



**HAL**  
open science

# Contribution au développement d'une stratégie de diagnostic global en fonction des diagnostiqueurs locaux - Application à une mission spatiale

Irwin Issury

## ► To cite this version:

Irwin Issury. Contribution au développement d'une stratégie de diagnostic global en fonction des diagnostiqueurs locaux - Application à une mission spatiale. Automatique / Robotique. Université Sciences et Technologies - Bordeaux I, 2011. Français. NNT: . tel-00669244

**HAL Id: tel-00669244**

**<https://theses.hal.science/tel-00669244>**

Submitted on 12 Feb 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

No. d'ordre : 4286

# THÈSE

PRÉSENTÉE À

**L'UNIVERSITÉ BORDEAUX I**

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR

PAR

**Irwin ISSURY**

POUR OBTENIR LE GRADE DE

**DOCTEUR**

SPÉCIALITÉ : AUTOMATIQUE

---

**Contribution au développement d'une stratégie de  
diagnostic global en fonction des diagnostiqueurs locaux  
- Application à une mission spatiale -**

---

Soutenue publiquement le 26 Juillet 2011

Après avis de Mme :

Sylviane GENTIL	Professeur, Institut National Polytechnique de Grenoble	Rapporteur
Louise TRAVÉ-MASSUYÈS	Directrice de Recherche, LAAS-CNRS, Toulouse	Rapporteur

Devant la commission d'examen formée de :

Ali ZOLGHADRI	Professeur, Université Bordeaux I	Président
Sylviane GENTIL	Professeur, Institut National Polytechnique de Grenoble	Examineur
Louise TRAVÉ-MASSUYÈS	Directrice de Recherche, LAAS-CNRS, Toulouse	Examineur
Alain OUSTALOUP	Professeur, Institut Polytechnique de Bordeaux	Examineur
Xavier OLIVE	Docteur, Thalès Alenia Space, Cannes	Examineur
David HENRY	Maître de Conférences (HdR), Université Bordeaux I	Directeur

– 2011 –



*A mes parents et à mon épouse*



*"Vivez comme si vous devez mourrir demain.  
Apprenez comme si vous devrez vivre éternellement."*  
**Mohandas Karamchand (Mahatma) GANDHI**



# Remerciements

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire ont été effectués à la faculté des Sciences de l'Université de Bordeaux au sein de l'équipe ARIA<sup>1</sup>, composante du laboratoire IMS<sup>2</sup> (UMR CNRS No. 5218).

Je remercie Monsieur Ali Zolghadri, Professeur à l'Université de Bordeaux et responsable de l'équipe ARIA, de m'avoir accueilli dans son équipe de recherche. Je lui témoigne toute ma reconnaissance pour sa confiance et son aide au cours de ces quatre années de thèse.

Je remercie chaleureusement Monsieur David Henry, Maître de Conférences à l'Université de Bordeaux et habilité à diriger des recherches, directeur de thèse pour son encadrement, son soutien, ses encouragements dans les moments difficiles et de manière générale pour son aide précieuse durant ces quatre années de thèse. Je lui témoigne toute ma reconnaissance pour les fructueuses discussions que nous avons eu et pour m'avoir accordé sa confiance pour travailler à ses côtés. J'en profite également pour souligner la qualité de son encadrement.

Que Madame Sylviane Gentil, Professeur à l'Institut National Polytechnique de Grenoble (INPG) et Madame Louise Travé-Massuyès, Directrice de recherches CNRS au Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes (LAAS) de Toulouse, trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude pour m'avoir fait l'honneur de rapporter sur ce travail. J'adresse également mes plus sincères remerciements à Monsieur Alain Oustaloup, Professeur à l'Institut Polytechnique de Bordeaux (IPB) ainsi que Monsieur Xavier Olive de Thalès Alenia Space, pour m'avoir consacré un peu de leur temps et pour leur participation à mon jury.

Mes remerciements s'adressent à tous les membres de l'équipe ARIA et à mes collègues de bureau pour leur soutien et leurs qualités humaines qui ont contribué à ce que ces quatre années se déroulent dans une ambiance très agréable. Enfin, je remercie tous les collègues du laboratoire qui ont contribué, d'une façon directe ou indirecte, continue ou ponctuelle.

Je ne pourrai clore ces remerciements sans une pensée très personnelle aux membres de ma famille et à mes amis. Je remercie chaleureusement et sans mesure mes parents pour leur encouragement et leur soutien tout au long de mes années d'étude qui m'ont menées jusqu'au doctorat. Je profite donc de l'occasion qui m'est faite pour leur dire à quel point je leur suis reconnaissant de tout ce qu'ils ont fait pour moi.

J'ai également une pensée particulière pour toutes les personnes que j'ai pu rencontrer ou cotoyer depuis mon arrivée en France.

---

<sup>1</sup>Approche Robuste Intégrée de l'Automatique

<sup>2</sup>Intégration du Matériau au Système



Enfin, mes derniers mots seront pour ma tendre épouse Audrey à qui je dédie ce mémoire. Depuis notre rencontre, elle a toujours été à mes côtés pour me soutenir, me conseiller et m'encourager dans tout ce que j'ai pu entreprendre. Je la remercie pour sa patience, son soutien et tout ce qu'elle m'apporte au quotidien.

# Résumé de la thèse

Les travaux présentés dans ce mémoire traitent de la synthèse d'algorithmes de diagnostic de défauts simples et multiples. L'objectif vise à proposer une stratégie de diagnostic à minimum de redondance analytique en exploitant au mieux les informations de redondance matérielle éventuellement disponibles sur le système. Les développements proposés s'inscrivent dans une démarche de coopération et d'agrégation des méthodes de diagnostic et la construction optimale d'un diagnostic global en fonction des diagnostiqueurs locaux. Les travaux réalisés se veulent génériques dans le sens où ils mêlent à la fois les concepts et outils de deux communautés : ceux de la communauté FDI (Fault Detection and Isolation) et ceux de la communauté DX (Diagnosis) dont les bases méthodologiques sont issues des domaines informatiques et intelligence artificielle. Ainsi, le problème de détection (ainsi que le problème de localisation lorsque les contraintes structurelles le permettent) est résolu à l'aide des outils de la communauté FDI tandis que le problème de localisation est résolu à l'aide des concepts de la communauté DX, offrant ainsi une démarche méthodologique agrégée. La démarche méthodologique se décline en deux étapes principales. La première phase consiste en la construction d'une matrice de signatures mutuellement exclusive. Ainsi, le problème du nombre minimal de relations de redondance analytique (RRA), nécessaires pour établir un diagnostic sans ambiguïté, est abordé. Ce problème est formalisé comme un problème d'optimisation sous contraintes qui est efficacement résolu à l'aide d'un algorithme génétique. La deuxième étape concerne la génération des diagnostics. Ainsi, pour une situation observée, identifier les conflits revient à définir les RRAs non satisfaites par l'observation. Les diagnostics sont obtenus à l'aide d'un algorithme basé sur le concept de formules sous forme MNF (Maximal Normal Form). L'intérêt majeur dans cette approche est sa capacité à traiter le diagnostic des défauts simples et multiples ainsi que le diagnostic des plusieurs modes de fautes (i.e., le diagnostic des différents types de défauts) associés à chaque composant du système surveillé. De plus, il existe des preuves d'optimalité tant au niveau local (preuve de robustesse/sensibilité) qu'au niveau global (preuve de diagnostics minimaux). La méthodologie proposée est appliquée à la mission spatiale Mars Sample Return (MSR). Cette mission, entreprise conjointement entre l'administration nationale de l'aéronautique et de l'espace (NASA) et l'agence spatiale européenne (ESA), vise à ramener des échantillons martiens sur Terre pour des analyses. La phase critique de cette mission est la phase rendez-vous entre le conteneur d'échantillons et l'orbiteur. Les travaux de recherche traitent le problème de diagnostic des défauts capteurs présents sur la chaîne de mesure de l'orbiteur pendant la phase de rendez-vous de la mission. Les résultats, obtenus à l'aide du simulateur haute fidélité de Thalès Alenia Space, montrent la faisabilité et l'efficacité de la méthode.

## **Mots-clés :**

Diagnostic des défauts, défauts multiples, plusieurs modes de fautes, robustesse, sensibilité, propriété de mutuelle exclusivité, conflits, diagnostics, application spatiale.



# Table des matières

<b>Table des figures</b>	<b>xiii</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xv</b>
<b>Acronymes</b>	<b>1</b>
<b>Nomenclatures</b>	<b>3</b>
<b>Liste des publications de l’auteur</b>	<b>5</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>7</b>

## Chapitre I

### Concepts et outils pour la détection et la localisation des défauts

I.1	Introduction . . . . .	13
I.2	Méthodes de génération des signaux indicateurs de défauts . . . . .	14
I.2.1	Position du problème . . . . .	14
I.2.2	Technique à base d’estimation de variables internes et externes . . .	17
I.2.3	Techniques basées sur la formulation explicite des objectifs de diagnostic . . . . .	20
I.2.3.1	Approche par projection dans l’espace de parité . . . . .	21
I.2.3.2	Approches à base d’observateurs de diagnostic . . . . .	24
I.2.3.3	Approches par synthèse directe de filtres de diagnostic . . .	27
I.2.4	Localisation de défauts . . . . .	31
I.2.4.1	Les résidus directionnels . . . . .	32
I.2.4.2	Les résidus structurés . . . . .	33
I.2.5	Conclusion et limitations des approches de diagnostic de la communauté FDI . . . . .	34

I.3	Méthodes de diagnostic de la communauté DX . . . . .	35
I.3.1	Position du problème . . . . .	35
I.3.2	Théorie logique du diagnostic . . . . .	35
I.3.3	Approche floue du diagnostic . . . . .	39
I.3.3.1	Définition des règles d'attribution . . . . .	41
I.3.3.2	La phase d'agrégation . . . . .	43
I.3.3.3	L'étape de décision finale . . . . .	43
I.3.4	Méthodes de diagnostic par classification . . . . .	44
I.3.4.1	Phase d'entraînement ou apprentissage . . . . .	45
I.3.4.2	Phase de reconnaissance . . . . .	45
I.4	Conclusion . . . . .	48

**Chapitre II**

**Des diagnostiqueurs locaux à un diagnostic global : une approche mixte "FDI-DX"**

II.1	Introduction . . . . .	51
II.2	Position du problème . . . . .	54
II.2.1	Application au cas du procédé 3 Tanks . . . . .	58
II.3	Vers la réduction de la dimension du problème . . . . .	60
II.3.1	Critère de détectabilité . . . . .	60
II.3.2	Critère de recouvrabilité . . . . .	63
II.3.3	Application au cas du procédé 3 Tanks . . . . .	66
II.3.3.1	Critère de détectabilité . . . . .	66
II.3.3.2	Critère de recouvrabilité . . . . .	67
II.4	Présentation de la méthode de diagnostic . . . . .	70
II.4.1	Construction de la matrice de signatures mutuellement exclusive . . . . .	70
II.4.1.1	Propriété de convergence . . . . .	72
II.4.1.2	Application au cas du procédé 3 Tanks . . . . .	74
II.4.2	Génération des diagnostics . . . . .	79
II.4.2.1	Application au procédé 3 Tanks . . . . .	83
II.4.3	L'algorithme 1 et l'algorithme des "hitting sets" de (De Kleer and Williams, 1987) . . . . .	85
II.4.4	Cas de plusieurs modes de fautes . . . . .	87
II.4.4.1	Précisions d'ordre algorithmique . . . . .	89
II.4.4.2	Application au procédé 3 Tanks . . . . .	90

II.5 Conclusion . . . . .	93
---------------------------	----

### Chapitre III

#### Mise en œuvre : Application à une mission de rendez-vous orbital martien

III.1 Introduction . . . . .	95
III.2 Présentation générale de la mission MSR . . . . .	100
III.2.1 Contexte et motivation . . . . .	100
III.2.2 Problématique de la phase rendez-vous . . . . .	102
III.3 Diagnostic des défauts capteurs sur la chaîne de mesure de l'orbiteur . . . . .	105
III.3.1 Position du problème . . . . .	105
III.3.2 Première phase de la démarche : Diagnostic sur les éléments de mesure	108
III.3.2.1 Construction de la matrice de signatures . . . . .	108
III.3.2.2 Vérification de la propriété de mutuelle exclusivité de la	
matrice de signatures . . . . .	113
III.3.2.3 Résultats de simulation non linéaire . . . . .	114
III.3.3 Deuxième étape de la démarche : Vers un diagnostic affiné . . . . .	121
III.3.3.1 Construction de la matrice de signatures . . . . .	122
III.3.3.2 Exemple : Cas d'une perte totale de l'axe $p_1$ . . . . .	124
III.3.3.3 Vers un degré d'autonomie opérationnelle . . . . .	129
III.4 Conclusion . . . . .	129

#### Conclusions générales et perspectives 131

### Annexes

#### Annexe A Définitions des espaces et normes utilisés 135

A.1 Définition de l'espace $\mathcal{L}_q$ . . . . .	135
A.2 Définition des normes . . . . .	135
A.2.1 Norme 2 . . . . .	135
A.2.2 Norme $e$ (Norme 2 tronquée) . . . . .	136
A.2.3 Norme $\mathcal{H}_\infty$ . . . . .	136
A.2.4 Norme $\mathcal{H}_-$ . . . . .	136

#### Annexe B Test séquentiel de Wald 139

B.1 Position du problème . . . . .	139
B.2 Test de décision . . . . .	140

B.2.1	Calcul des seuils de décision . . . . .	141
B.2.1.1	Situation No. 1 . . . . .	141
B.2.1.2	Situation No. 2 . . . . .	142
B.2.1.3	Situation No. 3 . . . . .	142
B.2.2	Test séquentiel de Wald sur la moyenne . . . . .	142
B.2.3	Test séquentiel de Wald sur la variance . . . . .	144
<b>Annexe C</b>	<b>Modélisation en position et en attitude d'un satellite</b>	<b>147</b>
C.1	Repérage d'un satellite dans l'espace . . . . .	148
C.1.1	Position d'un satellite dans l'espace . . . . .	148
C.1.1.1	Paramètres cartésiens . . . . .	148
C.1.1.2	Paramètres orbitaux . . . . .	150
C.1.2	Attitude d'un satellite et systèmes de représentation . . . . .	152
C.1.2.1	Les angles d'Euler . . . . .	152
C.1.2.2	Les quaternions . . . . .	154
C.1.2.3	Relation entre les angles de cardan et les quaternions d'at- titude . . . . .	156
C.2	Modélisation . . . . .	156
C.2.1	Dynamique de position . . . . .	156
C.2.2	Dynamique d'attitude . . . . .	159
C.2.3	Couplage entre position et attitude . . . . .	161
C.3	Changements de variables . . . . .	162
C.3.1	Passage des paramètres orbitaux aux paramètres cartésiens . . . . .	162
C.3.2	Passage des coordonnées absolues aux coordonnées relatives locales	163
<b>Annexe D</b>	<b>Détails de calcul de l'application de l'algorithme 2 dans le cas de la mission MSR</b>	<b>165</b>
D.1	Scénario défaillant No. 1 : Perte de mesure simultanée sur un gyroscope, un STR et le NAC . . . . .	165
D.2	Scénario défaillant No. 2 : Perte de mesure simultanée sur les senseurs STR, RFS et NAC . . . . .	175
<b>Références bibliographiques</b>		<b>185</b>

# Table des figures

I.1	Principe général du diagnostic à base de modèles analytiques . . . . .	15
I.2	Stratégie de diagnostic basée sur une approche floue . . . . .	40
I.3	Définition des fonctions d'appartenance associées aux 2 ensembles flous du signal $s_k$ . . . . .	41
I.4	Architecture d'un réseau de neurone . . . . .	46
II.1	Maquette 3 TANKS disponible au laboratoire IMS . . . . .	53
II.2	Synoptique du procédé hydraulique 3 TANKS . . . . .	53
II.3	Analyse de recouvrabilité : cas des fautes simples et combinées - Application au procédé 3 Tanks . . . . .	68
II.4	Observation des signaux ( $dev_{V_{1+3}}$ et $deb_{V_2}$ ), des résidus ( $r_1$ et $r_2$ ) et des tests de décision (pointillé) . . . . .	83
III.1	Définition des zones de sécurité . . . . .	97
III.2	Hierarchisation de la stratégie FDIR . . . . .	100
III.3	Déroulement de la mission MSR . . . . .	101
III.4	La phase rendez-vous de la mission MSR . . . . .	102
III.5	Architecture générale du GNC de l'orbiteur . . . . .	103
III.6	Trajectoire nominale de l'orbiteur vers le conteneur d'échantillon dans le rendez-vous corridor . . . . .	104
III.7	Alignement en position (gauche) et en vitesse (droite) du conteneur d'échantillon vis-à-vis de l'orbiteur sur la face X . . . . .	104
III.8	Attitude (en haut) et écart d'attitude (en bas) des deux engins dans le repère local de Mars . . . . .	104
III.9	Repères $\mathcal{R}_l$ (gauche) et $\mathcal{R}_i$ (droite) . . . . .	106
III.10	Hierarchisation de la démarche de diagnostic . . . . .	107
III.11	Structure pyramidale des IMUs pour les gyroscopes (gauche) et pour les accéléromètres (droite) . . . . .	109
III.12	Evolution temporelle des signaux indicateurs relatifs aux gyroscopes (gauche) et aux accéléromètres (droite) . . . . .	115
III.13	Evolution temporelle des signaux indicateurs associés aux senseurs stellaires (gauche) et des signaux utilisés pour le calcul des résidus (droite) . . . . .	116
III.14	Evolution temporelle des signaux indicateurs relatifs aux gyroscopes (gauche) et aux accéléromètres (droite) . . . . .	119



*Table des figures*

---

III.15 Evolution temporelle des signaux indicateurs associés aux senseurs stellaires (gauche) et des signaux utilisés pour le calcul des résidus (droite) . . .	120
III.16 Tracé temporelle des axes de l'IMU No. 1 et 2 . . . . .	124
III.17 Analyse des performances pour une situation défailante . . . . .	129
B.1 Définition des probabilités de non-détection et de fausse alarme ainsi que le seuil de décision . . . . .	140
C.1 Repérage d'engins spatiaux dans l'espace . . . . .	149
C.2 Paramétrage du mouvement différentiel . . . . .	150
C.3 Forme de l'orbite et repérage de la position du satellite . . . . .	151
C.4 Définition des angles de Cardan . . . . .	153
C.5 Répartition des propulseurs à la surface du satellite . . . . .	162

# Liste des tableaux

II.1	Définition des valeurs numériques . . . . .	54
II.2	Matrice de signatures initiale . . . . .	56
II.3	Matrice de signatures des défauts simples et combinés . . . . .	57
II.4	Matrice de signatures des défauts de type "fuite" du procédé 3 Tanks . . .	60
II.5	Matrice de signatures des défauts de type "fuite" du procédé 3 Tanks . . .	66
II.6	Matrices de signatures après introduction du critère de recouvrabilité sur des cas d'étude : fuite sur la vanne $V_1$ (haut) et fuite sur les vannes $V_2$ et $V_3$ (bas) . . . . .	69
II.7	Matrice de signatures des défauts de type "fuite" du procédé 3 Tanks . . .	74
II.8	Matrice de signatures mutuellement exclusive des défauts de type "fuite" du procédé 3 Tanks . . . . .	76
II.9	Valeurs numériques des paramètres de deux filtres de diagnostic . . . . .	79
II.10	Matrice de signatures dans le cas de plusieurs modes de fautes . . . . .	88
II.11	Matrice de signatures dans le cas de plusieurs modes de fautes - Application au procédé 3 Tanks . . . . .	90
III.1	Définition des niveaux de criticité des défauts anticipés . . . . .	98
III.2	Définition des niveaux d'autonomie par le standard ECSS . . . . .	98
III.3	Matrice de signatures initiale associée aux défauts capteurs de l'orbiteur . .	112
III.4	Matrice de signatures des défauts présents sur les axes gyroscopiques des IMUs . . . . .	123



# Acronymes

AB	ABnormal ( <i>Anormal</i> )
ACC	ACCéléromètre
CoG	Center of Gravity ( <i>Centre de gravité</i> )
COMPS	COMPonentS ( <i>Composants</i> )
CSS	Coarse Sun Sensor ( <i>Senseur solaire</i> )
DOS	Dedicated Observer Scheme ( <i>Structure d'observateurs dédiés</i> )
DS	Description System ( <i>Description du Sytème</i> )
DX	Diagnosis ( <i>Diagnostic</i> )
ERC	Earth Re-entry Container ( <i>Conteneur de rentrée atmosphérique</i> )
ESA	European Space Agency ( <i>Agence spatiale européenne</i> )
ESF	European Science Foundation ( <i>Fondation scientifique européenne</i> )
FDI	Fault Detection and Isolation ( <i>Détection et localisation des défauts</i> )
FDIR	Fault Detection, Isolation and Recovery ( <i>Détection, localisation et recouvrement des défauts</i> )
FRAE	Fondation de Recherche pour l'Aéronautique et l'Espace
GNC	Guidance Navigation Control ( <i>Guidage, navigation et commande</i> )
GNSS	Global Navigation Satellite System ( <i>Système de navigation par satellite</i> )
GOS	Generalized Observer Scheme ( <i>Structure d'observateurs généralisés</i> )
GYR	GYRoscope
HS	Hitting-Set ( <i>Ensemble d'échantillons</i> )
IA	Intelligence Artificielle
IMALAIA	Intégration de Modèles ALiant Automatique et Intelligence Artificielle
IMU	Inertial Measurement Unit ( <i>Unité de mesure inertielle</i> )
LAMBDA	Learning Algorithm for Multivariate Data Analysis
LIDAR	LIght Detection And Ranging ( <i>Téledétection par laser aéroporté</i> )
LMI	Linear Matrix Inequality ( <i>Inégalité matricielle linéaire</i> )
MAV	Mars Ascent Vehicle ( <i>Véhicule de montée sur Mars</i> )
MDV	Mars Descent Vehicle ( <i>Véhicule de descente/atterrissage sur Mars</i> )
MNF	Maximal Normal Form
MSR	Mars Sample Return

## Acronymes

---

NAC	Narrow Acquisition Camera ( <i>Caméra d'acquisition à angle réduite</i> )
NASA	National Aeronautics and Space Administration ( <i>Administration nationale de l'aéronautique et de l'espace</i> )
OBS	OBServation ( <i>Observation</i> )
RFS	Radio Frequency Sensor ( <i>Senseur à radiofréquence</i> )
RRA	Relation de Redondance Analytique
RW	Reaction Wheel ( <i>Roue inertielle</i> )
SDP	Semi-Definite Programming ( <i>Programmation semi-définie</i> )
SIRASAS	Stratégies Innovantes et Robustes pour l'Autonomie des Systèmes Aéronautiques et Spatiaux
STR	Star TRacker ( <i>Senseur stellaire</i> )
THR	THuRster ( <i>Tuyère</i> )

# Nomenclatures

## Nomenclature générale

$s_i$	$i^{\text{ème}}$ signal indicateur de défaut
$r_j$	$j^{\text{ème}}$ résidu
$RRA_k$	$k^{\text{ème}}$ relation de redondance analytique
$F_l$	$l^{\text{ème}}$ défaut
$S_{F_l}$	Signature du $l^{\text{ème}}$ défaut
$S_{F_{\{x\}}}$	Signature du défaut associé au composant $x$
$\text{supp}(RRA_k)$	Support du $k^{\text{ème}}$ RRA
$\vee$	Connecteur logique OU
$\wedge$	Connecteur logique ET
$\cup$	Opérateur union
$\cap$	Opérateur intersection
$\subset$	Opérateur inclusion
$\subseteq$	Opérateur inclusion avec égalité
$\neg$	Fonction négation
$\in$	Fonction appartenance
$\models$	Fonction conséquence
$\not\models$	Négation de la fonction conséquence

## Nomenclature aérospatiale

$(\phi, \theta, \psi)$	Attitude (deg ou rad)
$(p, q, r)$	Vitesse angulaire (deg/s ou rad/s)
$(\dot{p}, \dot{q}, \dot{r})$	Accélération angulaire (deg/s <sup>2</sup> ou rad/s <sup>2</sup> )
$(\xi, \eta, \zeta)$	Position relative (m)
$\mathcal{R}_i$	Repère inertiel
$\mathcal{R}_l$	Repère local
$\mathcal{G}$	Constante gravitationnelle terrestre (m/s <sup>2</sup> )
$\mu$	Constante gravitationnelle martienne (m/s <sup>2</sup> )

## Nomenclatures

---

$m_M$	Masse de la planète Mars (Kg)
$m$	Masse de l'orbiteur (Kg)
$C_{thr}$	Couple développé par les tuyères
$u_{roue}$	Commande des roues inertielles
$u_{thr}$	Commande des tuyères
$H_{tot}$	Vecteur du moment cinétique total du véhicule
$H_{orb}$	Vecteur du moment cinétique total de l'orbiteur
$H_{roue}$	Vecteur du moment cinétique total des roues inertielles
$\mathcal{I}_{orb}$	Tenseur d'inertie de l'orbiteur
$\mathcal{I}_{roue}$	Tenseur d'inertie des roues inertielles
$\mathbb{I}_{orb}$	Matrice d'inertie de l'orbiteur
$\mathbb{I}_{roue}$	Matrice d'inertie des roues inertielles
$Q$	Quaternion normalisé d'attitude
$q_0$	Partie réelle du quaternion normalisé
$(q_1, q_2, q_3)$	Partie imaginaire du quaternion normalisé
$a$	Demi-grand axe de l'orbite elliptique (m)
$e$	Excentricité de l'orbite elliptique (m)
$\nu$	Anomalie vraie de l'orbite elliptique (m)
$E$	Anomalie excentrique de l'orbite elliptique (m)
$M$	Anomalie moyenne de l'orbite elliptique (m)
$R_{eq}$	Rayon équatorial de la planète Mars (m)
$\Gamma$	Matrice d'allocation de poussée
$J_2$	Second harmonique zonal
$a_{gra}$	Accélération gravitationnelle martienne ( $m/s^2$ )
$a_{per}$	Accélération perturbatrice ( $m/s^2$ )
$a_{prop}$	Accélération de poussée ( $m/s^2$ )
$C_D$	Coefficient de traînée
$\rho(h)$	Densité atmosphérique martienne à une altitude $h$

# Liste des publications de l'auteur

## Communications dans des congrès internationaux avec actes et comité de lecture :

1. Issury I., Henry D. and Olive X. (2010). A method for multiple and simultaneous fault isolation : Application to the rendezvous phase of the Mars Sample Return mission. *In Proceedings of the 9<sup>th</sup> UKACC International Conference on Control (CONTROL 2010)*, Coventry, UK.
2. Issury I. et Henry D. (2010). Étude sur la localisation des défauts multiples : Comparaison de deux méthodes. *6<sup>ème</sup> Conférence Internationale Francophone d'Automatique (CIFA 2010)*, Nancy, France.
3. Issury I., Henry D. and Olive X. (2009). Design of a fault algorithm for multiple and simultaneous sensor faults in an autonomous spatial vehicle. *In Proceedings of the 20<sup>th</sup> International Conference on Systems Engineering (ICSE 2009)*, Coventry, UK.
4. Issury I. and Henry D. (2009b). Multiple and simultaneous fault isolation with minimal fault indicating signals : A case study. *In Proceedings of the 7<sup>th</sup> IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 2009)*, Barcelona, Spain.
5. Issury I. and Henry D. (2009a). A methodology for multiple and simultaneous fault isolation. *In Proceedings of the 10<sup>th</sup> IEEE European Control Conference (ECC 2009)*, Budapest, Hungary.



*Liste des publications de l'auteur*

---

# Introduction générale

Au cours des dernières décennies, la modernisation incessante des outils de production ainsi que l'augmentation des performances des équipements ont entraîné la complexification et la sophistication des systèmes industriels. En parallèle, la fiabilité, la disponibilité, la sûreté de fonctionnement ainsi que la protection de l'environnement sont devenues de véritables enjeux pour les entreprises tant sur le plan technique, que sur le plan économique. L'intégration de calculateurs très performants dans les systèmes automatisés, a permis de développer des algorithmes sophistiqués tant au niveau du contrôle/commande qu'au niveau du traitement des données.

Néanmoins, la capacité à effectuer les tâches pour lesquelles le système a été conçu, peut être entravée par l'apparition de phénomènes anormaux, que sont les défauts<sup>3</sup>. En effet, les algorithmes deviennent complètement inefficaces si les informations qu'ils utilisent sont erronées. Par conséquent, les performances du système s'en trouvent dégradées, ou pire encore, les conséquences au niveau des installations, de l'environnement et de la sécurité des personnes peuvent être catastrophiques.

Pour pallier aux conséquences liées à l'apparition d'un ou plusieurs défauts, il convient d'implanter un système permettant de surveiller le bon fonctionnement de l'ensemble. Un tel système de surveillance doit permettre de valider les données utilisées par des algorithmes de contrôle/commande mais aussi de fournir des informations sur le fonctionnement de l'unité aux opérateurs qui l'exploitent. Il doit également permettre dans les cas graves un arrêt de l'unité ou permettre au système de continuer à fonctionner en mode dégradé en cas de problèmes ne nécessitant pas un arrêt immédiat.

Pour mener à bien ces objectifs, la communauté scientifique ainsi que nombre d'industriels, se sont tournés vers le développement de fonctions de surveillance (Staroswiecki and Gehin, 2001 ; Blanke *et.al.*, 2003). La surveillance est définie comme l'ensemble des actions mises en œuvre afin de détecter, de localiser et de diagnostiquer tout défaut. Le

---

<sup>3</sup>Les vocables "faute", "défaut", "panne" ou "défaillance" sont souvent utilisés pour qualifier un phénomène anormal, qui peut être d'origine externe (lié à l'environnement dans lequel le système évolue) ou interne (modification non prévue d'une composante ou d'un paramètre interne). Dans ce document, nous utiliserons, indifféremment et par abus de langage, la terminologie "défaut", "faute" ou "défaillance" pour écrire "toute déviation non permise d'au moins une propriété ou un paramètre caractéristique" du système surveillé (Isermann, 1993 ; Blanke *et.al.*, 2001).

problème de détection concerne la mise en évidence d'évènements qui affectent l'évolution d'un système. De façon générale, un évènement traduit un changement de comportement et/ou situation sans préjugé du fait qu'il soit normal (dû à une action délibérée de la part d'un opérateur par exemple) ou anormal (dû à une défaillance par exemple). La fonction de détection consiste alors à comparer le fonctionnement réel du système avec ce qu'il devrait être sous l'hypothèse de fonctionnement normal. La tâche de localisation circonscrit la défaillance à un sous-ensemble du système surveillé. Elle consiste à analyser les symptômes observés de façon à pouvoir déterminer le ou les composants défectueux du système.

Notons que les tâches de détection et de localisation ont un rôle passif vis-à-vis du système de commande et du système lui-même.

Pour répondre à cette démarche de diagnostic, il existe de nombreuses techniques qui ont fait l'objet d'un grand nombre de travaux. A ce jour, nous pouvons distinguer deux communautés de recherche distinctes et parallèles qui abordent le problème de diagnostic de défauts : les communautés FDI (Fault Detection and Isolation) et DX (Diagnosis).

• **La communauté FDI** :

Dans cette communauté, les techniques développées se concentrent sur la synthèse de filtres de diagnostic pour la génération de signaux indicateurs de défauts et sur la mise en œuvre de tests de décisions, l'objectif étant de générer des alarmes avec un taux de fausses décisions et un retard à la détection les plus faibles possibles (idéalement nuls).

De bons états de l'art de la communauté FDI peuvent être trouvés dans la liste non exhaustive des références suivantes (Gertler, 1997 ; Chen and Patton, 1999 ; Ding, 2008). Ces méthodes sont basées sur la formulation explicite d'un modèle analytique du système (par exemple, les équations différentielles, non linéaires, etc...). Dans ce cas, on compare le comportement réel du processus (caractérisé par les données prélevées) au comportement théorique fourni par le modèle dynamique. Le résultat de cette comparaison est contenu dans un ensemble de signaux indicateurs de défauts appelés "résidus". L'analyse (temporelle et fréquentielle) des résidus et de leur évolution doit non seulement permettre de détecter et d'interpréter tout comportement anormal du système surveillé, mais aussi de localiser l'origine de ce comportement anormal. La phase de génération de résidus joue un rôle primordial dans cette procédure de diagnostic puisqu'elle conditionne la qualité du système de surveillance (Frank, 1990 ; Patton and Chen, 1993 ; Isermann, 1997).

L'avantage majeur de ces approches est l'intégration de contraintes de robustesse vis-à-vis des perturbations (entrées exogènes non désirées, incertitudes paramétriques, bruits de mesure, etc...) et de spécifications de sensibilité vis-à-vis des défauts que l'on cherche à diagnostiquer (défauts capteurs, défauts actionneurs, défauts systèmes, etc...). Néanmoins, les limitations de ces solutions concernent leur implémentation sur des systèmes réels et leur capacité limitée pour le diagnostic des défauts multiples.

Les méthodes analytiques ayant fait l'objet de tests en conditions opérationnelles sont

---

peu nombreuses à ce jour. Il en résulte donc un fossé important entre les solutions académiques et le pragmatisme qu'exige un transfert technologique en vue d'une adoption industrielle. Les raisons principales de ce manque de percées vers le monde industriel sont diverses : l'ordre trop élevé des filtres de diagnostic d'où un temps de calcul très important ; la capacité de mémoire réduite ; le manque de déterminisme dans les résultats ou encore le manque de validation formelle indispensable pour tout système opérationnel critique *a fortiori*, avec complexité décisionnelle. D'ailleurs, dans la littérature FDI, il subsiste un « conflit » entre les techniques analytiques et celles basées sur la redondance matérielle : l'utilisation de l'une est faite au détriment de l'autre (voir la discussion faite dans (Osder, 1999)). Nombre d'auteurs (par exemple, (Patton *et.al.*, 2000 ; Venkatasubramanian *et.al.*, 2003 ; Isermann, 2005) soutiennent que les méthodes à base de redondance matérielle sont utilisées sur des systèmes potentiellement moins fiables. Inversement, d'autres auteurs (notamment, (Osder, 1999)) souligne la faible capacité d'implémentation et de transfert des solutions analytiques sur des systèmes industriels.

D'un point de vue général, soulignons que les méthodologies FDI développées sont en général réalisées sous l'hypothèse de l'apparition de défauts simples uniquement. Dans certaines applications, ce postulat ne se discute pas mais pour les systèmes complexes et de grande dimension (par exemple, les centrales nucléaires, les systèmes aéronautiques ou encore les véhicules spatiaux), il semble clair que ce type d'hypothèse s'avère être très discutable, surtout quand ces systèmes ont des missions ou des fonctions critiques.

• **La communauté DX :**

Dans cette communauté, les bases méthodologiques sont issues des domaines de l'informatique et de l'intelligence artificielle (IA). Les méthodes développées sont basées sur une approche symbolique et/ou qualitative.

De bons états de l'art de la communauté DX peuvent être trouvés dans la liste non exhaustive des références suivantes (De Kleer and Williams, 1987 ; Reiter, 1987 ; De Kleer and Williams, 1989 ; De Kleer and Kurien, 2003). La particularité de ces approches est qu'elles visent à traiter le problème dans son ensemble (i.e., détection et localisation des défauts). Différents formalismes ont été proposés pour résoudre le problème, citons par exemple, la logique du premier ordre utilisée dans (Reiter, 1987), un langage de contraintes proposé par (De Kleer and Williams, 1987), l'algèbre des propositions proposé dans (Pucel, 2008) ou encore l'algèbre de la logique floue (Weber *et.al.*, 1999). L'idée principale consiste à comparer le comportement réel du système tel qu'il peut être observé par l'intermédiaire de grandeurs (on parle d'observables) et son comportement attendu tel qu'il peut être prédit grâce aux modèles de bon comportement. Toute contradiction entre les observations et les prédictions déduites des modèles, est nécessairement pour la manifestation d'un ou plusieurs défauts. Ce type de raisonnement par l'absurde où un défaut est, par définition, n'importe quoi d'autre que le comportement attendu, s'avère être une méthode qui est logiquement fondée. En effet, la détection de défaut par réfutation du bon comportement prédit est un raisonnement logiquement correct contrairement à la détection de défaut par corroboration avec un mauvais comportement prédit. De plus, les

contradictions entre observations et prédictions ne se contentent pas de refléter la présence de défauts mais renseignent aussi sur l'origine (localisation) de ces défauts.

Même s'il existe des principes communs entre les deux communautés tels que l'utilisation de modèles, la génération de signaux d'alarmes, etc. . . , chacune s'est concentré sur le développement de ses propres terminologies, outils de calcul et démarches méthodologiques, guidés par des contraintes de modélisation et des objectifs de diagnostic différents. Contrairement aux techniques FDI, les méthodes DX sont propices au diagnostic des défauts multiples (De Kleer and Williams, 1987 ; Sheppard and Simpson, 1994 ; Weber *et al.* 1999 ; Nyberg, 2006b ; Bayoudh *et al.*, 2008b). Malheureusement, les approches proposées ne tiennent pas compte des propriétés structurelles des indicateurs locaux, en particulier dans leur phase de conception. L'enjeu est pourtant très important pour la surveillance des systèmes critiques où le déterminisme des tâches de diagnostic est une condition *sine qua non*.

Il est à souligner que des groupes de recherche (par exemple, le groupe européen BRIDGE, le groupe français IMALAIA (Intégration de Modèles ALiants Automatique et Intelligence Artificielle)) ont vu le jour dans le but, d'une part de comparer les différentes approches des deux communautés et d'autre part, d'établir un lien entre les travaux des deux communautés. Les objectifs visés sont l'analyse des hypothèses et des démarches méthodologiques des techniques associées aux deux communautés, la clarification et la mise en correspondance des concepts sous-jacents et la mise en œuvre d'un cadre commun de travail pour effectuer une étude comparative précise et développer des outils de calcul. Ces travaux ont donné lieu à des ateliers de travail (notamment, les workshops BRIDGE en 2001 en Italie et en 2003 aux USA), à des sessions spéciales de journaux internationaux (par exemple, IEEE SMC Transactions - Part B on Diagnosis of complex systems : Bridging the methodologies of the FDI and DX communities) et à plusieurs publications (notamment, (Cordier *et al.*, 2000a ; Cordier *et al.*, 2000b ; Nyberg and Krysander, 2003 ; Biswas *et al.*, 2004 ; Cordier *et al.*, 2004 ; Gentil *et al.*, 2004)).

Les travaux présentés dans ce mémoire traitent du diagnostic des défauts simples et multiples<sup>4</sup> sur des systèmes complexes et de grande dimension. La solution méthodologique que nous proposons est définie dans un contexte générique mêlant à la fois des outils de calcul et des formalismes issus des techniques FDI et DX. Ainsi, la phase de détection sera résolu par les outils de la communauté FDI tandis que le problème de localisation sera résolu à l'aide des concepts de la communauté DX, offrant ainsi une démarche méthodologique agrégée. L'objectif visé est de proposer une stratégie de diagnostic à minimum de redondance analytique en exploitant au mieux les informations de diagnostic éventuellement disponibles sur le système. Les développements que nous proposons s'inscrivent dans une démarche de coopération et d'agrégation des méthodes de diagnostic et la construction optimale d'un diagnostic global en fonction des diagnostiqueurs locaux. L'intérêt majeur dans cette approche est l'existence des preuves d'optimalité tant qu'au niveau

---

<sup>4</sup>Dans ce mémoire, nous utiliserons indifféremment la terminologie "défauts multiples" et "défauts combinés".

---

local qu'au niveau global.

Aussi avons nous délibérément choisi de structurer ce mémoire autour de 3 chapitres :

**Le chapitre 1** est dédié à un tour d'horizon des principales techniques de diagnostic existantes au sein des communautés FDI et DX. Pour chaque communauté, le problème de diagnostic est dans un premier temps clairement exposé, suivi d'un état de l'art des principales méthodes de diagnostic. Ce volet bibliographique va nous permettre d'établir une analyse critique et objective et de justifier le cadre méthodologique du chapitre 2.

**Le chapitre 2** contient notre contribution propre. Dans ce chapitre, nous proposons une démarche méthodologique de diagnostic de défauts simples et multiples. Cette démarche s'appuie sur une méthode "générique" mêlant à la fois les concepts et les outils des communautés FDI et DX. Comme nous l'avons souligné précédemment, notre objectif vise à proposer un algorithme de diagnostic à minimum de redondance analytique en exploitant au mieux les informations de diagnostic éventuellement disponibles sur le système. Dans ce contexte, la méthodologie que nous proposons est basée sur le concept de conflits exprimés sous forme normale maximale. La démarche proposée se décline en deux étapes :

1. Construction d'une matrice de signatures : dans cette phase, nous nous intéresserons au problème du nombre minimal de signaux indicateurs de défauts pour satisfaire à un cahier des charges spécifié en terme de diagnostic. Nous verrons que ce problème peut se poser comme un problème d'optimisation sous contrainte.
2. Recherche de l'ensemble des conflits et construction de l'ensemble des diagnostics (minimaux) à partir d'une observation : un algorithme sera proposé et discuté.

La première étape est une étape de conception hors-ligne tandis que la deuxième étape est l'étape de diagnostic à proprement parlé, qui se déroule donc en-ligne. La méthodologie proposée se veut générique puisqu'elle permet de considérer plusieurs modes de fautes. Les développements méthodologiques proposés seront illustrés à l'aide d'un procédé hydraulique de laboratoire, appelé la maquette 3 TANKS.

**Le chapitre 3** est consacré à l'application de la méthodologie développée au chapitre précédent à la mission spatiale Mars Sample Return (MSR). Cette mission, entreprise conjointement entre l'administration nationale de l'aéronautique et de l'espace (NASA) et l'agence spatiale européenne (ESA), est une mission d'exploration martienne. Cette mission spatiale vise à ramener des échantillons (sol et atmosphère) martiens sur Terre pour des analyses. Dans nos travaux, nous nous intéressons uniquement à la phase de rendez-vous orbital. L'objectif consiste à détecter et à localiser les défauts capteurs présents sur la chaîne de mesure de l'orbiteur. Ce travail s'inscrit dans le cadre du projet SIRASAS<sup>5</sup> (Stratégies Innovantes et Robustes pour l'Autonomie des Systèmes) et s'appuie sur le simulateur "haute fidélité" de la phase rendez-vous développé par Thales Alenia Space.

---

<sup>5</sup>Pour de plus amples informations, les lecteurs intéressés peuvent se référer au site <https://extranet.ims-bordeaux.fr/External/SIRASAS>



# Chapitre I

## Concepts et outils pour la détection et la localisation des défauts

### I.1 Introduction

Comme nous l'avons souligné dans l'introduction générale de ce mémoire, la problématique de diagnostic de défauts a fait l'objet d'un intérêt croissant de la part, non seulement de la communauté scientifique mais encore de la part de nombreux industriels. Pour répondre aux objectifs de détection et de localisation de défauts, il existe de nombreuses méthodologies qui ont fait l'objet d'un grand nombre de travaux. Dans la littérature, il existe à ce jour deux communautés de recherche distinctes et parallèles qui traitent de la problématique de diagnostic de défauts :

1. La communauté FDI (Fault Detection and Isolation) dont les fondements méthodologiques sont basés sur la synthèse de filtres de diagnostic dynamiques. Ces derniers sont utilisés pour générer un vecteur de signaux indicateurs de défauts, appelés résidus. Une stratégie de décision permet d'évaluer ces résidus et donc de décider du caractère défaillant du système.
2. La communauté DX (Diagnosis) dont les bases sont issues des domaines informatique et de l'intelligence artificielle (IA).

Même s'il existe des principes communs entre les deux communautés tels que l'utilisation de modèles, la génération de signaux d'alarmes, etc. . . , chacun s'est concentré sur le développement de ses propres terminologies, outils de calcul et démarches méthodologiques, guidés par des contraintes et des objectifs différents. De même, les formalismes de modélisation sont très différents pour chaque domaine : les modèles de la communauté FDI sont basés sur l'algèbre différentielle tandis que les modèles de la communauté DX sont surtout symboliques et qualitatifs.

Le but de ce chapitre est de faire une synthèse des principaux concepts et outils utilisés en diagnostic au sein des deux communautés, tout en mettant en avant les avantages



et les inconvénients majeurs de chaque approche. Nous verrons que les méthodes de la communauté FDI donnent d'excellents résultats dans le cas des défauts simples tandis que les techniques issues de la communauté DX sont plus appropriées pour le diagnostic des défauts multiples. Cette classification conduit souvent à définir les approches DX comme relevant d'un diagnostic global (niveau comportemental) par opposition aux approches FDI qualifiées de diagnostiqueurs locaux (niveau fonctionnel). Ce tour d'horizon et ce parallèle entre les méthodes de ces deux communautés nous apparaît nécessaire afin de poser clairement le décor et de permettre au lecteur d'aborder les enjeux visés dans les chapitres suivants.

## I.2 Méthodes de génération des signaux indicateurs de défauts

### I.2.1 Position du problème

Les premiers travaux dans le domaine du diagnostic à base de modèles dynamiques remontent au début des années 70 avec une forte influence "Kalmanienne" (voir par exemple (Mehra and Peshon, 1971)). Dans les approches à base de modèles dynamiques (on parle aussi d'approches analytiques), on compare le comportement réel du processus (caractérisé par les données prélevées) au comportement théorique prédit par le(s) modèle(s) analytique(s). Le résultat de cette comparaison est contenu dans un ensemble de signaux indicateurs de défauts appelés les résidus. Une stratégie permettant d'évaluer ces résidus et donc de décider du caractère significatif ou non des défaillances qui se produisent dans le système, succède généralement à la phase de génération. Cette décision peut être effectuée par exemple, à l'aide d'un test d'hypothèse (Basseville and Nikiforov, 1993). Ce principe est illustré sur la figure I.1.

Dans le cas général, la problématique de génération des résidus se formule comme la génération d'un vecteur  $r \in \mathbb{R}^{q_r}$  tel que

$$r(t) = f(u(t), y(t)) \quad (\text{I.1})$$

de façon à satisfaire à un cahier des charges donné. Ce cahier des charges est généralement formulé en terme de spécifications de robustesse vis-à-vis des perturbations internes (telles que les incertitudes paramétriques, les dynamiques mal connues, etc. . .) et externes (perturbations exogènes), et de sensibilité vis-à-vis des défauts. Dans cette formulation,  $y \in \mathbb{R}^m$  et  $u \in \mathbb{R}^l$  dénotent respectivement les vecteurs de mesure et de commande, et  $f$  est une fonction vectorielle quelconque. L'analyse du comportement temporel et/ou fréquentiel du vecteur  $r$  doit alors permettre de remplir complètement la tâche de diagnostic.

Dans les années 80 et 90, des travaux de recherche méthodologiques ont permis de proposer de nombreuses techniques permettant de répondre à cette problématique. De très bons états de l'art de ces méthodes peuvent être trouvés dans la liste non exhaustive des références suivantes (Chen and Patton, 1999 ; Frank *et.al.*, 2000 ; Patton *et.al.*, 2000 ;

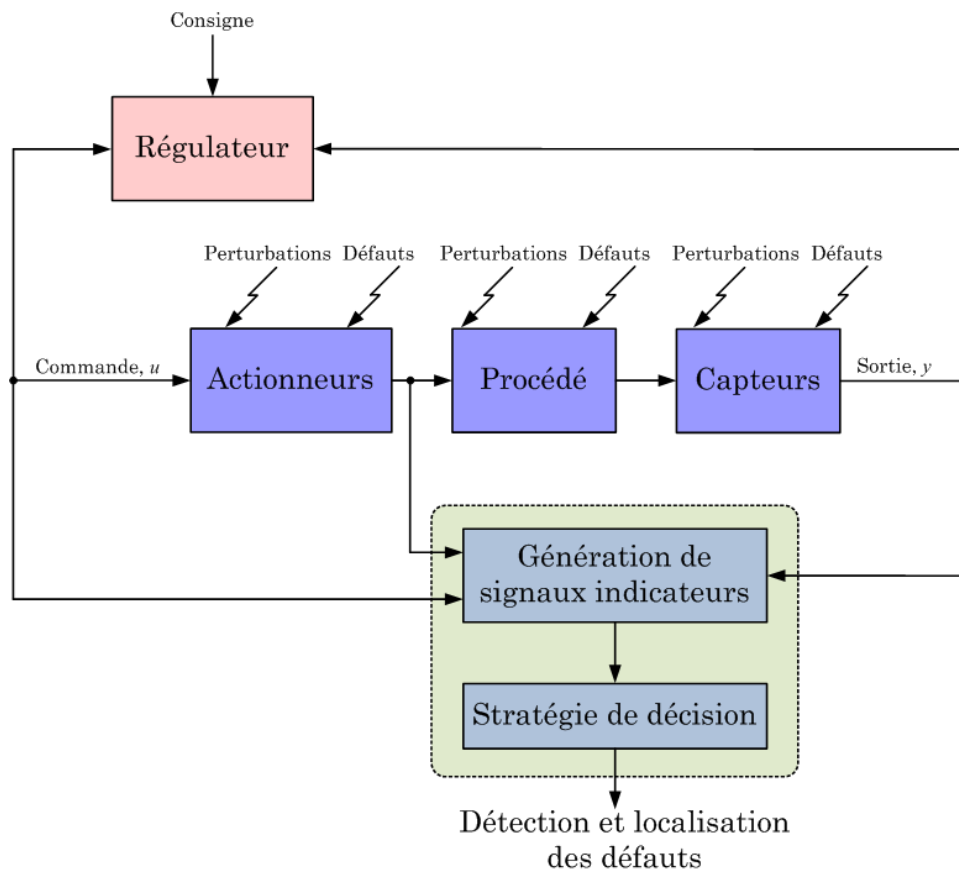


FIG. I.1 – Principe général du diagnostic à base de modèles analytiques

Blanke *et.al.*, 2003 ; Venkatasubramanian *et.al.*, 2003 ; Isermann, 2005). Il est maintenant admis que ces approches sont classifiables comme suit :

- **L'approche à base d'estimation des paramètres d'un modèle** (Isermann, 1984 ; Trigeassou, 1987 ; Carlsson *et.al.*, 1988 ; Zolghadri, 1992 ; Zolghadri *et.al.*, 1993 ; Zolghadri, 1996 ; Etien, 1997)

Cette approche considère que l'influence des défauts se reflète à la fois sur les paramètres et sur les variables du système physique. Le principe de cette méthode consiste à estimer en continu des paramètres du procédé en utilisant les mesures d'entrée/sortie et en évaluant la distance qui les sépare des valeurs de référence de l'état normal du procédé. Autrement dit, on ne génère pas réellement un vecteur de résidus, mais on estime un vecteur de paramètres dont la variation à l'extérieur d'une plage de référence représente l'apparition d'un défaut (ou plus exactement représente un changement dans les caractéristiques du procédé). Les principaux outils de décision sont les méthodes de décision statistique. L'estimation paramétrique possède l'avantage d'apporter de l'information sur l'importance des déviations. Toutefois, un des inconvénients majeurs de la méthode réside dans la nécessité d'avoir un système physique excité en permanence. Ceci pose donc des problèmes d'ordre pratique dans le cas de procédés dangereux ou fonctionnant en mode stationnaire.

De plus, les relations entre paramètres mathématiques et physiques ne sont pas toujours inversibles, ce qui complique la tâche de localisation.

- **L'approche par projection dans l'espace de parité** (Chow, 1980 ; Chow and Willsky, 1984 ; Frank, 1990 ; Gertler, 1990 ; Patton and Chen, 1991b ; Delmaire *et.al.*, 1995 ; Höfling and Isermann, 1996 ; Gertler, 1997 ; Patton and Chen, 1997 ; Staroswiecki and Comtet-Varga, 1999)

Les relations de parité utilisent l'existence de relations algébriques (statiques) liant les différents signaux. Ces relations peuvent être établies à l'aide de modèles dynamiques. Le terme « parité » a été emprunté au vocabulaire employé pour les systèmes logiques où la génération de bits de parité permet la détection d'erreurs. La philosophie consiste à exploiter la redondance existante dans les équations d'état lorsque celles-ci sont écrites sur un horizon d'observation  $s_h$ . Le vecteur de résidus est alors généré en projetant les mesures observées sur cet horizon dans un espace (appelé espace de parité) à l'aide d'un vecteur (appelé vecteur de parité) appartenant au sous espace vectoriel supplémentaire au sous espace vectoriel engendré par les colonnes de la matrice d'observabilité d'ordre réduite  $s_h$ . L'espace de parité est un espace que le vecteur d'état du système non perturbé ne peut atteindre.

- **Les approches à base d'observateurs de diagnostic** (Frank, 1990 ; Wuennenberg, 1990 ; Patton and Chen, 1991a ; Patton and Chen, 1991b ; Patton and Chen, 1993 ; Gaddouna *et.al.*, 1994 ; Patton, 1994 ; Koenig *et.al.*, 1996 ; Isermann, 1997 ; Koenig *et.al.*, 1997 ; Duan and Patton, 1998 ; Chen and Patton, 1999)

L'idée principale de cette approche consiste à générer un vecteur de résidus en estimant une combinaison ou l'ensemble des mesures du système surveillé à partir des grandeurs mesurables (par exemple, les signaux d'entrée et de sortie). Les résidus sont alors générés au travers de la différence (éventuellement filtrée) entre les sorties estimées et les sorties réelles et/ou mesurées. L'observateur revient finalement à un modèle parallèle au système avec une contre-réaction qui pondère l'écart de sortie.

- **Les approches basées sur la synthèse directe de filtres de diagnostic**

Dans cette approche linéaire, on cherche directement une réalisation du filtre de diagnostic  $F(s)$  tel que

$$r(s) = F(s) \begin{pmatrix} y(s) \\ u(s) \end{pmatrix}$$

Le vecteur de résidus généré doit alors satisfaire aux propriétés de robustesse et de sensibilité vis-à-vis des perturbations et des défauts respectivement. Pour résoudre ce problème, deux approches ont été proposées :

1. Les techniques visant à estimer les défauts, voir par exemple (Mangoubi *et.al.*, 1992 ; Edelmayer *et.al.*, 1996 ; Mangoubi, 1998 ; Rank and Niemann, 1999 ; Collins and Song, 2000 ; Stoorvogel *et.al.*, 2002 ; Stoustrup and Niemann, 2002 ; Marcos *et.al.*, 2005 ; Henry and Zolghadri, 2006)
2. Les techniques basées sur la génération de résidus au sens classique du terme, voir par exemple (Chen and Patton, 1999 ; Ding *et.al.*, 2000 ; Hamelin and

Sauter, 2000 ; Rambeaux *et.al.*, 2000 ; Zhong *et.al.*, 2003 ; Henry and Zolghadri, 2005a ; Henry and Zolghadri, 2005b ; Lui *et.al.*, 2005 ; Henry and Zolghadri, 2006 ; Jaimoukha *et.al.*, 2006 ; Henry, 2008)

Il est à noter que (Ding *et.al.*, 2000) a montré que toutes ces approches étaient des paramétrisations particulières de la relation (I.1). Les travaux de (Patton and Chen, 1991b ; Cocquemot, 1992 ; Delmaire *et.al.*, 1994 ; Delmaire *et.al.*, 1995 ; Gertler, 1995 ; Garcia and Frank, 1996 ; Nuninger *et.al.*, 1996 ; Nuninger *et.al.*, 1997 ; Delmaire *et.al.*, 1999) ont également fortement contribué à montrer les équivalences entre ces différentes approches.

Dans les paragraphes qui suivent, on va s'attacher à expliciter le cadre méthodologique de ces approches. On verra que les développements méthodologiques présentés dans les chapitres 2 et 3 de ce mémoire, font appel de façon explicite aux techniques de génération de signaux indicateurs de défauts de la communauté FDI et à certaines de leurs propriétés intrinsèques telles que leur propriété de sensibilité vis-à-vis des défauts multiples et de façon implicite à leur niveau de performances en termes de fausses alarmes. Aussi il nous paraît indispensable de présenter un panorama suffisamment explicite de ces approches.

### I.2.2 Technique à base d'estimation de variables internes et externes

Le principe de cette approche est basé sur l'estimation (partielle ou intégrale) des variables internes et/ou de sortie et obéit au principe de prédiction/correction via une séquence d'innovation formée par la comparaison des sorties mesurées et de l'estimation. Les techniques d'estimation et leurs propriétés en termes de convergence, stabilité et performances (biais, variance, etc...) ont été largement étudiées dans un contexte général (voir par exemple (Ljung, 1999 ; Crassidis and Junkins, 2004)).

Pour formaliser ces approches, on considère la représentation d'état suivante modélisant les dynamiques d'un système physique, à temps discret, perturbé par un bruit d'état  $v_k \in \mathbb{R}^n$  et un bruit d'observation  $w_k \in \mathbb{R}^m$  :

$$\begin{cases} x_{k+1} = f(x_k, u_k) + v_k \\ y_k = g(x_k, u_k) + w_k \end{cases} \quad (\text{I.2})$$

tel que  $f$  et  $g$  sont des fonctions considérées comme non linéaires dans le cas général.  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^l$  et  $y \in \mathbb{R}^m$  sont les vecteurs d'état, de commande et de sortie respectivement. Dans cette formulation,  $x$  peut être un vecteur d'état étendu, c'est-à-dire qui tient compte des paramètres à estimer  $\theta$ . On suppose également que toutes les perturbations sont modélisées par les bruits d'états  $v_k$  et par les bruits de mesure  $w_k$ .

On suppose que les bruits d'état et de mesure sont des séquences blanches, mutuellement non corrélées, de moyennes nulles et de matrices de variance-covariance

$$\begin{cases} Q_k = E \{v_k v_k^T\} \\ R_k = E \{w_k w_k^T\} \end{cases}$$

supposées connues *a priori*.

Dans le cas où les fonctions  $f$  et  $g$  sont linéaires, le filtre de Kalman fournit l'estimateur optimal de l'état au sens du minimum de variance. Dans le cas général où les fonctions  $f$  et  $g$  sont non linéaires, l'estimateur optimal du système représenté par les équations d'état (I.2), n'est pas réalisable en dimension finie (Lewis, 1986). La résolution du problème conduit donc à différentes techniques d'approximation des équations de filtrage. L'algorithme le plus populaire est le filtre de Kalman étendu (EKF). Ce dernier repose sur la linéarisation des fonctions non linéaires  $f$  et  $g$  à l'aide d'un développement de Taylor, limité à l'ordre 1, autour de l'estimation courante. Les équations de filtrage peuvent être résumées, comme illustrées par l'algorithme I.1.

### Algorithme I.1

- Description du modèle :  $x_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}) + v_k$   
 $v_k \sim N(0, Q_k)$   
 $y_k = g(x_k) + w_k$   
 $w_k \sim N(0, R_k)$
- Initialisation de l'algorithme :  $\mathcal{C}_0 = E\{x_0 x_0^T\}$
- Prédiction/Propagation :  $\hat{x}_{k|k-1} = f(\hat{x}_{k-1|k-1}, u_{k-1})$   
 $\mathcal{C}_{k|k-1} = F_k \mathcal{C}_{k-1|k-1} F_k^T + Q_k$   
 $F_k \equiv \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\hat{x}_{k-1|k-1}}$
- Calcul du gain :  $K_k = \mathcal{C}_{k|k-1} G_k^T [G_k \mathcal{C}_{k|k-1} G_k^T + R_k]^{-1}$   
 $G_k \equiv \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_{\hat{x}_{k|k-1}}$
- Mise à jour :  $\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k [y_k - g(\hat{x}_{k|k-1})]$   
 $\mathcal{C}_{k|k} = [I - K_k G_k] \mathcal{C}_{k|k-1}$

Dans l'algorithme I.1,  $\hat{x}_{k|k}$  correspond à l'estimation de l'état à l'instant  $k$ ,  $\mathcal{C}_{k|k}$  désigne la matrice de variance-covariance de l'erreur d'estimation,  $y_k$  est le vecteur de mesure à l'instant  $k$  et  $I$  représente la matrice identité de dimension appropriée.

Il est à noter qu'il existe des versions entièrement continues ou hybrides (équations d'état continues, équations d'observation discrètes, voir par exemple (Crassidis and Junkins, 2004)). Quelle que soit la version utilisée, tant que l'estimée courante reste au voisinage de l'état réel du système, la linéarisation au premier ordre reste valable. Cependant, si les erreurs deviennent trop importantes (comportement du système réel trop éloigné vis-à-vis de son modèle, par exemple suite à un changement de point de fonctionnement ou à l'apparition d'un défaut), la linéarisation peut ne plus être valable et conduire à la diver-

gence de l'estimateur. De plus, mis à part les difficultés d'implantation intrinsèques à la méthode (calcul des Jacobiens à chaque pas d'échantillonnage), certaines difficultés liées à la différence de vitesse de convergence des paramètres et de l'état peuvent parfois apparaître, compromettant la robustesse numérique de l'algorithme (vitesse de convergence des paramètres plus lente que celle des variables d'état (Reif and Unbehauen, 1999)).

Il existe des versions améliorées du filtre de Kalman étendu (EKF) permettant de limiter ces inconvénients. On peut citer le filtre de Kalman étendu du second ordre (Sadeghi and Moshiri, 2007) qui, en calculant la matrice Hessienne, permet de limiter les risques de divergence de l'estimateur mais présente, en contrepartie, un coût calculatoire plus important. Une autre alternative peut consister à employer des techniques d'approximations polynomiales des fonctions non linéaires. C'est notamment le cas des filtres présentés dans (Nørgaard *et.al.*, 2000). Dans cette approche, les non linéarités sont approximées par l'extension multidimensionnelle de la formule d'interpolation de Stirling. En comparaison avec l'approximation de Taylor, elle ne nécessite pas de calculs de Jacobiens mais simplement des évaluations de fonctions. Cela permet d'avoir une mise en œuvre plus facile et il n'est plus nécessaire d'assurer la dérivabilité des non linéarités. De plus, elle est facilement re-paramétrable, d'où sa plus grande portabilité. Enfin, on peut citer d'autres techniques de résolution comme le filtrage particulaire (Liu and Chen, 1998 ; Pitt and Shephard, 1999) ou le filtre de Kalman non parfumé (UKF) (Wan and Van Der Merwe, 2000).

**Remarque I.1** *Quel que soit le contexte d'utilisation (orienté surveillance ou encore orienté modélisation) et quel que soit l'algorithme de résolution utilisé, le point crucial est le réglage adapté des matrices de variance-covariance des bruits d'état et de mesure ( $Q$  et  $R$ ). Ces dernières conditionnent les performances de l'estimateur et doivent alors être perçues comme des paramètres de réglage de haut niveau (ou hyper-paramètres). Il est à noter que cette vision "hyper-paramètres" de réglage correspond à une interprétation déterministe qui tranche avec les hypothèses stochastiques faites au départ vis-à-vis des sources d'incertitudes  $v_k$  et  $w_k$ . Le réglage de la matrice  $Q$  permet de moduler la flexibilité du modèle (le degré de confiance que l'on accorde au modèle), alors que la matrice  $R$  contrôle la flexibilité de l'équation d'observation. Dans le cas linéaire, il existe des techniques pour un réglage systématique de ces paramètres d'après un critère de performance donné (Mehra, 1970). Dans le cas non linéaire, le problème de réglage est plus complexe et on a recours à certaines techniques itératives, comme par exemple l'approche présentée dans (Bahr *et.al.*, 2008). Une approche, qui vise à optimiser  $Q$  et  $R$  via un algorithme d'optimisation de type "essai particulaire", a également été proposée dans (Falcoz *et.al.*, 2008b).*

### Application au problème de diagnostic de défauts

On suppose que l'on dispose d'un estimateur (par exemple un de ceux cités dans le paragraphe précédent). Ce dernier fournit une estimation de la valeur nominale d'un vecteur de paramètres  $\hat{\theta}$  du modèle spécifié ainsi que sa matrice de variance-covariance associée  $C_{\theta}$ , censée traduire la variabilité des paramètres en fonctionnement normal. On suppose que les "hyper-paramètres", contrôlant les performances de l'estimateur, ont été réglés selon un critère de performance spécifié (temps de réponse, robustesse, etc...).

On suppose que l'on dispose d'un couple vecteur de paramètres et matrice de variance-covariance calculés *a priori* à partir d'un cycle de fonctionnement jugé normal. Dans l'hypothèse où les paramètres sont constants en fonctionnement normal, leur variabilité est uniquement due à la propagation des perturbations. Ainsi, toute variation significative d'un paramètre peut être interprétée comme l'apparition d'un ou plusieurs défauts affectant le comportement du système.

Le problème de détection revient donc à décider si pour un modèle donné l'estimation des paramètres en ligne est cohérente avec l'estimation de référence. Cette décision peut être prise par la mise en place de tests de détection dans l'espace paramétrique tels que les tests du chi-deux ( $\chi^2$ ), les tests  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$  (Carlsson *et al.*, 1988 ; Zolghadri, 1992) ou encore le test RC2<sup>6</sup> (Zolghadri *et al.*, 1993 ; Zolghadri, 1996).

### I.2.3 Techniques basées sur la formulation explicite des objectifs de diagnostic

Les approches explicitées précédemment, s'inscrivent dans un contexte stochastique et reposent sur l'estimation d'un certain nombre de variables (internes et/ou externes) du système qui, une fois traitées, sont censées fournir des indicateurs plus ou moins fiables sur l'état de santé du système. Associées à une certaine dose d'expertise et de savoir faire, ces techniques sont aujourd'hui bien ancrées dans différents domaines d'application.

Cependant, ces techniques présentent un inconvénient, qui dans un contexte de diagnostic, devient relativement handicapant. En effet, ces dernières ne permettent pas de formuler explicitement les objectifs de robustesse et de sensibilité lorsque l'on aborde le problème de synthèse. En d'autres termes, la phase de génération ne permet pas d'intégrer pleinement les objectifs de sensibilité et de robustesse des résidus. Le niveau de performances atteint est alors souvent issu de procédures itératives visant à choisir les différents paramètres de réglage intrinsèques à l'algorithme employé jusqu'à l'obtention de résultats jugés satisfaisants, souvent obtenus à l'issue de longues campagnes de tests et de simulations.

Le problème de diagnostic peut être abordé d'une manière différente en formulant de façon explicite les objectifs de robustesse et de sensibilité lors de la synthèse des résidus. Ainsi, idéalement, le vecteur de résidus doit être nul en fonctionnement normal et présenter un changement de comportement statistique significatif en présence d'une défaillance. En d'autres termes, l'ensemble des phénomènes perturbateurs ne doit pas, contrairement aux défauts, conduire à un changement de comportement du vecteur de résidus.

Pour illustrer ce concept, on considère que le système à surveiller fonctionne en boucle ouverte. Le signal de commande  $u(t)$  est alors parfaitement connu et n'influe pas dans les propriétés du signal indicateur de défauts. Aussi, on admettra que le résidu  $r(t)$  ne dépend que des perturbations  $d(t)$  et des défauts  $f(t)$  via une fonction vectorielle  $\Psi$  telle

---

<sup>6</sup>Pour deux régions de confiance

que :

$$r(t) = \Psi(d(t), f(t)) \quad (\text{I.3})$$

Les objectifs du problème de diagnostic peuvent alors s'exprimer de la manière suivante :

$$\begin{cases} \Psi(d(t), 0) = 0 \\ \Psi(d(t), f(t)) \neq 0 \end{cases} \quad (\text{I.4})$$

Ces objectifs expriment un découplage parfait entre les effets des perturbations et les effets des défauts. D'un point de vue pratique, ces objectifs ne sont pas toujours atteignables. On cherche alors à approcher cette solution en résolvant un problème d'optimisation qui peut s'énoncer sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \min_F l_1 \{ \Psi(d(t), 0) \} \\ \max_F l_2 \{ \Psi(d(t), f(t)) \} \end{aligned} \quad (\text{I.5})$$

où  $F$  est la solution que l'on cherche et où  $l_1$  et  $l_2$  sont des mesures de robustesse et de sensibilité respectivement. Les mesures les plus connues sont les normes  $\mathcal{H}_2$ ,  $\mathcal{H}_\infty$  et  $\mathcal{H}_-$ .

Afin de répondre à ces objectifs, un certain nombre de techniques ont été développées et les trois grandes familles de méthodologies fréquemment utilisées sont :

1. Les approches par projection dans l'espace de parité.
2. Les approches à base d'observateurs de diagnostic.
3. Les approches basées sur la synthèse directe de filtres de diagnostic.

Les paragraphes suivants visent à présenter les différentes approches existantes.

### I.2.3.1 Approche par projection dans l'espace de parité

On se place dans le cas général des systèmes non linéaires. On suppose que le système surveillé puisse être modélisé comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x} = h(x, u, f, d) \\ y = g(x, u, f, d) \end{cases} \quad (\text{I.6})$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^l$  et  $y \in \mathbb{R}^m$  représentent respectivement l'état du système, le vecteur d'entrée et le vecteur de sortie.  $f \in \mathbb{R}^{g_f}$  et  $d \in \mathbb{R}^{g_d}$  représentent respectivement les défauts et les perturbations.

