Identification électromagnétique de petites inclusions enfouies

Souhir GDOURA

29/09/2008

Plan

- Introduction

- **1ère partie : Problème direct**
  1. Formule asymptotique du champ diffracté en espace libre
  2. Formule asymptotique du champ diffracté en demi-espace
  3. Comparaison à la méthode des dipôles couplés (CDM)

- **2ème partie : problème inverse**
  – Algorithme d’imagerie MUSIC

- Conclusion

Introduction

Motivations

- Identification électromagnétique d'une collection de petites inclusions 3D enfouies dans un milieu homogène ou un demi-espace par une méthode directe non-itérative opérant à une seule fréquence

Applications envisageables

- Détection des mines anti-personnels
- Imagerie bio-médicale
- Contrôle non-destructif de structures et matériaux

Méthode privilégiée

- MUSIC (MUltiple SIgnal Classification)

1ère partie : Problème direct

Formule asymptotique du champ diffracté en espace libre

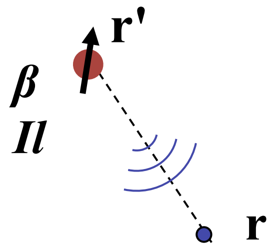
Dyades de Green

- Tenseur de Green : solution de

$$\nabla \times \nabla \times \underline{\mathbf{G}}^{ee}(\mathbf{r},\mathbf{r}') - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \underline{\mathbf{G}}^{ee}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \underline{\mathbf{I}}\ \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$$

$$\underline{\mathbf{G}}^{me}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \nabla \times \underline{\mathbf{G}}^{ee}(\mathbf{r},\mathbf{r}')$$

- Champs incidents rayonnés en espace libre



$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) = i\omega\mu_0 \underline{\mathbf{G}}^{ee}(\mathbf{r},\mathbf{r}').\ \vec{\beta}\ Il$$

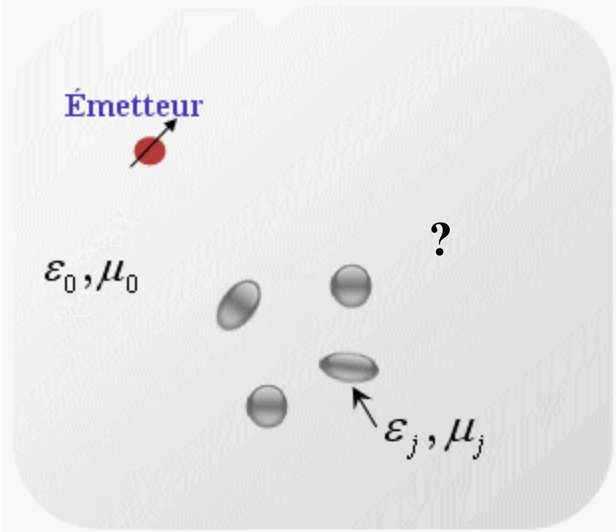
$$\mathbf{H}_0(\mathbf{r}) = \underline{\mathbf{G}}^{me}(\mathbf{r},\mathbf{r}').\ \vec{\beta}\ Il$$

Système étudié

- Milieu homogène (espace libre ε_0, μ_0)

- Une seule fréquence : qq. centaines de MHz

- *m* inclusions
  - Forme quelconque
    - sphériques ou ellipsoïdales
  - diélectriques et/ou magnétiques
  - permittivité, perméabilité ε_j, μ_j
  - volume V_j
  - la taille de l'inclusion d_j est **assez petite devant la longueur d'onde**



Formule asymptotique du champ diffracté

- Formule asymptotique du champ électrique diffracté

$$\mathbf{E}(\mathbf{r})-\mathbf{E}_0(\mathbf{r})=\alpha^3\sum_{j=1}^{m}\left[\underbrace{i\omega\mu_0\underline{\mathbf{G}}^{em}\left(\mathbf{r},\mathbf{x}_j\right)\cdot\underline{\mathbf{M}}_g\left(\frac{\mu_j}{\mu_0};V_j\right)\mathbf{H}_0\left(\mathbf{x}_j\right)}_{\text{Contribution magnétique}}+\underbrace{k^2\underline{\mathbf{G}}^{ee}\left(\mathbf{r},\mathbf{x}_j\right)\cdot\underline{\mathbf{M}}_g\left(\frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_0};V_j\right)\mathbf{E}_0\left(\mathbf{x}_j\right)}_{\text{Contribution diélectrique}}\right]+O\left(\alpha^4\right)$$

Champ total

- Tenseur de polarisation généralisé $q_j/q_0=\left(\varepsilon_j/\varepsilon_0\,;\mu_j/\mu_0\right)$

$$\underline{\mathbf{M}}_g\left(\frac{q_j}{q_0};V_j\right)=\frac{\left(q_j-q_0\right)}{q_0}\underline{\mathbf{M}}\left(\frac{q_j}{q_0};V_j\right)$$

Tenseur de polarisation

- Principe de dualité ➔ la formule asymptotique du champ magnétique diffracté

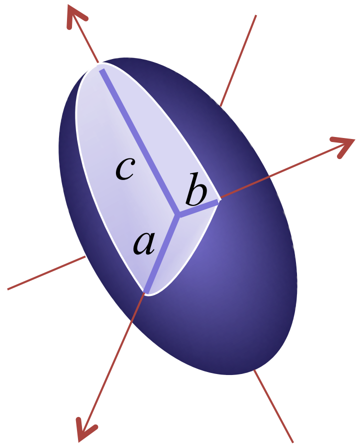
Tenseur de polarisation généralisé

cas d'un ellipsoïde

- Tenseur de polarisation généralisé pour un ellipsoïde

$$\underline{\mathbf{M}}_g\left(\frac{q_j}{q_0};V_j\right) = \underline{\mathbf{R}}^t \begin{bmatrix} m_{ja} & 0 & 0 \\ 0 & m_{jb} & 0 \\ 0 & 0 & m_{jc} \end{bmatrix} \underline{\mathbf{R}}\, V_j$$

$$m_{jl},\ l \in \{a,b,c\} \qquad m_{jl} = \frac{q_j - q_0}{q_0 + L_l\left(q_j - q_0\right)}$$



- Coefficient de dépolarisation

$$L_l = \frac{abc}{2}\int_0^{\infty} \frac{dx}{\left(x+l^2\right)\sqrt{\left(x+a^2\right)}\sqrt{\left(x+b^2\right)}\sqrt{\left(x+c^2\right)}}$$

	Disque $a=b>>c$	Sphère $a=b=c$	Aiguille $a>>b=c$
Semi-axe *a*	$L_a \to 0$	$L_a = 1/3$	$L_a \to 0$
Semi-axe *b*	$L_b \to 0$	$L_b = 1/3$	$L_b \to 1/2$
Semi-axe *c*	$L_c \to 1$	$L_c = 1/3$	$L_c \to 1/2$

Tenseur de polarisation généralisé

cas d'une sphère

- Cas d'une sphère ➔ $L_l = 1/3$ ➔ $\underline{\mathbf{M}}_g\left(\frac{q_j}{q_0}; V_j\right) = \frac{3(q_j - q_0)}{2q_0 + q_j} V_j \underline{\mathbf{I}}$

- Formule asymptotique du champ électrique diffracté

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) - \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) = i\omega\mu_0 \frac{3(\mu_j - \mu_0)}{2\mu_0 - \mu_j} V_j \underline{\mathbf{G}}^{em}(\mathbf{r}, \mathbf{x}_j) \cdot \mathbf{H}_0(\mathbf{x}_j) + k^2 \frac{3(\varepsilon_j - \varepsilon_0)}{2\varepsilon_0 - \varepsilon_j} V_j \underline{\mathbf{G}}^{ee}(\mathbf{r}, \mathbf{x}_j) \cdot \mathbf{E}_0(\mathbf{x}_j)$$

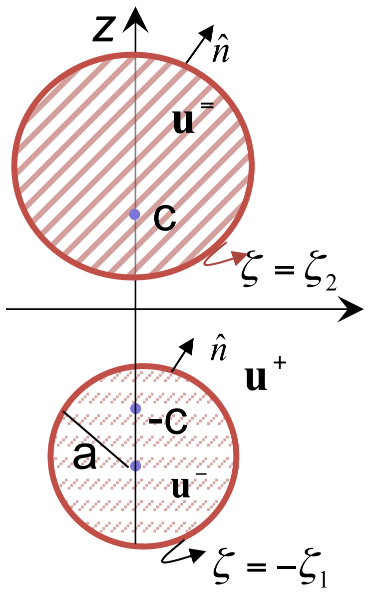
- Moments dipolaires magnétiques et électriques

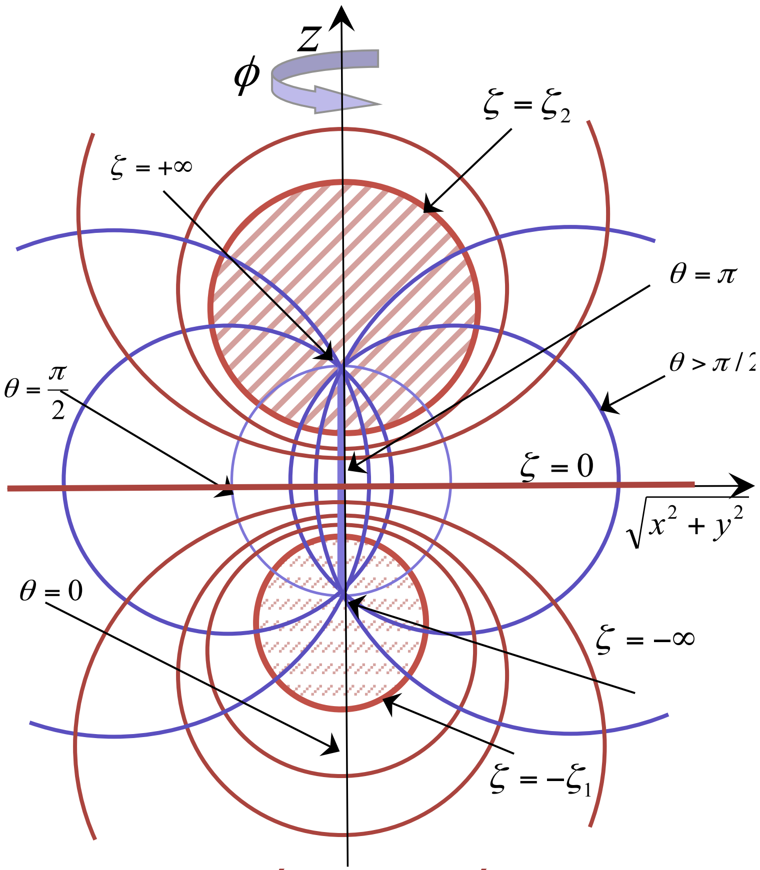
$$\mathbf{m} = \frac{3(\mu_j - \mu_0)}{2\mu_0 + \mu_j} V_j \mathbf{H}_0(\mathbf{x}_j) \qquad \mathbf{p} = \frac{3(\varepsilon_j - \varepsilon_0)}{2q_0 + q_j} V_j \mathbf{E}_0(\mathbf{x}_j)$$

Tenseur de polarisation généralisé

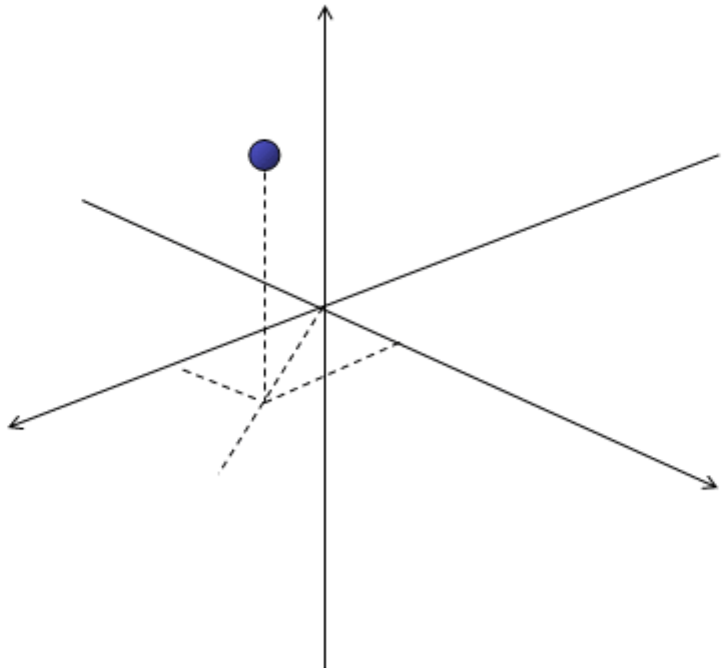
cas de 2 sphères couplées

2 sphères





Coordonnées bisphériques

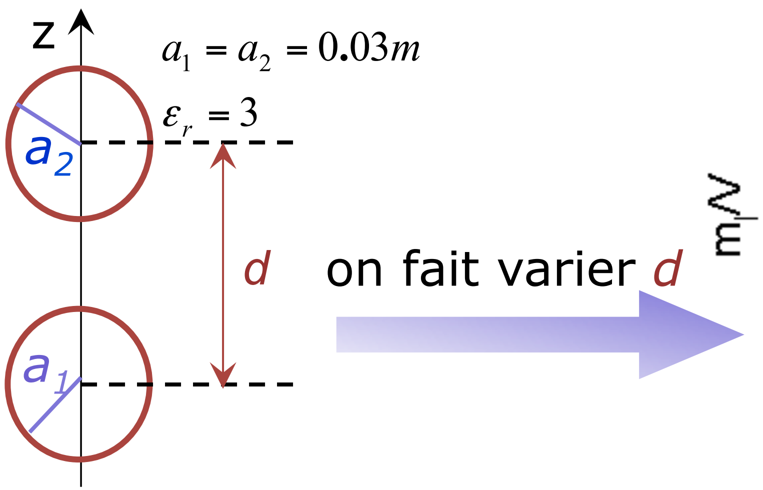


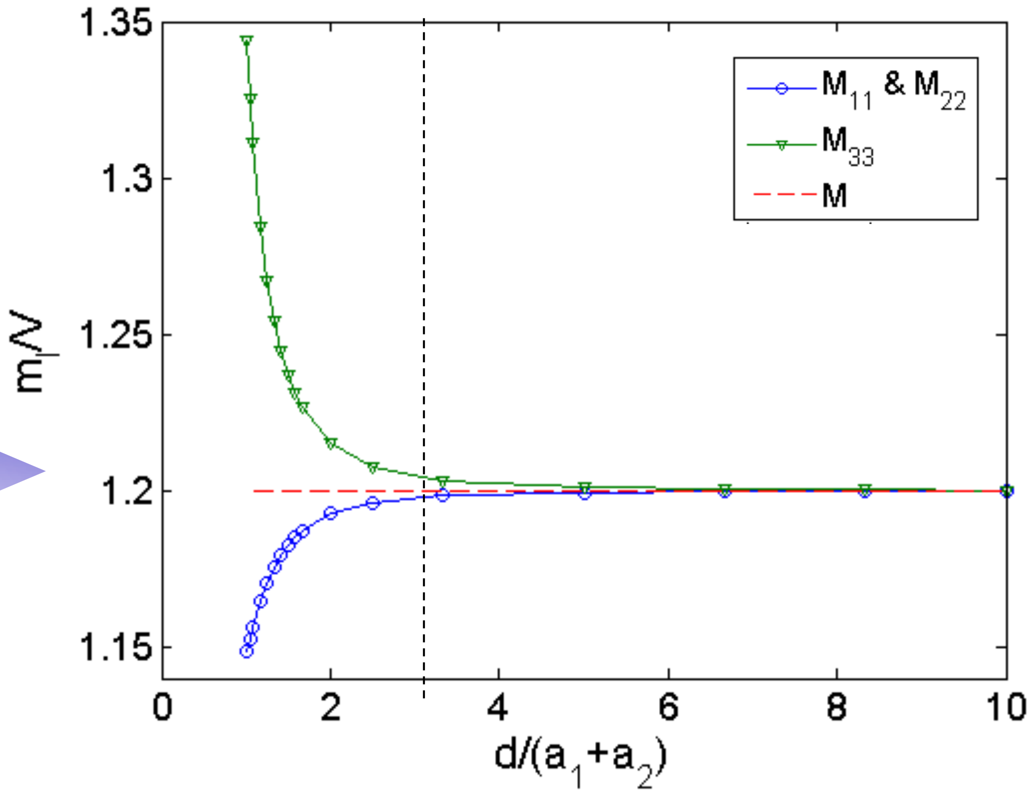
- Tenseur de polarisation généralisé $\left(\gamma_j = q_j / q_0\right)$

$$\underline{\mathbf{M}}_g(\gamma_j;V_j) = \left(\gamma_j - 1\right)^2 \int_{S_j} \hat{\mathbf{n}}\,\mathbf{u}^{+}\left(\mathbf{r},\gamma_j\right)\,ds_j(\mathbf{r}) + \left(\gamma_j - 1\right)\left|V_j\right|\,\underline{\mathbf{I}}$$

Tenseur de polarisation généralisé

cas de 2 sphères couplées





Les éléments du tenseur de polarisation généralisé calculé dans le système des coordonnées bisphériques en fonction de *d/a* sont comparés à celui d'une sphère isolée en espace libre.

