



HAL
open science

Utilisation de méthodes de l'astrogéodésie et de la géodésie spatiale pour des études de déformations de l'écorce terrestre : représentations de déformations et de leur degré de signification par des tenseurs régulièrement répartis

Leila Eissa

► **To cite this version:**

Leila Eissa. Utilisation de méthodes de l'astrogéodésie et de la géodésie spatiale pour des études de déformations de l'écorce terrestre : représentations de déformations et de leur degré de signification par des tenseurs régulièrement répartis. Autre [cs.OH]. Université Paris-Est, 2011. Français. NNT : 2011PEST1018 . tel-00664268

HAL Id: tel-00664268

<https://theses.hal.science/tel-00664268>

Submitted on 30 Jan 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Ecole Doctorale Mathématiques et STIC
(Sciences et Techniques de l'Information et de la Communication)

THESE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE PARIS-EST

Spécialité : Sciences de l'Information Géographique

Présenté par

Leila EISSA

Le 2 Mars 2011

Utilisation des méthodes de l'astrogéodésie et de la géodésie spatiale pour des études de déformation de l'écorce terrestre :
Représentation des déformations et de leur degré de significativité par un champ régulier de tenseurs

Jury

Thierry Villemin	<i>Rapporteur</i>
Christophe Vigny	<i>Rapporteur</i>
Pierre Briole	<i>Examineur</i>
Olivier Jamet	<i>Examineur</i>
Iyad Abbas	<i>Examineur</i>
Francis Dhée	<i>Invité</i>
Michel Kasser	<i>Directeur de thèse</i>

Travaux effectués au Laboratoire de Recherche En Géodésie
(LAREG) et l'Ecole Nationale des Sciences Géographiques
(ENSG)

6-8 avenue Blaise Pascal, cité Descartes, Champs Sur Marne
77455 Marne La Vallée cedex2
FRANCE



A Ma Famille ...

Remerciements

Au terme de ce travail de thèse, je tiens, tout d'abord, à remercier Michel Kasser de m'avoir proposé ce sujet de thèse, de son professionnalisme, sa confiance et ses encouragements qui m'ont donné envie d'aller jusqu'au bout, et qui a essayé d'être toujours disponible malgré un emploi de temps très chargé.

Je remercie très chaleureusement les membres de Jury d'avoir accepté de juger cette thèse.

Je remercie également Sylvie Cach de l'école doctorale MSTIC, pour sa patience et sa gentillesse pendant toutes les démarches administratives.

Je suis reconnaissante à Olivier Jamet qui m'a permis d'effectuer mes travaux de thèse au sein du LAREG, et pour ses idées et conseils qui m'ont beaucoup aidé par la suite.

Tous mes remerciements à l'équipe du LAREG, particulièrement à Xavier Collilieux qui m'a toujours aidé et répondu à mes questions, à David Coulot pour sa gentillesse et son soutien, à Pierre Valty et Alvaro Santamaria avec lesquels j'ai partagé le même bureau pendant trois ans. Avec eux une profonde amitié est née, nous l'avons partagée dans de nombreux moments au bureau et surtout en dehors. Je suis reconnaissante à Pierre pour sa relecture attentive de mon rapport final, et à Qi Li pour avoir partagé les pauses café et un bon repas chinois chez lui. Merci à Zuheir Altamimi qui m'a aidé dans le processus de recherche du projet de thèse. Merci beaucoup à Christiane, Sylvie et Chantal pour leur aide pour les démarches administratives et surtout pour leur gentillesse. Je pense aussi à tous les collègues et les thésards que j'ai eu l'occasion de côtoyer, Isabelle Panet, Oliver Bock, Juliette Legrand, Bertrand de Saint-Jean, Laurent Métivier, Samuel Nahmani, Arnaud Pollet, Etienne Bernard, Marie Daudet et Paul Rebischung.

Merci à toutes les personnes de l'Ecole Nationale des Sciences Géographiques avec qui j'ai eu l'occasion de travailler, d'abord Raphaële Heno qui m'a toujours soutenue pendant mon séjour en France, pour sa très grande gentillesse, puis tous les professeurs de l'ENSG parmi eux notamment Jérôme Verdun, Serge Botton, Francis Dhée, les gens du COGIT et Cédric Esnault pour m'avoir aidée au tout début de ma thèse.

Merci beaucoup à mes amis Mahzad Kalantari et Rémi Provin pour leur soutien, et bien sûr à tous ceux qui ont pris le temps de répondre à mon enquête présentée dans ce rapport. Je leur suis très reconnaissante.

Un grand merci à l'université Tichreen à Lattaquié et au gouvernement Syrien pour sa politique sociale et sa volonté d'ouverture qui m'a permis d'obtenir une bourse d'études supérieures en France.

Merci à Marc, Rose-Marie et Camille pour leur amitié et accueil qui m'ont fait oublier les moments difficiles.

Finalement, je remercie mes parents, mes sœurs, mes frères et mes amis qui m'ont toujours encouragé à aller plus loin, je pense notamment à ma sœur Saada et son mari pour leur soutien sans faille (normale) tout au long de mes études, et à mes trois autres sœurs adorées Tahya, Omeima et Faten.

Résumé

Les outils de la géodésie spatiale sont aujourd'hui très fortement impliqués dans les études géophysiques. Le champ de déformations horizontales d'un site d'étude est fourni par les vecteurs déplacement ou par un champ tensoriel. Ce dernier possède l'avantage d'être indépendant de tout référentiel, contrairement à ce qui est nécessaire pour exprimer les vecteurs vitesse. Néanmoins, les méthodes de calcul de tenseurs dépendent souvent d'une décomposition arbitraire en figures élémentaires à partir des points de mesures géodésiques. De plus, la représentation de ces tenseurs selon leurs axes principaux est d'une lecture et d'une interprétation assez difficiles et nécessitent un certain entraînement.

Cette thèse traite, dans un premier temps, le problème de fournir un champ continu de déformations sous la forme de tenseurs régulièrement répartis, de façon peu dépendante des points de mesure, et dans un deuxième temps, de fournir une représentation cartographique intuitive de ces tenseurs avec, pour la première fois, une représentation simultanée de leur degré de significativité. L'estimation des incertitudes de la déformation obtenue est analysée selon deux points de vue : d'une part, une méthode de Monte Carlo est appliquée pour la détermination des barres d'erreurs liées aux mesures, son résultat permet le calcul de degré de significativité des tenseurs par comparaison des valeurs de tenseurs par rapport à leurs incertitudes, et d'autre part, une estimation des contraintes imposées par la géométrie de distribution des points de mesures qui est ensuite combinée avec la première source d'erreur. La nouvelle approche de représentation a été analysée via une enquête auprès d'un groupe de géophysiciens, en leur fournissant plusieurs possibilités de représentations. En se basant sur les résultats de cette enquête, nous avons pu valider la nouvelle représentation qui permet de mettre en évidence certains aspects mal mis en évidence par la représentation classique, et donc le choix des éléments graphiques de la carte permettant de fournir la représentation la plus intuitive possible.

Mots clés : géodésie spatiale, tenseur de déformation, représentation cartographique, Monte Carlo, degré de significativité, interprétation géophysique.

Abstract

Space geodesy tools are now strongly involved in geophysical studies. The horizontal deformation field for a region of interest is provided by two main methods: a velocity field and a strain tensor field. A strain tensors field solution has the advantage of being independent of the reference frame in which the velocities are expressed. Nevertheless, the current methods of calculation of a strain tensors field depend on the positioning of geodetic points. Furthermore, the current mapping method of tensors by their mains axis is not easy to read and to interpret, needing some training.

This thesis is devoted to the problem of calculating a continuous field of regularly spaced strain tensors, and providing an intuitive mapping method of these tensors with a simultaneous representation of their significance level on the same map. The estimation of uncertainties related to the deformation field is made in two steps: firstly, a Monte Carlo method is applied for the calculation of uncertainties related to the measurements, its results allow to define the significance level of tensors by normalizing tensor's values with respect to their related uncertainties, then, the constraints coming from the distribution of the network of measurement points are calculated and combined with the first source of error. The new approach of mapping tensors was analyzed through an opinion survey by providing several possibilities of representation. The results of this opinion survey allowed us to validate this new mapping method by geophysicists for representing a deformation field, because it allows highlighting some aspects not well illustrated by the classical mapping method of tensors, and therefore choosing the graphical elements of the map which provide the best intuitive method of mapping a strain tensors field.

Keywords: space geodesy, strain tensor, mapping representation, Monte Carlo, significance level, geophysical interpretation

Table des matières

Remerciements	5
Résumé.....	7
Abstract.....	9
Introduction.....	15
Première Partie.....	19
Généralités, problèmes	19
Chapitre 1	21
Géodésie et applications géodynamiques	21
1.1 Les techniques de géodésie spatiales	21
1.1.1 La technique VLBI.....	22
1.1.2 La technique SLR.....	22
1.1.3 La technique DORIS	23
1.1.4 La technique GPS.....	23
1.2 Autres techniques spatiales employées en mesures de déformations de l'écorce terrestre.	24
1.2.1 InSAR.....	24
1.2.2 Corrélation diachronique d'orthophotographies	26
1.3 Estimation d'un champ de vitesses	27
1.4 Combinaison de données.....	28
1.5 Géodynamique : Quelles questions ?.....	30
Chapitre 2	33
Test et validation du meilleur interpolateur	33
2.1 Choix du chantier test.....	33
2.2 Tests d'interpolation	33
2.2.1 Chantiers fictifs	33
2.2.2 Chantier réel	45
2.3 Choix retenu	48
Deuxième partie.....	51
Méthode, Résultats, Perspectives.....	51
Chapitre 3	53
Calcul et représentation classique de déformations	53
3.1 Comparaison planimétrique de positions successives	53
3.2 Vecteurs déplacement horizontaux	54
3.2.1 Systèmes de référence terrestres.....	54
3.3 Tenseur de déformation	55
3.3.1 Quelques propriétés du tenseur de déformation	57
3.3.2 Comment peut-on calculer un tenseur de déformation ?.....	57
3.3.3 Calcul du tenseur de déformation selon une configuration de points du réseau	58
3.3.4 Calcul d'un champ continu de tenseurs de déformation.....	58
3.4 Représentation classique du tenseur de déformation.....	60
3.4.1 Tenseurs de déformation avec une configuration non régulière.....	61
3.4.2 Calcul d'un champ continu de tenseurs sur la faille de San Andreas	62

Chapitre 4	65
Nouvelle représentation cartographique de déformation	65
4.1 Analyse cartographique	65
4.2 Nouvelle représentation des tenseurs de déformation	66
4.2.1 Application sur la faille de San Andrés	68
Chapitre 5	75
Erreurs liées aux mesures et aux calculs.....	75
5.1 La méthode de Monte Carlo	75
5.1.1 Tirage aléatoire.....	76
5.1.2 Calcul de n solutions de tenseurs	77
5.2 Représentation cartographique de la première source d'erreurs.....	78
5.2.1 Normalisation des erreurs.....	78
5.2.2 Représentation des erreurs liées au mesures	79
5.2.3 Définition des fichiers de couleurs	80
5.2.4 Fichiers CPT et représentation du degré de significativité.....	81
5.3 Représentation des tenseurs avec leur degré de significativité	82
Chapitre 6	89
Prise en compte de la géométrie du réseau	89
6.1 Méthode développée	89
6.2 Combinaison des deux sources d'erreurs	94
Chapitre 7	97
Validation de la nouvelle représentation par une enquête utilisateurs.....	97
7.1 Enquête portant sur la représentation des tenseurs	97
7.2 Analyse du résultat de l'enquête.....	106
7.2.1 Facilité de l'identification des zones de déformation.....	106
7.2.2 Représentation des petites valeurs de cisaillement.....	106
7.2.3 Une seule carte ou deux cartes indépendantes	107
7.2.4 Facilité de l'interprétation géophysique.....	107
7.2.5 Représentation intuitive.....	107
7.2.6 Représentation de l'erreur sur l'orientation du cisaillement maximum	108
7.2.7 La nouvelle représentation est-elle adéquate ?.....	108
7.2.8 Remarques et suggestions	108
7.3 Choix retenu	109
Chapitre 8	113
Applications et exemples	113
8.1 Application sur le cas de la région de l'ouest de Turquie.....	113
8.1.1 Champ de vitesses initial	113
8.1.2 Filtrage	114
8.1.3 Interpolation	115
8.1.4 Calcul et représentation classique des tenseurs	116
8.1.5 Nouvelle représentation.....	117
8.1.6 Représentation de degré de significativité.....	118
8.1.7 Représentation des contraintes liées la géométrie du réseau	121
8.1.8 Combinaison des deux représentations	122
8.2 Application sur le cas de la région de l'Italie	123
8.2.1 Champ de vitesses initial	123
8.2.2 Filtrage	124

8.2.3 Interpolation	125
8.2.4 Calcul et représentation classique des tenseurs	126
8.2.5 Nouvelle représentation.....	127
8.2.6 Représentation de degré de significativité.....	128
8.2.7 Représentation des contraintes liées la géométrie du réseau.....	132
8.2.8 Combinaison des deux représentations	133
Conclusion et perspectives	135
Bibliographie	137
Glossaire	145
Annexe A	147
Interpolation d'un champ de vecteurs déplacements horizontaux	147
A.1 Les méthodes déterministes	148
A.1.1 Les Méthodes d'interpolation par partitionnement de l'espace.....	148
A.1.2 Les méthodes barycentriques.....	148
A.1.3 Les méthodes de régression polynomiale.....	148
A.1.4 Les splines	149
A.2 Les méthodes stochastiques.....	157
A.2.1 Moments du premier et du second ordre :	157
A.2.2 Analyse variographique.....	158
A.2.3 Le principe du krigeage	159
Annexe B	161
Quelques rappels de tectonique des plaques.....	161
B.1 Théorie de la tectonique des plaques	161
B.2 Interaction entre les plaques tectoniques.....	162
B.3 Cinématique des plaques tectoniques	162
B.4 Blocs rigides.....	164
Annexe C	167
Comment réaliser une carte	167
C.1 L'information à cartographier	167
C.2 Les règles de conception cartographique	167
C.2.1 Les règles spécifiques à la physiologie de l'œil humain.....	167
C.2.2 Les règles spécifiques au type de l'utilisateur	168
C.2.3 Les règles spécifiques au type de l'information	168
C.3 La construction du langage graphique	168
C.4 La symbolique.....	169
C.4.1 Les variables visuelles en cartographie	169
C.4.2 Les propriétés des variables visuelles.....	171
C.4.3 La combinaison des variables visuelles.....	171
C.5 La couleur	172
C.5.1 Le domaine visible du spectre électromagnétique.....	172
C.5.2 La perception de la couleur.....	172
C.5.3 Le système de couleur (RGB).....	173
C.5.4 Le système de couleur (HSV).....	173

Annexe D	175
Quelques Notions de La convergence Stochastique	175
D.1 Inégalité de Bienaymé Tchébychev	175
D.2 Convergence stochastique	175
D. 2. 1 Types de convergence	176
D. 3 Lois des grands nombres.....	177
D.3.1 Loi de Bernoulli.....	177
D.3.2 Lois faibles des grands nombres.....	177
D.3.3 Lois fortes des grands nombres	178
D.3.4 Théorème centrale limite.....	178
 Annexe E	 181
Exemple du fichier CPT : cas de variable Z composite	181
 Annexe F	 185
Enquête cartographique sur la représentation des tenseurs de déformation	185

Introduction

L'étude des déformations peut porter sur des objets très différents, et pourtant on y retrouve à peu près toujours la même gamme de questions posées :

- Ces objets sont, en mécanique ou en génie civil, des pièces de dimensions ne dépassant guère la dizaine de mètres, la question posée porte généralement sur le comportement de la pièce sous contraintes connues : tel engrenage va-t-il supporter tel couple ? Telle poutre en béton armée va-t-elle supporter le poids de l'immeuble au dessus ? Tel pont va-t-il supporter telle vitesse de vent, telle contrainte apportée par la variation de température, telle charge apportée par le trafic, etc... ?

- Avec exactement le même outillage de physique, on va se poser des questions tout à fait semblables sur des dimensions bien plus importantes, pouvant aller jusqu'aux dimensions mêmes de la Terre : Comment se déforment les marges des plaques tectoniques, voire les plaques elles-mêmes ? Que se passe-t-il avant, pendant et après un séisme, ou une éruption volcanique ? Comment apprécier si les éléments de la croûte terrestre se rapprochent du seuil de rupture, comment la contrainte tectonique va-t-elle se traduire par une déformation, et le problème inverse, comment va-t-on pouvoir, à partir de mesures géométriques de surface (géodésie), comprendre l'évolution du champ de contraintes ?

Les différentes communautés scientifiques concernées ont abordé ces problèmes avec des langages et des contraintes aux limites complètement différents, mais comme nous l'avons déjà évoqué, c'est la même physique qui est impliquée. Dans les cas que nous souhaitons traiter ici, celui des déformations terrestres, nous employons depuis plusieurs dizaines d'années les mesures géodésiques, dont la précision et la facilité d'emploi n'ont cessé de progresser, jusqu'à devenir incontournables dans tous ces domaines.

Ces études comportent des enjeux économiques et humains majeurs, surtout dans la mesure de la prise en compte des risques naturels (par exemple, stabilité d'une barrage, glissement de terrain, déformation d'origine tectonique, séismes, volcans, etc.). Et aussi des enjeux scientifiques tout aussi variés, qui se multiplient au fur et à mesure que les mesures susceptibles d'être fournies sont plus précises. Avec la précision millimétrique actuelle à l'échelle de la Terre entière, la plus ou moins grande rigidité des plaques tectoniques, de leurs marges, etc... peuvent être évaluées de manière indiscutable, et les modèles doivent donc s'adapter à ces observations maintenant très nombreuses.

Les mesures géodésiques successives sur le terrain d'étude, par exemple un site géologiquement actif, se traduisent d'abord par l'obtention de séries temporelles de jeux de coordonnées des points mesurés, que l'on traduit généralement ensuite en vecteurs déplacement pour une paire de dates. Les difficultés rencontrées en procédant ainsi incluent les éléments suivants :

1. Extrême difficulté de choisir des points dits de « référence », par rapport auxquels on va exprimer les vecteurs déplacement, supposés n'avoir pas bougé lors des séries successives de mesures, et qui sont presque toujours impossibles à garantir comme tels.
2. Difficulté de fournir une représentation visuelle directe et continue du champ de déformation, qui puisse être en grande partie indépendante du choix des points

géodésiques choisis. Les points sont en effet choisis pour des raisons surtout techniques, et idéalement l'interprétation devrait être indépendante de ces choix. Il faut admettre que l'on est dans une situation où on échantillonne un système complexe à partir d'un ensemble limité de points et que, face à cette limitation, on ne dispose que du théorème de Shannon et de notre bon sens intuitif : on ne devra pas rechercher des fréquences spatiales plus élevées que celles correspondant au double de la distance entre les points, et par ailleurs malgré les failles, le milieu échantillonné est raisonnablement continu : nous n'avons donc d'autre choix, avec nos mesures géométriques, que de considérer que ce milieu est l'équivalent d'une plaque mince déformable de grande étendue, sans contraintes aux limites, à laquelle on impose les déplacements obtenus sur les différents points géodésiques. C'est la seule chose, de toutes façons, que le géodésien puisse fournir. Même si le géophysicien est conscient de l'existence de discontinuités, le géodésien n'a aucun autre type d'approche à proposer.

3. Difficulté de trouver une représentation visuelle efficace du degré de significativité des déformations obtenues. Il est pourtant désormais devenu extrêmement nécessaire de disposer d'une telle représentation, pour éviter les interprétations mal justifiées de la part d'utilisateurs de la géodésie, n'étant pas géodésiens eux-mêmes, et qui n'ont pas de raison de maîtriser l'analyse de variance des mesures géodésiques, devenue extrêmement complexe et délicate à maîtriser avec les outils de mesure actuels.

Le travail de cette thèse consiste donc à apporter une solution innovante à ces problèmes. Le (1) implique de systématiser l'usage de tenseurs de déformation, pour le (2) il faut trouver un interpolateur qui à partir des vecteurs déplacement observés crée un champ régulier et uniforme de tenseurs. Il reste encore à trouver comment représenter ces tenseurs de façon intuitive, et à représenter leur degré de significativité (3), ce qui représente un problème typique de cartographie thématique.

Les aspects de chaque tenseur que l'on souhaite visualiser sont par exemple (a) sa partie isotrope, homothétie locale, (b) sa partie antisymétrique, le cisaillement, et (c) l'orientation de la contrainte maximale de cisaillement. Nous avons utilisé les ressources du cartographe pour afficher au mieux ces différents paramètres.

Il a donc fallu essayer diverses représentations pour pouvoir évaluer ce qui est le plus efficace, et respecter les règles générales de la construction cartographique comme, par exemple, les contraintes de clarté, intuitivité, contraste de couleurs, ainsi que l'harmonie générale de tous les éléments qui constituent la carte.

La représentation de degré de significativité est un autre problème, très important à bien résoudre. Nous l'avons abordé sous deux aspects :

- Un aspect assez classique, les erreurs de détermination des vecteurs déplacement sur les points mesurés (les éléments statistiques sont supposés disponibles dans la matrice variance-covariance à l'issue des compensations par moindres carrés).
- Un autre aspect, moins habituel, les zones où l'on représente les tenseurs sont plus ou moins contraintes par les vecteurs mesurés selon la géométrie du réseau de

points. Par exemple, à la périphérie du réseau de points mesurés il y a intuitivement de moins en moins de contraintes sur les tenseurs trouvés. Il est important que le destinataire des mesures sache faire la différence entre une déformation faible mais bien déterminée, et une valeur faible parce que très peu contrainte par le réseau utilisé.

Nous avons donc recherché le moyen de représenter ces différents aspects. L'outil ainsi développé devrait être très utile pour communiquer les résultats de mesures de déformations à des usagers non spécialistes de géodésie, en particulier à des géologues, ou à des décideurs divers.

L'objectif de cette recherche est donc :

- D'éclaircir les quelques problèmes théoriques posés par l'utilisation d'interpolateurs spatiaux et de tenseurs,
- De rechercher et tester les meilleures solutions visuelles,
- De développer un outil informatique facile d'emploi, permettant de visualiser de façon complète les déformations et leurs niveaux de significativité.

Première Partie

Généralités, problèmes

Chapitre 1

Géodésie et applications géodynamiques

La géodésie spatiale joue un rôle de plus en plus important dans les applications géophysiques. Le positionnement obtenu par ses techniques atteint aujourd'hui une précision meilleure que le centimètre à l'échelle de la Terre. Une telle précision en a donc fait un outil indispensable pour telles applications.

La base de la tectonique des plaques suppose que la surface terrestre est composée de grands blocs solides qui flottent et se déplacent rigidement. A la frontière de ces plaques se forment des failles, endroits où se concentrent tous les déplacements et qui sont les sites privilégiés des activités sismiques. A l'origine de ces activités les forces de déformation s'accumulent avec le temps et se relâchent à un moment donné sous la forme d'un séisme. La curiosité de mieux connaître le mécanisme de ces événements dévastateurs représente un défi majeur pour les scientifiques et surtout parmi eux, les géophysiciens.

Avant l'arrivée des systèmes spatiaux d'observation de la Terre de très haute précision les chercheurs disposaient de nombreux moyens pour étudier la tectonique, mais tous indirects, telle l'analyse de la topographie des fonds marins, la cartographie des zones sismiques ou la mesure des champs magnétiques fossiles piégés dans les fonds des océans. Ils estimaient la vitesse moyenne de mouvement par ces méthodes sur des durées géologiques par l'emploi du géomagnétisme. L'inconvénient de ces méthodes est qu'elles nécessitent la présence de dorsales, et l'évaluation de la vitesse des zones de convergence était calculée d'une manière indirecte via les vitesses connues des autres plaques.

La géodésie spatiale, plus particulièrement le GPS, a été largement utilisée au cours des deux dernières décennies pour résoudre des problèmes en géodynamique. Les vitesses actuelles de mouvements des plaques, estimées par la géodésie sur un intervalle de temps plus court (de quelques années à près de trois dizaines d'années), ont confirmé avec une grande précision celles obtenues par les autres méthodes géologiques. Toutefois cette concordance inclut quelques exceptions : Ainsi la plaque Nazca, au large de l'Amérique de sud, l'Inde et l'Arabie procèdent d'un mouvement plus lent que celui prévu par les méthodes géologiques (Paul et al, 2001 ; Vigny, 2008).

Ce chapitre présente les différentes techniques spatiales, géodésiques et autres, qui donnent accès à l'estimation d'un champ de vitesses horizontales, ainsi que les questions associées qui se posent lors de l'utilisation de données géodésiques en géophysique.

1.1 Les techniques de géodésie spatiales

Les données géodésiques sont disponibles à partir des quatre techniques fondamentales de la géodésie spatiale : VLBI, SLR, GPS, et DORIS. Nous allons présenter chaque technique avec ses avantages et inconvénients.

1.1.1 La technique VLBI

VLBI (Very Long Baseline Interferometry) désigne l'interférométrie radioastronomique à très longue base, elle a été développée depuis les années 1980. Son principe est la réception par deux radiotélescopes situés à la surface de la Terre des signaux électromagnétiques émis par des quasars lointains. L'analyse de ces signaux, par interférométrie, permet de déterminer les paramètres de l'orientation de la Terre dans l'espace, ainsi que le positionnement relatif des télescopes. La réalisation du système de référence céleste est effectuée par cette technique en fournissant le tableau des coordonnées d'un grand nombre de radiosources extragalactiques. Elle est la technique la plus efficace pour déterminer le Temps Universel (UT). Finalement, elle participe de façon essentielle à la réalisation du système de référence terrestre ITRF.

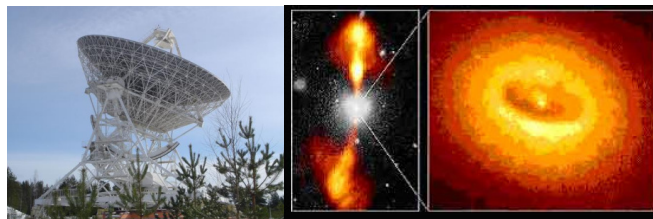


Fig. 1.1 - Une Antenne VLBI à Svetloe en Russie et un Quasar (image de la brochure RILB). Source : www.geod.nrcan.gc.ca/edu/geod/vlbi/vlbi01_f.php.

La position des stations VLBI est estimée avec une précision d'ordre millimétrique, elle est considérée comme la technique géodésique mondiale la plus précise. A cause du coût très élevé d'une antenne VLBI, le nombre de ses stations est faible, et cette méthode n'est donc pas adaptée à des études géophysiques à petites échelles. Elle fut néanmoins une des premières techniques spatiales à avoir mesuré les mouvements des plaques tectoniques à l'échelle du globe, et c'est sur elle seule que repose le lien entre les systèmes de référence céleste (ICRF) et terrestre (ITRF).

1.1.2 La technique SLR

La télémétrie laser sur satellites ou SLR (Satellite Laser Ranging) est une technique qui a été mise en place dans les années 1970. Elle repose sur la mesure à partir d'une station terrestre du temps aller-retour d'une impulsion lumineuse (Laser) qui se reflète sur un satellite muni de rétro réflecteurs.

Elle est la seule technique à utiliser des mesures optiques. Les ondes optiques ont l'avantage d'avoir peu ou pas de perturbations dues à la traversée de l'ionosphère et de la troposphère humide, contrairement aux ondes radio. La précision de positionnement vertical est donc de même ordre que le positionnement horizontal (environ 8 mm). Cependant, le fait d'avoir des mesures optiques ne permet pas de mesurer sous un ciel nuageux.

Son intérêt, en plus de fournir la position et la vitesse des stations, réside certes dans la réalisation de l'origine de repère internationale ITRF, mais aussi et surtout dans sa capacité d'étalonnage des méthodes radioélectriques dont l'orbitographie est critique (radars océanographiques). Le coût d'un télescope SLR est relativement élevé, ce qui fait que le nombre de stations est également très limité. De plus, la distribution de stations n'est pas

homogène entre les hémisphères nord et sud, ne serait-ce qu'à cause des situations météorologiques.



Fig. 1.2 - Les 3 stations de télémétrie laser de Grasse en France (station laser ultra mobile, laser satellite fixe et laser Lune), et satellite Starlette lancé par le CNES en 1975.

1.1.3 La technique DORIS

DORIS (Détermination d'Orbite par Radio positionnement Intégré par Satellite) est un système qui a été initié par le CNES (Centre National d'Etudes Spatiales), le GRGS (Groupe de Recherche en Géodésie Spatiale) et l'IGN en 1982. Il a été conçu à la base pour l'obtention des orbites très précises requises pour les satellites radar océanographiques. C'est un système ascendant bifréquence. Il est basé sur l'effet Doppler, le satellite est équipé d'un récepteur qui reçoit les ondes ultra-stables émises par un réseau de balises au sol, et comme le satellite bouge par rapport à la source du signal, la longueur d'onde reçue diffère de celle émise. En utilisant ces mesures, on détermine l'orbite d'un satellite avec une précision de l'ordre du cm. Le système DORIS proposé initialement pour l'orbitographie tous temps ultra précise a été utilisé par les géodésiens pour le calcul de positions des stations terrestres dont la précision est actuellement de l'ordre du cm. Le réseau des stations à la surface de la Terre est très bien distribué par comparaison avec les autres techniques de géodésie spatiale. De plus, les balises DORIS sont parfois co-localisées sur un site avec une ou plusieurs des autres techniques.



Fig. 1.3 - Un satellite (SPOT 2, le premier satellite équipé de DORIS) et une des 54 stations DORIS (Ny-Alesund, en Norvège).

1.1.4 La technique GPS

GPS (Global Positioning System) est un système de navigation développé par le ministère de la défense des USA dans les années 1970 et pleinement opérationnel dès 1991. C'est un système descendant, le signal émis du satellite est reçu par un récepteur au sol, la précision dépend des récepteurs utilisés en navigation, de quelques mètres à quelques millimètres (pour les récepteurs utilisés en géodésie). La composante verticale peut atteindre une précision

d'environ 5 mm, et les composantes horizontales arrivent jusqu'à 2 mm, cette différence de précision est due à la modélisation de contenu en vapeur d'eau dans l'atmosphère.

Il existe aujourd'hui un grand nombre de réseaux GPS nationaux et internationaux grâce au faible coût des récepteurs GPS, il est ainsi largement utilisé pour mesurer la déformation de la croûte terrestre. En plus de la possibilité d'avoir un récepteur GPS peu onéreux, nous pouvons l'utiliser en mode de surveillance sous forme de station permanente ou semi permanente, fixe ou mobile. Cette mobilité nous permet de mesurer presque partout sur la surface du globe, tout en étant très précis si besoin est.



Fig. 1.4 - Une station permanente et un satellite GPS.

1.2 Autres techniques spatiales employées en mesures de déformations de l'écorce terrestre.

1.2.1 InSAR

INSAR (Interferometric Synthetic Aperture Radar) est basée sur une technique d'observation de la Terre, et d'acquisition d'images le jour comme la nuit, sous n'importe quelles conditions météorologiques grâce à l'utilisation d'ondes radio, à partir de radars aéroportés ou spatiaux.

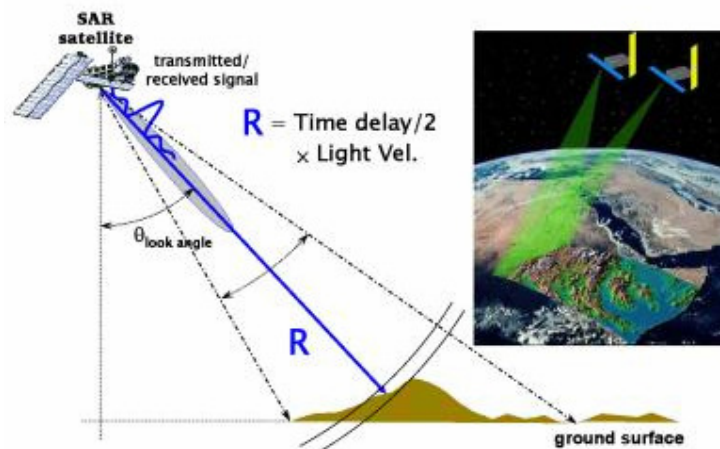


Fig. 1.5 - Illustration de mesures radar spatiales, l'image à droite montre deux satellites éclairant la même région au sol (en pratique ils passent sur des orbites assez voisines, sinon le signal interférométrique n'est pas mesurable), à gauche la figure montre le signal complexe mesuré le long de la ligne de visée du satellite.

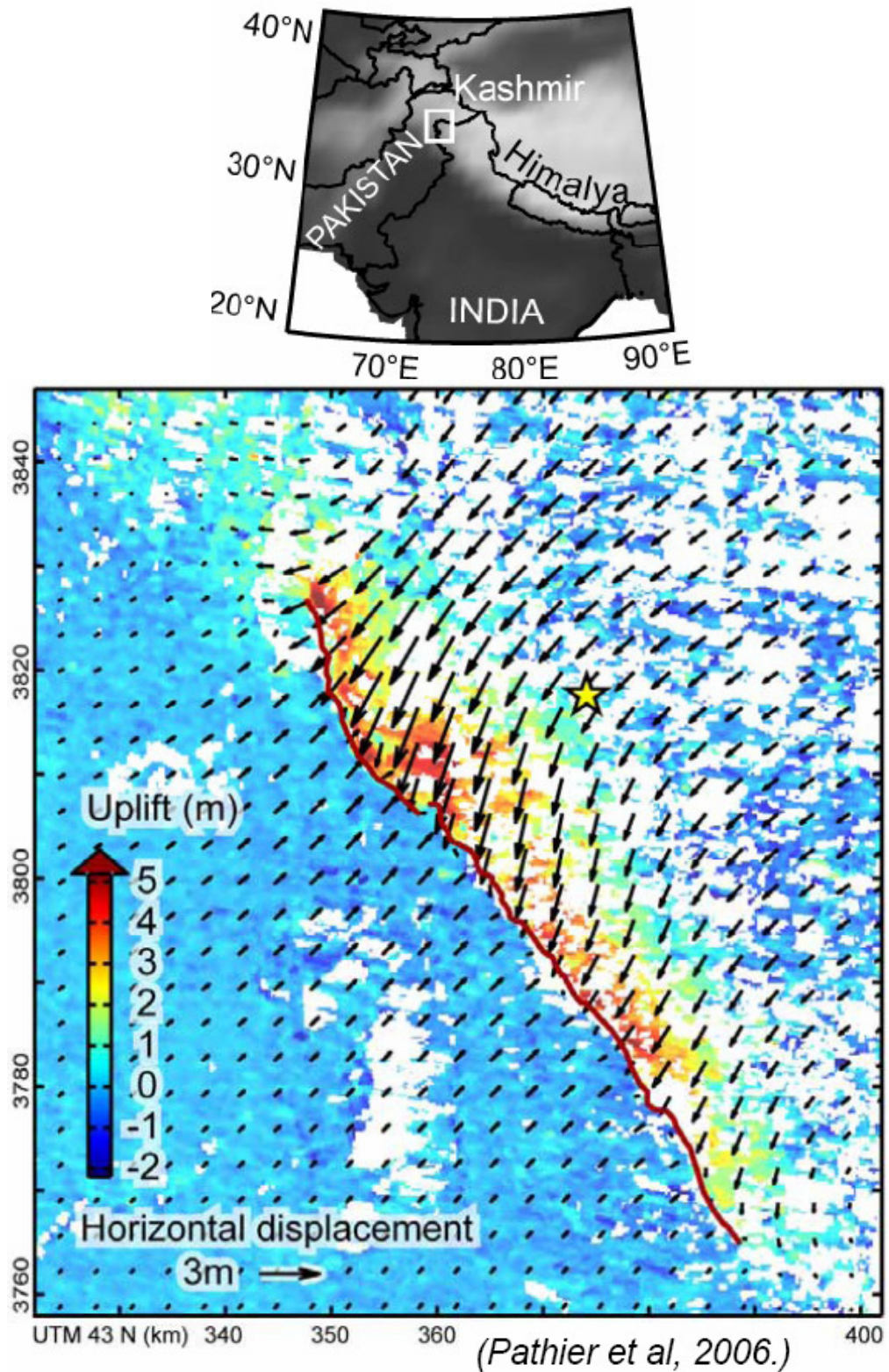


Fig. 1.6 - Champ 3D des déplacements co-sismiques du séisme du Cachemire du 8 octobre 2005 de magnitude 7.6, mesuré par interférométrie radar. Les vecteurs représentent les déplacements horizontaux, le mouvement vertical est représenté par l'échelle de couleur. Source (Pathier et al., 2006).

Son principe est que le satellite émet une onde radar en direction de la Terre, elle est diffusée par le sol pour être à nouveau captée (amplitude et phase) par le satellite, et ceci au moins deux fois pour une même zone, avec un intervalle de temps allant de quelques minutes à quelques années. La comparaison des signaux obtenus lors des deux passages permet de détecter les déformations de la surface observée entre les deux époques.

La précision obtenue par cette technique sur le vecteur déplacement selon la ligne de visée est de quelques millimètres. L'avantage de l'InSAR est qu'on obtient un champ régulier, dense et précis de vecteurs déplacement, c'est une technique de télédétection qui ne nécessite pas d'instruments sur place, mais qui a l'inconvénient de mêler les composantes horizontales et verticales de la déformation, et de ne bien fonctionner que sur des zones dépourvues de végétation haute. La carte (Fig.1.6) montre un exemple des déplacements co-sismiques du séisme du Cachemire obtenus par InSAR.

1.2.2 Corrélation diachronique d'orthophotographies

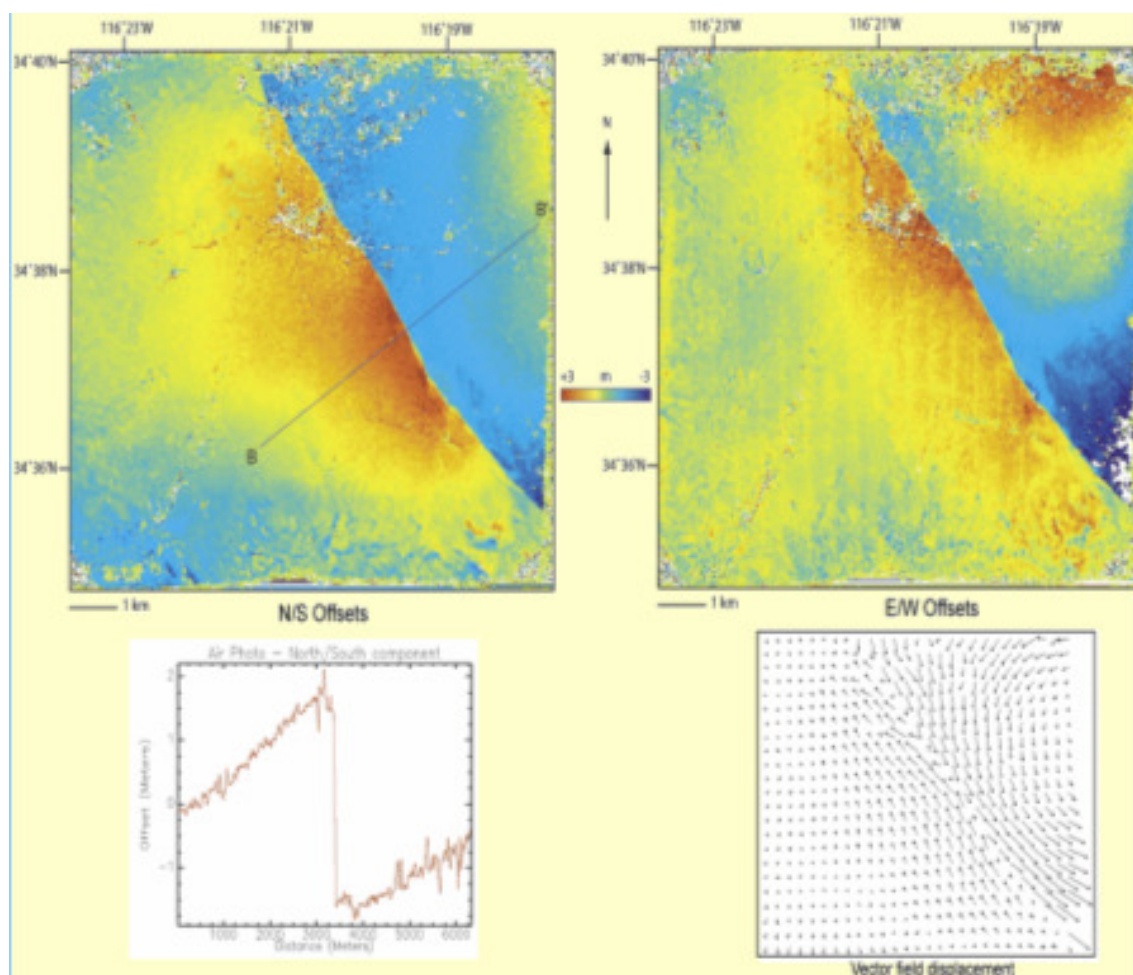


Fig. 1.7 - Champ de vecteurs déplacement (en bas à droite) obtenu par la corrélation entre deux ortho-images (zone délimitée par 116°19'W - 116°23'W et 34°36'N - 34°40'N). Source (Leprince et al., 2007).

L'orthophotographie est une technique dérivée de la photogrammétrie dont la mission est de produire des images aériennes ou satellitaires rectifiées géométriquement, une orthoimage est en tout point parfaitement superposable à une carte, dans un système de coordonnées quelconque. En d'autres termes, une orthoimage semble prise à la verticale de chaque point de l'image.

En traitant des photos prises à deux époques différentes, on calcule un champ de vecteurs déplacement horizontaux par la corrélation des images orthorectifiées. La carte (Fig. 1.7) montre un exemple de champ de vecteurs déplacement sur la région d'Hector Mine (USA). Comme la technique InSAR, le champ de vitesse obtenu à partir des ortho-images a l'avantage d'être régulièrement réparti spatialement, par contre il ne traite que des composantes horizontales et il n'y a pratiquement pas de zones exclues du traitement.

1.3 Estimation d'un champ de vitesses

L'estimation d'un champ de vitesses à partir de données géodésiques est un processus qui demande beaucoup de savoir faire de la part des géodésiens. Voyons ici les grandes lignes, sans rentrer dans les détails, du processus d'estimation d'un champ de vitesses global sur la surface de la Terre, cas extrême que nous pouvons aborder ici. En pratique, nous disposons d'un jeu de positions d'un réseau de stations, calculées par un logiciel de traitement de données géodésiques, pour différentes dates consécutives. Ces positions sont le résultat d'un processus statistique (le plus souvent une estimation par moindres carrés), elles possèdent donc une incertitude associée. Les paramètres d'orientation de la Terre (EOP) sont fournis avec les positions estimées. L'ensemble des positions et EOP, à chaque époque, est disponible avec une matrice de variance-covariance, cet ensemble est nommé « solution ».

Ces jeux de solutions sont ensuite analysés en utilisant un logiciel de combinaison, comme par exemple CATREF (Altamimi et al., 2002). Les positions moyennes d'une station à une époque de référence avec leurs vitesses généralement constantes sont estimées pour chaque composante suivant un modèle de combinaison. Les valeurs aberrantes et les discontinuités, qui représentent une source d'erreur très importante dans la modélisation des vitesses tectoniques, sont corrigées durant ce processus.

Il faut noter que les signaux saisonniers ont une influence significative sur les vitesses estimées, résultant par exemple des effets de surcharge (Van Dam et al, 1994). Les signaux annuels peuvent biaiser la vitesse estimée s'ils ne sont pas pris en compte, surtout pour les séries temporelles courtes (Blewitt et Lavallée, 2002). Ils peuvent être ainsi estimés et enlevés au même temps que l'estimation de tendance de séries temporelles (Santamaria, 2010). Cependant, même en enlevant ces signaux, les vitesses estimées pour une série temporelle ayant des données de moins de 2 à 2.5 ans présentent encore des biais, parce qu'il existe une corrélation entre les paramètres périodiques estimés et la tendance (Blewitt et Lavallée, 2002). Il convient d'en être conscient pour les applications nécessitant une grande précision, comme l'établissement des systèmes de références et les applications géophysiques les plus exigeantes.

La dernière étape est la mise en référence. La solution de champ global de vitesse doit être cohérente avec un repère de référence bien défini, comme par exemple la dernière réalisation de l'ITRS (ITRF2008). Pour cela il faut choisir les stations qui vont permettre l'alignement du champ de vitesses. Les stations de « référence » doivent être choisies avec soin, elles doivent

satisfaire plusieurs critères de stabilité, cohérence, maximum de données, nombre minimum discontinuités, et une bonne distribution spatiale. Les coordonnées seront alignées avec l'ITRF par l'intermédiaire d'équations de contraintes dites minimales (qui cherchent à minimiser la différence entre les positions et les vecteurs vitesse des stations de référence et celle de l'ITRF) sur les 14 paramètres de transformations (7 pour les positions et 7 pour les vitesses) qui définissent la solution finale de champ de vitesses.

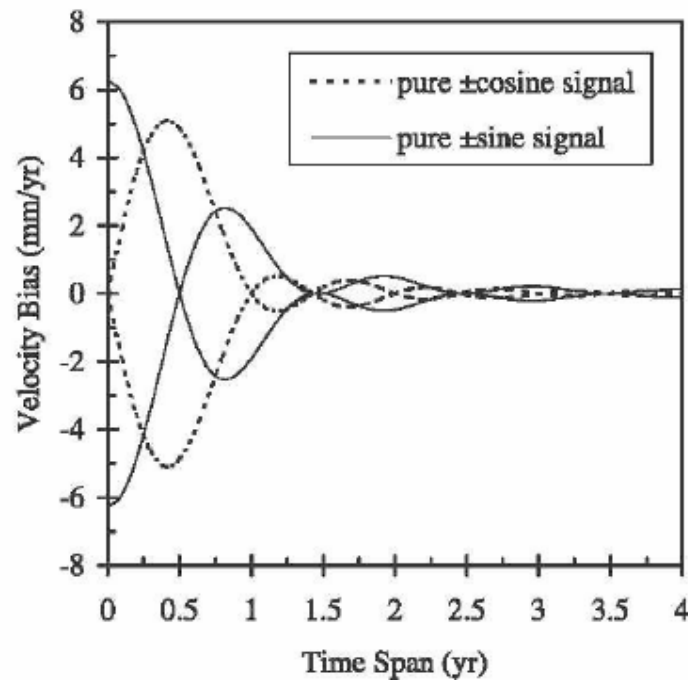


Fig. 1.8 – Biais de vitesse à partir d'un signal annuel sinusoïdal par rapport à la durée de données, les signaux représentés ici sont des sinus et cosinus. Source (Blewitt et Lavallée, 2002).

La mise en référence de champs de vitesses régionaux, où les données couvrent un pays ou un continent, est effectuée en exprimant les vecteurs vitesses par rapport à l'intérieur stable de la plaque où se trouve la région d'intérêt. Celui-ci est défini à partir d'un modèle connu de cinématique de plaques, ou par l'inversion d'un sous ensemble de vecteurs vitesses sur cette plaque (bloc). La définition de l'intérieur stable d'une plaque n'est pas unique. (Chen et al, 2000) ont par exemple testé l'influence du réseau utilisé pour calculer le pôle de rotation de la plaque Eurasie sur les vecteurs vitesse horizontale résiduels en Inde et en Chine. Ils ont trouvé des différences pouvant atteindre plus de 6 mm/an et 5 mm/an respectivement pour les stations Bangalore et Shanghai, selon la définition choisie de l'intérieur stable.

1.4 Combinaison de données

Pour avoir un champ plus dense sur la zone d'intérêt, il est possible de combiner deux ou plusieurs solutions de champs de vecteurs vitesse. Les différentes solutions pourront être issues de la même technique ou de plusieurs techniques.

Une combinaison rigoureuse de différents types de données géodésiques ne nécessite pas que les mesures initiales soient analysées simultanément. On peut combiner plusieurs solutions de deux manières différentes. La première approche est appliquée lorsqu'on dispose de l'information relative aux matrices de variance covariance de sites, et de toutes les contraintes qui ont été appliquées aux solutions individuelles. Ces contraintes étant connues, elles seront retirées de la solution commune (Brockmann, 1996 ; Dong et al., 1998 ; Altamimi et al., 2002). Les observations sont ensuite réduites à un ensemble de paramètres d'intérêt (par exemple, les coordonnées et les vitesses de chaque solution individuelle) avec leurs matrices de variance covariance. Les équations normales des solutions individuelles sont rajoutées ensemble, puis à ce stade, les contraintes de système de référence sont appliquées pour obtenir la solution finale.

La deuxième approche est appliquée lorsqu'on n'a pas accès à telle information. La combinaison est ainsi faite en appliquant les sept paramètres de transformation des stations communes entre les deux solutions. (Nyst et Thatcher, 2004) ont utilisé une solution combinée de six solutions indépendantes de données GPS pour décrire les déformations actives de la région Egéenne. A l'aide de solution finale, ils ont identifié les zones de déformation, les éléments rigides, ainsi que l'éventuelles limites de microplaques.

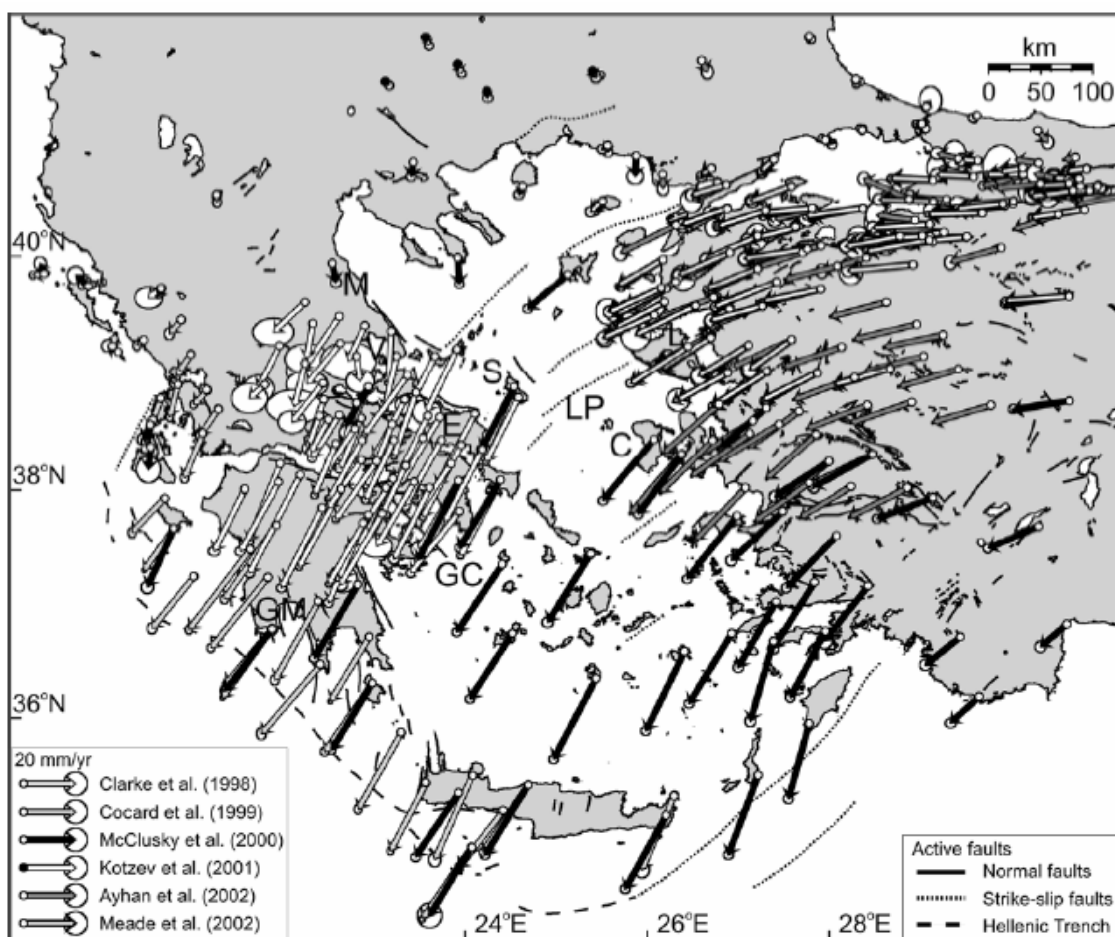


Fig. 1.9 – Champ de vecteurs vitesse combiné à partir de six solutions individuelles. L'ellipse d'erreur est représentée au niveau de un écart-type. Source (Nyst et Thatcher, 2004).

1.5 Géodynamique : Quelles questions ?

Les données géodésiques ont des multiples applications en géologie et géophysique. Parmi les grands problèmes pour lesquels la géodésie est devenue incontournable et apporte des réponses essentielles, on peut citer : la mesure directe de la déformation instantanée des continents (Savage et Prescott., 1973, 1979 ; Calais, 1999 ; Briole et al., 2000; Chang et al., 2003 ; Serpelloni et al., 2005), l'évaluation des déformations multi-échelle allant de plaques tectoniques jusqu'aux failles (Prescott., 1981 ; Chen et al., 2000 ; Vigny et al., 2003 ; Serpelloni et al., 2005 ; Aktug et al., 2009), la description des mouvements relatifs accommodés entre les plaques (Kahle et al., 2000 ; Chen et al., 2000), la connaissance de la physique de la lithosphère par des modèles physiques contraints par des mesures de GPS (Pollitz et Nyst., 2004), la compréhension du cycle sismique, et finalement la comparaison des données géodésiques avec celles obtenues par les méthodes géologiques pour savoir si les mouvements sont stables dans le temps.

La déformation continentale fait toujours le sujet de débat depuis le développement de modèle des plaques tectoniques (Molnar et Tapponnier, 1975 ; Gordon et Stein, 1992 ; Gordon, 2001 ; Thatcher, 1995, 2003). Elle ne suit pas toujours le modèle rigide de la tectonique des plaques. De plus les frontières des plaques continentales sont généralement plus larges que dans le cas des frontières purement océaniques. La question fondamentale est de savoir si ces déformations sont produites sous la forme des blocs rigides où la déformation est localisée le long de leurs limites (Avouac et Tapponnier, 1993), ou sous la forme diffuse où les déformations sont répartis non seulement à la frontière mais aussi sur toute la plaque (England et Molnar, 1997).

La compréhension du rôle des failles dans la déformation des continents a beaucoup avancé. Les mouvements relatifs des plaques ne sont pas localisés juste le long de la fracture, la plupart des failles sont bloquées, à cause de la viscosité de la lithosphère et des forces de frottement, le glissement des plaques sur la faille ne se produit pas librement. (Vigny et al., 2003) ont montré le profil des vitesses prises perpendiculairement à la faille de Sagaing en Birmanie (Fig. 1. 10), ils ont trouvé qu'il suit assez bien une loi en arc-tangente, dont la pente maximale correspond à la localisation de la faille. Ce profil montre que les vitesses varient non seulement près de plan de la faille, mais encore plus loin à l'intérieur de plaques.

Certains problèmes ne sont pas complètement résolus, comme par exemple, la question de savoir le degré de validité de l'hypothèse de la tectonique des plaques, la différence de cinématique entre les plaques continentale et océaniques, ou la stabilité de mouvement des plaques dans le temps. Les géodésiens et les géophysiciens mènent des recherches en exploitant à la fois les données géologiques, sismiques, et géodésiques pour apporter une meilleure compréhension à ces problèmes.

L'analyse d'un champ de vitesse en vue d'applications tectoniques est délicate. Bien que le niveau de la précision d'un champ de vitesses géodésiques annuelles soit aujourd'hui d'ordre millimétrique, ce champ est déterminé dans un référentiel qui n'est pas simple à réaliser (Altamimi et al., 2010 ; Dixon et al., 1996 ; Chen et al., 2000 ; Shen et al., 2000). Généralement, un biais dans la définition de référence cause une rotation du champ de vitesse estimé entre solutions. Pour éviter ce problème, il existe deux approches : Utiliser un modèle de cinématique global tel NNR-MORVEL56 (Argus et al., 2010). ou définir un référentiel par rapport à « l'intérieur stable » d'une plaque par des données géodésiques. Toutefois, l'utilisation de modèle cinématique ou des données géodésique engendre des écarts sur les

vitesse estimées qui viennent de la précision de ce modèle et de ces données. De plus, l'hypothèse de la rigidité de l'intérieur de plaque est considérée à une approximation de 1 à 2 mm/an (l'intérieur d'une plaque est considérée rigide lorsque les vitesses résiduelle des points géodésiques existant à son intérieur sont inférieures à 1-2 mm/an).

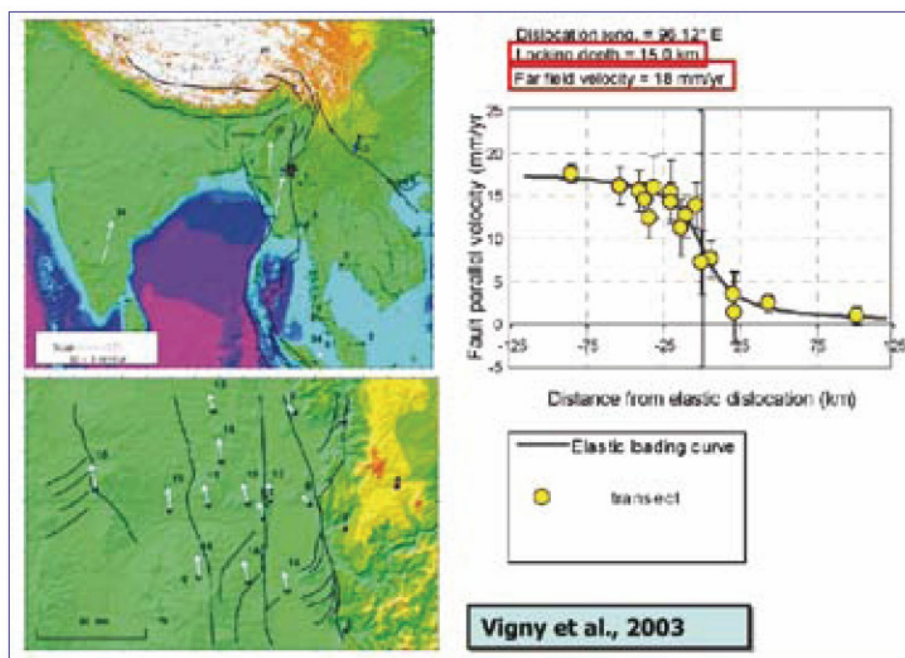


Fig. 1.10 - Profil perpendiculaire à la faille des vitesses GPS estimée près de la faille de Sagaing en Birmanie. Source (Vigny et al., 2003).

L'analyse sous la forme de taux de déformation permet d'éviter les problèmes liés à la définition de référentiel, sans avoir recours à l'hypothèse à priori de blocs rigides, puisque le champ de déformation est calculé par les variations locales du champ de vitesses. Dans cette thèse on s'intéresse à cette approche en utilisant un champ de tenseurs pour l'étude de déformation de n'importe quelle région, géologiquement active, de l'écorce terrestre. Cette approche permet de prendre en compte d'autres quantités géophysiques, et de comparer le champ de déformation en surface avec les forces internes dans la lithosphère qui peuvent être à l'origine de ces mouvements. Le calcul d'un champ de tenseurs de déformation implique néanmoins quelques difficultés. Par exemple, ce calcul dépend de la position des sites de mesures géodésiques, et de la nécessité d'une phase d'interpolation avant de pouvoir évaluer ces déformations. De plus, l'estimation de la précision du champ de déformation obtenu est difficile à maîtriser. Enfin, la représentation du champ de déformation sous forme d'un champ de tenseurs est plus difficile que la représentation simple d'un champ de vitesses.

Nous allons traiter dans notre travail de thèse les problèmes relatifs à l'utilisation de tenseurs de déformation, en commençant par l'utilisation du modèle le plus adapté d'interpolation, puis par la recherche d'une nouvelle approche de représentation de ces tenseurs, afin de faciliter leur lecture. Finalement, nous estimerons la précision des déformations et nous travaillerons sur une représentation simultanée des tenseurs de déformation et de leur degré de significativité.

Chapitre 2

Test et validation du meilleur interpolateur

Nous testons, dans ce chapitre, plusieurs types d'interpolation sur un chantier quelconque de vecteurs déplacement afin de choisir l'interpolateur le plus approprié. Les méthodes classiques d'interpolation sont listées en annexe A. Cette étape est nécessaire pour obtenir un champ régulier de vitesses à partir duquel nous calculons un champ continu et régulier de tenseurs de déformation.

2.1 Choix du chantier test

Dans le cadre de notre étude, effectuée sur une zone géologiquement active et particulièrement bien documentée, nous testons plusieurs types d'interpolation et d'extrapolation, afin de les comparer entre eux. Finalement cela nous permet de choisir le meilleur interpolateur, celui est considéré comme le plus adapté.

Les tests d'interpolation sont appliqués, dans un premier temps, sur un ensemble de chantiers fictifs représentant la géométrie d'une faille, avec une densité de mesures différente d'un côté et de l'autre et une discontinuité de vitesses entre les deux côtés de la faille. Ensuite nous appliquons ces tests à un chantier réel de mesures géodésiques.

On dispose en général des mesures de vecteurs de vitesse planimétriques en un nombre fini des points de l'espace géographique. Ces mesures sont localisées par leurs coordonnées dans un système de référence global ou local selon que l'on travaille sur un phénomène plus au moins étendu (projection locale ou système de référence à l'échelle de la planète comme l'ITRF).

Notre procédure consiste à interpoler les vitesses sur une grille régulière couvrant la région d'intérêt, et si c'est possible, à extrapoler celles-ci non loin des limites définies par la grille (la grille est généralement choisie plus large que la région d'intérêt). Le pas de cette dernière est défini en fonction de la distribution spatiale des données et en prenant en compte le théorème de Nyquist-Shannon « la fréquence d'échantillonnage d'un signal doit être égale ou supérieure au double de la fréquence maximale contenue dans ce signal ». Quand il s'agit d'échantillonnage spatial, le pas doit être au moins égal ou inférieur à la moitié de la distance minimale entre les mesures. Par exemple, si la distance minimale entre deux vecteurs vitesse est de 48 km, soit environ 0.5° , le pas de la grille d'interpolation sera de 0.25° , sinon de nombreux artefacts sont à attendre.

2.2 Tests d'interpolation

2.2.1 Chantiers fictifs

Nous avons testé plusieurs types d'interpolation : en première lieu, des interpolateurs déterministes (plus proche voisin, linéaire, cubique, inverse de distance, régression

polynomiale, et fonctions splines), et ensuite des méthodes stochastiques comme le krigeage. Le principe de l'interpolation utilisée pour les interpolateurs plus proche voisin, linéaire, et cubique est de partitionner l'espace en triangles puis d'interpoler à l'intérieur de chaque triangle. Ici la triangulation utilisée est celle de Delaunay.

Nous souhaitons non seulement interpoler entre les points de mesure, mais également obtenir un champ de vecteurs en dehors du polygone convexe formant le contour des points mesurés. Il s'agira alors également d'extrapoler, même si comme nous le verrons en détail plus tard, le niveau de significativité en mode "extrapolation" doit ensuite être analysé avec soin.

Le chantier (1), est constitué d'un certain nombre de mesures distribuées sur deux blocs en mouvement. En pratique, on rencontre des cas similaires quand on a deux plaques tectoniques voisines qui bougent dans deux directions différentes l'une par rapport à l'autre.

a. Interpolation par le plus proche voisin

Le plus proche voisin, appliqué à ce chantier (Fig. 2.1), est l'interpolateur le plus simple. Son principe est de calculer les distances entre le site où on interpole et les trois sommets de triangle dans lequel il se trouve, ensuite lui affecter la valeur du site le plus proche. Cette méthode présente des discontinuités entre les vitesses interpolées dans chaque triangle, de plus, les vitesses interpolées au niveau de la ligne séparant les deux blocs (c'est-à-dire la faille) ont des valeurs différentes de zéro. Cet interpolateur est acceptable lorsque les sites à estimer sont très proches de sites d'observation, par contre, il n'est plus valide quand on veut estimer une valeur en un site éloigné.

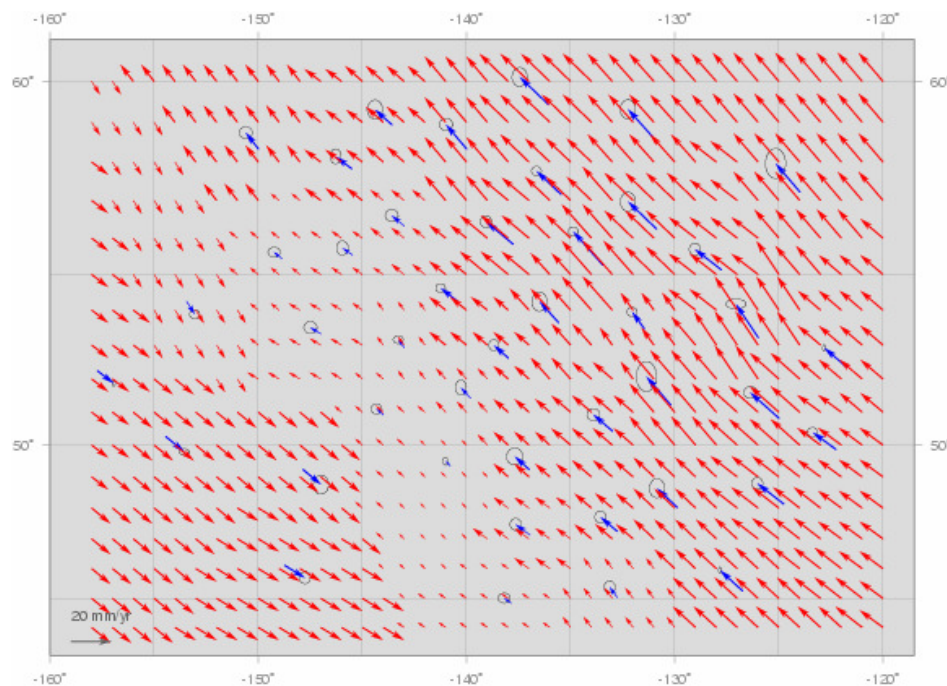


Fig. 2.1 - Chantier fictif (1) interpolé en plus proche voisin, en bleu les vitesses mesurées et en rouge les vitesses interpolées, les ellipses d'erreur sont tracées à 95% de niveau de confiance. La grille d'interpolation est d'un pas de 1 degré en longitude et en latitude.

b. Interpolation linéaire

L'interpolateur linéaire se fait dans chaque triangle dont les sommets s_1 , s_2 , et s_3 sont des sites d'observation, avec z_1 , z_2 , et z_3 leurs valeurs mesurées. On estime la valeur z_0 en un point s_0 à l'intérieur de ce triangle, on écrit l'équation du plan passant par les points $s_1(x_1, y_1, z_1)$, $s_2(x_2, y_2, z_2)$, $s_3(x_3, y_3, z_3)$, qui a la forme :

$$\hat{z}(s_i) = \hat{z}(x, y) = ax + by + c \quad (2.1)$$

Où x et y sont les coordonnées d'un point ; z est sa valeur de vitesse ; a , b , et c sont les coefficients de ce plan.

On détermine les coefficients a , b , et c en appliquant cette équation une fois par point, puis en résolvant le système linéaire qui en résulte. Ensuite on calcule la valeur de z_0 au point s_0 à l'aide de l'équation (2.1). L'interpolateur linéaire a les propriétés suivantes :

- 1- Il est un interpolateur exact, $\forall i = 1 \dots n, \hat{z}(s_i) = z(s_i)$;
- 2- Étant donnée une triangulation, la valeur interpolée est unique ;
- 3- La surface générée est continue ;
- 4- L'extrapolation n'est pas concevable avec ce type d'outil.

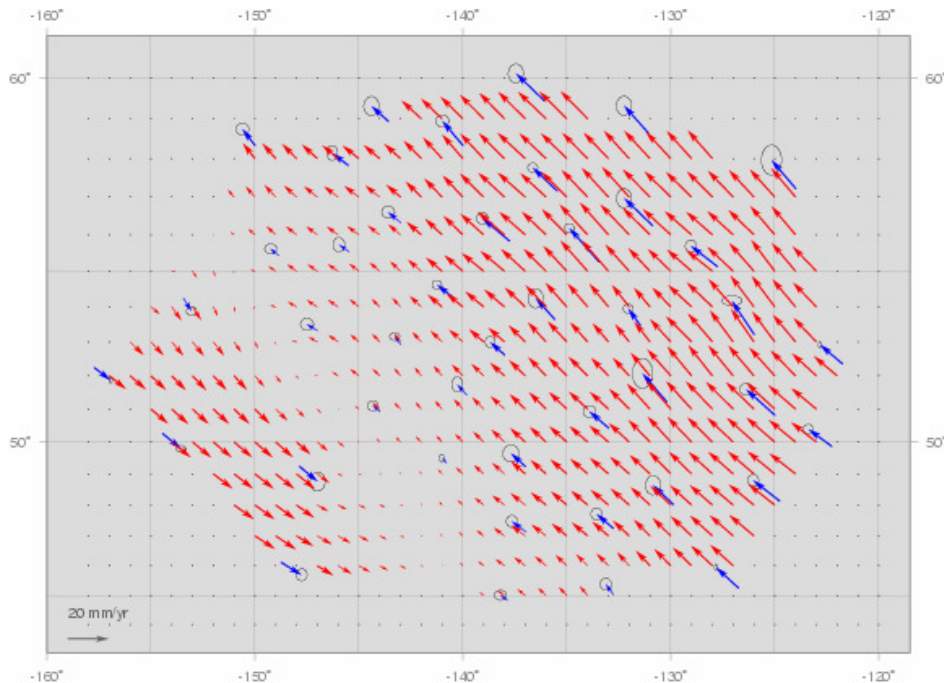


Fig. 2. 2 - Chantier (1), Idem que la figure (2.1), mais avec une interpolation linéaire.

