



HAL
open science

Analyse et interprétations expérimentales en polarimétrie de Mueller. Applications biomédicales.

Martin Loïc

► **To cite this version:**

Martin Loïc. Analyse et interprétations expérimentales en polarimétrie de Mueller. Applications biomédicales.. Optique [physics.optics]. Université de Bretagne occidentale - Brest, 2011. Français. NNT: . tel-00664642

HAL Id: tel-00664642

<https://theses.hal.science/tel-00664642>

Submitted on 31 Jan 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



université de bretagne
occidentale



THÈSE / UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE

sous le sceau de l'Université européenne de Bretagne

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE

Mention : Sciences de la matière

Spécialité : Milieux dilués et optique fondamentale

École Doctorale SICMA

présentée par

Loïc MARTIN

Préparée au

Laboratoire de Spectrométrie et Optique
Laser (EA938)

Analyse et interprétations expérimentales en polarimétrie de Mueller. Applications biomédicales

Thèse soutenue le 20/04/2011

devant le jury composé de :

Dominique PAGNOUX

Rapporteur, XLIM Université de Limoges / *Chargé de recherche CNRS*

Hong WU LI

Rapporteur, IREENA Université de Nantes / *Professeur*

Mehdi ALOUINI

Examineur, IPR Université de Rennes I / *Maître de conférences*

Jihad ZALLAT

Examineur, ENSPS Université de Strasbourg / *Professeur*

Bernard LE JEUNE

Examineur, LSOL Université de Bretagne Occidentale / *Professeur*

Guy LE BRUN

Examineur, LSOL Université de Bretagne Occidentale / *Maître de conférences*

Cette thèse a été financée par la :



Remerciements

Ce travail a été effectué au sein du Laboratoire de Spectrométrie et Optique Laser (Université de Bretagne Occidentale) et je tiens, en premier lieu, à remercier chaleureusement Messieurs Jack Cariou et Bernard Le Jeune de m'y avoir accueilli.

Je souhaite ensuite remercier la Région Bretagne dans son ensemble pour le financement de ces travaux, et en particulier Monsieur le Député Jacques Le Guen pour son soutien.

Mes plus sincères remerciements vont à l'attention de Messieurs Guy Le Brun et Bernard Le Jeune qui ont assuré la direction scientifique de ce travail. Je leur exprime ma plus grande reconnaissance de m'avoir fait confiance pour mener à bien ces recherches. Ce fut un plaisir constant de les avoir pour directeur de thèse : Bernard, pour tes connaissances encyclopédiques sur la polarisation et tes nombreuses idées, Guy, pour ta rigueur et ton pragmatisme sur les développements expérimentaux. Vos qualités respectives m'ont également été d'une très grande aide pour la rédaction de ce manuscrit. Vous formez vraiment un sacré duo, parfaitement complémentaire, aussi bien dans le travail que dans le reste. Merci beaucoup...

Je suis, d'autre part, sensible à l'honneur que m'ont fait Messieurs Dominique Pagnoux et Hong Wu Li en acceptant d'examiner ce travail ainsi que Messieurs Mehdi Alouini et Jihad Zallat en participant au jury.

S'il y a une personne que je tiens à remercier plus spécialement, c'est Guy Zion. Les nombreuses réalisations techniques qu'il a apportées au montage ont sans cesse permis d'améliorer la qualité du dispositif. Le grand soin et la rapidité qu'il met à notre disposition sont, en tout point, remarquables.

J'adresse également mes remerciements les plus sincères à Fabrice Pellen et Sylvain Rivet pour leur contribution à la relecture de ce manuscrit. Merci à Fabrice, en plus d'avoir partagé ton bureau pendant ces années, pour l'aide apportée dans la résolution de nombreux problèmes de programmation, pour tes connaissances et ta rigueur en traitement du signal qui m'ont permis d'améliorer l'acquisition des images et leur traitement. Merci à Sylvain pour les nombreux conseils très souvent avisés sur les formalismes de polarisation ainsi que pour l'enthousiasme que tu mets dans toutes ses discussions.

Je remercie également les autres « thésards » que j'ai côtoyés durant ses années : Matthieu Dubreuil, Paul Lemaillet, Vincent Jezequel, David Sevrain, Rana Nassif et plus particulièrement Frédéric Boulvert. Bien que notre collaboration n'ait pas pu se faire réellement, ce fut un plaisir de « passer » après toi. La rigueur de ton travail et l'enthousiasme que tu y mettais ont été des sources d'inspiration. Les nombreux échanges que nous avons eus (même après ton départ) m'ont énormément servi. Désolé si je finis par contredire certains de tes résultats...

Je tiens à saluer également l'Ecole Doctorale SICMA, son président Monsieur Christian Brosseau et plus particulièrement Madame Michèle Kerleroux pour son aide précieuse dans les démarches administratives.

Je remercie ma famille (mes oncles et tantes, cousins et cousines et plus particulièrement Perrine, ma grand-mère, qui nous a quitté au tout début de mes travaux...) et mes amis Jean-Philippe, les deux Lionel, Antoine, Jean-Christophe, Mathieu, Renaud, Sébastien, Olivier, Virigna et tous les autres pour m'avoir soutenu au cours de toutes ces années.

Je tiens à remercier plus particulièrement mes parents Marie-Thérèse et Daniel et mon frère Jean-Christophe pour avoir respecté mes choix, pour m'avoir supporté et toujours soutenu.

Et surtout un grand merci à Frédérique pour son amour, son aide, sa compréhension et son soutien constant.

Liste des symboles et notations

ν	Angle diagonal
α	Azimut
μ_a	Coefficient d'absorption
μ_s	Coefficient de diffusion
μ'_s	Coefficient de diffusion réduit
A_{dd}	Degré de dépolarisation anisotrope
$P'(\alpha, \varepsilon)$	Degré de polarisation
P_C	Degré de polarisation circulaire moyen
P_L	Degré de polarisation linéaire moyen
P'_{moy}	Degré moyen de polarisation
φ	Déphasage
D	Diatténuation
σ	Ecart type
$ep'(\alpha, \varepsilon)$	Ellipsoïde de Poincaré
ε	Ellipticité
g	Facteur d'anisotropie
Δ	Facteur de dépolarisation moyen
Gray	Gray (unité de mesure)
P_D	Indice de dépolarisation
λ	Longueur d'onde
X^*	Matrice conjuguée complexe d'une matrice X
N	Matrice de cohérence
T	Matrice de Jones
M	Matrice de Mueller
M_Δ	Matrice de Mueller d'un dépolariseur
M_D	Matrice de Mueller d'un diatténuateur

M_R	Matrice de Mueller d'un retardeur
m	Matrice de Mueller réduite (3x3)
S_S	Matrice des écarts type statistiques
S_T	Matrice des écarts type totaux
\tilde{X}	Matrice estimée d'une matrice X
I	Matrice identité
X^T	Matrice transposée d'une matrice X
X^\dagger	Matrice transposée conjuguée complexe d'une matrice X
$\ X\ _F$	Norme de Frobenius d'une matrice X
Γ	Taux de mémoire
T_{\max}	Transmittance en énergie maximale d'un élément dichroïque
T_{\min}	Transmittance en énergie minimale d'un élément dichroïque
\mathcal{L}^\downarrow_-	Transformation de Lorentz anti-ortho-temporelle de déterminant négatif
\mathcal{L}^\downarrow_+	Transformation de Lorentz anti-ortho-temporelle de déterminant positif
\mathcal{L}^\uparrow_-	Transformation de Lorentz ortho-temporelle de déterminant négatif
\mathcal{L}^\uparrow_+	Transformation de Lorentz ortho-temporelle de déterminant positif
λ_i	Valeur propre de N avec $i = 0,1,2,3$
\vec{J}	Vecteur de Jones
\vec{S}	Vecteur de Stokes
\vec{D}	Vecteur diatténuation
\vec{P}_Δ	Vecteur polarisance
\vec{R}	Vecteur retardance

Table des matières

Introduction	3
Chapitre 1 – Propriétés optiques et techniques d’imagerie des tissus biologiques	5
I – Introduction	7
II – Les tissus biologiques	8
III – Propriétés optiques des tissus biologiques	13
IV – Les différentes techniques d’imagerie des tissus biologiques	24
V – L’imagerie optique des tissus biologiques	29
VI – Conclusion	35
Chapitre 2 – La polarisation et ses formalismes	37
I – Introduction	39
II – Ellipse de polarisation	40
III – Formalisme de Jones	41
IV – Formalisme de Stokes-Mueller	44
V – Composants optiques élémentaires de polarisation	50
VI – Conclusion	60
Chapitre 3 – Décomposition et analyse de la matrice de Mueller	61
I – Introduction	63
II – Décomposition classique	64
III – Décomposition inverse	69
IV – Décomposition normale	72
V – Décomposition symétrique	74
VI – Conclusion	83
Chapitre 4 – Système d’acquisition des images : le polarimètre	85
I – Introduction	87
II – Méthodologie appliquée à l’obtention des matrices de Mueller	88
III – Le polarimètre : configuration expérimentale	99
IV – Etalonnage du polarimètre	103
V – Le système imageur : principe d’acquisition des images	110
VI – Conclusion	115

Chapitre 5 – Analyse de l’erreur : influence sur le choix de la décomposition	117
I – Introduction	119
II – Principe de génération du bruit	119
III – Propagation des erreurs dans les différentes décompositions	121
IV – Choix de la décomposition : approche comparative du critère de quasi égalité des matrices	131
V – Influence de la valeur des paramètres sur les erreurs associées	147
VI – Conclusion	161
Chapitre 6 – Etudes polarimétriques du syndrome cutané d’irradiation aiguë	163
I – Introduction	165
II – Généralités sur le syndrome cutané d’irradiation aiguë	165
III – Résultats expérimentaux	176
IV – Conclusion	191
Chapitre 7 – Propriétés optiques et techniques d’imagerie des tissus biologiques	193
I – Introduction	195
II – Généralités sur la fibrose hépatique	195
III – Résultats expérimentaux	204
IV – Conclusion	211
Conclusion	213
Références	217
Annexe	231

Introduction

L'idée d'utiliser la lumière comme moyen d'exploration du corps humain remonte à plusieurs siècles mais ce n'est qu'au début des années 1990, avec le développement de sources et de détecteurs adaptés, que l'étude optique des tissus biologiques a connu un réel développement [I.1] [I.2] [I.3] [I.4]. En effet, la lumière constitue un moyen privilégié de caractérisation : elle permet très souvent de sonder un milieu de façon quasiment non invasive, c'est à dire que le milieu n'est pas modifié lors de la mesure. C'est pourquoi l'exploitation de l'information des ondes électromagnétiques fait aujourd'hui l'objet d'un intérêt croissant dans le domaine biomédical, mais aussi en biochimie, en télécommunications ou en physique des matériaux...

Le domaine particulier, appelé « polarimétrie », s'est développé car la polarisation possède une sensibilité structurelle (tailles, formes, orientations) au niveau microscopique des matériaux et de leurs interfaces [I.5]. La polarimétrie consiste à observer, à travers une succession d'éléments polarisants, les transformations d'intensité engendrées par un milieu ou une surface. De plus en plus de méthodes développées consistent à déterminer des paramètres à dimension énergétique (comme les paramètres de Stokes), donc directement liés à la mesure, afin d'en extraire la matrice de Mueller représentant le système optique, la décomposition de cette matrice en éléments simples, diatténuateur, retardeur et dépolariseur, permettant alors de caractériser les propriétés optiques des milieux à analyser.

Les tissus biologiques étant des milieux très complexes de par leur structure et leurs constituants biologiques, ils peuvent présenter les trois effets (atténuation, biréfringence, dépolarisation) à la fois selon les conditions expérimentales. Seule la polarimétrie de Mueller, technique largement utilisée au Laboratoire de Spectrométrie et Optique Laser (LSOL) depuis le début des années 1990, permet de remonter à toutes les informations contenues dans ces transformations polarimétriques. L'étude de l'évolution de ces paramètres nous servira à identifier les modifications structurelles des tissus étudiés et permettra alors de discriminer les différents stades d'une maladie ou la gravité d'une brûlure, les possibilités de diagnostics étant très nombreuses en médecine.

Le cadre de cette étude s'inscrit dans le contexte lié à la mise en place au laboratoire d'un système imageur polarimétrique. En effet, l'acquisition d'images portant l'information polarimétrique peut s'avérer très intéressante pour caractériser spatialement des milieux micro ordonnés comme les tissus biologiques. Notre étude se propose donc de mettre en place et d'étalonner un polarimètre associé à un dispositif d'acquisition d'images. En introduisant des formalismes adaptés, nous tenterons de mettre au point une procédure d'analyse des images obtenues afin de mettre en évidence les potentialités de la polarimétrie de Mueller en tant que moyen d'investigation biophysique non invasif d'éventuelles altérations des tissus biologiques.

Ce manuscrit s'organise de la façon suivante :

- Le premier chapitre revient sur l'utilisation de l'onde optique comme moyen d'investigation biophysique en abordant les enjeux et les difficultés d'une imagerie optique des tissus biologiques, milieux complexes où cohabitent phénomènes d'absorption et de diffusion. En étudiant les propriétés des tissus biologiques, et notamment du collagène, nous justifierons le choix de l'imagerie polarimétrique comme agent de contraste dans le cadre de notre étude.
- Le deuxième chapitre définit le concept de polarisation de la lumière ainsi que les principaux outils mathématiques permettant sa compréhension et son analyse. Nous verrons que le formalisme de Stokes-Mueller, par la prise en compte des phénomènes de dépolarisation, convient particulièrement à l'étude de milieux fortement diffusants comme les tissus biologiques. Nous introduirons également les trois composants optiques élémentaires (diatténuateur, retardeur et dépolariseur) indispensables pour décrire les différents effets polarimétriques.
- Le troisième chapitre revient sur les techniques de décomposition de toute matrice de Mueller en éléments simples, outils indispensables afin de récupérer l'information pertinente contenue dans la matrice de Mueller expérimentale. Nous verrons les quatre différents algorithmes de décomposition existants à ce jour, leur définition et leurs propriétés.
- Le quatrième chapitre présente le dispositif expérimental utilisé dans le cadre de cette étude. Il s'agit d'un gonio-polarimètre imageur à 808 nm utilisant des lames de phase tournantes. Nous insisterons sur la procédure d'étalonnage du montage, étape nécessaire à la validation de résultats expérimentaux.
- Le cinquième chapitre décrit l'influence de la propagation des erreurs statistiques dans les différentes décompositions sur le choix de l'algorithme le plus adapté à la configuration expérimentale. Nous y présenterons, à la fois, une procédure de détermination de la décomposition adéquate et un nouvel algorithme « hybride », basé sur les décompositions introduites au chapitre 3, qui limite la propagation des erreurs de mesure et lève toute ambiguïté sur les matrices obtenues. Sans connaissance a priori des propriétés de la matrice de Mueller expérimentale, nous verrons qu'étudier l'influence de l'erreur statistique peut permettre de remonter aux réelles propriétés polarimétriques du milieu étudié.
- Le sixième chapitre présente les résultats expérimentaux obtenus lors de l'étude du syndrome cutané d'irradiation aiguë. Nous reviendrons en premier lieu sur les caractéristiques de la brûlure radiologique, due à une exposition prolongée à un rayonnement ionisant, qui est un domaine mal maîtrisé par le corps médical. Nous tenterons alors, grâce à l'outil polarimétrique, d'apporter de nouvelles informations, en plus des études déjà publiées sur le sujet, afin d'identifier plus efficacement les mécanismes de cette pathologie.
- Le septième et dernier chapitre se penche sur l'étude de la fibrose hépatique. Grâce aux images de différents échantillons de foie, du foie sain au foie cirrhotique (fibrose sévère), nous verrons que la mesure des paramètres polarimétriques introduits, couplée aux techniques déjà existantes, peut se révéler utile à l'identification des stades de fibrose.

Chapitre 1

Propriétés optiques et techniques d'imagerie des tissus biologiques

I – Introduction	7
II – Les tissus biologiques	8
II.1 – Les différents types de tissus biologiques	8
II.1.1 – Le tissu épithélial ou épithélium	8
II.1.2 – Le tissu conjonctif	9
II.2 – Le collagène, protéine de base des tissus biologiques	10
II.2.1 – Origine et structure	10
II.2.2 – Les différents types de collagène	11
II.3 – Conclusion	12
III – Propriétés optiques des tissus biologiques	13
III.1 – L'absorption	13
III.1.1 – Le coefficient d'absorption	14
III.1.2 – Mise en évidence de la « fenêtre thérapeutique »	14
III.2 – La diffusion	16
III.2.1 – L'indice de réfraction d'un milieu	16
III.2.2 – Les régimes de diffusion	16
III.2.3 – Le coefficient de diffusion moyen	17
III.2.4 – Le facteur d'anisotropie	18
III.2.5 – Le coefficient de diffusion réduit	19
III.3 – Informations révélées par les propriétés optiques	19
III.4 – Propriétés optiques du collagène	20
III.4.1 – Régime de diffusion	20
III.4.2 – Biréfringence et anisotropie	22
III.4.3 – Altérations du collagène	23
IV – Les différentes techniques d'imagerie des tissus biologiques	24
IV.1 – Les rayons X	24
IV.2 – L'échographie	25
IV.3 – L'Imagerie par Résonance Magnétique	26
IV.4 – La médecine nucléaire	27
IV.5 – Récapitulatif des techniques d'imagerie existantes	28
V – L'imagerie optique des tissus biologiques	29
V.1 – Les techniques existantes	29
V.1.1 – Sélection des photons	29
V.1.2 – La microscopie confocale : sélection spatiale	30
V.1.3 – La tomographie par cohérence optique : sélection par cohérence temporelle	31
V.1.4 – L'imagerie de speckle : sélection spatiale	32
V.1.5 – La tomographie optique diffuse : reconstruction d'images	32
V.2 – L'intérêt de la polarimétrie pour l'imagerie de tissus biologiques	33
VI – Conclusion	35

I – Introduction

L'étude optique des tissus biologiques ne s'est que très peu développée avant le milieu des années 1980. Des techniques d'imagerie reposant sur des phénomènes physiques découverts récemment (comme la Résonance Magnétique Nucléaire) ont davantage concentré l'attention et sont désormais largement utilisées en médecine. Dans le domaine de l'imagerie optique, seuls quelques dispositifs commencent à être introduits en hôpitaux. Les raisons de ce manque d'implantation sont précises et s'expliquent par les propriétés optiques des tissus biologiques : ils absorbent et diffusent la lumière.

Si le problème de l'absorption peut être contourné assez aisément, en utilisant une gamme de longueurs d'onde adaptée (rouges et proche infrarouges) où la lumière pénètre aisément les tissus biologiques, le problème de la diffusion est, lui, essentiel. La lumière traverse le corps humain certes, mais avec des trajectoires très complexes. Un photon qui se propage dans un tissu biologique parcourt en moyenne 100 μm entre deux événements de diffusion successifs qui modifient sa direction et sa polarisation. A travers plusieurs centimètres de tissu, ce photon a une trajectoire aléatoire qu'on ne peut estimer simplement en mesurant sa position de sortie.

Depuis une vingtaine d'années, un grand nombre de techniques se sont développées pour tenter de contourner cette difficulté et ainsi pouvoir remonter aux informations de nature optique des tissus *in vivo* et de façon non invasive. Une telle investigation apporterait une information nouvelle aux médecins, complémentaire de celles fournies par les techniques traditionnelles. Les différentes techniques cherchent à localiser les photons émergents des tissus et ces techniques se différencient selon la sélection spatiale et temporelle de ces photons : uniquement les photons non diffusés pour certaines, tous les photons multidiffusés pour d'autres. C'est à cette seconde catégorie qu'appartient notre méthode d'imagerie polarimétrique.

Dans ce chapitre, nous présenterons tout d'abord les différents types de tissus biologiques, et en particulier les tissus conjonctifs, ainsi que leurs principales propriétés optiques. Nous nous attarderons spécialement sur le collagène, qui est la protéine de base des tissus biologiques. Nous reviendrons ensuite sur les différentes techniques d'imagerie déjà existantes et utilisées en médecine (Rayons X, IRM, Echographie...) ainsi que sur leurs limitations. Nous verrons alors les difficultés de l'imagerie optique des tissus biologiques mais aussi, par quelques exemples, l'intérêt de ces méthodes et notamment de l'utilisation possible de la polarimétrie comme technique optique de diagnostic.

II – Les tissus biologiques

Par définition, on appelle tissu un ensemble de cellules spécialisées et adaptées à une même fonction. La plupart des organes sont constitués de plusieurs tissus et c'est la disposition de ces tissus qui détermine la structure et les capacités fonctionnelles de chaque organe.

Nous allons voir ici les différents types de tissus biologiques chez le mammifère, puis nous regarderons leur structure et leurs propriétés.

II.1 – Les différents types de tissus biologiques

Chez les mammifères, on appelle tissu un ensemble de cellules semblables et leur substance intercellulaire, fonctionnant ensemble pour effectuer une tâche spécialisée. En histologie [1.1], on les classe habituellement en quatre grandes familles :

- les tissus épithéliaux,
- les tissus conjonctifs,
- les tissus nerveux,
- les tissus musculaires.

Il existe en outre un grand nombre de sous classes et de variétés dans chacun des groupes de tissus. Ces tissus primaires s'allient pour former la trame de l'organisme. Pour notre étude, nous nous intéresserons en particulier aux deux premières classes de tissus biologiques.

II.1.1 – Le tissu épithélial ou épithélium

Le tissu épithélial est un ensemble de cellules, étroitement accolées les unes aux autres sans interposition de substance fondamentale ou de fibre, qui assurent une ou plusieurs fonctions identiques. Les épithéliums sont séparés des autres tissus (conjonctifs) par une membrane basale. Ils établissent une barrière entre deux milieux de nature différente.

L'épithélium s'appuie sur une membrane basale, formée d'une couche acellulaire de collagène et de glycoprotéines, qui repose elle-même sur un tissu conjonctif appelé chorion. Les tissus épithéliaux peuvent être innervés mais en aucun cas vascularisés. C'est le tissu conjonctif, richement vascularisé, qui le soutient et qui, par conséquent, le nourrit par diffusion des nutriments et de l'oxygène à travers la membrane basale.

Si nous ne nous intéresserons qu'au premier d'entre eux, on classe néanmoins les épithéliums en deux groupes, selon leur fonction :

- Les épithéliums de revêtement.
- Les épithéliums glandulaires.

Les épithéliums de revêtement sont spécialisés dans la fonction de protection. Ils constituent l'enveloppe extérieure des surfaces corporelles et de certains organes internes. Ils tapissent les cavités corporelles ainsi que l'intérieur des voies respiratoires, du tube digestif, des vaisseaux sanguins et des canaux. Ils servent de protection mécanique vis-à-vis du milieu extérieur (température, choc, radiation...). Par exemple, l'épiderme de la peau est un épithélium de revêtement.

Les cellules d'une même couche sont toujours de même forme. On en distingue plusieurs : pavimenteuse, cubique, prismatique ou polymorphe. Les épithéliums de revêtement peuvent être formés d'une seule couche de cellules (épithéliums simples) ou de plusieurs (épithéliums stratifiés). Par exemple, l'épiderme de la peau est un épithélium pavimenteux stratifié kératinisé. Il est composé de cellules appelées kératinocytes. La couche la plus profonde, en contact avec la lame basale, confère aux épithéliums une grande résistance aux stress mécaniques.

II.1.2 – Le tissu conjonctif

Les tissus conjonctifs sont des tissus dont les cellules sont séparées par de la matrice extracellulaire, contrairement aux épithéliums où les cellules sont jointives. Ces tissus constituent la majorité de la masse du corps des animaux (2/3 du volume total chez l'homme). Ils sont impliqués dans les fonctions de soutien, de protection, de mouvement, de réponse immunitaire et de croissance.

Le tissu conjonctif est constitué de trois éléments : des cellules (peu nombreuses) appelées fibroblastes, des fibres et de la matrice extra cellulaire, elle-même composée de fibres et de substance fondamentale (gel composé de liquide interstitiel et de glycoprotéines). Les fibroblastes ont un aspect en faisceau doté de plusieurs prolongements. Elles sont riches en organites car elles ont un rôle de synthèse primordial : en effet elles sont à la base de l'élaboration des deux autres constituants du tissu.

On trouve aussi dans les tissus conjonctifs d'autres cellules : des adipocytes ou des cellules appartenant au système immunitaire de l'organisme (macrophages, granulocytes, lymphocytes...).

Les composants fibreux du tissu conjonctif appartiennent à trois types principaux :

- Les fibres de collagène, qui sont les fibres les plus communément retrouvées dans les tissus de soutien. Elles se composent de collagène, qui est la protéine la plus abondante du corps humain. Sa propriété la plus remarquable est l'élasticité.
- Les fibres élastiques, composées d'élastine et de fibrilline, qui sont des protéines structurales importantes, présentes sous forme de fibres et/ou de nappes discontinues dans la matrice extracellulaire (ou MEC), à qui elles confèrent des propriétés d'étirement et de relâchement élastique.
- Les fibres réticulaires, composées de collagène et glycoprotéines.

On classe les tissus conjonctifs selon la prédominance d'un des trois éléments constitutifs des tissus conjonctifs, la nature des fibres et leur orientation [1.2][1.3]. Le tableau I.1 nous donne leurs spécificités. Les tissus conjonctifs à prédominance de substance fondamentale ne seront pas traités.

Nom du tissu conjonctif	Élément prédominant	Localisation	Fonction
<i>Aréolaire</i>	Aucun	Sous les épithéliums, dans le stroma de nombreux organes pleins (foie, rein, pancréas...) et dans la paroi des artères et veines de faible calibre.	Permet la mobilité relative des tissus ou organes. Assure les échanges entre les vaisseaux et les épithéliums. Assure la cicatrisation et les réactions inflammatoires.
<i>Dense non orienté</i>	Fibre collagène	Dans le derme et la capsule fibreuse de certains organes pleins (dont le foie).	Solide, résistant et très peu extensible, il est capable de résister à de très fortes tractions et étirements.
<i>Dense orienté</i>		Dans les tendons, les ligaments et la cornée.	
<i>Elastique</i>	Fibre élastique	Dans les poumons et les parois des grosses artères.	Permet aux tissus déformés lors d'une contraction de reprendre leur forme. Réduit les efforts musculaires.
<i>Adipeux</i>	Adipocyte	Dans l'hypoderme et le tissu conjonctif sous cutané.	Réserve énergétique de l'organisme.
<i>Réticulaire</i>	Fibroblaste et fibre réticulaire	Dans le parenchyme des organes hématopoïétiques, du foie et des reins.	Réalise une véritable charpente grillagée.

Tableau I.1 : Caractéristiques des différents tissus conjonctifs.

Nous venons de voir que les tissus conjonctifs ont des propriétés différentes selon leur composition (prédominance d'un élément par rapport aux deux autres), et que leur fonction dans le corps découle directement de la proportion des éléments, de la nature des fibres ou de leur ordonnancement. Intéressons nous maintenant au collagène, protéine omniprésente dans les tissus biologiques.

II.2 – Le collagène, protéine de base des tissus biologiques

Le collagène est une famille de protéines structurales fibreuses constituant, dans le règne animal, les tissus conjonctifs. Il s'agit de la protéine la plus abondante dans un organisme humain [1.4].

II.2.1 – Origine et structure

Ces protéines ont pour fonction de conférer aux tissus une résistance mécanique à l'étirement. Contrairement aux fibres d'élastine, les fibres de collagènes sont inextensibles et

résistent donc bien à la traction. En outre, elles sont indispensables à tout processus de cicatrisation.

Le collagène est secrété dans la matrice extra cellulaire sous forme de tropocollagène, constitué de trois chaînes polypeptidiques reliées entre elles pour former une structure hélicoïdale de 300 nm de long et 1,5 nm de diamètre. Dans la matrice, les molécules de tropocollagène se polymérisent pour donner le collagène.

II.2.2 – Les différents types de collagène

Il existe différents types de collagène selon l'organe considéré : en toute rigueur, nous devrions parler des collagènes, et non du collagène. On en connaît aujourd'hui au moins 19 types (numérotés en chiffres romains, de I à XIX), différents par leur morphologie de base, leur composition en acides aminés et leurs propriétés physiques. Le tableau I.2 liste les types de collagène les plus fréquemment observés, ainsi que leur description (rôle, localisation...).

Type de collagène	Localisation	Description
I	Dans les tissus conjonctifs denses, le derme, les tendons, les ligaments et l'os.	Des fibrilles parallèles se regroupent en fibres robustes de 2 à 10 µm de diamètre conférant au tissu une importante rigidité. Il représente 90% du collagène du corps humain.
II	Dans le cartilage hyalin.	Composé de fines fibrilles dispersées dans la substance fondamentale.
III	Dans le foie, la moelle osseuse et les organes lymphoïdes et hématopoïétiques.	Forme l'armature réticulaire délicate de tissus très cellularisés. Correspond à ce qu'on appelle la réticuline.
IV	Dans les membranes basales.	Forme une structure à larges mailles.
V, VI	Dans les tissus conjonctifs.	Sont associés au collagène de type I.
VII	Dans la lame basale.	Forme des fibrilles permettant l'accrochage de celle-ci au tissu conjonctif sous-jacent.
VIII	Dans les cellules endothéliales.	
IX	Dans le cartilage.	S'associe au type II.
X	Dans le cartilage hypertrophié et minéralisé.	
XI		Interagit avec les types I et III.
XV	Près de la lame basale des muscles.	
XVII	Dans l'épiderme.	Renforce l'ancrage de la lame basale.
XVIII	Au niveau de la couche fibrillaire des membranes basales.	Collagène de « jonction d'ancrage ».

Tableau I.2 : Les différents types de collagène les plus fréquemment observés et leur description.

Ces différents types sont eux-mêmes divisés en six groupes [1.5], selon le mode d'assemblage des molécules de tropocollagène entre elles. Nous nous contenterons de mentionner trois de ces groupes :

- les collagènes formant des fibrilles à striation périodique (collagènes I, II, III, V et XI) où les molécules élémentaires de tropocollagène s'assemblent bout à bout et côte à côte dans la MEC. Elles forment alors une fibrille de collagène avec striation périodique de 67 nm.
- les collagènes en feuillet formant des réseaux (collagènes IV, VIII et X) qui s'assemblent de manière complexe grâce aux domaines non collagéniques, empêchant ainsi la formation de fibrilles.
- Les collagènes de liaison (collagènes VI, VII, IX, XII et XIII) qui interagissent avec d'autres composants de la MEC.

La lecture des tableaux I.1 et I.2 permet de faire quelques rapprochements entre le type de tissu conjonctif et le type de collagène :

- le collagène de type I est le principal composant des tissus conjonctifs denses (derme, capsule fibreuse du foie...).
- Le collagène de type III, qui constitue ce que l'on appelle la réticuline, ou fibre réticulaire, forme notamment la structure du parenchyme (ensemble des tissus assurant la fonction propre de l'organe, en opposition au stroma, qui contient les tissus de soutien et de remplissage) d'organes comme le foie.
- Le collagène de type IV, présent dans la membrane basale de la jonction dermo-épidermique, est le constituant majeur des membranes basales, interfaces entre les épithéliums et les tissus conjonctifs.

II.3 – Conclusion

Dans cette section, nous avons vu les différents types de tissus biologiques, et particulièrement les tissus épithéliaux, tissus de revêtement des organes, et les tissus conjonctifs, tissus qui constituent la « trame » de l'organisme. Nous avons également présenté la protéine de base de ces tissus : le collagène, ou plutôt les collagènes. En effet, selon leur localisation dans l'organisme, ces protéines peuvent avoir des propriétés bien distinctes qui sont étroitement liées à leur structure.

Pour appréhender au mieux les différentes techniques d'imagerie des tissus biologiques, l'imagerie optique en particulier, nous devons examiner les propriétés de ces milieux lors de leur interaction avec un faisceau lumineux.

III – Propriétés optiques des tissus biologiques

Lorsque la lumière atteint la surface d'un tissu en incidence normale, une partie est réfléchiée en raison de la discontinuité d'indice de réfraction entre l'air et le milieu biologique. Cette réflexion est de l'ordre de 4 à 7% sur tout le spectre, entre 250 et 3000 nm, et aura tendance à augmenter quand l'angle d'incidence augmente.

Le reste de la lumière (93 à 96%) se propage dans le tissu, et ce rayonnement va être soit absorbé soit diffusé par les constituants du milieu. Enfin, une partie de la lumière incidente peut être transmise à travers l'échantillon.

Les différentes interactions de la lumière avec les tissus biologiques sont schématisées sur la figure I.1.

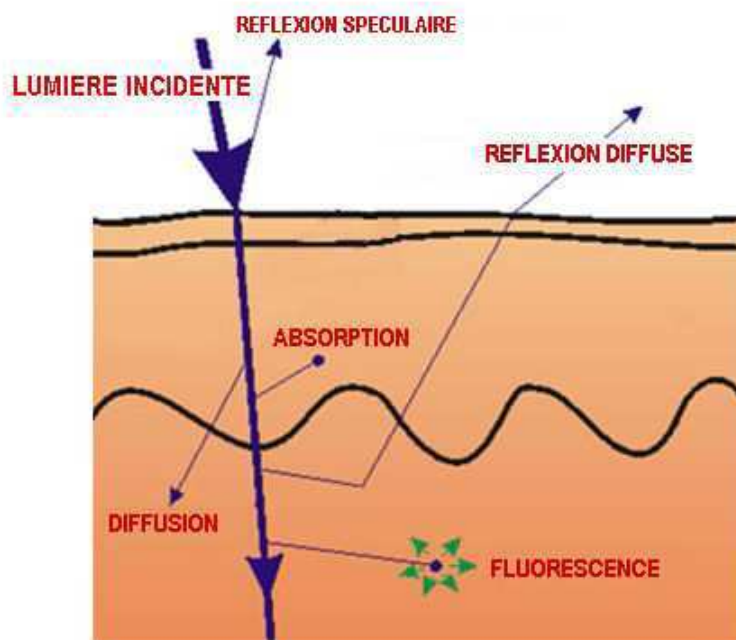


Figure I.1 : Schéma des interactions entre la lumière et les tissus biologiques.

III.1 – L'absorption

L'absorption transforme l'énergie apportée par le photon en chaleur ou en processus réémissif. Le premier phénomène concerne la plus grande partie de la lumière absorbée, qui est alors rapidement convertie par désexcitation non-radiative en chaleur. Cet échauffement est initialement localisé à proximité des chromophores qui absorbent de la lumière, puis se propage par diffusion vers de plus grands volumes de tissus. Une petite partie du rayonnement absorbé, particulièrement dans la région des ultraviolets, génère de la fluorescence ou de la phosphorescence.

III.1.1 – Le coefficient d'absorption

A l'échelle moléculaire, l'absorption d'un photon incident sur une molécule se produit lorsque l'énergie de ce photon correspond à une énergie de transition électronique, vibrationnelle ou rotationnelle. A l'échelle macroscopique, on peut définir le coefficient d'absorption de la façon suivante : à l'intérieur d'un milieu non diffusant, homogène, la variation d'intensité dI d'un faisceau collimaté le long d'un trajet élémentaire dL s'exprime sous la forme :

$$dI = -\mu_a I dL \quad (I.1)$$

Où μ_a est le coefficient d'absorption du milieu, exprimé en cm^{-1} . L'intégration de l'équation I.1 sur une épaisseur L donne la loi d'atténuation de Beer-Lambert :

$$I = I_0 \exp(-\mu_a L) \quad (I.2)$$

Où I_0 est l'intensité incidente et I l'intensité transmise.

III.1.2 – Mise en évidence de la « fenêtre thérapeutique »

Le coefficient d'absorption des différents constituants de la matière vivante varie avec la longueur d'onde [1.6]. Dans le spectre d'absorption d'un tissu biologique interviennent ses nombreux constituants :

- L'eau, qui entre pour une grande part dans la constitution de notre corps, absorbe fortement dans l'ultraviolet lointain, en dessous de 200 nm, et surtout dans l'infrarouge lointain, au dessus de 1300 nm (figure I.2).

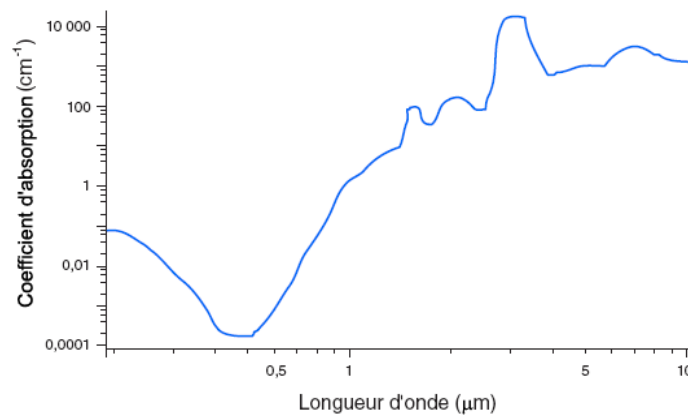


Figure I.2 : Spectre d'absorption de l'eau. (source : <http://omlc.ogi.edu/spectra/index.html>)

- L'ADN et les protéines comme la mélanine, pigment le plus important de l'épiderme, absorbent préférentiellement dans l'ultraviolet et le visible. D'autres chromophores de la peau présentent aussi une forte absorption dans l'ultraviolet. En effet, les protéines absorbent énormément dans cette fenêtre spectrale (entre 260 et 280 nm) : les profondeurs de pénétration y sont donc très faibles, de l'ordre de quelques microns. La figure I.3 montre le spectre d'absorption des mélanosomes.

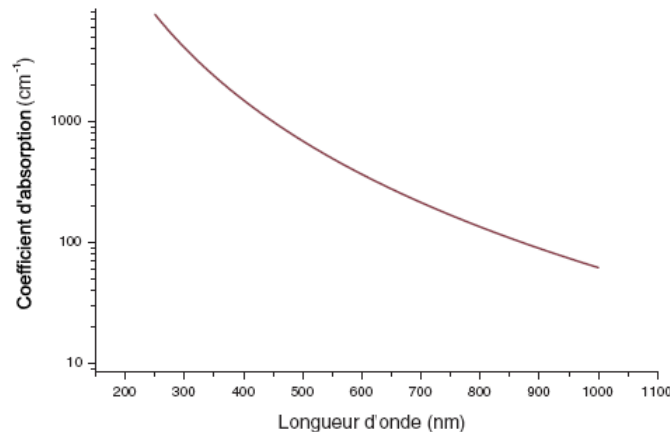


Figure I.3 : Spectre d'absorption des mélanosomes. (source : <http://omlc.org.edu/spectra/index.html>)

- L'hémoglobine absorbe, elle, fortement dans le bleu, le vert et le jaune, ce qui donne au sang sa couleur rouge. Cependant, le spectre de l'hémoglobine dépend de son état d'oxygénation. S'ils sont semblables jusqu'à 600 nm, les spectres des hémoglobines oxygénée et désoxygénée sont très différents au-delà (figure I.4).

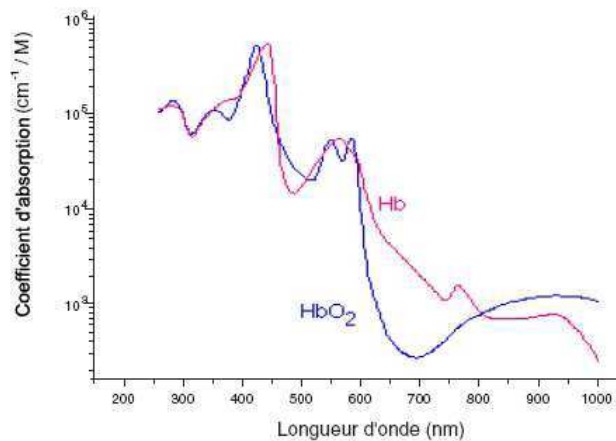


Figure I.4 : Spectre d'absorption de l'oxy-hémoglobine (HbO_2) et de la désoxy-hémoglobine (Hb). (source : <http://omlc.org.edu/spectra/index.html>)

C'est dans la région rouge et proche infrarouge (typiquement de 700 à 1000 nm) que l'absorption globale des tissus biologiques est minimale. Cette zone est appelée « fenêtre thérapeutique », comme l'ont baptisée Parrish et Anderson lors de leurs travaux sur l'utilisation du laser en dermatologie [1.7]. C'est à ces longueurs d'onde qu'il convient de travailler pour pouvoir traverser plus d'un centimètre de tissu. Dans cette région spectrale, l'absorption par l'hémoglobine du sang reste importante, mais la fraction volumique de sang

dans les tissus est suffisamment faible (quelques pour cent) pour que l'absorption moyenne demeure faible, de l'ordre de $0,1$ à $0,5 \text{ cm}^{-1}$ selon les tissus [1.8].

III.2 – La diffusion

La diffusion est une interaction, le plus souvent élastique, de la lumière avec la matière au cours de laquelle seules la direction et la polarisation des photons incidents sont modifiées. La lumière diffusée peut ressortir du tissu, on parle alors de rétrodiffusion. Sous l'effet de l'onde incidente, les charges de la particule se mettent à osciller, se transformant ainsi en dipôles oscillants qui rayonnent des ondes secondaires à la même fréquence que l'onde incidente. La particule se comporte alors comme une source de lumière secondaire avec une distribution angulaire d'intensité qui lui est propre, et qui dépend en particulier de la taille de la particule et de la longueur d'onde d'illumination.

III.2.1 – L'indice de réfraction d'un milieu

L'indice de réfraction réel d'un milieu caractérise la vitesse de phase de l'onde électromagnétique dans ce milieu. La diffusion résulte des inhomogénéités d'indice de réfraction de la lumière qui correspondent aux inhomogénéités physiques des tissus. Dans les tissus biologiques, il varie typiquement de $1,35$ à $1,45$ selon la teneur en eau du tissu. L'indice de réfraction de l'eau est de $1,33$ alors que celui d'un tissu complètement déshydraté est de l'ordre de $1,55$.

III.2.2 – Les régimes de diffusion

La distribution spatiale et l'intensité de la lumière diffusée dépendent de la forme et de la taille des inhomogénéités par rapport à la longueur d'onde ainsi que du contraste d'indice (figure I.5). On distingue trois régimes de diffusion [1.9] :

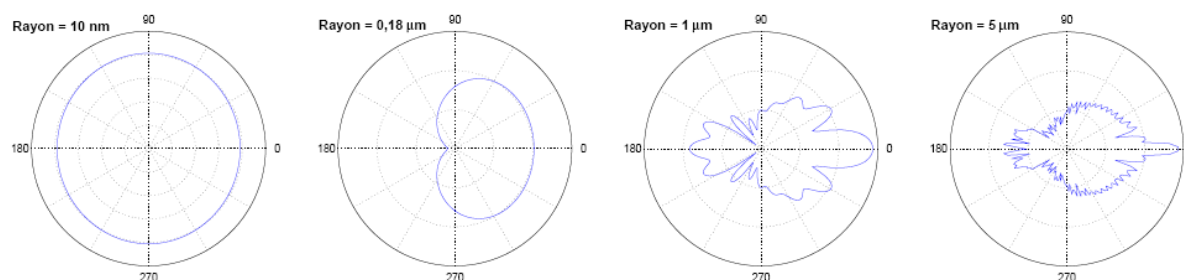


Figure I.5 : Indicatrices de diffusion d'états polarisés perpendiculairement au plan de diffusion de quatre particules sphériques, de rayon respectif 10 nm , $0,18 \text{ }\mu\text{m}$, $1 \text{ }\mu\text{m}$ et $5 \text{ }\mu\text{m}$, calculées numériquement d'après la théorie de Mie. L'indice du milieu est de 1 , celui de la sphère est de $1,5$. La longueur d'onde est de 800 nm . Le premier cas correspond à la diffusion de Rayleigh (diffusion isotrope) : le rayon de la particule est très inférieur à la longueur d'onde optique.

- La diffusion de Rayleigh, du nom du physicien qui a écrit en 1871 la première théorie de diffusion de la lumière par des petites particules, concerne les molécules ou particules dont la taille est petite devant la longueur d'onde (inférieures à $\lambda/10$). La diffusion y est quasi isotrope (autant vers l'arrière que vers l'avant) et sensible à la polarisation (différence entre les états parallèles et perpendiculaires).
- La diffusion intermédiaire concerne les particules de taille comparable à la longueur d'onde. La diffusion est plus efficace que dans le régime de Rayleigh et plus orientée vers l'avant.
- La diffusion de Mie, théorie développée en 1908, concerne les particules dont la taille dépasse largement la longueur d'onde (de 0,1 à 10 fois λ). Les indicatrices d'intensité deviennent de plus en plus complexes et la diffusion devient anisotrope. Plus la taille du diffuseur augmente, plus la diffusion est dirigée vers l'avant et plus les états polarisés perpendiculairement et parallèlement ont des comportements similaires.

Dans les tissus biologiques, compte tenu de l'étendue de la distribution de taille des diffuseurs (figure I.6) [1.10], tous les régimes de diffusion peuvent avoir lieu simultanément. Il faut toutefois souligner que les caractéristiques de diffusion observées dépendent beaucoup des conditions d'observation. En effet, sachant que la diffusion de Rayleigh est isotrope et celle de Mie surtout dirigée vers l'avant, la lumière transmise à travers le milieu sera en majorité affectée par de grosses particules (diffusion de Mie) alors que la contribution des petites particules (diffusion de Rayleigh) sera principalement observée dans la lumière rétro-diffusée.

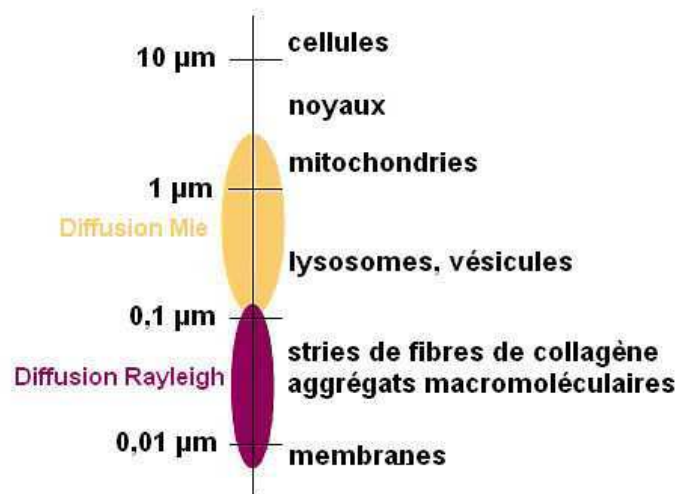


Figure I.6 : Taille typique des différentes structures rencontrées dans les tissus biologiques [1.10].

III.2.3 – Le coefficient de diffusion moyen

Au regard des structures de tailles diverses, les théories de Rayleigh et Mie ne sont pas directement applicables aux tissus biologiques. On raisonne alors à l'échelle macroscopique avec un coefficient de diffusion moyen caractérisant le milieu. Ce coefficient de diffusion μ_s , exprimé lui aussi en cm^{-1} , peut être défini de manière similaire à l'absorption. L'intensité balistique I (quantité de lumière qui traverse un milieu diffusant non absorbant d'épaisseur L sans être diffusée) s'exprime sous la forme :

$$I = I_0 \exp(-\mu_s L) \quad (\text{I.3})$$

Le libre parcours moyen $l = 1/\mu_s$ est la distance moyenne que parcourt un photon entre deux événements de diffusion successifs. Dans les tissus biologiques il est de l'ordre de 20 à 100 μm [1.8].

III.2.4 – Le facteur d'anisotropie

Le modèle de Beer-Lambert (I.3) n'est plus valide dans le cas d'un milieu fortement diffusant. C'est pourquoi une autre grandeur a été introduite : le facteur d'anisotropie g [1.11]. Lorsqu'un photon, dont la direction d'incidence est représentée par le vecteur unitaire \vec{u} , subit une diffusion, il repart dans une direction \vec{u}' (figure I.7). Le facteur d'anisotropie est alors défini comme le cosinus moyen de l'angle de diffusion θ .

$$g = \langle \cos \theta \rangle \text{ avec } \cos \theta = \vec{u} \cdot \vec{u}' \quad (\text{I.4})$$

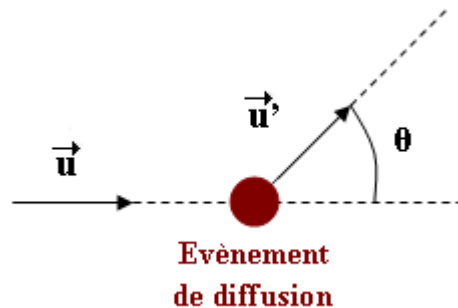


Figure I.7 : Définition de la direction incidente \vec{u} , de la direction de diffusion \vec{u}' et de l'angle de diffusion θ .

Le facteur d'anisotropie g rend compte du caractère plus ou moins marqué vers l'avant de la diffusion dans les tissus biologiques. Plusieurs cas particuliers se distinguent :

- $g = 0$ si la diffusion est symétrique, ou isotrope, comme dans le premier exemple de la figure I.5,
- $g = 1$ si la diffusion se fait complètement vers l'avant,
- $g = -1$ si la diffusion se fait complètement vers l'arrière (rétrodiffusion).

Dans les tissus biologiques, la diffusion se fait préférentiellement vers l'avant, avec un facteur d'anisotropie g de l'ordre de 0,8 à 0,98 [1.8]. Le tableau I.3 présente le facteur d'anisotropie des quatre particules sphériques présentées sur la figure I.5.

<i>Rayon de la particule sphérique</i>	<i>Facteur d'anisotropie g</i>
10 nm	0,001
0,18 μm	0,439
1 μm	0,498
5 μm	0,751

Tableau I.3 : Facteur d'anisotropie (obtenu avec la théorie de Mie) associé aux particules sphériques de la figure I.5.

III.2.5 – Le coefficient de diffusion réduit

Dans le cas d'un milieu où la concentration des diffuseurs est très dense, les photons suivent une marche aléatoire dans le milieu. Nous devons donc introduire le coefficient de diffusion réduit μ'_s et le libre parcours moyen l'_s :

$$\mu'_s = \mu_s(1 - g) \quad (\text{I.5})$$

$$l'_s = \frac{1}{\mu'_s} \quad (\text{I.6})$$

Il s'agit de la distance au bout de laquelle un photon a perdu la mémoire de sa direction initiale.

III.3 – Informations révélées par les propriétés optiques

Nous venons de voir les principales propriétés optiques de tissus biologiques. Pour illustrer nos propos, nous présentons, dans le tableau I.4, les propriétés optiques caractéristiques de quelques entités biologiques humaines [1.12] [1.13]. Nous voyons bien que, lorsque la longueur d'onde d'étude est choisie dans la fenêtre thérapeutique, l'absorption peut être négligée devant la diffusion.

<i>Tissus</i>	λ (nm)	μ_a (cm ⁻¹)	μ_s (cm ⁻¹)	<i>g</i>
Oxy-hémoglobine	665	1,30	1246	0,995
Désoxy-hémoglobine	665	4,87	509	0,995
Foie	630	3,2	414	0,95
Derme	633	2,7	187	0,82
Epiderme	633	4,3	107	0,79

Tableau I.4 : Propriétés optiques de quelques entités biologiques.

La lumière pénétrant dans des tissus biologiques rencontre des structures de tailles variées (figure I.6). La diffusion n'est pas isotrope et se fait préférentiellement dans la direction et le sens de la lumière incidente. Pour tenir compte de ce comportement, il est intéressant d'utiliser le facteur d'anisotropie g , généralement proche de 0,9, qui est influencé par les grands centres diffuseurs biologiques (les cellules en particuliers).

Le spectre d'absorption d'un tissu renseigne sur sa composition chimique tandis que le coefficient de diffusion est lié à sa structure et sa morphologie : densité des cellules, taille des noyaux, présence de fibres de collagène, état d'hydratation... Ces deux coefficients se révèlent donc être de précieux outils de diagnostic biomédical. Par exemple, l'oxymétrie, maintenant utilisée en milieu hospitalier, permet une mesure non invasive et instantanée du taux d'oxygène dans le sang. Ce taux est obtenu par mesure différentielle du coefficient d'absorption de l'hémoglobine oxygénée et désoxygénée à deux longueurs d'onde. La détermination de coefficients de diffusion permet, par exemple, de détecter la présence d'une tumeur, qui présente une diffusion différente de celle d'un tissu sain [1.14].

L'onde optique offre de nombreux agents de contraste naturel et peut donc être envisagée comme outil de diagnostic biomédical. Avant de présenter les principales techniques classiques d'imagerie, présentons rapidement les propriétés optiques du collagène.

III.4 – Propriétés optiques du collagène

Le collagène est un des principaux constituants des tissus biologiques. On retrouve le collagène sous différentes formes (fibres, réseaux...) dans de nombreux organes du corps humain, dont notamment le derme de la peau et le foie. Les collagènes ont la particularité, de par leur structure et leur conformation dans l'espace, d'être les principaux diffuseurs des tissus et d'avoir un comportement anisotrope (biréfringent) dans leur interaction avec les ondes optiques.

III.4.1 – Régime de diffusion

Nous avons vu que, d'un point de vue morphologique, les fibres de collagène sont des assemblages de nombreuses fibrilles, elles même formées de molécules de collagène (ou tropocollagène) arrangées en triple hélice alpha dont la longueur typique est de 300 nm pour un diamètre de 1,5 nm. Le diamètre d'une fibrille est de 0,1 μm et celui d'un faisceau de fibres de collagène est environ de 8 μm [1.15]. L'assemblage des nombreuses fibrilles donne un aspect strié formé par une alternance de bandes claires et sombres dont la périodicité est approximativement de 64 nm (figure I.8).

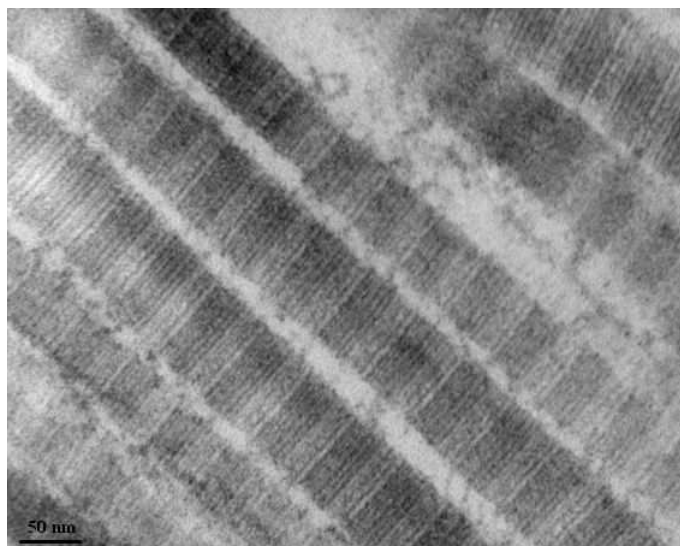


Figure I.8 : Image de fibres de collagène de type I d'un tissu pulmonaire animal observées en microscopie électronique. La barre d'échelle en bas de l'image dans le coin gauche est de 50 nm. (source : <http://remf.dartmouth.edu/images/mammalianLungTEM/source/11.html>).

Cet aspect strié des fibres occasionne des fluctuations périodiques de l'indice de réfraction qui semblent contribuer à la diffusion de Rayleigh qui domine dans la gamme de longueur d'onde du visible et de l'ultraviolet (de 0,2 à 0,7 μm). La figure I.9 compare la diffusion de Mie pour divers diamètres de sphères au comportement de type Rayleigh d'une mesure par la théorie de la diffusion de la peau (derme).

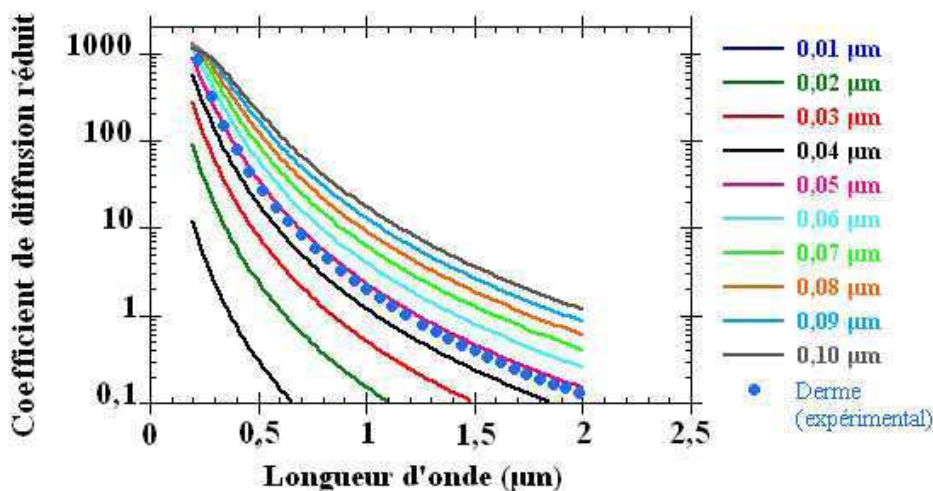


Figure I.9 : Coefficient de diffusion réduit en fonction de la longueur d'onde calculé à partir de la diffusion de Mie pour divers diamètres de sphères (ligne) et mesuré expérimentalement pour le derme (point).

A partir de plusieurs mesures expérimentales (chez l'homme, le nourrisson et le rat), Jacques et Prah [1.16] ont mis en évidence la dualité « Mie/Rayleigh » de la diffusion sur l'ensemble du spectre des longueurs d'onde (figure I.10).

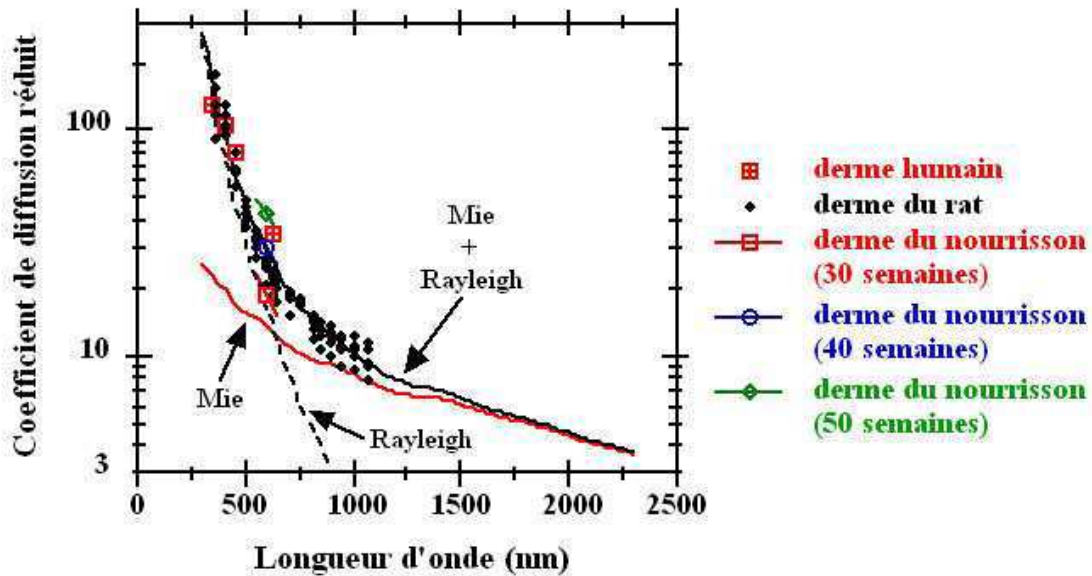


Figure 1.10 : Coefficient de diffusion réduit en fonction de la longueur mesuré sur différents échantillons de derme.

Pour ces calculs du coefficient de diffusion réduit μ'_s en fonction de la longueur d'onde λ , l'étude tient compte de l'indice de réfraction du derme n_{med} , de l'indice de réfraction du faisceau de fibres de collagène n_p et de la fraction de volume f_v égale à 0,21 (liée à la concentration des fibres environ égale à $3 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$).

Ainsi, la contribution « Mie » de la figure 1.10 s'apparente à la diffusion par des faisceaux cylindriques de fibres de collagène de diamètre $2,8 \mu\text{m}$ (avec $n_{\text{med}} = 1,35$, $n_p = 1,46$ et $f_v = 0,21$). En revanche, la contribution « Rayleigh » s'apparente à une diffusion de Mie par des sphères de diamètre 50 nm (figure 1.9) qui imitent l'ultrastructure des fibrilles de collagène et leurs striations périodiques (avec $n_{\text{med}} = 1,35$, $n_p = 1,50$ et $f_v = 0,21$).

III.4.2 – Biréfringence et anisotropie

L'étude des propriétés du collagène est devenue, depuis le début des années 1990, un enjeu majeur dans le domaine biomédical : en effet, le collagène est la protéine de base des tissus biologiques et ses altérations sont également, soit à l'origine, soit la conséquence de nombreuses pathologies (fibrose, tumeur...).

C'est la raison pour laquelle de nombreuses études ont cherché à définir ses propriétés [1.17]. D'autres études ont tenté de développer des techniques capables de détecter les différents collagènes [1.18] [1.19] mais également de déceler ses changements morphologiques afin d'en faire un agent de contraste diagnostique [1.20] [1.21].

Toutes ces études ont montré que le collagène (de type I) possède des propriétés de biréfringence en partie due à l'anisotropie structurale de ses fibres. En d'autres termes, l'arrangement unidirectionnel des faisceaux de fibres de collagène de type I confère au tissu des propriétés de retard et d'anisotropie. Ces propriétés sont d'autant plus prononcées que l'arrangement des fibres est parallèle.

Par exemple, la biréfringence induite mesurée dans un échantillon de tendon de souris est plus importante que dans le derme. En effet, dans les tendons, les fibres de collagène sont

parallèles entre elles et ont des diamètres très proches alors que dans le derme, ces mêmes fibres ont des diamètres variables et ne sont ni parallèles ni rectilignes.

Dans la cornée, les fibres de collagène sont organisées en lamelles et ont toutes les mêmes directions. Cette direction tourne d'environ 90° entre chaque lamelle et reste toujours parallèle à la surface de la cornée. Cette organisation très particulière est une des raisons de la transparence de la cornée.

III.4.3 – Altérations du collagène

Depuis la fin des années 1980, de nombreuses études ont tenté de révéler les propriétés du collagène (structure, orientation, biréfringence) à travers l'étude de différentes altérations biologiques.

En microscopie électronique [1.22], des différences ont été constatées entre un tissu normal et un tissu anormal. Dans les tissus sains, les fibrilles d'ancrage, organisées en faisceaux parallèles, et la lame basale représentent des structures tissulaires contenant, en grande partie, du collagène, mais leur organisation diffère significativement selon le type de collagène fibrillaire (I ou III). Dans les tissus pathologiques, les différences avec la structure normale sont caractérisées par la formation d'agrégats anormaux de collagène fibrillaire et par des anomalies dans le diamètre des fibrilles ainsi que leur organisation croisée.

Des études menées en diffraction des rayons X [1.23] ont montré que des modifications entre les figures de diffraction de tissus sains et malades (mélanome) provenaient d'altérations de l'arrangement et de la structure moléculaire du collagène.

Maitland s'est intéressé aux propriétés du collagène soumis à de la chaleur [1.24]. Il a observé que le collagène perd sa propriété de biréfringence linéaire quand il est chauffé (à partir de 50°C). Cette baisse de la biréfringence est également fonction du temps.

Dernièrement, une étude *in vivo* de Wood et al. [1.25], réalisée grâce à une méthode optique basée sur la décomposition de matrices de Mueller, a montré que la polarimétrie pouvait être une méthode intéressante pour la caractérisation de tissus biologiques. En effet, l'étude a montré qu'une altération du collagène, due à une injection de collagénase (enzyme capable de rompre les liaisons peptidiques du collagène), engendrait une forte baisse de la dépolarisation et de la biréfringence linéaire (figure I.11).

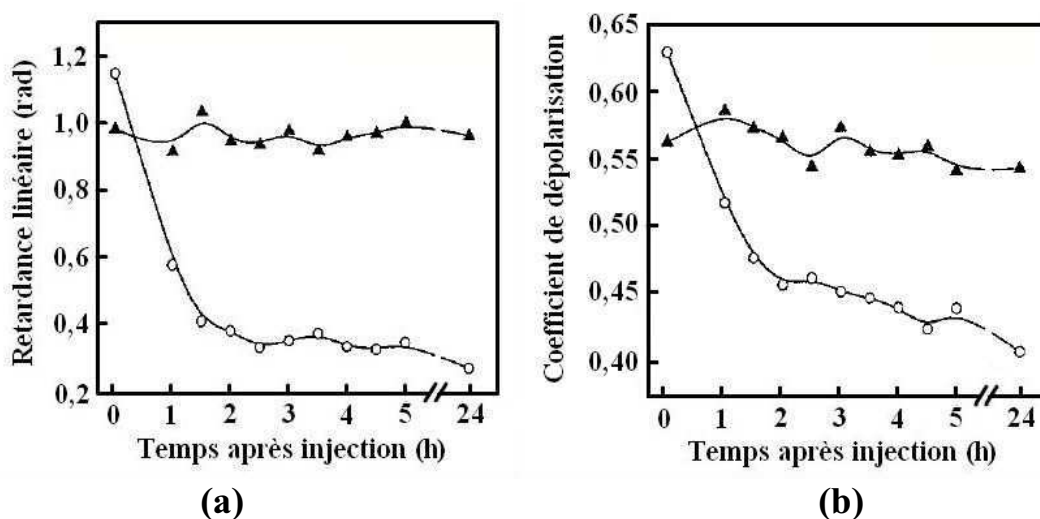


Figure I.11 : (a) retardance linéaire et (b) coefficient de dépolarisation en fonction du temps après injection de collagénase (triangle noir : zone de contrôle, rond blanc : zone traitée).

Nous voyons bien que la connaissance des propriétés optiques du collagène est indispensable pour comprendre les mécanismes de certaines pathologies. C'est évidemment le cas pour des altérations de la peau, comme la brûlure radiologique que nous verrons au Chapitre 6, ou pour des pathologies liées à une réaction cicatricielle anormale comme la fibrose hépatique que nous verrons au Chapitre 7.

Avant de s'intéresser aux techniques optiques appliquées aux tissus biologiques, revenons dans un premier temps sur les techniques classiques d'imagerie de ces milieux.

IV – Les différentes techniques d'imagerie des tissus biologiques

Il existe à l'heure actuelle un certain nombre de techniques « conventionnelles » d'imagerie des tissus biologiques couramment utilisées comme outils de diagnostic médical. Cette section en dresse une liste non exhaustive, en précisant leur principe de fonctionnement et leurs performances.

IV.1 – Les rayons X

Découverte en 1895 par W. C. Röntgen, la radiographie est la plus ancienne technique d'imagerie médicale à avoir été largement employée. Les rayons X constituent un rayonnement ionisant de courte longueur d'onde (entre 0,1 et 100 Å) qui pénètrent la plupart des tissus biologiques en n'y subissant qu'une faible absorption et permettent donc de réaliser assez simplement une image en projection des structures du corps humain. Les os étant beaucoup plus absorbants que les tissus mous, les rayons X sont particulièrement adaptés à l'imagerie osseuse. Cependant, des produits de contraste permettent de tapisser des organes internes et de les rendre ainsi opaques aux rayons X.

La radiologie conventionnelle réalise une image en projection du corps humain par transillumination : un faisceau de rayons X, émis par collision d'un faisceau d'électrons avec une cible matérielle, est envoyé sur le patient et recueilli de l'autre côté sur une surface sensible aux rayons X (plaque photographique, écran fluorescent avec amplificateur de brillance, émulsion photographique...). Une grille de plomb ou d'acier permet de limiter les effets du rayonnement diffusé sur l'image radiographique. Cette image obtenue est une projection intégrée sur toute l'épaisseur du patient. Les zones entourées de tissus denses comme les os ne sont pas visibles. La mammographie est un exemple particulier très répandu de radiographie conventionnelle.

Depuis les années 1970 s'est développée une variante de la radiographie conventionnelle : le scanner à rayons X. Il pallie le principal défaut de la radiographie en permettant de faire de l'imagerie en trois dimensions. Pour cela, le scanner X réalise de fines sections en deux dimensions (1 mm d'épaisseur) en balayant le corps du patient. Le même processus est répété en faisant tourner le système afin d'obtenir un nouvel angle de projection.

Des algorithmes de reconstruction permettent alors de calculer les valeurs du coefficient d'atténuation en chaque point de la section. Actuellement, les appareils acquièrent une image 2D en quelques millisecondes seulement, permettant une véritable imagerie en temps réel, et les scannographes à acquisition hélicoïdale rapide réalisent des images en trois dimensions.

Grâce à ses bonnes performances, le scanner X est utilisé dans des domaines comme les pathologies crano-encéphaliques, ophtalmiques, thoraciques ou abdominales (voir figure I.12). De plus, son coût est raisonnable (moins d'un million d'euros pour un appareil). Le caractère ionisant des rayons X, du à leurs fortes énergies, fait de l'examen radiographique un examen invasif, potentiellement cancérigène à forte dose, qui ne doit donc pas être utilisé trop fréquemment.

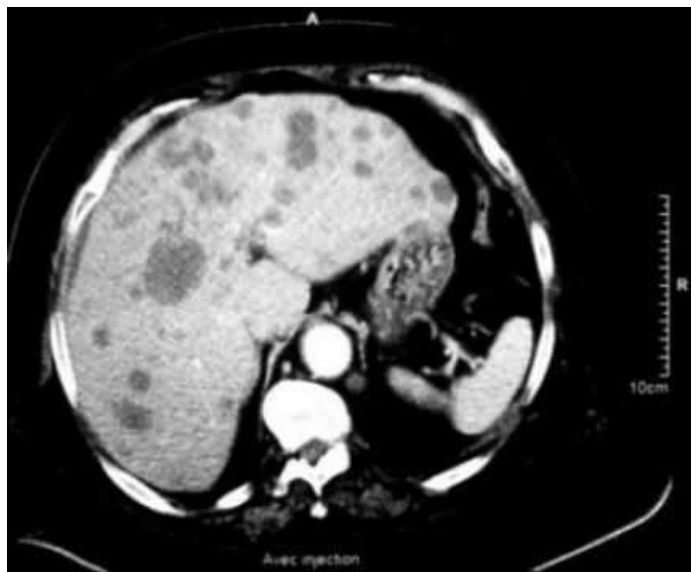


Figure I.12 : Image d'un scanner abdominal avec injection de produit de contraste. Les taches sombres représentent des nodules hypodenses caractéristiques de lésions métastatiques hépatiques. (source : www.fascicules.fr, Collection l'ECN en fascicules©)

IV.2 – L'échographie

En 1952, un britannique, J. J. Wild, et un américain, J. M. Reid, présentent les images de sections 2D d'un sein obtenues à l'aide d'ultrasons. Ils nomment leur technique d'investigation médicale par le terme « échographie » [1.26].

Cette technique est sensible aux propriétés mécaniques des tissus (densité, élasticité) et complètement inoffensive aux doses employées. Une impulsion ultrasonore envoyée par un transducteur (plusieurs actuateurs piézo-électriques) traverse le corps et est en partie réfléchiée par les interfaces entre les tissus, et rétrodiffusée par les structures plus petites que la longueur d'onde acoustique. La majeure partie de l'onde est transmise aux interfaces, mais la faible partie réfléchiée, l'écho, est enregistrée par le même transducteur. La mesure du temps de vol et de l'intensité des échos permettent de déterminer les positions et les propriétés acoustiques des structures situées en profondeur dans les tissus.

La résolution spatiale des systèmes échographiques dépend de la fréquence de travail mais elle est de l'ordre du millimètre pour des fréquences employées allant de 2 à 15 MHz. La profondeur de pénétration dépend aussi de la fréquence de travail : en effet, l'absorption des ultrasons par les tissus biologiques augmente quasi linéairement avec la fréquence

d'utilisation. Il est donc nécessaire de trouver le bon compromis « résolution / profondeur ». Pour l'œil ou la peau, il est possible d'utiliser de plus hautes fréquences (jusqu'à 50 MHz) car les profondeurs traversées sont faibles mais la résolution spatiale nécessaire meilleure.

Depuis les années 1970, l'échographie est largement utilisée en obstétrique, mais également en cardiologie, en ophtalmologie, en sénologie ou médecine abdominale (voir figure I.13). Son caractère non invasif et son coût modéré (entre 40 et 100 milles euros pour un appareil de gamme moyenne) en ont fait une technique très utilisée.



Figure I.13 : Image d'une échographie du foie montrant un parenchyme hépatique hétérogène et nodulaire, aux contours bosselés. (source : <http://fr.academic.ru>)

IV.3 – L'imagerie par Résonance Magnétique

Le phénomène de Résonance Magnétique Nucléaire (RMN) a été mis en évidence en 1946 indépendamment par E. M. Purcell et F. Bloch et a permis le développement de l'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM) dans les années 1970. Cette technique d'imagerie repose généralement sur l'interaction des protons du corps humain avec un champ magnétique.

Placé dans un champ magnétique continu \vec{B}_0 , le moment magnétique d'un proton s'oriente par rapport au champ continu et décrit un mouvement de précession qui peut se faire avec deux orientations quantifiées : spin $+1/2$ et spin $-1/2$. Pour un grand nombre de noyaux interagissant avec \vec{B}_0 , les populations sur les deux niveaux d'énergie suivent une distribution de Boltzmann. L'état le plus stable (spin $+1/2$) est légèrement plus peuplé. Il en résulte une aimantation macroscopique \vec{M}_0 dirigée selon \vec{B}_0 .

L'application d'une impulsion radiofréquence, créant un champ magnétique \vec{B}_1 perpendiculaire à \vec{B}_0 , va faire basculer l'aimantation globale \vec{M}_0 d'un angle qui dépend de la durée et de l'amplitude de l'impulsion. A l'arrêt de l'impulsion, l'aimantation revient à sa position d'équilibre en décrivant un mouvement complexe hélicoïdal à la fréquence ω_0 . La composante longitudinale de l'aimantation va croissante vers sa valeur d'équilibre M_0 en un temps de relaxation T_1 alors que la composante transversale va décroissante vers sa valeur

d'équilibre nulle en un temps de relaxation T_2 . Les valeurs T_1 et T_2 mesurées varient d'un tissu à l'autre, les propriétés du proton dépendant de son environnement chimique. C'est donc sur la mesure des valeurs T_1 et T_2 , ainsi que sur l'utilisation de différentes techniques qui permettent de localiser la zone d'où provient le signal, que repose l'IRM.

La résolution spatiale de l'IRM est de l'ordre du millimètre, les contrastes y sont excellents et tous les plans de coupe sont possibles. En l'absence d'implants métalliques chez le patient, le champ magnétique et les ondes radiofréquences rendent cette technique totalement inoffensive.

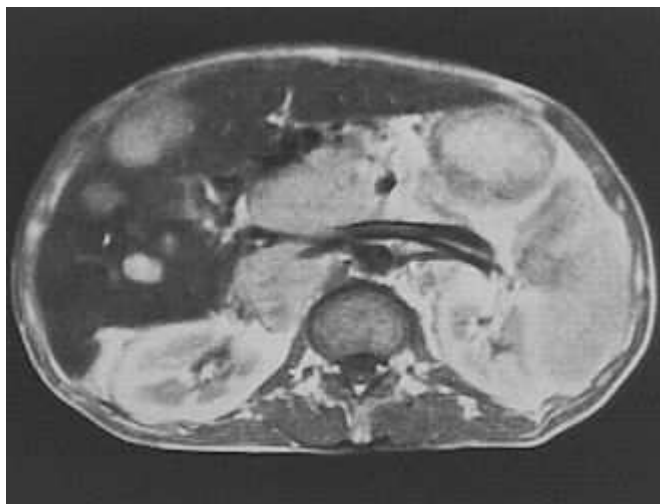


Figure I.14: Image IRM du foie montrant des métastases ganglionnaires.

L'IRM est aujourd'hui appliquée dans de très nombreux domaines médicaux : imagerie du cerveau, des os et des articulations, du cœur, du foie (voir figure I.14), des reins, du sein, de l'abdomen... Son inconvénient majeur reste son coût très élevé (environ 1,5 millions d'euros pour un appareil) et les équipements encombrants qu'elle nécessite. L'examen en lui-même est assez coûteux et contraignant pour le patient (immobilité impérative pendant plusieurs minutes).

IV.4 – La médecine nucléaire

La médecine nucléaire fait appel à des traceurs radioactifs injectés dans le corps humain par voie intraveineuse ou orale. Cette technique d'imagerie repose sur la détection de photons γ émis lors de la décomposition du traceur. Ce type d'imagerie nécessite donc l'utilisation d'un « radiomédicament », molécule fonctionnelle, dont on cherche à connaître le trajet ou les sites de fixation, et dont l'un des atomes est radioactif. L'une des molécules les plus couramment utilisées est le fluoro-désoxyglucose : il s'agit d'une molécule de glucose dont on a remplacé un hydroxyde par un atome de fluor radioactif. Grâce au traçage du glucose par le fluore, il est possible d'étudier l'activité cérébrale ou de localiser des sites tumoraux dont le métabolisme glucidique est dérégulé.

Il existe plusieurs techniques d'imagerie qui utilisent l'émission de photons. L'une d'entre elles est la tomographie par émission de photon unique (ou SPECT en anglais) qui utilise une gamma caméra (ou caméra à scintillation) formée d'un collimateur, d'un cristal scintillateur et d'une matrice de photomultiplicateurs. Au vu de la résolution spatiale moyenne offerte (de l'ordre du centimètre), cette technique est particulièrement onéreuse (1 million d'euros en moyenne). Elle est tout de même utilisée car elle révèle des informations fonctionnelles et non morphologiques.

La tomographie par émission de positons (PET en anglais) améliore cette résolution en utilisant le principe de la détection en coïncidence de deux photons. Lors de sa désintégration, l'isotope radioactif émet un positon qui, en s'annihilant avec un électron, émet deux photons γ se propageant dans des directions opposées. La détection en coïncidence permet de localiser le site d'annihilation et donc d'absorption du fluor¹⁸. Les informations fonctionnelles données par l'imagerie TEP sont souvent fusionnées avec des informations morphologiques de bonne résolution fournies par un scanner X (PET-Scan).

Le coût très élevé du détecteur TEP ainsi que la nécessité pour le centre d'imagerie d'être placé à proximité d'un cyclotron (site de production de l'isotope) font que la France n'est dotée que d'une soixantaine de systèmes d'imagerie TEP.

IV.5 – Récapitulatif des techniques d'imagerie existantes

Le tableau I.5 récapitule les caractéristiques des différentes techniques d'imagerie présentées dans cette section.

<i>Technique</i>	<i>Rayons X</i>	<i>Echographie</i>	<i>IRM</i>	<i>Médecine Nucléaire</i>
Première exploitation	Début du XXème siècle	Années 1950	Années 1970	Années 1970
Contraste révélé	Absorption des rayons X	Propriétés mécaniques	Environnement des protons	Concentration d'un traceur
Résolution spatiale	1mm (scanner)	2 mm	1,5 mm	10 mm (SPECT) 5 mm (PET)
Profondeur de pénétration	Illimitée	150 mm	Illimitée	Illimitée
Produit de contraste	Parfois (produits radio-opaques)	Parfois (microbulles d'air ou de gaz)	Non	Oui
Dangerosité	Réelle (limitation du nombre par an)	Nulle	Nulle (sans implant métallique)	Nulle
Coût d'un appareil (en million d'€)	Moins de 1	0,15	1,5	Cyclotron : 2 Caméra γ : 0,5 TEP : 1,5

Tableau I.5 : Caractéristiques des différentes techniques d'imagerie des tissus biologiques.

V – L'imagerie optique des tissus biologiques

Depuis une vingtaine d'années s'est développée une recherche de techniques nouvelles d'imagerie du corps humain par voie optique. L'intérêt de cette imagerie est multiple : elle permet d'obtenir un nouveau type de contraste en utilisant un rayonnement non ionisant parfaitement inoffensif pour le patient à l'aide de matériels peu onéreux. Ces recherches se sont multipliées depuis le début des années 1990 grâce au développement de sources laser bon marché.

Dans ce paragraphe, nous ne nous intéresserons qu'aux techniques d'optique linéaire. Il convient toutefois de mentionner qu'en raison des récents progrès dans le domaine de la technologie des lasers à courte impulsion (lasers pico et femtosecondes), l'étude de la réponse optique non linéaire des tissus biologiques s'est considérablement élargie. La microscopie biphotonique est l'une des techniques les plus couramment utilisées : soit en fluorescence (induite par absorption à deux photons), soit en génération de seconde harmonique (induite par excitation laser). Cette dernière technique sera présentée dans le chapitre 7.

Après avoir détaillé quelques techniques d'imagerie en optique linéaire, nous parlerons de l'intérêt de l'imagerie polarimétrique pour la caractérisation de milieux biologiques.

V.1 – Les techniques existantes

V.1.1 – Sélection des photons

Les différentes techniques d'imagerie optique sont généralement classées selon la nature des photons qu'elles détectent, conditionnant ainsi les épaisseurs caractéristiques qu'elles permettent d'atteindre. Lors de la traversée d'un milieu diffusant, nous distinguons traditionnellement trois catégories de photons (figure I.15) [1.27] :

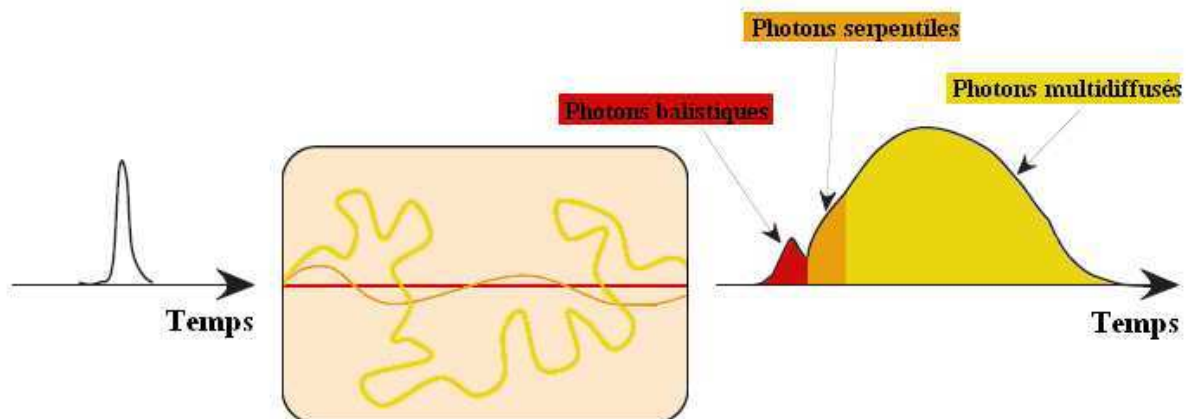


Figure I.15 : Définitions des photons balistiques, serpentiles et multidiffusés.

