



HAL
open science

Génération de signaux micro-ondes pour la métrologie à partir de références et de peignes de fréquences optiques

Jacques Millo

► **To cite this version:**

Jacques Millo. Génération de signaux micro-ondes pour la métrologie à partir de références et de peignes de fréquences optiques. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2010. Français. NNT : . tel-00637969

HAL Id: tel-00637969

<https://theses.hal.science/tel-00637969>

Submitted on 3 Nov 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**THÈSE DE DOCTORAT THÈSE DE DOCTORAT
DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

spécialité : physique

préparée au

LNE-SYRTE – Observatoire de Paris

présentée par :

Jacques MILLO

Pour obtenir le grade de
Docteur de l'Université Pierre et Marie Curie – Paris VI

**GÉNÉRATION DE SIGNAUX MICRO-ONDES
POUR LA MÉTROLOGIE À PARTIR DE
RÉFÉRENCES ET PEIGNES DE FRÉQUENCES
OPTIQUES**

Soutenue le 26 Juillet 2010 devant le jury composé de :

M.	J. M.	RAIMOND	Président
M.	F.	BONDU	Rapporteur
M.	V.	GIORDANO	Rapporteur
M ^{me}	C. N.	MAN	Examinatrice
M.	S.	WEBSTER	Membre invité
M.	G.	SANTARELLI	Membre invité
M.	P.	WOLF	Directeur de thèse

Remerciements

Les moments passés à l'Observatoire de Paris au cours de cette thèse resteront très certainement parmi les moments les plus agréables de ma vie professionnelle. C'est en partie dû au caractère ambitieux des travaux qui m'étaient proposés de réaliser d'autant plus qu'ils faisaient partie intégrante du développement scientifique d'un laboratoire de premier plan : le SYRTE. Le plaisir que j'y ai pris, conduisant à la réussite de cette thèse, est surtout le fait des personnes que j'ai rencontré et côtoyé. Je voudrai en premier lieu nommer mes deux directeurs de thèse Peter Wolf et Giorgio Santarelli. Je tiens à les remercier tous les deux pour le temps qu'ils m'ont consacré, pour leur soutien et leur confiance et pour ce qu'il m'ont appris. Je retiendrai, en particulier, de mon directeur « de terrain », Giorgio, qu'il est primordial de savoir détecter le *freestyle* et que tout peut être *phase-locker*, c'est juste une question de gain.

Mes remerciements vont également à François Bondu et Vincent Giordano qui ont accepté d'être rapporteurs de ma thèse, ainsi qu'à Catherine Nary Man et Stephen Webster en tant qu'examinatrice et examinateur. Je les remercie de leur lecture attentive de ce manuscrit et de leurs commentaires avisés. Merci à Jean-Michel Raimond d'avoir accepté de faire partie de mon jury de thèse et d'en avoir assuré la présidence.

Je tiens ensuite à remercier tout spécialement et chaleureusement Yann Lecoq, Sébastien Bize et Pierre Lemonde qui ont également contribué à la réussite de cette thèse. Même s'ils avaient un intérêt scientifique quant à sa réussite, ils n'ont pas été avares de conseils, bien au contraire. J'ai énormément appris à leur contact, en manip, mais aussi grâce à ces nombreuses discussions devant la machine à café. Je garderai aussi un excellent souvenir de celles plus légères.

Un grand merci à André Clairon, chef spirituel du labo et « grand gardien de LA phase » dont tout le monde essaye de mesurer le bruit. Son immense expérience m'a été très utile aussi bien pour la manip que lors de la rédaction de ce manuscrit. Je lui souhaite de profiter d'une retraite bien méritée. Merci également à Peter Rosenbush qui m'a fait confiance en m'ouvrant les portes

du monde de la recherche à l'occasion d'un stage ainsi qu'à Philippe Laurent pour la lecture de ce document, pour l'écoute et les conseils mais surtout la magnifique présentation faite à l'EFTF 2008.

Merci aux directeurs, Philip Tuckey puis Noël Dimarcq, de m'avoir accueilli dans leur laboratoire. « Monsieur le Directeur » (à prononcer sur un ton respectueux et solennel) et « Monsieur le Directeur », m'ont toujours montré leur soutien et accordé leur confiance. Malgré la lourde tâche liée à cette fonction, leur bonne humeur permanente est parfois énigmatique (surtout lorsque l'un d'eux envoie régulièrement des emails vers 3h - 4h du matin).

Je souhaite remercier le Laboratoire National d'Essai et de Métrologie (LNE) d'avoir financé cette thèse et le matériel qui a permis sa réalisation.

J'adresse ensuite d'énormes remerciements aux Bisontins du FEMTO-ST Rodolphe Boudot, Pierre-Yves Bourgeois et Yann Kersalé pour la collaboration très fructueuse et rapidement mise en place. En effet, la comparaison entre le bruit des deux lasers femtosecondes, présentée au dernier chapitre, a été possible grâce à eux (en plus, on a bien rigolé). Je souhaite aussi remercier les Australiens de l'UWA : Mike Tobar, Andre Luiten. Le premier pour être le papa de la magnifique Molly, indispensable lors de mes travaux, et le second pour son aide précieuse lors de *f***ing measurements* évoquées précédemment et lors de la rédaction de l'article.

Je remercie David Holleville pour sa participation à la conception du système complexe d'enceintes à vide emboîtées comme des poupées russes, ainsi que pour les échanges fructueux que l'on a eu à cette occasion. Un grand merci à Jean-Pierre Aoustin et à son équipe de l'atelier mécanique pour leur savoir-faire, leur efficacité, et leur jovialité (mais aussi pour leur café très spécial. J'en profite pour insérer ici un message personnel destiné à Jean-Pierre : Je ne vais probablement pas avoir besoin des tiges filetées que je t'avais demandé. Désolé!). Nous offrant un service de qualité et un précieux gain de temps, cet atelier est un réel atout pour le laboratoire.

Un grand merci à Annie Gérard pour m'avoir fait partager son précieux savoir-faire en matière d'ultra-vide. Bonne retraite! Bon courage à Florence Cornu qui a repris la boutique.

Je tiens à remercier le service d'électronique, l'un des éléments clé de ce laboratoire. Les raisons de cela : savoir-faire incomparable, efficacité redoutable, disponibilité permanente et même une bonne humeur à toutes épreuves. Donc merci à Michel Dequin qui navigue désormais vers d'autres électroniques, à José Pinto le petit bleu et à Laurent Volodimer, quelle précision dans la soudure des CMS! Je n'oublie pas le responsable, Michel Lours (dit Mickeal The Bear), que je remercie tout spécialement. Il est parvenu à me supporter dans son bureau pendant plus de 3 ans. Je lui souhaite beaucoup de courage.

Je remercie Jocelyne Guéna et tous les fontainiers qui se sont succédés sur fontaine atomique FO2 pour le travail acharné qu'ils ont réalisé, ce qui a notamment permis d'effectuer une jolie mesure (chapitre 4). Michel Abgrall contribue lui aussi à la réussite de cette thèse grâce au travail effectué sur la dissémination du signal à bas bruit. Merci à lui.

Je remercie ensuite l'équipe administrative du laboratoire toujours prête à passer une commande dans l'urgence ou faire un ordre de mission la veille du départ, Catherine Laurent, Yertha Baïdomti, Anne Thomson, Véronique Benayoun, Marine Pailler, Katia Vadet, Thérèse Ecolasse, Pascal Baudoin, Pascal Michel et Anne Quezel.

Merci aussi aux membres successifs du service informatique, Emmanuel Delors et David Cathelineau, ainsi qu'à leur responsable Pascal Blondé pour leur gentillesse et leur compétence à comprendre puis résoudre d'étranges problèmes propres à cette science du « Windows » souvent trop aléatoire et obscure à mon goût.

Je remercie tous les permanents, thésards, post-docs et visiteurs croisés dans ce laboratoire, il y a parfois très longtemps : Daniele Rovera, Arnaud Landragin, Franck Pereira, Stéphane Guérandel, Joseph Achkar, Pierre Urich, David Valat, Jean-Yves Richard, Roland Barillet, Ouali Acef, Emeric de Clercq, Shugang, Céline, Harold Marion, François Narbonneau, Stéphane T., Anders brush, Damien Chambon, Patrick Cheinet, Graziano Governatori, Daniel Magalaheas, Cipriana Mandache, Mathilde Fouché, Radu Chicireanu, Sam Dawking, John McFerran, Tajia Mehlstaübler, Nicola Malossi, Nataschia Castagna, Walid, François Impens, Elizabeth English, Pacome Delva, Alexandre Gauguet, Benjamin Canuel, Thomas Lévèque, Sébastien Merlet, François-Xavier Esnault, Amandine Proia, Clément Lacroute, Friedmann Reinhard, Christian Deutsch, Philip Waastergard, Michaël Petersen, Olga Kozlova, Arnaud Lecailler, Nicolas Rosetto, Sinja Mejri ... je m'excuse auprès de ceux que j'oublie mais finalement je suis resté assez longtemps au SYRTE et j'y ai rencontré pas mal de monde.

Je voudrais aussi remercier le groupe de personnes sans conteste le plus Class du monde. Merci à Rodolphe, Xavier, Loïc, Fred et Julien. Cette période fait date dans l'histoire de la Class Américaine et de l'Observatoire de Paris : de la i-technology, de la mode branchée, des jeux débiles, des histoires bien nulles et des bien drôles, de l'alcool, des histoires de vélo volé, des tonnes de ragôts sur TOUT le monde (et même n'importe qui), des énigmes, a'cule un mouton, bloqué ou pas bloqué, un trafic de sauce blanche, des discussions tout à fait logiques (pour deux d'entre nous au moins), de la fourberie, encore de la fourberie, de l'orgue, des discussions surréalistes (pour la plupart d'entre vous), encore de l'alcool, des back room pour certains (hein Loïc), de la mode underground, des incrustes, des pizzas, beaucoup de pizzas, Marie-Joelle ...

Un tel rassemblement, lors de pots de thèse, de soirées ou même simplement le midi à la cantine, me manque beaucoup.

Je souhaite dire un grand merci à toute ma famille *kjjji bnsdqs kjzefkjk-jsd* il me le rappelle à l'instant : les corrections de mon chat (comme celles-ci) et sa compagnie m'ont été précieuses lors des longues journées (et soirées) passées sur mon ordinateur pour la rédaction de cette thèse.

Je reprend. Je souhaite donc dire un grand merci à toute ma famille pour leur soutien et leurs encouragements : Jean-Charles, Aurélie, Jiv, Lætitia, Edith, François et Michèle & Louis (et non Louise et Michel). J'ai aussi une petite pensée pour Pépé, électronicien amateur, je pense que ça lui aurait plu ces histoires de lasers, d'oscillateurs et d'horloges atomiques.

En écrivant ces remerciements, je ne peux m'empêcher de penser au proviseur du lycée Pierre et Marie Curie à *censure* qui, au cours de ma seconde, voulait me réorienter en BEP (coiffure, disaient certains). Tu as eu raison Mum de ne pas l'écouter. Je pense à toi très fort.

Enfin, merci à ma chérie qui a relu et corrigé l'intégralité de ce document (sans rien y comprendre puisqu'elle n'est pas du tout scientifique). Elle est parvenue à me supporter pendant toute cette thèse, j'espère qu'elle le pourra encore longtemps.

Table des matières

Introduction	1
1 Oscillateurs en métrologie des fréquences	5
1.1 Les horloges	6
1.1.1 Les horloges atomiques à fontaines	7
1.1.2 Horloges micro-ondes à ions piégés	9
1.1.3 Horloges optiques	10
1.2 Effet Dick	12
1.3 Les oscillateurs	14
1.3.1 Oscillateurs électroniques	14
1.3.2 Oscillateurs optiques	16
1.4 Peignes de fréquence	18
1.5 Motivations et contexte de l'expérience	20
1.5.1 Motivations	20
1.5.2 Outils disponibles	21
1.5.3 Expériences similaires	24
2 Conception de lasers ultra-stables	25
2.1 Généralités sur les lasers ultra-stables	27
2.1.1 Sources de bruit	27
2.1.2 Historique et état de l'art	35
2.2 Modélisation mécanique des cavités	38
2.2.1 Déformations typiques	39
2.2.2 Utilisation des symétries	42
2.2.3 Modélisation par éléments finis	45
2.3 Conception d'une cavité horizontale	46
2.3.1 Considérations générales	47
2.3.2 Influence de la modélisation des appuis	53
2.3.3 Facteur de forme de la cavité	56
2.3.4 Dimensionnement de l'épaulement	58
2.3.5 Bilan	64

2.4	Conception d'une cavité verticale	69
2.4.1	Déformations typiques	70
2.4.2	Cas de la cavité réelle	74
2.4.3	Résultats de simulations	75
2.5	Sensibilité thermique de la cavité	79
2.5.1	Calcul du coefficient	80
2.5.2	Conception thermique de l'enceinte à vide	82
2.5.3	Charge thermique de l'asservissement	89
2.6	Bilan	91
3	Lasers ultra-stables : dispositif expérimental et résultats	93
3.1	Laser ultra-stable OPUS	94
3.1.1	La cavité ultra-stable	94
3.1.2	Enceintes à vide	95
3.1.3	Isolation sismique	98
3.1.4	Isolation acoustique	100
3.1.5	Asservissement en température	101
3.1.6	Asservissement de fréquence	103
3.1.7	Asservissement de la puissance optique	108
3.1.8	Montage optique	110
3.1.9	Mesure de la finesse	113
3.1.10	Mesures de sensibilité accélérométrique	114
3.2	Laser ultra-stable de l'horloge à mercure	123
3.2.1	La cavité ultra-stable	124
3.2.2	Le système à vide	124
3.2.3	Mesure de la sensibilité thermique de la cavité	126
3.2.4	Isolation acoustique et sismique	127
3.2.5	Mesure de la sensibilité accélérométrique	127
3.3	Stabilités et bruits de fréquence	128
3.3.1	Méthode de mesure	128
3.3.2	Mesures	130
3.3.3	Conclusions	135
3.4	Réalisation de lasers ultra-stables au NPL	137
3.4.1	Les cavités ultra-stables	138
3.4.2	Dispositif expérimental	138
3.4.3	Mesures de sensibilité accélérométrique	138
3.4.4	Mesures de bruit et stabilité relative de fréquence	141
3.5	Conclusions	143