On remarque (Fig. 2.2) que cet interpolateur donne des résultats satisfaisants lorsque les sites interpolés se situent à l'intérieur de l'enveloppe convexe des sites mesurés, mais il n'est plus possible d'estimer les vitesses au-delà de cette enveloppe.

c. Interpolation cubique

L'interpolateur cubique (Fig. 2.3) consiste à ajuster, à l'intérieur de chaque triangle une surface dont l'équation est celle d'une surface polynomiale de troisième degré. On détermine cette équation en appliquant des contraintes de passage par les sites de mesures (on contraint l'interpolateur à être exact) et de continuité de ses dérivées première et seconde.

On remarque que les vecteurs interpolés sont proches de ceux obtenus en utilisant l'interpolateur linéaire.

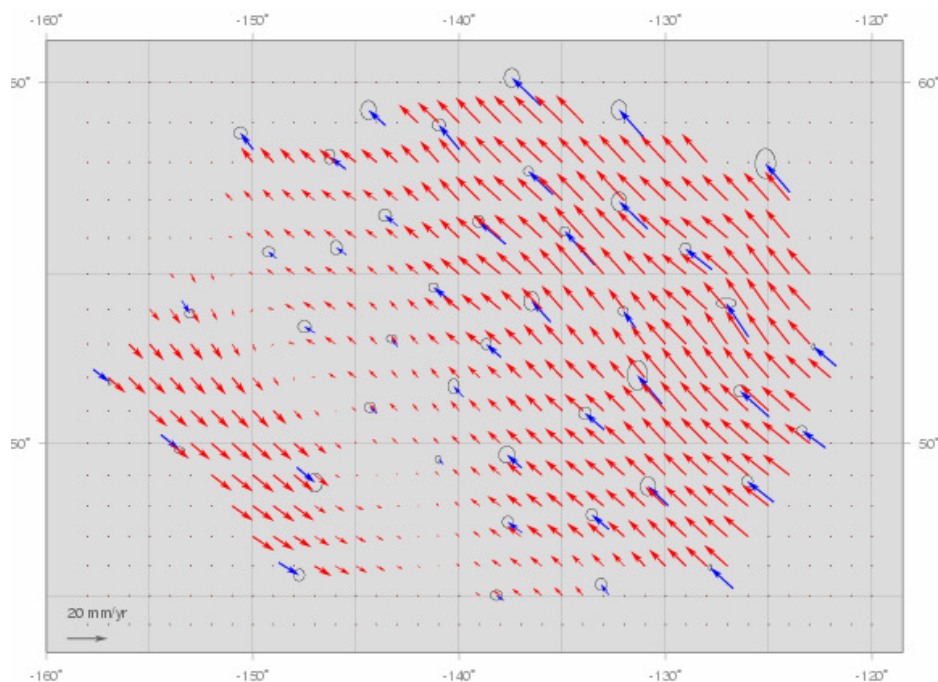


Fig. 2.3 - Chantier (1), Idem que la figure (2.1), mais avec une interpolation cubique.

d. Interpolation par l'inverse de distance

L'interpolateur de l'inverse de distance (Fig. 2.4), utilise une combinaison linéaire pondérée des données en fonction de l'inverse des distances entre les mesures et le point à interpoler : les données proches des sites de mesures auront des pondérations plus importantes que les données éloignées, et la somme des coefficients de pondération est égale à 1. Lorsqu'un nœud de la grille coïncide avec une mesure la valeur interpolée à ce nœud va être égale à cette mesure, et donc sa pondération est égale à 1 pour cette mesure et nulle pour toutes les autres mesures. La pondération peut également être effectuée en prenant l'inverse de distance au carré ou à un autre ordre plus élevé. Plus l'ordre de l'inverse de distance est élevé moins les sites éloignés interviennent dans l'interpolation.

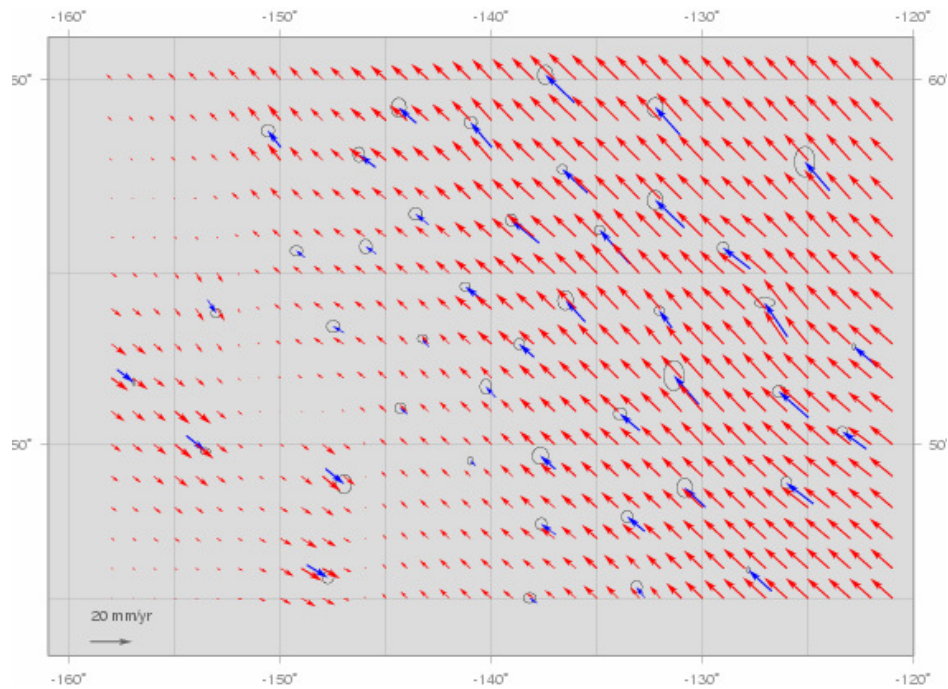


Fig. 2.4 – a Chantier (1), Idem que la figure (2.1), mais avec une interpolation de l'inverse de distance au carré.

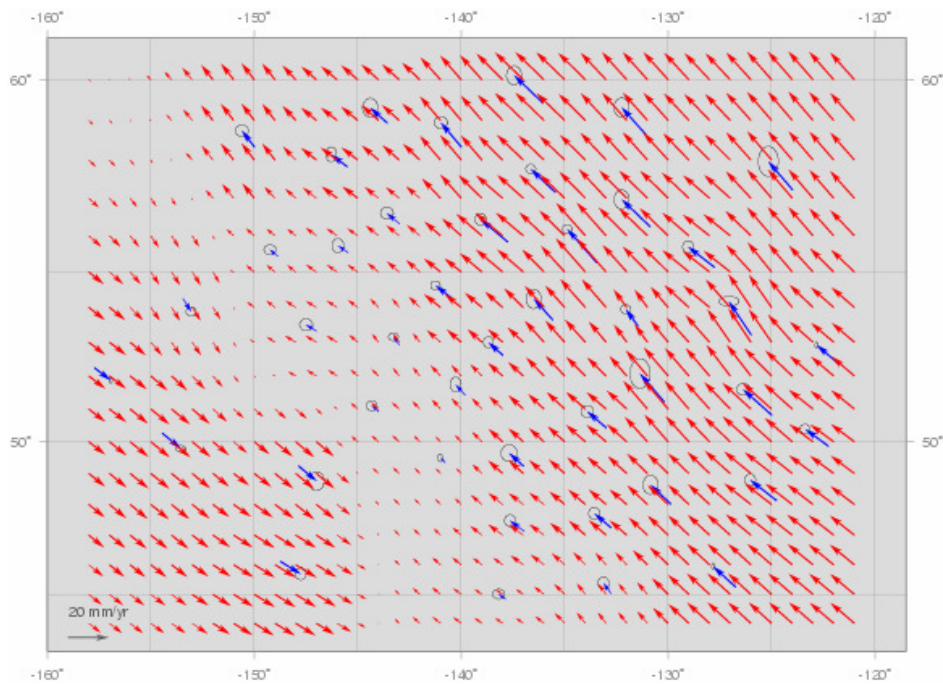


Fig. 2.4 – b Chantier (1), idem que la figure (2.1), mais avec une interpolation de l'inverse de distance d'ordre quatre.

Les figures (2.4 - a), et (2.4 - b) montrent que dans le cas d'un chantier comme celui-ci il faut bien choisir l'ordre de l'inverse de distance afin de s'adapter au mieux avec la

distribution des données. On constate que l'inverse de l'ordre 4 de distance sur ce chantier est mieux adapté aux mesures que l'inverse d'ordre 2.

e. Régression polynomiale

L'interpolateur effectué avec une régression polynomiale, (Fig. 2.5), est utilisé pour définir des pentes importantes dans la grille interpolée. Le polynôme utilisé ici est de troisième ordre. Cet interpolateur n'est pas fidèle aux sites de mesure (sauf à utiliser un ordre de polynômes très élevé) comme on peut le constater en regardant les vecteurs interpolés à côté d'un site observé, et il diverge très vite en s'éloignant des sites de mesure, pour cette raison on ne l'utilise plus dans les prochains tests.

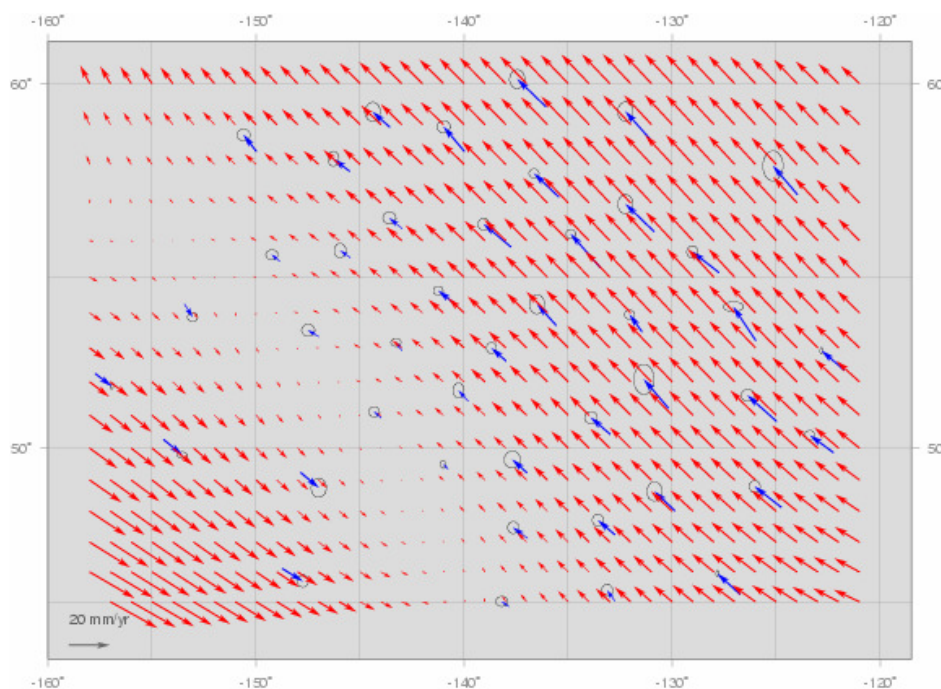


Fig. 2.5 - Chantier (1), idem que la figure (2.1), mais avec une interpolation à régression polynomiale.

f. Splines

L'interpolateur spline (Fig. 2.6) utilisé ici est une spline bi-cubique, l'algorithme a été développé par (Sandwell, D. T., 1987), il se base sur les fonctions de Green de l'opérateur bi-harmonique à une (splines cubiques) ou deux (splines bicubiques) dimensions, tandis qu'en trois dimensions ces fonctions correspondent à une interpolation multiquadratique. La surface (ou la courbe) interpolée est une combinaison linéaire de fonctions de Green centrées à chaque point de mesure, leurs valeurs sont ajustées de telle façon que la surface interpolée passe par les points. Et donc la surface (ou la courbe) interpolée satisfait l'équation bi-harmonique et la courbure minimum (Briggs, 1974).

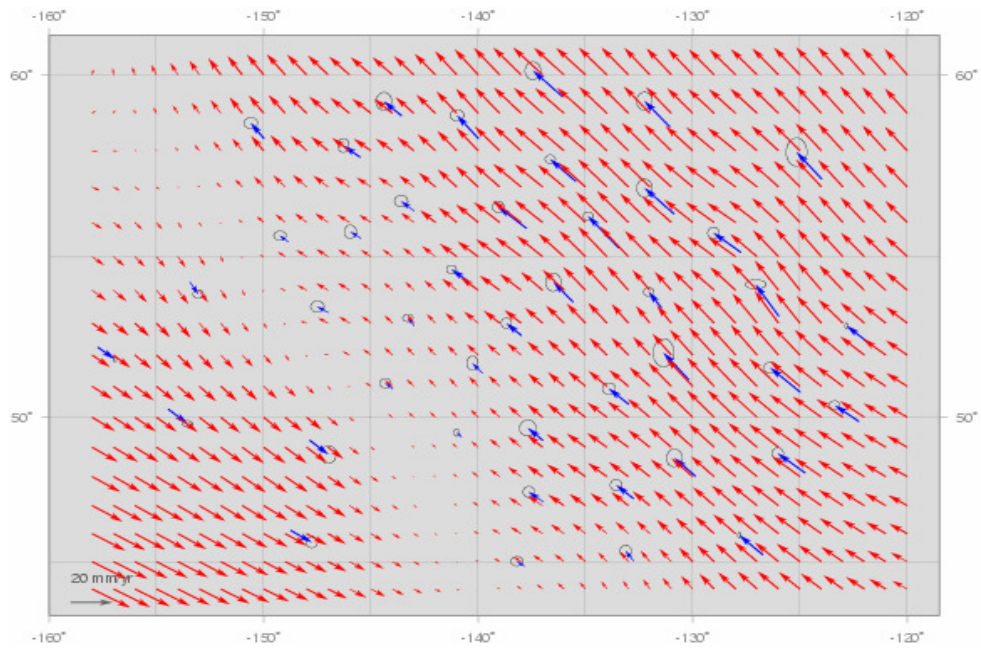


Fig. 2.6 - Chantier (1), idem que la figure (2.1), mais avec une interpolation de splines.

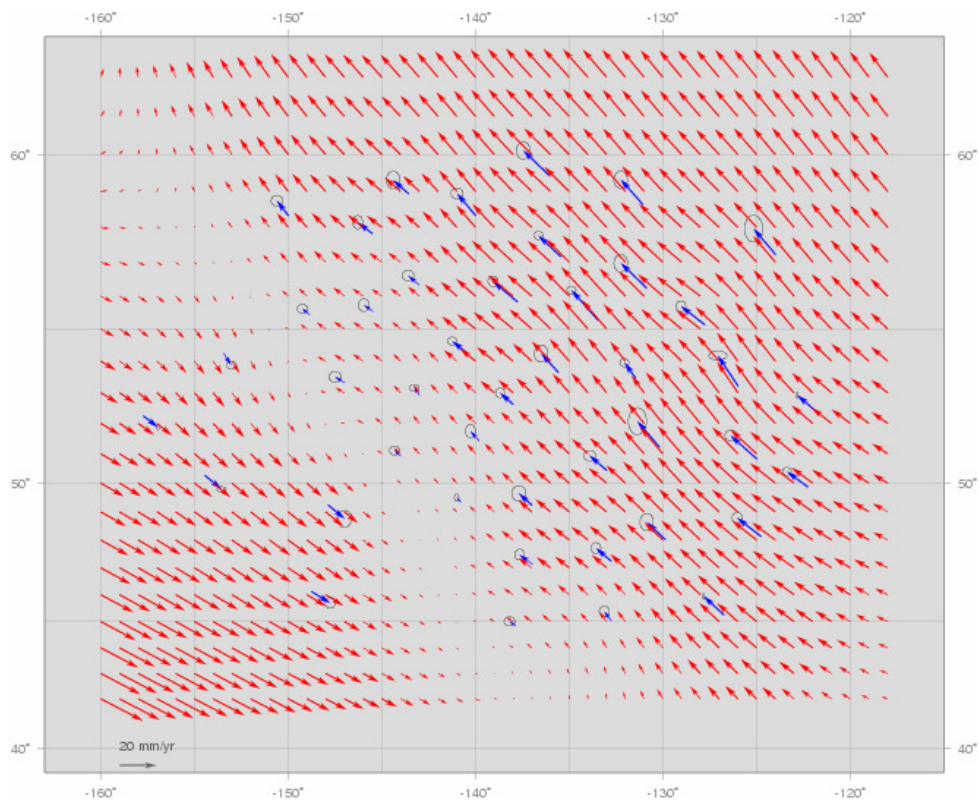


Fig. 2.7 - Chantier (1), idem que la figure (2.1), mais avec interpolation et extrapolation en utilisant les splines.

L'exemple effectué en utilisant les splines montre qu'on interpole d'une façon très satisfaisante, et qu'on suit en amplitude et direction les vecteurs de vitesse mesurés. Les valeurs des vitesses au niveau de la faille entre les deux blocs sont proches de zéro, chose qui est théoriquement valable, mais il faut être prudent lorsque on s'éloigne des sites d'observation car les valeurs calculées hors du contour des points de mesure divergent largement (Fig. 2.7).

g. Krigeage

Le krigeage est appliqué sur le même chantier (Fig. 2.8). Son principe est expliqué en annexe A. Le modèle d'ajustement utilisé est un modèle gaussien. On remarque que son résultat n'est pas très satisfaisant, parce que nous avons peu de données, et par conséquent, peu de couples de données interviennent dans le calcul du variogramme. On obtient donc un variogramme erroné, comme on peut le noter sur le bloc en bas à gauche : les vecteurs interpolés n'ont parfois pas la bonne direction (celle du bloc auquel ils appartiennent), mais ils ont la valeur moyenne des vecteurs de mesures.

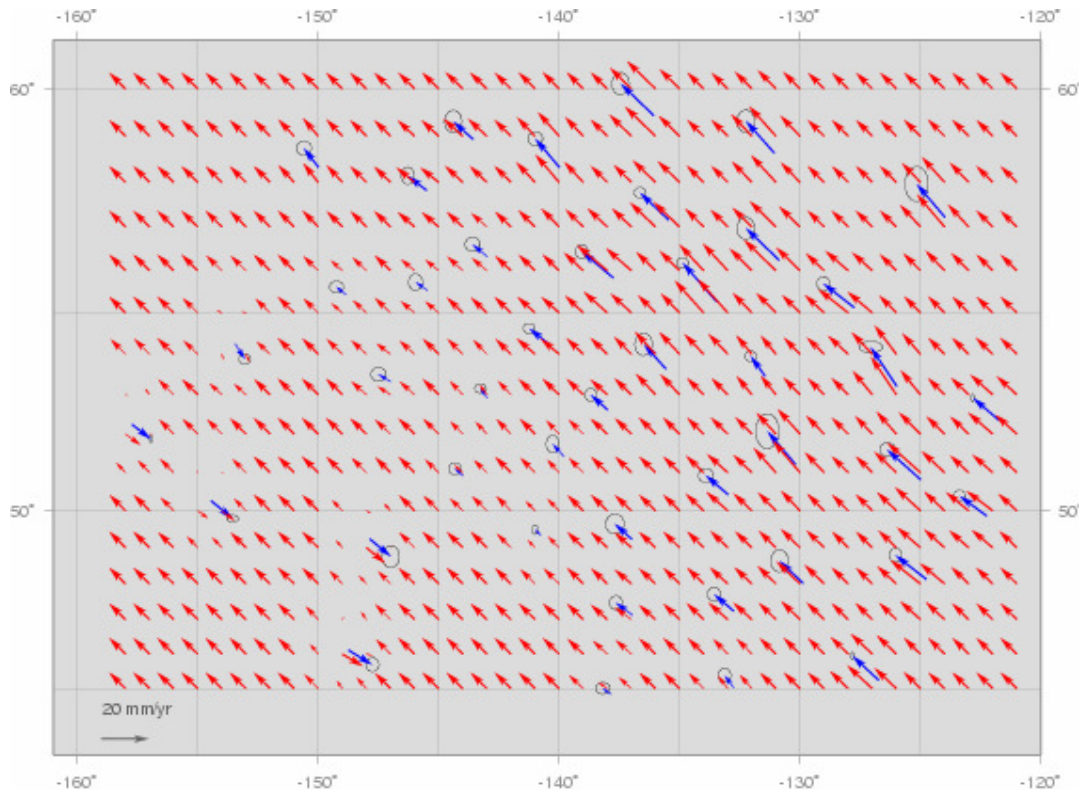


Fig. 2.8 - Chantier (1), idem que la figure (2.1), mais avec une interpolation par le krigeage.

Maintenant on prend un autre chantier fictif, le chantier (2) représente le cas d'une faille avec un nombre très limité de mesures. En pratique cette situation va se retrouver lorsqu'on ne peut pas avoir un nombre important de mesure à cause du coût de récepteurs GPS, ou de difficultés sur le terrain (sites non accessible, non stables, ... etc).

Vu que l'interpolation avec le krigeage ne donne pas de bons résultats sur des chantiers avec une densité réduite de mesures, que la régression polynomiale n'est pas un interpolateur

satisfaisant (nous préférons, si possible, une interpolation bien plus rigoureuse et au minimum qui soit parfaitement cohérente avec les points de mesure), et que les interpolateurs de plus proche voisin et linéaire sont des interpolateurs simples, on n'utilisera pas ces méthodes sur ce nouveau chantier. On se restreint aux trois interpolateurs suivants : cubique, inverse de distance, et splines.

Le cubique, (Fig. 2.9), donne les résultats suivants :

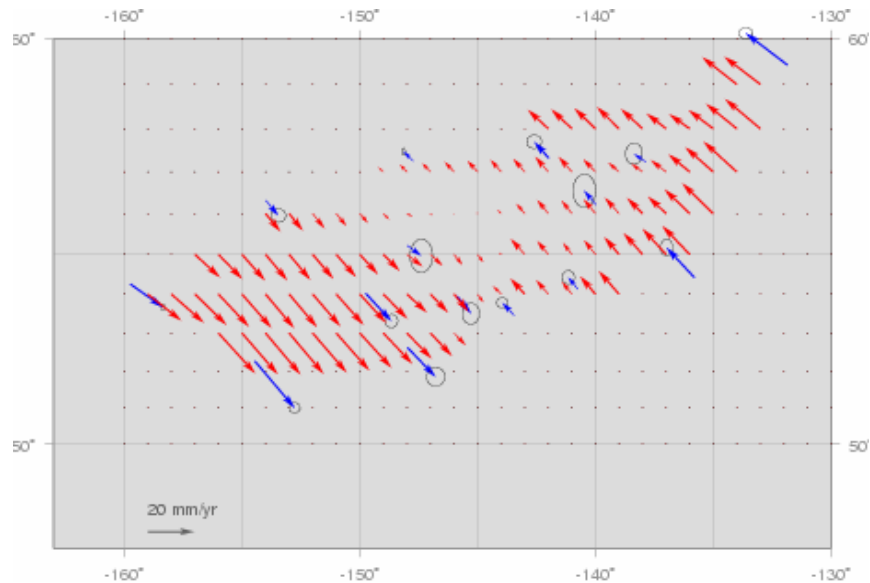


Fig. 2.9 - Chantier (2), interpolateur cubique.

L'interpolateur de l'inverse de distance, inverse de distance d'ordre 1 (Fig - 2.10 - a), et (Fig - 2.10 - b) inverse de distance d'ordre 4.

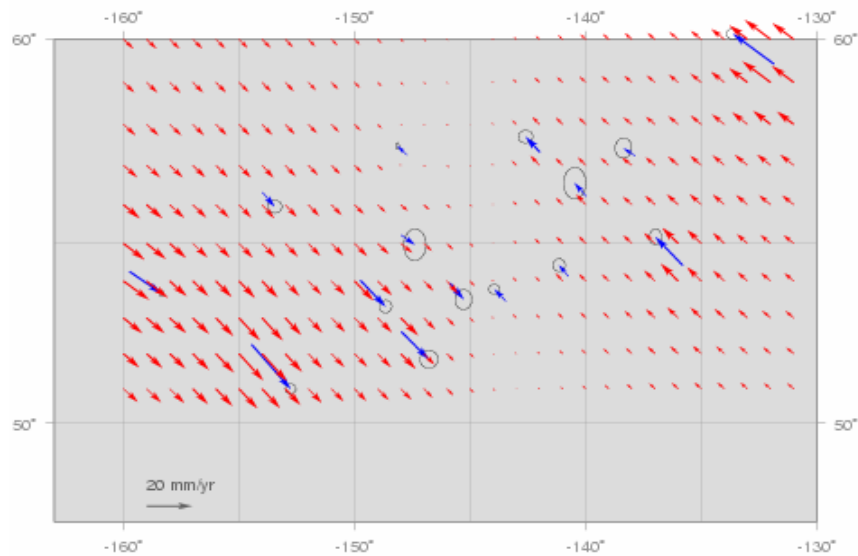


Fig. 2.10 – a Chantier (2), interpolateur de l'inverse de distance d'ordre 1.

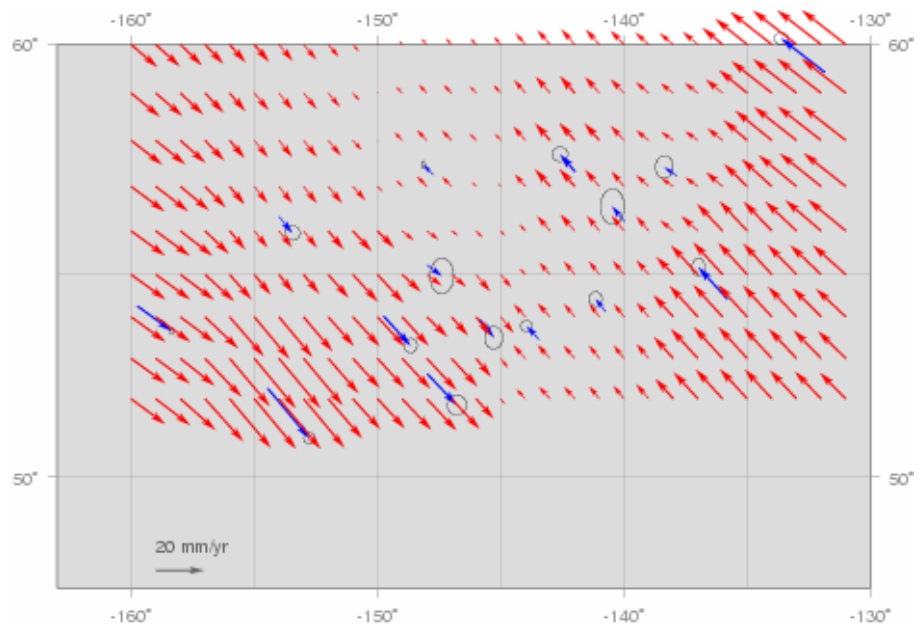


Fig. 2.10 – b Chantier (2), interpolateur de l'inverse de distance d'ordre 4.

L'interpolateur en utilisant les fonctions splines, (Fig. 2.11),

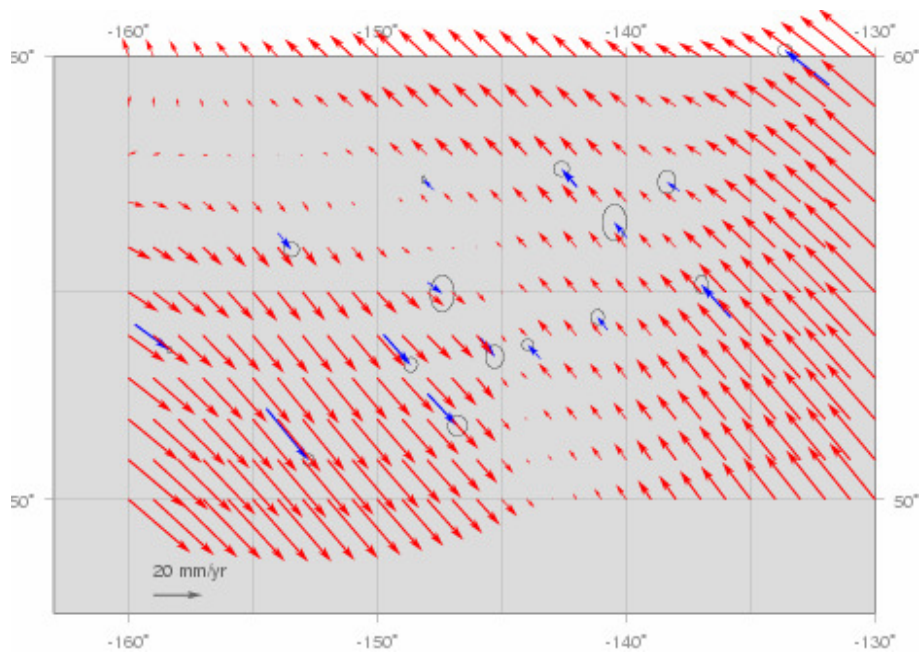


Fig. 2.11 - Chantier (2), interpolateur par les fonctions splines.

Les tests précédents effectués aux chantiers fictifs (1) et (2) montrent que les interpolateurs linéaire et cubique ne sont pas satisfaisants sur nos données puisqu'ils donnent des valeurs non définies à l'extérieur de l'enveloppe convexe des sites d'observation. On trouve aussi que l'interpolation par le plus proche voisin donne des résultats qui ne sont pas réalistes, concernant l'inverse de distance il extrapole moins bien les points éloignés (même si les défauts sont moindres avec un degré élevé). Par contre l'interpolateur avec les fonctions

splines donne des résultats intéressants au niveau de l'interpolation, mais pas quand il s'agit d'extrapolation, pour cela on s'intéresse plus particulièrement à ce dernier en faisant quelques tests complémentaires, en gardant toujours la possibilité d'utiliser le krigeage quand on aura un nombre suffisant d'observations.

Le chantier (3) (Fig. 2.12), représente une géométrie différente de répartition des mesures, ici nous avons deux blocs, le premier a un mouvement dans une direction et le deuxième dans une autre perpendiculaire à celle-ci, on remarque que l'interpolateur spline respecte ces mouvements en ayant une direction intermédiaire lorsqu'il s'agit d'interpoler aux sites situés entre les deux blocs.

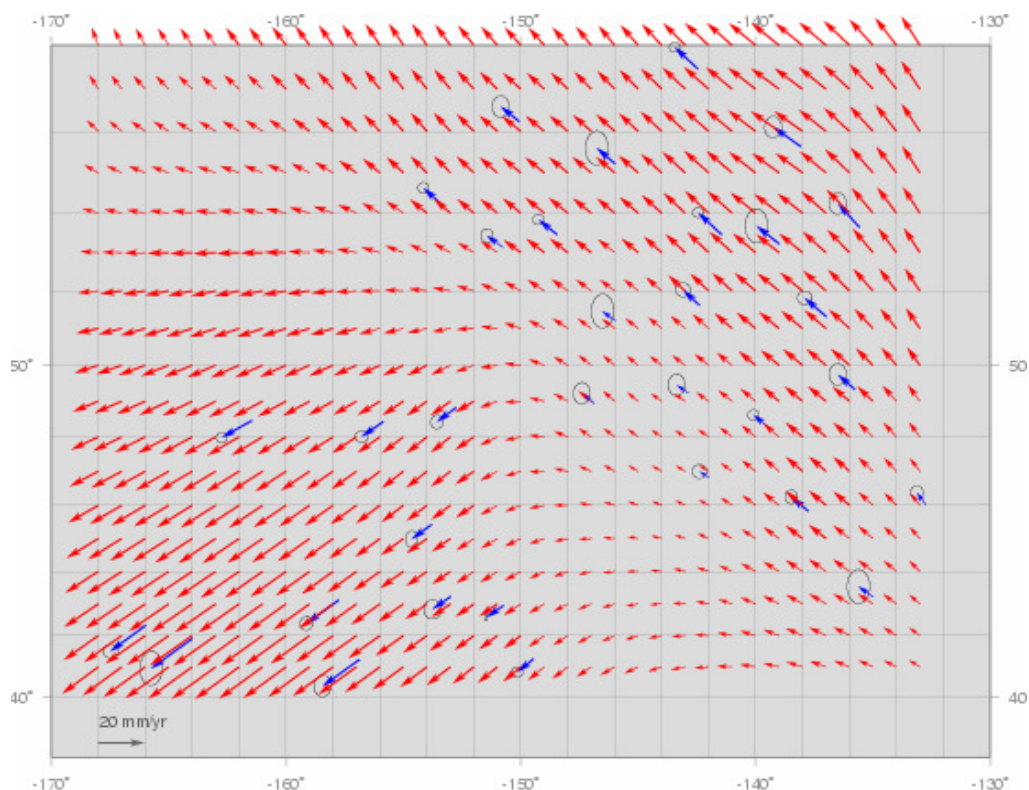


Fig. 2.12 - Chantier (3), interpolation avec les fonctions splines.

Le chantier (4), (Fig. 2.13), est similaire du chantier (3) mais avec une forte densité de mesures sur l'un de deux blocs.

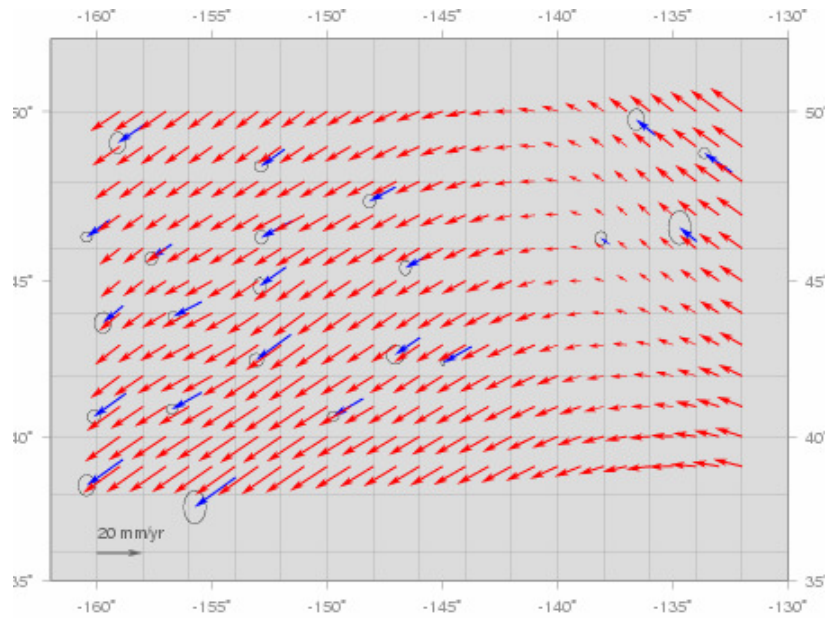


Fig. 2.13 - Chantier (4), interpolation avec les fonctions splines.

Le chantier (5), (Fig. 2.14), représente les mesures en cas de deux plaques tectoniques convergentes.

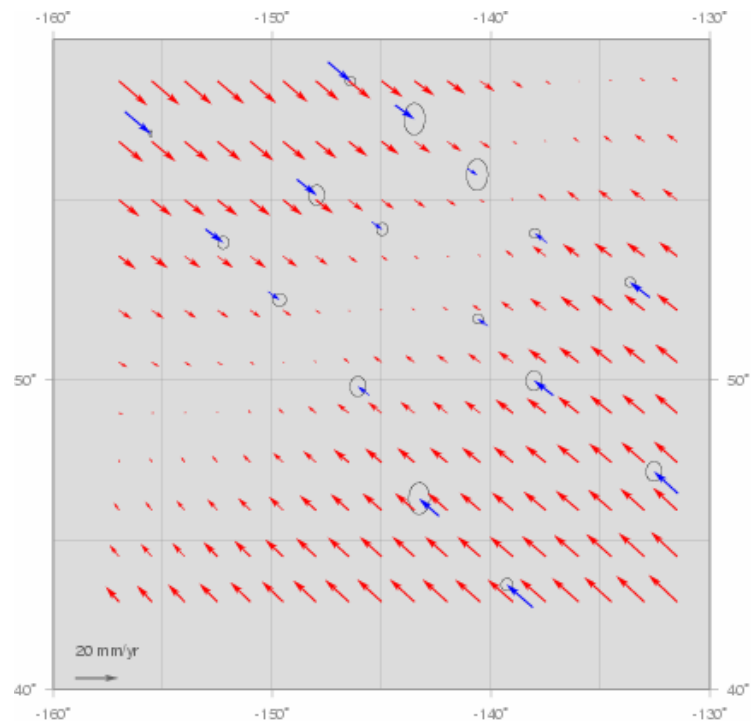


Fig. 2.14 - Chantier (5), interpolation avec les fonctions splines.

Le chantier 6, (Fig. 2.15), représente les mesures en cas de deux plaques divergentes.

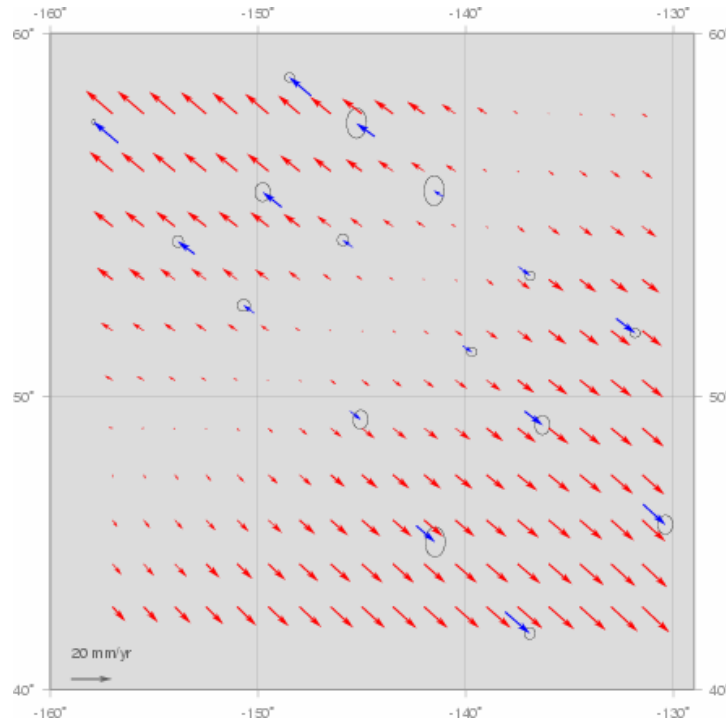


Fig. 2.15 - Chantier (6), interpolation avec les fonctions splines.

L'interpolateur spline montre son efficacité sur les différents tests, il s'adapte à la distribution géométrique des mesures, tout en passant bien par les valeurs aux points de mesure. Pour cette raison on va tester les splines et le krigeage sur le chantier réel dans la section suivante.

2.2.2 Chantier réel

On prend un exemple de mesures GPS établies sur la région de la faille de San Andréas en Californie, cette région est très bien équipée par des stations permanentes pour évaluer le mouvement entre la plaque Pacifique et la plaque Nord-américaine, qui est de l'ordre de 40 mm par an, le mouvement relatif de ces deux plaques accommode des déformations très importantes qui a causé des nombreux séismes.

Les sites de ces mesures GPS sont des stations permanentes ou semi-permanentes enregistrant des données, ici les valeurs utilisées vont de 2004 jusqu'à 2009. Tous ces sites possèdent des données d'une durée minimum de 2.5 ans pour éviter les biais dus aux signaux annuels (Blewitt et Lavallée, 2002). Le champ de vecteurs déplacement initial est décrit par la carte (Fig – 2.16).

L'interpolation est effectuée sur une grille de pas de 0.2° en longitude et de 0.2° en latitude. Un filtrage à une distance de 0.4 degré des données a précédé l'interpolation, la carte (Fig – 2.17) montre le champ de vecteurs vitesse filtré. On pourra toutefois faire un maillage plus fin et donc filtrer à une distance plus petite pour garder un nombre plus important des mesures, si on s'intéresse à une solution sur des régions locales, mais pour l'instant on calcule une solution globale sur la zone entière.

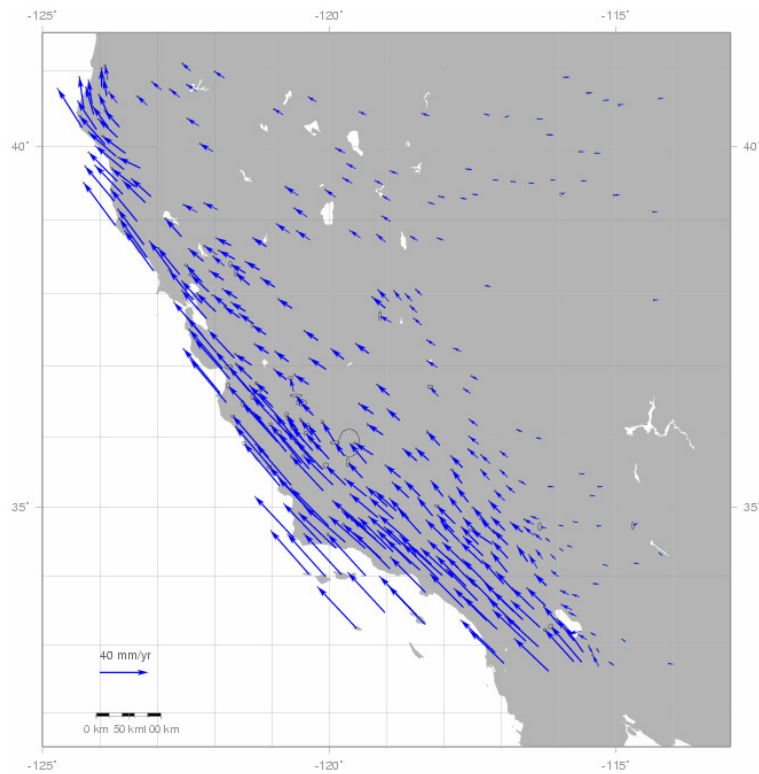


Fig. 2.16 - Vecteurs vitesse mesurés sur la région de la faille de San Andréas, les ellipses d'erreurs sont tracées à 95% de degré de confiance. Source de données : <http://pboweb.unavco.org>.

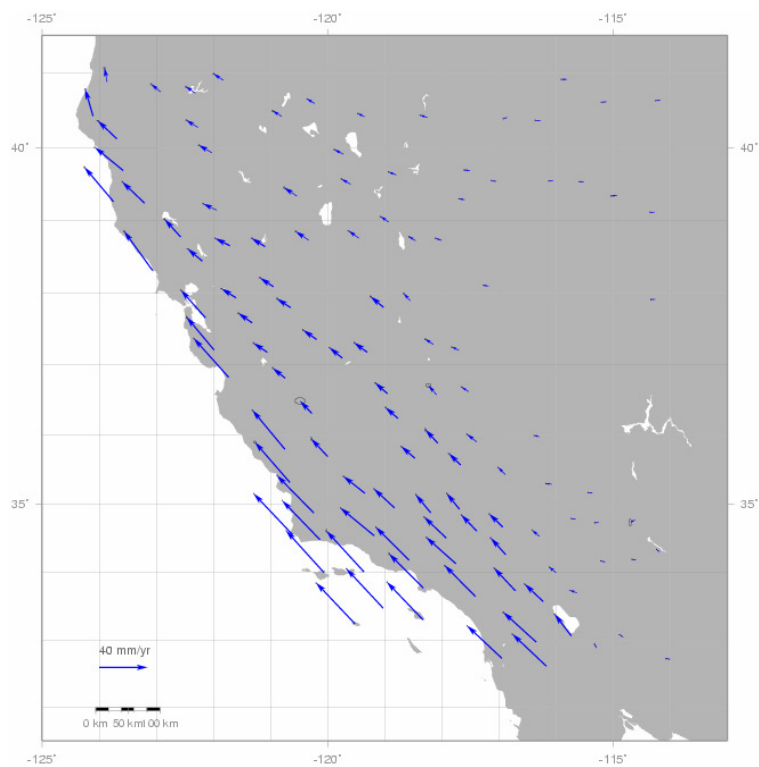


Fig. 2.17 - Le même champ de vitesse filtré à une distance de 0.4 degré

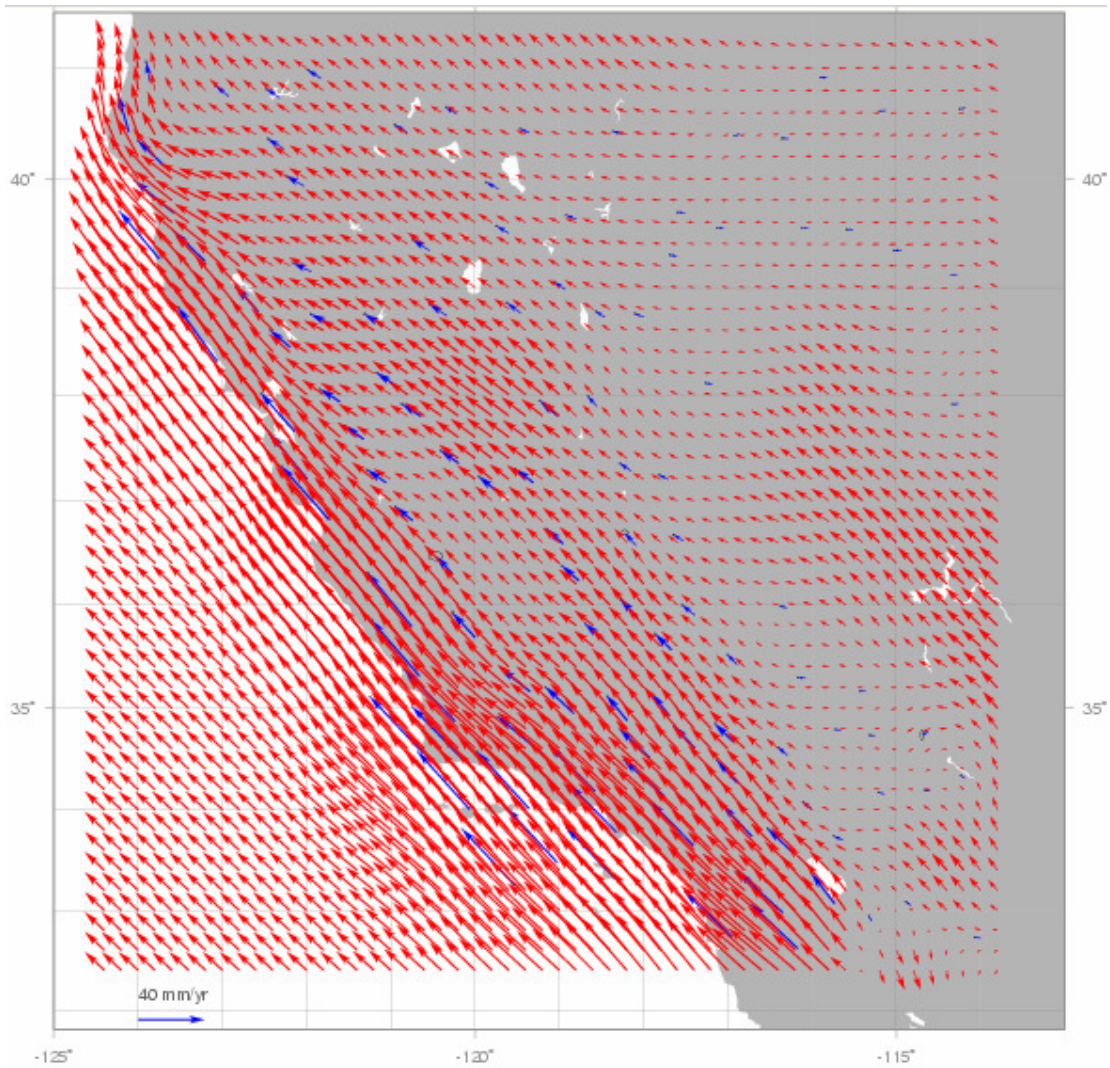


Fig. 2.18 - Interpolation par krigeage du champ de vitesses sur la zone de la faille de San Andréas. En bleu les vitesses mesurées et en rouge les vitesses interpolées. La grille d'interpolation est de 0.2° en longitude et en latitude.

Dans un premier temps, on utilise le krigeage (Fig. 2.18), on constate visuellement que cet interpolateur est bien adapté lorsque la densité de mesure est suffisante et qu'il interpole moins bien dans des zones où la densité de mesure est faible, comme la zone située à la périphérie Est du réseau au nord de la latitude 35° , et encore moins bien au Sud-Est où les vecteurs interpolés n'ont pas même la bonne direction.

On interpole le même chantier en utilisant les splines (Fig. 2.19), on note une interpolation très satisfaisante des mesures, avec néanmoins des résultats qui ne conviennent pas lorsqu'il s'agit d'extrapolation, comme on le constate à la périphérie Sud-Ouest de la grille d'interpolation.

Pour éviter ce genre de défaut de l'extrapolation par les splines, on combine deux types d'interpolations comme nous allons le découvrir dans la section suivante.

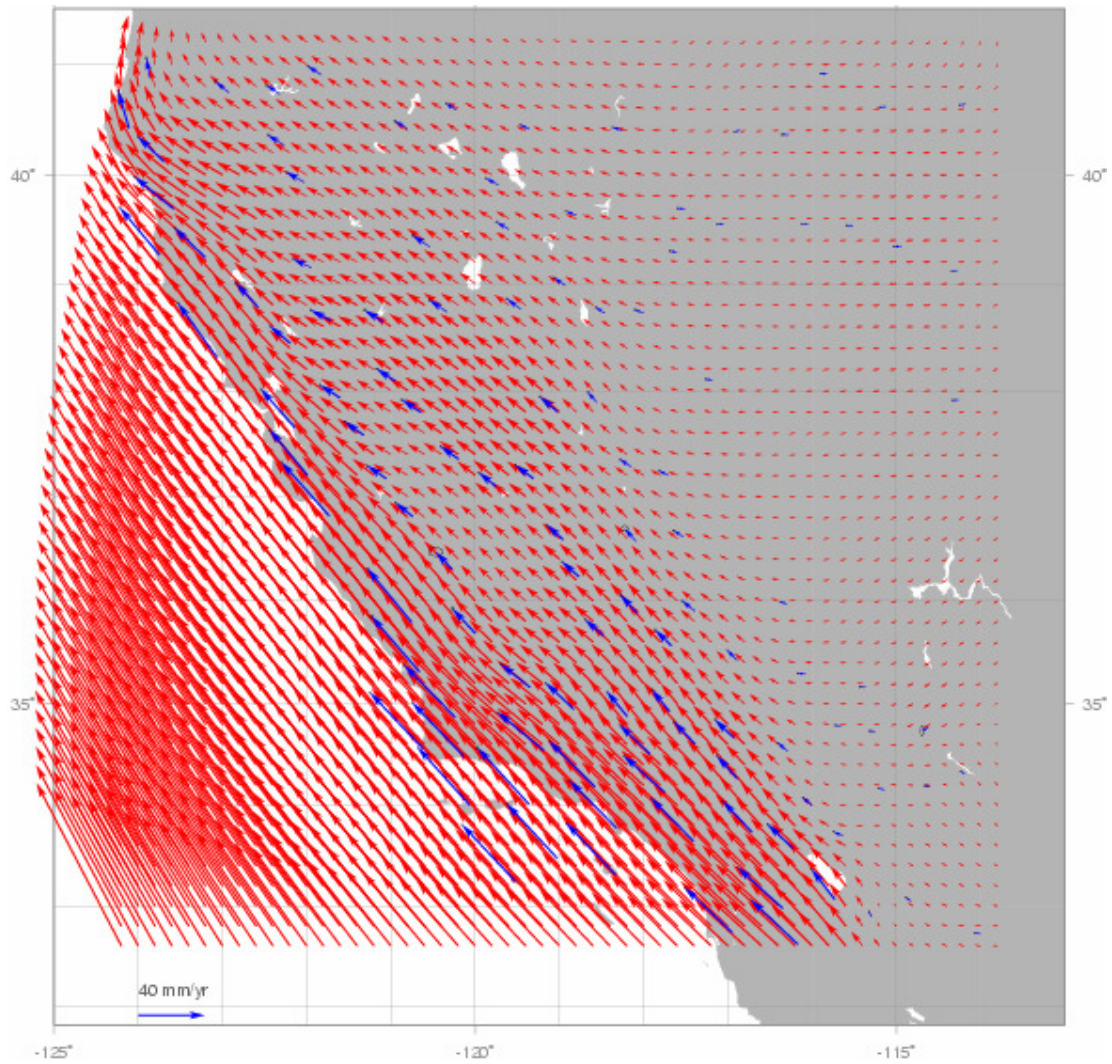


Fig. 2.19 - Idem que la figure (2.18), mais avec un interpolateur de type splines.

2.3 Choix retenu

Les tests précédents ont montré les points forts et faibles de chaque interpolateur. On choisit de combiner deux interpolateurs :

- les splines pour les mailles de la grille situées à l'intérieur du rectangle encadrant les sites échantillonnés
- le plus proche voisin au-delà de ces limites.

La carte (Fig. 2.20) montre ce choix sur le chantier (1).

Le choix d'interpolation par les splines à l'intérieur du cadre des limites du réseau cause la présence d'artefacts à la périphérie du réseau. On pallie cet effet en choisissant l'enveloppe convexe des données au lieu du cadre comme limite entre interpolation et extrapolation (Fig. 2.21).

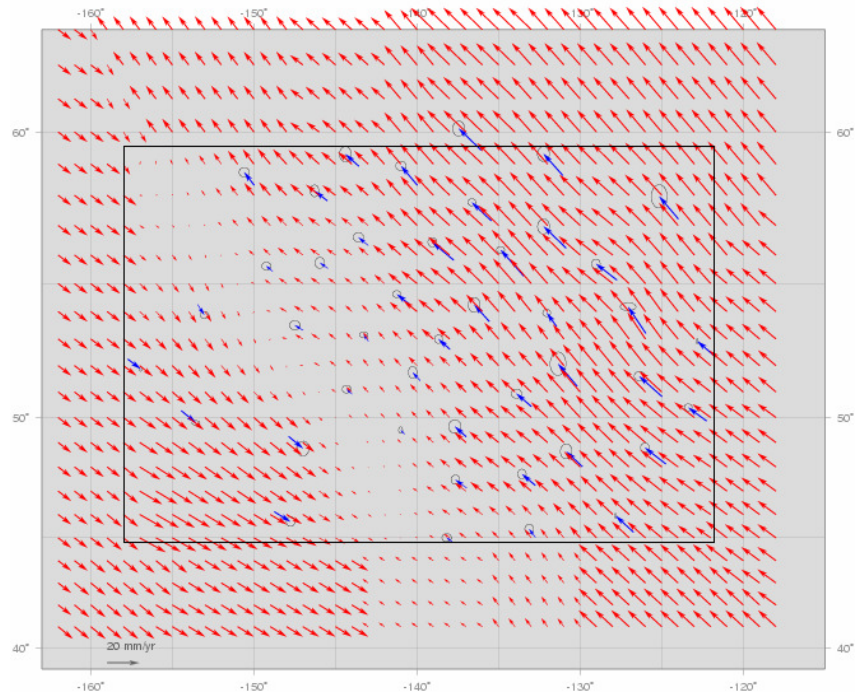


Fig. 2.20 - Chantier (1), combinaison de deux interpolateurs, spline et plus proche voisin, cas d'encadrement rectangulaire du réseau.

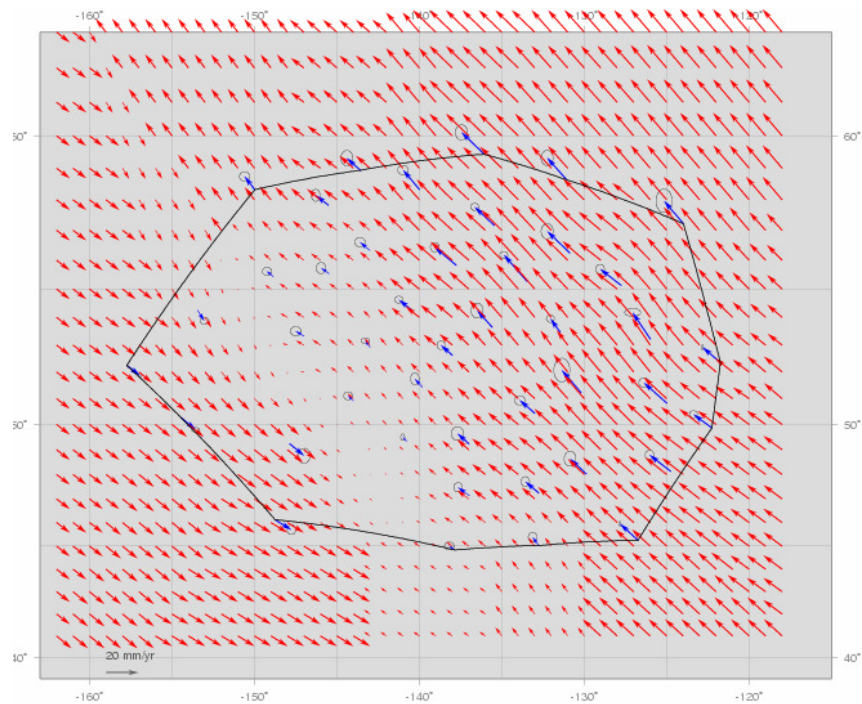


Fig. 2.21 -Combinaison, chantier (1), de deux interpolateurs, spline et plus proche voisin, à l'intérieur et au-delà de l'enveloppe convexe du réseau.

Nous avons appliqué cette méthode d'interpolation sur l'exemple des vecteurs déplacement de la région de la faille de San Andrés (Fig. 2.22).

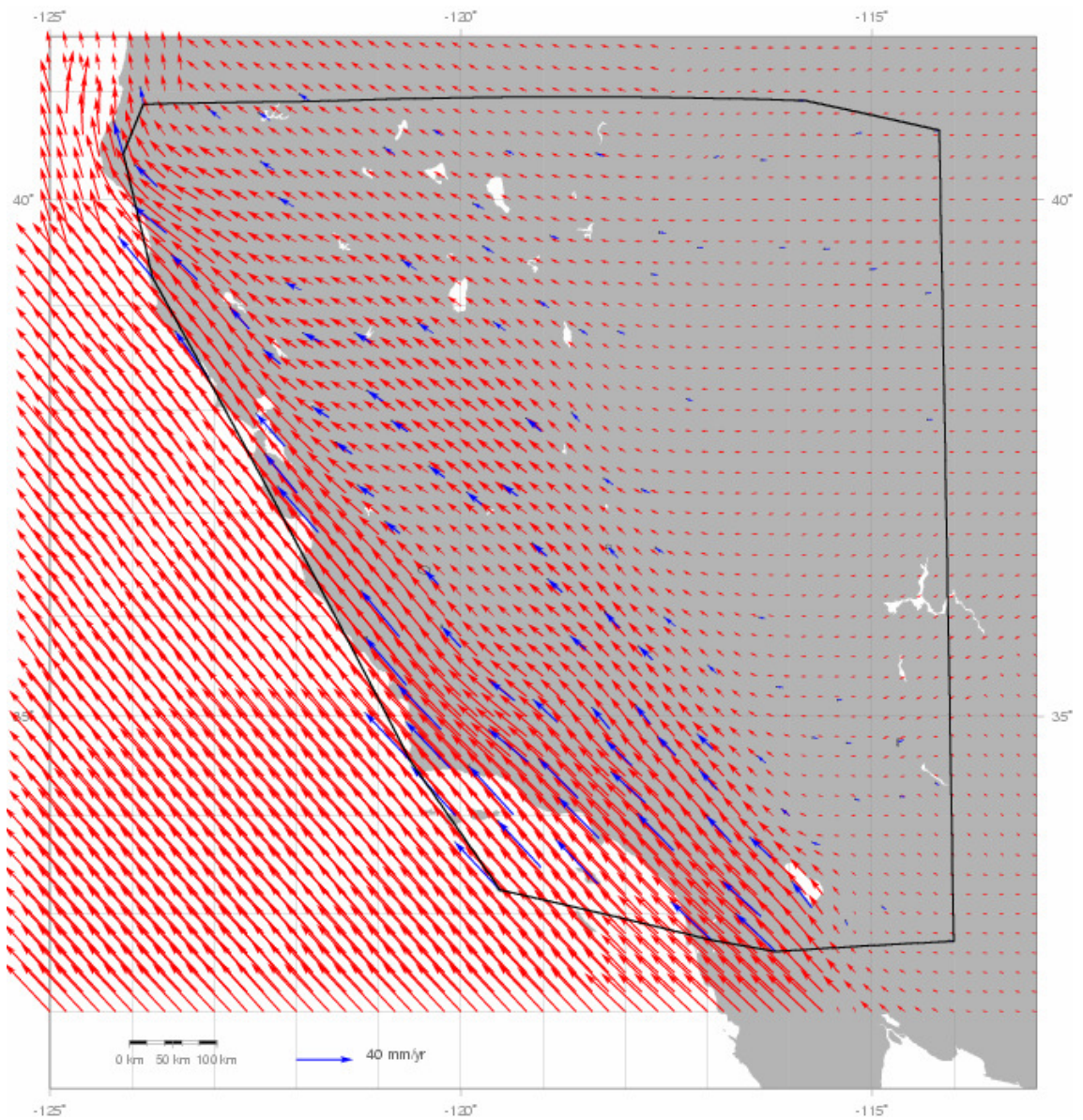


Fig. 2.22 - Combinaison de deux interpolateurs, spline à l'intérieur de l'enveloppe convexe des sites de vecteurs de mesures, et plus proche voisin au-delà, appliquée au cas de l'exemple de la faille de San Andrés.

Deuxième partie

Méthodes, Résultats, Perspectives

Chapitre 3

Calcul et représentation classique de déformations

Ce présent chapitre 3 commence par l'introduction des deux grandes méthodes d'évaluation et de représentation de la déformation horizontale de la croûte terrestre. Le calcul des tenseurs de déformation est ensuite détaillé dans le cas général. Nous optons pour le calcul d'un champ continu de tenseurs de déformation répartis régulièrement selon un maillage prédéfini. La représentation classique de ceux-ci est ensuite expliquée. Cette représentation est utilisée actuellement par la communauté des géodésiens et géophysiciens pour cartographier les zones de déformation. Nous rappelons quelques notions liées à la tectonique des plaques en Annexe B.

Une représentation du champ tensoriel calculé sur la région de la faille de San Andrés en Californie est enfin exposée pour illustration.

3.1 Comparaison planimétrique de positions successives

Cette approche est la plus simple pour l'étude des mouvements horizontaux. Elle est basée sur l'idée d'obtenir la position d'un point à deux époques différentes. La différence entre les deux positions reflète ainsi le déplacement que ce point a subi pendant cette période. Le déplacement obtenu n'est pas complètement significatif, et il faut que les deux positions successives soient exprimées dans le même système de référence. Ce système doit être suffisamment stable pendant l'intervalle de temps de surveillance pour ne pas entacher le déplacement obtenu.

En pratique, on réalise deux campagnes de mesure sur un réseau de points, on obtient les positions simultanées de tous les points aux époques t_1 et t_2 . On note l'observation de la première époque par l_1 et la deuxième par l_2 . Il faut que les mesures correspondant à chaque période soient élaborées simultanément ou quasi-simultanément. Les positions sont calculées à partir de mesures de géodésie terrestre ou spatiale, typiquement des campagnes GPS.

Il existe deux grandes méthodes pour l'évaluation et la représentation des mouvements horizontaux de l'écorce terrestre à partir des mesures géodésiques :

1. un champ de vecteurs déplacement horizontaux ;
2. un champ de tenseurs de déformation.

3.2 Vecteurs déplacement horizontaux

Cette méthode repose sur la comparaison de coordonnées compensées issues d'un réseau des points communs mesurés à deux époques différentes. Avec cette comparaison on estime un champ de vitesses horizontales sur un intervalle de temps donné. Les incertitudes liées à l'estimation de ces vecteurs sont habituellement représentées par les ellipses tracées à l'extrémité de chaque vecteur. Cet outil est notamment utilisé par les géophysiciens pour représenter le champ de déformation. (Kreemer et al, 2010) présente les déformations actuelles dans le plateau de Colorado à l'Ouest des États Unis avec un champ de vecteurs déplacements, figure (3.1). Ces vecteurs sont exprimés dans un système de référence local lié à la plaque Amérique du nord.

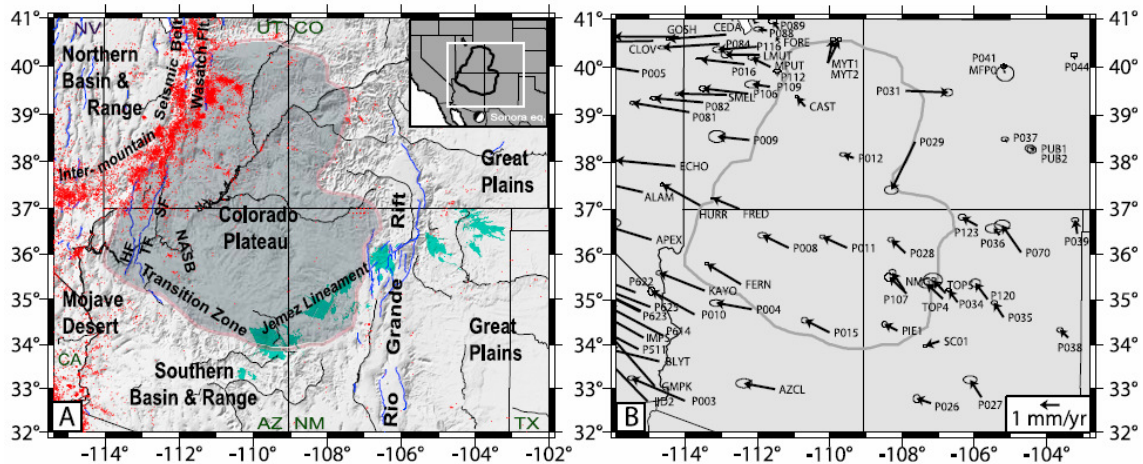


Fig. 3.1 – (A) La tectonique de la région du plateau du Colorado (Etats Unis). Les points rouges représentent les épicentres des événements sismiques entre 1964 et 2003 dans le catalogue ANSS (Advanced National Seismic System). Les failles actives sont représentées en bleu selon la base de donnée de USGS. Les grandes lignes des centres volcaniques de Jemez Lineament sont indiquées en vert selon [West et al. 2004]. NASB: Northern Arizona Seismic Belt ; HF: Hurricane Fault ; TF: Toroweap Fault. (B) Le champ de vitesse GPS. Il est exprimé dans un système de référence lié à la plaque Amérique du nord. Source (Kreemer et al, 2010).

3.2.1 Systèmes de référence terrestres

Les vecteurs déplacement sont exprimés dans un système de référence quelconque. Celui-ci peut être un système local lié à un pays, à un continent, à une plaque tectonique, ou un système global comme le système de référence terrestre (ITRS).

Mathématiquement un système de référence idéal est un repère cartésien direct en trois dimensions dont les axes sont orthogonaux. Il est muni d'une origine, d'une unité de longueur, et d'une orientation donnée dans l'espace.

Un Système de Référence Terrestre (SRT) est un système global dont l'origine est proche du centre de masse de la Terre. Il est orienté selon le plan équatorial, l'axe Z est proche de l'axe de rotation de la Terre, et l'unité de longueur est celle du système SI qui est le mètre.

En pratique, la réalisation d'un repère de référence terrestre est effectuée en fournissant les positions précises des points répartis sur la surface de la Terre, avec leur évolution dans le temps. Les positions et les vitesses de ces points sont calculées à l'aide des techniques de géodésie spatiale. Le Repère International de Référence Terrestre ITRF est une réalisation du SRT. C'est un réseau cinématique de points liés à l'écorce terrestre qui fournit les coordonnées et les vitesses ainsi que leurs matrices de variance covariance. Sa dernière version ITRF2008 (Altamimi et al, 2010) vient d'être publiée.

Les points de l'ITRF faisant l'objet de mesures sont choisis de façon à ce qu'ils subissent des variations avec le temps dues à des raisons géophysiques (tremblement de terre, rebond post glaciaire, ...) qui soient les moins locales possibles. Il faut néanmoins avoir un réseau réparti sur l'ensemble de la surface de la Terre.

La solution finale de l'ITRF est basée sur la combinaison des solutions individuelles calculées en utilisant différentes techniques de géodésie spatiale (VLBI, SLR, GPS, et DORIS). A partir de cette solution on peut déterminer les mouvements relatifs des plaques tectoniques les unes par rapport aux autres, figure (3.2).