- Les photons, dits balistiques, qui sont de loin les moins nombreux, se propagent sans être diffusés, en ligne droite dans un milieu homogène, et sont donc les premiers à en sortir. Ils contiennent une information très utile mais sont malheureusement très peu nombreux : leur nombre diminue en $e^{-\mu_s L}$, où L est l'épaisseur du tissu et μ_s le coefficient de diffusion.
- Les photons, dits serpentiles, sont peu diffusés et sortent donc peu décalés temporellement et avec une différence de marche faible par rapport au chemin parcouru par les photons balistiques.
- Les photons, dits multidiffusés, qui sont de loin les plus nombreux, ont suivi des chemins totalement aléatoires dans le milieu diffusant. Ils sortent du milieu à des endroits et instants variables et aléatoires. La distinction entre ces derniers et les photons serpentiles ne repose pas sur un critère bien défini.

Sélectionner uniquement les photons balistiques reste la solution idéale pour faire de l'imagerie « classique », mais leur nombre décroissant de façon exponentielle, les techniques très sélectives qui se servent de ces photons ne permettent pas de traverser plus de quelques millimètres de tissu. C'est pour cette raison qu'elles ne sont utilisées qu'en rétrodiffusion pour l'imagerie de tissus comme la peau, l'œil ou les dents. D'autres méthodes choisissent de travailler de façon moins sélective (photons serpentiles) mais la résolution spatiale est alors sacrifiée pour un meilleur signal. Nous allons présenter dans cette section diverses techniques d'imagerie optique qui se distinguent par la nature des photons détectés et le mode de sélection des photons (spatiale, temporelle, par cohérence, par polarisation).

V.1.2 – La microscopie confocale : sélection spatiale

Cette technique, utilisée en rétrodiffusion ou en fluorescence, permet de séparer les photons balistiques des autres photons mais aussi de sélectionner une profondeur d'observation précise dans le tissu en éliminant la lumière qui provient de plans situés plus ou moins en profondeur. Grâce à un objectif de microscope qui focalise fortement la lumière dans le tissu, il est possible d'obtenir des images *in vivo* de forte résolution ($1 \mu\text{m}$) et ainsi de visualiser les détails des structures cellulaires (figure I.16). Son principal inconvénient, du à la sélection des photons balistiques, est sa faible profondeur de pénétration (typiquement quelques centaines de μm).

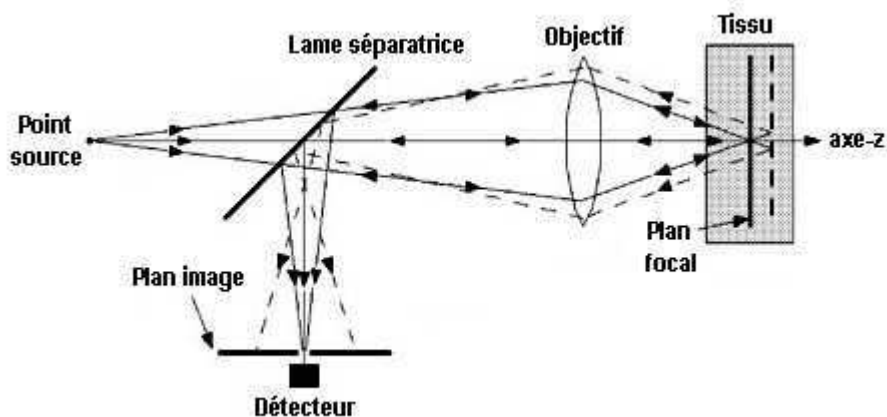


Figure I.16 : Schéma de principe d'un dispositif de microscopie confocale.

Des microscopes confocaux sont aujourd'hui commercialisés et très utilisés pour l'imagerie de fluorescence. La microscopie confocale est particulièrement adaptée et donc utilisée en dermatologie, notamment pour imager les lésions de la peau [1.28].

V.1.3 – La tomographie par cohérence optique : sélection par cohérence temporelle

Comme la microscopie confocale, la Tomographie par Cohérence Optique ou OCT [1.29] permet de faire de l'imagerie en profondeur d'une tranche de tissu en éliminant les photons diffusés et ceux provenant d'autres couches que celle étudiée. Elle utilise un système interférométrique éclairé par une source de faible cohérence temporelle (diode électroluminescente, laser femtoseconde ou lampe blanche). On place l'échantillon sur un bras de l'interféromètre et un miroir de référence sur l'autre (figure I.17). Les ondes « signal » et « référence » ne vont interférer que si les chemins optiques des bras sont égaux, à la longueur de cohérence de la source près (de 1 à 20 μm selon les sources employées). Cette caractéristique permet de ne sélectionner que les photons balistiques puisque ce sont les seuls qui conservent leur propriété de cohérence à la sortie du milieu diffusant.

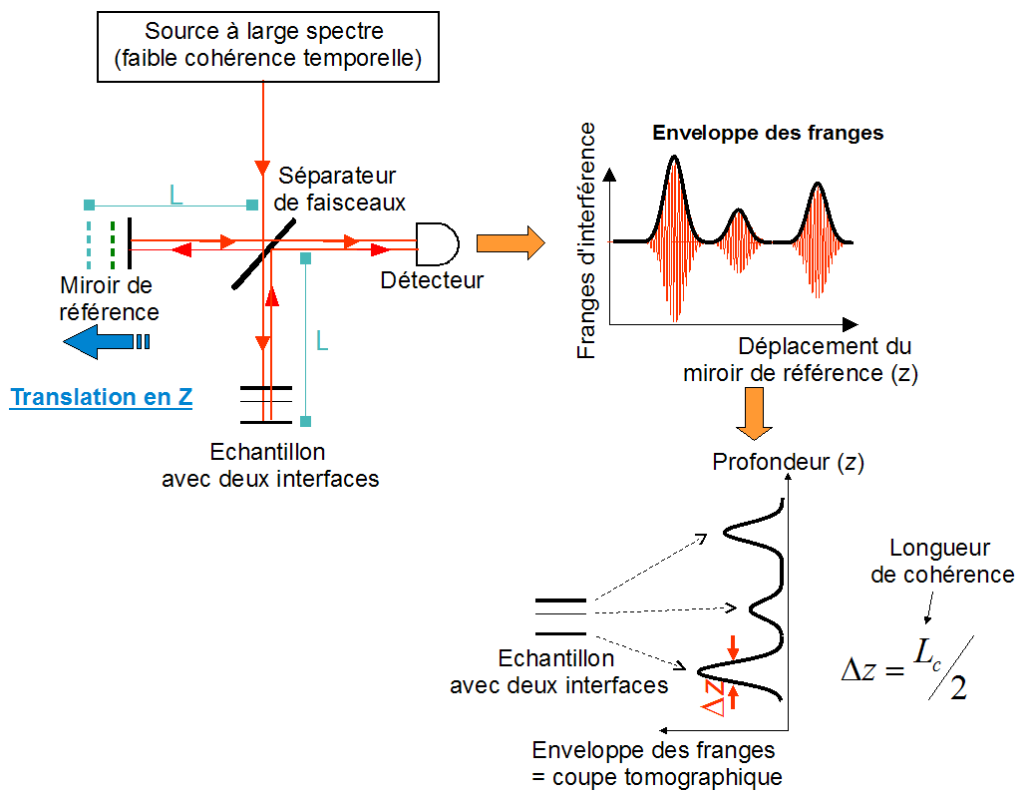


Figure I.17 : Schéma de principe d'un dispositif OCT.

L'OCT est le plus fréquemment utilisée en ophtalmologie [1.30] [1.31] mais commence à être vraiment appliquée en dermatologie [1.32] [1.33]. En effet, elle permet de distinguer les différentes couches de la peau et des inhomogénéités éventuelles, comme des tumeurs, principalement par l'utilisation de la polarisation.

Plusieurs techniques existent pour acquérir une image en 3 dimensions d'un milieu. La plus ancienne est dénommée « Time domain OCT » et fut, tout d'abord, appliquée à l'étude du fond de l'œil. Plus récemment apparurent les techniques appelées « Frequency domain

OCT » pour lesquelles le miroir de référence est fixe et qui utilise une analyse spectrale. Dernièrement sont apparues les techniques dénommées « Swept source OCT » pour lesquelles la source opère un balayage en longueur d'onde associé à une détection ponctuelle qui offre un meilleur rapport signal à bruit.

V.1.4 – L'imagerie de speckle : sélection spatiale

L'analyse de la dynamique des grains de speckle, générés par un milieu lorsque celui-ci est éclairé par une lumière cohérente, est l'objet d'un grand intérêt de la part de plusieurs équipes de recherche à travers le monde [1.34] [1.35] [1.36]. En effet, les caractéristiques du speckle, comme la taille, le contraste, la polarisation ou la dynamique des grains, sont autant de grandeurs qui sont dépendantes des propriétés de diffusion et de la dynamique du milieu. L'un de ces dispositifs (figure I.18), de plus en plus couramment utilisé, permet de coupler l'information de polarisation de l'onde avec la propriété de cohérence d'un laser [1.37] [1.38]. A partir de figures de speckle, Y. Piederrière a montré, qu'en étudiant polarimétriquement la taille verticale des grains, il était possible de remonter aux propriétés de diffusion d'un milieu. En effet, elle dépend fortement du coefficient de diffusion μ_s du milieu ainsi que du facteur d'anisotropie g . Les mesures de speckle en rétrodiffusion réalisées sur des mélanges de petites et grandes microsphères montrent que le comportement polarimétrique de la lumière dans un milieu contenant des diffuseurs de différentes tailles n'est pas gouverné par les grands diffuseurs bien que ce soit eux qui contribuent majoritairement à g et μ_s . En réalité, la polarisation est très sensible au rapport « nombre de petits diffuseurs / nombre de grands diffuseurs ».

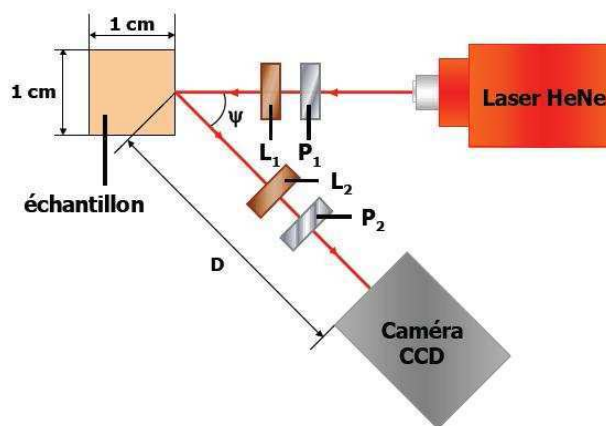


Figure I.18 : Schéma de principe d'un dispositif de mesure du champ de speckle.

V.1.5 – La tomographie optique diffuse : reconstruction d'images

Nous avons vu que, dans la majorité des cas, l'imagerie directe (microscopie confocale, OCT, imagerie de speckle...) est fortement limitée en terme de profondeur de pénétration. Ainsi pour pouvoir explorer des tissus très épais, une autre approche consiste à détecter tout le signal optique multi-diffusé et non plus certains photons. Un modèle de propagation lumineuse permet de simuler l'expérience réalisée (problème direct). La reconstruction de l'image consiste alors à résoudre un problème inverse [1.39]. Cette méthode est connue sous le nom de Tomographie Optique Diffuse ou DOT (Diffuse Optical Tomography en anglais).

Résoudre le problème inverse consiste à optimiser un critère représentant l'écart entre l'expérience et la modélisation [1.40].

La profondeur d'exploration est ici uniquement limitée par les performances du système de détection. La résolution spatiale est plus difficile à définir que dans le cas de l'imagerie directe. Elle dépend bien évidemment des performances du système expérimental (nombre et qualité des détecteurs), mais elle est également étroitement liée à la modélisation et au processus d'inversion.

Il est possible de définir trois types de DOT suivant les informations qu'ils recueillent :

- DOT continue, qui utilise une source continue et mesure l'intensité totale à la surface du tissu. De faible coût, performant en termes de stabilité et de rapport signal à bruit, ces appareils se sont démocratisés. En revanche, ils recueillent peu d'informations et imposent en conséquence un grand nombre de mesures [1.41].
- DOT fréquentielle, qui utilise des sources modulées à des fréquences radios et mesure, en plus de l'intensité totale, le déphasage entre les signaux incident et détecté ainsi que la variation de l'indice de modulation du signal. Ces systèmes, de performances équivalentes et de coût voisin aux systèmes continus, permettent de recueillir plus d'informations que ces derniers.
- DOT résolue en temps, qui utilise des sources impulsives ultracourtes (lasers femto ou picosecondes) et mesure le profil temporel de l'intensité lumineuse. Ces systèmes sont plus chers et moins stables que les systèmes continus ou modulés. De nombreux instruments optoélectroniques sont utilisés pour la détection, notamment les caméras à balayage de fente ou les systèmes de comptage de photons [1.42].

Cette méthode trouve essentiellement ses applications pour la détection et l'étude de tumeurs du sein, ainsi que l'imagerie fonctionnelle du cerveau [1.43].

V.2 – Intérêt de la polarimétrie pour l'imagerie de tissus biologiques

Nous avons vu que les collagènes possédaient des propriétés de biréfringence caractéristiques des tissus biologiques. La polarimétrie, à travers les paramètres de retard d'un milieu, étant sensible à ces propriétés, il apparaît clairement que l'imagerie polarimétrique peut être utilisée afin d'obtenir des contrastes supplémentaires lors de l'étude de pathologies.

De plus, l'altération ou la dénaturation des tissus biologiques, qu'elles soient induites (brûlures) ou pathologiques, affecte leurs propriétés de diffusion en déstructurant les diffuseurs principaux des tissus (changement de tailles des particules). La diffusion modifiant les propriétés polarimétriques de l'onde incidente, il paraît donc possible d'utiliser l'information de dépolarisation portée par la rétrodiffusion de la lumière afin de discriminer des tissus anormaux.

C'est pourquoi, depuis les années 1980, de nombreuses études ont développé des dispositifs sensibles à la polarisation. La mise en œuvre de systèmes imageurs est assez récente puisque les premiers dispositifs de type « caméra polarimétrique » datent des années 1990. Ces nombreuses utilisations de la polarimétrie trouvent leurs applications dans le domaine biomédical, bien sûr, mais aussi en télédétection [1.44] ou en métrologie [1.45].

Il existe différents dispositifs imageurs utilisant les propriétés de polarisation de la lumière. Ils sont habituellement classés en cinq groupes majeurs :

- Les systèmes utilisant une source de lumière polarisée et un analyseur placé devant le détecteur. En microscopie, l'utilisation de la polarisation est fréquente en anatopathologie pour visualiser, après coloration, la présence de certaines protéines dans les tissus (collagène notamment).
- Les dispositifs mesurant le degré de polarisation linéaire de la lumière ou DOP (pour Degree Of Polarization). Dans le domaine médical, Jacques et al. ont montré les potentialités de ce dispositif (figure I.19), notamment en dermatologie [1.46] [1.47].

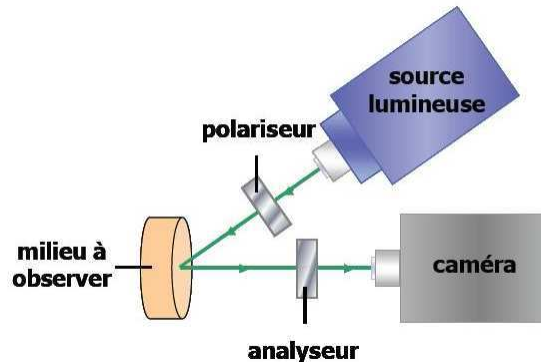


Figure I.19 : Schéma de principe d'un dispositif polarimétrique mesurant le DOP.

Lorsque le polariseur de sortie (analyseur) est placé perpendiculairement à celui d'entrée, les photons arrivant sur la caméra sont, principalement, ceux issus de la partie rétrodiffusée (diffusion de volume). En configuration parallèle, ce sont bien sûr les photons diffusés en surface qui sont mis en évidence. Il est donc possible de réaliser une image polarimétrique où le contraste est le DOP, défini par :

$$DOP = \frac{I_{//} - I_{\perp}}{I_{//} + I_{\perp}} \quad (I.7)$$

où $I_{//}$ et I_{\perp} désignent respectivement les intensités lumineuses rétrodiffusées détectées lorsque la direction de l'analyseur est placée parallèlement et perpendiculairement au polariseur d'entrée. Ces différentes études ont montré que le codage polarimétrique (DOP) élimine la réflexion diffuse engendrée par la surface puisqu'elle permet d'imager « sous » la surface de la peau : ainsi, dans les travaux de Jacques et al., les tâches de rousseur sont « effacées » de l'image codée en polarisation alors que les mélanomes restent présents. Surtout, l'image de polarisation permet de discerner la cicatrice due à une brûlure thermique (dénaturation des fibres de collagène) de la zone saine, la zone cicatrisée apparaissant sombre (DOP faible). L'étude démontre également que l'évolution du cancer dans le derme remplace le collagène biréfringent par une masse cellulaire moins biréfringente. La visualisation de cette modification structurale est améliorée en effectuant une image en DOP.

- Les systèmes de cartographie de biréfringence, qui représentent la biréfringence d'un échantillon en mesurant la valeur et l'orientation (axe rapide ou lent) du retard qui lui est associé. Un système commercial existe : le LC-polscope Abrio (Cri, Woburn, MA) [1.48] [1.49] qui utilise une caméra CCD de 1,3 mégapixels, un polariseur

circulaire/filtre interférentiel et une lame de phase à cristaux liquides. Des études préliminaires ont montré l'intérêt de ce dispositif pour l'étude de la fibrose hépatique : en effet, la valeur de la retardance est, sur un panel de six échantillons, de 30 à 70% plus forte dans les foies sains que dans les foies fibrosés. L'étude montre pourtant que la densité volumique du collagène est plus importante dans les foies anormaux. Ceci tend à vérifier que l'épaisseur du dépôt de collagène n'est pas le seul paramètre induisant la biréfringence. Au contraire, l'étude semble démontrer que le rôle de l'arrangement et de l'alignement de ces fibres est primordial.

- Les imageurs de Stokes, pouvant utiliser une lumière naturelle (non polarisée). Le dispositif acquiert alors une image de chaque paramètre de Stokes (à voir au Chapitre 2). Terrier et Devlaminck [1.50] ont développé un tel polarimètre en utilisant un analyseur de polarisation constitué de lames à cristaux liquides.
- Les imageurs de Mueller, dispositif le plus complet pour l'étude des propriétés polarimétriques d'un échantillon. Les premiers dispositifs imageurs basés sur le formalisme de Mueller sont apparus au milieu des années 90 [1.51][1.52]. Plus tard, Lu et Chipman publient un article sur la décomposition de la matrice de Mueller d'un échantillon partiellement dépolarisant. Cette méthode bien connue procure un outil pour imager les grandeurs physiques pertinentes (dépolarisation, retard, dichroïsme...) de l'échantillon considéré. Depuis, ce dispositif a été maintes fois utilisé [1.53] [1.54] ou amélioré [1.55] [1.56]. Notre étude utilisant un de ces dispositifs, nous en reparlerons plus tard (Chapitre 4). Dans le domaine biomédical, l'objectif de ces recherches est de mettre en évidence des modifications structurelles pathologiques. Le diagnostic de différents cancers et tumeurs tient notamment une importance particulière dans la littérature [1.57] [1.58] [1.59]. Dans ces études, les critères mesurant la dépolarisation et le retard sont, comme attendu, des paramètres capables de faire apparaître les modifications biologiques induites par la maladie.

VI – Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons tout d'abord introduits les différents tissus biologiques, et plus particulièrement les tissus conjonctifs qui représentent environ les 2/3 du volume du corps humain. Nous avons ensuite présenté la protéine de base de ces tissus, le collagène, ou plutôt les collagènes, au regard des nombreux types de collagènes différents.

Par la suite, nous avons détaillé les deux principales propriétés des tissus biologiques, à savoir l'absorption et la diffusion, et, introduit les grandeurs caractéristiques de ces phénomènes. Grâce à quelques exemples, nous avons pu conclure que, dans les tissus biologiques, en se plaçant dans la fenêtre thérapeutique, l'absorption est négligeable devant la diffusion.

A ce stade, nous avons mis en évidence le parallèle entre les propriétés de diffusion des tissus biologiques et les propriétés de biréfringence et d'anisotropie du collagène.

Puis, après avoir présenté les différentes techniques d'imagerie existantes, nous avons tenté de démontrer les intérêts de l'imagerie optique pour des applications biomédicales.

Technique à la fois peu coûteuse, inoffensive et aisément mise en œuvre, l'imagerie optique représente une alternative intéressante en proposant de nouveaux types de contraste, et dans certaines situations, une résolution bien meilleure que les techniques conventionnelles.

Pour finir, nous avons montré que les informations portées par la polarimétrie (biréfringence, dépolarisation, anisotropie...) étaient, compte tenu des propriétés optiques du collagène, parfaitement adaptées à l'étude des tissus biologiques. Nous avons toutefois pointé les difficultés de l'imagerie de polarisation : il reste difficile de discerner les paramètres polarimétriques pertinents car ceux-ci, fortement sensibles aux structures biologiques de taille comparable à la longueur d'onde d'étude, présentent des effets polarimétriques a priori mélangés.

Chapitre 2

La polarisation et ses formalismes

I – Introduction	39
II – Ellipse de polarisation	40
III – Formalisme de Jones	41
III.1 – Vecteur de Jones	41
III.2 – Matrice de Jones	42
III.3 – Conclusion	44
IV – Formalisme de Stokes-Mueller	44
IV.1 – Vecteur de Stokes	44
IV.2 – Matrice de Mueller	47
IV.3 – Relations entre les matrices de Jones et de Mueller	48
IV.4 – Conclusion	49
V – Composants optiques élémentaires de polarisation	50
V.1 – Dichroïque ou diatténuateur	50
V.2 – Biréfringent ou retardeur	52
V.3 – Dépolariseur	55
V.3.1 – Forme générale d'un dépolariseur	55
V.3.2 – Critères de caractérisation de la dépolarisation	56
V.4 – Conclusion	60
VI – Conclusion	60

I – Introduction

Tout champ électromagnétique est entièrement défini par quatre paramètres : l'intensité, la fréquence, la polarisation et la phase. Dans ce second chapitre, nous nous intéressons en particulier au cas de la polarisation, qui décrit l'évolution temporelle du vecteur champ électrique. On parle d'onde polarisée lorsque l'évolution de ce vecteur est stationnaire (ou déterministe) pendant le temps de mesure. Dans le cas contraire, l'onde est dite non polarisée ou partiellement polarisée.

Lors de la traversé d'un milieu, la polarisation peut subir des transformations qui permettent alors de caractériser le système considéré. Pour cela, différents formalismes, que nous présenterons ici, ont été introduits afin d'analyser ces modifications de l'état de polarisation.

Stokes [2.1] fut le premier à poser les bases mathématique de la polarisation de la lumière en introduisant un formalisme vectoriel associé à des grandeurs mesurables. Basée sur quatre paramètres, appelés paramètres de Stokes, cette représentation suffit à identifier complètement l'état de polarisation d'une onde, qu'elle soit partiellement, totalement ou non polarisée.

En se basant sur la nature vectorielle d'un état de polarisation, Jones [2.2] a introduit plus tard une nouvelle méthode de calcul permettant de décrire le comportement d'une onde polarisée à travers une succession d'éléments optiques. Cette représentation, décrivant un opérateur de polarisation par une matrice complexe de dimension 2x2 ne convient pas à l'étude polarimétrique de milieux biologiques. En effet, en plus d'être associé à des grandeurs complexes non directement mesurables, ce formalisme ne traite que le cas des phénomènes stationnaires quasi monochromatiques et spatialement invariants.

A partir de ces travaux, Mueller et d'autres [2.3][2.4] montrèrent qu'un système optique pouvait être caractérisé par une fonction linéaire de seize coefficients réels, appelée matrice de Mueller, s'appliquant aux quatre paramètres de Stokes. Ce formalisme, dit de Stokes-Mueller, permet non seulement de traiter les ondes polarisées mais aussi celles qui sont dépolarisées tout en étant relié à des grandeurs à dimension énergétique et donc mesurables.

En mesurant la matrice de Mueller d'un milieu, nous sommes capables de remonter aux propriétés physiques de ce dernier que sont :

- Le dichroïsme (effet d'amplitude),
- La biréfringence (effet de phase),
- La dépolarisation (effets d'amplitude et de phase aléatoires).

Dans ce chapitre, nous présenterons ces différents éléments optiques simples ainsi que leur matrice de Mueller, en apportant un soin tout particulier à l'analyse de la dépolarisation, phénomène dominant dans les tissus biologiques.

II – Ellipse de polarisation

Définir un état de polarisation revient à déterminer comment évolue, dans le temps et dans le plan d'onde, l'extrémité du vecteur champ électrique d'une onde électromagnétique. Pour une onde plane quasi monochromatique, en choisissant l'axe des z comme direction de propagation, le champ \vec{E} , transverse ($E_z(t) = 0$), s'exprime en coordonnées cartésiennes par :

$$E_x(z, t) = E_{0x} \cos(\omega t - kz + \varphi_x) \quad (\text{II.1.a})$$

$$E_y(z, t) = E_{0y} \cos(\omega t - kz + \varphi_y) \quad (\text{II.1.b})$$

Avec ω la pulsation de l'onde et $k = \frac{2\pi}{\lambda} n$ où λ est la longueur d'onde dans le vide et n est l'indice de réfraction vu par l'onde dans la direction de propagation.

On peut montrer que l'extrémité du vecteur champ électrique décrit une ellipse, représentée en figure II.1, dont l'équation est :

$$\frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} - 2 \cdot \frac{E_x E_y}{E_{0x} E_{0y}} \cos(\varphi) = \sin^2(\varphi) \quad (\text{II.2})$$

avec $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$.

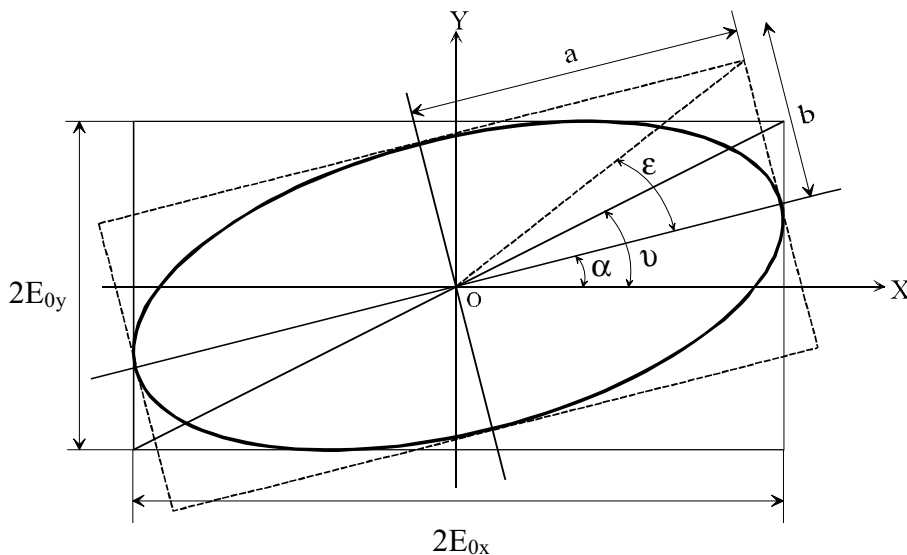


Figure II.1 : Schéma de l'ellipse de polarisation

L'état de polarisation est entièrement défini si on connaît l'ensemble des paramètres de l'ellipse : soit l'ellipticité ε et l'azimut α , soit la différence de phase φ et l'angle diagonal ν . Son sens de rotation est donné soit par le signe de φ soit par celui de ε .

Ainsi, lorsque $\varphi = 0$ ou $\varphi = \pi$ (modulo 2π), l'onde est polarisée rectilignement. Lorsque $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ou $\varphi = \frac{3\pi}{2}$ et $E_{0x} = E_{0y}$, la polarisation est dite circulaire (droite lorsque pour un observateur regardant dans la direction opposée au sens de propagation, la rotation s'effectue dans le sens des aiguilles d'une montre, gauche dans le cas inverse).

Les paramètres de l'ellipse sont reliés entre eux par un certain nombre de relations. Trois d'entre elles seront particulièrement utiles pour la suite :

$$\cos(2\nu) = \cos(2\varepsilon) \cos(2\alpha) \quad (\text{II.3.a})$$

$$\sin(2\nu) \cos(\varphi) = \cos(2\varepsilon) \sin(2\alpha) \quad (\text{II.3.b})$$

$$\sin(2\nu) \sin(\varphi) = \sin(2\varepsilon) \quad (\text{II.3.c})$$

Le formalisme géométrique de la polarisation ne permet pas de suivre l'état de polarisation d'une onde à travers plusieurs éléments optiques. C'est pourquoi nous allons étudier le formalisme de Jones, formalisme vectoriel bien plus adapté à l'étude des modifications de polarisation.

III – Formalisme de Jones

Dans une série d'articles parue en 1941 [2.2], Jones suggère d'utiliser une représentation vectorielle de l'état de polarisation. Il introduit donc une approche matricielle dans la résolution des problèmes relatifs à la polarisation de la lumière.

III.1 – Vecteur de Jones

Il propose ainsi de décrire l'état de polarisation d'une onde quasi monochromatique plane se propageant dans la direction des z croissants par un vecteur colonne complexe \vec{J} tel que :

$$\vec{J} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x} e^{i\varphi_x} \\ E_{0y} e^{i\varphi_y} \end{bmatrix} \quad (\text{II.4})$$

Cette représentation complexe ne doit pas cacher que seules les quantités réelles sont observables (mais pas forcément directement mesurables).

Le vecteur de Jones représente l'état de polarisation général d'une onde plane quasi monochromatique, c'est-à-dire l'état de polarisation elliptique (Figure II.1). Il n'y a pas de vecteur de Jones pour la lumière naturelle (supposé totalement dépolariée) et la lumière partiellement polarisée. En le normalisant, l'état de polarisation elliptique peut s'écrire, dans la base (O, x, y) , sous la forme suivante :

$$\vec{J}_n = \frac{1}{\sqrt{E_{0x}^2 + E_{0y}^2}} \begin{bmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} e^{i\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\nu) \\ \sin(\nu) e^{i\varphi} \end{bmatrix} \quad (\text{II.5})$$

Ou :

$$\vec{J}_n = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \cos(\varepsilon) - i \sin(\alpha) \sin(\varepsilon) \\ \sin(\alpha) \cos(\varepsilon) + i \cos(\alpha) \sin(\varepsilon) \end{bmatrix} \quad (\text{II.6})$$

Si la représentation géométrique d'un vecteur de Jones est plus aisée en termes d'azimut et d'ellipticité, la première relation est plus adaptée à son calcul.

III.2 – Matrice de Jones

Le formalisme de Jones permet aussi de décrire sous forme matricielle la transformation linéaire subie par une onde polarisée interagissant avec un composant optique (lame de retard, polariseur...).

Le vecteur de Jones incident \vec{J}_e se transforme en vecteur émergent \vec{J}_s par l'intermédiaire de la matrice de Jones T , complexe de dimension 2×2 , selon :

$$\vec{J}_s = T \cdot \vec{J}_e \quad \text{avec} \quad T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

Pour un système optique complexe composé de n éléments en série, la réponse globale est :

$$\vec{J}_s = T_n \cdot T_{n-1} \dots T_2 \cdot T_1 \cdot \vec{J}_e \quad (\text{II.8})$$

T_n étant la matrice de Jones du dernier élément traversé.

A partir de ce formalisme, il est possible de déterminer les états propres de polarisation : ces états propres sont définis comme étant les états qui ne sont pas modifiés par l'action d'un élément optique. Si T est la matrice de Jones du dit élément, nous avons :

$$\begin{cases} T.\vec{J}_1 = \lambda_1.\vec{J}_1 \\ T.\vec{J}_2 = \lambda_2.\vec{J}_2 \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

Où \vec{J}_1 , \vec{J}_2 et λ_1 , λ_2 sont respectivement les vecteurs et valeurs propres associés à T . Dans le cas général, les valeurs propres associées aux états propres sont complexes et elles sont définies arbitrairement par :

$$\begin{cases} \lambda_1 = P_1 e^{i\varphi_1} \\ \lambda_2 = P_2 e^{i\varphi_2} \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

Avec $P_1 > P_2$ et $\varphi_1 > \varphi_2$.

Bien qu'ils définissent une base, les vecteurs propres associés ne sont pas forcément orthogonaux. Soit le paramètre η [2.5] défini sur l'intervalle $[0, \dots, 1]$ par :

$$\eta = \left| \frac{\vec{J}_1^\dagger \cdot \vec{J}_2}{|\vec{J}_1| \cdot |\vec{J}_2|} \right| \quad (\text{II.11})$$

Où \vec{J}_1^\dagger représente le vecteur transposé conjugué complexe de \vec{J}_1 .

La matrice de Jones de l'élément est dite homogène si $\eta = 0$, les vecteurs propres étant orthogonaux entre eux, et inhomogène si $\eta \neq 0$, les vecteurs propres n'étant pas orthogonaux entre eux. Connaissant les valeurs propres et vecteurs propres pour un élément homogène, nous pouvons réécrire, à partir de ceux-ci, la matrice de Jones sous la forme :

$$T = P.T_\lambda.P^{-1} \quad (\text{II.12})$$

Avec $T_\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$ la matrice diagonale des valeurs propres et $P = (\vec{J}_1, \vec{J}_2)$. Inversement, nous aurons :

$$T_\lambda = P^{-1}.T.P \quad (\text{II.13})$$

III.3 – Conclusion

Le formalisme de Jones permet donc d'analyser l'état de polarisation d'une onde traversant un ou plusieurs éléments optiques. Cependant, seules les quantités réelles sont observables (mais pas forcément directement mesurables). Il faut également mentionner que les cas des lumières non polarisée et partiellement polarisée ne peuvent être traités par ce formalisme. Il paraît donc indispensable d'introduire un formalisme adapté à toutes les situations polarimétriques.

IV – Formalisme de Stokes-Mueller

Le formalisme de Jones, représentation de l'état de polarisation sous une forme matricielle complexe, offre de nombreux avantages mais il ne permet pas de traiter les ondes dépolarisées ou partiellement polarisées. Il est donc souhaitable d'utiliser un autre formalisme. On introduit ainsi le formalisme de Stokes [2.1] qui se démarque de celui de Jones en se basant, pour décrire la polarisation de la lumière, sur les quantités directement mesurables que sont les intensités.

IV.1 – Vecteur de Stokes

Dans le cas de l'onde plane monochromatique de polarisation elliptique (Figure II.1), nous obtenons, après simplifications sur l'équation de l'ellipse de polarisation (équation II.2), l'expression :

$$(E_{0x}^2 + E_{0y}^2)^2 = (E_{0x}^2 - E_{0y}^2)^2 + (2E_{0x}E_{0y} \cos(\varphi))^2 + (2E_{0x}E_{0y} \sin(\varphi))^2 \quad (\text{II.14})$$

Que nous pouvons réécrire telle que :

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \quad (\text{II.15})$$

Ces quatre termes sont en fait les paramètres de Stokes décrits par :

$$\begin{cases} S_0 = E_{0x}^2 + E_{0y}^2 = I_H + I_V = I_0 \\ S_1 = E_{0x}^2 - E_{0y}^2 = I_H - I_V \\ S_2 = 2E_{0x}E_{0y} \cos(\varphi) = I_{45} - I_{-45} \\ S_3 = 2E_{0x}E_{0y} \sin(\varphi) = I_D - I_G \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

S'il est aisé de remarquer que S_0 représente l'intensité totale I_0 de l'onde optique, il est plus difficile d'interpréter la signification des autres paramètres :

- S_1 représente la différence des intensités des composantes linéaires polarisées horizontalement I_H et verticalement I_V dans le plan d'onde.
- S_2 représente la différence des intensités des composantes linéaires polarisées à 45° I_{45} et à -45° I_{-45} dans le plan d'onde.
- S_3 représente la différence des intensités des composantes polarisées circulairement droite I_D et gauche I_G dans le plan d'onde.

Nous pouvons ainsi décrire la polarisation de la lumière par un vecteur de dimension 4 appelé vecteur de Stokes, ici normalisé par rapport à S_0 , exprimé en fonction de l'azimut et de l'ellipticité de polarisation :

$$\vec{S} = S_0 \begin{bmatrix} 1 \\ S_1/S_0 \\ S_2/S_0 \\ S_3/S_0 \end{bmatrix} = S_0 \begin{bmatrix} 1 \\ \cos(2\varepsilon) \cos(2\alpha) \\ \cos(2\varepsilon) \sin(2\alpha) \\ \sin(2\varepsilon) \end{bmatrix} \quad (\text{II.17})$$

Le tableau II.1 précise les vecteurs de Stokes normalisés pour les états de polarisation fondamentaux.

Vecteur de Stokes	H	V	+45°	-45°	D	G	Elliptique
$\begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ \cos(2\varepsilon) \cos(2\alpha) \\ \cos(2\varepsilon) \sin(2\alpha) \\ \sin(2\varepsilon) \end{bmatrix}$

Tableau II.1 : Vecteurs de Stokes des états de polarisation fondamentaux (H : linéaire horizontale, V : linéaire verticale, +45° : linéaire orientée à 45°, -45° : linéaire orientée à -45°, D : circulaire droite, C : circulaire gauche). La direction Ox est ici assimilée à l'axe horizontal.

Nous venons de voir le cas d'une lumière complètement polarisée. En généralisant l'écriture de Stokes pour n'importe quel état de polarisation, les paramètres de Stokes s'écrivent :

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle E_x E_x^* + E_y E_y^* \rangle \\ \langle E_x E_x^* - E_y E_y^* \rangle \\ \langle E_x E_y^* + E_y E_x^* \rangle \\ \langle E_x E_y^* - E_y E_x^* \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle E_{0x}^2 \rangle + \langle E_{0y}^2 \rangle \\ \langle E_{0x}^2 \rangle - \langle E_{0y}^2 \rangle \\ 2 \langle E_{0x} E_{0y} \cos \varphi \rangle \\ 2 \langle E_{0x} E_{0y} \sin \varphi \rangle \end{bmatrix} \quad (\text{II.18})$$

Le symbole $\langle \rangle$ représente la moyenne d'ensemble temporelle (sur le temps d'intégration) et spatiale (sur le détecteur). En effet, en optique, les seules quantités mesurables sont à dimension énergétique. Stokes a ainsi décidé d'introduire dans l'équation de l'ellipse des termes relatifs à des moyennes temporelles (sur une durée T , temps d'intégration du détecteur, bien supérieure aux périodes d'oscillations des ondes optiques) et non plus des termes d'amplitudes.

Ainsi, dans le cas d'une onde monochromatique partiellement polarisée, l'équation (II.15) devient :

$$S_0^2 \geq S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \quad (\text{II.19})$$

Dans le cas d'une lumière complètement dépolarisée, tous les états de polarisation sont présents de façon statistiquement égale. De plus, les composantes du champ électrique ne sont pas corrélées en phase, ce qui implique :

$$\langle \cos(\varphi) \rangle = \langle \sin(\varphi) \rangle = 0 \quad (\text{II.20})$$

Et donc :

$$S_1 = S_2 = S_3 = 0$$

Nous pouvons définir le degré de polarisation de l'onde par :

$$P = \frac{I_{pol}}{I_{tot}} = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \quad (\text{II.21})$$

Nous pouvons discerner les trois cas possibles :

- Si $P = 1$, l'onde est dite complètement polarisée.
- Si $P = 0$, l'onde n'est pas polarisée.
- Si $0 < P < 1$, l'onde est partiellement polarisée.

Les degrés de polarisation rectiligne et circulaire sont définis comme :

$$P_L = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}}{S_0} \quad (\text{II.22})$$

$$P_C = \frac{S_3}{S_0} \quad (\text{II.23})$$

IV.2 – Matrice de Mueller

Les paramètres de Stokes permettent de caractériser complètement l'état de polarisation d'une onde lumineuse. Mueller, lui, a montré qu'il existait une relation linéaire entre les vecteurs de Stokes d'entrée et de sortie d'un système optique [2.3] :

$$\vec{S}_s = M \cdot \vec{S}_e \quad (\text{II.24})$$

où M est la matrice de Mueller de dimension 4×4 . Ses éléments m_{ij} ($i, j = 0, \dots, 3$) sont réels et directement reliés à la mesure.

Connaissant M , on peut prédire l'état de polarisation à la sortie du système pour un état incident connu. Comme pour le formalisme de Jones, si on a n éléments optiques et que la lumière traverse ces éléments dans l'ordre $1, 2, \dots, n$, alors la matrice du système sera :

$$M = M_n \cdot M_{n-1} \dots M_2 \cdot M_1 \quad (\text{II.25})$$

Le formalisme matriciel (Mueller, Jones) est adapté à la caractérisation d'un milieu. En effet, la seule connaissance de la matrice de Mueller qui lui est associée permet de remonter à ses propriétés polarimétriques. Il faudra cependant faire l'hypothèse que ce milieu est linéaire (d'un point de vue mathématique).

Un paramètre souvent exploité à partir de la matrice de Mueller, est l'indice de dépolarisation traduisant le caractère dépolarisant ou non du milieu qu'elle décrit. Ce paramètre [2.6] [2.7] fournit une mesure moyenne du pouvoir dépolarisant d'un système optique :

$$P_D = \sqrt{\frac{\sum_{i,j=0}^3 m_{ij}^2 - m_{00}^2}{3m_{00}^2}} \text{ avec } 0 \leq P_D \leq 1 \quad (\text{II.26})$$

Nous distinguons à nouveau trois cas possibles :

- Si $P_D = 1$ alors la matrice obtenue est celle d'un milieu non dépolarisant (matrice dite de Mueller-Jones).
- Si $P_D = 0$ alors le milieu est complètement dépolarisant.
- Si $0 < P_D < 1$, le milieu dépolarise partiellement.

IV.3 – Relation entre les matrices de Jones et de Mueller

Une matrice de Jones contient huit paramètres indépendants (parties réelles et imaginaires des quatre éléments de la matrice) ou sept si la phase absolue est exclue. Une matrice de Mueller contient au plus seize paramètres indépendants, information sur la dépolarisation comprise.

On appelle matrice de Mueller-Jones une matrice de Mueller non dépolarisante ($P_D = 1$) comprenant seulement sept paramètres indépendants. Nous ajoutons qu'il est toujours possible de transformer une matrice de Jones en une matrice de Mueller, mais l'inverse n'est pas nécessairement vrai (cas des milieux dépolarisants).

A chaque matrice de Jones T , il est possible d'associer une matrice de Mueller M définie par ses éléments m_{ij} ($i, j = 0, \dots, 3$) comme :

$$m_{ij} = \frac{1}{2} \text{tr}(T \cdot \sigma_j \cdot T^+ \cdot \sigma_i) \quad (\text{II.27})$$

avec $\sigma_{i,j}$ les matrices de Pauli et T^+ la matrice transposée complexe conjuguée de T .

La matrice de Mueller peut également être déduite d'une matrice de Jones au moyen de l'opération matricielle :

$$M = A(T \otimes T^+)A^{-1} \quad (\text{II.28})$$

avec $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & i & -i & 0 \end{pmatrix}$ et \otimes le produit tensoriel de matrices.

Il existe plusieurs travaux [2.8] [2.9] [2.10] qui ont tenté de déterminer un critère prouvant qu'une matrice de Mueller est une matrice de Mueller-Jones, c'est à dire si elle décrit un système optique déterministe (ou non dépolarisant). Les matrices de Mueller étant obtenues expérimentalement, il convient d'utiliser un critère qui tienne compte de l'influence du bruit de mesure, erreurs de mesure qui peuvent être systématiques ou aléatoires (cette problématique sera développée au Chapitre 4).

La décomposition de la matrice de Mueller en opérateurs de polarisation introduite par S. R. Cloude [2.10] permet d'extraire une matrice de Mueller-Jones à partir d'une matrice de Mueller quelconque. Il définit, pour ce faire, une matrice N , dite de cohérence de cible, en fonction des éléments m_{ij} de la matrice de Mueller comme :

$$N = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 m_{i,j} \sigma_i \otimes \sigma_j \quad (\text{II.29})$$

N étant hermitienne, elle est diagonalisable et possède quatre valeurs propres réelles positives (ou nulles) et quatre vecteurs propres orthogonaux entre eux. S. R. Cloude en a déduit un théorème de décomposition de cible, qui exprime N comme la somme incohérente d'au plus quatre composantes de cible pondérées par leurs valeurs propres respectives :

$$N = \lambda_0 N_0 + \lambda_1 N_1 + \lambda_2 N_2 + \lambda_3 N_3 \quad (\text{II.30})$$

Une condition nécessaire et suffisante pour qu'une matrice M soit une matrice de Mueller-Jones est que N ne possède qu'une seule valeur propre non nulle. L'expérience montrera que cette estimation reste applicable si N possède une valeur propre dominante et trois autres quasiment nulles (au bruit près). Autrement dit, si $\lambda_0 \cong \text{tr}(N) = 2m_{00}$ et $\lambda_i \cong 0$, pour $i = 1, 2, 3$.

Cette méthode simple sera très utile pour l'étalonnage du dispositif expérimental (Chapitre 4).

IV.4 – Conclusion

Nous venons de voir que le formalisme de Stokes-Mueller présente quelques avantages :

- Toutes les grandeurs mises en jeu sont réelles et mesurables.
- Il permet de prendre en compte les phénomènes liés à la dépolarisation d'un milieu.
- L'outil matriciel du formalisme est parfaitement adapté à la caractérisation d'un milieu linéaire.

A présent, nous pouvons identifier, à travers différents composants optiques élémentaires, les informations polarimétriques contenues dans une matrice de Mueller brute.

V – Composants optiques élémentaires de polarisation

V.1 – Dichroïque ou diatténuateur homogène

Un diatténuateur est un élément non dépolarisant qui change l'amplitude du champ électrique incident, l'intensité transmise dépendant de la polarisation de l'onde incidente. La forme élémentaire la plus générale du diatténuateur est celle où les états propres, orthogonaux entre eux, sont elliptiques. Les valeurs propres portées par ces vibrations sont réelles (effet d'amplitude et non de phase) et sont notées P_1 et P_2 ($P_1 > P_2$). Ces deux valeurs propres permettent de définir les transmittances en énergie minimum T_{min} et maximum T_{max} suivant les axes propres comme :

$$\begin{cases} T_{max} = P_1^2 \\ T_{min} = P_2^2 \end{cases}$$

On caractérise alors un tel élément par sa diatténuation [2.11] définie par :

$$D = \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max} + T_{min}} \quad (0 \leq D \leq 1) \quad (\text{II.31})$$

Nous distinguons trois cas possibles :

- Si $D = 1$, le diatténuateur est un polariseur parfait.
- Si $0 < D < 1$, le diatténuateur se comporte comme un polariseur partiel.
- Si $D = 0$, la transmission en intensité de cet élément ne dépend pas de l'état de polarisation incident et les valeurs propres sont alors complexes. C'est le cas du retardeur, que nous étudierons plus tard.

Afin de pouvoir caractériser un milieu, il nous faut remonter aux caractéristiques polarimétriques élémentaires. Pour cela, il est indispensable d'exprimer les matrices de Jones et de Mueller de ces éléments simples [2.12].

Le diatténuateur elliptique est défini comme étant homogène, ses états propres étant orthogonaux, ils ont pour azimuts α et $\alpha + 90^\circ$ et pour ellipticité ε et $-\varepsilon$. Un diatténuateur homogène est donc caractérisé par quatre paramètres : les transmittances T_{min} et T_{max} , l'azimut α_D et l'ellipticité ε_D de la vibration propre de transmittance maximale. Grâce aux expressions (II.13) et (II.28), nous pouvons exprimer les matrices de Jones T_D et de Mueller M_D de diatténuation :

$$T_D = \begin{bmatrix} P_1 \cos^2(\nu) + P_2 \sin^2(\nu) & (P_1 - P_2)e^{-i\varphi} \cos(\nu) \sin(\nu) \\ (P_1 - P_2)e^{i\varphi} \cos(\nu) \sin(\nu) & P_1 \sin^2(\nu) + P_2 \cos^2(\nu) \end{bmatrix} \quad (\text{II.32})$$

$$M_D = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 C_{2\nu} & q_2 S_{2\nu} C_\varphi & q_2 S_{2\nu} S_\varphi \\ q_2 C_{2\nu} & q_1 C_{2\nu}^2 + q_3 S_{2\nu}^2 & C_{2\nu} S_{2\nu} C_\varphi (q_1 - q_3) & C_{2\nu} S_{2\nu} S_\varphi (q_1 - q_3) \\ q_2 S_{2\nu} C_\varphi & C_{2\nu} S_{2\nu} C_\varphi (q_1 - q_3) & C_\varphi^2 (q_1 S_{2\nu}^2 + q_3 C_{2\nu}^2) + q_3 S_\varphi^2 & C_\varphi S_\varphi S_{2\nu}^2 (q_1 - q_3) \\ q_2 S_{2\nu} S_\varphi & C_{2\nu} S_{2\nu} S_\varphi (q_1 - q_3) & C_\varphi S_\varphi S_{2\nu}^2 (q_1 - q_3) & S_\varphi^2 (q_1 S_{2\nu}^2 + q_3 C_{2\nu}^2) + q_3 C_\varphi^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.33})$$

$$\text{avec} \begin{cases} q_1 = \frac{1}{2}(P_1^2 + P_2^2), q_2 = \frac{1}{2}(P_1^2 - P_2^2), q_3 = P_1 P_2 \\ C_\varphi = \cos(\varphi), S_\varphi = \sin(\varphi), C_{2\nu} = \cos(2\nu), S_{2\nu} = \sin(2\nu) \end{cases}$$

A partir de ces expressions, Lu et Chipman [2.13] ont proposé une écriture synthétique de M_D telle que :

$$M_D = T_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}^T \\ \vec{D} & m_D \end{bmatrix} \text{ avec } M_D = M_D^T \quad (\text{II.34})$$

Où \vec{D} est le vecteur diatténuation, \vec{D}^T son transposé et T_0 la transmittance pour une onde non polarisée. m_D est la matrice réduite de dimension 3x3 du diatténuateur.

Dans le cas général, la transmittance T_0 pour une onde non polarisée est définie par :

$$T_0 = M_{D_{00}} = \frac{1}{2}(T_{\max} + T_{\min}) \quad (\text{II.35})$$

La diatténuation D peut aussi être directement obtenue à partir des éléments $M_{D_{ij}}$ de la matrice de Mueller du diatténuateur M_D :

$$D = \frac{\sqrt{M_{D_{01}}^2 + M_{D_{02}}^2 + M_{D_{03}}^2}}{M_{D_{00}}} \quad (\text{II.36})$$

Le vecteur diatténuation \vec{D} est défini suivant l'axe propre dont la transmittance est maximum (T_{\max}). Il est obtenu à partir de la première ligne de la matrice de Mueller :

$$\vec{D} = D\hat{D} = \frac{1}{M_{D_{00}}} \begin{bmatrix} M_{D_{01}} \\ M_{D_{02}} \\ M_{D_{03}} \end{bmatrix} \quad (\text{II.37})$$

Avec \hat{D} vecteur unité représentant l'axe propre de transmittance maximum du dichroïque.

La matrice de Mueller réduite d'un dichroïque est définie à partir de \vec{D} telle que :

$$m_D = \sqrt{1-D^2}I + (1-\sqrt{1-D^2})\hat{D}\hat{D}^T \quad (\text{II.38})$$

Où I est la matrice identité 3x3.

Il est également possible de décrire physiquement le vecteur diatténuation, en effet :

$$\vec{D} = \begin{bmatrix} D_H \\ D_{45} \\ D_C \end{bmatrix} \quad (\text{II.39})$$

Où D_H est la diatténuation linéaire horizontale, D_{45} celle linéaire à 45° et D_C la diatténuation circulaire. Ces trois valeurs s'expriment sur l'intervalle $[-1, \dots, 1]$. Dans certains cas, il est nécessaire d'exprimer la diatténuation linéaire D_L définie par la relation suivante :

$$D_L = \sqrt{D_H^2 + D_{45}^2} \text{ avec } 0 \leq D_L \leq 1. \quad (\text{II.40})$$

Un élément dichroïque est dit linéaire si sa diatténuation circulaire est nulle. Inversement, il sera dit circulaire si sa diatténuation linéaire est nulle.

V.2 – Biréfringent ou Retardeur homogène

Un retardeur est un élément non dépolarisant qui change la phase du champ électrique incident. Sa transmittance est constante et ne dépend pas de la polarisation de l'onde incidente. On caractérise un tel élément par sa retardance définie par :

$$R = |\varphi_r - \varphi_t| \quad (0 \leq R \leq 180^\circ) \quad (\text{II.41})$$

avec φ_r et φ_l les phases associées aux deux vecteurs propres du retardeur. Les deux axes propres sont respectivement appelés axe rapide et axe lent. Ainsi, à la sortie du biréfringent, les deux composantes (r, l) sont déphasées de :

$$\delta = \frac{2\pi d}{\lambda_0} \Delta n = \varphi_r - \varphi_l \quad (\text{II.42})$$

Où Δn et d sont respectivement la biréfringence et l'épaisseur du milieu traversé à la longueur d'onde λ_0 .

Le retardeur elliptique est défini comme étant homogène, ses états propres étant orthogonaux, ils ont pour azimuts α et $\alpha + 90^\circ$ et pour ellipticité ε et $-\varepsilon$. Un retardeur homogène est donc caractérisé par trois paramètres : sa retardance R , l'azimut α_R et l'ellipticité ε_R de l'axe rapide. Grâce aux paramètres de l'ellipse de polarisation et aux expressions (II.13) et (II.28), nous pouvons exprimer les matrices de Jones T_R et de Mueller M_R de retard :

$$T_R = \begin{bmatrix} \cos^2(\nu)e^{i\frac{\delta}{2}} + \sin^2(\nu)e^{-i\frac{\delta}{2}} & i \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin(2\nu)e^{-i\varphi} \\ i \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin(2\nu)e^{i\varphi} & \sin^2(\nu)e^{i\frac{\delta}{2}} + \cos^2(\nu)e^{-i\frac{\delta}{2}} \end{bmatrix} \quad (\text{II.43})$$

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d^2 - e^2 - f^2 + g^2 & 2(de + fg) & 2(df + eg) \\ 0 & 2(de - fg) & -d^2 + e^2 - f^2 + g^2 & 2(ef + dg) \\ 0 & 2(df + eg) & 2(ef - dg) & -d^2 - e^2 + f^2 + g^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.44})$$

$$\text{avec } \begin{cases} d = \cos(2\nu) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \\ e = \sin(2\nu) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \cos(\varphi) \\ f = \sin(2\nu) \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \sin(\varphi) \\ g = \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \end{cases}$$

Lu et Chipman ont aussi proposé une écriture synthétique exprimant la matrice de Mueller d'un retardeur. M_R est de la forme :

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{0} & m_R \end{bmatrix} \text{ avec } M_R^{-1} = M_R^T \quad (\text{II.45})$$

Où $\vec{0}$ représente le vecteur nul et m_R la matrice réduite du retardeur. Il faut noter que la matrice de retard M_R est une matrice unitaire (déterminant égal à 1).

Nous allons voir maintenant qu'il est possible de définir entièrement M_R si son vecteur retardance \vec{R} (qui représente l'axe rapide) est connu. Présentons donc les propriétés de la matrice de Mueller du retardeur.

Le déphasage peut être directement obtenu à partir de la matrice M_R :

$$R = \arccos\left(\frac{\text{tr}(M_R) - 1}{2}\right) \quad (\text{II.46})$$

La retardance mesure la valeur absolue du déphasage introduit par le milieu étudié puisque $\arccos(x)$ est par définition positif ou nul. Le retardeur possède deux axes propres orthogonaux : un axe rapide et un axe lent. L'axe rapide est caractérisé par un vecteur retardance \vec{R} défini comme :

$$\vec{R} = R\hat{R} = R \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{bmatrix} \quad (\text{II.47})$$

Avec \hat{R} vecteur unité représentant l'axe rapide.

Les paramètres ρ_1, ρ_2, ρ_3 peuvent être directement obtenus à partir des éléments de M_R :

$$\begin{cases} \rho_1 = \frac{1}{2 \sin R} (M_{R_{23}} - M_{R_{32}}) \\ \rho_2 = \frac{1}{2 \sin R} (M_{R_{31}} - M_{R_{13}}) \\ \rho_3 = \frac{1}{2 \sin R} (M_{R_{12}} - M_{R_{21}}) \end{cases} \quad (\text{II.48})$$

La matrice réduite m_R d'un biréfringent est définie à partir de \vec{R} telle que :

$$m_R = \begin{bmatrix} \rho_1^2(1 - \cos R) + \cos R & \rho_2\rho_1(1 - \cos R) + \rho_3 \sin R & \rho_1\rho_3(1 - \cos R) - \rho_2 \sin R \\ \rho_2\rho_1(1 - \cos R) - \rho_3 \sin R & \rho_2^2(1 - \cos R) + \cos R & \rho_2\rho_3(1 - \cos R) + \rho_1 \sin R \\ \rho_3\rho_1(1 - \cos R) + \rho_2 \sin R & \rho_2\rho_3(1 - \cos R) - \rho_1 \sin R & \rho_3^2(1 - \cos R) + \cos R \end{bmatrix} \quad (\text{II.49})$$

Il est possible de décrire physiquement le vecteur retardance. En effet :

$$\vec{R} = \begin{bmatrix} R_H \\ R_{45} \\ R_C \end{bmatrix} \quad (\text{II.50})$$

Où R_H est la retardance linéaire horizontale, R_{45} celle linéaire à 45° et R_C la retardance circulaire. Ces trois paramètres sont définis sur l'intervalle $[-\pi, \dots, \pi]$. Dans certains cas, il est nécessaire de remonter à la retardance linéaire définie par la relation suivante :

$$R_L = \sqrt{R_H^2 + R_{45}^2} \text{ avec } 0 \leq R_L \leq \pi. \quad (\text{II.51})$$

Un élément biréfringent est dit linéaire si sa retardance circulaire est nulle. Inversement, il sera dit circulaire si sa retardance linéaire est nulle.

V.3 – Dépolariseur

Les différents éléments optiques que nous avons présentés précédemment peuvent être caractérisés par une matrice de Jones. Ils ont donc une action déterministe. En revanche, les milieux où on observe de la dépolarisation ne peuvent être caractérisés que par une matrice de Mueller.

V.3.1 – Forme générale du dépolariseur

Plusieurs conditions peuvent faire que le milieu étudié n'ait pas une action déterministe et présente donc de la dépolarisation : les phénomènes de diffusion, les fluctuations du milieu pendant le temps de mesure (milieu biologique), l'inhomogénéité du milieu pour l'onde ou une source à large bande spectrale (la source n'est pas quasi-monochromatique).

Il faut également considérer que toute mesure est entachée de bruit, il est alors impossible, en toute rigueur, d'associer une matrice de Jones à une matrice de Mueller.

La forme générale synthétique d'un dépolariseur introduite par Lu et Chipman s'exprime comme :

$$M_{\Delta} = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{P}_{\Delta} & m_{\Delta} \end{bmatrix} \quad (\text{II.52})$$

Où \vec{P}_{Δ} est le vecteur polarisation et m_{Δ} la matrice réduite 3x3 du dépolariseur. Cette matrice réduite est symétrique et, en la diagonalisant, il est possible de déterminer ses valeurs propres et vecteurs propres qui donnent respectivement les trois facteurs de dépolarisation principaux et les trois axes de dépolarisation orthogonaux. Le dépolariseur est donc caractérisé par neuf paramètres, en comptant en plus les trois éléments du vecteur polarisation \vec{P}_{Δ} .

V.3.2 – Critères de caractérisation de la dépolarisation

Il est important pour la suite de définir quelques paramètres qui caractérisent la dépolarisation d'un milieu. En effet, les milieux biologiques sont des milieux fortement diffusants, la dépolarisation des photons incidents y est donc forte, et il est alors nécessaire de quantifier, par des critères bien définis, la dépolarisation qu'ils engendrent.

Le premier critère, exploité à partir de la matrice de Mueller M , est l'indice de dépolarisation P_D (II.26).

Un autre critère, introduit par Lu [2.13], est le facteur de dépolarisation moyen Δ ($0 \leq \Delta \leq 1$) qui est obtenu en faisant la moyenne des facteurs de dépolarisation principaux a , b et c de M_{Δ} :

$$\Delta = 1 - \frac{|a| + |b| + |c|}{3} \quad \text{pour} \quad M_{\Delta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c \end{bmatrix} \quad (\text{II.53})$$

Afin de savoir si la dépolarisation de la matrice de Mueller M d'un milieu est isotrope ou anisotrope, nous étudions l'ensemble des vecteurs de Stokes en sortie de ce milieu définis tels que :

$$\vec{S}'(\alpha, \varepsilon) = \begin{bmatrix} S'_0(\alpha, \varepsilon) \\ S'_1(\alpha, \varepsilon) \\ S'_2(\alpha, \varepsilon) \\ S'_3(\alpha, \varepsilon) \end{bmatrix} = M \cdot \vec{S}^i(\alpha, \varepsilon)$$

Où α et ε sont respectivement l'azimut et l'ellipticité du vecteur de Stokes incident.

Nous pouvons alors déduire la représentation graphique du degré de polarisation en sortie $P'(\alpha, \varepsilon)$ tel que :

$$P'(\alpha, \varepsilon) = \frac{\sqrt{S_1'^2(\alpha, \varepsilon) + S_2'^2(\alpha, \varepsilon) + S_3'^2(\alpha, \varepsilon)}}{S_0'(\alpha, \varepsilon)} \quad (\text{II.54})$$

Nous observons (Figure II.2) que le degré de polarisation $P'(\alpha, \varepsilon)$ dans le cas :

- du milieu isotrope, est constant quels que soient l'azimut et l'ellipticité.
- du milieu anisotrope, varie suivant l'azimut et l'ellipticité.

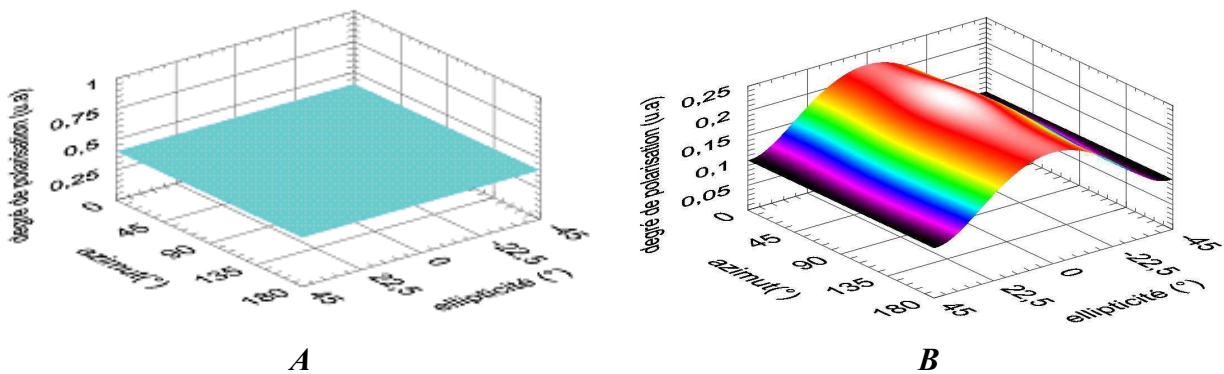


Figure II.2 : Degré de polarisation $P'(\alpha, \varepsilon)$ A : d'un milieu isotrope et B : d'un milieu anisotrope.

En observant $P'(\alpha, \varepsilon)$, il est possible de discerner le caractère isotrope ou anisotrope d'un milieu. De cette représentation, nous pouvons en déduire une autre qui permet aussi de classer les matrices de Mueller en fonction de leurs propriétés de dépolarisation.

Cette représentation est la représentation graphique que nous notons $ep'(\alpha, \varepsilon)$. Cette surface décrit les vecteurs de Stokes émergents de telle sorte que [2.14] :

$$ep'(\alpha, \varepsilon) : \begin{cases} x = \frac{S_1'(\alpha, \varepsilon)}{S_0'(\alpha, \varepsilon)} \\ y = \frac{S_2'(\alpha, \varepsilon)}{S_0'(\alpha, \varepsilon)} \\ z = \frac{S_3'(\alpha, \varepsilon)}{S_0'(\alpha, \varepsilon)} \end{cases} \quad (\text{II.55})$$

Nous la nommons « ellipsoïde de Poincaré », en référence à la sphère de Poincaré, car cette représentation n'est pas toujours une sphère suivant le caractère dépolarisant du milieu. Nous observons (Figure II.3) que l'ellipsoïde de Poincaré $ep'(\alpha, \varepsilon)$ dans le cas :

- du milieu isotrope, est une sphère. Dans ce cas, elle a pour rayon le degré de polarisation $P'(\alpha, \varepsilon)$ quels que soient l'azimut et l'ellipticité.
- du milieu anisotrope, est une ellipsoïde. En effet, dans ce cas, $P'(\alpha, \varepsilon)$ varie avec l'azimut et l'ellipticité, et il y a donc un aplatissement dans la direction d'un ou plusieurs paramètres de Stokes S' . Cette direction (ou ces directions) est donc plus affectée par la dépolarisation.

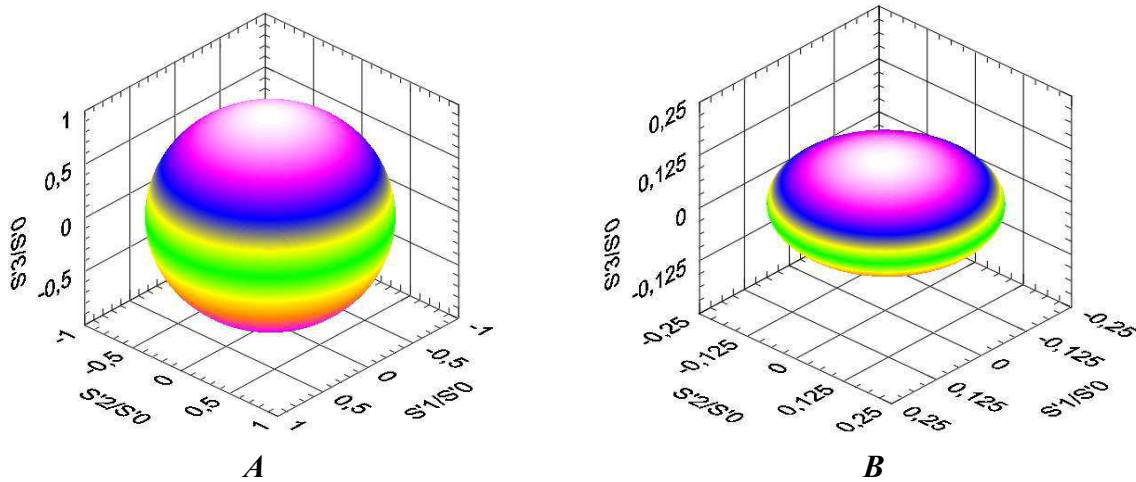


Figure II.3 : Ellipsoïde de Poincaré $ep'(\alpha, \varepsilon)$ A : d'un milieu isotrope et B : d'un milieu anisotrope.

Deux autres critères peuvent être présentés maintenant : le premier est le degré moyen de polarisation P'_{moy} , introduit par Chipman [2.15] :

$$P'_{\text{moy}} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^{\frac{\pi}{4}} P'(\alpha, \varepsilon) \cos(2\alpha) d\alpha d\varepsilon \quad (\text{II.56})$$

Il correspond à la moyenne du degré de polarisation $P'(\alpha, \varepsilon)$, défini plus haut, suivant tous les états de polarisation purs (linéaire, circulaire et elliptique) définis sur la sphère de Poincaré de rayon unité.

Ce paramètre informe aussi sur la faculté d'un milieu optique à préserver, ou, au contraire, à dégrader le caractère polarisé d'une onde incidente complètement polarisée :

- Si $P'_{\text{moy}} = 1$, le milieu ne dépolarise pas.
- Si $P'_{\text{moy}} = 0$, le milieu dépolarise complètement.
- Si $0 < P'_{\text{moy}} < 1$, le milieu dépolarise partiellement.

Chipman [2.15] a montré que, dans la plupart des cas de matrices de Mueller physiquement réalisables, la valeur de P'_{moy} est souvent très proche de celle de P_D . Cependant, si un milieu dépolarisant présente une forte diatténuation, le degré de polarisation moyen et l'indice de dépolarisation présentent des valeurs radicalement différentes. C'est également le cas si le milieu présente un vecteur polarisation non nul (au bruit de mesure près).

Afin de quantifier l'anisotropie de dépolarisation d'un milieu, P. Elies a introduit le degré de dépolarisation anisotrope A_{dd} (Anisotropic depolarization degree) [2.16] :

$$A_{dd} = \frac{P'_{\max} - P'_{\min}}{P'_{\max} + P'_{\min}} \quad (\text{II.57})$$

Où P'_{\max} et P'_{\min} sont les valeurs maximales et minimales que prend le degré de polarisation $P'(\alpha, \varepsilon)$ de l'onde issue d'un milieu donné. Ce paramètre déterminera selon sa valeur si :

- $A_{dd} = 0$, la dépolarisation engendrée est isotrope.
- $A_{dd} = 1$, la dépolarisation engendrée est totalement anisotrope.
- $0 < A_{dd} < 1$, la dépolarisation engendrée est plus ou moins anisotrope.

Un dernier paramètre intéressant afin d'interpréter l'anisotropie de dépolarisation est le taux de mémoire de polarisation Γ introduit en 1989 par McKintosh [2.17]. Ce paramètre permet de quantifier l'anisotropie de dépolarisation en comparant l'effet de celle-ci sur les états de polarisation linéaires et circulaires. Pour cela, on introduit les degrés de polarisation moyens linéaire et circulaire P_L et P_C :

$$P_L = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} P'(\alpha, 0) d\alpha \quad \text{avec } 0 \leq P_L \leq 1$$

$$P_C = \frac{P'(\alpha, \frac{\pi}{4}) + P'(\alpha, -\frac{\pi}{4})}{2} \quad \text{avec } 0 \leq P_C \leq 1$$

Le taux de mémoire Γ est alors défini comme le rapport de P_C sur P_L :

$$\Gamma = \frac{P_C}{P_L} \quad (\text{II.58})$$

Nous pouvons alors distinguer trois cas :

- Si $\Gamma > 1$, P_C est supérieur à P_L et les états de polarisation circulaires sont moins dépolarisés que les états linéaires.
- Si $0 < \Gamma < 1$, P_C est inférieur à P_L et les états de polarisation circulaires sont plus dépolarisés que les états linéaires.
- Si $\Gamma = 1$, P_C est égal à P_L et, au bruit près, les états de polarisation circulaires sont dépolarisés comme les états linéaires.

En toute rigueur, il faudrait caractériser la dépolarisation engendrée par un milieu en déterminant le facteur de dépolarisation moyen Δ de la matrice de Mueller du dépolariseur M_{Δ} obtenue après décomposition de la matrice de Mueller. M étant obtenue expérimentalement,

elle est forcément bruitée. Or, les décompositions que nous introduirons plus tard peuvent propager les erreurs. La solution du calcul de l'indice de dépolarisation P_D n'est envisageable que lorsque le milieu ne présente ni une forte dépolarisation ni une forte diatténuation. Dans le cas contraire, il faudrait utiliser le degré de polarisation moyen, mais l'inconvénient de P'_{moy} reste cependant son temps de calcul, ce qui sera problématique dans le cas de l'exploitation en imagerie.

V.4 – Conclusion

Nous venons de présenter les trois composants optiques élémentaires qui permettent d'interpréter les propriétés polarimétriques d'un milieu quelconque : le diatténuateur, le retardeur et le dépolariseur. Pour chaque élément, nous avons présenté ses propriétés ainsi que sa matrice de Mueller générale. Nous avons en outre insisté sur les différents critères associés à la dépolarisation, pouvoir dépolarisant et anisotropie, afin de caractériser plus précisément les milieux biologiques que nous étudierons.

VI – Conclusion

Dans ce second chapitre, nous avons tout d'abord introduit le formalisme de Stokes-Mueller. Ce formalisme, à la base de toutes les études en polarimétrie, présente plusieurs avantages, dont un qui nous intéresse tout particulièrement : la prise en compte des phénomènes liés à la dépolarisation d'un milieu. Il offre également l'intérêt de permettre de manipuler des grandeurs réelles et donc mesurables.

Nous avons, par la suite, présenté les composants optiques élémentaires de polarisation que sont le diatténuateur, le retardeur et le dépolariseur. A partir de leur représentation dans le formalisme de Jones, nous en avons déduit leur matrice de Mueller élémentaire ainsi que leurs paramètres de définition.

Enfin, nous nous sommes particulièrement intéressés aux phénomènes de dépolarisation en introduisant plusieurs outils de représentation de ce phénomène : l'indice de dépolarisation P_D ou le taux de mémoire Γ .

Les concepts généraux liés à la polarisation de la lumière introduits, il nous faut maintenant présenter des outils d'analyse de la matrice de Mueller d'un milieu : nous allons étudier ces outils, appelés « algorithmes de décomposition de la matrice de Mueller », dans le prochain chapitre.

Chapitre 3

Décomposition et analyse de la matrice de Mueller

I – Introduction	63
II – Décomposition classique	64
II.1 – Principe du calcul des matrices élémentaires	64
II.2 – Ordre de multiplication des matrices	67
II.3 – Exemple	68
II.4 – Conclusion	69
III – Décomposition inverse	69
III.1 – Principe du calcul des matrices élémentaires	69
III.2 – Exemple	70
III.3 – Conclusion	71
IV – Décomposition normale	72
IV.1 – Théorème de Givens et Kostinski	72
IV.2 – Forme normale des matrices de Mueller	73
IV.3 – Conclusion	74
V – Décomposition symétrique	74
V.1 – Principe du calcul	75
V.2 – Exemple	77
V.3 – Discussion sur la décomposition symétrique	79
V.4 – Conclusion	83
VI – Conclusion	84

I – Introduction

Comme nous venons de le voir dans le chapitre précédent, les informations polarimétriques ne sont pas directement visibles sur les éléments de la matrice de Mueller. Ils ne peuvent être extraits que par divers traitements dont le plus connu est la décomposition polaire de Lu et Chipman [2.13].

Cet algorithme de traitement permet d'écrire toute matrice de Mueller non singulière comme un produit de trois matrices d'éléments simples : un dichroïque, un biréfringent et un dépolariseur. Pour toute matrice non singulière physiquement réalisable, cette décomposition fournit alors un triplet unique de matrices elles-mêmes physiquement réalisables. Cette propriété explique que l'algorithme de Lu et Chipman ait été très souvent utilisé pour l'interprétation de matrices de Mueller expérimentales.

Toutefois, l'unicité du triplet obtenu est soumise à conditions : l'ordre des éléments est connu et fixé, et la lumière traverse les éléments simples en série. Ces deux restrictions sont très importantes notamment celle de l'ordre des éléments. En effet, nous verrons que la permutation des éléments simples lors du calcul engendre des différences sur les matrices et donc sur les états propres de polarisation.

Parmi les six choix possibles pour une décomposition en trois éléments simples, seuls les trois pour lesquels nous supposons que le diatténuateur précède le dépolariseur peuvent être décomposés par la méthode de Lu et Chipman pour donner un triplet de matrices physiquement réalisables. Pour les trois autres cas, une autre méthode doit être appliquée. Morio et Goudail [3.1] ont montré que, sans informations a priori sur le milieu, les matrices obtenues peuvent être non physiques.

Ossikovski et al. [3.2] [3.3] ont résolu le problème en proposant un algorithme dit « inverse » qui fournit un triplet de matrices physiques et résout tous les systèmes où le dépolariseur est placé devant le diatténuateur.

Comme le montre la figure III.1, la géométrie des milieux à forte diffusion peut se schématiser comme la succession d'une interface d'entrée, d'un milieu et d'une interface de sortie. Ainsi, nous verrons que la décomposition normale de Simon et Shridar, qui modélise une matrice de Mueller en un produit de deux matrices de Mueller-Jones (non dépolarisante, caractère « surfacique » en rouge et bleu sur la figure) et une matrice diagonale (de dépolarisation, caractère « volumique » en violet), nous semblera être une très bonne représentation des milieux dits fortement diffusants. Toutefois, nous verrons que cette décomposition est particulièrement difficile à appliquer.

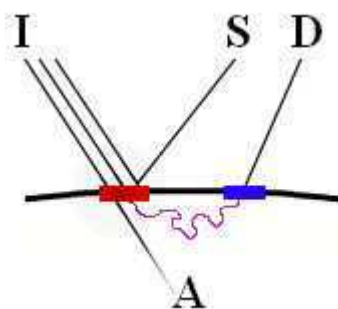


Figure III.1 : Schéma de l'interaction lumière-milieu diffusant. *I* : photons incidents, *A* : photons absorbés, *S* : photons issus de la réflexion spéculaire et *D* : photons rétrodiffusés.

C'est sur la base des travaux de Simon et Shridar qu'Ossikovski a introduit une décomposition symétrique où la matrice de Mueller de dépolarisation est encadrée par deux couples de matrices de retard et de diatténuation. Cette méthode, nous le montrerons, permet de résoudre les ambiguïtés introduites par la décomposition normale.

II – Décomposition classique

La méthode proposée par Lu et Chipman [2.13] permet de décomposer les matrices de Mueller sur le principe de la décomposition polaire où toute matrice de Mueller peut s'écrire sous la forme d'un produit de trois matrices élémentaires correspondant à des effets simples de polarisation :

$$M = M_{\Delta} \cdot M_R \cdot M_D \quad (\text{III.1})$$

Où les matrices M_{Δ} , M_R et M_D sont respectivement associées à un dépolariseur (II.52), un retardeur (II.45) et un diatténuateur (II.34). Dans cette expression, la lumière traverse le diatténuateur en premier, puis le retardeur et enfin le dépolariseur. Il faut noter que nous avons bien 16 paramètres indépendants pour une matrice de Mueller non normalisée (9 pour M_{Δ} , 3 pour M_R et 4 pour M_D).

La décomposition $M = M_{\Delta} \cdot M_R \cdot M_D$ permet de remonter :

- aux propriétés de polarisation partielle à travers le vecteur diatténuation (II.37) défini suivant l'axe de transmittance maximum du diatténuateur.
- au déphasage à travers le vecteur retardance (II.47), défini suivant l'axe rapide du retardeur.
- à la dépolarisation à travers le facteur de dépolarisation (II.53) défini suivant la matrice de dépolarisation.

II.1 – Principe du calcul des matrices élémentaires

Nous allons détailler le calcul qui permet de remonter aux trois matrices élémentaires. Soit M la matrice de Mueller d'un milieu dépolarisant :

$$M = \begin{bmatrix} M_{00} & M_{01} & M_{02} & M_{03} \\ M_{10} & M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{20} & M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{30} & M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix}$$

En utilisant les relations (II.34), (II.45) et (II.52), toute matrice de Mueller M peut s'écrire sous la forme synthétique suivante :

$$\begin{aligned} M = M_{\Delta} \cdot M_R \cdot M_D &= \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{P}_{\Delta} & m_{\Delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{0} & m_R \end{bmatrix} T_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}^T \\ \vec{D} & m_D \end{bmatrix} \\ &= T_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}^T \\ \vec{P}_{\Delta} + m_{\Delta} \cdot m_R \cdot \vec{D} & \vec{P}_{\Delta} \cdot \vec{D}^T + m_{\Delta} \cdot m_R \cdot m_D \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.2})$$

Cette relation est alors généralisée telle que :

$$M = T_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}^T \\ \vec{P} & m \end{bmatrix} \quad (\text{III.3})$$

Où \vec{P} , \vec{D} , m et T_0 sont respectivement les vecteurs polarisation et diatténuation, la matrice réduite 3x3 et la transmittance non polarisée associés à la matrice de Mueller.

La transmittance non polarisée et le vecteur diatténuation s'obtiennent directement à partir de la matrice de Mueller M :

$$\begin{cases} T_0 = M_{00} \\ \vec{D} = \frac{1}{M_{00}} \begin{bmatrix} M_{01} \\ M_{02} \\ M_{03} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

$$\vec{D} = \frac{1}{M_{00}} \begin{bmatrix} M_{01} \\ M_{02} \\ M_{03} \end{bmatrix} \quad (\text{III.5})$$

Puisque nous connaissons le vecteur \vec{D} , il est possible de remonter à la matrice de Mueller du diatténuateur M_D en utilisant les relations (II.34) et (II.38). Elle est alors complètement définie en calculant la diatténuation D (II.36) et en représentant le vecteur diatténuation \vec{D} par son azimut α_D et son ellipticité ε_D .

