



HAL
open science

Amélioration du comportement cinématique des machines outils UGV. Application au calcul des trajets d'évidement de poches

Vincent Pateloup

► **To cite this version:**

Vincent Pateloup. Amélioration du comportement cinématique des machines outils UGV. Application au calcul des trajets d'évidement de poches. Génie mécanique [physics.class-ph]. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2005. Français. NNT : 2005CLF21580 . tel-00669715

HAL Id: tel-00669715

<https://theses.hal.science/tel-00669715>

Submitted on 13 Feb 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° ordre : 1580
EDSPIC : 320

Université BLAISE PASCAL – Clermont II
Ecole Doctorale
Sciences pour l'Ingénieur de Clermont Ferrand

Thèse

Présentée
pour obtenir le grade de :

Docteur d'université

Spécialité : Génie Mécanique

par

Vincent PATELOUP

Amélioration du comportement cinématique
des machines outils UGV
Application au calcul de trajets d'évidement de poches

Soutenue publiquement le 8 Juillet 2005 devant le jury :

M. Pierre BOURDET	Professeur Univ. ENS de Cachan	Président et Rapporteur
M. Jean Yves HASCOET	Professeur Univ. EC Nantes	Rapporteur
M. Pierre Jean BARRE	Maître de Conf. – HDR ENSAM Lille	Examineur
M. Pascal RAY	Professeur Univ. IFMA	Directeur de thèse
M. Emmanuel DUC	Maître de Conf. IFMA	Codirecteur de thèse

Laboratoire de Mécanique et Ingénieries
Université Blaise Pascal Institut Français de Mécanique Avancée

Remerciements

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire sous la direction de Monsieur le Professeur Pascal Ray ont été effectués au LaMI (Laboratoire de Mécanique et Ingénieries) de l'Institut Français de Mécanique Avancée et de l'Université Blaise Pascal, dans le cadre de la fédération de recherche TIMS (Technologies pour l'Information, la Mobilité et la Sécurité).

Je tiens tout d'abord à remercier l'ensemble des membres du jury d'avoir accepté d'évaluer ce travail, et tout particulièrement Monsieur le Professeur Pierre Bourdet de m'avoir fait l'honneur de présider ce jury et d'avoir accepté d'être rapporteur.

Mes remerciements vont aussi à Monsieur le Professeur Jean Yves Hascoët, qui à travers son expérience, sa propre thématique et en acceptant d'être rapporteur de mon mémoire, m'a permis de mieux analyser ce travail.

Je remercie également Monsieur Pierre Jean Barre, maître de conférence habilité à diriger des recherches, pour sa participation au jury et l'intérêt qu'il porte à mes travaux.

J'exprime ma sincère gratitude à Monsieur le Professeur Pascal Ray, directeur de thèse, pour la confiance et la liberté de travail qu'il m'a données.

Je dois beaucoup à l'accompagnement quotidien de Monsieur Emmanuel Duc. Ces travaux sont, en effet, l'aboutissement de nombreuses discussions, réflexions et écritures au tableau ou sur feuilles de papier réalisées sur un coin du bureau de CTT 488. Sans son aide, je ne pense pas que ce mémoire contiendrait les mêmes avancées scientifiques.

Il me reste à remercier l'ensemble des personnes du laboratoire et de l'Institut pour l'accueil et les relations que nous avons eu au cours de ses trois années passées à Clermont-Ferrand. Je pense tout particulièrement à Hélène et Tony qui m'ont supporté durant cette dernière année mais aussi à Patrice, Claude, Fabrice, Jean Denis, Michel, Rany, Julien , Yann ainsi que tous ceux sans qui le coin café n'aurait pas été le même.

Une dernière ligne pour embrasser toute ma famille et en particulier mon amie Marie - Anne, qui a su être très patiente durant ces trois années.

Table des matières

REMERCIEMENTS	3
TABLE DES MATIERES	5
TABLE DES ILLUSTRATIONS	9
INDEX DES TABLEAUX	13
NOTATIONS	15
INTRODUCTION	17
CHAPITRE 1 : PROBLEMATIQUE DE L'USINAGE DE POCHEs	19
1 CONTEXTE DE L'USINAGE DE POCHEs	19
2 CALCUL DE TRAJETS D'EVIDEMENT DE POCHEs	21
2.1 <i>Différents types de trajets d'usinage d'évidement de poches</i>	21
2.2 <i>Méthodes de calcul de trajets d'évidement de poches</i>	22
2.2.1 Calcul de trajets type « zigzag »	23
2.2.2 Calcul de trajets par contours parallèles	24
2.3 <i>Optimisation des trajets d'usinage</i>	29
2.3.1 Optimisation des trajets type « zigzag »	30
2.3.2 Optimisation des trajets par contours parallèles	32
2.4 <i>Tendances actuelles</i>	34
3 COMPORTEMENT DES MACHINES OUTILS UGV EN USINAGE	35
3.1 <i>Preliminaires</i>	35
3.2 <i>Objectifs de l'étude</i>	36
3.3 <i>Relation entre géométrie du trajet et puissance consommée</i>	36
3.3.1 Expression de l'effort de coupe et de la puissance consommée	36
3.3.2 Etude du modèle de puissance consommée	40
3.4 <i>Etude cinématique du comportement d'une machine-outil</i>	41
3.5 <i>Modélisation de machines outils</i>	42
3.5.1 Modélisation de la structure par éléments finis	43
3.5.2 Modélisation discrète des asservissements	43
3.5.3 Modélisation expérimentale du comportement de la machine	45
3.6 <i>Comportement cinématique d'une machine-outil UGV</i>	46
4 PROBLEMATIQUE DE L'USINAGE DE POCHEs	49
4.1 <i>Constat</i>	49
4.2 <i>Objectif des travaux</i>	50
CHAPITRE 2 : COMPORTEMENT MECANIQUE DE LA CELLULE D'USINAGE LORS D'UNE OPERATION D'USINAGE	53
1 INTRODUCTION	53
2 COMPORTEMENT CINEMATIQUE DES MACHINES OUTILS EN USINAGE	54
2.1 <i>Structure des machines outils</i>	55
2.2 <i>Etude du Directeur de Commande Numérique</i>	57
2.2.1 Intérêt du traitement du trajet d'usinage	57
2.2.2 Planification de la vitesse le long du trajet	59
2.3 <i>Modélisation de la vitesse sur un bloc de trajet d'usinage</i>	64
2.4 <i>Modélisation de la vitesse aux transitions de blocs</i>	71
2.5 <i>Comparaison avec un directeur de commande numérique industriel</i>	75

2.6	<i>Validation expérimentale</i>	78
2.6.1	Profils de vitesse sur un déplacement linéaire	78
2.6.2	Profils de vitesse sur un déplacement circulaire	79
2.6.3	Profils de vitesse sur un déplacement comportant une discontinuité en tangence.....	82
2.6.4	Profils de vitesse sur un déplacement comportant une discontinuité en courbure	83
2.7	<i>Synthèse</i>	85
3	COMPORTEMENT MECANIQUE DE L'OUTIL EN USINAGE	86
3.1	<i>Cadre de l'étude</i>	86
3.2	<i>Simulation numérique de la puissance de coupe consommée</i>	86
3.3	<i>Application à l'évidement de poche</i>	90
4	APPLICATION AU CALCUL DE TRAJETS D'USINAGE.....	92
4.1	<i>Expression géométrique des contraintes de fabrication</i>	93
4.2	<i>Expression géométrique de la fonction objectif</i>	94
4.3	<i>Dualité vitesse d'usinage / longueur du trajet</i>	95
4.4	<i>Calcul automatique des trajets respectant ces lois géométriques</i>	95
5	TENDANCES ACTUELLES DANS L'EVOLUTION DU CALCUL DE TRAJET D'USINAGE	97
5.1	<i>Evolution des logiciels de Fabrication Assistée par Ordinateur</i>	97
5.2	<i>Comportement cinématique des machines et calculs de trajets d'usinage</i>	98
6	CONCLUSION.....	101
CHAPITRE 3 : ADAPTATION ET OPTIMISATION DES TRAJETS D'USINAGE		103
1	PRESENTATION.....	103
2	FORMALISATION DU PROBLEME DE CALCUL DE TRAJETS D'USINAGE	104
2.1	<i>Présentation du problème d'optimisation</i>	104
2.2	<i>Définition de la fonction objectif</i>	105
2.2.1	Estimation des paramètres contrôlés par la FAO.....	106
2.2.2	Estimation de la vitesse instantanée de parcours	107
2.3	<i>Définition des fonctions contraintes</i>	108
2.3.1	Contraintes de conception (amont)	108
2.3.2	Contraintes de fabrication (aval)	108
3	METHODE DE CALCUL PAR ALGORITHMES GEOMETRIQUES	109
3.1	<i>Etape géométrique de construction du trajet</i>	109
3.1.1	Mise en place des courbes offset.....	111
3.1.2	Raccordement des changements de direction	112
3.1.3	Calcul du nombre de passes	114
3.1.4	Cas des changements de passe	115
3.2	<i>Etape polynomiale de construction du trajet</i>	116
3.2.1	Mise en place de courbes continues C2 sur la géométrie exacte	116
3.2.1.1	Interpolation du parcours géométrique.....	117
3.2.1.2	Approximation du parcours géométrique.....	119
3.2.2	Choix de la série de points	120
3.2.3	Mise en oeuvre des deux méthodes	120
3.2.3.1	Interpolation de la passe d'usinage	120
3.2.3.2	Approximation de la passe d'usinage.....	124
3.2.4	Application aux faibles rayons de raccordement.....	129
3.3	<i>Analyse des méthodes de calcul présentées</i>	130
3.3.1	Erreur de position	131
3.3.2	Nombres de pôles	131
3.3.3	Forme optimale de la courbure	131
3.4	<i>Synthèse</i>	134
4	GENERATION DE TRAJETS D'USINAGE PAR OPTIMISATION.....	136
4.1	<i>Formulation du problème</i>	136
4.1.1	Définition de la fonction objectif.....	136
4.1.2	Fonctions contraintes	136
4.2	<i>Méthode d'optimisation testée</i>	137
4.2.1	Méthode du gradient	137
4.2.2	Conclusion sur le calcul de trajet par optimisation	141
5	GENERATION DE TRAJETS D'USINAGE PAR INTERPOLATION UNIDIMENSIONNELLE	142
5.1	<i>Interpolation d'un changement de direction</i>	142
5.2	<i>Optimisation du changement de direction</i>	147
5.2.1	Rappel des critères d'optimisation	147
5.2.2	Détermination de la position des points L ₃ et L ₅	147

5.2.3	Analyse de l'interpolation polynomiale à 7 pôles.....	149
5.2.4	Méthode d'interpolation à 8 pôles.....	150
5.2.5	Recherche du profil de courbure « idéal ».....	151
5.2.6	Influence de la géométrie du changement de direction.....	158
5.3	<i>Application au calcul de la passe d'usinage</i>	159
5.4	<i>Conclusions et limites de la méthode d'interpolation</i>	160
5.5	<i>Extension aux profils complexes</i>	161
6	CONCLUSION	172
CHAPITRE 4 : APPLICATIONS		173
1	CALCUL DU TRAJET SOUS FORME D'UN « DEROULE ».....	174
2	APPLICATION A L'EVIDEMENT DE POCHEs 2,5 AXES DE FORME SIMPLE	178
2.1	<i>Problème posé</i>	178
2.2	<i>Présentation des poches testées</i>	178
2.3	<i>Typologie des trajets calculés</i>	179
2.3.1	Poche « carré »	179
2.3.2	Poche « trapèze ».....	179
2.3.3	Poche « triangle ».....	180
2.4	<i>Analyse de la performance des trajets</i>	180
2.4.1	Analyse de l'engagement radial	180
2.4.2	Mesure des temps d'usinage.....	181
2.4.3	Proposition d'un critère de performance.....	185
2.4.4	Evaluation de gains supplémentaires.....	187
2.5	<i>Récapitulatif</i>	189
3	APPLICATION A L'EVIDEMENT DE POCHEs COMPLEXES	191
3.1	<i>Problèmes posés</i>	191
3.2	<i>Présentation des poches testées</i>	191
3.3	<i>Trajets calculés</i>	192
3.4	<i>Analyse de la performance des trajets</i>	192
3.4.1	Analyse de l'engagement radial	192
3.4.2	Mesure des temps d'usinage.....	193
3.5	<i>Récapitulatif</i>	194
4	APPLICATION A DES POCHEs INDUSTRIELLES	195
4.1	<i>Poche à îlot</i>	195
4.2	<i>Ebauche de moules</i>	197
5	APPLICATION A L'USINAGE DE FORMES COMPLEXES	198
5.1	<i>Principe</i>	198
5.2	<i>Calcul des trajets</i>	198
5.3	<i>Résultats</i>	199
6	APPLICATION A L'USINAGE DE POCHEs 5 AXES	201
7	CONCLUSION	204
CONCLUSION		205
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES		209
ANNEXE 1 :		215
ANNEXE 2 :		219
ANNEXE 3 :		223
ANNEXE 4 :		227
ANNEXE 5 :		229

Table des illustrations

Figure 1-1 : Géométrie d'une poche	19
Figure 1-2 : Usinage d'une poche suivant une direction privilégiée	21
Figure 1-3 : Usinage d'une poche par contours parallèles.....	22
Figure 1-4 : Coupes d'une poche.....	23
Figure 1-5 : Génération de parcours d'outil suivant une direction privilégiée	24
Figure 1-6 : Principe de la simulation d'usinage.....	24
Figure 1-7 : Simulation d'usinage pour le calcul d'une courbe offset	25
Figure 1-8 : Détection des pixels de la courbe offset	26
Figure 1-9 : Génération de courbe offset par la méthode « Paire-Wise Offset »	26
Figure 1-10 : Construction des points offset d'un contour.....	27
Figure 1-11 : Diagramme de Voronoï.....	27
Figure 1-12 : Courbes offset d'un contour extérieur.....	28
Figure 1-13 : Influence de la direction d'usinage.....	30
Figure 1-14 : Estimation de la longueur du trajet d'usinage	31
Figure 1-15 : Direction d'usinage minimisant les retraits outil.....	32
Figure 1-16 : Apparition de zones non usinées en usinage par contours parallèles	33
Figure 1-17 : Détection des zones non usinées.....	33
Figure 1-18 : Trajets de liaison entre les différentes zones d'usinage	34
Figure 1-19 : Paramètres d'usinage pour une fraise cylindrique	37
Figure 1-20 : Débit copeau pour une fraise cylindrique.....	39
Figure 1-21 : Aire de la prise de passe radiale pour une fraise torique.....	39
Figure 1-22 : Calcul de Ψ_{b1} et Ψ_{b3}	40
Figure 1-23 : Maillage d'une structure de machine-outil [Bouzgarrou 01]	43
Figure 1-24 : Modélisation discrète d'un élément de transmission.....	44
Figure 1-25 : Modélisation d'une transmission par vis à billes [Dumetz 98].....	44
Figure 1-26 : Schéma de principe d'un axe numérisé.....	45
Figure 1-27 : Lois de mouvement d'un axe motorisé à jerk constant	47
Figure 1-28 : Influence du jerk sur la loi de commande	48
Figure 2-1 : Processus de réalisation d'une pièce	54
Figure 2-2 : Architecture d'une machine-outil d'après [Dugas 02]	56
Figure 2-3 : Modification du trajet d'usinage : mise en place de rayons de raccordement.....	59
Figure 2-4 : Décomposition d'un profil de vitesse curviligne : cas de l'interpolation d'un cercle	60
Figure 2-5 : Planification de vitesse par les curseurs de préparation et d'exécution de bloc	62
Figure 2-6 : Suivi de trajectoire d'un mobile M	64

Figure 2-7 : Parcours d'un bloc linéaire à « jerk contrôlé »	65
Figure 2-8 : Cas particuliers de parcours d'un bloc linéaire.....	66
Figure 2-9 : Etapes 1 et 2 du calcul de profil de vitesse pour bloc non linéaire.....	68
Figure 2-10 : Jerk et accélération centripète engendrés par les profils de la Figure 2-9	69
Figure 2-11 : Etape 3 du calcul de profil de vitesse pour bloc non linéaire	69
Figure 2-12 : Vérification de l'évolution du jerk et de l'accélération centripète	70
Figure 2-13 : Profils obtenus pour le réglage 2 des paramètres cinématiques.....	70
Figure 2-14 : Profil de vitesse calculé sur un arc de cercle	71
Figure 2-15 : Modes d'interpolation et géométrie du trajet d'usinage.....	72
Figure 2-16 : Vitesse de franchissement théorique maximale d'une discontinuité en tangence.....	73
Figure 2-17 : Application du modèle cinématique à un raccordement par arc de cercle	73
Figure 2-18 : Passage d'une discontinuité en courbure	74
Figure 2-19 : Profils de vitesse sur un déplacement linéaire	79
Figure 2-20 : Résultats initiaux d'un suivi d'arc de cercle.....	79
Figure 2-21 : Résultats après modification du paramètre 20603 d'un suivi d'arc de cercle.....	80
Figure 2-22 : Accélération et jerks centripètes obtenus lors des simulations	81
Figure 2-23 : Accélération et jerk centripètes optimisés par diminution des paramètres r_{ac} et r_{jc}	81
Figure 2-24 : Résultats après optimisation des paramètres r_{ac} et r_{jc} du modèle cinématique.....	82
Figure 2-25 : Profil de vitesse au franchissement d'une discontinuité en tangence	83
Figure 2-26 : Relevés initiaux de vitesse au passage de discontinuités en courbure.....	84
Figure 2-27 : Relevés de vitesses théoriques et expérimentales après modification de C_{frdc}	84
Figure 2-28 : Matière enlevée lors d'une passe d'usinage	87
Figure 2-29 : Calcul de l'engagement radial de manière géométrique	87
Figure 2-30 : Méthode numérique de simulation de l'engagement radial de l'outil.....	88
Figure 2-31 : Changement de passe par angles droits	88
Figure 2-32 : Variation d'engagement radial lors d'un changement de passe.....	89
Figure 2-33 : Puissance consommée lors d'un changement de passe à angle droit [Chanal 03]	89
Figure 2-34 : Evolution de l'engagement radial lors d'un évidement de poche	90
Figure 2-35 : Evolution de l'engagement radial au passage d'un angle droit	91
Figure 2-36 : Evolution de l'engagement radial au passage d'un rayon de raccordement	91
Figure 2-37 : Comparaison entre angle vif et rayon de raccordement	97
Figure 2-38 : Courbes iso – température pour une frontière de poche donnée.....	99
Figure 2-39 : Passes d'usinage d'une poche rectangulaire [Bieterman 02]	100
Figure 2-40 : Obtention d'un trajet d'évidement de poche [Bieterman 02]	100
Figure 3-1 : Calcul d'un trajet par « contours parallèles »	110
Figure 3-2 : Construction des rayons de raccordement successifs respectant d_{pmax}	110
Figure 3-3 : Application de la notion de distance maximale entre passes.....	111
Figure 3-4 : Evolution des distances offset au changement de direction	112
Figure 3-5 : Evolution de l'engagement radial ($R_{outil} = 5\text{mm}$, $d_p = 6\text{mm}$)	113
Figure 3-6 : Application du calcul géométrique sur différentes configurations	114
Figure 3-7 : Influence des paramètres sur la couverture totale d'une surface.....	115
Figure 3-8 : Adaptation des changements de passe	116
Figure 3-9 : Interpolation et approximation d'une série de points.....	117

Figure 3-10 : Interpolation d'une passe d'usinage – Essai n°1	121
Figure 3-11 : Interpolation d'une passe d'usinage – Essai n°2	122
Figure 3-12 : Interpolation d'une passe d'usinage – Essai n°3	122
Figure 3-13 : Interpolation d'une passe d'usinage – Essai n°4 – $d_1= 10$ mm et $d_2 = 0,1$ mm.....	123
Figure 3-14 : Comparaison des méthodes de choix des points de passage.....	124
Figure 3-15 : Approximation d'une passe d'usinage – Essai n°1	125
Figure 3-16 : Approximation d'une passe d'usinage – Essai n°2	126
Figure 3-17 : Approximation d'une passe d'usinage – Essai n°3	126
Figure 3-18 : Interpolation d'une passe d'usinage – Essai n°4 - $d_1= 10$ mm et $d_2 = 0,1$ mm.....	127
Figure 3-19 : Comparaison des méthodes de choix des points de passage.....	128
Figure 3-20 : Interpolation de la passe d'usinage ayant des rayons de raccordement de 1 mm	129
Figure 3-21 : Approximation de la passe d'usinage ayant des rayons de raccordement de 1 mm	130
Figure 3-22 : Interpolation du changement de direction : profil de courbure n°1.....	132
Figure 3-23 : Interpolation du changement de direction : profil de courbure n°2.....	132
Figure 3-24 : Profil de vitesse pour le trajet avec profil de courbure n°1 (Huron KX 15).....	133
Figure 3-25 : Profil de vitesse pour le trajet avec profil de courbure n°2 (Huron Kx 15).....	134
Figure 3-26 : Définition du rail de contrôle de la courbe polynomiale.....	137
Figure 3-27 : Optimisation de courbe polynomiale pour deux largeurs de rail de contrôle.....	138
Figure 3-28 : Courbure et erreur des courbes polynomiales optimisées.....	138
Figure 3-29 : Optimisation suivant le critère de la somme des carrés de la courbure.....	139
Figure 3-30 : Courbure et erreur des courbes polynomiales optimisées.....	140
Figure 3-31 : Optimisation d'une passe d'usinage – largeur du rail de contrôle : 2 mm.....	140
Figure 3-32 : Courbure et erreur de la courbe polynomiale de la passe d'usinage.....	141
Figure 3-33 : Diagramme de Voronoï d'une poche en forme de L.....	143
Figure 3-34 : Principe de la méthode d'interpolation d'un changement de direction.....	144
Figure 3-35 : Interpolation d'un changement de direction : Modélisation du problème	145
Figure 3-36 : Passage d'un changement de direction.....	148
Figure 3-37 : Poutre soumise à une sollicitation de flexion simple.....	148
Figure 3-38 : Interpolation d'un changement de direction avec 7 pôles.....	150
Figure 3-39 : Interpolation d'un changement de direction – choix arbitraire de k_1	151
Figure 3-40 : Influence de la position de L_3 et L_5 – Rapport $k_1/k_2 = 1$	152
Figure 3-41 : Influence de la position de L_3 et L_5 – Rapport $k_1/k_2 = 2$	153
Figure 3-42 : Influence du rapport k_1/k_2 – Cas de deux pics de courbure - <i>coeff</i> = 1	154
Figure 3-43 : Influence du rapport k_1/k_2 – Cas d'un pic de courbure - <i>coeff</i> = 2.....	155
Figure 3-44 : Influence des paramètres k_1/k_2 et <i>coeff</i> sur les critères de choix du profil de courbure	156
Figure 3-45 : Influence des paramètres k_1/k_2 et <i>coeff</i> sur le temps d'usinage par simulation.....	157
Figure 3-46 : Influence des paramètres k_1/k_2 et <i>coeff</i> sur le temps d'usinage chronométré.....	158
Figure 3-47 : Influence de l'angle d'ouverture du changement de direction.....	159
Figure 3-48 : Trajet d'usinage de la poche – $d_p = 6$ mm et $d_{pmax} = 9$ mm.....	160
Figure 3-49 : Trajet d'évidement d'une poche de forme complexe	161
Figure 3-50 : Profil complexe composé d'un enchaînement segment – arc de cercle - segment	162
Figure 3-51 : Extension de la méthode d'interpolation : placement des pôles – cas à 9 pôles	162
Figure 3-52 : Extension de la méthode d'interpolation : placement des pôles – cas à n pôles	163

Figure 3-53 : Détermination des points de passage (interpolation à 9 pôles).....	164
Figure 3-54 : Interpolation d'un arc de cercle ($R = 50 \text{ mm}$) par une Bspline à 9 pôles – $C_{pps} = 0.5$	165
Figure 3-55 : Interpolation d'un arc de cercle ($R = 50 \text{ mm}$) par une Bspline à 36 pôles – $C_{pps} = 0.5$	166
Figure 3-56 : Principe de répartition des points de passage P_{pi}	167
Figure 3-57 : Interpolation d'un arc de cercle ($R = 50 \text{ mm}$) par une Bspline à 29 pôles – $C_{rep} = 1, 18$	168
Figure 3-58 : Influence des paramètres de précision et C_{rep} sur le nombre de pôles	168
Figure 3-59 : Influence des paramètres de précision et C_{rep} - Cas des faibles tolérances d'usinage	169
Figure 3-60 : Interpolation d'un arc de cercle ($R = 50 \text{ mm}$) par une Bspline à 25 pôles – $C_{rep} = 1, 15$	169
Figure 3-61 : Interpolation d'un profil complexe – tol = 0,01 mm.....	170
Figure 3-62 : Interpolation d'un profil complexe – tol = 0,005 mm.....	171
Figure 4-1 : Construction d'un trajet de type « déroulé »	174
Figure 4-2 : Profil de vitesse instantanée au changement de passe	176
Figure 4-3 : Présentation des poches testées	178
Figure 4-4 : Vitesse d'avance réelle sur le trajet car_adp_3_g2g3.....	187
Figure 4-5 : Vitesse d'avance réelle sur le trajet car_adp_3_bs.....	188
Figure 4-6 : Vitesse d'avance réelle sur le trajet car_adp2	189
Figure 4-7 : Engagement radial et vitesse d'avance réelle sur le trajet de type « déroulé »	189
Figure 4-8 : Présentation des poches complexes n°1 et n°2.....	191
Figure 4-9 : Trajets calculés pour les poches complexes.....	192
Figure 4-10 : Simulation de l'engagement radial de l'outil sur les différents trajets	193
Figure 4-11 : Relevés des vitesses d'avance réelles sur les différents trajets.....	194
Figure 4-12 : Présentation de la poche à filot.....	195
Figure 4-13 : Présentation du moule de bouteille.....	197
Figure 4-14 : Surface à double courbure.....	198
Figure 4-15 : Trajets d'usinage de la surface complexe	199
Figure 4-16 : Présentation de la poche 5 axes.....	201
Figure 4-17 : Trajets d'évidement de la poche 5 axes.....	202
Figure 4-18 : Poches usinées.....	203

Index des tableaux

Tableau 1-1 : Limitation en jerk d'un axe motorisé [Grob & al 01].....	47
Tableau 2-1 : Les 7 étapes d'un profil de vitesse à jerk contrôlé	65
Tableau 2-2 : Paramétrage du modèle de calcul de profil de vitesse sur bloc non linéaire.....	68
Tableau 2-3 : Paramètres CN intervenant lors de la planification de trajectoire	76
Tableau 2-4 : Paramètres cinématiques des machines outils utilisées	77
Tableau 2-5 : Paramètres cinématiques choisis pour modéliser les différentes machines outils	78
Tableau 3-1 : Récapitulatif des essais d'interpolation	121
Tableau 3-2 : Récapitulatif des essais d'approximation de la passe d'usinage.....	124
Tableau 3-3 : Temps de parcours du changement de direction suivant le profil de courbure	133
Tableau 3-4 : Récapitulatif des essais de calcul de trajets polynomiaux	134
Tableau 4-1 : Comparaison des longueurs de trajets d'usinage	176
Tableau 4-2 : Temps d'usinage de la poche « carré »	182
Tableau 4-3 : Temps d'usinage de la poche « trapèze »	183
Tableau 4-4 : Temps d'usinage de la poche « triangle »	184
Tableau 4-5 : Temps d'usinage des poches complexes	193
Tableau 4-6 : Trajets d'usinage testés de la poche à îlot.....	196
Tableau 4-7 : Résultats et temps d'usinage de la forme complexe.....	200
Tableau 4-8 : Temps d'usinage de la poche 5 axes.....	202

Notations

- rayon de la fraise : R_{outil}
- avance par dent de la fraise : f_z
- nombre de dents : Z
- avance de la fraise : f
- vitesse de rotation de la fraise : N
- norme de la vitesse de coupe : V_c
- engagement radial de la fraise : a_r
- engagement radial angulaire de la fraise : φ
- angle d'engagement de la fraise : α
- engagement axial de la fraise : a_a
- épaisseur du copeau : $h(\alpha)$
- section moyenne du copeau : h_m
- vitesse d'avance de l'outil par rapport à la pièce : $\overrightarrow{V_{f\ outil / pièce}}$
- vitesse de coupe de l'outil par rapport à la pièce : $\overrightarrow{V_{c\ outil / pièce}}$
- vitesse de rotation de la pièce : $\overrightarrow{\Omega_{outil / pièce}}$
- action mécanique engendrée au point M : $\overrightarrow{F_{outil / pièce}}$
- projection $\overrightarrow{F_{f\ outil / pièce}}$ de $\overrightarrow{F_{outil / pièce}}$ suivant la direction $\overrightarrow{V_{f\ outil / pièce}}$
- projection $\overrightarrow{F_{c\ outil / pièce}}$ de $\overrightarrow{F_{outil / pièce}}$ suivant la direction $\overrightarrow{V_{c\ outil / pièce}}$
- pression de coupe : K_c
- aire de la section du copeau : A_{sc}
- puissance de coupe consommée à la broche : P_{cabs}
- abscisse curviligne : s
- tangente à la trajectoire en un point : \overrightarrow{T}
- normale à la trajectoire en un point : \overrightarrow{N}
- rayon de la trajectoire au point d'abscisse curviligne s : $R(s)$
- vitesse d'avance programmée : V_f

- vecteur vitesse d'avance de l'outil : \vec{V}
- vecteur accélération de l'outil : \vec{A}
- accélération curviligne : a_{curv}
- accélération tangentielle : a_t et accélération centripète : a_n
- vecteur jerk de l'outil : \vec{J}
- jerk curviligne : j_{curv}
- jerk tangentiel : j_t et accélération centripète : j_n
- pourcentage de l'accélération curviligne dédié à l'accélération centripète : r_{ac}
- pourcentage de jerk curviligne dédié au jerk centripète : r_{jc}
- tolérance d'interpolation de la trajectoire : t_{it}
- constante de temps : δt
- distance axiale entre passes : a_p
- distance radiale entre passes : d_p
- distance radiale initiale entre passes : d_{pini}
- distance maximale entre passes : d_{pmax}
- distance maximale induite entre passes : $d_{pmaxind}$
- distance maximale initiale entre passes : $d_{pmaxini}$
- Constante de positionnement des points supplémentaires : C_{pps}
- Coefficient de répartition des points de passage sur l'arc de cercle : C_{rep}
- angle d'ouverture de l'arc de cercle : β
- centre du cercle : C_c
- rayon du cercle : R_c
- Points de passage pour l'interpolation unidimensionnelle : P_{pi}
- Points de passage supplémentaires pour l'interpolation unidimensionnelle : P_{psi}
- hauteur de crête : h_c
- hauteur maximale de crête : h_{cmax}

Introduction

L'usinage par enlèvement de matière est un procédé prédominant dans les domaines de la fabrication de pièces pour l'aéronautique et de l'obtention de moules et matrices. Ces industries réalisent des pièces à forte valeur ajoutée, pour lesquelles les exigences de qualité sont fondamentales. Néanmoins, l'évolution actuelle des marchés impose d'optimiser les processus de fabrication pour en réduire les coûts.

Pour répondre à cette exigence, l'usinage a évolué ces dernières années vers l'Usinage à Grande Vitesse (UGV). Lorsque les pièces sont obtenues par usinage, l'UGV permet d'augmenter les vitesses de coupe et d'avance et ainsi de réduire le temps d'usinage. Le coût des pièces est alors réduit, puisqu'il représente la majeure partie du prix de revient.

Pour industrialiser l'UGV, des évolutions et des innovations ont été nécessaires afin de proposer à la fois les outils coupants et les machines outils adaptés. En particulier, des broches plus rapides et des motorisations d'axes plus dynamiques ont été développées. Ainsi, un large panel de machines outils se trouve en production, des petites machines d'usinage très dynamiques aux machines lourdes de grandes dimensions ayant des accélérations faibles à moyennes. La course à la dynamique et à l'augmentation des accélérations des motorisations est toujours ouverte.

Mais l'objectif principal reste toujours d'utiliser au mieux ces investissements coûteux. Or, même si les moyens d'usinage ont évolué, les stratégies d'usinage n'ont pas, ou peu, été adaptées à ces nouveaux moyens. Il se produit alors un décalage entre les méthodes de programmation et les moyens modernes, qui conduit à une perte de performance. Les machines modernes ne sont donc pas toujours utilisées à leur pleine capacité.

D'une manière générale, le processus de fabrication d'une pièce mécanique repose sur la définition numérique de celle-ci. Une activité de Fabrication Assistée par Ordinateur (FAO) est mise en œuvre pour produire le programme de pilotage de la machine-outil. Cette activité est partagée entre une activité intellectuelle de construction du processus d'usinage et une activité géométrique de calcul proprement dit. Le programmeur imagine la suite ordonnée des opérations d'usinage à réaliser, il les programme dans un environnement de FAO qui les calcule sous la forme d'un programme interprétable par le directeur de commande numérique de la machine. Traditionnellement, la puissance des directeurs de commande numérique et la pauvreté du langage de programmation ont abouti à la génération de programmes simples et ont produit une séparation entre l'environnement de Conception et Fabrication Assistée par Ordinateur (CFAO) et l'environnement de la machine. Ce mode de fonctionnement atteint

actuellement ses limites, car les trajets calculés ne sont pas adaptés à un pilotage rapide des machines. Les trajets comportent des discontinuités qui peuvent engendrer des vibrations et de fortes sollicitations sur la structure des machines, si la machine ne ralentit pas. De plus, la course à l'augmentation des performances de ces dernières atteint ses limites à la fois dans la durée d'amortissement et lorsque les machines à piloter sont de grandes dimensions.

Aussi, il peut être intéressant de rechercher des gains de productivité non pas dans la performance des machines, mais dans leur meilleure utilisation. Ce qui aboutit à la remise en cause des méthodes et des stratégies d'usinage. Parmi toutes les voies d'amélioration possibles, cette thèse aborde le problème de l'adaptation des parcours d'usinage aux machines outils UGV, dans le cas de l'usinage des poches. Ces travaux reposent sur deux constatations initiales :

- l'amélioration de l'usinage de poches ou de l'ébauche des moules est un facteur important de gain, et les caractéristiques des pièces offrent des libertés de déformation des trajets sans modifier la qualité des surfaces usinées.

- le comportement cinématique des machines UGV est fortement tributaire de la continuité des trajets. Plus longue est la portion de trajet continu et plus rapide est la machine.

Ainsi, l'objet de cette thèse est de proposer une nouvelle méthode de calcul de trajectoires d'usinage continues C2, qui augmente la productivité des moyens d'usinage actuels.

Pour présenter cette nouvelle approche, nous allons, d'abord, analyser en détail le processus de réalisation des poches. En particulier, nous décrivons les méthodes de calcul de trajets d'évidement de poches et nous étudions les méthodes de modélisation des machines outils, vis-à-vis de différents points de vue. La problématique est alors posée en fin de chapitre.

Dans le chapitre 2, nous centrons notre étude sur la cellule d'usinage. En particulier, nous étudions l'influence du trajet sur le comportement mécanique de l'outil et le comportement cinématique de la machine. Cela nous permet d'extraire des règles de calcul des trajets, liées à la courbure et à la continuité des trajets entre autres. Nous spécifions ainsi le besoin lié à l'adaptation des trajets.

Puis dans le chapitre 3, nous apportons une nouvelle méthode de calcul de trajet. Dans un premier temps, nous proposons une méthode d'adaptation géométrique des trajets qui vise à augmenter le rayon de courbure de ceux-ci, sans altérer le comportement mécanique de l'outil, ou de la cellule d'usinage. Puis, nous étudions différentes approches permettant de calculer de tels trajets sous contraintes de continuité C2. Des méthodes algorithmiques et d'optimisation sont fournies et évaluées. La comparaison des différents trajets calculés aboutit à la détermination du profil de courbure optimal vis-à-vis du comportement cinématique de la machine.

Enfin le chapitre 4 est dédié à l'évaluation des méthodes proposées à travers plusieurs applications. Plusieurs pièces caractéristiques sont testées pour quantifier les gains en temps d'usinage et en vitesse moyenne de parcours

Chapitre 1 : Problématique de l'usinage de poches

1 Contexte de l'usinage de poches

Environ 80% des opérations de fraisage des pièces de structure ou de forme complexe peuvent être réalisées avec des machines à trois axes [Hatna & al 98], [Yan & al 00]. Celles-ci sont très performantes pour réaliser des usinages point à point, des contournements de formes simples ou bien des évidements de poches. Ces derniers peuvent être définis comme tout usinage ayant pour but d'enlever l'ensemble de la matière située à l'intérieur d'un contour prédéfini entre 2 plans d'une pièce [Lambregts & al 96]. La poche peut posséder des frontières externes et internes (îlots ou cavités) (Figure 1-1).

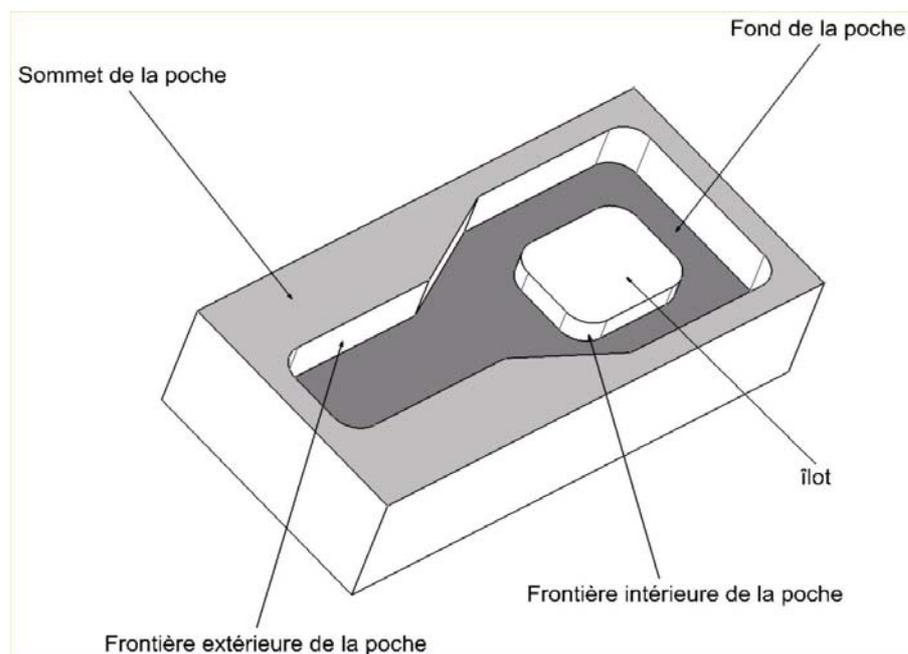


Figure 1-1 : Géométrie d'une poche

L'évidement de poche est très utilisé lors de l'obtention de pièces aéronautiques, de moules ou de matrices. Dans le premier cas, l'objectif est d'obtenir une pièce de structure légère et ne possédant aucune amorce de rupture. Dans le deuxième cas, il sert à réaliser l'ébauche de pièces de formes complexes qui représente environ 50% du temps d'usinage de celle-ci [Hatna & al 98], [Choi, Kim 97].

De plus, l'évidement de poche est souvent associé à l'usinage grande vitesse « UGV » car celui-ci procure, du fait d'une vitesse de coupe élevée, un grand débit copeau sans augmenter l'avance à la dent de l'outil et par conséquent les efforts de coupe [Hock 97], [Klocke, Altmüller 97].

Enfin, le calcul d'un parcours d'évidement de poche est une opération géométrique complexe qui fait obligatoirement appel à des algorithmes généralement lourds. Ceux-ci sont intégrés dans des logiciels de Fabrication Assistée par Ordinateur (FAO) [Duc 03]. Le résultat découle alors du couplage d'un trajet d'usinage généré par une FAO avec une machine-outil d'usinage à grande vitesse.

Dans la suite de ce chapitre, nous allons détailler la problématique de l'usinage des poches selon deux aspects :

- au paragraphe 2, nous présentons le problème du calcul des trajets d'évidement de poche, du calcul à l'optimisation des parcours d'usinage ;

- au paragraphe 3, nous étudions le comportement des machines outils en usinage, que ce soit au niveau du comportement de l'outil ou de la cinématique de la machine. Nous présentons aussi les différentes approches retenues pour modéliser le comportement des moyens de fabrication.

2 Calcul de trajets d'évidement de poches

Le calcul des trajets d'usinage est une étape fondamentale qui permet de passer de la définition d'une géométrie de pièce dans un environnement de CAO à la réalisation effective des mouvements d'usinage produisant une pièce réelle. Il a pour but de calculer le lieu du point centre de l'outil exprimé dans un format compréhensible par le directeur de commande numérique, qui usine la forme attendue en respectant la stratégie d'usinage retenue.

Après une présentation des méthodes d'usinage des poches, nous détaillons les algorithmes de calculs des trajets, avant de présenter les stratégies d'optimisation proposées pour augmenter la productivité de ce type de pièce qui nécessite un fort taux d'enlèvement de matière.

2.1 Différents types de trajets d'usinage d'évidement de poches

Il existe deux familles de trajets d'évidement de poches : ceux calculés suivant une direction privilégiée (dits trajets en « zigzag ») et ceux par contours parallèles (dits trajets par « courbes offset ») [Hatna & al 98].

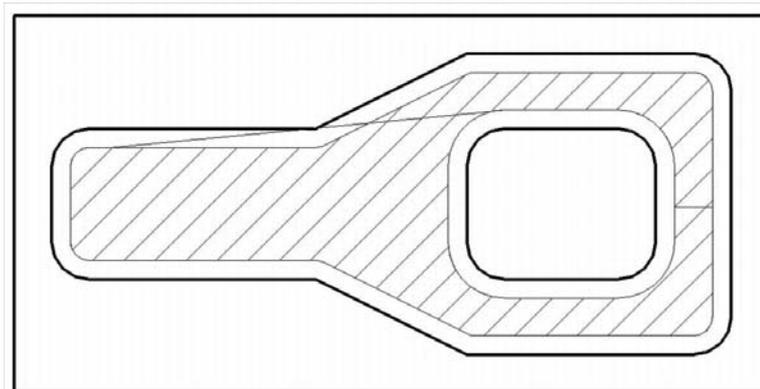


Figure 1-2 : Usinage d'une poche suivant une direction privilégiée

L'usinage en « zigzag » utilise des segments de droites parallèles les uns aux autres pour réaliser les trajets élémentaires d'usinage (Figure 1-2). La direction d'usinage est spécifiée par l'utilisateur. Le départ et la fin de chaque segment sont déterminés par l'intersection du segment avec les différents contours de la poche [Lambregts & al 96]. Cependant, l'usinage d'une poche suivant une direction privilégiée implique une modification des conditions de coupe à chaque aller-retour : l'usinage se déroule alternativement en avalant puis en opposition à chaque passage. Il faut de plus réaliser des passes de finition sur l'ensemble des frontières externes et internes de la poche pour obtenir la forme souhaitée.

Dans le cas de l'usinage par « contours parallèles », les courbes offset du contour extérieur de la poche sont utilisées pour réaliser les trajets élémentaires d'usinage (Figure 1-3). Par conséquent, le calcul du trajet d'usinage nécessite un algorithme robuste de calcul de courbe offset. De plus il est nécessaire de relier les différentes passes d'usinage par des trajets supplémentaires aussi appelés raccords entre passes d'usinage [Park, Choi 01].

Toutefois, l'usinage par contours parallèles d'une poche permet de générer des profils usinés identiques à ceux de la poche, de conserver des conditions de coupe assez constantes et un usinage en avalant.

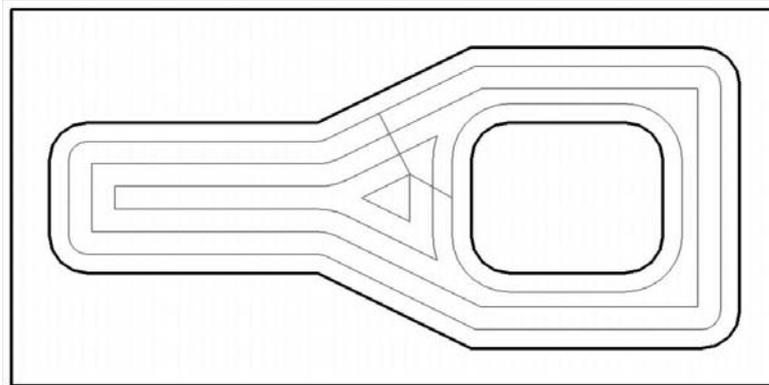


Figure 1-3 : Usinage d'une poche par contours parallèles

2.2 Méthodes de calcul de trajets d'évidement de poches

Conventionnellement, les méthodes de calcul d'un trajet d'évidement de poche abordent deux problématiques : la modélisation des frontières de la poche et le calcul proprement dit du parcours d'outil [Kim, Jeong 95]. Hatna présente une revue des méthodes géométriques de classification des poches suivant le type de frontière, la présence ou non d'îlots et la forme du fond de celle-ci [Hatna & al 98]. En ce qui concerne la stratégie d'usinage, il fixe six stratégies types, une pour l'usinage suivant une direction privilégiée et cinq pour l'usinage par contours parallèles, selon la frontière et la propagation des trajectoires :

- appui sur le profil intérieur,
- appui sur le profil extérieur,
- usinage de l'intérieur vers l'extérieur,
- usinage de l'extérieur vers l'intérieur,
- usinage par combinaison.

Quelle que soit la stratégie d'usinage choisie, le calcul du trajet d'usinage est une opération géométrique complexe qui fait appel à un ensemble d'algorithmes d'extraction de la géométrie de la poche et de création de la géométrie du trajet d'usinage complet.

Il faut tout d'abord découper la poche par des plans orthogonaux à l'axe de l'outil et distants de la profondeur de passe axiale. A chaque plan, nous obtenons une coupe de la poche possédant une courbe extérieure fermée, résultat de la coupe du profil extérieur par le plan de coupe et des courbes intérieures fermées si la poche possède des îlots [Choi, Jerard 98], [Lee, Chang 95] (Figure 1-4).

A chaque altitude de coupe, il est nécessaire de calculer la courbe offset distante de la courbe frontière extérieure du rayon de l'outil utilisé. Cette courbe est la courbe frontière offset à ne pas dépasser pour le calcul des trajets élémentaires d'usinage. Suivant la stratégie

d'usinage employée, la suite du calcul du parcours d'outil diffère. Celui-ci est présenté dans les deux paragraphes suivants [Hatna & al 98], [Choi, Kim 97].

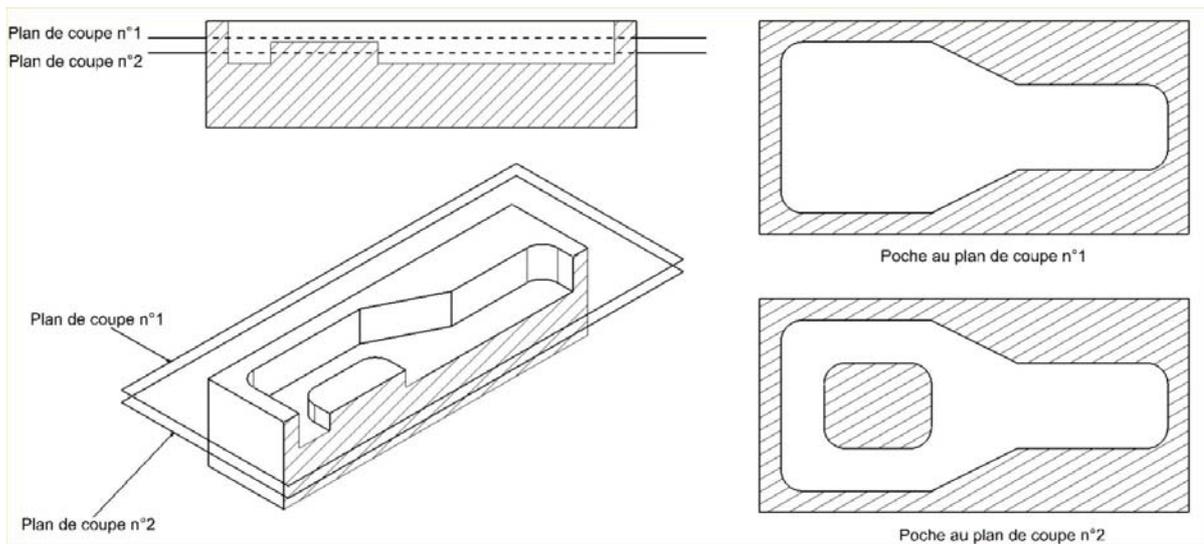


Figure 1-4 : Coupes d'une poche

2.2.1 Calcul de trajets type « zigzag »

Le calcul des différents trajets élémentaires est réalisé en construisant des droites parallèles à la droite de référence et séparées de la distance entre passes spécifiée par l'utilisateur. La droite de référence, spécifiée elle aussi par l'utilisateur, représente la direction d'usinage de la poche (Figure 1-5a). Dans l'exemple présenté Figure 1-5, la direction d'usinage est verticale.

Une fois l'ensemble des droites obtenu, leurs intersections avec les courbes frontières offset externe et interne sont calculées afin de délimiter les différents segments élémentaires qui forment le trajet d'usinage (Figure 1-5b).

Il faut ensuite relier les différents segments élémentaires entre eux par des segments insérés entre les extrémités voisines de deux trajets élémentaires proches (Figure 1-5c). Il se peut, lorsque la poche possède un sommet rentrant ou un îlot, qu'il ne soit pas possible de relier tous les trajets élémentaires entre eux.

Il faut alors relier les différents trajets obtenus entre eux par des trajets de liaison avec retrait de l'outil (Figure 1-5d), ce qui évite le risque de collision avec la pièce.

Une vérification de la présence ou non de zones non usinées est alors nécessaire. S'il en existe, il faut calculer des trajets supplémentaires pour les éliminer.

Enfin, il faut utiliser la courbe frontière offset pour calculer un contournage complet de l'ensemble des profils de la poche.

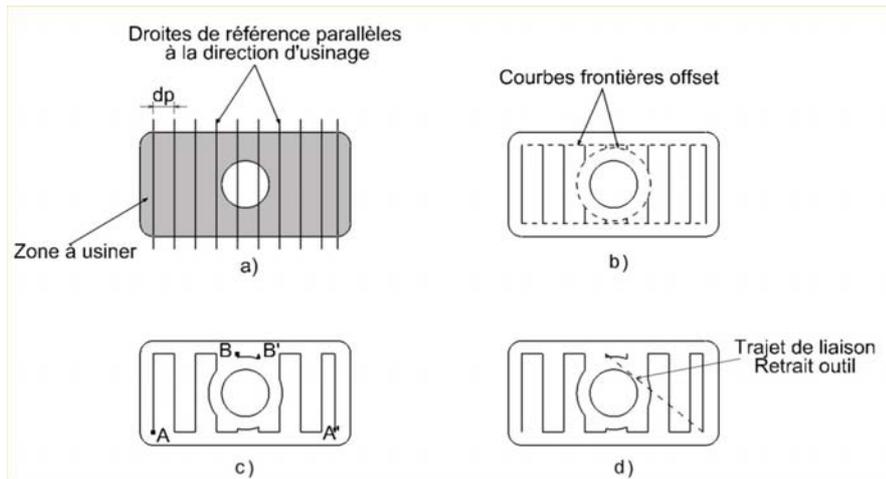


Figure 1-5 : Génération de parcours d'outil suivant une direction privilégiée

2.2.2 Calcul de trajets par contours parallèles

Connaissant la courbe frontière offset, il faut dans ce cas calculer l'ensemble des courbes offset séparées de la distance entre passes spécifiée par l'utilisateur. Il existe trois méthodes classiques de calcul utilisées pour la génération de trajet d'usinage :

- Pixel Based Approach [Choi, Kim 97],
- Paire Wise Offset [Choi, Park 99],
- diagrammes de Voronoï [Held 91a], [Held & al 94], [Held 98], [Barequet et al 97].

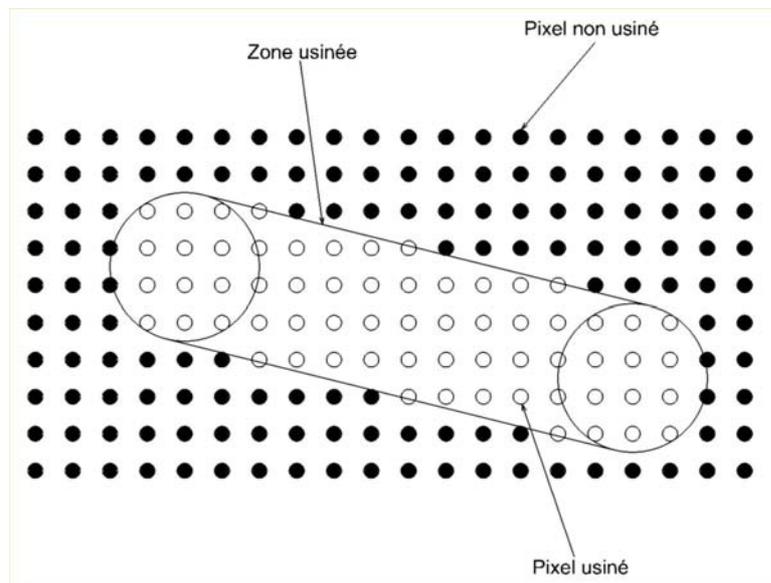


Figure 1-6 : Principe de la simulation d'usinage

Concernant la méthode nommée « Pixel Based Approach », le principe est de décomposer en pixels élémentaires l'intérieur de la surface définie par la courbe frontière et de réaliser une simulation d'usinage (Figure 1-6) avec un outil ayant pour rayon la distance entre passes souhaitée (Figure 1-7). La modélisation géométrique de la trace laissée par l'outil dans le plan de coupe de la poche est différente suivant la forme de la courbe extérieure. Lorsque le calcul

est réalisé sur un segment P_1P_2 , la trace est assimilée à un rectangle $P_1P_2O_1O_2$ alors que si le calcul est réalisé sur un sommet rentrant P_2 , la trace est assimilée à un cône $P_2O'_1O_2$ (Figure 1-7). Pour chaque simulation, les pixels non usinés sont considérés comme existants alors que les pixels usinés sont considérés comme détruits. Ayant simulé une passe d'usinage, il faut alors en déduire la courbe offset à la courbe frontière initiale. Ceci est réalisé en détectant les pixels frontières à la zone non usinée.

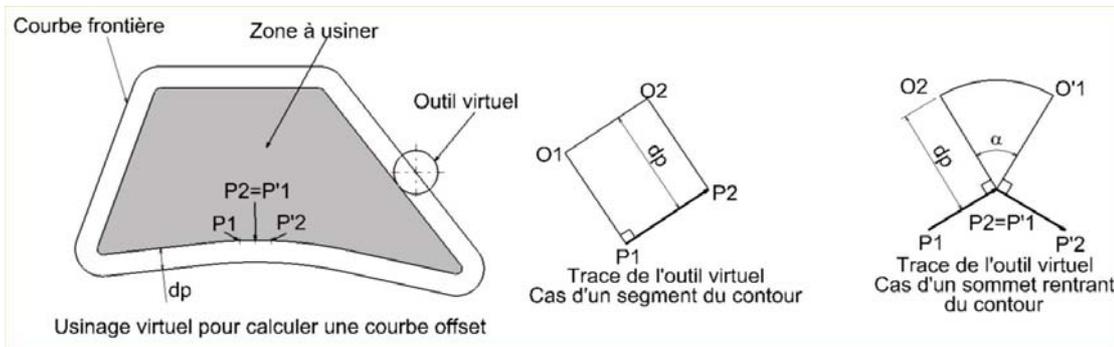


Figure 1-7 : Simulation d'usinage pour le calcul d'une courbe offset

La détection et l'agencement des pixels frontières permettent de reconstruire la courbe offset à la courbe initiale (Figure 1-8). Le travail se déroule en trois phases :

- classement des pixels non usinés en pixels frontière (n'ayant pas de pixel non usiné voisin sur l'ensemble de son entourage) et pixels internes (ayant des pixels non usinés voisins sur tout son entourage) (Figure 1-8a),
- élimination des pixels frontière n'ayant pas un seul pixel non usiné interne comme voisin (Figure 1-8b),
- liaison de l'ensemble des pixels frontière restant pour réaliser la courbe offset (Figure 1-8c).

Le principal avantage de cette méthode est de ne pas avoir besoin de discrétiser la courbe frontière et de calculer tous les segments offset. Ainsi, quels que soient le type et la forme de la courbe frontière, la précision du calcul de la courbe offset est uniquement liée à la précision du maillage de la surface intérieure de la poche. Plus le nombre de pixels est important et plus la courbe offset obtenue par simulation d'usinage est proche de la courbe offset théorique.

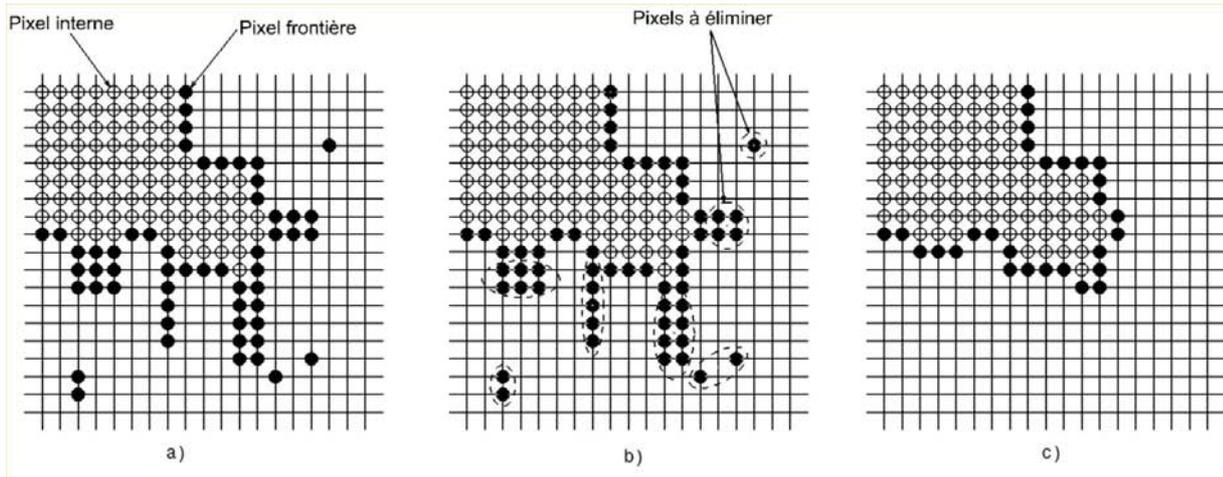


Figure 1-8 : Détection des pixels de la courbe offset

Concernant la méthode nommée « Paire Wise offset », son déroulement se décompose en quatre parties :

- calcul du segment offset de chaque segment de la courbe frontière,
- calcul de la courbe offset initiale par ajout d'arcs de cercle pour éliminer les trous,
- détection des points d'intersection de la courbe offset initiale,
- élimination des boucles de la courbe offset initiale.

Les boucles sont de deux types suivant le nombre de points d'intersection qu'elles possèdent aux extrémités. Si la boucle ne fait intervenir qu'un seul point d'intersection, elle est considérée comme une boucle locale alors que si elle en fait intervenir deux, elle est considérée comme une boucle globale (Figure 1-9).

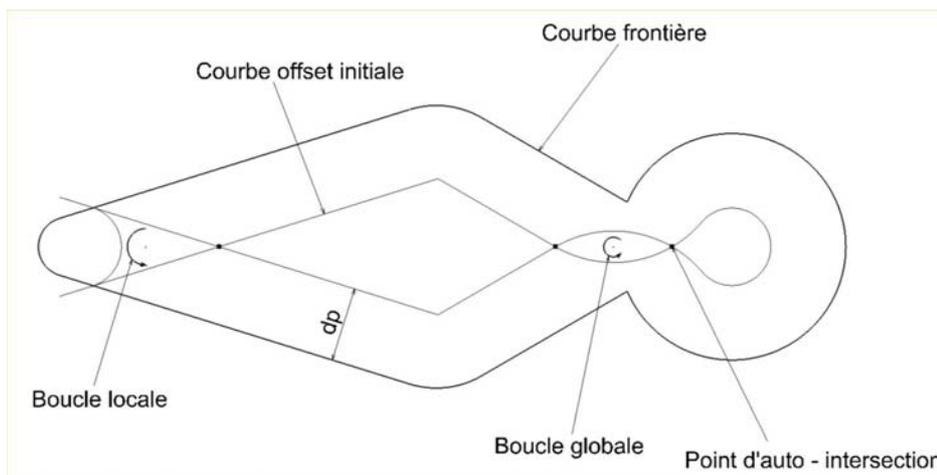


Figure 1-9 : Génération de courbe offset par la méthode « Paire-Wise Offset »

Le principal inconvénient de cette méthode est le besoin de discrétiser la courbe frontière afin de la décomposer en segments de droite pour en calculer les segments offset.

Quelle que soit la méthode de calcul de courbe offset utilisée, chaque courbe offset représente une passe d'usinage. Il faut alors détecter les zones non usinées et ajouter des

segments élémentaires pour les éliminer. De même les boucles générées par les algorithmes de courbes offset sont détectées et supprimées afin de diminuer la longueur du trajet d'usinage.

Enfin, les différentes passes d'usinage sont reliées entre elles pour réaliser un trajet continu par plan. Ces trajets de liaison sont appelés changements de passes. Pour cette stratégie d'usinage, il n'est pas nécessaire de calculer un contournage final de la poche car le profil de celle-ci est donné par le trajet initial, aux déformations près de l'outil de coupe.

La méthode des diagrammes de Voronoï utilise la propriété mathématique suivante : les deux points extrémités d'un segment d'une courbe offset se construisent en calculant l'intersection du segment offset d'un élément du contour avec les bissectrices des angles réalisés avec les éléments voisins du contour (Figure 1-10) [Held 98].

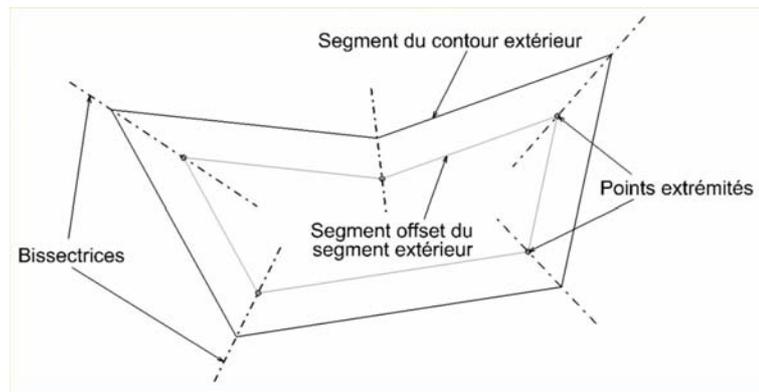


Figure 1-10 : Construction des points offset d'un contour

Le lieu géométrique formé par les extrémités des segments offset d'un contour se calcule en traçant le squelette de Voronoï. Ce dernier est obtenu de la manière suivante : Considérons une surface plane A et fermée par une frontière extérieure C composée de n segments ou arcs de cercle. Pour tout point P de A , nous définissons $d(P, C)$ comme la distance euclidienne minimum $d(P, Q)$ avec Q appartenant à C . Soit le cercle de centre P et de rayon $d(P, C)$, noté C_0 . Chaque cercle C_0 est en contact en au moins un point avec C .

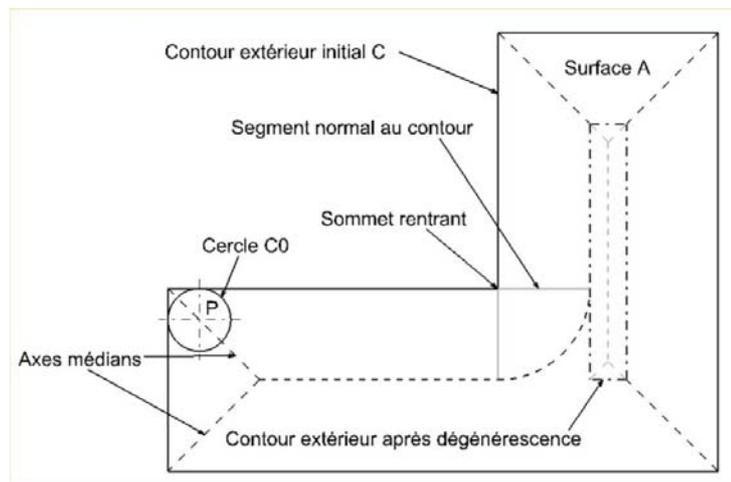


Figure 1-11 : Diagramme de Voronoï

Un axe médian de A est l'ensemble des centres des cercles C_0 intérieurs à A tels que ces cercles touchent C en au moins deux points disjoints (Figure 1-11). L'ensemble des axes

médians forme le squelette de Voronoï. Le diagramme de Voronoï est alors dérivé du squelette de Voronoï en y ajoutant les segments normaux au contour pour tous les sommets rentrants de la frontière de la poche [Kim 98].

L'algorithme complet de calcul d'une courbe offset d'un contour fermé et discrétisé comporte cinq étapes et utilise les caractéristiques des diagrammes de Voronoï présentées ci-dessus [Held, 91a] :

- construction des bissectrices de chaque couple de segments consécutifs basée sur les équations données par Held,
- utilisation des cônes d'influence de chaque segment du contour extérieur afin de limiter la longueur de chaque bissectrice,
- recherche du point de dégénérescence : point d'intersection de deux bissectrices consécutives le plus près du contour extérieur. La distance entre ce point et le contour extérieur notée d_i est le plus grand diamètre d'outil susceptible d'usiner la forme du contour extérieur,
- contrôle de l'inégalité $d_i > \text{distance de l'offset}$. Dans le cas contraire, l'algorithme est repris à l'étape 1 en utilisant la courbe offset passant par le point de dégénérescence comme courbe contour (Figure 1-12),
- construction des courbes offset de distance d_p .

Le principal inconvénient de l'algorithme proposé est l'obligation de discrétiser le contour extérieur pour calculer les courbes offset. Des méthodes sont toutefois développées pour assurer une continuité G1 de la courbe offset si le contour extérieur est au moins continu C1 [Chuang, Kao 99].

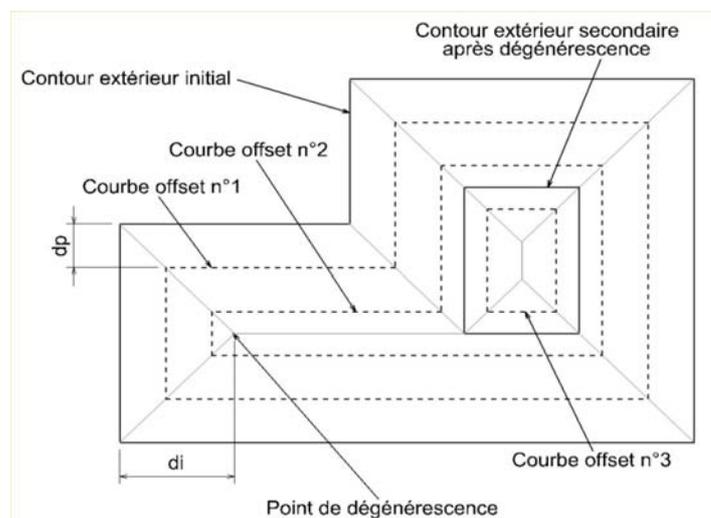


Figure 1-12 : Courbes offset d'un contour extérieur

Les différentes passes d'usinage étant calculées, il reste à le relier entre elles. Cette opération peut être menée de différentes manières. Il est nécessaire d'insérer les différents trajets de liaison suivant des règles déterminées pour obtenir un parcours d'outil optimisé.

2.3 Optimisation des trajets d'usinage

L'optimisation d'un évidement de poche a pour unique objectif de diminuer le coût de fabrication de la poche. Par conséquent, les objectifs visés par toute opération d'optimisation d'un trajet d'usinage d'évidement de poche sont soit de minimiser le temps d'usinage de cette poche, soit de diminuer l'usure de l'outil.

Pour diminuer le temps d'usinage, nous distinguons deux approches :

- l'approche par planification du processus d'usinage qui joue sur les combinaisons d'outils afin de diminuer la longueur du trajet d'usinage,
- l'approche géométrique qui modifie le trajet d'usinage pour en diminuer le temps de parcours.

En ce qui concerne l'usure des outils, de nombreux travaux adaptent la vitesse d'avance de l'outil tout au long du parcours du trajet d'usinage dans le but de conserver une puissance de coupe consommée constante [Bae & al 03], [Kyoung & al 97].

Dans le but de diminuer le temps d'usinage, l'optimisation du point de vue géométrique des trajets d'évidement de poches, quelle que soit la stratégie utilisée (contour parallèle où direction privilégiée), concerne deux approches : l'optimisation de la longueur du trajet géométrique et l'optimisation des zones non usinées [Hatna & al 98].

Pour réduire la longueur du parcours d'outil, deux axes de recherches sont possibles :

- la réduction de la longueur de trajet d'usinage dans la matière avec l'optimisation des passes,
- la réduction de la longueur des trajets hors matière avec la réduction des retraits outils et des trajets de liaison entre les différentes zones de la poche.

Suivant le type de stratégie d'usinage, l'optimisation géométrique de la longueur du trajet ne se traduit pas de la même manière.

Concernant l'approche par planification du processus, il faut remarquer que le choix du diamètre de l'outil qui évide la poche conditionne fortement la longueur du trajet d'usinage calculé [Hinduja & al 01]. Même si le rayon maximal de l'outil réalisant le profil extérieur de la poche est donné par le rayon de coin minimal de la poche, un choix pertinent de combinaisons d'outils, ou d'un outil et d'une distance entre passe peut permettre de diminuer le temps d'usinage de la poche [Veeramani & Gau 97], [Mawussi & al 03], [D'Souza & al 04]. Les auteurs proposent une méthode consistant à calculer la zone de la poche accessible pour chaque outil disponible. Ensuite, il faut diviser la poche en zones usinées par chaque outil utilisé. Pour choisir la meilleure séquence, les outils de diamètre important sont préférés aux outils de faible diamètre. Considérant n outils, il existe $(2^n - 1)$ séquences d'outils possibles afin d'usiner la poche. Pour choisir la meilleure séquence, une fonction calculant la longueur du trajet de chaque outil (en matière et hors matière ou en matière uniquement), est estimée. Le choix se porte alors sur la séquence minimisant la longueur totale des trajets d'usinage.

Certains travaux annoncent des gains possibles de 20% en terme de longueur de trajet d'usinage par combinaison de trois outils et de la stratégie d'usinage par contour parallèle pour

le contour de la poche et la stratégie d'usinage suivant une direction privilégiée pour le centre de la poche [Vosniakos, Papapaniagiotou 00].

Dans la suite de nos travaux, nous nous focalisons uniquement sur l'aspect géométrique du problème d'optimisation et nous choisissons de ne pas utiliser plusieurs outils pour réaliser un évidement de poche. Le diamètre outil est toujours choisi le plus grand possible tout en permettant de réaliser les rayons de coins de la poche.

2.3.1 Optimisation des trajets type « zigzag »

Le principal facteur influençant la longueur du trajet dans la matière dans le cas d'un usinage en « zigzag » est la direction d'usinage ϑ . De plus, ce paramètre influence aussi le nombre de retraits outil [Held 91b], [Tang & al 98] et donc la longueur des trajets hors matière si la poche possède des îlots ou un contour extérieur non convexe (Figure 1-13).

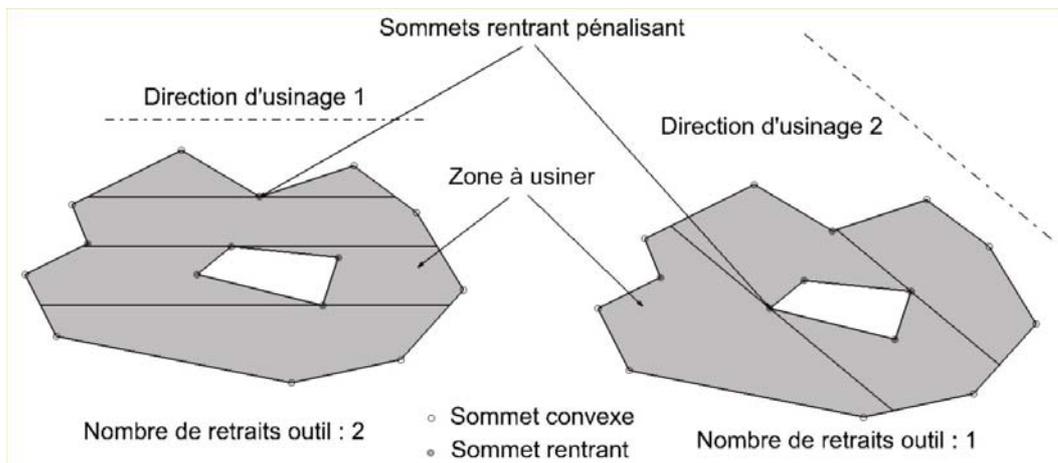


Figure 1-13 : Influence de la direction d'usinage

Des modèles mathématiques tenant compte de la direction d'usinage sont proposés pour calculer la longueur des trajets dans le cas de l'usinage en « zigzag ». La longueur du trajet est considérée comme la somme de la longueur de la courbe frontière offset et des trajets élémentaires calculés dans la direction d'usinage. Les paramètres des modèles sont le diamètre de l'outil et l'angle de la direction d'usinage par rapport à une direction fixe ϑ . La minimisation de longueur des trajets est alors réalisée vis-à-vis de l'angle de la direction d'usinage [Veeramani & Gau 95], [Kamarthi & al 97], [Vosniakos, Papapaniagiotou 00].

Considérons une poche convexe sans îlots, une direction d'usinage ϑ , un diamètre outil D_{outil} et une distance entre passes d_p . L'objectif est alors d'estimer la longueur du trajet d'usinage en fonction du paramètre de direction d'usinage ϑ afin d'en chercher le minimum. Le trajet le plus court correspond alors au trajet calculer avec la valeur optimale du paramètre de direction d'usinage. En utilisant le polygone P formé par la courbe frontière offset, l'estimation de la longueur des trajets d'usinage se décompose en quatre étapes (Figure 1-14):

- calcul du nombre de passes élémentaires N suivant la direction d'usinage donnée par le paramètre ϑ . Il faut pour cela estimer la hauteur H^ϑ de la poche suivant la direction perpendiculaire à la direction d'usinage. Nous obtenons :

$$H^\theta = y_{\max}^\theta - y_{\min}^\theta \quad d'o\grave{u} \quad N = \text{partie enti\`ere} \left[\frac{H^\theta}{d_p} \right] + 1 \quad (1-1)$$

- mise en place de chaque passe \u00e9l\u00e9mentaire h_k^θ donn\u00e9e par :

$$h_k^\theta = \begin{cases} y_{\min}^\theta + (k - \frac{1}{2}) \times d_p & \text{lorsque } k = 1, 2, \dots, (N-1) \\ y_{\max}^\theta - \frac{d_p}{2} & \text{lorsque } k = N \end{cases} \quad (1-2)$$

- d\u00e9termination de chaque point de d\u00e9but et de fin de passe \u00e9l\u00e9mentaire d'usinage x_g^θ et x_d^θ qui sont les points d'intersection de la courbe fronti\u00e8re offset avec les passes \u00e9l\u00e9mentaires d'usinage.

- estimation de la longueur d'usinage L^θ :

$$L^\theta = \sum_{k=1}^{N_1} \left[x_g^\theta - x_d^\theta \right] + \sum_{k=1}^{N_2} \left[\left(x_{d(2k-1)}^\theta - x_{d(2k)}^\theta \right)^2 + \left(y_{d(2k-1)}^\theta - y_{d(2k)}^\theta \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \sum_{k=1}^{N_1} \left[\left(x_{g(2k)}^\theta - x_{g(2k+1)}^\theta \right)^2 + \left(y_{g(2k)}^\theta - y_{g(2k+1)}^\theta \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{avec } N_1 = \frac{N-1}{2} \quad \text{et } N_2 = \frac{N}{2} \quad (1-3)$$

Cette fonction est g\u00e9n\u00e9ralement non lin\u00e9aire et poss\u00e8de plusieurs minimums locaux. Il est donc assez difficile de trouver un angle de direction d'usinage permettant de calculer le trajet d'usinage ayant la longueur minimale. Par cons\u00e9quent, une m\u00e9thode syst\u00e9matique d'\u00e9valuation de la longueur du trajet d'usinage est utilis\u00e9e. L'ensemble du domaine de variation de l'angle de direction d'usinage est alors test\u00e9 par pas de quelques degr\u00e9s afin de trouver le θ optimal.

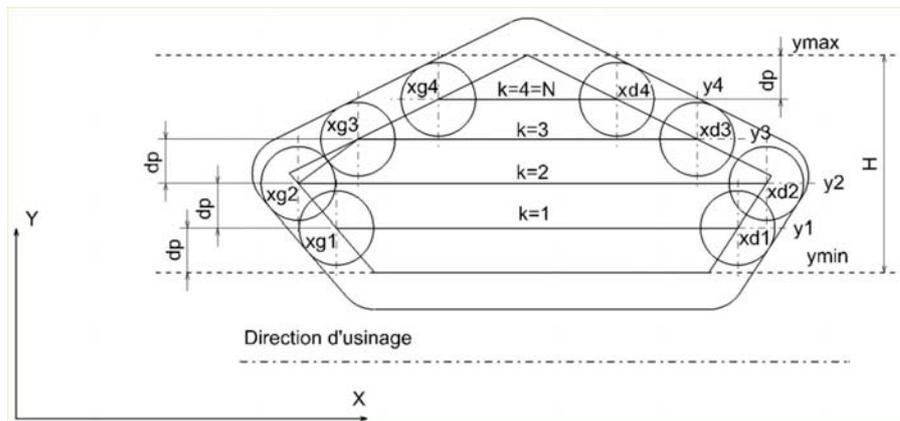


Figure 1-14 : Estimation de la longueur du trajet d'usinage

En comparaison avec la m\u00e9thode empirique qui choisit la direction d'usinage suivant le plus grand cot\u00e9 de la poche \u00e0 usiner, un gain moyen de 0.94 % est obtenu pour une distance entre passes de 2.5 mm et 18.41 % pour une distance entre passes de 200 mm sur une centaine de poches convexes test\u00e9es [Kamarthi & al 97].

De m\u00eame, des m\u00e9thodes de planification des trajets d'usinage dans le but de minimiser les zones non usin\u00e9es sont propos\u00e9es. Les zones non usin\u00e9es sont g\u00e9n\u00e9ralement exprim\u00e9es en fonction de l'angle de la direction d'usinage [Deshmukh & Wang 93]. Il existe aussi des m\u00e9thodes g\u00e9om\u00e9triques de r\u00e9solution [Park, Choi 00]. Dans ce cas, il faut d\u00e9tecter l'ensemble

des sommets rentrants des frontières de la poche qui sont considérés comme les sommets des profils intérieurs et extérieurs pour lesquels les segments voisins forment un angle coté matière supérieur à 180° . Considérant une direction d'usinage \mathcal{D} , il faut alors détecter le nombre de sommets rentrant pénalisant la direction d'usinage. Ces sommets sont tels qu'il existe une droite dont la direction est \mathcal{D} , reliant deux segments de la courbe frontière extérieure et passant par le sommet pénalisant (Figure 1-13). Le but est alors de trouver la direction d'usinage minimisant le nombre de sommets rentrants pénalisants. Ainsi, le nombre de retraits outil est minimisé (Figure 1-15).

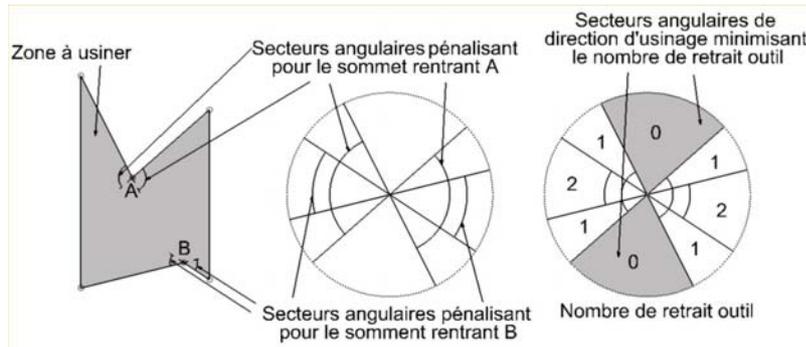


Figure 1-15 : Direction d'usinage minimisant les retraits outil

Dans le cas d'un évidement de poche suivant une direction privilégiée, l'optimisation du trajet d'usinage en vue de minimiser le temps d'usinage porte toujours sur le choix d'une direction d'usinage pertinente permettant de minimiser la longueur du trajet d'usinage. En effet celle-ci influence à la fois les longueurs des trajets élémentaires d'usinage mais aussi le nombre de retraits de l'outil. Il est donc essentiel de choisir cette dernière correctement afin de minimiser la longueur du trajet d'usinage.

2.3.2 Optimisation des trajets par contours parallèles

Dans le cas de l'usinage par contours parallèles, la longueur de la passe d'usinage est donnée par la longueur de la courbe offset et ne peut être modifiée. La longueur totale du trajet d'usinage est donc la somme de la longueur de chaque passe et des changements de passes et ne peut être diminuée qu'en en réduisant le nombre. Pour cela il faut augmenter la distance entre passes. Cependant, plus la prise de passe radiale est grande et proche du diamètre outil et plus le risque d'apparition de zones non usinées est grand. Le gain en longueur de trajet obtenu par le retrait d'une passe d'usinage est alors perdu par l'obligation de venir balayer les zones non usinées. Il existe trois cas types d'apparition de zones non usinées : dans un coin, dans un rétrécissement ou bien au centre de la poche (Figure 1-16) [Park, Choi 01].

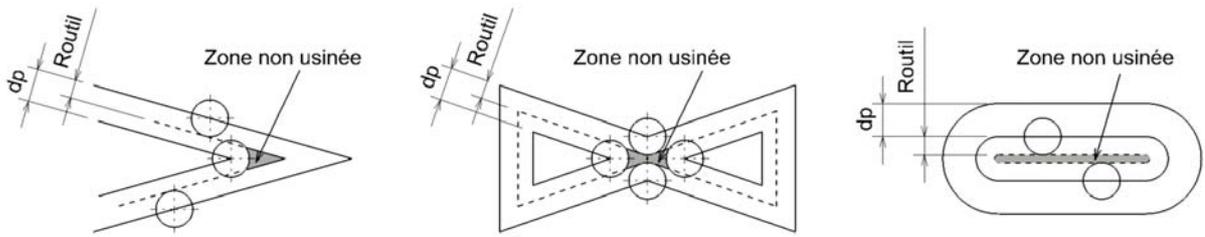


Figure 1-16 : Apparition de zones non usinées en usinage par contours parallèles

Une méthode de détection des zones non usinées consiste à détecter les interférences entre les courbes enveloppes intérieures et extérieures de deux passes consécutives (Figure 1-17). Si une interférence est détectée, il y a une zone non usinée. Pour déterminer ces zones, il faut calculer la courbe offset distante du rayon de l'outil à la passe extérieure parmi les deux passes concernées (Figure 1-17a). Ensuite, il faut éliminer les parties de cette courbe offset qui sont recouvertes par l'outil à la passe suivante (Figure 1-17b). Enfin l'ensemble des distances des points de la courbe offset relimitée aux sommets de la passe intérieure est calculé (Figure 1-17c). S'il existe une distance supérieure au rayon outil, la zone est non usinée. La mise en place d'un trajet pour éliminer celle-ci est alors basée sur le parcours de la courbe offset calculée qui assure une couverture complète de la zone (Figure 1-17d).

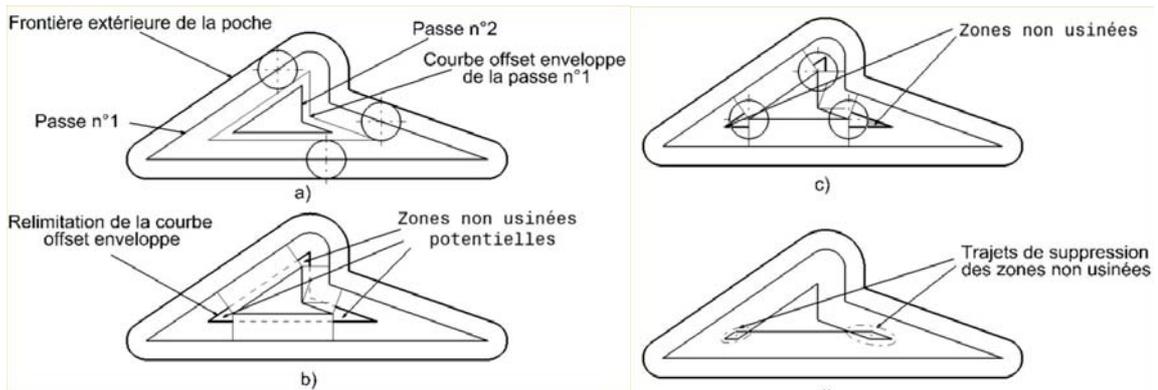


Figure 1-17 : Détection des zones non usinées

La présence de ces zones oblige généralement le passage supplémentaire de l'outil, d'où une perte de temps que l'algorithme de génération de trajet doit minimiser en réduisant le nombre de ces zones. Le moment où celles-ci sont usinées est aussi un critère à prendre en compte lors de la génération du trajet global d'évidement de la poche. Il est en effet essentiel de les usiner lorsque l'outil est proche de celles-ci et non une fois l'ensemble de la poche évidée [Park, Choi 01], [Wong, Wong 96] Certains travaux éliminent même tout retrait de l'outil durant l'usinage [Park & al 03].

Enfin une dernière approche d'optimisation de la longueur d'un trajet d'évidement de poche est l'agencement des différents changements de zones d'usinage lorsque la poche est complexe et que son diagramme de Voronoï possède des points de dégénérescence. En effet, le trajet d'usinage est alors composé de plusieurs contours parallèles et des trajets de jonction entre chaque zone d'usinage. Ces trajets ne sont pas à négliger lors du calcul de la longueur

totale d'usinage (Figure 1-18). L'optimisation de la position des différents raccordements entre passes élémentaires permet de diminuer la longueur totale du trajet outil mais aussi le nombre de retraits de l'outil lors de l'usinage de la poche à une altitude donnée [Park, Chung 02].

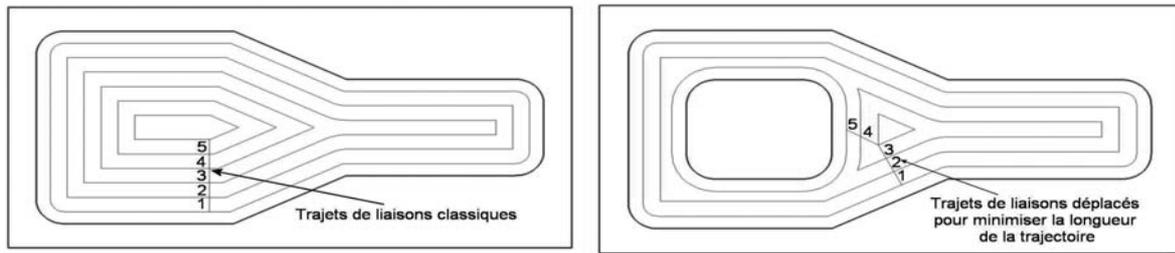


Figure 1-18 : Trajets de liaison entre les différentes zones d'usinage

2.4 Tendances actuelles

Quelques travaux sont désormais orientés vers une optimisation globale du processus de fabrication. Ils cherchent toujours à améliorer le temps d'usinage mais ne se contentent plus de réaliser une optimisation géométrique de la longueur de la trajectoire en FAO. En effet, une évaluation de l'influence de la géométrie du parcours d'outil sur le temps d'usinage est généralement menée pour réaliser une optimisation plus correcte de la géométrie du trajet d'usinage. Tous ces travaux utilisent une approche semblable à la notre et sont présentés dans le chapitre 2 [Bieterman 02], [Kim, Choi 02], [Lee 03], [Monreal, Rodriguez 03], [Pateloup & al 03a].

3 Comportement des machines outils UGV en usinage

La mise en œuvre du parcours d'usinage calculé aboutit à la réalisation de la forme usinée. Pour cela, la machine-outil assure la transformation du trajet virtuel en une forme réelle. Durant cet usinage, des phénomènes cinématiques et dynamiques apparaissent au niveau de la commande des axes et de la coupe des métaux. Selon la forme du trajet, la machine peut être amenée à ralentir. La géométrie du trajet peut ainsi présenter un effet perturbateur sur le comportement de la machine pendant l'usinage, qui aboutit soit à des pertes de productivité, soit à des accidents d'usinage. Pour optimiser le processus de fabrication, il est ainsi nécessaire d'analyser l'influence du parcours d'outil sur les phénomènes cinématiques et physiques mis en jeu.

3.1 Préliminaires

Le calcul d'un trajet d'évidement de poche possède comme données d'entrée la géométrie de la poche (frontière, fond, sommet, ...) et les conditions de coupe (puissance maximale admissible, vitesse de coupe, effort de coupe maximal) et a pour objectif de balayer l'ensemble de la poche suivant un mode défini. Ce calcul n'étant pas simple, il faut obligatoirement faire appel à un algorithme de génération de trajet qui doit satisfaire les contraintes géométriques de la poche, de respect des conditions de coupe et de maximisation du débit copeau afin de minimiser le coût d'usinage de la pièce. A l'heure actuelle, la génération d'un trajet d'évidement d'une poche est réalisée de manière quasi automatique à l'aide d'un logiciel de FAO. Le trajet obtenu est généralement complexe et possède un nombre important de changements de direction car la poche est un espace fermé.