Diffraction multiple (modèle de Foldy-Lax)

- Diffraction multiple entre *m* inclusions

- Système linéaire de dimensions 6*m* x 6*m* pour calculer les champs électrique et magnétique dans chaque inclusion

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_l) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_l) + \alpha^3 \sum_{j \neq l}^{m} \left[i\omega\mu_0 \underline{\mathbf{G}}^{em}(\mathbf{x}_l, \mathbf{x}_j) \cdot \mathbf{M}_g\left(\frac{\mu_j}{\mu_0}; V_j\right) \mathbf{H}(\mathbf{x}_j) + k^2 \underline{\mathbf{G}}^{ee}(\mathbf{x}_l, \mathbf{x}_j) \cdot \mathbf{M}_g\left(\frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_0}; V_j\right) \mathbf{E}(\mathbf{x}_j) \right]$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}_l) = \mathbf{H}_0(\mathbf{r}_l) + \alpha^3 \sum_{j \neq l}^{m} \left[-i\omega\varepsilon_0 \underline{\mathbf{G}}^{me}(\mathbf{x}_l, \mathbf{x}_j) \cdot \mathbf{M}_g\left(\frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_0}; V_j\right) \mathbf{E}(\mathbf{x}_j) + k^2 \underline{\mathbf{G}}^{mm}(\mathbf{x}_l, \mathbf{x}_j) \cdot \mathbf{M}_g\left(\frac{\mu_j}{\mu_0}; V_j\right) \mathbf{H}(\mathbf{x}_j) \right]$$

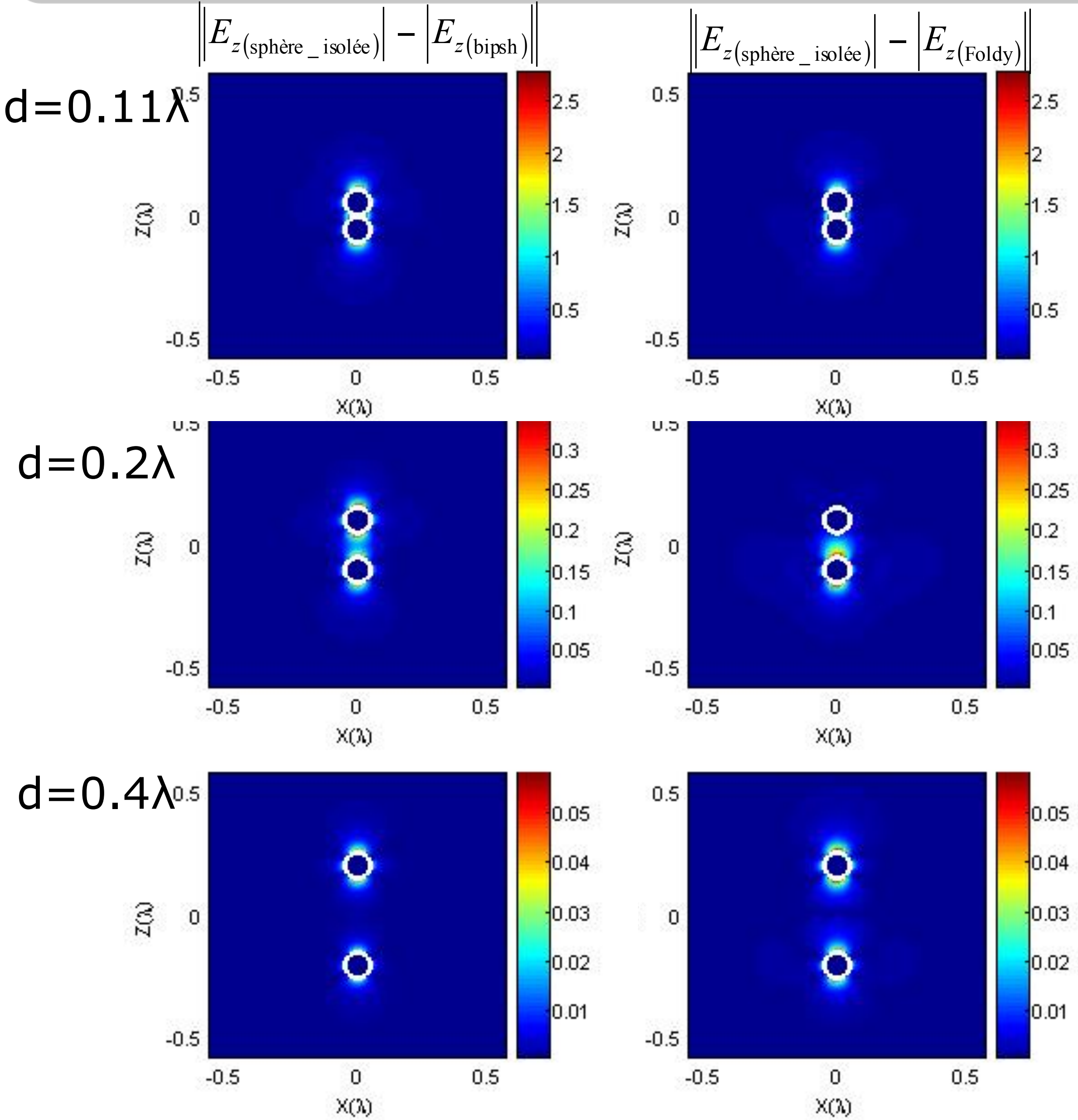
Diffraction multiple (modèle de Foldy-Lax)

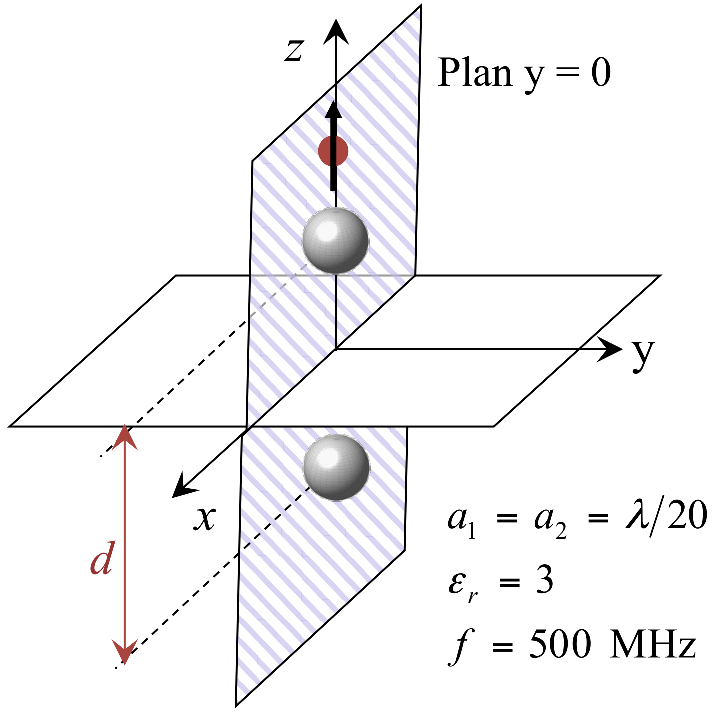
- Champ diffracté au point d'observation **r**

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) - \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) = \alpha^3 \sum_{j=1}^{m} \left[i\omega\mu_0 \underline{\mathbf{G}}^{em}(\mathbf{r},\mathbf{x}_j)\cdot \mathbf{M}_g\left(\frac{\mu_j}{\mu_0};V_j\right)\mathbf{H}(\mathbf{x}_j) \right.$$

$$\left. + k^2 \underline{\mathbf{G}}^{ee}(\mathbf{r},\mathbf{x}_j)\cdot \mathbf{M}_g\left(\frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_0};V_j\right)\mathbf{E}(\mathbf{x}_j) \right]$$

Effet du couplage





Formule asymptotique du champ diffracté en demi-espace

Dyades de Green

- Tenseur de Green : solution de

$$\nabla\times\nabla\times\underline{\mathbf{G}}^{ee}(\mathbf{r},\mathbf{r}')-\omega^2\varepsilon(\mathbf{r})\mu(\mathbf{r})\underline{\mathbf{G}}^{ee}(\mathbf{r},\mathbf{r}')=\underline{\mathbf{I}}\;\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$$

$$\underline{\mathbf{G}}^{me}(\mathbf{r},\mathbf{r}')=\nabla\times\underline{\mathbf{G}}^{ee}(\mathbf{r},\mathbf{r}')$$

- Champs incidents rayonnés en demi-espace

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r})=i\omega\mu(\mathbf{r}')\;\underline{\mathbf{G}}^{ee}(\mathbf{r},\mathbf{r}').\;\vec{\beta}\,Il$$

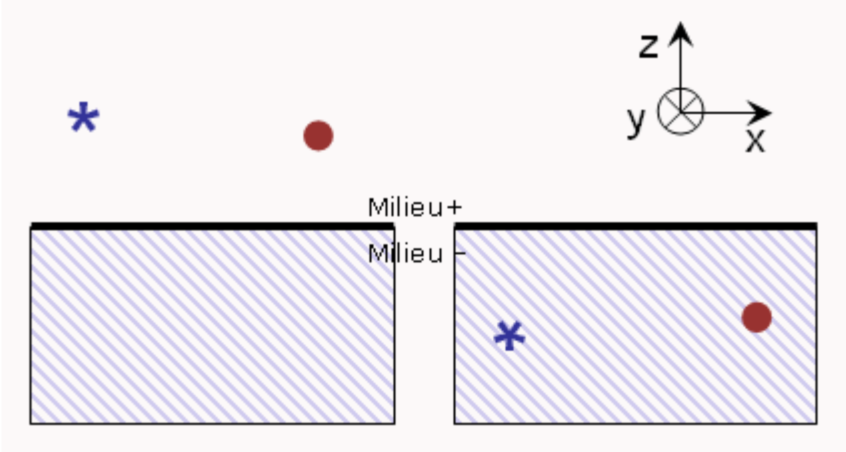
$$\mathbf{H}_0(\mathbf{r})=\frac{\mu(\mathbf{r}')}{\mu(\mathbf{r})}\;\underline{\mathbf{G}}^{me}(\mathbf{r},\mathbf{r}').\;\vec{\beta}\,Il$$

Dyades de Green en demi-espace

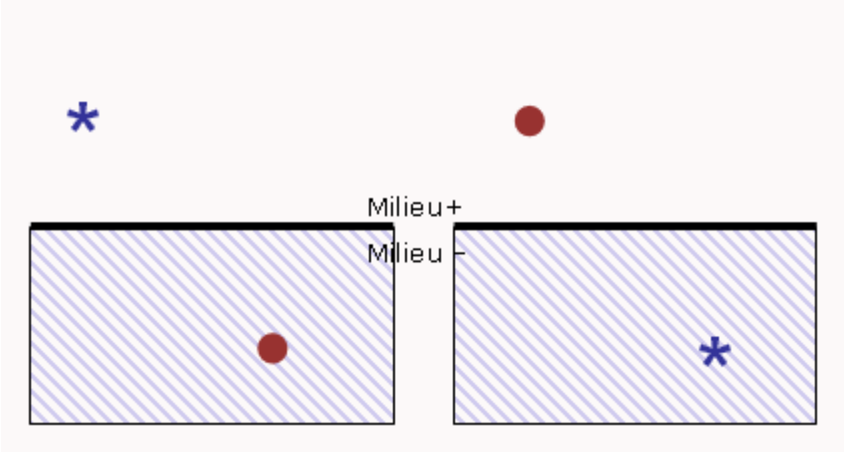
* Point source **r'**
* Point d'observation **r**

$$\underline{\mathbf{G}}\left(\mathbf{r},\mathbf{r}'\right)$$

$$\underline{\mathbf{G}}\left(\mathbf{r},\mathbf{r}'\right)=\underline{\mathbf{G}}^{S}(\mathbf{r}',\mathbf{r})+\underline{\mathbf{G}}^{R}(\mathbf{r}',\mathbf{r})$$



$$\underline{\mathbf{G}}\left(\mathbf{r},\mathbf{r}'\right)=\underline{\mathbf{G}}^{T}(\mathbf{r}',\mathbf{r})$$



Dyades de Green approchées

- Expression de la transformée de Fourier inverse de chaque élément de la matrice Fonction de Green 3 x 3 :

$$G(r,r') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(k_x, k_y, z, z')\; e^{ik_s \cdot (r-r')} dk_x dk_y$$

- Intégrales de Sommerfeld :

$$G(r,r') = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{+\infty} J_n(k_s \rho) k_s^{n+1} \tilde{g}(k_s, z, z')\; dk_s$$

- Trois méthodes pour évaluer des intégrales de Sommerfeld :

  1ère méthode : **Revised original path**

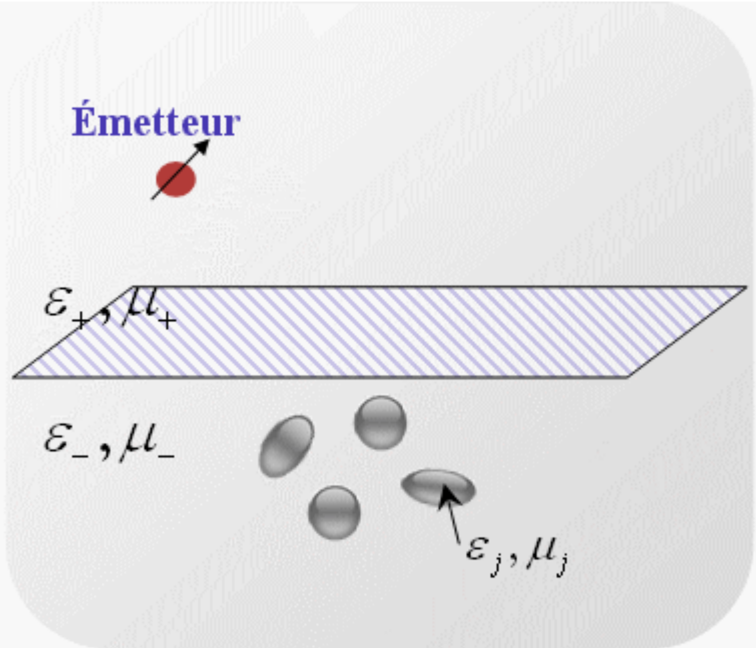
  2ème méthode : **Steepest-descent path**

  3ème méthode : **Leading-order approximation**

Système étudié

- Milieu : demi-espace

$$(\mu,\varepsilon)(\mathbf{r}) := \begin{cases} (\mu_+,\ \varepsilon_+) \\ (\mu_-,\ \varepsilon_-) \end{cases}$$



- Une seule fréquence
- m inclusions
  - diélectriques et/ou magnétiques
  - sphériques ou ellipsoïdales
  - permittivité, perméabilité
  - volume V_j
  - la taille de l'inclusion est assez petite devant la longueur d'onde