M_D connue, il est maintenant possible de remonter aux deux autres matrices élémentaires. Pour ce faire, nous posons :

$$M' = \begin{bmatrix} 1 & M'_{01} & M'_{02} & M'_{03} \\ M'_{10} & M'_{11} & M'_{12} & M'_{13} \\ M'_{20} & M'_{21} & M'_{22} & M'_{23} \\ M'_{30} & M'_{31} & M'_{32} & M'_{33} \end{bmatrix} = M.M_D^{-1} = M_\Delta.M_R \quad (\text{III.6})$$

Avec :

$$M' = M_\Delta.M_R = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{P}_\Delta & m_\Delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{0} & m_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{P}_\Delta & m_\Delta.m_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \vec{0}^T \\ \vec{P}_\Delta & m' \end{bmatrix} \quad (\text{III.7})$$

La matrice de Mueller du dépolariseur est complètement caractérisée si son vecteur polarisance \vec{P}_Δ et sa matrice réduite m_Δ sont connus.

Il est possible d'exprimer \vec{P}_Δ en fonction de \vec{P} , m et \vec{D} de telle sorte que :

$$\vec{P}_\Delta = \begin{bmatrix} M'_{10} \\ M'_{20} \\ M'_{30} \end{bmatrix} = \frac{\vec{P} - m\vec{D}}{1 - D^2} \quad \text{avec} \quad \vec{P} = \frac{1}{M_{00}} \begin{bmatrix} M_{10} \\ M_{20} \\ M_{30} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad m = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{III.8})$$

Sachant que m_R est unitaire ($m_R^{-1} = m_R^T$), nous pouvons poser le calcul suivant :

$$m'.m'^T = m_\Delta.m_R(m_\Delta.m_R)^T = m_\Delta^2 \quad (\text{III.9})$$

Si κ_1^2 , κ_2^2 , κ_3^2 sont les valeurs propres de $m'.m'^T$, il est possible de déterminer m_Δ à l'aide de la relation suivante (Théorème de Cayley-Hamilton) :

$$m_\Delta = \pm m_{\Delta a}.m_{\Delta b} \quad (\text{III.10})$$

$$\text{avec} \begin{cases} m_{\Delta a} = \left(m'.m'^T + (\kappa_1\kappa_2 + \kappa_2\kappa_3 + \kappa_3\kappa_1)I_3 \right)^{-1} \\ m_{\Delta b} = \left((\kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_3)m'.m'^T + \kappa_1\kappa_2\kappa_3 I_3 \right) \end{cases}$$

Où κ_1 , κ_2 , κ_3 sont alors les valeurs absolues des valeurs propres de m_Δ . Le signe devant m_Δ est déterminé par la valeur du déterminant de m' .

Connaissant m_Δ et M' , nous pouvons remonter à la matrice de retard M_R par la relation suivante :

$$M_R = M_{\Delta}^{-1} . M' \quad (\text{III.11})$$

En utilisant les relations (II.46), (II.47) et (II.49), il est possible déterminer la retardance R et son vecteur retardance \vec{R} défini suivant l'axe rapide. Ce retardeur est alors complètement caractérisé en représentant le vecteur \vec{R} par sa retardance R , son azimut α_R et son ellipticité ε_R .

II.2 – Ordre de multiplication des matrices

La multiplication des matrices n'étant pas commutative, les matrices élémentaires obtenues par l'algorithme de Lu et Chipman (III.1) dépendent de l'ordre dans lequel elles sont multipliées. Avec (III.1), il existe ainsi cinq autres possibilités :

$$M = M_{\Delta 2} . M_{D 2} . M_{R 2} \quad (\text{III.12})$$

$$M = M_{R 3} . M_{D 3} . M_{\Delta 3} \quad (\text{III.13})$$

$$M = M_{D 4} . M_{R 4} . M_{\Delta 4} \quad (\text{III.14})$$

$$M = M_{R 5} . M_{\Delta 5} . M_{D 5} \quad (\text{III.15})$$

$$M = M_{D 6} . M_{\Delta 6} . M_{R 6} \quad (\text{III.16})$$

Morio et Goudail [3.1] ont montré que ces produits de matrices pouvaient être séparés en deux familles :

- Les décompositions 1, 2 et 5 (équations III.1, III.12 et III.15), où le dépolariseur est placé derrière le diatténuateur, forment la famille $F_{\Delta D}$ dite « classique ».
- Les décompositions 3, 4 et 6 (équations III.13, III.14 et III.16), où le dépolariseur est placé devant le diatténuateur, forment la famille $F_{D \Delta}$ dite « inverse ».

Chaque famille possède des valeurs de diatténuation, retardance et dépolarisation différentes. En revanche, dans chaque famille, ces paramètres sont identiques et seuls les états propres des matrices changent.

Les décompositions dites « classiques » donnent toujours un triplet de matrices physiquement réalisables et non singulières. Pour la deuxième famille, lorsque le dépolariseur du système considéré n'est pas effectivement placé devant le diatténuateur, l'algorithme introduit par Morio et Goudail peut conduire à des matrices non physiquement réalisables. C'est notamment le cas lorsqu'un milieu possède à la fois une forte diatténuation et un fort pouvoir de dépolarisation.

Ce problème a été résolu par Ossikovski et al. [3.2][3.3]. Nous allons présenter l'algorithme de calcul qui permet de caractériser la famille « inverse » par un triplet de

matrices toujours physiquement réalisables. Mais avant cela, illustrons la décomposition classique de Lu et Chipman par un exemple.

II.3 – Exemple

Pour illustrer cette décomposition, nous considérons la matrice de Mueller d'un échantillon de peau porcine saine. Cette étude a été réalisée par Frédéric Boulvert dans le cadre de son travail de thèse [3.4] sur l'étude polarimétrique du syndrome cutané d'irradiation aiguë.

La matrice de Mueller M de l'échantillon, mesurée en rétrodiffusion à 10° hors spéculaire, est :

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0,0447 & -0,0365 & -0,0039 \\ 0,0446 & 0,2682 & -0,0328 & 0,0081 \\ -0,0206 & 0,0337 & -0,2891 & 0,0047 \\ 0,0068 & -0,0062 & -0,0256 & -0,2055 \end{bmatrix}$$

A partir de ces informations, nous calculons les matrices de Mueller de diatténuation M_D , de retard M_R et de dépolarisation M_Δ selon l'algorithme de Lu et Chipman. Le tableau III.1 nous montre les matrices obtenues ainsi que les valeurs des paramètres de polarisation, les azimuts et ellipticités des états propres de diatténuation et de retard.

Éléments	Matrices	Paramètres
Diatténuation	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0447 & -0,0365 & -0,0039 \\ 0,0447 & 0,9993 & -0,0008 & -0,0001 \\ -0,0365 & -0,0008 & 0,9990 & 0,0001 \\ -0,0039 & -0,0001 & 0,0001 & 0,9983 \end{bmatrix}$	$D = 0,0578$ $\alpha_D = 160,38^\circ$ $\varepsilon_D = -1,93^\circ$
Retard	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 1 & 0,0054 & -0,0008 \\ 0,0000 & 0,0055 & -0,9982 & 0,0603 \\ 0,0000 & -0,0004 & -0,0603 & -0,9982 \end{bmatrix}$	$R = 176,54^\circ$ $\alpha_R = 0,08^\circ$ $\varepsilon_R = -0,01^\circ$
Dépolarisation	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0315 & 0,2668 & 0,0334 & -0,0065 \\ -0,0328 & 0,0334 & 0,2905 & 0,0129 \\ 0,0054 & -0,0065 & 0,0129 & 0,2070 \end{bmatrix}$	$P_D = 0,2880$ $\Delta = 0,7452$

Tableau III.1 : Matrices élémentaires de la décomposition de Lu et Chipman de l'échantillon de peau porcine saine.

La décomposition de Lu et Chipman permet donc d'obtenir les matrices élémentaires du milieu ainsi que les paramètres polarimétriques associés. Nous voyons ici que l'échantillon sain de peau porcine dépolarise fortement ($P_D = 0,2880$). En revanche, la diatténuation y est très faible ($D = 0,0578$). La valeur du retard ($176,54^\circ$) est en grande partie due au dispositif expérimental configuré en rétrodiffusion (effet miroir de 180°).

II.4 – Conclusion

Nous venons de présenter la décomposition classique de Lu et Chipman qui exprime toute matrice de Mueller expérimentale physique par un produit de matrices élémentaires. Nous avons défini deux familles de produits de matrices qui se distinguent par l'ordre des éléments. La famille « classique » représente les décompositions où le diatténuateur est placé devant le dépolariseur. La famille « inverse » contient les décompositions où la dépolarisation agit avant le dichroïsme. La décomposition de Lu et Chipman est parfaitement opérante sur la famille classique, malheureusement elle introduit des erreurs sur la famille « inverse ».

Ossikovski a résolu le problème en introduisant une décomposition dite inverse qui donne toujours des matrices physiquement réalisables. Nous allons maintenant présenter cette décomposition qui permet de résoudre tous les systèmes où le dépolariseur précède le diatténuateur.

III – Décomposition inverse

Le problème essentiel des décompositions de la famille « inverse » par l'algorithme de Lu et Chipman tient au fait que, comme pour le cas classique, le diatténuateur est déterminé à partir de la diatténuation du milieu, dont la polarisation est rejetée dans la matrice du dépolariseur, qui est donc toujours supposée de la forme définie par (II.52).

Si nous considérons le cas simple d'un dépolariseur idéal placé derrière un diatténuateur, le système composé sera caractérisé par une polarisation nulle et un dichroïsme égal à celui du diatténuateur. Si maintenant le diatténuateur est placé derrière le dépolariseur, le système aura un dichroïsme nul alors que le dichroïsme du diatténuateur sera égal à la polarisation du système.

III.1 – Principe du calcul des matrices élémentaires

Ossikovski propose donc, si on suppose le diatténuateur placé derrière le dépolariseur, de déterminer sa matrice à partir de la polarisation, et non du dichroïsme, de l'ensemble. Le diatténuateur prend donc à son compte la polarisation de l'ensemble. Réciproquement, la

matrice de dépolarisation inclut le dichroïsme du système. Nous avons donc les matrices suivantes :

$$M_{\Delta r} = \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}_{\Delta r} \\ \vec{0} & m_{\Delta r} \end{bmatrix} \text{ et } M_{Dr} = T_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{P}^T \\ \vec{P} & m_p \end{bmatrix} \quad (\text{III.17})$$

Où \vec{P} est le vecteur polarisation et non le vecteur diatténuation \vec{D} de l'ensemble. Si la matrice M_{Dr} est non singulière, la matrice M' , de polarisation nulle, s'exprime par :

$$M' = M_{Dr}^{-1} \cdot M = M_{Rr} \cdot M_{\Delta r} \quad (\text{III.18})$$

$$\text{avec } \vec{D}_{\Delta r} = \frac{\vec{D} - m\vec{P}}{1 - P^2}$$

$$\text{et } m_{\Delta r} = \pm \left((m')^T m' + (\kappa_1 \kappa_2 + \kappa_2 \kappa_3 + \kappa_3 \kappa_1) I_3 \right)^{-1} \cdot \left((\kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_3) m' (m')^T + \kappa_1 \kappa_2 \kappa_3 I_3 \right)$$

Où \vec{D} , m et m' sont respectivement le vecteur diatténuation, la matrice réduite 3x3 de M et la matrice réduite 3x3 de M' . Le signe devant $m_{\Delta r}$ est déterminé par la valeur du déterminant de m' .

Finalement, nous obtenons la matrice de retard M_{Rr} à l'aide de la relation :

$$M_{Rr} = M' \cdot M_{\Delta r}^{-1} \quad (\text{III.19})$$

III.2 – Exemple

Pour illustrer la décomposition inverse, nous considérons à nouveau la matrice de Mueller de l'échantillon de peau porcine saine.

Nous calculons les matrices de Mueller de diatténuation M_D , de retard M_R et de dépolarisation M_Δ selon l'algorithme inverse. Le tableau III.2 regroupe les résultats obtenus.

En comparant les résultats des tableaux III.1 et III.2, nous identifions clairement les différences entre les deux décompositions introduites : si la valeur du retard ne varie pratiquement pas, les valeurs de diatténuation et d'indice de dépolarisation (calculé à partir de la matrice M_Δ) sont elles légèrement différentes, en particulier, la diatténuation qui subit fortement l'influence du choix de la décomposition. L'orientation des états propres de polarisation est également dépendante du choix de la décomposition, l'azimut de retard α_R pouvant varier fortement.

<i>Éléments</i>	<i>Matrices</i>	<i>Paramètres</i>
<i>Diatténuation</i>	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0446 & -0,0206 & 0,0068 \\ 0,0446 & 0,9998 & -0,0005 & 0,0002 \\ -0,0206 & -0,0005 & 0,9990 & -0,0001 \\ 0,0068 & 0,0002 & -0,0001 & 0,9988 \end{bmatrix}$	$D = 0,0496$ $\alpha_D = 167,60^\circ$ $\epsilon_D = 3,94^\circ$
<i>Retard</i>	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 1,0310 & -0,2283 & 0,0863 \\ 0,0000 & 0,2598 & -1,0340 & 0,0949 \\ 0,0000 & -0,0436 & -0,0384 & -0,9934 \end{bmatrix}$	$R = 176,35^\circ$ $\alpha_R = 157,86^\circ$ $\epsilon_R = 1,56^\circ$
<i>Dépolarisation</i>	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0492 & -0,0055 & 0,0002 \\ 0,0000 & 0,2760 & 0,0133 & -0,0058 \\ 0,0000 & 0,0133 & 0,2775 & -0,0023 \\ 0,0000 & -0,0058 & -0,0023 & 0,2027 \end{bmatrix}$	$P_D = 0,2767$ $\Delta = 0,7479$

Tableau III.2 : Matrices élémentaires de la décomposition inverse de l'échantillon de peau porcine saine.

III.3 – Conclusion

Nous venons de présenter la décomposition inverse introduite par Ossikovski qui résout les cas des systèmes où la dépolarisation agit avant la diatténuation. Notre exemple a montré que, pour une matrice expérimentale, selon le choix de la décomposition (classique ou inverse) les paramètres de polarisation pouvaient varier.

En l'absence d'informations sur l'ordre des effets dans le milieu, il est impossible de favoriser un algorithme par rapport à l'autre. De plus, nous allons le voir par la suite, ces décompositions en « cascade » ne semblent pas décrire rigoureusement les effets polarimétriques des tissus biologiques. En effet, la structure de ces milieux, étudiée en rétrodiffusion, semble imposer une forme matricielle symétrique (figure III.1). Nous allons voir que ce nouveau formalisme, introduit par Ossikovski, sur la base des travaux de Simon et Shridar, illustre parfaitement les milieux fortement diffusants.

IV – Décomposition normale

Nous avons vu dans le Chapitre 2 que le formalisme de Mueller, contrairement à celui de Jones, décrit aussi bien les systèmes linéaires déterministes (systèmes non dépolarisants, en l'occurrence) que les systèmes linéaires non déterministes. Différents travaux [3.5] [3.6] [3.7] ont montré que, sous certaines conditions, une matrice de Mueller-Jones pouvait être associée à une matrice de Mueller expérimentale, le système répondant à ces conditions étant alors déterministe.

Une autre question se pose lors de la mesure expérimentale de matrices de Mueller. Le vecteur de Stokes résultant de l'association d'un vecteur de Stokes d'entrée physique avec un système optique représenté par sa matrice de Mueller mesurée est-il également physique? Autrement dit, comment savoir si la matrice de Mueller expérimentale est physique? Givens et Kostinski [3.8] ont introduit une condition nécessaire et suffisante, indépendante des caractéristiques d'entrée. C'est sur la base de ces travaux que Sridhar et Simon [3.9] ont montré que toute matrice de Mueller non singulière peut se mettre sous une forme normale (ou canonique). Nous allons détailler ici cette technique de décomposition.

IV.1 – Théorème de Givens et Kostinski

Le théorème de Givens et Kostinski se trouve en intégralité en Annexe. Nous allons présenter ici un rapide résumé.

Un état de polarisation physique est représenté par un vecteur de Stokes (II.16) qui satisfait les deux restrictions physiques suivantes :

$$S_0 \geq 0, \\ S^T G S = S_0^2 - S_1^2 - S_2^2 - S_3^2 \geq 0$$

avec :

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.20})$$

On dit alors que S appartient au cône de lumière solide positif \mathcal{C}^+ dans l'espace de Minkovski $\mathcal{M}_{3,1}$.

Si le vecteur de Stokes S décrit des états de polarisation, la matrice de Mueller M décrira l'action d'un système optique sur ces états de polarisation. Clairement, la matrice de Mueller d'un système physique doit transformer un vecteur de Stokes en un vecteur de Stokes.

$$S \rightarrow S' = MS$$

$$M: \quad e^+ \rightarrow e^+$$

C'est la seule condition que la matrice M doit satisfaire.

Le théorème introduit par Givens et Kostinski peut être interprété de la manière suivante :

Une matrice réelle 4 x 4 non singulière M est une matrice de Mueller si et seulement si :

- $M_{00} > 0$ et
- Il existe une transformation de Lorentz $L \in \mathcal{L}^{\uparrow}_+$ telle que :

$$L^T . M^T . G . M . L = G . D ,$$

$$D = \text{diag}(d_0, d_1, d_2, d_3),$$

$$d_0 \geq d_j > 0, j = 1, 2, 3.$$

Où \mathcal{L}^{\uparrow}_+ correspond à une transformation de Lorentz ortho-temporelle avec l'indice + donnant la signature du déterminant.

Ce critère est de plus en plus considéré comme le critère de physicalité d'une matrice de Mueller M expérimentale [3.10] [3.11].

IV.2 – Forme normale d'une matrice de Mueller

Grâce à ce théorème, Sridhar et Simon [3.9] ont pu établir la forme normale ou canonique pour des matrices de Mueller, où l'ensemble de Lorentz \mathcal{L}^{\uparrow}_+ joue un rôle très important. Ils statuent qu'une matrice réelle non singulière de dimension 4 x 4 est une matrice de Mueller si et seulement si elle se met sous la forme :

$$M = (L'_M)^T \Lambda_M L_M, \tag{III.21}$$

$$L'_M, L_M \in \mathcal{L}^{\uparrow}_+$$

$$\Lambda_M = \text{diag}(\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3),$$

$$\lambda_0 \geq |\lambda_j|, j = 1, 2, 3.$$

En d'autres termes, l'équation (III.21) est la forme canonique pour une matrice de Mueller, et ainsi, toute matrice de Mueller physique non singulière peut se décomposer sous cette forme dite normale :

$$M = (L'_M)^T \cdot \Lambda_M \cdot L_M$$

Pour résumer le principe de la décomposition, à partir de matrices 4 x 4 réelles et non singulières mesurées expérimentalement, nous résolvons les équations aux valeurs propres :

$$\begin{aligned} G.M^T.G.M.L &= L.D \\ G.M.G.M^T.L' &= L'.D \end{aligned} \tag{III.22}$$

pour obtenir la matrice diagonale D , L et L' appartenant à \mathcal{L}^{\uparrow}_+ , où les d_μ sont les valeurs propres de $G.M^T.G.M$ formant la matrice D telles que $\lambda_\mu = d_\mu^{1/2}$. L et L' sont des matrices obtenues en arrangeant les vecteurs propres de Lorentz normalisés de $G.M^T.G.M$ et $G.M.G.M^T$ en colonnes.

M est une matrice de Mueller si les d_μ sont réelles et si d_0 , la valeur propre correspondant au vecteur propre de dimension temporelle, satisfait $d_0 \geq d_j > 0$ ($j = 1, 2, 3$). Sinon, M n'est pas une matrice de Mueller physique. Les matrices de vecteurs propres L et L' peuvent être choisies pour être des éléments de \mathcal{L}^{\uparrow}_+ en vertu du théorème (A.1). Nous définissons alors $L_M = L^{-1} \in \mathcal{L}^{\uparrow}_+$, $L'_M = L'^T \in \mathcal{L}^{\uparrow}_+$ et $\Lambda_M = (d_0^{1/2}, d_1^{1/2}, d_2^{1/2}, \varepsilon d_3^{1/2})$ avec $\varepsilon = \pm 1$ selon que $\det M$ est respectivement positif ou négatif.

A cause du bruit de mesure, il se peut qu'une matrice de Mueller expérimentale ne soit pas une matrice de Mueller physique. Dans le cas où le milieu ne dépolarise pas, nous verrons que ce problème peut être résolu par filtrage.

IV.3 – Conclusion

En partant des travaux de Kostinski et Givens, Simon et Shridar ont formulé une nouvelle écriture de matrice de Mueller. En donnant une condition pour qu'une matrice soit une matrice de Mueller, ils ont introduit une décomposition dite normale où toute matrice de Mueller est décomposée selon un produit de trois matrices, une matrice diagonale encadrée par deux matrices de Mueller-Jones (non dépolarisantes). Cette forme canonique décrit parfaitement les milieux biologiques : en les schématisant par un milieu et deux interfaces (entrée et sortie), les matrices obtenues caractérisent plus rigoureusement ce type de milieu.

Cependant, l'ambiguïté du signe dans les matrices de vecteurs propres rend cette décomposition difficilement applicable lors du calcul matriciel. Peu adaptée à l'imagerie, où une matrice de Mueller est associée à chaque pixel, cette décomposition a permis à Ossikovski d'introduire une autre décomposition, dite symétrique, qui simplifie la forme normale de Simon et Shridar.

V – Décomposition symétrique

Nous venons de voir que la forme normale d'une matrice de Mueller, réelle et non singulière par définition, peut s'écrire sous la forme d'un produit de trois matrices. Nous avons détaillé leurs propriétés : Λ_M est une matrice diagonale et L_M et L'_M sont deux matrices dites de Mueller-Jones, c'est-à-dire non dépolarisantes. Il est donc possible de séparer les propriétés dépolarisantes des propriétés de biréfringence et de diatténuation. La difficulté de cette méthode réside dans l'ambiguïté du signe affecté aux vecteurs propres normalisés Y^i , avec $i = 0, 1, 2, 3$ (Annexe I). Quatre matrices L_M et quatre matrices L'_M peuvent être construites mais seulement l'une de chaque, insérée dans l'algorithme de Sridhar et Simon, permet de remonter à la bonne et unique matrice de Mueller expérimentale. Il convient donc de trouver une méthode plus simple afin de déterminer les matrices L_M et L'_M valides.

En se basant sur la forme normale des matrices de Mueller, Ossikovski a introduit [3.12] [3.13] une forme symétrique de décomposition : la matrice de Mueller expérimentale est décomposée en un produit de matrices de dichroïsme et de retard où la matrice de dépolarisation est placée au centre. L'équation (III.23) montre la décomposition symétrique introduite :

$$M = M_{D_2} \cdot M_{R_2} \cdot M_{\Delta} \cdot M_{R_1}^T \cdot M_{D_1} \quad (\text{III.23})$$

où M_{D_1} , M_{D_2} et M_{R_1} , M_{R_2} sont des paires de diatténuateurs et de retardeurs et M_{Δ} est la matrice diagonale de dépolarisation.

V.1 – Principe du calcul

En comparant à la décomposition normale de Shridar et Simon, nous pouvons écrire par identification:

$$\begin{aligned} (L'_M)^T &= M_{D_2} \cdot M_{R_2}, \\ L_M &= M_{R_1}^T \cdot M_{D_1}, \\ \Lambda_M &= M_{\Delta} \end{aligned}$$

Pour obtenir les matrices de la forme symétrique, nous commençons par calculer les matrices M_{D_1} et M_{D_2} . Nous avons vu que la forme générale d'une matrice de diatténuation M_D est définie par (II.34), sa transmittance non polarisée par (II.35), son vecteur diatténuation et sa diatténuation respectivement par (II.37) et (II.36).

En mettant l'expression (II.37) dans l'équation (II.34), et en utilisant une propriété de la matrice inverse de M_D :

$$M_D^{-1} = G.M_D.G \quad (\text{III.24})$$

Nous pouvons réécrire l'équation (III.23) comme :

$$M.M_{D_1}^{-1} = M.(G.M_{D_1}.G) = M_{D_2}.M_{R_2}.M_{\Delta}.M_{R_1}^T$$

Et en regroupant les termes de manière appropriée, nous obtenons :

$$(M.G)(M_{D_1}.G) = M_{D_2}.(M_{R_2}.M_{\Delta}.M_{R_1}^T) = M_{D_2}.M' \quad (\text{III.25})$$

Où $M' = M_{R_2}.M_{\Delta}.M_{R_1}^T$.

D'après la définition générale d'une matrice de retard (II.45), et, comme M_{Δ} est une matrice diagonale, nous pouvons admettre que la matrice M' possède des vecteurs polarisation et d'atténuation nuls. M' est donc de la forme :

$$M' = \begin{bmatrix} d_0 & \vec{0}^T \\ \vec{0} & m' \end{bmatrix}$$

En calculant la première colonne de chaque côté de l'équation (III.25), nous obtenons alors :

$$(M.G)T_{0_1} \begin{pmatrix} 1 \\ \vec{D}_1 \end{pmatrix} = d_0 T_{0_2} \begin{pmatrix} 1 \\ \vec{D}_2 \end{pmatrix}. \quad (\text{III.26})$$

Nous appliquons alors la même procédure à M^T , la transposée de M , et nous écrivons :

$$(M^T.G)T_{0_2} \begin{pmatrix} 1 \\ \vec{D}_2 \end{pmatrix} = d_0 T_{0_1} \begin{pmatrix} 1 \\ \vec{D}_1 \end{pmatrix}. \quad (\text{III.27})$$

En combinant les équations (III.26) et (III.27), la paire d'équations aux valeurs-vecteurs propres donne :

$$(M^T.G.M.G).S_1 = d_0^2 S_1 \text{ et } (M.G.M^T.G).S_2 = d_0^2 S_2 \quad (\text{III.28})$$

Avec $S_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ \bar{D}_1 \end{pmatrix}$ et $S_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ \bar{D}_2 \end{pmatrix}$.

En connaissant S_1 et S_2 , et donc \bar{D}_1 et \bar{D}_2 , on peut remonter, grâce aux équations (II.34) et (II.38), aux matrices M_{D_1} et M_{D_2} .

Pour obtenir la matrice $M' = M_{D_2}^{-1}.M.M_{D_1}^{-1}$, Ossikovski propose une décomposition en valeur singulière ou SVD (pour Singular Value Decomposition) sur le sous-bloc 3×3 m' , avec donc :

$$m' = m_{R_2}.m_{\Delta}.m_{R_1}^T \quad (\text{III.29})$$

Le théorème de la SVD [3.14] énonce que pour toute matrice M de dimension $m \times n$ appartenant à $K = \mathbb{R}$ ou $K = \mathbb{C}$, il existe une factorisation de la forme :

$$M = U.\Sigma.V^* \quad (\text{III.30})$$

avec U une matrice unitaire et orthogonale de dimension $m \times m$ sur K , Σ une matrice $m \times n$ dont les coefficients diagonaux σ_i , appelés valeurs singulières de M , sont des réels positifs ou nuls et tous les autres sont nuls, et V^* , la matrice adjointe à V , une matrice unitaire et orthogonale de dimension $n \times n$ sur K . Les valeurs singulières σ_i de Σ sont rangées telles que $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n$.

Cette décomposition aboutit à la formation des sous-matrices de retard m_{R_1} et m_{R_2} , qui sont bien unitaires et orthogonales par définition, et de la sous-matrice de dépolarisation m_{Δ} , qui est bien diagonale réelle et positive (ou nulle). En réalité, l'équation (III.29) n'est rien d'autre que la SVD de m' dans l'espace de Stokes. Il est ensuite simple de reconstruire les matrices M_{R_1} , M_{R_2} et M_{Δ} , ces trois matrices ayant des vecteurs polarisation et d'atténuation nuls.

V.2 – Exemple

Pour résumer, nous allons reprendre l'exemple de l'échantillon de peau saine. La matrice M expérimentale est, nous le rappelons :

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0,0447 & -0,0365 & -0,0039 \\ 0,0446 & 0,2682 & -0,0328 & 0,0081 \\ -0,0206 & 0,0337 & -0,2891 & 0,0047 \\ 0,0068 & -0,0062 & -0,0256 & -0,2055 \end{bmatrix}$$

Dans un premier temps, nous résolvons les deux équations (III.28) aux valeurs/vecteurs propres afin d'exprimer les vecteurs \vec{D}_1 et \vec{D}_2 , et donc S_1 et S_2 . Nous obtenons $S_1 = (1; 0,0533; -0,0064; 0,0004)^T$ et $S_2 = (1; 0,1270; -0,0035; -0,0011)^T$. Il ne reste plus qu'à reconstruire les deux matrices M_{D_1} et M_{D_2} à l'aide des relations (II.34) et (II.38), et nous pouvons les écrire, ainsi que les paramètres associés, dans le tableau III.3.

Éléments	Matrices	Paramètres
Diatténuation d'entrée	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0371 & -0,0455 & -0,0029 \\ 0,0371 & 0,9990 & -0,0008 & -0,0001 \\ -0,0455 & -0,0008 & 0,9993 & 0,0001 \\ -0,0029 & -0,0001 & 0,0001 & 0,9983 \end{bmatrix}$	$D_1 = 0,0588$ $\alpha_{D_1} = 154,57^\circ$ $\varepsilon_{D_1} = -1,42^\circ$
Diatténuation de sortie	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0333 & -0,0351 & 0,0053 \\ 0,0333 & 0,9994 & -0,0006 & 0,0001 \\ -0,0351 & -0,0006 & 0,9994 & -0,0001 \\ 0,0053 & 0,0001 & -0,0001 & 0,9988 \end{bmatrix}$	$D_2 = 0,0487$ $\alpha_{D_2} = 156,74^\circ$ $\varepsilon_{D_2} = 3,11^\circ$

Tableau III.3 : Matrices de diatténuation de la décomposition symétrique de l'échantillon de peau porcine saine et leurs paramètres associés.

Nous pouvons alors calculer la matrice $M' = M_{D_2}^{-1} \cdot M \cdot M_{D_1}^{-1} = M_{R_2} \cdot M_\Delta \cdot M_{R_1}^T$:

$$M' = \begin{bmatrix} 1,0001 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,2674 & -0,0313 & 0,0083 \\ 0,0000 & 0,0350 & -0,2911 & 0,0046 \\ 0,0000 & -0,0065 & -0,0254 & -0,2061 \end{bmatrix}$$

Comme attendu, la matrice M' a des vecteurs polarisation et diatténuation nuls. Nous appliquons maintenant la SVD au sous bloc 3×3 m' de M' , et nous obtenons :

$$m' = \begin{bmatrix} 0,5652 & 0,7981 & -0,2086 \\ 0,8224 & -0,5253 & 0,2185 \\ 0,0648 & -0,2951 & -0,9533 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,3148 & 0 & 0 \\ 0 & 0,2477 & 0 \\ 0 & 0 & 0,2028 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,5700 & 0,7952 & -0,2070 \\ -0,8215 & 0,5467 & -0,1619 \\ -0,0155 & 0,2623 & 0,9649 \end{bmatrix}^T$$

Nous pouvons ainsi déduire les matrices M_{R_1} , M_{R_2} et M_{Δ} et leurs paramètres polarimétriques respectifs, que nous consignons dans le tableau III.4.

A la vue des tableaux III.3 et III.4, nous voyons bien que les paramètres polarimétriques de la décomposition symétrique diffèrent grandement des paramètres calculés à l'aide des algorithmes classique et inverse (déjà différents entre eux).

<i>Éléments</i>	<i>Matrices</i>	<i>Paramètres</i>
<i>Retard d'entrée</i>	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,5700 & 0,7952 & -0,2070 \\ 0,0000 & -0,8215 & 0,5467 & -0,1619 \\ 0,0000 & -0,0155 & 0,2623 & 0,9649 \end{bmatrix}$	$R_1 = 57,26^\circ$ $\alpha_{R_1} = 77,85^\circ$ $\epsilon_{R_1} = 36,97^\circ$
<i>Retard de sortie</i>	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,5652 & 0,7981 & -0,2086 \\ 0,0000 & 0,8224 & -0,5253 & 0,2185 \\ 0,0000 & 0,0648 & -0,2951 & -0,9533 \end{bmatrix}$	$R_2 = 163,07^\circ$ $\alpha_{R_2} = 14,01^\circ$ $\epsilon_{R_2} = -1,19^\circ$
<i>Dépolarisation</i>	$\begin{bmatrix} 1,0001 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,3148 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,0000 & 0,2477 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,2028 \end{bmatrix}$	$P_D = 0,2593$ $\Delta = 0,7449$

Tableau III.4 : Matrices de retard et de dépolarisation de la décomposition symétrique de l'échantillon de peau porcine saine et leurs paramètres associés.

V.3 – Discussion sur la décomposition symétrique

Nous avons vu en résumé l'algorithme de calcul de la décomposition symétrique d'Ossikovski. Si nous la comparons à la décomposition de Shridar et Simon, il apparaît clairement qu'elle est équivalente à l'association de la décomposition canonique et de la décomposition polaire de Lu et Chipman. En effet, nous avons les équivalences :

$$(L'_M)^T = M_{D_2} \cdot M_{R_2},$$

$$L_M = M_{R_1}^T \cdot M_{D_1},$$

$$\Lambda_M = M_{\Delta}$$

Pour obtenir les matrices de retard et de diatténuation, nous appliquons l'algorithme de décomposition polaire aux matrices de Mueller-Jones L_M et $(L'_M)^T$:

$$(L'_M)^T = M_{J_2} = M_{D_2} \cdot M_{R_2} = T_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}_2^T \cdot m_{R_2} \\ \vec{D}_2 & m_{D_2} \cdot m_{R_2} \end{bmatrix} \quad (\text{III.31})$$

$$L_M = M_{J_1} = M_{R_1}^T \cdot M_{D_1} = T_0 \begin{bmatrix} 1 & \vec{D}_1^T \\ m_{R_1}^T \cdot \vec{D}_1 & m_{R_1}^T \cdot m_{D_1} \end{bmatrix} \quad (\text{III.32})$$

De ce fait, la décomposition d'Ossikovski, basée sur la SVD, simplifie le calcul des matrices élémentaires à la fois en levant l'ambiguïté sur le signe des vecteurs propres normalisés de M et en obtenant les matrices de retard et la matrice de dépolarisation.

Pour mieux comprendre cette méthode de décomposition, il est intéressant d'interpréter géométriquement la SVD. Nous avons vu qu'à toute matrice M de dimension $m \times n$, il est possible d'associer une application linéaire qui envoie tout vecteur de ε_n , espace vectoriel de dimension n , dans ε_m , espace vectoriel de dimension m . Soit la sphère unité dans ε_n , c'est à dire l'ensemble des vecteurs de longueur unité, multiplier ces vecteurs par la matrice M donne de nouveaux vecteurs qui définissent un ellipsoïde de dimension r dans l'espace ε_m , où r est le nombre de valeurs non singulières de M . Les valeurs singulières $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r$ correspondent aux longueurs respectives des axes principaux de cet ellipsoïde. Intuitivement donc, les valeurs singulières caractérisent le facteur de déformation que va subir chacun des vecteurs initiaux par action de M . Par ailleurs, puisque la matrice V est orthogonale, l'équation (III.30) s'écrit encore :

$$M.V = U.\Sigma \quad (\text{III.33})$$

Les directions finales de ces axes principaux sont donc données par les colonnes de U et les directions initiales de ces mêmes axes par les colonnes de V .

Ramenée à l'espace de Stokes à trois dimensions, nous pouvons visualiser la transformation sur la sphère de Poincaré. En effet, la sphère unité d'axe propre (v_1, v_2, v_3) où les v_i sont les colonnes de $V = m_{R_1}$ devient sous l'effet de M une sphère d'axe propre (u_1, u_2, u_3) où les u_i sont les colonnes de $U = m_{R_2}$. La norme des vecteurs (u_1, u_2, u_3) devient alors respectivement $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$.

Comme la décomposition de Shridar et Simon, la SVD n'est pas unique : la permutation de deux éléments de Σ (c'est-à-dire m_Δ) combinée avec celle des deux paires de colonnes de U et V (ou m_{R_1} et m_{R_2}) correspondantes, et, le changement de signe des éléments de une ou plusieurs colonnes respectives de U et V conservent la validité de la SVD. Si la première invariance est simplement réglée (voir dernier paragraphe), la seconde est plus ambiguë : elle correspond en fait aux 16 associations possibles des L_M et L'_M construites avec l'algorithme

de Simon par permutations de signe. Ossikovski propose une méthode de calcul appelée « principe du retard minimum » qui rend unique et valide la SVD. Cette méthode propose d'imposer la plus grande trace (somme des éléments diagonaux) à m_{R_1} et donc la valeur de retard minimum à R_1 . En effet, grâce à la définition de la norme du retard (II.46), nous savons que le minimum de la fonction $y = \arccos(x)$ sur l'intervalle $[-1, \dots, 1]$ est égal à 0 pour $x = 1$. Ce minimum est atteint pour la matrice identité I (où $R = 0^\circ$) et donc, plus la trace de m_{R_1} est grande, plus la valeur du retard est faible. Ceci impose donc que les éléments de la diagonale de m_{R_1} soient tous positifs, et donc implique un changement de signe respectif par colonnes dans les matrices orthogonales factorisées. Les deux matrices m_{R_1} et m_{R_2} obtenues alors permettent bien, par calcul inverse, de remonter à la matrice de Mueller expérimentale. Cette méthode garantit la validité et l'unicité de la SVD.

Par définition, et par commodité, la SVD range par ordre décroissant les σ_i dans Σ , ce qui signifie que les éléments de M_Δ sont ordonnés. Cette configuration représente très souvent la réalité. Toutefois, il peut arriver qu'un milieu dépolarisant décrit par une matrice diagonale ait sa valeur d_3 supérieure à la valeur d_2 . Dans ce cas, il faut permuter les deux valeurs dans m_Δ et permuter également les paires de colonnes correspondantes dans m_{R_1} et m_{R_2} .

La matrice de Mueller de peau porcine étudiée en exemple en section V.2 a, en valeur absolue, un élément m_{22} supérieur à m_{11} . La matrice M_Δ calculée range, elle, les valeurs diagonales par ordre décroissant. Il faut dans ce cas permuter les deux valeurs dans m_Δ et permuter également les paires de colonnes correspondantes dans m_{R_1} et m_{R_2} . Il ne faut pas non plus oublier d'utiliser le principe de retard minimum pour m_{R_1} et donc un changement de signe possible dans les colonnes des deux sous matrices de retard.

Nous obtenons alors des matrices M_{R_1} , M_{R_2} et M_Δ différentes de celles calculées en V.2 et bien évidemment des paramètres polarimétriques différents. Le tableau III.5 nous montre les résultats obtenus.

<i>Éléments</i>	<i>Matrices</i>	<i>Paramètres</i>
<i>Retard d'entrée</i>	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,7952 & -0,5700 & -0,2070 \\ 0,0000 & 0,5467 & 0,8215 & -0,1619 \\ 0,0000 & 0,2623 & 0,0155 & 0,9649 \end{bmatrix}$	$R_1 = 37,74^\circ$ $\alpha_{R_1} = 55,35^\circ$ $\epsilon_{R_1} = -32,90^\circ$
<i>Retard de sortie</i>	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,7981 & -0,5652 & -0,2086 \\ 0,0000 & -0,5253 & -0,8224 & 0,2185 \\ 0,0000 & -0,2951 & -0,0648 & -0,9533 \end{bmatrix}$	$R_2 = 171,40^\circ$ $\alpha_{R_2} = 171,52^\circ$ $\epsilon_{R_2} = -3,84^\circ$
<i>Dépolarisation</i>	$\begin{bmatrix} 1,0001 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,2477 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,0000 & 0,3148 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,2028 \end{bmatrix}$	$P_D = 0,2593$ $\Delta = 0,7449$

Tableau III.5 : Matrices de retard et de dépolarisation de la décomposition symétrique de l'échantillon de peau porcine saine et leurs paramètres associés.

Ossikovski [3.15] traite également le cas des matrices de Mueller dépolarisantes avec déterminant négatif et montre que, sous cette condition, la décomposition de Lu et Chipman (et par extension la décomposition symétrique) conduit à des matrices élémentaires non physiques. Il prend l'exemple d'une matrice de Mueller M d'un mélange eau-lait (à 3,3%) mesurée en rétrodiffusion :

$$M = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0039 & 0,0129 & 0,0004 \\ 0,0066 & 0,0582 & 0,0006 & -0,0010 \\ 0,0174 & -0,0001 & 0,0572 & 0,0004 \\ -0,0015 & 0,0002 & 0,0013 & -0,0620 \end{bmatrix}$$

En appliquant la décomposition (III.1), on obtient les matrices :

$$M = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0064 & -0,0582 & -0,0002 & -0,0006 \\ 0,0167 & -0,0002 & -0,0570 & -0,0004 \\ -0,0015 & -0,0006 & -0,0004 & -0,0620 \end{bmatrix} \\ \times \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & -1,0000 & -0,0063 & 0,0063 \\ 0,0000 & 0,0062 & -0,9999 & 0,0147 \\ 0,0000 & 0,0064 & -0,0147 & 0,9999 \end{bmatrix} \\ \times \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0039 & 0,0129 & 0,0004 \\ 0,0039 & 0,9999 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0129 & 0,0000 & 1,0000 & 0,0000 \\ 0,0004 & 0,0000 & 0,0000 & 0,9999 \end{bmatrix}$$

Les matrices de diatténuation et de retard d'un tel milieu sont sensées être proches de la matrice identité [3.3]. Si c'est bien le cas pour la matrice M_D , en revanche, la matrice M_R introduit une diagonale égale à $(1,-1,-1,1)$. De même, les signes des éléments diagonaux m_{11} et m_{22} de M_Δ sont inversés par rapport à leur équivalent dans M .

Pour appréhender ce cas de figure, il propose de calculer, dans un premier temps, la matrice réduite m_Δ avec $\varepsilon = +1$ dans :

$$m_\Delta = \varepsilon \cdot m_{\Delta a} \cdot m_{\Delta b}$$

Ceci afin d'obtenir une matrice de dépolarisation « intermédiaire » M'_Δ . Puis, en utilisant une matrice de changement de signe $S = \text{diag}(1,1,1,-1)$, il calcule la matrice M_Δ comme :

$$M_{\Delta} = M'_{\Delta} \cdot S \quad (\text{III.34})$$

Ainsi, il obtient les matrices M_R et M_{Δ} suivantes :

$$M_{\Delta} = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0064 & 0,0582 & 0,0002 & -0,0006 \\ 0,0167 & 0,0002 & 0,0570 & -0,0004 \\ -0,0015 & 0,0006 & 0,0004 & -0,0620 \end{bmatrix}$$

$$M_R = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,0000 & 1,0000 & 0,0063 & -0,0063 \\ 0,0000 & -0,0062 & 0,9999 & -0,0147 \\ 0,0000 & 0,0064 & -0,0147 & 0,9999 \end{bmatrix}$$

Où le signe des éléments diagonaux de M_{Δ} est le même que ceux de M , et, où M_R est proche de la matrice identité (au bruit expérimental près).

L'application de la décomposition symétrique sur une telle matrice de Mueller dépolarisante introduit un déterminant négatif à l'une des deux matrices de retard construites, ce qui rend non physique le système calculé. La solution est alors de multiplier directement la matrice $S = \text{diag}(1,1,1,-1)$ à M_{Δ} et M_{R_1} ou M_{R_2} . La condition $\det(m_{R_1}) = \det(m_{R_2}) = +1$ est alors satisfaite.

V.4 – Conclusion

Nous venons de voir le principe de la décomposition symétrique d'Ossikovski et l'intérêt de son utilisation expérimentale pour l'étude en rétrodiffusion de milieux fortement dépolarisants. Nous avons vu sur l'exemple de la peau de porc que l'algorithme symétrique introduit deux matrices de diatténuation (une d'entrée et une de sortie) ainsi que deux matrices de retard (également une d'entrée et une de sortie). De plus, la matrice de dépolarisation a la propriété remarquable d'être parfaitement diagonale. Toutefois, cette décomposition étant soumise à plusieurs conditions (minimum de retardance R_1 , ordre des facteurs de dépolarisation, signe du déterminant de $M...$), seule la connaissance physique a priori du milieu peut garantir la physicité des matrices obtenues.

VI – Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit quatre décompositions possibles de la matrice de Mueller. Deux d'entre elles sont symétriques (normale et symétrique), les deux autres non (classique et inverse). Nous avons vu, grâce à un exemple expérimental (échantillon sain de peau porcine), que les différents algorithmes menaient à des paramètres polarimétriques calculés bien différents. Il paraît alors obligatoire de déterminer lequel des algorithmes permet de remonter aux paramètres réels du milieu étudié, et ceci, sans connaissance a priori de la géométrie de ce milieu. Cette importante question sera traitée au Chapitre 5.

Mais avant cela, il nous faut présenter le dispositif expérimental du polarimètre imageur ainsi que la méthode appliquée pour son étalonnage.

Chapitre 4

Système d'acquisition des images : le polarimètre

I – Introduction	87
<hr/>	
II – Méthodologie appliquée à l'obtention des matrices de Mueller	88
II.1 – Principe expérimental	88
II.2 – Incertitudes de mesure	90
II.3 – Méthodologie de réduction des erreurs de mesure	90
II.3.1 – Erreurs aléatoires	90
II.3.2 – Erreurs systématiques	91
II.4 – Obtention des matrices des écarts-type associés	92
II.4.1 – Matrice des écarts-type statistiques	93
II.4.2 – Matrice des écarts-type totaux	93
II.5 – Optimisation du système d'équations	95
II.5.1 – Nombre de conditionnement	95
II.5.2 – Matrice de covariance	96
II.6 – Conclusion	99
<hr/>	
III – Le polarimètre : configuration expérimentale	99
III.1 – La source	100
III.2 – Mise en forme du faisceau	100
III.3 – Génération et analyse des états de polarisation	100
III.3.1 – Polariseurs	101
III.3.2 – Lames quart d'onde	102
III.4 – Détection et acquisition des données	102
<hr/>	
IV – Etalonnage du polarimètre	103
IV.1 – Principe de l'étalonnage	103
IV.1.1 – Croisement des polariseurs	103
IV.1.2 – Recherche des axes neutres des lames quart d'onde	103
IV.1.3 – Correction des erreurs systématiques	103
IV.1.4 – Conclusion	105
IV.2 – Etalonnage à vide du polarimètre	106
IV.2.1 – Mesure des intensités et des écarts type associés	106
IV.2.2 – Matrice expérimentale à vide	106
IV.2.3 – Critère de qualité de l'étalonnage	107
IV.2.4 – Matrice expérimentale brute	108
IV.2.5 – Matrice expérimentale après correction des erreurs d'estimation des paramètres de lame	108
<hr/>	
V – Le système imageur : principe d'acquisition des images	110
V.1 – Principe de l'acquisition d'images	110
V.2 – Le système imageur : modifications expérimentales	111
V.2.1 – Réduction optimale du bruit de speckle	111
V.2.2 – Système de mise en forme du faisceau	114
<hr/>	
VI – Conclusion	115

I – Introduction

Nous venons de voir, dans les chapitres précédents, les bases théoriques de l'interprétation des matrices de Mueller (concept de polarisation, formalisme de Stokes-Mueller, décomposition en éléments simples). Nous n'avons toutefois pas encore présenté la procédure expérimentale qui permet de mesurer la matrice de Mueller d'un milieu. C'est ce que nous proposons de faire dans ce chapitre.

Une fois le principe d'obtention des matrices expérimentales exposé, nous présenterons le dispositif expérimental : nous avons développé, à partir des travaux de B. Boulbry [4.1], un ellipsomètre de Mueller complet, appelé aussi polarimètre. Ce dispositif permet d'appréhender la lumière partiellement polarisée : il est donc parfaitement adapté à l'analyse de milieux biologiques, milieux où les phénomènes de dépolarisation sont très forts. De plus, cette technique est non destructive et utilisable pour des mesures in situ.

Notre dispositif n'est pas accordable en longueur d'onde : nous travaillons à la seule longueur d'onde de 808 nm, qui est, comme nous l'avons vu précédemment, dans la fenêtre thérapeutique d'étude des milieux biologiques. Dans le but d'étudier les phénomènes de polarisation dans de tels milieux (peau, foie...), nous avons développé un système d'acquisition d'images. Le milieu étudié n'est plus caractérisé par une matrice de Mueller mais par des « cartographies » des paramètres liés au dichroïsme, à la biréfringence et à la dépolarisation.

Dans ce chapitre, après avoir détaillé le principe expérimental qui permet d'obtenir la matrice de Mueller d'un milieu ainsi que sa matrice des écarts type associés, nous montrerons la méthodologie qui permet de réduire les erreurs de mesure aléatoires. Puis, nous présenterons, étage par étage, le dispositif expérimental du polarimètre. L'étape suivante concernera l'étalonnage qui permet de réduire les erreurs de mesure dites systématiques. Cette étape est nécessaire pour optimiser la précision du polarimètre. Finalement, nous présenterons le passage à l'imagerie, des modifications du dispositif au principe d'acquisition des images.

II – Méthodologie appliquée à l'obtention des matrices de Mueller

Dans ce chapitre, nous présentons la procédure permettant d'estimer la matrice de mueller expérimentale M d'un milieu ainsi que les matrices d'écart-type statistiques S_S et totaux S_T associés à M .

II.1 – Principe expérimental

Pour mesurer la matrice de Mueller d'un milieu, et donc remonter à ses propriétés polarimétriques, nous utilisons un polarimètre [4.1] composé d'un système de mise en forme polarimétrique ou PSG (pour Polarization State Generator) et d'un système d'analyse ou PSA (pour Polarization State Analyzer). Les systèmes de mise en forme et d'analyse sont composés d'un polariseur linéaire et d'une lame quart d'onde comme le montre la figure IV.1.

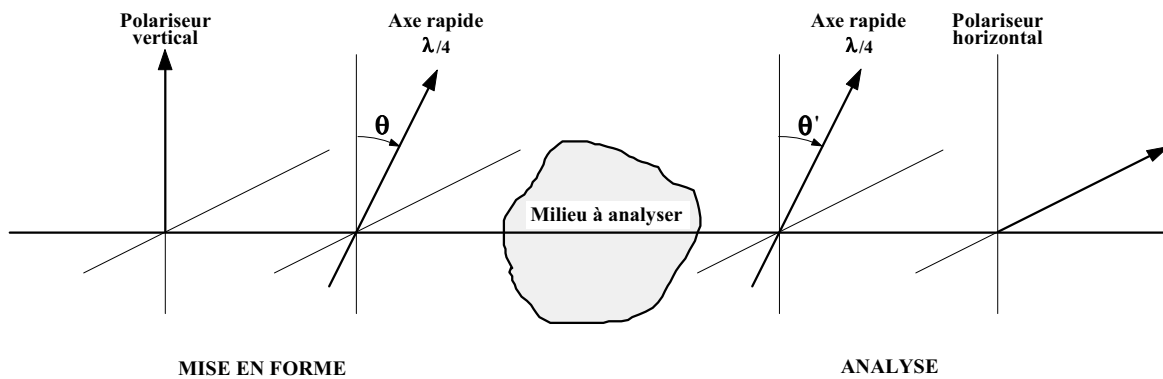


Figure IV.1 : Description schématique du polarimètre

Le polariseur d'entrée est vertical, celui de sortie est croisé horizontal. Les orientations des lames quart d'onde sont repérées respectivement par les angles θ et θ' que font les axes rapides par rapport à la verticale prise comme référence.

On obtient alors, à la sortie de ce montage, le vecteur de Stokes \vec{S}' par la relation le liant au vecteur de Stokes d'entrée \vec{S} :

$$\vec{S}' = P'.L'.M.L.P.\vec{S} \quad (IV.1)$$

où M est la matrice de Mueller du milieu et P, L, P', L' respectivement les matrices de Mueller des polariseurs et lames quart d'onde d'entrée et de sortie qui s'expriment comme :

$$P = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Polariseur linéaire vertical idéal,} \quad (\text{IV.2})$$

$$P' = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Polariseur linéaire horizontal idéal,} \quad (\text{IV.3})$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C^2 & CS & -S \\ 0 & CS & S^2 & C \\ 0 & S & -C & 0 \end{bmatrix} \quad \text{où} \quad \begin{cases} C = \cos 2\theta \\ S = \sin 2\theta \end{cases} \quad \text{Lame quart d'onde idéale} \quad (\text{IV.4})$$

où θ est l'orientation de l'axe rapide de la lame quart d'onde par rapport à l'axe vertical pris comme référence.

Les quantités mesurables étant énergétiques, l'intensité lumineuse de l'onde arrivant sur le détecteur est entièrement contenue dans le terme S_0' , premier paramètre du vecteur de Stokes de sortie. Après calcul sur les matrices de Mueller des différents éléments du système, dans le cas du polarimètre, l'équation (IV.1) devient :

$$\begin{aligned} S_0'(\theta, \theta') = I(\theta, \theta') = & m_{00} + m_{01}C^2 + m_{02}CS + m_{03}S \\ & + (m_{10} + m_{11}C^2 + m_{12}CS + m_{13}S)(-C^2) \\ & + (m_{20} + m_{21}C^2 + m_{22}CS + m_{23}S)(-C'S') \\ & + (m_{30} + m_{31}C^2 + m_{32}CS + m_{33}S)(S') \end{aligned} \quad (\text{IV.5})$$

avec $C = \cos(2\theta)$, $C' = \cos(2\theta')$, $S = \sin(2\theta)$, $S' = \sin(2\theta')$.

Tous les éléments m_{ij} de la matrice à déterminer apparaissent dans l'expression de l'intensité détectée. Ainsi avec seize combinaisons angulaires, nous pouvons obtenir tous les coefficients de la matrice de Mueller à l'aide du système matriciel suivant :

$$I = A.m \quad \text{où} \quad I = [I_0, \dots, I_{15}]^T \quad \text{et} \quad m = [m_{00}, \dots, m_{33}]^T \quad (\text{IV.6})$$

où la matrice A contient des termes ne dépendant uniquement que des angles (θ, θ') .

On obtient alors les m_{ij} par :

$$m = A^{-1}.I \quad (\text{IV.7})$$

II.2 – Incertitudes de mesure

Pour estimer la précision d'un polarimètre, il est très courant d'utiliser le dispositif sans échantillon : nous mesurons ainsi la matrice de Mueller du vide, qui, en théorie, n'est rien d'autre que la matrice identité de dimension 4x4. En pratique, ce n'est jamais le cas.

La précision du système est donc limitée par la présence de perturbations qui constituent ce que nous appelons le « bruit expérimental ». En interférant avec le signal étudié, ces erreurs de mesure justifient l'importance d'un étalonnage rigoureux du polarimètre.

A ce stade, nous pouvons distinguer deux sources distinctes d'incertitudes liées à la mesure :

- Les erreurs aléatoires qui proviennent essentiellement des fluctuations d'intensités de la source (laser) et de la stabilité du détecteur (photodiode ou caméra). Ces erreurs ne peuvent pas être complètement corrigées car inhérentes à l'expérience. Il faut alors chercher à les minimiser.
- Les erreurs systématiques qui sont liées à la qualité intrinsèque des éléments optiques du dispositif expérimental et à leurs défauts de positionnement. En effet, nous supposons les éléments optiques et leurs positionnements initiaux comme étant parfaits (par exemple, retard des lames quart d'onde de 90°), mais, en réalité, de faibles imperfections sur les lames et des défauts d'alignements provoquent des erreurs de mesure non négligeables sur les éléments de la matrice.

II.3 – Méthodologie de réduction des erreurs de mesure

II.3.1 – Erreurs aléatoires

Dans la réalité, des erreurs, ou bruits, aléatoires rendent l'équation donnant les m_{ij} bien plus complexe à résoudre qu'en théorie. Une méthode de surdétermination du système (le nombre d'équations étant supérieur au nombre d'inconnues) [4.2] permet de réduire grandement les effets néfastes de ces bruits.

Ainsi, nous procédons à 64 mesures d'intensités en réalisant 64 combinaisons angulaires judicieusement choisies. On obtient le système matriciel suivant :

$$I = B.m \text{ où } I = [I_0, \dots, I_{63}]^T \quad (\text{IV.8})$$

B étant une matrice de dimension 64×16 .

Grâce au théorème de la projection (minimisation au sens des moindres carrés), les éléments de la matrice de Mueller s'obtiennent alors par :

$$m = (B^T \cdot B)^{-1} \cdot B^T \cdot I = D \cdot I \quad (\text{IV.9})$$

On en déduit que $D = (B^T \cdot B)^{-1} \cdot B^T$ est la matrice pseudo inverse de B .

Le tableau IV.1 montre les positions angulaires des lames d'entrée et de sortie qui sont choisies multiples de $22,5^\circ$ pour décrire les 8 états de polarisation d'entrée. Ce choix empirique sera discuté au paragraphe II.5.

<i>Angle θ (en degré)</i>	<i>Etat de polarisation d'entrée</i>
0	Rectiligne verticale
22,5	Elliptique gauche
45	Circulaire gauche
67,5	Elliptique gauche
90	Rectiligne horizontale
112,5	Elliptique droite
135	Circulaire droite
157,5	Elliptique droite

Tableau IV.1 : Positions angulaires des lames de phase.

Cette méthode de surdétermination du système nous permet de minimiser grandement les erreurs aléatoires et ainsi de mieux étalonner notre montage.

II.3.2 – Erreurs systématiques

Nous avons vu que les erreurs systématiques étaient dues aux éléments optiques du dispositif. Grâce aux travaux menés au laboratoire [4.3] [4.4], nous pouvons identifier la provenance de ces erreurs de mesure sur la matrice à vide qui est théoriquement égale à la matrice identité :

- Les défauts de retard des lames sont localisés sur les éléments m_{01} et m_{10} . Leurs variations ne sont pas corrélées, le défaut de la lame de sortie n'intervenant que sur le terme m_{01} et celui d'entrée sur m_{10} . Par approches successives, en itérant le retard de chacune des lames indépendamment l'une de l'autre, nous parvenons à corriger ces erreurs.
- Les erreurs d'alignement mécanique des lames interviennent eux sur les éléments m_{12} et m_{21} et peuvent être corrigées. Ces problèmes, dus à une mauvaise précision du repérage

des axes neutres des lames, impliquent de rechercher ces derniers indépendamment l'un de l'autre en repérant le minimum d'intensité entre polariseurs croisés.

- Nous devons aussi tenir compte du dichroïsme des lames qui correspond au rapport des transmittances des deux vibrations propres. Cette erreur intervient de façon non corrélée entre les deux lames sur les éléments m_{32} et m_{23} .

La technique utilisée pour réduire ces erreurs est la technique appelée test du « khi-deux », terme qui désigne une fonction de mérite connue [4.5]. Dans le cadre de notre étude, ce terme pourra se mettre sous la forme suivante :

$$\chi^2 = \sum_{p=0}^{63} \left[\frac{I_p^{mes} - \sum_{k=0}^{15} B_{pk} m_k}{\sigma_p} \right]^2 = \sum_{p=0}^{63} \left[\frac{I_p^{mes} - I_p^{calc}}{\sigma_p} \right]^2 = \sum_{p=0}^{63} \left[\frac{\Delta I_p}{\sigma_p} \right]^2 \quad (IV.10)$$

Le test du « khi-deux » consiste à minimiser la fonction χ^2 par rapport à la matrice de calcul B_{pk} en recherchant les paramètres des lames quart d'onde d'entrée et de sortie (δ_e , ε_e , δ_s , et ε_s) avec un poids statistique $1/\sigma_p$ attribué à chaque intensité. La matrice de Mueller obtenue, comparable à l'équation (IV.9), est alors :

$$M = \left((B^n)^T \cdot B^n \right)^{-1} \cdot (B^n)^T \cdot I$$

Avec $B^n = \frac{B_{pk}}{\sigma_p}$, $k = 0, \dots, 15$ et $p = 0, \dots, 63$.

Cette méthode permet donc d'obtenir les paramètres de lames corrigés qui nous donneront une matrice à vide plus proche de la matrice identité. En réalité, comme nous le verrons plus tard, nous ne tiendrons compte que du retard et de l'ellipticité des lames, car seule la correction de ces deux paramètres améliore réellement les résultats (le dichroïsme des lames étant négligeable).

II.4 – Obtention des matrices d'écart-type associés

Lors de la mesure des 64 intensités, nous effectuons en fait pour chacune d'entre elles plusieurs réalisations, ce qui nous permet de déterminer l'écart-type statistique associé à chacune des 64 intensités moyennes. Il est ainsi possible d'estimer les incertitudes de mesures liées à une matrice de Mueller expérimentale en les mettant sous forme d'une matrice 4x4, appelée matrice des écarts-type. Pour pouvoir observer l'influence des erreurs aléatoires et systématiques, il est possible d'évaluer leur matrice de Mueller respective.

II.4.1 – Matrice des écarts-type statistiques

Il est possible d'exprimer la variance sur les coefficients m_{ij} (notés ici m_k) à partir de la variance sur les intensités en utilisant la relation suivante :

$$\sigma_S^2(m_k) = \sum_{p=0}^{63} \sigma_p^2 \left(\frac{\partial m_k}{\partial I_p} \right)^2 \quad (\text{IV.11})$$

où σ_p est l'écart-type associé à chacune des 64 intensités obtenues à partir de N acquisitions. Il est alors possible de définir une matrice C à partir de (IV.9) dont les éléments diagonaux sont tels que :

$$C_{kk} = ((B_{pk}^n)^T B_{pk}^n)^{-1} \text{ avec } B_{pk}^n = \frac{B_{pk}}{\sigma_p} \quad (\text{IV.12})$$

Puisque les coefficients B_{pk} sont indépendants des intensités mesurées, il est alors possible de montrer que ces éléments sont alors les variances des coefficients m_{ij} [4.6]. La matrice C_{kk} est alors la matrice des variances des incertitudes sur les termes de M :

$$\sigma_S^2(m_k) = C_{kk} \quad (\text{IV.13})$$

La matrice des écarts-type statistiques notée S_S peut alors s'écrire :

$$S_S = \sigma_S(m_{ij}) = \begin{bmatrix} \sqrt{C_{0,0}} & \sqrt{C_{1,1}} & \sqrt{C_{2,2}} & \sqrt{C_{3,3}} \\ \sqrt{C_{4,4}} & \sqrt{C_{5,5}} & \sqrt{C_{6,6}} & \sqrt{C_{7,7}} \\ \sqrt{C_{8,8}} & \sqrt{C_{9,9}} & \sqrt{C_{10,10}} & \sqrt{C_{11,11}} \\ \sqrt{C_{12,12}} & \sqrt{C_{13,13}} & \sqrt{C_{14,14}} & \sqrt{C_{15,15}} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.14})$$

II.4.2 – Matrice des écarts-type totaux

Notre méthode d'obtention de la matrice de Mueller est basée sur la mesure de 64 intensités (IV.8). Cette surdétermination du système est appliquée afin de réduire les incertitudes de mesure.

On note I_p^{mes} le vecteur correspondant aux 64 intensités expérimentales. Il est possible de remonter directement, à partir de la matrice de calcul B_{pk} , à un vecteur intensité calculé noté I_p^{calc} :

$$I_p^{calc} = B_{pk} M_k \quad (IV.15)$$

Puisque la matrice de Mueller expérimentale est bruitée :

$$I_p^{calc} \neq I_p^{mes}$$

En posant $\Delta I_p = I_p^{calc} - I_p^{mes}$, nous faisons une estimation grossière de l'écart-type sur chacune des 64 intensités (plutôt une estimation de l'écart au modèle). Il est alors possible de réécrire I_p^{calc} en fonction de I_p^{mes} en réécrivant (IV.15) à partir de (IV.8) et (IV.9) :

$$I_p^{calc} = B_{pk} D_{kp} I_p^{mes} \quad (IV.16)$$

Nous évaluons alors la variance totale sur les coefficients m_{ij} (notés sous la forme m_k) en utilisant la relation suivante, équivalente à la relation (IV.11) :

$$\sigma_T^2(m_k) = \sum_{p=0}^{63} (\Delta I_p)^2 \left(\frac{\partial m_k}{\partial I_p} \right)^2 \quad (IV.17)$$

La relation (IV.17) se simplifie en utilisant la relation (IV.8) de telle sorte que :

$$\sigma_T^2(m_k) = \sum_{p=0}^{63} (\Delta I_p)^2 (D_{kp})^2 \quad (IV.18)$$

La matrice des écarts-type totaux S_T résultante est alors :

$$S_T = \sigma_T(m_k) \quad (IV.19)$$

II.5 – Optimisation du système d'équations

Le seul moyen restant pour limiter la propagation du bruit des intensités mesurées vers les éléments de la matrice de Mueller est de choisir judicieusement le système de 64 équations qui sont déduites en faisant varier les angles θ et θ' par incréments constants. Les méthodes d'optimisation d'un polarimètre sont nombreuses et il existe un grand nombre d'études sur le sujet. Nous laissons le soin aux lecteurs de consulter l'article de K. M. Twietmeyer et R. A. Chipman [4.7] faisant un état de l'art des études d'optimisation et qui présente des exemples concrets (lames de phase tournantes, lames de phase variables).

Nous avons vu précédemment que le calcul des éléments de la matrice de Mueller passe par l'inversion de la matrice B , matrice dépendant des orientations θ et θ' des lames à retard de phase. Or une matrice n'est pas forcément toujours inversible, de plus le système ne constitue pas toujours 64 équations indépendantes et donc sa résolution est parfois impossible. Cette matrice peut être également plus ou moins inversible, dans ce dernier cas, les valeurs des éléments de la matrice de Mueller que l'on obtiendra seront plus affectées par le bruit, qui sera amplifié et transmis vers ceux-ci.

II.5.1 – Nombre de conditionnement

De nombreuses études ont été consacrées à ce problème de propagation des erreurs, tant relatives [4.8] [4.9], qu'absolues [4.10] [4.11]. Il existe plusieurs manières d'estimer le bruit que transmettra une matrice B sur les éléments de Mueller. L'une d'elle passe par le calcul de ce que l'on appelle un nombre de conditionnement. Cette méthode a déjà été utilisée pour l'optimisation d'un polarimètre [4.12]. Comme on peut le voir dans la littérature [4.13], minimiser le nombre de conditionnement k , associé à la matrice D , pseudo inverse de la matrice de passage B , revient à minimiser le bruit sur les éléments de la matrice de Mueller :

$$\frac{\|\Delta M\|}{\|M\|} \leq \left[\frac{k(D)}{1 - k(D)\|\Delta D\|/\|D\|} \right] \left(\frac{\|\Delta D\|}{\|D\|} + \frac{\|\Delta I\|}{\|I\|} \right) \quad (\text{IV.20})$$

Où $\frac{\|\Delta X\|}{\|X\|}$ représente l'erreur relative sur X et $\| \cdot \|$ représente la norme [4.14] [4.15].

Nous voyons bien que minimiser l'erreur relative moyenne sur M revient à minimiser le facteur de conditionnement associé à la matrice D .

Il reste maintenant à définir la norme à utiliser effectivement. Le choix conceptuellement le plus simple est celui de la norme de Frobenius, généralisation de la norme euclidienne pour les matrices. Nous pouvons également citer l'utilisation de la norme d'ordre 2 ainsi que celle de la norme d'ordre infini [4.11]. Plusieurs études [4.16] [4.17] [4.18] ont montré que le conditionnement obtenu à partir de la décomposition en valeurs singulières (la norme de la matrice est alors le rapport de la plus grande de ses valeurs singulières sur la plus petite) offrait les meilleures garanties pour le choix des incréments angulaires minimisant le bruit induit sur la matrice M .

Il est alors possible de représenter une nappe de conditionnement (Figure IV.2) où, pour chaque valeur d'incrément de θ et θ' , correspond une valeur de conditionnement de D et donc un point de la nappe.

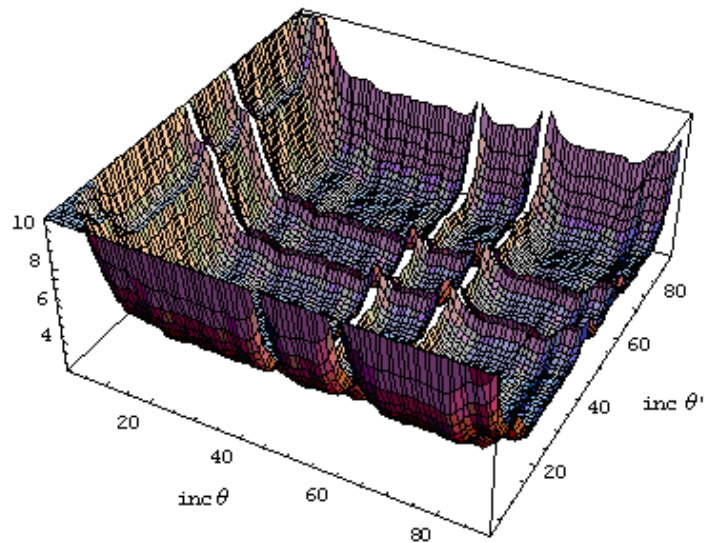


Figure IV.2 : Nappe du nombre de conditionnement en fonction des incréments de θ et θ' obtenue à partir de la décomposition en valeurs singulières.

Nous constatons que les incréments pour lesquels le conditionnement est le plus faible sont les couples $(\text{inc}\theta, \text{inc}\theta') = (69,57^\circ, 79,74^\circ)$ avec $\text{cond}(B) = 13,7697$ pour la zone de pas allant de $(0,0)$ à $(90,90)$ et $(\text{inc}\theta, \text{inc}\theta') = (20,64^\circ, 22,19^\circ)$ avec $\text{cond}(B) = 14,0707$ pour la zone de pas allant de $(0,0)$ à $(60, 60)$. La zone autour des faibles conditionnements est relativement plate, la variation du nombre de conditionnement y est donc faible : notre configuration $(\text{inc}\theta, \text{inc}\theta') = (22,5^\circ, 22,5^\circ)$ rentre dans cette zone de faible nombre de conditionnement, ce qui confirme a posteriori notre choix « empirique ».

II.5.2 – Matrice de covariance

Comme nous l'avons déjà indiqué précédemment, le calcul des éléments de la matrice de Mueller est forcément dépendant de la matrice B que l'on inverse. Par conséquent, à travers $D = B_p^{-1}$, il se crée une corrélation entre les différents éléments de la matrice de Mueller. Calculer la matrice de covariance associée aux éléments de cette matrice nous permettra donc de chiffrer la corrélation entre ses différents éléments. Il est possible d'obtenir de manière théorique la matrice de covariance C de la matrice de Mueller de la façon suivante [4.19] :

$$C = D.C_l.D^T \quad (\text{IV.21})$$

Les mesures des intensités n'étant pas corrélées, on en déduit que la matrice de covariance de l'intensité, C_l , est diagonale. Dans ce cas, la matrice C portant sur les éléments de la matrice de Mueller s'écrit :

$$C = \left[(B^n)^T \cdot (B^n) \right]^{-1} \quad \text{avec} \quad B_{ij}^n = \frac{B_{ij}}{\sigma_i} \quad (\text{IV.22})$$

Durant son stage de Master au LSOL [4.20], K. Léon a tenté de modéliser l'effet du bruit expérimental. Pour cela, il a considéré que, lors de la mesure, l'écart type sur chaque intensité possède une composante multiplicative (4% de chaque intensité) et une autre additive (5 millièmes de l'intensité maximale) :

$$\sigma_i = \sqrt{(0,04 \cdot I_{th_i})^2 + (0,005 \cdot I_{th_{\max}})^2}$$

Comme pour un certain nombre de problèmes, il est intéressant de regarder des effets faibles, le choix de la matrice de Mueller s'est porté sur la matrice théorique du vide (matrice identité) et, grâce à la matrice B , les valeurs théoriques des intensités sont calculées :

$$\begin{bmatrix} I_{th_1} \\ I_{th_2} \\ \dots \\ I_{th_{64}} \end{bmatrix} = B \cdot \begin{bmatrix} m_{00} \\ m_{01} \\ \dots \\ m_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.23})$$

Les éléments diagonaux de la matrice C représentent alors la variance des m_{ij} tandis que les éléments non diagonaux caractérisent la dépendance entre deux éléments de la matrice de Mueller. Il faut noter que tous les éléments de la matrice C ont leur importance en termes de propagation du bruit lors de l'extraction de paramètres tels que l'indice de dépolarisation, la diatténuation ou la retardance.

Pour rendre compte globalement de leurs effets, nous avons choisi de tracer une nappe représentant la somme des carrés des éléments diagonaux et une autre représentant la somme des carrés des éléments non diagonaux (figure IV.3).

Nous voyons sur cette figure que, pour chaque couple (θ, θ') , la somme sur les éléments diagonaux est très proche de celle sur les éléments non diagonaux. Ce résultat a déjà été observé par Y. Takakura [4.21].

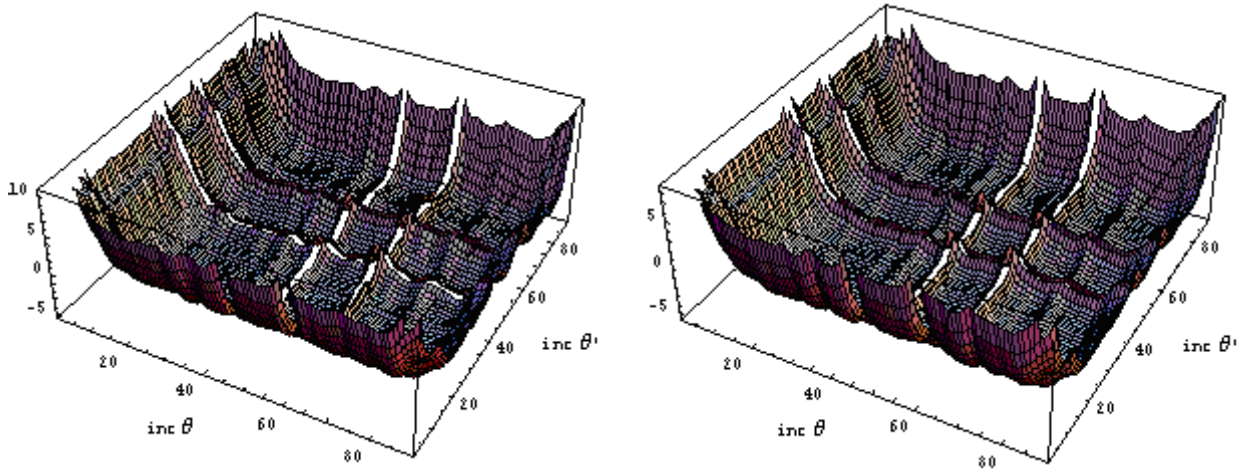


Figure IV.3 : Nappes de la somme des carrés des éléments diagonaux (à gauche) et non diagonaux (à droite) en fonction des incréments de θ et θ' .

Afin d'optimiser nos mesures et donc de réduire au maximum le bruit expérimental, il faut choisir les incréments des orientations des lames de phase qui minimisent la somme des éléments de la matrice de covariance. Pour obtenir ce minimum, l'étude de K. Léon a montré qu'il fallait configurer le polarimètre sur des incréments de $67,60^\circ$ pour θ et $67,84^\circ$ pour θ' (somme égale à $0,011033$). Nous retrouvons également un minimum, moins optimal, à $22,50^\circ$ à la fois pour θ et pour θ' (somme égale à $0,011088$). Sachant que notre polarimètre est réglé sur ces derniers incréments, nous pouvons en déduire, au vu des valeurs calculées, qu'il n'est certes pas configuré de façon optimale mais de manière tout à fait satisfaisante toutefois.

La similitude graphique entre la nappe de conditionnement (figure IV.2) et la nappe déduite de la matrice de covariance (figure IV.3) montre une dépendance entre le nombre de conditionnement et la répartition du bruit lors du calcul de la matrice de Mueller. Nous devons trouver le conditionnement qui possède la relation la plus linéaire et la plus faible dispersion avec la covariance pour les faibles valeurs de conditionnement. Ceci, afin de prévoir la valeur la plus petite et la plus précise de covariance en fonction du conditionnement. Pour quantifier cela, nous avons choisi de montrer cette relation dans le cas du conditionnement calculé par la méthode de la SVD (figure IV.4).

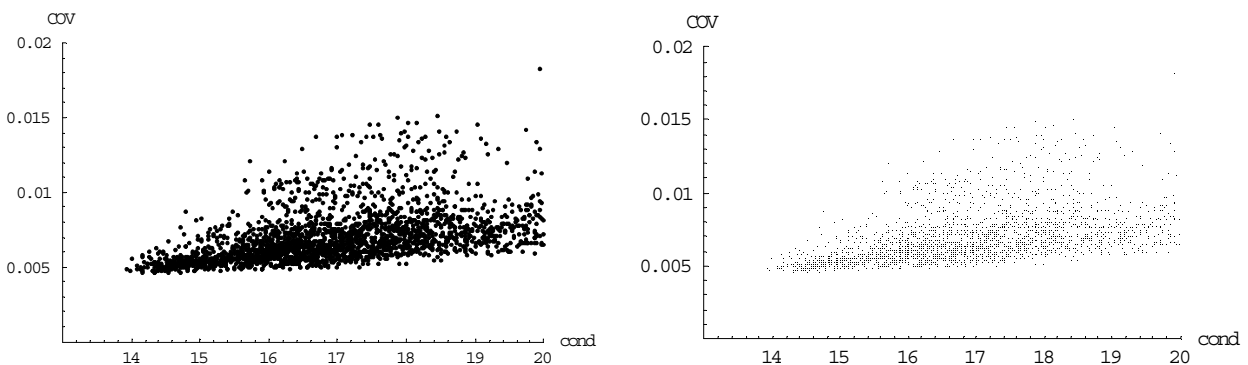


Figure IV.4 : Correspondance entre le conditionnement (en abscisse) et la covariance (en ordonnée) pour les éléments diagonaux (à gauche) et non diagonaux (à droite).

Nous constatons que le conditionnement obtenu à partir de la décomposition en valeurs singulières possède, pour les faibles valeurs de conditionnement, un intervalle de covariance faible. C'est pourquoi, en comparaison des autres méthodes [4.20], ce critère de conditionnement semble le plus apte à servir de référence pour choisir les pas minimisant le bruit induit sur la matrice de Mueller. Nous voyons également que l'équivalence entre les éléments diagonaux et non diagonaux est à nouveau visible ici.

II.6 – Conclusion

Nous venons de voir le principe expérimental du polarimètre ainsi que les différentes méthodologies de réduction des erreurs de mesure, systématiques et aléatoires. Nous avons également présenté le principe d'obtention des matrices des écarts-type associés aux erreurs. Grâce au calcul de conditionnement du système, nous avons justifié le choix de l'incrément des orientations de nos lames tournantes. Nous présenterons l'intérêt de ces deux matrices caractéristiques des incertitudes au cours de l'étalonnage du montage. Dans l'hypothèse d'une matrice de Mueller où toutes les erreurs systématiques ont été corrigées, la matrice S_T serait alors identique à S_S au bruit près.

III – Le polarimètre : configuration expérimentale

Le dispositif expérimental du polarimètre, décrit sur la figure IV.5, est constitué d'une source laser couplée à un système de mise en forme du faisceau, d'un bras fixe avant l'échantillon qui représente le système de codage en polarisation et d'un bras, mobile en rotation autour du porte échantillon, comprenant le système d'analyse en polarisation.

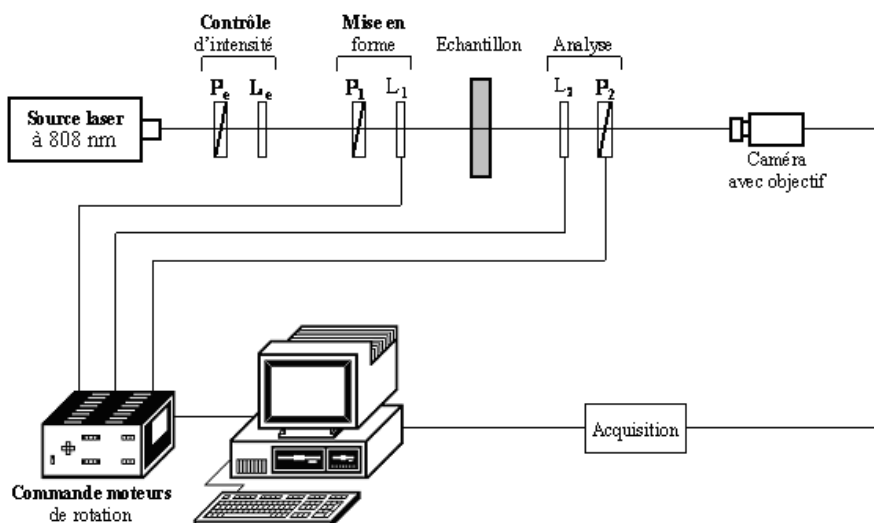


Figure IV.5 : Dispositif expérimental.

L'intérêt de ce polarimètre est d'être monté sur un goniomètre afin de pouvoir travailler aussi bien en transmission qu'en rétrodiffusion. Cette dernière configuration est particulièrement intéressante lors d'études sur des milieux fortement diffusants comme les tissus biologiques. Nous allons maintenant détailler les divers étages du dispositif expérimental.

III.1 – La source

Deux sources différentes ont été utilisées durant nos travaux. La première est une diode laser IQ1C140 distribué par Power Technology Inc. ayant une puissance d'émission de 140mW à 808 nm. La seconde est une diode laser L808P200 de chez Thorlabs Inc. Sa puissance d'émission maximale est de 200 mW à 808 nm. Cette diode laser est équipée d'un contrôleur de puissance permettant de faire varier la puissance d'émission en sortie de la diode. Elle est également dotée d'un contrôleur de température permettant de stabiliser la longueur d'onde ainsi que de réduire le bruit à la détection.

III.2 – Mise en forme du faisceau

Les fluctuations temporelles d'une source laser peuvent introduire des erreurs sur la mesure, en particulier si le temps de mesure est suffisamment long. Afin de corriger ces fluctuations, nous utilisons une voie de référence (grâce à un cube séparateur 98% - 2% qui divise le faisceau en deux). Cette correction a surtout été utilisée lors de mesures réalisées avec la première diode laser.