Toutes les informations nécessaires au calcul du trajet sur la géométrie de la forme à usiner sont extraites du modèle CAO. Les conditions de coupe sont spécifiées à la FAO par l'utilisateur qui les calcule de manière à respecter un effort de coupe maximal et une puissance de coupe consommée maximale. Conventionnellement, il spécifie la distance axiale entre passes, la distance radiale entre passes et le type d'usinage (usinage en opposition ou en avalant). L'algorithme de calcul du trajet est alors utilisé par la FAO pour obtenir un trajet qui respecte au mieux les spécifications de l'utilisateur. La vérification des efforts de coupe et de la puissance de coupe absorbée ne peut alors être évaluée que sur une cellule d'usinage, de manière expérimentale.

En effet, celle-ci effectue le trajet d'usinage calculé. Le relevé de la vitesse de chaque axe permet alors de calculer la vitesse instantanée de l'outil par rapport à la pièce, il est aussi possible de mesurer les efforts de coupe appliqués sur la pièce. Ainsi il est possible de vérifier a posteriori si les spécifications de l'utilisateur sont respectées. Cependant une estimation a priori de ces données est impérative afin de pouvoir intégrer leur influence lors du calcul du trajet d'usinage.

De même, la minimisation du temps d'usinage nécessite le couplage du trajet d'usinage avec la cellule d'usinage. En effet, afin de vérifier dès le calcul du parcours d'outil que ce

dernier est celui qui minimise le temps d'usinage, il est nécessaire de savoir comment la cellule d'usinage traite le parcours d'outil. Plus particulièrement, le comportement cinématique de cette dernière influence fortement le temps de parcours du trajet d'usinage calculé.

Il nous paraît donc nécessaire de modéliser le comportement cinématique de la machine-outil à commande numérique et de déterminer la puissance consommée lors d'une opération d'évidement de poche. Ces modèles permettront lors du calcul du trajet d'usinage, en FAO, de tenir compte du comportement global de la cellule d'usinage. Un calcul systématique d'un trajet d'évidement de poche minimisant le temps d'usinage et respectant une puissance consommée maximale pourra alors être effectué.

3.2 Objectifs de l'étude

Deux aspects du comportement global de la cellule d'usinage sont à modéliser afin de permettre un calcul de trajet d'usinage pertinent. Le premier est mécanique et le modèle associé doit permettre de fournir rapidement une estimation correcte des efforts de coupe et de la puissance de coupe consommée lors d'une opération d'évidement de poche. Le second est cinématique et le modèle associé doit permettre une simulation pertinente de la vitesse de parcours de la trajectoire et du temps d'usinage.

Deux modèles existants sont traités par la suite. Le premier est consacré à la modélisation de la puissance consommée et le second à la modélisation du comportement cinématique et dynamique des machines outils.

3.3 Relation entre géométrie du trajet et puissance consommée

Dans le cadre de nos travaux, nous cherchons à estimer la puissance consommée et les efforts de coupe générés lors d'une opération d'évidement de poche afin de quantifier les variations de sollicitations mécaniques de l'outil dues à la géométrie de la trajectoire. Nous utilisons un modèle macroscopique qui spécifie que la puissance de coupe consommée est proportionnelle au débit copeau [Choi, Jerard 98], [D'acunto, Martin 02], [ISO 3002/4 85], [Jayaram & al 01].

En première approximation nous considérons que la norme de l'effort de coupe s'exprime par :

$$\|F_{c \text{ pièce} \rightarrow \text{outil}}\| = K_c A_{sc} \quad (1-4)$$

où K_c désigne la pression de coupe et A_{sc} l'aire de la section du copeau.

Ainsi il suffit d'exprimer la section du copeau A_{sc} en fonction de caractéristiques géométriques de l'outil et du trajet d'usinage pour estimer les efforts de coupe et quantifier l'influence de la géométrie du trajet sur les variations d'efforts et de la puissance consommée.

3.3.1 Expression de l'effort de coupe et de la puissance consommée

Soit une fraise cylindrique en contact avec la matière (Figure 1-19), nous définissons :

- le centre de la fraise O

- le rayon de la fraise : R_{outil} ,
- l'avance par dent de la fraise : f_z ,
- le nombre de dents : Z ,
- l'avance de la fraise : f ,
- la vitesse de rotation de la fraise : N ,
- la norme de la vitesse de coupe : V_c ,
- l'engagement radial de la fraise : a_r ,
- l'engagement radial angulaire de la fraise : φ ,
- l'angle d'engagement de la fraise : α ,
- l'engagement axial de la fraise : a_a
- l'épaisseur du copeau : $h(\alpha)$,
- la vitesse d'avance de l'outil par rapport à la pièce : $\overrightarrow{V_{f\ outil / pièce}}$,
- la vitesse de coupe de l'outil par rapport à la pièce : $\overrightarrow{V_{c\ outil / pièce}}$,
- la vitesse de rotation de la pièce : $\overrightarrow{\Omega_{outil / pièce}}$
- l'action mécanique engendrée au point M : $\overrightarrow{F_{outil / pièce}}$,
- les projections $\overrightarrow{F_{f\ outil / pièce}}$ et $\overrightarrow{F_{c\ outil / pièce}}$ de $\overrightarrow{F_{outil / pièce}}$ suivant les directions de $\overrightarrow{V_{f\ outil / pièce}}$ et $\overrightarrow{V_{c\ outil / pièce}}$

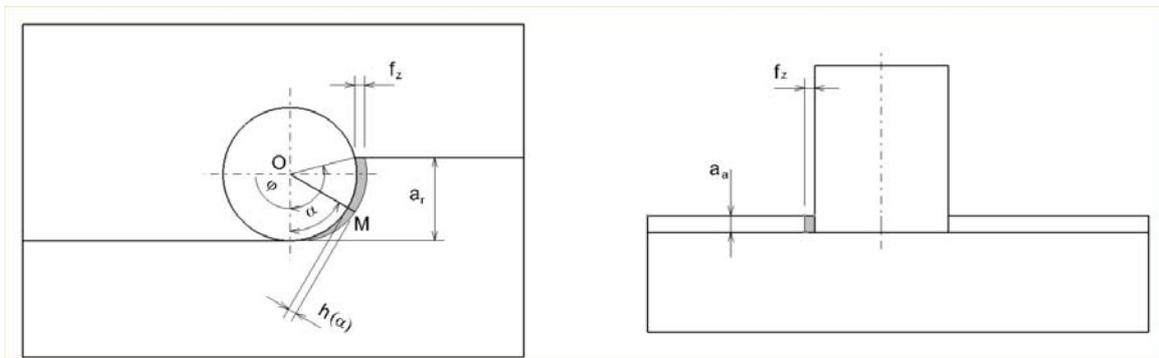


Figure 1-19 : Paramètres d'usinage pour une fraise cylindrique

Nous modélisons le torseur de l'effort de coupe de l'outil sur la pièce par un glisseur au point M qui s'écrit :

$$\left\{ T_{pièce \rightarrow outil} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{F_{pièce / outil}} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_M$$

Le torseur cinématique de l'outil par rapport à la pièce s'écrit :

$$\left\{ C_{outil / pièce} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega_{outil / pièce}} \\ \overrightarrow{V_{f\ outil / pièce}} \end{array} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega_{outil / pièce}} \\ \overrightarrow{V_{f\ outil / pièce}} + \overrightarrow{MO} \wedge \overrightarrow{\Omega_{outil / pièce}} = \overrightarrow{V_{f\ outil / pièce}} + \overrightarrow{V_{c\ outil / pièce}} \end{array} \right\}_M$$

L'aire A_{sc} de la section du copeau instantanée est égale à :

$$A_{sc}(\alpha) = h(\alpha) \cdot a_a \quad (1-5)$$

Pour évaluer l'effort moyen, il faut estimer la section moyenne du copeau. Pour cela nous introduisons l'épaisseur moyenne du copeau h_m telle que :

$$h_m = \frac{f_z \cdot a_r}{R_{outil} \cdot \varphi} \quad (1-6)$$

Nous obtenons alors l'expression de l'effort de coupe moyen pour une dent en prise :

$$\left\| \overrightarrow{F_{c \text{ outil} \rightarrow \text{pièce}}} \right\| = K_c \cdot A_{sc \text{ moy}} = K_c \frac{f_z \cdot a_r}{R_{outil} \cdot \varphi} a_a \quad (1-7)$$

Nous définissons alors Z_{moy} qui représente le nombre de dents en prise en moyenne :

$$Z_{moy} = Z \cdot \frac{\varphi}{2\pi} \quad (1-8)$$

L'effort moyen exercé par l'outil sur la pièce est alors :

$$\left\| \overrightarrow{F_{cmoy}} \right\| = K_c \frac{f_z \cdot a_r \cdot Z_{moy}}{R_{outil} \cdot \varphi} a_a = K_c \frac{f_z \cdot a_r \cdot Z}{R_{outil} \cdot 2\pi} a_a = K_c \frac{f}{R_{outil} \cdot 2\pi} a_r \cdot a_a \quad (1-9)$$

Le calcul de co-moment entre le torseur des actions mécaniques et le torseur cinématique de l'outil par rapport à la pièce nous donne la puissance totale consommée par la broche :

$$P_{totale} = \left\{ T_{pièce \rightarrow \text{outil}} \right\}_M \cdot \left\{ C_{outil / pièce} \right\}_M = \overrightarrow{F_{pièce \rightarrow \text{outil}}} \cdot \left(\overrightarrow{V_{f \text{ outil} / \text{pièce}}} + \overrightarrow{V_{c \text{ outil} / \text{pièce}}} \right) \quad (1-10)$$

$$P_{totale} = - \left\| \overrightarrow{F_{f \text{ pièce} \rightarrow \text{outil}}} \right\| \cdot \left\| \overrightarrow{V_{f \text{ outil} / \text{pièce}}} \right\| - \left\| \overrightarrow{F_{c \text{ pièce} \rightarrow \text{outil}}} \right\| \cdot \left\| \overrightarrow{V_{c \text{ outil} / \text{pièce}}} \right\|$$

Nous obtenons alors la puissance consommée à la broche pour réaliser le mouvement de coupe :

$$P_{c \text{ abs}} = - \left\| \overrightarrow{F_{c \text{ pièce} \rightarrow \text{outil}}} \right\| \times \left\| \overrightarrow{V_{c \text{ outil} / \text{pièce}}} \right\| \quad (1-11)$$

En utilisant l'équation (1-7) nous exprimons alors la puissance de coupe absorbée sous la forme :

$$P_{c \text{ abs}} = K_c \frac{f_z \cdot a_r}{R_{outil} \cdot \varphi} a_a \cdot V_c \quad \text{or} \quad f = Z \cdot f_z, \quad N = \frac{V_c}{2\pi R_{outil}} \quad \text{et} \quad \left\| \overrightarrow{V_{f \text{ outil} / \text{pièce}}} \right\| = f \cdot N \quad (1-12)$$

$$\text{d'où} \quad P_{c \text{ abs}} = K_c \cdot a_r \cdot a_a \cdot \left\| \overrightarrow{V_{f \text{ outil} / \text{pièce}}} \right\|$$

Nous obtenons une expression de la puissance de coupe consommée qui fait intervenir quatre paramètres dont trois sont liés aux conditions de coupe (a_r , a_a et V_f) et un au matériau usiné (K_c).

En comparaison, une autre approche modélise le débit copeau de manière géométrique et le représente par le volume de matière balayé par l'outil durant une unité de temps t_u [Kloypayan, Lee 02], [Bae & al 03]. Pour estimer ce volume, l'auteur ne tient pas compte du mouvement de rotation propre de l'outil mais considère que ce volume est le produit de l'aire de la prise de passe radiale de l'outil Ψ_{tot} et de la distance L parcourue durant le temps t_u (Figure 1-20) [Kloypayan, Lee 02]. Suivant la géométrie de l'outil, l'aire Ψ_{tot} peut être décomposée en plusieurs aires élémentaires Ψ_i (Figure 1-21). Le débit copeau D_c a donc comme expression :

$$D_c = \frac{\sum_i \Psi_i \times L}{t_u} \quad (1-13)$$

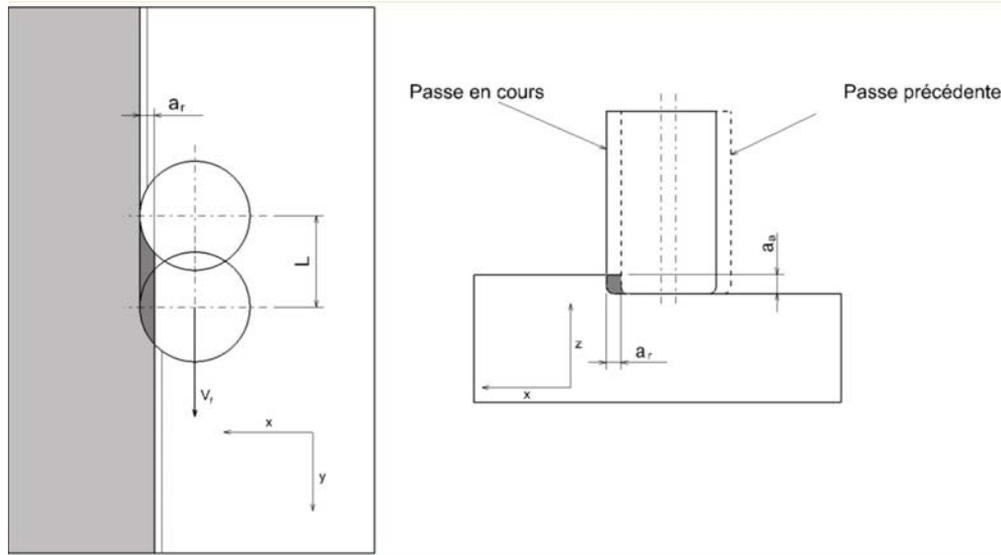


Figure 1-20 : Débit copeau pour une fraise cylindrique

Le calcul du débit copeau revient donc à déterminer Ψ_{tot} . Considérant, une fraise à bout torique, Kloypanyan distingue deux cas suivant l'engagement radial de la fraise et le grand rayon du tore e :

- premier cas : $a_r \leq 2e$ alors $\Psi_{tot} = \Psi_a$
- deuxième cas : $a_r \geq 2e$ alors $\Psi_{tot} = \Psi_{b1} + \Psi_{b2} + \Psi_{b3}$

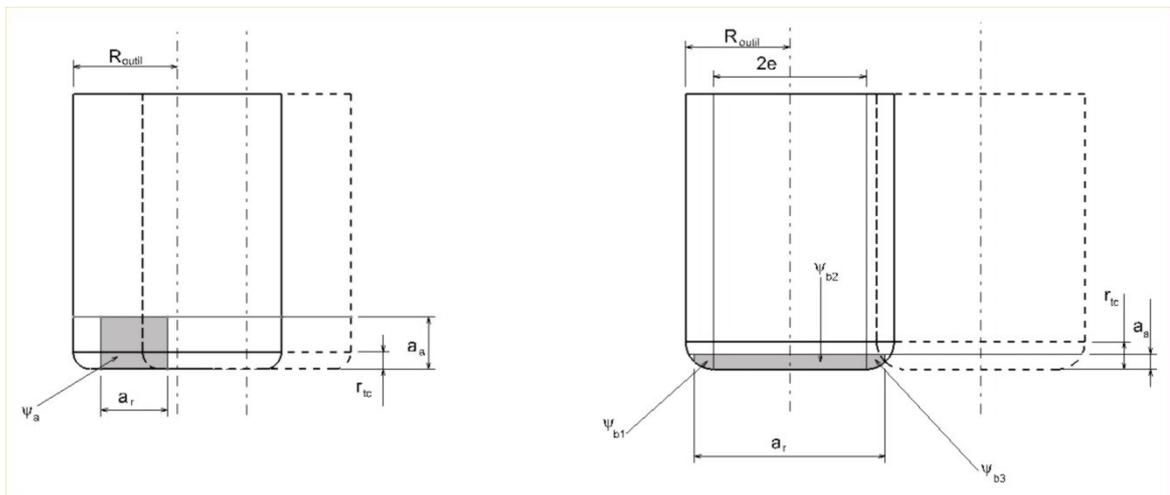


Figure 1-21 : Aire de la prise de passe radiale pour une fraise torique

Enfin Kloypanyan considère que Ψ_{b1} et Ψ_{b3} ont une même expression quelle que soit la profondeur de passe axiale a_a . Nous obtenons alors (Figure 1-22) :

$$\Psi_{b1} = \Psi_{b3} = \frac{r_{ic}^2 (\pi - 2\Phi) + 2r_{ic}^2 \sin(\Phi) \cos(\Phi)}{4} + \frac{(a_r - r_{ic})(a_r - 2e)}{2}$$

avec $\begin{cases} \Phi = \arccos\left(\frac{(a_r - 2e)}{2r_{ic}}\right) & \text{pour } a_r \leq r_{ic} \\ \Phi = 0 & \text{sinon} \end{cases}$ (1-14)

L'expression des aires Ψ_a et Ψ_{b2} donne :

$$\Psi_a = a_r \times a_a \quad \text{et} \quad \Psi_{b2} = 2e \times a_a$$
 (1-15)

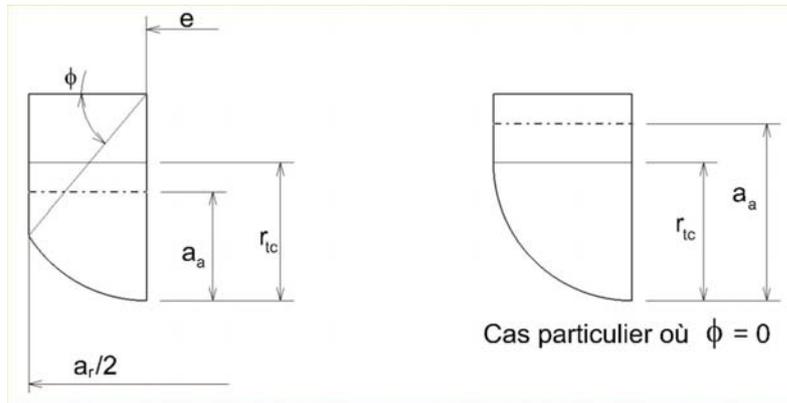


Figure 1-22 : Calcul de Ψ_{b1} et Ψ_{b3}

Sachant que $L = \left\| \overline{V_{f \text{ outil / pièce}}} \right\| \times t_u$, l'expression du débit copeau est donc la suivante :

$$D_c = \Psi_{tot} \times \frac{L}{t_u} = \Psi_{tot} \times \left\| \overline{V_{f \text{ outil / pièce}}} \right\|$$
 (1-16)

$$\text{La puissance consommée est alors } P_{cabs} = K_c \times D_c$$
 (1-17)

Les équations (1-12) et (1-17) donnent donc une expression similaire de la puissance consommée dans le cas d'une fraise cylindrique ou d'une fraise à bout torique (si $a_r \leq 2e$).

3.3.2 Etude du modèle de puissance consommée

Le modèle de puissance de coupe consommée proposé dans le paragraphe précédent dépend de quatre paramètres. Parmi ces quatre paramètres, seuls a_r et $\left\| \overline{V_{f \text{ outil} \rightarrow \text{pièce}}} \right\|$ sont variables lors d'un usinage en 2 axes $\frac{1}{2}$ pour un couple outil / matière donné. Il faut donc analyser les variations d'engagement radial et de vitesse d'avance de l'outil afin d'en déduire les variations de puissance de coupe absorbée lors d'une opération d'évidement de poche. Nous traitons dans ce paragraphe de l'influence de l'engagement radial sur la puissance de coupe consommée lors d'un usinage 2 axes $\frac{1}{2}$ à vitesse d'avance constante.

Nous cherchons à évaluer l'influence de la géométrie d'un trajet d'usinage lors de son suivi sur l'évolution de l'engagement radial de la fraise. Deux approches sont présentées dans la littérature :

- la première est une approche analytique qui calcule la valeur exacte de l'engagement radial. Cette méthode est surtout appliquée pour un calcul précis mais elle est restreinte car elle ne peut être systématisée. De nombreux exemples sont développés pour calculer l'engagement

radial dans le coin d'une poche ou bien lors d'un changement de passes [Chanal & al 04], [Zhang, Zheng 04] ;

- la seconde est une approche numérique qui estime l'engagement radial sur un trajet d'usinage complet. Des méthodes numériques telles que le Z-buffer sont utilisées pour réaliser ces simulations [Tang & al 95], [Choi, Jerard 98]. Ces méthodes sont systématiques mais ne sont pas exactes.

Nous utilisons la seconde approche dans la suite de nos travaux car elle est applicable à tout trajet d'usinage sans modification de la méthode numérique et donne une estimation assez précise de l'engagement radial si le maillage de la surface à usiner est judicieusement choisi.

3.4 Etude cinématique du comportement d'une machine-outil

En suivant les informations transmises tout au long de la chaîne numérique lors de la réalisation d'une pièce, il apparaît clairement que l'information délivrée par le calcul du trajet est analysée puis traitée par le directeur de commande numérique associé à la cellule d'usinage afin de déplacer les différents axes de la machine-outil pour réaliser la pièce souhaitée en temps réel. Ainsi, le comportement cinématique de la machine-outil est dépendant de l'ensemble des calculs appliqués au parcours d'outil entre l'instant où il est interprété dans le programme d'usinage par le directeur de commande numérique et le moment où les lois de commande sont envoyées aux différents axes de la machine-outil. Il apparaît donc essentiel de comprendre le traitement réalisé par le directeur de commande numérique lors d'un usinage.

Le directeur de commande numérique a pour but de calculer en temps réel les consignes de position, de vitesse et de courant de chaque axe de la machine-outil utilisée, en fonction du trajet interprété. Pour cela, il doit tenir compte de trois phénomènes principaux :

- les caractéristiques des moteurs des axes de déplacement, qui définissent le jerk, l'accélération et la vitesse maximale admissibles par axe [Pritschow & al], [Renton, Elbestawi 00] ; le jerk caractérise la variation d'accélération admissible par unité de temps,
- le jerk curviligne maximal admissible, qui est déduit du comportement dynamique de la structure de la machine [Erkorkmaz, Altintas 01],
- les gains des boucles de position et de vitesse des asservissements [Dumetz 98].

Le traitement se décompose en trois parties : tout d'abord la commande numérique doit interpréter le programme d'usinage généré par la FAO qui comporte un trajet géométrique et une consigne de vitesse ; ensuite elle doit élaborer la consigne de position ainsi que la loi de vitesse admissible en tenant compte de limitations dynamiques de la machine pour chaque axe de la machine-outil et, enfin, réaliser l'asservissement en position, vitesse et courant de chaque axe.

Le calcul de la consigne de vitesse est, dans le cadre de notre étude, le facteur déterminant afin de diminuer le temps d'usinage et de conserver des conditions de coupe proches de celles souhaitées. Il est réalisé en deux temps. Tout d'abord un calcul de vitesse, d'accélération et de jerk curviligne est réalisé par un curseur dédié de la commande numérique aussi appelé curseur de look-ahead qui analyse le programme avec une centaine de blocs d'avance sur le

curseur traditionnel [Bloch & al 01]. Ce dernier détecte les discontinuités géométriques du trajet et fixe ainsi des limites de vitesses atteignables. Ensuite le curseur traditionnel, qui travaille en temps réel, réalise la décomposition du trajet sur chaque axe de la machine-outil ainsi que leur synchronisation. Il traite alors les données du curseur de look-ahead et les modifie si nécessaire quand l'un des axes de la machine-outil est moins dynamique que les autres.

3.5 Modélisation de machines outils

A l'heure actuelle, la modélisation de machines outils à usinage à grande vitesse est essentiellement utilisée lors de la phase de conception dans le but de concevoir une structure mécanique adaptée au type d'utilisation ou de réaliser un réglage a priori pertinent des asservissements.

Dans le cas de la conception de structures de machines outils, la modélisation de celles-ci permet de valider et d'optimiser les solutions proposées vis à vis des comportements statiques et modaux. Cette modélisation est généralement une modélisation par éléments finis. L'analyse statique permet de contrôler la rigidité de la structure, et l'analyse modale, de vérifier si les premiers modes propres sont suffisamment élevés [Bouzgarrou 01]. Dans le cas de l'élaboration de lois de commande, le modèle doit être le plus proche possible de la réalité afin de réaliser une commande la plus exacte possible pour assurer le niveau de qualité attendu à des vitesses de déplacement très importantes. L'objectif principal est de détecter les modes propres de la machine-outil considérée afin de ne pas les solliciter au cours du fonctionnement [Dumetz 98]. Il existe alors plusieurs possibilités :

- Sur une machine existante : réalisation d'une expérimentation suivie d'une analyse modale qui donne les modes propres de la machine analysée. Dans ce cas, l'expérimentation est assez complexe et les résultats ne sont pas toujours satisfaisants. De nombreux bruits peuvent apparaître tout au long de la chaîne d'acquisition et du traitement des signaux.

- Lors de la conception d'une nouvelle machine : mise en place d'un modèle par éléments finis et d'un modèle discret qui, par simulation, donnent les modes propres de la machine étudiée. Pour réaliser une bonne modélisation, un maillage judicieux de chaque élément et une connaissance du comportement de chaque liaison de la machine sont nécessaires.

- En conception ou sur machine existante : élaboration d'un modèle dynamique où chaque pièce est représentée par une masse et une raideur équivalente. Ce modèle nous donne une fonction de transfert associée qui permet de déterminer les modes propres de la machine étudiée. Ce type de modélisation produit rapidement un nombre d'inconnues assez important et une résolution numérique des équations différentielles obtenues.

Toutefois, de nouvelles problématiques apparaissent désormais. Elles impliquent une modélisation moins ciblée de la machine-outil considérée :

- L'estimation du temps d'usinage d'une pièce qui permet une planification du processus de fabrication plus précise. Dans ce cas, la prise en compte des différentes vitesses, accélérations et jerks de chaque axe de la machine-outil est suffisant [Tounsi & al 03].

- A qualité géométrique obtenue égale, le choix entre différentes stratégies d'usinage est très souvent lié au temps d'usinage. Ainsi, l'estimation a priori d'un temps d'usinage pour une forme donnée avec différents trajets permet de choisir la stratégie à employer pour un type de pièce donné. La connaissance de la vitesse instantanée réelle en tout point du parcours d'outil est alors essentielle [Kim, Choi 02], [Monreal, Rodriguez 03].

- La génération de parcours d'outils minimisant le temps d'usinage en considérant les performances cinématiques de la machine-outil utilise aussi une modélisation de celle-ci [Kim, Sarma 02].

3.5.1 *Modélisation de la structure par éléments finis*

L'analyse par éléments finis est la méthode la plus utilisée dans le domaine du calcul des structures. Ce type de modélisation est essentiellement utilisé lors de la conception de nouvelles machines afin de réaliser une étude statique et modale de la structure dans le but de connaître les fréquences propres de la machine étudiée ainsi qu'une cartographie de sa rigidité sur l'ensemble de l'espace de travail (Figure 1-23).

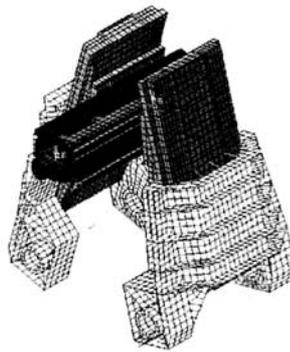


Figure 1-23 : Maillage d'une structure de machine-outil [Bouzgarrou 01]

Dans le cas de la modélisation d'une machine-outil, il est essentiel de trouver le bon compromis entre le niveau de modélisation et la complexité qui l'accompagne : il n'est pas envisageable de modéliser les éléments de guidage d'une liaison glissière de la machine-outil considérée mais il est indispensable de connaître la rigidité de cette liaison pour réaliser une analyse statique. De même le choix du type d'élément fini est un facteur déterminant pour la validité et la précision du calcul [Bouzgarrou 01].

3.5.2 *Modélisation discrète des asservissements*

Dans le but de réaliser une loi de commande optimisée pour une machine-outil, il est essentiel d'avoir une fonction de transfert associée à la chaîne de positionnement la plus proche de la réalité. Il faut donc établir une modélisation fine des chaînes cinématiques en prenant en compte les diverses masses et raideurs des éléments de transmission. Comme la complexité du modèle associé croît très rapidement avec le degré de raffinement souhaité, il paraît nécessaire de fixer l'ordre maximal des modèles obtenus. Toutefois, un modèle trop simplifié est trop éloigné du système réel, la commande en temps réel du processus devient impossible. Il faut donc trouver le modèle qui conserve les éléments les plus influents.

Dans ce cas, la méthodologie générale employée est la suivante :

Les sollicitations étant importantes, les déformations des éléments ne sont plus négligeables. Pour prendre en compte ces déformations dans le modèle de comportement, chaque élément de la chaîne de positionnement est représenté par une masse (ou une inertie) et un ressort (Figure 1-24) [Barre 95].

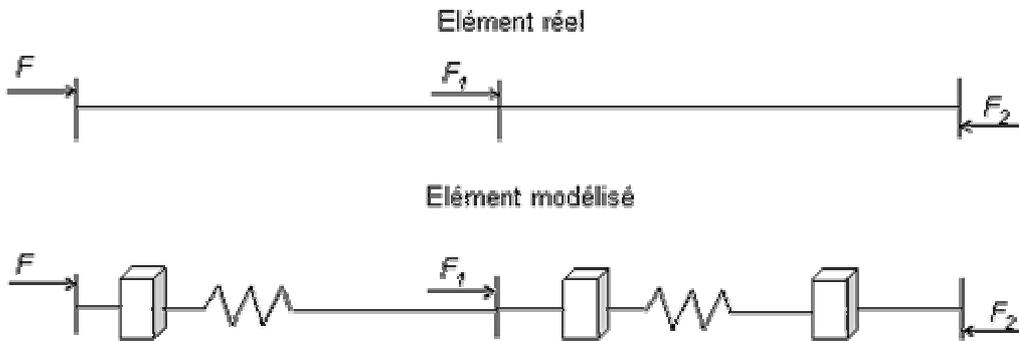


Figure 1-24 : Modélisation discrète d'un élément de transmission

Les hypothèses de modélisation sont alors les suivantes :

- problème unidirectionnel (suivant la direction de l'axe étudié) : les déplacements dus aux déformations radiales et aux effets de basculement sont négligés ;
- poulies indéformables : elles ne sont soumises qu'à des sollicitations de torsion ;
- jeux négligeables entre les éléments ;
- effets de la pesanteur négligés ;
- amortissements limités aux frottements entre les éléments (frottements secs et visqueux).

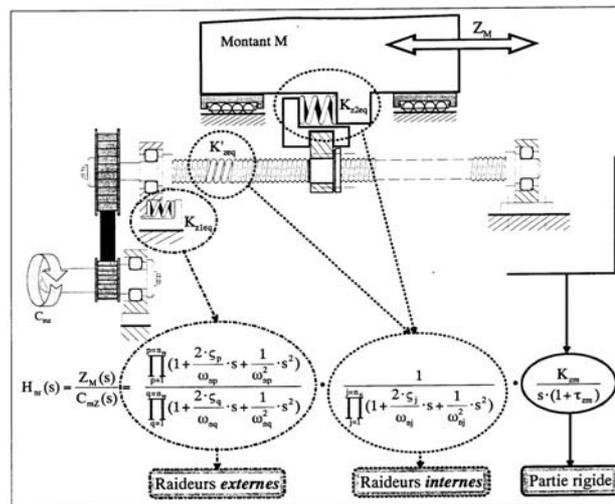


Figure 1-25 : Modélisation d'une transmission par vis à billes [Dumetz 98]

Après quelques simplifications consistant à un regroupement des différentes inerties, raideurs et amortissements en un nombre réduit d'inerties, raideurs et amortissements équivalents, nous obtenons un modèle généralisé représentatif d'une transmission mécanique par vis à billes comportant n souplesses (Figure 1-25).

3.5.3 Modélisation expérimentale du comportement de la machine

Ce type de modélisation est habituellement utilisé pour évaluer un temps d'usinage. Il existe aujourd'hui trois méthodes d'évaluation d'un temps d'usinage :

- Méthode analytique : les performances des différents axes de la machine-outil considérée sont modélisées à partir de la loi de commande [Yan & al 99], [Bloch & al 01]. Cette modélisation utilise des paramètres intrinsèques au modèle (constante de temps de la boucle d'asservissement) qui sont seulement connus par les fabricants de directeurs de commande numérique.

- Méthode empirique : des modèles polynomiaux sont identifiés à partir d'un ensemble d'expérimentations. Cette modélisation présente l'inconvénient majeur qu'il faut réaliser un grand nombre d'expérimentations pour bien cerner les différents phénomènes mis en œuvre.

- Méthode expérimentale : C'est un mélange des deux méthodes précédentes. Elle est basée sur l'utilisation de modèles connus des différents mécanismes utilisés dans les machines outils qui possèdent des constantes de calibration. Ces constantes sont déterminées par des expérimentations simples [Monreal, Rodriguez 03].

Nous allons maintenant étudier l'application de cette méthode à la recherche de la loi d'accélération - décélération réelle d'une machine-outil afin d'avoir une estimation précise du temps de parcours d'un trajet d'usinage par le calcul de la vitesse en tout point de la trajectoire [Tounsi & al 03].

La motorisation de l'axe numérique étudié est composée d'un moteur à courant continu accouplé à un système vis – écrou à billes. Le système de contrôle de l'axe numérisé est composé de deux boucles de régulation en cascade : la boucle de régulation de la vitesse angulaire du moteur et la boucle de position du chariot mobile (Figure 1-26). Le directeur de commande numérique interprète la trajectoire et génère les consignes de vitesses et positions à partir des profils d'accélération - décélération. Ceci est équivalent à un travail du directeur de commande numérique à jerk contrôlé. A chaque instant, l'ensemble des informations nécessaires au pilotage des axes de la machine-outil est calculé à partir du jerk de chaque axe par de multiples intégrations.

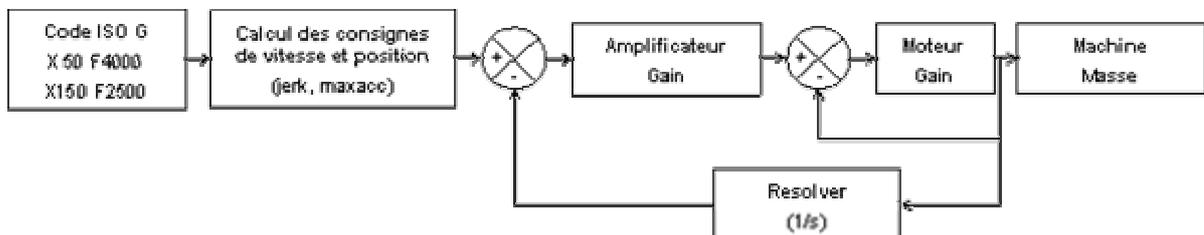


Figure 1-26 : Schéma de principe d'un axe numérisé

Nous pouvons ainsi dire que la relation entre la vitesse d'avance programmée et la vitesse d'avance réelle de chaque axe de la machine-outil est donnée par le jerk et l'accélération maximale de ce dernier. Il apparaît donc évident qu'une identification du profil réel d'accélération - décélération de chaque axe de la machine-outil est essentiel pour réaliser une évaluation correcte du temps d'usinage.

Connaissant le principe de commande de l'axe numérisé, il s'en dégage une fonction de transfert théorique connue mais possédant des constantes de calibration (constantes de temps, de gain ...). C'est alors une expérimentation avec une loi d'entrée simple qui permettra de déterminer ces constantes. Le modèle obtenu est alors assez complet et proche de la réalité de la loi d'accélération - décélération de la machine-outil étudiée.

3.6 Comportement cinématique d'une machine-outil UGV

Dans le cadre de nos travaux, nous cherchons à minimiser le temps d'usinage d'une poche. Pour cela nous devons obtenir une vitesse instantanée d'avance tout le long du trajet d'usinage proche ou égale à la vitesse de consigne ; et ceci sans dépasser les capacités de chaque axe de déplacement de la machine-outil. Il faut donc être capable d'estimer l'influence d'un trajet d'usinage sur la vitesse instantanée de parcours. Pour cela nous devons comprendre le comportement cinématique d'une machine-outil lors d'un suivi de trajectoire afin de déterminer quels éléments d'un trajet d'usinage limitent les performances cinématiques de celle-ci [Weck & al 99]. Seule la modélisation expérimentale est susceptible de donner cette information. Mais, ce type de modélisation dépend fortement de la machine-outil testée. Il est donc essentiel pour la suite de nos travaux de comprendre l'influence de la géométrie d'un trajet sur le comportement cinématique d'une machine-outil.

Un exemple classique d'un trajet d'usinage pénalisant est le franchissement d'un angle droit à vitesse constante. En effet, ce dernier demande une capacité d'accélération infinie des axes sollicités de la machine. Les boucles d'asservissement des axes de la machine-outil ne peuvent compenser de telles discontinuités sur les consignes de position et de vitesse. Il apparaît donc un dépassement et une erreur entre le trajet théorique et la position réelle de l'outil. Il faut diminuer la vitesse de franchissement de l'angle afin de diminuer l'erreur. Un passage à erreur nulle implique une vitesse de franchissement nulle [Renton, Elbestanwi 00], [Bloch & al 01].

L'élimination des trajets pénalisants passe par la modification géométrique du trajet, de manière à respecter une vitesse d'avance constante. Mais le directeur de commande numérique a peu de latitudes pour modifier le trajet, car il risque d'engendrer un défaut géométrique sur la pièce. Par conséquent, seuls quelques cas de dépassements sont autorisés lorsque le trajet possède des discontinuités en tangence pour ne pas imposer une vitesse nulle au passage.

Ainsi, lors du suivi d'un trajet d'usinage, la seule option possible pour le directeur de commande numérique est de contrôler la vitesse d'avance de l'outil tout au long du trajet afin de ne pas dépasser les capacités des axes de déplacement.

Toute machine d'usinage grande vitesse possède une vitesse maximale pour chacun de ces axes, une variation maximale de cette vitesse donnée par l'accélération maximale suivant chaque axe ainsi qu'une variation maximale de jerk. La limitation en vitesse correspond à la tension maximale admissible par le moteur. La limitation en accélération correspond au courant maximal admissible par le moteur. Enfin la limitation en jerk provient d'un compromis entre dépassement autorisé, coefficient d'amortissement, accélération maximale et la première fréquence propre de l'axe concerné [Grob & al 01].

Dépassement autorisé : $\Delta_{sm} (\mu m)$	10				-		15	12
Première fréquence propre (Hz) : f_{dmin}	10		50		50		50	
Accélération maximale: $a_{s0} (m/s^2)$	1		2.5		2.5		2.5	
Coefficient d'amortissement : ξ	0.1	0.2	0.1	0.2	0.1	0.2	0.1	0.2
Jerk : $j_{s0} (m/s^3)$	2.6	3.6	325	450	125		325	450
Temps de réponse en limitation de jerk: $t_{rj} = a_{s0}/j_{s0} (ms)$	385	278	7.7	5.6	20		7.7	5.6
Condition $t_{rj} > 1/f_{dmin}$	oui		non		oui		non	
Commentaires			jerk trop important		limitation du jerk par f_{dmin}			

Tableau 1-1 : Limitation en jerk d'un axe motorisé [Grob & al 01]

Ainsi pour un dépassement acceptable donné, un premier calcul permet d'exprimer le jerk constant de l'axe à programmer en fonction du coefficient d'amortissement et de la première fréquence propre de la structure mécanique étudiée (Equation (1-18)).

$$j_{s0} \approx \frac{4\pi^2}{0.15} \times e^{\frac{\pi \times \xi}{\sqrt{1-\xi^2}} - 0.316} \times f_{dmin}^3 \times \Delta_{sm} \tag{1-18}$$

Dans le cas de la première colonne grisée du Tableau 1-1, nous obtenons des temps de réponse en limitation de jerk pour une accélération donnée qui satisfont la condition $t_{rj} > 1/f_{dmin}$. Si cette condition n'est pas satisfaite (première colonne blanche du Tableau 1-1), il faut alors diminuer le jerk pour ne pas solliciter le premier mode propre de la structure de telle manière que $t_{rj} = 1/f_{dmin}$ (deuxième colonne grisée du Tableau 1-1). Dans le cas contraire, nous observons une augmentation du dépassement (deuxième colonne blanche du Tableau 1-1) qui s'accompagne d'une sollicitation de la structure de l'axe étudié.

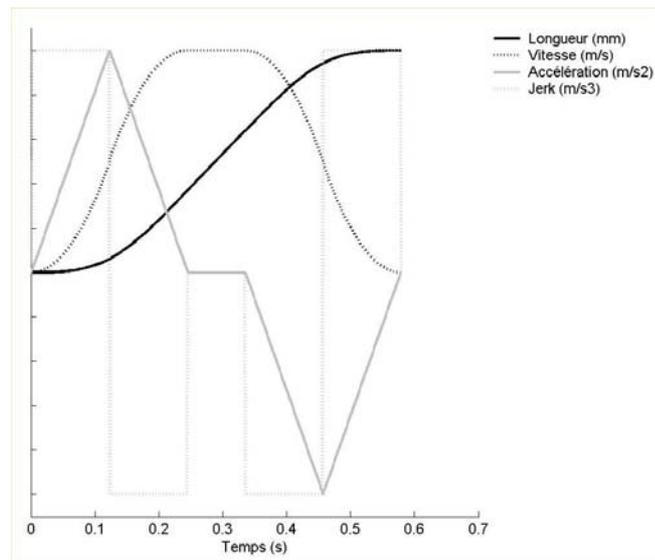


Figure 1-27 : Lois de mouvement d'un axe motorisé à jerk constant

Un modèle cinématique de comportement à jerk constant semble donc assez approprié pour modéliser le comportement cinématique d'un axe motorisé d'une machine-outil. Celui-ci permet

à partir des paramètres de jerk, accélération et vitesse de l'axe étudié de construire la loi de déplacement de ce dernier (Figure 1-27).

Le jerk est donc réglé pour ne pas dépasser une erreur autorisée mais aussi pour ne pas solliciter le premier mode propre de la structure mécanique de l'axe motorisé. Cependant plus la valeur du jerk est faible et plus le temps de parcours d'un trajet donné est long (Figure 1-28). Pour une variation du jerk de 20 m/s^3 à 70 m/s^3 , nous observons une augmentation du temps de parcours de 20%. Il est donc essentiel de régler ce dernier judicieusement tout en respectant les conditions présentées ci-dessus. Nous retrouvons le compromis entre vitesse et précision de l'axe motorisé lors de son réglage.

D'un point de vue comportement cinématique de la machine-outil, il est important de calculer des trajets d'usinage qui, pour une vitesse d'avance programmée, ne génèrent pas des accélérations et des jerks sur les axes motorisés supérieurs à ceux réglés par le fabricant de machine-outil. Dans le cas contraire, la vitesse d'avance programmée ne pourra être respectée.

Ainsi, c'est au niveau du calcul de la loi de vitesse de chaque axe que la commande numérique ralentit la machine-outil afin de respecter les valeurs maximales d'accélération et de jerk de chaque axe lorsqu'elle détecte une discontinuité du trajet ou un rayon de courbure trop faible. La loi de vitesse de chaque axe étant continue, la machine-outil ralentit et passe par une vitesse instantanée quasi nulle lors d'une discontinuité en tangence ou en courbure du trajet outil qui produisent respectivement une accélération ou un jerk infinis. De même l'accélération maximale de chaque axe limite la vitesse de parcours d'un trajet à faible rayon de courbure par la présence d'une accélération centripète dont la valeur dépend du carré de la vitesse et du rayon de courbure. Pour un trajet donné, il existe donc une vitesse maximale théorique non franchissable donnée par les limites physiques de la machine utilisée.

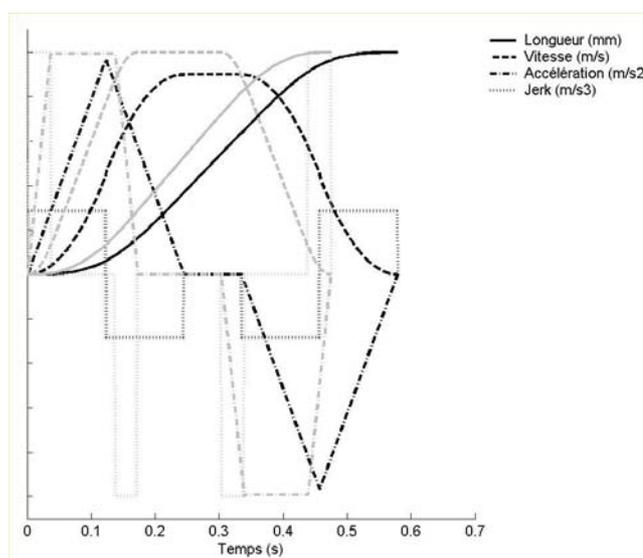


Figure 1-28 : Influence du jerk sur la loi de commande

4 Problématique de l'usinage de poches

4.1 Constat

Le calcul d'un parcours d'évidement de poche est une opération géométrique complexe qui a pour but de générer un trajet d'usinage à partir de la géométrie d'une poche. Le trajet calculé permet de commander la cellule d'usinage pour réaliser la poche souhaitée. Le directeur de commande numérique calcul à chaque instant les lois de vitesse pour atteindre la vitesse programmée en respectant la sollicitation maximale admissible de la structure. L'algorithme de calcul de trajets utilise les données géométriques de profils externes et internes, de fond, de sommet et de qualité de la poche pour générer un trajet correct. Nous appelons désormais ces données les contraintes de conception. Le calcul doit, de plus, permettre de couvrir toute la surface intérieure de la poche. Durant l'usinage, le trajet calculé doit permettre de respecter un effort de coupe maximal appliqué à l'outil et une puissance de coupe maximale admissible. Nous appelons ces données les contraintes de fabrication.

Ainsi, le calcul d'un parcours d'évidement de poche doit, connaissant la géométrie de la poche à usiner et les conditions de coupe à respecter, assurer un balayage complet de l'intérieur de la poche suivant une stratégie d'usinage spécifiée. Il peut être assimilé à un processus d'enlèvement de matière sous contraintes de conception et de fabrication.

Le trajet d'usinage calculé influence directement le coût de la pièce fabriquée, car il en conditionne le temps d'usinage. Par conséquent il doit permettre de minimiser le temps d'usinage de la pièce afin d'en diminuer le coût. Nous pouvons donc assimiler le calcul d'un trajet d'évidement de poche à une optimisation d'enlèvement de matière sous contraintes ; la fonction objectif de l'optimisation étant de minimiser le temps d'usinage et les fonctions contraintes étant les contraintes de conception et de fabrication.

Cependant, le calcul d'un parcours d'outil est une opération géométrique ne faisant intervenir que des algorithmes de type géométrique. Ces derniers utilisent des données d'entrées du même type pour en déduire des données de sorties elle aussi du même type. Par conséquent, il est nécessaire d'exprimer toutes les contraintes du processus de calcul de trajet sous forme géométrique.

En ce qui concerne les contraintes de conception (géométrie de la poche, tolérance, défaut de forme, état de surface), elles sont décrites sous forme géométrique ; il suffit donc d'extraire celles nécessaires au calcul.

Par contre, les contraintes de fabrication et la fonction objectif sont à exprimer sous la même forme. Si l'expression des contraintes de fabrication sous forme géométrique semble assez classique (prise de passe axiale, prise de passe radiale, vitesse d'avance, vitesse de coupe) ; l'expression de la fonction objectif peut paraître plus délicate. En effet, tout algorithme de calcul de parcours d'évidement de poche cherchant à minimiser le temps d'usinage utilise comme expression géométrique de cet objectif la minimisation de la longueur du parcours d'outil. Ceci est correct à condition que la vitesse de consigne soit respectée sur l'ensemble du trajet d'usinage [Lo 98]. Ce qui n'est pas le cas lorsque les vitesses d'avance programmées sont

suffisamment importantes par rapport aux caractéristiques cinématiques de la cellule d'usinage utilisée. Le trajet d'usinage de longueur minimale n'est donc pas obligatoirement celui qui minimise le temps d'usinage de la poche considérée.

Par conséquent, il est nécessaire d'exprimer sous forme géométrique la fonction objectif. Pour cela il faut lier le temps d'usinage à des caractéristiques géométriques du trajet d'usinage. De manière pratique, le temps de parcours d'un trajet d'usinage est donné par la mise en œuvre du trajet sur une cellule d'usinage. Suivant le comportement cinématique de la machine-outil, le trajet géométrique est plus ou moins rapidement suivi. Il faut donc être capable de modéliser ce dernier afin de résoudre notre problème d'optimisation d'enlèvement de matière sous contraintes.

4.2 Objectif des travaux

L'objectif de nos travaux est d'améliorer le comportement cinématique des machines outils UGV dans le but de diminuer les temps d'usinage. Ceci peut être réalisé suivant deux approches :

- améliorer les caractéristiques mécaniques, cinématiques et dynamiques de la machine-outil afin de repousser les limites physiques imposées par ses constituants. Cette direction d'amélioration impose une re-conception de la machine-outil,

- adapter le trajet d'usinage permettant une diminution de sollicitations de la machine-outil durant le suivi de trajectoire. Cette possibilité impose un traitement algorithmique différent.

Dans la suite de nos travaux nous choisissons de nous intéresser à la deuxième possibilité.

Le long de la chaîne numérique, seuls les outils de FAO et de commande numérique peuvent agir sur le parcours d'outil pour l'adapter. Si l'adaptation du trajet d'usinage se traite dès le calcul du trajet, le comportement cinématique de la machine-outil est méconnu. Il faut donc modéliser celui-ci pour en déduire des règles géométriques de calcul de trajectoire à intégrer dans les outils de FAO.

A l'inverse, si l'adaptation du trajet d'usinage est traitée par la commande numérique, le comportement cinématique de la machine-outil est connu mais il faut « re-interpréter » le programme d'usinage pour en déduire les contraintes de conception.

Nous considérons que le traitement du problème en FAO est plus efficace car il nous paraît essentiel de connaître parfaitement la géométrie de la pièce à usiner pour pouvoir calculer un trajet respectant les contraintes de conception. De plus, les logiciels de FAO ne générant pas tous les mêmes trajets, il semble assez délicat de pouvoir traiter tous les cas avec une efficacité maximale dans la commande numérique. Enfin, un traitement en temps réel impose une rapidité d'exécution et une puissance de calcul que le directeur de commande numérique ne possède pas aujourd'hui.

Pour réaliser ce travail, il nous faut donc modéliser le comportement cinématique d'une machine-outil, ainsi que le comportement mécanique de l'outil pendant l'usinage. Cette modélisation doit alors permettre de déduire des lois géométriques de construction de trajets, dans une approche comparable à celle de Kim et Sarma [Kim, Sarma 02]. Elles servent alors

durant le calcul du parcours d'outil à construire une trajectoire qui minimise le temps d'usinage en améliorant le comportement cinématique de la cellule d'usinage. Nous pouvons aussi envisager la possibilité de calculer le trajet d'usinage par simulation itérative. Dans ce cas, le modèle cinématique de la machine-outil permet d'estimer directement le temps d'usinage réel. Le chapitre 2 présente l'approche retenue. A partir de la modélisation cinématique du mouvement d'un corps rigide et de l'analyse du comportement des directeurs de commande numérique, nous proposons un modèle générique permettant le temps d'usinage par l'analyse de la géométrie du trajet. Une analyse complémentaire est conduite sur l'influence de la géométrie du trajet sur l'engagement de l'outil pendant l'usinage.

Cette étude permet d'aboutir à l'expression du calcul du trajet d'usinage, sous la forme d'un problème d'optimisation sous contraintes, dont la fonction objectif est le temps d'usinage, et les contraintes sont liées à la conception et la fabrication du produit.

Il est alors nécessaire de proposer de nouvelles méthodes de calcul de trajets d'usinage, présentées au chapitre 3. Plusieurs approches sont proposées suivant la formalisation du problème et le niveau d'expression des contraintes.

Le problème peut être résolu par optimisation sous contraintes, s'il existe un modèle adapté pour quantifier la fonction objectif et les contraintes. La solution est alors intimement liée à la machine effectivement utilisée.

Le problème peut aussi être résolu, en passant par l'expression géométrique de la fonction objectif et des contraintes. Dans ce cas, l'approche est générique et la résolution peut être conduite soit par une optimisation, soit avec un algorithme de calcul déterministe. Différents schémas de résolution sont testés et comparés.

Enfin, quelques applications permettent d'illustrer la validité de cette approche sur des cas industriels.

Chapitre 2 : Comportement mécanique de la cellule d'usinage lors d'une opération d'usinage

1 Introduction

Optimiser des parcours d'outil vis-à-vis de critères de temps d'usinage, de productivité ou de comportement cinématique de machines outils suppose la modélisation de ces machines selon des points de vue cinématique ou dynamique.

L'objet de ce chapitre est de conduire une étude du comportement mécanique de la cellule d'usinage pour déterminer les modèles qui permettront d'aboutir à l'optimisation des parcours d'outil (voir chapitre 3). Nous entendons par cellule d'usinage, l'ensemble machine-outil, outil, porte-outil, pièce, porte pièce, nécessaire à la réalisation de la pièce.

Dans un premier temps, nous allons procéder à l'analyse d'une machine à commande numérique, afin de détailler le processus de calcul d'une loi de vitesse appliquée à un parcours d'usinage complexe.

Dans un second temps, nous nous intéresserons au comportement mécanique de l'outil tout au long de l'usinage. Nous mettrons en évidence l'influence de la géométrie du parcours sur la puissance consommée en usinage.

Ainsi, dans le cadre de l'optimisation des trajets d'usinage, cette étude nous permettra de définir les objectifs à atteindre et les contraintes à respecter pour tenir compte du comportement de la Cellule Élémentaire d'Usinage en cours d'usinage. Nous présenterons alors quelques démarches d'amélioration retenues dans la littérature.

2 Comportement cinématique des machines outils en usinage

Nous cherchons à estimer le temps de parcours d'un trajet d'usinage afin de pouvoir évaluer la fonction « objectif » lors de son calcul. Pour cela nous devons modéliser le comportement en temps réel de la cellule d'usinage.

Le long de la chaîne de traitement et de transmission des informations nécessaires à la fabrication d'une pièce, la partie mécanique de la machine-outil est l'organe terminal qui transforme les informations numériques virtuelles en une forme réelle (Figure 2-1). En effet, après avoir modélisé la géométrie de la pièce souhaitée en CAO, une partie de celle-ci est extraite afin de calculer les parcours d'outil en FAO. Ces trajets sont alors communiqués au directeur de commande numérique de la machine-outil afin de réaliser la forme souhaitée. Ce sont les mouvements de l'outil par rapport à la pièce, pilotés par les trajets calculés en FAO, qui réalisent la forme finale de la pièce.

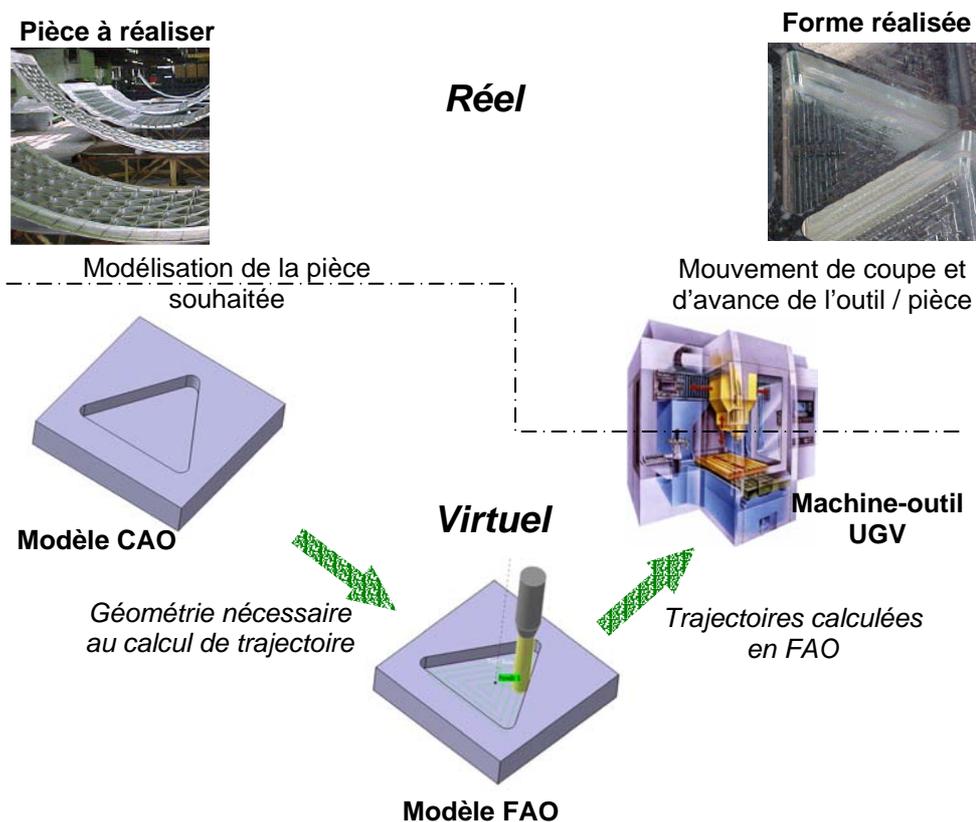


Figure 2-1 : Processus de réalisation d'une pièce

Aucun élément de la chaîne n'étant parfait, chacun entraîne des erreurs de calcul au cours de son travail. Pour atteindre l'objectif global de minimisation de la différence entre la pièce à réaliser et la forme obtenue, il est donc important que tous les éléments intervenant dans la chaîne de réalisation aient un comportement homogène. Nous entendons par homogène que la communication entre les différents éléments doit engendrer un comportement cohérent de l'ensemble. Ainsi les composants ne sont pas trop sollicités et l'objectif est atteint.

Dans notre cas, nous considérons qu'il est intéressant de rendre homogène le trajet d'usinage calculé en FAO avec le comportement mécanique de la machine-outil UGV. En particulier, nous cherchons à solliciter la machine-outil et les outils coupants à la limite de leurs zones de fonctionnement sans les dépasser. Ainsi, nous obtiendrons un fonctionnement utilisant au mieux les capacités du système de production. Afin de mener à bien cette démarche il est nécessaire de connaître les limites d'une machine-outil et plus généralement de modéliser le comportement de celle-ci. Une étude similaire doit être conduite pour les outils.

2.1 Structure des machines outils

Dans le cadre de notre étude, nous cherchons à optimiser les trajets d'usinage d'évidement de poche afin de minimiser le temps d'usinage. Il est donc important d'identifier le phénomène qui lie le trajet d'usinage, donnée numérique et virtuelle, au temps d'usinage, donnée physique et réelle. Il caractérise la machine-outil et nous le nommons comportement cinématique. D'un point de vue expérimental, celui-ci s'identifie par la vitesse d'avance instantanée de l'outil, mesurée tout au long du trajet.

Lors de l'usinage, les données numériques d'entrée sont traitées par le directeur de commande numérique qui en déduit les consignes de commande des axes. C'est à ce niveau que se réalise le passage du virtuel au réel. Afin de modéliser correctement le comportement cinématique d'une machine-outil, il est important d'énumérer tous les composants qui interviennent durant le traitement des données, depuis le trajet d'usinage jusqu'aux mouvements des axes de la machine-outil.

L'architecture d'une machine-outil se décompose en quatre niveaux [Dugas 02] (Figure 2-2):

- niveau 1 ou niveau numérique : contrôleur ou directeur de commande numérique,
- niveau 2 ou niveau analogique / numérique: cartes d'axes, variateurs,
- niveau 3 ou niveau mécanique : structure mécanique, chaîne cinématique, motorisations, capteurs,
- niveau 4 ou niveau actions mécaniques : outil, pièce usinée.

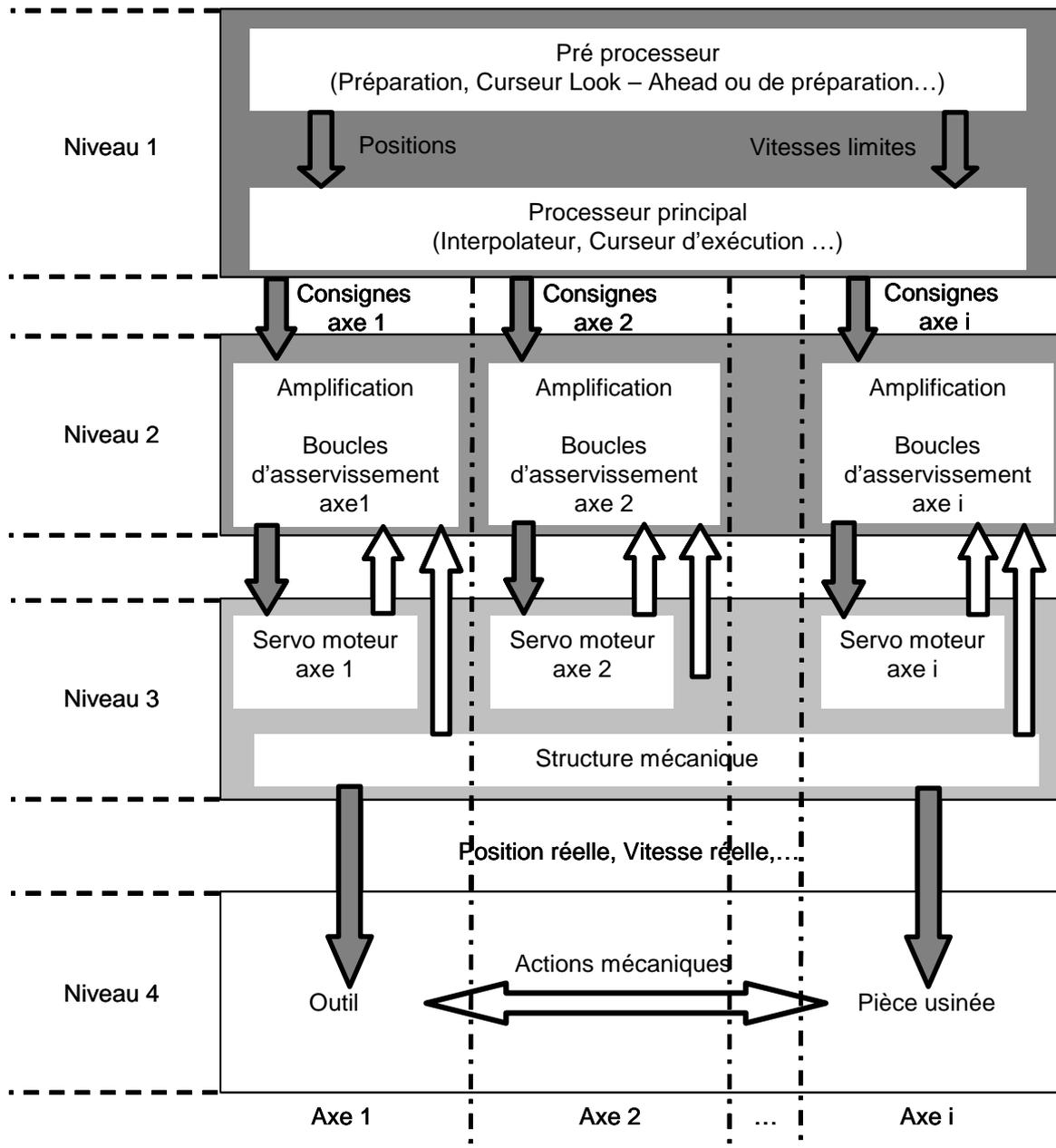


Figure 2-2 : Architecture d'une machine-outil d'après [Dugas 02]

Le niveau 1 correspond au contrôleur de la machine-outil. Ce dernier traite les informations numériques délivrées par la FAO sous la forme d'un programme d'usinage. C'est un système de traitement numérique « temps réel » qui élabore en temps réel les consignes de commande des différents axes en analysant les données du programme d'usinage.

Le niveau 2 correspond aux cartes d'axes et aux variateurs. Ils réalisent le pilotage des moteurs en convertissant les consignes numériques fournies par le contrôleur en données analogiques. Suivant le type de technologie, la conversion numérique / analogique est soit assurée par la carte d'axe et l'amplification de puissance par le variateur, soit directement réalisée par le variateur. Cette seconde technologie permet de conserver l'information numérique plus longtemps afin d'améliorer la qualité de la commande des axes en diminuant les perturbations.

Le niveau 3 englobe l'ensemble de la chaîne cinématique qui met en mouvement les organes terminaux de la cellule d'usinage (pièce – outil). Nous y trouvons les actionneurs qui animent les axes de la machine, les capteurs qui permettent d'asservir les axes mais aussi la structure de la machine, les systèmes d'entraînement et de guidage.

Le niveau 4 comprend la broche, l'outil et la pièce. Il est appelé niveau des actions mécaniques car les efforts dus au procédé de coupe UGV y sont engendrés.

Afin de modéliser le comportement mécanique d'une machine-outil, il est intéressant de bien maîtriser le rôle de chacun des niveaux. En effet, les niveaux 1, 2 et 3 influent sur le comportement temporel de la machine-outil. Connaissant l'influence de chacun de ces niveaux, il est alors possible de réaliser un modèle cinématique de la machine-outil permettant de relier le trajet d'usinage à la vitesse d'avance instantanée de l'outil. Enfin le niveau 4 est celui qui met en œuvre le procédé de coupe et par conséquent celui dont le modèle permet de relier le trajet d'usinage aux efforts de coupe engendrés lors d'une opération d'usinage.

2.2 Etude du Directeur de Commande Numérique

2.2.1 Intérêt du traitement du trajet d'usinage

L'analyse de l'architecture d'une machine-outil montre, dans le cadre de la modélisation de son comportement cinématique, que le contrôleur ou directeur de commande numérique (niveau 1 de l'architecture) possède comme rôle prépondérant le calcul des consignes de chaque axe. En effet, les niveaux 2 et 3 qui amplifient, asservissent et mettent en mouvement les axes de la machine-outil, n'introduisent que de faibles perturbations sur le comportement de celle-ci. De plus, les différents moteurs d'axes étant asservis en position, vitesse et courant, les erreurs qui apparaissent sont les erreurs non corrigées par les asservissements et sont donc négligeables vis-à-vis de la consigne. Enfin, les commandes numériques actuelles possèdent généralement une fonction d'anticipation en vitesse (voire en accélération) qui permettent de quasiment annuler les erreurs de poursuite lors d'un suivi de parcours d'outil pour garantir une précision acceptable à de fortes vitesses d'avance [Bloch & al 02]. Ainsi, l'erreur entre la consigne et la position réelle de l'outil est négligeable pour notre étude. Par conséquent, une modélisation du calcul de consigne réalisée par le directeur de commande numérique doit permettre de réaliser un modèle prédictif de la vitesse réelle d'avance de l'outil suffisamment précis.

Le calcul de la consigne de chaque axe doit être précis afin de ne pas trop solliciter l'ensemble de la structure mécanique et électrique de la machine-outil. En effet, quel que soit le mode de description utilisé, le trajet d'usinage décrit dans le programme possède un certain nombre de discontinuités géométriques. Si le mode d'interpolation utilisé est le mode linéaire, la liaison entre chaque segment élémentaire amène une discontinuité en tangence de la trajectoire. Si le mode d'interpolation circulaire ou polynomial est utilisé, la jonction entre deux arcs de cercle de rayon différent ou deux polynômes de degré trois amène une discontinuité en courbure.

Or, le franchissement de toute discontinuité en tangence à vitesse constante impose une accélération infinie et le franchissement de toute discontinuité en courbure à vitesse constante

impose un jerk infini. Il n'est donc pas possible de faire suivre le trajet d'usinage souhaité à vitesse constante (équation (2-1)) [Block & al 01].

A la suite de Bloch, si nous étudions l'accélération et le jerk d'un élément mobile suivant une trajectoire dans une base de Frenet (\vec{T}, \vec{N}) , nous obtenons les équations paramétriques suivantes :

$$\begin{aligned} \vec{V} &= V \vec{T} = \frac{ds}{dt} \vec{T} \\ \vec{A} &= \frac{d\vec{V}}{dt} \rightarrow \vec{A} = a \vec{T} + V \left(V \cdot \frac{d(\vec{T})}{ds} \right) \quad \text{avec} \quad a = \frac{dV}{dt} \\ \vec{J} &= \frac{d\vec{A}}{dt} \rightarrow \vec{J} = j \vec{T} + 3aV \cdot \frac{d(\vec{T})}{ds} + V^3 \cdot \frac{d^2(\vec{T})}{ds^2} \quad \text{avec} \quad j = \frac{da}{dt} \end{aligned} \quad (2-1)$$

Au passage d'une discontinuité en tangence, la dérivée de la tangente à la trajectoire n'est $\frac{d(\vec{T})}{ds}$ pas définie, par conséquent la vitesse de passage V doit être nulle afin de ne pas obtenir une accélération infinie. De même au passage d'une discontinuité en courbure, la dérivée deuxième de la tangente $\frac{d^2(\vec{T})}{ds^2}$ n'est pas définie, par conséquent la vitesse de passage V doit être nulle afin de ne pas obtenir un jerk infini.

Le passage par une vitesse nulle au franchissement de la discontinuité est une manière de résoudre le problème. Cependant ceci implique un arrêt du processus de coupe, un marquage de la pièce et une augmentation du temps d'usinage. Une autre solution est de tolérer une erreur entre le trajet programmé et la trajectoire réelle pour obtenir une vitesse de franchissement non nulle. Dans ce cas, l'outil ne passe pas exactement au point de discontinuité.

Le traitement numérique du trajet d'usinage par le directeur de commande numérique est essentiel afin de commander correctement les différents axes de la machine-outil. A travers l'élaboration des consignes de commande, celui-ci a le triple objectif de :

- gérer la précision de positionnement de l'outil dans le repère machine suivant les spécifications et réglages donnés,
- assurer une vitesse instantanée d'avance de l'outil dans le repère pièce la plus proche possible de la vitesse de consigne,
- contrôler le comportement dynamique de la machine-outil afin de ne pas dépasser les limites mécaniques imposées par la structure.

Ainsi, la modélisation du comportement cinématique d'une machine-outil repose sur la compréhension du traitement numérique du programme d'usinage par le directeur de commande numérique. Ce traitement est uniquement logiciel et évolue rapidement. Il est le résultat d'un ensemble d'algorithmes. Son assimilation est délicate. Pour comprendre l'ensemble des traitements réalisés par le directeur de commande numérique, nous avons décidé d'écrire de manière théorique le problème de suivi de trajectoire d'un point de vue

cinématique. Dans un second temps, nous comparons cette étude à l'analyse des documentations constructeur et à l'expérimentation sur différentes machines outils ne possédant pas les mêmes réglages.

2.2.2 Planification de la vitesse le long du trajet

D'après la documentation du constructeur Siemens, le suivi d'un trajet d'usinage peut se réaliser de deux manières différentes [Siemens 04-1]:

- Arrêt à chaque fin de bloc du programme (Mode « Exact Stop »). Ce mode assure une très grande précision en terme de suivi de trajectoire mais pénalise très fortement le temps d'usinage.

- Modification locale du trajet aux changements de blocs afin de fluidifier le comportement des axes de la machine-outil (Mode « Continuous Path »). Ce mode entraîne une diminution du temps d'usinage et l'amélioration des conditions de coupe. En contrepartie, le trajet d'usinage est localement déformé car les angles vifs sont remplacés par des arcs de cercle afin d'assurer une meilleure continuité géométrique du trajet d'usinage (Figure 2-3). La précision est contrôlée par un paramètre spécifique (paramètre SD 42465 : Smooth_Contur_Tool). Afin d'obtenir une efficacité maximale, ce mode est généralement couplé avec la fonction look-ahead (curseur de préparation de bloc) qui permet d'analyser les blocs du programme en avance afin d'assurer une vitesse d'avance supérieure.

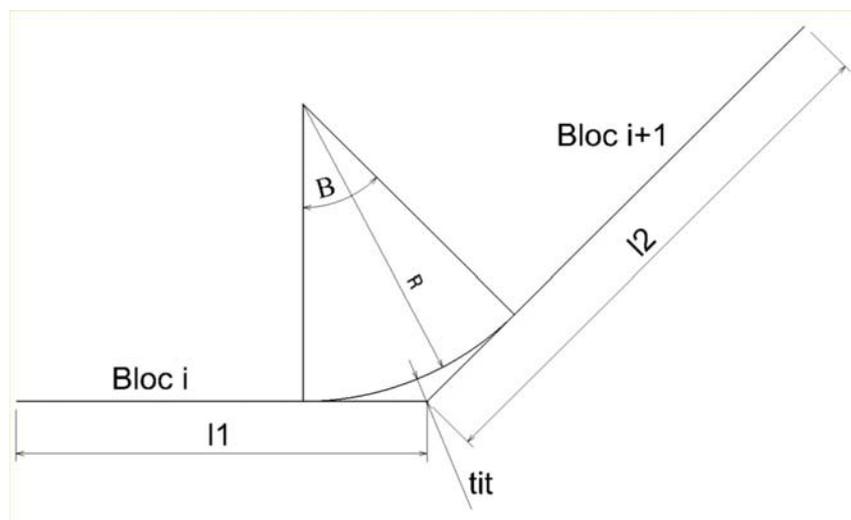


Figure 2-3 : Modification du trajet d'usinage : mise en place de rayons de raccordement

Sans connaissance a priori du trajet d'usinage, il est nécessaire de réaliser chaque transition de bloc avec une vitesse d'avance proche de la vitesse nulle afin de parer à toute éventualité (bloc suivant très court, changement de direction violent, très faible rayon de courbure, ...). Avec la fonction look-ahead, le trajet d'usinage est scruté avec quelques centaines de blocs d'avance par le curseur de préparation de blocs. Ceci est remarquable lors d'un suivi de trajet d'usinage de forme complexe où le programme comporte un nombre important de points mais pour lesquels les variations d'orientation sont faibles. Ainsi la fonction look-ahead identifie un trajet sans grandes perturbations, utilise la fonction d'ajout de rayons de raccordement et lisse

la trajectoire. A l'inverse, le passage d'un angle vif est détecté et implique une consigne de vitesse quasiment nulle.

Dans la suite de notre étude, nous ne considérons que des analyses en mode « Continuous Path ». Le temps d'usinage est l'objectif principal à minimiser et la précision attendue n'est pas très contraignante. De plus, nous considérons la fonction look-ahead comme active car elle permet, elle aussi, d'améliorer le comportement cinématique de la machine-outil.

La fonction de planification de trajectoire analyse le trajet d'usinage en deux temps. Dans un premier temps, une analyse dite curviligne du trajet d'usinage est réalisée. Un profil de vitesse est alors défini sur la trajectoire afin de respecter les paramètres réglés dans le directeur de commande numérique. Ensuite une projection sur chaque axe est opérée à travers l'interpolateur. Les profils de vitesse et l'absence de dépassement sont alors vérifiés (Figure 2-4). En effet, des caractéristiques cinématiques différentes sur les axes d'interpolation peuvent entraîner un ralentissement de la vitesse de parcours. C'est l'axe le moins « dynamique » qui dicte le profil de vitesse de l'outil. Sur l'exemple suivant qui présente l'interpolation d'un cercle, l'évolution des vitesses des deux axes est symétrique et nécessite des caractéristiques cinématiques identiques. Si l'axe X est moins « dynamique » que l'axe Y, le profil de vitesse est modifié sur la première moitié de l'arc de cercle.

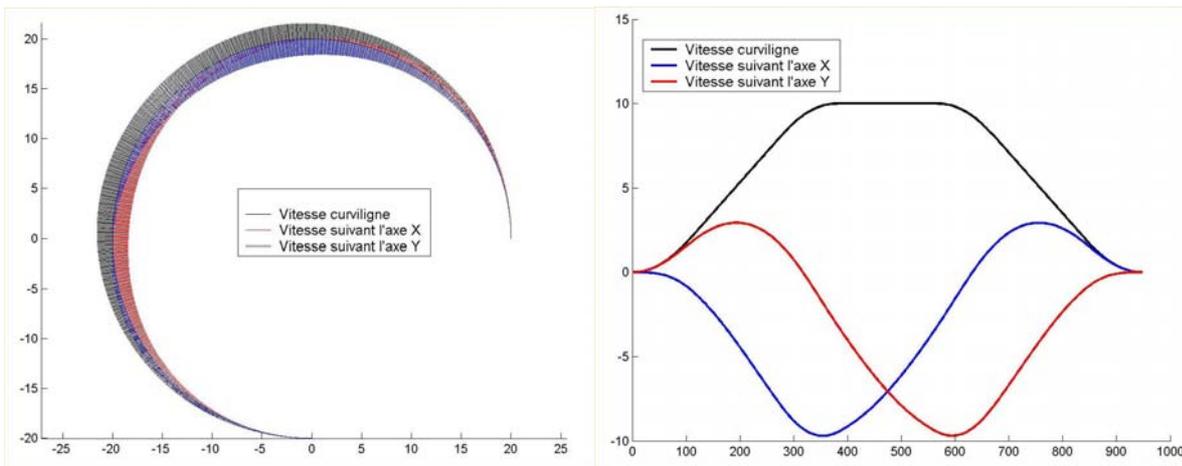


Figure 2-4 : Décomposition d'un profil de vitesse curviligne : cas de l'interpolation d'un cercle

Durant l'analyse curviligne, une détection de tous les critères géométriques limitants est menée (angles vifs, faibles rayons de courbure, changements de mode d'interpolation, ...). Chaque angle vif est alors remplacé par un rayon de raccordement puis tous les éléments géométriques induisant des limitations de vitesse sont listés. Il s'agit généralement des limites entre blocs de programmes raccordés en tangence et non en courbure ainsi que des portions de blocs à faible rayon de courbure. En effet, un faible rayon de courbure induit un saut de courbure et donc une forte accélération accompagnée d'une variation de jerk infinie. Dans ces différents cas, une limitation en jerk est utilisée. Ce travail est entièrement réalisé par les curseurs de préparation et d'exécution de bloc (Figure 2-2 et Figure 2-5). La Figure 2-5 présente les différentes étapes d'élaboration d'un profil de vitesse. Ces dernières sont au nombre de quatre :

- Première étape : le curseur de préparation de bloc scrute les blocs du programme en avance de phase, analyse la géométrie du trajet d'usinage et calcule les différentes limitations de vitesse de chaque bloc ainsi qu'à chaque transition de bloc. Ces limitations peuvent provenir de la vitesse d'avance programmée, des limites physiques de la machine-outil ou de l'erreur maximale au contour admissible entre le trajet programmé et la position réelle de l'outil lors de l'analyse de bloc, et du type de discontinuité à franchir à la transition de bloc (Figure 2-5 a).

- Deuxième étape : le curseur de préparation de bloc cherche s'il est possible, en partant de la plus faible vitesse calculée parmi les vitesses de transition de fin de bloc et de bloc suivant, d'atteindre la vitesse calculée sur le bloc précédent. Durant ce calcul, il tient compte des limitations en accélération et en jerk de la machine-outil. Nous nommons cette opération la recherche de vitesse amont. (Figure 2-5 b).

- Troisième étape : Le curseur d'exécution de bloc cherche, à partir de la plus faible vitesse calculée parmi les vitesses de transition de fin de bloc et de bloc précédent, à rejoindre la vitesse calculée pour le bloc suivant en utilisant les limitations en accélération et en jerk. Nous nommons cette opération, la recherche de vitesse aval (Figure 2-5 c).

- Quatrième étape : Le profil de vitesse maximale théorique est alors obtenu en joignant et tronquant les différents profils calculés précédemment (Figure 2-5 d).

Dans le cas présent, la machine est considérée comme travaillant à accélération constante afin de simplifier les graphiques. Le travail est identique avec des profils de vitesse à jerk constant.

Il est intéressant de noter que le profil de vitesse théorique est obtenu en intégrant trois contraintes :

- les limitations de vitesse dans chaque bloc,
- les limitations de vitesse aux transitions entre blocs,
- les profils de variations de vitesse donnés par les accélérations et jerks maximums admissibles par la machine-outil.

Les deux premières contraintes sont déduites de l'étude géométrique du trajet d'usinage alors que la troisième est une caractéristique de la machine-outil. En considérant une machine très dynamique (accélération et jerk très importants), la troisième contrainte devient quasiment inexistante et seule la géométrie du trajet contraint les profils de vitesse.

Connaissant le profil de vitesse curviligne, il faut ensuite le décomposer sur chaque axe. Une analyse du trajet de chacun est alors réalisée comme dans la première phase afin de s'assurer du respect des caractéristiques cinématiques de chaque axe. La motorisation d'axe la moins dynamique est le plus limitante et ralentit les autres. Généralement, lors du calcul de profil de vitesse d'un bloc utilisant l'interpolation entre plusieurs axes de la machine-outil, les caractéristiques cinématiques de l'axe le moins dynamique sont prises comme paramètres cinématiques pour le calcul du profil de vitesse curviligne. Ainsi, le directeur de commande numérique est assuré de ne pas trop solliciter tous les axes de la machine-outil.

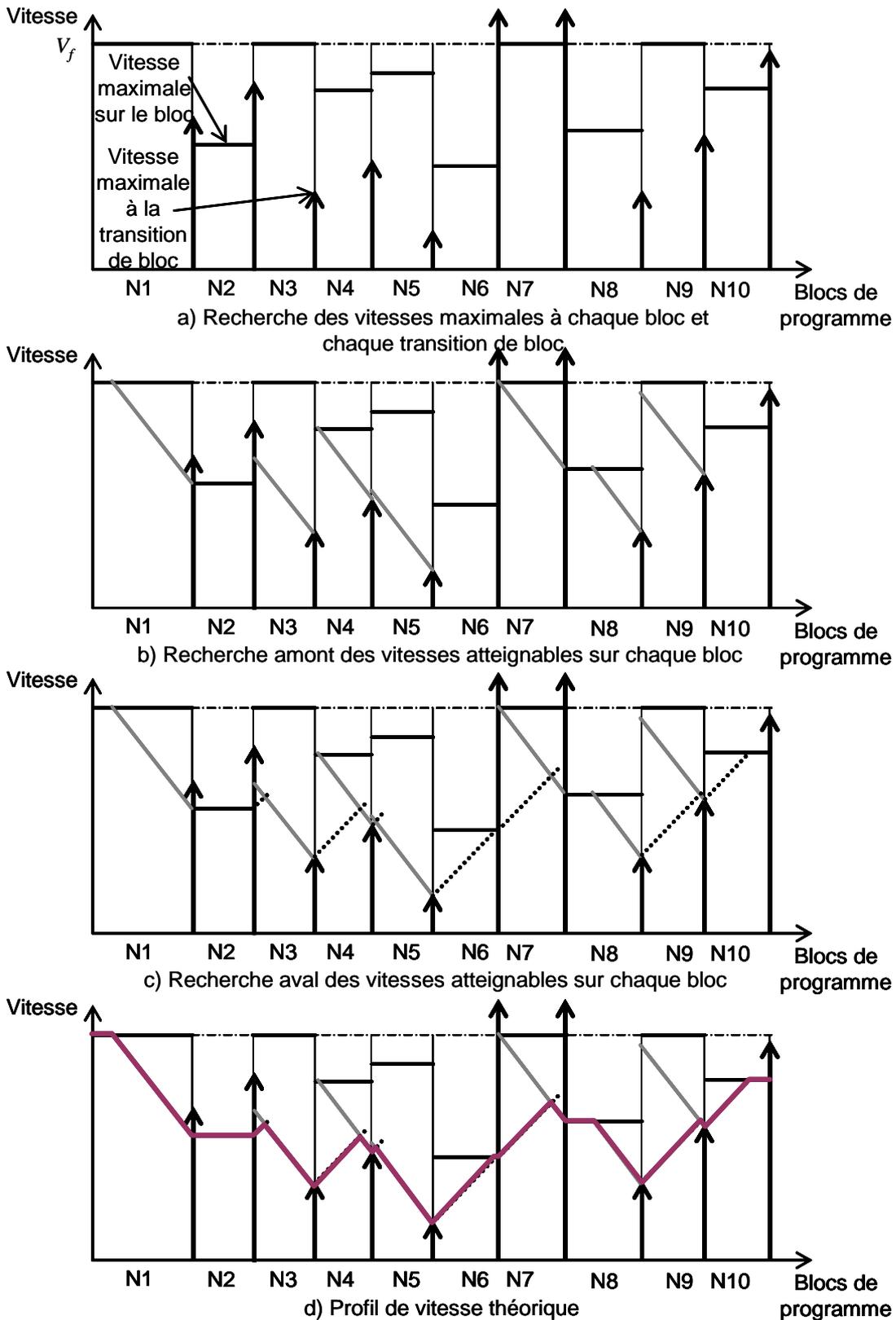


Figure 2-5 : Planification de vitesse par les curseurs de préparation et d'exécution de bloc

Via le planificateur de trajectoire, le directeur de commande numérique calcule les profils de vitesses admissibles par chaque axe de la machine-outil, pour tout trajet d'usinage. Ce calcul est basé sur l'analyse géométrique du trajet d'usinage et tient compte des limitations de vitesse

imposées à chaque transition de bloc mais aussi sur chaque bloc. Ces profils de vitesse sont ensuite communiqués aux variateurs de commande d'axe qui les convertissent en signaux analogiques de consigne. Par conséquent, ces profils de vitesse correspondent à la vitesse réelle de chaque axe de la machine-outil, aux erreurs de poursuite des asservissements près. De plus, les machines outil UGV possèdent une fonction d'anticipation en vitesse qui permet de réduire les erreurs de poursuite lors du suivi d'une trajectoire non linéaire. Ainsi, la minimisation de l'erreur sur la vitesse assure un positionnement précis de l'outil dans l'espace. Les erreurs dues aux asservissements peuvent donc être considérées comme négligeable vis – à – vis de la consigne de commande. Par conséquent, nous considérons que le calcul de la loi de vitesse se situe essentiellement au niveau 1 de l'architecture présentée Figure 2-2. Pour cela, le directeur de commande numérique analyse la géométrie du trajet d'usinage. Mais le calcul de la loi de vitesse au niveau 1 impose le calcul de la consigne de commande reproduisant au mieux le comportement réel de la machine-outil. Nous devons donc comprendre le comportement du planificateur de trajectoire pour définir un modèle de comportement cinématique des machines outils.

Il faut savoir que le mouvement réel de l'outil obtenu par la commande des différents axes est obligatoirement continu et régi par les règles de la dynamique [Heisel, Feinauer 99]. Une étude cinématique du mouvement d'un corps rigide possédant des limitations de vitesse, d'accélération et de jerk doit donc répondre à notre problème. Cette modélisation, appliquée au suivi d'un bloc de programme d'usinage mais aussi à toute transition entre deux blocs, doit nous permettre de justifier les limites utilisées par le curseur de préparation de bloc durant la planification de vitesse.

Comme présentée lors de l'analyse du planificateur de trajectoire, notre modélisation doit nous fournir les informations de vitesse de départ du bloc, de vitesse d'arrivée du bloc (Figure 2-5 a et b) et de profil de vitesse sur le bloc (Figure 2-5 c) par l'unique analyse de la géométrie du trajet. En ce qui concerne l'estimation des vitesses aux transitions de blocs, notre modélisation doit s'intéresser à l'étude du franchissement de discontinuités en tangence et en courbure. Pour le calcul du profil de vitesse sur un bloc, elle doit dégager de la géométrie du bloc des caractéristiques limitant la vitesse d'avance réelle. Enfin, il faut fixer le degré de contrôle de ces profils de vitesse.

Dans le cadre de nos travaux, nous considérons que les profils de vitesse sur un bloc sont à jerk contrôlé. Ce type de contrôle apporte une diminution des sollicitations de la structure de la machine par rapport à des profils de vitesse à accélération constante mais aussi une augmentation du temps d'usinage [Renton, Elbestanwi 00]. Cependant, il reste sur les consignes des sauts de jerk. Une étude de la génération de profils de vitesse à dérivée de jerk contrôlée, voire plus, pourrait être envisageable mais le fait que les directeurs de commande numérique travaillent à jerk contrôlé et la complexité des modèles associés nous ont limité à des modèles à jerk contrôlé.

2.3 Modélisation de la vitesse sur un bloc de trajet d'usinage

Suite à cette analyse, nous proposons un modèle de comportement cinématique d'une machine-outil lors du suivi d'un bloc de programme d'usinage. Pour cela, nous étudions le comportement cinématique d'un mobile en mouvement et possédant une vitesse, une accélérations et un jerk contrôlés.

Considérons un mobile M en mouvement suivant une trajectoire T d'abscisse curviligne $s(t)$ et de rayon de courbure $R(s)$ dans un repère de Frenet (\vec{T}, \vec{N}) (Figure 2-6).