Formule asymptotique du champ diffracté

- Formule asymptotique du champ électrique diffracté

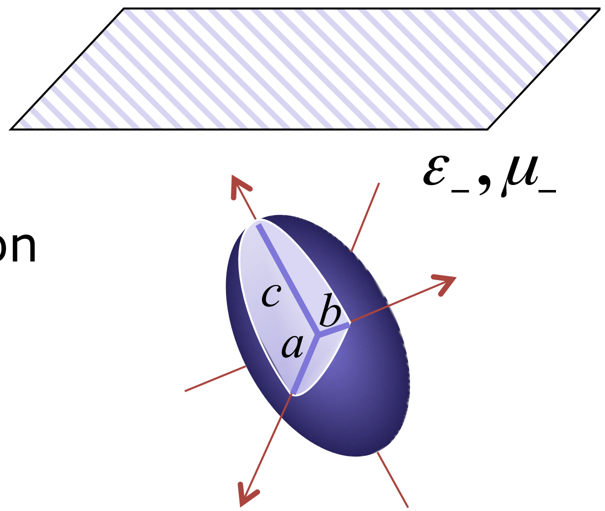
$$\mathbf{E}(\mathbf{r})-\mathbf{E}_0(\mathbf{r})=\alpha^3\sum_{j=1}^{m}\left[\underbrace{\frac{i\omega\varepsilon_-\mu_-}{\varepsilon(\mathbf{r})}\underline{\mathbf{G}}^{em}(\mathbf{r},\mathbf{x}_j)\cdot\mathbf{M}_g\left(\frac{\mu_j}{\mu_-};V_j\right)\mathbf{H}_0(\mathbf{x}_j)}_{\text{Contribution magnétique}}+\underbrace{k_-^{\,2}\underline{\mathbf{G}}^{ee}(\mathbf{r},\mathbf{x}_j)\cdot\mathbf{M}_g\left(\frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_-};V_j\right)\mathbf{E}_0(\mathbf{x}_j)}_{\text{Contribution diélectrique}}\right]+O(\alpha^4)$$

Champ total

- Tenseur de polarisation généralisé $q_j/q_0=(\varepsilon_j/\varepsilon_0\,;\mu_j/\mu_0)$

$$\underline{\mathbf{M}}_g\left(\frac{q_j}{q_-};V_j\right)=\frac{(q_j-q_-)}{q_-}\underline{\mathbf{M}}\left(\frac{q_j}{q_-};V_j\right)$$

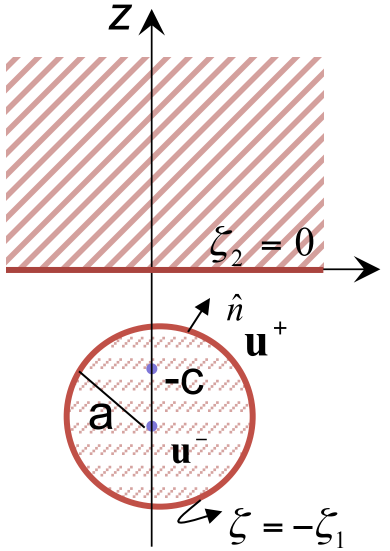
Tenseur de polarisation

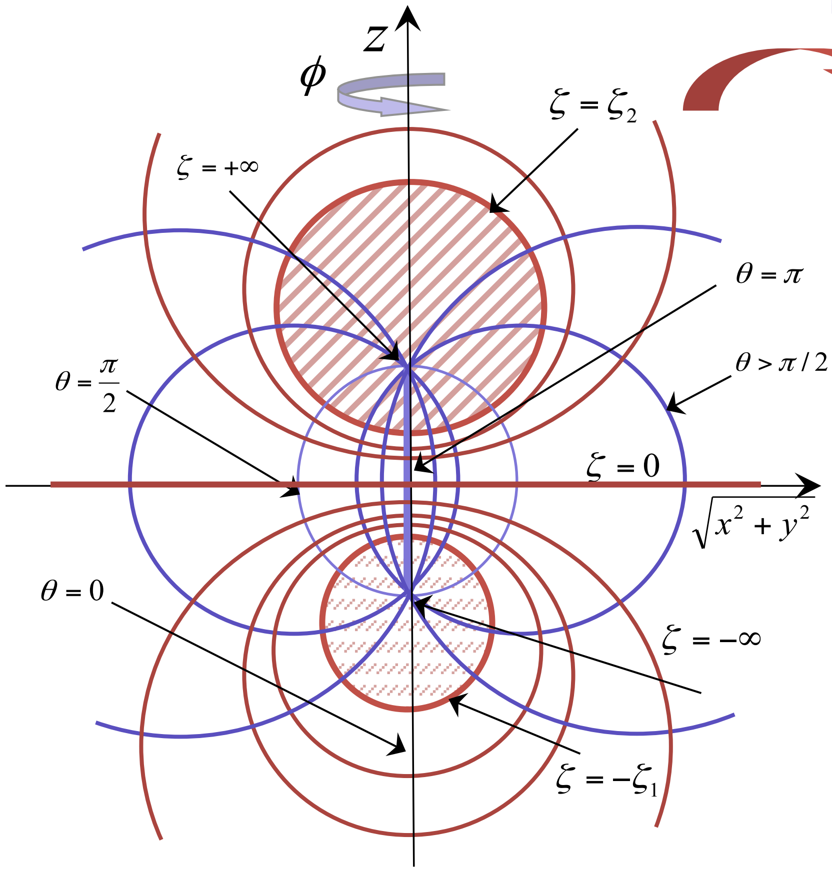


Tenseur de polarisation généralisé

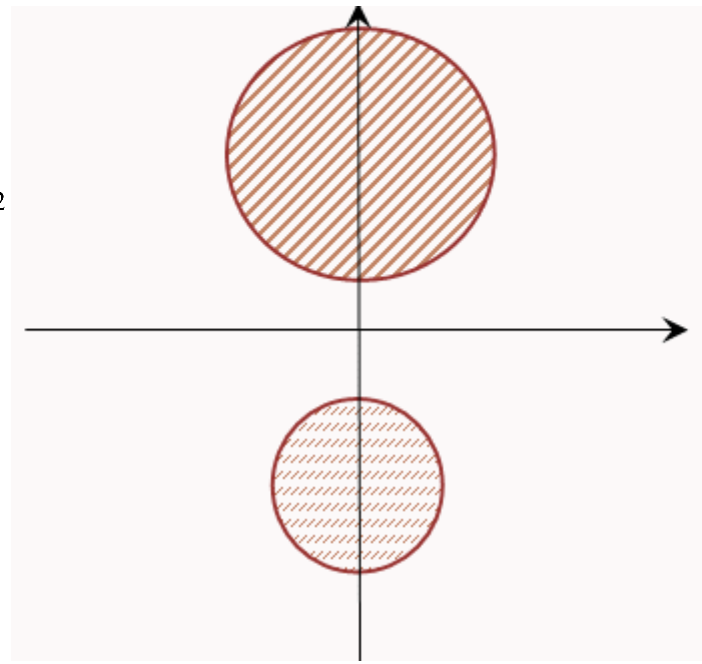
Sphère proche de l'interface

1 sphère





Coordonnées bisphériques



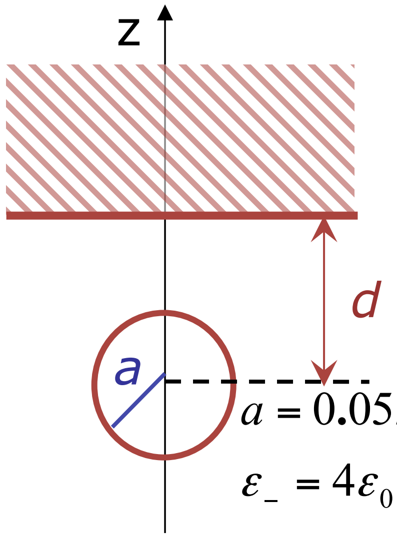
- Tenseur de polarisation généralisé $\left(\gamma_j = q_j / q_0\right)$

$$\underline{\mathbf{M}}(\gamma_j; V_j) = \left(\gamma_j - 1\right)^2 \int_{s_j} \hat{\mathbf{n}}\ \mathbf{u}^+\left(\mathbf{r}, \gamma_j\right)\ ds_j(\mathbf{r}) + \left(\gamma_j - 1\right) \left|V_j\right|\ \underline{\mathbf{I}}$$

Comportement des éléments du tenseur de polarisation

Sphère proche de l'interface

- Les éléments du tenseur de polarisation généralisé calculés par les coordonnées bisphériques en fonction de *d/a* sont comparés à celui d'une sphère isolée en espace libre.

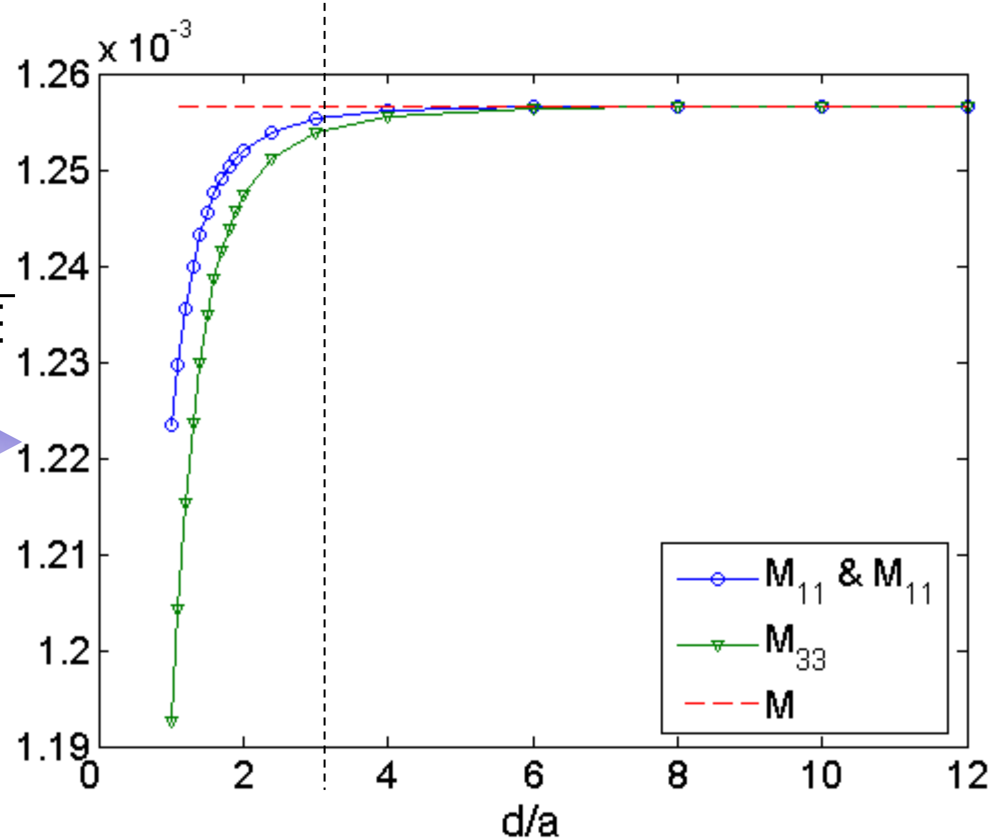


$a = 0.05m$

$\varepsilon_- = 4\varepsilon_0$

$\varepsilon_j = 3\varepsilon_-$

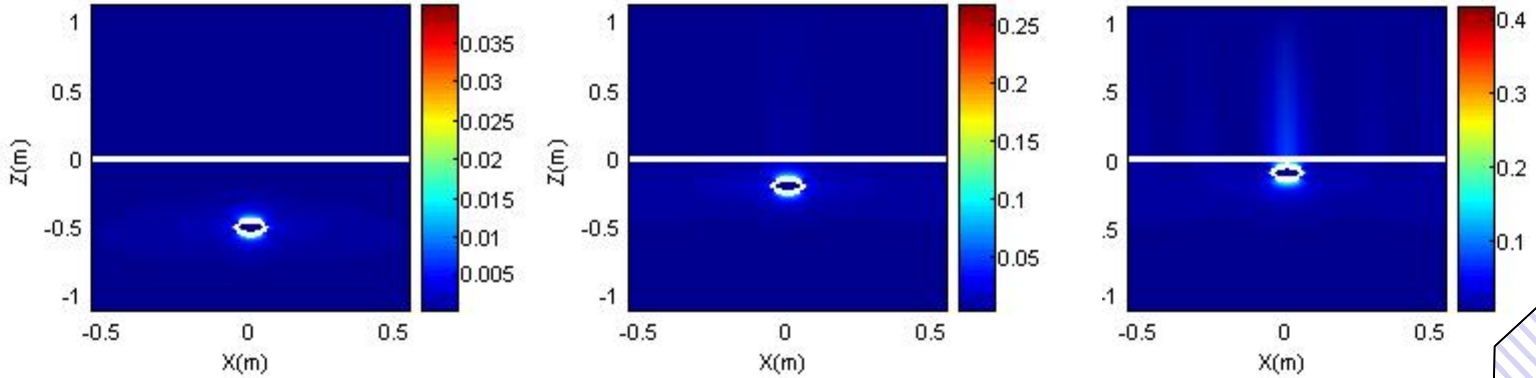
on fait varier *d*



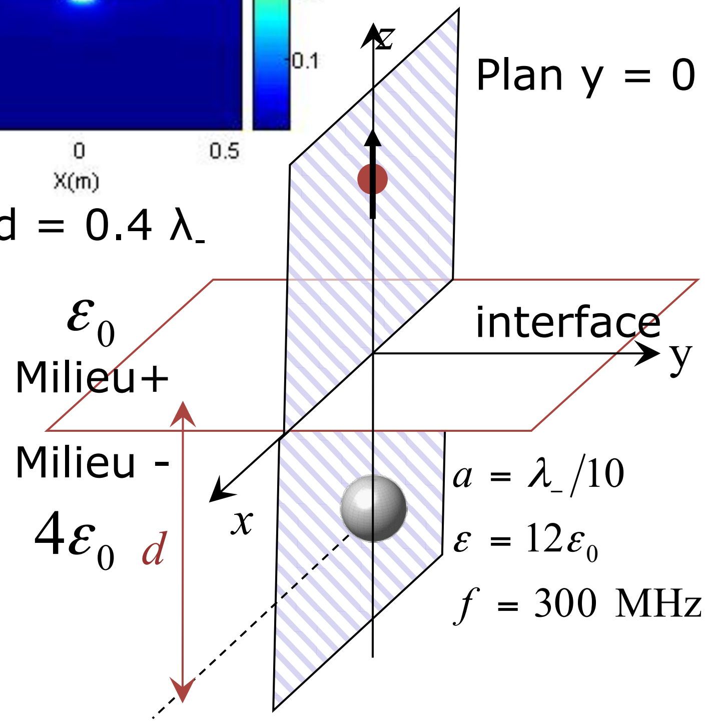
Effet du couplage

Sphère proche de l'interface

$$\left| \left|E_{z(\text{sphère\_isolée})}\right| - \left|E_{z(\text{bipsh})}\right| \right|$$



d = λ₋   d = 0.2 λ₋   d = 0.4 λ₋



- La différence d'amplitude de la composante verticale du champ électrique diffracté sur le plan y = 0 calculée par la formule asymptotique avec couplage (coordonnées bisphériques) et sans couplage pour différentes distances *d*

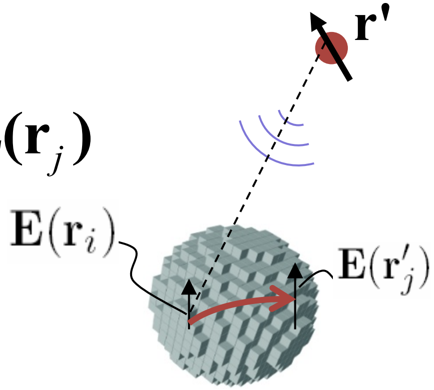
Comparaison à la méthode des dipôles couplés

Méthode des dipôles couplés (CDM)

Espace libre

- L'objet est discrétisé en *L* petits éléments cubiques

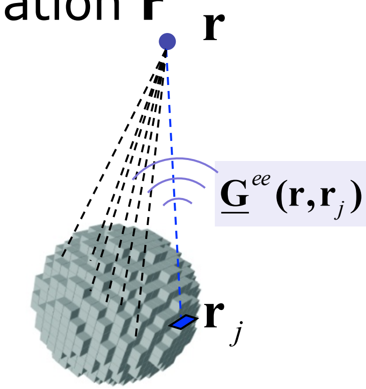
- Système linéaire pour calculer le champ électrique dans chaque petit élément



