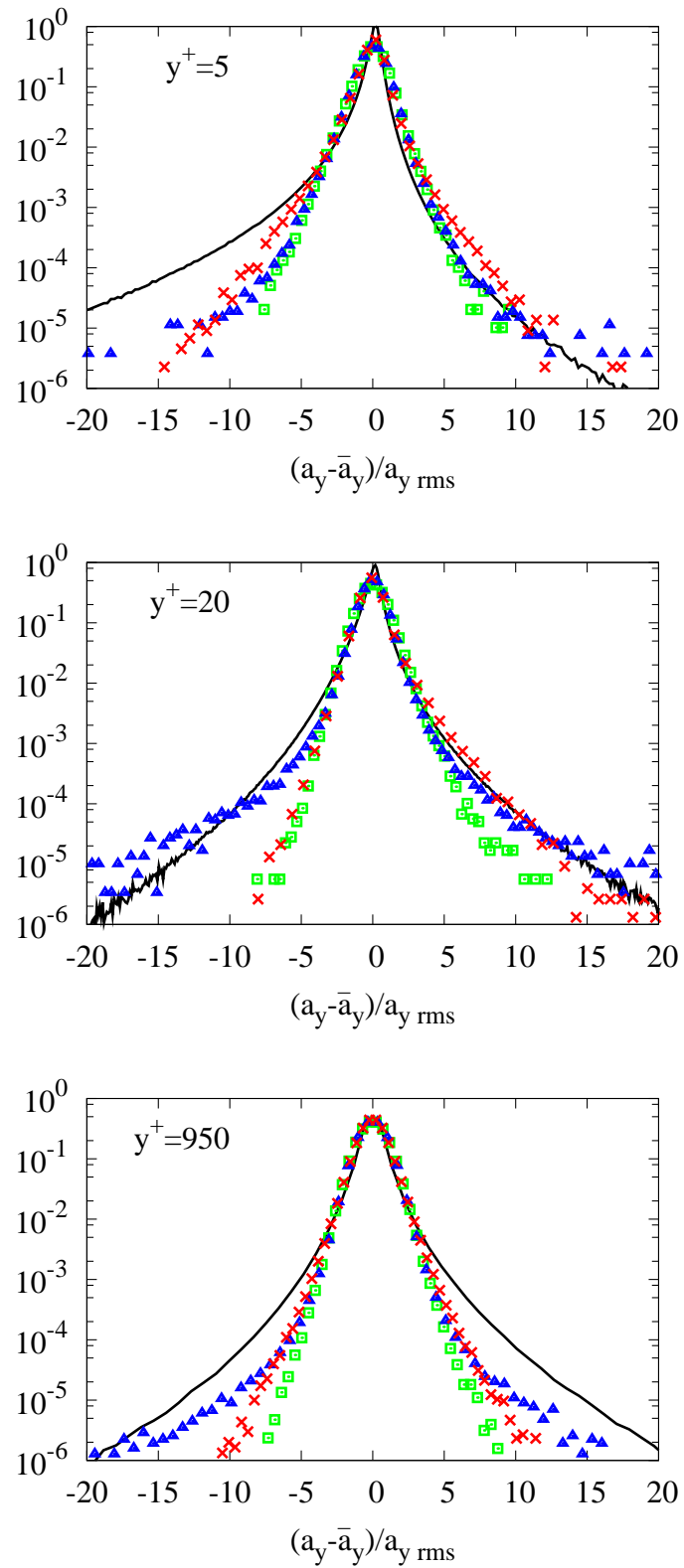


FIG. 4.28: Distribution statistique de la composante normale de l'accélération pour trois distances à la paroi :  $y^+ = 5$ ,  $y^+ = 20$ ,  $y^+ = 950$ . Pour  $Re_+ = 1000$ . Carrés verts : LES ; triangles bleus : LES-SSAM1 ; croix rouges : LES-SSAM2 ; ligne : DNS.

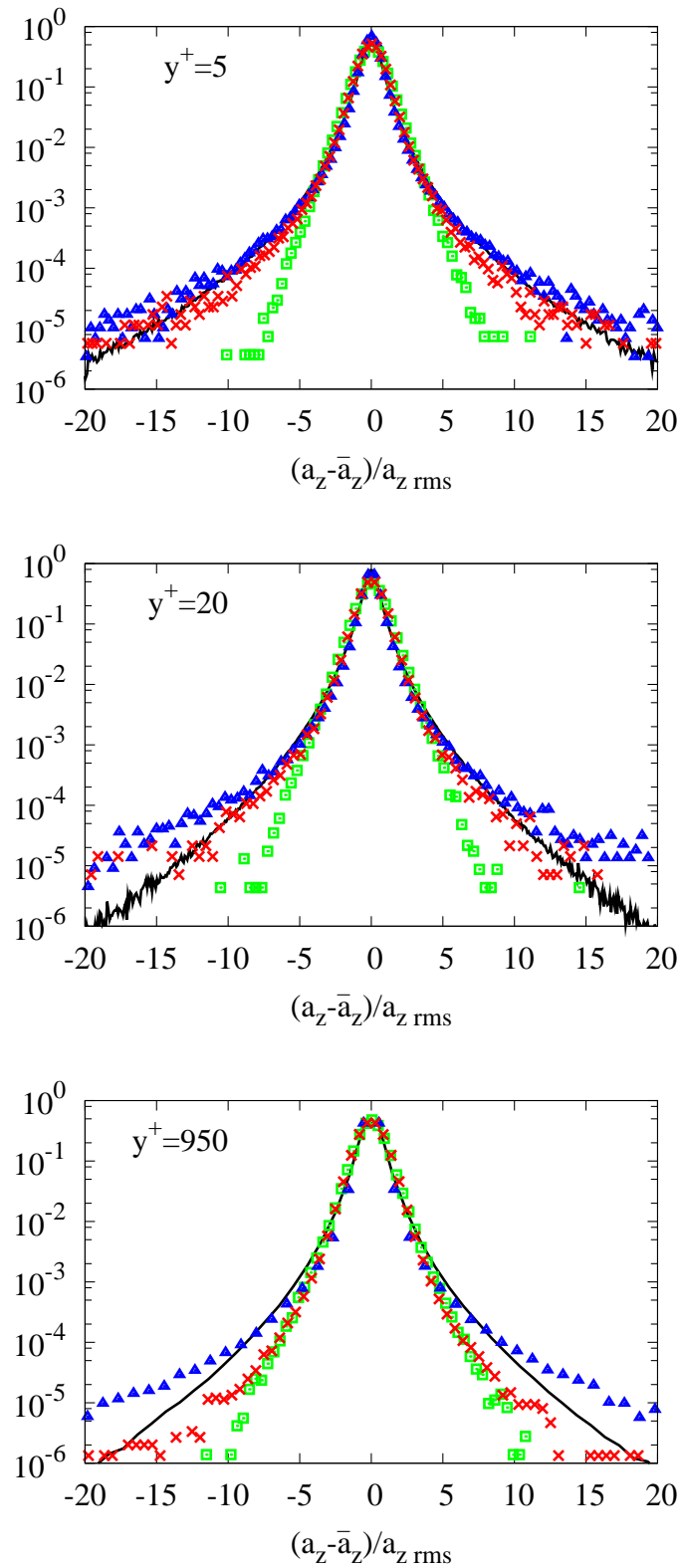


FIG. 4.29: Distribution statistique de la composante transversale de l'accélération pour trois distances à la paroi :  $y^+ = 5$ ,  $y^+ = 20$ ,  $y^+ = 950$ . Pour  $Re_+ = 1000$ . Carrés verts : LES ; triangles bleus : LES-SSAM1 ; croix rouges : LES-SSAM2 ; ligne : DNS.

loi de puissance. En effet, on sait qu'il y a deux universalités distinctes dans l'évolution de l'équation stochastique 3.6. La première est lognormale, ensuite la distribution évolue vers une loi de puissance [57]. Ainsi, puisqu'on impose une distribution lognormale à la paroi, la PDF de la norme de l'accélération de sous-maille va évoluer directement vers une distribution en loi de puissance qui est plus large que la distribution lognormale du modèle utilisé pour la LES-SSAM2.

On remarque enfin que l'accord entre les distributions de l'accélération de la LES-SSAM et celle de la DNS varie d'une composante à l'autre. Pour la composante transversale, un très bon accord est obtenu (figure 4.29), alors qu'en proche paroi pour la composante normale l'accord est bien moins satisfaisant (figure 4.28). Ceci peut être directement relié à l'indépendance supposée entre norme et orientation. En effet, dans la section 2.2.3, on a montré que la norme et l'orientation devenaient réellement indépendantes que pour  $y^+ > 30$ . Ainsi la prise en compte des corrélations norme-orientation en proche paroi permettrait certainement de mieux reproduire le comportement de la composante normale de l'accélération.

Sur la figure 4.30 on compare l'autocorrélation dans la direction longitudinale de la norme de l'accélération. On constate que l'évolution de l'autocorrélation est bien plus proche de la DNS avec la LES-SSAM qu'avec la LES. Cela indique que les structures du champ d'accélération doivent être plus fines et plus en accord avec la DNS.

### Incréments de vitesse

On a vu, avec les PDF de l'accélération, que la LES-SSAM semblait être à même de reproduire les effets de l'intermittence aux petites échelles. Cependant, pour pouvoir conclure sur le caractère intermittent des fluctuations du champ vitesse obtenu par LES-SSAM, on s'intéresse à l'évolution de la flatness des incréments de vitesse avec l'échelle de séparation. En effet, d'après [34, 48] l'augmentation de la flatness lorsque l'échelle diminue est une mesure efficace de l'intermittence.

Premièrement, on s'intéresse aux incréments spatiaux du champ de vitesse. La flatness des incréments de vitesse  $F(r)$  est calculée à partir des fonctions de structure spatiales de la vitesse d'ordre  $q$  :

$$S_q(\mathbf{r}) = \langle (\delta_{\mathbf{r}}\mathbf{u})^q \rangle \quad (4.49)$$

$$F(\mathbf{r}) = \frac{S_4(\mathbf{r})}{S_2(\mathbf{r})^2} \quad (4.50)$$

avec  $\delta_{\mathbf{r}}\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t) - \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ . La figure 4.31 présente la comparaison de la flatness calculée à partir de la fonction de structure longitudinale de la vitesse normale pour  $Re_+ = 1000$  à  $y^+ = 75$ . On constate, que pour la LES et la LES-SSAM, la flatness des incréments est proche de celle du champ DNS. Cependant, puisque le maillage utilisé pour la LES-SSAM et la LES est très lâche, la flatness des incréments reste de l'ordre de 3 (qui est la valeur pour un champ gaussien) et ne présente pas la forte augmentation des petites échelles prédite avec la DNS.

En revanche, bien que les dimensions du maillage soient largement supérieures à l'échelle de Kolmogorov, pour des raisons de stabilité numérique, le pas de temps de la simulation numérique est inférieur au temps dissipatif de Kolmogorov (voir tableau 4.2).

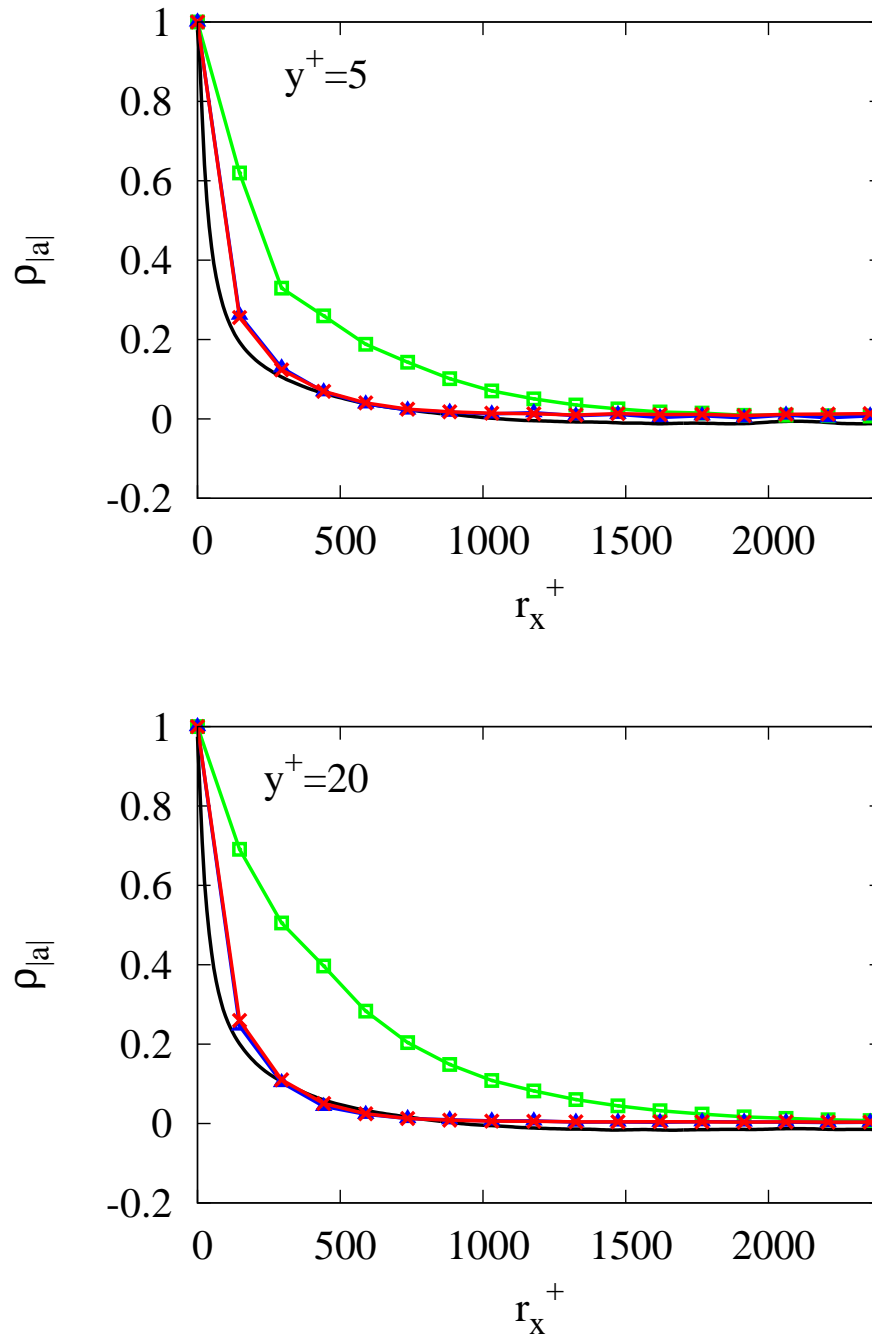


FIG. 4.30: Autocorrélation de la norme de l'accélération en proche paroi ( $y^+ = 5$  et  $y^+ = 20$ ). Pour  $Re_+ = 1000$ . Carrés verts : LES ; triangles bleus : LES-SSAM1 ; croix rouges : LES-SSAM2 ; ligne : DNS.



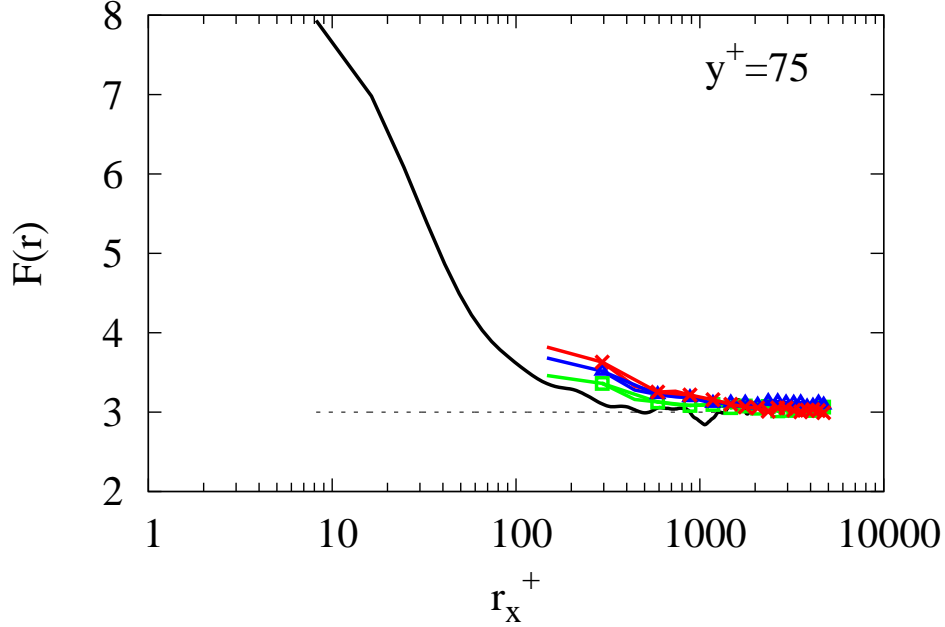


FIG. 4.31: Évolution de la flatness des incréments longitudinaux de la vitesse normale avec l'échelle spatiale à  $y^+ = 75$  et  $Re_+ = 1000$ . Ligne verte : LES ; ligne bleu : LES-SSAM1 ; ligne rouge : LES-SSAM2 ; ligne noire : DNS.

Il est ainsi possible d'avoir accès aux petites échelles temporelles de l'écoulement. On s'intéresse alors aux incréments temporels de la vitesse à une position fixe. Le flatness  $F(t)$  est calculée à partir de la fonction de structure temporelle eulérienne :

$$S_q(t) = \langle (\delta_t \mathbf{u})^q \rangle \quad (4.51)$$

$$F(t) = \frac{S_4(t)}{S_2(t)^2} \quad (4.52)$$

avec  $\delta_t \mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t' + t) - \mathbf{u}(\mathbf{x}, t')$ . Sur la figure 4.32, la comparaison pour la flatness des incréments temporels de la vitesse normale à  $y^+ = 75$  et  $Re_+ = 1000$  est présentée. On voit que pour la LES le champ de vitesse reste proche du champ gaussien à toutes les échelles, alors que la LES-SSAM (on n'a ici que les données pour la LES-SSAM1) présente une augmentation de la flatness avec la diminution de l'échelle temporelle similaire à celle de la DNS. On peut ainsi conclure d'après cette figure que l'approche LES-SSAM, contrairement à la LES, peut reproduire correctement l'intermittence liée aux petites échelles.

### Influence du modèle de viscosité turbulente

Afin d'étudier l'influence du modèle de viscosité turbulente utilisé, on présente quelques comparaisons entre la LES-SSAM et la LES utilisant toutes deux l'amélioration du modèle de Smagorinsky pour les écoulements cisailés [101]. Les simulations avec ce modèle de viscosité turbulente ont été réalisées pour  $Re_+ = 1000$  et avec le maillage le plus lâche ( $64 \times 65 \times 64$ ). Les résolutions sont les mêmes que celles données

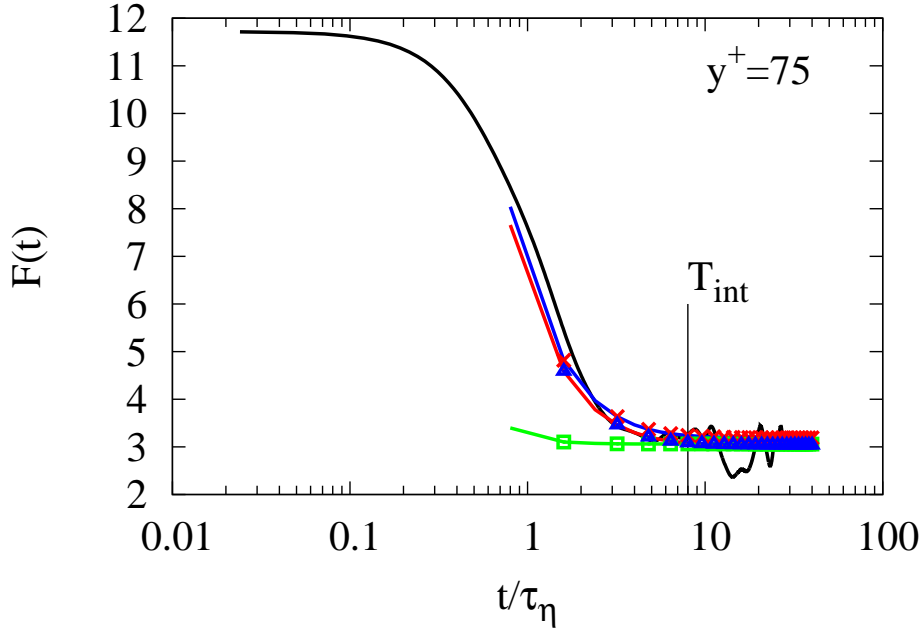


FIG. 4.32: Évolution de la flatness des incréments temporels de la vitesse normale avec l'échelle temporelle à  $y^+ = 75$  et  $Re_+ = 1000$ .  $T_{int}$  est l'échelle intégrale de la vitesse estimée par la DNS. Ligne verte : LES ; ligne bleu : LES-SSAM1 ; ligne noire : DNS.

dans le tableau 4.2 pour un nombre de Reynolds et un nombre de mailles équivalent. On ne présente que la LES-SSAM utilisant le modèle SSAM2.

Sur la figure 4.33 on compare le profil de vitesse moyenne. On constate, comme dans le paragraphe 4.3.2 qu'avec une résolution très lâche, la LES avec le modèle Smagorinsky amélioré surestime la vitesse moyenne (comme avec les modèle de Smagorinsky classique ou dynamique). On voit sur sur la figure 4.33 que la prise en compte de l'accélération non-résolue avec notre modèle stochastique permet d'améliorer de façon importante l'estimation de la vitesse moyenne.

La figure 4.34 présente la comparaison entre la LES et la LES-SSAM2 pour les distributions de la composante transversale de l'accélération. On peut constater qu'avec l'ajout du modèle stochastique les distributions de l'accélération sont plus larges et plus proches de la DNS. Il faut également remarquer que les queues des distributions pour la LES avec le modèle [101] sont très similaires à celles de la LES avec le modèle de Smagorinsky classique et une résolution identique (ces distributions ont été vues sur la figure 4.29).

On peut noter que sur les autres statistiques (écart type de la vitesse, spectres, auto-correlation...), on retrouve également les mêmes améliorations que celles observées plus haut. Enfin, on a comparé également la LES-SSAM et la LES en l'utilisant le modèle de Smagorinsky dynamique. Avec ce modèle de viscosité turbulente, le comportement de la LES-SSAM reste similaire. Il semble ainsi que la prise en compte de l'accélération de sous-maille se révèle être nécessaire quelque soit la modélisation de la viscosité turbulente utilisée, du moins pour des résolutions très médiocres ou des nombres de

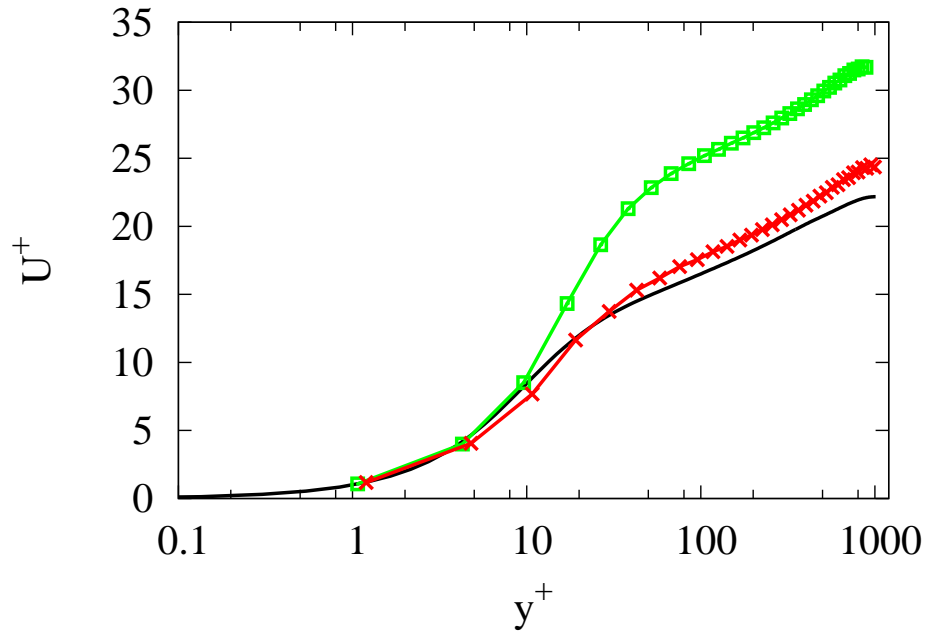


FIG. 4.33: Profil de vitesse moyenne pour  $Re_+ = 1000$  avec le modèle de viscosité turbulente de [101]. Carrés verts : LES ; croix rouges : LES-SSAM2 ; ligne : DNS.

Reynolds importants.

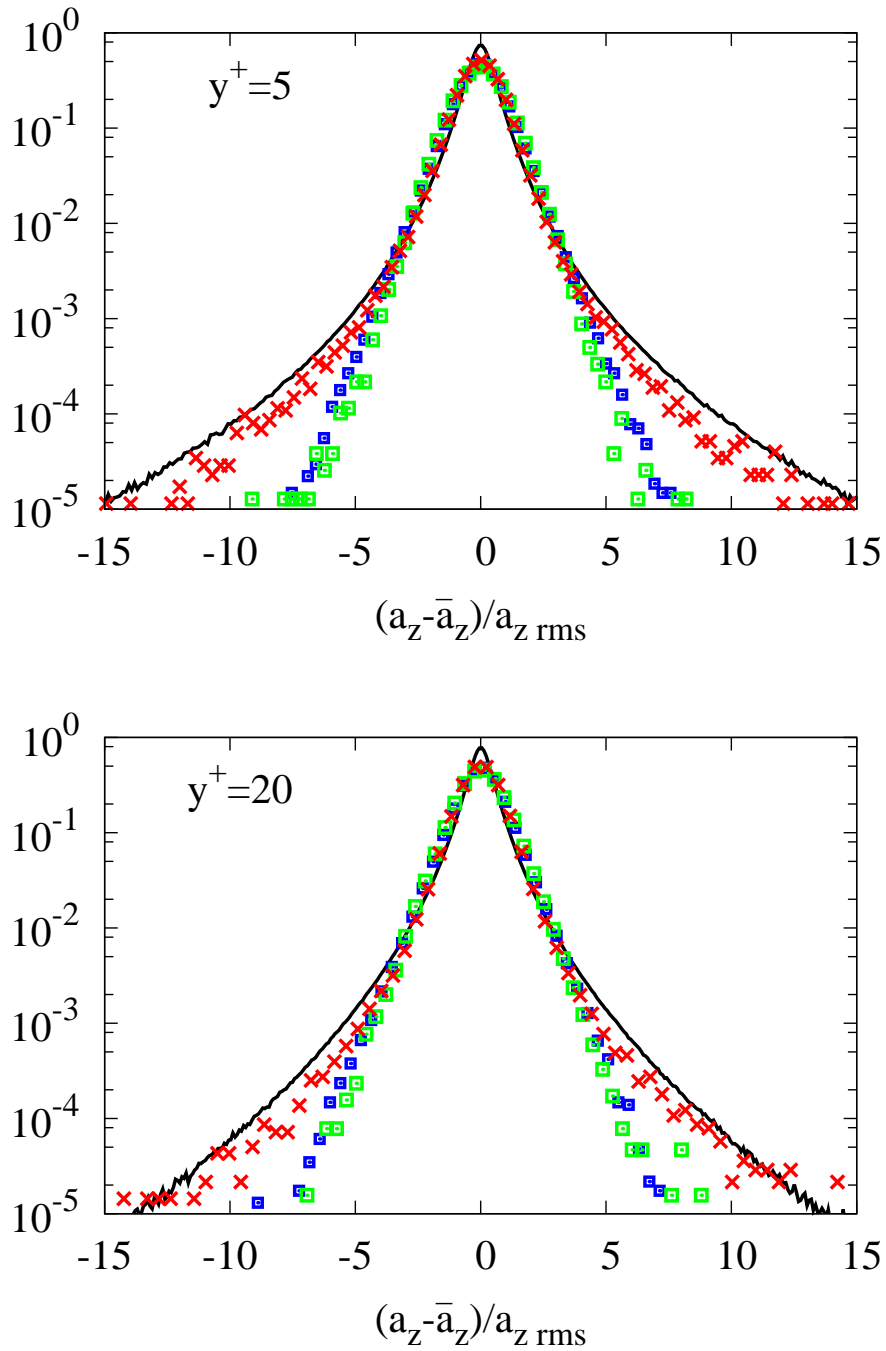


FIG. 4.34: Distribution statistique de la composante transversale de l'accélération pour deux distances à la paroi :  $y^+ = 5$  et  $y^+ = 20$ . Pour  $Re_+ = 1000$ . Carrés verts : LES avec viscosité turbulente de [101] ; croix rouges : LES-SSAM2 avec viscosité turbulente de [101] ; ligne : DNS ; carrés bleus : LES avec Smagorinsky classique.