En supposant les fonctions  $h$  et  $g$  dérivables jusqu'à l'ordre  $s_h$ , il vient :

$$\bar{y}^{(s_h)} = G^{s_h}(x, \bar{u}^{(s_h)}, \bar{f}^{(s_h)}, \bar{d}^{(s_h)}) \quad (\text{I.7})$$



avec,

$$G^{s_h}(x, \bar{u}^{(s_h)}, \bar{f}^{(s_h)}, \bar{d}^{(s_h)}) = \begin{pmatrix} g(x, u, f, d) \\ g_1(x, \bar{u}^{(1)}, \bar{f}^{(1)}, \bar{d}^{(1)}) \\ \vdots \\ g_{s_h}(x, \bar{u}^{(s_h)}, \bar{f}^{(s_h)}, \bar{d}^{(s_h)}) \end{pmatrix}$$

Si le système (I.7) est solvable par rapport à  $x$ , alors on peut l'écrire sous la forme équivalente :

$$\begin{cases} x = G_x(\bar{y}^{(s_h)}, \bar{u}^{(s_h)}, \bar{f}^{(s_h)}, \bar{d}^{(s_h)}) \\ G_y(\bar{y}^{(s_h)}, \bar{u}^{(s_h)}, \bar{f}^{(s_h)}, \bar{d}^{(s_h)}) = 0 \end{cases} \quad (\text{I.8})$$

où l'on reconnaît dans  $G_y(\bar{y}^{(s_h)}, \bar{u}^{(s_h)}, \bar{f}^{(s_h)}, \bar{d}^{(s_h)}) = 0$  des relations de redondance analytiques (RRA) indépendantes de l'état  $x$ . En fonctionnement normal, il en découle la condition nécessaire suivante :

$$G_y(\bar{y}^{(s_h)}, \bar{u}^{(s_h)}, 0, \bar{d}^{(s_h)}) = 0 \quad (\text{I.9})$$

Si par ailleurs la fonction  $G_y(\bar{y}^{(s_h)}, \bar{u}^{(s_h)}, \bar{f}^{(s_h)}, \bar{d}^{(s_h)})$  peut s'écrire comme la différence de deux fonctions  $G_y^c$  et  $G_y^e$  telles que

$$G_y(\bar{y}^{(s_h)}, \bar{u}^{(s_h)}, \bar{f}^{(s_h)}, \bar{d}^{(s_h)}) = G_y^c(\bar{y}^{(s_h)}, \bar{u}^{(s_h)}) - G_y^e(\bar{y}^{(s_h)}, \bar{u}^{(s_h)}, \bar{f}^{(s_h)}, \bar{d}^{(s_h)}) \quad (\text{I.10})$$

alors, on peut construire les résidus de la façon suivante :

$$r = G_y^c(\bar{y}^{(s_h)}, \bar{u}^{(s_h)}) = G_y^e(\bar{y}^{(s_h)}, \bar{u}^{(s_h)}, \bar{f}^{(s_h)}, \bar{d}^{(s_h)}) \quad (\text{I.11})$$

tel que  $G_y^c$  et  $G_y^e$  s'appellent les formes dites de calcul et d'évaluation respectivement.

La condition nécessaire de bon fonctionnement s'écrit alors :

$$r = G_y^c(\bar{y}^{(s_h)}, \bar{u}^{(s_h)}) = G_y^e(\bar{y}^{(s_h)}, \bar{u}^{(s_h)}, 0, \bar{d}^{(s_h)}) = 0 \quad (\text{I.12})$$

On peut toutefois remarquer que si les perturbations  $\bar{d}$  sont régies par un modèle stochastique de moyenne nulle, le résidu sera généralement de moyenne non nulle en l'absence de défaillances car il est lié aux perturbations de façon non linéaire.

Finalement, en décomposant les défaillances  $f$  et les perturbations  $d$  respectivement en

$$f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} \\ d = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$$

le problème fondamental de conception de résidus robustes et structurés se résume au problème de la solvabilité de :

$$G_y(\bar{y}^{(s_h)}, \bar{u}^{(s_h)}, \bar{f}^{(s_h)}, \bar{d}^{(s_h)}) = 0 \quad (\text{I.13})$$

par rapport à  $\bar{f}^{(s_h)}$  et  $\bar{d}^{(s_h)}$  et dans ce cas précis, on a l'équivalence

$$\begin{cases} G_y^1(\bar{y}^{(s_h)}, \bar{u}^{(s_h)}, \bar{f}_1^{(s_h)}, \bar{d}_1^{(s_h)}, \bar{f}_2^{(s_h)}, \bar{d}_2^{(s_h)}) = 0 \\ G_y^2(\bar{y}^{(s_h)}, \bar{u}^{(s_h)}, \bar{f}_2^{(s_h)}, \bar{d}_2^{(s_h)}) = 0 \end{cases} \quad (\text{I.14})$$

dans laquelle les relations de redondance analytiques dynamiques vérifient

$$G_y^2(\bar{y}^{(s_h)}, \bar{u}^{(s_h)}, \bar{f}_2^{(s_h)}, \bar{d}_2^{(s_h)}) = 0 \quad (\text{I.15})$$

Si cette dernière relation peut s'écrire sous la forme d'une somme telle que :

$$G_y^2(\bar{y}^{(s_h)}, \bar{u}^{(s_h)}, \bar{f}_2^{(s_h)}, \bar{d}_2^{(s_h)}) = G_y^{2c}(\bar{y}^{(s_h)}, \bar{u}^{(s_h)}) - G_y^{2e}(\bar{y}^{(s_h)}, \bar{u}^{(s_h)}, \bar{f}_2^{(s_h)}, \bar{d}_2^{(s_h)}) \quad (\text{I.16})$$

comme dans (I.10), les résidus (structurés et robustes) vérifient alors :

$$r = G_y^{2c}(\bar{y}^{(s_h)}, \bar{u}^{(s_h)}) = G_y^{2e}(\bar{y}^{(s_h)}, \bar{u}^{(s_h)}, \bar{f}_2^{(s_h)}, \bar{d}_2^{(s_h)}) \quad (\text{I.17})$$

où  $G_y^{2c}$  et  $G_y^{2e}$  sont des formes de calcul et d'évaluation respectivement.

Il est à noter que d'un point de vue pratique, il n'est pas nécessaire de dériver toutes les sorties au même ordre. Un système d'équations comparable peut être obtenu en dérivant  $y_1$  jusqu'à l'ordre  $s_1$ ,  $y_2$  jusqu'à l'ordre  $s_2$ , etc..., la seule contrainte étant que l'ensemble des  $(s_1 + s_2 + \dots)$  équations obtenues respecte les conditions de solvabilité nécessaires et suffisantes pour qu'il existe des relations de redondance analytique permettant les découplages souhaités.

L'espace de parité dynamique a fait l'objet de travaux extrêmement nombreux :

- établissement des équations de parité dans le cas linéaire (Maquin *et al.*, 1993 ; Ragot and Maquin, 1994),
- découplage des nuisances pour améliorer leur robustesse (Lou *et al.*, 1986 ; Cocquempot *et al.*, 1991 ; Chen *et al.*, 1993 ; Ragot *et al.*, 1993),
- découplage de certaines défaillances pour obtenir des résidus structurés (Gertler and Luo, 1989 ; Cassar *et al.*, 1993a ; Gertler *et al.*, 2002) ou directionnels (Gertler and Monajemy, 1993),
- mise en œuvre de méthodes d'optimisation pour le découplage approché (Kinnaert, 1993 ; Gertler and Kunwer, 1995),
- compromis robustesse/sensibilité (Cassar *et al.*, 1992 ; Cassar *et al.*, 1993b ; Staroswiecki *et al.*, 1993a ; Staroswiecki *et al.*, 1993b ; Cassar *et al.*, 1995) : ces derniers problèmes ayant vu une explosion des travaux et des publications vers le début des années 90.

De nombreux articles de synthèse ont été publiés au moment où le cadre linéaire commençait à être bien charpenté (Gertler, 1998 ; Frank, 1990 ; Gertler, 1991 ; Patton and Chen, 1991b ; Patton, 1994). Des extensions de l'approche de redondance analytique dynamique aux problèmes non linéaires ont été réalisées en considérant des modèles non

linéaires polynomiaux (Yu *et al.*, 1995; Guernez *et al.*, 1996; Comtet-Varga *et al.*, 1997a; Comtet-Varga *et al.*, 1997b; Guernez *et al.*, 1997a; Guernez *et al.*, 1997b; Staroswiecki and Comtet-Varga, 2000; Staroswiecki and Comtet-Varga, 2001) et en résolvant les problèmes d'élimination par différentes approches (théorie de l'élimination, bases de Gröbner, ensembles caractéristiques, etc ...).

### I.2.3.2 Approches à base d'observateurs de diagnostic

La génération de résidus à base d'observateurs repose sur la reconstruction (complète ou partielle) des sorties d'un système sur la base d'un modèle décrivant le comportement dynamique de ce dernier en situation normale. Le vecteur de résidus est alors formé par la différence entre les sorties mesurées et les sorties estimées.

Dans cette section, on se limitera à présenter :

- les observateurs à entrées inconnues (UIO) récemment proposés par (Chen and Patton, 1999; Patton *et al.*, 2006), cette dernière technique étant une extension du cas classique ;
- les observateurs par placement de structure propre (Duan *et al.*, 1997; Shen *et al.*, 1998; Chen and Patton, 1999).

#### a) Observateurs à entrées inconnues

On s'intéresse à la classe des systèmes linéaires incertains modélisables par la représentation d'état continue suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + E_1d(t) + K_1f(t) \\ y(t) = Cx(t) + K_2f(t) \end{cases} \quad (\text{I.18})$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $y \in \mathbb{R}^m$  et  $u \in \mathbb{R}^l$  dénotent toujours les vecteurs d'état, de mesure et de commande associés au système.  $d \in \mathbb{R}^{g^d}$  est un vecteur d'entrées inconnues désignant l'effet des perturbations et distribué via la matrice  $E_1$  tandis que  $f \in \mathbb{R}^{g^f}$  est un vecteur inconnu représentant l'effet des défauts et distribué via deux matrices constantes  $K_1$  et  $K_2$ . On peut souligner l'absence de bruits de mesure dans la représentation d'état (I.18). En effet, la technique des observateurs à entrées inconnues que l'on présente ici est basée sur l'hypothèse que l'on puisse négliger les perturbations agissant sur le vecteur de sortie (Chen and Patton, 1999).

Le principe des observateurs à entrées inconnues repose sur l'emploi d'une matrice de transformation  $T$  permettant d'obtenir un état projeté<sup>7</sup>

$$z = Tx \quad \text{pour } z \in \mathbb{R}^p$$

découplé des entrées inconnues non mesurables. La méthode consiste alors à estimer l'état découplé à l'aide d'un observateur de structure choisie telle que :

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}(t) = Fz(t) + TBu(t) + Ky(t) \\ \hat{x}(t) = z(t) + Hy(t) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (\text{I.19})$$

---

<sup>7</sup>On s'intéressons ici aux observateurs d'ordre plein d'où  $p = n$ .

La synthèse s'effectue sans prise en compte de contrainte de sensibilité vis-à-vis des défauts. On définit le vecteur de résidus  $r(t)$  tel que

$$r(t) = W (y(t) - \hat{y}(t)) \quad (\text{I.20})$$

où  $W \in \mathbb{R}^{(\dim(r) \times m)}$  représente une matrice de structuration des résidus et on pose  $K = K_1 + K_2$ .

Le problème de synthèse de l'observateur consiste à déterminer les matrices  $F$ ,  $T$ ,  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $H$  et  $W$  tel que l'observateur (I.19) soit stable et tel que  $z(t)$  évolue dans l'espace orthogonal à celui engendré par les entrées inconnues  $d(t)$ . Il est alors montré dans (Chen and Patton, 1999) que ces objectifs sont satisfaits si et seulement si les conditions suivantes sont vérifiées :

$$E_1 = HCE_1 \quad (\text{I.21})$$

$$T = I - HC \quad (\text{I.22})$$

$$F = A - HCA - K_1C \quad (\text{I.23})$$

$$K_2 = FH \quad (\text{I.24})$$

$$\Re(\lambda(F)) < 0 \quad (\text{I.25})$$

Une condition nécessaire et suffisante de l'existence d'une solution à ce problème est que le rang de la matrice  $(CE_1)$  soit égal au rang de  $E_1$  et que la paire  $(C, A_1)$  soit observable tel que :

$$A_1 = (I - HC)A$$

Une solution générale est alors donnée par :

$$H = E_1 (CE_1)^\dagger \quad (\text{I.26})$$

où  $(\bullet)^\dagger$  dénote l'inverse généralisée. La matrice  $F$  régissant la dynamique de l'observateur est alors synthétisée selon l'équation (I.23) où  $K_1$  est déterminé par placement de pôles.

**Remarque I.2** Dans le cas où la paire  $(C, A_1)$  n'est pas observable, la solution générale présentée précédemment ne peut être employée. Une alternative proposée dans (Chen and Patton, 1999) consiste alors à utiliser un changement de base  $P$  tel que :

$$\begin{aligned} PA_1P^{-1} &= \begin{pmatrix} A_{11} & 0 \\ A_{12} & A_{22} \end{pmatrix} \\ CP^{-1} &= (\bar{C} \quad 0) \end{aligned} \quad (\text{I.27})$$

où  $(\bar{C}, A_{11})$  est observable. Sous réserve que  $A_{22}$  soit Hurwitz, la matrice  $F$  peut être obtenue de la façon suivante :

$$\begin{cases} F = A_1 - K_1C = P^{-1} (PAP^{-1} - PK_1CP^{-1})P \\ K_1 = P^{-1}K_p = P^{-1} \begin{pmatrix} K_{1p} \\ K_{2p} \end{pmatrix} \end{cases} \quad (\text{I.28})$$

où  $K_{2p} = M \in \mathbb{R}^{((n-\dim(A_{11})) \times m)}$  est une matrice quelconque et où  $K_{1p}$  est déterminé par placement de pôles.

**Remarque I.3** Dans la littérature, il existe des travaux traitant le cas des observateurs à entrées inconnues pour des systèmes non linéaires. Par exemple, (Boutayeb and Darouach, 1995) propose une approche qui consiste à transformer le système non linéaire initial (satisfaisant la condition de Lipschitz) en un système singulier découplé des entrées inconnues, suivi d'une méthode constructive de synthèse d'observateurs d'ordre plein et d'ordre réduit et cette technique fait appel à la théorie de Lyapunov et aux transformations matricielles. Dans (Henry, 1999), l'approche vise à déterminer une transformation non linéaire  $T(x)$  telle que l'état découplé  $z = T(x)$  évolue dans l'espace orthogonal engendré par les entrées inconnues. La méthode de synthèse de l'observateur est alors basée sur la technique dite des régions LMIs (Linear Matrix Inequality).

### b) Observateurs par placement de structure propre

Dans l'approche précédemment explicitée, la robustesse du vecteur de résidus vis-à-vis des entrées perturbatrices  $d$  est obtenue par projection de l'état  $x$  dans un espace orthogonal aux directions engendrées par l'effet des perturbations. Une autre approche vise à obtenir cette propriété par placement de structure propre de l'observateur.

On considère la structure d'un observateur suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = (A - HC) \hat{x}(t) + Bu(t) + Hy(t) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \\ r(t) = W(y(t) - \hat{y}(t)) \end{cases} \quad (\text{I.29})$$

où  $H \in \mathbb{R}^{(n \times m)}$  représente le gain de l'observateur et  $W \in \mathbb{R}^{(\dim(r) \times m)}$  est une matrice de structuration des résidus.

L'objectif consiste à déterminer ces deux matrices de façon à garantir les objectifs de découplage vis-à-vis des entrées inconnues. Le problème de synthèse de l'observateur consiste alors à déterminer les matrices  $W$  et  $H$  satisfaisant la condition de découplage de  $r$  vis-à-vis de  $d$ , i.e :

$$G_{rd}(s) = WC(sI - A + HC)^{-1} E_1 = 0 \quad (\text{I.30})$$

où  $I$  est une matrice identité de dimension appropriée.

Une première solution, présentée dans (Chen and Patton, 1999), vise à placer les vecteurs propres à droite et à gauche de  $A_c = A - HC$ . En considérant  $v_i$  et  $l_i^T$ ,  $\forall i = 1, \dots, n$ , les vecteurs propres à droite et à gauche de  $A_c$  associés à la valeur propre  $\lambda_i$  de  $A_c$ ,  $G_{rd}(s)$  peut être réécrit comme suit :

$$G_{rd}(s) = \sum_{i=1}^n \frac{WCv_i l_i^T E_1}{s - \lambda_i} \quad (\text{I.31})$$

et le découplage de  $r$  vis-à-vis de  $d$  est possible si et seulement si :

$$WC \left( \sum_{i=1}^n v_i l_i^T \right) E_1 = 0 \iff WCE_1 = 0 \quad (\text{I.32})$$

Le problème de synthèse de  $W$  se pose donc comme un simple problème de recherche de noyau à gauche de matrice.

Une seconde approche, fondée sur la décomposition coprime, est proposée dans (Duan *et.al.*, 1997; Chen and Patton, 1999). L'idée consiste dans un premier temps à effectuer une factorisation coprime à droite de

$$(A^T - \lambda I)^{-1} C^T = N(\lambda)M(\lambda)^{-1} \quad (\text{I.33})$$

puis à calculer les vecteurs de la base du noyau à gauche de la matrice  $CE_1$ , notés  $\xi_j$ ,  $j = 1, \dots, l$  avec  $l = \dim(CE_1)$ . On détermine ensuite les coefficients  $g_i$  pour  $i = 1, \dots, n$  tels que :

$$g_i = (N^T(\lambda_i)N(\lambda_i))^{-1} N^T(\lambda_i) C^T \sum_{j=1}^l \alpha_{ij} \xi_j, \quad i = 1, \dots, p \quad \text{et} \quad \alpha_{ij} \in \mathbb{R} \quad (\text{I.34})$$

$$g_i \quad \text{quelconque} \quad i = p+1, \dots, n$$

Le gain  $H$  de l'observateur est finalement obtenu comme suit :

$$\begin{aligned} H &= T^{-1}Z \\ T &= [t_1, t_2, \dots, t_n]^T \\ Z &= [z_1, z_2, \dots, z_n]^T \\ \left. \begin{aligned} t_i &= g_i^T N^T(\lambda_i) \\ z_i &= g_i^T M^T(\lambda_i) \end{aligned} \right\}, \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (\text{I.35})$$

et la matrice de structuration  $W$  est calculée de façon à ce que ses  $p$  lignes soient définies conformément à la relation suivante :

$$w_i^T = \sum_{j=1}^l \alpha_{ij} \xi_j^T, \quad i = 1, \dots, p \quad (\text{I.36})$$

**Remarque I.4** *Tout comme dans le cas des observateurs à entrées inconnues, les observateurs par placement de structure propre sont soumis à des conditions de rang qui stipulent que le nombre de perturbations pouvant être découplées ne peut être supérieur au nombre de mesures indépendantes disponibles sur le système. Ceci constitue une hypothèse forte pouvant s'avérer difficile à satisfaire dans le cas des systèmes présentant un nombre très important de perturbations exogènes et endogènes.*

### I.2.3.3 Approches par synthèse directe de filtres de diagnostic

Comme le montrent les techniques présentées précédemment, une classe d'approches de synthèse de filtres de diagnostic vise à satisfaire les conditions de découplage parfait données par (I.4). Dans certains cas, il est possible que l'on ne puisse pas atteindre cet objectif et c'est pour cette raison que certaines approches visent à poser la problématique de synthèse de filtres de diagnostic comme un problème de découplage approximatif. Dans

de telles situations, la répartition des niveaux de robustesse et de sensibilité (découplage approximatif) doit être réalisée selon le contexte d'utilisation et le cahier des charges en diagnostic. Le problème de diagnostic consiste alors à construire des signaux indicateurs de défauts qui soient le plus robuste possible vis-à-vis des entrées inconnues (minimisation sous contraintes de type "gain max") et le plus sensible possible vis-à-vis de tout phénomène dont l'effet peut être interprété comme un défaut agissant sur le système (maximisation sous contrainte de type "gain min"), voir (Frank *et.al.*, 2000 ; Hamelin and Sauter, 2000 ; Rambeaux *et.al.*, 2000 ; Henry and Zolghadri, 2005a ; Henry and Zolghadri, 2005b ; Ding, 2008).

Dans les techniques à base de norme  $\mathcal{H}_\infty$  et  $\mathcal{H}_-$ , l'idée de base est de chercher un générateur de résidus satisfaisant les contraintes suivantes :

$$\begin{aligned} \min \begin{matrix} \|T_{rd}\|_\infty \\ \max \|T_{rf}\|_- \end{matrix} & \iff \min \alpha, \max \beta \\ & \text{s.c. } \begin{matrix} \|T_{rd}\|_\infty < \alpha \\ \|T_{rf}\|_- > \beta, \quad \forall \omega \in \Omega_f \end{matrix} \end{aligned} \quad (\text{I.37})$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont les niveaux respectifs de robustesse vis-à-vis de  $d$  et de sensibilité vis-à-vis de  $f$ .  $\|T_{rd}\|_\infty$  représente la norme  $\mathcal{H}_\infty$  du transfert entre le signal indicateur  $r$  et les perturbations  $d$  et  $\|T_{rf}\|_-$  représente la "norme"  $\mathcal{H}_-$ <sup>8</sup> du transfert entre le vecteur  $r$  et les défauts à détecter  $f$ .  $\Omega_f$  représente la zone de fréquences sur laquelle les objectifs de sensibilité sont définis. Typiquement, il s'agit de la zone de fréquences dans laquelle les défauts se manifestent.

Il est clair que pour obtenir un bon niveau de détection,  $\alpha$  doit être le plus petit possible et à l'inverse,  $\beta$  doit être le plus grand possible. Pour résoudre ce problème, deux principales approches ont été proposées. Il s'agit :

1. Des approches à base d'estimateurs robustes  $\mathcal{H}_\infty$  (Basseville and Nikiforov, 1998 ; Agustin *et.al.*, 1999 ; Rank and Niemann, 1999 ; Castro *et.al.*, 2005 ; Henry and Zolghadri, 2006 ; Murray *et.al.*, 2008). Ces dernières reposent sur la synthèse d'un filtre dynamique tel que le signal indicateur de défauts soit une estimation des défauts.
2. Des approches basées sur la génération de résidus (Henry and Zolghadri, 2005a, Henry and Zolghadri, 2005b ; Falcoz *et.al.*, 2008a ; Henry, 2008). Ces approches reposent sur la synthèse conjointe d'un filtre dynamique et de deux matrices de structuration statiques  $M_y$  et  $M_u$  en charge de faire fusionner de façon optimale (au sens  $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_-$ ) les informations issues des chaînes de mesure et des signaux de commande. Dans cette dernière approche, les objectifs de synthèse sont formulés et gérés dans un contexte  $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_-$  permettant, à la différence de la première méthode, une gestion plus aisée du compromis robustesse/sensibilité.

Les objectifs de synthèse sont formulés et gérés au moyen de fonctions de pondération. Par ailleurs, ces techniques sont basées sur l'utilisation des outils de l'algèbre LFT (Beck

---

<sup>8</sup>Par abus de langage, on rencontrera souvent le vocable norme  $\mathcal{H}_-$ . Cependant, il convient de souligner que cette dernière n'est pas une norme car elle ne vérifie pas l'inégalité triangulaire.

*et.al.*, 1996 ; Cockburn and Morton, 1997 ; Varga *et.al.*, 1998 ; Beck and Doyle, 1999 ; Hecker *et.al.*, 2005) qui offrent une grande flexibilité de modélisation et autorisent la prise en compte d'une grande classe d'incertitudes de modèle liée à une mauvaise connaissance des caractéristiques physiques du système (par exemple, variation de masse, inertie, coefficients aérodynamiques, etc...) ou à des dynamiques négligées et/ou mal connues. En ce sens, ces techniques sont une amélioration certaine des techniques présentées précédemment.

**a) Techniques par filtrage  $\mathcal{H}_\infty$**

Dans cette approche à base d'estimateurs robustes  $\mathcal{H}_\infty$ , le problème de diagnostic repose sur la synthèse d'un filtre dynamique tel que le signal indicateur de défauts soit l'estimation des défauts. Pour illustrer ces propos, on considère que le système à surveiller soit décrit par une famille de modèles  $G(s)$  définie par une matrice de transfert  $P(s)$  contenant le modèle nominal  $G_0(s)$ , bouclée par une matrice d'incertitudes  $\Delta(s)$  appartenant à la structure  $\underline{\Delta}$  telle que :

$$\Delta \in \underline{\Delta} := \{ \text{block diag}(\delta_1^r I_{k_1}, \dots, \delta_{m_r}^r I_{k_{m_r}}, \delta_1^c I_{k_{m_r+1}}, \dots, \delta_{m_c}^c I_{k_{m_r+m_c}}, \Delta_1^c, \dots, \Delta_{m_c}^c), \delta_i^r \in \mathbb{R}, \delta_i^c \in \mathbb{C}, \Delta_i^c \in \mathbb{C} \} \quad (\text{I.38})$$

où  $\delta_i^r I_{k_i}$ ,  $i = 1, \dots, m_r$ ,  $\delta_j^c I_{k_{m_r+j}}$ ,  $j = 1, \dots, m_c$  et  $\Delta_l^c$ ,  $l = 1, \dots, m_c$  définissent respectivement les ensembles scalaires répétés réels, complexes et l'ensemble des matrices pleines complexes.

Il est alors montré dans (Niemann and Stoustrup, 1998) que le problème d'estimation de défauts peut se formuler tel que le transfert entre la sortie  $y$  et les entrées  $d$ ,  $f$  et  $u$  peut s'écrire comme suit :

$$y(s) = \mathcal{F}_u(P(s), \Delta(s)) \begin{pmatrix} d(s) \\ f(s) \\ u(s) \end{pmatrix} \quad (\text{I.39})$$

tel que  $d$ ,  $f$  et  $u$  représentent respectivement les vecteurs de perturbations, de défauts et de commande éventuellement délivrés par le régulateur  $K$ .

Les méthodes à base d'estimateurs robustes  $\mathcal{H}_\infty$  visent à construire  $\hat{f}$ , une estimation de  $f$ , par simple filtrage des données entrées/sorties du système soit :

$$\hat{f}(s) = F(s) \begin{pmatrix} y(s) \\ u(s) \end{pmatrix} \quad (\text{I.40})$$

Le problème d'estimation consiste alors à synthétiser le filtre dynamique stable  $F(s)$ ,  $\forall \Delta \in \underline{\Delta} : \|\Delta\|_\infty \leq 1$ , tel que  $\hat{f}$  soit une estimation optimale, au sens de la norme  $\mathcal{H}_\infty$ , du vecteur de défaut  $f$ .

Les objectifs de synthèse en termes de robustesse et de sensibilité sont spécifiés au moyen



de fonctions de pondération objectives  $W_d$  et  $W_f$  telles que :

$$\begin{aligned}\tilde{d}(s) &= W_d(s)d(s) \\ \tilde{f}(s) &= W_f(s)f(s)\end{aligned}\tag{I.41}$$

où  $\tilde{d}$  et  $\tilde{f}$  sont des signaux fictifs introduits pour formuler les objectifs de synthèse.

D'un point de vue pratique,  $W_d$  et  $W_f$  sont obtenus suite à une caractérisation fréquentielle des phénomènes perturbateurs et des défauts (par exemple, analyses spectrales, etc. . . , voir (Henry and Zolghadri, 2006)). Le problème de synthèse du filtre  $F(s)$  est alors formulé comme un problème de minimisation du gain maximal du transfert bouclé des signaux  $\tilde{f}$  et  $\tilde{d}$  vers l'erreur d'estimation  $e$ , soit :

$$\begin{cases} \min \|T_{e\tilde{d}}\|_\infty \\ \min \|T_{e\tilde{f}}\|_\infty \end{cases}, \quad \forall \Delta \in \underline{\Delta} : \|\Delta\|_\infty \leq 1\tag{I.42}$$

ou de façon équivalente :

$$\begin{cases} \min \alpha & \text{s.c. } \|T_{e\tilde{d}}\|_\infty < \alpha \\ \min \beta & \text{s.c. } \|T_{e\tilde{f}}\|_\infty < \beta \end{cases}, \quad \forall \Delta \in \underline{\Delta} : \|\Delta\|_\infty \leq 1\tag{I.43}$$

telle que  $T_{e\tilde{d}}$  et  $T_{e\tilde{f}}$  représentent respectivement les transferts bouclés de  $e$  vers  $\tilde{d}$  et de  $e$  vers  $\tilde{f}$ .  $\alpha$  et  $\beta$  sont deux scalaires positifs introduits de façon à gérer séparément les objectifs de robustesse et de sensibilité respectivement.

Le problème peut finalement être résolu à l'aide des techniques d'optimisation SDP (Semi Definite Programming).

### b) Techniques $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_-$ de génération de résidus

Une autre solution, proposée dans (Henry and Zolghadri, 2005a, Henry and Zolghadri, 2005b; Henry and Zolghadri, 2006), vise à résoudre le problème d'optimisation min/max. La méthode considérée vise à synthétiser un vecteur de résidus structurés  $r(t)$  de telle sorte que l'effet des défauts sur  $r(t)$  soit maximisé au sens de la norme  $\mathcal{H}_-$  tout en minimisant l'influence des perturbations endogènes et/ou exogènes au sens de la norme  $\mathcal{H}_\infty$ . Le vecteur de résidus est alors défini tel que :

$$\begin{aligned}r(s) &= M_y y(s) + M_u u(s) - F(s) \begin{pmatrix} y(s) \\ u(s) \end{pmatrix} \\ y(s) &= \mathcal{F}_u(P(s), \Delta(s)) \begin{pmatrix} d(s) \\ f(s) \\ u(s) \end{pmatrix}\end{aligned}\tag{I.44}$$

$\Delta$  représente les incertitudes de modèle définies conformément à (I.38).  $M_y$  et  $M_u$  représentent les matrices de structuration de dimensions appropriées dont le rôle est de produire un mélange optimal des mesures et des signaux de commande disponibles sur le système.

On cherche alors simultanément  $M_y$ ,  $M_u$  et la réalisation d'état du filtre dynamique  $F(s)$  telle que l'influence des perturbations  $d$  sur le vecteur de résidus  $r$  soit minimisée et l'influence des défauts  $f$  sur  $r$  soit simultanément maximisée. Ces objectifs sont formulés de la façon suivante :

$$\min \gamma_1 \quad \text{s.c.} \quad \|T_{d \rightarrow r}\|_\infty < \gamma_1, \quad \forall \omega \in \Omega \quad (\text{I.45})$$

$$\max \gamma_2 \quad \text{s.c.} \quad \|T_{f \rightarrow r}\|_- > \gamma_2, \quad \forall \omega \in \Omega \quad (\text{I.46})$$

où  $T_{d \rightarrow r}$  et  $T_{f \rightarrow r}$  représentent les transferts bouclés entre  $d$  et  $r$  et entre  $f$  et  $r$  respectivement.  $\Omega$  représente la plage des pulsations sur laquelle l'énergie des défauts est concentrée.

En se référant aux spécifications (I.45) et (I.46), on pourra remarquer que plus  $\gamma_1$  sera petit (i.e., une forte atténuation des perturbations sur le vecteur de résidus) et plus  $\gamma_2$  sera grand (i.e., une forte amplification de l'effet des défauts sur le vecteur de résidus), meilleurs seront les performances du filtre de diagnostic.

Les objectifs de synthèse en termes de robustesse et de sensibilité sont spécifiés au moyen de fonctions de pondération  $W_d$  et  $W_f$  telles que :

$$\begin{aligned} \tilde{d}(s) &= W_d(s)d(s) \\ \tilde{f}(s) &= W_f(s)f(s) \end{aligned} \quad (\text{I.47})$$

où  $\tilde{d}$  et  $\tilde{f}$  sont des signaux fictifs introduits pour formuler les objectifs de synthèse.

Après transformation de la contrainte de maximisation donné par (I.46) en un problème de minimisation fictif  $\mathcal{H}_\infty$  (voir (Henry and Zolghadri, 2005a ; Henry and Zolghadri, 2006) pour de plus amples détails), le triplet  $(M_y, M_u, F)$  est obtenu par résolution d'un problème SDP.

## I.2.4 Localisation de défauts

Dans les paragraphes précédents, nous avons explicité les grands courants méthodologiques en synthèse de filtres de diagnostic à base de modèles. Ce qui peut paraître comme un panorama de méthodes diverses et variées, n'est en réalité qu'un éventail de manières de poser le problème. En effet, quelle que soit l'approche, l'idée reste toujours la même : filtrer les signaux entrées/sorties pour générer des signaux indicateurs de défauts qui ont toutes les propriétés souhaitables pour faire d'eux de "bons" signaux permettant de détecter tout type de défaut avec des taux de fausses alarmes et de non détection les plus faibles possibles.

Dans le processus de surveillance, détecter n'est pas la seule tâche que l'on doit satisfaire. On se doit également de localiser l'origine des défauts. Dans la communauté FDI, cette problématique s'aborde comme la structuration des résidus de telle sorte que leurs signatures soient caractéristiques d'un sous-ensemble de défauts, parfaitement identifiées et uniques.

Dans les paragraphes qui vont suivre, on se propose d'explicitier les courants méthodologiques de la communauté FDI qui visent à aborder le problème de localisation de défauts. L'objectif visé est de justifier les orientations que l'on va prendre dans les chapitres suivants de ce mémoire.

Le problème de localisation de défauts a fait l'objet de nombreuses études dans le cadre des systèmes linéaires (Massoumnia *et al.*, 1989 ; Liu and Si, 1997 ; Shumsky, 1999). De façon générale, le but est de former un ensemble de résidus qui dépend *a priori* de  $N$  défauts, soit :

$$r_i = h(f_1, f_2, \dots, f_N) \quad \text{tel que } i \in [1, N] \quad (\text{I.48})$$

où  $f_i$  représente un défaut et  $h$  est une fonction dite d'évaluation des résidus dans le cas des perturbations endogènes et exogènes nulles. Le problème de localisation se ramène alors à une méthode d'élimination. Dans la littérature FDI, on distingue deux grands principes :

1. Les résidus directionnels.
2. Les résidus structurés.

#### I.2.4.1 Les résidus directionnels

L'idée de cette méthode est de générer un résidu sous la forme d'un vecteur de sorte qu'en cas de présence d'un défaut sur le système, ce vecteur s'oriente suivant une direction privilégiée. L'étape de localisation de défauts consiste alors à déterminer, parmi les différentes directions prédéfinies, laquelle est la plus proche de celle engendrée par le vecteur de résidus. Ainsi, l'objectif est de prédéfinir des directions de défauts les plus distinctes possibles afin d'obtenir de bonnes performances de localisation.

En présence d'un défaut  $f_i(t)$ , le vecteur de résidus directionnels  $r(t)$  s'exprime alors sous la forme :

$$r(t/f_i) = \gamma_i(t)\rho_i \quad (\text{I.49})$$

tel que  $i = 1, \dots, N$ .

$\rho_i$  est un vecteur appelé signature directionnelle du  $i^{\text{ème}}$  défaut dans l'espace des résidus et  $\gamma_i(t)$  est une fonction scalaire qui dépend de la "taille" et de la dynamique du défaut. La tâche de la localisation du défaut se réduit alors à la détermination de la signature théorique la plus proche de la signature réelle obtenue. Ce problème se formule comme suit :

$$f_i = \operatorname{argmin}_{\rho_i} \{ \cos(\rho_i, r) \} \quad (\text{I.50})$$

tel que :

$$\cos(\rho_i, r) = \frac{\sum_{j=1}^N (\rho_i)_j r_j}{\sum_{j=1}^N (\rho_i)_j^2 \sum_{j=1}^N (r_j)^2} \quad (\text{I.51})$$

**Remarque I.5** Dans la pratique, la signature  $r$  ne coïncide pas exactement avec une signature directionnelle  $\rho_i$ . Cela est dû au fait que les résidus ne sont pas parfaitement robustes aux erreurs de modèles et aux perturbations.

#### I.2.4.2 Les résidus structurés

Le principe de l'approche par résidus structurés consiste à avoir un ensemble de résidus dans lequel chaque résidu est sensible à un sous-ensemble de différents défauts et robuste par rapport aux défauts restants. Ainsi, lorsqu'un défaut apparaît, seul un sous-ensemble de résidus réagit. Cette méthode est largement utilisée dans la pratique car le principe de la méthode est très simple : les informations de sensibilité et de robustesse des différents résidus sont représentées dans une matrice binaire ou booléenne, appelée matrice de signatures. Celle-ci est construite de la façon suivante : lorsque le  $i^{\text{ème}}$  résidu  $r_i$  est sensible (respectivement robuste) au  $j^{\text{ème}}$  défaut  $f_j$ , alors la valeur «1» (respectivement «0») est affectée à la coordonnée  $(i, j)$  de la matrice de signatures.

L'ensemble des résidus structurés est construit en respectant la procédure suivante :

1. On fixe la matrice de signatures que l'on souhaite obtenir.
2. On construit un vecteur de résidus ayant les propriétés de sensibilité et de robustesse désirées.
3. Si on obtient un vecteur de résidus n'ayant pas les propriétés imposées par la matrice de signatures, alors de nouvelles spécifications de sensibilité et de robustesse doivent être envisagées.

De façon générique, on peut distinguer deux grandes stratégies : la stratégie DOS pour Dedicated Observer Scheme et la stratégie GOS pour Generalized Observer Scheme (terminologies inspirées des structures dédiées à base d'observateurs).

##### a) Stratégie DOS

Dans cette stratégie, le but est de synthétiser autant de filtres de diagnostic que de défauts de telle façon que chacun de ces filtres permette la génération d'un résidu insensible à tous les défauts sauf un. Ainsi, l'occurrence du défaut est indiquée par le résidu qui lui est associé. Le problème revient donc à traiter tous les défauts sauf un, comme des nuisances. La matrice de signatures définie correspond donc à la structure de la matrice identité.

##### b) Stratégie GOS

Dans cette stratégie, le but est de synthétiser autant de filtres de diagnostic que de défauts de telle sorte que chaque résidu engendré soit insensible à un seul défaut et sensible à tous les autres défauts. Le problème revient donc à traiter un défaut seul comme une nuisance. Ainsi, l'occurrence d'un défaut est indiquée par tous les résidus à l'exception de celui qui lui est associé.

## I.2.5 Conclusion et limitations des approches de diagnostic de la communauté FDI

Dans cette première partie du chapitre, nous nous sommes intéressés aux techniques de génération de signaux indicateurs de défauts à base de modèles de la communauté FDI ainsi qu'aux techniques de localisation couramment rencontrées dans cette communauté. Ces techniques utilisent des modèles dynamiques du système surveillé et parfois un modèle (plus ou moins précis) des perturbations endogènes et/ou exogènes. Ce tour d'horizon n'est certes pas complet, étant donné le large spectre de méthodes et techniques existantes dans la littérature sur ce sujet. Le choix a porté sur les techniques jugées les plus répandues et qui ont été souvent utilisées dans différents secteurs d'application. Même si chaque méthode présentée possède ses propres caractéristiques, il convient de conclure qu'il existe une équivalence entre les différentes techniques et qu'il serait très réducteur d'y voir des méthodes bien distinctes. Nous avons ensuite explicité comment ces techniques étaient utilisées pour satisfaire aux objectifs de localisation.

La limitation majeure de ces approches concerne le cas des défauts multiples. Rares sont, en effet, les techniques qui permettent de satisfaire complètement les contraintes qu'imposent la localisation des défauts multiples sur des systèmes complexes et de grande dimension. Nous le comprenons bien : prenons par exemple le cas de la stratégie DOS - Comment espérer synthétiser un filtre dont les résidus évolueraient dans un espace orthogonal à tous les défauts capteurs et actionneurs d'un système de grande dimension sauf un ?

Pour palier ce problème, la méthode la plus répandue de la communauté FDI est la technique dite "column-matching", initialement proposée par (Gertler, 1998) et reprise depuis par de nombreux auteurs.

Soit un vecteur binaire  $S_{f_k}$  traduisant la signature quelconque d'une faute  $f_k$  donnée. L'ensemble des vecteurs  $S_{f_i}, \forall i = 1, \dots, N$  ayant été disposé sous forme matricielle (Il s'agit donc de la matrice de signatures des fautes), la démarche consiste à comparer le vecteur  $S_r$  suivant définissant la signature observée des résidus à la matrice de signatures des fautes.

$$S_r = (0 \text{ si résidu nul idéalement ou } 1 \text{ sinon, } \forall i = 1, \dots, N)^T$$

Un ensemble de fautes  $F$  pouvant expliquer les défauts est alors déterminé tel que  $\forall f_i \in F, S_r = S_{f_i}$ . La procédure de localisation repose donc sur un balayage exhaustif des colonnes de la matrice de signatures.

Il est important de souligner que les hypothèses fortes de cette technique sont :

- **L'hypothèse de non compensation** : L'effet d'une faute sur les résidus ne pourra être masqué par l'effet d'une ou plusieurs autres fautes. Ainsi, un ou plusieurs défauts entraîneront une variation du comportement des résidus dans lesquels ils sont

engagés. Cette hypothèse permet d'introduire l'hypothèse qui suit.

- **L'hypothèse d'exonération** : Les défauts qui n'affectent pas le comportement des résidus (i.e., résidus idéalement nuls) sont exonérés, autrement dit, ces défauts sont supposés ne pas apparaître dans l'espace de diagnostic.

Bien que cette approche soit simple de mise en œuvre, elle est d'une grande complexité calculatoire car exponentielle au nombre de défauts. En effet, si l'on note  $N$  le nombre de défauts simples, alors l'algorithme doit balayer  $(2^N - 1)$  cas, ce qui limite son utilisation pratique. Cette remarque ainsi que les hypothèses annoncées précédemment, légitiment selon nous les paragraphes suivants qui visent à identifier les principaux courants méthodologiques de la communauté DX.

## I.3 Méthodes de diagnostic de la communauté DX

### I.3.1 Position du problème

Pour cette communauté, le terme "modèle" est employé par opposition aux connaissances associationnistes<sup>9</sup>. Les connaissances incluses dans ces modèles décrivent la structure du système à diagnostiquer (connexions entre les composants) et son comportement (obtenu par composition à partir des comportements des différents composants du système). Ces connaissances structurelles sont en général exprimées sous la forme de contraintes entre les variables physiques. Pour effectuer un diagnostic, l'idée consiste à comparer le comportement réel du système tel qu'il peut être observé et le comportement attendu tel qu'il peut être prédit grâce aux modèles de bon comportement. Si ces modèles sont corrects, dans le sens où ils sont effectivement vérifiés par un système en bon fonctionnement, toute contradiction entre les observations et les prédictions déduites des modèles est nécessairement la manifestation de la présence d'un ou de plusieurs défauts.

Il convient de souligner que même si les méthodes DX traitent le problème de diagnostic dans son ensemble (i.e., la détection et la localisation de défauts), ces techniques sont surtout reconnues pour leurs fortes capacités de localisation, y compris dans le cas des défauts multiples. Par conséquent, quel que soit le type de défauts (capteurs, actionneurs ou systèmes) et la nature de défauts (simples ou multiples), ces techniques répondent à la problématique de diagnostic visée par les travaux présentés dans ce mémoire.

### I.3.2 Théorie logique du diagnostic

La méthodologie que l'on se propose de présenter dans ce paragraphe est développée dans le contexte de l'algèbre logique du premier ordre. Il existe une formulation dans un cadre propositionnel que l'on se propose de souligner dans une remarque à la fin de cette

---

<sup>9</sup>Les connaissances associationnistes sont issues d'une expertise relative aux relations entre symptômes observés et causes de dysfonctionnement. Cette connaissance heuristique est le plus souvent codée sous la forme de règles associant les causes aux symptômes.

section.

Comme nous l'avons souligné, l'idée fondamentale consiste à comparer le comportement réel du système tel qu'il peut être observé par l'intermédiaire de capteurs et son comportement attendu tel qu'il peut être prédit grâce aux modèles de bon comportement. Toute contradiction entre les observations et les prédictions déduites des modèles est nécessairement pour la manifestation d'un ou plusieurs défauts. Ce type de raisonnement par l'absurde où un défaut est, par définition, n'importe quoi d'autre que le comportement attendu, s'avère être une méthode qui est logiquement fondée. En effet, la détection de défaut par réfutation du bon comportement prédit est un raisonnement logiquement correct contrairement à la détection de défaut par corroboration avec un mauvais comportement prédit.

Les contradictions entre observations et prédictions ne se contentent pas de manifester la présence de défauts (étape de détection) mais renseignent aussi sur la localisation de ces défauts. Il suffit pour cela d'utiliser les prédictions préalablement enregistrées qui mènent aux contradictions en question : si une prédiction a été faite en utilisant les modèles de bon comportement d'un sous-ensembles de composants et qu'elle est en contradiction avec une observation, c'est donc (raisonnement par l'absurde) que ces composants ne peuvent être tous correct et que l'un d'eux est nécessairement défectueux ; on dit que ces composants forment un conflit. Plus on effectue d'observations, plus on a de chances d'obtenir des contradictions avec les prédictions et donc de générer de nouveaux conflits. En recoupant ces conflits, on affine progressivement la localisation du ou des défauts.

La détection de conflits constitue donc la première phase du diagnostic. La seconde phase consiste à engendrer des hypothèses sur les modes de fonctionnement des composants qui rendent compte de tous les conflits, c'est-à-dire de toutes les contradictions détectées. Logiquement, cela signifie le changement d'hypothèses de fonctionnement correct de certains composants en une hypothèse de dysfonctionnement de manière à ce que toutes les contradictions disparaissent c'est-à-dire qu'il n'y ait plus de conflit. Un ensemble de composants qui, cessant d'être supposés corrects, rétablit la cohérence avec les observations est précisément appelé un diagnostic.

Le cadre théorique global du diagnostic logique a été initialement établi par (Reiter, 1987), puis étendu et généralisé par (De Kleer and Williams, 1987). Dans cette approche, on modélise un système comme une paire (DS, COMPS) où DS<sup>10</sup>, la description du système, désigne un ensemble de formules de la logique des prédicats du premier ordre avec égalité et où COMPS<sup>11</sup>, les composants du système, représente un ensemble fini de constantes.

Un ensemble d'observations OBS<sup>12</sup> est alors un ensemble de formules du premier ordre avec égalité.

---

<sup>10</sup>Description System

<sup>11</sup>COMPonentS

<sup>12</sup>OBServation

Les éléments de COMPS, qui sont les objets du diagnostic, figurent dans DS et éventuellement dans OBS. En effet, si par exemple, un capteur peut faire l'objet d'un diagnostic, il sera déclaré comme composant.

L'ensemble DS inclut un prédicat unaire noté AB<sup>13</sup> relatif à un fonctionnement anormal. Ainsi, pour un composant  $c$  particulier de COMPS,  $\neg AB(c)$  signifie que le composant  $c$  fonctionne correctement.

Il en résulte donc qu'un système observé est un triplet (DS, COMPS, OBS) où (DS, COMPS) est un système et où OBS désigne un ensemble d'observations.

Pour  $\Delta \subseteq \text{COMPS}$ , soit  $D(\Delta)$  tel que :

$$D(\Delta) = \{AB(c) | c \in \Delta\} \cup \{\neg AB(c) | c \in \text{COMPS} \setminus \Delta\} \quad (\text{I.52})$$

**Définition I.1 (Diagnostic)**

Un diagnostic pour un système observé (DS, COMPS, OBS) est défini comme un ensemble de composants tel que  $DS \cup \text{COMPS} \cup \{D(\Delta)\}$  est satisfiable (On dit que la formule  $DS \cup \text{COMPS} \cup \{D(\Delta)\}$  est consistante).

En effet, un système fonctionnant correctement est défini par :

$$\alpha = DS \cup \{\neg AB(c) | c \in \text{COMPS}\} \quad (\text{I.53})$$

Le système est en défaut si les observations et les valeurs prédites par le modèle sont en désaccord, autrement dit, l'expression  $\alpha \cup \text{OBS}$  devient inconsistante. Elaborer un diagnostic revient à retirer certaines hypothèses de fonctionnement correct de composants de manière à rendre consistante la relation précédente.

Lorsqu'aucune confusion n'est possible, on identifiera le diagnostic  $D(\Delta)$ , qui est une conjonction, avec  $\Delta$  qui est un ensemble de composants. Comme il y a potentiellement  $2^{|\text{COMPS}|}$  diagnostics possibles, on est conduit à appliquer un principe de parcimonie fondé sur la notion de diagnostic minimal<sup>14</sup>.

**Définition I.2 (Diagnostic minimal)**

Un diagnostic minimal est un diagnostic  $D(\Delta)$  tel que  $\forall \Delta' \subset \Delta, D(\Delta')$  n'est plus un diagnostic.

Le calcul des diagnostics s'effectue par la génération des conflits. Rappelons que si une prédiction a été faite en utilisant les modèles de bon comportement de composants et qu'elle est en contradiction avec une observation, c'est donc que les composants ne peuvent être tous correct et que l'un d'eux est nécessairement défectueux ; on dit que ces composants

---

<sup>13</sup>ABnormal

<sup>14</sup>La notion de diagnostic minimal se base sur le principe qu'un composant est présumé correct tant qu'aucun soupçon ne le remet en cause (Raiman, 1982).



forment un conflit. Un conflit est donc un ensemble de composants  $C \subseteq \text{COMPS}$  entraînant une inconsistance de l'expression suivante :

$$DS \cup OBS \cup \{\neg AB(c) \mid c \in \text{COMPS}\}$$

**Définition I.3 (R-conflit)**

Un *R-conflit*<sup>15</sup> pour un système observé  $(DS, \text{COMPS}, OBS)$  est un ensemble de composants  $C \subseteq \text{COMPS}$  tel que  $DS \cup OBS \cup \{\neg AB(c) \mid c \in C\}$  n'est pas satisfiable ou consistant.

**Définition I.4 (R-conflit minimal)**

Un *R-conflit minimal* est un conflit n'incluant aucun autre *R-conflit* (minimalité de l'inclusion ensembliste des *R-conflits*). On peut également interpréter un *R-conflit* de la manière suivante : "au moins un des composants du *R-conflit* est défaillant".

L'analyse des *R-conflits* minimaux permet d'engendrer tous les diagnostics minimaux d'un système observé. Cette analyse s'appuie sur la notion d'ensemble échantillon (traduction libre du terme anglo-saxon "hitting set").

**Définition I.5 (Ensemble échantillon)**

Soit un ensemble  $C$  de *R-conflits* minimaux, alors  $H \subseteq \text{COMPS}$  est un ensemble échantillon si et seulement si  $\forall c \in C, c \cap H \neq \emptyset$ .

**Définition I.6 (Ensemble échantillon minimal)**

Un ensemble échantillon est dit *minimal* s'il ne contient aucun sous-ensemble qui soit lui-même un ensemble échantillon.

La proposition suivante découle alors des concepts précédents (voir (Reiter, 1987) pour de plus amples détails) :

**Proposition I.1 (Reiter, 1987)**

Un diagnostic minimal pour le système observé  $(DS, \text{COMPS}, OBS)$  est un ensemble échantillon minimal de l'ensemble des *R-conflits* minimaux du système  $(DS, \text{COMPS}, OBS)$ .

De cette proposition, il vient donc qu'établir un diagnostic minimal pour un système observé revient à calculer l'ensemble échantillon minimal de l'ensemble des *R-conflits* minimaux du système  $(DS, \text{COMPS}, OBS)$ . Nous insistons sur cette procédure car nous allons voir dans le chapitre 2 que c'est sur ce principe que repose les travaux que nous nous proposons de développer dans ce mémoire.

Il existe dans la littérature plusieurs types d'algorithmes pour calculer les ensembles échantillon, notamment le HS-tree présenté dans (Reiter, 1987) dont la version corrigée, appelée HS-dag, est proposée par (Greiner *et al.*, 1989). (Lin and Jiang, 2003) propose également un algorithme basé sur l'algèbre booléenne. Dans cette approche, les conflits sont représentés sous forme normale conjonctive dont tous les atomes sont négatifs, les atomes représentant les composants du système.

---

<sup>15</sup>Cette dénomination provient des travaux de (Reiter, 1987) car on définit là un conflit au sens de Reiter.

**Remarque I.6** Comme nous l'avons précisé précédemment, il existe une formulation dans un contexte "calcul propositionnel" du problème de recherche de diagnostic minimaux (voir par exemple les travaux de (Pucel, 2008)). Dans cette approche, le modèle observé  $(DS, COMPS, OBS)$  admet la même définition que celle proposée dans les paragraphes précédents. Le formalisme du calcul propositionnel permet alors d'établir une démarche très similaire à celle présentée précédemment. Ainsi, en définissant  $\mathcal{D}(C_1, C_2)$  comme la conjonction

$$\mathcal{D}(C_1, C_2) = \left( \bigwedge_{c \in C_1} AB(c) \right) \wedge \left( \bigwedge_{c \in C_2} \neg AB(c) \right) \text{ tel que } C_1 \cap C_2 = \emptyset \quad (\text{I.54})$$

où  $C_1 \subseteq COMPS$  et  $C_2 \subseteq COMPS$  sont deux ensembles de composants, il vient que la proposition  $\mathcal{D}(\Delta, COMPS \setminus \Delta)$  est un diagnostic de  $(DS, COMPS, OBS)$  si et seulement si la proposition suivante est satisfiable :

$$DS \cup OBS \cup \mathcal{D}(\Delta, COMPS \setminus \Delta)$$

tel que  $\Delta \subseteq COMPS$  soit un ensemble de composants suspects. Ainsi, de façon très similaire à la définition I.2,  $\mathcal{D}(\Delta, COMPS \setminus \Delta)$  est un diagnostic minimal si et seulement si  $\forall \Delta' \subset \Delta$ ,  $\mathcal{D}(\Delta', COMPS \setminus \Delta')$  n'est pas un diagnostic.

### I.3.3 Approche floue du diagnostic

La méthodologie proposée par (Weber *et.al.*, 1999), est basée sur une approche de type logique floue. Une hypothèse forte de cette technique est la dépendance logique entre les signatures des défauts simples et celles des défauts multiples. Autrement dit, la signature associée aux défauts multiples est définie comme une combinaison OU des signatures associées aux défauts simples. La méthodologie est basée sur la structure de la matrice d'incidence qui n'est rien d'autre que la matrice de signatures (booléenne).

Pour formaliser l'approche, on considère  $D$  une matrice d'incidence, composée de  $M$  signaux indicateurs de défauts et  $N$  défauts telle que la  $j^{\text{ème}}$  colonne de la matrice  $D$  représente la signature du  $j^{\text{ème}}$  défaut vis-à-vis des  $M$  signaux et la  $i^{\text{ème}}$  ligne de la matrice  $D$  correspond à la caractéristique du  $i^{\text{ème}}$  signal vis-à-vis des  $N$  défauts, soit :

$$D = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 0 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{I.55})$$

Sous l'hypothèse des défauts simples, la méthodologie proposée par les auteurs vise à tester la cohérence des colonnes de  $D$  par rapport aux conclusions tirées de l'observation du comportement des signaux indicateurs de défauts selon les règles floues de type :

**SI** signal indicateur 1 est différent de 0

**ET** signal indicateur 2 est proche de 0

**ET** ...

**ALORS** le défaut  $f_k$  est **VRAI**

Comme souligné par les auteurs, cette approche ne permet malheureusement pas de diagnostiquer les défauts multiples. Pour palier à ce problème, les auteurs proposent la démarche suivante.

Soit  $s_k$  un signal indicateur de défaut et soit  $f_j$  un défaut caractérisé par quatre attributs :

- **Occurrence (Occ)** : Un défaut est présent dans le système.
- **Hypothèse de simultanéité (Sim-Hyp)** : Hypothèse qu'un autre défaut  $f_k$ ,  $k \neq j$  existe.
- **Simultanéité (Sim)** : Plusieurs défauts simultanés.
- **Simple (Sig)** : Défaut simple uniquement.

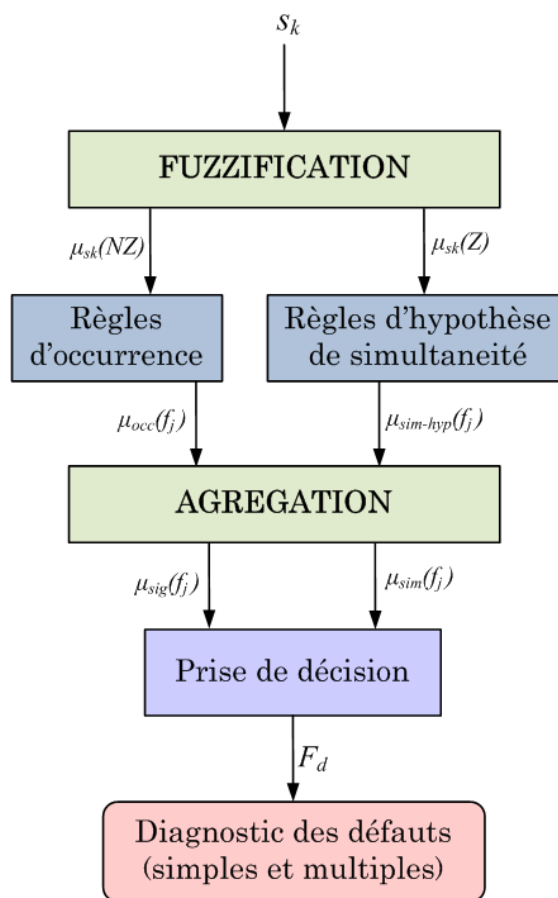


FIG. I.2 – Stratégie de diagnostic basée sur une approche floue

Le diagnostic des défauts (simples et multiples) est réalisé en différentes étapes telles que l'illustre la figure I.2. Le raisonnement est fait sur chaque signal indicateur de défauts  $s_k$  indépendamment des autres. La démarche utilise la matrice d'incidence  $D$  pour établir des propriétés d'appartenance VRAI ou FAUX aux attributs précédemment définis. Cette démarche est la suivante :

1. La première étape de la méthode est une étape de fuzzification tel que  $s_k$  appartienne à deux ensembles flous notés NZ (pour Non Zéro) et Z (pour Zéro) moyennant les

fonctions d'appartenance respectives  $\mu_{s_k}(NZ)$  et  $\mu_{s_k}(Z)$  (voir la figure I.3 pour une illustration).

2. La deuxième étape consiste à déterminer la véracité de l'attribut **Occurrence** pour un défaut  $f_j$  en utilisant des règles d'occurrence (notées "Occ") construites sur la connaissance relative des éléments binaires égaux à "1" dans la matrice d'incidence.
3. La troisième étape consiste à calculer la véracité de l'attribut **Hypothèse de simultanéité** pour le défaut  $f_j$  avec un autre défaut  $f_k$  tel que  $k \neq j$ , en utilisant des règles "Sim-Hyp" construites sur la connaissance relative des éléments binaires égaux à "0" dans la matrice d'incidence. A ce stade précis, la simultanéité du défaut  $f_j$  avec un autre défaut  $f_k$  tel que  $k \neq j$ , n'est qu'une hypothèse qui doit être vérifiée.
4. La quatrième étape permet la distinction entre l'apparition d'un défaut simple et l'apparition simultanée de plusieurs défauts. Ce travail est réalisé par le calcul des attributs **Simultanéité**, notés Sim (pour les défauts multiples) et **Simple**, notés Sig (pour les défauts simples) grâce à l'agrégation des attributs des étapes 2 et 3.
5. La dernière étape consiste en la décision finale de diagnostic.

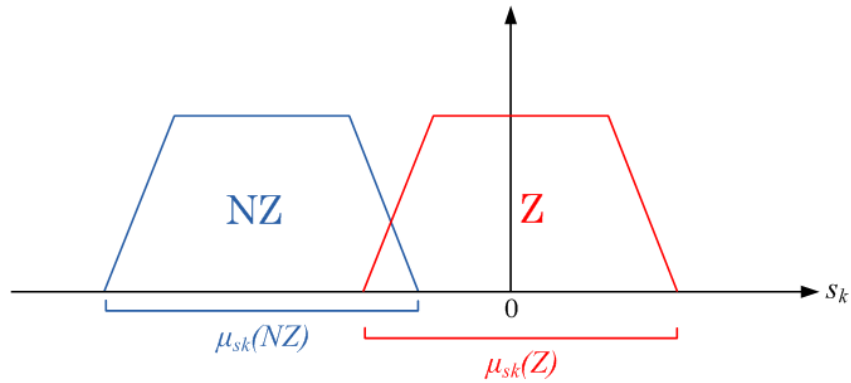


FIG. I.3 – Définition des fonctions d'appartenance associées aux 2 ensembles flous du signal  $s_k$

### I.3.3.1 Définition des règles d'attribution

Les règles d'attribution "Occ" et "Sim-Hyp" sont définies de la façon suivante :

► **Règles d'occurrence : Fonction associée à l'apparition d'un défaut**

Soit  $D(i, j)$  la signature de la matrice d'incidence associée au  $i^{\text{ème}}$  signal indicateur de défauts et au  $j^{\text{ème}}$  défaut. Si le défaut  $f_j$  apparaît et si le signal  $s_i$  appartient à l'ensemble NZ, alors  $D(i, j) = 1$ . Par contre, si  $D(i, j) = 0$ , le signal  $s_i$  ne donne aucune information sur l'apparition du défaut  $f_j$  car  $s_i$  peut appartenir à l'ensemble NZ et un autre défaut  $f_k$  tel que  $k \neq j$  avec  $D(i, k) = 1$ , peut affecter le système.

L'algorithme, proposé par les auteurs, permet de mettre en évidence l'apparition d'un défaut :

**SI**  $s_i$  est NZ **ET**  $D(i, j) = 1$   
**ET** ...  
**ET**  $s_M$  est NZ **ET**  $D(M, j) = 1$   
**ALORS**  $\text{Occ}(f_j)$  est **VRAI**  
**SINON**  $\text{Occ}(f_j)$  est **FAUX**

tel que les degrés d'appartenance de  $\text{Occ}(f_j)$  à VRAI et à FAUX soient donnés par :

$$\mu_{\text{Occ}(f_j)}(\text{VRAI}) = \min_{\substack{i=1, \dots, M \\ D(i, j)=1}} (\mu_{s_i}(\text{NZ})) \quad (\text{I.56})$$

$$\mu_{\text{Occ}(f_j)}(\text{FAUX}) = \max_{\substack{i=1, \dots, M \\ D(i, j)=1}} (\mu_{s_i}(Z)) \quad (\text{I.57})$$

► **Règles d'hypothèse de simultanéité : Fonction caractérisant l'apparition de défauts multiples**

La combinaison logique OU entre les signatures des défauts simples et celles des défauts multiples entraîne la conservation des "1" associés aux défauts simples dans la matrice d'incidence. La solution consiste donc à utiliser les informations associées aux "0" de la matrice d'incidence. Par conséquent, l'hypothèse de simultanéité est vérifiée si au moins un des signaux  $s_i$  tel que  $D(i, j) = 0$  est affecté de manière significative (c'est-à-dire, ayant un fort degré d'appartenance à NZ).

1. L'apparition des défauts multiples est donc définie d'après les règles d'hypothèse de simultanéité données dans l'algorithme suivant :

**SI**  $s_i$  est NZ **ET**  $D(i, j) = 0$   
**OU** ...  
**OU**  $s_M$  est NZ **ET**  $D(M, j) = 0$   
**ALORS**  $\text{Sim-Hyp}(f_j)$  est **VRAI**

tel que le degré d'appartenance de  $\text{Sim-Hyp}(f_j)$  à VRAI est donné par :

$$\mu_{\text{Sim-Hyp}(f_j)}(\text{VRAI}) = \max_{\substack{i=1, \dots, M \\ D(i, j)=0}} (\mu_{s_i}(\text{NZ})) \quad (\text{I.58})$$

2. Inversement, si aucun signal  $s_i$  tel que  $D(i, j) = 0$  n'est affecté, alors il vient qu'aucune combinaison de plusieurs défauts n'est possible. Ainsi,  $\text{Sim-Hyp}(f_j)$  est déclaré faux moyennant l'algorithme suivant :

**SI**  $s_i$  est Z **ET**  $D(i, j) = 0$   
**ET**  $s_M$  est Z **ET**  $D(M, j) = 0$   
**ALORS**  $\text{Sim-Hyp}(f_j)$  est **FAUX**

tel que le degré d'appartenance de  $\text{Sim-Hyp}(f_j)$  à FAUX est déterminé par :

$$\mu_{\text{Sim-Hyp}(f_j)}(\text{FAUX}) = \min_{\substack{i=1,\dots,M \\ D(i,j)=0}} (\mu_{s_i}(Z)) \quad (\text{I.59})$$

### I.3.3.2 La phase d'agrégation

La phase d'agrégation consiste à combiner les résultats des deux étapes précédentes afin de déterminer si le défaut est unique ou s'il existe un ensemble de plusieurs défauts. Cette étape permet de définir les attributs "Sig" et "Sim" comme suit :

1. Un défaut  $f_j$  apparaît simultanément avec un ou plusieurs autres défauts si et seulement si l'hypothèse de simultanéité est vraie et si l'attribut "Occurrence" est vrai, i.e :

**SI**  $\text{Occ}(f_j)$  est **VRAI**  
**ET**  $\text{Sim-Hyp}(f_j)$  est **VRAI**  
**ALORS**  $\text{Sim}(f_j)$  est **VRAI**

tel que le degré d'appartenance de  $\text{Sim}(f_j)$  à VRAI est défini de la façon suivante :

$$\mu_{\text{Sim}(f_j)}(\text{VRAI}) = \min \{ \mu_{\text{Occ}(f_j)}(\text{VRAI}), \mu_{\text{Sim-Hyp}(f_j)}(\text{VRAI}) \} \quad (\text{I.60})$$

$$\mu_{\text{Sim}(f_j)}(\text{VRAI}) = \min \left\{ \min_{\substack{i=1,\dots,M \\ D(i,j)=1}} (\mu_{s_i}(NZ)), \max_{\substack{i=1,\dots,M \\ D(i,j)=0}} (\mu_{s_i}(NZ)) \right\} \quad (\text{I.61})$$

2. Un défaut  $f_j$  est unique (i.e., défaut simple) si l'hypothèse de simultanéité est fausse et l'attribut "Occurrence" est vrai, soit :

**SI**  $\text{Occ}(f_j)$  est **VRAI**  
**ET**  $\text{Sim-Hyp}(f_j)$  est **FAUX**  
**ALORS**  $\text{Sig}(f_j)$  est **VRAI**  $\iff$   $\text{Sim}(f_j)$  est **FAUX**

tel que le degré d'appartenance de  $\text{Sig}(f_j)$  à VRAI est défini de la façon suivante :

$$\mu_{\text{Sig}(f_j)}(\text{VRAI}) = \min \{ \mu_{\text{Occ}(f_j)}(\text{VRAI}), \mu_{\text{Sim-Hyp}(f_j)}(\text{FAUX}) \} \quad (\text{I.62})$$

$$\mu_{\text{Sig}(f_j)}(\text{VRAI}) = \min \left\{ \min_{\substack{i=1,\dots,M \\ D(i,j)=1}} (\mu_{s_i}(NZ)), \min_{\substack{i=1,\dots,M \\ D(i,j)=0}} (\mu_{s_i}(NZ)) \right\} \quad (\text{I.63})$$

### I.3.3.3 L'étape de décision finale

Le choix d'un défaut simple résulte en la recherche du défaut  $f_j$  qui a son attribut "Sig" avec un degré d'appartenance à VRAI supérieur ou égal aux degrés d'appartenance des attributs "Sig" et "Sim" à VRAI associés aux autres défauts. Dans le cas contraire

(i.e., en l'absence d'un défaut simple), tous les défauts  $(f_x, f_y, \dots)$ , ayant un degré d'appartenance de leur attribut "Sig" et "Sim" à VRAI supérieur au plus grand des degrés d'appartenance des attributs "Sig" et "Sim" à VRAI, sont retenus.

La décision finale est présentée sous la forme d'un vecteur  $F_d$  de dimension égale au nombre de défauts, calculé par l'algorithme suivant :

$$\begin{aligned} \mu_{Sig(f_j)}(\text{VRAI}) &= \max_{n=1, \dots, N} (\mu_{sig(f_n)}(\text{VRAI})) \\ \text{SI } \mu_{Sig(f_j)}(\text{VRAI}) &\geq \max_{n=1, \dots, N} (\mu_{sim(f_n)}(\text{VRAI})) \\ \text{ALORS } F_d &= [0 \dots \text{Sig}(f_j)(\text{VRAI}) \dots 0] \\ \text{SINON } F_d &= [0 \dots \text{Sim}(f_x)(\text{VRAI}) \dots \text{Sim}(f_y)(\text{VRAI}) \dots 0] \\ &\text{tel que } \forall n : \\ &\mu_{Sim(f_n)}(\text{VRAI}) > \max_{i=1, \dots, N} (\mu_{sig(f_i)}(\text{VRAI})) \end{aligned}$$

**Remarque I.7** *Comme souligné par les auteurs, l'utilisation des "1" pour la définition de l'attribut "Occ" permet d'éviter des fausses décisions sur l'apparition ou non des défauts due aux bruits, perturbations, incertitudes de modèles, etc... et l'utilisation des "0" pour la définition de l'attribut "Sim-Hyp" permet d'éviter des fausses décisions sur le diagnostic des défauts multiples et simultanés. Néanmoins, il est important de souligner que la définition des fonctions d'appartenance  $\mu_{s_k}(NZ)$  et  $\mu_{s_k}(Z)$  reste un point délicat d'un point de vue pratique. Ces paramètres peuvent être assimilés à des hyper-paramètres de réglage pour la méthode. En effet, si on reprend la méthode, on peut constater que l'idée principale repose sur la notion d'appartenance maximale associée aux attributs "Sim" et "Sig" qui est directement calculée à partir des fonctions d'appartenance  $\mu_{s_k}(Z)$  et  $\mu_{s_k}(NZ)$ . On peut rapprocher cette notion de celle de "quantification de confiance" des approches FDI.*

### I.3.4 Méthodes de diagnostic par classification

Le problème de diagnostic des défauts multiples peut également se formuler dans un contexte "méthodes par classification", comme la recherche d'appartenance à une classe, du fonctionnement du système observé. Le principe de ces approches consiste à déterminer à chaque instant, la classe actuelle qui a préalablement été associée avec un état fonctionnel du système.