$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_i) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_i) + \sum_{j=1, i\neq j}^{L} \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \underline{\mathbf{G}}^{ee}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j)\ \alpha_j \mathbf{E}(\mathbf{r}_j)$$

où $\alpha_j = 3\dfrac{\varepsilon_j - \varepsilon_0}{\varepsilon_j + 2\varepsilon_0} V_j$

- Champ électrique diffracté à chaque position d'observation **r**

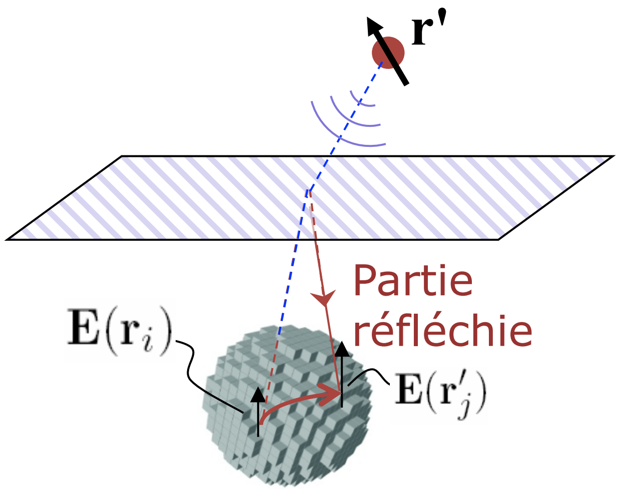


$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) - \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^{L} \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \underline{\mathbf{G}}^{ee}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_j)\ \alpha_j \mathbf{E}(\mathbf{r}_j)$$

Méthode des dipôles couplés (CDM)

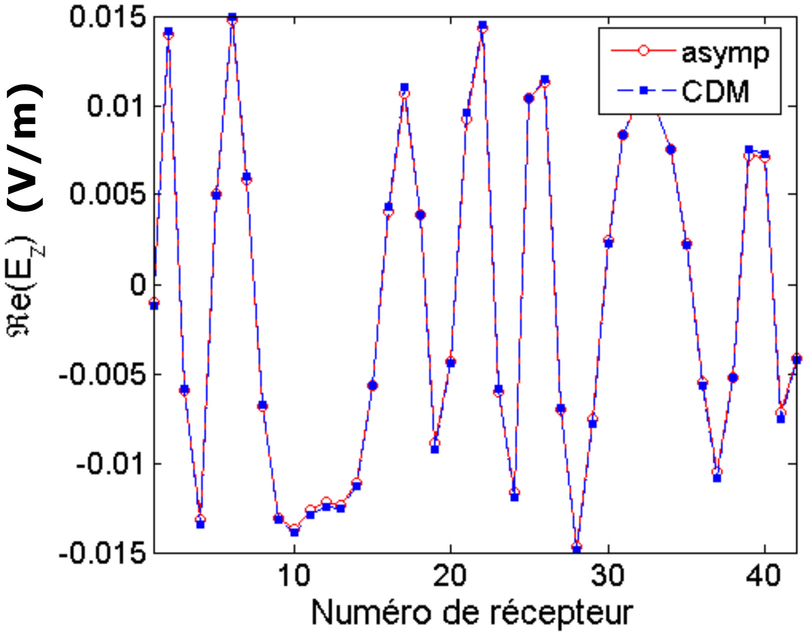
Demi-espace

- CDM prend en compte le couplage entre l'inclusion et l'interface

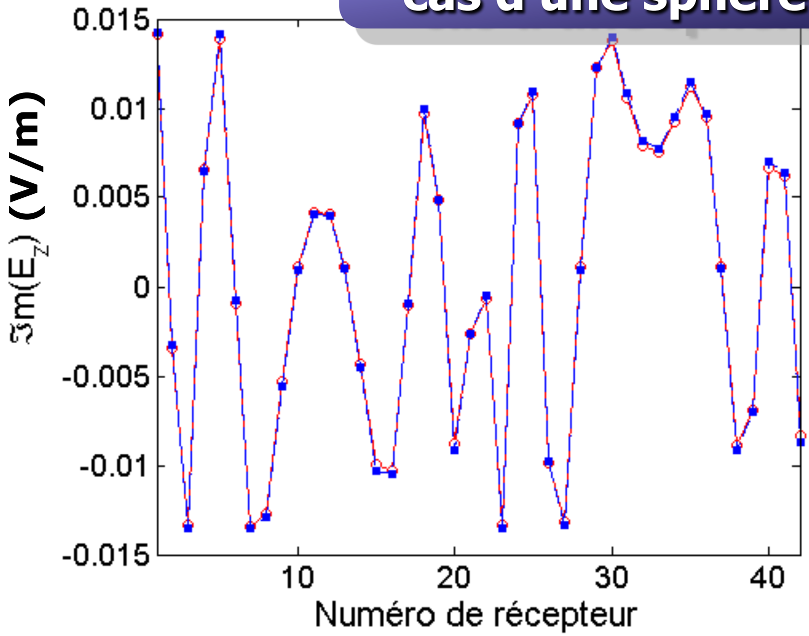


Résultats numériques (espace libre)

cas d'une sphère

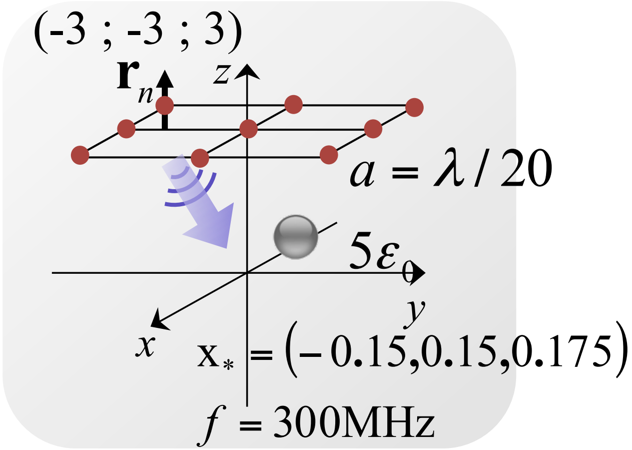


Erreur=2,44%



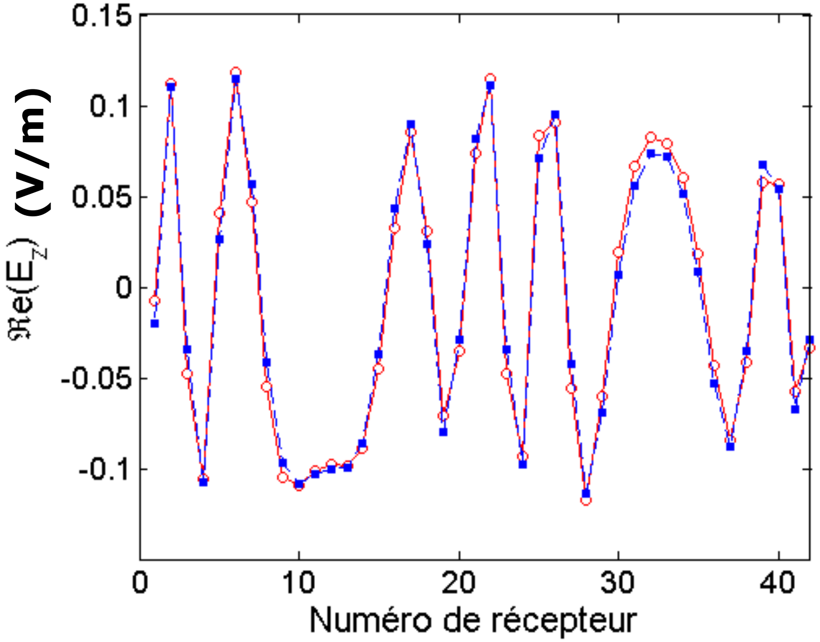
Erreur=2,44%

$$Erreur = \sqrt{\frac{\sum_{récepteurs} \left| E_{CDM} - E_{asymp} \right|^2}{\sum_{récepteurs} \left| E_{CDM} \right|^2}} \times 100$$

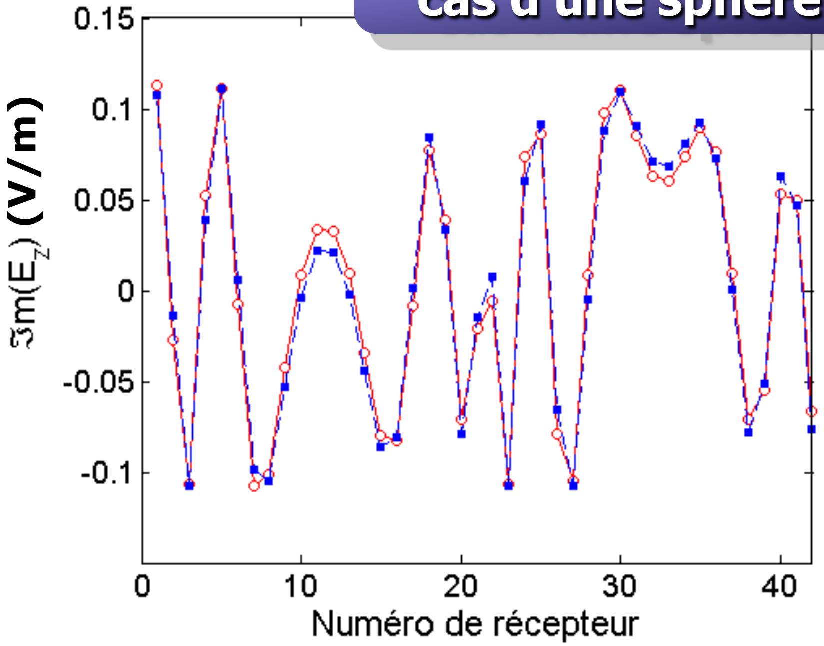


Résultats numériques (espace libre)

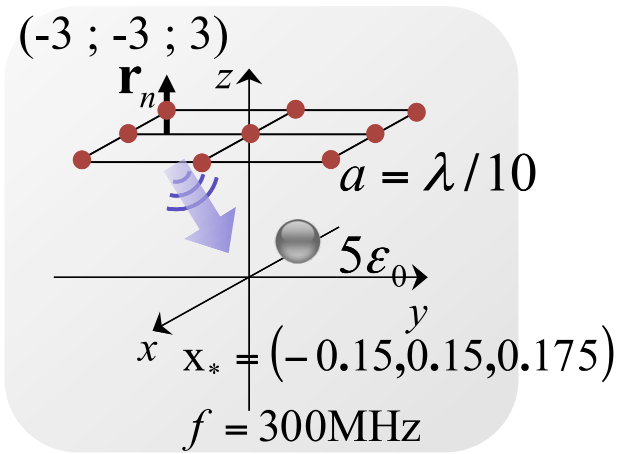
cas d'une sphère



Erreur=11,37%

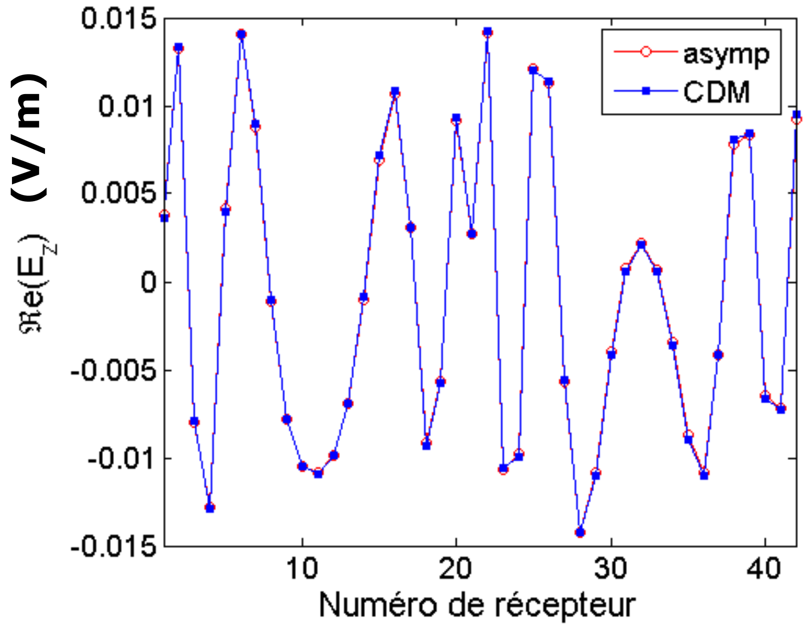


Erreur=10,71%

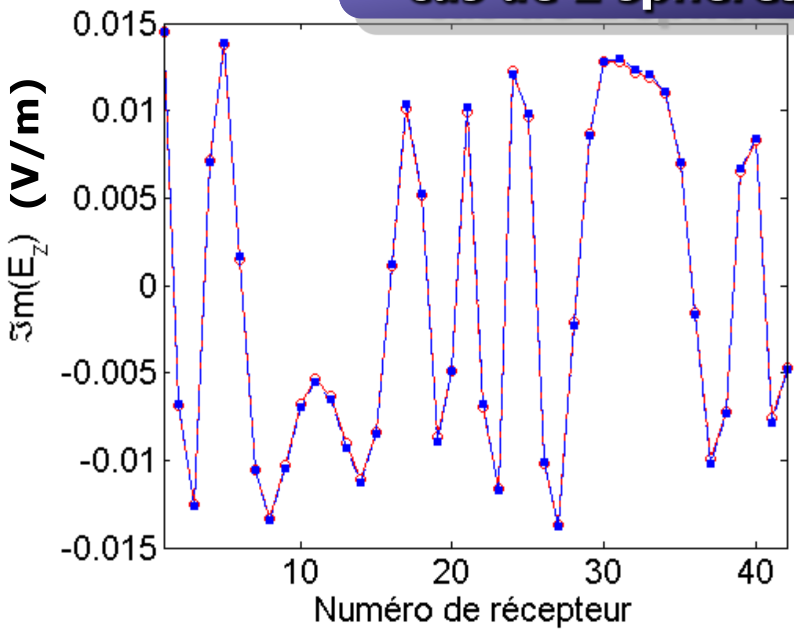


Résultats numériques (espace libre)