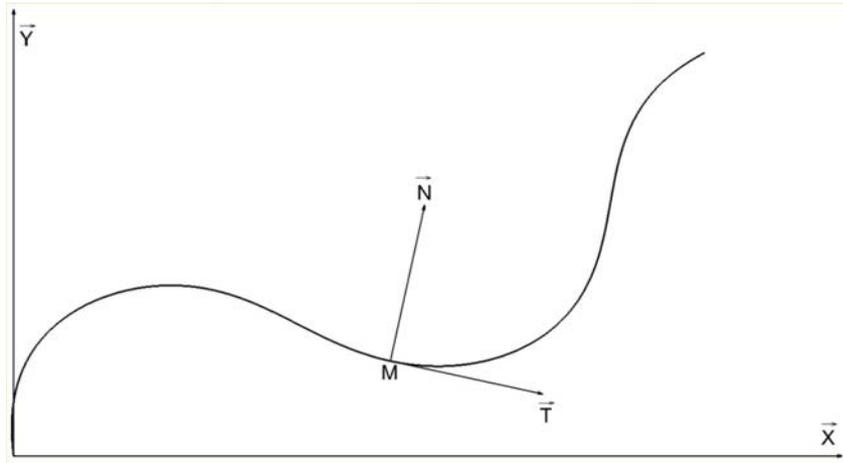


Figure 2-6 : Suivi de trajectoire d'un mobile M

$$\begin{aligned} \vec{V} &= V(t) \cdot \vec{T} = \frac{ds(t)}{dt} \cdot \vec{T} \\ \vec{A} &= \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{dV(t)}{dt} \cdot \vec{T} + V(t) \cdot \frac{d\vec{T}}{dt} = \frac{dV(t)}{dt} \cdot \vec{T} + \frac{V^2(t)}{R(s)} \cdot \vec{N} \end{aligned}$$

Nous nommons $a_t = \frac{dV(t)}{dt}$ et $a_n = \frac{V^2(t)}{R(s)}$ (2-2)

Nous définissons $j_t = \frac{da_t}{dt}$ et $j_c = \frac{da_c}{dt}$

Ainsi $j_t = \frac{d^2V(t)}{dt^2}$ et $j_c = 2 \frac{V(t)}{R(s)} \cdot \frac{dV(t)}{dt} - \frac{V^2(t)}{R^2(s)} \cdot \frac{dR(s)}{dt}$

Deux possibilités sont à étudier suivant la nature géométrique du bloc : bloc linéaire ou non linéaire. Si ce dernier est linéaire, le modèle cinématique doit reconstruire le profil de vitesse à jerk contrôlé. Les relations (2-2) se résument à :

$$\begin{aligned} \vec{V} &= V(t) \cdot \vec{T} = \frac{ds(t)}{dt} \cdot \vec{T} \\ \vec{A} &= \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{dV(t)}{dt} \cdot \vec{T} \\ a_t &= \frac{dV(t)}{dt} \quad \text{et} \quad a_n = 0 \\ j_t &= \frac{d^2V(t)}{dt^2} \quad \text{et} \quad j_c = 0 \end{aligned} \tag{2-3}$$

Quelle que soit la nature du trajet linéaire, la construction du profil de vitesse se déroule en sept étapes. Considérons le cas du suivi d'une ligne droite de longueur 100 mm avec une vitesse initiale et finale nulle. La vitesse d'avance programmée est de 10 m/min et les accélérations initiale et finale sont nulles. Les sept étapes de la construction du profil de vitesse sont les suivantes (Tableau 2-1 et Figure 2-7):

Numéro de l'étape	Description de l'étape	Equations temporelles
Etape 1	augmentation de vitesse et d'accélération à jerk constant	$j_t = cst1$ $a_t = cst1 \cdot t + cst2$ $v = 0.5 \cdot cst1 \cdot t^2 + cst2 \cdot t + cst3$
Etape 2	augmentation de vitesse à accélération constante et jerk nul	$j_t = 0$ $a_t = cst2,$ $v = cst2 \cdot t + cst3$
Etape 3	augmentation de vitesse et diminution d'accélération à jerk constant	$j_t = -cst1$ $a_t = -cst1 \cdot t + cst2$ $v = -0.5 \cdot cst1 \cdot t^2 + cst2 \cdot t + cst3$
Etape 4	vitesse d'avance constante et égale à la vitesse programmée avec accélération et jerk nul	$j_t = 0$ $a_t = 0$ $v = cst3$
Etape 5	diminution de vitesse et augmentation de décélération à jerk constant	$j_t = -cst1$ $a_t = -cst1 \cdot t - cst2$ $v = -0.5 \cdot cst1 \cdot t^2 - cst2 \cdot t + cst3$
Etape 6	diminution de vitesse à décélération constante et jerk nul	$j_t = 0$ $a_t = -cst2$ $v = -cst2 \cdot t + cst3$
Etape 7	diminution de vitesse et décélération à jerk constant	$j_t = cst1$ $a_t = cst1 \cdot t - cst2$ $v = 0.5 \cdot cst1 \cdot t^2 - cst2 \cdot t + cst3$

Tableau 2-1 : Les 7 étapes d'un profil de vitesse à jerk contrôlé

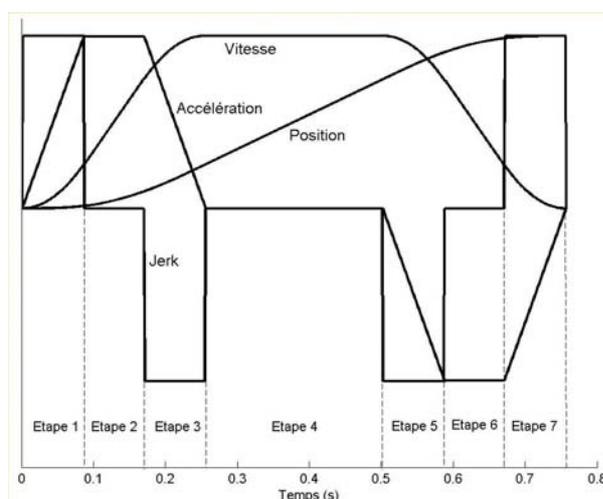
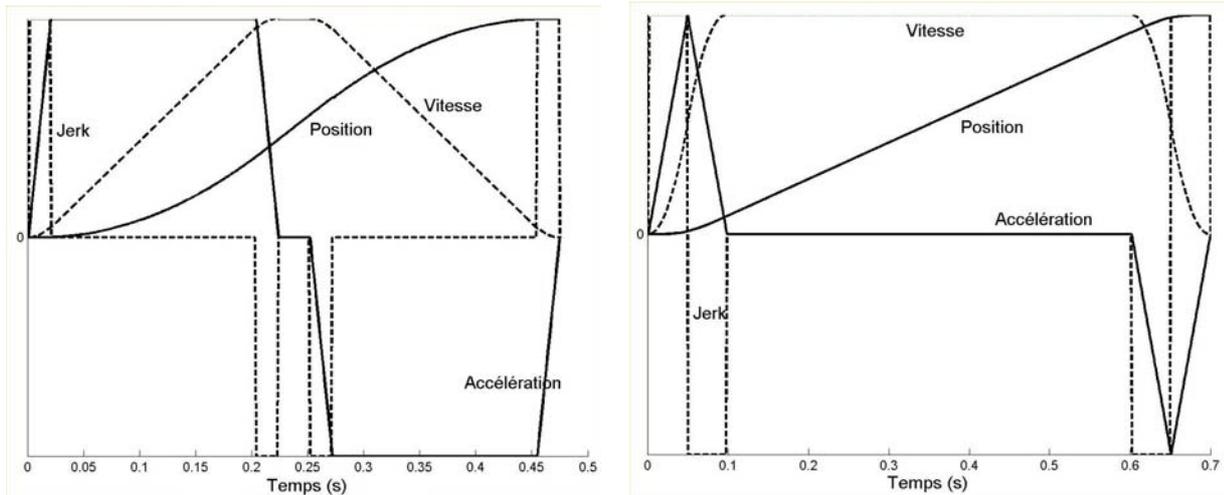


Figure 2-7 : Parcours d'un bloc linéaire à « jerk contrôlé »

Dans certains cas, suivant les données d'entrée, les étapes 2, 4 et 6 peuvent disparaître. En effet, si le trajet du bloc est trop court pour permettre d'atteindre la vitesse d'avance programmée, l'étape 4 disparaît (Figure 2-8 a). Le modèle développé diminue alors la vitesse à atteindre en fin d'étape 3 par incrément jusqu'à obtenir la vitesse finale souhaitée à la fin du bloc. De même, si le jerk est trop faible, les étapes 2 et 6 disparaissent car la vitesse souhaitée pour l'étape 4 est atteinte avant d'obtenir l'accélération maximale (Figure 2-8 b). Dans ce cas de figure, le modèle développé diminue l'accélération maximale à atteindre en fin d'étape 1 et 5 jusqu'à obtenir une accélération nulle en fin d'étape 3 et 7.



a) disparition de l'étape 4 :
Longueur du trajet trop faible

b) disparition des étapes 2 et 6 :
Jerk trop faible

Figure 2-8 : Cas particuliers de parcours d'un bloc linéaire

Les résultats présentés sont obtenus à l'aide d'un module de calcul de vitesse à jerk contrôlé développé sous Matlab®. Les données d'entrée sont :

- la longueur du trajet,
- les vitesses initiale et finale,
- les accélérations initiale et finale,
- l'accélération curviligne maximale, soit la norme du vecteur accélération,
- le jerk curviligne,
- la vitesse d'avance programmée.

Dans le cas où le bloc n'est pas linéaire, un second modèle doit être mis en place. L'équation (2-2) montre que la courbure du trajet d'usinage décrit dans le bloc de programme engendre une composante non nulle de l'accélération normale à la trajectoire. La capacité d'accélération curviligne du mobile doit donc être décomposée suivant les deux composantes tangentielle et normale de l'accélération. Chaque composante est contrôlée par un jerk dit jerk tangentiel et jerk centripète. L'équation (2-2) nous donne alors :

$$\begin{aligned} \vec{V} &= V(t) \cdot \vec{T} = \frac{ds(t)}{dt} \cdot \vec{T} \\ \vec{A} &= a_t \cdot \vec{T} + a_n \cdot \vec{N} \quad \text{avec} \quad a_t = \frac{dV(t)}{dt} \quad \text{et} \quad a_n = \frac{V^2(t)}{R(s)} \\ j_t &= \frac{d^2V(t)}{dt^2} \quad \text{et} \quad j_c = 2 \frac{V(t)}{R(s)} \cdot \frac{dV(t)}{dt} - \frac{V^2(t)}{R^2(s)} \cdot \frac{dR(s)}{dt} \end{aligned} \quad (2-4)$$

Nous proposons d'introduire deux paramètres :

- le paramètre r_{ac} correspondant au pourcentage de l'accélération curviligne (a_{curv}) dédié à l'accélération centripète tel que $a_c = r_{ac} \cdot a_{curv}$,

- le paramètre r_{jc} correspondant au pourcentage de jerk curviligne (j_{curv}) dédié au jerk centripète tel que $j_c = r_{jc} \cdot j_{curv}$.

Ainsi, connaissant le rayon de courbure $R(s)$, les valeurs de a_c et j_c permettent de calculer la vitesse maximale en tout point du bloc et les valeurs de a_t et j_t de déduire le profil de vitesse théorique (équation (2-5)).

$$V = \sqrt{a_n \cdot R(s)} \quad (2-5)$$

Le modèle développé effectue le calcul en quatre étapes :

- Tout d'abord, le modèle réalise une étude géométrique du bloc. Durant cette analyse, il calcule la courbure en tout point du trajet d'usinage. Cela permet alors de déterminer tous les points du trajet d'usinage comportant des pics de courbure susceptibles de ralentir la machine-outil. Connaissant l'accélération centripète maximale admissible $a_{cmax} = a_{curv} \cdot r_{ac}$, il en déduit alors la vitesse maximale atteignable sur la trajectoire en supposant que l'accélération centripète est maximale.

- Ensuite, le modèle calcule un premier profil de vitesse à jerk contrôlé, comme pour un bloc linéaire, en utilisant les valeurs de a_t et j_t . Comme le montre l'équation (2-4), la valeur de l'accélération tangentielle influe sur la valeur du jerk centripète. La connaissance de l'accélération tangentielle déduite du profil de vitesse calculé permet alors d'estimer le jerk centripète.

- Si la valeur maximale du jerk centripète est inférieure à $j_{cmax} = j_{curv} \cdot r_{jc}$ alors le profil de vitesse respecte les spécifications cinématiques de la machine-outil. Sinon la vitesse de franchissement du pic de courbure est réduite afin de diminuer les variations du jerk centripète. Un nouveau profil de vitesse est alors calculé.

- Enfin la valeur de l'accélération centripète est calculée afin de vérifier qu'elle est inférieure à l'accélération centripète maximale disponible a_{cmax} .

Pour illustrer la démarche nous proposons l'étude du trajet d'usinage non linéaire présenté Figure 2-9. La vitesse d'avance programmée est de 17 m/min et les paramètres du modèle prennent deux jeux de valeurs possibles suivant les valeurs des paramètres r_{jc} et r_{ac} (Tableau 2-2). Le réglage 1 correspond à un réglage privilégiant les paramètres centripètes alors que le réglage 2 privilégie les paramètres tangentiels. Pour un trajet donné, il est alors possible de

quantifier l'influence du réglage sur le temps de parcours. Les différentes étapes du calcul sont présentées dans le cas du réglage n°1.

	Composante curviligne		Composante tangentielle		Composante centripète	
	Réglage 1	Réglage 2	Réglage 1	Réglage 2	Réglage 1	Réglage 2
Accélération (m/s ²)	3	3	0.6	1,95	2.4	1,05
Jerk (m/s ³)	30	30	6	19,5	24	10,5

Tableau 2-2 : Paramétrage du modèle de calcul de profil de vitesse sur bloc non linéaire

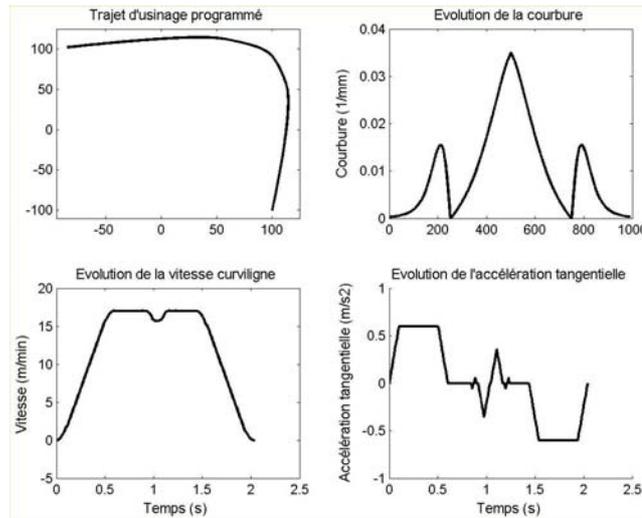


Figure 2-9 : Etapes 1 et 2 du calcul de profil de vitesse pour bloc non linéaire

Le trajet proposé est une courbe polynomiale de degré 3 possédant trois pics de courbure. La vitesse maximale de passage de chaque pic est calculée à partir de l'accélération centripète maximale. Dans notre exemple, le pic de courbure central ralentit la machine-outil. Les deux autres pics autorisent des vitesses de passage maximales supérieures à la vitesse d'avance programmée. Nous obtenons les profils de vitesse curviligne et accélération tangentielle présentés Figure 2-9. La Figure 2-10 présente les profils d'accélération et jerk centripète associés au profil de vitesse calculé.

Comme prévu, l'accélération centripète est maximale pour le second pic de courbure. Cependant un dépassement de la valeur du jerk centripète maximal est observé : la vitesse de passage des pics de courbure un et trois est trop élevée (Figure 2-10). Une diminution de la valeur de cette vitesse est donc nécessaire.

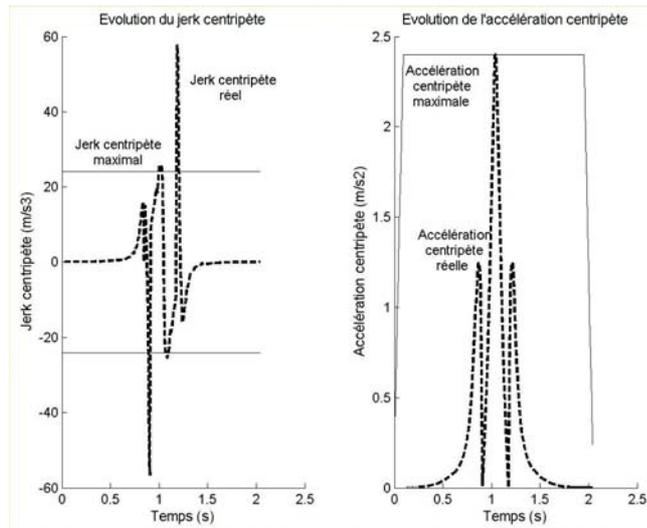


Figure 2-10 : Jerk et accélération centripète engendrés par les profils de la Figure 2-9

Nous obtenons, après plusieurs itérations la diminution de la valeur de la vitesse de passage des pics de courbure 1 et 3 et le résultat présenté Figure 2-11. L'observation du profil de vitesse montre une diminution de la vitesse de franchissement du pic de courbure 2 car les possibilités de variations de la vitesse données par l'accélération et le jerk tangential ne permettent pas de conserver la vitesse initiale de passage du pic central.

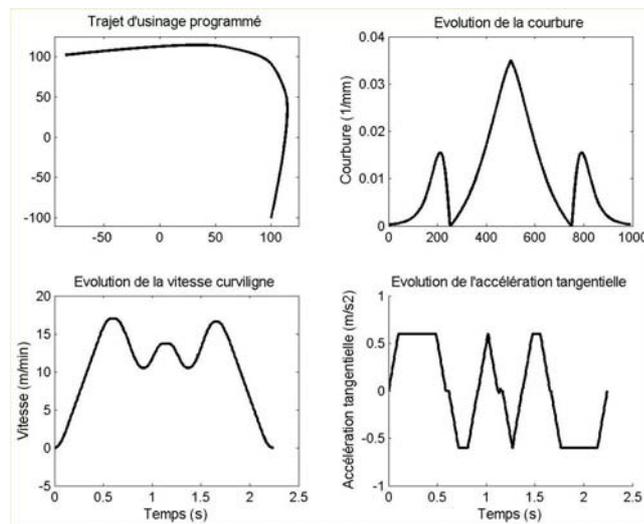


Figure 2-11 : Etape 3 du calcul de profil de vitesse pour bloc non linéaire

Ainsi nous observons une diminution de l'accélération centripète sur les trois pics de courbure, liée à la diminution de la vitesse sur les trois franchissements (Figure 2-12). Le jerk centripète réel est bien toujours inférieur au jerk centripète maximal.

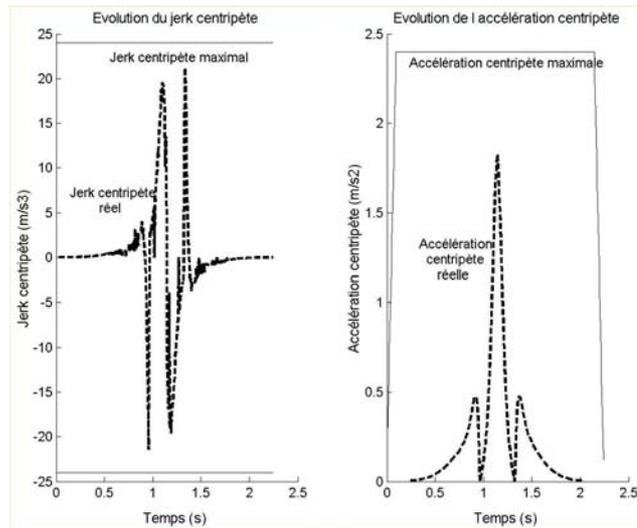


Figure 2-12 : Vérification de l'évolution du jerk et de l'accélération centripète

Dans l'exemple présenté, le réglage des paramètres (réglage n°1) favorise une évolution « dynamique » de l'accélération centripète et « douce » de l'accélération tangentielle. Cependant il apparaît que l'accélération centripète maximale n'est jamais atteinte car le jerk centripète est plus limitant. Comme le montre l'équation (2-2), l'évolution de chacun des jerks dépend à la fois de l'accélération tangentielle mais aussi centripète. La répartition entre une évolution dynamique et souple des paramètres centripètes et tangentiels semble donc délicate. Une modification des paramètres de calcul (passage du réglage 1 au réglage 2), correspondant à une augmentation de la valeur des paramètres tangentiels, est présentée Figure 2-13. Dans ce cas, le temps d'usinage est diminué d'environ 8% car les montées en vitesse sont beaucoup plus rapides. En contrepartie, les vitesses de passage des pics de courbure sont assez faibles.

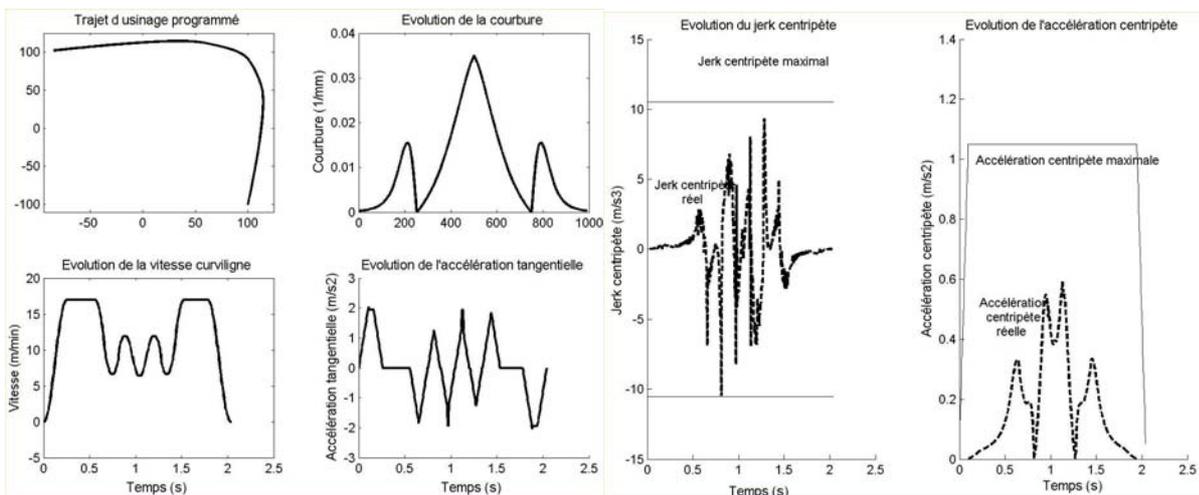


Figure 2-13 : Profils obtenus pour le réglage 2 des paramètres cinématiques

Si le bloc à étudier possède une courbure constante (arc de cercle), le modèle proposé utilise la même démarche de recherche du profil de vitesse. S'il y a un dépassement en jerk centripète ou en accélération centripète, le modèle développé diminue la vitesse de passage du bloc. En utilisant les paramètres cinématiques du réglage 1, le profil de vitesse obtenu pour un

arc de cercle de rayon 10 mm montre une diminution de la vitesse d'avance maximale car l'accélération tangentielle maximale réglée est trop faible (Figure 2-14).

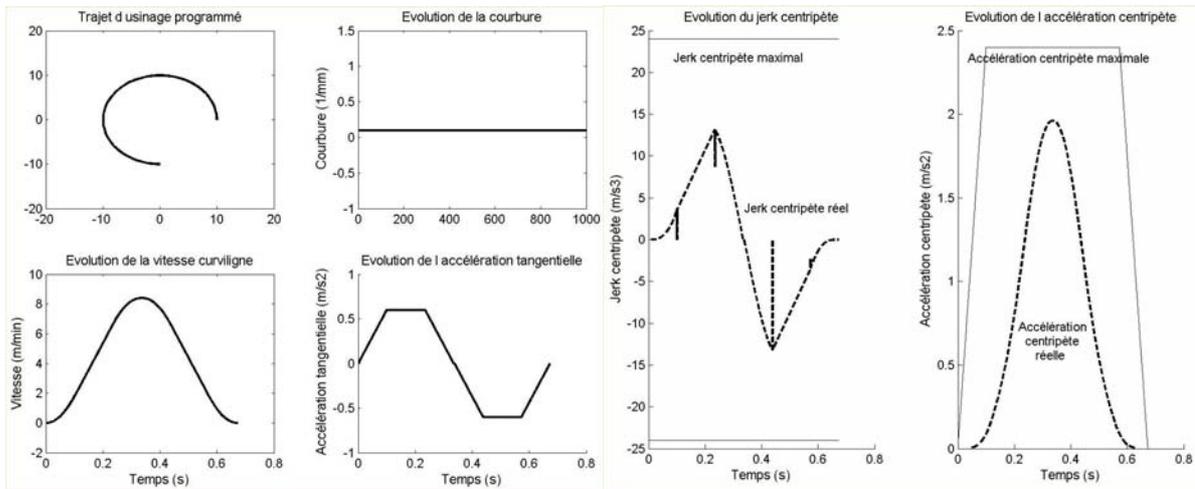


Figure 2-14 : Profil de vitesse calculé sur un arc de cercle

Sur un bloc linéaire et un bloc non linéaire, les deux modèles de calcul de profil de vitesse à jerk contrôlé permettent d'évaluer la vitesse d'avance d'un mobile sur une trajectoire donnée en contrôlant son jerk et son accélération. Ils peuvent donc être utilisés pour modéliser le comportement cinématique de l'outil lors d'un suivi de trajet d'usinage décrit par un bloc de programme linéaire ou non. Il reste donc à estimer les vitesses de franchissement des transitions de blocs afin de pouvoir modéliser complètement le comportement cinématique de la machine-outil lors d'une opération d'usinage.

2.4 Modélisation de la vitesse aux transitions de blocs

Selon le paragraphe 2.2.2, le planificateur de trajectoire estime la vitesse de franchissement de chaque transition entre les blocs de programme afin de construire un profil de vitesse cohérent. Pour cela, le planificateur de trajectoire analyse la géométrie de la transition de blocs et en déduit sa vitesse de franchissement.

En effet, suivant le mode d'interpolation utilisé pour décrire le trajet d'usinage, la géométrie de ce dernier ne possède pas le même degré de continuité (Figure 2-15). Si le trajet est décrit par interpolation linéaire, la transition entre chaque bloc de programme introduit une discontinuité en tangence du trajet d'usinage. L'utilisation de l'interpolation circulaire apporte généralement des discontinuités en courbure à chaque transition de blocs. De même, l'interpolation polynomiale étant limitée à des courbes de degré 3, le raccord entre deux courbes peut introduire des discontinuités en tangence ou en courbure.

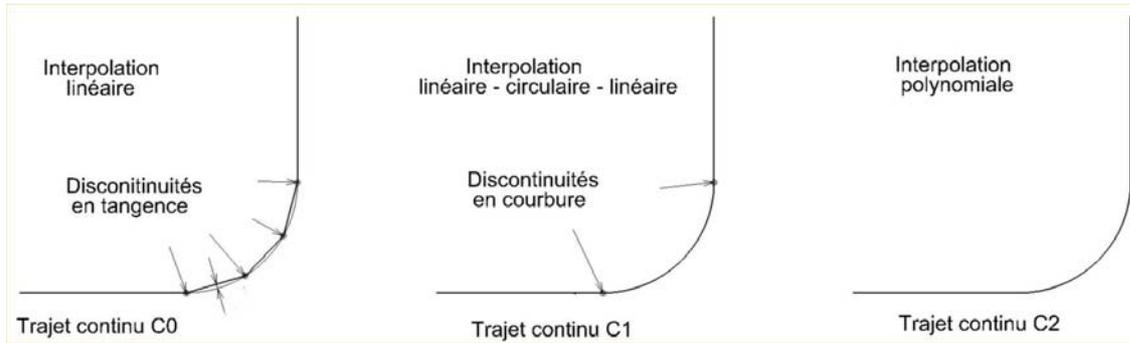


Figure 2-15 : Modes d'interpolation et géométrie du trajet d'usinage

En utilisant la même approche cinématique que pour le calcul d'un profil de vitesse sur un bloc de programme, nous proposons d'étudier le franchissement d'une discontinuité en tangence et en courbure à la transition entre deux blocs de programme.

A la détection d'une discontinuité en tangence, le planificateur de trajectoire a deux possibilités : soit il ne modifie pas le trajet et marque un arrêt en fin de bloc, soit il remplace la discontinuité en tangence par un arc de cercle le plus grand possible en respectant une erreur au contour programmée appelée tolérance d'interpolation de la trajectoire (t_{it}) (Figure 2-3) [Dugas 02].

La valeur du rayon du cercle inséré est donnée par :

$$R_{frdt} = \min \left[t_{it} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\beta}{2}\right)}{1 - \cos\left(\frac{\beta}{2}\right)}; \frac{l}{2 \sin\left(\frac{\beta}{2}\right)} - t_{it} \right] \quad \text{avec} \quad l = \min(l_1; l_2) \quad (2-6)$$

En considérant que l'arc de cercle est franchi avec une accélération centripète maximale, la vitesse maximale de passage de la transition de bloc est alors donnée par la formule :

$$V_{frdt} = \sqrt{a_{cmax} \times R_{frdt}} \quad (2-7)$$

En réalité, la vitesse réelle est inférieure à celle donnée par l'équation (2-7). La variation d'accélération centripète étant limitée par le jerk centripète, la vitesse réelle de franchissement est encore diminuée. Toutefois, par simplicité de calcul, nous conservons la valeur donnée par l'équation (2-7). La vitesse de franchissement de la discontinuité en tangence V_{frdt} dépend alors de l'angle d'ouverture entre les deux blocs β , de la tolérance d'interpolation t_{it} et de l'accélération centripète maximale a_{cmax} (Figure 2-3).

Pour une accélération centripète maximale donnée ($a_{cmax} = 1 \text{ m/s}^2$), nous observons que même pour une tolérance d'interpolation assez élevée ($t_{it} = 0,1 \text{ mm}$), la vitesse maximale de franchissement de la discontinuité en tangence ne dépasse pas 1 m/min si l'angle d'ouverture entre les deux segments est inférieur à 90° (Figure 2-16).

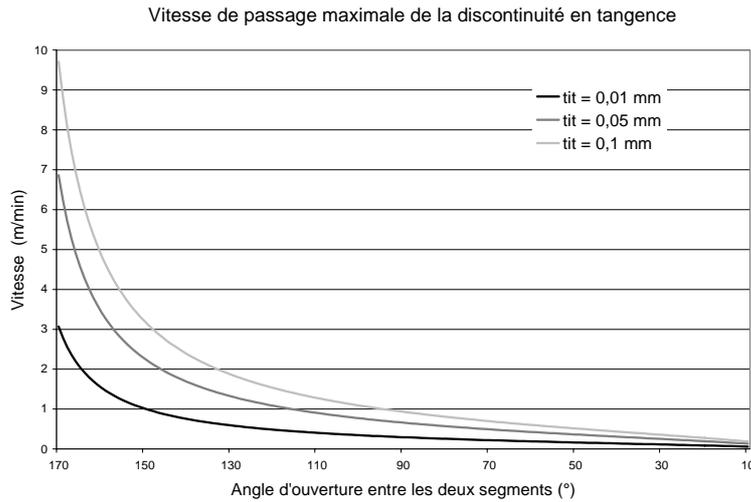


Figure 2-16 : Vitesse de franchissement théorique maximale d'une discontinuité en tangence

En prenant le cas le plus favorable avec le réglage 1 (Tableau 2-2) sur un arc de cercle de rayon 0,3 mm ($\beta = 90^\circ$ et $t_{it} = 0,1$ mm), le modèle présenté au paragraphe précédent nous donne un profil de vitesse variant de 0,1 m/min à 0,4 m/min (Figure 2-17). Cette application illustre le problème engendré par l'arc de cercle : ce dernier impose une courbure constante qui entraîne une accélération centripète quasiment constante et donc un jerk centripète infini en début et en fin d'arc. Par conséquent, la seule possibilité est de diminuer la vitesse en début et fin d'arc pour diminuer le saut de jerk.

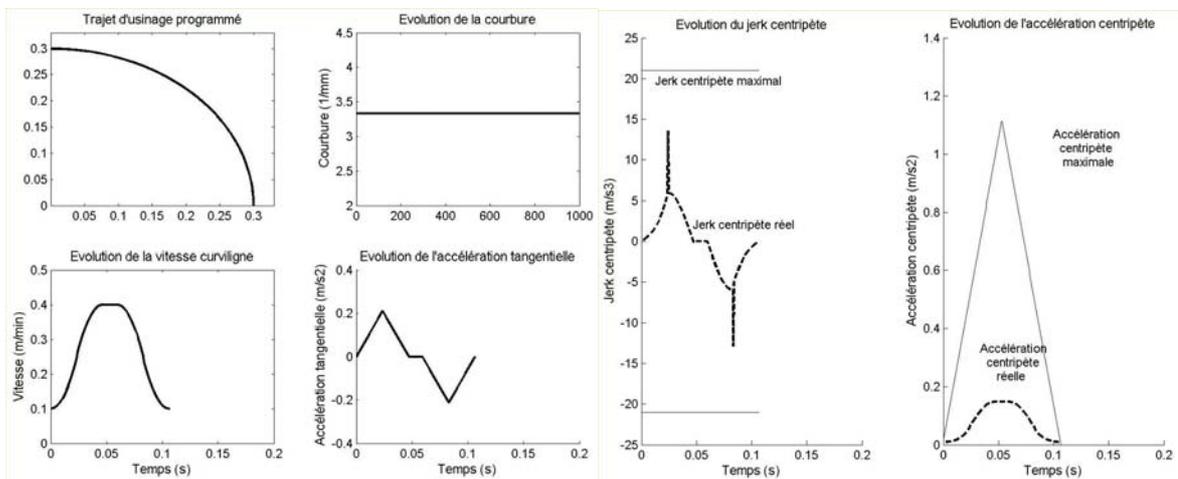


Figure 2-17 : Application du modèle cinématique à un raccordement par arc de cercle

La vitesse moyenne du franchissement est donc trois fois plus faible que la vitesse théorique maximale pour une accélération centripète maximale identique. Nous pouvons donc considérer que le franchissement d'un changement de direction, pour un angle d'ouverture inférieur à 120° et une tolérance d'interpolation inférieure à 0,1 mm, reste proche d'une vitesse nulle.

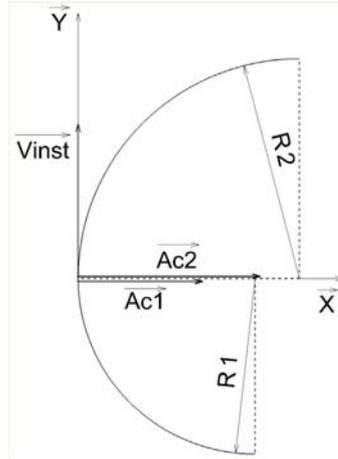


Figure 2-18 : Passage d'une discontinuité en courbure

Dans le cas du franchissement d'une discontinuité en courbure entre deux arcs de cercle raccordés en tangence (Figure 2-18), l'équation (2-2) ne peut pas être directement appliquée car nous sommes dans un cas où la fonction $R(s)$ n'est pas continue. Nous considérons que le passage du rayon de courbure R_1 au rayon de courbure R_2 se réalise à l'instant t . De plus, nous introduisons une constante de temps δt de telle manière que $R(s) = R_1$ à $t - \delta t$ et $R(s) = R_2$ à $t + \delta t$. Nous avons donc :

$$\begin{aligned} \overline{V(t - \delta t)} &= V_1 \overline{T_1} \\ \overline{V(t + \delta t)} &= V_2 \overline{T_2} \\ \overline{A(t - \delta t)} &= a_{t1} \overline{T_1} + a_{c1} \overline{N_1} = a_{t1} \overline{T_1} + \frac{V_1^2}{R_1} \overline{N_1} \\ \overline{A(t + \delta t)} &= a_{t2} \overline{T_2} + a_{c2} \overline{N_2} = a_{t2} \overline{T_2} + \frac{V_2^2}{R_2} \overline{N_2} \\ \overline{A(t + \delta t)} - \overline{A(t - \delta t)} &= a_{t2} \overline{T_2} - a_{t1} \overline{T_1} + \frac{V_2^2}{R_2} \overline{N_2} - \frac{V_1^2}{R_1} \overline{N_1} \end{aligned} \quad (2-8)$$

Comme δt est une constante de temps très faible tendant vers zéro, nous faisons l'hypothèse que les vecteurs tangents et normaux à la trajectoire à $t - \delta t$ et $t + \delta t$ sont identiques. De plus, la variation de vitesse curviligne durant la période $2\delta t$ ne peut qu'être négligeable car le profil de vitesse curviligne est obligatoirement continu. Nous obtenons :

$$\begin{aligned} \overline{T_1} &= \overline{T_2} = \overline{T_{frdc}} \quad (\text{tangente au franchissement de la discontinuité en courbure}) \\ \overline{N_1} &= \overline{N_2} = \overline{N_{frdc}} \quad (\text{normale au franchissement de la discontinuité en courbure}) \\ V_1 &= V_2 = V_{frdc} \quad (\text{vitesse au franchissement de la discontinuité en courbure}) \\ a_{t1} &= a_{t2} = a_{tfrdc} \quad (\text{accélération tangentielle au franchissement de la discontinuité en courbure}) \\ \overline{A(t + \delta t)} - \overline{A(t - \delta t)} &= (a_{tfrdc} - a_{tfrdc}) \overline{T_{frdc}} + \left(\frac{V_{frdc}^2}{R_2} - \frac{V_{frdc}^2}{R_1} \right) \overline{N_{frdc}} \\ \overline{A(t + \delta t)} - \overline{A(t - \delta t)} &= \left(\frac{(R_1 - R_2) V_{frdc}^2}{R_1 R_2} \right) \overline{N_{frdc}} = (j_{cmax} \cdot c_{frdc}) \overline{N_{frdc}} \end{aligned} \quad (2-9)$$

Le saut d'accélération au passage de la discontinuité est alors équivalent à un saut d'accélération centripète égal au produit du jerk centripète par une constante de temps

[Pateloup & al 03a]. Pour toute discontinuité en courbure du trajet d'usinage, une estimation de la vitesse de franchissement de la discontinuité peut être conduite a priori (équation (2-10)).

$$V_{frdc} = \sqrt{\frac{j_{cmax} \cdot c_{frdc} \cdot R_1 \cdot R_2}{|R_1 - R_2|}} \quad (2-10)$$

Les modèles présentés dans le paragraphe précédent permettent de calculer un profil de vitesse sur une portion de trajet, linéaire ou non, sans discontinuité géométrique de type tangence ou courbure. Dans ce paragraphe, les outils développés permettent d'estimer la valeur de la vitesse à une transition entre deux blocs du trajet d'usinage possédant une discontinuité en tangence ou en courbure. Il suffit alors de coupler ces différents modèles pour calculer un profil de vitesse théorique correspondant à un mobile suivant une trajectoire dont les accélérations et jerks sont contrôlés.

Ainsi, nous espérons pouvoir simuler le comportement cinématique réel de la machine-outil lors d'une opération de suivi de trajet d'usinage. Afin de valider notre modèle cinématique, nous avons étudié les documentations techniques données par le constructeur de commandes numériques SIEMENS et nous avons réalisé plusieurs expérimentations sur machine-outil.

2.5 Comparaison avec un directeur de commande numérique industriel

En étudiant la documentation technique de la commande numérique SIEMENS type SINUMERIK 840D [Siemens 04-1] [Siemens 04-2], nous avons pu relever un nombre important de paramètres définissant le comportement d'une commande numérique. De plus, suivant la version de la commande numérique et la version du logiciel qu'elle contient, une multitude de paramètres apparaissent et disparaissent.

Toutefois, nous avons remarqué qu'il existe ainsi un ensemble de paramètres du directeur de commande numérique qui permettent d'établir un profil correct de vitesse ne dépassant pas les limites fixées par le constructeur de la machine-outil. Chacun répond à un cas spécifique de traitement du parcours d'outil. Certains traitent des limitations sur un bloc et d'autres de la limite entre deux blocs.

Sans être exhaustif, nous avons relevé un certain nombre d'entre eux, considérés comme invariants de version en version (Tableau 2-3) :

Numéro du paramètre	Nom du paramètre	Fonction du paramètre
10110	Plc_Cycle_Time_Average	Temps de synchronisation entre le DCN et l'automate
20600	Max_Path_Jerk	jerk curviligne maximal sur un trajet
20602	Curv_Effect_On_Path_Accel	Spécification de la proportion de l'accélération des axes qui peut être utilisée pour compenser l'accélération centripète sur des trajets non linéaires.
20603	Curv_Effect_On_Path_Jerk	Spécification de la proportion du jerk des axes qui peut être utilisée pour compenser et faire varier l'accélération centripète sur des trajets non linéaires.
32300	Max_Ax_Accel_(Xi)	Accélération maximale de l'axe Xi
32310	Max_Accel_Ovl_Factor_(Xi)	Limitation du saut d'accélération de l'axe Xi à une transition de bloc sans continuité en tangence
32431	Max_Ax_Jerk_(Xi)	Jerk de l'axe Xi
32432	Path_Trans_Jerk_Lim_(Xi)	Limitation du saut de jerk de l'axe Xi à une transition de bloc avec saut de courbure

Tableau 2-3 : Paramètres CN intervenant lors de la planification de trajectoire

Les paramètres 2060X sont liés au comportement global de l'ensemble des axes et commandent l'analyse dite curviligne du trajet d'usinage. Les paramètres 30000 sont spécifiques à chaque axe et commandent la consigne de chaque axe. La synchronisation entre les axes est gérée par l'interpolateur.

L'analyse de l'utilisation et du réglage de ces différents paramètres illustre trois points :

- La planification de la vitesse sur un suivi de trajet d'usinage se réalise en contrôlant le jerk (ou l'accélération) tout au long du trajet. Les lois de commande sont généralement dites à jerk contrôlé. Ainsi, le réglage du jerk de chaque axe est un point crucial qui influence le comportement cinématique de la machine de manière importante [Siemens 04-2].

- Il existe un ensemble de paramètres gérant les variations de vitesse dans une multitude de cas particuliers au raccordement entre blocs. Dans tous ces cas, l'apparition d'une discontinuité en tangence ou en courbure impose un ralentissement de la machine-outil afin de ne pas engendrer une variation du jerk trop importante. Les autres paramètres pilotent les variations de vitesse à l'intérieur d'un même bloc afin de ne pas dépasser une accélération maximale, un jerk maximum ou une erreur au contour maximale.

- Durant la planification de vitesse, le directeur de commande numérique différencie un suivi de bloc linéaire d'un suivi de bloc non linéaire. En effet, si le bloc est non linéaire, la courbure du trajet d'usinage entraîne l'apparition d'une accélération centripète qui limite les variations d'accélération tangentielle. Comme le montrent les paramètres 20602 et 20603, le directeur de commande numérique répartit les variations d'accélération possibles entre une accélération centripète et une accélération curviligne.

La mise en place de tous ces paramètres engendre un lissage important du profil de vitesse de déplacement de l'outil, une réduction des sollicitations mécaniques de la structure de la

machine ainsi qu'une amélioration de la précision de la position de l'outil lors d'un suivi de trajet d'usinage à vitesse d'avance élevée mais contribue aussi à augmenter de manière non négligeable le temps d'usinage. Plus les valeurs des paramètres seront élevées et plus la machine sera dite « dynamique », avec un temps d'usinage réduit et une structure de machine-outil très sollicitée. A l'inverse de faibles valeurs des paramètres seront synonymes de machine dite « souple », de faibles sollicitations mécaniques et de temps d'usinage élevés.

Ainsi, il est clair que deux machines outils identiques possédant des réglages de paramètres cinématiques différents n'auront pas le même comportement cinématique. Un jeu de paramètres du directeur de commande numérique est donc synonyme d'un réglage de machine-outil. Il est alors plus juste de parler de la modélisation du comportement cinématique d'une machine-outil pour un jeu de paramètres donné du directeur de commande numérique.

Nous constatons que certains paramètres du Tableau 2-3 correspondent avec ceux introduits dans notre modèle de comportement cinématique (paramètres 20000). Cependant certains, comme l'accélération curviligne maximale, n'apparaissent pas. Plus la version de la commande numérique étudiée est récente et plus les paramètres semblent décomposés sur chaque axe de la machine-outil. Ainsi dans les premières versions, les paramètres 32431 et 32432 n'existaient pas et aujourd'hui ceux-ci peuvent remplacer le paramètre 20600. Une planification de trajectoire plus précise doit en découler.

Pour comparer notre modèle cinématique au comportement réel des machines outils testées, un relevé des paramètres est réalisé sur chacune d'elles. Notre étude concernant uniquement l'usinage de poches, nous nous intéressons seulement au comportement des axes X et Y des machines outils.

Les deux machines outils utilisées sont équipées d'un directeur de commande numérique SIEMENS SINUMERIK 840D mais leurs réglages sont assez différents (Tableau 2-4). La première machine est une HURON KX 15 équipée d'une version 6.03 du logiciel de commande numérique et la deuxième est une PCI METEOR 10 équipée d'une version 4 du logiciel de commande numérique.

Machine	Paramètres										
	20600 Jerk curviligne	20602 Rapport accél cent / tang	20603 Rapport jerk cent / tang	32300 Accél		32310 Saut accél		32431 Jerk sur un bloc		32432 Jerk au saut de bloc	
				X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
HURON Kx 15	1000	0.8	3	3	3	1,2	1,2	30	50	30	50
PCI Météor 10	70	Non disponible		10	10	1,2	1,2	Non disponible			

Tableau 2-4 : Paramètres cinématiques des machines outils utilisées

L'indisponibilité de certains paramètres pour la METEOR 10 est expliquée par la version trop ancienne de logiciel de commande numérique. De plus, les fortes valeurs attribuées aux paramètres 20600 et 20603 sur la KX 15 montrent que le fabricant de la machine-outil laisse le

travail de planification à l'interpolateur. Ceci permet surtout d'exploiter au mieux les différences de réglage des axes X et Y.

Le paramètre 32310 donne le saut d'accélération acceptable à une transition de blocs. La formule est [Siemens 04 -1] :

$$\Delta A = Max_Ax_Accel \times (1 - Max_Accel_Ovl_Factor) \tag{2-11}$$

$$\Delta V = Max_Ax_Accel \times (1 - Max_Accel_Ovl_Factor) \times Pcl_Cycle_Time_Average$$

Afin de paramétrer notre modèle cinématique, nous décidons d'utiliser les valeurs suivantes :

Machine	Paramètres				
	Accélération curviligne (a_{curv})	Jerk curviligne (j_{curv})	Répartition accélération tangentielle / centripète (r_{ac})	Répartition jerk tangentielle / centripète (r_{jc})	Constante de temps (c_{frac})
HURON Kx 15	3 m/s ²	30 m/s ³	0,8	0,8	20 ms
PCI Météor 10	10 m/s ²	70 m/s ³	0,8	0,8	28 ms

Tableau 2-5 : Paramètres cinématiques choisis pour modéliser les différentes machines outils

Nous avons choisi de prendre les valeurs les plus restrictives pour chacun des paramètres curvilignes. En effet, lors d'une interpolation sollicitant plusieurs axes, le moins dynamique d'entre eux impose le profil de vitesse aux autres. Ensuite, les paramètres de répartition entre accélération ou jerk tangentiels et centripètes sont choisis égaux à 0,8 dans un premier temps car SIEMENS recommande ce réglage par défaut. Enfin la constante de temps est obtenue en calculant le rapport entre le saut d'accélération autorisé par le paramètre 32310 et le jerk curviligne, selon l'équation (2-11).

2.6 Validation expérimentale

2.6.1 Profils de vitesse sur un déplacement linéaire

Lors d'un déplacement en ligne droite, le modèle cinématique développé propose un profil de vitesse à jerk contrôlé utilisant comme données d'entrée les positions, les vitesses et les accélérations initiales et finales.

Dans le cas d'essai, un déplacement de 100 mm en ligne droite est proposé suivant les axes X, Y et XY combinés. Pour le déplacement combiné, la droite est orientée à 45° afin de produire les mêmes composantes sur les deux axes. Les conditions initiales et finales sont nulles dans les trois configurations. La vitesse programmée est de 10 m/min.

Les relevés des vitesses réelles montrent une différence de comportement cinématique entre les axes X et Y due à la différence du jerk de chaque axe (Figure 2-19). En adoptant les valeurs des paramètres d'accélération et de jerk de l'axe considéré, le modèle cinématique retrouve des profils de vitesse identiques. Lorsqu'une combinaison des deux axes est utilisée, le profil de vitesse réel est une combinaison entre les profils de vitesse des axes X et Y. Dans notre modèle, nous considérons que l'axe le moins dynamique ralentit les autres axes et nous intégrons les paramètres de ce dernier. Nous observons ainsi, lors des phases d'accélération et

de décélération, une légère erreur qui entraîne une erreur d'estimation du temps d'usinage de 4%. Nous ne savons pas encore expliquer la différence de comportement entre l'accélération et la décélération sur ce profil de vitesse réelle.

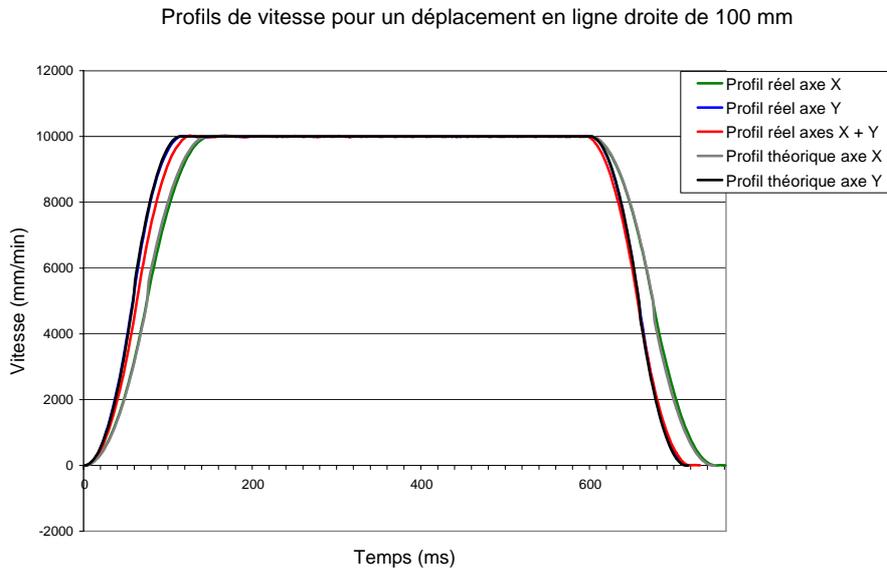


Figure 2-19 : Profils de vitesse sur un déplacement linéaire

2.6.2 Profils de vitesse sur un déplacement circulaire

Afin de valider le modèle cinématique lors d'un suivi de trajet non linéaire, une étude du suivi d'un arc de cercle de rayon constant est réalisée. Les premiers résultats utilisant les valeurs de paramètres présentées dans le Tableau 2-5 montrent la discordance entre les relevés des profils de vitesse réelle et les résultats du modèle cinématique (Figure 2-20).

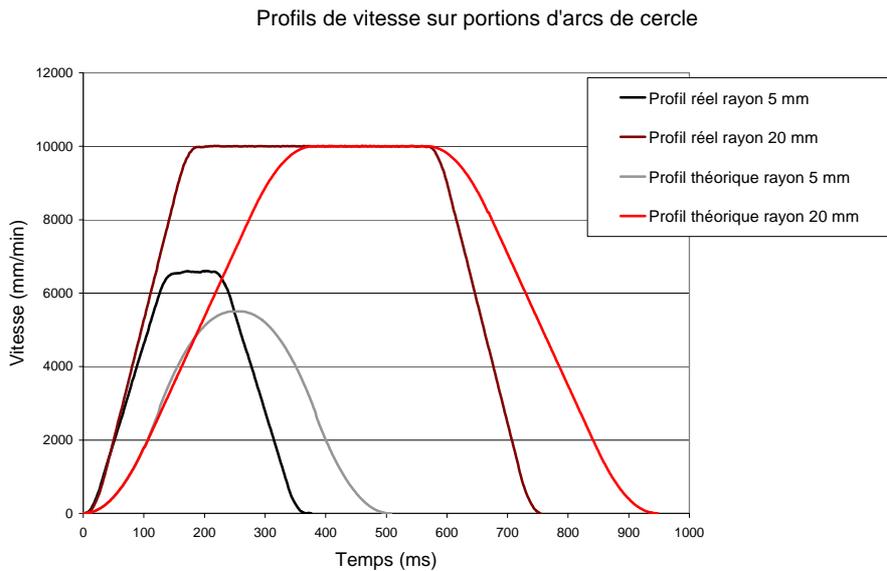


Figure 2-20 : Résultats initiaux d'un suivi d'arc de cercle

Notre modèle cinématique n'estime pas correctement la valeur de la vitesse maximale atteignable mais aussi les valeurs d'accélération et de décélération maximales. Ceci nous conduit à remettre en cause l'estimation de l'accélération tangentielle du mouvement de l'outil car l'accélération tangentielle réelle est supérieure à celle donnée par le modèle cinématique. Comme nous savons que la vitesse maximale atteignable sur le trajet est dictée par la valeur de jerk centripète (r_{jc}), nous devons régler le paramètre correspondant de notre modèle. Cependant, le paramètre du directeur de commande numérique qui spécifie ce jerk (paramètre 20603) ne possède pas une valeur cohérente sur la machine-outil utilisée vis-à-vis des spécifications données par le constructeur de commande numérique. Nous décidons dans un premier temps d'initialiser la valeur de ce paramètre à sa valeur par défaut (paramètre 20603 = 0,8), pour corriger l'erreur de vitesse maximale atteignable sur le trajet. De nouveaux relevés de vitesse sont alors conduits (Figure 2-21).

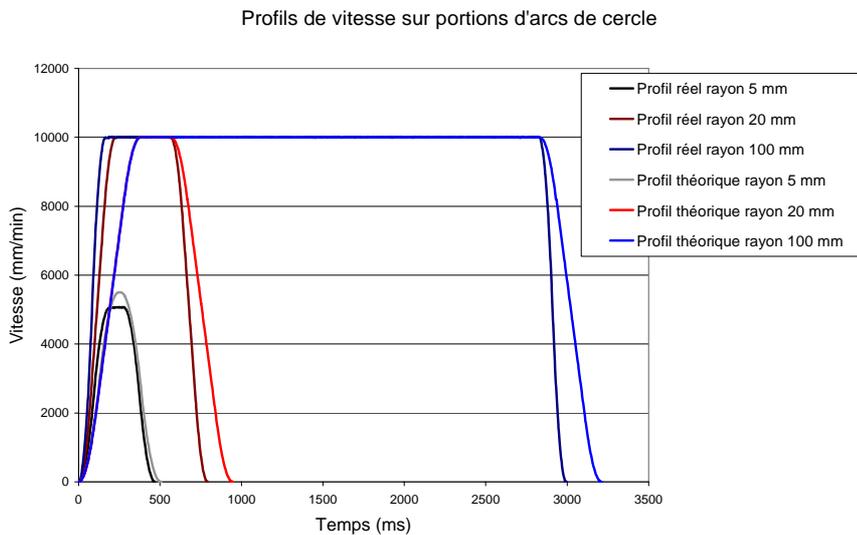


Figure 2-21 : Résultats après modification du paramètre 20603 d'un suivi d'arc de cercle

Malgré cette modification, l'erreur sur l'estimation de l'accélération tangentielle persiste (Figure 2-21). Elle est donnée par la valeur du paramètre de répartition de l'accélération (r_{ac}). Comme présenté dans le paragraphe 2.3, la valeur donnée à ce paramètre conditionne fortement le comportement cinématique de la machine, il n'est donc pas évident de lui attribuer une valeur correcte. De plus l'observation de l'accélération et du jerk centripètes obtenus à l'issue d'une simulation avec notre modèle nous amène à considérer que nous sommes trop stricts sur la répartition de l'accélération curviligne sur le trajet (Figure 2-22). Dans tous les cas, le jerk centripète simulé et l'accélération centripète simulée sont largement inférieurs aux valeurs maximales admissibles. Ceci pénalise alors les variations d'accélération tangentielle et de jerk tangentiel. Une diminution des deux paramètres de répartition est nécessaire afin d'obtenir un résultat comparable aux relevés de vitesse réelle.

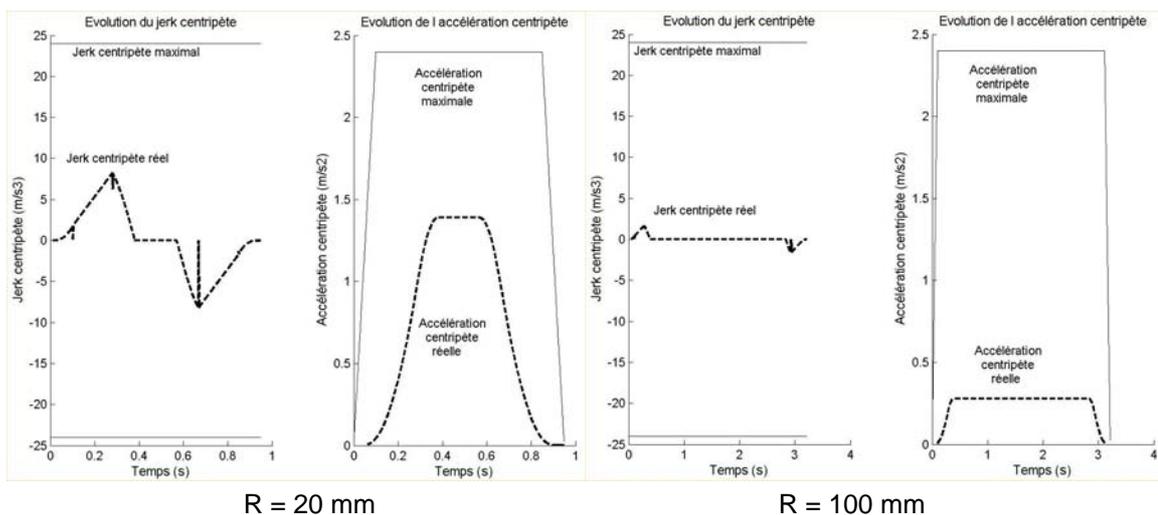


Figure 2-22 : Accélérations et jerks centripètes obtenus lors des simulations

Ainsi, nous décidons de mettre en place une boucle d'optimisation des paramètres de répartition d'accélération et de jerk sur blocs non linéaires (r_{ac} et r_{jc}) afin de choisir la meilleure valeur pour un trajet donné. Cette boucle d'optimisation doit permettre de répartir les capacités d'accélération des axes au mieux entre les variations de vitesse curviligne et d'accélération centripète. Le modèle cinématique est inchangé. Seule une boucle itérative diminuant progressivement les paramètres r_{ac} et r_{jc} est mise en place.

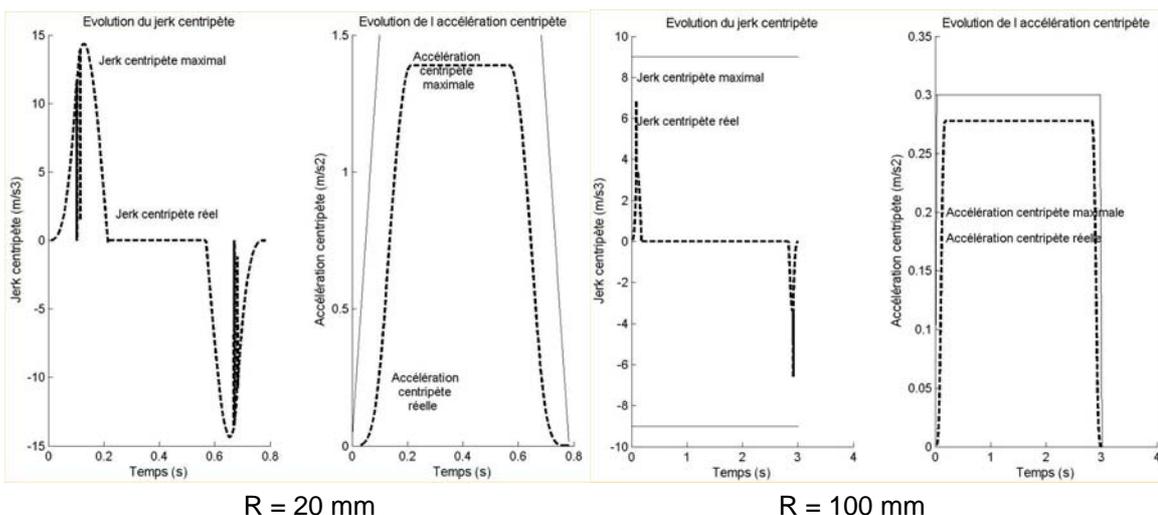


Figure 2-23 : Accélération et jerk centripètes optimisés par diminution des paramètres r_{ac} et r_{jc}

Le rééquilibrage entre les paramètres tangentiels et centripètes permet d'utiliser au mieux les possibilités d'accélération des axes. Ainsi, la diminution des paramètres de répartition r_{ac} et r_{jc} permet d'augmenter les possibilités de variation des composantes tangentielles jusqu'à la sollicitation maximale des composantes centripètes (Figure 2-23 et Figure 2-24). Les résultats de simulation obtenus sont alors satisfaisants et aboutissent à une erreur en terme d'estimation du temps d'usinage inférieure à 0,5 %.

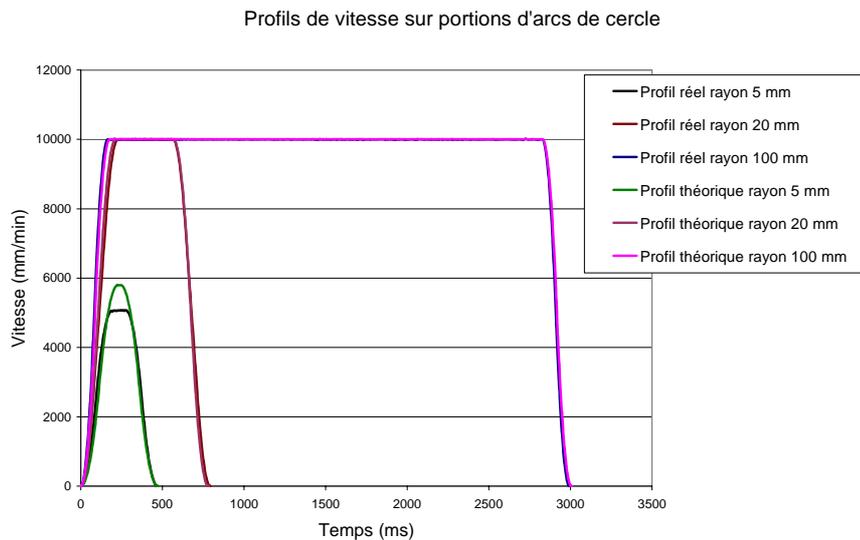


Figure 2-24 : Résultats après optimisation des paramètres r_{ac} et r_{jc} du modèle cinématique

2.6.3 Profils de vitesse sur un déplacement comportant une discontinuité en tangence

Soit un déplacement comportant une discontinuité en tangence, notre modèle cinématique doit utiliser à la fois le modèle de calcul de profil de vitesse sur un bloc mais aussi le modèle de calcul de vitesse de franchissement d'une discontinuité. Le trajet programmé comporte deux lignes droites de longueur 100 mm orientées à 90 ° l'une par rapport à l'autre. L'erreur d'estimation du temps d'usinage proposée par le modèle est inférieure à 1 %.

La vitesse de franchissement de la discontinuité en tangence est donnée par l'équation (2-7). Plusieurs valeurs du paramètre de tolérance d'interpolation t_{it} sont testées. Les profils de vitesse sur les deux lignes droites sont donnés par le modèle cinématique de traitement d'un bloc linéaire.

Dans les trois configurations réalisées sur machine et simulées, nous retrouvons un profil de vitesse comparable entre celui calculé par le modèle cinématique et le profil réel. Les chutes de vitesse dues à l'angle vif sont identiques.

Ceci confirme qu'une fonction de modification du raccordement entre blocs par l'ajout d'arcs respectant la tolérance t_{it} est bien développée dans l'algorithme du directeur de commande numérique. Sinon la vitesse de franchissement serait nulle. Par contre, il semble que l'arc ne possède pas une courbure constante afin de ne pas générer un palier à faible vitesse. La fonction d'ajout d'arcs doit donc introduire une courbe polynomiale afin d'obtenir un profil de vitesse ayant un seul pic (Figure 2-25). Dans le chapitre 3, nous conduisons une étude plus complète du profil de courbure « idéal » permettant de réduire le temps d'usinage.

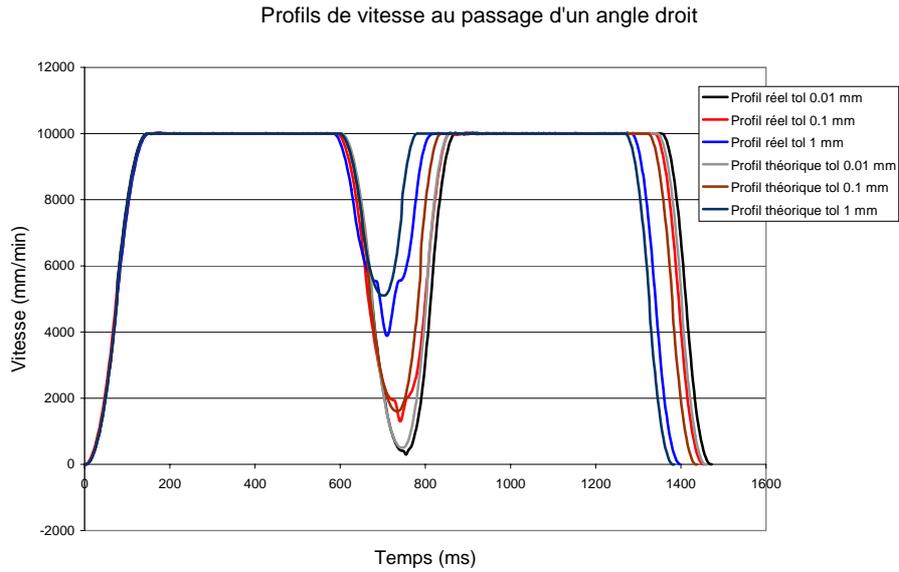


Figure 2-25 : Profil de vitesse au franchissement d'une discontinuité en tangence

2.6.4 Profils de vitesse sur un déplacement comportant une discontinuité en courbure

Le trajet proposé est composé de deux lignes droites perpendiculaires de longueur 80 mm raccordées en tangence par un arc de cercle de rayon 20 mm. Celui-ci comporte deux discontinuités en courbure aux raccordements entre l'arc de cercle et les lignes droites.

Lors de cette simulation, le modèle cinématique doit utiliser trois modèles de comportement :

- suivi d'un profil linéaire,
- passage d'une discontinuité en courbure,
- suivi d'un bloc non linéaire.

Les premiers relevés de vitesse réelle montrent que les discontinuités en courbure au raccordement entre une ligne droite et un arc de cercle ralentissent fortement l'outil (Figure 2-26). La tolérance d'interpolation t_{it} ne modifie pas le profil de vitesse d'un trajet continu en tangence. Le profil de vitesse théorique initial n'est pas une estimation correcte de la vitesse de franchissement de la discontinuité en courbure. Une modification de la constante de temps C_{frdc} est nécessaire.

De plus, la vitesse maximale réelle atteinte sur la partie non linéaire de la trajectoire est supérieure à la vitesse théorique maximale. Nous décidons donc de réaliser un nouveau relevé de vitesse en réglant à sa valeur par défaut le paramètre 20603. Dans ce cas aussi, la valeur du paramètre 20603 est mise à 0,8.

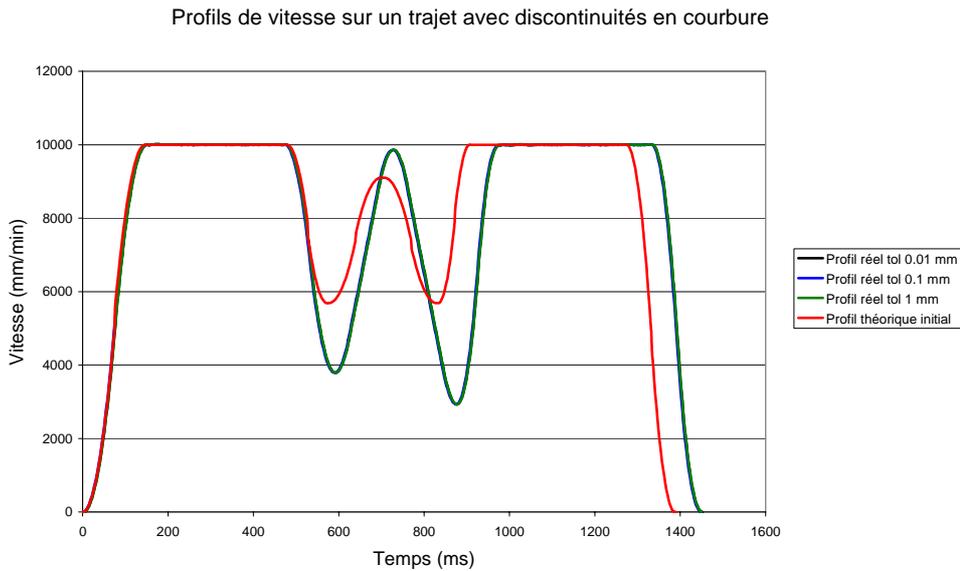


Figure 2-26 : Relevés initiaux de vitesse au passage de discontinuités en courbure

Dans le même temps, afin de calculer la constante de temps c_{frdc} nous appliquons la formule de l'équation (2-9) et nous en déduisons que $c_{frdc} = 4,2$ ms.

Un nouveau relevé de vitesse réelle et une nouvelle simulation de comportement cinématique avec la nouvelle valeur de la constante de temps sont alors réalisés (Figure 2-27). Le modèle de franchissement de la discontinuité en courbure est cohérent et donne un résultat correct pour le second franchissement. De plus, les profils de vitesse sur les blocs linéaires où non linéaires, sont quasiment identiques. L'erreur sur l'estimation du temps d'usinage est inférieure à 0,5 %.

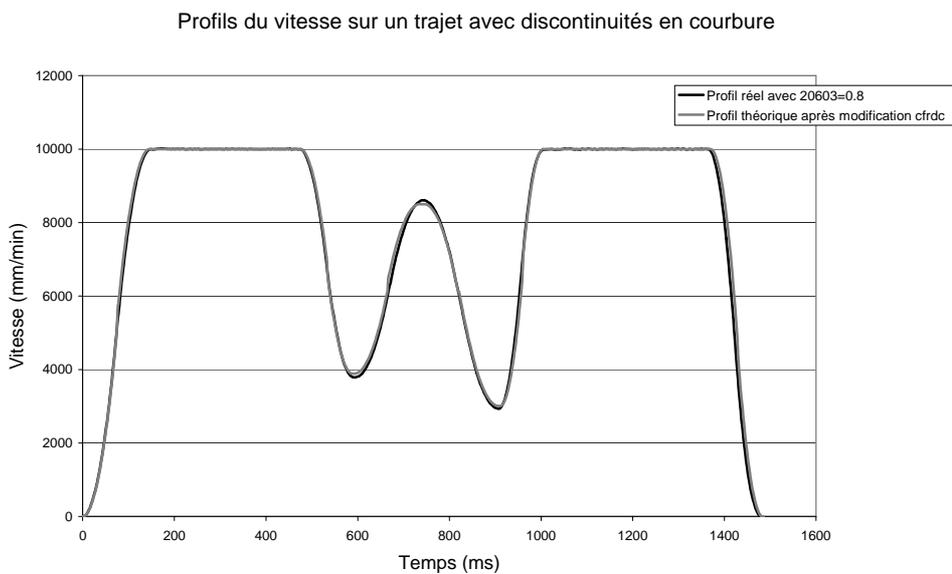


Figure 2-27 : Relevés de vitesses théoriques et expérimentales après modification de c_{frdc}

2.7 Synthèse

La mise en place d'un modèle physique basé sur le suivi d'une trajectoire avec contrôle de l'accélération et du jerk du mobile est proposée. Ce modèle permet d'estimer la vitesse de parcours d'un trajet continu avec ou sans courbure. De même, il permet une détermination de la vitesse de franchissement d'une discontinuité en tangence ou en courbure. Une simulation du profil de vitesse sur un trajet d'usinage complet est réalisée en utilisant chaque module de notre modèle.

Une validation de notre modèle cinématique sur plusieurs cas tests simples est assurée. L'erreur moyenne sur l'estimation du temps d'usinage est de l'ordre de 1,5 % et ne dépasse jamais 4 %. Nous pouvons donc considérer ce modèle comme fidèle à la réalité, surtout dans l'objectif de connaître a priori le temps de parcours d'un trajet d'usinage.

La modélisation du comportement cinématique du mouvement de l'outil comme un mobile suivant une trajectoire donnée et dont la vitesse, l'accélération et le jerk sont contrôlés en tout point est satisfaisante. Quelques adaptations de paramètres ont permis de la recaler sur les résultats expérimentaux afin d'obtenir des résultats dont l'erreur ne dépasse pas 3 %.

Ce modèle montre deux points essentiels :

- L'analyse de la géométrie du trajet d'usinage communiqué au directeur de commande numérique est l'élément prépondérant permettant le calcul des profils de vitesse atteignables lors du suivi du trajet d'usinage. Tout particulièrement, le directeur de commande numérique recherche les discontinuités géométriques du trajet car elles perturbent le comportement dynamique de la machine.

- Le directeur de commande numérique calcule des profils de vitesse à jerk contrôlé. Ce paramètre est intégré et réglé afin de ne pas dépasser les sollicitations mécaniques admissibles par la machine-outil. De plus, il conditionne fortement le comportement cinématique de la machine.

L'influence de la géométrie du trajet d'usinage sur la valeur du jerk n'est pas triviale. Cependant, l'équation (2-2) montre que la composante normale du jerk dépend à la fois de la vitesse, de l'accélération tangentielle mais aussi du rayon de courbure et de la dérivée du rayon de courbure. Le rayon de courbure semble donc être l'élément extrait de la géométrie du trajet qui conditionne l'évolution du jerk. Le modèle cinématique proposé montre lui aussi que la courbure de la trajectoire semble fortement influencer ce paramètre.

Si l'objectif est d'optimiser les réglages des paramètres du directeur de commande numérique afin de minimiser le temps de parcours des trajets d'usinage, il est alors intéressant d'étudier avec précision le réglage du paramètre de jerk des différents axes de la machine-outil.

3 Comportement mécanique de l'outil en usinage

L'optimisation du parcours d'outil doit tenir compte d'un second phénomène mécanique, lié à la coupe du matériau. Durant l'usinage, la géométrie du parcours d'outil, couplée à la géométrie de l'outil et aux conditions de coupe influe sur les efforts de coupe mis en jeu et la puissance consommée. Le parcours optimal doit permettre de consommer la puissance désirée sans jamais la dépasser au risque d'engendrer un accident d'usinage, et d'atteindre les conditions de coupe requises tout au long du trajet. Dans ce paragraphe, nous illustrons les problèmes rencontrés, en appliquant une méthode de simulation numérique de l'engagement de l'outil à l'usinage des poches.

3.1 Cadre de l'étude

Comme présenté dans le chapitre précédent, l'étude du comportement mécanique de l'outil peut se réaliser à différents niveaux de modélisation et utiliser des modèles plus ou moins complexes et précis. Dans le cadre de notre étude, nous cherchons à quantifier l'influence du trajet d'usinage sur l'évolution de la puissance de coupe consommée et donc sur les efforts de coupe engendrés. Le calcul de l'engagement axial et radial de l'outil à chaque instant permet de relier les efforts de coupe et la puissance consommée à la géométrie du parcours d'outil.

Dans le cas de l'usinage de poche, l'outil travaille par plans successifs. Pour une passe d'usinage à une altitude donnée, l'engagement axial de l'outil est connu et constant. Sa valeur est égale à la prise de passe axiale spécifiée lors du calcul du trajet d'usinage.

A l'inverse, l'engagement radial de l'outil n'est pas explicitement piloté lors du calcul du trajet d'usinage. Seule l'information de distance radiale entre passes est renseignée. Il est donc important de relier, pour un trajet d'usinage donné, la géométrie de ce dernier à l'engagement radial instantané de l'outil.

Nous souhaitons développer pour un trajet d'usinage donné, un modèle capable de calculer l'engagement radial instantané de l'outil en tout point du trajet afin d'évaluer le respect des contraintes de fabrication.

3.2 Simulation numérique de la puissance de coupe consommée

Soit un outil décrivant une passe p_i d'un trajet d'usinage donné. Celui-ci laisse une trace dans la matière due à son mouvement d'avance combiné au mouvement de coupe, que nous appelons courbe enveloppe du trajet de l'outil (Figure 2-28) [Lartigue & al 03]. Ainsi, la matière enlevée par l'outil à la passe suivante p_{i+1} est donc la matière comprise entre la courbe enveloppe de la passe p_i et la courbe enveloppe de la passe p_{i+1} .

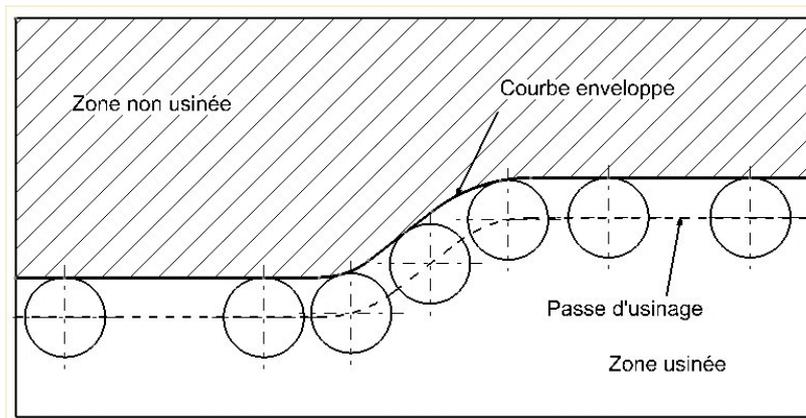


Figure 2-28 : Matière enlevée lors d'une passe d'usinage

Connaissant la bande de matière enlevée pour une passe d'usinage, l'engagement radial est alors obtenu en calculant la largeur de la bande de matière enlevée suivant une direction perpendiculaire à la vitesse d'avance de l'outil en tout point du trajet d'usinage [Chanal 03].

Il existe deux approches pour calculer l'engagement radial d'une fraise. La première est une méthode géométrique exacte qui aboutit à une résolution analytique du problème. La deuxième méthode est numérique et aboutit à une solution approchée.

Le principe de la méthode géométrique est de calculer à chaque instant la distance entre le point d'intersection de la fraise avec la courbe enveloppe de la passe précédente et le point de la fraise qui génère la courbe enveloppe de la passe en cours. Dans certaines configurations la fraise ne génère pas de courbe enveloppe, il faut alors calculer les points d'intersection de la fraise avec la courbe enveloppe de la passe précédente (Figure 2-29). La distance est alors calculée perpendiculairement à la tangente de la trajectoire, au point où se situe le centre de la fraise. Ainsi, cette méthode ne peut pas être appliquée dans un cas général car la détermination de l'engagement radial est conduite par des calculs géométriques. Suivant la géométrie du trajet, le calcul n'est pas le même et son automatiser est impossible. Chaque géométrie présente en fait un cas particulier.

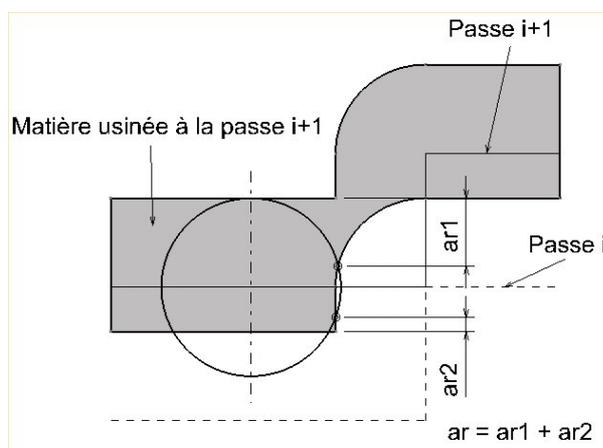


Figure 2-29 : Calcul de l'engagement radial de manière géométrique

Le principe de la méthode numérique consiste à réaliser un maillage de la surface usinée et une discrétisation du trajet d'usinage. En chaque point du trajet d'usinage discrétisé, il est

possible de trouver le nombre de mailles de la surface usinée qui sont en contact avec l'outil. Ainsi, à chaque incrément de la position outil, le nombre de mailles non usinées en contact avec l'outil est comptée. L'aire usinée par l'outil est alors connue en chaque position du trajet discrétisé. Il suffit alors de faire le rapport entre cette aire et le pas de la discrétisation du trajet d'usinage pour obtenir l'engagement radial en tout point du trajet (Figure 2-30).

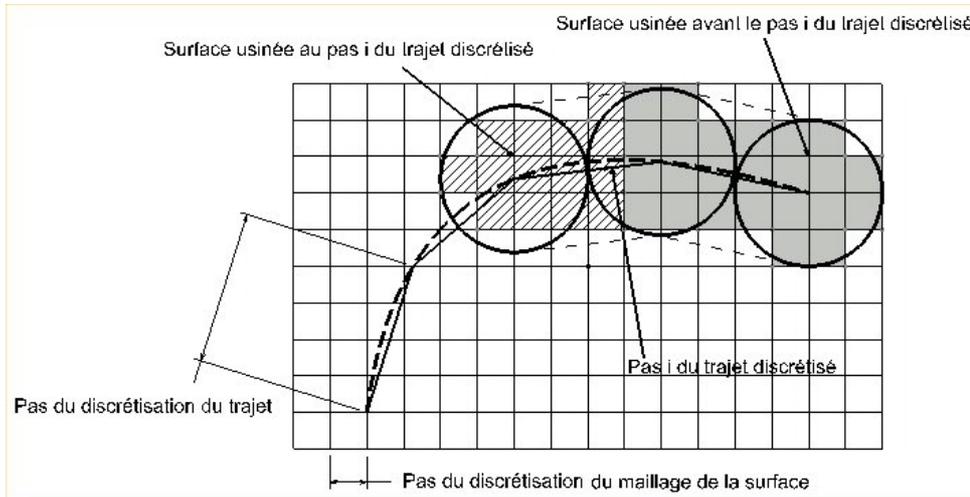


Figure 2-30 : Méthode numérique de simulation de l'engagement radial de l'outil

La précision de la méthode est fortement liée au pas de discrétisation du trajet et au pas de maillage de la surface usinée. Il faut un pas de discrétisation du trajet d'usinage supérieur à la taille des mailles de la surface usinée tout en assurant un pas de discrétisation assez faible pour tenir compte au mieux des évolutions de la géométrie du trajet d'usinage. Si le pas de discrétisation du trajet est inférieur au pas du maillage de la surface usinée, le passage d'un point du trajet au suivant ne permet pas toujours de passer d'une maille de la surface usinée à la suivante. Dans ce cas, l'engagement radial au point est considéré égal à zéro.

Comme le modèle développé doit pouvoir s'appliquer à tout type de trajet d'usinage, nous décidons d'implémenter la méthode numérique. Afin de valider les résultats obtenus avec cette méthode, nous les comparons avec la méthode géométrique sur un cas simple. Pour cela nous décidons d'étudier l'évolution de l'engagement radial à un changement de passe d'usinage réalisé par deux angles droits (Figure 2-31).

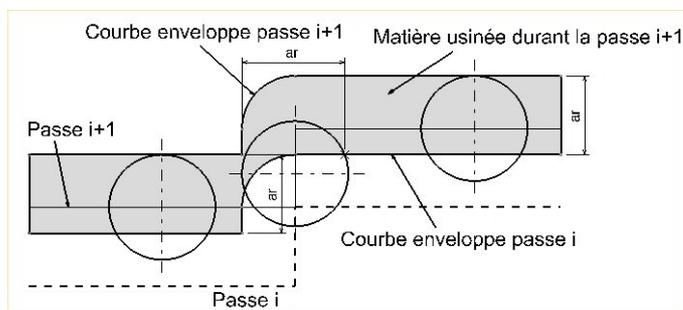


Figure 2-31 : Changement de passe par angles droits

La comparaison des résultats donnés par les deux méthodes montre une erreur moyenne de la méthode numérique d'environ 4 % (Figure 2-32) [Chanal 03]. Ceci s'explique par l'absence

du calcul de l'engagement radial en ce point précis du fait de la discrétisation de la trajectoire et de la surface usinée.

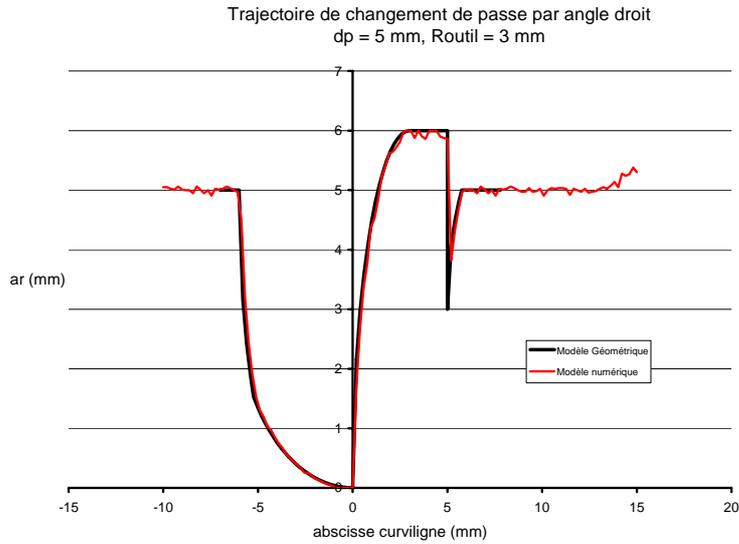


Figure 2-32 : Variation d'engagement radial lors d'un changement de passe

Enfin, une mesure de puissance consommée à la broche est réalisée sur machine-outil afin de corréler les variations d'engagement radial et d'effort de coupe. Le trajet choisi est un changement de passe à angle droit. En utilisant l'équation de la puissance consommée du chapitre 1, nous savons que :

$$P_{cabs} = K_c \cdot a_a \cdot a_r \cdot \left\| \overline{V_{foutil / pièce}} \right\| \quad (2-12)$$

Connaissant la valeur de K_c pour le matériau utilisé, nous déduisons de la mesure de la puissance de coupe absorbée P_{cabs} , le produit $K_c \cdot a_r$ car l'engagement axial a_a est constant.

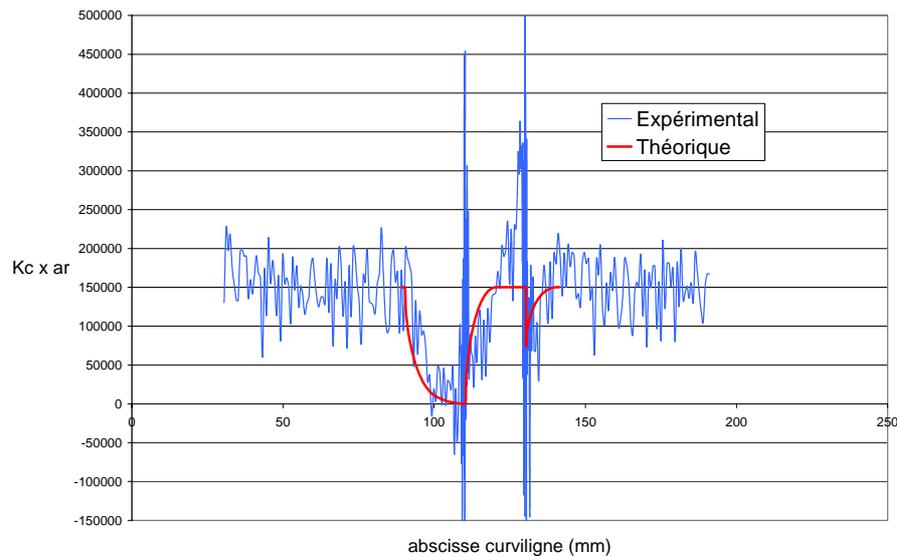


Figure 2-33 : Puissance consommée lors d'un changement de passe à angle droit [Chanal 03]

Il est alors possible de comparer le produit $K_c \cdot a_r$ expérimental et théorique (Figure 2-33). Malgré un bruit important sur les mesures expérimentales, nous retrouvons le profil d'évolution

de l'engagement radial calculé de manière théorique. Les deux pics qui apparaissent sur les mesures correspondent aux moments où l'outil n'est plus en contact avec la matière et où l'évolution de l'engagement radial est discontinue.

3.3 Application à l'évidement de poche

Pour un trajet d'usinage donné, le modèle numérique présenté ci-dessus détermine les variations de puissance consommée via une simulation des variations d'engagement radial. Dans le cadre de notre travail, il est intéressant de l'appliquer à un trajet d'évidement de poche et plus particulièrement aux zones du trajet d'usinage qui font varier l'engagement radial.

Les zones concernées sont :

- les changements de direction d'usinage réalisés par des angles vifs ou des arcs de cercle,
- les changements de passe d'usinage réalisés par des angles vifs ou des arcs de cercle.

Dans tous les cas et quelle que soit la géométrie de la zone, l'évolution de l'engagement radial est perturbée (Figure 2-34). Une étude plus particulière de l'évolution de l'engagement radial sur le passage d'un changement de direction est donc nécessaire.

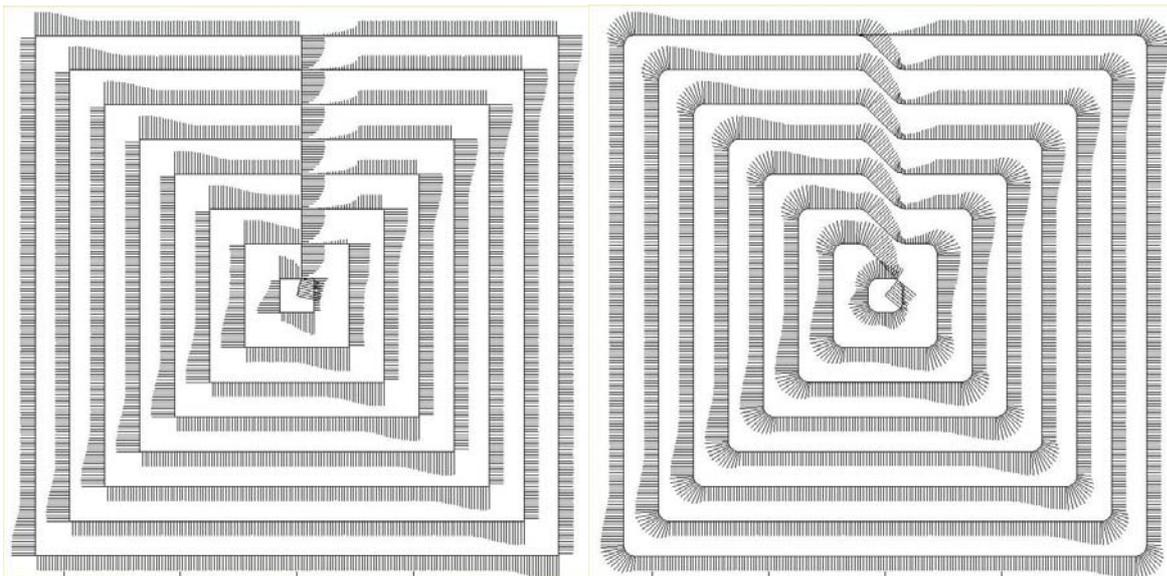


Figure 2-34 : Evolution de l'engagement radial lors d'un évidement de poche

L'évolution de l'engagement radial au passage d'un angle droit n'est pas continue du fait de la discontinuité en tangence du trajet d'usinage. Il en résulte un saut d'engagement radial et un instant où l'outil usine pleine matière, même pour une distance entre passes faible par rapport au diamètre de l'outil (Figure 2-35). Dans le cas présenté, la distance entre passes est de 1 mm pour un diamètre outil de 10 mm.