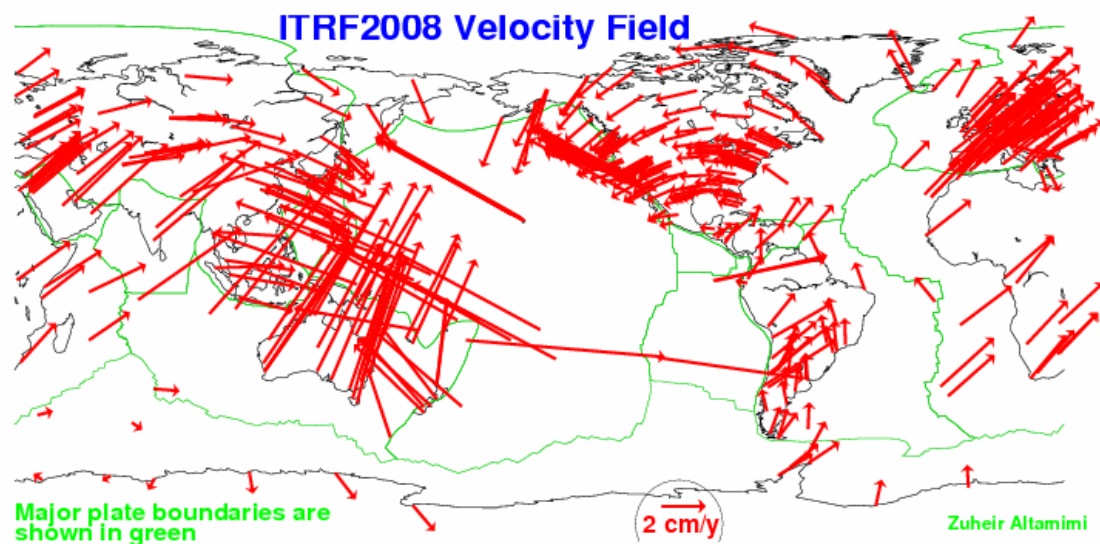


Fig. 3.2 - Champ de vitesses global de l'ITRF2008 (Altamimi et al, 2010). Les limites des plaques sont tracées en vert.

3.3 Tenseur de déformation

Les tenseurs de déformation sont une autre approche pour évaluer et quantifier les déformations de l'écorce terrestre, en exploitant les observations de géodésie spatiale dans un cadre toujours strictement local.

Dans le cas général de déformation sur la surface de la Terre, on dispose généralement des vecteurs déplacement, où : $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)^T$. Alors la matrice symétrique qui décrit les déformations différentielles dans un repère Cartésien s'écrit (Vanicek et Krakiwsky, 1986) :

$$\varepsilon = \frac{1}{2} [\nabla \vec{v}^T + (\nabla \vec{v}^T)^T]$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) & \frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Cette matrice représente le tenseur de déformation en 3 dimensions (Condon et Odishaw, 1967). Lorsque on traite les déformations de la Terre, l'expression de tenseurs de déformations en coordonnées Cartésiennes n'est pas adaptée, il est préférable de les écrire dans un système de coordonnées sphériques, ou dans un système de coordonnées géodésiques. D'après Love (Love, 1927) le tenseur de déformation s'écrit, en fonction d'un vecteur déplacement dont les composantes sont exprimées dans systèmes géodésiques $\vec{v} = (v_\lambda, v_\phi, v_r)^T$, par :

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_r}{\partial r} & \frac{\partial v_\phi}{\partial r} - \frac{v_\phi}{r} + \frac{\partial v_r}{r \partial \phi} & \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial v_r}{\partial \lambda} + \frac{\partial v_\lambda}{\partial r} - \frac{v_\lambda}{r} \\ \frac{\partial v_\phi}{\partial r} - \frac{v_\phi}{r} + \frac{\partial v_r}{r \partial \phi} & \frac{\partial v_\phi}{r \partial \phi} + \frac{v_r}{r} & \frac{\partial v_\lambda}{r \partial \phi} - \tan \phi \frac{v_\lambda}{r} + \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial v_\phi}{\partial \lambda} \\ \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial v_r}{\partial \lambda} + \frac{\partial v_\lambda}{\partial r} - \frac{v_\lambda}{r} & \frac{\partial v_\lambda}{r \partial \phi} - \tan \phi \frac{v_\lambda}{r} + \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial v_\phi}{\partial \lambda} & \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial v_\lambda}{\partial \lambda} + \tan \phi \frac{v_\phi}{r} + \frac{v_r}{r} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} e_{rr} & e_{r\phi} & e_{r\lambda} \\ e_{\phi r} & e_{\phi\phi} & e_{\phi\lambda} \\ e_{\lambda r} & e_{\lambda\phi} & e_{\lambda\lambda} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

A partir de ce cas dans l'espace à trois dimensions, on peut écrire le tenseur de déformation horizontal qui est la partie sud-est de la matrice (3.2) :

$$\varepsilon_h = \begin{bmatrix} e_{\phi\phi} & e_{\phi\lambda} \\ e_{\lambda\phi} & e_{\lambda\lambda} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

3.3.1 Quelques propriétés du tenseur de déformation

Les tenseurs de déformation sont très couramment utilisés dans l'étude des mouvements horizontaux. Ils dérivent directement des mesures, et leur avantage capital est d'être indépendants de tout système de référence géodésique dans lequel les positions et les vitesses de points observés sont exprimées. Pour montrer comment ils sont utilisés dans l'étude de déformations horizontales, on re-écrit l'équation (3.3) dans un système bidimensionnel (x, y) :

$$\boldsymbol{\varepsilon}' = \begin{bmatrix} e_{xx} & e_{xy} \\ e_{yx} & e_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) & \frac{\partial v_y}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Ce qui équivaut à écrire, en dénotant l'opérateur ∇ bidimensionnel par ∇' :

$$\boldsymbol{\varepsilon}' = \frac{1}{2} [\nabla' \bar{v}^T + (\nabla' \bar{v}^T)^T] \quad (3.5)$$

Où $\bar{v} = (v_x, v_y)^T$ est le vecteur déplacement.

Un tenseur de déformation peut être considéré comme la partie symétrique de la matrice Jacobienne de transformation de l'espace du vecteur position à l'espace du vecteur déplacement. On peut écrire (Jaeger, 1971) :

$$\bar{v} = (\Omega' + \boldsymbol{\varepsilon}') \bar{r} + \bar{v}_0 \quad (3.6)$$

Où Ω' : est la partie antisymétrique de la matrice Jacobienne, \bar{r} : est le vecteur de position, et \bar{v}_0 : est une translation arbitraire. La partie symétrique de déplacement $(\boldsymbol{\varepsilon}' \bar{r})$ décrit la partie de déformation qui ne permet pas de rotations.

3.3.2 Comment peut-on calculer un tenseur de déformation ?

Le calcul du tenseur de déformation se fait entre les points adjacents du réseau de mesures. Nous avons des vecteurs déplacement qui sont obtenus par le biais de méthodes de la géodésie spatiale, comme expliqué précédemment.

Les tenseurs de déformation peuvent être calculés à l'intérieur du polygone qui lie un groupe de points de mesure. La valeur calculée de ces tenseurs dépend donc de la configuration du réseau de mesure. Nous travaillons par la suite sur une grille régulière pour être indépendants de l'effet de cette configuration. On aura par conséquent un champ régulier de déformations sur toute la zone d'étude.

3.3.3 Calcul du tenseur de déformation selon une configuration de points du réseau

Les méthodes de calcul utilisées habituellement dans la littérature sont basées sur la configuration de points de mesure selon des formes géométriques simples (triangles, quadrilatères, ...), puis sur le calcul d'un tenseur de déformation à l'intérieur de chaque forme géométrique.

Il y a plusieurs façons de configurer le réseau, la méthode la plus courante est celle de la configuration en triangles liant les points d'observation.

Les dérivées partielles $\frac{\partial v_x}{\partial x}$, $\frac{\partial v_x}{\partial y}$, $\frac{\partial v_y}{\partial y}$, et $\frac{\partial v_y}{\partial x}$ dont on a besoin pour ε' peuvent être évaluées selon différentes méthodes. Dans le cas de configuration en triangles, on écrit l'équation de la composante en x de vecteur déplacement comme suit :

$$v_x(x, y) = \frac{\partial v_x}{\partial x} x + \frac{\partial v_x}{\partial y} y + const \quad (3.7)$$

où u_x est la composante de vecteur vitesse en x, et (x, y) sont les coordonnées du point correspondant.

En substituant les valeurs de x, y , et $v_x(x, y)$ une fois pour les trois sommets de triangle, on aura un système linéaire de trois équations avec trois inconnues $\frac{\partial v_x}{\partial x}, \frac{\partial v_x}{\partial y}$, et le terme constant. On écrit un système similaire pour la composante y. Une fois ces deux systèmes linéaires sont résolus, on aura les quatre dérivées partielles et les deux constantes (dont on n'a pas besoin ici). Cette méthode a été utilisée par Terada et Miyabe (1929).

Une autre possibilité est de choisir une configuration différente, comme par exemple, le choix de calculer le tenseur de déformation à l'intérieur d'un polygone ayant plus de trois sommets (quatre, ou plus). Dans ce cas, les dérivées partielles sont obtenues par moindres carrés.

La valeur du tenseur de déformation calculé selon cette méthode dépend de la configuration choisie. Pour éviter cela nous préférons calculer un champ régulier de tenseurs de déformation selon une grille régulière sur toute la zone d'étude. Les mailles de cette grille sont carrées et le pas est choisi en fonction de la distance minimale entre tous les sites du réseau, comme nous l'avons précisé au paragraphe (§ 2. 1).

3.3.4 Calcul d'un champ continu de tenseurs de déformation

Le champ de tenseurs de déformation que nous allons calculer est donc réparti selon une grille régulière. Nous disposons d'un champ de vecteurs déplacement interpolés aux nœuds de cette grille. Ces vecteurs déplacement représentent le mouvement des nœuds de la grille entre deux époques de mesure différentes.

Le calcul du tenseur de déformation utilise la méthode des éléments finis (Pagarete et al., 1990 ; Welsch, 1983). On obtient les composantes du tenseur qui représentent la déformation à l'intérieur de chaque maille de la grille (numéroté, $c = 1, 2, \dots, n$, où n est le nombre total des mailles dans la grille). On calcule les variations relatives de six longueurs (quatre côtés et deux diagonales) de chaque carré élémentaire entre les deux époques (Fig. 3.3) :

$$\Delta d_{ck} = d_{ck}^1 - d_{ck}^2, (k = 1, 2, \dots, 6 \text{ et } c = 1, 2, \dots, n), \quad (3.8)$$

où k correspond à une des longueurs du carré élémentaire, et les exposants 1 et 2 correspondent aux deux époques de mesures.

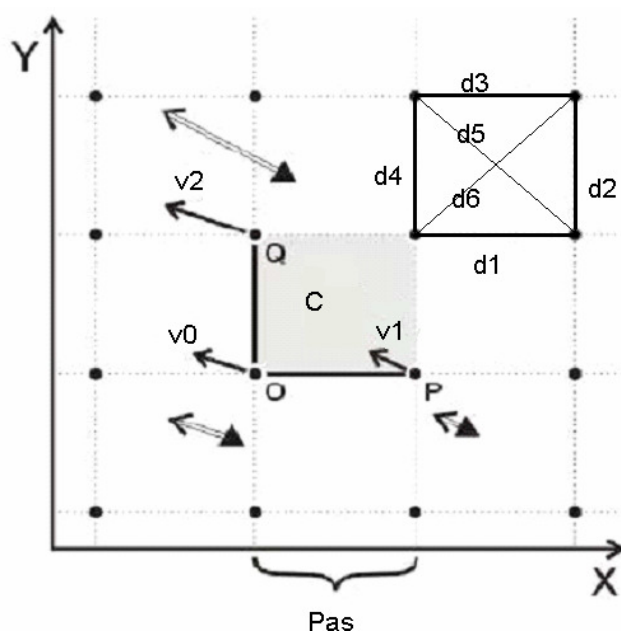


Fig. 3.3 - Calcul du tenseur de déformation dans une maille C de la grille

Pour des déformations infinitésimales, la variation relative du longueur de chaque côté d_k d'une maille de la grille s'écrit (Kasser et Thom, 1995 ; Welsch, 1981 ; Prescott et al., 1979) :

$$u_{ck} = \frac{\Delta d_{ck}}{d_{ck}} = \varepsilon_{c,xx} \sin^2 G_{ck} + 2\varepsilon_{c,xy} \sin G_{ck} \cos G_{ck} + \varepsilon_{c,yy} \cos^2 G_{ck} \quad (3.9)$$

où, $\varepsilon_{c,xx}, \varepsilon_{c,yy}$ sont les composantes de tenseur de déformation suivant les axes x , et y , $\varepsilon_{c,xy}$ est la composante cisailante, et $G_{ck}, d_{ck}, \Delta d_{ck}$ sont respectivement : le gisement, la longueur, et la variation de longueur du côté k de la maille c . En réalisant une équation pour chaque côté, on aura un système linéaire de six équations et trois inconnues $\varepsilon_{c,xx}, \varepsilon_{c,xy}, \varepsilon_{c,yy}$. Le nombre d'équations étant plus grand que le nombre d'inconnues, nous pratiquons une résolution par moindres carrés. D'une manière générale on construit les équations matricielles :

$$\mathbf{H} (6, 3) \cdot \boldsymbol{\varepsilon} (3, 1) = \mathbf{u} (6, 1) \quad (3.10)$$

où, \mathbf{H} est la matrice des coefficients suivant l'équation (3.9), $\boldsymbol{\varepsilon}$ est le vecteur des composantes $\varepsilon_{c_{xx}}$, $\varepsilon_{c_{xy}}$, $\varepsilon_{c_{yy}}$, et \mathbf{u} est le vecteur de six elongation des côtés de la maille.

Une fois que ce système est résolu, les valeurs des composantes du tenseur suivant les axes x , et y , ainsi que la composante cisailante sont connues dans chaque maille de la grille.

3.4 Représentation classique du tenseur de déformation

La représentation cartographique des tenseurs de déformation nécessite le calcul des composantes principales maximale et minimale à l'intérieur de la surface élémentaire (Million, 1984 ; Pagarete et al., 1990):

$$e_1 = \frac{\Delta + \gamma}{2}, e_2 = \frac{\Delta - \gamma}{2} \quad (3.11)$$

Avec :

$$\Delta = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} \text{ et } \gamma = \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}, \text{ où } \gamma_1 = \varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}, \gamma_2 = 2\varepsilon_{xy} \quad (3.12)$$

Le gisement de e_1 et e_2 est obtenu par :

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \arctg\left(\frac{-\gamma_2}{\gamma_1}\right), \theta_2 = \theta_1 + 90^\circ \quad (3.13)$$

La représentation cartographique du tenseur des déformations telle qu'elle apparaît dans la littérature repose sur la représentation de ces composantes principales e_1 et e_2 . Les axes principaux de tenseur sont orientés selon les directions des deux vecteurs propres du tenseur.

Le tenseur de déformation étant une matrice carrée, il possède deux valeurs propres et deux vecteur propres. Les valeurs propres donnent le module de déformation alors que les vecteurs propres donnent l'orientation de la déformation dans l'espace. Ces valeurs propres peuvent avoir des valeurs positives ou négatives. Par convention, une valeur positive signifie une extension en direction de l'axe correspondant, alors que la valeur négative désigne une compression. L'azimut de la direction du second vecteur propre correspond à l'axe du raccourcissement maximum. Cette direction est à 45° de la direction du cisaillement maximum.

La définition d'un tenseur de déformation par l'équation (3.4) indique que les unités des composantes du tenseur sont en an^{-1} , les déformations calculées étant de l'ordre de 10^{-6} à $10^{-9} an^{-1}$. Ce sont des valeurs très faibles (elles sont dérivées des vitesses de l'ordre de quelques millimètres à quelques centimètres par an sur des distances de quelques dizaines à quelques centaines de kilomètres). L'unité des valeurs des composantes du tenseur peut être donnée en $10^{-6} an^{-1}$ (nommé microstrain ou μ strain ou ppm/an), ou $10^{-9} an^{-1}$ (ou ppb/an). Nous utiliserons dans cette thèse l'unité de 10^{-9} que l'on nomme nanostrain/an (ou nonostrain/yr).

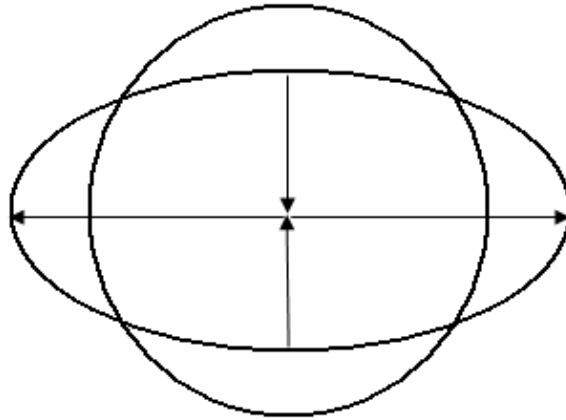


Fig. 3.4 - Déformation d'un cercle en une ellipse

En général, toute déformation au niveau local déforme un cercle en une ellipse. La figure 3.4 montre ce mécanisme. La représentation du tenseur de déformations peut prendre la forme d'une ellipse (Fig. 3.5).

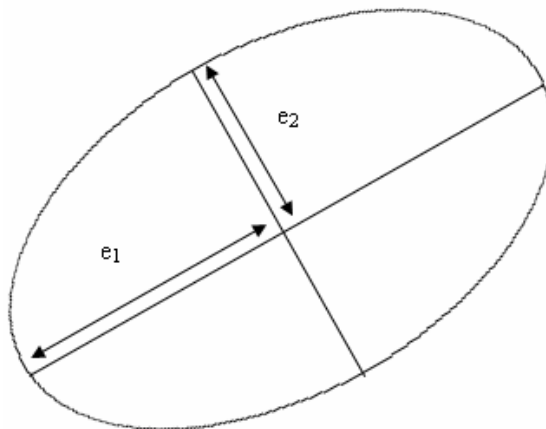


Fig. 3.5 - Tenseur de déformation représenté par une ellipse

Généralement on ne représente pas l'ellipse, mais on représente les axes principaux du tenseur avec leurs modules et leurs directions, qui correspondent aux valeurs propres et aux vecteurs propres de la matrice correspondante au tenseur. On rencontre trois cas différents : extensions selon les deux axes principaux, extension dans l'une et compression dans l'autre, ou compression selon les deux axes.

3.4.1 Tenseurs de déformation avec une configuration non régulière

On montre, à titre d'exemple, les tenseurs de déformation calculés sur l'île de Terceira aux Açores (Navarro et al., 2003). On remarque que la configuration des polygones dans lesquels les tenseurs sont calculés n'est pas unique (triangle, polygones de 4 ou 5 sommets).

L'inconvénient de cette méthode est qu'il existe plusieurs configurations possibles du même réseau de points, et la valeur du tenseur change selon la configuration adoptée.

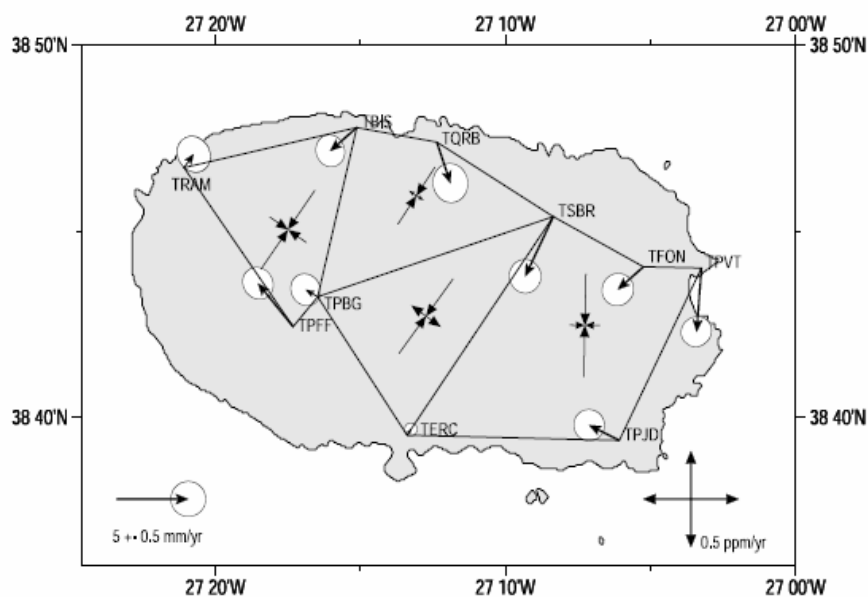


Fig. 3.6 - Vitesses horizontales avec leur ellipse d'erreur (95% de confiance) entre 1999.7 et 2001.3 relatives à la station TERC, et les tenseurs de déformation dans quatre sous réseaux, l'erreur sur les tenseurs est moins de 0.07 ppm/yr, erreur estimé à un sigma près. Source (Navarro et al., 2003).

3.4.2 Calcul d'un champ continu de tenseurs sur la faille de San Andreas

Reprenons notre exemple de la faille de San Andrés. Nous avons effectué une interpolation du champ de vecteurs déplacement sur une grille régulière d'un pas de 0.2° en longitude, et de 0.2° en latitude, cf. § 2.3, fig. 2.22.

Maintenant, pour chaque maille c de la grille on dispose de quatre vecteurs interpolés aux sommets de cette maille. A partir de ces vecteurs on calcule les longueurs des côtés et des diagonales aux époques t_1 et t_2 , puis on calcule les variations relatives de chacun des côtés et des diagonales. Le calcul du tenseur de déformations est effectué en utilisant la méthode expliquée ci-dessus. A l'issue de cette étape, les valeurs numériques des composantes principales e_1 et e_2 sont connues.

Comme nous l'avons expliqué, on représente un tenseur dans chaque maille de la grille par ses composantes principales. La carte (Fig. 3.7) montre cette représentation qu'on nomme classique de ces tenseurs.

La représentation du tenseur de déformation par ses axes principaux est d'une lecture et d'une interprétation visuelle peu pratique, nécessitant un certain entraînement. Il n'existe pas jusqu'à aujourd'hui une représentation réellement intuitive de ces tenseurs, et encore moins de leur degré de significativité. Notre travail consiste donc à chercher et fournir une nouvelle

représentation cartographique de tenseurs et de leur degré de significativité sur la même carte pour faciliter la lecture et l'interprétation des déformations par des géophysiciens ou par des novices.

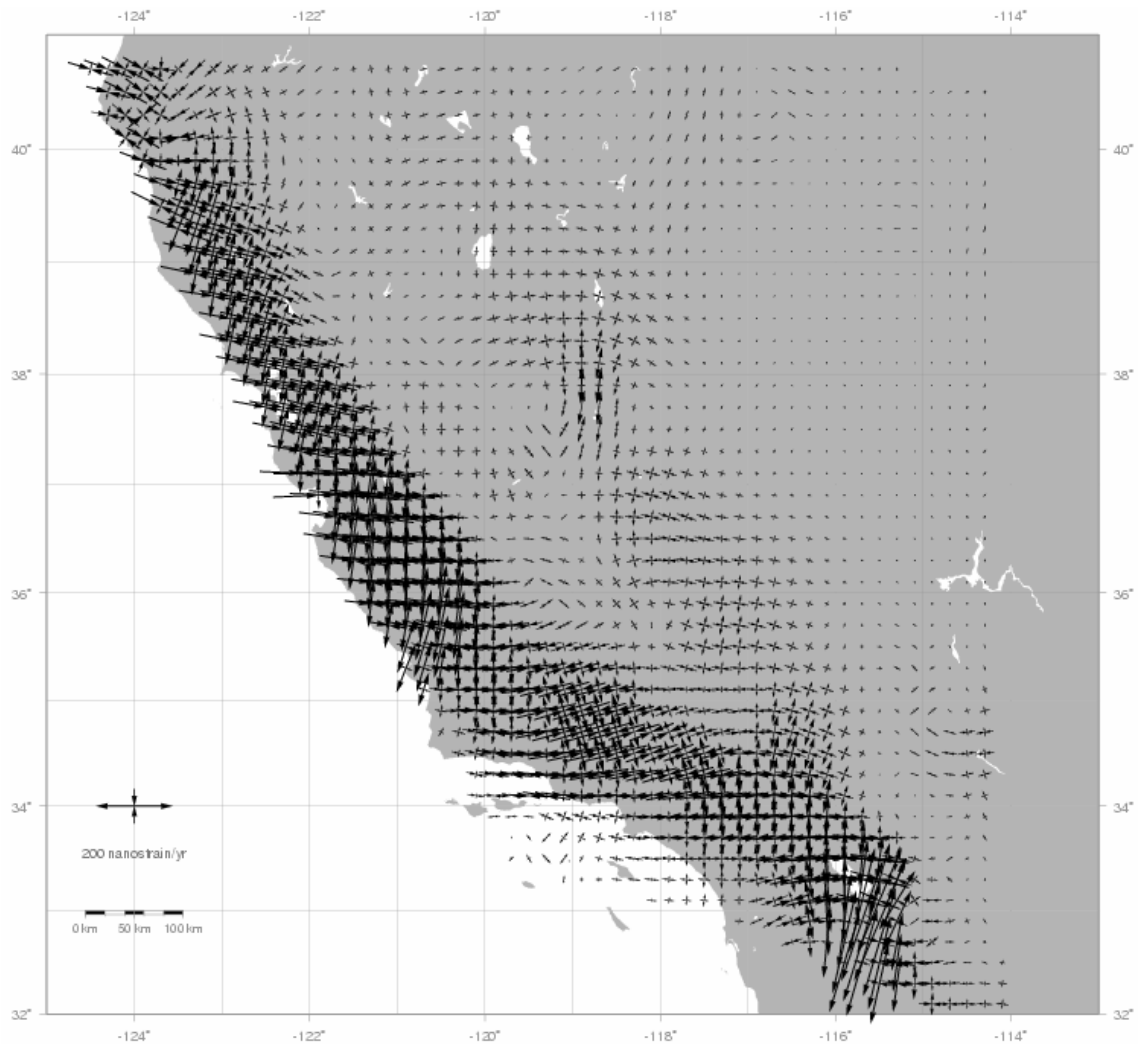


Fig. 3.7 - Représentation classique de tenseurs de déformation sur la région de faille de San Andrés. Chaque tenseur dans chaque maille est représenté par ses deux axes principaux.

Chapitre 4

Nouvelle représentation cartographique de déformation

Ce chapitre est dédié à la recherche d'outils cartographiques optimaux afin de réaliser la nouvelle représentation cartographique de tenseurs de déformation. Nous faisons donc appel aux méthodes cartographiques optimales pour remplir nos besoins.

La cartographie est la science qui s'occupe de l'analyse et de la représentation visuelle de l'information géographique ou de tout autre phénomène sur un plan. La carte fonctionne comme un langage où la mission de son concepteur est de mettre en œuvre un certains nombres de règles de lisibilité, de clarté, et d'harmonie pour que l'information soit perçue facilement et sans biais.

Nous faisons un rappel des règles de base classiques suivies lors de la conception d'une carte, en Annexe C. Ces règles seront ensuite appliquées pour choisir les éléments graphiques les plus appropriés pour la représentation des composantes du tenseur. Nous montrons plusieurs essais de représentation appliquées sur la faille de San Andréas pour illustration.

4.1 Analyse cartographique

L'analyse cartographique inclut avant tout l'analyse de l'information à cartographier (Denègre, 2005 ; Bertin, 1967). Nous cartographions un champ continu de tenseurs de déformations. La recherche de la meilleure représentation de ces tenseurs avec leurs erreurs est un problème typique de cartographie thématique.

Le tenseur de déformation est divisé en deux parties : le divergent et le déviateur (Million, 1993). Le divergent caractérise la dilatation ou la compression d'un corps et se calcule par la demi somme des composantes principales du tenseurs (e_1 et e_2), voir (§ 3.4). Alors que le déviateur caractérise le cisaillement et se calcule par la demi différence des composantes principales du tenseur.

Chaque tenseur possède donc deux composantes principales et une orientation :

1. la composante isotrope qui caractérise la compression ou la dilatation d'un élément infinitésimal ;
2. la composante de cisaillement ;
3. la direction de cisaillement maximum.

Nous avons donc deux composantes quantitatives et une composante d'orientation.

Avant de construire une carte, il faut savoir à quel public elle sera destinée. L'étude de la déformation de la surface terrestre intéresse les géophysiciens. La mesure des mouvements relatifs entre les plaques tectoniques, le glissement sur une faille ou encore la mesure de l'accommodation de la déformation inter sismique et post sismique nécessite la mesure et la représentation du mouvement sur la surface. Comme le champ tensoriel est un bon moyen d'apprécier ces déformations, alors la réalisation d'une nouvelle représentation facilite le

message à faire passer entre géodésiens d'une part, qui s'occupent de tous les processus de mesure et d'estimation, et géophysiciens de l'autre, qui quand à eux s'occupent de l'interprétation. Le public auquel nos cartes s'adressent est donc d'abord un public de scientifiques qui ne maîtrise pas forcément la totalité des notions concernant la géodésie spatiale et surtout l'analyse de variance d'un réseau de mesure.

Finalement, l'analyse des informations relatives à la zone géographique d'étude est nécessaire pour choisir l'échelle de la carte ainsi que la projection utilisée (par exemple, les zones proches de l'équateur n'ont pas la même projection optimale que les zones polaires).

4.2 Nouvelle représentation des tenseurs de déformation

La composante isotrope (dilatation ou compression) est quantitative. Elle couvre des valeurs positives (dilatation) ou négatives (compression). Elle est répartie sur toute la zone d'étude, chaque maille possède une valeur de cette composante isotrope, et elle est continue. Nous représentons cette composante par une échelle de couleurs continue que nous avons choisie allant du vert qui représente la compression au rouge qui représente la dilatation passant par le jaune qui correspond à la valeur zéro. Cette échelle est appliquée sur toute la zone.

La composante de cisaillement est aussi quantitative, elle ne possède que des valeurs positives. Nous représentons cette composante par une barre, par souci de lisibilité, cette barre est d'une longueur fixe et de largeur variant avec son module. Nous combinons deux variables visuelles pour la représentation du cisaillement afin de renforcer l'information qui sont : la largeur de la barre et sa couleur. Nous choisissons une échelle de couleurs continue pour représenter l'étendue numérique des valeurs du cisaillement allant du magenta pour la valeur zéro au bleu pour la valeur maximale (c'est une échelle complémentaire de l'échelle prise pour représenter la composante isotrope)¹, elle est appliquée sur toutes les barres sur toute la zone, une barre dans chaque maille de la grille. Le module du cisaillement est donc représenté à la fois par la largeur de la barre et sa couleur.

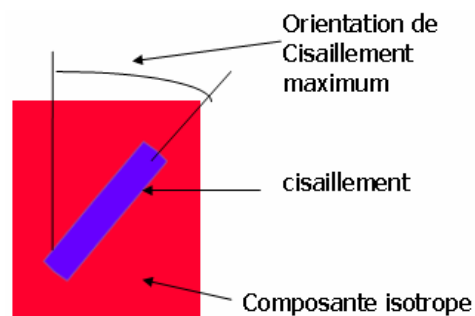


Fig. 4. 1 - Représentation des composantes de tenseur dans une maille de la grille.

¹ Le choix de deux échelles de couleur représentant la composante isotrope et la composante du cisaillement est arbitraire. L'utilisateur pourra choisir d'autres échelles selon ses besoins.

L'avantage de la barre est qu'elle donne intuitivement une direction de la déformation, qui est une information primordiale. De plus, il est facile de jouer sur sa largeur ou sur sa longueur pour représenter d'autres paramètres.

La troisième composante à représenter est une direction. Celle du cisaillement maximum qui fait 45 degrés avec les axes principaux du tenseur. Nous la représentons par l'azimut de la barre. La figure (4.1) illustre ces choix dans une maille de la grille.

4.2.1 Application sur la faille de San Andrés

Nous avons appliqué la nouvelle représentation cartographique que nous avons définie sur notre exemple de la faille de San Andrés, zone choisie en fonction de sa grande notoriété et du nombre important de mesures qui y sont effectuées. Le calcul des tenseurs a été effectué à l'intérieur des limites de l'enveloppe convexe pour éviter les artefacts de l'extrapolation (voir § 2.2.2). Les déformations au-delà de ces limites ne sont pas connues, et tous les tenseurs correspondant à cette zone sont nuls.

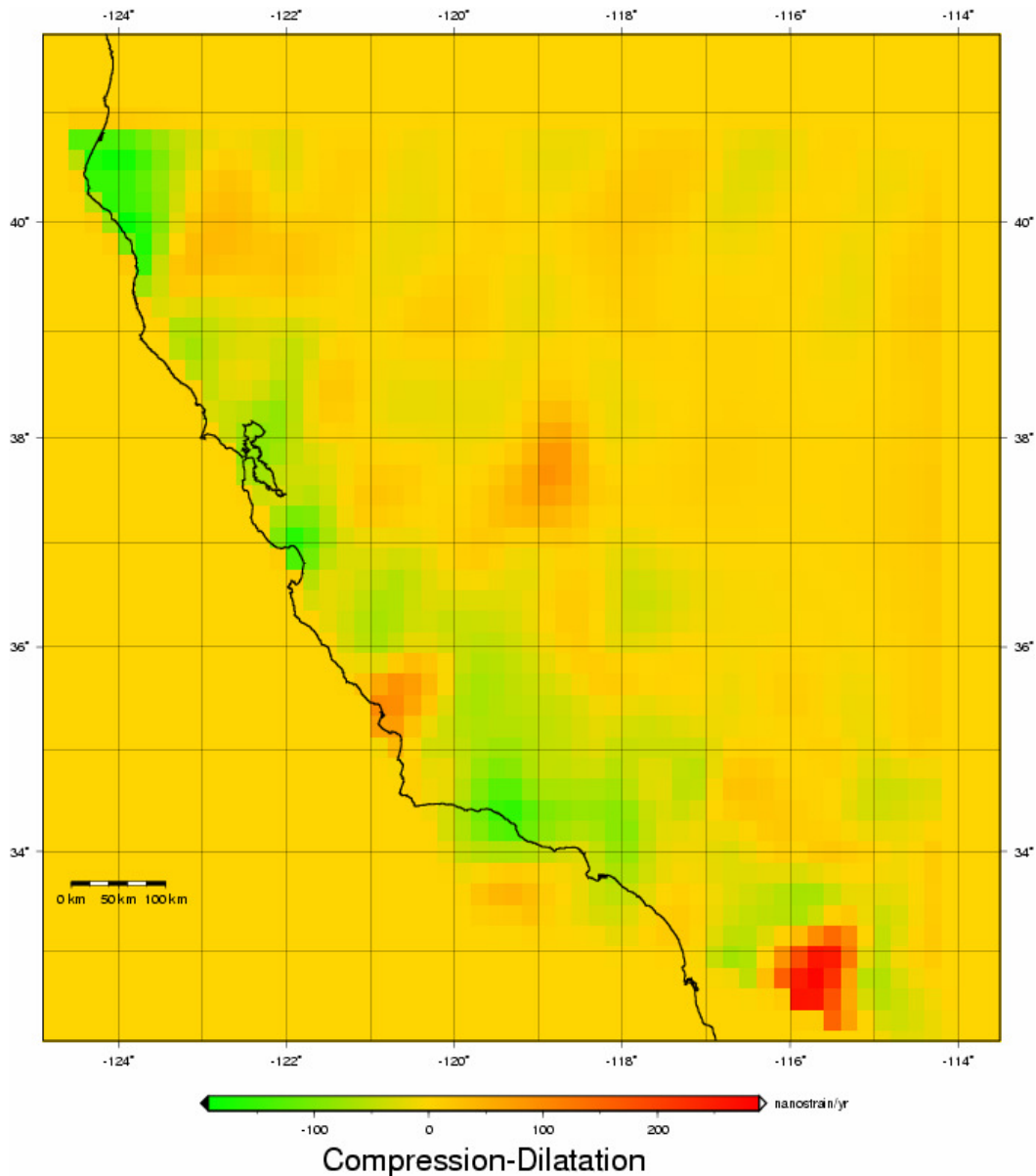


Fig. 4.2 - Essai 1 de représentation de la composante isotrope de tenseur sur la zone de la faille de San Andrés. La compression est représentée en vert, la dilatation en rouge, et le jaune représente les zones où cette composante est nulle.

Commençons par représenter chaque composante sur une carte indépendante. La carte (Fig. 4.2) montre le premier test de représentation de la composante isotrope, et la carte (Fig. 4.3) montre également un premier test, celui de la composante cisailante.

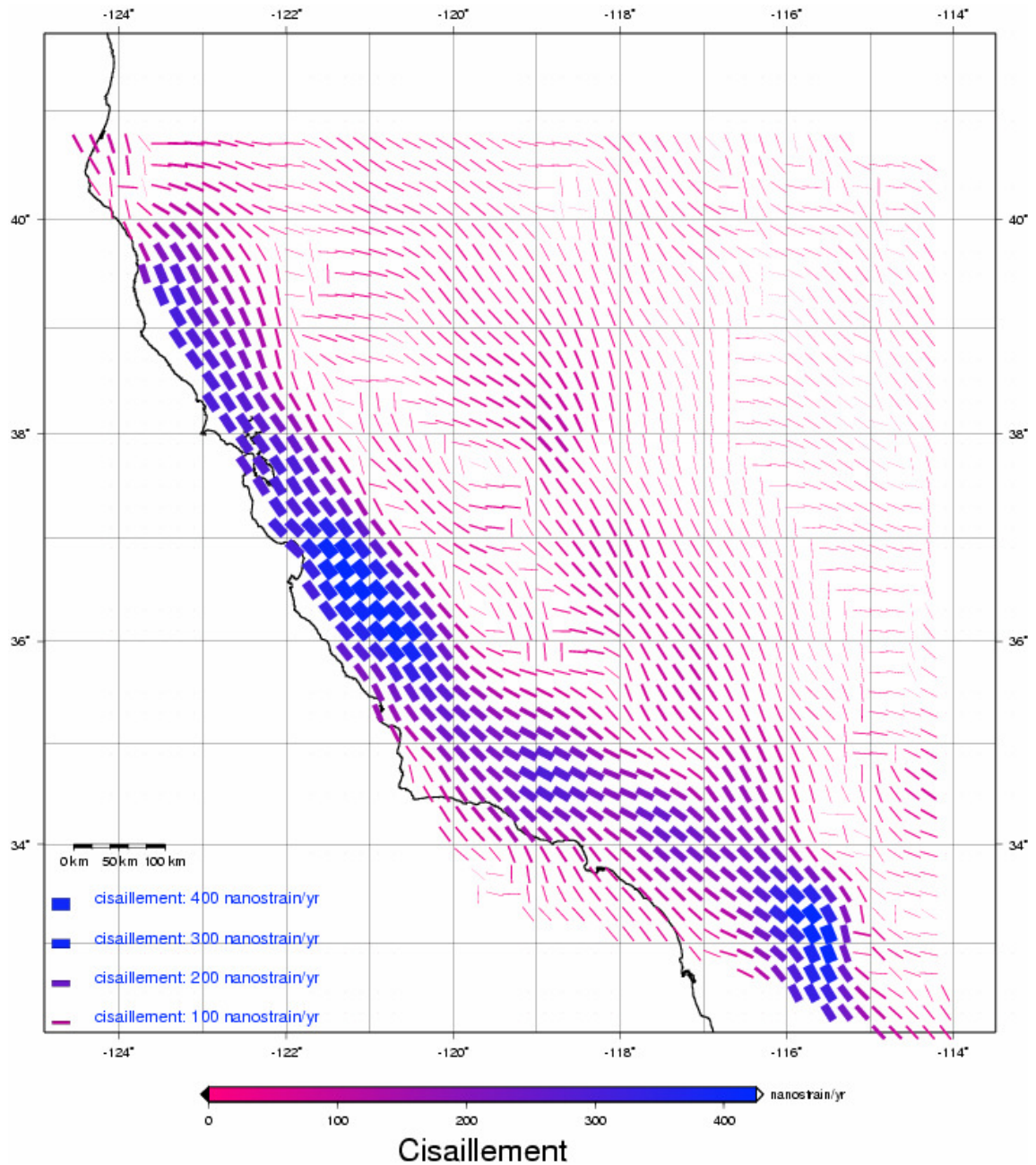


Fig. 4.3 - Représentation de la composante cisailante du tenseur sur une grille de pas 0.2 degré en longitude et en latitude. Elle est représentée par une barre de longueur fixe, largeur et couleur variant avec son module.

On peut aussi représenter les deux composantes en même temps sur une carte unique (Fig. 4.4).

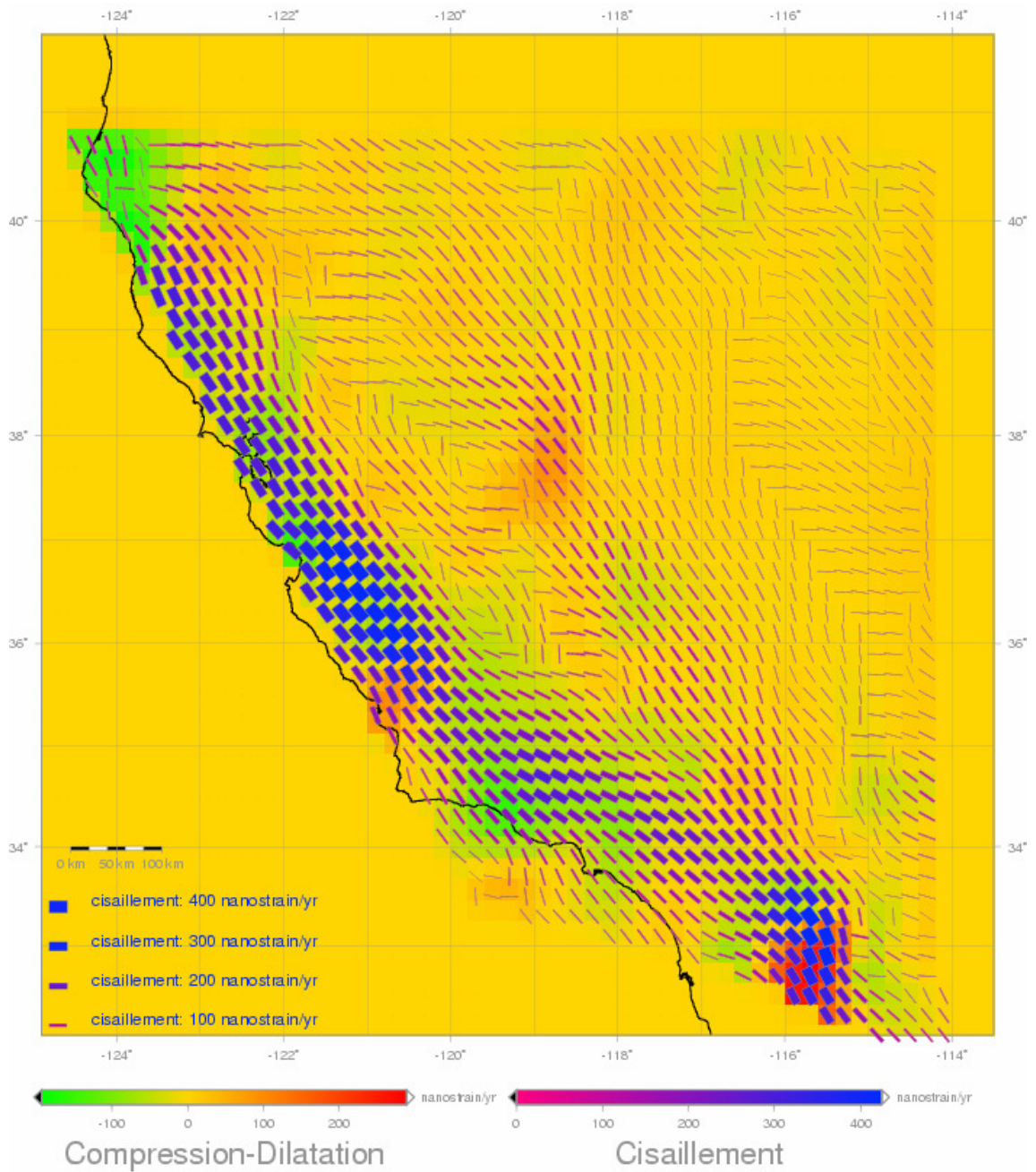


Fig. 4. 4 - Essai 1 de représentation d'un champ continu de tenseurs de déformations sur une grille de pas 0.2 degré en longitude et en latitude. Ici, nous avons représenté les deux composantes du champ des tenseurs (Fig. 4.2) et (Fig. 4.3) sur une carte unique.

Nous montrons plusieurs possibilités de cette nouvelle représentation en faisant changer quelques paramètres visuels de la carte, comme par exemple les choix de couleurs, ou la taille de la barre qui représente le cisaillement.

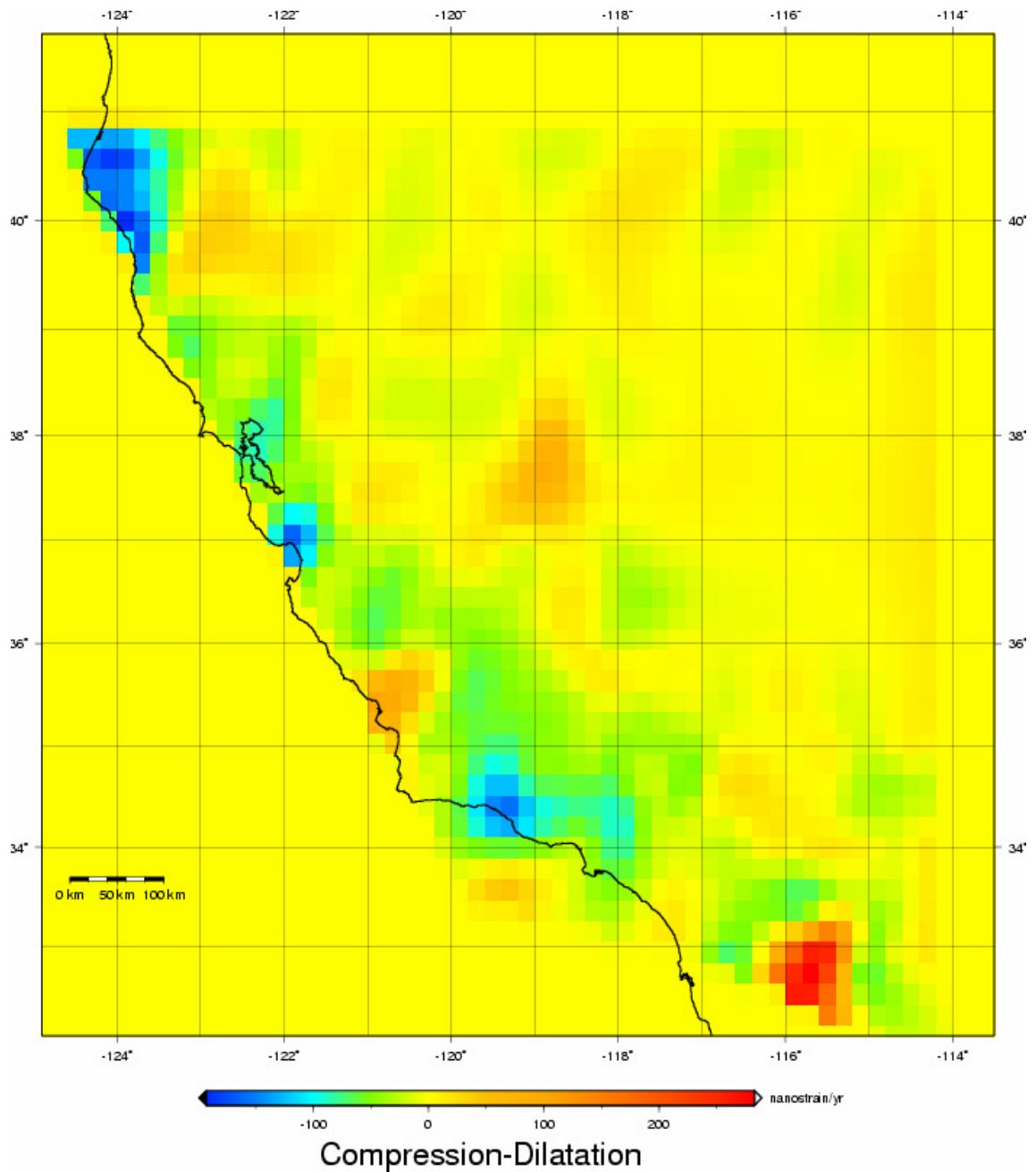


Fig. 4.5 – Essai 2 de représentation de la composante isotrope de tenseur. Ici, la composante isotrope est représentée par une échelle de couleur qui couvre presque tout le spectre, allant du bleu représentant la compression jusqu’au rouge représentant la dilatation en passant par le jaune, qui représente les zones de valeurs nulles de cette composante.

On choisit de représenter la composante du cisaillement d’une façon similaire à la représentation de l’essai 1 (par une barre de longueur fixe et largeur variable) sauf pour sa couleur qui sera représentée en noir. Pour cet essai 2 (Fig. 4.6) la composante isotrope sera représentée avec une échelle de couleur similaire de celle de la carte (Fig. 4. 5).

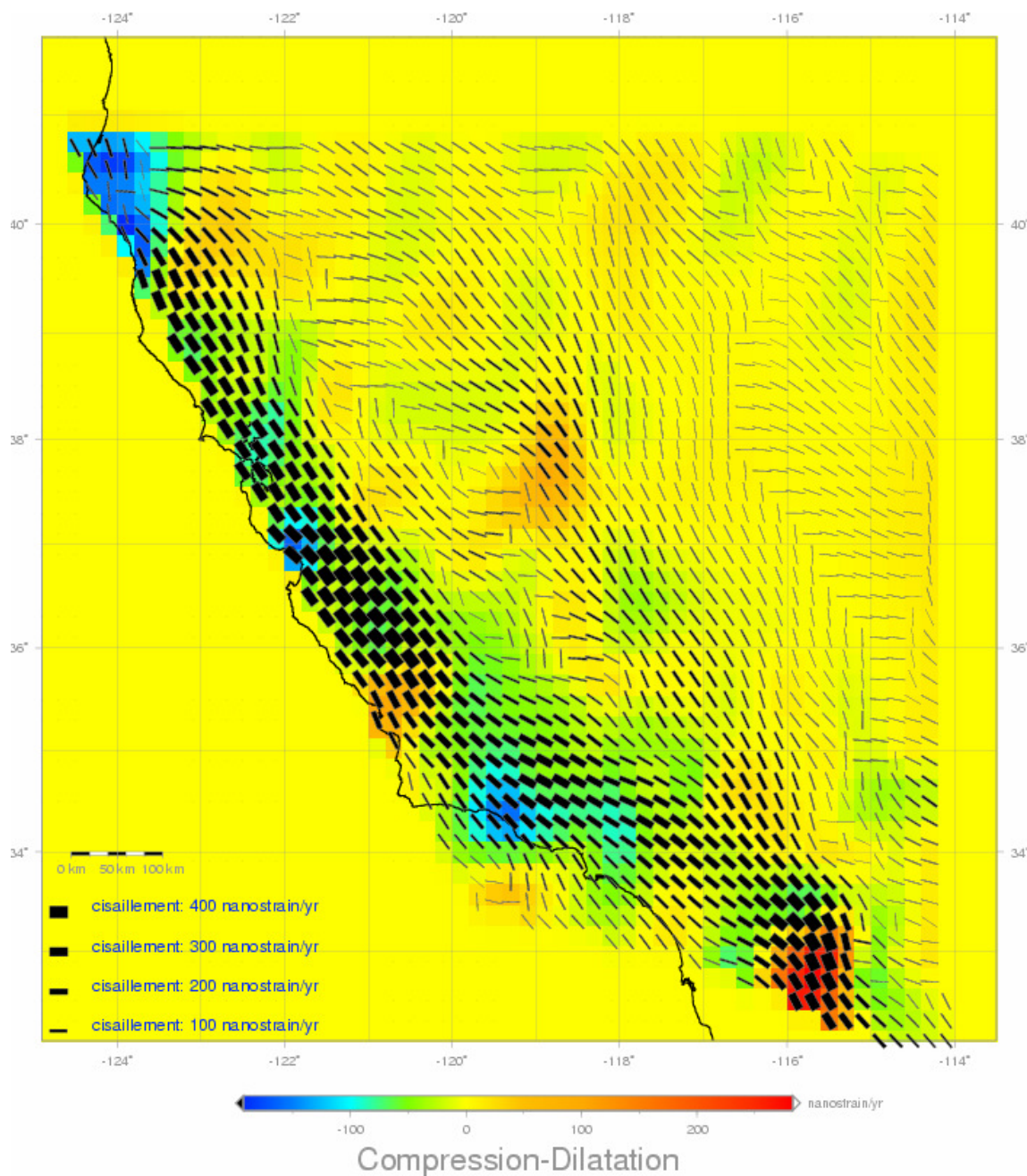


Fig. 4.6 – Essai 2 de représentation de tenseur de déformation sur la même grille. L'échelle de couleur va du bleu pour la compression au rouge pour la dilatation, et représente la composante isotrope du tenseur. La barre de longueur fixe, largeur variable, et couleur noire représente le cisaillement.

L'essai 3 de représentation garde la même représentation de la composante isotrope. Toutefois le cisaillement est représenté par une barre de couleur noire, largeur fixe et longueur variable selon son module. La carte (Fig. 4.7) montre la représentation de l'essai 3.

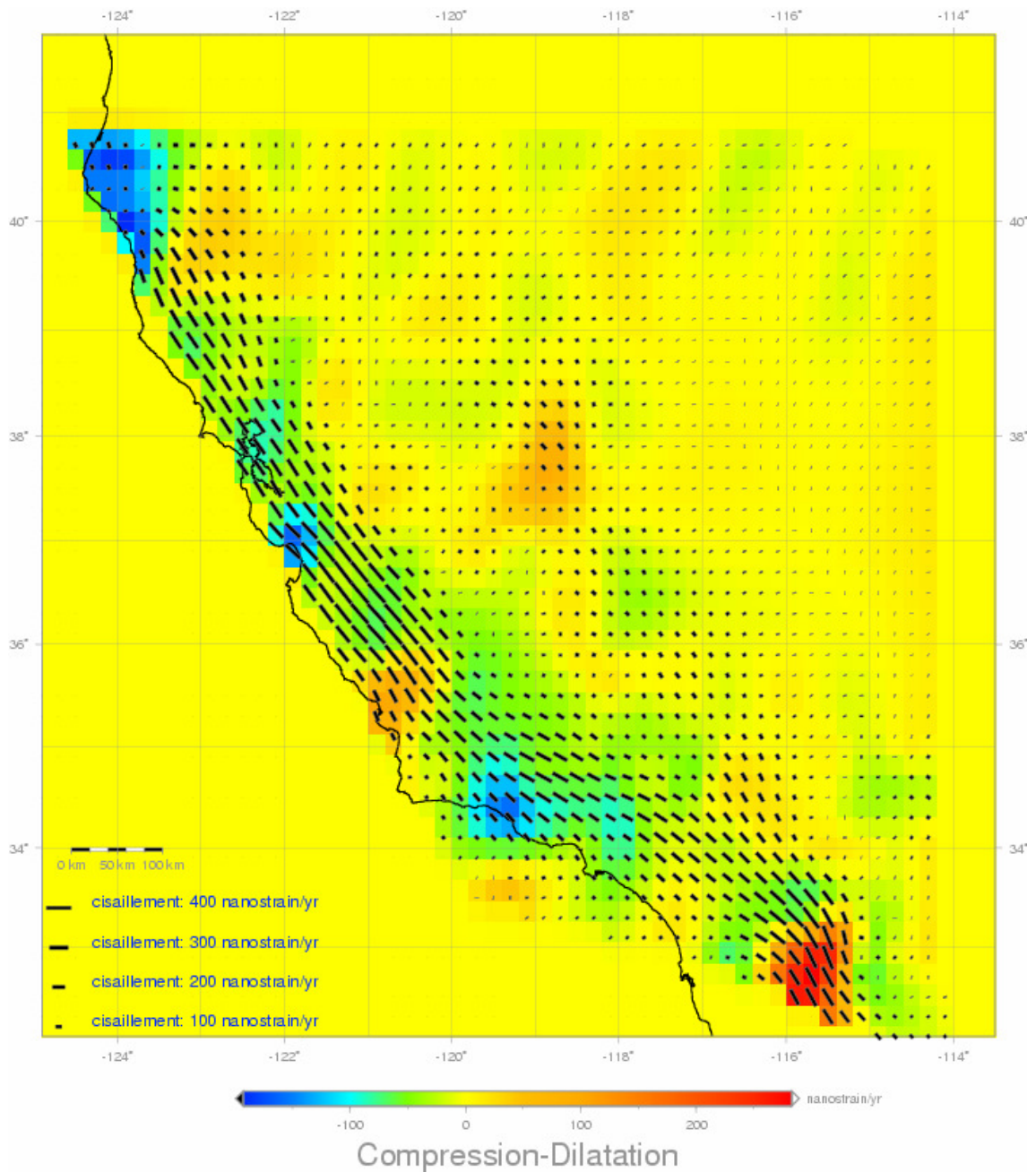


Fig. 4.7 – Essai 3 de représentation de tenseurs. Idem que la carte (Fig. 4.6) sauf que la représentation du cisaillement est donnée par une barre de couleur noire, de largeur fixe, et de longueur variant avec son module.

On pourrait aussi proposer une représentation de tenseurs en utilisant la même représentation que pour l'essai 3, mais en modifiant celle du cisaillement en faisant varier la longueur et la largeur en même temps en fonction de son module. La carte (Fig. 4. 8) présente l'essai 4.

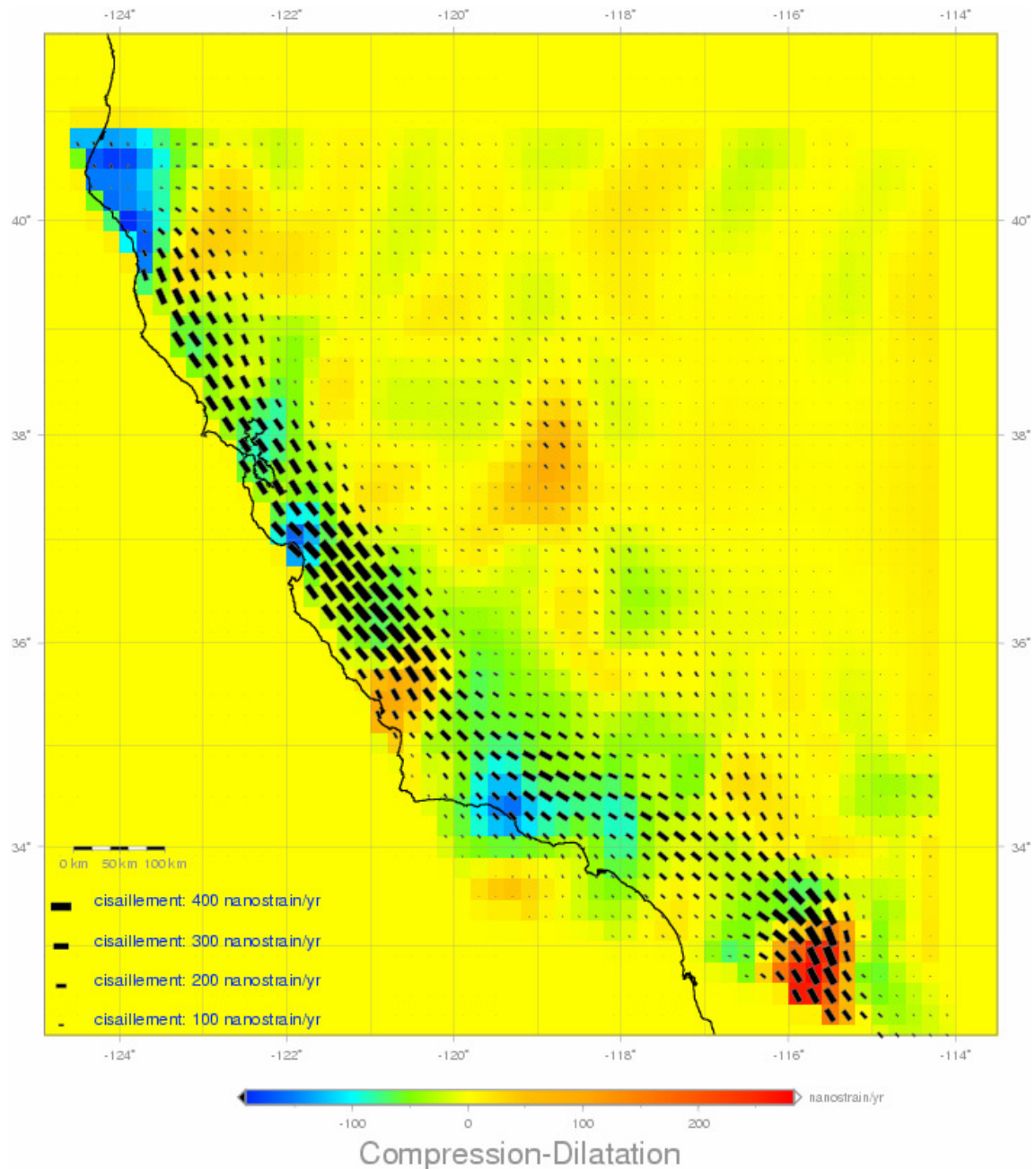


Fig. 4.8 – Essai 4 de représentation de tenseurs. Idem que la carte (Fig. 4.6) sauf la représentation de la composante du cisaillement qui est effectuée par une barre de couleur noire, longueur et largeur variable avec son module.

La représentation proposée ici concerne des tenseurs de déformation sans la représentation de leurs incertitudes. Nous verrons dans les chapitres suivants l'évaluation de ces incertitudes et leur représentation associée.

Nous avons montré, dans ce chapitre, plusieurs possibilités de représentation de tenseurs de déformation. Le chapitre suivant montre une représentation simultanée des déformations et de leur degré de significativité. Le choix final de la représentation appropriée est effectué via une enquête cartographique sur cette représentation.

Chapitre 5

Erreurs liées aux mesures et aux calculs

Comme c'est le cas dans tous les résultats de géodésie, le champ de vitesse dont on dispose au départ est entaché d'erreurs liées aux mesures. Généralement, on peut avoir deux types d'erreurs : les erreurs systématiques et les erreurs stochastiques. Considérant que les premières sont négligeables, on utilise volontiers un modèle Gaussien, et les erreurs sont exprimées à l'aide de la matrice de variance-covariance résultant de la compensation des données. Cette matrice inclut la précision des valeurs estimées sur les deux composantes de vitesses (en Est-Ouest et en Nord-Sud) avec leur coefficient de corrélation.

Les incertitudes que nous estimons sur les tenseurs de déformation incluent deux types principaux :

1. celles qui proviennent des erreurs de mesure ;
2. celles qui sont résultent de la géométrie de répartition des points de mesures.

Nous traitons ici la première partie de ces erreurs. Traditionnellement, leur calcul est effectué par la loi de propagation des erreurs. Et compte tenu du caractère potentiellement très non-linéaire de la représentation tensorielle (par exemple, les équations (3.11), (3.12), et (3.13) ne sont pas linéaires, et puis on peut considérer l'exemple de l'orientation des axes au voisinage de l'isotropie), nous utiliserons ici la méthode de Monte Carlo pour évaluer la précision des tenseurs à partir des erreurs fournies avec le champ de vitesse.

Nous commençons par la présentation du principe de la méthode de Monte Carlo. Puis nous l'utilisons dans le calcul des erreurs, ensuite nous passons à la normalisation et au calcul du degré de significativité, et finalement nous présentons le premier test de la représentation simultanée des tenseurs avec leur degré de significativité.

Des rappels sur l'inégalité de Bienaymé Tchébychev, la convergence stochastique, la loi des grands nombres ainsi que le théorème central limite se trouvent en Annexe D.

5.1 La méthode de Monte Carlo

La méthode dite de Monte Carlo consiste à calculer une quantité quelconque, comme par exemple une intégrale ou une probabilité, par simulation numérique, en effectuant un grand nombre de tirages aléatoires de cette grandeur. Ces simulations sont considérées comme des réalisations de n variables aléatoires indépendantes. Le calcul de leur moyenne arithmétique correspond à la quantité à estimer, et cette moyenne converge vers la valeur optimale.

Pour pouvoir appliquer la méthode de Monte Carlo, il faut vérifier que la loi des grands nombres s'applique, que les variables aléatoires sont indépendantes, et qu'elles ont toutes une moyenne et une variance. Si toutes ces conditions sont satisfaites, le théorème central limite peut donc s'appliquer (voir Annexe D). Nous présentons l'application de ces lois probabilistes par le calcul des erreurs sur les tenseurs de déformation avec la méthode de Monte Carlo.

Il s'agit donc d'établir une simulation d'un nombre suffisamment grand de mesures pour qu'on puisse appliquer la loi des grands nombres. Cette simulation de n fois est considérée comme réalisation de n variables aléatoires indépendantes, parce que le tirage est généré aléatoirement. Le théorème central limite nous dit que la loi suivie par la somme normée de ces n variables aléatoires est une loi normale centrée réduite. Nous pouvons donc utiliser cette loi pour générer le tirage aléatoire.

5.1.1 Tirage aléatoire

Pour tous les vecteurs vitesse dont on dispose, nous effectuons un tirage aléatoire suivant la loi normale de moyenne μ et d'écart type σ . La moyenne μ est égale à la valeur de ce vecteur, et σ est son écart-type, nous répétons ce tirage n fois d'une façon indépendante. Le nombre n est calculé en fonction de la convergence de la moyenne arithmétique de ces (N) tirages vers la valeur du vecteur vitesse en question. Il faut que la différence entre ces deux valeurs soit inférieure à un seuil de tolérance ε qui est proche de zéro.

Un vecteur vitesse peut s'écrire :

$$\vec{V} = V_e \vec{i} + V_n \vec{j}. \quad (5.1)$$

Avec, V_e et V_n : les composantes Est et Nord respectivement du vecteur V considéré.

En général nous avons un nombre fini de vecteurs donnés \vec{V}_i , $i = 1, \dots, m$.

Pour chaque vecteur on fait N tirages, le choix de N dépend la précision de la convergence souhaitée.

On écrit pour la composante Est du vecteur vitesse :

$$\bar{V}_{ei} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^N V_{ej}, \quad \varepsilon_{ei} = \bar{V}_{ei} - V_{ei}. \quad (5.2)$$

où V_e est la valeur de composante Est de vecteur vitesse au point i , ($i = 1, \dots, m$), m : le nombre de données, et ($j = 1, \dots, N$), N : le nombre de simulations.

De la même manière on écrit pour la composante Nord du vecteur vitesse :

$$\bar{V}_{ni} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n V_{nj}, \quad \varepsilon_{ni} = \bar{V}_{ni} - V_{ni}. \quad (5.3)$$

où V_n est la valeur donnée de la composante Nord du vecteur vitesse au point i , ($i = 1, \dots, m$), m : le nombre de données, et ($j = 1, \dots, N$), N : le nombre de simulations.

Dans le cas de la faille de San Andréas, un nombre de tirages égal à 200 fois sur chaque vecteur de données et sur chaque composante séparément, a donné une erreur de convergence égale à ε_{ei} sur la composante Est et ε_{ni} sur la composante Nord qui sont négligeables.

Après avoir déterminé le nombre n de simulations, elles sont générées sur chaque vecteur des données n fois en utilisant la loi normale. Par conséquent, nous obtenons n jeux de données différentes, soit donc 200 champs de vitesse différents pour notre exemple.

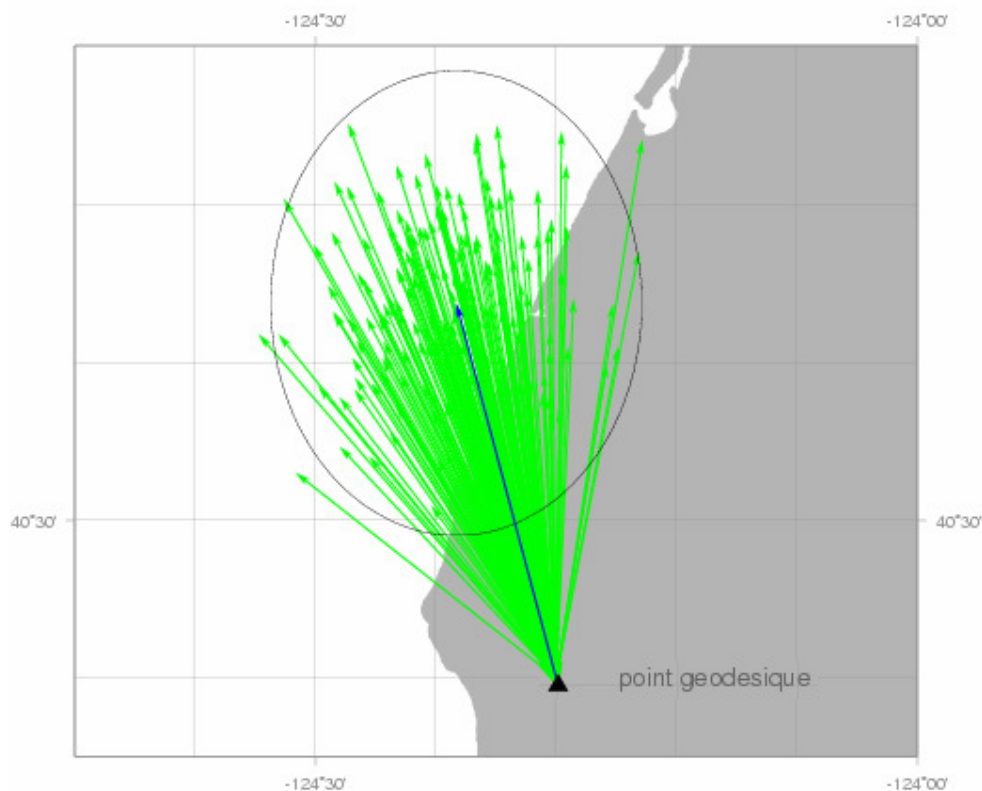


Fig. 5.1 - 200 simulations sur un vecteur du réseau, l'ellipse d'erreur est tracée à 98% de niveau de confiance. L'ellipse d'erreur et l'échelle sont exagérées pour plus de clarté.

5.1.2 Calcul de n solutions de tenseurs

A ce stade, nous appliquons la même procédure expliquée précédemment pour calculer un champ continu de tenseurs sur la même grille, et ceci N fois. Nous obtenons N solutions différentes de tenseurs dans chaque maille de la grille. Ces N tenseurs sont dispersés autour des axes principaux du tenseur déjà connu dans le calcul déterministe. La figure 5.2 montre comment les N solutions de tenseurs obtenus avec la méthode de Monte Carlo sont dispersées autour des axes principaux de chaque tenseur.