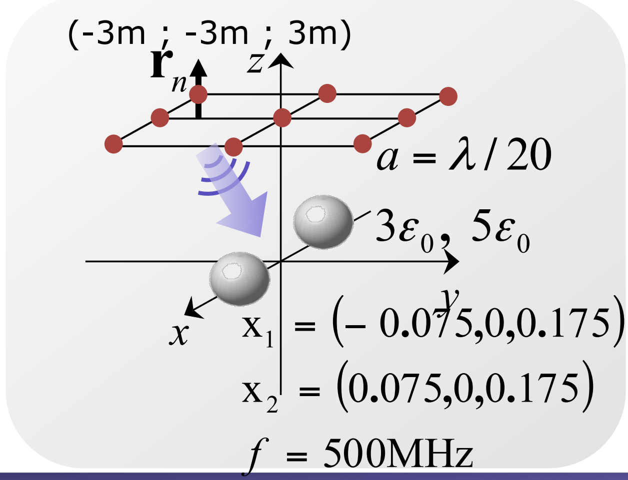
cas de 2 sphères



Erreur=3.82%



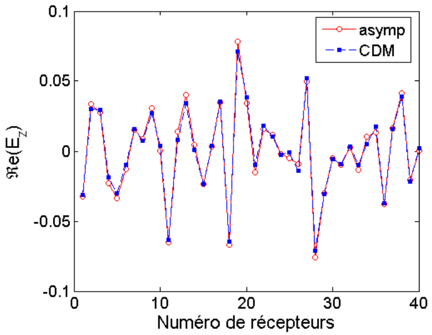
Erreur=3,79%



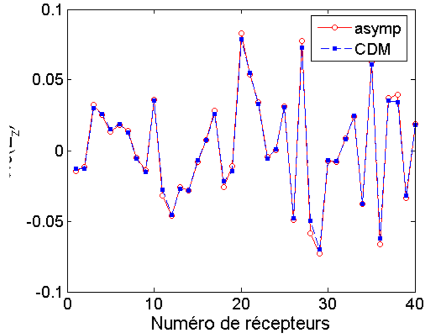
Résultats numériques (demi-espace)

cas d'une sphère

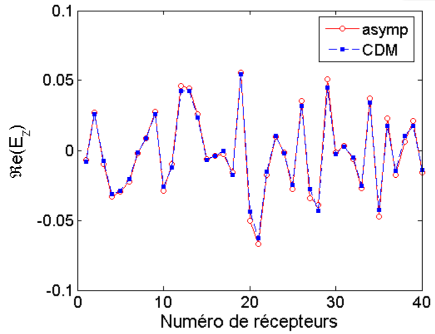
d = λ₋ | d = 0.4 λ₋ | d = 0.2 λ₋



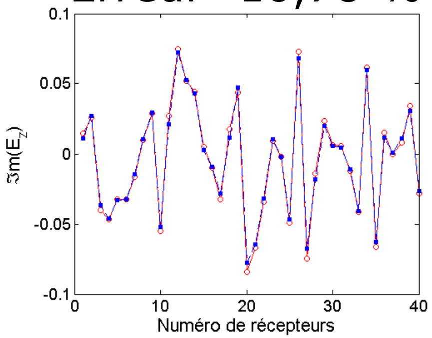
Erreur=10,78 %



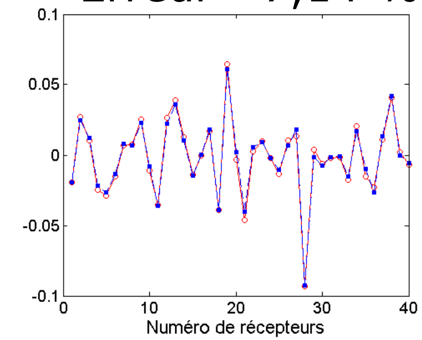
Erreur= 7,14 %



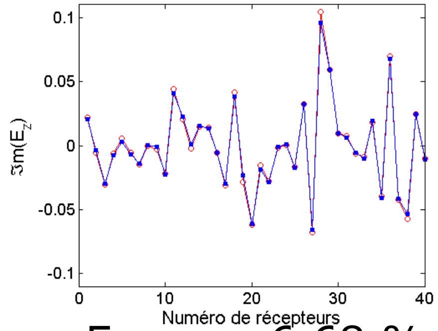
Erreur= 11,33 %



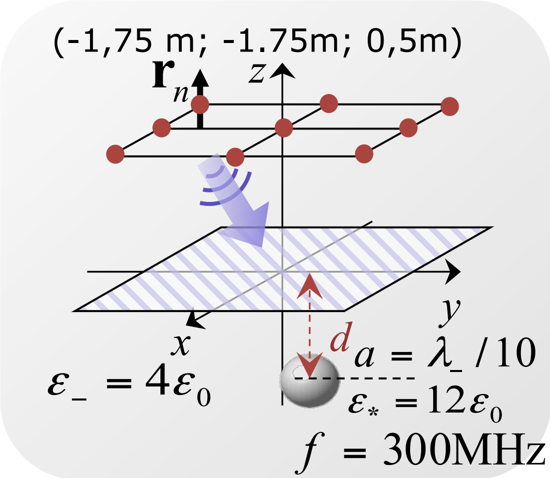
Erreur=7,97 %



Erreur= 10,07 %



Erreur= 6,68 %



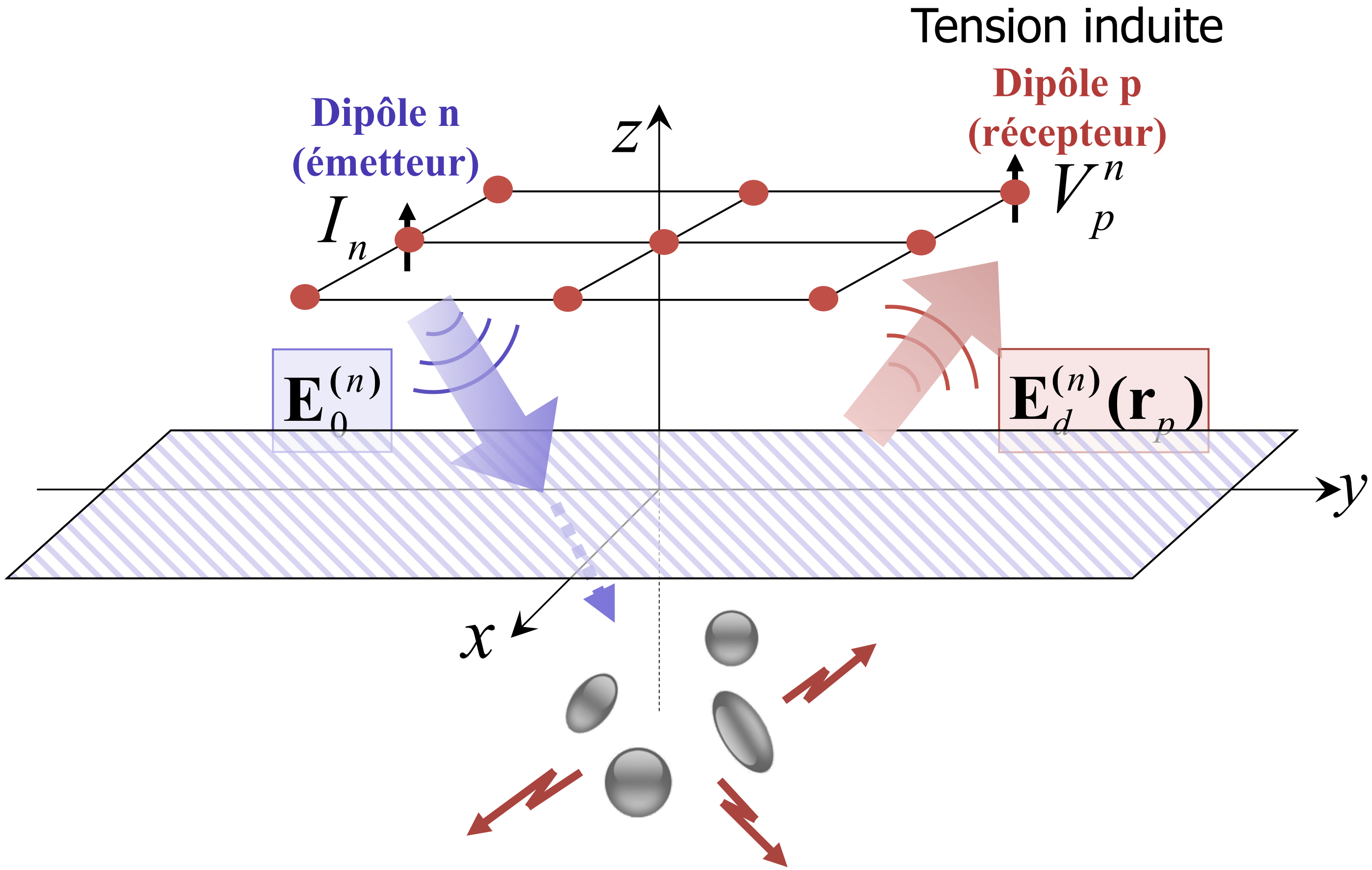
Conclusion

- Validation de la formule asymptotique par la méthode CDM (pour un diamètre ≤ λ/5 et avec une petite permittivité)
- Effet du couplage n’est visible qu’au voisinage immédiat de l’inclusion➔ si les récepteurs sont éloignés de l’inclusion, on peut ignorer le couplage dans la formulation du problème direct.

2ème partie : Problème inverse

Méthode d'imagerie MUSIC

Tension induite



- Tension induite par l'émetteur *n* sur le récepteur *p*

$$V_p^n = \hat{z} \cdot \mathbf{E}_d^{(n)}(\mathbf{r}_p) = A_p^n \cdot I_n$$

Matrice de réponse multistatique (MSR)

$$\mathbf{V} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{I} \quad \textbf{où} \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_N \end{bmatrix}, \mathbf{I} = \begin{bmatrix} Il_1 \\ \vdots \\ Il_N \end{bmatrix}$$

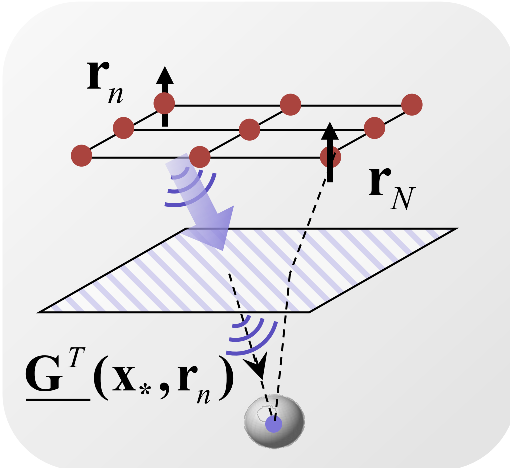
- Matrice de réponse multistatique du système :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{2N} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & A_{N2} & \cdots & A_{NN} \end{pmatrix} \quad \text{, matrice} N \times N$$

- Opérateur de retournement temporel (ORT) $= \mathbf{A}^* \mathbf{A} \left(\mathbf{A}^* = \overline{\mathbf{A}}^t \right)$

Matrice de réponse multistatique (MSR)

- Composition de la MSR:



$$\mathbf{A} = N\left\{ \underbrace{\boxed{G^e(\mathbf{x}_*)}}_{3} \right. \boxed{\underline{\mathbf{M}}^{\varepsilon}} \boxed{[G^e(\mathbf{x}_*)]^t}$$

matrice symétrique et définie-positive

de rang 3 => $\mathbf{A}$ est de rang 3

$$G^e(\mathbf{x}_*) = \mu_0 \left[\underline{\mathbf{G}}(\mathbf{x}_*, \mathbf{r}_1) \cdot \hat{z}, \cdots, \underline{\mathbf{G}}(\mathbf{x}_*, \mathbf{r}_N) \cdot \hat{z} \right]^t$$

la partie transmise de la dyade de Green

Méthode MUSIC

SVD de $\mathbf{A}$ ➔ $\mathbf{A} = \mathbf{U}\Sigma V^*$

Les valeurs singulières : $\langle \underbrace{\sigma_1 \geq \sigma_2 \ldots \geq \sigma_s}_{\text{S valeurs singulières non nulles}} | \geq \sigma_{s+1} \ldots \sigma_N \rangle$

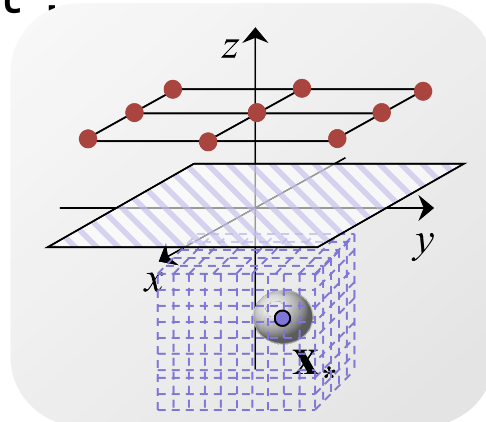
Les vecteurs singuliers : $\mathbf{U} = \langle \underbrace{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2 \ldots, \mathbf{u}_s}_{\text{Signal}} | \underbrace{\mathbf{u}_{s+1}, \ldots, \mathbf{u}_N}_{\text{Bruit}} \rangle$

- $\forall e \neq 0 \in C^3$, le vecteur $\mathbf{g}(\mathbf{x}_*) = G^e(\mathbf{x}_*) \cdot e$ appartient à l'image de A .

- Opérateur de projection sur le sous-espace bruit :

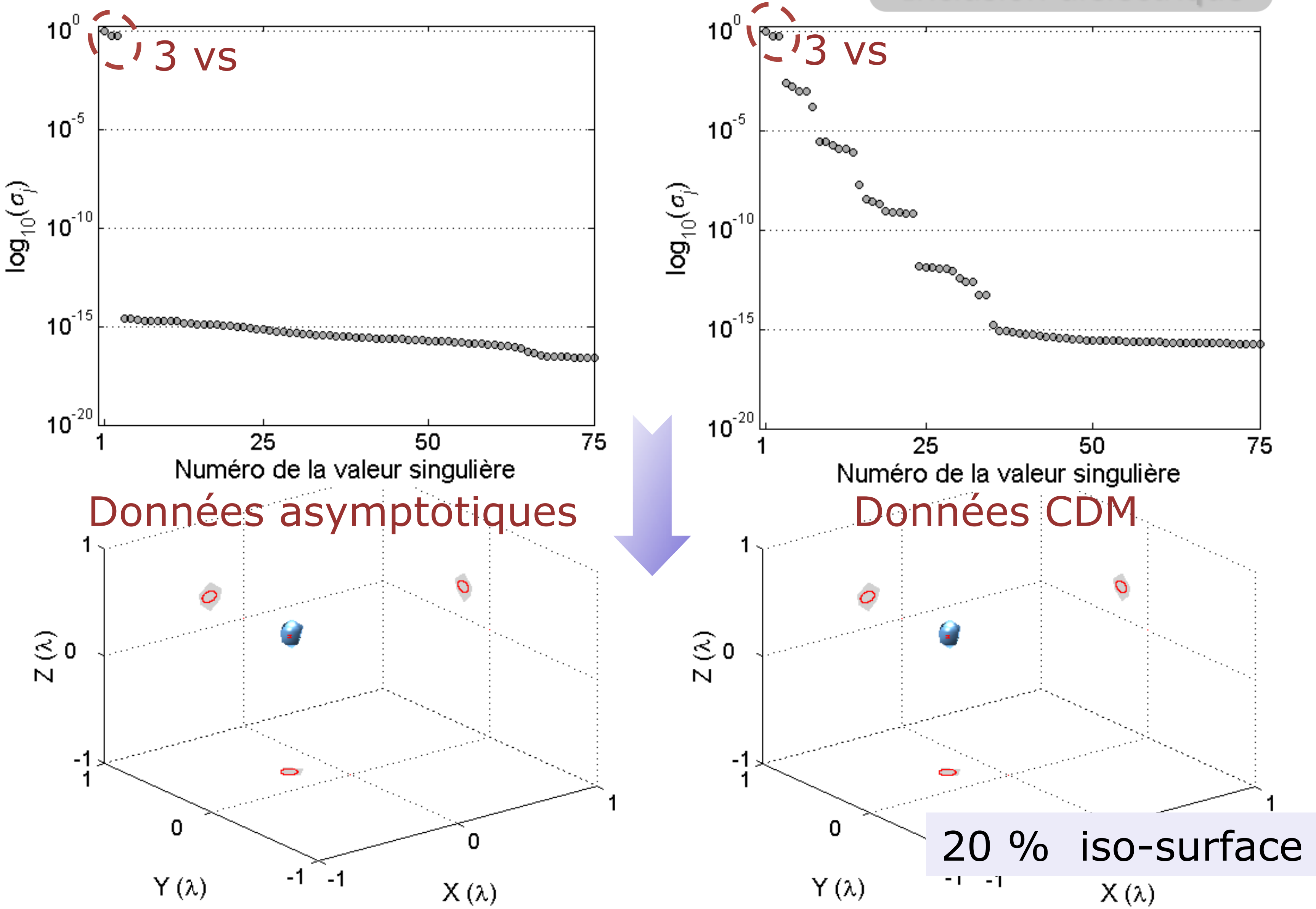
$$\mathbf{P}_n = \sum_{i=s+1}^{N} \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^*$$

$$\left\| \mathbf{P}_n \mathbf{g}(\mathbf{x}_*) \right\| = 0 \;\Rightarrow\; \frac{1}{\left\| \mathbf{P}_n \mathbf{g}(\mathbf{x}_*) \right\|} = \infty$$