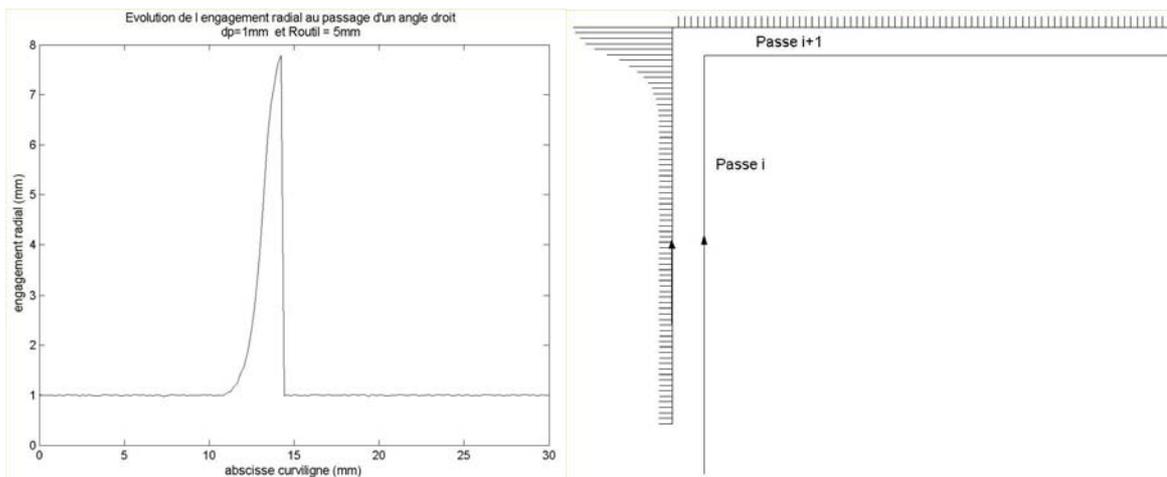


Figure 2-35 : Evolution de l'engagement radial au passage d'un angle droit

L'ajout d'un rayon de raccordement permet de lisser les variations d'engagement radial (Figure 2-36). En effet, la trajet étant continu en tangence, l'évolution de l'engagement radial est continue. Cependant, nous observons une valeur maximale de ce dernier proche du diamètre de l'outil. En effet la distance entre les deux passes successives au changement de direction est supérieure à la distance entre passes programmée. Par conséquent une augmentation de l'engagement radial est obligatoire.

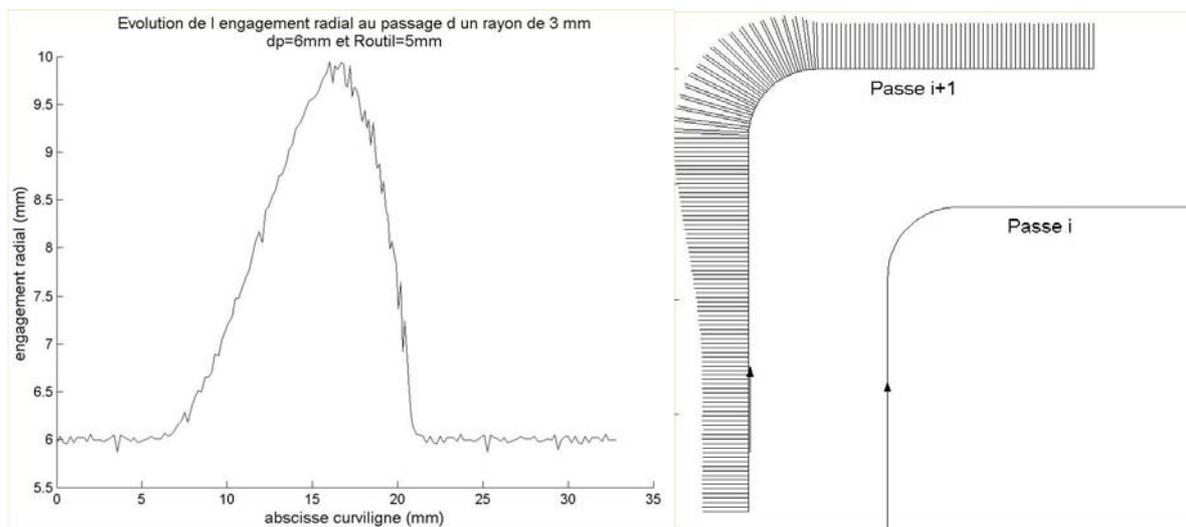


Figure 2-36 : Evolution de l'engagement radial au passage d'un rayon de raccordement

4 Application au calcul de trajets d'usinage

A la suite de ces deux études, nous pouvons proposer un cadre théorique d'optimisation des trajets d'usinage de poche.

Dans un premier temps, nous calculons l'ensemble exhaustif des trajets d'usinage possibles respectant les contraintes de conception.

Puis nous retenons le sous ensemble des trajets qui respecte les contraintes de fabrication. Pour cela, nous évaluons chaque parcours d'usinage. Il est nécessaire d'utiliser des outils de simulation pour valider le respect des contraintes. En particulier, la simulation de l'engagement radial proposé dans le paragraphe 2 est utilisée.

Enfin, le temps d'usinage de chaque trajet est calculé en utilisant le modèle de simulation proposé au paragraphe 1.

Il suffit de retenir le trajet d'usinage le plus rapide qui devient le trajet optimal.

Cependant, malgré une capacité de calcul numérique en augmentation perpétuelle, cette démarche reste utopique pour plusieurs raisons :

- L'évaluation du respect des contraintes de fabrication suppose que l'on développe un simulateur adapté. La connaissance actuelle des phénomènes liés à la coupe des métaux, notamment en fraisage, ne permet pas encore de proposer des simulateurs précis pour chaque contrainte de fabrication comme, par exemple, l'estimation de l'usure. D'autre part, les modèles demandent souvent l'identification particulière de nombreux paramètres expérimentaux. Il est difficilement envisageable de les renseigner dès le calcul du trajet d'usinage.

- L'estimation du temps d'usinage de chaque trajet calculé est synonyme d'une connaissance précise de la machine-outil utilisée. Il faudrait alors intégrer la simulation des calculs réalisés par le directeur de commande numérique dans le logiciel de FAO. De plus, le changement de machine-outil impose un nouveau calcul de trajet.

- la génération de tous les trajets susceptibles de satisfaire des contraintes de conception et de fabrication n'est aujourd'hui pas assurée par un algorithme géométrique. Certaines contraintes doivent être converties et leur conversion passe par une interprétation humaine. De plus, calculer un trajet d'usinage est une opération géométrique basée sur une démarche déterministe.

Ainsi, il semble assez pertinent de chercher à traduire l'ensemble des contraintes et objectifs fixés par la conception et la fabrication sous forme géométrique afin de les intégrer dans un algorithme de calcul de trajets d'usinage. Le travail consiste alors à exprimer correctement l'ensemble des contraintes et objectifs.

Dans ce cas, deux approches peuvent être envisagées. Dans un premier temps, l'expression géométrique de l'ensemble des contraintes et des objectifs permet de transformer le problème de la recherche du trajet optimal sous la forme d'un problème d'optimisation sous contraintes.

Dans un second temps, il peut être nécessaire de conserver un algorithme de calcul robuste, rapide et déterministe. Cela peut imposer de ne pas utiliser un algorithme d'optimisation sous contraintes. Dans ce cas, il faut adapter les algorithmes de calcul actuels pour garantir le respect des contraintes et s'approcher de l'objectif. La solution n'est pas optimale, mais son calcul est efficace et rapide.

Dans le cadre du calcul de trajets d'usinage d'évidement de poches, il faut donc exprimer, sous forme géométrique, la fonction « objectif » qui est la minimisation du temps d'usinage. De même, les fonctions contraintes liées à la fabrication doivent être intégrées au calcul de trajet afin de mieux répondre au besoin.

4.1 Expression géométrique des contraintes de fabrication

Dans le cadre de l'usinage à altitude constante, les travaux menés pour quantifier l'influence de la géométrie du trajet d'usinage sur la puissance de coupe consommée amènent à contrôler l'engagement radial pour respecter des variations de puissance consommée souhaitées.

Actuellement, lors de la programmation d'une opération d'évidement de poche, les paramètres à spécifier sont le type d'usinage (usinage en avalant ou en opposition), les vitesses de rotation et d'avance de l'outil ainsi que les distances radiale et axiale entre passes. Les valeurs spécifiées pour les vitesses d'avance et la fréquence de rotation permettent de contrôler la vitesse de coupe et l'avance à la dent de l'outil. Néanmoins, respecter la valeur spécifiée d'avance à la dent, suppose que les caractéristiques cinématiques de la machine-outil permettent d'atteindre la vitesse d'avance programmée. Si la machine-outil ralentit, non seulement le temps d'usinage augmente mais aussi les conditions de coupe spécifiées ne sont pas respectées. Ainsi l'analyse menée sur la réduction du temps d'usinage peut aussi être appliquée pour garantir le respect des conditions de coupe spécifiées. Concernant les distances radiale et axiale entre passes, elles contrôlent la section du copeau afin de ne pas dépasser un effort de coupe et une puissance consommée souhaités.

Cependant, sa maîtrise ne suffit pas à maîtriser l'engagement radial de l'outil. Pour une distance radiale entre passes donnée, l'engagement radial de l'outil peut varier d'un engagement nul à un engagement plein matière. Ces variations sont situées à tout changement de direction d'usinage, comportant des discontinuités en tangence ou non. La spécification d'une distance radiale entre passes permet donc uniquement de contrôler la puissance consommée sur les lignes droites.

Toutefois, nous savons que :

- les variations d'engagement radial se situent à chaque changement de direction d'usinage,
- un changement de direction d'usinage discontinu en tangence entraîne une évolution discontinue de l'engagement radial.

Le respect des contraintes de fabrication n'est donc pas assuré avec l'utilisation des paramètres usuels de programmation tels que la distance entre passes. Nous estimons qu'il est ainsi nécessaire de :

- supprimer les discontinuités en tangence du trajet d'usinage afin de ne pas imposer des sauts d'engagement radial au passage des discontinuités et de minimiser les engagements pleine matière,

- générer des passes d'usinage proches des courbes offset des passes précédentes, afin de minimiser les variations de distance entre les passes. Cette règle est à utiliser à condition que la passe ne possède pas de discontinuité en tangence.

4.2 Expression géométrique de la fonction objectif

Suite aux différents travaux présentés dans ce chapitre, nous possédons un modèle de comportement cinématique de machine-outil. Pour chacune, celui-ci est susceptible de calculer le profil de vitesse de l'outil lors du suivi du trajet d'usinage avec une erreur moyenne de 1,5 % par rapport aux relevés expérimentaux. Pour cela, un calibrage des paramètres du modèle représentatif du comportement cinématique de la machine est nécessaire.

Ainsi, par une analyse de la géométrie du trajet d'usinage à parcourir, ce modèle fournit le profil de vitesse associé à ce trajet. Elle est basée sur la détection de toutes les discontinuités en tangence et en courbure, et sur l'évolution de la courbure tout au long du trajet. Connaissant le profil de vitesse, le calcul du temps d'usinage est alors immédiat.

Dans le cadre de nos travaux, nous cherchons à calculer des trajets d'usinage qui satisfont la fonction objectif de minimisation du temps d'usinage. Comme le modèle de comportement cinématique de machine-outil relie le temps d'usinage à une étude géométrique du trajet, nous pouvons en extraire les éléments géométriques qui pénalisent ou avantagent la fonction « objectif ». Connaissant ces éléments et leur impact sur le temps d'usinage, une adaptation géométrique du trajet est alors possible afin de minimiser cette fonction.

Notre modèle cinématique permet d'identifier que :

- toute discontinuité du trajet d'usinage, de type tangence ou courbure, générée par un changement de mode d'interpolation, l'utilisation du mode linéaire ou bien un raccord entre arcs de cercle de rayons différents, produit un ralentissement local de la vitesse afin de ne pas dépasser les sollicitations maximales admissibles par l'ensemble des composants de la machine-outil.

- toute portion de trajet possédant un faible rayon de courbure, mais aussi une brusque variation de celle-ci, produit un ralentissement local de la vitesse afin de ne pas dépasser les caractéristiques cinématiques des axes motorisés de la machine-outil.

Par conséquent, calculer un trajet d'usinage optimal vis-à-vis de la minimisation du temps de parcours amène à appliquer deux lois géométriques de calcul :

- supprimer les discontinuités en tangence et courbure du trajet d'usinage afin de minimiser le nombre de ralentissements,

- maximiser les rayons de courbure et lisser leurs variations afin d'atténuer les sollicitations cinématiques des différents axes de la machine-outil.

4.3 Dualité vitesse d'usinage / longueur du trajet

Il faut néanmoins remarquer que ces deux lois géométriques permettent, en fait, de ne pas ralentir la machine-outil pendant l'usinage, et non de réduire le temps d'usinage. Si le trajet calculé en respectant ces lois possède une longueur similaire au trajet usuel, alors le temps d'usinage est réduit, car la vitesse moyenne d'avance est augmentée. Par contre, si l'application de ces lois engendre une augmentation de la longueur du trajet, il se peut que le temps d'usinage ne soit pas réduit. Toutefois, nous remarquons que la consigne de vitesse d'avance sera respectée sur une plus grande portion de trajet.

Le calcul de trajets d'usinage assurant une vitesse instantanée constante et des variations d'engagement radial faibles est possible si des rayons de raccordement sont insérés à tous les changements de direction. Cependant, cette solution a le désavantage de laisser de la matière dans les différents coins de la poche. Il faut alors reprendre des passes d'usinage dans chacun d'eux afin d'assurer la contrainte de conception liée à l'enlèvement de toute la matière contenue à l'intérieur de la poche. Le respect des contraintes de fabrication et de conception est alors assuré mais une augmentation de la longueur du trajet est obligatoire. Dans ce cas, l'augmentation de la longueur du trajet peut être compensée ou non par l'augmentation de la vitesse d'avance.

A l'inverse, un trajet d'usinage ayant une longueur minimale ne respecte pas obligatoirement les contraintes de fabrication si elles sont strictes (engagement radial quasiment constant souhaité). Ainsi, il apparaît que la longueur du trajet dépend de la forme de la poche et des possibles variations d'engagement radial. De plus, la vitesse de consigne n'est pas atteinte sur l'ensemble du trajet. Les conditions de coupe ne sont donc pas respectées. Par contre, il se peut que la réduction de longueur du trajet induite aboutisse à une diminution du temps d'usinage.

Le calcul d'un trajet d'usinage cherchant à minimiser le temps d'usinage tout en assurant le respect de contraintes de fabrication est donc le résultat d'un compromis entre longueur et vitesse moyenne de parcours du trajet obtenu.

4.4 Calcul automatique des trajets respectant ces lois géométriques

Afin de calculer des trajets d'évidement de poche respectant les lois géométriques présentées aux paragraphes 4.2 et 4.1, deux manières de traiter le problème peuvent être évoquées :

- mise en place de paramètres à spécifier au niveau de la programmation FAO par le programmeur et application par algorithmes des règles de calcul,
- mise en place d'une optimisation sous contraintes avec recherche du trajet d'usinage minimisant une fonction « objectif ».

La méthode de calcul par algorithmes et utilisant des paramètres permet d'obtenir une solution cohérente en un temps limité. Cependant, son efficacité vis-à-vis des contraintes et objectifs est entièrement liée à l'interprétation des lois géométriques liées à ces derniers. La solution obtenue ne peut alors être classée comme solution optimale.

La méthode de calcul par optimisation doit permettre d'obtenir la solution classée optimale à condition que le problème soit correctement posé. Cependant, les méthodes de résolution de ce type de problème sont généralement coûteuses en temps de calcul et fortement dépendantes de la solution initiale donnée. Il n'est donc pas trivial d'obtenir un calcul de trajet d'évidement de poche pertinent vis-à-vis des contraintes et des objectifs posés par la conception et la fabrication.

Il est ainsi intéressant d'explorer les deux voies de résolution du problème car aucune n'est a priori capable de fournir la solution attendue de manière aisée.

5 Tendances actuelles dans l'évolution du calcul de trajet d'usinage

Suite à cette analyse, nous étudions dans ce chapitre les différentes voies proposées par la littérature pour optimiser le calcul des trajets d'usinage.

5.1 Evolution des logiciels de Fabrication Assistée par Ordinateur

Aujourd'hui nombre de logiciels de FAO offrent la possibilité de choisir une option dite « UGV » lors du calcul de trajet d'usinage. Cette dernière a pour fonction d'ajouter des rayons de raccordement à chaque changement de direction ou changement de passe du trajet d'évidement de la poche [Choy, Chan 03].

D'un point de vue puissance de coupe consommée, nous avons montré au paragraphe 3.3 que la mise en place de tels rayons rend les variations d'engagement radial continues mais ne diminue que peu la valeur maximale de ce dernier. Il est alors intéressant d'étudier l'influence de ces rayons sur le temps d'usinage. Une comparaison entre le temps mis pour parcourir un changement de direction par angle vif et par rayon est réalisée avec notre simulateur de profil de vitesse (Figure 2-37). Le simulateur est paramétré selon les réglages d'une machine-outil UGV de dynamique moyenne ($a_{curv} = 3 \text{ m/s}^2$ et $j_{curv} = 30 \text{ m/s}^3$).

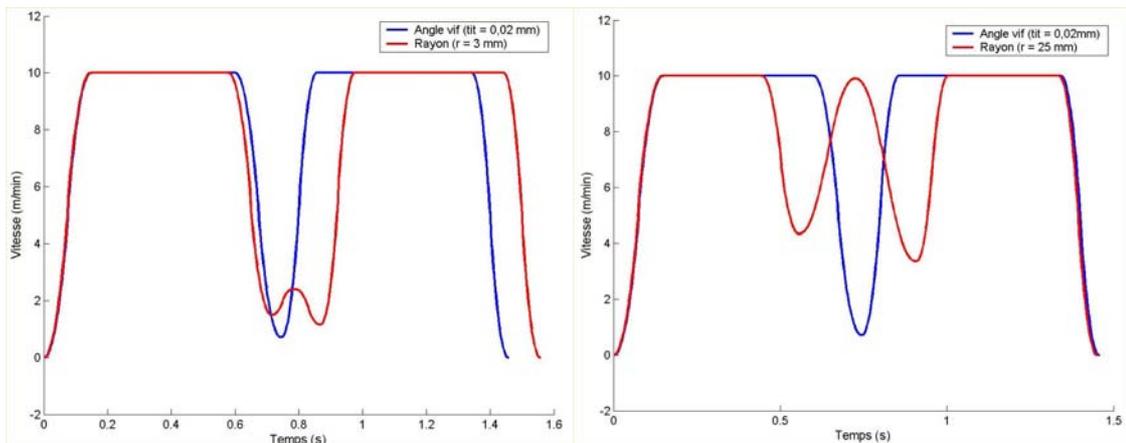


Figure 2-37 : Comparaison entre angle vif et rayon de raccordement

Nous observons qu'un rayon minimal de 25 mm est nécessaire pour d'obtenir un temps d'usinage inférieur par rapport à un angle vif. Même si le trajet avec rayons de raccordement est plus court que le trajet par angle vif et continu en tangence, il perturbe plus le comportement cinématique de la machine car il présente deux discontinuités en courbure.

Le simple ajout de rayons pour calculer un trajet continu en tangence ne diminue donc pas obligatoirement le temps d'usinage.

5.2 Comportement cinématique des machines et calculs de trajets d'usinage

Nous retrouvons aussi dans la littérature plusieurs articles dans lesquels les auteurs cherchent à :

- modéliser le comportement cinématique de la machine,
- calculer des trajets d'usinage cherchant à améliorer le comportement cinématique de la machine,
- calculer des trajets d'usinage en tenant compte des capacités cinématiques des machines outils.

En ce qui concerne la modélisation du comportement des machines, nous trouvons des travaux d'identification de profils d'accélération et de décélération et de l'influence des stratégies d'usinage sur le temps d'usinage [Tounsi & al 03], [Monreal, Rodriguez 03], [Kim, Choi 02].

L'objectif des travaux de Tounsi est d'identifier les profils d'accélération et de décélération des axes motorisés de la machine-outil afin de prédire les profils de vitesse réels pour tout type de trajets suivis par cette machine. Pour cela, il réalise une expérimentation, puis utilise la fonction de transfert de l'axe motorisé comme modèle. Il le recale sur des relevés expérimentaux. Ce modèle lui permet alors, pour tout profil de vitesse de consigne de connaître le profil de vitesse réelle de l'axe motorisé. Ce modèle est plus précis que celui présenté dans ce chapitre mais ne permet pas de relier la géométrie du trajet d'usinage au profil de vitesse réelle et donc au temps d'usinage.

Monreal, de son côté, cherche à quantifier l'influence de la stratégie d'usinage sur le temps d'usinage. Ses travaux sont alors basés sur le constat que chaque changement de direction produit une chute de la vitesse réelle d'avance de l'outil. Cette chute dépend essentiellement de l'angle du changement de direction et de la vitesse d'avance programmée. Il met alors en place une expérimentation sur machine-outil où il mesure le temps d'usinage d'un polygone régulier comportant un nombre variable de côtés. Suivant le nombre de côtés du polygone régulier, l'angle entre deux côtés varie. Ainsi, pour chaque polygone, il compare le temps de parcours théorique, donné par le rapport entre le périmètre du polygone et la vitesse d'avance programmée, et le temps de parcours réel. Il considère que la machine travaille à accélération constante et calcule la valeur de l'accélération pour chaque vitesse d'avance programmée. Pour cela, il utilise un modèle exponentiel. Il obtient ainsi une indication sur le temps de changement de direction par angle vif et le temps d'accélération de la machine. Il applique alors son modèle à un trajet de type « zig-zag » et estime ainsi la vitesse moyenne de parcours du trajet d'usinage à 20% près. Il en conclut qu'un usinage suivant la plus grande longueur est plus rapide. Cette approche privilégie fortement la réduction du temps d'usinage au respect du mode de coupe et des conditions de coupe.

Ces travaux sont basés sur un nombre important d'expérimentations et restent très appliqués à une machine-outil. Dans les deux cas, l'objectif est d'associer à la machine-outil un modèle de comportement plus réaliste que le fait de considérer la machine travaillant à vitesse

d'avance programmée. Les travaux menés par Kim ont le même objectif mais ce dernier développe un modèle cinématique plus théorique et l'applique pour comparer différentes stratégies d'usinage de poches [Kim, Choi 02]. Le modèle proposé est un modèle de comportement à accélération constante. Toutes les trajectoires sont constituées de lignes droites et l'estimation de la vitesse en début et fin de chaque droite est fonction de l'angle du changement de direction. En additionnant les profils de vitesse sur chaque droite, l'auteur obtient ainsi le profil de vitesse global et intègre aussi les changements de direction par arcs de cercle. Kim conclut alors que le trajet le plus rapide est le trajet en « zig-zag » avec changement de direction par arcs de cercle.

Par ailleurs, certains travaux cherchent à calculer des trajets d'évidement de poche continus C2 pour ne pas perturber le comportement cinématique de la machine-outil [Bieterman 02]. Ces travaux sont basés sur une analogie entre un parcours d'outil et une courbe à iso-température d'un modèle physique de propagation de la chaleur. Ainsi, la frontière est considérée comme une ligne à température $T = 0$ et le foyer de la poche comme une point de température $T = 1$. Le calcul d'une passe d'usinage s'identifie alors à la résolution d'une équation différentielle aux dérivées partielles du type :

$$-\Delta T = 1 \quad (2-13)$$

Nous obtenons alors (Figure 2-38) :

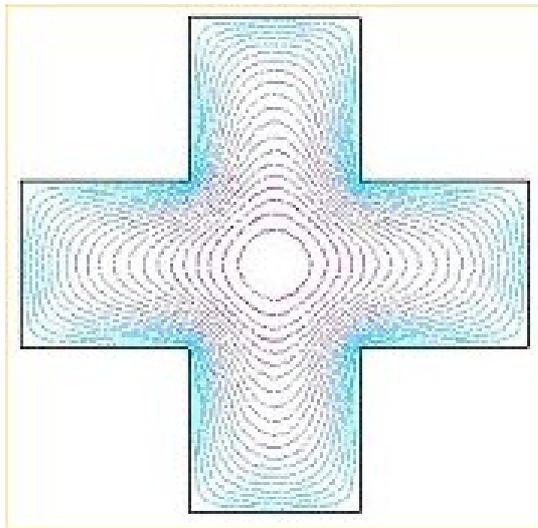


Figure 2-38 : Courbes iso – température pour une frontière de poche donnée

Le principal avantage de ces courbes se situe au niveau de la variation de leur dérivée seconde, et donc de leur énergie de déformation, qui est minimisée. Ainsi, les courbes obtenues présentent une évolution assez douce et sans oscillation. En contrepartie, il n'y a aucun contrôle de la distance entre passes. Le seul paramètre contrôlé est la distance maximale entre deux passes consécutives. Le trajet d'évidement d'une poche rectangulaire possède une distance entre passes supérieure sur les petits côtés du rectangle (Figure 2-39).

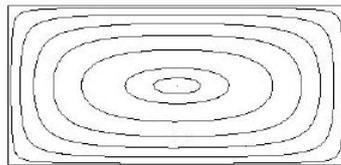


Figure 2-39 : Passes d'usinage d'une poche rectangulaire [Bieterman 02]

Pour calculer le trajet complet, Bieterman met alors en place un trajet de type « déroulé » (Figure 2-40).

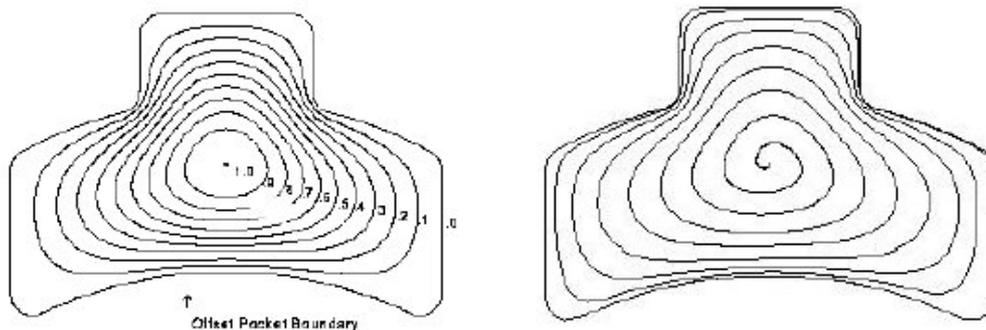


Figure 2-40 : Obtention d'un trajet d'évidement de poche [Bieterman 02]

La longueur totale de trajet ne peut donc être maîtrisée et l'auteur précise qu'il augmente la vitesse d'avance programmée dès que l'engagement radial de l'outil diminue pour que ce trajet soit plus performant en terme de temps d'usinage qu'un trajet conventionnel.

Finalement cette méthode présente une démarche totalement différente des démarches usuelles de calcul. En effet, la méthode n'utilise plus les courbes offset et la spécification des paramètres d'usinage est réalisée a posteriori. Pour l'instant cette méthode ne s'applique pas aux poches complexes ni aux poches à îlots.

Enfin Kim et Sarma proposent un algorithme de calcul de trajets d'usinage prenant en compte les performances cinématiques des machines outils [Kim, Sarma 02]. Ces travaux sont réalisés dans le cadre de l'utilisation d'une machine-outil à structure parallèle. Le principe est d'associer à chaque point de la surface à usiner un polygone de vitesse représentant les capacités en vitesse de l'outil suivant toutes les directions possibles. De même il intègre à cette représentation la caractéristique de distance entre passe respectant un critère de hauteur de crête. Ainsi à chaque point de la surface est associée une direction dite de performance maximale. Cette direction est un compromis entre vitesse maximale au point et distance entre passes admissible au point. Kim obtient alors un champ de directions de performance maximale sur l'ensemble de la surface à usiner. Il faut alors relier l'ensemble de ces points afin d'obtenir un trajet d'usinage.

L'étude de ces travaux illustre la tendance actuelle de prise en compte des performances cinématiques de machines outils afin de calculer des trajets d'usinage adaptés. Cependant aucun d'entre eux ne présente un modèle de comportement cinématique générique reliant la géométrie du trajet d'usinage au temps d'usinage. Seuls les travaux de Kim et Sarma se rapprochent du modèle que nous avons développé.

6 Conclusion

Ce chapitre porte sur la modélisation du comportement mécanique de la cellule d'usinage. En particulier, nous analysons l'évolution des actions mécaniques appliquées à l'outil le long du trajet et nous proposons un modèle cinématique basé sur le mouvement d'un corps rigide à jerk contrôlé.

La mise en œuvre de ces modèles montre que la géométrie du trajet a une influence prépondérante sur l'engagement de l'outil et le temps d'usinage. Il est donc nécessaire de proposer de nouveaux trajets d'usinage respectant les contraintes de conception et de fabrication en optimisant le temps d'usinage. Différents auteurs proposent des nouveaux parcours d'outil mieux adaptés à cette problématique.

Dans le chapitre 3, nous allons aussi proposer de nouvelles méthodes de calcul des parcours d'outil basés sur la résolution du problème d'optimisation.

Chapitre 3 : Adaptation et optimisation des trajets d'usinage

1 Présentation

Suite à l'étude bibliographique portant sur le calcul de trajets d'évidement de poche menée au chapitre 1 et aux travaux sur le comportement cinématique des machines outils menés au chapitre 2, nous avons montré que les améliorations apportées indépendamment en FAO et sur la cellule d'usinage ne permettent pas d'aboutir à un processus global optimal.

Comme le processus optimal n'est pas la somme des optimaux des différents acteurs intervenant tout au long de la chaîne numérique, il est nécessaire d'améliorer chacun d'eux en tenant compte de ses interactions avec les autres. Par conséquent, l'amélioration du comportement cinématique des machines outils passe par l'amélioration du trajet d'usinage et le calcul d'un trajet optimal implique la maîtrise du comportement de la cellule d'usinage. C'est pourquoi nous avons dégagé des règles géométriques de calcul de trajet de l'analyse du comportement cinématique de la machine-outil. Il reste désormais à appliquer ces règles au calcul de trajets d'évidement de poche. Ce travail se décompose en deux étapes :

- modification de la géométrie du trajet d'usinage pour maximiser les rayons de courbure,
- description du trajet sous forme polynomiale pour supprimer les discontinuités en tangence et en courbure.

L'application des règles géométriques initiales réalisée, il reste alors à valider ces règles en testant les trajets calculés en simulation et en conditions réelles. Suite aux résultats obtenus, une phase d'optimisation des trajets calculés est mise en place pour obtenir le trajet d'usinage minimisant le temps de parcours. Pour cela une modification des règles géométriques ainsi que le développement d'une méthode d'interpolation unidimensionnelle sont mises en place.

Tous les travaux et résultats sont présentés suivant quatre points :

- formalisation du problème de calcul,
- calcul et test de trajets respectant les règles géométriques initiales par algorithmique,
- calcul de trajets par optimisation,
- développement d'une méthode d'interpolation unidimensionnelle et recherche du trajet optimal par la modification des règles géométriques.

2 Formalisation du problème de calcul de trajets d'usinage

Ce paragraphe reprend et détaille l'expression des fonctions contraintes et objectif du problème d'optimisation sous contraintes permettant d'aboutir au calcul de trajet d'évidement de poche, présenté au paragraphe 0 du chapitre 2.

2.1 Présentation du problème d'optimisation

L'évidement d'une poche peut être considéré comme un processus d'optimisation d'enlèvement de matière sous contraintes. La fonction à minimiser est le temps d'usinage. Les contraintes sont imposées par la conception pour définir de la géométrie de la matière à enlever et par le procédé de fabrication pour spécifier les conditions d'enlèvement de la matière.

Plusieurs systèmes interviennent dans ce processus d'optimisation (Figure 2.1) :

- le logiciel de CAO,
- le logiciel de FAO,
- la machine-outil à commande numérique.

Comme présenté dans le chapitre 2, nous considérons que chaque système doit fonctionner de manière homogène vis-à-vis des autres pour obtenir un processus global cohérent. Dans le cadre de nos travaux, nous nous focalisons sur le système intermédiaire qui est le logiciel de FAO.

Dans l'objectif global d'optimisation du processus de réalisation, ce dernier doit participer à la minimisation du temps d'usinage et respecter les contraintes de conception et de fabrication, tout en se coordonnant avec les autres systèmes de processus.

Ainsi, il doit dialoguer avec le logiciel de CAO afin d'utiliser les informations nécessaires au respect des contraintes de conception mais aussi connaître celles de la machine-outil afin de lui communiquer des informations adéquates pour satisfaire les contraintes de fabrication, tout en minimisant le temps d'usinage.

La machine-outil est le système de fin de processus qui utilise les résultats des calculs des autres systèmes pour aboutir à la pièce réelle. Elle produit les résultats permettant de valider l'ensemble du processus (temps d'usinage, efforts de coupe, puissance consommée ...). Il est donc essentiel de maîtriser le comportement de cette dernière pour améliorer chacun des systèmes intervenant dans le processus et ainsi obtenir un processus global optimal.

Vis-à-vis des critères d'optimisation et des contraintes que nous avons spécifiés dans le cadre de nos travaux, la modélisation d'une cellule d'usinage amène à considérer, lors du calcul de trajet d'usinage par le logiciel de FAO, trois règles géométriques de génération de trajets :

- générer des passes d'usinage proches des courbes offset des passes précédentes,
- supprimer les discontinuités géométriques en tangence et courbure du trajet d'usinage,
- maximiser les rayons de courbure et lisser les variations de courbure.

En fait, ces trois règles peuvent se résumer de la manière suivante. Nous cherchons la courbe au moins continue C2 qui satisfait ces contraintes. En particulier, elle doit être sans oscillations et présenter à la fois de grands rayons de courbure et une évolution la plus faible possible. Nous considérons qu'une telle courbe présente une qualité de « grande douceur d'évolution », qui peut être assimilée à la minimisation de la dérivée de la courbure. Dans la suite du document, nous comparons les courbes calculées grâce à ce critère non formalisé mathématiquement.

Il se pose alors le problème de savoir comment utiliser ces règles géométriques lors du calcul du trajet. Les deux premières règles ne semblent pas très contraignantes et leur intégration dans un logiciel de FAO est synonyme de mise en place d'algorithmes géométriques basés sur des méthodes existantes (calcul de courbes offset, interpolation de trajets ...). En revanche, la troisième règle géométrique est plus contraignante et se traduit par la mise en place d'un processus d'optimisation au sein du calcul de trajet. La maximisation des rayons de courbure d'un trajet est une opération délicate qui, a priori, ne peut se dérouler de manière systématique et prédictive car le rayon de courbure minimale d'un trajet ne peut être connu qu'une fois le trajet calculé.

Cependant, le résultat du calcul d'un trajet d'usinage doit être correct et satisfaisant. Nous savons qu'un algorithme de calcul géométrique déterministe permet de fournir un tel résultat. Il n'en est pas de même pour un processus d'optimisation.

2.2 Définition de la fonction objectif

Nous fixons comme fonction objectif de notre problème d'optimisation d'enlèvement de matière sous contrainte la minimisation du temps d'usinage. Il est donc nécessaire de recenser les principaux paramètres intervenant sur l'estimation de cette fonction. Nous savons que le temps d'usinage est obtenu par la mise en oeuvre d'un trajet sur une cellule d'usinage.

La formule reliant le temps d'usinage, le trajet et la cellule d'usinage est :

$$T_u = \int_{\text{trajet}} V_{inst}(t) dt \quad (3-1)$$

Or, nous savons d'après le chapitre 2 que la vitesse instantanée V_{inst} de parcours du trajet dépend de la géométrie du trajet et du comportement cinématique de la machine-outil (3-2).

$$T_u = \int_{\text{trajet}} V_{inst}(\text{géométrie du trajet, cinématique de la machine}) dt \quad (3-2)$$

De plus, le trajet d'usinage est composé de passes élémentaires et de trajets reliant ces passes élémentaires. Les passes élémentaires dépendent de la géométrie de la poche, de la stratégie d'usinage et des conditions d'usinage (type d'usinage, distance entre passes axiale et radiale) alors que les trajets entre passes élémentaires ne sont pas contraints mais conditionnent la longueur du trajet d'usinage.

$$T_u = \int_{\text{trajet}(\text{géométrie de la poche, dp, ap, stratégie, trajets de liaison})} V_{inst}(\text{géométrie du trajet, cinématique de la machine}) dt \quad (3-3)$$

Dans le cadre de nos travaux, nous considérons que pour une géométrie de poche donnée, la stratégie à utiliser pour obtenir un usinage en avalant est obligatoirement une stratégie par contours parallèles. De plus, les distances entre passes axiales et radiales sont fixées afin de respecter des conditions de coupe, en fonction de l'outil de coupe et des capacités de la cellule d'usinage. Nous décidons que le diamètre de l'outil est choisi le plus grand possible tout en satisfaisant la contrainte géométrique de rayon de coin de la frontière de la poche. De plus, comme un changement d'outil sur un usinage ne durant que quelques dizaines de secondes est fort pénalisant en terme de temps d'usinage, l'évidement de la poche est réalisé avec un seul outil. Les passes élémentaires d'usinage sont donc fixées par l'ensemble de ces conditions et sont considérées comme figées dans l'équation (3-3). L'influence du trajet d'usinage est alors liée aux trajets de liaison entre les passes élémentaires. Ceux-ci conditionnent en particulier la longueur du trajet d'usinage ainsi que sa géométrie.

Si la géométrie du trajet d'usinage est assez souple pour obtenir une vitesse d'avance de l'outil égale à la vitesse de consigne sur l'ensemble du trajet, la longueur du trajet est alors le paramètre prépondérant sur l'estimation du temps d'usinage.

Par conséquent, nous retenons comme paramètres influant sur le temps d'usinage le comportement cinématique de la machine couplé avec la géométrie du trajet d'usinage et la longueur du trajet. Nous cherchons alors à estimer la valeur de chaque paramètre au cours du calcul de trajet en FAO. Nous obtenons alors la formule d'estimation du temps d'usinage :

$$T_u = \int_{\text{trajet}} V_{inst} (\text{géométrie du trajet, cinématique de la machine}) dt \quad \text{si } \min(V_{inst}) < V_f \quad (3-4)$$

$$T_u = V_f \cdot L_{\text{trajet}} \quad \text{si } \min(V_{inst}) \approx V_f$$

L'estimation du temps d'usinage passe par l'estimation de la vitesse instantanée V_{inst} . Si la vitesse instantanée minimale est proche de la vitesse de consigne V_f , nous considérons que le temps d'usinage est alors proportionnel à la longueur du trajet. Dans le cas contraire, il est déduit de la vitesse instantanée de parcours du trajet. Dans tous les cas, il faut connaître deux, voire trois paramètres :

- la géométrie du trajet d'usinage,
- le comportement cinématique de la machine-outil,
- la longueur du trajet d'usinage.

Nous avons alors besoin, durant le calcul du trajet en FAO, d'estimer ces différents paramètres pour déterminer le trajet d'usinage optimal en terme de temps d'usinage.

2.2.1 Estimation des paramètres contrôlés par la FAO

Le logiciel de FAO calcule le trajet d'usinage à communiquer à la cellule d'usinage. Il est l'unique acteur autorisé à réaliser cette opération et par conséquent le seul à pouvoir modifier le trajet. Il est alors simple pour lui de connaître la géométrie et estimer la longueur du trajet calculé. Les deux paramètres directement associés au logiciel de FAO sont donc la longueur du trajet et sa géométrie.

Si l'estimation de la longueur du trajet paraît assez simple et facilement transmissible, le paramètre associé à la géométrie du trajet impose la communication et le traitement du trajet dans sa totalité. Ce dernier paramètre est cependant nécessaire à l'estimation de la vitesse instantanée de parcours du trajet et doit être communiqué.

Ainsi, parmi les trois paramètres présentés au paragraphe 2.2, deux d'entre eux sont directement estimables et communicables par le logiciel de FAO : la géométrie et la longueur du trajet.

2.2.2 *Estimation de la vitesse instantanée de parcours*

La vitesse instantanée de parcours est un paramètre décisif pour réaliser une estimation correcte du temps d'usinage. Cependant, les travaux de modélisation du comportement cinématique d'une cellule d'usinage réalisés et présentés au chapitre 2 montrent que cette estimation passe par l'intégration d'un modèle de comportement cinématique spécifique à chaque machine-outil. Ce modèle utilise des paramètres cinématiques à identifier sur la machine mais aussi l'analyse de la géométrie du trajet d'usinage.

L'objectif de nos travaux est de fournir le trajet d'usinage minimisant la fonction « objectif ». Ceci nécessite a priori l'évaluation de la vitesse instantanée de l'outil. Dans ce cas, il faut alors intégrer le modèle de comportement cinématique dans la FAO, et utiliser le trajet d'usinage calculé pour estimer le temps d'usinage.

Pour sélectionner le trajet minimisant le temps d'usinage, la FAO doit être suffisamment exhaustive pour calculer un nombre important de trajets et ainsi permettre d'approcher le trajet optimal. Cette méthode possède l'inconvénient de devoir générer un nombre important de trajets d'usinage et d'intégrer dans la FAO un modèle de comportement spécifique à chaque machine-outil. Cependant, cette méthode est la réponse la plus complète aux spécifications de calcul de trajet. La FAO devient alors un module totalement lié au moyen de production et nécessite un nouveau calcul de trajet lors d'un changement ou d'un réglage de la cellule d'usinage.

Souhaitant rester indépendant de la machine-outil mise en œuvre pour réaliser l'usinage, nous décidons d'utiliser les règles géométriques de construction décrites en début de chapitre pour générer nos trajets. Cette méthode nous permet de n'utiliser que des critères géométriques de construction du trajet mais s'éloigne des spécifications initiales fixées. Cependant, nous pensons qu'elles sont suffisantes pour obtenir des trajets optimaux sur toutes cellules élémentaires d'usinage. En effet, les règles de calcul de trajets sont déduites d'une modélisation cinématique de la machine-outil basée sur le contrôle des paramètres cinématiques d'un élément en mouvement. Ainsi, toute machine-outil possède un modèle de comportement cinématique identique où seules les valeurs des paramètres du modèle changent. Quelles que soient les valeurs de ces paramètres, les règles géométriques de construction des trajets demeurent vraies.

Il reste alors à définir comment calculer un trajet maximisant les rayons de courbure. Le calcul du trajet minimisant le temps d'usinage se résume ainsi à une optimisation des rayons de

courbure du trajet sous contrainte de respect des spécifications données par la conception et la fabrication.

2.3 Définition des fonctions contraintes

2.3.1 *Contraintes de conception (amont)*

La mise en oeuvre du trajet sur la cellule d'usinage fournit directement la forme géométrique finale. Pour que celle-ci corresponde à la pièce à réaliser, il faut que toutes les spécifications fonctionnelles portées sur la pièce à réaliser soient vérifiées par la forme usinée.

Sans être exhaustif, nous retenons les contraintes suivantes :

- la topologie de la poche,
- les spécifications géométriques de positionnement et d'orientation de la frontière et du fond de la poche,
- les spécifications de défaut de forme et d'état de surface de chaque surface de la poche.

Ces contraintes sont toutes des contraintes géométriques intervenant sur les différentes surfaces réelles de la poche obtenues après usinage. Le calcul d'un trajet correct en FAO doit en tenir compte. Ainsi la topologie de la poche sert de base au calcul des trajets afin d'obtenir la forme de poche souhaitée. Si les tolérances dimensionnelles sont faibles et ne permettent pas au processus de les respecter dans les conditions d'utilisation normales, une passe de finition engendrant de faibles efforts de coupe est mise en place.

2.3.2 *Contraintes de fabrication (aval)*

Les contraintes de fabrication sont imposées par la cellule d'usinage. Lors du calcul du trajet d'usinage, nous considérons qu'il est nécessaire de respecter :

- la puissance maximale admissible par la broche et les axes de la machine-outil,
- les efforts de coupe maximaux admissibles par l'outil et le bridage de la pièce,
- les conditions de coupe données pour une durée de vie de l'outil fixée.

Ces contraintes étant exprimées sous forme d'efforts, il est nécessaire de les exprimer sous forme géométrique pour les intégrer à l'algorithme de calcul du trajet d'usinage.

Une autre contrainte se situe au niveau des formats d'interpolation de trajectoire. Le trajet calculé doit être directement interprétable par la commande numérique, sans qu'il soit nécessaire de procéder à une nouvelle interpolation, qui engendrerait un risque d'oscillation et une augmentation de l'erreur au contour. Par conséquent, le format d'interpolation retenu est le format Bspline de degré 3. L'augmentation du degré des courbes peut être envisagée, lorsque les directeurs de commande numérique pourront interpréter de telles courbes.

Dans le cadre de nos travaux, nous cherchons à respecter ces contraintes en contrôlant le trajet pour obtenir un usinage en avalant et des variations d'engagement radial comprises entre deux bornes fixées par le programmeur en fonction des puissances de coupe moyennes et maximales souhaitées.

3 Méthode de calcul par algorithmes géométriques

La première méthode développée est basée sur l'application directe des trois règles géométriques de construction de trajets. Cette méthode se divise en trois parties :

- calcul des courbes offset à la courbe frontière de la poche pour générer les différentes passes d'usinage,
- adaptation des rayons de raccordement à chaque changement de direction pour maximiser les rayons de courbure tout en respectant une distance entre passes maximale,
- interpolation des passes obtenues par courbes Bspline de degré 3 pour obtenir un trajet d'usinage continu en courbure.

Ainsi, la méthode permet d'obtenir des trajets d'usinage respectant les règles géométriques de calcul et utilisant des algorithmes déjà connus [Pateloup & al 04]. Nous considérons dans la suite des travaux que les deux premières parties de la méthode sont groupées dans une étape dite géométrique du calcul du trajet car elles visent à définir la géométrie du parcours. La dernière partie est appelée étape polynomiale car elle permet de transformer le trajet géométrique en une ou plusieurs courbes polynomiales continues en courbure.

Dans un premier temps, nous développons une méthode de calcul du raccordement d'un changement de direction composé de deux segments de droite et respectant les contraintes de conception, de fabrication et de précision souhaitées (paragraphe 3.1). Pour cela, nous mettons en place un nouveau paramètre nommé distance maximale entre passes d_{pmax} . Ensuite, nous nous intéressons au calcul d'un trajet d'usinage continu C2, en utilisant les méthodes usuelles d'interpolation et d'approximation de courbes polynomiales (paragraphe 3.2). Enfin, nous en analysons la performance (paragraphe 3.2.4).

3.1 Etape géométrique de construction du trajet

L'étape géométrique a pour objectif de fournir un trajet géométrique composé de lignes droites et d'arcs de cercle respectant les contraintes de conception et de fabrication, mais aussi maximisant les rayons de courbure tout au long du trajet.

En conséquence, nous utilisons comme trajet initial un trajet par « contours parallèles » calculé à partir des courbes offset de la frontière de la poche. Nous garantissons ainsi un usinage en avalant et une longueur de trajet d'usinage assez proche de la longueur minimale. La distance entre passes est donnée afin de respecter une puissance consommée moyenne à la broche. Ensuite, nous cherchons à modifier les changements de direction décrits par angles vifs pour lisser les variations d'engagement radial et maximiser les rayons de courbure (Figure 3-1).

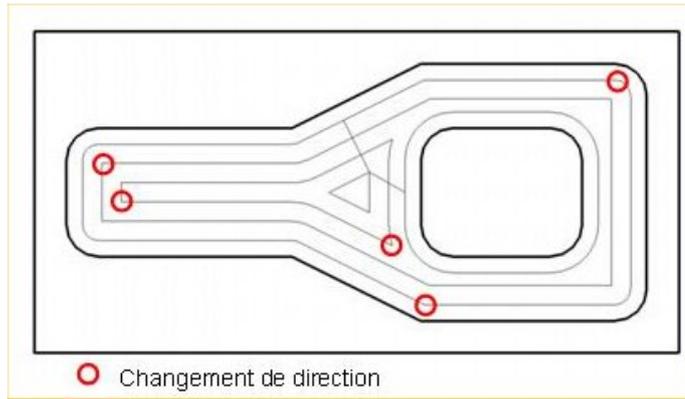


Figure 3-1 : Calcul d'un trajet par « contours parallèles »

Pour cela, nous introduisons des rayons de raccordement à chaque changement de direction du trajet d'usinage. Mais comme nous l'avons montré en fin du chapitre 2, le simple ajout d'un rayon de raccordement ne permet pas systématiquement de diminuer le temps d'usinage et n'assure pas une variation d'engagement radial limitée. Nous décidons donc de contrôler chaque rayon de raccordement du trajet d'usinage pour assurer un engagement radial maximal donné.

Ainsi nous introduisons un nouveau paramètre nommé d_{pmax} , contrôlant la valeur de la distance maximale entre deux passes consécutives (Figure 3-2). Celui-ci permet alors une évolution de la valeur des rayons de raccordement à chaque changement de direction selon l'équation (3-5) [Pateloup & al 03b].

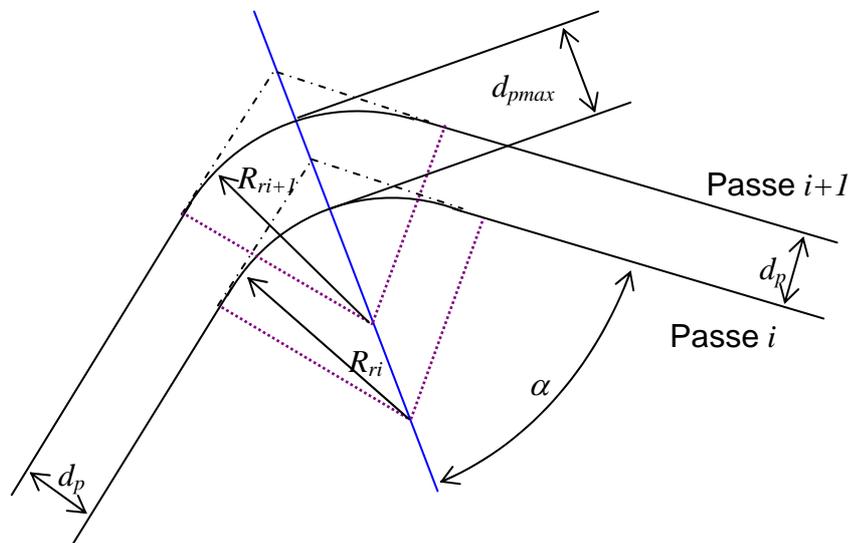


Figure 3-2 : Construction des rayons de raccordement successifs respectant d_{pmax}

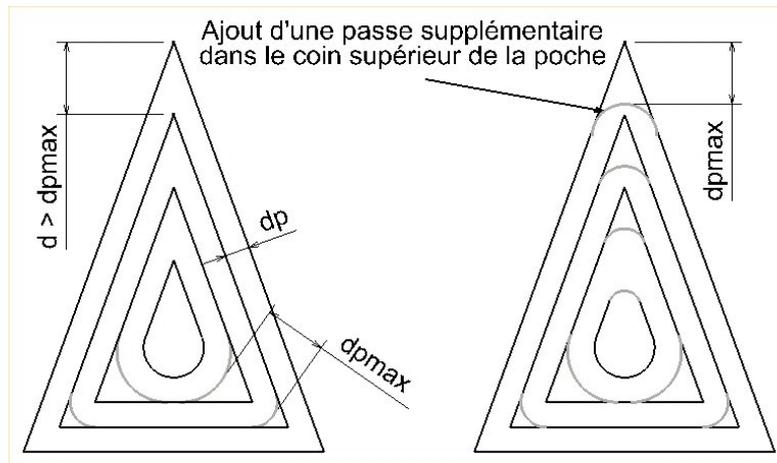
$$R_{ri+1} = \frac{d_p + R_{ri} \cdot (1 - \sin(\alpha)) - d_{pmax} \cdot \sin(\alpha)}{1 - \sin(\alpha)} \quad (3-5)$$

Suivant les valeurs de α , d_p et d_{pmax} , il existe deux possibilités d'évolution des rayons :

- soit $d_{pmax} \cdot \sin(\alpha) < d_p$ et ainsi $R_{r+1} > R_{ri}$, les rayons de raccordement doivent être augmentés à chaque nouvelle passe d'usinage se rapprochant de la frontière de la poche et il existe des coins de la poche non couverts par le passage de l'outil,

- soit $d_{pmax} \cdot \sin(\alpha) > d_p$ et ainsi $R_{r+1} < R_{ri}$, les rayons de raccordement peuvent être diminués à chaque nouvelle passe d'usinage se rapprochant de la frontière de la poche et aucun problème de couverture n'est à envisager.

Pour illustrer ces deux cas, nous appliquons la méthode à un trajet d'usinage d'une poche dont la topologie est celle d'un triangle isocèle (Figure 3-3). Dans cet exemple, deux des trois changements de direction possèdent des angles d'ouverture supérieurs au troisième changement de direction. Les valeurs des paramètres d_p et d_{pmax} ne permettent de faire diminuer les rayons de raccordement que pour ces deux changements de direction. Pour le troisième changement de direction, les rayons de raccordement doivent être augmentés et une passe d'usinage ajoutée pour palier le problème de recouvrement.



d_{pmax} assez grand : recouvrement correct

d_{pmax} trop petit : problème de recouvrement

Figure 3-3 : Application de la notion de distance maximale entre passes

3.1.1 Mise en place des courbes offset

Nous utilisons la méthode des diagrammes de Voronoï pour calculer l'ensemble des courbes offset à la courbe frontière d'une poche. Si le squelette de Voronoï contient un point de dégénérescence, nous découpons la poche en plusieurs entités poches [Held 91a], [Hatna et al 98], [Held 98].

Les courbes offset sont calculées depuis la frontière jusqu'au centre de la poche. La première courbe offset générée sert à calculer le trajet extérieur de l'évidement de poche. Elle est distante du rayon de l'outil de la courbe frontière augmentée de la surépaisseur de la passe de finition sur le contour de la poche si elle existe.

L'étude du diagramme de Voronoï utilisé pour construire les courbes offsets à une courbe initiale montre que la distance offset d_{offset} varie aux points extrémités de chaque segment élémentaire composant la courbe offset (Figure 3-4). A chaque changement de direction nous avons la relation :

$$d_{offsetmax} = \max \left(\frac{d_{offset}}{\sin(\alpha_i)}, i = 1..nombre\ de\ changements\ de\ direction \right) \quad (3-6)$$

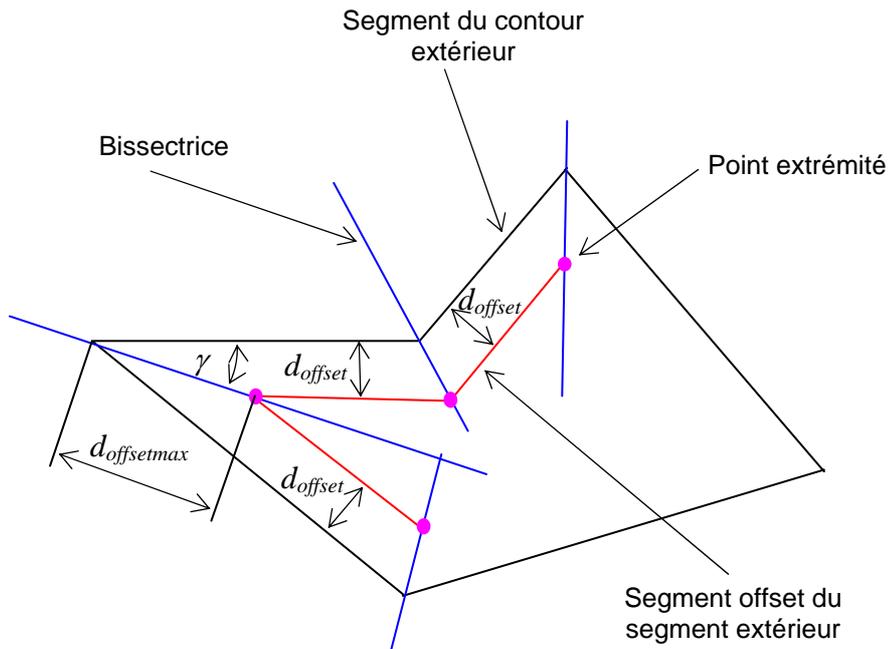


Figure 3-4 : Evolution des distances offset au changement de direction

Nous retrouvons le problème lié à l'évolution des rayons de raccordement au changement de direction. En effet, la distance à couvrir à chaque point extrémité de la poche peut être nettement supérieure à la distance offset programmée. Ainsi, un problème de recouvrement et d'enlèvement de matière peut apparaître à chaque changement de direction.

Pour connaître la distance entre passes maximale induite $d_{pmaxind}$ dans le cas d'un trajet classique d'évidement de poche par contours parallèles, nous appliquons cette analyse à un parcours d'évidement de poche par contours parallèles ; nous montrons que $d_{pmaxind} = \frac{d_p}{\sin(\gamma)}$ où

γ désigne le plus petit demi angle du profil de la poche (Figure 3-4). Ce type de trajet induit donc une variation de la distance entre passes à chaque changement de direction donc le rapport est égal à $1 / \sin(\gamma)$.

3.1.2 Raccordement des changements de direction

La deuxième étape de la méthode consiste alors à mettre en place des rayons de raccordement à chaque changement de direction. Cela permet de modifier à la fois la vitesse instantanée et l'engagement radial de l'outil.

Concernant la vitesse instantanée, le point limitant est le franchissement des discontinuités en courbure au raccordement entre arcs de cercle et lignes droites. Ces discontinuités doivent être éliminées par l'utilisation de l'interpolation polynomiale du trajet. C'est donc la valeur du rayon de courbure le long du raccordement qui limite la vitesse de passage. Plus la valeur du rayon est importante, plus la vitesse instantanée au raccordement est grande. Quant à l'engagement radial de l'outil au raccordement, la mise en place d'un rayon de raccordement procure une évolution continue.

Pour connaître l'influence du paramètre d_{pmax} sur l'évolution de l'engagement radial de l'outil, une étude théorique de l'évolution de l'engagement radial durant un changement de direction d'usinage est réalisée pour différentes valeurs de d_{pmax} .

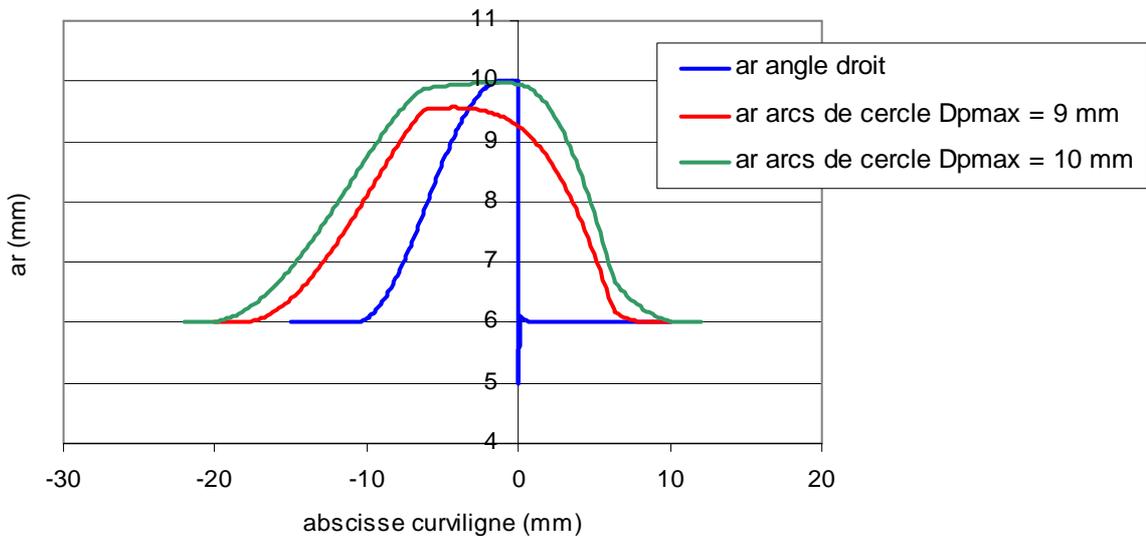


Figure 3-5 : Evolution de l'engagement radial ($R_{outil} = 5\text{mm}$, $d_p = 6\text{ mm}$)

Nous observons que la mise en place d'un rayon de raccordement apporte une évolution continue de l'engagement radial entre les valeurs de d_p et d_{pmax} si le rayon de changement de direction est suffisamment important. L'engagement radial maximal n'est supérieur à d_{pmax} que de 5% pour un rayon de raccordement de 6 mm. Nous considérons désormais que l'engagement radial est contrôlé par les valeurs de d_p et d_{pmax} . Ainsi, l'outil usine sur l'ensemble de son diamètre uniquement si la distance maximale entre passes est choisie égale au diamètre de l'outil.

La valeur de d_{pmax} étant fixée par les contraintes de fabrication, la valeur du rayon de raccordement de chaque changement de direction peut être calculée en fonction de l'angle d'ouverture du changement de direction et du rayon de raccordement de la passe précédente selon l'équation (3-5). Dans ce cas, la variation de distance entre passes entre d_p et d_{pmax} permet d'adapter les trajets d'usinage à la cinématique des machines outils UGV

Selon la formule (3-5), deux cas d'évolution possibles des rayons de raccordement apparaissent :

- Cas n°1 : R_{ri+1} ne peut pas être inférieur à R_{ri} car $\frac{d_{pmax}}{d_p} < \frac{1}{\sin(\alpha)}$. Dans cette configuration,

les variations d'engagement radial sont faibles. Il y a augmentation des rayons de raccordement à chaque nouvelle passe de l'intérieur vers l'extérieur et Il faut ajouter des passes dans les coins de la poche, pour couvrir totalement celle-ci. Il s'agit d'un cas où l'outil ne peut pas supporter de grandes variations d'engagement radial. Il est alors nécessaire de calculer le rayon de raccordement maximal qui vérifie que l'engagement radial maximal n'est pas dépassé, et qui produit la vitesse instantanée de l'outil la plus grande possible.

- Cas n°2 : R_{ri+1} peut être inférieur à R_{ri} car $\frac{d_{pmax}}{d_p} > \frac{1}{\sin(\alpha)}$: Dans cette configuration les

variations d'engagement radial sont importantes mais continues. Il y a une diminution possible des rayons de raccordement à chaque nouvelle passe de l'intérieur vers l'extérieur qui permet de rapprocher les passes de la frontière extérieure de la poche et la couvrir complètement sans passe supplémentaire. Il s'agit du cas où l'outil peut supporter de grandes variations de l'engagement radial. Ceci permet d'assurer une vitesse instantanée de l'outil supérieure et donc une diminution du temps d'usinage.

Nous illustrons les deux cas d'évolution possibles des rayons de raccordement sur une poche de forme carrée de 100 x 100 mm usinée avec un outil de diamètre 10 mm dans les 3 configurations suivantes :

- configuration n°1 : $d_p = 6$ mm et variations d'engagement radial inférieures à 10%. Par conséquent nous fixons $d_{pmax} = 6,6$ mm. Nous travaillons dans le cas n°1 : besoin de 3 passes supplémentaires dans les coins et $d_{pini} = 3$ mm;

- configuration n°2 : $d_p = 9,5$ mm et variations d'engagement radial importantes acceptées. Nous fixons $d_{pmax} = 10$ mm. Nous travaillons dans le cas n°1 : besoin de 2 passes supplémentaires dans les coins et $d_{pini} = 9$ mm,

- configuration n°3 : $d_p = 6$ mm et variations d'engagement radial importantes acceptées. Par conséquent nous fixons $d_{pmax} = 10$ mm. Nous travaillons dans le cas n°2 : pas de passes supplémentaires dans les coins et $d_{pini} = 3$ mm.

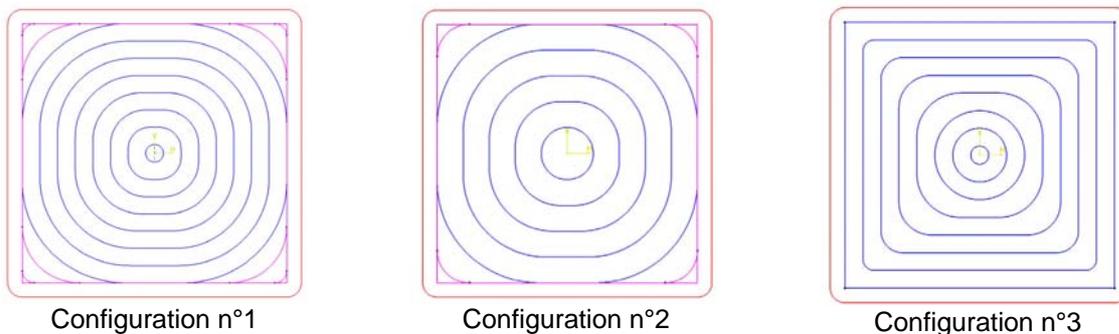


Figure 3-6 : Application du calcul géométrique sur différentes configurations

Sur la Figure 3-6, la frontière externe de la poche est représentée en rouge, les passes initiales usinant l'ensemble de la surface en bleu et les passes de reprise dans les coins en magenta.

3.1.3 Calcul du nombre de passes

Il apparaît donc que le rapport $\frac{d_{pmax}}{d_p}$ conditionne la couverture totale de la surface intérieure à la frontière de la poche pour un nombre donné de passes. Si la surface n'est pas totalement couverte, il faut ajouter des passes dans les coins. Soit n_1 le nombre de passes souhaité, n_2 le nombre de passes dans les coins de la poche, d_{pini} la distance de la première passe au centre du diagramme de Voronoï et $d_{pmaxini}$ la distance maximale initiale entre passes (Figure 3-7).

L'équation (3-7) donne la relation entre d_p , d_{pmax} , d_{pini} , $d_{pmaxini}$, n_1 et n_2 afin de couvrir totalement la surface intérieure de la poche présentée Figure 3-7.

$$d_{pini} + (n_1 - 1).d_p = h$$

$$d_{pmaxini} + (n_2 - 1).d_{pmax} = \frac{h}{\sin(\alpha)} \tag{3-7}$$

$$n_1 = n_2 \Rightarrow \frac{d_{pmax}}{d_p} = \frac{h / \sin(\alpha) - d_{pmaxini}}{h - d_{pini}}$$

Dans certaines configurations, il est possible de modifier le rapport $\frac{d_{pmaxini}}{d_{pini}}$ afin de ne pas ajouter une passe supplémentaire.

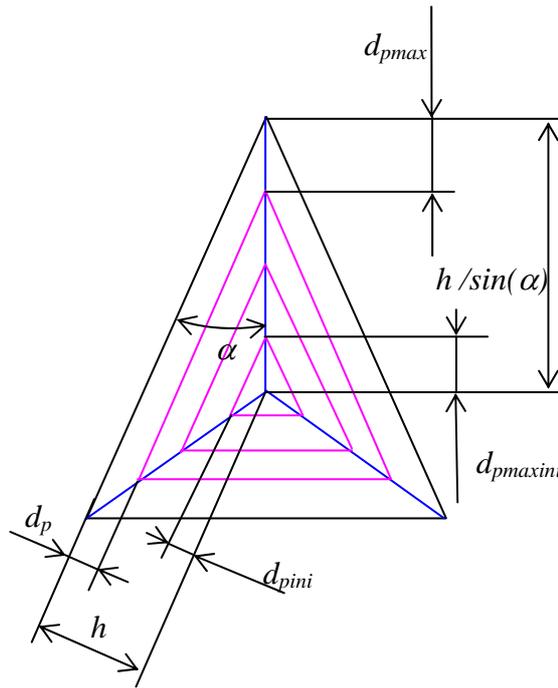


Figure 3-7 : Influence des paramètres sur la couverture totale d'une surface

3.1.4 Cas des changements de passe

Le cas des changements de passe peut être étudié de la même manière. Initialement les liaisons entre passes sont des segments de droites. Il est possible des les remplacer par un enchaînement de deux arcs de cercle ou par une Bspline (Figure 3-8) [Chanal 03]. Dans ce cas, la valeur du rayon de courbure est calculée pour respecter d_{pmax} et atteindre la vitesse de consigne. Par contre, une valeur trop importante peut produire à la fois des trajets incohérents au centre de la poche et augmenter la longueur de la dernière passe. Une étude particulière devient nécessaire. Dans le chapitre 4, nous proposons une autre approche basée sur la construction d'un « déroulé » qui supprime toutes les discontinuités le long du parcours d'outil.

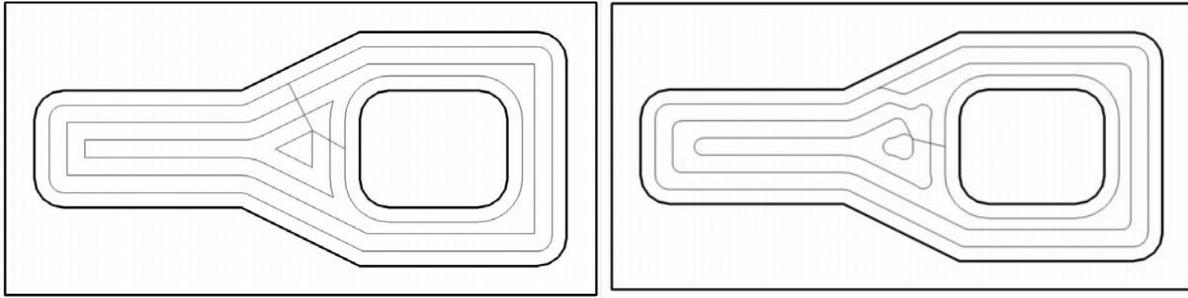


Figure 3-8 : Adaptation des changements de passe

3.2 Etape polynomiale de construction du trajet

Connaissant la forme géométrique du parcours, il reste à appliquer la dernière règle géométrique de construction d'un trajet minimisant le temps d'usinage. Celle-ci préconise de calculer un trajet ne possédant pas de discontinuité en courbure. Pour cela nous souhaitons le décrire à l'aide de courbes polynomiales de degré trois dont une propriété est d'être continues C2 sur chaque courbe. Ainsi, l'ensemble des discontinuités en courbure générées par la mise en place d'arcs de cercle et de lignes droites est supprimé par l'interpolation du trajet par une courbe polynomiale de degré trois.

Nous utilisons des courbes de type Bspline de degré trois directement interprétables par le directeur de commande numérique. Le degré des courbes Bspline pourrait être supérieur à trois pour amener un degré de continuité supérieur mais les directeurs de commande numérique actuels ne peuvent pas encore interpréter les courbes de degré supérieur à trois [Siemens 04-3], [Renton, Elbestanwi 00].

3.2.1 Mise en place de courbes continues C2 sur la géométrie exacte

Pour calculer les courbes Bspline permettant de décrire la géométrie du parcours d'usinage, il existe deux méthodes usuelles basées sur l'interpolation ou l'approximation d'une série de points [Piegl, Tiller 98]. Pour cela, notre parcours géométrique doit être discrétisé, puis approché par un ensemble de courbes Bspline.

La méthode par interpolation est basée sur le principe du choix de points de passage parmi les points du parcours discrétisé, puis le calcul de la courbe Bspline passant par ces points. La méthode par approximation utilise le principe de passage au mieux de l'ensemble des points avec utilisation d'un critère d'erreur (Figure 3-9). Le critère de la somme des distances au carré de la courbe à la série de points est généralement utilisé.

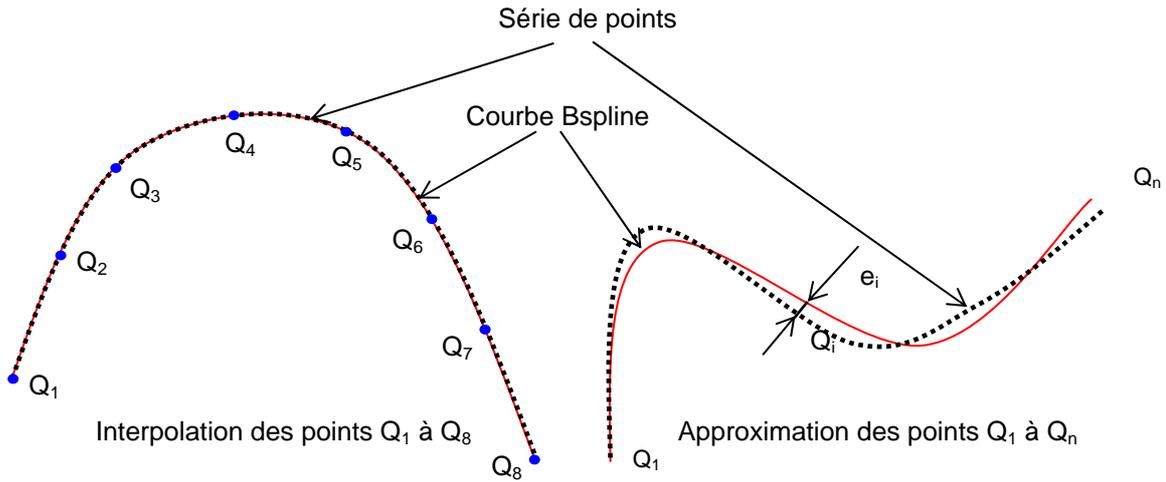


Figure 3-9 : Interpolation et approximation d'une série de points

3.2.1.1 Interpolation du parcours géométrique

Une courbe Bspline non uniforme est définie par [Léon 91] :

- le degré $m = 3$ et l'ordre $k = m + 1$ de la courbe,
- le polygone caractéristique $P_n = \{P_0, P_1, \dots, P_n\}$ avec $n > m$,
- la séquence nodale $\{u_0, u_1, \dots, u_{n+m+1}\}$, les k premiers nœuds et les k derniers nœuds sont identiques.

La forme de son équation paramétrique est alors :

$$\overline{OC}(u) = \sum_{i=0}^n \overline{OP}_i N_{i,m}(u) \quad u \in [u_0, u_{n+k}] \quad (3-8)$$

Les fonctions $N_{i,m}$ sont des fonctions de mélange de degré m définies sur l'intervalle $[u_0, u_{n+k}]$.

Elles sont construites par la relation de récurrence :

$$\begin{aligned} N_{i,m}(u) &= \frac{u - u_i}{u_{i+m} - u_i} N_{i,m-1}(u) & u \leq u_{i+1} \\ N_{i,m}(u) &= \frac{u - u_i}{u_{i+m} - u_i} N_{i,m-1}(u) + \frac{u_{i+m+1} - u}{u_{i+m+1} - u_{i+1}} N_{i+1,m-1}(u) & u_{i+1} \leq u \leq u_{i+m} \\ N_{i,m}(u) &= \frac{u_{i+m+1} - u}{u_{i+m+1} - u_{i+1}} N_{i+1,m-1}(u) & u \geq u_{i+m} \\ N_{i,0}(u) &= 1 & u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ N_{i,0}(u) &= 0 & u \leq u_i \quad \text{ou} \quad u_{i+1} \leq u \end{aligned} \quad (3-9)$$

Cette courbe possède les propriétés intrinsèques de passer par les extrémités du polygone caractéristique et d'être tangente aux cotés extrêmes du polygone.

$$\frac{d\overline{OC}}{du}(u_0) = \frac{m}{u_4 - u_0} (\overline{P_0 P_1}) \quad \frac{d\overline{OC}}{du}(u_n) = \frac{m}{u_{n+m+1} - u_{n+1}} (\overline{P_{n-1} P_n}) \quad (3-10)$$

L'interpolation de l'ensemble des $p+1$ points Q_i revient alors à chercher la séquence nodale u_i , les pôles P_i et les valeurs du paramètre μ_i d'une courbe dont le degré m est fixé de telle manière que :

$$\overline{OQ_i} = \overline{OC(\mu_i)} = \sum_{i=0}^p N_{i,m}(\mu_i) \overline{OP_i} \quad i = 0, \dots, p \quad (3-11)$$

Généralement les valeurs du paramètre μ_i sont choisies suivant l'une des trois méthodes suivantes :

- méthode par « équi-répartition »,
- méthode par « longueur de corde »,
- méthode « centripète ».

Pour la méthode par « équi-répartition », nous obtenons :

$$\mu_0 = 0 \quad \mu_p = 1 \quad \mu_k = \frac{k}{p} \quad \text{avec } k = 1, \dots, n-1 \quad (3-12)$$

Les différents nœuds de la séquence nodale sont alors donnés par :

$$u_0 = \dots = u_m = 0 \quad u_{n+1} = \dots = u_{n+m+1} = 1 \quad u_{j+m} = \frac{j}{p-m+1} \quad \text{avec } j = 1, \dots, p-m \quad (3-13)$$

Cette méthode n'est recommandée que lorsque les points de passage à interpoler sont équidistants. Dans tous les autres cas, cette répartition risque d'entraîner l'apparition de boucles sur la courbe Bspline. La méthode par « longueur de corde », qui tient compte de la distance entre les points de passage, est alors utilisée :

$$d = \sum_{k=1}^p \|\overline{OQ_k} - \overline{OQ_{k-1}}\| \quad \mu_0 = 0 \quad \text{et} \quad \mu_p = 1 \quad (3-14)$$

$$\mu_k = \mu_{k-1} + \frac{\|\overline{OQ_k} - \overline{OQ_{k-1}}\|}{d} \quad \text{avec } k = 1, \dots, n-1$$

C'est la méthode la plus utilisée et généralement la plus efficace [Piegl, Tiller 98]. Dans le cas où la série de points possède de grandes variations de courbure, la méthode nommée méthode « centripète » peut être utilisée [Lee 89] :

$$d = \sum_{k=1}^p \sqrt{\|\overline{OQ_k} - \overline{OQ_{k-1}}\|} \quad \mu_0 = 0 \quad \text{et} \quad \mu_p = 1 \quad (3-15)$$

$$\mu_k = \mu_{k-1} + \frac{\sqrt{\|\overline{OQ_k} - \overline{OQ_{k-1}}\|}}{d} \quad \text{avec } k = 1, \dots, n-1$$

Pour les deux dernières méthodes, le calcul des nœuds de la séquence nodale est donné par :

$$u_0 = \dots = u_m = 0 \quad u_{n+1} = \dots = u_{n+m+1} = 1 \quad u_{j+m} = \frac{1}{p} \sum_{i=j}^{j+m-1} \mu_i \quad \text{avec } j = 1, \dots, p-m \quad (3-16)$$

Dans le cas de la méthode « centripète », les nœuds de la séquence nodale reflètent la répartition des points de passage.

Connaissant la séquence nodale u_i et les valeurs du paramètre μ_i , il reste alors à calculer les $n+1$ pôles P_i . L'équation (3-11) s'écrit alors $M.P_i = Q_i$:

$$\begin{bmatrix} N_{0,m}(\mu_0) & N_{1,m}(\mu_0) & \dots & N_{i,m}(\mu_0) & \dots & N_{p,m}(\mu_0) \\ N_{0,m}(\mu_1) & N_{1,m}(\mu_1) & \dots & N_{i,m}(\mu_1) & \dots & N_{p,m}(\mu_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{0,m}(\mu_j) & N_{1,m}(\mu_j) & \dots & N_{i,m}(\mu_j) & \dots & N_{p,m}(\mu_j) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{0,m}(\mu_p) & N_{1,m}(\mu_p) & \dots & N_{i,m}(\mu_p) & \dots & N_{p,m}(\mu_p) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_{P_0} & Y_{P_0} & Z_{P_0} \\ X_{P_1} & Y_{P_1} & Z_{P_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{P_i} & Y_{P_i} & Z_{P_i} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{P_n} & Y_{P_n} & Z_{P_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{Q_0} & Y_{Q_0} & Z_{Q_0} \\ X_{Q_1} & Y_{Q_1} & Z_{Q_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{Q_i} & Y_{Q_i} & Z_{Q_i} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{Q_n} & Y_{Q_n} & Z_{Q_n} \end{bmatrix} \quad (3-17)$$

Les pôles P_i sont alors calculés en inversant la matrice M .

3.2.1.2 Approximation du parcours géométrique

L'approximation d'une série de points permet de construire une courbe qui peut tenir compte d'un grand nombre de points en passant au mieux de ceux-ci. Contrairement à l'interpolation, la courbe ne passe pas exactement par les points mais minimise un critère de distance par rapport à la série de points (Figure 3-9). Le critère le plus souvent utilisé est celui des moindres carrés car il est simple à mettre en œuvre [Piegl, Tiller 98].

Considérons l'ensemble des $p+1$ points Q_i et une courbe Bspline $\overline{OC}(u)$ définie par l'équation (3-8). Nous avons $p > n$ et la courbe peut avoir été calculée par interpolation d'une partie des points Q_i . Après avoir choisi un paramétrage de tous les points Q_i , nous calculons la distance du point Q_i au point de la courbe associé au paramètre calculé. Il faut alors minimiser la somme des carrés des distances pour passer au mieux de la série de points (équation (3-18)).

$$\begin{aligned} w &= \sum_{j=0}^p \left(\sum_{i=0}^n N_{i,m}(\mu_j) P_i - Q_j \right)^2 \\ w &= \sum_{j=0}^p \left(\sum_{i=0}^n N_{i,m}(\mu_j) X_{P_i} - X_{Q_j} \right)^2 + \sum_{j=0}^p \left(\sum_{i=0}^n N_{i,m}(\mu_j) Y_{P_i} - Y_{Q_j} \right)^2 + \sum_{j=0}^p \left(\sum_{i=0}^n N_{i,m}(\mu_j) Z_{P_i} - Z_{Q_j} \right)^2 \end{aligned} \quad (3-18)$$

Comme w est formé d'une somme de carrés, la minimisation de w passe par la minimisation de chaque terme de la somme. Dérivons donc le premier terme par rapport à X_{P_k} , coordonnée du pôle P_k .

$$\frac{\partial w}{\partial X_{P_k}} = \sum_{j=0}^p 2N_{k,m}(\mu_j) \left(\sum_{i=0}^n N_{i,m}(\mu_j) X_{P_i} - X_{Q_j} \right) \quad (3-19)$$

En annulant ce terme, nous obtenons :

$$0 = \frac{\partial w}{\partial X_{P_k}} = \sum_{j=0}^p N_{k,m}(\mu_j) \left(\sum_{i=0}^n N_{i,m}(\mu_j) X_{P_i} - X_{Q_j} \right) = \sum_{i=0}^n \left(\sum_{j=0}^p N_{k,m}(\mu_j) N_{i,m}(\mu_j) X_{P_i} - \sum_{j=0}^p N_{k,m}(\mu_j) X_{Q_j} \right) \quad (3-20)$$

Nous aboutissons alors à un ensemble d'équations linéaires dont les inconnues sont les coordonnées des pôles et les données, les coordonnées des points Q_i .

3.2.2 *Choix de la série de points*

Avant de réaliser le calcul d'interpolation ou d'approximation, il faut sélectionner une série de points appropriée. Certains travaux préconisent de détecter une série de points dite « continue C2 » afin de réaliser un interpolation cohérente [Duc 98]. L'utilisation de cette méthode implique le découpage de chaque passe d'usinage en un ensemble de lignes droites et d'arcs de cercle, comme lors de la description du trajet d'usinage par une interpolation linéaire et circulaire. Dans cette perspective, tout l'intérêt de l'interpolation polynomiale est alors annulé par le découpage des séries de points. En effet, une courbe Bspline est continue C2 sur toute sa longueur mais aucune continuité n'est naturellement assurée entre deux courbes. De nombreux travaux portent sur la connexion avec continuité C1 entre deux courbes mais aucun ne traite d'une connexion avec continuité C2 [Piegl, Tiller 98] qu'il faudrait assurer pour chaque courbe pour obtenir une continuité C2 du trajet d'usinage sur l'ensemble d'une passe.

Nous préférons réaliser l'interpolation et l'approximation complète d'une passe d'usinage afin d'obtenir par le calcul une passe continue C2 directement. L'objectif final étant d'interpoler en une fois l'ensemble du trajet d'usinage, comprenant les différentes passes et les changements de passe.

3.2.3 *Mise en oeuvre des deux méthodes*

Afin de comparer les deux méthodes, nous décidons de les appliquer à une passe d'usinage comportant quatre changements de direction avec des rayons de raccordement de 7 mm. Dans les deux cas, nous utilisons une répartition centripète des paramètres d'interpolation.

Les outils utilisés pour évaluer les courbes obtenues sont :

- la distance de chaque point de la série de points à la courbe,
- le nombre de pôles utilisés,
- l'évolution de la courbure.

Ces différents outils d'évaluation servent alors à estimer :

- l'erreur entre la série de points et la courbe appelée erreur d'interpolation ou d'approximation,
- l'oscillation de la courbe le long du trajet théorique.

Ces deux critères permettent de juger de la cohérence de la courbe obtenue. En effet, il est essentiel pour la courbe obtenue de ne pas osciller afin de ne pas solliciter l'ensemble des éléments de la cellule d'usinage et d'avoir une erreur maximale suffisamment faible pour garantir la précision spécifiée par le programmeur dans le logiciel de FAO.

Grâce à ces trois outils, nous pouvons ainsi estimer les avantages et inconvénients de chaque méthode, vis-à-vis de nos deux critères de performance.

3.2.3.1 *Interpolation de la passe d'usinage*

Nous testons l'interpolation d'une passe d'usinage dans différentes configurations de nombre de pôles et de choix des points de passage (Tableau 3-1).

	Essai n°1	Essai n°2	Essai n°3	Essai n°4	Essai n°5	Essai n°6
Nombre de pôles	25	50	200	41	109	109
Equi-répartition des points de passage	Oui	Oui	Oui	Non	Oui	Non

Tableau 3-1 : Récapitulatif des essais d'interpolation

Nous réalisons une première interpolation de la passe d'usinage avec une répartition uniforme des points de passage tous les 10 mm (Figure 3-10).

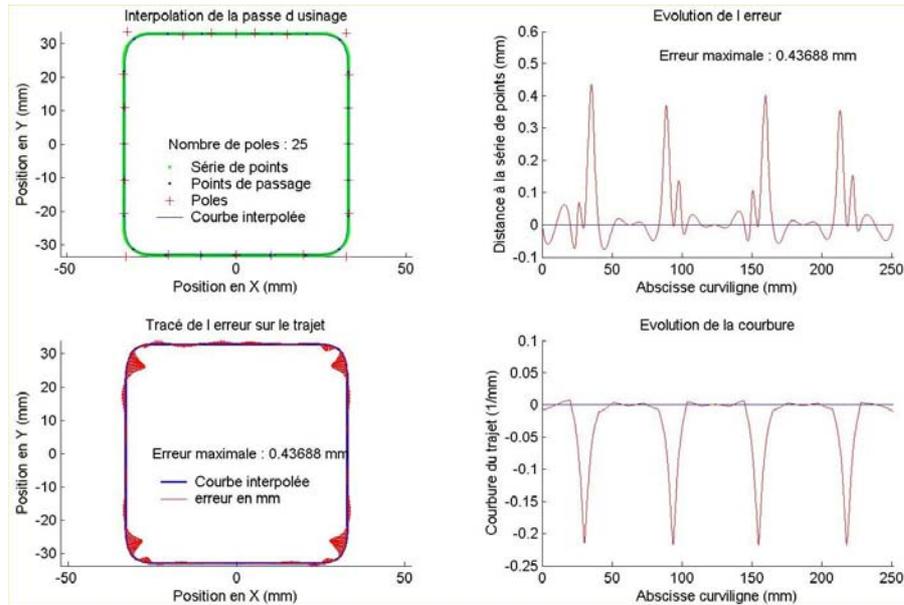


Figure 3-10 : Interpolation d'une passe d'usinage – Essai n°1

L'interpolation de la passe d'usinage montre que :

- l'erreur est importante en début et en fin d'interpolation, ainsi qu'aux différents raccordements entre les arcs de cercle et les lignes droites,
- la courbure possède des changements de signe, synonymes d'oscillation de la courbe et d'un polygone caractéristique non convexe.

En doublant le nombre de points de passage, nous éliminons les oscillations en début et en fin de courbe. Cependant les perturbations dues aux différentes discontinuités en courbure de la série de points se ressentent toujours en terme d'erreur et d'oscillation de la courbe interpolée (Figure 3-11). Dans cette configuration, la courbure de la courbe interpolée est encore très perturbée et la valeur de la courbure aux différents changements de direction est incorrecte.

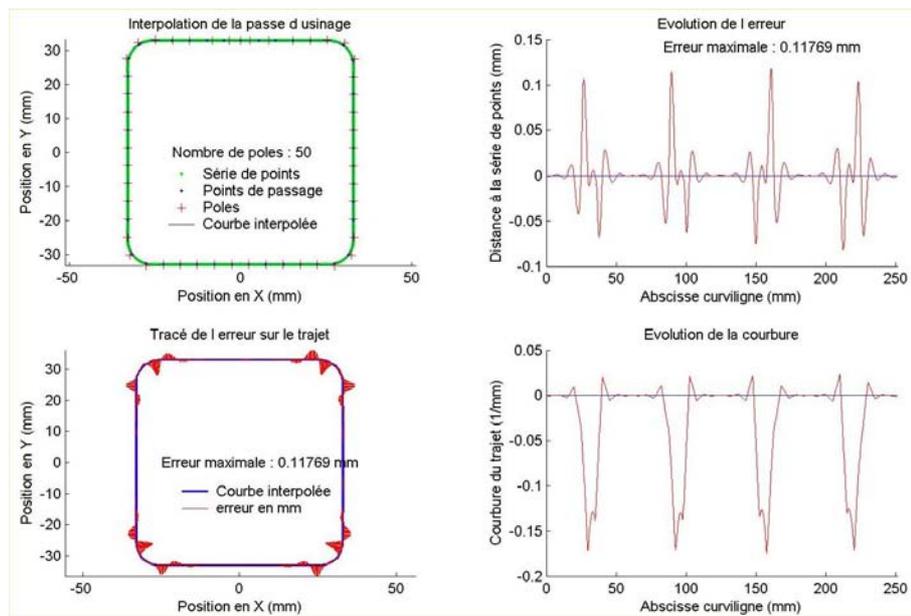


Figure 3-11 : Interpolation d'une passe d'usinage – Essai n°2

Le choix de 200 points de passage, soit un point de passage tous les 1,25 mm, ne modifie que l'amplitude de l'erreur et ne permet pas d'annuler les oscillations de la courbe interpolée. Cela signifie que cette méthode n'est pas adaptée à notre problème. Cependant, l'évolution de la courbure se rapproche de celle attendue (Figure 3-12).