4 Génération de signaux micro-ondes et application à la fontaine	147
4.1 Généralités sur les lasers femtosecondes	149
4.1.1 Signal optique émis	149
4.1.2 Principe de fonctionnement d'un laser femtoseconde . .	151
4.1.3 Processus de division	153
4.2 Réalisation expérimentale	154
4.2.1 Le laser femtoseconde à fibre	154
4.2.2 Montage optique	159
4.2.3 Traitement des signaux	162
4.3 Caractérisation du signal	166
4.3.1 Comparaison avec le laser Titane:Saphir	167
4.3.2 Comparaison avec l'oscillateur cryogénique	172
4.3.3 Bilan de la caractérisation	179
4.4 Application à la fontaine atomique	180
4.4.1 Principe de fonctionnement de la fontaine	180
4.4.2 Fonctionnement habituel de F02	184
4.4.3 Interrogation par le signal micro-onde généré	187
4.5 Performances ultimes de la génération	189
4.5.1 Montage optique	190
4.5.2 Détection du taux de répétition	193
4.5.3 Stabilité et bruit de phase	198
4.5.4 Bilan	201
Conclusions	205
A Ultrastable lasers based on vibration insensitive cavities	213
B Ultralow noise microwave generation with fiber-based optical frequency comb and application to atomic fountain clock	221
C Ultra-low-noise microwave extraction from fiber-based optical frequency comb	225
Bibliographie	229

Introduction

La fréquence est la grandeur physique la mieux mesurée. Cela est possible grâce aux développements des horloges atomiques entamés il y a plus d'un demi siècle. Durant cette période, la résolution d'une mesure de fréquence est passée de 10^{-12} à 10^{-17} , soit un gain de 5 ordres de grandeurs. De nos jours, on trouve de nombreuses horloges exactes au niveau de quelques 10^{-16} de leur fréquence d'oscillation. Afin d'essayer de se représenter cela, on peut prendre l'image suivante : si une telle horloge avait fonctionné au moment de la formation de l'univers, il y a environ 15 milliards d'années, elle se tromperait sur son âge de tout au plus 50 s.

La possibilité de mesurer des fréquences aussi finement fait des horloges des outils très importants pour la physique moderne. À titre anecdotique, on peut citer l'expérience de pensée connue sous le nom du paradoxe des jumeaux de P. Langevin (1911) qui permet d'illustrer la relativité de l'écoulement du temps, l'une des conséquences de la relativité restreinte. Dans cette expérience, l'un des deux frères jumeau effectue un voyage à des vitesses relativistes (nécessitant des accélérations importantes) tandis que son frère l'attend sur Terre (référentiel inertiel). Lors de leurs retrouvailles (sur Terre), ils constatent que celui resté sédentaire est désormais plus vieux. Au cours des années 70, des expériences basées sur ce principe ont pu être réalisées en remplaçant les jumeaux par des horloges atomiques. Ces instruments sont plus propices à la mesure de petits intervalles de temps induits par les « faibles » accélérations techniquement réalisables.

D'autres effets relativistes peuvent être observés grâce aux horloges atomiques. Par exemple, la fréquence d'horloge atomique est sensible au potentiel gravitationnel dans lequel elle se trouve. Avec la résolution atteinte sur les mesures absolues de fréquence on est capable de déceler le décalage de fréquence résultant. Il doit même être corrigé au niveau des horloges et notamment celles utilisées dans les systèmes de positionnement par satellite. L'un des objectifs de la mission spatiale PHARAO/ACES (Projet d'Horloge Atomique à Refroidissement d'Atomes en Orbite / Atomic Clock Ensemble in Space) est d'ailleurs de le mesurer très précisément.

De nombreux autres tests de physique fondamentale ont été et peuvent encore être réalisés. À ce titre, les horloges à fontaines atomiques sont d'excellentes candidates puisque l'exactitude de la fréquence de ces horloges est au niveau de quelques 10^{-16} en valeurs relatives. Elles sont de plus en plus nombreuses à devenir opérationnelles et à contribuer en permanence aux échelles de temps atomiques. Les horloges, réparties sur le globe, vont donc produire une quantité croissante de mesures de fréquence et de surcroît sur de longues durées. Cela va certainement permettre de réduire la limite supérieure de l'éventuelle dérive de la constante de structure fine α .

L'un des problèmes avec ces horloges est lié à l'oscillateur macroscopique utilisé pour sonder la fréquence de la transition atomique. En effet, les performances des horloges peuvent être limitées par le bruit de fréquence de l'oscillateur d'interrogation si celui-ci est trop important. Jusqu'à présent, seuls les oscillateurs cryogéniques présentent des bruits suffisamment faibles pour s'affranchir de cette limitation. Cependant, leur rareté, leur coût élevé à la réalisation et à l'exploitation sont des problèmes importants.

La solution explorée lors des travaux de thèse est de synthétiser un signal dont le bruit de fréquence, suffisamment faible, permet de sonder la transition atomique sans dégrader les performances de l'horloge. Cette synthèse se base sur un laser ultra-stable, l'une des sources ayant la meilleure pureté spectrale en valeur relative. La difficulté consiste à transférer ce signal, en minimisant la dégradation, du domaine des fréquences optiques vers le domaine des fréquences micro-ondes, fréquences des transitions atomiques utilisées dans les fontaines. L'outil nécessaire pour le transfert d'une référence optique (le laser ultra-stable) est le peigne de fréquences optiques produit par un laser femtoseconde. Il a été démontré avec des lasers femtosecondes Titane:saphir que des transferts de ce type à très bas bruit étaient possibles. D'autres lasers femtosecondes, à fibres dopées à l'erbium, présentent en revanche l'avantage d'être fiables et très robustes. Cet aspect est crucial pour le fonctionnement long terme des horloges à fontaines atomiques. En revanche, les caractéristiques de ces lasers, en terme de bruit de phase proche de la porteuse, étaient peu connues.

Cette thèse se divise en quatre chapitres :

- **Le chapitre 1** présente le contexte et les objectifs de cette expérience. Pour cela, une présentation brève des principales horloges atomiques est d'abord donnée. On expose ensuite, dans le cas d'une fontaine atomique, l'influence du bruit de phase de l'oscillateur micro-onde d'interrogation (effet Dick). Enfin une rapide revue des meilleurs oscillateurs existants (radio-fréquences et micro-ondes) montre l'intérêt de développer une solution alternative pour cette application.

- **Le chapitre 2** décrit l'étude qui a permis la conception de plusieurs lasers ultra-stables. Ces lasers sont obtenus en stabilisant la fréquence d'une source optique sur une référence constituée d'une cavité rigide. L'enjeu est de parvenir à réaliser des cavités dont la fréquence de résonance est la plus stable possible. Le bruit de fréquence d'une cavité, dû à ses déformations sous l'action des vibrations, est l'une de ses limites. Une partie significative de l'étude a donc été consacrée à la modélisation de ses effets et à l'optimisation de la forme de la cavité afin de réduire au maximum l'influence de ces perturbations. Une autre partie de ce second chapitre est consacrée au bruit thermique, le bruit ultime des cavités. En partant du constat que l'utilisation de la silice fondue pour la réalisation des miroirs de la cavité permet de diminuer ce bruit, la sensibilité en température de la fréquence de la cavité a été calculée. Le résultat obtenu a permis de concevoir un système permettant de suffisamment isoler la cavité des fluctuations de température¹.
- **Le chapitre 3** présente le dispositif expérimental réalisé avec une cavité construite à partir du résultat donné par les calculs par éléments finis. Elle a fait l'objet d'une étude expérimentale poussée de la sensibilité aux vibrations. Ce chapitre présente aussi les stabilités et les bruits de fréquence obtenus en stabilisant un laser sur cette cavité. Les mesures s'effectuent à l'aide d'un autre laser stabilisé en fréquence sur une seconde cavité, elle aussi réalisée à partir des calculs présentés au chapitre 1. Une dernière partie de ce chapitre expose le résultat d'une comparaison entre deux lasers ultra-stables effectuée au *National Physical Laboratory* (Royaume-Unis) à laquelle j'ai participé.
- **Le chapitre 4** détaille les travaux concernant la génération de signaux micro-ondes à bas bruit de phase. Dans un premier temps, la méthode utilisée pour stabiliser le laser femtoseconde sur l'un des lasers ultra-stables du laboratoire est expliquée. Le bruit de phase et la stabilité de fréquence sont ensuite évalués en utilisant, dans un premier temps, un second laser femtoseconde stabilisé sur un laser ultra-stable indépendant, puis dans un second temps, à l'aide d'un oscillateur cryogénique micro-onde à bas bruit. A l'issue de cette caractérisation, on constate que le niveau de bruit est compatible avec le niveau requis pour interroger une horloge à fontaine atomique. Afin de démontrer que le signal ne dégrade pas ces performances ce test a été effectué. Le bruit intrinsèque du laser femtoseconde, lorsqu'il est utilisé pour produire des

1. Attention à ne pas confondre le bruit thermique lié à l'agitation thermodynamique (brownienne et thermo-élastique) de la matière avec les fluctuations (ou bruit) de température qui sont dues à l'environnement.

signaux micro-ondes, a fait l'objet d'une mesure qui est présentée à la fin de ce chapitre. Pour cela deux lasers femtosecondes identiques sont stabilisés sur la même référence optique.

Chapitre 1

Oscillateurs en métrologie des fréquences

Depuis la 13^e Conférence Générale des Poids et Mesures, en 1968, la seconde est définie à partir d'une fréquence de transition atomique [1] : *La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins ($F = 3$ et $F = 4$) de l'état fondamental ($6s^{1/2}$) de l'atome de césium 133.* En abandonnant successivement les deux définitions précédentes, basées sur la durée du jour solaire moyen puis sur l'année tropicale (année de référence 1900), on s'affranchit de la dérive et des irrégularités de la rotation terrestre ainsi que des problèmes de mesure liés à la longue périodicité. Cette définition fait de la seconde une grandeur universelle et n'est donc pas soumise à des variations. Il faut toutefois émettre une réserve : ceci est vrai dans l'état de nos connaissances. En effet, si le modèle prédisant la variation des constantes fondamentales s'avère exact [2] (violation du principe d'équivalence), l'universalité de cette définition est remise en question puisque la fréquence dépendrait de l'instant et du lieu où elle est mesurée.

Depuis ce changement, la métrologie des fréquences se consacre à la réalisation d'horloges. Ces horloges (ou étalons de fréquence) ont dans leurs grandes lignes toujours la même structure. La fréquence du signal fourni par un oscillateur macroscopique (quartz, laser) est asservie sur la fréquence d'une transition atomique. À partir de ce principe, de nombreuses expériences peuvent être réalisées en utilisant soit la transition du césium évoquée dans la définition de la seconde (étalon primaire de fréquence) soit des transitions étroites d'atomes neutres (^{40}Ca [3–5], ^{24}Mg [6, 7], Yb [8–10], Sr [5, 11–15], Hg [16–18]) ou d'ions ($^{115}\text{In}^+$ [19–21], $^{27}\text{Al}^+$ [22, 23], $^{88}\text{Sr}^+$ [24–26], Yb⁺ [27–29], Ca⁺ [30–32] et $^{199}\text{Hg}^+$ [22]).

Les fluctuations de fréquence de l'oscillateur qui interroge la transition

atomique peuvent limiter les performances de l’horloge. À cause des temps morts, pendant lesquels la fréquence de l’oscillateur d’interrogation n’est pas mesurée, l’horloge est sensible à ses fluctuations de fréquence. Cette sensibilité, due à l’effet Dick [33–35], se traduit par la dégradation des performances de l’horloge. Pour les plus récentes, c’est-à-dire les horloges à fontaines atomiques, les horloges à réseau optique et les horloges à ion piégé, l’amélioration du bruit des oscillateurs est un enjeu majeur. Les travaux réalisés et présentés dans cette thèse ont pour ambition de contribuer à cette problématique.

Ce chapitre permet d’introduire les travaux présentés dans les chapitres suivants. Dans un premier temps, une courte description des principales horloges atomiques micro-ondes et optiques permet de montrer l’importance de la réalisation d’oscillateurs (optiques ou micro-ondes) à bas bruit. Le bruit induit sur une horloge par l’intermédiaire de l’effet Dick est ensuite décrit dans le cas d’une fontaine atomique, celui qui nous intéresse directement. Cela permet de montrer que peu d’oscillateurs radio-fréquences et micro-ondes répondent aux exigences de bruit pour ces horloges. On constate, en revanche, que les lasers stabilisés développés pour servir de lasers d’interrogation dans les horloges optiques présentent des niveaux de bruit de fréquence suffisamment bas. La partie suivante discute de la possibilité d’utiliser des lasers femtosecondes pour produire, à partir d’un laser stabilisé, un signal micro-onde compatible avec les horloges à fontaines atomiques.

1.1 Les horloges

Un étalon de fréquence, qui est appelé par abus de langage horloge, est un système qui génère un signal utile dont la fréquence est stable et universelle (connue). La fréquence du signal doit donc être reliée à la définition donnée de la seconde. Bien que de nombreux types d’horloges atomiques existent, le principe reste toujours le même et se décompose en deux éléments (figure 1.1). Le premier est un discriminateur de fréquence reposant sur la dépendance en fréquence de la probabilité de transition P entre deux niveaux d’énergie d’une espèce atomique. La valeur de la fréquence de transition ν_{at} , pour laquelle la probabilité de transition égale à l’unité, est quantifiée par la relation de Planck-Einstein et ne peut donc prendre que certaines valeurs bien définies.