La littérature dans ce domaine est vaste et variée, aussi l'analyse qui suit ne se veut pas exhaustive mais ciblée sur les approches de type "fouille de données", utiles pour résoudre les problèmes de diagnostic. Les méthodes de classification sont structurées autour de deux étapes principales (après un prétraitement éventuel des données), voir par exemple (Waissman, 2000 ; Casimir, 2003 ; Lurette, 2003 ; Marie-Joseph, 2003 ; Kempowsky, 2004) :

1. L'entraînement (on parle également d'apprentissage).
2. La reconnaissance.

#### I.3.4.1 Phase d'entraînement ou apprentissage

Dans cette première phase (phase d'entraînement ou d'apprentissage), l'objectif est de trouver, à partir de l'ensemble de données, les caractéristiques du comportement du système qui vont permettre de différencier les états dans lesquels le système peut se trouver. Les objets sont regroupés et discriminés pour arriver à la construction de classes. Le résultat de l'entraînement est un classifieur. Selon la méthode utilisée, le classifieur peut correspondre à des paramètres d'une équation ou aux valeurs et à la structure d'un système (par exemple, un réseau de neurones). Le classifieur permet d'associer aux différentes classes de nouvelles observations qui correspondent aux valeurs représentant des variables et permet d'associer les causes aux défauts quand la classe correspond à un état de défaillance. Cette phase conduit à définir un modèle comportemental du système surveillé, en caractérisant les états (nominaux ou défaillants) par des paramètres extraits des variables du procédé.

Les problèmes inhérents à cette première phase sont les problèmes de convergence de l'algorithme d'apprentissage, de la pertinence des données d'entraînement et des variables permettant d'extraire l'information nécessaire pour caractériser les états de fonctionnement, le nombre de classes optimal, etc... Dans (Narvaez, 2007), le problème de l'espace de partition optimal est abordé à l'aide des méthodes de reconnaissance de formes de type flou. Les travaux menés visent à diminuer la dépendance aux paramètres propres à chaque algorithme d'apprentissage et à traiter le problème de la détermination du nombre pour les algorithmes de classification.

#### I.3.4.2 Phase de reconnaissance

La deuxième phase consiste en la reconnaissance des observations. Les données sont classées en fonction du classifieur obtenu lors de la phase d'apprentissage. L'appartenance à une classe "défaut" conduit à décréter et/ou détecter un état défaillant du système. De manière générale, on peut diviser les méthodes de classification entre méthodes avec apprentissage supervisé et méthodes avec auto-apprentissage. Cette structuration des approches conduit à classer les méthodes de la façon suivante :

- **Méthodes avec apprentissage supervisé :**

Méthodes linéaires de type analyse en composantes principales (ACP) (Fisher, 1936), méthode des  $k$ -plus proches voisins (Fix and Hodges, 1951), méthodes par réseaux de neurones (Bezdek, 1981 ; Bishop, 1995 ; Mark and Orr, 1996 ; Michie *et.al.*, 1994 ; Jang *et.al.*, 1997).

- **Méthodes avec auto-apprentissage :**

Méthodes basées sur l'analyse de distance (méthodes de coalescence) (Babuska, 1998), méthode LAMBDA (Learning Algorithm for Multivariate Data Analysis) (Aguilar and Lopez De Mantaras, 1982 ; Piera and Aguilar-Martin, 1991 ; Waissman, 2000 ; Kempowsky *et.al.*, 2003).



**a) Méthode linéaire de type analyse en composante principales (ACP)**

Dans les approches de type ACP, on suppose une distribution normale des données avec des moyennes différentes. L'objectif est de trouver les hyperplans qui divisent l'espace des données. Un hyperplan est défini de telle sorte qu'il passe par le milieu de la ligne qui unit les centres de chaque classe. L'algorithme cherche alors à obtenir des fonctions discriminantes paramétriques (hyperplans) par minimisation de l'erreur quadratique de classification. Cela nécessite donc de connaître *a priori* les classes de l'ensemble des données d'entraînement.

**b) Méthode des  $k$ -plus proche voisin**

L'algorithme des  $k$ -plus proches voisins fait un calcul de distance (au sens euclidien) entre les individus. Chaque objet est alors classé dans le groupe où se trouvent ses  $k$ -plus proches voisins, les  $k$ -plus proches voisins étant des individus de l'ensemble des données d'entraînement. Il est à noter que classiquement, le nombre des  $k$  voisins est 1 ou 3, voir (Duda *et.al.*, 2001) pour de plus amples détails.

**c) Les approches par réseaux de neurones**

Un réseau de neurones peut être défini comme une structure constituée de plusieurs entités de calcul interconnectées appelées neurones. Par analogie aux neurones biologiques, un neurone artificiel est sensible à un certain nombre de paramètres d'entrée de telle sorte que sa sortie soit active lorsque la somme pondérée de ses signaux d'entrée dépasse un certain seuil appelé "seuil d'activation".

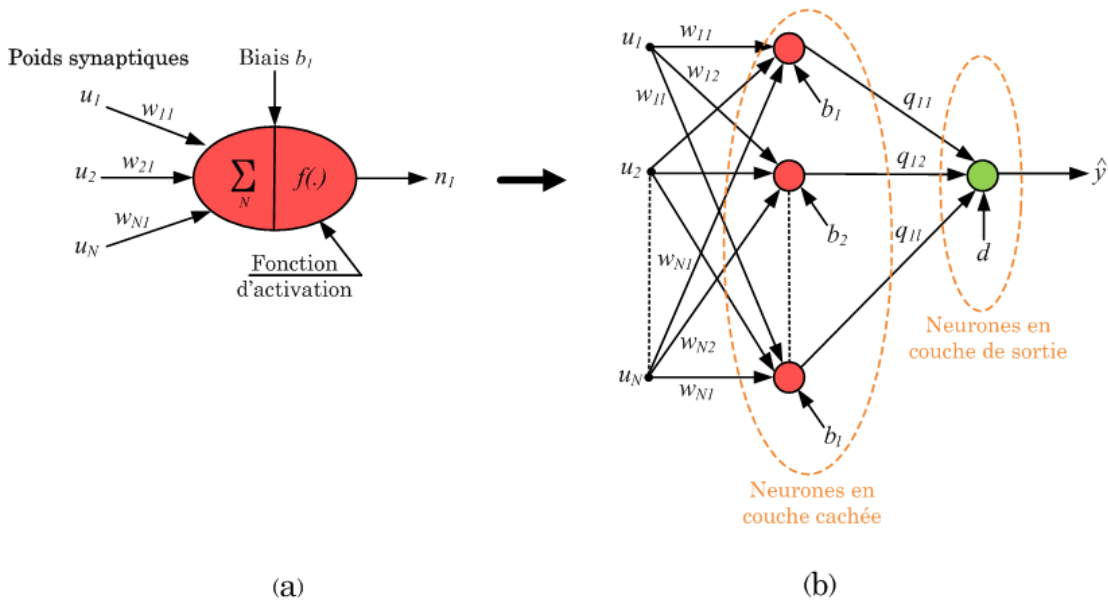


FIG. I.4 – Architecture d'un réseau de neurone

D'après la figure I.4, le modèle mathématique d'un neurone artificiel (par exemple, neurone no. 1) est donné par

$$n_1 = f(W_1 u - b_1) \tag{I.64}$$

tel que  $n_1$  représente le signal de sortie du neurone,  $u = [u_1, u_2, \dots, u_N]^T$  désigne le vecteur d'entrées et  $b_1$  est le biais du neurone (degré de flexibilité permettant de régler le déclenchement du neurone)<sup>16</sup>.  $W_1 = [w_{11}, w_{12}, \dots, w_{1N}]$  dénote le vecteur de "poids synaptiques" permettant de quantifier l'impact de chacune des entrées sur le signal de sortie. La fonction  $f(\cdot)$  représente la fonction d'activation du neurone (fonction à seuil, sigmoïde, tangente hyperbolique, voir (Fausset, 1993 ; Haykin, 1998 ; Dreyfus *et.al.*, 2004) pour de plus amples détails).

Les performances du réseau sont directement liées à la taille de la couche cachée. Pour la plupart des algorithmes d'apprentissage, il est nécessaire d'établir *a priori* la quantité de neurones de la couche cachée. Les réseaux de neurones à fonction de base radiale (RBF : Radial Base Function) permettent d'établir automatiquement cette quantité, ce qui leur confère un intérêt non négligeable dans le cas du diagnostic.

#### d) Les méthodes de coalescence (clustering)

Les approches de type "clustering" partagent l'ensemble des objets en groupes. La méthodologie vise à calculer les centres des groupes et à assigner chaque objet au centre le plus proche. Chaque classe est ainsi caractérisée par le centre ou prototype et par ses éléments. Le prototype des classes est le point dans l'espace où la somme des distances (par exemple, euclidienne, Mahalanobis, etc...) à tous les objets d'un même groupe est minimale. La forme géométrique des groupes dépend de la mesure employée, i.e., pour le cas euclidien, la géométrie des groupes est une hypersphère. L'algorithme le plus connu est l'algorithme K-mean (Babuska, 1998).

#### e) La méthode LAMBDA

La méthode LAMBDA (Learning Algorithm for Multivariate Data Analysis) est une technique de classification floue basée sur l'évaluation de l'adéquation des individus à chaque classe. Cette méthode permet d'appréhender les difficultés inhérentes au diagnostic à base de données historiques que sont :

1. Plus il y a de descripteurs considérés pour la description d'un individu, plus il est probable de lui trouver des différences par rapport aux autres. Ceci peut amener à une classification avec un nombre excessif de classes dont la plupart est constituée d'un seul individu.
2. Certaines variables qui caractérisent les individus sont représentées par des valeurs imprécises ou approximatives, ou bien correspondent à des situations qualitatives pas forcément binaires, c'est-à-dire que leur présence ou leur absence dans un individu est connue avec un certain degré d'incertitude.

Dans la classification LAMBDA, le degré d'adéquation globale (GAD : Global Adequacy Degree) d'un individu à chaque classe correspond à l'agrégation des fonctions des adéquations marginales (MAD : Marginal Adequacy Degree) représentant la contribution

---

<sup>16</sup>Lorsque le niveau d'activation atteint ou dépasse le seuil fixé par le scalaire  $b_1$ , l'argument de  $f$  devient positif. Sinon, il reste nul.

de chaque descripteur de l'individu. Une classe non informative (NIC : Non Informative Class) est toujours fournie de telle sorte que tous les éléments dans l'espace de données aient le même degré d'adéquation à la NIC fournissant ainsi un seuil minimum pour la décision d'attribution. Le résultat est un vecteur des appartenances  $\mu_{kn}$  de chaque individu  $n$  à chaque classe  $k$ . Ces valeurs représentent une partition floue de l'espace des données. La structure pour l'analyse des individus est similaire à celle du réseau de neurones mais les adéquations GAD et MAD sont des fonctions d'appartenance floue et leur agrégation se fait en utilisant des connectifs issus de la logique floue (t-norme et sa duale, voir (Aguilar and Lopez De Mantaras, 1982 ; Piera and Aguilar-Martin, 1991) pour de plus amples détails).

**Remarque I.8** *Il est à souligner pour terminer l'analyse, qu'il existe des similitudes entre les approches précédemment explicitées. Ainsi, on montre sous certaines hypothèses (voir par exemple (Narvaez, 2007)) que l'algorithme LAMBDA est similaire à un réseau de neurones de type Perceptron.*

## I.4 Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous nous sommes intéressés aux méthodes de diagnostic issues à la fois de la communauté FDI et DX. Ce tour d'horizon n'est certes pas complet, étant donné le large spectre de méthodes et techniques existantes dans la littérature. Nous avons vu que les techniques de synthèse de filtres de diagnostic de la communauté FDI sont particulièrement adaptées pour la génération de signaux indicateurs de défauts robustes vis-à-vis d'une large classe de perturbations et d'erreurs de modélisation. Malheureusement, elles restent limitées pour résoudre le problème de localisation de défauts multiples. La raison est souvent évidente : pour résoudre le problème de localisation de défauts multiples, on formule un problème de robustesse vis-à-vis d'un sous-ensemble de défauts, ce qui conduit à utiliser les degrés de liberté traditionnellement utilisés pour les objectifs de robustesse vis-à-vis des perturbations et des erreurs de modèles. A contrario, nous avons vu que les approches de la communauté DX permettent d'aborder correctement le problème de localisation des défauts multiples. Malheureusement, elles ne tiennent pas compte des propriétés structurelles des indicateurs locaux, en particulier dans leur phase de conception. L'enjeu est pourtant très important pour la surveillance des systèmes critiques où le déterminisme des tâches de diagnostic est une condition *sine qua non*.

Même si les méthodes des deux communautés de recherche sont relativement différentes, notamment sur les concepts et les démarches de calcul, il existe des principes communs tels que l'utilisation de modèles et l'utilisation de signaux indicateurs. Il est à souligner que des groupes de recherche (par exemple, BRIDGE, IMALAI, etc . . .) ont vu le jour dans le but d'établir un lien entre les travaux des deux communautés. Les objectifs recherchés consistent à étudier les hypothèses et les démarches méthodologiques utilisées, à mettre en correspondance les concepts sous-jacents et à proposer un cadre commun de travail. Ces travaux ont fait l'objet de plusieurs ateliers de travail (notamment Bridge workshop en 2001 et 2003), de sessions spéciales de journaux internationaux (par exemple, la session spéciale IEEE SMC Transactions - Part B on Diagnosis of complex systems : Bridging

the methodologies of the FDI and DX communities) et de plusieurs publications (Cordier *et.al.*, 2000a ; Cordier *et.al.*, 2000b ; Nyberg and Krysander, 2003, etc. . .).

Les analyses menées dans ce premier chapitre ne sont donc pas complètes mais elles permettent d'introduire les développements méthodologiques du chapitre suivant et surtout de légitimer les orientations choisies. Il s'agit de proposer un cadre méthodologique générique de conception d'algorithmes de diagnostic global (technique relevant de la communauté DX et plus particulièrement celles développées dans le paragraphe I.3.2 basées sur la logique du premier ordre) en fonction des diagnostiqueurs locaux (technique relevant de la communauté FDI) pour des systèmes complexes et de grande dimension. En particulier, nous aborderons le problème du nombre minimal de signaux indicateurs de défauts pour une tâche de localisation donnée. Nous verrons que la méthodologie proposée s'inscrit dans un cadre systématique et unifié pour le diagnostic de défauts simples et multiples.



# Chapitre II

## Des diagnostiqueurs locaux à un diagnostic global : une approche mixte "FDI-DX"

### II.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté, sans bien sûr être exhaustif, les contours des méthodes de diagnostic fréquemment utilisées dans les communautés FDI et DX. Cet état de l'art nous a permis de mettre en évidence que les approches de la communauté FDI restent limitées pour résoudre le problème de localisation de défauts multiples<sup>17</sup> et ce, particulièrement dans les systèmes complexes et de grande dimension. A contrario, nous avons vu que les approches de la communauté DX permettent d'aborder correctement ce problème. Malheureusement, elles ne tiennent pas compte des propriétés structurelles des indicateurs locaux, en particulier dans leur phase de conception.

Ce chapitre a pour objet de présenter des solutions méthodologiques à ces problèmes. En particulier, l'objectif visé consiste à proposer une stratégie de diagnostic à minimum de redondance analytique en exploitant au mieux les informations de diagnostic éventuellement disponibles sur le système. Il est à noter que ce problème n'a pas été abordé dans les approches explicitées dans le chapitre précédent. La problématique de diagnosticabilité abordée dans (Travé-Massuyès *et.al.*, 2006a ; Bayoudh *et.al.*, 2008a ; Bayoudh *et.al.*, 2008b ; Pucel, 2008) reste néanmoins très proche de celle que nous nous proposons d'aborder ici.

Soulignons également que, pour des systèmes critiques et de grande dimension, même si la probabilité d'occurrence de défauts multiples est relativement faible, il n'en est pas moins vrai que ce type de scénario est de loin le plus redouté et que sa prévention est par

---

<sup>17</sup>Dans ce chapitre, on utilisera de façon identique la terminologie "défauts multiples" et "défauts combinés".

conséquent un problème majeur, spécialement dans les domaines aéronautique et spatial. Ce chapitre vise donc à proposer une solution méthodologique au problème de diagnostic des défauts multiples dans un contexte mêlant à la fois les concepts et les outils de calcul issus des techniques FDI et DX. Nous allons voir comment les propriétés structurelles de la synthèse  $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_-$  présentée dans le paragraphe I.2.3.3 peuvent être utilisées conjointement avec la notion de conflits de la communauté DX présentée dans le paragraphe I.3.2 de ce mémoire, offrant ainsi un cadre mixte "FDI-DX" pour résoudre le problème de diagnostic dans sa globalité. En d'autres termes, il s'agit de proposer un cadre méthodologique générique pour résoudre le problème de diagnostic de la phase de conception des diagnostiqueurs locaux à la phase de conception d'algorithmes de diagnostic global.

Ainsi, la phase de détection (ainsi que la phase de localisation lorsque les propriétés structurelles de la synthèse  $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_-$  le permettront) sera résolue par les outils de la communauté FDI, tandis que le problème de localisation sera résolu à l'aide des concepts de la communauté DX, offrant ainsi une démarche méthodologique agrégée. L'intérêt majeur dans cette approche est que des preuves d'optimalité existent, que ce soit au niveau local (preuve de robustesse/sensibilité au sens  $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_-$ ) ou que ce soit au niveau global (preuve de diagnostics minimaux).

Dans ce contexte, la méthodologie que nous proposons est basée sur le concept de forme normale maximale<sup>18</sup> et les outils algorithmiques proposés par (Nyberg, 2006a). La démarche proposée se décline en deux étapes :

1. Construction d'une matrice de signatures : dans cette phase, nous nous intéresserons au problème du nombre minimal de signaux indicateurs de défauts pour satisfaire à un cahier des charges spécifié en terme de diagnostic.
2. Etant donnée une observation, recherche de l'ensemble des conflits et construction de l'ensemble des diagnostics (minimaux) : un algorithme sera proposé et discuté.

telle que la première étape est une étape de conception hors-ligne tandis que la deuxième étape est l'étape de diagnostic à proprement parlé qui se déroule donc en-ligne.

Nous verrons que si la matrice de signatures vérifie la propriété dite de "mutuelle exclusivité" (Gertler,1997), alors l'algorithme proposé permet d'établir un diagnostic sans ambiguïté. Nous montrerons également que la méthode proposée n'est finalement rien d'autre que la solution à un problème de recherche d'un ensemble échantillon tel qu'il a été initialement formulé par (De Kleer and Williams, 1987). Enfin, nous montrerons que la méthodologie proposée se veut générique dans le sens où elle permet de considérer plusieurs modes de fautes.

La démarche proposée sera illustrée à chaque étape à l'aide du procédé expérimental de laboratoire DTS 200 de la société Almira, voir la figure II.1 pour une illustration<sup>19</sup>. Ce procédé, qui a servi de benchmark type pour le projet européen COSY de la fondation ESF (European Science Foundation), a fait l'objet de nombreuses études. Le lecteur

---

<sup>18</sup>Traduction libre du terme anglo-saxon "Maximal Normal Form"

<sup>19</sup>Ce procédé est aussi connu sous le nom de maquette 3 Tanks

intéressé pourra consulter (Sainz *et.al.*, 2002; Li and Zhou, 2004; Henry and Zolghadri, 2006) pour de plus amples details.

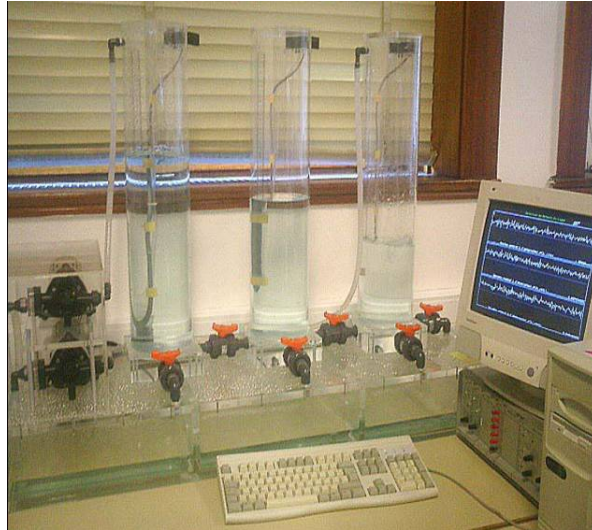


FIG. II.1 – Maquette 3 TANKS disponible au laboratoire IMS

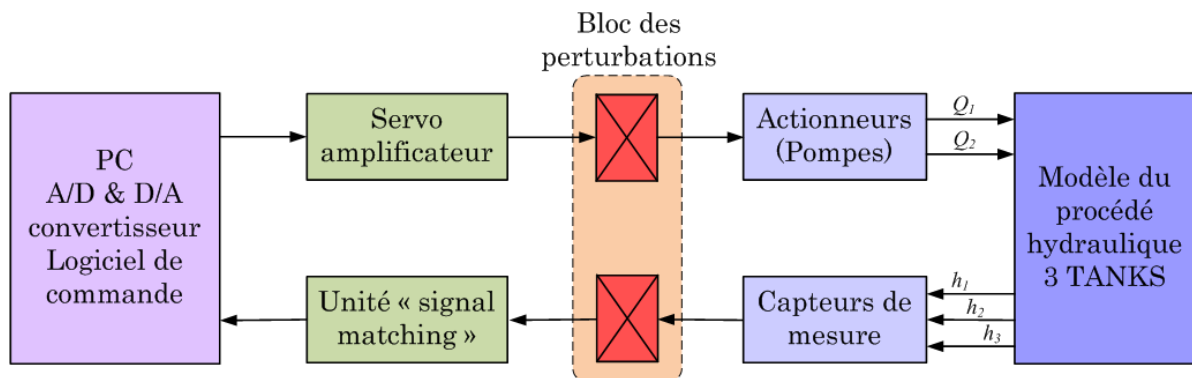


FIG. II.2 – Synoptique du procédé hydraulique 3 TANKS

Comme l'illustre la figure II.1, ce procédé est constitué de trois cuves cylindriques toutes de même section, d'un réservoir et de deux pompes. Les cuves sont connectées entre elles à l'aide de vannes manuelles. De façon similaire, chaque cuve est reliée au réservoir par des vannes manuelles. Ces six vannes permettent de générer des défauts de type "bouchage et/ou fuite". Les pompes utilisées ont un fonctionnement unidirectionnel et sont contrôlées en débit. Les trois niveaux d'eau sont mesurés à l'aide de capteurs de pression. La figure II.2 donne un synoptique fonctionnel du procédé. L'unité de contrôle référencée "Bloc des perturbations" sur la figure permet de générer des défauts capteurs et actionneurs. Le correcteur utilisé pour la régulation des débits est de type proportionnel intégral. Le tableau II.1 donne les valeurs numériques des différents paramètres caractérisant le système ainsi que leur plage de variation associée.



Grandeurs physiques	Valeur numérique
Accélération gravitationnelle, $g$	9,81 m/s <sup>2</sup>
Coefficient d'écoulement, $a_1$	$0,2 \leq a_1 \leq 1$
Coefficient d'écoulement, $a_2$	$0,6 \leq a_2 \leq 1$
Coefficient d'écoulement, $a_3$	$0,2 \leq a_1 \leq 1$
Hauteur maximale de chaque cuve, $h_{max}$	0,6 m
Débit maximal des pompes, $P_{max}$	$0,924 \times 10^{-4}$ m <sup>3</sup> /s
Section des vannes horizontales, $S_n$	$5 \times 10^{-5}$ m <sup>2</sup>
Section des vannes verticales, $S_I$	$5 \times 10^{-5}$ m <sup>2</sup>
Section des cuves, $S$	$1,54 \times 10^{-2}$ m <sup>2</sup>

TAB. II.1 – Définition des valeurs numériques

Nous tenons à souligner que le benchmark choisi se veut volontairement simple pour des raisons pédagogiques. La méthodologie développée étant générique, certains résultats établis s'avéreront triviaux. C'est en particulier le cas de la matrice de signatures II.8 où l'on pourra voir que diagnostiquer les défauts simples et multiples peut se faire directement et de façon très aisée, en travaillant uniquement sur les trois dernières lignes de cette matrice. En effet, on pourra remarquer que ces lignes définissent une matrice de signatures de type matrice d'identité. Le cas d'un système complexe sera traité dans le chapitre 3 de ce mémoire où l'on abordera le cas d'une mission spatiale de rendez-vous orbital.

Dans tous les développements qui vont suivre, nous supposons que le lecteur est familier avec les outils et les concepts des communautés FDI et DX, et plus particulièrement :

- avec les techniques basées sur la formulation explicite des objectifs de diagnostic telle que la technique de synthèse  $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_-$  présentée dans le paragraphe I.2.3.3 ;
- et les notions de système observé (DS,COMPS,OBS), de conflits et de diagnostic présentées dans le paragraphe I.3.2.

Nous invitons le lecteur intéressé à se référer à ces paragraphes ainsi qu'aux références données dans le chapitre 1 de ce mémoire.

## II.2 Position du problème

Soit un modèle (DS,COMPS) du système surveillé où  $\text{COMPS} = \{c_1, c_2, \dots, c_N\}$  dénote un ensemble de composants du système ou bien un ensemble de paramètres. Soit  $F_j$  où  $J \subseteq \text{COMPS}$ , une faute quelconque et supposons que l'on dispose de " $n$ " signaux indicateurs de défauts  $v_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  déjà en place et disponibles sur le système. Nous ne faisons ici aucune hypothèse quant à la nature des signaux  $v_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Ces derniers peuvent être des signaux temporels, fréquentiels ou encore la conséquence d'une procédure de décision comme par exemple les tests probabilistes (Basseville et Nikiforov, 1993). De plus amples détails sur la nature des signaux  $v_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  seront donnés dans les développements

qui vont suivre lorsque nous le jugerons nécessaire ou opportun.

Sur la base des signaux  $v_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , il est alors possible de définir "n" relations de redondance analytique  $RRA_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  telles que :

$$RRA_i : h_i(x_{OBS}) = 0 \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{II.1})$$

Dans cette équation,  $x_{OBS}$  dénote les observables du système et  $h_i$  dénote une fonction quelconque qui dépend uniquement des observables  $x_{OBS}$ . Notons que compte-tenu des hypothèses faites sur la nature des signaux  $v_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , il vient :

$$v_i \subseteq \{x_{OBS}\} \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{II.2})$$

tel que  $v_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  constituent ainsi des observables.

Lorsqu'aucun défaut  $F_J$  n'affecte le système, les relations de redondance  $RRA_i$  sont garanties satisfaites  $\forall i$ . A contrario, lorsqu'une ou plusieurs fautes sont présentes dans le système, un sous-ensemble de ces relations est garanti non satisfait. Nous reviendrons sur ce dernier point ultérieurement (voir la remarque II.3).

Nous allons maintenant définir les concepts de support et de signature de faute qui, nous le verrons, permettront d'établir une démarche méthodologique unifiée pour résoudre le problème de diagnostic qui nous intéresse.

**Définition II.1 (Support)**

Le support d'une  $RRA_i$  (noté  $\text{supp}(RRA_i)$ ) est la liste minimale des composants dont le modèle est utilisé pour déterminer  $RRA_i$ .

En d'autres termes, l'ensemble des composants dont le modèle intervient dans le calcul de  $RRA_i$  est appelé le support de  $RRA_i$ .

**Définition II.2 (Signature d'une faute)**

La signature  $S_{F_J}$  de la faute  $F_J$  est un vecteur binaire défini tel que

$$S_{F_J}(i) = \begin{cases} 1 & \text{si } \exists c \in J : c \in \text{supp}(RRA_i) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

Comme nous l'avons déjà explicité dans le chapitre 1 de ce mémoire, les vecteurs  $S_{F_J}$  sont disposés sous forme matricielle conduisant à la définition de la matrice de signatures, voir le tableau II.2 pour une illustration. Ainsi, les "0" d'une colonne de la matrice de signatures indiquent que les relations de redondance analytique  $RRA_k$  qui leur correspondent, vérifient la relation (II.1). A contrario, les "1" indiquent que les relations  $RRA_k$  associées ne vérifient pas la relation (II.1) (voir la remarque II.3 pour de plus amples détails sur cette dernière propriété).

**Remarque II.1** On pourra remarquer que les "1" de la  $i^{\text{ème}}$  ligne des "N" premières colonnes de la matrice de signatures permettent d'établir la définition du support  $\text{supp}(RRA_i)$  de  $RRA_i$ .

	$S_{F_{\{c_1\}}}$	$\cdots$	$S_{F_{\{c_N\}}}$	$S_{F_{\{c_1, c_2\}}}$	$\cdots$	$S_{F_{\{c_1, \dots, c_N\}}}$
$RRA_1$	1	$\cdots$	1	1	$\cdots$	1
$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$RRA_n$	0	$\cdots$	1	1	$\cdots$	1

TAB. II.2 – Matrice de signatures initiale

Dans le cas des défauts pouvant se manifester sur le système de façon simple et combinée, il vient que le nombre total de colonnes de la table II.2 est de  $2^N - 1$ . Sous l'hypothèse de non compensation des défauts combinés, les signatures de ces derniers (c'est-à-dire les  $(2^N - 1 - N)$  dernières colonnes de la table) sont déduites des signatures des fautes simples par l'opération :

$$S_{F_{\{c_1, \dots, c_N\}}} = \begin{pmatrix} S_{F_{\{c_1\}}}(1) \vee \dots \vee S_{F_{\{c_N\}}}(1) \\ \vdots \\ S_{F_{\{c_1\}}}(n) \vee \dots \vee S_{F_{\{c_N\}}}(n) \end{pmatrix} \quad (\text{II.4})$$

La matrice de signatures II.2 étant supposée connue, le problème que l'on se pose consiste à vérifier si celle-ci est "suffisamment complète et exhaustive" pour pouvoir établir un diagnostic sans ambiguïté.

**Définition II.3** *Dans nos travaux, nous définissons un diagnostic sans ambiguïté comme un diagnostic traduisant exactement la situation défailante du système observé.*

Si cela s'avère être le cas, alors l'objectif consiste à proposer une méthode générique capable de générer tous les diagnostics. La matrice de signatures étant supposée suffisamment complète et exhaustive (au sens établi précédemment), nous verrons que la méthode établira un diagnostic sans ambiguïté.

Dans le cas contraire, et bien que la méthode candidate sera capable d'établir tous les diagnostics (minimaux), la solution que nous proposons vise à augmenter les lignes de la matrice de signatures via des résidus  $r_j$ ,  $j = 1, \dots, m$  synthétisés à l'aide des méthodes de la communauté FDI présentées au chapitre 1 de ce mémoire. Plus particulièrement, nous privilégierons la technique  $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_-$  basée sur la formulation explicite des objectifs de diagnostic. En effet, cette technique permet de garantir les performances de sensibilité des résidus dans la procédure de synthèse même. Ainsi, et de façon similaire aux développements précédemment exposés, il est possible d'établir " $m$ " relations de redondance analytique  $RRA_j$ ,  $j = 1, \dots, m$  où

$$RRA_j : g_j(x_{OBS}) = 0 \quad j = 1, \dots, m \quad (\text{II.5})$$

telles que lorsqu'aucun défaut  $F_j$  n'affecte le système, celles-ci sont satisfaites.

A contrario, en situation de fautes, la relation (II.5) est garantie non satisfaite (propriété

structurelle de la contrainte  $\mathcal{H}_-$ ). C'est ici selon nous, l'un des atouts de la méthode que nous proposons. Une illustration de ce problème est donnée sur le tableau II.3.

On pourra noter que de par leur définition et la technique de synthèse utilisée, les résidus vérifient :

$$r(s) = H_y(s)y(s) + H_u(s)u(s) \quad (\text{II.6})$$

où  $u$  et  $y$  ne sont rien d'autres que des signaux d'entrée et de sortie mesurés, et  $H_y$  et  $H_u$  sont des filtres dynamiques linéaires.

**Remarque II.2** Notons que la synthèse des " $m$ " RRAs (II.5) nécessite de disposer d'observables autres que ceux ayant permis de construire les " $n$ " RRAs (II.1).

	$S_{F_{\{c_1\}}}$	$\cdots$	$S_{F_{\{c_N\}}}$	$S_{F_{\{c_1, c_2\}}}$	$\cdots$	$S_{F_{\{c_1, \dots, c_N\}}}$
$RRA_1$	1	$\cdots$	1	1	$\cdots$	1
$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$RRA_n$	0	$\cdots$	1	1	$\cdots$	1
$RRA_{n+1}$	1	$\cdots$	1	1	$\cdots$	1
$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$RRA_{n+m}$	0	$\cdots$	1	1	$\cdots$	1

TAB. II.3 – Matrice de signatures des défauts simples et combinés

Se pose alors un problème sous-jacent qu'est la distribution optimale des "1" et des "0" dans les " $m$ " dernières lignes de la matrice de signatures de façon à obtenir un nombre minimal " $m$ " de résidus tel que la nouvelle matrice ainsi obtenue soit suffisamment complète et exhaustive (encore une fois, au sens établi précédemment, c'est-à-dire tel que la méthode de diagnostic proposée puisse établir un diagnostic sans ambiguïté).

Afin de répondre à cette problématique, nous nous proposons d'établir un certain nombre de critères, notamment :

1. Des critères orientés détectabilité au sens de la communauté FDI, qu'elle soit structurelle ou bien orientée sensibilité des résidus.
2. Un critère que nous appellerons de "recouvrabilité". Celui-ci traduit l'existence d'une loi de commande capable d'accommoder les défauts. Ce problème est connu dans la communauté FDI sous la terminologie anglo-saxonne "fault compensability". On verra dans le chapitre suivant de ce mémoire que ce type de considération trouve tout son sens dans une mission spatiale lointaine où le besoin de tolérance est fondamental pour le succès de la mission.

Puis, nous formulerons notre problème comme un problème d'optimisation dont nous discuterons les propriétés.

Soulignons que les critères précédents visent finalement à réduire le nombre de cas de fautes à traiter par rapport à un ensemble de fautes anticipées. Aussi, il apparaît que ces critères peuvent être utilisés dans deux contextes :

1. Le premier contexte concerne la définition du problème de diagnostic, c'est-à-dire la conception de la matrice de signatures. Dans cette étape de la méthodologie, l'objectif recherché consiste à réduire le nombre de fautes simples. Dans ce contexte, tous les critères proposés pourront être considérés, voir la remarque II.6.
2. Le deuxième contexte vise à réduire l'espace de diagnostic dans le cas d'un diagnostic ambigu. Dans ce contexte, seul le critère de recouvrabilité sera considéré, les hypothèses de détectabilité étant obligatoirement satisfaites puisque les défauts concernés appartiennent à l'espace de diagnostic, voir la remarque II.6.

Aussi la démarche que nous proposons ne doit pas être vue comme une démarche linéaire. On comprend bien que si le nombre de cas de défauts simples est réduit suite à l'introduction des critères précédemment définis, alors on peut très bien se retrouver dans la situation où il n'est plus nécessaire d'introduire de nouvelles relations de redondance analytique, le nombre déjà en place étant devenu suffisant pour établir un diagnostic sans ambiguïté. De plus, si nous "levons l'ambiguïté" d'un diagnostic suite au critère de recouvrabilité, cela signifie qu'il n'était pas nécessaire d'introduire de nouvelles relations de redondance analytique.

Ainsi, avons nous choisi délibérément de structurer les paragraphes de ce chapitre de la façon suivante :

1. Nous commencerons par expliciter et formaliser les critères de détectabilité et de recouvrabilité précédemment mentionnés.
2. Nous aborderons ensuite les développements méthodologiques de la méthode de diagnostic à proprement parler qui, rappelons le, vise à construire tous les diagnostics. Nous verrons qu'en cas de défaillance, identifier les conflits revient à identifier les RRAs non satisfaites par l'observation. Nous montrerons alors que les diagnostics peuvent être établis à l'aide d'un algorithme basé sur le concept de formules sous forme MNF (Maximal Normal Form).

**Remarque II.3** *Il convient de souligner que dans les travaux de la communauté DX, les "1" dans la matrice de signatures indiquent que les relations de redondance analytique associées sont supposées ne pas être satisfaites. Dans nos travaux, nous ne faisons pas cette hypothèse quant aux relations de redondance analytique (II.5) car nous garantissons la propriété de sensibilité des résidus associés à travers la contrainte de sensibilité  $\mathcal{H}_-$ .*

### II.2.1 Application au cas du procédé 3 Tanks

Considérons à présent le cas du procédé 3 Tanks illustré sur la figure II.1. Dans le cadre de notre étude, nous allons nous intéresser aux fautes de type "fuite" sur chaque vanne reliant les cuves au réservoir.

Soient  $V_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  où  $i$  est relatif au numéro de la vanne, les variables associées à chaque vanne, il vient :

$$\text{COMPS} = \{V_1, V_2, V_3\} \quad (\text{II.7})$$

Chaque vanne étant équipée de capteurs de débit d'eau, il est relativement aisé de comprendre que ce système dispose naturellement de trois signaux indicateurs de défaut, chacun permettant de diagnostiquer une fuite sur la vanne qui lui est dédiée. Néanmoins, et pour des raisons pédagogiques, nous faisons l'hypothèse que les seules mesures disponibles sont :

- la somme des débits d'eau dans les vannes  $V_1$  et  $V_3$  que l'on note  $deb_{V_{1+3}}$  ;
- le débit d'eau dédié à la vanne  $V_2$  que l'on note  $deb_{V_2}$ .

Alors, en appliquant une procédure de décision de type "test séquentiel de Wald sur la moyenne" aux signaux  $deb_{V_{1+3}}(t)$  et  $deb_{V_2}(t)$  ( $t$  dénotant ici le temps discret), il vient que l'on peut définir deux signaux  $v_1(t)$  et  $v_2(t)$  tels que (voir équation (B.32) dans l'annexe B) :

$$v_1(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } \sum_{i=1}^t deb_{V_{1+3}}(i) < \frac{\sigma_1^2}{(\mu_{11} - \mu_{10})} \ln \left( \frac{P_{nd}}{1 - P_f} \right) + \frac{i}{2} (\mu_{11} + \mu_{10}) \\ 1 & \text{si } \sum_{i=1}^t deb_{V_{1+3}}(i) > \frac{\sigma_1^2}{(\mu_{11} - \mu_{10})} \ln \left( \frac{1 - P_{nd}}{P_f} \right) + \frac{i}{2} (\mu_{11} + \mu_{10}) \end{cases} \quad (\text{II.8})$$

$$v_2(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } \sum_{i=1}^t deb_{V_2}(i) < \frac{\sigma_2^2}{(\mu_{21} - \mu_{20})} \ln \left( \frac{P_{nd}}{1 - P_f} \right) + \frac{i}{2} (\mu_{21} + \mu_{20}) \\ 1 & \text{si } \sum_{i=1}^t deb_{V_2}(i) > \frac{\sigma_2^2}{(\mu_{21} - \mu_{20})} \ln \left( \frac{1 - P_{nd}}{P_f} \right) + \frac{i}{2} (\mu_{21} + \mu_{20}) \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

où  $\mu_{10}$ ,  $\mu_{20}$ ,  $\mu_{11}$ ,  $\mu_{21}$ ,  $\sigma_1^2$  et  $\sigma_2^2$  dénotent les moyennes en fonctionnement normal et anormal ainsi que les variances des signaux  $deb_{V_{1+3}}(t)$  et  $deb_{V_2}(t)$ .  $P_f$  et  $P_{nd}$  dénotent les probabilités de fausse alarme et de non détection qui ont été fixées à  $10^{-6}$ .

Compte tenu des notations utilisées précédemment,  $v_1$  et  $v_2$  sont donc considérés comme étant des observables, les tests de décision étant inclus dans leur définition, ce qui illustre la propriété (II.2). Ces signaux permettent alors de définir  $n = 2$  relations de redondance analytique telles que :

$$RRA_1 : v_1 = 0 \quad (\text{II.10})$$

$$RRA_2 : v_2 = 0 \quad (\text{II.11})$$

La matrice de signatures est alors définie comme illustré sur le tableau II.4 où l'on pourra noter que

$$S_{F_{\{V_1, \dots, V_3\}}} = \begin{pmatrix} S_{F_{\{V_1\}}}(1) \vee \dots \vee S_{F_{\{V_3\}}}(1) \\ S_{F_{\{V_1\}}}(2) \vee \dots \vee S_{F_{\{V_3\}}}(2) \end{pmatrix} \quad (\text{II.12})$$

Les supports des  $RRA_i$ ,  $i = 1, 2$  sont alors définis tels que (voir la remarque II.1) :

$$supp(RRA_1) = \{V_1, V_3\} \quad (II.13)$$

$$supp(RRA_2) = \{V_2\} \quad (II.14)$$

	$S_{F_{\{V_1\}}}$	$S_{F_{\{V_2\}}}$	$S_{F_{\{V_3\}}}$	$S_{F_{\{V_1, V_2\}}}$	$S_{F_{\{V_1, V_3\}}}$	$S_{F_{\{V_2, V_3\}}}$	$S_{F_{\{V_1, V_2, V_3\}}}$
$RRA_1$	1	0	1	1	1	1	1
$RRA_2$	0	1	0	1	0	1	1

TAB. II.4 – Matrice de signatures des défauts de type "fuite" du procédé 3 Tanks

## II.3 Vers la réduction de la dimension du problème

Dans les paragraphes qui vont suivre, on se propose d'établir trois critères permettant de réduire la complexité du problème. Deux critères sont orientés détectabilité et le troisième est orienté recouvrabilité, les trois étant définis au sens de la communauté FDI.

### II.3.1 Critère de détectabilité

**Hypothèse II.1** *Dans les développements qui vont suivre, nous nous intéressons uniquement à l'ensemble des "m" RRAs (cf. équation (II.5)).*

Dans le cas où les "n" premières lignes d'une signature  $S_{F_j}$  (c'est à dire les lignes associées à l'ensemble des "n" RRAs (cf. équation (II.1))) ne sont pas strictement nulles, alors il est évident que la faute  $F_j$  satisfait la propriété de détectabilité. Autrement dit, toute faute sur un composant appartenant au moins à un support de l'ensemble des "n" RRAs (II.1), est détectable sous l'hypothèse que le "1" dans sa signature traduit le fait que la RRA est garantie non satisfaite, voir la remarque II.3. Ceci justifie pleinement notre hypothèse précédente.

Dans la littérature FDI, on distingue deux définitions de la propriété de détectabilité (voir par exemple (Patton, 1994 ; Staroswiecki and Comtet-Varga, 1999 ; Baseville, 2001 ; Shumsky and Staroswiecki, 2003)) :

1. La détectabilité orientée "information contenue dans les observables".
2. La détectabilité orientée "information contenue dans les signaux indicateurs de défauts".

Ces deux propriétés ont été largement étudiées dans la communauté FDI, à la fois dans un cadre linéaire et dans un cadre non linéaire. Dans (Staroswiecki and Comtet-Varga,

1999), l'étude est présentée dans un contexte non linéaire et se veut donc plus générale. On suppose que le système surveillé puisse être modélisé comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u, \theta) \\ y = g(x, u, \theta) \end{cases} \quad (\text{II.15})$$

où  $x$ ,  $u$  et  $y$  représentent respectivement l'état du système, le vecteur d'entrée et le vecteur de sortie.  $\theta$  représente un vecteur de paramètres constants tandis que  $f$  et  $g$  sont des fonctions non linéaires quelconques.

La détectabilité structurelle (aussi appelée "output sensitivity") se définit comme suit : soient  $Z_y$ ,  $Z_u$ ,  $Z_\theta$  les ensembles définis tels que :

$$Z_y = \{f_y \text{ t.q. } \delta y - f_y = 0\} \quad (\text{II.16})$$

$$Z_u = \{f_u \text{ t.q. } \exists P(\delta y, f_u) : P(\delta y, f_u) = 0\} \quad (\text{II.17})$$

$$Z_\theta = \{f_\theta \text{ t.q. } \exists Q(\delta y, f_\theta) : Q(\delta y, f_\theta) = 0\} \quad (\text{II.18})$$

où  $\delta y$  désigne une variation de sortie liée à l'apparition d'un défaut.

La propriété de détectabilité structurelle (qui n'est rien d'autre que la notion de l'effet d'un défaut sur la variation de la sortie  $\delta y$ ) se définit comme suit :

$$\forall f_y \notin Z_y \Rightarrow \delta y \neq 0 \quad (\text{défauts capteur}) \quad (\text{II.19})$$

$$\forall f_u \notin Z_u \Rightarrow \delta y \neq 0 \quad (\text{défauts actionneur}) \quad (\text{II.20})$$

$$\forall f_\theta \notin Z_\theta \Rightarrow \delta y \neq 0 \quad (\text{défauts système}) \quad (\text{II.21})$$

La propriété de détectabilité structurelle étant supposée vérifiée, la détectabilité au sens de la sensibilité des résidus aux défauts (qui n'est rien d'autre que la notion de transfert entre le vecteur de résidus et la sortie  $y$ ) se définit comme suit : soit la forme des résidus suivante

$$r = w(y, u, \theta, \delta y) \quad (\text{II.22})$$

Alors  $\Omega(\bar{y}, \bar{u}, \theta)$  donné par

$$\Omega(\bar{y}, \bar{u}, \theta) = \{\delta y \neq 0 \text{ tel que } w(\bar{y}, \bar{u}, \theta, \delta y) = 0\} \quad (\text{II.23})$$

définit l'ensemble des défauts non détectables au sens des résidus.

Il est à noter que dans (Patton, 1994), cette dernière propriété est nuancée en introduisant les notions de détectabilité faible et forte.

Soit le modèle additif des défauts agissant sur la sortie  $y$  du système tel que

$$y(s) = G(s)u(s) + H(s)d(s) + L(s)f(s) \quad (\text{II.24})$$



où  $d$  et  $f$  dénotent les perturbations et les défauts respectivement, et soit le vecteur de résidus

$$r(s) = Q(s) \begin{pmatrix} y(s) \\ u(s) \end{pmatrix} \quad (\text{II.25})$$

où  $Q(s)$  est une matrice de transfert.

En remplaçant (II.24) dans (II.25), il vient

$$r(s) = Q(s) \begin{pmatrix} G(s) & H(s) \\ I & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(s) \\ d(s) \end{pmatrix} + Q(s) \begin{pmatrix} L(s) \\ 0 \end{pmatrix} f(s) \quad (\text{II.26})$$

Afin de satisfaire les conditions de robustesse de  $r$  vis-à-vis de  $d$ ,  $Q$  doit être déterminé tel que

$$Q(s) \begin{pmatrix} G(s) & H(s) \\ I & 0 \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{II.27})$$

Les conditions de sensibilité (au sens "residual sensitivity") imposent donc

$$Q(s) \begin{pmatrix} L(s) \\ 0 \end{pmatrix} \neq 0 \quad (\text{II.28})$$

Les propriétés de détectabilité faible et forte sont alors définies (voir (Chen and Patton, 1994)) telles que :

- **Détectabilité faible**

Si la  $i^{\text{ème}}$  colonne de la matrice de transfert  $Q(s) \begin{pmatrix} G(s) & H(s) \\ I & 0 \end{pmatrix}$  est différente de zéro pour au moins une pulsation, alors le  $i^{\text{ème}}$  défaut est dit faiblement détectable.

- **Détectabilité forte**

La propriété de détectabilité faible étant vérifiée, si l'effet du défaut persiste sur le système et qu'il persiste aussi sur  $r$  (voir équation (II.25)), alors le défaut est dit fortement détectable.

**Remarque II.4** *Il est à noter que les travaux de (Nyberg, 2002) dans ce domaine ne sont qu'une formulation différente des concepts de détectabilité faible et forte établi par (Chen and Patton, 1994). Ainsi, étant donné le modèle d'état suivant*

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + E_1d + K_1f \\ y = Cx + E_2d + K_2f \end{cases} \quad (\text{II.29})$$

où  $A$ ,  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $K_1$ ,  $K_2$  dénotent les matrices de distribution relatives à l'état  $x$ , aux perturbations  $d$  et aux défauts  $f$ , la propriété

$$\text{Im} \begin{pmatrix} K_2 \\ K_1 \end{pmatrix} > \text{Im} \begin{pmatrix} C & E_2 \\ A - sI & E_1 \end{pmatrix} \quad (\text{II.30})$$

proposée par (Nyberg, 2002) n'est rien d'autre qu'une formulation de la propriété de détectabilité faible. Similairement, la propriété

$$N_{M_0} \begin{pmatrix} K_2 \\ K_1 \end{pmatrix} \neq 0 \quad (\text{II.31})$$

traduit la propriété de détectabilité forte telle que les lignes de  $N_{M_0}$  soient une base du noyau à gauche de la matrice  $M_s(s) = \begin{pmatrix} C & E_2 \\ -sI + A & E_1 \end{pmatrix}$ . Notons que ces définitions nécessitent le calcul de noyaux de matrices polynomiales (polynômes en "s") rendus possibles grâce aux travaux de (Moudgalya, 1996).

**Remarque II.5** La propriété de détectabilité a également été étudiée dans la communauté DX. Ainsi il est montré dans (Cordier et al., 2004) que la propriété dite de "d-complétude" (traduction libre du terme anglo-saxon "d-completeness") garantit la propriété de détectabilité. Pour de plus amples détails, le lecteur intéressé pourra consulter la liste non exhaustive des publications (Cordier et al., 2004; Luo et al., 2006).

### II.3.2 Critère de recouvrabilité

Dans le cas de certains systèmes, et c'est notamment le cas des missions spatiales lointaines, on comprend aisément qu'il n'est pas toujours nécessaire de prendre en compte le cas des défauts qui conduisent à un échec de la mission car les ressources à bord ne sont pas suffisantes pour pouvoir s'accommoder de la situation défaillante. En effet, en fonction de la sévérité des défauts et/ou de leur nature, la stabilité d'un système (voire les performances requises) peut ne plus pouvoir être assurée.

Il semble donc inutile de considérer de tels cas dans la mesure où aucune action corrective n'est possible. Identifier de telles situations (défaillantes) revient à déterminer s'il existe une loi de commande capable :

- a) d'assurer la stabilité du système défaillant et,
- b) d'assurer un degré de performance prédéfini

pour une classe de défauts anticipés. C'est la notion de défaut compensable ou recouvrable au sens de la communauté FDI.

La propriété de recouvrabilité est une propriété structurelle du système et dépend donc fortement du système étudié. On s'intéresse ici à cette propriété dans le sens de la communauté FDI, et plus particulièrement dans le sens de la communauté dite "commande tolérante aux fautes".

Bien que la littérature en commande tolérante aux fautes soit riche et abondante en ce qui concerne les méthodes de synthèse, voir par exemple (Staroswiecki, 2003a; Zhang and Jiang, 2008), peu d'études ont été menées sur les questions de "recouvrabilité".

Dans (Wu et al., 2000), il est montré qu'étudier la recouvrabilité dans le cadre des systèmes linéaires, revient à s'intéresser aux propriétés de commandabilité et d'observabilité

du système défaillant. Il est à noter que les défauts, modélisés sous forme additive, sont considérés comme des entrées exogènes et donc seuls les défauts multiplicatifs peuvent altérer ces propriétés qui sont intrinsèques au système.

Soit le modèle d'état linéaire suivant

$$\begin{cases} \dot{x} = A_f x + B_f u \\ y = C_f x + D_f u \end{cases} \quad (\text{II.32})$$

où  $A_f, B_f, C_f$  et  $D_f$  correspondent aux matrices de la représentation d'état du système défaillant et où  $x, y$  et  $u$  dénotent le vecteur d'état, le vecteur de sortie et le vecteur de commande respectivement. L'idée consiste à étudier les propriétés d'observabilité et de commandabilité du système modélisé par le modèle (II.32). Ainsi si

$$\text{rang} \begin{pmatrix} C_f \\ C_f A_f \\ \vdots \\ C_f A_f^{\dim(x)-1} \end{pmatrix} < \dim(x)$$

et/ou si

$$\text{rang} \left( B_f \ A_f B_f \ \dots \ A_f^{\dim(x)-1} B_f \right) < \dim(x)$$

alors, il existe des modes non observables et/ou non commandables respectivement, ce qui illustre une perte d'observabilité et/ou de commandabilité due à l'effet des fautes considérées sur le système. Dans ce cas, le système est jugé non reconfigurable.

La perte d'observabilité et/ou de commandabilité représentant une situation défaillante critique, les auteurs proposent de "nuancer" ces critères en étudiant les grammians de commandabilité  $W_c$  et d'observabilité  $W_o$ . La démarche consiste à calculer les valeurs propres  $\lambda_i$  de  $W_c W_o$ . L'analyse de ces dernières permet alors de quantifier l'énergie pour déplacer (analyse de commandabilité) et/ou observer (analyse d'observabilité) l'état du système défaillant. En dessous d'une certaine valeur critique  $\bar{\lambda}_i$ , le système est jugé non reconfigurable. Il est à noter que rien n'est dit par les auteurs quant au choix de cette borne  $\bar{\lambda}_i$  et qu'il s'agit selon nous d'un problème délicat. Dans la pratique, ce choix peut être guidé par des analyses de phénomènes de saturation des commandes en fonctionnement défaillant.

Soulignons enfin que cette analyse souffre d'une limitation majeure puisqu'elle est développée dans un contexte linéaire.

Une autre approche fondée sur une modélisation du système sous forme de graphe structurel consiste à interpréter, en termes graphiques, les propriétés d'observabilité et de commandabilité. L'analyse de recouvrabilité consiste alors à voir dans quelle mesure ces propriétés restent vérifiées en présence de défaillances (Staroswiecki *et.al.*, 1999 ; Gehin *et.al.*, 2000). Cette approche présente les avantages des approches structurelles : les modèles précis et détaillés des modes défaillants ne sont plus nécessaires.

Enfin, dans (Falcoz *et.al.*, 2008b), le problème de recouvrabilité est formulé comme un problème dit de "trimmabilité". Bien que cette méthode ait été développée à l'origine pour des engins volants, son principe reste néanmoins valable quelque soit le système. En effet, cette analyse vise à déterminer s'il existe une loi de commande capable de maintenir le système défaillant sur une trajectoire d'état d'équilibre, sans saturer les signaux de commande. De plus, l'analyse permet d'identifier les trajectoires d'état pour lesquelles l'accommodation d'un défaut n'est pas possible. Ce problème se formule comme le problème d'optimisation suivant :

**Problème II.1** *Soit le modèle du système donné par l'équation (II.15) sous les hypothèses de détectabilité structurelle (II.19)-(II.21). Pour simplifier l'écriture du problème qui nous intéresse, on suppose que l'état est augmenté du terme  $f_y$  (voir équation (II.19)) de telle sorte que les défauts capteurs soient modélisés comme des défauts actionneurs fictifs. La recherche d'une combinaison de commandes non saturées assurant l'équilibre statique du système sur une trajectoire d'état peut être formulée conformément au problème de minimisation sous contraintes suivant :*

$$\begin{aligned} \min_{x,u} J(x,u) &= \sum_i w_i \|\dot{x}_i\|_l \\ \text{s.c.} \quad &\begin{cases} \dot{x} = f(x,u,f_y,f_u,f_\theta) \\ f_y \in E_y, f_u \in E_u, f_\theta \in E_\theta \\ u_{min} \leq u \leq u_{max} \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{II.33})$$

où  $w_i$  sont des poids a priori choisis et " $l$ " est une norme (généralement, on utilise la norme 2).  $E_y$ ,  $E_u$  et  $E_\theta$  sont des ensembles prédéfinis relatifs aux défauts capteurs, actionneurs et système respectivement sur lesquels on effectue l'analyse.

Ainsi, un point dans l'espace d'état sera considéré comme non accommodable si la solution  $(x^*, u^*)$  mène à  $J(x,u) > \varepsilon$ .  $\varepsilon$  est un scalaire idéalement égal à zéro et qui correspond à la limite entre les régions accommodables et non accommodables, c'est à dire les régions de l'espace d'état pour lesquelles l'équilibre statique du système peut être maintenu ou non en présence de défauts.

En effectuant un maillage pertinent des différentes situations de défauts (c'est-à-dire en choisissant les ensembles  $E_y$ ,  $E_u$  et  $E_\theta$  de façon pertinente) et en résolvant le problème d'optimisation (II.33), il est possible de projeter les solutions  $(x^*, u^*)$  dans un sous-espace à deux dimensions, conduisant ainsi à une cartographie  $J(x^*, u^*)$  permettant d'évaluer les régions pour lesquelles l'équilibre statique du système peut être assuré ou non. Un défaut sera alors considéré comme non recouvrable si la trajectoire d'état de référence du système projetée dans le sous-espace de la cartographie, traverse une région non accommodable.

Enfin soulignons que bien que cette analyse soit menée sur la base d'un modèle non linéaire (ce qui constitue un avantage par rapport à la méthodologie proposée par (Wu *et.al.*, 2000)), il s'agit d'une analyse statique. L'analyse des cartographies ainsi obtenues ne permet donc pas de conclure quant au phénomène de saturation dans les régimes transitoires.

**Remarque II.6** *Il est important de souligner que la pertinence de ces critères dépend du système considéré, de son environnement et de l'ensemble des fautes anticipées. En effet, doit-on exclure de l'étude une faute simple ou combinée sous prétexte qu'elle est non recouvrable ? La réponse à cette question dépend bien évidemment du contexte. A contrario, on comprend bien qu'il est tout à fait légitime de ne pas considérer une faute qui ne vérifie pas la propriété de détectabilité structurelle si les "n" premières lignes de son vecteur de signature  $S_{F_J}$  (c'est-à-dire les lignes associées aux "n" RRAs (cf. équation (II.1)) sont nulles. En effet, cette configuration traduit le fait qu'il n'existe aucun observable traduisant l'effet de la faute  $F_J$ . Aussi, le critère de détectabilité sera utilisé exclusivement pour réduire le nombre de cas de fautes simples, ce qui pourra conduire à une réduction de la dimension du problème de diagnostic. La dimension des supports  $\text{supp}(RRA_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$  pourra alors être réduite. A l'inverse, le critère de recouvrabilité pourra être utilisé indépendamment pour réduire le nombre de cas de fautes simple et/ou pour réduire l'espace de diagnostic. Dans ce cas, la définition des supports des "n" RRAs (cf. équation (II.1)) peut rester inchangée.*

### II.3.3 Application au cas du procédé 3 Tanks

Revenons au cas du procédé 3 Tanks. La matrice de signatures II.4 ayant été établie, nous allons appliquer chacun des critères définis dans les paragraphes précédents. Notre objectif est non seulement d'illustrer la mise en oeuvre de ces critères mais encore d'illustrer les propos de la remarque II.6.

Pour faciliter la lecture des paragraphes qui vont suivre, nous commençons par rappeler la définition de la matrice de signatures établie dans le paragraphe II.2, voir tableau II.4.

	$S_{F_{\{V_1\}}}$	$S_{F_{\{V_2\}}}$	$S_{F_{\{V_3\}}}$	$S_{F_{\{V_1, V_2\}}}$	$S_{F_{\{V_1, V_3\}}}$	$S_{F_{\{V_2, V_3\}}}$	$S_{F_{\{V_1, V_2, V_3\}}}$
$RRA_1$	1	0	1	1	1	1	1
$RRA_2$	0	1	0	1	0	1	1

TAB. II.5 – Matrice de signatures des défauts de type "fuite" du procédé 3 Tanks

#### II.3.3.1 Critère de détectabilité

Compte-tenu de la définition des RRAs (II.10) et (II.11) et des signaux  $v_i(t)$ ,  $i = 1, 2$  (II.8) et (II.9) qui sont fonction uniquement des mesures  $deb_{V_{1+3}}(t)$  et  $deb_{V_2}(t)$ , il vient que les propriétés de détectabilité sont trivialement satisfaites. En effet, la définition des supports (II.13) et (II.14) montre que chaque faute considérée appartient au moins à un support.

De plus, l'hypothèse qui stipule que "les "1" dans la matrice de signatures associées aux RRAs indiquent que les relations de redondance analytique associées sont supposées ne pas être satisfaites" est levée de par la définition même des RRAs. En d'autres termes,

on pourra vérifier que l'ensemble  $\mathcal{E} = \{RRA_1, RRA_2\}$  (ensemble fini) vérifie la propriété de "d-complétude", voir la remarque II.5.

En conclusion, chaque fuite est détectable de par la définition même des RRAs (II.10) et (II.11).

### II.3.3.2 Critère de recouvrabilité

Nous nous proposons ici d'illustrer la méthode dite de "trimmabilité". Rappelons que cette analyse vise à déterminer s'il existe une loi de commande capable de maintenir le système défaillant sur une trajectoire d'état d'équilibre, sans saturer les signaux de commande, voir le problème II.1.

La loi de Torricelli qui s'énonce

$$\text{Section} \times \frac{d(\text{hauteur})}{dt} = \sum \text{Débits entrants} - \sum \text{Débits sortants} \quad (\text{II.34})$$

permet d'établir les équations dynamiques suivantes (voir le tableau II.1 pour la définition des variables) :

$$\begin{cases} S\dot{h}_1 = -a_{13}S_n\sqrt{2g|h_1-h_3|}\text{sign}(h_1-h_3) - \alpha_1a_1\sqrt{2gh_1} + Q_1 \\ S\dot{h}_2 = a_{32}S_n\sqrt{2g|h_3-h_2|}\text{sign}(h_3-h_2) - a_2S_I\sqrt{2gh_2} - \alpha_2a_2\sqrt{2gh_2} + Q_2 \\ S\dot{h}_3 = -a_{32}S_n\sqrt{2g|h_3-h_2|}\text{sign}(h_3-h_2) + a_{13}S_n\sqrt{2g|h_1-h_3|}\text{sign}(h_1-h_3) - \alpha_3a_3\sqrt{2gh_3} \\ y = x \end{cases} \quad (\text{II.35})$$

où le terme  $\alpha_k a_k \sqrt{2gh_k}$  modélise une fuite dans la vanne  $V_k$ . Ainsi  $\alpha_k = 0$  indique que la vanne  $V_k$  est fermée tandis que  $\alpha_k = S_I$  indique que la vanne  $V_k$  est complètement ouverte. Ces équations permettent ainsi de définir le modèle d'état suivant qui traduit le comportement dynamique complet du système :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u, \alpha_j) & j = 1, 2, 3 \\ y = x \end{cases} \quad (\text{II.36})$$

Dans cette équation,  $x = (h_1 \ h_2 \ h_3)^T$ ,  $y = (y_1 \ y_2 \ y_3)^T$  et  $u = (Q_1 \ Q_2)^T$  dénotent respectivement les vecteurs d'état, de mesure et de commande, ces deux derniers étant les hauteurs d'eau (en m) et les débits (en m<sup>2</sup>/s) des deux pompes.

D'après la formulation (II.33), le problème que l'on cherche à résoudre s'énonce alors comme suit :

$$\begin{aligned} \min_{x,u} J(x, u) &= \|\dot{x}\|_2 \\ \text{s.c.} \quad &\begin{cases} \dot{x} = f(x, u, \alpha_j) \\ \alpha_j \in [0; S_I], \quad j = 1, 2, 3 \\ 0 \leq u_k \leq P_{max}, \quad 0 \leq x_i \leq h_{max}, \quad k = 1, 2 \text{ et } i = 1, 2, 3 \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{II.37})$$

En résolvant ce problème sur un maillage des  $\alpha_j$  tel que  $j = 1, 2, 3$ , suffisant et en projetant

les solutions  $J(x^*, u^*)$  dans l'espace de représentation " $J = \text{fonction}(x_1^*, x_2^*)$ ", on obtient les cartographies données sur les figures II.3, le bandeau latéral représentant les valeurs du critère  $J(x_1^*, x_2^*)$ .

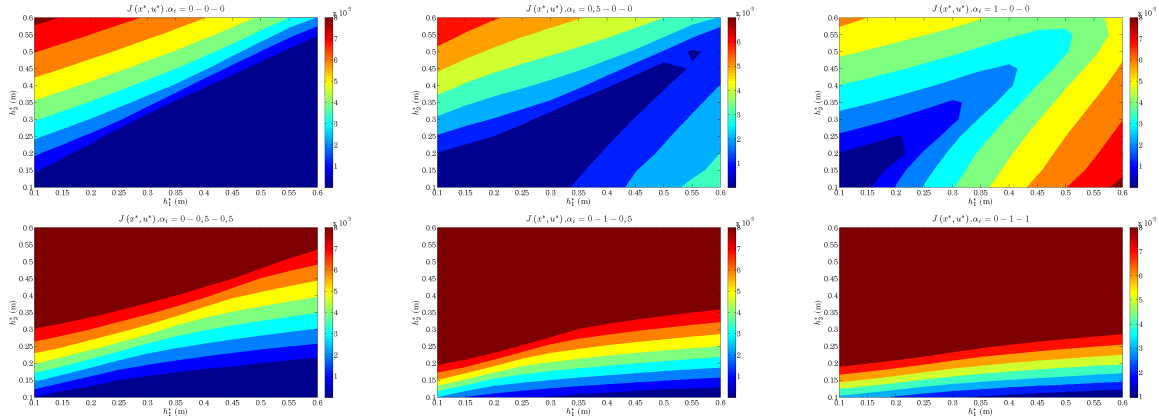


FIG. II.3 – Analyse de recouvrabilité : cas des fautes simples et combinées - Application au procédé 3 Tanks

Les figures présentent les résultats :

- dans le cas sans faute (voir la figure en haut à gauche). Dans ce cas, le problème d'optimisation a été résolu pour  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ .
- dans le cas d'une fuite dans la vanne  $V_1$  (cas d'une faute simple), voir les figures en haut (milieu et droite). Dans ce cas, le problème d'optimisation a été résolu pour  $\alpha_1 \in \{\frac{S_I}{2}; S_I\}$  et  $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$ , c'est à dire pour les cas d'une fuite de degré de sévérité égal à 50% et 100% dans la vanne  $V_1$ .
- dans le cas d'une fuite dans les vannes  $V_2$  et  $V_3$  (cas d'une faute combinée), voir les trois figures du bas. Dans ce cas, le problème d'optimisation est résolu pour  $\alpha_1 = 0$  et  $\alpha_2 \in \{\frac{S_I}{2}; S_I\}$ ,  $\alpha_3 \in \{\frac{S_I}{2}; S_I\}$ .

Soulignons qu'afin de limiter les problèmes de minimum locaux, nous avons résolu le problème d'optimisation (II.37) à l'aide d'un algorithme génétique (Goldberg and David, 1989 ; Conn *et.al.*, 1997). La solution obtenue a ensuite été donnée comme condition initiale à un algorithme d'optimisation de type "gradient numérique".

Les résultats obtenus montrent qu'en situation non défaillante, l'équilibre statique est atteignable dans de nombreuses configurations. On pourra noter que la région ainsi définie est approximativement celle telle que  $h_1 > h_2$ . A l'inverse, en situation défaillante, les résultats montrent que les configurations d'équilibre atteignables sont d'autant plus réduites que le défaut est sévère. Ainsi, on pourra noter que :

- dans le cas d'une fuite sur la vanne  $V_1$ , les équilibres atteignables sont une région  $R_{11} : R_{11} \subset \{0 < x_1 < 50cm, 0 < x_2 < 45cm\}$  dans le cas d'un défaut ayant un degré de sévérité égal à 50%, et une région  $R_{12} : R_{12} \subset \{0 < x_1 < 20cm, 0 < x_2 < 20cm\}$  dans le cas d'un défaut ayant un degré de sévérité égal à 100%.

- dans le cas d'une fuite combinée (fuites sur les vannes  $V_2$  et  $V_3$ ), les équilibres atteignables sont des régions  $R_{21}$ ,  $R_{22}$  et  $R_{23}$  telles que

$$\begin{aligned} R_{21} &\subset \{0 < x_1 < 60cm, 0 < x_2 < 20cm\} \\ R_{22} &\subset \{30cm < x_1 < 60cm, 0 < x_2 < 13cm\} \\ R_{23} &\subset \{35cm < x_1 < 60cm, 0 < x_2 < 12cm\} \end{aligned}$$

pour des fuites ayant des degrés de sévérité égaux à 50% – 50%, 100% – 50% et 100% – 100% sur  $V_2$  et  $V_3$  respectivement.

Ces résultats montrent donc que les fautes considérées peuvent être non recouvrables en fonction du point de fonctionnement du système.

Ainsi, en fonction des conditions de fonctionnement du système, le cas "fuite  $V_1$ " peut ne pas être considéré. Il vient alors que la nouvelle matrice de signatures est déduite de celle illustrée sur le tableau II.5 conformément au tableau II.6 (table de haut). Dans ce cas, la dimension du problème est réduite et les RRAs et leurs supports sont alors définis comme suit :

$$RRA_1 : v_1 = 0 \quad \text{supp}(RRA_1) = \{V_3\} \quad (\text{II.38})$$

$$RRA_2 : v_2 = 0 \quad \text{supp}(RRA_2) = \{V_2\} \quad (\text{II.39})$$

	$S_{F_{\{V_2\}}}$	$S_{F_{\{V_3\}}}$	$S_{F_{\{V_2, V_3\}}}$
$RRA_1$	0	1	1
$RRA_2$	1	0	1

	$S_{F_{\{V_1\}}}$	$S_{F_{\{V_2\}}}$	$S_{F_{\{V_3\}}}$	$S_{F_{\{V_1, V_2\}}}$	$S_{F_{\{V_1, V_3\}}}$
$RRA_1$	1	0	1	1	1
$RRA_2$	0	1	0	1	0

TAB. II.6 – Matrices de signatures après introduction du critère de recouvrabilité sur des cas d'étude : fuite sur la vanne  $V_1$  (haut) et fuite sur les vannes  $V_2$  et  $V_3$  (bas)

Si par contre, on se trouve dans une situation de fonctionnement qui conduit à ignorer le cas de fautes multiples "fuite  $V_2$  ET fuite  $V_3$ ", il vient alors que la nouvelle matrice de signatures est alors donnée comme illustrée sur le tableau II.6 (table de bas). Dans ce cas, les RRAs et leurs supports restent inchangés, et le critère de recouvrabilité pourra alors être utilisé *a posteriori*, c'est-à-dire une fois les diagnostics générés. En d'autres termes, le critère de recouvrabilité pourra être utilisé pour réduire l'espace de diagnostic. Ce cas sera traité dans le chapitre 3.

Notons que si l'on combine les deux cas, alors le problème devient trivial, autrement dit, le diagnostic sera obligatoirement l'un des deux diagnostics suivant :

$$D = \{V_2\}, \quad D = \{V_3\} \quad (\text{II.40})$$



Ces analyses illustrent parfaitement la remarque II.6.