Le système de mise en forme est également constitué d'un polariseur P_e et d'une lame demi onde L_e . Le polariseur P_e permet d'éliminer en grande partie l'émission spontanée du laser et de ne garder que l'émission stimulée. La lame demi-onde L_e , placée devant le système de génération d'états de polarisation, permet de procéder au réglage de l'intensité incidente.

III.3 – Génération et analyse des états de polarisation

Comme nous l'avons vu précédemment, le polarimètre est constitué d'un système de mise en forme polarimétrique sur le bras fixe et d'un système d'analyse sur le bras mobile du goniomètre. Ces deux systèmes sont chacun constitués d'un polariseur fixe et d'une lame quart d'onde tournante. Il existe bien sûr d'autres techniques de génération ou de mesure d'états de polarisation [4.22] : modulateurs photo-élastiques [4.23], électro-optiques ou à effet Pockels [4.24]. De nombreux polarimètres utilisent aujourd'hui des retardeurs variables à cristaux liquides [4.25] [4.26]. S'ils ont l'avantage d'être très rapides, leur relative instabilité, due aux inhomogénéités de leur structure, n'offre pas une précision comparable aux lames biréfringentes que nous utilisons. Ces lames quart d'onde, associées à des polariseurs, ont été utilisées à plusieurs reprises au laboratoire [1.51] [4.19] [4.27] et l'efficacité prouvée du dispositif a conforté notre choix.

III.3.1 – Polariseurs

Jusqu'à présent, au laboratoire [3.4] [4.1], les polariseurs utilisés dans le polarimètre étaient des polariseurs de Glan-Foucault. Ce sont des prismes à séparation d'air qui peuvent être utilisés à de fortes puissances. S'ils sont très utiles en polarimétrie ponctuelle, notamment grâce à un facteur de contraste de $1/10^6$ pour les plus performants, ils ont toutefois quelques défauts qui ne peuvent être corrigés en imagerie.

Les polariseurs de ce type sont des polariseurs par séparation de faisceaux : ils divisent tout faisceau incident en deux faisceaux de polarisations différentes. Par sécurité, le faisceau non transmis doit être capturé par un matériau absorbant ou tout du moins diffusant. Ceci peut entraîner des réflexions parasites dans les éléments et donc des erreurs de mesures.

Pour pouvoir capturer des images de bonne taille, il faut que la dimension de tous les éléments du montage soit suffisamment grande. Les polariseurs de Glan-Foucault que nous utilisions avaient la dimension d'un cube d'arrête $\ell = 1\text{cm}$ et ils limitaient, du coup, la taille maximum possible du faisceau.

Du fait de leur géométrie interne, les polariseurs de Glan-Foucault ont des angles d'acceptance assez faibles ($\pm 4^\circ$ en général) et il peut y avoir des réflexions multiples au niveau de la lame d'air. Cela peut être préjudiciable si tous les rayons du faisceau lumineux d'entrée ne sont pas parfaitement parallèles. Nous verrons plus tard l'importance de ce critère.

Afin d'améliorer le montage en vue de faire de l'imagerie polarimétrique, il nous fallait donc des polariseurs fins, de dimension suffisante, ayant un bon facteur de contraste, un angle d'acceptance élevé et pouvant supporter de fortes puissances.

Notre choix s'est porté sur des polariseurs en verre dichroïque (VISIR CW02) de la gamme colorPol de chez Codixx. La technologie utilisée consiste à créer une couche de nano particules d'argent uniformément orientée à la surface d'un verre calcosodique. Grâce aux particules allongées d'argent, l'absorption de la lumière préalablement polarisée a lieu et la lumière non polarisée devient linéairement polarisée en passant à travers ce verre traité. L'absorption est sélective en fonction de la longueur d'onde de la lumière.

Pour résumer les améliorations apportées par les nouveaux polariseurs, nous faisons dans le tableau IV.2 un bilan comparatif des différentes caractéristiques techniques des polariseurs de Glan-Foucault utilisés précédemment et des nouveaux polariseurs en verre dichroïque.

<i>Caractéristiques</i>	<i>Polariseur de Glan-Foucault</i>	<i>Polariseur en verre dichroïque</i>
<i>Taux de contraste</i>	$\approx 1\ 000\ 000 : 1$	$\approx 100\ 000\ 000 : 1$
<i>Transmittance</i>	$\approx 50\%$	$\approx 40\%$
<i>Épaisseur (mm)</i>	≈ 10	≈ 2
<i>Ouverture (mm)</i>	$\approx 10 \times 10$	$\text{Ø } 20,8$
<i>Angle d'acceptance (°)</i>	± 4	± 20

Tableau IV.2 : Comparatif des caractéristiques techniques d'un polariseur Glan-Foucault et d'un polariseur en verre dichroïque.

Les caractéristiques techniques des deux nouveaux polariseurs font que notre montage est maintenant équipé de polariseurs efficaces pour les applications en imagerie. Cependant, il faut ajouter au polarimètre d'autres importantes modifications.

III.3.2 – Lames quart d'onde

Il n'existe pas de lames dont les propriétés optiques (retard, orientation et ellipticité des lignes neutres) sont parfaites et uniques quelle que soit la longueur d'onde. Toutefois, il est possible d'obtenir des lames quart d'onde quasi achromatiques sur une plage de longueur d'onde souhaitée en utilisant des lames en quartz-MgF₂ d'ordre zéro. Bien que l'on utilise le polarimètre qu'à la seule longueur d'onde de 808 nm, nous avons opté, en cas de futures études en longueur d'onde, pour des lames achromatiques sur le domaine 700–1000 nm. Ces lames sont obtenues en associant une lame de quartz avec une lame de fluorure de magnésium, par contact optique et en croisant leurs axes optiques [4.28]. Néanmoins, comme l'a montré B. Boulbry durant sa thèse au laboratoire, ces lames ne dérogent pas à la règle : leur retard n'est pas réellement égal à 90° et les états propres ne sont pas linéaires. Ces défauts proviennent d'un mauvais alignement interne des cristaux les constituant [4.4] [4.29].

Il est possible de compenser les défauts d'alignement intrinsèques inhérents aux lames utilisées en réalisant un étalonnage complet des lames en quartz-MgF₂ d'ordre zéro quasi achromatiques. Nous verrons cette étape par la suite.

Les deux lames de phase sont entraînées en rotation par des moteurs pas à pas, précis au millième de degrés près, et commandés via un port GPIB par un programme réalisé sous LabviewTM.

III.4 – Détection et acquisition des données

La détection sur la voie de sortie se fait à l'aide d'une caméra CCD Mintron de 795x596 pixels. Selon le type de mesures (ponctuelles ou en imagerie), nous utilisons la caméra seule ou associée à un objectif Nikon de 28 mm. Un système d'acquisition et de traitement IMAQ Vision pour LabviewTM permet d'obtenir l'intensité codée sur 1024 niveaux de gris (image 10 bits).

La caméra, seule, est utilisée en tant que photodiode. Pour cela, une zone d'intérêt est sélectionnée et nous calculons la moyenne des intensités mesurées sur chaque pixel de la zone. Cette moyenne est donc, au niveau de bruit près, l'équivalent d'une mesure réalisée par une photodiode. Dans cette configuration, nous obtenons une unique matrice de Mueller pour le système étudié.

Utilisée avec l'objectif, la caméra permet d'imager une zone d'intérêt sur l'échantillon. Dans cette configuration, chaque pixel de la zone mesurée est caractérisé par une matrice de Mueller. L'objectif permet d'améliorer la définition spatiale de l'image : nous définissons alors la résolution du système, c'est-à-dire la dimension réelle de l'objet définie sur un pixel.

IV – Etalonnage du polarimètre

Nous présentons ci-dessous les différentes étapes d'une procédure d'étalonnage. Nous commençons d'abord par minimiser les erreurs aléatoires en surdéterminant le système et en utilisant une voie de référence. Puis nous corrigeons les erreurs systématiques en estimant les paramètres réels des composants optiques. Cette procédure doit être réalisée avec le plus grand soin, la validité expérimentale de notre polarimètre en dépendant.

IV.1 – Principe de l'étalonnage

Les fluctuations de la source laser étant plus ou moins importantes selon le temps de mesure, il est impératif d'évaluer ces fluctuations sur une voie de référence. Ainsi, à chaque mesure d'intensités sur la caméra, nous mesurons également l'intensité en sortie de laser. Une procédure de calculs permet ainsi de normaliser les intensités par rapport aux fluctuations.

Voyons à présent les étapes successives de la procédure d'étalonnage, sachant que le milieu étudié est l'air (matrice de Mueller égale à la matrice identité 4×4).

IV.1.1 – Croisement des polariseurs

Seuls les polariseurs sont sur le banc. Nous recherchons alors, grâce à une technique d'approximation polynomiale, le minimum d'intensité : les polariseurs sont alors dits croisés, c'est-à-dire que les axes principaux du polariseur d'entrée et de sortie sont orientés à 90° l'un de l'autre. Grâce au contrôleur des moteurs, nous obtenons une précision sur la position des polariseurs de l'ordre du millième de degré.

IV.1.2 – Recherche des axes neutres des lames quart d'onde

La deuxième étape consiste à rechercher successivement, entre les polariseurs croisés, les axes neutres des deux lames quart d'onde. En effet, lorsqu'un des axes neutres de la lame est aligné avec le polariseur d'entrée, nous obtenons un minimum d'intensité : nous faisons donc tourner entre les deux polariseurs chaque lame indépendamment. Ici encore, la position des axes neutres des lames est repérée grâce à la technique d'approximation polynomiale. A nouveau, la précision des positions est de l'ordre de quelques millièmes de degré.

Les systèmes de génération et d'analyse sont alors prêts. En mesurant les 64 intensités et en réajustant ces intensités en fonction des fluctuations du laser, nous minimisons les erreurs aléatoires. Malheureusement, nous supposons, à ce niveau, les composants parfaits.

IV.1.3 – Correction des erreurs systématiques

A ce stade, nous pouvons mesurer la matrice de Mueller expérimentale du vide. Celle-ci est différente de la matrice identité 4×4 car nous supposons, dans le calcul (IV.4), que nos lames quart d'onde sont de simples biréfringents linéaires de retard égal à 90° . Cependant, comme nous l'avons vu précédemment, ces lames ne sont pas parfaites et nous devons alors

les représenter comme des biréfringents elliptiques dont le retard et les vibrations propres sont quelconques.

A priori, nous ne connaissons pas les propriétés de ces lames quart d'onde. C'est pourquoi nous les modélisons par un biréfringent elliptique dichroïque homogène. Ce modèle a l'avantage de prendre en compte tous les effets physiques pouvant intervenir dans ces lames, en particulier les réflexions multiples qui accroissent l'ellipticité des modes de vibration propre [4.30].

La matrice de Mueller d'un biréfringent elliptique dichroïque homogène M_{bedh} est bien plus complexe que celle d'un biréfringent linéaire. Elle s'exprime, à partir de sa matrice de Jones [4.31], par :

$$M_{bedh} = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 C_{2\nu} & q_2 S_{2\nu} C_\varphi & q_2 S_{2\nu} S_\varphi \\ q_2 C_{2\nu} & q_1 C_{2\nu}^2 + q_3 S_{2\nu}^2 C_\delta & S_{2\nu} (C_{2\nu} C_\varphi (q_1 - q_3 C_\delta) + q_3 S_\delta S_\varphi) & S_{2\nu} (C_{2\nu} S_\varphi (q_1 - q_3 C_\delta) - q_3 S_\delta C_\varphi) \\ q_2 S_{2\nu} C_\varphi & S_{2\nu} (C_{2\nu} C_\varphi (q_1 - q_3 C_\delta) - q_3 S_\delta S_\varphi) & C_\varphi^2 (q_1 S_{2\nu}^2 + q_3 C_\delta C_{2\nu}^2) + q_3 C_\delta S_\varphi^2 & C_\varphi S_\varphi S_{2\nu}^2 (q_1 - q_3 C_\delta) + q_3 C_{2\nu} S_\delta \\ q_2 S_{2\nu} S_\varphi & S_{2\nu} (C_{2\nu} S_\varphi (q_1 - q_3 C_\delta) + q_3 S_\delta C_\varphi) & C_\varphi S_\varphi S_{2\nu}^2 (q_1 - q_3 C_\delta) - q_3 C_{2\nu} S_\delta & S_\varphi^2 (q_1 S_{2\nu}^2 + q_3 C_\delta C_{2\nu}^2) + q_3 C_\delta C_\varphi^2 \end{bmatrix}$$

$$\text{avec } \begin{cases} q_1 = \frac{1}{2}(T_r^2 + T_l^2), q_2 = \frac{1}{2}(T_r^2 - T_l^2), q_3 = T_r T_l \\ C_\varphi = \cos(\varphi), S_\varphi = \sin(\varphi), C_{2\nu} = \cos(2\nu), S_{2\nu} = \sin(2\nu) \end{cases} \quad (\text{IV.24})$$

Où T_r et T_l sont les coefficients de transmission en amplitude, rapide et lent respectivement, et δ la différence de phase entre les deux vibrations propres introduites par la lame de phase.

Cette matrice est totalement caractérisée si l'on connaît les paramètres suivants :

- Le retard (ou déphasage) défini entre les états propres de lame noté δ .
- Le taux d'extinction $\tau = T_r / T_l$.
- L'ellipticité ε et l'azimut α de l'état propre principal (rapide).

B. Boulbry a montré [4.1] qu'il est possible de simplifier ce modèle : en effet, les lames utilisées sur le polarimètre présentent un dichroïsme quasiment inexistant. La diatténuation introduite est alors trop faible pour que sa correction apporte réellement un intérêt à la minimisation des erreurs systématiques. Ainsi, pour les deux lames, nous supposons $T_r = T_l$.

De plus, nous connaissons l'azimut qui caractérise les états propres de cet élément puisque les axes neutres des lames ont été alignés avec le polariseur d'entrée. Le modèle devient alors un biréfringent elliptique homogène et nous exprimons donc la matrice de Mueller de la lame de phase d'entrée $L(\theta)$ par la relation :

$$L(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d^2 - e^2 - f^2 + g^2 & 2(de + fg) & 2(df - eg) \\ 0 & 2(de - fg) & -d^2 + e^2 - f^2 + g^2 & 2(ef + dg) \\ 0 & 2(df + eg) & 2(ef - dg) & -d^2 - e^2 + f^2 + g^2 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.25})$$

$$\text{avec } \begin{cases} d = \cos(2\varepsilon_e) \cos(2\theta) \sin\left(\frac{\delta_e}{2}\right) \\ e = \cos(2\varepsilon_e) \sin(2\theta) \sin\left(\frac{\delta_e}{2}\right) \\ f = \sin(2\varepsilon_e) \sin\left(\frac{\delta_e}{2}\right) \\ g = \cos\left(\frac{\delta_e}{2}\right) \end{cases}$$

Où δ_e et ε_e représentent respectivement le retard et l'ellipticité de la lame d'entrée.

La matrice de Mueller de la lame de sortie $L(\theta')$ s'obtient à partir de (IV.25) en remplaçant respectivement le retard θ , δ_e et ε_e par θ' , δ_s et ε_s sachant que les deux derniers paramètres représentent respectivement le retard et l'ellipticité de la lame de sortie.

Il nous faut donc déterminer les paramètres des lames de façon à finaliser l'étalonnage de notre polarimètre et ainsi s'approcher expérimentalement de la matrice théorique du vide.

Pour cela, nous procédons au test du « khi-deux ». Ce test consiste à minimiser la fonction χ^2 de l'équation (IV.10) par rapport à la matrice de calcul $[B_{pk}]$ en recherchant les paramètres des lames quart d'onde d'entrée et de sortie (δ_e , ε_e , δ_s , et ε_s) avec un poids statistique $1/\sigma_p$ attribué à chaque intensité.

Nous effectuons un panel de plusieurs mesures de matrice de Mueller expérimentale du vide puis, pour chacune d'entre elles, un programme réalisé sous Matlab calcule les paramètres des lames qui minimisent la fonction χ^2 . Une moyenne sur ces résultats est obtenue et permet de dégager les paramètres (δ_e , ε_e , δ_s , et ε_s) expérimentaux.

IV.1.4 – Conclusion

Nous avons détaillé ici le principe de l'étalonnage : la voie de référence et la surdétermination du système matriciel permettent de réduire les erreurs aléatoires. Entre polariseurs croisés, nous repérons ensuite les axes neutres des lames quart d'onde. Pour finir, la détermination des paramètres réels des lames de phase par le test du « khi-deux » corrige les erreurs systématiques. Il suffit alors d'incorporer ces paramètres dans l'équation (IV.9) puisque la matrice de calcul B tient désormais compte des vraies valeurs de retard et d'ellipticité des deux lames.

IV.2 – Etalonnage à vide du polarimètre

Nous présentons ici les résultats de l'étalonnage à vide du système. Pour cela, nous devons supposer que :

- Les intensités mesurées par la caméra sont corrigées par la voie de référence.
- Les éléments optiques sont parfaitement alignés.
- Les polariseurs sont parfaitement croisés.
- Les axes neutres des lames de phase sont repérés précisément.

IV.2.1 – Mesure des intensités et des écarts-type associés

A l'aide d'un programme réalisé sous LabviewTM, nous pouvons mesurer les 64 intensités correspondant aux 64 combinaisons angulaires du tableau IV.1. Chacune de ces 64 intensités est calculée à partir de 50 mesures. Nous pouvons donc déterminer l'écart type statistique associé à chaque intensité. La figure IV.6 représente les intensités mesurées normalisées ainsi que les écarts-type associés.

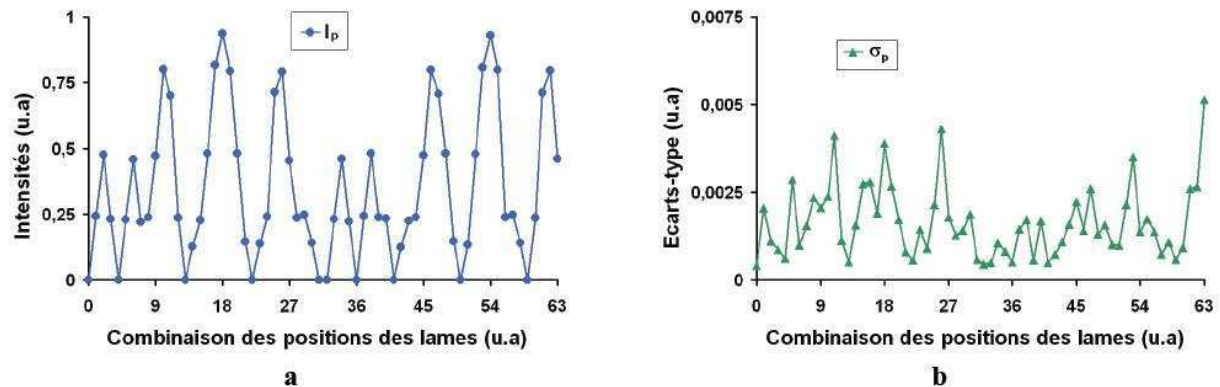


Figure IV.6 : Courbes à vide (a) des intensités I_p normalisées et (b) des écarts type statistiques σ_p normalisés pour les 64 combinaisons de θ et θ' .

IV.2.2 – Matrice expérimentale à vide

Ensuite, un programme de traitement réalisé sous MatlabTM permet de calculer la matrice de Mueller normalisée M du milieu étudié, l'air ici, ainsi que les matrices des écarts type statistiques S_S et totaux S_T . L'indice de dépolarisation P_D est lui déterminé à partir de la matrice M .

IV.2.3 – Critère de qualité de l'étalonnage

Tout d'abord, introduisons la norme de Frobenius d'une matrice X de dimension $n \times n$, définie par :

$$\|X\|_F = \sqrt{\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} |X_{ij}|^2} = \sqrt{\text{tr}(X^\dagger X)} \quad (\text{IV.26})$$

Soit M la matrice de Mueller expérimentale pour laquelle nous aurons évalué les matrices d'écart type S_S et S_T , caractérisant les incertitudes sur les éléments m_{ij} .

Dans un premier temps, nous calculons la matrice de cohérence N introduite par la relation (II.30) ainsi que les valeurs propres λ_i qui lui sont associées. Nous construisons ensuite la matrice de Mueller-Jones estimée \tilde{M}_J non normalisée à partir de l'opérateur hermitien \tilde{N}_J défini par $\tilde{N}_J = \lambda_0 N_0$ où le signe \sim indique la notion d'estimation.

Nous pouvons alors évaluer les normes de Frobenius $\|S_S\|_F$, $\|S_T\|_F$ et $\|\Delta M\|_F$ avec [2.9] :

$$\|\Delta M\|_F = \|M - \tilde{M}_J\|_F = \sqrt{|\lambda_1|^2 + |\lambda_2|^2 + |\lambda_3|^2} \quad (\text{IV.27})$$

Nous pouvons alors juger de la qualité de l'étalonnage de notre dispositif expérimental. En effet :

- Si $\|\Delta M\|_F \leq \|S_T\|_F$ et $\|S_T\|_F \approx \|S_S\|_F$, le dispositif est étalonné.
- Si $\|\Delta M\|_F \leq \|S_T\|_F$ et $\|S_T\|_F > \|S_S\|_F$, le dispositif peut être considéré comme étalonné mais il reste des erreurs systématiques à corriger. En général, les erreurs systématiques proviennent en partie des erreurs statistiques lors de l'étalonnage. Si la procédure d'acquisition est semblable pendant l'étalonnage et lors d'une mesure expérimentale, les erreurs systématiques et statistiques seront du même ordre de grandeur.
- Si $\|\Delta M\|_F > \|S_T\|_F$ et $\|S_T\|_F \gg \|S_S\|_F$, le dispositif n'est pas bien étalonné.

Pour la suite de l'étalonnage, nous calculerons à chaque fois, à partir des données expérimentales, les normes introduites ci-dessus afin de caractériser la qualité de l'étalonnage. A la fin de celui-ci, la matrice M sera très proche de la matrice identité.

IV.2.4 – Matrice expérimentale brute

Dans un premier temps, nous supposons ici que les lames quart d'onde sont parfaites. En normalisant les 64 intensités, nous calculons et représentons dans le tableau IV.3 les matrices M , S_S et S_T , ainsi que les normes de Frobenius $\|S_S\|_F$, $\|S_T\|_F$, $\|\Delta M\|_F$, l'indice de dépolarisation P_D et la retardance R .

<i>Matrice de Mueller expérimentale M</i>	<i>Matrice des écarts-type statistiques S_S</i>
$\begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0070 & -0,0032 & 0,0029 \\ 0,0142 & 0,9911 & -0,0017 & -0,0073 \\ 0,0023 & 0,0006 & 0,9909 & 0,0063 \\ 0,0028 & -0,0052 & -0,0004 & 1,0007 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0002 & 0,0005 & 0,0001 & 0,0003 \\ 0,0003 & 0,0004 & 0,0004 & 0,0001 \\ 0,0000 & 0,0005 & 0,0006 & 0,0000 \\ 0,0001 & 0,0002 & 0,0001 & 0,0003 \end{bmatrix}$
$P_D = 0,9943 \pm 0,0036, \ \Delta M\ _F = 0,0150$ $R = 0,2153^\circ \pm 0,0196^\circ$	$\ S_S\ _F = 0,0006$
<i>Matrice des écarts-type totaux S_T</i>	
$\begin{bmatrix} 0,0021 & 0,0028 & 0,0029 & 0,0016 \\ 0,0039 & 0,0050 & 0,0056 & 0,0031 \\ 0,0033 & 0,0042 & 0,0072 & 0,0031 \\ 0,0017 & 0,0022 & 0,0029 & 0,0014 \end{bmatrix}$	
$\ S_T\ _F = 0,0146$	

Tableau IV.3 : Résultats à vide en supposant les lames quart d'onde parfaites.

Nous voyons immédiatement que $\|\Delta M\|_F > \|S_T\|_F$: le système n'est donc pas correctement étalonné. Il est donc impératif de tenir compte des paramètres réels des lames de phase.

IV.2.5 – Matrice expérimentale après correction des erreurs d'estimation des paramètres de lames

Afin d'optimiser la procédure d'étalonnage, il convient d'utiliser maintenant le test du « khi-deux » (IV.10) pour l'estimation des retards et ellipticités réellement introduits par les lames d'entrée et de sortie. Un programme réalisé sur MatlabTM permet, à partir du fichier des intensités et des écarts-type, de calculer le retard vrai et l'ellipticité des lames quart d'onde. Nous réalisons une séquence de dix mesures : nous obtenons alors une valeur moyenne de chaque paramètre et ces valeurs sont présentées dans le tableau IV.4.

<i>Paramètres</i>	<i>Cas idéal</i>	<i>Cas réel</i>
<i>Retard d'entrée δ_e</i>	90°	90,82°
<i>Retard de sortie δ_s</i>	90°	90,55°
<i>Ellipticité d'entrée ϵ_e</i>	0°	0,154°
<i>Ellipticité de sortie ϵ_s</i>	0°	0,118°

Tableau IV.4 : Paramètres des lames d'entrée et de sortie dans les cas idéal et réel.

En normalisant les intensités mesurées et en utilisant l'équation (IV.9), nous pouvons remonter aux matrices expérimentales M , S_S et S_T après correction des vrais paramètres des lames. La matrice de passage B_{pk} est différente de celle où les lames sont supposées parfaites puisque les matrices de Mueller des lames d'entrée et de sortie sont alors décrites comme dans l'équation (IV.24). Les résultats après correction sont consignés dans le tableau IV.5.

<i>Matrice de Mueller expérimentale M</i>	<i>Matrice des écarts-type statistiques S_S</i>
$\begin{bmatrix} 1,0000 & 0,0010 & -0,0063 & 0,0029 \\ -0,0007 & 1,0000 & -0,0017 & -0,0073 \\ 0,0033 & 0,0006 & 0,9998 & 0,0063 \\ 0,0028 & -0,0053 & -0,0004 & 1,0007 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0002 & 0,0005 & 0,0001 & 0,0003 \\ 0,0003 & 0,0004 & 0,0004 & 0,0001 \\ 0,0000 & 0,0005 & 0,0006 & 0,0000 \\ 0,0001 & 0,0002 & 0,0001 & 0,0003 \end{bmatrix}$
$P_D = 1,0003 \pm 0,0031, \ \Delta M\ _F = 0,0116$ $R = 0,2104^\circ \pm 0,0187^\circ$	$\ S_S\ _F = 0,0006$
<i>Matrice des écarts-type totaux S_T</i>	
$\begin{bmatrix} 0,0019 & 0,0025 & 0,0026 & 0,0015 \\ 0,0031 & 0,0041 & 0,0048 & 0,0025 \\ 0,0024 & 0,0030 & 0,0064 & 0,0025 \\ 0,0014 & 0,0019 & 0,0026 & 0,0012 \end{bmatrix}$	
$\ S_T\ _F = 0,0122$	

Tableau IV.5 : Résultats à vide avec les paramètres réels des lames quart d'onde.

La correction des retards de lame affecte surtout les éléments diagonaux de M ainsi que m_{01} et m_{10} tandis que celle des ellipticités associées se répercute sur les éléments m_{02} et m_{20} . Les éléments m_{01} , m_{10} , m_{02} et m_{20} ne sont pas nuls car les intensités expérimentales sont bruitées. C'est également pour cela que m_{33} est supérieur à 1.

Après cette étape, nous voyons que $\|\Delta M\|_F < \|S_T\|_F$: nous pouvons considérer notre polarimètre comme correctement étalonné même si, dans l'absolu, il faudrait que $\|\Delta M\|_F \approx \|S_S\|_F$. Malheureusement, l'ordre de grandeur des erreurs aléatoires est si faible par rapport à celui des erreurs totales qu'une telle correction est physiquement irréalisable. L'incertitude sur les éléments optiques est bien supérieure aux incertitudes liées au processus de mesure. Néanmoins, la matrice de Mueller et l'indice de dépolarisation obtenus nous semblent suffisamment satisfaisants pour considérer notre système performant.

V – Le système imageur et principe d'acquisition des images

Une fois notre polarimètre étalonné en acquisition ponctuelle, nous pouvons passer à la mise en place du système imageur à proprement parler. Nous plaçons pour cela l'objectif sur la caméra et nous choisissons dès lors une zone d'intérêt où les différents niveaux de gris associés à un même pixel permettront de calculer une matrice de Mueller. Dans cette partie, nous allons revenir sur les différentes modifications à apporter au polarimètre pour son utilisation en imagerie : il s'agit notamment d'ajouter un disque tournant visant à diminuer le bruit de speckle du laser et un système de mise en forme du faisceau. Enfin, nous montrerons les images à vide du dispositif correctement calibré.

V.1 – Principe de l'acquisition des images

Le principe d'acquisition des images est basé sur celui de l'obtention d'une matrice de Mueller expérimentale. La méthodologie de réduction des erreurs est toujours appliquée : à chacune des 64 combinaisons angulaires des lames quart d'onde d'entrée et de sortie, nous mesurons l'intensité sur chaque pixel de la zone d'intérêt choisie (m lignes x n colonnes). L'intensité mesurée est la moyenne sur 30 mesures. Nous obtenons alors un fichier « N pixels x 64 intensités » que nous convertissons sous Matlab[®], grâce à la relation (IV.9), en un fichier source « N pixels x 16 éléments m_{ij} » qui associe à chaque pixel une matrice de Mueller.

A partir de ce fichier source, nous pouvons alors représenter des « cartographies » du milieu étudié en reconstituant l'image de m lignes x n colonnes d'un paramètre polarimétrique extrait de la matrice de Mueller pour chaque pixel. Ainsi, en sélectionnant l'élément m_{00} de chaque pixel, nous pouvons recomposer l'image de cet élément. En appliquant cela aux autres éléments de la matrice, il est possible d'afficher les images de Mueller d'un milieu. Malheureusement, hormis pour certaines études [1.47], l'information contenue sur ces 16 images de Mueller est rarement exploitable.

Pour caractériser nos milieux biologiques, nous préférons décomposer chaque matrice de Mueller mesurée selon les algorithmes introduits au chapitre précédent. Suivant le choix de

cet algorithme, sujet dont nous discuterons dans le prochain chapitre, les différents paramètres polarimétriques de diatténuation, de retard et de dépolarisation sont calculés pour chaque pixel et des cartographies de ces propriétés sont créées. Ces images, qui ne sont pas toujours visuellement interprétables, sont alors analysées statistiquement pour révéler les informations pertinentes sur le milieu d'étude.

V.2 – Le système imageur : modifications expérimentales

V.2.1 – Réduction optimale du bruit de speckle

Lorsqu'une lumière cohérente éclaire une surface rugueuse, on observe un aspect granulaire de la lumière diffusée, appelé speckle, observé dans un plan P. Ce champ de speckle est produit par la répartition aléatoire de l'intensité résultant de la somme d'un grand nombre d'ondelettes cohérentes ayant chacune un module et une phase aléatoire.

Si la propriété de cohérence d'une source laser peut être utilisée dans de nombreux domaines de l'optique (astronomie, interférométrie holographique, imagerie de speckle...), cette caractéristique des lasers est vue, dans l'étude en imagerie, comme un bruit de mesure particulièrement nuisible. Dans notre montage, le faisceau laser traverse un grand nombre d'éléments optiques : ces derniers n'étant pas parfaitement homogènes, des grains de speckle apparaissent. Afin de réduire ce bruit de speckle, nous avons décidé de décohérer le faisceau du laser, c'est-à-dire, lui faire perdre ses propriétés de cohérence.

Pour cela, nous avons fait passer le faisceau à travers une fibre optique multi modes (SEDI R-CORD-PW01 de diamètre de cœur de 365 microns, d'ouverture numérique 0,22 et de longueur 1,5 m). Elle a pour caractéristique de transporter plusieurs modes (trajets lumineux). La distance parcourue par certains modes est donc différente de la distance parcourue par d'autres modes. Du fait de la dispersion modale, on constate un étalement temporel du signal proportionnel à la longueur de la fibre. Si elle est suffisamment longue, le faisceau laser perd sa cohérence. Nous avons de plus fait passer la fibre à l'intérieur d'un système mécanique vibrant : en effet, si l'on fait vibrer la fibre à une fréquence assez élevée, le faisceau perd un peu plus de son caractère cohérent. Grâce à ces deux techniques, nous avons réussi à réduire considérablement le phénomène de speckle. De plus, chacune des 64 images d'intensité acquises correspond à une moyenne sur 30 mesures, ce qui permet de moyenniser les fluctuations dues au phénomène de speckle.

Le tableau IV.6 nous montre l'amélioration apportée aux images codées en indice de dépolarisation par la technique fibrée. Le tableau représente ces images mesurées à vide par le polarimètre, calibré comme précédemment, avant et après l'ajout du montage fibré.

Nous voyons immédiatement que l'image obtenue avec le montage fibré est plus homogène : l'indice de dépolarisation moyen est plus proche de 1 (0,976 contre 0,938) et surtout l'écart type a légèrement diminué (de 0,065 à 0,046).

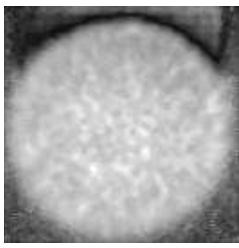
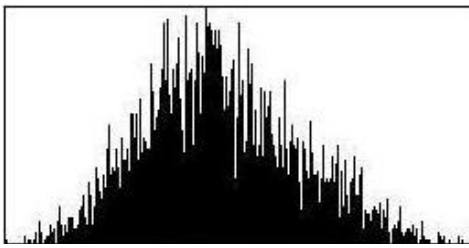
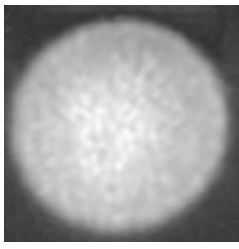
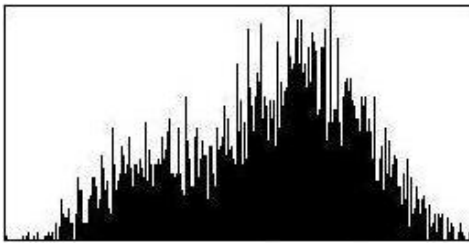
<i>Dispositif</i>	<i>Image</i>	<i>Histogramme</i>	<i>Valeurs</i>
<i>Non fibré</i>			$P_{D_{\min}} = 0,810$ $P_{D_{\max}} = 1,025$ $P_{D_{\text{moy}}} = 0,938$ $\sigma_{P_D} = 0,065$
<i>Fibré</i>			$P_{D_{\min}} = 0,932$ $P_{D_{\max}} = 1,022$ $P_{D_{\text{moy}}} = 0,976$ $\sigma_{P_D} = 0,046$

Tableau IV.6 : Images, histogrammes et valeurs des paramètres de dépolarisation mesurés avec le dispositif non fibré (en haut) et fibré (en bas). Les valeurs min. et max. sont les abscisses inférieures et supérieures des histogrammes.

Le tableau IV.7 représente les images de retard des mêmes acquisitions. Pour ces images aussi, le dispositif fibré donne de bien meilleurs résultats : la retardance moyenne est plus proche de 0° ($1,392^\circ$ contre $3,220^\circ$) et l'écart type associé baisse de plus de 50% (de $1,106^\circ$ à $0,493^\circ$).

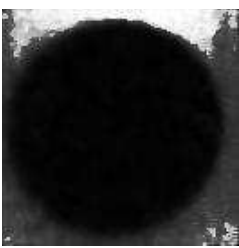
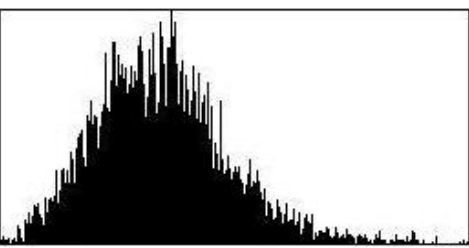
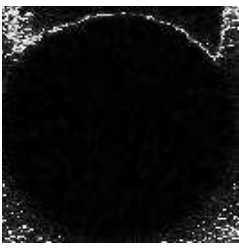
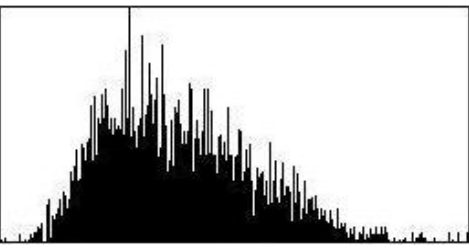
<i>Dispositif</i>	<i>Image</i>	<i>Histogramme</i>	<i>Valeurs</i>
<i>Non fibré</i>			$R_{\min} = 0,623^\circ$ $R_{\max} = 8,143^\circ$ $R_{\text{moy}} = 3,220^\circ$ $\sigma_R = 1,106^\circ$
<i>Fibré</i>			$R_{\min} = 0,234^\circ$ $R_{\max} = 3,240^\circ$ $R_{\text{moy}} = 1,392^\circ$ $\sigma_R = 0,493^\circ$

Tableau IV.7 : Images, histogrammes et valeurs des paramètres de retard mesurés avec le dispositif non fibré (en haut) et fibré (en bas). Les valeurs min. et max. sont les abscisses inférieures et supérieures des histogrammes.

Malheureusement, cette méthode ne nous a pas paru suffisamment robuste pour l'acquisition d'images de qualité. En effet, les vibrations irrégulières du système rendaient l'homogénéité spatiale du faisceau insuffisante. De plus, la fibre multi modes, bien qu'efficace, n'était pas assez longue pour décoherer convenablement la source. S'ajoutait à cela un encombrement important sur le montage.

C'est pourquoi nous nous sommes dirigés vers l'utilisation d'un disque diffusant entraîné en rotation par un moteur. Ce système est composé d'un outil multi-usage DREMEL 300 Series doté d'un moteur de 125W (jusqu'à 10 000 tours/minute) sur lequel nous avons installé un disque de plexiglas de diamètre 14 cm et de largeur 6 mm. Nous avons apposé un film diffuseur sur le disque afin d'étaler le faisceau laser. Le speckle introduit par le film est moyenné en ajustant la vitesse de rotation du moteur pour qu'elle soit suffisamment rapide par rapport au temps d'exposition du système d'enregistrement d'images. Ce système permet une bonne réduction du bruit de speckle sur les images mesurées.

Le tableau IV.8 montre les images de l'indice de dépolarisation et de la retardance mesurées sur le montage avec disque tournant. Nous voyons que la valeur moyenne de l'indice de dépolarisation est quasi égale à 1 (1,003) et, de plus, l'écart type associé est inférieur à celui mesuré sur le montage fibré (0,028 contre 0,046). Pour les images de retard, les valeurs constatées ne varient pas de façon évidente mais, toutefois, la valeur moyenne de la retardance est inférieure au degré (0,992°) l'écart type passe de 0,493° à 0,278°.


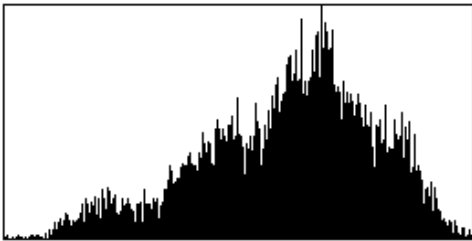
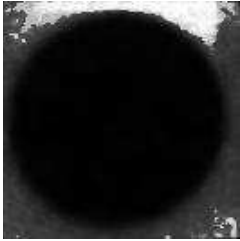
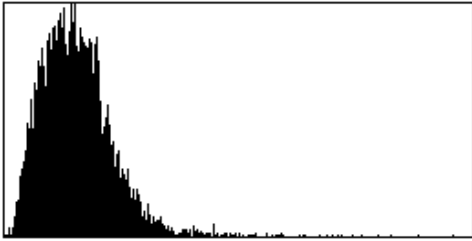
<i>Paramètre</i>	<i>Image</i>	<i>Histogramme</i>	<i>Valeurs</i>
<i>Dépolarisation</i>			$P_{D_{\min}} = 0,972$ $P_{D_{\max}} = 1,016$ $P_{D_{\text{moy}}} = 1,003$ $\sigma_{P_D} = 0,028$
<i>Retard</i>			$R_{\min} = 0,106^\circ$ $R_{\max} = 4,321^\circ$ $R_{\text{moy}} = 0,992^\circ$ $\sigma_R = 0,278^\circ$

Tableau IV.8 : Images, histogrammes et valeurs des paramètres de dépolarisation et de retard mesurés avec le dispositif du disque diffusant. Les valeurs min. et max. sont les abscisses inférieures et supérieures des histogrammes.

La zone utile du faisceau est donc plus homogène à l'aide du disque tournant. En plus d'améliorer la qualité du faisceau, ce dispositif est beaucoup plus souple (facilité d'utilisation) et régulier dans le temps que le dispositif fibré.

V.2.2 – Système de mise en forme du faisceau

Afin d'obtenir des images à vide satisfaisantes (c'est-à-dire réaliser un bon étalonnage du polarimètre imageur), il nous faut adapter le signal lumineux en sortie de laser. En effet, la forte divergence des rayons en sortie de la diode laser impose de paralléliser et centrer le faisceau. Grâce à un système de diaphragmes et de deux lentilles convergentes, placés en amont du système de codage, nous arrivons à obtenir un faisceau uniformément réparti en intensité et d'une taille suffisante (ce sont les lames quart d'onde qui limitent la taille du faisceau). Ce système agit comme un filtre et permet de sélectionner les seuls rayons parallèles.

Cette correction nous permet d'avoir des images à vide des paramètres polarimétriques plus homogènes : sans ce système de mise en forme, la répartition non uniforme de l'intensité (maximale au centre de l'image puis décroissante vers les bords) indique que le rapport signal/bruit diminue. De même, les rayons lumineux qui ne sont pas parallèles à l'axe de propagation des rayons centraux introduisent des erreurs sur la mesure, un gradient sur les images polarimétriques de dépolarisation et de retard apparaissant du centre vers les bords. Les images de diatténuation sont, elles, moins dépendantes de ces réglages et la sensibilité de la mesure sur ce paramètre n'est quasiment pas variable.

Nous comparons les résultats à vide mesurés au polarimètre imageur sans et avec le dispositif de mise en forme du faisceau. Nous consignons dans les tableaux IV.9 et IV.10 les images polarimétriques associées. Nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que ces mesures ont été réalisées sur le montage fibré, c'est-à-dire avant la mise en place du disque tournant.

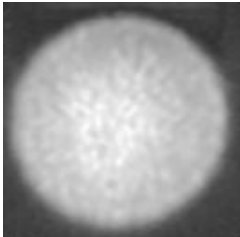
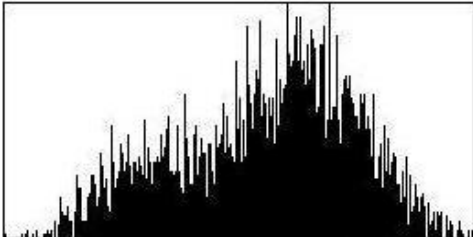

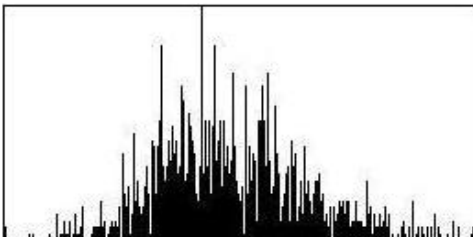
Dispositif	Image	Histogramme	Valeurs
<i>Sans mise en forme du faisceau</i>			$P_{D_{\min}} = 0,932$ $P_{D_{\max}} = 1.022$ $P_{D_{\text{moy}}} = 0.976$ $\sigma_{P_D} = 0.046$
<i>Avec mise en forme du faisceau</i>			$P_{D_{\min}} = 0,969$ $P_{D_{\max}} = 1.023$ $P_{D_{\text{moy}}} = 0.994$ $\sigma_{P_D} = 0.032$

Tableau IV.9 : Images, histogrammes et valeurs des paramètres de dépolarisation mesurés avec le dispositif sans (en haut) et avec (en bas) le dispositif de mise en forme du faisceau. Les valeurs min. et max. sont les abscisses inférieures et supérieures des histogrammes.

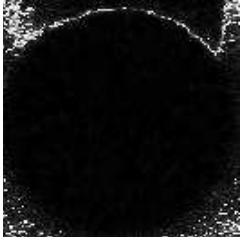
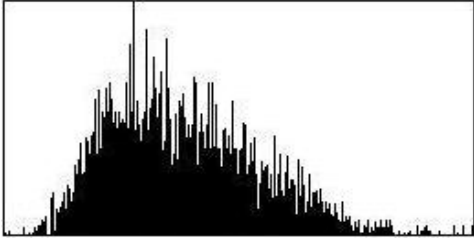

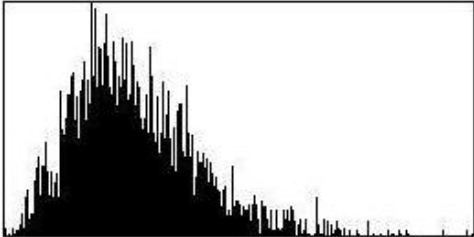
<i>Dispositif</i>	<i>Image</i>	<i>Histogramme</i>	<i>Valeurs</i>
<i>Sans mise en forme du faisceau</i>			$R_{\min} = 0,234^\circ$ $R_{\max} = 3,240^\circ$ $R_{\text{moy}} = 1,392^\circ$ $\sigma_R = 0.493^\circ$
<i>Avec mise en forme du faisceau</i>			$R_{\min} = 0,191^\circ$ $R_{\max} = 2,648^\circ$ $R_{\text{moy}} = 1,093^\circ$ $\sigma_R = 0.345^\circ$

Tableau IV.10 : Images, histogrammes et valeurs des paramètres de retard mesurés avec le dispositif sans (en haut) et avec (en bas) le dispositif de mise en forme du faisceau. Les valeurs min. et max. sont les abscisses inférieures et supérieures des histogrammes.

A la vue de ces images et par interprétations des histogrammes associés, nous voyons que la qualité du dispositif est légèrement améliorée : les images sont plus homogènes (quasi disparition des gradients de mesure), le biais expérimental sur les valeurs moyennes est moindre et les écarts-type associés sont minimisés.

A ce stade (tableau IV.8), nous considérons notre dispositif imageur comme étant correctement configuré, l'homogénéité de la zone utile du faisceau étant satisfaisante ($D_{\text{moy}} = 0,0133$ avec $\sigma_D = 0,0094$, $P_{D_{\text{moy}}} = 1,003$ avec $\sigma_{P_D} = 0,028$ et $R_{\text{moy}} = 0,992^\circ$ avec $\sigma_R = 0,278^\circ$).

VI – Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le dispositif général de notre polarimètre, qui est constitué d'une source (diode laser de puissance d'émission maximale de 200 mW à 808 nm), d'un système de génération d'états de polarisation (composé d'un polariseur en verre dichroïque orienté verticalement suivi d'une lame quart d'onde en quartz-MgF2 d'ordre zéro quasi achromatique), d'un analyseur d'états de polarisation (composé des mêmes éléments que le générateur mais en ordre inverse, le polariseur de l'analyseur étant croisé avec celui du générateur). Les lames de phase sont entraînées en rotation par des moteurs pas à pas précis au millième de degré près.

Nous avons ensuite détaillé le principe de mesure des matrices de Mueller expérimentales et des matrices d'écart type statistiques et totaux associés. Nous avons introduit la méthodologie de réduction des erreurs : la surdétermination du système matriciel pour la réduction des erreurs aléatoires et le test du « khi-deux » pour la réduction des erreurs systématiques. Nous avons également démontré, par les méthodes du nombre de conditionnement et de la matrice de covariance que notre choix d'incrémentations des orientations des lames de phase (pas de $22,5^\circ$ pour θ et θ') était satisfaisant, même si non optimal.

Nous sommes alors passés à l'étape d'étalonnage proprement dite. Grâce aux différentes techniques à notre disposition (correction des fluctuations du laser, croisement des polariseurs, recherche des axes neutres des lames de phase, recherche des paramètres réels de ces mêmes lames), nous avons obtenu une matrice à vide expérimentale tout à fait satisfaisante.

Pour finir, nous avons développé le dispositif imageur associé au polarimètre classique. Grâce à un système de mise en forme du faisceau constitué de diaphragmes et d'une paire de lentilles convergentes, associé à un dispositif de réduction de bruit de speckle (film diffuseur homogène sur disque tournant), nous avons pu obtenir un faisceau de taille convenable (environ 1,5 cm de diamètre) dont la zone utile centrale est suffisamment homogène. En effet, l'étalonnage à vide du dispositif imageur a pu démontrer que ses caractéristiques ($D_{moy} = 0,0133$ avec $\sigma_D = 0,0094$, $P_{D_{moy}} = 1,003$ avec $\sigma_{P_D} = 0,028$ et $R_{moy} = 0,992^\circ$ avec $\sigma_R = 0,278^\circ$) sont satisfaisantes.

Notre polarimètre imageur est donc prêt pour l'étude de milieux biologiques. Ce sera le sujet des Chapitres 6 et 7. Mais avant cela, nous allons tenter de mieux comprendre la propagation des erreurs sur les matrices de Mueller expérimentales et ainsi pouvoir déterminer, en fonction de la réponse du milieu, lequel des algorithmes de décomposition est le plus adapté à représenter le milieu d'étude.

Chapitre 5

Analyse de l'erreur : influence sur le choix de la décomposition

I – Introduction	119
II – Principe de génération du bruit	119
III – Propagation des erreurs dans les différentes décompositions	121
III.1 – Système physique non symétrique	121
III.2 – Système physique symétrique	123
III.3 – Peau de porc	125
III.4 – Approche alternative : décomposition hybride	126
IV – Choix de la décomposition : approche comparative du critère de quasi égalité des matrices	131
IV.1 – Critère de quasi égalité de deux matrices	131
IV.2 – Application à la détection de la dépolarisation	131
IV.3 – Application au choix de la décomposition	133
IV.4 – Exemples	137
IV.4.1 – Système non symétrique : produit de deux matrices	137
IV.4.2 – Système non symétrique : produit de trois matrices	140
IV.4.3 – Système symétrique : produit de quatre matrices	141
IV.4.4 – Système inconnu : cible de nylon en réflexion	143
IV.4.5 – Système inconnu : peau de porc	144
IV.5 – Conclusion	146
V – Influence de la valeur des paramètres sur les erreurs associées	147
V.1 – Paramètres de diatténuation	147
V.1.1 – Diatténuation D	147
V.1.2 – Azimut de diatténuation α_D	150
V.1.3 – Ellipticité de diatténuation ε_D	151
V.2 – Paramètres de retard	153
V.2.1 – Retardance R	153
V.2.2 – Azimut de retard α_R	155
V.2.3 – Ellipticité de retard ε_R	157
V.3 – Conclusion	158
VI – Conclusion	161

I – Introduction

Dans le chapitre 3, nous avons détaillé le fonctionnement des quatre décompositions qui sont utilisées pour l'analyse de matrices de Mueller expérimentales. En pratique, sans connaissance a priori sur le milieu étudié, il est impossible de prédire lequel des quatre algorithmes s'applique de préférence. De plus, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, les matrices de Mueller expérimentales que nous mesurons sont bruitées. Les paramètres polarimétriques du milieu étudié, calculés à partir de la matrice de Mueller brute, subissent donc l'influence du bruit sur la mesure.

Dans ce chapitre, nous tenterons de définir une procédure capable de déterminer la décomposition la plus adaptée aux conditions expérimentales. Tout d'abord, grâce à quelques exemples, nous analyserons la propagation des erreurs sur les paramètres polarimétriques des différents algorithmes. Puis, à l'aide d'un critère mathématique, nous définirons notre procédure de détermination du choix de la décomposition, que nous soumettrons aussi à différents exemples. Enfin, nous analyserons les erreurs relatives sur les paramètres de polarisation en fonction de la variation de chacun d'eux.

II – Principe de génération du bruit

Pour étudier l'influence des erreurs de mesure sur les paramètres calculés, nous désirons introduire un bruit aléatoire correspondant au bruit expérimental sur une matrice de Mueller connue. Dans un premier temps, nous construisons une matrice de Mueller théorique à l'aide des paramètres D , α_D , ε_D , R , α_R , ε_R et a , b et c , les éléments diagonaux de la sous-matrice 3x3 de dépolarisation. Puis, à partir de la matrice de Mueller théorique construite, en inversant le système matriciel (IV.9), nous calculons les 64 intensités théoriques I_p .

A partir de ces 64 intensités théoriques, nous voulons créer un fichier de $N \times 64$ intensités pseudo bruitées, correspondant à une simulation de N mesures expérimentales de la matrice de Mueller théorique. Il faut donc que le pseudo bruit introduit respecte au mieux la forme du bruit expérimental que nous mesurons généralement. Plusieurs modèles théoriques (bruit gaussien multiplicatif, bruit gaussien additif, association des deux...) ont été testés sur la matrice identité, matrice théorique du vide, et la forme des matrices d'erreurs créées est très proche des matrices d'écarts type totaux que nous mesurons expérimentalement (tableau V.1). La forme générale de ces matrices se rapproche également des matrices théoriques calculées par Y. Takakura et al. [4.21] pour un bruit additif gaussien. Ceci tend aussi à prouver que les erreurs systématiques ont sensiblement la même répartition sur la matrice de Mueller que les erreurs statistiques.

<i>Forme du bruit</i>	<i>Norme</i> $\ S_T\ _F$	<i>Matrice d'erreurs associée</i>
<i>Bruit gaussien additif</i> ($\sigma_i = 0,005.I_{\max}$)	0,0149	0,0015. $\begin{bmatrix} 1,5137 & 2,1636 & 2,5062 & 1,0868 \\ 2,2483 & 3,4311 & 4,1162 & 1,7275 \\ 2,3101 & 3,7629 & 4,0272 & 1,9950 \\ 1,2623 & 1,8503 & 1,9796 & 1 \end{bmatrix}$
<i>Bruit gaussien multiplicatif</i> ($\sigma_i = 0,008.I_i$)	0,0144	0,0015. $\begin{bmatrix} 1,6759 & 2,4828 & 2,2974 & 1,4201 \\ 2,3434 & 3,3375 & 3,0914 & 2,0632 \\ 2,2660 & 2,8886 & 3,4670 & 1,7527 \\ 1,3706 & 1,9020 & 1,9029 & 1 \end{bmatrix}$
<i>Association « multiplicatif + additif »</i> ($\sigma_i = \sqrt{(0,005.I_i)^2 + (0,004.I_{\max})^2}$)	0,0144	0,0015. $\begin{bmatrix} 1,3659 & 1,7913 & 2,1262 & 1,3233 \\ 2,0419 & 2,7675 & 3,2291 & 1,8141 \\ 2,5157 & 3,1005 & 3,8986 & 2,0888 \\ 1,2952 & 2,0712 & 1,8363 & 1 \end{bmatrix}$
<i>Bruit expérimental</i>	0,0146	0,0015. $\begin{bmatrix} 1,5063 & 2,0013 & 2,0714 & 1,1429 \\ 2,7857 & 3,5714 & 4,0022 & 2,2143 \\ 2,3571 & 3,0056 & 5,1429 & 2,2158 \\ 1,2143 & 1,5714 & 2,0723 & 1 \end{bmatrix}$

Tableau V.1 : Matrices des erreurs totales calculées à partir de différentes formes de bruit pour $N = 100$ réalisations.

Pour simuler nos expériences, nous avons donc choisi d'utiliser la forme classique des matrices d'erreurs totales que nous rencontrons. A partir d'une matrice de bruit S , nous inversons à nouveau le système matriciel (IV.9) pour obtenir les 64 écarts type pseudo théoriques. Il ne nous reste plus qu'à générer N pseudo expériences en multipliant chaque intensité théorique par le produit de l'écart type correspondant et d'un facteur aléatoire (loi normale gaussienne). De notre fichier $N \times 64$ intensités, nous calculons les N matrices de Mueller pseudo expérimentales. Pour chacune d'entre elles, nous calculons les paramètres P_D , D , α_D , ε_D et R , α_R , ε_R ainsi que les valeurs moyennes et écarts type associés.

III – Propagation des erreurs dans les différentes décompositions

Grâce aux matrices pseudo bruitées que nous créons à partir d'une matrice de Mueller théorique, nous allons pouvoir comparer, sur quelques exemples significatifs, l'influence du bruit de mesure sur les paramètres de polarisation calculés à partir des décompositions classique, inverse, normale et symétrique.

III.1 – Exemple n°1 : système physique non symétrique

Dans ce premier exemple, nous considérons les opérateurs polarimétriques élémentaires suivants :

- un dichroïque M_D avec une diatténuation $D = 0,2$ et d'axe propre défini par $\alpha_D = 20^\circ$ et $\varepsilon_D = -2^\circ$. La transmittance T_0 est prise égale à 1.
- un biréfringent M_R avec une retardance $R = 10^\circ$ définie selon l'axe rapide d'orientation $\alpha_R = 10^\circ$ et d'ellipticité $\varepsilon_R = 1^\circ$.
- un dépolariseur linéaire anisotrope M_Δ avec $a = 0,61$, $b = 0,59$ et $c = 0,40$ ($P_D = 0,5417$).

Nous calculons alors la matrice de Mueller $M_1 = M_\Delta \cdot M_R \cdot M_D$ de ce système. Nous obtenons :

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0,1528 & 0,1282 & -0,0140 \\ 0,0944 & 0,6039 & 0,0127 & -0,0358 \\ 0,0732 & 0,0050 & 0,5751 & 0,0939 \\ -0,0102 & 0,0227 & -0,0645 & 0,3860 \end{bmatrix}$$

A partir de cette matrice que nous considérons comme expérimentale (propriétés inconnues), nous formons $N = 100$ matrices pseudo bruitées et nous calculons, pour les différentes décompositions (Tableau V.2), les valeurs moyennes et écarts type des paramètres polarimétriques (indice de dépolarisation, retardance et diatténuation ainsi que les azimuts et ellipticités des axes propres de polarisation).

Comme attendu (système physique non symétrique), la décomposition classique décompose correctement (aux erreurs introduites près) la matrice M_1 alors que la décomposition inverse introduit des valeurs erronées sur les paramètres de diatténuation, ainsi que sur l'indice de dépolarisation P_D (calculé à partir de M_Δ et non à partir de M_1).

La propriété de commutativité de la matrice de retard se vérifie ici : les deux décompositions retrouvent les valeurs de retard introduites (aux erreurs près).

Les décompositions normale et symétrique permettent également de retrouver les valeurs réelles des paramètres de diatténuation et l'indice de dépolarisation, en revanche, les paramètres de retard étant assez fortement bruités, un biais de mesure significatif apparaît sur ces éléments.

<i>Paramètres</i>	<i>Classique</i>	<i>Inverse</i>	<i>Normale</i>	<i>Symétrique</i>
$D = 0,2$	$0,1997 \pm 0,0036$	$0,1205 \pm 0,0030$	$0,2032 \pm 0,0091$	$0,1991 \pm 0,0085$
$\alpha_D = 20^\circ$	$20,02^\circ \pm 0,49^\circ$	$19,01^\circ \pm 0,80^\circ$	$20,02^\circ \pm 1,06^\circ$	$19,95^\circ \pm 1,05^\circ$
$\varepsilon_D = -2^\circ$	$-1,99^\circ \pm 0,24^\circ$	$-2,38^\circ \pm 0,40^\circ$	$-1,97^\circ \pm 0,30^\circ$	$-1,99^\circ \pm 0,29^\circ$
$R = 10^\circ$	$10,00^\circ \pm 0,20^\circ$	$10,03^\circ \pm 0,20^\circ$	$14,77^\circ \pm 5,81^\circ$	$14,03^\circ \pm 5,39^\circ$
$\alpha_R = 10^\circ$	$9,85^\circ \pm 0,77^\circ$	$9,87^\circ \pm 0,77^\circ$	$10,03^\circ \pm 3,27^\circ$	$10,41^\circ \pm 3,28^\circ$
$\varepsilon_R = 1^\circ$	$1,11^\circ \pm 0,93^\circ$	$1,11^\circ \pm 0,93^\circ$	$-0,57^\circ \pm 20,23^\circ$	$0,11^\circ \pm 19,70^\circ$
$P_D = 0,5417$	$0,5420 \pm 0,0019$	$0,6084 \pm 0,0058$	$0,5416 \pm 0,0037$	$0,5417 \pm 0,0036$

Tableau V.2 : Résultats du calcul sur les paramètres de polarisation de M avec les différentes décompositions.

Dans les cas des décompositions normale et symétrique, la présence d'erreurs sur la mesure introduit des matrices de diatténuation et de retard, placées « derrière » le dépolariseur, qui ne sont plus égales à la matrice identité (cas théorique vu au Chapitre 3). En effet, l'application de l'algorithme d'Ossikovski sur M_1 fait apparaître deux matrices supplémentaires, M_{D_2} et M_{R_2} . Le tableau V.3 nous montre la valeur moyenne et l'écart type associés aux paramètres polarimétriques calculés par chacune des deux décompositions.

<i>Décompositions</i>		D_2	α_{D2}	ε_{D2}	R_2	α_{R2}	ε_{R2}
<i>Normale</i>	<i>Moyenne</i>	0,0110	$77,61^\circ$	$0,50^\circ$	$9,51^\circ$	$90,05^\circ$	$4,70^\circ$
	<i>Ecart type</i>	0,0059	$53,03^\circ$	$9,17^\circ$	$8,02^\circ$	$50,53^\circ$	$40,01^\circ$
<i>Symétrique</i>	<i>Moyenne</i>	0,0097	$74,32^\circ$	$-1,19^\circ$	$8,64^\circ$	$90,49^\circ$	$-1,44^\circ$
	<i>Ecart type</i>	0,0052	$49,96^\circ$	$10,28^\circ$	$7,31^\circ$	$50,89^\circ$	$39,76^\circ$

Tableau V.3 : Résultats du calcul sur les paramètres de polarisation de M_{D_2} et M_{R_2} obtenues avec les décompositions normale et symétrique.

Les valeurs moyennes proches des valeurs d'une matrice identité ainsi que les écarts type importants montrent bien que les propriétés de M_{D_2} et M_{R_2} sont associées à la propagation du bruit expérimental.

Ce premier exemple nous indique que, malgré le bruit expérimental (pseudo expérimental ici), l'utilisation de la décomposition classique (ou inverse, selon l'ordre des éléments), permet d'accéder correctement aux véritables paramètres de polarisation. En

revanche, la propagation du bruit dans les décompositions normale et symétrique introduit des erreurs non négligeables sur les paramètres, notamment ceux de retard. En effet, si les paramètres de diatténuation et l'indice de dépolarisation sont peu affectés, le biais sur la valeur des paramètres de retard ainsi que les fortes valeurs des écarts type associés prouvent qu'il est préférable, lorsqu'il y a des similitudes sur les résultats (diatténuation et dépolarisation), de choisir l'algorithme de Lu et Chipman, celui-ci introduisant des erreurs plus faibles que les deux autres.

Toutefois, l'observation des paramètres de polarisation et de l'erreur associée ne permet pas, en l'absence de connaissances a priori sur le milieu, de choisir l'algorithme adapté aux conditions expérimentales. En effet, dans l'exemple traité, deux décompositions (classique et inverse) introduisent un même ordre d'erreur mais des valeurs moyennes différentes, et, trois décompositions (classique, normale et symétrique) introduisent des valeurs moyennes relativement proches mais des écarts type très différents.

III.2 – Exemple n°2 : système physique symétrique

Dans ce second exemple, nous considérons les opérateurs polarimétriques élémentaires suivants :

- un premier dichroïque M_{D_1} de diatténuation $D_1 = 0,1$ et d'axe propre défini par l'orientation $\alpha_D = 10^\circ$ et l'ellipticité $\varepsilon_D = -1^\circ$. Sa transmittance T_0 est prise égale à 1.
- un second dichroïque M_{D_2} de diatténuation $D_2 = 0,2$ et d'axe propre défini par l'orientation $\alpha_D = 20^\circ$ et l'ellipticité $\varepsilon_D = -2^\circ$. Sa transmittance T_0 est prise égale à 1.
- un premier biréfringent M_{R_1} avec une retardance $R_1 = 10^\circ$ définie selon l'axe rapide d'orientation $\alpha_R = 10^\circ$ et d'ellipticité $\varepsilon_R = 1^\circ$.
- un second biréfringent M_{R_2} avec une retardance $R_2 = 20^\circ$ définie selon l'axe rapide d'orientation $\alpha_R = 20^\circ$ et d'ellipticité $\varepsilon_R = 2^\circ$.
- un dépolariseur linéaire anisotrope M_Δ avec $a = 0,61$, $b = 0,59$ et $c = 0,40$ ($P_D = 0,5417$).

Nous formons alors la matrice de Mueller du système $M_2 = M_{D_2} M_{R_2} M_\Delta M_{R_1}^T M_{D_1}$:

$$M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0,1824 & 0,1107 & -0,0158 \\ 0,2072 & 0,6013 & 0,0277 & -0,0543 \\ 0,1470 & 0,0220 & 0,5675 & 0,0098 \\ -0,0080 & 0,1060 & -0,0870 & 0,3889 \end{bmatrix}$$

Nous reproduisons à nouveau $N = 100$ matrices pseudo bruitées et nous décomposons chacune d'elles selon les quatre algorithmes de référence. Le tableau V.4 nous montre les résultats sur les moyennes et écarts type des paramètres de polarisation. Il faut noter ici que les décompositions classique et inverse ne forment que trois matrices élémentaires

(M_{D_1} , M_{R_1} et M_{Δ}) alors que les décompositions normale et symétrique, par définition, en forment cinq.

<i>Paramètres</i>	<i>Classique</i>	<i>Inverse</i>	<i>Normale</i>	<i>Symétrique</i>
$D_1 = 0,1$	$0,2138 \pm 0,0039$		$0,1001 \pm 0,0072$	$0,0996 \pm 0,0071$
$\alpha_{D1} = 10^\circ$	$15,67^\circ \pm 0,44^\circ$		$10,20^\circ \pm 1,53^\circ$	$10,20^\circ \pm 1,52^\circ$
$\varepsilon_{D1} = -1^\circ$	$-2,13^\circ \pm 0,25^\circ$		$-1,04^\circ \pm 0,53^\circ$	$-1,04^\circ \pm 0,53^\circ$
$D_2 = 0,2$		$0,2544 \pm 0,0024$	$0,1962 \pm 0,0055$	$0,2004 \pm 0,0058$
$\alpha_{D2} = 20^\circ$		$17,65^\circ \pm 0,35^\circ$	$20,05^\circ \pm 0,97^\circ$	$19,91^\circ \pm 0,95^\circ$
$\varepsilon_{D2} = -2^\circ$		$-0,91^\circ \pm 0,19^\circ$	$-2,03^\circ \pm 0,36^\circ$	$-1,98^\circ \pm 0,35^\circ$
$R_1 = 10^\circ$	$11,14^\circ \pm 0,23^\circ$		$14,77^\circ \pm 16,52^\circ$	$13,58^\circ \pm 6,00^\circ$
$\alpha_{R1} = 10^\circ$	$28,90^\circ \pm 0,56^\circ$		$9,23^\circ \pm 7,26^\circ$	$10,07^\circ \pm 2,92^\circ$
$\varepsilon_{R1} = 1^\circ$	$0,78^\circ \pm 0,89^\circ$		$-0,12^\circ \pm 17,94^\circ$	$0,50^\circ \pm 18,37^\circ$
$R_2 = 20^\circ$		$11,13^\circ \pm 0,23^\circ$	$23,39^\circ \pm 14,33^\circ$	$22,33^\circ \pm 4,67^\circ$
$\alpha_{R2} = 20^\circ$		$28,73^\circ \pm 0,55^\circ$	$20,92^\circ \pm 10,45^\circ$	$20,04^\circ \pm 2,82^\circ$
$\varepsilon_{R2} = 2^\circ$		$0,53^\circ \pm 0,90^\circ$	$1,24^\circ \pm 11,37^\circ$	$1,57^\circ \pm 11,85^\circ$
$P_D = 0,5417$	$0,6133 \pm 0,0019$	$0,5810 \pm 0,0056$	$0,5417 \pm 0,0029$	$0,5417 \pm 0,0029$

Tableau V.4 : Résultats du calcul sur les paramètres de polarisation de M_2 avec les différentes décompositions.

Dans cet exemple de système « symétrique », il est attendu que les décompositions de Simon et d'Ossikovski donnent les meilleurs résultats : c'est bien évidemment le cas ici, les deux algorithmes de décomposition symétrique permettant d'obtenir les bonnes valeurs des paramètres polarimétriques (aux erreurs près). L'ordre de grandeur des erreurs sur chaque élément de polarisation y est sensiblement le même que dans l'exemple précédent, ce qui est normal, les valeurs des paramètres de diatténuation et de retard restant inchangées. Nous pouvons toutefois noter que les paramètres des matrices M_{D_2} et M_{R_2} , matrices placées « à l'arrière du système », introduisent légèrement moins de bruit que les matrices M_{D_1} et M_{R_1} : nous verrons en section V que ce phénomène n'est pas dû à la place des éléments mais aux valeurs des paramètres.

En revanche, les algorithmes de décompositions classique et inverse ne parviennent pas, dans cet exemple, à recalculer les véritables valeurs des paramètres. Bien évidemment, c'est un résultat attendu : ces deux décompositions ne sont pas du tout adaptées à la géométrie du système de la matrice M_2 . Toutefois, l'erreur sur les paramètres calculés, en particulier ceux de retard, à l'aide de ces deux algorithmes est à nouveau bien inférieure aux écarts type des paramètres décomposés symétriquement.

Une autre information importante se dégage : il semble que la valeur des paramètres de retard obtenue à l'aide de l'algorithme symétrique est moins bruitée qu'avec la décomposition normale.

Cet exemple de système physique symétrique nous montre une nouvelle fois qu'en se basant sur les valeurs moyennes des paramètres ainsi que les écarts type associés, il est difficile de déterminer la décomposition optimale lorsque nous n'avons pas d'informations sur le milieu étudié. Il nous faut donc définir un critère performant quant à la détermination de la décomposition idoine. Avant cela, prenons un dernier exemple : une matrice expérimentale d'un échantillon de peau porcine.

III.3 – Exemple n°3 : peau de porc

Nous considérons maintenant la matrice de Mueller de l'échantillon de peau de porc charcutier saine que nous avons utilisé comme exemple au chapitre 3. Pour mémoire, la matrice de Mueller M_S et la matrice d'erreur associée S_S de l'échantillon sont :

$$M_S = \begin{bmatrix} 1 & 0,0447 & -0,0365 & -0,0039 \\ 0,0446 & 0,2682 & -0,0328 & 0,0081 \\ -0,0206 & 0,0337 & -0,2891 & 0,0047 \\ 0,0068 & -0,0062 & -0,0256 & -0,2055 \end{bmatrix}$$

$$S_S = \begin{bmatrix} 0,0057 & 0,0101 & 0,0120 & 0,0052 \\ 0,0090 & 0,0172 & 0,0183 & 0,0081 \\ 0,0123 & 0,0270 & 0,0122 & 0,0084 \\ 0,0052 & 0,0103 & 0,0086 & 0,0042 \end{bmatrix}$$

Nous appliquons à nouveau la procédure de générations des $N = 100$ matrices pseudo bruitées, puis, nous analysons les résultats selon les quatre décompositions. Les résultats sur les différents paramètres sont consignés dans le tableau V.5.

Ce tableau nous montre, pour la première fois, une différence notable entre les décompositions normale et symétrique : en effet, leurs matrices de retard respectives sont ici bien distinctes. De plus, l'inspection des écarts type correspondants montre bien que la décomposition normale propage l'erreur plus fortement que la décomposition symétrique. Contrairement à cette dernière, la décomposition de Simon, qui n'introduit aucune règle de décomposition telle que le « minimum de retardance » n'est clairement pas adaptée à notre étude.

L'ordre de grandeur de l'erreur est, pour chaque décomposition, bien supérieure aux valeurs des erreurs introduites dans les deux exemples précédents. Ceci s'explique par la valeur des éléments de S_S : en effet, les mesures effectuées par F. Boulvert sur l'échantillon de peau porcine ont été réalisées sur un autre polarimètre [3.4] qui introduisait des matrices

d'erreurs S_S dont les éléments étaient, en majorité, bien supérieurs aux éléments des matrices de bruit de notre polarimètre. Les deux premiers exemples, basés sur des valeurs d'écart type moins importantes, introduisent forcément moins d'erreurs.

<i>Paramètres</i>	<i>Classique</i>	<i>Inverse</i>	<i>Normale</i>	<i>Symétrique</i>
D_1	$0,0583 \pm 0,0055$		$0,0528 \pm 0,0067$	$0,0527 \pm 0,0067$
α_{D1}	$166,60^\circ \pm 2,94^\circ$		$161,36^\circ \pm 3,37^\circ$	$161,41^\circ \pm 3,35^\circ$
ε_{D1}	$0,03^\circ \pm 1,19^\circ$		$1,02^\circ \pm 1,56^\circ$	$1,01^\circ \pm 1,56^\circ$
D_2		$0,0549 \pm 0,0037$	$0,0475 \pm 0,0049$	$0,0476 \pm 0,0049$
α_{D2}		$172,35^\circ \pm 17,44^\circ$	$165,80^\circ \pm 3,51^\circ$	$165,79^\circ \pm 3,52^\circ$
ε_{D2}		$5,68^\circ \pm 0,93^\circ$	$6,41^\circ \pm 1,46^\circ$	$6,40^\circ \pm 1,44^\circ$
R_1	$176,59^\circ \pm 0,72^\circ$		$85,26^\circ \pm 62,90^\circ$	$41,55^\circ \pm 4,30^\circ$
α_{R1}	$0,99^\circ \pm 0,29^\circ$		$113,97^\circ \pm 59,02^\circ$	$58,05^\circ \pm 12,13^\circ$
ε_{R1}	$0,42^\circ \pm 0,14^\circ$		$-24,42^\circ \pm 19,32^\circ$	$8,30^\circ \pm 36,99^\circ$
R_2		$176,59^\circ \pm 0,72^\circ$	$156,59^\circ \pm 21,01^\circ$	$173,19^\circ \pm 2,84^\circ$
α_{R2}		$158,52^\circ \pm 5,06^\circ$	$58,97^\circ \pm 64,71^\circ$	$76,46^\circ \pm 78,13^\circ$
ε_{R2}		$-0,15^\circ \pm 1,52^\circ$	$13,52^\circ \pm 20,14^\circ$	$-1,67^\circ \pm 1,19^\circ$
P_D	$0,2982 \pm 0,0044$	$0,2859 \pm 0,0100$	$0,2583 \pm 0,0047$	$0,2583 \pm 0,0047$

Tableau V.5 : Résultats du calcul sur les paramètres de polarisation de la peau de porc saine avec les différentes décompositions.

Les résultats sur la matrice de l'échantillon de porc montrent bien les difficultés rencontrées pour déterminer la décomposition adéquate, c'est-à-dire celle qui introduit le moins d'erreur. La seule observation de l'écart type statistique n'est pas suffisante pour choisir l'algorithme de calcul à adopter.

III.4 – Approche alternative : décomposition hybride

Grâce à ces trois exemples, nous avons pu confirmer que les quatre algorithmes, de par leur construction, n'introduisent pas les mêmes valeurs moyennes des paramètres de polarisation. Fait plus important, les différentes décompositions à notre disposition ne propagent pas le bruit expérimental de la même manière. Il en résulte qu'en l'absence de connaissance a priori sur le milieu étudié (comme c'est le cas pour des milieux biologiques), il nous est impossible de déterminer lequel des algorithmes, et donc quels paramètres polarimétriques, représente le mieux le milieu étudié. Cette observation nous confirme la nécessité de trouver un critère pertinent quant au choix de la décomposition à adopter.

Pendant, à la vue des différents tableaux de résultats, nous pouvons proposer une solution afin de s'affranchir du choix de la décomposition et de réduire au mieux la propagation du bruit expérimental.

Nous avons vu au Chapitre 3 (Figure III.1) que la géométrie des milieux à forte diffusion peut se schématiser comme la succession d'une interface d'entrée, d'un milieu et d'une interface de sortie. L'algorithme symétrique décrit bien cette géométrie en modélisant l'entrée et la sortie du milieu par deux matrices de diatténuation (à caractère « surfacique »). En revanche, physiquement, la partie « volumique » du milieu mélange des effets de dépolarisation et de retard. L'idée de diviser l'information de retard en deux matrices ne semble donc pas s'imposer. C'est pourquoi il nous semble plus opportun de simplifier cette partie de l'information comme la simple association d'un dépolariseur et d'un biréfringent, ces deux matrices portant alors toute l'information volumique du milieu. Nous appellerons cet algorithme alternatif « décomposition hybride ».

La matrice de Mueller brute possédant seize degrés de liberté (quinze après normalisation par la transmittance T_0), il est nécessaire que notre algorithme hybride conserve cette propriété. Si nous faisons le parallèle avec la technique SVD (équation III.30) appliquée à la décomposition symétrique, nous pouvons écrire l'expression de la matrice réduite 3x3 normalisée m' :

$$m' = U \cdot \Sigma \cdot V^T = m_{R_2} \cdot m_{\Delta} \cdot m_{R_1}^T$$

$$\text{avec } U^T = U^{-1}, V^T = V^{-1}$$

$$\text{et } \Sigma = \text{diag}(a, b, c)$$

Une matrice de diatténuation possédant trois degrés de liberté (D , α_D et ε_D), la matrice m' doit alors posséder neuf degrés de liberté (quinze moins deux fois les trois degrés des matrices de diatténuation). C'est effectivement le cas puisque chaque matrice de retard en possède trois (R , α_R et ε_R), ce qui, par sa propriété de matrice diagonale, est aussi le cas de la matrice de dépolarisation.

Notre décomposition hybride introduit la même matrice m' mais la décompose selon l'algorithme classique :

$$m' = W \cdot (V \cdot \Sigma \cdot V^T) = m_R \cdot m_{\Delta}$$

$$\text{avec } m_R = W = U \cdot V^{-1} = U \cdot V^T$$

$$\text{et } W^T = W^{-1}$$

La matrice réduite m_R possède donc trois degrés de liberté. De plus, Σ étant diagonale, nous avons :

$$m_{\Delta}^T = (V \cdot \Sigma \cdot V^T)^T = V \cdot \Sigma^T \cdot V^T = V \cdot \Sigma \cdot V^T = m_{\Delta}$$

Les matrices Σ et V ayant chacune trois degrés de liberté, la matrice symétrique m_{Δ} possède bien les six degrés de liberté restants. Notre décomposition est donc similaire à la décomposition symétrique d'Ossikowski. Nous aurions bien pu poser $m' = m'_{\Delta} \cdot m'_R$ avec $m'_{\Delta} = U \cdot \Sigma \cdot U^T$ et $m'_R = U \cdot V^T$.

Nous venons de voir à l'instant que la symétrisation d'un milieu d'étude propage fortement l'erreur expérimentale (tableaux V.2, V.4 et V.5). Notre hypothèse de décomposition devrait donc permettre, en plus de modéliser plus physiquement la problématique, de réduire l'effet des erreurs de mesure.

Nous commençons notre procédure en décomposant la matrice de Mueller expérimentale M selon les algorithmes classique, inverse et symétrique. Nous notons :

$$M = M'_c \cdot M_{Dc} \quad (\text{V.1.a})$$

$$M = M_{Dr} \cdot M'_r \quad (\text{V.1.b})$$

$$M = M_{Ds_2} \cdot M'_s \cdot M_{Ds_1} \quad (\text{V.1.c})$$

Où les matrices M'_c , M'_r et M'_s sont des matrices contenant l'information de retard et de dépolarisation.

La première étape consiste à comparer les matrices de diatténuation obtenues. Trois situations différentes peuvent alors se produire :

- $M_{Ds_1} \approx M_{Dc}$ et $M_{Ds_2} \approx I$, alors le milieu d'étude est un système non symétrique où la matrice de diatténuation précède la matrice M' et il convient d'utiliser la décomposition classique. Ce cas de figure est à rapprocher de l'exemple n°1 (section III.1) avec $M_1 = M_{\Delta} \cdot M_R \cdot M_D$.
- $M_{Ds_1} \approx I$ et $M_{Ds_2} \approx M_{Dr}$, alors le milieu d'étude est un système non symétrique où la matrice M' précède la matrice de diatténuation et il convient d'utiliser la décomposition inverse. Ce cas de figure est aussi à rapprocher de l'exemple n°1 si nous avons eu $M_1 = M_D \cdot M_R \cdot M_{\Delta}$.
- $M_{Ds_1} \neq M_{Dc}$ et $M_{Ds_2} \neq M_{Dr}$, alors le milieu d'étude est un système symétrique où la matrice M' est encadrée par deux matrices de diatténuation et il convient d'utiliser la décomposition « hybride » que nous introduisons. Ce cas de figure est à rapprocher de l'exemple n°2 (section III.2) avec $M_2 = M_{D_2} \cdot M_{R_2} \cdot M_{\Delta} \cdot M_{R_1}^T \cdot M_{D_1}$.

Pour le dernier cas, la seconde étape consiste à décomposer la matrice réduite $m' = m_{\Delta} \cdot m_R$ ainsi obtenue. Par définition, la matrice m_R étant unitaire et commutative, il suffit d'utiliser les équations (III.8) et (III.9) pour remonter alors simplement aux matrices M_R et M_{Δ} .

Reprenons maintenant l'exemple n°2. Le tableau V.6 nous montre les résultats sur les moyennes et écarts type des paramètres de polarisation lors de la génération des matrices bruitées. Nous ne traitons plus la décomposition normale mais faisons apparaître les résultats de la décomposition hybride.