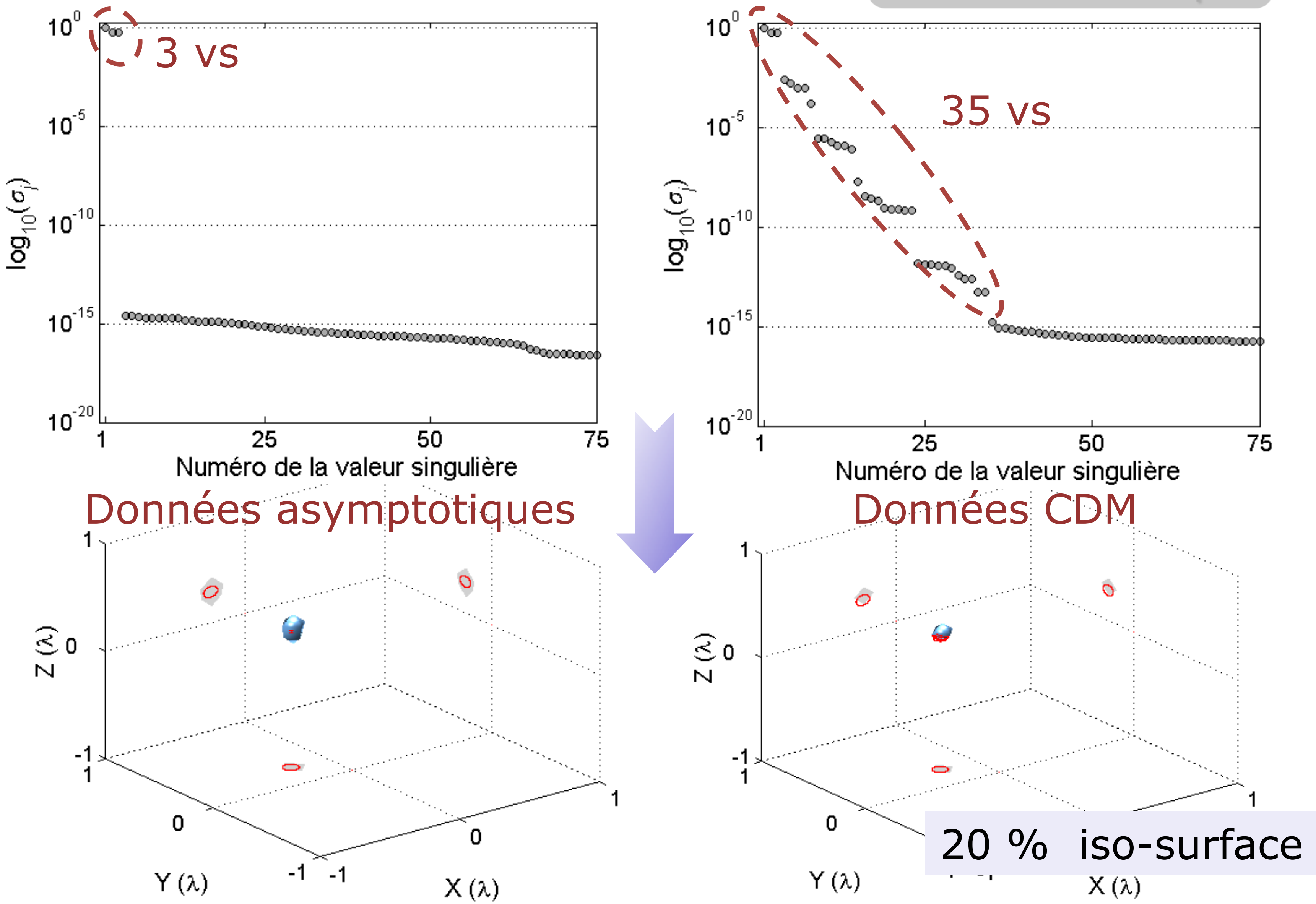
Reconstruction en espace libre (a=λ/20, f=500MHz, ε_r=5)

Inclusion diélectrique



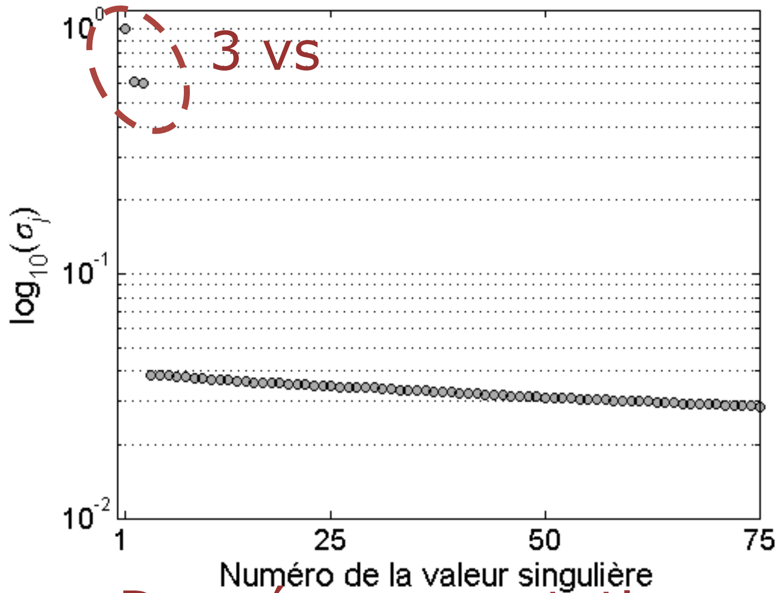
Reconstruction en espace libre (a=λ/20, f=500MHz, ε_r=5)

Inclusion diélectrique

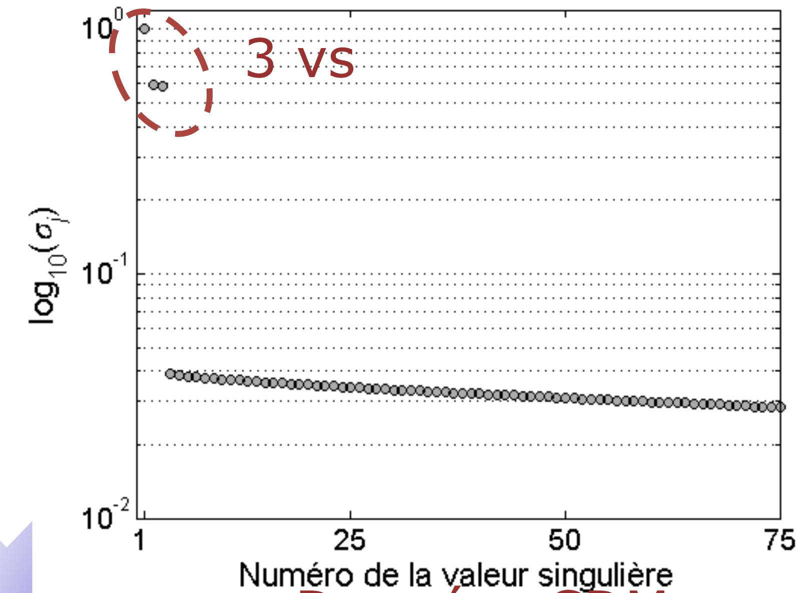


Reconstruction en espace libre (SNR 10dB)

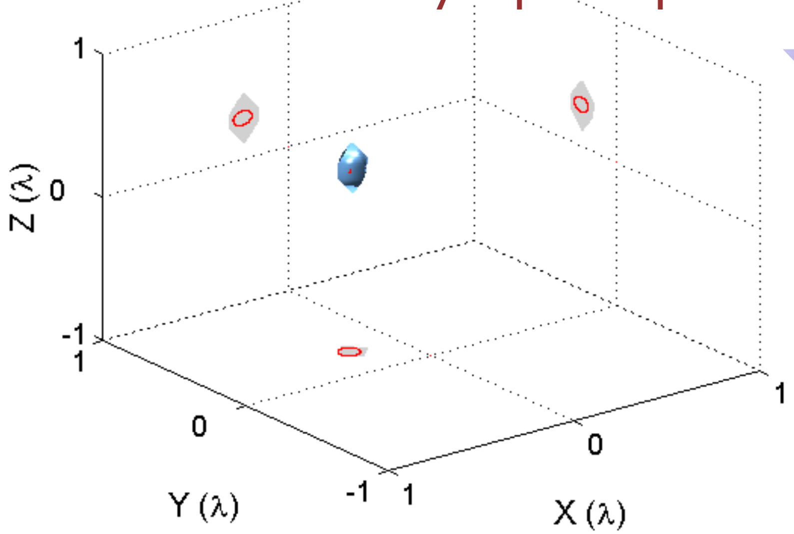
Inclusion diélectrique

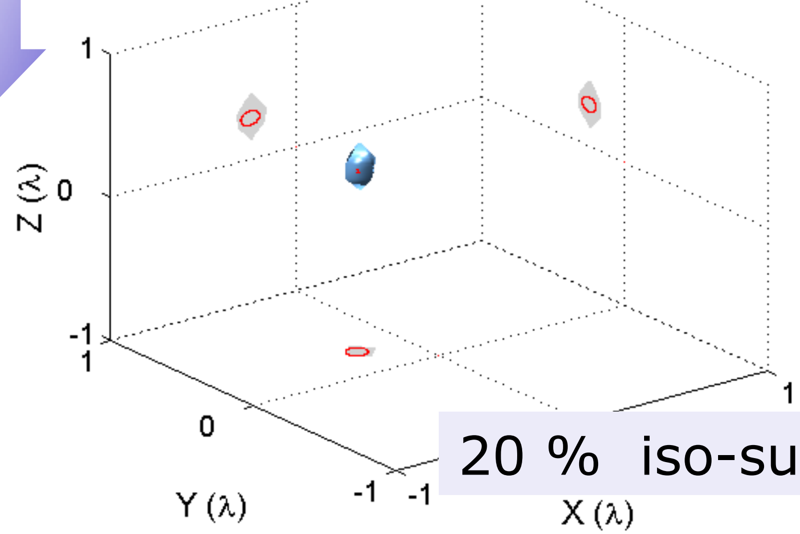


Données asymptotiques



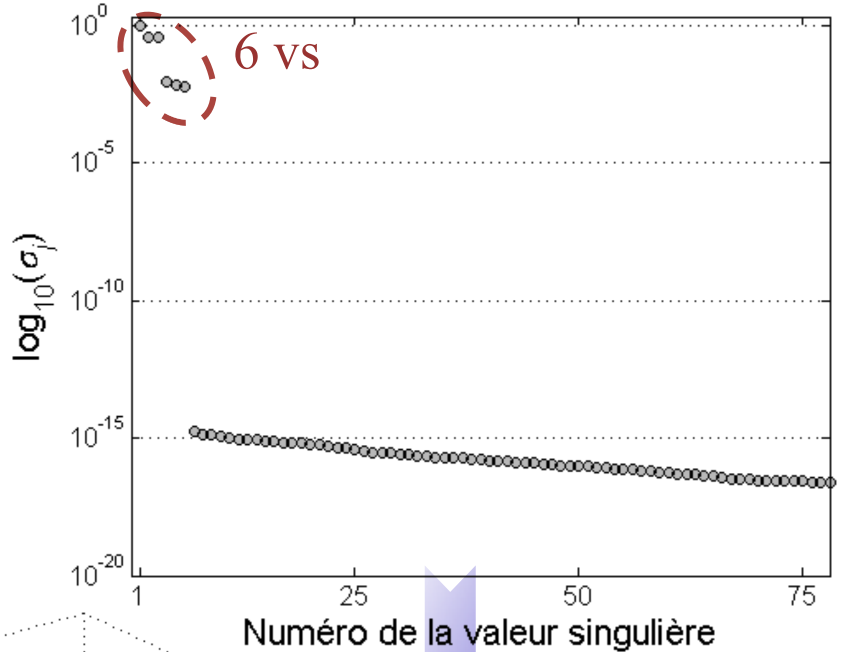
Données CDM

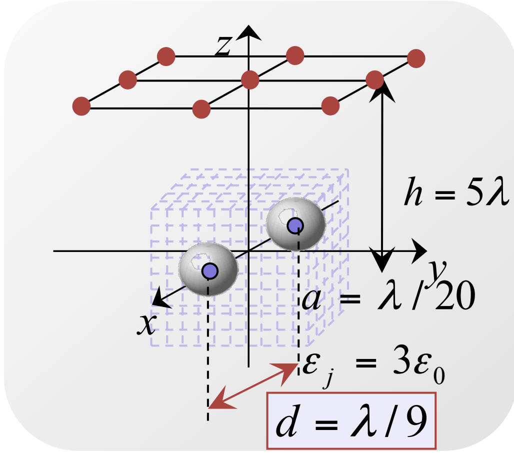


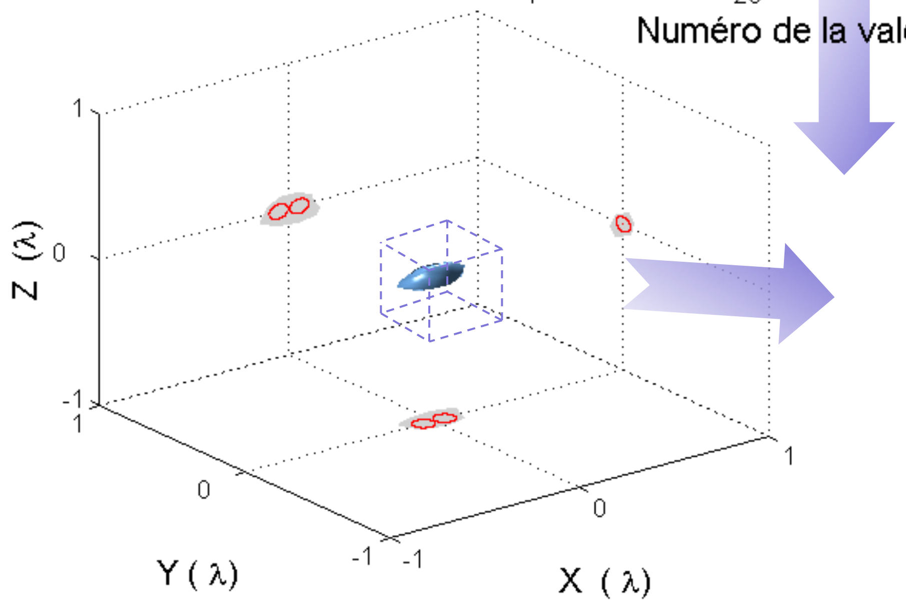


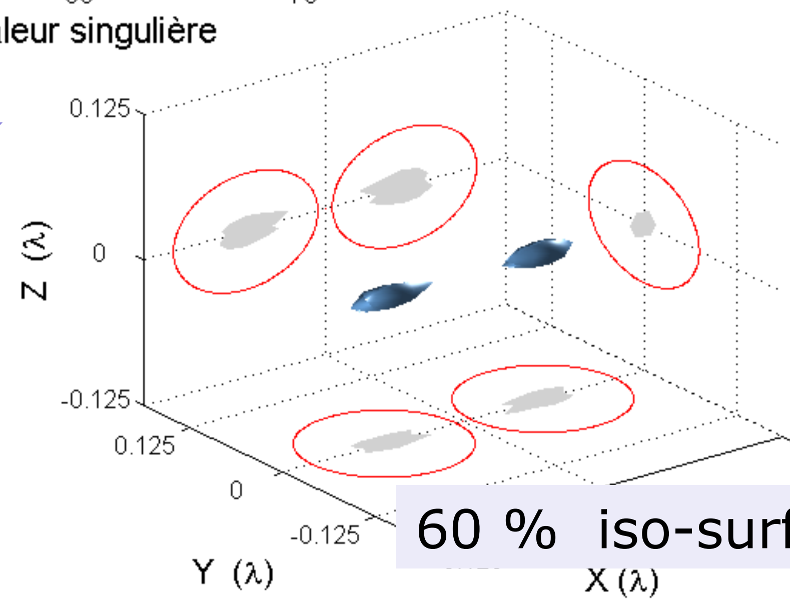
20 % iso-surface

2 sphères couplées (2 sphères identiques)