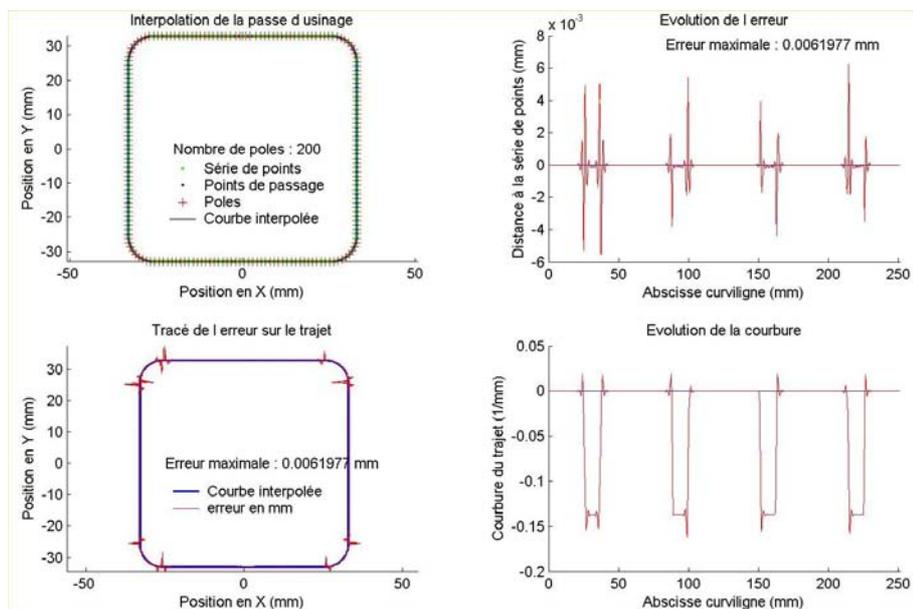


Figure 3-12 : Interpolation d'une passe d'usinage – Essai n°3

Dans ce cas, le nombre de points de passage mis en place sur chaque ligne droite est trop important, nous décidons donc de choisir les points de passage suivant un double critère de :

- distance entre deux points de passage d_1 ,
- erreur de corde maximale entre le segment donné par deux points de passage consécutifs et la série de points d_2 [Duc 98].

Nous obtenons la courbe présentée Figure 3-13. Ce choix des points de passage produit une erreur répartie sur l'ensemble de la passe d'usinage et une évolution assez correcte de la courbure sans toutefois éliminer les oscillations de la courbe.

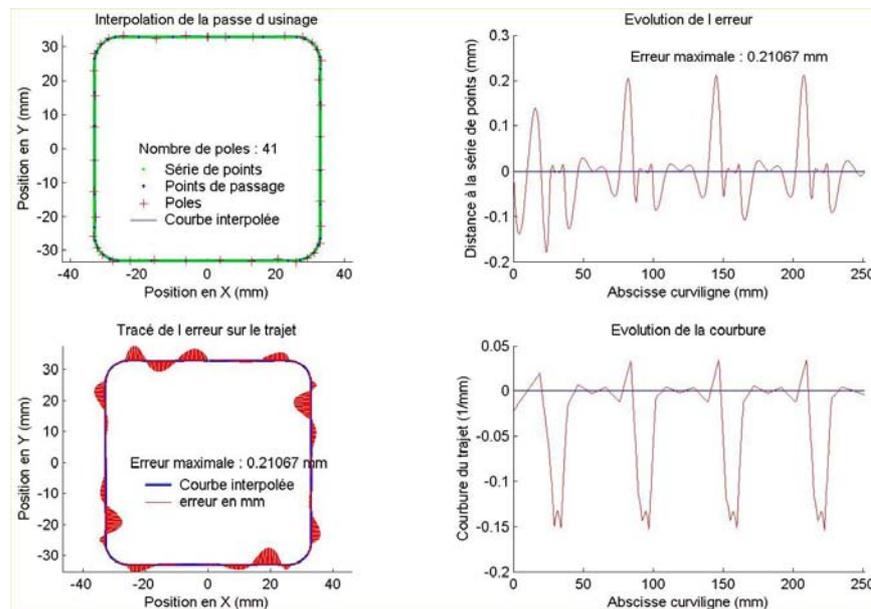


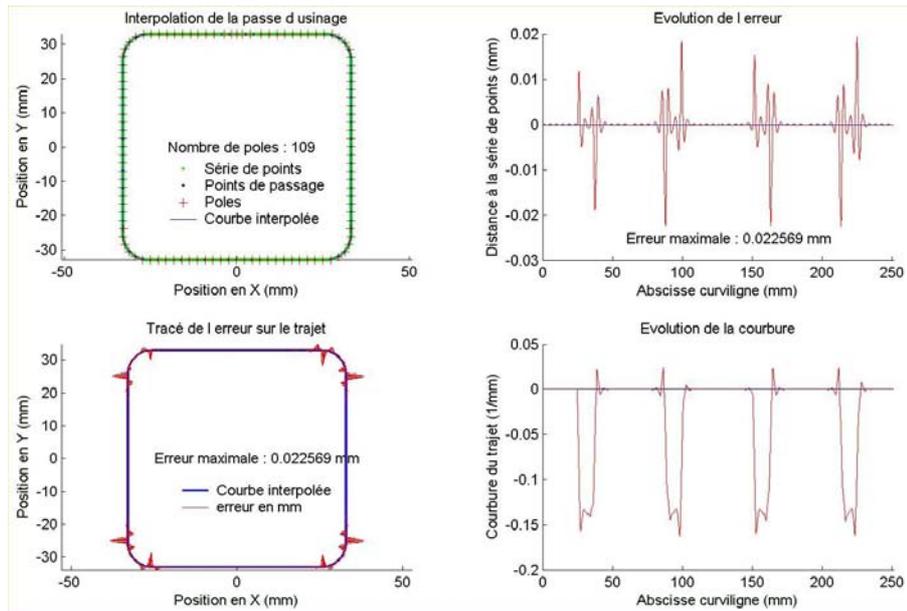
Figure 3-13 : Interpolation d'une passe d'usinage – Essai n°4 – $d_1 = 10$ mm et $d_2 = 0,1$ mm

Cette méthode de choix des points de passage n'apporte toutefois pas un gain important en terme d'erreur par rapport à une série de points de passage équi-répartis.

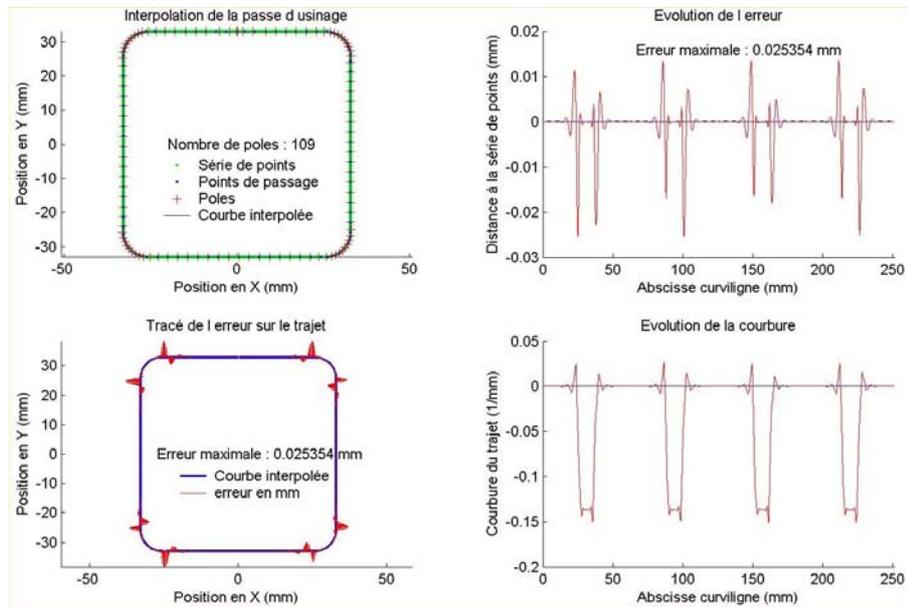
Une comparaison est donc réalisée avec la méthode d'équi-répartition des points de passage. Pour un choix de 109 points de passage, nous observons une erreur légèrement supérieure par la méthode de répartition par erreur de corde (Figure 3-14). Dans les deux cas, l'erreur maximale est proche de 0,02 mm. Les évolutions de l'erreur et de la courbure sont sensiblement identiques pour les deux méthodes. La principale perturbation est observée au raccordement entre les lignes droites et les arcs de cercle.

La densification des points de passage sur les parties courbes de la série de points n'apporte aucune stabilisation de l'interpolation. La perturbation amenée par la discontinuité en courbure ne peut être éliminée. Les bénéfices de la méthode de choix de points de passage par erreur cordale sur une portion de trajet continu C2, proposée par Duc, ne se retrouvent pas dans le contexte de notre problème d'interpolation.

Quelle que soit la méthode de choix des points de passage à interpoler, le résultat de l'interpolation d'une passe d'usinage n'est pas satisfaisant dans le cas de notre problème. En effet, les perturbations apportées par les différentes discontinuités géométriques du trajet sont nombreuses et entraînent des erreurs de position et des oscillations de la courbe interpolée trop contraignantes. Nous cherchons alors à remplacer l'interpolation par une approximation pour que le critère d'optimisation des moindres carrés amène un effet de lissage de la courbe obtenue.



Essai n°5 – Equi-répartition des 109 points de passage



Essai n°6 - Répartition des 109 points de passage avec les paramètres $d_1 = 3$ mm et $d_2 = 0,02$ mm

Figure 3-14 : Comparaison des méthodes de choix des points de passage

3.2.3.2 Approximation de la passe d'usinage

Nous testons l'approximation d'une passe d'usinage dans différentes configurations de nombre de pôles et de choix des points de passage (Tableau 3-2).

	Essai n°1	Essai n°2	Essai n°3	Essai n°4	Essai n°5	Essai n°6
Nombre de pôles	25	50	200	43	115	115
Equi-répartition des points de passage	Oui	Oui	Oui	Non	Oui	Non

Tableau 3-2 : Récapitulatif des essais d'approximation de la passe d'usinage

Nous réalisons une approximation de la même passe d'usinage avec une répartition uniforme des points de passage tous les 10 mm (Figure 3-15). Ces points de passage sélectionnés correspondent à la position initiale des différents pôles. Ceux-ci permettent alors de calculer une première courbe Bspline non optimisée et d'en calculer l'erreur par rapport à chaque point de la série de points. Ainsi, le critère des moindres carrés peut être utilisé pour calculer la position optimisée des pôles.

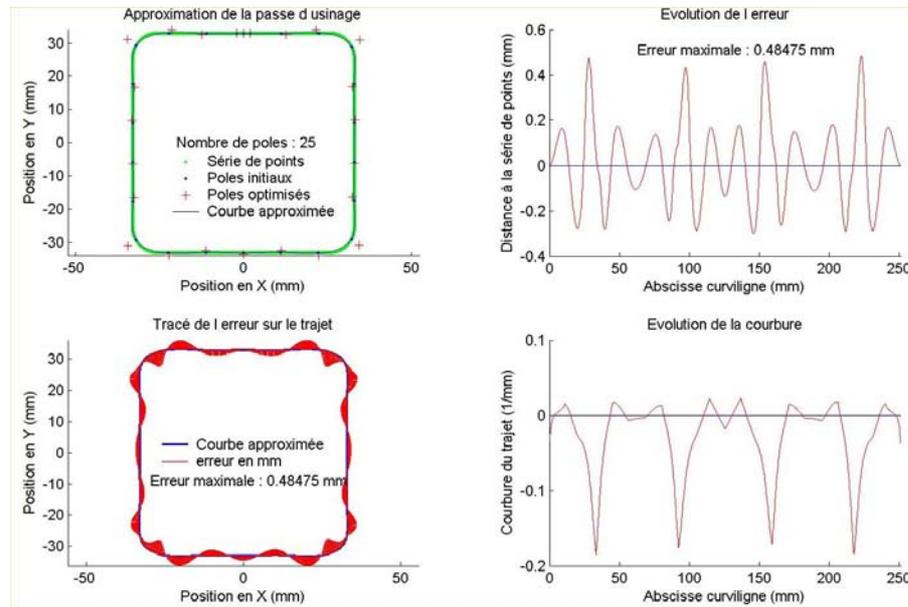


Figure 3-15 : Approximation d'une passe d'usinage – Essai n°1

Contrairement à la courbe obtenue par interpolation, l'erreur est répartie sur l'ensemble du trajet et la courbe présente des oscillations beaucoup plus marquées (comparaison entre la Figure 3-10 et la Figure 3-15). La valeur maximale de l'erreur est équivalente à celle donnée par l'interpolation, pour un nombre de pôles identique. La courbe obtenue est plus douce. L'évolution de la courbure est moins perturbée mais les extremums sont plus grands.

L'augmentation du nombre de pôles focalise l'erreur sur les changements de direction et particulièrement sur le premier et le dernier (Figure 3-16). Ces deux changements de direction comportent douze oscillations alors que les deux autres n'en comptent que six. Ceci s'observe sur l'évolution de la courbure qui tend vers celle d'un arc de cercle pour les changements de direction 2 et 3 alors que l'évolution des changements de direction 1 et 4 restent sensiblement identiques à celle obtenue avec peu de pôles.

L'augmentation du nombre de pôles apporte une diminution légèrement supérieure de l'erreur par rapport à une interpolation (comparaison entre la Figure 3-12 et la Figure 3-17). Dans le même temps les oscillations de la courbe aux différents changements de direction sont plus nombreuses.

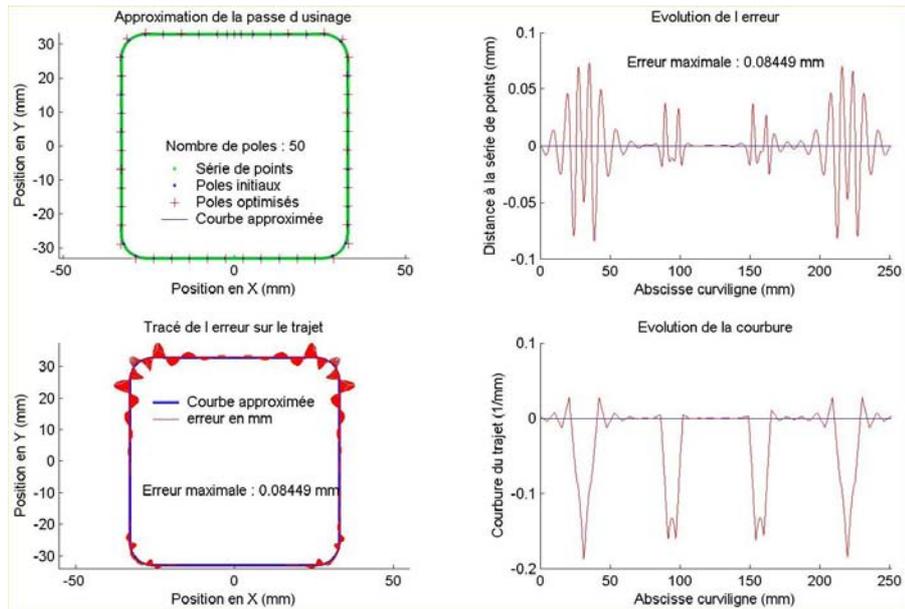


Figure 3-16 : Approximation d'une passe d'usinage – Essai n°2

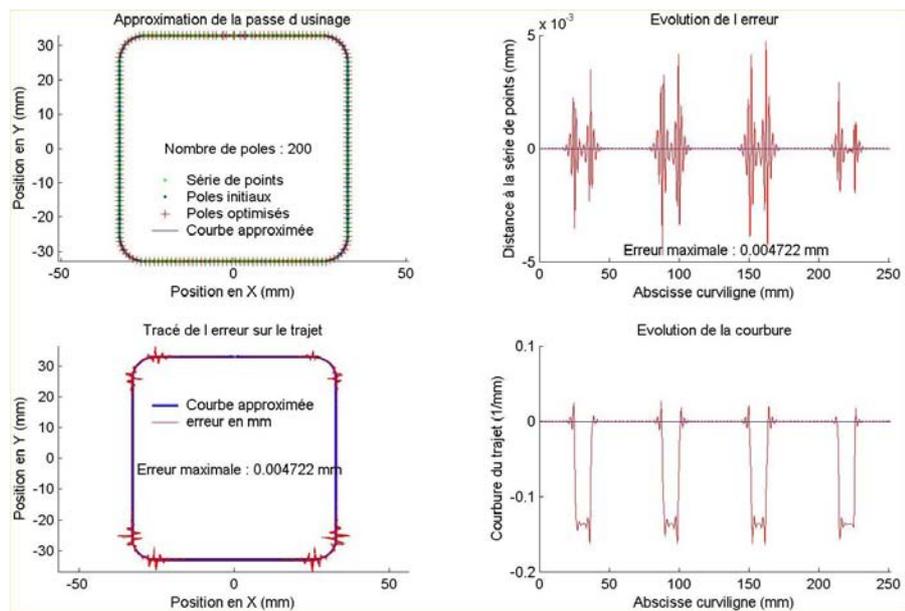


Figure 3-17 : Approximation d'une passe d'usinage – Essai n°3

L'évolution de la courbure est quasiment identique et tend vers celle d'une passe décrite par lignes droites et arcs de cercle.

Nous décidons de choisir la position initiale des pôles par un double critère géométrique de distance entre deux pôles consécutifs et d'erreur de corde entre le segment donné par deux pôles consécutifs et la série de points [Duc 98].

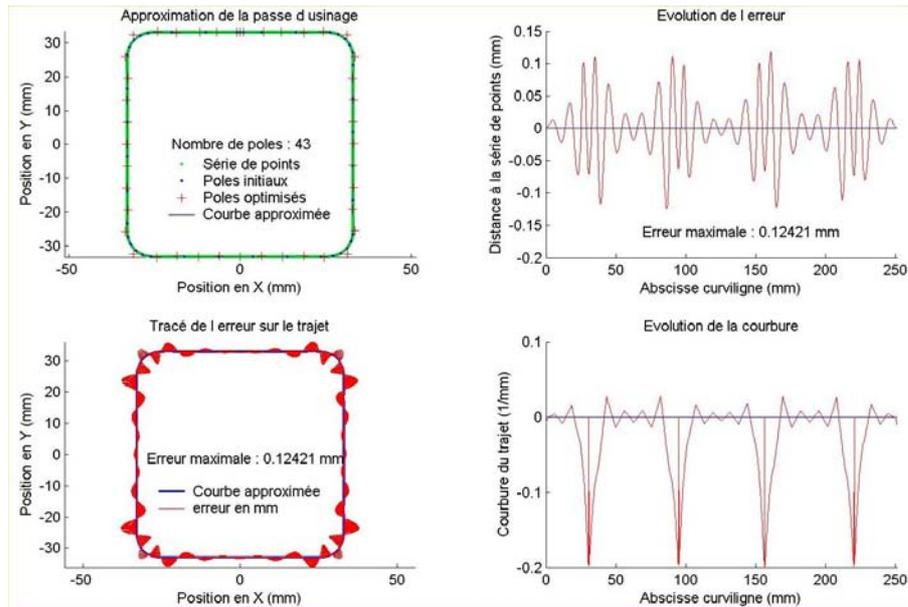
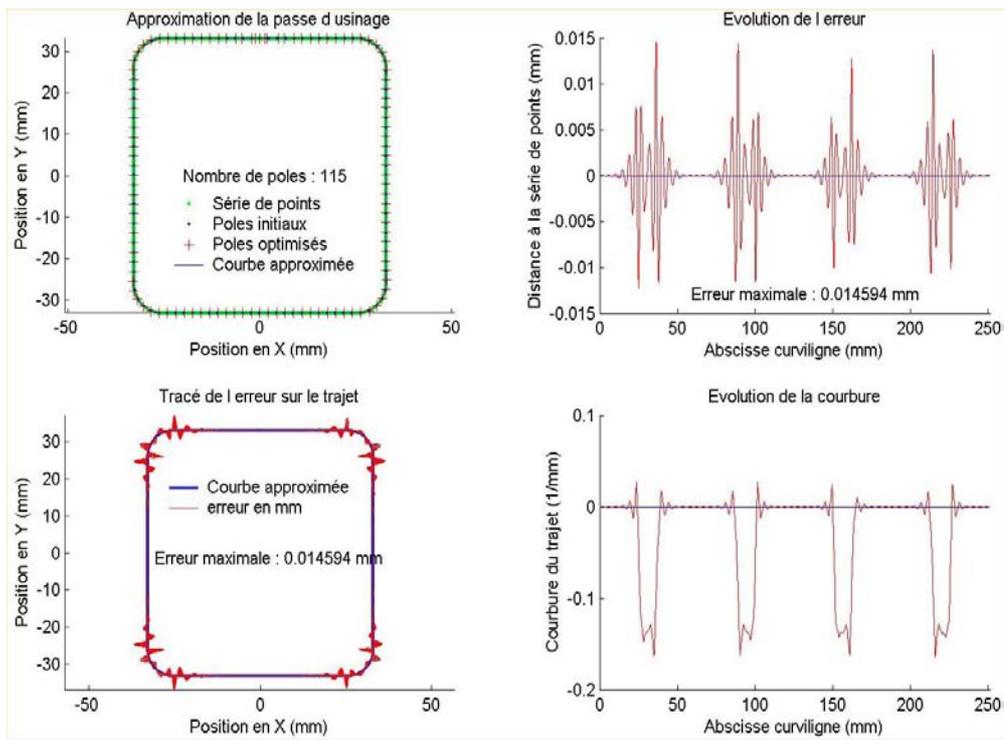


Figure 3-18 : Interpolation d'une passe d'usinage – Essai n°4 - $d_1 = 10$ mm et $d_2 = 0,1$ mm

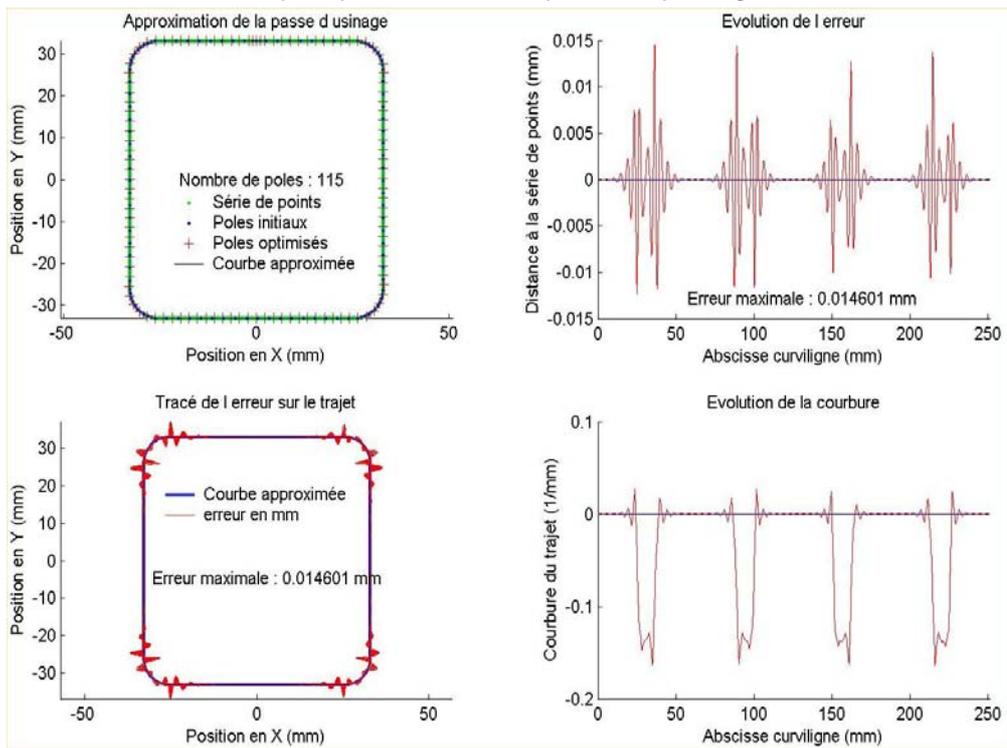
Cette répartition des pôles initiaux apporte un lissage encore plus important de l'erreur mais aussi des oscillations plus marquées de la courbe. Les perturbations sont dues aux différentes discontinuités en courbure de la série de points.

L'augmentation du nombre de pôles initial permet d'obtenir des résultats similaires à une équi-répartition des pôles (Figure 3-19).

L'observation du placement des pôles optimisés montre que le critère des moindres carrés cherche à équi-répartir les pôles pour se rapprocher de la solution présentée en début de paragraphe.



Equi-répartition des 115 points de passage



Répartition des 115 points de passage avec les paramètres $d_1 = 3$ mm et $d_2 = 0,02$ mm

Figure 3-19 : Comparaison des méthodes de choix des points de passage

Le positionnement initial des pôles donné par une interpolation classique ne change pas le résultat. Dans tous les cas, l'optimisation par un critère des moindres carrés tant à équi-répartir les pôles. Le gain est négligeable et nous considérons qu'une approximation avec équi-répartition des pôles initiaux sur la série de points procure des résultats tout à fait convenables.

3.2.4 Application aux faibles rayons de raccordement

Les méthodes d'interpolation et d'approximation présentées ne sont pas entièrement satisfaisantes sur la passe d'usinage proposée car elle comporte des enchaînements de droites et d'arcs de cercle. Nous souhaitons savoir si les deux méthodes présentées se dégradent lorsque les rayons des arcs de cercle sont faibles et génèrent des sauts de courbure plus importants. Nous décidons donc d'interpoler et d'approximer une passe d'usinage comportant des rayons de raccordement de 1 mm.

Comme les gains apportés par une répartition suivant le double critère de distance entre deux pôles et d'erreur de corde par rapport à la série de points sont assez peu significatifs, nous comparons l'interpolation et l'approximation de la passe d'usinage avec une équidistribution des points de passage tous les quatre millimètres.

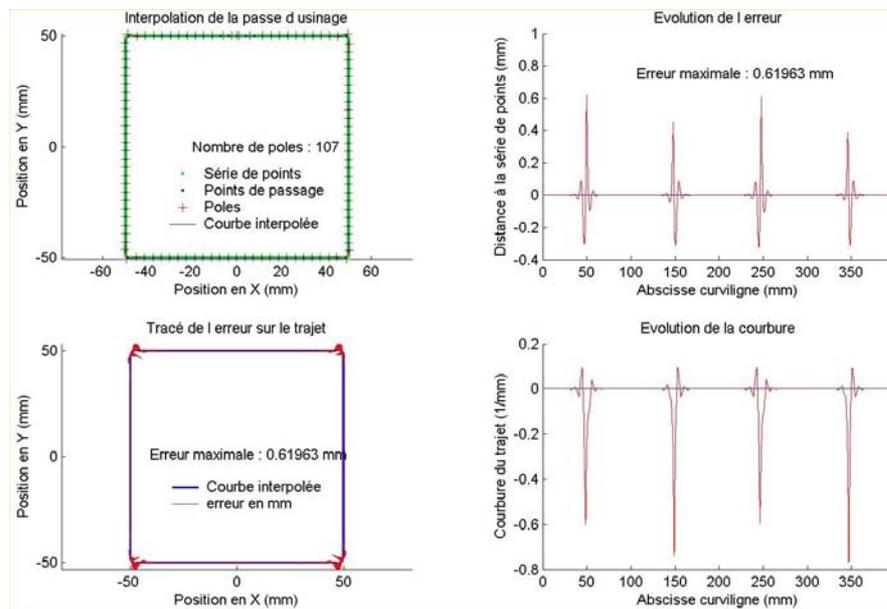


Figure 3-20 : Interpolation de la passe d'usinage ayant des rayons de raccordement de 1 mm

L'interpolation de la passe d'usinage apporte une courbe fortement perturbée et possédant une erreur maximale de position de 0,62 mm (Figure 3-20). L'erreur est située à chaque rayon de raccordement. L'évolution de la courbure est aussi fortement perturbée et la valeur des pics de courbure ne correspond pas à celle des arcs de cercle théoriques.

Pour un nombre de pôles équivalent, l'approximation permet de réduire l'erreur à 0,22 mm mais génère une courbe possédant plus d'oscillations (Figure 3-21). De plus, l'évolution de la courbure est très perturbée et les pics de courbure ne correspondent pas aux valeurs attendues.

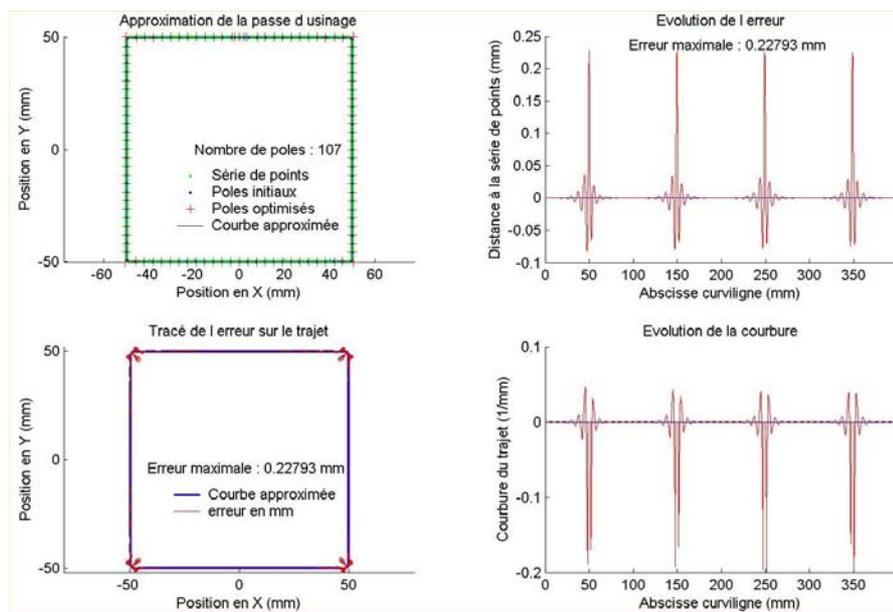


Figure 3-21 : Approximation de la passe d'usinage ayant des rayons de raccordement de 1 mm

L'approximation ou l'interpolation correcte d'une passe d'usinage composée de droites et d'arcs de cercle de faible rayon est donc quasiment impossible. Nous aboutissons au dilemme suivant :

- Nous devons découper la série de points en plusieurs séries de points continues en courbure pour réaliser une interpolation correcte. L'inconvénient de cette méthode est alors que la passe d'usinage est décomposée en plusieurs courbes Bspline. Assurer la continuité en tangence et en courbure à la liaison entre ces courbes devient très complexe.

- Cette solution génère des discontinuités en courbure entre chaque série de points interpolée. La continuité en courbure apportée par la description du trajet par une courbe polynomiale est inexistante. L'intérêt par rapport à une description du trajet par interpolation linéaire et circulaire est négligeable.

Comme l'apparition de discontinuités en courbure provoque obligatoirement des ralentissements de la machine-outil lors du parcours du trajet, nous pensons exclure cette solution et développer une méthode de calcul de courbes polynomiales adaptée à notre besoin.

3.3 Analyse des méthodes de calcul présentées

La question se pose alors de savoir quelle méthode, l'interpolation ou l'approximation, est la plus pertinente dans le cadre de notre étude. Pour cela nous devons les comparer suivant des critères judicieux. L'utilisation des critères présentés ci-dessus (erreur, courbure) ne permet pas de dégager une méthode plus appropriée dans le cadre de notre problème.

Cependant, elles posent des problèmes spécifiques à notre étude. Suivant la réponse à chacun de ces problèmes, nous souhaitons les hiérarchiser.

Dans la suite de ce paragraphe, nous allons comparer ces deux méthodes suivant les critères d'erreur de position, du nombre de pôles et de la forme de la courbure.

3.3.1 Erreur de position

L'interpolation ou l'approximation d'un trajet géométrique entraîne obligatoirement une erreur de position entre le trajet et la courbe obtenue. Suivant l'erreur maximale acceptée entre le trajet et la courbe, le comportement de cette dernière peut être totalement différent. Si l'erreur acceptée est importante, la courbe est souple et oscille peu, le nombre de pôles faible et l'évolution de la courbure plus douce. A l'inverse une erreur acceptée faible implique une courbe perturbée, un nombre important de pôles et une évolution de courbure moins douce.

Dans le cadre du calcul de trajets d'évidement de poche, la précision de la position du trajet à l'intérieur de la poche n'est pas primordiale. En effet, une erreur de position de l'ordre du dixième de millimètre ne modifie pas le comportement mécanique de l'outil et de la cellule d'usinage et assure toujours une couverture totale de la surface intérieure de la poche. Cette latitude sur l'erreur de position de la courbe peut alors permettre d'en améliorer le comportement en terme d'oscillation, d'évolution de la courbure et du nombre de pôles.

3.3.2 Nombre de pôles

Le nombre de pôles permettant de décrire une courbe Bspline est entièrement conditionné par l'erreur de position acceptée entre la courbe et la série de points. Il n'a aucune influence sur la prédiction du temps d'usinage par le modèle de comportement cinématique présenté au chapitre précédent car notre modèle se base sur une analyse de la courbure du trajet d'usinage. Cependant, le traitement temps réel du trajet d'usinage peut ralentir le comportement cinématique réel de la machine-outil. En effet, plus le nombre d'informations géométriques servant à décrire le trajet d'usinage est dense et plus le planificateur de trajectoire doit analyser des blocs de programme par unité de temps. Il se peut alors que la commande numérique ne puisse plus traiter la quantité de blocs nécessaire pour assurer une vitesse d'avance réelle satisfaisante, même si la géométrie du trajet d'usinage le permet.

En conséquence, il faut pouvoir limiter la densification des pôles sur l'ensemble du trajet. Suite à diverses expérimentations, nous estimons que la distance minimale entre deux pôles doit être supérieure au millimètre pour ne pas ralentir la machine-outil de par les capacités de traitement de la commande numérique.

3.3.3 Forme optimale de la courbure

Les différentes courbes interpolées ou approximées, pour une passe d'usinage composée de lignes droites et d'arcs de cercle, ne montrent pas toujours la même évolution de la courbure. Si l'erreur de position acceptée est importante, l'évolution de la courbure à un changement de direction possède une évolution de forme triangulaire avec une valeur maximale de la courbure supérieure à celle du trajet initial (Figure 3-22). A l'inverse, une faible erreur de position requise contraint l'évolution de la courbure à se rapprocher de celle du trajet géométrique initial, avec de fortes pentes et un maximum équivalent à celui du trajet initial (Figure 3-23). Dans cette configuration, l'évolution de la courbure est continue mais fortement perturbée.

Or, le calcul des courbes polynomiales des différentes passes d'usinage doit fournir l'évolution de courbure optimale à chaque changement de direction vis à vis de notre objectif de minimisation du temps d'usinage. Nous simulons le temps d'usinage d'un changement de direction ayant deux profils de courbure différents (Figure 3-22 et Figure 3-23). Le profil n°1 est proche de celui d'une poutre en flexion qui minimise son énergie de déformation alors que le profil n°1 est proche d'un profil réalisé par un arc de cercle.

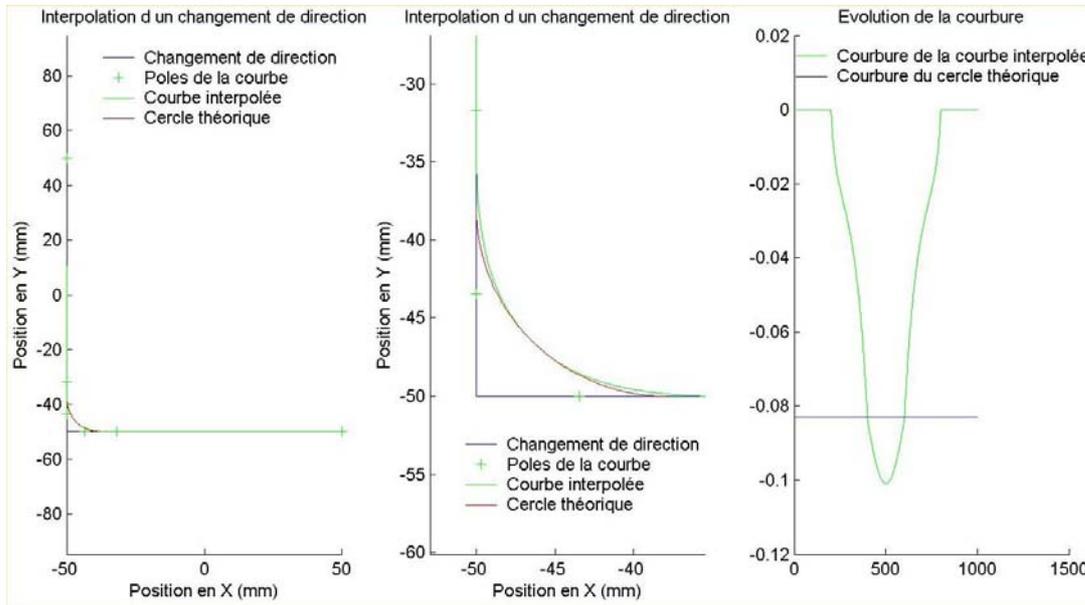


Figure 3-22 : Interpolation du changement de direction : profil de courbure n°1

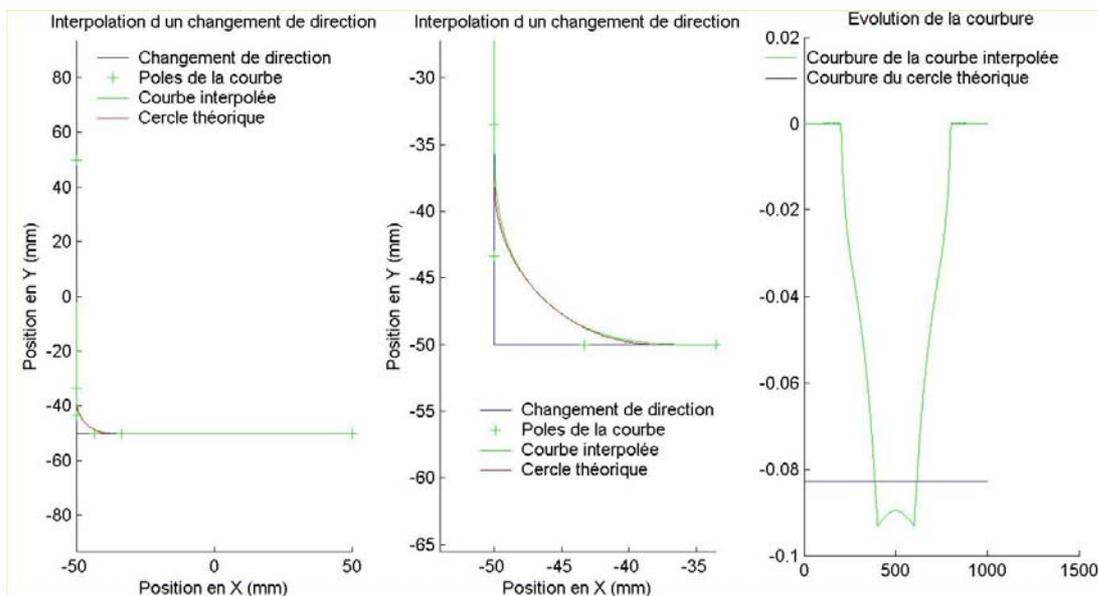


Figure 3-23 : Interpolation du changement de direction : profil de courbure n°2

Le simulateur est réglé suivant le comportement de la Huron KX 15 puis de la PCI Meteor 10 afin de quantifier l'influence du profil de courbure suivant la dynamique de la machine-outil utilisée. Quel que soit le réglage cinématique choisi, la simulation du temps d'usinage montre

que le trajet possédant le profil de courbure n°1 apporte un temps d'usinage inférieur au trajet possédant le profil de vitesse n°2 (Tableau 3-3).

	Réglage Huron KX 15	Réglage PCI Meteor 10
Trajet profil de courbure n°1	2,01 s (simulation) – 2,04 s (réel)	1,56 s (simulation)
Trajet profil de courbure n°2	2,22 s (simulation) – 2,19 s (réel)	1,61 s (simulation)

Tableau 3-3 : Temps de parcours du changement de direction suivant le profil de courbure

Le gain est de 10 % pour un réglage type Huron KX 15 et de 4 % sur un réglage de type PCI Meteor 10 par simulation ; et de 7,5 % sur un essai chronométré sur la Huron KX 15.

La principale différence entre les deux profils de courbure est que le profil de courbure n°2 possède deux minima situés en début et en fin de changement de direction alors que le profil de courbure n°1 ne possède qu'un seul minimum en milieu de changement de direction. Le profil de vitesse associé aux deux trajets montre que les deux minima génèrent un ralentissement plus important non compensé par la valeur supérieure de ces minima (Figure 3-24 et Figure 3-25).

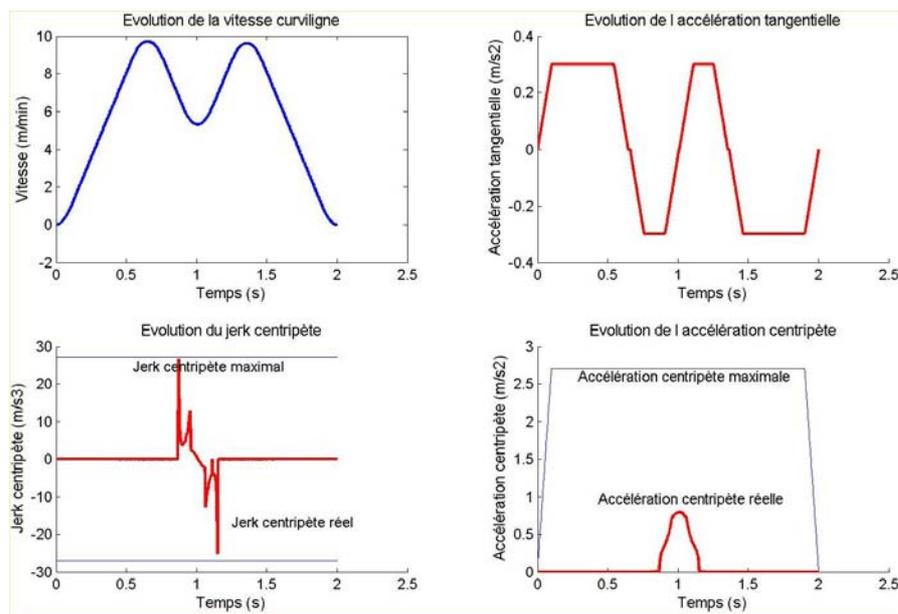


Figure 3-24 : Profil de vitesse pour le trajet avec profil de courbure n°1 (Huron KX 15)

Dans les deux cas, le jerk centripète maximal limite les vitesses de passage des pics de courbure. En aucun cas, les capacités d'accélération centripète maximales ne sont atteintes. Même si le profil de courbure n°2 possède un pic de courbure plus important, son évolution permet de diminuer le temps de parcours du trajet associé.

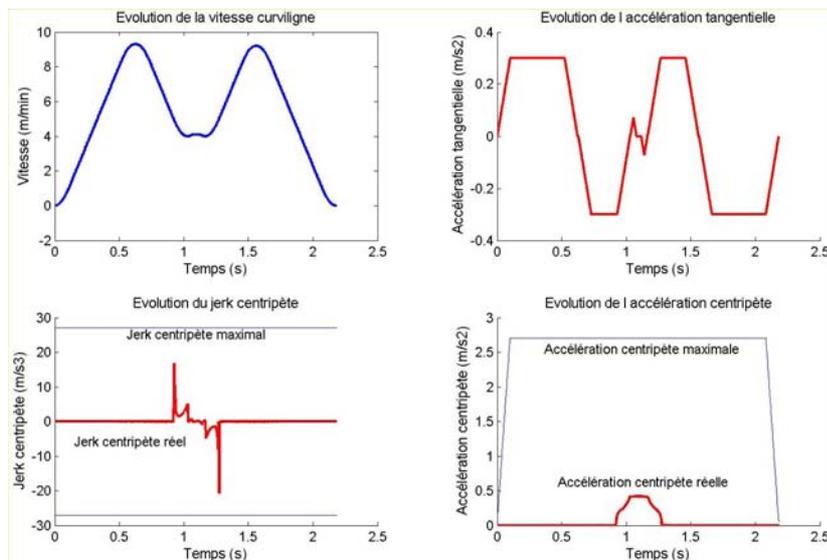


Figure 3-25 : Profil de vitesse pour le trajet avec profil de courbure n°2 (Huron Kx 15)

Le trajet géométrique idéal à interpoler ou à approximer pour minimiser le temps d'usinage est donc un trajet ne possédant qu'un pic de courbure par changement de direction. L'interpolation précise d'un enchaînement ligne droite – arc de cercle n'est donc pas satisfaisante en terme de profil de courbure obtenu.

3.4 Synthèse

Pour réaliser la synthèse des différents essais d'interpolation et d'approximation, nous conservons les résultats obtenus pour les deux passes d'usinage ainsi qu'un nombre de pôles proche de 100. Pour chacun des essais, nous regardons l'erreur maximale, la convexité du polygone caractéristique, le rayon de courbure minimum et le nombre de pics de courbure (Tableau 3-4).

	Passe d'usinage n°1 $R_c = 7 \text{ mm}$				Passe d'usinage n°2 $R_c = 1 \text{ mm}$	
	Interpo n°1	Interpo n°2	Approx n°1	Approx n°2	Interpo n°1	Approx n°1
Nombre de pôles	109	109	115	115	107	107
Equi-répartition des points de passage	Oui	Non	Oui	Non	Oui	Oui
Erreur maximale	0,022 mm	0,025 mm	0,014 mm	0,015 mm	0,62 mm	0,23 mm
Polygone caractéristique	Non convexe	Non convexe	Non convexe	Non convexe	Non convexe	Non convexe
Rayon de courbure minimum	6,45 mm	6,70mm	6,25 mm	6,30 mm	1,25 mm	5 mm
Nb pics de courbure par changement de direction	2	2	2	2	1	2
Temps d'usinage simulé :	2,78 s	2,78 s	2,73 s	2,73 s	4,03 s	3,81 s

Tableau 3-4 : Récapitulatif des essais de calcul de trajets polynomiaux

L'ensemble des essais effectués permet de tirer quatre conclusions :

- Les méthodes d'interpolation et d'approximation d'une série de points représentative d'une passe d'usinage ne permettent pas de générer une courbe polynomiale dont le polygone caractéristique est convexe. La courbe obtenue présente des oscillations et des inversions de courbure.

- Pour une passe d'usinage interpolée ou approximée avec un nombre de pôles fixé, l'erreur dépend des rayons de raccordement aux différents changements de direction. Plus le rayon est faible et plus l'erreur est importante.

- L'évolution de la courbure obtenue par interpolation ou approximation n'est pas optimale vis à vis du temps d'usinage car elle comporte toujours deux pics.

- L'approximation permet, à nombre de pôles équivalent, d'obtenir de meilleurs résultats en terme d'erreur que l'interpolation.

Ainsi, les méthodes usuelles d'interpolation ou d'approximation utilisées pour le calcul de trajet d'usinage ne permettent pas d'obtenir des résultats satisfaisants dans le cadre de notre étude. La décomposition des trajets géométriques par séries de points continues en courbure, proposée pour interpoler correctement des trajets d'usinage, va à l'encontre de ce que nous attendons de la description des trajets par courbes polynomiales.

De plus, les contraintes d'erreur de position maximale sont assez peu fonctionnelles dans le cadre du calcul d'un trajet d'évidement de poche. Comme nous l'avons présenté dans les chapitres précédents, la précision de positionnement du trajet doit uniquement garantir un recouvrement complet de la surface intérieure de la poche.

Nous souhaitons donc étudier le principe d'une résolution globale du problème, sans passer par une description géométrique initiale puis une interpolation du trajet d'usinage. Dans cette optique, la contrainte de précision entre le trajet géométrique initial et la courbe polynomiale obtenue pour le décrire disparaît.

4 Génération de trajets d'usinage par optimisation

Suite aux résultats nuancés donnés par les méthodes usuelles d'interpolation et d'approximation, nous estimons qu'une méthode globale de calcul de trajet d'usinage doit être plus performante. Pour cela, nous utilisons les règles géométriques de calcul d'un trajet minimisant le temps d'usinage décrites en début de chapitre. Nous aboutissons alors à un trajet décrit par courbes polynomiales dont les rayons de courbure sont maximisés en tout point. Enfin, ce trajet doit respecter les contraintes de conception et de fabrication usuelles. Il est donc basé sur les courbes offset à la frontière extérieure de la poche et respecte les paramètres d_p et d_{pmax} .

4.1 Formulation du problème

Contrairement au paragraphe précédent, nous cherchons à calculer directement la courbe sous forme polynomiale. Nous estimons que la courbe idéale est la courbe qui minimise le temps de parcours. Le principe est alors de mettre en place un problème d'optimisation d'une courbe polynomiale en associant comme fonction à minimiser le temps de parcours de cette dernière, tout en satisfaisant aux contraintes de conception et de fabrication.

Il s'agit donc d'un problème de minimisation sous contraintes. Comme ce type de problème ne peut être résolu que sous forme géométrique, il faut traduire l'objectif et l'ensemble des contraintes sous forme géométrique. Nous utilisons alors les règles géométriques de calcul de trajet d'usinage présentées en début de chapitre pour caractériser notre problème d'optimisation.

4.1.1 Définition de la fonction objectif

La fonction objectif du problème d'optimisation doit :

- traduire l'objectif qui est de générer un trajet minimisant le temps d'usinage,
- être exprimée sous forme géométrique.

Nous rappelons que le trajet géométrique cherché est construit à partir d'un trajet par contours parallèles et doit présenter les rayons de courbure les plus grands possibles. De plus l'étude des profils de courbure menée au paragraphe 3.3.3 montre que le profil de courbure doit présenter un pic par changement de direction. Ce pic doit posséder la valeur absolue la plus faible possible pour maximiser la vitesse de franchissement de celui-ci.

Ainsi la fonction objectif de notre problème d'optimisation est la minimisation de la valeur absolue maximale de la courbure sur l'ensemble du trajet, à condition que les passes soient construites à partir des courbes offset à la frontière de la poche. La fonction objectif est non linéaire car elle fait intervenir l'évaluation de la courbure de la courbe polynomiale.

4.1.2 Fonctions contraintes

Les fonctions contraintes du problème d'optimisation doivent :

- respecter la topologie de la poche,

- permettre de contrôler l'engagement radial de l'outil pour respecter les conditions de coupe,
- être exprimées sous forme géométrique.

Nous décidons donc de spécifier la position de la courbe dans un espace où l'ensemble de ces contraintes est respecté. Un rail est donc défini pour contenir la courbe. Il est obtenu par deux courbes offset à la passe d'usinage précédente ou offset à la frontière de la poche. La variation de distance entre les deux limites du rail est donnée par les paramètres d_p et d_{pmax} (Figure 3-26).

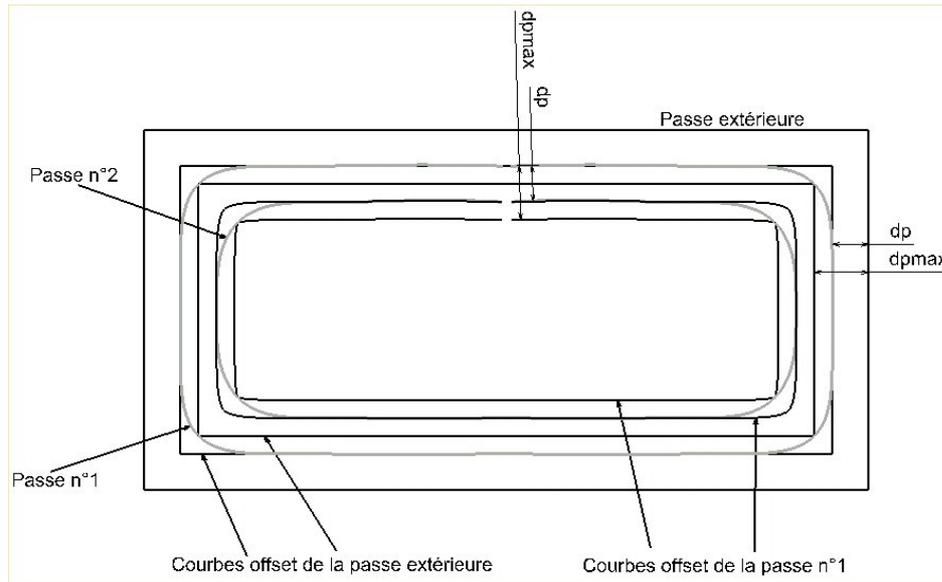


Figure 3-26 : Définition du rail de contrôle de la courbe polynomiale

Ainsi la courbe optimale calculée doit :

- être positionnée à l'intérieur du rail de contrôle défini par les paramètres d_p et d_{pmax} ,
- maximiser la valeur absolue de son rayon de courbure minimal.

4.2 Méthode d'optimisation testée

Nous aboutissons à un problème d'optimisation non linéaire sous contraintes. Le module d'optimisation non linéaire sous contraintes du logiciel Matlab © est utilisé pour étudier la résolution du problème.

4.2.1 Méthode du gradient

Le logiciel Matlab © possède dans sa « toolbox » d'optimisation une fonction de recherche de minimum sous contraintes d'une fonction non linéaire. Cette fonction d'optimisation est basée sur une méthode du gradient.

Un premier essai sur le passage d'un angle vif est réalisé. La série de points représente le centre du rail et la largeur de celui – ci varie de un à deux millimètres. Les pôles initiaux sont choisis parmi la série de points par une distance entre pôles fixée. Ces pôles fournissent une courbe polynomiale initiale représentée en rouge. L'optimisation de ces pôles permet d'obtenir la courbe polynomiale bleue (Figure 3-27).

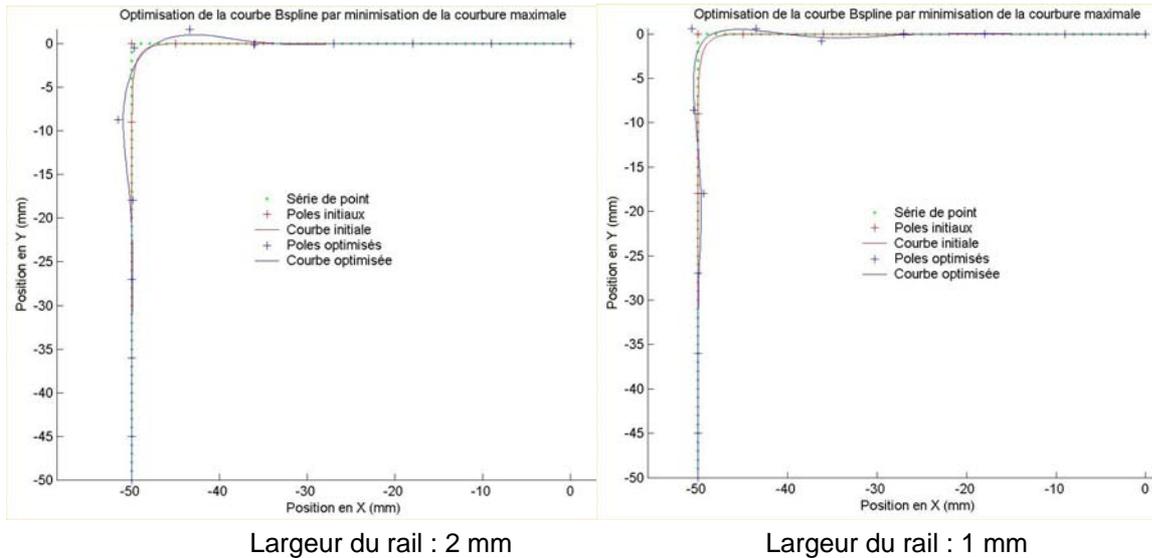


Figure 3-27 : Optimisation de courbe polynomiale pour deux largeurs de rail de contrôle

Les tracés de l'évolution de la courbure et de l'erreur de la courbe polynomiale montrent que (Figure 3-28) :

- pour une largeur de rail de 2 millimètres, la courbe polynomiale initiale est comprise dans le rail et possède un pic de courbure à $0,43 \text{ mm}^{-1}$. L'optimisation permet d'obtenir une courbe dont le pic de courbure n'est que de $0,17 \text{ mm}^{-1}$. Cependant, la courbe optimisée oscille. L'optimisation utilise complètement l'espace du rail de contrôle pour obtenir une courbure la plus faible possible.

- pour une largeur de rail de 1 millimètre, la courbe polynomiale initiale n'est pas positionnée dans le rail et possède un pic de courbure à $0,43 \text{ mm}^{-1}$. L'optimisation permet d'obtenir une courbe dont le pic de courbure n'est que de $0,35 \text{ mm}^{-1}$, tout en respectant le positionnement de la courbe dans le rail de contrôle. Dans cette configuration aussi la courbe calculée présente des oscillations.

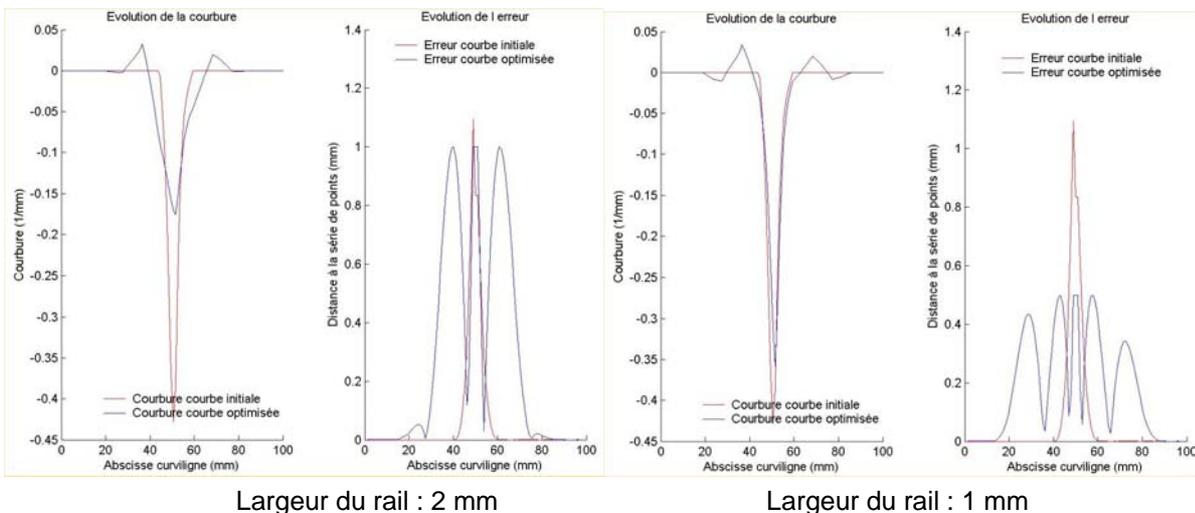


Figure 3-28 : Courbure et erreur des courbes polynomiales optimisées

Les résultats obtenus sont assez satisfaisant vis-à-vis des fonctions objectif et contraintes fixées initialement. Cependant, nous souhaitons obtenir une courbe sans oscillation pour ne pas

perturber la cellule d'usinage en terme de comportement cinématique. Pour pallier ce problème, différents travaux spécifient qu'il est nécessaire de minimiser l'énergie de déformation, ou bien encore la somme des carrés de la courbure en tout point de celle-ci pour obtenir la courbe la plus douce possible [Ye, Qu 99] , [Zhang & al 01].

Nous modifions ainsi notre fonction objectif, en ne cherchant plus à minimiser la courbure maximale de la courbe mais la somme des carrés de sa courbure en tout point, pour obtenir un résultat plus cohérent (Figure 3-29).

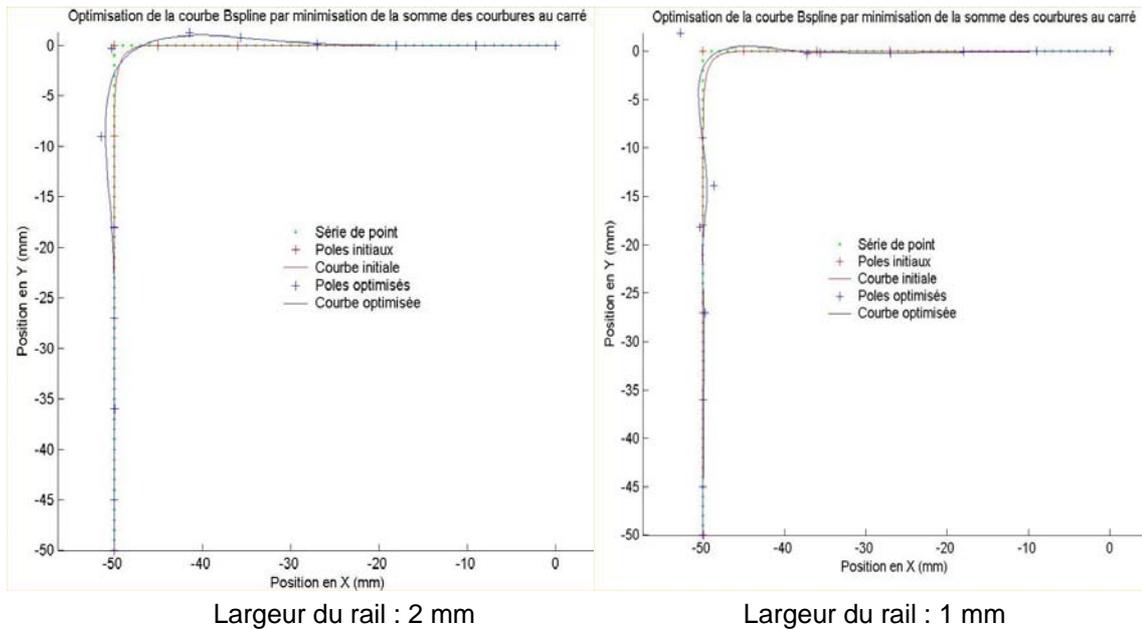


Figure 3-29 : Optimisation suivant le critère de la somme des carrés de la courbure

L'allure générale de la courbe évolue peu. L'analyse des profils de courbure et d'erreur montre que les gains apportés par la modification de la fonction objectif sont assez faibles. Même si la valeur maximale de la courbure est un peu plus faible, les oscillations de la courbe ne disparaissent pas et sont même amplifiées (Figure 3-30).

Pour les essais suivants, nous conservons la fonction objectif initiale de minimisation de la courbure maximale de la courbe.

La diminution de la largeur du rail de contrôle à des valeurs inférieures au millimètre pose d'importants problèmes de convergence de la méthode d'optimisation. Dans la plupart des essais réalisés, le problème d'optimisation n'aboutit pas. De plus, le résultat obtenu par cette méthode est assez dépendant de la solution initiale fournie ainsi que des réglages de la méthode d'optimisation, basée sur le principe de la méthode du gradient.

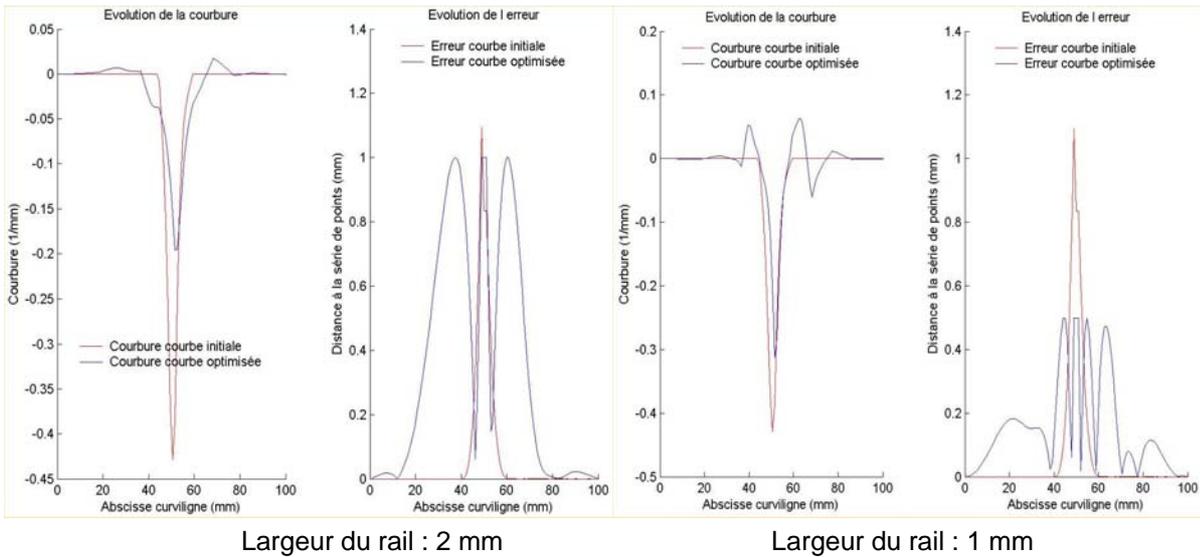


Figure 3-30 : Courbure et erreur des courbes polynomiales optimisées

La mise en place de la méthode sur une passe d'usinage fournit des résultats corrects, à condition que la largeur du rail de contrôle soit suffisante (Figure 3-31). Cependant, Le comportement de la courbe n'est pas identique à chaque changement de direction (Figure 3-32). En effet, le premier et le dernier changement de direction ne possèdent pas une évolution de courbure aussi optimisée que le deuxième et le troisième. La distance au centre du rail est quasiment la même. La différence provient de la présence ou non d'oscillations de la courbe au passage du changement de direction.

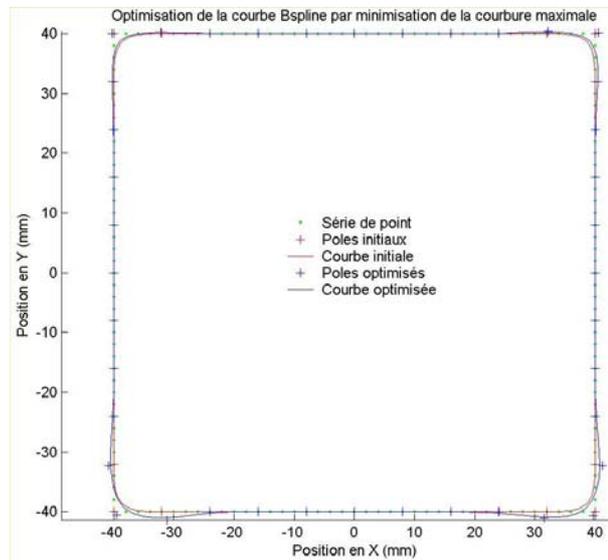


Figure 3-31 : Optimisation d'une passe d'usinage – largeur du rail de contrôle : 2 mm

Ceci peut être aussi expliqué par le fait que la méthode de minimisation de la fonction objectif est basée sur une méthode de recherche de minimum par estimation de la dérivée de la fonction objectif. Comme notre fonction objectif est fortement perturbée, l'estimation de la dérivée peut parfois produire des résultats incohérents ou bien encore se stabiliser dans un minimum local.

En outre, le temps de calcul devient rapidement important et l'application de la méthode à des trajets longs, qui sont modélisés par un nombre important de pôles et donc de paramètres à optimiser, ne produit généralement pas un résultat satisfaisant. Dans ce cas, les limites de la fonction d'optimisation de Matlab® sont atteintes.

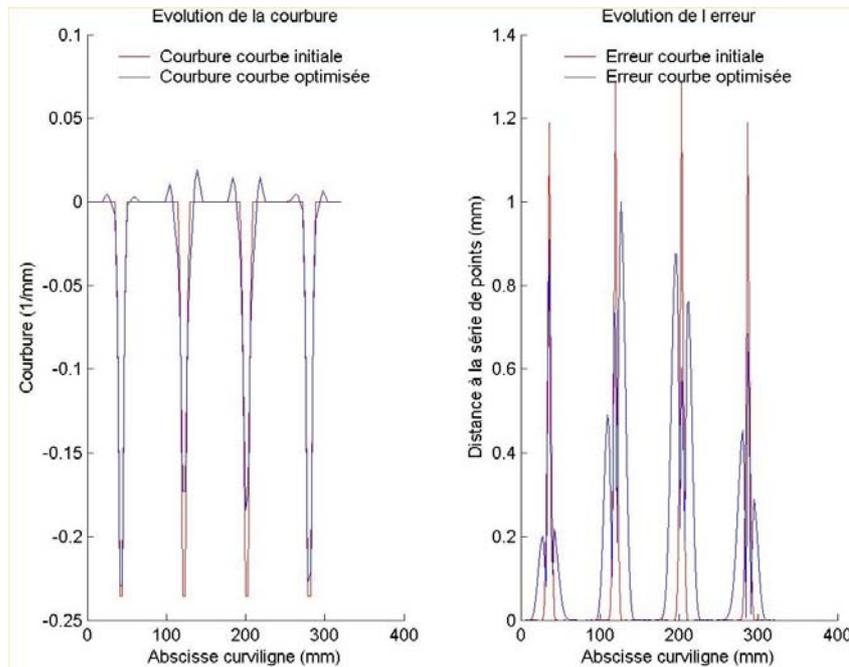


Figure 3-32 : Courbure et erreur de la courbe polynomiale de la passe d'usinage

4.2.2 Conclusion sur le calcul de trajet par optimisation

La méthode de résolution par optimisation testée n'est pas encore très satisfaisante vis-à-vis de notre type de problème. En effet le nombre de paramètres à optimiser (nombre de coordonnées des pôles) est assez important et la méthode d'optimisation semble de plus en plus sensible à régler, lorsque le nombre de paramètres à optimiser augmente. De plus, la pertinence de la solution, ainsi que le temps de calcul de celle-ci n'est pas contrôlable. Toutefois, nous avons peu d'expériences sur les méthodes d'optimisation. Un réglage adapté de la fonction de minimisation pourrait apporter des améliorations. De même, une méthode de recherche de solution par méta-heuristique (méthode du recuit simulé) serait peut être plus appropriée au problème [Dreo & al 03].

Ces méthodes de recherche de solution par optimisation sont sans doute une voie à explorer pour calculer au mieux des trajets respectant l'ensemble des contraintes souhaitées tout en minimisant une fonction objectif.

5 Génération de trajets d'usinage par interpolation unidimensionnelle

Les résultats obtenus par l'utilisation des méthodes usuelles d'interpolation ou d'approximation et une méthode d'optimisation ne nous ayant pas satisfaits, nous avons développé une nouvelle méthode d'interpolation adaptée à notre problème de calcul de trajets d'évidement de poches.

Les méthodes d'interpolation et d'approximation usuelles ont été surtout développées pour traiter les courbes complexes. Peu de travaux étudient l'interpolation de droites et de cercles car le problème ne se pose pas en CAO. Seul Piegl aborde le problème de l'interpolation d'un cercle par une Nurbs [Piegl, Tiller 03]. La méthode est basée sur la définition exacte du cercle, mais elle ne traite pas le raccordement de celui-ci avec des droites. Il est ainsi nécessaire de proposer une nouvelle méthode d'interpolation.

L'objectif fixé pour cette méthode d'interpolation est de calculer un trajet d'évidement de poches composé d'une courbe polynomiale par passe d'usinage ne comportant pas d'oscillations, respectant les contraintes de distance d_p et d_{pmax} , et minimisant le temps d'usinage. Pour cela, nous nous focalisons sur l'évolution du profil de courbure de la courbe polynomiale obtenue.

Dans un premier temps, nous développons une méthode d'interpolation unidimensionnelle d'un changement de direction composé de deux segments de droite et respectant les contraintes de conception, de fabrication et de précision souhaitées (paragraphe 5.1). Comme cette méthode laisse un degré de liberté possible sur l'évolution du profil de courbure de la courbe interpolée, nous étudions ensuite l'influence du profil de courbure sur le temps d'usinage réel et simulé. Nous en déduisons un critère géométrique de choix du profil de courbure « idéal » permettant de minimiser le temps de parcours d'un trajet d'usinage (paragraphe 5.2). Cette méthode est appliquée, par la suite, à l'interpolation complète d'un trajet d'évidement de poches (paragraphe 5.3), puis à des profils plus complexes composés de segments de droite et d'arcs de cercle à grands rayons (paragraphe 5.5).

5.1 Interpolation d'un changement de direction

Nous souhaitons développer une méthode d'interpolation sous forme de courbe Bspline de chaque passe d'usinage s'appuyant sur le diagramme de Voronoï de la poche pour respecter les contraintes de conception et de fabrication (Figure 3-33). Ce diagramme est composé pour chaque passe d'un ensemble de segments de droite. Le principal problème de l'interpolation se situe au changement de direction, lors du calcul du rayon de raccordement. Pour le résoudre, il faut placer correctement les pôles de la courbe pour obtenir des segments de droite et des changements de direction ayant des profils de courbure optimisés.

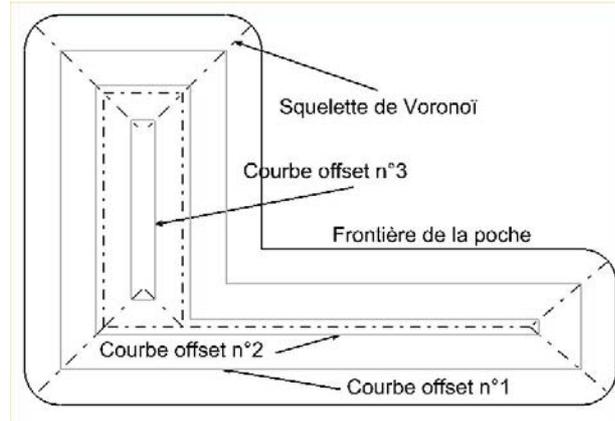


Figure 3-33 : Diagramme de Voronoï d'une poche en forme de L

Le profil de courbure optimal ne doit que comporter un pic de courbure pour chaque changement de direction. Deux critères de choix du profil de courbure idéal peuvent alors être choisis :

- critère n°1 : rayon de courbure minimal le plus grand possible pour maximiser les rayons de courbure sur l'ensemble de la courbe,
- critère n°2 : somme des carrés de la courbure minimale pour minimiser l'énergie de la courbe et obtenir une courbe la plus souple possible [Qu, Ye 00a], [Qu, Ye 00b], [Wolberg, Alfy 02].

Pour chaque changement de direction, le diagramme de Voronoï fournit la direction des deux segments de droite et leur intersection. La courbe assurant ce changement de direction doit donc commencer et finir par une portion droite identique à celle du diagramme de Voronoï. Elle doit aussi décrire un raccordement continu C2 permettant de respecter le paramètre d_{pmax} tout en optimisant l'évolution de la courbure.

Notre méthode est alors basée sur le constat suivant : pour interpoler exactement un segment de droite, il suffit que quatre pôles soient alignés. Dans ce cas, tous les points de l'arc construit à partir de ces quatre pôles sont alignés sur le segment de droite. Cette caractéristique géométrique est vraie quelle que soit la position des pôles sur la droite contenant le segment. Quatre degrés de liberté sont ainsi disponibles, correspondant à la position des quatre pôles sur la droite, pour adapter la forme de la courbe en dehors du segment de droite (Figure 3-34).

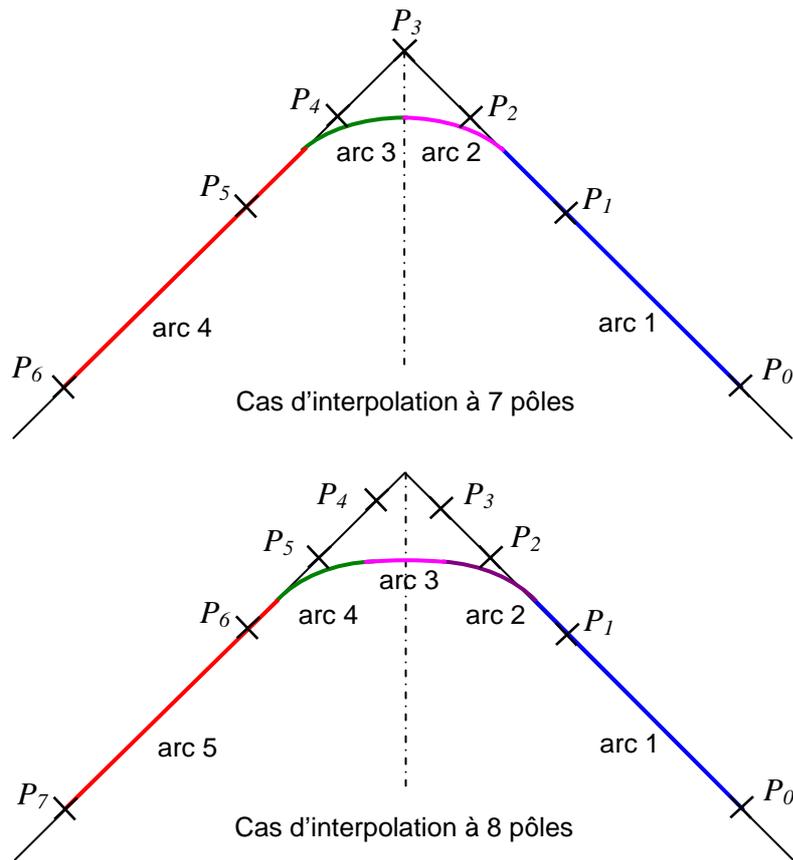


Figure 3-34 : Principe de la méthode d'interpolation d'un changement de direction

Le nombre minimum de pôles pour interpoler un changement de direction est alors de 7. En effet, il faut 4 pôles par segment de droite et le dernier pôle du premier segment est confondu avec le premier pôle du deuxième segment. Dans ce cas, le pôle commun P_3 aux deux segments se situe à leur intersection. La courbe possède 4 arcs dont l'arc 1 et l'arc 4 sont deux segments de droite et nous devons positionner 6 pôles. Les 3 pôles se situant sur le premier segment P_0, P_1 et P_2 et les 3 autres se situant sur le deuxième segment P_4, P_5 et P_6 doivent être parfaitement symétriques par rapport à la bissectrice du changement de direction pour assurer la symétrie de la courbe interpolée. Il faut donc 3 conditions géométriques pour calculer la position de P_0, P_1, P_2 et de P_4, P_5, P_6 .

Nous pouvons aussi utiliser 8 pôles pour interpoler le changement de direction. Dans cette configuration, les pôles P_0, P_1, P_2 et P_3 sont positionnés sur le premier segment de droite et les pôles P_4, P_5, P_6 et P_7 sur le deuxième de manière symétrique. Il faut alors 4 conditions pour calculer la position des 8 pôles.

Ainsi, le problème classique d'interpolation de courbe Bspline est transformé. Lorsqu'une interpolation classique est réalisée, les coordonnées X et Y des pôles sont inconnues. Ici, nous les remplaçons par leur abscisse curviligne le long des segments de droite. Pour une courbe à p pôles, les $2p$ inconnues sont remplacées par p inconnues. Par sa structure, l'évolution du problème d'interpolation permet de garantir que les segments de droite sont exactement interpolés. De plus, la courbe interpolée ne possède plus d'oscillations. Nous aboutissons à un problème d'interpolation à sept ou huit inconnues par changement de direction.

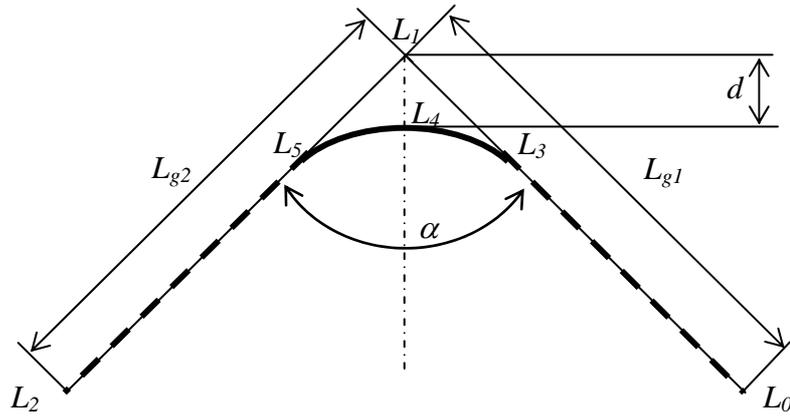


Figure 3-35 : Interpolation d'un changement de direction : Modélisation du problème

Nous modélisons le problème de la manière suivante (Figure 3-35). Soient deux segments S_1 et S_2 de droites L_0L_1 et L_1L_2 . Les deux segments ont une longueur L_{g1} et L_{g2} et α est l'angle entre les deux segments. La courbe Bspline commence au point L_0 et termine au point L_2 . Les positions du premier et du dernier pôles de la courbe sont situées en L_0 et L_2 . Il reste donc quatre ou six autres pôles à positionner. Trois points de passage particuliers sont définis pour calculer la courbe Bspline par interpolation. La courbe quitte le segment S_1 au point L_3 et rejoint le segment S_2 au point L_5 . La courbe passe par le point L_4 situé sur la bissectrice de l'angle formé par S_1 et S_2 . Le point L_4 correspond au point dit « intérieur » au changement de direction. L'engagement radial de l'outil est maximal en ce point. La distance d entre L_4 et L_1 est donc représentative de la variation d'engagement radial autorisée par le programmeur. Elle est contrôlée par les paramètres d_p et d_{pmax} et est égale à :

$$d = \left| d_{pmax} - \frac{d_p}{\sin(\alpha)} \right| \quad (3-21)$$

Les positions des points L_3 et L_5 permettent de contrôler la forme de la courbe et donc l'évolution de la courbure de celle-ci. Les positions des points L_3 et L_5 sont donc déterminées pour satisfaire le critère n°1 ou le critère n°2 du choix de profil de courbure « idéal ».

En considérant le cas d'interpolation à 8 pôles par changement de direction, le problème se pose de la manière suivante :

Soit une courbe Bspline de degré 3 à 8 pôles $[P_0, \dots, P_7]$ et de séquence nodale $u = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 \ u_5 \ u_5 \ u_5 \ u_5]$. Les 8 pôles sont positionnés sur les deux droites et paramétrés par les constantes k_1, k_2, k_3 (équation (3-22)).

P_0 point de départ de la courbe :

$$P_0 = L_0$$

P_1, P_2 et P_3 appartiennent à la droite (L_0L_1) :

$$\overline{L_1P_1} = k_1 \overline{L_1L_0}$$

$$\overline{L_1P_2} = k_2 \overline{L_1L_0} \quad \text{avec la condition } k_1 > k_2 > k_3$$

$$\overline{L_1P_3} = k_3 \overline{L_1L_0}$$

P_4, P_5 et P_6 appartiennent à la droite (L_1L_2) :

$$\overline{L_1P_4} = k_3 \times \frac{L_{g1}}{L_{g2}} \overline{L_1L_2} \quad (3-22)$$

$$\overline{L_1P_5} = k_2 \times \frac{L_{g1}}{L_{g2}} \overline{L_1L_2} \quad \text{avec la condition } k_1 > k_2 > k_3$$

$$\overline{L_1P_6} = k_1 \times \frac{L_{g1}}{L_{g2}} \overline{L_1L_2}$$

P_7 point d'arrivée de la courbe :

$$P_7 = L_2$$

Comme les quatre premiers pôles sont alignés sur la droite L_0L_1 et les quatre derniers sur la droite L_1L_2 , le premier et le dernier arc de la courbe sont des segments de droite.

La fin du premier arc correspond au point L_3 (paramètre u_1 de la courbe) et la courbe doit passer en L_4 (paramètre $u^* = (u_2+u_3)/2$ de la courbe). Le problème d'interpolation se résume alors à :

Soient $\overline{V_1}$ et $\overline{V_2}$ les deux vecteurs directeurs des droites L_0L_1 et L_1L_2 .

L_3 est interpolé par la courbe au point de paramètre u_1 : $\overline{L_1C(u_1)} \cdot \overline{V_1} = \overline{L_1L_3} \cdot \overline{V_1}$

avec $\overline{OC(u_1)} = N_{03}(u_1)\overline{OP_0} + N_{13}(u_1)\overline{OP_1} + N_{23}(u_1)\overline{OP_2} + N_{33}(u_1)\overline{OP_3}$

$$\text{donc} \left[\left(N_{03}(u_1)\overline{OP_0} + N_{13}(u_1)\overline{OP_1} + N_{23}(u_1)\overline{OP_2} + N_{33}(u_1)\overline{OP_3} \right) - \overline{OL_1} \right] \cdot \overline{V_1} = \overline{L_1L_3} \cdot \overline{V_1} \quad \text{en } u_1 \quad (3-23)$$

L_4 est interpolé par la courbe au point de paramètre $u^* = \frac{u_2+u_3}{2}$: $\overline{L_1C(u^*)} \cdot \overline{V_1} = \overline{L_1L_4} \cdot \overline{V_1}$

avec $\overline{OC(u^*)} = N_{23}(u^*)\overline{OP_2} + N_{33}(u^*)\overline{OP_3} + N_{43}(u^*)\overline{OP_4} + N_{53}(u^*)\overline{OP_5}$

$$\text{donc} \left[\left(N_{23}(u^*)\overline{OP_2} + N_{33}(u^*)\overline{OP_3} + N_{43}(u^*)\overline{OP_4} + N_{53}(u^*)\overline{OP_5} \right) - \overline{OL_1} \right] \cdot \overline{V_1} = \overline{L_1L_4} \cdot \overline{V_1} \quad \text{en } u^*$$

Nous obtenons ensuite un système de deux équations à trois inconnues k_1, k_2 et k_3 :

Equation n°1 en u_1

$$(N_{13}k_1 + N_{23}k_2 + N_{33}k_3) \cdot (\overline{L_1L_0} \cdot \overline{V_1}) = \overline{L_1L_3} \cdot \overline{V_1} + \left[(1 - N_{13} - N_{23} - N_{33}) \overline{OL_1} - N_{03} \overline{OL_0} \right] \cdot \overline{V_1}$$

Equation n°2 en u^*

$$\left[\left(N_{23}k_2 + N_{33}k_3 \right) \cdot (\overline{L_1L_0} \cdot \overline{V_1}) + \left(N_{43}k_3 + N_{53}k_2 \right) \cdot \left(\frac{L_{g1}}{L_{g2}} \overline{L_1L_2} \cdot \overline{V_1} \right) \right] \\ = \overline{L_1L_4} \cdot \overline{V_1} + \left[1 - N_{23} - N_{33} - (N_{43} + N_{53}) \frac{L_{g1}}{L_{g2}} \right] \cdot (\overline{OL_1} \cdot \overline{V_1}) \quad (3-24)$$

La détermination des trois inconnues k_1, k_2 et k_3 ne peut être réalisée directement car le problème d'interpolation ne fournit que deux équations. Il faut donc proposer une troisième

équation pour fixer un rapport entre deux paramètres. Cette nouvelle équation permet d'optimiser le changement de direction.

5.2 Optimisation du changement de direction

5.2.1 Rappel des critères d'optimisation

Nous souhaitons obtenir une courbe interpolée dont un profil de courbure ne possède qu'un seul pic et ne change pas de signe pour annuler toute oscillation. Parmi l'ensemble des profils de courbure respectant ces deux contraintes, nous cherchons celui qui minimise le temps de parcours de la courbe associée. Pour cela nous possédons deux critères de choix du profil de courbure « idéal » :

- critère n°1 : rayon de courbure minimal le plus grand possible,
- critère n°2 : somme des carrés de la courbure en tout point minimale.

5.2.2 Détermination de la position des points L_3 et L_5

Comme les positions de L_3 et L_5 déterminent le profil de courbure, il est important de les positionner correctement pour obtenir un profil de courbure « idéal ». Il est donc nécessaire d'utiliser un critère de choix du profil de courbure pour déterminer ces deux points.

L'utilisation du critère n°1 indique que les points L_3 et L_5 correspondent aux points de début et de fin de l'arc de cercle tangent aux segments S_1 et S_2 et passant par L_4 .

Si nous choisissons le critère n°2, les points L_3 et L_5 correspondent alors aux points extrémités d'une poutre soumise à une sollicitation de flexion. En effet, nous savons que le lissage d'une courbe polynomiale est assimilé à la minimisation de la somme des carrés de sa courbure en tout point. Par analogie, la minimisation de la somme des carrés de la courbure est équivalente à la minimisation de l'énergie de déformation d'une poutre [Wagner & al 95], [Wang & al 97]. Ainsi, un modèle poutre de résistance des matériaux permet de déterminer la déformée répondant aux contraintes de notre problème d'interpolation et ainsi déterminer les positions des points L_3 et L_5 . Ces positions correspondent à une position d'équilibre où l'énergie de déformation de la poutre est minimisée.

Dans le cadre de notre problème, la poutre servant à déterminer les points L_3 et L_5 est une poutre soumise à une sollicitation de flexion simple. La poutre calculée doit satisfaire le raccordement en tangence avec les deux segments S_1 et S_2 du changement de direction aux points inconnus L_3 et L_5 ainsi que le passage par le point L_4 (Figure 3-36).