Le second élément est un oscillateur qui produit un signal dont la fréquence ν est proche de celle de la transition atomique utilisée. Ce signal permet de sonder cette transition. En mesurant la probabilité de transition, on connaît donc le désaccord entre la fréquence de l’oscillateur et celle de la transition : $\delta = \nu_{\text{at}} - \nu$. Le signal utile (ou d’horloge) est obtenu en asservissant en

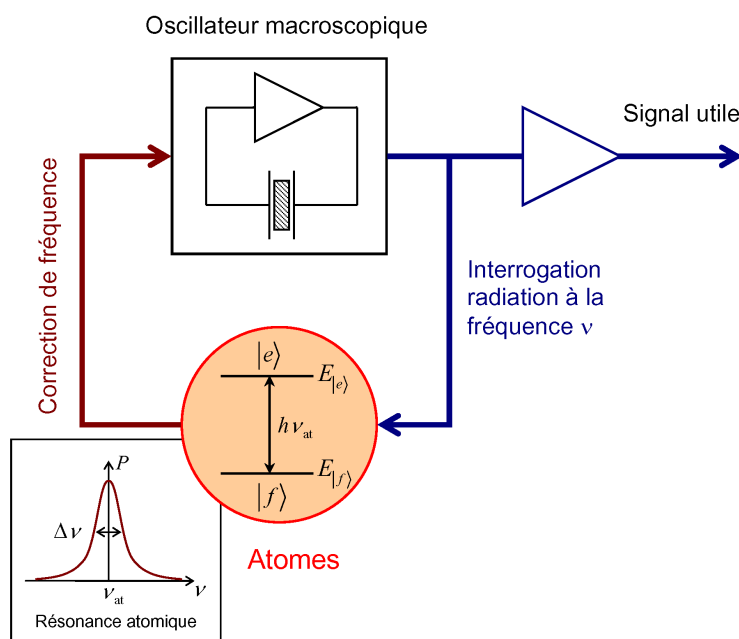


FIG. 1.1 – Principe de fonctionnement d’une horloge atomique.

fréquence le signal de l’oscillateur sur la résonance atomique.

Sur le schéma de la figure 1.1, le signal d’interrogation est fourni par un oscillateur à quartz indiquant que la fréquence de transition atomique est dans le domaine micro-onde. Si la transition atomique se trouve dans le domaine optique, l’oscillateur est alors un laser.

1.1.1 Les horloges atomiques à fontaines

La largeur de la transition est inversement proportionnelle au temps d’interaction entre le champ et les atomes. Il faut donc que le temps d’interaction soit augmenté pour accroître la précision de l’asservissement ce qui pose des problèmes techniques à la réalisation. Pour notablement réduire la largeur de raie, Norman F. Ramsey propose dès 1950 une méthode d’interrogation [36]. Elle consiste à faire interagir, pendant la durée τ_{int} les atomes avec le signal d’interrogation à deux reprises, séparée d’une durée T pendant laquelle l’état interne des atomes évolue librement, aussi appelée temps de vol libre. La mesure de la probabilité de transition atomique en fonction du désaccord de fréquence produit un système de franges d’interférence. La largeur à mi-hauteur des franges, et notamment la frange centrale utilisée pour l’asservissement de l’oscillateur d’interrogation, est inversement égale à deux fois le temps de vol libre T . Le premier intérêt de cette méthode vient du fait

qu'il est plus facile d'augmenter cette durée plutôt que le temps d'interaction à proprement parler. Un second atout de l'interrogation de Ramsey réduit les effets liés aux imperfections de l'oscillateur (bandes latérales asymétriques) [37, 38].

Les premières réalisations expérimentales utilisent un jet d'atomes passant successivement dans les deux cavités d'interrogation (vitesse des atomes de l'ordre de 200 m.s^{-1}). Une méthode a été proposée par Zacharias dès 1958 [39] pour augmenter le temps de vol libre des atomes et donc réduire la largeur de la frange centrale. Elle consiste à orienter le jet verticalement afin que, grâce à la gravité, la trajectoire des atomes soit balistique (repliée sur elle-même). Ainsi, un atome lancé à la verticale traverse la cavité d'interrogation une première fois, continue son ascension jusqu'à son apogée puis retombe et repasse une nouvelle fois dans la cavité d'interrogation. Malheureusement cette idée ne donna pas de résultats à cause de la vitesse trop élevée des atomes.

Il a fallu attendre la fin des années 80 pour que ce dispositif puisse être réalisé expérimentalement. Au cours de cette période, la physique moderne a été bouleversée par l'invention et le développement des lasers. Grâce à cet outil, les processus d'interaction entre lumière et atomes ont pu être étudiés. Ces études ont permis de mettre au point des techniques de piégeage, de refroidissement et de contrôle d'atomes neutres et d'ions. En les utilisant, il est donc possible de capturer un nuage d'atomes, de le refroidir (diminuer leur vitesse moyenne quadratique) et de le lancer à la verticale avec une vitesse appropriée et très bien contrôlée [40]. La première fontaine atomique utilisant des atomes froids de sodium est réalisée en 1989 [41]. Le premier étalon de fréquence primaire (atomes de césium) basé sur ce principe a été réalisé quelques années plus tard au LNE-SYRTE à l'Observatoire de Paris [42]. Dès lors, de nombreuses fontaines ont été construites et sont toujours en cours de développement.

L'utilisation des techniques de refroidissement permettent de lancer un nuage d'atomes froids à typiquement une hauteur de 1 m et donne une frange centrale de largeur $\sim 1 \text{ Hz}$, 100 fois plus faible que pour les horloges de la génération précédente. Cependant, la préparation du nuage d'atomes n'est pas instantanée. En fonction du nombre d'atomes souhaités et de leur température, elle peut prendre de quelques centaines de millisecondes à environ une seconde. À cause de cette phase de préparation, le processus de comparaison entre la fréquence de l'oscillateur micro-onde d'interrogation et le résonateur atomique conduit à un fonctionnement séquentiel de l'horloge. On peut ajouter que l'étape de refroidissement ne peut pas commencer tant que le nuage d'atomes n'a pas été interrogé et détecté et ce à cause du déplacement de la fréquence de transition atomique provoqué par la lumière

parasite. Ce déplacement de fréquence ayant pour origine l'effet Stark alternatif qui est dominé par l'effet du rayonnement du corps noir dans le cas favorable où les lasers sont éteints pendant la phase critique [43, 44]. Compte tenu du temps de préparation et du temps nécessaire à l'interrogation des atomes, un cycle d'horloge prend entre 1 s et 1,5 s. Comme il est expliqué au paragraphe suivant, le fait que le fonctionnement soit séquentiel introduit une contrainte forte sur le niveau du bruit de fréquence requis pour l'oscillateur d'interrogation.

Les fontaines atomiques dont le développement est le plus avancé présentent des exactitudes d'environ 4×10^{-16} en valeur relative de la fréquence d'horloge, limitées par les effets liés aux mouvements des atomes [45] (effet Doppler résiduel du premier ordre). Leur stabilité relative de fréquence est limitée au niveau de quelques $10^{-13}\tau^{-1/2}$ par l'effet Dick, c'est-à-dire par le bruit de fréquence trop élevé de l'oscillateur d'interrogation. Les fontaines atomiques du LNE-SYRTE, pilotées par des oscillateurs suffisamment stables, s'affranchissent de cet effet et atteignent des stabilités de l'ordre de $10^{-14}\tau^{-1/2}$ en valeurs relatives [46]. Dans ce cas, la limitation fondamentale est le bruit de projection quantique [47–49]. Ce bruit blanc de fréquence est dû à la projection de la superposition d'états quantiques nécessaires pour la mesure de la probabilité de transition.

1.1.2 Horloges micro-ondes à ions piégés

Le piégeage de particules (ion(s) ou atomes) est une solution qui permet d'accroître la durée d'interrogation (Rabi ou Ramsey) du résonateur et donc d'en affiner sa largeur. Les techniques de piégeage d'ions, dont le mécanisme est expliqué dans [50], sont bien connues depuis 1950. Parmi les différents pièges, le piège de Paul [51] est le plus approprié à la réalisation d'horloge car il introduit des effets systématiques plus faibles que les autres. Il est utilisé depuis le début des années 60, où des horloges atomiques micro-ondes basées sur des ions mercure piégés sont étudiées parallèlement aux développements des horloges à jet thermique et des fontaines atomiques.

De tels pièges permettent d'interroger les atomes pendant une dizaine de secondes. C'est au cours de travaux sur ce type d'horloges qu'une différence entre la stabilité de fréquence attendue et celle effectivement mesurée fut pour la première fois observée par J. Dick en 1987 [33]. Cette différence est due au bruit de fréquence, trop important, de l'oscillateur d'interrogation.

Ces horloges sont toujours en cours d'étude, notamment au JPL (USA) avec Hg^+ , afin de développer une version capable d'être envoyée dans l'espace [52]. Elles possèdent en effet dans ce but un atout majeur compatible

avec les exigences liées à cette application : la simplicité (grande fiabilité et robustesse), le volume réduit (3 L) et la faible consommation énergétique. La stabilité relative de fréquence est de $\sim 2 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$, celle requise, ce qui permet d'obtenir une résolution sur la fréquence de 10^{-15} en un jour d'intégration [53].

1.1.3 Horloges optiques

La stabilité relative de fréquence que l'on peut espérer obtenir avec une horloge dépend de la largeur du résonateur atomique ramenée à la valeur absolue de la fréquence de transition atomique. De ce point de vue, il est intéressant d'augmenter la fréquence de la transition. Concrètement, le saut est conséquent puisqu'en utilisant un laser comme oscillateur d'interrogation le gain peut être de 4 à 5 ordres de grandeur par rapport aux fontaines atomiques.

Par ailleurs, le gain est aussi potentiellement important pour l'exactitude. Plusieurs effets systématiques sont inversement proportionnels à la fréquence conduisant à une incertitude relative de l'ordre de 10^{-20} . D'autres effets systématiques sont dépendants de la transition/espèce atomique utilisée. En le/la choisissant bien, on peut suffisamment réduire cet effet, par exemple au niveau de $-5,5 \times 10^{-15}$ [54] pour le strontium mais qui est maîtrisé avec une incertitude de 1×10^{-16} . Dans le cas de l'ion aluminium Al^+ , l'effet est au niveau de -8×10^{-18} avec un contrôle au niveau de 2×10^{-18} [23]. Par contre, les effets liés aux mouvements des atomes ne sont pas dépendants de la fréquence. Pour que ces effets systématiques ne limitent pas l'exactitude de l'horloge, il faut parvenir à s'affranchir de leur mouvement. Plusieurs méthodes ont été développées et sont utilisées.

Atomes neutres de ^{40}Ca non piégés

Parmi les horloges utilisant des transitions optiques, celles à atomes neutres non piégés ont été les premières à être étudiées au cours des années 80. Celles utilisant des atomes de ^{40}Ca développées au *National Institute of Standards and Technology*, (NIST, État-Unis d'Amérique) et à la *Physikalisch-Technische Bundesanstalt* (Allemagne) sont les plus abouties. Dans le principe, un nuage d'atomes froids est lâché dans le champ de pesanteur terrestre. Au cours de leur chute libre, les atomes sont interrogés par des impulsions lasers avec la méthode de Ramsey-Bordé qui permet de s'affranchir de l'effet Doppler [55]. Cette méthode est l'équivalent pour les longueurs d'onde optique à la méthode Ramsey utilisée dans les horloges micro-ondes. A l'heure actuelle, les imperfections des dispositifs expérimentaux conduisent à des

incertitudes sur la fréquence d'horloge de $7,5 \times 10^{-15}$ [3]. Cependant, l'incertitude ultime envisageable reste toutefois de l'ordre de 10^{-16} , limitée par les effets liés aux mouvements des atomes, au même niveau que pour les fontaines atomiques.

En revanche, le nombre important d'atomes participant au signal d'horloge ainsi que la fréquence élevée de la transition permet d'atteindre des stabilités relatives de fréquence de $5 \times 10^{-15} \tau^{-1/2}$ [3]. Elle s'intègre jusqu'au niveau de 2×10^{-16} à 2000 s, soit une meilleure résolution que dans le cas des fontaines atomiques.

Ion(s) piégé(s)

Les horloges à ion(s) piégé(s) sont actuellement celles qui présentent les meilleures exactitudes. Elles utilisent un piège de Paul « singulier » qui permet de capturer un petit nombre d'ions, généralement un seul. La présence d'un ion unique dans le piège limite les effets systématiques d'autant plus qu'il se trouve dans le régime de Lamb-Dicke.

En revanche, un seul ion contribue à la détection de la probabilité de transition. En conséquence, le rapport signal sur bruit est de 1, le cas le plus défavorable. La fréquence élevée de la transition d'horloge (fréquence optique) le compense et permet d'envisager des stabilités relatives de l'ordre de $10^{-15} \tau^{-1/2}$ en valeurs relatives.

Parmi les horloges optiques à ion les plus remarquables sont probablement celles utilisant Al^+ développées au NIST. Elles présentent en effet une stabilité relative de fréquence de $2,8 \times 10^{-15} \tau^{-1/2}$ [23] et des exactitudes au niveau de $8,6 \times 10^{-18}$ [22]. Les résultats obtenus avec ces horloges sont remarquables en partie grâce au développement précoce des pièges à ions et des efforts effectués pour la réduction des largeurs de raies des lasers stabilisés [56–62].

Atomes neutres piégés dans un réseau optique

Ce type d'horloges permet de combiner les avantages des horloges à atomes neutres en chute libre (rapport signal sur bruit élevé) et ceux des horloges à ions piégés (effets systématiques faibles). Par rapport à ces deux autres types d'horloges optiques, celui-ci est le plus récent (2001) et les développements actuellement en cours n'ont pas encore permis d'atteindre ses limites.

Les atomes issus d'un nuage (refroidi au préalable) sont placés dans le régime de Lamb-Dicke grâce à un piège dipolaire formé par un réseau optique

(onde laser stationnaire). La faisabilité de ces horloges repose sur l'annulation du déplacement de fréquence liée à la présence du réseau optique [11].