## 4.4 Conclusion

Pour simuler un écoulement à grand nombre de Reynolds dans un canal, l'accélération instantanée a été décomposée en une partie filtrée et une partie sous-maille. Ces deux composantes ont été modélisées par la LES couplée à un modèle stochastique de l'accélération résiduelle. Dans le cadre de la LES-SSAM, nous avons proposé, et testé, de nouveaux modèles de sous-maille pour l'accélération. L'objectif de ces modèles est d'introduire les effets de l'intermittence de l'écoulement aux petites échelles dans des simulations sous-résolues en insistant sur les fortes corrélations présentes à travers le canal.

Les résultats de l'approche LES-SSAM ont été comparés avec ceux de la DNS et de la LES. Ces comparaisons ont montré l'avantage de la LES-SSAM à mieux prédire les résultats de la DNS : (i) la moyenne et la variance de la vitesse ainsi que les contraintes visqueuses et turbulentes sont améliorées ; (ii) la résolution des petites échelles du spectre d'énergie est plus proche de la DNS ; (iii) les queues étirées des PDF de l'accélération sont en accord avec la DNS.

En plus de l'intérêt fondamental lié à l'étude de l'intermittence et des corrélations à longue portée des écoulements de paroi, l'approche LES-SSAM présente un avantage pratique lorsque les phénomènes physiques étudiés sont liés aux échelles de sous-maille. Ce sont par exemple le mélange de scalaires, la combustion turbulente, la dispersion, l'atomisation, la vaporisation ou la cavitation. Dans ces cas, les simulations pour de grands nombres de Reynolds justifient l'utilisation de modèles de sous-mailles permettant de rendre compte de l'intermittence sur le champ résolu.

Le développement ultérieur de cette approche est associé à de nombreuses interrogations concernant les géométries plus complexes, les corrélations entre norme et orientation de l'accélération, les couplages entre les champs de vitesse et d'accélération, la structure du champ d'accélération en proche paroi. Malgré ces questions, l'approche introduite dans [139] pour la THI, et utilisée ici avec nos modèles pour l'écoulement de canal, est simple et devrait pouvoir s'adapter à n'importe quel code de calcul LES sans introduire de consommation supplémentaire de ressources informatiques.

# 5 Particules inertiennes : Analyse par DNS et application de la LES-SSAM

Après avoir étudié l'accélération totale de la phase fluide, on s'intéresse à la dynamique des particules ayant une densité différente de la phase porteuse. On étudie le cas des particules de petites dimensions dont la masse volumique est supérieure à celle du fluide. Les applications s'étendent du transport de polluants dans l'atmosphère à la combustion de gouttelettes.

Du fait de leur inertie, mesurée par le nombre de Stokes, les particules présentent des trajectoires différentes des traceurs fluides et se répartissent de façon inhomogène dans l'écoulement. Les particules denses sont éjectées des zones de forte rotation [138]. La réponse des particules aux structures de l'écoulement et la ségrégation qui en suit dépend du nombre de Stokes.

Le plan de cette partie est le suivant. Après avoir présenté la méthode numérique utilisée pour suivre les trajectoires des particules inertiennes, on étudie, par DNS, le comportement des particules advectées par l'écoulement turbulent pleinement développé dans un canal. Ensuite, on compare les statistiques relatives à la dynamique des particules obtenues lorsque la phase fluide est simulée par DNS, par LES et par la méthode LES-SSAM utilisant les modèles présentés auparavant (sections 3.2.1 et 3.3.3).

## 5.1 Description du problème

Dans ce paragraphe, on présente la méthode utilisée pour déterminer les trajectoires des particules. On s'intéresse à l'évolution d'une faible concentration en particules, permettant ainsi de négliger les interactions entre particules. Les particules sont supposées être de dimensions bien inférieures à la plus petite échelle de l'écoulement, ainsi on considère que les particules sont des points matériels et l'action des particules sur la phase porteuse sera négligée. On considère également que la masse volumique des particules est très supérieure à celle du fluide, ainsi on ne s'intéresse qu'à l'effet inertiel de la particule, c'est-à-dire que l'on ne prend en compte que la contribution de la trainée dans le bilan des forces de la particule, et que l'on néglige, entre autres le poids des particules, les effets de masse ajoutée dus à l'inertie de la phase porteuse, de même que les forces de Basset (qui dépendent de toute l'« histoire » de la particule) ou la rotation des particules et l'effet Magnus. Ainsi, le mouvement des particules solides peut être

représenté par l'équation différentielle ordinaire suivante :

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{u}_p}{dt} &= -\frac{1}{\tau_p} (\mathbf{u}_p - \mathbf{u}) f(Re_p) \\ \frac{d\mathbf{x}_p}{dt} &= \mathbf{u}_p\end{aligned}\tag{5.1}$$

où  $\mathbf{u}_p$  et  $\mathbf{x}_p$  désigne respectivement la vitesse et la position de la particule et  $\mathbf{u}$  est la vitesse de la phase porteuse à la position de la particule. Les effets de l'inertie sont caractérisés par le nombre de Stokes :

$$St = \frac{\tau_p}{t_*} = \tau_p^+\tag{5.2}$$

avec  $\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\rho\nu}$  le temps de réponse inertiel de la particule et  $t_* = \nu/u_*^2$  l'échelle de temps visqueuse dans le canal.  $d_p$  et  $\rho_p$  sont, respectivement, le diamètre et la masse volumique de la particule. L'action du fluide sur la particule, modélisée par la force de traînée, prend en compte le terme de correction proposé par [38] :  $f(Re_p) = 1 + 0.15Re_p^{0.687}$ ,  $Re_p = (d_p|\mathbf{u}_p - \mathbf{u}|)/\nu$  est un nombre de Reynolds local basé sur la vitesse relative de la particule, son diamètre  $d_p$  et la viscosité cinématique du fluide.

L'équation différentielle 5.1, décrivant la trajectoire des particules, est intégrée avec le schéma d'Adams-Bashford. La vitesse du fluide à la position de la particule est estimée par une interpolation hermitienne de la vitesse résolue aux points du maillage voisins, le champ de vitesse étant calculé comme dans le paragraphe 4.3.1. La position initiale de la particule est tirée aléatoirement dans tout le domaine de calcul et la vitesse initiale des particules est fixée comme étant la vitesse du fluide à la position de la particule. Il faut noter que les particules sont injectées dans un écoulement complètement développé.

Les rebonds des particules sur les parois du canal sont traités comme des chocs élastiques, et puisque la paroi est considérée comme parfaitement lisse, lors d'un choc, la particule conservera sa quantité de mouvement longitudinale et transversale alors que la vitesse normale changera de signe.

On constate, d'après les équations 5.1 et 5.2 qu'en plus du nombre de Reynolds de l'écoulement, il y a deux paramètres indépendants contrôlant la dynamique des particules : le rapport des masses volumiques entre la particule et le fluide  $\rho_p/\rho$  et le diamètre des particules. Dans l'étude présentée ici on a considéré des nombres de Stokes variant de  $St = 1$  à 125 pour un seul nombre de Reynolds et un seul rapport de masse volumique. Les paramètres des différents cas sont résumés dans le tableau 5.1. D'après [6], avec nos paramètres, la simulation de la phase dispersée est compatible avec l'approche lagrangienne de particules ponctuelles. Le rapport des masses volumiques a été fixé à  $\rho_p/\rho = 770$ . C'est la valeur choisie pour le cas test proposé par Marchioli et al. [106]. Vinkovic et al. [168] ont présenté une validation, pour  $Re_+ = 180$ , de l'algorithme de suivi des particules en comparant les résultats obtenus avec le cas test [106].

### Filtrage et calcul de l'accélération

L'interpolation de la vitesse à la position de la particule à partir de la vitesse résolue sur les points du maillage, introduit des erreurs numériques dans le calcul de nos signaux de vitesse des particules [35]. Ce bruit numérique étant d'amplitude relativement faible n'influence pas les statistiques de la vitesse. Il devient en revanche important lorsque

TAB. 5.1: Paramètres utilisés pour les différentes simulations des particules solides. ( $l_* = \nu/u_*$ )

$Re_+$	St	$d/l_*$	$\rho_p/\rho$
590	1	0.15	770
590	5	0.33	770
590	15	0.58	770
590	25	0.74	770
590	125	1.66	770

l'on s'intéresse aux statistiques liées aux petites échelles (comme l'accélération ou les incréments de vitesse pour de petits temps de séparation). Pour supprimer ce bruit, le signal de vitesse est filtré. Le filtrage est réalisé par la convolution du signal de vitesse avec un noyau gaussien  $g$  défini de la façon suivante :

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right) \quad (5.3)$$

où  $\sigma$  est la largeur du filtre.

L'accélération des particules est calculée en dérivant la vitesse des particules par rapport au temps. Le filtrage des hautes fréquences et la dérivée du signal de la vitesse peuvent être réalisés simultanément par la convolution avec le noyau  $k$  [113]. Ce noyau  $k$  est simplement obtenu en dérivant le noyau gaussien  $g$  une fois par rapport au temps :

$$k(t) = \frac{-1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \frac{\tau}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right) \quad (5.4)$$

En pratique, le temps est discret et l'opération de convolution est réalisée sur une fenêtre temporelle de taille finie. Ainsi les noyaux  $g$  ou  $k$  sont tronqués. Ceci nécessite l'introduction de constantes de normalisation dans ces noyaux.

L'échelle de coupure du filtre est choisie empiriquement de manière à ce que les statistiques de l'accélération lagrangienne en 1 point et 1 temps soient identiques aux statistiques de l'accélération eulérienne. Lorsque les trajectoires des particules sont échantillonnées tous les  $0.06t_*$ , et avec  $\sigma$  de l'ordre de  $t_*$  on trouve que la moyenne, l'écart type, la skewness et la flatness de l'accélération calculés de façon eulérienne ou lagrangienne coïncident.

## 5.2 Influence de l'écoulement de paroi sur la dynamique des particules

La dynamique des particules est gouvernée d'une part, par les interactions avec la turbulence, et d'autre part, par les collisions entre particules et les collisions des particules avec la paroi. On a fait le choix de considérer que les particules sont très diluées ce qui permet de négliger les interactions entre particules. L'effet des particules sur la phase porteuse est également négligé. Ainsi seules l'action du fluide sur les particules et les collisions avec la paroi entrent en jeu dans la dynamique des particules.



En raison de l'inertie de la particule, les fluctuations à haute fréquence de la vitesse du fluide de la phase porteuse sont filtrées. L'accélération d'une particule est différente de l'accélération de la particule fluide à la même position. Ainsi les trajectoires des particules solides et fluides divergent. De plus, le champ instantané de vitesse du fluide est fortement inhomogène : des zones de forte vorticité alternent avec des zones de fort cisaillement. Les particules peuvent s'accumuler, toujours du fait de l'inertie, dans les régions de fort cisaillement pour une période de temps plus ou moins longue. Cet effet est appelé concentration préférentielle [162].

Pour la concentration préférentielle, il existe deux tendances dans la réponse des particules à la turbulence. Les particules ayant un très faible nombre de Stokes se comportent comme des traceurs fluides et ont tendance à envahir tout l'écoulement. Pour des nombres de Stokes très grands, les particules ne sont influenc  es que par une faible partie du spectre de la phase porteuse. Ainsi, les particules ont également tendance à être réparties de façon homogène dans l'écoulement et ne répondent pas aux structures cohérentes [6]. Entre ces deux limites, les particules plus denses que la phase porteuse ont tendance à se regrouper dans les zones domin  es par le cisaillement, alors que les particules plus légères, ou les bulles, ont tendance à se retrouver dans les régions de forte vorticité [6]. Les amas de particules seront donc très dépendants de la topologie des structures cohérentes et varieront d'un écoulement à l'autre. Dans les jets, par exemple, les anneaux de vorticité contribueront fortement à la ségrégation des particules [103], alors que pour la turbulence homogène et isotrope, c'est dans les structures dissipatives de petite taille résultant de l'étirement des vortex, que les particules denses se concentreront [6]. Toujours pour la THI, la répartition des particules est la plus inhomogène autour de  $St = 1$  (quand celui-ci est défini à partir de l'échelle de Kolmogorov) [6, 20]. Lorsque le nombre de Stokes devient important, du fait du temps de réponse de la particule bien plus important que le temps de vie des structures de l'écoulement, l'effet de la turbulence peut être vu comme une force aléatoire [6, 153]. Des exemples d'agglomérat de particules peuvent être vu dans [45, 157] pour la THI et dans [47, 105, 138] pour le canal.

L'effet de la concentration préférentielle sur les statistiques d'accélération en THI a été mis en évidence par Bec et al. [20]. A partir de leurs DNS, ils ont montré que, bien que pour de faibles nombres de Stokes l'accélération d'une particule inertielle soit presque identique à l'accélération du fluide à la position de la particule, les statistiques de l'accélération des particules diff  rent de l'accélération des traceurs fluides. La dynamique des particules solides est influenc  e par leurs séjours privilégiés dans les zones de faible vorticité. Ainsi, si les statistiques de l'accélération des traceurs fluides sont conditionn  es à la position des particules solides on trouve des statistiques quasiment identiques.

D'autre part, pour des nombres de Stokes importants, l'accélération de la particule est comparable à l'accélération d'une particule fluide dont la vitesse a été filtr  e [20], signifiant ainsi que l'effet de filtrage devient dominant par rapport aux effets de concentration préférentielle.

Il a été montré [3, 20], toujours en THI, qu'à mesure que le nombre de Stokes augmente, la variance de l'accélération des particules inertielles diminue et que leurs statistiques deviennent de plus en plus gaussiennes. On peut cependant remarquer que Qureshi et al. [136] ont mis en avant que les effets de taille finie des particules semblent

augmenter la largeur de la distribution de l'accélération des particules inertielles.

En canal, l'écoulement proche de la paroi est caractérisé par la présence de structures cohérentes à grande échelle. Ces structures sont essentiellement alignées avec la paroi, et sont composées d'une alternance de zones de faible vitesse et de grande vitesse. On se pose alors la question de savoir si dans le canal, la présence de structures turbulentes organisées près de la paroi et les collisions avec la paroi peuvent modifier le comportement des statistiques de l'accélération des particules. Ceci pouvant prendre une importance toute particulière si l'on considère des échanges thermiques entre particules et fluide, ou s'il s'agit d'une goutte se vaporisant ou présentant des réactions chimiques avec le milieu environnant.

Pour étudier le comportement des particules en présence des structures de paroi, on isolera le rôle des collisions avec les parois. Un autre aspect pouvant influencer sur la statistique de l'accélération est l'établissement du profil de concentration moyenne des particules dans le canal.

Cette partie est alors organisée de la façon suivante. Dans un premier temps, on montre que l'établissement du profil de concentration ne semble pas modifier les statistiques de l'accélération des particules inertielles. Ensuite, on s'intéresse à l'effet des collisions entre les particules et la paroi. Puis, on étudie comment l'organisation des structures turbulentes de paroi influence les statistiques de l'accélération des particules.

### 5.2.1 Etablissement du profil de la concentration moyenne

En THI, la concentration moyenne des particules est identique dans tout l'écoulement, car la probabilité qu'une structure apparaisse est indépendante de la position. Pour l'écoulement de canal, la concentration moyenne de particules dépend de la distance à la paroi, du fait de l'inhomogénéité de l'écoulement dans cette direction. Le mouvement vertical des particules peut être relié schématiquement aux balayages (« sweep ») qui amènent les particules près de la paroi, et aux éjections de fluide qui conduisent à l'évacuation des particules de la zone de proche paroi [105]. Les particules ont tendance à s'accumuler près de la paroi, car ces mécanismes ne sont pas symétriques, et les particules répondent mieux aux structures qui transportent les particules vers la paroi alors qu'elles ne sont sensibles qu'aux éjections extrêmes du fluide [118, 168]. La réponse des particules à ces structures dépend du nombre de Stokes [75, 76].

La concentration en particules près de la paroi est un processus qui demande un temps extrêmement long pour atteindre un état stationnaire. Partant d'une répartition des particules uniforme, la longueur nécessaire à l'établissement du profil de concentration serait supérieure à 1000 hauteurs de canal [106]. Le fait que la longueur d'établissement de la phase dispersée soit bien plus importante que la longueur d'établissement hydraulique, rend difficile l'étude, aussi bien numérique qu'expérimentale, d'un écoulement chargé en particules complètement développé. On peut d'ailleurs remarquer que vu la très grande distance d'établissement, dans la plupart des situations où le transport de particules intervient, la répartition normale à la paroi des particules n'est certainement pas établie.

La durée de nos simulations numériques, depuis l'instant où les particules ont été lâchées dans le canal, est d'environ  $1200t_*$ . Cette durée est bien trop courte pour es-

pérer avoir un profil de concentration stationnaire [106]. Ainsi, pour avoir une idée du stade de développement de la concentration, on présente sur la figure 5.1 l'évolution temporelle de la proportion de particules situées à  $y^+ \leq 1$ . A l'instant initial, le nombre de particules près de la paroi correspond à une distribution uniforme. Au début, le nombre de particules près de la paroi reste à peu près constant durant un temps de l'ordre de grandeur du nombre de Stokes. Puisqu'à l'instant initial, on a fixé la vitesse de la particule à la vitesse du fluide environnant, il est nécessaire d'attendre un temps équivalent au temps de relaxation de la particule pour que celle-ci acquière sa vitesse propre et oublie sa condition initiale. Ensuite, la concentration des particules près de la paroi augmente. Cette augmentation est très dépendante du nombre de Stokes, et semble présenter un maximum pour  $St \approx 15$ .

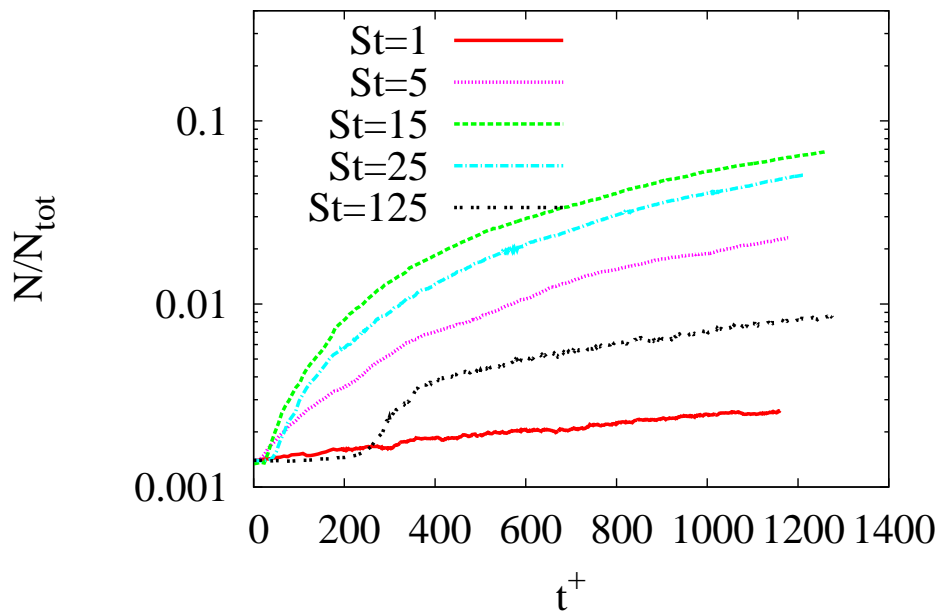


FIG. 5.1: Evolution avec le temps du nombre de particules situées à  $y^+ \leq 1$  de la paroi, pour  $Re_+ = 590$  et  $St = 1, 5, 15, 25$  et  $125$ .

Bien que la vitesse à laquelle évolue la concentration en proche paroi ne nous renseigne pas sur la valeur stationnaire, on peut supposer que plus l'augmentation est rapide plus le profil normal à la paroi de la concentration moyenne sera inhomogène. Pour illustrer, l'influence de nombre de Stokes sur la répartition normale à la paroi des particules, on présente sur la figure 5.2, le profil de concentration en particules en proche paroi pour les cinq nombres de Stokes, à  $t^+ = 1200$ . On constate sur cette figure un pic de concentration en proche paroi. De plus, les différences de concentration entre la paroi et le reste de l'écoulement sont les plus marquées autour de  $St = 15$ . Ces différences diminuent ensuite lorsque le nombre de Stokes augmente. Pour les nombres de Stokes de 1, 5 et 25, les profils de concentration sont qualitativement similaires à ceux de Marchioli et al. [106], cependant, la durée de leurs simulations numériques pour un nombre de Reynolds plus faible ( $Re_+ = 150$ ) est bien plus longue et leur a permis d'atteindre

une répartition stationnaire des particules, ce qui se traduit par une concentration de particules, en proche paroi, supérieure.

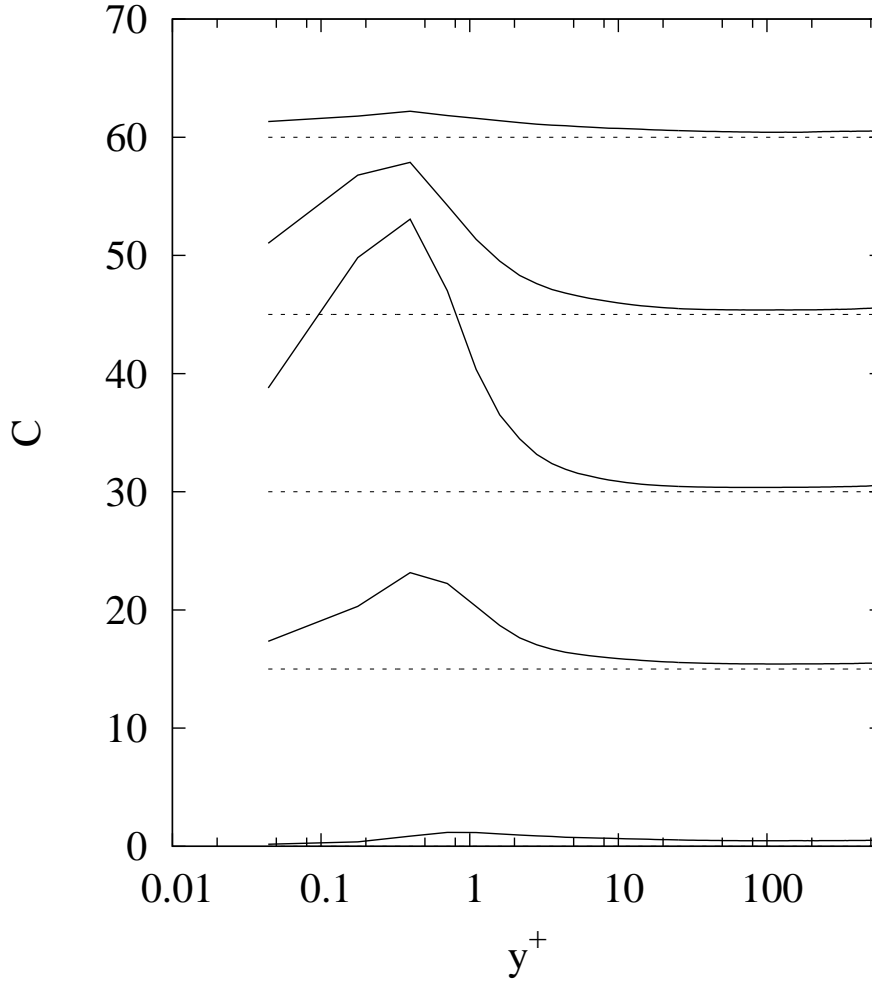


FIG. 5.2: Profil de la concentration moyenne de particule, pour  $Re_+ = 590$ ,  $t^+ = 1200$  et  $St = 1, 5, 15, 25$  et  $125$ , respectivement de bas en haut, décalé chaque fois de 15 unités.

En THI, il a été observé que la concentration préférentielle est maximale pour  $St = O(1)$  [6, 20]. Dans un écoulement de canal, il semble qu'il y ait un effet similaire, et que pour des nombres de Stokes importants, le temps de réponse de la particule devient trop important pour qu'elle suive les structures cohérentes de paroi, responsables de l'accumulation des particules en proche paroi. Cependant, pour l'écoulement de canal, le maximum de concentration préférentielle semble se produire autour de  $St = 15$ . La différence entre ces deux valeurs critiques du nombre de Stokes pour les deux écoulements est due à deux facteurs. D'une part, la définition du nombre de Stokes utilisée dans les deux écoulements est différente : pour le canal, on utilise un nombre de Stokes global (équation 5.2), le temps de réponse de la particule étant comparé à l'échelle de temps  $t_*$  liée aux paramètres de paroi. Pour la THI on compare le temps de la particule directement avec le temps de Kolmogorov. Dans le canal, pour  $Re_+ = 590$ ,

il y a un rapport 10 entre le temps de Kolmogorov à la paroi et au centre (on peut noter que le temps de Kolmogorov à la paroi est de l'ordre de  $t_*$ ). D'autre part, contrairement à la THI où la ségrégation des particules est provoquée par les structures de très petite taille, nées de l'étirement des vortex, dans le canal ce sont les structures cohérentes de paroi de dimension assez importante qui conduisent à l'accumulation des particules en proche paroi [105]. Ceci peut expliquer le fait que le nombre de Stokes pour lequel la ségrégation est maximale soit supérieur pour l'écoulement en canal que pour la THI.

Dans la suite, on s'intéresse aux statistiques des incréments de vitesse le long des trajectoires des particules :

$$\delta_\tau u_i = u_i(t + \tau) - u_i(t) \quad (5.5)$$

On regarde en particulier leur distribution de probabilité et les fonctions de structures lagrangiennes des particules. La fonction de structure d'ordre  $q$  pour la trajectoire de la particule se définit de la façon suivante :

$$S_q(\tau) = \langle (\delta_\tau u_i)^q \rangle_{y_0} \quad (5.6)$$

Du fait de la non-homogénéité de l'écoulement, il est nécessaire de bien préciser la définition de la moyenne utilisée.  $\langle \bullet \rangle_{y_0}$  correspond à la moyenne sur l'ensemble des particules se trouvant à une distance de la paroi  $y_0$  à l'instant  $t_0$  i.e.  $\langle u_i(t_0 + t) \rangle_{y_0} = \langle u_i(t_0 + t) | y(t_0) = y_0 \rangle$ . La moyenne définie de la sorte évoluera donc avec  $t$ , mais la taille de l'échantillon statistique sur lequel elle est calculée sera indépendant de  $t$  ne dépendant que de  $y_0$  (et de  $t_0$ ).

Puisqu'on a constaté que la durée de nos simulations n'était pas suffisante pour permettre à la répartition verticale des particules d'être établie, on se pose la question de savoir quel est l'effet de cette instationnarité sur les statistiques des incréments de vitesse. On a calculé les fonctions de structure pour différents intervalles temporels. Un grand intervalle de  $t^+ = 200$  à 1200 et quatre intervalles plus petits dont la durée est le quart du grand intervalle. Sur la figure 5.3, on présente, pour la fonction de structure d'ordre 2 des composantes transversale et normale, la comparaison entre ces cinq intervalles. D'après cette figure, on voit que les statistiques des incréments de vitesse ne semblent pas affectées par l'établissement du profil de concentration. On notera, tout de même que pour les temps de séparations importants, il y a une légère divergence, pouvant être expliquée par le fait que quand le temps de séparation atteint la taille de la fenêtre temporelle, le nombre d'échantillons n'est plus assez important pour assurer une convergence statistique satisfaisante. Des constatations similaires sont faites pour les autres composantes, d'autres distances de la paroi et les moments statistiques d'ordres plus élevés, mais ne sont pas présentées.