<i>Paramètres</i>	<i>Classique</i>	<i>Inverse</i>	<i>Symétrique</i>	<i>Hybride</i>
$D_1 = 0,1$	$0,2138 \pm 0,0039$		$0,0996 \pm 0,0071$	$0,0994 \pm 0,0066$
$\alpha_{D1} = 10^\circ$	$15,67^\circ \pm 0,44^\circ$		$10,20^\circ \pm 1,52^\circ$	$9,99^\circ \pm 1,49^\circ$
$\varepsilon_{D1} = -1^\circ$	$-2,13^\circ \pm 0,25^\circ$		$-1,04^\circ \pm 0,53^\circ$	$-1,01^\circ \pm 0,38^\circ$
$D_2 = 0,2$		$0,2544 \pm 0,0024$	$0,2004 \pm 0,0058$	$0,2001 \pm 0,0057$
$\alpha_{D2} = 20^\circ$		$17,65^\circ \pm 0,35^\circ$	$19,91^\circ \pm 0,95^\circ$	$20,03^\circ \pm 0,98^\circ$
$\varepsilon_{D2} = -2^\circ$		$-0,91^\circ \pm 0,19^\circ$	$-1,98^\circ \pm 0,35^\circ$	$-2,02^\circ \pm 0,33^\circ$
$R_1 = 10^\circ$	$11,14^\circ \pm 0,23^\circ$		$13,58^\circ \pm 6,00^\circ$	$11,13^\circ \pm 0,21^\circ$
$\alpha_{R1} = 10^\circ$	$28,90^\circ \pm 0,56^\circ$		$10,07^\circ \pm 2,92^\circ$	$29,00^\circ \pm 0,55^\circ$
$\varepsilon_{R1} = 1^\circ$	$0,78^\circ \pm 0,89^\circ$		$0,50^\circ \pm 18,37^\circ$	$1,15^\circ \pm 1,00^\circ$
$R_2 = 20^\circ$		$11,13^\circ \pm 0,23^\circ$	$22,33^\circ \pm 4,67^\circ$	
$\alpha_{R2} = 20^\circ$		$28,73^\circ \pm 0,55^\circ$	$20,04^\circ \pm 2,82^\circ$	
$\varepsilon_{R2} = 2^\circ$		$0,53^\circ \pm 0,90^\circ$	$1,57^\circ \pm 11,85^\circ$	
$P_D = 0,5417$	$0,6133 \pm 0,0019$	$0,5810 \pm 0,0056$	$0,5417 \pm 0,0029$	$0,5398 \pm 0,0031$

Tableau V.6 : Résultats du calcul sur les paramètres de polarisation de M_2 avec les différentes décompositions.

Nous voyons bien ici que la décomposition « hybride » introduite permet, comme la décomposition symétrique, de remonter correctement aux paramètres de diatténuation : c'est bien entendu normal puisqu'ils sont calculés de la même manière.

En ayant symétrisé l'information de dichroïsme, notre procédure permet d'obtenir, au bruit près, la vraie valeur de dépolarisation.

Notre décomposition permet également de remonter, au bruit près, aux mêmes paramètres de retard que les décompositions non symétriques. Contrairement aux paramètres de retard calculés symétriquement, les valeurs obtenues ici sont très peu bruitées (même ordre d'erreur que les décompositions non symétriques). L'information de retard initiale (deux matrices M_{R_1} et M_{R_2}) est ici mélangée. Nous voyons cependant que cette information n'est pas complètement perdue mais s'interprète différemment. On peut notamment constater que :

$$\begin{cases} R_h \approx R_{s2} - R_{s1} \\ \alpha_{Rh} \approx \alpha_{R_{s1}} + \alpha_{R_{s2}} \\ \varepsilon_{Rh} \approx \varepsilon_{R_{s2}} - \varepsilon_{R_{s1}} \end{cases}$$

Où l'indice h représente les paramètres de retard calculés à partir de la décomposition « hybride » et l'indice s les mêmes paramètres calculés à partir de la décomposition symétrique. Enfin, reprenons à présent l'exemple n°3 de la peau de porc. Le tableau V.7 nous montre les résultats sur les moyennes et écarts type des paramètres de polarisation lors de la génération des matrices bruitées.

<i>Paramètres</i>	<i>Classique</i>	<i>Inverse</i>	<i>Symétrique</i>	<i>Hybride</i>
D_1	$0,0583 \pm 0,0055$		$0,0527 \pm 0,0067$	$0,0531 \pm 0,0062$
α_{D1}	$166,60^\circ \pm 2,94^\circ$		$161,36^\circ \pm 3,37^\circ$	$161,29^\circ \pm 3,38^\circ$
ε_{D1}	$0,03^\circ \pm 1,19^\circ$		$1,01^\circ \pm 1,56^\circ$	$1,30^\circ \pm 1,54^\circ$
D_2		$0,0549 \pm 0,0037$	$0,0476 \pm 0,0049$	$0,0478 \pm 0,0044$
α_{D2}		$172,35^\circ \pm 17,44^\circ$	$165,79^\circ \pm 3,51^\circ$	$165,14^\circ \pm 3,16^\circ$
ε_{D2}		$5,68^\circ \pm 0,93^\circ$	$6,41^\circ \pm 1,46^\circ$	$6,28^\circ \pm 1,30^\circ$
R_1	$176,59^\circ \pm 0,72^\circ$		$41,55^\circ \pm 4,30^\circ$	$176,75^\circ \pm 0,61^\circ$
α_{R1}	$0,99^\circ \pm 0,29^\circ$		$58,05^\circ \pm 12,13^\circ$	$1,02^\circ \pm 0,29^\circ$
ε_{R1}	$0,42^\circ \pm 0,14^\circ$		$8,30^\circ \pm 36,99^\circ$	$0,45^\circ \pm 0,16^\circ$
R_2		$176,59^\circ \pm 0,72^\circ$	$173,19^\circ \pm 2,84^\circ$	
α_{R2}		$158,52^\circ \pm 5,06^\circ$	$76,46^\circ \pm 78,13^\circ$	
ε_{R2}		$-0,15^\circ \pm 1,52^\circ$	$-1,67^\circ \pm 1,19^\circ$	
P_D	$0,2982 \pm 0,0044$	$0,2859 \pm 0,0100$	$0,2583 \pm 0,0047$	$0,2587 \pm 0,0043$

Tableau V.7 : Résultats du calcul sur les paramètres de polarisation de la peau de porc saine avec les différentes décompositions.

Ici, nous avons considéré que $M_{D_{s_1}} \neq M_{D_c}$ et $M_{D_{s_2}} \neq M_{D_r}$. Nous avons donc calculé les paramètres de polarisation par l'algorithme hybride. L'inspection des valeurs du tableau montre pourtant un faible écart entre les paramètres de diatténuation calculés à l'aide des décompositions non symétriques et ceux calculés à l'aide des décompositions symétriques. Ceci prouve qu'il est nécessaire d'établir un critère capable de déterminer, au bruit près, les égalités entre matrices. Ce sujet sera traité dans la section suivante.

Sinon, nous retrouvons les mêmes tendances que dans l'exemple n°2 : similitude « symétrique/hybride » des paramètres de diatténuation et de l'indice de dépolarisation. Similitude « classique/hybride » des paramètres de retard.

Nous venons de présenter une procédure alternative aux décompositions non symétrique et symétrique déjà introduites. Cette procédure « hybride » permet de traiter parfaitement les systèmes symétriques (cas des milieux diffusants étudiés en rétrodiffusion) mais également de fournir une information globale sur les effets mélangés qui agissent « dans » le volume du milieu.

Il faut maintenant définir une méthode séquentielle de détermination du choix de la décomposition qui doit tenir compte de l'erreur expérimentale. Nous allons voir que l'utilisation de cette erreur permettra de déterminer le nombre et l'ordre des effets élémentaires qui agissent physiquement dans le milieu étudié.

IV – Choix de la décomposition : approche comparative du critère de quasi égalité des matrices

Nous venons de voir que le choix de la décomposition influence grandement les résultats obtenus sur les paramètres de polarisation. Il nous apparaît nécessaire de déterminer un critère de choix, tenant compte de l'analyse, à la fois, des valeurs moyennes des paramètres de polarisation et de l'écart type statistique associé. Notre choix s'est porté sur l'analyse comparative de la « quasi égalité » de deux matrices.

IV.1 – Critère de quasi égalité de deux matrices

Pour comparer deux matrices, il est courant d'utiliser un critère de quasi égalité. Pour cela, nous introduisons la norme matricielle, dite de Frobenius, d'une matrice X de dimension $n \times n$, définie par l'équation (IV.26).

Soit \tilde{X} une matrice de Mueller approximée de X . Il est alors naturel de penser que plus la norme $\|X - \tilde{X}\|_F$ est petite plus les matrices X et \tilde{X} sont proches. Nous utiliserons ce critère pour comparer les différents produits de matrices provenant des décompositions classique, inverse et hybride.

IV.2 – Application à la détection de la dépolarisation

Cette méthode de comparaison des normes de Frobenius a souvent été utilisée au laboratoire [5.1][5.2][5.3]. F. Boulvert l'a notamment utilisée pour mettre au point un algorithme de détermination des propriétés d'une matrice de Mueller dépolarisante [3.4].

Nous avons vu au Chapitre 2 qu'il est possible d'associer une matrice diagonalisable N à toute matrice de Mueller M (dépolarisante ou non). Pour rappel, N s'exprime comme la somme incohérente d'au plus quatre composantes, chacune pondérée par sa valeur propre respective (équation II.30).

La matrice de Mueller M peut alors s'écrire comme la combinaison linéaire d'au plus quatre matrices de Mueller-Jones telle que :

$$[M] = \frac{\lambda_0}{2} [\tilde{M}_0] + \frac{\lambda_1}{2} [\tilde{M}_1] + \frac{\lambda_2}{2} [\tilde{M}_2] + \frac{\lambda_3}{2} [\tilde{M}_3] \quad (\text{V.2})$$

Nous rappelons également qu'une condition nécessaire et suffisante pour qu'une matrice M soit une matrice de Mueller-Jones est que N ne possède qu'une seule valeur propre non nulle ($\lambda_0 \cong \text{tr}[N] = 2m_{00}$ et $\lambda_i \cong 0$, pour $i = 1, 2, 3$).

Dans le cas d'une matrice de Mueller-Jones bruitée par le processus expérimental, il apparaît pour N des valeurs propres λ_i ($i = 1, 2, 3$) non nulles résultant du bruit et pouvant être négatives. C'est pourquoi en isolant la valeur propre maximale λ_0 des autres λ_i de N , il est possible de filtrer le bruit expérimental d'une matrice de Mueller donnée.

Si M n'est pas une matrice de Mueller-Jones mais que $\lambda_0 \approx 2m_{00}$ et $\lambda_i \approx 0$ pour $i = 1, 2, 3$, une matrice de Mueller-Jones \tilde{M}_J peut être construite à partir de la matrice \tilde{N}_J telle que :

$$\begin{cases} \tilde{N}_J = \lambda_0 N_0 \\ \tilde{M}_J = \frac{\lambda_0}{2} \tilde{M}_0 \end{cases} \quad (\text{V.3})$$

Où le \sim indique la notion d'estimation. La suppression des λ_i pour $i = 1, 2, 3$ correspond à un filtrage du bruit indépendant du signal [2.9].

Cependant, le fait que M ne soit pas une matrice de Mueller-Jones n'est pas uniquement imputable aux erreurs expérimentales mais peut également provenir de phénomènes de dépolarisation inhérents au système optique considéré. Dans ce cas, le filtrage fait perdre une partie de l'information portée par le signal. Il faut donc distinguer le bruit expérimental de la dépolarisation.

Soit M la matrice de Mueller expérimentale pour laquelle nous aurons évalué la matrice d'écart type S , caractérisant les incertitudes sur les m_{ij} de M .

La première étape consiste à calculer la matrice N ainsi que les valeurs propres λ_i qui lui sont associées. Nous choisissons alors de construire la matrice de Mueller-Jones estimée \tilde{M}_J (non normalisée) à partir de l'opérateur hermitien \tilde{N}_J (V.3).

Nous pouvons alors évaluer les normes de Frobenius $\|S\|_F$ et $\|\Delta M\|_F$ telle que :

$$\|\Delta M\|_F = \|M - \tilde{M}_J\|_F \quad (\text{V.4})$$

D'après Anderson et Barakat [2.9], $\|\Delta M\|_F$ peut être directement obtenue à partir des valeurs λ_i :

$$\|\Delta M\|_F = \sqrt{|\lambda_1|^2 + |\lambda_2|^2 + |\lambda_3|^2} \quad (\text{V.5})$$

Si la différence entre M et \tilde{M}_J est uniquement la conséquence d'erreurs expérimentales, nous pouvons en déduire que :

$$\|\Delta M\|_F \leq \|S\|_F$$

Dans ce cas, nous pouvons déduire que la matrice de Mueller correspond bien, aux erreurs de mesure près, à un système optique non dépolarisant. Afin d'extraire les caractéristiques polarimétriques de ce système, nous utiliserons donc la décomposition polaire [2.13] sur \tilde{M}_J qui est une bonne estimation de M .

Mais si :

$$\|\Delta M\|_F \geq \|S\|_F$$

Soit la mesure est erronée et ne correspond pas à un système physiquement réalisable, soit le système optique dépolarise. Il faut alors utiliser un type de décomposition qui tient compte des phénomènes de dépolarisation.

Nous venons de voir qu'en comparant $\|\Delta M\|_F$ et $\|S\|_F$, nous pouvons prédire si le milieu étudié engendre des phénomènes de dépolarisation. Si ce n'est pas le cas, la décomposition polaire permet de remonter aux propriétés de dichroïsme et de biréfringence du milieu. Si, en revanche, les phénomènes de dépolarisation ne sont pas négligeables, il nous faut appliquer alors l'algorithme de décomposition qui représente le mieux le milieu étudié et identifier les effets polarimétriques réellement physiques (non liés au bruit de mesure).

IV.3 – Application au choix de la décomposition

En nous basant sur les travaux de F. Boulvert [3.4] sur la détermination des propriétés physiques d'une matrice de Mueller dépolarisante, réalisée à partir de la décomposition classique de Lu et Chipman, nous avons adapté cette procédure à la décomposition d'un système symétrique.

Soit M la matrice de Mueller expérimentale pour laquelle nous aurons évalué la matrice d'écart type S , caractérisant les incertitudes sur les m_{ij} de M . En calculant les valeurs propres de la matrice de cohérence N , nous vérifions la relation $\|\Delta M\|_F \geq \|S\|_F$.

Nous appliquons alors l'algorithme classique suivant l'ordre $M = M_{\Delta c} M_{Rc} M_{Dc}$ et obtenons ainsi les trois matrices caractéristiques de diatténuation M_{Dc} , de retard M_{Rc} et de dépolarisation $M_{\Delta c}$. Nous comparons alors les matrices issues de la décomposition classique avec la matrice M initiale en évaluant les normes de Frobenius suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \|\Delta M_{\Delta}\|_F = \|M - M_{\Delta c}\|_F \\ \|\Delta M_{\Delta D}\|_F = \|M - M_{\Delta c} M_{Dc}\|_F \\ \|\Delta M_{\Delta R}\|_F = \|M - M_{\Delta c} M_{Rc}\|_F \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(V.6.a)} \\ \text{(V.6.b)} \\ \text{(V.6.c)} \end{array}$$

Puis nous appliquons la décomposition inverse suivant l'ordre $M = M_{Dr} M_{Rr} M_{\Delta r}$ et obtenons ainsi les trois matrices élémentaires caractéristiques de diatténuation M_{Dr} , de retard M_{Rr} et de dépolarisation $M_{\Delta r}$. Nous comparons alors les matrices issues de la décomposition inverse avec la matrice M initiale en évaluant les normes de Frobenius suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \|\Delta M'_{\Delta}\|_F = \|M - M_{\Delta r}\|_F \\ \|\Delta M'_{D\Delta}\|_F = \|M - M_{Dr} M_{\Delta r}\|_F \\ \|\Delta M'_{R\Delta}\|_F = \|M - M_{Rr} M_{\Delta r}\|_F \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(V.7.a)} \\ \text{(V.7.b)} \\ \text{(V.7.c)} \end{array}$$

Enfin, nous appliquons le dernier algorithme, la décomposition hybride, suivant l'ordre $M = M_{Dh_2} M_{\Delta h} M_{Rh} M_{Dh_1}$ et obtenons ainsi les quatre matrices élémentaires de diatténuation M_{Dh_1} et M_{Dh_2} , de retard M_{Rh} et de dépolarisation $M_{\Delta h}$. Nous comparons alors les matrices issues de la décomposition hybride avec la matrice M initiale en évaluant les normes de Frobenius suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \|\Delta M''_{\Delta}\|_F = \|M - M_{\Delta h}\|_F \\ \|\Delta M''_{D\Delta D}\|_F = \|M - M_{Dh_2} M_{\Delta h} M_{Dh_1}\|_F \\ \|\Delta M''_{\Delta R}\|_F = \|M - M_{\Delta h} M_{Rh}\|_F \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(V.8.a)} \\ \text{(V.8.b)} \\ \text{(V.8.c)} \end{array}$$

Nous distinguons alors plusieurs cas :

- Le milieu est seulement dépolarisant et dans ce cas, nous devons avoir (V.6.a), (V.7.a) et (V.8.a) telles que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \|\Delta M_{\Delta}\|_F \leq \|S\|_F \\ \|\Delta M'_{\Delta}\|_F \leq \|S\|_F \\ \|\Delta M''_{\Delta}\|_F \leq \|S\|_F \end{array} \right.$$

Les autres normes étant supérieures à $\|S\|_F$.

Il est alors possible de caractériser le milieu en évaluant l'indice de dépolarisation P_D et le degré d'anisotropie A_{dd} de la matrice de dépolarisation M_Δ calculée à partir de la décomposition dont la norme est la plus faible des trois.

- Le milieu est seulement dépolarisant dichroïque et dans ce cas, nous devons avoir (V.6.b), (V.7.b) et (V.8.b) telles que :

$$\begin{cases} \|\Delta M_{\Delta D}\|_F \leq \|S\|_F \\ \|\Delta M'_{D\Delta}\|_F \leq \|S\|_F \\ \|\Delta M''_{D\Delta D}\|_F \leq \|S\|_F \end{cases}$$

Les autres normes étant supérieures à $\|S\|_F$. En comparant ces trois normes, nous choisissons de calculer les paramètres polarimétriques à partir de la décomposition dont la norme est la plus faible des trois.

Il est ainsi possible de caractériser le milieu en évaluant l'indice de dépolarisation P_D et le degré d'anisotropie A_{dd} de la matrice de dépolarisation choisie puis en remontant à la diatténuation D , l'azimut α_D et l'ellipticité ε_D définissant l'axe propre du diatténuateur (ou des diatténuateurs). La retardance R , l'azimut α_R et l'ellipticité ε_R définissant l'axe rapide de retard représentent du bruit expérimental résiduel au filtrage.

- Le milieu est seulement dépolarisant biréfringent et dans ce cas, nous devons avoir (V.6.c), (V.7.c) et (V.8.c) telles que :

$$\begin{cases} \|\Delta M_{\Delta R}\|_F \leq \|S\|_F \\ \|\Delta M'_{R\Delta}\|_F \leq \|S\|_F \\ \|\Delta M''_{\Delta R}\|_F \leq \|S\|_F \end{cases}$$

Les autres normes étant supérieures à $\|S\|_F$. En comparant ces trois normes, nous choisissons de calculer les paramètres polarimétriques à partir de la décomposition dont la norme est la plus faible des trois.

Il est alors possible de caractériser le milieu en évaluant l'indice de dépolarisation P_D et le degré d'anisotropie A_{dd} de la matrice de dépolarisation choisie puis en remontant à la retardance R , l'azimut α_R et l'ellipticité ε_R définissant l'axe rapide du retardeur. La diatténuation D (ou les diatténuations D_1 et D_2) doit alors être proche de 0. L'azimut α_D et l'ellipticité ε_D définissant l'axe de diatténuation représentent du bruit expérimental résiduel au filtrage.

- Le milieu est dépolarisant, biréfringent et dichroïque et dans ce cas, nous devons avoir :

$$\begin{cases} \|\Delta M_{\Delta}\|_F > \|S\|_F \\ \|\Delta M'_{\Delta}\|_F > \|S\|_F, \\ \|\Delta M''_{\Delta}\|_F > \|S\|_F \end{cases}$$

$$\begin{cases} \|\Delta M_{\Delta D}\|_F > \|S\|_F \\ \|\Delta M'_{D\Delta}\|_F > \|S\|_F \\ \|\Delta M''_{D\Delta D}\|_F > \|S\|_F \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} \|\Delta M_{\Delta R}\|_F > \|S\|_F \\ \|\Delta M'_{R\Delta}\|_F > \|S\|_F \\ \|\Delta M''_{\Delta R}\|_F > \|S\|_F \end{cases}$$

A ce stade, nous savons que le milieu présente les trois effets polarimétriques. Il reste à savoir si le système est symétrique ou non symétrique.

Nous avons vu en conclusion de la section précédente (section III.4) que, dans ces conditions, trois cas peuvent se présenter :

- $M_{Ds_1} \approx M_{Dc}$ et $M_{Ds_2} \approx I$: milieu non symétrique (équation V.1.a).
- $M_{Ds_1} \approx I$ et $M_{Ds_2} \approx M_{Dr}$: milieu non symétrique (équation V.1.b).
- $M_{Ds_1} \neq M_{Dc}$ et $M_{Ds_2} \neq M_{Dr}$: milieu symétrique (équation V.1.c).

Il faut donc adapter la méthode du critère de quasi égalité à ces matrices. Pour cela, nous calculons les normes suivantes en reprenant les notations des équations (V.1):

$$\left\{ \begin{aligned} \|\Delta D_c^{s_1}\|_F &= \|M_{Ds_1} - M_{Dc}\|_F & (V.9.a) \\ \|\Delta D_{id}^{s_2}\|_F &= \|M_{Ds_2} - I\|_F & (V.9.b) \end{aligned} \right.$$

Et

$$\left\{ \begin{aligned} \|\Delta D_r^{s_2}\|_F &= \|M_{Ds_2} - M_{Dr}\|_F & (V.10.a) \\ \|\Delta D_{id}^{s_1}\|_F &= \|M_{Ds_1} - I\|_F & (V.10.b) \end{aligned} \right.$$

En s'appuyant sur l'inspection des équations (V.9) et (V.10), nous pouvons alors résumer les différentes configurations envisageables. Nous avons :

- Le cas « classique » : si les deux normes (V.9) sont inférieures à $\|S\|_F$ et les deux normes (V.10) supérieures, alors le système est non symétrique et doit être décomposé selon l'algorithme classique. Le milieu étudié est alors caractérisé par les paramètres $P_D, A_{dd}, D, \alpha_D, \varepsilon_D, R, \alpha_R$ et ε_R .
- Le cas « inverse » : si les deux normes (V.10) sont inférieures à $\|S\|_F$ et les deux normes (V.9) supérieures, alors le système est non symétrique et doit être décomposé selon l'algorithme inverse. Le milieu étudié est alors caractérisé par les paramètres $P_D, A_{dd}, D, \alpha_D, \varepsilon_D, R, \alpha_R$ et ε_R .
- Le cas « hybride » : si aucune des quatre normes (V.9) et (V.10) n'est inférieure à $\|S\|_F$, alors le système est symétrique et doit être décomposé selon l'algorithme hybride. Le milieu étudié est alors caractérisé par les paramètres $P_D, A_{dd}, D_1, \alpha_{D1}, \varepsilon_{D1}, D_2, \alpha_{D2}, \varepsilon_{D2}, R, \alpha_R$ et ε_R .

IV.4 – Exemples

Dans cette section, nous allons illustrer notre procédure de choix de la décomposition par différents exemples. Nous allons montrer l'intérêt de cette méthode mais aussi ses limites, notamment l'influence de l'ordre de grandeur des erreurs dans la propagation du bruit.

IV.4.1 – Système non symétrique : produit de deux matrices

Nous considérons ici la matrice de Mueller M_1 d'un système non symétrique composé du dichroïque M_D et du dépolariseur M_Δ du paragraphe III.1 :

$$M_1 = M_D \cdot M_\Delta = \begin{bmatrix} 1 & 0,0932 & 0,0757 & -0,0056 \\ 0,1528 & 0,6049 & 0,0058 & -0,0004 \\ 0,1282 & 0,0060 & 0,5830 & -0,0004 \\ -0,0140 & -0,0007 & -0,0005 & 0,3920 \end{bmatrix}$$

Nous lui appliquons le processus de génération de bruit et nous obtenons donc, après traitement, $N = 100$ matrices bruitées \tilde{M}_1 . Ces matrices sont considérées comme le résultat de N mesures expérimentales d'un milieu inconnu.

Tout d'abord, nous calculons la matrice des écarts type totaux S_1 et nous en déduisons la valeur de la norme de Frobenius $\|S\|_F$. Puis, nous évaluons, pour chaque matrice \tilde{M}_1 , la norme $\|\Delta M\|_F$. Nous avons :

$$S_1 = \begin{bmatrix} 0,0015 & 0,0024 & 0,0023 & 0,0013 \\ 0,0025 & 0,0035 & 0,0033 & 0,0022 \\ 0,0024 & 0,0036 & 0,0039 & 0,0020 \\ 0,0014 & 0,0021 & 0,0019 & 0,0010 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \|S_1\|_F &= 0,0100 \\ \|\Delta M\|_F &= 0,4348 \pm 0,0008 \end{aligned}$$

Puisque, pour les N matrices \tilde{M}_1 , $\|\Delta M\|_F \geq \|S_1\|_F$, le milieu peut être considéré comme dépolarisant.

Ensuite, nous décomposons chacune des N matrices selon les algorithmes classique, inverse et hybride. Dans chaque cas, nous évaluons, tout d'abord, les normes de Frobenius associées à la dépolarisation seule et nous calculons alors la moyenne et l'écart type de ces trois normes. Nous avons :

$$\begin{cases} \|\Delta M_{\Delta}\|_F = 0,1406 \pm 0,0014 \geq \|S_1\|_F \\ \|\Delta M'_{\Delta}\|_F = 0,2339 \pm 0,0014 \geq \|S_1\|_F \\ \|\Delta M''_{\Delta}\|_F = 0,2339 \pm 0,0002 \geq \|S_1\|_F \end{cases}$$

Les valeurs moyennes des trois normes étant bien supérieures au bruit $\|S_1\|_F$, et les écarts type étant faibles, le milieu étudié ne peut être un milieu dépolarisant pur.

La prochaine étape consiste à calculer les valeurs moyennes des normes de Frobenius associées à un mélange de dépolarisation et de dichroïsme. Nous avons :

$$\begin{cases} \|\Delta M_{\Delta D}\|_F = 0,0087 \pm 0,0026 \leq \|S_1\|_F \\ \|\Delta M'_{D\Delta}\|_F = 0,0085 \pm 0,0026 \leq \|S_1\|_F \\ \|\Delta M''_{D\Delta D}\|_F = 0,0087 \pm 0,0027 \leq \|S_1\|_F \end{cases}$$

Ici, les trois valeurs moyennes sont inférieures à $\|S_1\|_F$ et les écarts type associés sont faibles. Ceci prouve réellement que, sur les $N = 100$ matrices \tilde{M}_1 introduites, la grande majorité d'entre elles vérifie la condition d'acceptabilité. Le milieu peut donc être considéré comme un milieu dépolarisant dichroïque. De plus, comme il était attendu ($M_1 = M_D.M_{\Delta}$), la décomposition inverse est celle des trois qui introduit à la fois la norme moyenne et l'erreur la plus faible.

Pour étayer cette conclusion, nous appliquons la procédure aux normes de Frobenius associant dépolarisation et biréfringence. Nous avons :

$$\begin{cases} \|\Delta M_{\Delta R}\|_F = 0,1407 \pm 0,0014 \geq \|S_1\|_F \\ \|\Delta M'_{R\Delta}\|_F = 0,2339 \pm 0,0014 \geq \|S_1\|_F \\ \|\Delta M''_{\Delta R}\|_F = 0,2340 \pm 0,0002 \geq \|S_1\|_F \end{cases}$$

Les ordres d'erreur étant faibles, et les trois valeurs moyennes étant largement supérieures à $\|S_1\|_F$, le milieu n'est donc pas un milieu dépolarisant biréfringent.

Ce premier exemple montre bien que notre procédure a réussi à identifier le nombre et l'ordre des éléments polarimétriques élémentaires. En décomposant la matrice M_1 à l'aide de l'algorithme déterminé, nous remontons aux propriétés physiques réelles du milieu.

Dans cet exemple, nous avons fixé la valeur du bruit pseudo expérimental : elle a été choisie comme $\|S_1\|_F = 0,0100$ en prenant un bruit multiplicatif (le produit de 0,007 par chaque intensité). Il nous faut cependant vérifier si la procédure du choix de la décomposition reste opérante avec un ordre de grandeur d'erreur supérieur. Le tableau V.8 nous montre les résultats sur les normes de Frobenius mélangeant dépolarisation et dichroïsme précédemment traitées en faisant varier l'erreur totale $\|S\|_F$.

$\ S\ _F$	$\ \Delta M_{\Delta D}\ _F$	$\ \Delta M'_{D\Delta}\ _F$	$\ \Delta M''_{D\Delta D}\ _F$
0,0050	0,0044 ± 0,0013	0,0043 ± 0,0012	0,0045 ± 0,0014
0,0100	0,0087 ± 0,0026	0,0085 ± 0,0026	0,0087 ± 0,0027
0,0200	0,0176 ± 0,0061	0,0172 ± 0,0060	0,0177 ± 0,0064
0,0300	0,0263 ± 0,0090	0,0260 ± 0,0088	0,0265 ± 0,0094
0,0500	0,0429 ± 0,0145	0,0422 ± 0,0147	0,0431 ± 0,0152
0,1000	0,0889 ± 0,0303	0,0877 ± 0,0301	0,0893 ± 0,0313

Tableau V.8 : Valeurs moyennes et écarts type associés pour chaque norme de Frobenius en fonction de la valeur du bruit.

A la vue du tableau V.8, nous voyons que, plus l'erreur totale augmente, plus l'écart type statistique sur les normes de Frobenius augmente. Nous remarquons surtout que les valeurs moyennes ne dépassent jamais la valeur de l'erreur $\|S\|_F$. C'est également le cas lorsque nous optons pour un bruit additif ou une association « additif/multiplicatif ».

IV.4.2 – Système non symétrique : produit de trois matrices

Nous considérons ici la matrice de Mueller M_2 d'un système non symétrique composé du dichroïque M_D , du retardeur M_R et du dépolariseur M_Δ du paragraphe III.1 :

$$M_2 = M_\Delta \cdot M_R \cdot M_D = \begin{bmatrix} 1 & 0,1528 & 0,1282 & -0,0140 \\ 0,0944 & 0,6039 & 0,0127 & -0,0358 \\ 0,0732 & 0,0050 & 0,5751 & 0,0939 \\ -0,0102 & 0,0227 & -0,0645 & 0,3860 \end{bmatrix}$$

Nous lui appliquons le processus de génération de bruit et nous obtenons les $N = 100$ matrices bruitées \tilde{M}_2 .

Tout d'abord, nous calculons la matrice des écarts type totaux S_2 et nous en déduisons la valeur de la norme de Frobenius. Nous choisissons, pour ce second exemple, un bruit pseudo expérimental du même ordre que pour l'exemple IV.4.1.

$$S_2 = \begin{bmatrix} 0,0015 & 0,0023 & 0,0024 & 0,0013 \\ 0,0024 & 0,0035 & 0,0038 & 0,0022 \\ 0,0027 & 0,0038 & 0,0042 & 0,0024 \\ 0,0012 & 0,0017 & 0,0021 & 0,0011 \end{bmatrix}$$

$$\|S_2\|_F = 0,0100$$

Nous consignons dans le tableau V.9 les résultats sur les moyennes des normes de Frobenius calculées à partir des matrices \tilde{M}_2 .

Immédiatement, nous remarquons que les normes moyennes calculées $\|\Delta D_c^{s_1}\|_F$ et $\|\Delta D_{id}^{s_2}\|_F$ (équations V.9) sont inférieures au bruit (ou du même ordre) ($\|S_2\|_F = 0,0100$). On en déduit que le milieu M_2 est un système non symétrique et doit être décomposé selon l'algorithme classique. C'est bien évidemment le résultat attendu ($M_2 = M_\Delta \cdot M_R \cdot M_D$).

Ce deuxième exemple permet de conforter notre procédure de choix de la décomposition.

<i>Éléments optiques</i>	<i>Norme de Frobenius</i>	<i>Moyenne</i>	<i>Ecart type</i>
<i>Dépolariseur</i>	$\ \Delta M_{\Delta}\ _F$	0,2645	0,0020
	$\ \Delta M'_{\Delta}\ _F$	0,1860	0,0014
	$\ \Delta M''_{\Delta}\ _F$	0,2643	0,0004
<i>Dépolariseur et Dichroïque</i>	$\ \Delta M_{\Delta D}\ _F$	0,1228	0,0006
	$\ \Delta M'_{D\Delta}\ _F$	0,1226	0,0006
	$\ \Delta M''_{D\Delta D}\ _F$	0,1228	0,0007
<i>Dépolariseur et Retardeur</i>	$\ \Delta M_{\Delta R}\ _F$	0,2340	0,0021
	$\ \Delta M'_{R\Delta}\ _F$	0,1401	0,0018
	$\ \Delta M''_{R\Delta R}\ _F$	0,2339	0,0003
<i>Dépolariseur, Dichroïque et Retardeur</i>	$\ \Delta D_c^{s_1}\ _F$	0,0064	0,0036
	$\ \Delta D_{id}^{s_2}\ _F$	0,0110	0,0056
	$\ \Delta D_r^{s_2}\ _F$	0,1705	0,0070
	$\ \Delta D_{id}^{s_1}\ _F$	0,2850	0,0092

Tableau V.9 : Valeurs moyennes et écarts type associés pour chaque norme de Frobenius de \tilde{M}_2 .

IV.4.3 – Système symétrique : produit de quatre matrices

Nous considérons ici la matrice de Mueller M_3 d'un système à géométrie symétrique composé des diatténuateurs M_{D_1} et M_{D_2} , du biréfringent M_{R_2} et du dépolariseur M_{Δ} du paragraphe III.2 telle que M_3 soit :

$$M_3 = M_{D_2} \cdot M_{\Delta} \cdot M_{R_2} \cdot M_{D_1} = \begin{bmatrix} 1,0000 & 0,1820 & 0,1121 & -0,0088 \\ 0,2076 & 0,5970 & 0,0436 & -0,1281 \\ 0,1462 & 0,0218 & 0,5583 & 0,1494 \\ -0,0105 & 0,0841 & -0,1007 & 0,3626 \end{bmatrix}$$

Nous lui appliquons le processus de génération de bruit et nous obtenons les $N = 100$ matrices bruitées \tilde{M}_3 . Tout d'abord, à partir de la matrice des écarts type totaux S_3 , nous déduisons la valeur de la norme de Frobenius $\|S\|_F$. Nous choisissons à nouveau, pour cet exemple, un bruit pseudo expérimental du même ordre que dans l'exemple IV.4.1.

$$S_3 = \begin{bmatrix} 0,0016 & 0,0023 & 0,0025 & 0,0012 \\ 0,0028 & 0,0036 & 0,0040 & 0,0023 \\ 0,0024 & 0,0035 & 0,0034 & 0,0022 \\ 0,0013 & 0,0020 & 0,0020 & 0,0010 \end{bmatrix}$$

$$\|S_3\|_F = 0,0100.$$

Nous consignons dans le tableau V.10 les résultats sur les normes de Frobenius des matrices \tilde{M}_3 .

<i>Éléments optiques</i>	<i>Norme de Frobenius</i>	<i>Moyenne</i>	<i>Ecart type</i>
<i>Dépolariseur</i>	$\ \Delta M_{\Delta}\ _F$	0,3496	0,0015
	$\ \Delta M'_{\Delta}\ _F$	0,3855	0,0014
	$\ \Delta M''_{\Delta}\ _F$	0,4140	0,0007
<i>Dépolariseur et Dichroïque</i>	$\ \Delta M_{\Delta D}\ _F$	0,2414	0,0009
	$\ \Delta M'_{D\Delta}\ _F$	0,2414	0,0009
	$\ \Delta M''_{D\Delta D}\ _F$	0,2436	0,0011
<i>Dépolariseur et Retardeur</i>	$\ \Delta M_{\Delta R}\ _F$	0,2508	0,0018
	$\ \Delta M'_{R\Delta}\ _F$	0,2979	0,0016
	$\ \Delta M''_{R\Delta R}\ _F$	0,3337	0,0003
<i>Dépolariseur, Dichroïque et Retardeur</i>	$\ \Delta D_c^{s_1}\ _F$	0,1686	0,0036
	$\ \Delta D_{id}^{s_2}\ _F$	0,2844	0,0073
	$\ \Delta D_r^{s_2}\ _F$	0,0842	0,0053
	$\ \Delta D_{id}^{s_1}\ _F$	0,1423	0,0078

Tableau V.10 : Valeurs moyennes et écarts type associés pour chaque norme de Frobenius de \tilde{M}_2 .

Le tableau V.10 nous montre qu'aucune des valeurs moyennes des normes testées n'est inférieure au bruit. De plus, pour toutes les configurations testées, aucune valeur de l'écart type ne rend admissible un des systèmes à deux ou trois matrices. Nous sommes donc clairement dans le cas où le milieu étudié est un système symétrique de quatre matrices qui doit être décomposé selon l'algorithme hybride. Ce qui est à nouveau le résultat attendu.

IV.4.4 – Système inconnu : cible de nylon en réflexion

Nous considérons maintenant la matrice de Mueller M_4 d'une cible de nylon étudiée en réflexion spéculaire par F. Le Roy-Brehonnet [2.14]. Dans son travail de thèse, F. Boulvert [3.4] avait conclu que cette cible de nylon pouvait être modélisée par un biréfringent ($R = 178,63^\circ$, $\alpha_R = 0,02^\circ$ et $\varepsilon_R = 0,26^\circ$) suivi d'un dépolariseur ($P_D = 0,1246$ et $A_{dd} = 0,0753$). La matrice M_4 de la cible et la matrice des écarts type associés S_4 sont :

$$M_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0,0063 & 0,0157 & 0,0077 \\ -0,0031 & 0,1286 & -0,0005 & 0,0035 \\ -0,0016 & 0,0008 & -0,1282 & 0,0019 \\ -0,0025 & 0,0010 & -0,0040 & -0,1165 \end{bmatrix}$$

$$S_4 = \begin{bmatrix} 0,0032 & 0,0047 & 0,0045 & 0,0024 \\ 0,0048 & 0,0068 & 0,0070 & 0,0035 \\ 0,0045 & 0,0070 & 0,0067 & 0,0031 \\ 0,0028 & 0,0040 & 0,0036 & 0,0021 \end{bmatrix}$$

Dans un premier temps, nous calculons la norme du bruit $\|S_4\|_F$ ainsi que les normes $\|\Delta M\|_F$ de chaque matrice \tilde{M}_4 . Nous avons :

$$\|S_4\|_F = 0,0191$$

$$\|\Delta M\|_F = 0,7564 \pm 0,0003$$

Puisque $\|\Delta M\|_F \geq \|S_4\|_F$, le milieu est bien dépolarisant. Nous reproduisons maintenant la procédure de calculs et nous rangeons les résultats dans le tableau V.11.

Ici, les valeurs moyennes des trois normes de Frobenius représentant l'association d'un dépolariseur et d'un biréfringent sont inférieures ou du même ordre de valeur que $\|S_4\|_F$. Les faibles valeurs des écarts type associés permettent de conclure que la cible de nylon est un milieu dépolarisant et biréfringent. De plus, l'ordre de multiplication des matrices qui introduit le moins d'erreur est l'ordre inverse ($\|\Delta M'_{R\Delta}\|_F = 0,0155 \pm 0,0044$), c'est-à-dire le dépolariseur suivi du biréfringent. Ceci est en désaccord avec les résultats de F. Boulvert : cette différence vient du fait qu'il n'utilisait pas, lors de sa thèse, l'algorithme inverse d'Ossikovski [3.2] [3.3] mais celui de Morio et Goudail [3.1], qui ne conduit pas toujours à des matrices physiques.

<i>Éléments optiques</i>	<i>Norme de Frobenius</i>	<i>Moyenne</i>	<i>Ecart type</i>
<i>Dépolariseur</i>	$\ \Delta M_{\Delta}\ _F$	0,3477	0,0048
	$\ \Delta M'_{\Delta}\ _F$	0,3472	0,0048
	$\ \Delta M''_{\Delta}\ _F$	0,3437	0,0046
<i>Dépolariseur et Dichroïque</i>	$\ \Delta M_{\Delta D}\ _F$	0,3472	0,0048
	$\ \Delta M'_{D\Delta}\ _F$	0,3471	0,0048
	$\ \Delta M''_{D\Delta D}\ _F$	0,3433	0,0045
<i>Dépolariseur et Retardeur</i>	$\ \Delta M_{\Delta R}\ _F$	0,0236	0,0027
	$\ \Delta M'_{R\Delta}\ _F$	0,0155	0,0044
	$\ \Delta M''_{R\Delta R}\ _F$	0,0234	0,0024

Tableau V.11 : Valeurs moyennes et écarts type associés pour chaque norme de Frobenius de \tilde{M}_4 .

Nous comparons aux valeurs référence de F. Boulvert les paramètres calculés à l'aide de l'algorithme inverse, algorithme choisi par notre procédure. Le tableau V.12 nous montre les différences entre les résultats.

<i>Paramètres</i>	<i>Classique</i>	<i>Inverse</i>
R	178,63°	178,62°
α_R	0,02°	159,88°
ε_R	0,26°	-12,84°
P_D	0,1246	0,1251
A_{dd}	0,0753	0,0636

Tableau V.12 : Paramètres de polarisation de M_4 calculés à partir des décompositions classique et inverse.

IV.4.5 – Système inconnu : peau de porc

Nous considérons maintenant la matrice de Mueller M_S de l'échantillon de peau de porc charcutier saine que nous avons utilisé comme exemple en section III.3.

Dans un premier temps, nous calculons la norme du bruit $\|S_S\|_F$ ainsi que les normes $\|\Delta M\|_F$ de chaque matrice \tilde{M}_S . Nous avons :

$$\begin{aligned}\|S_S\|_F &= 0,0491 \\ \|\Delta M\|_F &= 0,6496 \pm 0,0005\end{aligned}$$

Puisque $\|\Delta M\|_F \geq \|S_S\|_F$, le milieu est bien dépolarisant. Nous reproduisons à nouveau la procédure de calculs et nous rangeons les résultats dans le tableau V.13.

<i>Eléments optiques</i>	<i>Norme de Frobenius</i>	<i>Moyenne</i>	<i>Ecart type</i>
<i>Dépolariseur</i>	$\ \Delta M_{\Delta}\ _F$	0,7072	0,0070
	$\ \Delta M'_{\Delta}\ _F$	0,7064	0,0070
	$\ \Delta M''_{\Delta}\ _F$	0,7093	0,0070
<i>Dépolariseur et Dichroïque</i>	$\ \Delta M_{\Delta D}\ _F$	0,7049	0,0071
	$\ \Delta M'_{D\Delta}\ _F$	0,7045	0,0070
	$\ \Delta M''_{D\Delta D}\ _F$	0,7052	0,0072
<i>Dépolariseur et Retardeur</i>	$\ \Delta M_{\Delta R}\ _F$	0,0703	0,0051
	$\ \Delta M'_{R\Delta}\ _F$	0,0644	0,0058
	$\ \Delta M''_{R\Delta R}\ _F$	0,0855	0,0041
<i>Dépolariseur, Dichroïque et Retardeur</i>	$\ \Delta D_c^{s_1}\ _F$	0,0165	0,0019
	$\ \Delta D_{id}^{s_2}\ _F$	0,0667	0,0084
	$\ \Delta D_r^{s_2}\ _F$	0,0232	0,0038
	$\ \Delta D_{id}^{s_1}\ _F$	0,0750	0,0104

Tableau V.13 : Valeurs moyennes et écarts type associés pour chaque norme de Frobenius de \tilde{M}_S .

A la vue de ce tableau, il n'est pas aisé de certifier quel algorithme décompose au mieux la matrice de Mueller de la peau de porc. Au contraire, cet exemple semble montrer qu'un quatrième cas de figure (fin de la section IV.3) puisse exister. En effet, si l'on regarde les quatre normes mélangeant les trois effets de polarisation, nous voyons qu'elles remplissent toutes le critère d'acceptabilité (jusqu'à 1,5 fois l'erreur statistique). Ce cas de figure n'était, pour l'instant, pas envisagé.

En réalité, cette configuration expérimentale peut s'expliquer facilement : nous voyons que la moyenne sur les normes $\|\Delta M'_{R\Delta}\|_F$ de l'algorithme inverse peut également être considérée comme quasiment valide. Dans ce cas, le milieu d'étude est un milieu biréfringent, dépolarisant et tout de même faiblement dichroïque, car, en considérant le bruit, aucune des matrices de diatténuation n'est égale à la matrice unité. Ceci explique alors que l'on ait, à la fois, $\|\Delta D_c^{s_1}\|_F \leq \|S_S\|_F$ et $\|\Delta D_r^{s_2}\|_F \leq \|S_S\|_F$ ainsi que $\|\Delta D_{id}^{s_2}\|_F$ et $\|\Delta D_{id}^{s_1}\|_F$ du même ordre que $\|S_S\|_F$.

Cet exemple montre que les matrices de Mueller de milieux biologiques, qui sont des milieux très complexes, doivent être manipulées avec la plus grande attention. Il est en effet plus difficile de conclure catégoriquement sur le nombre et l'ordre des effets élémentaires de polarisation dans ces milieux, où les effets de biréfringence et de dichroïsme restent faibles. C'est pourtant, comme le montre le tableau V.14, un enjeu primordial pour l'étude

polarimétrique de tels milieux : les différences sur les paramètres peuvent être importantes selon l'algorithme de décomposition choisi.

<i>Paramètres</i>	<i>Inverse</i>	<i>Hybride</i>
D_1	0	0,0588
α_{D1}	0°	154,57°
ε_{D1}	0°	-1,42°
D_2	0,0496	0,0487
α_{D2}	-12,39°	156,74°
ε_{D2}	3,94°	3,11°
R	176,35°	176,54°
α_R	-22,14°	0,08°
ε_R	1,56°	-0,01°
P_D	0,2767	0,2592

Tableau V.14 : Paramètres polarimétriques de M_S calculés à partir des décompositions inverse et hybride.

IV.5 – Conclusion

Dans cette partie, nous avons introduit une procédure de choix de la décomposition adaptée aux conditions expérimentales. A partir d'une matrice expérimentale et de sa matrice d'erreur totale associée, nous construisons un nombre N de matrices bruitées. Grâce à un algorithme basé sur un critère comparatif, nous inspectons le comportement de ces N matrices selon les différentes décompositions. Nous sommes alors capables de définir le nombre et l'ordre des composants optiques élémentaires du milieu étudié et ainsi, remonter à ses véritables paramètres polarimétriques.

V – Influence de la valeur des paramètres sur les erreurs associées

Nous avons vu dans la première partie de ce chapitre que le bruit associé à chaque paramètre polarimétrique peut varier fortement selon la décomposition choisie. Néanmoins, l'algorithme de calcul ne semble pas être le seul critère influençant l'ordre de grandeur des erreurs. En effet, selon la valeur du paramètre, l'ordre d'erreur statistique associé à celle-ci peut varier de manière très significative. Autrement dit, l'erreur statistique sur les paramètres de polarisation peut ne pas dépendre que du bruit aléatoire sur les intensités mais également de la valeur elle-même du paramètre. Afin de pouvoir utiliser l'algorithme « hybride » pour la caractérisation de milieux biologiques complexes, nous allons donc tester la propagation de l'erreur en fonction de la valeur des différents paramètres apparaissant dans la décomposition.

Pour chaque cas, nous prendrons comme référence les valeurs des paramètres du tableau V.15 et nous ferons varier, l'un après l'autre, un de ces paramètres. Nous choisissons des valeurs de paramètres faibles qui peuvent introduire des erreurs importantes (tableau V.15).

<i>Paramètres</i>	<i>Valeurs</i>	<i>Erreur typique approximative</i>
D_1, D_2	0,01	0,005
α_{D1}, α_{D2}	1°	16°
$\varepsilon_{D1}, \varepsilon_{D2}$	-1°	5°
R	2°	0,2°
α_R	2°	2,5°
ε_R	-2°	3,5°
P_D	0,5417	0,0025

Tableau V.15 : Valeurs des paramètres et erreurs typiques associées.

V.1 – Paramètres de diatténuation

V.1.1 – Diatténuation D

Nous allons voir ici l'influence de la valeur de la diatténuation sur les erreurs associées aux autres paramètres de polarisation. Nous faisons varier pour cela la valeur de la diatténuation (en même temps pour D_1 et D_2). Pour chaque valeur de D , nous calculons l'erreur sur tous les autres paramètres. Nous représentons ces variations sur les figures V.1, V.2 et V.3. Il faut noter que l'erreur sur chaque paramètre de diatténuation en entrée est sensiblement égale à l'erreur sur le paramètre de diatténuation en sortie correspondant. Par commodité, nous ne représenterons donc que l'erreur sur les paramètres de diatténuation d'entrée.

La figure V.1 représente les variations de l'erreur statistique sur les paramètres D (D_1 et D_2 variant simultanément de 0 à 0,3), et P_D , avec $P_D = 0,5417$.

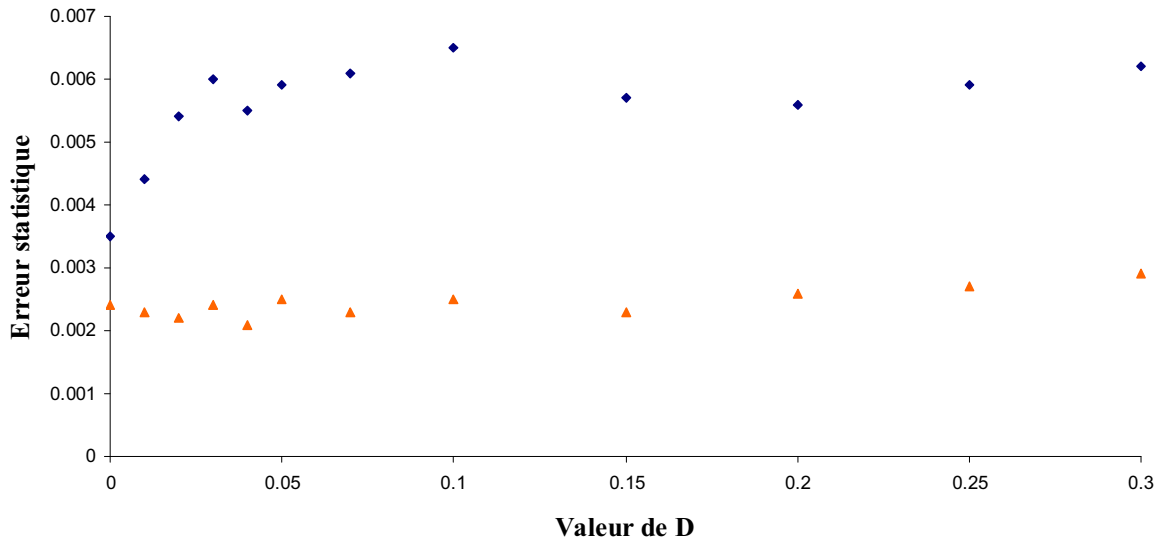


Figure V.1 : Erreur statistique sur la diatténuation D (en losange bleu) et l'indice de dépolarisation $P_D = 0,5417$ (en triangle orange) en fonction de la valeur de D .

Nous voyons immédiatement que l'erreur statistique sur D est quasi constante (de l'ordre de 0,005). L'erreur relative est donc bien plus importante pour les faibles valeurs de D (près de 50% d'erreur à $D = 0,01$ contre seulement 2% à $D = 0,3$). De manière générale, nous pouvons considérer que l'erreur statistique sur la diatténuation est faible pour des valeurs de D supérieures à 0,1. Nous retrouvons alors la valeur du bruit aléatoire sur les intensités mesurées (quelques pourcents).

En revanche, l'erreur sur l'indice de dépolarisation P_D ne subit aucune évolution significative et est quasiment négligeable (0,0025).

La figure V.2 nous montre l'influence de la diatténuation sur l'erreur associée à l'azimut α_D et à l'ellipticité ε_D , avec $\alpha_D = 1^\circ$ et $\varepsilon_D = -1^\circ$.

Nous voyons ici que les très faibles valeurs de diatténuation introduisent une erreur importante sur ces deux paramètres : en effet, pour $D = 0$, l'erreur sur α_D atteint les 50° et celle sur ε_D est proche des 10° . Puis, elle décroît rapidement avec l'augmentation de la valeur de D . Il est important de noter que l'erreur, pour $D = 0,01$ (valeur nominale de la diatténuation, tableau V.15), est bien de 16° sur α_D et 5° sur ε_D (valeurs du tableau V.15).

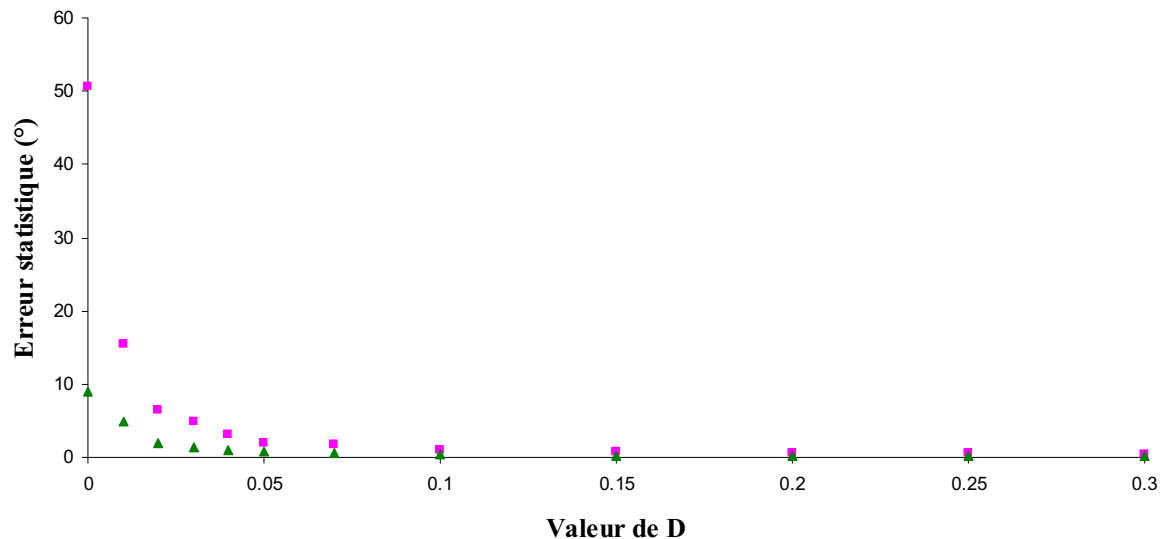


Figure V.2 : Erreur statistique sur l'azimut $\alpha_D = 1^\circ$ (en carré rose) et l'ellipticité $\varepsilon_D = -1^\circ$ (en triangle vert) en fonction de la valeur de D .

La figure V.3 représente les variations de l'erreur statistique sur les paramètres de retard R , α_R et ε_R , avec $R = 2^\circ$, $\alpha_R = 2^\circ$ et $\varepsilon_R = -2^\circ$, en fonction de la valeur de la diatténuation.

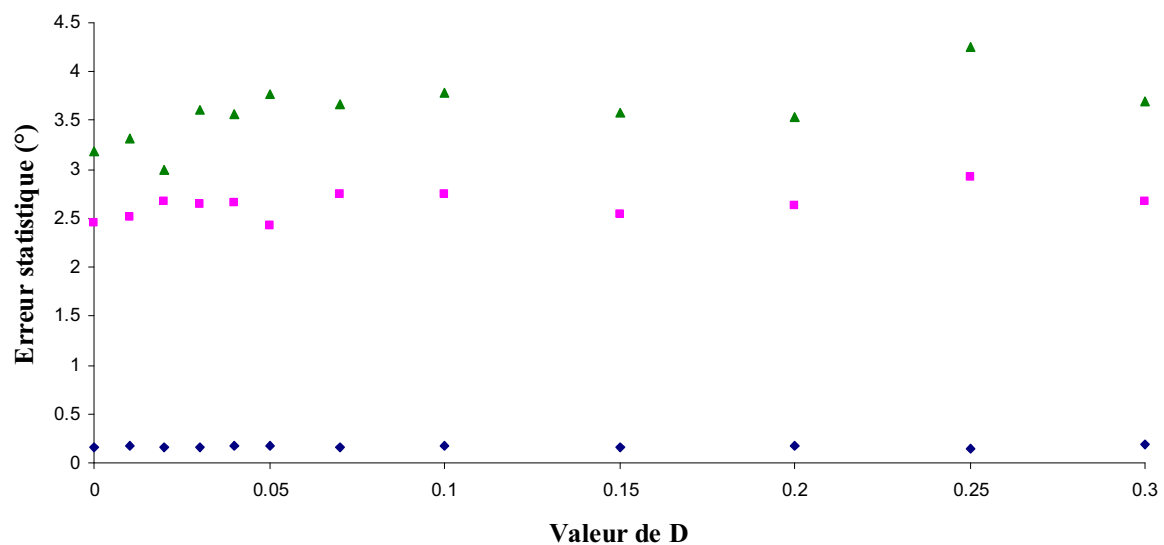


Figure V.3 : Erreur statistique sur la retardance $R = 2^\circ$ (en losange bleu), l'azimut $\alpha_R = 2^\circ$ (en carré rose) et l'ellipticité $\varepsilon_R = -2^\circ$ (en triangle vert) en fonction de la valeur de D .

Nous voyons sur cette figure que la valeur de la diatténuation D n'a qu'une influence minimale sur l'écart type des paramètres de retard. En effet, l'erreur statistique sur ces paramètres n'évolue pas en fonction de la valeur D , les fluctuations étant dues au processus aléatoire de génération du bruit.

V.1.2 – Azimut de diatténuation α_D

Nous faisons maintenant varier les valeurs de l'azimut de diatténuation entre -90° et 90° . Les valeurs de D et ε_D en entrée et en sortie restent ici constantes et sont respectivement égales à $0,01$ et -1° . Les figures V.4, V.5 et V.6 représentent respectivement la dépendance de l'erreur sur les paramètres D et P_D , sur α_D et ε_D et sur les paramètres de retard en fonction des valeurs de l'azimut de diatténuation α_D . Les variations des erreurs sur $[-90^\circ ; 0^\circ]$ ne sont pas représentées car elles sont symétriques par rapport à 0 aux erreurs sur $[0^\circ ; 90^\circ]$.

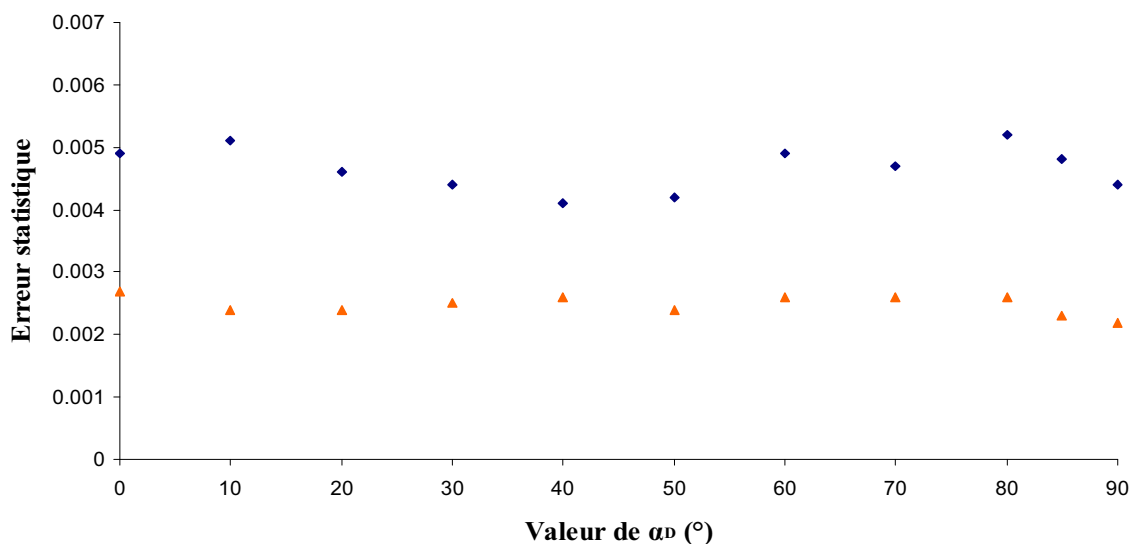


Figure V.4 : Erreur statistique sur la diatténuation $D = 0,01$ (en losange bleu) et l'indice de dépolarisation $P_D = 0,5417$ (en losange orange) en fonction de la valeur de α_D .

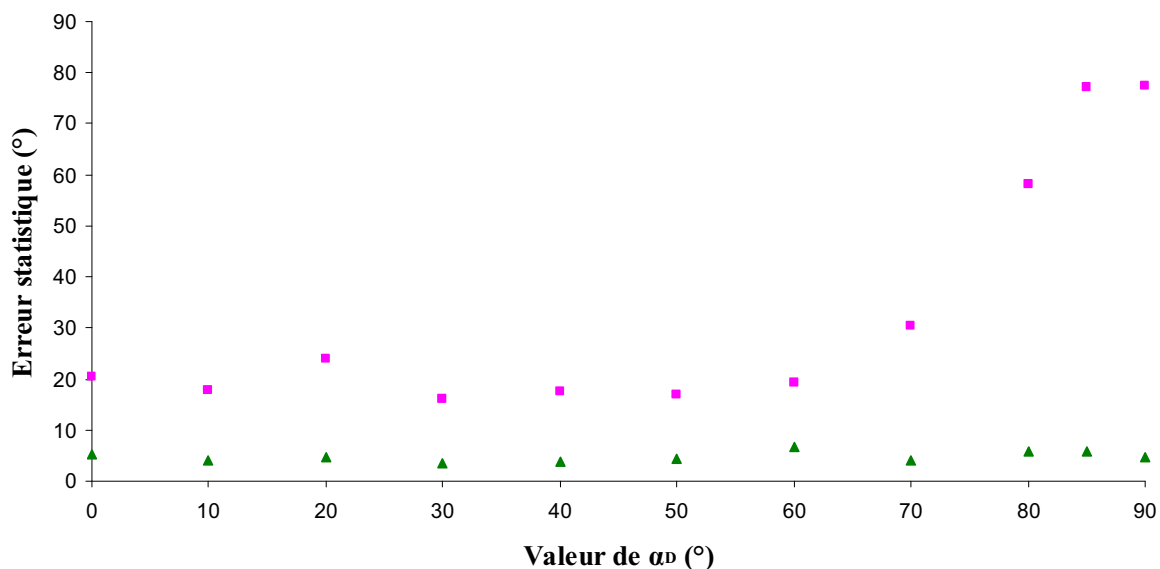


Figure V.5 : Erreur statistique sur l'azimut α_D (en carré rose) et l'ellipticité $\varepsilon_D = -1^\circ$ (en triangle vert) en fonction de la valeur de α_D .

La figure V.4 nous montre que l'erreur sur la diatténuation D et celle sur l'indice de dépolarisation P_D n'est pas affectée par les valeurs de l'azimut α_D . Nous retrouvons les valeurs du tableau V.15 avec respectivement des erreurs proches de $0,005$ et $0,0025$.

La figure V.5 montre que l'azimut de diatténuation n'a pas d'influence sur l'erreur associée à l'ellipticité ε_D . En effet, l'erreur sur ce paramètre n'évolue pas en fonction de α_D et nous retrouvons la valeur typique proche de 5° .

Comme pour D , l'erreur statistique sur α_D varie selon la valeur du paramètre α_D lui-même. Ces variations, représentées sur la figure V.5, sont importantes pour les valeurs proches de 90° . Nous pouvons considérer que, pour les valeurs d'azimut comprises entre 0 et 70° , l'erreur associée ne subit pas d'évolution : nous retrouvons alors, aux fluctuations près, la valeur d'erreur de 16° déjà constatée. Au-delà de 70° , l'erreur sur α_D augmente jusqu'à plus de 80° pour $\alpha_D = 90^\circ$.

Enfin, comme le montre la figure V.6, il faut noter que la valeur de l'azimut de diatténuation n'a aucune influence sur l'erreur associée aux paramètres de retard. Nous retrouvons donc le même comportement qu'en figure V.3 et les valeurs typiques du tableau V.15.

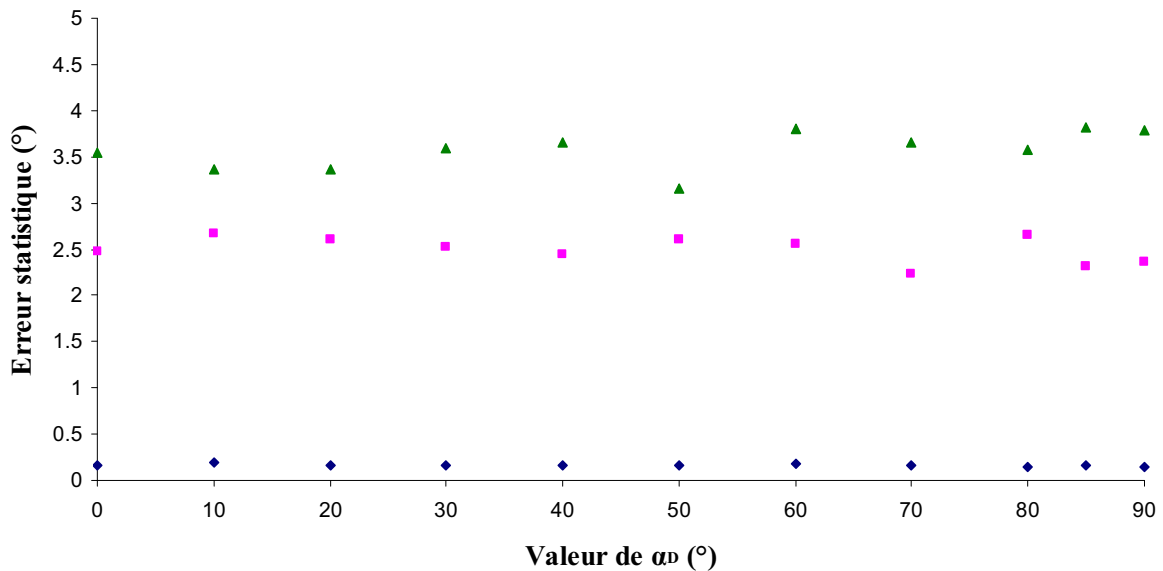


Figure V.6 : Erreur statistique sur la retardance $R = 2^\circ$ (en losange bleu), l'azimut $\alpha_R = 2^\circ$ (en carré rose) et l'ellipticité $\varepsilon_R = -2^\circ$ (en triangle vert) en fonction de la valeur de α_D .

V.1.3 – Ellipticité de diatténuation ε_D

Nous faisons maintenant varier les valeurs de l'ellipticité de diatténuation entre -45° et 45° . Cependant, il faut préciser que nous n'avons représenté que les variations de l'erreur sur $[0, \dots, 45]$ car elles sont symétriques par rapport à 0° sur $[-45, \dots, 0]$.

Les valeurs de D et α_D en entrée et en sortie restent ici constantes et sont respectivement égales à $0,01$ et 1° . Les figures V.7 et V.8 représentent la dépendance de l'erreur sur les paramètres D et P_D et sur α_D et ε_D en fonction des valeurs de l'ellipticité de diatténuation ε_D .

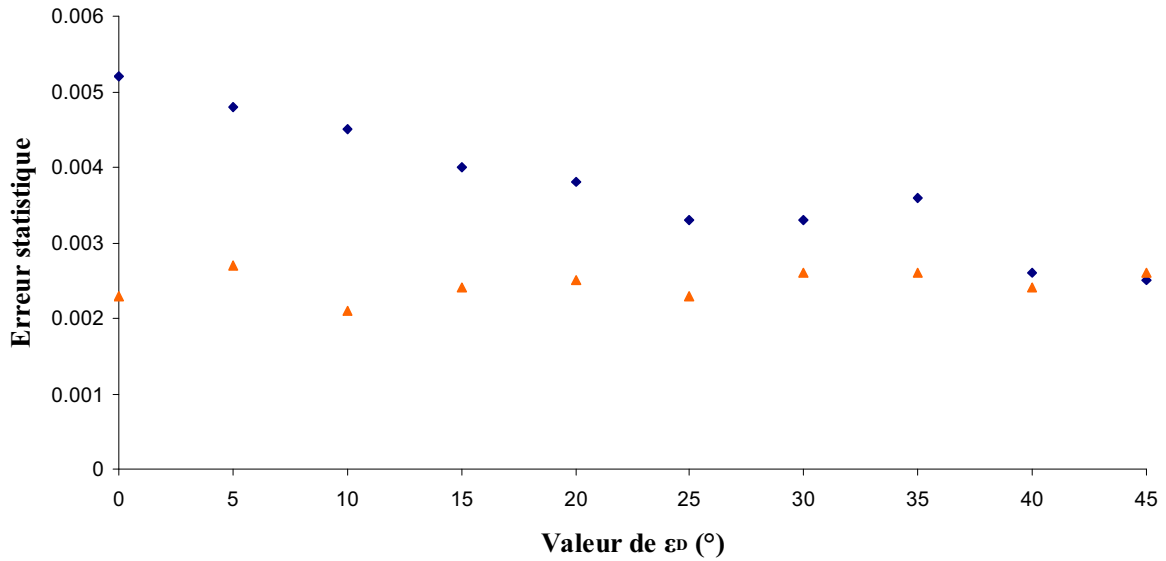


Figure V.7 : Erreur statistique sur la diatténuation $D = 0,01$ (en losange bleu) et l'indice de dépolarisation $P_D = 0,5417$ (en losange orange) en fonction de la valeur de ε_D .

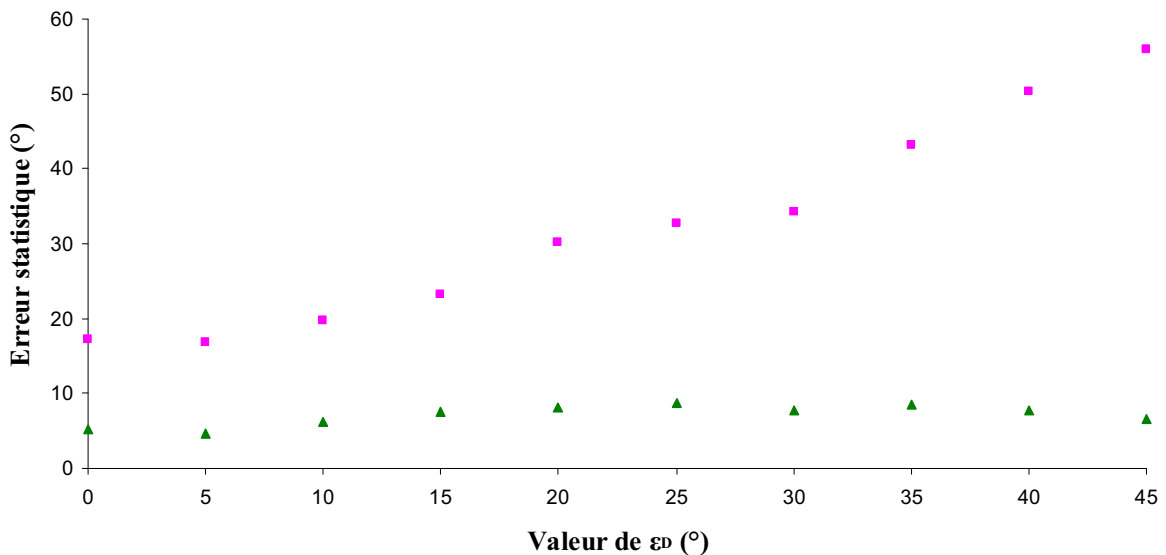


Figure V.8: Erreur statistique sur l'azimut $\alpha_D = 1^\circ$ (en carré rose) et l'ellipticité ε_D (en triangle vert) en fonction de la valeur de ε_D .

Nous voyons sur la figure V.7 que la valeur de ε_D fait varier le bruit statistique lié au paramètre D . En effet, l'erreur sur D décroît de sa valeur typique (0,005) en $\varepsilon_D = 0^\circ$ jusqu'à 0,0025 en $\varepsilon_D = 45^\circ$. L'indice de dépolarisation n'est toujours pas affecté.

Pour l'azimut de diatténuation, la figure V.8 nous montre que l'influence de l'ellipticité sur le bruit associé est importante : en $\varepsilon_D = 0^\circ$, l'erreur sur l'azimut de diatténuation est minimale (valeur typique proche de 16°), puis elle ne cesse d'augmenter jusqu'à $\varepsilon_D = 45^\circ$ où elle atteint les 50° .

L'influence de ε_D sur son erreur associée est faible : elle semble être maximale en $\varepsilon_D = 22,5^\circ$ et minimale en 0 et 45° . Elle reste cependant de l'ordre de l'erreur typique sur ce paramètre (environ 5°).

Concernant les paramètres de retard, la valeur de l'ellipticité de diatténuation, au même titre que D et α_D , n'influence pas l'erreur sur R , α_R et ε_R . Nous retrouvons la même évolution qu'aux figures V.3 et V.6.

V.2 – Paramètres de retard

V.2.1 – Retardance R

Intéressons nous à présent à l'influence du retard sur les erreurs associées aux autres paramètres. De même que pour la diatténuation, nous prenons les valeurs des paramètres du tableau V.15. Nous avons donc D_1 et D_2 égales à 0,01, avec $\alpha_D = 1^\circ$ et $\varepsilon_D = -1^\circ$ ainsi que $\alpha_R = 2^\circ$ et $\varepsilon_R = -2^\circ$. Bien évidemment, seules les valeurs de R varient ici, entre 0° et 180° . Les figures V.9 à V.12 représentent les variations de l'erreur sur les différents paramètres en fonction de la valeur de la retardance R .

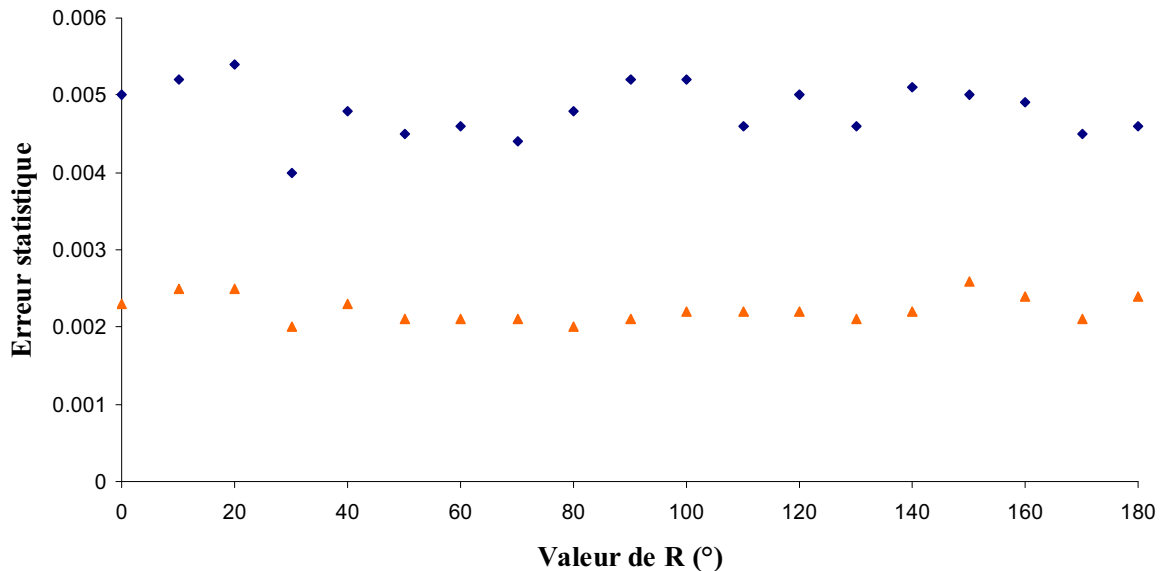


Figure V.9 : Erreur statistique sur la diatténuation $D = 0,01$ (en losange bleu) et l'indice de dépolarisation $P_D = 0,5417$ (en losange orange) en fonction de la valeur de R .

Nous voyons, sur la figure V.9, qui représente les variations de l'erreur sur D et P_D en fonction de R , que ces deux paramètres ne sont pas affectés par la valeur de la retardance R : en effet, nous retrouvons à nouveau le comportement de la figure V.4 où l'évolution de l'erreur sur D et P_D n'est due qu'aux fluctuations aléatoires de la génération de bruit statistique.

Nous retrouvons un comportement similaire pour l'évolution de l'erreur sur l'azimut et l'ellipticité de diatténuation. Comme le montre la figure V.10, aux fluctuations aléatoires près, l'erreur statistique sur ces paramètres est constante et de l'ordre de 16° et 5° (respectivement).

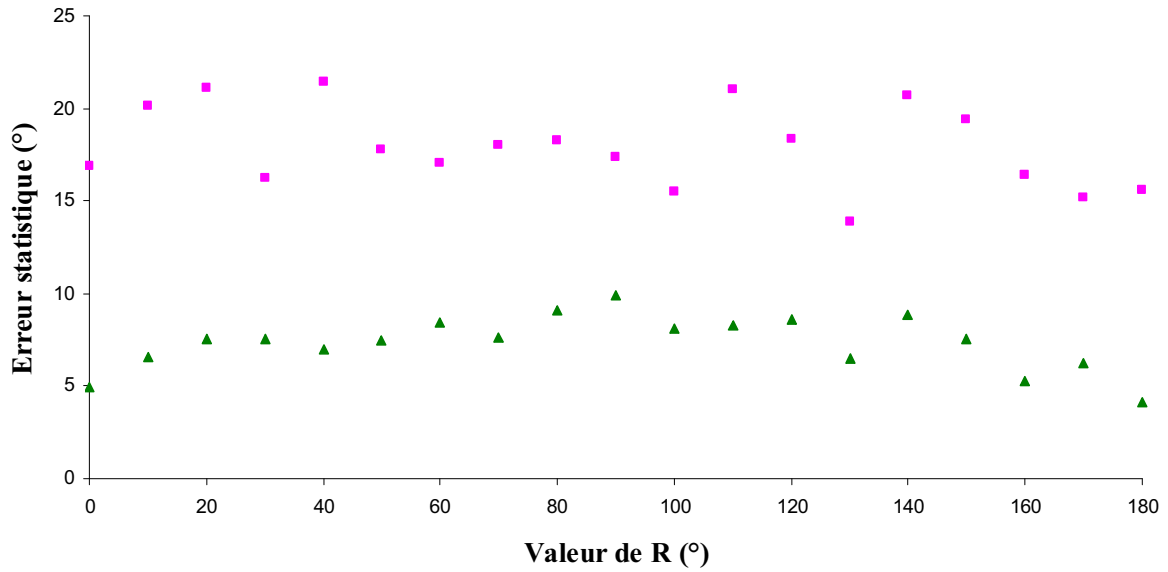


Figure V.10: Erreur statistique sur l'azimut $\alpha_D = 1^\circ$ (en carré rose) et l'ellipticité $\varepsilon_D = -1^\circ$ (en triangle vert) en fonction de la valeur de R .

Les figures V.9 et V.10 montrent finalement que l'influence de la valeur de la retardance sur l'erreur associée aux paramètres de diatténuation et à l'indice de dépolarisation est négligeable.

Voyons maintenant l'évolution de l'erreur statistique sur les paramètres de retard en fonction du paramètre R .

Concernant l'erreur sur le retard R , la figure V.11 montre que son évolution en fonction de sa propre valeur est faible : nous dirons qu'elle croît et décroît entre deux minima (environ $0,15^\circ$) atteints en $R = 0^\circ$ et $R = 180^\circ$ jusqu'à un maximum (environ $0,23^\circ$) en $R = 90^\circ$.

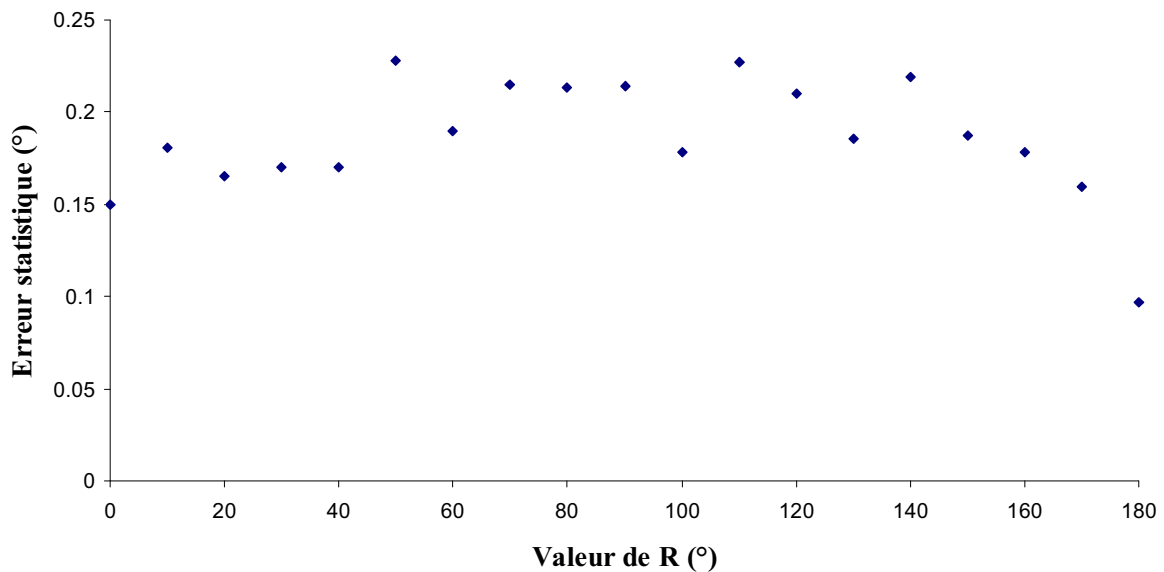


Figure V.11 : Erreur statistique sur la retardance R en fonction de la propre valeur.