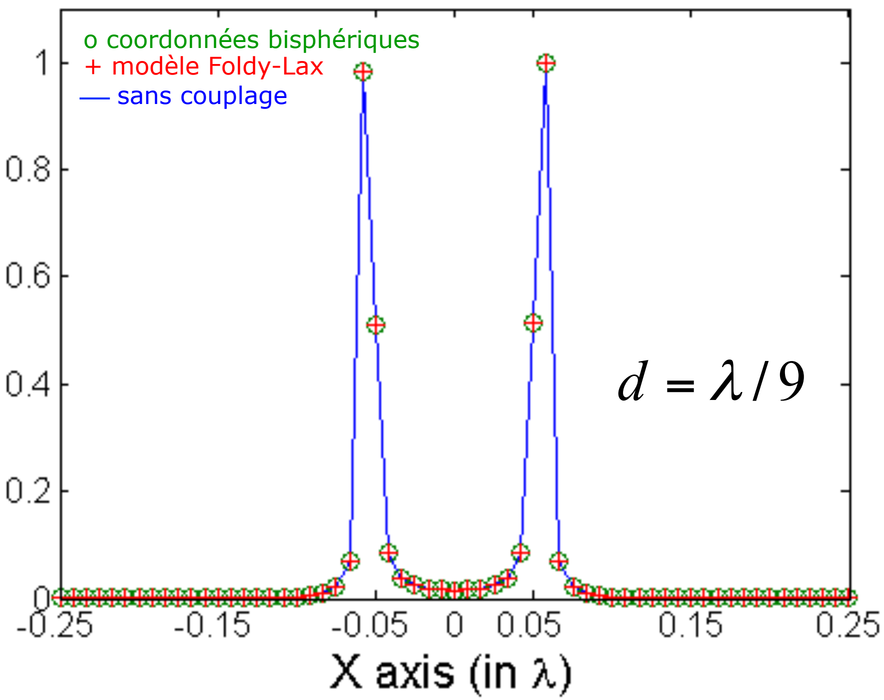


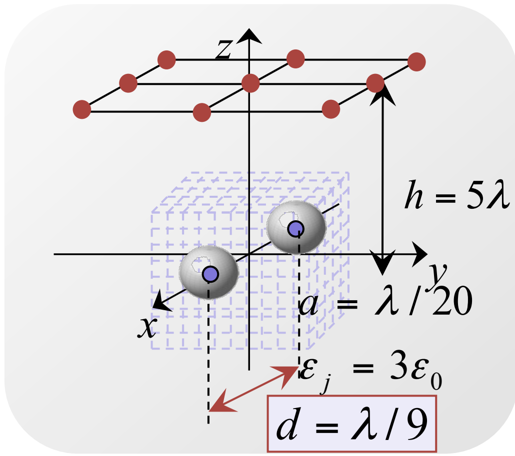


60 % iso-surface

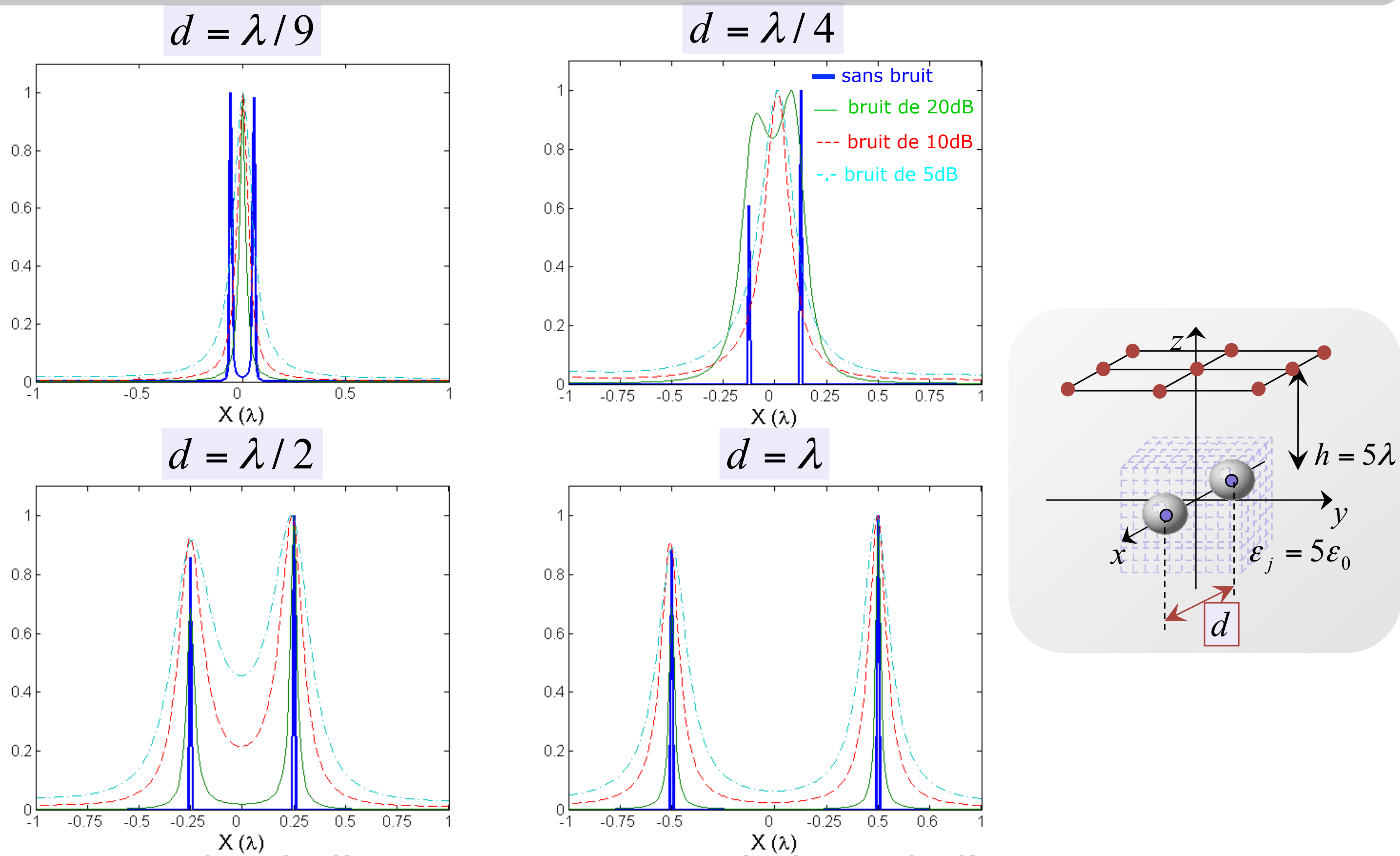
2 sphères couplées (2 sphères identiques)

- Courbe de l'estimateur MUSIC le long de l'axe *x* qui traverse les centres des deux sphères, en prenant et sans prendre en compte l'effet du couplage





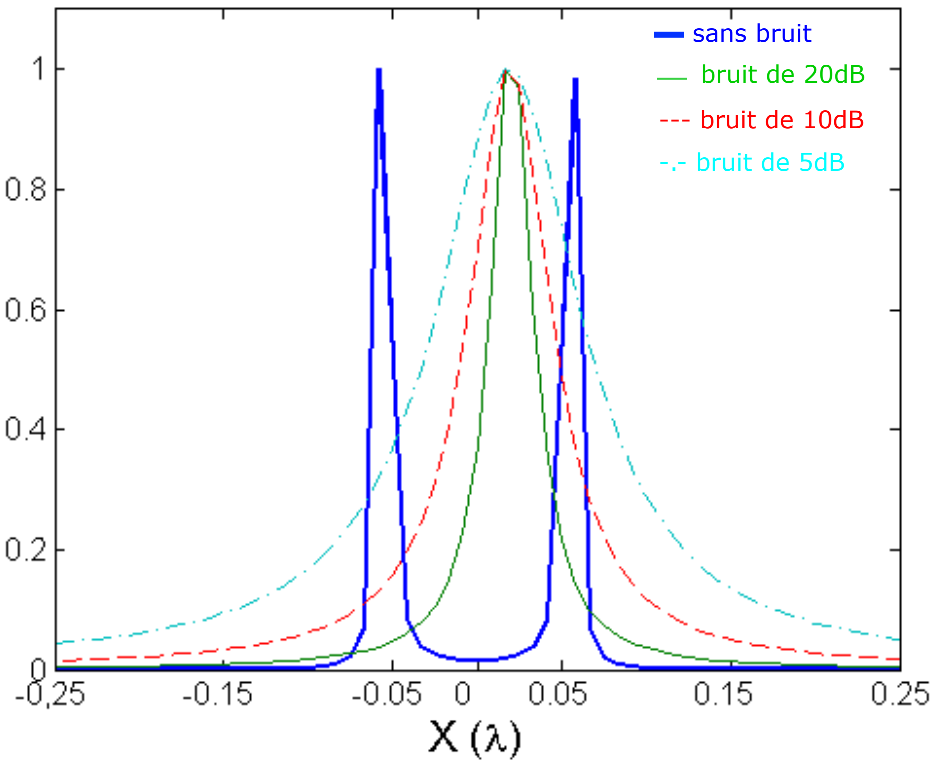
2 sphères couplées (différents niveaux de bruit)

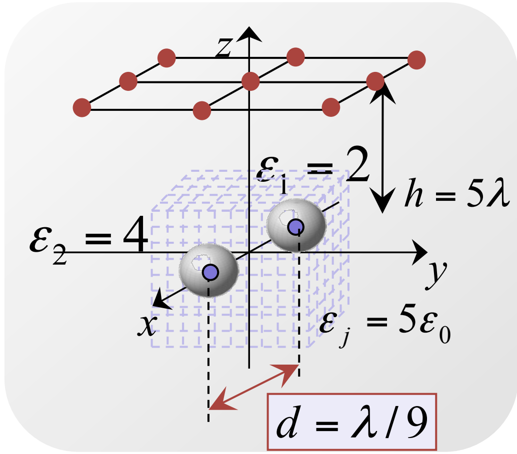


- Courbe de l'estimateur MUSIC le long de l'axe *x* qui traverse les centres des deux sphères pour différents niveaux de bruit.

2 sphères couplées

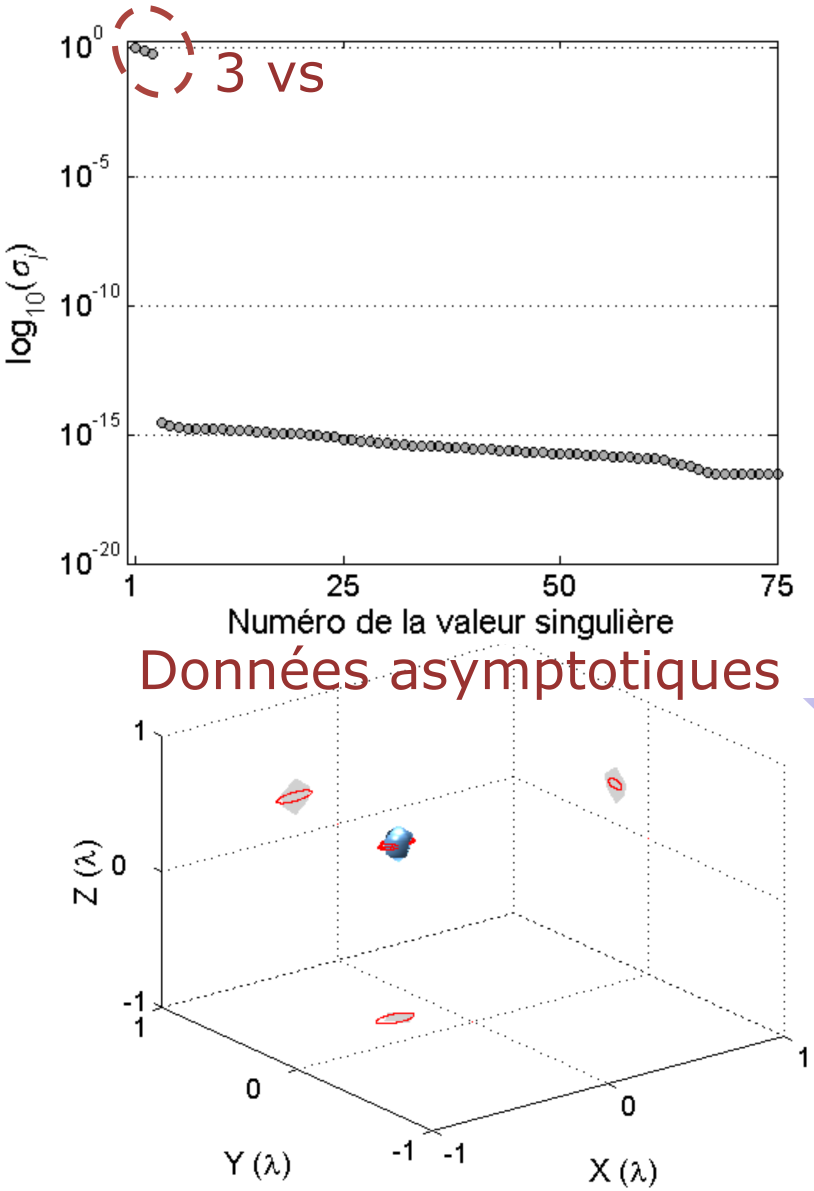
- Pour deux sphères couplées de différentes permittivités.

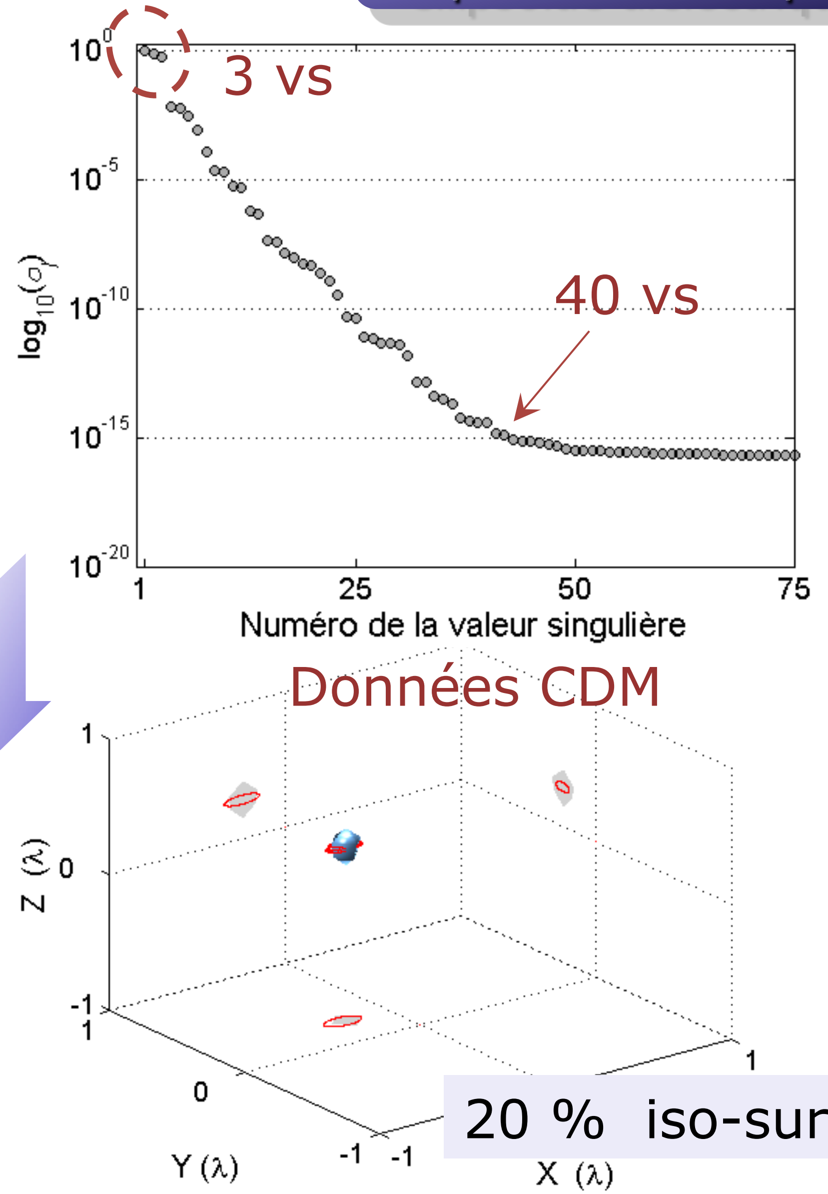




Reconstruction en espace libre: semi-axes:(λ/10, λ/20, λ/30), ε_r=5)

ellipsoïde diélectrique





20 % iso-surface

Détermination de l'orientation d'un ellipsoïde

Ellipsoïde allongé

- **Milieu:** ε_0, μ_0

Fréquence de travail : 500MHZ $(\lambda = 0.6m)$

- **Le réseau:**

Ligne de 21 dipôles sur l'axe ***x*** orientés selon **x (-3,3)** et **y**

Ligne d'antennes est symétrique par rapport à l'axe **z**.