Ce constat peut paraître surprenant puisqu'il est *a priori* en contradiction avec les observations de [20]. Ces auteurs observent que l'accélération des particules est influencée par leur concentration préférentielle. Or pour l'écoulement de canal, en plus de se concentrer en proche paroi, les particules se répartissent de façon inhomogène dans les plans parallèles à la paroi [47, 105, 138]. Ainsi, puisque les statistiques des incréments de vitesses, pour des échelles suffisamment petites, sont indépendantes de l'état d'établissement du profil de concentration, on peut supposer qu'il y a deux échelles de temps très différentes pour les mécanismes conduisant à la ségrégation des particules. Il y a un mécanisme rapide qui conduit à la concentration préférentielle telle que décrite

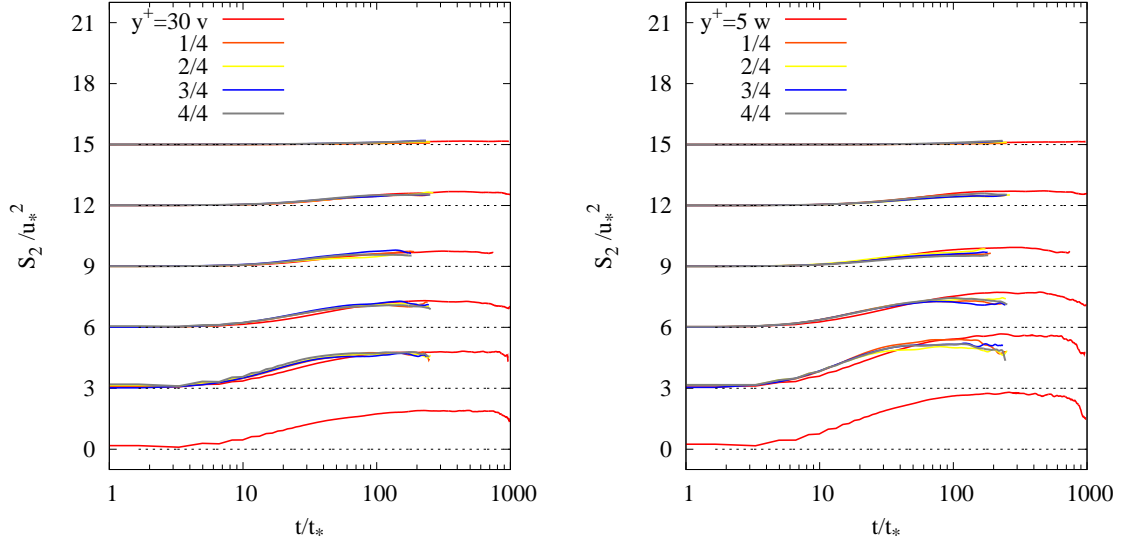


FIG. 5.3: Evolution, avec l'échelle, de la fonction de structure d'ordre 2 pour la composante normale (a) et transversale (b) à  $y_0^+ = 30$ , pour les particules fluides et pour  $St = 1, 5, 15, 25$  et  $125$  respectivement de bas en haut, décalé de 3 unités chaque fois.

en THI; et un second bien plus long, responsable de la migration des particules vers la paroi, et qui affecte la concentration moyenne des particules. Le premier mécanisme dépend du couplage entre le temps de vie des structures cohérentes et du temps de réponse des particules, alors que le second est lié à la dissymétrie qu'il existe entre les structures responsables du mouvement moyen descendant et les structures entraînant un mouvement ascendant.

Cette observation, nous amène à conclure qu'il existe une séparation d'échelle entre les phénomènes liés à la migration des particules vers la paroi et les interactions directes entre turbulence et particules.

## 5.2.2 Collisions avec la paroi

Lorsque des particules inertielles sont transportées près d'une paroi, elles peuvent entrer en collision avec celle-ci. Dans notre étude, on considère que la paroi est parfaitement lisse. Puisqu'on considère uniquement des chocs élastiques, seule la composante normale de quantité de mouvement de la particule est modifiée par l'impact, et sera à l'instant après la collision, l'opposée de celle à l'instant précédant la collision. La quantité de mouvement globalement échangée entre la phase dispersée et les parois lors des impacts dépend alors de la fréquence des collisions et de la quantité de mouvement des particules à l'instant de la collision.

On cherche à connaître quel peut être l'influence de ces collisions sur les statistiques des particules solides. Dans un premier temps, on a donc, caractérisé l'évolution des statistiques de collisions avec le nombre de Stokes.

### Importance des collisions

La fréquence de collision par unité de temps est définie de la façon suivante :

$$F_{col}^+ = \frac{N_{col}}{N_p T^+} \quad (5.7)$$

où  $N_{col}$  est le nombre de collisions observées durant le temps  $T$  ( $T^+ = T/t_*$ ) et  $N_p$  est le nombre de particules dans nos simulations.

Dans le tableau 5.2, les fréquences de collisions, ainsi que la vitesse verticale moyenne et l'écart type de la particule au moment de l'impact sont répertoriés. L'influence de l'établissement du profil de concentration des particules dans la direction normale à la paroi sur les statistiques des collisions a été vérifiée, en calculant ces statistiques sur différentes périodes correspondant à différents stades de l'établissement du profil de répartition normale des particules. Aucune différence notable n'a été observée entre ces différentes périodes.

TAB. 5.2: Statistiques liées aux collisions des particules inertielles avec la paroi.

St	$F_{col}^+$	$\langle v_{col} \rangle / u_*$	$v_{col,rms} / u_*$
1	$7.10^{-6}$	1.43	0.85
5	0.00014	0.41	0.41
15	0.0018	0.37	0.34
25	0.0032	0.41	0.34
125	0.0031	0.36	0.25

Le tableau 5.2 montre que la fréquence des collisions varie fortement de  $St = 1$  à 15, alors qu'elle varie faiblement de  $St = 15$  à 125.

On a vu dans le paragraphe précédent que le nombre de particules proches de la paroi dépend fortement du nombre de Stokes, et il paraît logique que la concentration en particules dans la zone de très proche paroi influence fortement la fréquence de collision. Ainsi, la forte influence du nombre de Stokes, pour  $St < 15$ , sur la fréquence de collision peut être reliée à l'augmentation du nombre de particules près de la paroi (voir figure 5.2).

Lorsque le nombre de Stokes devient important, la concentration des particules devient plus uniforme, ce qui devrait avoir pour effet de diminuer d'autant la probabilité des collisions. Cependant, plus la particule est inertielle plus elle traversera la sous-couche visqueuse sans être déviée ce qui a pour effet de favoriser le nombre de collisions. Ceci permet d'expliquer pourquoi la fréquence de collision demeure si élevée pour  $St = 125$ , alors même que le nombre de particules en proche paroi est bien moindre.

La vitesse verticale moyenne de la particule lors de l'impact avec la paroi est importante pour  $St = 1$ , puis devient plus faible et reste quasiment constante pour  $St = 5$  à 125. L'écart type de la vitesse de collision diminue faiblement avec le nombre de Stokes.

### Influence des collisions sur les fonctions de structure

On s'attend alors à ce que les impacts avec la paroi des particules très inertielles influencent fortement les statistiques de leurs incréments de vitesse. D'une part, car le

taux de collision devient important et d'autre part, car les fluctuations de vitesse le long de la trajectoire de la particule sont très faibles par rapport à sa vitesse moyenne. Pour détailler notre propos, on considère l'incrément de la vitesse normale à la paroi de la particule pour un temps de décalage élémentaire  $dt$  :

$$\begin{aligned}\delta_{dt}v_p &= v_p(t + dt) - v_p(t) \\ &= \frac{dv_p}{dt}dt\end{aligned}\quad (5.8)$$

Maintenant, si on suppose que la particule a heurté la paroi entre  $t$  et  $t + dt$ , alors, puisqu'il s'agit d'un choc élastique, le signe de la vitesse normale a changé. Ainsi en cas de collision avec la paroi l'équation 5.8 devient :

$$\begin{aligned}\delta_{dt}v_p &= v_p(t + dt) - v_p(t) \\ &= -2v_p(t)\end{aligned}\quad (5.9)$$

Lorsque la particule entre en collision avec la paroi, la paroi exerce une force sur la particule. Puisqu'on considère des collisions élastiques, cette force est directement proportionnelle à la quantité de mouvement verticale de la particule à l'instant de l'impact. De plus, cette force aura une influence sur la dynamique de la particule d'autant plus importante que l'action de l'écoulement sur la particule ( $\frac{dv_p}{dt}$ ) est faible. Les fluctuations caractéristiques de la vitesse de la particule décroissent de façon importante avec le nombre de Stokes (voir la figure 5.3 par exemple), et sur le tableau 5.2, on voit que la vitesse de collision semble indépendante du nombre de Stokes, ce qui entraîne que  $v_p \gg \frac{dv_p}{dt}dt$ , lorsque le Stokes est important et en absence de collisions. Ceci est illustré sur la figure 5.4 par la trajectoire d'une particule à  $St = 125$  heurtant la paroi. On peut voir que les fluctuations de vitesse le long de la trajectoire de cette particule sont relativement faibles par rapport au changement de la vitesse normale induit par l'impact avec la paroi.

Pour mettre clairement en évidence l'effet statistique des collisions sur les trajectoires des particules, on compare les fonctions de structure des particules calculées sur deux ensembles de trajectoires différents. Le premier calcul correspond à l'équation 5.6, alors que pour le deuxième, la moyenne dans l'équation 5.6 est conditionnée aux trajectoires ne présentant pas de collisions. La comparaison de ces deux calculs est montrée, pour les cinq nombres de Stokes et pour des particules fluides, sur la figure 5.5(a) pour la skewness des incréments de vitesse des particules ( $S_3/S_2^{3/2}$ ) et sur la figure 5.5(b) pour leur flatness ( $S_4/S_2^2$ ). La différence est clairement visible lorsque le nombre de Stokes devient important ( $St > 15$ ). Si l'on considère toutes les trajectoires, on obtient une skewness positive et très importante, alors que si les particules heurtant la paroi sont exclues, la skewness devient nulle, ce qui rend flagrante l'asymétrie induite par la paroi. Ici, la skewness est positive, car l'axe des  $y$  étant orienté vers le centre du canal, la vitesse verticale doit être négative pour que la particule heurte la paroi, ce qui donne, d'après l'équation 5.9,  $\delta_{dt}v_p$  positif.

Les différences observées pour la flatness nous indiquent que, quand le nombre de Stokes est important, le changement brusque de la vitesse normale provoqué par la collision est très important par rapport aux fluctuations de la vitesse sur le reste de la trajectoire. On constate également que l'influence de la collision sur les statistiques se répercute jusqu'à des échelles très importantes, alors même que la collision est intrinsèquement un phénomène instantané. On voit effectivement sur la figure 5.5(b) que



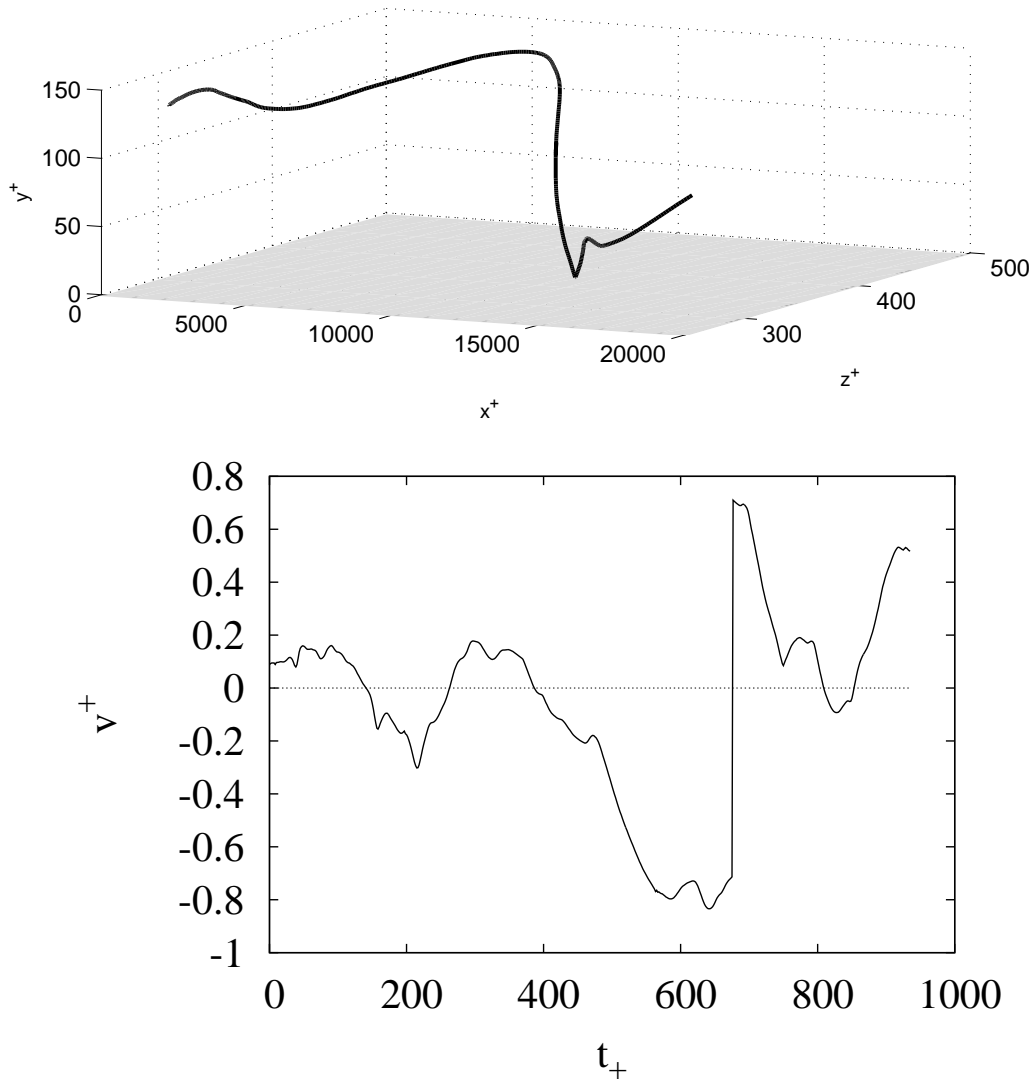


FIG. 5.4: (a) Trajectoire d'une particule heurtant la paroi, pour  $St = 125$  et  $Re_+ = 590$ . (b) Signal temporel de la composante normale de la vitesse associé à cette trajectoire.

la flatness redevient égale à 3 (symbolisé par la ligne en pointillés fins) pour un temps adimensionnalisé égal au nombre de Stokes. Du fait de l'inertie de la particule, l'impact (la force exercée par la paroi) est ressenti pendant un temps de l'ordre du temps de relaxation de la particule.

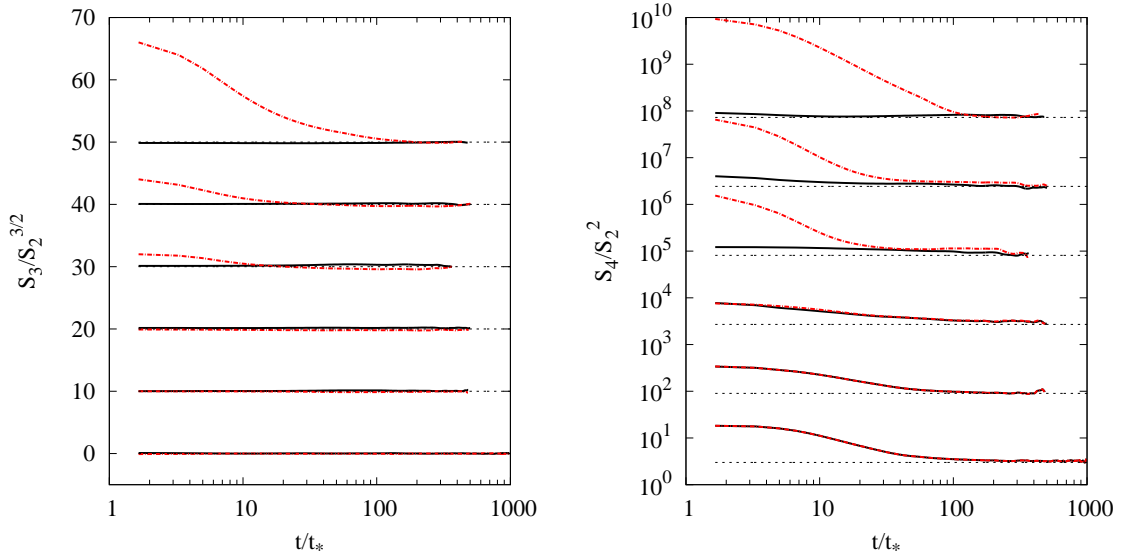


FIG. 5.5: Evolution, avec l'échelle, de la skewness (a) et de la flatness (b) des incréments de vitesse des particules le long des trajectoires. Ligne : trajectoires sans collision, en pointillés : l'ensemble des trajectoires. Pour  $Re_+ = 590$ ,  $y_0^+ = 30$ . Pour les particules fluides et les particules solides avec  $St = 1, 5, 15, 25$  et  $125$  respectivement de bas en haut, décalé, chaque fois de 30 unités pour la skewness et 100 pour la flatness.

Il faut noter, que la variance des incréments de vitesse (figure 5.3) n'est pas influencée par la prise en compte, ou non, des collisions. Sur la figure 5.5, on a montré l'influence des collisions sur les moments d'ordre 3 et 4 des incréments de vitesse le long des trajectoires partant de  $y_0^+ = 30$ , mais il faut remarquer que pour des  $y_0$  différents les résultats sont très similaires, les différences venant de la proportion différente de particules partant de  $y_0$  et allant heurter la paroi.

En résumé, lorsque le nombre de Stokes augmente, l'influence des collisions sur les statistiques des incréments de la vitesse normale est de plus en plus importante. Ceci est d'autant plus vrai que la fréquence de collision reste importante, et conduit à une dynamique très intermittente des particules inertielles, au moins dans la direction normale à la paroi.

### 5.2.3 Analyse de l'influence des structures de paroi

Dans cette section, on cherche à étudier comment les structures cohérentes de l'écoulement combinées avec les effets inertiels de la particule peuvent influencer la dynamique des particules.

On considère les statistiques le long des trajectoires des particules. Et puisqu'on souhaite isoler l'effet de la turbulence de l'effet des collisions avec la paroi, les statistiques des incréments seront calculées sur l'ensemble des trajectoires ne présentant pas de collision.

On s'intéresse dans un premier temps à la variance de l'accélération

On compare sur les figures 5.6, 5.7 et 5.8, le profil de la variance de l'accélération pour les différents nombres de Stokes et pour les trois composantes. On considère l'accélération de la particule et l'accélération du fluide à la position des particules.

On voit sur les figures 5.6a, 5.7a et 5.8a que lorsque l'inertie augmente la variance de l'accélération de la particule devient plus faible que la variance de l'accélération des traceurs fluides, jusqu'à devenir extrêmement faible pour  $St = 125$ . Il faut noter une exception notable pour  $St \approx 5$  : la variance dans la direction longitudinale (figure 5.6a) devient plus forte en proche paroi ( $y^+ < 50$ ) que pour les particules fluides. Pour  $St = 5$ , l'inertie de la particule est suffisamment faible pour que celle-ci réponde aux sollicitations du fluide. Ce comportement est dû à une combinaison des effets de concentration préférentielle et de l'organisation particulière des structures cohérentes longitudinales de proche paroi. Les particules denses sont éjectées des régions de forte rotation. Or en proche paroi, il y a une alternance entre des poches tourbillonnaires de fluide rapide (« high speed streaks ») et de fluide lent (« low speed streaks »). Ainsi, pour  $St \approx 5$ , la particule se trouve piégée entre ces deux types de structures et est donc fréquemment accélérée et décélérée, et ceci se manifeste par une variance plus intense que pour les particules fluides.

Le piégeage des particules solides dans ces régions où de fortes accélérations alternent avec de fortes décélérations est confirmé pour les autres  $St$  ( $St = 15, 25$  et  $125$ ) par les profils d'accélération longitudinale du fluide vu par les particules (figure 5.6b). Cependant, lorsque le nombre de Stokes augmente, les particules ont un temps de réponse trop important pour réagir aux sollicitations du fluide. Pour cette raison, la variance de l'accélération longitudinale pour  $St = 15, 25$  et  $125$  est plus faible que celle du fluide (figure 5.6a).

On voit sur les figures 5.7b et 5.8b que la variance de l'accélération verticale et transversale du fluide à la position de la particule devient bien plus importante que celle des particules fluides non conditionnées, lorsque l'inertie est forte ( $St = 125$ ). Ceci indique que lorsque l'inertie devient très importante le mouvement de la particule est le plus souvent rectiligne et uniforme, ce faisant la particule traverse indifféremment des zones de l'écoulement où l'accélération est très différente ce qui explique pourquoi la variance de l'accélération du fluide à la position de la particule est si forte.

A partir des figures 5.6b, 5.7b et 5.8b, nous pouvons conclure que les particules solides voient un fluide dont la variance de l'accélération longitudinale est plus forte que celle du fluide non-conditionnée à la position. En revanche, pour les composantes verticale et transversale, la variance de l'accélération est plus faible que celle du fluide non-conditionnée.

On compare ensuite les statistiques des incréments de vitesse de la particule inertielle, avec celles des incréments de la vitesse du fluide vu par la particule (i.e. la vitesse

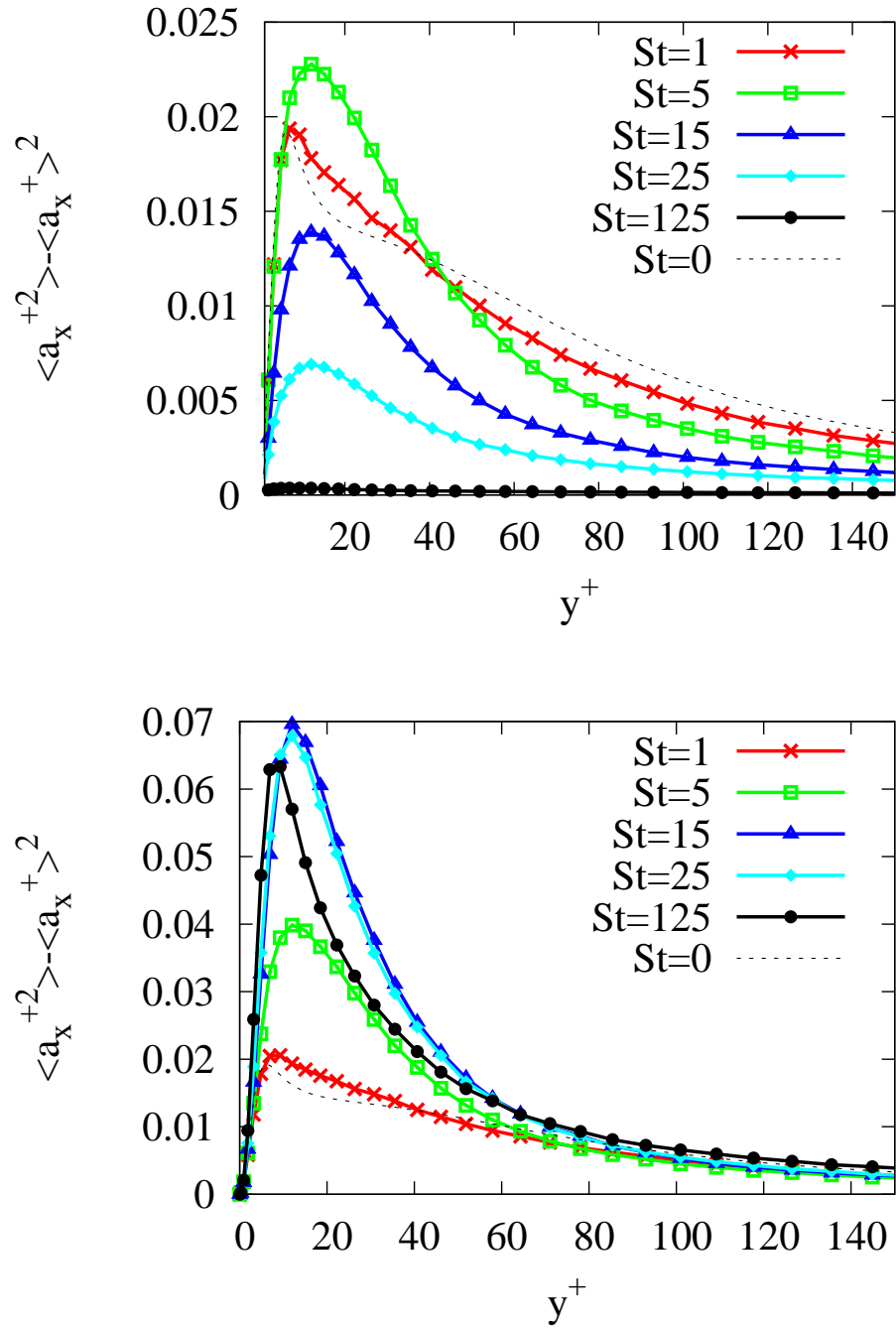


FIG. 5.6: Profil de la variance de l'accélération longitudinale. (a) accélération des particules ; (b) accélération du fluide à la position de la particule.

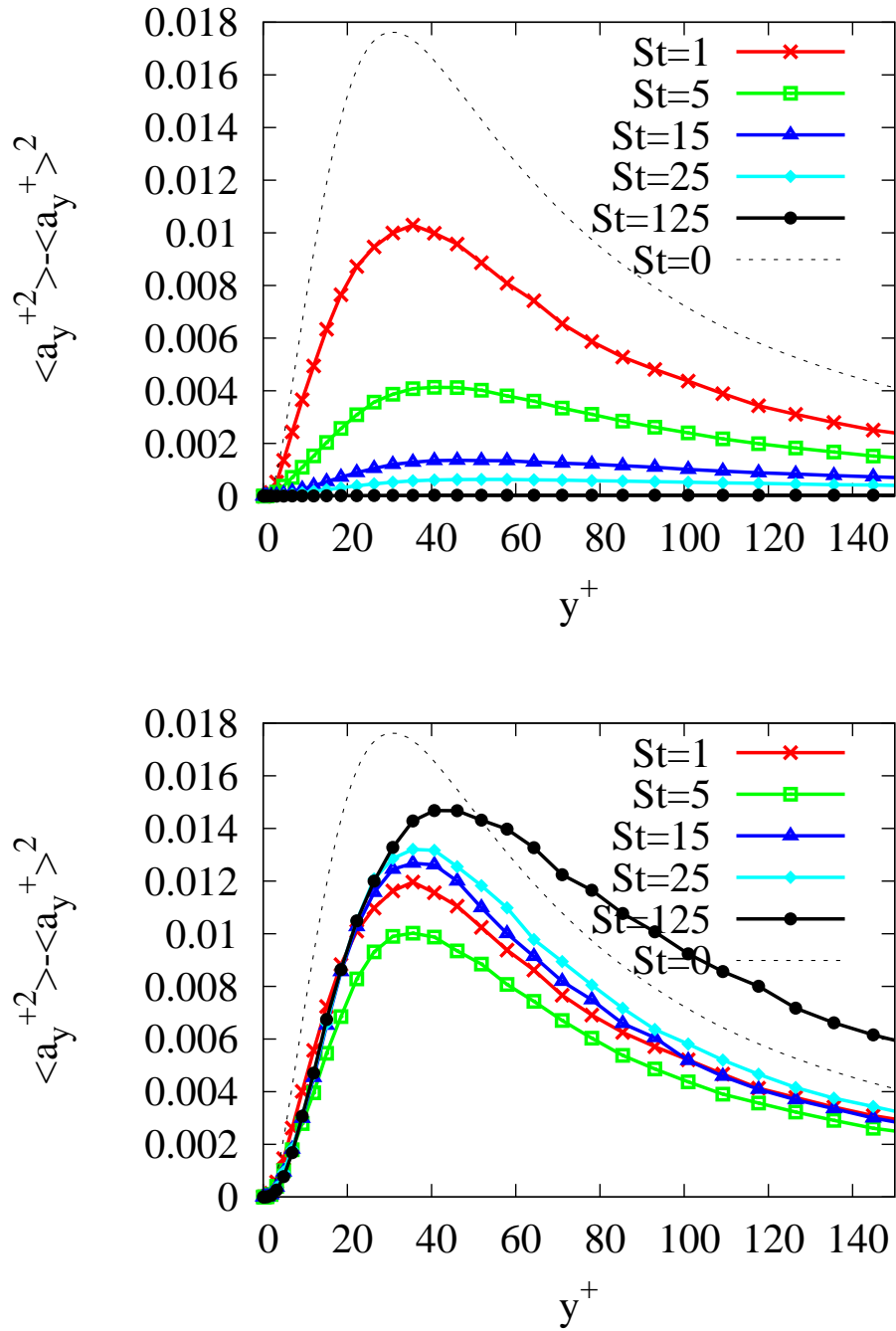


FIG. 5.7: Profil de la variance de l'accélération normale. (a) accélération des particules ; (b) accélération du fluide à la position de la particule.