Pour finir, la figure V.12 représente la dépendance en R de l'erreur sur l'azimut et l'ellipticité du vecteur propre de retard.

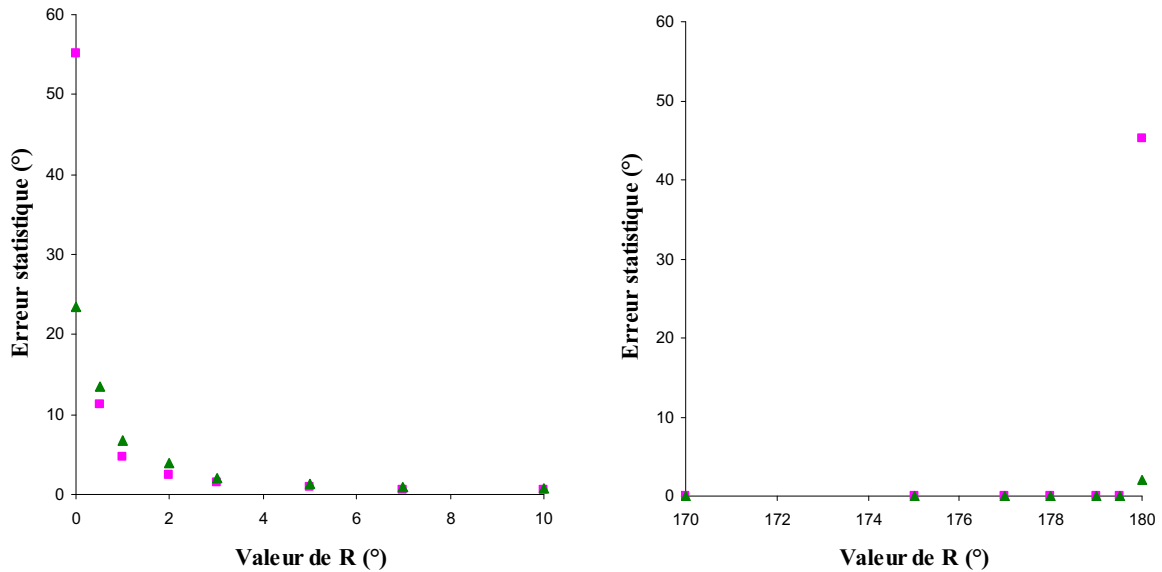


Figure V.12 : Erreur statistique sur l'azimut $\alpha_R = 2^\circ$ (en carré rose) et l'ellipticité $\varepsilon_R = -2^\circ$ (en triangle vert) en fonction de la valeur de R .

Les évolutions du bruit sur l'azimut α_R et sur l'ellipticité ε_R en fonction de la valeur R ont des comportements similaires : l'erreur est très forte (respectivement 55° et 22°) en $R = 0^\circ$ et ne devient faible (inférieure à 1°) qu'en $R = 5^\circ$. Au-delà, elle décroît continuellement jusqu'au voisinage de $R = 180^\circ$ ($0,05^\circ$ d'erreur en $R = 179,5^\circ$). En $R = 180^\circ$, l'erreur devient très importante sur α_R (même ordre de grandeur qu'en $R = 0^\circ$) alors qu'elle reste assez faible pour ε_R (environ 2°).

Nous venons de voir que la valeur du retard R sur l'erreur liée aux azimuts et ellipticités de retard n'est pas négligeable et est même très importante pour des valeurs proches des « limites » de R que sont 0 ou 180° .

V.2.2 – Azimut de retard α_R

Nous faisons maintenant varier les valeurs de l'azimut de retard entre -90° et 90° . Les valeurs de R et ε_R restent ici constantes et sont respectivement égales à 2° et -2° . Les paramètres de diatténuation et l'indice de dépolarisation gardent leur valeur initiale.

Dans un premier temps, nous faisons remarquer que la diatténuation et l'indice de dépolarisation ne sont pas affectés par la valeur de l'azimut de retard. Nous retrouvons les mêmes valeurs et la même évolution qu'en figure V.4 ou V.9.

Nous retrouvons cette tendance pour l'erreur sur l'azimut α_D et l'ellipticité ε_D qui n'est donc pas corrélée à la valeur de α_R . Nous retrouvons à nouveau l'erreur typique respectivement égale à 16° et 5° pour ces deux paramètres.

La figure V.13 nous montre que l'erreur sur les paramètres R et ε_R est indépendante de la valeur de l'azimut α_R : nous retrouvons les valeurs typiques d'erreur déjà constatées en figure V.3 et V.6, à savoir $0,2^\circ$ pour R et $3,5^\circ$ pour ε_R .

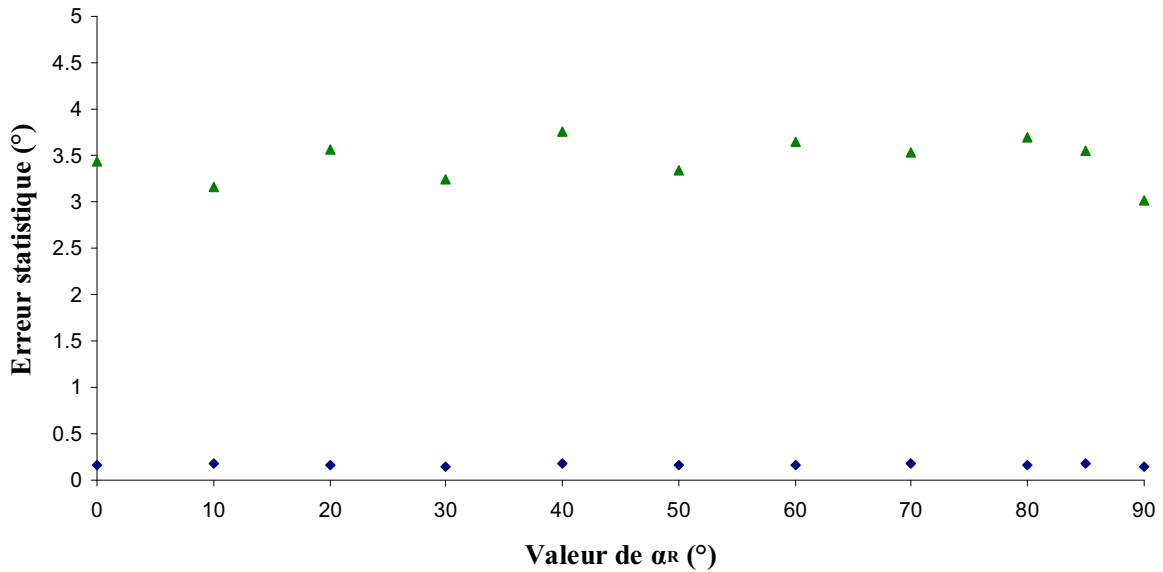


Figure V.13 : Erreur statistique sur la retardance $R = 2^\circ$ (en losange bleu) et l'ellipticité $\varepsilon_R = -2^\circ$ (en carré rose) en fonction de la valeur de α_R .

Comme pour α_D , l'erreur statistique sur α_R varie selon la valeur du paramètre lui-même. Ces variations, représentées sur $[0^\circ ; 90^\circ]$ en figure V.14, sont fortes pour des valeurs de α_R supérieures à 80° . Avant cela, nous retrouvons une erreur constante et typique d'environ $2,5^\circ$ (figure V.6). En $\alpha_R = 90^\circ$, nous retrouvons le même cas de figure que pour l'azimut de diatténuation où l'erreur est maximale (proche de 90°).

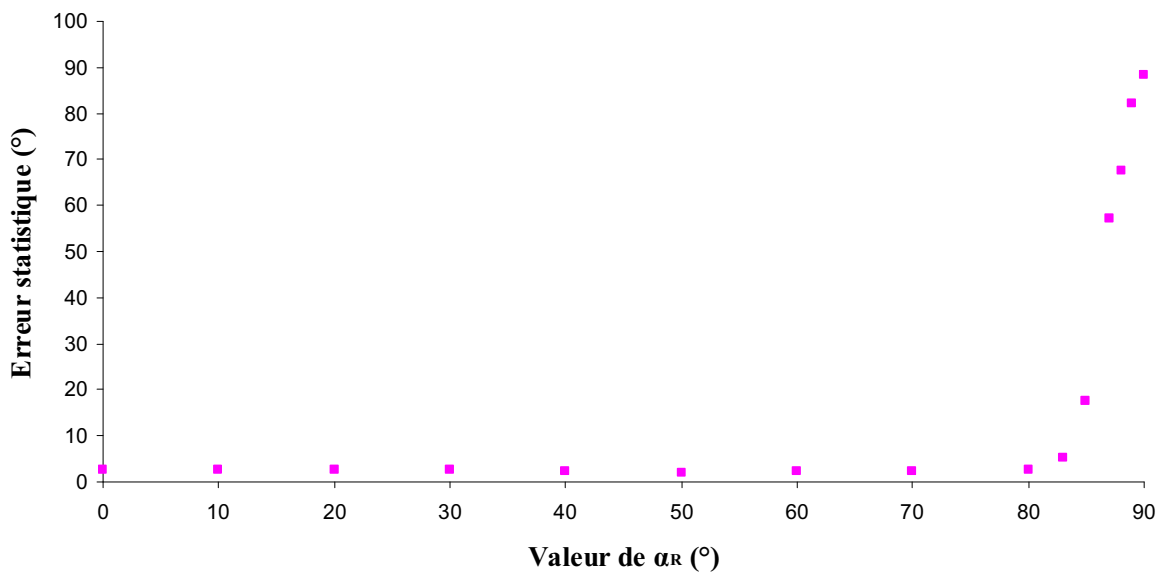


Figure V.14 : Erreur statistique sur l'azimut α_R en fonction de la valeur de α_R .

V.2.3 – Ellipticité de retard ε_R

Nous faisons maintenant varier les valeurs de l'ellipticité de retard entre 0° et 45° (les variations étant symétriques sur $[-45, \dots, 0]$). Les valeurs de R et α_R restent ici constantes et sont toutes les deux égales à 2° .

La figure V.15 représente l'évolution de l'erreur sur la retardance R et l'ellipticité ε_R en fonction des valeurs de cette dernière.

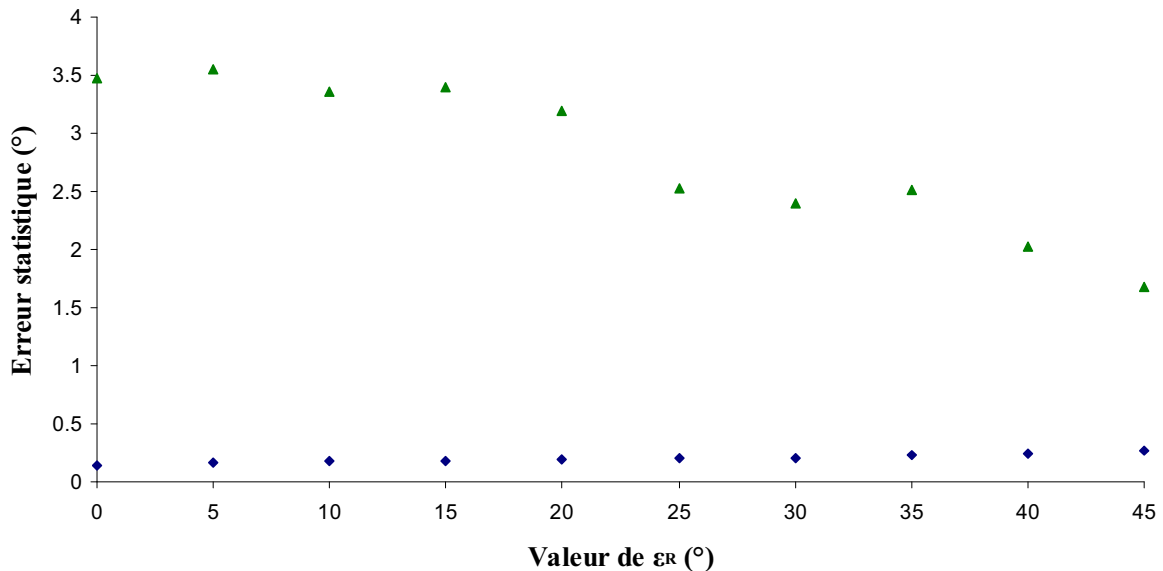


Figure V.15 : Erreur statistique sur la retardance $R = 2^\circ$ (en losange bleu) et l'ellipticité ε_R (en triangle vert) en fonction de la valeur de ε_R .

Nous voyons sur cette figure que la valeur de ε_R fait varier le bruit statistique lié au paramètre R : il est minimal ($0,15^\circ$) pour $\varepsilon_R = 0^\circ$ et maximal ($0,3^\circ$) pour ε_R autour de 45° . L'erreur statistique reste toutefois faible.

A l'inverse, l'erreur sur ε_R est maximale en $\varepsilon_R = 0^\circ$ et décroît par la suite jusqu'à moins de 2° . On peut remarquer que, pour $\varepsilon_R = 2^\circ$, nous retrouvons bien l'erreur typique de $3,5^\circ$.

Pour l'azimut de retard, la figure V.16 nous montre que l'influence de l'ellipticité sur le bruit associé est importante : jusqu'à $\varepsilon_R = 25^\circ$, l'erreur sur α_R reste typique ($2,5^\circ$) puis au-delà, le bruit statistique augmente jusqu'à près de 50° en $\varepsilon_R = 45^\circ$.

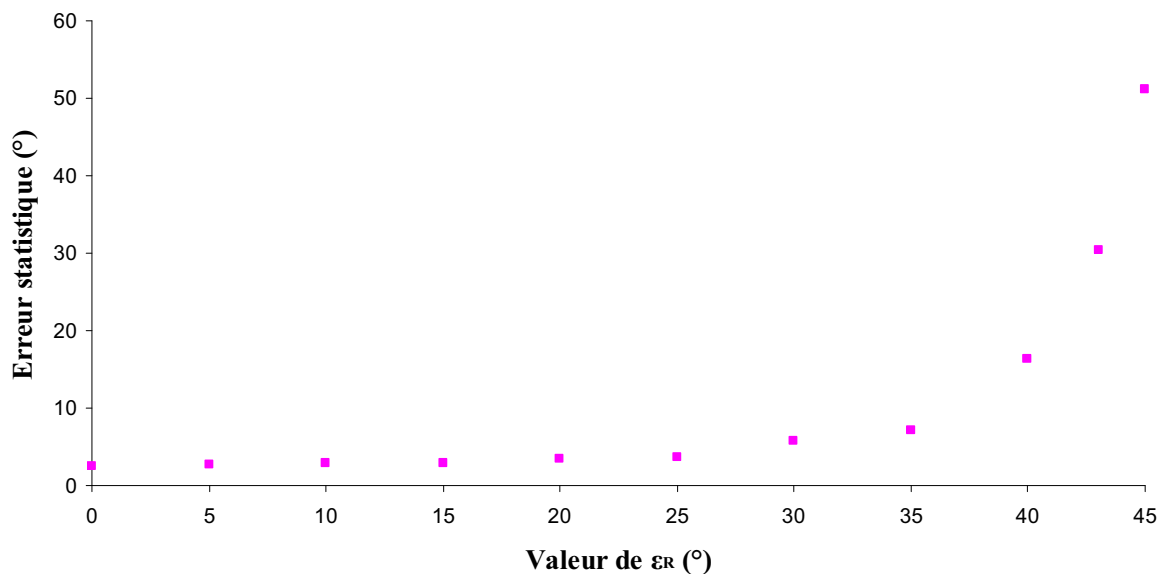


Figure V.16 : Erreur statistique sur l'azimut $\alpha_R = 2^\circ$ en fonction de la valeur de ε_R .

Sans surprise, le bruit statistique associé aux paramètres de diatténuation et à l'indice de dépolarisation ne subit aucune influence de l'ellipticité de retard.

V.3 – Conclusion

En partant de valeurs constantes ($D = 0,01$, $\alpha_D = 1^\circ$, $\varepsilon_D = -1^\circ$, $R = 2^\circ$, $\alpha_R = 2^\circ$, $\varepsilon_R = -2^\circ$ et $P_D = 0,5417$), nous avons pu identifier une erreur typique sur chaque paramètre (tableau V.15). Nous avons ensuite étudié les variations de l'erreur statistique de chaque paramètre en faisant varier indépendamment chacun d'entre eux.

Nous avons alors constaté que les erreurs sur les paramètres polarimétriques peuvent dépendre, en plus de la décomposition choisie, de la valeur même de ces paramètres. Les multiples dépendances entre la valeur d'un paramètre et l'erreur statistique sur les autres paramètres sont toutefois soumises à différentes constatations :

- Il convient de relever, dans un premier temps, que l'erreur sur l'indice de dépolarisation est indépendante des variations des paramètres de diatténuation et de retard. Cette observation sera très utile pour l'étude de milieux biologiques : en effet, ceux-ci sont fortement dépolarisants et ce paramètre sera donc très important pour nos différentes études. Savoir que l'extraction de l'indice de dépolarisation est faiblement dépendante du bruit expérimental confirme la fiabilité de son utilisation comme agent de contraste.
- Il convient ensuite de noter que les paramètres de diatténuation n'ont que très peu d'influence, voire aucune, sur l'erreur des paramètres de retard, la réciproque étant également vraie.

- La valeur de la diatténuation D conditionne l'erreur sur les paramètres α_D et ε_D ainsi que sur elle même. On retiendra que l'erreur sur ces paramètres est maximale lorsque D tend vers zéro, puis décroît rapidement. Au-delà de $D = 0,1$, la contribution de la diatténuation sur l'erreur des paramètres D , α_D et ε_D est négligeable.
- L'azimut de diatténuation α_D n'influence quasiment pas l'erreur sur D et ε_D . Concernant le bruit sur α_D associé à sa propre valeur, il est typique entre -70° et 70° . Plus la valeur α_D se rapproche de $\pm 90^\circ$, plus l'erreur est importante et devient maximale (90° d'erreur) aux limites. En réalité, l'erreur ne varie quasiment pas : le raisonnement statistique en moyenne et écart type est erroné en raison des conditions aux limites imposées lors du calcul de l'azimut. En effet, ce paramètre est calculé à partir de la matrice de Mueller de diatténuation M_D (équation II.32). Pour rappel, nous avons :

$$\vec{D} = \begin{bmatrix} m_{D_{01}} \\ m_{D_{02}} \\ m_{D_{03}} \end{bmatrix} = D\hat{D} = D \begin{bmatrix} \cos(2\varepsilon) \cos(2\alpha) \\ \cos(2\varepsilon) \sin(2\alpha) \\ \sin(2\varepsilon) \end{bmatrix}$$

Dans un premier temps, nous calculons :

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{m_{D_{02}}}{m_{D_{01}}}\right) \text{ avec } -\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$$

La définition de l'azimut de retard α_D , soumise à plusieurs conditions, devient alors :

- Si $m_{D_{01}} < 0$ et $m_{D_{02}} < 0$ alors $\alpha_D = \alpha - \frac{\pi}{2}$
- Si $m_{D_{01}} < 0$ et $m_{D_{02}} > 0$ alors $\alpha_D = \alpha + \frac{\pi}{2}$
- Si $m_{D_{01}} > 0$ alors $\alpha_D = \alpha$

Les valeurs d'azimut proches de $\pm 90^\circ$ induisant une valeur $m_{D_{02}}$ proche de 0, la génération aléatoire du bruit sur cet élément peut alors inverser son signe. Sur $N = 100$ réalisations, le calcul de l'azimut α_D se répartira entre des valeurs très proches de -90° et d'autres très proches de 90° . En termes d'erreur, le calcul donnera l'écart type proche de 90° que nous avons constaté. En valeur absolue, l'erreur sur α_D est typique.

- L'erreur sur les paramètres de diatténuation dépend aussi de la valeur de l'ellipticité ε_D . L'erreur sur D est maximale en $\varepsilon_D = 0^\circ$ et minimale en $\varepsilon_D = 45^\circ$. L'erreur sur ε_D évolue légèrement avec ses propres variations mais reste, au même titre que l'erreur sur D , négligeable. En revanche, l'erreur sur l'azimut α_D est importante pour les valeurs de ε_D proche de $\pm 45^\circ$. Ce phénomène s'explique par l'expression $m_{D_{01}}$ et $m_{D_{02}}$ où le facteur

$\cos(2\varepsilon)$ fait tendre, au voisinage de $\varepsilon_D \approx \pm 45^\circ$, ces deux éléments vers 0. Lors de la génération du bruit, le calcul du rapport de ces deux valeurs est fortement bruité et la valeur α_D correspondante devient totalement aléatoire. L'erreur relative est alors bien réelle.

- La valeur de la retardance R ne conditionne que faiblement l'erreur sur elle-même : le bruit est maximal pour $R = 90^\circ$ puis décroît en 0 et 180° . Pour α_R et ε_R , on retiendra que l'erreur sur ces paramètres est très importante autour de $R = 0$ et 180° .
- L'azimut de retard α_R n'influence quasiment pas l'erreur sur R et ε_R . En revanche, comme pour l'azimut de diatténuation, lorsque sa valeur est proche de $\pm 90^\circ$, l'erreur sur lui-même est maximale (90° d'erreur). Il faut noter qu'entre ces valeurs, l'erreur est typique, notamment autour de 0° . Nous retrouvons ici le même phénomène que pour l'azimut de diatténuation. En effet, le paramètre α_R est calculé à partir de la matrice de Mueller d'un biréfringent elliptique homogène (équation IV.25) et de l'expression de la matrice réduite m_R (équation II.49). Dans un premier temps, nous calculons :

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \text{ avec } -\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$$

Avec :

$$\begin{cases} \rho_1 = \frac{1}{2 \sin R} (m_{R_{12}} - m_{R_{21}}) \\ \rho_2 = \frac{1}{2 \sin R} (m_{R_{20}} - m_{R_{02}}) \end{cases}$$

La définition de l'azimut de retard α_R , soumise à plusieurs conditions, devient alors :

- Si $\rho_1 < 0$ et $\rho_2 < 0$ alors $\alpha_R = \alpha - \frac{\pi}{2}$
- Si $\rho_1 < 0$ et $\rho_2 > 0$ alors $\alpha_R = \alpha + \frac{\pi}{2}$
- Si $\rho_1 > 0$ alors $\alpha_R = \alpha$

Les valeurs d'azimut proches de $\pm 90^\circ$ affectent les valeurs $m_{R_{12}}$, $m_{R_{21}}$, $m_{R_{20}}$ et $m_{R_{02}}$ en les rapprochant de 0. La génération aléatoire du bruit sur ces éléments peut alors inverser le signe des valeurs ρ_1 et ρ_2 . Sur $N = 100$ réalisations, le calcul de l'azimut α_R se répartira à nouveau entre des valeurs très proches de -90° et d'autres très proches de 90° . En termes statistiques, le calcul donnera une valeur moyenne nulle et un écart type proche de 90° alors qu'en valeur absolue, le bruit sur l'azimut de retard n'est en réalité que très peu affecté.

- Pour finir, l'erreur sur les paramètres de retard dépend aussi de la valeur de l'ellipticité ε_R . Si l'erreur sur R et ε_R elle-même n'évolue que très légèrement avec ce paramètre, elle

devient en revanche très significative sur l'azimut α_R pour les valeurs de ε_R proches de $\pm 45^\circ$. Nous nous retrouvons à nouveau avec une erreur relative réelle.

De ces constatations, nous pouvons conclure que, pour certaines valeurs de paramètres, l'étude de l'erreur de mesure doit être menée avec une attention particulière. C'est ainsi le cas pour :

- $D < 0,1$
- $R \approx 0$ et 180°
- α_D et $\alpha_R \approx \pm 90^\circ$
- ε_D et $\varepsilon_R \approx \pm 45^\circ$

VI – Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord soumis les différentes décompositions à plusieurs exemples de configuration expérimentale. Grâce à la procédure de génération de bruit pseudo expérimental, nous avons pu voir que, selon les cas, les algorithmes non symétriques (classique et inverse) et symétriques (normal et symétrique) propageaient l'erreur de manière différente. En effet, en règle générale, les algorithmes symétriques introduisent une erreur supérieure aux algorithmes non symétriques, la décomposition de Simon et Shridar étant celle qui introduit l'erreur maximale. Néanmoins, les décompositions symétriques permettent, au bruit près, de remonter aux paramètres polarimétriques de toutes les configurations. En revanche, les décompositions classique et inverse sont inopérantes sur des systèmes à géométrie symétrique. Cette première partie a ainsi pu montrer que sans connaissance a priori de la géométrie du milieu d'étude, il est impossible de déterminer quelle décomposition permet de calculer ses paramètres réels.

C'est dans ce but que nous avons tenté de mettre au point une procédure de détermination de la décomposition adéquate. Basée sur le critère de quasi égalité de deux matrices, notre procédure compare les différentes normes de Frobenius associées à l'ordre et au nombre des matrices élémentaires. En utilisant notre méthode de génération de bruit, nous avons montré, grâce à plusieurs exemples, que notre procédure permettait de choisir la décomposition associée au milieu.

Pour finir, nous avons montré que l'erreur sur les paramètres de polarisation pouvait dépendre aussi de leur propre valeur. Ainsi, certaines valeurs particulières des paramètres de diatténuation et de retard introduisent un bruit qui peut être bien supérieur à l'erreur statistique.

Ceci fait, nous pouvons dorénavant passer à la partie expérimentale de nos travaux avec, en premier lieu, l'étude du syndrome cutané d'irradiation aiguë.

Chapitre 6

Études polarimétriques du syndrome cutané d'irradiation aiguë

I – Introduction	165
II – Généralités sur le syndrome cutané d'irradiation aiguë	165
II.1 – La peau	166
II.1.1 – L'épiderme	167
II.1.2 – Le derme	168
II.1.3 – Les propriétés optiques de la peau	168
II.2 – Le syndrome cutané d'irradiation aiguë (SCIA)	169
II.2.1 – Unité de mesure de radiation	170
II.2.2 – Les différentes lésions de la brûlure radiologique	170
II.2.3 – Évolution de la brûlure radiologique	170
II.3 – Techniques appliquées au diagnostic du SCIA	172
II.4 – La polarimétrie appliquée au diagnostic du SCIA	173
III – Résultats expérimentaux	176
III.1 – Nouvelle approche expérimentale d'anciens résultats	177
III.2 – Etude d'échantillons sain et irradié à 60 Gy	183
III.3 – Etude d'échantillons faiblement irradiés	186
III.3.1 – Étude n°1 : porc n°111	186
III.3.2 – Étude n°2 : porc n°144	189
III.3.3 – Étude n°3 : porc n°147	190
IV – Conclusion	191

I – Introduction

Après avoir présenté le dispositif expérimental et son étalonnage, nous avons montré que l'étude de l'erreur statistique pouvait être un outil intéressant afin de déterminer lequel des algorithmes de décomposition est le plus adapté au milieu étudié. Nous avons vu que, dans le cas des milieux biologiques, il était très difficile de fixer quantitativement la décomposition idoine. C'est donc plus dans une approche qualitative qu'il faut appréhender notre modèle théorique dans son application aux tissus biologiques. Ceci fait, nous pouvons maintenant passer à la partie expérimentale de notre étude et à la présentation des principaux résultats.

L'intérêt de la polarimétrie de Mueller est de remonter aux caractéristiques optiques de structures micro ordonnées à partir du formalisme de Stokes-Mueller, l'objectif étant ici de mettre en évidence et de tenter de quantifier les effets d'une altération anatomo-physiologique de tissus biologiques.

Notre première étude s'est portée sur le syndrome cutané d'irradiation aiguë (ou SCIA). La brûlure radiologique due à une exposition prolongée à un rayonnement ionisant est, contrairement à la brûlure thermique, mal maîtrisée par le corps médical. Le manque d'indicateurs fiables de diagnostic, fonction de la dose et de la durée d'irradiation, mais aussi de la radiosensibilité propre à chaque individu, empêche les médecins d'anticiper ou d'expliquer l'extension de la brûlure radio-induite. Plusieurs études sur le sujet ont été menées au Laboratoire de Spectrométrie et Optique Laser [3.4] [6.1] : ces études ont, entre autres, permis de déceler des modifications structurelles de la peau après irradiation grâce à des paramètres polarimétriques mesurés par F. Boulvert et al. Les études menées ont mis en évidence la pertinence de certains des paramètres introduits au Chapitre 1 dans le rôle d'agents de contraste.

Dans ce chapitre, après avoir introduit les caractéristiques de la peau ainsi que celles de la pathologie, nous présenterons rapidement les méthodes de diagnostic existantes. Ensuite, après avoir mentionné les résultats obtenus par les quelques études polarimétriques récemment appliquées au SCIA, nous présenterons nos propres résultats expérimentaux.

II – Généralités sur le syndrome cutané d'irradiation aiguë

La fréquence des accidents d'irradiation aiguë à de fortes doses a augmenté ces dernières années, soit à cause de l'utilisation malveillante de sources radioactives, soit en raison de la mauvaise utilisation de ces sources dans les milieux industriel et médical. Depuis une cinquantaine d'années, 560 accidents radiologiques connus dans le monde ont entraîné le décès d'environ 180 personnes [6.2].

Les recherches menées au laboratoire sur ce sujet faisaient partie d'un projet mis en place à l'initiative du Professeur Carsin du Centre de Traitement des Brûlés (CTB) de l'HIA Percy et du Docteur Gourmelon de l'Institut de Radioprotection et de Sécurité Nucléaire

(IRSN). L'objectif de ce projet était de mieux comprendre la phénoménologie des dommages radio-induits à la peau suite à une irradiation localisée à forte dose afin de proposer de nouveaux indicateurs de diagnostic et des stratégies thérapeutiques adaptées. L'axe de recherche emprunté par F. Boulvert concernait la mise au point de nouvelles techniques de diagnostic médical. Son choix s'était porté, entre autres, sur la polarimétrie de Mueller. Il avait alors prouvé qu'il était possible d'utiliser la polarisation comme agent de contraste du syndrome cutané d'irradiation aiguë, notamment grâce à l'utilisation de deux paramètres : l'indice de dépolarisation P_D et le taux de mémoire Γ .

Nous avons poursuivi ces recherches, à la fois en réutilisant les résultats obtenus précédemment, mais également en examinant de nouveaux échantillons. Mais, dans un premier temps, nous allons présenter les caractéristiques du SCIA et la structure et les propriétés optiques de l'organe considéré : la peau.

II.1 – La peau

La peau est un organe composé de plusieurs couches de tissus. Elle joue, entre autres, le rôle d'enveloppe protectrice du corps. Chez l'homme, elle est l'un des organes les plus importants du corps au regard de sa surface et de sa masse : chez l'adulte, la peau a une taille d'environ 2 m^2 pour un poids de 5 kg.

D'un point de vue anatomique, comme nous le montre la figure VI.1, la peau est composée de trois parties principales [6.3] :

- L'épiderme, partie superficielle de la peau, qui est aussi la plus mince,
- Le derme, partie interne de la peau, qui est, elle, la plus épaisse,
- L'hypoderme, la couche la plus profonde, qui n'est classiquement pas assimilée à une couche de la peau.

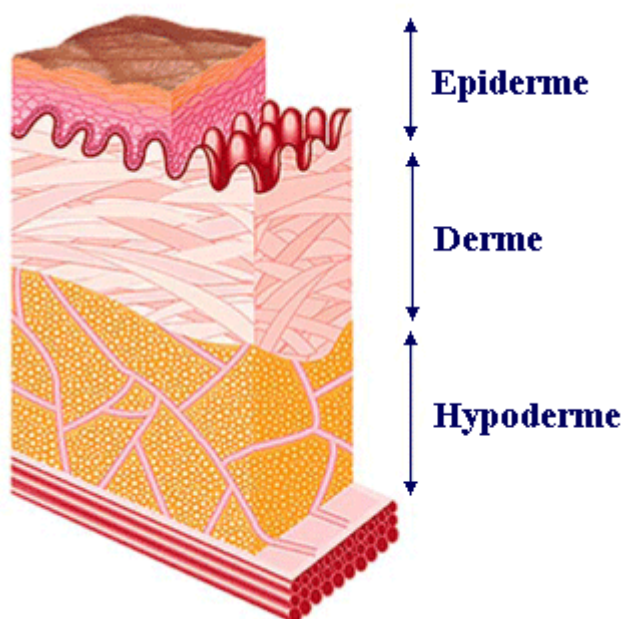


Figure VI.1 : Schéma de la peau en coupe.

II.1.1 – L'épiderme

L'épiderme est la couche supérieure de la peau, dont la surface est formée de cellules mortes kératinisées qui se desquament. Il désigne le tissu épithélial qui recouvre le derme.

Chez les vertébrés, l'épiderme est une couche assez complexe qui n'est irriguée par aucun vaisseau sanguin. Les cellules qui le composent sont alimentées par diffusion depuis le derme. Il contient par contre de très nombreuses terminaisons nerveuses. Cet épithélium est séparé du derme par une membrane basale.

L'épaisseur de l'épiderme est faible, de l'ordre de quelques centaines de micromètres, et variable selon les espèces et les zones du corps considérées. Par exemple, chez l'humain, elle est plus épaisse sur la paume des mains et sur la plante des pieds, et, plus fine au niveau des paupières.

Chez l'humain, l'épiderme [6.3] est lui-même composé de cinq couches cellulaires, ou strates, superposées. La figure VI.2 nous montre ces différentes strates qui sont, en partant de l'extérieur :

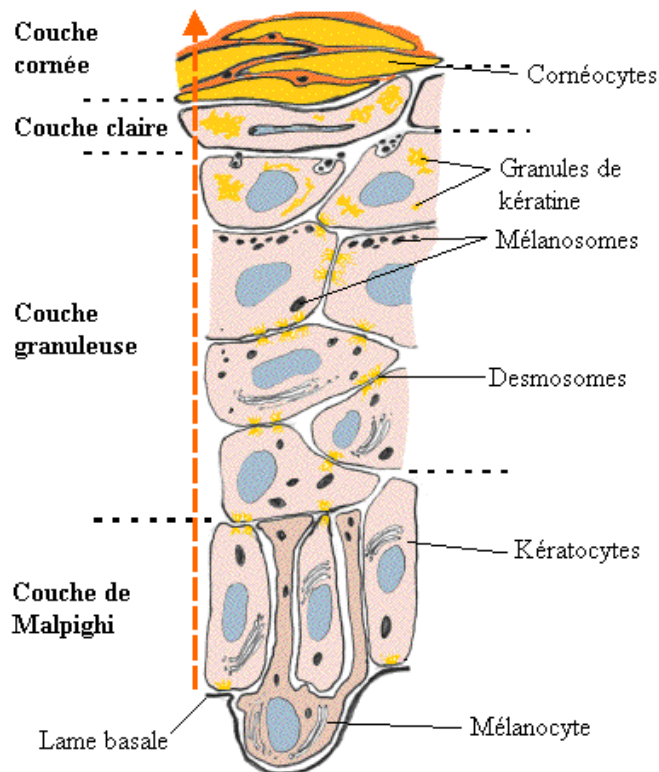


Figure VI.2 : Schéma des différentes couches de l'épiderme et ses principales cellules.

- la couche cornée, ou stratum corneum, qui est composée de cellules mortes appelées cornéocytes. Ces cellules sont continuellement éliminées et remplacées par les cellules d'une couche inférieure. C'est cette couche épidermique qui varie d'épaisseur selon les besoins de la zone du corps.
- la couche claire, ou stratum lucidum, qui est une couche morte homogène ne s'observant que dans la peau très épaisse.

- la couche granuleuse, ou stratum granulosum, qui est la dernière couche de cellules nucléées de l'épiderme. Elle est formée, selon l'importance de la kératinisation, d'une à quatre assises cellulaires aplaties dont le noyau commence à dégénérer.
- la couche de Malpighi ou couche épineuse, ou encore stratum spinosum, qui contient des keratinocytes (cellules produisant de la kératine qui donne à la peau sa dureté), des mélanocytes (cellules produisant de la mélanine responsable de la pigmentation cutanée), et des terminaisons nerveuses (sensation du toucher). On note également la présence de très nombreux desmosomes qui lient les cellules entre elles.
- la couche basale ou stratum germinativum, où les kératinocytes forment une seule assise de cellules. C'est dans cette couche dite aussi couche germinative, que les cellules se divisent, l'une des deux (cellule souche) reste dans la couche basale tandis que l'autre migrera dans les couches supérieures. Comme pour tout épithélium, la couche basale repose sur une lame basale ou s'ancre des fibres de réticuline sur le versant chorionique.

II.1.2 – Le derme

Le derme est un tissu conjonctif dont l'épaisseur, de l'ordre du millimètre, est variable selon les régions corporelles. Il reste tout de même 10 à 40 fois plus épais que l'épiderme. En anatomie, on distingue en général le derme papillaire et le derme réticulaire ou derme profond.

Le derme papillaire, tissu conjonctif élastique lâche, est formé principalement de fibres de collagène de type I qui sont séparées par des fibroblastes, de la substance fondamentale et des fibres d'élastine. Ces fibres d'élastine sont très fines, disposées perpendiculairement à la jonction dermo-épidermique et disparaissent au cours du vieillissement cutané (raréfaction après 30 ans, disparition après 40 ans).

Le derme profond, tissu conjonctif élastique dense, est nommé derme réticulaire. A la différence du derme papillaire, les fibres de collagène de type I s'y organisent en faisceaux étroitement enchevêtrés, les fibres d'élastine adoptent une disposition parallèle à la jonction dermo-épidermique et ont un diamètre plus important. Le derme profond est relié à l'hypoderme par de gros trousseaux de collagène qui pénètrent dans les tissus graisseux.

Le derme, qui est fortement vascularisé, prend en charge la nutrition de l'épiderme par diffusion. Outre ce rôle nutritif, le derme joue un rôle dans la thermorégulation et dans la cicatrisation ainsi que dans l'élimination, par la sueur, de produits toxiques. Il accueille également un grand nombre de cellules immunes de passage (macrophages, mastocytes et lymphocytes) et est aussi richement innervé.

II.1.3 – Les propriétés optiques de la peau

La transmission de la lumière à travers l'épiderme ne dépend pratiquement que de l'absorption des molécules et notamment de la mélanine. Ces chromophores absorbent essentiellement dans l'ultra-violet.

Dans la partie visible du spectre, la mélanine est essentiellement le seul pigment qui affecte la transmission de la lumière dans l'épiderme humain normal. L'absorption de la mélanine augmente constamment vers les plus courtes longueurs d'onde dans la bande spectrale 250-1200 nm. On considère [6.4], que pour un adulte à peau moyennement pigmentée (type caucasien), le coefficient d'absorption de l'épiderme à 808 nm (longueur d'onde de notre polarimètre) vaut environ 7 cm^{-1} . Au vu de son épaisseur, la diffusion de

l'épiderme est classiquement considérée comme étant négligeable devant la diffusion du derme (même si elles sont du même ordre).

L'absorption du derme est considérée comme équivalente à celle de l'épiderme à la nuance près qu'il faut tenir compte de l'absorption des hémoglobines (oxy et désoxy) selon la vascularisation du tissu [6.4]. Cependant, il est bien évident que la diffusion du derme prévaut dans l'interaction de la lumière avec la peau.

Comme nous l'avons vu au Chapitre 1, le collagène est l'élément diffusant principal dans le derme. Le coefficient de diffusion réduit du derme peut alors se calculer en additionnant la contribution « Rayleigh » des petites structures des fibrilles de collagène et la contribution « Mie » des grands faisceaux de fibres de collagène [6.5]. A 808 nm, la contribution des gros diffuseurs prévaut et le coefficient μ_s' vaut environ $13,5 \text{ cm}^{-1}$ alors qu'il est de l'ordre de 25 cm^{-1} à 633 nm, longueur d'onde où les deux contributions sont équivalentes.

A partir de ces données, on peut estimer la profondeur de pénétration d de la lumière en fonction de la longueur d'onde, définie comme la profondeur à laquelle l'intensité est diminuée d'un facteur e par rapport à l'intensité incidente. Selon une étude [6.6], à 808 nm, cette profondeur de pénétration dans la peau est environ de 1,2 mm. Le tableau VI.1 montre les propriétés optiques du derme et de l'épiderme à différentes longueurs d'onde.

	λ (nm)	μ_a (cm^{-1})	μ_s (cm^{-1})	g
Epiderme	550	25,61	177,91	0,79
	633	16,04	119,12	
	808	7,12	63,81	
Derme	550	1,12	207,57	0,82
	633	0,78	138,97	
	808	0,46	74,44	

Tableau VI.1 : Propriétés optiques de quelques tissus biologiques.

II.2 – Le syndrome cutané d'irradiation aiguë (SCIA)

Si la brûlure thermique est aujourd'hui bien traitée par le corps médical, il n'en est pas de même pour les brûlures radiologiques, pour lesquelles les effets à long terme sont encore méconnus puisque très complexes.

La brûlure radiologique se traduit chez le patient par une douleur intense et permanente, résistante aux analgésiques et qui arrive bien souvent avant l'apparition des lésions cutanées [6.7]. En effet, dans les premières heures suivant une exposition aiguë, les effets sont souvent invisibles à l'œil et pourtant elles peuvent conduire, à plus ou moins long terme, à la nécrose du tissu et, par conséquent, à son ablation.

Nous allons illustrer ces propos en décrivant l'évolution des lésions cutanées dans le cas d'une irradiation aiguë et accidentelle.

II.2.1 – Unité de mesure de la radiation

Le Gray (Gy) est l'unité la plus souvent citée pour quantifier le taux de radiation. Il mesure la quantité d'énergie absorbée par la matière, ou dose absorbée. 1 Gy est égal à 1 joule par kilogramme de matière irradiée. Les doses citées dans ce document sont données au niveau de la couche basale de l'épiderme. Avec la profondeur, la dose décroît exponentiellement : par exemple, à 2 cm de profondeur la dose constatée serait quatre fois plus faible [6.8].

II.2.2 – Les différentes lésions de la brûlure radiologique

Lors d'une exposition accidentelle d'une partie du corps, le pronostic vital n'est que très rarement engagé [6.9]. Les irradiations essentiellement localisées par des rayonnements gamma très pénétrants, comme ceux émis par le cobalt⁶⁰, le césium¹³⁷ ou l'iridium¹⁹², ont néanmoins pour effet une morbidité importante en raison du développement progressif d'un syndrome cutané radiologique. Les mains, les pieds et les jambes sont les plus souvent touchés après contact avec une source radioactive ou une manipulation dans un accélérateur de particules. La peau est alors le premier tissu cible et les symptômes initiaux qui peuvent alerter sont la sensation de chaleur, les douleurs et l'érythème. En fonction de la dose d'irradiation reçue par la peau, après une période de latence d'autant plus courte que la dose est élevée, peuvent s'installer [6.2] [6.8] [6.10]:

- Une dépilation simple et transitoire pour des doses de 5 à 8 Gy,
- Un érythème, qui peut être soit précoce (apparition en 24 heures, évolution rapide et sévère) pour une dose d'au moins 15 Gy, soit secondaire (apparition en 3 ou 4 semaines) pour une dose de 5-6 Gy,
- Une desquamation sèche à partir de 10 et jusqu'à 15 Gy dont la sévérité et la chronologie dépendent de la localisation, de la vitesse de renouvellement de la couche basale de l'épiderme et de l'étendue de la desquamation,
- Un œdème sous-cutané localisé sur la zone irradiée tuméfiée dont il est difficile de définir les contours avec précision,
- Une desquamation humide pour des doses supérieures à 20 Gy. Elle correspond à une perte d'épiderme suffisante pour permettre une exsudation de sérum et la formation d'une croûte. Ses caractéristiques sont comparables à une brûlure du second degré,
- Une radionécrose du tissu cutané, mais aussi musculaire voire osseux pour des doses supérieures à 20-30 Gy dans les tissus mous (soit 80-120 Gy au niveau de l'épiderme).

Une desquamation débutante peut être confondue avec un coup de soleil. Un syndrome cutané grave nécessite des soins dans un service des grands brûlés. Une greffe de peau peut être nécessaire et, dans les cas extrêmes, une amputation doit être envisagée.

II.2.3 – Évolution de la brûlure radiologique

La figure VI.3 montre l'évolution clinique dans le temps des lésions cutanées après une exposition radiologique aiguë et localisée. Ces résultats [6.10] proviennent d'expériences menées sur des porcs (modèle de peau le plus proche de l'homme) qui ont été soumis à des fortes irradiations localisées.

Lorsque la dose, à la couche basale de l'épiderme, est de 256 Gy (environ 70 Gy en profondeur), Lefaix [6.10] a observé, dans l'ordre chronologique, les lésions suivantes :

- Un érythème, qui apparaît au bout de 24 heures,
- Une desquamation humide entre le 7ème et le 9ème jour,
- Au bout de 24 jours, une nécrose totale de la peau qui atteint 6 à 7 mm dans le muscle,
- L'évolution se terminera par un ulcère profond (3 à 4 cm), sans tendance à la guérison.

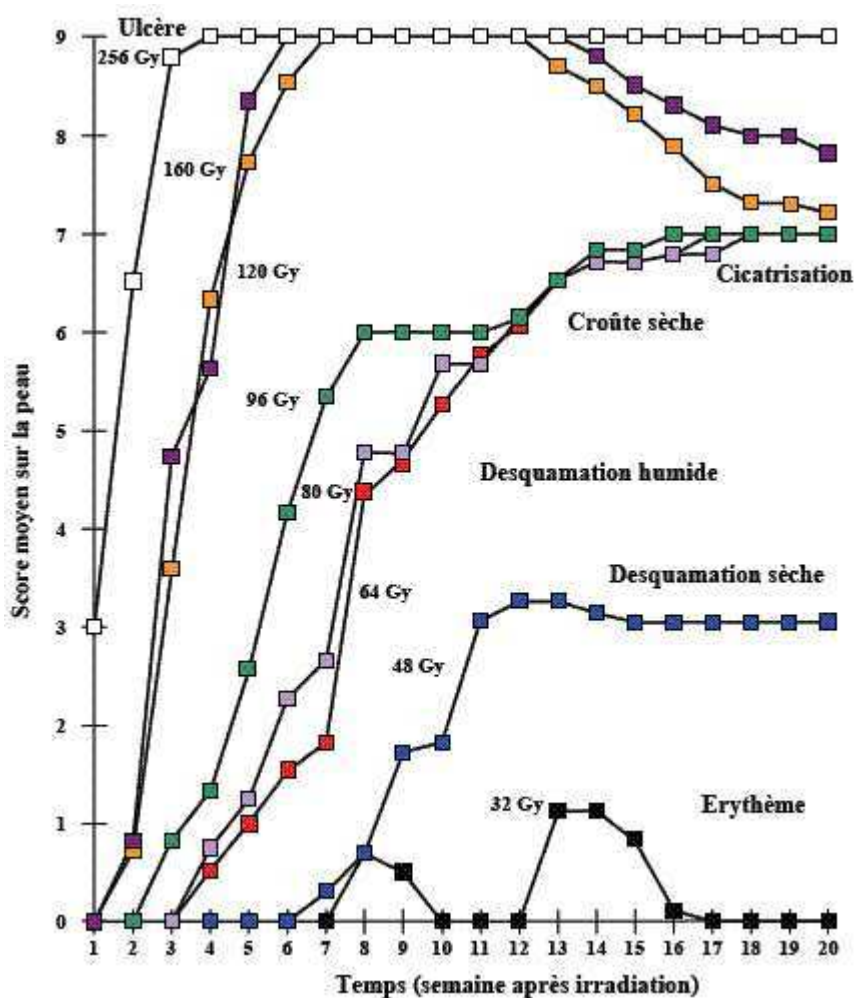


Figure VI.3 : Evolution clinique des lésions après irradiation aiguë localisée chez le porc (peau). Doses en Gy à la surface. Score : (0) pas de réaction, (1) érythème léger, (2) érythème intense, (3) érythème intense avec œdème, (4) congestion passive, (5) desquamation humide, (6) exsudation et croûte, (7) nécrose dermique, (8) ulcère cutanéomuculaire, (9) ulcère sévère.

La difficulté de la maîtrise des brûlures radiologiques repose sur le fait qu'il s'agit, avant tout, de brûlures de volume puisque l'évolution des lésions cutanées se fait de la profondeur vers la surface. Il est donc très important d'arriver à détecter le plus précocement possible les altérations cutanées et sous cutanées dues à de fortes irradiations localisées qui présentent une douleur intense et permanente bien avant l'apparition des modifications visibles à la surface du tissu cutané. De plus, pour pouvoir prédire l'évolution des lésions cutanées (érythème, desquamation, nécrose) à plus ou moins long terme, il faudrait pouvoir quantifier précisément l'atteinte radiologique.

II.3 – Techniques appliquées au diagnostic du SCIA

La gestion médicale d'une irradiation accidentelle nécessite de disposer d'informations spécifiques pour évaluer aussi précisément que possible les dommages radio-induits, et ainsi cibler la stratégie thérapeutique la plus appropriée. D'un point de vue clinique, les informations nécessaires à une bonne gestion thérapeutique peuvent se résumer en quelques questions :

- Comment distinguer un tissu sain d'un tissu irradié ?
- Quelle est l'étendue et l'intensité de l'atteinte radiologique ?
- Quelle est la répartition de la dose dans les tissus superficiels et profonds ?
- Quel est le volume des tissus qui vont nécroser, et qui devront potentiellement être retirés ?

Le tableau VI.2 [6.8] nous montre les différentes méthodes utilisées pour le diagnostic du syndrome cutané d'irradiation aiguë. Leur utilisation respective dépend surtout des modifications physiopathologiques au niveau de la peau et des tissus sous jacents.

<i>Evolution clinique</i>	<i>Modifications physiopathologiques</i>	<i>Méthodes biophysiques</i>
Erythème	Augmentation de la perméabilité capillaire et du flux sanguin	Thermographie Scintigraphie vasculaire
Œdème	Extravasation plasmatique	Scanner X IRM
Congestion passive	Diminution du flux sanguin	Thermographie
Ischémie	Anoxie tissulaire	Scintigraphie vasculaire Oxymétrie cutanée
Nécrose	Destruction cellulaire	Marqueurs biochimiques sanguins
Fibrose	Modifications des fibroblastes Dépôt excessif de matrice extracellulaire	Scintigraphie cutanée

Tableau VI.2 : Méthodes utilisées pour le diagnostic du syndrome cutané d'irradiation aiguë.

D'autres techniques plus récentes se sont également penchées sur l'aide au diagnostic du syndrome cutané d'irradiation aiguë. Nous pouvons citer :

- L'IRM [6.11] et la tomographie X, qui visualisent l'intensité et l'étendue de l'œdème précoce,
- Le laser Doppler cutané [6.12] et la capillaroscopie [6.13] qui permettent de souligner une perte de réactivité microvasculaire sous-épidermique.

Toutes ces méthodes n'offrent qu'une information globale et indirecte de dosimétrie qui ne prend pas en compte l'évolution de la pathologie radio-induite propre à chaque individu. En effet, différentes caractéristiques physiopathologiques mal connues sont incontestablement liées à l'individu : radiosensibilité, effet de voisinage, radioadaptation... Il est donc nécessaire de rechercher d'autres types d'indicateurs permettant de prendre en compte cette spécificité

individuelle. Comme pour beaucoup de pathologies, seule une approche multiparamétrique et la convergence de plusieurs techniques complémentaires permettront de répondre efficacement aux besoins des médecins en charge du diagnostic thérapeutique des victimes d'une irradiation aiguë accidentelle.

II.4 – La polarimétrie appliquée au diagnostic du SCIA

Nous avons vu au premier chapitre que la polarimétrie pouvait être utilisée avec succès en dermatologie [1.32] [1.47]. Les différentes études menées sur la brûlure thermique ont montré que les tissus pathologiques engendraient une baisse de la dépolarisation (soit un indice de dépolarisation plus élevé) sûrement due aux structures sous-épidermiques qui empêchent la lumière incidente de rentrer plus en profondeur dans la peau. D'autres études [1.22] [1.23] ont également montré une variation du retard induit due à des modifications de structure de réseaux biréfringents, notamment les fibres de collagène.

Pour le diagnostic de brûlures thermiques, la polarimétrie est le plus souvent couplée avec un dispositif d'OCT (Chapitre 1, paragraphe V.1.3) dans le but de déterminer la profondeur des brûlures par rapport à la biréfringence des tissus aux différentes profondeurs, en rapport à la quantité et l'ordonnement des fibres collagènes [6.14]. Comme le montre la figure VI.4 [6.15], qui montre une coupe en profondeur d'une peau brûlée, la dégénération thermique des tissus y apparaît bien plus contrastée sur les mesures polarimétriques que sur les mesures d'amplitude.

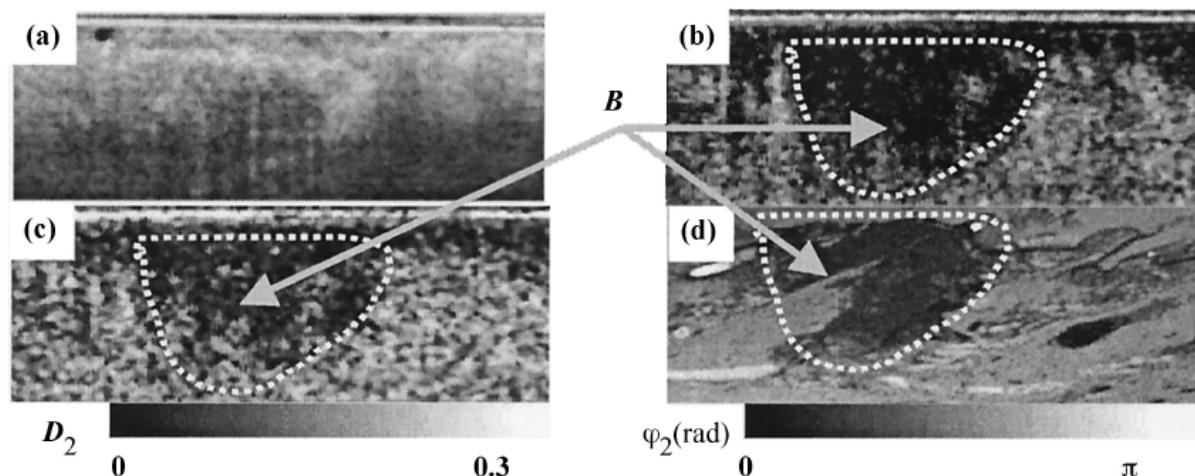


Figure VI.4 : Images (a) de l'intensité m_{00} en échelle logarithmique, (b) de retard, (c) de diatténuation et (d) polarisée histologique d'une pièce ex-vivo de peau de rat avec lésion thermique. La hauteur de chaque image est de $750 \mu\text{m}$. Les échelles en noir et blanc sont pour le retard et la diatténuation.

La différence la plus significative entre tissus sain et brûlé s'observe sur le retard : la modification du retard entre une région saine et une région brûlée thermiquement apparaît, en fonction de la profondeur de la peau, sur la figure VI.5 [6.15]. La différence est significative dès les premiers micromètres de l'épiderme. Au-delà de $0,5 \text{ mm}$, il n'y a plus de différence observable.

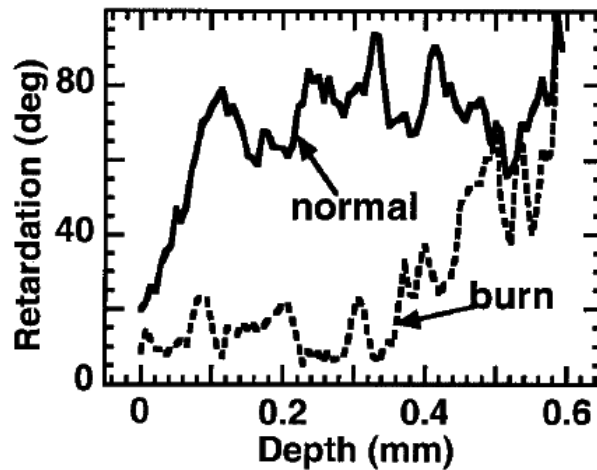


Figure VI.5 : Moyenne de dix profils de retard respectivement près du centre de la région brûlée et sur la zone saine.

La première étude polarimétrique du syndrome d'irradiation aiguë est à mettre à l'actif de F. Boulvert au sein de l'équipe du Laboratoire de Spectroscopie et Optique Laser de l'Université de Bretagne Occidentale. Cette étude, spectrale et angulaire, a été menée sur des biopsies de peau irradiée au cobalt⁶⁰ provenant de porcs de plusieurs races, à des doses d'irradiation et des dates après exposition différentes.

La peau étant un milieu qui présente une forte dépolarisation à caractère faiblement anisotrope, l'étude de F. Boulvert a mis en évidence deux agents de contraste polarimétrique qui, comme le montre la figure VI.6 [3.4], permettent de classer les échantillons selon leur taux d'irradiation.

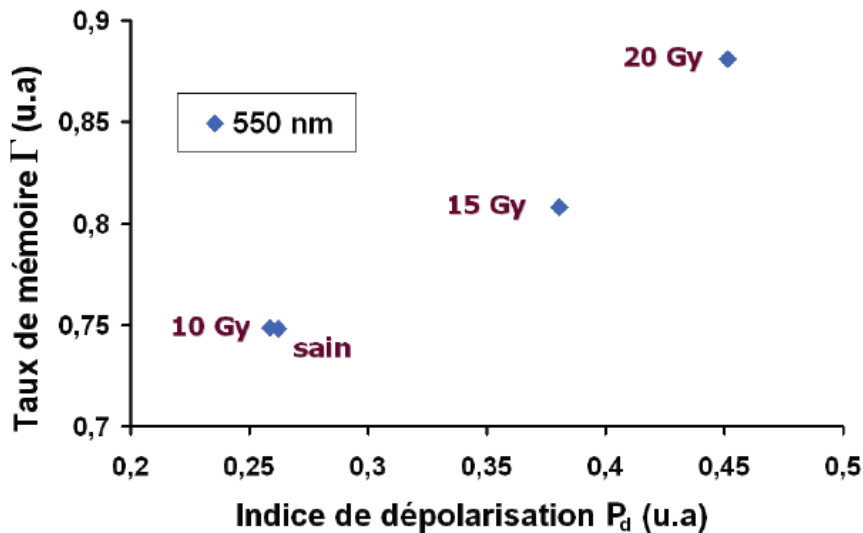


Figure VI.6 : Taux de mémoire de polarisation en fonction de l'indice de dépolarisation pour les échantillons sains et irradiés à 10, 15 et 20 Gy.

La courbe montre qu'il n'y a pas de différence notable entre l'échantillon sain et celui irradié à 10 Gy. Par contre, les échantillons irradiés à 15 et 20 Gy sont bien discernables : plus la dose d'irradiation augmente, moins la peau dépolarise la lumière et plus cette dépolarisation se fait de manière isotrope.

Une étude histologique menée par l'IRSN sur des biopsies similaires [6.16] est venue confirmer les résultats obtenus par F. Boulvert : elle a montré qu'il y a une modification des épaisseurs de l'épiderme et du derme ainsi qu'un remodelage de la matrice extracellulaire à partir d'une dose de 15Gy.

En revanche, l'étude n'a pas mis en évidence des variations de biréfringence entre les échantillons. Pourtant, il est logique de penser que les modifications signalées par l'étude histologique doivent engendrer des retards différents, du moins pour une irradiation supérieure à 15 Gy.

Une étude plus récente [4.12] a montré l'intérêt de l'imagerie polarimétrique pour le diagnostic du syndrome cutané d'irradiation aiguë. Cette étude, réalisée à plusieurs longueurs d'onde (500, 600 et 700 nm), a été menée sur des biopsies de peau irradiée au cobalt⁶⁰ provenant de porcs mini-pig (souche Göttingen), à des doses d'irradiation et des dates après exposition différentes.

L'étude révèle que les biopsies de peau ne présentent pas une dépolarisation uniforme mais une dépendance à l'état de surface de l'échantillon, due à la réflexion spéculaire. Grâce à une technique de seuillage appliquée sur certaines valeurs de la matrice de Mueller expérimentales, M. Anastasiadou calcule l'évolution de l'indice de dépolarisation ($1 - P_D$ en fait), à la fois, lors du passage du volume à la totalité de l'échantillon et de sa totalité à la surface. Avec cette méthode en unité arbitraire, un « tri » des photons en fonction du nombre de diffusions subies est rendu possible.

L'étude a montré qu'un jour après irradiation, aucune tendance significative n'est observée, ce qui confirme assurément l'existence d'une période de latence avant l'apparition des premiers signes cliniques. En revanche, après un mois, la diminution de la dépolarisation avec l'augmentation de la dose d'irradiation est bien constatée (figure VI.7). Pour l'échantillon à 15 Gy, la discrimination est possible pour tous seuils, du volume, à la surface et à la totalité de l'échantillon.

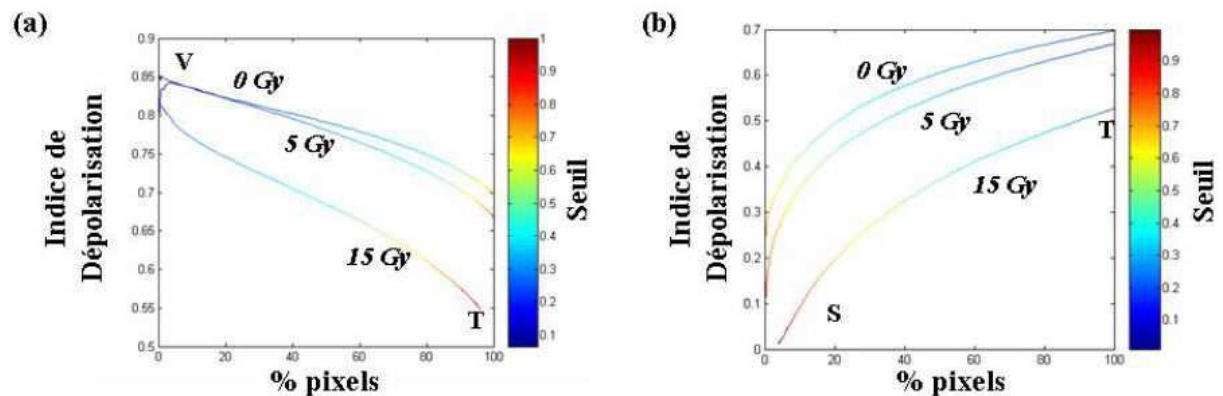


Figure VI.7 : Evolution de l'indice de dépolarisation par rapport au pourcentage de pixels utilisés pour son calcul quand on passe (a) : du volume (V) à la totalité (T) de l'échantillon et (b) : de la totalité (T) de l'échantillon à sa surface (S), respectivement pour une biopsie témoin et deux biopsies de peau irradiée à 5 et 15 Gy, prélevées un mois après irradiation et imagées à 700 nm. L'échelle en couleur correspond au seuil appliqué.

Les résultats un an après irradiation montrent qu'une réorganisation dans le volume est effective bien qu'une cicatrisation en surface soit apparue. En effet, à 500 nm, aucune

discrimination n'est possible entre échantillons irradiés (à 15 et 60 Gy) alors qu'elle est possible à 700 nm (figure VI.8).

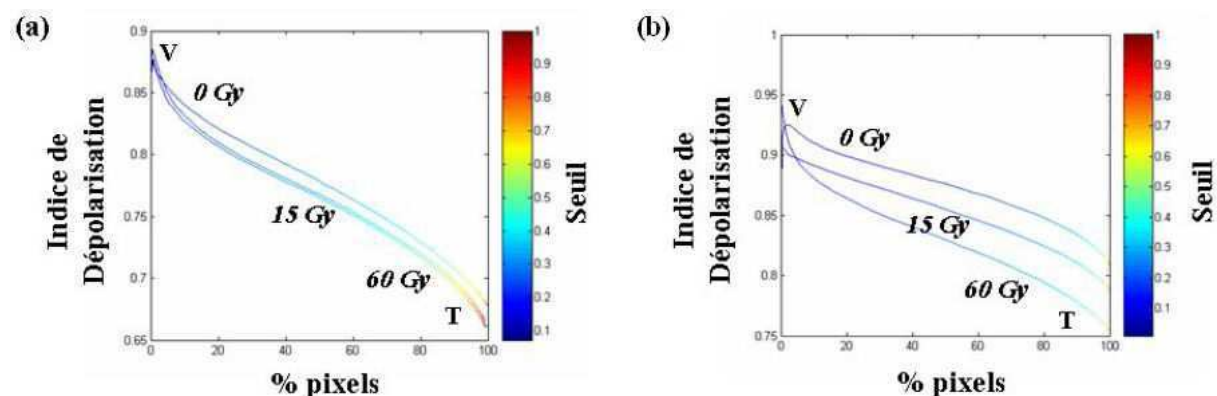


Figure VI.8 : Evolution de l'indice de dépolarisation par rapport au pourcentage de pixels utilisés pour son calcul quand on passe du volume (V) à la totalité (T) de l'échantillon, respectivement pour une biopsie témoin et deux biopsies de peau irradiée à 15 et 60 Gy, prélevées un an après irradiation et imagées à (a) : 500 nm et (b) : 700 nm. L'échelle en couleur correspond au seuil appliqué.

L'étude montre également que les résultats à 700 nm sont les plus discriminants, la profondeur de pénétration de la lumière dans les tissus étant supérieure à cette longueur d'onde.

Toutes ces études ont clairement démontré que la polarimétrie pouvait être un outil précieux pour la compréhension médicale du SCIA. Elles ont révélé que l'empreinte polarimétrique du tissu dépendait de la dose d'irradiation mais également de la durée « post-irradiation » ainsi que de la longueur d'onde d'étude. Néanmoins, de nombreuses interrogations restent en suspens.

C'est dans ce sens que nous avons décidé de reprendre certains résultats obtenus [3.4] afin de les soumettre aux nouvelles décompositions ainsi qu'à la procédure de choix de l'algorithme.

III – Résultats expérimentaux

Notre étude du syndrome cutané d'irradiation aiguë s'inscrit dans la suite des travaux menés au sein du laboratoire par F. Boulvert. Nos travaux sur les décompositions de la matrice de Mueller et sur l'étude de l'erreur nous permettent d'envisager les mesures polarimétriques des échantillons de peau sous un angle nouveau. C'est pourquoi nous allons tout d'abord revenir sur les précédents résultats obtenus afin de les confronter à notre procédure de caractérisation. Par la suite, nous présenterons nos propres résultats expérimentaux : la première étude se penchera sur des échantillons fortement irradiés (60 Gy) alors que la seconde étudiera les propriétés polarimétriques de peau faiblement irradiée. Cette dernière étude prendra également en considération le temps écoulé après l'irradiation.

III.1 – Nouvelle approche expérimentale d'anciens résultats

Nous reprenons ici les matrices de Mueller, mesurées par F. Boulvert [3.4], d'échantillons de peau saine et irradiée à 10, 15 et 20 Gy. Il faut noter que ces mesures ont été réalisées sur le polarimètre mis au point par B. Boulbry [4.1] en configuration de réflexion avec un angle de détection décalé de 10° par rapport à la réflexion spéculaire. La longueur d'onde d'étude choisie était de 550 nm.

Le tableau VI.3 présente les matrices de Mueller expérimentales et les matrices des écarts type totaux associées pour les quatre échantillons M_0 , M_{10} , M_{15} et M_{20} .

<i>Milieu</i>	<i>Matrice de Mueller M</i>	<i>Matrice des écarts type S</i>
M_0	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0447 & -0,0365 & -0,0039 \\ 0,0446 & 0,2682 & -0,0328 & 0,0081 \\ -0,0206 & 0,0337 & -0,2891 & 0,0047 \\ 0,0068 & -0,0062 & -0,0256 & -0,2055 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0057 & 0,0101 & 0,0120 & 0,0052 \\ 0,0090 & 0,0172 & 0,0183 & 0,0081 \\ 0,0123 & 0,0270 & 0,0122 & 0,0084 \\ 0,0052 & 0,0103 & 0,0086 & 0,0042 \end{bmatrix}$
M_{10}	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0607 & -0,0060 & 0,0005 \\ 0,0418 & 0,2775 & -0,0230 & 0,0000 \\ -0,0015 & 0,0039 & -0,2756 & 0,0329 \\ -0,0017 & -0,0120 & -0,0199 & -0,2013 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0061 & 0,0151 & 0,0138 & 0,0056 \\ 0,0099 & 0,0202 & 0,0245 & 0,0098 \\ 0,0082 & 0,0191 & 0,0175 & 0,0073 \\ 0,0046 & 0,0114 & 0,0101 & 0,0041 \end{bmatrix}$
M_{15}	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0701 & -0,0167 & -0,0140 \\ 0,0528 & 0,4005 & 0,0071 & -0,0132 \\ -0,0014 & 0,0004 & -0,4026 & -0,0014 \\ -0,0033 & -0,0120 & -0,0184 & -0,3208 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0050 & 0,0084 & 0,0137 & 0,0054 \\ 0,0106 & 0,0167 & 0,0198 & 0,0094 \\ 0,0101 & 0,0170 & 0,0225 & 0,0096 \\ 0,0042 & 0,0072 & 0,0111 & 0,0044 \end{bmatrix}$
M_{20}	$\begin{bmatrix} 1 & 0,0799 & -0,0185 & -0,0015 \\ 0,0762 & 0,4829 & -0,0267 & -0,0190 \\ 0,0114 & -0,0271 & -0,4469 & 0,0245 \\ -0,0103 & 0,0119 & -0,0276 & -0,4038 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0050 & 0,0117 & 0,0077 & 0,0039 \\ 0,0081 & 0,0162 & 0,0119 & 0,0063 \\ 0,0116 & 0,0215 & 0,0184 & 0,0094 \\ 0,0047 & 0,0100 & 0,0075 & 0,0037 \end{bmatrix}$

Tableau VI.3 : Matrices de Mueller et d'écarts type totaux pour les échantillons sain et irradiés à 10, 15 et 20 Gy.

Dans un premier temps, nous évaluons, pour chaque échantillon, l'indice de dépolarisation P_D calculé à partir de la matrice M , le taux de mémoire Γ ainsi que les normes $\|\Delta M\|_F$ et $\|S\|_F$. Les résultats sont consignés dans le tableau VI.4.

<i>Milieu</i>	P_D	Γ	$\ \Delta M\ _F$	$\ S\ _F$
M_0	0,262	0,745	0,649	0,049
M_{10}	0,259	0,750	0,647	0,053
M_{15}	0,380	0,807	0,543	0,049
M_{20}	0,452	0,880	0,479	0,044

Tableau VI.4 : Caractéristiques polarimétriques des échantillons sain et irradiés à 10, 15 et 20 Gy.

Quelque soit l'échantillon, celui-ci est dépolarisant ($\|\Delta M\|_F \gg \|S\|_F$), sa matrice de Mueller expérimentale ne peut donc pas être estimée par une matrice de Mueller-Jones. Tous les échantillons présentent une forte dépolarisation (P_D bien inférieur à 1) : ce résultat est tout à fait attendu étant donné que la peau est un milieu fortement diffusant.

Nous appliquons ensuite le processus de génération de bruit aux quatre matrices des échantillons. Le tableau VI.5 nous montre les résultats sur les normes moyennes (équations V.6.b, V.7.b et V.8.b) associant diatténuation et dépolarisation (sur $N = 100$ matrices).

<i>Milieu</i>	$\ S\ _F$	<i>Norme de Frobenius</i>	<i>Moyenne</i>	<i>Ecart type</i>
M_0	0,049	$\ \Delta M_{\Delta D}\ _F$	0,7054	0,0067
		$\ \Delta M'_{D\Delta}\ _F$	0,7050	0,0066
		$\ \Delta M''_{D\Delta D}\ _F$	0,7057	0,0068
M_{10}	0,053	$\ \Delta M_{\Delta D}\ _F$	0,6728	0,0088
		$\ \Delta M'_{D\Delta}\ _F$	0,6730	0,0088
		$\ \Delta M''_{D\Delta D}\ _F$	0,6732	0,0088
M_{15}	0,049	$\ \Delta M_{\Delta D}\ _F$	1,0133	0,0078
		$\ \Delta M'_{D\Delta}\ _F$	1,0133	0,0077
		$\ \Delta M''_{D\Delta D}\ _F$	1,0138	0,0077
M_{20}	0,044	$\ \Delta M_{\Delta D}\ _F$	1,1930	0,0052
		$\ \Delta M'_{D\Delta}\ _F$	1,1934	0,0051
		$\ \Delta M''_{D\Delta D}\ _F$	1,1944	0,0051

Tableau VI.5 : Valeurs moyennes et écarts type associés des normes de Frobenius associant diatténuation et dépolarisation pour chaque échantillon.

Comme attendu [3.4], les valeurs moyennes des normes et les écarts type associés prouvent bien qu'aucun des échantillons de peau n'est dépolarisant dichroïque.

Le tableau VI.6 montre à présent les résultats sur les normes (équations V.6.c, V.7.c et V.8.c) associant retard et dépolarisation.

<i>Milieu</i>	$\ S\ _F$	<i>Norme de Frobenius</i>	<i>Moyenne</i>	<i>Ecart type</i>
M₀	0,049	$\ \Delta M_{\Delta R}\ _F$	0,0697	0,0045
		$\ \Delta M'_{R\Delta}\ _F$	0,0637	0,0052
		$\ \Delta M''_{\Delta R}\ _F$	0,0850	0,0037
M₁₀	0,053	$\ \Delta M_{\Delta R}\ _F$	0,0761	0,0060
		$\ \Delta M'_{R\Delta}\ _F$	0,0613	0,0078
		$\ \Delta M''_{\Delta R}\ _F$	0,0854	0,0053
M₁₅	0,049	$\ \Delta M_{\Delta R}\ _F$	0,0870	0,0048
		$\ \Delta M'_{R\Delta}\ _F$	0,0683	0,0059
		$\ \Delta M''_{\Delta R}\ _F$	0,0980	0,0039
M₂₀	0,044	$\ \Delta M_{\Delta R}\ _F$	0,0952	0,0031
		$\ \Delta M'_{R\Delta}\ _F$	0,0925	0,0038
		$\ \Delta M''_{\Delta R}\ _F$	0,1176	0,0020

Tableau VI.6 : Valeurs moyennes et écarts type associés des normes de Frobenius associant dépolarisation et retard pour chaque échantillon.

Nous distinguons immédiatement que les valeurs moyennes des normes sont ici bien plus faibles que dans le tableau VI.5. Pour les quatre échantillons, la valeur correspondant à la décomposition inverse (équation V.7.c) est la valeur moyenne la plus proche du bruit associé, bien que toujours supérieure. Cependant, nous constatons une réelle différence entre, par exemple, l'échantillon irradié à 10 Gy et celui à 20 Gy : pour le premier, la moyenne sur $\|\Delta M'_{R\Delta}\|_F$ est très proche de $\|S\|_F$ (0,0613 et 0,053 respectivement) alors que, pour le second, la différence est non négligeable (0,0925 contre 0,044).

A la vue de ces résultats, deux approches différentes sont imaginables : la première tend à considérer les quatre milieux comme étant des milieux dépolarisants biréfringents. En effet, pour le cas extrême du milieu M_{20} , la norme moyenne $\|\Delta M'_{R\Delta}\|_F$ calculée n'est que deux fois supérieure à la norme $\|S\|_F$. Ce résultat peut être considéré comme acceptable. Dans ce cas, les paramètres polarimétriques (retard et dépolarisation) de chaque milieu sont calculés à partir de l'algorithme inverse. Ainsi, l'indice de dépolarisation n'étant quasiment pas affecté par le choix de la décomposition, nous retrouvons les résultats de la figure VI.6. Pour les valeurs de retard, nous retrouvons aussi l'évolution aléatoire, déjà constatée [3.4], de la retardance en fonction de la dose. De plus, ces valeurs sont toutes très proches de 180° (effet miroir).

La seconde approche, plus rigoureuse, consiste à considérer que toutes les normes moyennes calculées sont supérieures à $\|S\|_F$ et donc qu'aucun des échantillons ne peut être considéré comme seulement dépolarisant et biréfringent. Dans ce cas de figure, l'étape suivante consiste à analyser les valeurs des normes comparant les matrices de diatténuation calculées à partir des décompositions classique, inverse et symétrique (équations V.9 et V.10). Le tableau VI.7 présente les résultats obtenus sur ces normes.

<i>Milieu</i>	$\ S\ _F$	<i>Norme de Frobenius</i>	<i>Moyenne</i>	<i>Ecart type</i>
M₀	0,049	$\ \Delta D_c^{s_1}\ _F$	0,0167	0,0015
		$\ \Delta D_{id}^{s_2}\ _F$	0,0673	0,0067
		$\ \Delta D_r^{s_2}\ _F$	0,0232	0,0030
		$\ \Delta D_{id}^{s_1}\ _F$	0,0748	0,0085
M₁₀	0,053	$\ \Delta D_c^{s_1}\ _F$	0,0158	0,0020
		$\ \Delta D_{id}^{s_2}\ _F$	0,0545	0,0082
		$\ \Delta D_r^{s_2}\ _F$	0,0238	0,0033
		$\ \Delta D_{id}^{s_1}\ _F$	0,0822	0,0090
M₁₅	0,049	$\ \Delta D_c^{s_1}\ _F$	0,0193	0,0035
		$\ \Delta D_{id}^{s_2}\ _F$	0,0479	0,0093
		$\ \Delta D_r^{s_2}\ _F$	0,0385	0,0057
		$\ \Delta D_{id}^{s_1}\ _F$	0,0939	0,0120
M₂₀	0,044	$\ \Delta D_c^{s_1}\ _F$	0,0401	0,0043
		$\ \Delta D_{id}^{s_2}\ _F$	0,0845	0,0094
		$\ \Delta D_r^{s_2}\ _F$	0,0415	0,0061
		$\ \Delta D_{id}^{s_1}\ _F$	0,0844	0,0109

Tableau VI.7 : Valeurs moyennes et écarts type associés des normes comparant les matrices de diatténuation symétriques et non symétriques pour chaque échantillon.

Nous retrouvons ici le comportement observé au chapitre précédent (paragraphe IV.4.5) : les résultats sur la norme inverse $\|\Delta M'_{R\Delta}\|_F$ étant, pour chaque échantillon, proches d'être acceptables, les moyennes sur les normes comparatives des matrices de diatténuation sont inférieures ou proches de l'erreur $\|S\|_F$. Ce résultat implique que les matrices de diatténuation M_{Dc} , M_{Dr} , M_{Ds_1} et M_{Ds_2} sont très proches de matrices identités et peuvent représenter du bruit expérimental.

Toutefois, il faut noter à nouveau que l'ordre de grandeur des normes moyennes évolue sensiblement d'un échantillon à un autre : les échantillons M₀ et M₂₀ se démarquent légèrement des échantillons M₁₀ et M₁₅. Ainsi, en interprétant ces résultats, nous pouvons considérer que :

- M₁₀ et M₁₅ respectent les équations (V.9) car $\|\Delta D_c^{s_1}\|_F \leq \|S\|_F$ et $\|\Delta D_{id}^{s_2}\|_F \leq \|S\|_F$: ce sont donc des milieux non symétriques présentant les trois effets polarimétriques et il est préférable qu'ils soient décomposés avec l'algorithme classique.

- M_0 et M_{20} ne respectent ni les deux équations (V.9) ni les deux équations (V.10) car on a simultanément $\|\Delta D_{id}^{s_1}\|_F \geq \|S\|_F$ et $\|\Delta D_{id}^{s_2}\|_F \geq \|S\|_F$: ce sont donc des milieux symétriques présentant quatre effets polarimétriques et il est préférable qu'ils soient décomposés avec l'algorithme hybride.

En suivant ces conclusions, les figures VI.9 et VI.10 représentent les évolutions du retard et des diatténuations d'entrée et de sortie en fonction de la dose d'irradiation.

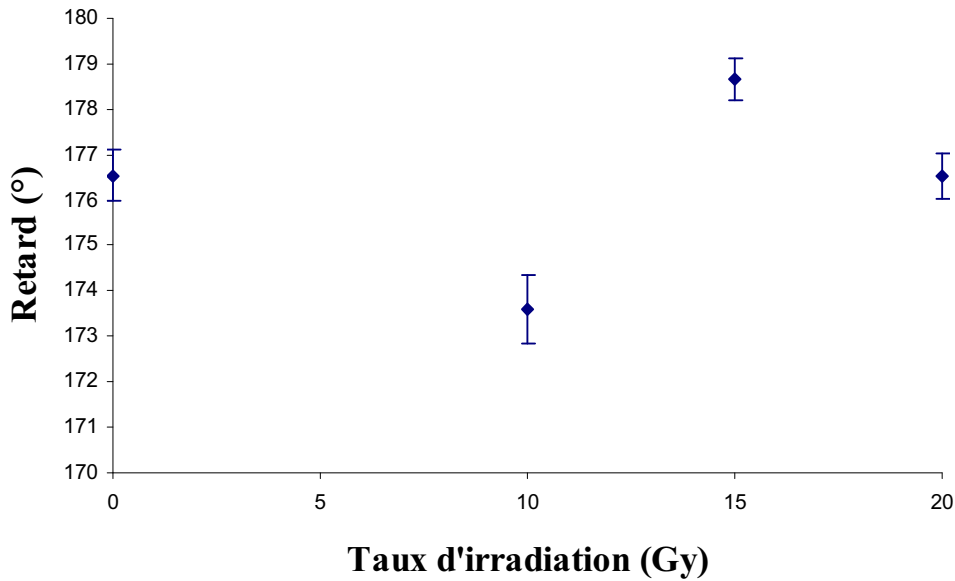


Figure VI.9 : Retard en fonction du taux d'irradiation.