Sur ce principe, des horloges utilisant des atomes de strontium, d'yttrium et de mercure sont réalisées dans différents laboratoires en Italie, au Royaume-Uni, aux États-Unis, au Japon et en France. A ce jour, les meilleurs résultats sont obtenus avec du strontium au JILA (États-Unis). L'exactitude est au niveau de $\sim 10^{-16}$ pour une stabilité à 1 s de $\sim 3 \times 10^{-15}$ [5].

Ces horloges ont un fonctionnement cyclique et sont donc sensibles au bruit de l'oscillateur d'interrogation qui est donc ici un laser. Cependant, contrairement aux horloges optiques à ion et à atomes neutres en chute libre, la limite ultime de la stabilité ne peut être atteinte avec les lasers d'interrogation actuels. L'amélioration de leur stabilité de fréquence incite donc à la réalisation de lasers d'interrogation encore plus performants.

1.2 Effet Dick

À cause du fonctionnement cyclique des horloges atomiques, il existe des temps morts pendant lesquels les fréquences de l'oscillateur d'interrogation et de la transition atomique ne sont pas comparées. Il résulte de ce fonctionnement cyclique un processus d'échantillonnage, à la fréquence $f_c = 1/T_c$, du bruit de fréquence du signal d'interrogation par le résonateur atomique (avec T_c le temps de cycle). Par le biais de cet effet, appelé effet Dick, le bruit de l'oscillateur qui pilote l'horloge contribue à sa stabilité de fréquence et peut en être une limitation.

Comme pour n'importe quel processus d'échantillonnage, le système est sensible aux effets de repliement de spectre. Le bruit du signal d'interrogation aux fréquences harmoniques de la fréquence d'échantillonnage contribue au bruit du signal atomique. Pour réduire le problème lié au processus d'échantillonnage dans la plupart des applications « classiques » il est techniquement possible et même facile d'utiliser un filtre passe bas dont la fréquence de coupure est inférieure à la moitié de la fréquence d'échantillonnage f_c . Dans le cas qui nous intéresse, le système échantillonne le bruit de fréquence du signal d'interrogation dont la fréquence est de ~ 9 GHz pour les horloges micro-ondes ou de plusieurs centaines de térahertz pour une horloge optique. De plus, le temps de cycle des horloges est en majorité compris entre 0,1 s et 10 s, c'est-à-dire que le bruit de fréquence est échantillonné très près de la porteuse. Dans la mesure où T_c est fixé, la seule façon de minimiser l'effet du repliement de spectre est de directement réduire le bruit de fréquence du signal d'interrogation.

Afin de choisir les oscillateurs il est intéressant de calculer l'influence que son bruit de fréquence a sur la stabilité de fréquence de l'horloge. Des travaux sur ce sujet ont déjà été réalisés, on peut citer [33–35, 37, 63]. L'importance de cet effet est dépendant du type d'interrogation réalisée, des paramètres de fonctionnement de l'horloge et des propriétés de l'oscillateur.

Le calcul permettant de quantifier l'effet Dick s'appuie sur le changement de la probabilité de transition atomique induit par un saut de phase infinitésimal du signal d'interrogation. Il fait intervenir la fonction de sensibilité $g(t)$ dont l'expression dépend du type d'interrogation. Le fonctionnement de l'horloge étant cyclique, cette fonction est périodique. Il est possible de calculer les coefficients de Fourier g_0 et g_m de $g(t)$. L'origine des temps est choisie pour que cette fonction soit paire. Dans le domaine spectral, la fonction de sensibilité est donc définie uniquement pour des valeurs discrètes de la fréquence de Fourier mf_c . Dans le cas d'une interrogation de Ramsey d'impulsion $\pi/2$, les coefficients de Fourier s'écrivent [37]

$$g_0 = \frac{4}{T_c} \left(\frac{T_v}{2} + \frac{2\tau_p}{\pi} \right) \quad (1.1)$$

et

$$g_m = \frac{2T_c \left[4m\tau_p \cos\left(\frac{m\pi(T_v + 2\tau_p)}{T_c}\right) + T_c \sin\left(\frac{m\pi T_v}{T_c}\right) \right]}{m\pi (T_c^2 - (4m\tau_p)^2)} \quad (1.2)$$

avec τ_p le temps d'interaction, T_v le temps de vol libre et pour un cycle de $T_c \neq 4m\tau_p$. La figure 1.2 représente les 100 premiers coefficients exprimés sous la forme $(g_m/g_0)^2$ tels qu'ils apparaissent dans l'expression de la stabilité relative de fréquence induite par l'effet Dick. Ils ont été calculés avec les paramètres typiques de fonctionnement des horloges à fontaines atomiques du laboratoire, à savoir $\tau_p = 15$ ms, $T_v = 0,5$ s et $T_c = 1,5$ s. On constate que leurs valeurs diminuent très vite quand m augmente. Au-delà des 5 premiers, elle est inférieure à 10^{-2} indiquant qu'ils minimisent l'influence du bruit de fréquence de l'oscillateur pour les fréquences de Fourier élevées. La contribution la plus importante du bruit de l'oscillateur se trouve être à très basse fréquence.

Cependant, pour connaître l'influence de l'effet Dick sur la stabilité de l'horloge, le bruit de fréquence de l'oscillateur doit être pris en compte. Sa contribution sur la variance d'Allan de la fréquence d'horloge, en valeur relative, est donnée par la relation [37]

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{\tau} \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{g_m^2}{g_0^2} S_y(mf_c) \quad (1.3)$$

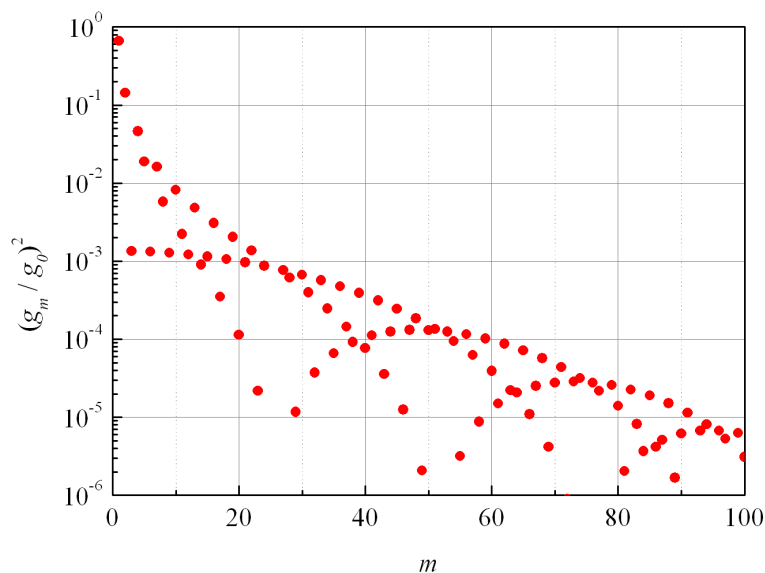


FIG. 1.2 – Les 100 premiers coefficients g_m^2 normalisés par g_0^2 pour une fontaine atomique : interrogation de Ramsey de 0,5 s pour un cycle T_c de 1,5 s.

valable pour $\tau \gg T_c$. La contribution du bruit de fréquence relatif $S_y(m.f_c)$ est pondérée par $(g_m/g_0)^2$.

On sait que la stabilité ultime atteignable dans une fontaine atomique est de $1,6 - 3,5 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$. La relation 1.3.1 permet donc de calculer le niveau de bruit de fréquence de l'oscillateur à partir duquel il ne dégradera pas la stabilité ultime de l'horloge.

1.3 Les oscillateurs

1.3.1 Oscillateurs électroniques

Il a été montré au paragraphe précédent que le bruit de fréquence de l'oscillateur d'interrogation peut dégrader la stabilité de l'horloge. Dans le cas des fontaines atomiques, la limite imposée par le bruit de projection quantique est au niveau de $3,5 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$ pour $\sim 10^6$ atomes et $T_c \simeq 1,5$ s. Afin que la contribution du bruit de fréquence de l'oscillateur, par l'intermédiaire de l'effet Dick, sur la stabilité de l'horloge soit négligeable, le bruit de fréquence près de la porteuse doit être tout au plus au niveau de

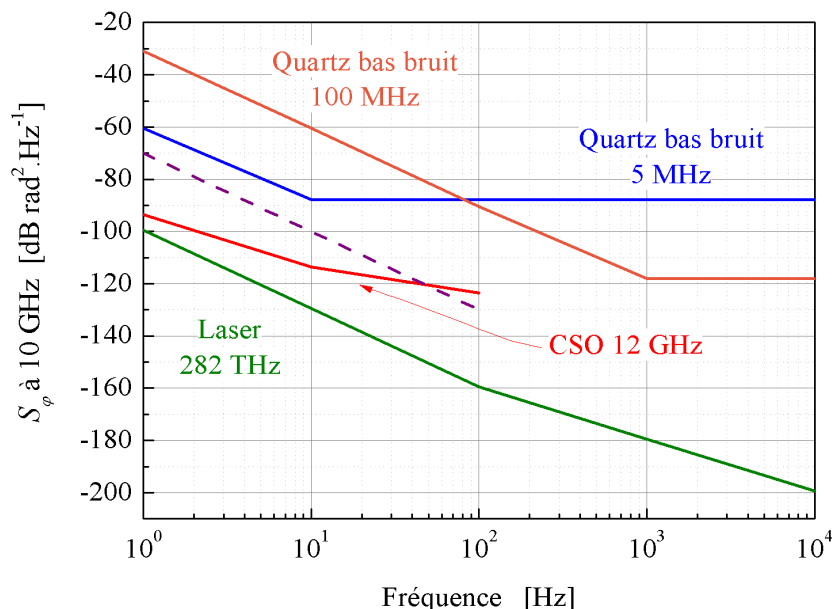


FIG. 1.3 – Densité spectrale de puissance du bruit de phase normalisée à 10 GHz pour un oscillateur à quartz à 100 MHz (en orange), à 5 MHz (en bleu), un oscillateur cryogénique (en rouge) et un laser stabilisé sur une cavité Fabry-Perot (en vert). En tirets violets est représenté le bruit d'un signal permettant à une fontaine atomique d'atteindre une stabilité de $3 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$ (limite quantique pour $\sim 10^6$ atomes).

$10^{-7} f^{-1} \text{ Hz}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ (dans l'hypothèse où le bruit est scintillation ou *flicker* de fréquence).

Les seuls oscillateurs qui présentent un tel bruit sont des systèmes expérimentaux délivrant des signaux micro-ondes. Le résonateur, en saphir, est utilisé à température de quelques kelvins pour lesquels le facteur de qualité en micro-onde est de l'ordre de 10^9 . Pour atteindre ces températures, il est refroidi avec de l'hélium liquide. Cette nécessité en fait des systèmes coûteux à l'entretien (prix très élevé de l'hélium) et consommateurs en main d'œuvre (maintenance et remplissage fréquent du cryostat).

Uniquement quatre laboratoires possèdent le savoir faire en cryogénie et en métrologie des fréquences micro-ondes permettant de développer ce type d'expériences : l'*University of Western Australia* (UWA), le département temps fréquence du *National Physical Laboratory* (NPL, Royaume-Unis), le *Jet Propulsion Laboratory* (État-Unis d'Amérique) et le laboratoire *Femto-ST* à Besançon (France). On peut ajouter que le LNE-SYRTE héberge l'un des oscillateurs développés par l'UWA.

Les stabilités de fréquence obtenues avec ces oscillateurs sont les meilleures à court terme (de 1 s à 100 ou 1000 s) parmi les différents types d'oscillateurs électroniques. Elles sont bien inférieures à 10^{-14} en valeur relative et peuvent même atteindre la décade des 10^{-16} pour les plus performants d'entre eux [64]. Ces stabilités exceptionnelles atteintes font de ces systèmes des outils intéressants pour des tests de physique fondamentale comme par exemple l'invariance de Lorentz [65–68]. Le bruit de phase typique de ce type d'oscillateurs est représenté en rouge sur la figure 1.3. Il est de l'ordre de -93 dB rad².Hz⁻¹ à 1 Hz de la porteuse avec une pente en f^{-2} jusqu'à 10 Hz. En utilisant cette valeur, on calcule que la contribution du bruit de l'oscillateur (par l'intermédiaire de l'effet Dick) sur la stabilité relative de fréquence d'une fontaine atomique est au niveau de $2 \times 10^{-15} \tau^{-1/2}$. On constate donc que le bruit de ces oscillateurs est bien meilleur que celui requis pour le bon fonctionnement d'une fontaine atomique. Parmi les laboratoires cités précédemment, seuls le LNE-SYRTE et le NPL développent des horloges atomiques micro-ondes et notamment des fontaines.

Pour les autres laboratoires de métrologie des fréquences qui développent des horloges micro-ondes, il est nécessaire de trouver une alternative à ce type d'oscillateurs. L'une des solutions est d'utiliser les meilleurs oscillateurs à quartz commerciaux disponibles sur le marché [69]. Ces systèmes présentent des stabilités à une seconde de $\sim 1 \times 10^{-13}$ ce qui ne permet pas d'atteindre les performances ultimes des fontaines atomiques. En modélisant ces oscillateurs à quartz par un niveau de bruit de phase de -60 dB rad².Hz⁻¹ à 1 Hz avec une dépendance en f^{-3} la stabilité de l'horloge sera limitée vers $10^{-13} \tau^{-1/2}$ (d'après la relation et les paramètres de fonctionnement de l'horloge énumérés au paragraphe précédent).

1.3.2 Oscillateurs optiques

Pour une horloge atomique optique l'oscillateur d'interrogation est un laser. Parmi les horloges qui sont l'objet de projets de recherches appuyés, on trouve deux grandes familles : celles à ion piégé (les plus avancées actuellement) et celles à réseau optique (très prometteuses). Dans chacun des deux cas les contraintes liées à sa réalisation imposent un fonctionnement cyclique. Elles sont donc sensibles, au même titre que les fontaines atomiques, au bruit de fréquence de l'oscillateur d'interrogation. L'essor de ces horloges a donc logiquement stimulé le développement des lasers à haute pureté spectrale appelés aussi lasers ultra-stables.