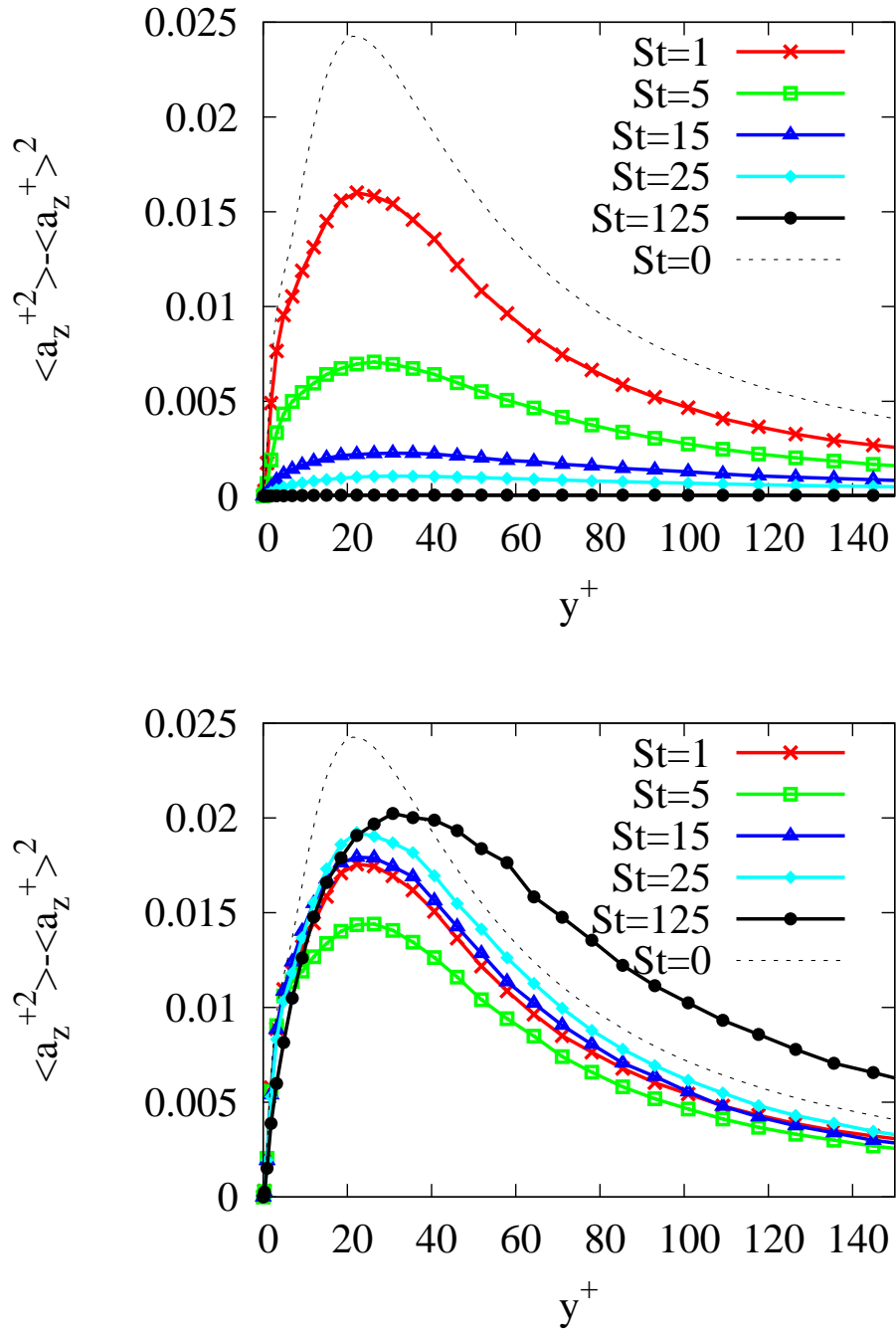


FIG. 5.8: Profil de la variance de l'accélération transversale. (a) accélération des particules ; (b) accélération du fluide à la position de la particule.

de la phase porteuse le long de la trajectoire des particules solides). Le but de cette comparaison est d'analyser l'effet du filtrage sur le caractère intermittent lorsque l'inertie de la particule augmente. On compare, pour les différents nombres de Stokes, l'évolution avec l'échelle de séparation de la flatness des incréments. Pour donner une référence, on ajoute pour chaque nombre de Stokes l'évolution de cette statistique pour une particule fluide.

On voit sur la figure 5.9 que la dynamique de la particule devient de moins en moins intermittente à mesure que son inertie augmente. Ceci se manifeste par une moindre augmentation de la flatness lorsque l'échelle diminue. Cependant, le fluide autour de la particule présente toujours des fluctuations très intermittentes.

On constate que pour  $St = 125$  la flatness reste très proche de 3 sur toute la gamme d'échelles, excepté pour la composante longitudinale où la flatness est légèrement supérieure à 3.

Le fluide vu par la particule présente toujours des fluctuations très intenses. Cependant, leur flatness est inférieure à la flatness des fluctuations du fluide non-conditionnées. Ceci traduit le fait que les trajectoires des particules solides divergent des trajectoires des traceurs fluides et que les particules se concentrent dans des régions de l'écoulement moins agitées. De plus, la dynamique de la particule présente des fluctuations aux petites échelles encore moins intenses que celles du fluide à sa position. Cela est la signature du filtrage créé par le temps de réponse de la particule bien supérieur au temps de vie des brusques bouffées intermittentes du fluide.

L'effet du filtrage est accru à mesure que l'inertie augmente, ceci est rendu plus visible sur la figure 5.10 où les distributions des incréments de vitesse sont comparées pour différentes échelles de séparation. On voit que pour  $St = 1$ , les queues des distributions des incréments aux petites échelles sont très larges alors que pour des échelles de temps importantes la distribution devient gaussienne. Ce comportement est similaire à celui observé pour les particules fluides [114]. Pour des nombres de Stokes plus importants, la distribution des incréments est bien moins large aux petites échelles, et reste même quasiment gaussienne à toutes les échelles pour  $St = 125$ . Ceci est en accord avec l'évolution de la flatness observée sur la figure 5.9.

Pour conclure, on a remarqué que du fait de la concentration préférentielle des particules, en proche paroi la variance de la composante longitudinale de l'accélération des particules ayant un nombre de Stokes de 5, est supérieure à celle des particules fluides. Cependant, cela ne conduit pas à une augmentation de l'intermittence de la dynamique de ces particules.

#### 5.2.4 Conclusion sur le comportement des particules inertielles

Nos observations, par DNS, du comportement aux petites échelles des particules dans l'écoulement de canal nous permettent de conclure que l'établissement du profil vertical de concentration n'a pas d'effet sur les statistiques des incréments de vitesse. On a également observé qu'avec l'augmentation du nombre de Stokes, les collisions des particules avec la paroi deviennent de plus en plus importantes et génèrent, dans la limite où l'on considère des collisions élastiques avec une plaque lisse, une dynamique

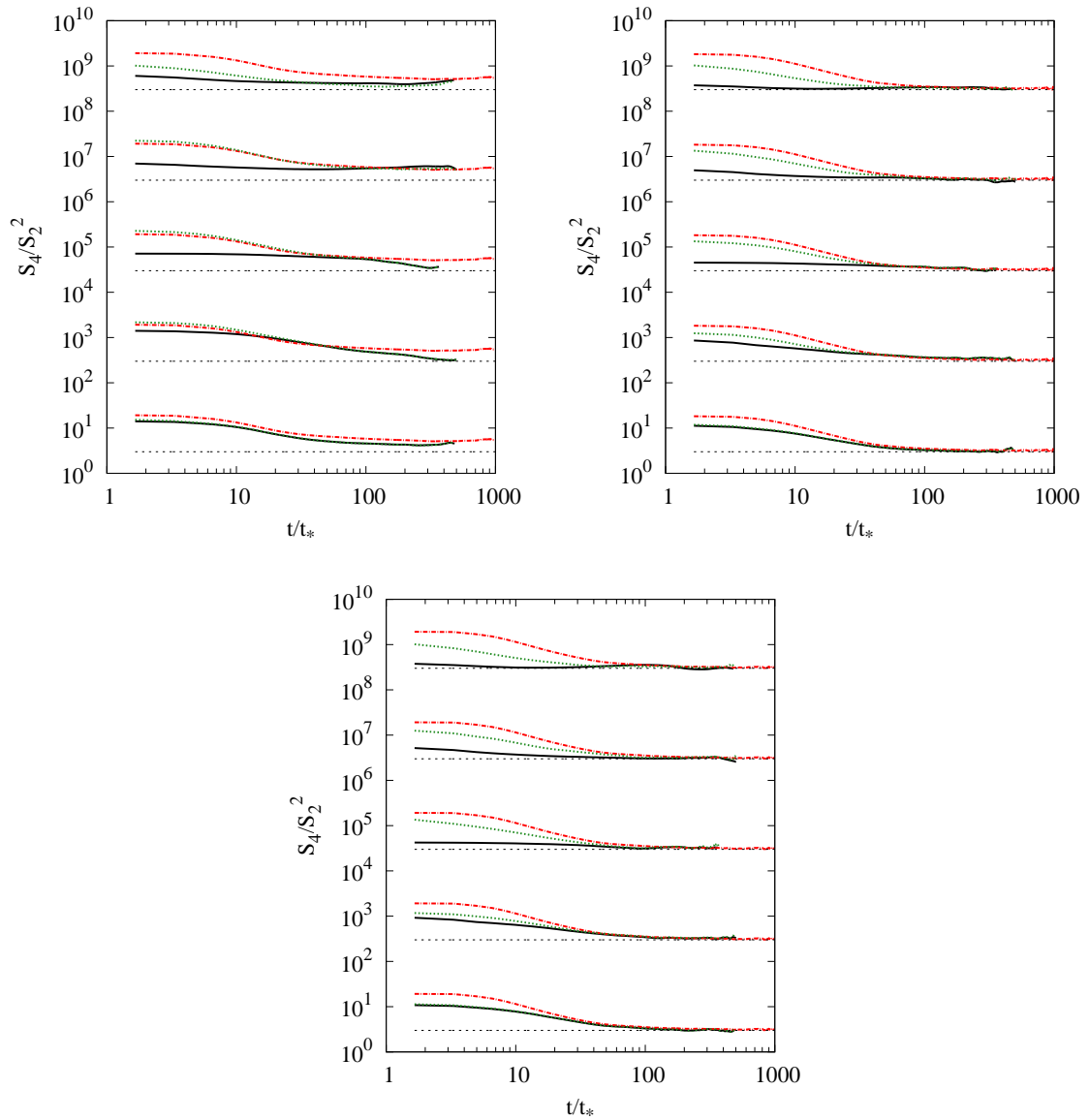


FIG. 5.9: Evolution, avec l'échelle, de la flatness des incréments le long des trajectoires. Ligne : vitesse des particules inertielle, pointillés : vitesse du fluide vu par les particules solides, tirets : vitesse des particules fluides. Pour  $Re_+ = 590$ ,  $y^+ = 30$ ,  $St = 1, 5, 15, 25, 125$  et composante longitudinale (a), normale (b) et transversale (c).



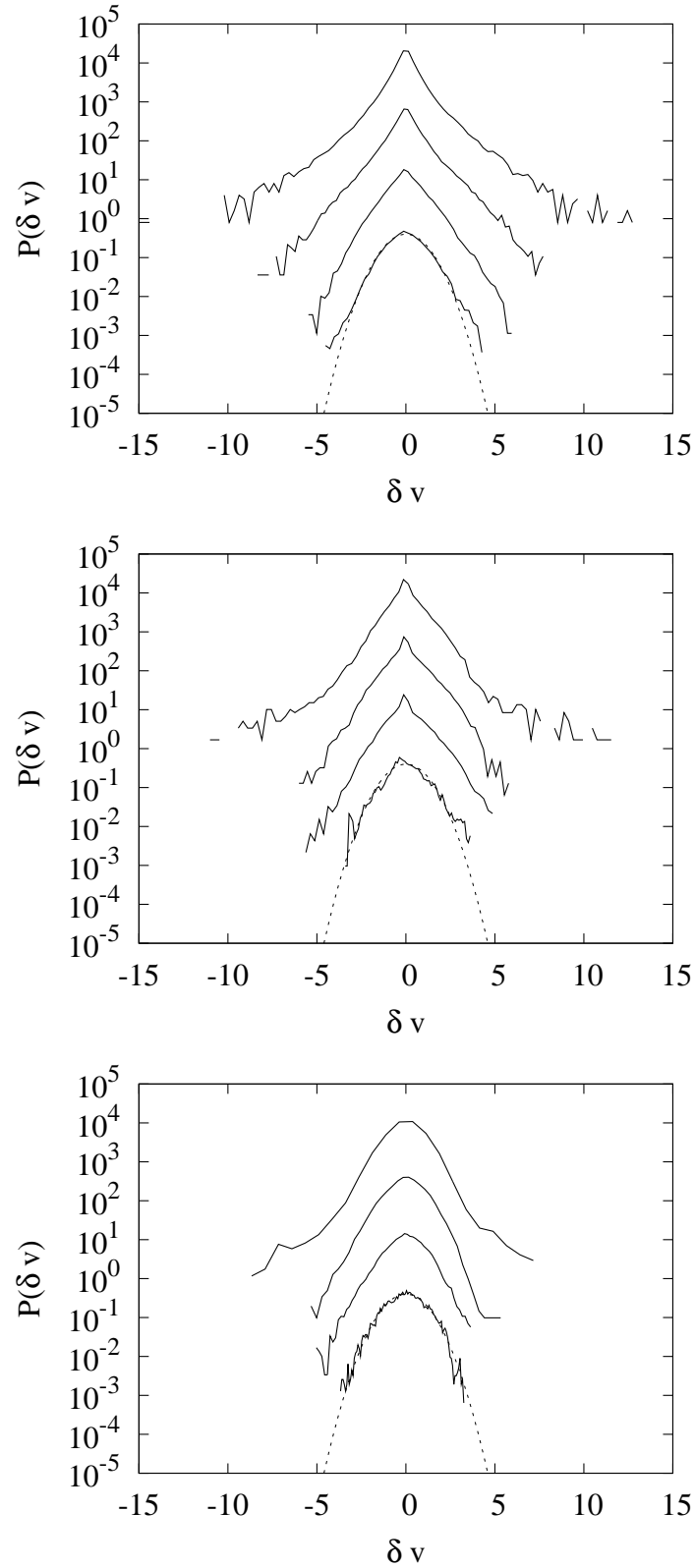


FIG. 5.10: Distributions normalisées des incréments de la composante normale de la vitesse, pour différentes échelles de séparations,  $\tau^+ = 3, 10, 30, 300$  de haut en bas, décalées de 100 unités vers le haut, loi normale en pointillées. Pour  $Re_+ = 590$ ,  $y^+ = 30$  et trois nombres de Stokes :  $St = 1$  (a) ;  $St = 15$  (b) ;  $St = 125$  (c)

intermittente pour le mouvement normal à la paroi des particules. D'un autre côté lorsque le nombre de Stokes devient important les interactions entre la turbulence et les particules se simplifient, puisque l'intermittence induite par la phase porteuse est filtrée. Enfin pour des nombres de Stokes intermédiaires, les effets de filtrage sont suffisamment faibles pour que les particules concentrées de façon préférentielle dans certaines zones de l'écoulement répondent aux sollicitations du fluide environnant. Ceci peut avoir un impact important sur les statistiques liées aux petites échelles.

### 5.3 LES-SSAM appliquée au transport de particules

Dans ce paragraphe, on présente des simulations des particules inertielles couplées avec la méthode LES-SSAM. La phase dispersée est convectée par le champ de vitesse résolu avec l'approche LES-SSAM en utilisant nos modèles stochastiques. On utilise le modèle basé sur l'équation de fragmentation pour la norme (voir section 3.2.1) et le modèle de marche aléatoire sur la sphère corrélé sur le temps de Kolmogorov pour l'orientation (voir section 3.3.3).

Les statistiques obtenues pour les particules sont comparées avec celles obtenues lorsque la phase porteuse est simulée par LES et par DNS. Dans ces trois cas, la méthode de simulation de la phase dispersée est identique et correspond à la description donnée dans la section 5.1. En particulier les paramètres utilisés sont identiques à savoir :  $\rho_p/\rho = 770$  et  $St = 1,5, 15, 25$  et  $125$ , et le nombre de Reynolds de l'écoulement est  $Re_+ = 590$ . La phase fluide simulée par LES-SSAM, avec les deux modèles utilisés ici, a été comparée en détail avec la DNS et la LES dans la section 4.3.3 (et correspond au cas de calcul LES-SSAM1). Il faut préciser que la résolution est identique à celle utilisée précédemment et que la viscosité turbulente est toujours modélisée par le modèle de Smagorinsky avec une fonction d'amortissement.

Dans la section 4.3.3, on a vu que l'ajout d'un modèle de sous-maille pour l'accélération peut avoir un impact important sur les statistiques du fluide. En particulier, le transfert de quantité de mouvement vertical est accru ce qui conduit à une meilleure estimation de la vitesse moyenne et des fluctuations de vitesse. On a également constaté que l'intermittence de l'écoulement aux petites échelles peut être prise en compte, et se traduit par des distributions de l'accélération plus larges et des structures de l'écoulement mieux résolues.

On se pose la question de savoir si l'amélioration constatée sur la simulation du champ de vitesse conduit également à une amélioration des statistiques de la phase dispersée. L'enjeu, est alors de se passer de modèles lagrangiens permettant de reconstruire les échelles manquantes du champ de vitesse simulé par LES.

Des études sur le transport de particules par un champ issu de LES [2, 104, 173] ont montré que pour une LES sur un maillage relativement fin, les statistiques de vitesse des particules sont en accord avec la DNS, mais que pour de basses résolutions les statistiques lagrangiennes deviennent très dépendantes des erreurs de modélisation. De plus, même pour de bonnes résolutions, la concentration préférentielle des particules en proche paroi est mal prédite, même lorsque le temps de réponse de la particule est bien supérieur aux échelles de temps non résolues par la LES. Ainsi, il est nécessaire d'ajouter à l'équation de mouvement des particules (équation 5.1) un terme prenant en compte les petites échelles de l'écoulement [104, 135, 167].

Sur la figure 5.11, on présente la comparaison entre LES-SSAM1, LES et DNS de la vitesse longitudinale moyenne des particules pour les nombres de Stokes de 1 à 125. On constate que l'ajout du modèle de sous maille pour l'accélération améliore considérablement les profils de vitesse moyenne, quel que soit le nombre de Stokes. Cette amélioration provient de la meilleure estimation du champ de vitesse moyen de la phase fluide (figure 4.16). Lorsque l'inertie des particules augmente, il semble que l'influence de la sous-couche visqueuse et de la zone tampon devient moindre, et que la vitesse dans la zone de très proche paroi ne s'annule pas. Il faut noter que ce phénomène a

déjà été observé par [138]. Ceci est bien visible pour  $St = 125$ . Ce phénomène est bien reproduit par la LES-SSAM, alors que pour la LES bien que la vitesse ne soit également pas nulle à la paroi, la pente du profil de vitesse n'est pas correcte.

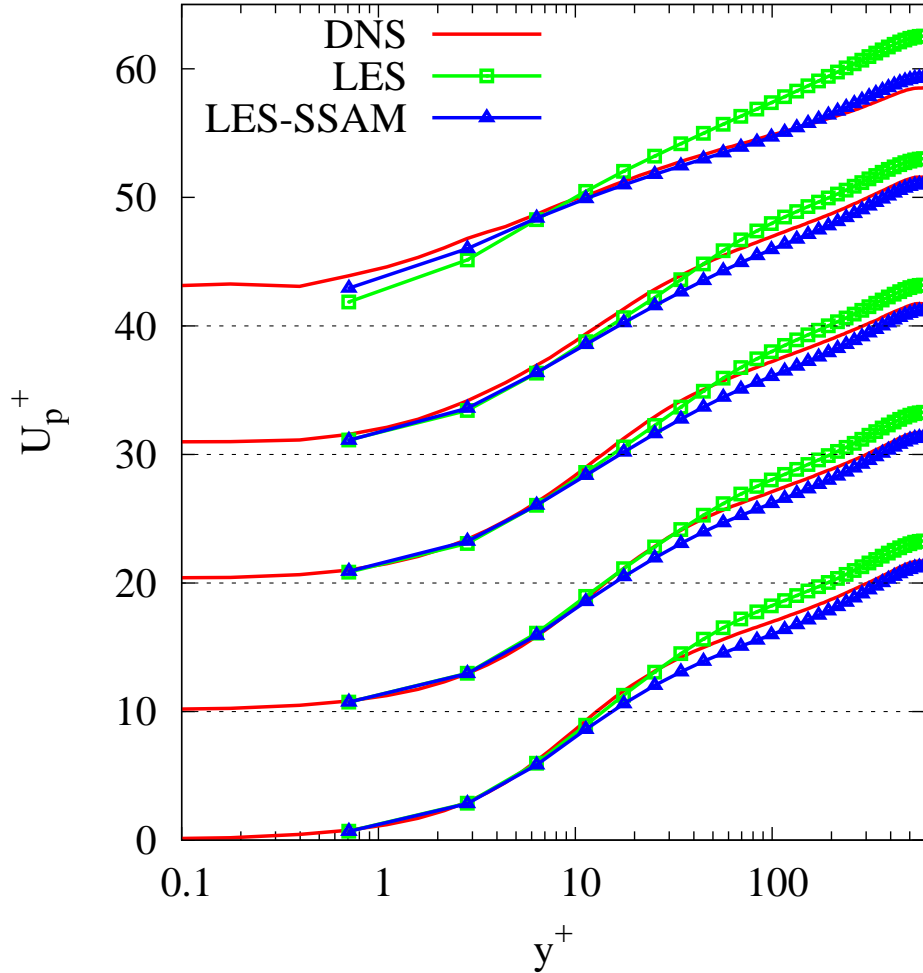


FIG. 5.11: Vitesse longitudinale moyenne des particules pour  $Re_+ = 590$ . Pour des nombres de Stokes  $St = 1, 5, 15, 25$  et  $125$  respectivement de bas en haut et décalé de 10 unités de paroi. Ligne : DNS, carrés : LES, triangles : LES-SSAM. Les droites en pointillés représentent la vitesse nulle.

Les figures 5.12, 5.13 et 5.14 présentent l'écart type de la vitesse des particules pour les cinq nombres de Stokes et pour les composantes longitudinale, normale et transversale, respectivement. Pour la composante longitudinale (figure 5.12), on voit que les différences entre LES-SSAM et LES se trouvent principalement près de la paroi. On constate que le pic de l'écart type pour la LES devient de plus en plus étalé à mesure que le nombre de Stokes augmente (de  $St = 1$  à  $25$ ), alors que pour la DNS le profil de l'écart type longitudinal est quasiment indépendant du nombre de Stokes (jusqu'à  $St \approx 25$ ). On constate qu'avec la LES-SSAM, l'écart type reste proche de la DNS de  $St = 1$  à  $St = 25$ , et que la hauteur du pic est légèrement plus faible que pour la LES. Cette diminution de la variance de la vitesse longitudinale en proche paroi avait déjà été

observée pour la phase fluide (figure 4.17). Pour le nombre de Stokes le plus important, d'après la DNS, la variance en très proche paroi ne diminue pas. Il n'y a pas de pic dans le profil. Contrairement à la LES, ceci est correctement prédit par la LES-SSAM, bien que la valeur très près de la paroi soit sous-estimée par rapport à la DNS.

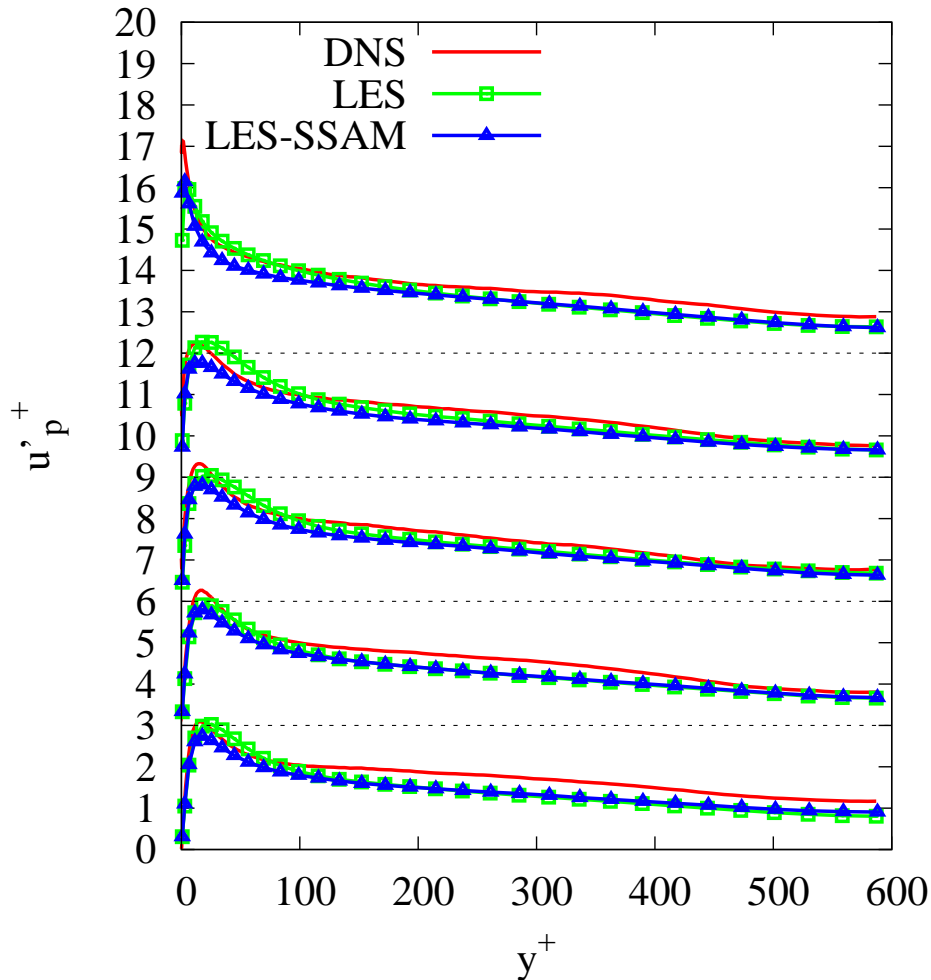


FIG. 5.12: Ecart type de la vitesse longitudinale des particules pour  $Re_+ = 590$ . Pour des nombres de Stokes  $St = 1, 5, 15, 25$  et  $125$  respectivement de bas en haut et décalé de 3 unités de paroi. Ligne : DNS, carrés : LES, triangles : LES-SSAM. Les droites en pointillés représentent la vitesse nulle.

La LES-SSAM fournit une amélioration sensible en proche paroi de l'écart type de la composante normale de la vitesse (figure 5.13). Lorsque le nombre de Stokes augmente, l'écart entre la LES et la DNS est réduit, signifiant que les échelles non résolues ont moins d'importance pour la dynamique de la particule. Néanmoins même pour  $St = 125$  la LES-SSAM apporte une amélioration du profil.

En revanche, l'utilisation de l'approche LES-SSAM avec notre modèle se traduit par une dégradation de l'estimation de l'écart type de la composante transversale (figure 5.14). Cette dégradation avait été observée également pour la phase fluide (voir figure

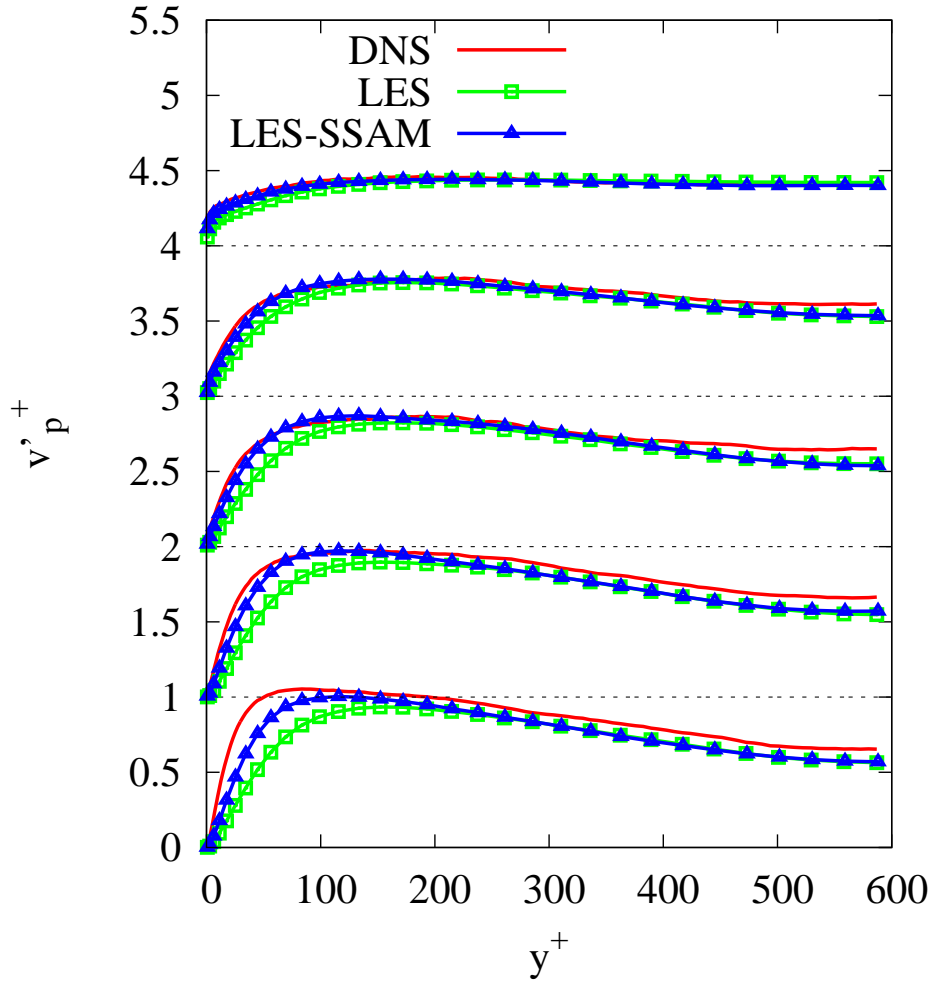


FIG. 5.13: Ecart type de la vitesse normale à la paroi des particules pour  $Re_+ = 590$ . Pour des nombres de Stokes  $St = 1, 5, 15, 25$  et  $125$  respectivement de bas en haut et décalé de 1 unité de paroi. Ligne : DNS, carrés : LES, triangles : LES-SSAM. Les droites en pointillés représentent la vitesse nulle.