Les valeurs moyennes des composantes de ces N tenseurs, dans chaque maille de la grille, doivent être proches des valeurs des composantes de tenseurs obtenues dans l'étape du calcul déterministe. L'écart-type de ces n tenseurs représente l'erreur sur les tenseurs.

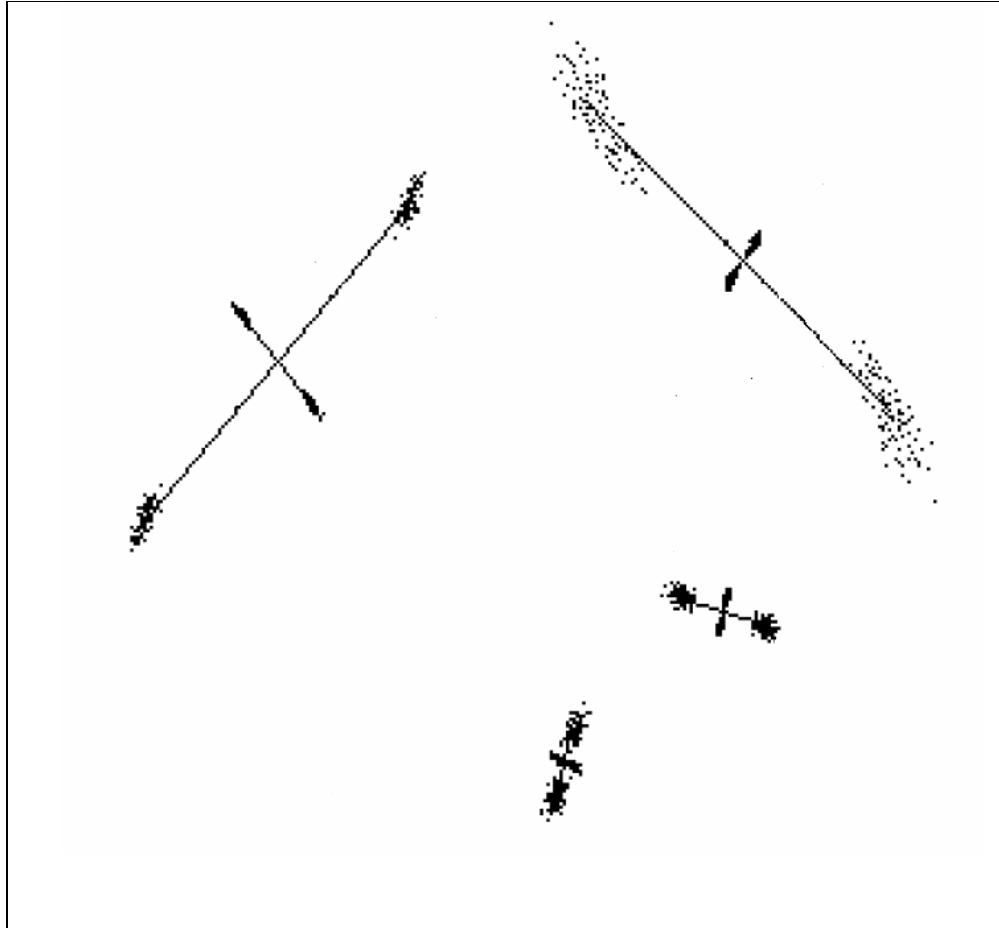


Fig. 5.2 - Dispersion de n solutions de tenseurs différents autour de la solution non dispersée. Source (Merbah et al., 2005).

5.2 Représentation cartographique de la première source d'erreurs

Nous disposons à ce stade des erreurs sur chaque composante du tenseur dans chaque maille de la grille. Le problème est maintenant de trouver une représentation cartographique de ces erreurs. Les valeurs des erreurs calculées sont des valeurs absolues. Cependant nous cherchons à représenter leur degré de significativité. C'est-à-dire, en comparant la déformation avec son erreur, est ce que la déformation est suffisamment grande par rapport à sa précision pour qu'on puisse la considérer comme significative ? Une telle comparaison passe par une étape de normalisation.

5.2.1 Normalisation des erreurs

Commençons par la composante isotrope : nous comparons sa valeur dans chaque maille de la grille avec son erreur, de manière certes arbitraire, mais validée de manière empirique :

- Si la valeur de la composante isotrope est supérieur ou égale à 3 fois son erreur \Rightarrow nous considérons que cette valeur est pleinement significative ;

- Si sa valeur est égale à deux fois son erreur \Rightarrow nous considérons que cette valeur est 50% significative ;
- Si la valeur est égale à son erreur \Rightarrow nous considérons que cette valeur est 10% significative.

Les valeurs se trouvant entre ces trois paliers sont interpolées linéairement.

La même règle de normalisation s'applique à la composante du cisaillement et à son erreur. Concernant l'erreur sur la direction du cisaillement maximum, elle n'est évidemment pas concernée par la normalisation.

5.2.2 Représentation des erreurs liées au mesures

La nouvelle représentation des tenseurs n'est pas complète, car nous n'avons représenté que les composantes du tenseur, sans regarder leurs précisions. Nous cherchons donc à fournir la représentation la plus intuitive possible de ces erreurs.

Nous présentons ici la partie de l'erreur calculée en utilisant la méthode de Monte Carlo. Elle sera représentée sur la même carte que les tenseurs eux mêmes.

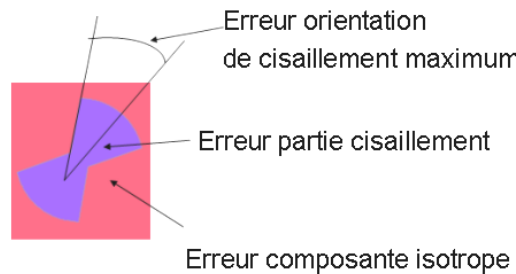


Fig. 5.3 - Représentation du degré de significativité du tenseur dans une maille.

Nous avons choisi de représenter le degré de significativité sur les deux composantes de tenseur comme suit : la composante isotrope étant déjà représentée par la couleur de la maille, nous pouvons changer la saturation de cette couleur en fonction du degré de significativité de la valeur de cette composante dans cette maille. Si la valeur est significative, alors la couleur est saturée, si la valeur est 50% significative, la couleur est donc 50% saturée, et si la valeur n'est pas du tout significative alors la couleur de la maille se transforme en gris.

Concernant la composante du cisaillement, elle est représentée par la variation de la largeur de la barre et de sa couleur dans chaque maille. Pour représenter son degré de significativité dans chaque maille de la grille, nous utilisons la saturation de la couleur de la barre : de la même façon que précédemment, si la valeur du cisaillement est significative alors la couleur de la barre dans la maille correspondante est saturée, si la valeur du cisaillement est 50% significative alors la couleur de la barre est 50% saturée, et si la valeur n'est pas de tout significative alors la couleur de la barre sera grise.

De cette manière, si les valeurs des composantes isotropes et cisailante d'une maille sont significatives, la maille et la barre auront des couleurs saturées, dans le cas contraire la maille et la barre seront représentés par une couleur grise uniforme.

Il nous reste à représenter l'erreur sur la direction du cisaillement maximum. L'orientation du cisaillement maximum est donnée par l'azimut de l'axe principal de la barre dans chaque maille, nous représentons l'erreur sur cette orientation par l'angle d'ouverture de l'éventail par rapport à l'axe de la barre. Si la valeur de cette erreur est par exemple α alors l'ouverture sera de $\alpha / 2$ de chaque côté de l'axe.

La figure 5.3 montre la représentation d'un tenseur avec son degré de significativité dans une maille de la grille.

Il faut préciser ici que la représentation des éléments des tenseurs sur une carte a été effectuée par l'utilisation des programmes de GMT (par exemple, le programme utilisé pour la représentation des barres sur la carte est *psxy* : on utilise la lettre J pour la représentation de ces barres, et le fichier en entré est composé de 6 colonnes : longitude, latitude, valeur du cisaillement, direction du cisaillement maximum, largeur de la barre, et sa longueur). Par contre, lors de la représentation des tenseurs et leur degré de significativité, nous aurions besoin de représenter la figure (5.3) dans chaque maille de la grille. Ce nouveau symbole a été programmé en modifiant le code source de GMT, et en l'ajoutant aux autres symboles dans le même programme *psxy*. L'utilisation de ce programme pour la représentation du symboles désiré est faite en utilisant la lettre L, le fichier en entré est composé de 7 colonnes : longitude, latitude, cisaillement et son degré de significativité, direction du cisaillement maximum, incertitude sur la direction du cisaillement maximum, largeur de la barre, et sa longueur. La grande différence du nouveau symbole par rapport à la barre utilisée pour la représentation du cisaillement est l'utilisation de l'information de l'incertitude sur l'orientation du cisaillement maximum. Le code modifié est libre d'accès. Les personnes intéressées sont priées de me contacter pour obtenir ce code.

5.2.3 Définition des fichiers de couleurs

Dans la plupart des logiciels, quand nous utilisons des représentations en couleur, il nous faut spécifier des fichiers de couleur qui traduisent les quantités numériques X_i en échelle de couleur. Chaque intervalle ($X_i - X_{i-1}$) possède une couleur qui le représente sur la carte.

Nous utilisons le logiciel GMT (Generic Mapping Tools) pour générer les cartes. Les fichiers de couleur qu'il gère ont l'extension (.CPT), abréviation en anglais de (Color Palette Table).

Il existe deux sortes de fichiers CPT :

- Fichiers de couleur de catégories : pour les données de catégories comme par exemple (forêts, désert, ...), si nous attribuons des valeurs numérique pour ces données (forêt = 1, désert = 2, ...etc), dans ce cas, une valeur intermédiaire (p. ex., 1.5) n'a pas de sens. Ce genre de données nécessite un format spécial de fichiers CPT, dans lequel chaque catégorie possède un code ou une couleur unique avec son nom.

- Fichiers de couleur réguliers : les couleurs ici sont spécifiées en utilisant le système de couleur RGB, ou HSV, ou un autre système suivant le format (ici le système HSV est utilisé):

X_0	H_{\min}	S_{\min}	V_{\min}	X_1	H_{\max}	S_{\max}	V_{\max}
...							
X_i	H_{\min}	S_{\min}	V_{\min}	X_{i+1}	H_{\max}	S_{\max}	V_{\max}
...							
X_{n-1}	H_{\min}	S_{\min}	V_{\min}	X_n	H_{\max}	S_{\max}	V_{\max}

Tableau. 5.1 - Format de fichiers CPT réguliers.

Pour chaque intervalle en X , par exemple $(X_1 - X_0)$, la couleur attribuée peut être constante ($H_{\min} = H_{\max}$, $S_{\min} = S_{\max}$, $V_{\min} = V_{\max}$), ou linéairement continue en fonction de X .

Nous avons utilisé le mode régulier continu de fichiers CPT avec le système HSV, parce que nous représentons des quantités régulièrement distribuées dans l'espace. Le tableau (5.2) en est un exemple.

X_{i-1}	H_{\min}	S_{\min}	V_{\min}	X_i	H_{\max}	S_{\max}	V_{\max}
-193	120	1	1	0	50	1	1
0	50	1	1	283	0	1	1

Tableau. 5.2 - Un exemple de fichiers CPT réguliers correspondant à la composante isotrope du tenseur dans le cas de notre exemple de la faille de San Andréas.

5.2.4 Fichiers CPT et représentation du degré de significativité

Les fichiers CPT réguliers sont utilisés pour la représentation des séries numériques continues avec un intervalle choisi, une couleur constante ou linéairement répartie en fonction de la série X est employée.

Donc chaque intervalle en X possède une couleur. Le fichier CPT attribue une couleur à tous les endroits sur la carte qui ont une valeur X comprise dans l'intervalle correspondant à cette couleur. Cependant, lorsque nous représentons une quantité X et son degré de significativité, ce dernier est normalisé, et donc entre 0 et 1 (0 signifie une valeur non significative et 1 signifie une valeur significative). Donc nous avons à traiter le problème suivant : il faut que le fichier CPT comprenne à la fois la donnée X (la composante de tenseur) et la donnée Y (son degré de significativité). Mais le format de fichier CPT n'inclut qu'un seul paramètre X .

Nous allons donc nous débrouiller de la manière suivante : nous définissons un paramètre composite qui caractérise à la fois les deux paramètres X et Y , nous le désignons par Z :

$Z = X + Y$, où Z est un nombre réel contenant une partie entière représentant le paramètre X et une partie décimale représentant le paramètre Y .

Pour cela les valeurs numériques du paramètre X doivent être arrondies à un entier, et les valeurs du paramètre Y sont dans la partie décimale.

En faisant varier le paramètre X (la partie entière de Z) on fait varier le H dans le tableau CPT, et en faisant varier le paramètre Y (la partie décimale de Z) on fait varier le S et le V dans le tableau CPT pour changer la saturation de couleur en gris (ou en blanc, ou en noir). Voir l'exemple en annexe E.

5.3 Représentation des tenseurs avec leur degré de significativité

Nous reprenons l'exemple de la faille de San Andrés : nous appliquons la méthode que nous avons expliquée ci-dessus pour calculer le degré de significativité des tenseurs dans chaque maille de la grille. La carte (Fig. 5.4) illustre les résultats d'un premier test de représentation.

Nous remarquons plusieurs types de zones sur cette carte :

- 1- Zones où les déformations sont importantes et significatives (couleurs proches de la saturation) ;
- 2- Zones où les déformations sont faibles et non significatives (couleurs grises ou proches du gris), ces zones ont des déformations proches de zéro et leurs barres d'erreur sont plus grandes que leurs valeurs numériques, elles sont donc non significatives ;
- 3- Zones où les déformations sont faibles mais jugées néanmoins significatives.

Cette analyse nous permet de distinguer des zones stables, ou en tous cas dont la déformation n'est pas détectable avec les mesures disponibles, et d'autres où la déformation est évidente.

Nous avons proposé différentes représentations des déformations avec leur degré de significativité en changeant l'échelle de couleur, en changeant autres variables visuelles comme par exemple en faisant varier la longueur de la barre au lieu de sa largeur, ou encore en représentant le degré de significativité en fonction de la saturation de couleur jusqu'à la couleur blanche. On peut aussi choisir de représenter l'ouverture de l'éventail de la barre, qui est visible lorsque l'erreur sur l'orientation du cisaillement maximum est importante, en couleur saturée (Fig. 5.4), en gris (Fig. 5.5), ou en blanc (Fig. 5.6).

Comme nous l'avons souligné dans le chapitre précédant, le choix final de la représentation retenue sera effectué après avoir sollicité les utilisateurs de ces cartes pour prendre en compte leur point de vue.

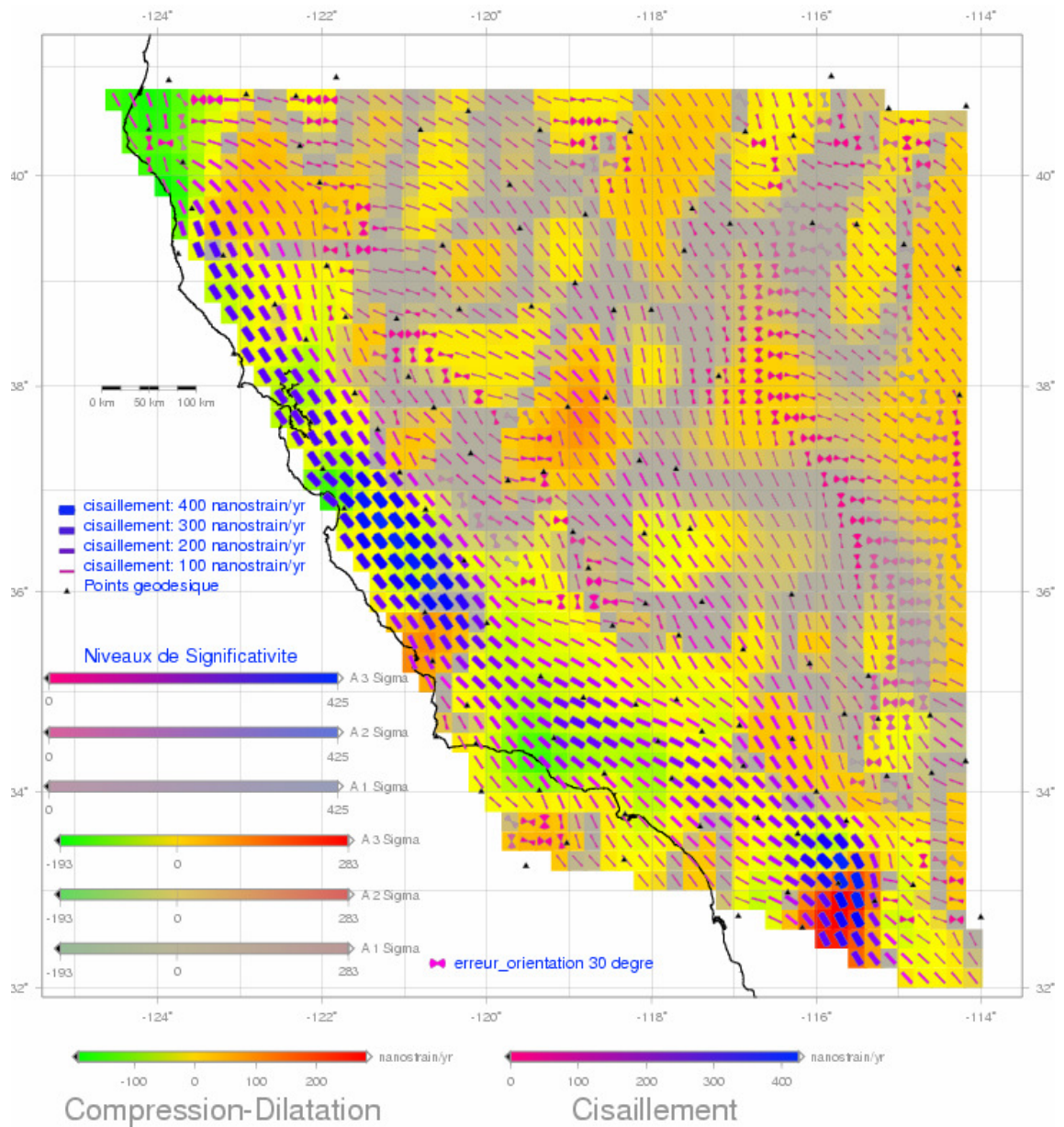


Fig. 5.4 - Représentation des tenseurs avec leur degré de significativité sur la même carte. La composante isotrope est représentée par une échelle de couleur continue appliquée sur toutes les mailles, allant du vert (qui représente la compression) au rouge (qui représente la dilatation) en passant par le jaune (qui représente le zéro), le degré de significativité de cette composante est représenté par la saturation de couleur en gris (maille colorée \Leftrightarrow valeur de composante isotrope significative, maille grise \Leftrightarrow valeur de composante isotrope non significative). La composante du cisaillement est représentée par une barre d'une longueur fixe, largeur et couleur variables avec son module, l'échelle de couleur est continue, elle est appliquée sur toutes les barres, allant du magenta (qui représente la valeur zéro du cisaillement) au bleu foncé (qui représente la valeur maximum du cisaillement), le degré de significativité du cisaillement est représenté par la saturation de couleur de la barre en gris (barre colorée \Leftrightarrow cisaillement significatif, barre grise \Leftrightarrow cisaillement non significatif). L'erreur sur l'orientation du cisaillement maximum est représentée par l'angle d'ouverture de l'éventail de chaque barre.

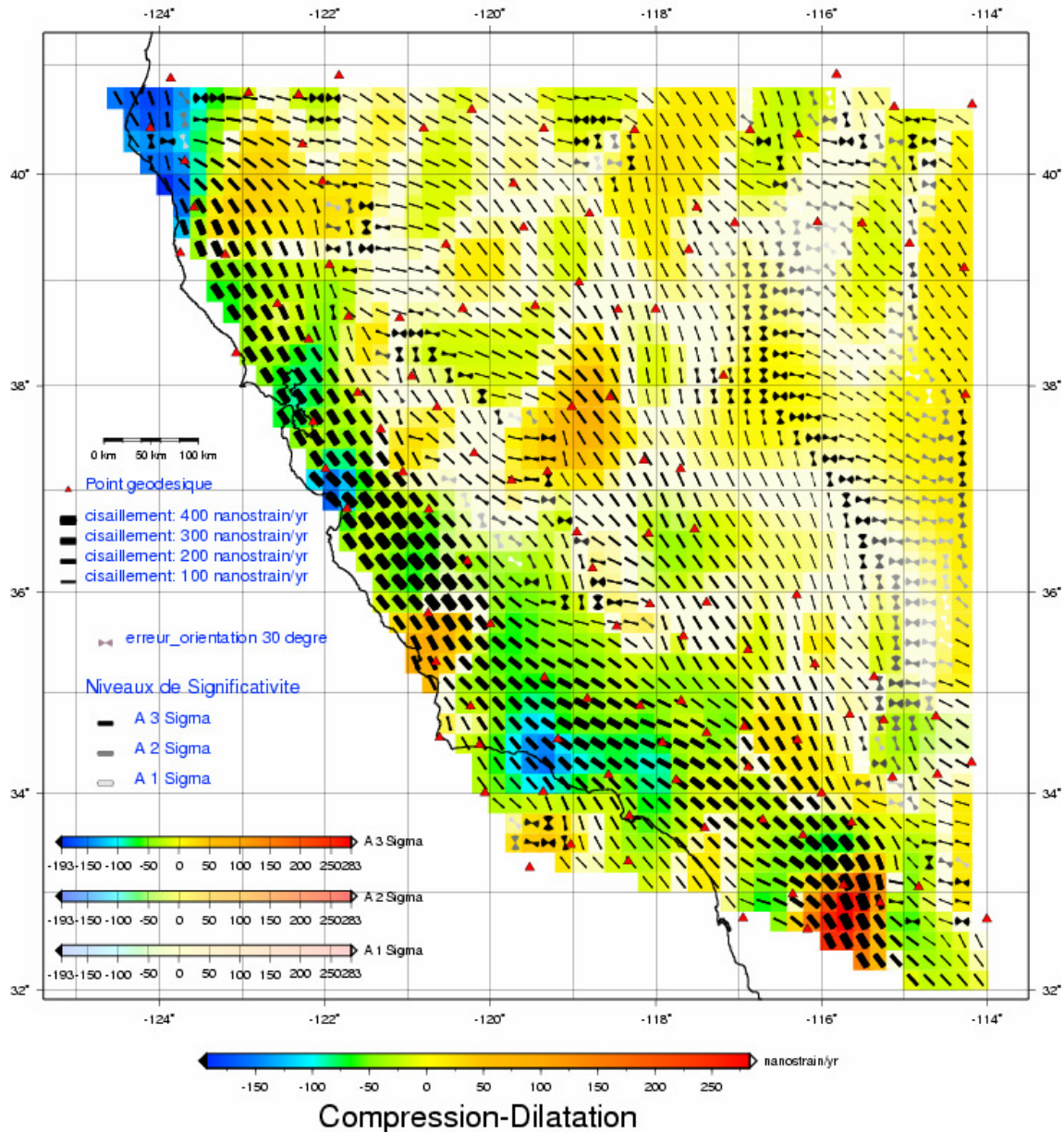


Fig. 5.5 - Représentation des tenseurs avec leur degré de significativité sur la même carte. La composante isotrope est représentée par une échelle de couleur continue appliquée sur toutes les mailles, allant de bleu (qui représente la compression) au rouge (qui représente la dilatation) passant par le jaune (qui représente la valeur zéro), le degré de significativité de cette composante est représenté par la saturation de couleur jusqu'au blanc (maille colorée \Leftrightarrow valeur de composante isotrope significative, maille blanche \Leftrightarrow valeur de composante isotrope non significative). La composante du cisaillement est représentée par une barre de couleur noire, longueur fixe, largeur variable avec son module. Son degré de significativité est représenté par la saturation de couleur noire de la barre jusqu'au blanc (barre noire \Leftrightarrow valeur de cisaillement significative, barre blanche \Leftrightarrow valeur de cisaillement non significative). L'erreur sur l'orientation du cisaillement maximum est représentée par l'angle d'ouverture de l'éventail de chaque barre, sa couleur est représentée par la même saturation utilisée pour le degré de significativité du cisaillement.

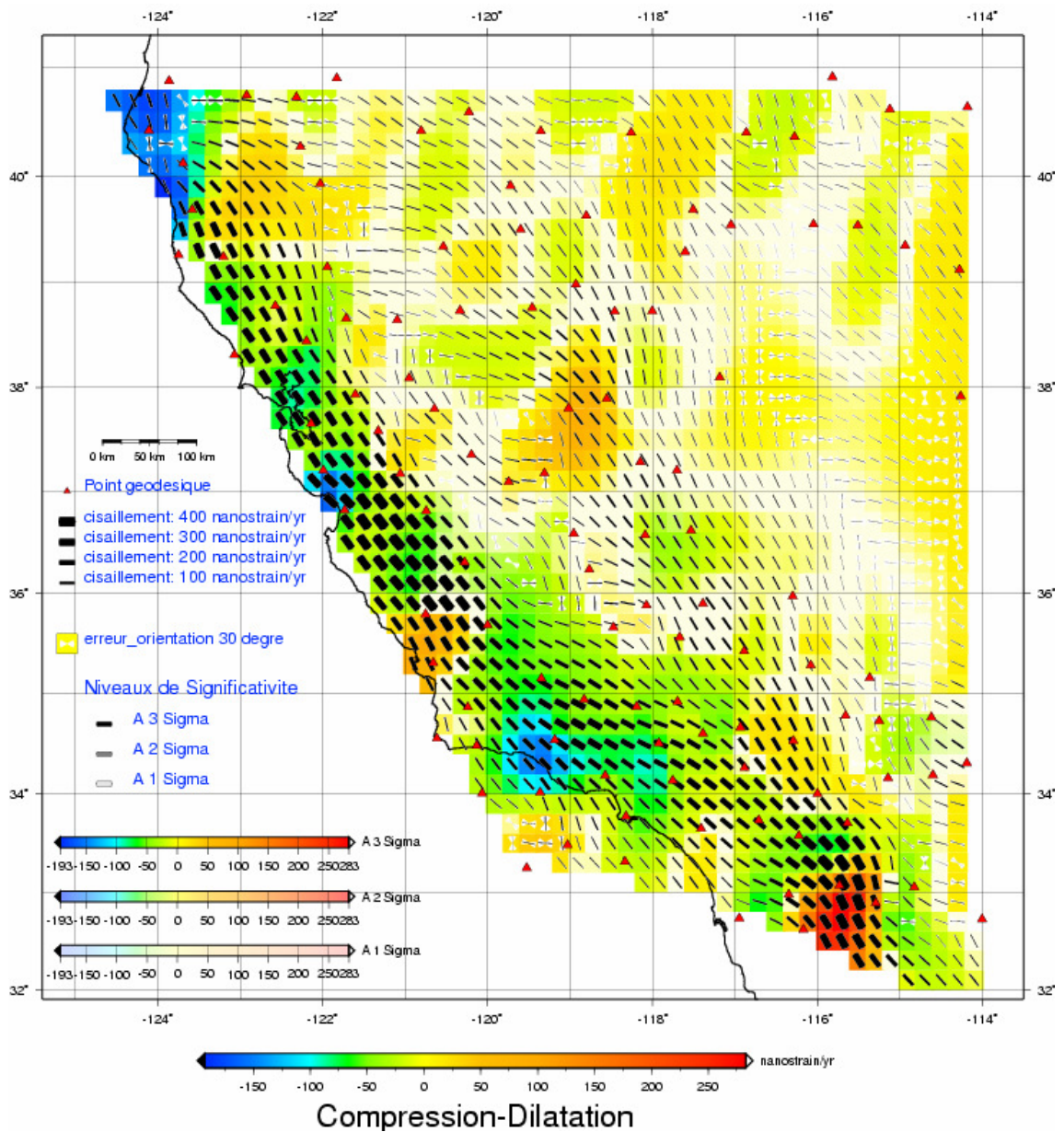


Fig. 5.6 - Idem que la carte (Fig. 5.5), sauf l'angle d'ouverture de l'éventail de chaque barre (qui représente l'erreur sur l'orientation du cisaillement maximum) qui est représenté en couleur blanche.

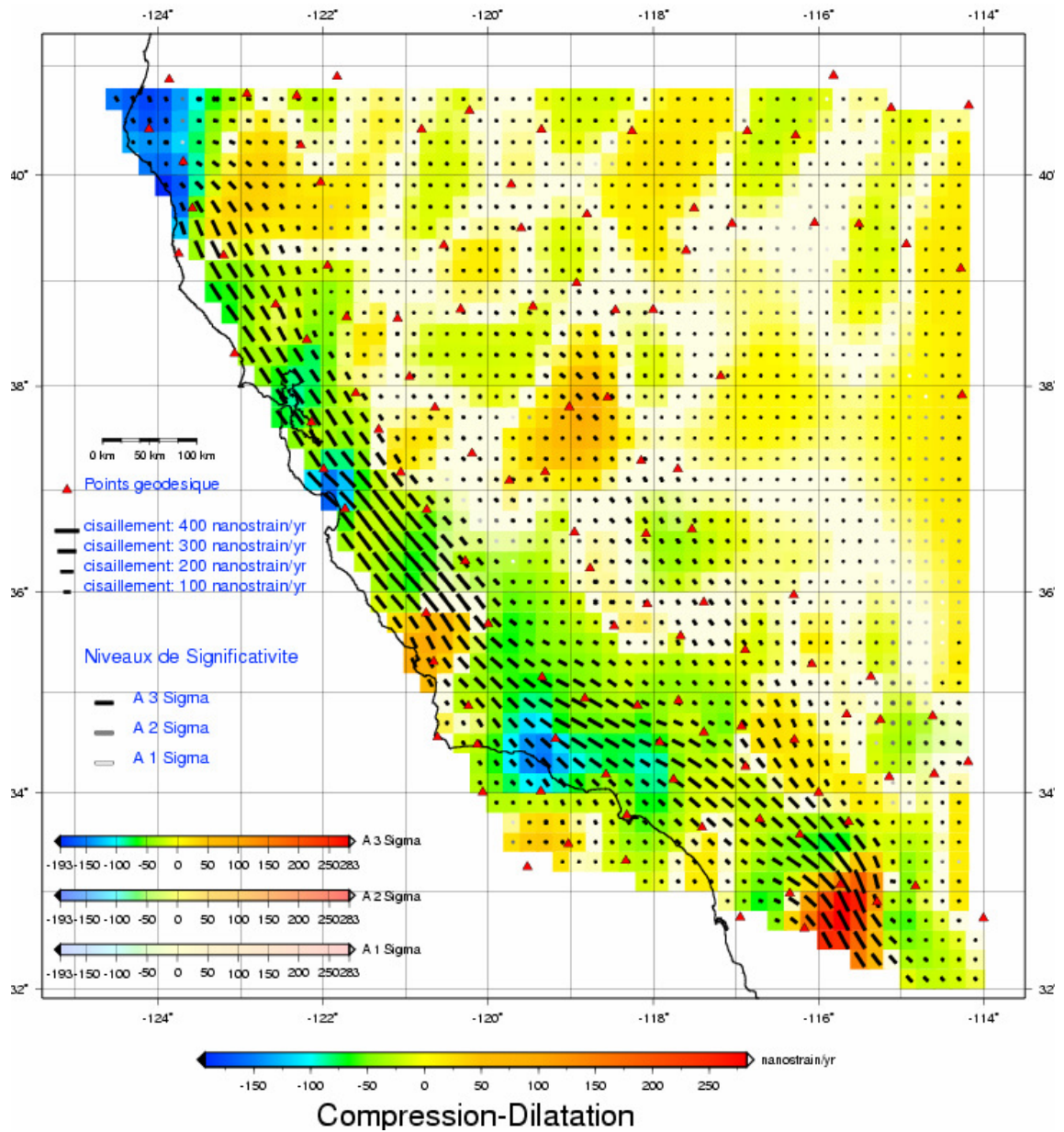


Fig. 5.7 - Ici la composante isotrope est représentée par la même échelle de couleur que la carte (Fig. 5.5). La composante cisailante est représentée par une barre noire d'une largeur fixe et longueur variable avec son module, le degré de significativité du cisaillement est représenté par la saturation de couleur noire de la barre jusqu'au blanc. L'erreur sur l'orientation du cisaillement maximum est représentée par l'angle d'ouverture de l'éventail de chaque barre, on le voit moins bien sur cette carte parce qu'elle est corrélée avec les petites valeurs du cisaillement.

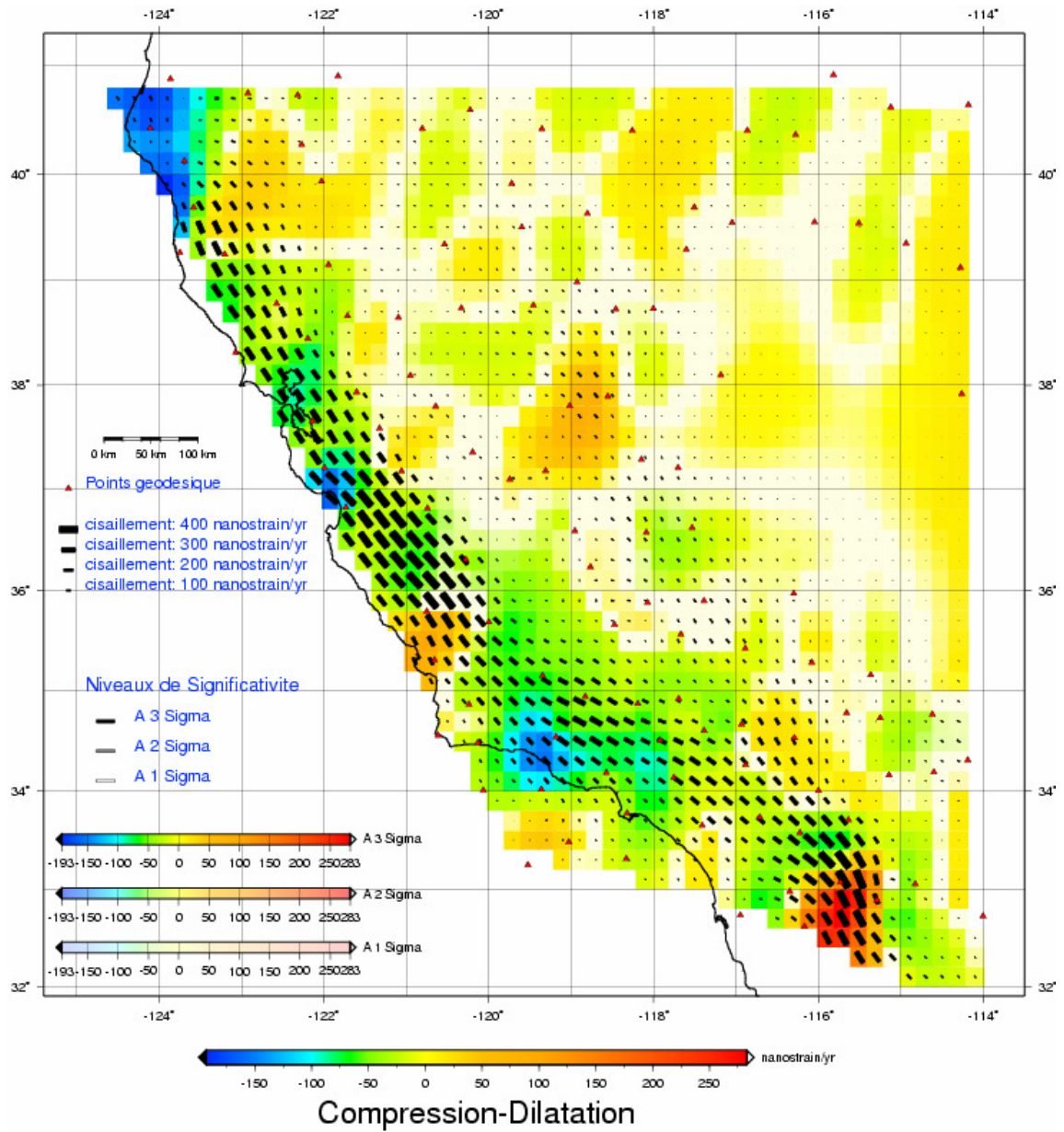


Fig. 5.8 - Idem que la carte (Fig. 5.7) sauf la représentation de la composante cisillante par une barre de couleur noire, longueur et largeur variables en fonction de son module.

Chapitre 6

Prise en compte de la géométrie du réseau

Nous évaluons un champ continu de tenseurs répartis d'une façon régulière sur toute la région d'intérêt. Cette méthode nous permet de calculer les tenseurs à l'intérieur de toutes les mailles, y compris bien évidemment celles où il n'existe pas de vecteurs observés. Une question se pose : de quelle façon les valeurs calculées de ces tenseurs sont contraintes par le positionnement des mesures ?

Pour répondre à cette question, nous avons cherché à évaluer les contraintes induites par la géométrie du réseau. Intuitivement, la contrainte est importante là où nous sommes proches des points de mesures, et elle devient de plus en plus faible en s'éloignant de ces points.

Nous présentons donc dans ce chapitre un autre élément d'analyse des erreurs, celui lié à la géométrie du réseau des points de mesure. Nous présentons donc la méthode suivie, puis nous l'appliquons numériquement dans chaque maille de la grille, ensuite nous cartographions ces niveaux de significativité liés à la seule géométrie du réseau. Finalement nous tentons la combinaison de la représentation cartographique avec la représentation déjà effectuée des erreurs liées aux mesures.

6.1 Méthode développée

La méthode adoptée est la suivante : en chaque point du réseau de mesures nous créons quatre vecteurs fictifs unitaires dans quatre directions différentes commençant par la direction du nord. L'angle entre deux vecteurs successifs est 45 degrés. La carte de la figure 6.1 en est un exemple. Le choix de ces vecteurs distribués en ces seules quatre directions avec 45° entre deux vecteurs successifs correspond à un échantillonnage raisonnablement dense des différentes directions de l'espace, puisque les 4 autres directions qui complèteraient le tour complet auraient exactement l'effet des 4 premières, mais juste inversé, ce qui ne ferait que doubler le résultat du calcul qui est expliqué ci-après.

Le raisonnement est le suivant : on calcule le champ de tenseurs résultant d'un unique vecteur de longueur unité pour une des 4 orientations, sur l'un des points de mesure du réseau, alors que tous les autres vecteurs sont mis à zéro. Dans chaque maille, on calcule alors une fonction positive qui croît avec les déformations, et qui pourra être présentée comme une fonction potentiel. Puis on recommence le travail avec une autre des 4 orientations pour ce vecteur non nul, et à chaque fois on rajoute le potentiel obtenu aux valeurs obtenues précédemment dans cette maille. On continue ce calcul en l'étendant à tous les points de mesure, et enfin on cartographie les potentiels de toutes les mailles : lorsque le potentiel est élevé, c'est que le tenseur que l'on pourra mesurer dans cette maille sera fortement contraint par le réseau observé, alors qu'à l'inverse dans une maille où le potentiel est faible, la valeur du tenseur sera nécessairement mal déterminée puisque, de toute évidence, aucun vecteur déformation du réseau n'a d'effet marqué sur cette maille.

Nous avons donc successivement quatre vecteurs fictifs unitaires en chaque point. L'étape suivante est l'interpolation de chaque vecteur aux noeuds de la même grille utilisée pour le

calcul des tenseurs de déformation. A ce stade, pour éviter des problèmes de calcul, nous créons dans les autres points un vecteur quasi nul, d'une valeur égale à 1/1000 de la valeur unitaire prise pour le point en question.

Premièrement, nous utilisons la procédure d'interpolation déjà employée, c'est-à-dire une interpolation en utilisant les splines bi-cubiques à l'intérieur de l'enveloppe convexe des sites de données, et extrapolation en utilisant le plus proche voisin à l'extérieur de celle-ci.

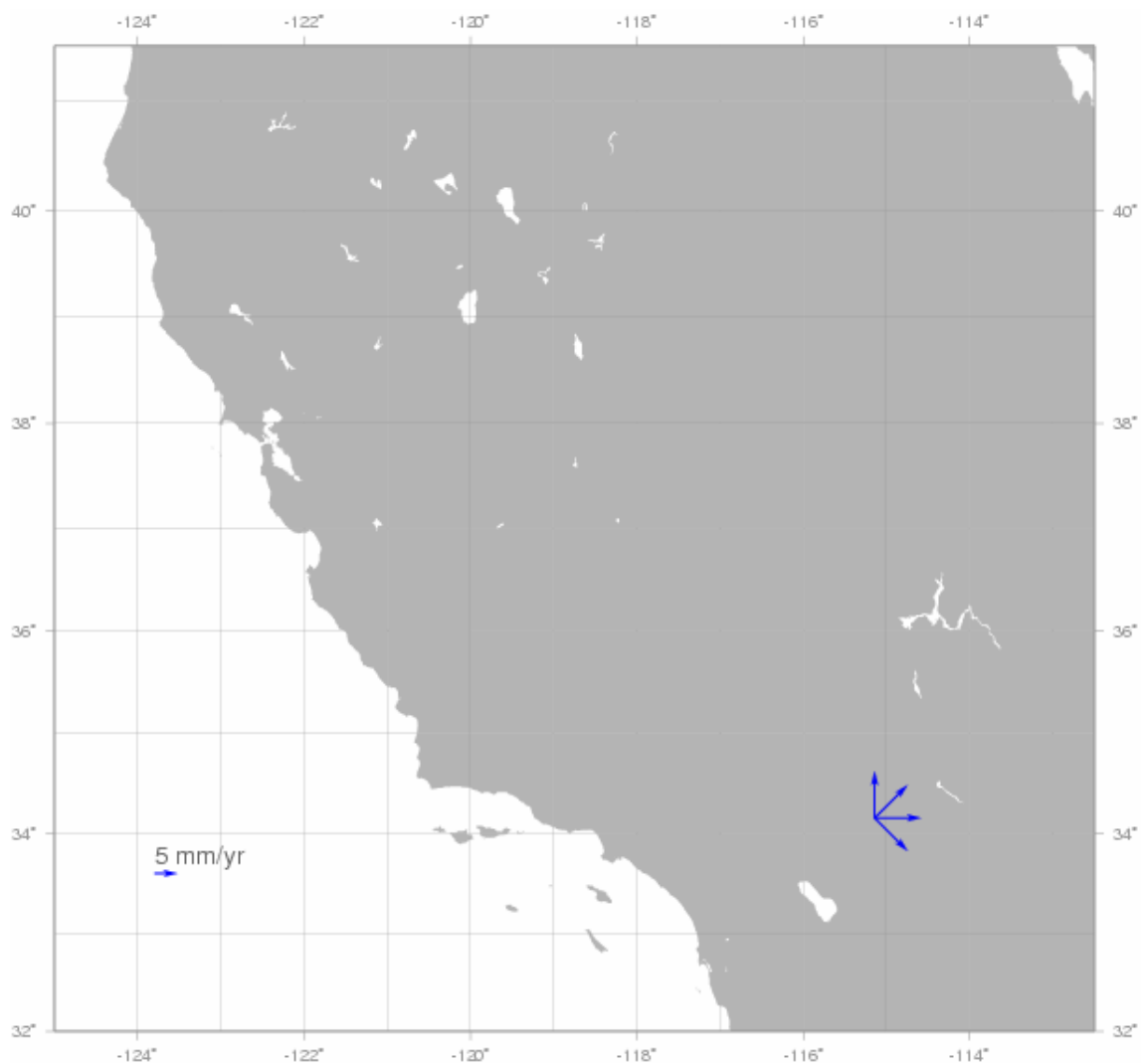


Fig. 6.1 - Vecteurs fictifs unitaires en un point de mesure, l'angle entre deux vecteurs successifs est 45°.

La carte (Fig. 6.2) montre un exemple de l'interpolation d'un vecteur fictif unitaire orienté à 45° du nord.

L'évaluation de l'influence de tous ces vecteurs pour tous les points du réseau, et ceci dans toutes les mailles de la grille est effectuée ainsi : nous calculons la somme des carrés des variations relatives de tous les cotés et de toutes les diagonales de chaque maille de la grille,

résultant des vecteurs interpolés aux nœuds de la grille. Elles sont donc calculées pour tous les points et pour les quatre vecteurs en chaque point :

$$\sum_{i=1}^{4n} \sum_{j=1}^m \left(\frac{\Delta d_{ij}}{d_{ij}} \right)^2 \quad (6.1)$$

où n : le nombre des points de mesures, 4 : les quatre vecteurs en chaque point, m : le nombre de segments pris en compte dans une maille (les quatre cotés et les deux diagonales de chaque maille), m est donc égal à 6.

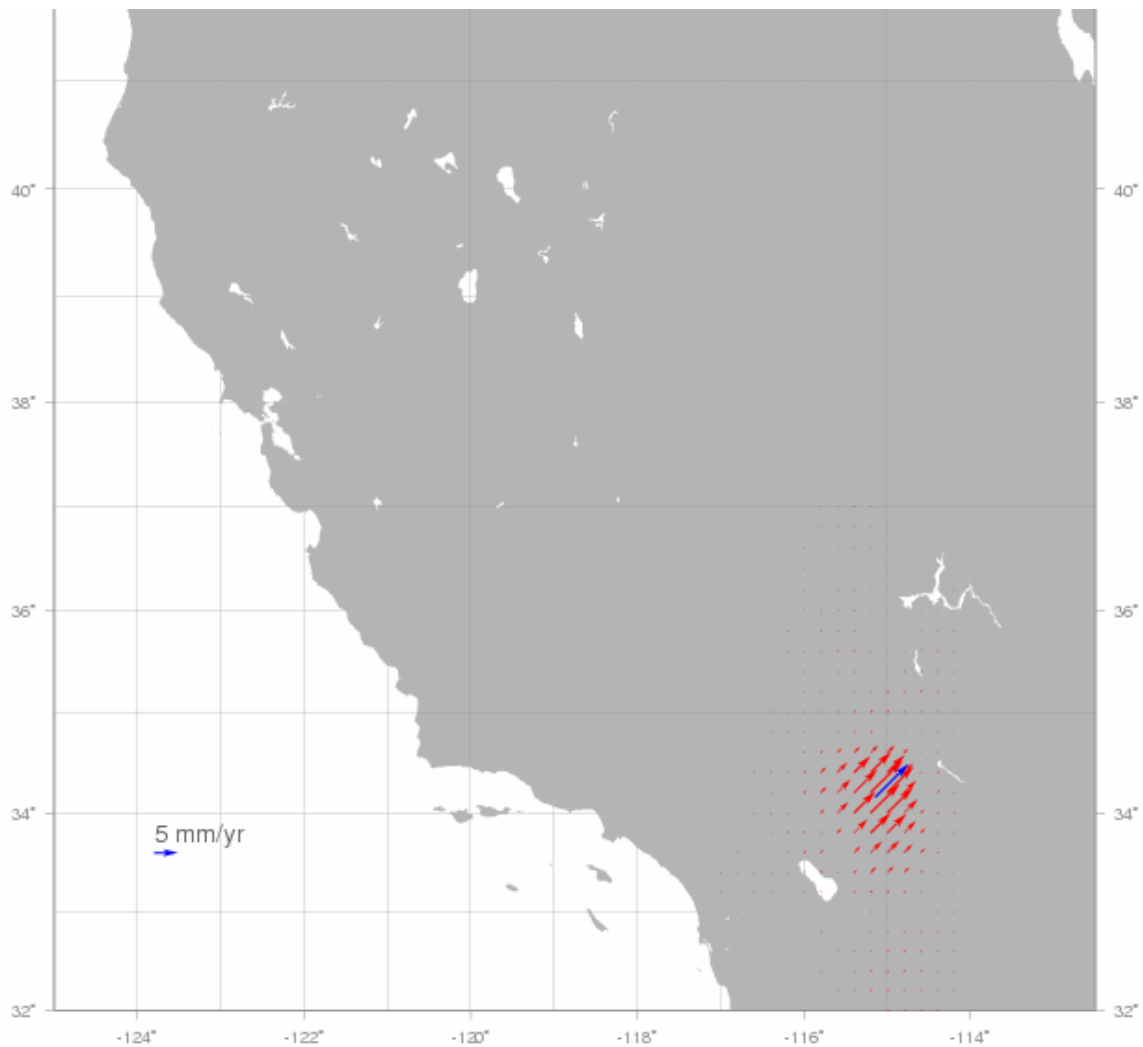


Fig. 6.2 - Interpolation après insertion d'un vecteur fictif de longueur unité en un point du réseau. L'azimut de ce vecteur est 45°.

Une fois que l'on dispose de toutes les sommes de l'équation 6.1, on dispose d'un indice qui indique si une maille de la grille est bien contrainte ou pas. Pour cela on normalise par rapport à la valeur maximum les valeurs de cette somme, dont on dispose dans toutes les

mailles de la grille. On obtient donc des valeurs entre 0 et 1. Une valeur zéro signifie que la maille n'est pas contrainte par les mesures alors qu'une valeur 1 signifie que la maille est très contrainte. La normalisation appliquée est linéaire.

Nous représentons les contraintes normalisées par une échelle de couleur qui va du gris en cas de contraintes faibles au rouge en cas de contraintes fortes. La carte (Fig. 6.3) est une représentation des contraintes liées à la distribution de données. Bien évidemment cette contrainte est corrélée avec les positions de mesures et avec l'interpolateur utilisé.

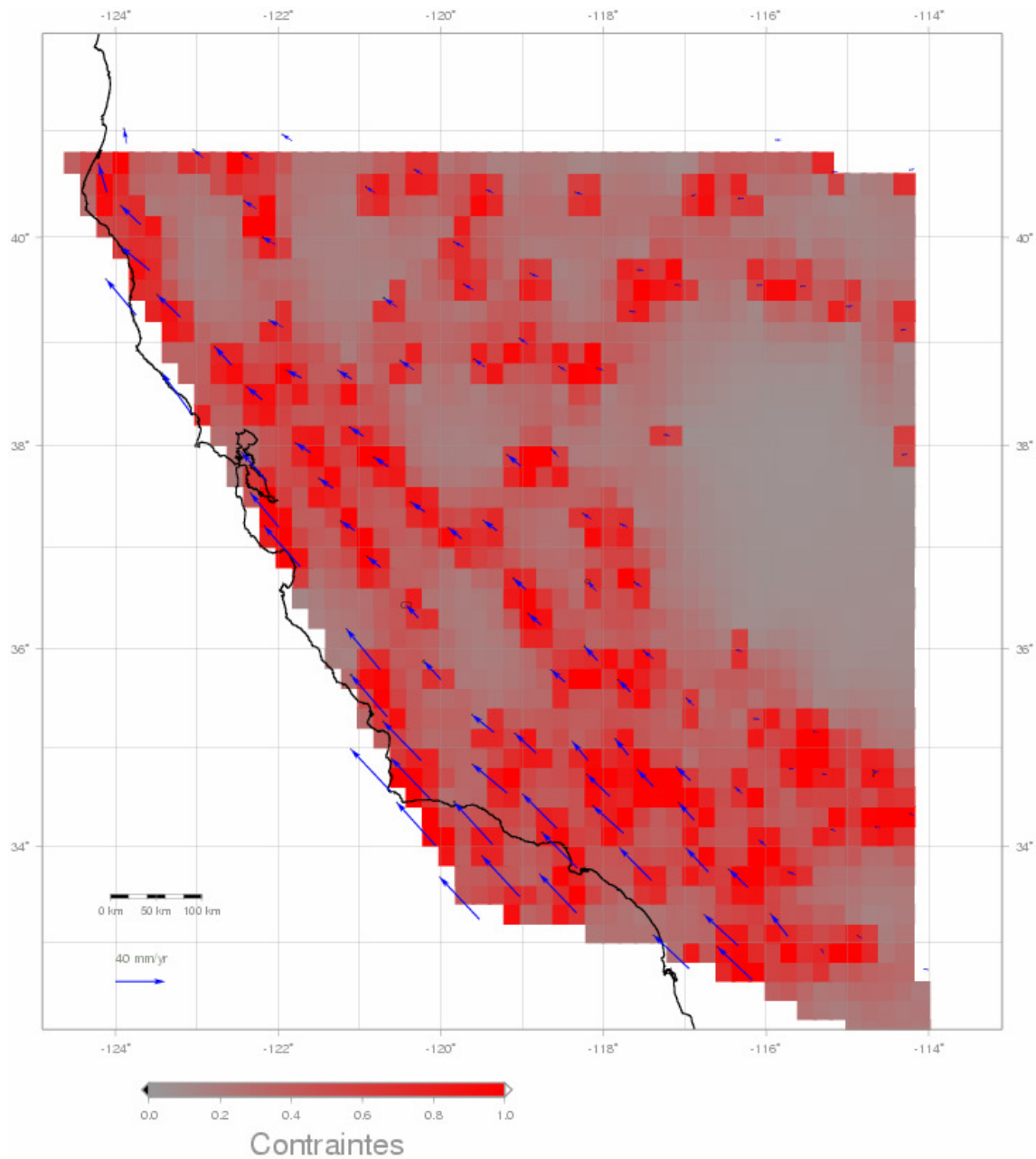


Fig. 6.3 - Représentation des contraintes liées à la distribution des points de vecteurs déplacement donnés avec une normalisation linéaire du potentiel de ces contraintes.

Sur l'exemple présenté en (Fig. 6.3) construit à partir d'un sous ensemble de mesures réelles sur San Andrés, on a présenté les vecteurs déplacement réels, avec comme fond, dans chaque maille, la fonction potentiel calculée normalisée entre 0 et 1 (pour faciliter la lecture).

On note bien que la proximité des points de mesure entraîne logiquement une valeur élevée de la fonction, mais ce qui se passe ailleurs est également intéressant. On note que certaines zones pourtant à l'intérieur du réseau sont pratiquement insensibles aux mesures effectuées avec les éléments de cartographie de tenseurs adoptées ici. Cette fonction potentiel est donc une indication très importante sur la capacité que nous avons de mettre en évidence les déformations compte tenu des choix effectués. Elle permet d'ajuster ceux-ci, et en particulier de déterminer quel est l'interpolateur le plus adapté, mais aussi comment il conviendrait de compléter le réseau faisant l'objet des mesures, etc. Il ne s'agit donc pas d'un indicateur purement lié à la seule géométrie du réseau, même si celle-ci en est un facteur majeur.

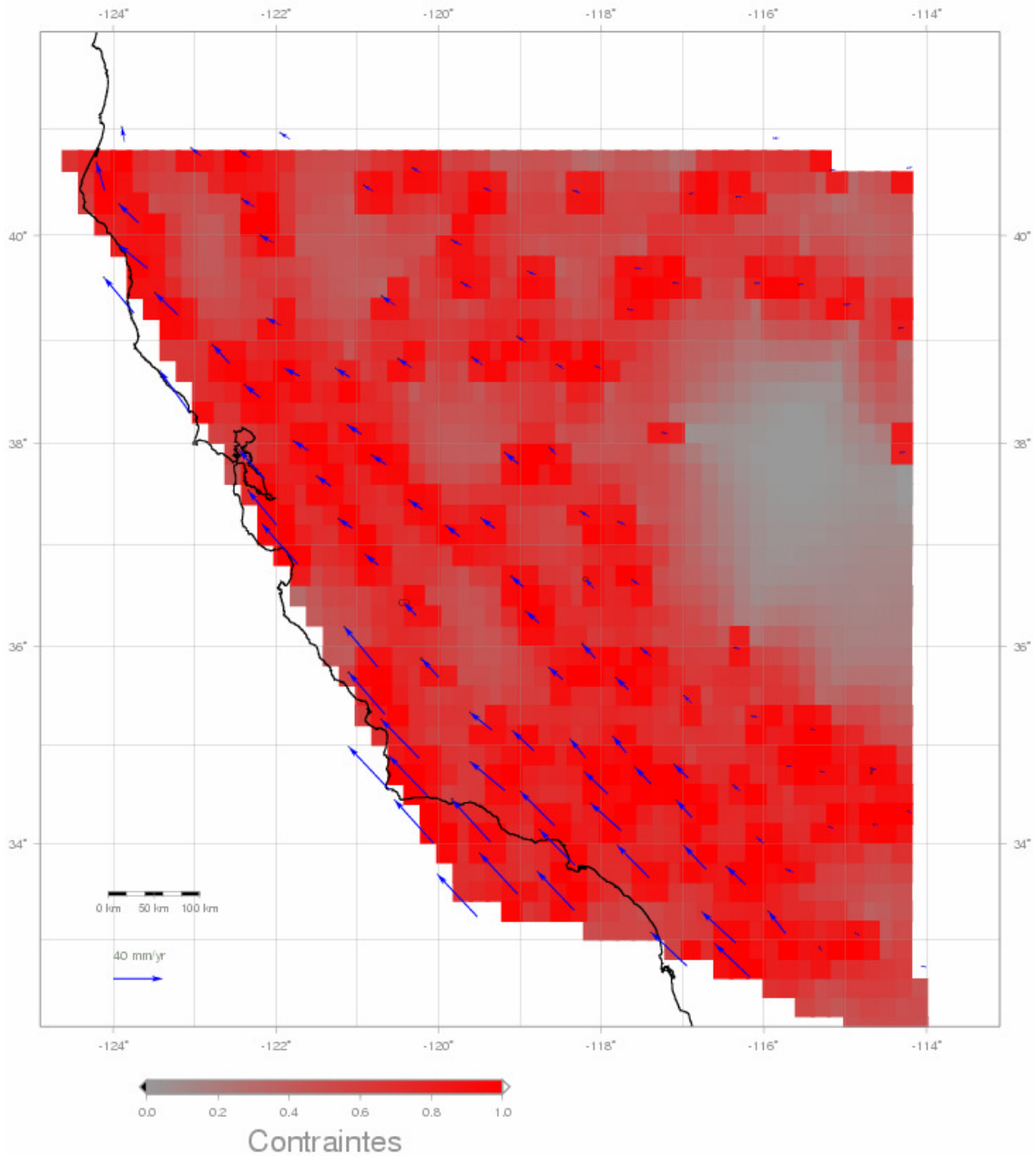


Fig. 6.4 – Idem que la carte (Fig. 6.3), mais avec une normalisation logarithmique du potentiel des contraintes du réseau.

La Fig – 6.4 montre une représentation des contraintes liées à la géométrie du réseau de mesures, mais avec une normalisation selon une échelle logarithmique du potentiel, qui dilate beaucoup les valeurs faibles.

6.2 Combinaison des deux sources d'erreurs

Les deux éléments d'appréciation de la significativité des déformations, que nous désignerons par le terme "sources d'erreurs" sont maintenant disponibles. La question qui se

pose est : comment va-t-on combiner ces deux sources pour avoir une idée complète des déformations et de leur degré de significativité par rapport aux mesures ?

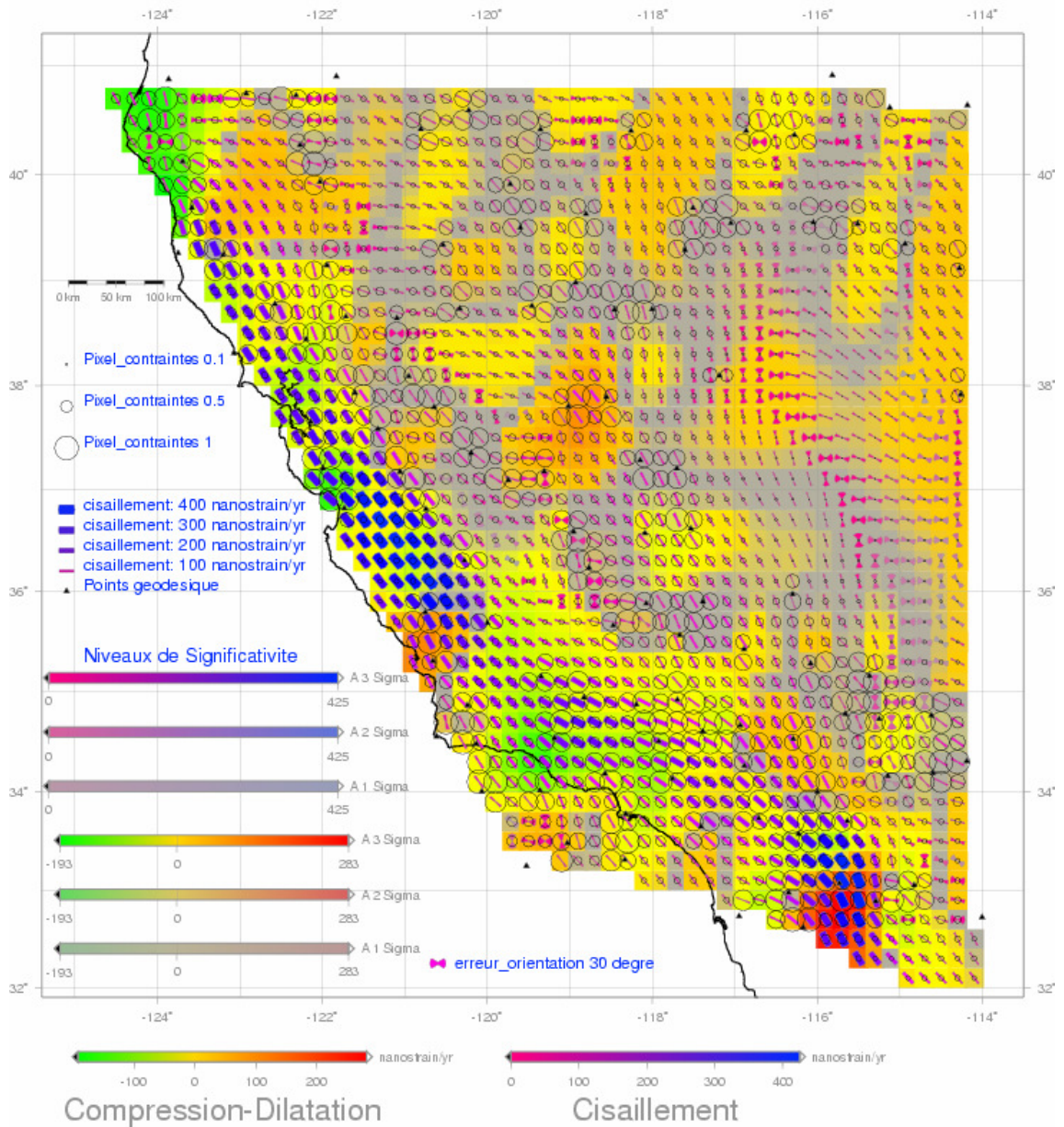


Fig. 6.5 - Représentation des contraintes liées à la géométrie du réseau sur la même carte que les tenseurs de déformation. Idem que la carte (Fig. 5.4) dans le chapitre précédent avec en plus la représentation des contraintes de géométrie du réseau (avec une normalisation linéaire). Les mailles avec des grands cercles sont bien contraintes, les petits cercles représentent des zones avec faibles contraintes.

L'idée est de représenter les contraintes du réseau par des cercles évidés dont le rayon est proportionnel au taux de contrainte, sur la même carte que celle des tenseurs et de leur degré de significativité. Un grand cercle signifie qu'une maille est bien contrainte.

La carte (Fig 6.5) est une combinaison des deux sources d'erreur. Les contraintes de géométrie du réseau sont représentées par des cercles évidés après une normalisation linéaire, alors que la carte (Fig. 6.6) est similaire à la carte (Fig. 6.5) mais en utilisant une normalisation logarithmique du potentiel de ces contraintes.

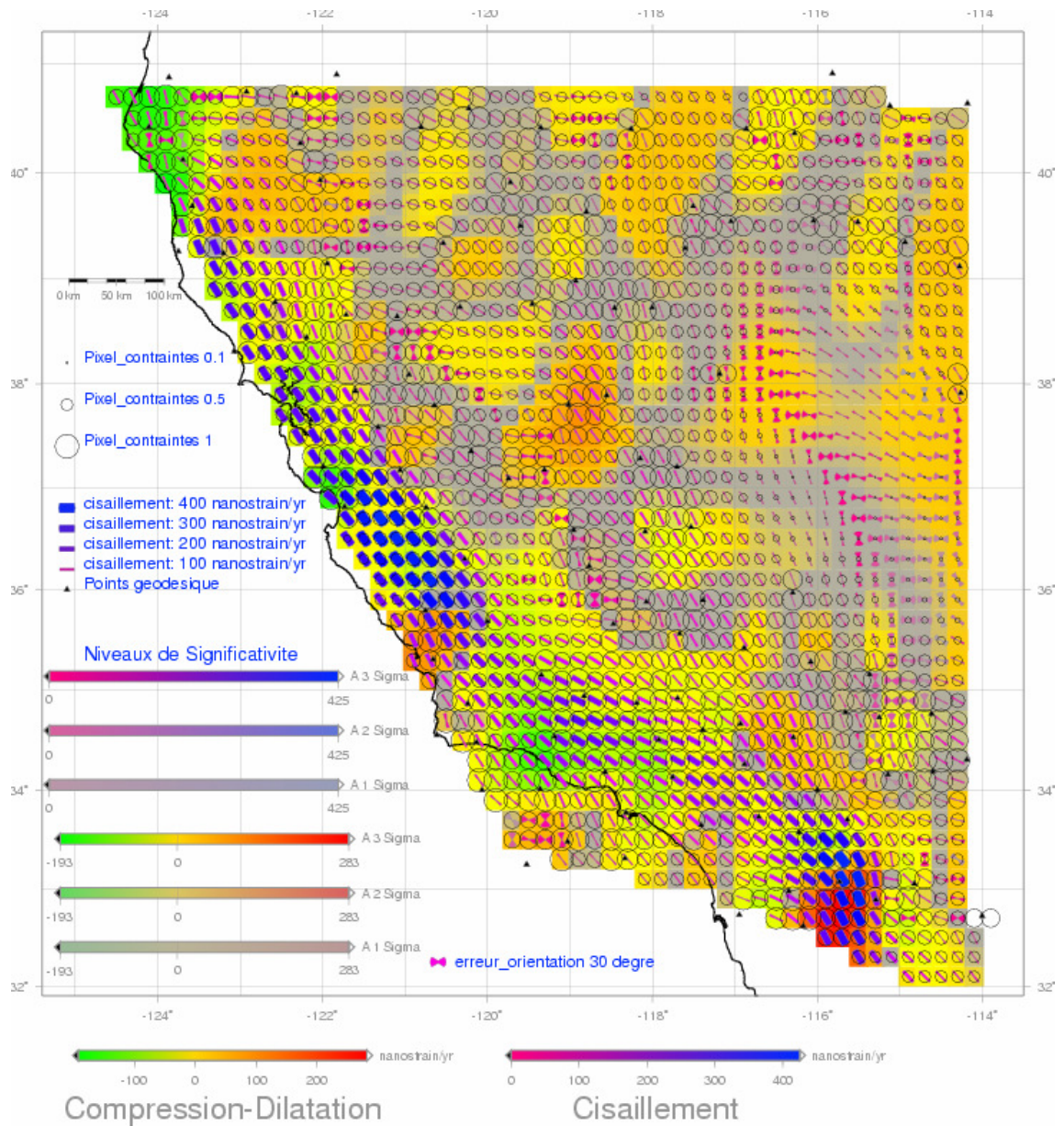


Fig. 6.6 - Idem que la carte (Fig. 6.5), mais avec une normalisation logarithmique du potentiel des contraintes du réseau.

Chapitre 7

Validation de la nouvelle représentation par une enquête utilisateurs.

La représentation visuelle des tenseurs développée dans le cadre de cette thèse nécessitait, comme toute étude de cartographie méthodologique, une validation par différentes classes d'utilisateurs. Il était envisageable de mener une telle sorte d'enquête avec deux populations complètement différentes : d'une part des usagers déjà spécialistes confirmés des déformations tectoniques, d'autre part des usagers néophytes dans ce domaine, destinataires de mesures géodésiques pour des raisons techniques, mais qui n'ont jamais eu l'occasion de s'investir dans une interprétation fine des mesures fournies. Parmi ces derniers on trouve beaucoup d'usagers de métrologie de grands ouvrages (ouvrages d'art, grandes pièces mécaniques) soumis à des contraintes ou simplement au vieillissement. Cette population serait intéressante à tester, mais les protocoles se seraient avérés délicats à mettre au point, et donc la présente thèse s'est consacrée uniquement à un échantillon de géophysiciens spécialistes de tectonique et de déformations.

Les questionnaires de l'enquête sont basés sur la comparaison entre les deux représentations des tenseurs de déformation : la représentation classique et celle proposée ici, la méthode de visualisation classique des tenseurs étant celle basée sur la représentation des deux axes principaux du tenseur. Finalement, cette représentation classique ne représente en général que les taux de déformation sans aucune représentation des incertitudes, malgré quelques tentatives sans suite (Kasser et al., 1987). En revanche, la nouvelle représentation que nous avons proposée est basée sur des représentations simultanées des composantes isotrope et cisailante (parties symétrique et antisymétrique du tenseur). L'enquête que nous avons menée auprès des géophysiciens a pour but de valider cette nouvelle représentation, et de souligner les points qui méritent d'être encore discutés et améliorés pour une meilleure visualisation et interprétation. Nous présentons ici l'analyse des résultats de cette enquête.

7.1 Enquête portant sur la représentation des tenseurs

Notre enquête (Annexe F) a été effectuée auprès de géophysiciens, avec deux approches de la représentation d'un champ de tenseurs. Nous avons proposé plusieurs choix de représentation en changeant à chaque fois quelques paramètres de représentation. Les différentes propositions de représentations cartographiques ont été montrées au chapitre 5 (Fig. 5.4 ; Fig. 5.5 ; Fig. 5.6 ; Fig. 5.7 ; Fig. 5.8).