Dans les grandes lignes, ce type oscillateur est obtenu en stabilisant la fréquence d'une source laser sur une référence. Cette référence de fréquence

est formée par une cavité Fabry-Perot. Dans le cas où l'asservissement est bien réalisé, les performances du laser sont dépendantes des bruits qui affectent la longueur optique de la cavité. Les premiers lasers stabilisés sur des cavités rigides ont été réalisés pour des mesures de spectroscopie à haute résolution. Le temps de mesure nécessaire à faire sortir du bruit la réponse atomique nécessitait de stabiliser le laser utilisé pour sonder la transition. De nos jours, les cavités développées permettent d'obtenir des lasers ayant des stabilités relatives de fréquence de l'ordre de 10^{-15} entre 0,1 s et 100 s. Ce type de lasers stabilisés, relativement courants dans les grands laboratoires de métrologie des fréquences, constituent des expériences que l'on peut qualifier de « laboratoire ». L'encombrement (quelques mètres cubes), le coût et donc les stabilités (et les bruits) de fréquence obtenues ne sont sans aucune mesure avec ce que l'on obtient par exemple dans le cas des cavités réalisées pour les détecteurs d'ondes gravitationnelles. Pour donner une idée, dans le cas du projet VIRGO, la longueur des cavités est de trois kilomètres ce qui permet d'obtenir une stabilité de l'ordre de 10^{-21} en valeur relative à 0,1 s [70].

Dans le cadre des horloges optiques, les cavités mesurent en général entre 70 mm et 300 mm. Ces cavités sont donc formées de deux miroirs que l'on fixe de part et d'autre d'une cale d'espacement qui a pour fonction de minimiser les changements de longueur. Elles sont placées sous vide, dans une enceinte, afin d'une part de s'affranchir des fluctuations de pression qui affectent la longueur optique et d'autre part d'améliorer son isolation par rapport aux perturbations extérieures et notamment celles d'origine thermique. Le vide permet aussi de préserver les traitements hautement réfléchissants des miroirs.

Les différents résultats démontrés au moment où ces travaux de thèse ont démarré montraient que le bruit thermique des cavités était une limite. Cette limite imposait une stabilité de fréquence ultime au niveau de 10^{-15} pour une longueur de 100 mm (longueur de la majorité des cavités pour ce type d'application). Réduire le niveau du bruit thermique est possible, d'après des calculs de Numata *et al.* [71], en utilisant d'autres matériaux que l'ULE pour la réalisation des miroirs. Cependant, les déformations mécaniques de la cale induites par le bruit de vibrations rendaient difficile l'obtention de ce résultat. Plusieurs méthodes ont été et sont toujours étudiées dans le but de s'affranchir de ces perturbations [56, 57, 59–61, 72].

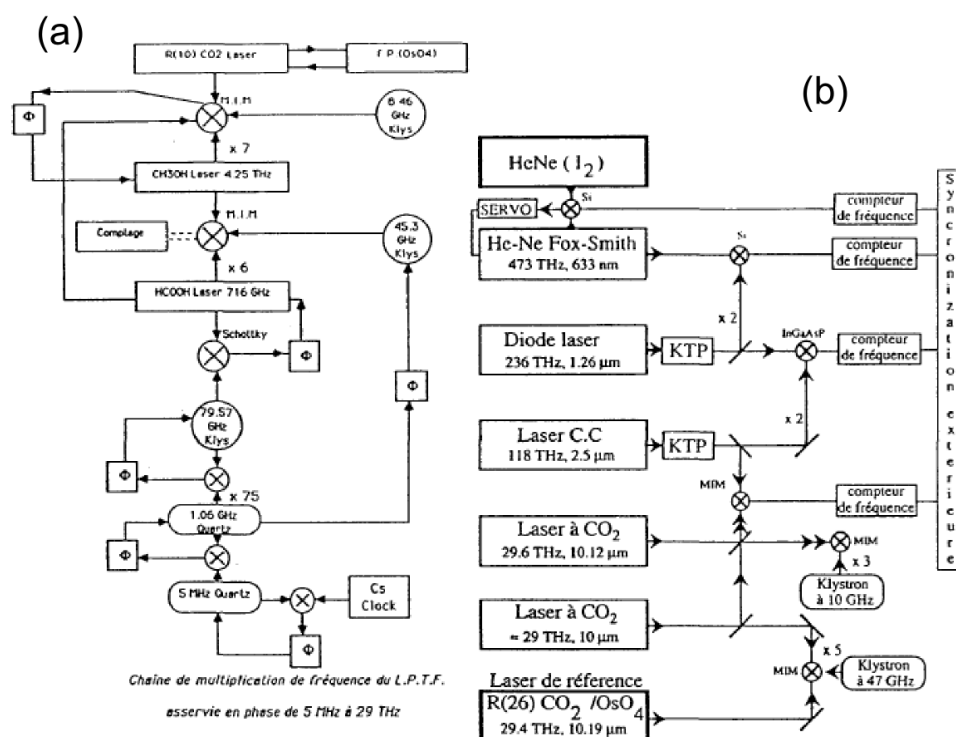


FIG. 1.4 – Schéma de la chaîne de fréquence du SYRTE (anciennement *LPTF*) (a) permettant de relier une horloge atomique (césium à $\sim 9,2$ GHz) à un laser CO₂ (fréquence de 29,4 THz soit 10,19 μm) [73] et (b) permettant de relier ce laser à un laser Hélium–Néon (473 THz soit 630 nm). Cet ensemble est désormais remplacé par un seul laser femtoseconde.

1.4 Peignes de fréquence

Depuis 1968, la seconde est définie par l'intermédiaire d'une fréquence de transition atomique dans le domaine micro-onde. La réalisation expérimentale d'étalons de fréquence produisait donc des signaux à ces fréquences. Afin de pouvoir mesurer des fréquences de transition atomique ou moléculaire situées dans le domaine optique, il fallait référencer les lasers sur des oscillateurs électroniques (radio-fréquences ou micro-ondes) dont la fréquence pouvait être directement reliée à la définition de la seconde et donc du hertz. Les chaînes de fréquence développées dans ce but étaient très complexes et lourdes à mettre en place. À titre d'exemple, la figure 1.4 représente le type de chaînes de synthèse de fréquence utilisées au SYRTE (Laboratoire Primaire du Temps et des Fréquences, *LPTF* à l'époque) avant l'apparition des lasers femtosecondes.

Comme on le verra plus en détails au début du chapitre 4, un laser femtoseconde permet de relier directement les fréquences optiques et radio-fréquences (RF) et donc micro-ondes. Ce type de lasers fournit un peigne de fréquence dans l'optique. Le faisceau laser est donc composé d'un grand nombre de modes. Idéalement, les modes, c'est-à-dire les dents du peigne sont espacées les unes des autres par une fréquence constante. Pour les lasers les plus couramment utilisés en métrologie des fréquences, elle est de l'ordre de une à quelques centaines de mégahertz. C'est en détectant cet intervalle de fréquence entre mode que l'on parvient à relier les domaines de fréquences optique et micro-onde séparés par cinq ou six ordres de grandeur. De plus, tous ces modes optiques sont cohérents en phase. La cohérence de phase existe aussi entre l'optique et la RF.

Ces lasers femtosecondes sont donc des outils idéaux pour les mesures absolues de fréquences optiques par rapport à une référence micro-onde [74]. Un seul laser remplit désormais la fonction des chaînes de synthèse évoquées plus haut. De plus, grâce aux modes optiques qui peuvent s'étendre sur plus d'une octave (plusieurs centaines de nanomètres), les mesures de fréquence entre deux lasers continus de longueur d'onde notablement différente peuvent être réalisées [22]. Cette invention datant du début des années 2000 est, à ce titre, une révolution dans ce domaine. Elle a d'ailleurs valu à J. L. Hall et T. W. Hänsch l'obtention du prix Nobel de Physique en 2005.

Ces lasers ont donc énormément apporté à la spectroscopie à haute résolution et en particulier aux étalons de fréquence optique. Les avancées réalisées en métrologie des fréquences ont pleinement profité de la synergie qui est apparue entre lasers femtosecondes et horloges atomiques optiques.

Jusqu'à présent, les lasers femtosecondes à état solide sont les plus répandus. Parmi ces lasers, on rencontre surtout ceux reposant sur un cristal de saphir dopé au titane. Cette technologie, qui date de l'apparition des lasers femtosecondes, est désormais arrivée à maturité. Le grand avantage pour ce domaine d'application réside dans le faible niveau de bruit qui permet d'obtenir les lasers femtosecondes les plus performants pour les mesures de fréquence. Cependant, l'alignement délicat de la cavité résonante qui crée les impulsions lumineuses constitue le principal inconvénient. Par exemple, le fonctionnement optimal est parfois difficile à obtenir, ou encore, le niveau de bruit des signaux utilisés pour le contrôler et l'asservir se dégrade très souvent continûment et ne permet pas, de façon générale, de conserver le laser opérationnel pendant plus de quelques heures. Leur manque de robustesse et de fiabilité pour l'opérabilité à long terme est un défaut rédhibitoire pour des expériences nécessitant un fonctionnement quasi-continu.

Au cours de ces dernières années, les lasers femtosecondes utilisant des

cavités fibrées se sont énormément développés [75–83]. Leur atout majeur est surtout une grande robustesse de l’alignement optique puisque le système est soit principalement, soit totalement fibré. Cependant, au moment du démarrage de ce projet, les propriétés métrologiques de cette famille de laser n’étaient pas démontrées. Bien au contraire, le bruit observé était nettement plus élevé que celui des lasers Titane:Saphir [79].

1.5 Motivations et contexte de l’expérience

Le projet, exposé dans cette thèse, est d’utiliser un laser femtoseconde pour transférer dans le domaine micro-onde le bruit relatif de fréquence d’un laser ultra-stable. Le signal ainsi produit doit être capable de se substituer au signal de l’oscillateur micro-onde cryogénique du laboratoire dont la principale fonction est d’interroger les horloges à fontaines atomiques. Il existe donc une contrainte forte sur la stabilité de fréquence du signal qui doit être transféré. Cette utilisation signifie aussi que le signal est exploité de façon quasi-continue. En effet, les travaux de recherche menés durant ces vingt dernières années sur les fontaines arrivent maintenant à leur fin. Elles jouent désormais le rôle pour lequel elles ont été réalisées à savoir servir d’étalons primaires de fréquence en contribuant principalement au temps atomique français et international (TAF et TAI). On ajoute qu’elles restent tout de même des outils très performants pour la physique fondamentale. Ce propos peut être illustré en citant par exemple différents tests du principe d’équivalence d’Einstein réalisés à travers des tests de l’invariance de Lorentz ou de l’invariance locale de position [84]. Les horloges atomiques permettent aussi de borner l’hypothétique variation des constantes fondamentales et notamment celle de la constante de structure fine α [85, 86].

1.5.1 Motivations

Il s’agit d’abord de montrer qu’il existe une alternative aux oscillateurs cryogéniques micro-ondes pour les applications les plus exigeantes en terme de bruit de phase proche de la porteuse. Celle directement ciblée est ici l’interrogation des fontaines atomiques. Cette alternative peut ensuite être très sérieusement envisagée dans de nombreux laboratoires. On a vu, en effet, que très peu de laboratoires disposent du savoir faire et des compétences nécessaires pour la réalisation d’oscillateurs cryogéniques micro-ondes. À l’inverse, de nombreux laboratoires potentiellement intéressés par ce type de signaux possèdent déjà les lasers ultra-stables au niveau de 10^{-15} à 1 s. Avec l’apparition et le perfectionnement des lasers femtosecondes fibrés commer-

ciaux, cette alternative est à la portée de ces mêmes laboratoires qui, de plus, ont souvent les compétences en métrologie des fréquences optiques et micro-ondes.

Étant donné que le LNE-SYRTE dispose d'un de ces oscillateurs cryogéniques, on peut se demander pourquoi rechercher une telle alternative. Une première raison est due au fait qu'il consomme une quantité significative d'hélium liquide nécessaire pour atteindre sa température de fonctionnement de ~ 6 K. Les coûts de maintenance de ce système sont donc élevés d'autant plus si l'on inclut le personnel que cette opération répétitive mobilise.

Une motivation supplémentaire est liée au projet spatial PHARAO/ACES (Projet d'Horloge Atomique à Refroidissement d'Atomes en Orbite / Atomic Clock Ensemble in Space) dont le lancement est prévu dans le courant de l'année 2013. Ce projet vise à envoyer en orbite terrestre une horloge à atomes froids conçue pour fonctionner en microgravité (fonctionnement semblable à celui d'une fontaine), un maser à hydrogène, un système de comparaison et de distribution de fréquences et un lien micro-onde. Cet ensemble d'horloges va permettre des comparaisons de fréquence entre des horloges situées dans des laboratoires terrestres avec une stabilité relative de fréquence de 10^{-16} sur la journée et une exactitude au niveau de 10^{-16} [87]. L'utilisation de ces mesures va permettre de tester le déplacement gravitationnel de la fréquence de l'horloge (*redshift*) [87]. Au vu de l'ampleur de ce projet, de son coût et surtout des résultats scientifiques attendus, les laboratoires qui possèdent (ou développent) plusieurs étalons de fréquence comme le LNE-SYRTE ne peuvent prendre le risque d'un dysfonctionnement majeur de ses horloges pendant la durée de la mission. Une panne importante sur l'oscillateur cryogénique fait partie des problèmes identifiés qui affecterait notablement les performances des trois fontaines atomiques du laboratoire. Le projet de génération de signaux micro-ondes à haute stabilité de fréquence et bas bruit de phase à partir de lasers ultra-stables et femtosecondes est une solution proposée.