**Remarque II.7** *Par la suite, nous allons considérer pour cet exemple que même si certaines fautes sont non recouvrables, il reste pertinent de les diagnostiquer. Aussi, la matrice de signatures que nous retenons est celle illustrée sur le tableau II.5.*

## II.4 Présentation de la méthode de diagnostic

Nous allons à présent aborder les développements méthodologiques de la méthode de diagnostic à proprement parlé. L'approche que nous proposons s'inspire des travaux proposés par (Nyberg, 2006a ; Nyberg, 2006b) et se décompose en deux étapes :

1. La première étape consiste en la construction d'une matrice de signatures "mutuellement exclusive".
2. Dans la deuxième étape, étant donnée une observation, nous verrons que la démarche consiste à identifier les supports des RRAs non satisfaites par cette observation, ceux-ci devenant alors des conflits. Nous introduirons alors la notion de "conflit" et nous verrons que l'analyse de l'ensemble de ces conflits permet d'engendrer tous les diagnostics.

Rappelons pour clarifier l'approche que la première étape se déroule hors-ligne et c'est une étape de conception tandis que la deuxième étape constitue l'algorithme décisionnel et se déroule en ligne. Un diagnostic est donc annoncé en ligne. Dans les sections qui vont suivre, nous allons détailler chaque étape de la méthode de diagnostic proposée.

### II.4.1 Construction de la matrice de signatures mutuellement exclusive

La propriété de mutuelle exclusivité d'une matrice de signatures a été initialement introduite par (Gertler, 1997) sous la terminologie "isolating table". Celle-ci est définie comme suit :

**Définition II.4 (Matrice de signatures mutuellement exclusive)**

*Une matrice de signatures est dite mutuellement exclusive s'il n'existe pas de colonnes de la matrice qui soient identiques deux à deux.*

Cette propriété est une caractéristique importante de la méthode que nous proposons. Si cette propriété n'est pas vérifiée, deux possibilités s'offrent à nous :

- soit il y a trop de RRAs et nous chercherons à réduire leur nombre ;
- soit au contraire, il n'y a pas suffisamment de RRAs auquel cas nous chercherons à augmenter leur nombre.

Réduire le nombre de signaux dans une matrice de signatures ne possédant pas la propriété de mutuelle exclusivité peut se faire moyennant les critères explicités dans les paragraphes précédents mais cela dépendra fortement du système étudié ainsi que du cahier des charges



### II.4.1.1 Propriété de convergence

Le problème d'optimisation (II.41) n'étant pas convexe, il peut exister plusieurs solutions  $MS_a^*$  au problème II.2. Il est néanmoins possible d'établir certaines propriétés intéressantes sur cet algorithme.

**Proposition II.1** *Le nombre de solutions  $MS_a^*$  possibles est fini.*

**Preuve :** *Le problème d'optimisation II.2 est un problème de recherche de combinaisons de "0" et de "1" dont le nombre total est égal à  $2^N$ . Sachant que la solution*

$$(MS_a(k, 1) \dots MS_a(k, N)) = 0, \forall k$$

*indique que le support de la  $k^{\text{ème}}$  RRA est l'ensemble vide, celle-ci n'est pas une solution admissible. Le problème II.2 est donc un problème de recherche parmi les  $(2^N - 1)$  combinaisons, ce qui implique que le nombre de solutions  $MS_a^*$  est borné par  $2^N - 1$ .*

Compte-tenu de cette dernière propriété, on veillera dans la pratique à balayer tout l'espace (fini) des solutions de telle sorte que l'on puisse recenser toutes les solutions  $MS_a^*$ . La solution la plus évidente consiste à balayer toutes les  $(2^N - 1)$  combinaisons et à identifier celles qui vérifient la contrainte "M satisfait la propriété de mutuelle exclusivité". Néanmoins, dans le cas d'un problème de grande dimension (i.e., pour  $N$  très grand), ce type d'algorithme de balayage exhaustif peut s'avérer très coûteux en temps de calcul. Aussi, on pourra préférer dans la pratique, un algorithme génétique avec plusieurs populations initiales d'individus, chaque population étant tirée selon une loi de distribution donnée. Ainsi, avec un grand nombre de populations initiales d'individus, il sera probable, au sens statistique, d'identifier toutes les solutions  $MS_a^*$  tel que cette probabilité augmente avec le nombre de populations initiales d'individus.

**Remarque II.8** *Il semble clair que le problème de la construction des "m" nouvelles RRAs (cf. équation (II.5)) nécessite de disposer d'observables autres que ceux ayant permis de construire les "n" RRAs (cf. équation (II.1)) définissant la matrice de signatures initiale, ou du moins, tels que ces observables n'affectent pas de façon erronée le comportement de ces nouvelles RRAs autre que selon la répartition "1/0" établie sous peine qu'il n'existe pas de solution au problème tel qu'il est abordé. Ce problème peut donc s'avérer délicat dans certains cas, par exemple, dans le cas d'une mission spatiale si le module de navigation ne vérifie pas certaines propriétés de robustesse vis-à-vis d'une sous-classe de défauts. Heureusement, dans la pratique, les modules de navigation étant basés sur des chaînes redondantes de capteurs, cette propriété s'avère souvent vérifiée, voir les résultats établis dans le chapitre 3 de ce mémoire. En d'autres termes, nous faisons l'hypothèse que le problème de diagnostic est bien posé.*

*De plus, sachant que les résidus  $r_j$ ,  $j = 1, \dots, m$ , permettant d'établir ces "m" RRAs, seront synthétisés moyennant la technique  $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_-$ , il vient que la solution obtenue par l'algorithme d'optimisation (II.41) peut ne pas être réalisable dans la pratique car les propriétés "0" et "1" découlent directement de l'atteignabilité des performances  $\mathcal{H}_\infty$  et  $\mathcal{H}_-$*

respectivement. Aussi, il peut s'avérer nécessaire dans la pratique, de contraindre l'algorithme en fixant des "0" et des "1" dans certains éléments  $MS_a(j, k)$  de la matrice  $MS_a$ , ce qui peut conduire à une solution sous-optimale. Ceci nécessitera dans la mise en œuvre, une connaissance a priori du système surveillé et une bonne maîtrise de la technique de synthèse  $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_-$ .

**Remarque II.9** Dans la littérature DX, la construction de la matrice de signatures mutuellement exclusive est un problème délicat auquel plusieurs travaux se sont intéressés. C'est un sujet connu qui peut être défini comme un problème de placement de capteurs (Maquin et.al., 1997; Travé-Massuyès et.al., 2001; Travé-Massuyès et.al., 2003; Spanache et.al., 2004; Khemliche et.al., 2006; Travé-Massuyès et.al., 2006b; Frisk and Krysanter, 2009; Rosich et.al., 2009). Le but de cette approche est de positionner de façon optimale des capteurs de mesure sur le système surveillé afin de discriminer les défauts tout en ayant un nombre minimal de signaux indicateurs de défauts. En effet, ce problème cherche à déterminer l'ensemble des signaux indicateurs qui, étant donné un modèle du système, garantissent la propriété de mutuelle exclusivité de la matrice de signatures car ces signaux permettent de générer les RRAs appropriées. En d'autres termes, d'un point de vue "diagnostic de défauts", le but de la technique par placement de capteurs consiste à déterminer un ensemble minimal de capteurs qui répondent aux critères de détectabilité et de diagnosticabilité.

(Maquin et.al., 1997) propose une méthode qui est basée sur le concept de degré de redondance dans les variables et sur l'analyse structurelle du modèle du système. Le placement de capteurs peut être résolu par l'analyse d'une matrice de cycle ou en utilisant la technique de programmation linéaire mixte. La méthode permet de garantir les propriétés de détectabilité et de diagnosticabilité.

(Travé-Massuyès et.al., 2001) propose une méthode de placement de capteurs axée sur des additions successives des capteurs et elle prend en compte les critères de diagnosticabilité. Le principe de cette technique est d'analyser le modèle physique du système d'un point de vue structurel. Cette approche est basée sur les RRAs qui peuvent être obtenues à partir de combinaisons des contraintes constitutives du modèle de comportement en utilisant les graphes bipartis (Staroswiecki, 2003b) ou sur des règles d'élimination (Ploix et.al., 2005). Cependant, la méthode est limitée par une grande complexité de calcul et par les méthodes de génération des RRAs qui doivent être exhaustives.

Un autre méthode de placement de capteurs est proposée dans (Travé-Massuyès et.al., 2006b). Cette dernière est une généralisation des travaux effectués dans (Travé-Massuyès et.al., 2001; Travé-Massuyès et.al., 2003). La méthode considère toutes les interprétations causales possibles des contraintes du modèle de comportement du système et donc, toutes les RRAs peuvent être obtenues. La démarche consiste à faire l'hypothèse que toutes les variables du système sont mesurées et la technique est basée sur le retrait consécutif des capteurs jusqu'à la satisfaction du cahier des charges considéré. Néanmoins, une limitation de cette méthode est sa grande complexité car le nombre de RRAs générés croît exponentiellement avec la redondance du système, et notamment avec son nombre de capteurs et le fait de mesurer toutes les variables du système conduit à une redondance maximale.

Dans la continuité du travail présenté dans (Travé-Massuyès et.al., 2003), une méthode pour concevoir un système de capteurs satisfaisant un cahier des charges avec un coût

minimal est proposée dans (Spanache et.al., 2004). Cette technique permet de trouver la combinaison de capteurs additionnels la plus adaptée qui vérifie un certain degré de diagnosticabilité. L'algorithme utilisé pour trouver le système optimal de capteurs commence par un ensemble initial d'individus candidats appelé population initiale et en utilisant des opérateurs génétiques de type croisement, mutation, sélection, etc. . . , une nouvelle population avec les meilleurs individus est produite à chaque étape itérative. Après un nombre d'itérations (qui dépend de la complexité du problème considéré), l'algorithme trouve une solution optimale au problème.

(Frisk and Krylander, 2009) propose également une méthode de placement de capteurs qui satisfait les critères de détectabilité et de diagnosticabilité. La technique est basée sur la représentation structurelle du système surveillé et sur la décomposition Dulmage-Mendelshon (Dulmage and Mendelshon, 1959). Les auteurs proposent un algorithme pour déterminer les capteurs qu'il faut ajouter pour satisfaire ces critères. Cet algorithme permet de trouver tous les ensembles minimaux de capteurs satisfaisant les contraintes de détectabilité et de diagnosticabilité en prenant en compte le coût associé à chaque capteur. Cependant, la technique n'est pas générale dans le sens où elle ne prend en compte que des systèmes juste-déterminés qui ne contiennent pas de parties sous-déterminées.

Il semble donc évident que la problématique abordée par la technique par placement de capteurs est différente de celle que nous traitons. En effet, notre objectif principal est satisfaire les objectifs de diagnostic en utilisant les redondances matérielles déjà en place et disponibles sur le système surveillé tout en garantissant l'utilisation d'un nombre minimal de signaux indicateurs de défauts. Ainsi, les RRAs rajoutés dans la matrice de signatures sont réalisés au travers des signaux indicateurs de défauts et ces derniers sont synthétisés par la technique  $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_-$  en utilisant uniquement les signaux de mesure existants sur le système surveillé. Inversement, la méthode par placement de capteurs propose de rajouter un nombre fini de capteurs sur le système surveillé et de les positionner de façon optimale afin de garantir la sensibilité d'un signal indicateur vis-à-vis d'un ou plusieurs défauts.

#### II.4.1.2 Application au cas du procédé 3 Tanks

Revenons au cas du procédé 3 Tanks. Pour faciliter l'interprétation des résultats qui vont suivre, nous commençons par rappeler la définition de la matrice de signatures établie dans le paragraphe II.3.

	$S_{F_{\{v_1\}}}$	$S_{F_{\{v_2\}}}$	$S_{F_{\{v_3\}}}$	$S_{F_{\{v_1, v_2\}}}$	$S_{F_{\{v_1, v_3\}}}$	$S_{F_{\{v_2, v_3\}}}$	$S_{F_{\{v_1, v_2, v_3\}}}$
$RRA_1$	1	0	1	1	1	1	1
$RRA_2$	0	1	0	1	0	1	1

TAB. II.7 – Matrice de signatures des défauts de type "fuite" du procédé 3 Tanks

Il vient que la matrice  $MS_i$  est définie telle que :

$$MS_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{II.42})$$

En résolvant le problème d'optimisation II.2 à l'aide d'un algorithme génétique avec 10 populations initiales de 50 individus suivant une distribution uniforme, nous obtenons les résultats suivants :

$$\bullet \quad m=0 \quad \text{nbred} = 6 \quad \text{colred} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 5 \\ 3 & 5 \\ 4 & 6 \\ 4 & 7 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} \quad MS_a^* = ()$$

$$\bullet \quad m=1 \quad \text{nbred} = 2 \quad \begin{array}{l} \text{colred} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} \quad MS_a^* = (0 \ 0 \ 1) \\ \text{colred} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \quad MS_a^* = (1 \ 0 \ 0) \end{array}$$

$$\bullet \quad m=2 \quad \text{nbred} = 0 \quad \text{colred} = [] \quad \begin{array}{l} MS_a^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ MS_a^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

où "nbred" et "colred" indiquent le nombre de colonnes et les numéros de colonnes égales deux-à-deux dans la matrice  $M$ . Par exemple,  $\text{colRed} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$  indique que les colonnes 3 et 5 sont égales ainsi que les colonnes 6 et 7.

Ainsi, l'algorithme (II.41) conduit à deux solutions possibles, l'optimum du critère étant atteint dans les deux cas pour  $m^* = 2$ . Notons que, dans ce cas particulier, ces deux solutions sont équivalentes puisqu'il suffit de permuter les deux lignes de la matrice  $MS_a^*$ . Ainsi, la solution à notre problème est donnée, comme illustré sur le tableau II.8 où l'on pourra vérifier que :

$$\text{supp}(RRA_1) = \{V_1, V_3\} \quad (\text{II.43})$$

$$\text{supp}(RRA_2) = \{V_2\} \quad (\text{II.44})$$

$$\text{supp}(RRA_3) = \{V_3\} \quad (\text{II.45})$$

$$\text{supp}(RRA_4) = \{V_1\} \quad (\text{II.46})$$

La matrice de signatures ainsi que les supports des RRAs ayant été définies, notre objectif est maintenant de synthétiser  $RRA_3$  et  $RRA_4$  telles que celles-ci vérifient la matrice de signatures II.8.

La démarche consiste donc à synthétiser deux filtres dynamiques tels que :

- le premier filtre soit sensible à une fuite sur la vanne  $V_3$  (au sens de la norme  $\mathcal{H}_-$ ) et simultanément robuste (au sens de la norme  $\mathcal{H}_\infty$ ) vis-à-vis des erreurs de modèle, des perturbations (qui sont les bruits des capteurs dans le cas du procédé 3 Tanks) et des fuites sur les vannes  $V_1$  et  $V_2$  ;

	$S_{FV_1}$	$S_{FV_2}$	$S_{FV_3}$	$S_{FV_1, V_2}$	$S_{FV_1, V_3}$	$S_{FV_2, V_3}$	$S_{FV_1, V_2, V_3}$
$RRA_1$	1	0	1	1	1	1	1
$RRA_2$	0	1	0	1	0	1	1
$RRA_3$	0	0	1	0	1	1	1
$RRA_4$	1	0	0	1	1	0	1

TAB. II.8 – Matrice de signatures mutuellement exclusive des défauts de type "fuite" du procédé 3 Tanks

- le second filtre soit sensible uniquement à une fuite sur la vanne  $V_1$  et simultanément robuste vis-à-vis des erreurs de modèle, du bruit de mesure et des fuites sur les vannes  $V_2$  et  $V_3$ .

### a) Modélisation

Soit les équations (II.35) et supposons que  $h_1 > h_3 > h_2$ . La linéarisation autour d'un point d'équilibre  $(h_1^*, h_2^*, h_3^*, Q_1^*, Q_2^*)$  permet d'établir le modèle linéaire incertain suivant :

$$\mathbf{P} : \begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1\eta + B_2u + K_1f \\ \varepsilon = C_1x \\ y = C_2x + K_2f + n \end{cases} \quad \eta = \Delta\varepsilon, \quad \Delta = \text{diag}(\delta_1, \delta_2, \delta_3), \quad \|\Delta\|_\infty \leq 1 \quad (\text{II.47})$$

tel que :

$$A = \begin{pmatrix} -k_1a_{10} & 0 & k_1a_{10} \\ 0 & -k_3a_{30} - k_2a_{20} & k_3a_{30} \\ k_1a_{10} & k_3a_{30} & -k_1a_{10} - k_3a_{30} \end{pmatrix}$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} w_1 & 0 & 0 \\ 0 & w_2 & w_3 \\ -w_2 & 0 & -w_3 \end{pmatrix} \quad C_1 = \begin{pmatrix} -k_1 & 0 & k_1 \\ 0 & -k_2 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{pmatrix} \quad (\text{II.48})$$

$$B_2 = \frac{1}{S} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad C_2 = I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dans la représentation matricielle (II.48),  $w_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , sont des paramètres constants et  $a_{i0} = 0, 8$ ,  $i = 1, 2, 3$ , représentent les valeurs nominales des coefficients d'écoulement.  $k_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , sont des paramètres constants définis tels que :

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{S_n \sqrt{2g}}{2S \sqrt{h_1^* - h_3^*}} \\ k_2 &= \frac{S_n \sqrt{2g}}{2S \sqrt{h_2^*}} \\ k_3 &= \frac{S_n \sqrt{2g}}{2S \sqrt{h_3^* - h_2^*}} \end{aligned} \quad (\text{II.49})$$

$\Delta$  représente la matrice d'incertitude telle que  $\|\Delta\|_\infty \leq 1$  (voir annexe A pour la définition

de la norme  $\mathcal{H}_\infty$ ).  $f = (f_1 \ f_2 \ f_3)^T$  représente le vecteur de fautes sur les vannes  $V_1$ ,  $V_2$  et  $V_3$  respectivement, et  $K_1$  et  $K_2$  sont les matrices de distribution associées définies telles que :

$$\begin{aligned} K_2 &= 0 \\ K_1 &= \text{diag} \left( \frac{SIa_{i_0}\sqrt{2g}}{2S\sqrt{h_i^*}} \right) \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (\text{II.50})$$

où  $n$  dénote le bruit de mesure.

### b) Synthèse des filtres de diagnostic

La démarche de synthèse, proposée dans (Henry and Zolghadri, 2005a), vise à déterminer simultanément les matrices de structuration des résidus  $M_y$  et  $M_u$ , et le filtre dynamique (stable)  $F$  tel que le vecteur de résidus  $r$  défini par :

$$r = z - \hat{z} \quad (\text{II.51})$$

$$z = M_y y + M_u u \quad (\text{II.52})$$

$$\hat{z}(s) = F(s) \begin{pmatrix} y(s) \\ u(s) \end{pmatrix} \quad (\text{II.53})$$

satisfait les objectifs de synthèse suivants :

- $r$  doit avoir un haut degré de robustesse vis-à-vis des bruits de mesure  $n$  (au sens de la norme  $\mathcal{H}_\infty$ ) et ce malgré les erreurs de modèles  $\Delta \in \mathbb{R}^{3 \times 3} : \|\Delta\|_\infty \leq 1$ .
- $r$  doit avoir un haut niveau de sensibilité vis-à-vis des défauts  $f$  que nous souhaitons détecter (au sens de la norme  $\mathcal{H}_-$ ) et ce malgré les erreurs de modèles  $\Delta \in \mathbb{R}^{3 \times 3} : \|\Delta\|_\infty \leq 1$ .

Le problème de synthèse se formule alors comme le problème d'optimisation suivant

$$\min_{\gamma_1} \quad \|T_{rn}\|_\infty < \gamma_1 \quad \forall \Delta \in \mathbb{R}^{3 \times 3} : \|\Delta\|_\infty \leq 1 \quad (\text{II.54})$$

$$\max_{\gamma_2} \quad \|T_{rf}\|_- > \gamma_2 \quad \forall \omega \in \Omega, \forall \Delta \in \mathbb{R}^{3 \times 3} : \|\Delta\|_\infty \leq 1 \quad (\text{II.55})$$

où  $T_{rn}$  et  $T_{rf}$  dénotent respectivement les transferts bouclés incertains de  $r$  vers  $n$  et de  $r$  vers  $f$ , ces transferts dépendant de la loi de commande.  $\|\cdot\|_\infty$  et  $\|\cdot\|_-$  définissent respectivement les normes  $\mathcal{H}_\infty$  et  $\mathcal{H}_-$  des transferts considérés et leurs définitions sont données en annexe A.

La démarche consiste alors à transformer le problème initial (II.54) et (II.55) en une forme (quasi) standard  $\mathcal{H}_\infty$ . Ainsi, il est montré dans (Henry and Zolghadri, 2005a) que la contrainte de robustesse (II.54) est satisfaite si et seulement si la condition suivante est vérifiée

$$\|W_n^{-1}T_{rn}\|_\infty < 1 \quad \iff \quad \|T_{r\tilde{n}}\|_\infty < 1 \quad \forall \Delta \in \mathbb{R}^{3 \times 3} : \|\Delta\|_\infty \leq 1 \quad (\text{II.56})$$

Dans cette formulation,  $\tilde{n}$  est un signal fictif tel que  $\tilde{n} = W_n n$  où  $W_n$  peut être vu comme



un filtre formeur du bruit de mesure. Le lemme suivant dont la preuve est donnée dans (Henry and Zolghadri, 2005a), permet de transformer la contrainte de sensibilité  $\mathcal{H}_-$  (II.55) en une contrainte fictive  $H_\infty$ .

**Lemme II.1** *Considérons la fonction de pondération  $W_f$  définie par*

$$\tilde{f} = W_f f \text{ tel que } \|W_f\|_- \geq \gamma_2 \quad (\text{II.57})$$

*Soit  $W_F$  une matrice de transfert inversible à droite telle que*

$$\|W_f\|_- = \frac{\gamma_2}{\lambda} \|W_F\|_- \|W_F\|_- > \lambda, \text{ où } \lambda = 1 + \gamma_2$$

*et soit le signal fictif  $\tilde{r}$  tel que  $\tilde{r} = r - W_F f$ . Alors, une condition suffisante pour qu'il existe une solution à (II.55) est :*

$$\exists M_y, M_u, F : \|T_{rf} - W_F\|_\infty < 1, \quad \forall \Delta \in \mathbb{R}^{3 \times 3} : \|\Delta\|_\infty \leq 1 \quad (\text{II.58})$$

*où de façon strictement équivalente :*

$$\exists M_y, M_u, F : \|T_{\tilde{r}f}\|_\infty < 1, \quad \forall \Delta \in \mathbb{R}^{3 \times 3} : \|\Delta\|_\infty \leq 1 \quad (\text{II.59})$$

*où  $T_{\tilde{r}f}$  dénote le transfert de  $f$  vers  $\tilde{r}$ .*

Le problème de synthèse peut donc être reformulé comme un problème (quasi) standard  $\mathcal{H}_\infty$  en combinant les conditions (II.56) et (II.59) en une contrainte  $\mathcal{H}_\infty$  unique, autrement dit, une condition suffisante pour que les spécifications (II.54) et (II.55) soient satisfaites est :

$$\exists M_y, M_u, F : \left\| \tilde{P}(M_y, M_u) * F \right\|_\infty < 1 \quad (\text{II.60})$$

Dans cette formulation, la matrice de transfert  $\tilde{P}(M_y, M_u)$  est déterminée à partir des réalisations d'état du modèle du système, de l'expression de la loi de commande, de  $W_n$ , de  $W_F$  et des matrices de structuration des résidus  $M_y$  et  $M_u$ . Aussi ce problème n'est pas un problème standard  $H_\infty$  et ne peut donc pas être résolu avec les approches de type Riccati ou bien encore LMI classiques, voir par exemple (Doyle *et.al.*, 1989, Apkarian and Gahinet, 1995). Une solution à ce problème est donnée dans (Henry and Zolghadri, 2005a). La technique proposée est basée sur l'utilisation conjointe du lemme réel borné (Boyd *et.al.*, 1994) et du lemme de projection (Gahinet and Apkarian, 1994) dans une base particulière. Nous invitons le lecteur intéressé à se référer à (Henry and Zolghadri, 2005a) pour de plus amples détails.

### c) Choix des paramètres de synthèse

Les pondérations  $W_n$  et  $W_f$ , définies dans les équations (II.56) et (II.57), permettent de définir les objectifs de performance du filtre de diagnostic. Ceux-ci ont été choisis tels que, pour chaque filtre (rappelons que nous avons deux filtres à synthétiser) :

$$W_n(s) = 0,087 \frac{1 + 0,125s}{1 + 0,2s} I_3 \quad (\text{II.61})$$

$$W_f(s) = \gamma_2 \frac{1}{1 + 10s} \quad (\text{II.62})$$

A travers ce choix de  $W_n$  est spécifié un taux d'amplification des bruits de mesure sur le résidu  $r(t)$  en haute fréquence inférieur à 17 dB. En effet, nous pourrions vérifier que  $W_n$  est de nature passe-bas avec un gain en haute fréquence égale à 17 dB. Quant à la pondération  $W_f$ , elle a été choisie pour obtenir un taux d'amplification de l'effet des défauts sur le résidu  $r(t)$  supérieur à 0,05 avec une dynamique de l'ordre de la dizaine de secondes. Ceci conduit à fixer  $W_f$  de type passe-bas de pulsation de coupure 0,1 rad/s.

Le problème d'optimisation (II.60) est alors résolu. Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau II.9. Les matrices d'état  $A_F$ ,  $B_F$ ,  $C_F$ ,  $D_F$  de chaque filtre  $F$  sont ensuite calculées moyennant la procédure explicitée dans (Henry and Zolghadri, 2005a).

Filtre	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$M_y$	$M_u$
$F_1(s)$	0,5	0,16	(-0,337 0,215 0,205)	$(3,34 \times 10^{-4} \quad -7,78 \times 10^{-5})$
$F_2(s)$	0,45	0,17	(-0,182 0,0989 0,201)	$(-1,787 \times 10^{-4} \quad -2,215 \times 10^{-4})$

TAB. II.9 – Valeurs numériques des paramètres de deux filtres de diagnostic

Finalement, en appliquant une procédure de décision de type "test séquentiel de Wald sur la moyenne" aux signaux  $r_1(t)$  et  $r_2(t)$  (les probabilités de fausse alarme et de non détection qui ont été fixées à  $10^{-6}$ ), nous obtenons les deux RRAs cherchées telles que si :

- une fuite sur la vanne  $V_1$  se produit, alors la relation  $RRA_4 : g_4(y, u) = 0$  est garantie non satisfaite (voir la relation (II.5) et la remarque II.3),
- une fuite sur la vanne  $V_3$  se produit, alors la relation  $RRA_3 : g_3(y, u) = 0$  est garantie non satisfaite.

Il est à noter que, dans cette formulation, le test de décision est considéré comme inclus dans les fonctions  $g_3$  et  $g_4$ .

## II.4.2 Génération des diagnostics

La matrice de signatures des fautes (mutuellement exclusive) étant connue, la démarche consiste maintenant à générer les diagnostics. La méthodologie que nous allons décrire dans ce paragraphe, s'appuie sur les travaux de (Nyberg, 2006a ; Nyberg, 2006b).

En adéquation avec la théorie logique du premier ordre, (Nyberg, 2006a ; Nyberg, 2006b) définit le formalisme suivant :

Chaque composant  $c \in \text{COMPS}$  est supposé appartenir à deux modes, i.e. :

- le mode "no fault", noté **NF**, signifie que le composant est sain ;
- et le mode "fault", noté **F**, désigne que le composant est défectueux.

Soit  $\mathfrak{R}_c$  le domaine des modes possibles, i.e.,  $\mathfrak{R}_c = \{\mathbf{F}, \mathbf{NF}\}$ . Soit  $M \subseteq \mathfrak{R}_c$ , il vient que  $c \in M$  est une formule logique du premier ordre. Par exemple,  $c_1 \in \{\mathbf{NF}\}$  est une formule qui signifie que le composant  $c_1$  est dans le mode "no fault".

**Remarque II.10** *Dans les développements qui vont suivre, chaque élément de COMPS étant supposé appartenir à deux modes, il vient que certains ensembles seront de simples singletons. Par exemple,  $M = \{\mathbf{NF}\}$  est un singleton. Certaines formules pourront donc s'écrire simplement. Par exemple, soit  $c \in COMPS$ , si  $c \in M : M = \{\mathbf{NF}\}$ ,  $c \in \{\mathbf{NF}\}$  peut s'écrire " $c = \mathbf{NF}$ ", ou encore " $\neg c$ ". Néanmoins, on écrira toujours les formules sous la forme  $c \in \{\mathbf{NF}\}$ , ceci en accord avec les développements présentés dans le paragraphe II.4.4 qui présentent une généralisation des développements suivants au cas de plusieurs modes de fautes.*

Nous allons maintenant définir le concept de forme normale maximale (notée MNF pour "Maximal Normal Form").

**Définition II.5 (Forme MNF)**

Soit  $\mathfrak{R}_c$  le domaine des modes défini précédemment et soit  $M_k \neq \emptyset \subset \mathfrak{R}_c$ . Soit la forme conjonctive  $F_p$  définie telle que :

$$F_p = c_1 \in M_1 \wedge c_2 \in M_2 \wedge \dots \wedge c_k \in M_k \quad c_i \neq c_j, \forall i \neq j, \quad k \leq N \quad (\text{II.63})$$

Une formule  $\mathcal{F} = \bigvee_p F_p$  est dite MNF si et seulement si aucune forme conjonctive n'est une conséquence d'une autre forme conjonctive, autrement dit, pour chaque forme conjonctive  $F_p$ , il n'y a aucune forme conjonctive  $F_l$ ,  $l \neq p$  pour qui  $F_l \models F_p$  est vrai. Notons que par définition, les formes  $F_p$  peuvent contenir un nombre différents d'éléments. C'est notamment vrai dans le cas d'un élément, i.e.,  $F_p = c \in M$ .

D'après cette définition, il vient qu'une des propriétés importantes d'une formule MNF est qu'elle ne contient pas de conjonctions redondantes et que chaque conjonction ne contient pas d'affectation redondante. En ce sens, on peut parler de "représentation compacte" d'une formule MNF.

Etant donnée une observation, la démarche consiste alors en la génération des conflits (voir le paragraphe I.3.2 du chapitre 1 pour la définition d'un R-conflit). D'après la définition II.2 d'une signature de fautes, il est immédiat de voir que lorsqu'une RRA n'est pas satisfaite par une observation OBS, alors au moins un des composants intervenant dans la définition de son support est responsable de la situation défailante. D'après les définitions d'un R-conflit et d'un support, il vient la propriété suivante :

**Propriété II.1** *Soit le système observé  $(DS, COMPS, OBS)$  où  $DS = \{RRA_i, i = 1, \dots, n + m\}$ . Si OBS ne vérifie pas une RRA "k", autrement dit, si l'expression*

$$RRA_k \cup OBS \cup \{\neg AB(c) | c \in \text{supp}(RRA_k)\} \subseteq COMPS \quad (\text{II.64})$$

*est inconsistante, alors le support  $\text{supp}(RRA_k)$  est un R-conflit minimal (minimalité de  $\text{supp}(RRA_k)$ ) pour le système observé  $(DS, COMPS, OBS)$ .*

Chaque support constitue donc un conflit potentiel. Il ne peut donc exister plus de  $(n+m)$  conflits.

Afin de rapprocher le concept de conflits de la notion de forme MNF, (Nyberg, 2006b) a introduit la notion de "*conclusion de tests*", qui n'est rien d'autre qu'un conflit exprimé comme une formule sous forme MNF. Aussi, nous appellerons une "*conclusion de tests*" un conflit.

En effet, d'après la définition proposée par (Nyberg, 2006b), si  $\exists$  OBS tel que

$$RRA_k \cup \text{OBS} \cup \{\neg \text{AB}(c) \mid c \in \text{supp}(RRA_k) \subseteq \text{COMPS}\}$$

est inconsistante, alors le support  $\text{supp}(RRA_k)$  est une "*conclusion de tests*", notée  $\mathcal{C}$ , qui s'écrit :

$$\mathcal{C} = c_1 \in \{\mathbf{F}\} \vee c_2 \in \{\mathbf{F}\} \vee \dots \vee c_k \in \{\mathbf{F}\} \text{ tel que } c_i \neq c_j, \forall i \neq j \text{ avec } k \leq N \text{ et } c_i \in \text{supp}(RRA_k) \quad (\text{II.65})$$

On retrouve donc ici la description d'un conflit exprimé comme une formule sous forme MNF, cette propriété découlant de la minimalité d'un support. En effet,  $c_i \neq c_j, \forall i \neq j$ , il ne peut y avoir de redondance dans un ensemble  $M_i = \{\mathbf{F}\}$  (propriété évidente puisque  $M_i$  est un singleton) et aucun ensemble  $M_i$  n'est égal à l'ensemble vide (par définition).

Le calcul des diagnostics s'effectue alors moyennant la proposition suivante :

**Proposition II.2 (Nyberg, 2006a)**

*Un diagnostic  $D$  pour un système observé  $(DS, \text{COMPS}, \text{OBS})$  est défini comme un mode de fonctionnement du système consistant avec l'ensemble des conflits  $\bar{\mathcal{C}}$ , i.e., soit  $\bar{\mathcal{C}}$  l'ensemble des conflits,  $D$  est un diagnostic si et seulement si  $D \cup \bar{\mathcal{C}} \not\models \perp$ . Dans cette expression " $\not\models$ " dénote la négation de la fonction conséquence.*

De façon très similaire à l'approche proposée par (Reiter, 1987), l'analyse de l'ensemble  $\bar{\mathcal{C}}$  des conflits (minimaux) permet donc d'engendrer tous les diagnostics. Cette analyse s'appuie sur l'algorithme 1 dont l'objectif est d'établir à partir d'une formule  $\mathcal{F}$  et d'un conflit  $\mathcal{C}$  (tous deux définis sous forme MNF compte tenu des résultats établis précédemment), une nouvelle formule  $\mathcal{Q}$  telle que  $\mathcal{Q} \simeq \mathcal{F} \wedge \mathcal{C}$ . Dans cette expression " $\simeq$ " signifie que les deux formules sont équivalentes, i.e.,  $\mathcal{Q} \models \mathcal{F} \wedge \mathcal{C}$  et  $\mathcal{F} \wedge \mathcal{C} \models \mathcal{Q}$ .

Cet algorithme s'utilise de façon itérative de la façon suivante :

1. Si l'observation conduit à ne définir qu'un seul conflit  $\mathcal{C}_1$ , alors l'algorithme n'est pas utilisé. Notons que compte-tenu de sa définition,  $\mathcal{C}_1$  est un conflit minimal. Le diagnostic obtenu est donc un diagnostic minimal.
2. Si l'observation conduit à définir deux conflits  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  (i.e.,  $\bar{\mathcal{C}} = \{\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2\}$ ), l'algorithme 1 est appelé avec  $\mathcal{F} = \mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C} = \mathcal{C}_2$ . Il fournit ainsi  $\mathcal{Q}$  tel que  $\mathcal{Q} \simeq \mathcal{C}_1 \wedge \mathcal{C}_2$ .
3. Pour tout conflit supplémentaire, on appelle l'algorithme en fixant  $\mathcal{F}$  à la valeur  $\mathcal{Q}$  de l'itération antérieure.

---

**Algorithme 1**  $Q = conj(\mathcal{F}, \mathcal{C})$

---

**Entrées:** une formule  $\mathcal{F}$  sous forme MNF, un conflit  $\mathcal{C}$

**Sorties:**  $Q$

```

1:  $\mathcal{F}_{old} = \mathcal{F}$ 
2: Pour  $F_i \in \mathcal{F}$  faire
3:   Si  $F_i \not\models \mathcal{C}$  alors
4:     Retirer  $F_i$  de  $\mathcal{F}_{old}$ 
5:     Pour  $C_j \in \mathcal{C}$  faire
6:       Soit  $F_{new}$  une conjonction sous forme MNF t.q.  $F_{new} \simeq F_i \wedge C_j$ 
7:       Pour  $\bar{F}_k \in \mathcal{F}_{old}$  faire
8:         Si  $F_{new} \models \bar{F}_k$  alors
9:           goto LABELX
10:        Fin(Si)
11:       Fin(Pour)
12:        $\mathcal{F}_{add} \leftarrow \mathcal{F}_{add} \vee F_{new}$ 
13:       LABELX
14:     Fin(Pour)
15:   Fin(Si)
16: Fin(Pour)
17:  $Q \leftarrow \mathcal{F}_{old} \vee \mathcal{F}_{add}$ 

```

---

Ces résultats s'appuient sur le théorème suivant :

**Théorème II.1** *Soit  $\bar{\mathcal{C}}$  un ensemble de conflits qui n'est pas inconsistant (i.e.,  $\bar{\mathcal{C}} \not\models \perp$ ) et soit  $Q$  une formule obtenue après traitement de l'ensemble  $\bar{\mathcal{C}}$  des conflits via l'algorithme 1. Alors  $Q$  est une formule MNF et  $Q \simeq \bar{\mathcal{C}}$ .*

**Preuve :** *La preuve de ce théorème est une adaptation des théorèmes 1 et 2 de (Nyberg, 2006a) en considérant le domaine de modes  $\mathfrak{R}_c$  défini précédemment.*

---

**Algorithme 2** Algorithme principal

---

**Entrées:** L'ensemble  $\bar{\mathcal{C}}$  des conflits

**Sorties:**  $Q$

```

1: Retirer un conflit  $\mathcal{C}$  de  $\bar{\mathcal{C}}$ 
2:  $Q \leftarrow \mathcal{C}$ 
3: Pour  $\mathcal{C}_i \in \bar{\mathcal{C}}$  faire
4:    $Q = conj(Q, \mathcal{C}_i)$ 
5: Fin(Pour)

```

---

La procédure est résumée dans l'algorithme 2 qui constitue l'algorithme principal. Ainsi, lorsque tous les conflits ont été balayés, les diagnostics  $D$  sont déduits de  $Q$ . Notons que cette démarche n'est pas sans rappeler les résultats présentés dans le paragraphe I.3.2 du chapitre 1 stipulant qu'établir tous les diagnostics minimaux pour un système observé (DS, COMPS, OBS) revient à calculer l'ensemble échantillon minimal de l'ensemble

des R-conflits minimaux du système (DS, COMPS, OBS). Nous allons d'ailleurs montrer l'équivalence entre les deux démarches dans le paragraphe II.4.3.

### II.4.2.1 Application au procédé 3 Tanks

Nous allons à présent illustrer la procédure précédemment explicitée sur le problème de diagnostic de fuites du procédé 3 Tanks.

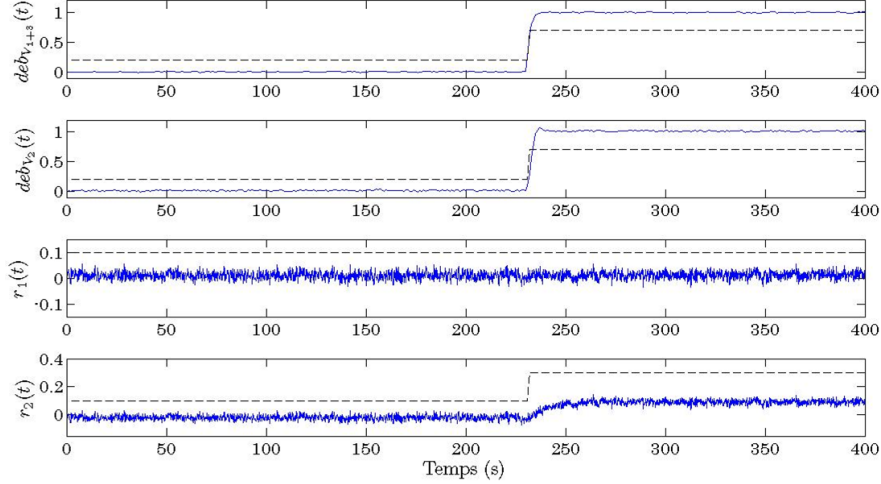


FIG. II.4 – Observation des signaux ( $dev_{V_{1+3}}$  et  $dev_{V_2}$ ), des résidus ( $r_1$  et  $r_2$ ) et des tests de décision (pointillé)

Considérons la situation illustrée par la figure II.4. Sur cette figure sont représentés l'évolution temporelle (de haut en bas)

- du signal  $dev_{V_{1+3}}(t)$  et du test de décision associé, noté  $v_1(t)$  ;
- du signal  $dev_{V_2}(t)$  et du test de décision associé, noté  $v_2(t)$  ;
- du signal  $r_1(t)$  et du test de décision associé ;
- du signal  $r_2(t)$  et du test de décision associé.

Nous rappelons pour information, que les signaux  $dev_{V_{1+3}}(t)$  et  $dev_{V_2}(t)$  sont des mesures de débit et que les résidus  $r_1(t)$  et  $r_2(t)$  ont été synthétisés moyennant la procédure de synthèse  $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_-$  présentée dans le chapitre 1 de ce mémoire. Le lecteur pourra se référer au paragraphe II.4.1.2 pour la synthèse de  $r_1$  et  $r_2$ . Nous rappelons également que les tests de décision consistent en le test séquentiel de Wald sur la moyenne avec les probabilités de fausse alarme et de non détection fixées à  $10^{-6}$ .

Sachant que  $\text{COMPS} = \{V_1, V_2, V_3\}$  (voir équation (II.7)), que  $\text{DS} = \{RRA_1, RRA_2, RRA_3, RRA_4\}$  (voir le tableau II.8) et que d'après la figure II.4, on observe que :

$$\text{OBS} = \{v_1 = 1, v_2 = 1, v_{r_1} = 0, v_{r_2} = 1\}$$

telle que la notation  $v_{r_i}$  indique que l'on raisonne sur le test de décision associé au résidu  $r_i$ .

Par conséquent, il vient que l'expression

$$RRA_1 \cup \text{OBS} \cup \{\neg \text{AB}(c) \mid c \in \text{supp}(RRA_1)\} \subseteq \text{COMPS} \quad (\text{II.66})$$

est inconsistante, indiquant que  $\text{supp}(RRA_1)$  est un conflit, voir la propriété II.1. Il en est de même pour  $RRA_2$  et  $RRA_4$ .

Il existe donc trois conflits  $\bar{\mathcal{C}} = \{\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3\}$  définis tels que :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_1 &= V_1 \in \{\mathbf{F}\} \vee V_3 \in \{\mathbf{F}\} \\ \mathcal{C}_2 &= V_2 \in \{\mathbf{F}\} \\ \mathcal{C}_3 &= V_1 \in \{\mathbf{F}\} \end{aligned} \quad (\text{II.67})$$

L'application de l'algorithme 2 conduit aux étapes de calcul suivantes :

- > On retire  $\mathcal{C}_1$  de  $\bar{\mathcal{C}}$  :  $\bar{\mathcal{C}} = \{\mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3\} = \{V_2 \in \{\mathbf{F}\}, V_1 \in \{\mathbf{F}\}\}$
- >  $\mathcal{Q} = \mathcal{C}_1 = V_1 \in \{\mathbf{F}\} \vee V_3 \in \{\mathbf{F}\}$
- > On entre alors dans la boucle qui vise à traiter  $\mathcal{C}_2$  et  $\mathcal{C}_3$

• Traitement de  $\mathcal{C}_2$  :  $\mathcal{Q} = \text{conj}(\mathcal{Q}, \mathcal{C}_2)$

- >  $\mathcal{F}_{old} = \mathcal{Q} = V_1 \in \{\mathbf{F}\} \vee V_3 \in \{\mathbf{F}\}$
- > Pour  $F_1 = V_1 \in \{\mathbf{F}\}$  %i = 1
- >  $F_1 \not\models \mathcal{C}_2$  %car  $F_1$  vrai n'implique pas  $\mathcal{C}_2$  vrai
- >  $\mathcal{F}_{old} = V_3 \in \{\mathbf{F}\}$  %on retire  $V_1 \in \{\mathbf{F}\}$  de  $\mathcal{F}_{old}$
- > Pour  $C_1 = V_2 \in \{\mathbf{F}\}$  %j = 1
- >  $F_{new} = V_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{F}\}$  %c'est une forme MNF
- > Pour  $\bar{F}_1 = V_3 \in \{\mathbf{F}\}$
- >  $F_{new} \not\models \bar{F}_1$
- > Fin
- >  $\mathcal{F}_{add} = V_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{F}\}$
- > Fin
- > Fin
- > Pour  $F_2 = V_3 \in \{\mathbf{F}\}$  %i = 2
- >  $F_2 \not\models \mathcal{C}_2$  %car  $F_2$  vrai n'implique pas  $\mathcal{C}_2$  vrai
- >  $\mathcal{F}_{old} = \emptyset$  %on retire  $V_3 \in \{\mathbf{F}\}$  de  $\mathcal{F}_{old}$
- > Pour  $C_1 = V_2 \in \{\mathbf{F}\}$  %j = 1
- >  $F_{new} = V_3 \in \{\mathbf{F}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{F}\}$  %c'est une forme MNF
- >  $\mathcal{F}_{add} = (V_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{F}\}) \vee (V_3 \in \{\mathbf{F}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{F}\})$
- > Fin
- > Fin
- >  $\mathcal{Q} = (V_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{F}\}) \vee (V_3 \in \{\mathbf{F}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{F}\})$

• Traitement de  $\mathcal{C}_3$  :  $\mathcal{Q} = \text{conj}(\mathcal{Q}, \mathcal{C}_3)$

- >  $\mathcal{F}_{old} = (V_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{F}\}) \vee (V_3 \in \{\mathbf{F}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{F}\})$

---

```

> Pour  $F_1 = V_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{F}\}$  %i = 1
>    $F_1 \models \mathcal{C}_3$ 
> Fin
> Pour  $F_2 = V_3 \in \{\mathbf{F}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{F}\}$  %i = 2
>    $F_2 \not\models \mathcal{C}_3$ 
>    $\mathcal{F}_{old} = V_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{F}\}$  %on retire  $V_3 \in \{\mathbf{F}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{F}\}$  de  $\mathcal{F}_{old}$ 
>   Pour  $C_1 = V_1 \in \{\mathbf{F}\}$  %j = 1
>      $F_{new} = V_3 \in \{\mathbf{F}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{F}\} \wedge V_1 \in \{\mathbf{F}\}$ 
>     Pour  $\overline{F}_1 = V_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{F}\}$  % k=1
>        $F_{new} \models \overline{F}_1 \Rightarrow \text{goto LABELX}$ 
>     Fin
>   Fin
> Fin
>  $\mathcal{Q} = V_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{F}\}$ 
    
```

Il vient donc que les diagnostics sont donnés par :

$$D = V_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{F}\} \wedge V_3 \in \{\mathbf{NF}\} \quad (\text{II.68})$$

On diagnostique donc un défaut combiné de fuites dans les vannes  $V_1$  et  $V_2$ , ce qui se trouve être la situation défailante réelle du système. En d'autres termes, la méthode conduit à un diagnostic sans ambiguïté.

### II.4.3 L'algorithme 1 et l'algorithme des "hitting sets" de (De Kleer and Williams, 1987)

Nous allons montrer dans ce paragraphe que l'algorithme 1 n'est finalement rien d'autre que l'algorithme de calcul d'un ensemble échantillon proposé par (De Kleer and Williams, 1987).

Etant donnée la définition de  $\mathfrak{R}_c = \{\mathbf{NF}, \mathbf{F}\}$  (i.e., chaque composant est supposé n'appartenir qu'aux modes de fonctionnement "défaut" et "non défaut") et compte-tenu de la propriété II.1, il vient qu'un conflit (minimal)  $\mathcal{C}^{20}$  pour un système observé (DS, COMPS, OBS) est l'ensemble (minimal) des composants utilisés pour déterminer une RRA qui est non satisfaite par l'observation OBS, d'où l'expression générique d'un conflit  $\mathcal{C}$  :

$$\mathcal{C} = \{c_1, c_2, \dots, c_k\}, \quad c_i \neq c_j, \forall i \neq j, \quad k \leq N \quad (\text{II.69})$$

Dans l'approche proposée par (Reiter, 1987), la construction des diagnostics repose sur l'analyse de l'ensemble  $\overline{\mathcal{C}}$  de ces conflits.  $\Delta$  est ainsi un diagnostic si et seulement si pour

---

<sup>20</sup>Dans ce paragraphe, nous utilisons les mêmes conventions de notation que celles du paragraphe précédent afin de mieux mettre en évidence l'équivalence entre l'algorithme 1 et l'algorithme des "hitting sets" de (De Kleer and Williams, 1987)



tous les conflits  $\mathcal{C} \in \bar{\mathcal{C}}$ ,  $\Delta \cap \mathcal{C} \neq \emptyset$ , voir paragraphe I.3 du chapitre 1 pour de plus amples détails.

Aussi, en réalisant les opérations suivantes :

- remplacer la formule sous forme MNF  $\mathcal{F}$  par un ensemble  $\Delta$  de diagnostics minimaux,
- au lieu de tester la condition  $F_i \not\models \mathcal{C}$  de la ligne 3 de l'algorithme 1, on teste la condition  $\Delta_i \cap \mathcal{C} = \emptyset$ ,
- au lieu de définir la variable  $F_{new}$  telle qu'explicitée à la ligne 6 de l'algorithme 1, on définit un diagnostic  $\Delta_{new}$  tel que  $\Delta_{new} := \Delta_i \cup \{C_j\}$ ,

il vient que l'algorithme 1 s'écrit comme l'algorithme 3 dont l'objectif est d'établir à partir d'un diagnostic  $\Delta$  et d'un conflit  $\mathcal{C}$ , un nouveau diagnostic  $\mathcal{Q}$ . Ainsi, une fois tous les conflits balayés conformément à l'algorithme 2,  $\mathcal{Q}$  contient tous les diagnostics minimaux.

On reconnaîtra dans la structure de l'algorithme 3, l'algorithme de calcul d'un ensemble échantillon proposé par (De Kleer and Williams, 1987).

---

**Algorithme 3**  $\mathcal{Q} = conj(\Delta, \mathcal{C})$

---

**Entrées:** un ensemble  $\Delta$  de diagnostics minimaux, un conflit  $\mathcal{C}$

**Sorties:**  $\mathcal{Q}$

```

1:  $\Delta_{old} = \Delta$ 
2: Pour  $\Delta_i \in \Delta$  faire
3:   Si  $\Delta_i \cap \mathcal{C} = \emptyset$  alors
4:     Retirer  $\Delta_i$  de  $\Delta_{old}$ 
5:     Pour  $C_j \in \mathcal{C}$  faire
6:       Soit  $\Delta_{new} := \Delta_i \cup \{C_j\}$ 
7:       Pour  $\bar{\Delta}_k \in \Delta_{old}$  faire
8:         Si  $\bar{\Delta}_k \subseteq \Delta_{new}$  alors
9:           goto LABELX
10:      Fin(Si)
11:     Fin(Pour)
12:      $\Delta_{add} \leftarrow \Delta_{add} \cup \{\Delta_{new}\}$ 
13:     LABELX
14:   Fin(Pour)
15: Fin(Si)
16: Fin(Pour)
17:  $\mathcal{Q} \leftarrow \Delta_{old} \cup \Delta_{add}$ 

```

---

A titre d'exemple, si l'on reprend le cas du procédé 3 Tanks, on pourra vérifier :

- que d'après les résultats présentés sur la figure II.4, il vient que l'expression  $RRA_1 \cup \text{OBS} \cup \{\neg AB(c) | c \in \text{supp}(RRA_1) \subseteq \text{COMPS}\}$  est inconsistante, indiquant que le support  $\text{supp}(RRA_1)$  est un conflit. Il en est de même pour  $RRA_2$  et  $RRA_4$ , d'où la définition de l'ensemble  $\bar{\mathcal{C}}$  des conflits

$$\bar{\mathcal{C}} = \{\{V_1, V_3\}, \{V_2\}, \{V_1\}\} \quad (\text{II.70})$$

- que la 1<sup>ère</sup> itération de l'algorithme 3 conduit à retirer  $V_1$  et  $V_3$  de  $\Delta_{old}$  et à "brancher" deux fois sur l'instruction  $\Delta_{add} \leftarrow \Delta_{add} \cup \{\Delta_{new}\}$  conduisant à  $\Delta_{old} = \emptyset$  et  $\Delta_{add} = \{\{V_1, V_2\}, \{V_3, V_2\}\}$ , d'où

$$\mathcal{Q} = \{\{V_1, V_2\}, \{V_3, V_2\}\} \quad (\text{II.71})$$

- que la 2<sup>ème</sup> itération de l'algorithme 3 conduit à retirer  $\{V_3, V_2\}$  de  $\Delta_{old}$ . Le test  $\overline{\Delta}_k \in \Delta_{old}$  étant alors chaque fois vérifié, on va au label LABELX, ce qui conduit donc aux diagnostics finaux

$$\mathcal{Q} = \{V_1, V_2\} \quad (\text{II.72})$$

#### II.4.4 Cas de plusieurs modes de fautes

Comme nous l'avons précisé en introduction de ce chapitre, l'originalité de la méthode que nous proposons (par rapport à l'algorithme des "hitting sets" de (De Kleer and Williams, 1987)) est sa capacité à traiter le diagnostic des différents modes (ou types) de fautes possibles sur les composants du système surveillé.

Soit  $\mathfrak{R}_c$  le domaine des modes possibles et soit  $\text{COMPS} = \{c_1, \dots, c_N\}$  l'ensemble des composants du système. De façon similaire aux développements présentés dans le paragraphe II.4.2, soit  $M \subseteq \mathfrak{R}_c$  et il vient que  $c_i \in M$  est une formule logique du premier ordre. Par exemple,  $c_1 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{Bou}\}$  est une formule qui signifie que le composant  $c_1$  est dans le mode "Fuite" OU dans le mode "Bouchage".

Supposons associée à  $\mathfrak{R}_c$ , la matrice de signatures illustrée sur le tableau II.10 telle que celle-ci vérifie les propriétés suivantes :

1. Les " $n$ " premières RRAs sont des signaux déjà disponibles sur le système et les " $m$ " dernières RRAs sont synthétisées moyennant les techniques de la communauté FDI, la technique basée sur la formulation explicite des objectifs de robustesse et de sensibilité  $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_-$  étant privilégiée pour les raisons que nous avons déjà évoquées.
2. Les "1" dans la matrice de signatures indiquent que les RRAs associées sont garanties ne pas être satisfaites en cas de fautes. En d'autres termes, les propriétés de détectabilité sont garanties satisfaites.
3. Le cas des fautes combinées correspond à une combinaison "OU" des cas de fautes simples.
4. Aucune hypothèse n'est faite sur la propriété de mutuelle exclusivité de la matrice de signatures.

Dans cette formulation, on suppose que la matrice de signatures a été élaborée conformément aux développements présentés dans les paragraphes précédents. Le problème que l'on cherche à résoudre consiste à générer tous les diagnostics pour les différents modes de fautes. On procédera pour cela de façon identique à la démarche présentée précédemment, i.e. :

1. Etant donné une observation OBS, on génère l'ensemble  $\overline{\mathcal{C}}$  des conflits.

	$S_{F_{\{c_1\}}}$			$\dots$			$S_{F_{\{c_N\}}}$		
	Fu	Bou	...	Fu	Bou	...	Fu	Bou	...
$RRA_1$	1	0	...	0	1	...	1	0	...
$\vdots$		$\vdots$			$\ddots$			$\vdots$	
$RRA_n$	0	0	...	1	1	...	0	0	...
$RRA_{n+1}$	0	1	...	1	1	...	1	0	...
$\vdots$		$\vdots$			$\ddots$			$\vdots$	
$RRA_{n+m}$	1	1	...	0	0	...	1	0	...

TAB. II.10 – Matrice de signatures dans le cas de plusieurs modes de fautes

2. On détermine ensuite les diagnostics par analyse de l'ensemble  $\bar{\mathcal{C}}$ .

**a) Génération des conflits**

De façon similaire aux développements présentés précédemment, on pourra vérifier que si  $\exists$  OBS tel que

$$RRA_k \cup \text{OBS} \cup \{\neg \text{AB}(c) \mid c \in \text{supp}(RRA_k)\} \subseteq \text{COMPS}$$

est inconsistante, alors le support  $\text{supp}(RRA_k)$  est un conflit  $\mathcal{C}$  qui s'écrira comme suit :

$$\mathcal{C} = c_1 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{Bou}, \dots\} \vee c_2 \in \{\mathbf{NF}, \mathbf{Fu}, \mathbf{Bou}, \dots\} \vee \dots \vee c_k \in \{\mathbf{NF}, \mathbf{Fu}, \dots\} \quad (\text{II.73})$$

tel que  $c_i \neq c_j, \forall i \neq j, k \leq N$ .

De façon plus générique, il vient qu'un conflit s'écrit :

$$\mathcal{C} = c_1 \in M_1 \vee c_2 \in M_2 \vee \dots \vee c_k \in M_k \text{ tel que } c_i \neq c_j, \forall i \neq j, k \leq N \quad (\text{II.74})$$

avec  $M_i \subset \mathfrak{R}_c$ . Il apparaît donc clairement qu'il ne peut exister plus de  $n + m$  conflits  $\mathcal{C}$ .

**b) Génération des diagnostics**

De façon identique à l'approche présentée dans le paragraphe II.4.2, l'analyse de l'ensemble  $\bar{\mathcal{C}}$  des conflits permet d'engendrer tous les diagnostics. Cette analyse s'appuie une nouvelle fois sur les algorithmes 1 et 2. L'utilisation de l'algorithme 1 est rendue possible grâce à la propriété fondamentale suivante :

**Propriété II.2**  $\mathcal{C}$  est une formule sous forme MNF.

Cette propriété découle directement de la propriété de minimalité d'un support. En effet,  $c_i \neq c_j, \forall i \neq j$ , il ne peut y avoir de redondance dans un ensemble  $M_i$  et aucun ensemble  $M_i$  n'est égal à l'ensemble vide, i.e.,  $M_i \neq \emptyset$ .

Ainsi, lorsque tous les conflits ont été balayés, les diagnostics  $D$  sont déduits de la solution  $\mathcal{Q}$ .

### II.4.4.1 Précisions d'ordre algorithmique

Bien que la procédure de génération de tous les diagnostics dans le cas qui nous intéresse, soit identique à la méthodologie présentée dans le paragraphe II.4.2, il nous paraît important de préciser certains détails d'ordre algorithmique :

• **La première précision concerne le test " $F_i \not\models \mathcal{C}$ " (voir ligne 3).**

Considérons qu'à une itération " $i$ ",  $F_i$  mette en jeu les composants  $c_1$ ,  $c_2$  et  $c_3$  et que le conflit  $\mathcal{C}$  que l'on traite, mette en jeu les composants  $c_2$ ,  $c_3$ . On pourra vérifier que leurs expressions respectives sont données par

$$F_i = c_1 \in M_1^F \wedge c_2 \in M_2^F \wedge c_3 \in M_3^F, \quad M_k^F \subset \mathfrak{R}_c \quad (\text{II.75})$$

$$\mathcal{C} = c_2 \in M_2^C \vee c_3 \in M_3^C, \quad M_k^C \subset \mathfrak{R}_c \quad (\text{II.76})$$

D'après la définition de la fonction conséquence, il vient que la condition  $F_i \models \mathcal{C}$  est vraie si et seulement si  $M_2^F \subseteq M_2^C$  OU  $M_3^F \subseteq M_3^C$ . Cet exemple montre donc, qu'en général, la condition " $F_i \models \mathcal{C}$ " est vraie si et seulement si  $F_i$  et  $\mathcal{C}$  contiennent au moins un composant  $c_k$  en commun qui vérifie  $M_k^F \subseteq M_k^C$ . Cette propriété offre donc un moyen de coder le test " $F_i \not\models \mathcal{C}$ ".

De façon similaire, la condition  $F_{new} \models \overline{F}_k$  est vraie (voir ligne 8 de l'algorithme 1) si et seulement si  $\overline{F}_k$  contient uniquement des composants présents dans  $F_{new}$  et pour chaque composant  $c_l$  commun,  $M_l^{new} \subseteq M_l^{\overline{F}}$  où  $M_l^{new} \subset \mathfrak{R}_c$  et  $M_l^{\overline{F}} \subset \mathfrak{R}_c$ ,  $\forall l$ , sont relatifs à  $F_{new}$  et à  $\overline{F}_k$  respectivement.

De cette propriété, il vient que la condition  $\overline{F}_k \in \mathcal{F}_{old}$  (voir ligne 7 de l'algorithme 1) doit être remplacée par l'instruction suivante :

> **Pour  $\overline{F}_k \in \mathcal{F}$ ,  $\overline{F}_k \neq F_i$  faire**

En effet, dans le cas où  $\mathfrak{R}_c = \{\mathbf{NF}, \mathbf{F}\}$ , on pourra vérifier que les instructions "**Pour  $\overline{F}_k \in \mathcal{F}_{old}$  faire**" et "**Pour  $\overline{F}_k \in \mathcal{F}$ ,  $\overline{F}_k \neq F_i$ , faire**" conduisent au même résultat car la condition qui suit, i.e., " $F_{new} \models \overline{F}_k$ " (voir ligne 8 de l'algorithme 1) est vraie si et seulement si  $\overline{F}_k$  contient uniquement des composants présents dans  $F_{new}$ . En d'autres termes, l'application des résultats, établis précédemment au cas des deux modes de fonctionnement  $\mathbf{NF}$  et  $\mathbf{F}$ , montre que la condition  $M_l^{new} \subseteq M_l^{\overline{F}}$  est toujours vérifiée puisque  $M_l^{new} = M_l^{\overline{F}} = \{\mathbf{F}\}$ .

• **La deuxième précision concerne la définition de  $F_{new}$ , voir ligne 6 de l'algorithme 1. Plus précisément, notre remarque vise à comprendre à travers un exemple, comment déterminer  $F_{new}$  sous forme MNF t.q.  $F_{new} \simeq F_i \wedge C_j$ .**

Considérons qu'à une itération " $i$ ",  $F_i$  mette en jeu deux composants  $c_1$  et  $c_2$  et qu'à une itération " $j$ ",  $C_j$  mette en jeu un composant commun à  $F_i$ , disons  $c_2$ . On pourra vérifier que leurs expressions respectives sont données par :

$$F_i = c_1 \in M_1^F \wedge c_2 \in M_2^F, \quad M_k^F \subset \mathfrak{R}_c \quad (\text{II.77})$$

$$C_j = c_2 \in M_2^C, \quad M_2^C \subset \mathfrak{R}_c \quad (\text{II.78})$$

Il vient alors

$$F_{new} = c_1 \in M_1^F \wedge c_2 \in M_2^F \cap M_2^C \quad (\text{II.79})$$

tel que  $M_2^F \cap M_2^C \neq \emptyset$  et dans le cas contraire (c'est à dire  $M_2^F \cap M_2^C = \emptyset$ ),  $c_1 \in M_1^F \wedge c_2 \in M_2^F \cap M_2^C$  n'est pas une formule sous forme MNF et il en résulte que  $F_{new} = \perp$ . Dans ce dernier cas, il vient que la condition  $F_{new} \models \bar{F}_k$  est vraie et l'algorithme branche sur le label LABELX.  $\mathcal{F}_{add}$  n'est alors pas mis à jour.

**Remarque II.11** *Compte-tenu de cette dernière analyse, on pourra remarquer que l'instruction "Soit  $F_{new}$  une conjonction sous forme MNF t.q.  $F_{new} \simeq F_i \wedge C_j$ " permet de réduire l'espace des diagnostics au fil des conflits. De même, on pourra remarquer (et cette fois-ci de façon évidente) que l'instruction " $\mathcal{F}_{add} \leftarrow \mathcal{F}_{add} \vee \mathcal{F}_{new}$ " vise à augmenter l'espace de diagnostic tandis que l'instruction "Retirer  $F_i$  de  $\mathcal{F}_{old}$ " permet de le réduire en fonction du conflit traité.*

#### II.4.4.2 Application au procédé 3 Tanks

Revenons au cas du procédé 3 Tanks. Afin d'illustrer la démarche méthodologique proposée précédemment, nous considérons que les capteurs mesurant les débits  $deb_{V_{1+3}}(t)$  et  $deb_{V_2}(t)$  peuvent présenter deux types de fautes : "fuite sur les vannes" que nous notons **Fu** et "variation de gain" que nous notons **GV**.

Compte tenu de la définition des  $RRA_i$ ,  $i = 1, \dots, 4$ , il vient que la matrice de signatures est donnée conformément au tableau II.11.

	$S_{F_{V_1}}$		$S_{F_{V_2}}$		$S_{F_{V_3}}$		$S_{F_{V_1}} \dots S_{F_{V_3}}$	
	Fu	GV	Fu	GV	Fu	GV	Fu	GV
$RRA_1$	1	1	0	0	1	1		
$RRA_2$	0	0	1	1	0	0	$\dots \vee \dots$	
$RRA_3$	0	0	0	0	1	0		
$RRA_4$	1	0	0	0	0	0		

TAB. II.11 – Matrice de signatures dans le cas de plusieurs modes de fautes - Application au procédé 3 Tanks

Considérons les résultats illustrés sur la figure II.4. L'observation est donc donnée par (la notation  $v_{r_i}$  indiquant que l'on raisonne sur le test de décision associé au résidu  $r_i$ )

$$\text{OBS} = \{v_1 = 1, v_2 = 1, v_{r_1} = 0, v_{r_2} = 1\} \quad (\text{II.80})$$

Il existe donc trois conflits  $\bar{\mathcal{C}} = \{\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3\}$  définis tels que :

$$\mathcal{C}_1 = V_1 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} \vee V_3 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} \quad (\text{II.81})$$

$$\mathcal{C}_2 = V_2 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} \quad (\text{II.82})$$

$$\mathcal{C}_3 = V_1 \in \{\mathbf{Fu}\} \quad (\text{II.83})$$

L'application de l'algorithme 2 conduit aux étapes de calcul suivantes :

- > On retire  $\mathcal{C}_1$  de  $\bar{\mathcal{C}}$  :  $\bar{\mathcal{C}} = \{\mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3\} = \{V_2 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}, V_1 \in \{\mathbf{Fu}\}\}$
- >  $\mathcal{Q} = \mathcal{C}_1 = V_1 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} \vee V_3 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}$
- > On entre alors dans la boucle qui vise à traiter  $\mathcal{C}_2$  et  $\mathcal{C}_3$

• Traitement de  $\mathcal{C}_2$  :  $\mathcal{Q} = \text{conj}(\mathcal{Q}, \mathcal{C}_2)$

- >  $\mathcal{F}_{old} = \mathcal{Q} = V_1 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} \vee V_3 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}$
- > Pour  $F_1 = V_1 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}$  %i = 1
- >  $F_1 \not\subseteq \mathcal{C}_2$  % car  $\exists$  de composant commun
- >  $\mathcal{F}_{old} = V_3 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}$
- > Pour  $C_1 = V_2 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}$
- >  $F_{new} = V_1 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}$  %c'est une forme MNF
- > Pour  $\bar{F}_2 = V_3 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}$  % Ici  $\bar{F}_1 = F_1$
- >  $F_{new} \not\subseteq \bar{F}_2$  % car  $F_{new}$  et  $\bar{F}_2$  n'ont pas de composant commun
- > Fin
- >  $\mathcal{F}_{add} = V_1 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}$
- > Fin
- > Fin
- > Pour  $F_2 = V_3 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}$  %i = 2
- >  $F_2 \not\subseteq \mathcal{C}_2$  %car pas de composant commun
- >  $\mathcal{F}_{old} = \emptyset$
- > Pour  $C_1 = V_2 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}$
- >  $F_{new} = V_3 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}$  %c'est une forme MNF
- > Pour  $\bar{F}_1 = V_1 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}$  %k=1 car pour k=2,  $\bar{F}_2 = F_2$
- >  $F_{new} \not\subseteq \bar{F}_1$
- > Fin
- >  $\mathcal{F}_{add} = (V_1 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}) \vee (V_3 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} \wedge \dots$
- >  $\dots V_2 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\})$
- > Fin
- > Fin
- >  $\mathcal{Q} = (V_1 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}) \vee (V_3 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\})$

• Traitement de  $\mathcal{C}_3$  :  $\mathcal{Q} = \text{conj}(\mathcal{Q}, \mathcal{C}_3)$

- >  $\mathcal{F}_{old} = (V_1 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}) \vee (V_3 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\})$
- > Pour  $F_1 = V_1 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}$  %i = 1
- >  $F_1 \not\subseteq \mathcal{C}_3$  % Ici,  $V_1$  est commun à  $F_1$  et  $\mathcal{C}_3$ , mais  $M_1^F = \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} \not\subseteq M_1^C = \{\mathbf{Fu}\}$
- >  $\mathcal{F}_{old} = V_3 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}$
- > Pour  $C_1 = V_1 \in \{\mathbf{Fu}\}$

```

>           $F_{new} = V_1 \in \{\mathbf{Fu}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}$   %
>
>          Pour  $\bar{F}_2 = V_3 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}$ 
>             $F_{new} \not\models \bar{F}_2$ 
>          Fin
>           $\mathcal{F}_{add} = V_1 \in \{\mathbf{Fu}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}$ 
>        Fin
> Fin
> Pour  $F_2 = V_3 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}$   %i = 2
>    $F_2 \not\models \mathcal{C}_3$   % car pas de composant commun
>    $\mathcal{F}_{old} = \emptyset$ 
>   Pour  $C_1 = V_1 \in \{\mathbf{Fu}\}$   %j = 1
>      $F_{new} = V_3 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} \wedge V_1 \in \{\mathbf{Fu}\}$ 
>     Pour  $\bar{F}_1 = V_1 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}$ 
>        $F_{new} \models \bar{F}_1$   %
>       Ici,  $V_1$  et  $V_2$  sont communs à  $\bar{F}_1$  et  $F_{new}$ .
>       De plus,  $M_1^{new} = \{\mathbf{Fu}\} \subset M_1^{\bar{F}} = \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}$  et
>        $M_2^{new} = \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} = M_2^{\bar{F}} = \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}$ 
>       ⇒ goto LABELX
>     Fin
>   Fin
> Fin
>  $\mathcal{Q} = V_1 \in \{\mathbf{Fu}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\}$ 

```

De l'expression de  $\mathcal{Q}$  précédente, il vient que les diagnostics sont donnés par :

$$D = V_1 \in \{\mathbf{Fu}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{Fu}, \mathbf{GV}\} \wedge V_3 \in \{\mathbf{NF}\} \quad (\text{II.84})$$

En d'autres termes, on diagnostique

- soit une fuite dans les vannes  $V_1$  ET  $V_2$ ,
- soit une fuite dans la vanne  $V_1$  ET un défaut de type "variation de gain" dans le capteur de débit de la vannes  $V_2$ .