4.17). Il faut noter que cette dégradation est la plus marquée pour les nombres de Stokes intermédiaires ( $St = 5, 15$  et  $25$ ) où le profil prédit par LES est très proche de celui de la DNS.

Sur la figure 5.15 on compare le profil de concentration des particules à  $t^+ = 1200$  (l'origine étant l'instant où les particules ont été lâchées dans l'écoulement). On constate que le profil obtenu par LES-SSAM est bien plus fidèle à la DNS que celui de la LES, et ce pour tous les nombres de Stokes excepté  $St = 25$ . Cela indique que les phénomènes liés à la migration des particules vers la paroi sont mieux prédits par la LES-SSAM. Kuerten et Vreman [89] ont montré que l'accumulation de particules à la paroi n'était pas correctement estimée par une LES standard. Ils ont également indiqué que les petites échelles de l'écoulement jouaient un rôle important dans la concentration des particules en proche paroi. En ajoutant un modèle de sous-maille pour l'accélération,

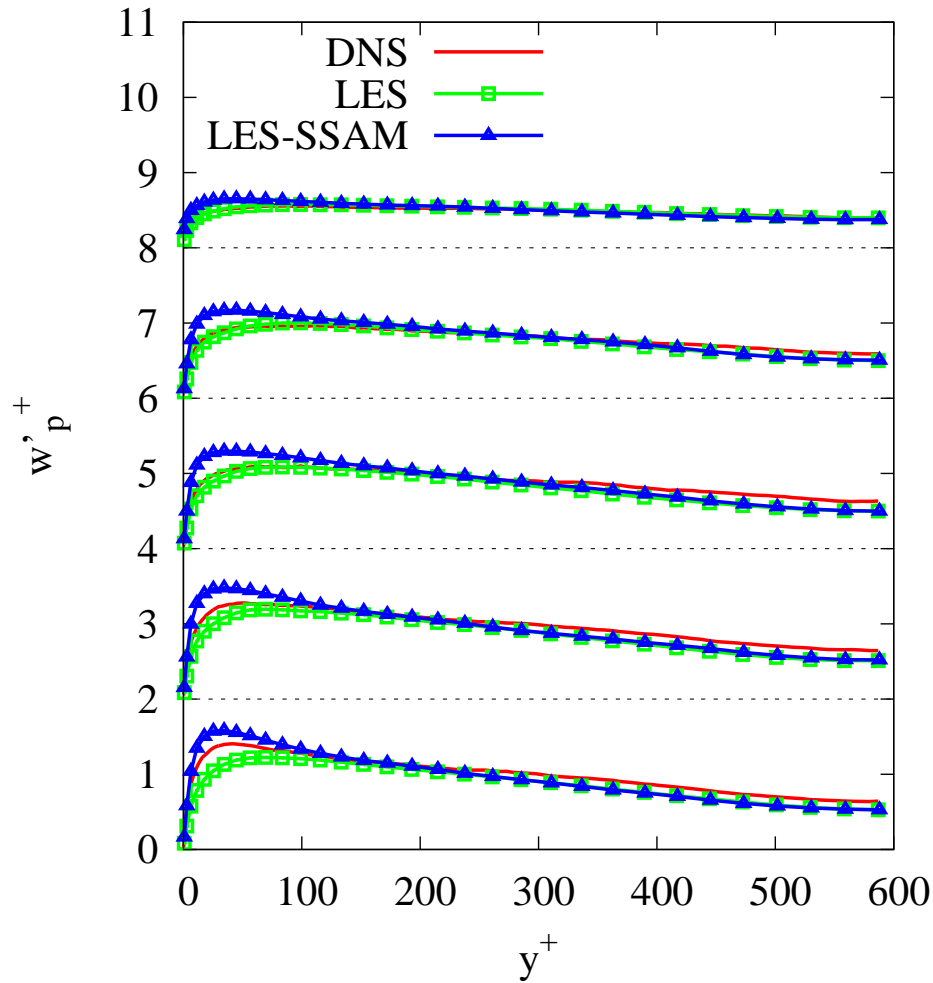


FIG. 5.14: Ecart type de la vitesse transversale des particules pour  $Re_+ = 590$ . Pour des nombres de Stokes  $St = 1, 5, 15, 25$  et  $125$  respectivement de bas en haut et décalé de 2 unités de paroi. Ligne : DNS, carrés : LES, triangles : LES-SSAM. Les droites en pointillés représentent la vitesse nulle.

on a montré dans la section 4.3.3 que l'on prenait mieux en compte les petites échelles de la phase porteuse et que ses structures étaient mieux simulées. Pour les particules inertielles, ceci se traduit par un profil de concentration plus réaliste.

La LES-SSAM améliore les statistiques des particules pour deux raisons. Premièrement, étant donné que l'accent est mis sur la modélisation du transfert vertical de quantité de mouvement, les statistiques sont plus réalistes. Deuxièmement, les structures de l'écoulement semblent être mieux résolues grâce à la prise en compte de leur caractère intermittent. Cela conduit à une prédiction améliorée de la concentration préférentielle puisque celle-ci dépend des structures dont le temps de vie est de l'ordre du temps de réponse de la particule.

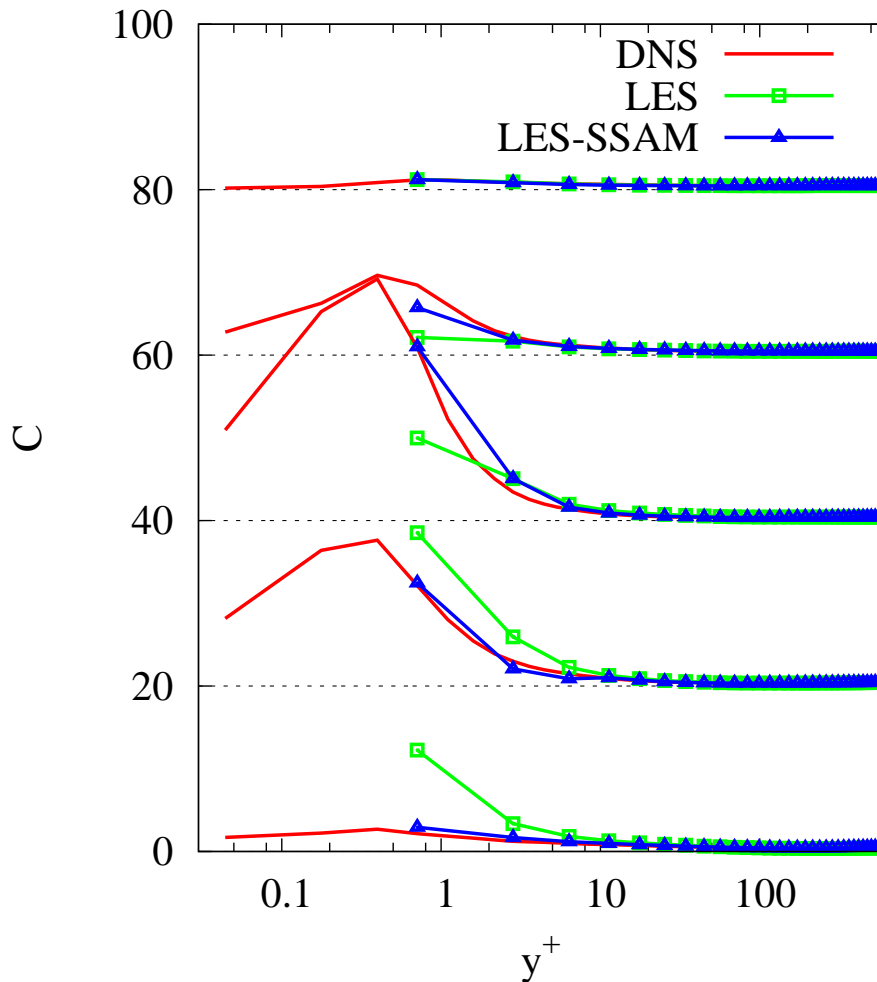


FIG. 5.15: Profil de concentration des particules pour  $Re_+ = 590$ . Pour des nombres de Stokes  $St = 1, 5, 15, 25$  et  $125$  respectivement de bas en haut et décalé de 20 unités de paroi. Ligne : DNS, carrés : LES, triangles : LES-SSAM.

## 5.4 Conclusion

Dans notre étude par DNS ont a vu dans un premier temps que les statistiques des particules sur des temps courts ne sont pas affectées par l'établissement du profil de concentration. En effet, puisque la migration des particules vers la paroi est un processus très long il est naturel de considérer que l'accélération (ou les incréments de vitesse aux temps courts) est découplée des mécanismes, liés aux grandes structures, qui concentrent les particules près de la paroi. On peut considérer qu'il y a une séparation d'échelle entre ces deux processus.

On a constaté également que lorsque l'inertie augmente, les collisions avec la paroi deviennent plus fréquentes et leur intensité plus importante. Par ailleurs, les fluctuations typiques de la vitesse de la particule deviennent très faibles, du fait de trajectoires quasi balistiques. Ceci induit une forte influence des collisions avec la paroi sur les statistiques des incréments de la vitesse normale le long de la trajectoire.

Par ailleurs, quand le nombre Stokes devient important, les interactions avec le



fluide se simplifient. Lorsque le temps de réponse de la particule devient plus important que le temps caractéristique des grandes structures, la particule ignore les structures cohérentes de l'écoulement. Ceci amène la concentration des particules à redevenir homogène.

En revanche, pour les nombres de Stokes intermédiaires, bien que les collisions avec la paroi soient rares et peu intenses, les interactions avec les structures de proche paroi créent une dynamique compliquée. L'influence combinée de l'inertie de la particule et des inhomogénéités de l'écoulement, conduit à une répartition très inégale des particules. Celles-ci se concentrent près de la paroi et entre les structures quasi longitudinales de paroi. Ceci se traduit par une variance de l'accélération qui peut devenir plus élevée, en proche paroi, pour les particules solides ayant un nombre de Stokes modéré ( $St \approx 5$ ) que pour des traceurs fluides. En revanche, le couplage des effets d'inertie avec les structures de l'écoulement ne semble pas créer une dynamique plus intermittente pour les particules solides que pour les particules fluides. En effet, la flatness des incréments de vitesse aux petits temps de séparation demeure inférieure pour les particules solides à celles des incréments pour les particules fluides. Il est cependant possible que ces interactions conduisent à des corrélations à longue portée pour la norme de l'accélération des particules.

En comparant les simulations des trajectoires des particules dans un champ de vitesse calculé par LES-SSAM, par LES et par DNS, on a constaté que les améliorations du champ de vitesse obtenues par LES-SSAM conduisent à une amélioration des statistiques des particules. Ces améliorations sont dues à deux facteurs. D'une part, les statistiques de la vitesse des particules sont principalement l'influencées par les grandes échelles de l'écoulement, qui on la vu, sont mieux simulées par l'augmentation du transfert vertical de quantité de mouvement. D'autre part, avec la LES-SSAM (et nos modèles stochastiques) l'influence des petites échelles est prise en compte, ce qui est important pour les phénomènes de concentration préférentielle et de migration des particules vers la paroi.

L'amélioration des statistiques des particules nous montre que l'approche LES-SSAM présente un intérêt non seulement pour la simulation de la phase fluide, mais également pour d'autres phénomènes qui prennent place dans l'écoulement. Ce sont, par exemple, les aspects diphasiques (transport de particules, changement de phase, cavitation...), ou la combustion (où l'influence des parois est très importante). L'intérêt réside dans le fait que l'influence de l'intermittence aux petites échelles est prise en compte dans le champ de vitesse sous-résolu. Ainsi, il n'est *a priori* plus nécessaire de chercher à modéliser l'action des petites échelles directement au sein des équations régissant ces phénomènes. Par exemple, on peut se passer d'un modèle pour les interactions liées à la vitesse de sous-maille dans l'équation du mouvement de la particule.

## 6 Conclusion

Ce mémoire est consacré à l'étude statistique de l'accélération, sa modélisation stochastique, et à la prise en compte de sa partie de sous-maille dans les simulations de type LES.

Dans le premier chapitre du mémoire, la DNS a été utilisée pour étudier les statistiques de l'accélération de l'écoulement turbulent pleinement développé dans un canal pour des nombres de Reynolds  $Re_+$  de 180, 590 et 1000. Initialement l'étude des statistiques de la DNS avait pour but de développer et valider des modèles stochastiques pour l'accélération. Cependant, l'étude des statistiques a révélé des informations complémentaires par rapport à la littérature de cet écoulement.

On a observé que pour les trois nombres de Reynolds étudiés et quelle que soit la distance de la paroi, la norme de l'accélération suit une distribution statistique proche de la distribution lognormale. Par ailleurs, on a remarqué que l'écart type de la norme de l'accélération est du même ordre de grandeur que sa moyenne. Leur rapport s'approche davantage de 1 en augmentant la distance à la paroi. En conséquence, les paramètres  $\mu$  et  $\sigma^2$  de la distribution lognormale de  $|a|/|a|_{rms}$  ont été estimés comme  $\mu = 1/2\sigma^2$  et  $\sigma = \ln 2$ .

L'analyse dimensionnelle montre que la loi d'échelle pour le rapport de la moyenne de la norme d'accélération et de l'accélération locale de Kolmogorov ( $\langle |a| \rangle / a_\eta$ ) se comporte de façon similaire à celle de la vitesse moyenne. A partir des mêmes hypothèses que celle de von Kármán, la loi d'échelle pour  $\langle |a| \rangle / a_\eta$  devient une loi logarithmique :  $\langle |a| \rangle / a_\eta = \kappa \ln y^+$ . Alors qu'avec les hypothèses de Barenblatt [9], on trouve que  $\langle |a| \rangle / a_\eta$  évolue en loi de puissance avec des paramètres dépendant logarithmiquement du nombre de Reynolds :  $\langle |a| \rangle / a_\eta = (D_0 \ln Re + D_1) (y^+)^{\beta_1 / \ln(Re)}$ . La forme et la description de l'écoulement impliquées par ces deux lois sont différentes, cependant pour les nombres de Reynolds étudiés, ces deux lois représentent aussi bien les statistiques issues de nos DNS. Pour départager clairement ces deux lois d'échelle, il serait nécessaire d'avoir accès à des nombres de Reynolds plus importants.

Il a été observé que la statistique de la norme de l'accélération suit la relation sans dimension suivante :  $\langle |a| \rangle \sim \ln Re_+ \Pi(\tau Re_+)$  avec  $\tau = \ln(h/(h-y))$  où  $\Pi$  présente un comportement universel dans la sous-couche visqueuse et dans la région intermédiaire pour les nombres de Reynolds étudiés.

L'étude de l'orientation de l'accélération a montré que l'accélération se relaxe vers l'isotropie avec l'augmentation de la distance à la paroi. Cette relaxation vers l'isotropie est identique pour les trois nombres de Reynolds étudiés. Ainsi, pour  $y^+ \gtrsim 50$  l'accélération se comporte de façon statistiquement isotrope. Près de l'axe du canal ( $y/h \gtrsim 0.5$ ), l'orientation s'écarte à nouveau légèrement de l'isotropie. Ainsi, on peut considérer que l'orientation de l'accélération est réellement isotrope dans la région inertielle de l'écou-

lement (loin des parois et loin du centre). L'isotropie de l'accélération a été confirmée en montrant que suffisamment loin des parois, les statistiques de la norme conditionnée à l'orientation deviennent indépendantes de l'orientation. Il faut néanmoins remarquer que même en proche paroi la distribution de  $|a|/|a|_{rms}$  conditionnée à l'orientation de l'accélération demeure lognormale avec les mêmes paramètres  $\mu$  et  $\sigma^2$  que ceux estimés plus haut.

On a vu que près de la paroi, la composante longitudinale de l'accélération est dominée par sa contribution visqueuse ( $\nu\Delta\mathbf{u}$ ), alors que pour les autres composantes ou loin des parois l'accélération est contrôlée par le gradient de pression. Cette dominance en proche paroi de la viscosité entraîne un comportement différent pour les corrélations spatiales de l'accélération près de la paroi et loin de la paroi. Ainsi dans les zones du canal où l'accélération est dominée par la viscosité, la nature des structures de l'accélération est radicalement différente de celle observée dans les zones où l'accélération est irrotationnelle (loin des parois ou en THI).

En étudiant les corrélations de l'accélération le long des trajectoires des particules fluides, on a constaté que, de manière analogue à la THI, le temps de corrélation pour la norme est très supérieur à celui des composantes. Ceci est une manifestation de l'intermittence de l'écoulement. On a confirmé également que le temps de corrélation des composantes est de l'ordre de l'échelle de temps dissipative.

Dans le second chapitre, nous avons introduit des modèles stochastiques pour l'accélération dans l'écoulement de canal. Ces modèles ont été bâtis en cohérence avec les statistiques observées par DNS.

L'hypothèse principale dans la dérivation de ces modèles repose, comme dans [131], sur l'indépendance statistique entre la norme et l'orientation de l'accélération. Ainsi, l'accélération est modélisée par deux processus stochastiques, l'un pour la norme et l'autre pour l'orientation.

Pour la norme, on a proposé deux modèles, tous deux basés sur des processus multiplicatifs évoluant avec le paramètre  $\tau = \ln(h/(h - y))$ . Le premier modèle repose sur l'idée que l'impact des tourbillons avec la paroi entraîne une cascade de fragmentation contrôlée par la fréquence de fragmentation des tourbillons. Avec ce processus stochastique, la distribution passe par une distribution intermédiaire lognormale avant d'évoluer vers une loi de puissance. Ce processus permet alors de représenter les éjections de petites structures très intenses loin des parois. Pour le second modèle, on considère également la cascade de fragmentation des tourbillons, mais la cascade est contrôlée par le taux local de dissipation d'énergie cinétique. Ainsi, en cohérence avec les observations de la DNS, on propose une équation de Langevin pour le logarithme du taux de dissipation d'énergie à travers le canal. Ce processus conduit à une distribution lognormale stationnaire à longue échéance. Lors de la comparaison de ces modèles avec la DNS, on a pu constater que le modèle stochastique log-Langevin, reproduisait mieux les statistiques (moyenne, écart type, PDF et covariance) que le premier modèle.

Les modèles pour l'orientation de l'accélération s'appuient sur l'évolution d'une marche aléatoire sur une sphère. Ces modèles permettent de reproduire la relaxation de l'accélération vers un état d'isotropie statistique lorsque la distance à la paroi augmente. On a comparé deux types de marche aléatoire : le mouvement brownien et une marche aléatoire multifractale dont les incréments sont log-normaux. La comparaison avec la DNS montre que ces deux modèles prédisent de façon correcte le retour vers

---

l'isotropie de l'accélération. Cependant, le modèle de marche aléatoire multifractale sur la sphère permet de mieux modéliser les brusques changements d'orientation en proche paroi. Enfin, on note que le modèle de mouvement brownien sur la sphère est complété d'une corrélation temporelle de l'orientation afin d'être compatible avec la loi de Kolmogorov-Oboukhov [140]. Cette corrélation temporelle est de l'ordre du temps dissipatif local.

Dans le troisième chapitre, on a montré que nos modèles stochastiques couplés aux simulations des grandes échelles permettent d'améliorer sensiblement les simulations turbulentes sous-résolues. Le couplage de nos modèles stochastiques avec la simulation des grandes échelles est fait dans le cadre de l'approche LES-SSAM (subgrid stochastic acceleration model) introduite dans [139, 140]. L'idée de cette approche est de représenter le champ de vitesse instantanée par une équation modèle, où l'accélération instantanée est représentée par la somme de sa partie résolue et de sous-maille, toutes deux modélisées. Le modèle pour l'accélération non-résolue prend en compte les effets de l'intermittence aux petites échelles. Les confrontations de la vitesse, de l'accélération ou bien encore des bilans d'énergie entre la LES-SSAM, la LES et la DNS pour  $Re_* = 590, 1000$  et  $2000$  mettent en évidence l'intérêt de l'approche LES-SSAM pour les simulations à grand nombre de Reynolds. Notamment, les statistiques de la vitesse sont améliorées, le spectre d'énergie des petites échelles résolues est plus proche de la DNS et les queues étirées des PDF de l'accélération sont en accord avec la DNS.

La généralisation de cette approche est associée à l'amélioration de la modélisation de l'accélération de sous-maille. Par exemple, on peut accentuer les corrélations spatiales et temporelles entre le champ résolu et le modèle de sous-maille en utilisant dans les processus stochastiques des paramètres définis par les propriétés locales de l'écoulement résolu. L'étude par DNS des statistiques jointes de l'accélération et de la vitesse apporterait une information utile dans cette direction. Il serait nécessaire d'introduire une corrélation entre la norme et l'orientation de l'accélération modèle en proche paroi, afin de représenter plus fidèlement les structures paroi. Enfin, l'ouverture de cette approche aux géométries complexes repose sur une modélisation plus universelle de l'accélération. Malgré ces questions, l'approche introduite dans [139] pour la THI, et utilisée ici avec nos modèles pour l'écoulement de canal, pourrait s'adapter à n'importe quel code de calcul LES sans nécessiter de ressources informatiques supplémentaires.

L'approche LES-SSAM, en plus d'améliorer les statistiques du champ résolu, présente un avantage pratique lorsque les phénomènes physiques étudiés sont liés aux échelles de sous-maille. Les exemples incluent : le mélange de scalaires, les échanges thermiques avec les parois, la combustion à grand nombre de Reynolds ainsi que les phénomènes diphasiques (transport d'une phase dispersée, l'atomisation, la vaporisation, la cavitation . . .). Dans ces cas, les simulations pour de grands nombres de Reynolds justifient l'utilisation de modèles de sous-mailles permettant de rendre compte de l'intermittence sur le champ résolu. Ainsi, pour illustrer l'intérêt de la prise en compte de l'accélération non-résolue, dans le dernier chapitre, on s'est intéressé au transport de particules inertielles par l'écoulement de canal.

La première partie de ce chapitre est dévolue à l'étude par DNS du comportement des particules inertielles dans l'écoulement de canal. Pour les nombres de Stokes

intermédiaires, les interactions avec les structures de proche paroi créent une dynamique compliquée. L'action combinée de l'inertie de la particule et des inhomogénéités de l'écoulement, conduit à une répartition très inégale des particules. Celles-ci se concentrent près de la paroi et entre les structures quasi longitudinales de paroi. Ainsi, la variance de l'accélération longitudinale peut devenir plus élevée, en proche paroi, pour les particules solides ayant un nombre de Stokes modéré (la DNS montre :  $St \approx 5$ ) que pour des traceurs fluides. Ces résultats montrent que les structures de l'écoulement ont une forte influence sur les statistiques des particules. On a également montré que lorsque l'inertie augmente les collisions avec la paroi deviennent plus fréquentes et plus intenses. Ainsi, quand le nombre de Stokes est important, les collisions avec la paroi influencent fortement les statistiques des incréments de vitesse de la particule.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, on a montré que l'amélioration de l'estimation de la phase porteuse par la méthode LES-SSAM permet également d'améliorer de façon significative l'estimation des statistiques de la phase dispersée. Ces améliorations sont dues d'une part à l'amélioration de l'écoulement aux grandes échelles. Et d'autre part, nos modèles stochastiques permettent de prendre en compte l'intermittence des petites échelles, ceci se révèle important pour les calculs de la concentration préférentielle et de la migration des particules vers la paroi. Ayant amélioré la résolution de la structure de l'écoulement autour des particules, on peut espérer que l'approche LES-SSAM permettra de mieux modéliser les interactions entre particules (collisions, coalescence, fragmentation. . .).

# A Annexe

## A.1 Coefficients de la loi de puissance

Dans cette partie annexe on présente la comparaison entre nos données de simulations numériques et les loi 2.17 et 2.32 permettant de déterminer leurs coefficients. Dans la partie 2.1.2 des relations quasi-universelles pour les profils de la vitesse moyenne et du rapport entre la norme de l'accélération et l'accélération de Kolmogorov ont été proposées et sont rappelées :

$$U^+ = C (y^+)^{\alpha} + c \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\langle |a| \rangle}{a_{\eta}} = D (y^+)^{\beta} + d \quad (\text{A.2})$$

La méthode utilisée ici pour déterminer les coefficients  $C$ ,  $c$ ,  $\alpha$  et  $D$ ,  $d$ ,  $\beta$  est similaire à celle présentée par Barenblatt et al. [16].

### Détermination des coefficients pour le profil de vitesse

Dans la relation asymptotique A.1, le coefficient  $c$  ne peut être a priori pris égale à 0, en effet la condition de non glissement à la paroi,  $U(y=0) = 0$  ne peut être utilisée, puisque cette loi asymptotique est supposée valide pour  $y^+ \gg 1$ . On considère alors, par commodité, la relation A.1 sous la forme :

$$U^+ = C (y^+)^{\alpha} \left( 1 + \frac{c}{C (y^+)^{\alpha}} \right) \quad (\text{A.3})$$

Barenblatt [8] avait trouvé qu'avec le nombre de Reynolds basé sur la vitesse débitante, le coefficient de la loi A.1 était  $\alpha = 3/2 \ln Re_d$ . On propose que si le nombre de Reynolds est défini par la vitesse de friction  $Re = Re_+ = u_* h / \nu$ , le coefficient de la loi de puissance soit  $\alpha = 1 / \ln Re_+$ .

Lorsque le nombre de Reynolds est grand le paramètre  $\alpha$  devient faible. Ainsi une procédure relativement sévère pour vérifier la relation A.1 est d'élever  $U^+$  à la puissance  $1/\alpha$  et de tracer le résultat en fonction de  $y^+$ . Sur la figure A.1 on présente les résultats de  $(U^+)^{1/\alpha}$  avec  $\alpha = 1 / \ln Re_+$  pour des nombres de Reynolds allant de  $Re_+ = 180$  à 2000. Les données sont issues de nos propres simulations DNS, ainsi que des simulations numériques de [116, 65]. Sur cette figure il est clairement visible que, dans une gamme de distances à la paroi intermédiaire,  $(U^+)^{\ln Re_+}$  évolue linéairement avec  $y^+$  (il faut remarquer que sur la figure A.1 les échelles sont linéaires). L'intervalle où cette évolution

est linéaire augmente avec le nombre de Reynolds. L'augmentation linéaire de  $(U^+)^{1/\alpha}$  indique clairement que le choix fait pour  $\alpha$  est valable, car un changement dans  $\alpha$ , même très léger, transformerait, les segments de droite observés en courbe ayant une courbure positive ou négative.

On constate également que le terme  $\frac{c}{C(y^+)^\alpha}$  est négligeable si le nombre de Reynolds est suffisamment grand (typiquement supérieur à  $Re_+ = 550$ ) et semble donc n'intervenir que comme un effet dû au bas nombre de Reynolds.