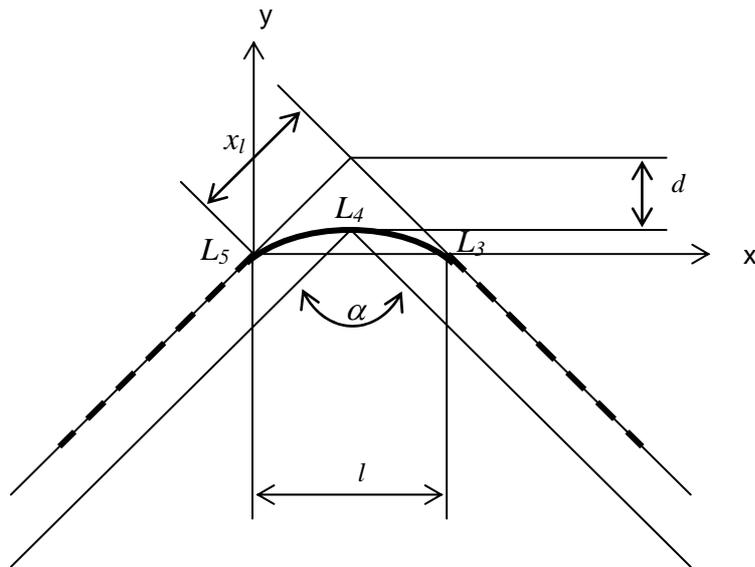


Figure 3-36 : Passage d'un changement de direction

Le calcul de la déformée d'une poutre soumise à une sollicitation de flexion simple, dans les conditions présentées (Figure 3-37), nous donne l'équation suivante :

$$y = \frac{F}{EI} \left(\frac{x^3}{12} - \frac{lx^2}{4} + \frac{l^2x}{16} - \frac{l^3}{48} \right)$$

$E =$ module d'Young du matériau (3-25)
 $I =$ moment quadratique suivant l'axe y

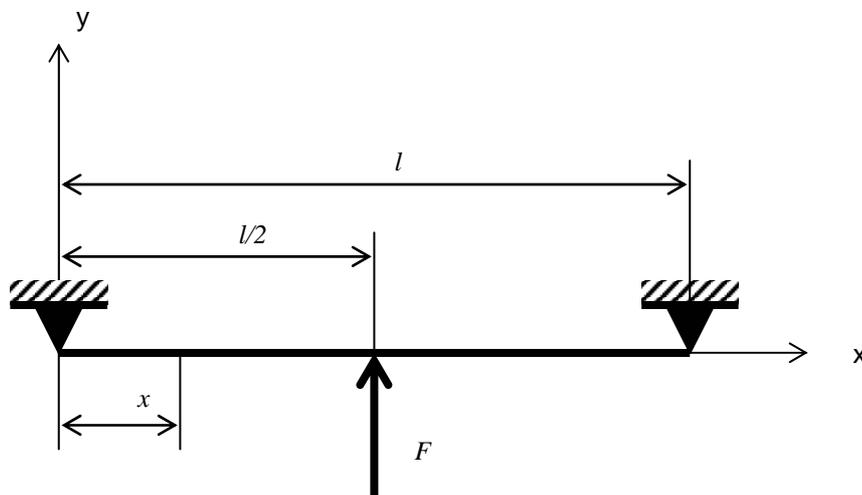


Figure 3-37 : Poutre soumise à une sollicitation de flexion simple

En appliquant l'équation (3-25) à notre problème de passage d'un changement de direction avec minimisation de l'énergie de déformation (Figure 3-36), nous avons :

$$y = \frac{F}{EI} \left(\frac{x^3}{12} - \frac{lx^2}{4} + \frac{l^2x}{16} - \frac{l^3}{48} \right), \quad \frac{dy}{dx}(0) = \frac{dy}{dx}(l) = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} \quad \text{et} \quad y\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{l}{2 \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)} - d$$
(3-26)

Nous obtenons alors

$$l = \left[\frac{6 \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{3 - \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)(\pi - \alpha)} \right] d \quad \text{et} \quad x_l = \frac{l}{2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (3-27)$$

La valeur du paramètre x_l permet de déterminer la position des points L_3 et L_5 par rapport à L_1 .

5.2.3 Analyse de l'interpolation polynomiale à 7 pôles

Il faut au minimum 7 pôles pour décrire un changement de direction. Dans cette configuration, le problème d'interpolation s'énonce sous la forme :

Soit une courbe Bspline de degré 3 à 7 pôles $[P_0, \dots, P_6]$ et de séquence nodale $u = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 \ u_4 \ u_4 \ u_4]$. Les 7 pôles sont positionnés sur les deux droites et paramétrés par les constantes k_1, k_2 (équation (3-28)).

P_0 point de départ de la courbe :

$$P_0 = L_0$$

P_1 et P_2 appartiennent à la droite (L_0L_1) :

$$\overline{L_1P_1} = k_1 \overline{L_1L_0}$$

$$\overline{L_1P_2} = k_2 \overline{L_1L_0} \quad \text{avec la condition } k_1 > k_2$$

P_3 intersection de (L_0L_1) et (L_1L_2) :

$$P_3 = L_1$$

(3-28)

P_4 et P_5 appartiennent à la droite (L_1L_2) :

$$\overline{L_1P_4} = k_2 \times \frac{L_{g1}}{L_{g2}} \overline{L_1L_2}$$

$$\overline{L_1P_5} = k_1 \times \frac{L_{g1}}{L_{g2}} \overline{L_1L_2} \quad \text{avec la condition } k_1 > k_2$$

P_6 point d'arrivée de la courbe :

$$P_6 = L_2$$

La fin du premier arc correspond au point où la courbe quitte la ligne droite en L_3 (paramètre u_1 de la courbe) et la courbe doit passer en L_4 (paramètre u_2 de la courbe). Le problème d'interpolation se résume alors à :

Soient \vec{V}_1 et \vec{V}_2 les deux vecteurs directeurs des droites L_0L_1 et L_1L_2

L_3 est interpolé par la courbe au point de paramètre u_1 : $\overline{L_1C(u_1)} \cdot \vec{V}_1 = \overline{L_1L_3} \cdot \vec{V}_1$

avec $\overline{OC(u_1)} = N_{03}(u_1)\overline{OP_0} + N_{13}(u_1)\overline{OP_1} + N_{23}(u_1)\overline{OP_2} + N_{33}(u_1)\overline{OP_3}$

donc $\left[(N_{03}(u_1)\overline{OP_0} + N_{13}(u_1)\overline{OP_1} + N_{23}(u_1)\overline{OP_2} + N_{33}(u_1)\overline{OP_3}) - \overline{OL_1} \right] \cdot \vec{V}_1 = \overline{L_1L_3} \cdot \vec{V}_1$ en u_1 (3-29)

L_4 est interpolé par la courbe au point de paramètre u_2 : $\overline{L_1C(u_2)} \cdot \vec{V}_1 = \overline{L_1L_4} \cdot \vec{V}_1$

avec $\overline{OC(u_2)} = N_{23}(u_2)\overline{OP_2} + N_{33}(u_2)\overline{OP_3} + N_{43}(u_2)\overline{OP_4} + N_{53}(u_2)\overline{OP_5}$

donc $\left[(N_{23}(u_2)\overline{OP_2} + N_{33}(u_2)\overline{OP_3} + N_{43}(u_2)\overline{OP_4} + N_{53}(u_2)\overline{OP_5}) - \overline{OL_1} \right] \cdot \vec{V}_1 = \overline{L_1L_4} \cdot \vec{V}_1$ en u_2

Nous obtenons ensuite un système de deux équations à deux inconnues k_1 et k_2 :

Equation n°1 en u_1

$$(N_{13}k_1 + N_{23}k_2) \cdot (\overline{L_1 L_0} \cdot \overline{V_1}) = \overline{L_1 L_3} \cdot \overline{V_1} + \left[(1 - N_{13} - N_{23} - N_{33}) \overline{OL_1} - N_{03} \overline{OL_0} \right] \cdot \overline{V_1}$$

Equation n°2 en u_2

$$\left[(N_{13}k_1 + N_{23}k_2) \cdot (\overline{L_1 L_0} \cdot \overline{V_1}) + N_{43}k_2 \cdot \left(\frac{L_{g1}}{L_{g2}} \overline{L_1 L_2} \cdot \overline{V_1} \right) \right] = \overline{L_1 L_4} \cdot \overline{V_1} + (1 - N_{13} - N_{23} - N_{33} - N_{43}) \cdot (\overline{OL_1} \cdot \overline{V_1})$$

(3-30)

La résolution du système d'équations nous conduit à une solution cohérente. La courbe interpolée passe par L_4 , quitte le segment S_1 en L_3 et rejoint le segment S_2 en L_5 (Figure 3-38). La courbe est bien positionnée entre la poutre déformée et l'arc de cercle. Cependant quelles que soient les valeurs des nœuds de la séquence nodale, la condition $k_1 > k_2$ n'est pas respectée. Le polygone de contrôle n'est donc pas convexe. Dans l'exemple présenté, nous obtenons les résultats : $k_1 = 0,28$ et $k_2 = 0,6$. Dans certaines configurations, le système d'équation aboutit même à des valeurs de k_i négatives.

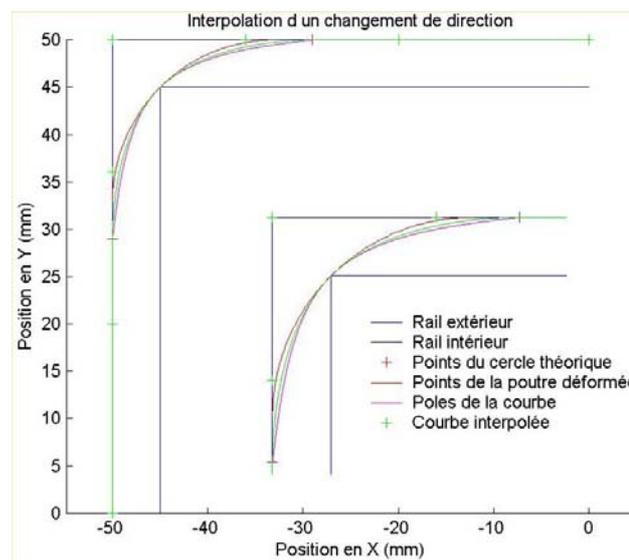


Figure 3-38 : Interpolation d'un changement de direction avec 7 pôles

Ce phénomène est expliqué par la position du pôle P_3 en L_1 . En effet, ce dernier étant éloigné du point de passage L_4 , le pôle précédent P_2 doit se rapprocher de P_0 pour compenser l'attraction de P_3 . Cependant, la position de P_3 ne peut être modifiée pour des raisons de symétrie. Il doit se situer sur la bissectrice du changement de direction. Dans ces conditions, le déplacement de ce pôle sur la bissectrice n'assure plus l'alignement des 4 premiers et des 4 derniers pôles et donc le premier et le dernier arcs ne sont plus des lignes droites. Il faut donc ajouter un pôle supplémentaire pour se trouver dans une configuration cohérente. Le nombre minimum de pôles pour réaliser un changement de direction est alors de huit.

5.2.4 Méthode d'interpolation à 8 pôles

Nous savons désormais qu'il faut utiliser 8 pôles pour interpoler le changement de direction. Sur les 8 pôles, 2 sont positionnés aux extrémités des deux segments en L_0 et L_2 . Le passage par le point dit « intérieur » au changement de direction L_4 fixe deux des pôles libres. Les points de passage L_3 et L_5 , donnés par l'équation (3-27), en positionnent deux autres. Il reste alors

deux pôles libres qui permettent d'ajuster la forme de la courbe vis-à-vis de notre critère de choix du profil de courbure « idéal ».

Une première interpolation est réalisée en utilisant le système d'équations (3-24) et fixant arbitrairement le paramètre k_1 (Figure 3-39). La résolution du système d'équation permet de déterminer k_2 et k_3 en fonction de k_1 . Nous observons que la courbe interpolée est assez proche de la poutre déformée. L'évolution de la courbure ne présente qu'un seul pic. La courbe ne présente aucune oscillation et les deux arcs extrémités sont des segments de droite.

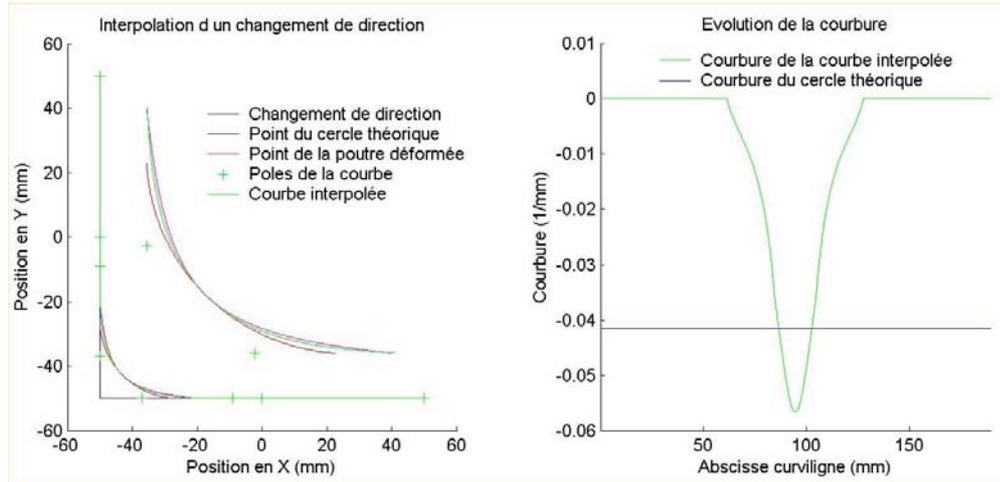


Figure 3-39 : Interpolation d'un changement de direction – choix arbitraire de k_1

Dans cette configuration, la condition $k_1 > k_2 > k_3$ est bien respectée quelle que soit la valeur des nœuds de la séquence nodale. La méthode d'interpolation est donc correcte et validée. Il reste alors à déterminer la valeur des différents paramètres pour obtenir un profil de courbure « idéal ».

5.2.5 Recherche du profil de courbure « idéal »

Comme nous cherchons à obtenir une évolution de courbure qui minimise le temps de parcours de la courbe associée, nous étudions l'influence des deux paramètres permettant de modifier la forme de la courbe :

- Le positionnement des points L_3 et L_5 , donné par l'étude d'une poutre sollicitée en flexion et minimisant son énergie de déformation. Pour cela nous définissons un coefficient de pondération *coeff* permettant de déplacer la position de L_3 et L_5 le long des segments S_1 et S_2 . Leurs positions sont données par :

$$\overline{L_1L_3} = coeff \times x_1 \times \frac{\overline{L_1L_0}}{\|\overline{L_1L_0}\|} \quad \text{et} \quad \overline{L_1L_5} = coeff \times x_1 \times \frac{\overline{L_1L_2}}{\|\overline{L_1L_2}\|} \quad (3-31)$$

- Le rapport entre les coefficients k_1 et k_2 , servant de troisième équation au système d'équations (3-24) pour déterminer les valeurs des trois paramètres k_1 , k_2 et k_3 et calculer la positions des pôles P_1 à P_6 . Ce rapport conditionne la position relative des pôles P_1 et P_2 , et celle des pôles P_3 et P_6 .

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\|L_1P_1\|}{\|L_1P_2\|} = \frac{\|L_1P_6\|}{\|L_1P_5\|} \tag{3-32}$$

Nous étudions dans un premier temps l'influence de la position des points L_3 et L_5 . Ces deux points conditionnent le point où la courbe interpolée quitte le premier segment de droite du changement de direction et rejoint le deuxième. Par défaut ils ont positionnés aux deux points dont l'emplacement est donné par les points de commencement et de fin de la poutre soumise à une sollicitation de flexion simple ($coeff = 1$).

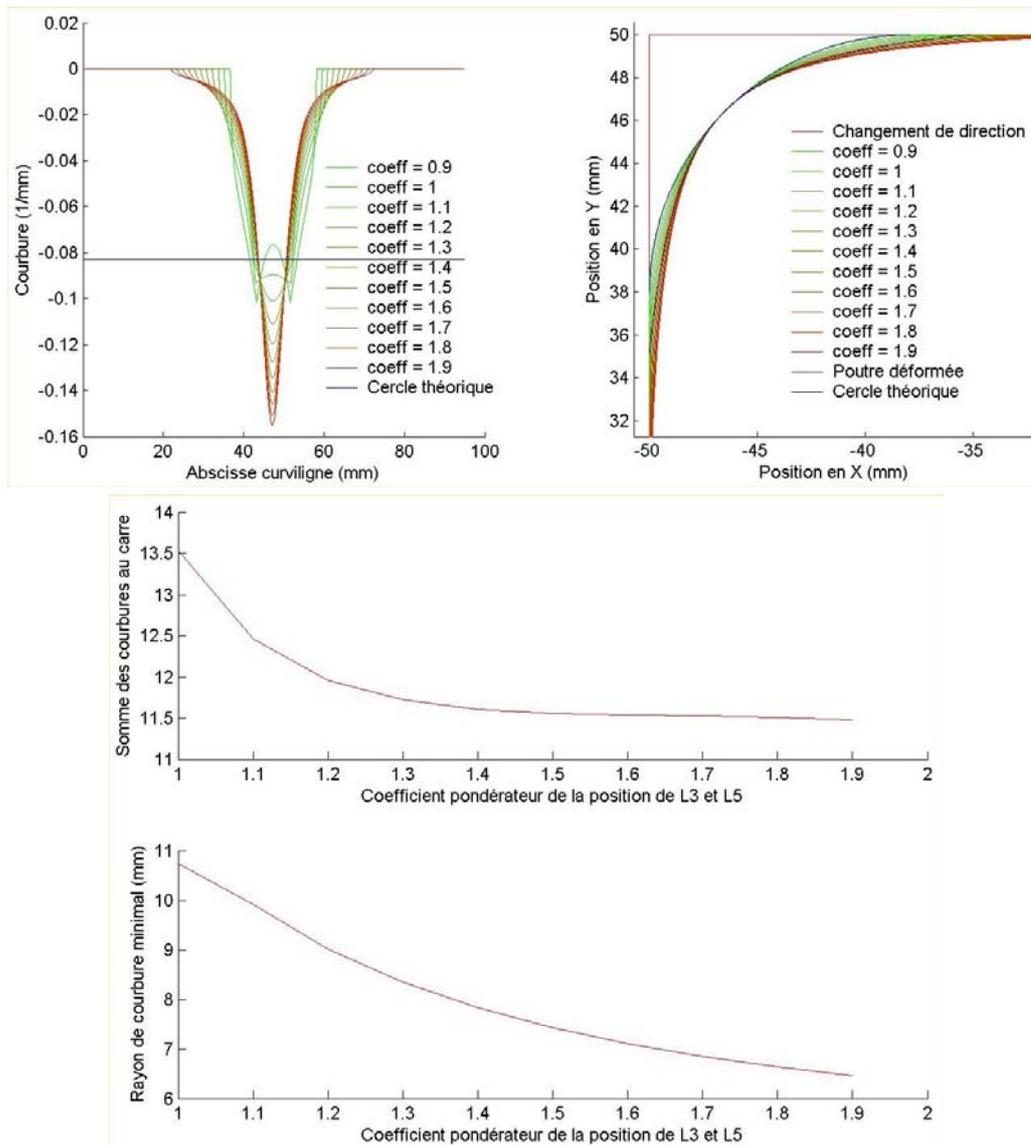


Figure 3-40 : Influence de la position de L_3 et L_5 – Rapport $k_1/k_2 = 1$

Deux séries de courbes interpolées sont calculées en faisant varier le paramètre $coeff$ de 0,9 à 1,9 pour deux valeurs du rapport k_1 / k_2 .

La variation du paramètre $coeff$ permet de modifier le point de début et de fin de changement de direction. La position de la courbe peut ainsi varier d'une position proche de celle de l'arc de cercle théorique jusqu'à celle de la poutre déformée (Figure 3-40). Pour un rapport k_1/k_2 faible nous observons que plus la valeur du paramètre $coeff$ est faible et plus la valeur du rayon de

courbure minimal est importante. De même, la somme des carrés de la courbure est de plus en plus importante.

Le paramètre *coeff* influence donc la forme de la courbe interpolée et donc son profil de courbure. Le critère n°1 tend à choisir une valeur du paramètre *coeff* faible alors que le critère n°2 incite à choisir une valeur forte.

Si le rapport k_1/k_2 augmente, l'évolution du critère n°2 est la même et tend à choisir une valeur du paramètre *coeff* forte. Mais un maximum pour le critère n°1 apparaît pour une valeur du paramètre *coeff* égale à 1,3 (Figure 3-41).

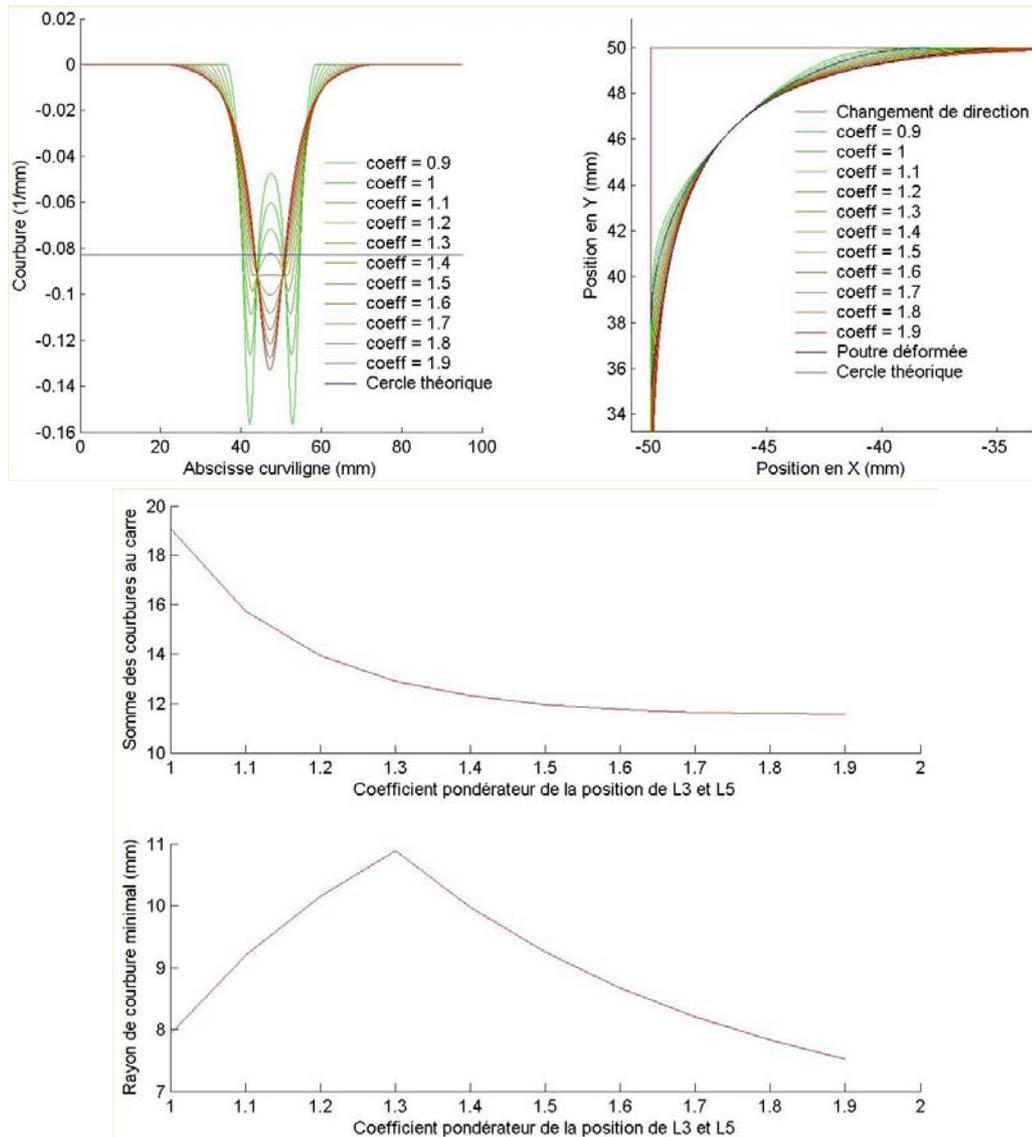


Figure 3-41 : Influence de la position de L_3 et L_5 – Rapport $k_1/k_2 = 2$

En conclusion, nous pouvons remarquer qu'une faible valeur du paramètre *coeff* ($coeff < 1,2$) approche la courbe interpolée de l'arc de cercle alors qu'une valeur plus importante ($coeff > 1,5$) la rapproche de la poutre déformée pour toute valeur du rapport k_1/k_2 . Suivant le critère de choix du profil de courbure « idéal », la valeur du paramètre ne sera pas la même.

Nous réalisons des essais identiques pour quantifier l'influence du rapport k_1/k_2 : dans la première configuration $coeff = 1$ (courbe proche de l'arc de cercle : deux pics de courbure) et dans la deuxième $coeff = 2$ (courbe proche de la poutre déformée : un seul pic de courbure).

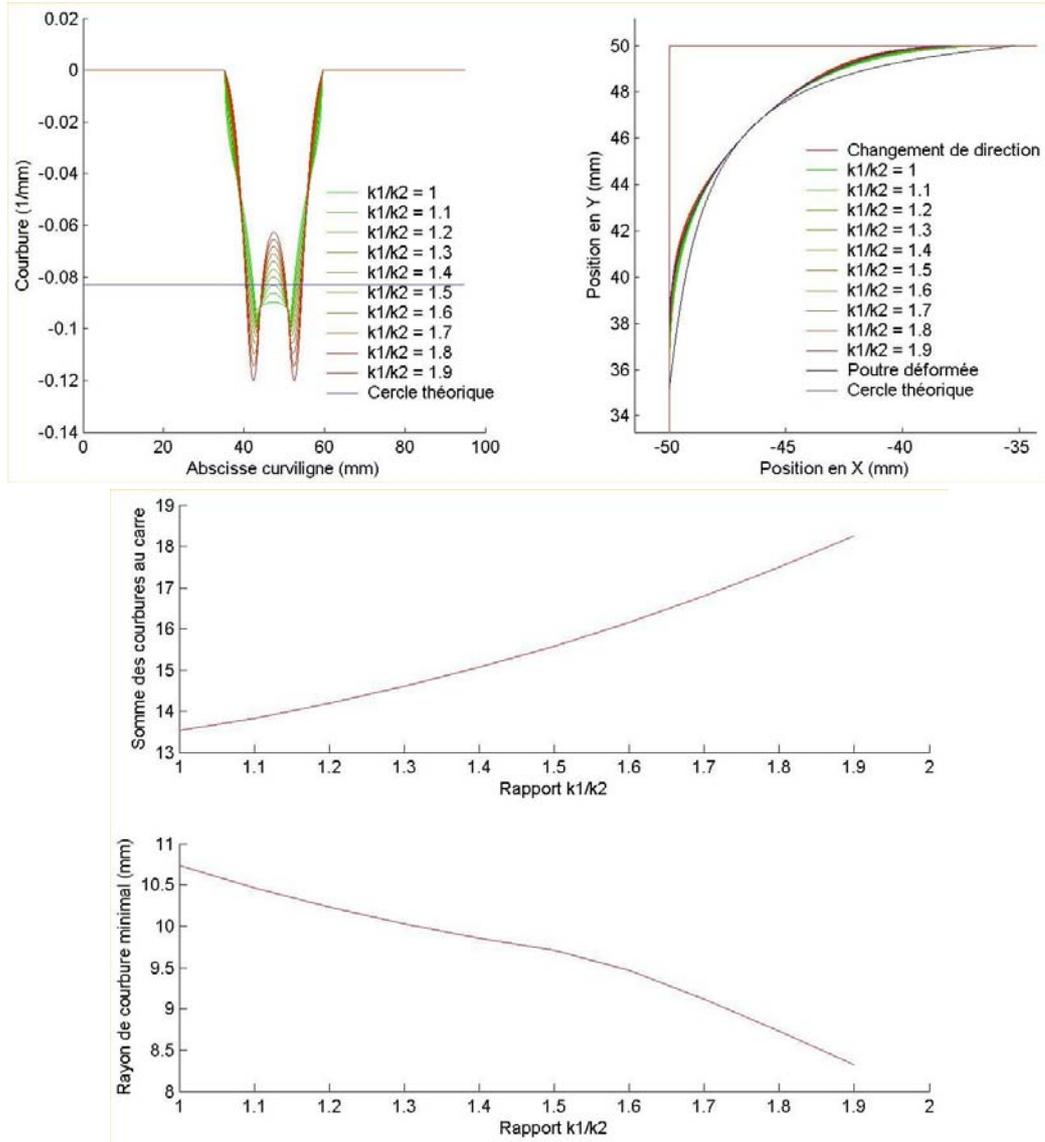


Figure 3-42 : Influence du rapport k_1/k_2 – Cas de deux pics de courbure - $coeff = 1$

Dans le cas où la courbe interpolée est proche de l'arc de cercle ($coeff = 0,9$), la courbure possède toujours deux pics et que les deux critères de choix du profil de courbure « idéal » tendent à régler un rapport k_1/k_2 proche de la valeur 1 (Figure 3-42).

A l'inverse, une courbe interpolée proche de la poutre déformée ($coeff = 2$) est synonyme d'un seul pic de courbure. Le critère de choix n°2 du profil de courbure « idéal » tend à régler un rapport k_1/k_2 proche de la valeur 1 alors que le critère n°1 tend à avoir un rapport le plus grand k_1/k_2 possible (Figure 3-43).

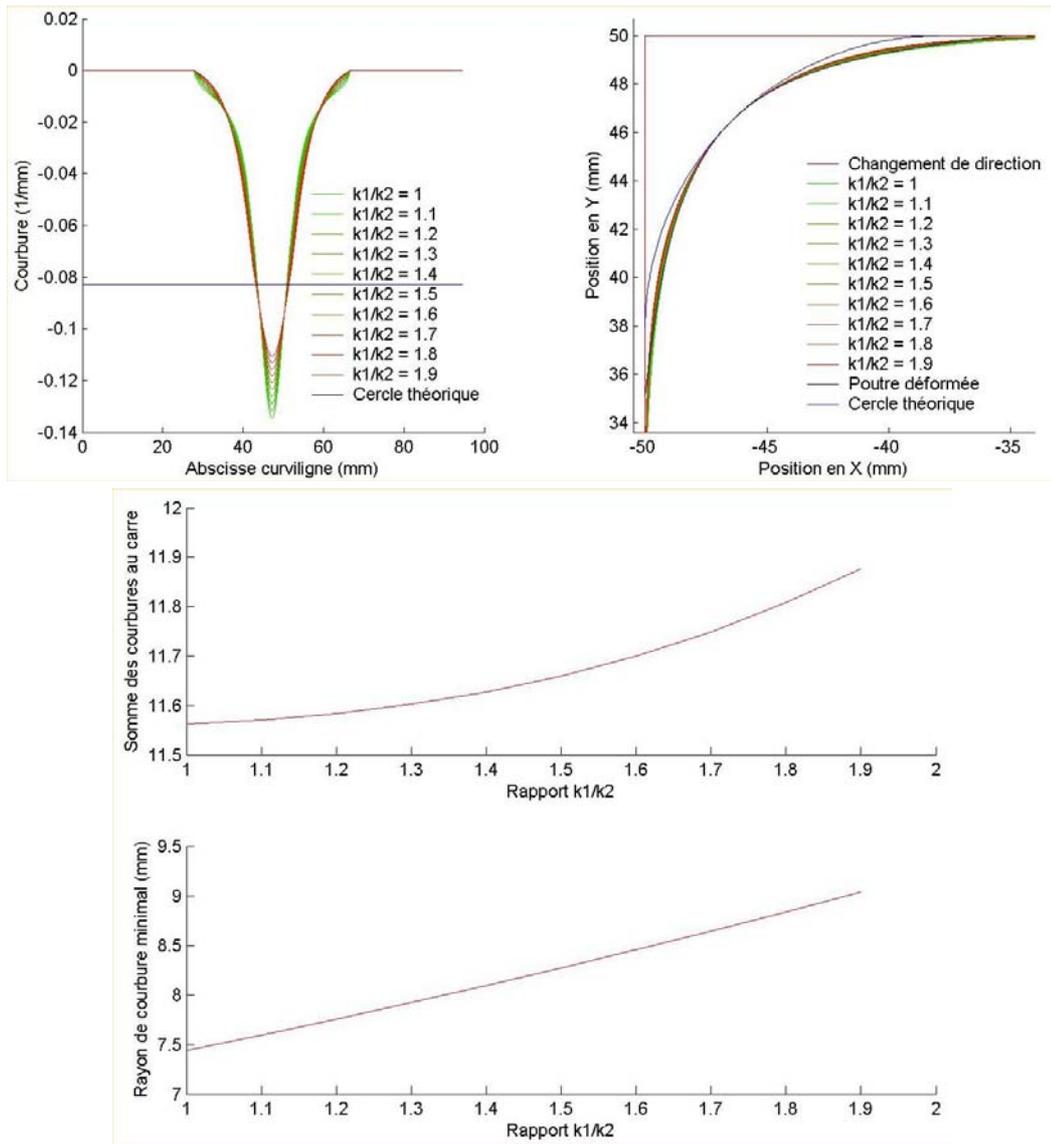


Figure 3-43 : Influence du rapport k_1/k_2 – Cas d'un pic de courbure - $coeff = 2$

Le tracé de l'évolution des deux critères de choix du profil de courbure « idéal » montre que (Figure 3-44) :

- Si le critère de choix de la courbe interpolée est la maximisation du rayon de courbure minimal (critère n°1), il existe alors un ensemble de couples de paramètres k_1/k_2 et $coeff$ tel que le rayon de courbure minimal est maximisé.
- Si le critère de choix de la courbe interpolée est la minimisation de la somme des carrés de la courbure (critère n°2), il faut choisir le rapport k_1/k_2 proche de la valeur 1 et le paramètre $coeff$ supérieur à la valeur 1,5.

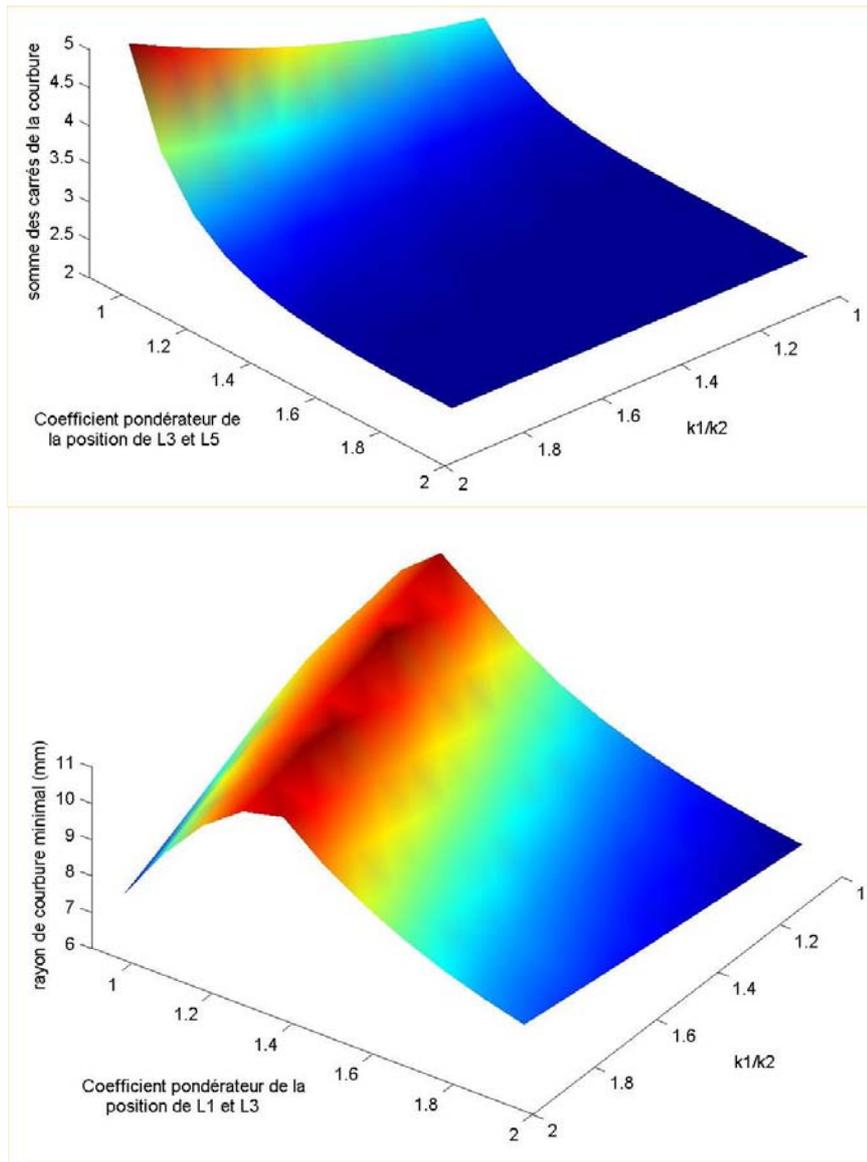


Figure 3-44 : Influence des paramètres k_1/k_2 et *coeff* sur les critères de choix du profil de courbure

Pour déterminer le critère de choix du profil de courbure « idéal » (critère n°1 ou critère n°2), une simulation et un chronométrage sur machine de l'ensemble des trajets proposés sont réalisés. La simulation est conduite, pour un changement de direction avec variation des paramètres *coeff* et k_1/k_2 , en utilisant le modèle de comportement cinématique développé au chapitre deux. Pour chronométrer les temps de parcours, ces mêmes trajets sont programmés sur la machine Huron KX 15. Dans ce cas, dix changements de direction identiques sont chronométrés pour réduire les dispersions et obtenir des résultats cohérents.

Simulation du temps d'usinage : passage d'un changement de direction

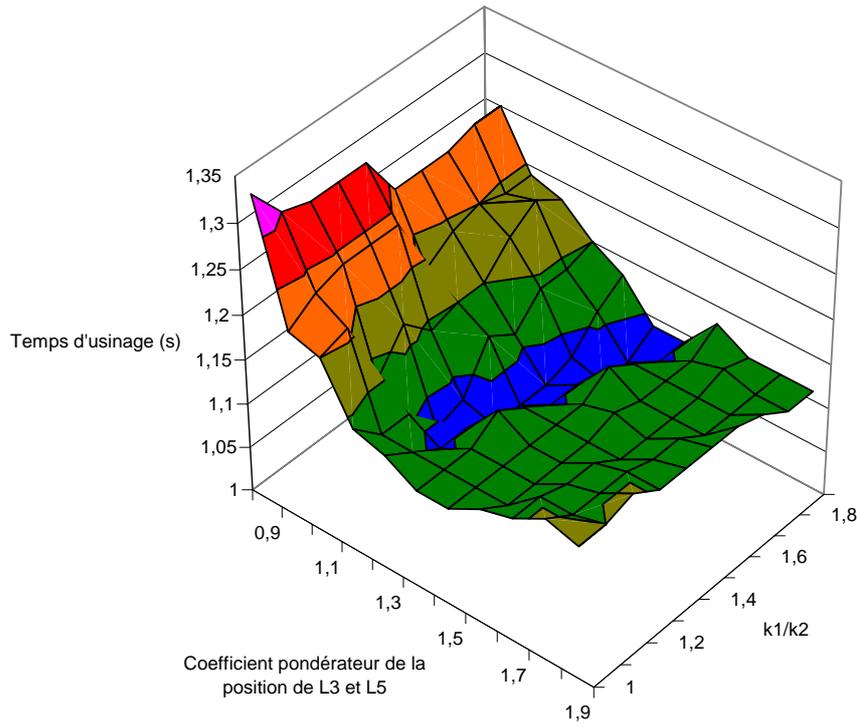


Figure 3-45 : Influence des paramètres k_1/k_2 et *coeff* sur le temps d'usinage par simulation

Dans le cas de la simulation, nous observons que l'allure du temps de parcours du changement de direction en fonction des paramètres *coeff* et k_1/k_2 est la même que celle de la somme des carrés de courbures des différents trajets (Figure 3-45). Ainsi, le paramètre *coeff* doit être supérieur à 1,3 pour obtenir un temps d'usinage minimum quelle que soit la valeur du rapport k_1/k_2 . Ainsi, plus le paramètre *coeff* possède une valeur élevée et plus le temps d'usinage diminue. Une fois la valeur 1,3 dépassée, le phénomène se stabilise et la surface tend vers un plan horizontal comme pour le critère n°2 (Figure 3-44) Toutefois un minimum semble apparaître pour des valeurs proches de la valeur 1,4 du paramètre *coeff*.

L'observation des temps de parcours réels montre la même tendance (Figure 3-46). Même si la surface est un peu plus perturbée, la valeur 1,3 du paramètre *coeff* semble être la valeur à dépasser pour obtenir un temps d'usinage minimal quelle que soit la valeur du rapport k_1/k_2 .

La faible influence du rapport k_1/k_2 se retrouve en simulation et en chronométrage.

Le gain possible en temps de parcours est de 24% en simulation et de 9 % sur les trajets chronométrés. Il faut noter que sur les trajets chronométrés, le retour entre deux changements de direction identiques est intégré dans le temps de parcours. Ce dernier n'étant pas optimisé, il fait sensiblement chuter le gain attendu.

Chronométrage du temps d'usinage : passage de 10 changements de direction

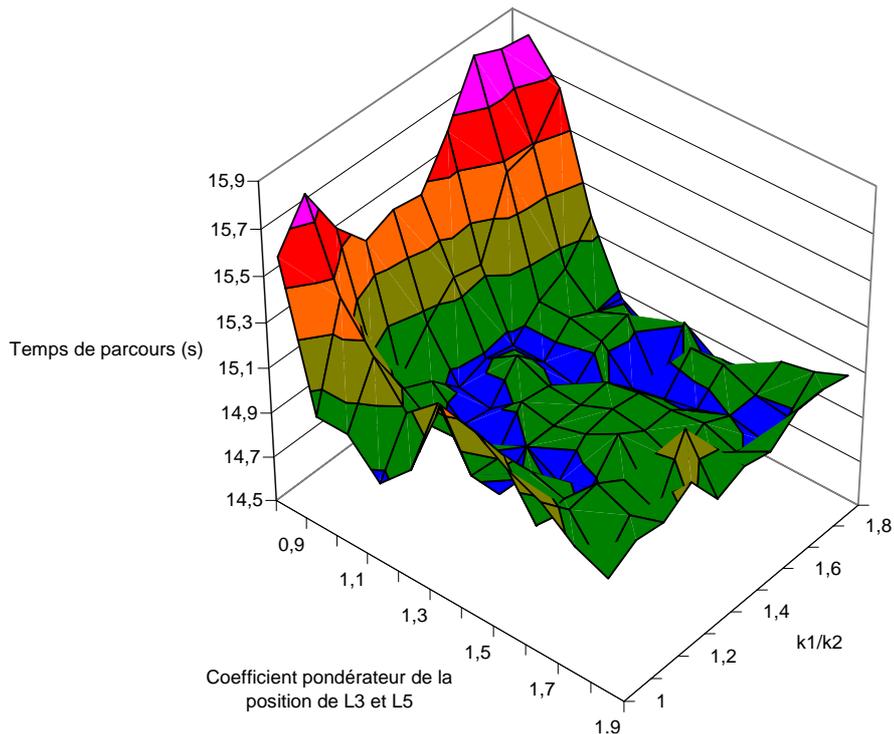


Figure 3-46 : Influence des paramètres k_1/k_2 et $coeff$ sur le temps d'usinage chronométré

Suite à ces essais, il est désormais acquis que le profil de courbure « idéal » est celui dont la somme des carrés de la courbure en tout point est minimum. Le critère de choix est donc le critère n°2. En effet, les simulations des temps de parcours et les chronométrages des trajets sur machine-outil en fonction des paramètres $coeff$ et k_1 / k_2 possèdent la même allure d'évolution que la somme des carrés de la courbure des différents trajets. Dans ces conditions, les paramètres $coeff$ et k_1 / k_2 doivent être tels que :

- la valeur du paramètre $coeff$ doit être suffisamment importante pour se situer dans la partie plane de la somme des carrés de la courbure (Figure 3-44),
- la valeur du rapport k_1/k_2 est déterminée pour respecter la condition $k_1 > k_2 > k_3$ car il n'influence pas le critère de choix du profil de courbure « idéal ».

5.2.6 Influence de la géométrie du changement de direction

Toutes les expérimentations réalisées ont été menées pour un changement de direction possédant un angle de 90°. Il reste donc à quantifier l'influence de l'angle d'ouverture α du changement de direction sur la valeur du paramètre $coeff$ à choisir pour obtenir un profil de courbure « idéal ». Pour cela, nous calculons pour différentes valeurs de l'angle α et du paramètre $coeff$ la somme des carrés de la courbure de la courbe interpolée (Figure 3-47).

Les résultats montrent que l'angle d'ouverture α du changement de direction n'a un effet sur le critère n°2 de choix du profil de courbure « idéal » que lorsque le paramètre $coeff$ a une valeur inférieure à 1,2. Ainsi, nous décidons de choisir une valeur du paramètre $coeff$ égal 1,3 car cette valeur nous garantit :

- un profil de courbure dont la somme des carrés en tout point est minimale pour toute valeur de l'angle d'ouverture du changement de direction,
- un changement de direction dont le temps de parcours est minimal.

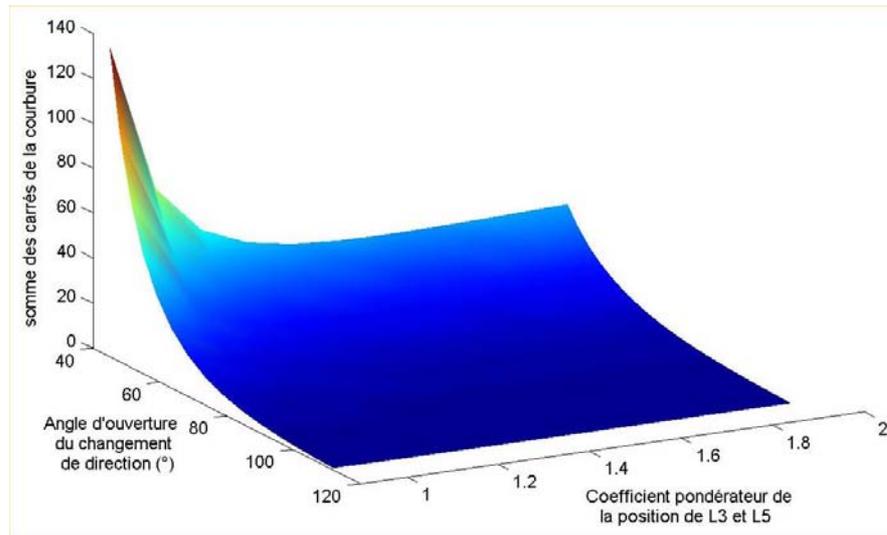


Figure 3-47 : Influence de l'angle d'ouverture du changement de direction

5.3 Application au calcul de la passe d'usinage

Le calcul du trajet d'usinage a pour objectif de générer une courbe polynomiale par passe d'usinage. La méthode de calcul du trajet se divise en trois étapes :

- étape 1 : calcul du diagramme de Voronoï du profil de la frontière extérieure de la poche,
- étape 2 : étude du cas d'emploi (la valeur du paramètre d_{pmax} permet - elle de couvrir la totalité du fond de la poche ?) et détermination du nombre de passes à ajouter dans les coins si nécessaire,
- étape 3 : interpolation de l'ensemble des passes d'usinage.

Pour calculer une passe d'usinage, nous traitons le problème par changement de direction. Chaque changement est interpolé avec la méthode présentée au paragraphe précédent. La position du point L4 du changement de direction est calculée en tenant compte des paramètres d_p et d_{pmax} (équation (3-21)). La liaison entre chaque courbe est réalisée au milieu du segment de droite (Figure 3-48). Pour n'obtenir qu'une seule courbe polynomiale par passe d'usinage, le dernier pôle du raccordement en cours correspond au premier pôle du raccordement suivant.

Le seul problème apparaît pour les passes centrales de l'évidement. La méthode géométrique exacte stipule que ces passes doivent être des cercles. Mais, sur ces passes, la longueur des segments de droite est insuffisante pour permettre de positionner les pôles correctement et ainsi générer la courbe optimale. Dans ce cas, nous décidons de générer la courbe possédant le rayon de raccordement le plus important possible tout en garantissant que la répartition des pôles est cohérente pour obtenir une courbe viable. Sur le trajet présenté, ce phénomène apparaît pour les trois passes centrales qui ne présentent pas un profil de courbure optimal (Figure 3-48).

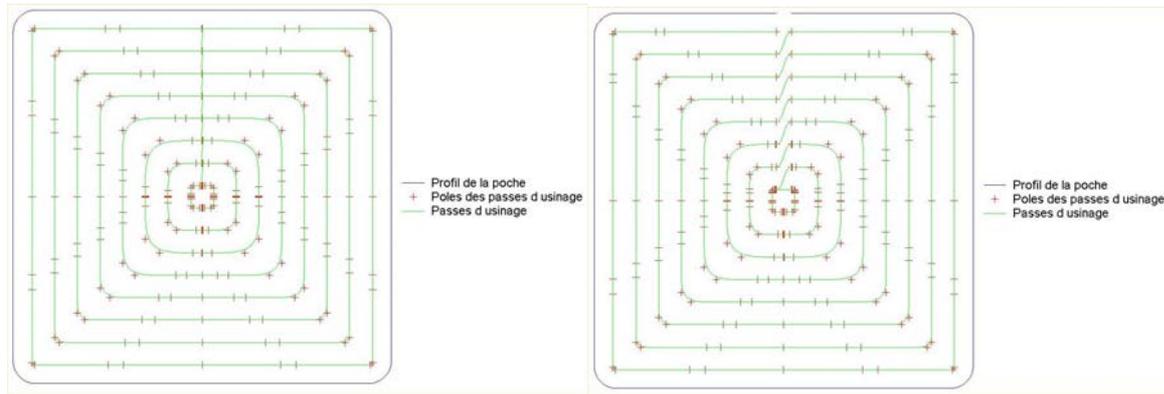


Figure 3-48 : Trajet d'usinage de la poche – $d_p = 6$ mm et $d_{pmax} = 9$ mm

Sur le trajet présenté, les trajets de liaison entre passes d'usinage ne sont pas optimisés. Nous pouvons toutefois y insérer des raccords plus souples décrits à l'aide d'une courbe polynomiale (Figure 3-48).

5.4 Conclusions et limites de la méthode d'interpolation

Suite aux différentes expérimentations et calculs réalisés, nous tirons les conclusions suivantes :

- la passe d'usinage doit être décrite par une courbe Bspline,
- le critère de choix du profil de courbure « idéal » est la somme des carrés de la courbure en tout point,
- quelle que soit la configuration géométrique du changement de direction, le critère de choix du profil de courbure « idéal » montre que le rapport k_1/k_2 n'influence pas le temps du parcours de la courbe Bspline interpolée,
- quelle que soit la configuration géométrique du changement de direction, une valeur du paramètre *coeff* supérieure à 1,3 permet d'obtenir une courbe Bspline interpolée ayant un temps de parcours minimal.

Nous décidons donc de choisir une valeur du paramètre *coeff* égale à 1,3 et une valeur de paramètre k_1/k_2 égale à 1,1 pour l'ensemble de nos calculs d'interpolation. Ainsi la courbe Bspline interpolée garantit un temps de parcours minimal et les pôles calculés sont placés au plus près du changement de direction.

Par contre, la méthode d'interpolation est qu'elle restreint les possibilités de variation des rayons de courbure lorsque les segments de droites ont des longueurs trop faibles. Dans ce cas, des boucles du trajet d'usinage apparaissent généralement au centre des poches pour les premières passes d'évidement, la valeur moyenne du rayon de raccordement est diminuée pour que l'interpolation aboutisse à une courbe viable. Ainsi, le trajet calculé est correct mais non optimal sur les premières passes.

La méthode d'interpolation accepte aussi tout type de géométrie de la frontière de la poche, uniquement composée de segments de droite. La méthode supporte des angles convexes (Figure 3-49).

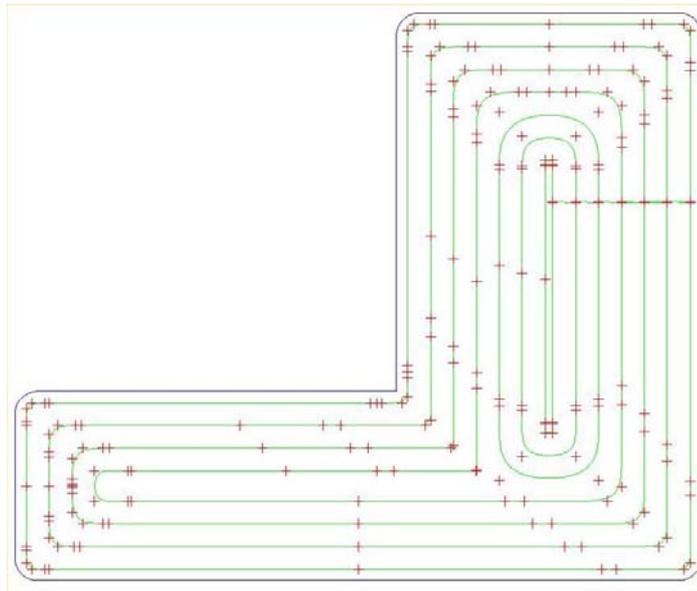


Figure 3-49 : Trajet d'évidement d'une poche de forme complexe

Il reste donc à étendre la méthode d'interpolation à des profils de poche complexes, composés de segments de droite et d'arcs de cercle, profils représentatifs des poches industrielles actuelles.

5.5 Extension aux profils complexes

Le problème est désormais de calculer une courbe Bspline interpolant un profil formé de segments de droite et d'arcs de cercle de grands rayons en garantissant les contraintes suivantes :

- pas d'oscillation sur l'ensemble du trajet interpolé,
- respect de la précision souhaitée,
- création de raccordements continus C2 à chaque jonction entre les éléments géométriques du profil.

Le principe de la méthode d'interpolation repose sur la même constatation : il suffit que 4 pôles soient alignés pour interpoler un segment de droite. Nous généralisons l'approche à l'interpolation des arcs de cercle.

Alors qu'il est suffisant de placer 8 pôles pour interpoler un changement de direction, il est nécessaire d'augmenter le nombre de pôles pour interpoler précisément les arcs de cercle (Figure 3-50).

Il se pose alors les problèmes suivants :

- positionnement cohérent des pôles supplémentaires pour assurer une précision maximale avec un minimum de pôles,
- déplacement adéquat des pôles supplémentaires pour ne pas perturber le profil de courbure,
- choix des points de passage du trajet à interpoler.

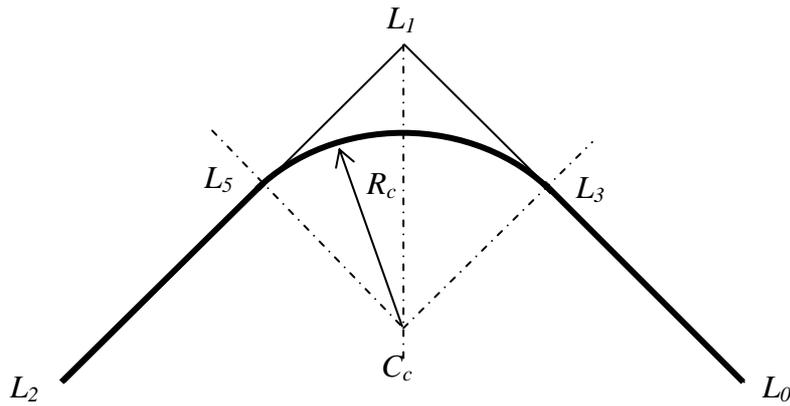


Figure 3-50 : Profil complexe composé d'un enchaînement segment – arc de cercle - segment

Initialement, 4 pôles sont positionnés sur le premier segment de droite et 4 pôles sur le deuxième segment de droite. Ainsi, les deux segments de droite sont parfaitement interpolés. Les erreurs d'interpolation se situent donc sur l'arc de cercle. Des pôles supplémentaires doivent être positionnés pour interpoler l'arc de cercle (Figure 3-51). Nous souhaitons conserver un problème d'interpolation unidimensionnel pour garantir un placement cohérent des pôles. Aussi, chaque nouveau pôle doit appartenir à une droite définissant un rayon de l'arc de cercle, le seul degré de liberté retenu est la position du pôle le long de cette droite (Figure 3-51). Dans un premier temps, nous décidons d'équi-répartir les pôles supplémentaires sur l'arc de cercle. Dans le cas d'une interpolation à 9 pôles, le nouveau pôle appartient à la bissectrice du segment angulaire. Lors de l'interpolation, les 8 pôles placés sur les segments de droite peuvent se déplacer suivant les directions des segments et les pôles supplémentaires, le long des droites précédemment définies (Figure 3-51).

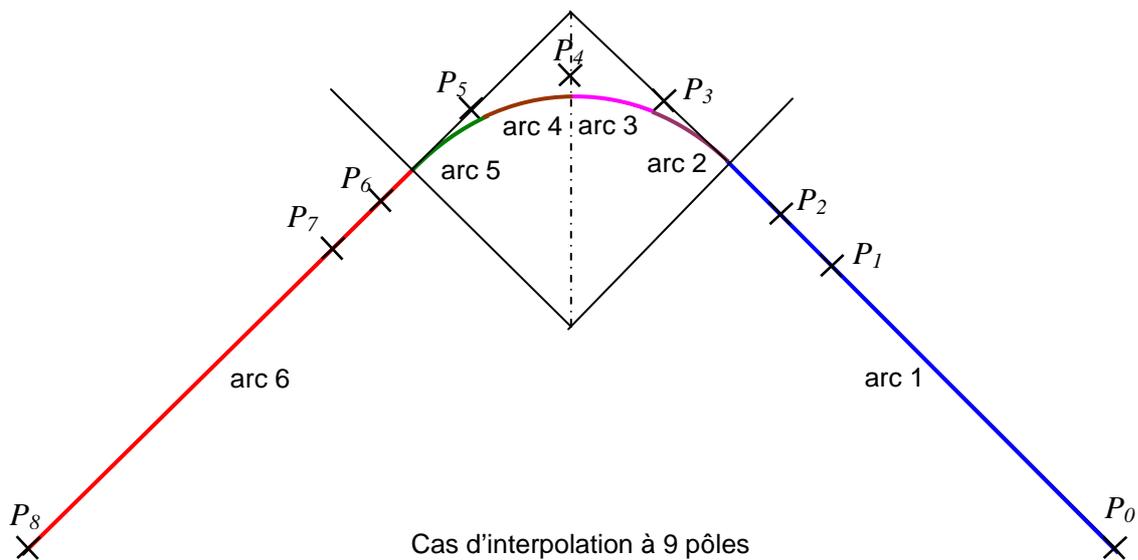


Figure 3-51 : Extension de la méthode d'interpolation : placement des pôles – cas à 9 pôles

Pour une interpolation à n pôles, la courbe interpolée de degré 3 possède $n-3$ arcs dont 2 interpolent les deux segments de droite. L'arc de cercle est donc interpolé par $n-5$ arcs.

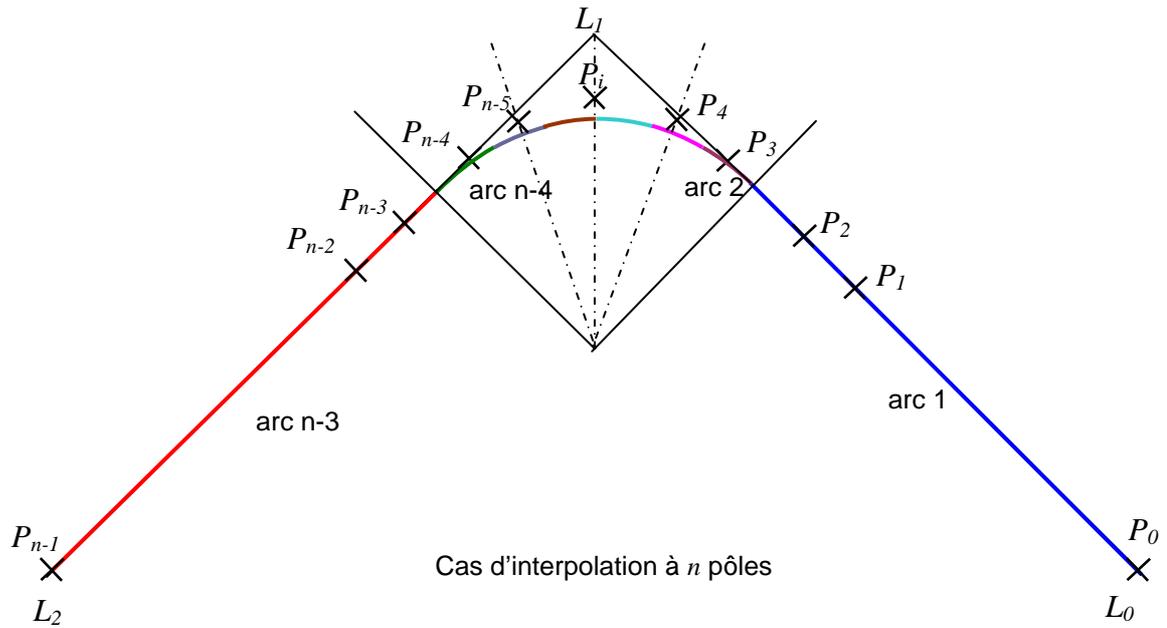


Figure 3-52 : Extension de la méthode d'interpolation : placement des pôles – cas à n pôles

Il reste à définir les points de passage. Pour une interpolation à n pôles, 4 pôles sont déjà fixés :

- 2 pôles sont positionnés aux points L_0 et L_2 en début et fin de trajet,
- 2 pôles sont positionnés pour garantir le passage aux points L_3 et L_5 de début et fin d'arc.

Il reste alors à positionner $n-4$ pôles :

- 2 pôles peuvent se déplacer sur le segment de droite L_0L_1 ,
- 2 pôles peuvent se déplacer sur le segment de droite L_2L_1 ,
- $n-8$ pôles peuvent se déplacer sur les rayons de l'arc de cercle.

Il faut donc sélectionner $n-4$ points de passage sur l'arc de cercle. Parmi eux, $n-6$ points de passage P_{p1} à P_{pn-6} sont positionnés aux limites d'arcs. Il reste donc à sélectionner 2 points de passage supplémentaires P_{ps1} et P_{ps2} . Comme l'erreur d'interpolation maximale se situe au raccordement entre les segments de droite et l'arc de cercle, ces deux points de passage sont positionnés entre L_3 et P_{p1} puis entre P_{pn-6} et L_5 (Figure 3-53). La position de ces 2 points de passage est paramétrée par une constante C_{pps} de telle manière que :

$$\widehat{L_3P_{ps1}} = C_{pps} \cdot \widehat{L_3P_{p1}} \quad \text{et} \quad \widehat{L_5P_{ps2}} = C_{pps} \cdot \widehat{L_5P_{pn-6}} \quad (3-33)$$

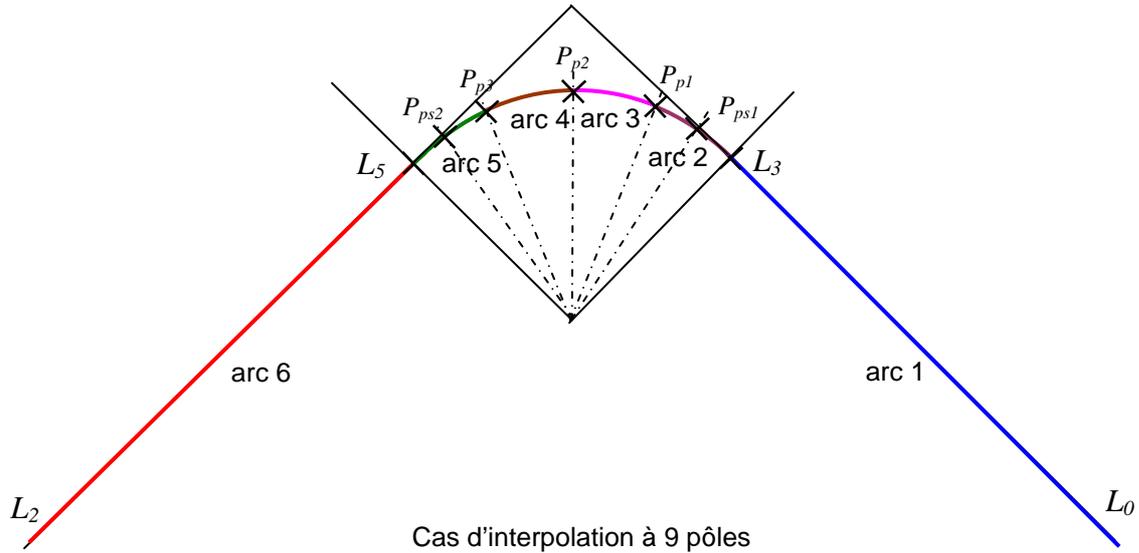


Figure 3-53 : Détermination des points de passage (interpolation à 9 pôles)

Nous aboutissons alors au paramétrage des pôles suivant :

P_0 point de départ de la courbe :

$$P_0 = L_0$$

P_1, P_2 et P_3 appartiennent à la droite (L_0L_1):

$$\overline{L_1P_1} = l_1 \overline{L_1L_0}$$

$$\overline{L_1P_2} = l_2 \overline{L_1L_0} \quad \text{avec la condition } l_1 > l_2 > l_3$$

$$\overline{L_1P_3} = l_3 \overline{L_1L_0}$$

P_4 à P_{n-5} appartiennent à l'arc de cercle :

$$\overline{C_cP_4} = l_4 \overline{C_cP_{p2}}$$

$$\overline{C_cP_{n-5}} = l_{n-5} \overline{C_cP_{pn-7}}$$

P_{n-2}, P_{n-3} et P_{n-4} appartiennent à la droite (L_1L_2):

$$\overline{L_1P_{n-4}} = l_3 \frac{L_{g1}}{L_{g2}} \overline{L_1L_2}$$

$$\overline{L_1P_{n-3}} = l_2 \frac{L_{g1}}{L_{g2}} \overline{L_1L_2} \quad \text{avec la condition } l_1 > l_2 > l_3$$

$$\overline{L_1P_{n-2}} = l_1 \frac{L_{g1}}{L_{g2}} \overline{L_1L_2}$$

(3-34)

P_{n-1} point d'arrivée de la courbe :

$$P_{n-1} = L_2$$

Le problème d'interpolation se résume alors à : soit une courbe Bspline de degré 3 à 9 pôles $[P_0, \dots, P_8]$ et de séquence nodale $u = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 \ u_5 \ u_6 \ u_6 \ u_6 \ u_6]$. Les 9 pôles sont paramétrés par les constantes l_1, l_2, l_3 et l_4 (équation (3-34)).

Soient \vec{V}_1 et \vec{V}_2 les deux vecteurs directeurs des droites L_0L_1 et L_1L_2 .

Soient $\vec{n}_{P_{pi}}$ et $\vec{n}_{P_{psi}}$ les normales à l'arc de cercle aux points P_{pi} et P_{psi} .

L_3 est interpolé par la courbe au point de paramètre u_1 : $\vec{L}_1C(u_1) \cdot \vec{V}_1 = \vec{L}_1L_3 \cdot \vec{V}_1$

$$\left[\left(N_{03}(u_1)\overline{OP_0} + N_{13}(u_1)\overline{OP_1} + N_{23}(u_1)\overline{OP_2} + N_{33}(u_1)\overline{OP_3} \right) - \overline{OL_1} \right] \cdot \vec{V}_1 = \vec{L}_1L_3 \cdot \vec{V}_1$$

$P_{P_{s1}}$ est interpolé par la courbe au point de paramètre $u^* = \frac{u_1 + u_2}{2}$:

$$\vec{C}_cC(u^*) \cdot \vec{n}_{P_{s1}} = \vec{C}_cP_{P_{s1}} \cdot \vec{n}_{P_{s1}} \quad \text{d'où}$$

$$\left[\left(N_{03}(u^*)\overline{OP_0} + N_{13}(u^*)\overline{OP_1} + N_{23}(u^*)\overline{OP_2} + N_{33}(u^*)\overline{OP_3} \right) - \overline{OC_c} \right] \cdot \vec{n}_{P_{s1}} = \vec{C}_cP_{P_{s1}} \cdot \vec{n}_{P_{s1}}$$

P_{P_1} est interpolé par la courbe au point de paramètre u_2 : $\vec{C}_cC(u_2) \cdot \vec{n}_{P_{p1}} = \vec{C}_cP_{P_1} \cdot \vec{n}_{P_{p1}}$

$$\left[\left(N_{13}(u_2)\overline{OP_1} + N_{23}(u_2)\overline{OP_2} + N_{33}(u_2)\overline{OP_3} + N_{43}(u_2)\overline{OP_4} \right) - \overline{OC_c} \right] \cdot \vec{n}_{P_{p1}} = \vec{C}_cP_{P_1} \cdot \vec{n}_{P_{p1}}$$

P_{P_2} est interpolé par la courbe au point de paramètre u_3 : $\vec{C}_cC(u_3) \cdot \vec{n}_{P_{p2}} = \vec{C}_cP_{P_2} \cdot \vec{n}_{P_{p2}}$

$$\left[\left(N_{23}(u_3)\overline{OP_2} + N_{33}(u_3)\overline{OP_3} + N_{43}(u_3)\overline{OP_4} + N_{53}(u_3)\overline{OP_5} \right) - \overline{OC_c} \right] \cdot \vec{n}_{P_{p2}} = \vec{C}_cP_{P_2} \cdot \vec{n}_{P_{p2}}$$

P_{P_3} est interpolé par la courbe au point de paramètre u_4 : $\vec{C}_cC(u_4) \cdot \vec{n}_{P_{p3}} = \vec{C}_cP_{P_3} \cdot \vec{n}_{P_{p3}}$

$$\left[\left(N_{33}(u_4)\overline{OP_3} + N_{43}(u_4)\overline{OP_4} + N_{53}(u_4)\overline{OP_5} + N_{63}(u_4)\overline{OP_6} \right) - \overline{OC_c} \right] \cdot \vec{n}_{P_{p3}} = \vec{C}_cP_{P_3} \cdot \vec{n}_{P_{p3}}$$

$P_{P_{s2}}$ est interpolé par la courbe au point de paramètre $u^{**} = \frac{u_4 + u_5}{2}$:

$$\vec{C}_cC(u^{**}) \cdot \vec{n}_{P_{s1}} = \vec{C}_cP_{P_{s2}} \cdot \vec{n}_{P_{s2}} \quad \text{d'où}$$

$$\left[\left(N_{33}(u^{**})\overline{OP_3} + N_{43}(u^{**})\overline{OP_4} + N_{53}(u^{**})\overline{OP_5} + N_{63}(u^{**})\overline{OP_6} \right) - \overline{OC_c} \right] \cdot \vec{n}_{P_{s2}} = \vec{C}_cP_{P_{s2}} \cdot \vec{n}_{P_{s2}} \quad (3-35)$$

L_5 est interpolé par la courbe au point de paramètre u_5 : $\vec{L}_1C(u_5) \cdot \vec{V}_2 = \vec{L}_1L_5 \cdot \vec{V}_2$

$$\left[\left(N_{43}(u_5)\overline{OP_4} + N_{53}(u_5)\overline{OP_5} + N_{63}(u_5)\overline{OP_6} + N_{73}(u_5)\overline{OP_7} \right) - \overline{OL_1} \right] \cdot \vec{V}_2 = \vec{L}_1L_5 \cdot \vec{V}_2$$

Nous obtenons alors un système de 7 équations à 7 inconnues l_i à l_7 . Pour l'interpolation de deux segments de droite de longueur 50 mm et un arc de cercle de rayon 50 mm, la résolution du système d'équations fournit la courbe Bspline présentée Figure 3-54.

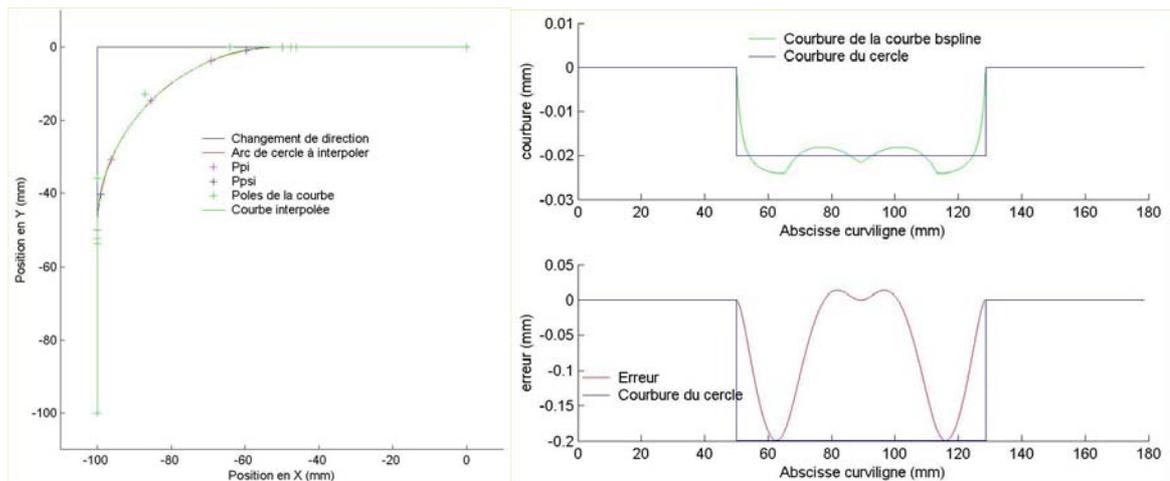


Figure 3-54 : Interpolation d'un arc de cercle ($R = 50 \text{ mm}$) par une Bspline à 9 pôles – $C_{pps} = 0.5$

Les deux segments de droite sont parfaitement interpolés et l'erreur maximale par rapport à l'arc de cercle est de 0,2 mm. Elle est située en début et en fin d'interpolation de l'arc de cercle.

La courbe interpolée ne présente aucune oscillation et l'évolution de sa courbure est proche de celle de la courbure théorique attendue.

Pour diminuer l'erreur, une boucle itérative est mise en place pour augmenter le nombre de pôles sur l'arc de cercle jusqu'à obtention de la précision souhaitée. Pour une précision souhaitée de 0,005 mm, il est nécessaire de mettre en place une courbe Bspline à 36 pôles (Figure 3-55). L'évolution de la courbure est quasiment identique à celle de l'arc de cercle. L'erreur est essentiellement située aux deux discontinuités en courbure du trajet initial, en début et fin d'arc de cercle. L'équi-répartition des pôles et des points de passage P_{pi} sur l'arc de cercle n'est pas une solution optimale car elle produit une erreur trop faible le long de l'arc de cercle. L'erreur maximale est située aux deux discontinuités en courbure du trajet. Il est donc intéressant de modifier la répartition des différents pôles situés sur l'arc de cercle pour diminuer le nombre total de pôles tout en respectant la contrainte de précision.

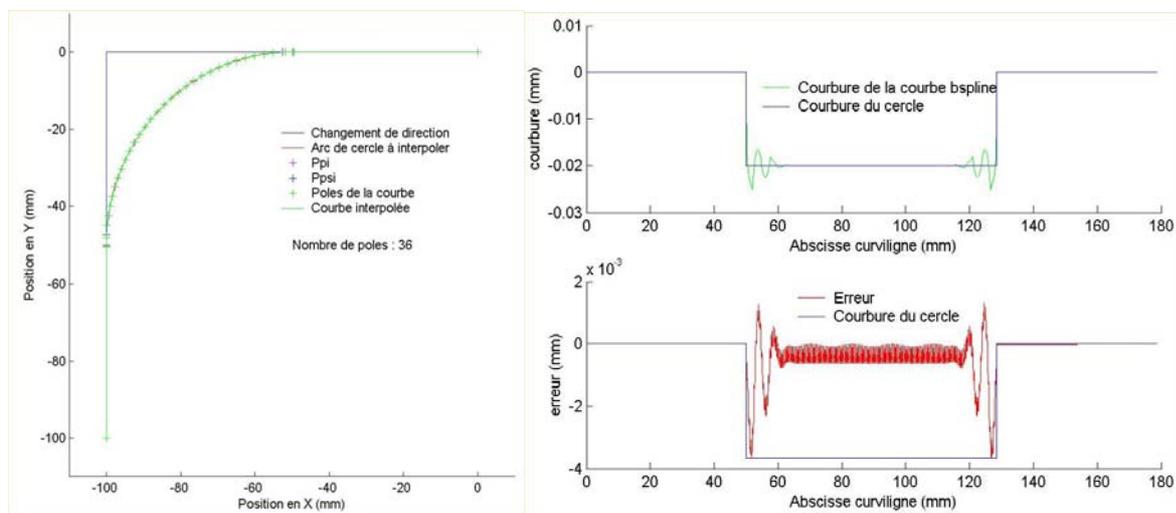


Figure 3-55 : Interpolation d'un arc de cercle ($R = 50 \text{ mm}$) par une Bspline à 36 pôles – $C_{pps} = 0.5$

Nous cherchons donc à améliorer la répartition des points de passage P_{pi} et donc des pôles situés sur l'arc de cercle, pour lisser l'erreur sur l'ensemble de l'arc de cercle et réduire le nombre de pôles. Il faut resserrer les points de passage aux extrémités de l'arc de cercle et les éloigner en son milieu. Les données du problème de répartition sont :

- $n-8$ pôles peuvent se déplacer sur les rayons de l'arc de cercle,
- il faut sélectionner $n-4$ points de passage sur l'arc de cercle,
- parmi eux, $n-6$ points de passage P_{p1} à P_{pn-6} sont positionnés aux limites d'arcs,
- il reste à sélectionner 2 points de passage supplémentaires P_{ps1} et P_{ps2} .

La distance angulaire entre les points de passage P_{pi} est ainsi répartie suivant une fonction « puissance » contrôlée par le paramètre C_{rep} (Figure 3-56). Les deux points de passage supplémentaires P_{psi} conservent la même méthode de positionnement (équation (3-33)).

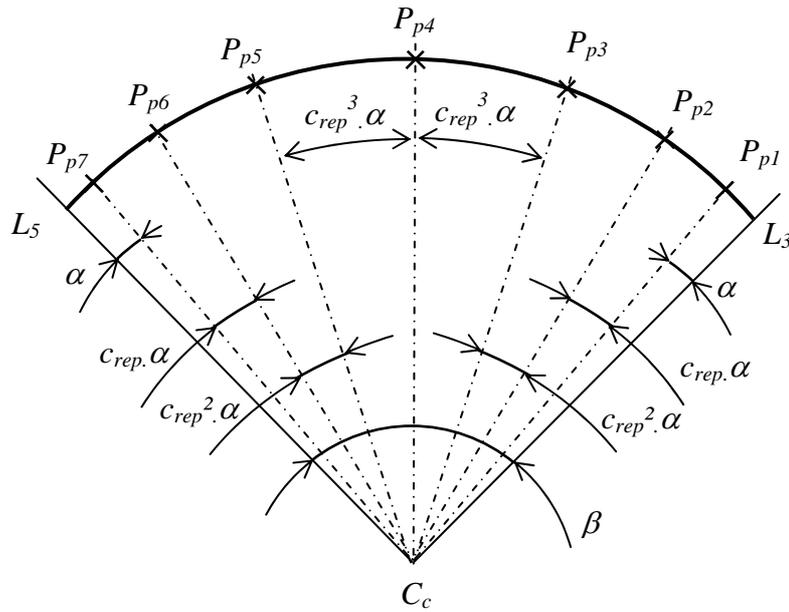


Figure 3-56 : Principe de répartition des points de passage P_{pi}

Il reste à déterminer l'angle unitaire α :

Soit P_{p1} à $P_{p_{n-6}}$ les $n-6$ points de passage à placer sur l'arc de cercle.

Soit β l'angle d'ouverture de l'arc de cercle.

Si $n-6$ est impair, un point de passage est placé à $\frac{\beta}{2}$:

- le nombre d'intervalles angulaires est de $\frac{n-9}{2}$ pour le demi - arc de cercle,

- l'angle unitaire de répartition est alors $\alpha = \frac{\frac{\beta}{2}}{\frac{n-9}{2} - 1}$.

$$\sum_{i=0}^2 C_{rep}^i$$

Si $n-6$ est pair, il n'y a pas de point de passage à $\frac{\beta}{2}$:

- le nombre d'intervalles angulaires est de $\frac{n-8}{2}$,

- l'angle unitaire de répartition est alors $\alpha = \frac{\frac{\beta}{2}}{\frac{n-8}{2} - 2}$.

$$\sum_{i=0}^2 C_{rep}^i + \frac{C_{rep}^{\frac{n-8}{2}-1}}{2}$$

(3-36)

Il faut aussi déterminer la valeur la plus performante du paramètre C_{rep} permettant de garantir la précision souhaitée en utilisant un minimum de pôles. Il est acquis que lorsque C_{rep} est proche de la valeur 1, les points de passage sont placés de manière non idéale car trop centrés vers le milieu de l'arc de cercle. L'erreur est donc essentiellement répartie aux deux extrémités de l'arc de cercle (Figure 3-55). A l'inverse, une valeur trop importante de C_{rep} ($C_{rep} = 1,18$) implique un nombre trop important de pôles aux extrémités de l'arc de cercle et un erreur essentiellement située en son milieu (Figure 3-57).

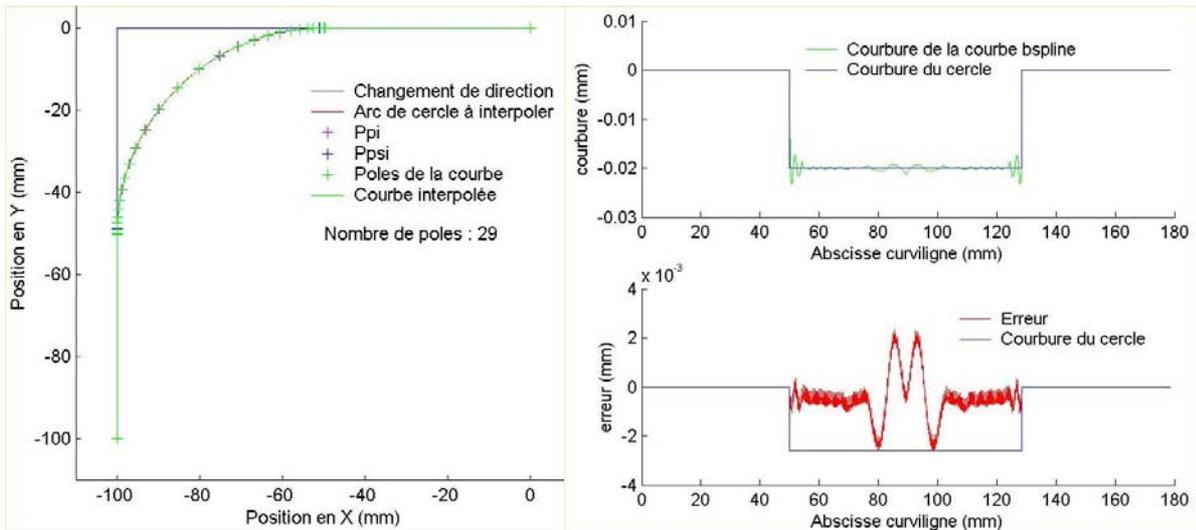


Figure 3-57 : Interpolation d'un arc de cercle ($R = 50 \text{ mm}$) par une B-spline à 29 pôles – $C_{rep} = 1,18$

Un ensemble d'interpolations du changement de direction pour un rayon de raccordement de 50 mm est alors calculé pour plusieurs valeurs du paramètre C_{rep} (1 à 1,25) et de la tolérance d'usinage (0,01 à 0,1 mm). Pour une tolérance de précision donnée, nous cherchons la valeur du paramètre C_{rep} permettant d'interpoler le trajet avec un nombre minimum de pôles (Figure 3-58). Pour une tolérance d'usinage supérieure à 0,06 mm, la valeur du paramètre C_{rep} n'influence plus le nombre de pôles permettant d'interpoler correctement le trajet d'usinage.

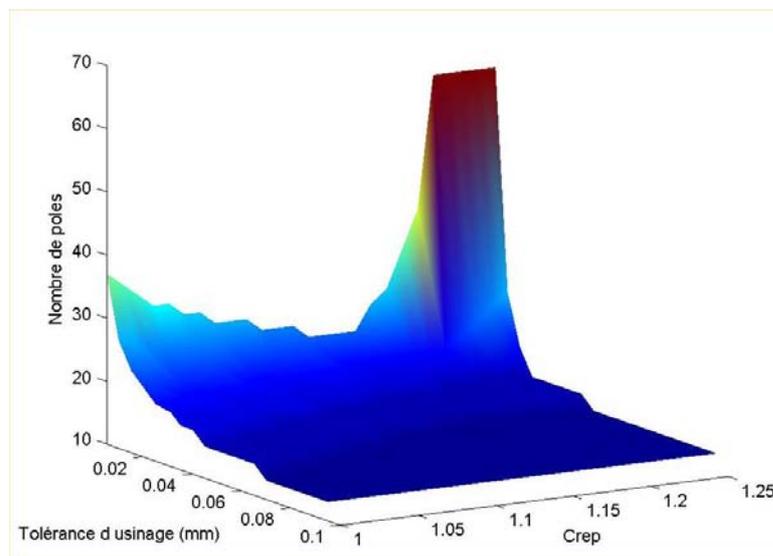


Figure 3-58 : Influence des paramètres de précision et C_{rep} sur le nombre de pôles

Pour une tolérance d'usinage plus faible, il existe une valeur comprise entre 1,1 et 1,2 du paramètre C_{rep} qui minimise le nombre de pôles.

Une étude plus fine est réalisée pour une tolérance d'usinage variant de 0,001 mm à 0,01 mm. Dans cette plage de tolérance, il existe une valeur du paramètre C_{rep} qui minimise le nombre de pôles (Figure 3-59). Elle varie de 1,05 pour une tolérance de 0,001 mm à 1,15 pour une tolérance de 0,005 mm.

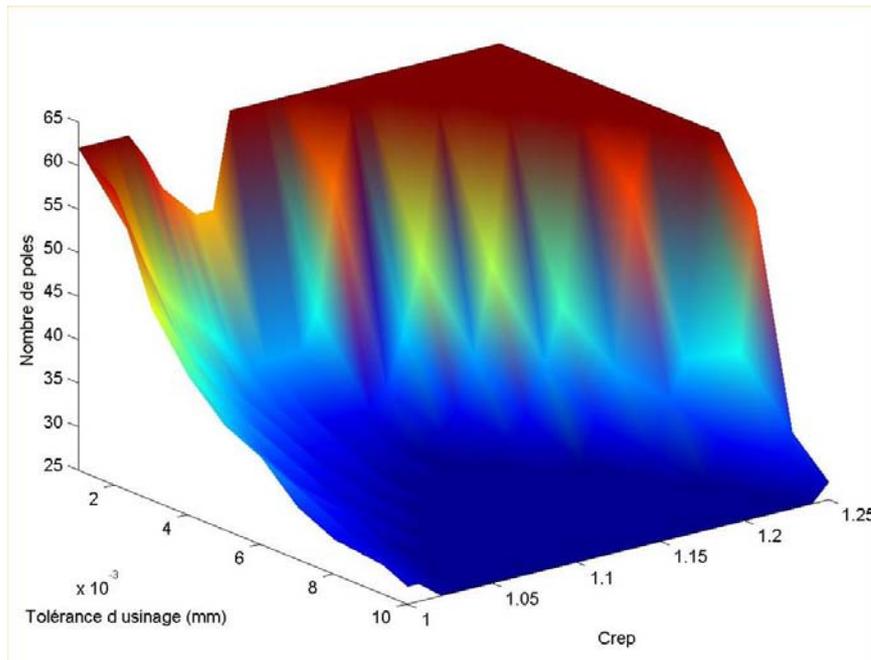


Figure 3-59 : Influence des paramètres de précision et C_{rep} - Cas des faibles tolérances d'usinage

Ainsi, avec une valeur optimisée du paramètre C_{rep} ($C_{rep} = 1,15$), nous obtenons une courbe possédant 25 pôles et non plus 36 (Figure 3-60).

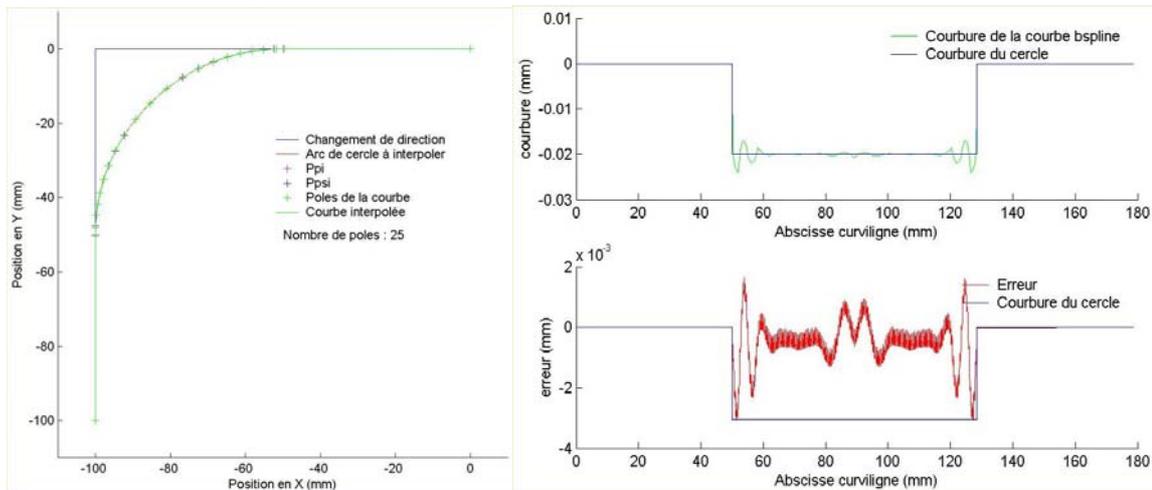


Figure 3-60 : Interpolation d'un arc de cercle ($R = 50 \text{ mm}$) par une Bspline à 25 pôles – $C_{rep} = 1,15$

La méthode s'applique aussi aux profils composés de plusieurs arcs de cercle de rayon 20 mm, 100 mm puis 20 mm. Pour une précision attendue de 0,01 mm, nous obtenons une courbe Bspline interpolée à 65 pôles (Figure 3-61).