Les questions abordées par notre enquête sont les suivantes :

- La facilité de l'identification des zones de cisaillement et celles de déformation isotrope (dilatation ou compression) ainsi que la direction du cisaillement maximum.
- La nécessité ou pas de représenter le cisaillement lorsque sa valeur s'approche de zéro, et la valeur limite au dessous de laquelle on pourra le négliger et donc ne pas le représenter.

- La représentation simultanée des déformations et de leur degré de significativité sur la même carte, ou bien sur deux cartes indépendantes.
- Savoir si la nouvelle représentation des tenseurs aide à mieux interpréter les déformations que leur représentation classique, qui est une question fondamentale.
- Savoir si la représentation de degré de significativité des tenseurs est suffisamment intuitive.
- Efficacité de la représentation de l'erreur sur l'orientation du cisaillement maximum (angle d'ouverture de l'éventail autour du segment représentant cette direction), en couleur saturée ou pas.
- Enfin, est-ce que cette nouvelle approche est efficace pour représenter les déformations, et y - t-il d'éventuelles suggestions pour les choix de couleurs.

Voici les cartes que nous avons proposées (en cas de représentation des déformations et de leur degré de significativité sur deux cartes indépendantes), et les essais de non représentation de cisaillement proche de zéro avec des plusieurs valeurs limites. Toutes ces cartes ont été appliquées au site habituel de la faille de San Andréas, en Californie.

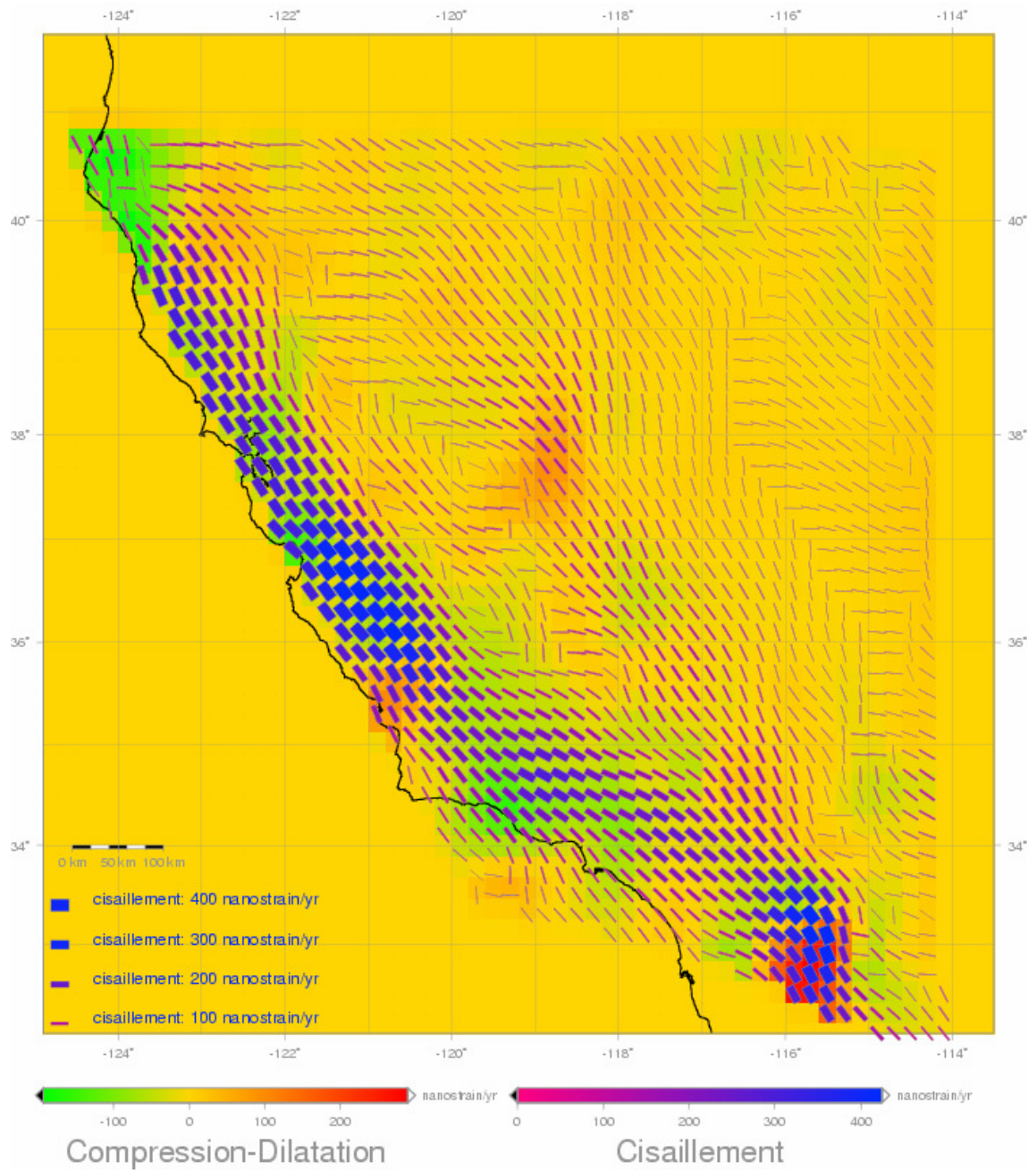


Fig. 7.1 - Représentation des composantes des tenseurs de déformation. La composante isotrope est représentée par une échelle de couleur, allant du vert (compression) au rouge (dilatation) en passant par le jaune pour la valeur zéro. La composante du cisaillement est représentée par une barre de longueur fixe et de largeur et couleur variant en fonction de son module.

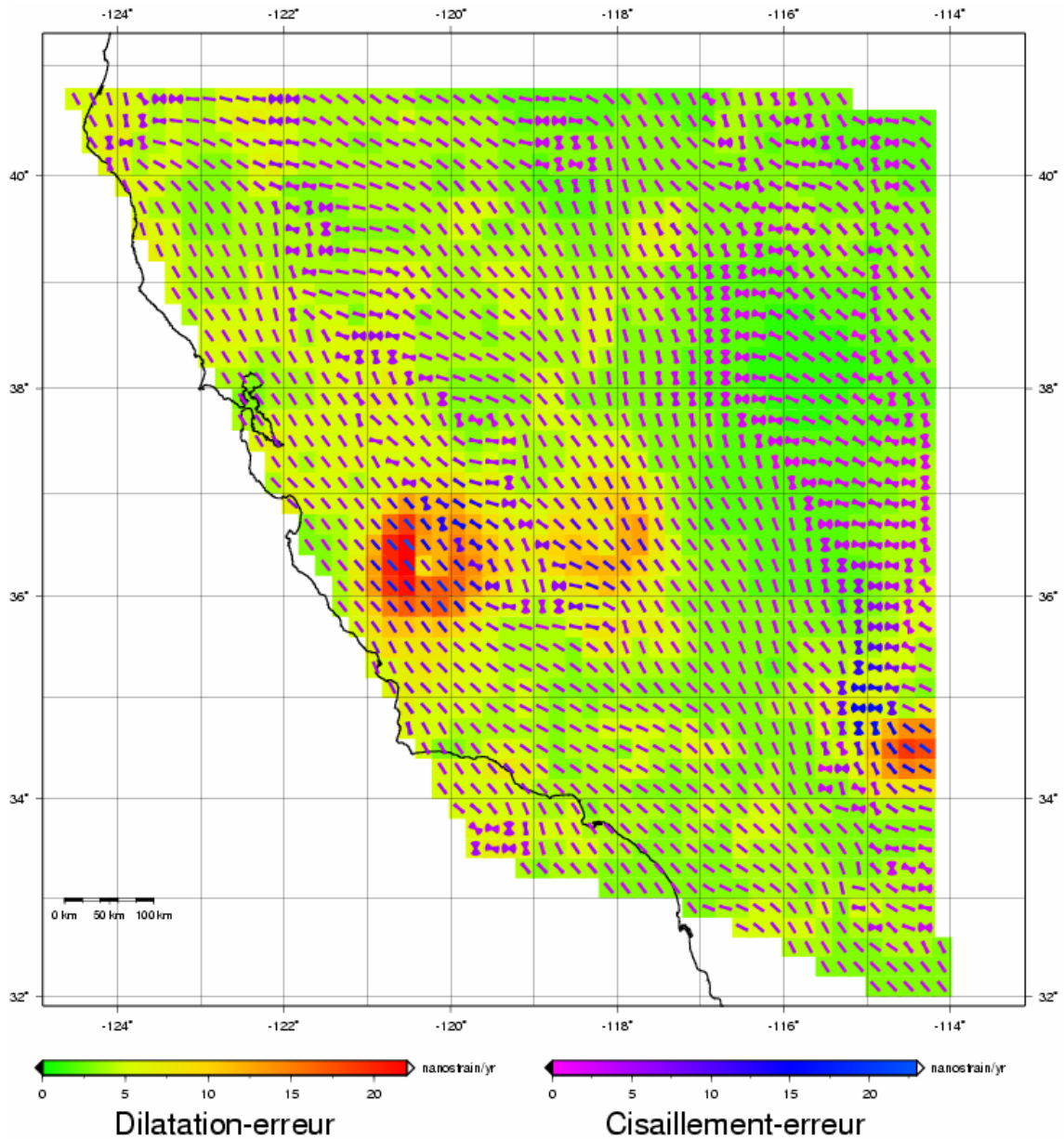


Fig. 7.2 - Représentation des barres d'erreurs sur les deux composantes (isotrope et cisailante) des tenseurs. Les erreurs de la composante isotrope sont représentées par une échelle de couleur allant du vert (erreur nulle) au rouge (erreur égale à sa valeur maximum, ici 22 nanostrain/an). Les erreurs de la composante cisailante sont représentées en prenant un trait de longueur et largeur fixes, de couleur variant du magenta (erreur nulle) au bleu foncé (erreur égale à sa valeur maximum, ici 23 nanostrain/an). La direction du cisaillement maximum est représentée par l'azimut de l'axe du trait, son erreur est représentée par l'angle d'ouverture de l'éventail autour de ce trait.

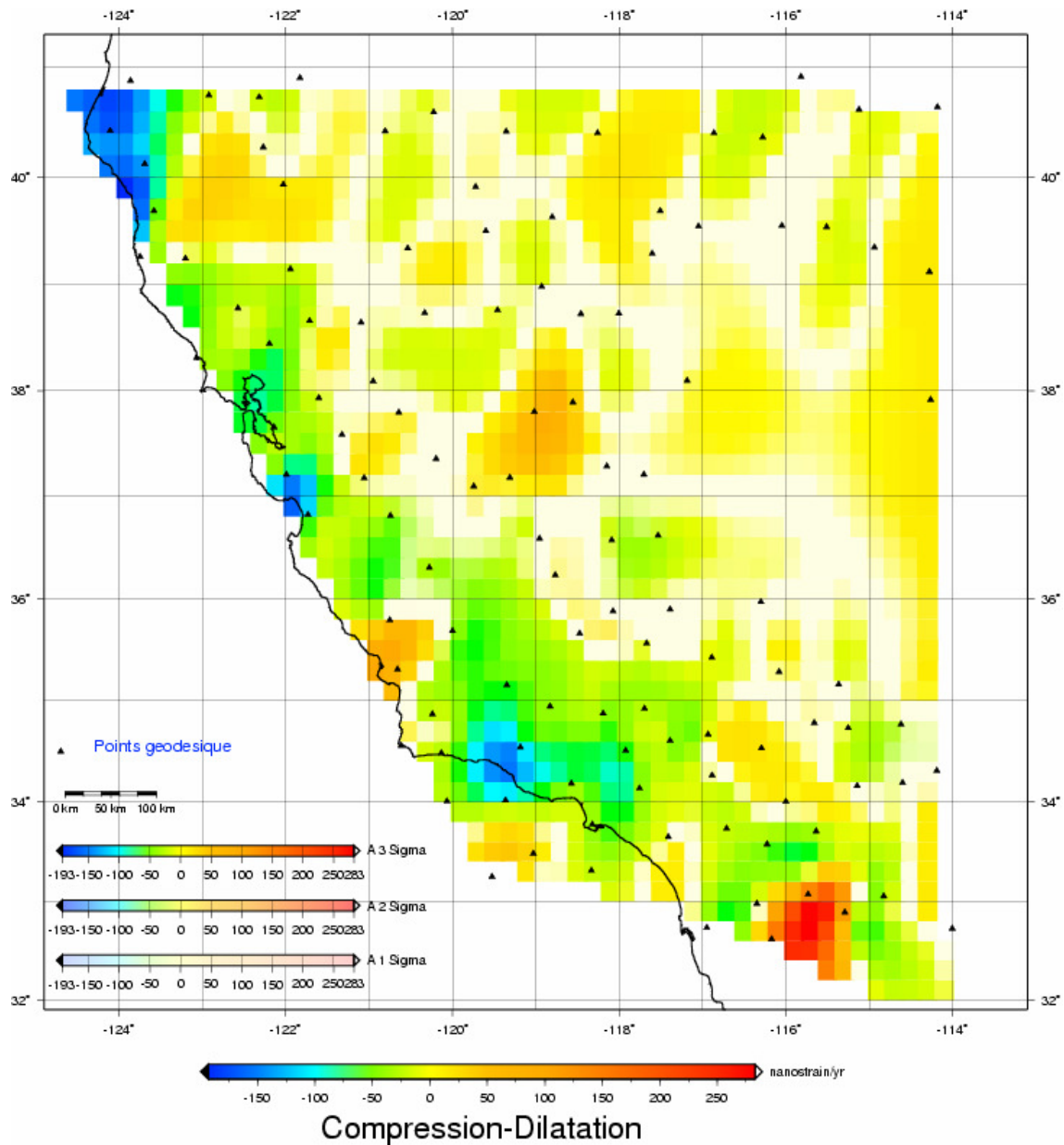


Fig. 7.3 - Représentation de la composante isotrope avec son degré de significativité. L'échelle de couleur continue représente les valeurs de cette composante, alors que son degré de significativité est représenté par la saturation de couleur jusqu'au blanc (saturation allant du maximum à zéro). La couleur saturée correspond à un degré de significativité élevé, la couleur blanche correspond à un degré de significativité nul.

La première proposition est de représenter les tenseurs sur une carte (Fig. 7.1) et leurs incertitudes sur une autre carte (Fig. 7.2), où l'on représente les valeurs d'incertitude absolue sur les composantes des tenseurs, et non pas les valeurs normalisées.

La deuxième proposition est de représenter chaque composante de tenseur avec son degré de significativité sur une carte indépendante. La carte (Fig. 7.3) présente la composante isotrope avec son degré de significativité, alors que la carte (Fig. 7.4) présente la composante du cisaillement avec son degré de significativité.

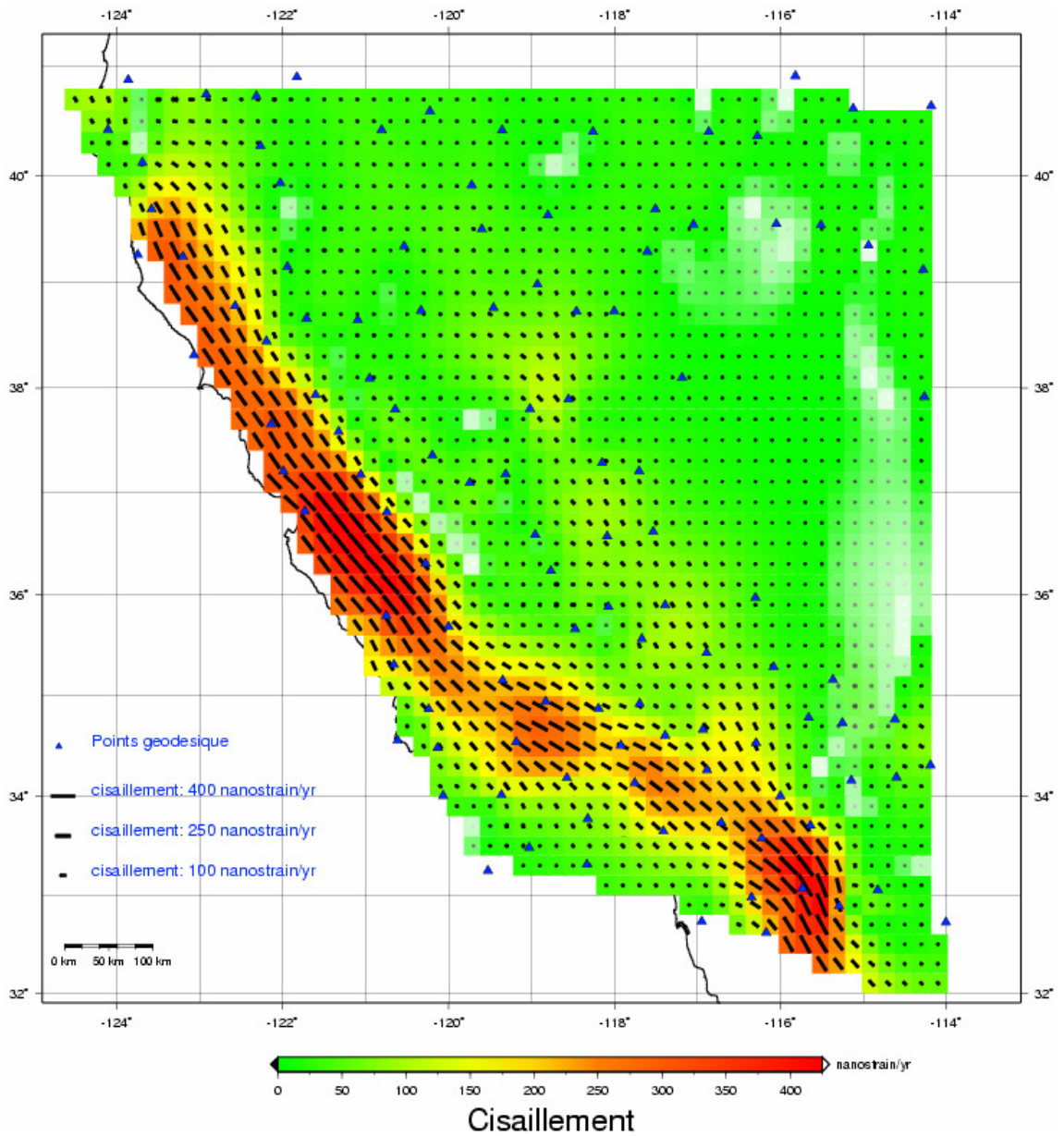


Fig. 7.4 - Représentation de la composante cisillante avec son degré de significativité. Le cisaillement est représenté à la fois par l'échelle de couleur, et par un trait d'une couleur noire, largeur fixe et longueur variant avec son module. Son degré de significativité est représenté par la saturation des couleurs utilisées jusqu'au blanc, et aussi la saturation de la couleur noire des traits jusqu'au blanc (une couleur saturée correspond à un degré de significativité élevé, une couleur tendant vers le blanc correspond à un degré de significativité faible).

En ce qui concerne la représentation du cisaillement proche de zéro, nous montrons ici quelques essais dans lesquels nous ne représentons pas le cisaillement au dessous d'une valeur limite. Les cartes (Fig. 7.5 ; Fig. 7.6 ; et Fig. 7.7) montrent la représentation simultanée des tenseurs avec leur degré de significativité (Fig. 5.4) en seuillant la représentation du cisaillement à une valeur inférieure à 5, 10, 15 nanostrain/an respectivement.

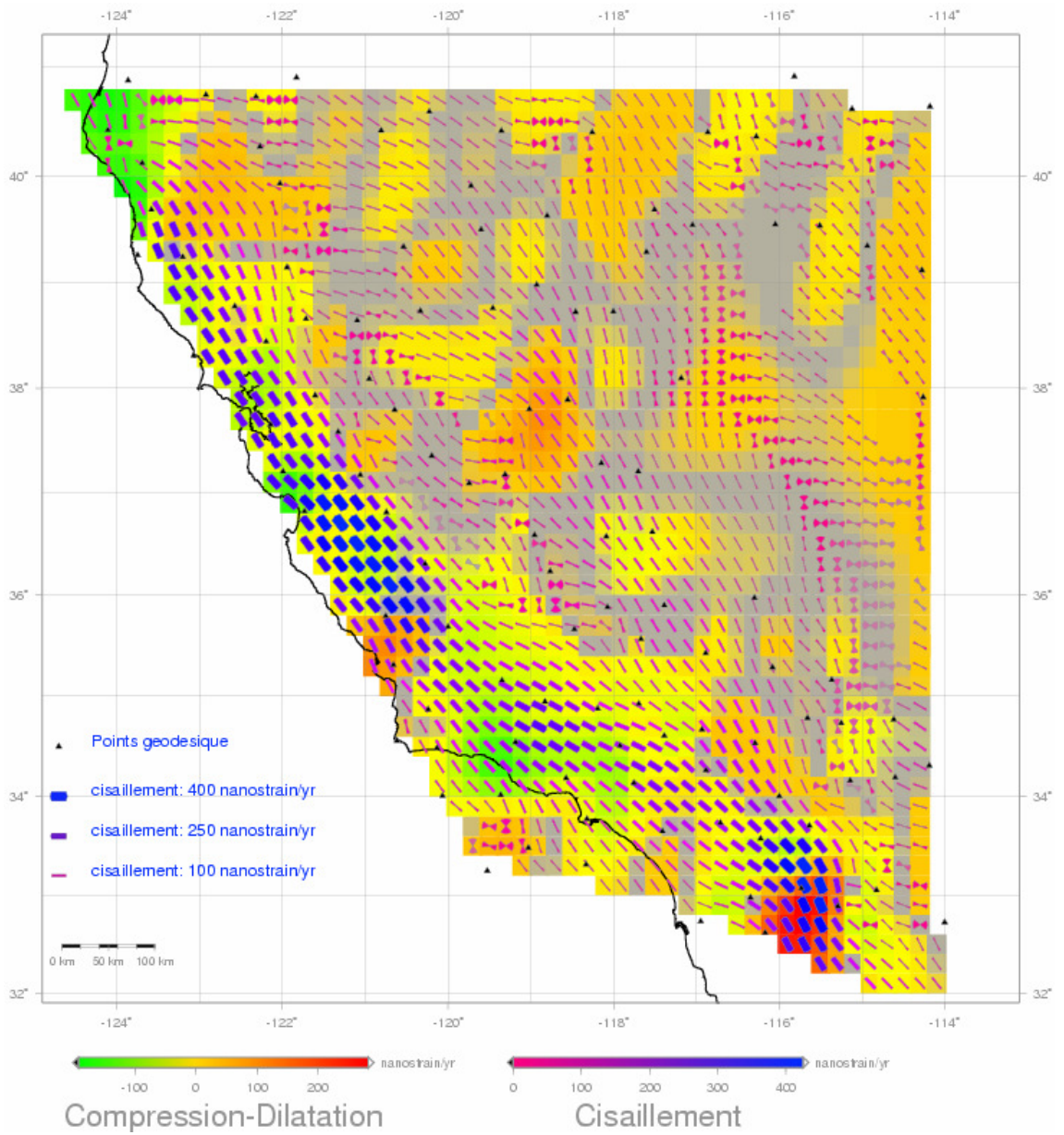


Fig. 7.5 - Idem que la figure 5.4, mais sans la représentation du cisaillement au dessous de 5 nanostrain/an.

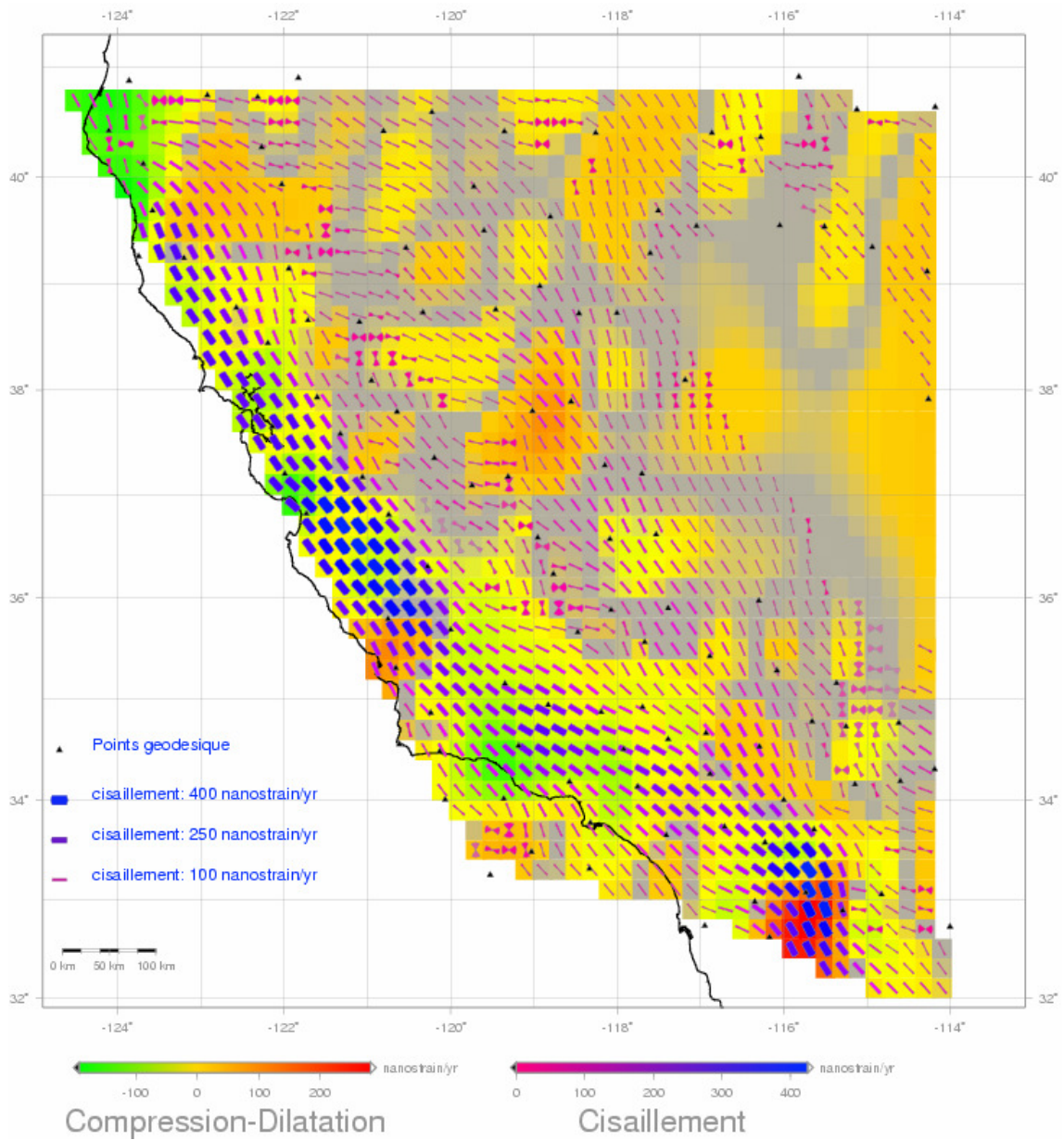


Fig. 7.6 – Idem que la figure 5.4, mais la sans la représentation du cisaillement au dessous de 10 nanostrain/an.

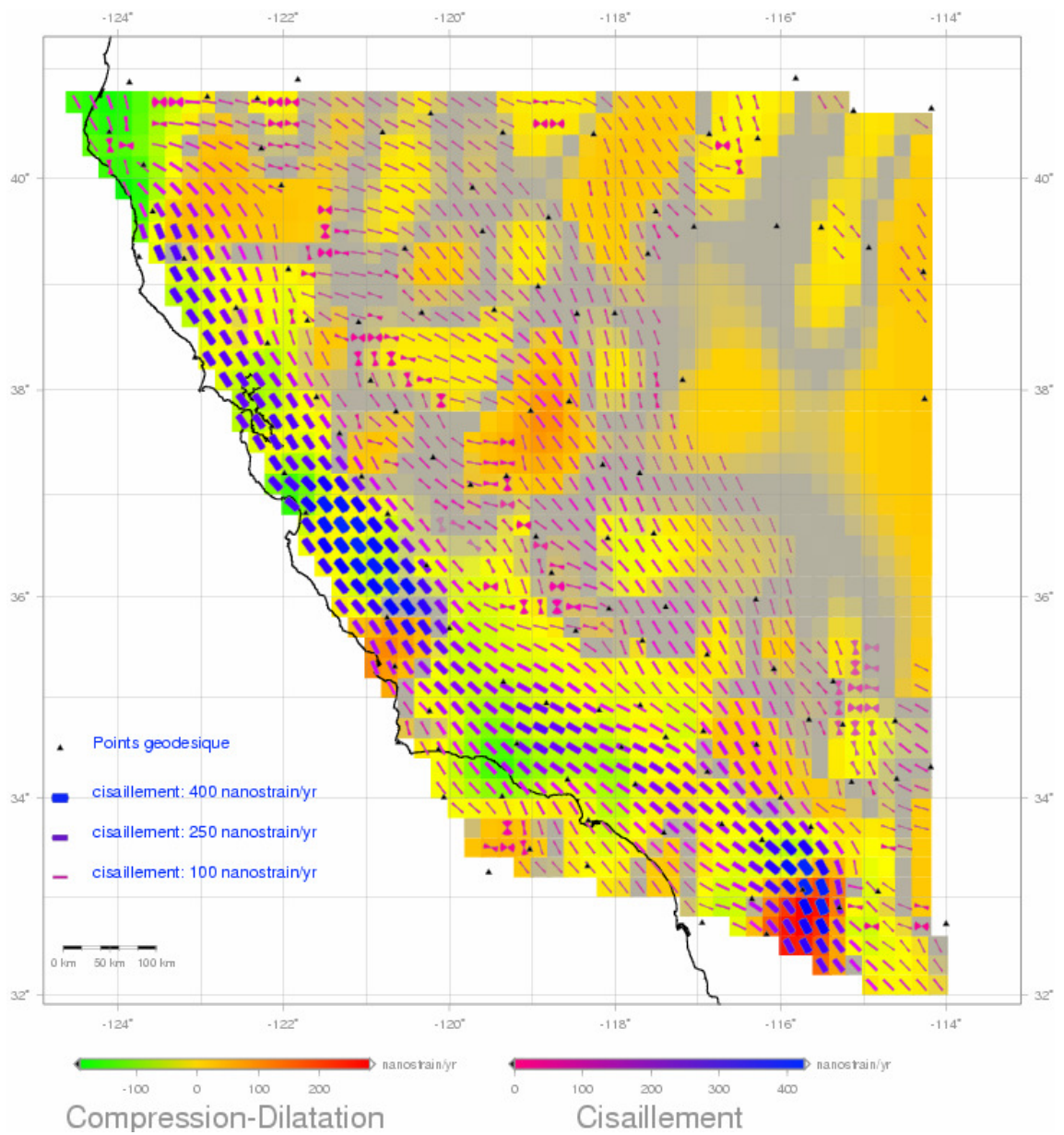


Fig. 7.7 - Idem que la figure 5.4, mais sans la représentation du cisaillement au dessous de 15 nanostrain/an.

7.2 Analyse du résultat de l'enquête

Les réponses que nous avons reçues ont fait l'objet d'une analyse attentive pour valider les éléments répondant bien aux attentes des géophysiciens, et améliorer les éléments moins bien perçus afin de fournir une meilleure visualisation possible. Nous avons reçu onze réponses couvrant plus ou moins complètement le champ des questions posées.

7.2.1 Facilité de l'identification des zones de déformation

Toutes les réponses sont positives concernant la représentation des directions du cisaillement maximum : la nouvelle représentation aide à identifier ces directions mieux que la représentation en axes principaux.

L'identification des zones de cisaillement et ses variations ainsi que celles de la composante isotrope et de ses variations est également jugée plus facile en utilisant la nouvelle représentation. Toutes les réponses sont d'accord sur ce point.

Cependant, nous avons eu quelques remarques : la première est que la perception de la composante isotrope est moindre que celle du cisaillement, la deuxième est sur le sens du cisaillement maximum qui n'est pas représenté sur la carte, et la dernière est que le cisaillement est bien visible grâce à l'épaisseur du trait et l'échelle de couleur qui a l'avantage de faire ressortir les valeurs de cisaillement, mais avec la réserve que les variations de couleurs ne sont plus très visibles lorsque l'épaisseur de trait diminue.

Sur ce point de l'enquête on peut valider la nouvelle représentation pour mieux montrer les zones de cisaillement et les dilatations / compressions ainsi que les directions du cisaillement maximum. Concernant le sens du cisaillement, les informations dont on dispose à l'issue du calcul de déformation ne nous donne pas accès à l'information sur le sens du cisaillement d'un bloc par rapport à un autre, mais seulement sa direction.

7.2.2 Représentation des petites valeurs de cisaillement

La plupart des réponses trouvent que ce n'est pas nécessaire de représenter les valeurs de cisaillement proches de zéro, sauf deux réponses qui préfèrent représenter toutes les valeurs de cisaillement, sinon cela donne l'impression qu'il manque des données.

Dans le cas des cartes sans représentation des valeurs de cisaillement proches de zéro, la valeur seuil de représentation dépend de l'application, du contexte géodynamique et de la densité de vecteurs vitesse dont on dispose au départ. Une suggestion est de choisir la valeur seuil égale à 10% de la valeur maximale de cisaillement. Une autre proposition est la suivante : une fois la valeur seuil choisie, pour le cisaillement dont la valeur est au dessous de la valeur limite, on fait varier la longueur de trait au lieu de faire varier sa largeur tout en fixant cette dernière.

Sur ce point, on retient qu'il est préférable de ne pas représenter le cisaillement dont la valeur est proche de zéro, et que la valeur limite dépend du contexte géodynamique, de la densité du champ de vitesse utilisé, et de la valeur maximum de cette composante.

7.2.3 Une seule carte ou deux cartes indépendantes

Concernant la représentation simultanée des déformations avec leur degré de significativité sur la même carte, un tiers des réponses préfèrent l'utilisation d'une seule carte alors que les autres trouvent que l'utilisation de deux cartes est préférable par clarté et lisibilité de l'information. Une réponse propose que, selon l'usage qui en est fait, l'une ou l'autre ont leurs avantages.

On peut retenir sur ce point qu'on pourra proposer, dans un premier temps, deux cartes indépendantes, où chacune représente une composante avec son degré de significativité, et en faire une seule carte qui permet de localiser les deux composantes de tenseurs en même temps.

7.2.4 Facilité de l'interprétation géophysique

La question porte sur la différence entre la nouvelle représentation et celle en axes principaux classiques, pour une interprétation géophysique plus aisée. Plus que la moitié des réponses trouvent que la nouvelle représentation facilite l'interprétation géophysique, davantage que la représentation classique. Une réponse la trouve meilleure que la représentation classique mais pas forcément meilleure que le champ de vecteurs déplacement. Quelques réponses trouvent que c'est une affaire d'habitude et que selon le contexte géodynamique on pourra utiliser l'une ou l'autre pour représenter le champ de déformation.

Sur ce point, on peut en déduire que la nouvelle représentation améliore l'interprétation de déformations dans la plupart des cas, au minimum en complément de la représentation classique et de la représentation en champ de vecteurs déplacement.

7.2.5 Représentation intuitive

La représentation de degré de significativité de la déformation par le niveau de saturation des couleurs est-elle suffisamment intuitive ?

Les réponses à cette question sont assez contrastées, une moitié trouve que ce n'est pas vraiment intuitif en utilisant le gris pour représenter les valeurs non significatives, mais que peut être c'est une affaire d'habitude, presque la moitié ne la trouve pas intuitive, et deux réponses la trouvent suffisamment intuitive.

Sur ce point, nous avons reçu des propositions pour la représentation de degré de significativité des tenseurs : au lieu de la représentation de déformation isotrope et de cisaillement non significatifs par le gris, d'utiliser le blanc, ou encore de ne représenter que les zones où les déformations sont significatives.

7.2.6 Représentation de l'erreur sur l'orientation du cisaillement maximum

Nous avons représenté l'incertitude sur l'orientation du cisaillement maximum par l'angle d'ouverture de l'éventail du trait (lorsque cette incertitude est grande le trait se transforme en papillon). Nous avons demandé les préférences des géophysiciens pour la représentation de ces « papillons » avec la même couleur que celle du trait, en gris, ou en blanc. La raison de cette question est que, comme il s'agit d'une incertitude, il est peut être préférable de la représenter par un niveau de gris ou de blanc comme c'est le cas du degré de significativité des deux composantes des tenseurs. Ou alors au contraire, il faudra la représenter en couleur pour attirer l'attention du lecteur sur le fait qu'il se passe quelque chose là où elles sont.

Presque un tiers des réponses préfèrent une représentation en gris, alors que plus qu'un tiers est plutôt favorable à une représentation en couleur. Le reste inclut deux non-réponses et une réponse préférant limiter l'information, car on perçoit plus ce qu'il y a d'important.

7.2.7 La nouvelle représentation est-elle adéquate ?

Plus de la moitié des réponses disent que cette représentation fournit une bonne visualisation de la déformation, et que c'est une bonne idée de représenter le cisaillement maximum associé à la déformation plutôt que la représentation en axes principaux, car pour beaucoup de problèmes, ce sont ces directions qu'il faut montrer.

Les autres réponses trouvent que cette représentation est un bon moyen d'appréciation du champ de déformation sous la réserve que ce soit un moyen parmi d'autres (le champ de vecteurs déplacement est aussi significatif). Certains trouvent que la représentation proposée est complémentaire et qu'elle pourra être choisie pour illustrer un point de discussion particulier. De plus, l'utilisation de l'une ou de l'autre dépend du contexte géodynamique.

Sur ce point, on peut conclure que notre méthode de représentation de déformation est très utile, et qu'elle apporte une nouvelle vision pour apprécier les déformations.

7.2.8 Remarques et suggestions

Pour fournir une représentation qui soit la plus intuitive possible de tenseurs, les géophysiciens qui ont répondu à notre enquête ont donné leurs préférences à certains aspects de cette représentation.

Concernant la représentation du cisaillement, ils trouvent que sa gamme de couleur représentative est peu pertinente (Fig. 5.4), et que pour cette composante la couleur est redondante avec la largeur de trait et qu'elle n'ajoute pas d'information et complique la figure. Elle pourra donc être représentée par la largeur de trait indiquant son module. Par contre, on peut utiliser le code de couleur uniquement pour la composante isotrope (du rouge au bleu passant par le vert).

Une autre remarque concerne le choix des couleurs et l'utilisation des couleurs froides pour les zones de valeurs faibles de déformation et chaudes pour les zones à forte

déformation : une des réponses propose qu'on considère, par exemple, qu'à 10% des valeurs maximales, la déformation peut être vue comme nulle. La figure 7.4 est un très bon exemple de cette idée (le bleu à la place du vert semble plus adapté à la communauté géophysique).

Plusieurs réponses aimeraient voir ce que donne cette représentation sur d'autres régions et dans autres contextes géophysiques, comme par exemple dans un contexte de convergence, de subduction, ou bien un contexte d'extension (rift d'Asal à Djibouti, Golfe de Corinthe).

Certaines réponses préfèrent voir les figures géologiques importantes sur la carte, comme dans notre exemple tracer la faille majeure de San Andréas. Pour la représentation des erreurs, plusieurs propositions ont été faites pour ne pas représenter que les régions ou les déformations sont significatives : cela revient à représenter le degré de significativité des deux composantes du tenseur en dégradant la saturation de leurs couleurs jusqu'à la couleur blanche.

D'autres remarques ont été faites : ainsi pour les zones à fort gradient de variation spatiale des tenseurs, il faut faire attention au choix de l'interpolateur. De plus, une idée est de tester ce que donne cette représentation sur un modèle de déformations synthétique continu obtenu d'après une modélisation de la déformation, sans faille en surface. Finalement, concernant la longueur d'onde du champ de déformation, il faut réfléchir lors du choix du pas de la grille sur plusieurs questions : que souhaite-on tester ? Que se passe-t-il lorsque le cisaillement est quasi infini ?

7.3 Choix retenu

Après avoir analysé les résultats de l'enquête et vu les différentes propositions et préférences des géophysiciens, on peut proposer la représentation suivante :

La composante isotrope (dilatation – compression) : on la représente par une gamme de couleurs allant du bleu (compression) au rouge (dilatation), passant par le vert pour représenter les valeurs nulles de cette composante.

La composante de cisaillement : on la représente par un trait de couleur noire, et on peut choisir de fixer sa longueur et de faire varier son épaisseur en fonction de son module, ou bien fixer son épaisseur et varier sa longueur en fonction de son module.

La direction de cisaillement maximum par l'azimut de l'axe principal du trait.

Le degré de significativité de la composante isotrope par la saturation de couleur représentative des mailles de la grille jusqu'au blanc. C'est-à-dire, valeur de composante isotrope significative \Leftrightarrow maille représentée en couleur saturée. En revanche, valeur de composante isotrope non significative \Leftrightarrow maille représentée en blanc.

Le degré de significativité du cisaillement sera représenté par la saturation de couleur du trait (noire) jusqu'au blanc. C'est-à-dire : valeur du cisaillement significative \Leftrightarrow trait représenté en noir, et valeur de cisaillement non significative \Leftrightarrow trait représenté en blanc (qui sera invisible lorsque la valeur de cisaillement est à 100% non significative).

L'incertitude sur l'orientation du cisaillement maximum : on le représente, comme nous l'avons choisi, par l'angle d'ouverture de l'éventail de la barre. Sa couleur sera la même que celle choisie pour représenter le cisaillement (qui est le noir).

Nous proposons de représenter, dans un premier temps, chaque composante de tenseur avec son degré de significativité sur une carte indépendante, comme sur les figures (Fig. 7.3) et (Fig.7.4). Ensuite, nous représentons les deux composantes sur la même carte selon les spécifications que nous avons retenues ci dessus.

La carte (Fig. 7.3) et la carte (Fig.7.4) sont les cartes retenues en cas de la représentation sur deux cartes indépendantes, alors que la carte (Fig. 7.8) et la carte (Fig. 7.9) sont toutes les deux un exemple de la représentation finale en cas de la représentation sur la même carte.

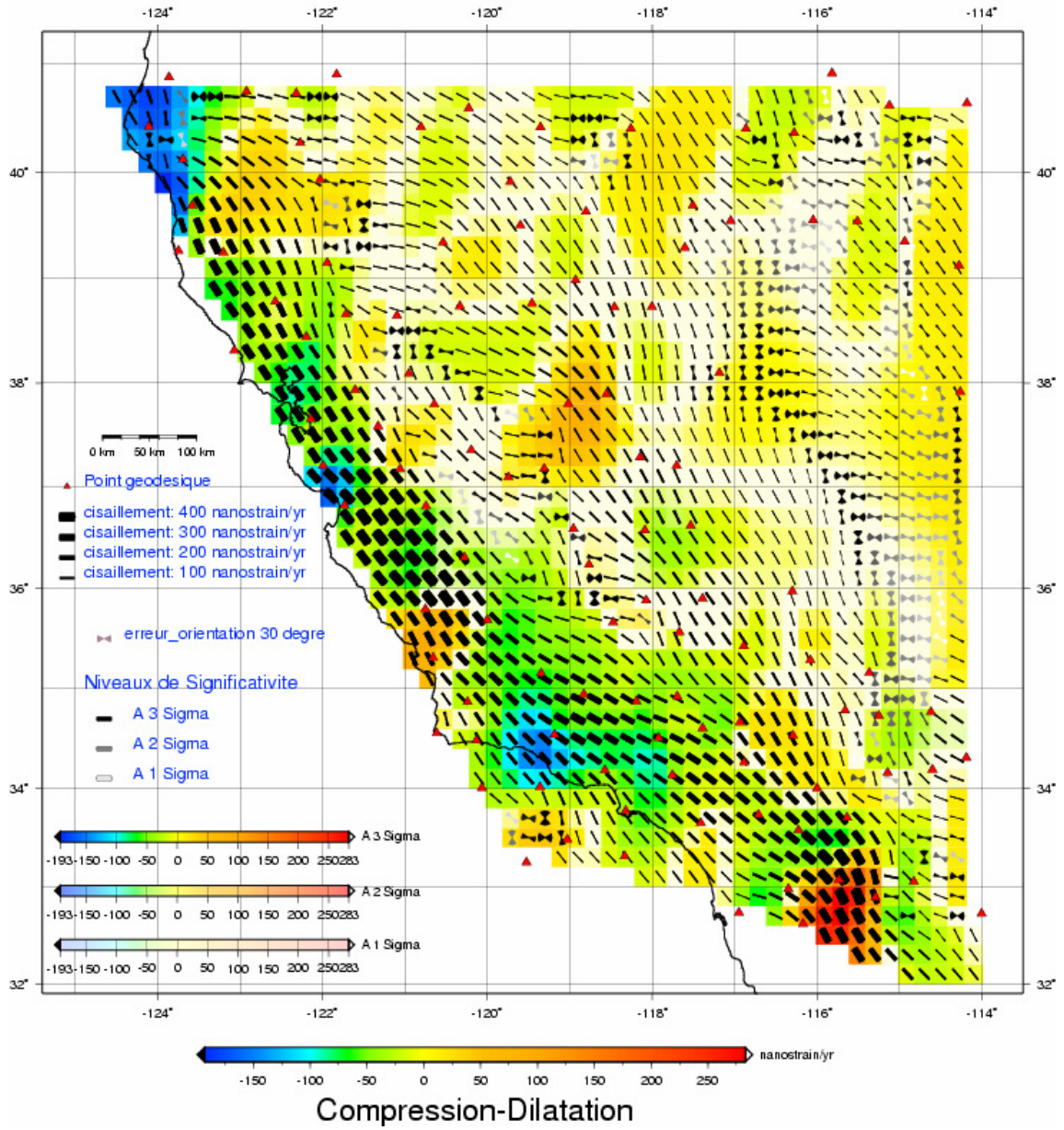
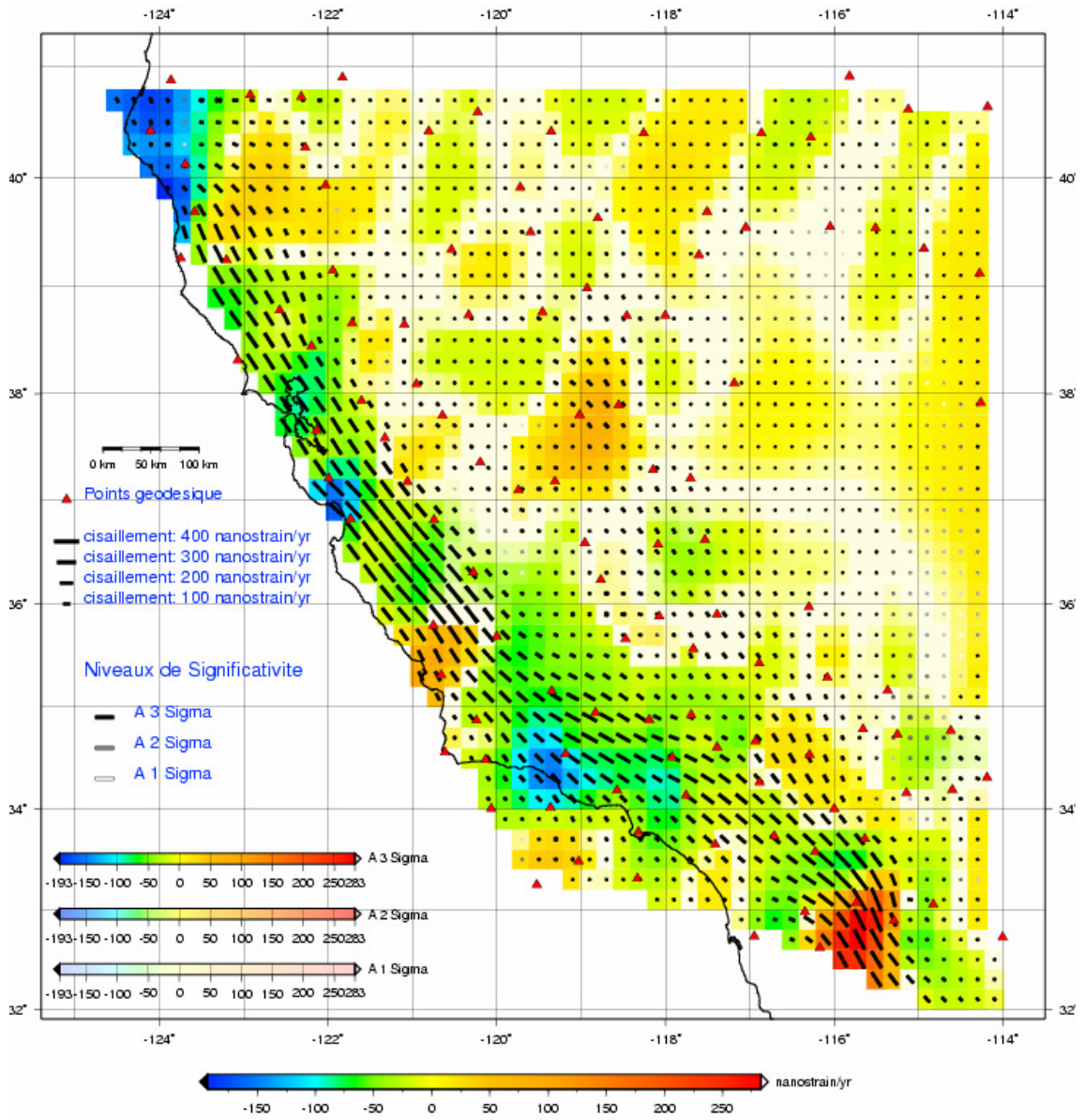


Fig. 7.8 - Représentation retenue 1, cas de la représentation sur la même carte. Idem que la figure (5.5).



Compression-Dilatation

Fig. 7.9 - Représentation retenue 2, cas de la représentation sur la même carte. Idem que la figure (5.7).

Chapitre 8

Applications et exemples

Nous avons appliqué notre méthode de représentation des tenseurs de déformation sur autres régions ayant un contexte géodynamique différent de celui de la faille coulissante de San Andréas. Dans ce chapitre, deux exemples ont été traités. Le cas de l'ouest de la Turquie et la région Adriatique en Italie.

8.1 Application sur le cas de la région de l'ouest de Turquie

La région de cet exemple de l'Anatolie et les régions voisines est une région qui se trouve à la frontière de trois plaques tectoniques l'Eurasie, l'Afrique et l'Arabie (Kahle et al., 2000).

8.1.1 Champ de vitesses initial

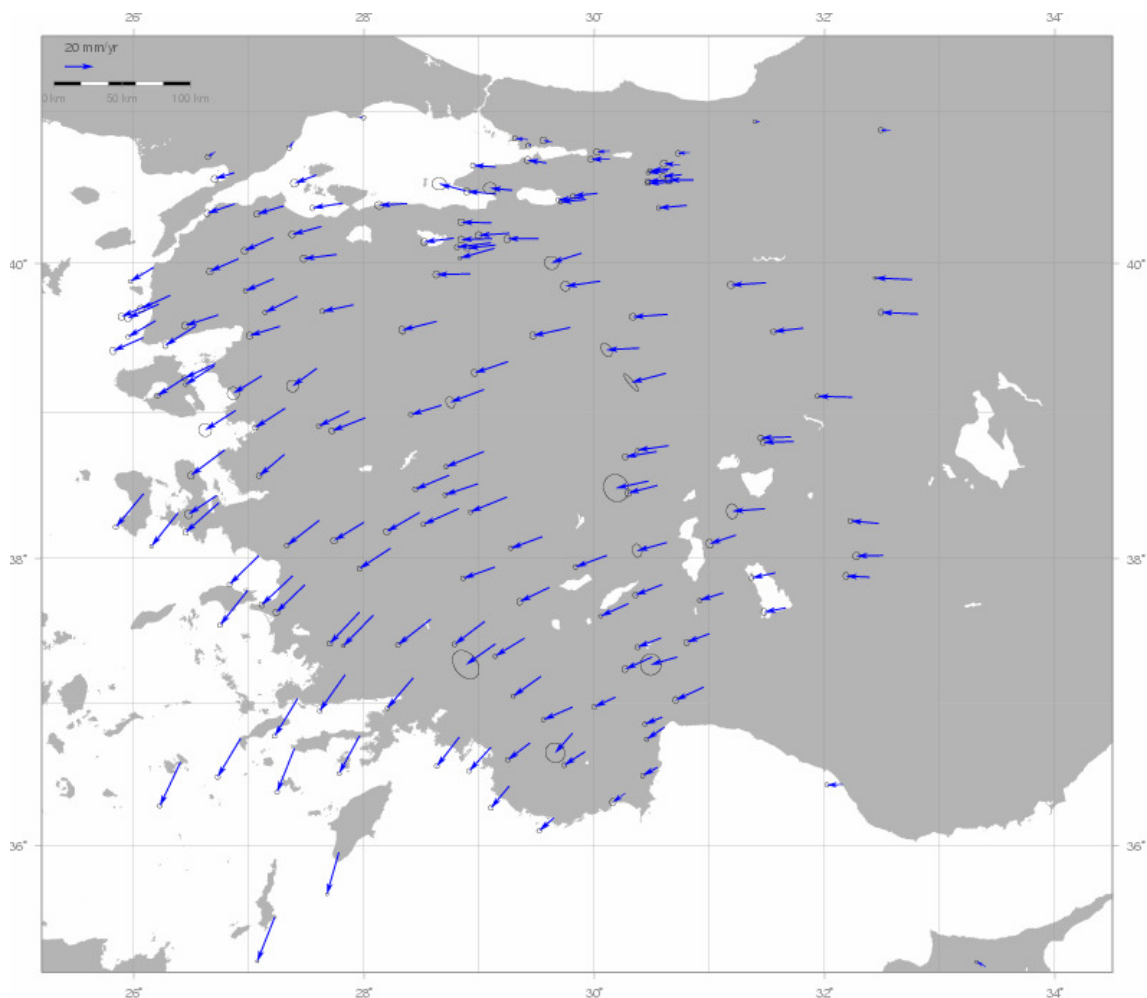


Fig. 8.1 - Champ de vecteurs vitesse sur la région de l'ouest de la Turquie.

Ce champ est la solution combinée de trois solutions indépendantes effectuées sur la même région (Aktug et al., 2009), une solution d'un ensemble de stations GPS permanentes enregistrant des données depuis 2003, des mesures GPS de type campagne qui sont effectuées entre 1997 et 2005, et les vecteurs vitesse de la solution fournie par Reilinger et al. (2006).

8.1.2 Filtrage

La première étape de notre méthode est de filtrer le champ de vecteurs vitesse dont on dispose. Le filtrage doit être effectué en fonction du pas de la grille, choisi pour calculer le champ de vecteurs vitesse interpolé puis le champ continu de tenseurs. Compte tenu de nos moyens de calcul, nous filtrons à une distance de 0.3° pour le calcul sur une grille d'un pas de 0.15° .

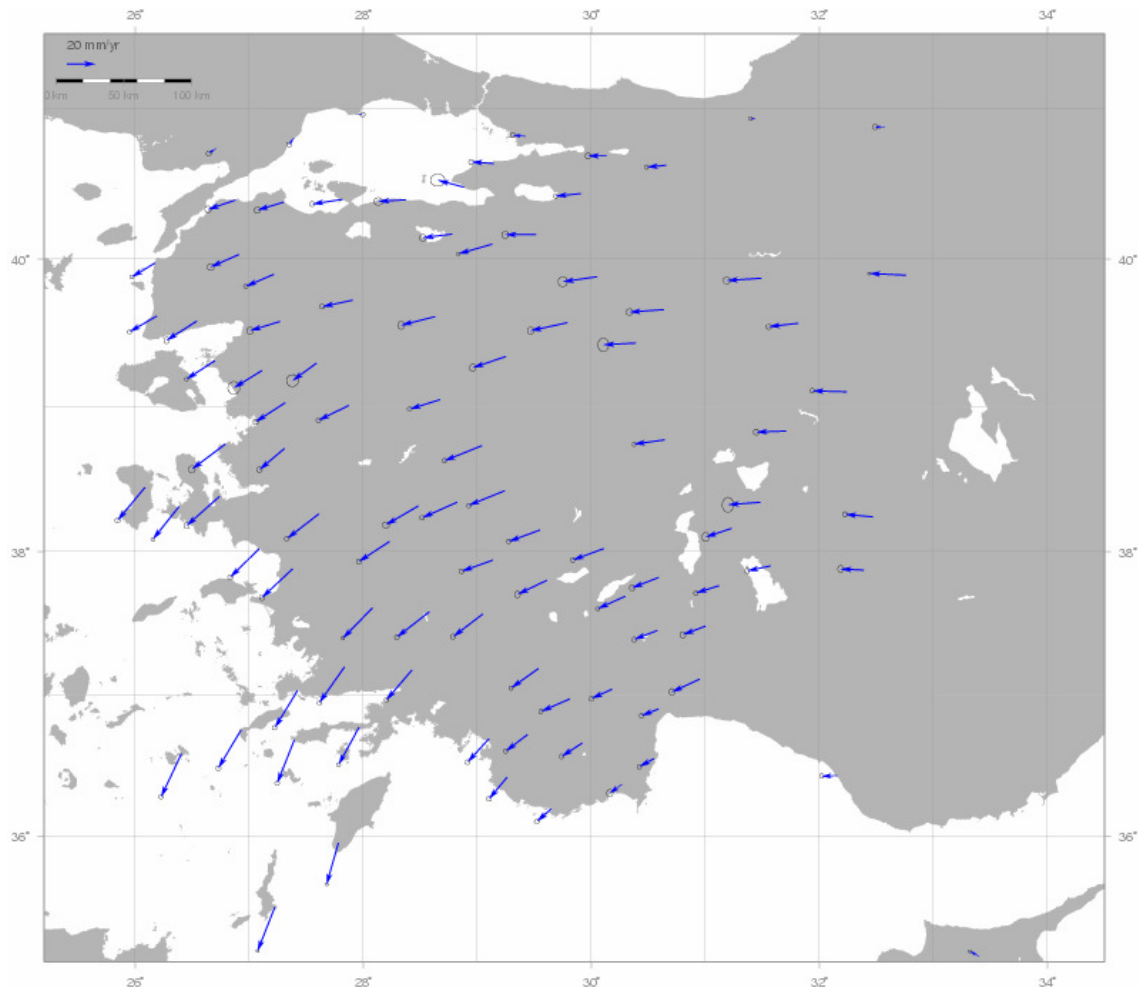


Fig. 8.2 - Champ de vecteurs vitesse filtré à une distance de 0.3° .

8.1.3 Interpolation

Nous avons interpolé les vitesses dont on dispose dans la figure 8.2 selon une grille régulière d'un pas de 0.15° en longitude et en latitude. La méthode d'interpolation est la même que celle qu'on a suivi pour l'exemple de la région de la faille de San Andréas : utiliser les splines pour les nœuds de la grille à l'intérieur de l'enveloppe convexe des sites de mesures, et extrapoler en utilisant le plus proche voisin. La carte (Fig. 8.3) montre cette interpolation.

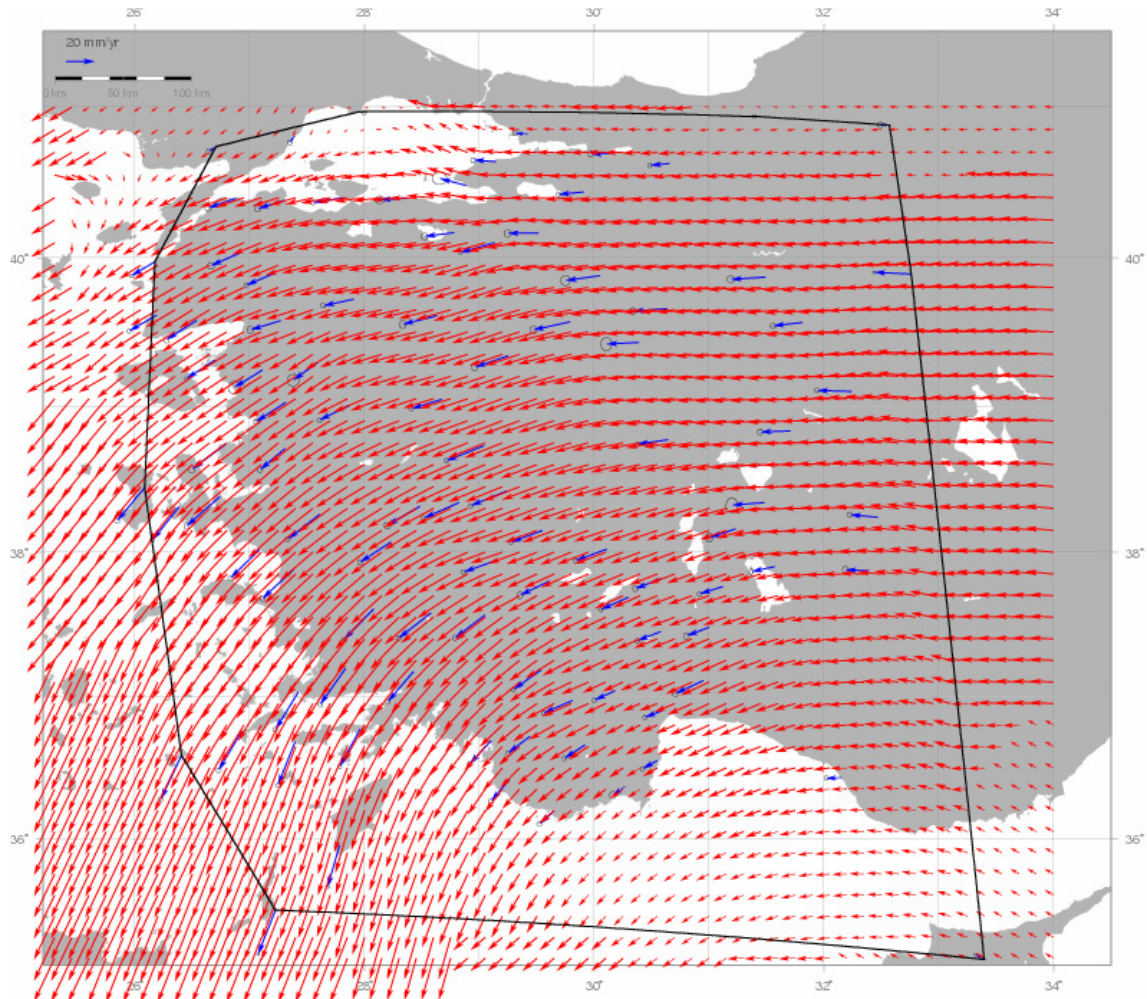


Fig. 8.3 - Interpolation de champ de vecteurs vitesses mesurés aux nœuds d'une grille de pas de 0.15° en longitude et en latitude. En bleu les vecteurs mesurés, et en rouge les vecteurs interpolés.

8.1.4 Calcul et représentation classique des tenseurs

Nous avons calculé un tenseur de déformation à l'intérieur de chaque cas de la grille en suivant la méthode expliquée en chapitre 3. La carte (Fig. 8.4) montre la représentation des tenseurs calculés selon leurs axes principaux.

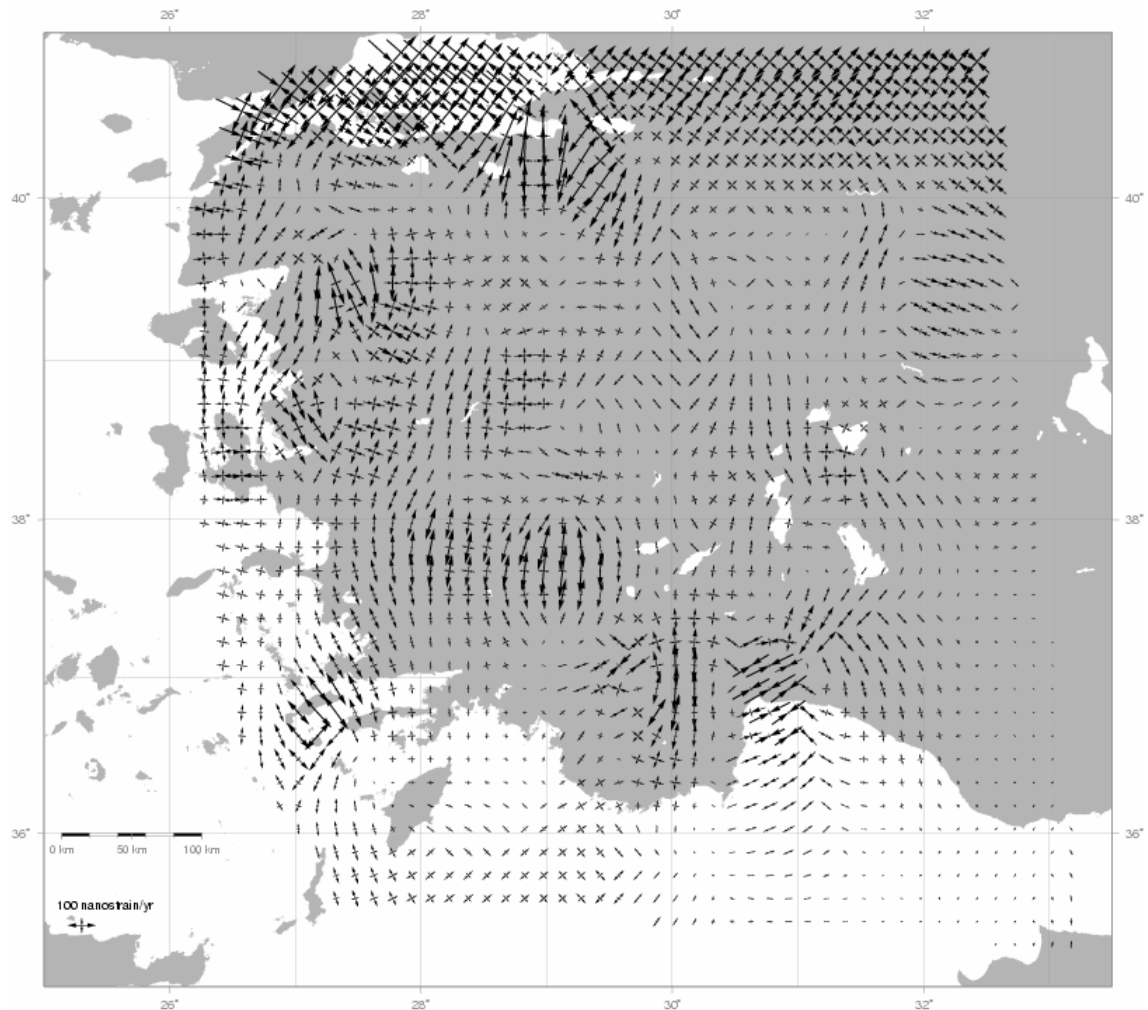


Fig. 8.4 - Représentation classique de tenseurs de déformation sur notre région d'étude. Cette représentation est basée sur la représentation des deux axes principaux de tenseurs.

8.1.5 Nouvelle représentation

Nous avons représenté le même champ de tenseurs par les spécifications de la nouvelle méthode développée dans cette thèse. La carte (Fig. 8.5) montre cette représentation.

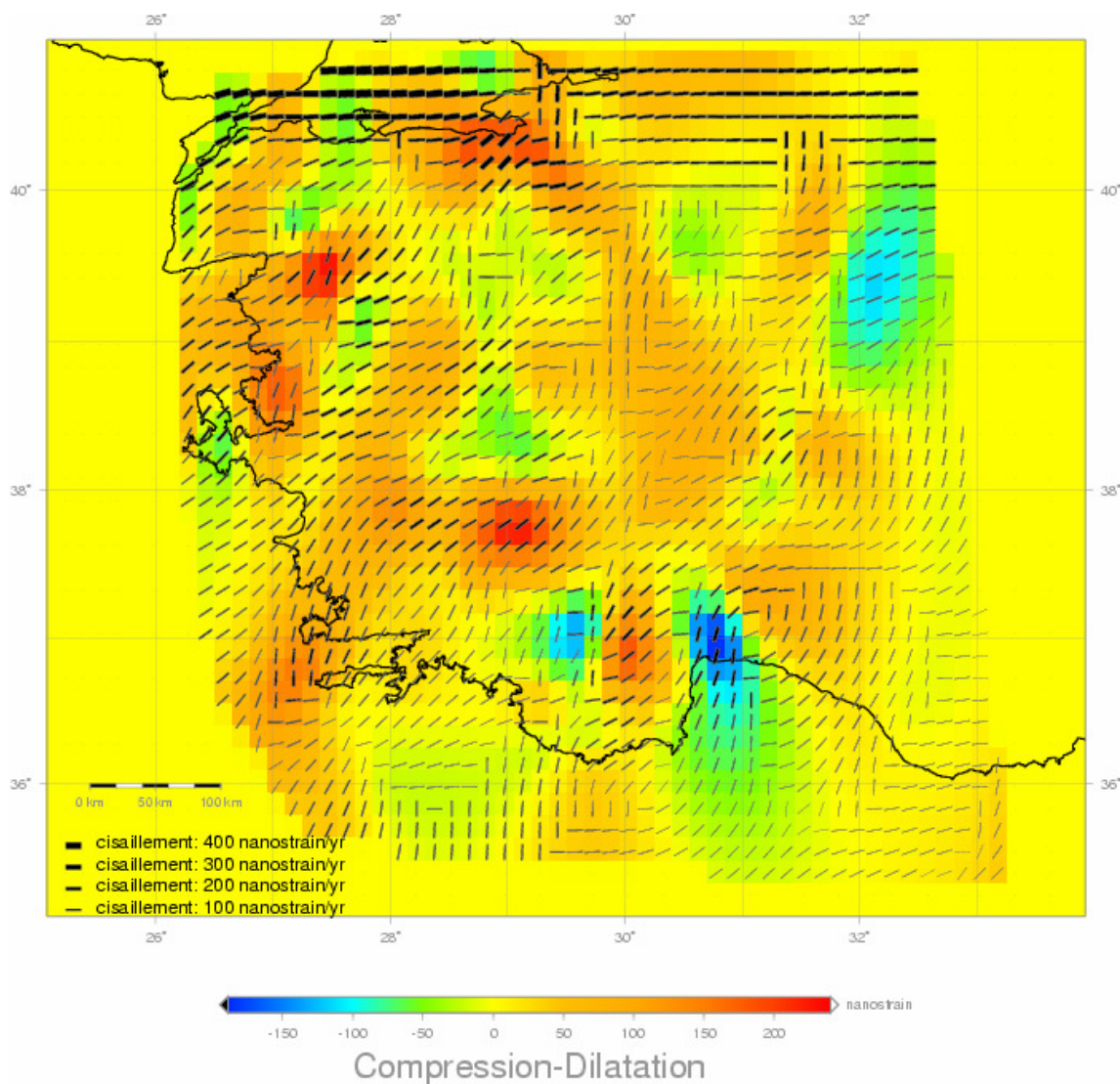


Fig. 8.5 - Représentation de tenseurs de déformation selon la nouvelle approche. La composante isotrope (compression – dilatation) est représentée par une gamme de couleur allant du bleu au rouge passant par le jaune pour les valeurs nulles, La composante cisillante est donnée par une barre de longueur fixe, de couleur noire, et d'épaisseur variable en fonction de son module. La direction de cisaillement maximum est donnée par l'axe principal de la barre.