On constate donc que la méthode conduit globalement à un diagnostic certes minimal mais ambigu.

Notons également que comme cela a été souligné dans la remarque II.6 du paragraphe II.3.2, si on introduit le critère de recouvrabilité qui stipule que les fuites combinées dans les vannes  $V_1$  et  $V_2$  sont non-recouvrables, alors l'espace de diagnostic est réduit à :

$$D = V_1 \in \{\mathbf{Fu}\} \wedge V_2 \in \{\mathbf{GV}\} \wedge V_3 \in \{\mathbf{NF}\} \quad (\text{II.85})$$

et l'on obtient ainsi un diagnostic sans ambiguïté. Ceci légitime selon nous, les développements présentés dans le paragraphe II.3.2 quant à la pertinence des critères considérés.

## II.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes attachés à présenter une méthodologie générique pour le diagnostic de défaillances simples et combinées ainsi que le diagnostic des différents types de fautes. L'approche proposée se décline en deux étapes :

- **Construction d'une matrice de signatures mutuellement exclusive**

Dans cette approche, nous nous sommes intéressés au problème du nombre minimal de RRAs nécessaires pour établir un diagnostic sans ambiguïté. Nous avons vu que ce problème pouvait être formalisé comme un problème d'optimisation (sous contraintes) qui peut être efficacement résolu à l'aide d'un algorithme génétique. Dans le cas où il est nécessaire d'ajouter de nouvelles RRAs à celles déjà disponibles sur le système, nous avons explicité que parmi les techniques de synthèse de la communauté FDI, la méthode  $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_-$ , basée sur la formulation explicite des objectifs de robustesse et de sensibilité, est privilégiée de par ses propriétés structurelles. En effet, celle-ci permet de garantir la propriété de d-perfection des RRAs.

- **Génération de tous les diagnostics**

La méthode repose sur le concept de conflits exprimés comme des formules sous forme normale maximale (noté MNF pour Maximal Normal Form). Nous avons vu qu'en cas de situation défaillante, identifier les conflits revient à identifier les RRAs non satisfaites par l'observation. Nous avons alors montré que les diagnostics peuvent être établis à l'aide d'un algorithme basé sur le concept de formules sous forme MNF.

Nous avons vu que si la matrice de signatures vérifie la propriété de mutuelle exclusivité, alors l'algorithme proposé permet d'établir un diagnostic sans ambiguïté. Nous avons également montré que dans le cas où seuls les modes de fonctionnement "Défaut" et "Pas défaut" sont considérés, alors la méthode proposée n'est finalement rien d'autre que la solution à un problème de recherche d'un ensemble échantillon tel qu'il a été initialement formulé par (De Kleer and Williams, 1987). Nous avons également montré que la méthodologie proposée se veut générique dans le sens où elle permet de considérer plusieurs modes de fautes associés aux différents composants du système surveillé, offrant ainsi un fort potentiel pour résoudre tout problème de diagnostic dans un système complexe et de grande dimension.

La première étape se déroule hors-ligne tandis que la deuxième étape constitue l'algorithme décisionnel et se déroule donc en-ligne. Des critères de détectabilité et de recouvrabilité ont été définis afin de réduire la complexité du problème. Nous avons vu que ces critères peuvent être utilisés dans deux contextes particuliers :

1. Le premier contexte concerne la définition du problème de diagnostic, c'est à dire la conception de la matrice de signatures. Dans cette étape, l'objectif recherché consiste à réduire le nombre de cas de fautes simples. Ainsi, nous avons vu que tous les critères proposés peuvent être considérés.
2. Le deuxième contexte vise à réduire l'espace de diagnostic dans le cas d'un diagnostic



ambigu. Dans ce cas, nous avons vu que seul le critère de recouvrabilité est à considérer car les hypothèses de détectabilité sont obligatoirement satisfaites puisque les défauts concernés appartiennent à l'espace de diagnostic.

La méthode proposée a été appliquée sur un exemple académique qui est le procédé hydraulique 3 Tanks. Comme nous l'avons souligné, l'objectif visé est d'illustrer tous les détails de la méthode proposée et ce, pour des raisons pédagogiques évidentes. Néanmoins, s'agissant d'un procédé réel avec des données expérimentales réelles, cet exemple nous a permis d'illustrer la méthode dans toutes ses phases : de la synthèse des diagnostiqueurs locaux à la procédure de diagnostic global.

Nous nous proposons à présent d'aborder le chapitre suivant où la méthodologie développée sera appliquée au problème de diagnostic des défauts capteurs dans la chaîne de mesure d'un véhicule autonome lors d'une mission spatiale. Cette application se prête particulièrement bien à notre problématique puisque l'engin considéré est un système critique et de grande dimension. L'objectif final étant de proposer une solution de diagnostic à la fois performante et à coût calculatoire réduit (nombre minimal de RRAs, surtout celles synthétisées par les techniques de la communauté FDI qui peuvent conduire à des filtres dynamiques d'ordre élevé), on montrera ainsi tout l'intérêt et l'efficacité de notre approche.

# Chapitre III

## Mise en œuvre : Application à une mission de rendez-vous orbital martien

### III.1 Introduction

Ce chapitre est dédié à la mise en œuvre de la démarche méthodologique, présentée au chapitre précédent, au problème de détection et de localisation des défauts capteurs de la chaîne de mesure de l'orbiteur lors de la phase rendez-vous de la mission MSR (Mars Sample Return). Ce travail s'appuie sur le simulateur haute fidélité développé par Thales Alenia Space sous Matlab/Simulink<sup>®</sup>. Ce simulateur permet de reproduire de façon réaliste le comportement dynamique de l'orbiteur et de son environnement (perturbé ou non) lors de la phase rendez-vous de cette mission spatiale. Ce travail a été réalisé dans le cadre d'un projet national français intitulé SIRASAS (Stratégie Innovantes et Robustes pour l'Autonomie des Systèmes Aéronautiques et Spatiaux). Les objectifs de ce projet visent à étudier et à proposer différentes solutions FDIR (Fault Detection, Isolation and Recovery) embarquées pour les missions spatiales telles que les missions d'observation et de surveillance de la Terre, les missions lointaines ou encore les vols en formation.

Les activités liées au besoin d'autonomie sont d'une importance primordiale dans le domaine spatial. Ces activités couvrent un champ thématique vaste (disciplinaire et interdisciplinaire), incluant la détection, le diagnostic et le traitement d'anomalies, ce qui nécessite la validation/invalidation des données recueillies et la prise de décision concernant la reconfiguration du système ou de ses objectifs. Clairement, ces tâches permettent de doter l'engin de capacités d'adaptation et de réaction à des événements imprévus lui permettant de réaliser au mieux les objectifs de sa mission.

Bien que ces problématiques aient fait l'objet de nombreux travaux (voir par exemple (Satin and Gates, 1978 ; Venkateswaran *et.al.*, 2002 ; Edwards and Thein, 2006 ; Williamson *et.al.*, 2009 ; Alwi *et.al.*, 2010)), ces derniers restent fragmentaires, isolés, non systématiques et leur industrialisation pose plusieurs questions encore non résolues. En effet,

pour que les nouveaux algorithmes d'autonomie puissent être embarqués, il faut que les méthodes soient conçues dans un cadre de validation récurrent et unifié, et ceci afin d'évaluer, de façon systématique, les niveaux de performances pouvant être atteints par les algorithmes proposés (taux de couverture, étalonnage chiffré, etc. . .).

Les besoins en autonomie d'un satellite varient en fonction du scénario de la mission et des bénéfices attendus. Les satellites sont depuis longtemps autonomes pour les fonctions qui ne peuvent pas être assurées par des opérateurs sol parce qu'elles nécessitent un délai de réaction court que ne permet pas une communication avec le sol. Ce court délai est généralement lié à une fonction régie par un asservissement (contrôle d'attitude, régulation thermique ou électrique, etc. . .) ou à l'impératif de sécuriser le satellite en l'empêchant d'entrer dans des situations pouvant entraîner sa perte ou l'échec de sa mission. C'est le cas pour les sondes lointaines dans des phases critiques comme une insertion sur orbite ou bien pour les satellites défilants avec lesquels les communications ne peuvent être qu'intermittentes.

Le partage bord-sol est traditionnellement dimensionné d'une part par la limitation des capacités de calcul embarqué et d'autre part par des considérations de coût de développement et de maintenance qui conduisent à réserver le logiciel à bord aux seules fonctions que le sol ne peut pas assurer. Mais d'autres facteurs conduisent à revoir cette logique, notamment :

- l'évolution de la puissance de calcul des processeurs embarqués ;
- la volonté de réduire le coût d'exploitation des satellites ;
- l'apparition d'équipements autonomes et "intelligents" ;
- l'évolution des instruments et des missions qui génèrent de plus en plus de données et font apparaître le débit des moyens de transmission bord-sol comme un goulot d'étranglement ;
- de nouveaux besoins visant à améliorer les performances des missions (localisation et datation précises, agilité, réactivité, etc. . .).

Les premiers à lancer un programme d'étude et de développement d'envergure sur l'autonomie satellitaire ont été les américains à l'occasion du "New Millennium Program" de la NASA (National Aeronautics and Space Administration) qui a démarré en 1994. Initialement focalisé sur les sondes lointaines, le travail des équipes du JPL (Jet Propulsion Laboratory) et de la NASA Ames a abouti à la réalisation du système Livingstone (Williams and Wayak, 1996) qui fut testé sur la mission spatiale Deep Space One en 1998. Cette expérimentation, limitée à une semaine et fondée sur une architecture très novatrice pour l'époque, a néanmoins permis de montrer l'intérêt de l'autonomie à bord et a donné suite à une série de travaux dans le domaine de la planification et du diagnostic embarqués. La version 2 du projet (dénommé L2 pour Livingstone 2) devrait être testée sur la plateforme d'observation terrestre EO-1 (Earth Observing One). Les opérations sont ainsi allégées de manière significative et le retour mission en nombre d'images "utiles" par rapport au nombre d'images transmises au sol est augmenté d'un facteur 100.

Pour les missions satellitaires, l'autonomie décisionnelle embarquée peut permettre d'amé-

liorer la réaction à des événements extérieurs inattendus ou aux défaillances liées aux dysfonctionnements de certains instruments de bord, en permettant de s'affranchir des délais habituels d'une boucle de programmation passant par le sol.

Cette autonomie décisionnelle est aujourd'hui possible grâce à l'intégration d'un module FDIR dans l'architecture générale des satellites. D'un point de vue général, le rôle d'une structure FDIR est :

- de détecter et localiser l'apparition des défauts ;
- d'apporter des actions correctrices (par reconfiguration sur une chaîne de capteurs/actionneurs redondante dans la pratique) ;
- de transmettre les informations vitales aux opérateurs sol sur le type et la nature des défauts ainsi que les actions réparatrices à envisager,

tel que la mise en place d'une architecture FDIR nécessite une prise en compte des objectifs de la mission ainsi qu'une connaissance des défauts potentiels (Olive, 2010).

L'objectif principal d'un module FDIR est donc de surveiller le comportement du satellite et d'assurer le bon déroulement de la mission et à un degré moindre, d'éviter sa perte dans le cas des scénarii critiques. La figure III.1 présente une classification des différents modes de fonctionnement dans lesquels le satellite peut se retrouver en fonction du type et de la nature des défauts.

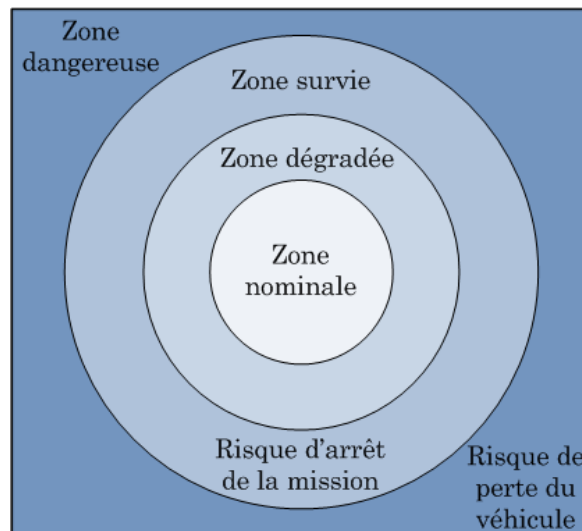


FIG. III.1 – Définition des zones de sécurité

La répartition de ces zones permet d'ailleurs de définir le niveau de criticité des défauts (voir le tableau III.1). Par conséquent, le degré d'autonomie alloué permet aux systèmes bord (GNC, système d'alimentation, etc. . .) de réagir et de décider des actions correctrices à partir des informations de diagnostic.

Il existe aujourd'hui une charte (cf. tableau III.2) définissant les différents niveaux d'autonomie pour les missions satellitaires qui est réglementée par le standard ECSS (European

Classe	Zone	Description
Dangereuse	Dangereuse	Défauts provoquant l'instabilité du système Perte (totale ou partielle) du système
Sûre No. 1	Survie	Défauts entraînant une possible interruption de la mission
Sûre No. 2	Dégradé	Défauts détectables et accomodables par des actions correctives appropriées Poursuite de la mission en mode "dégradé"
Sûre No. 3	Nominal	Défauts ayant un impact minimal sur la loi de commande du système Défauts compensables par la robustesse du système
Sûre No. 4	Nominal	Défauts n'ayant aucun effet sur la loi de commande du système Défauts compensables par la robustesse du système Amplitude des défauts proche de celle des perturbations

TAB. III.1 – Définition des niveaux de criticité des défauts anticipés

Cooperation for Space Standardization). Pour de plus amples détails, le lecteur intéressé pourra se référer à (ECSS, 2005).

Niveau	Description	Fonctions associées
E1	Déroulement de la mission sous le contrôle des opérateurs sol Limitation des ressources embarqués pour des raisons de sécurité	Commande en temps réel depuis le sol pour les tâches nominales Utilisation des commandes "time-tagged" pour des raisons de sécurité
E2	Exécution des opérations pré-programmées à bord du système	Capacité à stocker les commandes "time-based" sur un planificateur installé à bord
E3	Exécution des opérations missions de type adaptatif à bord du système	Opérations autonomes à base d'évènements Exécution des procédures de contrôle à bord
E4	Exécution des opérations ayant des objectifs définis à bord du système	Missions ayant des objectifs précis avec des capacités de replanification

TAB. III.2 – Définition des niveaux d'autonomie par le standard ECSS

Afin de satisfaire aux besoins d'autonomie opérationnelle des satellites, Thales Alenia Space utilise à ce jour deux différents types de stratégies FDIR :

- **Stratégie FDIR "half-satellite" : Stratégie dédiée aux satellites d'obser-**

### vation de type plateforme ESO (Earth Science and Observation)

La démarche est axée uniquement sur la phase de détection (pas d'étape de localisation des fautes). Le satellite est dit "semi-autonome" dans le sens où lors de l'apparition d'un ou plusieurs défauts sur le système, les composants ou sous-systèmes jugés défectueux, sont abandonnés et la chaîne redondante associée est activée. Le diagnostic est effectué par les opérateurs au sol. Cette stratégie est relativement simple et nécessite un faible effort de validation. Cependant, elle n'est applicable qu'aux satellites définis en mode "safe" (voir la figure III.2).

- **Stratégie FDIR hiérarchisée : Stratégie dédiée aux satellites de télécommunication**

Pour des satellites nécessitant un niveau de disponibilité important, ce type de stratégie FDIR est approprié. La procédure FDIR est constituée de quatre niveaux hiérarchisés qui permettent de réagir et d'apporter des actions correctives sur le satellite en fonction du type et de la nature des défauts présents. Chaque niveau a son propre temps de réaction et actions correctrices pré-définies. Celles-ci sont activées en fonction du niveau de criticité des défauts :

1. Niveau 0 : Ce niveau concerne les fautes dont les effets sont jugés minimaux sur les performances du satellite. L'étape de détection est réalisée au niveau local ainsi que les actions correctrices apportées.
2. Niveau 1 : Ce niveau traite les défauts dont les effets entraînent une dégradation sur les performances du satellite sans pour autant affecter les objectifs de la mission. Dans ce niveau, dès la détection d'une défaillance sur un ou plusieurs composants, les chaînes redondantes sont activées.
3. Niveaux 2 et 3 : Ce niveau est souvent un mélange de deux niveaux dans la mesure où la phase de détection et les actions correctrices proposées sont similaires. Le niveau 2 concerne généralement les alarmes issues des niveaux inférieurs. Par conséquent, les actions correctrices définies ne sont pas appropriées pour annihiler les effets des défauts présents et ces derniers doivent être considérés de façon globale. Dans le niveau 3, les actions correctrices sont basées sur l'activation de chaînes redondantes. La reconfiguration de ces deux niveaux est donc réalisée à bord pour la plupart des fautes même si dans certains cas, des aides extérieures de la part des opérateurs sol sont nécessaires.
4. Niveau 4 : C'est le niveau critique qui est activé par les alarmes des niveaux 2 et 3. Les fautes concernées sont jugées à fort risque. Ce sont celles dont les effets peuvent provoquer la perte (partielle ou totale) du satellite ou à un degré moindre, interrompre la mission. Les actions correctrices sont effectuées principalement par les opérateurs sol et le satellite est généralement en mode "safe".

La figure III.2 résume les différents niveaux de la stratégie FDIR hiérarchisée.

Les travaux présentés dans ce chapitre se veulent complémentaires et intégrables à cette architecture FDIR. Ils sont dédiés à la mise en œuvre de la démarche méthodologique présentée au chapitre précédent au cas des défauts capteurs de la chaîne de mesure de

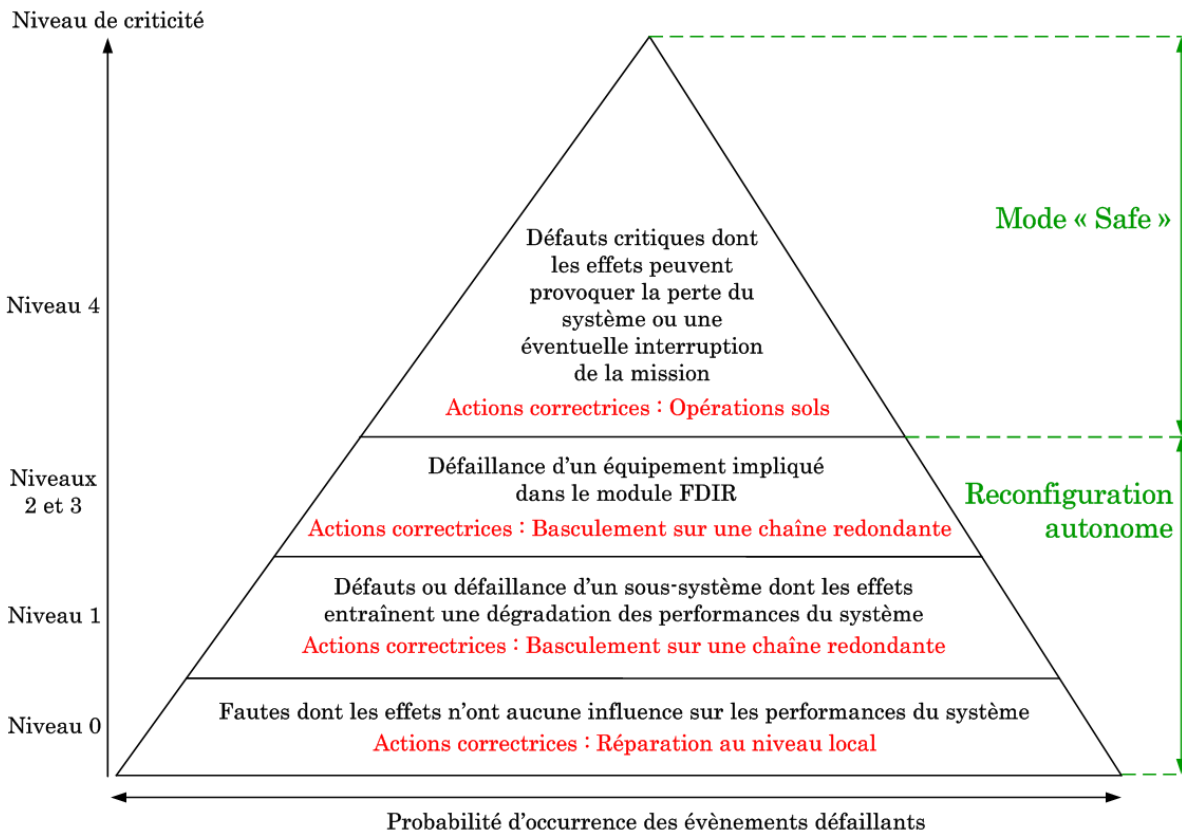


FIG. III.2 – Hiérarchisation de la stratégie FDIR

l'orbiteur lors de la phase de rendez-vous de la mission MSR (Mars Sample Return). Ce cas d'étude, proposé par Thales Alenia Space, est implanté dans un simulateur haute fidélité sous Matlab/Simulink<sup>®</sup>. Nous verrons également que la procédure de diagnostic proposée permet de mettre en œuvre une stratégie très simple de reconfiguration, basée sur la prédiction (statique) des mesures d'attitude, au sens des moindres carrés.

## III.2 Présentation générale de la mission MSR

### III.2.1 Contexte et motivation

La mission MSR est un programme spatial entrepris conjointement entre la NASA et l'ESA (European Space Agency). Le but de cette mission spatiale est de ramener des échantillons martiens sur Terre pour des analyses. Cinq engins spatiaux sont impliqués dans cette mission :

- un véhicule de transfert Terre/Mars ;
- un orbiteur ;
- un atterrisseur (MDV : Mars Descent Vehicule) ;
- un module de montée (MAV : Mars Ascent vehicule) ;

– un véhicule de rentrée atmosphérique (ERC : Earth Reentry Container).

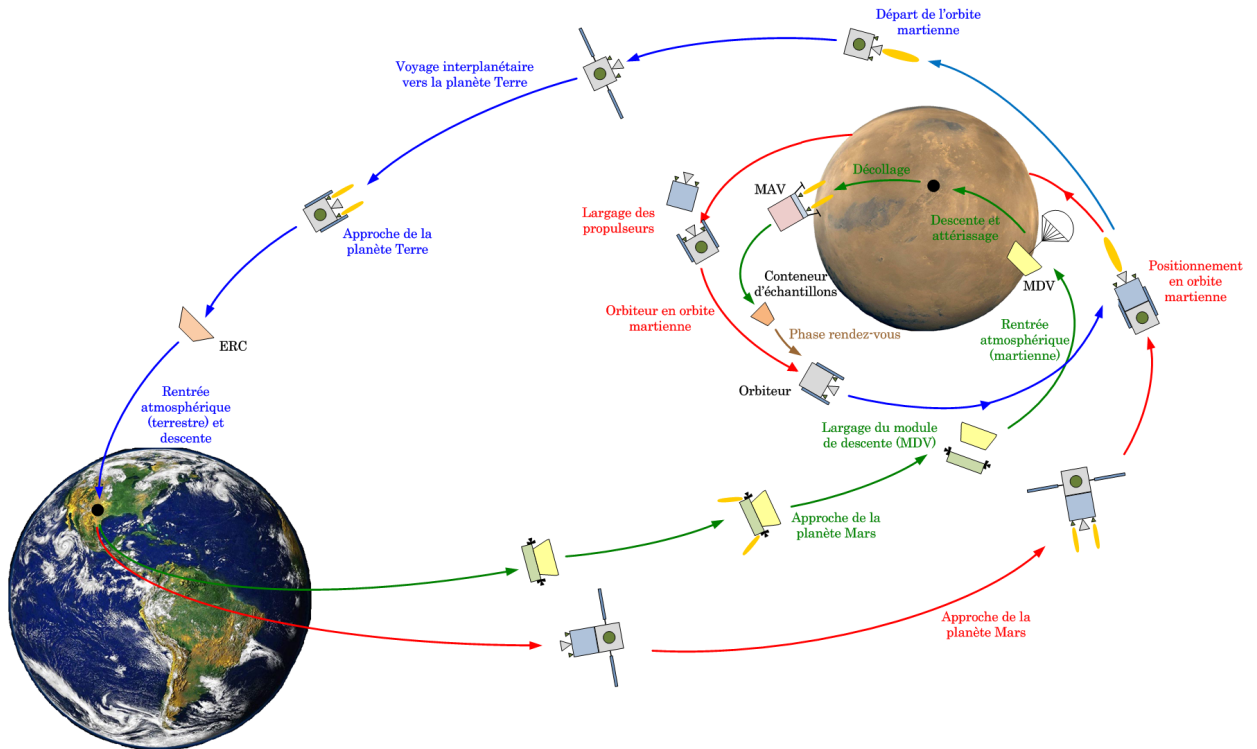


FIG. III.3 – Déroulement de la mission MSR

Une vue d'ensemble de la mission MSR est donnée sur la figure III.3. La mission se déroule de la façon suivante :

1. La première phase de la mission concerne le voyage de la Terre vers Mars. Une fois en position d'altitude basse en orbite martienne, un atterrisseur (MDV) est orienté vers le sol martien. Après un largage, suivi d'une phase de rentrée atmosphérique martienne et d'un atterrissage, un second engin est chargé de collecter les échantillons. Une fois ce travail terminé, un module de montée (MAV), équipé de fusées, est utilisé pour placer le conteneur d'échantillons en orbite martienne.
2. La deuxième étape de la mission prévoit l'envoi d'un véhicule de transfert (contenant l'orbiteur) vers Mars. Une fois à destination, une séparation entre le système propulsif et l'orbiteur est effectuée et ce dernier se positionne en orbite martienne.
3. La troisième phase de la mission, appelé phase de rendez-vous, est une étape critique de la mission. Elle concerne la rencontre entre l'orbiteur et le conteneur d'échantillons telle que l'orbiteur soit en mesure de "capturer" le conteneur.
4. La dernière phase de la mission consiste à ramener le conteneur d'échantillons sur Terre. Ce voyage interplanétaire est effectué au travers de l'orbiteur et une fois à destination, un véhicule de rentrée atmosphérique terrestre (ERC) est largué afin de ramener les échantillons sur Terre.



### III.2.2 Problématique de la phase rendez-vous

La figure III.4 donne une vue d'artiste de la phase de rendez-vous de la mission MSR. Pour la réussite de cette phase, l'orbiteur est équipé d'une large panoplie de capteurs et d'actionneurs, notamment :

- deux unités de mesure inertielle (IMU : Inertial Measurement Unit) constituées de gyroscopes et d'accéléromètres 3-axes ;
- deux senseurs stellaires (STR : Star Tracker) ;
- deux capteurs solaires (CSS : Coarse Sun Sensor) ;
- deux systèmes de navigation satellitaires (GNSS : Global Navigation Satellite System) ;
- deux capteurs par radio-fréquence (RFS : Radio Frequency Sensor) ;
- un LIDAR (LIght Detection and Ranging) ;
- une caméra d'acquisition à angle réduit (NAC : Narrow Angle Camera) ;
- un système de propulsion très précis composé de deux jeux de huit tuyères (THR : THRuster) et de deux jeux de huit roues inertielle (RW : Reaction Wheel).

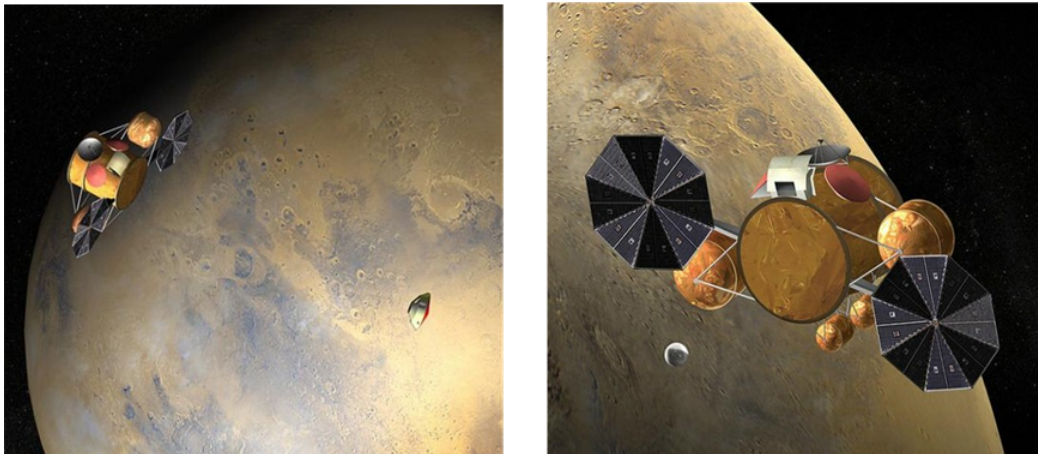


FIG. III.4 – La phase rendez-vous de la mission MSR

Un système de contrôle GNC (Guidance, Navigation et Commande) permet à l'orbiteur de réaliser avec succès la phase de capture. La difficulté posée par le mode de capture est le couplage entre l'attitude et le déplacement (le conteneur d'échantillons doit rester dans le champ de vision des capteurs de l'orbiteur et le système de capture doit être correctement positionné). La figure III.5 montre l'architecture complète du GNC de l'orbiteur. Ce dernier comprend deux boucles de commande :

1. Une boucle de position composée d'un régulateur de type PID et d'un bloc "THR management unit".
2. Une boucle d'attitude composée d'un régulateur de type PID et d'un bloc "RW management unit".

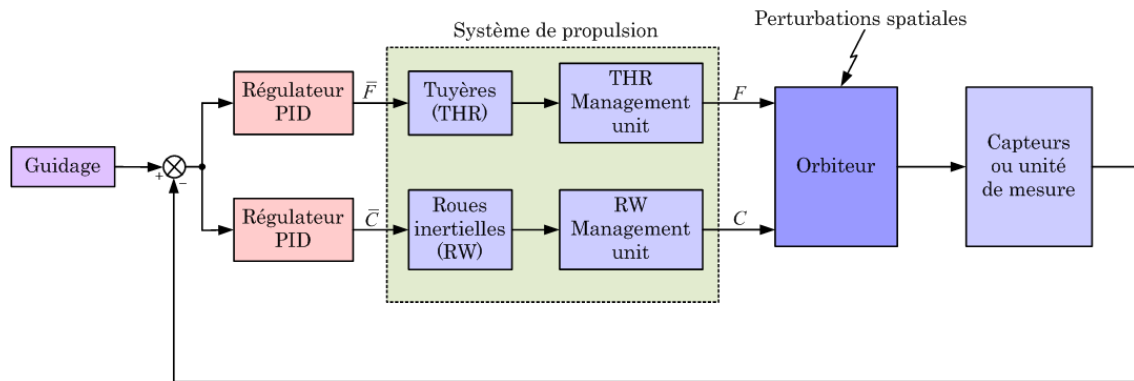


FIG. III.5 – Architecture générale du GNC de l'orbiteur

Les blocs "THR/RW management unit" ont un rôle d'allocation (statique) dans chaque boucle de commande. Le travail de la première boucle de commande consiste à maintenir la position tridimensionnelle de l'orbiteur au travers des mouvements "ouvert-fermé" des tuyères tandis que la deuxième boucle de commande régule l'attitude de l'orbiteur à l'aide des roues inertielles. Dans la phase de rendez-vous que nous nous proposons d'étudier ici, les mesures de position sont obtenues à l'aide des capteurs RFS, NAC et LIDAR. Les mesures d'attitude sont réalisées au travers des unités de mesure inertielles (IMU) et des senseurs stellaires (STR).

Il est évident que la phase rendez-vous peut être en danger si une ou plusieurs défaillances apparaissent sur ces capteurs dans la mesure où les lois de commande perdent leurs performances, ou pire encore, deviennent instables. De telles situations défaillantes ne peuvent évidemment pas être diagnostiquées par les opérateurs sol au travers des informations de télémétrie en raison d'un éventuel manque de communication entre le véhicule spatial et les stations terrestres ou d'un délai de communication trop important. Ce problème est particulièrement critique pendant les vingt derniers mètres de la phase rendez-vous où l'orbiteur doit être positionné de sorte à capturer le module de montée. Le succès (ou l'échec) de cette phase de capture peut être évalué selon les critères suivants :

- **Maintien de l'orbiteur dans une enveloppe de performance acceptable appelé le corridor de rendez-vous**

La figure III.6 illustre le corridor de rendez-vous ainsi que la position (ou plus particulièrement la trajectoire) de l'orbiteur dans ce corridor en fonctionnement normal, c'est-à-dire aucun défaut présent dans la chaîne de mesure et dans les actionneurs.

- **Alignement (en position et en vitesse) de l'orbiteur avec le conteneur selon l'axe X**

La figure III.7 illustre ces alignements en fonctionnement normal.

- **Maintien d'attitude relative (en position et en vitesse)**

Il est impératif que le système de capture soit correctement orienté pour permettre à l'orbiteur "d'attrapper" le conteneur. La figure III.8 illustre les attitudes relatives de l'orbiteur et du conteneur en fonctionnement normal. Comme le montre cette figure, le système de capture est correctement orienté.

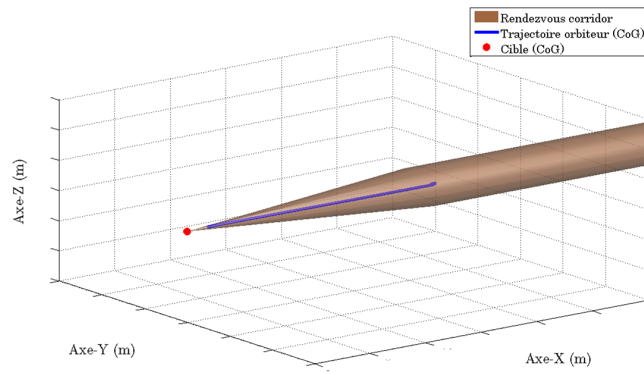


FIG. III.6 – Trajectoire nominal de l’orbiteur vers le conteneur d’échantillon dans le rendez-vous corridor

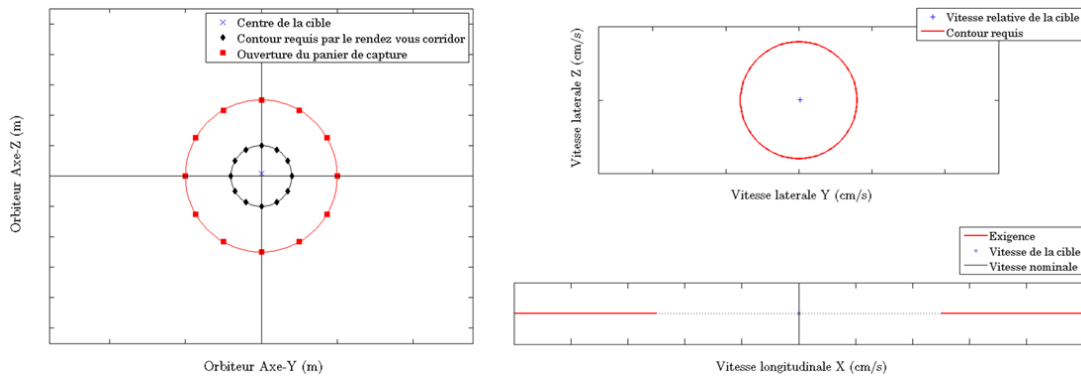


FIG. III.7 – Alignement en position (gauche) et en vitesse (droite) du conteneur d’échantillon vis-à-vis de l’orbiteur sur la face X

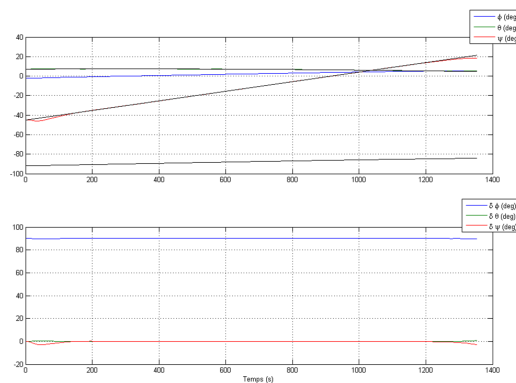


FIG. III.8 – Attitude (en haut) et écart d’attitude (en bas) des deux engins dans le repère local de Mars

Les situations défaillantes que nous allons considérer par la suite ont été définies en collaboration avec Thales Alenia Space. Celles-ci sont relatives à la chaîne complète de mesure de l'orbiteur. Les défauts considérés sont caractérisés par une perte de mesure totale. Autrement dit, nous considérons qu'une unité de mesure défectueuse ne délivre plus aucun signal de mesure.

## III.3 Diagnostic des défauts capteurs sur la chaîne de mesure de l'orbiteur

### III.3.1 Position du problème

Comme nous l'avons souligné précédemment, pendant la phase de rendez-vous de la mission MSR, le guidage et le pilotage de l'orbiteur sont réalisés au moyen :

- des unités de mesure inertielle (IMU) constituées de deux gyroscopes et de deux accéléromètres 3-axes placés dans une configuration géométrique pyramidale (voir la figure III.11 pour une illustration). Cette unité mesure les vitesses angulaires  $p$ ,  $q$ ,  $r$  ainsi que les accélérations angulaires  $\dot{p}$ ,  $\dot{q}$ ,  $\dot{r}$ .
- de deux senseurs stellaires (STR) permettant de mesurer l'attitude du chasseur  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ,  $\theta_z$ .
- de deux capteurs solaires (CSS)
- de deux systèmes de navigation satellitaire (GNSS)
- de deux capteurs par radio-fréquence (RFS)
- d'un LIDAR
- d'une caméra de type NAC

tels que les capteurs RFS, NAC et LIDAR délivrent les mesures des positions relatives  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  de l'orbiteur et du conteneur d'échantillons. Soulignons que toutes ces mesures sont ici exprimées dans le repère dit "local", voir la figure III.9 pour une illustration. Sur cette figure :

- $\mathcal{R}_i : (x_i, y_i, z_i)$  définit le repère inertiel associé au référentiel (galiléen géocentrique) martien
- $\mathcal{R}_l : (x_l, y_l, z_l) = (x_i, y_i, z_i)$  définit le repère associé au référentiel (non-galiléen) attaché à la cible (conteneur d'échantillons) et en rotation autour de Mars.

Les défauts que nous considérons dans cette étude sont des pertes de mesure de chaque capteur de l'orbiteur, ce qui correspond à un total de quatorze défauts simples, d'où un nombre total de cas (défauts simples et multiples) de  $(2^{14} - 1) = 16383$ . Soulignons ici que le cahier des charges ne considère qu'un seul mode de fautes qui est la perte totale de mesure. Il vient que le domaine  $\mathfrak{R}_c$  des modes de fautes possibles est défini ici comme :

$$\mathfrak{R}_c = \{\mathbf{NF}, \mathbf{F}\} \tag{III.1}$$

Le cas de plusieurs modes de fautes n'est donc pas considéré ici.

De plus, le LIDAR est un instrument de mesure vital lors de la phase de capture. Ce

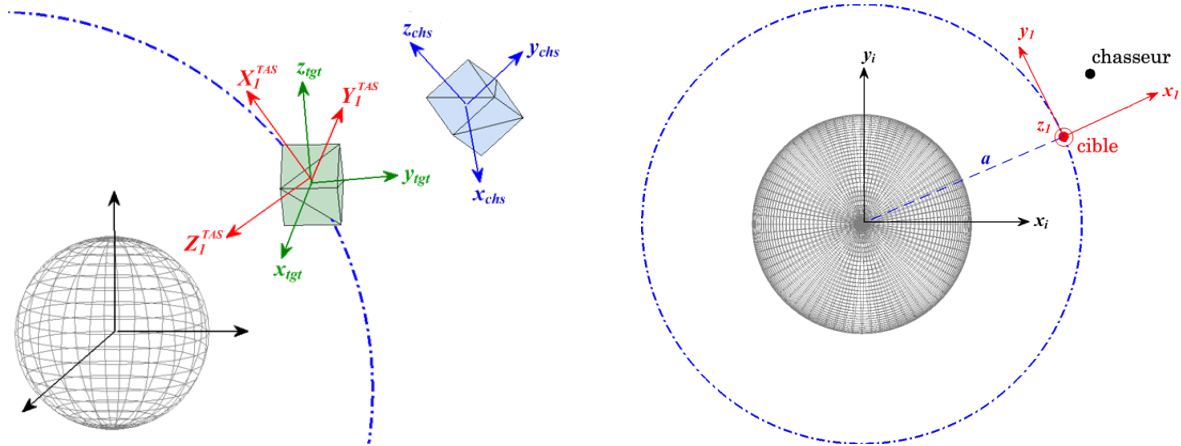


FIG. III.9 – Repères  $\mathcal{R}_l$  (gauche) et  $\mathcal{R}_i$  (droite)

capteur a été conçu selon une technologie laser avec seize miroirs de telle sorte que même si plusieurs miroirs venaient à être hors service, la mesure des positions relatives  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  reste fiable. Ainsi, il a été considéré, en accord avec Thales Alenia Space, qu'un défaut de mesure sur le LIDAR était très peu probable. Aussi, si l'espace de diagnostic généré venait à contenir le LIDAR, celui-ci serait automatiquement retiré. Enfin, certains capteurs ne sont pas utilisés dans la phase de rendez-vous. Par exemple, les CSS et les GNSS sont utilisés uniquement dans la phase de voyage Terre-Mars et dans la phase d'approche de la planète Mars (phase d'acquisition solaire, etc...). Ainsi, nous ignorerons ces capteurs dans notre étude.

D'après ces analyses, il vient que les défauts capteurs que nous allons considérer sont donc la perte totale :

- des mesures gyroscopiques (GYR1 et GYR2) ;
- des mesures accélérométriques (ACC1 et ACC2) ;
- des mesures de position angulaire délivrées par le senseur stellaire (STR1 et STR2) ;
- des mesures de position relatives fournies par les deux capteurs par radio-fréquence (RFS1 et RFS2) et la caméra NAC.

Avec les mêmes notations que celles définies au chapitre 2, il vient :

$$\text{COMPS} = \{\text{GYR1}, \text{GYR2}, \text{ACC1}, \text{ACC2}, \text{STR1}, \text{STR2}, \text{RFS1}, \text{RFS2}, \text{NAC}, \text{LIDAR}\} \quad (\text{III.2})$$

La dimension du problème est donc réduite à  $(2^{10} - 1) = 1023$  cas de fautes. Néanmoins, et bien que la méthode proposée dans le chapitre 2 de ce mémoire puisse aborder ce problème de façon globale, nous nous proposons de hiérarchiser la démarche de diagnostic selon le principe illustré sur la figure III.10. Notre objectif vise à réduire la complexité du problème et ainsi à réduire le coût calculatoire de la procédure de diagnostic. En effet, comparée à une démarche globale, l'expérience montre que le nombre de conflits à traiter par l'algorithme 2 est réduit, réduisant ainsi le nombre d'appels de l'algorithme 1.

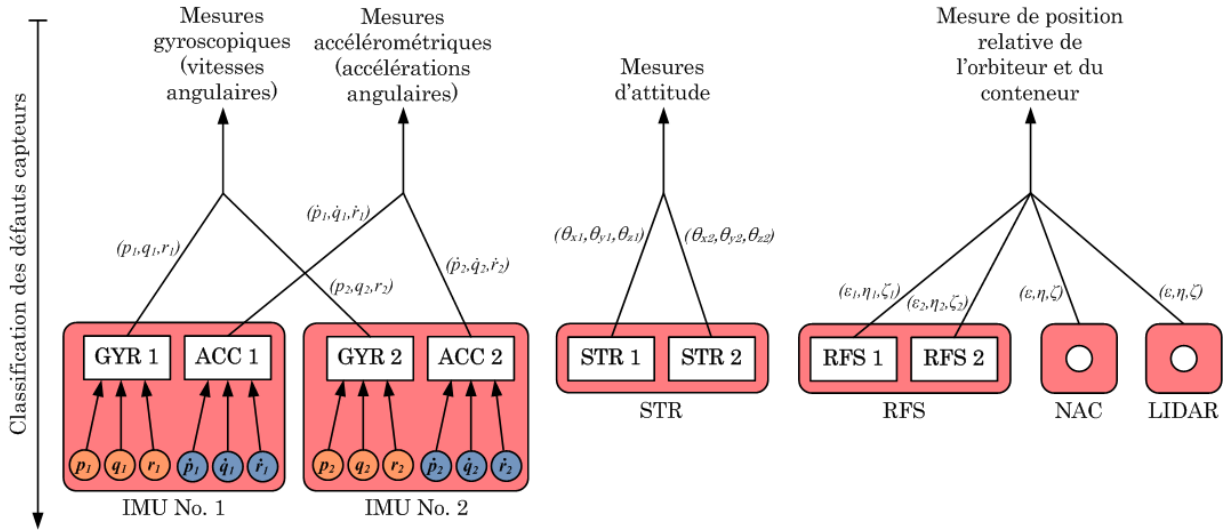


FIG. III.10 – Hiérarchisation de la démarche de diagnostic

La démarche proposée consiste donc :

- dans un premier temps, à circonscrire la ou les fautes aux composants gyroscopique (GYR), accélérométrique (ACC), de mesure d'attitude (STR) ou encore de mesure de positions relatives entre l'orbiteur et le conteneur (dans ce cas, les capteurs incriminés sont les RFS ou le NAC). Nous verrons que tout l'intérêt de cette démarche est qu'elle permet, dans cette phase, d'établir un diagnostic sans ambiguïté compte tenu de l'hypothèse faite sur le LIDAR.
- dans un deuxième temps, l'élément de la chaîne de mesure défaillant ayant été parfaitement identifié (rappelons que l'on obtiendra un diagnostic sans ambiguïté), la démarche consiste à affiner le diagnostic en cherchant à circonscrire la ou les fautes à un ensemble minimal de composants. Nous verrons alors comment utiliser les critères de recouvrabilité proposés au chapitre 2 de ce mémoire.

En d'autres termes, nous proposons une démarche hiérarchisée dont l'objectif est non seulement de permettre d'établir un diagnostic le plus fiable possible compte-tenu des informations de diagnostic déjà disponibles sur le système, mais encore, de circonscrire la ou les fautes à un nombre minimal de composants. Cette propriété s'appuie sur la définition même d'une forme normale maximale (MNF) qui, comme nous l'avons souligné dans le chapitre 2, est une représentation compacte qui permet de construire un diagnostic minimal et sans ambiguïté.

Notons que l'on retrouve ici une approche du diagnostic de type "top-down", couramment utilisée dans le domaine spatial, qui vise dans un premier temps à circonscrire la ou les fautes à un sous-système et à identifier dans un deuxième temps les composants candidats des sous-systèmes (Sobhani-Tehrani and Khorasani, 2009 ; Henry, 2010 ; Olive, 2010).

Pour chacune des deux étapes, la démarche consiste donc en :

1. La construction de la matrice de signatures associée à COMPS : dans cette phase, nous nous intéressons au problème du nombre minimal de RRAs pour satisfaire au cahier des charges spécifié précédemment.
2. La génération de tous les diagnostics : nous avons vu que la méthode repose sur le concept de conflits exprimés comme des formules sous forme normale maximale. En cas de situation défaillante, identifier les conflits revient à identifier les RRAs non satisfaites par l'observation et les diagnostics sont alors établis à l'aide de l'algorithme 2 basé sur le concept de formules sous forme MNF présenté dans le paragraphe II.4.2.

Comme nous l'avons déjà dit, la première étape est une étape de conception hors-ligne, tandis que la deuxième étape est l'étape de diagnostic à proprement parlé, qui se déroule donc en-ligne.

### III.3.2 Première phase de la démarche : Diagnostic sur les éléments de mesure

#### III.3.2.1 Construction de la matrice de signatures

La structure pyramidale des gyroscopes (voir figure III.11 pour une illustration) permet d'établir sept relations (statiques) de redondance  $e_i$ ,  $i = 1, \dots, 7$  telles que :

$$\begin{aligned}
 e_1 &= (p_1 + q_2) - (p_2 + r_1) \\
 e_2 &= (p_2 + r_1) - (q_1 + r_2) \\
 e_3 &= (q_1 + r_2) - (p_1 + q_2) \\
 e_4 &= 2(p_1 + q_1 + r_1) - 3(p_1 + q_2) \\
 e_5 &= 2(p_2 + q_2 + r_2) - 3(p_1 + q_2) \\
 e_6 &= 2(p_1 + q_1 + r_1) - 3(p_2 + r_1) \\
 e_7 &= 2(p_2 + q_2 + r_2) - 3(p_2 + r_1)
 \end{aligned} \tag{III.3}$$

où  $p_i$ ,  $q_i$  et  $r_i$  font respectivement référence aux mesures gyroscopiques  $p$ ,  $q$  et  $r$  du  $i^{eme}$  gyroscope.

En appliquant une procédure de décision de type "test séquentiel de Wald sur la moyenne", il vient que la perte de mesure sur la chaîne gyroscopique peut être détectée via le signal  $s_1(t)$  donné par ( $t$  dénote ici le temps discret) :

$$s_1(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } \sum_{j=1}^t \sum_{i=1}^7 e_i(j) < \frac{\sigma_1^2}{(\mu_{f1} - \mu_{n1})} \ln \left( \frac{P_{n1}}{1 - P_{f1}} \right) + \frac{j}{2} (\mu_{f1} + \mu_{n1}) \\ 1 & \text{si } \sum_{j=1}^t \sum_{i=1}^7 e_i(j) > \frac{\sigma_1^2}{(\mu_{f1} - \mu_{n1})} \ln \left( \frac{P_{n1}}{1 - P_{f1}} \right) + \frac{j}{2} (\mu_{f1} + \mu_{n1}) \end{cases} \tag{III.4}$$

où  $\mu_{n1}$ ,  $\mu_{f1}$  et  $\sigma_1^2$  dénotent respectivement les moyennes en fonctionnement normal et anormal ainsi que la variance du signal  $\sum_{i=1}^7 e_i(t)$ .  $P_{f1}$  et  $P_{n1}$  dénotent les probabilités de

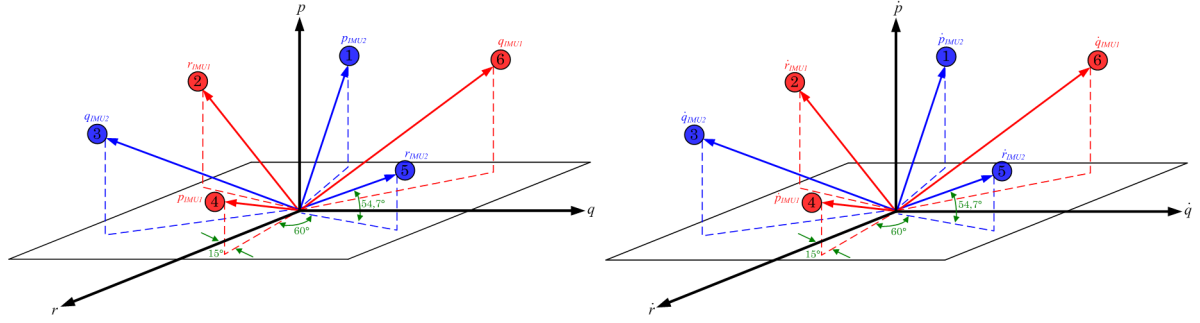


FIG. III.11 – Structure pyramidale des IMUs pour les gyroscopes (gauche) et pour les accéléromètres (droite)

fausse alarme et de non détection qui ont été fixées à  $10^{-6}$ . En d'autres termes :

$$s_1(t) = \begin{cases} 0 & \text{si tous les axes des 2 gyroscopes sont en bon état de fonctionnement} \\ 1 & \text{si au moins un des axes des 2 gyroscopes est défaillant} \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

De façon strictement identique, la structure pyramidale des accéléromètres permet de définir le signal  $s_2(t)$  à partir des signaux  $\mathbf{e}_i$ ,  $i = 1, \dots, 7$  définis conformément à (III.3) en remplaçant les mesures gyroscopiques par des mesures accélérométriques, soit :

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1 &= (\dot{p}_1 + \dot{q}_2) - (\dot{p}_2 + \dot{r}_1) \\ \mathbf{e}_2 &= (\dot{p}_2 + \dot{r}_1) - (\dot{q}_1 + \dot{r}_2) \\ \mathbf{e}_3 &= (\dot{q}_1 + \dot{r}_2) - (\dot{p}_1 + \dot{q}_2) \\ \mathbf{e}_4 &= 2(\dot{p}_1 + \dot{q}_1 + \dot{r}_1) - 3(\dot{p}_1 + \dot{q}_2) \\ \mathbf{e}_5 &= 2(\dot{p}_2 + \dot{q}_2 + \dot{r}_2) - 3(\dot{p}_1 + \dot{q}_2) \\ \mathbf{e}_6 &= 2(\dot{p}_1 + \dot{q}_1 + \dot{r}_1) - 3(\dot{p}_2 + \dot{r}_1) \\ \mathbf{e}_7 &= 2(\dot{p}_2 + \dot{q}_2 + \dot{r}_2) - 3(\dot{p}_2 + \dot{r}_1) \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

Ainsi,

$$s_2(t) = \begin{cases} 0 & \text{si tous les axes des 2 accéléromètres sont en bon état de fonctionnement} \\ 1 & \text{si au moins un des axes des 2 accéléromètres est défaillant} \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

La présence des deux senseurs stellaires (STR) redondants permet de détecter la présence d'un défaut capteur via le signal  $s_3(t)$  défini comme suit :

$$s_3(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } \sum_{j=1}^t \sum_{i=1}^3 v_i(j) < \frac{\sigma_3^2}{(\mu_{f3} - \mu_{n3})} \ln \left( \frac{P_{n3}}{1 - P_{f3}} \right) + \frac{j}{2} (\mu_{f3} + \mu_{n3}) \\ 1 & \text{si } \sum_{j=1}^t \sum_{i=1}^3 v_i(j) > \frac{\sigma_3^2}{(\mu_{f3} - \mu_{n3})} \ln \left( \frac{P_{n3}}{1 - P_{f3}} \right) + \frac{j}{2} (\mu_{f3} + \mu_{n3}) \end{cases} \quad (\text{III.8})$$

tel que :

$$v = ( I_3 \mid -I_3 ) ( \theta_{x_1} \ \theta_{y_1} \ \theta_{z_1} \mid \theta_{x_2} \ \theta_{y_2} \ \theta_{z_2} )^T \quad (\text{III.9})$$



Dans ces formules,  $v_i$  indique la  $i^{\text{ème}}$  ligne du vecteur  $v$  et  $\theta_{x_i}$ ,  $\theta_{y_i}$ ,  $\theta_{z_i}$  font référence aux mesures  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ,  $\theta_z$  délivrées par le  $i^{\text{ème}}$  STR.  $\mu_{n3}$ ,  $\mu_{f3}$  et  $\sigma_3^2$  dénotent respectivement les moyennes en fonctionnement normal et anormal ainsi que la variance du signal  $\sum_{i=1}^3 v_i(t)$ .  $P_{f3}$  et  $P_{n3}$  désignent les probabilités de fausse alarme et de non détection qui ont été fixées à  $10^{-6}$ .

Ainsi,

$$s_3(t) = \begin{cases} 0 & \text{si tous les axes des 2 STR sont en bon état de fonctionnement} \\ 1 & \text{si au moins un des axes des 2 STR est défaillant} \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

A partir des mesures de position issues du LIDAR, NAC et RFS, il est possible de générer trois signaux  $s_4(t)$ ,  $s_5(t)$  et  $s_6(t)$  définis comme suit :

$$s_4(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } \sum_{j=1}^t \sum_{i=1}^3 w_i(j) < \frac{\sigma_4^2}{(\mu_{f4} - \mu_{n4})} \ln \left( \frac{P_{n4}}{1 - P_{f4}} \right) + \frac{j}{2} (\mu_{f4} + \mu_{n4}) \\ 1 & \text{si } \sum_{j=1}^t \sum_{i=1}^3 w_i(j) > \frac{\sigma_4^2}{(\mu_{f4} - \mu_{n4})} \ln \left( \frac{P_{n4}}{1 - P_{f4}} \right) + \frac{j}{2} (\mu_{f4} + \mu_{n4}) \end{cases} \quad (\text{III.11})$$

$$s_5(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } \sum_{j=1}^t \sum_{i=4}^6 w_i(j) < \frac{\sigma_5^2}{(\mu_{f5} - \mu_{n5})} \ln \left( \frac{P_{n5}}{1 - P_{f5}} \right) + \frac{j}{2} (\mu_{f5} + \mu_{n5}) \\ 1 & \text{si } \sum_{j=1}^t \sum_{i=4}^6 w_i(j) > \frac{\sigma_5^2}{(\mu_{f5} - \mu_{n5})} \ln \left( \frac{P_{n5}}{1 - P_{f5}} \right) + \frac{j}{2} (\mu_{f5} + \mu_{n5}) \end{cases} \quad (\text{III.12})$$

$$s_6(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } \sum_{j=1}^t \sum_{i=7}^9 w_i(j) < \frac{\sigma_6^2}{(\mu_{f6} - \mu_{n6})} \ln \left( \frac{P_{n6}}{1 - P_{f6}} \right) + \frac{j}{2} (\mu_{f6} + \mu_{n6}) \\ 1 & \text{si } \sum_{j=1}^t \sum_{i=7}^9 w_i(j) > \frac{\sigma_6^2}{(\mu_{f6} - \mu_{n6})} \ln \left( \frac{P_{n6}}{1 - P_{f6}} \right) + \frac{j}{2} (\mu_{f6} + \mu_{n6}) \end{cases} \quad (\text{III.13})$$

où  $\mu_{ni}$ ,  $\mu_{fi}$  et  $\sigma_i$ ,  $i = 4, 5, 6$ , dénotent respectivement les moyennes en fonctionnement normal et anormal ainsi que les variances du signal  $\sum w_i(t)$ .  $P_{fi}$  et  $P_{ni}$ ,  $i = 4, 5, 6$ , dénotent respectivement les probabilités de fausse alarme et de non détection qui ont été fixées à  $10^{-6}$ .

Dans les formules (III.11), (III.12) et (III.13),  $w_i$  dénote la  $i^{\text{ème}}$  ligne du vecteur  $w(t)$  défini tel que :

$$w(t) = \begin{pmatrix} I_3 & 0 & -I_3 & 0 \\ 0 & I_3 & 0 & -I_3 \\ 0 & 0 & -I_3 & I_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{RFS_1}(t) \\ y_{RFS_2}(t) \\ y_{NAC}(t) \\ y_{LIDAR}(t) \end{pmatrix} \quad (\text{III.14})$$

où,

$$y_{RFS_i}(t) = \begin{pmatrix} \xi_{RFS_i}(t) \\ \eta_{RFS_i}(t) \\ \zeta_{RFS_i}(t) \end{pmatrix} : \text{Mesures associées au } i^{\text{ème}} \text{ senseur RFS}$$

$$y_{LIDAR}(t) = \begin{pmatrix} \xi_{LIDAR}(t) \\ \eta_{LIDAR}(t) \\ \zeta_{LIDAR}(t) \end{pmatrix} : \text{Mesures associées au LIDAR}$$

$$y_{NAC}(t) = \begin{pmatrix} \xi_{NAC}(t) \\ \eta_{NAC}(t) \\ \zeta_{NAC}(t) \end{pmatrix} : \text{Mesures associées au NAC}$$

tels que  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  sont les positions relatives tridimensionnelles entre l'orbiteur et le conteneur.

Les signaux  $s_i$ ,  $i = 1, \dots, 6$  permettent donc de définir  $n = 6$  relations de redondance analytique telles que :

$$RRA_1 : s_1 = 0 \quad (III.15)$$

$$RRA_2 : s_2 = 0 \quad (III.16)$$

$$RRA_3 : s_3 = 0 \quad (III.17)$$

$$RRA_4 : s_4 = 0 \quad (III.18)$$

$$RRA_5 : s_5 = 0 \quad (III.19)$$

$$RRA_6 : s_6 = 0 \quad (III.20)$$

La matrice de signatures (initiale) est alors déduite comme illustrée dans le tableau III.3. L'hypothèse de non compensation des défauts multiples étant vérifiée (cette propriété a été validée en jouant les différents scénarii de fautes à l'aide du simulateur de Thales Alenia Space), les signatures des défauts combinés sont déduites de celles des défauts simples par l'opération suivante :

$$S_{F_{\{GYR, \dots, NAC\}}} = \begin{pmatrix} S_{F_{\{GYR\}}}(1) \vee \dots \vee S_{F_{\{LIDAR\}}}(1) \\ S_{F_{\{GYR\}}}(2) \vee \dots \vee S_{F_{\{LIDAR\}}}(2) \\ S_{F_{\{GYR\}}}(3) \vee \dots \vee S_{F_{\{LIDAR\}}}(3) \\ S_{F_{\{GYR\}}}(4) \vee \dots \vee S_{F_{\{LIDAR\}}}(4) \\ S_{F_{\{GYR\}}}(5) \vee \dots \vee S_{F_{\{LIDAR\}}}(5) \\ S_{F_{\{GYR\}}}(6) \vee \dots \vee S_{F_{\{LIDAR\}}}(6) \end{pmatrix} \quad (III.21)$$

D'après la définition II.1 d'un support d'une RRA, il vient que les supports des  $RRA_i$ ,  $i = 1, \dots, 6$  sont donnés par :

$$supp(RRA_1) = \{GYR1, GYR2\} \quad (III.22)$$

$$supp(RRA_2) = \{ACC1, ACC2\} \quad (III.23)$$

	$S_{F_{\{GYR1\}}}$	$S_{F_{\{GYR2\}}}$	$S_{F_{\{ACC1\}}}$	$S_{F_{\{ACC2\}}}$	$S_{F_{\{STR1\}}}$
$RRA_1$	1	1	0	0	0
$RRA_2$	0	0	1	1	0
$RRA_3$	0	0	0	0	1
$RRA_4$	0	0	0	0	0
$RRA_5$	0	0	0	0	0
$RRA_6$	0	0	0	0	0
	$S_{F_{\{STR2\}}}$	$S_{F_{\{RFS1\}}}$	$S_{F_{\{RFS2\}}}$	$S_{F_{\{NAC\}}}$	$S_{F_{\{LIDAR\}}}$
$RRA_1$	0	0	0	0	0
$RRA_2$	0	0	0	0	0
$RRA_3$	1	0	0	0	0
$RRA_4$	0	1	0	1	0
$RRA_5$	0	0	1	0	1
$RRA_6$	0	0	0	1	1

TAB. III.3 – Matrice de signatures initiale associée aux défauts capteurs de l'orbiteur

$$\text{supp}(RRA_3) = \{STR1, STR2\} \quad (\text{III.24})$$

$$\text{supp}(RRA_4) = \{RFS1, NAC\} \quad (\text{III.25})$$

$$\text{supp}(RRA_5) = \{RFS2, LIDAR\} \quad (\text{III.26})$$

$$\text{supp}(RRA_6) = \{NAC, LIDAR\} \quad (\text{III.27})$$

**Remarque III.1** On pourra remarquer que la définition du vecteur  $w(t)$  donnée par (III.14) obéit à la technique de la communauté FDI dite de l'espace de parité statique. En effet, le problème de construction de  $w(t)$  s'exprime comme la recherche d'une matrice  $W$  telle que

$$w(t) = Wy(t) \text{ t.q } WM = 0 \text{ où } y(t) = M \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} \text{ et } M \begin{pmatrix} I_3 \\ I_3 \\ I_3 \\ I_3 \end{pmatrix}$$

Sachant que  $\text{rang}(M) = 3$  et que  $\text{dimrow}(M) = 12$ , il vient que

$$W \in \mathbb{R}^{(\text{dimrow}(M) - \text{rang}(M)) \times \text{dimrow}(M) = 9 \times 12}$$

Il existe donc plusieurs solutions à ce problème. On pourra vérifier que  $W$  donné par (III.14) vérifie la propriété suivante de non redondance des RRAs qui tient compte, non seulement de la manière dont les RRAs sont calculées mais aussi de la définition des supports associés.

**Propriété III.1 (Cordier *et.al.*, 2004)**

$RRA_j$  est dite redondante avec un ensemble de  $RRA_i$ s,  $i \in \mathcal{I}$ ,  $j \notin \mathcal{I}$  si et seulement si  $\exists \mathcal{I}' \subseteq \mathcal{I}$  tel que :

1.  $\forall$  OBS, pour toutes  $RRA_i$ s,  $i \in \mathcal{T}'$ , satisfaites par OBS, alors  $RRA_j$  est satisfaite par OBS.

2. Le support de  $RRA_j$  contient le support de chaque  $RRA_i$ ,  $i \in \mathcal{T}'$  :

$$\text{supp}(RRA_j) \supseteq \bigcup_{i \in \mathcal{T}'} \text{supp}(RRA_i)$$

Le problème consiste maintenant à vérifier si la matrice de signatures, illustrée sur le tableau III.3 et associée à la relation (III.21), satisfait la propriété de mutuelle exclusivité et dans le cas contraire, la procédure explicitée dans le paragraphe II.6.1 du chapitre 2 est utilisée.

### III.3.2.2 Vérification de la propriété de mutuelle exclusivité de la matrice de signatures

Pour mener à bien la tâche consistant à vérifier la propriété de mutuelle exclusivité de la matrice de signatures établie précédemment, l'algorithme (II.41) est utilisé comme explicité dans le paragraphe II.4.1 du chapitre 2 de ce mémoire.

D'après la matrice de signatures illustrée sur le tableau III.3 et la formulation du problème II.2, il vient :

$$MS_i = \left( \begin{array}{cccccccccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{array} \right) \quad (\text{III.28})$$

tel que  $MS_i \in \mathcal{B}^{6 \times 1023}$ .

En résolvant le problème d'optimisation II.2, on constate que la matrice initiale  $MS_i$  ne satisfait pas la propriété de mutuelle exclusivité et que la solution optimale au problème est obtenue avec le rajout de 4 lignes dans la matrice de signatures (i.e.,  $m^* = 4$ ). Malheureusement, nous ne disposons pas ici de nouveaux observables pour synthétiser les nouvelles RRAs associées à ces 4 lignes.

D'après les résultats établis dans le chapitre 2, cela implique que la méthode de diagnostic proposée est susceptible de conduire à un diagnostic ambigu. Fort heureusement, nous allons voir que l'hypothèse faite précédemment sur le LIDAR permet de lever cette contrainte et que les diagnostics obtenus permettent de conclure quant aux éléments défectueux de la chaîne de mesure, et ce selon la procédure hiérarchisée illustrée sur la figure III.10.

### III.3.2.3 Résultats de simulation non linéaire

#### a) Scénario défaillant No. 1

Les six signaux indicateurs de défauts  $s_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, 6$  sont implantés dans le simulateur MSR. Le scénario défaillant considéré ici correspond à une perte (totale) de mesure simultanée sur un gyroscope, un senseur stellaire (STR) et la caméra NAC.

La figure III.12 illustre le comportement temporel des signaux :

- $e_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, 6$  : signaux relatifs aux gyroscopes (voir équation (III.3)),
- $\mathbf{e}_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, 6$  : signaux relatifs aux accéléromètres (voir équation (III.6)),

tandis que la figure III.13 présente l'évolution temporelle des signaux :

- $v_j(t)$ ,  $j = 1, 2, 3$  : signaux relatifs aux senseurs stellaires (voir équation (III.9)),
- $w_j(t)$ ,  $i = 1, \dots, 9$ , signaux définis dans l'équation (III.14).

Les défauts ont été simulés à partir de l'instant  $t = 500$  secondes.

D'après la méthodologie présentée au chapitre 2 de ce mémoire, sachant que :

$$DS = \{RRA_1, RRA_2, RRA_3, RRA_4, RRA_5, RRA_6\} \quad (III.29)$$

et que d'après les figures III.12 et III.13 :

$$OBS = \{s_1 = 1, s_2 = 0, s_3 = 1, s_4 = 1, s_5 = 0, s_6 = 1\} \quad (III.30)$$

il vient que les expressions

$$\begin{aligned} RRA_1 \cup OBS \cup \{\neg AB(c) | c \in \text{supp}(RRA_1) \subseteq \text{COMPS}\} \\ RRA_3 \cup OBS \cup \{\neg AB(c) | c \in \text{supp}(RRA_3) \subseteq \text{COMPS}\} \\ RRA_4 \cup OBS \cup \{\neg AB(c) | c \in \text{supp}(RRA_4) \subseteq \text{COMPS}\} \\ RRA_6 \cup OBS \cup \{\neg AB(c) | c \in \text{supp}(RRA_6) \subseteq \text{COMPS}\} \end{aligned}$$

sont inconsistantes, indiquant par la même occasion que  $\text{supp}(RRA_1)$ ,  $\text{supp}(RRA_3)$ ,  $\text{supp}(RRA_4)$  et  $\text{supp}(RRA_6)$  sont des conflits.