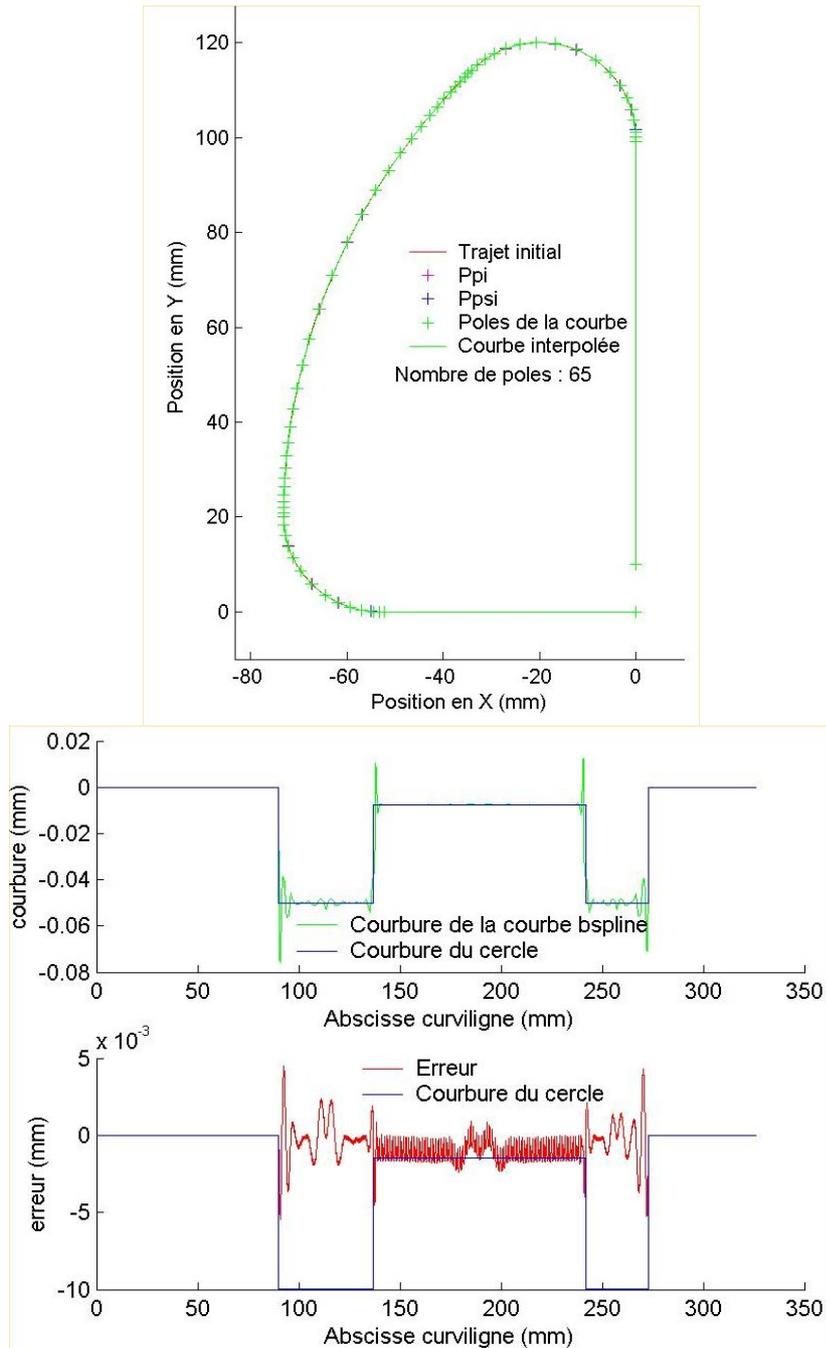


Figure 3-61 : Interpolation d'un profil complexe – tol = 0,01 mm

L'interpolation usuelle présentée paragraphe 3.2.1.1 des points de passage sélectionnés sur le profil engendre une erreur d'interpolation de plus de 0,2 mm et des oscillations sur les portions circulaires.

Si nous modifions le profil avec un enchaînement d'arcs de cercle rayon 1mm, 160 mm puis 1 mm, nous obtenons une courbe Bspline interpolée à 41 pôles pour une tolérance de précision de 0,005 mm (Figure 3-62).

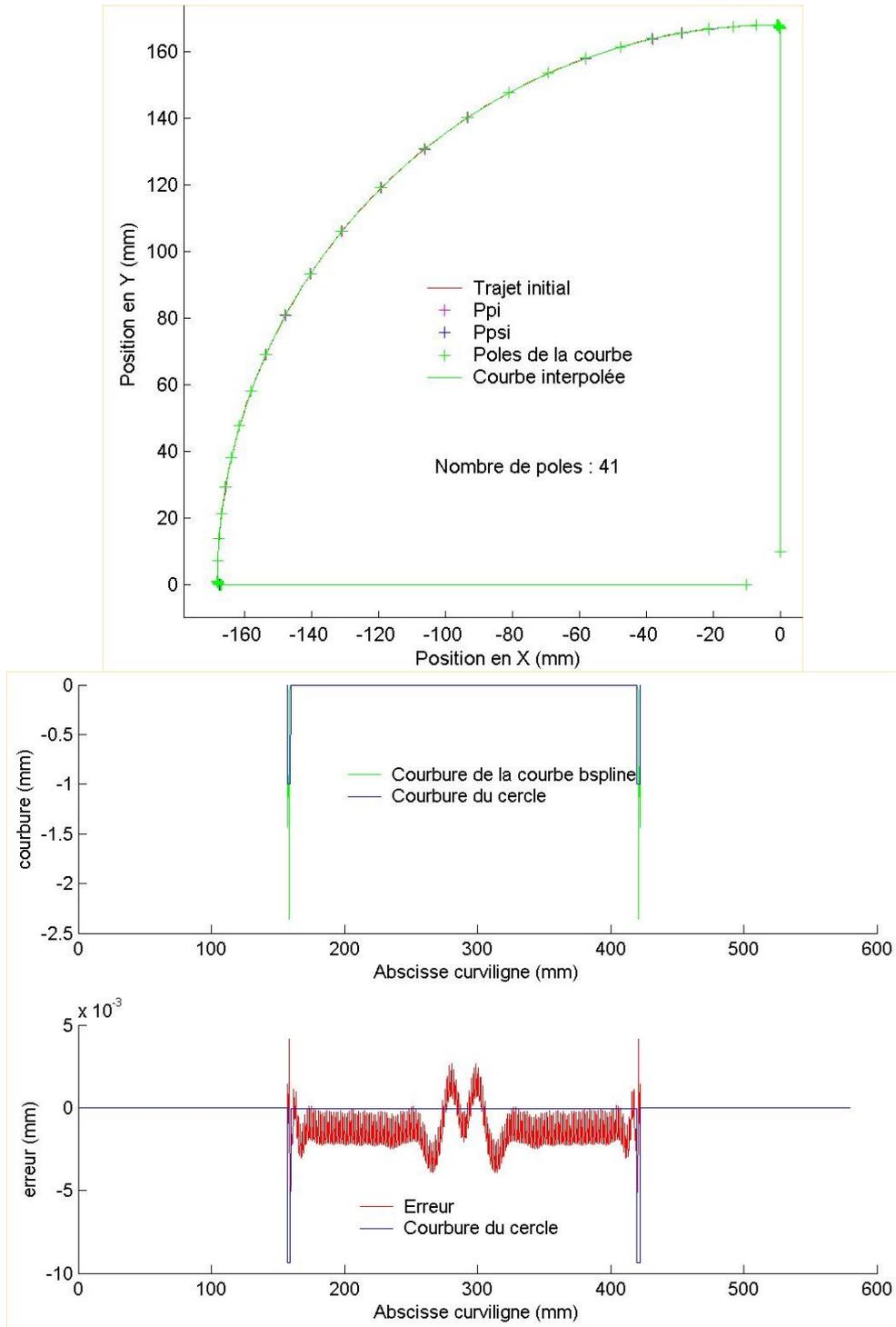


Figure 3-62 : Interpolation d'un profil complexe – tol = 0,005 mm

6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'adaptation du calcul de trajets pour optimiser le comportement cinématique des machines outils UGV. La méthode retenue repose sur une étape géométrique de construction du trajet théorique dérivée des méthodes de calcul par courbes offset. L'approche consiste à calculer des rayons de raccordement aux changements de direction respectant une contrainte de distance maximale entre passes d_{pmax} . Le trajet calculé présente alors des rayons de courbure plus grands.

L'étape suivante concerne le calcul du trajet sous la forme de courbes polynomiales directement interprétables par le directeur de commande numérique. Les méthodes usuelles d'interpolation et d'approximation ne répondent pas à notre problème. En effet, elles ne fournissent des résultats cohérents que si le trajet est continu C2. Il est donc nécessaire de découper le trajet à interpoler par portions de trajet continues en courbure. Ce qui n'est pas possible, puisque nous voulons supprimer toute discontinuité, nous ne pouvons pas découper le trajet. Ainsi, les méthodes d'interpolation ou d'approximation ne peuvent être utilisées.

Une méthode de calcul de trajet basée sur la résolution d'un problème d'optimisation est mise en place pour tenter de résoudre notre problème. Cette méthode permet de répondre au mieux aux fonctions contraintes et objectif mises en place pour obtenir le trajet d'usinage optimal. Cependant, la méthode de résolution est assez complexe et les résultats obtenus ne sont pas toujours satisfaisants.

Une méthode d'interpolation unidimensionnelle est alors proposée pour répondre avec efficacité à notre problème de calcul de trajet d'évidement de poche. Cette méthode permet d'interpoler parfaitement un ensemble de segments de droite raccordés par des arcs de cercle, avec seulement huit pôles pour chaque changement de direction, tout en respectant les contraintes de précision et d'absence d'oscillation de la courbe interpolée.

De plus, une optimisation du profil de courbure est réalisée. Elle montre que le critère géométrique permettant de déterminer la courbe qui minimise le temps de parcours est le critère de somme des carrés de la courbure en tout point. Ainsi, le trajet d'usinage optimal en terme de temps d'usinage est le trajet dont la somme des carrés de la courbure en tout point est minimale. Ce critère est appliqué à notre méthode d'interpolation unidimensionnelle pour obtenir des changements de direction minimisant le temps de parcours.

Enfin, une extension de notre méthode d'interpolation unidimensionnelle à des profils complexes enchaînant un ensemble d'arcs de cercle est proposée. Elle permet d'interpoler sans oscillation un trajet géométrique composé de segments de droite et d'arcs de cercle. De plus cette méthode diminue le nombre de pôles nécessaire pour interpoler le trajet en respectant une tolérance d'usinage donnée.

Ainsi cette démarche est une solution effective au problème posé par l'adaptation des trajets au comportement cinématique de la machine-outil. Néanmoins, nous considérons que l'expression du problème sous la forme d'un problème d'optimisation ouvrira de nouvelles voies de recherche.

Chapitre 4 : Applications

Dans ce chapitre nous présentons plusieurs applications. Elles ont pour but de montrer la pertinence de notre analyse, d'évaluer les gains envisageables puis de montrer qu'elle peut être industrialisée facilement. Ainsi, plusieurs types de poches sont testés.

La première application porte sur la modification globale du parcours d'outil. Le changement de passe usuel est remplacé par un trajet de type « déroulé » (paragraphe 1).

Dans un second paragraphe, nous conduisons une analyse détaillée de trois poches aux formes simples. Les trajets calculés sont comparés aux trajets générés par un logiciel de FAO pour en évaluer la performance (paragraphe 2 et 3).

Puis des poches plus complexes sont testées et notamment des poches à îlot ou l'ébauche de moules (paragraphe 4).

Enfin, nous abordons deux applications moins traditionnelles : l'usinage de formes complexes et l'usinage à 5 axes de poche (paragraphe 5 et 6).

Tous les trajets nommés « fao » sont calculés avec le logiciel de CFAO « Catia V5 ® » avec un niveau de logiciel « R14 SP1 ».

1 Calcul du trajet sous forme d'un « déroulé »

Le changement de passe peut être réalisé par l'addition de trajets entre chaque passe possédant ou non des rayons de raccordement, ou par la mise en place d'un trajet de type déroulé (Figure 4-1).

L'idée repose sur l'augmentation des rayons de raccordement des changements de passe. Plus ces rayons sont grands, plus la longueur des trajets de liaison est grande et plus la vitesse de passage du trajet de liaison est importante. Cependant, l'augmentation de la longueur des trajets de liaison impose un trajet supplémentaire sur la passe extérieure du trajet d'usinage pour éliminer le restant de matière.

Le principe de construction d'un trajet de type « déroulé » est issu de cette approche. Les passes d'usinage sont calculées à partir de la combinaison de deux passes issues de courbes offset de la poche.

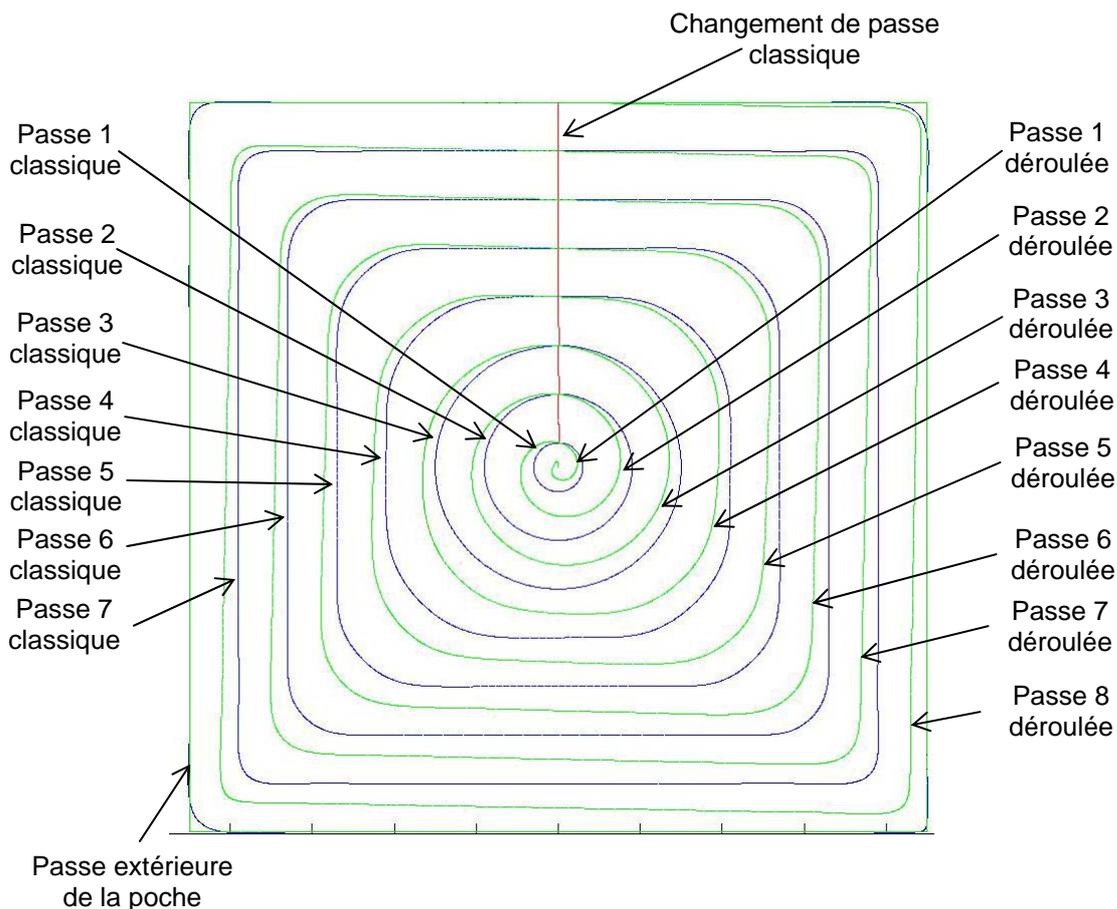


Figure 4-1 : Construction d'un trajet de type « déroulé »

La formule utilisée pour calculer les différentes passes d'usinage optimisées est :

$$P_{asse\ optimis\ ee\ i}(u) = (1-u) \cdot P_{asse\ classique\ i}(u) + u \cdot P_{asse\ classique\ i-1}(u) \quad u \in [0,1] \quad (4-1)$$

avec u un paramétrage suivant l'abscisse curviligne

Cette méthode permet alors de s'affranchir des trajets de liaison entre passes élémentaires mais augmente la longueur du trajet d'usinage.

Nous observons que la mise en place d'un trajet de type « déroulé » impose une passe d'usinage supplémentaire (Figure 4-1). Pour calculer la longueur du trajet nous estimons que la longueur d'une passe optimisée est égale à la moyenne des longueurs entre les passes classiques précédente et suivante (équation (4-2)).

$$L_{\text{passe optimisée } i} = \frac{1}{2} (L_{\text{passe classique } i-1} + L_{\text{passe classique } i}) \quad (4-2)$$

De plus, nous savons que les différents trajets sont composés des passes d'usinage, de la passe d'usinage extérieure et de changements de passe. Pour estimer la longueur de chaque trajet d'usinage, nous savons que :

$$L_{\text{trajet classique}} = \sum_{i=1}^n L_{\text{passe classique } i} + L_{\text{passe extérieure}} + L_{\text{changements de passe}} \quad (4-3)$$

$$L_{\text{trajet optimisé}} = \sum_{i=1}^{n+1} L_{\text{passe optimisée } i} + L_{\text{passe extérieure}} = \sum_{i=1}^n L_{\text{passe classique } i} + \frac{3}{2} L_{\text{passe extérieure}}$$

L'augmentation de longueur du trajet d'usinage impliquée par la mise en place du « déroulé » est donc de :

$$\Delta L = \frac{1}{2} L_{\text{passe extérieure}} - L_{\text{changements de passe}} \quad (4-4)$$

Nous vérifions sur le trajet proposé Figure 4-1 que le modèle de calcul de longueur de trajet est correct (Tableau 4-1). L'erreur entre la longueur du trajet mesurée et la longueur estimée est de 0,1 %. Nous constatons une augmentation de la longueur totale du trajet de 139 mm, soit environ 9,3%. Cette augmentation de longueur est compensée en terme de temps d'usinage par la douceur du trajet. En effet, il ne possède aucune discontinuité en tangence et les rayons de courbure sont suffisamment importants pour permettre une vitesse d'avance élevée.

Pour comparer le trajet classique avec changement de passes et le trajet « optimisé » en terme de temps d'usinage, nous pouvons utiliser le modèle cinématique proposé au chapitre deux. Pour chaque trajet, nous obtenons alors une estimation précise du temps d'usinage. Ce problème ne peut être résolu de manière analytique car il est trop complexe.

Longueur des passes classiques (mm)	Longueur mesurée	Longueur des passes optimisées (mm)	Longueur mesurée	Longueur calculée
Passe classique 1	18,75 mm	Passe déroulée 1	10,15 mm	9,37 mm
Passe classique 2	56,35 mm	Passe déroulée 2	38,54 mm	37,55 mm
Passe classique 3	94,05 mm	Passe déroulée 3	75,63 mm	75,20 mm
Passe classique 4	142,77 mm	Passe déroulée 4	118,59 mm	118,41 mm
Passe classique 5	197,04 mm	Passe déroulée 5	169,82 mm	169,90 mm
Passe classique 6	251,33 mm	Passe déroulée 6	224,03 mm	222,69 mm
Passe classique 7	305,60 mm	Passe déroulée 7	278,27 mm	278,46 mm
Trajets de liaison	42 mm	Passe déroulée 8	332,39 mm	332,8 mm
Passe extérieure	360 mm	Passe extérieure	360 mm	360 mm
$L_{\text{trajet classique}}$	1468 mm	$L_{\text{trajet optimisé}}$	1607 mm	1604 mm

Tableau 4-1 : Comparaison des longueurs de trajets d'usinage

Nous préférons utiliser une estimation analytique de la différence de temps d'usinage pour obtenir un critère de choix analytique de la mise en place d'un trajet de type « déroulé », en appliquant les hypothèses simplificatrices suivantes :

- le profil de vitesse instantanée est de forme trapézoïdale : la machine travaille à accélération constante A ,
- les seuls ralentissements proviennent des discontinuités en tangence des différents changements de passe du trajet classique (Figure 4-2),
- la vitesse de franchissement des discontinuités en tangence est considérée comme nulle.

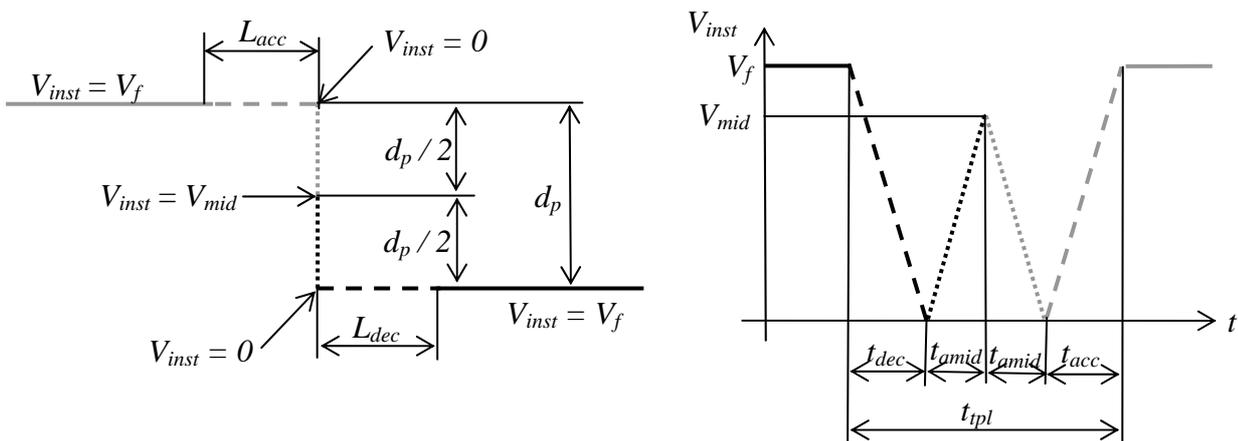


Figure 4-2 : Profil de vitesse instantanée au changement de passe

Les différents temps intermédiaires sont donnés par :

$$t_{amid} = t_{dmid} = \sqrt{\frac{d_p}{A}} \quad V_{mid} = A.t_{amid} = \sqrt{A.d_p} \quad (4-5)$$

$$t_{dec} = t_{acc} = \frac{V_f}{A} \quad L_{dec} = L_{acc} = \frac{1}{2} A.t_{dec}^2 = \frac{1}{2} \frac{V_f^2}{A} \quad (4-6)$$

$$t_{ipl} = 2 \left(\sqrt{\frac{d_p}{A}} + \frac{V_f}{A} \right) \quad (4-7)$$

Pour un trajet d'usinage classique possédant n passes élémentaires d'usinage, l'augmentation en terme de temps d'usinage par rapport à un trajet totalement parcouru à vitesse de consigne est alors de :

$$T_{classique\ add} = 2(n-1) \cdot \left[\sqrt{\frac{d_p}{A}} - \frac{d_p}{V_f} \right] \quad (4-8)$$

De même l'augmentation de la longueur du trajet « déroulé » entraîne une augmentation du temps d'usinage égale à :

$$T_{optimisé\ add} = \frac{\Delta L}{V_f} = \frac{\frac{1}{2} L_{passe\ extérieure} - (n-1) \cdot d_p}{V_f} \quad (4-9)$$

Pour que le temps d'usinage du trajet « déroulé » soit inférieur à celui du trajet classique, il faut alors que (4-9) < (4-8) :

$$L_{passe\ extérieure} < 4(n-1) \cdot V_f \cdot \sqrt{\frac{d_p}{A}} + 2(n-1) \cdot d_p \quad (4-10)$$

Cette formule montre que le gain en temps d'usinage apporté par la mise en place d'un trajet de type « déroulé » n'est pas systématique mais dépend de :

- la cinématique de la machine-outil utilisée,
- la longueur de la frontière de la poche,
- la distance radiale entre passes d_p .

Toutefois, la formule (4-10) montre que trajet de type « déroulé » n'est valable que si la longueur de la frontière de la poche est inférieure à une valeur donnée par la cinématique de la machine-outil utilisée et par les conditions de coupe. Ainsi, nous estimons qu'il est intéressant de mettre en place un trajet de type « déroulé » pour toute poche de petite taille ou bien pour toute poche dont la distance entre passes du trajet d'usinage est faible. Inversement, si la machine-outil possède une forte accélération, il est conseillé de conserver des trajets de liaison classiques.

Deux possibilités sont donc envisageables pour les trajets de liaison, selon la cohérence entre la longueur de la frontière de la poche et la cinématique de la machine-outil :

- Soit la longueur de la frontière est cohérente, un trajet de type « déroulé » procure un temps d'usinage inférieur à un trajet classique. Le trajet de type « déroulé » est alors interpolé par une courbe polynomiale.

- Soit la longueur de la frontière est incohérente, un trajet de type « déroulé » n'est pas optimal d'un point de vue temps d'usinage. Nous conservons alors des trajets de liaison classiques possédant de grands rayons de raccordement pour assurer une vitesse d'avance correcte. Le trajet de liaison peut être alors décrit par une courbe polynomiale. Des travaux d'optimisation de ce trajet ont été menés [Chanal 03].

2 Application à l'évidement de poches 2,5 axes de forme simple

2.1 Problème posé

Nous souhaitons appliquer les méthodes de calcul de trajet d'usinage présentées au chapitre 3 sur différentes poches de géométrie classique. Dans un premier temps, l'objectif est de quantifier la performance de l'étape de construction géométrique des trajets présentée au paragraphe 3.1 du chapitre 3, qui a pour but de maximiser les rayons de coin sous contrainte d'engagement radial. Dans un second temps, nous évaluons les gains supplémentaires envisageables en raison de l'absence de discontinuité sur le trajet :

- soit en modifiant la géométrie du trajet et en proposant un déroulé,
- soit en appliquant la méthode d'interpolation unidimensionnelle présentée au paragraphe 5.1 du chapitre 3.

2.2 Présentation des poches testées

Toutes les poches programmées possèdent des rayons de coin de 5 mm. L'outil utilisé est une fraise deux tailles de diamètre 10 mm. La poche n°1 est une poche de forme carrée, de dimensions 100 mm x 100 mm. La poche n°2 est une poche de forme trapézoïdale, de dimensions 140 mm x 80 mm. La poche n°3 est une poche de forme triangulaire, de dimensions 90 mm x 100 mm (Figure 4-3).

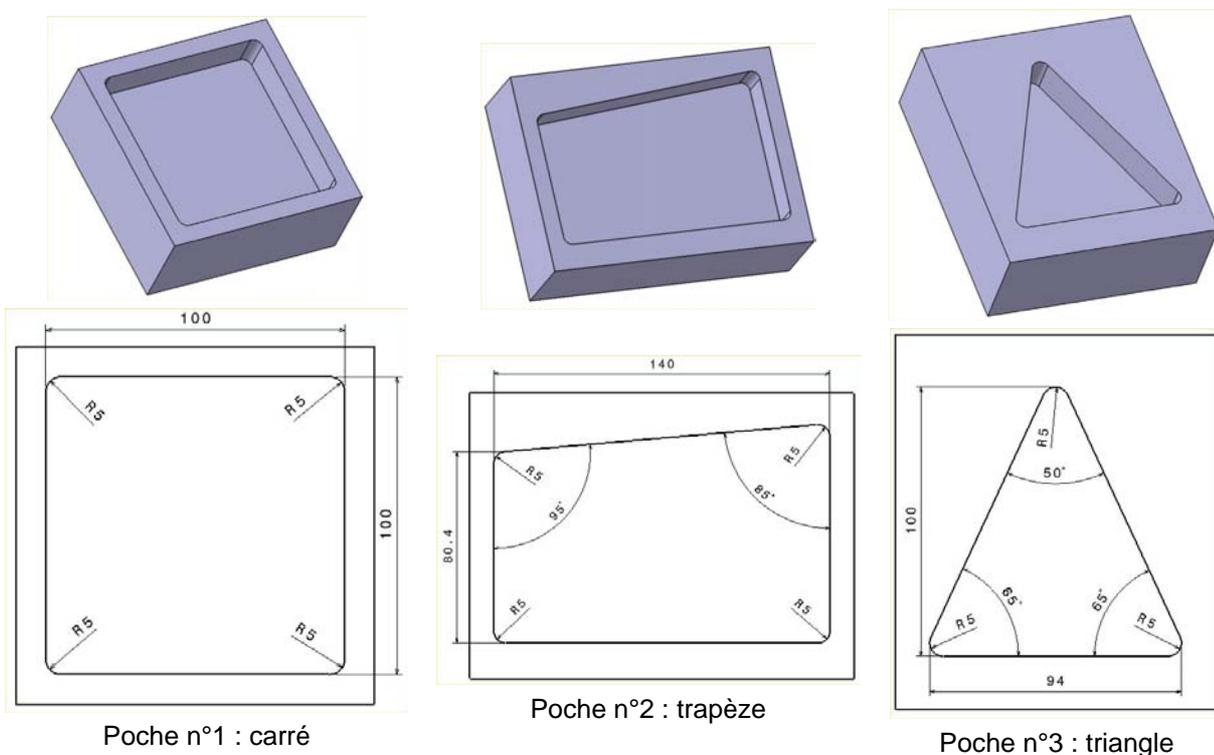


Figure 4-3 : Présentation des poches testées

2.3 Typologie des trajets calculés

Pour toutes les géométries de poches, trois configurations d'usinage sont choisies :

- configuration n°1 : engagement moyen de la fraise et faibles variations d'engagement radial souhaitées soit $d_p = 0,6 d_{outil}$ et $d_{pmax} = 1,1 d_p$,
- configuration n°2 : fort engagement de la fraise soit $d_p = 0,9 d_{outil}$ et $d_{pmax} = d_{outil}$,
- configuration n°3 : engagement moyen de la fraise et fortes variations d'engagement radial acceptées soit $d_p = 0,6 d_{outil}$ et $d_{pmax} = 0,95 d_{outil}$.

Pour chacune des trois poches, nous calculons les trajets d'usinage selon les trois configurations. Deux manières différentes de générer les trajets d'usinage sont utilisées :

- programmation complète du trajet en FAO avec utilisation des options dites « UGV » et description du trajet sous forme linéaire, circulaire et polynomiale. Le trajet est nommé « type de poche_fao_n° de configuration »,
- description de la géométrie du trajet respectant nos règles géométriques de calcul en CAO puis programmation d'un suivi de courbe en FAO et description du trajet sous forme linéaire, circulaire et polynomiale. Le trajet est nommé « type de poche_adp_n° de configuration ».

Suivant la configuration d'usinage, il peut être nécessaire de mettre en place des passes supplémentaires à un ou plusieurs changements de direction. Dans ce cas, les trajets de liaison entre les passes supplémentaires sont réalisés par des arcs de cercle ou des segments de droite.

2.3.1 Poche « carré »

Les différents trajets d'usinage de cette poche sont nommés « car_..._... » (voir Annexe 1Annexe 1 :).

La configuration n°1 nécessite la mise en place de deux passes supplémentaires à chaque changement de direction alors que la configuration n°2 n'en nécessite qu'une seule.

La configuration n°3 permet de couvrir la totalité de la poche sans passe supplémentaire de reprise de matière aux changements de direction.

2.3.2 Poche « trapèze »

Les différents trajets d'usinage de cette poche sont nommés « tra_..._... » (voir Annexe 1).

La configuration n°1 nécessite la mise en place de deux à trois passes supplémentaires à chaque changement de direction alors que la configuration n°2 n'en nécessite qu'une à deux suivant l'angle d'ouverture.

Le changement de direction le plus pénalisant est celui dont l'angle d'ouverture est le plus faible. Dans la configuration n°1, il entraîne la mise en place d'une passe supplémentaire par rapport aux autres changements de direction. Dans la configuration n°2, c'est le changement de direction possédant l'angle d'ouverture le plus important qui permet de supprimer une passe supplémentaire.

La configuration n°3 permet de couvrir la totalité de la poche sans passe supplémentaire de reprise de matière aux changements de direction.

2.3.3 Poche « triangle »

Les différents trajets d'usinage de cette poche sont nommés « tri_..._... » (voir Annexe 1)

La configuration n°1 nécessite la mise en place de trois à cinq passes supplémentaires à chaque changement de direction alors que la configuration n°2 n'en nécessite que deux ou quatre suivant l'angle d'ouverture. Dans le cas de cette poche, même la configuration n°3 ne permet pas de parcourir l'ensemble de la poche sans passe supplémentaire. Ceci est dû à la faible valeur de l'angle d'ouverture des différents sommets de la poche.

2.4 Analyse de la performance des trajets

Pour chaque trajet d'usinage proposé, une simulation de l'engagement radial et un chronométrage sur machine-outil du temps de parcours sont réalisés.

Un critère de performance est ensuite proposé pour classer les différents trajets.

2.4.1 Analyse de l'engagement radial

Lors de la simulation de l'engagement radial de l'outil, nous ne présentons que les résultats des trajets dits « FAO » et des trajets adaptés avec enchaînement des passes supplémentaires par segments de droite. Les trajets adaptés avec raccord des passes supplémentaires par arcs de cercle possèdent les mêmes variations d'engagement radial.

Pour chaque simulation d'engagement radial, nous calculons le pourcentage de longueur du trajet qui est parcouru avec :

- $a_r < 0,1 \text{ mm}$
- $a_r < d_p + 0,1 \text{ mm}$
- $a_r < d_p + 0,5 \text{ mm}$
- $a_r < d_{pmax} + 0,1 \text{ mm}$
- $a_r < d_{outil} - 0,1 \text{ mm}$
- $a_r > d_{outil} - 0,1 \text{ mm}$

Les différents résultats sont présentés en Annexe 2.

Concernant les différents trajets de la configuration n°1, les variations d'engagement radial sont bien contrôlées par le paramètre d_{pmax} . Cependant, les trajets proposés par le logiciel de FAO sont plus performants car ils ne possèdent quasiment pas d'usinage pleine matière alors que les trajets adaptés en possèdent au centre de la poche. Enfin, comme présenté au chapitre 2 du mémoire, la borne supérieure de variation de l'engagement radial est donnée par la valeur $d_{pmax} + 10 \%$ et non pas par d_{pmax} .

Pour les trajets des configurations n°2 et n°3, les variations d'engagement radial entre les trajets FAO et les trajets adaptés sont du même ordre de grandeur. Dans tous les cas, nous trouvons la passe centrale de la poche qui possède un engagement radial pleine matière. Ensuite, les variations d'engagement se situent aux changements de direction. Plus le rayon de celui-ci est faible et plus la variation d'engagement est brusque.

Sur les trajets de la poche « carré », les changements de passe par ligne droite et angles vifs sont très pénalisants en terme d'engagement radial. La mise en place de changements de passes avec rayons de raccordement permet d'obtenir des variations beaucoup plus souples.

La poche « triangle » présente, quels que soient le trajet et la configuration, l'engagement pleine matière de l'outil le plus important car elle possède les angles d'ouverture des différents changements de direction les plus faibles. Ainsi, même les trajets de la configuration n°1 ont des pourcentages de trajet pleine matière bien plus importants que pour les deux poches précédentes.

2.4.2 *Mesure des temps d'usinage*

Tous les chronométrages sont réalisés sur la machine-outil Huron KX 15 équipée d'une commande numérique Siemens 840D et d'un logiciel CN version 6.03.45. Les caractéristiques cinématiques et les réglages de la machine sont :

- vitesse d'avance programmée : 10 m/min,
- accélération des axes X et Y : 3 m/s²,
- jerk des axes X et Y : 30 et 50 m/s³,
- utilisation du look – ahead : G64,
- utilisation de l'anticipation en vitesse : FFWON,
- pas de fonction de lissage de trajectoire.

Pour tous les essais, la longueur du trajet d'usinage est donnée par le logiciel de FAO et le temps d'usinage est mesuré par une fonction interne programmée de la commande numérique. Les vitesses moyennes de parcours sont déduites des résultats de chronométrage.

Les résultats associés à chaque trajet d'usinage sont présentés en Annexe 3.

Quelle que soit la poche, la configuration la plus rapide est toujours la configuration n°2 car elle minimise la longueur du trajet d'usinage associé. La vitesse moyenne est plus importante pour les poches « carré » et « trapèze » car celles-ci possèdent des angles d'ouverture aux différents changements de direction plus importants que la poche « triangle ».

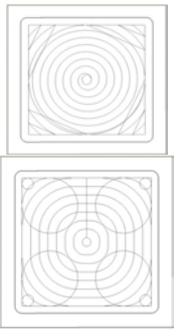
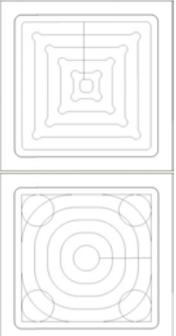
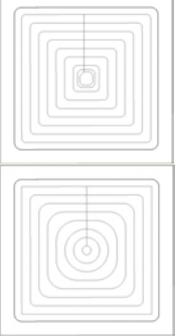
Type de configuration	Nom et longueur du trajet	Type d'interpolation	Temps d'usinage	Vitesse moyenne
<p>Configuration n°1</p> 	<p>car_fao_1 2353 mm Catia V5 ®</p>	G1	38,6 s	3,6 m/min
		G1 – G2G3	42,6 s	3,31 m/min
		Bspline	21,4 s	6,6 m/min
	<p>car_adp_c_1 2265 mm</p>	G1	46,2 s	2,9 m/min
		G1 – G2G3	22,7 s	5,9 m/min
		Bspline	19,7 s	6,9 m/min
	<p>car_adp_d_1 1956 mm</p>	G1	36,3 s	3,2 m/min
		G1 – G2G3	22,1 s	5,3 m/min
		Bspline	19,5 s	6 m/min
<p>Configuration n°2</p> 	<p>car_fao_2 1194 mm Catia V5 ®</p>	G1	23,7 s	3 m/min
		G1 – G2G3	16,7 s	4,3 m/min
		Bspline	17,9 s	4 m/min
	<p>car_adp_c_2 1564 mm</p>	G1	29,7 s	2,6 m/min
		G1 – G2G3	14,7 s	5,3 m/min
		Bspline	13,5 s	5,8 m/min
	<p>car_adp_d_2 1416 mm</p>	G1	24,5 s	3,5 m/min
		G1 – G2G3	14,6 s	5,8 m/min
		Bspline	13,8 s	6,2 m/min
<p>Configuration n°3</p> 	<p>car_fao_3 1589 mm Catia V5 ®</p>	G1	23,1 s	4,1 m/min
		G1 – G2G3	19,2 s	4,9 m/min
		Bspline	19,6 s	4,9 m/min
	<p>car_adp_3 1468 mm</p>	G1	22,8 s	3,9 m/min
		G1 – G2G3	15,3 s	5,8 m/min
		Bspline	14 s	6,3 m/min

Tableau 4-2 : Temps d'usinage de la poche « carré »

Pour les trois poches, le trajet « fao_1 » est toujours plus long que les autres car il permet d'obtenir un engagement radial de l'outil quasiment constant. De ce fait, un nombre important de trajets hors matière apparaît afin de relier les différentes passes entre elles. Le phénomène est atténué mais existe pour les trajets « adp_c_1 » et « adp_c_2 ».

Les trajets « adaptés » de la configuration n°3 sont généralement les plus efficaces en terme de vitesse moyenne car ils conjuguent une longueur de trajet assez faible et un enchaînement des rayons de raccordement les plus grands possibles. Cette liberté est donnée par la forte valeur du rapport d_{pmax}/d_p . En contrepartie, les variations d'engagement radial sont plus importantes.

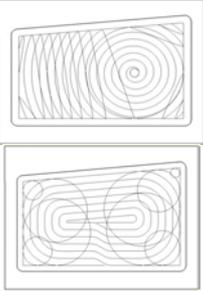
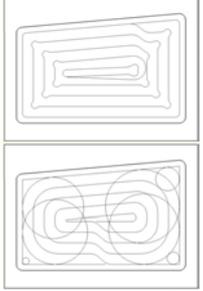
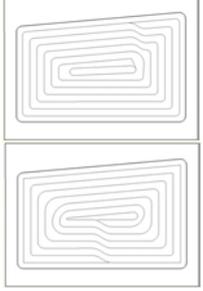
Type de configuration	Nom et longueur du trajet	Type d'interpolation	Temps d'usinage	Vitesse moyenne
Configuration n°1 	tra_fao_1 3184 mm Catia V5 ®	G1	51,2 s	3,7 m/min
		G1 – G2G3	50,6 s	3,8 m/min
		Bspline	32,4 s	5,9 m/min
	tra_adp_c_1 2842 mm	G1	47,3 s	3,6 m/min
		G1 – G2G3	26,2 s	6,5 m/min
		Bspline	24,1 s	7 m/min
	tra_adp_d_1 2274 mm	G1	33,9 s	4 m/min
		G1 – G2G3	24,4 s	5,6 m/min
		Bspline	23,7 s	5,8 m/min
Configuration n°2 	tra_fao_2 1406 mm Catia V5 ®	G1	22,6 s	3,7 m/min
		G1 – G2G3	16,9 s	5 m/min
		Bspline	18,1 s	4,7 m/min
	tra_adp_c_2 2097 mm	G1	34,4 s	3,7 m/min
		G1 – G2G3	19,7 s	6,5 m/min
		Bspline	18,3 s	6,9 m/min
	tra_adp_d_2 1670 mm	G1	24,4 s	4,1 m/min
		G1 – G2G3	18 s	5,6 m/min
		Bspline	17,3 s	5,8 m/min
Configuration n°3 	tra_fao_3 1862 mm Catia V5 ®	G1	22,6 s	4,9 m/min
		G1 – G2G3	19,5 s	5,7 m/min
		Bspline	20,2 s	5,5 m/min
	tra_adp_3 1839 mm	G1	22,6 s	4,9 m/min
		G1 – G2G3	18,5 s	5,9 m/min
		Bspline	18,2 s	6,1 m/min

Tableau 4-3 : Temps d'usinage de la poche « trapèze »

La méthode d'adaptation des trajets appliquée à la poche « triangle » permet d'augmenter de manière conséquente la vitesse moyenne de parcours mais ne permet pas de diminuer le temps d'usinage car il est nécessaire d'ajouter des passes complémentaires dans les « coins » de la poche quelle que soit la configuration utilisée.

Enfin, les trajets « adaptés » dont les passes supplémentaires sont enchaînées par arcs de cercle donnent des temps d'usinage comparables à ceux dont les passes supplémentaires sont enchaînées par des droites, bien que les longueurs de trajets soient supérieures, car l'évolution de la courbure le long des trajets est plus douce.

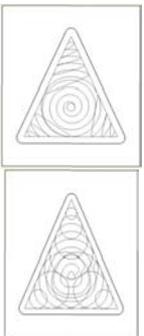
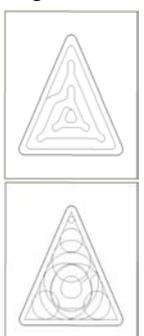
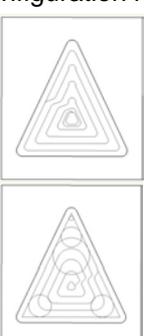
Type de configuration	Nom et longueur du trajet	Type d'interpolation	Temps d'usinage	Vitesse moyenne
Configuration n°1 	tri_fao_1 1593 mm Catia V5 ®	G1	51,3 s	1,9 m/min
		G1 – G2G3	51,2 s	1,9 m/min
		Bspline	26,6 s	3,6 m/min
	tri_adp_c_1 1669 mm	G1	40 s	2,5 m/min
		G1 – G2G3	16,3 s	6,1 m/min
		Bspline	13,7 s	7,3 m/min
	tri_adp_d_1 1267 mm	G1	26,3 s	2,9 m/min
		G1 – G2G3	15,7 s	4,8 m/min
		Bspline	15,7 s	4,9 m/min
Configuration n°2 	tri_fao_2 655 mm Catia V5 ®	G1	12,7 s	3 m/min
		G1 – G2G3	10,1 s	3,9 m/min
		Bspline	10,1 s	3,9 m/min
	tri_adp_c_2 1271 mm	G1	28,5 s	2,7 m/min
		G1 – G2G3	12 s	6,3 m/min
		Bspline	11,6 s	6,6 m/min
	tri_adp_d_2 965 mm	G1	18,3 s	3,1 m/min
		G1 – G2G3	11,3 s	5,1 m/min
		Bspline	11,5 s	5 m/min
Configuration n°3 	tri_fao_3 811 mm Catia V5 ®	G1	14,5 s	3,3 m/min
		G1 – G2G3	11 s	4,4 m/min
		Bspline	11,5 s	4,2 m/min
	tri_adp_c_3 985 mm	G1	21,9 s	2,7 m/min
		G1 – G2G3	11,9 s	5 m/min
		Bspline	11,3 s	5,3 m/min
	tri_adp_d_3 877 mm	G1	17,3 s	3 m/min
		G1 – G2G3	11,8 s	4,4 m/min
		Bspline	12 s	4,4 m/min

Tableau 4-4 : Temps d'usinage de la poche « triangle »

Pour réaliser un premier classement des différents trajets d'usinage, nous réalisons un double classement par configuration d'usinage et par géométrie de poche. Pour le classement par configuration d'usinage, une comparaison des engagements radiaux de l'outil et des vitesses moyennes de parcours est réalisée. Dans le second cas, une comparaison des longueurs des trajets et des temps d'usinage est réalisée. L'observation des résultats classés par configuration montre que :

- Le logiciel de FAO gère mieux les variations d'engagement radial dans les configurations n°1 et n°2. Dans les deux cas, le pourcentage de trajet réalisé avec un engagement radial de l'outil inférieur à $d_{pmax} + 0,1$ est plus important avec les trajets calculés par le logiciel.

- Dans la configuration n°3, le contrôle de l'engagement radial de l'outil est identique entre les trajets FAO et adaptés.

- La vitesse moyenne de parcours est toujours plus grande par interpolation circulaire et polynomiale du trajet par rapport à une interpolation linéaire.

- Il existe des trajets où l'interpolation circulaire donne de plus grandes vitesses moyennes que l'interpolation polynomiale réalisée par le logiciel de FAO (tra_fao_3 et tri_fao_3).

- Quelle que soit la configuration, les trajets adaptés permettent d'atteindre une vitesse moyenne supérieure à celle donnée par les trajets FAO.

- De plus, les trajets adaptés dont les passes supplémentaires sont raccordées par des arcs de cercle (trajets adp_c) procurent des vitesses moyennes beaucoup plus importantes que des trajets identiques dont les raccordements entre passes supplémentaires sont réalisés par des droites (trajets adp_d).

- Les gains en vitesse moyenne apportés par l'utilisation de l'interpolation polynomiale par rapport à l'interpolation linéaire varient de 20 % à 110 % suivant la géométrie du trajet. Les gains les plus faibles se situent sur les trajets comportant de nombreuses lignes droites (trajets fao_3).

L'observation des résultats classés par géométrie de poche montre que :

- Dans les configurations n°1 et n°3, la méthode d'adaptation de la géométrie des trajets permet de diminuer la longueur des trajets « adaptés » par rapport à la longueur des trajets calculés en FAO. La tendance s'inverse dans la configuration n°2.

- Quel que soit le trajet, le temps d'usinage est inférieur lorsque le trajet est décrit par interpolation polynomiale ou circulaire.

- Des trajets calculés par le logiciel de FAO et décrits par interpolation polynomiale possèdent des temps d'usinage supérieurs aux mêmes trajets décrits par interpolation circulaire (car_fao_2, car_fao_3, tra_fao_2, tra_fao_3).

- Le gain en temps d'usinage entre une interpolation linéaire et polynomiale d'un trajet donné varie entre 10 % et 50 %. Les gains les plus importants se situent sur les trajets comportant le moins de lignes droites.

2.4.3 Proposition d'un critère de performance

Pour déterminer le trajet d'usinage le plus performant, il faut à la fois tenir compte du respect de l'engagement radial programmé, du temps d'usinage, de la longueur et de la souplesse du trajet calculé. Nous décidons de mettre en place un critère de performance couplant longueur du trajet, engagement radial, vitesse moyenne et temps d'usinage. Chaque critère est calculé entre les valeurs 0 et 1. Le meilleur trajet doit donc avoir un critère de performance total de valeur 4.

Ainsi, la longueur du trajet est comparée à la longueur théorique idéale égale à l'aire de la poche divisée par la distance radiale entre passes. Plus la longueur du trajet est courte et plus le critère de performance est élevé. Les différentes valeurs calculées pour les différents trajets sont ensuite normalisées.

De même, nous utilisons le pourcentage de longueur du trajet où l'engagement radial est inférieur à la distance maximale entre passes spécifiée dans notre méthode augmentée de 0,1 mm. Les performances en terme d'engagement radial de chaque trajet sont alors calculées par rapport au meilleur trajet puis normalisées.

Ensuite, le critère de performance tient compte de la vitesse moyenne de parcours du trajet. Plus la vitesse moyenne est élevée et plus le trajet est considéré comme ayant une évolution de courbure douce. Le critère est normalisé.

Enfin, le dernier critère est le temps d'usinage, lui aussi normalisé.

Nous ne présentons que le critère de performance global pour les trajets décrits par courbes polynomiales car ils possèdent les meilleurs temps d'usinage (voir Annexe 4).

L'observation des résultats permet de noter que :

- Pour les poches « carré » et « trapèze », les trajets « adaptés » de la configuration n°3 (..._adp_3) sont les plus performants car ils allient une longueur de trajet courte, une grande douceur de trajet et un contrôle de l'engagement radial satisfaisant.

- Cette tendance disparaît pour la poche « triangle » car les faibles angles d'ouverture des changements de direction imposent la mise en place, dans la configuration n°3, de passes d'usinage supplémentaires qui n'existent pas pour les deux autres poches.

- Les trajets les plus performants sont ensuite les trajets de la configuration n°2 car ils possèdent des longueurs de trajets très faibles, des temps d'usinage faibles et des vitesses moyennes de parcours correctes.

Les tendances dégagées par ce critère de performance sont alors :

- Pour les configurations n°1 où le paramètre d_p est proche de d_{pmax} , la performance en terme d'engagement radial est bien supérieure à la configuration n°3.

- En ce qui concerne la configuration n°2, la solution en forme de « becquet » adoptée par le logiciel de FAO semble mieux adaptée car elle permet d'avoir un critère de performance supérieur à celui des trajets « adaptés ». Il faut cependant noter que les trajets « adaptés » de la configuration n°2 sont pénalisés car ils ont une longueur supérieure à ceux calculés par le logiciel de FAO, alors que la longueur du trajet qui respecte le critère d'engagement radial est comparable.

Pour toutes les configurations, les trajets les plus performants en terme de vitesse moyenne sont les trajets « adaptés » dont les passes supplémentaires sont raccordées par arcs de cercle alors que les plus performants en terme de temps d'usinage sont, suivant la géométrie de la poche, les trajets « adaptés » ou « FAO ».

En conclusion, l'analyse du critère de performance global mis en place permet d'observer la diminution des gains apportés par la méthode proposée lorsque la poche possède des angles de changement de direction faibles (poche « triangle »). Dans ce cas, notre méthode permet d'améliorer la douceur de la trajectoire et les variations d'engagement radial mais implique une longueur de trajectoire trop importante et pénalisante en terme de temps d'usinage.

2.4.4 Evaluation de gains supplémentaires

Pour comprendre pourquoi l'interpolation polynomiale du trajet n'apporte pas toujours un gain en terme de temps d'usinage, nous décidons d'analyser la vitesse instantanée de parcours d'un trajet donné pour les modes d'interpolation circulaire et polynomiale.

Ainsi, l'analyse des relevés de vitesse réelle sur différents trajets d'usinage de la poche « carré » montre l'apparition de ralentissements à chaque discontinuité en courbure sur un trajet décrit par interpolation linéaire et circulaire (Figure 4-4). Sur cette figure, la vitesse est représentée par des segments perpendiculaires au trajet d'usinage. Lorsque le segment possède une flèche à son extrémité, la vitesse réelle est égale à la vitesse de consigne.

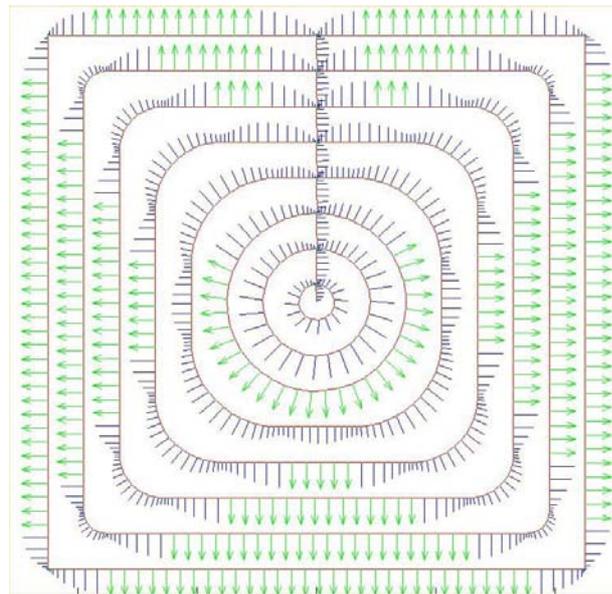


Figure 4-4 : Vitesse d'avance réelle sur le trajet car_adp_3_g2g3

La description du trajet par interpolation polynomiale doit supprimer ces ralentissements car toute courbe Bspline de degré 3 est continue C2. Cependant, l'analyse de la vitesse réelle d'un trajet décrit par interpolation polynomiale native FAO montre que ce n'est pas le cas car le logiciel de FAO interpole chaque passe d'usinage par plusieurs courbes Bspline (Figure 4-5). Sur cette figure, les différentes courbes Bspline sont alternativement représentées par les courbes bleues et rouges. Le point rouge entre chaque courbe rouge et bleue représente la jonction entre deux courbes Bspline du trajet d'usinage.

Sur les trois passes centrales, la vitesse est maximale sur l'ensemble de la passe car elle est décrite par une seule courbe. A partir de la quatrième, la vitesse chute à certains changements de direction qui correspondent à des raccordements entre deux courbes Bspline. Comme seul un raccordement C1 est assuré entre deux courbes, il y a nécessairement un ralentissement.

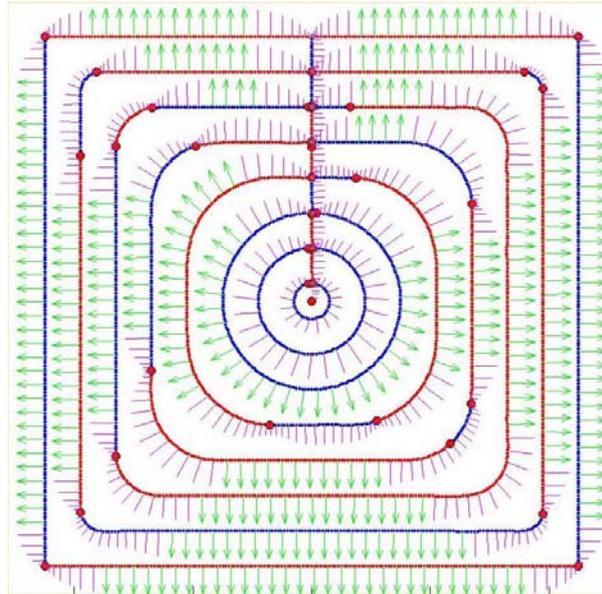


Figure 4-5 : Vitesse d'avance réelle sur le trajet car_adp_3_bs

Nous proposons donc d'utiliser notre méthode d'interpolation unidimensionnelle pour interpoler chaque passe d'usinage par une courbe Bspline. En parallèle, nous testons le trajet de type « déroulé » présenté au chapitre 3.

L'utilisation de la méthode d'interpolation unidimensionnelle permet d'obtenir une seule courbe continue C2 par passe d'usinage. Dans ces conditions, les seuls ralentissements de l'outil sont dus à l'évolution de la courbure de la passe d'usinage et à la distance entre pôles pour les deux passes centrales (Figure 4-6).

La modification de la géométrie du trajet d'usinage par augmentation des rayons de raccordement aux différents changements de direction apporte un gain initial de 3,9 s sur un temps total de 15,4 s d'usinage ; soit 20 % (comparaison entre les trajets car_fao_3_g2g3 et car_adp_3_g2g3).

Le gain en temps d'usinage apporté par l'utilisation de l'interpolation polynomiale native du logiciel de FAO est alors de 1,4 s pour un temps total de 14 s ; soit 9 % (trajets car_adp_g2g3 et car_adp_bs).

Le temps d'usinage passe alors de 14 s pour la trajectoire car_adp_bs à 13 s pour la trajectoire car_adp2. Un gain supplémentaire de 7 % est alors ajouté en interpolant chaque passe d'usinage par une seule courbe, avec la méthode d'interpolation unidimensionnelle.

Le gain total est alors de 6,3 s soit 33% du temps d'usinage initial.

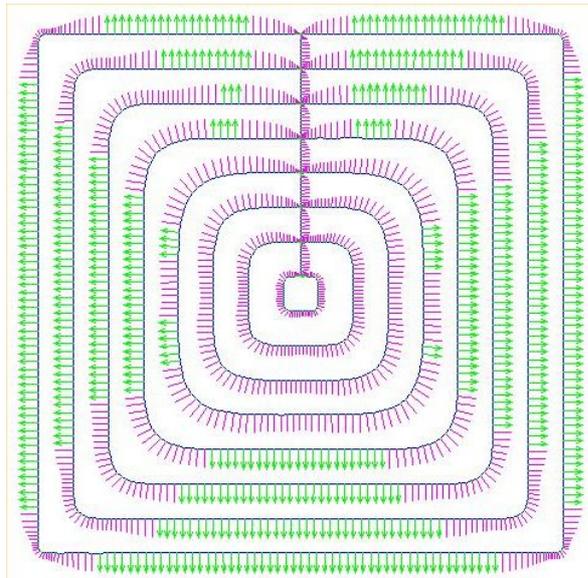


Figure 4-6 : Vitesse d'avance réelle sur le trajet car_adp2

Le test d'un trajet de type « déroulé » dont la passe centrale est approximée par une seule courbe polynomiale ayant une erreur maximale de position de 0,04 mm apporte un gain supplémentaire de 1,7 s (Figure 4-7). Le temps d'usinage est alors de 11,3 s pour une trajectoire de longueur 1470 mm. La vitesse moyenne de parcours est de 7,8 m/min pour une vitesse programmée de 10 m/min. La vitesse d'avance programmée est atteinte sur 92 % de la trajectoire. Le gain total en temps d'usinage est alors de 41 %.

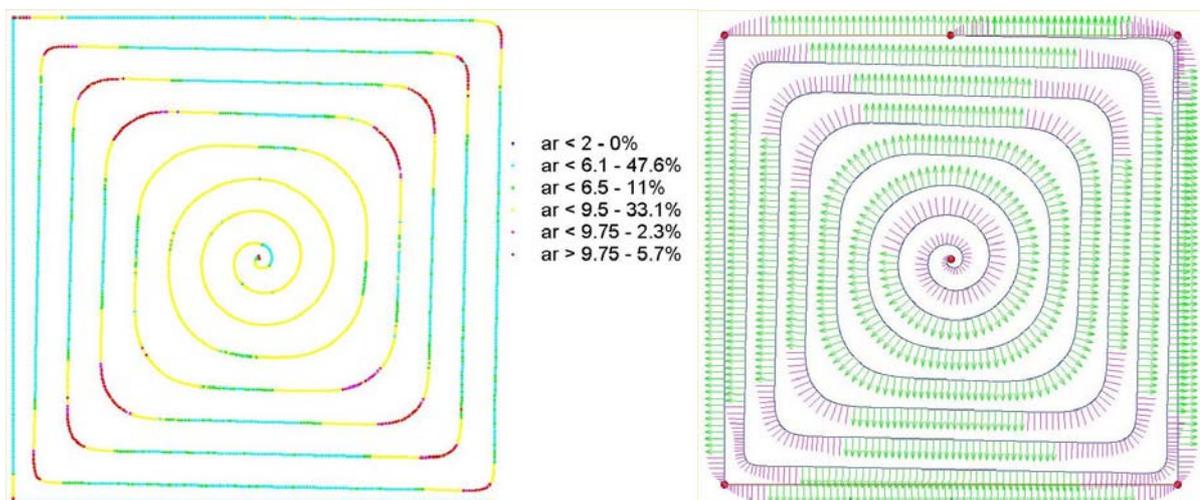


Figure 4-7 : Engagement radial et vitesse d'avance réelle sur le trajet de type « déroulé »

2.5 Récapitulatif

L'analyse des différents essais réalisés permet de conclure que :

- la méthode d'adaptation des trajets proposée permet de contrôler les variations d'engagement radial grâce au paramètre d_{pmax} . Cependant, les trajets générés sont moins performants en terme de contrôle des variations d'engagement radial que les trajets équivalents

calculés par le logiciel de FAO. En contrepartie, les trajets sont plus courts et plus rapides à parcourir.

- L'utilisation de l'interpolation polynomiale native est intéressante en terme de gain en temps d'usinage et en vitesse moyenne à condition qu'elle soit réalisée correctement. Il faut absolument interpoler une seule courbe par passe d'usinage. Dans le cas contraire, l'interpolation polynomiale peut devenir moins performante que l'interpolation circulaire.

- L'association de notre méthode d'adaptation et d'interpolation unidimensionnelle des trajets permet d'obtenir un gain en terme de temps d'usinage d'environ 35 %. Ce dernier peut augmenter à 45 % dans les cas où les trajets de type « déroulé » sont efficaces.

- Le principal facteur limitant de notre méthode est l'angle d'ouverture des changements de direction de la poche. Si la poche possède très peu de changements de direction dont l'angle d'ouverture est inférieur à 75° , les gains espérés peuvent alors être d'environ 30%. Dans le cas contraire, il sont réduits à environ 10 %.

3 Application à l'évidement de poches complexes

3.1 Problèmes posés

Nous cherchons à tester nos méthodes d'adaptation et d'interpolation unidimensionnelle sur des poches de formes plus complexes, comportant des diagrammes de Voronoï à plusieurs foyers ou possédant un nombre important de changements de direction.

Pour deux poches données, nous comparons les trajets d'usinage obtenus avec le logiciel de FAO et la combinaison de nos méthodes de calcul. Dans tous les cas, les trajets sont décrits par courbes polynomiales. Les trajets « FAO » sont aussi décrits par interpolation linéaire et circulaire.

3.2 Présentation des poches testées

Les deux poches programmées possèdent des rayons de coin de 5 mm. L'outil utilisé est une fraise deux tailles de diamètre 10 mm.

La poche n°1 est une poche en forme de L, de dimensions 140 mm x 80 mm. La poche n°2 est une poche en forme de fer à repasser, de dimensions 150 mm x 80 mm (Figure 4-8) et nommée « fer ».

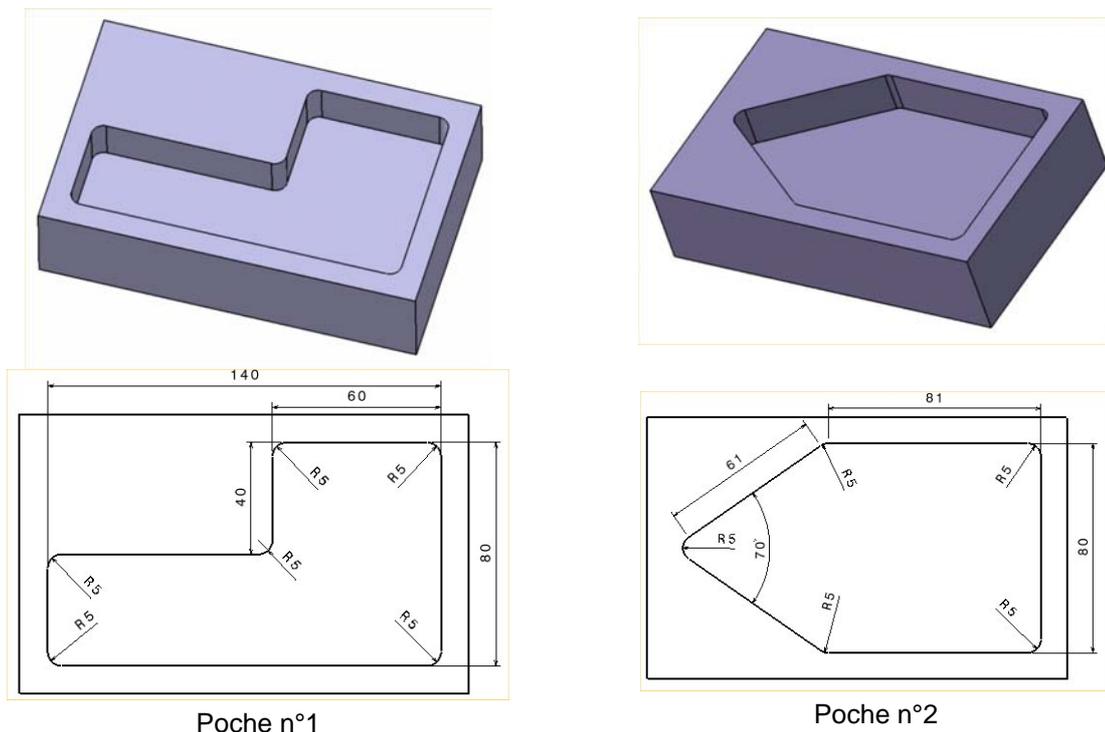


Figure 4-8 : Présentation des poches complexes n°1 et n°2

3.3 Trajets calculés

Les trajets sont calculés dans le cas de la configuration d'usinage n°3.

Nous comparons les trajets obtenus avec le logiciel de FAO et notre méthode d'interpolation unidimensionnelle en terme d'engagement radial, de temps d'usinage et de vitesse d'avance réelle.

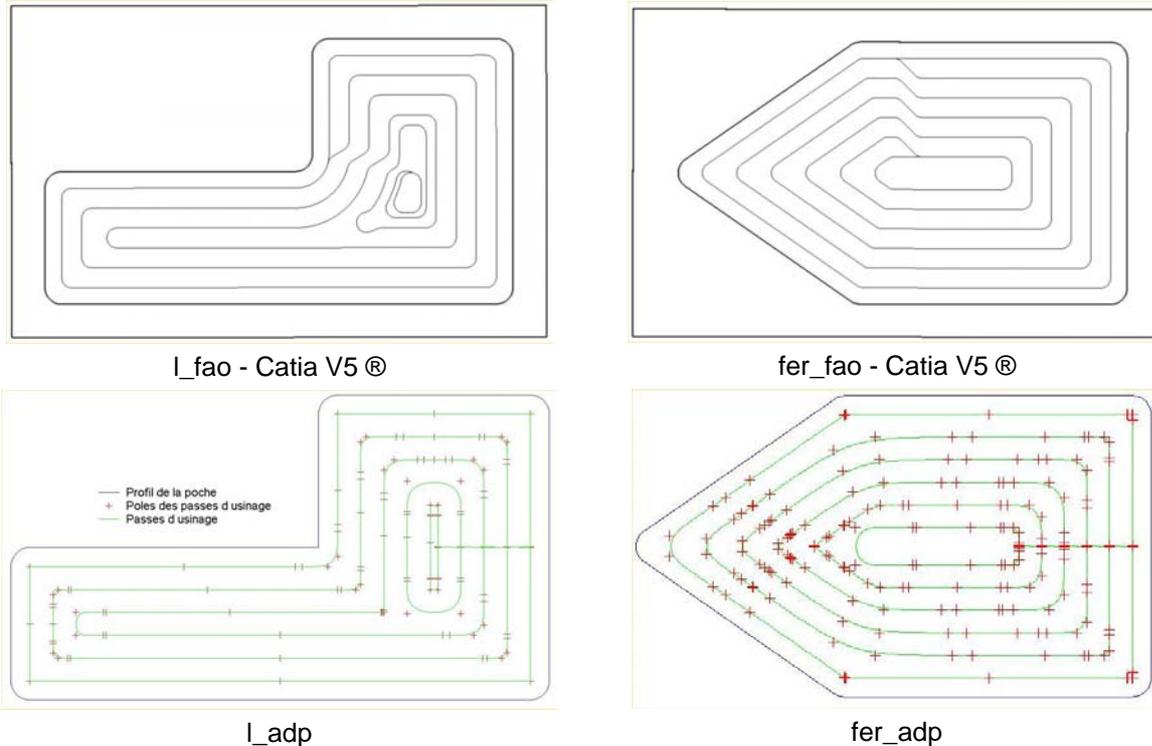


Figure 4-9 : Trajets calculés pour les poches complexes

Les deux trajets de la poche « fer » sont comparables alors que ceux de la poche « I » sont assez différents. Pour cette poche, notre trajet s'appuie sur le diagramme de Voronoï de la frontière de la poche et possède donc deux foyers. Le logiciel de FAO a relié toutes les passes et a ainsi supprimé un foyer.

3.4 Analyse de la performance des trajets

3.4.1 Analyse de l'engagement radial

Les simulations d'engagement radial sont calculées dans les mêmes conditions que pour les poches simples. Les résultats sont présentés Figure 4-10.

Pour les deux poches, les pourcentages de longueurs de trajets parcourus avec un engagement radial donné sont équivalentes. Pour chaque trajet, la passe centrale est entièrement parcourue avec un outil engageant pleine matière. Les autres portions de trajet pleine matière correspondent ensuite aux changements de direction.

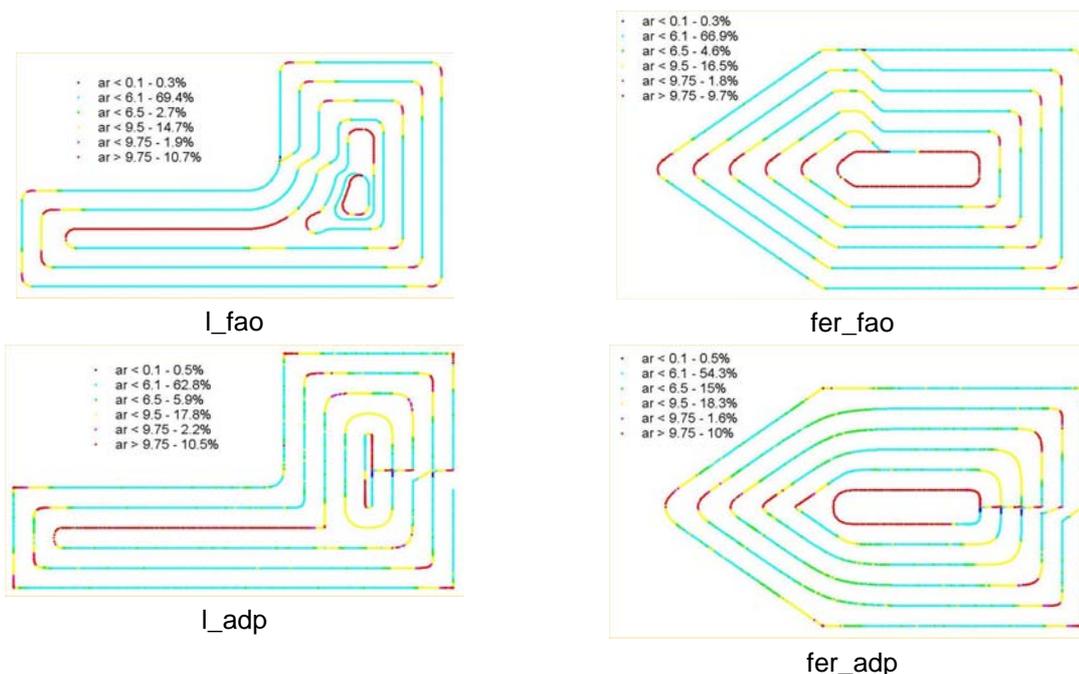


Figure 4-10 : Simulation de l'engagement radial de l'outil sur les différents trajets

3.4.2 Mesure des temps d'usinage

Tous les trajets calculés par le logiciel de FAO sont chronométrés avec utilisation des trois modes de description (G1, G1-G2G3 et Bspline). Les trajets adaptés sont uniquement décrits par courbes polynomiales (Tableau 4-5).

Nom et longueur du trajet	Type d'interpolation	Temps d'usinage	Vitesse moyenne
fer_fao 1321 mm Catia V5 ®	G1	18,5 s	4,3 m/min
	G1 – G2G3	15,7 s	5 m/min
	Bspline	16,7 s	4,7 m/min
fer_adp 1323 mm	Bspline	11,1 s	7,15 m/min
l_fao 1235 mm Catia V5 ®	G1	20,1 s	3,7 m/min
	G1 – G2G3	15,5 s	4,8 m/min
	Bspline	16,1 s	4,6 m/min
l_adp 1143 mm	Bspline	10,5 s	6,5 m/min

Tableau 4-5 : Temps d'usinage des poches complexes

Les trajets « FAO » les plus rapides sont ceux décrits par interpolation circulaire. En effet, comme présenté au paragraphe 2.4.4, l'interpolation polynomiale « FAO » coupe chaque passe d'usinage et dégrade ainsi le gain attendu.

Quelle que soit la poche, notre méthode de calcul de trajet apporte des gains en terme de temps d'usinage et de vitesse moyenne de parcours supérieurs à 30 %.

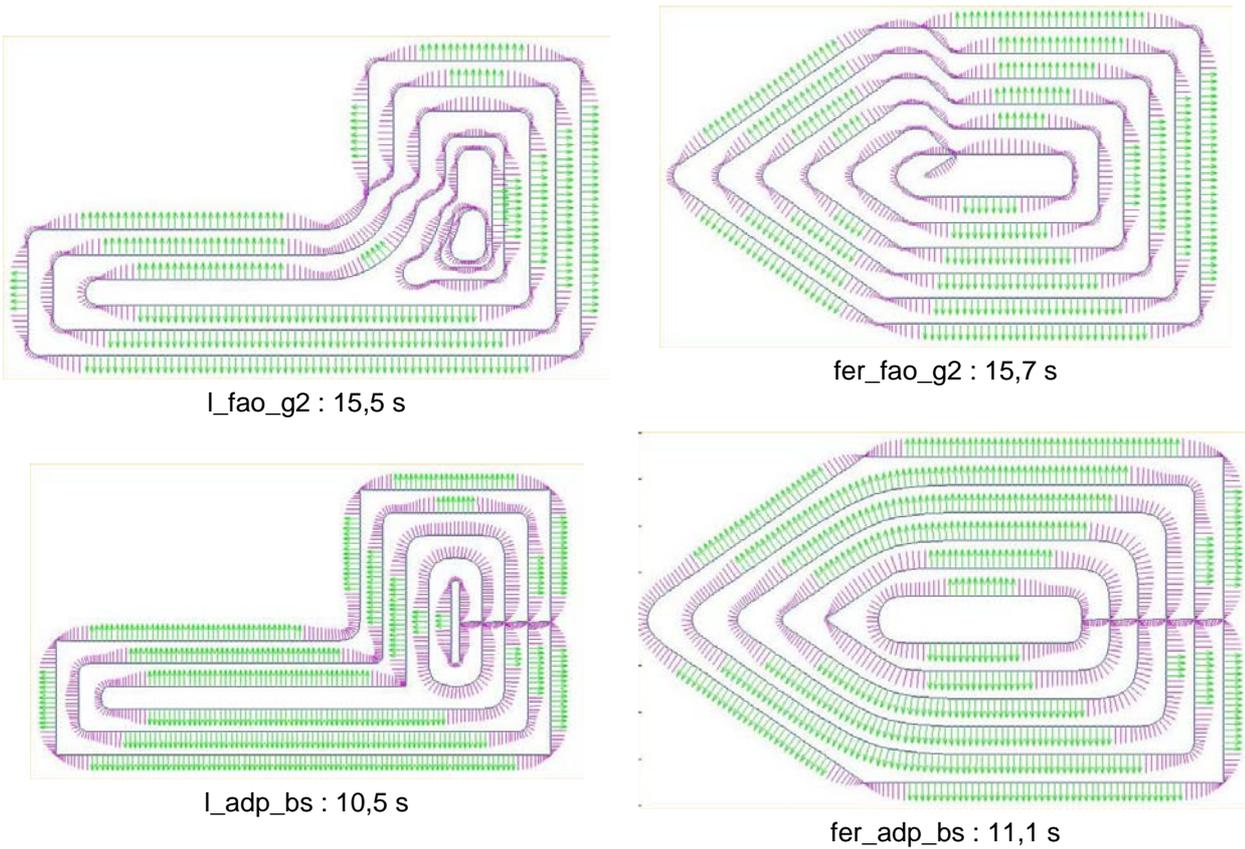


Figure 4-11 : Relevés des vitesses d'avance réelles sur les différents trajets

L'observation des vitesses d'avance réelles (Figure 4-11) confirme les résultats obtenus sur les poches de forme simple. Chaque discontinuité en courbure du trajet ralentit fortement la vitesse d'avance. Le calcul d'une passe d'usinage continue en courbure permet d'obtenir une vitesse d'avance nettement plus lissée et ne possédant aucune ralentissement important.

3.5 Récapitulatif

Les gains obtenus sur des poches de forme simple se retrouvent sur des poches complexes. Ils sont dans ce cas aussi de l'ordre de 30 %. A noter que sur ces trajets, les changements de passe ne sont pas encore optimisés. Un gain supplémentaire de 5 % à 10 % peut encore être attendu.

4 Application à des poches industrielles

4.1 Poche à îlot

De nombreuses poches industrielles présentent un îlot qui pose des difficultés lors du calcul du trajet d'usinage. En effet, le calcul du diagramme de Voronoï est plus complexe.

Pour montrer l'application de la méthode présentée dans ce mémoire, nous présentons deux essais d'adaptation du calcul de trajet d'usinage.

La poche présentée ci-dessous est usinée avec un outil de diamètre 10 mm. La distance entre passes retenue est de 4,5 mm. La distance maximale entre passes autorisée est de 9 mm. Pour nos essais, la vitesse programmée est de 10 m/min.

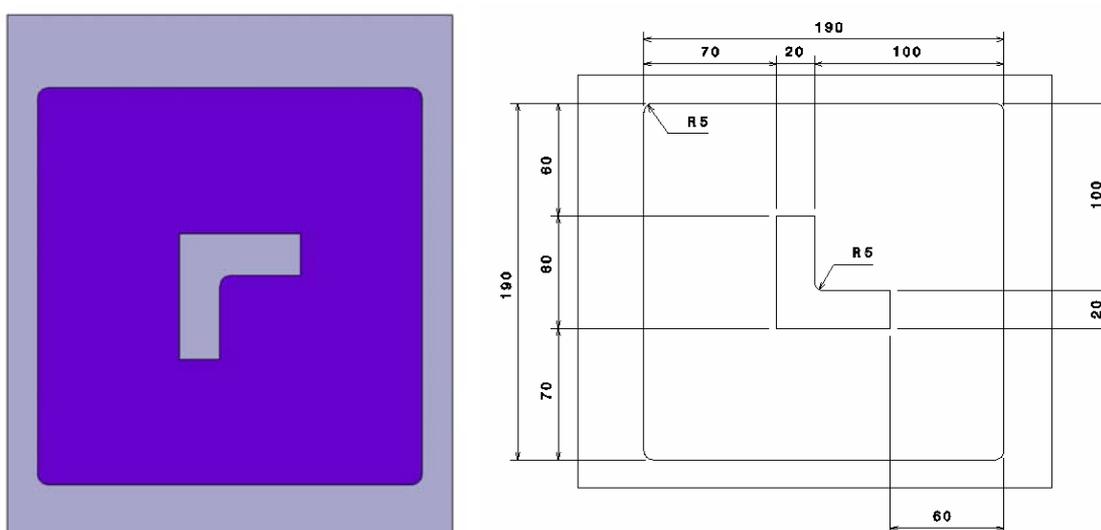


Figure 4-12 : Présentation de la poche à îlot

Dans un premier temps, deux parcours sont calculés en utilisant un logiciel de FAO. Le premier (essai îlot_fao) est un parcours classique d'usinage de poche. Le second utilise l'option UGV du logiciel de FAO. Des rayons de raccordement de 4 mm sont ajoutés au parcours initial (essai îlot_fao_ugv).

Deux essais d'application de la méthode d'adaptation sont testés. Le premier a pour but de montrer que l'on peut appliquer directement cette méthode à partir d'un calcul classique de poche (essai îlot_fao_adapté). Le premier parcours îlot_fao est projeté dans le plan et construit géométriquement. Puis chaque rayon de raccordement est adapté ; il en est de même pour les changements de passe. Dans ce cas, le parcours suit le plus exactement possible le parcours initial. Le second essai (îlot_fao_optimisé) applique la méthode plus librement. La construction est alors conduite de manière interactive.

Les essais sont calculés en utilisant les formats d'interpolation linéaire et B-spline proposés par le logiciel de FAO. Dans le cas de l'interpolation linéaire, l'option lissage de la commande numérique est mise en œuvre.

Le tableau suivant présente la géométrie des parcours d'usinage testés, ainsi que les temps d'usinage et les vitesses moyennes.

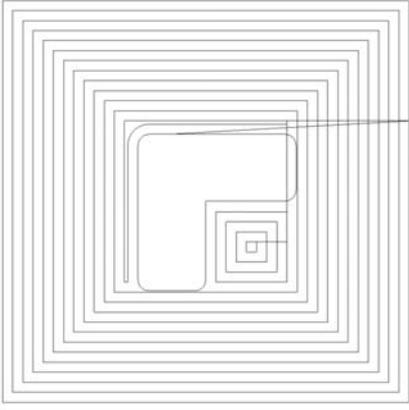
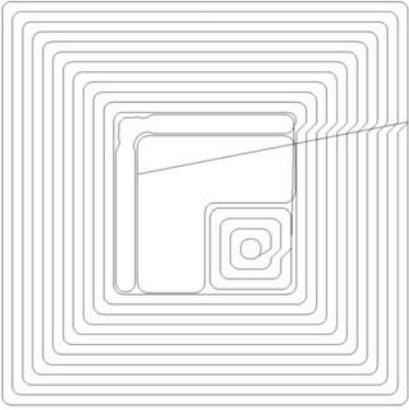
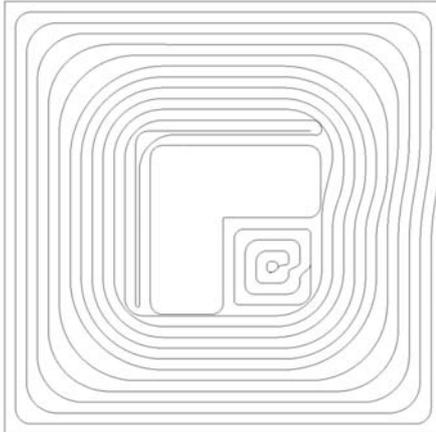
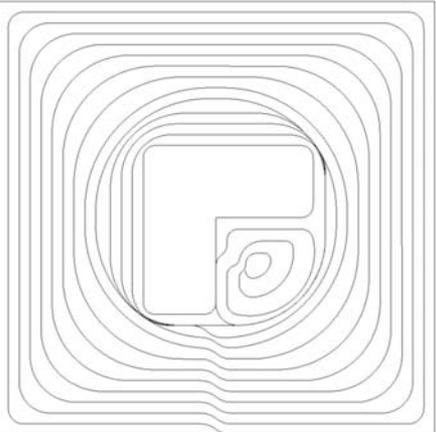
Nom	îlot_fao - Catia V5 ®		îlot_fao_ugv - Catia V5 ®	
				
Interpolation	G1	Bspline	G1	Bspline
Temps	73 s	74 s	67 s	88 s
Vitesse moyenne	5,9 m/min	5,8 m/min	6,4 m/min	4,9 m/min
Nom	îlot_fao_adapté		îlot_fao_optimisé	
				
Interpolation	G1	Bspline	G1	Bspline
Temps	58 s	65 s	57 s	51 s
Vitesse moyenne	6,7 m/min	6 m/min	6,8 m/min	7,6 m/min

Tableau 4-6 : Trajets d'usinage testés de la poche à îlot

Dans le cas proposé, nous constatons que l'adaptation du calcul apporte un gain en terme de temps d'usinage de 20 %, qui peut atteindre 30 % si le format d'interpolation Bspline est utilisé, tout en obtenant un engagement radial de l'outil similaire.

Cet essai montre que les méthodes usuelles de calcul de trajets peuvent être facilement adaptées et donner de bons résultats. L'optimisation complète du parcours n'apporte pas de gain supplémentaire en interpolation linéaire.

En ce qui concerne l'interpolation polynomiale, il apparaît que l'algorithme de génération de parcours d'outil proposé par le logiciel de FAO doit encore être amélioré. Par contre, cet essai illustre très bien le fait que le gain apporté par l'interpolation polynomiale est tributaire de la

géométrie du trajet. L'augmentation de performance passe par l'optimisation conjointe de la géométrie et du format d'interpolation.

4.2 Ebauche de moules

La seconde application industrielle concerne l'usinage d'ébauche de moules. Considérons l'usinage d'un moule de bouteille de soda. Cette pièce est particulièrement difficile à optimiser, car le profil comporte quatre angles inférieurs ou égaux à 90 degrés.

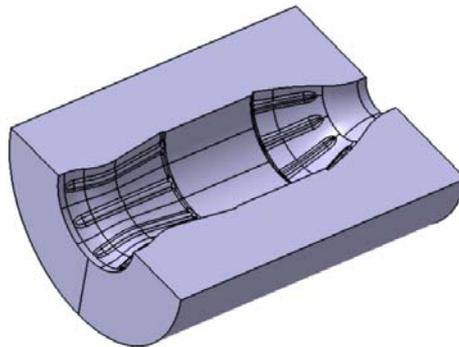


Figure 4-13 : Présentation du moule de bouteille

L'ébauche est réalisée selon des plans parallèles, avec une fraise de diamètre 10 mm. La distance entre passes retenue est égale à 6 mm. Pour nos essais, la distance maximale entre passes autorisée est de 9 mm. Les différents trajets sont présentés Annexe 5

Deux essais sont calculés en utilisant un logiciel de FAO. Le premier (bouteille_fao) est une ébauche hélicoïdale de l'intérieur vers l'extérieur. Le second (bouteille_ugv) utilise l'option UGV du logiciel, en ajoutant des rayons de raccordement de 2 mm.

La méthode d'adaptation des rayons est appliquée au premier essai (bouteille_adaptée). Le parcours bouteille_fao est projeté dans différents plans, pour produire le squelette du trajet adapté. Puis le trajet est lissé, en respectant les contraintes de distance entre passes. Le tableau suivant présente le trajet calculé sur dix plans de $z-1$ à $z-19$. Les temps d'usinage et les vitesses moyennes sont indiqués pour chaque plan.

L'utilisation de la méthode d'adaptation des rayons apporte un gain de 13 % en temps d'usinage. La vitesse moyenne de parcours est augmentée d'environ 0,7 m/min.

Pour améliorer les parcours d'usinage intérieurs, il a été décidé d'ajouter des rayons de raccordement supplémentaires aux extrémités des profils, pour chaque plan. Ainsi le parcours d'outil peut être lissé et raccourci à l'intérieur du profil, alors qu'il est augmenté par l'ajout de rayons de raccordement sur le profil. Les essais montrent que la longueur totale est sensiblement la même pour tous les essais. Ainsi l'augmentation de la vitesse moyenne de parcours engendre une réduction du temps d'usinage.

L'utilisation de l'option UGV du logiciel de FAO ne semble pas adaptée à cette forme, car elle introduit de petits rayons qui ralentissent la machine. De plus, le parcours d'outil est calculé en plusieurs zones pour les plans $z-13$ et $z-15$.

5 Application à l'usinage de formes complexes

5.1 Principe

L'idée est d'appliquer la méthode d'adaptation des rayons de raccordement à un trajet de surfacage en spirale d'une forme complexe avec un outil hémisphérique. Cette stratégie d'usinage est utilisée pour réaliser des surfaces quasi planes. L'observation d'un trajet classique calculé par le logiciel de FAO ressemble fortement à un trajet d'évidement de poche (Figure 4-15). Dans ce cas, la hauteur de crête spécifiée par le programmeur pour déterminer la distance entre passes n'est pas respectée au changement de direction. En effet, la distance entre passes au changement de direction est fonction de l'angle d'ouverture de ce dernier. Il ne reste alors qu'à déterminer les paramètres d'usinage d_p de d_{pmax} pour appliquer notre méthode d'adaptation. Ils sont donnés par la hauteur de crête h_c et la hauteur de crête maximale h_{cmax} admissible au changement de direction.

Nous décidons de tester la méthode sur une surface à double courbure de rayon 160 mm et 1250 mm (Figure 4-14).