1.5.2 Outils disponibles

La réalisation de l'expérience nécessite la caractérisation de la référence optique, le laser ultra-stable, ainsi que celle du signal micro-onde. Pour être complet, la compatibilité avec la fontaine atomique du signal micro-onde généré doit être évaluée. Pour cela, on peut mesurer la stabilité d'une fontaine atomique lorsque le signal est directement utilisé pour interroger l'horloge.

Le nombre important d'oscillateurs et d'horloges au LNE-SYRTE, représentés sur la figure 1.5, en fait un laboratoire propice à la réalisation de cette

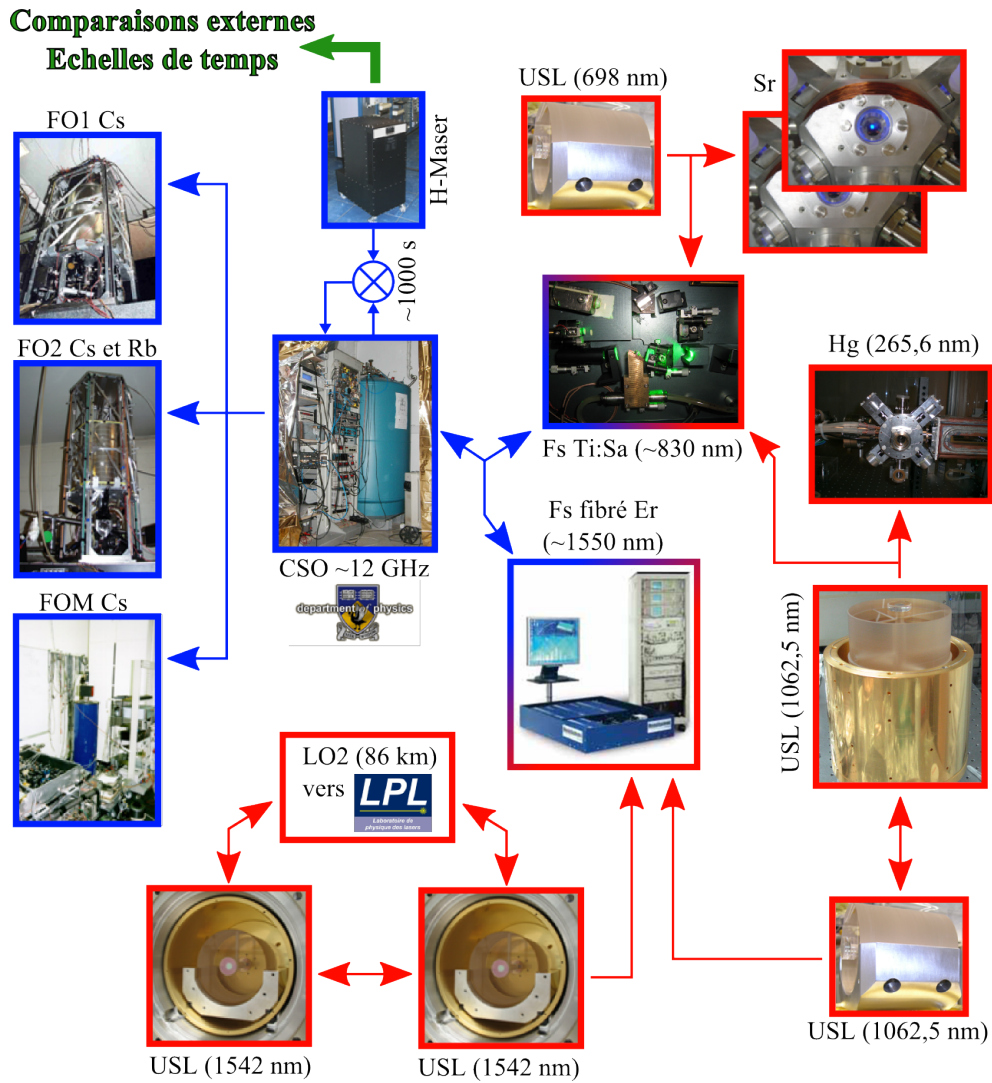


FIG. 1.5 – Schéma de l'ensemble des horloges et oscillateurs du LNE-SYRTE (ne sont pas représentées les horloges compactes et à atomes piégés sur puce). FO1, FO2 et FOM sont des fontaines atomiques, Sr et Hg sont des horloges à réseau optique de strontium et de mercure (CSO – oscillateur cryogénique en saphir, Fs – laser femtoseconde, USL – laser stabilisé sur cavité et LO2 – lien optique fibré ultra-stable).

expérience. L'étude réalisée pour la conception de cavités à faibles sensibilités accélérométriques (décrite au chapitre 2) a donné lieu à la réalisation de cinq lasers ultra-stables. Un premier, à 698 nm, sert d'oscillateur pour les deux horloges à atomes de strontium (Sr) piégés dans un réseau optique [12, 88]. Un second laser stabilisé est réalisé dans le cadre de l'horloge à atomes de mercure (Hg) piégés dans un réseau optique [17, 18]. Une comparaison entre les ultra-stables de chacune des horloges Sr et Hg (asservis ou non sur la fréquence de transition atomique) peut être réalisée par l'intermédiaire du laser femtoseconde Titane:Saphir. Ce laser femtoseconde permet aussi de réaliser des mesures de fréquence entre le domaine optique et micro-onde. La comparaison se fait par l'intermédiaire de l'oscillateur cryogénique à résonateur en saphir (CSO pour *Cryogenic Sapphire Oscillator*). Celui-ci est asservi à long terme sur un maser à hydrogène (constante de temps de ~ 1000 s) qui est lui-même en permanence comparé avec des échelles de temps. Chaque horloge est comparée avec l'association CSO-maser. Il est donc possible de comparer entre elles les différentes horloges (optique et micro-ondes) par l'intermédiaire du système CSO-maser. Deux autres lasers ultra-stables à 1542 nm sont utilisés dans une expérience visant à développer un transfert de fréquence ultra-stable par fibre optique entre le SYRTE et le Laboratoire de Physique des Lasers [89]. Les deux lasers étant réunis dans un même laboratoire, une comparaison directe permet de caractériser leur bruit de fréquence. Enfin, pour l'expérience qui a fait l'objet de cette thèse, un dernier laser ultra-stable a été réalisé à 1062,5 nm. Le bruit de fréquence de ce laser doit être transféré en micro-onde par un laser femtoseconde à fibre dopée à l'erbium.

La fréquence du laser ultra-stable devant servir de référence pour le laser femtoseconde fibré peut donc être caractérisée en utilisant le laser ultra-stable de l'horloge Hg par une comparaison directe. Cependant, afin de faciliter les premières étapes de l'expérience, l'un des lasers à 1542 nm a été utilisé pour référencer le laser femtoseconde (voir le chapitre 4). Cette référence de fréquence peut, elle aussi, être caractérisée grâce au second laser ultra-stable de même longueur d'onde.

Les signaux micro-ondes générés sont caractérisés en utilisant deux sources à très bas bruit de phase. La première est constituée du laser femtoseconde Titane:Saphir stabilisé sur l'un des lasers ultra-stables, en l'occurrence le laser à 1062,5 nm de l'horloge Hg, la seconde est le CSO. Enfin, la compatibilité du signal avec une fontaine atomique (FO2) a été expérimentalement testée.

1.5.3 Expériences similaires

De nombreuses expériences ont déjà utilisé des lasers femtosecondes pour transférer, dans le domaine micro-onde, la stabilité de fréquence d'une référence optique. Dès 2001, ce type de transfert a été réalisé avec une stabilité de l'ordre de 6×10^{-13} entre 0,01 s et 100 s [90]. Dans cette expérience, le peigne de fréquence était directement stabilisé sur une cavité Fabry-Perot ultra-stable.

En utilisant deux lasers femtosecondes Titane:Saphir stabilisés sur un même laser de référence J. J. McFerran *et al.* ont démontré que le bruit de phase résiduel est au niveau de -107 dB rad².Hz à 1 Hz pour une fréquence de 10 GHz [91, 92]. Avec un laser suffisamment stable, l'obtention d'une stabilité de 3×10^{-15} à 1 s est tout à fait atteignable [93].

Dans le but d'obtenir un signal micro-onde d'interrogation pour une horloge à fontaine atomique, B. Lipphardt *et al.* utilisent la méthode de soustraction de bruit proposée par H. R. Telle [94] pour transférer la stabilité d'un laser ultra-stable dans le domaine micro-onde (~ 10 GHz). Cette expérience [95], réalisée simultanément avec celle présentée dans cette thèse, utilise un laser femtoseconde à fibre dopée à l'erbium. La stabilité obtenue de $1,2 \times 10^{-14}$ à 1 s était la meilleure obtenue avec ce type de lasers.

Chapitre 2

Conception de lasers ultra-stables

En utilisant un peigne de fréquences optiques fourni par un laser femtoseconde [96], on est capable de transférer la stabilité relative de fréquence d'un laser vers le domaine des fréquences micro-onde [74, 92, 93]. Un tel dispositif peut-être utilisé comme oscillateur local servant à interroger les horloges à fontaines atomiques du laboratoire. Nous avons vu dans le chapitre précédent que ce signal doit présenter une stabilité relative de fréquence inférieure à 10^{-14} à 1 s (estimée par l'écart type d'Allan [97]) pour ne pas dégrader la stabilité de fréquence d'une fontaine. Le laser femtoseconde ne fait, en principe, que transférer la stabilité de sa référence optique vers le domaine micro-onde, éventuellement en la dégradant légèrement. La stabilité visée pour le signal micro-onde détermine donc celle du laser ultra-stable. Par conséquent, elle doit être bien meilleure que 10^{-14} pour un temps d'intégration d'une seconde. Il est aussi souhaitable de maintenir une stabilité relative dans la gamme des 10^{-15} jusqu'à une centaine de secondes.

Parallèlement à cela, les lasers ultra-stables ont aussi un rôle déterminant sur la stabilité des horloges optiques. Le bruit de projection quantique est la limite ultime pour la stabilité des horloges (de l'ordre de $10^{-18}\tau^{-1/2}$). En pratique, à cause de l'effet Dick [33, 35, 63], la stabilité à court terme est limitée par le bruit de fréquence du laser ultra-stable utilisé pour interroger les atomes. Le développement assez récent de ce type d'horloge a énormément stimulé l'amélioration de ces lasers qui atteignent couramment des stabilités relatives de fréquence de $\sim 1 \times 10^{-15}$ à court terme (1 s – 100 s) [56–62].

Pour atteindre des stabilités relatives de fréquence de l'ordre de 10^{-15} , on utilise une cavité Fabry-Perot macroscopique et rigide pour discriminer et asservir les fluctuations de fréquence (ou de longueur d'onde) du laser. Les performances d'un tel laser ultra-stable reposent donc sur celles de la

cavité de référence, qualifiée aussi d'ultra-stable. Il faut parvenir à réduire l'influence de toutes les perturbations qui peuvent affecter sa longueur. Les deux causes de fluctuations de longueur des cavités les plus importantes sont dues aux vibrations et au bruit thermique de la cavité. L'influence de ces deux types de perturbation peut être minimisée en les prenant en compte lors de la conception des cavités.

L'un des enjeux des travaux présentés dans cette thèse est d'étudier et de concevoir au mieux des cavités ultra-stables pour plusieurs expériences réalisées au LNE-SYRTE. Deux cavités sont nécessaires pour les trois horloges atomiques, basées sur des atomes neutres piégés dans un réseau optique (strontium et mercure). Deux autres sont utilisées pour une expérience visant à transférer, par fibre optique, des références de fréquence optique sur une distance de l'ordre de la centaine de kilomètres. Enfin, la dernière, doit servir dans l'expérience qui est l'objet de cette thèse, c'est-à-dire le transfert dans le domaine micro-onde d'une référence de fréquence optique en utilisant un laser femtoseconde.

Une partie de ce chapitre décrit l'étude menée, à l'aide de calculs par éléments finis, pour parvenir à réduire la sensibilité aux vibrations de deux géométries de cavité ultra-stable. L'étude d'une première géométrie, d'axe optique orienté horizontalement, a été très approfondie en raison du nombre important de cavités réalisées (quatre) à partir de ses conclusions. L'étude d'une géométrie d'axe vertical, menée dans un délai plus court, a aussi donné lieu à la réalisation d'une cavité. Les résultats des calculs pour chacune des géométries sont précédés par la description du modèle qui permet de réaliser les simulations par éléments finis.

Une autre partie de ce chapitre se consacre à l'aspect thermique de la cavité et de son environnement. En effet, on peut réduire d'un facteur ~ 10 (en terme de densité spectrale de puissance) la limitation imposée par le bruit thermique en utilisant de la silice fondue, à la place de l'ULE, pour réaliser le substrat des miroirs des cavités [71]. La contre partie est une nette augmentation de la sensibilité thermique de la cavité, ce qui nécessite d'abord d'évaluer précisément le coefficient. À partir de la valeur obtenue on est capable, en modélisant les échanges thermiques, de concevoir l'enceinte à vide et les écrans thermiques pour suffisamment réduire les fluctuations de température vues par la cavité. On peut ainsi réduire l'effet de ce coefficient sur la stabilité de longueur (ou de fréquence) de la cavité à court terme.

2.1 Généralités sur les lasers ultra-stables

Dans le travail présenté dans cette thèse, les cavités Fabry-Perot sont utilisées pour la stabilisation en fréquence de faisceaux lasers. L'onde est asservie en fréquence sur la fréquence d'un mode résonant de la cavité. Dans la bande passante de l'asservissement et si le gain est suffisant, le bruit de fréquence du laser est directement déterminé par les fluctuations de longueur optique de la cavité. On peut donc écrire la relation suivante :

$$\frac{\delta L}{L} = \frac{\delta \nu_\ell}{\nu_\ell} \quad (2.1)$$

avec L et ν_ℓ respectivement la longueur de la cavité et la fréquence du laser et δL et $\delta \nu_\ell$ les fluctuations de longueur de la cavité et de fréquence du laser. Ainsi, pour un laser à la longueur d'onde de 1064 nm ayant des fluctuations relatives de fréquence de l'ordre de 10^{-15} , la longueur d'une cavité de référence de 100 mm varie de 10 fm. A cette longueur d'onde, les fluctuations de fréquence du laser ultra-stable sont de 0,3 Hz.