Il existe donc quatre conflits  $\bar{\mathcal{C}} = \{\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3, \mathcal{C}_4\}$  s'exprimant selon le formalisme des formes MNF présenté au chapitre 2 de ce mémoire comme suit :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_1 &= \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \vee \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \\ \mathcal{C}_2 &= \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \vee \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \\ \mathcal{C}_3 &= \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \vee \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \\ \mathcal{C}_4 &= \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \vee \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\} \end{aligned} \quad (III.31)$$

La génération des diagnostics se fait alors à l'aide de l'algorithme 2. Celui-ci conduit aux grandes étapes de calcul suivantes (les détails sont donnés dans l'annexe D) :

> On retire  $\mathcal{C}_1$  de  $\bar{\mathcal{C}}$  :  $\bar{\mathcal{C}} = \{\mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3, \mathcal{C}_4\}$

### III.3. Diagnostic des défauts capteurs sur la chaîne de mesure de l'orbiteur

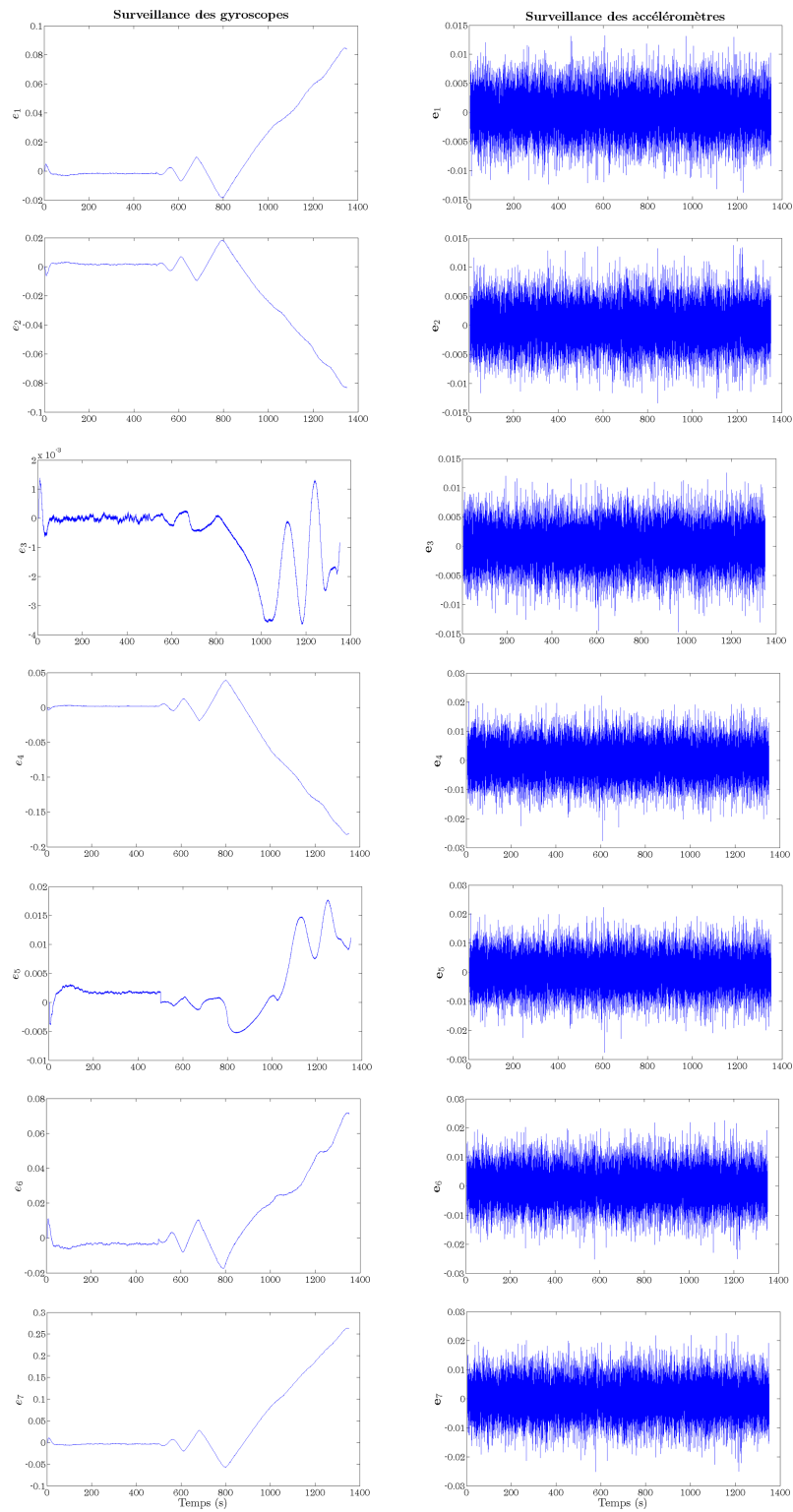


FIG. III.12 – Evolution temporelle des signaux indicateurs relatifs aux gyroscopes (gauche) et aux accéléromètres (droite)

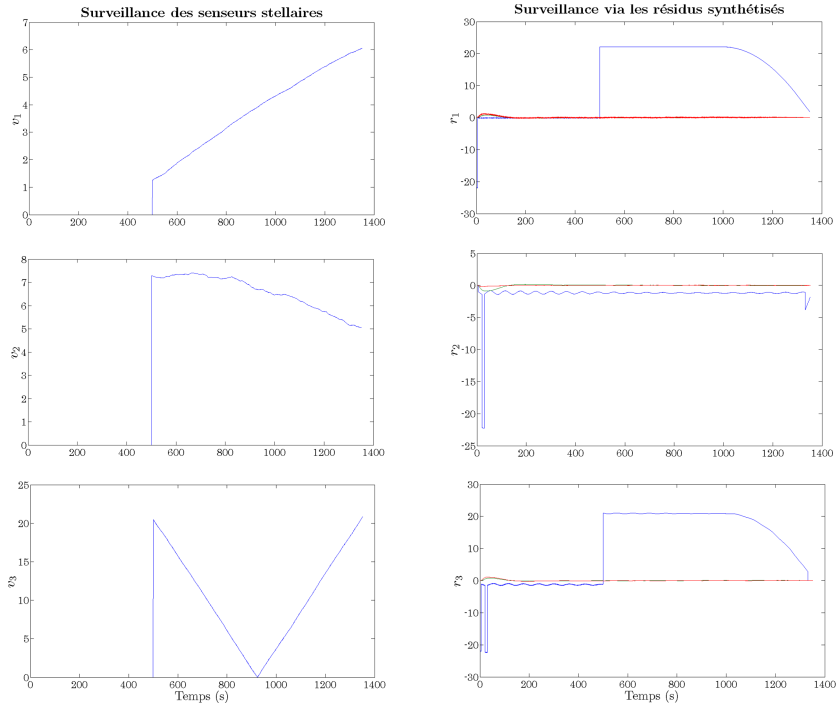


FIG. III.13 – Evolution temporelle des signaux indicateurs associés aux senseurs stellaires (gauche) et des signaux utilisés pour le calcul des résidus (droite)

>  $Q = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \vee \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\}$

> On entre alors dans la boucle qui vise à traiter les conflits  $\mathcal{C}_2$ ,  $\mathcal{C}_3$  et  $\mathcal{C}_4$

• Traitement de  $\mathcal{C}_2$  :

$$Q = \text{conj}(Q, \mathcal{C}_2) = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ \dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\})$$

• Traitement de  $\mathcal{C}_3$  :

$$Q = \text{conj}(Q, \mathcal{C}_3) = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ \dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ \dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ \dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ \dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ \dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ \dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ \dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\})$$

• Traitement de  $\mathcal{C}_4$  :

$$\begin{aligned} \mathcal{Q} = \text{conj}(\mathcal{Q}, \mathcal{C}_4) = & (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \end{aligned}$$

Par conséquent, l'application de l'algorithme 2 montre que les diagnostics générés sont donnés par :

$$\begin{aligned} D = & (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \end{aligned} \tag{III.32}$$

autrement dit, la liste des diagnostics est la suivante :

1. Diagnostic No. 1 :  $D_1 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$
2. Diagnostic No. 2 :  $D_2 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$
3. Diagnostic No. 3 :  $D_3 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$
4. Diagnostic No. 4 :  $D_4 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$
5. Diagnostic No. 5 :  $D_5 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$
6. Diagnostic No. 6 :  $D_6 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$
7. Diagnostic No. 7 :  $D_7 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$
8. Diagnostic No. 8 :  $D_8 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$
9. Diagnostic No. 9 :  $D_9 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$

L'hypothèse faite sur le LIDAR permet de retirer celui-ci de l'espace des diagnostics et donc de simplifier l'expression (III.32) :

$$\begin{aligned} D = & (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \end{aligned} \tag{III.33}$$



Cela revient donc à dire que nous diagnostiquons une combinaison de défaillances sur les mesures gyroscopiques, les mesures d'attitude et les mesures de positions relatives délivrées par le NAC, ce qui se trouve être la situation défaillante réellement simulée sur le système. Néanmoins et conformément à la stratégie hiérarchisée proposée (voir figure III.10), il nous est impossible de discriminer entre les gyroscopes défaillants et entre les senseurs stellaires défaillants.

### b) Scénario défaillant No. 2

Le second cas d'étude que nous considérons maintenant correspond à une perte (totale) de mesure simultanée sur un STR, un RFS et la caméra NAC.

La figure III.14 illustre le comportement temporel des signaux :

- $e_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, 6$  : signaux relatifs aux gyroscopes,
- $\mathbf{e}_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, 6$  : signaux relatifs aux accéléromètres,

tandis que la figure III.15 présente l'évolution temporelle des signaux :

- $v_j(t)$ ,  $j = 1, 2, 3$  : signaux relatifs aux senseurs stellaires,
- $w_j(t)$ ,  $i = 1, \dots, 9$ , signaux définis dans l'équation (III.14).

Les défauts ont été injectés dans le simulateur à partir de  $t = 800$  secondes et sont maintenus.

Les figures III.14 et III.15 indiquent que l'ensemble OBS est donné par :

$$\text{OBS} = \{s_1 = 0, s_2 = 0, s_3 = 1, s_4 = 1, s_5 = 1, s_6 = 1\} \quad (\text{III.34})$$

Il vient que les expressions

$$\begin{aligned} RRA_3 \cup \text{OBS} \cup \{\neg \text{AB}(c) | c \in \text{supp}(RRA_3)\} &\subseteq \text{COMPS} \\ RRA_4 \cup \text{OBS} \cup \{\neg \text{AB}(c) | c \in \text{supp}(RRA_4)\} &\subseteq \text{COMPS} \\ RRA_5 \cup \text{OBS} \cup \{\neg \text{AB}(c) | c \in \text{supp}(RRA_5)\} &\subseteq \text{COMPS} \\ RRA_6 \cup \text{OBS} \cup \{\neg \text{AB}(c) | c \in \text{supp}(RRA_6)\} &\subseteq \text{COMPS} \end{aligned}$$

sont inconsistantes, indiquant par la même occasion que  $\text{supp}(RRA_3)$ ,  $\text{supp}(RRA_4)$ ,  $\text{supp}(RRA_5)$  et  $\text{supp}(RRA_6)$  sont des conflits.

Ainsi, quatre conflits sont identifiés d'où la définition de l'ensemble  $\bar{\mathcal{C}} = \{\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3, \mathcal{C}_4\}$  où :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_1 &= \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \vee \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \\ \mathcal{C}_2 &= \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \vee \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \\ \mathcal{C}_3 &= \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\} \vee \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\} \\ \mathcal{C}_4 &= \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \vee \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\} \end{aligned} \quad (\text{III.35})$$

L'application de l'algorithme 2 conduit aux grandes étapes de calcul suivantes (voir annexe D pour les détails) :

### III.3. Diagnostic des défauts capteurs sur la chaîne de mesure de l'orbiteur

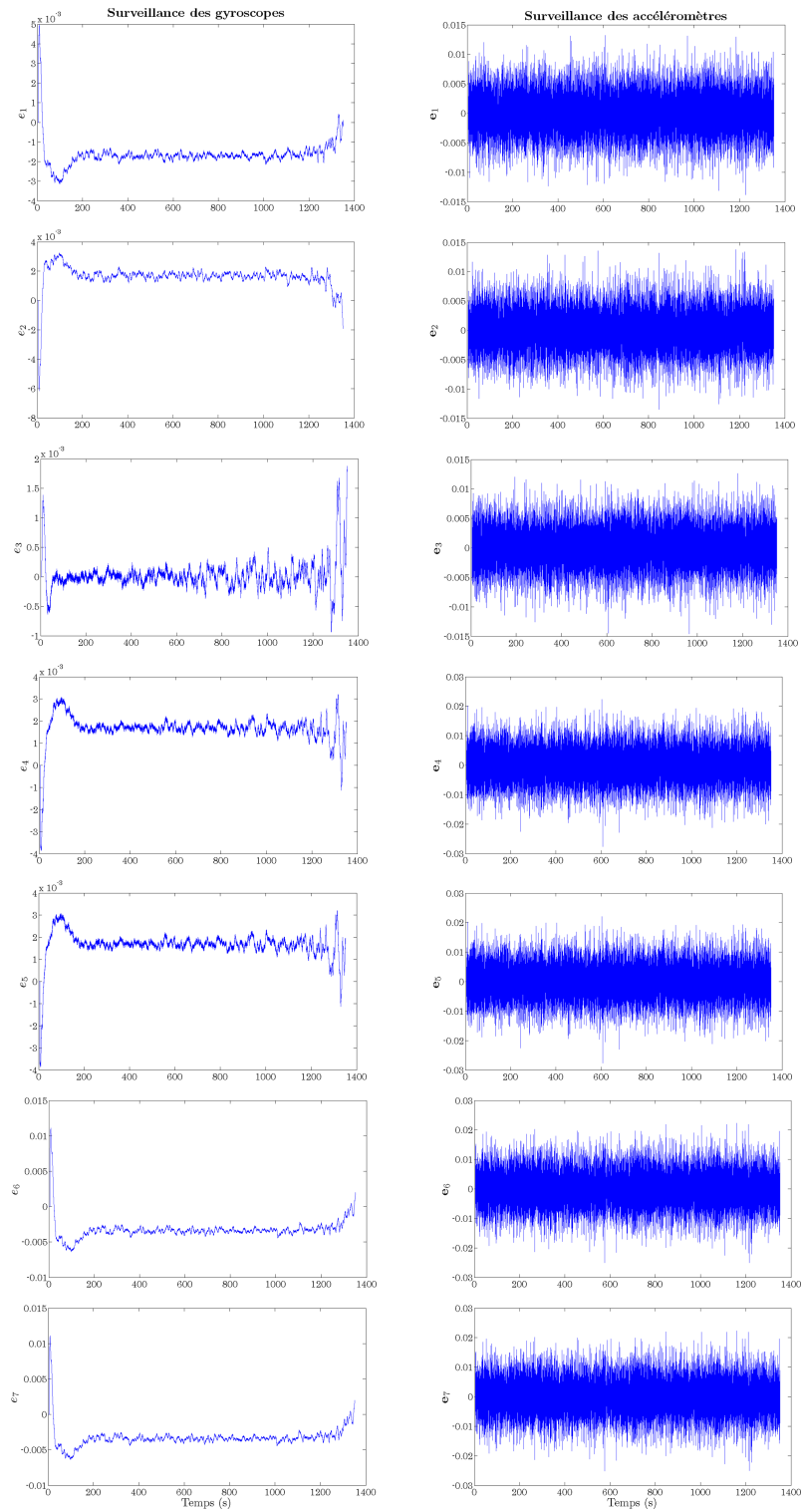


FIG. III.14 – Evolution temporelle des signaux indicateurs relatifs aux gyroscopes (gauche) et aux accéléromètres (droite)

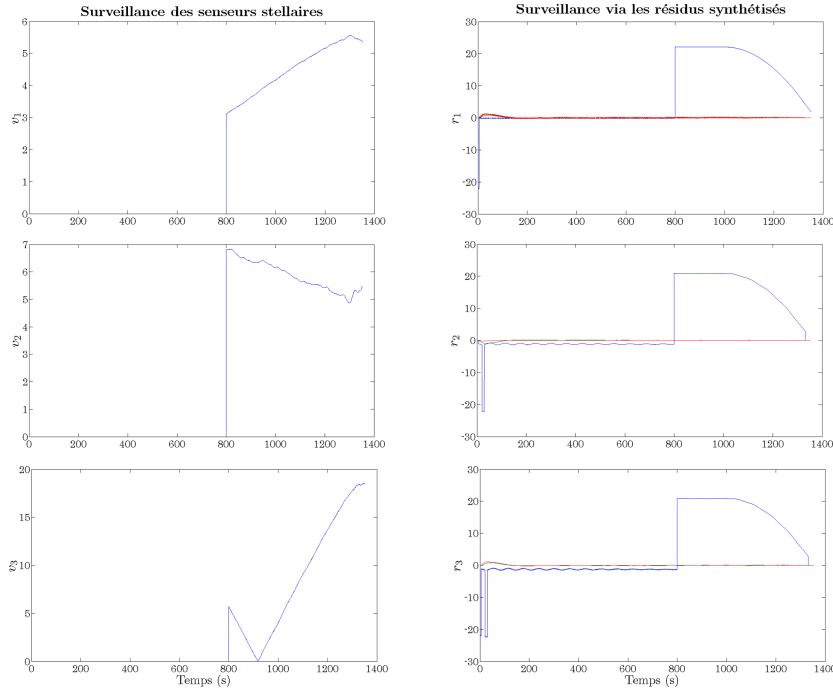


FIG. III.15 – Evolution temporelle des signaux indicateurs associés aux senseurs stellaires (gauche) et des signaux utilisés pour le calcul des résidus (droite)

- > On retire  $\mathcal{C}_1$  de  $\bar{\mathcal{C}}$  :  $\bar{\mathcal{C}} = \{\mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3, \mathcal{C}_4\}$
- >  $\mathcal{Q} = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \vee \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}$
- > On entre alors dans la boucle qui vise à traiter les conflits  $\mathcal{C}_2$ ,  $\mathcal{C}_3$  et  $\mathcal{C}_4$

● Traitement de  $\mathcal{C}_2$  :

$$\mathcal{Q} = \text{conj}(\mathcal{Q}, \mathcal{C}_2) = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ \dots (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\})$$

● Traitement de  $\mathcal{C}_3$  :

$$\mathcal{Q} = \text{conj}(\mathcal{Q}, \mathcal{C}_3) = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ \dots (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ \dots (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ \dots (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ \dots (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ \dots (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ \dots (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ \dots (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\})$$

- Traitement de  $\mathcal{C}_4$  :

$$\begin{aligned} \mathcal{Q} = conj(\mathcal{Q}, \mathcal{C}_4) = & (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \end{aligned}$$

Ainsi, l'application de l'algorithme 2 montre que les diagnostics générés sont donnés par :

$$\begin{aligned} D = & (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \end{aligned} \quad (\text{III.36})$$

autrement dit, la liste des diagnostics est la suivante :

1. Diagnostic No. 1 :  $D_1 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$
2. Diagnostic No. 2 :  $D_2 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$
3. Diagnostic No. 3 :  $D_3 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$
4. Diagnostic No. 4 :  $D_4 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$
5. Diagnostic No. 5 :  $D_5 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$
6. Diagnostic No. 6 :  $D_6 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$

Comme précédemment, l'hypothèse faite sur le LIDAR permet de simplifier l'expression (III.36) et donc de réduire la dimension de l'espace des diagnostics. Ainsi, il vient que

$$\begin{aligned} D = & (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \end{aligned} \quad (\text{III.37})$$

Cela revient donc à dire que nous diagnostiquons une combinaison de défaillances sur les mesures d'attitude et les mesures de positions relatives délivrées par le NAC et le RFS No. 2, qui correspond d'ailleurs à la situation défaillante réellement simulée. Néanmoins et conformément à la stratégie proposée (voir figure III.10), il nous est impossible d'identifier précisément le capteur stellaire défaillant.

### III.3.3 Deuxième étape de la démarche : Vers un diagnostic affiné

On se propose maintenant d'affiner le diagnostic afin d'identifier le capteur défaillant de la chaîne incriminée. Notre objectif est d'affiner les résultats précédemment établis, notamment sur les mesures gyroscopiques et accélérométriques. En effet, les signaux  $s_1(t)$  et  $s_2(t)$  permettent d'établir un diagnostic quant aux éléments de la chaîne de mesure

mais ne permettent pas d'identifier le ou les axes du gyroscope et/ou de l'accéléromètre qui sont défaillants. Une analyse rapide (et évidente) montre que le problème vient de l'opération "somme" sur les signaux  $e_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, 7$  (pour les mesures gyroscopiques) et  $\mathbf{e}_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, 7$  (pour les mesures accélérométriques).

L'intérêt de ce travail est double car non seulement nous cherchons à hiérarchiser la tâche de diagnostic comme nous l'avons déjà expliqué, mais encore ce cas d'étude nous permet d'illustrer les développements méthodologiques présentés dans les paragraphes II.3 où le critère de recouvrabilité proposé par (Wu *et al.*, 2000) est utilisé pour réduire l'espace des diagnostics.

**Remarque III.2** *La similarité des définitions des signaux  $e_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, 7$  et  $\mathbf{e}_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, 7$  montre que les développements qui vont suivre restent vrais que ce soit pour les gyroscopes ou pour les accéléromètres. Aussi, nous contenterons nous de n'explicitier que le cas des gyroscopes.*

### III.3.3.1 Construction de la matrice de signatures

Comme nous l'avons explicité précédemment, la structure pyramidale des gyroscopes (voir la figure III.11 pour une illustration) permet de détecter et de localiser tout défaut sur un axe au travers de l'ensemble des sept équations (statiques)  $e_i$ ,  $i = 1, \dots, 7$  suivantes :

$$\begin{aligned}
 e_1 &= (p_1 + q_2) - (p_2 + r_1) \\
 e_2 &= (p_2 + r_1) - (q_1 + r_2) \\
 e_3 &= (q_1 + r_2) - (p_1 + q_2) \\
 e_4 &= 2(p_1 + q_1 + r_1) - 3(p_1 + q_2) \\
 e_5 &= 2(p_2 + q_2 + r_2) - 3(p_1 + q_2) \\
 e_6 &= 2(p_1 + q_1 + r_1) - 3(p_2 + r_1) \\
 e_7 &= 2(p_2 + q_2 + r_2) - 3(p_2 + r_1)
 \end{aligned} \tag{III.38}$$

où  $(p_1, q_1, r_1)$  et  $(p_2, q_2, r_2)$  désignent les vitesses angulaires associées aux IMU No. 1 et IMU No. 2 respectivement. Ainsi, dans le cadre de cette étude, il vient :

$$\text{COMPS} = \{p_1, q_1, r_1, p_2, q_2, r_2\}$$

Les signaux  $e_i$ ,  $i = 1, \dots, 7$  permettent donc de définir  $n = 7$  relations de redondance analytique telles que :

$$RRA_1 : e_1 = 0 \tag{III.39}$$

$$RRA_2 : e_2 = 0 \tag{III.40}$$

$$RRA_3 : e_3 = 0 \tag{III.41}$$

$$RRA_4 : e_4 = 0 \tag{III.42}$$

$$RRA_5 : e_5 = 0 \tag{III.43}$$

$$RRA_6 : e_6 = 0 \tag{III.44}$$

$$RRA_7 : e_7 = 0 \quad (\text{III.45})$$

La matrice de signatures associée est définie conformément au tableau III.4. L'hypothèse de non compensation des défauts multiples étant vérifiée, les signatures des défauts combinés sont déduites des signatures des défauts simples par l'opération suivante :

$$S_{F_{\{p_1, q_1, r_1, p_2, q_2, r_2\}}} = \begin{pmatrix} S_{F_{\{p_1\}}}(1) \vee S_{F_{\{q_1\}}}(1) \vee S_{F_{\{r_1\}}}(1) \vee \dots \vee S_{F_{\{r_2\}}}(1) \\ S_{F_{\{p_1\}}}(2) \vee S_{F_{\{q_1\}}}(2) \vee S_{F_{\{r_1\}}}(2) \vee \dots \vee S_{F_{\{r_2\}}}(2) \\ S_{F_{\{p_1\}}}(4) \vee S_{F_{\{q_1\}}}(3) \vee S_{F_{\{r_1\}}}(3) \vee \dots \vee S_{F_{\{r_2\}}}(3) \\ S_{F_{\{p_1\}}}(4) \vee S_{F_{\{q_1\}}}(4) \vee S_{F_{\{r_1\}}}(4) \vee \dots \vee S_{F_{\{r_2\}}}(4) \\ S_{F_{\{p_1\}}}(5) \vee S_{F_{\{q_1\}}}(5) \vee S_{F_{\{r_1\}}}(5) \vee \dots \vee S_{F_{\{r_2\}}}(5) \\ S_{F_{\{p_1\}}}(6) \vee S_{F_{\{q_1\}}}(6) \vee S_{F_{\{r_1\}}}(6) \vee \dots \vee S_{F_{\{r_2\}}}(6) \\ S_{F_{\{p_1\}}}(7) \vee S_{F_{\{q_1\}}}(7) \vee S_{F_{\{r_1\}}}(7) \vee \dots \vee S_{F_{\{r_2\}}}(7) \end{pmatrix} \quad (\text{III.46})$$

D'après le tableau III.4, il vient donc que la matrice de signatures initiale  $MS_i$  est donnée comme suit :

$$MS_i = \left( \begin{array}{cccccc|cccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{array} \right) \quad (\text{III.47})$$

tel que  $MS_i \in \mathcal{B}^{7 \times 63}$ .

En résolvant le problème d'optimisation II.2, on constate que la matrice initiale  $MS_i$  ne satisfait pas la propriété de mutuelle exclusivité et que la solution optimale à ce problème est obtenue avec le rajout de 5 lignes dans la matrice de signature (i.e.,  $m^* = 5$ ). Malheureusement et comme précédemment, nous ne disposons pas de nouveaux observables pour synthétiser ces nouvelles RRAs.

	$S_{F_{\{p_1\}}}$	$S_{F_{\{q_1\}}}$	$S_{F_{\{r_1\}}}$	$S_{F_{\{p_2\}}}$	$S_{F_{\{q_2\}}}$	$S_{F_{\{r_2\}}}$
$RRA_1$	1	0	1	1	1	0
$RRA_2$	0	1	1	1	0	1
$RRA_3$	1	1	0	0	1	1
$RRA_4$	1	1	1	0	1	0
$RRA_5$	1	0	0	1	1	1
$RRA_6$	1	1	1	1	0	0
$RRA_7$	0	0	1	1	1	1

TAB. III.4 – Matrice de signatures des défauts présents sur les axes gyroscopiques des IMUs

Compte tenu des résultats méthodologiques établis dans le chapitre 2 de ce mémoire, il vient que l'application de l'algorithme 2 peut conduire à générer un ensemble de diagnostic ambigu. Afin d'affiner le diagnostic, nous nous proposons d'utiliser le critère de recouvrabilité proposé par (Wu *et.al.*, 2000) et qui est présenté dans le paragraphe II.3.2. S'agissant de fautes capteurs, il semble évident que le problème de recouvrabilité tel qu'il est posé par (Wu *et.al.*, 2000) se résume à un problème d'observabilité tel qu'il a été formulé dans le paragraphe II.3.2 du chapitre 2. Comme nous l'avons déjà expliqué, l'utilisation de ce critère vise à réduire l'espace de diagnostic.

### III.3.3.2 Exemple : Cas d'une perte totale de l'axe $p_1$

Dans cette partie, nous nous proposons de traiter le cas d'une perte totale de mesure sur l'axe "p" de l'IMU No. 1.

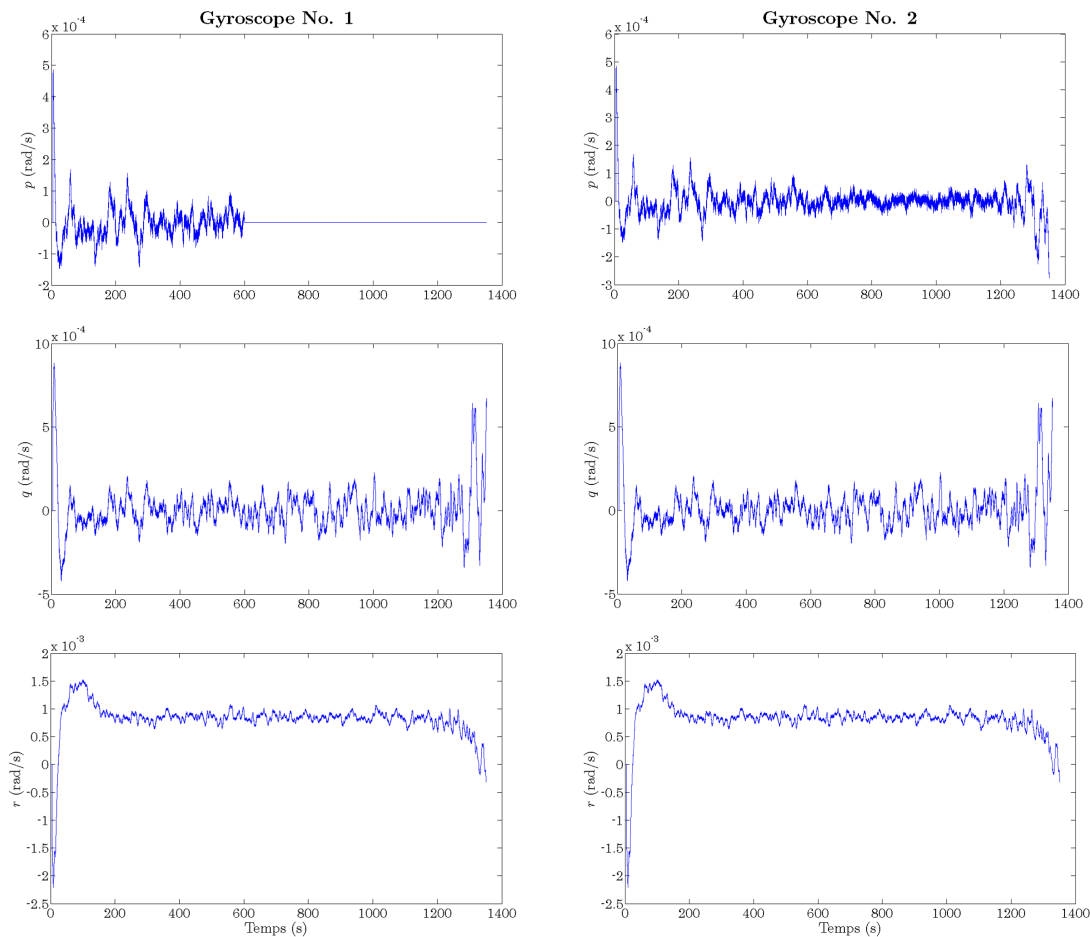


FIG. III.16 – Tracé temporelle des axes de l'IMU No. 1 et 2

#### a) Génération des diagnostics

L'évolution des signaux de mesure  $p$ ,  $q$  et  $r$  des 2 gyroscopes, illustrée sur la figure III.16,

conduit à définir l'ensemble OBS suivant :

$$\text{OBS} = \{e_1 = 1, e_2 = 0, e_3 = 1, e_4 = 1, e_5 = 1, e_6 = 1, e_7 = 0\} \quad (\text{III.48})$$

D'après la propriété II.1, il vient que les expressions

$$\begin{aligned} RRA_1 \cup \text{OBS} \cup \{\neg \text{AB}(c) | c \in \text{supp}(RRA_1)\} &\subseteq \text{COMPS} \\ RRA_3 \cup \text{OBS} \cup \{\neg \text{AB}(c) | c \in \text{supp}(RRA_3)\} &\subseteq \text{COMPS} \\ RRA_4 \cup \text{OBS} \cup \{\neg \text{AB}(c) | c \in \text{supp}(RRA_4)\} &\subseteq \text{COMPS} \\ RRA_5 \cup \text{OBS} \cup \{\neg \text{AB}(c) | c \in \text{supp}(RRA_5)\} &\subseteq \text{COMPS} \\ RRA_6 \cup \text{OBS} \cup \{\neg \text{AB}(c) | c \in \text{supp}(RRA_6)\} &\subseteq \text{COMPS} \end{aligned}$$

sont inconsistantes. Les supports  $\text{supp}(RRA_1)$ ,  $\text{supp}(RRA_3)$ ,  $\text{supp}(RRA_4)$ ,  $\text{supp}(RRA_5)$  et  $\text{supp}(RRA_6)$  définissent donc cinq conflits tels que :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_1 &= p_1 \in \{\mathbf{F}\} \vee r_1 \in \{\mathbf{F}\} \vee p_2 \in \{\mathbf{F}\} \vee q_2 \in \{\mathbf{F}\} \\ \mathcal{C}_2 &= p_1 \in \{\mathbf{F}\} \vee q_1 \in \{\mathbf{F}\} \vee q_2 \in \{\mathbf{F}\} \vee r_2 \in \{\mathbf{F}\} \\ \mathcal{C}_3 &= p_1 \in \{\mathbf{F}\} \vee q_1 \in \{\mathbf{F}\} \vee r_1 \in \{\mathbf{F}\} \vee q_2 \in \{\mathbf{F}\} \\ \mathcal{C}_4 &= p_1 \in \{\mathbf{F}\} \vee p_2 \in \{\mathbf{F}\} \vee q_2 \in \{\mathbf{F}\} \vee r_2 \in \{\mathbf{F}\} \\ \mathcal{C}_5 &= p_1 \in \{\mathbf{F}\} \vee q_1 \in \{\mathbf{F}\} \vee r_1 \in \{\mathbf{F}\} \vee p_2 \in \{\mathbf{F}\} \end{aligned} \quad (\text{III.49})$$

L'application de l'algorithme 2 permet d'établir les diagnostics suivants (les détails de calcul sont volontairement omis ici car jugés trop long)

$$\begin{aligned} D &= p_1 \in \{\mathbf{F}\} \vee (q_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge q_2 \in \{\mathbf{F}\}) \vee (r_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge q_2 \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ &\dots (p_2 \in \{\mathbf{F}\} \wedge q_2 \in \{\mathbf{F}\}) \vee (q_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge p_2 \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ &\dots (r_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge r_2 \in \{\mathbf{F}\}) \vee (r_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge p_2 \in \{\mathbf{F}\} \wedge r_2 \in \{\mathbf{F}\}) \end{aligned} \quad (\text{III.50})$$

On conclut donc à plusieurs situations défailtantes possibles au nombre de sept que sont :

1. Diagnostic No. 1 :  $D_1 = p_1 \in \{\mathbf{F}\} \rightarrow$  L'axe  $p_1$  défailtant.
2. Diagnostic No. 2 :  $D_2 = q_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge q_2 \in \{\mathbf{F}\} \rightarrow$  Les axes  $q_1$  et  $q_2$  sont en défaut
3. Diagnostic No. 3 :  $D_3 = r_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge q_2 \in \{\mathbf{F}\} \rightarrow$  Les axes  $r_1$  et  $q_2$  sont en défaut.
4. Diagnostic No. 4 :  $D_4 = p_2 \in \{\mathbf{F}\} \wedge q_2 \in \{\mathbf{F}\} \rightarrow$  Les axes  $p_2$  et  $q_2$  sont en défaut.
5. Diagnostic No. 5 :  $D_5 = q_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge p_2 \in \{\mathbf{F}\} \rightarrow$  Les axes  $q_1$  et  $p_2$  sont en défaut.
6. Diagnostic No. 6 :  $D_6 = r_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge r_2 \in \{\mathbf{F}\} \rightarrow$  Les axes  $r_1$  et  $r_2$  sont en défaut.
7. Diagnostic No. 7 :  $D_7 = r_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge p_2 \in \{\mathbf{F}\} \wedge r_2 \in \{\mathbf{F}\} \rightarrow$  Les axes  $r_1$ ,  $p_2$  et  $r_2$  sont défailtants.

### b) Réduction de l'espace de diagnostic

Rappelons que le cas de fautes qui nous intéresse est relatif aux mesures de vitesses angulaires  $p$ ,  $q$  et  $r$ .

Il existe différents formalismes pour modéliser l'attitude d'un corps en rotation. Ces formalismes sont les angles d'Euler, le quaternion ou en encore les angles de Rodriguez, voir



par exemple (Prieur, 1997 ; Wie, 1998). Sachant que nous passons d'un formalisme à un autre par une simple transformation (voir annexe C), toute propriété de recouvrabilité étudiée dans l'un des espaces d'attitude reste vraie dans les autres espaces. Aussi, dans les paragraphes qui vont suivre, nous allons utiliser le formalisme du quaternion. Le lecteur intéressé pourra se référer à l'annexe C pour de plus amples détails sur la modélisation de l'attitude d'un satellite dans l'espace.

Le modèle d'attitude se compose d'une équation cinématique qui décrit le mouvement et de l'équation dynamique qui détaille la relation entre le mouvement et ses causes.

La propagation des quaternions d'attitude est décrite dans le repère  $\mathcal{R}_l$  non galiléen par la relation

$$\dot{Q} = \frac{1}{2}Q\Omega \quad (\text{III.51})$$

où  $Q = (Q_1 \ Q_2 \ Q_3 \ Q_4)^T$  est le quaternion d'attitude et  $\Omega = (p \ q \ r)^T$  est le vecteur de vitesse angulaire.

En appliquant le principe fondamental de la dynamique (autrement dit, la deuxième loi de Newton) dans le repère  $\mathcal{R}_l$  non galiléen, nous obtenons les équations suivantes :

$$\frac{dH_{tot}}{dt} = \sum \text{couples extérieurs} \quad (\text{III.52})$$

où  $H_{tot}$  représente le moment cinétique total du véhicule.

La dérivée temporelle de  $H_{tot}$  se décompose dans les coordonnées du repère véhicule  $\mathcal{R}_v$  de la manière suivante :

$$\left. \frac{dH_{tot}}{dt} \right|_{\mathcal{R}_l} = \left. \frac{dH_{tot}}{dt} \right|_{\mathcal{R}_v} + \Omega \otimes H_{tot} \quad (\text{III.53})$$

où " $\otimes$ " représente le produit vectoriel.

On considère que :

- les couples internes au système proviennent de l'accélération (positive ou négative) des roues inertielles de l'orbiteur,
- les couples extérieurs considérés sont les couples résiduels  $C_{thr}$  développés par les tuyères qui sont les commandes dans le modèle de position, i.e.  $C_{thr} = Mu_{thr}$ ,
- le moment cinétique du système se décompose comme suit :

$$H_{tot} = H_{orb} + H_{roue} \quad (\text{III.54})$$

où  $H_{orb} = \mathcal{I}_{orb} \cdot \Omega$  et  $H_{roue} = \mathcal{I}_{roue} \cdot \Omega_{roue}$  sont respectivement les moments cinétiques de l'orbiteur<sup>21</sup> et des roues inertielles tels que  $\mathcal{I}_{orb}$  et  $\mathcal{I}_{roue}$  sont les tenseurs d'inertie respectifs de l'orbiteur et des roues inertielles.

---

<sup>21</sup>Nous ne considérons ici que le conteneur car la capture n'ayant pas encore eu lieu.

Il vient donc que :

$$\mathcal{I}_{PF}\dot{\Omega} = C_{thr} - \Omega \otimes (\mathcal{I}_{orb}\Omega + \mathcal{I}_{roue}\Omega_{roue}) \quad (\text{III.55})$$

Le modèle d'état non linéaire d'attitude est alors déduit des équations (III.51) et (III.55).

En considérant que l'attitude relative entre le conteneur et l'orbiteur est constante pendant la phase de rendez-vous (hypothèse tout à fait valide comme le montre la figure III.8), un modèle d'état linéarisé tangent, traduisant les variations d'attitude autour de l'attitude nominale du rendez-vous, peut être déduit des équations (III.51) et (III.55), soit :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 u_{thr} + B_2 u_{roue} \\ \begin{pmatrix} y_{STR_1}^Q \\ y_{STR_2}^Q \\ y_{IMU_1} \\ y_{IMU_2} \end{pmatrix} = Cx \end{cases} \quad (\text{III.56})$$

où

- $x = (Q_1 \ Q_2 \ Q_3 \ Q_4 \ p \ q \ r)^T$  est le vecteur d'état.
- $y$  représente le vecteur de mesures constitué des quaternions d'attitude et des mesures gyroscopiques  $(p, q, r)$  et accélérométriques  $(\dot{p}, \dot{q}, \dot{r})$  délivrées par les deux IMUs.
- $u_{roue}$  est la commande des roues inertielles délivrée par les lois de pilotage.

Compte tenu de la structure géométrique en pyramide des gyroscopes, on pourra vérifier que la matrice de sortie est donnée par (rappelons que l'on ignore ici les accélérations angulaires  $\dot{p}, \dot{q}$  et  $\dot{r}$ ) :

$$C = \begin{pmatrix} I_4 & 0_{4 \times 3} \\ I_4 & 0_{4 \times 3} \\ 0_{3 \times 4} & M \\ 0_{3 \times 4} & M \end{pmatrix} \text{ avec } M = \begin{pmatrix} \alpha & -\beta & \gamma \\ \alpha & -\chi & \chi \\ \alpha & -\gamma & \beta \end{pmatrix} \quad (\text{III.57})$$

telle que  $\alpha, \beta, \gamma$  et  $\chi$  sont les angles de projection des IMUs No. 1 et 2 sur les axes  $p, q$  et  $r$  (voir la figure III.11).

Etant donnée que notre étude traite des mesures inertielles, nous nous limiterons aux six dernières lignes de  $C$ . Le problème est donc d'éliminer certains des diagnostics recensés précédemment moyennant le critère de recouvrabilité proposé par (Wu *et.al.*, 2000).

Ainsi, pour le cas des diagnostics  $D_1 = p_1 \in \{\mathbf{F}\}$ ,  $D_3 = r_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge q_2 \in \{\mathbf{F}\}$ ,  $D_4 = p_2 \in \{\mathbf{F}\} \wedge q_2 \in \{\mathbf{F}\}$  et  $D_5 = q_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge p_2 \in \{\mathbf{F}\}$ , l'analyse du critère d'observabilité montre que ces défauts sont recouvrables. En effet, on pourra vérifier dans chaque cas que le rang de la matrice d'observabilité soit égal à la dimension du vecteur d'état, i.e.,  $\text{rang}(obs) = \text{dim}(x) = 7$ , la matrice  $C$  s'écrivant pour chaque cas :

– Cas  $p_1 \in \{\mathbf{F}\}$  :

$$C = \begin{pmatrix} 0 \\ M(2 : 3) \\ M \end{pmatrix}$$

– Cas  $r_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge q_2 \in \{\mathbf{F}\}$  :

$$C = \begin{pmatrix} M(1 : 2) \\ 0 \\ M(1) \\ M(3) \end{pmatrix}$$

– Cas  $p_2 \in \{\mathbf{F}\} \wedge q_2 \in \{\mathbf{F}\}$  :

$$C = \begin{pmatrix} M \\ 0 \\ 0 \\ M(3) \end{pmatrix}$$

– Cas  $q_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge p_2 \in \{\mathbf{F}\}$  :

$$C = \begin{pmatrix} M(1) \\ 0 \\ M(3) \\ 0 \\ M(2 : 3) \end{pmatrix}$$

La même analyse pour les diagnostics  $D_2 = q_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge q_2 \in \{\mathbf{F}\}$ ,  $D_6 = r_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge r_2 \in \{\mathbf{F}\}$  et  $D_7 = r_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge p_2 \in \{\mathbf{F}\} \wedge r_2 \in \{\mathbf{F}\}$  montre *a contrario* que les défauts combinés associés, ne sont pas recouvrables, les matrices  $C$  s'écrivant pour ces cas :

– Cas  $q_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge q_2 \in \{\mathbf{F}\}$  :

$$C = \begin{pmatrix} M(1) \\ 0 \\ M(3) \\ M(1) \\ 0 \\ M(3) \end{pmatrix}$$

– Cas  $r_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge r_2 \in \{\mathbf{F}\}$  :

$$C = \begin{pmatrix} M(1 : 2) \\ 0 \\ M(1 : 2) \\ 0 \end{pmatrix}$$

– Cas  $r_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge p_2 \in \{\mathbf{F}\} \wedge r_2 \in \{\mathbf{F}\}$  :

$$C = \begin{pmatrix} M(1 : 2) \\ 0 \\ 0 \\ M(2) \\ 0 \end{pmatrix}$$

D'après les résultats obtenus, les diagnostics  $D_2$ ,  $D_6$  et  $D_7$  sont donc retirés de l'espace de diagnostic, ce qui conduit au résultat final :

$$D = p_1 \in \{\mathbf{F}\} \vee (r_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge q_2 \in \{\mathbf{F}\}) \vee (p_2 \in \{\mathbf{F}\} \wedge q_2 \in \{\mathbf{F}\}) \vee (q_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge p_2 \in \{\mathbf{F}\}) \quad (\text{III.58})$$

### III.3.3.3 Vers un degré d'autonomie opérationnelle

Pour terminer cette analyse, soulignons que dans ces cas, une estimation (statique)  $(\hat{p}, \hat{q}, \hat{r})$  des mesures  $p$ ,  $q$  et  $r$  peut être simplement obtenue en calculant l'inverse de  $C$  au sens des moindres carrés, offrant ainsi une procédure de reconfiguration simple et peu coûteuse en termes de temps de calcul (procédure que nous avons implantée dans le simulateur MSR de Thales Alenia Space). A titre d'exemple, la figure suivante illustre les performances de la capture pour le défaut considéré et pour chacun des diagnostics retenus. Les résultats obtenus montrent que la procédure de diagnostic proposée permet clairement d'assurer un degré d'autonomie opérationnelle embarqué à la mission MSR.

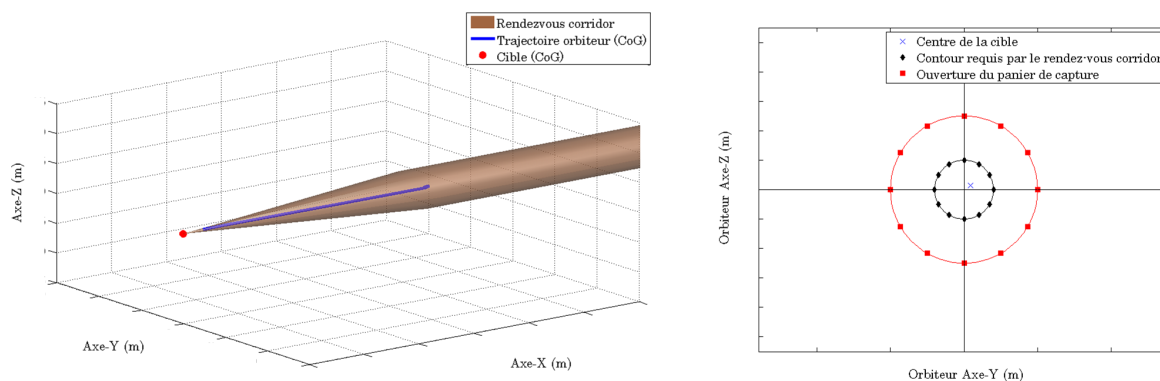


FIG. III.17 – Analyse des performances pour une situation défailante

## III.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons appliqué la méthodologie de diagnostic développée au chapitre 2 à la phase de rendez-vous de la mission MSR. Ces travaux s'inscrivent dans le volet spatial du projet SIRASAS. L'objectif visé est de doter les engins spatiaux de capacités d'adaptation et de réaction face à des événements imprévus tels que les défauts. En effet, le succès de la phase de capture de la mission MSR est étroitement lié aux capacités d'autonomie embarquée de l'orbiteur.

La méthodologie de diagnostic proposée s'appuie sur les développements théoriques présentés au chapitre 2 de ce mémoire. Cette dernière consiste en :

1. La construction de la matrice de signatures associée à COMPS : dans cette phase, nous nous intéressons au problème du nombre minimal de RRAs pour satisfaire au cahier des charges spécifié précédemment.

2. La génération de tous les diagnostics : nous avons vu que la méthode repose sur le concept de conflits exprimés comme des formules sous forme normale maximale. En cas de situation défailante, identifier les conflits revient à identifier les RRAs non satisfaites par l'observation. Les diagnostics sont alors établis à l'aide d'un algorithme basé sur le concept de formules sous forme MNF.

Comme nous l'avons déjà dit, la première étape est une étape de conception hors-ligne tandis que la deuxième étape est l'étape de diagnostic à proprement parlé qui se déroule donc en-ligne.

Les scénarii défailants considérés sont des pertes de mesure sur les capteurs de l'orbiteur. Ces scénarii ont été définis en collaboration avec le partenaire industriel du volet spatial du projet SIRASAS, Thales Alenia Space. L'objectif visé est de proposer une solution de diagnostic à la fois performante et à coût calculatoire réduit (nombre minimal de RRAs, surtout celles synthétisées par les techniques de la communauté FDI qui peuvent conduire à des filtres dynamiques d'ordre élevé).

Plusieurs cas d'étude ont été étudiés, notamment le cas des défauts capteurs de la chaîne de mesure de l'orbiteur et l'identification des différents types de défauts possibles sur les axes gyroscopiques des unités de mesure inertielle (IMU). Les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence tout l'intérêt et l'efficacité de la technique proposée car les défauts considérés ont été parfaitement détectés et localisés.

De plus, une analyse des critères missions que sont le maintien de l'orbiteur dans le corridor de rendez-vous, l'alignement de l'orbiteur avec le conteneur et le maintien de l'attitude relative, montrent que la présence de redondance dans la chaîne de mesure permet d'accomoder parfaitement les défauts moyennant une simple procédure de reconfiguration, basée sur la prédiction (statique) des mesures d'attitude, au sens des moindres carrés.

# Conclusions générales et perspectives

Le travail de recherche effectué dans ce mémoire traite du problème de diagnostic de défaillances simples et multiples sur des systèmes de grande dimension. L'objectif de ce travail a été de proposer une stratégie de diagnostic à minimum de redondance analytique tout en exploitant au mieux les informations de redondance matérielle éventuellement disponibles sur le système surveillé. Une démarche générique, mêlant à la fois des concepts et des outils de calcul des techniques FDI et DX, a été développée dans le but de remplir la tâche de diagnostic dans sa globalité. Les développements que nous avons proposés s'inscrivent dans une démarche de coopération et d'agrégation des méthodes de diagnostic et la construction optimale d'un diagnostic global en fonction des diagnostiqueurs locaux.

Dans le premier chapitre, nous avons présenté une synthèse des différentes techniques et méthodes de diagnostic existantes au sein des communautés FDI et DX. Même s'il existe plusieurs principes communs entre les deux communautés, chacun s'est concentré sur le développement de ses propres terminologies, outils de calcul et démarches méthodologiques, guidés par des contraintes de modélisation et des objectifs de diagnostic différents. L'objectif visé dans le premier chapitre a donc été de définir le cadre méthodologique des travaux menés au sein des deux communautés et de préciser les hypothèses de travail en se basant sur une analyse critique des méthodes existantes dans la littérature. Un constat de cette étude bibliographique met en évidence les points suivants : bien que les méthodes FDI aient atteint un certain niveau de maturité pour le diagnostic de défauts simples, elles restent très limitées dans le cadre des défaillances multiples. A l'inverse, les techniques DX fournissent des solutions pour aborder le problème de localisation des défauts multiples mais malheureusement, elles ne tiennent pas compte des propriétés structurelles des indicateurs locaux, surtout lors de l'étape de conception. Ces constats ont ainsi motivé les orientations que nous avons choisies.

Le deuxième chapitre contient notre contribution propre. Les travaux présentés se veulent à la frontière des deux communautés (FDI et DX) et s'appuient sur les concepts et outils de calcul existants au sein de ces deux communautés. L'approche proposée se décline en deux étapes :

1. Construction d'une matrice de signatures mutuellement exclusive : dans cette approche, nous nous sommes intéressés au problème du nombre minimal de RRAs nécessaire pour établir un diagnostic sans ambiguïté. Nous avons vu que ce pro-

blème pouvait être formalisé comme un problème d'optimisation (sous contraintes) qui peut être efficacement résolu à l'aide d'un algorithme génétique. Dans le cas où il est nécessaire d'ajouter de nouvelles RRAs à celles déjà disponibles sur le système, nous avons explicité que parmi les techniques de synthèse de la communauté FDI, la méthode  $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_-$ , basée sur la formulation explicite des objectifs de robustesse et de sensibilité, a été privilégiée de par ses propriétés structurelles. En effet, celle-ci permet de garantir la propriété de d-perfection des RRAs.

2. Génération de tous les diagnostics : la méthode repose sur le concept de conflits exprimés comme des formules sous forme normale maximale (noté MNF pour Maximal Normal Form). Nous avons vu qu'en cas de situation défailante, identifier les conflits revient à identifier les RRAs non satisfaites par l'observation. Nous avons alors montré que les diagnostics peuvent être établis à l'aide d'un algorithme basé sur le concept de formules sous forme MNF.

Nous avons vu que si la matrice de signatures vérifie la propriété de mutuelle exclusivité, alors l'algorithme proposé permet d'établir un diagnostic sans ambiguïté. Nous avons également établi que la méthodologie proposée se veut générique dans le sens où elle permet à la fois de diagnostiquer l'apparition d'un ou plusieurs défauts combinés mais également de traiter le cas de plusieurs modes de fautes associés aux différents composants du système surveillé, offrant ainsi un fort potentiel pour résoudre tout problème de diagnostic dans un système complexe. Les développements méthodologiques ont été illustrés sur un procédé expérimental de laboratoire.

Enfin, dans le troisième chapitre, nous avons abordé le problème de diagnostic des défauts capteurs de la chaîne de mesure de l'orbiteur de la mission spatiale de rendez-vous MSR (Mars Sample Return). Cette mission, entreprise conjointement entre l'administration nationale de l'aéronautique et de l'espace (NASA) et l'agence spatiale européenne (ESA), est une mission d'exploration martienne. Cette mission spatiale vise à ramener des échantillons (sol et atmosphère) martiens sur Terre pour des analyses. La phase critique de cette mission est la phase de rendez-vous entre le conteneur d'échantillons et l'orbiteur. Dans ces travaux, nous nous sommes intéressés au problème de diagnostic des défauts capteurs sur la chaîne de mesure de l'orbiteur pendant la phase de capture. Les scénarii traités ont été validés par Thales Alenia Space dans le cadre du projet SIRASAS et correspondent à une perte totale de mesure sur les capteurs.

La démarche de diagnostic que nous avons proposée est une démarche hiérarchisée qui vise dans un premier temps à circonscrire les fautes aux mesures gyroscopiques, accélérométriques, d'attitude et de position relative entre le conteneur et l'orbiteur et dans un deuxième temps à identifier les sous-systèmes défaillants.

Les résultats obtenus montrent que :

- La présence de capteurs redondants dans la chaîne de mesure de l'orbiteur permet d'établir un nombre suffisant de relations de redondance analytique (RRA) pour pouvoir discriminer les fautes sous l'hypothèse que le capteur LIDAR fonctionne nor-

---

malement. Ainsi, la méthodologie de génération des diagnostics, développée dans le chapitre 2 de ce mémoire, permet d'établir un diagnostic sans ambiguïté.

- Dans le cas où l'on s'intéresse au diagnostic des axes IMUs, l'application de l'algorithme de génération des diagnostics conduit à un ensemble de diagnostics certes minimaux, mais qui présente une ambiguïté. La mise en œuvre du critère de recouvrabilité, présenté dans le chapitre 2 de ce mémoire, permet alors de réduire l'espace de diagnostic. Nous avons alors montré que bien qu'il existe une ambiguïté dans le diagnostic, il est possible de mettre en place une procédure de reconfiguration très simple car statique. Les résultats montrent que la mise en place de la procédure de reconfiguration ainsi proposée permet de doter la mission MSR d'un bon niveau d'autonomie opérationnelle embarquée.

Les résultats obtenus dans ce mémoire offrent des perspectives intéressantes de développements. En particulier, les points suivants pourront faire l'objet de travaux futurs :

- Pour la construction de la matrice de signatures mutuellement exclusive, le problème de synthèse des RRAs nécessite de disposer d'observables autres que ceux ayant permis de construire les RRAs définissant la matrice de signatures initiale, ou du moins, tels que ces observables n'affectent pas de façon erronée le comportement de ces nouvelles RRAs autre que selon la répartition "1/0" établie sous peine qu'il n'existe pas de solution au problème tel qu'il est abordé. Par ailleurs, sachant que les résidus permettant d'établir ces RRAs sont synthétisés moyennant la technique  $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_-$ , il vient que la solution obtenue par l'algorithme d'optimisation, proposé pour la construction de la matrice de signatures mutuellement exclusive, peut ne pas être réalisable dans la pratique, les propriétés "0" et "1" découlant directement de l'atteignabilité des performances  $\mathcal{H}_\infty$  et  $\mathcal{H}_-$  respectivement. Aussi, il peut s'avérer nécessaire dans la pratique, de contraindre l'algorithme en fixant des "0" et des "1" dans certains éléments de la matrice de signatures initiale, ce qui peut conduire à une solution sous-optimale. Ce problème peut donc s'avérer délicat car il est nécessaire, dans la pratique, de disposer d'une connaissance *a priori* du système surveillé et d'une bonne maîtrise de la technique de synthèse  $\mathcal{H}_\infty/\mathcal{H}_-$ .
- Dans le cas d'un diagnostic ambigu, l'utilisation des modèles de fautes devrait permettre d'affiner le diagnostic en réduisant l'espace de diagnostic généré. Pour cela, l'idée consisterait à générer un espace de candidats pouvant expliquer la défaillance. Un candidat sera alors éliminé de l'espace de diagnostic lorsqu'aucun modèle de fautes, pour ce candidat, ne permet d'expliquer la défaillance (aucun des modèles n'est satisfait par l'observation ayant révélée la défaillance). Bien que cette approche semble offrir un fort potentiel de discrimination des candidats, il semble clair que les inconvénients majeurs sont la difficulté de modéliser le comportement des composants en cas de fautes et l'explosion combinatoire des cas à traiter.
- Enfin, une dernière perspective vise à étendre nos travaux au contexte dynamique. En effet, la génération des diagnostics se fait à partir d'observables disponibles à un instant donné, autrement dit, dans un cadre statique. Il serait donc intéressant de



prendre en compte la nature temporelle des décisions et de proposer une approche dynamique de la décision, comme nous pouvons le faire en identification au travers les modèles AR ou ARMA dans la communauté FDI.

# Annexe A

## Définitions des espaces et normes utilisés

### A.1 Définition de l'espace $\mathcal{L}_q$

On note  $\mathcal{L}_q$  l'espace des fonctions  $f(\cdot)$  telles que :

$$\begin{cases} \int_0^\infty |f(t)|^q dt < \infty & \text{si } q < \infty \\ f(\cdot) \text{ est essentiellement bornée} & \text{si } q = \infty \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

### A.2 Définition des normes

On note  $\|\cdot\|_q$  l'application de  $\mathcal{L}_q$  dans  $\mathbb{R}^+$  définie par :

$$\|f\|_q = \begin{cases} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^q dt \right)^{1/q} & \text{si } q < \infty \\ \text{ess sup } f & \text{si } q = \infty \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

#### A.2.1 Norme 2

La norme 2 d'un signal  $s(t)$ , notée  $\|s\|_2$ , est donné par :

$$\|s\|_2 = \left( \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)^T s(t) dt \right)^{1/2} \quad (\text{A.3})$$

ou encore dans le domaine fréquentiel :

$$\|s\|_2 = \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} s(j\omega)^* s(j\omega) d\omega \right)^{1/2} \quad (\text{A.4})$$

### A.2.2 Norme $e$ (Norme $z$ tronquée)

Sur la base de la définition de la norme  $z$ , (Ding and Guo, 1996 ; Rank and Niemann, 1999 ; Ding *et.al.*, 2000) ont proposé la définition de la norme suivante, appelée norme  $z$  tronquée ou norme  $e$ . Cette norme est une troncature sur une fenêtre temporelle de la relation (A.3) :

$$\|s\|_e = \left( \int_{t_1}^{t_2} s(t)^T s(t) dt \right)^{1/2} \quad (\text{A.5})$$

ou encore sur un domaine fréquentiel de la relation (A.4) :

$$\|s\|_e = \left( \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} s(j\omega)^* s(j\omega) d\omega \right)^{1/2} \quad (\text{A.6})$$

### A.2.3 Norme $\mathcal{H}_\infty$

Soient  $d$  et  $r$  les signaux d'entrée et de sortie d'une matrice de transfert  $M(s)$ . La norme  $\mathcal{H}_\infty$  de  $M$ , notée  $\|M\|_\infty$ , est définie comme la norme  $\mathcal{L}_2$  induite de vecteurs tel que :

$$\|M\|_\infty = \sup_{\substack{d \in \mathcal{L}_2 \\ \|d\|_2 \neq 0}} \frac{\|r\|_2}{\|d\|_2} = \sup_{\|d\|_2=1} \|r\|_2 = \sup_{\substack{d \in \mathcal{L}_2 \\ \|d\|_2 \neq 0}} \frac{\|Md\|_2}{\|d\|_2} = \sup_{\|d\|_2=1} \|Md\|_2 \quad (\text{A.7})$$

ou de façon équivalente dans le domaine fréquentiel :

$$\|M\|_\infty = \sup_{\omega \geq 0} \bar{\sigma}(M(j\omega)) \quad (\text{A.8})$$

Une définition alternative de  $\|M\|_\infty$  couramment rencontrée dans les approches LMIs (Linear Matrix Inequality) est donnée par la relation suivante :

$$\|M\|_\infty = \min_{\gamma} : \int_0^T r^T(t)r(t) dt \leq \gamma^2 \int_0^T d^T(t)d(t) dt \quad \forall T \geq 0 \quad (\text{A.9})$$

La norme  $\mathcal{H}_\infty$  est une mesure du plus grand taux d'amplification énergétique de  $d(t)$  sur  $r(t)$ .

### A.2.4 Norme $\mathcal{H}_-$

Soient  $f$  et  $r$  les signaux d'entrée et de sortie d'une matrice de transfert  $N(s)$ . La norme  $\mathcal{H}_-$  de  $N$ , notée  $\|N\|_-$  (qui n'est pas une norme induite), est définie par :

$$\|N\|_- = \inf_{\omega \in \Omega} \underline{\sigma}(N(j\omega)) \quad \text{pour } \Omega = [\omega_1; \omega_2] \quad (\text{A.10})$$

La norme  $\mathcal{H}_-$  est une mesure du plus petit taux d'amplification énergétique de  $f(t)$  sur  $r(t)$ . A partir de la définition de la norme  $z$  tronquée, on peut écrire :

$$\|r\|_e^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \|N(j\omega)f(j\omega)\|_2^2 d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \left\| \frac{N(j\omega)f(j\omega)}{\|f\|_2} \right\|_2^2 \|f\|_2^2 d\omega \quad (\text{A.11})$$

ou encore,

$$\|r\|_e^2 \geq \|N\|_-^2 \|f\|_e^2 \quad (\text{A.12})$$

et il vient alors la propriété suivante :

$$\|N\|_- \leq \frac{\|r\|_e}{\|f\|_e} \quad (\text{A.13})$$

On propose alors de définir une mesure de sensibilité, notée  $\mathcal{H}_{sens}$ , telle que :

$$\|N\|_{sens} = \inf_{\|f\|_e \neq 0} \frac{\|r\|_e}{\|f\|_e} = \inf_{\|f\|_e = 1} \|r\|_e \geq \|N\|_- \quad (\text{A.14})$$

Il vient alors que :

$$\|N\|_- \leq \|N\|_{sens} \leq \|N\|_\infty \quad (\text{A.15})$$

Ainsi, dans le cas où  $\dim(r) = 1$  (ce qui représente selon notre expérience la majorité des cas pratiques), il vient :

$$\|N\|_{sens} = \|N\|_- \quad (\text{A.16})$$



# Annexe B

## Test séquentiel de Wald

### B.1 Position du problème

La procédure de détection vise à déterminer l'apparition et l'instant d'occurrence d'un défaut. En effet, un défaut est détectable si au moins un signal indicateur de défaut permet de le détecter. Les bruits affectant les systèmes à surveiller sont souvent modélisés par des variables aléatoires suivant une forme normale où la valeur moyenne est nulle et la variance correspond à la matrice de variance-covariance. Les signaux indicateurs étant générés par les défauts et les bruits, l'étude de leurs caractéristiques statistiques permet donc de se renseigner sur l'occurrence d'un défaut. Dans cette partie, le test séquentiel de Wald, utilisé au cours des travaux présentés dans ce manuscrit, est présenté avec les détails sur l'algorithme permettant son implémentation.

Quelque soit la façon de générer le signal indicateur de défaut  $r(t)$ , la détection repose sur une prise de décision, comme illustrer sur la figure I.1 du chapitre 1. De ce fait, il s'agit de choisir entre deux hypothèses possibles :

1. Le fonctionnement normal du système, noté  $H_0$ .
2. Le fonctionnement anormal du système, noté  $H_1$ .

Ainsi, on peut se poser la question sur le choix entre ces deux hypothèses avec un risque donné. Une solution possible est la mise en œuvre d'un test probabiliste de décision permettant de réaliser ce choix. Soient  $p(r|H_0)$  et  $p(r|H_1)$  les densités de probabilités associées à un signal indicateur sous respectivement  $H_0$  et  $H_1$  qu'on choisit de type gaussienne. On considère un seuil fixe, noté  $J_{th}$ , choisi en fonction des connaissances *a priori* sur le problème de décision. Par conséquent, comme la prise de décision se fait sur le seuil fixe  $J_{th}$ , il en résulte quatre situations :

- **Cas 1** :  $H_0$  est vrai et  $H_0$  est choisi.
- **Cas 2** :  $H_1$  est vrai et  $H_1$  est choisi.
- **Cas 3** :  $H_0$  est vrai et  $H_1$  est choisi.
- **Cas 4** :  $H_1$  est vrai et  $H_0$  est choisi.

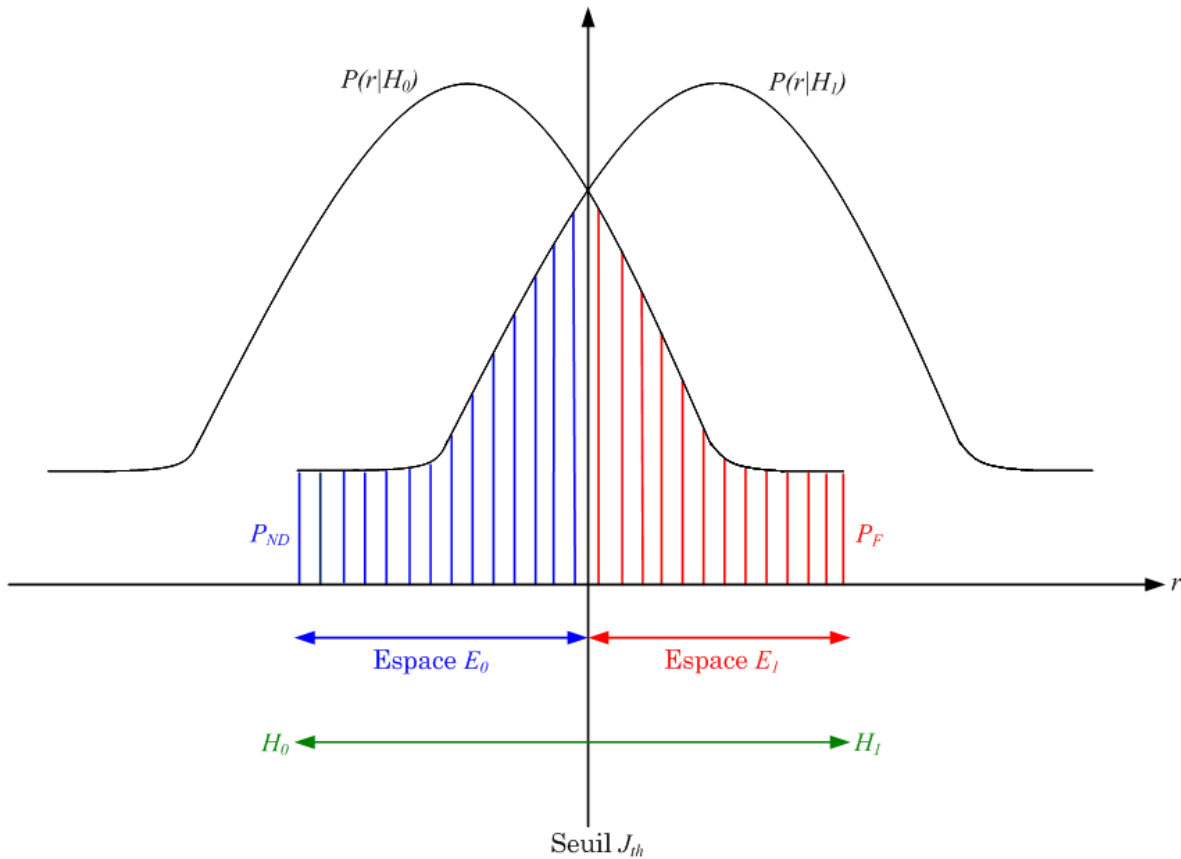


FIG. B.1 – Définition des probabilités de non-détection et de fausse alarme ainsi que le seuil de décision

Il est observé que dans les deux premiers cas, il y a une bonne prise de décision. Inversement dans le troisième cas, il y a une mauvaise prise de décision, ce qui entraîne l'apparition d'une fausse alarme. De même, dans le dernier cas, il y a une mauvaise prise de décision, ce qui provoque la non-détection du défaut.

La non-détection d'un défaut et le problème de fausse alarme, représentés sur la figure B.1, peuvent être quantifiés en termes probabilistes tel que :

1.  $P_{NF}$  représente la probabilité de fausse alarme.
2.  $P_{ND}$  représente la probabilité de non-détection.

## B.2 Test de décision

Soit  $r$  une variable aléatoire,  $H_0$  et  $H_1$  les hypothèses de bon fonctionnement et de fonctionnement défaillant respectivement et,  $S_0$  et  $S_1$  les deux seuils de décision tel que :

- **Situation No. 1** : Si  $r \leq S_1$ , alors l'hypothèse  $H_0$  est retenue.
- **Situation No. 2** : Si  $S_1 \leq r \leq S_2$ , alors aucune décision n'est retenue.

- **Situation No. 3** : Si  $r \geq S_2$ , alors l'hypothèse  $H_1$  est retenue.