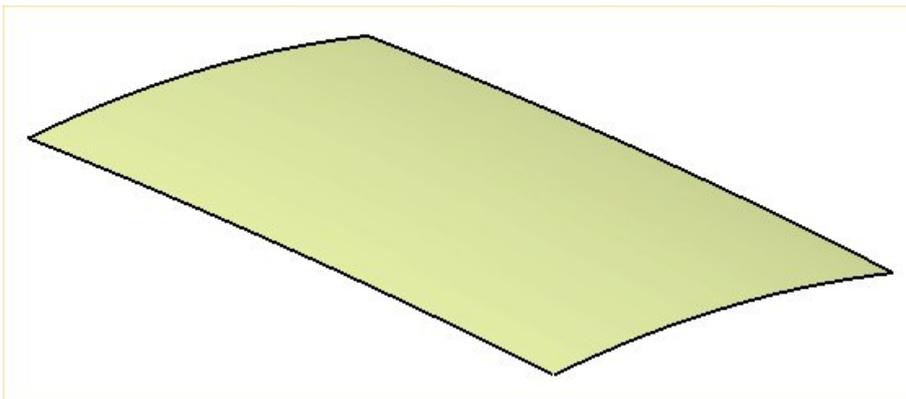


Figure 4-14 : Surface à double courbure

5.2 Calcul des trajets

Les trajets sont générés par le logiciel de FAO, avec ou sans l'option « UGV » ainsi qu'une distance programmée entre passes de 0,3 mm (spi_fao et spi_fao_ugv). Les trajets adaptés sont calculés avec les deux couples de paramètres $d_p = 0,3$ mm et $d_{pmax} = 0,5$ mm (spi_adp_01) puis $d_p = 0,2$ mm et $d_{pmax} = 0,3$ mm (spi_adp_02). Le premier réglage correspond à une distance entre passes identique à celle des trajets FAO et une distance maximale entre passes permettant une évolution favorable des rayons de raccordement. Le second correspond à une distance maximale entre passes égale à la distance entre passes des trajets FAO et une distance entre passes permettant une évolution favorable des rayons de raccordement.

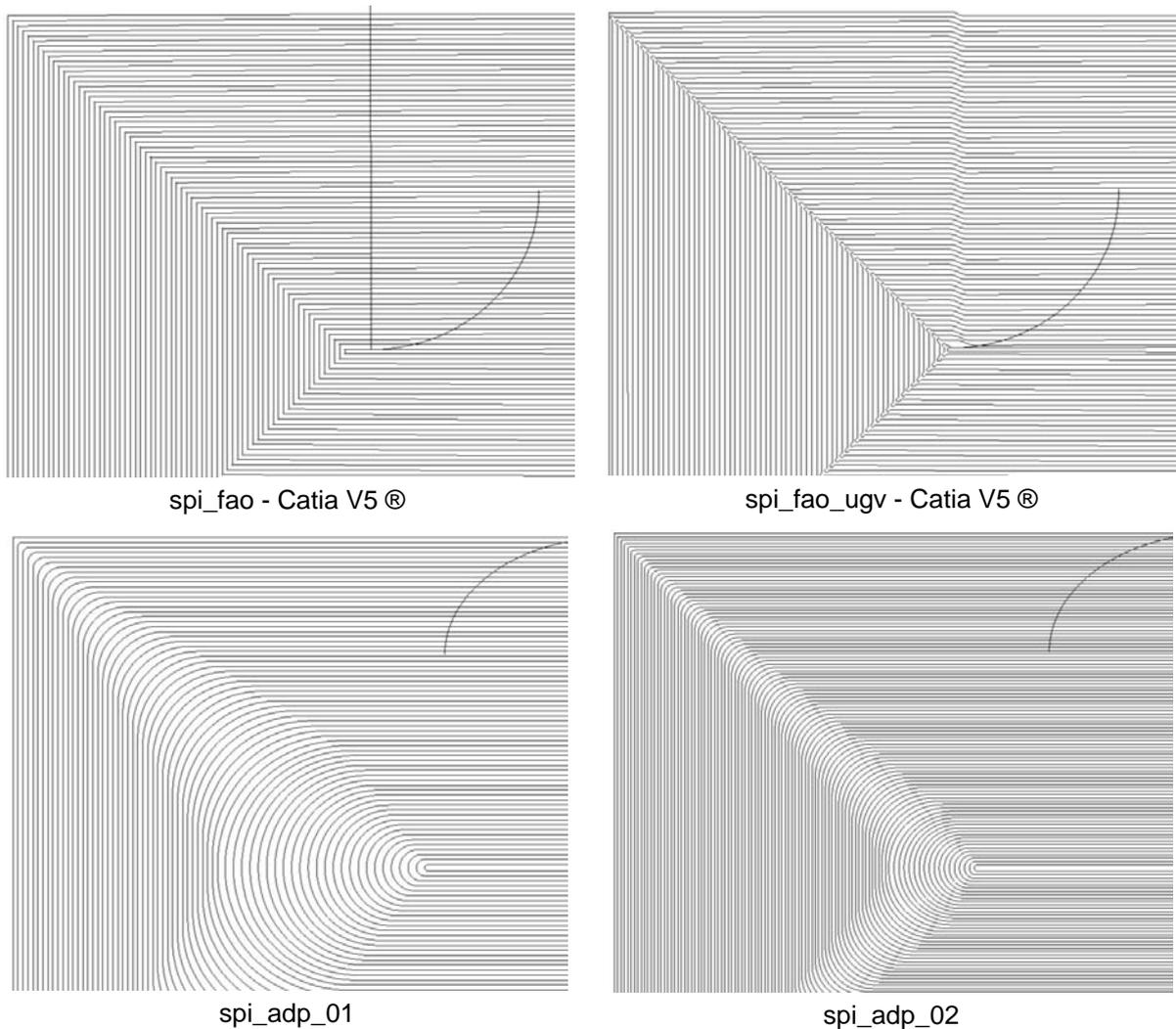


Figure 4-15 : Trajets d'usinage de la surface complexe

5.3 Résultats

La surface complexe est usinée avec les quatre trajets proposés. Les différentes pièces et leur temps d'usinage sont présentés dans le tableau suivant. Dans tous les cas, les trajets sont décrits par interpolation linéaire en utilisant l'option de lissage de la commande numérique.

L'utilisation de l'option « UGV » pour les trajets FAO ne procure aucun gain en temps d'usinage mais permet de supprimer les marques dues aux changements de passe. L'utilisation d'un trajet « adapté » permet soit :

- de réduire le temps d'usinage pour le réglage 1 tout en conservant une hauteur de crête théorique équivalente à celle des trajets FAO. Le gain en temps d'usinage est alors de 26 %.
- d'obtenir une hauteur de crête contrôlée sur l'ensemble du trajet, y compris les changements de direction, et ce en augmentant le temps d'usinage de seulement 8 %, avec le réglage n°2. Ce dernier permet en outre de diminuer d'environ 50 % la hauteur de crête sur l'ensemble des lignes droites du trajet d'usinage.

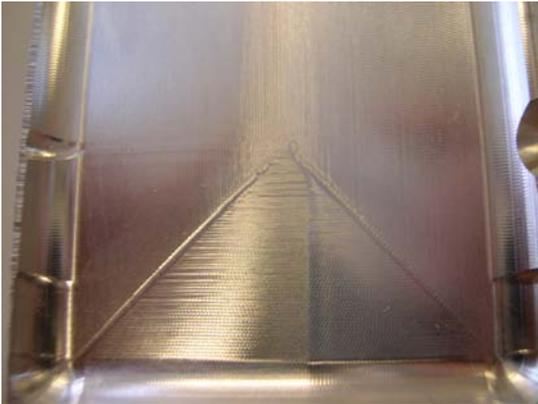
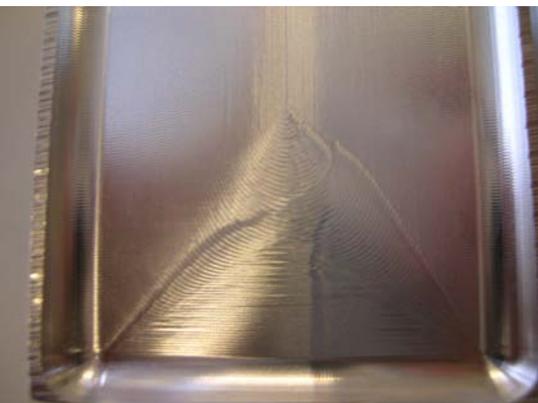
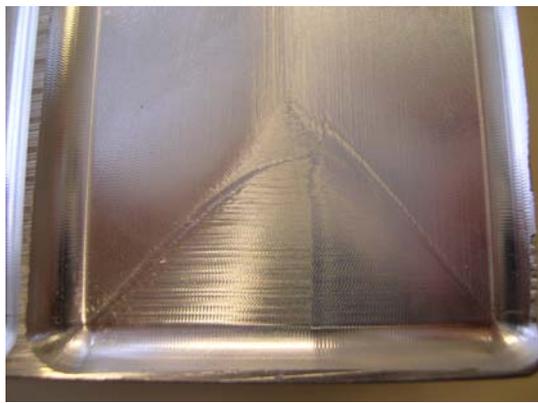
<p style="text-align: center;">spi_fao - Catia V5 ®</p>  <p style="text-align: center;">temps d'usinage : 3 min 26 s</p>	<p style="text-align: center;">spi_fao_ugv - Catia V5 ®</p>  <p style="text-align: center;">temps d'usinage : 3 min 26 s</p>
<p style="text-align: center;">spi_adp_01</p>  <p style="text-align: center;">temps d'usinage : 2 min 31 s</p>	<p style="text-align: center;">spi_adp_02</p>  <p style="text-align: center;">temps d'usinage : 3 min 43 s</p>

Tableau 4-7 : Résultats et temps d'usinage de la forme complexe

6 Application à l'usinage de poches 5 axes

La dernière application concerne l'usinage de poches dites à 5 axes, souvent utilisées en aéronautique. La poche usinée possède un fond formé d'une surface à double courbure, dont les rayons varient entre 1000 mm et 18 000 mm. Les murs de la poche ne sont pas parallèles entre eux. Ils peuvent être normaux au fond de la poche ou présenter un angle avec la normale.

Comme les rayons de courbure sont importants, ces poches sont généralement usinées en 5 axes continus. Il est alors nécessaire de découpler l'usinage du fond de la poche obtenu par balayage à 5 axes, et l'usinage des murs obtenu par un contournage à 5 axes. Dans ce cas, les problèmes d'entrée et de sortie de la matière sont critiques.

Cet essai a pour but de montrer l'application des parcours d'usinage hélicoïdaux utilisés en usinage de poche 2,5 axes aux poches à 5 axes. Dans certains cas, cela permet d'usiner à la fois le fond et le côté de la poche. L'objectif n'est pas de procéder à une comparaison entre le processus habituel et le processus adapté, mais uniquement d'en démontrer la faisabilité.

Pour cela, plusieurs usinages sont testés sur la poche définie sur la Figure 4-16.

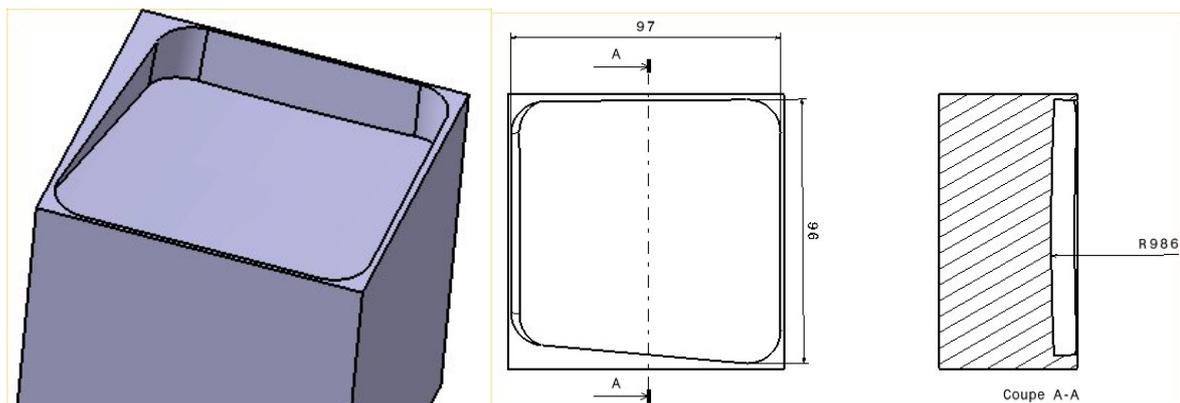


Figure 4-16 : Présentation de la poche 5 axes

La fraise utilisée a un diamètre de 20 mm. Elle présente des rayons de coin de 4 mm, ce qui influence fortement la distance entre passes, selon la hauteur de crête choisie. La vitesse d'avance programmée est de 6 m/min.

Deux configurations d'usinage sont testées. La première présente une distance entre passes d_p égale à 8 mm et une distance maximale entre passes d_{pmax} égale à 12 mm. Dans ce cas, aucune crête n'apparaît sur la surface usinée, mais le parcours est plus long.

La seconde présente une distance entre passes d_p égale à 12 mm et une distance maximale entre passes d_{pmax} égale à 19 mm. Cela permet de réduire la longueur d'usinage, mais fait apparaître des crêtes lorsque la distance maximale entre passes est atteinte (Figure 4-17).

Les deux profils de parcours d'outil présentés sur la Figure 4-17, sont construits dans le plan moyen de la surface, puis projetés sur celle-ci. Le parcours est alors généré en utilisant les fonctions FAO de suivi de courbes. Pour chaque configuration, quatre parcours sont ainsi calculés en combinant les options suivantes :

- option 1 : l'outil est orienté normal à la surface ou dépiné de 0,2° vers l'avant,
- option 2 : le format d'interpolation utilisé est linéaire ou polynomiale natif du système de FAO, basé sur la description du trajet par une double courbe [Langeron & al 04].

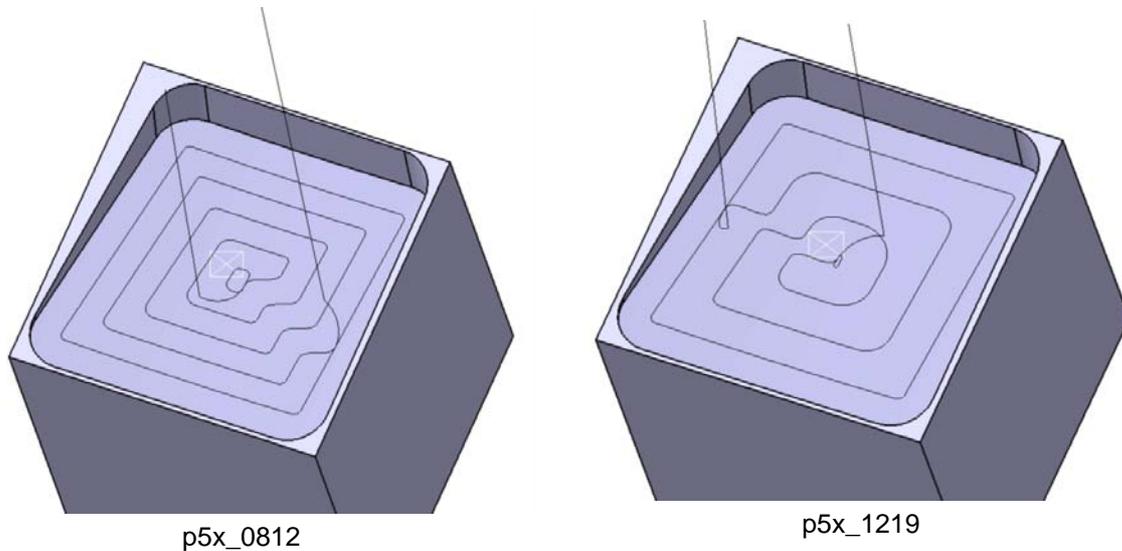


Figure 4-17 : Trajets d'évidement de la poche 5 axes

La Figure 4-18 présente les photographies des usinages réalisés sur une machine Huron KX 15, dont les axes A et C permettent d'orienter la pièce. Nous constatons que l'état de surface est satisfaisant, les changements de passe n'engendrent pas de marques particulières sur la pièce. Les crêtes laissées par la seconde configuration sont bien visibles. Il n'y a pas de différence notable entre les choix de l'option 1 concernant l'orientation de l'outil, alors que le mode de contact entre l'outil et la surface est radicalement différent.

Le Tableau 4-8 indique les mesures des temps d'usinage. Dans ce cas, il apparaît que l'interpolation polynomiale native apporte un gain important sur le temps d'usinage et la fluidité des mouvements. Le dépinçage de l'outil vers l'avant augmente le temps d'usinage car il engendre de plus grandes rotations de l'axe C, notamment dans les changements de passe.

Nom du trajet	Longueur du trajet	Temps d'usinage	Vitesse moyenne
p5x_0812_g1	1147 mm	28,5 s	2,4 m/min
p5x_0812_g1 – det 0,2°	1147 mm	35,3 s	1,9 m/min
p5x_0812_bs	1147 mm	18 s	3,9 m/min
p5x_0812_bs – det 0,2°	1147 mm	24 s	2,9 m/min
p5x_1219_g1	956 mm	24,4 s	2,35 m/min
p5x_1219_g1 – det 0,2°	956 mm	32,3 s	1,8 m/min
p5x_1219_bs	956 mm	14,5 s	4 m/min
p5x_1219_bs – det 0,2°	956 mm	22,1 s	2,6 m/min

Tableau 4-8 : Temps d'usinage de la poche 5 axes

En conclusion, cette application montre la faisabilité de cette solution pour l'usinage de poches aéronautiques en 5 axes. Les trajets calculés produisent des mouvements souples et

rapides de la machine. Il reste maintenant à comparer des processus plus industriels pour évaluer les gains.



p5x_0812_g1 - détalonnage 0°



p5x_0812_bs - détalonnage 0°



p5x_0812_bs - détalonnage 0,2°



p5x_12_19_bs - détalonnage 0°

Figure 4-18 : Poches usinées

7 Conclusion

Les différents essais présentés dans ce chapitre ont permis de montrer que la méthode de calcul de trajets proposée est applicable de manière quasi industrielle.

Suite à l'application sur des poches simples, nous constatons que :

- l'adaptation géométrique des trajets apporte un gain important lorsque le profil de la poche ne présente pas un faibles angles d'ouverture au niveau des changements de direction,
- l'interpolation polynomiale est aussi un facteur de gain si la méthode d'interpolation permet de produire un trajet dont le nombre de discontinuités est minimal,
- la mise en œuvre conjointe des deux méthodes d'adaptation et d'interpolation apporte les gains les plus significatifs.

Ces applications ont permis de vérifier ces constatations sur des poches plus complexes. Même si tous les trajets présentés n'ont pas été calculés de manière automatique, ils sont dérivés des méthodes usuelles de calcul par offset et devraient par conséquent être facilement automatisables. L'application à des poches de formes complexes, à îlots ou à des moules a produit un gain variant entre 10 % et 30 % sur le temps d'usinage sans altérer l'engagement de l'outil.

Enfin, nous avons élargi l'application et montré la pertinence de ces méthodes sur des « poches » moins traditionnelles comme le surfaçage de formes complexes ou l'évidement de poches à fond complexe.

Conclusion

Les applications réalisées au chapitre 4 sur un large éventail de pièces ont montré qu'il était possible d'augmenter la performance des moyens de production actuels sans nécessairement chercher à augmenter la puissance des motorisations. Ainsi, des gisements de productivité subsistent dans l'adaptation des programmes d'usinage à la performance des machines. Cette thèse montre qu'il est possible de réduire les temps d'usinage en calculant des trajets adaptés au comportement des machines outils.

Les travaux reposent initialement sur l'analyse des méthodes actuelles de calcul de trajets d'usinage. Parallèlement, l'étude des directeurs de commande numérique a abouti à la formalisation du calcul des lois de vitesse et à la proposition d'un modèle de comportement cinématique des machines.

La mise en œuvre de ce modèle sur des trajets simples, caractéristiques de l'évidement de poches a permis d'extraire des règles géométriques à respecter pour améliorer le comportement cinématique de la machine :

- maximiser les rayons de courbure tout au long du trajet,
- éliminer toutes les discontinuités en tangence et en courbure du trajet.

Appliquer ces règles permet de diminuer les ralentissements et ainsi d'augmenter la vitesse de parcours du trajet. Mais ces règles ne sont pas suffisantes pour calculer systématiquement le trajet le plus rapide. En effet, celui-ci est le résultat d'un compromis entre la minimisation de la longueur du parcours d'usinage et la maximisation de la vitesse d'avance réelle. De plus, il est nécessaire de tenir compte de la géométrie de la pièce et du comportement mécanique de l'outil. Par conséquent le trajet devient le résultat d'un processus d'optimisation sous contraintes.

Il se pose alors le problème de l'implémentation d'une nouvelle méthode de calcul de trajets adaptée. Dans le chapitre 3 nous avons proposé plusieurs approches de résolution basées sur deux concepts clés.

Le premier concept introduit la notion de distance maximale entre passes dans la programmation du trajet d'usinage. Il permet à la fois de contrôler l'engagement radial de l'outil et d'augmenter les rayons de raccordement du trajet.

Le second concept porte sur l'évolution du format d'interpolation pour garantir la continuité en courbure du trajet. Une fois le trajet calculé sous forme polynomiale, il devient possible d'optimiser l'évolution du profil de courbure pour améliorer le comportement cinématique de la machine.

Ainsi, pour chaque passe d'usinage, le trajet doit évoluer dans un rail spécifié géométriquement par les distances entre passes attendue et maximale admissible, ce qui offre un degré de liberté utilisé pour lisser le profil de courbure.

Deux voies de résolution sont abordées. La première propose une résolution par optimisation sous contraintes. La méthode repose sur la modélisation géométrique de toutes les contraintes de conception, de fabrication et de la fonction objectif de minimisation du temps d'usinage. L'application de l'optimisation à différents types de trajets a montré que la méthode est viable mais qu'elle est instable et qu'elle nécessite de grandes ressources de calcul.

La seconde voie s'oriente vers une résolution algorithmique, dans la continuité des méthodes usuelles de calcul. Nous avons proposé une nouvelle méthode d'interpolation pour respecter les exigences de précision, notamment au franchissement des discontinuités du trajet. En effet, nous avons montré que les méthodes usuelles produisent des oscillations néfastes au comportement de la machine. Cette méthode, dite d'interpolation unidimensionnelle, permet d'interpoler exactement une ligne brisée en gérant le profil de raccordement entre chaque segment. Extrapolée à un enchaînement d'arcs de cercle et de segments de droite, elle permet de calculer une courbe Bspline par passe.

En outre, le raccordement entre les segments de droite a été particulièrement étudié lors de ce développement. Alors que le raccordement en arc de cercle est usuellement utilisé, nous proposons un nouveau type de raccordement, basé sur la minimisation de l'énergie de déformation. La simulation et l'expérimentation indiquent une augmentation de la vitesse de parcours.

Ainsi, ces travaux montrent que l'adaptation des parcours d'usinage au comportement cinématique des machines outils, passe par l'amélioration conjointe de la géométrie des parcours et de la méthode d'interpolation. En formalisant l'ensemble des contraintes de conception et de fabrication, il est possible de définir un espace d'optimisation des trajets aboutissant à une réduction du temps d'usinage.

Mais ces travaux ouvrent plusieurs nouvelles voies de recherche.

Dans un premier temps, il est nécessaire de compléter cette étude essentiellement géométrique et cinématique, par une analyse de l'influence de ces nouveaux trajets sur le comportement mécanique de l'outil, c'est-à-dire, sur les efforts engendrés par la coupe et l'usure de l'outil. Le calcul d'un parcours continu, dont la distance entre passes est contrôlée, doit permettre de contrôler les efforts et réduire l'usure par choc. Des recherches expérimentales devront le prouver.

D'une manière plus générale, il serait intéressant d'étudier l'influence de tels trajets sur les stratégies d'usinage. A l'issue de ces travaux, nous considérons comme acquis le contrôle d'un trajet, d'un point de vue cinématique et efforts de coupe. Il se pose alors le problème de l'agencement de tels trajets en vue de l'usinage global de pièces mécaniques.

La modélisation du comportement des machines est aussi une voie de recherche à poursuivre. En effet, il faudra étudier le comportement dynamique de la machine et des lois de commande pour en extraire de nouvelles règles de calcul de trajet

Au niveau des méthodes de calcul des trajets, la voie de l'optimisation nous paraît pleine de promesses. Il est nécessaire d'y consacrer un travail de fond, pour en évaluer la pertinence. A terme, nous considérons que tous les calculs de trajet d'usinage seront obtenus par optimisation, à partir de la définition par l'opérateur de contraintes à respecter et d'un objectif à atteindre. Cela permettra de répondre à toutes les configurations attendues par les programmeurs. Ces derniers pourront autoriser le non respect local de certaines contraintes, pour maximiser la fonction objectif. Il sera alors nécessaire de proposer à la fois un cadre de définition de ces contraintes et de la fonction objectif. Il faudra aussi proposer les algorithmes qui leur sont associés.

Ce travail de recherche participe à l'émergence d'une nouvelle approche globale dans le calcul de parcours d'usinage. Elle repose sur la définition de toutes les contraintes liées au processus complet de fabrication, dès l'étape de programmation. Elle porte aussi sur l'implémentation de nouveaux algorithmes de calcul permettant d'optimiser les trajets en respectant ces contraintes.

Références bibliographiques

- [Bae & al 03] – Bae (SH), Ko (K), Kim (BH), Choi (BK) – Automatic feedrate adjustment for pocket machining – Computer Aided Design – vol 35, pp. 495-500, 2003
- [Barequet & al 97] - Barequet (G), Dickerson (MT), Goodrich (MT) - Voronoi diagrams for polygon-offset distance functions - Proc. 5th Workshop on Algorithms and Data Structures (WADS), Halifax, Nova Scotia, Canada, Lecture Notes in Computer Science, 1272, pp. 200-209, 1997.
- [Barre 95] – Barre (PJ) – Stratégies de commande pour un axe numérique de machine-outil à usinage très grande vitesse – Thèse de l'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers Centre de Lille – 1995
- [Bieterman 02] – Bieterman (M) – Mathematics in manufacturing – New approach cuts milling costs – SIAM news – vol 34, 7, pp.1-3, <http://www.siam.org/siamnews/09-01/milling.pdf>, 2002
- [Bloch & al 01] – Bloch (S), Deneuve (E), Tan (L) – Innovate feed rate optimisation technique – 3ème congrès international sur la coupe des métaux et l'usinage à grande vitesse - Metz, Juin 2001
- [Bloch & al 02] - Bloch (S), Deneuve (E), Tan (L) – Optimisation de la vitesse d'avance en commande numérique – 2ème Assises Machines et Usinage Grande Vitesse -Lille, Mars 2002
- [Bouzgarrou 01] - Bouzgarrou (BC) – Conception et modélisation d'une machine-outil à architecture hybride pour l'UTGV – Thèse de l'université Blaise Pascal Clermont II – 2001
- [Chanal 03] – Chanal (H) – Optimisation des sollicitations de l'outil dans le cadre de l'usinage de poches – DEA de Génie Mécanique et Génie Civil de l'université Blaise Pascal – Juin 2003
- [Chanal & al 04] – Chanal (H), Duc (E), Ray (P) – Material removal analysis for pocket machining – 5th International Conference on Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering – Acte sur CRDROM, Bath (United Kingdom) 5 – 7 Avril 2004
- [Chuang, Kao 99] – Chuang (S-HF), Kao (CZ) – One-sided arc approximation of Bspline curves for interference free offsetting – Computer Aided Design – vol 31, 2, pp. 111-118, 1999
- [Choi, Jerard 98] – Choi (BK), Jerard (RB) – Sculptured surface machining – ISBN 0 412 78020 8 - 1998
- [Choi, Kim 97] – Choi (BK), Kim (BH) – Die-cavity pocketing via cutting simulation - Computer Aided Design – vol 29, 12, pp. 837-846, 1997
- [Choi, Park 99] - Choi (BK), Park (SC) – A pair-wise offset algorithm for 2D point - sequence curve - Computer Aided Design – vol 31, 12, pp. 735-745, 1999

- [Choy, Chan 03] – Choy (HS), Chan (KW) – A corner-looping based tool path for pocket milling – Computer Aided Design – vol 35, 2, pp. 155-166, 2003
- [D'acunto, Martin 02] – D'acunto (A), Martin (P) – Le comportement pièce / outil / machine en usinage : analyse, modélisation et simulation – Chapitre 7 de « CAO et simulation en mécanique » sous la direction de P Chedmail – Hermès science Publication, 2002.
- [Deshmukh & Wang 93] – Deshmukh (A), Wang (H) – Tool path planning for NC milling of convex polygonal faces : minimisation of non-cutting area – International Journal of Advanced Manufacturing Technology – vol 8, 1, pp. 17-24, 1993
- [Dreo & al 03] – Dreo (J), Petrowski (A), Siarry (P), Taillard (E) – Métaheuristiques pour l'optimisation difficile – Eyrolles, ISBN : 2-212-11368-4, 2003
- [Duc 98] – Duc (E) – Usinage de formes gauches, Contribution à l'amélioration de la qualité des trajectoires d'usinage – Thèse de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan - 1998
- [Duc 03] – Duc (E) – Génération de trajectoires d'usinage – Chapitre 5 de « Fabrication assistée par ordinateur » sous la direction de Alain Bernard – Hermès science Publication, 2003
- [Dugas 02] – Dugas (A) – CFAO et UGV : Simulation d'usinage de formes complexes – Thèse de l'Ecole Centrale de Nantes et de l'Université de Nantes - 2002
- [Dumetz 98] - Dumetz (E) – Modélisation et commande par modèle de référence d'un axe de machine-outil à dynamique rapide – Thèse de l'Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers Centre de Lille – 1998
- [D'Souza & al 04] – D'Souza (RM), Sequin (C), Wright (PK) – Automated tool sequence selection for 3 axis machining of free-form pockets – Computer Aided Design – vol 36,7, pp. 595-605, 2004
- [Erkorkmaz, Altintas 01] – Erkorkmaz (K), Altintas (Y) – High speed CNC system design. Part I : jerk limited trajectory generation and quintic spline interpolation – International Journal of Machine Tool & Manufacture – vol 41, pp. 1323-1345, 2001
- [Grob & al 01] – Grob (H), Hamann (J), Wiegärtner (G) – Electrical Feed Drives in Automation – Siemens – ISBN : 3-89578-148-7
- [Hatna & al 98] – Hatna (A), Grieve (RJ), Brommhead (P) – Automatic CNC milling of pockets geometric and technological issues – Computer Integrated Manufacturing Systems – vol 11, 4, pp. 309-330, 1998
- [Heisel, Feinauer 99] – Heisel (U), Feinauer (A) – Dynamic influence on workpiece quality in high speed milling – CIRP Annals – Manufacturing Technology, vol 48, 1, pp. 321-324, 1999
- [Held 91a] - Held (M) – On a computational Geometry of Pocket Machining – Lecture Notes in Computer Science, vol 500, 1991
- [Held 91b] – Held (M) – A geometry based investigation of the toll path generation for zig-zag pocket machining – Visual Computing, vol 7, (5/6), pp. 399-407, 1995

- [Held & al 94] – Held (M), Lukacs (G), Andor (L) – Pocket machining based on contour parallel tool paths generated by means of proximity maps – Computer Aided Design – vol26, 3, pp. 189-2003, 1994
- [Held 98] – Held (M) – Voronoi diagrams and offset curves of curvilinear polygons - Computer Aided Design – vol 30, 4, pp. 287,300 1998
- [Hinduja & al 01] – Hinduja (S), Roaydi (A), Philimis (P), Barrow (G) – Determination of optimum cutter diameter for machining 2 ½ pockets – International Journal of Machine Tools & Manufacture – vol 41, pp. 678-702, 2001
- [Hock 97] –Hock (S) – High speed cutting in die and mould manufacture – First French and German conference on high speed machining – pp. 274-283, Metz (France), Juin 1997
- [ISO 3002/4 85] – Norme ISO 3002/4, Grandeurs de base en usinage et rectification. Forces, énergie et puissance, juin 1985
- [Jayaram & al 01] – Jayaram (S), Kapoor (SG), Devor(RE) – Estimation of the specific cutting pressures for mechanistic cutting force models – International Journal of Machine Tools & Manufacture – vol. 41, pp. 265-281, 2001
- [Kamarthi & al 97] – Kamarthi (SV), Pittner (S), Bukkapatnam (STS) – Foundation for analytical models of staircase traversal of convex polygonal surfaces – International Journal of Production Research – vol 35, 7, pp. 2009-2024, 1997
- [Klocke, Altmuller 97] –Klocke (F), Altmuller (S) – High speed milling in tool and die making – Revolution or Evolution ? – First French and German conference on high speed machining – pp. 263-273, Metz (France), Juin 1997
- [Kloypayan, Lee 02] – Kloypayan (J), Lee (YS) – Material engagement analysis of different endmills for adaptive feedrate control in milling processes – Computer in Industry, vol 47, pp. 55-79, 2002
- [Kim 98] – Kim (DS) – Polygon offsetting using a Voronoï diagram and two stacks – Computer Aided Design – vol 30, 14, pp. 1069-1076, 1998
- [Kim, Choi 02] - Kim (BH), Choi (BK) – Machining efficiency comparison direction-parallel tool path with contour-parallel tool path - Computer Aided Design – vol 34, pp. 89-95, 2002
- [Kim, Jeong 95] – Kim (K), Jeong (J) – Tool path generation for machining free-form pockets with islands - Computers & Industrial Engineering – vol.28, pp.399-407, 1995
- [Kim, Sarma 02] – Kim (T), Sarma (SE) – Toolpath generation along directions of maximum kinematic performance ; a first cut at machine-optimal paths - Computer Aided Design – vol 34, pp. 453-468, 2002
- [Kyoung & al 97] – Kyoung (YM), Cho (KK), Jun (CS) – Optimal tool selection for pocket machining in process planning – Computers Industrial Engineering – vol 33, 3-4, pp. 505-508, 1997
- [Lambregts & al 96] – Lambregts (CAH), Delbressine (FLM), De Vries (WAH), Van der Wolf (ACH) – An efficient automatic tool path generator for 2 ½ D free-form pockets – Computer in Industry – vol 29, pp. 151-157, 1996

- [Langeron & al 04] - Langeron (J.M), Duc (E), Lartigue (C), Bourdet (P) - A new format for 5 axis tool path computation, using Bspline curves – Computer Aided Design – vol 36, 12, pp. 1219-1229, 2004
- [Lartigue & al 03] – Lartigue (C), Duc (E), Affouard (A) - Tool path deformation in 5-axis flank milling using envelope surface – Computer Aided Design, vol 35, 4, pp. 375-382, 2003
- [Lee 89] – Lee (ETY) – Choosing nodes in parametric curve interpolation – Computer Aided Design – vol 21, pp.363-370, 1989
- [Lee 03] – Lee (E) – Contour offset approach to spiral toolpath generation with constant scallop height – Computer Aided Design – vol 35, 6, pp. 511-518, 2003
- [Lee, Chang 95] – Lee (YS), Chang (TC) – Application of computational geometry in optimizing 2.5D and 3D NC surface machining – Computers in Industry – vol 26, pp. 41-59, 1995
- [Léon 91] – Léon (JC) – Modélisation et construction de surfaces pour la CFAO – Hermès, 1991
- [Lo 98] – Lo (CC) – A new approach to CNC tool path generation – Computer Aided Design – vol 30, 8, pp. 649-655, 1998
- [Mawussi & al 03] – Mawussi (K), Lavernhe (S), Lartigue (C) – Usinage de poches en UGV, Aide au choix de stratégies – 3^{ème} colloque Conception et Production Intégrée - Acte sur CDRom, 13 pages, Maroc, 2003
- [Monreal, Rodriguez 03] – Monreal (M), Rodriguez (CA) – Influence of tool path strategy on cycle time of high-speed milling - Computer Aided Design – vol 35, pp. 395-401, 2003
- [Park, Choi 00] – Park (SC), Choi (BK) – Tool-path planning for direction-parallel area milling – vol 32, 1, pp. 17-25, 2000
- [Park, Choi 01] – Park (SC), Choi (BK) – Uncut free pocketing toolpath generation using pair-wise offset algorithm – Computer Aided Design – vol 33, 10, pp. 739-746, 2001
- [Park, Chung 02] - Park (SC), Chung (YC)- Offset tool-path linking for pocket machining - Computer Aided Design – vol 34, 5, pp. 299-209, 2002
- [Park & al 03] - Park (SC), Chung (YC), Choi (BK) – Contour parallel offset machining without tool retractions - Computer Aided Design – vol 35, 9, pp. 841-849, 2003
- [Pateloup & al 03a] – Pateloup (V), Duc (E), Lartigue (C), Ray (P) – Pocketing optimization for HSM : Geometry tool path interpolation mode influence on dynamic machine tool behaviour – Machine Enginnering – vol 3, 1-2, pp. 127-138, 2003
- [Pateloup & al 03b] - Pateloup (V), Duc (E), Ray (P) – Optimisation de trajectoires d'évidement de poches pour l'usinage à grande vitesse – Congrès Français de Mécanique, Septembre 2003, Nice, Actes sur CDRom
- [Pateloup & al 04] – Pateloup (V), Duc (E), Ray (P) – Corner optimization for pocket machining – International Journal of Machine Tools & Manufacture – vol 44, pp. 1343-1353, 2004
- [Piegl, Tiller 98] – Piegl (L), Tiller (W) – The NURBS Book, Second Edition – Springer, ISBN 3-540-61545-8, 1998

- [Piegl, Tiller 03] - Piegl (L), Tiller (W) – Circle approximation using integral B-spline – Computer Aided Design – vol 35, pp. 601-607, 2003
- [Pritschow & al] – Pritschow (G), Bretschneider (J), Fahrbach (C) – Control of high dynamic servo axes for milling machines - <http://www.isw.uni-stuttgart.de/veroeffent/wgp95www.pdf>
- [Qu, Ye 00a] – Qu (R), Ye (J) – Approximation of minimum energy curves – Applied Mathematics and Computation – vol 108, pp.153-166, 2000
- [Qu, Ye 00b] – Qu (R), Ye (J) – Efficient approximation of minimum energy curves with interpolatory constraints – Applied Mathematics and Computation – vol 109, pp.151-166, 2000
- [Renton, Elbestanwi 00] – Renton (D), Elbestawi (MA) – High speed servo control of multi-axis tools – International Journal of Machine Tools & Manufacture – vol 40, pp. 539-559, 2000
- [Siemens 04-1] – Siemens AG – Doc on web sinumerik 840 D, Description of Functions Basic Machine (Part 1), Continuous Path Mode, Exact Stop and Look Ahead (B1) - http://www3.ad.siemens.de/doconweb/pdf/840D_0704_E/840D_FB1.pdf
- [Siemens 04-2] – Siemens AG – Doc on web sinumerik 840 D, Description of Functions Basic Machine (Part 1), Acceleration (B2) -http://www3.ad.siemens.de/doconweb/pdf/840D_0704_E/840D_FB1.pdf
- [Siemens 04-3] - Siemens AG – Doc on web sinumerik 840 D, Manuel de programmation Notions complémentaires, Instructions de déplacement spéciales, interpolation de type spline : Aspline, B/Cspline (paragraphe 5.2) - http://www.automation.siemens.com/doconweb/pdf/UMC_0504_fr/840d_pga.pdf
- [Tang & al 98] – Tang (K), Chou (SY), Chen (LL) – An algorithm for reducing tool retractions in zigzag pocket machining – Computer Aided Design – vol 30, 2, pp. 123-129, 1998
- [Tarn & al 95] – Tarn (YS), Shyr (YY), Lee (BY) – Computer aided generation of the cutting conditions in pocket machining – Journal of Material Proceeding Technology – vol 51, pp. 223-234, 1995
- [Tounsi & al 03] - Tounsi (N), Bailey (T), Elbestawi (MA) – Identification of acceleration deceleration profile of feed drive systems in CNC machines – International Journal of Machine Tools & Manufacture – vol 43, 5, pp. 441-451, 2003
- [Veeramani & Gau 95] – Veeramani (D), Gau (YS) – Analytical models for optimal NC machining of regular convex polygonal pockets – Computers & industrial Engineering – vol 29, 1-4, pp. 663-667, 1995
- [Veeramani & Gau 97] – Veeramani (D), Gau (YS) – Selection of an optimal set of cutting-tool sizes for 2 ½ D pocket machining – Computer Aided Design – vol 29, 12, pp. 869-877, 1997
- [Vosniakos, Papapaniagiotou 00] – Vosniakos (G), Papapaniagiotou (P) – Multiple toolpaths planning for NC machining of convex pocket without islands – Robotics and Computer Integrated Manufacturing – vol 16, 6, pp. 425-435, 2000

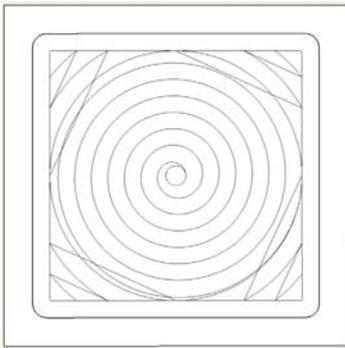
- [Wagner & al 95] – Wagner (PH), Luo (X), Stelson (KA) – Smoothing curvature and torsion with spring splines – Computer Aided Design – vol 27, 8, pp 615-626, 1995
- [Wang & al 97] – Wang (X), Cheng (F), Barsky (BA) – Energy and B-spline interproximation – Computer Aided Design – vol 29, 7, pp. 485-496, 1997
- [Weck & al 99] – Weck (M), Meylahn (A), Hardebusch (C) – Innovate algorithms for spline-based CNC controller – Production Engineering Research and Development in Germany – Annals of the German Academic Society for Production Engineering VI, vol 1, pp. 83-86, 1999
- [Wolberg, Alfy 02] – Wolberg (G), Alfy (I) – An energy minimization framework for monotonic cubic spline interpolation – Journal of Computational and Applied Mathematics – vol 143, pp. 145-188, 2002
- [Wong, Wong 96] - Wong (TN), Wong (KW) – NC toolpath generation for arbitrary pockets with islands – International Journal of Advanced Manufacturing Technologie – vol 12, 3, pp. 174-179, 1996
- [Yan & al 99] - Yan (X), Shirase (K), Hirao (M), Yasui (T) – NC program evaluator for higher machining productivity - International Journal of Machine Tools & Manufacture – vol 39, pp. 1563-573, 1999
- [Yan & al 00] - Yan (S), Shuilai (W), Shuiguang (T) – Uneven offset method of NC tool path generation for free-form pocket machining – Computers in Industry – vol 43, pp. 97-103, 2000
- [Ye, Qu 99] – Ye (J), Qu (R) – Fairing of Parametric Cubic Splines – Mathematical and Computer Modelling – vol 30, pp. 121-131, 1999
- [Zhang & al 01] – Zhang (C), Zhang (P), Cheng (F) – Fairing spline curves and surfaces by minimizing energy – Computer Aided Design – vol 33, pp.913-923, 2001
- [Zhang, Zheng 04] – Zhang (L), Zheng (L) – Prediction of cutting forces in milling of circular corner profiles – International Journal of Machine Tools & Manufacture – vol 44, pp. 225-235, 2004

Annexe 1 :

Trajets d'usinage des poches 2,5 axes de forme simple

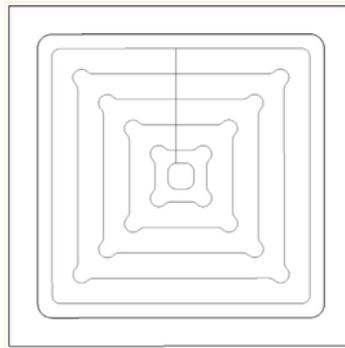
Trajets calculés de la poche n°1

Configuration n°1



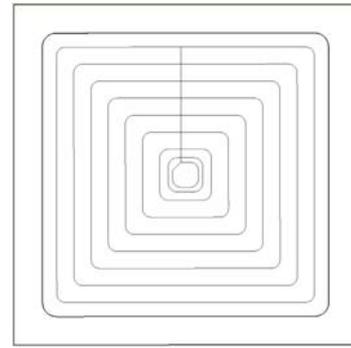
car_fao_1 - Catia V5 ®

Configuration n°2

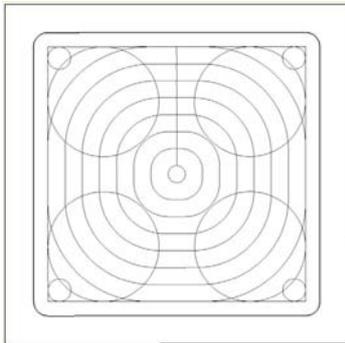


car_fao_2 - Catia V5 ®

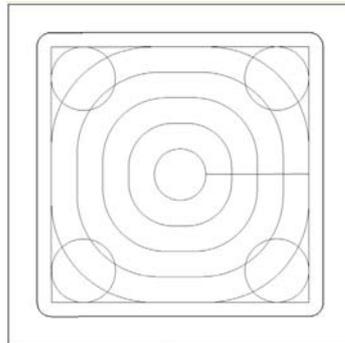
Configuration n°3



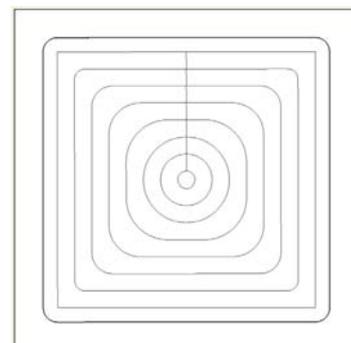
car_fao_3 - Catia V5 ®



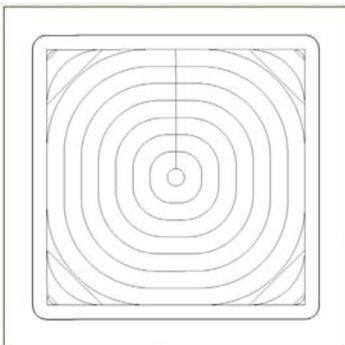
Enchaînement des passes supplémentaires par arcs de cercle : car_adp_c_1



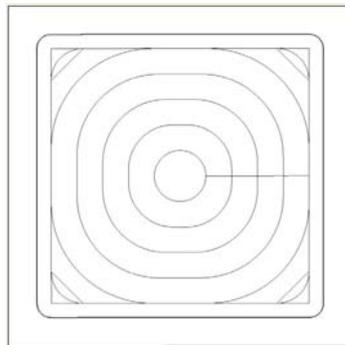
Enchaînement des passes supplémentaires par arcs de cercle : car_adp_c_2



Pas de passe supplémentaire
car_adp_3



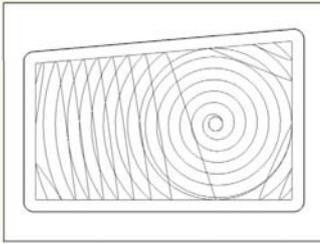
Enchaînement des passes supplémentaires par segments de droite : car_adp_d_1



Enchaînement des passes supplémentaires par segments de droite : car_adp_d_2

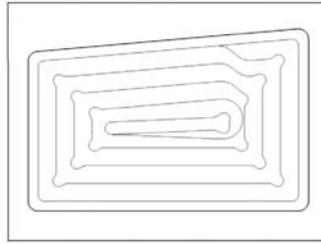
Trajets calculés de la poche n°2

Configuration n°1



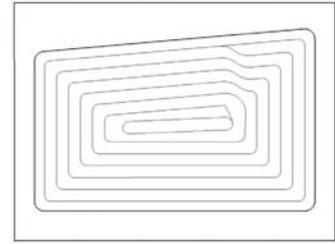
tra_fao_1 - Catia V5 ®

Configuration n°2

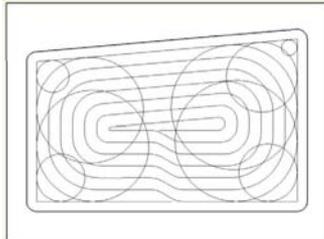


tra_fao_2 - Catia V5 ®

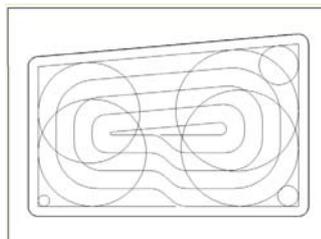
Configuration n°3



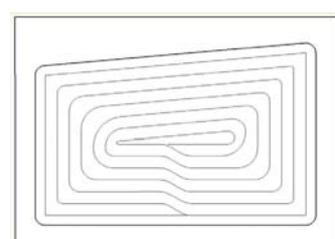
tra_fao_3 - Catia V5 ®



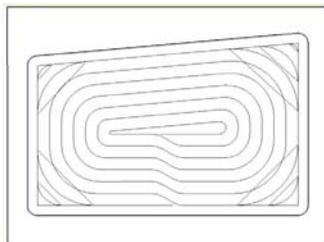
Enchaînement des passes supplémentaires par arcs de cercle : tra_adp_c_1



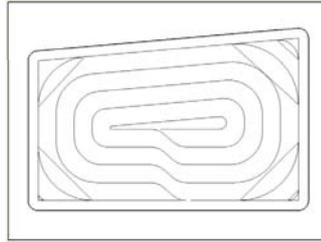
Enchaînement des passes supplémentaires par arcs de cercle : tra_adp_c_2



Pas de passe supplémentaire tra_adp_c_3



Enchaînement des passes supplémentaires par segments de droite : tra_adp_d_1



Enchaînement des passes supplémentaires par segments de droite : tra_adp_d_2

Trajets calculés de la poche n°3

Configuration n°1



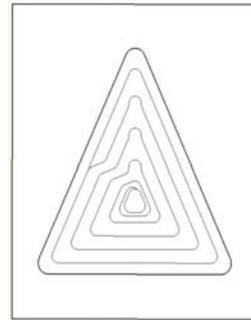
tri_fao_1 - Catia V5®

Configuration n°2



tri_fao_2 - Catia V5®

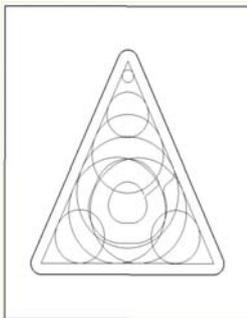
Configuration n°3



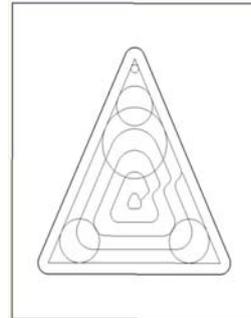
tri_fao_3 - Catia V5®



Enchaînement des passes supplémentaires par arcs de cercle : tri_adp_c_1



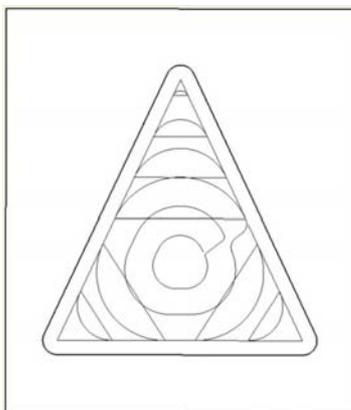
Enchaînement des passes supplémentaires par arcs de cercle : tri_adp_c_2



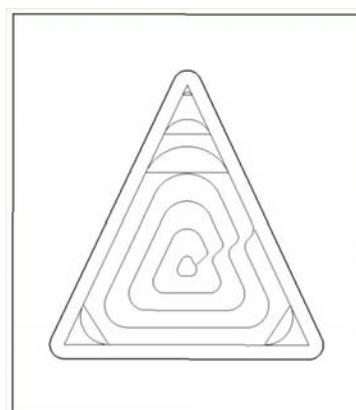
Enchaînement des passes supplémentaires par arcs de cercle : tri_adp_c_3



Enchaînement des passes supplémentaires par segments de droite : tri_adp_d_1



Enchaînement des passes supplémentaires par segments de droite : tri_adp_d_2



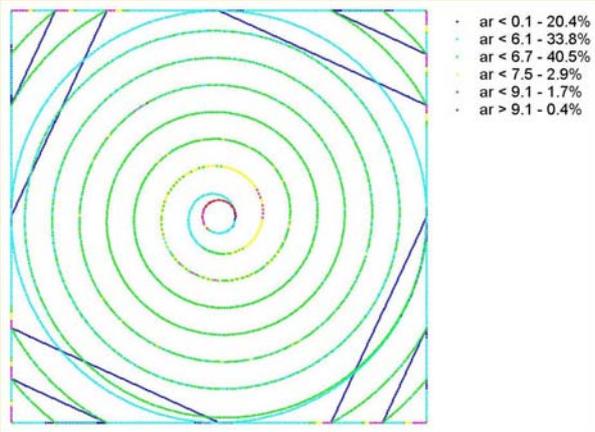
Enchaînement des passes supplémentaires par segments de droite : tri_adp_d_3

Annexe 2 :

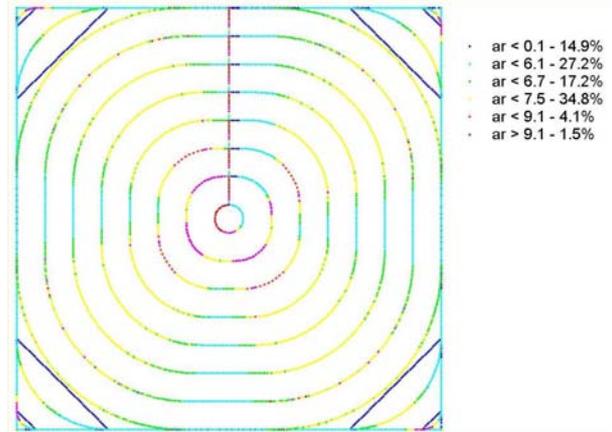
Simulation de l'engagement radial de l'outil
pour les poches 2,5 axes de forme simple

Simulation de l'engagement radial de l'outil pour la poche n°1

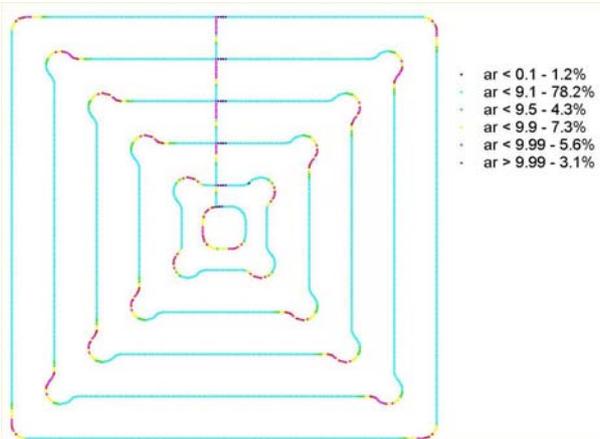
car_fao_1 - Catia V5 ®



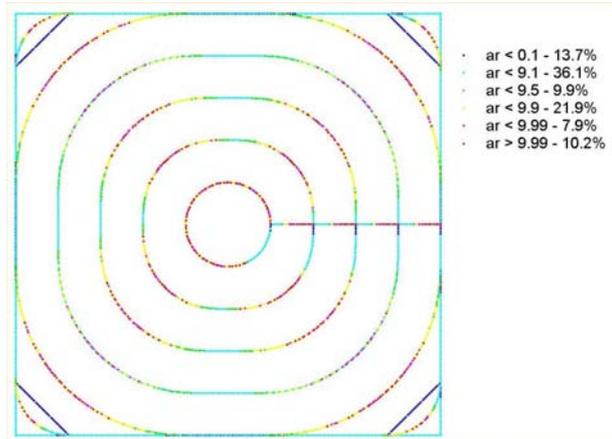
car_adp_d_1



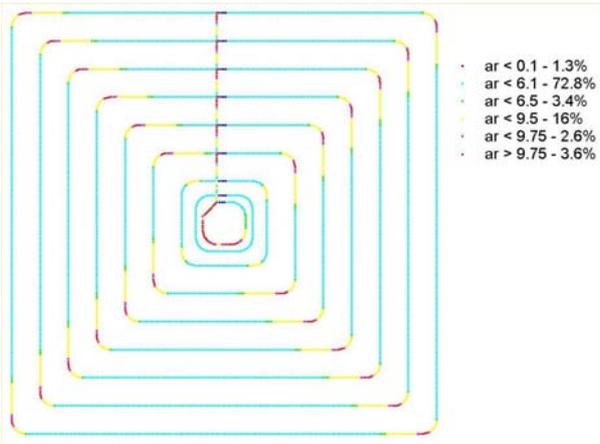
car_fao_2 - Catia V5 ®



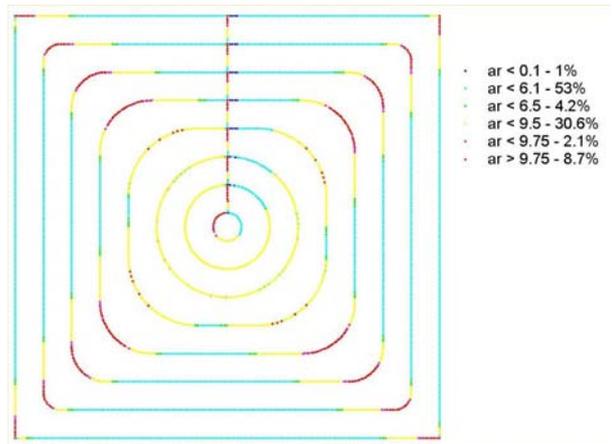
car_adp_d_2



car_fao_3 - Catia V5 ®

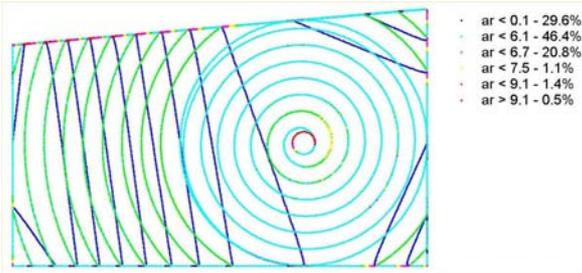


car_adp_d_3

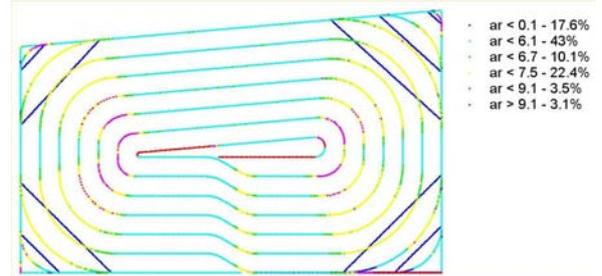


Simulation de l'engagement radial de l'outil pour la poche n°2

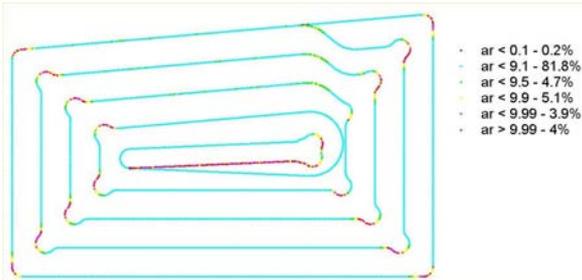
tra_fao_1 - Catia V5 ®



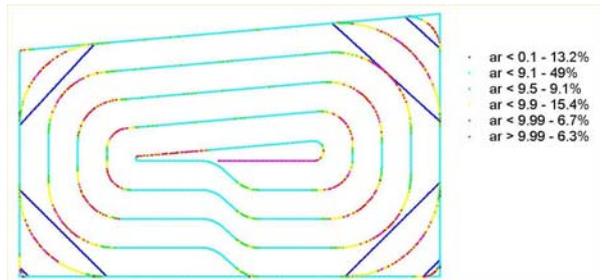
tra_adp_d_1



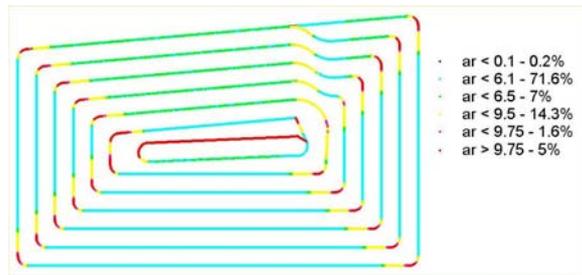
tra_fao_2 - Catia V5 ®



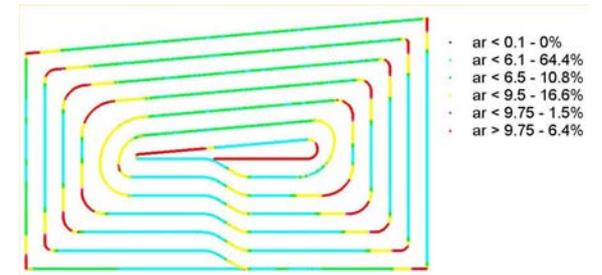
tra_adp_d_2



tra_fao_3 - Catia V5 ®

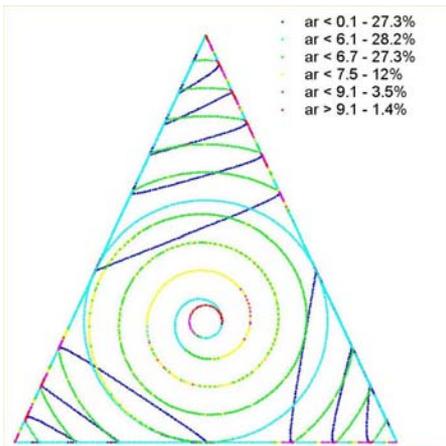


tra_adp_d_3

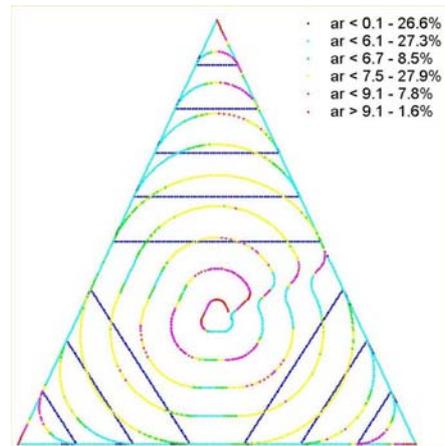


Simulation de l'engagement radial de l'outil pour la poche n°3

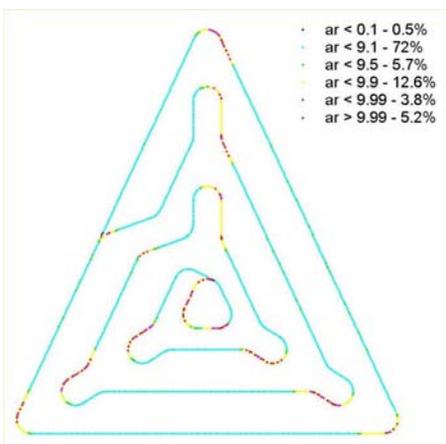
tri_fao_1 - Catia V5 ®



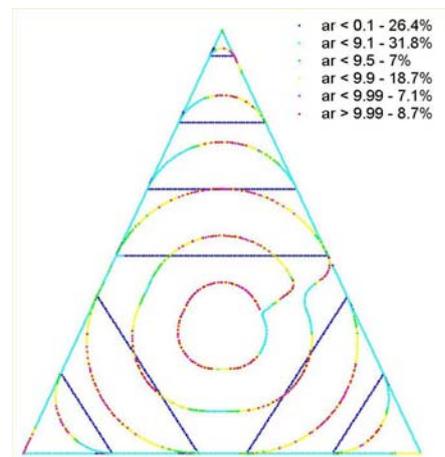
tri_adp_d_1



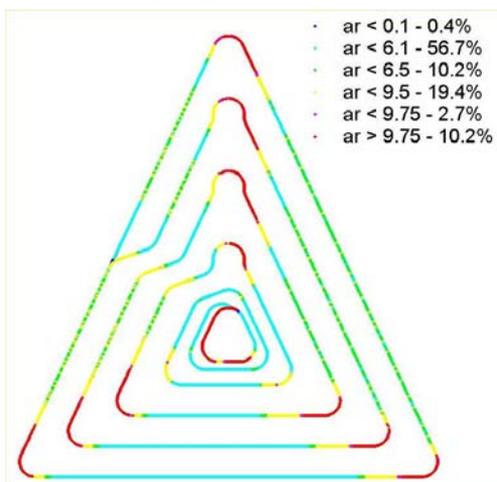
tri_fao_2 - Catia V5 ®



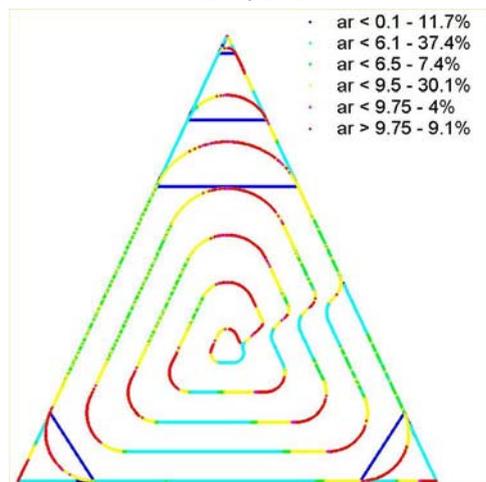
tri_adp_d_2



tri_fao_3 - Catia V5 ®



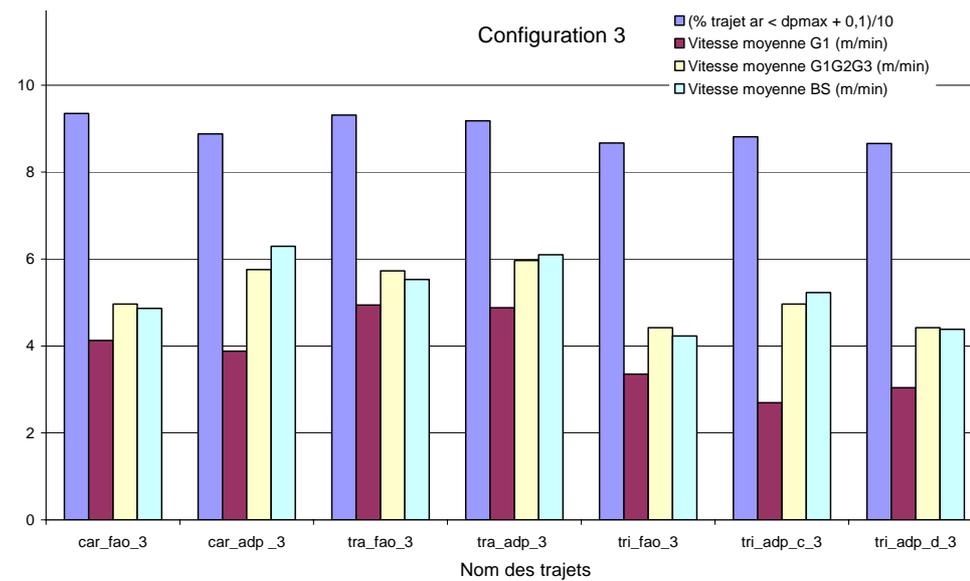
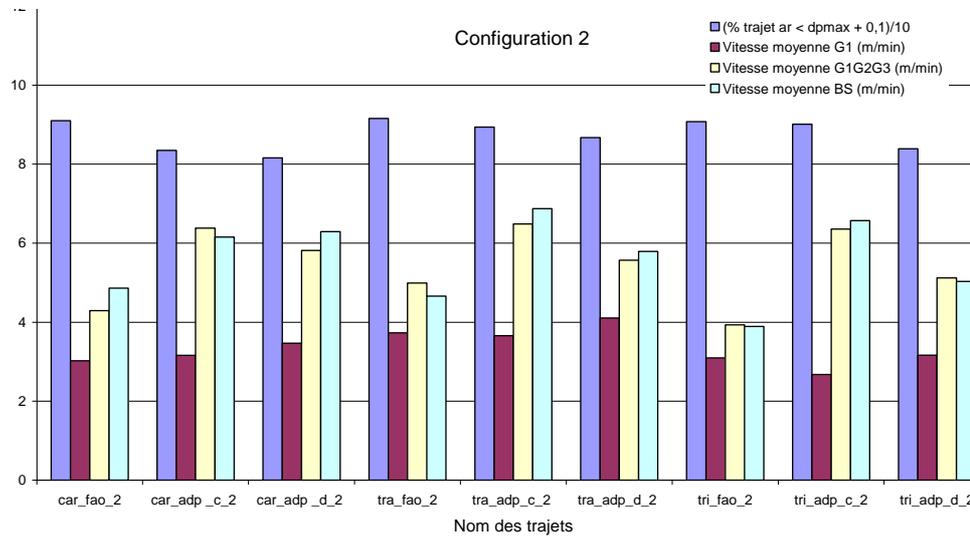
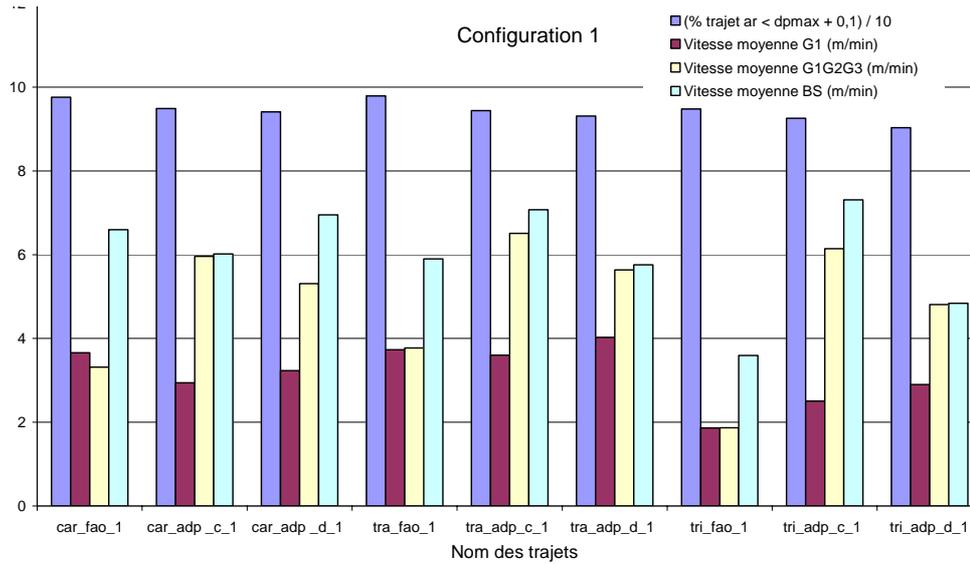
tri_adp_d_3



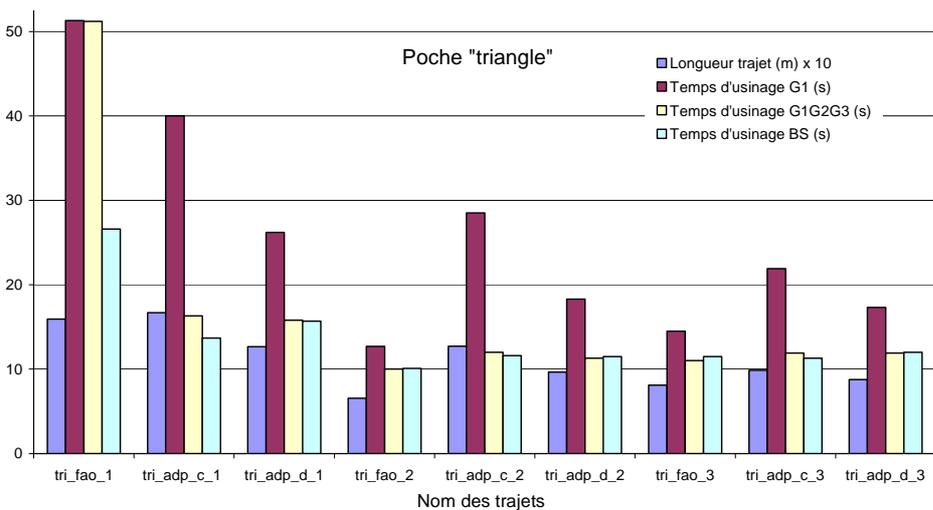
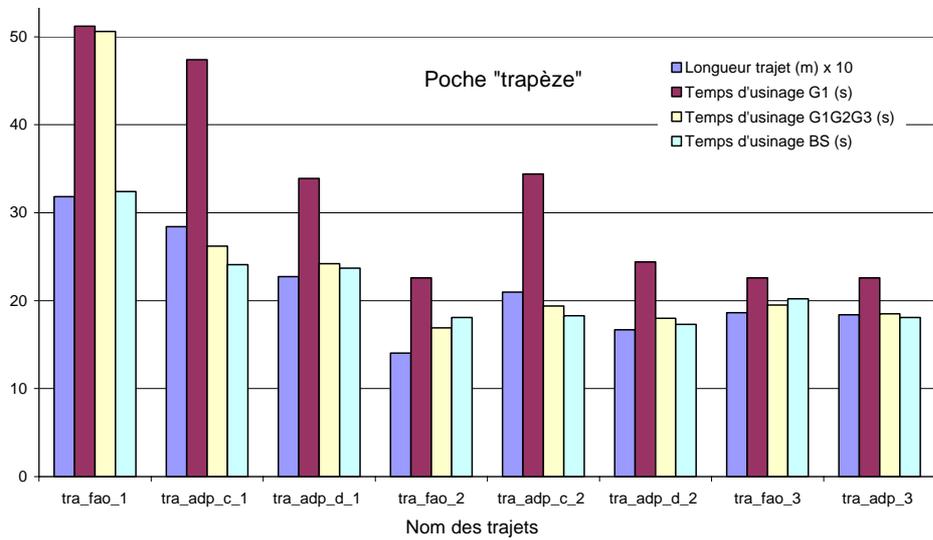
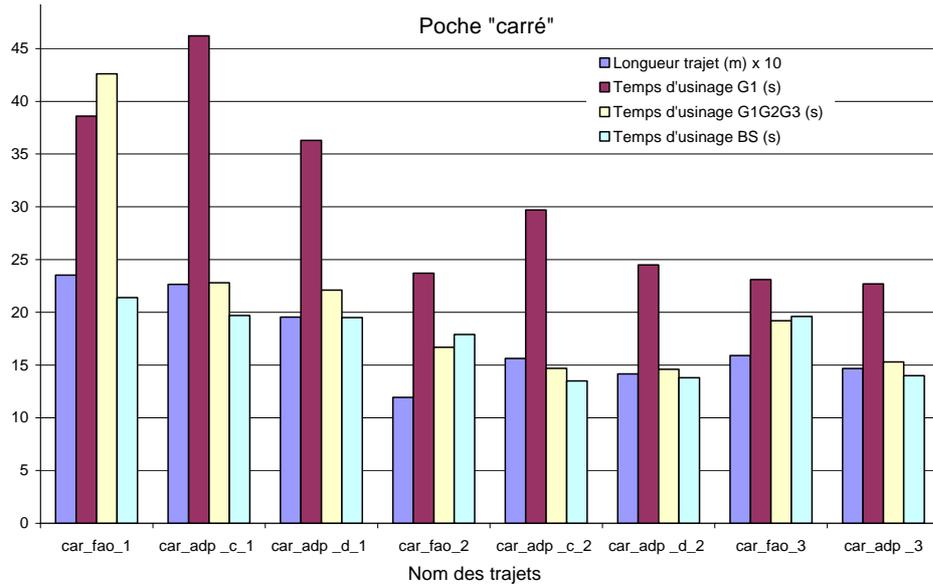
Annexe 3 :

Classement des résultats des trajets d'usinage
des poches 2,5 axes de forme simple

Classement des résultats par configuration



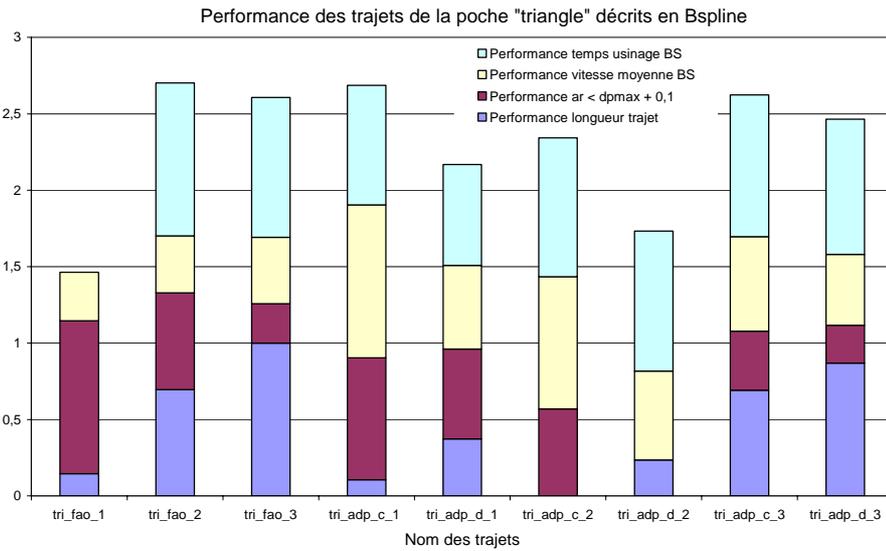
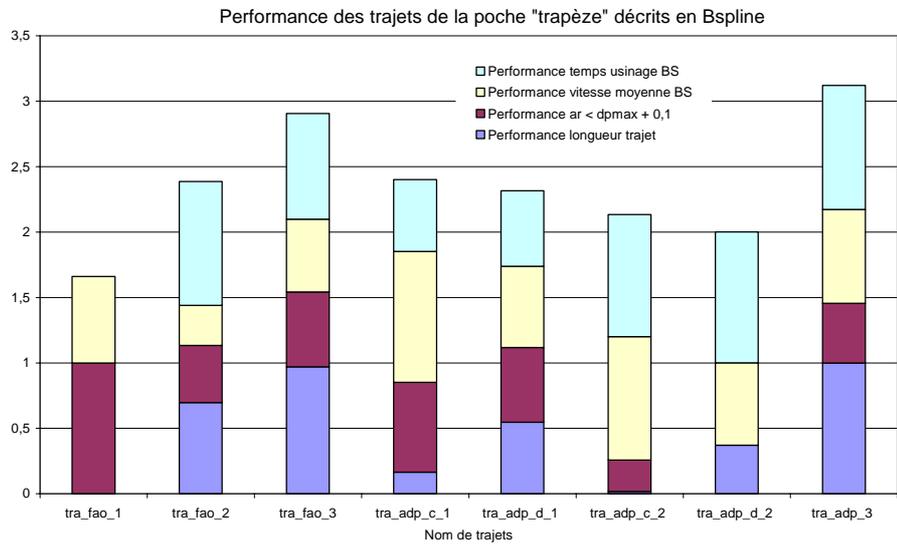
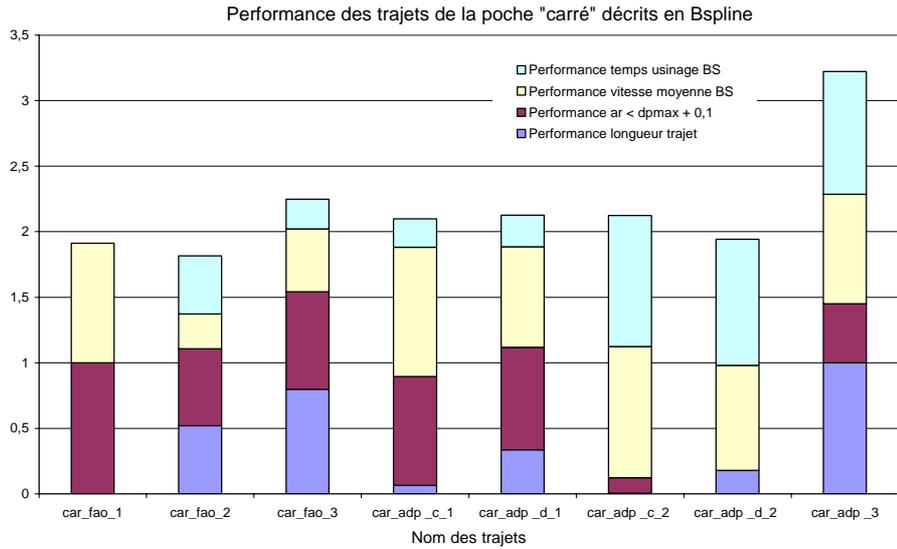
Classement des résultats par géométrie de poche



Annexe 4 :

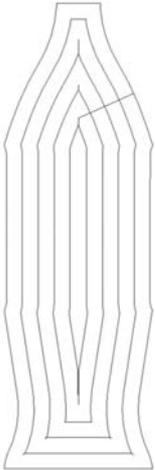
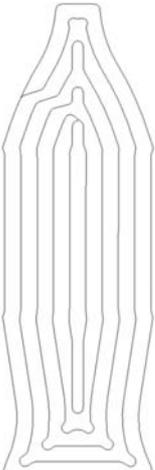
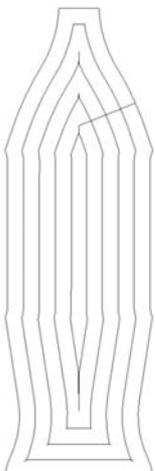
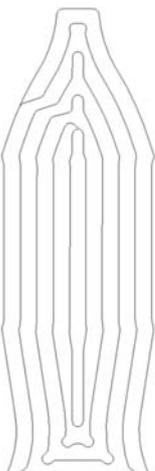
Performances des trajets d'usinage
des poches 2,5 axes de forme simple

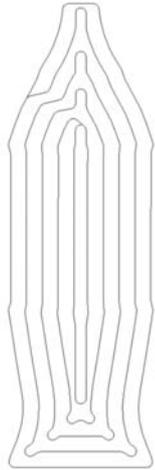
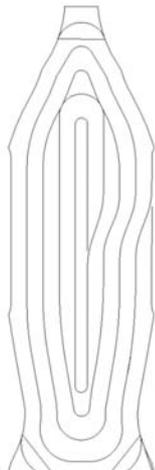
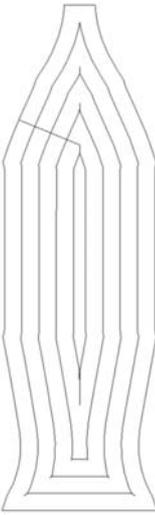
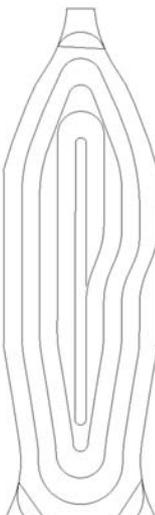
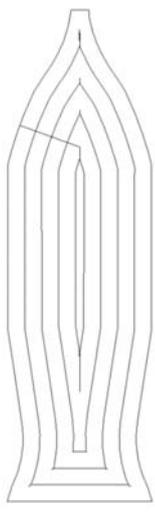
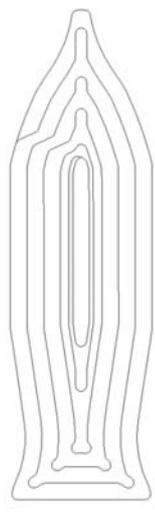
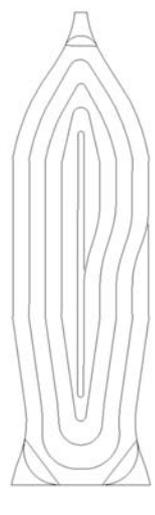
Performance des différents trajets décrits par courbes polynomiales

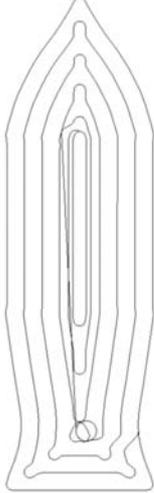
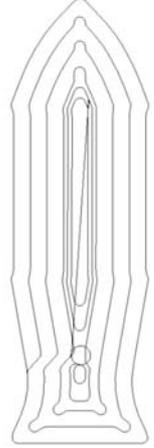
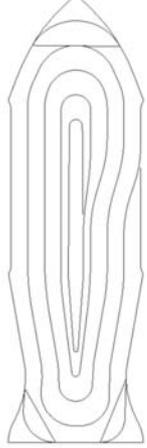
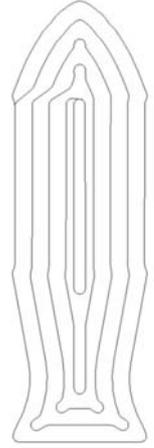
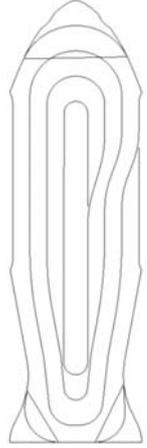


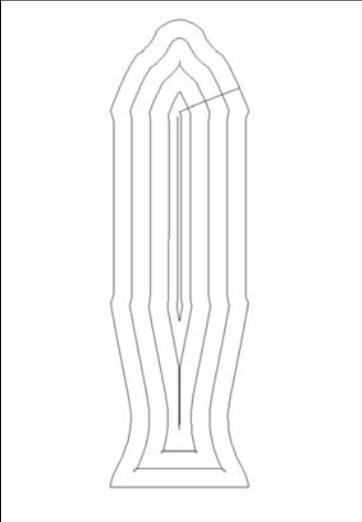
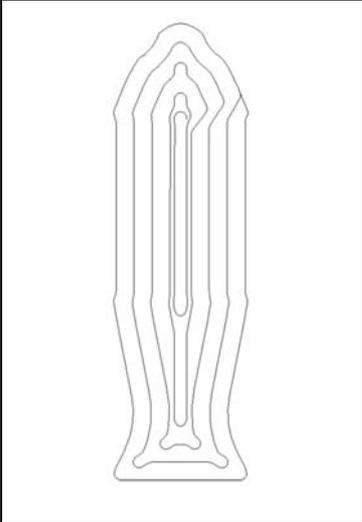
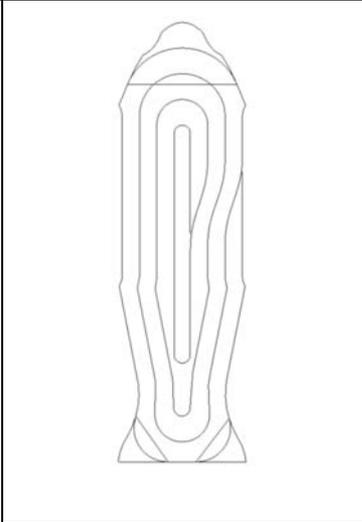
Annexe 5 :

Trajets d'ébauche du moule de bouteille

Essai	bouteille_fao - Catia V5 ®		bouteille_ugv - Catia V5 ®		bouteille_adaptée	
Plan	temps	vitesse	temps	vitesse	temps	vitesse
z-1						
	25,9 s	3,7 m/min	27,6 s	3,5 m/min	21 s	4,6 m/min
z-3						
	25,1 s	3,8 m/min	27,5 s	3,5 m/min	23 s	4,4 m/min
z-5						
	25,6 s	3,7 m/min	27,6 s	3,5 m/min	22,2 s	4,6 m/min

z-7			
	26,8 s 3,6 m/min	28,3 s 3,4 m/min	23,3 s 4,4 m/min
z-9			
	25 s 3,6 m/min	27,2 s 3,5 m/min	21 s 4,6 m/min
z-11			
	22,8 s 3,9 m/min	27,1 s 3,8 m/min	22,6 s 4,2 m/min

z-13					
	23,2 s	3,9 m/min	29 s	3,5 m/min	20,2 s
z-15					
	23,1 s	3,6 m/min	30,8 s	3,3 m/min	20 s
z-17					
	22,9 s	3,6 m/min	23,7 s	3,5 m/min	17,6 s

z-19						
	22,7 s	3,4 m/min	23,3 s	3,3 m/min	18,6 s	3,8 m/min
Total	243 s	3,7 m/min	272 s	3,5 m/min	209 s	4,4 m/min

Résumé

Les travaux de recherche présentés concernent l'intégration du processus de fabrication des poches pour l'industrie aéronautique. Ils portent sur l'amélioration du comportement des machines outils UGV, en proposant de nouvelles méthodes de calcul des trajets d'usinage. Ces travaux s'inscrivent dans la problématique globale de réduction du temps d'usinage.

Le problème principal posé se situe au niveau des perturbations du comportement de la cellule d'usinage, produites par le suivi de trajectoires complexes possédant des discontinuités géométriques. La thèse en apporte une illustration à travers l'analyse des méthodes actuelles de calcul de trajet d'usinage et l'étude des méthodes de modélisation des machines outils, d'un point de vue cinématique et dynamique.

Ce travail propose alors des avancées suivant deux axes fondamentaux :

- la modélisation du comportement de la cellule d'usinage,
- la proposition de nouvelles méthodes de calcul de trajets.

Le premier axe est abordé par une étude de l'influence de la géométrie du trajet d'usinage sur le comportement mécanique de l'outil et le comportement cinématique de la machine outil. Pour cela, nous proposons une modélisation adaptée à notre problème. Elle permet de prédire le temps de parcours d'un trajet en fonction de sa géométrie et des caractéristiques de la machine. Ainsi, nous pouvons extraire des règles géométriques de calcul de trajet d'usinage, liées à l'évolution de la courbure et la continuité du parcours d'outil.

De plus, une nouvelle méthode de calcul de trajets d'usinage est proposée pour appliquer efficacement ces règles. Elle effectue l'adaptation géométrique des trajets pour contrôler l'engagement radial et la vitesse d'avance de l'outil. Enfin, nous proposons une méthode d'interpolation sous contrainte de continuité C2, adaptée aux trajets d'évidement de poches.

Mots-clés : Fabrication Assistée par Ordinateur, Usinage Grande Vitesse, Evidement de poches, Comportement cinématique des machines outils, Interpolation polynomiale.

Summary

Presented research works deal with the integration of the pockets manufacturing process for the aircraft industry. They relate to the behaviour improvement for HSM machine tools, by proposing new computation methods of the tool paths. These works are included in the global issue of machining time reduction.

The main problem is located in the disturbances of the machine tool behaviour, produced by the follow-up of complex trajectories with geometrical discontinuities. The thesis is illustrated by the analysis of current methods of tool path computation and a study of modelling methods of machine tools, from a kinematic and dynamic point of view.

Then, these works propose evolutions along two fundamental ways :

- modelling of the machine tool behaviour,
- new methods of tool paths computation.

The first approach leads to a study of the influence of the tool path geometry on tool mechanical behaviour and the kinematic behaviour of the machine tool. Then an adapted modelling is proposed. Then, the machining time can be predicted, with regard to the tool path geometry and some characteristics of the machine tool. Thus, geometrical rules of tool path calculation can be extracted, from the evolution of the curvature and the continuity of the tool path.

Moreover, a new method of tool path computation is proposed to follow these rules effectively. This tool path is modified with a geometrical view point, in order to control the radial depth of cut and the feed rate of the tool. Lastly, an interpolation method under C2 continuity constraint dedicated to the pocketing tool paths is proposed.

Key words: Computer Aided Manufacturing, High Speed Machining, Pocketing, kinematic behaviour of the machine tools, polynomial Interpolation.