8.1.6 Représentation de degré de significativité

La représentation des déformations avec leur degré de significativité est effectuée en représentant, tout d'abord, la composante isotrope avec son degré de significativité sur une carte, comme la carte (Fig. 8.6).

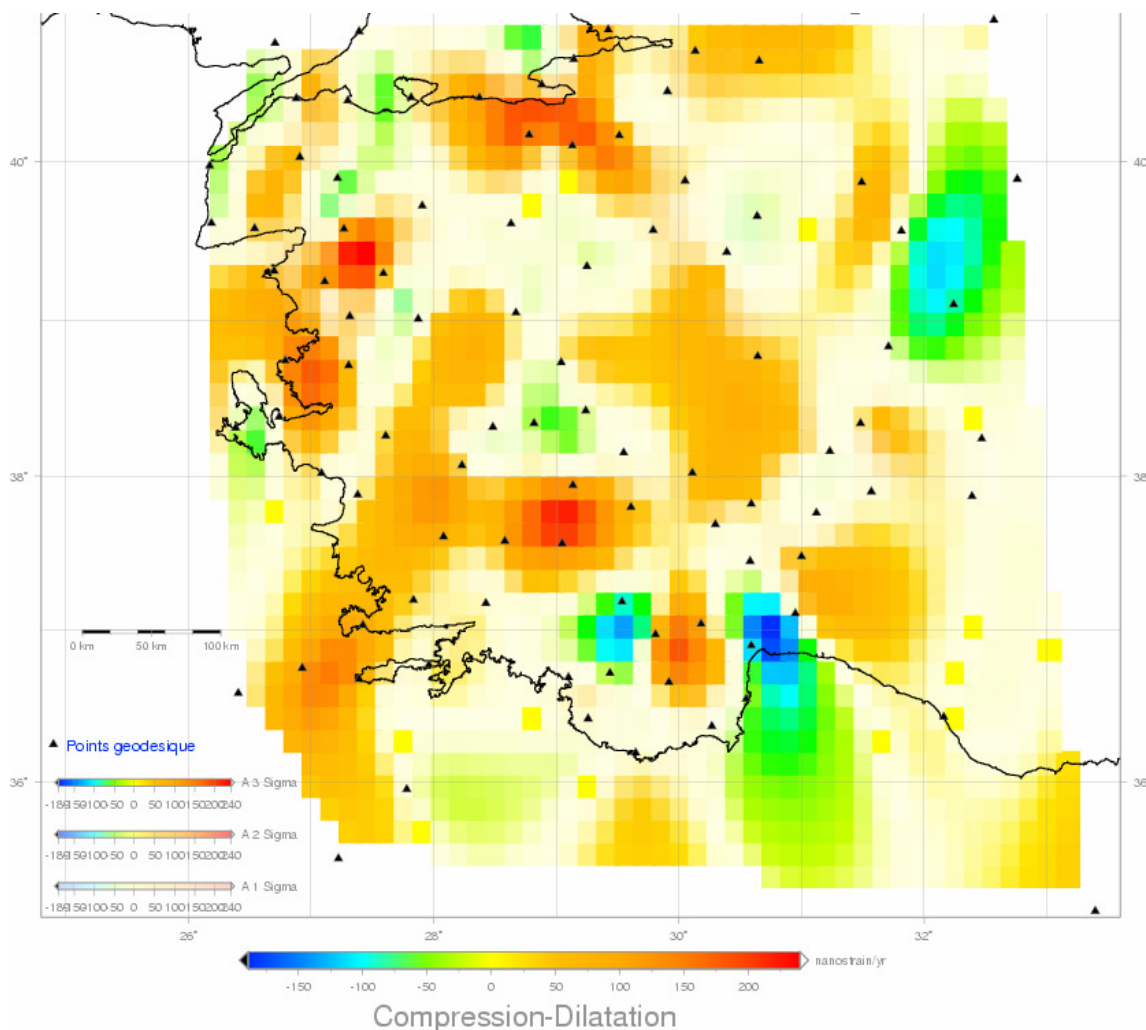


Fig. 8.6 - Représentation de la composante isotrope et son degré de significativité. Cette composante est représentée par la gamme de couleur allant du bleu au rouge en passant par le jaune. Le degré de significativité est représenté par la saturation de la couleur jusqu'à la couleur blanche (composante isotrope significative \Leftrightarrow maille représenté en couleur saturée, composante isotrope non significative \Leftrightarrow maille représenté en blanc). Les points géodésiques sont représentés par des triangles noirs.

Nous représentons le cisaillement et son degré de significativité sur une autre carte (Fig 8.7).

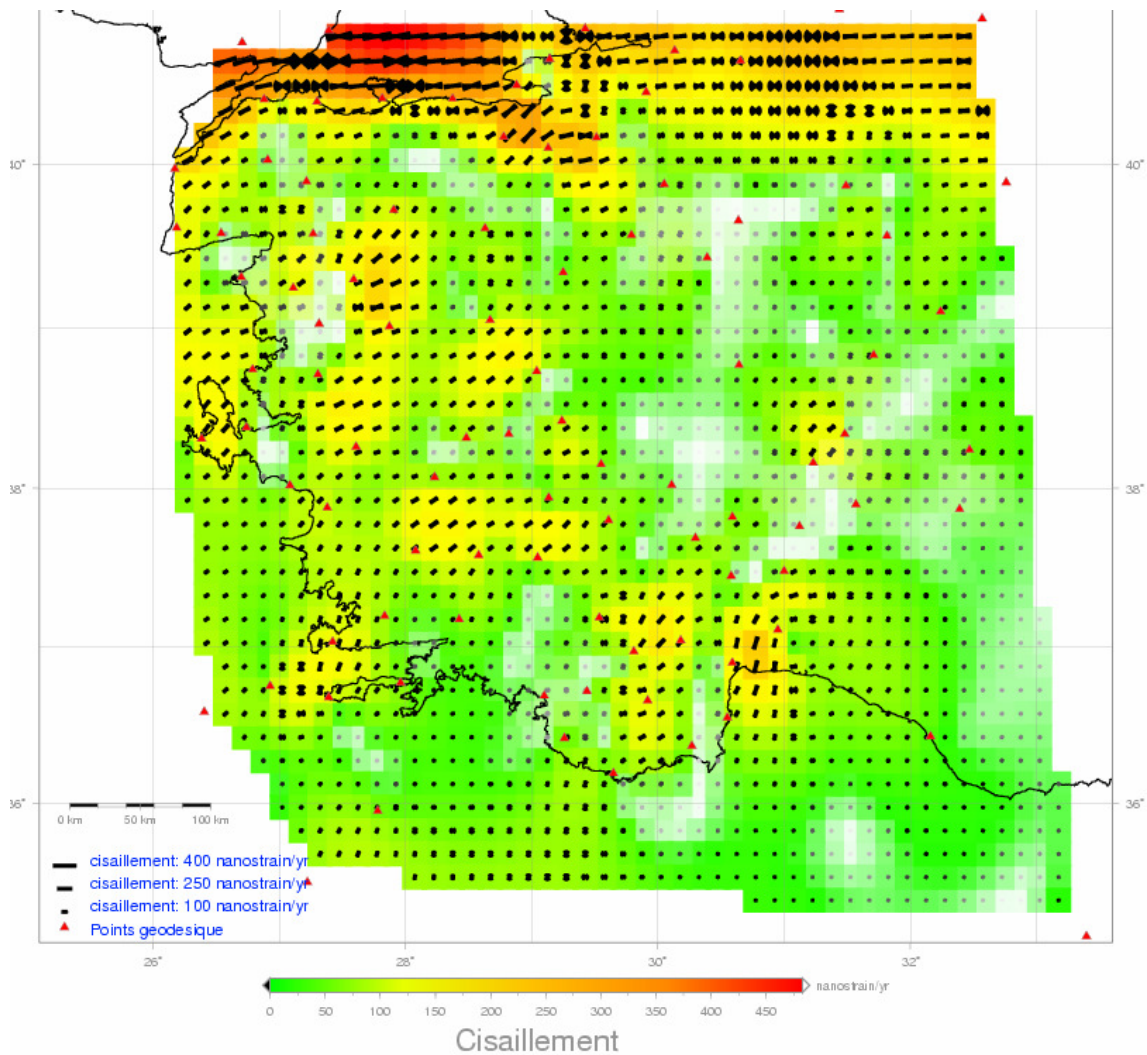


Fig. 8.7 - Représentation de la composante de cisaillement et son degré de significativité. Elle est représentée à la fois, par une gamme de couleur de vert (cisaillement nul) au rouge (cisaillement maximum) passant par le jaune, et par une barre de couleur noire, largeur fixe et longueur variant avec son module. Son degré de significativité est représenté par la saturation de la couleur représentative de chaque maille jusqu'à la couleur blanche et aussi par la saturation de la couleur noire de la barre jusqu'au blanc (cisaillement significatif \Leftrightarrow maille représentée en couleur saturée et la couleur de la barre en noire, cisaillement non significatif \Leftrightarrow maille représentée en couleur blanche et la couleur de la barre devient blanche). La direction de cisaillement maximum est représentée par l'axe principal de la barre, son incertitude est représentée par l'angle d'ouverture de l'éventail de la barre. Les points géodésiques sont représentés par des triangles rouges.

Nous représentons maintenant les deux composantes de tenseur avec leur degré de significativité sur la même carte (Fig. 8.8).

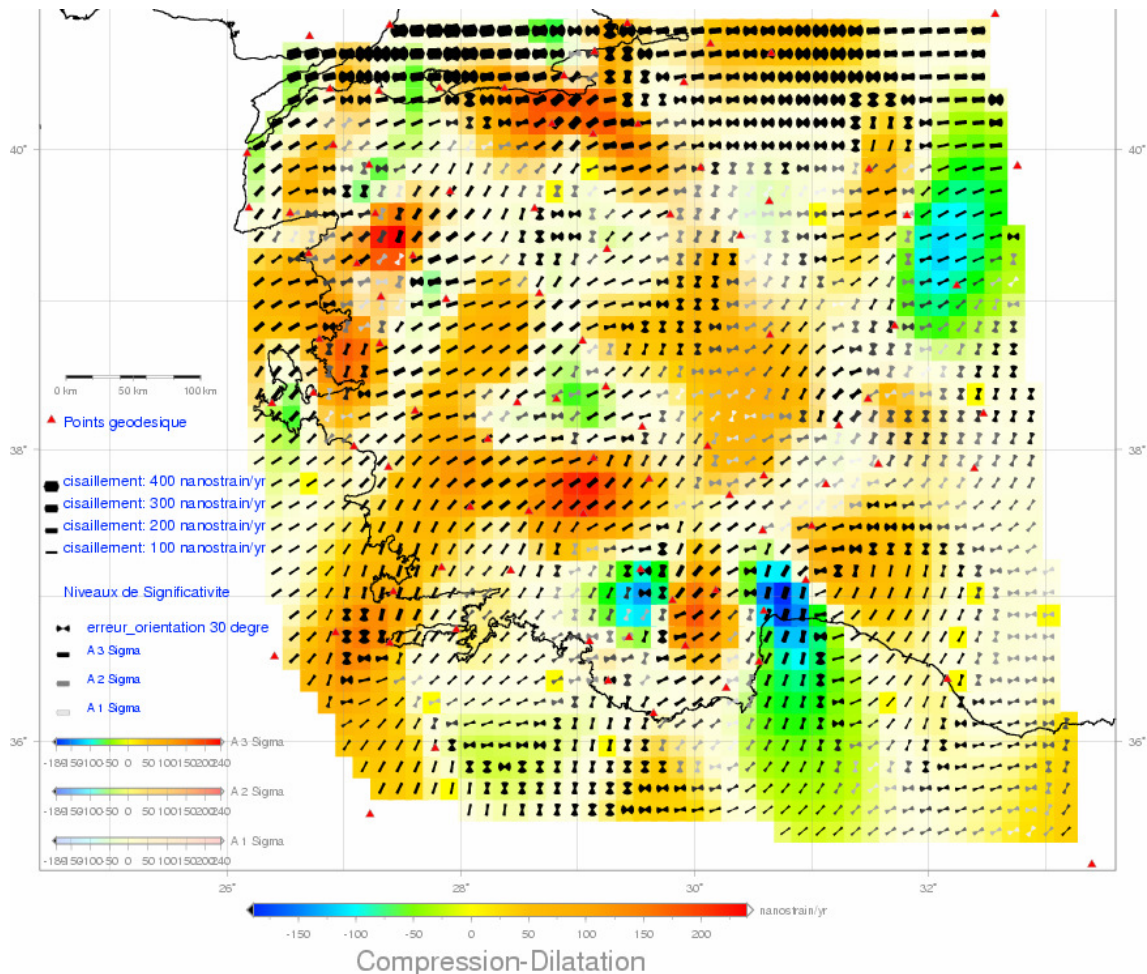


Fig. 8.8 - Représentation des tenseurs avec leur degré de significativité sur la même carte. La composante isotrope est représentée par une gamme de couleur allant du bleu (compression) au rouge (dilatation) en passant par le jaune, son degré de significativité est représenté par la saturation de la couleur représentative des mailles de la grille en blanc (composante isotrope significative \Leftrightarrow maille représenté en couleur saturée, composante isotrope non significative \Leftrightarrow maille représenté en blanc). La composante de cisaillement est représentée par une barre noire d'une longueur fixe et largeur variant avec son module, son degré de significativité est représenté par la saturation de la couleur noire de la barre jusqu'au blanc (cisaillement significatif \Leftrightarrow barre noire, cisaillement non significatif \Leftrightarrow barre blanche). L'incertitude sur la direction de cisaillement maximum par l'angle d'ouverture de l'éventail de la barre. Les points géodésiques sont représentés par des triangles rouges.

8.1.7 Représentation des contraintes liées à la géométrie du réseau

Nous traitons les incertitudes liées à la distribution de points géodésiques de mesures par la méthode expliquée au chapitre 6, nous les représentons dans un premier temps sur une carte indépendante. La carte (Fig. 8.9) montre une image de ces contraintes sur la région d'étude. L'échelle de normalisation des valeurs représentatives de ces contraintes est logarithmique.

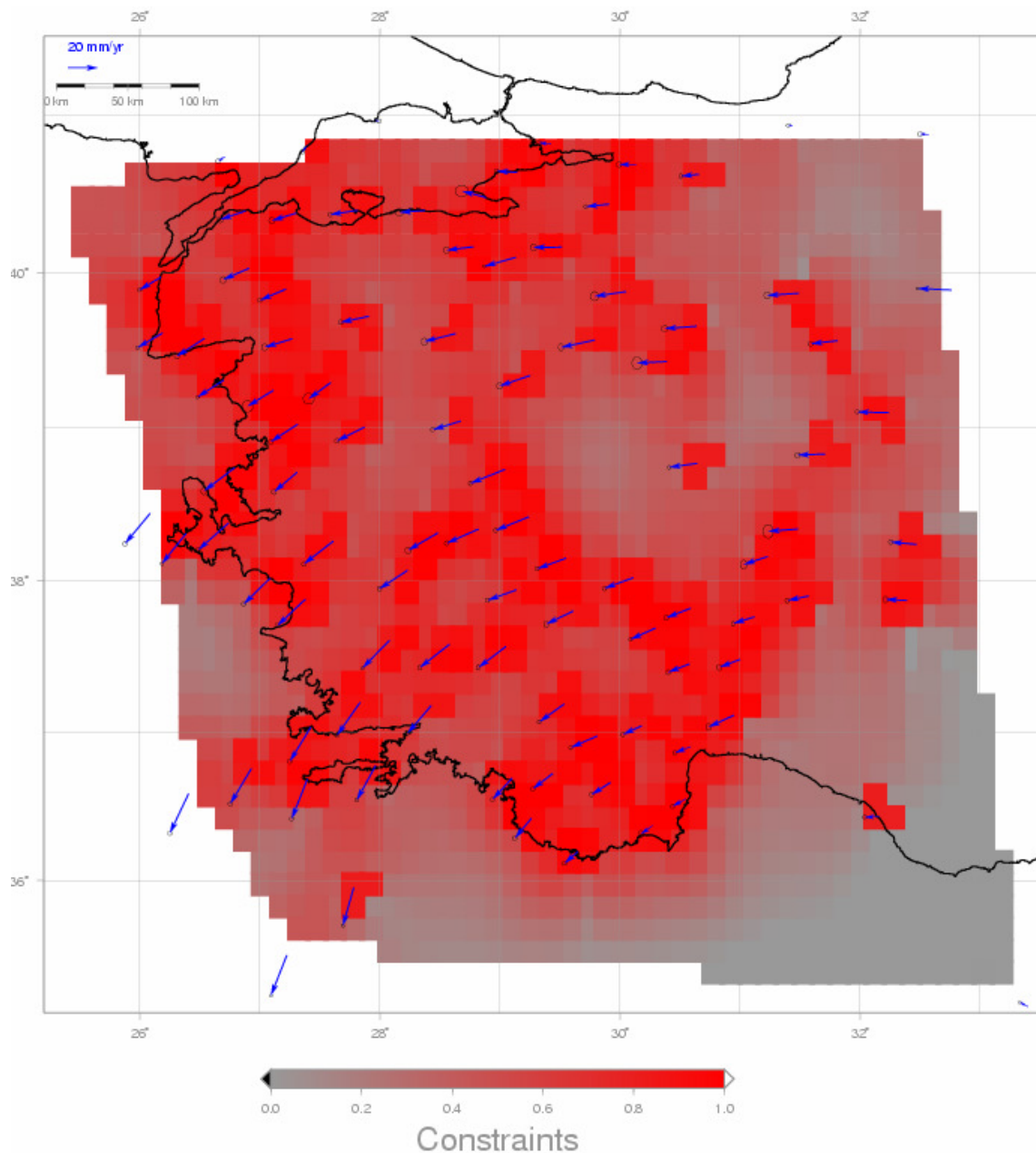


Fig. 8.9 - Représentation des contraintes liées à la géométrie des points de mesures. Les zones représentées en rouge sont bien contraintes. Les zones en gris ont des contraintes faibles. Les vitesses sont représentées en vecteurs bleus.

8.1.8 Combinaison des deux représentations

Pour avoir une idée complète sur les déformations, leurs degrés de significativité ainsi que les contraintes imposées par le réseau de mesures nous combinons la représentation de la carte (Fig. 8.8) avec celle de la carte (Fig. 8.9). Les contraintes de réseau sont représentées par des cercles évidés dont le rayon est proportionnel au taux de contrainte.

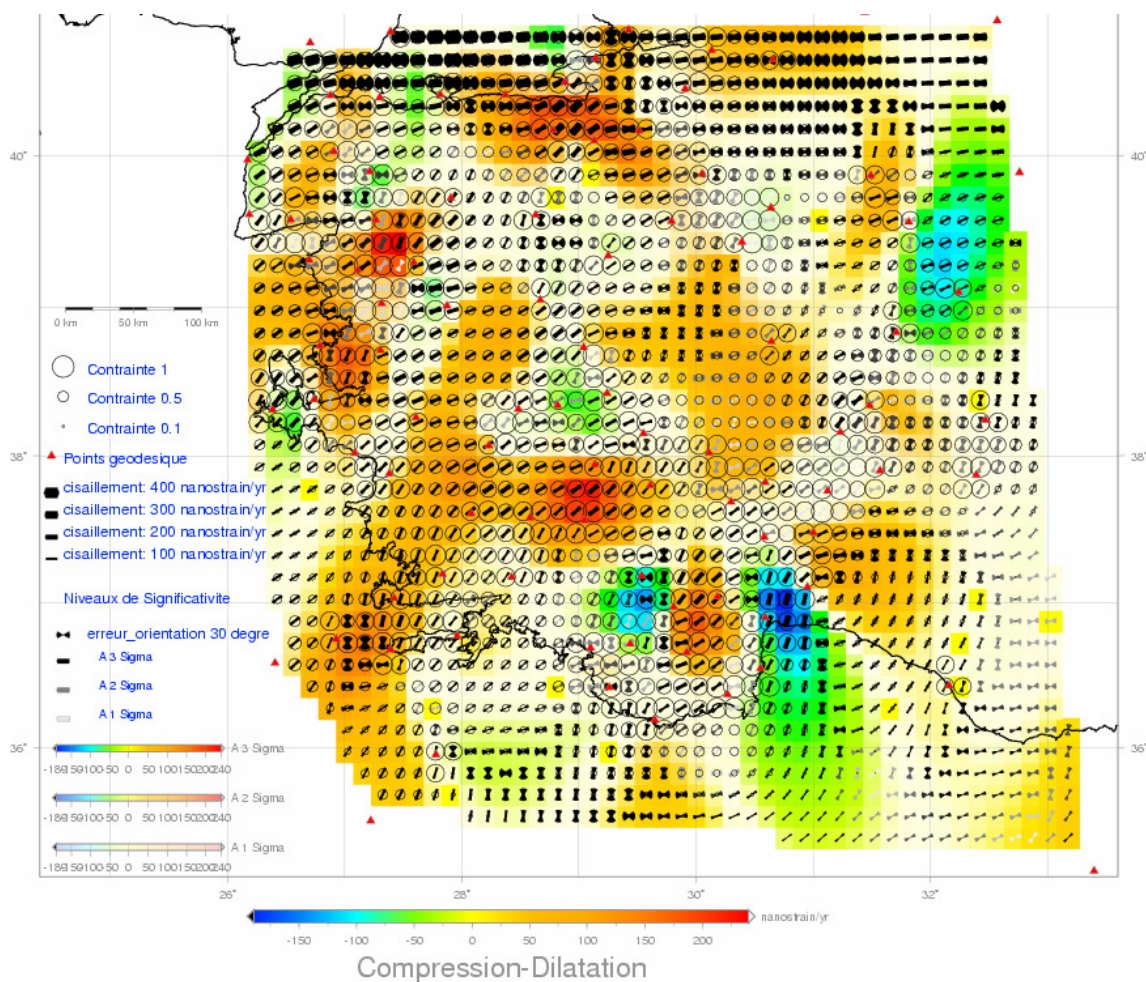


Fig. 8.10 - Combinaison de la représentation des tenseurs et leur degré de significativité avec la représentation des contraintes de la géométrie des points de mesures. Les tenseurs et leurs degrés de significativité sont représentés comme dans la carte (Fig. 8.9). Les contraintes du réseau sont représentées par des cercles évidés. Les points géodésiques sont représentés par des triangles rouges.

8.2 Application sur le cas de la région de l'Italie

Puis le deuxième cas est celui de la région Adriatique en Italie qui, elle aussi, a un contexte géophysique complexe de subduction de la plaque Africaine sous la plaque Eurasienne, avec le potentiel d'existence de microplaques (Battaglia et al., 2004).

8.2.1 Champ de vitesses initial

Le champ de vitesses dont on dispose est extrait de la solution EPN (EUREF Permanent Network) effectuée par (Kenyeres et al., 2009), la période de mesures que cette solution couvre est de l'année 1996 jusqu'à 2009. Les vitesses sont exprimées dans le système de référence global ITRF2005.

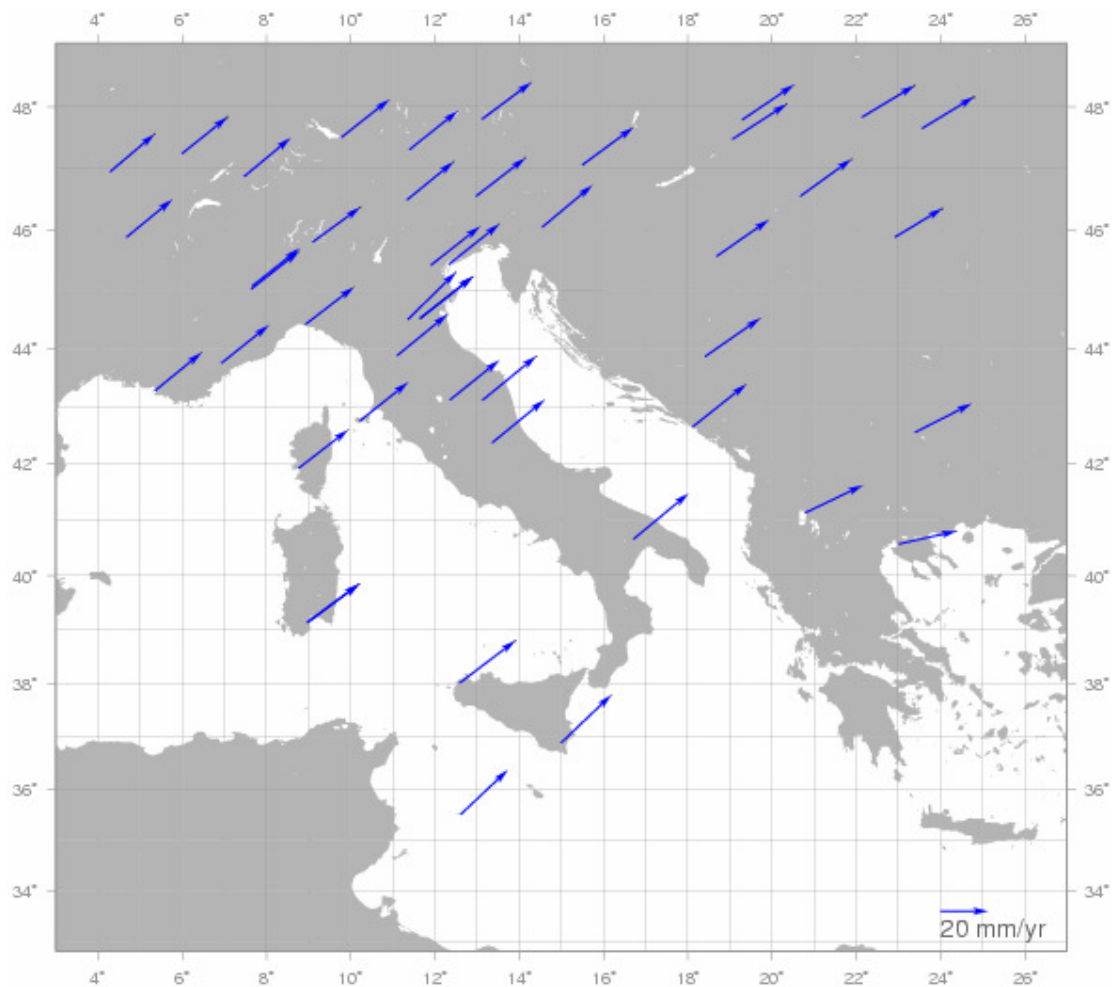


Fig. 8.11 - Champ de vecteurs vitesses sur la zone adriatique et l'Italie.

8.2.2 Filtrage

La première étape est le filtrage de champ de vitesses. Le pas de la grille choisie pour une solution sur toute la région d'étude est 0.25 degré, un filtrage à une distance de 0.5 degré s'impose.

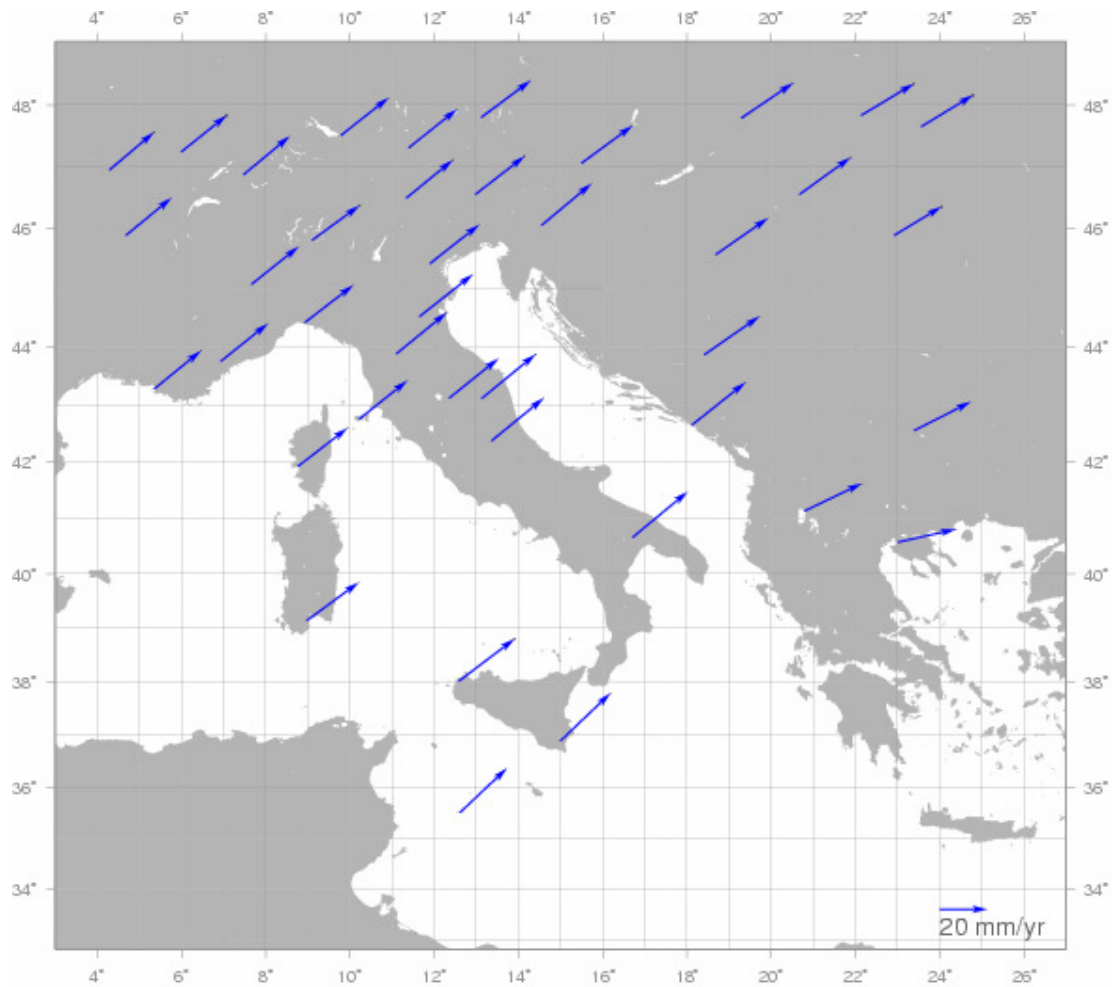


Fig. 8.12 - Champ de vitesse filtré à une distance de 0.5 degré.

8.2.3 Interpolation

Nous avons interpolé le champ de vitesses aux nœuds d'une grille régulière d'un pas de 0.25° en longitude et en latitude. Une interpolation en utilisant les splines bi cubiques est effectuée à l'intérieur de l'enveloppe convexe des sites de vecteurs mesurés alors que l'extrapolation est effectuée en utilisant le plus proche voisin.

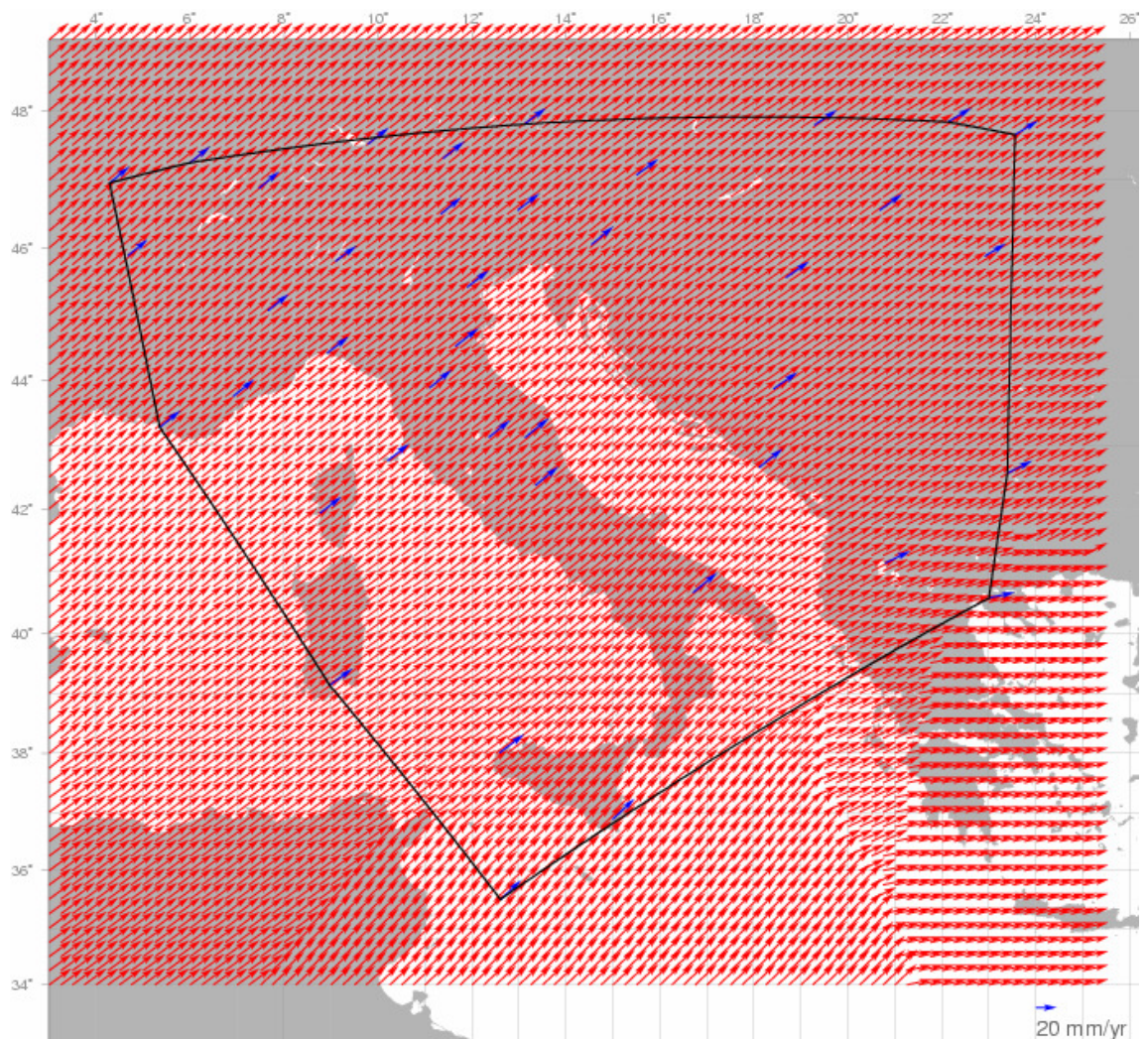


Fig. 8.13 - Interpolation de champ de vitesses aux nœuds d'une grille régulière d'un pas de 0.25° en longitude et en latitude. En bleu les vecteurs mesurés et en rouge les vecteurs interpolés.

8.2.4 Calcul et représentation classique des tenseurs

Le champ de déformation est calculé à l'intérieur de chaque maille de la grille régulière de pas de 0.5 degré en longitude et en latitude. La carte (Fig. 8.14) montre la représentation classique de ce champ de tenseurs selon ses axes principaux.

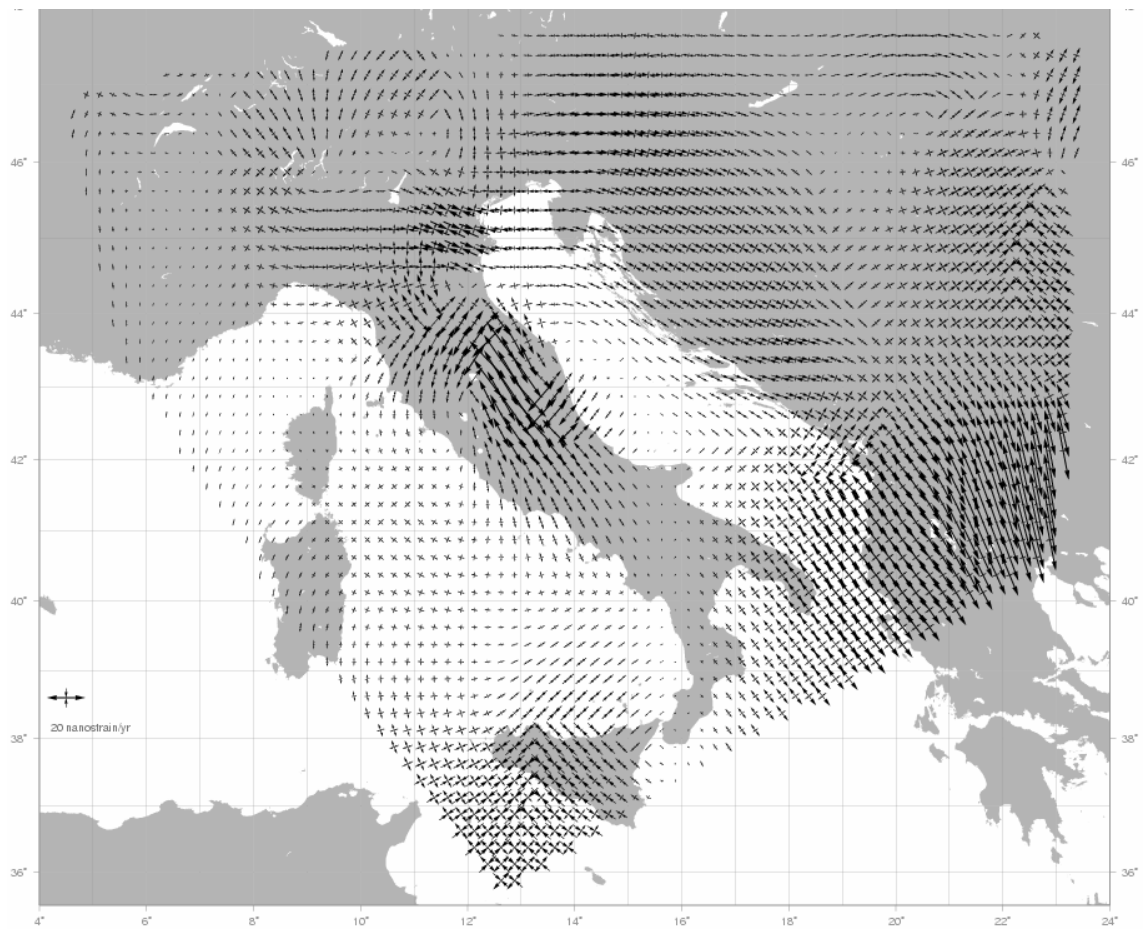


Fig. 8.14 - Représentation classique de tenseurs de déformation sur la région d'étude. Un tenseur est représenté par ses deux axes principaux.

8.2.5 Nouvelle représentation

Nous représentons le même champ de déformation en utilisant la nouvelle approche. La carte (Fig.8.15) montre cette représentation des tenseurs par la représentation de ses deux composantes isotrope et cisaillement.

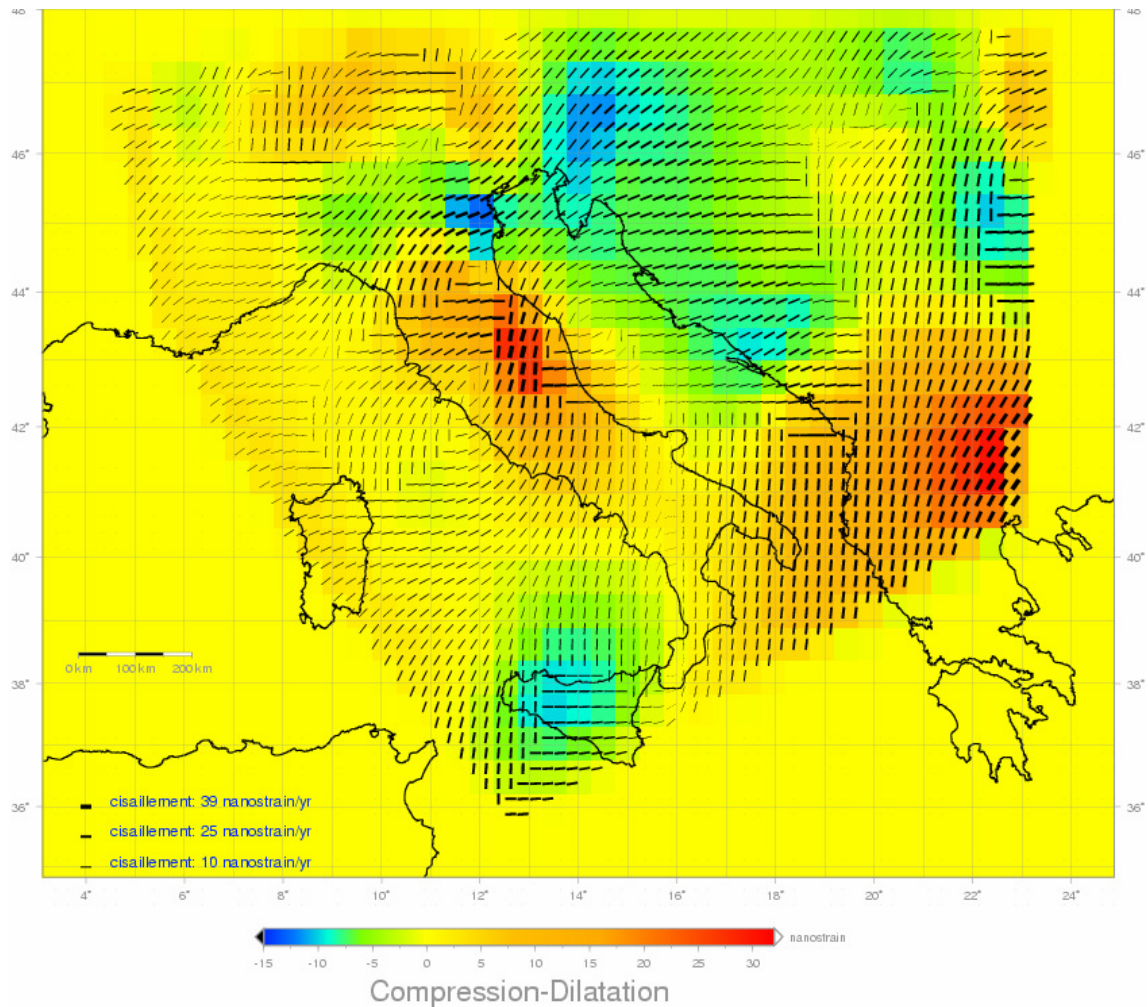


Fig. 8.15 - Nouvelle représentation de tenseurs de déformation sur la région d'étude. La composante isotrope est représentée par une gamme de couleur allant du bleu (compression) au rouge (dilatation) en passant par le jaune. Le cisaillement est représenté par une barre noire d'une longueur fixe et largeur variant avec son module. La direction de cisaillement maximum est représentée par l'axe principal de la barre.

8.2.6 Représentation de degré de significativité

La carte (Fig. 8.16) montre la représentation de la composante isotrope avec son degré de significativité.

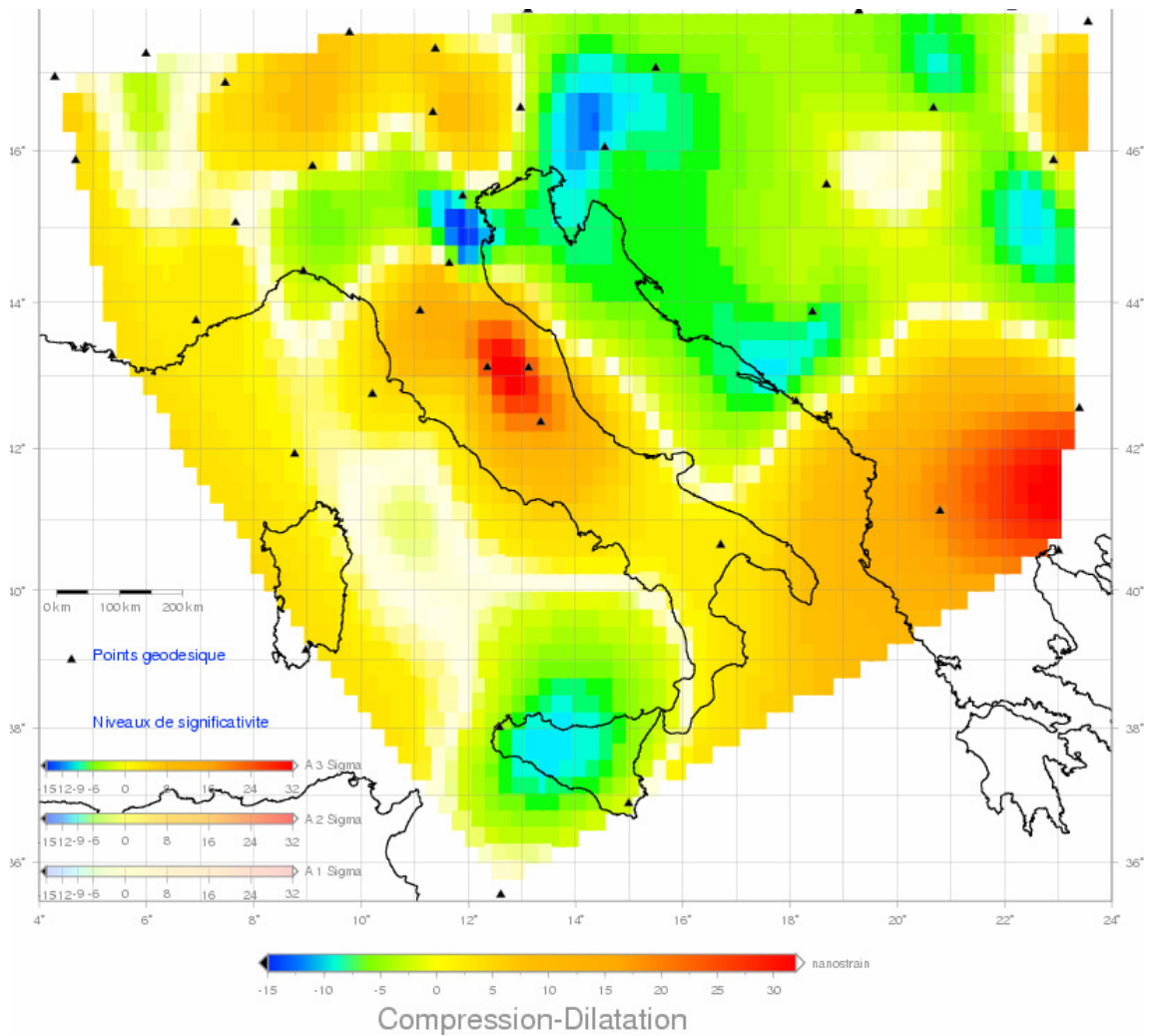


Fig. 8.16 - Représentation de la composante isotrope et son degré de significativité. Cette composante est représentée par une gamme de couleur allant du bleu au rouge en passant par le jaune. Le degré de significativité est représenté par la variation de la saturation de la couleur de la maille jusqu'à la couleur blanche (composante isotrope significative \Leftrightarrow maille représenté en couleur saturée, composante isotrope non significative \Leftrightarrow maille représenté en blanc). Les points géodésiques sont représentés par des triangles noirs.

La carte (Fig. 8.17) montre la représentation de la composante du cisaillement avec son degré de significativité.

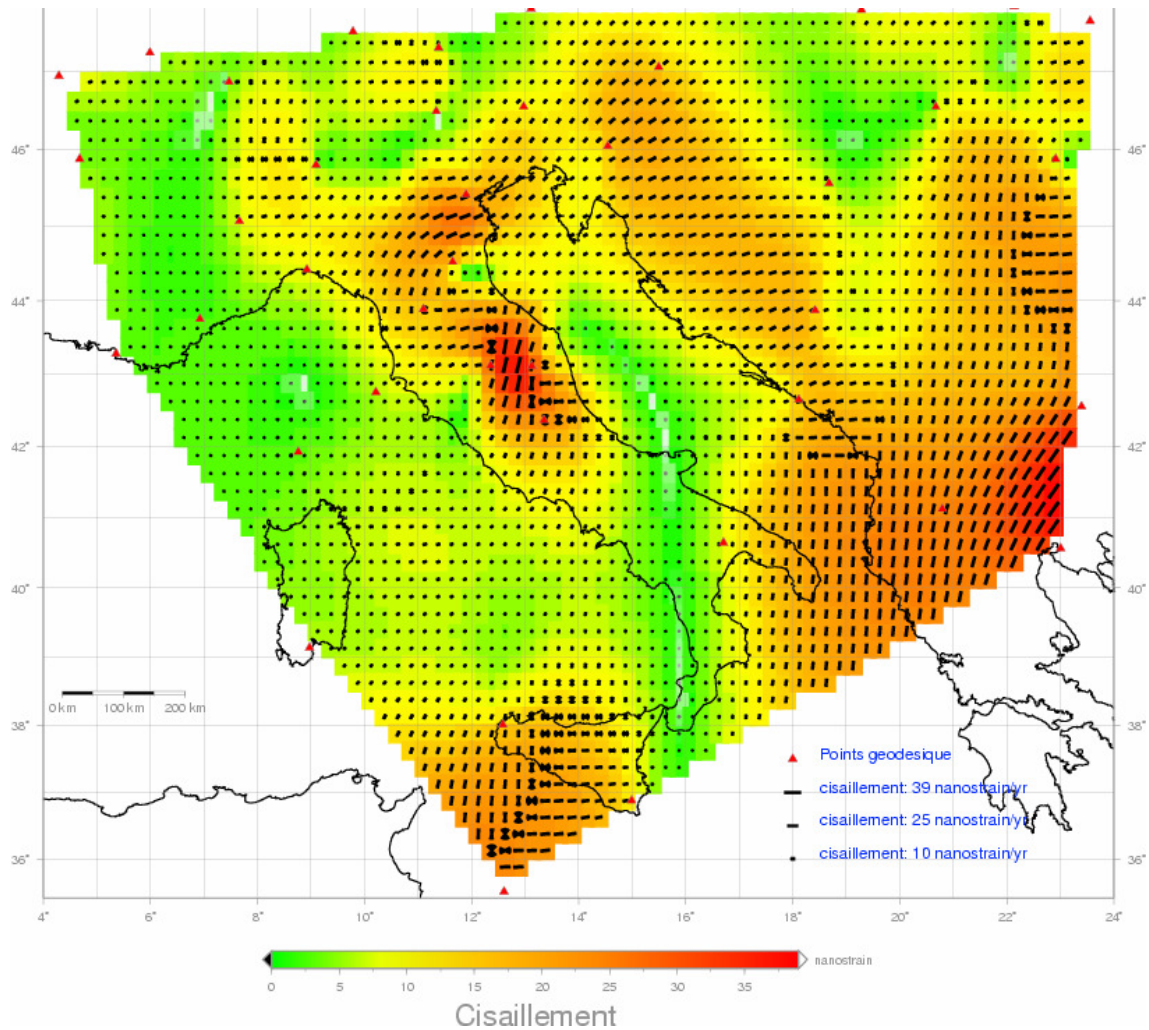


Fig. 8.17 - Représentation de la composante de cisaillement et son degré de significativité. Elle est représentée à la fois, par une gamme de couleur allant du vert (cisaillement nul) au rouge (cisaillement maximum) en passant par le jaune, et par une barre de couleur noire, largeur fixe et longueur variant avec son module. Son degré de significativité est représenté par la variation de la saturation de la couleur représentative de chaque maille jusqu'à la couleur blanche et aussi par la variation de la saturation de la couleur noire de la barre jusqu'au blanc (cisaillement significatif \Leftrightarrow maille représentée en couleur saturée et la couleur de la barre en noire, cisaillement non significatif \Leftrightarrow maille représentée en couleur blanche et barre blanche). La direction de cisaillement maximum est représentée par l'axe principal de la barre, son incertitude est représentée par l'angle d'ouverture de l'éventail de la barre. Les points géodésiques sont représentés par des triangles rouges.

La carte (Fig. 8.18) montre une représentation des tenseurs avec leurs degrés de significativité sur la même carte.

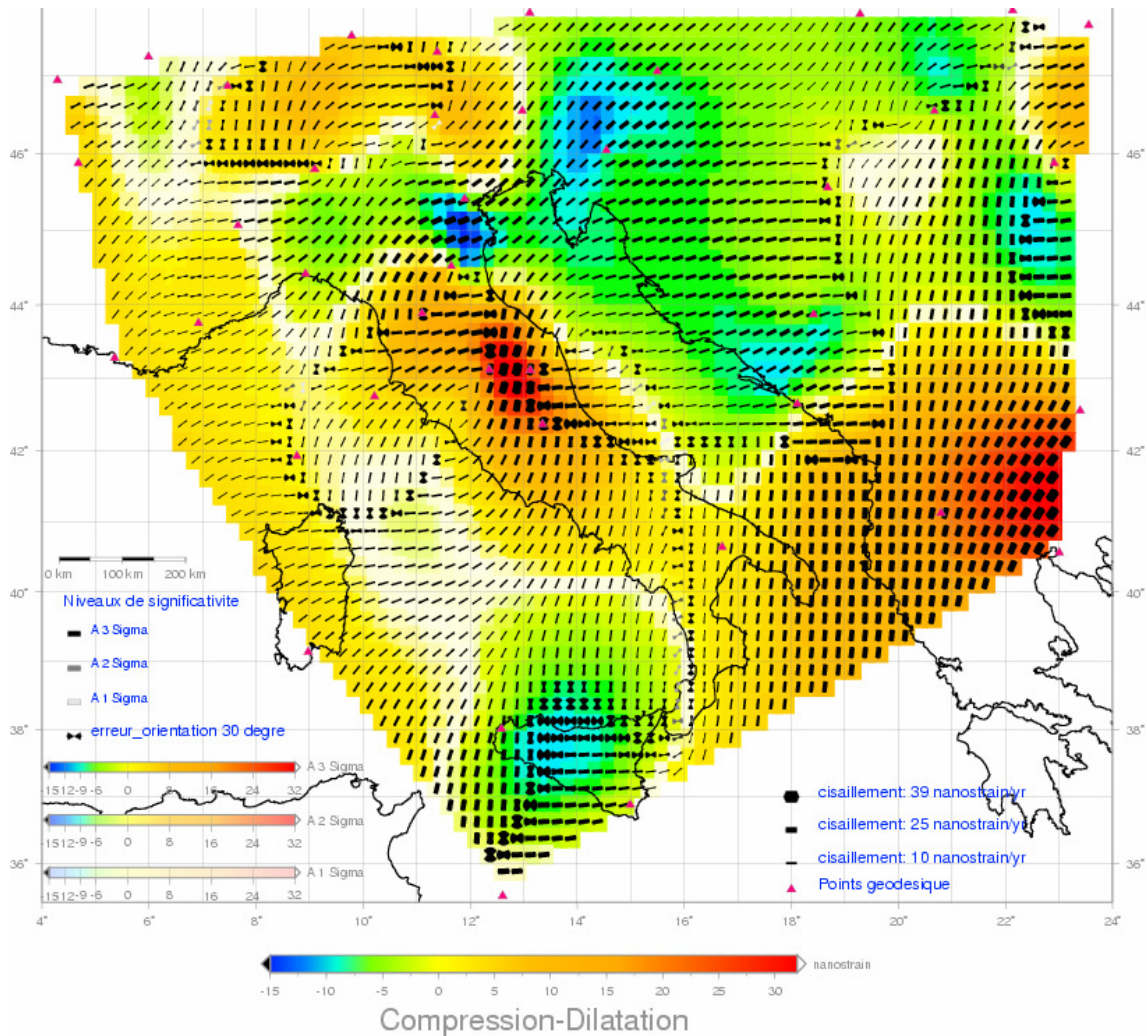


Fig. 8.18 - Représentation des tenseurs avec leur degré de significativité sur la même carte. La composante isotrope est représentée par une gamme de couleur allant du bleu (compression) au rouge (dilatation) en passant par le jaune, son degré de significativité est représenté par la variation de la saturation de la couleur représentative des mailles de la grille en blanc (composante isotrope significative \Leftrightarrow maille représenté en couleur saturée), (composante isotrope non significative \Leftrightarrow maille représenté en blanc). La composante de cisaillement est représentée par une barre noire d'une longueur fixe et largeur variant avec son module, son degré de significativité est représenté par la variation de la saturation de la couleur noire de la barre jusqu'au blanc (cisaillement significatif \Leftrightarrow barre noire, cisaillement non significatif \Leftrightarrow barre blanche). L'incertitude sur la direction de cisaillement maximum par l'angle d'ouverture de l'éventail de la barre. Les points géodésiques sont représentés par des triangles rouges.

La carte (Fig. 8.19) montre une autre possibilité de représentation des tenseurs avec leurs degrés de significativité sur la même carte.

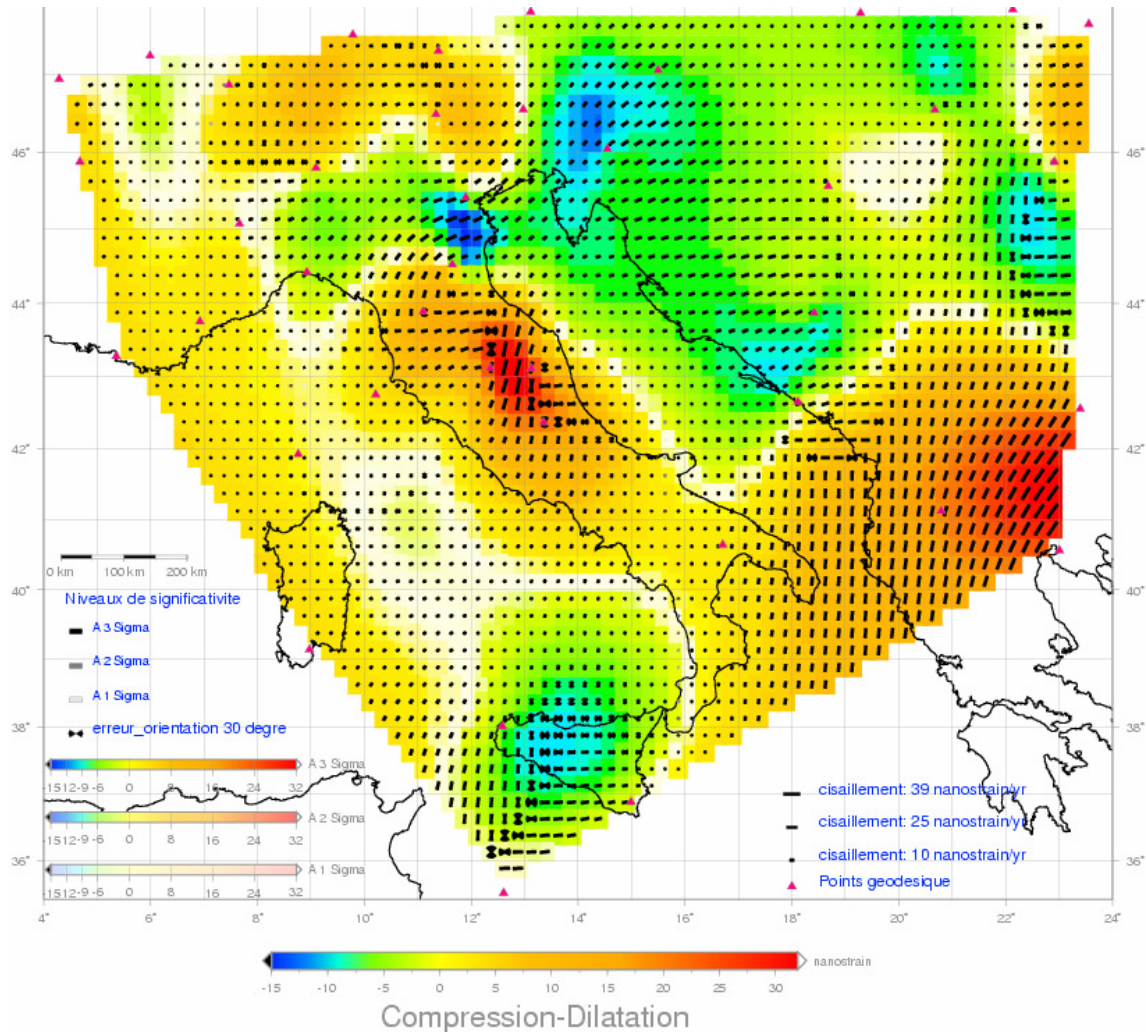


Fig. 8.19 - Représentation des tenseurs avec leur degré de significativité sur la même carte. La composante isotrope est représentée par une gamme de couleur allant du bleu (compression) au rouge (dilatation) en passant par le jaune, son degré de significativité est représenté par la variation de la saturation de la couleur représentative des mailles de la grille en blanc (composante isotrope significative \Leftrightarrow maille représenté en couleur saturée), (composante isotrope non significative \Leftrightarrow maille représenté en blanc). La composante de cisaillement est représentée par une barre noire d'une largeur fixe et longueur variant avec son module, son degré de significativité est représenté par la variation de la saturation de la couleur noire de la barre jusqu'au blanc (cisaillement significatif \Leftrightarrow barre noire, cisaillement non significatif \Leftrightarrow barre blanche). L'incertitude sur la direction de cisaillement maximum par l'angle d'ouverture de l'éventail de la barre. Les points géodésiques sont représentés par des triangles rouges.

8.2.7 Représentation des contraintes liées la géométrie du réseau

La carte (Fig. 8.20) montre la représentation des contraintes imposées par la géométrie du réseau des points géodésiques. La normalisation du potentiel des contraintes une effectuée selon une échelle logarithmique.

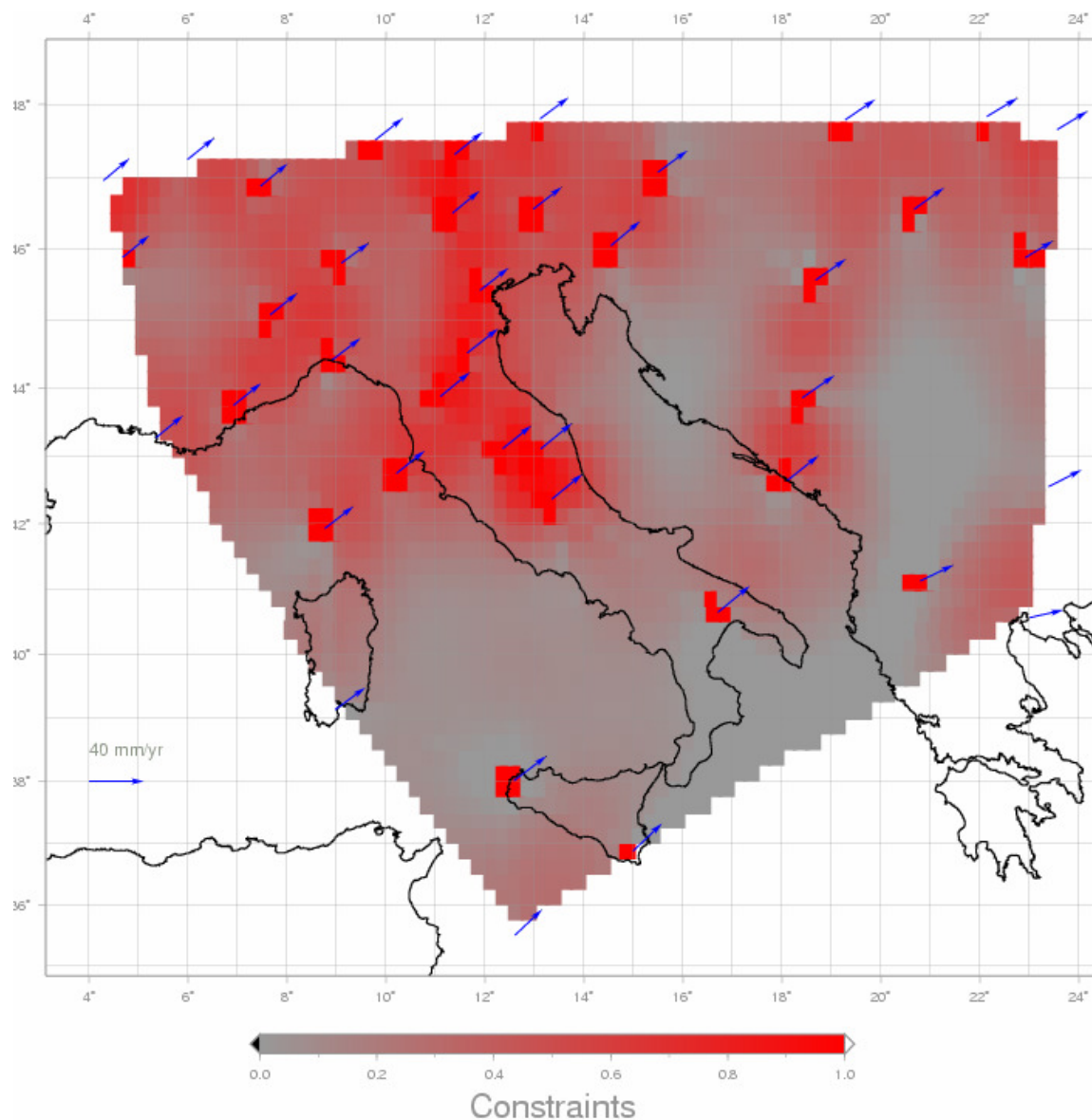


Fig. 8.20 - Représentation des contraintes liées au réseau de mesures. Les zones représentées en rouge sont bien contraintes. Les zones en gris ont des contraintes faibles. Les vitesses sont représentées en vecteurs bleus.

8.2.8 Combinaison des deux représentations

Pour avoir une idée complète sur les déformations, leurs degrés de significativité ainsi que les contraintes imposées par le réseau de mesures nous combinons la représentation de la carte (Fig. 8.19) avec celle de la carte (Fig. 8. 20). Les contraintes de réseau sont représentées par des cercles évidés dont le rayon est proportionnel au taux de contrainte. La carte (Fig. 8.21) montre la représentation de cette combinaison.

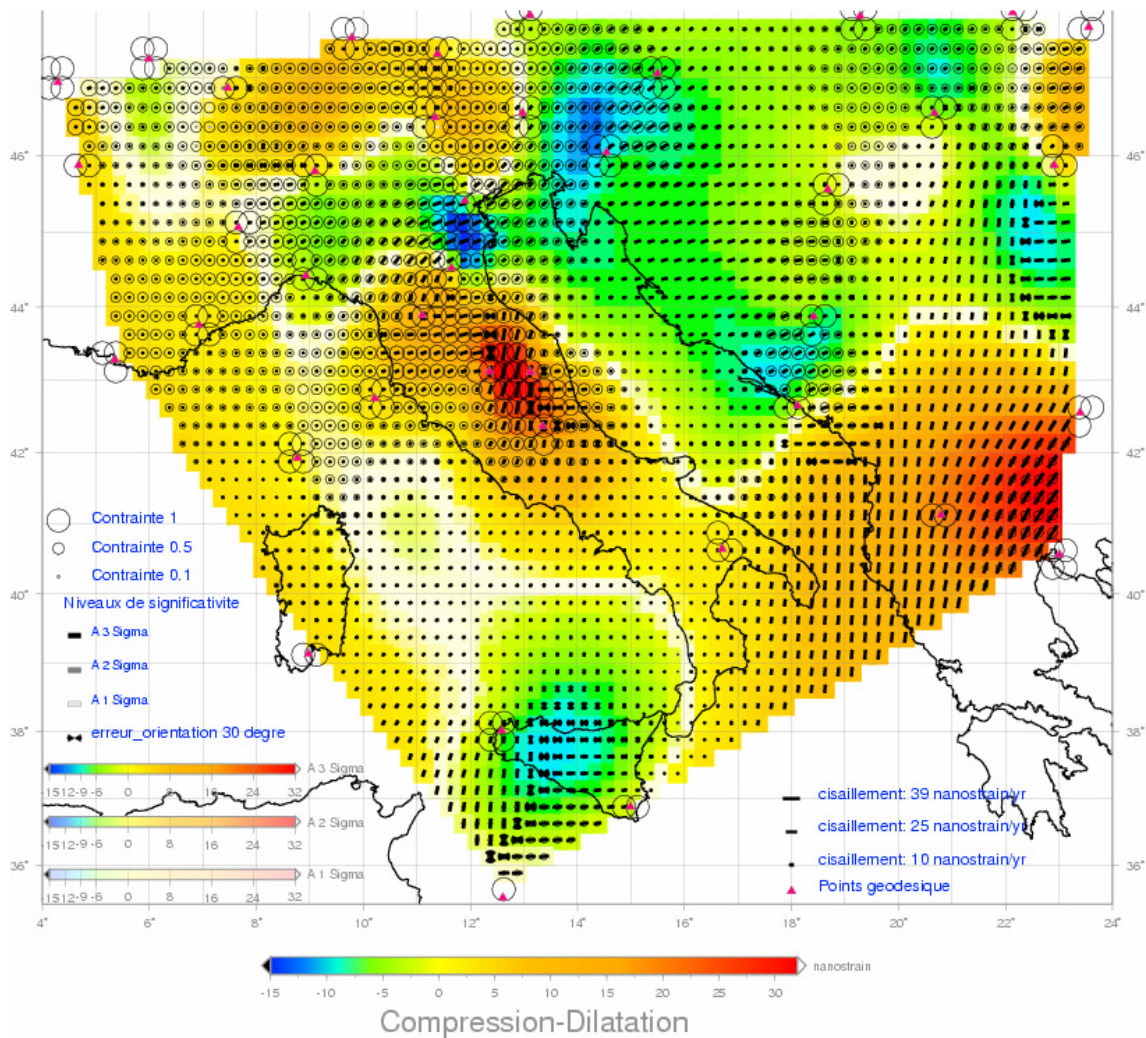


Fig. 8.21 - Combinaison de la représentation des tenseurs et de leur degré de significativité avec la représentation des contraintes de la géométrie de points de mesures. Les tenseurs et leurs degrés de significativité sont représentés comme dans la carte (Fig. 8.20). Les contraintes du réseau sont représentées par des cercles évidés. Les points géodésiques sont représentés par des triangles rouges.