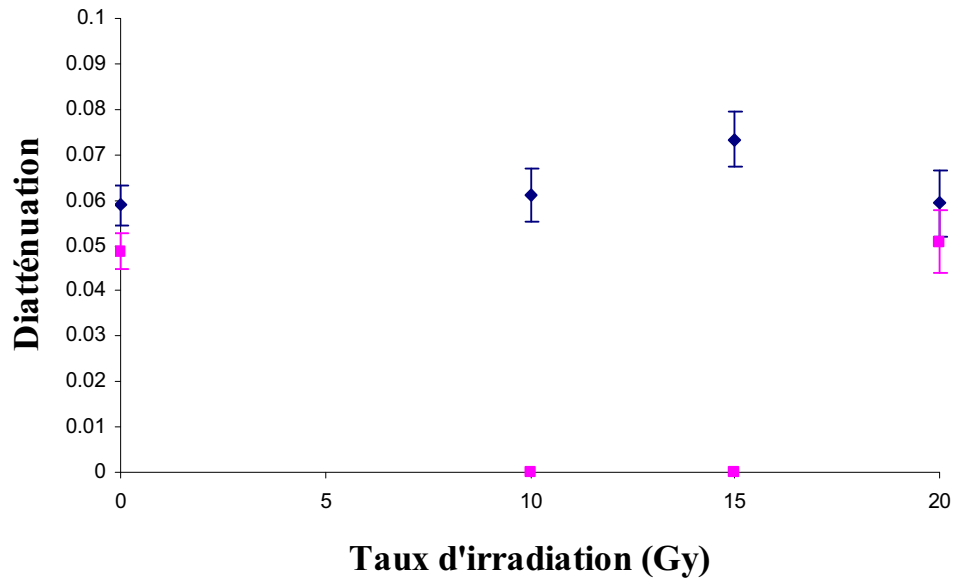


Figure VI.10 : Diatténuation d'entrée (losange bleu) et diatténuation de sortie (carré rose) en fonction du taux d'irradiation.

Nous obtenons les mêmes résultats sur le retard R que l'étude de F. Boulvert [3.4]. En revanche, notre procédure annule les valeurs de diatténuation de sortie pour les échantillons M_{10} et M_{15} .

En se basant sur une interprétation plus rigoureuse, qui part du principe qu'avec les valeurs d'écart type associées à chaque normes moyennes, aucunes des configurations à moins de quatre effets de polarisation n'est acceptable, il est alors possible de caractériser les quatre échantillons de peau en les décomposant selon l'algorithme hybride. En suivant cette conclusion, les figures VI.11 et VI.12 représentent les évolutions du retard et des diatténuations d'entrée et de sortie en fonction de la dose d'irradiation.

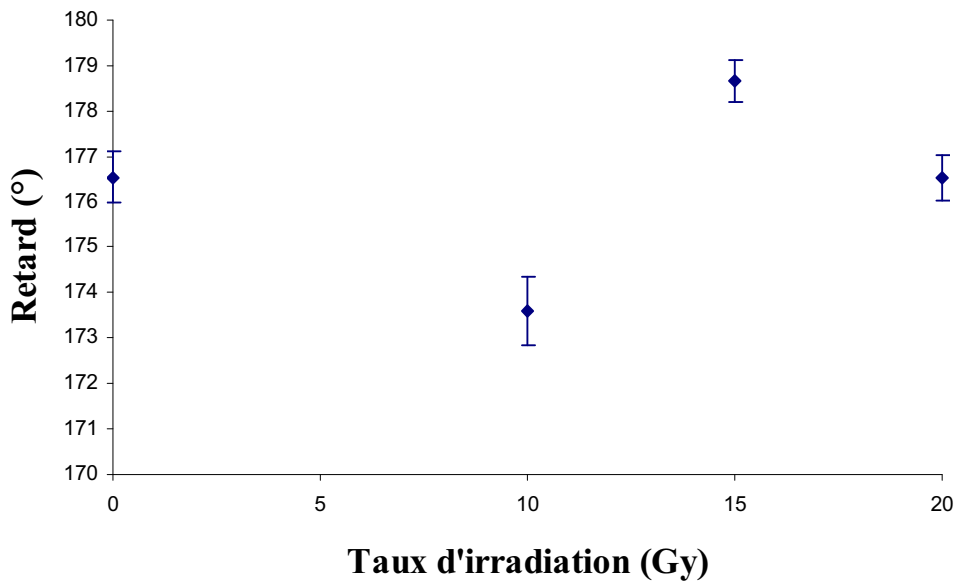


Figure VI.11 : Retard en fonction du taux d'irradiation

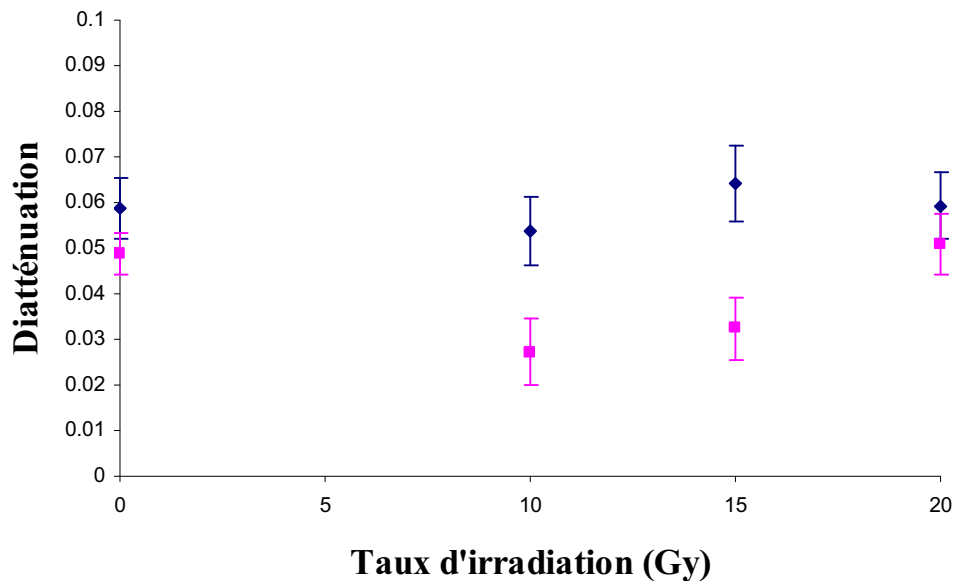


Figure VI.12 : Diatténuation d'entrée (losange bleu) et diatténuation de sortie (carré rose) en fonction du taux d'irradiation.

Nous retrouvons bien entendu les mêmes valeurs de retard qu'en figure VI.9. En revanche, les quatre échantillons de peau sont maintenant caractérisés par deux diatténuations mais comme le démontrait déjà F. Boulvert, ce paramètre n'est pas un agent de contraste efficace. De plus, la mesure de la diatténuation est soumise à une variabilité liée à la mise en place de l'échantillon sur le banc de mesure : cette action n'est pas forcément répétable en termes d'orientation et par conséquent en angle d'incidence. Le cas des milieux biologiques introduit de surcroît des inhomogénéités de surfaces non négligeables. Se pose alors la question de la pertinence de l'utilisation des effets dichroïques en deux diatténuateurs dits d'entrée et de sortie.

Nous venons de voir, à travers des résultats précédemment obtenus, que notre méthode de choix de la décomposition peut se révéler pertinente. La difficulté de son utilisation, ici liée à la complexité des milieux biologiques, réside dans l'interprétation des valeurs moyennes des normes calculées et des écarts type associés. Nous avons ainsi remarqué que des matrices expérimentales pouvaient donner des résultats différents sur les paramètres polarimétriques selon le degré d'acceptabilité de l'erreur : jusqu'à 1,5 fois l'erreur $\|S\|_F$ ou rigoureusement inférieure ou égale à $\|S\|_F$.

III.2 – Etude d'échantillons sain et irradié à 60 Gy

Cette étude a porté sur des échantillons de peau porcine saine et irradiée à 60 Gy. Les échantillons de peau mis à notre disposition par la vétérinaire Diane Agay du Centre de Recherche du Service de Santé des Armées (CRSSA, Grenoble) sont des échantillons ex-vivo prélevés sur des zones de peaux irradiée et saine de porc. Il faut préciser que le prélèvement a été effectué 97 jours après l'irradiation.

Les différents porcs utilisés au cours des études ont été soumis aux radiations du cobalt⁶⁰ et les biopsies ainsi prélevées font 8 mm de diamètre. Elles sont conservées au maximum durant quatre jours dans un milieu antibiotique (PBS) avant étude polarimétrique.

Le dispositif expérimental choisi est celui du polarimètre en rétrodiffusion (figure VI.13) sans le dispositif imageur. En effet, ces expériences ont été menées au tout début de nos travaux et le système d'acquisition d'images n'avait pas encore été développé. Plusieurs expériences menées au laboratoire ont montré que l'angle θ optimal pour une réponse polarimétrique discriminante est de 10° : en effet, à cet angle, nous sommes hors du cône de réflexion diffuse et le contraste sur les paramètres extraits est maximal.

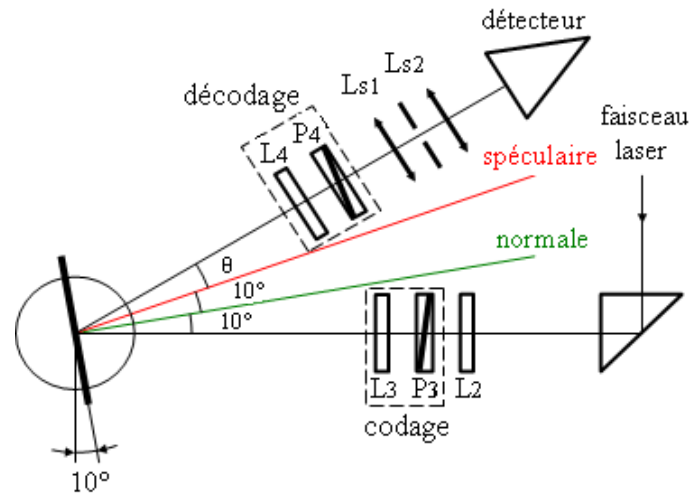


Figure VI.13 : Schéma du dispositif expérimental (L2 : lame demi d'onde pour le contrôle d'intensité, L3 et L4 : lames quart d'onde tournantes, P3 et P4 : polariseurs).

Nous avons réalisé trois mesures successives sur chaque échantillon (sain et irradié à 60 Gy). Pour chacune de ces mesures, nous calculons la matrice de Mueller M et la matrice des écarts type totaux S . Pour illustrer ces expériences, le tableau VI.8 présente les matrices M et S ainsi que la norme $\|S\|_F$ associée pour chaque milieu.

Milieu	$\ S\ _F$	Matrice de Mueller M	Matrice des écarts type S
M_0	0,0119	$\begin{bmatrix} 1 & -0,0450 & 0,0040 & 0,0012 \\ -0,0282 & 0,1948 & 0,0009 & -0,0003 \\ -0,0136 & -0,0149 & -0,1870 & -0,0099 \\ 0,0002 & -0,0008 & 0,0101 & -0,1561 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0018 & 0,0026 & 0,0032 & 0,0016 \\ 0,0028 & 0,0044 & 0,0047 & 0,0026 \\ 0,0027 & 0,0041 & 0,0044 & 0,0022 \\ 0,0013 & 0,0025 & 0,0023 & 0,0013 \end{bmatrix}$
M_{60}	0,0127	$\begin{bmatrix} 1 & -0,0921 & 0,0034 & -0,0040 \\ -0,0650 & 0,3389 & -0,0185 & -0,0013 \\ -0,0009 & -0,0122 & -0,3208 & -0,0027 \\ 0,0009 & -0,0015 & 0,0014 & -0,3074 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0020 & 0,0031 & 0,0029 & 0,0016 \\ 0,0029 & 0,0046 & 0,0044 & 0,0026 \\ 0,0031 & 0,0047 & 0,0049 & 0,0026 \\ 0,0015 & 0,0024 & 0,0028 & 0,0012 \end{bmatrix}$

Tableau VI.8 : Matrices de Mueller M et d'écarts type totaux S pour les échantillons sain et irradié à 60 Gy.

Nous appliquons ensuite la procédure de génération de bruit aux 6 matrices obtenues. Après analyse des résultats, nous constatons que les deux échantillons sont dépolarisants. Le tableau VI.9 présente alors les résultats sur les normes moyennes pour chaque échantillon.

<i>Normes</i>	M_0	M_{60}
$\ \Delta M'_{R\Delta}\ _F$	$0,0338 \pm 0,0011$	$0,0760 \pm 0,0012$
$\ \Delta D_c^{s_1}\ _F$	$0,0068 \pm 0,0009$	$0,0222 \pm 0,0024$
$\ \Delta D_{id}^{s_2}\ _F$	$0,0339 \pm 0,0043$	$0,0646 \pm 0,0061$
$\ \Delta D_r^{s_2}\ _F$	$0,0142 \pm 0,0007$	$0,0362 \pm 0,0017$
$\ \Delta D_{id}^{s_1}\ _F$	$0,0552 \pm 0,0046$	$0,1061 \pm 0,0064$

Tableau VI.9 : Valeurs moyennes des différentes normes de Frobenius et écarts type associés pour les échantillons sain et irradié à 60 Gy.

En tenant compte des valeurs $\|\Delta M'_{R\Delta}\|_F$ et $\|S\|_F$ respectives, les deux milieux ne peuvent pas être considérés comme simplement dépolarisants et biréfringents.

En se basant maintenant sur les normes comparant les diatténuations symétriques et non symétriques, nous voyons qu'aucun des deux milieux ne satisfait les critères de décomposition classique (équations V.9) ou inverse (équations V.10). Les deux échantillons sont donc des milieux symétriques à étudier à l'aide de la décomposition hybride.

Le tableau VI.10 montre les résultats obtenus sur les paramètres polarimétriques pour les échantillons de peau saine et irradiée.

<i>Paramètres</i>	M_0	M_{60}
D_1	$0,0394 \pm 0,0012$	$0,0755 \pm 0,0011$
D_2	$0,0234 \pm 0,0016$	$0,0450 \pm 0,0021$
R (°)	$176,71^\circ \pm 0,44^\circ$	$179,63^\circ \pm 0,52^\circ$
P_D	$0,1861 \pm 0,0004$	$0,3278 \pm 0,0006$
Γ	$0,8172 \pm 0,0145$	$0,9424 \pm 0,0045$
<i>Add</i>	$0,1873 \pm 0,0272$	$0,1111 \pm 0,0030$

Tableau VI.10 : Paramètres de polarisation pour les échantillons sain et irradié à 60 Gy.

Ces résultats sont en accord avec la littérature [3.4] [6.1]. Parmi les effets qu'induit une brûlure radiologique, nous retiendrons de notre étude expérimentale :

- Une baisse de la dépolarisation,
- Une perte de son caractère anisotrope.
- Une légère baisse de la biréfringence induite (R proche de 180° due à la réflexion), probablement due à une altération des réseaux fibrillaires de collagène et à une reconstruction anarchique du tissu conjonctif.
- Une augmentation du dichroïsme (effet de surface) en entrée, et apparition d'un second effet dichroïque en sortie. Ces phénomènes peuvent être liés à des modifications dans l'épiderme.

III.3 – Etude d'échantillons faiblement irradiés

Les agents de contraste polarimétrique utilisés ayant été définis dans le paragraphe précédent, il convient maintenant d'étudier le comportement de ces deux paramètres pour des doses d'irradiation plus faibles que 60 Gy. En effet, pour des doses inférieures à 32 Gy (Figure VI.3), aucun changement cutané n'est observable, ce qui rend le diagnostic médical très incertain.

Pour ce faire, trois séries de mesures (tableau VI.11) ont été réalisées sur différents porcs, les biopsies ayant été prélevées à des durées post-irradiation différentes.

<i>Etude</i>	<i>Porc</i>	<i>Doses d'irradiation (Gy)</i>	<i>Délai après exposition (jours)</i>
N°1	n°111	5 et 10	180
N°2	n°144	0 et 15	90
N°3	n°147	0, 5 et 20	90

Tableau VI.11 : Tableau récapitulatif des différentes études.

III.3.1 – Étude n°1 : porc n°111

Cette première étude, réalisée sur des biopsies de peau irradiée à 5 et 10 Gy et prélevées 180 jours plus tard, permet de comparer deux échantillons faiblement irradiés. Malheureusement, aucun échantillon sain ne nous a été fourni en parallèle : aucune référence ne pourra donc être établie pour cette première étude.

Le tableau VI.12 montre une matrice de Mueller M et sa matrice d'erreur totale associée S pour une mesure (sur les trois réalisées) des échantillons M_5 et M_{10} , respectivement irradiés à 5 et 10 Gy.

<i>Milieu</i>	$\ S\ _F$	<i>Matrice de Mueller M</i>	<i>Matrice des écarts type S</i>
M_5	0,0019	$\begin{bmatrix} 1 & -0,0962 & 0,0056 & 0,0062 \\ -0,0671 & 0,3988 & -0,0168 & -0,0008 \\ -0,0092 & -0,0079 & -0,3653 & -0,0101 \\ -0,0005 & 0,0008 & 0,0062 & -0,3622 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0003 & 0,0005 & 0,0005 & 0,0002 \\ 0,0005 & 0,0008 & 0,0008 & 0,0003 \\ 0,0004 & 0,0007 & 0,0007 & 0,0003 \\ 0,0002 & 0,0004 & 0,0004 & 0,0002 \end{bmatrix}$
M_{10}	0,0023	$\begin{bmatrix} 1 & -0,0801 & 0,0017 & 0,0026 \\ -0,0493 & 0,2946 & -0,0219 & 0,0107 \\ -0,0021 & 0,0011 & -0,2892 & -0,0037 \\ -0,0005 & 0,0070 & 0,0016 & -0,2661 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0003 & 0,0005 & 0,0004 & 0,0002 \\ 0,0005 & 0,0008 & 0,0007 & 0,0004 \\ 0,0005 & 0,0009 & 0,0011 & 0,0005 \\ 0,0003 & 0,0005 & 0,0005 & 0,0002 \end{bmatrix}$

Tableau VI.12 : Matrices de Mueller M et d'écarts type totaux S pour les échantillons irradiés à 5 et 10 Gy.

L'application de l'algorithme d'analyse de l'erreur permet de déterminer la décomposition adéquate, qui est ici l'algorithme hybride. En effet, nous avons :

- Pour M_5 : $\|\Delta D_c^{s_1}\|_F = 0,0199 \pm 0,0004 \geq \|S\|_F$ et $\|\Delta D_r^{s_2}\|_F = 0,0472 \pm 0,0002 \geq \|S\|_F$
- Pour M_{10} : $\|\Delta D_c^{s_1}\|_F = 0,0118 \pm 0,0003 \geq \|S\|_F$ et $\|\Delta D_r^{s_2}\|_F = 0,0296 \pm 0,0002 \geq \|S\|_F$

Nous présentons les principaux résultats sur les figures VI.14 et VI.15. La figure VI.14 décrit l'évolution expérimentale du taux de mémoire de polarisation Γ en fonction de l'indice de dépolarisation P_D pour les deux taux d'irradiation. La figure VI.15 décrit, elle, l'évolution expérimentale des dichroïsmes d'entrée D_1 et de sortie D_2 en fonction du retard R .

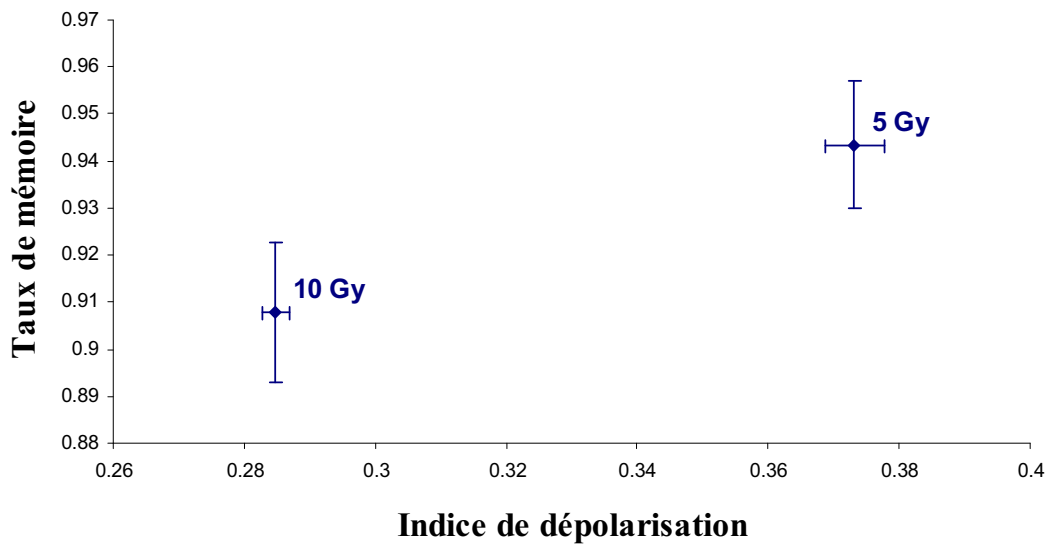


Figure VI.14 : Taux de mémoire Γ en fonction de l'indice de dépolarisation P_D pour les échantillons irradiés à 5 et 10 Gy du porc n°111.

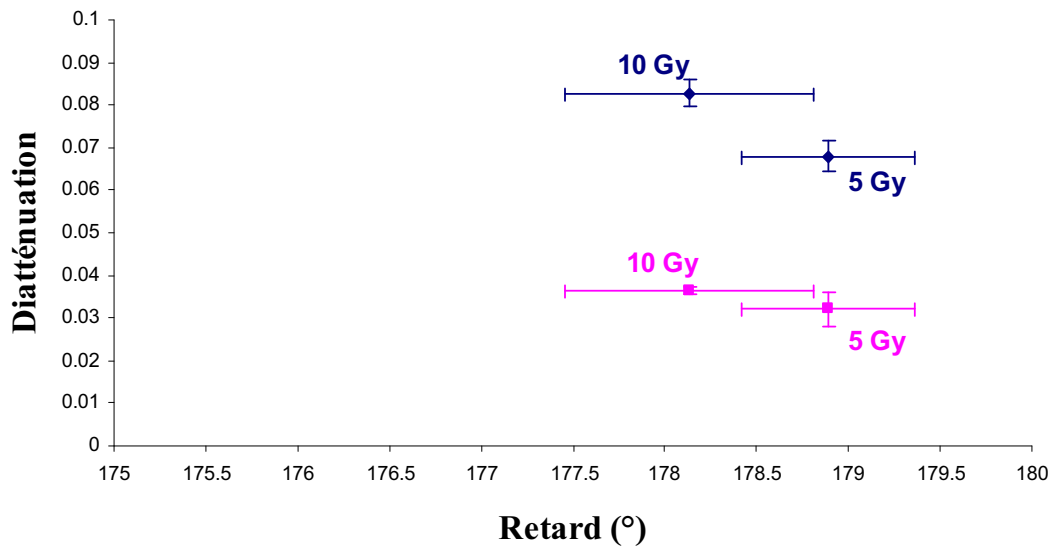


Figure VI.15 : Diatténuations d'entrée D_1 (en bleu) et de sortie D_2 (en rose) en fonction du retard R pour les échantillons irradiés à 5 et 10 Gy du porc n°111.

L'analyse de ces courbes conduit à plusieurs constatations :

- Contrairement à ce qui était attendu, l'échantillon irradié à 5 Gy dépolarise moins que celui à 10 Gy.
- Les résultats sur le taux de mémoire Γ des deux échantillons sont également en désaccord avec les études précédentes [3.4] et l'étude présentée aux paragraphes III.1 et III.2. La peau irradiée à 10 Gy dépolarise plus les états de polarisation circulaires que ceux linéaires. A 5 Gy, cette tendance se vérifie aussi mais de façon moins évidente alors que l'on attendait un comportement inverse (en se référant au paragraphe III.2 où Γ_{60} est plus proche de 1 que Γ_0).

Nous pouvons émettre plusieurs hypothèses pour tenter d'expliquer ces comportements. La première se base sur le délai de prélèvement après irradiation. Les études menées par F. Boulvert se concentraient sur des échantillons prélevés 70 jours après irradiation. Notre étude, elle, mesure l'influence d'une irradiation sur une peau brûlée 180 jours avant prélèvement. Le phénomène de reconstitution de la peau, ou cicatrisation, entre ces deux délais conduirait à une inversion des caractéristiques polarimétriques. Avant 70 jours, les échantillons les plus fortement irradiés auraient les valeurs de P_D et Γ les plus élevées alors qu'après 180 jours, la cicatrisation inverserait la tendance et les plus faiblement irradiés dépolariseraient moins et de manière moins anisotrope. Ce comportement d'alternance est typique de la réaction de la peau au rayonnement. Cette observation est en accord avec des résultats déjà observés dans la littérature [6.8] [6.10] [4.12]. Même si, ni la source de rayonnement, ni la dose d'irradiation, ni la race du porc ne sont comparables, le même comportement de la peau est observé : une réaction précoce et une réaction tardive, séparées par une période de latence où les dynamiques des valeurs polarimétriques s'inversent.

La seconde hypothèse souligne que ces différentes études se sont déroulées à différentes longueurs d'onde. F. Boulvert avait d'ailleurs comparé l'influence de celles-ci sur les paramètres de polarisation. Il arrivait à la conclusion qu'à 550 nm, il est totalement impossible de discerner un échantillon sain d'un échantillon irradié à 10 Gy. Par contre, à cette même longueur d'onde, nous pouvons aisément différencier les irradiations à 15 Gy et 20 Gy de celles moins importantes. Il a ensuite montré qu'à 675 nm (plus la longueur d'onde est élevée plus les photons pénètrent dans le volume) la discrimination entre l'échantillon sain et celui irradié à 10 Gy restait difficile, mais se remarquait. En revanche, toujours à 675 nm, les échantillons à 15 Gy et 20 Gy commencent à avoir des comportements polarimétriques semblables. Notre étude est réalisée à 808 nm : en suivant l'évolution mise en évidence par Boulvert, il serait possible, qu'à cette longueur d'onde, il soit difficile de différencier les échantillons faiblement irradiés entre eux mais que la dynamique de discrimination entre le sain et l'irradié augmente. Autrement dit, plus l'investigation se fait en profondeur plus on discrimine l'échantillon sain des échantillons irradiés (même faiblement). L'étude de M. Anastasiadou [4.12] arrivait à la même conclusion : l'altération et la réorganisation des tissus apparaissent en majorité dans le volume. En revanche, lorsque l'investigation reste plus proche de la surface ($\lambda = 550$ nm), on ne différencie plus une zone saine d'une zone faiblement irradiée (inférieure à 10 Gy). Par contre, à cette longueur d'onde, il est possible de différencier les taux d'irradiation élevés entre eux.

III.3.2 – Étude n°2 : porc n°144

Cette deuxième étude porte sur des échantillons de peau saine et irradiée à 15 Gy dont les biopsies ont été prélevées 90 jours après l'irradiation. Les résultats sur les normes simulées vont à nouveau dans le sens d'un système hybride à quatre matrices tel que $M = M_{D_1} \cdot M_{\Delta} \cdot M_R \cdot M_{D_2}$.

Les figures VI.16 et VI.17 montrent les résultats obtenus sur le porc n°144. La figure VI.16 décrit l'évolution expérimentale du taux de mémoire de polarisation Γ en fonction de l'indice de dépolarisation P_D pour les deux échantillons. La figure VI.17 décrit, elle, l'évolution expérimentale des dichroïsmes D_1 et D_2 en fonction du retard R .

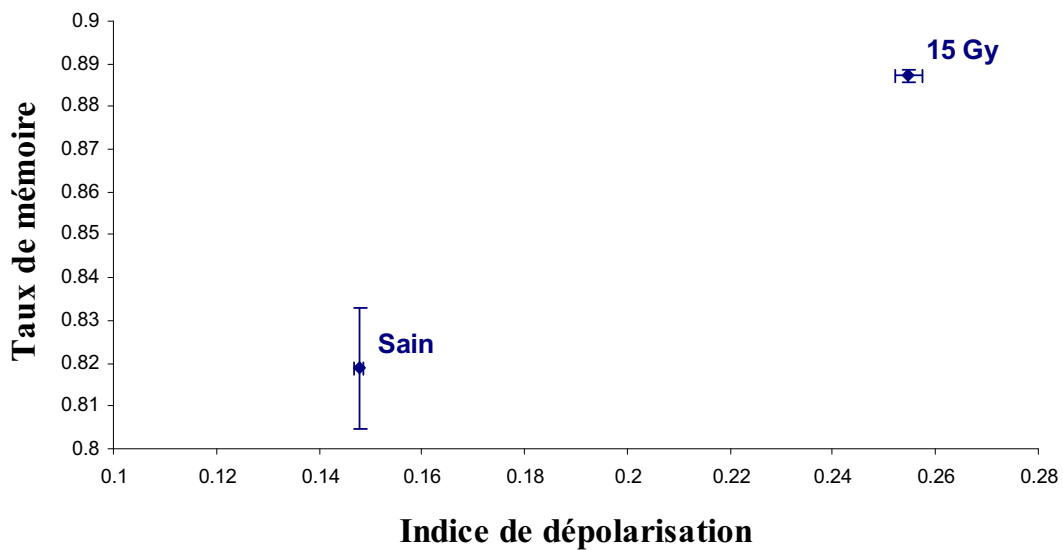


Figure VI.16 : Taux de mémoire Γ en fonction de l'indice de dépolarisation P_D pour les échantillons sain et irradié à 15 Gy du porc n°144.

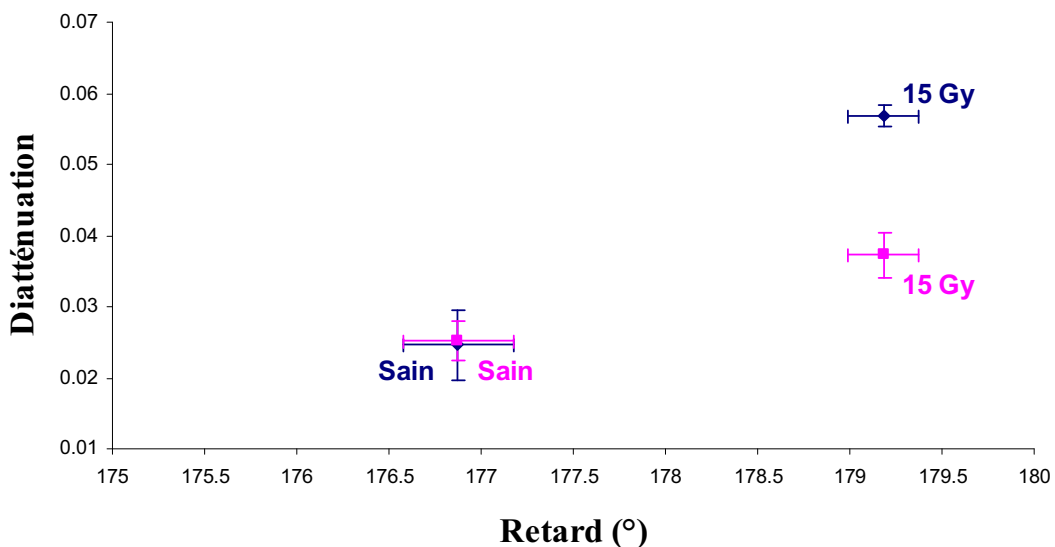


Figure VI.17 : Diatténuations d'entrée D_1 (en bleu) et de sortie D_2 (en rose) en fonction du retard R pour les échantillons sain et irradié à 15 Gy du porc n°144.

Cette étude semble confirmer la seconde hypothèse évoquée ci-dessus. Un rayonnement à 808 nm, qui pénètre plus profondément dans la peau, privilégie la discrimination entre les zones saines et les zones irradiées.

III.3.3 – Étude n°3 : porc n°147

Cette troisième et dernière étude porte sur les échantillons de peau d'un porc (n°147) irradié 90 jours avant que ne soient réalisées les biopsies sur trois zones différentes : saine, irradiée à 5 Gy et irradiée à 20 Gy. La figure VI.18 décrit l'évolution du taux de mémoire en fonction de l'indice de dépolarisation pour ces trois échantillons, la mesure étant toujours réalisée à 10° hors réflexion spéculaire. La figure VI.19 décrit l'évolution des dichroïsmes D_1 et D_2 en fonction du retard R .

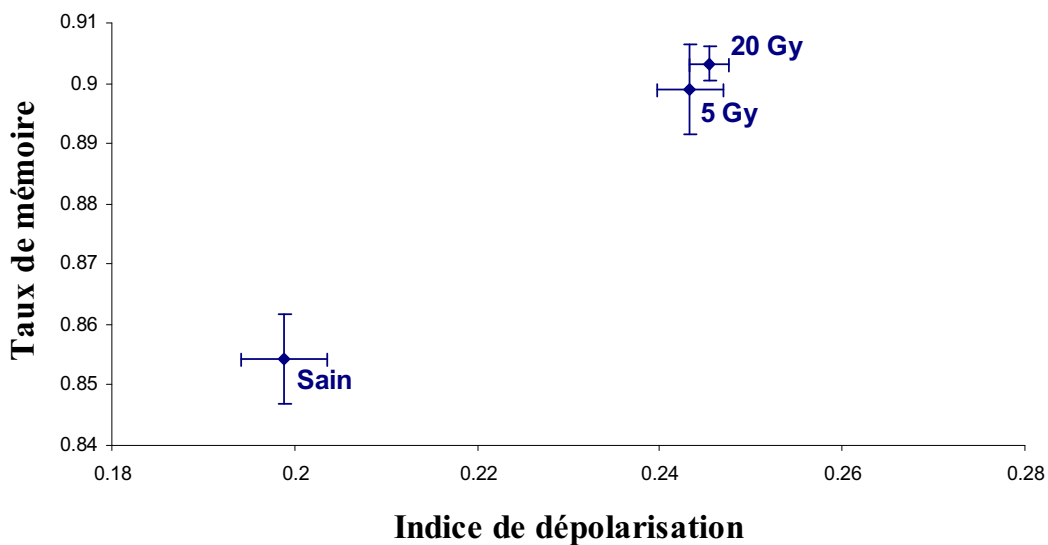


Figure VI.18 : Taux de mémoire Γ en fonction de l'indice de dépolarisation P_D pour les échantillons de porc n°147 sain et irradiés à 5 et 20 Gy.

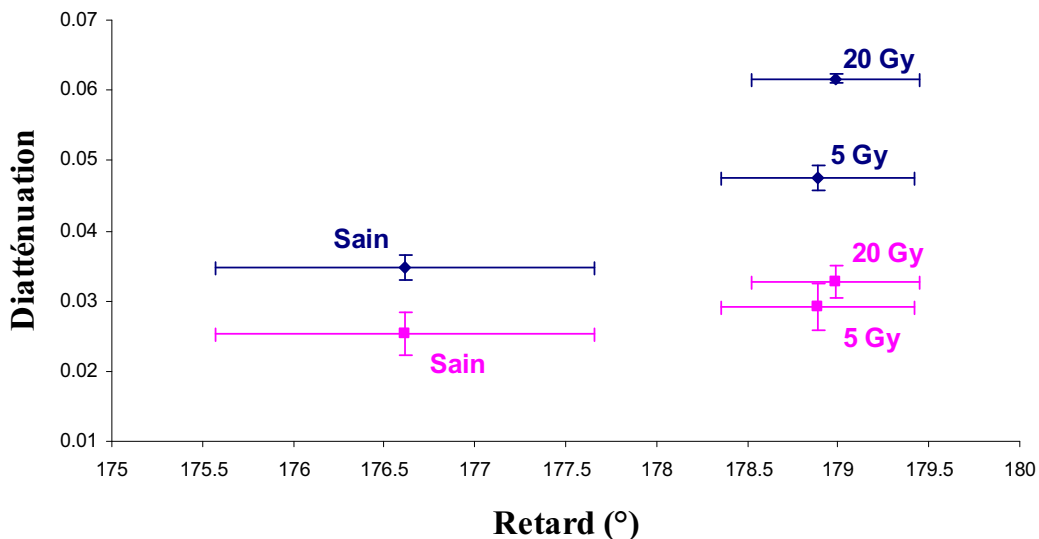


Figure VI.19 : Diatténuations d'entrée D_1 (en bleu) et de sortie D_2 (en rose) en fonction du retard R pour les échantillons sain et irradiés à 5 et 20 Gy du porc n°147.

Comme attendu à cette longueur d'onde, nous voyons sur la figure VI.18 que l'échantillon sain se démarque aisément des échantillons irradiés. Par contre, aucune discrimination n'est possible entre la peau irradiée à 5 Gy et celle irradiée à 20 Gy. Ceci va dans le sens des précédentes observations : contrairement à l'étude menée à 550 nm (figure VI.6) où l'échantillon sain et celui irradié à 10 Gy étaient indiscernables, ici à 808 nm, la discrimination entre l'échantillon faiblement irradiés (5 Gy) et l'échantillon sain est possible. En revanche, il devient impossible, à cette longueur d'onde, de discriminer les échantillons irradiés entre eux (5 et 20 Gy indiscernables).

Ces conclusions, même si elles sont également visibles sur la figure VI.19, sont moins évidentes en termes de diatténuation et de retard (faible dynamique d'évolution). Tout de même, nous voyons, comme pour les études précédentes, que la diatténuation d'entrée est plus forte que celle de sortie et que la dynamique entre les échantillons y est meilleure. Ce résultat est assurément une propriété physique de l'irradiation : en effet, il semblerait que la différence entre les deux diatténuations D_1 et D_2 augmente avec la dose d'irradiation.

IV – Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le comportement polarimétrique d'échantillons de peau porcine irradiée afin de mettre en évidence l'intérêt de la polarimétrie en tant qu'outil potentiellement non invasif d'étude du syndrome cutané d'irradiation aiguë. A partir des propriétés optiques de la peau et de ses différentes couches (épiderme et derme), nous avons présenté les caractéristiques de la brûlure radiologique et mis en évidence les difficultés du corps médical lors du diagnostic. Après avoir listé les différentes techniques classiques utilisées pour l'étude du SCIA, nous avons, à travers les études précédemment réalisées sur le sujet, souligné les potentialités de la polarimétrie pour son application à l'étude des brûlures radiologiques.

Ensuite, nous avons confronté des résultats précédemment obtenus à notre méthode d'identification des propriétés du milieu.

Pour finir, nous avons présenté nos propres résultats. Les différentes études ont montré, en accord avec la littérature, que le phénomène d'irradiation engendrait une baisse de la dépolarisation ainsi qu'une perte de son caractère anisotrope. Ces deux phénomènes sont en accord avec les propriétés observées lors de l'altération des fibres de collagène. Nous avons aussi mis en évidence l'évolution du retard selon la dose d'irradiation. Même si cette évolution est ici faible, la baisse de la retardance sur les tissus irradiés est également une propriété couramment constatée lors de l'étude des altérations du collagène. Au sujet du dichroïsme, nous avons montré que l'irradiation augmentait la diatténuation en entrée et pouvait même ajouter une autre diatténuation en sortie du système. Nous avons soumis l'idée que ces modifications devaient être liées à une altération de l'épiderme (surface de la peau).

Nous avons également mis en évidence la dépendance de la réponse polarimétrique à la longueur d'onde d'étude. En effet, il semble que plus l'étude se fait en profondeur (haute longueur d'onde), plus la discrimination entre échantillon sain et échantillon irradié (même faiblement) est possible. L'irradiation occasionnerait donc une réorganisation tissulaire en profondeur. Ceci explique en partie, qu'à faible irradiation, aucun signe clinique ne soit observable à la surface du tissu. Si l'on cherche à séparer les échantillons suivant la dose reçue, une investigation plus en surface (courte longueur d'onde) semble permettre une

meilleure discrimination. La figure VI.20 présente une schématisation de la réponse polarimétrique selon la longueur d'onde d'étude. Les résultats à 675 nm viennent de l'étude réalisée par F. Boulvert [3.4].



Figure VI.20 : Représentation schématique de la dépendance en longueur d'onde de la réponse polarimétrique de la peau de porc.

Nous allons maintenant passer à l'analyse de la fibrose hépatique dont l'étude va se faire à l'aide du polarimètre configuré en dispositif imageur.

Chapitre 7

Études polarimétriques de la fibrose hépatique

I – Introduction	195
II – Généralités sur la fibrose hépatique	195
II.1 – Le foie, organe régulateur	196
II.1.1 – Anatomie du foie	196
II.1.2 – Structure du foie	196
II.2 – Origines et caractéristiques de la fibrose hépatique	197
II.3 – Les différents stades de la fibrose hépatique	198
II.4 – Les moyens de diagnostic de la fibrose hépatique	200
II.4.1 – La ponction biopsie hépatique et scores semi quantitatifs	200
II.4.2 – Les tests sanguins	201
II.4.3 – L'élastométrie impulsionnelle ou Fibroscan®	202
II.4.4 – La microscopie multiphoton SHG	202
II.5 – Conclusion	204
III – Résultats expérimentaux	204
III.1 – Géométrie du milieu : choix de la décomposition	205
III.2 – Paramètres de dépolarisation	207
III.3 – Paramètres de retard	208
IV – Conclusion	211

I – Introduction

La seconde étude s'est portée sur la fibrose hépatique. Parmi les maladies du foie, la fibrose hépatique est l'une des plus sévères. Elle a été définie par l'Organisation Mondiale de la Santé en 1977 comme la présence d'un excès de collagène, en rapport avec la formation de nouvelles fibres de collagène. En France, la cirrhose, dernier stade de la fibrose, représente un vrai problème de santé publique. La consommation excessive d'alcool est toujours le plus grand pourvoyeur de cirrhose en France, mais d'autres étiologies sont apparues plus récemment, notamment l'hépatite C ou l'hépatite stéatosique non alcoolique (NASH). Les moyens diagnostiques de la fibrose hépatique ont évolué au cours du temps. La ponction-biopsie hépatique (PBH) a longtemps été le standard. Son caractère invasif, ainsi que les erreurs possibles d'évaluation liées à la répartition irrégulière de la fibrose, ont été les principaux arguments pour le développement de nouvelles méthodes non invasives d'évaluation de la fibrose hépatique.

Dans ce chapitre, après avoir introduit les caractéristiques du foie et de la fibrose hépatique, nous reviendrons sur les différentes méthodes de diagnostic existantes, en particulier la PBH, les tests sanguins ou l'élastométrie impulsionnelle. Nous détaillerons plus particulièrement la technique de microscopie SHG et son application au diagnostic de la fibrose du foie. Pour finir, nous présenterons nos résultats expérimentaux, à travers lesquels nous avons tenté de révéler le potentiel de la polarimétrie de Mueller en tant qu'agent de contraste capable d'identifier les différents stades évolutifs de la fibrose du foie. En effet, comme nous l'avons vu au Chapitre 1, les paramètres de dépolarisation et de retard sont sensibles aux modifications ou altérations des fibres de collagène, protéines majeures au cœur du phénomène de fibrose.

II – Généralités sur la fibrose hépatique

Le foie est un organe abdominal impair et asymétrique qui assure, chez l'homme, trois fonctions vitales : une fonction d'épuration, une fonction de synthèse et une fonction de stockage. C'est le plus volumineux des viscères humains (deux pour cent du poids corporel, soit une moyenne de 1,5 kg) et l'organe du corps humain qui effectue le plus grand nombre de transformations chimiques.

La fibrose hépatique se caractérise par l'accumulation progressive dans le foie d'une matrice extracellulaire de composition altérée, en réponse à une agression chronique du foie quelle que soit sa cause (alcoolisme chronique et hépatites chroniques virales C dans les pays occidentaux). La progression de cette fibrose conduit au développement d'une cirrhose. Le développement d'une fibrose, par la formation active de dépôts de collagène, est une conséquence des lésions des cellules hépatiques, en particulier la nécrose. De nouveaux fibroblastes se forment autour des cellules hépatiques nécrotiques et l'augmentation de la synthèse du collagène conduit à une cicatrisation, qui affecte les fonctions hépatiques.

II.1 – Le foie, organe régulateur

II.1.1 – Anatomie du foie

D'un point de vue anatomique [7.1], le foie est situé sous le diaphragme et traverse la cavité abdominale sur toute sa largeur. Il existe différentes segmentations du foie [7.2], mais nous retiendrons qu'il est compartimenté en lobes, le lobe droit et le lobe gauche, séparés par le ligament falciforme. Ces deux lobes sont eux-mêmes divisés en huit segments.

Le foie est lisse, de consistance ferme, de coloration rouge brun et constitué d'un parenchyme friable entouré d'une mince capsule fibreuse : la capsule de Glisson. La figure VII.1 nous montre l'anatomie générale du foie.

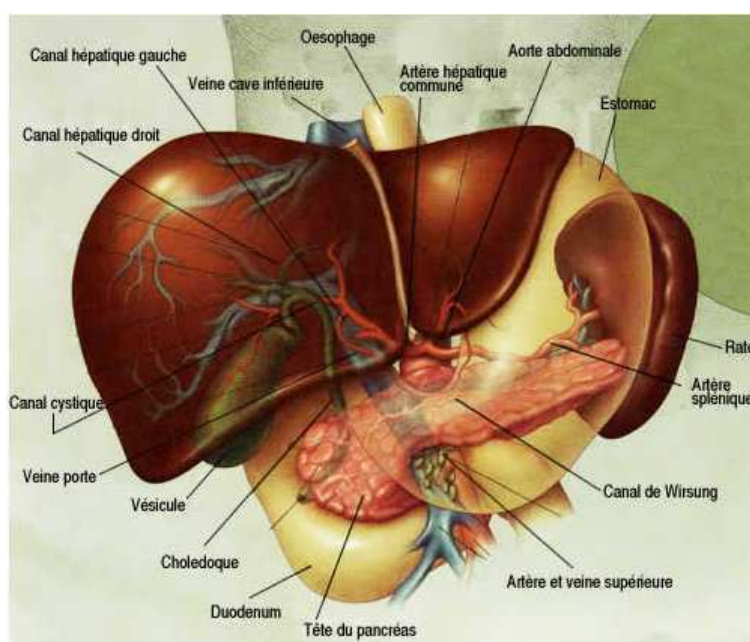


Figure VII.1 : Schéma de l'anatomie du foie.

Responsable de près de 500 activités métaboliques différentes, le foie est un organe très complexe qui occupe une position stratégique dans le maintien de l'homéostasie de l'organisme.

II.1.2 – Structure du foie

Le foie est constitué de cellules hépatiques, appelées hépatocytes, qui s'organisent en travées autour des sinusoides [7.3]. L'unité fonctionnelle du foie est le lobule hépatique. Ses échanges avec le reste du corps se font, pour la plupart d'entre eux, à travers sa double irrigation sanguine (veine porte et artère hépatique), qui se termine par une multitude de capillaires jusqu'à l'intérieur du foie.

Les cellules hépatiques sont groupées à l'intérieur du foie en formations spéciales, les lobules hépatiques (Figure VII.2). En coupe histologique, le lobule hépatique épouse à peu

près la forme d'un hexagone. Au centre du lobule se trouve la veine centrolobulaire, vers laquelle convergent des sinusoides radiaires. Parallèles à ces derniers, des cordons d'hépatocytes sont eux aussi orientés de façon radiaire. Chaque cordon d'hépatocytes est d'une part flanqué d'au moins un sinusoïde, tributaire de la veine centrolobulaire. Un espace réduit est ménagé entre le cordon d'hépatocytes et le sinusoïde, l'espace de Disse. D'autre part, un cordon d'hépatocytes est flanqué d'un mince canal, le canalicule biliaire, qui n'a pas sa propre paroi, celle-ci formée en réalité par des cordons d'hépatocytes adjacents. Les canalicules biliaires ont donc également une orientation radiaire dans le lobule, entre les cordons cellulaires. Vu en trois dimensions, chaque cordon d'hépatocytes (en fait, chaque hépatocyte) côtoie un sinusoïde et un canalicule biliaire, même si ces derniers peuvent être partagés par plus d'un cordon (au maximum trois). L'accès à un canal excréteur et à un sinusoïde sanguin permet à la même cellule d'accomplir une double fonction, exocrine et endocrine.

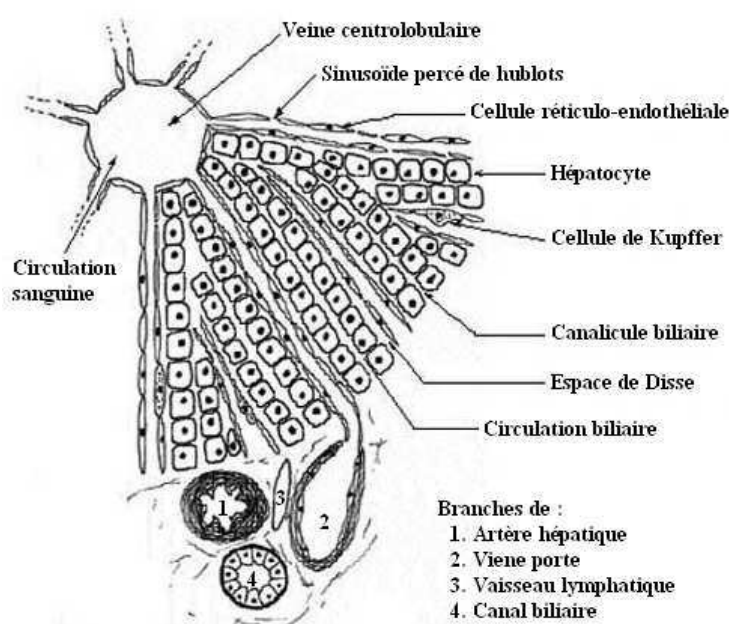


Figure VII.2 : Schéma d'un tronçon de lobule hépatique.

II.2 – Origines et caractéristiques de la fibrose hépatique

La fibrose hépatique est la conséquence de toutes les maladies chroniques du foie. Selon l'étiologie de la maladie hépatique, l'évolution de la fibrose vers la cirrhose est plus ou moins rapide. L'évaluation de la fibrose hépatique permet : soit de prévenir l'installation de la cirrhose par des traitements spécifiques, soit lorsque celle-ci est déjà installée, rechercher et traiter les complications hépatiques telles que l'hypertension portale ou le carcinome hépatocellulaire (cancer primitif du foie).

Ces dernières années, la physiopathologie de la fibrose du foie a été mieux comprise grâce à l'identification du rôle des cellules stellaires hépatiques (CSH ou cellules d'Ito) et de leur transformation myofibroblastique [7.4]. Ces cellules sont des péricytes présents dans la paroi des sinusoides hépatiques. Leur rôle est notamment de synthétiser les constituants de la matrice extracellulaire (ou MEC).

Un foie normal contient essentiellement des cellules épithéliales (hépatocytes), endothéliales, macrophagiques (cellules de Kupffer) et des CSH. Ces dernières sont localisées dans l'espace de Disse, à l'intérieur du sinusoiïde. Cet espace contient également une MEC de basse densité qui, en cas d'agression hépatique, devient plus fibreuse.

L'activation des CSH est l'évènement dominant de la fibrogenèse : les cellules d'Ito qui stockent la vitamine A se transforment en cellules avec un phénotype myofibroblastique. Cette transformation est un phénomène complexe en trois étapes :

- l'initiation (ou étape pré-inflammatoire) où des changements de l'expression du phénotype rendent la CSH plus sensible à certains stimuli locaux.
- La perpétuation (ou étape inflammatoire) qui est marquée par des phénomènes comme l'amplification de l'acquisition du phénotype activé et l'accélération du remodelage de la MEC avec notamment dépôt de collagène I.
- La résolution (ou étape post-inflammatoire) qui voit, par réversion et retour à l'état normal, l'inactivation des CSH. Cette étape est essentielle pour la réversibilité de la fibrose.

II.3 – Les différents stades de la fibrose hépatique

La figure VII.3 montre les différents stades du diagnostic de la maladie hépatique : le foie sain est le stade F0, le stade F1 désigne une fibrose légère, le stade F3, une fibrose sévère. On parle de cirrhose à partir du stade F4, lorsqu'il existe dans tout le foie une quantité exagérée de tissu cicatriciel. Cette nomenclature est celle d'un score histologique semi quantitatif, le Métavir [7.13], indiquant le niveau lésionnel du foie. Ce score est le plus utilisé en France et fait autorité dans la plupart des études sur la fibrose hépatique. Ce sera l'objet du prochain paragraphe.

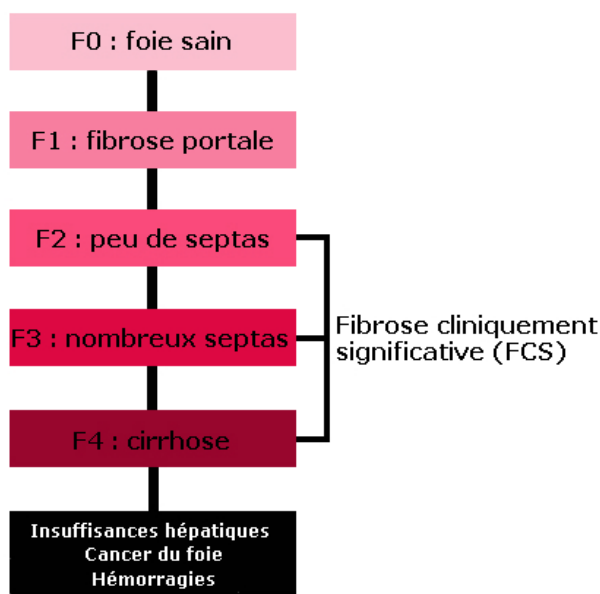


Figure VII.3 : Les stades de fibrose du foie

La figure VII.4 montre une photographie microscopique d'un fragment de tissu hépatique au stade de fibrose F1. On parle aussi à ce stade de fibrose portale : l'espace porte est agrandi par une fibrose (en orangé sur l'image).

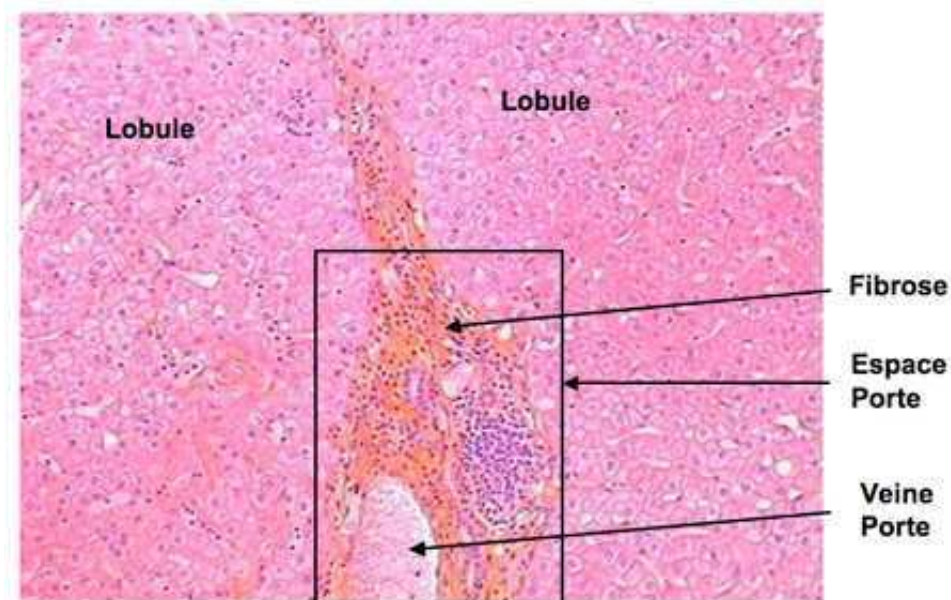


Figure VII.4 : Photographie microscopique d'un fragment de tissu hépatique au stade F1 coloré à l'hématéine éosine safran (source : Centre Hépatobiliaire, Hôpital Paul Brousse, Villejuif).

La figure VII.5 montre, elle, une photographie microscopique d'un fragment de tissu hépatique au stade de fibrose F4. On parle à ce stade de cirrhose : l'architecture hépatique est fortement altérée. L'alternance « espaces portes/veines centrolobulaires » a disparu. La fibrose (rose magenta) est annulaire et délimite des nodules de régénération (rose pâle).

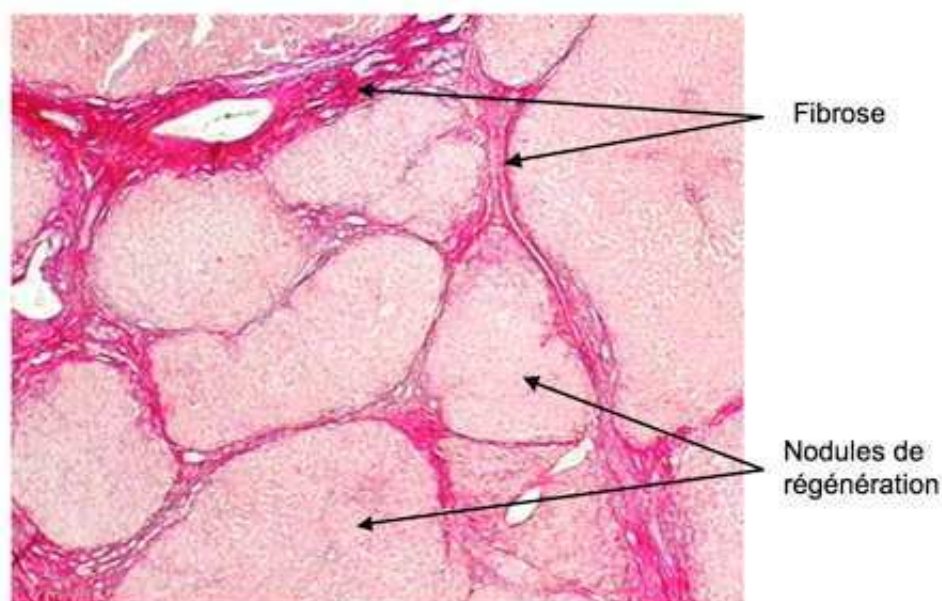


Figure VII.5 : Photographie microscopique d'un fragment de tissu hépatique au stade F4 coloré au picosirius. (source : Centre Hépatobiliaire, Hôpital Paul Brousse, Villejuif).

II.4 – Les moyens de diagnostic de la fibrose hépatique

Les moyens diagnostiques de la fibrose hépatique ont évolué au cours du temps. La ponction-biopsie hépatique (PBH) a longtemps été le standard. Son caractère invasif, sa morbidité et sa mortalité non négligeables, et les erreurs possibles d'évaluation liées à la répartition irrégulière de la fibrose, ont été les principaux arguments pour le développement de méthodes non invasives d'évaluation de la fibrose hépatique.

Dans le domaine de l'hépatite chronique C, divers tests biologiques ont été développés parmi lesquels le Fibrotest[®] [7.5], validé également dans d'autres domaines tels que les maladies alcooliques du foie. L'élastométrie impulsionnelle ultrasonore (Fibroscan[®]) est une nouvelle approche d'évaluation de la fibrose hépatique [7.6]. Plus récemment, la microscopie multiphoton SHG (Second Harmonic Generation) a montré de réelles capacités à suivre la production de collagène fibrillaire (type I et III) [7.7] [7.8] [7.9]. Des études ont même montré que cette technique pouvait être un outil très intéressant pour l'aide au diagnostic de détermination du stade fibrotique.

Cette partie n'a pas la prétention d'être exhaustive mais veut présenter brièvement les techniques les plus utilisées.

II.4.1 – La ponction-biopsie hépatique et scores semi quantitatifs

Il s'agit d'un prélèvement de foie effectué à travers la peau destiné à un examen anatomopathologique. La ponction-biopsie hépatique (ou PBH) permet de poser le diagnostic histologique de cirrhose hépatique et de préciser la nature maligne (cancer primitif du foie, métastases hépatiques) ou bénigne (adénome, hyperplasie nodulaire focale) d'une tumeur du foie. La ponction dans ce cas s'effectue sous contrôle échographique ou scannographique. Cette ponction permet également une surveillance une fois par an des hépatites C, qui détermine l'invalidité.

Le fragment de foie prélevé est ensuite soumis à un score histologique semi quantitatif décrivant l'intensité des lésions. Comme le montre le tableau VII.1, il en existe plusieurs [7.10] [7.11], et en pratique courante, il n'y a pas de recommandations consensuelles sur l'utilisation d'un score en particulier. En France, le score Métavir [7.12] [7.13] [7.14] est le plus utilisé. Il faut noter cependant que la validation de tous ces scores dépend de l'étiologie et qu'il n'existe pas de tableau consensuel pour « passer » d'un score à un autre.

Chez les sujets en vie, la PBH a longtemps été l'examen de référence pour porter le diagnostic de fibrose (voire cirrhose). Cependant, comparée à l'étude histologique sur de larges prélèvements autopsiques, elle est sujette à des erreurs d'échantillonnage, dues à des fragments trop petits et/ou trop peu nombreux. En effet, la PBH ne ramène que 1/50 000 du volume du foie. Plusieurs études [7.15] [7.16] ont montré l'effet de la taille de la biopsie, du nombre de biopsies (ou nombre de passages) et du caractère fragmenté du prélèvement sur la précision du diagnostic. Ainsi, en cas de cirrhose, le taux de faux négatifs de la PBH est estimé à 24% en moyenne. De plus, il existe une variabilité inter-observateurs de près de 33% pour évaluer le degré de fibrose [7.17]. En dernier lieu, la PBH ne fournit qu'une image statique et ne donne aucun renseignement ni sur l'équilibre dynamique (fibrogenèse ou fibrolyse), ni sur les mécanismes de la fibrose.

Fibrose	Knodell	Métavir	Ishak
Absente	0	0	0
Portale (peu)	1	1	1
Portale (la plupart)	1	1	2
Périportale	1	1	2
Rares septas ou fibrose en pont	3	2	3
Nombreux septas ou fibrose en pont	3	3	4
Cirrhose incomplète	4	4	5
Cirrhose	4	4	6

Tableau VII.1 : Scores semi quantitatifs de fibrose

II.4.2 – Les tests sanguins

En raison des multiples limites de la PBH (examen invasif, coûteux, non reproductible...), plusieurs moyens non invasifs de diagnostic de la fibrose ont été développés, notamment des scores sanguins construits à partir de plusieurs variables biologiques et parfois cliniques. Majoritairement développés à partir de populations avec hépatite chronique virale C active, ces tests sont de plus en plus utilisés en pratique dans d'autres situations cliniques.

Les tests sanguins mesurent le dosage dans le sang de plusieurs marqueurs directs et indirects de fibrose hépatique, la performance diagnostique individuelle de chacun de ces marqueurs s'avérant insuffisante. Parmi ces tests, deux retiennent notre attention du fait de leur utilisation et des nombreuses évaluations :

- Le Fibrotest[®] : premier test de fibrose commercialisé et actuellement le plus évalué [7.5]. Le résultat exprimé s'échelonne de 0 à 1 avec des correspondances pour les différents stades de fibrose du Métavir [7.18]. Le fibrotest a surtout été validé au cours de l'hépatite chronique virale C. Pour cette cause, selon les études [7.18] [7.19] [7.20], l'AUC (Area Under Receiver Operating Characteristic), indice qui mesure concrètement le taux de vrais positifs, varie de 0,71 à 0,88 pour le diagnostic de fibrose cliniquement significative (FCS), de 0,73 à 0,92 pour le diagnostic de fibrose sévère, et de 0,71 à 0,97 pour le diagnostic de cirrhose.
- Le Fibromètre[®] : premier test publié en 1997 et commercialisé dans une version de deuxième génération en 2005, il se décline spécifiquement pour différentes causes (virales, alcooliques...), avec une formule adaptée à chaque cause. Le fibromètre est le seul test permettant une quantification de la fibrose par estimation de l'aire de fibrose pour les hépatopathies virales ou alcooliques. Cette mesure exprime le pourcentage de fibrose hépatique, ce qui pourrait avoir un intérêt dans le suivi de l'évolution de la quantité de fibrose (par exemple après un sevrage alcoolique ou un traitement antiviral). Ceci reste néanmoins à valider.

II.4.3 – L'élastométrie impulsionnelle ou Fibroscan®

Plus récemment, la mesure de l'élasticité du foie par un dispositif appelé Fibroscan® a été proposée [7.6] comme outil de mesure de la fibrose hépatique chez des malades atteints de maladie chronique du foie.

L'élasticité d'un milieu se définit comme la capacité de ce milieu à se déformer lorsqu'on lui applique une contrainte mécanique. Plus ce milieu est dur, plus l'élasticité est élevée. L'élasticité, ou « dureté » du milieu, peut être évaluée à partir de la vitesse de propagation d'une onde de choc. L'élastométrie impulsionnelle (Fibroscan®) mesure donc la vitesse de propagation d'une onde de choc dans un milieu homogène, comme le foie, grâce à un faisceau d'ultrasons, en utilisant le principe d'élastométrie transitionnelle.

Le Fibroscan® a essentiellement été évalué au cours de l'hépatite chronique virale C [7.21], cependant d'autres études, la plupart non publiées, ont cherché à évaluer ses performances au cours des autres hépatopathies. L'ensemble de ces études suggère, à l'instar du Fibrotest® et du Fibromètre®, de bonnes performances diagnostiques pour la fibrose nulle ou minime (F0, F1 c'est-à-dire cliniquement non significative) et pour la cirrhose (F4). En revanche pour les stades intermédiaires de fibrose (F2, F3), la discrimination est moins bonne.

II.4.4 – La microscopie multiphoton SHG

La microscopie de génération de seconde harmonique (SHG pour Second Harmonic Generation) est une variante de la microscopie biphotonique de fluorescence (TPEF pour Two-Photon Excitation Fluorescence) développée par Denk et Webb [7.22] au début des années 1990, elle-même basée sur la microscopie confocale inventée 35 ans plus tôt par Minsky. La microscopie SHG endogène utilise la propriété de doublage de fréquence de protéines non linéaires présentes chez l'animal, comme le collagène, la myosine, ou les microtubules, pour visualiser des structures particulières au sein des tissus biologiques, sans nécessiter de marquage spécifique [7.23]. Du fait de la localisation intrinsèque de l'excitation au foyer de l'objectif du microscope, qui rend inutile la détection du signal à travers un diaphragme confocal, et du rayonnement proche infrarouge employé, la microscopie SHG bénéficie des avantages de la microscopie biphotonique en termes de profondeur d'imagerie (plusieurs centaines de μm), de résolution spatiale tridimensionnelle micrométrique et d'innocuité au rayonnement. En outre, la nature cohérente du phénomène de doublage de fréquence se traduit par une grande sensibilité de la réponse à l'arrangement des molécules (la non centrosymétrie doit être conservée à l'échelle de la longueur d'onde) et à la polarisation de l'onde excitatrice. Le contraste des images dépend ainsi fortement de la concentration moléculaire (dépendance quadratique pour un ordre parfait) et de l'orientation des molécules par rapport au champ incident.

La méthode développée par Gailhouste et al. [7.24] repose sur la quantification directe du collagène par microscopie SHG sur coupes histologiques non colorées. Cette étude montre par immunomarquage et colocalisation TPEF/SHG que le collagène fibrillaire de type I est la principale source SHG dans le foie fibrosé, le collagène non fibrillaire de type IV, de par son organisation centrosymétrique, n'émettant que très peu de signal SHG [7.25]. La figure VII.6 nous montre l'évolution caractéristique du dépôt de collagène fibrillaire d'un foie sain F0 à un foie cirrhoté F4.

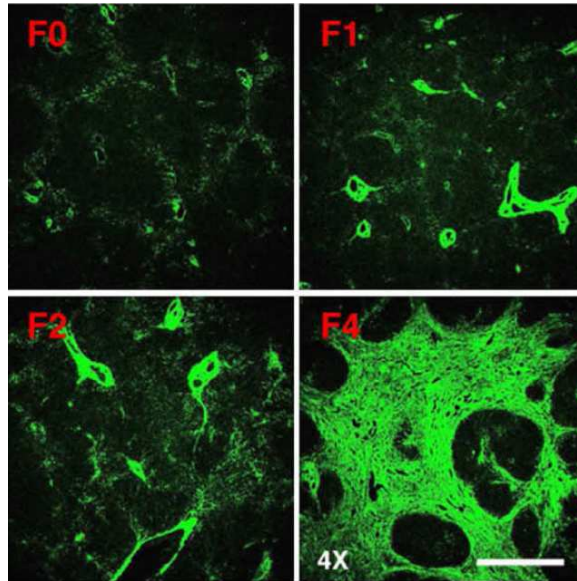


Figure VII.6 : Images SHG de foies au stade F0, F1, F2 et F4.

Un indice de fibrose-SHG correspondant à la fraction de l'aire occupée par le collagène dans les images SHG seuillées et binarisées a été introduit, le microscope étant préalablement calibré sur la MEC d'un échantillon sain. L'étude, qui a porté sur 119 patients atteints à des stades divers, montre que la technique SHG est capable de faire la distinction :

- Entre la FCS (de F2 à F4) et la fibrose bénigne (F0 et F1) (Figure VII.7.A). Avec un AUROC de 0,88 (intervalle de confiance de 95%, 0,81-0,93), le seuil optimal (au sens sensibilité/spécificité) de l'indice de fibrose-SHG est alors de 3,358.
- Entre le foie cirrhoté (F4) et le foie non cirrhoté (de F0 à F3) (Figure VII.7.B). Avec un AUROC de 0,89 (intervalle de confiance de 95%, 0,81-0,94), le seuil optimal de l'indice de fibrose-SHG est alors de 7,247. Le stade F4 pouvant atteindre des valeurs d'index SHG supérieures à 20, la méthode permet de mieux quantifier la sévérité de la cirrhose.

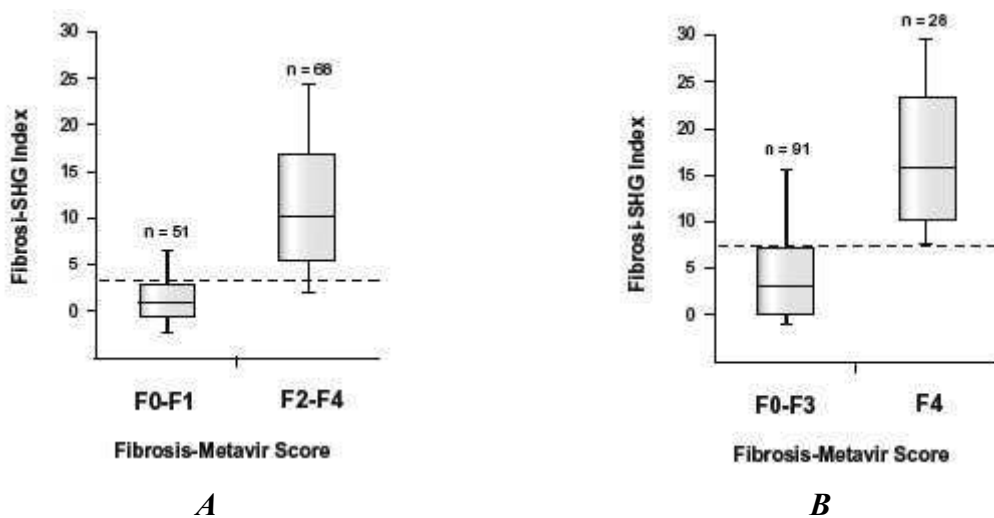


Figure VII.7 : Indice de fibrose-SHG pour l'évaluation de la fibrose hépatique en fonction du score Métavir. A : distinction fibrose bénigne/sévère. B : distinction cirrhose/stades non cirrhotiques.

(Les rectangles représentent la médiane, au centre, et les 25^{ème} et 75^{ème} percentiles, respectivement en bas et en haut. Les barres représentent la gamme des valeurs).

La microscopie SHG est donc une approche quantitative simple et robuste, complémentaire des méthodes actuellement employées. A terme, il est envisagé de quantifier le collagène in situ, par microendoscopie via une fibre optique couplée au microscope SHG.

II.5 – Conclusion

Nous venons de voir dans cette section les origines de la fibrose hépatique. Cette pathologie est surtout caractérisée par un dépôt anormal de collagène dans les espaces portes hépatiques en réaction à une agression chronique du foie (hépatite, alcool...). Nous avons présenté les différents moyens techniques de diagnostic développés ces dernières années afin de fournir une alternative concrète à la PBH. Nous avons en particulier détaillé l'application de la microscopie SHG à l'étude de la fibrose hépatique. Nous allons maintenant confronter notre polarimètre imageur aux échantillons de foie et présenter les principaux résultats obtenus. Nous verrons si l'imagerie polarimétrique peut être utile au diagnostic des différents stades de la fibrose hépatique (score Métavir de F0 à F4).

III – Résultats expérimentaux

Le collagène, protéine fibreuse la plus présente dans le corps humain, est bien connue pour ses propriétés physiques et optiques [7.26] : ses fibres ont la particularité d'avoir un comportement anisotrope (biréfringence linéaire) qui est plus ou moins marqué suivant leur organisation spatiale. Plus les fibres de collagène sont orientées dans une direction plus la biréfringence induite est forte : c'est par exemple le cas dans les tendons ou les ligaments. Dans la peau, les fibres s'orientent plus aléatoirement et la biréfringence induite est donc plus faible.

Sans négliger les propriétés dichroïques et dépolarisantes des tissus biologiques, il nous paraît plus intéressant de voir si ce comportement anisotrope du collagène évolue avec les stades de la fibrose hépatique : il sera donc important de voir si, en plus de la biréfringence induite par les fibres, l'orientation générale de celles-ci est mesurable.

Notre étude porte sur des échantillons de foie humain à différents stades de fibrose (cirrhose). Cette étude nous a été proposée par le Groupe Matière Condensée et Matériaux (UMR 6626) de l'Université de Rennes I. Leur équipe biophysique utilise l'imagerie SHG (génération de seconde harmonique) multiphoton pour mettre en évidence l'évolution de la quantité de collagène fibrillaire avec le degré de fibrose.

Les échantillons de foie que nous recevons de l'Université de Rennes I sont des biopsies de foie de 15 μm d'épaisseur et de 1 cm carré de surface placées entre deux lames transparentes. Entre les deux lames, un gel de conservation permet à l'échantillon de ne pas être dénaturé.

Pour cette étude, les mesures ont, à nouveau, été réalisées en rétrodiffusion, avec toujours un angle entre le bras d'entrée et le bras de sortie du polarimètre de 10° hors spéculaire. L'outil statistique que représente l'imagerie polarimétrique doit nous permettre de caractériser précisément les propriétés optiques des tissus hépatiques sains et fibrosés.

III.1 – Géométrie du milieu : choix de la décomposition

Nous procédons à la mesure classique des 64 images d'intensité pour chaque échantillon (de F0 à F4) que nous traitons pour obtenir les 16 images de Mueller. La figure VII.8 montre l'image m_{00} (image codée en intensité) de l'échantillon sain. Pour chaque image, seule une zone utile d'intérêt est conservée pour les calculs statistiques (en rouge sur la figure VII.8.A) : en effet, les échantillons présentent de nombreuses inhomogénéités (en blanc) qui ne sont pas du tissu hépatique à proprement dit. Pour cela, nous réalisons le test de physacité d'une matrice de Mueller (Théorème de Givens-Kostinski) pour chaque pixel : les pixels « non physiques » (en noir sur la figure VII.8.B) sont exclus de la zone d'intérêt. Nous voyons qu'ils correspondent bien aux inhomogénéités de l'image en intensité.

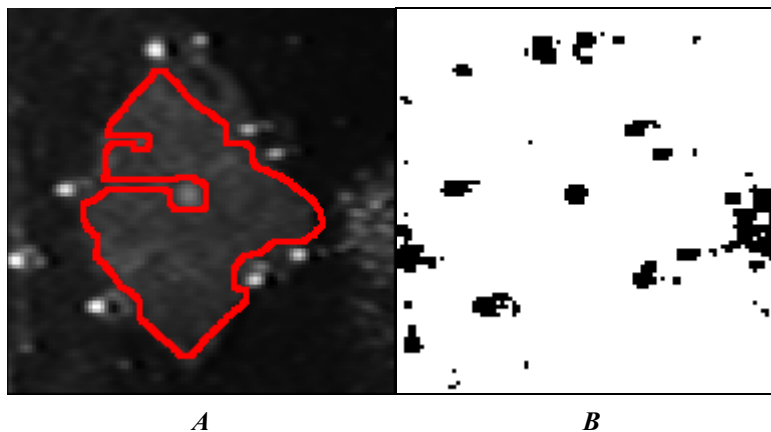


Figure VII.8 : A : Image en intensité de l'échantillon F0 et sa zone d'intérêt (en rouge), B : image binaire du test de physacité d'une matrice de Mueller (blanc : pixels associés à une matrice physique, noir : pixels associés à une matrice non physique).

Comme pour les biopsies de peau de porc, nous calculons, pour chaque pixel de l'image, les différentes normes de Frobenius. Le tableau VII.2 représente les images de l'échantillon F0 codées selon les normes $\|\Delta D_c^{s_1}\|_F$, $\|\Delta D_{id}^{s_2}\|_F$, $\|\Delta D_r^{s_2}\|_F$ et $\|\Delta D_{id}^{s_1}\|_F$. Les histogrammes et les valeurs particulières sont également renseignés. Les résultats sur les normes mélangeant deux effets de polarisation ne donnaient pas de résultats susceptibles de sélectionner une des configurations.

Nous constatons, à la vue du tableau VII.2, qu'aucune des géométries ne semble être adaptée à l'échantillon. En effet, les valeurs moyennes sont assez largement supérieures au seuil du bruit ($\|S\|_F = 0,0148$) et l'algorithme hybride semble donc être le plus adapté.

Néanmoins, nous remarquons que c'est le cas « classique » $M_\Delta.M_R.M_D$ qui introduit l'erreur la plus faible ($\|\Delta D_c^{s_1}\|_F = 0,090 \pm 0,061$ et $\|\Delta D_{id}^{s_2}\|_F = 0,136 \pm 0,081$). Nous allons donc considérer cet échantillon comme un milieu symétrique présentant quatre effets de polarisation, tout en minimisant l'influence de sa diatténuation de sortie.

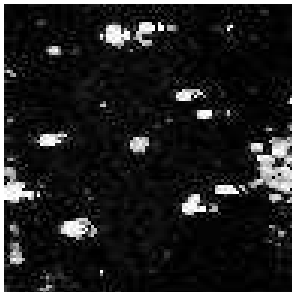

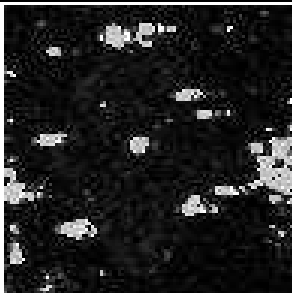
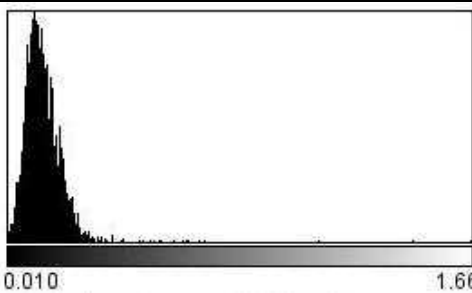
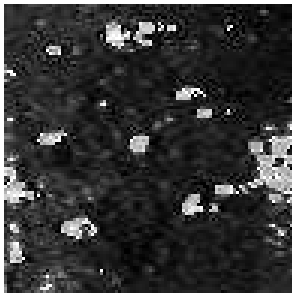
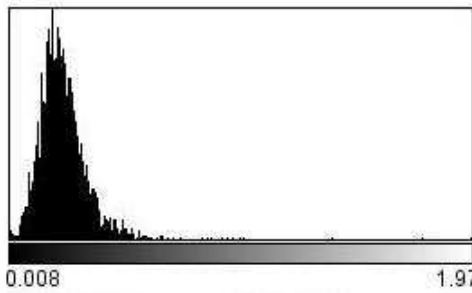
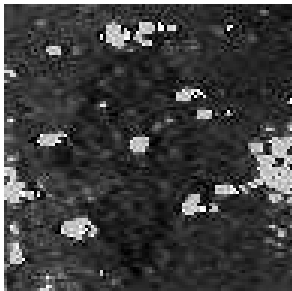
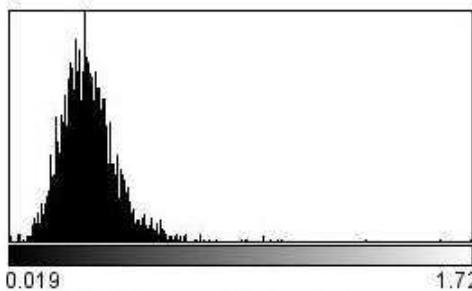
Norme	Image	Histogramme	Valeurs
$\ \Delta D_c^{s_1}\ _F$			Moy = 0,090 EcT = 0,061 Min = 0,007 Max = 1,291
$\ \Delta D_{id}^{s_2}\ _F$			Moy = 0,136 EcT = 0,081 Min = 0,010 Max = 1,660
$\ \Delta D_r^{s_2}\ _F$			Moy = 0,236 EcT = 0,117 Min = 0,008 Max = 1,971
$\ \Delta D_{id}^{s_1}\ _F$			Moy = 0,314 EcT = 0,118 Min = 0,019 Max = 1,728

Tableau VII.2 : Images, histogrammes et valeurs particulières des normes présentant quatre effets de polarisation pour l'échantillon F0. Moy : valeur moyenne, EcT : écart type, Min : valeur minimale, Max : valeur maximale.

Une fois la configuration du milieu déterminée, nous pouvons maintenant présenter les résultats sur les paramètres de dépolarisation pour chaque stade de la fibrose.

III.2 – Paramètres de dépolarisation

Nous avons vu au chapitre précédent qu'il était intéressant de discriminer les échantillons de peau selon leur indice de dépolarisation. Nous avons également pu apprécier le fait d'associer cette mesure de la dépolarisation à une estimation de son anisotropie, via le taux de mémoire Γ . Le tableau VII.3 montre les images et les histogrammes associés à ces deux paramètres pour l'échantillon sain F0.