On appelle, par abus de langage, « fréquence de la cavité » la fréquence du m^{e} mode résonant de la cavité (avec m entier positif)

$$\nu_c = m f_{\text{ISL}} \quad (2.2)$$

avec $f_{\text{ISL}} = \frac{c_n}{2L}$ l'intervalle spectral libre de la cavité, c'est-à-dire la différence de fréquence entre deux modes consécutifs de la cavité. $c_n = \frac{c}{n}$ est la vitesse de propagation de l'onde dans le milieu d'indice n (c est la vitesse de propagation dans le vide).

La largeur à mi-hauteur de chaque mode $\Delta \nu_c$ qui dépend du coefficient de réflexion des miroirs, permet de définir la finesse de la cavité :

$$\mathcal{F} = \frac{f_{\text{ISL}}}{\Delta \nu_c} \quad (2.3)$$

2.1.1 Sources de bruit

Le bruit de fréquence d'un laser ultra-stable est entièrement déterminé par le bruit de longueur optique de la cavité de stabilisation ainsi que par le gain et la bande passante de l'asservissement. On s'intéresse ici aux différents effets qui peuvent déplacer ou faire fluctuer la longueur optique de la cavité.

Fluctuations d'indice de réfraction

Les fluctuations d'indice de réfraction n proviennent du changement de température ou de pression du milieu de propagation. Pour de l'air sec, à

température ambiante, cet indice dépend linéairement de la pression \mathcal{P} exprimé en Pascal (Pa) :

$$n - 1 \sim 3 \times 10^{-9} \mathcal{P} \quad (2.4)$$

Imaginons, par exemple, que la cavité se trouve dans un environnement normal de laboratoire et que le montage mécanique utilisé soit le plus simple possible, c'est-à-dire qu'elle est à pression atmosphérique. Dans ce cas, un expérimentateur, des systèmes d'instrumentation et de climatisation peuvent générer suffisamment de fluctuations de pression acoustique (environ 60 dBA — acoustique) dans le laboratoire pour déplacer la fréquence de la cavité de 20 kHz. Le déplacement en fréquence peut atteindre ~ 1 GHz pour un changement de pression atmosphérique de l'ordre de 1 %. Ces effets sont gigantesques par rapport au bruit de fréquence que l'on souhaite atteindre mais s'en affranchir est relativement simple. On limite l'influence des fluctuations de pression en mettant la cavité dans une enceinte ultra-vide. En considérant des fluctuations de pression d'environ 10 %, il faut atteindre une pression d'environ 10^{-6} Pa (10^{-8} mbar) pour limiter les fluctuations relatives de fréquence à 3×10^{-16} soit des fluctuations absolues de 0,1 Hz à la longueur d'onde de 1064 nm. On supposera pour la suite que la cavité est dans le vide et que l'onde laser se propage à la vitesse de c .

Pression de radiation

Les photons exercent une force de pression de radiation sur les miroirs de la cavité. Pour une cavité de finesse $\mathcal{F} = 700000$ et une puissance incidente de $5 \mu\text{W}$, la puissance circulant dans la cavité P_{cavite} est de l'ordre de 1 W. La force exercée sur un miroir est donnée par

$$F = \frac{2 P_{\text{cavite}}}{c} \quad (2.5)$$

et vaut 7×10^{-9} N. Si on assimile le miroir à un disque contraint, où la force s'exerce uniformément, le déplacement du miroir est donné dans [98]. Le déplacement relatif de fréquence correspondant s'exprime :

$$\frac{\delta\nu_\ell}{\nu_\ell} = 3 F r_m^2 \frac{1 - \beta^2}{2\pi E L e_m^2} \quad (2.6)$$

Cette relation n'est plus valable au voisinage de la résonance mécanique du miroir. Pour des miroirs d'épaisseur $e_m = 6$ mm et de rayon $r_m = 12,7$ mm en silice fondue (module d'Young $E_{\text{FS}} = 73 \times 10^9$ GPa, coefficient de Poisson $\beta_{\text{FS}} = 0,17$), le déplacement est de l'ordre de $\sim 2 \times 10^{-18}$. Cet effet est totalement négligeable même dans le cas de fluctuations de puissance de 10 %.

Bruit de détection

Les fluctuations de fréquence $\delta\nu_\ell)_{1\text{Hz}}$, dans une bande de 1 Hz, d'un laser asservi en fréquence sur un résonateur de largeur $\Delta\nu_c$ dépendent du niveau de bruit présent dans le signal d'erreur. Si le bruit est blanc, on peut écrire la relation

$$\delta\nu_\ell)_{1\text{Hz}} \propto \frac{\Delta\nu_c}{SNR_{1\text{Hz}}} \quad (2.7)$$

où $SNR)_{1\text{Hz}}$ (pour *Signal to Noise Ratio*) est le rapport signal sur bruit dans une bande de 1 Hz. Cette relation est valable quelque soit la méthode utilisée pour l'obtention du signal d'erreur. Dans le cas où le résonateur est une cavité Fabry-Perot, l'équation suivante met en évidence l'intérêt d'avoir une finesse élevée :

$$\delta\nu_\ell)_{1\text{Hz}} \propto \frac{1}{\mathcal{F}} \frac{1}{SNR)_{1\text{Hz}}} \quad (2.8)$$

En augmentant la finesse on diminue l'importance des fluctuations de fréquence pour un même rapport signal sur bruit. Par exemple, pour avoir un laser ultra-stable dont les fluctuations sont de 0,1 Hz en utilisant une cavité de finesse 700000 et de longueur 100 mm, il faut que ces effets aient une influence inférieure à 10^{-4} de la largeur de la résonance $\Delta\nu_c$. Pour une cavité de même longueur et de finesse 10 fois plus faible, la largeur de la résonance est 10 fois plus grande, les effets parasites et les niveaux de bruit doivent dans ce cas être réduits au niveau de $10^{-5} \Delta\nu_c$ pour obtenir un laser équivalent au précédent.

La détection de la différence de fréquence entre celle du laser et celle de la cavité se fait en utilisant une photodiode. De part la nature quantique de la lumière, le signal qu'elle fournit est entaché d'un bruit blanc, dit de grenaille (ou *shot noise*). Traduit en densité spectrale de puissance (DSP), ce bruit limite les performances de l'asservissement au niveau de

$$S_{\text{sn}} = 2h P_{\text{pd}} \nu_\ell \quad [\text{W}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}] \quad (2.9)$$

avec P_{pd} la puissance laser vue par la photodiode et h la constante de Plank. Ce niveau de bruit augmente avec la racine carré du nombre moyen de photons détectés N . Le rapport signal sur bruit augmente donc comme \sqrt{N} .

A ce bruit, il faut ajouter le bruit de la photodiode (courant d'obscurité), des amplificateurs électroniques et du mélangeur de fréquence, dont on ne peut se passer pour la mise en forme du signal d'erreur. Ces bruits ne sont évidemment pas la cause de fluctuations de longueur, mais ils sont interprétés par la boucle d'asservissement comme étant un bruit fictif de la fréquence de la cavité. Le faisceau laser étant asservi sur la cavité, ces bruits contribuent donc aux fluctuations de fréquence du laser stabilisé.

Bruit thermique

Ce bruit détermine les fluctuations de longueur intrinsèques d'une cavité. Pour une longueur de cavité donnée, il détermine le bruit et la stabilité de fréquence limites atteignables. La DSP de ce bruit est inversement proportionnel à la fréquence de Fourier considérée (bruit de scintillation ou flicker de fréquence). Du fait de cette dépendance en f^{-1} , la stabilité relative de fréquence (ou de longueur) d'une cavité, limitée par ce bruit thermique, ne pourra pas dépasser un palier indépendant du temps d'intégration considéré.

Il est dû à la dissipation de l'énergie thermique des éléments constituant la cavité : le corps de la cavité (ou cale d'espacement), les miroirs et leur traitement réfléchissant (la fonction du corps de la cavité est expliqué au paragraphe suivant 2.1.1). Le théorème de fluctuation dissipation [99] permet de calculer la DSP monolatérale du déplacement u à la fréquence de Fourier f , induit par chacun de ces éléments. Ce théorème peut s'écrire sous la forme suivante

$$S_u(f) = -\frac{4 k_B T}{2\pi f} \Im[H(f)] \quad (2.10)$$

avec k_B et T qui sont respectivement la constante de Boltzmann et la température. $H(f)$ est la fonction de transfert définie par :

$$H(f) = \frac{U(f)}{F(f)} \quad (2.11)$$

$F(f)$ et $U(f)$ étant les transformées de Fourier des fonctions $f(t)$ la force appliquée à la surface considérée et $u(t)$ le déplacement induit. La fonction $\Im[H(f)]$ (partie imaginaire de la fonction $H(f)$) dépend évidemment de la géométrie et des propriétés mécaniques du système étudié, mais surtout, il est proportionnel aux pertes mécaniques du matériau ϕ . Numata *et al.* [71] donnent les valeurs des pertes mécaniques pour les verres spéciaux les plus couramment utilisés pour la réalisation de cavités : Zerodur, l'ultra-low-expansion glass (ULE) et la silice fondue qui valent respectivement $\phi_{\text{zero}} = 3,2 \times 10^{-4}$, $\phi_{\text{ULE}} = 1,6 \times 10^{-5}$ et $\phi_{\text{FS}} = 10^{-6}$. On constate que le plus avantageux, de ce point de vue, est la silice fondue car elle provoque des déplacements de deux ordres de grandeur plus petits que le Zerodur. En effet, plus le facteur de qualité mécanique (égale à l'inverse des pertes) est petit plus la résonance mécanique est importante et donc l'énergie dissipée hors résonance faible.

Le critère des pertes mécaniques n'est pas le seul à considérer, il faut y ajouter un critère lié à la forme de la structure, autrement dit, on doit considérer la contribution de chacun des éléments sur le déplacement total. Une expression analytique est donnée dans ce même article pour chacun des

éléments de la cavité. Cependant, la validité du calcul repose sur plusieurs hypothèses. La première, due à la méthode, est que le déplacement total est égal à la somme quadratique des contributions de chaque élément pris séparément. Cela veut dire que, par exemple, le miroir n'a pas d'influence sur le bruit du corps de la cavité d'une part et d'autre part que le bruit du miroir et du corps ne sont pas corrélés. La seconde est de considérer la taille du col du faisceau négligeable devant la surface du miroir (épaisseur et aire infinies). Enfin, la troisième hypothèse est due à la mauvaise connaissance des pertes mécaniques du traitement réfléchissant et éventuellement celle de son épaisseur (elle n'est pas toujours communiquée par le fabricant). Malgré ces approximations, l'application du calcul donne une idée assez correcte (comparé à ce qui est obtenu par calcul numérique) de la contribution de chacun des éléments.

La DSP du bruit de position d'une extrémité d'un barreau cylindrique de longueur L et de rayon R est donnée (dans [71]) par

$$S_{\text{cale}}(f) = \frac{2 k_{\text{B}} T L}{3 E_{\text{cale}} \pi^2 R^2 f} \phi_{\text{cale}} \quad (2.12)$$

avec E_{cale} le module d'Young et ϕ_{cale} les pertes mécaniques du barreau.

Pour le substrat du miroir la relation est [71]

$$S_{\text{sub}}(f) = \frac{2 k_{\text{B}} T (1 - \beta^2)}{\pi^{3/2} E_{\text{sub}} w f} \phi_{\text{sub}} \quad (2.13)$$

où β et E_{sub} sont respectivement le coefficient de Poisson et le module d'Young du substrat des miroirs, et w est le rayon du faisceau sur le miroir.

La prise en compte du traitement réfléchissant, d'épaisseur e_c et de pertes mécaniques ϕ_{coat} , intervient par le biais du facteur correctif :

$$\eta = 1 + \frac{2 e_c (1 - 2\rho)}{w \sqrt{\pi} (1 - \beta)} \frac{\phi_{\text{coat}}}{\phi_{\text{sub}}} \quad (2.14)$$

La contribution du miroir est donc donnée par :

$$S_{\text{miroir}}(f) = \eta S_{\text{sub}}(f) \quad (2.15)$$

Ces relations permettent de calculer la contribution de chacun des éléments de la cavité. Pour les propriétés du traitement réfléchissant donnée dans [71] ($e_c = 2 \times 10^{-6}$ m et $\phi_{\text{coat}} = 4 \times 10^{-4}$) et dans le cas de substrats en ULE ($\phi_{\text{ULE}} = 1,6 \times 10^{-5}$, $E_{\text{ULE}} = 67,6$ GPa et $\beta_{\text{ULE}} = 0,17$) ou en silice fondue ($\phi_{\text{FS}} = 10^{-6}$, $E_{\text{FS}} = 73$ GPa et $\beta_{\text{FS}} = 0,17$), la contribution du corps est

minoritaire. Si celui-ci est en ULE, le cas le plus courant, elle est alors de moins de 1 % pour un faisceau de rayon $w = 260 \mu\text{m}$. Cette contribution reste inférieure à 2 % même dans le cas où l'on fait varier e_c d'un ordre de grandeur ainsi que ϕ_{coat} et w d'un facteur 2.

Lorsque le substrat est en ULE, on constate que dans la plupart des cas il contribue au niveau de ~ 80 % ou plus sur le bruit de l'ensemble de la cavité. Avec un substrat en silice fondue, grâce aux faibles pertes de ce matériau, sa contribution est réduite à environ 25 %. C'est le traitement réfléchissant qui devient la contribution majoritaire.