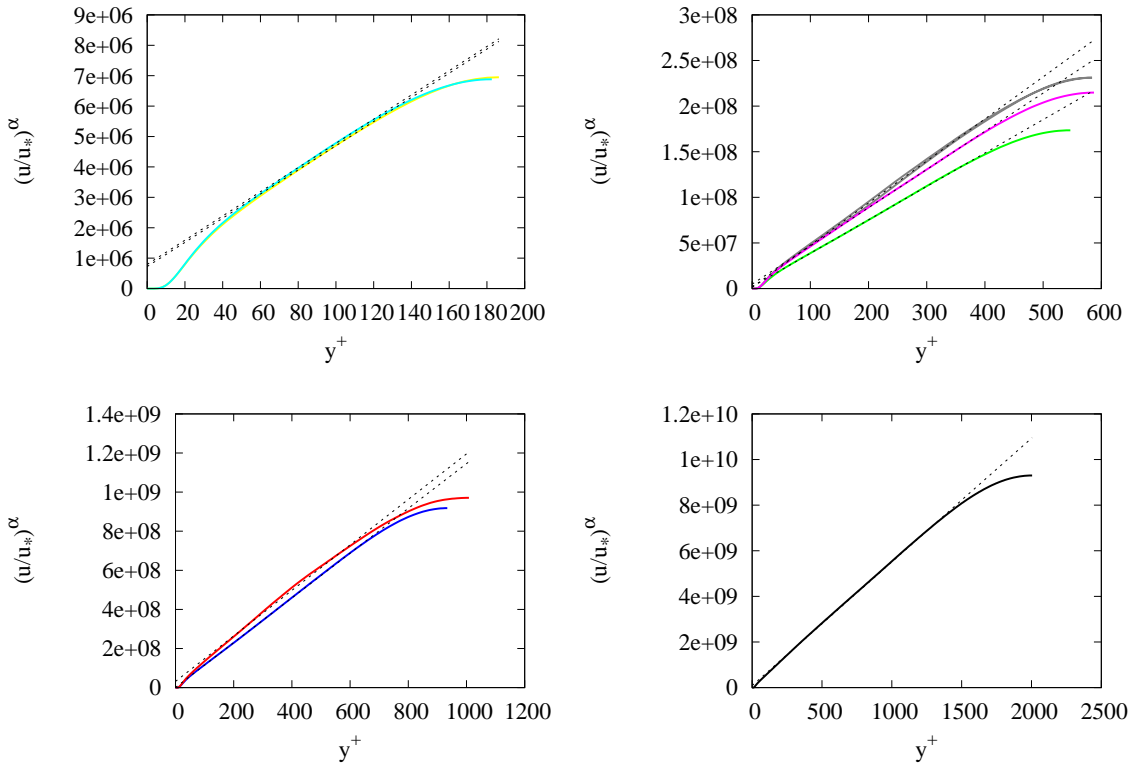


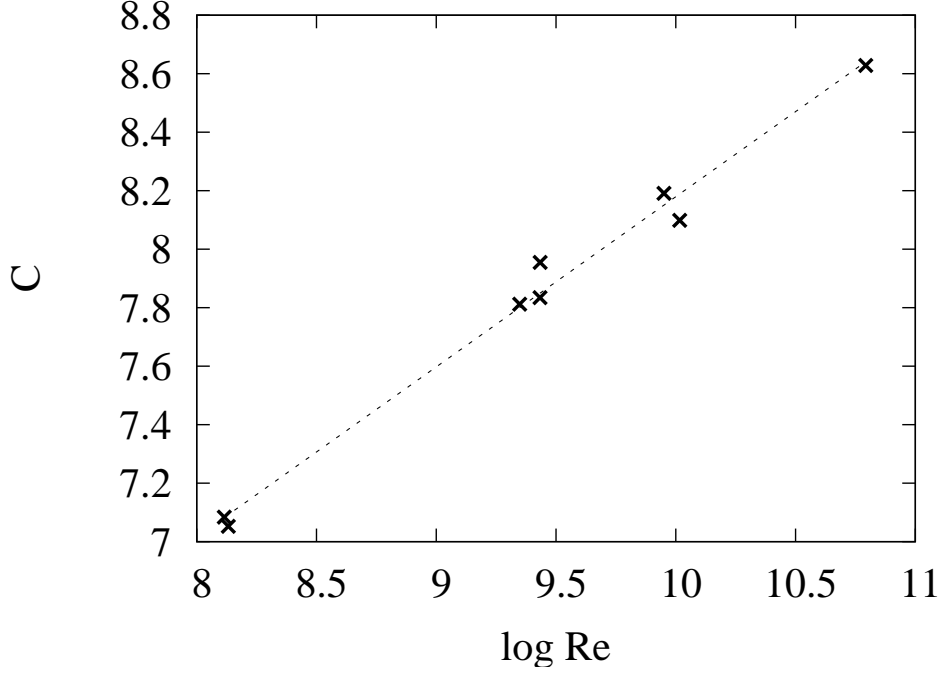
FIG. A.1:  $(U^+)^{\ln Re_+}$  en fonction de  $y^+$ . (a) pour  $Re_+ = 180$  à partir de nos simulation et [65]; (b) pour  $Re_+ = 550$  [65],  $Re_+ = 587$  [116] et  $Re_+ = 590$ ; (c) pour  $Re_+ = 950$  [65] et  $Re_+ = 1000$ ; (d) pour  $Re_+ = 2000$  [65].

Le paramètre  $C$  est évalué à partir de la pente des droites obtenues précédemment. La pente de ces droites, obtenue par la méthode des moindres carrés, est élevée à la puissance  $\alpha$ , ce qui nous donne la valeur de  $C$  pour chaque nombre de Reynolds. Sur la figure A.2,  $C$  est présenté comme une fonction du nombre de  $\ln Re_+$ .

Malgré quelques dispersions, cette fonction est relativement bien estimée par une fonction linéaire :

$$C = C_1 + C_0 \ln Re_+ \quad (\text{A.4})$$

Et les coefficients  $C_0$  et  $C_1$  sont estimés par régression linéaire. On obtient :

FIG. A.2:  $C$  en fonction de  $\ln Re_+$ .

$$Re = Re_+ \quad (\text{A.5})$$

$$\alpha_1 = 1$$

$$C_0 \approx 1.0, \quad C_1 \approx 1.70$$

En procédant de manière exactement identique, mais en choisissant d'utiliser le nombre de Reynolds basé sur la vitesse moyenne sur l'axe, en faisant l'hypothèse, comme [8], que  $\alpha = 3/2 \ln Re_c$ , on trouve :

$$Re = Re_c \quad (\text{A.6})$$

$$\alpha_1 = \frac{3}{2}$$

$$C_0 \approx 0.578 \approx \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad C_1 \approx 2.50 \approx \frac{5}{2}$$

### Détermination des coefficients pour l'accélération

On cherche à vérifier si le rapport entre la moyenne de la norme de l'accélération et l'accélération de Kolmogorov peut être évalué pour une certaine gamme de distance à la paroi par la loi 2.32. On applique exactement la même procédure que pour la détermination des coefficients pour la loi quasi-universelle pour le profil de vitesse.

On a constaté que l'exposant de la loi de puissance semblait être identique pour le profil du ratio de l'accélération et pour le profil de la vitesse.

Sur la figure A.3 on présente l'évolution de  $\langle |a| \rangle / a_\eta$  à la puissance  $1/\alpha$ , avec  $\alpha = 1/\ln Re_+$ .



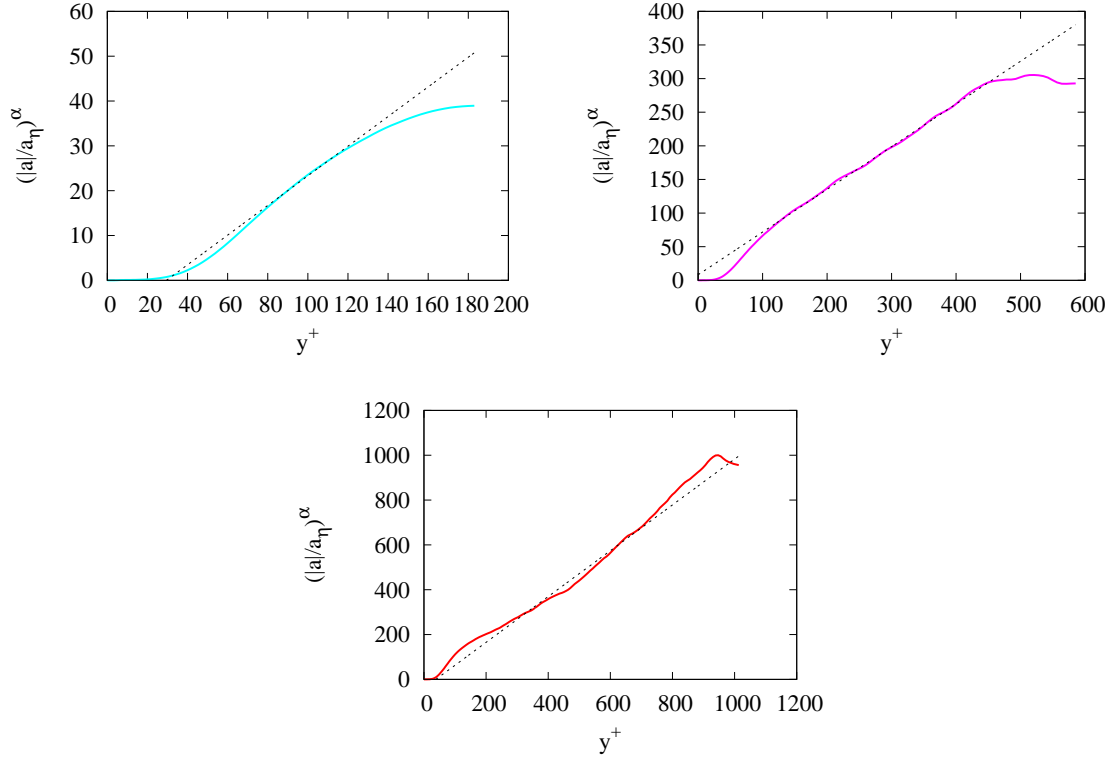
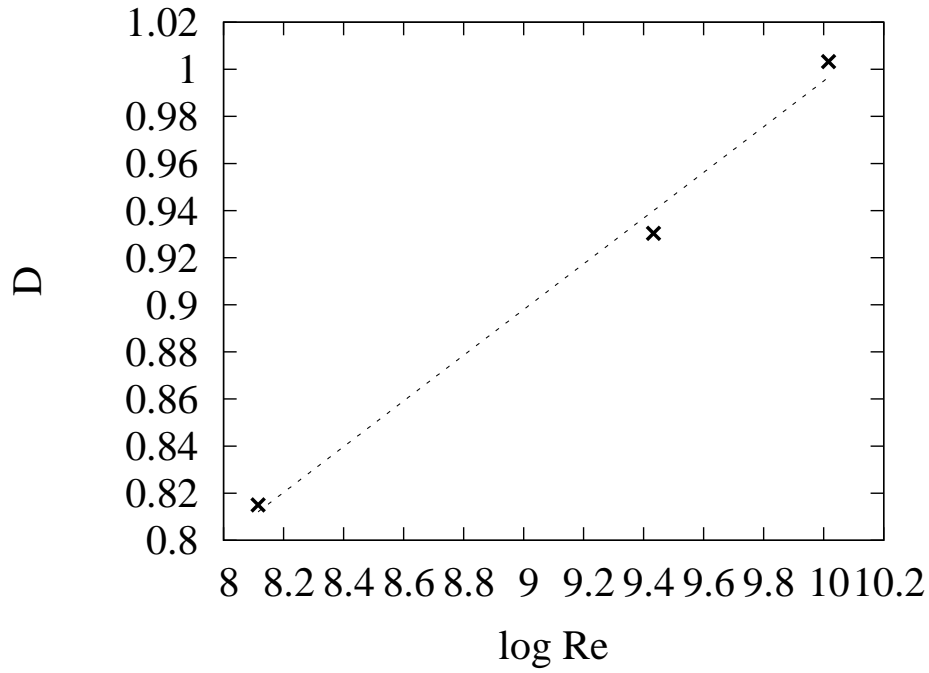


FIG. A.3:  $(\langle |a| \rangle / a_\eta)^{\ln Re_+}$  en fonction de  $y^+$ . (a) pour  $Re_+ = 180$ ; (b) pour  $Re_+ = 590$ ; (c) pour  $Re_+ = 1000$ .

L'évolution de  $(\langle |a| \rangle / a_\eta)^{\ln Re_+}$  semble encore linéaire avec  $y^+$  bien que l'on constate que pour  $Re_+ = 1000$  l'accord ne soit pas parfait. Selon nous, le fait que l'évolution ne soit pas réellement linéaire pourrait résulter d'un problème de convergence statistique ou d'un problème lié au fait que le domaine de calcul soit de dimension trop réduite (voir annexe A.4). Il faut d'ailleurs remarquer que sur la figure A.1 l'évolution de  $(U^+)^{1/\alpha}$  semble un peu moins en accord avec l'évolution linéaire pour notre simulation à  $Re_+ = 1000$  que pour la simulation de [65] à  $Re_+ = 950$ , ce qui peut signifier que le même problème est présent également pour la vitesse mais est nettement moins visible. De plus, la convergence statistique est bien plus longue pour  $\langle |a| \rangle / a_\eta$  que pour la vitesse puisque  $a$  et  $a_\eta$  présentent des distributions statistiques larges alors que la vitesse est distribuée de façon normale.

En supposant que l'exposant  $\alpha$  choisi a priori soit valable, la détermination de la fonction  $D$  est faite comme précédemment à partir des pentes obtenues pour l'évolution de  $(\langle |a| \rangle / a_\eta)^{1/\alpha}$  avec  $y^+$ . La dépendance de  $D$  avec  $\ln Re$  est représentée sur la figure A.4.

Cette évolution peut être approchée par la fonction  $D = D_1 + D_0 \ln Re$ , bien que vu le faible nombre de Reynolds et leur étendue relativement réduite, cela reste une approximation. On trouve alors pour  $D_0$  et  $D_1$  :

FIG. A.4:  $D$  en fonction de  $\ln Re_+$ .

$$\begin{aligned}
 Re &= Re_+ & (A.7) \\
 \beta_1 &= 1 \\
 D_0 &\approx 0.15, \quad D_1 \approx 0.01
 \end{aligned}$$

Avec le nombre de Reynolds basé sur la vitesse moyenne sur l'axe, on trouve :

$$\begin{aligned}
 Re &= Re_c & (A.8) \\
 \beta_1 &= \frac{3}{2} \\
 D_0 &\approx 0.10, \quad D_1 \approx 0.02
 \end{aligned}$$

## A.2 Calculs relatifs à l'équation de Langevin

### A.2.1 Variance pour l'équation de Langevin

Dans cette annexe on veut montrer que la variance à long terme pour la variable  $\chi$  piloté par l'équation de Langevin (équation 3.17) demeure  $\sigma_\chi^2$  même si l'échelle de corrélation  $T_\chi(\tau)$  dépendant de  $\tau$ .

On a vu que la variance de  $\chi$  peut s'exprimer ainsi (équation 3.21)

$$\langle \chi(\tau)^2 \rangle = \langle \chi(\tau=0)^2 \rangle \exp[-2\Gamma(0, \tau)] + 2\sigma_\chi^2 \int_0^\tau \exp[-2\Gamma(s, \tau)] \frac{ds}{T_\chi(s)} \quad (\text{A.9})$$

où on a choisi  $\langle \chi(\tau=0)^2 \rangle = \sigma_\chi^2$  et où on a introduit

$$\Gamma(\tau_1, \tau_2) = \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{ds}{T_\chi(s)} \quad (\text{A.10})$$

En remarquant que :

$$\Gamma(s, \tau) = \Gamma(s, 0) + \Gamma(0, \tau) = -\Gamma(0, s) + \Gamma(0, \tau) \quad (\text{A.11})$$

on peut réécrire l'équation A.9 sous la forme suivante :

$$\langle \chi(\tau)^2 \rangle = \sigma_\chi^2 \exp[-2\Gamma(0, \tau)] \left\{ 1 + 2 \int_0^\tau \frac{1}{T_\chi(s)} \exp[2\Gamma(0, s)] ds \right\} \quad (\text{A.12})$$

En notant :

$$\alpha(\tau) = \exp[2\Gamma(0, \tau)] \quad (\text{A.13})$$

et en remarquant que :

$$\frac{d\alpha(\tau)}{d\tau} = \alpha'(\tau) = \frac{2}{T_\chi(\tau)} \exp[2\Gamma(0, \tau)] \quad (\text{A.14})$$

L'équation A.15 s'écrit de façon équivalente :

$$\langle \chi(\tau)^2 \rangle = \sigma_\chi^2 \alpha(\tau)^{-1} \left\{ 1 + \int_0^\tau \alpha'(s) ds \right\} \quad (\text{A.15})$$

Et puisque :

$$\int_0^\tau \alpha'(s) ds = \alpha(\tau) - \alpha(0) = \alpha(\tau) - 1 \quad (\text{A.16})$$

On a :

$$\langle \chi(\tau)^2 \rangle = \sigma_\chi^2 \quad (\text{A.17})$$

Pour que le resultat A.17 soit valable  $\Gamma(0, \tau)$  doit être défini pour  $\tau \geq 0$ . Ainsi, il faut que  $1/T_\chi(\tau)$  soit intégrable.

### A.2.2 Autocorrélation pour l'équation log-Langevin

On va exprimer la longueur de corrélation de  $E^+$  en fonction de  $T_\chi(\tau)$ . Cette longueur de corrélation pour  $E^+$ ,  $T_E(\tau)$  est défini de la façon suivante :

$$T_E(\tau) = \int_0^\infty \rho_E(\tau, \tau + s) ds \quad (\text{A.18})$$

où  $\rho_E(\tau_1, \tau_2)$  le coefficient de corrélation entre les « instants »  $\tau_1$  et  $\tau_2$ , définit à partir de la covariance de  $E$  :

$$\rho_E(\tau_1, \tau_2) = \frac{\text{cov}_E(\tau_1, \tau_2)}{E_{rms}(\tau_1)E_{rms}(\tau_2)} = \frac{\langle (E(\tau_1) - \langle E(\tau_1) \rangle)(E(\tau_2) - \langle E(\tau_2) \rangle) \rangle}{E_{rms}(\tau_1)E_{rms}(\tau_2)} \quad (\text{A.19})$$

avec  $E_{rms}(\tau) = \sqrt{\langle E(\tau)^2 \rangle - \langle E(\tau) \rangle^2}$  l'écart type de  $E(\tau)$ . La covariance peut être exprimée de la sorte :

$$\text{cov}_E(\tau_1, \tau_2) = \langle e^X \rangle - \langle E(\tau_1) \rangle \langle E(\tau_2) \rangle \quad (\text{A.20})$$

où  $X = \chi(\tau_1) + \chi(\tau_2)$ . Puisque  $\chi$  suit un processus d'Ornstein Uhlenbeck,  $\chi(\tau_1)$  et  $\chi(\tau_2)$  sont deux variables normales jointes,  $X$  sera donc une variable normale, ce qui permet de calculer  $\langle e^X \rangle$ . La moyenne et la variance de  $X$  sont :

$$\langle X \rangle = \langle \chi(\tau_1) \rangle + \langle \chi(\tau_2) \rangle \quad (\text{A.21})$$

et

$$\begin{aligned} \langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2 &= \langle \chi(\tau_1)^2 + 2\chi(\tau_1)\chi(\tau_2) + \chi(\tau_2)^2 \rangle - \langle X \rangle^2 \\ &= 2\sigma_\chi^2(1 + \rho_\chi(\tau_1, \tau_2)) \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

où  $\rho_\chi$  est le coefficient de corrélation de  $\chi$  dont la définition est similaire à (A.19) et la variance de  $\chi$  vaut  $\sigma^2$  quelque soit  $\tau$ . Pour l'équation de Langevin, lorsque la distance de corrélation dépend de  $\tau$ ,  $\rho_\chi$  devient :

$$\rho_\chi(\tau_1, \tau_2) = \exp(-\Gamma(\tau_1, \tau_2)) \quad (\text{A.23})$$

avec  $\Gamma(\tau_1, \tau_2) = \Gamma(0, \tau_2) - \Gamma(0, \tau_1) = \int_{\tau_1}^{\tau_2} 1/T_\chi(\tau')d\tau'$  et  $\tau_2 > \tau_1$ . Ainsi le coefficient d'autocorrélation pour  $E$  s'exprime à partir des équations A.19, A.20, A.21, A.22, A.23 et l'expression de la moyenne d'une variable lognormale :

$$\rho_E(\tau_1, \tau_2) = \frac{\exp(\sigma^2 \rho_\chi(\tau_1, \tau_2)) - 1}{\exp(\sigma^2) - 1} \quad (\text{A.24})$$

Ce qui se simplifie avec  $\sigma^2 = \ln 2$  en :  $\rho_E(\tau_1, \tau_2) = \exp(\ln(2)\rho_\chi(\tau_1, \tau_2)) - 1$ .

Cette expression pour  $\rho_E$  permet de comparer  $T_E(\tau)$  et  $T_\chi(\tau)$ , en substituant l'expression (A.24) dans la définition de  $T_E$  (A.18) :

$$\begin{aligned} T_E(\tau) &= \int_0^\infty \rho_E(\tau, \tau + s) ds \\ &= \int_0^\infty \exp(\ln(2) \exp(-\Gamma(\tau, \tau + s))) - 1 \quad ds \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

Dans le cas où  $T_\chi(\tau)$  est constant :  $T_\chi(\tau) = c$ , avec le changement de variable suivant [134] :  $z = \ln(2) \exp(-s/c)$ , l'expression précédente devient :

$$\frac{T_E}{T_\chi} = \int_0^{\ln 2} \frac{e^z - 1}{z} dz \approx 0.8345 \quad (\text{A.26})$$

Ainsi dans le cas où l'échelle de corrélation est constante, on remarque que  $T_E$  et  $T_\chi$  sont du même ordre de grandeur.

### A.3 Statistiques de la marche aléatoire multifractale

On présente quelque statistique de processus  $\psi$  représentant une marche aléatoire multifractale. Ce processus est donné par les équations 3.42, 3.43 et 3.44 avec  $D = 1.$ ,  $L = 50$ ,  $dy = 0.1$ ,  $\lambda = 0.44$ .

Sur la figure A.5, on montre trois exemples de réalisation de ce processus.

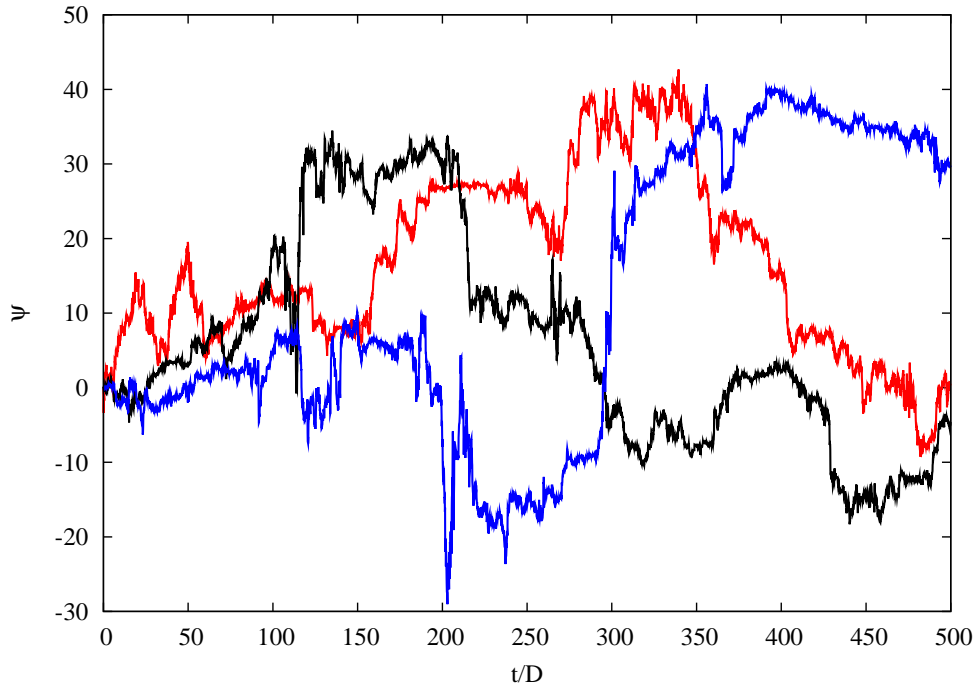


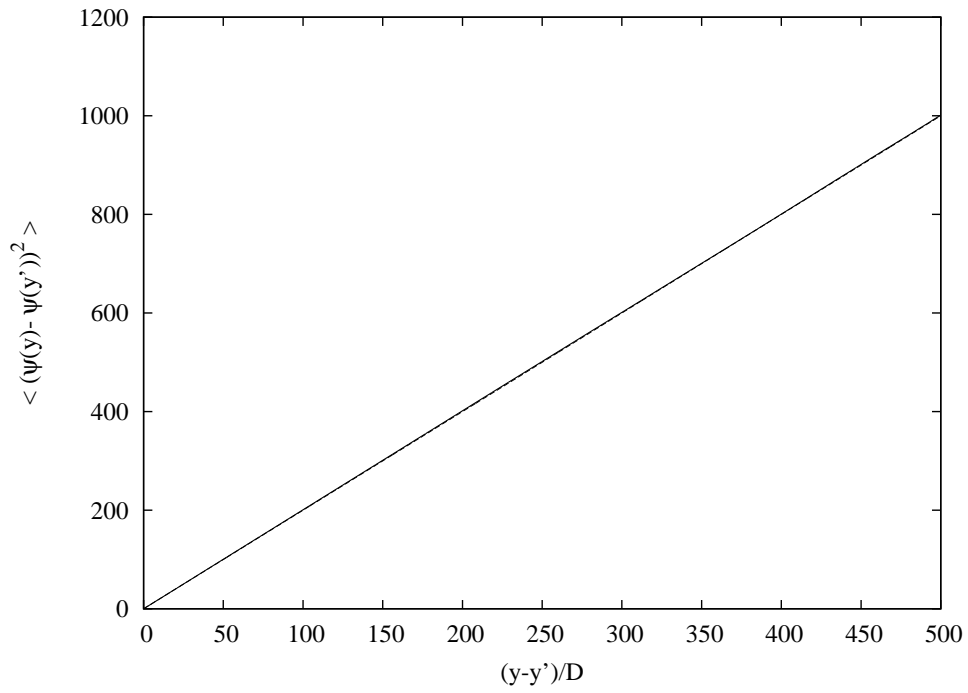
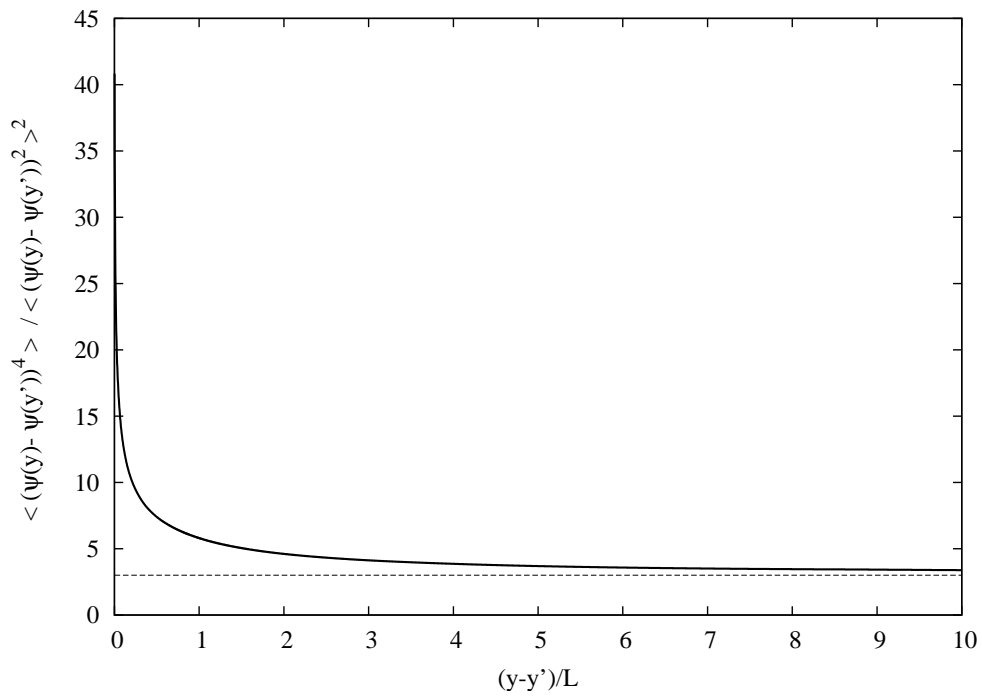
FIG. A.5: Trois exemples de réalisation.

La figure A.6 montre l'évolution de la variance des incréments du processus  $\psi$ , équivalent à la fonction de structure d'ordre deux. On constate que comme désiré la diffusion de ce processus est normale, c'est à dire :  $\langle (\psi(y) - \psi(y'))^2 \rangle = 2D(y - y')$ .

Sur la figure A.7, on présente l'évolution avec l'échelle de la flatness des incréments de  $\psi$ . On voit que la flatness augmente fortement aux petites échelles, trahissant la présence des courtes périodes de très forte fluctuation vues sur la figure A.5.

La figure A.8 montre la distribution statistique des incréments de  $\psi$  pour plusieurs échelles de séparation. On constate en cours avec l'évolution de la flatness que la distribution des incréments devient de plus en plus large lorsque l'échelle est diminuée.

Sur la figure A.9 on trace l'évolution avec l'échelle des 6 premiers moments de la fonction de structure de  $\psi$ . La fonction de structure est définie de la façon suivante :  $m(q, r) = \langle |\psi(y+r) - \psi(y)|^q \rangle$ . Sur la figure A.9 elles sont normalisées par l'ordre  $q$  du moment considéré afin de mettre en évidence le « scaling anormal » de ce processus. On remarque également que le « scaling » normale est restauré pour les échelles supérieur


 FIG. A.6: Evolution du moment d'ordre 2 de la fonction de structure de  $\psi$ .

 FIG. A.7: Evolution de la flatness des incréments de  $\psi$ .