Conclusion et perspectives

L'appréciation de champ de déformation est possible par deux grandes méthodes. La première est le champ de vecteurs déplacement qui fournit un ensemble de vecteurs vitesse répartis sur la région d'intérêt. Généralement, ce champ est obtenu par le biais des techniques de la géodésie spatiale (GPS, SLR, VLBI, et DORIS) en fournissant des mesures successives sur un réseau de points géodésiques. La comparaison des positions de ces points entre deux époques nous permet d'obtenir leurs déplacements pendant cette période. Le champ de tenseurs est un autre moyen, très important, d'apprécier les déformations. Il présente des multiples avantages : l'expression de déformation sous la forme de taux de déformations est indépendante des problèmes liés à la définition du référentiel dans lequel les vecteurs vitesse sont exprimés, il permet de décrire les variations locales de vitesses sans avoir recours à des hypothèses a priori, comme par exemple l'hypothèse des blocs rigides, le champ tensoriel aide à se rapprocher d'autres quantités géophysiques et à faire le lien entre les déformations en surface d'une part et le champ des contraintes internes dans la lithosphère d'autre part. Le calcul couramment utilisé pour évaluer le champ de tenseur est effectué à l'intérieur des triangles ou des polygones liant les points géodésiques. Le problème d'une telle méthode est qu'il dépend des sites géodésiques et qu'il existe plusieurs possibilités de configuration de ces triangles ou de ces polygones. De plus, la représentation actuelle des tenseurs de déformation, qui est basée sur la représentation des axes principaux des tenseurs, présente des difficultés de lecture et d'interprétation nécessitant un certain entraînement.

Nous avons adopté, dans ce travail de thèse, l'évaluation des déformations en utilisant un champ tensoriel. Nous avons traité, tout d'abord, le problème de fournir un champ continu de déformation, par le calcul des tenseurs à l'intérieur des mailles d'une grille régulière, ce champ continu a l'avantage d'être relativement indépendant de la localisation des points de mesures. Une nouvelle approche de représentation cartographique des tenseurs a été spécifiée pour pallier les difficultés de la représentation classique, cela a été fourni par une représentation de sa partie isotrope par une gamme de couleurs allant du bleu (représentant la compression) au rouge (représentant la dilatation), celle de sa partie antisymétrique (le cisaillement) par un trait de couleur noire et de longueur fixe, en faisant varier son épaisseur (ou alors de largeur fixe et longueur variable) avec son module ; et enfin la représentation de la direction du cisaillement maximum par l'azimut du trait représentant l'axe principal.

Nous avons traité l'analyse et la représentation de degré de significativité par deux aspects différents : d'abord, l'analyse des erreurs liées aux vecteurs déplacements qui sont fournies par la matrice de variance covariance, une méthode de Monte Carlo est appliquée pour estimer les incertitudes sur les valeurs des composantes de tenseur, nous avons défini ensuite une normalisation de chaque composante (isotrope et cisaillement) de tenseurs pour déterminer le degré de significativité des déformations obtenues. La représentation de cette partie des barres d'erreurs est effectuée sur la même carte de tenseurs en utilisant la variation de la saturation des couleurs représentatives de la composante isotrope jusqu'à la couleur blanche, et aussi la variation de la saturation de la couleur noire des traits jusqu'à la couleur blanche, l'incertitude sur la direction du cisaillement maximum étant représentée par l'angle d'ouverture de l'éventail du trait. Deuxièmement, nous avons analysé les contraintes imposées aux tenseurs par la distribution spatiale des points de mesures, ces contraintes sont fortes là où la densité des vecteurs vitesse est importante, elle sont toutefois de plus en plus faibles en s'éloignant des sites de mesures.

Une représentation de ces contraintes a été proposée pour illustrer les zones plus ou moins contraintes par la géométrie de mesures. Cette représentation est ensuite combinée avec la représentation déjà réalisée des tenseurs avec leur degré de significativité. La carte de représentation combinée des deux aspects des incertitudes donne une idée sur les zones stables ou déformées, bien ou moins bien contraintes par le réseau des points géodésiques.

La validation de cette nouvelle approche de représentation des tenseurs de déformation a été réalisée par une enquête auprès d'un groupe de géophysiciens. D'après leurs réponses, nous avons pu considérer que la représentation proposée permet de mieux identifier les zones de compression, dilatation, et cisaillement que la représentation classique. Elle facilite l'interprétation géophysique des déformations dans la plupart des cas, et fournit une autre façon de visualiser le champ de déformations. Les éléments graphiques représentant la composante isotrope et le cisaillement ont été choisis en se basant sur les préférences des utilisateurs parmi plusieurs propositions de représentation de ces composantes. La représentation retenue est donc la proposition de deux cartes indépendantes de chaque composante avec son degré de significativité, puis d'en faire une seule carte représentant les deux composantes et leur degré de significativité. Son utilisation va dépendre du contexte géodynamique.

La représentation proposée dans cette thèse fournit une lecture aisée des déformations, ce qui facilite leur interprétation géophysique. Le choix de représentation des composantes isotrope et cisailante des tenseurs au lieu de la représentation par leurs axes principaux est une façon plus représentative des quantités physiques interprétables des déformations.

A partir de cette mode de représentation nous pouvons distinguer les zones stables des zones déformées, chose difficile à élaborer à partir d'une simple représentation sous la forme d'un champ de vecteurs vitesse.

Nous avons apporté une approche originale pour évaluer l'adéquation de répartition du réseau des points géodésiques pour quantifier les déformations sur la zone d'étude.

Il faudra élaborer une solution avec l'utilisation de toute la richesse des données disponible, cela nécessite un compromis entre le choix de plus petit pas de la grille et un filtrage qui garde un nombre maximum de données.

Une possibilité de mener l'enquête cartographique auprès d'autres populations est à explorer, en particulier auprès d'usagers néophytes qui n'ont aucune compétence en matière de déformations. Il sera également utile de continuer l'enquête auprès des géophysiciens au niveau international.

Une idée à explorer sera de tester cette méthode sur un modèle de déformation vraiment continu sans faille en surface, et sur d'autres contextes géodynamiques différents des cas traités dans cette thèse. Ou encore de tester ce mode de représentation sur un chantier plus hétérogène spatialement où le nombre de mesures est limité.

La représentation proposée a été effectuée en utilisant le logiciel GMT (Generic Mapping Tools). Certains éléments de la représentation n'existant pas dans le code source de ce logiciel, ils ont été générés par la modification de code source d'un programme de GMT. Il faudra donc mettre le programme modifié à disposition des utilisateurs : soit par le mettre en téléchargement libre sur Internet, soit par l'intégrer dans GMT.

Bibliographie

- Altamimi Z., X. Collilieux, and L. Métivier (2010), ITRF2008 : an improved solution of the International Terrestrial Reference Frame, *Journal of Geodesy*.
- Altamimi, Z., P. Sillard, and C. Boucher (2002). ITRF2000: A new release of the International Terrestrial Reference Frame for earth science application, *J. Geophys. Res.*, 107(B10), 2214, doi:10.1029/2001JB00561.
- Aktug, B., J. M. Nocquet, A. Cingöz, B. Parsons, Y. Erkan, P. England, O. Lenk, M. A. Gürdal, A. Kilicoglu, H. Akdeniz, and A. Tekgül (2009). Deformation of western Turkey from a combinaison of permanent and campaign GPS data : Limits to block-like behaviour, *J. Geophys. Res.*, 114, B10404, doi:10.1029/2008JB006000.
- Argus, D. F. et Gordon R. G. (1991). No-net-rotation model of current plate velocities incorporating plate motion model NUVEL-1. *Geophys. Res. Lett.*, 18: 2039-2042.
- Argus, D. F., R. G. Gordon, C. DeMets and L. Zheng (2010). NRR-MORVEL56: No-net-rotation model of geologically current plate motions, *IAG Commission 1 Symposium, Reference Frames for Applications in Geosciences (REFAG2010)*. Poster Presentation.
- Avouac, J.-P. et P. Tapponnier (1993). Kinematic model of active deformation in central Asia. *Geophys. Res. Letters*, 20 :895-898.
- Battaglia, M., M. H. Murray, E. Serpelloni, and R. Bürgmann (2004). The Adriatic region: An independent microplate within the Africa-Eurasia collision zone, *Geophys. Res. Letters*, 3, L09605, doi : 10.1029/2004GL019723.
- Bertin, J. (1967). Sémiologie graphique, *Mouton & Cie, Paris-La Haye*.
- Blewitt, G., and D. Lavallée (2002). Effect of annuel signals on geodetic velocity, *J. Geophys. Res.*, 107(B7), 2145, doi:10.1029/2001JB000570.
- Briggs, I. C., (1974).Machine contouring using minimum curvature, *Geophysics*, 39, 39-48.
- Briole, P., A. Rigo, H. Lyon-Caen, J. C. Ruegg, K. Papazissi, C. Mitsakaki, A. Balodimou, G. Veis, D. Hatzfeld, and . A. Deschamps (2000). Active deformation of the Corinth rift, Greece: Results from repeated Global Positioning System surveys between 1990 and 1995, *J. Geophys. Res*, VOL. 105, NO.B11, 25.605-25.625.
- Brockmann, E., (1996) Combination of solutions for geodetic and geodynamic applications of the Global Positioning System (GPS), Ph.D. dissertation, Astron. Inst., Univ. of Berne, Berne, Switzerland.
- Calais, E. (1999). Continuous GPS measurements across the western Alps, 1996-1998. *Geophys. J. Int.*,38 : 221-230.

- Chang, C-P., T-U Chang, J. Angelier, H. Kao, J-C .Lee, and S-B Yu (2003). Strain and stress field in Taiwan oblique convergent system: constraints from GPS observation and tectonic data, *Earth and Planetary Science Letter.s*, 214, 115-127.
- Chase, C. G. (1972). The n-plate problem of plate tectonics. *Geophys. J.R. astr. Soc.*, 29 :117-122.
- Chase, C. G. (1978). Plate kinematics: The Americas, East Africa, and the rest of tha world. *Earth and Planetary Science Letters*, 37: 355-368.
- Chen. Z., B.C. Burchfiel, Y Liu, R. W. King, L. H. Royden, W Tang, E. Wang, J. Zhao, and X. Zhang (2000). Global Positioning System measurements from eastern Tibet and their implications for India/Eurasia intercontinental deformation, *J. Geophys. Res.*, 105, 16,215-16,227.
- Condon, E.U. and H. Odishaw (Eds) (1967). Handbook of Physics. 2nd ed., McGraw-Hill.
- DeMets, C., Gordon, R. G., Argus, D. F., et Stein, S. (1990). Current plate motions. *Geophys. J. Int.*, 101: 425-478.
- DeMets, C., Gordon, R. G., Argus, D. F., et Stein, S. (1994). Effect of recent revisions to the geomagnetic reversal timescale on estimates of current plate motions. *Geophys. Res. Lett.*, 21: 2191-2194.
- DeMets, C., R. G. Gordon, and D. F. Argus (2010). Geologically current plate motions. *Geophysical Journal International*, 181: 1-80. doi : 10.1111/j.1365-246X.2009.04491.x
- Denégre, J. (2005). Sémiologie et conception cartographique. *Lavoisier, Hermes Science*, ISBN 2-7462-1062-2.
- Dixon, T. H., and A. Mao (1996). How rigid is the stable interior of the North American Plate? *Geophys. Res. Lett.*, VOL 23, NO. 21, 3035-3038.
- Dong, D., T. A. Herring, and R. W. King (1998). Estimating regional deformation from a combination of space and terrestrial data, *J. Geod.*, 72, 200-211, doi:10.1007/s001900050161.
- England, P. et P. Molnar (1997). Active deformation of Asia : from kinematics to dynamics. *Science*, 278: 647-650.
- Gordon, R. Diffuse oceanic plate boundaries: strain rate, vertically averaged rheology, and comparison with narrow plate boundaries and stable plate interior (2001). *In the history and dynamics of Global Plate Motions, Geophysical Monograph*, 121: 143-159.
- Gordon, R. et S. Stein (1992). Global tectonics and space geodesy. *Science*, 256: 333-342.
- Gripp, A. E. et Gordon, R. G. (1990). Current plate velocities relative to the hotspots incorporating the NUVEL-1 global plate motion model. *Geophys. Res. Lett.*, 17: 1109-1112.
- Jaeger, J.C. (1971). Elasticity, Fracture, and Flow: With Engineering and Geological Applications. 3rd ed., Halsted Press.

- Kahle, H-G., M. Cocard, Y. Peter, A. Geiger, R. Reilinger, A. Barka, and G. Veis, (2000). GPS-derived strain rate field within the boundary zones of the Eurasian, African, and Arabian Plates, *J. Geophys. Res.*, 105(B10), 23,353-23,370.
- Kasser, M., J.-C. Ruegg, P. Lesage, L. Ortlieb, J. Pagarete, N. Duch, J. Guerrero, J. Roldan (1987). Geodetic measurements of plate motions across the central gulf of California *Geophys. Res. Lett.*, 14, pp 5-8.
- Kasser, M. et Thom, C. (1995). Etude des déformations dans un réseau géodésique par emploi de tenseurs de déformations régulièrement répartis.
- Kenyeres, A. (2009), Maintenance of the EPN ETRS89 coordinates, presented at the EUREF TWG 2009 Spring Meeting, Feb. 26-27, 2009, Budapest.
- Kreemer, C., G. Blewitt, and R. A. Bennett (2010), Present – day motion and deformation of the Colorado Plateau, *Geophys. Res. Lett.*, 37, L10311, doi:10.1029/2010GL043374.
- Lepichon, X. (1968). Sea floor spreading and continental drift. *J. Geophys. Res.*, 73 :3661-3697.
- Leprince, S., S. Barbot, F. Ayoub, and J-P. Avouav (2007). *IEEE*, Transactions on Geoscience And Remote Sensing, Vol. 45, NO. 6.
- Love, A.E.H. (1927). A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity. 4th ed., *Dover reprint*, 1944.
- Mckenzie, D. P. et Parker, R. L. (1967). The North Pacific : an Example of Tectonics on a Sphere. *Nature*, 216 :1276-1280.
- Merbah, A., B. Gourine, S. Kahlouche, M. Meghraoui, B. Ghezali and M. J. Sevilla (2005). Evaluation et Interprétation des Déformations Horizontale et de leurs Erreurs sur un Réseau de surveillance Sismique, *FIG Working Week 2005 and GSDI-8*.
- Million, C. (1984). Conséquences de la précision des observations sur l'exploitation des mesures de mouvements des sols et des ouvrages. *Revue ESGT*, N°95-Décembre 1984.
- Minster, J. B. et Jordan, T. H. (1978). Present-day plate motions. *J. Geophys. Res.*, 83 :5331-5354.
- Molnar, P. et P.Tapponnier (1975). Cenozoic tectonics of Asia : effect of continental collision. *Science*, 189: 419-426.
- Morgan, W. J. (1968), Rises, Trenches, Great Faults, and Crustal Blocks. *J. Geophys. Res.*, 73(6), 1959 – 1982. Solid Earth.
- Navarro, A., Catalaoi, J., Miranda, J. M., and Fernandes, R. M. (2003). Estimation of the Terceira Island (Azores) main strain rates from GPS data. *Earth Planets Space*, 55, 637-642.
- Nocquet, Jean-Mathieu (2002). Mesure de la deformation crustale en Europe occidentale par géodésie spatiale, *Thèse de doctorat, Université de Nice-Sophia Antipolis – UFR Sciences*.

- Nyst, M., and W. Thatcher (2004). New constraints on the active tectonic deformation of the Aegean, *J. Geophys. Res.*, *109*, B11406, doi:10.1029/2003JB002830.
- Pagarete, J., Kasser, M., et Ruegg, J. C. (1990). Evaluation et représentation des erreurs sur les déformations d'un réseau géodésique : utilisation de la méthode de Monté Carlo. *Bulletin géodésique* 64 (1990) pp. 63-72.
- Pathier, E., E. J. Fielding, T.J. Wright, R. Walker, B.E. Parsons, and S. Hensley (2006) Displacement field and slip distribution of the 2005 Kashmir earthquake from SAR imagery, *Geophysical Research Letters*, *33*, doi:10.1029/2006GL027193.
- Paul, J., R. Bürgmann, V. K. Gaur, R. Bilham, K. M. Larson, M. B. Ananda, S. Jade, M. Mukal, T. S. Anupama, G. Satyal, and D. Kumar (2001). The motion and the active deformation of India, *Geophys. Res. Lett.*, *28*, 647-650.
- Paul Wessel et Walter. H. F. Smith. The Generic Mapping Tools (GMT). Last update November 2010 (GMT 5), *School of Ocean and Earth Science and Technology, University of Hawaii*.
- Pollitz, F. F., W. H. Bakun, and M. Nyst (2004). A physical model for strain accumulation in the San Francisco Bay region: stress evolution since 1838, *J. Geophys. Res.*, *109*, B11408, doi:10.1029/2004JB003003.
- Prescott, W. H (1981). The determination of displacement fields from geodetic data along a strike slip fault, *J. Geophys. Res.*, *VOL. 86, NO. B7*, 6067-6072.
- Prescott, W. H., Savage, J. C., and kinoshita, W. T. (1979). Strain accumulation rates in the western United States between 1970 and 1978. *J. Geophys. Res.*, *84*, 5423-5435.
- Reilinger, R., et al., (2006), GPS constraints on continental deformation in the Africa-Arabia-Eurasia continental collision zone and implications for the dynamics of plate interactions, *J. Geophys. Res.*, *111*, B05411, doi:10.1029/2005JB004051.
- Sandwell, D. T., (1987). Biharmonic spline interpolation of GEOS-3 and SEASAT Altimeter data, *Geophys. Res. Lett.*, *VOL. 14, NO. 2*, 139-142.
- Santamaria, Alvaro., (2010). Estimation des mouvements verticaux de l'écorce terrestre par GPS dans un repère géocentrique dans le cadre du projet TIGA, *thèse de doctorat, observatoire de Paris*.
- Savage, J. C and W. H. Prescott (1973). Precision of geodolite distance measurements for determining fault movements, *J. Geophys. Res.*, *VOL. 78, NO. 26*.
- Savage, J. C, and W. H. Prescott (1979). Geodimeter measurements of strain during the southern California uplift, *J. Geophys. Res.*, *VOL. 84, NO. B1*.
- Sella, G. F., Dixon, T. H., et Mao, A. (2002). REVEL : A model for Recent plate velocities from space geodesy. *J. Geophys. Res. – Solid Earth*.

- Shen, Z-K., C. Zhao, A. Yin, Y. Li, D. D. Jackson, P. Fang, and D. Dong (2000). Contemporary crustal deformation in east Asia constrained by Global Positioning System measurements, *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 105, NO. B3, 5721-5734.
- Serpelloni, E., M. Anzidei, P. Baldi, G. Casula and A. Galvani (2005). Crustal velocity and strain-rate fields in Italy and surrounding regions: new results from the analysis of permanent and non-permanent GPS networks. *Geophys. J. Int.* 161, 861-880.
- Terada, T. and N. Miyabe (1929). Deformation of the earth crust in Kiransai District and its relation to the orographic feature. *Bulltin of Earthquake Research Institute, University of Tokyo, Japan*, Vol. 7, pp. 223-241.
- Thatcher, W (1995). Microplates versus continuum descriptions of active deformation, *J. Geophys. Res.*, 100:3885-3895.
- Thatcher, W (2003). GPS constraints on the kinematics of continental deformation, *Int. Geol. Rev.*, 45: 191-212.
- Van Dam, T.M., et T. A. Herring (1994). Detection of atmospheric pressure loading using very long baseline interferometry measurements, *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 99, 4505-5417.
- Vanicek, P. et Krakiwsky, E. J. (1986). Geodesy the concepts. *North Holland, 2th ed., Amsterdam*.
- Vigny, C., A. Socquet, C. Rangin, N. Chamot-Rooke, M. Pubellier, M.-N. Bouin, G. Bertrand, and M. Becker (2003). Present-day crustal deformation around Sagaing fault, Myanmar, *J. Geophys. Res.*, 108(B11), 2533, doi:10.1029/2002JB001999.
- Vigny, C., (2008). Tectonique des plaques, séisme et GPS, *Géomatique Expert – N° 65 – Octobre-Novembre 2008*.
- Welsch, W. (1981). Description of homogeneous horizontal strains and some remarks to their analysis. *Proceedings of the International Symposium on Geodetic Networks Computations of the I.A.G.*, Munich, pp. 188-205.
- Welsch, W. (1983). Finite element analysis of strain patterns from geodetic observations across a plate margin. *Tectonophysics*. 97, pp. 57-71.
- West, M., J. Ni, W. S. Baldrige, d. Wilson, R. Aster, W. Gao, and S. Grand (2004), Crust and upper mantle shear wave structure of the southwest United States: Implications for rifting and support for high elevation, *J. Geophys. Res.*, 109, B03309, doi:10.1029/2003JB002575.
- Zheng, L., R. G. Gordon, D. F. Argus, and C. DeMets (2010). Current plate motion relative to the Hotspots and Mantle, *IAG Commission I Symposium, Reference Frames for Applications in Geosciences (REFAG2010)*. Poster Presentation.

Sites Internet

Des sites Internet consultés durant cette thèse :

http://www.geod.nrcan.gc.ca/edu/geod/vlbi/vlbi01_f.php

<http://www.geodesy.miami.edu/sar.html>

<http://www.ipgp.fr/pages/061001.php>

<http://www.nrcan.gc.ca/com/index-eng.php>

<http://pboweb.unavco.org>.

<http://planet-terre.ens-lyon.fr/planetterre/XML/db/planetterre/metadata/LOM-intro-tectonique-plaques.xml>

<http://pubs.usgs.gov/gip/dynamic/developing.html>

<http://pubs.usgs.gov/gip/dynamic/slabs.html>

<http://recherche.ign.fr/labos/lareg/page.php>

<http://syrtel.obspm.fr/astro/vlbi.php>

<http://www.techno-science.net>

Le site concernant le logiciel GMT :

<http://gmt.soest.hawaii.edu/>

Le site de EUREF : <http://www.epncb.oma.be/>

Le site de l'ITRF : <http://itrf.ensg.ign.fr>

Glossaire

Principaux acronymes

ANSS	:	Advanced National Seismic System
CATREF	:	Combination and Analyses of Terrestrial Reference Frame
CNES	:	Centre National de la Recherche Scientifique
CNRS	:	Centre National de la Recherche Scientifique
CPT	:	Color Palette Table
DORIS	:	Détermination d'Orbite par Radio positionnement Intégré par Satellite
EOP	:	Earth Orientation Parameters
GMT	:	Generic Mapping Tools
GPS	:	Global Positioning System
GRGS	:	Groupe de Recherche en Géodésie Spatiale
HSV	:	Hue, Saturation, Value
ICRF	:	International Celestial Reference Frame
IGN	:	Institut Géographique National
INSAR	:	Interferometric Synthetic Aperture Radar
ITRF	:	International Terrestrial Reference Frame
ITRS	:	International Terrestrial Reference System
NNR	:	No Net Rotation
NUVEL	:	Northwestern University VELOCITY
RGB	:	Red, Green, Blue
RILB	:	RadioInterférométrie à très Longue Base
SI	:	System International
SLR	:	Satellite Laser Ranging
SRT	:	Système de Référence Terrestre
USGS	:	United. States Geological Survey
UT	:	Universal Time
VLBI	:	Very Long Baseline Interferometry

Annexe A

Interpolation d'un champ de vecteurs déplacements horizontaux

L'interpolation spatiale est une méthode d'estimation dont l'objectif est de déterminer la valeur d'un paramètre en tout point de l'espace, et par exemple aux nœuds d'une grille régulière, à partir de mesures ponctuelles de ce paramètre. Cette technique est fondée sur les propriétés d'auto-corrélation spatiale des données, une formulation de la continuité spatiale de ce paramètre : plus des points sont rapprochés et plus le paramètre aura tendance à avoir des valeurs proches.

Les méthodes d'interpolation spatiale que nous utiliserons au long de ce chapitre reposent sur les notions de variable régionalisée et de champ. Le livre de Michel Arnaud et Xavier Emery « estimation et l'interpolation spatiale » donne une définition de la variable régionalisée d'un point de vue mathématique comme étant « *une fonction numérique qui prend ses valeurs dans une région bien limitée de l'espace appelée champ, et que l'espace auquel on se réfère peut être l'espace géographique, l'axe temporel, ou un espace euclidien plus complexe* ».

Une variable régionalisée est différente des variables utilisées dans les fonctions mathématiques car on ne peut pas l'exprimer par une fonction analytique explicite. Néanmoins les valeurs qu'elle prend sont corrélées entre elles, ce qui de ce fait nous permet de prévoir des valeurs inconnues en s'appuyant sur un certain nombre des mesures réalisées et localisées dans l'espace de travail.

En pratique, nous disposons d'un nombre fini n de mesures réalisées dans le champ $D \subset \mathbb{R}, \mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3$. Ces mesures sont les valeurs de la variable régionalisée $z(s_1), z(s_2) \dots z(s_n)$ prises en chacun des sites s_i ($i = 1, \dots, n$) où $s_i \in D$ donne la position du site s_i . On cherche à estimer la valeur de $\hat{z}(s_0)$ en un site donné s_0 par biais de l'interpolation spatiale.

Dans la plupart des cas où la valeur interpolée sera une combinaison linéaire pondérée des valeurs d'observation, on écrit :

$$\hat{z}(s_0) = \sum_{i=1}^n w_i z(s_i) \text{ avec } \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

où w_i représente le poids attribué à la valeur $z(s_i)$ au site s_i , avec comme condition que la somme totale des poids soit égale à 1, ce qui est équivalent à une estimation non biaisée. Souvent, la façon dont on choisit ces poids caractérise le type d'interpolation.

Les techniques d'interpolation spatiale sont classées en deux grands groupes :

1. Les méthodes déterministes : ce sont les méthodes qui s'appuient sur des propriétés mathématiques de leur espace, généralement géométriques.
2. Les méthodes stochastiques (statistiques) : ces méthodes ont recours à des modèles probabilistes.

A.1 Les méthodes déterministes

Parmi les méthodes d'estimation, on distingue des estimations globales et locales. La première évalue la valeur moyenne de la variable régionalisée en s'appuyant sur toutes les mesures disponibles, quand à la deuxième, elle s'intéresse à une estimation dans des espaces plus limités ou même en un point donné. Les méthodes présentées ici s'inscrivent dans le cas local.

A.1.1 Les Méthodes d'interpolation par partitionnement de l'espace

Son principe est de découper le champ de régionalisation D en sous-ensembles de plus petites aires, puis d'interpoler en utilisant une combinaison linéaire pondérée des valeurs qui tombent à l'intérieur de ces aires. Le partitionnement se fait par polygone (polygones de Thiessen, digrammes de Voronoï, tessellation de Dirichlet,...), ou par triangulation, p. ex. la triangulation de Delaunay, la méthode de partitionnement la plus courante. Prenons à titre d'exemple le cas de triangulation de Delaunay. On peut effectuer une interpolation linéaire en ajustant un plan dans chaque triangle, ou une interpolation par la méthode d'Akima qui ajuste dans chaque triangle de Delaunay une surface très lisse dont l'équation est un polynôme du cinquième degré.

A.1.2 Les méthodes barycentriques

Ces méthodes, contrairement au partitionnement de l'espace, consistent à prendre en considération un nombre plus grand des données, puis à interpoler à l'aide de combinaisons linéaires pondérées des valeurs d'échantillon. Toutefois, les coefficients de pondération correspondant aux valeurs des sites proches sont plus importants que ceux des sites éloignés, on impose toujours que leurs sommes soient égales à 1 pour une estimation non biaisée.

Il existe plusieurs méthodes barycentriques, elles se distinguent par la façon dont on choisit les pondérateurs, citons à titre d'exemple la méthode de l'inverse des distances, son principe est d'affecter un pondérateur inversement proportionnel à la distance entre le site du point interpolé s_0 et le site d'échantillon s_i , c'est la méthode barycentrique la plus connue. Citons également la méthode de Shepard (l'inverse du carré des distances).

A.1.3 Les méthodes de régression polynomiale

Il s'agit de trouver une surface dont l'équation est celle d'un polynôme en x et y, abscisse et ordonnée du site générique s (où $s \in \mathbb{R}^2$). Le calcul est effectué par la méthode des moindres carrés en ajustant la surface aux valeurs $z(s_i)$ prise aux sites s_i . Le degré n du polynôme est l'ordre de la surface qui est généralement inférieur ou égal à trois.

On écrit l'équation du polynôme sous la forme :

$$\hat{z}(s) = \hat{z}(x, y) = \sum_{j+k \leq n} \alpha_{jk} x^j y^k$$

Les coefficients α_{jk} sont déterminés par minimisation de la somme des carrés des résidus entre les valeurs estimées $\hat{z}(s_i)$ et les valeurs observées $z(s_i)$, autrement dit les erreurs quadratiques

$$\sum_{i=1}^n [\hat{z}(s_i) - z(s_i)]^2$$

Un exemple de cette méthode est l'interpolation Lagrangienne.

L'avantage de l'utilisation de polynômes pour interpoler est qu'elle est relativement facile en terme d'évaluation, différenciation, et intégration, mais présente un inconvénient qui est l'effet d'oscillation quant l'ordre de polynôme est important.

A.1.4 Les splines

Le terme spline en mathématique désigne une famille de fonctions régulières qui s'ajustent aux données par minimisation de l'énergie de flexion. Ces fonctions sont des polynômes définis sur des petits intervalles et raccordés entre elles aux bords de ces intervalles par leurs dérivées.

Il existe deux types de splines : les splines d'interpolation qui sont calculés d'une manière exacte passant par les sites de mesure, et les splines de lissage qui passent pas loin de ceux-ci.

L'avantage des splines par rapport à l'interpolation polynomiale est que les polynômes sont construits seulement par condition de passage aux points d'échantillon, mais les splines ont en plus certaines contraintes qui donnent un effet lisse, et évitent donc les effets d'oscillation présents lors de l'interpolation polynomiale.

A.1.4.1 Les splines d'interpolation

On cherche en générale à trouver une fonction $\hat{z}(s)$ sur un intervalle $[a, b]$ qui passe par les points $(s_i, i = 1 \dots n)$ tout en restant la plus lisse possible.

Nous allons présenter quelques cas d'interpolation avec des splines linéaires, quadratiques, et cubiques dans l'espace à une dimension. On suppose avoir n mesures connues aux sites s_i , ($i = 1, 2, \dots, n$), elles sont sous la forme d'une suite de points avec leurs mesures $[x_1, z(x_1)]$, $[x_2, z(x_2)]$, \dots , $[x_{n-1}, z(x_{n-1})]$, $[x_n, z(x_n)]$. On cherche à estimer une fonction $\hat{z}(x)$ dans chaque intervalle $[s_i, s_{i+1}]$ par des fonctions splines linéaires, quadratiques, et cubiques.

Les splines linéaires :

Dans le cas linéaire, les splines sont constitués de segments de droites reliant les points de mesures.

Donc avec $n+1$ points $[x_0, z(x_0)]$, $[x_1, z(x_1)]$, \dots , $[x_{n-1}, z(x_{n-1})]$, $[x_n, z(x_n)]$, on forme l'équation linéaire entre deux sites x_i, x_{i+1} par :

$$\hat{z}(x) = z(x_0) + \frac{z(x_1) - z(x_0)}{x_1 - x_0} (x - x_0), \text{ où } x_0 \leq x \leq x_1$$

$$\hat{z}(x) = z(x_1) + \frac{z(x_2) - z(x_1)}{x_2 - x_1}(x - x_1), \text{ où } x_1 \leq x \leq x_2$$

·
·
·

$$\hat{z}(x) = z(x_{n-1}) + \frac{z(x_n) - z(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}}(x - x_{n-1}), \text{ où } x_{n-1} \leq x \leq x_n$$

où le terme $\frac{z(x_i) - z(x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}}$ correspond à la pente entre les sites s_i et s_{i-1} .

Les splines quadratiques :

Dans ce cas on forme des polynômes de deuxième ordre entre deux sites consécutifs, et de la forme :

$$\hat{z}(x) = a_1x^2 + b_1x + c_1, \text{ où } x_0 \leq x \leq x_1$$

$$\hat{z}(x) = a_2x^2 + b_2x + c_2, \text{ où } x_1 \leq x \leq x_2$$

·
·
·

$$\hat{z}(x) = a_nx^2 + b_nx + c_n, \text{ où } x_{n-1} \leq x \leq x_n$$

Dans ce système nous avons $3n$ coefficients à déterminer : a_i , b_i , et c_i ($i = 1, 2, \dots, n$), et pour cela, il est nécessaire de trouver $3n$ équations :

1- chaque quadratique spline passe par les deux points à l'extrémité de son intervalle

$$a_1x_0^2 + b_1x_0 + c_1 = z(x_0)$$

$$a_1x_1^2 + b_1x_1 + c_1 = z(x_1)$$

·
·

$$a_ix_{i-1}^2 + b_ix_{i-1} + c_i = z(x_{i-1})$$

$$a_ix_i^2 + b_ix_i + c_i = z(x_i)$$

·
·
·

$$a_nx_{n-1}^2 + b_nx_{n-1} + c_n = z(x_{n-1})$$

$$a_nx_n^2 + b_nx_n + c_n = z(x_n)$$

Cette condition donne $2n$ équations, puisque nous avons n splines quadratiques qui passent par deux points consécutifs.

2- La dérivée première de splines quadratiques est égale aux points de raccord entre deux intervalles consécutifs :

la dérivée de la première spline $a_1x^2 + b_1x + c_1$ est $2a_1x + b_1$
celle de la deuxième spline $a_2x^2 + b_2x + c_2$ est $2a_2x + b_2$

les deux sont égale à $x = x_1$ donc :

$$\begin{aligned} 2a_1x_1 + b_1 &= 2a_2x_1 + b_2 \\ 2a_1x_1 + b_1 - 2a_2x_1 - b_2 &= 0 \end{aligned}$$

Et similairement pour les autres points en écrivant les dérivées des splines se trouvant avant et après chaque point de connexion entre deux intervalles consécutifs

$$\begin{aligned} 2a_2x_2 + b_2 - 2a_3x_2 - b_3 &= 0 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ 2a_ix_i + b_i - 2a_{i+1}x_i - b_{i+1} &= 0 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ 2a_{n-1}x_{n-1} + b_{n-1} - 2a_nx_{n-1} - b_n &= 0 \end{aligned}$$

Cette condition nous donne n-1 équations complémentaires, au total nous avons $(2n) + (n-1) = 3n-1$ équations. Il nous manque une équation pour qu'on puisse résoudre le système, on peut, par exemple, imposer que la première spline soit linéaire avec $a_1 = 0$. Nous avons ainsi n équations avec n paramètres, ce système peut donc avoir une solution unique.

Les splines cubiques :

Les splines cubiques sont des polynômes de troisième degré, soumis à des contraintes de continuité et de lissage, et définies par morceaux sur chaque intervalle de x_0 jusqu'au x_n .

De manière générale, on écrit l'équation de polynôme dans l'intervalle $[x_i, x_{i+1}]$ sous la forme :

$$\hat{z}_i(x) = a_i(x - x_i)^3 + b_i(x - x_i)^2 + c_i(x - x_i) + d_i \text{ où } x \in [x_i, x_{i+1}].$$

Avec les contraintes suivantes :

$$\hat{z}_i(x_i) = z(x_i) \tag{1}$$

$$\hat{z}_i(x_{i+1}) = \hat{z}_{i+1}(x_{i+1}) \tag{2}$$

$$\hat{z}'_i(x_{i+1}) = \hat{z}'_{i+1}(x_{i+1}) \tag{3}$$

$$\hat{z}''_i(x_{i+1}) = \hat{z}''_{i+1}(x_{i+1}) \tag{4}$$

La première correspond à la contrainte de passage par les sites d'observation, la deuxième exprime la continuité de l'interpolateur, la troisième exprime la continuité des dérivées premières, et la dernière celle des dérivées secondes. Pour chaque spline il y a quatre

équations et quatre inconnues sauf le dernier qui n'a pas les deux dernières contraintes, dans ce cas nous avons quatre inconnues et deux équations, il faut imposer des conditions sur ce dernier intervalle pour estimer les inconnues.

Comme les splines sont cubiques par morceaux, leurs dérivées sont quadratiques par morceaux, et leurs dérivées secondes sont linéaires par morceaux.

On écrit l'interpolateur linéaire par morceaux de la dérivée seconde :

$$\hat{z}_i''(x) = z''(x_i) \frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} + z''(x_{i+1}) \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} \text{ avec } x \in [x_i, x_{i+1}] \text{ et} \quad (5)$$

$(i = 0, 1, \dots, n-1)$

On définit les quantités :

$$h_i = x_{i+1} - x_i \quad (6)$$

$$e_i = \frac{z(x_{i+1}) - z(x_i)}{x_{i+1} - x_i} \quad (7)$$

$$k_i = z''(x_i)$$

En substituant ces quantités dans l'équation (5) :

$$\hat{z}_i''(x) = \frac{k_i}{h_i} (x_{i+1} - x) + \frac{k_{i+1}}{h_i} (x - x_i) \quad (8)$$

On intègre cette équation deux fois pour obtenir la dérivée première et l'interpolateur recherché :

$$\hat{z}_i'(x) = -\frac{k_i}{2h_i} (x_{i+1} - x)^2 + \frac{k_{i+1}}{2h_i} (x - x_i)^2 - p_i + q_i \quad (9)$$

$$\hat{z}_i(x) = \frac{k_i}{6h_i} (x_{i+1} - x)^3 + \frac{k_{i+1}}{6h_i} (x - x_i)^3 + p_i (x_{i+1} - x) + q_i (x - x_i) \quad (10)$$

L'interpolateur passe par les deux points qui limitent l'intervalle sur lequel il est défini :

$\hat{z}_i(x_i) = z(x_i)$ et $\hat{z}_i(x_{i+1}) = z(x_{i+1})$ donc :

$$\frac{k_i}{6h_i} (x_{i+1} - x_i)^3 + p_i (x_{i+1} - x_i) = z(x_i) \Rightarrow \frac{k_i h_i^2}{6} + p_i h_i = z(x_i) \Rightarrow p_i = \frac{z(x_i)}{h_i} - \frac{k_i h_i}{6} \quad (11)$$

$$\frac{k_{i+1}}{6h_i} (x_{i+1} - x_i)^3 + q_i (x_{i+1} - x_i) = z(x_{i+1}) \Rightarrow \frac{k_{i+1} h_i^2}{6} + q_i h_i = z(x_{i+1}) \Rightarrow q_i = \frac{z(x_{i+1})}{h_i} - \frac{k_{i+1} h_i}{6} \quad (12)$$

En substituant les valeurs de p_i et q_i dans (10) :

$$\hat{z}_i(x) = \frac{k_i}{6h_i}(x_{i+1} - x)^3 + \frac{k_{i+1}}{6h_i}(x - x_i)^3 + \left(\frac{z(x_i)}{h_i} - \frac{k_i h_i}{6}\right)(x_{i+1} - x) + \left(\frac{z(x_{i+1})}{h_i} - \frac{k_{i+1} h_i}{6}\right)(x - x_i) \quad (13)$$

Les inconnues qui restent à déterminer sont k_i et k_{i+1} , on peut utiliser les dérivées premières pour les calculer :

$$\hat{z}'_i(x) = -\frac{k_i}{2h_i}(x_{i+1} - x)^2 + \frac{k_{i+1}}{2h_i}(x - x_i)^2 - \left(\frac{z(x_i)}{h_i} - \frac{k_i h_i}{6}\right) + \left(\frac{z(x_{i+1})}{h_i} - \frac{k_{i+1} h_i}{6}\right) \quad (14)$$

Pour appliquer la contrainte $\hat{z}'_i(x_i) = \hat{z}'_{i-1}(x_i)$ on écrit :

$$\hat{z}'_i(x_i) = -\frac{k_i h_i}{2} - \left(\frac{z(x_i)}{h_i} - \frac{k_i h_i}{6}\right) + \left(\frac{z(x_{i+1})}{h_i} - \frac{k_{i+1} h_i}{6}\right) = -\frac{1}{3}k_i h_i - \frac{1}{6}k_{i+1} h_i + \frac{z(x_{i+1}) - z(x_i)}{h_i}$$

En substituant le terme connu $\frac{z(x_{i+1}) - z(x_i)}{h_i}$ par e_i :

$$\hat{z}'_i(x_i) = -\frac{1}{3}k_i h_i - \frac{1}{6}k_{i+1} h_i + e_i$$

On écrit la dérivée première du spline dans l'intervalle $[i-1, i]$:

$$\hat{z}'_{i-1}(x) = -\frac{k_{i-1}}{2h_{i-1}}(x_i - x)^2 + \frac{k_i}{2h_{i-1}}(x - x_{i-1})^2 - p_{i-1} + q_{i-1} \quad \text{où } p_{i-1} = \frac{z(x_{i-1})}{h_{i-1}} - \frac{k_{i-1} h_{i-1}}{6}$$

et $q_{i-1} = \frac{z(x_i)}{h_{i-1}} - \frac{k_i h_{i-1}}{6}$ donc :

$$\hat{z}'_{i-1}(x_i) = +\frac{k_i}{2h_{i-1}}(x_i - x_{i-1})^2 - \left[\frac{z(x_{i-1})}{h_{i-1}} - \frac{k_{i-1} h_{i-1}}{6}\right] + \left[\frac{z(x_i)}{h_{i-1}} - \frac{k_i h_{i-1}}{6}\right] = \frac{1}{3}k_i h_{i-1} + \frac{1}{6}k_{i-1} h_{i-1} + e_{i-1}$$

$$\text{où } e_{i-1} = \frac{z(x_i) - z(x_{i-1})}{h_{i-1}}$$

La contrainte de continuité de la dérivée première impose $\hat{z}'_i(x_i) = \hat{z}'_{i-1}(x_i)$ donc :

$$-\frac{1}{3}k_i h_i - \frac{1}{6}k_{i+1} h_i + e_i = \frac{1}{3}k_i h_{i-1} + \frac{1}{6}k_{i-1} h_{i-1} + e_{i-1} \quad (15)$$

En simplifiant :

$$h_{i-1}k_{i-1} + 2(h_{i-1} + h_i)k_i + h_i k_{i+1} = 6(e_i - e_{i-1}) \quad (16)$$

On divise par $(h_{i-1} + h_i)$, et on pose $\lambda_i = \frac{h_i}{h_{i-1} + h_i}$ et $\rho_i = 1 - \lambda_i$:

$$\rho_i k_{i-1} + 2k_i + \lambda_i k_{i+1} = 6 \frac{e_i - e_{i-1}}{h_{i-1} + h_i} \quad (17)$$

Donc on a $(n - 1)$ contraintes avec $(n + 1)$ inconnues ($k_i, i = 0, 1, \dots, n$). Il nous faut deux contraintes supplémentaires pour résoudre le système, on peut imposer des contraintes pour spécifier k_0 et k_n , et cela réduit le nombre d'inconnues à $(n - 1)$.

Par conséquent on aura un système linéaire $AX = B$ avec $(n - 1)$ équations et $(n - 1)$ inconnues, ce système peut avoir une solution unique.

En écrivant l'équation (17) avec $(i = 1, 2, \dots, n - 1)$ et en construisant le système matriciel :

$$\begin{pmatrix} 2 & \lambda_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \rho_2 & 2 & \lambda_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \rho_3 & 2 & \lambda_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \rho_{n-2} & 2 & \lambda_{n-2} \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \rho_{n-1} & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ \vdots \\ k_{n-3} \\ k_{n-2} \\ k_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \frac{e_1 - e_0}{h_0 + h_1} - \rho_1 k_0 \\ 6 \frac{e_2 - e_1}{h_1 + h_2} \\ \vdots \\ \vdots \\ 6 \frac{e_{n-2} - e_{n-3}}{h_{n-3} + h_{n-2}} \\ 6 \frac{e_{n-1} - e_{n-2}}{h_{n-2} + h_{n-1}} - \lambda_{n-1} k_n \end{pmatrix}$$

La solution de ce système, ce sont les valeurs de k_i , et à partir de ces valeurs on calcule les coefficients (a_i, b_i, c_i , et d_i) du spline donné par :

$$\hat{z}_i(x) = a_i(x - x_i)^3 + b_i(x - x_i)^2 + c_i(x - x_i) + d_i \quad \text{où } x \in [x_i, x_{i+1}].$$

En écrivant cette équation quand $x = x_i$ on trouve :

$$z(x_i) = d_i \quad (18)$$

Et quand $x = x_{i+1}$ on écrit :

$$z(x_{i+1}) = a_i h_i^3 + b_i h_i^2 + c_i h_i + z(x_i) \quad (19)$$

La dérivée première du spline s'écrit :

$$\hat{z}'_i(x) = 3a_i(x - x_i)^2 + 2b_i(x - x_i) + c_i$$

Et la dérivée seconde s'écrit :

$$\hat{z}''_i(x) = 6a_i(x - x_i) + 2b_i \quad (20)$$

En substituant $k_i = \hat{z}_i''(x_i)$ et $x = x_i$ il vient :

$$k_i = 2b_i \Rightarrow b_i = \frac{k_i}{2} \quad (21)$$

Maintenant on écrit (20) avec $k_{i+1} = \hat{z}_i''(x_{i+1})$, $x = x_{i+1}$ et en prenant en compte l'équation (21) :

$$k_{i+1} = 6h_i a_i + k_i \Rightarrow a_i = \frac{k_{i+1} - k_i}{6h_i} \quad (22)$$

Il nous reste à calculer c_i , on prend l'équation du spline avec $x = x_{i+1}$ et en substituant les équations (18), (21), et (22) :

$$z(x_{i+1}) = \frac{k_{i+1} - k_i}{6} h_i^2 + \frac{1}{2} k_i h_i^2 + c_i h_i + z(x_i)$$

En simplifiant on trouve :

$$c_i = e_i - \frac{h_i}{6} (2k_i + k_{i+1}) \quad (23)$$

Les coefficients du spline sont maintenant connus, on peut interpoler en tout point appartenant à $[x_i, x_{i+1}]$, ($i = 0, 1, \dots, n$).

Les splines bi-cubiques :

Dans ce cas, le champ de régionalisation est l'espace géographique R^2 . On cherche à estimer la surface (DeBoor, 1962 ; Bhattacharyya, 1969, Dubrule 1981) la plus lisse qui passe par des points non régulièrement répartis, cette méthode correspond physiquement à forcer une plaque élastique à passer par un groupe de points, la contrainte qu'on applique est la minimisation de l'énergie de flexion suivante :

$$\iint [(\frac{\partial^2 \hat{z}}{\partial x^2})^2 + 2(\frac{\partial^2 \hat{z}}{\partial x \partial y})^2 + (\frac{\partial^2 \hat{z}}{\partial y^2})^2] dx dy$$

$$\text{avec } \hat{z}(s_i) = z(s_i) \text{ où } i = 1 \dots n$$

La fonction estimée $\hat{z}(s_i)$ est de la forme :

$$\hat{z}(s) = \hat{z}(x, y) = a_0 + a_1 x + a_2 y + \sum_{i=1}^n b_i K(s - s_i)$$

avec $\forall h \in R^2, K(h) = |h|^2 \ln(|h|)$.

On détermine les coefficients $a_0, a_1, a_2,$ et (b_1, \dots, b_n) en appliquant l'équation de la fonction estimée une fois pour chaque point d'échantillon, et en rajoutant des conditions complémentaires comme il suit :

$$\sum_{j=1}^n b_j K(s_i - s_j) + a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i = z(s_i) \quad \text{où } i = (1, \dots, n)$$

$$\sum_{j=1}^n b_j = 0, \quad \sum_{j=1}^n b_j x_j = 0, \quad \sum_{j=1}^n b_j y_j = 0$$

Ce système est linéaire avec $n + 3$ inconnues et $n + 3$ équations, il accepte une solution unique à condition que les points de mesure ne soient pas alignés.

A.1.4.2 Les splines d'ajustement

Lorsque les valeurs observées x_1, x_2, \dots, x_n sont connues avec leurs incertitudes, on peut chercher une fonction qui ne vérifie pas exactement les égalités $\hat{z}(x_i) = z(x_i)$, mais qui utilise leurs barres d'erreurs pour s'approcher « au mieux » de ceux-ci, avec la contrainte d'être la plus lisse que possible. Dans \mathbb{R}^2 cette contrainte de minimisation s'écrit sous la forme :

$$\sum_{i=1}^n [\hat{z}(s_i) - z(s_i)]^2 + \rho \iint [(\frac{\partial^2 \hat{z}}{\partial x^2})^2 + 2(\frac{\partial^2 \hat{z}}{\partial x \partial y})^2 + (\frac{\partial^2 \hat{z}}{\partial y^2})^2] dx dy$$

où ρ est un paramètre positif fixé à priori.

La fonction estimée sous ces contraintes est similaire de celle des splines d'interpolation, elle s'écrit :

$$\hat{z}(s) = \hat{z}(x, y) = a_0 + a_1 x + a_2 y + \sum_{i=1}^n b_i K(s - s_i)$$

avec $\forall h \in \mathbb{R}^2, K(h) = |h|^2 \ln(|h|)$.

D'une façon similaire au cas précédent, on écrit le système suivant avec les inconnues $a_0, a_1, a_2,$ et (b_1, \dots, b_n) avec le coefficient ρ comme inconnue supplémentaire du système :

$$\sum_{j=1}^n b_j K(s_i - s_j) + \rho b_i + a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i = z(s_i), \quad \text{où } i = (1, \dots, n)$$

$$\sum_{j=1}^n b_j = 0, \quad \sum_{j=1}^n b_j x_j = 0, \quad \sum_{j=1}^n b_j y_j = 0$$

Le paramètre ρ exprime le degré de lissage de la fonction spline. Lorsqu'il est nul l'interpolation est exacte, mais quand sa valeur augmente la contrainte de lissage devient de plus en plus forte, et donc on s'éloigne des mesures. Une valeur $\rho = +\infty$ correspond à une fonction de la forme $\hat{z}(s) = a_0 + a_1 x + a_2 y$ pour tout $s \in D$: qui est l'équation d'un plan.

A.2 Les méthodes stochastiques

L'estimation de la variable régionalisée dans l'espace D peut se faire en ayant recours à des méthodes probabilistes. Dans ce cas, les observations sont considérées comme réalisation d'une fonction aléatoire régionalisée $Z(\vec{s})$. Cette fonction est généralement caractérisée par sa loi de probabilité, ou plus précisément par ses moments de premier et second ordre.

Le krigeage est une méthode d'interpolation stochastique qui s'appuie sur des modèles de la géostatistique linéaire, notamment l'analyse variographique. Le nom krigeage vient de son précurseur, l'ingénieur sud-africain D.G.Krige, qui a développé au cours des années 50 des méthodes statistiques empiriques pour des applications sur la distribution de minerais à partir d'un ensemble de forages. Toutefois c'est le français Matheron qui a formalisé l'approche en estimant la corrélation entre les forages pour en déterminer la répartition spatiale. En parallèle des idées similaires ont été développées en URSS par L.S.Gandin sous le nom d'« interpolation optimale ». Il a introduit le terme « analyse objective » pour décrire la notion de corrélation. Nous parlerons, succinctement, des moments du premier et second ordre, ensuite de l'analyse variographique, et enfin nous présenterons le principe de krigeage ordinaire.

A.2.1 Moments du premier et du second ordre :

L'espérance mathématique représente le premier moment d'une fonction aléatoire, elle s'écrit en un point s :

$$E[Z(s)] = m(s)$$

où m est la valeur moyenne de la fonction $Z(s)$, alors que les moments du second ordre décrivent la loi de probabilité entre les valeurs mesurées en deux sites s_1 et s_2 .

Les moments du second ordre qui nous intéressent sont :

1- La covariance entre $Z(s_1)$ et $Z(s_2)$

Elle mesure la corrélation ou la ressemblance entre les valeurs observées aux sites s_1 et s_2 :

$$\begin{aligned} \text{cov} [Z(s_1), Z(s_2)] &= E \{ [Z(s_1) - m(s_1)] [Z(s_2) - m(s_2)] \} \\ &= E [Z(s_1) Z(s_2)] - m(s_1) m(s_2) \\ &= C (s_1, s_2) \end{aligned}$$

La covariance entre la variable aléatoire $Z(s)$ et elle-même correspond à sa variance à priori :

$$\text{cov} [Z(s_1), Z(s_1)] = \text{var} [Z(s_1)] = E \{ [Z(s_1) - m(s_1)]^2 \}$$

La variance d'une variable aléatoire mesure sa dispersion autour de sa valeur moyenne, sa valeur est égale au carré de son écart-type.

2- Le semi-variogramme entre $Z(s_1)$ et $Z(s_2)$

Il mesure le degré de dissemblance entre les valeurs observées en s_1 et s_2 , il s'écrit sous la forme :

$$\gamma(s_1, s_2) = \frac{1}{2} \text{var} [Z(s_1) - Z(s_2)]$$

Lorsque la fonction aléatoire est décrite seulement avec l'espérance et la variance on ignore la façon dont les données sont distribuées dans l'espace, cette information est rendue possible grâce à l'analyse du variogramme.

A.2.2 Analyse variographique

Le krigeage peut s'utiliser dans le cadre de l'hypothèse intrinsèque ou de la stationnarité du second ordre. Dans ce cas, la covariance et le variogramme entre les valeurs prises en s et $s + h$ ne dépendent que de leur séparation h .

Sous l'hypothèse intrinsèque le variogramme s'écrit :

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E[(Z(s+h) - Z(s))^2] \quad (24)$$

On peut évaluer le variogramme expérimental en remplaçant l'espérance mathématique par la valeur moyenne sur les paires de données séparées de h :

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2|N(h)|} \sum_{N(h)} [z(s_i) - z(s_j)]^2 \quad (25)$$

où $N(h)$ est le groupe de paires de mesures (i, j) tel que $s_i - s_j = h$;
et $|N(h)|$ est le nombre de paires contenues dans l'ensemble $N(h)$.

Cette fonction est nommée le semi variographique expérimental, elle est constituée d'un nuage de points (figure A.1) liant les distances de séparation entre les données et les valeurs de semi variogramme correspondantes. Son calcul dépend de nombreux paramètres tels que les directions dans lesquelles il se fait, et le pas de ce calcul, leurs choix vont influencer le variogramme expérimental qui en résulte ; un variogramme calculé avec une mauvaise prise en compte de ces paramètres est impossible à interpréter et à modéliser. Il faut donc y prêter attention lors de l'estimation de variogramme expérimental.

Un modèle analytique est adapté en ajustant une courbe au nuage de points calculé précédemment. Le choix du modèle adéquat de semi variogramme est la partie la plus difficile du Krigeage. Les modèles analytiques prennent généralement en compte l'anisotropie du phénomène étudié, les propriétés mathématiques du variogramme, et son comportement à l'origine, à titre d'exemple, un modèle gaussien est retenu lors d'un comportement parabolique à l'origine. Le modèle optimal doit être validé par des tests statistiques pour être plus tard utilisé dans le système du Krigeage.

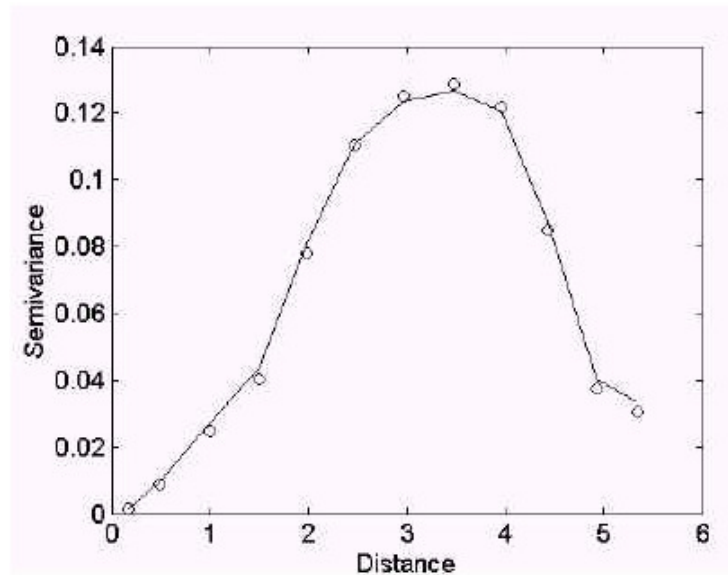


Fig. A.1 - Exemple de semi-variogramme. Les cercles sont les points calculés à l'aide de la relation (25), la courbe est la fonction analytique ajustée par moindres carrés

Dans le cas simple le variogramme est isotrope, c'est-à-dire qu'il ne varie pas avec sa direction dans le plan. Mais dans le cas général on calcule un variogramme dans chacun des axes de plan. De plus, certains logiciels n'utilisent pas toutes les mesures disponibles pour calculer le variogramme et les coefficients de pondération en un point donné, mais un nombre limité de celles-ci y interviennent, on appelle ce sous-ensemble de mesures « le voisinage de krigeage ». La taille de voisinage est prise en regardant plusieurs facteurs, d'un côté, l'hypothèse de la stationnarité et le modèle de variogramme doivent être valables à l'échelle de ce voisinage, et de l'autre, le nombre de mesures dans celui-là doit être suffisant à un calcul précis et peu sensible à l'ajout ou le retrait d'un point périphérique.

A.2.3 Le principe du krigeage

La méthode du krigeage est constituée de l'estimation de la valeur de la variable régionalisée $Z(s)$ en un point s_0 comme étant une combinaison linéaire pondérée du n valeurs prises aux sites s_i ($i = 1 \dots n$) :

$$Z(s_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(s_0)Z(s_i) \quad (26)$$

où les $\lambda_i(s_0)$ sont les coefficients de pondération du krigeage au point d'estimation s_0 , ils sont déterminés sous les deux contraintes suivantes :

- 1- l'estimateur est non biaisé ;
- 2- la variance de l'erreur de l'estimation est minimale.

L'erreur de l'estimation est la différence entre la valeur estimée et la valeur vraie en s_0 :

$$\varepsilon(s_0) = \hat{z}(s_0) - z(s_0)$$

Les deux contraintes précédentes se traduisent mathématiquement par :

- 1- $E[\varepsilon(s_0)] = 0$;
- 2- $\text{var}[\varepsilon(s_0)] = E[\varepsilon^2(s_0)]$ minimum.

La résolution de ce problème d'optimisation s'écrit, en un point s_0 , sous la forme du système linéaire, aux inconnues $\lambda_i(s_0)$, $i = 1 \dots N$ et le multiplicateur du Lagrange μ , suivant :

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j(s_0) \gamma_{ij} + \mu = \gamma_{i0}, \quad i = 1 \dots N \quad (27)$$

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i(s_0) = 1$$

où, γ_{ij} est la valeur de variogramme entre les sites s_i et s_j , γ_{i0} est sa valeur entre les sites s_i et s_0 , les γ_{ij} sont calculés à l'aide de variogramme expérimentale, alors que les γ_{i0} sont estimés par le modèle du variogramme choisi.

Ce système linéaire s'écrit sous la forme du système matriciel suivant :

$$\begin{pmatrix} 0 & \gamma_{12} & \gamma_{13} & \dots & \gamma_{1N} & 1 \\ \gamma_{21} & 0 & \gamma_{23} & \dots & \gamma_{2N} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{N1} & \gamma_{N2} & \gamma_{N3} & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{10}(s_0) \\ \lambda_{20}(s_0) \\ \vdots \\ \lambda_{N0}(s_0) \\ \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_{10} \\ \gamma_{20} \\ \vdots \\ \gamma_{N0} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Une fois ce système résolu, les coefficients de pondération $\lambda_i(s_0)$ seront connus, et donc la valeur interpolée en s_0 sera calculée à l'aide de l'équation (26). La variance de l'erreur d'estimation est obtenue par la relation :

$$\text{var}[\varepsilon(s_0)] = \sigma^2(s_0) = \sum_{i=1}^N \lambda_{i0}(s_0) \gamma_{i0} + \mu \quad (28)$$

La méthode du Krigeage possède des avantages par rapport aux autres méthodes d'interpolation déterministes, parce que c'est une technique d'interpolation qui prend en compte la structure spatiale des mesures grâce au variogramme, et elle nous permet d'évaluer l'erreur de l'estimation, ce qui donne une idée de la précision de l'interpolation en chaque point de l'espace d'étude.

Annexe B

Quelques rappels de tectonique des plaques

En 1912, le météorologue Allemand Alfred Wegener proposa, dans un article puis dans son livre « La genèse des continents et des océans » publié en 1915, une nouvelle théorie « mobiliste » sur la dérive des continents. Il supposa que les continents dérivent sur les fonds des océans. A l'échelle de temps géologiques, à l'époque du Permien il y a 250 millions d'années, tous les continents auraient formé une grande masse nommée la Pangée, puis ils se seraient séparés pour atteindre leurs positions actuelles.

Il s'appuyait principalement dans sa théorie sur la concordance géométrique entre les côtes de part et de l'autre de l'océan atlantique, mais aussi sur la présence de faunes semblables jusqu'au début de l'époque Jurassique (-200 millions années) en Amérique, en Afrique du sud, en Inde, en Australie, et dans l'Antarctique. Une réelle lacune de cette théorie était l'ignorance de la cause de la dérive, que Wegener supposait liée aux marées lunaires.

Cette théorie a été complétée et largement confirmée à la fin des années soixante par des observations topographiques (découverte des immenses chaînes sous-marines avec les premiers levés systématiques au sonar) et géophysiques. Plus particulièrement, l'existence des inversions magnétiques qui ont été découvertes au fond des océans, la datation et la largeur de ces bandes a permis l'estimation de la vitesse de cette dérive des continents. Les valeurs obtenues représentent une estimation de la vitesse moyennée sur les temps géologiques, et les vitesses actuelles mesurées par géodésie sont peu différentes.

B.1 Théorie de la tectonique des plaques

La tectonique des plaques suppose que la lithosphère de la Terre est composée de « blocs rigides » qui flottent et se déplacent sur l'asthénosphère, partie ductile de la Terre. Cette théorie reprend la thèse de Wegener et elle la développe après la découverte de l'origine de ces mouvements, la convection ou les forces internes dans la Terre, qui sont connues grâce aux outils récents de géophysique.

La théorie de la tectonique des plaques a été principalement énoncée en 1968 par l'Américain William Morgan Jason, le Britannique Dan Mckenzie, et le Français Xavier le Pichon. Selon ce modèle la lithosphère est constituée de douze plaques principales. Elles sont classées par ordre de taille : plaques Pacifique, Eurasie, Afrique, Antarctique, Inde et Australie, Amérique du nord, Amérique du sud, Nazca, Philippine, Arabie, Coco, et Caraïbe.

Certaines plaques peuvent être subdivisées en plusieurs "microplaques", comme par exemple, la plaque de Somalie en Afrique, et la plaque de Juan de Fuca entre le Pacifique et l'Amérique du nord.

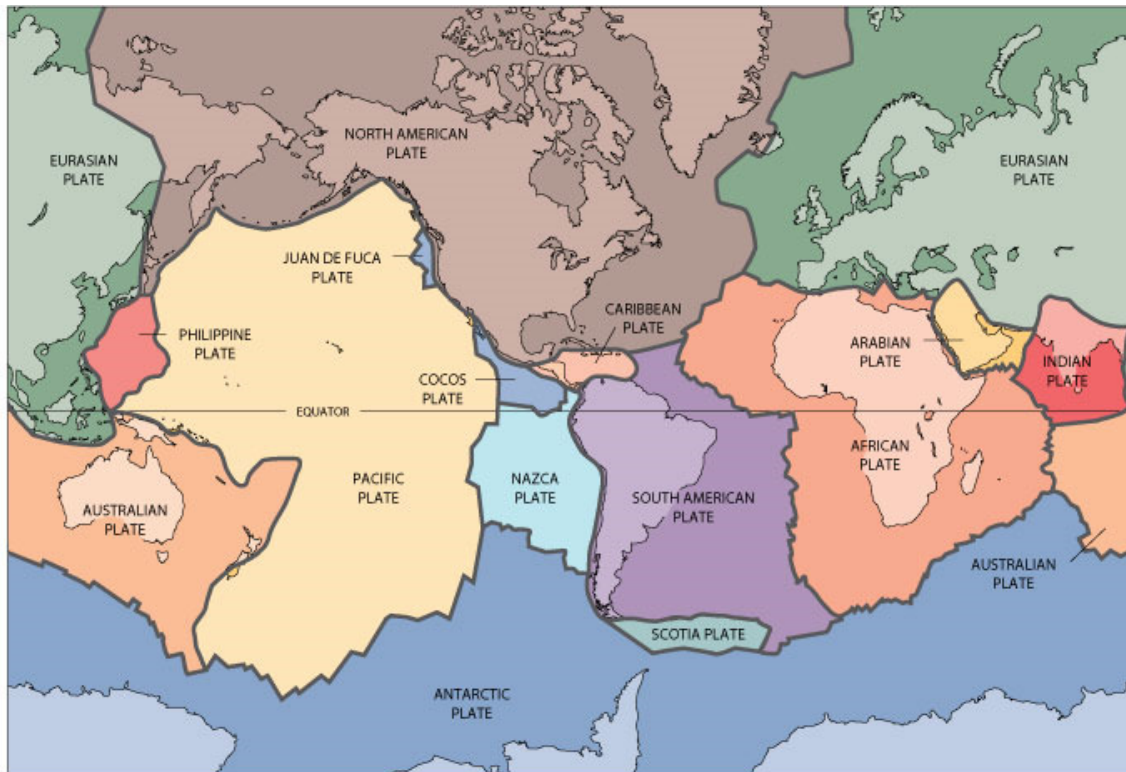


Fig. B.1 Carte des plaques tectoniques. Source : <http://pubs.usgs.gov/gip/dynamic/slabs.html>.

B.2 Interaction entre les plaques tectoniques

Les plaques tectoniques bougent et frottent l'une contre l'autre. Lorsque deux plaques se rencontrent, on peut distinguer trois types de comportements le long de ces limites : les frontières divergentes, les frontières convergentes (subduction, collision), et les frontières coulissantes (failles normales, inverses, décrochantes). Il est courant de rencontrer dans la nature par exemple des failles combinées décrochante normale ou décrochante inverse.

B.3 Cinématique des plaques tectoniques

Ce paragraphe rappelle succinctement les modèles géophysiques relatifs et absolus utilisés pour décrire le mouvement de plaques. Un modèle cinématique des plaques est traditionnellement calculé à l'aide de données géologiques où les vitesses des plaques sont estimées sur les 3.4 derniers millions d'années. La précision de vitesses obtenues par les techniques de géodésie spatiale, qui est de l'ordre millimétrique pour les composantes horizontales, permet de calculer des modèles de vitesses de plaques purement géodésiques. Comme nous l'avons mentionné les vitesses estimées à partir de données géophysiques sont des valeurs moyennes sur le temps géologiques, alors que les vitesses estimées à partir de données géodésiques décrivent bien évidemment les vitesses actuelles.

La modélisation des plaques est basée sur des hypothèses fortes :

- La surface de la Terre est divisée en un nombre limité de plaques, définies comme des calottes rigides sur le globe.

- La cinématique d'une plaque est assimilée à une rotation autour d'un axe qui perce la surface de la Terre en deux points nommés pôles eulériens.

Les premiers modèles géophysiques à inversion globale sont ceux de Chase (Chase 1972 ; 1978) et Minster et Jordan (Minster et Jordan, 1978). Il faut également citer NUVEL-1 (Northwestern University VELOCITY) (DeMets et al., 1990), qui est basé sur des données géophysiques. Il sert à estimer les pôles de rotation de respectivement douze et seize plaques. Il s'agit d'un modèle de mouvements relatifs. Une révision de ce modèle a été effectuée en 1994, avec une correction du module des vitesses d'un facteur de 0.95 sans changer leurs directions (DeMets et al., 1994), ce qui donne le modèle NUVEL-1A. La dernière version de ce modèle est MORVEL (DeMets et al., 2010). Il donne les vitesses angulaires relatives de 25 plaques.