Les tests séquentiels de Wald consistent à relier les seuils de décision  $S_1$  et  $S_2$  aux probabilités de non-détection  $P_{ND}$  et de fausse alarme  $P_F$  définies par :

$$P_{ND} = \text{probabilité}(H_0 \text{ choisie} | H_1 \text{ vraie}) \quad (\text{B.1})$$

$$P_F = \text{probabilité}(H_1 \text{ choisie} | H_0 \text{ vraie}) \quad (\text{B.2})$$

La probabilité de détection, notée  $P_D$ , peut donc être définie de la façon suivante :

$$P_D = \text{probabilité}(H_1 \text{ choisie} | H_1 \text{ vraie}) = 1 - P_{ND} \quad (\text{B.3})$$

### B.2.1 Calcul des seuils de décision

Soient  $p(r_k | H_1)$  et  $p(r_k | H_0)$  les densités de probabilités supposées de type gaussienne et associées respectivement à  $H_1$  et  $H_0$  sur l'observation  $r_k$ . Alors, les probabilités  $P_D$ ,  $P_{ND}$  et  $P_F$  sont données par :

$$P_D = \int_{E_1} p(r_k | H_1) dr_k \quad (\text{B.4})$$

$$P_{ND} = \int_{E_0} p(r_k | H_1) dr_k \quad (\text{B.5})$$

$$P_F = \int_{E_1} p(r_k | H_0) dr_k \quad (\text{B.6})$$

Soit le rapport de vraisemblance  $\lambda_k$  défini de la façon suivante :

$$\lambda_k = \lambda(k) = \frac{p(r_k | H_1)}{p(r_k | H_0)} = \frac{p(r_1 \dots r_k | H_1)}{p(r_1 \dots r_k | H_0)} \quad (\text{B.7})$$

#### B.2.1.1 Situation No. 1

On suppose qu'à l'échantillon  $k$ , on se trouve en fonctionnement normal (cas où  $r \leq S_1$ ). Soit  $\lambda(k) = A$  et d'après l'équation (B.7), il vient que pour tous les échantillons 1 à  $k$  :

$$p(r_k | H_1) = A p(r_k | H_0) \quad (\text{B.8})$$

et en intégrant l'équation (B.8) sur l'espace  $E_0$ , il vient que :

$$\int_{E_0} p(r_k | H_1) dr_k = A \int_{E_0} p(r_k | H_0) dr_k \quad (\text{B.9})$$

Ainsi, en considérant les équations (B.1) et (B.2), on trouve que :

$$P_{ND} = A(1 - P_F) \quad (\text{B.10})$$

ou encore,

$$A = \lambda(k) = \frac{P_{ND}}{1 - P_F} \quad (\text{B.11})$$



### B.2.1.2 Situation No. 2

On suppose qu'à l'échantillon  $k$ , on se trouve dans une situation où on ne peut pas prendre de décision (cas où  $S_1 \leq r \leq S_2$ ). Comme on a vu précédemment, le rapport de vraisemblance vaut :

$$\lambda(k) = \frac{p(r_1 \dots r_k | H_1)}{p(r_1 \dots r_k | H_0)} \quad (\text{B.12})$$

pour tous les échantillons de 1 à  $k$ .

En supposant que les échantillons de  $r$  sont indépendants les uns des autres, il vient que :

$$\lambda(k) = \frac{p(r_1 | H_1) p(r_2 | H_1) \dots p(r_k | H_1)}{p(r_1 | H_0) p(r_2 | H_0) \dots p(r_k | H_0)} \quad (\text{B.13})$$

qui est de la forme :

$$\lambda(k) = \prod_{i=1}^k \lambda_i = \prod_{i=1}^k \frac{p(r_i | H_1)}{p(r_i | H_0)} \quad (\text{B.14})$$

### B.2.1.3 Situation No. 3

On suppose qu'à l'échantillon  $k$ , on se trouve en situation défailante (cas où  $r \geq S_2$ ). Comme dans la situation 1, on pose  $\lambda(k) = B$  et par conséquent, d'après l'équation (B.7), il vient que pour tous les échantillons 1 à  $k$  :

$$p(r_k | H_1) = B p(r_k | H_0) \quad (\text{B.15})$$

et intégrant l'équation (B.15) sur l'espace  $E_1$ , il vient que :

$$\int_{E_1} p(r_k | H_1) dr_k = B \int_{E_1} p(r_k | H_0) dr_k \quad (\text{B.16})$$

Ainsi, en considérant les équations (B.1) et (B.2), on trouve que :

$$P_D = B P_F \quad (\text{B.17})$$

et d'après l'équation (B.3), il en résulte :

$$B = \lambda(k) = \frac{1 - P_{ND}}{P_F} \quad (\text{B.18})$$

## B.2.2 Test séquentiel de Wald sur la moyenne

Soit  $r$  une variable aléatoire gaussienne quelque soit le fonctionnement (normal ou défailant) du système et l'idée de ce test consiste à déterminer la moyenne statistique de  $r$  à changer.

Pour la suite, on suppose que sous l'hypothèse  $H_0$ ,  $r$  possède une moyenne  $\mu_0$  et une variance  $\sigma^2$  et sous l'hypothèse  $H_1$ , possède une moyenne  $\mu_1$  et une variance  $\sigma^2$ , autrement dit :

1. Sous l'hypothèse  $H_0$  :

$$E\{r\} = \mu_0 \quad (\text{B.19})$$

2. Sous l'hypothèse  $H_1$  :

$$E\{r\} = \mu_1 \quad (\text{B.20})$$

3. Sous les hypothèses  $H_0$  et  $H_1$  :

$$E\left\{(r - \mu_0)(r - \mu_0)^T\right\} = E\left\{(r - \mu_1)(r - \mu_1)^T\right\} = \sigma^2 \quad (\text{B.21})$$

telle que les densités de probabilité ont pour expression :

$$p(r_i|H_1) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(r_i - \mu_1)^2\right\} \quad (\text{B.22})$$

$$p(r_i|H_0) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(r_i - \mu_0)^2\right\} \quad (\text{B.23})$$

où  $r_i = r(i) = r(t)$  évalué à l'instant  $t = i$ .

L'expression du rapport de vraisemblance donné par l'équation (B.14) devient alors :

$$\lambda(k) = \prod_{i=1}^k \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(r_i - \mu_1)^2 + \frac{1}{2\sigma^2}(r_i - \mu_0)^2\right\} \quad (\text{B.24})$$

ou encore,

$$\lambda(k) = \prod_{i=1}^k \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(\mu_1^2 - \mu_0^2) + \frac{1}{\sigma^2}(\mu_1 - \mu_0)r_i\right\} \quad (\text{B.25})$$

et en simplifiant (B.25), il en résulte :

$$\lambda(k) = \exp\left\{-\frac{k}{2\sigma^2}(\mu_1^2 - \mu_0^2) + \frac{1}{\sigma^2}(\mu_1 - \mu_0)\sum_{i=1}^k r_i\right\} \quad (\text{B.26})$$

Le test séquentiel de Wald pour la moyenne s'écrit alors :

$$A \leq \lambda_k \leq B \quad (\text{B.27})$$

tel que :

$$A = \frac{P_{ND}}{1 - P_F} \quad (\text{B.28})$$

$$B = \frac{1 - P_{ND}}{P_F} \quad (\text{B.29})$$

En remplaçant (B.26) dans (B.27), on constate que :

$$A \leq \exp\left\{-\frac{k}{2\sigma^2}(\mu_1^2 - \mu_0^2) + \frac{1}{\sigma^2}(\mu_1 - \mu_0)\sum_{i=1}^k r_i\right\} \leq B \quad (\text{B.30})$$

ce qui entraîne :

$$\ln(A) \leq \frac{(\mu_1 - \mu_0)}{\sigma^2} \left\{ -\frac{k}{2}(\mu_1 + \mu_0) + \sum_{i=1}^k r_i \right\} \leq \ln(B) \quad (\text{B.31})$$

Finalement, il en résulte que :

$$\frac{\sigma^2}{(\mu_1 - \mu_0)} \ln(A) + \frac{k}{2}(\mu_1 + \mu_0) \leq \sum_{i=1}^k r_i \leq \frac{\sigma^2}{(\mu_1 - \mu_0)} \ln(B) + \frac{k}{2}(\mu_1 + \mu_0) \quad (\text{B.32})$$

avec  $A$  et  $B$  fixés par les probabilités  $P_{ND}$  et  $P_F$  données dans (B.28) et (B.29).

### B.2.3 Test séquentiel de Wald sur la variance

On suppose que le signal indicateur de défaut  $r$  est une variable aléatoire gaussienne quelque soit le fonctionnement (normal ou défaillant) du système et l'idée de ce test consiste à détecter tout changement de variance.

Pour la suite, on suppose que sous l'hypothèse  $H_0$ ,  $r$  possède une moyenne  $\mu$  et une variance  $\sigma_0^2$  et sous l'hypothèse  $H_1$ , possède une moyenne  $\mu$  et une variance  $\sigma_1^2$ , autrement dit :

1. Sous l'hypothèse  $H_0$  :

$$E \left\{ (r - \mu_0) (r - \mu_0)^T \right\} = \sigma_0^2 \quad (\text{B.33})$$

2. Sous l'hypothèse  $H_1$  :

$$E \left\{ (r - \mu_1) (r - \mu_1)^T \right\} = \sigma_1^2 \quad (\text{B.34})$$

3. Sous les hypothèses  $H_0$  et  $H_1$  :

$$E \{ r \} = \mu \quad (\text{B.35})$$

telle que les densités de probabilités ont pour expression :

$$p(r_i|H_1) = \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_1^2} (r_i - \mu)^2 \right\} \quad (\text{B.36})$$

$$p(r_i|H_0) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_0^2} (r_i - \mu)^2 \right\} \quad (\text{B.37})$$

Le rapport de vraisemblance donné par l'équation (B.14) devient alors :

$$\lambda(k) = \prod_{i=1}^k \frac{\sigma_0}{\sigma_1} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sigma_1^2} - \frac{1}{\sigma_0^2} \right) (r_i - \mu)^2 \right\} \quad (\text{B.38})$$

ou encore,

$$\lambda(k) = \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_1} \right)^k \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sigma_1^2} - \frac{1}{\sigma_0^2} \right) \sum_{i=1}^k (r_i - \mu)^2 \right\} \quad (\text{B.39})$$

Le test séquentiel de Wald pour la variance s'écrit alors :

$$A \leq \lambda_k \leq B \quad (\text{B.40})$$

tel que :

$$A = \frac{P_{ND}}{1 - P_F} \quad (\text{B.41})$$

$$B = \frac{1 - P_{ND}}{P_F} \quad (\text{B.42})$$

En remplaçant (B.39) dans (B.40), on constate que :

$$A \leq \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_1}\right)^k \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sigma_1^2} - \frac{1}{\sigma_0^2} \right) \sum_{i=1}^k (r_i - \mu)^2 \right\} \leq B \quad (\text{B.43})$$

ce qui entraîne :

$$\ln(A) \leq k \ln \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_1} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sigma_1^2} - \frac{1}{\sigma_0^2} \right) \sum_{i=1}^k (r_i - \mu)^2 \leq \ln(B) \quad (\text{B.44})$$

ou encore,

$$\ln(A) + k \ln \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_0} \right) \leq \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sigma_0^2} - \frac{1}{\sigma_1^2} \right) \sum_{i=1}^k (r_i - \mu)^2 \leq \ln(B) + k \ln \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_0} \right) \quad (\text{B.45})$$

et finalement, il en résulte que :

$$\frac{2 \left( \ln(A) + k \ln \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_0} \right) \right)}{\left( \frac{1}{\sigma_0^2} - \frac{1}{\sigma_1^2} \right)} \leq \sum_{i=1}^k (r_i - \mu)^2 \leq \frac{2 \left( \ln(B) + k \ln \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_0} \right) \right)}{\left( \frac{1}{\sigma_0^2} - \frac{1}{\sigma_1^2} \right)} \quad (\text{B.46})$$

avec  $A$  et  $B$  fixés par les probabilités  $P_{ND}$  et  $P_F$  données dans (B.41) et (B.42).



## Annexe C

# Modélisation en position et en attitude d'un satellite

**Texte tiré des livrables du projet SIRASAS**

**Coordinateur du projet :** A. Zolghadri (IMS - Université Bordeaux 1)

**Responsable du volet spatial :** D. Henry (IMS - Université Bordeaux 1) et X. Olive (Thales Alenia Space)

## C.1 Repérage d'un satellite dans l'espace

Durant la phase de rendez-vous, il est nécessaire que l'orbiteur soit bien positionné vis-à-vis du conteneur d'échantillons, mais aussi qu'il soit orienté de sorte à rendre la capture possible. Ainsi, on présente dans un premier temps les paramètres nécessaires pour repérer la position du satellite, puis dans un second temps ceux utilisés pour décrire son orientation (ou attitude).

### C.1.1 Position d'un satellite dans l'espace

Il existe différents jeux de paramètres permettant de décrire le mouvement d'un satellite en orbite autour de la Terre. Une première approche fait appel aux paramètres cartésiens (position et vitesse du satellite) dans un repère donné. Une seconde utilise les paramètres orbitaux. Ces derniers, au nombre de six, décrivent à chaque instant la trajectoire que suivrait le satellite s'il était soumis à la seule force de gravitation de la planète Mars considérée comme une masse ponctuelle (le mouvement du satellite est alors dit képlérien). Les deux sections suivantes décrivent ces jeux de paramètres et les repères mis en jeu.

#### C.1.1.1 Paramètres cartésiens

La trajectoire d'un satellite peut être caractérisée, à chaque instant, par un vecteur  $X_{cart}(t)$  constitué de six variables appelées paramètres cartésiens. Ces six variables décrivent l'évolution de la position et de la vitesse du satellite dans un repère donné. Les paragraphes suivants décrivent les différents repères qui sont employés dans cette annexe ainsi que les noms de variables choisis.

##### a) Repère inertiel

L'orbiteur ou le conteneur d'échantillons peuvent être repérés de manière absolue par rapport à un repère inertiel. Le repère inertiel choisi est noté  $\mathcal{R}_i = (O, \vec{X}_i, \vec{Y}_i, \vec{Z}_i)$ . Représenté sur la figure C.1, il est défini comme suit :

- son origine est le centre  $O_M$  de Mars ;
- le vecteur  $\vec{Z}_i$  est orienté selon l'axe des pôles vers le pôle nord ;
- le vecteur  $\vec{X}_i$  est dirigé vers le point vernal<sup>22</sup> ;
- le vecteur  $\vec{Y}_i$  complète le trièdre.

La figure C.1 fait également apparaître le repère  $\mathcal{R} = (O, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$  lié au plan d'orbite. Ce repère résulte de trois rotations du repère  $\mathcal{R}_i$ . Il est défini comme suit :

- son origine est le centre  $O_M$  de Mars ;
- le vecteur  $\vec{Z}$  est normal au plan d'orbite ;
- le vecteur  $\vec{X}$  est dirigé vers le périapse<sup>23</sup> ;

---

<sup>22</sup>Ce point est défini par la position du Soleil sur la sphère céleste au moment de l'équinoxe de Mars (équinoxe de printemps dans l'hémisphère nord).

<sup>23</sup>C'est le point de l'orbite le plus proche de la surface de la planète Mars.

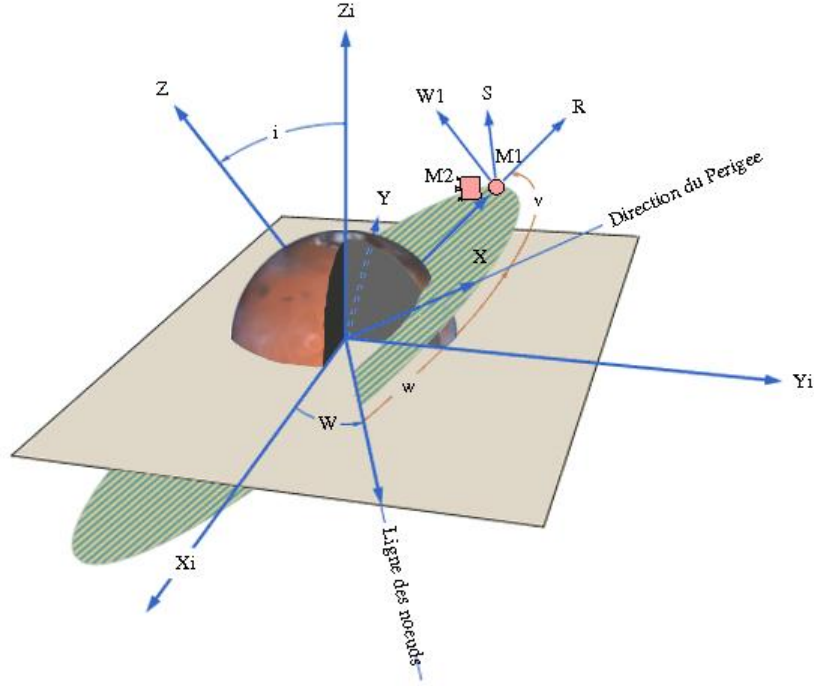


FIG. C.1 – Repérage d'engins spatiaux dans l'espace

– le vecteur  $\vec{Y}$  complète le trièdre.

La position et la vitesse d'un satellite  $M$  dans le repère  $\mathcal{R}_i$  sont notées :

$$\vec{r} = \overline{OM} = x_M \vec{X}_i + y_M \vec{Y}_i + z_M \vec{Z}_i \quad (\text{C.1})$$

$$\vec{v} = \left( \frac{d\vec{r}}{dt} \right)_{\mathcal{R}_i} = \dot{x}_M \vec{X}_i + \dot{y}_M \vec{Y}_i + \dot{z}_M \vec{Z}_i \quad (\text{C.2})$$

et la trajectoire de  $M$  dans le repère  $\mathcal{R}_i$  est alors caractérisée par le vecteur :

$$X_M = \left( x_M \quad y_M \quad z_M \quad \dot{x}_M \quad \dot{y}_M \quad \dot{z}_M \right)^T$$

### b) Repère local

Afin de décrire la position relative entre l'orbiteur et le conteneur d'échantillons, un repère local associé au conteneur peut être utilisé. Ce repère, noté  $\mathcal{R}_l = (M_1, \vec{R}, \vec{S}, \vec{W})$ , est également représenté sur la figure C.1. Il est défini comme suit :

- son origine est le centre de masse  $M_1$  du conteneur ;
- le vecteur  $\vec{W}$  est normal au plan d'orbite ;
- le vecteur  $\vec{R}$  (radial) est colinéaire à  $\overline{OM_1}$  ;
- le vecteur  $\vec{S}$  complète le trièdre.



Ce repère n'est donc pas fixe. Il s'agit d'un repère tournant associé au conteneur  $M_1$ . La position relative de l'orbiteur  $M_2$  par rapport au conteneur  $M_1$  dans le repère  $\mathcal{R}_l$  est décrite par les trois paramètres  $\xi$ ,  $\eta$  et  $\zeta$  tel que :

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \xi\vec{R} + \eta\vec{S} + \zeta\vec{W} \quad (\text{C.3})$$

Ces paramètres sont indiqués sur la figure C.2 qui représente la trajectoire dans le plan orbital.

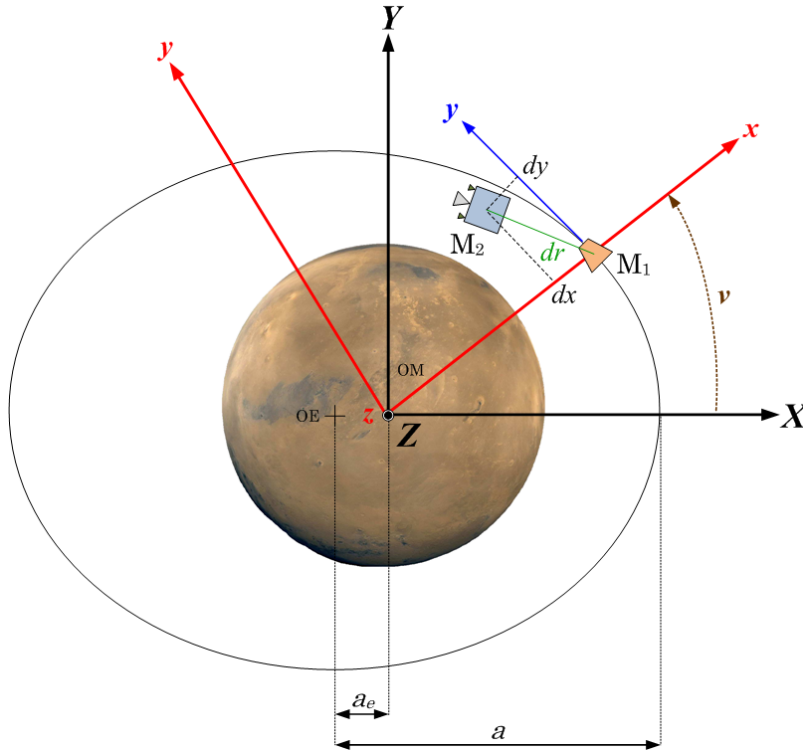


FIG. C.2 – Paramétrage du mouvement différentiel

Le mouvement relatif entre l'orbiteur et le conteneur est alors caractérisé par le vecteur :

$$x = (\xi \quad \eta \quad \zeta \quad \dot{\xi} \quad \dot{\eta} \quad \dot{\zeta})^T$$

### C.1.1.2 Paramètres orbitaux

Les paramètres orbitaux, au nombre de six, permettent de définir entièrement la trajectoire du satellite à partir de l'orientation de l'orbite dans l'espace, de sa forme et de la position du satellite sur l'orbite. Ces paramètres sont notés  $a$ ,  $e$ ,  $i$ ,  $\omega$ ,  $\Omega$  et  $\nu$  ou  $E$  ou  $M$ .

#### a) Orientation de l'orbite dans l'espace

L'orientation de l'orbite par rapport au repère inertiel  $\mathcal{R}_i$  est définie par trois angles, notés  $\Omega$ ,  $\omega$  et  $i$ , analogues aux angles d'Euler :

- l'angle  $\Omega$  donne la longitude du noeud ascendant<sup>24</sup> ;
- l'angle d'inclinaison  $i$  est l'angle entre le plan équatorial martien et le plan orbital ;
- l'argument du périapse  $\omega$  est l'angle entre le noeud ascendant et le périapse.

Ces angles sont indiqués sur la figure C.1.

### b) Dimension et forme de l'orbite

Dans le cas général, la forme d'une orbite est elliptique. Elle peut être entièrement définie par deux paramètres :

- son demi-grand axe  $a$  qui permet de définir la dimension de l'ellipse ;
- son excentricité  $e$  qui permet de définir la forme de l'ellipse ;

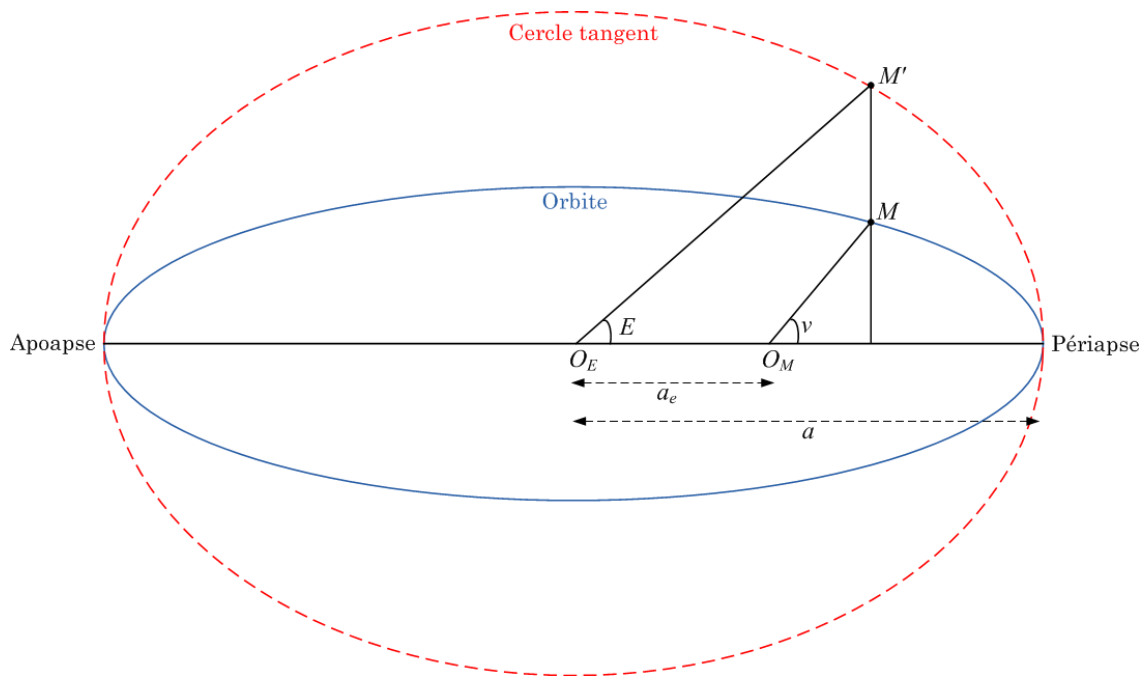


FIG. C.3 – Forme de l'orbite et repérage de la position du satellite

Ces paramètres sont indiqués sur les figures C.2 et C.3 où  $O_M$  désigne le centre de Mars et  $O_E$  est le centre du cercle tangent à la trajectoire orbitale.

### c) Position du satellite sur l'orbite

Pour repérer la position du satellite sur l'orbite, un seul angle est nécessaire :

- soit l'anomalie vraie  $\nu$ ,
- soit l'anomalie excentrique  $E$ ,
- soit l'anomalie moyenne  $M = E - e \sin(E)$ .

<sup>24</sup>Le noeud ascendant est le point où le satellite croise l'équateur martien en passant de l'hémisphère sud à l'hémisphère nord.

Les angles  $\nu$  et  $E$  sont représentés sur la figure C.3 où  $M$  est la position du satellite sur l'orbite et  $M'$  est la projection orthogonale de  $M$  sur le cercle tangent à la trajectoire orbitale. Dans notre cas, seule l'anomalie vraie  $\nu$  est utilisée.

#### d) Paramètres orbitaux osculateurs

Dans le cas d'un mouvement képlérien non perturbé où le satellite est uniquement soumis au premier terme du potentiel martien<sup>25</sup>, les paramètres orbitaux (à l'exception de l'anomalie) sont constants. Mais en réalité, un certain nombre de forces perturbatrices agissent sur le satellite et l'écartent de son orbite képlérien. Du fait de cette dérive, les paramètres orbitaux ne peuvent plus être supposés constants. C'est pour cette raison qu'ont été introduits les paramètres orbitaux osculateurs qui permettent de décrire l'évolution de l'orbite au cours du temps. Plus précisément, ces paramètres décrivent, à chaque instant  $t$ , l'orbite que suivrait le satellite dans le cas képlérien. Ils sont notés  $a(t)$ ,  $e(t)$ ,  $i(t)$ ,  $\omega(t)$ ,  $\Omega(t)$  et  $\nu(t)$  ou  $E(t)$  ou  $M(t)$ .

Le modèle, mis en œuvre dans le simulateur utilisé, fait appel à des paramètres cartésiens pour calculer la dynamique du satellite. Les paramètres orbitaux sont utilisés uniquement pour rentrer les conditions initiales de manière plus intuitive.

### C.1.2 Attitude d'un satellite et systèmes de représentation

Les propos de cette partie s'intéressent à l'attitude d'un véhicule sur orbite, c'est-à-dire son orientation instantanée dans un référentiel donné. Plus précisément, l'attitude définit la rotation d'un repère lié au véhicule que l'on nommera repère véhicule  $\mathcal{R}_v$  par rapport le repère orbital local  $\mathcal{R}_l$ . On va présenter des systèmes différents de la représentation de l'attitude. Le premier utilise la décomposition d'une rotation en trois rotations successives autour des axes du repère. Son principal intérêt est d'apporter une signification physique à l'attitude. La seconde représentation utilise un objet mathématique appelé quaternion qui est une généralisation des nombres complexes. L'un des intérêts de l'utilisation des quaternions pour la représentation d'attitude vient du fait qu'ils ne présentent aucune singularité à la différence des angles d'Euler. Les quaternions présentent aussi des avantages numériques que nous détaillerons plus tard.

#### C.1.2.1 Les angles d'Euler

On attribue aux trois directions  $\vec{R}$ ,  $\vec{S}$  et  $\vec{W}$  du repère local  $\mathcal{R}_l$  les indices 1, 2 et 3 respectivement. La rotation qui transforme le repère  $\mathcal{R}_l$  en  $\mathcal{R}_v$  est décomposée en trois rotations successives autour de l'un des axes 1, 2 ou 3 :

- La première rotation, notée  $\psi$ , transforme le repère  $\mathcal{R}_l$  en  $\mathcal{R}'$ .
- La seconde rotation, notée  $\theta$ , transforme le repère  $\mathcal{R}'$  en  $\mathcal{R}''$ .
- La troisième rotation, notée  $\phi$ , transforme le repère  $\mathcal{R}''$  en  $\mathcal{R}_v$ .

---

<sup>25</sup>La planète Mars est considérée comme une masse sphérique homogène.

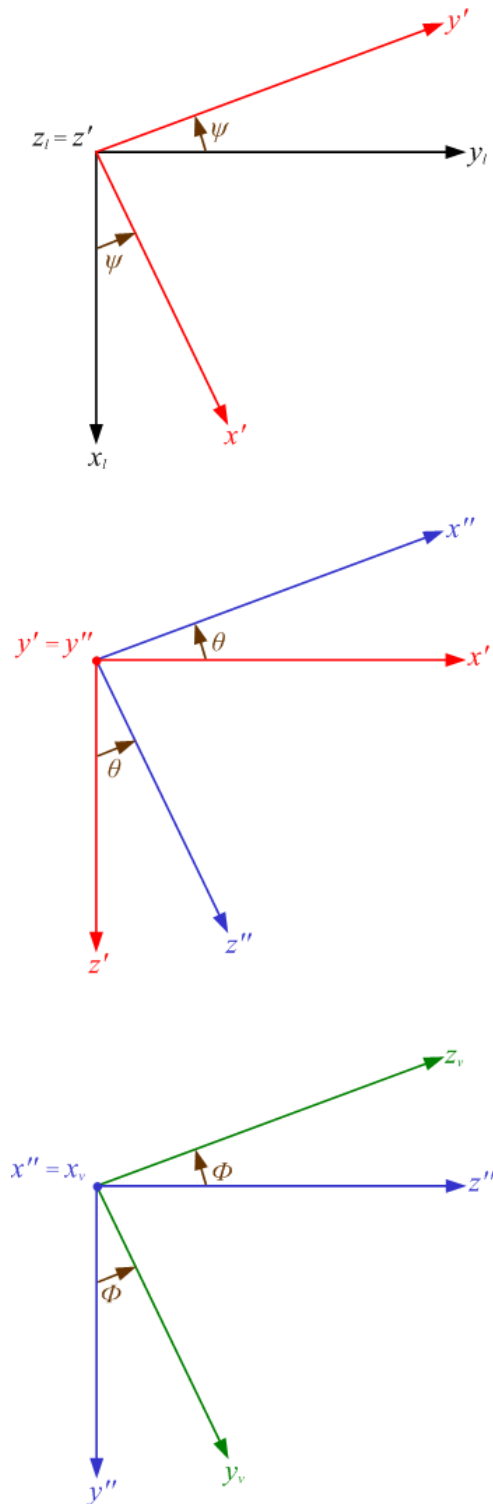


FIG. C.4 – Définition des angles de Cardan

Les angles  $\psi$ ,  $\theta$  et  $\phi$  sont les angles d'Euler liés à une séquence  $(i, j, k)$ . Cette séquence peut être quelconque pourvu qu'elle respecte les contraintes  $i \neq j$  et  $j \neq k$ . En sui-

vant ces dernières contraintes, la décomposition en trois rotation est unique sauf pour les configurations singulières (voir plus bas). Parmi toutes les séquences possibles, on va plus particulièrement s'intéresser aux angles dits de Cardan qui répondent à la séquence (3, 2, 1) (voir la figure C.4).

La singularité de cette représentation apparaît lorsque  $\theta = \frac{\pi}{2}(\text{mod } \pi)$ . Les angles de Cardan restent intéressants pour leur signification physique. Ils sont souvent utilisés pour représenter graphiquement les rotations.

### C.1.2.2 Les quaternions

#### a) Définitions et propriétés mathématiques

Les quaternions, nombres complexes d'ordre quatre, sont des combinaisons linéaires d'un scalaire et de trois symboles imaginaires ( $i, j, k$ ) :

$$Q = q_0 + q_1i + q_2j + q_3k \quad (\text{C.4})$$

aussi noté

$$Q = (q_0, q_1, q_2, q_3) \quad (\text{C.5})$$

Les opérations d'addition et de multiplication se définissent par analogie avec le corps des complexes en posant :

$$\begin{aligned} i^2 = j^2 = k^2 &= -1 \\ ij &= k \end{aligned}$$

L'espace des quaternions forme un corps non commutatif. L'algèbre des quaternions est munie d'une norme :

$$\|Q\| = \sqrt{Q\bar{Q}} \quad (\text{C.6})$$

où  $\bar{Q}$  définit le conjugué du quaternion  $Q$  qui est donné sous la forme :

$$\bar{Q} = q_0 - q_1i - q_2j - q_3k \quad (\text{C.7})$$

Soit deux quaternions

$$\begin{aligned} Q &= q_0 + q_1i + q_2j + q_3k \\ P &= p_0 + p_1i + p_2j + p_3k \end{aligned}$$

Le produit de ces quaternions se définit comme l'opération matricielle suivante :

$$QP = \begin{pmatrix} q_0 & -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_1 & q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_2 & q_3 & q_0 & -q_1 \\ q_3 & -q_2 & q_1 & q_0 \end{pmatrix} \quad (\text{C.8})$$

ou encore,

$$P = \begin{pmatrix} p_0 & -p_1 & -p_2 & -p_3 \\ p_1 & p_0 & p_3 & -p_2 \\ p_2 & -p_3 & p_0 & p_1 \\ p_3 & p_2 & -p_1 & p_0 \end{pmatrix} Q \quad (\text{C.9})$$

Il est à noter que l'opération multiplication possède les propriétés suivantes :

1. L'élément neutre est  $(1, 0, 0, 0)$
2. Si  $P \neq (0, 0, 0, 0)$ , alors :

$$P^{-1} = \frac{\bar{P}}{\|P\|^2}$$

3.  $\overline{\bar{P}Q} = P\bar{Q}$
4.  $\|PQ\| = \|P\|\|Q\|$

### b) Quaternion associé à une rotation et quaternion d'attitude

Un quaternion normalisé  $Q$  est associé à la rotation principale  $R$  d'angle  $\theta$  autour d'un vecteur unitaire  $e = [e_1, e_2, e_3]^T$  :

$$Q = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} \quad (\text{C.10})$$

Tout repère  $\mathcal{R}_2$  orthonormé direct se déduit d'un autre repère  $\mathcal{R}_1$  orthonormé direct par une rotation  $R$ . La rotation  $R$  est unique si nous imposons :

$$0 \leq \theta \leq \pi$$

L'orientation de  $\mathcal{R}_2$  par rapport à  $\mathcal{R}_1$  peut-être caractérisé par le quaternion  $Q_{\mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1}$  associé à  $R$ . Nous l'appellons quaternion d'attitude de  $\mathcal{R}_2$  dans  $\mathcal{R}_1$ .

Il est à noter que les principales propriétés du quaternion d'attitude sont :

1. La rotation inverse est donnée par  $\bar{Q}_{\mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1}$ .
2. Soit  $Q_1$  associé à une rotation  $R_1$  et  $Q_2$  associé à une rotation  $R_2$ , alors la composition de rotation  $R_2 \circ R_1$  (i.e.,  $R_1$  suivie de  $R_2$ ) est associée au quaternion  $Q_{R_2 \circ R_1}$  :

$$Q_{R_2 \circ R_1} = Q_2 Q_1$$

La représentation d'attitude la plus commune dans la littérature est la représentation par les quaternions normalisés. En effet, comme on le verra dans la partie consacrée à la modélisation de la dynamique d'attitude, l'utilisation des quaternions est bien adaptée à l'intégration numérique :

1. L'absence de fonctions trigonométriques et la simplicité des expressions induisent un gain conséquent en temps de calcul.
2. La précision est indépendante de l'attitude du mobile et de l'orientation du vecteur vitesse contrairement aux angles d'Euler.

### C.1.2.3 Relation entre les angles de cardan et les quaternions d'attitude

La relation entre les angles de cardan et les quaternions d'attitude est donnée par :

$$\begin{aligned}
 q_0 &= \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \\
 q_1 &= \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \\
 q_2 &= \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) + \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \\
 q_3 &= \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) - \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\phi}{2}\right)
 \end{aligned} \tag{C.11}$$

et la relation réciproque est :

$$\begin{aligned}
 \psi &= \arctan\left(\frac{2(q_2q_3+q_0q_1)}{2(q_0^2+q_1^2)-1}\right) \\
 \theta &= -\arcsin(2q_1q_3 - 2q_0q_2) \\
 \phi &= -\arctan\left(\frac{2(q_2q_3+q_0q_1)}{2(q_0^2+q_3^2)-1}\right)
 \end{aligned} \tag{C.12}$$

tel que les angles  $\psi$  et  $\phi$  sont indéterminés si  $\cos\theta = 0$ .

## C.2 Modélisation

L'objectif de cette section est de développer un modèle de validation qui sera implanté dans le simulateur utilisé dans les travaux de recherche présentés dans ce mémoire. Dans un premier temps, les équations régissant le mouvement d'un véhicule sont développées. La dynamique d'attitude est ensuite décrite et l'interaction entre la dynamique de position et la dynamique d'attitude est enfin étudiée.

### C.2.1 Dynamique de position

Dans cette partie, on établit un modèle non linéaire décrivant la dynamique du mouvement d'un satellite  $M$  (le conteneur d'échantillons  $M_1$  ou l'orbiteur  $M_2$ ) dans le repère inertiel  $\mathcal{R}_i$ . Ce modèle est donné sous la forme d'une représentation d'état dont le vecteur d'état, noté  $X$ , est constitué des paramètres cartésiens dans le repère inertiel  $\mathcal{R}_i$ .

D'après (Yseboodt, 2003), pour une orbite quasi-polaire de 500 km d'altitude, les forces dues à la gravitation martienne (terme central et la perturbation  $J_2$ ) sont dominantes devant toutes les autres forces perturbatrices (frottement atmosphérique, pression de radiation solaire, etc...). Cependant, n'ayant pas connaissance des paramètres de l'orbite considérés (en particulier son altitude au périapse) et afin d'obtenir un modèle plus complet, le frottement atmosphérique est également pris en compte.

La position, la vitesse et l'accélération de  $M$  par rapport au repère  $\mathcal{R}_i$  sont respectivement notées  $\vec{r}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{a}$ . Leurs expressions en fonction des trois coordonnées  $x_M$ ,  $y_M$  et  $z_M$  dans le repère  $\mathcal{R}_i$  sont :

$$\vec{r} = \overrightarrow{OM} = x_M \vec{X}_i + y_M \vec{Y}_i + z_M \vec{Z}_i \quad (\text{C.13})$$

$$\vec{v} = \left( \frac{d\vec{r}}{dt} \right)_{\mathcal{R}_i} = \dot{x}_M \vec{X}_i + \dot{y}_M \vec{Y}_i + \dot{z}_M \vec{Z}_i \quad (\text{C.14})$$

$$\vec{a} = \left( \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right)_{\mathcal{R}_i} = \ddot{x}_M \vec{X}_i + \ddot{y}_M \vec{Y}_i + \ddot{z}_M \vec{Z}_i \quad (\text{C.15})$$

tel que les normes des vecteurs position et vitesse sont respectivement notées  $r = \|\vec{r}\|$  et  $v = \|\vec{v}\|$ .

Le satellite  $M$  est soumis au champ de pesanteur martien produisant une accélération gravitationnelle notée  $\vec{a}_{gra}$  (qui est une fonction de la position du satellite) et à des éventuelles forces extérieures dont la somme produit une accélération perturbatrice notée  $\vec{a}_{per}$ . Il produit par ailleurs une force de propulsion créant une accélération de poussée notée  $\vec{a}_{prop}$ .

D'après le principe fondamental de la dynamique, son mouvement est régi par l'équation :

$$\vec{a} = \vec{a}_{gra}(\vec{r}) + \vec{a}_{per} + \vec{a}_{prop} \quad (\text{C.16})$$

En première approximation, une planète est souvent considérée comme un corps à répartition de masse homogène et sphérique. Or, la planète Mars n'est pas rigoureusement sphérique et les masses qui la composent ne sont pas uniformément réparties. Afin de prendre en compte ces irrégularités, le potentiel martien peut être développé en série d'harmoniques sphériques (Zarrouati, 1987). Le terme prépondérant est appelé  $J_2$  et traduit l'aplatissement du globe au niveau des pôles. En tenant compte des deux premiers termes de ce développement en série, l'expression suivante de l'accélération gravitationnelle est obtenue (Sengupta, 2003) :

$$\vec{a}_{gra}(\vec{r}) = -\mu \frac{\vec{r}}{r^3} + \frac{1}{2} \mu J_2 R_{eq}^2 \left( \frac{3}{r^4} - \frac{15 (\vec{r} \vec{Z}_i)^2}{r^6} \right) \frac{\vec{r}}{r} \quad (\text{C.17})$$

tel que :

- $\mu = Gm_{mars}$  est la constante gravitationnelle de Mars (On prend  $\mu = 42828,37440 \text{ km}^3\text{s}^{-2}$  d'après (Konopliv *et.al.*, 2006)),
- $J_2$  est le second harmonique zonal (On choisit  $J_2 = 1,985683 \times 10^{-3}$  d'après (Yoder *et.al.*, 2003)),
- $R_{eq}$  est le rayon équatorial de Mars (On considère que  $R_{eq} = 3396 \text{ km}$  d'après (Zarrouati, 1987)).



Outre la perturbation  $J_2$ , la seule accélération perturbatrice considérée ici est le frottement atmosphérique dont la valeur dépend de la position de  $M$  (son altitude) et de sa vitesse :

$$\vec{a}_{per} = \vec{a}_{atm}(\vec{r}, \vec{v}) = -\frac{\rho(\vec{r})}{2m} SC_D v^2 \frac{\vec{v}}{v} \quad (\text{C.18})$$

tel que :

- $\rho(\vec{r}) = \rho(h) \simeq \rho(r - R_{eq})$  : la densité atmosphérique à l'altitude  $h$  sachant que  $R_{eq}$  est le rayon équatorial de Mars,
- $S$  est la surface de choc du satellite,
- $C_D$  est le coefficient de trainée décrivant l'interaction entre l'atmosphère et la surface du satellite.

Différents modèles de densité atmosphérique sont proposés dans la littérature. Ici, on choisit un modèle de densité décrit par une fonction exponentielle de l'altitude comme dans (Mioc *et.al.*, 1991 ; Dawson *et.al.*, 1999) :

$$\rho(\vec{r}) = \rho(h) = \rho_0 e^{-h/H_0} = \rho_0 e^{-\frac{r-R_{eq}}{H_0}} \quad (\text{C.19})$$

où  $\rho_0$  est la densité atmosphérique à une altitude de référence et  $H_0$  est un facteur d'échelle.

Ces coefficients sont à déterminer à l'aide de tables en fonction de la plage d'altitude considérée. Dans le cas de la planète Mars, le logiciel "Mars Global Reference Atmospheric Model" (NASA, 2005) peut être utilisé. Pour une orbite de 500 km d'altitude, on choisit :

$$\begin{aligned} \rho_0 &= 6,6079 \times 10^{-10} \text{ kg.m}^{-3} \\ H_0 &= 30 \text{ km} \end{aligned}$$

En remplaçant  $\vec{a}$ ,  $\vec{a}_{gra}(\vec{r})$  et  $\vec{a}_{per}$  par leurs expressions respectives (C.15), (C.17), et (C.18) dans l'équation générale du mouvement (C.16), puis en projetant sur les axes  $(\vec{X}_i, \vec{Y}_i, \vec{Z}_i)$ , le système d'équations suivant est obtenu :

$$\begin{aligned} \ddot{x}_M &= -\mu \left[ 1 - \frac{1}{2} J_2 R_{eq}^2 \left( \frac{3}{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)} - \frac{15z_M^2}{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)^2} \right) \right] \frac{x_M}{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)^{3/2}} \\ &\quad - \frac{\rho_0}{2m} SC_D e^{-\frac{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)^{1/2} - R_{eq}}{H_0}} (\dot{x}_M^2 + \dot{y}_M^2 + \dot{z}_M^2)^{1/2} \dot{x}_M + (a_{prop})_x \end{aligned} \quad (\text{C.20})$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}_M &= -\mu \left[ 1 - \frac{1}{2} J_2 R_{eq}^2 \left( \frac{3}{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)} - \frac{15z_M^2}{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)^2} \right) \right] \frac{y_M}{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)^{3/2}} \\ &\quad - \frac{\rho_0}{2m} SC_D e^{-\frac{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)^{1/2} - R_{eq}}{H_0}} (\dot{x}_M^2 + \dot{y}_M^2 + \dot{z}_M^2)^{1/2} \dot{y}_M + (a_{prop})_y \end{aligned} \quad (\text{C.21})$$

$$\begin{aligned} \ddot{z}_M &= -\mu \left[ 1 - \frac{1}{2} J_2 R_{eq}^2 \left( \frac{3}{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)} - \frac{15z_M^2}{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)^2} \right) \right] \frac{z_M}{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)^{3/2}} \\ &\quad - \frac{\rho_0}{2m} SC_D e^{-\frac{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)^{1/2} - R_{eq}}{H_0}} (\dot{x}_M^2 + \dot{y}_M^2 + \dot{z}_M^2)^{1/2} \dot{z}_M + (a_{prop})_z \end{aligned} \quad (\text{C.22})$$

Les équations (C.20), (C.21) et (C.22) peuvent être mises sous la forme générale :

$$\dot{X}_M = f_{kep}(X_M) + B_U U + B_W W \quad (\text{C.23})$$

où :

- $X_M = (x_M \ y_M \ z_M \ \dot{x}_M \ \dot{y}_M \ \dot{z}_M)^T$  est le vecteur d'état constitué des positions et des vitesses dans le repère  $\mathcal{R}_i$ ;
- $U = (a_{prop}|_x \ a_{prop}|_y \ a_{prop}|_z)^T$  est le vecteur de commande constitué des accélérations dans le repère  $\mathcal{R}_i$ ;
- $W = W_{J_2} + W_{atm}$  est le vecteur de perturbations exprimé dans  $\mathcal{R}_i$  avec :

$$W_{J_2} = (a_{J_2}|_x \ a_{J_2}|_y \ a_{J_2}|_z)^T = f_{J_2}(X_M)$$

$$W_{atm} = (a_{atm}|_x \ a_{atm}|_y \ a_{atm}|_z)^T = f_{atm}(X_M)$$

- $B$  et  $B_W$  sont de la forme :

$$B_U = B_W = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Les fonctions vectorielles décrivant l'influence des perturbations sont :

$$f_{kep}(X_M) = \begin{pmatrix} \dot{x}_M \\ \dot{y}_M \\ \dot{z}_M \\ -\mu \frac{x_M}{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)^{3/2}} \\ -\mu \frac{y_M}{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)^{3/2}} \\ -\mu \frac{z_M}{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)^{3/2}} \end{pmatrix} \quad (C.24)$$

$$f_{J_2}(X_M) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\mu J_2 R_{eq}^2 \left( \frac{3}{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)^2} - \frac{15z_M^2}{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)^3} \right) \frac{x_M}{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)^{1/2}} \\ \frac{1}{2}\mu J_2 R_{eq}^2 \left( \frac{3}{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)^2} - \frac{15z_M^2}{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)^3} \right) \frac{y_M}{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)^{1/2}} \\ \frac{1}{2}\mu J_2 R_{eq}^2 \left( \frac{3}{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)^2} - \frac{15z_M^2}{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)^3} \right) \frac{z_M}{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)^{1/2}} \end{pmatrix} \quad (C.25)$$

$$f_{atm}(X_M) = \begin{pmatrix} -\frac{\rho}{2m} SC_D (\dot{x}_M^2 + \dot{y}_M^2 + \dot{z}_M^2)^{1/2} \dot{x}_M \\ -\frac{\rho}{2m} SC_D (\dot{x}_M^2 + \dot{y}_M^2 + \dot{z}_M^2)^{1/2} \dot{y}_M \\ -\frac{\rho}{2m} SC_D (\dot{x}_M^2 + \dot{y}_M^2 + \dot{z}_M^2)^{1/2} \dot{z}_M \end{pmatrix} \quad (C.26)$$

avec :

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{(x_M^2 + y_M^2 + z_M^2)^{1/2} - R_{eq}}{H_0}} \quad (C.27)$$

Ces équations constituent un modèle non-linéaire de la dynamique du mouvement du satellite  $M$ .

### C.2.2 Dynamique d'attitude

La dynamique d'attitude se définit comme un modèle d'état non linéaire. Ce modèle se compose d'une équation cinématique qui décrit le mouvement de l'équation dynamique

qui détaille la relation entre le mouvement et ses causes.

Le mouvement instantané d'un repère mobile par rapport à un repère de référence se modélise grâce au vecteur vitesse de rotation. Celui-ci va permettre d'écrire l'évolution dans le temps des paramètres d'attitude. Le vecteur vitesse de rotation entre un repère  $R_v$  en mouvement dans le repère  $R_l$  s'écrit :

$$\Omega_{R_v/R_l} = \frac{d\theta}{dt} \vec{e} \quad (\text{C.28})$$

où la rotation instantanée  $\mathcal{R}$  est définit par l'angle  $\theta$  et  $\vec{e}$  désigne le vecteur unitaire.

En notant le vecteur vitesse de rotation

$$\Omega_{R_v/R_l} = \Omega = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}$$

la propagation des quaternions d'attitude est décrite par :

$$\dot{Q} = \frac{1}{2} Q \Omega \quad (\text{C.29})$$

Sachant qu'un produit de deux quaternions se ramène à une multiplication matricielle, il vient alors :

$$\begin{pmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} q_0 & -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_1 & q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_2 & q_3 & q_0 & -q_1 \\ q_3 & -q_2 & q_1 & q_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \frac{1}{2} Q \Omega \quad (\text{C.30})$$

Les équations de la dynamique sont issues du principe fondamental de la dynamique (autrement dit, la deuxième loi de Newton) :

$$\left. \frac{dH_{tot}}{dt} \right|_{R_l} = \sum \text{couples extérieurs} \quad (\text{C.31})$$

où  $H_{tot}$  représente le moment cinétique total du véhicule (dans le cas d'un corps rigide  $H = \mathbb{I} \cdot \Omega$ ).

La dérivée temporelle de  $H_{tot}$  se décompose dans les coordonnées du repère véhicule  $R_v$  de la manière suivante :

$$\left. \frac{dH_{tot}}{dt} \right|_{R_l} = \left. \frac{dH_{tot}}{dt} \right|_{R_v} + \Omega \wedge H_{tot} \quad (\text{C.32})$$

En remarquant que le système considéré comporte le satellite et les roues inertielles, on rappelle les deux points suivants :

1. Les couples internes au système proviennent de l'accélération (positive ou négative) des roues inertielles du véhicule.

2. Les couples extérieurs considérés sont les couples résiduels développés par les propulseurs à ergols qui sont les actionneurs dans le modèle de position dans l'espace.

Le moment cinétique du système se décompose comme suit :

$$H_{tot} = H_{plateforme} + H_{int} \quad (C.33)$$

tel que :

$$\begin{aligned} H_{plateforme} &= \mathbb{I}_{plateforme} \cdot \Omega \\ H_{int} &= \mathbb{I}_{roue} \cdot \Omega_{roue} \end{aligned}$$

Ainsi, on peut écrire à partir de l'équation (C.31) l'équation dynamique intrinsèque du satellite :

$$\mathbb{I}_{plateforme} \dot{\Omega} + \dot{H}_{int} + \Omega \wedge H_{tot} = C_{prop} \quad (C.34)$$

Les équations de la dynamique d'attitude d'un satellite rigide se résument alors :

$$\dot{Q} = \frac{1}{2} Q \Omega \quad (C.35)$$

$$\mathbb{I}_{plateforme} \dot{\Omega} = -\dot{H}_{int} - \Omega \wedge H_{tot} + C_{prop} \quad (C.36)$$

On note les états et les entrées de commande par :

$$x = (Q^T, \Omega^T)^T = (q_0, q_1, q_2, q_3, p, q, r)^T \quad (C.37)$$

$$u = \dot{H}_{int}^T = (\dot{H}_{int,1}, \dot{H}_{int,2}, \dot{H}_{int,3})^T \quad (C.38)$$

et il vient alors

$$\dot{x} = f(x, u) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} Q \Omega \\ \mathbb{I}_{PF}^{-1} (-\dot{H}_{int} - \Omega \wedge H_{tot}) \end{pmatrix} \quad (C.39)$$

### C.2.3 Couplage entre position et attitude

Les poussées, destinées au positionnement du satellite, sont calculées dans le repère local. Or, les propulseurs sont répartis à la surface du satellite. Il est donc nécessaire de projeter les accélérations dans un repère lié au satellite pour calculer les poussées à fournir par chaque propulseur. Ce changement de repère est lié à l'attitude du satellite. On détaille dans un premier temps le changement de repère permettant de calculer les poussées dans le repère véhicule à partir de celles exprimées dans le repère local.

Soit  $Q$  le quaternion d'attitude du repère véhicule  $\mathcal{R}_v$  dans le repère local  $\mathcal{R}_l$ . Les poussées s'expriment dans le repère véhicule  $\mathcal{R}_v$  de la manière suivante :

$$U_v = R^T U_l \quad (C.40)$$

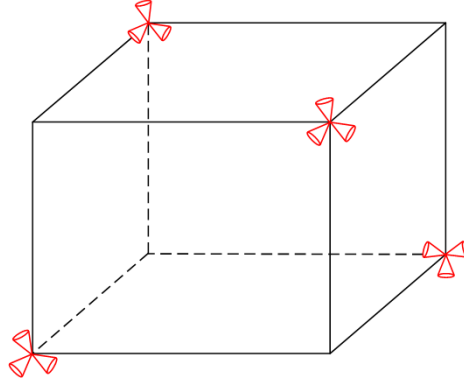


FIG. C.5 – Répartition des propulseurs à la surface du satellite

où  $U_l$  est un vecteur composé des accélérations de poussée exprimées dans le repère local et  $R$  est la matrice de rotation associée au quaternion  $Q$  :

$$R = \begin{pmatrix} 2(q_0^2 + q_1^2) - 1 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 2(q_0^2 + q_2^2) - 1 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & 2(q_0^2 + q_3^2) - 1 \end{pmatrix} \quad (\text{C.41})$$

Les accélérations de poussée désirées, décrites dans  $\mathcal{R}_v$ , sont fournies par  $N_p$  propulseurs. La configuration des propulseurs sur le satellite est donnée sur la figure C.5.

Il s'agit donc de répartir la poussée sur les différents propulseurs. Cette étape s'appelle allocation de poussée. L'allocation peut être décrite par une matrice d'allocation, notée  $\Gamma$  et définie comme suit :

$$U_p = \Gamma U_v \quad (\text{C.42})$$

où  $U_p$  est le vecteur des  $N_p$  accélérations à fournir par les propulseurs et  $\Gamma \in \mathbb{R}^{N_p \times 3}$ .

## C.3 Changements de variables

### C.3.1 Passage des paramètres orbitaux aux paramètres cartésiens

Dans le cas képlérien, l'équation de la trajectoire dans le repère  $\mathcal{R} = (O, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$  lié au plan d'orbite est donnée par :

$$(\vec{r})^{(\mathcal{R})} = \begin{pmatrix} r \cos \nu \\ r \sin \nu \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{C.43})$$

tel que :

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \nu} \quad (\text{C.44})$$

Le passage du repère Galiléen  $\mathcal{R}_i = (O, \vec{X}_i, \vec{Y}_i, \vec{Z}_i)$  au repère  $\mathcal{R}$  est obtenu par trois rotations consécutives d'angles  $\Omega$ ,  $\omega$  et  $i$  comme indiqué sur la figure C.1. Les équations de la trajectoire dans le repère inertiel  $\mathcal{R}_i$  sont donc :

$$\begin{aligned} (\vec{r})^{(\mathcal{R}_i)} &= \begin{pmatrix} \cos \Omega & -\sin \Omega & 0 \\ \sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & -\sin i \\ 0 & \sin i & \cos i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \omega & -\sin \omega & 0 \\ \sin \omega & \cos \omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} (\vec{r})^{(\mathcal{R})} \\ &= r \begin{pmatrix} \cos \Omega \cos(\nu + \omega) - \sin \Omega \cos i \sin(\nu + \omega) \\ \sin \Omega \cos(\nu + \omega) + \cos \Omega \cos i \sin(\nu + \omega) \\ \sin i \sin(\nu + \omega) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{C.45})$$

et la dérivation temporelle de la relation précédente conduit à :

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)_{\mathcal{R}}^{(\mathcal{R}_i)} &= \dot{r} \begin{pmatrix} \cos \Omega \cos(\nu + \omega) - \sin \Omega \cos i \sin(\nu + \omega) \\ \sin \Omega \cos(\nu + \omega) + \cos \Omega \cos i \sin(\nu + \omega) \\ \sin i \sin(\nu + \omega) \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} r\dot{\nu} - \cos \Omega \sin(\nu + \omega) - \sin \Omega \cos i \cos(\nu + \omega) \\ -\sin \Omega \sin(\nu + \omega) + \cos \Omega \cos i \cos(\nu + \omega) \\ \sin i \cos(\nu + \omega) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{C.46})$$

tel que :

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \nu} \quad (\text{C.47})$$

$$\dot{r} = \frac{a(1 - e^2)e \sin \nu}{(1 + e \cos \nu)^2} \dot{\nu} \quad (\text{C.48})$$

$$\dot{\nu} = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \frac{(1 + e \cos \nu)^2}{(1 - e^2)^{3/2}} \quad (\text{C.49})$$

### C.3.2 Passage des coordonnées absolues aux coordonnées relatives locales

Pour obtenir le mouvement relatif, il est nécessaire d'effectuer une conversion des coordonnées cartésiennes absolues de chaque satellite (exprimées dans le repère inertiel  $\mathcal{R}_i$ ) vers les coordonnées relatives locales (exprimées dans le repère  $\mathcal{R}_l$ ). On présente dans cette section les calculs permettant d'effectuer cette conversion.

D'abord, les vecteurs de positions et de vitesses relatives des satellites dans le repère inertiel sont obtenues par simple différence :

$$\begin{aligned} (\Delta \vec{r})^{(\mathcal{R}_i)} &= (\vec{r}_2)^{(\mathcal{R}_i)} - (\vec{r}_1)^{(\mathcal{R}_i)} \\ (\Delta \vec{v})_{\mathcal{R}_i}^{(\mathcal{R}_i)} &= (\vec{v}_2)_{\mathcal{R}_i}^{(\mathcal{R}_i)} - (\vec{v}_1)_{\mathcal{R}_i}^{(\mathcal{R}_i)} \end{aligned} \quad (\text{C.50})$$

Ensuite, ces vecteurs sont projetés dans la base locale  $\mathcal{R}_l$  à l'aide de la matrice de passage  $P_{1i}$  selon les équations suivantes :

$$\begin{aligned} (\Delta \vec{r})^{(\mathcal{R}_l)} &= P_{1i} (\Delta \vec{r})^{(\mathcal{R}_i)} \\ (\Delta \vec{v})_{\mathcal{R}_l}^{(\mathcal{R}_l)} &= P_{1i} (\Delta \vec{v})_{\mathcal{R}_i}^{(\mathcal{R}_i)} \end{aligned} \quad (\text{C.51})$$

Le passage du repère inertiel au repère local faisant intervenir trois rotations successives d'angles  $\Omega$ ,  $i$  et  $\omega + \nu$ , la matrice de passage s'écrit :

$$\begin{aligned}
 P_{li} &= \begin{pmatrix} \cos \Omega & \sin \Omega & 0 \\ -\sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & \sin i \\ 0 & -\sin i & \cos i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\omega + \nu) & \sin(\omega + \nu) & 0 \\ -\sin(\omega + \nu) & \cos(\omega + \nu) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \cos \Omega \cos(\omega + \nu) - \sin \Omega \cos i \sin(\omega + \nu) & \cos \Omega \sin(\omega + \nu) + \sin \Omega \cos i \cos(\omega + \nu) & \sin \Omega \sin i \\ -\sin \Omega \cos(\omega + \nu) - \cos \Omega \cos i \sin(\omega + \nu) & -\sin \Omega \sin(\omega + \nu) + \cos \Omega \cos i \cos(\omega + \nu) & \cos \Omega \sin i \\ \sin i \sin(\omega + \nu) & -\sin i \cos(\omega + \nu) & \cos i \end{pmatrix} \quad (C.52)
 \end{aligned}$$

Enfin, la vitesse relative doit être exprimée par rapport au repère local, soit :

$$(\Delta \vec{v})_{\mathcal{R}_l}^{(\mathcal{R}_i)} = (\Delta \vec{v})_{\mathcal{R}_i}^{(\mathcal{R}_i)} + (\Delta \vec{r})^{(\mathcal{R}_l)} \wedge \vec{\Omega}(\mathcal{R}_l/\mathcal{R}_i) \quad (C.53)$$

Si la variation des angles orbitaux est négligée devant la variation de l'anomalie vraie, le vecteur  $\vec{\Omega}(\mathcal{R}_l/\mathcal{R}_i)$  est donné par l'expression suivante :

$$\vec{\Omega}(\mathcal{R}_l/\mathcal{R}_i) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\nu} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ n \frac{(1 + e \cos \nu)^2}{(1 - e^2)^{3/2}} \end{pmatrix} \quad (C.54)$$

et finalement, il vient que :

$$\begin{aligned}
 (\Delta \vec{r})^{(\mathcal{R}_l)} &= P_{li} (\Delta \vec{r})^{(\mathcal{R}_i)} \\
 (\Delta \vec{v})_{\mathcal{R}_l}^{(\mathcal{R}_i)} &= P_{li} (\Delta \vec{v})_{\mathcal{R}_i}^{(\mathcal{R}_i)} + \left( P_{li} (\Delta \vec{r})^{(\mathcal{R}_i)} \right) \wedge \vec{\Omega}(\mathcal{R}_l/\mathcal{R}_i) \quad (C.55)
 \end{aligned}$$

# Annexe D

## Details de calcul de l'application de l'algorithme 2 dans le cas de la mission MSR

### D.1 Scénario défaillant No. 1 : Perte de mesure simultanée sur un gyroscope, un STR et le NAC

Les figures III.12 et III.13 montrent que :

$$\text{OBS} = \{s_1 = 1, s_2 = 0, s_3 = 1, s_4 = 1, s_5 = 1, s_6 = 1\}$$

et d'après la matrice de signatures III.3, il vient qu'il existe donc quatre conflits définis tels que :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_1 &= \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \vee \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \\ \mathcal{C}_2 &= \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \vee \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \\ \mathcal{C}_3 &= \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \vee \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \\ \mathcal{C}_4 &= \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \vee \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\} \end{aligned}$$

L'application de l'algorithme 2 pas à pas est le suivant :

- > On retire  $\mathcal{C}_1$  de  $\bar{\mathcal{C}}$  :  $\bar{\mathcal{C}} = \{\mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3, \mathcal{C}_4\}$
- >  $\mathcal{Q} = \text{GYR1} \in \{F\} \vee \text{GYR2} \in \{F\}$
- > On entre alors dans la boucle qui vise à traiter les conflits  $\mathcal{C}_2$ ,  $\mathcal{C}_3$  et  $\mathcal{C}_4$
- Traitement de  $\mathcal{C}_2$  :  $\mathcal{Q} = \text{conj}(\mathcal{Q}, \mathcal{C}_2)$
- >  $\mathcal{F}_{old} = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \vee \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\}$
- > Pour  $F_1 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\}$  %i = 1
- >  $F_1 \not\models \mathcal{C}_2$  %car  $F_1$  vrai n'implique pas  $\mathcal{C}_2$  vrai
- >  $\mathcal{F}_{old} = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\}$  %on retire  $F_1$  de  $\mathcal{F}_{old}$
- > Pour  $C_1 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}$  %j = 1
- >  $F_{new} = F_1 \wedge C_1 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}$  %c'est une forme MNF



```

>      Pour  $\bar{F}_1 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1
>       $F_{new} \not\equiv \bar{F}_1$ 
>      Fin
>      Fin
>       $\mathcal{F}_{add} = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>      Pour  $C_2 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}$       %j = 2
>       $F_{new} = F_1 \wedge C_2 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}$       %c'est une forme MNF
>      Pour  $\bar{F}_1 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1
>       $F_{new} \not\equiv \bar{F}_1$ 
>      Fin
>      Fin
>       $\mathcal{F}_{add} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>      Fin
>      Pour  $F_2 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\}$       %i = 2
>       $F_2 \not\equiv C_2$       %car  $F_2$  vrai n'implique pas  $C_2$  vrai
>       $\mathcal{F}_{old} = \emptyset$       %on retire  $F_2$  de  $\mathcal{F}_{old}$ 
>      Pour  $C_1 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}$       %j = 1
>       $F_{new} = F_2 \wedge C_1 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}$       %c'est une forme MNF
>      Fin
>       $\mathcal{F}_{add} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>      Pour  $C_2 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}$       %j = 2
>       $F_{new} = F_2 \wedge C_2 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}$       %c'est une forme MNF
>      Fin
>       $\mathcal{F}_{add} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>      ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>      Fin
>       $\mathcal{Q} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>      ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\})$ 
• Traitement de  $\mathcal{C}_3$  :  $\mathcal{Q} = \text{conj}(\mathcal{Q}, \mathcal{C}_3)$ 
>       $\mathcal{F}_{old} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>      ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>      Pour  $F_1 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}$       %i = 1
>       $F_1 \not\equiv \mathcal{C}_3$       %car  $F_1$  vrai n'implique pas  $\mathcal{C}_3$  vrai
>       $\mathcal{F}_{old} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>      Pour  $C_1 = \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$       %j = 1
>       $F_{new} = F_1 \wedge C_1 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$       %Forme MNF
>      Pour  $\bar{F}_1 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1
>       $F_{new} \not\equiv \bar{F}_1$ 
>      Fin
>      Pour  $\bar{F}_2 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=2
>       $F_{new} \not\equiv \bar{F}_2$ 
>      Fin

```

D.1. Scénario défaillant No. 1 : Perte de mesure simultanée sur un gyroscope, un STR et le NAC

---

```

>      Pour  $\bar{F}_3 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=3
>       $F_{new} \not\equiv \bar{F}_3$ 
>      Fin
>      Fin
>       $\mathcal{F}_{add} = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>      Pour  $C_2 = \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$       %j = 2
>       $F_{new} = F_1 \wedge C_2 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$       %Forme MNF
>      Pour  $\bar{F}_1 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1
>       $F_{new} \not\equiv \bar{F}_1$ 
>      Fin
>      Pour  $\bar{F}_2 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=2
>       $F_{new} \not\equiv \bar{F}_2$ 
>      Fin
>      Pour  $\bar{F}_3 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=3
>       $F_{new} \not\equiv \bar{F}_3$ 
>      Fin
>      Fin
>       $\mathcal{F}_{add} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>       $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>      Fin
>      Pour  $F_2 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}$       %i = 2
>       $F_2 \not\equiv C_3$       %car  $F_2$  vrai n'implique pas  $C_3$  vrai
>       $\mathcal{F}_{old} = (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>      Pour  $C_1 = \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$       %j = 1
>       $F_{new} = F_2 \wedge C_1 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$       %Forme MNF
>      Pour  $\bar{F}_1 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1
>       $F_{new} \not\equiv \bar{F}_1$ 
>      Fin
>      Pour  $\bar{F}_2 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=2
>       $F_{new} \not\equiv \bar{F}_2$ 
>      Fin
>      Fin
>       $\mathcal{F}_{add} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>       $\dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>       $\dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>      Pour  $C_2 = \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$       %j = 2
>       $F_{new} = F_2 \wedge C_2 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$       %Forme MNF
>      Pour  $\bar{F}_1 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1
>       $F_{new} \not\equiv \bar{F}_1$ 
>      Fin
>      Pour  $\bar{F}_2 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=2
>       $F_{new} \not\equiv \bar{F}_2$ 
>      Fin
>      Fin

```

```


$$\mathcal{F}_{add} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\})$$

> Fin
> Pour  $F_3 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}$  %i = 3
>  $F_3 \not\models C_3$  %car  $F_3$  vrai n'implique pas  $C_3$  vrai
>  $\mathcal{F}_{old} = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}$ 
> Pour  $C_1 = \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$  %j = 1
>  $F_{new} = F_3 \wedge C_1 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$  %Forme MNF
> Pour  $\bar{F}_1 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=1
>  $F_{new} \not\models \bar{F}_1$ 
> Fin
> Fin

$$\mathcal{F}_{add} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\})$$

> Pour  $C_2 = \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$  %j = 2
>  $F_{new} = F_3 \wedge C_2 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$  %Forme MNF
> Pour  $\bar{F}_1 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=1
>  $F_{new} \not\models \bar{F}_1$ 
> Fin
> Fin

$$\mathcal{F}_{add} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\})$$

> Fin
> Pour  $F_4 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}$  %i = 3
>  $F_4 \not\models C_3$  %car  $F_3$  vrai n'implique pas  $C_3$  vrai
>  $\mathcal{F}_{old} = \emptyset$ 
> Pour  $C_1 = \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$  %j = 1
>  $F_{new} = F_4 \wedge C_1 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$  %Forme MNF
> Fin

$$\mathcal{F}_{add} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\})$$


```

```

>     Pour  $C_2 = \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$     %j = 2
>          $F_{new} = F_4 \wedge C_2 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$     %Forme MNF
>     Fin
>          $\mathcal{F}_{add} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>             ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>             ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>             ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>             ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>             ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>             ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>             ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\})$ 
> Fin
• Traitement de  $\mathcal{C}_4$  :  $\mathcal{Q} = \text{conj}(\mathcal{Q}, \mathcal{C}_4)$ 
     $\mathcal{F}_{old} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
    ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
    ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
    ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
    > ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
    ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
    ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
    ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\})$ 
> Pour  $F_1 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$     %i = 1
>      $F_1 \not\models \mathcal{C}_4$     %car  $F_1$  vrai n'implique pas  $\mathcal{C}_4$  vrai
>          $\mathcal{F}_{old} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>             ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>             ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>             ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>             ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>             ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>             ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>
>     Pour  $C_1 = \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$     %j = 1
>          $F_{new} = F_1 \wedge C_1 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>         Pour  $\overline{F}_1 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$     % k=1
>              $F_{new} \models \overline{F}_1 \Rightarrow \text{goto LABELX}$ 
>         Fin
>     Fin
>
>     Pour  $C_2 = \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$     %j = 2
>          $F_{new} = F_1 \wedge C_2 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>         Pour  $\overline{F}_1 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$     % k=1
>              $F_{new} \not\models \overline{F}_1$ 
>         Fin
>         Pour  $\overline{F}_2 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$     % k=2
>              $F_{new} \not\models \overline{F}_2$ 