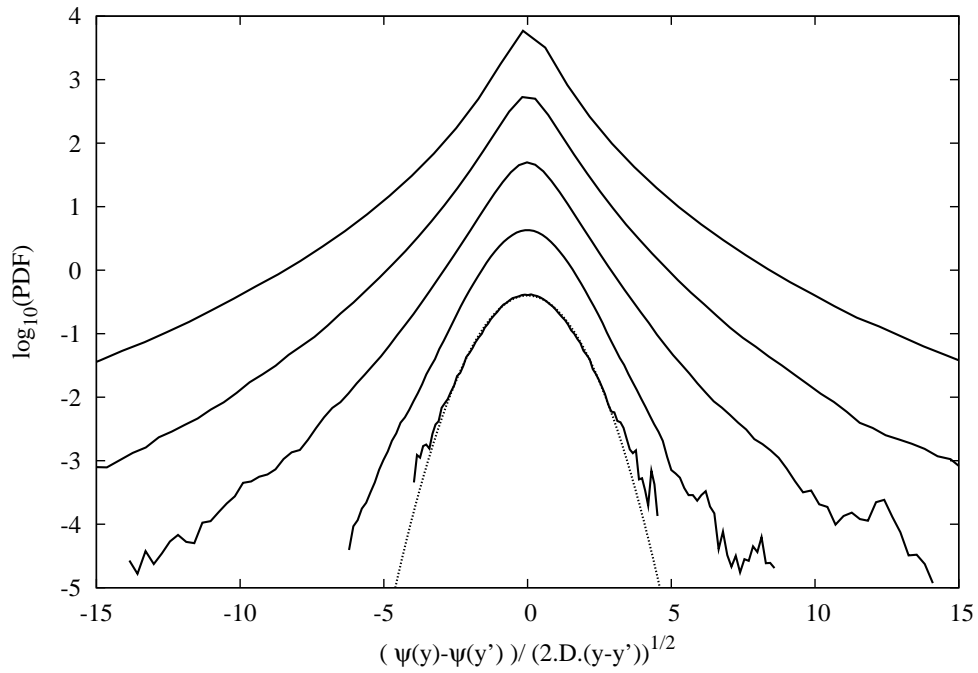


FIG. A.8: Distribution des incréments  $\delta_r \psi$  pour différentes échelles de séparation  $r = |y - y'|$  :  $r/L = 0.05, 0.3, 1, 5$  et  $10$  respectivement de haut en bas (les distributions sont décalées verticalement) et comparaison avec la loi normale (tiret).

à l'échelle de corrélation  $L$  puisque les fonctions d'ordre  $q$  divisée par  $q$  ont une pente de 1.

La figure A.10 présente l'évolution du coefficient d'autocorrélation de  $dg$ . On peut remarquer que l'évolution est bien conforme à l'équation 3.44.

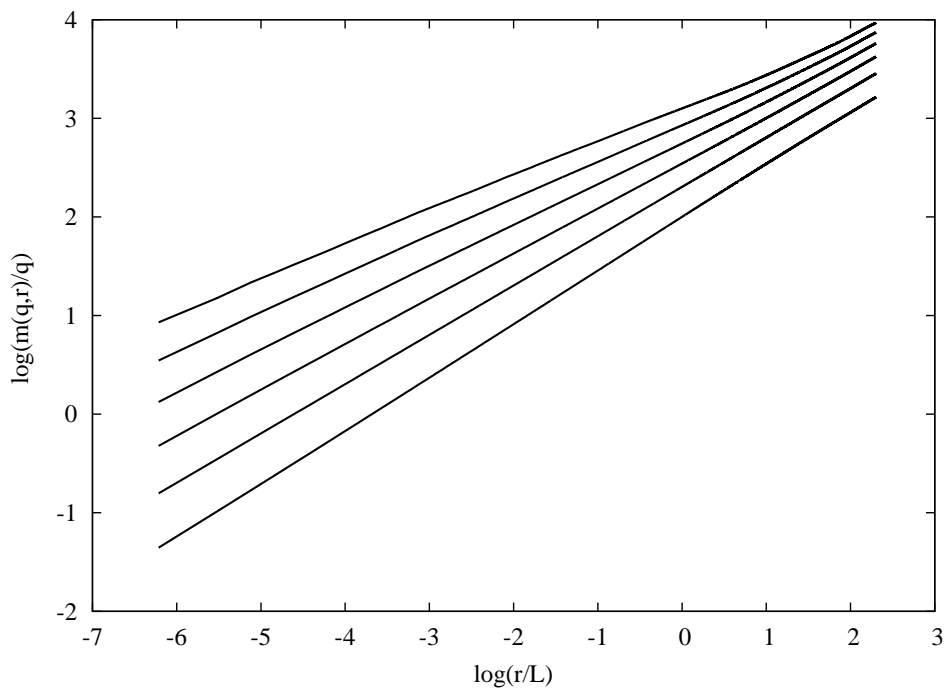


FIG. A.9: Fonctions de structure d'ordre 1 à 6, normalisées par l'ordre  $q$  :  $m(q,r)/q$ .

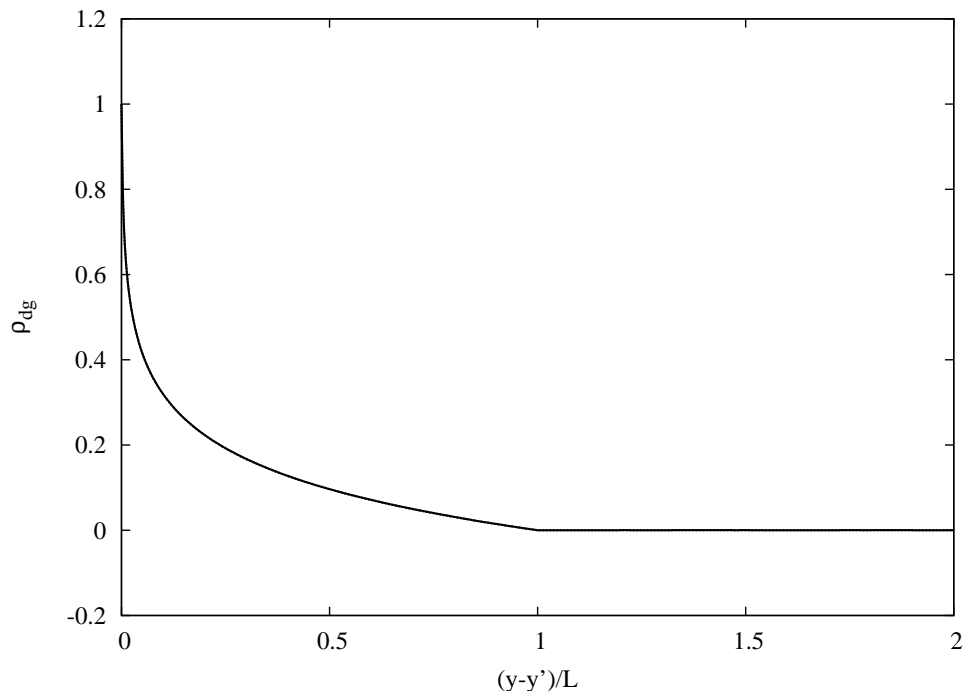


FIG. A.10: Coefficient d'autocorrélation de  $dg$ .



## A.4 Validation de la DNS

Dans ce paragraphe, on compare quelques statistiques obtenues avec nos DNS avec les simulations [116, 65], afin de valider nos calculs. Les DNS ont été faites pour trois nombres de Reynolds :  $Re_+ = 180, 590$  et  $1000$ . Dans le tableau A.1 les paramètres utilisés pour le calcul de la DNS sont récapitulés.

Sur les figures A.11 et A.12, les profils de vitesse obtenus par nos simulations sont comparés avec ceux obtenus par Moser et al.[116] et par Hoyas et Jimenez [65].

Que ce soit pour la vitesse moyenne ou pour l'écart type de la vitesse, les profils sont très proches les uns des autres. Les principales différences par rapport à la DNS de [65], peuvent être observées pour le plus grand nombre de Reynolds, sur l'écart type de la composante normale de vitesse et sur la corrélation  $\langle u'v' \rangle$ . Elles proviennent de la différence de nombre de Reynolds, mais pourraient être également dues à une différence dans la taille du domaine.

Les spectres unidimensionnels dans la direction longitudinale, des trois composantes de la vitesse, à  $y^+ = 60$ , sont comparés avec ceux issus des DNS de [116, 65]. L'accord avec les simulations de référence est excellent, bien que les différentes tailles de domaines utilisés soient mises en évidence : la résolution de nos calculs est meilleure, mais la taille de la boîte est plus faible (voir le tableau A.1).

TAB. A.1: Paramètres utilisés pour les DNS.

nom	$Re_+$	$Re_c$	$N_x \times N_y \times N_z$	$L_x \times L_y \times L_z$	$\Delta x^+ \times \Delta y^+ \times \Delta z^+$	$dt^+ = dt/t_*$
DNS	180	3280	$192 \times 193 \times 192$	$3\pi h \times 2h \times \frac{4}{3}\pi h$	$9.0 \times (0.02 \sim 3.0) \times 4.0$	0.030
DNS [65]	186	3400	$1024 \times 97 \times 512$	$12\pi h \times 2h \times 4\pi h$	$9.0 \times (0.10 \sim 6.0) \times 6.7$	-
DNS	587	12490	$384 \times 257 \times 384$	$\frac{3}{2}\pi h \times 2h \times \frac{3}{4}\pi h$	$7.2 \times (0.04 \sim 7.2) \times 3.6$	0.033
DNS [116]	587	12547	$384 \times 257 \times 384$	$2\pi h \times 2h \times \pi h$	$9.7 \times (0.04 \sim 7.2) \times 4.8$	-
DNS	1000	22250	$512 \times 385 \times 512$	$\frac{4}{3}\pi h \times 2h \times \frac{2}{3}\pi h$	$8.2 \times (0.03 \sim 8.3) \times 4.1$	0.034
DNS [65]	934	20960	$3072 \times 385 \times 2304$	$8\pi h \times 2h \times 3\pi h$	$7.6 \times (0.03 \sim 7.6) \times 3.8$	-
DNS [65]	2003	48680	$6144 \times 633 \times 4608$	$8\pi h \times 2h \times 3\pi h$	$8.2 \times (0.32 \sim 8.9) \times 4.1$	-

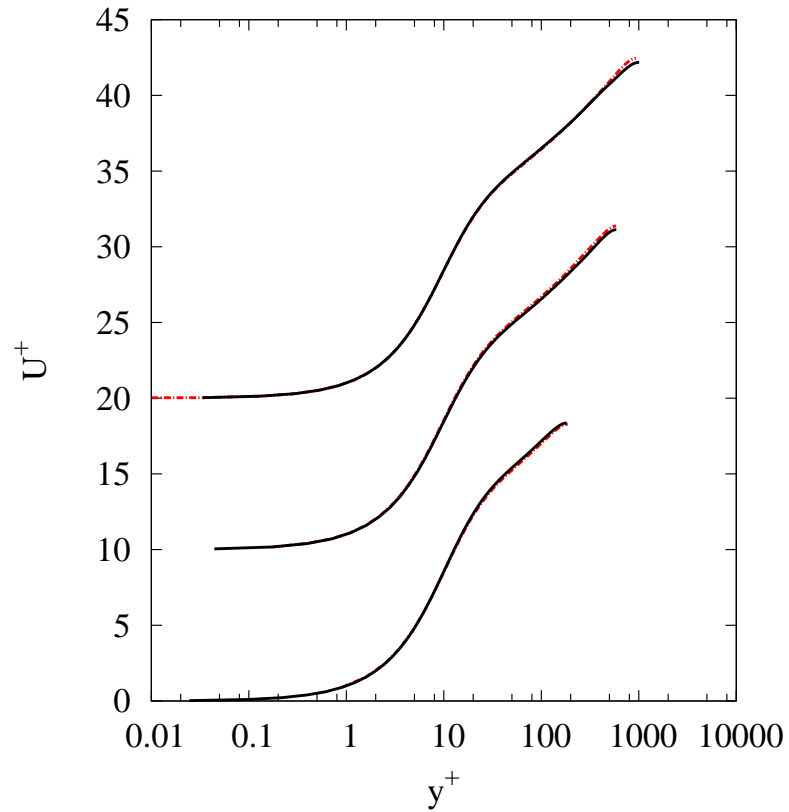


FIG. A.11: Profil de vitesse moyenne pour  $Re_+ = 180, 590$  et  $1000$  de bas en haut respectivement (décalé de 10 unité de paroi verticalement) (lignes). Comparaison avec la DNS de [116] pour  $Re_+ = 590$  et avec la DNS de [65] pour  $Re_+ = 180$  et  $1000$  (pointillés). La ligne en pointillé représente la loi de paroi logarithmique.

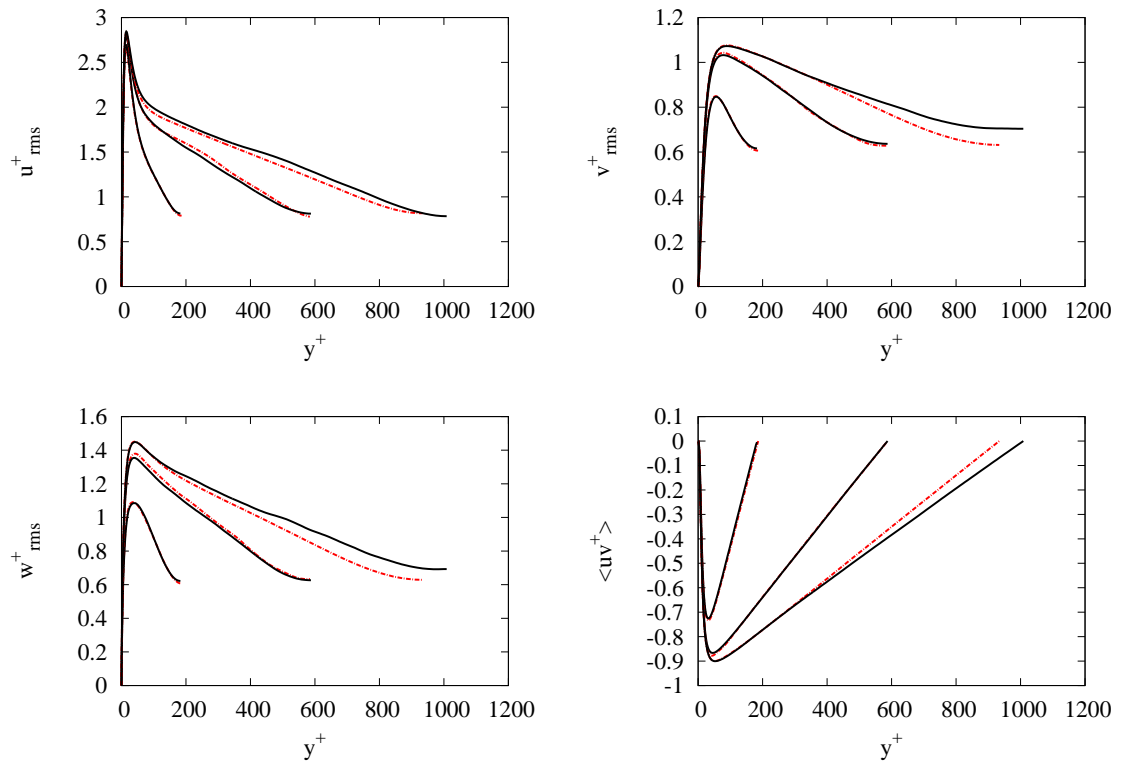


FIG. A.12: Profil d'écart type de la vitesse longitudinale (a), normale (b) et transversale (c) et profil de la corrélation  $\langle u'v' \rangle$  (d) pour  $Re_+ = 180, 590$  et  $1000$  (lignes). Comparaison avec la DNS de [116] pour  $Re_+ = 590$  et avec la DNS de [65] pour  $Re_+ = 180$  et  $1000$  (pointillés).

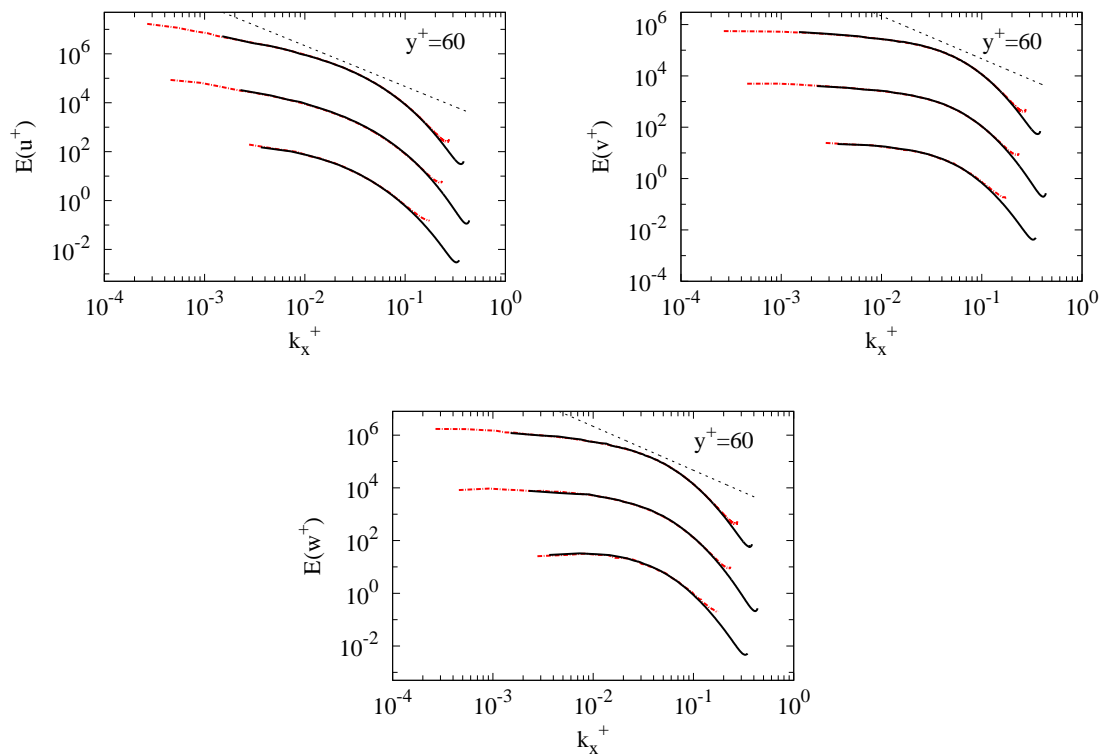


FIG. A.13: Spectres unidimensionnels dans la direction longitudinale de la vitesse longitudinale (a), normale (b) et transversale (c) pour  $Re_+ = 180, 590$  et  $1000$  (multiplié par 100 à chaque fois) (lignes). Comparaison avec la DNS de [116] pour  $Re_+ = 180$  et avec la DNS de [65] pour  $Re_+ = 590$  et  $1000$  (pointillés). Comparaison également avec une courbe de pente  $-5/3$ .

# Bibliographie

- [1] R. A. ANTONIA, J. KIM et L. W. B. BROWNE : Some characteristics of small-scale turbulence in a turbulent duct flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 233:369–388, 1991.
- [2] V. ARMENIO, U. PIOMELLI et V. FIOROTTO : Effect of the subgrid scales on particle motion. *Physics of Fluids*, 11(10):3030–3042, 1999.
- [3] S. AYYALASOMAYAJULA, A. GYLFASON, L. R. COLLINS, E. BODENSCHATZ et Z. WARHAFT : Lagrangian measurements of inertial particle accelerations in grid generated wind tunnel turbulence. *Physical Review Letters*, 97(14):144507, 2006.
- [4] E. BACRY, J. DELOUR et J. F. MUZY : Multifractal random walk. *Physical Review E*, 64(2):026103, 2001.
- [5] J. S. BAGGETT, J. JIMÉNEZ et A. G. KRAVCHENKO : Resolution requirements for large-eddy simulations of shear flows. *In Annual Research Briefs 1997*, Stanford University, Palo Alto, California, 1997. Center for Turbulence Research.
- [6] S. BALACHANDAR et J. K. EATON : Turbulent Dispersed Multiphase Flow. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 42:111–133, 2010.
- [7] J. BARDINA, J. H. FERZIGER et W. C. REYNOLDS : Improved turbulence models based on large eddy simulation of homogeneous, incompressible, turbulent flows. Technical Report TF-19, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, Stanford, 1983.
- [8] G. I. BARENBLATT : Scaling laws for fully developed turbulent shear flows. part 1. basic hypotheses and analysis. *Journal of Fluid Mechanics*, 248:513–520, 1993.
- [9] G. I. BARENBLATT : *Scaling, self-similarity, and intermediate asymptotics*. Cambridge University Press, Cambridge, U.K., 1996.
- [10] G. I. BARENBLATT : *Scaling*. Cambridge University Press, Cambridge, U.K., 2002.
- [11] G. I. BARENBLATT et A. J. CHORIN : Scaling laws and vanishing viscosity limits in turbulence theory. *Proc. Symposia Appl. Math. AMS*, 54:1–25, 1996.
- [12] G. I. BARENBLATT et A. J. CHORIN : Scaling of the intermediate region in wall-bounded turbulence : The power law. *Physics of Fluids*, 10(4):1043–1044, 1998.
- [13] G. I. BARENBLATT, A. J. CHORIN et V. M. PROSTOKISHIN : Self-similar intermediate structures in turbulent boundary layers at large Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 410:263–283, 2000.

- [14] G. I. BARENBLATT, A.J. CHORIN et V.M. PROSTOKISHIN : Scaling laws for fully developed turbulent flow in pipes. *Applied Mechanics Reviews*, 50:413–429, 1997.
- [15] G. I. BARENBLATT et Nigel GOLDENFELD : Does fully developed turbulence exist? reynolds number independence versus asymptotic covariance. *Physics of Fluids*, 7(12):3078–3082, 1995.
- [16] G. I. BARENBLATT et V. M. PROSTOKISHIN : Scaling laws for fully developed turbulent shear flows. part 2. processing of experimental data. *Journal of Fluid Mechanics*, 248:521–529, 1993.
- [17] G.I. BARENBLATT et A.J. CHORIN : A mathematical model for the scaling of turbulence. *Proc. Nat. Acad. Sc. USA*, 101:15023–15026, 2004.
- [18] G. K. BATCHELOR : Pressure fluctuations in isotropic turbulence. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 47(02):359–374, 1951.
- [19] G. K. BATCHELOR et A. A. TOWNSEND : The nature of turbulent motion at large wave-numbers. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 199:238–255, 1949.
- [20] J. BEC, L. BIFERALE, G. BOFFETTA, A. CELANI, M. CENCINI, A. LANOTTE, S. MUSACCHIO et F. TOSCHI : Acceleration statistics of heavy particles in turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 550:349–358, 2006.
- [21] R. BENZI, G. AMATI, F. TOSCHI et R. PIVA : Intermittency and scaling laws for wall bounded turbulence. *Physics of Fluids*, 11(6):1284–1286, 1999.
- [22] L. BIFERALE et F. TOSCHI : Joint statistics of acceleration and vorticity in fully developed turbulence. *Journal of Turbulence*, 6(40), 2006.
- [23] M. S. BORGAS : The Multifractal Lagrangian Nature of Turbulence. *Philosophical Transactions : Physical Sciences and Engineering*, 342(1665):379–411, 1993.
- [24] J. G. BRASSEUR et T. WEI : Designing large-eddy simulation of the turbulent boundary layer to capture law-of-the-wall scaling. *Physics of Fluids*, 22(2):021303, 2010.
- [25] M. BUFFAT, L. LE PENVEN et A. CADIOU : An efficient spectral method based on an orthogonal decomposition of the velocity for transition analysis in wall bounded flow. *Comput. Fluids*, 42:62–72, 2011.
- [26] G. C. BURTON et W. J. A. DAHM : Multifractal subgrid-scale modeling for large-eddy simulation. I. Model development and a priori testing. *Physics of Fluids*, 17:075111, 2005.
- [27] G. C. BURTON et W. J. A. DAHM : Multifractal subgrid-scale modeling for large-eddy simulation. II. Backscatter limiting and a posteriori evaluation. *Physics of Fluids*, 17:075112, 2005.
- [28] C. CANUTO, M.Y. HUSSAINI, A. QUARTERONI et T.A. ZANG : *Spectral Methods in Fluid Dynamics*. Springer-Verlag, New York, 1988.
- [29] C. M. CASCIOLA, R. BENZI, P. GUALTIERI, B. JACOB et R. PIVA : Double scaling and intermittency in shear dominated flows. *Physical Review E*, 65(1):015301, 2001.

- 
- [30] B. CASTAING, Y. GAGNE et HOPFINGER : Velocity probability density functions of high Reynolds number turbulence. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 46(2): 177–200, 1990.
- [31] B. CASTAING, Y. GAGNE et M. MARCHAND : Log-similarity for turbulent flows? *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 68(3-4):387–400, 1993.
- [32] F. H. CHAMPAGNE, V. G. HARRIS et S. CORSIN : Experiments on nearly homogeneous turbulent shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 41:81–139, 1970.
- [33] B. CHAOUAT et R. SCHIESTEL : Further insight into sub-grid scale transport for continuous hybrid non-zonal rans/les simulations. *In Proceeding of the sixth internal symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena (TSFP 6)*, pages 1063–1068, 2009.
- [34] L. CHEVILLARD, B. CASTAING et E. LÉVÊQUE : On the rapid increase of intermittency in the near-dissipation range of fully developed turbulence. *European Physical Journal B*, 48:561–567, 2005.
- [35] J.-I. CHOI, K. YEO et C. LEE : Lagrangian statistics in turbulent channel flow. *Physics of fluids*, 16(3):779–793, 2004.
- [36] A. CHORIN : *Vorticity and Turbulence*. Springer, Berlin, 1994.
- [37] R.A. CLARK, J.H. FERZIGER et W.C. REYNOLDS : Evaluation of subgrid-scale models using an accurately simulated turbulent flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 91(1):1–16, 1979.
- [38] R. CLIFT, J. GRACE et M. WEBER : *Bubble, Drops and Particles*. Academic Press, 1978.
- [39] R. B. DEAN : Reynolds Number dependance on skin Friction and other bulk flow variables in two-dimensional rectangular duct flow. *Journal of Fluids Engineering*, 100:216–223, 1978.
- [40] J.W. DEARDORFF : A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 41:453–480, 1970.
- [41] J. C. DEL ALAMO et J. JIMÉNEZ : Linear energy amplification in turbulent channels. *Journal of Fluid Mechanics*, 559:205–213, 2006.
- [42] J. C. DEL ALAMO, J. JIMÉNEZ, P. ZANDONADE et R. D. MOSER : Scaling of the energy spectra of turbulent channels. *Journal of Fluid Mechanics*, 500:135–144, 2004.
- [43] J. C. DEL ALAMO, J. JIMÉNEZ, P. ZANDONADE et R. D. MOSER : Self-similar vortex clusters in the turbulent logarithmic region. *Journal of Fluid Mechanics*, 561:329–358, 2006.
- [44] J. A. DOMARADZKI et N. A. ADAMS : Direct modelling of subgrid scales of turbulence in large eddy simulations. *Journal of Turbulence*, 3:0–24, 2002.
- [45] J. K. EATON et J. R. FESSLER : Preferential concentration of particles by turbulence. *International Journal of Multiphase Flow*, 20:169–209, 1994.
- [46] G. L. EYINK : Turbulent flow in pipes and channels as cross-stream “inverse cascades” of vorticity. *Physics of Fluids*, 20(12):125101, 2008.



- [47] J. R. FESSLER, J. D. KULICK et J. K. EATON : Preferential concentration of heavy particles in a turbulent channel flow. *Physics of Fluids*, 6(11):3742–3749, 1994.
- [48] U. FRISCH : *Turbulence : The Legacy of A. N. Kolmogorov*. Cambridge university press, 1995.
- [49] T. B. GATSKI, M. Y. HUSSAINI et J. L. LUMLEY : *Simulation and Modelling of Turbulent Flows*. Oxford University Press, 1996.
- [50] M. GERMANO, U. PIOMELLI, P. MOIN et W. H. CABOT : A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Physics of Fluids A*, 3(7):1760–1765, 1991.
- [51] F. S. GODEFERD et L. LOLLINI : Direct numerical simulations of turbulence with confinement and rotation. *Journal of Fluid Mechanics*, 393:257–308, 1999.
- [52] N. GOLDENFELD, O. MARTIN et Y. OONO : Intermediate Asymptotics and Renormalization Group Theory. *Journal of Scientific Computing*, 4(4), 1989.
- [53] M. GOROKHOVSKI : Fragmentation under the scaling symmetry and turbulent cascade with intermittency. In *Center for turbulence research Proceedings of the summer program 2003*, pages 197–203, Stanford University, Palo Alto, California, 2003. Center for turbulence research.
- [54] M GOROKHOVSKI et A CHTAB : The dispersion of a light solid particle in high-Reynolds number homogeneous stationary turbulence : LES approach with stochastic sub-grid model. In *Computational Methods in Multiphase Flow III*, volume 50, pages 265–274, 2005. Conference Information : 3rd International Conference on Computational Methods in Multiphase Flow, Date : OCT 31-NOV 02, 2005 Portland ME.
- [55] M. GOROKHOVSKI, R. ZAMANSKY et I. VINKOVIC : Channel flow LES with stochastic modeling of the subgrid acceleration. In *Center for turbulence research Proceedings of the summer program 2008*, Stanford University, Palo Alto, California, 2008. Center for turbulence research.
- [56] M. A. GOROKHOVSKI et V. L. SAVELIEV : Analyses of Kolmogorov’s model of breakup and its application into Lagrangian computation of liquid sprays under air-blast atomization. *Physics of Fluids*, 15(1):184–192, 2003.
- [57] M. A. GOROKHOVSKI et V. L. SAVELIEV : Statistical universalities in fragmentation under scaling symmetry with a constant frequency of fragmentation. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 41:085405, 2008.
- [58] T. GOTOH et R. S. ROGALLO : Intermittency and scaling of pressure at small scales in forced isotropic turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 396:257–285, 1999.
- [59] J. GULLBRAND : Explicit filtering and subgrid-scale models in turbulent channel flow. In *Center for Turbulence Research Annual Research Briefs 2001*, pages 331–342, Stanford University, Palo Alto, California, 2001. Center for Turbulence Research.
- [60] J. GULLBRAND : Grid-independent large-eddy simulation in turbulent channel flow using three-dimensional explicit filtering. In *Center for Turbulence Research*

---

*Annual Research Briefs 2003*, pages 331–342, Stanford University, Palo Alto, California, 2003. Center for Turbulence Research.