Il existe d'autres modèles absolus qui sont dérivés du modèle relatif NUVEL1A. Comme le modèle NNR-NUVEL1A (Argus et Gordon, 1991). Celui-ci calcule la cinématique de seize plaques avec l'application d'une condition de non rotation NNR (No Net Rotation). La dernière version de ce modèle est NNR-MORVEL56 (Argus et al., 2010). Il donne l'ensemble des vitesses de 56 plaques avec application de la condition de non rotation NNR.

Un autre modèle, intitulé HS2 NUVEL1 [Gripp et Gordon, 1990] est basé sur NUVEL1 et les points chauds. Il a été révisé en 1994 avec NUVEL1A. Le dernier modèle HS3B-MORVEL qui est fourni par Zheng (Zheng et al., 2010).

On peut également calculer un modèle de plaques à partir de données de géodésie spatiale, comme le modèle REVEL (Sella et al, 2002) qui est construit principalement avec des données GPS dont les sites sont des sites permanents. L'analyse de données est effectuée d'une façon uniforme et les vitesses obtenues sont données dans un système de référence globale. Dans ce modèle l'ITRF97 est utilisé comme référentiel des vitesses.

En ce qui nous concerne, nous étudions les déformations de l'écorce terrestre en général, que ce soit des déformations inter plaques où intra plaques.

B.4 Blocs rigides

En 1968 Jason Morgan (Morgan, 1968) montra que sur une terre sphérique les plaques bougent les unes par rapport aux autres, et que la cinématique relative de deux plaques est décrite par une rotation de la première par rapport à la deuxième. Cette rotation possède trois paramètres, deux pour localiser le pôle de rotation relative, et le troisième désigne la vitesse angulaire de la rotation. La rotation est eulérienne autour d'un axe passant par le pôle de rotation et le centre de la Terre.

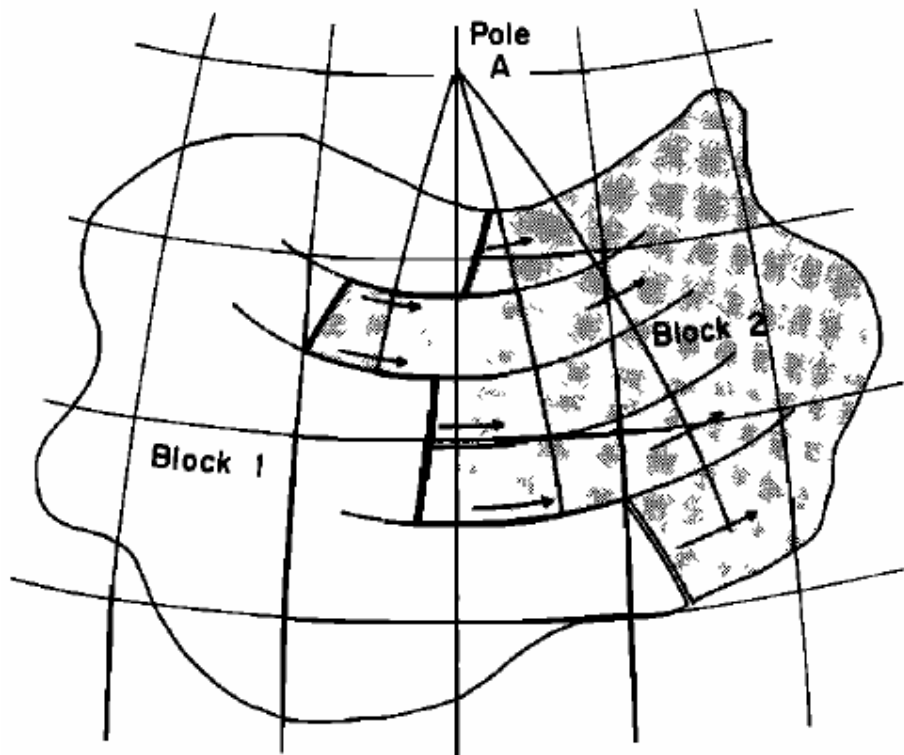


Fig. B.2 - Le mouvement du bloc rigide 2 par rapport au bloc 1 est nécessairement une rotation autour d'un pôle. Toutes les failles transformantes sur les frontières entre les deux blocs décrivent de petits cercles centrés sur le pôle de rotation. Ces petits cercles sont décrits par les arcs sur la figure. Source : (Morgan 1968).

Pour tester son hypothèse, il a estimé un pôle de rotation de la plaque Africaine par rapport à la plaque Sud Américaine. Ce pôle se situe à 62°N ($\pm 5^{\circ}$), 36°W ($\pm 2^{\circ}$). Il l'a calculé à partir des petits cercles sur les failles transformantes qui sont centrés sur l'axe Eulérien.

Il a également trouvé que les vitesses prédites par ce choix de pôle sur des points irrégulièrement répartis sur la surface du bloc, sont légèrement corrélées avec les vitesses de mêmes points mesurées par des anomalies magnétiques.

En parallèle, Dan Mc Kenzie et Rober Parker (McKenzie et Parker, 1967) ont développé des idées similaires à celles de Morgan. Xavier Le Pichon en a fait la première application en divisant la surface de la Terre en 6 plaques lithosphériques (Le Pichon 1968) dont il a défini les frontières selon leurs activités tectoniques, et il a calculé les pôles de rotation de leurs déplacements relatifs depuis 120 millions d'années.

Annexe C

Comment réaliser une carte

Lors de la conception d'une carte, il faut prendre en compte un certain nombre de critères généraux de la cartographie classique de lisibilité, clarté et harmonie, pour que l'information soit transmise correctement et sans biais. Nous présentons ici ces contraintes dans le cas général.

C.1 L'information à cartographier

La première étape dans la réalisation d'une carte est l'analyse des données du départ, les informations doivent être regroupées dans un tableau, pour pouvoir définir le nombre des composantes à représenter. Cette connaissance aide dans la compréhension des informations complexes, dans le choix du mode graphique de représentation et dans la rédaction de légende. Un objet géographique est associé à des concepts qui le caractérisent, ou bien le qualifient.

C.2 Les règles du conception cartographique

Communiquer un message cartographique entraîne un certain nombre de contraintes pour qu'il soit interprété correctement. Il y a des contraintes liées au lecteur de la carte, à l'information géographique que l'on veut représenter et aux moyens d'expression.

C.2.1 Les règles spécifiques à la physiologie de l'œil humain

Les éléments graphiques de la carte doivent être perceptibles, avoir une forme identifiable et différente des autres éléments graphiques représentés pour éviter de les confondre, avoir une distance de séparation minimale avec un élément voisin et avoir une taille permettant de les différencier de leurs homologues de même forme mais correspondant à des valeurs différentes.

Quand on veut établir une carte il faut la concevoir en se basant sur ces contraintes fondamentales, il en découle la prise en compte des normes dimensionnelles liées à :

- l'acuité visuelle de discrimination, il s'agit de plus petit élément que l'œil est capable de discerner, le diamètre de la tache minimale perceptible à une distance normale de lecture (30 centimètres à l'âge de vingt ans) est égal à 0.09 millimètres;
- l'acuité visuelle d'alignement, c'est le fait de distinguer si deux traits sont dans le même prolongement, 0.02 millimètres est la valeur minimale qui permet d'apprécier le décalage entre deux traits mis dans le même prolongement ;
- le seuil de perception, c'est la taille minimale qui permet de distinguer la forme d'un élément cartographique, cette taille est variable selon que l'élément

est ponctuel ou linéaire, évidé ou plein (les formes évidées ont besoin d'un seuil plus important que celui de mêmes formes mais pleines) ;

- le seuil de séparation, c'est la distance minimale entre deux éléments graphiques similaires voisins permettant de les isoler l'un de l'autre, cette distance est unique pour les éléments graphiques ponctuels ou linéaires, sa valeur est de 0.2 millimètres ;
- le seuil de différenciation, c'est la variation minimale de taille des formes similaires qui permet d'apprécier en clarté les paliers d'un éventuel classement, la valeur du seuil de différenciation dépend du type de l'élément s'il est ponctuel ou linéaire, pour les éléments ponctuels leur surface doit au moins être doublée entre deux paliers consécutifs, alors que dans le cas des éléments linéaires l'écart minimum d'épaisseur est de 0.1 millimètres lorsque ils sont proches et de 0.3 millimètres lorsque ils sont éloignés ;
- l'appréciation des couleurs, elle dépend de multiples facteurs psychosomatiques ou physiologiques du lecteur, de l'illumination, des variations spatiales de l'objet dans le champ, et du contraste.

C.2.2 Les règles spécifiques au type de l'utilisateur

La carte étant destinée finalement à son utilisateur, elle doit s'adapter à ce dernier et remplir ses besoins. Il est indispensable de prendre en considération certains paramètres concernant l'âge, les connaissances et le niveau technique du destinataire, on ne fait pas la même carte selon que son utilisateur est un scientifique ou le grand public.

C.2.3 Les règles spécifiques au type de l'information

La localisation des données permet de savoir le positionnement géographique de la région à cartographier, ce paramètre est nécessaire pour le choix de l'échelle de la carte, de la projection utilisée et les limites géographiques de la zone. Selon la nature de l'information le cartographe va être amené à tel ou tel choix pour la représenter, il faut savoir si l'information est localisée ponctuellement ou linéairement dans l'espace.

C.3 La construction du langage graphique

La lecture d'une carte exige un code commun entre le concepteur et le lecteur, c'est-à-dire un groupe de signes conventionnels répertorié ensemble qui fonctionne comme un dictionnaire entre les données et leurs représentations graphiques.

Les trois modes basiques d'implantation graphique sont : le point, la ligne et la zone.

Le point : un point est un élément du plan ne possédant ni longueur ni surface, sa visibilité est assurée par une tâche minimale de perception, il est le moyen couramment employé pour

représenter les phénomènes ponctuels où le centre du point a une signification du positionnement, comme par exemple, les points géodésiques.

La ligne : une ligne est un élément du plan possédant une position et une longueur, mais elle ne peut pas avoir une surface, elle est perceptible grâce à une tâche minimale qui la discerne, son positionnement est celui de son axe linéaire.

La zone : c'est une partie limitée du plan dont la surface est mesurable, elle est reconnaissable par la tache visible qui la représente, elle peut changer de position à condition de ne pas changer sa taille sinon la zone ne reste plus la même. Les lacs, les îles et les pays se représentent par une implantation zonale.

C.4 La symbolique

La sémiologie graphique s'intéresse à la construction de la symbolique, dont le but est d'étudier les signes graphiques et leurs significations. Tout graphisme représenté sur la carte est signifiant, le cartographe doit donc prendre soin lors du choix des éléments graphiques de la carte, et faire attention à ne pas employer des symboles ambigus.

Pour établir un système d'expression cartographique, le concepteur cartographe se sert d'un ensemble de spécifications graphiques que Jacques Bertin [Bertin, 1967] appelle « variables visuelles », elles comprennent toutes les variations possibles des signes graphiques employés pour transmettre l'information. Ces variables ont des propriétés significatives et des capacités expressives différentes, toute variable visuelle se distingue par son niveau d'organisation et par sa longueur.

C.4.1 Les variables visuelles en cartographie

C.4.1.1 La forme

C'est l'espace limité par une ou plusieurs lignes, il y a des formes creuses ou pleines, géométriques ou figuratives, un objet représenté aura un sens quand sa forme correspond à un concept connu par tout le monde sinon son interprétation se fait en se reportant à la légende. Le cartographe a toute la liberté d'imagination pour créer des différents symboles, cependant il est limité par la perception de l'œil.

C.4.1.2 La valeur

La variation de la valeur se fait par la progression continue de la suite des gris s'étendant de blanc au noir, la combinaison de la variable visuelle « valeur » avec la couleur donne une dégradation de couleur, cela veut dire que la couleur devient plus claire ou plus foncée selon son contenu en blanc ou noir respectivement. La longueur théorique de cette variable visuelle est infinie car on peut effectuer une variation continue de gris, mais en pratique elle est limitée par la capacité à reconnaître. En cartographie, le nombre des paliers différenciables est variable en fonction de chaque couleur, il a une valeur de 6 pour la couleur grise entre le noir et le blanc, de 5 pour le violet et le rouge, de 4 pour le bleu et l'orange, de 3 pour le vert, et de 2 ou 3 pour le jaune.

C.4.1.3 La taille

Un graphisme change de dimensions, de surface, et de volume du plus petit (seuil de perception) au plus grand (encombrement maximal acceptable sur la carte représentée), la longueur de cette variable est infinie mais elle est bornée par les limites citées ci-dessus.

C.4.1.4 L'orientation

C'est la direction de l'axe principal du symbole par rapport à une direction de référence, le gisement d'une direction est considéré par rapport au nord dans les cartes topographiques. La longueur de cette variable est celle de quatre directions (horizontale, verticale et les deux directions obliques à 45 degrés) que le lecteur peut discerner sans erreur. Un nombre plus grand que ces quatre directions devra être référencé dans la légende.

C.4.1.5 La couleur

La sensation colorée désigne un ensemble de longueurs d'ondes de spectre visible de la lumière, perçues par l'œil, cette dernière est capable d'apprécier un nombre considérable de nuances, mais le cartographe se restreint à une palette de couleurs que le lecteur peut différencier et mémoriser, c'est pourquoi la longueur de la variable visuelle couleur est considérée à une vingtaine de couleurs possibles.

Nous avons les couleurs fondamentales (Rouge, Vert, Bleu) à partir desquelles on peut constituer les autres flux colorées et le blanc, et les couleurs (Cyan, Magenta, Jaune) qui sont complémentaires des précédentes ($C = V + B$, $M = R + B$, $J = R + V$) ces couleurs sont utilisées comme encres des imprimantes grâce à leur capacité de constituer la plupart des autres couleurs. On détaillera les notions liées à la couleur plus loin.

C.4.1.6 Le grain

La variable du grain désigne les taches contenues dans une zone donnée, le fait de varier la forme et la répartition de ces taches change sa texture, un grain géométrique est implanté si le phénomène est périodique sinon il est aléatoire, il pourra être homogène ou hétérogène selon que ses éléments sont identiques ou pas.

L'estimation de longueur de la variable grain est difficile car elle dépend de la structure et du mode d'implantation, elle contient donc tous les éléments qu'on peut employer dans la structure, de plus la variation de texture est seulement valide sur des implantations zonales.

C.4.1.7 La dynamique

Cette variable visuelle, qui a été développée à l'Ecole Nationale des Sciences Géographiques, est applicable en cas des images sur l'écran, elle se définit comme l'animation des éléments graphiques présents sur la carte en utilisant plusieurs techniques, comme le déplacement d'un objet, le clignotement, la mutation soit par le remplacement d'un objet par un autre soit par la modification progressive de son état, et finalement la modification de vitesse.

C.4.2 Les propriétés des variables visuelles

Après avoir vu les différents types de variables visuelles en sémiologie cartographique, nous allons présenter maintenant leurs propriétés principales :

C.4.2.1 La différenciation

C'est la capacité que chaque variable visuelle a pour distinguer les caractères des graphiques sur la carte. Toutes les variables visuelles ont cette propriété comme par exemple : la différenciation d'un triangle ou d'un carré lorsqu'il s'agit de la forme, d'un petit ou grand cercle lorsqu'il s'agit de la taille, d'un segment horizontal ou vertical lorsqu'il s'agit de l'orientation, d'une zone bleue ou verte lorsqu'il s'agit de la couleur, d'un gris foncé ou clair lorsqu'il s'agit de la valeur, d'une structure homogène ou hétérogène lorsqu'il s'agit de la texture, d'une animation lente ou rapide lorsqu'il s'agit de la dynamique.

C.4.2.2 L'ordre

C'est la propriété des variables visuelles à organiser et hiérarchiser l'information représentée sans ambiguïté.

Trois variables ont cette capacité d'hiérarchisation : La taille, la valeur, et la dynamique.

La taille peut être ordonnée en petit, moyen, et grand. La valeur en gris clair, gris moyen, et gris foncé. La dynamique en animation de plus en plus rapide.

C.4.2.3 La quantité

C'est la propriété qui permet d'évaluer la grandeur des objets représentés et leurs étendus numériques, pour accéder à la valeur absolue il faut se référer à la légende. De point de vue cartographique seule la variable visuelle de la taille peut donner des classifications quantitatives, mais de point de vue pratique on peut faire correspondre une échelle de couleurs successives avec une série de valeurs numériques d'une grandeur quelconque de telle manière que chaque couleur va exprimer une valeur.

C.4.2.4 L'associativité

Elle se définit par l'interprétation des signes graphiques différents comme étant des objets qui se ressemblent, cette interprétation est basée sur le fait que les graphismes représentés s'inscrivent dans le même thème ou sur le fait qu'ils reflètent un niveau similaire d'information. En pratique l'associativité est mise en évidence lorsque les éléments graphiques ont certaines propriétés en commun.

C.4.3 La combinaison des variables visuelles

Quand les objets ont des propriétés communes la combinaison de deux ou plusieurs variables visuelles contribue au renforcement du message, comme à titre d'exemple la combinaison de dimension avec la valeur renforce la différenciation et l'ordre de l'information.

C.5 La couleur

La couleur apporte à la carte une expressivité considérable, elle est la variable visuelle de différenciation par excellence et l'outil de classification des objets contenus dans la carte. La perception de couleur dépend de multiples facteurs : la source lumineuse, l'œil, l'observateur, et les propriétés de l'objet observé.

C.5.1 Le domaine visible du spectre électromagnétique

Les couleurs que nos yeux sont capables de différencier correspondent à la partie visible du spectre électromagnétique, plus précisément entre 0.4 et 0.75 microns de longueur d'onde, dans cette intervalle la variation de longueur d'onde se traduit par une couleur différente, mais par contre une couleur perçue peut correspondre à un mélange de longueurs d'ondes.

C.5.2 La perception de la couleur

La notion de couleur se divise en deux différents aspects :

- La sensation physiologique que l'œil d'un observateur reçoit de la surface d'un objet sous une source de lumière blanche.
- La courbe spectrale qui fixe pour chaque longueur d'onde la quantité de lumière émise ou réfléchie ou transmise par un objet.

Le premier aspect est totalement subjectif et il varie en fonction de certains paramètres comme nous l'avons mentionné au dessus, le second est totalement objectif et lié à des mesures physiques.

Comme nous l'avons précisé ci-dessus le nombre de couleurs que notre œil est capable de différencier est considérable. Toute couleur est constituée d'un mélange des parts différents de la longueur d'onde des trois couleurs dites basiques ou primaires : le rouge, le vert, et le bleu. Ces couleurs primaires, quand à elles, sont composées des parts égales de la longueur d'onde dans le domaine visible du champ électromagnétique découpé en trois sous-ensembles :

1. de 0.4 au 0.5 microns, pour le bleu ;
2. de 0.5 au 0.6 microns, pour le vert ;
3. de 0.6 au 0.75 microns, pour le rouge.

Les trois couleurs complémentaires, le cyan, le magenta, et le jaune se définissent par la synthèse soustractive. Elles sont constituées à partir de la lumière blanche au quelle on a retiré le rouge, le vert, et le bleu respectivement.

On comprend bien que le blanc est composé de parts égales des couleurs constituant le spectre visible, et le noir ne contient aucune longueur d'onde dans le même domaine.

C.5.3 Le système de couleur (RGB)

Il existe aujourd'hui des multiples systèmes de référence de couleur à trois dimensions, nous allons nous intéresser à deux systèmes en particulier : le premier est le système RGB (abréviation en anglais Red, Green, Blue) qui désigne rouge, vert, et bleu ; et le seconde est le système HSV (abréviation en anglais Hue, Saturation, Value) qui désigne teinte, saturation, et valeur.

Le système RGB spécifie les couleurs par un code de trois chiffres, chacun d'entre eux varie de 0 à 255. La noire est spécifiée par le code 0/0/0, alors que la couleur blanche possède un code de 255/255/255, un mélange de ces trois couleurs génère les autres couleurs de spectre.

C.5.4 Le système de couleur (HSV)

C'est un système définissant les couleurs par trois paramètres la teinte, la saturation, et la valeur. Nous allons faire une brève définition de chacun d'entre eux :

"Hue" ou teinte, elle est répartie sur le périmètre d'un cercle de 0 à 360 degrés, où le zéro correspond à la couleur rouge, le 30° à l'orange, 50° au jaune, 120° au vert, 230° au bleu, 300° au magenta, et 360° qui correspond à nouveau au rouge. Les couleurs représentées sur ce cercle sont saturées.



Fig - C.1 La couleur Chartreuse dans GIMO. a- les curseurs indiquent l'altération de couleur lorsque nous changeons les paramètres (H, S, V), ou, (R, G, B), b- pour une teinte constante ici 90 la saturation diminue de haut en bas, et la valeur diminue de droite à gauche, la couleur au coin en haut à droite représente la couleur pure (Source : GMT documentation d'après le logiciel GIMP de manipulation des images).

Saturation : ce paramètre varie de 0 à 1 où 100%, il nous indique le degré de saturation de couleur. La variation de sa valeur correspond à l'échelle de gris.

"Value" ou valeur de luminosité : le paramètre de la valeur varie de 0 à 1 où 100%, le zéro correspond au noir et le 100% correspond à la couleur saturée.

Le système HSV est très utile lorsque nous construisons une échelle continue de couleurs. L'avantage d'utiliser ce système est que nous pouvons avoir une teinte plus au moins claire, ou plus ou moins foncée en fonction des paramètres de la saturation et de la valeur, une telle chose est infaisable avec le système RGB.

Annexe D

Quelques Notions de La convergence Stochastique

D.1 Inégalité de Bienaymé Tchébychev

Si X est une variable aléatoire possédant une moyenne μ et une variance σ^2 non nulles. Nous définissons l'inégalité de Bienaymé Tchébychev comme suit : la probabilité que X s'écarte de sa moyenne de k fois son écart type σ est inférieure à $1/k^2$:

$$\Pr\{|X - \mu| \geq k \sigma\} \leq \frac{1}{k^2} \quad (1)$$

$$\text{Si on pose } \varepsilon = k \sigma, \text{ il vient : } \Pr\{|X - \mu| \geq \varepsilon\} \leq \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$$

D.2 Convergence stochastique

On traite une suite de variables aléatoires $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ du même espace de probabilité, où l'indice n dépasse toute limite. Avant de présenter la convergence stochastique, nous parlons de la notion de l'égalité entre deux variables aléatoires.

Soit X et Y des variables aléatoires, $X = Y$ signifie :

- Pour toutes les issues d'une expérience aléatoire ($\forall \omega \in \Omega \setminus \mathcal{N}$ où $\Pr\{\mathcal{N}\}=0$) on a : $X(\omega) = Y(\omega)$. En ce cas on écrit $\Pr\{X = Y\} = 1$.

- Leurs fonctions de répartition sont égales : $\forall t, F_x(t) = F_y(t)$, sauf pour un ensemble de mesure nulle, cet ensemble correspond en pratique aux points de discontinuité communs des deux fonctions F_x e F_y .

La convergence stochastique comprend quatre interprétations classiques : la convergence presque sûre, la convergence en moyenne quadratique, la convergence en probabilité, et la convergence en loi. On peut les classer en suivant le schéma :

$$\left. \begin{array}{l} X \xrightarrow{p.s.} Y \\ X \xrightarrow{m.q.} Y \end{array} \right\} \Rightarrow X \xrightarrow{prob} Y \Rightarrow X \xrightarrow{loi} Y$$

Les deux premières impliquent les deux dernières, c'est-à-dire lorsque la convergence presque sûre et la convergence en moyenne quadratique sont satisfaites cela implique la convergence en probabilité et la convergence en loi. Nous citons ci-dessous ces quatre types classiques de convergence avec une courte définition de chacune.

D. 2. 1 Types de convergence

La convergence en loi : on dit que la variable aléatoire X_n de fonction de répartition F_n converge en loi vers la variable aléatoire X de fonction de répartition F , si la suite $\{F_n\}$ converge simplement vers F en tous points où F est continue :

$$\forall x ; F(x^+) = F(x^-), \lim_{n \rightarrow \infty} F_n(x) = F(x)$$

Cette convergence signifie qu'on peut assimiler $F_n(x)$ à $F(x)$ avec une erreur, cette erreur sera aussi petite que l'on veut lorsque n dépasse un certain seuil N :

$$\forall x, \forall \varepsilon > 0, \exists N : [n \geq N] \Rightarrow [|F_n(x) - F(x)| \leq \varepsilon]. \quad (2)$$

La convergence en probabilité : on dit que X_n converge en probabilité vers X si :

$$\forall \varepsilon > 0, \lim_{n \rightarrow \infty} \Pr\{|X_n - X| > \varepsilon\} = 0$$

Cette écriture veut dire que, quelque soit $\varepsilon > 0$ et $\delta > 0$ (aussi petits que l'on veut mais pas nul), il existe un rang N au-delà duquel la probabilité que la variable aléatoire $X_n - X$ soit différente de zéro à plus de ε est inférieure de δ :

$$\forall \varepsilon > 0, \forall \delta > 0 ; \exists N : [n \geq N] \Rightarrow [\Pr\{|X_n - X| > \varepsilon\} < \delta]. \quad (3)$$

La convergence en probabilité implique celle en loi, mais la réciproque n'est pas nécessairement vraie. Car pour établir une convergence en probabilité il faut calculer la fonction de répartition de variable aléatoire $X_n - X$, il est donc nécessaire de connaître celle de couple (X_n, X) .

La convergence presque sûre : la convergence presque sûre est définie de la même manière que l'égalité entre deux variables aléatoires :

On dit que la suite $\{X_n\}$ de variables aléatoires converge presque sûrement vers la variable aléatoire X , si pour toutes les issues ω d'une expérience aléatoire, la variable aléatoire X_n converge simplement vers la variable X lorsque $n \rightarrow \infty$:

$$[\forall \omega \in \Omega \setminus \mathcal{N} : \Pr\{\mathcal{N}\} = 0] \Rightarrow [\lim_{n \rightarrow \infty} X_n(\omega) = X(\omega)]. \quad (4)$$

On note $X_n \xrightarrow{p.s.} X$ pour la convergence presque sûre.

La convergence en moyenne quadratique : c'est un cas particulier de la convergence en moyenne d'ordre r .

On dit que la suite de variables aléatoires $\{X_n\}$ converge en moyenne d'ordre r vers la variable aléatoire X , si $\lim_{n \rightarrow \infty} E[(X_n - X)^r] = 0$, on note $X_n \xrightarrow{Lr} X$.

On obtient la convergence en moyenne quadratique de X_n vers X :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E[(X_n - X)^2] = 0. \text{ On note } X_n \xrightarrow{m.q.} X. \quad (5)$$

La convergence en moyenne quadratique implique la convergence en probabilité.

D. 3 Lois des grands nombres

Les lois des grands nombres permettent de réaliser des critères de la convergence de la moyenne arithmétique empirique d'une suite des variables aléatoires $\{X_n\}$ vers une valeur certaine μ . Cette moyenne arithmétique empirique de la suite $\{X_n\}$ est définie par :

$$\forall n, M_n = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n} \quad (6)$$

On étudie ici la convergence de M_n vers la valeur μ quelque soit le type de convergence.

D.3.1 Loi de Bernoulli

Une loi de probabilité est dite de Bernoulli si les résultats d'une suite d'épreuves sont indépendants et identiques, comme l'exemple de jeu de « pile » et « face ».

On prend la variable aléatoire X_i pour désigner un succès (avoir le résultat « pile »), elle vaut donc 1 en cas de succès avec une probabilité p , et elle vaut 0 d'une probabilité $(1-p)$ en cas d'échec.

Lorsque le nombre des épreuves est suffisamment grand, Bernoulli a montré que le nombre moyen de succès en n épreuves P_n converge en probabilité vers la probabilité p :

$$P_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i ; n \longrightarrow \infty \Rightarrow P_n \xrightarrow{\text{Pr}} p. \quad (7)$$

Cette convergence $P_n \xrightarrow{\text{Pr}} p$ est obtenue en appliquant directement l'inégalité de Bienaymé-Tchébychev.

D.3.2 Lois faibles des grands nombres

Les lois faibles des grands nombres établissent des conditions suffisantes de convergence en probabilité de la moyenne empirique arithmétique vers une valeur certaine μ , comme il suit :

Si les variables aléatoires X_i sont deux à deux indépendantes et qu'elles suivent la même loi de probabilité d'une moyenne μ et d'une variance σ^2 , donc leur moyenne empirique arithmétique converge en probabilité vers μ :

$$M_n = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n} \xrightarrow{\text{Pr}} \mu. \quad (8)$$

D.3.3 Lois fortes des grands nombres

Les lois fortes des grands nombres sont un ensemble de conditions suffisantes de convergence presque sûre de la moyenne empirique arithmétique d'une suite $\{X_n\}$ des variables aléatoires vers une valeur certaine, μ comme il suit :

Si les variables aléatoires X_i sont *mutuellement* indépendantes et qu'elles suivent la même loi de probabilité de moyenne μ et de variance σ^2 , alors leur moyenne empirique arithmétique converge *presque-sûrement* vers la valeur μ :

$$M_n = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n} \xrightarrow{p.s.} \mu. \quad (9)$$

D.3.4 Théorème centrale limite

Les lois des grands nombres montrent la convergence d'une suite de variables aléatoires vers une valeur limite, mais nous ignorons la loi avec laquelle cette convergence est établie. Le théorème central limite donne l'ensemble des conditions sous lesquelles la somme des variables aléatoires tend en loi soit vers une loi Normale ; soit vers une loi de Poisson ; soit vers la loi certaine.

L'idée est d'approximer la fonction de répartition de la somme de n variables aléatoires X_n avec une loi normale par exemple. Les conditions nécessaires pour appliquer cette approximation sont : il faut que n soit suffisamment grand et que chaque variable aléatoire ait une petite influence dans la somme de toutes les variables aléatoires.

Sous ces conditions, la somme normée des variables aléatoires réduites suit donc la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0, 1)$ de moyenne nulle et de variance unité, avec la fonction de répartition $F(x)$:

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (10)$$

La variable aléatoire réduite est définie à partir d'une variable aléatoire X_i de moyenne μ_i et de variance σ_i^2 , par : $(X_i - \mu_i) / \sigma_i$, elle est de moyenne nulle et de variance unité.

Si les variables aléatoires X_i , qui forment la suite $\{X_n\}$ sont indépendantes de moyenne μ_i et de variance σ_i^2 , l'espérance et la variance de leur somme est égale respectivement à la somme des espérances et des variances des variables aléatoires X_i . Nous pouvons définir la suite normée, comme suit :

$$Y_k = \frac{1}{\Sigma_k} \sum_{i=1}^k X_i - \mu_i, \text{ avec } \Sigma_k = \left(\sum_{i=1}^k \sigma_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

Les termes Y_k sont des termes normés, et la suite $\{Y_n\}$ est la somme normée de la suite $\{X_n\}$. Le théorème central limite permet d'approximer la loi suivie par la somme normée des variables aléatoires réduites par une loi normale centrée réduite.

Pratiquement, nous effectuons une simulation d'un très grand nombre de fois pour estimer un paramètre, on calcule la moyenne empirique par :

$$\bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}, \text{ avec } n : \text{ le nombre de simulation.}$$

La somme normée réduite de ces simulations : $\frac{1}{\sum_n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu_i)$ cette quantité peut s'écrire :

$\frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{n}}{\sigma} (\bar{X} - \mu)$, où $\mu_i = n\mu$, et $\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 = n\sigma^2$, car on suppose que les variables aléatoires indépendantes suivent la même loi.

Cette somme $\frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}$ suit la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0, 1)$.

Annexe E

Exemple du fichier CPT : cas de variable Z composite

Z _{i-1}	H _{min}	S _{min}	V _{min}	Z _i	H _{max}	S _{max}	V _{max}
-194	120	0.1	0.7	-193.9	120	0.19	0.73
-193.9	120	0.19	0.73	-193.8	120	0.28	0.76
-193.8	120	0.28	0.76	-193.7	120	0.37	0.79
-193.7	120	0.37	0.79	-193.6	120	0.46	0.82
-193.6	120	0.46	0.82	-193.5	120	0.55	0.85
-193.5	120	0.55	0.85	-193.4	120	0.64	0.88
-193.4	120	0.64	0.88	-193.3	120	0.73	0.91
-193.3	120	0.73	0.91	-193.2	120	0.82	0.94
-193.2	120	0.82	0.94	-193.1	120	0.91	0.97
-193.1	120	0.91	0.97	-193	120	1	1
-193	120	0.1	0.7	-192.9	120	0.19	0.73
-192.9	120	0.19	0.73	-192.8	120	0.28	0.76
-192.8	120	0.28	0.76	-192.7	120	0.37	0.79
-192.7	119	0.37	0.79	-192.6	119	0.46	0.82
-192.6	119	0.46	0.82	-192.5	119	0.55	0.85
-192.5	119	0.55	0.85	-192.4	119	0.64	0.88
-192.4	119	0.64	0.88	-192.3	119	0.73	0.91
-192.3	119	0.73	0.91	-192.2	119	0.82	0.94
-192.2	119	0.82	0.94	-192.1	119	0.91	0.97
-192.1	119	0.91	0.97	-191	119	1	1
-191	119	0.1	0.7	-191.9	119	0.19	0.73
-191.9	119	0.19	0.73	-191.8	119	0.28	0.76
-191.8	119	0.28	0.76	-191.7	119	0.37	0.79
-191.7	119	0.37	0.79	-191.6	119	0.46	0.82
-191.6	119	0.46	0.82	-191.5	119	0.55	0.85
-191.5	119	0.55	0.85	-191.4	119	0.64	0.88
-191.4	119	0.64	0.88	-191.3	119	0.73	0.91
-191.3	119	0.73	0.91	-191.2	119	0.82	0.94
-191.2	119	0.82	0.94	-191.1	119	0.91	0.97
-191.1	119	0.91	0.97	-191	119	1	1
-191	119	0.1	0.7	-190.9	119	0.19	0.73
.
.
.

.
.
.
-3	51	0.1	0.7	-2.9	51	0.19	0.73

-2.9	51	0.19	0.73	-2.8	51	0.28	0.76
-2.8	51	0.28	0.76	-2.7	51	0.37	0.79
-2.7	51	0.37	0.79	-2.6	51	0.46	0.82
-2.6	51	0.46	0.82	-2.5	51	0.55	0.85
-2.5	51	0.55	0.85	-2.4	51	0.64	0.88
-2.4	51	0.64	0.88	-2.3	51	0.73	0.91
-2.3	51	0.73	0.91	-2.2	51	0.82	0.94
-2.2	51	0.82	0.94	-2.1	51	0.91	0.97
-2.1	51	0.91	0.97	-2	51	1	1
-2	51	0.1	0.7	-1.9	51	0.19	0.73
-1.9	51	0.19	0.73	-1.8	51	0.28	0.76
-1.8	51	0.28	0.76	-1.7	51	0.37	0.79
-1.7	51	0.37	0.79	-1.6	51	0.46	0.82
-1.6	51	0.46	0.82	-1.5	51	0.55	0.85
-1.5	51	0.55	0.85	-1.4	51	0.64	0.88
-1.4	51	0.64	0.88	-1.3	51	0.73	0.91
-1.3	51	0.73	0.91	-1.2	51	0.82	0.94
-1.2	50	0.82	0.94	-1.1	50	0.91	0.97
-1.1	50	0.91	0.97	-1	50	1	1
-1	50	0.1	0.7	-0.9	50	0.19	0.73
-0.9	50	0.19	0.73	-0.8	50	0.28	0.76
-0.8	50	0.28	0.76	-0.7	50	0.37	0.79
-0.7	50	0.37	0.79	-0.6	50	0.46	0.82
-0.6	50	0.46	0.82	-0.5	50	0.55	0.85
-0.5	50	0.55	0.85	-0.4	50	0.64	0.88
-0.4	50	0.64	0.88	-0.3	50	0.73	0.91
-0.3	50	0.73	0.91	-0.2	50	0.82	0.94
-0.2	50	0.82	0.94	-0.1	50	0.91	0.97
-0.1	50	0.91	0.97	0	50	1	1
0	50	1	1	0.1	50	0.91	0.97
0.1	50	0.91	0.97	0.2	50	0.82	0.94
0.2	50	0.82	0.94	0.3	50	0.73	0.91
0.3	50	0.73	0.91	0.4	50	0.64	0.88
0.4	50	0.64	0.88	0.5	50	0.55	0.85
0.5	50	0.55	0.85	0.6	50	0.46	0.82
0.6	50	0.46	0.82	0.7	50	0.37	0.79
0.7	50	0.37	0.79	0.8	50	0.28	0.76
0.8	50	0.28	0.76	0.9	50	0.19	0.73
0.9	50	0.19	0.73	1	50	0.1	0.7
1	50	1	1	1.1	50	0.91	0.97
1.1	50	0.91	0.97	1.2	50	0.82	0.94
1.2	50	0.82	0.94	1.3	50	0.73	0.91
1.3	50	0.73	0.91	1.4	50	0.64	0.88
1.4	50	0.64	0.88	1.5	50	0.55	0.85
1.5	50	0.55	0.85	1.6	50	0.46	0.82
1.6	50	0.46	0.82	1.7	50	0.37	0.79
1.7	50	0.37	0.79	1.8	50	0.28	0.76
1.8	50	0.28	0.76	1.9	50	0.19	0.73
1.9	50	0.19	0.73	2	50	0.1	0.7
2	50	1	1	2.1	50	0.91	0.97

2.1	50	0.91	0.97	2.2	50	0.82	0.94
2.2	50	0.82	0.94	2.3	50	0.73	0.91
2.3	50	0.73	0.91	2.4	50	0.64	0.88
2.4	50	0.64	0.88	2.5	50	0.55	0.85
2.5	50	0.55	0.85	2.6	50	0.46	0.82
2.6	50	0.46	0.82	2.7	50	0.37	0.79
2.7	50	0.37	0.79	2.8	50	0.28	0.76
2.8	50	0.28	0.76	2.9	50	0.19	0.73
2.9	50	0.19	0.73	3	50	0.1	0.7
3	49	1	1	3.1	49	0.91	0.97
.
.

.
.
280	1	1	1	280.1	1	0.91	0.97
280.1	1	0.91	0.97	280.2	1	0.82	0.94
280.2	1	0.82	0.94	280.3	1	0.73	0.91
280.3	1	0.73	0.91	280.4	1	0.64	0.88
280.4	1	0.64	0.88	280.5	1	0.55	0.85
280.5	1	0.55	0.85	280.6	1	0.46	0.82
280.6	1	0.46	0.82	280.7	1	0.37	0.79
280.7	1	0.37	0.79	280.8	1	0.28	0.76
280.8	1	0.28	0.76	280.9	1	0.19	0.73
280.9	1	0.19	0.73	281	1	0.1	0.7
281	1	1	1	281.1	1	0.91	0.97
281.1	1	0.91	0.97	281.2	1	0.82	0.94
281.2	0	0.82	0.94	281.3	0	0.73	0.91
281.3	0	0.73	0.91	281.4	0	0.64	0.88
281.4	0	0.64	0.88	281.5	0	0.55	0.85
281.5	0	0.55	0.85	281.6	0	0.46	0.82
281.6	0	0.46	0.82	281.7	0	0.37	0.79
281.7	0	0.37	0.79	281.8	0	0.28	0.76
281.8	0	0.28	0.76	281.9	0	0.19	0.73
281.9	0	0.19	0.73	282	0	0.1	0.7
282	0	1	1	282.1	0	0.91	0.97
282.1	0	0.91	0.97	282.2	0	0.82	0.94
282.2	0	0.82	0.94	282.3	0	0.73	0.91
282.3	0	0.73	0.91	282.4	0	0.64	0.88
282.4	0	0.64	0.88	282.5	0	0.55	0.85
282.5	0	0.55	0.85	282.6	0	0.46	0.82
282.6	0	0.46	0.82	282.7	0	0.37	0.79
282.7	0	0.37	0.79	282.8	0	0.28	0.76
282.8	0	0.28	0.76	282.9	0	0.19	0.73
282.9	0	0.19	0.73	283	0	0.1	0.7
283	0	1	1	283.1	0	0.91	0.97
283.1	0	0.91	0.97	283.2	0	0.82	0.94
283.2	0	0.82	0.94	283.3	0	0.73	0.91
283.3	0	0.73	0.91	283.4	0	0.64	0.88

283.4	0	0.64	0.88	283.5	0	0.55	0.85
283.5	0	0.55	0.85	283.6	0	0.46	0.82
283.6	0	0.46	0.82	283.7	0	0.37	0.79
283.7	0	0.37	0.79	283.8	0	0.28	0.76
283.8	0	0.28	0.76	283.9	0	0.19	0.73
283.9	0	0.19	0.73	284	0	0.1	0.7

Tableau. E.1 – Exemple du fichier CPT de la composante isotrope de tenseur de déformation. Cet exemple présente le même cas du tableau (5.2), mais avec la représentation du degré de significativité de cette composante par la dégradation des couleurs en gris.

Annexe F

Enquête cartographique sur la représentation des tenseurs de déformation

Le but de notre enquête est de comparer la nouvelle représentation (les cartes Fig. 2 et 3, cette dernière comportant les mêmes éléments que dans la 2 avec en outre une représentation visuelle des erreurs) avec celle de la carte Fig. 1, et mettre en évidence les points qui méritent d'être encore améliorés, ceci sur un site particulièrement bien connu (faille de San Andrés).

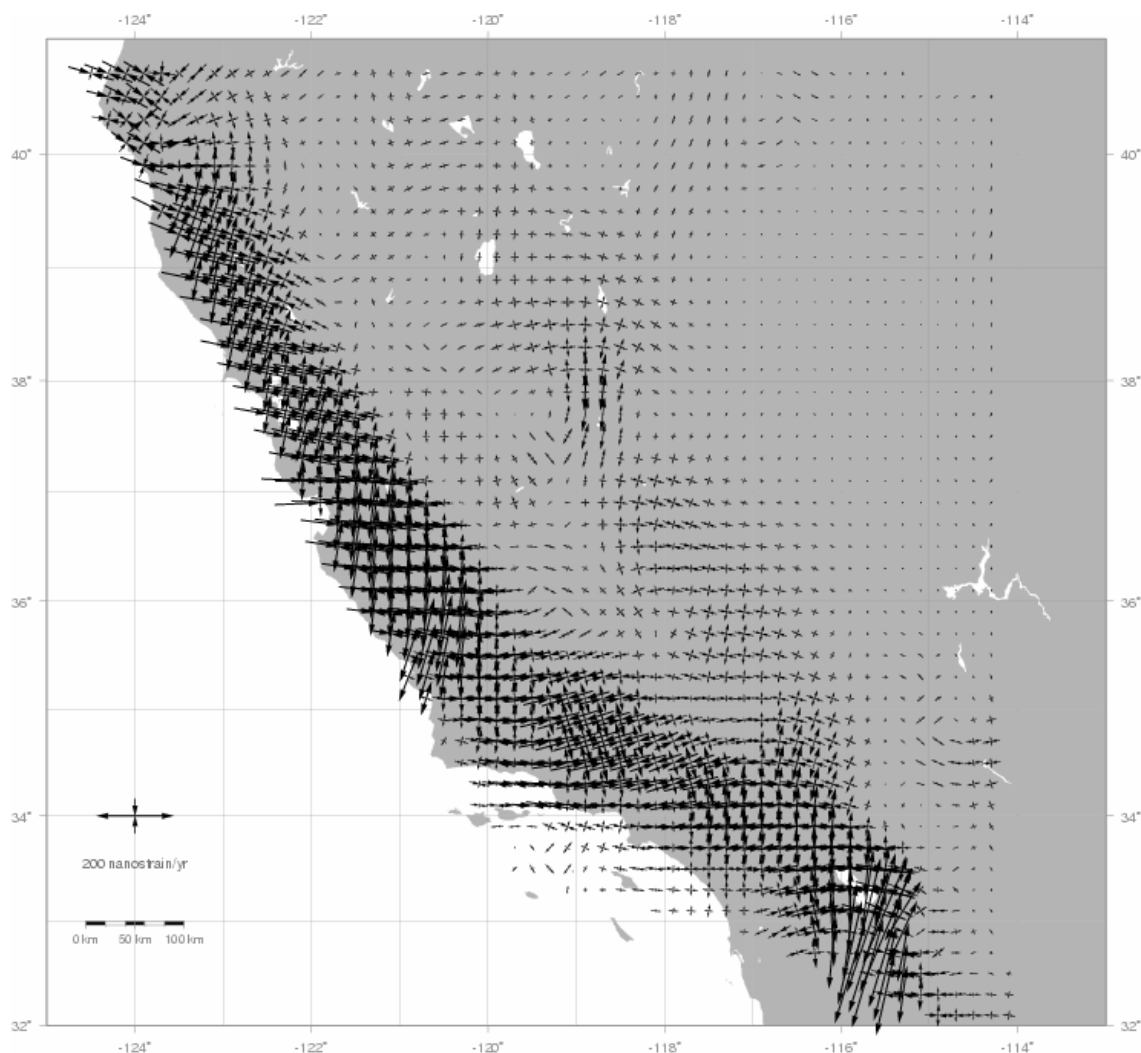


Fig. F.1 - Représentation classique des tenseurs de déformation. Un tenseur est représenté par ses axes principaux.

La représentation classique des tenseurs de déformation (la carte - Fig. F.1), repose sur la représentation des deux axes principaux de chaque tenseur dans chaque maille de la grille. L'orientation de cisaillement maximum est à 45° de ces axes (elle est implicite).

La nouvelle représentation, carte (Fig. F.2), repose sur la représentation de ses deux composantes, le divergent et le déviateur (Million 1993) :

1. le divergent caractérise la composante de dilatation ou de compression isotrope d'une maille élémentaire, il se calcule par la demi somme des valeurs propres du tenseur de déformation ;
2. le déviateur caractérise le cisaillement, il se calcule par la demi différence des valeurs propres du tenseur de déformation.

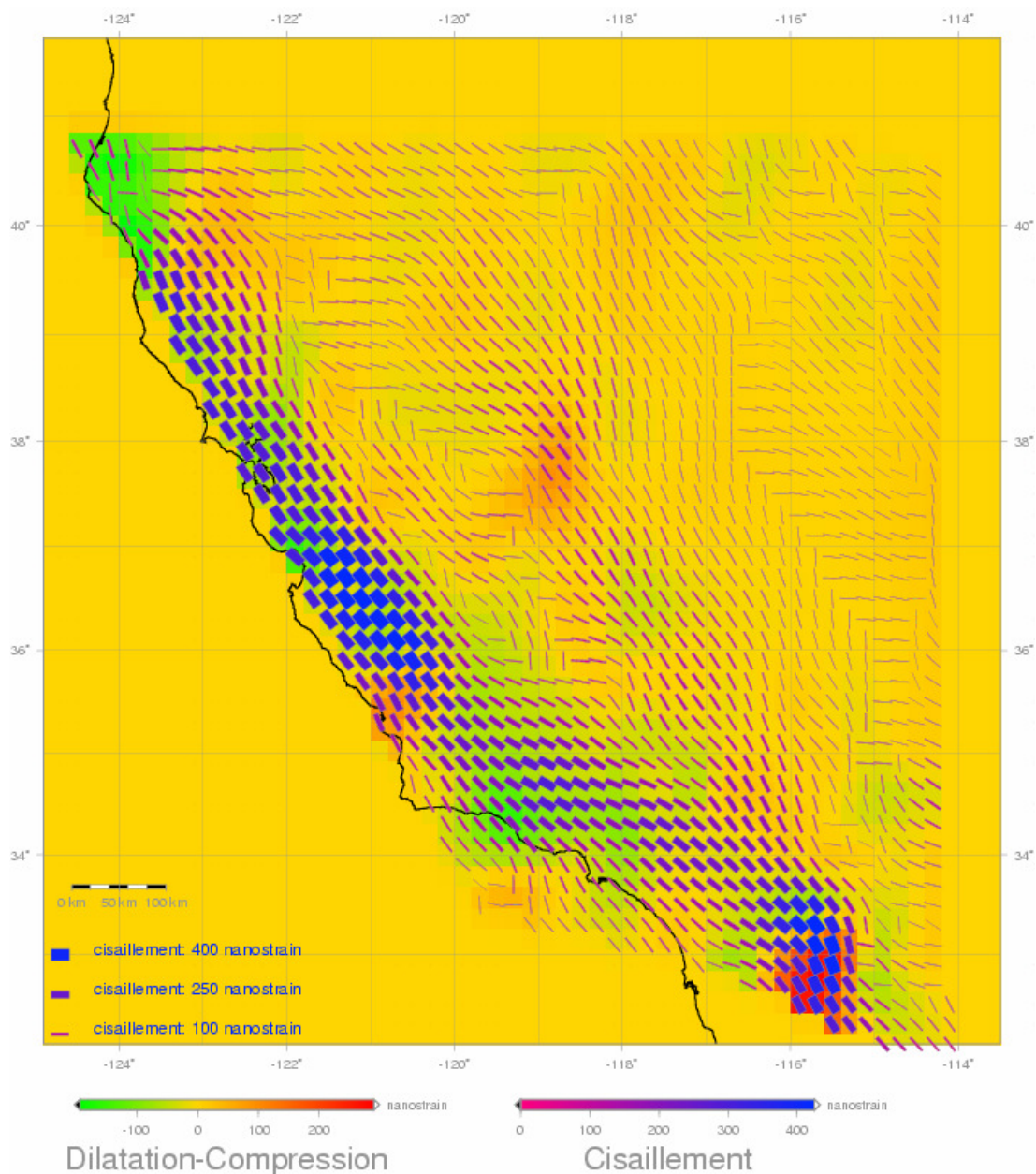


Fig. F.2 - Représentation des composantes de tenseur de déformation. La composante isotrope est représentée par une échelle de couleur, de vert (compression) au rouge (dilatation) passant par le jaune pour la valeur zéro. La composante du cisaillement est représentée par un trait de longueur fixe et de largeur et couleur qui varient en fonction de son module.

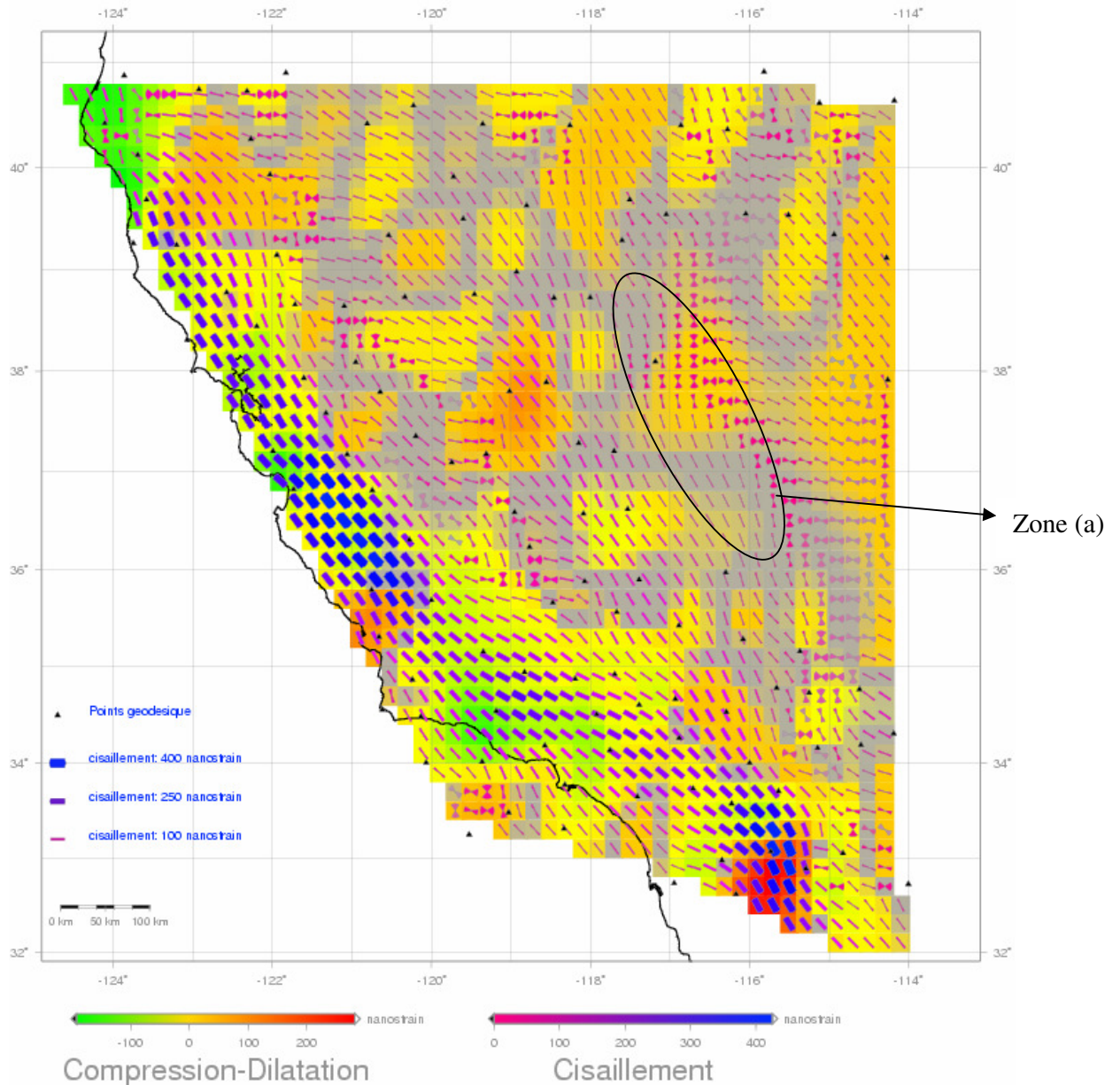


Fig. F.3 - Représentation des tenseurs avec leur degré de significativité sur la même carte. La composante isotrope est représentée par une échelle de couleur continue appliquée sur toutes les mailles, allant de vert (qui représente la compression) au rouge (qui représente la dilatation) passant par le jaune (qui représente le zéro), le degré de significativité de cette composante est représenté par la dégradation de couleur en gris (case colorée \Leftrightarrow valeur de composante isotrope significative, maille gris \Leftrightarrow valeur de composante isotrope non significative). La composante du cisaillement est représentée par un trait d'une longueur fixe, largeur et couleur variées avec son module, l'échelle de couleur est continue, elle est appliquée sur tous les traits, allant de magenta (qui représente la valeur zéro du cisaillement) au bleu foncé (qui représente la valeur maximum du cisaillement), le degré de significativité du cisaillement est représenté par la dégradation de couleur du trait en gris (trait coloré \Leftrightarrow cisaillement significatif, trait gris \Leftrightarrow cisaillement non significatif). L'erreur sur l'orientation du cisaillement maximum est représentée par l'angle de l'ouverture de l'éventail de chaque trait.

La représentation classique est difficile à lire et à interpréter pour le néophyte (Merbah et al, 2005), il n'existe pas à ce jour une représentation réellement intuitive de ces tenseurs, et encore moins sur leurs erreurs et leur degré de significativité. De plus la représentation classique ne représente pas explicitement la partie cisaillement de déformation.

La carte (Fig. F.3) montre la représentation des tenseurs avec leur degré de significativité sur la même carte.

Nous montrons les différentes réponses que nous avons reçues à notre enquête. Ces réponses sont numérotées de 1 à 10, les champs vides valent dire (pas de réponse), la dernière réponse 11 est fournie à la fin.

Questionnaire

Question 1 : Est-ce que, en comparant avec la représentation de la carte Fig. 1, sur la nouvelle représentation (Fig. 2), on identifie plutôt plus facilement :

- la direction du cisaillement maximal ?

- 1- Oui effectivement
- 2- Oui
- 3- Oui
- 4- Oui
- 5-
- 6- Oui - mais on n'a pas le sens du cisaillement, qui est sur le document annexe (Est-ce que le secteur ouest se déplace vers le nord ou vers le sud par rapport au secteur est?)
- 7- Oui
- 8- Oui
- 9- Oui (je suppose que la direction dans la fig 2 est celle du cisaillement max mais ce n'est pas indiqué dans la légende.
- 10- Oui

- la valeur du cisaillement maximal et ses variations ?

- 1- Oui
- 2- Oui
- 3- Oui sauf pour les faibles
- 4- Oui
- 5-
- 6- Oui
- 7- Oui
- 8- La valeur du cisaillement maximum est visible grâce principalement à l'épaisseur du trait. L'avantage de l'échelle de couleur est de faire ressortir les valeurs de cisaillement mais les variations de couleurs ne sont plus très visibles lorsque l'épaisseur de trait diminue.
- 9- Oui
- 10- Oui

- la valeur de la déformation isotrope et ses variations ?

- 1- Oui
- 2- Oui
- 3- Assez peu
- 4- Oui
- 5- On identifie le plus facilement les directions du cisaillement maximum qui sont bien mises en évidence par les bâtonnets. On perçoit bien les dilatations compressions. On comprend le moins bien la valeur du cisaillement max.
- 6- Oui
- 7- Oui
- 8- Oui
- 9- Oui
- 10- Oui dans les zones de faible cisaillement, Non ailleurs

Question 2 :

À votre avis, est-il nécessaire de représenter le cisaillement lorsque sa valeur est proche de zéro ? Et si ce n'est pas nécessaire jusqu'à quelle valeur du cisaillement pourra-on le négliger et ne pas le représenter ?

- 1- Pas nécessaire, mais j'aurais aimé quelques tentatives de valeur limite du cisaillement pour voir
- 2- Suggestion : une possibilité serait de faire un scaling de la longueur du segment représenté au dessous d'une certaine valeur de cisaillement. Pour les grandes valeurs, l'épaisseur du trait donne une bonne idée des zones à fort cisaillement. Pour les petites valeurs (dont le seuil est à déterminer selon les cas), l'épaisseur reste la même et la longueur du trait diminue avec le strain.
- 3- Tout dépend de l'application de la représentation.
- 4- NON - Limite 10 nanostrain/yr
- 5- Il n'est pas nécessaire de représenter le cisaillement proche de 0. Je pense que la valeur seuil de représentation dépend 1) du contexte géodynamique 2) de la densité de vecteurs vitesse dont vous disposez. Il est clair dans vos cartes que pas mal de choses dépendent du type d'interpolateur qui peuvent produire des zones à faible gradient de vitesse et donc faible cisaillement.
- 6- Oui! Par contre, il ne faut pas le représenter là où on n'a pas de donnée (laisser en blanc).
- 7- Je ne sais pas si la question est bien posée. Eventuellement on peut choisir de ne pas représenter les valeurs qui ne sont pas significatives. Autrement, 10% de la valeur maximale est aussi un choix de coupure raisonnable pour voir la localisation de la déformation.
- 8- Non, il faut tout montrer sinon cela donne l'impression qu'il manque des données.
- 9- Non pas forcément
- 10- Je pense qu'il vaudrait mieux ne pas représenter le cisaillement si celui-ci est faible ou nul mais il ne me semble pas possible de fixer un seuil, à priori celui-ci dépendant notamment de la valeur maximale et de la valeur moyenne. Plus la moyenne est élevée, plus le seuil de non représentation peut être élevé et à valeur moyenne égale le seuil peut être plus élevé si la valeur maximum est plus forte.

Question 3 :

Est-ce que l'idée de la représentation simultanée des tenseurs avec leur degré de significativité sur la même carte, vous paraît mieux que leurs représentations sur deux cartes indépendantes (pour repérer et interpréter les zones de déformation) ?

- 1- Deux cartes séparées me semble préférables par clarté.
- 2- Deux cartes indépendantes.
- 3-
- 4- OUI
- 5- Cela fait beaucoup d'info sur un même doc.
- 6- Il faut mieux une seule carte
- 7- Non. La personne qui interprète cherche d'abord à voir la cohérence d'ensemble du champ de déformation et cherchera une interprétation. Une seconde carte présentant les erreurs permettra ensuite de juger si les hypothèses faites sont confirmées par les données.
- 8- Selon l'usage qui en est fait, l'une et l'autre ont leurs avantages, la lisibilité de l'information étant différente.
- 9-

10- Il vaut mieux que tout soit représenté sur une seule carte, à condition que cela reste lisible.

Question 4 :

Sur les cartes Fig. 2 et Fig. 3, trouvez-vous que la nouvelle représentation aide à mieux interpréter les déformations que la représentation classique ?

1- Mieux que la représentation classique des tenseurs mais pas nécessairement mieux que le champ de déplacement.

2- Oui

3- Oui

4- Oui

5- Pas forcément quand on a l'habitude du type de représentation classique. Je pense toujours en " axes principaux de la déformation " plutôt qu'en " cisaillement ". Mais une fois de plus, tout dépend du contexte géodynamique. Dans une chaîne de montagne, quel est l'intérêt d'une carte des directions de cisaillement ?

6- Oui, mais la signification du fond gris n'est pas intuitive.

7- Par certains aspects, oui, au moyen pour le cisaillement, à la difficulté près de changement à 90° de l'axe de cisaillement dans la partie NE de la figure. Cette représentation me paraît complémentaire de la représentation classique, plus utile dans les zones en extension ou raccourcissement dominant.

8- Comment trouver le sens de la déformation (dextre/senestre) ou au moins le sens de la composante de cisaillement de la formation?

9- Non pas forcément, j'aime bien avoir les directions propres et les flèches je trouve ça assez clair.

10- Incontestablement, on ne voit pas grand chose sur la figure classique.

Question 5 :

Sur la carte Fig. 3, trouvez-vous que la représentation de degré de significativité des tenseurs de déformation avec un niveau de saturation des couleurs est suffisamment intuitive ?

1- pas vraiment intuitive, mais la coloration en niveau de gris donne effectivement une bonne idée

2- je ne suis pas très sûr

3-

4- Oui

5- Non, pas du tout, car j'ai d'abord donné la réponse suivante montrant que je n'avais rien compris..... donc, pas intuitif du tout

réponse intuitive : Si je comprends bien, le degrés de significativité diminue quand les bâtonnets se transforment en nœuds papillon. C'est assez clair mais on voit une forte corrélation (classique) entre intensité et qualité. Ce qui renvoie donc à votre question 2.

6- Pas trop, mais c'est peut-être une affaire d'habitude?

7- Non

8- La vision du degré de saturation est aisée si différents niveaux sont les uns à côté des autres. Moins si les zones du quadrillage sont plus éloignées et dans des zones de déformations isotropes différentes (càd fond de couleur différents). D'où l'intérêt, quand nécessaire, de séparer déformation/cisaillement.

9-

10- Oui, les zones de faible confiance sont parfaitement identifiables.

Question 6 :

Sur la carte Fig. 3, Lorsque l'erreur sur l'orientation (représentée par l'angle de l'ouverture de l'éventail sur chaque trait) est importante comme par exemple la zone (a), pensez-vous la représentation de la couleur à l'intérieur de l'éventail soit représentée avec du gris, ou au contraire on laisse la couleur saturée ?

- 1- plutôt avec du gris.
- 2-
- 3- La définition du degré de significativité des parties isotropes et de cisaillement n'est pas claire pour moi. Ce sont 2 quantités différentes ? La quelle représente-t-on en niveau de gris ?
- 4- En gris.
- 5- Je pense qu'il faut limiter l'info car on perçoit plus ce qu'il y a d'important.
- 6- Laisser la couleur.
- 7- La couleur saturée est OK.
- 8- La couleur saturée.
- 9-
- 10- Je pense qu'il faut aller vers une représentation en gris, ou encore mieux quelque chose qui se fond dans la teinte de fond. Souvent les deux incertitudes varient dans le même sens et laisser la composante cisailant en couleur avec de surcroit en la représentant avec un éventail plus large attire l'œil qui voit surtout ces zones peu significatives.

Question 7 :

Pensez-vous que la nouvelle représentation est adéquate, et qu'elle représente bien les composantes d'un tenseur de déformation ?

- 1- Oui mais avec la réserve que ce n'est qu'un des moyens d'apprécier le champ de déformation, et que le champ de vecteur déplacement est aussi significatif.
- 2- Oui
- 3-
- 4- Oui
- 5- Comme je l'ai dit précédemment tout dépend du contexte géodynamique. Ici, j'aurais ajouté la trace de la faille.....
- 6- Voir ma remarque à la question 1
- 7- Je pense qu'elle est complémentaire e que la représentation doit être choisie pour illustrer un point de discussion particulier.
- 8- Ne manque-t-il pas une information (cfr Question 4) afin de retrouver le tenseur de σ ?
- 9- Je dirai que les fig 1 et 2 sont toutes 2 utiles.
- 10- Oui, le progrès est significatif.

Question 8 :

Avez-vous des suggestions à faire sur les choix de gammes de couleurs ?

1- non cela me paraît adéquat

2-

3-

4- Je trouve le code de couleur de la valeur du cisaillement peu pertinent – Il me semble que la largeur de la barre d'orientation est suffisante (échelle à gauche) et que ce cisaillement pourrait donc être simplement représenté en noir, avec une largeur variable, tandis que le code de couleur unique devrait concerner la compression – dilatation (de rouge à bleu en passant par le vert).

5- Dilatation compression : du rouge au bleu
cisaillement : du blanc au noir.

6- Il y a trop de couleurs. Les cisaillements peuvent se représenter en noir avec la largeur des traits indiquant le module, et les dilatations-compressions en couleur. Pour les cisaillements, la couleur est redondante avec la largeur du trait, elle n'ajoute pas d'information et complique la figure pour rien. Par ailleurs, je laisserais en blanc les régions où on n'a pas d'information (à la place du gris).

7- Supposons qu'un géophysicien souhaite discuter de la question de la localisation de la déformation. Si la déformation est localisée, il souhaite voir une couleur froide dans les endroits avec peu de déformation et chaude pour les zones à forte déformation. La dynamique de la palette de couleur doit refléter cela. Par exemple, je considérerais qu'à 10% des valeurs maximales, la déformation peut être vue comme nulle et donc froide. La figure 4 de Proposition.doc me paraît très bien (peut être bleu à la place de vert est plus utilisé dans la communauté géophysique par exemple en tomographie).

8- La couleur du plan de cisaillement ne pourrait-il pas représenter le sens de la déformation sur ce plan, l'épaisseur représentant déjà son intensité ?

9-

10- Ce qui a été choisi est pas mal, sauf pour le rouge de la dilatation qui est proche du violet du cisaillement.

REMARQUES :

1- a) je suis surpris par le très fort gradient de variation des tenseurs, comme de votre nouvelle représentation au SE de Los Angeles (Sud de Salton Sea); Ne serait-ce pas dû à des effets de bord et à l'absence de station d'observation au sud de cette zone.

b) la représentation que vous proposez (comme la représentation classique des tenseurs), n'est significative que quand le champ de déformation est CONTINU. Que se passe-t-il s'il y a des discontinuités, notamment des failles. J'aurai aimé au moins sur une des cartes que vous représentiez les failles majeures de la zone, et notamment celle de San Andreas.

c) J'aurai aimé voir cette représentation nouvelle dans d'autres contextes que la Californie et du voisinage d'une faille décrochante. Par exemple dans un contexte de convergence ou de subduction (Chili par ex.) ou bien de contexte d'extension (rift d'Asal à Djibouti, Golfe de Corinthe).

d) que donnerait cette représentation sur un modèle de déformation vraiment continu obtenu d'après une modélisation de la déformation, sans faille en surface,...

Je tiens à votre disposition des programmes de calcul qui permettent ce calcul et/ou des fichiers numériques donnant ce type de déformation sur une grille définie, voir figure jointe et ref.2

2-

3-

4-

5- Avez vous travaillé sur la composante verticale de la déformation ? Elle va être importante dans certains contextes.

Pourquoi ne pas rajouter en fond les figures géologiques importantes ?

Les mécaniciens de roches qui travaillent en science de la terre utilisent plutôt le strain/seconde que le nanostrain par an.

Votre travail est très original ! Bravo !

6-

7- Sur les erreurs, je me demande si ne faudrait pas réfléchir en terme de longueur d'onde du champ de déformation. En effet comment choisir le pas de la grille d'interpolation ? Que souhaite-t-on tester ? Que ce passe-t-il sur le segment ne creep plus au nord ou par définition le cisaillement est (quasi) infini. Le travail sur l'effet du réseau sur les erreurs est intéressant, mais il devrait être lié à cette question, non ?

8- D'où viennent les 10-50-99% que vous utilisez dans la détermination de la significativité ?

9- ça m'a tjs interpellé que les variations des tenseurs de def et de contraintes soient si rapides spatialement. Je me demande depuis longtemps si représenter le tenseur est la bonne option. Ne pourrait-on pas représenter les potentiels de Backus par exemple ??? (super outil ces potentiels).

10- Pour aller plus loin, je pense qu'il serait utile de tester ce mode de représentation sur un lot de mes données, sur un chantier que je connais bien et qui me permettrait de voir si cette représentation fait apparaître des éléments intéressants. C'est de plus un exemple où l'hétérogénéité spatiale de départ est plus forte que dans le cas choisi.

Nous avons reçu cette réponse sous la forme suivante :

11- Je trouve que c'est une bonne idée que de représenter le cisaillement max associée à la déformation de volume plutôt que le tenseur de déformation. Pour beaucoup de problèmes, ce sont bien ces directions qu'il faut

Par contre je trouve que la représentation est quelque fois délicate à Décoder.

En ce qui concerne la valeur du cisaillement, pourquoi utiliser 2 paramètres (couleur et épaisseur).

Avez-vous essayé de représenter la valeur du cisaillement en faisant varier la longueur de la barre plutôt que son épaisseur ?

En ce qui concerne la représentation des erreurs, je crois qu'il faut simplifier et ne représenter que les régions où les mesures sont significatives

Il faut certainement distinguer les résultats de la représentation des erreurs, mais donner les 2 car on a trop vu des sur-interprétations non étayées par les mesures

Vous traitez la Californie qui est une région sur-échantillonnée et permet tous les lissages possibles

Qu'est-ce que cela donne quand on a un sous-échantillonnage hétérogène

Peut-on encore en tirer quelque chose?