```

```

> Fin
> Pour  $\bar{F}_3 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=3
>  $F_{new} \neq \bar{F}_3$ 
> Fin
> Pour  $\bar{F}_4 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=4
>  $F_{new} \neq \bar{F}_4$ 
> Fin
> Pour  $\bar{F}_5 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=5
>  $F_{new} \neq \bar{F}_5$ 
> Fin
> Pour  $\bar{F}_6 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=6
>  $F_{new} \neq \bar{F}_6$ 
> Fin
> Pour  $\bar{F}_7 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=7
>  $F_{new} \neq \bar{F}_4$ 
> Fin
> Fin
>  $\mathcal{F}_{add} = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$ 
> Fin
> Pour  $F_2 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$  %i = 2
>  $F_2 \not\models \mathcal{C}_4$  %car  $F_2$  vrai n'implique pas  $\mathcal{C}_4$  vrai
>  $\mathcal{F}_{old} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>  $\dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>  $\dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>  $\dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>  $\dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>  $\dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\})$ 
> Pour  $C_1 = \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$  %j = 1
>  $F_{new} = F_2 \wedge C_1 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$ 
> Pour  $\bar{F}_1 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=1
>  $F_{new} \neq \bar{F}_1$ 
> Fin
> Pour  $\bar{F}_2 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=2
>  $F_{new} \neq \bar{F}_2$ 
> Fin
> Pour  $\bar{F}_3 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=3
>  $F_{new} \neq \bar{F}_3$ 
> Fin
> Pour  $\bar{F}_4 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=4
>  $F_{new} \neq \bar{F}_4$ 
> Fin
> Pour  $\bar{F}_5 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=5
>  $F_{new} \neq \bar{F}_5$ 

```

D.1. Scénario défaillant No. 1 : Perte de mesure simultanée sur un gyroscope, un STR et le NAC

---

```

>      Fin
>      Pour  $\overline{F}_6 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=6
>           $F_{new} \not\models \overline{F}_6$ 
>      Fin
>      Fin
>           $\mathcal{F}_{add} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>              ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>
>      Pour  $C_2 = \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$       %j = 2
>           $F_{new} = F_2 \wedge C_2 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>          Pour  $\overline{F}_1 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1
>               $F_{new} \models \overline{F}_1 \Rightarrow \text{goto LABELX}$ 
>          Fin
>      Fin
>      Pour  $F_3 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$       %i = 3
>           $F_3 \not\models C_4$       %car  $F_3$  vrai n'implique pas  $C_4$  vrai
>           $\mathcal{F}_{old} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>              ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>              ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>              ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>              ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>
>      Pour  $C_1 = \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$       %j = 1
>           $F_{new} = F_3 \wedge C_1 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>          Pour  $\overline{F}_1 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1
>               $F_{new} \models \overline{F}_1 \Rightarrow \text{goto LABELX}$ 
>          Fin
>      Fin
>      Pour  $C_2 = \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$       %j = 2
>           $F_{new} = F_3 \wedge C_2 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>          Pour  $\overline{F}_1 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1
>               $F_{new} \models \overline{F}_1 \Rightarrow \text{goto LABELX}$ 
>          Fin
>      Fin
>      Fin
>      Pour  $F_4 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$       %i = 4
>           $F_4 \not\models C_4$       %car  $F_4$  vrai n'implique pas  $C_4$  vrai
>           $\mathcal{F}_{old} = (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>              ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>              ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>              ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>
>      Pour  $C_1 = \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$       %j = 1
>           $F_{new} = F_4 \wedge C_1 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>          Pour  $\overline{F}_1 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1

```

```

>            $F_{new} \neq \bar{F}_1$ 
>       Fin
>       Pour  $\bar{F}_2 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=2
>            $F_{new} \neq \bar{F}_2$ 
>       Fin
>       Pour  $\bar{F}_3 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=3
>            $F_{new} \neq \bar{F}_3$ 
>       Fin
>       Pour  $\bar{F}_4 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=4
>            $F_{new} \neq \bar{F}_4$ 
>       Fin
>   Fin
>        $\mathcal{F}_{add} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>           ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>           ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>   Pour  $C_2 = \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$       %j = 2
>        $F_{new} = F_4 \wedge C_2 = \text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>       Pour  $\bar{F}_1 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1
>            $F_{new} \neq \bar{F}_1$ 
>       Fin
>       Pour  $\bar{F}_2 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=2
>            $F_{new} \neq \bar{F}_2$ 
>       Fin
>       Pour  $\bar{F}_3 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=3
>            $F_{new} \neq \bar{F}_3$ 
>       Fin
>       Pour  $\bar{F}_4 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=4
>            $F_{new} \neq \bar{F}_4$ 
>       Fin
>   Fin
>        $\mathcal{F}_{add} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>           ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>           ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>           ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>   Fin
>   Pour  $F_5 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$       %i = 5
>        $F_5 \neq C_4$       %car  $F_5$  vrai n'implique pas  $C_4$  vrai
>        $\mathcal{F}_{old} = (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>           ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>           ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>   Pour  $C_1 = \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$       %j = 1
>        $F_{new} = F_5 \wedge C_1 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>       Pour  $\bar{F}_1 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1

```

```

>            $F_{new} \models \overline{F}_1 \Rightarrow \text{goto LABELX}$ 
>       Fin
>   Fin
>   Pour  $C_2 = \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$     %j = 2
>        $F_{new} = F_5 \wedge C_2 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>       Pour  $\overline{F}_1 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$     % k=1
>            $F_{new} \not\models \overline{F}_1$ 
>       Fin
>       Pour  $\overline{F}_2 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$     % k=2
>            $F_{new} \not\models \overline{F}_2$ 
>       Fin
>       Pour  $\overline{F}_3 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$     % k=3
>            $F_{new} \not\models \overline{F}_3$ 
>       Fin
>   Fin
>        $\mathcal{F}_{add} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>           ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>           ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>           ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>           ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>   Fin
>   Pour  $F_6 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$     %i = 6
>        $F_6 \not\models C_4$     %car  $F_6$  vrai n'implique pas  $C_4$  vrai
>        $\mathcal{F}_{old} = (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>           ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>   Pour  $C_1 = \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$     %j = 1
>        $F_{new} = F_6 \wedge C_1 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>       Pour  $\overline{F}_1 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$     % k=1
>            $F_{new} \not\models \overline{F}_1$ 
>       Fin
>       Pour  $\overline{F}_2 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$     % k=2
>            $F_{new} \not\models \overline{F}_2$ 
>       Fin
>        $\mathcal{F}_{add} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>           ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>           ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>           ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>           ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>           ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>   Pour  $C_2 = \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$     %j = 2
>        $F_{new} = F_6 \wedge C_2 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>       Pour  $\overline{F}_1 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$     % k=1
>            $F_{new} \not\models \overline{F}_1$ 

```



```

>      Fin
>      Pour  $\overline{F}_2 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$     % k=2
>           $F_{new} \not\models \overline{F}_2$ 
>      Fin
>           $\mathcal{F}_{add} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>              ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>              ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>          ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>          ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>              ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>              ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\})$ 
> Fin
> Pour  $F_7 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$     %i = 7
>      $F_7 \not\models C_4$     %car  $F_7$  vrai n'implique pas  $C_4$  vrai
>      $\mathcal{F}_{old} = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>     Pour  $C_1 = \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$     %j = 1
>          $F_{new} = F_7 \wedge C_1 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>         Pour  $\overline{F}_1 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$     % k=1
>              $F_{new} \models \overline{F}_1 \Rightarrow \text{goto LABELX}$ 
>         Fin
>     Fin
>     Pour  $C_2 = \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$     %j = 2
>          $F_{new} = F_7 \wedge C_2 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>         Pour  $\overline{F}_1 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$     % k=1
>              $F_{new} \not\models \overline{F}_1$ 
>         Fin
>     Fin
>      $\mathcal{F}_{add} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>         ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>         ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>     ...  $(\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>     ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>         ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>         ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>         ...  $(\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\})$ 
> Fin
> Pour  $F_8 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$     %i = 8
>      $F_8 \not\models C_4$     %car  $F_8$  vrai n'implique pas  $C_4$  vrai
>      $\mathcal{F}_{old} = \emptyset$ 
>     Pour  $C_1 = \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$     %j = 1
>          $F_{new} = F_8 \wedge C_1 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>     Fin

```

```


$$\mathcal{F}_{add} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\})$$

    > Pour  $C_2 = \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\} \quad \%j = 1$ 
  

    >  $F_{new} = F_8 \wedge C_1 = \text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$ 
  

    > Fin

$$\mathcal{F}_{add} = (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$$


$$\dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\})$$

    > Fin
  

    >  $\mathcal{Q} = \mathcal{F}_{old} \vee \mathcal{F}_{add} = \mathcal{F}_{add}$ 

```

La solution de l'algorithme 2 est de la forme :

$$\begin{aligned}
 D = & (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\
 & \dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\
 & \dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\
 & \dots (\text{GYR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\
 & \dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\
 & \dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\
 & \dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\
 & \dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\
 & \dots (\text{GYR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\})
 \end{aligned}$$

## D.2 Scénario défaillant No. 2 : Perte de mesure simultanée sur les senseurs STR, RFS et NAC

Les figures III.14 et III.15 montrent que :

$$\text{OBS} = \{s_1 = 0, s_2 = 0, s_3 = 1, s_4 = 1, s_5 = 1, s_6 = 1\}$$

et d'après la matrice de signature III.3, il vient qu'il existe donc quatre conflits définis tels que :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_1 &= \text{STR1} \in \{F\} \vee \text{STR2} \in \{F\} \\ \mathcal{C}_2 &= \text{RFS1} \in \{F\} \vee \text{NAC} \in \{F\} \\ \mathcal{C}_3 &= \text{RFS2} \in \{F\} \vee \text{LIDAR} \in \{F\} \\ \mathcal{C}_4 &= \text{NAC} \in \{F\} \vee \text{LIDAR} \in \{F\} \end{aligned}$$

L'application de l'algorithme 2 pas à pas est le suivant :

```

> On retire  $\mathcal{C}_1$  de  $\bar{\mathcal{C}}$  :  $\bar{\mathcal{C}} = \{\mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3, \mathcal{C}_4\}$ 
>  $\mathcal{Q} = \text{STR1} \in \{F\} \vee \text{STR2} \in \{F\}$ 
> On entre alors dans la boucle qui vise à traiter les conflits  $\mathcal{C}_2$ ,  $\mathcal{C}_3$  et  $\mathcal{C}_4$ 

• Traitement de  $\mathcal{C}_2$  :  $\mathcal{Q} = \text{conj}(\mathcal{Q}, \mathcal{C}_2)$ 
>  $\mathcal{F}_{old} = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \vee \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}$ 
> Pour  $F_1 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\}$  %i = 1
>    $F_1 \not\models \mathcal{C}_2$  %car  $F_1$  vrai n'implique pas  $\mathcal{C}_2$  vrai
>    $\mathcal{F}_{old} = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}$  %on retire  $F_1$  de  $\mathcal{F}_{old}$ 
>   Pour  $C_1 = \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$  %j = 1
>      $F_{new} = F_1 \wedge C_1 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$  %c'est une forme MNF
>     Pour  $\bar{F}_1 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=1
>        $F_{new} \not\models \bar{F}_1$ 
>     Fin
>   Fin
>    $\mathcal{F}_{add} = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>   Pour  $C_2 = \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$  %j = 2
>      $F_{new} = F_1 \wedge C_2 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$  %c'est une forme MNF
>     Pour  $\bar{F}_1 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=1
>        $F_{new} \not\models \bar{F}_1$ 
>     Fin
>   Fin
>    $\mathcal{F}_{add} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\})$ 
> Fin

> Pour  $F_2 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\}$  %i = 2
>    $F_2 \not\models \mathcal{C}_2$  %car  $F_2$  vrai n'implique pas  $\mathcal{C}_2$  vrai
>    $\mathcal{F}_{old} = \emptyset$  %on retire  $F_2$  de  $\mathcal{F}_{old}$ 
>   Pour  $C_1 = \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$  %j = 1
>      $F_{new} = F_2 \wedge C_1 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$  %c'est une forme MNF
>   Fin
>    $\mathcal{F}_{add} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>   Pour  $C_2 = \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$  %j = 2
>      $F_{new} = F_2 \wedge C_2 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC2} \in \{\mathbf{F}\}$  %c'est une forme MNF
>   Fin

```

```

>           $\mathcal{F}_{add} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>          ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC2} \in \{\mathbf{F}\})$ 
> Fin
>  $\mathcal{Q} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
> ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\})$ 
• Traitement de  $\mathcal{C}_3$  :  $\mathcal{Q} = \text{conj}(\mathcal{Q}, \mathcal{C}_3)$ 
>  $\mathcal{F}_{old} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
> ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\})$ 
> Pour  $F_1 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$  %i = 1
>  $F_1 \not\models \mathcal{C}_3$  %car  $F_1$  vrai n'implique pas  $\mathcal{C}_3$  vrai
>  $\mathcal{F}_{old} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
> ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>
> Pour  $C_1 = \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$  %j = 1
>  $F_{new} = F_1 \wedge C_1 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$  %Forme MNF
> Pour  $\bar{F}_1 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=1
>  $F_{new} \not\models \bar{F}_1$ 
> Fin
> Pour  $\bar{F}_2 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=2
>  $F_{new} \not\models \bar{F}_2$ 
> Fin
> Pour  $\bar{F}_3 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=3
>  $F_{new} \not\models \bar{F}_3$ 
> Fin
> Fin
>  $\mathcal{F}_{add} = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>
> Pour  $C_2 = \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$  %j = 2
>  $F_{new} = F_1 \wedge C_2 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$ 
> Pour  $\bar{F}_1 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=1
>  $F_{new} \not\models \bar{F}_1$ 
> Fin
> Pour  $\bar{F}_2 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=2
>  $F_{new} \not\models \bar{F}_2$ 
> Fin
> Pour  $\bar{F}_3 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=3
>  $F_{new} \not\models \bar{F}_3$ 
> Fin
> Fin
>  $\mathcal{F}_{add} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>  $(\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\})$ 
> Fin
> Pour  $F_2 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$  %i = 2
>  $F_2 \not\models \mathcal{C}_3$  %car  $F_2$  vrai n'implique pas  $\mathcal{C}_3$  vrai

```

```

>  $\mathcal{F}_{old} = (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}) \vee (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\})$ 
> Pour  $C_1 = \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$  %j = 1
>  $F_{new} = F_2 \wedge C_1 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$  %Forme MNF
> Pour  $\bar{F}_1 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=1
>  $F_{new} \not\equiv \bar{F}_1$ 
> Fin
> Pour  $\bar{F}_2 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=2
>  $F_{new} \not\equiv \bar{F}_2$ 
> Fin
> Fin
>  $\mathcal{F}_{add} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>  $\dots (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>  $\dots (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\})$ 
> Pour  $C_2 = \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$  %j = 2
>  $F_{new} = F_2 \wedge C_2 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$  %Forme MNF
> Pour  $\bar{F}_1 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=1
>  $F_{new} \not\equiv \bar{F}_1$ 
> Fin
> Pour  $\bar{F}_2 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=2
>  $F_{new} \not\equiv \bar{F}_2$ 
> Fin
> Fin
> Fin
>  $\mathcal{F}_{add} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>  $\dots (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>  $\dots (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>  $\dots (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\})$ 
> Fin
> Pour  $F_3 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\}$  %i = 3
>  $F_3 \not\equiv C_3$  %car  $F_3$  vrai n'implique pas  $C_3$  vrai
>  $\mathcal{F}_{old} = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$ 
> Pour  $C_1 = \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$  %j = 1
>  $F_{new} = F_3 \wedge C_1 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$  %Forme MNF
> Pour  $\bar{F}_1 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=1
>  $F_{new} \not\equiv \bar{F}_1$ 
> Fin
> Fin
> Fin
>  $\mathcal{F}_{add} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>  $\dots (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>  $\dots (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>  $\dots (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>  $\dots (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\})$ 
> Pour  $C_2 = \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$  %j = 2
>  $F_{new} = F_3 \wedge C_2 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$ 
> Pour  $\bar{F}_1 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=1

```

```

>           $F_{new} \neq \overline{F_1}$ 
>      Fin
>      Fin
>           $\mathcal{F}_{add} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>          ...  $(\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>          ...  $(\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>          ...  $(\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>          ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>          ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>      Fin
> Pour  $F_4 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$     %i = 3
>       $F_4 \neq C_3$     %car  $F_3$  vrai n'implique pas  $C_3$  vrai
>       $\mathcal{F}_{old} = \emptyset$ 
>      Pour  $C_1 = \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$     %j = 1
>           $F_{new} = F_4 \wedge C_1 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$     %Forme MNF
>      Fin
>           $\mathcal{F}_{add} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>          ...  $(\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>          ...  $(\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>          ...  $(\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>          ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>          ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>          ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>      Pour  $C_2 = \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$     %j = 2
>           $F_{new} = F_4 \wedge C_2 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$     %Forme MNF
>      Fin
>           $\mathcal{F}_{add} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>          ...  $(\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>          ...  $(\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>          ...  $(\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>          ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>          ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>          ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>          ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>      Fin
• Traitement de  $C_4$  :  $Q = conj(Q, C_4)$ 
     $\mathcal{F}_{old} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
    ...  $(\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
    ...  $(\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
    ...  $(\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
    ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
    ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
    ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
    ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\})$ 

```

```

> Pour  $F_1 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$  %i = 1
>  $F_1 \not\models C_4$  %car  $F_1$  vrai n'implique pas  $C_4$  vrai
   $\mathcal{F}_{old} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
    ...  $(\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
    ...  $(\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
> ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
  ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
  ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
  ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\})$ 
> Pour  $C_1 = \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$  %j = 1
>  $F_{new} = F_1 \wedge C_1 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$ 
> Pour  $\bar{F}_1 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=1
>  $F_{new} \models \bar{F}_1 \Rightarrow \text{goto LABELX}$ 
> Fin
> Fin
> Pour  $C_2 = \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$  %j = 2
>  $F_{new} = F_1 \wedge C_2 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$ 
> Pour  $\bar{F}_1 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=1
>  $F_{new} \models \bar{F}_1 \Rightarrow \text{goto LABELX}$ 
> Fin
> Fin
> Fin
> Pour  $F_2 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$  %i = 2
>  $F_2 \not\models C_4$  %car  $F_2$  vrai n'implique pas  $C_4$  vrai
   $\mathcal{F}_{old} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
    ...  $(\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
    ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
> ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
  ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
  ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\})$ 
> Pour  $C_1 = \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$  %j = 1
>  $F_{new} = F_2 \wedge C_1 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$ 
> Pour  $\bar{F}_1 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=2
>  $F_{new} \models \bar{F}_1 \Rightarrow \text{goto LABELX}$ 
> Fin
> Fin
> Pour  $C_2 = \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$  %j = 2
>  $F_{new} = F_2 \wedge C_2 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$ 
> Pour  $\bar{F}_1 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=1
>  $F_{new} \not\models \bar{F}_1$ 
> Fin
> Pour  $\bar{F}_2 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$  % k=1
>  $F_{new} \not\models \bar{F}_2$ 

```

```

>      Fin
>      Pour  $\bar{F}_3 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1
>           $F_{new} \not\equiv \bar{F}_3$ 
>      Fin
>      Pour  $\bar{F}_4 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1
>           $F_{new} \not\equiv \bar{F}_4$ 
>      Fin
>      Pour  $\bar{F}_5 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1
>           $F_{new} \not\equiv \bar{F}_5$ 
>      Fin
>      Pour  $\bar{F}_6 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1
>           $F_{new} \not\equiv \bar{F}_1$ 
>      Fin
>      Fin
>       $\mathcal{F}_{add} = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$ 
> Pour  $F_3 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$       %i = 3
>    $F_3 \not\equiv \mathcal{C}_4$       %car  $F_3$  vrai n'implique pas  $\mathcal{C}_4$  vrai
>    $\mathcal{F}_{old} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>   ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>   ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>   ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>   ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>
>   Pour  $C_1 = \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$       %j = 1
>    $F_{new} = F_3 \wedge C_1 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>   Pour  $\bar{F}_1 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1
>        $F_{new} \not\equiv \bar{F}_1$ 
>   Fin
>   Pour  $\bar{F}_2 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=2
>        $F_{new} \not\equiv \bar{F}_2$ 
>   Fin
>   Pour  $\bar{F}_3 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=3
>        $F_{new} \not\equiv \bar{F}_3$ 
>   Fin
>   Pour  $\bar{F}_4 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=4
>        $F_{new} \not\equiv \bar{F}_4$ 
>   Fin
>   Pour  $\bar{F}_5 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=5
>        $F_{new} \not\equiv \bar{F}_5$ 
>   Fin
>   Fin
>    $\mathcal{F}_{add} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>   ...  $(\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>
>   Pour  $C_2 = \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$       %j = 2
>    $F_{new} = F_3 \wedge C_2 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$ 

```



```

>      Pour  $\bar{F}_1 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1
>       $F_{new} \models \bar{F}_1 \Rightarrow \text{goto LABELX}$ 
>      Fin
>      Fin
> Pour  $F_4 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$       %i = 4
>    $F_4 \models C_4$       %car  $F_4$  vrai implique que  $C_4$  vrai
>    $\mathcal{F}_{old} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>   ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>   ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>   ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>   ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\})$ 
> Pour  $F_5 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$       %i = 5
>    $F_5 \not\models C_4$       %car  $F_5$  vrai n'implique pas  $C_4$  vrai
>    $\mathcal{F}_{old} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>   ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>   ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>   ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>   Pour  $C_1 = \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$       %j = 1
>    $F_{new} = F_5 \wedge C_1 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>   Pour  $\bar{F}_1 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1
>    $F_{new} \models \bar{F}_1 \Rightarrow \text{goto LABELX}$ 
>   Fin
>   Fin
>   Pour  $C_2 = \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$       %j = 2
>    $F_{new} = F_5 \wedge C_2 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>   Pour  $\bar{F}_1 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1
>    $F_{new} \models \bar{F}_1 \Rightarrow \text{goto LABELX}$ 
>   Fin
>   Fin
> Pour  $F_6 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$       %i = 6
>    $F_6 \not\models C_4$       %car  $F_6$  vrai n'implique pas  $C_4$  vrai
>    $\mathcal{F}_{old} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>   ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>   ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>   Pour  $C_1 = \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$       %j = 1
>    $F_{new} = F_6 \wedge C_1 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>   Pour  $\bar{F}_1 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1
>    $F_{new} \models \bar{F}_1$ 
>   Fin
>   Fin
>   Pour  $C_2 = \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$       %j = 2
>    $F_{new} = F_6 \wedge C_2 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$ 

```

D.2. Scénario défaillant No. 2 : Perte de mesure simultanée sur les senseurs STR, RFS et NAC

---

```

>      Pour  $\overline{F}_1 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1
>       $F_{new} \not\models \overline{F}_1$ 
>      Fin
>      Pour  $\overline{F}_2 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=2
>       $F_{new} \not\models \overline{F}_2$ 
>      Fin
>      Pour  $\overline{F}_3 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=3
>       $F_{new} \not\models \overline{F}_2$ 
>      Fin
>       $\mathcal{F}_{add} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>      ...  $(\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$       > Fin
>      ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\})$ 
> Pour  $F_7 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$       %i = 7
>  $F_7 \not\models \mathcal{C}_4$       %car  $F_7$  vrai n'implique pas  $\mathcal{C}_4$  vrai
>  $\mathcal{F}_{old} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>      ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\})$ 
>
>      Pour  $C_1 = \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\}$       %j = 1
>       $F_{new} = F_7 \wedge C_1 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>      Pour  $\overline{F}_1 = \text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1
>       $F_{new} \not\models \overline{F}_1$ 
>      Fin
>      Pour  $\overline{F}_2 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=2
>       $F_{new} \not\models \overline{F}_2$ 
>      Fin
>      Fin
>       $\mathcal{F}_{add} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>      ...  $(\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>      ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>      ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\})$ 
> Fin
>
>      Pour  $C_2 = \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$       %j = 2
>       $F_{new} = F_7 \wedge C_2 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$ 
>      Pour  $\overline{F}_1 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$       % k=1
>       $F_{new} \models \overline{F}_1 \Rightarrow \text{goto LABELX}$ 
>      Fin
>      Fin
>
> Pour  $F_8 = \text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}$       %i = 8
>  $F_8 \models \mathcal{C}_4$       %car  $F_8$  vrai implique que  $\mathcal{C}_4$  vrai
>  $\mathcal{F}_{old} = (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots$ 
>      ...  $(\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\})$ 
> Fin
>  $\mathcal{Q} = \mathcal{F}_{old} \vee \mathcal{F}_{add}$ 

```

La solution de l'algorithme 2 est de la forme :

$$\begin{aligned} D = & (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{STR1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS1} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{LIDAR} \in \{\mathbf{F}\}) \vee \dots \\ & \dots (\text{STR2} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{NAC} \in \{\mathbf{F}\} \wedge \text{RFS2} \in \{\mathbf{F}\}) \end{aligned}$$

## Références bibliographiques

Aguilar J. and Lopez De Mantaras R. (1982). The process of classification and learning the meaning of linguistic descriptors of concepts. *Approximate reasoning in decision analysis*, pp 165-175.

Agustin R.M., Mangoubi R.S., Hain R.M. and Adams N.J. (1999). Robust failure detection for reentry vehicle attitude control systems. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 22(6), pp 839-845.

Alwi H., Edwards C. and Marcos A. (2010). FDI for a Mars orbiting satellite based on a sliding mode observer. *In Proceedings of the IEEE Conference on Control and Fault-Tolerant Systems (SYSTOL 2010)*, Nice, France.

Apkarian P. and Gahinet P. (1995). A convex characterization of gain-scheduled  $\mathcal{H}_\infty$  controllers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40(5), pp 853-864.

Babuska R. (1998). *Fuzzy modeling for control. Control engineering technology and systems*. Kluwer Academic publishers.

Bahr N.A., Crassidis J.L. and Cheng Y. (2008). Convergence properties of autocorrelation based generalized multiple-model adaptive estimation. *In Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit (GNC 2008)*, Honolulu, Hawaii.

Basseville M. and Nikiforov I.V. (1993). Detection of abrupt changes. *Theory and applications*. Prentice Hall information and System Sciences series.

Basseville M. and Nikiforov I.V. (1998). Robust fault estimation and failure detection : A concise treatment. Springer-Verlag edition, New York, USA.

Basseville M. (2001). On fault detectability and isolability. *European Journal of Control*, 7(6), pp 625-637.

Bayouhd M., Travé-Massuyès L. and Olive X. (2008a). Hybrid system diagnosis by coupling continuous and discrete event techniques. *In Proceedings of the 17<sup>th</sup> Triennial World Congress*, Seoul, Korea.

Bayouhd M., Travé-Massuyès L. and Olive X. (2008b). Diagnosability of multimode and hybrid systems. In *Proceedings of the 11<sup>th</sup> International Conference on Hybrid System : Computation and Control*, Saint Louis, MO, USA.

Beck C.L., Doyle J. and Glover K. (1996). Model reduction of multidimensional and uncertain systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(10), pp 1466-1477.

Beck C.L. and Doyle J. (1999). A necessary and sufficient minimality condition for uncertain systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 44(10), pp 1802-1813.

Bezdek J. (1981). *Pattern recognition with fuzzy objective function*. Plenum Press edition, New York, USA.

Bishop C. (1995). *Neural networks for pattern recognition*. Oxford University Press Inc., New York, USA

Biswas G., Cordier M.O., Lunze J., Travé-Massuyès L. and Staroswiecki M. (2004). Diagnosis of complex systems : Bridging the methodologies of the FDI and DX communities. *IEEE SMC Transactions - Part B*, Special issue, 34(5), pp 2159-2162.

Blanke M., Staroswiecki M. and Wu N.E. (2001). Concepts and methods in fault-tolerant control. In *Proceedings of the 34<sup>th</sup> IEEE American Control Conference (ACC 2001)*, Arlington, VA, USA.

Blanke M., Kinnaert M., Lunze M. and Staroswiecki M. (2003). *Diagnosis and fault tolerant control*. Springer edition, New York, USA.

Boutayeb M. and Darouach M. (1995). Observers design for nonlinear descriptor systems. In *Proceedings of the 34<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control (CDC 1995)*, New Orleans, Louisiana, USA.

Boyd S., El Ghaoui L., Feron E. and Balakrishnan V. (1994). Linear matrix inequalities in system and control theory. *Studies in Applied Mathematics*.

Carlsson B., Salgado M. and Goodwin G.C. (1988). *A new method for fault detection and diagnosis*. Technical report EE8842. Department of Electrical Engineering and Computer Science, University of Newcastle, Australia.

Casimir R. (2003). Diagnostic des défauts des machines asynchrones par reconnaissance des formes. Thèse de doctorat. Ecole Centrale de Lyon, France.

Cassar J.P., Djeghaba M., Staroswiecki M. and Cocquempot V. (1992). Sensitivity robustness tradeoff via the generation of optimal residuals in the parity space. In *Proceedings of the IEEE Symposium on Intelligent Control and Instrumentation (SICICI 1992)*, Singapore.

---

Cassar J.P., Staroswiecki M. and Cocquempot V. (1993a). Generation of optimal structured residuals in the parity space. *In Proceedings of the 12<sup>th</sup> IFAC Triennial World Congress*, Sydney, Australia.

Cassar J.P., Staroswiecki M. and Cocquempot V. (1993b). A general approach for multicriteria optimization of structured residuals. *In Proceedings of the International Conference on Fault Diagnosis (Tool'Diag 1993)*, Toulouse, France.

Cassar J.P., Staroswiecki M. and Cocquempot V. (1995). Optimal residual design for model-based fault detection and isolation. *In Proceedings of the 3<sup>rd</sup> IEEE European Control Conference (ECC 1995)*, Rome, Italia.

Castro H., Bennani S. and Marcos A. (2005). Integrated v/s decoupled fault detection filter and flight control law designs for re-entry vehicle. *In Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit (GNC 2005)*, San Francisco, California, USA.

Chen J., Patton R.J. and Zhang H.Y. (1993). A multi-criteria optimization approach to the design of robust fault detection algorithms. *In Proceedings of the International Conference on Fault Diagnosis (Tool'Diag 1993)*, Toulouse, France.

Chen J. and Patton R.J. (1994). A re-examination of fault detectability and isolability in linear dynamic systems. *In Proceedings of the 2<sup>nd</sup> IFAC/IMACS Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 1994)*, Espoo, Finland.

Chen J. and Patton R.J. (1999). *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*. Kluwer academic publishers, London, UK.

Chow E.Y. (1980). Failure detection system design methodology. PhD Thesis. Laboratory of Information and Decision System, University of Cambridge, USA.

Chow E.Y. and Willsky A.S. (1984). Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 29(7), pp 603-614.

Cockburn J.C. and Morton B.G. (1997). Linear fractional representations of uncertain systems. *Automatica*, 33(7), pp 1263-1271.

Cocquempot V., Cassar J.P. and Staroswiecki M. (1991). Generation of robust analytical redundancy relations. *In Proceedings of the 4<sup>th</sup> IEEE European Control Conference (ECC 1991)*, Grenoble, France.

Cocquempot V. (1992). Surveillance des processus industriels complexes : Génération et optimisation des relations de redondance analytique. Thèse de doctorat. Université de Sciences et Technologies de Lille I.

Collins E.G. and Song T. (2000). Robust  $H_\infty$  estimation and fault detection of uncertain dynamic systems. *Journal of Guidance, Control and Dynamic*, 23(5), pp 857-864.

Comtet-Varga G., Cassar J.P. and Staroswiecki M. (1997a). Analytic redundancy relations for state affine systems. In *Proceedings of the 4<sup>th</sup> IEEE European Control Conference (ECC 1997)*, Brussels, Belgium.

Comtet-Varga G., Cassar J.P. and Staroswiecki M. (1997b). Analytic redundancy relations for a class of dynamical polynomial systems. In *Proceedings of the 4<sup>th</sup> IEEE European Control Conference (ECC 1997)*, Brussels, Belgium.

Conn A.R., Gould N.I.M. and Toint P.L. (1997). A convergent augmented Lagrangian barrier algorithm for optimization with general inequality constraints and simple bounds. *Mathematics of Computation Journal*, 66(217), pp 261-288.

Cordier M.O., Dague P., Dumas M., Lévy F., Montmain J., Staroswiecki M. and Travé-Massuyès L. (2000a). AI and automatic control approaches of model-based diagnosis. In *Proceedings of the 4<sup>th</sup> IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 2000)*, Budapest, Hungary.

Cordier M.O., Dague P., Dumas M., Lévy F., Montmain J., Staroswiecki M. and Travé-Massuyès L. (2000b). A comparative analysis of AI and control theory approaches to model-based diagnosis. In *Proceedings of the 11<sup>th</sup> International Workshop on Principles of Diagnosis (DX 2000)*, Morelia, Mexico.

Cordier M.O., Dague P., Lévy F., Montmain J., Staroswiecki M. and Travé-Massuyès L. (2004). Conflicts versus analytical redundancy relations : A comparative analysis of the model-based diagnosis approach from the artificial intelligence and automatic control perspectives. *IEEE SMC Transactions - Part B*, Special issue, 34(5), pp 2163-2177.

Crassidis J.L. and Junkins J.L. (2004). *Optimal estimation of dynamic systems*. Applied Mathematics and Nonlinear Science series. Chapman and Hall/CRC.

Dawson S.D., Early L.W. and Potterveld C.W. (1999). Low-cost autonomous orbit control about Mars : Initial simulation results. *Acta Astronautica*, 45, pp 475-482.

De Kleer J. and Williams B.C. (1987). Diagnosing multiple faults. *Artificial Intelligence*, 32(1), pp 97-130.

De Kleer J. and Williams B.C. (1989). Diagnosing with behavioral modes. In *Proceedings of the 17<sup>th</sup> International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI 1989)*, Detroit, Michigan, USA.

De Kleer J. and Kurien J. (2003). *Fundamentals of model-based diagnosis*. PARC (Palo Alto Research Center) Incorporated, Palo Alto, CA, USA.

---

Delmaire G., Cassar J.P. and Staroswiecki M. (1994). Identification and parity space techniques for failure detection in SISO systems with modelling errors. *In Proceedings of the 3<sup>rd</sup> IEEE Conference on Decision and Control (CDC 1995)*, Lake Buena Vista, USA.

Delmaire G., Cassar J.P. and Staroswiecki M. (1995). Comparison of generalized least square identification and parity space techniques for FDI purpose in SISO systems. *In Proceedings of the 3<sup>rd</sup> IEEE European Control Conference (ECC 1995)*, Roma, Italy.

Delmaire G., Cassar J.P., Staroswiecki M. and Christophe C. (1999). Comparison of multivariable identification and parity space techniques for FDI purpose in MIMO systems. *In Proceedings of the 5<sup>rd</sup> IEEE European Control Conference (ECC 1999)*, Germany.

Ding S.X and Guo L. (1996). Observer-based optimal fault detector. *In Proceedings of the 13<sup>th</sup> IFAC Triennial World Congress*, San Francisco, USA.

Ding S.X., Jeinsch T., Frank P.M. and Ding E.L. (2000). A unified approach to the optimization of fault detection systems. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 14, pp 725-745.

Ding S.X. (2008). *Model-based fault diagnosis techniques. Design schemes, algorithms and tools*. Springer edition, Heidelberg, Berlin, Germany.

Doyle J.C., Glover K., Khargonekar P. and Francis B. (1989). State-space solutions to standard  $\mathcal{H}_2$  and  $\mathcal{H}_\infty$  control problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 34(8), pp 831-847.

Dreyfus G., Samuelides M., Martinez J.M., Gordon M.B., Badran F., Thiria S. and Hé-rault L. (2004). *Réseaux de neurones - Méthodologies et applications*. Edition Eyrolles, France.

Duan G.R., Patton R.J., Chen J. and Chen Z. (1997). A parametric approach for robust fault detection in linear systems with unknown disturbances. *In Proceedings of the 4<sup>th</sup> IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 1997)*, Hull, UK.

Duan G.R. and Patton R.J. (1998). Robust fault detection in linear systems using Luen-berger observers. *In Proceedings of the IEEE UKACC International Conference on Control (CONTROL 1998)*, Swansea, UK.

Duda R., Hart P. and Stork D. (2001). *Pattern classification*. Willey Interscience.

Dulmage A. and Mendelsohn N. (1959). A structure theory of bi-partite graphs of finite exterior extension. *Transactions of the Royal Society of Canada*, 53(3), pp 1-13.



ECSS 70-11A (2005). Space engineering : Space segment operability. European Cooperation for Space Standardization (ECSS) standard.

Edelmayer A., Bokor J. and Keviczky L. (1996).  $H_\infty$  detection filter design for linear systems : Comparison of two approaches. In *Proceedings of the 13<sup>th</sup> IFAC Triennial World Congress*, San Francisco, USA.

Edwards C. and Thein M. (2006). Sliding mode fault detection and isolation in a satellite leader/follower system. In *Proceedings of the 6<sup>th</sup> IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 2006)*, Beijing P.R., China.

Etien E. (1997). Caractérisation des systèmes à représentation continue par les moments fréquentiels : Application à l'identification et à la réduction de modèle. Thèse de doctorat. École Supérieure d'Ingénieurs de Poitiers, Université de Poitiers.

Falcoz A., Henry D. and Zolghadri A. (2008a). Development of a robust model-based fault diagnosis technique for reusable launch vehicles. In *Proceedings of the 17<sup>th</sup> IFAC Triennial World Congress*, Seoul, Korea.

Falcoz A., Henry D. and Zolghadri A. (2008b). A nonlinear fault identification scheme for reusable launch vehicles control surfaces. *International Review of Aerospace Engineering (IRAESE)*, 1(5), pp 447-457.

Fausset L.V. (1993). *Fundamentals of neural networks : Architectures, algorithms and applications*. Prentice Hall edition, USA.

Fisher R.A. (1936). The use of multiple measurements in taxonomic problems. *Annals of Eugenics*, 7, pp 179-188.

Fix E. and Hodges J.L. (1951). Discriminatory analysis. Non-parametric discrimination. USAF School of Aviation Medicine, Randolph field, Technical report.

Frank P.M. (1990). Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy - A survey. *Automatica*, 26(3), pp 459-474.

Frank P.M., Ding S.X. and Köppen-Seliger B. (2000). Current development in the theory of fault detection and isolation. In *Proceedings of the 4<sup>th</sup> IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 2000)*, Budapest, Hungary.

Frisk E. and Krysander M. (2009). Sensor placement for fault isolation in linear differential-algebraic systems. *Automatica*, 45(2), pp 364-371.

- 
- Gaddouna B., Maquin D. and Ragot J. (1994). Fault detection observers for systems with unknown inputs. *In Proceedings of the 2<sup>nd</sup> IFAC/IMACS Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 1994)*, Espoo, Finland.
- Gahinet P. and Apkarian P. (1994). A linear matrix inequality approach to  $\mathcal{H}_\infty$  control. *International Journal of Robust Nonlinear Control*, 4, pp 421-428.
- Garcia E.A. and Frank P.M. (1996). On the relationship between observer and parameter identification based approaches to fault detection. *In Proceedings of the 13<sup>rd</sup> IFAC Triennial World Congress*, San Francisco, USA.
- Gehin A.L., Assas M. and Staroswiecki M. (2000). Structural analysis of system reconfigurability. *In Proceedings of the 4<sup>th</sup> IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 2000)*, Budapest, Hungary.
- Gentil S., Montmain J. and Combastel C. (2004). Combining FDI and AI approaches within causal model-based diagnosis. *IEEE SMC Transactions - Part B*, Special issue, 34(5), pp 2207-2221.
- Gertler J. and Luo Q. (1989). Robust isolable models for failure diagnosis. *American Institute of Chemical Engineers (AIChE) Journal*, 35(11), pp 1856-1861.
- Gertler J. (1990). A new structural framework for parity equation-based failure detection and isolation. *Automatica*, 26(2), pp 381-388.
- Gertler J. (1991). Analytical redundancy methods in FDI - A survey and synthesis. *In Proceedings of the 1<sup>st</sup> IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 1991)*, Baden-Baden, Germany.
- Gertler J. and Monajemy R. (1993). Generating directional residuals with dynamic parity equations. *In Proceedings of the 12<sup>th</sup> IFAC Triennial World Congress*, Sydney, Australia.
- Gertler J. (1995). Diagnosing parametric faults : From parameter estimation to parity relations. *In Proceedings of the 14<sup>th</sup> IEEE American Control Conference (ACC 1995)*, Seattle, USA.
- Gertler J. and Kunwer M.M. (1995). Optimal residual decoupling for robust fault diagnosis. *International Journal of Control*, 61(2), pp 395-421.
- Gertler J. (1997). Fault detection and isolation using parity relations. *Control Engineering Practice*, 5(5), pp 653-661.
- Gertler J. (1998). *Fault detection and isolation in engineering systems*. Marcel Dekker edition.

Gertler J., Staroswiecki M. and Shen M. (2002). Direct design of structured residuals for fault diagnosis in linear systems. *In Proceedings of the IEEE American Control Conference (ACC 2002)*, Anchorage, AK, USA.

Golberg D. and David E. (1989). *Genetic algorithms in search, optimization and machine learning*. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc. Boston, MA, USA.

Greiner R., Smith B.A. and Wilkerson R.W. (1989). A correction to the algorithm in Reiter's theory of diagnosis. *Artificial Intelligence*, 41, pp 79-88.

Guernez C., Cassar J.P. and Staroswiecki M. (1996). Fault detection and isolation on polynomial systems : Analytical redundancy relations generation and residuals structuration. *In Proceedings of the IEEE International Conference on Computational Engineering in Systems Applications (CESA 1996)*, Lille, France.

Guernez C., Cassar J.P. and Staroswiecki M. (1997a). Extension of parity space to non linear polynomial dynamic systems. *In Proceedings of the 4<sup>th</sup> IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 1997)*, UK.

Guernez C., Cassar J.P. and Staroswiecki M. (1997b). Fault detection and isolation on non-linear polynomial systems. *In Proceedings of the 15<sup>th</sup> IMACS World Congress on Scientific Computation, Modelling and Applied Mathematics*, Berlin, Germany.

Hamelin F. and Sauter D. (2000). Robust fault detection in uncertain dynamic systems. *Automatica*, 36(11), pp 1747-1754.

Haykin S. (1998). *Neural networks : A comprehensive foundation*. Prentice Hall edition, USA.

Hecker S., Varga A. and Magni J.F. (2005). Enhanced LFR-Toolbox for Matlab. *Aerospace Science and Technology*, 9, pp 173-180.

Henry D. (1999). Diagnostic et contrôle de cohérence des systèmes multivariables incertains. Thèse de doctorat. Laboratoire d'Automatique et de Productique (LAP), Université Bordeaux I, Talence, France.

Henry D. and Zolghadri A. (2005a). Design and analysis of robust residual generators for systems under feedback control. *Automatica*, 41, pp 251-264.

Henry D. and Zolghadri A. (2005b). Design of fault diagnosis filters : A multi-objective approach. *Journal of Franklin Institute*, 342(4), pp 421-446.

Henry D. and Zolghadri A. (2006). Norm-based design of robust FDI schemes for uncertain systems under feedback control : Comparison of two approaches. *Control Engineering Practice*, 14(9), pp 1081-1097.

---

Henry D. (2008). Fault diagnosis of the microscope satellite thrusters using  $H_\infty/H_-$  filters. *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 31(3), pp 699-771.

Henry D. (2010). A norm-based point of view for fault diagnosis : Application to aerospace missions. In *Proceedings of the 8<sup>th</sup> European Workshop on Advanced Control and Diagnosis (ACD 2010)*, Ferrara, Italy.

Höfling T. and Isermann R. (1996). Adaptive parity equations and advanced parameter estimation for fault detection and diagnosis. In *Proceedings of the 13<sup>th</sup> IFAC Triennial World Congress*, San Francisco, USA.

Isermann R. (1984). Process fault diagnosis based on modelling and estimation methods - A survey. *Automatica*, 20(4), pp 387-404.

Isermann R. (1993). Fault diagnosis of machines via parameter estimation and knowledge processing. *Automatica*, 29(4), pp 815-835.

Isermann R. (1997). Supervision, fault detection and fault diagnosis methods - An introduction. *Control Engineering Practice*, 5(5), pp 639-652.

Isermann R. (2005). Model-based fault detection and diagnosis - Status and applications. *Annual Reviews in Control*, 29(1), pp 71-85.

Jaimoukha I.M., Li Z. and Papakos V. (2006). A matrix factorization solution to the  $H_\infty/H_-$  fault detection problem. *Automatica*, 42, pp 1907-1912.

Jang J., Sun C. and Mizutani E. (1997). *Neuro-fuzzy and soft computing*. Prentice Hall edition, USA.

Kempowsky T., Aguilar-Martin J., Subias A. and Le Lann M.V. (2003). Classification tool based on interactivity between expertise and self-learning techniques. In *Proceedings of the 5<sup>th</sup> IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 2003)*, Budapest, Hungary.

Kempowsky T. (2004). Surveillance de procédés à base de méthodes de classification. Thèse de doctorat. Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes (LAAS), Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, Université de Toulouse, France.

Khemliche M., Bouamama B.O. and Haffaf H. (2006). Sensor placement for component diagnosability using bond-graph. *Sensors and Actuators A : Journal*, 132(2), pp 547-556.

Kinnaert M. (1993). Design of redundancy relations for failure detection by constrained optimization. In *Proceedings of the International Conference on Fault Diagnosis (Tool'Diag 1993)*, Toulouse, France.

- Koenig D., Nowakowski S. and Cecchin T. (1996). A comparative study of unknown input observers design methods applied for fault detection, isolation and correction. *In Proceedings of the IEEE International Conference on Computational Engineering in Systems Applications (CESA 1996)*, Lille, France.
- Koenig D., Nowakowski S. and Cecchin T. (1997). An original approach for actuator and component FDI. *In Proceedings of the 4<sup>th</sup> IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 1997)*, Hull, UK.
- Konopliv A.S., Yoder C.F., Standish E.M., Yuan D.N. and Sjorgren W.L. (2006). A global solution for the mars static and seasonal gravity, mars orientation, phobos and deimos masses, and mars ephemeris. *Icarus*, 182(1), pp 23-50.
- Lewis F.L. (1986). *Optimal estimation*. Wiley edition, New York, USA.
- Li L. and Zhou D. (2004). Fast and robust fault diagnosis for a class of nonlinear systems : Detectability analysis. *Computers and Chemical Engineering*, 28(12), pp 2635-2646.
- Lin L. and Jiang Y. (2003). The computation of hitting sets : Review and new algorithms. *Information Processing Letters*, 86, pp 177-184.
- Liu B. and Si J. (1997). Fault isolation filter for linear time-invariant systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 42(5), pp 704-707.
- Liu J.S. and Chen R. (1998). Sequential Monte-Carlo methods for dynamic systems. *Journal of the American Statistical Association*, pp 1032-1044.
- Ljung L. (1999). *System identification : Theory for the user*. PTR Prentice Hall Information and System Sciences series, 2<sup>nd</sup> edition. Upper Saddle River, NJ, USA.
- Lou X., Willsky A.S. and Verghese G.C. (1986). Optimally robust redundancy relations for failure detection in uncertain systems. *Automatica*, 22(3), pp 333-344.
- Lui J., Wang J.L. and Yang G.H. (2005). An LMI approach to minimum sensitivity analysis with application to fault detection. *Automatica*, 41, pp 1995-2004.
- Luo J., Choi K. and Pattipati K.R. (2006). Distributed fault diagnosis for networked, embedded automotive systems. *In Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics (SMC 2006)*, Taipei, Taiwan.
- Lurette C. (2003). Développement d'une technique neuronale auto-adaptative pour la classification dynamique de données évolutives : Application à la supervision d'une presse hydraulique. Thèse de doctorat. Université des Sciences Technologies de Lille, France.

---

Mangoubi R.S., Appelby B.D. and Farell J. (1992). Robust estimation in fault detection. *In Proceedings of the 31<sup>st</sup> IEEE Conference on Decision and Control (CDC 1992)*, Tucson, Arizona, USA.

Mangoubi R.S. (1998). *Robust estimation and failure detection : A concise treatment*. Springer-Verlag, New York Inc., USA.

Maquin D., Gaddouna B. and Ragot J. (1993). Generation of parity equations for singular systems : Application to diagnosis. *In Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics (SMC 1993)*, Le Touquet, France.

Maquin D., Luong M. and Ragot J. (1997). Fault detection and isolation and sensor network design. *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, 31(2), pp 393-406.

Marcos A., Balas G. and Bokor J. (2005). Integrated FDI and control for transport aircraft. *In Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit (GNC 2005)*, San Francisco, USA.

Marie-Joseph I. (2003). Méthodologie de diagnostic appliquée à la maintenance préventive d'unités de production d'électricité en sites isolés. Thèse de doctorat. Université des Antilles et de la Guyane.

Mark J. and Orr L. (1996). Introduction to radial basis function networks. Center for Cognitive Science, Université of Edinburgh.

Massoumnia M.A., Verghese G.C. and Willsky A.S. (1989). Failure detection and identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 34(3), pp 316-321.

Mehra R.K. (1970). On the identification of variances and adaptive Kalman filtering. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 15(2), pp 175-184.

Mehra R.K. and Peshon L. (1971). An innovative approach to fault detection and diagnosis systems. *Automatica*, 7, pp 737-640.

Michie D., Spiegelhater D.J. and Taylor C.C (1994). *Machine learning, neural and statistical classification*. Ellis Horwood series in Artificial Intelligence.

Mioc V., Blaga C. and Radu E. (1991). Perturbed motion of an orbiter in the martian atmosphere. *Europhysics Letters (EPL)*, 16(4), pp 327-330.

Moudgalya K.M. (1996). Polynomial computation in Matlab. Technical report. Department of Chemical Engineering, Systems and Control Group, Indian Institute of Technology, Powai, Mumbai, India.

Murray L.K., Marcos A. and Penin F. (2008). Gain-scheduled FDI for a reentry vehicle. *In Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit (GNC 2008)*, Honolulu, Hawaii.

Narvaez C. (2007). Diagnostic par techniques d'apprentissage floues : Conception d'une méthode de validation et d'optimisation des partitions. Thèse de doctorat. Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes (LAAS), Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, Université de Toulouse, France.

NASA (2005). Mars global reference atmospheric model.  
URL : [http://see.msfc.nasa.gov/tte/model\\_Marsgram.htm](http://see.msfc.nasa.gov/tte/model_Marsgram.htm).

Niemann H. and Stoustrup J. (1998). Multiobjective design techniques applied to fault detection and isolation. *In Proceedings of the IEEE American Control Conference (ACC 1998)*, Philadelphia, USA.

Nørgaard M., Poulsen N.K. and Ravn O. (2000). New developments in state estimation for nonlinear systems. *Automatica*, 36(11), pp 1627-1638.

Nuninger W., Kratz F. and Ragot J. (1996). Observers and redundancy equations generation for systems with unknown inputs. *In Proceedings of the International Conference on Computational Engineering in Systems Applications (CESA 1996)*, Lille, France.

Nuninger W., Kratz F. and Ragot J. (1997). Structural equivalence between direct residuals based on parity space and indirect residuals based on unknown input observers. *In Proceedings of the 4<sup>th</sup> IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 2000)*, Budapest, Hungary.

Nyberg M. (2002). Criteria for detectability and strong detectability of faults in linear systems. *International Journal of Control*, 75(7), pp 490-501.

Nyberg M. and Krysander M. (2003). Combining AI, FDI and statistical hypothesis-testing in a framework for diagnosis. *In Proceedings of the 7<sup>th</sup> IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 2003)*, Washington D.C., USA.

Nyberg M. (2006a). A generalization of the GDE hitting-set algorithm to handle behavioral modes. *In Proceedings of the 17<sup>th</sup> International Workshop on Principles of Diagnosis (DX 2006)*, Peneda de Duero, Burgos, Spain.

Nyberg M. (2006b). A fault isolation algorithm for the case of multiple faults and multiple fault types. *In Proceedings of the 6<sup>th</sup> IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 2006)*, Beijing, P.R. China.

---

Olive X. (2010). How to deal with high availability and robustness in space domain ? FDI(R) for satellites at Thales Alenia Space. In *Proceedings of the IEEE Conference on Control and Fault-Tolerant Systems (SYSTOL 2010)*, Nice, France.

Osder S. (1999). Practical view of redundancy management : Application and theory. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 20(1), pp 12-21.

Patton R.J. and Chen J. (1991a). Optimal selection of unknown input distribution matrix in the design of robust observers for fault diagnosis. In *Proceedings of the 1<sup>st</sup> IFAC/IMACS Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFE-PROCESS 1991)*, Baden-Baden, Germany.

Patton R.J. and Chen J. (1991b). A review of parity space approaches to fault diagnosis. In *Proceedings of the 1<sup>st</sup> IFAC/IMACS Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 1991)*, Baden-Baden, Germany.

Patton R.J. and Chen J. (1993). Optimal unknown input distribution matrix selection in robust fault diagnosis. *Automatica*, 29(4), pp 837-841.

Patton R.J. (1994). Robust model-based fault diagnosis : The state of the art. In *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> IFAC/IMACS Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 1994)*, Espoo, Finland.

Patton R.J. and Chen J. (1997). Observer-based fault detection and isolation : Robustness and applications. *Control Engineering Practice*, 5(5), pp 671-682.

Patton R.J., Frank P.M. and Clark R. (2000). *Issues of fault diagnosis for dynamic systems*. Springer edition, London, UK.

Patton R.J., Uppal F.J., Simani S. and Polle B. (2006). A Monte-Carlo analysis and design for FDI of a satellite attitude control system. In *Proceedings of the 6<sup>th</sup> IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFE-PROCESS 2006)*, Beijing, P.R. China.

Piera N. and Aguilar-Martin J. (1991). Controlling selectivity in non-standard pattern recognition algorithms. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, pp 71-82.

Pitt M.K. and Shephard N. (1999). Filtering via simulation : Auxiliary particle filters. *Journal of the American Statistical Association*, 94(446), pp 590-591.

Ploix S., Desinde M. and Touaf S. (2005). Automatic design of detection tests in complex dynamic systems. In *Proceedings of the 16<sup>th</sup> IFAC World Congress*, Prague, Czech Republic.



Prieur P. (1997). SPOT : Base de modèles SCAO. Modélisation de l'environnement orbital. CNES, Ref. C2.NT.O.643.CN.

Pucel X. (2008). Un point de vue unifié sur la diagnosticabilité. Thèse de doctorat. Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes (LAAS). Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, Université de Toulouse.

Ragot J., Maquin D. and Kratz F. (1993). Analytical redundancy for system with unknown inputs : Application to fault detection. *Control Theory and Advanced Technology*, 9(3), pp 775-788.

Ragot J. and Maquin D. (1994). An algorithm for obtaining redundancy equations of LTI systems. *Automatica*, 30(3), pp 537-542.

Raiman O. (1992). The alibi principle. *Readings in model-based diagnosis*, pp 66-70.

Rambeaux F., Hamelin F. and Sauter D. (2000). Optimal thresholding for robust fault detection of uncertain systems. *International Journal of Robust and Non linear Control*, 10, pp 1155-1173.

Rank M.L. and Niemann H. (1999). Norm based design of fault detectors. *International Journal of Control*, 72(9), pp 773-783.

Reiter R. (1987). A theory of diagnosis from first principles. *Artificial Intelligence*, 32(1), pp 57-96.

Reif K. and Unbehauen R. (1999). The extended kalman filter as an exponential observer for nonlinear systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 47(8), pp 2324-2328.

Rosich A., Sarrate R. and Nejjari F. (2009). Optimal sensor placement for FDI using binary integer linear programming. In *Proceedings of the 20<sup>th</sup> International Workshop on Principles of Diagnosis (DX 2009)*, Stockholm, Sweden.

Sadeghi B. and Moshiri B. (2007). Second-order EKF and unscented kalman filter fusion for tracking maneuvering targets. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Information Reuse and Integration (IRI 2007)*, Las Vegas, USA.

Sainz M., Armengol J. and Vehi J. (2002). Fault detection and isolation of the three-tank system using the modal interval analysis. *Journal of Process Control*, 12, pp 325-338.

Satin A.L. and Gates R.L. (1978). Evaluation of parity equations for gyro failure detection and isolation. *Journal of Guidance and Control*, 1, pp 14-20.

Sengupta P. (2003). Satellite relative motion propagation and control in the presence of J2 perturbations. PhD thesis. Texas University, USA.

---

Shen L.C., Chang S.K. and Hsu P.L. (1998). Robust fault detection and isolation with unstructured uncertainty using eigenstructure assignment. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 21(1), pp 50-57.

Sheppard J.W. and Simpson W.R. (1994). Multiple failure diagnosis. In *Proceedings of the 18<sup>th</sup> IEEE AUTOTESTCON Conference Record*, Anaheim, CA, USA.

Shumsky A.Y. (1999). Nonlinear observer-based parameter estimation and fault diagnosis in dynamic systems. In *Proceedings of the 5<sup>th</sup> IEEE European Control Conference (ECC 1999)*, Karlsruhe, Germany.

Shumsky A. and Staroswiecki M. (2003). Fault detectability and isolability for non linear uncertain systems. In *Proceedings of the 7<sup>th</sup> IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 2003)*, Washington D.C., USA.

Sobhani-Tehrani E. and Khorasani K. (2009). *Fault diagnosis of nonlinear systems using a hybrid approach*. Springer edition, New York, USA.

Spanache S., Escobet T. and Travé-Massuyès L. (2004). Sensor placement optimization using genetic algorithms. In *Proceedings of the 15<sup>th</sup> International Workshop on Principles of Diagnosis (DX 2004)*, Carcassonne, France.

Staroswiecki M., Cassar J.P. and Cocquempot V. (1993a). A general approach for multicriteria optimization of structured residuals. In *Proceedings of the International Conference on Fault Diagnosis (Tool'Diag 1993)*, Toulouse, France.

Staroswiecki M., Cassar J.P. and Cocquempot V. (1993b). Generation of optimal structured residuals in the parity space. In *Proceedings of the 12<sup>th</sup> IFAC Triennial World Congress*, Sydney, Australia.

Staroswiecki M. and Comtet-Varga G. (1999). Fault detectability and isolability in algebraic dynamic systems. In *Proceedings of the 5<sup>th</sup> IEEE European Control Conference (ECC 1999)*, Karlsruhe, Germany.

Staroswiecki M., Attouche S. and Assas M.L. (1999). A graphic approach for reconfigurability analysis. In *Proceedings of the 10<sup>th</sup> International Workshop on Principles of Diagnosis (DX 1999)*, Loch Awe, Scotland.

Staroswiecki M. and Comtet-Varga G. (2000). Design of structured residuals in algebraic dynamic systems. In *Proceedings of the 4<sup>th</sup> IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 2000)*, Budapest, Hungary.

Staroswiecki M. and Comtet-Varga G. (2001). Analytic redundancy relations for fault detection and isolation in algebraic dynamic systems. *Automatica*, 37(5), pp 687-699.

Staroswiecki M. and Gehin A.L. (2001). From control to supervision. *Annual reviews in control*, 25, pp 1-11.

Staroswiecki M. (2003a). Fault tolerant control. Aalborg seminar.

Staroswiecki M. (2003b). On fault tolerant estimation in sensor networks. *In Proceedings of the 7<sup>th</sup> IEEE European Control Conference (ECC 2003)*, Cambridge, UK.

Stoorvogel A., Niemann H., Siberi A. and Sannuti P. (2002). Optimal fault signal estimation. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 12(8), pp 679-727.

Stoustrup J. and Niemann H. (2002). Fault estimation - A standard problem approach. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 12(8), pp 649-673.

Travé-Massuyès L., Escobet T. and Milne R. (2001). Model-based diagnosability and sensor placement application to a frame 6 gas turbine subsystem. *In Proceedings of the 17<sup>th</sup> International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI 2001)*, Seattle, Washington, USA.

Travé-Massuyès L., Escobet T. and Spanache S. (2003). Diagnosability analysis based on component supported analytical redundancy relations. *In Proceedings of the 5<sup>th</sup> IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 2003)*, Washington D.C., USA.

Travé-Massuyès L., Cordier M.O. and Pucel X. (2006a). Comparing diagnosability in CS and DES. *In Proceedings of the 6<sup>th</sup> IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS 2006)*, Beijing P.R., China.

Travé-Massuyès L., Escobet T. and Olive X. (2006b). Diagnosability analysis based on component supported analytical redundancy relations. *IEEE SMC Transactions - Part B*, Special issue, 34(5), pp 1146-1160.

Trigeaussou J.C. (1987). Contribution à l'extension de la méthode des moments en automatique : Application à l'identification des systèmes. Thèse de doctorat. Université des Sciences de Poitiers.

Varga A., Looye G., Moorman D. and Grübel G. (1998). Automated generation of LFT-based parametric uncertainty descriptions from generic aircraft models. *Mathematical Modelling of Dynamical Systems*, 14, pp 249-274.

Venkatasubramanian V., Rengaswamy R., Yin K. and Kavuri S.N. (2003). A review of process fault detection and diagnosis. Part I : Quantitative model-based methods. *Computers and Chemical Engineering*, 27(3), pp 293-311.

---

Venkateswaran N., Siva M. and Goel P. (2002). Analytical redundancy based fault detection of gyroscopes in spacecraft applications. *Acta Astronomica*, 50(9), pp 535-545.

Waissman J. (2000). Construction d'un modèle comportemental pour la supervision de procédés : Application à une station de traitement des eaux. Thèse de doctorat. Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes (LAAS), Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, Université de Toulouse, France.

Wan E. and Van Der Merwe R. (2000). The unscented kalman filter for nonlinear estimation. *In Proceedings of the IEEE Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium (AS-SPCC 2000)*, Lake Louise, Alta, Canada.

Weber P., Gentil S., Ripoll P. and Fouloy L. (1999). Multiple fault detection and isolation. *In Proceedings of the 14<sup>th</sup> IFAC Triennial World Congress*, Beijing P.R., China.

Wie B. (1998). Space vehicle dynamics and control. Reston, VA : American Institute of Aeronautics and Astronautics.

Williams B.C. and Nayak P. (1996). A model-based approach to reactive self-configuring systems. *In Proceedings of the 13<sup>th</sup> AIAA National Conference on Artificial Intelligence and 8<sup>th</sup> Innovative Applications of Artificial Intelligence Conference*, Portlan, USA.

Williamson W., Speyer J., Dang V. and Sharp J. (2009). Fault detection and isolation in deep space satellites. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 32(5), pp 1570-1584.

Wu E., Zhou K. and Salomon G. (2000). Control reconfigurability of linear time-invariant systems. *Automatica*, 36, pp 1767-1771.

Wenneberg J. (1990). Observer-based fault detection in dynamic systems. PhD Thesis. University of Duisberg, Germany.

Yoder C.F., Konopliv A.S., Yuan D.N., Standish E.M. and Folkner W.M. (2003). Fluid core size of Mars from detection of the solar tide. *Science*, 300, pp 299-300.

Yseboodt M. (2003). Détermination des paramètres de rotation de Mars à partir de mesures de poursuite Doppler : Théorie et simulations. Thèse de doctorat. Université Catholique de Louvain, Belgique.

Yu D., Williams D., Shields D.N. and Goman J.B. (1995). A parity space method of the fault detection for bilinear systems. *In Proceedings of the IEEE American Control Conference (ACC 1995)*, Seattle, Washington, USA.

Zarrouati O. (1987). *Trajectoires spatiales*. Cépaduès éditions, Imprimerie du sud, France.

Zhang Y. and Jiang J. (2008). Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems. *Annual Reviews in Control*, 32, pp 229-252.

Zhong M., Ding S.X., Lam J. and Wang H. (2003). An LMI approach to design robust fault detection filter for uncertain LTI systems. *Automatica*, Vol. 39, No. 2, pp 543-550.

Zolghadri A. (1992). Contribution à l'étude de la supervision par système à base de connaissance temps réel de procédés industriels : Application à une table de découpe. Thèse de doctorat. Laboratoire d'Automatique et de Productique (LAP), Université Bordeaux I, Talence, France.

Zolghadri A., Bergeon B. and Monsion M. (1993). A two-ellipsoid overlap test for on-line failure detection. *Automatica*, 29(6), pp 1517-1522.

Zolghadri A. (1996). An algorithm for real-time failure detection in Kalman filters. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(10), pp 1537-1559.



**Résumé :**

Les travaux présentés dans ce mémoire traitent de la synthèse d'algorithmes de diagnostic de défauts simples et multiples. L'objectif vise à proposer une stratégie de diagnostic à minimum de redondance analytique en exploitant au mieux les informations de redondance matérielle éventuellement disponibles sur le système. Les développements proposés s'inscrivent dans une démarche de coopération et d'agrégation des méthodes de diagnostic et la construction optimale d'un diagnostic global en fonction des diagnostiqueurs locaux. Les travaux réalisés se veulent génériques dans le sens où ils mêlent à la fois les concepts et outils de deux communautés : ceux de la communauté FDI (Fault Detection and Isolation) et ceux de la communauté DX (Diagnosis) dont les bases méthodologiques sont issues des domaines informatiques et intelligence artificielle. Ainsi, le problème de détection (ainsi que le problème de localisation lorsque les contraintes structurelles le permettent) est résolu à l'aide des outils de la communauté FDI tandis que le problème de localisation est résolu à l'aide des concepts de la communauté DX, offrant ainsi une démarche méthodologique agrégée. La démarche méthodologique se décline en deux étapes principales. La première phase consiste en la construction d'une matrice de signatures mutuellement exclusive. Ainsi, le problème du nombre minimal de relations de redondance analytique (RRA), nécessaires pour établir un diagnostic sans ambiguïté, est abordé. Ce problème est formalisé comme un problème d'optimisation sous contraintes qui est efficacement résolu à l'aide d'un algorithme génétique. La deuxième étape concerne la génération des diagnostics. Ainsi, pour une situation observée, identifier les conflits revient à définir les RRAs non satisfaites par l'observation. Les diagnostics sont obtenus à l'aide d'un algorithme basé sur le concept de formules sous forme MNF (Maximal Normal Form). L'intérêt majeur dans cette approche est sa capacité à traiter le diagnostic des défauts simples et multiples ainsi que le diagnostic des plusieurs modes de fautes (i.e., le diagnostic des différents types de défauts) associés à chaque composant du système surveillé. De plus, il existe des preuves d'optimalité tant au niveau local (preuve de robustesse/sensibilité) qu'au niveau global (preuve de diagnostics minimaux). La méthodologie proposée est appliquée à la mission spatiale Mars Sample Return (MSR). Cette mission, entreprise conjointement entre l'administration nationale de l'aéronautique et de l'espace (NASA) et l'agence spatiale européenne (ESA), vise à ramener des échantillons martiens sur Terre pour des analyses. La phase critique de cette mission est la phase rendez-vous entre le conteneur d'échantillons et l'orbiteur. Les travaux de recherche traitent le problème de diagnostic des défauts capteurs présents sur la chaîne de mesure de l'orbiteur pendant la phase de rendez-vous de la mission. Les résultats, obtenus à l'aide du simulateur haute fidélité de Thalès Alenia Space, montrent la faisabilité et l'efficacité de la méthode.

**Mots-clés :**

Diagnostic des défauts, défauts multiples, plusieurs modes de fautes, robustesse, sensibilité, propriété de mutuelle exclusivité, conflits, diagnostics, application spatiale.

**Abstract :**

The work presented in this thesis deals with the synthesis of algorithms for the diagnosis of simple and multiple faults. The main objective which is pursued is to design a fault diagnosis scheme by merging a minimum number of analytic redundancy with the available hardware redundancy. The main contribution of the proposed technique concerns the general architecture of the proposed diagnosis method. The originality of the research work is the combination of ideas and tools originated from two research communities : the FDI (Fault Detection and Isolation) community and the DX (Diagnosis) community whose foundations are derived from Computer Science and Artificial Intelligence fields. Hence, the fault detection problem (as well as the isolation task when structural constraints allow it) is solved by means of FDI techniques while the fault isolation problem is solved through the DX approaches, thus resulting in an aggregated methodology. The proposed method is divided in two steps. The first step deals with the construction of a mutually exclusive signature matrix. Hence, the problem of the minimal number of analytic redundancy relations (ARR), necessary for generating a diagnosis without any ambiguity, is treated. This problem is formalised as an optimized problem under constraints which is efficiently solved by means of a genetic algorithm. The second step concerns the generation of diagnoses. Thus, for an observed situation, the identification of conflicts results in the determination of the non satisfied ARRs for the given observation. The diagnoses are obtained by means an algorithm based on the concept of MNF (Maximal Normal Form) formulas. The main interest of this approach is its capacity to deal with the diagnosis of simple and multiple faults as well as the diagnosis of multi-modes faults (i.e., multiple types of faults) associated to each component of the system. Furthermore, it exists proofs on optimality both at a local level (proof of robustness/sensitivity) and at a global level (proof of minimal diagnoses). The proposed method is applied to the Mars Sample Return (MSR) mission. This spacecraft mission, undertaken jointly by the National Aeronautics and Space Administration (NASA) and the European Space Agency (ESA), aims at returning tangible samples from Mars atmosphere and ground to Earth for analysis. The critical phase of the mission is the rendezvous phase between the sample container vehicle and the orbiter spacecraft. The research work aims at realising sensor fault diagnosis on the orbiter during the rendezvous phase of the mission. Simulation results from the MSR high fidelity simulator, provided by Thalès Alenia Space, demonstrate the feasibility and the efficiency of the proposed approach.

**Keywords :**

Fault diagnosis, multiple faults, multi-mode faults, robustness, sensitivity, mutual exclusivity property, conflicts, diagnoses, spatial application.