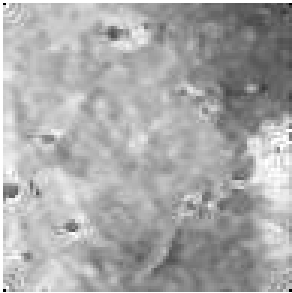
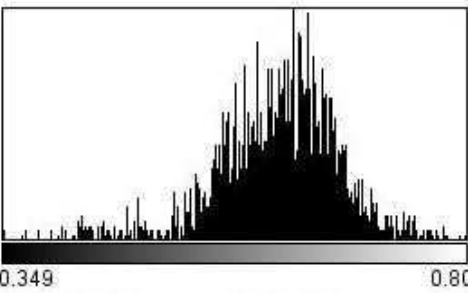
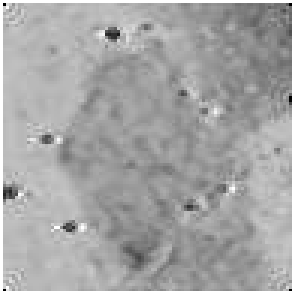
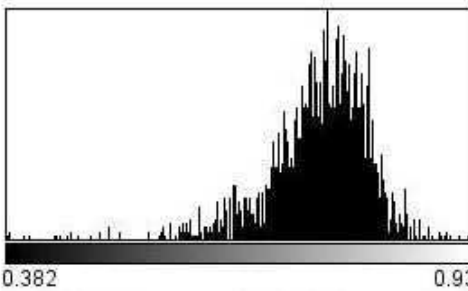
Paramètre	Image	Histogramme	Valeurs
P_D			Moy = 0,616 EcT = 0,062 Min = 0,349 Max = 0,800
Γ			Moy = 0,751 EcT = 0,062 Min = 0,382 Max = 0,930

Tableau VII.3 : Images, histogrammes et valeurs particulières de l'indice de dépolarisation P_D et du taux de mémoire Γ pour l'échantillon F0. Moy : valeur moyenne, EcT : écart type, Min : valeur minimale, Max : valeur maximale.

La figure VII.9 montre les résultats du taux de mémoire Γ en fonction de l'indice de dépolarisation P_D de chaque échantillon de foie. Il faut noter que les barres qui apparaissent sur les graphiques représentent la dispersion du paramètre sur la zone étudiée, et non l'écart type statistique sur la mesure.

Nous constatons que l'échantillon de foie sain est le moins dépolarisé. De plus, sa dépolarisation possède un caractère plutôt isotrope. Contre toute attente, les échantillons fibrosés ont un comportement « inversé » : le foie cirrhoté F4 présente les caractéristiques de dépolarisation les plus proches de celles du foie sain (seul l'indice de dépolarisation les démarque légèrement : 0,616 contre 0,547), alors que le premier stade de la fibrose F1 a un comportement très éloigné de l'échantillon sain (forte dépolarisation à caractère fortement anisotrope). L'échantillon F3 est quasiment indiscernable du stade F4 et l'échantillon F2 présente des propriétés intermédiaires.

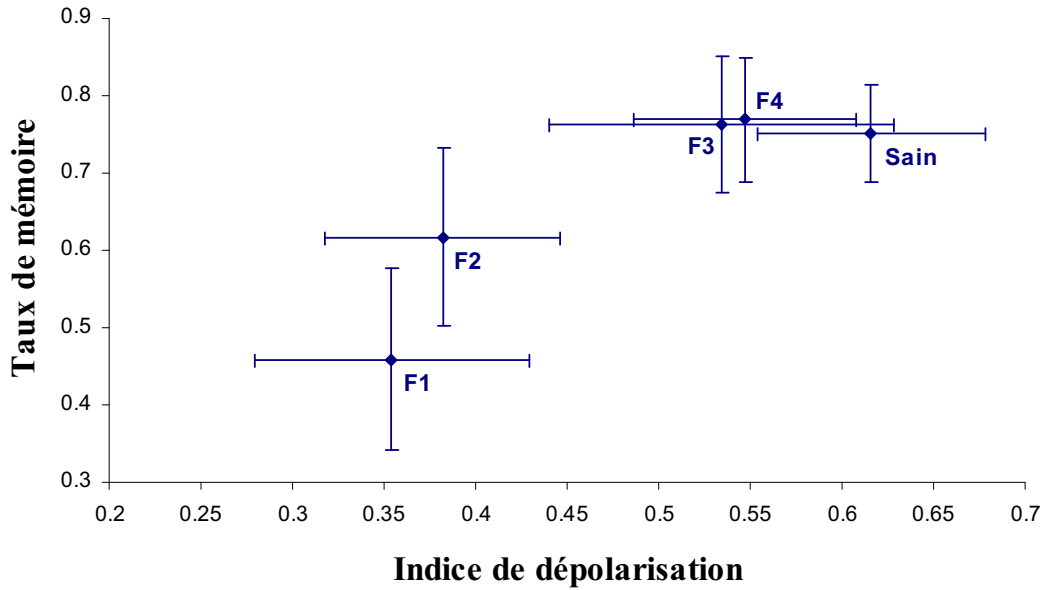


Figure VII.9 : Taux de mémoire Γ en fonction de l'indice de dépolarisation P_D pour chaque stade de la fibrose hépatique. Les barres représentent la dispersion du paramètre sur la zone étudiée.

S'il est relativement difficile de relier ces résultats à des modifications structurales, nous retiendrons que les paramètres de dépolarisation semblent bien discriminer les stades précoces de la fibrose (F1, F2) des stades avancés (F3, F4).

A la vue des résultats, il faut également mentionner que les paramètres de dépolarisation semblent bien différencier le foie sain des premiers stades (F1, F2) à condition que la fibrose sévère (F3, F4) soit écartée. En effet, les résultats sur les paramètres de dépolarisation montrent une confusion possible entre l'échantillon sain et les échantillons sévèrement atteints. Voyons maintenant les résultats sur les paramètres de retard.

III.3 – Paramètres de retard

La fibrose hépatique étant caractérisée par une augmentation anormale de la synthèse de collagène, protéine aux propriétés biréfringentes, il nous paraît intéressant de voir l'évolution des paramètres liés au retard en fonction du stade de la fibrose.

Le premier paramètre qui nous intéresse est la retardance R . A partir des 16 images de Mueller de chaque échantillon, nous calculons l'image R correspondante. Nous avons de plus, grâce à l'outil statistique qu'est l'image, une information de dispersion sur le paramètre calculé. La figure VII.10 montre l'évolution de ce paramètre en fonction du retard induit.

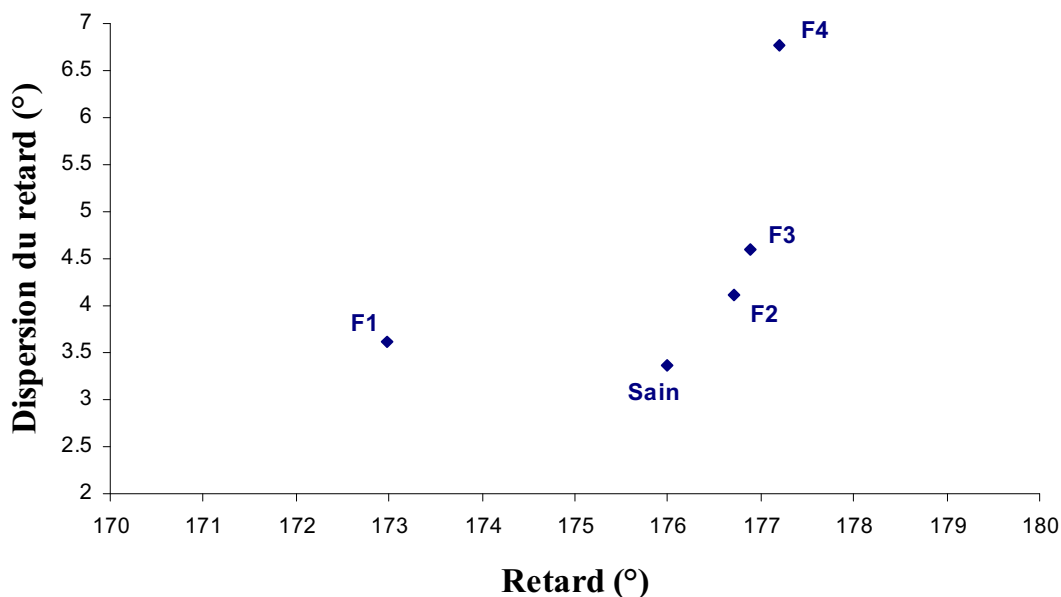


Figure VII.10 : Dispersion sur le retard R en fonction du retard lui-même pour chaque stade de la fibrose hépatique.

Pour tous les échantillons, le retard induit est faible et proche de 180° (rétrodiffusion) : ceci peut s'expliquer par l'épaisseur réduite des échantillons ($15 \mu\text{m}$). Cependant, nous remarquons que les stades de FCS (F2 à F4) possèdent les valeurs de retardance absolue ($180^\circ - R$) les plus faibles. L'échantillon F0 introduit un retard légèrement supérieur et l'échantillon F1 est le plus biréfringent avec une retardance absolue de plus de 7° .

Concernant la dispersion du retard sur la zone utile, nous voyons que l'échantillon sain est le plus homogène. A l'opposé, l'échantillon cirrhoté est celui qui introduit la plus forte amplitude sur les valeurs de retardance. Entre les deux, les échantillons F1, F2 et F3 sont assez proches.

Ce phénomène est particulièrement intéressant : l'échantillon de foie F4 est à la fois celui qui induit le retard global le plus faible et celui qui présente les retards locaux les plus importants.

Pour le faible retard global, nous avons vu au Chapitre 1 que la biréfringence induite par un milieu est plus forte si celui-ci est ordonné. Or, nous avons également vu que la fibrose hépatique est caractérisée par un dépôt anarchique de collagène sur les tissus sains. Il serait donc possible que le foie F4 soit le moins biréfringent du fait de la désorganisation générale importante des fibres de collagène.

Concernant les fortes valeurs locales de retard, les études faites en SHG [7.24] ont montré que l'intense concentration de collagène de type I était très localisée autour des espaces portes des foies fibrosés. Les forts retards mesurés sur l'échantillon F4 seraient donc dus à une quantité de dépôt plus importante au niveau de zones bien localisées.

Nous nous penchons maintenant sur l'orientation des états propres de retard en calculant les images des azimuts (orientation de l'axe rapide) des axes propres de retard. La mesure des orientations générales n'a pas d'intérêt particulier comme l'échantillon est placé de manière aléatoire, les différentes orientations absolues n'ayant aucune corrélation entre elles. Cependant, nous constatons que, pour chaque échantillon, seules des valeurs d'azimut proches

de -90 , 0 et 90° apparaissent sur les images. Cette particularité s'explique par la définition mathématique de l'azimut de retard (chapitre 5). En configuration de rétrodiffusion, les retards proches de 180° sont sans doute dus au moyennage en profondeur et à la résolution spatiale du système. Et de ce fait, les azimuts de retard calculés sont donc proches de 0° (modulo $\pi/2$) : ce phénomène est donc caractéristique de l'effet miroir.

Si nous voulons parvenir aux informations d'orientation d'un tel milieu, il faut utiliser le montage en transmission. Malheureusement, dans cette configuration, les paramètres polarimétriques et l'intensité détectée sont fortement corrélés, ce qui indique sans doute un effet de moyennage spatial et/ou de faibles évolutions des valeurs des paramètres polarimétriques. A l'observation des images, ce qui est vu comme de la dépolarisation effective ou du retard induit est en réalité trop dépendant de l'intensité lumineuse.

Ainsi, nous choisissons une configuration en transmission hors axe, comme indiqué sur la figure VII.11, où nous faisons pivoter l'axe du bras de sortie du polarimètre d'un angle approximativement égal à $a = 5^\circ$ par rapport à la position de transmission directe. Dans cette géométrie, l'information polarimétrique est dominée par les photons diffusés, c'est-à-dire les photons qui ont interagi avec le milieu.

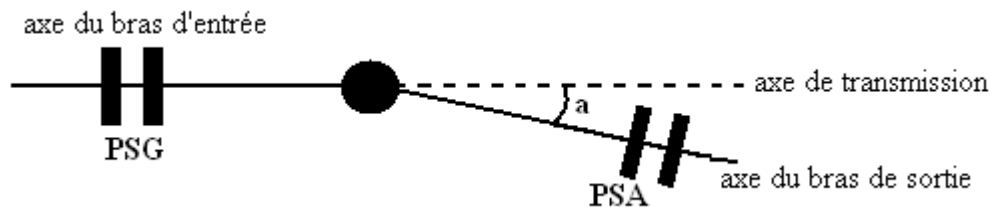


Figure VII.11 : Schéma de la configuration expérimentale en transmission hors axe (PSG : Polarization States Generator, PSA : Polarization States Analyser).

La figure VII.12 montre les résultats obtenus, en transmission hors axe, sur la dispersion de l'azimut de retard pour les cinq stades de fibrose hépatique.

Nous obtenons des résultats assez similaires à ceux obtenus en rétrodiffusion mais avec une discrimination bien plus importante. Le stade F0 est à nouveau le plus « ordonné » : la distribution totale des orientations y est la plus faible, puis l'ordre structurel général tend à disparaître avec la gravité de la fibrose, le foie F4 apparaissant ici comme étant l'échantillon le plus désordonné.

Cette information vient conforter les résultats obtenus sur la retardance. En effet, nous avons vu plus haut que le foie cirrhotique était globalement le moins biréfringent et nous avons soumis l'hypothèse que ce phénomène était dû à la reconstruction tissulaire isotrope caractéristique des fibroses sévères. La forte distribution d'orientations mesurée vient donc appuyer cette hypothèse.

En revanche, si l'on s'en tient au même raisonnement, le foie F0 devrait être le plus biréfringent, or nous avons vu précédemment que ce n'était pas le cas. Ceci souligne le comportement surprenant et difficilement explicable, en termes de retard, de l'échantillon F1.

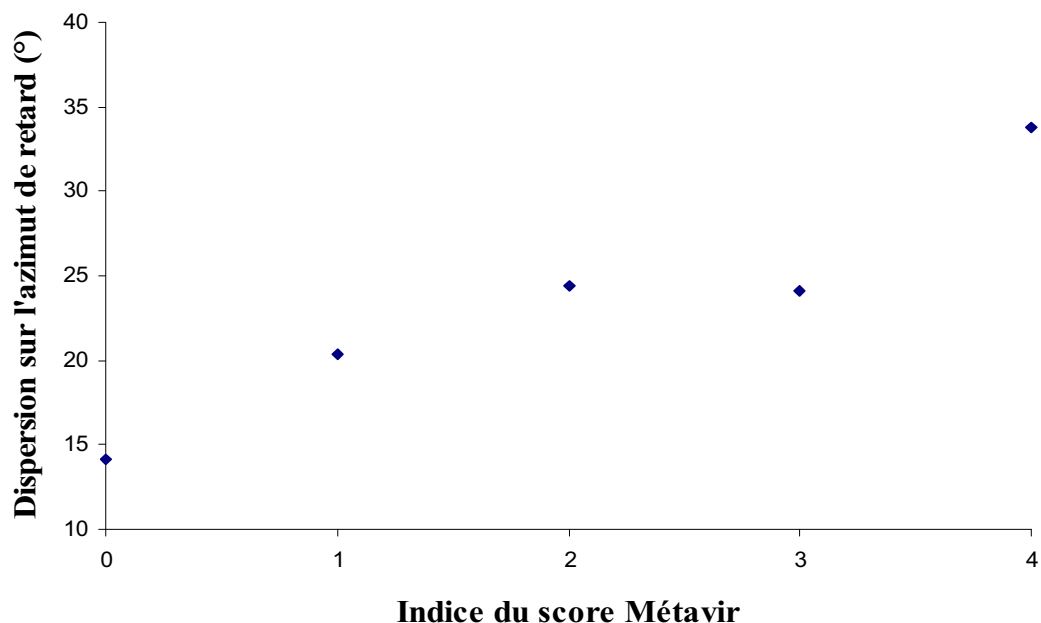


Figure VII.12 : Dispersion de l'azimut de retard en fonction de l'indice du score Métavir pour chaque stade de la fibrose.

IV – Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons détaillé l'anatomie et la structure du foie ainsi que son rôle dans l'organisme. Nous avons vu la structure générale du lobule hépatique, l'unité fonctionnelle du foie. Nous avons ensuite exposé les propriétés de la fibrose hépatique, celle-ci correspond à une accumulation progressive dans le foie d'une matrice extracellulaire de composition altérée. La progression de cette fibrose, par la formation active de dépôts de collagène, peut conduire au développement d'une cirrhose.

A travers le score semi quantitatif Métavir, échelle la plus couramment utilisée en France, nous avons identifié les différents stades de la pathologie. Nous avons ensuite présenté différentes techniques de diagnostic de la fibrose du foie : la ponction-biopsie hépatique, standard courant mais invasif, les tests sanguins Fibrotest[®] et Fibromètre[®], qui dosent dans le sang différents marqueurs de la fibrose hépatique, et l'élastométrie impulsionnelle, qui mesure l'élasticité du foie à travers la propagation d'une onde ultrasonore. Nous avons également décrit le principe de la microscopie multiphoton SHG qui permet de quantifier le collagène fibrillaire de type I dans des coupes histologiques de foie fibrosé. Cette technique a permis de mettre au point un indice de fibrose-SHG qui permet une bonne discrimination entre les fibroses bénignes (F0-F1) et les fibroses cliniquement significatives (F2 à F4).

Nous avons ensuite présenté nos résultats expérimentaux qui tentent de mettre en évidence l'intérêt de l'imagerie polarimétrique pour l'aide au diagnostic de la fibrose

hépatique. Sans pouvoir relier nos résultats à des modifications structurelles du foie, par manque d'informations sur les biopsies mises à notre disposition, nous avons pu mettre en évidence des variations de comportement polarimétrique en fonction du stade de la fibrose.

Les paramètres de dépolarisation (indice de dépolarisation et taux de mémoire) semblent discriminer le foie sain des foies faiblement fibrosés (F1-F2). Il faut cependant ajouter que ces paramètres ne permettent pas de discerner les stades de fibrose sévère (F3-F4) du foie sain. Cette observation peut sembler contradictoire ou représenter un phénomène précis.

Concernant les paramètres de retard, informations intrinsèquement liées à la concentration, au type et à l'ordonnement des fibres de collagène, nous avons mis en évidence, par la mesure du retard et de l'azimut de retard, une discrimination possible entre les stades non cirrhotiques et le stade F4 (figure VII.13). L'imagerie polarimétrique nous a permis d'obtenir une information sur la dispersion des paramètres de retard qui, plus que l'information sur les paramètres eux-mêmes, se révèle être très intéressante.

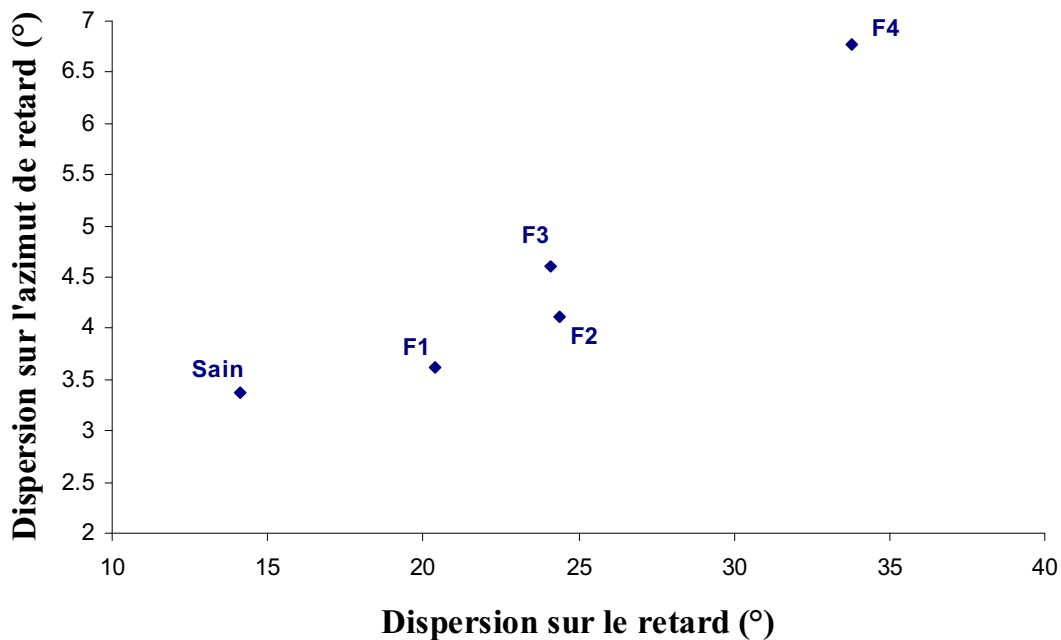


Figure VII.13 : Dispersion de l'azimut de retard en fonction de la dispersion sur le retard pour chaque stade de la fibrose.

Conclusion

Au cours de ce travail de thèse, nous nous sommes attachés à mettre en évidence la possibilité d'utiliser la polarimétrie de Mueller comme outil d'investigations biomédicales. Cette méthodologie permet une exploration non invasive des tissus biologiques en s'appuyant sur des agents de contraste naturels. Pour mener à bien ce projet, plusieurs étapes ont été nécessaires.

La première étape (Chapitre 1) a consisté à définir les propriétés optiques des tissus biologiques. Nous avons donc vu que le collagène, qui est le principal constituant des tissus biologiques, a la particularité, de par son ordonnancement, d'être à la fois l'un des principaux diffuseurs de la peau et d'avoir un comportement polarimétrique anisotrope (biréfringent) dans son interaction avec une onde optique. Une altération (brûlure, cicatrisation...) des tissus modifie l'ordonnancement des fibres en les dénaturant : la biréfringence disparaît et le régime de diffusion est modifié (baisse de la dépolarisation). La polarimétrie de Mueller étant particulièrement adaptée à l'étude de ces deux phénomènes, nous avons donc décidé de mettre en évidence la possibilité d'utiliser cette technique comme un agent de contraste complémentaire à ceux utilisés grâce aux techniques d'imagerie (conventionnelles et optiques) déjà existantes.

Dans la deuxième étape, nous avons posé les bases théoriques pour l'interprétation des résultats obtenus en polarimétrie qui consiste à mesurer la matrice de Mueller d'un milieu (Chapitre 2). Nous avons montré que la lecture de cette dernière n'est pas immédiate lorsqu'elle est obtenue expérimentalement et que le milieu est fortement dépolarisant (cas des milieux biologiques) puisqu'elle est bruitée et que l'information pertinente est souvent dispersée entre ses seize éléments. Nous avons alors montré qu'il est nécessaire de la décomposer en éléments optiques élémentaires (dichroïque, retardeur, dépolariseur) afin de découpler les différentes transformations polarimétriques. C'est pourquoi nous avons, par la suite, détaillé les différents algorithmes de décompositions existants (Chapitre 3) : classique [2.13], inverse [3.2], normal [3.9] et symétrique [3.12]. Nous avons pu montrer que, même s'ils utilisent chacun le même formalisme, ils diffèrent selon le nombre et l'ordre de multiplication des éléments simples.

Dans la troisième étape, nous avons utilisé le polarimètre mis au point durant cette étude pour vérifier si la polarimétrie peut être utilisée comme agent de contraste biomédical. Nous avons tout d'abord détaillé les différentes étapes, ainsi que les méthodologies associées, de l'étalonnage du système (ponctuel ou imageur). Cette étape se révèle être obligatoire afin d'obtenir une précision satisfaisante sur les images polarimétriques acquises (Chapitre 4). Grâce aux informations contenues dans les matrices d'erreur associées aux matrices de Mueller expérimentales, nous avons pu mettre au point une méthode de génération de bruit (Chapitre 5) et ainsi identifier la propagation des erreurs à travers les différents algorithmes. A partir des travaux de Le Roy-Brehonnet [5.2] et Boulvert [3.4], nous avons établi une procédure de détermination du choix de la décomposition sans connaissance a priori sur le

milieu d'étude. Dans le même temps, nous avons introduit une décomposition hybride qui semble particulièrement adaptée à la caractérisation de milieux diffusants.

La quatrième et dernière étape avait pour but d'associer notre polarimètre à une procédure d'analyse des matrices de Mueller lors d'applications biomédicales. Nous avons opté pour des pathologies caractérisées par des modifications ou altérations des fibres de collagène.

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés à l'étude du syndrome cutané d'irradiation aiguë (SCIA). Plusieurs études polarimétriques ont été menées sur des échantillons *ex vivo* prélevés sur des zones de peau de porc saines et irradiées. En appliquant la procédure de choix de la décomposition, nous avons pu démontrer que la peau, qu'elle soit saine ou irradiée, est un milieu qui présente à la fois du dichroïsme (effets de surface), de la biréfringence (configuration de réflexion) et une forte dépolarisation au caractère faiblement anisotrope (Chapitre 6).

Les différentes études entreprises ont montré que le phénomène d'irradiation engendrait une baisse de la dépolarisation ainsi qu'une perte de son caractère anisotrope, phénomènes déjà constatés lors de l'altération des fibres de collagène. Nous avons ainsi conforté des résultats déjà observés [3.4] qui font de l'indice de dépolarisation associé au taux de mémoire un outil diagnostique intéressant pour l'étude du SCIA. Les informations révélées par le dichroïsme (augmentation de la diatténuation) et la biréfringence (baisse du retard) vont également dans le sens de travaux déjà publiés, mais ces paramètres ne sont pas assez discriminants pour en faire des agents de contraste satisfaisants.

L'indice de dépolarisation et le taux de mémoire de polarisation sont également sensibles à la longueur d'onde d'étude. En effet, nos travaux semblent montrer que la discrimination entre échantillon sain et échantillon irradié (même faiblement) est plus efficace pour de hautes longueurs d'onde d'étude ($\lambda > 800$ nm). Cela impliquerait que l'irradiation occasionne une réorganisation tissulaire en profondeur, expliquant ainsi en partie, qu'à faible irradiation, aucun signe clinique ne soit observable à la surface du tissu. En revanche, pour discriminer les échantillons suivant la dose reçue, une investigation plus en surface (courte longueur d'onde, $\lambda < 600$ nm) semble donner des résultats plus satisfaisants.

En résumé, notre étude a démontré l'intérêt d'utiliser les paramètres de dépolarisation (P_D et Γ) comme agents de contraste pour des doses d'irradiations où les signes cliniques sont quasi inexistantes.

Enfin, nous avons utilisé l'imagerie polarimétrique pour l'étude de la fibrose hépatique. Plusieurs études ont été menées sur des biopsies de foie humain à chaque stade de la fibrose (de F0, le foie sain, à F4, le foie cirrhotique). L'interprétation statistique des images acquises a permis de montrer que la polarimétrie de Mueller semble permettre la discrimination des différents stades de fibrose.

L'étude a ainsi montré que, même s'il est relativement difficile de relier ces résultats à des modifications structurelles, les paramètres de dépolarisation (indice de dépolarisation et taux de mémoire) semblent discerner le foie sain des foies faiblement fibrosés (F1-F2). Il faut cependant ajouter que ces paramètres ne permettent pas de discerner les stades de fibrose sévère (F3-F4) du foie sain.

Grâce à l'imagerie polarimétrique, qui permet d'obtenir une information sur la dispersion des paramètres, nous avons également mis en évidence, par la mesure du retard et de l'azimut associé, informations intrinsèquement liées à la concentration, au type et à l'ordonnement des fibres de collagène, une discrimination possible entre les stades non cirrhotiques et le stade F4.

Ces travaux ouvrent plusieurs perspectives :

- Concernant la brûlure radiologique, la polarimétrie apparaît comme une technique discriminante, en particulier lorsque qu'elle est couplée à une analyse spectrale. Pour confirmer ces premiers résultats, il faudrait à présent réaliser un polarimètre temps réel à large bande spectrale ou multi longueur d'onde, de façon à effectuer un suivi de cicatrisation sur l'animal vivant. Il apparaît également nécessaire de multiplier les expériences pour étudier la variabilité inter spécimen.
- Concernant la fibrose hépatique, des travaux en microscopie de polarisation sont réalisés par ailleurs pour estimer le rôle de la résolution spatiale sur les résultats obtenus avec des échantillons colorés au rouge sirius, colorant ayant la propriété d'augmenter la biréfringence des structures riches en collagène de type I et III. D'autres études en imagerie doivent donc être menées afin de valider ces résultats. De plus, l'utilisation de biopsies plus épaisses (diffusion plus importante) devrait en principe améliorer les contrastes obtenus.

Références

Introduction

- [I.1] **W. F. CHEONG, S. A. PRAHL, A. J. WELCH**, « A review of the optical properties of Biological Tissues », IEEE J. Quant. Elec., vol.26, n°12, 2166-2185, 1990.
- [I.2] **V. V. TUCHIN**, « Laser light scattering in biomedical diagnostic and therapy », J. of Laser App., vol.5, 43-60 (1941), 1993.
- [I.3] **G. ZACCANTI, A. TADDEUCCI, M. BARILLI, P. BRUSCAGLIONI, F. MARTELLI**, « Optical properties of biological tissues », Proc. SPIE, vol.2389, 513, 1995.
- [I.4] **R. SPLINTER, M. YASIN A. RAJA, R. H. SVENSON**, « Anomalous optical behavior of biological media : modifying the optical window of myocardial tissues », Proc. SPIE, vol.2671, 125, 1996.
- [I.5] « Special section on tissue polarimetry », J. of Biomed. Opt., vol.7, n°3, 278-397, 2002.

Chapitre 1

- [1.1] **R. A. BERGMAN, A. K. AFIFI, P. M. HEIDGER**, « Histology », W. B. Saunders, Philadelphia, 1996.
- [1.2] **J. POIRIER, J. L. RIBADEAU DUMAS, M. CATALA, J. M. ANDRE, R. K. GHERARDI, J. F. BERNAUDIN**, « Histologie moléculaire », Texte et Atlas, Masson, Paris, 1999.
- [1.3] **M. HELLER, C. PROST-SQUARCIONI, S. FRAITAG**, « De l'histologie moléculaire à la pathologie. Les tissus conjonctifs », site internet : www.histo-moleculaire.com.
- [1.4] **H. F. LODISH**, « Molecular cell biology », 6th edition, W. H. Freeman and Company, New York, 2008.

- [1.5] **M. VAN DER REST, R. GARRONE**, « Collagen family of proteins », *The FASEB Journ.*, vol.5, 2814-2823, 1991.
- [1.6] **V. V. TUCHIN**, « Handbook of biomedical diagnostics », SPIE Press, Bellingham, 2002.
- [1.7] **R. R. ANDERSON, J. A. PARISH**, « The optics of human skin », *J. Invest. Dermatol.*, vol.77, 13-19, 1981.
- [1.8] **B. GELEBART**, « Réflectance résolue dans le temps et dans l'espace appliquée à l'étude des milieux stratifiés – Résultats préliminaires sur des phantoms optiques de tissus biologiques », Thèse de Doctorat, Université de Paris-Nord, 1998.
- [1.9] **H. C. VAN DE HULST**, « Light scattering by small particules », Dover Publications Inc., New York, 1981.
- [1.10] **C. BOCCARA**, « Imagerie optique, morphologique et fonctionnelle des tissus à différentes profondeurs », Cours dispensé à l'Ecole pré-doctorales des Houches « Optique et Biologie », SFO, Les Houches, 2003.
- [1.11] **V. V. TUCHIN**, « Laser light scattering in biomedical diagnostic and therapy », *J. of Laser App.*, vol.5, 43-60, 1993.
- [1.12] **W. F. CHEONG, S. A. PRAHL, A. J. WELCH**, « A review of the optical properties of biological tissues », *IEEE J. of Quant. Elect.*, vol.26, 2168-2179, 1990.
- [1.13] **V. V. TUCHIN**, « Light scattering study of tissues », *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, vol.167, n°5, 517-539, 1997.
- [1.14] **A. CERUSSI, N. SHAH, D. HSIANG, M. COMPTON, B. TROMBERG**, « In vivo absorption, scattering and physiologic properties of 58 malignant breast tumors determined by broadband diffuse optical spectroscopy », *J. of Biomed. Opt.*, vol.11, n°4, 044005, 2006.
- [1.15] **I. S. SAIDI, S. L. JACQUES, F. K. TITTEL**, « Mie and Rayleigh modeling of visible-light scattering in neonatal skin », *App. Opt.*, vol.34, 7410-7418, 1995.
- [1.16] **S. L. JACQUES, S. A. PRAHL**, « Introduction to Biomedical Optics », <http://omlc.ogi.edu/classroom/index.html>, Cours dispensé à l'Oregon Graduate Institute « ECE 532 Biomedical Optics », Beaverton, 2002.
- [1.17] **A. KIENLE, F. K. FORSTER, R. HIBST**, « Anisotropy of light propagation in biological tissue », *Opt. Lett.*, vol.29, 2617-2619, 2004.
- [1.18] **P. J. CAMPAGNOLA, A. C. MILLARD, M. TERASAKI, P. E. HOPPE, C. J. MALONE, W. A. MOHLER**, « Three-dimensional high-resolution second-harmonic generation imaging of endogenous structural proteins in biological tissues ». *Biophys. J.*, vol.82, 493–508, 2002.

- [1.19] **B. GONG, J. SUN, G. VARGAS, Q. CHANG, Y. XU, D. SRIVASTAVA, P. J. BOOR**, « Nonlinear imaging study of extracellular matrix in chemical-induced, developmental dissecting aortic aneurysm : evidence for defective collagen type III », *Birth Defects Res. Part A - Clin. Molecular Teratol*, vol.82, 16-24, 2008.
- [1.20] **T. YASUI, Y. TOHNO, T. ARAKI**, « Characterization of collagen orientation in human dermis by two-dimensional second-harmonic generation polarimetry », *J. Biomed. Opt.*, vol.9, n°2, 259-264, 2004.
- [1.21] **M. STRUPLER**, « Imagerie du collagène par microscopie multiphotonique. Application aux fibroses rénales », Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique, Palaiseau, 2008.
- [1.22] **B. EYDEN, M. TZAPHLIDOU**, « Structural variations of collagen in normal and pathological tissues : role of electron microscopy », *Micron*, vol.32, 287-300, 2001.
- [1.23] **V. J. JAMES, N. KIRBY**, « The connection between the presence of Melanoma and changes in fibre diffraction patterns », *Cancers*, vol.2, 1155-1165, 2010.
- [1.24] **D. J. MAITLAND, J. T. WALSH Jr**, « Quantitative measurements of linear birefringence during heating of native collagen », *Lasers in Surgery and Medicine*, vol.20, 310-318, 1997.
- [1.25] **M. F. G. WOOD, N. GOSH, E. H. MORIYAMA, B. C. WILSON, I. A. VITKIN**, « Proof-of-principle demonstration of a Mueller matrix decomposition method for polarized light tissue characterization in vivo », *J. of Biomed. Opt.*, vol.14, n°1, 014029, 2009.
- [1.26] **J.J. WILD, J. M. REID**, « Application of echo-ranging techniques to the determination of structure of biological tissues », *Science*, vol.115, 226-230, 1952.
- [1.27] **J. SELB**, « Source virtuelle acousto-optique pour l'imagerie des milieux diffusants », Thèse de Doctorat, Université Paris XI, Paris, 2002.
- [1.28] **B. SELKIN, M. RAJADHYAKSHA, S. GONZALEZ, R. G. LANGLEY**, « In vivo confocal microscopy in dermatology », *Dermat. Clinics*, vol.19, 369-377, 2001.
- [1.29] **D. HUANG, E. A. SWANSON, C. P. LIN, J. S. SCHUMAN, W. G. STINSON, W. CHANG, M. R. HEE, T. FLOTTE, K. GREGORY, C. A. PULIAFITO, F. G. FUJIMOTO**, « Optical coherent tomography », *Science*, vol.254, 1178-1181, 1991.
- [1.30] **A. G. POLOLEANU, J. A. ROGERS, D. A. JACKSON, S. DUNNE**, « Three dimensional OCT images from retina and skin », *Optics Express*, vol.7, 292-298, 2000.
- [1.31] **M. G. DUCROS, J. D. MARSACK, H. GRADY RYLANDER III, S. L. THOMSEN, T. E. MILNER**, « Primate retina imaging with polarization-sensitive optical coherence tomography », *J. O. S. A. A*, vol.18, 2945-2956, 2001.

- [1.32] **J. F. DE BOER, S. M. SRINIVAS, A. MALEKAFZALI, Z. CHEN, J. S. NELSON**, « Imaging thermally damaged tissue by polarization sensitive optical coherence tomography », *Opt. Exp.*, vol.3, 212–218, 1998.
- [1.33] **M. J. EVERETT, K. SCHOENENBERGER, B. W. COLSTON, L. B. DA SILVA**, « Birefringence characterization of biological tissue by use of optical coherence tomography », *Opt. Lett.*, vol.23, 228–230, 1998.
- [1.34] **D. A. ZIMNYAKOV, J.-T. OH, Y. P. SINICHKIN, V. A. TRIFONOV, E. V. GURIANOV**, « Polarization-sensitive speckle spectroscopy of scattering media beyond the diffusion limit », *J. O. S. A. A*, vol.21, n°1, 59-70, 2004.
- [1.35] **O. CARVALHO, M. BENDERITTER, L. ROY**, « Noninvasive radiation burn diagnosis using speckle phenomenon with a fractal approach to processing », *J. of Biomed. Opt.*, vol.15, n°2, 027013, 2010.
- [1.36] **D. A. BOAS, A. K. DUNN**, « Laser speckle contrast imaging in biomedical optics », *J. of Biomed. Opt.*, vol.15, n°1, 011109, 2010.
- [1.37] **Y. PIEDERRIERE, J. CARIOU, Y. GUERN, G. LE BRUN, B. LE JEUNE, J. LOTRIAN, J-F. ABGRALL, M. T. BLOUCH**, « Evaluation of blood plasma coagulation dynamics by speckle analysis », *J. of Biomed. Opt.*, vol.9, 408-412, 2004.
- [1.38] **Y. PIEDERRIERE, F. BOULVERT, J. CARIOU, B. LE JEUNE, Y. GUERN, G. LE BRUN**, « Backscattered speckle size as a function of polarization: influence of particle-size and concentration », *Opt. Exp.*, vol.13, 5030-5039, 2005.
- [1.39] **M. TORREGROSSA**, « Reconstruction d'images obtenues par tomographie optique dans le proche infrarouge », Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg I, 2003.
- [1.40] **D. M. RECTOR, G. R. POE, M. P. KRISTENSEN, R. M. HARPER**, « Light scattering changes follow evoked potentials from hippocampal Schaeffer collateral stimulation », *J. Neurophysiol.*, vol.78, 1707-1713, 1997.
- [1.41] **S. R. ARRIDGE, W. R. B. LIONHEART**, « Nonuniqueness in diffusion based optical tomography », *Opt. Lett.*, vol.23, 882-884, 1998.
- [1.42] **W. BECKER, A. BERGMANN, A. GIBSON, N. EVERDELL, D. JENNIONS, M. SCHWEIGER, S. R. ARRIDGE, J. C. HEBDEN**, « Multi-dimensional time-correlated single photon counting applied to diffuse optical tomography », *Proc. SPIE*, 5693, 34-42, 2005.
- [1.43] **B. MONTCEL, R. CHABRIER, P. POULET**, « Improvements in brain activation detection using time resolved diffuse optical means », *Proc. SPIE*, 5859, 63-69, 2005.
- [1.44] **D. MIYASAKI, M. SAITO, Y. SATO, K. IKEUCHI**, « Determining surface orientations of transparent objects based on polarization degrees in visible and infrared wavelengths », *J. O. S. A. A*, vol.19, 687-694, 2002.

- [1.45] **J. ZALLAT, P. GRAEBLING, Y. TAKAKURA**, « Using polarimetric imaging for material classification », ICIP'03, vol.3, 827-830, 2003.
- [1.46] **S. L. JACQUES, K. LEE, J. ROMAN**, « Scattering of polarized light by biological tissues », Proc. SPIE 4001, 14-28, 2000.
- [1.47] **S. L. JACQUES, J. C. RAMELLA-ROMAN, K. LEE**, « Imaging skin pathology with polarized light », J. Biomed. Opt., vol.7, 329-340, 2002.
- [1.48] **H. CLIFFORD**, « Birefringence imaging reveals cell components », Biophotonics International 21-22, Sept./Oct. 1996.
- [1.49] **P. M. KASILI, D. T. LYNCH, C. BOUTIN, C. HOYT, R. LEVENSON, E. E. FURTH**, « Application of the AbrioTM Imaging system to the analysis of liver fibrosis », The FASEB Journal, vol.21, 1b8, 2007.
- [1.50] **P. TERRIER, V. DEVLAMINCK**, « Système polarimétrique pour l'analyse d'images », Traitement du signal, vol.17, 479-490, 2000.
- [1.51] **G. LE BRUN, B. LE JEUNE, J. CARIOU, J. LOTRIAN**, « Laser imaging procedure for evaluating the polarization signature of immersed targets », Pure Appl. Opt., vol.2, 445-470 (1993).
- [1.52] **J. L. PEZZANITI, R. A. CHIPMAN**, « Mueller matrix imaging polarimetry », Optical engineering, vol.34, 1558-1568, 1995.
- [1.53] **P. Y. GERLIGAND, M. H. SMITH, R. A. CHIPMAN**, « Polarimetric images of a cone », Optics express, vol.4, 1999.
- [1.54] **M. H. SMITH, P. BURKE, A. LOMPADO, E. TANNER, L. W. HILLMAN**, « Mueller matrix imaging polarimetry in dermatology », Proc. SPIE 3911, 210-216, 2000.
- [1.55] **J. M. BUENO, P. ARTAL**, « Double pass imaging polarimetry in the human eye », Opt. Lett., vol.24, 64-66, 1999.
- [1.56] **J. S. BABA, J. CHUNG, A. H. DE LAUGHTER, B. D. CAMERON, G. L. COTE**, « Development and calibration of an automated Mueller matrix polarization imaging system », J. Biomed. Opt., vol.7, 341-349, 2002.
- [1.57] **G. L. LIU, Y. F. LI, B. D. CAMERON**, « Polarization-based optical imaging and processing techniques with application to the cancer diagnostics », Laser Tissue Interaction XIII, Photochemical, Photothermal and Photomechanical, Proceedings of SPIE, 4617, 2002.
- [1.58] **J. CHUNG, W. JUNG, M. J. HAMMER-WILSON, P. WILDER-SMITH, Z. CHEN**, « Use of polar decomposition for the diagnosis of oral pre-cancer », Appl. Opt., vol.46, n°15, 3038-3045, 2007.

- [1.59] **M. ANASTASIADOU, A. DE MARTINO, D. CLEMENT, F. LIEGE, B. LAUDE-BOULESTEIX, N. QUANG, J. DREYFUSS, B. HUYNH, A. NAZAC, L. SCHWARTZ, H. COHEN**, « Polarimetric imaging for the diagnosis of cervical cancer », *Phys. Stat. Sol. (C)*, vol.5, 1423-1426, 2008.

Chapitre 2

- [2.1] **G.G. STOKES**, « On the composition and resolution or streams of polarized light from different sources », *Trans Cambridge Phil. Soc.*, vol.9, 339-416, 1852.
- [2.2] **R.C. JONES**, « A new calculus for the treatment of optical systems », *J.O.S.A.*, vol.31, 488-493, 1941 ; vol.31, 493-499, 1941 ; vol.31, 500-503, 1941.
- [2.3] **H. MUELLER**, « The foundation of optics », *J.O.S.A. (A)*, vol.38, 551, 1948.
- [2.4] **P. SOLEILLET**, « Sur les paramètres caractérisant la polarisation partielle de la lumière dans les phénomènes de fluorescence », *Ann. Phys.*, vol.12, 23-97, 1929.
- [2.5] **S.-Y. LU, A. CHIPMAN**, « Homogeneous and inhomogeneous Jones matrices », *J. O. S. A. (A)*, vol.11, 766-773, 1994.
- [2.6] **J. J. GIL, E. BERNABEU**, « A depolarization criterion in Mueller matrices », *Opt. Act.*, vol.32, n°3, 259-261, 1985.
- [2.7] **J. J. GIL, E. BERNABEU**, « Depolarization and polarization indices of an optical system », *Opt. Act.*, vol.33, 185-189, 1986.
- [2.8] **R. SIMON**, « Mueller matrices and depolarization criteria », *J. Mod. Optics*, vol.34, n°4, 569-575, 1987.
- [2.9] **D. G. M. ANDERSON, R. BARAKAT**, « Necessary and sufficient conditions for a Mueller matrix to be derivable from a Jones matrix », *J. O. S. A. A*, vol.11, n°8, 2305-2319, 1994.
- [2.10] **S. R. CLOUDE**, « Condition for the physical reasibility of matrix operators in polarimetry », in *Polarization consideration for optical systems II*, R. A. CHIPMAN ed., *Proc. Soc. Photo-Opt Instrum. Eng.*, vol.1166, 177-185, 1989.
- [2.11] **R. A. CHIPMAN**, « Polarization analysis of optical systems », *Optical Engineering*, vol.28, n°2, 90-99, 1989.
- [2.12] **S. HUARD**, « Polarisation de la lumière », Masson, Paris, 1994.
- [2.13] **S.-Y. LU, R. A. CHIPMAN**, « Interpretation of Mueller matrices based on polar decomposition », *J. O. S. A. A*, vol.13, n°5, 1106-1113, 1996.

- [2.14] **F. LE ROY-BREHONNET**, « Application de décompositions de matrices de Mueller à la caractérisation et à la classification de cibles », Thèse de Doctorat, Université de Bretagne Occidentale, Brest, 1996.
- [2.15] **R. A. CHIPMAN**, « Depolarization index and the average degree of polarization », *App. Opt.*, vol.44, n°13, 2490-2495, 2005.
- [2.16] **P. ELIES, B. LE JEUNE, F. LE ROY-BREHONNET, J. CARIOU, J. LOTRIAN**, « The application of depolarization analysis to polarimetric characterization and classification of metallic and dielectric samples ». *J. Phys. D : Appl. Phys.*, vol.30, 2520-2529, 1997.
- [2.17] **F. C. MACKINTOSH, J. X. ZHU, D. J. PINE, D. A. WEITZ**, « Polarization memory of multiply scattered light ». *Phys. Rev. B*, vol.40, n°13, 9342-9345, 1989.

Chapitre 3

- [3.1] **J. MORIO, F. GOUDAIL**, « Influence of the order of diattenuator, retarder and polarizer in polar decomposition of Mueller matrices », *Optics Letters*, vol.29, n°19, 2234-2236, 2004.
- [3.2] **R. OSSIKOVSKI, A. DE MARTINO, S. GUYOT**, « Forward and reverse product decompositions of depolarizing Mueller matrices », *Optics Letters*, vol.32, n°6, 689-691, 2007.
- [3.3] **M. ANASTASIADOU, S. BEN HATIT, R. OSSIKOVSKI, S. GUYOT, A. DE MARTINO**, « Experimental validation of the reverse polar decomposition of depolarizing Mueller matrices », *J.E.O.S., Rapid Publications 2*, 07018, 2007.
- [3.4] **F. BOULVERT**, « Analyse de milieux fortement diffusants par polarimétrie de Mueller et méthodes optiques cohérentes. Application au syndrome d'irradiation aiguë », Thèse de Doctorat, Université de Bretagne Occidentale, Brest, (2006).
- [3.5] **R. BARAKAT**, « Bilinear constraints between elements of the 4 x 4 Mueller-Jones transfer matrix of polarization theory », *Optics Commun.*, vol.38, 159-161, (1981).
- [3.6] **R. SIMON**, « The connection between Mueller and Jones matrices of polarization optics », *Optics Commun.*, vol.42, 293-297, (1982).
- [3.7] **J. J. GIL, E. BERNABEU**, « An experimental device for the dynamic determination of Mueller matrices », *Optica Acta*, vol.32, 259-261, (1985).
- [3.8] **C. R. GIVENS, A. B. KOSTINSKI**, « A simple necessary and sufficient condition for the physical realizability of Mueller matrices », *J. mod. Optics*, vol.40, 471, (1993).

- [3.9] **R. SRIDHAR, R. SIMON**, « Normal form for Mueller matrices in polarization optics », *J. Mod. Opt.*, vol.41, n°10, 1903-1915, 1994.
- [3.10] **Y. TAKAKURA, M.-P. STOLL**, « Passivity test of Mueller matrices in polarization optics », *App. Opt.*, vol.48, n°6, 1073-1083, 2009.
- [3.11] **J. E. HAMAD, Y. TAKAKURA**, « Estimation of physically realizable Mueller matrices from experiments using global constrained optimization », *Opt. Exp.*, vol.16, n°18, 14274-14287, 2008.
- [3.12] **R. OSSIKOVSKI**, « Analysis of depolarizing Mueller matrices through a symmetric decomposition », *J.O.S.A. A*, vol.26, n°5, 1109-1118, 2009.
- [3.13] **C. FALLET, A. PIERANGELO, R. OSSIKOVSKI, A. DE MARTINO**, « Experimental validation of the symmetric decomposition of Mueller matrices », *Opt. Exp.*, vol.18, 831-842, 2010.
- [3.14] **H. BACRY**, « Lectures on group theory and particule theory », Gordon and Breach, New York, 1977.
- [3.15] **R. OSSIKOVSKI**, « Product decompositions of depolarizing Mueller matrices with negative determinants », *Opt. Com.*, vol.281, 2406-2410, 2008.

Chapitre 4

- [4.1] **B. BOULBRY**, « Mise en place d'un polarimètre de Mueller achromatique dans le domaine du visible en régime laser impulsif », Thèse de Doctorat, Université de Bretagne Occidentale, Brest, 2002.
- [4.2] **J. P. NOUGIER**, « Méthode de calcul numérique », Edition Masson, 41-44, 1981.
- [4.3] **P. OLIVARD**, « Application du formalisme de Stokes-Mueller à la caractérisation polarimétrique de fibres optiques soumises à des contraintes uniformes », Thèse de Doctorat, Université de Bretagne Occidentale, Brest, 1996.
- [4.4] **B. BOULBRY, B. BOUSQUET, B. LE JEUNE, Y. GUERN, J. LOTRIAN**, « Polarization errors associated with zero-order achromatic quarter-wave plates in the whole visible spectral range », *Optics Express*, vol.9, n°5, 225-235, 2001.
- [4.5] **R. L. PLACKETT**, « Karl Pearson and the Chi-Squared Test », *Int. Statist. Rev.*, vol.51, 59-72, 1983.
- [4.6] **B. LE JEUNE, J. P. MARIE, P. Y. GERLIGAND, J. CARIOU, J. LOTRIAN**, « Mueller matrix formalism in imagery. An experimental arrangement for noise reduction », *Proc. SPIE (San Diego, Cal.)*, vol.2265, 443-451, 1994.

- [4.7] **K. M. TWIETMEYER, R. A. CHIPMAN**, « Optimization of Mueller matrix polarimeters in the presence of error sources », *Opt. Exp.*, vol.16, n°15, 11589-11603, 2008.
- [4.8] **B. KAPLAN**, « Applications métrologiques de l'ellipsométrie de Mueller », Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique, Palaiseau, 2002.
- [4.9] **S. AINOUZ**, « Analyse et traitement d'images multidimensionnelles de polarisation », Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg, 2006.
- [4.10] **J. S. TYO**, « Noise equalization in Stokes parameter images obtained by use of variable retardance polarimeters », *Opt. Lett.*, vol.25, n°16, 1198-1200, 2000.
- [4.11] **M. H. SMITH**, « Optimization of a dual-rotating retarder Mueller matrix polarimeter », *Appl. Opt.*, vol.41, n°13, 2488-2493, 2002.
- [4.12] **M. ANASTASIADOU**, « Imagerie polarimétrique : développement instrumentaux et applications biomédicales », Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique, Palaiseau, 2007.
- [4.13] **E. ISAACSON, H. B. KELLER**, « Analysis of Numerical Methods », John Wiley & Sons, New York, 1966.
- [4.14] **R. CABANE**, « Méthodes numériques en algèbre linéaire », *Technique de l'ingénieur*, AF 485, 1998.
- [4.15] **C. BREZINSKI**, « Méthodes numériques de base – Algèbre numérique », *Technique de l'ingénieur*, AF 1 221, 2006.
- [4.16] **J. S. TYO**, « Design of optimal polarimeters : maximization of signal-to-noise ratio and minimization of systematic error », *App. Opt.*, vol.41, 619-630, 2002.
- [4.17] **D. S. SABATKE, A. M. LOCKE, M. R. DESCOUR, W. C. SWEATT, J. P. GARCIA, E. DERENIAK, S. A. KEMME, G. S. PHIPPS**, « Figures of merit for complete Stokes polarimeters », *Proc. SPIE* 4133, 75-81, 2000.
- [4.18] **W. H. PRESS, S. A. TEUKOLSKY, W. T. VETTERLING, B. P. FLANNERY**, « Numerical recipes in Pascal, the art of scientific computing », Cambridge University Press, Cambridge, 1992.
- [4.19] **P. ELIES, B. LE JEUNE, F. LE ROY-BREHONNET, J. CARIOU, J. LOTRIAN**, « Experimental investigation of the speckle polarization for a polished aluminium sample », *J. Phys. D : Appl. Phys.*, vol.30, 29-39, 1997.
- [4.20] **K. LEON**, « Optimisation d'un polarimètre de Mueller séquentiel », Rapport de stage de Master 1, Université de Bretagne Occidentale, 2006.
- [4.21] **Y. TAKAKURA, J. AHMAD**, « Noise distribution of Mueller matrices retrieved with active rotating polarimeters », *App. Opt.*, vol.46, n°30, 7354-7364, 2007.

- [4.22] **B. LAUDE-BOULESTEIX**, « Développements instrumentaux en imagerie tomographique et polarimétrique », Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique, Paris, 2004.
- [4.23] **E. COMPAIN, B. DREVILLON**, « High frequency modulation of the four states of polarization of light with a single phase modulator », *Rev. Sci. Instrum.*, vol.69, 1574-1580, 1998.
- [4.24] **F. DELPLANCKE**, « Automated high speed Mueller matrix scatterometer », *App.Opt.*, vol.36, 5388-5395, 1997.
- [4.25] **J. M. BUENO**, « Polarimetry using liquid-crystal variable retarders : theory and calibration », *J. Opt. A : Pure Appl. Opt.*, vol.2, 216-222, 2000.
- [4.26] **A. DE MARTINO, Y. KIM, E. GARCIA CAUREL, B. LAUDE, B. DREVILLON**, « Optimized Mueller polarimeter with liquid crystals », *Opt. Lett.*, vol.28, 616-618, 2003.
- [4.27] **P. OLIVARD, P. Y. GERLIGAND, B. LE JEUNE, J. CARIOU, J. LOTRIAN**, « Measurements of optical fiber parameters using an optical polarimeter and Stokes-Mueller formalism », *J. Phys. D : Appl. Phys.*, vol.32, 1618-1625, 1999.
- [4.28] **J. M. BENNET**, « Handbook of optics », Editions McGraw Hill, New York, 1995.
- [4.29] **B. BOULBRY, B. LE JEUNE, F. PELLE, J. CARIOU, J. LOTRIAN**, « Identification of error parameters and calibration of a double-crystal birefringent waveplate with a broadband spectral light source », *J. Phys. D : Appl. Phys.*, vol.35, 2508-2515, 2002.
- [4.30] **K. PIETRASZKIEWICZ, W. A. WOZNIAK, P. KURZYNOWSKI**, « Effect of multiple reflections in retardances plates with elliptical birefringence », *J. O. S. A. A*, vol.12, 420-424, 1995.
- [4.31] **I. SCIERSKY, F. RATAJCZYK**, « The Jones matrix of the real dichroic elliptic object », *Optik*, vol.68, 121-125, 1984.

Chapitre 5

- [5.1] **F. LE ROY-BREHONNET, B. LE JEUNE, P. ELIES, J. CARIOU, J. LOTRIAN**, « Optical media and target characterization by Mueller matrix decomposition », *J. Phys. D*, vol.29, 34-38, 1996.
- [5.2] **F. LE ROY-BREHONNET, B. LE JEUNE**, « Utilization of Mueller matrix formalism to obtain optical targets depolarization and polarization properties », *Prog. Quantum Electron.*, vol.21, n°2, 109-151, 1997.

- [5.3] **F. LE ROY-BREHONNET, B. LE JEUNE, P. Y. GERLIGAND, J. CARIOU, J. LOTRIAN**, « Analysis of depolarizing optical targets by Mueller matrix formalism », *Pure Appl. Opt.*, vol.6, 385-404, 1997.
- [5.4] **F. BOULVERT, G. LE BRUN, B. LE JEUNE, J. CARIOU, L. MARTIN**, « Decomposition algorithm of an experimental Mueller matrix », *Opt. Comm.*, vol.282, 692-704, 2009.

Chapitre 6

- [6.1] **F. BOULVERT, B. BOULBRY, G. LE BRUN, B. LE JEUNE, S. RIVET, J. CARIOU**, « Analysis of depolarizing properties of irradiated skin », *J. Opt. A : Pure Appl. Opt.*, vol.7, 21-27, 2005.
- [6.2] **T. DE REVEL, P. GOURMELON, D. VIDAL, C. RENAUDEAU**, « Menace terroriste, approche médicale : nucléaire, radiologique, biologique, chimique », John Libbey Eurotext, Montrouge, 2005.
- [6.3] **M. G. LEBWOHL**, « Peau et maladie systémique », Traduction française, Atlas en Dermatologie, Elsevier éd., 2004.
- [6.4] **S. L. JACQUES, D. J. McAULIFFE**, « The melanosome : threshold temperature for explosive vaporization and internal absorption coefficient during pulsed laser irradiation », *Photochemistry & Photobiology*, vol.53, 769-75, 1991.
- [6.5] **S. L. JACQUES**, « Origins of tissue optical properties in the UVA, Visible, and NIR regions », *OSA TOPS on Advances in Optical Imaging and Photon Migration*, vol.2, 364-369, eds. R. R. Alfano, J. G. Fujimoto, publ. Optical Society of America, 1996.
- [6.6] **J. D. REGAN, J. A. PARISH**, « The science of photomedicine », Plenum Press, New York, 1982.
- [6.7] **H. CAR SIN, J. STEPHANAZZI, F. LAMBERT, P. M. CURET, P. GOURMELON**, « Moyens de recouvrement du brûlé : réflexions sur leur application aux lésions radiologiques », *Radioprotection*, vol.37, 13-25, 2002.
- [6.8] **F. DABURON**, « Irradiations aiguës localisées. Bases radiologiques du diagnostic et du traitement », EDP Sciences, 1997.
- [6.9] **IRSN**, « Rayonnements ionisants et santé », Collection « Livrets des professionnels », 1-16, 2004.
- [6.10] **J. L. LEFAIX, M. MARTIN, Y. TRICAUD, F. DABURON**, « Muscular fibrosis induced after pig skin irradiation with single doses of 192 Ir gammas rays », *Br. J. Radiol. Technol.*, vol.66, 537-544, 1993.

- [6.11] **A. CHALANSONNET, N. EL KAMOUNI, A. BRIGUET, F. DABURON, J. L. LEFAIX**, « Mise en évidence des effets d'une irradiation aiguë localisée par imagerie de résonance magnétique du tissu cutané », *Radioprotection*, vol.28, 411-421, 1993.
- [6.12] **S. DELANIAN, J. L. LEFAIX**, « Evaluation des modifications radio-induites tardives de la microcirculation superficielle. I. Apport clinique du laser doppler cutané », *Cancer/Radiotherapy*, vol.4, 415-420, 2000.
- [6.13] **B. PERDEREAU, F. BRIXY, R. PENNAROLA, C. GAURON, J. M. COSSET**, « Contrôle capillaroscopique sous-unguéal des personnels radio-exposés : résultats préliminaires et incidence en radioprotection », *Radioprotection*, vol.35, 335-366, 2000.
- [6.14] **S. M. SRINIVAS, J. F. DE BOER, H. PARK, K. KEIKHANZADEH, H. L. HUANG, J. ZHANG**, « Determination of burn depth by polarization-sensitive optical coherence tomography », *J. Of Biomed. Opt.* Vol.9, 207-212, 2004.
- [6.15] **S. JIAO, W. YU, G. STOICA, L. V. WANG**, « Contrast mechanisms in polarization-sensitive Mueller matrix optical coherence tomography and application in burn imaging », *App. Opt.* Vol.42, 5191-5197, 2003.
- [6.16] **IRSN**, « Rapport annuel d'avancement n°1 : étude phénoménologique comparative de la brûlure thermique et du syndrome cutané d'irradiation aiguë », *Contrat de recherche DGA n°03 34050*, 2006.

Chapitre 7

- [7.1] **C. COUINAUD**, « Le foie. Etudes anatomiques et chirurgicales », Masson, Paris, 1954.
- [7.2] **S. RUTKAUSKAS et al.**, « Clinical and anatomical basis for the classification of the structural parts of liver », *Medicina (Kaunas)*, vol.42, n°2, 98-106, 2006.
- [7.3] **G. G. TORTORA, B. DERRICKSON**, « Manuel d'anatomie et de physiologie », De Boeck, Montréal, 2009.
- [7.4] **A. BALIAN**, « La cirrhose et ses complications », *Collection Conduites*, Editions Doin, 2005.
- [7.5] **P. HALFON, F. IMBERT-BISMUT, D. MESSOUS, G. ANTONIOTTI, D. BENCHETRIT, P. CART-LAMY, G. DELAPORTE, D. DOUTHEAU, T. KLUMP, M. SALA, D. THIBAUD, E. TREPO, P. ROBERT, R. P. MYERS, T. A. POYNARD**, « A prospective assessment of the inter-laboratory variability of biochemical markers of fibrosis (FibroTest) and activity (ActiTest) in patients with chronic liver disease », *Comp. Hep.*, vol.2, 3-7, (2002).

- [7.6] **E. NGUYEN-KHAC, D. CAPRON**, “Non invasive diagnosis of liver fibrosis by ultrasonic transient elastography (FibroScan)”, *Eur. J. of Gast.and Hep*, vol.18, 1321-1325, (2006).
- [7.7] **T. A. THEODOSSIOU, C. THRASIVOULOU, C. EKWOBI, D. L. BECKER**, « Second harmonic generation confocal microscopy of collagen type I from rat tendon cryosections,» *Biophys. J.*, vol.91, n°12, 4665-4677, 2006.
- [7.8] **M. STRUPLER, A. M. PENA, M. HERNEST, P. L. THARAUX, J. L. MARTIN, E. BEAUREPAIRE, M. C. SCHANNE-KLEIN**, « Second harmonic imaging and scoring of collagen in fibrotic tissues », *Opt. Exp.*, vol.15, n°7, 4054-4065, 2007.
- [7.9] **X. HAN, R. M. BURKE, M. L. ZETTEL, P. TANG, E. B. BROWN**, « Second harmonic properties of tumor collagen : determining the structural relationship between reactive stroma and healthy stroma », *Opt. Exp.*, vol.16, 1846-1859, 2008.
- [7.10] **R. G. KNODELL, K. G. ISHAK, W. C. BLACK, T. S. CHEN, R. CRAIG, N. KAPLOWITZ**, « Formulation and application of a numerical scoring system for assessing histological activity in asymptomatic chronic active hepatitis », *Hepatology*, vol.1, n°5, 431-435, 1981.
- [7.11] **K. ISHAK, A. BAPTISTA, L. BIANCHI, F. CALLEA, J. DE GROOTE, F. GUDAT**, « Histological grading and staging of chronic hepatitis », *J. Hepatol.*, vol.22, n°6, 696-699, 1995.
- [7.12] **P. BEDOSSA**, « Intraobserver and interobserver variations in liver biopsy interpretation in patients with chronic hepatitis C », *Hepatology*, vol.20, n°1, 15-20, 1994.
- [7.13] **P. BEDOSSA, T. POYNARD**, « Algorithm for the grading of activity in chronic hepatitis C. The Metavir Cooperativ group », *Hepatology*, vol. 24, 289-293, 1996.
- [7.14] **P. BEDOSSA, D. DARGERÉ, V. PARADIS**, « Sampling variability of liver fibrosis in Chronic Hepatitis C », *Hepatology*, vol.38, n°6, 1449-1457, 2003.
- [7.15] **J. F. BLANC, P. BIOULAC-SAGE, C. BALABAUD, A. DESMOULIERE**, « Investigation of liver fibrosis in clinical practice », *Hepatol. Res.*, vol.32, n°1, 1-8, 2005.
- [7.16] **N. H. AFDHAL, D. NUNES**, « Evaluation of liver fibrosis : a concise review », *Am. J. Gastroenterol.*, vol.99, n°6, 1160-1174, 2004.
- [7.17] **A. REGEV, M. BERHO, L. J. JEFFERS, C. MILIKOWSKI, E. G. MOLINA, N. T. PYRSOPOULOS**, « Sampling error and intraobserver variation in liver biopsy in patients with chronic HCV infection », *Am. J. Gastroenterol.*, vol.97, n°10, 2614-2618, 2002.
- [7.18] **T. POYNARD, F. IMBERT-BISMUT, M. MUNTEANU, D. MESSOUS, R. P. MYERS, D. THABUT**, « Overview of the diagnostic value of biochemical markers

- of liver fibrosis (Fibrotest[®], HCV FibroSure) and necrosis (Actitest) in patients with chronic hepatitis C », *Comp. Hepatol.*, vol.3, 8, 2004.
- [7.19] **L. CASTERA, J. VERGNIOL, J. FOUCHER, B. LE BAIL, E. CHANTELOUP, M. HAASER**, « Prospective comparison of transient elastography, Fibrotest[®], APRI and liver biopsy for the assessment of fibrosis in chronic hepatitis C », *Gastroenterology*, vol.128, 343-350, 2005.
- [7.20] **T. POYNARD, J. HUTCHINSON, M. MANNS, R. P. MYERS, J. ALBRECHT**, « Biochemical surrogate markers of liver fibrosis and activity in a randomized trial of peginterferon alfa-2b and ribavirin », *Hepatol.*, vol.38, 481-492, 2003.
- [7.21] **V. DE LEDINGHEN, C. DOUVIN, A. KETTANCH, M. ZIOL, D. ROULOT, P. MARCELLIN**, « Diagnosis of hepatic fibrosis and cirrhosis by transient elastography in HIV/HCV virus-coinfected patients », *J. Acquir. Immune Defic. Syndr.*, vol.41, 175-179, 2006.
- [7.22] **W. DENK, J. H. STRICKLER, W. W. WEBB**, « Two-photon laser scanning microscopy », *Science*, vol.248, 73-76, 1990.
- [7.23] **P. J. CAMPAGNOLA, L. M. LOEW**, « Second harmonic imaging microscopy for visualizing biomolecular arrays in cells, tissues and organisms », *Nat. Biotech.*, vol.21, 1356-1360, 2003.
- [7.24] **L. GAILHOUSTE, Y. LEGRAND, C. ODIN, D. GUYADER, B. TURLIN, F. EZAN, Y. DESILLE, T. GUILBERT, A. BESSARD, C. FREMIN, N. THERET, G. BAFFET**, « Fibrillar collagen scoring by second harmonic microscopy : a new tool in the assessment of liver fibrosis », *J. of Hepatology*, vol.52, n°3, 298-406, 2010.
- [7.25] **T. BOULESTEIX, A. M. PENA, N. PAGES, G. GODEAU, M. P. SAUVIAT, E. BEAUREPAIRE**, « Micrometer scale ex vivo multiphoton imaging of unstained arterial wall structure », *Cytometry A*, vol.69, n°3, 20-26, 2006.
- [7.26] **D. J. MAITLAND**, « Dynamic measurements of tissue birefringence : theory and experiments », Ph.D. dissertation, Dept. Physics, Northwestern University, Evanston, 1995.

Annexe

Théorème de Givens et Kostinski

Un état de polarisation physique est représenté par un vecteur de Stokes qui satisfait les deux restrictions physiques suivantes :

$$S_0 \geq 0,$$

$$S^T GS = S_0^2 - S_1^2 - S_2^2 - S_3^2 \geq 0$$

avec :

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Ce vecteur appartient à un espace (fictif) de Minkowski à 3+1 dimensions $\mathcal{M}_{3,1}$.

Si $S^T GS \geq 0$ peut être assimilé au cône de lumière solide \mathcal{C} et $S_0 \geq 0$ à sa branche positive, alors nous voyons que l'ensemble des vecteurs de Stokes correspondant à des états physiques de polarisation constitue le cône de lumière solide positif \mathcal{C}^+ dans l'espace $\mathcal{M}_{3,1}$. On en conclut aisément que $\mathcal{C} = \mathcal{C}^+ \cup \mathcal{C}^-$, avec le cône \mathcal{C}^- négatif défini par $S^T GS \geq 0$ et $S_0 \leq 0$. Puisque \mathcal{C}^+ et \mathcal{C}^- sont des ensembles convexes dans l'espace $\mathcal{M}_{3,1}$, leur union \mathcal{C} lui ne l'est pas.

La relation entre le vecteur de Stokes S et la matrice de cohérence N :

$$N = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} S_0 + S_1 & S_2 - iS_3 \\ S_2 + iS_3 & S_0 - S_1 \end{bmatrix}$$

montre que l'intensité $S_0 = \text{tr}N$ ne peut être négative, tout comme $S^T GS$ car $S^T GS = 4\det N$. L'inégalité de Schwarz implique donc que le déterminant de N est aussi non négatif.

Si le vecteur de Stokes S décrit des états de polarisation, la matrice de Mueller M décrira l'action d'un système optique sur ces états de polarisation. Clairement, la matrice de Mueller d'un système physique doit transformer un vecteur de Stokes en un vecteur de Stokes.

$$S \rightarrow S' = MS$$

$$M: \quad e^+ \rightarrow e^+$$

C'est la seule condition que la matrice M doit satisfaire.

On introduit l'ensemble de Lorentz entier \mathcal{L} , qui est l'ensemble des transformations linéaires L sur $\mathcal{M}_{3,1}$ qui préservent la norme de Lorentz $S^T G S$, pour tous les vecteurs de Stokes S appartenant à $\mathcal{M}_{3,1}$. Afin que L préserve $S^T G S$ pour tout vecteur S , il est nécessaire que $L^T G L = G$, ce qui implique que $\det L = \pm 1$ et $L_{00} \geq 1$ ou $L_{00} \leq -1$. Les matrices L avec $L_{00} \geq 1$ préservent le signe de la composante temporelle S_0 de S alors que celles qui présentent un $L_{00} \leq -1$ inversent sa signature. Ces deux ensembles sont respectivement notés transformations de Lorentz ortho-temporelles (\uparrow) et anti-ortho-temporelles (\downarrow). Il y a donc quatre classes d'éléments dans \mathcal{L} , nommées \mathcal{L}^{\uparrow}_+ , \mathcal{L}^{\uparrow}_- , $\mathcal{L}^{\downarrow}_+$ et $\mathcal{L}^{\downarrow}_-$, où les indices + et - donnent la signature du déterminant. Il apparaît évident que \mathcal{L} est la réunion des quatre classes.

Il est clairement visible que :

$$\mathcal{L}^{\downarrow}_+, \mathcal{L}^{\downarrow}_- : \quad \begin{array}{l} e^+ \rightarrow e^- \\ e^- \rightarrow e^+ \end{array}$$

Alors que :

$$\mathcal{L}^{\uparrow}_+, \mathcal{L}^{\uparrow}_- : \quad \begin{array}{l} e^+ \rightarrow e^+ \\ e^- \rightarrow e^- \end{array}$$

$\mathcal{L}^{\uparrow}_+, \mathcal{L}^{\uparrow}_-$ correspondent donc aux matrices de Mueller physiques, et en particulier, G , qui est un élément de \mathcal{L}^{\uparrow}_- , est une matrice de Mueller. Il est par contre à noter que seules les matrices de \mathcal{L}^{\uparrow}_+ correspondent à des systèmes déterministes.

A partir du théorème introduit par Givens et Kostinski, que nous pouvons interpréter de la manière suivante :

Une matrice réelle 4 x 4 non singulière M est une matrice de Mueller si et seulement si :

- $M_{00} > 0$ et

- Il existe une transformation de Lorentz $L \in \mathcal{L}^{\uparrow}_+$ telle que :

$$L^T M^T G M L = G D,$$

$$D = \text{diag}(d_0, d_1, d_2, d_3),$$

$$d_0 \geq d_j > 0, j = 1, 2, 3.$$

La partie suffisante est simple à prouver. En supposant que l'on satisfasse aux deux conditions, soient $S \in \mathcal{E}^+$ un vecteur de Stokes d'entrée quelconque et $S' = M S$, le vecteur de sortie correspondant. Nous définissons

$$\tilde{S} = L^{-1} S = \begin{bmatrix} \tilde{S}_0 \\ \tilde{S}_1 \\ \tilde{S}_2 \\ \tilde{S}_3 \end{bmatrix}$$

et comme $L \in \mathcal{L}^{\uparrow}_+$ implique que $L^{-1} \in \mathcal{L}^{\uparrow}_+$, nous avons $L^{-1} S \in \mathcal{E}^+$ et donc :

$$\tilde{S}^T G \tilde{S} = \tilde{S}_0^2 - \tilde{S}_1^2 - \tilde{S}_2^2 - \tilde{S}_3^2 \geq 0, \text{ avec } \tilde{S}_0 \geq 0,$$

Et

$$\begin{aligned} S'^T G S' &= S^T M^T G M S = \tilde{S}^T L^T M^T G M L \tilde{S} \\ &= \tilde{S}^T G D \tilde{S} = d_0 \tilde{S}_0^2 - \sum_{j=1}^3 d_j \tilde{S}_j^2 \\ &= d_0 \left(\tilde{S}_0^2 - \sum_{j=1}^3 \left(\frac{d_j}{d_0} \right) \tilde{S}_j^2 \right) \\ &\geq d_0 \tilde{S}^T G \tilde{S} \geq 0. \end{aligned}$$

Avec $S' = M S$ nous avons prouvé que $S'^T G S' \geq 0$ pour chaque $S \in \mathcal{E}^+$. Ceci prouve que

$$M: \mathcal{E}^+ \rightarrow \mathcal{E}^+ \cup \mathcal{E}^-.$$

Il reste à prouver que $S'_0 \geq 0$.

Comme \mathcal{E}^+ et \mathcal{E}^- sont les plus grands sous-ensembles convexes de $\mathcal{E}^+ \cup \mathcal{E}^-$, notre conclusion précédente implique soit $M: \mathcal{E}^+ \rightarrow \mathcal{E}^+$ soit $M: \mathcal{E}^+ \rightarrow \mathcal{E}^-$. C'est le cas en prenant comme vecteur de Stokes d'entrée :

$$e_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \in \mathcal{E}^+$$

et en utilisant le fait que $M_{00} > 0$. Donc, $M: \mathcal{E}^+ \rightarrow \mathcal{E}^+$ ou, par équivalence, M est une matrice de Mueller. Voilà qui prouve la condition suffisante du théorème.

Afin de valider maintenant la condition nécessaire, considérons M comme une matrice de Mueller. En vertu du théorème de Givens et Kostinski, nous avons $M_{00} > 0$ et GM^TGM possède quatre valeurs propres réelles d_0, d_1, d_2, d_3 . Soit $X^{(\mu)}$ le vecteur propre associé à la valeur propre d_μ :

$$GM^TGMX^{(\mu)} = d_\mu X^{(\mu)}, \quad \mu = 0, 1, 2, 3.$$

Nous pouvons montrer que les vecteurs propres sont Lorentz orthogonaux en faisant une projection de Lorentz sur $X^{(v)}$ pour obtenir :

$$X^{(v)T} M^T GMX^{(\mu)} = d_\mu X^{(v)T} GX^{(\mu)}. \quad (\text{A.1})$$

En échangeant μ et v et en soustrayant l'équation résultante à la précédente, nous avons :

$$(d_\mu - d_\nu) X^{(v)T} GX^{(\mu)} = 0$$

Ceci montre que les vecteurs propres correspondant aux différentes valeurs propres de GM^TGM sont automatiquement Lorentz orthogonaux.

Soit d_0 la plus forte valeur propre. Alors le vecteur propre $X^{(0)}$ est associé à la dimension temporelle. Nous attirons l'attention sur le fait que, même lorsque les valeurs propres sont dégénérées, les vecteurs propres peuvent être choisis Lorentz orthogonaux. Alors, un des vecteurs propres, que nous nommons $X^{(0)}$, est de dimension temporelle et les trois autres sont de dimension spatiale. Nous avons donc :

$$X^{(0)T} GX^{(0)} = l_0^2 > 0$$

$$X^{(j)T}GX^{(j)} = -l_j^2 < 0, \quad j = 1, 2, 3,$$

$$X^{(\mu)T}GX^{(\nu)} = 0 \quad \text{si } \mu \neq \nu.$$

Si nous définissons les vecteurs propres normalisés :

$$Y^{(\mu)} = \pm \frac{1}{l_\mu} X^{(\mu)},$$

nous avons l'importante relation

$$Y^{(\mu)T}GY^{(\nu)} = G_{\mu\nu}, \quad \mu, \nu = 0, 1, 2, 3.$$

Ensuite, nous arrangeons $Y^{(0)}$, $Y^{(1)}$, $Y^{(2)}$, et $Y^{(3)}$ pour former les colonnes d'une matrice réelle 4×4 L :

$$L = \begin{bmatrix} Y_0^{(0)} & Y_0^{(1)} & Y_0^{(2)} & Y_0^{(3)} \\ Y_1^{(0)} & Y_1^{(1)} & Y_1^{(2)} & Y_1^{(3)} \\ Y_2^{(0)} & Y_2^{(1)} & Y_2^{(2)} & Y_2^{(3)} \\ Y_3^{(0)} & Y_3^{(1)} & Y_3^{(2)} & Y_3^{(3)} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

Nous utilisons maintenant la liberté de signe et de place pour chaque colonne de L pour avoir $L_{00} = Y_0^{(0)} > 0$ et $\det L > 0$, L appartenant à \mathcal{L}^{\uparrow}_+ . Finalement, nous plaçons les quatre équations des valeurs propres dans une seule équation $GM^T GML = LD$. En la multipliant à gauche par $L^T G$ nous obtenons :

$$L^T M^T GML = GD,$$

$$D = \text{diag}(d_0, d_1, d_2, d_3) \quad (\text{A.3})$$

Il nous reste à montrer que les valeurs propres d_μ sont toutes non négatives. Pour se faire, il est à noter que si M est non singulière, les valeurs propres de $GM^T GM$ ne sont pas nulles. En prenant $\mu = \nu = 0$ dans l'équation (III.7), nous obtenons :

$$X^{(0)T} M^T G M X^{(0)} = d_0 X^{(0)T} G X^{(0)} \quad (\text{A.4})$$

Comme $X^{(0)T}GX^{(0)} > 0$ car $X^{(0)}$ est de dimension temporelle, la partie gauche de l'équation (A.4) est non négative si M est une matrice de Mueller (c'est-à-dire si $MX^{(0)}$ est un vecteur de Stokes). Il s'en suit que $d_0 > 0$.

De l'équation (A.3), nous remarquons que la matrice diagonale GD est la transformée symétrique de G par la matrice non singulière ML . Donc GD doit avoir la même signature que G . Un élément de la diagonale de GD doit alors être positif et les trois autres négatifs. Comme nous avons montré que le premier élément de GD est positif ($d_0 > 0$), il est donc possible de dire que les trois autres éléments de GD , $-d_1$, $-d_2$ et $-d_3$ sont négatifs. Ainsi, tant que d_0 est la valeur propre la plus forte, nous avons $d_0 \geq d_j > 0$, ce qui prouve le théorème de Givens et Kostinski.

La condition suffisante est encore une fois assez simple à prouver : M est de la forme (III.21). L'_M, L_M appartenant à \mathcal{L}^{\uparrow}_+ , elles sont des matrices de Mueller. Il suffit donc de montrer que Λ_M en est aussi une. Soit S appartenant à \mathcal{C}^+ un vecteur de Stokes arbitraire et $S' = \Lambda_M S$. Comme $\lambda_0 > 0$ nous avons $S'_0 = \lambda_0 S_0 > 0$.

De plus :

$$\begin{aligned} S'^T GS' &= \lambda_0 S_0^2 - \sum_{j=1}^3 \lambda_j S_j^2 \\ &\geq \lambda_0^2 S^T GS \geq 0 \end{aligned}$$

Donc Λ_M est une matrice de Mueller. Puisque le produit de matrices de Mueller est une matrice de Mueller, nous concluons aisément que $M = (L'_M)^T \Lambda_M L_M$ en est aussi une.

Afin de prouver la condition nécessaire, nous rappelons que M , par le théorème de Givens et Kostinski, satisfait :

$$\begin{aligned} L^T M^T G M L &= GD = \Lambda_M G \Lambda_M \\ \Lambda_M &= (\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = (d_0^{1/2}, d_1^{1/2}, d_2^{1/2}, \pm d_3^{1/2}) \end{aligned}$$

pour une matrice L de \mathcal{L}^{\uparrow}_+ . Cette équation a une solution immédiate $ML = L' \Lambda_M$ où L' satisfait $L'^T GL' = G$. Comme M, L ne change pas le signe de l'élément S_0 , donc $L' \in \mathcal{L}^{\uparrow}_+ \cup \mathcal{L}^{\downarrow}_+$. Nous pouvons utiliser la liberté de signe de λ_3 pour avoir $\det L' > 0$ et donc $L' \in \mathcal{L}^{\uparrow}_+$. Finalement, soient $L_M = L^{-1} \in \mathcal{L}^{\uparrow}_+$ et $L'_M = L'^T \in \mathcal{L}^{\uparrow}_+$. Alors $ML = L' \Lambda_M$ vérifie $M = (L'_M)^T \Lambda_M L_M$, ce qui complète la condition nécessaire.

Il est important de voir que le signe de λ_3 dans Λ_M se détermine simplement à partir de M : L'_M et L_M appartiennent à \mathcal{L}^{\uparrow}_+ donc leur déterminant vaut 1, ce qui implique que le déterminant de M est égal à celui de Λ_M . Comme le signe de $\det \Lambda_M$ est le même que celui de λ_3 , nous pouvons conclure que λ_3 est du même signe que $\det M$.