- [61] J. M. HAMILTON, J. KIM et F. WALEFFE : Regeneration mechanisms of near-wall turbulence structures. *Journal of Fluid Mechanics*, 287:317–348, 1995.
- [62] C. HÄRTEL, L. KLEISER, F. UNGER et R. FRIEDRICH : Subgrid-scale energy transfer in the near-wall region of turbulent flows. *Physics of Fluids*, 6(9):3130–3143, 1994.
- [63] R. J. HILL : Scaling of acceleration in locally isotropic turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 452:361–370, 2002.
- [64] S. HOYAS et J. JIMÉNEZ : Scaling of the velocity fluctuations in turbulent channels up to  $Re_\tau = 2003$ . *Physics of Fluids*, 18(1), 2006.
- [65] S. HOYAS et J. JIMÉNEZ : Reynolds number effects on the reynolds-stress budgets in turbulent channels. *Physics of Fluids*, 20(10):101511, 2008.
- [66] T. J. R. HUGHES, A. A. OBERAI et L. MAZZEI : Large eddy simulation of turbulent channel flows by the variational multiscale method. *Physics of Fluids*, 13(6):1784–1799, 2001.
- [67] N. HUTCHINS et I. MARUSIC : Evidence of very long meandering features in the logarithmic region of turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 579:1–28, 2007.
- [68] N. HUTCHINS et I. MARUSIC : Large-scale influences in near-wall turbulence. *Philosophical Transactions of The Royal Society A*, 365:647–664, 2007.
- [69] J. JIMÉNEZ : The largest structures in turbulent wall flows. *In CTR Annual Research Briefs*, pages 943–945, 1998.
- [70] J. JIMÉNEZ : Recent developments on wall-bounded turbulence. *Rev. R. Acad. Cien. Serie A. Mat.*, 101(2):187–203, 2007.
- [71] J. JIMÉNEZ, J. C. DEL ALAMO et O. FLORES : The large-scale dynamics of near-wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 505:179–199, 2004.
- [72] J. JIMÉNEZ, G. KAWAHARA, M.P. SIMENS, M. NAGATA et M. SHIBA : Characterization of near-wall turbulence in terms of equilibrium and bursting solutions. *Physics of Fluids*, 17:015105, 2005.
- [73] J. JIMÉNEZ et A. PINELLI : The autonomous cycle of near-wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 389:335–359, 1999.
- [74] L. P. KADANOFF : *Statistical Physics, Statics, Dynamics and Renormalization*. World Scientific, Singapore, 2000.
- [75] D. KAFTORI, G. HETSRONI et S. BANERJEE : Particle behavior in the turbulent boundary layer. i. motion, deposition, and entrainment. *Physics of Fluids*, 7(5): 1095–1106, 1995.
- [76] D. KAFTORI, G. HETSRONI et S. BANERJEE : Particle behavior in the turbulent boundary layer. ii. velocity and distribution profiles. *Physics of Fluids*, 7(5):1107–1121, 1995.

- [77] A. KEATING et U. PIOMELLI : A dynamic stochastic forcing method as a wall-layer model for large-eddy simulation. *Journal of Turbulence*, 7:1468–5248, 2006.
- [78] K. A. KEMENOV et S. MENON : Explicit small-scale velocity simulation for high-Re turbulent flows. *Journal of Computational Physics*, 220:290–311, 2006.
- [79] K. A. KEMENOV et S. MENON : Explicit small-scale velocity simulation for high-Re turbulent flows. Part II : Non-homogeneous flows. *Journal of Computational Physics*, 222:673–701, 2007.
- [80] A. R. KERSTEIN : One-dimensional turbulence : model formulation and application to homogeneous turbulence, shear flows, and buoyant stratified flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 392:277–334, 1999.
- [81] A. R. KERSTEIN : One-dimensional turbulence : A new approach to high-fidelity subgrid closure of turbulent flow simulations. *Computer Physics Communications*, 148:1–16, 2002.
- [82] A. R. KERSTEIN, W. T. ASHURST et S. WUNSCH : One-dimensional turbulence : vector formulation and application to free shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 447:85–109, 2001.
- [83] J. KIM : On the structure of wall-bounded flows. *Physics of Fluids*, 26(8):2088–2097, 1983.
- [84] J. C. KLEWICKI : Reynolds number dependence, scaling, and dynamics of turbulent boundary layers. *Journal of Fluids Engineering*, 132(9):094001, 2010.
- [85] A. N. KOLMOGOROV : On the log-normal distribution of particles sizes during break-up process. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 31(99), 1941.
- [86] A. N. KOLMOGOROV : A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 13:82–85, 1962.
- [87] A. N. KOLMOGOROV : Dissipation of Energy in the Locally Isotropic Turbulence. *Philosophical Transactions of The Royal Society A*, 434:15–17, 1991. First published in Russian in Dokl. Akad. Nauk SSSR (1941), 32(1) Translation by V. Levin.
- [88] A. N. KOLMOGOROV : The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds Numbers. *Philosophical Transactions of The Royal Society A*, 434:9–13, 1991. First published in Russian in Dokl. Akad. Nauk SSSR (1941), 30(4) Translation by V. Levin.
- [89] J. G. M. KUERTEN et A. W. VREMAN : Can turbophoresis be predicted by large-eddy simulation? *Physics of Fluids*, 17:011701, 2005.
- [90] V. R. KUZNETSOV : Probability distribution of velocity difference in the inertial interval of a turbulence spectrum. *Fluid dynamics*, 11(3):375–382, 1976. Translated from : *Izvestiya Akademii Nauk SSSR, Mekhanika Zhidkosti i Gaza*, No. 3, 33. 32-41, 1976.
- [91] V. R. KUZNETSOV, A. A. PRASKOVSKY et V. A. SABELNIKOV : Fine-scale turbulence structure of intermittent shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 243:595–622, 1992.

- 
- [92] A. LA PORTA, G. A. VOTH, A. M. CRAWFORD, J. ALEXANDER et E. BODENSCHATZ : Fluid particle accelerations in fully developed turbulence. *Nature*, 409:1017–1019, 2001.
- [93] F. LAADHARI : On the evolution of maximum turbulent kinetic energy production in a channel flow. *Physics of Fluids*, 14(10):65–68, 2002.
- [94] F. LAADHARI : Reynolds number effect on the dissipation function in wall-bounded flows. *Physics of Fluids*, 19:038101, 2007.
- [95] A. G. LAMORGESE, S. B. POPE, P. K. YEUNG et B. L. SAWFORD : A conditionally cubic-Gaussian stochastic Lagrangian model for acceleration in isotropic turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 582:243–448, 2007.
- [96] L. D. LANDAU et E. M. LIFSHITZ : *Course of Theoretical Physics, Volume 6, Fluid Mechanics*. Pergamon Press, New York, second édition, 1987.
- [97] J. LARSSON, F.S. LIEN et E. YEE : Feedback-Controlled Forcing in Hybrid LES/RANS. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 20:687–699, 2007.
- [98] J.-P. LAVAL et B. DUBRULLE : A les-langevin model for turbulence. *The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems*, 49:471 – 481, 2006.
- [99] J-P. LAVAL, B. DUBRULLE et S. NAZARENKO : Nonlocality and intermittency in three-dimensional turbulence. *Physics of Fluids*, 13(7):1995–2012, 2001.
- [100] C. LEE, K. YEO et J.-I. CHOI : Intermittent nature of acceleration in near-wall turbulence. *Physical Review Letters*, 92(14), 2004.
- [101] E. LÉVÊQUE, F. TOSCHI, L. SHAO et J.-P. BERTOGLIO : Shear-improved Smagorinsky model for large-eddy simulation of wall-bounded turbulent flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 570:491–502, 2007.
- [102] D. K. LILLY : A proposed modification of the germano subgrid-scale closure method. *Physics of Fluids A*, 4(3):633–635, 1992.
- [103] E. K LONGMIRE et J. K. EATON : Structure of a particle-laden round jet. *Journal of Fluid Mechanics*, 236:217–257, 1992.
- [104] C. MARCHIOLI, M. V. SALVETTI et A. SOLDATI : Some issues concerning large-eddy simulation of inertial particle dispersion in turbulent bounded flows. *Physics of Fluids*, 20(4):040603, 2008.
- [105] C. MARCHIOLI et A. SOLDATI : Mechanisms for particle transfer and segregation in a turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 468:283–315, 2002.
- [106] C. MARCHIOLI, A. SOLDATI, J.G.M. KUERTEN, B. ARCEN, A. TANÈRE, G. GOLDENSOPH, K.D. SQUIRES, M.F. CARGNELUTTI et L.M. PORTELA : Statistics of particle dispersion in direct numerical simulations of wall-bounded turbulence : Results of an international collaborative benchmark test. *International Journal of Multiphase Flow*, 34(9):879–893, 2008.
- [107] I. MARUSIC et G. J. KUNKEL : Streamwise turbulence intensity formulation for flat-plate boundary layers. *Physics of Fluids*, 15(8):2461–2464, 2003.

- [108] I. MARUSIC, B. J. MCKEON, P. A. MONKEWITZ, H. M. NAGIB, A. J. SMITS et K. R. SREENIVASAN : Wall-bounded turbulent flows at high reynolds numbers : Recent advances and key issues. *Physics of Fluids*, 22(6):065103, 2010.
- [109] C. MENEVEAU et J. KATZ : Scale-invariance and turbulence models for large-eddy simulation. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 32:1–32, 2000.
- [110] M. M. METZGER et J. C. KLEWICKI : A comparative study of near-wall turbulence in high and low reynolds number boundary layers. *Physics of Fluids*, 13(3):692–701, 2001.
- [111] J. MEYERS et P. SAGAUT : Is plane-channel flow a friendly case for the testing of large-eddy simulation subgrid-scale models? *Physics of Fluids*, 19(4):048105, 2007.
- [112] A. S. MONIN et A. M. YAGLOM : *Statistical Fluid Mechanics : Mechanics of Turbulence*, volume 2. MIT Press, Cambridge, MA, 1981.
- [113] N. MORDANT, A. M. CRAWFORD et E. BODENSCHATZ : Experimental lagrangian acceleration probability density function measurement. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 193(1-4):245–251, 2004.
- [114] N. MORDANT, A. M. CRAWFORD et E. BODENSCHATZ : Three-dimensional structure of the lagrangian acceleration in turbulent flows. *Physical Review Letters*, 93(21):214501, 2004.
- [115] N. MORDANT, J. DELOUR, E. LÉVEQUE, A. ARNÉODO et J.-F. PINTON : Long time correlations in lagrangian dynamics : a key to intermittency in turbulence. *Physical Review Letters*, 89(25), 2002.
- [116] R. D. MOSER, J. KIM et N. N. MANSOUR : Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to  $Re_\tau = 590$ . *Physics of Fluids*, 11(4):943–945, 1999.
- [117] R. D. MOSER, P. MOIN et A. LEONARD : A spectral numerical method for the Navier-Stokes equations with applications to Taylor-Couette flow. *Journal of Computational Physics*, 52:524–544, 1983.
- [118] Y. NINTO et M. H. GARCIA : Experiments on particle–turbulence interactions in the near–wall region of an open channel flow : implications for sediment transport. *Journal of Fluid Mechanics*, 326:285–319, 1996.
- [119] A. M. OBOUKHOV : On the distribution of energy in the spectrum of a turbulent flow. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 32:22–24, 1941.
- [120] A. M. OBOUKHOV : Some specific features of atmospheric turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 13(01):77–81, 1962.
- [121] A. M. OBUKHOV et YAGLOM A. M. : The microstructure of turbulent flow. *Prikl. Mat. Mekh.*, 15(3), 1951.
- [122] M. ONORATO, R. CAMUSSI et G. IUSO : Small scale intermittency and bursting in a turbulent channel flow. *Physical Review E*, 61(2):1447–1454, 2000.
- [123] D. OSTROVSKY : Intermittency Expansions for Limit Lognormal Multifractals. *Letters in Mathematical Physics*, 83(3):265–280, 2008.

- 
- [124] N. PARK et K. MAHESH : A velocity-estimation subgrid model constrained by subgrid scale dissipation. *Journal of Computational Physics*, 227:4190–4206, 2008.
- [125] H. PASCAL : *Etude d'une turbulence compressée et ou cisailée entre deux plans parallèles : comparaison entre approche statistique et simulation des équations de Navier-Stokes instantanées*. Thèse de doctorat, Ecole centrale de Lyon, 1996. Buffat M. (Directeur de thèse).
- [126] M. PINSKY, A. KHAIN et A. TSINOBER : Accelerations in isotropic and homogeneous turbulence and Taylor's hypothesis. *Physics of Fluids*, 12(12):3195–3204, 2000.
- [127] U. PIOMELLI : Large-eddy simulation : achievements and challenges. *Progress in Aerospace Science*, 35:335–362, 1999.
- [128] U. PIOMELLI et E. BALARAS : Wall-layer models for large-eddy simulations. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 34:349–374, 2002.
- [129] U. PIOMELLI, E. BALARAS, H. PASINATO, K. D. SQUIRES et P. R. SPALART : The inner-outer layer interface in large-eddy simulations with wall-layer models. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 24(4):538–550, 2003.
- [130] U. PIOMELLI, J. FERZIGER, P. MOIN et J. KIM : New approximate boundary conditions for large eddy simulations of wall-bounded flows. *Physics of Fluids A*, 1(6):1061–1068, 1989.
- [131] S. B. POPE : Lagrangian Microscales in Turbulence. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 333(1631):309–319, 1990.
- [132] S. B. POPE : *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2000.
- [133] S. B. POPE : Ten questions concerning the large-eddy simulation of turbulent flows. *New Journal of Physics*, 6(35):1–24, 2004.
- [134] S. B. POPE et Y. L. CHEN : The velocity-dissipation probability density function model for turbulent flows. *Physics of Fluids*, 2(8):1437–1449, 1990.
- [135] J. POZORSKI et S. V. APTE : Filtered particle tracking in isotropic turbulence and stochastic modeling of subgrid-scale dispersion. *International Journal of Multiphase Flow*, 35(2):118–128, 2009.
- [136] N. M. QURESHI, U. ARRIETA, C. BAUDET, A. CARTELLIER, Y. GAGNE et M. BOURGOIN : Acceleration statistics of inertial particles in turbulent flow. *European Physical Journal B*, 66(4):531–536, 2008.
- [137] S. ROBINSON : Coherent motions in the turbulent boundary layer. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 23:601–639, 1991.
- [138] D. W. I. ROUSON et J. K. EATON : On the preferential concentration of solid particles in turbulent channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 428:149–169, 2001.
- [139] V. SABEL'NIKOV, A. CHTAB et M. GOROKHOVSKI : The coupled LES - sub-grid stochastic acceleration model (LES-SSAM) of a high Reynolds number flows. In *Advances in Turbulence XI*, volume 117, pages 209–211, 11th EUROMECH European Turbulence Conference, June 25-28, 2007, Porto, Portugal, 2007. Springer Proceedings in Physics.

- [140] V. SABEL'NIKOV, A. CHTAB-DESSPORTES et M. GOROKHOVSKI : New sub-grid stochastic acceleration model in LES of high-Reynolds-number flows. *European Physical Journal B*, 80(2):177–187, 2011.
- [141] V. SABEL'NIKOV, M. GOROKHOVSKI et N. BARICAULT : The extended iem mixing model in the framework of the composition pdf approach : applications to diesel spray combustion. *Combustion Theory and Modelling*, 10(1):155–169, 2006.
- [142] P. SAGAUT : *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows : An introduction*. Springer Verlag, second ed édition, 2002.
- [143] P. SAGAUT, E. MONTREUIL et O. LABBÉ : Assessment of some self-adaptive SGS models for wall bounded flows. *Aerospace Science and Technology*, 6:335–344, 1999.
- [144] F. SARGHINI, U. PIOMELLI et E. BALARAS : Scale-similar models for large-eddy simulations. *Physics of Fluids*, 11(6), 1999.
- [145] B. L. SAWFORD, P. K. YEUNG, M. S. BORGAS, P. VEDULA, A. LA PORTA, A. M. CRAWFORD et E. BODENSCHATZ : Conditional and unconditional acceleration statistics in turbulence. *Physics of Fluids*, 15(11), 2003.
- [146] R. C. SCHMIDT, A. R. KERSTEIN et S. WUNSCH : Near-wall LES closure based on one-dimensional turbulence modelling. *Journal of Computational Physics*, 186:317–355, 2003.
- [147] F. SCHMITT et D. MARSAN : Stochastic equations generating continuous multiplicative cascades. *European Physical Journal B*, 20:3–6, 2001.
- [148] F. G. SCHMITT, I. VINKOVIC et M. BUFFAT : Use of Lagrangian statistics for the analysis of the scale separation hypothesis in turbulent channel flow. *Phys. Lett. A*, 374(33):3319–3327, 2010.
- [149] F.G. SCHMITT et P. CHAINAIS : On causal stochastic equations for log-stable multiplicative cascades. *European Physical Journal B*, 58(2):149–158, 2007.
- [150] A. SCOTTI et C. MENEVEAU : A fractal model for large eddy simulation of turbulent flow. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 127(3-4):198–232, 1999.
- [151] Z.-S. SHE et E. LÉVÊQUE : Universal scaling laws in fully developed turbulence. *Physical Review Letters*, 72(3):336–339, 1994.
- [152] M. L. SHUR, P. R. SPALART, M. Kh. STRELETS et A. K. TRAVIN : A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modelled LES capabilities. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 29(6):1638–1649, 2008.
- [153] O. SIMONIN, P. FÉVRIER et J. LAVIÉVILLE : On the spatial distribution of heavy-particle velocities in turbulent flow : from continuous field to particulate chaos. *Journal of Turbulence*, 3:N40, 2002.
- [154] C. R. SMITH et S. P. METZLER : The characteristics of low-speed streaks in the near-wall region of a turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 129:27–54, 1983.
- [155] D. SORNETTE : *Critical Phenomena in Natural Sciences : Chaos, Fractals, Self-organization and Disorder : Concepts and Tools*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, second édition, 2006.

- 
- [156] P. R. SPALART, S. DECK, M. L. SHUR, K. D. SQUIRES, M. KH. STRELETS et A. TRAVIN : A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 20:181–195, 2006.
- [157] K. D. SQUIRES et J. K. EATON : Preferential concentration of particles by turbulence. *Physics of Fluids A*, 3(5):1169–1178, 1991.
- [158] J. D. SWEARINGEN et R. F. BLACKWELDER : The growth and breakdown of streamwise vortices in the presence of a wall. *Journal of Fluid Mechanics*, 182:255–290, 1987.
- [159] H. TENNEKES et J. L. LUMLEY : *A First Course in Turbulence*. MIT Press, 1972.
- [160] S. TOH et T. ITANO : Interaction between a large-scale structure and near-wall structures in channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 524:249–262, 2005.
- [161] F. TOSCHI, G. AMATI, S. SUCCI, R. BENZI et R. PIVA : Intermittency and Structure Functions in Channel Flow Turbulence. *Physical Review Letters*, 82(25), 1999.
- [162] F. TOSCHI et E. BODENSCHATZ : Lagrangian properties of particles in turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 41(1):375–404, 2009.
- [163] A. A. TOWNSEND : *The structure of turbulent shear flows*. Cambridge U. Press., 2nd édition, 1976.
- [164] A. TSINOBER : *An Informal Conceptual Introduction to Turbulence*. Springer, 2nd édition, 2009.
- [165] A. TSINOBER, P. VEDULA et P. K. YEUNG : Random taylor hypothesis and the behavior of local and convective accelerations in isotropic turbulence. *Physics of Fluids*, 13(7):1974–1984, 2001.
- [166] P. VEDULA et P. K. YEUNG : Similarity scaling of acceleration and pressure statistics in numerical simulations of isotropic turbulence. *Physics of Fluids*, 11(5), 1999.
- [167] I. VINKOVIC, C. AGUIRRE, M. AYRAULT et S. SIMOËNS : Large-eddy simulation of the dispersion of solid particles in a turbulent boundary layer. *Boundary-Layer Meteorology*, 121:283–311, 2006.
- [168] I. VINKOVIC, D. DOPPLER, J. LELOUVETEL et M. BUFFAT : Direct numerical simulation of particle interaction with ejections in turbulent channel flows. *International Journal of Multiphase Flow*, 37:187–197, 2011.
- [169] M. VIRANT et T. DRACOS : 3D PTV and its application on lagrangian motion. *Measurement Science and Technology*, 8(12):1539, 1997.
- [170] S. VOLKER, R. D. MOSER et P. VENUGOPAL : Optimal large eddy simulation of turbulent channel flow based on direct numerical simulation statistical data. *Physics of Fluids*, 14(10):3675–3691, 2002.
- [171] G. A. VOTH, K. SATYANARAYAN et E. BODENSCHATZ : Lagrangian acceleration measurements at large reynolds numbers. *Physics of Fluids*, 10:2268, 1998.



- [172] G.A. VOTH, A. LA PORTA, A.M. GRAWFORD, J. ALEXANDER et Bodenschatz E. : Measurements of particle accelerations in fully developed turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 469:121, 2002.
- [173] Q. WANG et K. D. SQUIRES : Large eddy simulation of particle-laden turbulent channel flow. *Physics of Fluids*, 8(5):1207–1223, 1996.
- [174] P. S. WESTBURY, D. C. DUNN et J. F. MORRISON : Analysis of a stochastic backscatter model for the large-eddy simulation of wall-bounded flow. *European Journal of Mechanics B*, 23:737–758, 2004.
- [175] C. X. XU, L. LI, G. X. CUI et Z. S. ZHANG : Multi-scale analysis of near-wall turbulence intermittency. *Journal of Turbulence*, 7:1468–5248, 2006.
- [176] H. XU, N. T. OUELLETTE, D. VINCENZI et E. BODENSCHATZ : Acceleration correlations and pressure structure functions in high-reynolds number turbulence. *Physical Review Letters*, 99:204501, 2007.
- [177] P. K. YEUNG : One- and two-particle lagrangian acceleration correlations in numerically simulated homogeneous turbulence. *Physics of Fluids*, 9(10):2981–2990, 1997.
- [178] P. K. YEUNG, S. B. POPE, A. G. LAMORGESE et D. A. DONZIS : Acceleration and dissipation statistics of numerically simulated isotropic turbulence. *Physics of Fluids*, 18:065103, 2006.
- [179] R. ZAMANSKY, I. VINKOVIC et M. GOROKHOVSKI : Channel flow LES with stochastic modeling of the sub-grid acceleration. In B. ECKHARDT, éditeur : *Advances in Turbulence XII : Proceedings of the 12th EUROMECH European Turbulence Conference*, Marburg, Germany, September 7-10, 2009, 2009. Springer.
- [180] R. ZAMANSKY, I. VINKOVIC et M. GOROKHOVSKI : Large eddy simulation of a turbulent channel flow with stochastic modeling of the subgrid acceleration. In *CFM09*, Marseille, 24-28 aout 2009, 2009.
- [181] R. ZAMANSKY, I. VINKOVIC et M. GOROKHOVSKI : LES approach coupled with stochastic forcing of subgrid acceleration in computation of a high reynolds number channel flow. In *Proceedings of The Sixth International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena (TSFP6)*, Seoul National University, Seoul, Korea, June 22-24, 2009, 2009.
- [182] R. ZAMANSKY, I. VINKOVIC et M. GOROKHOVSKI : LES approach coupled with stochastic forcing of subgrid acceleration in a high Reynolds number channel flow. *Journal of Turbulence*, 11(30), 2010.
- [183] R. ZAMANSKY, I. VINKOVIC et M. GOROKHOVSKI : LES-SSAM for a high reynolds number turbulent channel flow. In *Quality and Reliability of Large-Eddy Simulations II*, ERCOFTAC Series, 9-11 september 2009, Pisa, Italy, 2010. Springer.
- [184] Ya. B. ZEL'DOVICH, A. A. RUZMAIKIN et D. D. SOKOLOFF : *The Almighty Chance*, volume 20 de *Lecture Notes in Physics*. World Scientific, 1990.



---

**Résumé :** Cette thèse porte sur la caractérisation numérique et la modélisation stochastique de l'accélération du fluide pour l'écoulement en canal à grand nombre de Reynolds. La motivation concerne l'observation et l'analyse des effets de l'intermittence liés aux interactions à longue portée à travers le canal.

Dans la première partie, l'accélération est étudiée par simulation numérique directe pour trois différents nombres de Reynolds (180, 590 et 1000). La lognormalité de la norme de l'accélération est observée quelle que soit la distance à la paroi. Un profil universel de la norme de l'accélération est également recherché par analyse dimensionnelle. La seconde partie présente une modélisation stochastique de l'accélération basée sur la décomposition norme/orientation. Le modèle stochastique pour la norme s'appuie sur un processus de fragmentation afin de représenter les interactions à longue portée à travers le canal. Pour l'orientation, l'évolution vers l'isotropie lorsque la distance à la paroi augmente (observée par la DNS) est reproduite grâce à un modèle de marche aléatoire sur une sphère.

Ces modèles ont été appliqués à l'approche LES-SSAM (Stochastic Subgrid Acceleration Model) introduite par Sabel'nikov, Chtab et Gorokhovski. Nos calculs montrent que les estimations de la vitesse moyenne, du spectre d'énergie, des contraintes de l'écoulement et de la non-gaussianité des statistiques de l'accélération peuvent être améliorées de façon significative par rapport à la LES classique. L'intérêt de l'approche LES-SSAM, donnant un accès vers la structure intermittente de sous-maille, est illustré dans la dernière partie, par l'étude du transport de particules inertielles ponctuelles par l'écoulement de canal. Cette étude commence par l'analyse par DNS de l'influence des structures de paroi sur la dynamique des particules.

**Mots clés :** Turbulence, écoulement en canal, accélération, intermittence, modèles stochastiques, simulations numériques directes, simulations des grandes échelles, particules inertielles

---

### **Acceleration in high Reynolds number turbulent channel flow : numerical simulation and stochastic subgrid model**

**Abstract :** The main objective of this thesis is to observe numerically and to analyze the effects of intermittency in a high Reynolds number turbulent channel flow. To this end, the thesis is focused on characterization and stochastic modelling of the fluid acceleration in such a flow, with emphasis on long-range interactions across the channel.

In the first part, the acceleration is studied using DNS for three Reynolds numbers (180, 590 et 1000). It is observed that the norm of acceleration is log-normal whatever the wall distance is. The universal form of scaling law for the acceleration is proposed by dimensional analysis. In the second part, the acceleration is simulated stochastically, assuming the norm/orientation decomposition. The stochastic model for the norm is based on the fragmentation process in order to represent the long-range interactions across the channel. The orientation is simulated by random walk on a sphere in order to reproduce the relaxation towards isotropy with increasing the wall distance. This was observed preliminary in our DNS.

These models were applied in the framework of LES-SSAM approach (Stochastic Subgrid Acceleration Model), which was introduced by Sabel'nikov, Chtab and Gorokhovski and assessed in the case of the box turbulence. Our computations showed that the mean velocity, the energy spectra, the viscous and turbulent stresses, as well as the non-gaussianity of acceleration statistics can be considerably improved in comparison with standard LES. The advantage of the LES-SSAM approach, which accounts for intermittency on subgrid scales, is demonstrated in the last part of this thesis. Here the transport of inertial pointwise particles was studied by DNS and by LES-SSAM. The influence of wall structures on the particle's dynamics is analyzed.

**Keywords :** Turbulence, channel flow, acceleration, intermittency, stochastic model, direct numerical simulation, large eddy simulation, inertial particles

---