- **Inclusion:**

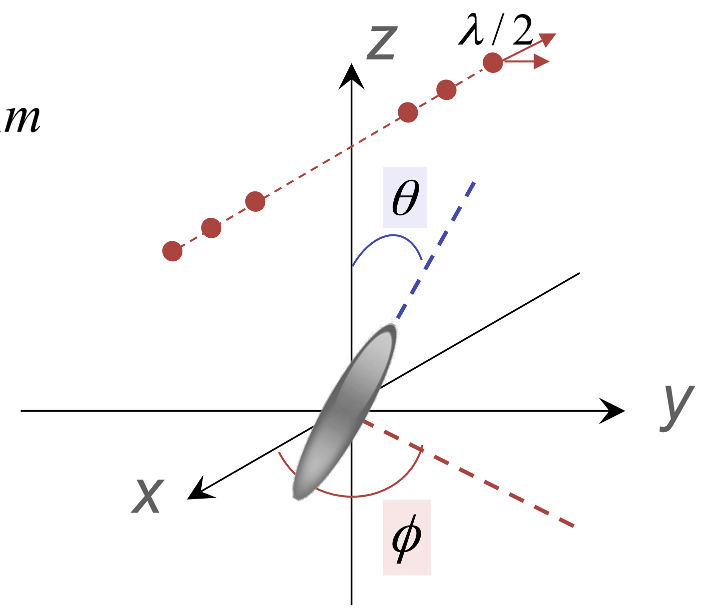
Rayons de l'inclusion : (1, 1, 3) $\alpha = 0.01m$

Position: $X_1 = (0,\ 0,\ 0)$

Permittivité: $\varepsilon_1 = 5\varepsilon_0$

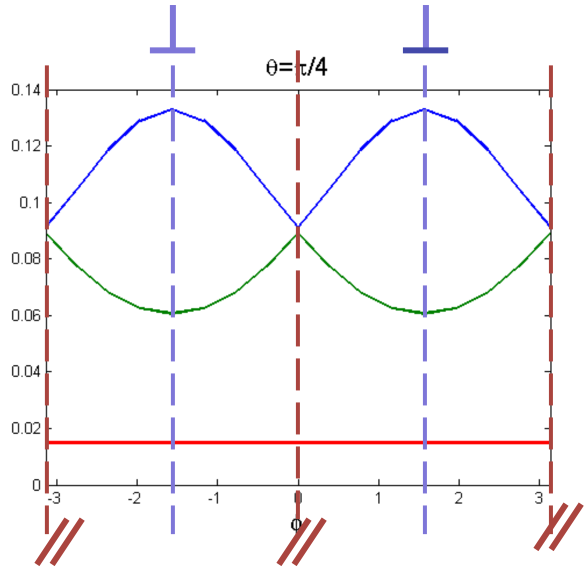
$Z = 5\lambda$

- On fait tourner l'ellipsoïde selon $\phi,\ \theta$

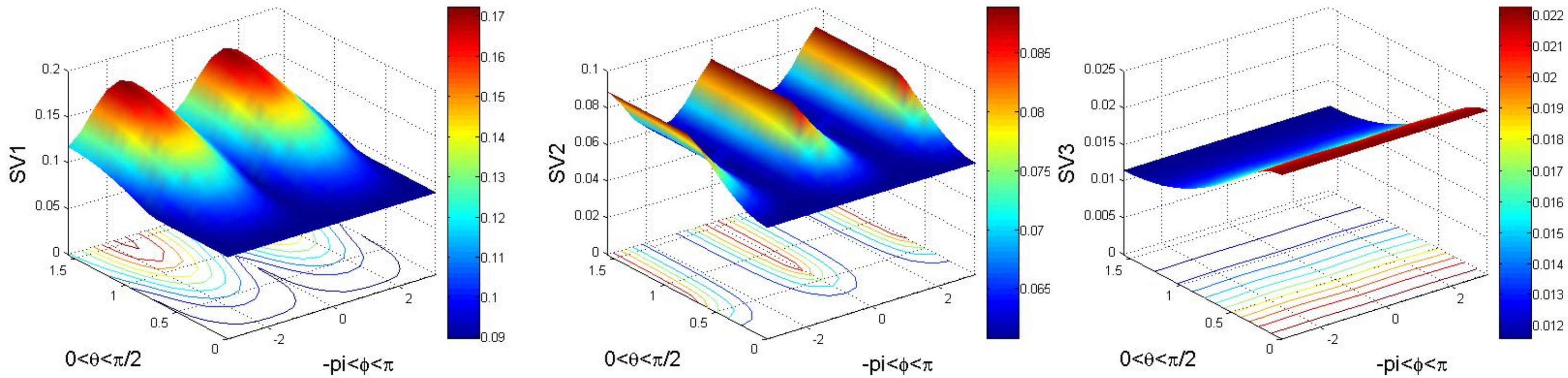


Les valeurs singulières d'un ellipsoïde

Ellipsoïde allongé



Les 3 valeurs singulières en fonction de ϕ

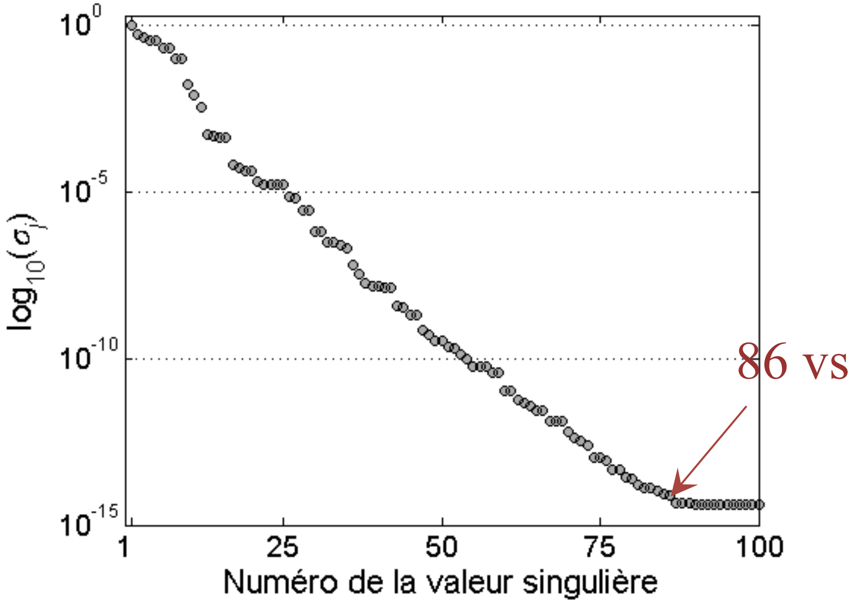


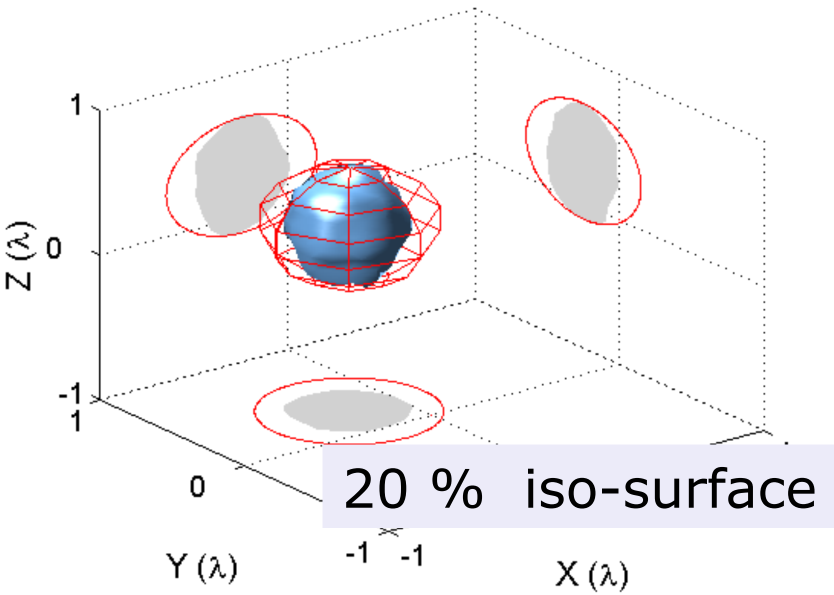
Quand 1^{ere} valeur singulière atteint un minimum, 2ème valeur singulière atteint un maximum, 3ème valeur singulière très petite

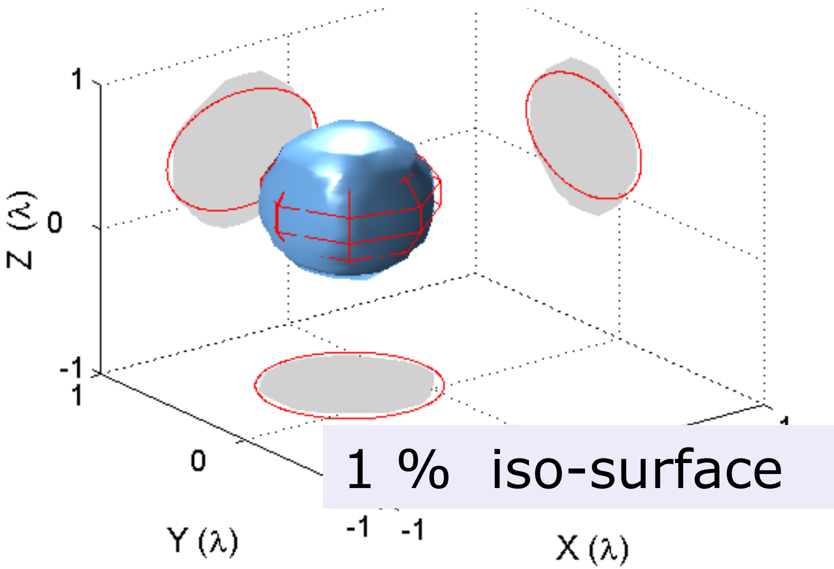
La ligne d'antennes et l'ellipsoïde allongé sont orientés en //

Reconstruction des objets étendus (CDM)

$$diamètre = 0.48\text{m} = 80\%\lambda$$

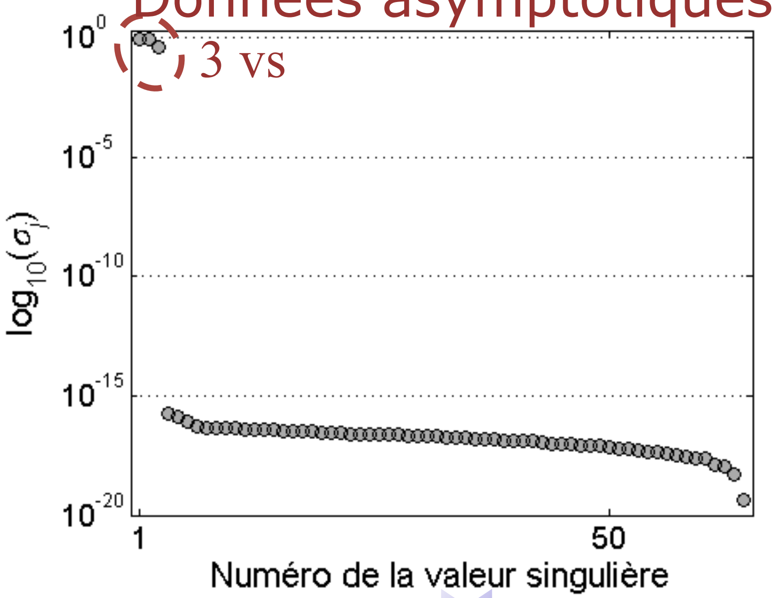


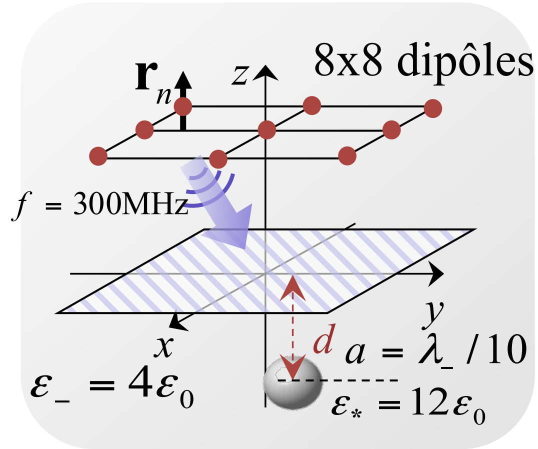




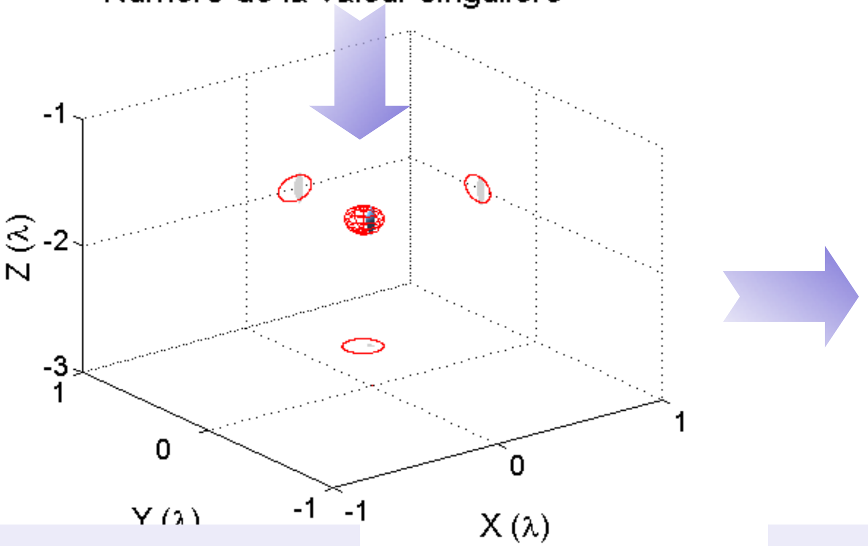
Reconstruction en demi-espace

Données asymptotiques

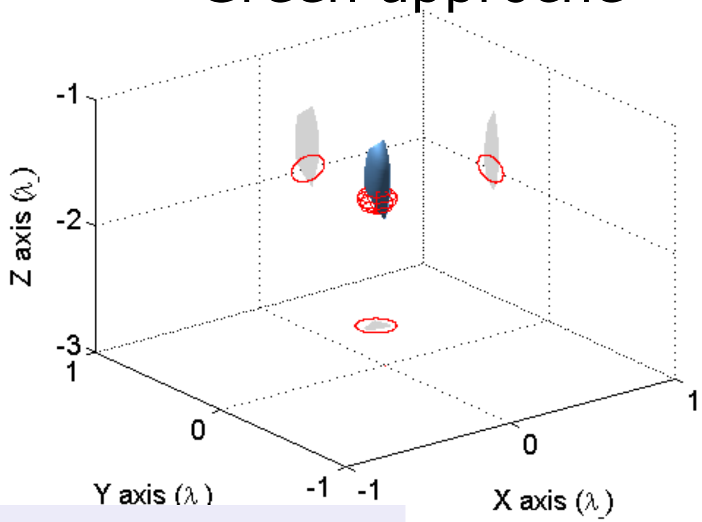




Green approché



80% iso-surface



80% iso-surface

Conclusion

- Utilisation des données CDM pour éviter le crime inverse
- Problème de choix du nombre de valeurs singulières significatives (surtout sans bruit additif).
- L'imagerie MUSIC assure une super localisation pouvant distinguer 2 petites sphères très proches.
- Avec un bruit additif, on ne distingue plus qu'un seul objet qui rejoint la remarque d'Habib Ammari sur l'objet équivalent en centre de masse.
- Validation de la méthode de détermination de l'inclinaison d'un ellipsoïde aplati ou allongé telle que proposée par David Chambers
- Détection des objets étendus à partir de données CDM. L'algorithme MUSIC semble donner une information sur la taille de l'objet.

Perspectives

- Étude approfondie des objets étendus
- Analyse des vecteurs singuliers de la matrice MSR
- Étude du cas d'inclusions anisotropes dans un milieu isotrope ou anisotrope
- Étude de la configuration demi-espace avec une interface rugueuse