Des calculs numériques plus complets [71] permettent d'arriver à des conclusions similaires et fixent aussi les ordres de grandeur des différentes sources de bruits. Ces calculs n'ont malheureusement pas été réalisés pour la géométrie du corps qui nous intéresse ($2R \simeq 100$ mm et $L \simeq 100$ mm) mais, au vu de ces conclusions, il est raisonnable « d'appliquer » les résultats pour une autre géométrie de cavité, étant donné que la contribution de la cale peut-être négligée. Pour des miroirs en ULE et une longueur de cavité de 100 mm, le bruit thermique limite la stabilité relative de fréquence à $\sim 10^{-15}$. Elle peut atteindre 3 ou 4×10^{-16} lorsque les miroirs sont en silice fondue.

Les travaux de thèse avaient pour ambition d'utiliser des substrats de miroirs en silice fondue afin d'atteindre la stabilité relative de fréquence de l'ordre de 4×10^{-16} pour une longueur de cavité de l'ordre de 100 mm.

Bruit sismique

Sous l'effet de vibrations, la cavité et son environnement (table optique, monture de miroirs, enceinte à vide...) subissent des déformations. Celles qui affectent les dimensions de la cavité sont particulièrement préjudiciables. Les déformations peuvent être fortement réduites en fixant les deux miroirs du résonateur sur une cale d'espacement généralement cylindrique [56–58, 72, 100]. Le gain obtenu dépend évidemment des propriétés mécaniques du matériau utilisé. Afin d'éviter toute confusion, on peut expliciter que l'on appelle cavité ultra-stable l'ensemble constitué du corps (ou cale d'espacement), des deux miroirs et des traitements optiques hautement réfléchissants. Le dispositif le plus élémentaire est constitué d'une cale cylindrique dont l'axe est orienté horizontalement, afin qu'il repose sur deux supports en forme de « V » [56, 58, 100]. La position longitudinale de ces supports, judicieusement choisie aux points d'Airy [101], permet de minimiser le changement de longueur de la cale lorsqu'elle est soumise à des vibrations transverses. La contribution des vibrations selon l'axe \vec{e}_i sur la DSP de bruit de fréquence

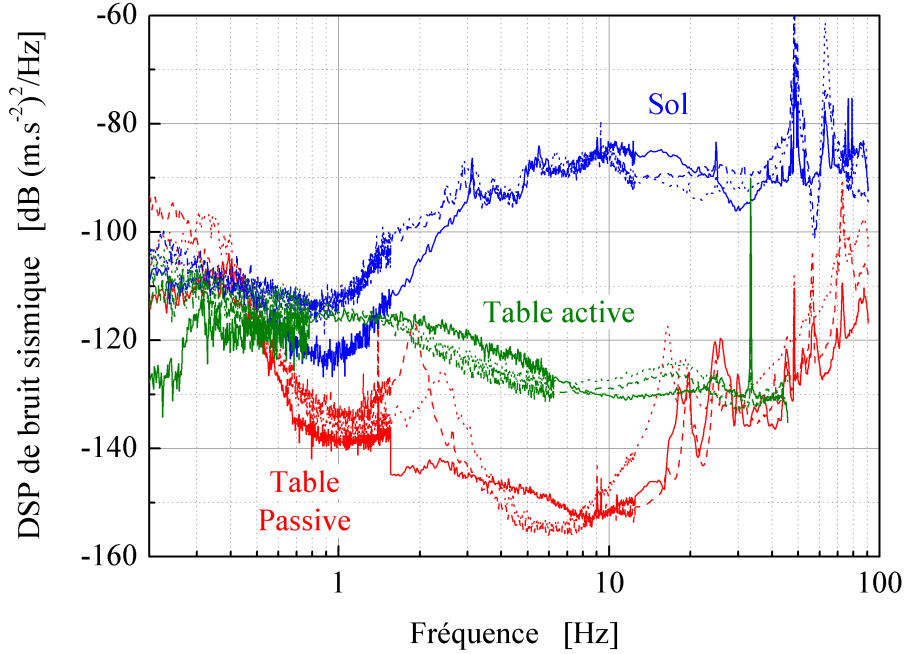


FIG. 2.1 – Densité spectrale de puissance des vibrations du sol, d’une table d’isolation passive et d’une table d’isolation active, pour les axes nord-sud (tirets), est-ouest (pointillés) et vertical (ligne). Ces bruits sont mesurés avec un sismomètre de bande passante 0,03 Hz à 50 Hz ou 100 Hz.

du laser s’écrit

$$S_{\delta\nu} = \nu_\ell^2 \sum_{i=x,y,z} k_i^2 S_{a_i} \quad (2.16)$$

avec S_{a_i} la DSP du bruit sismique vue par la cavité et k_i le coefficient de sensibilité aux vibrations de la cavité selon l’axe \vec{e}_i . Formulé différemment, ce coefficient k_i est l’allongement relatif de la cavité lorsqu’elle est soumise à une accélération de 1 m.s^{-2} orientée selon l’axe \vec{e}_i . Pour des cavités supportées sur ces supports en forme de « V », les coefficients de sensibilité accélérométrique sont de l’ordre de $3 \times 10^{-10} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$.

Le bruit sismique peut être réduit en utilisant des tables d’isolation. Ces systèmes commerciaux filtrent le bruit pour les fréquences supérieures au hertz. Comme on le voit sur la figure 2.1, en fonction de la technologie utilisée, active ou passive, et de la fréquence considérée, l’atténuation est de l’ordre de 20 dB à 40 dB.

Les systèmes passifs acceptent une masse en charge d'environ 300 kg pour une surface au sol de moins de 1 m². Ces tables ne permettent pas de filtrer les vibrations du sol en dessous de $\sim 0,7$ Hz, où se trouve un excès de bruit sismique qui a pour origine le déferlement des vagues sur les côtes (la fréquence et l'amplitude sont sujets à des variations). Au-dessus de la fréquence de coupure, le bruit est très bien filtré pour atteindre environ -140 dB (m.s⁻²)².Hz⁻¹. Cependant, le bruit acoustique, couplé par l'air à la partie isolée de la table, induit des vibrations qui dégradent sérieusement ses performances à partir de quelques dizaines de hertz. Pour s'affranchir de ce problème, on peut isoler acoustiquement l'ensemble de l'expérience avec une enceinte dédiée.

Les systèmes actifs ne sont pas dotés d'accéléromètres ayant une bande passante suffisamment grande pour détecter et donc corriger le bruit en dessous du hertz. Leurs niveaux de bruit sont tels que la DSP de bruit sismique est limitée au niveau de -130 dB (m.s⁻²)².Hz⁻¹.

Ces deux systèmes pourraient être améliorés, en mesurant le bruit sismique résiduel à l'aide d'un instrument à bas bruit (externe à la table). Le signal fourni peut alors être utilisé pour asservir le déplacement de la table à l'aide d'actionneurs (céramique piézoélectrique, électro-aimant ...).

L'autre alternative, celle choisie, est de se focaliser sur le cœur du problème la sensibilité aux vibrations des cavités ultra-stables. On doit la réduire pour que le laser ultra-stable atteigne une stabilité relative de fréquence de $\sigma_y = 4 \times 10^{-16}$ évoquée dans le paragraphe précédent. Il faut que la contribution des vibrations sur le bruit de fréquence du laser soit inférieure au bruit que l'on souhaite atteindre. Pour du bruit de scintillation de fréquence, la DSP de fréquence du laser est reliée à la stabilité relative de fréquence par la relation

$$S_{\delta\nu}(f) = \frac{(\sigma_y \nu_\ell)^2}{2 \ln(2)} f^{-1} \quad (2.17)$$

et vaut dans ce cas $6 \times 10^{-3} f^{-1}$ Hz².Hz⁻¹ pour un laser à la fréquence de ~ 282 THz.

Pour simplifier on fait l'hypothèse que le niveau de bruit sismique est le même sur tous les axes et que la valeur de chacun des coefficients de sensibilité accélérométrique est identique k . La relation 2.16 se réduit donc à :

$$S_{\delta\nu} = 3 \nu_\ell^2 k^2 S_a \quad (2.18)$$

Afin de définir la valeur maximale du coefficient de sensibilité accélérométrique, on peut exclure du bruit sismique les fréquences de Fourier supérieures à la dizaine de hertz car elle peuvent être atténuées par de l'isolation acoustique. Le maximum observé au laboratoire est atteint pour des

fréquences légèrement supérieures à 0,1 Hz, et vaut $-90 \text{ dB (m.s}^{-2}\text{)}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ (figure 2.1). À partir des relations 2.17 et 2.18 on en déduit que la sensibilité de la cavité aux vibrations doit être inférieure à $1,6 \times 10^{-11} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$ pour chacun des axes.

2.1.2 Historique et état de l'art

La faisabilité de réaliser des lasers stabilisés en fréquence sur une cavité externe au niveau de $\sim 10^{-16}$ en valeur relative a été démontrée par Ch. Salomon *et al.* au *JILA* (État-Unis d'Amérique) en 1988 [102]. Une même cavité de finesse 3500 est utilisée comme référence pour deux lasers mettant ainsi en évidence que les limitations techniques, dues aux différents effets qui perturbent l'asservissement de fréquence, ne sont pas une limite jusqu'à ce niveau de bruit. Les avancées en spectroscopie laser sans effet Doppler, puis le développement des étalons des fréquences optiques ont énormément stimulé la réalisation de lasers stabilisés, et donc le développement de cavités de référence, avec pour objectif d'atteindre un niveau de stabilité relative inférieure à 10^{-15} .

L'un des premiers résultats remarquables est obtenu par J. Dirscherl *et al.* du *Max-Planck-Institut für Quantenoptik* (Allemagne) en 1992 [103], avec une stabilité relative de fréquence estimée par l'écart type d'Allan à $\sigma_y(\tau) \simeq 10^{-14}$ pour τ allant de 10^{-5} s à 1 s. Pour parvenir à ce résultat, des précautions particulières sont prises pour atténuer les bruits acoustiques et sismiques. La cavité Fabry-Perot, de finesse 73000, cylindrique (diamètre de 10 cm et longueur de 23 cm) et entièrement en Zerodur, est suspendue dans son enceinte à vide par des ressorts permettant de filtrer les vibrations. L'enceinte à vide repose sur une table optique et est à l'intérieur d'une boîte en bois, ce qui permet d'atténuer les fluctuations de température et le bruit acoustique. Afin de découpler sismiquement l'expérience du reste du bâtiment, la table optique repose sur une dalle en béton de 300 tonnes flottante par rapport au reste de l'édifice.

En 1997, S. Seel *et al.* obtiennent à l'*Universität Konstanz* en Allemagne, avec deux cavités en saphir (de finesse 120000 et 57000) refroidie à l'hélium liquide, une stabilité relative de fréquence de $\sim 3 \times 10^{-15}$, pour des temps d'intégration de 4 s à 70 s [104]. Ces oscillateurs sont, à l'époque, les plus stables, entre 1 s et 1000 s, bien qu'aucune disposition particulière n'ait été prise pour lutter contre l'influence des vibrations, si ce n'est que le module d'Young du saphir est nettement plus élevé (420 GPa) que celui du Zerodur (91 GPa). Le choix du matériau est motivé par les propriétés thermiques du saphir. En dessous de 5 K, elles permettent, comparées à celles du Zerodur et de l'ULE, une meilleure insensibilité aux perturbations thermiques externes

(coefficient d'expansion thermique plus faible), une sensibilité à la puissance optique circulant dans la cavité réduite (rapport conductivité thermique sur le coefficient d'expansion thermique supérieur) et une précision accrue de l'asservissement de température (diffusivité thermique plus grande). Cependant, comme indiqué, la température de la cavité doit être en dessous de 5 K et nécessite donc l'utilisation contraignante d'un système cryogénique.

La meilleure stabilité relative de fréquence à court terme pour un laser a été démontrée en 1999 par B. C. Young *et al.* du *National Institute of Standards and Technology* au États-Unis d'Amérique [56]. Elle est de $3 - 4 \times 10^{-16}$ pour un temps d'intégration compris entre 1 s et 100 s. La cavité est cylindrique (diamètre de 150 mm et longueur de 240 mm) et entièrement faite en ULE et repose sur deux supports en forme de « V ». Afin d'isoler la cavité des vibrations verticales, son enceinte à vide repose sur une table, d'une masse avoisinant une tonne [105] suspendue au plafond par des tubes en caoutchouc de 3 m de long. La fréquence propre du mode de pendule d'un tel système est inversement proportionnelle à la racine carrée de la longueur de la suspension utilisée, il est donc plus judicieux de procéder comme cela plutôt que de suspendre uniquement la cavité dans l'enceinte à vide. Ce montage permet aussi d'atténuer efficacement les vibrations verticales à partir de la fréquence propre du système. Elle est inversement proportionnelle à la racine carrée de la charge et profite donc de la masse importante de la table. Les fréquences de la résonance fondamentale des oscillations observées sont de $\sim 0,3$ Hz. On peut ajouter qu'un amortissement visqueux (1 s), ainsi qu'un asservissement de position (constante de temps de 100 s) de la table sont implémentés afin de stabiliser la position de la table. Enfin, l'ensemble est acoustiquement isolé à l'aide d'une enceinte en bois [106] et la température de l'enceinte à vide est minutieusement asservie. Une sensibilité aux vibrations de la cavité $\sim 2 \times 10^{-10} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ a été mesurée.

Pour des raisons pratiques, il est intéressant de pouvoir s'affranchir de l'utilisation d'une telle table ou encore d'un système cryogénique. Au *JILA*, pour y parvenir, M. Notcutt *et al.* utilisent une cavité de finesse 46000, ayant un axe optique vertical en ULE, supportée de façon à ce que sa sensibilité aux vibrations soit réduite [57]. Ce design est inspiré de celui utilisé pour certaines cavités micro-ondes [107] et de travaux précédemment réalisés sur une cavité en saphir cryogénique [108]. Ils tirent parti du fait que si cette cavité est maintenue à la moitié de sa longueur, lorsqu'elle est soumise à une accélération verticale, les variations de longueur d'une moitié de cavité sont compensées par les variations de l'autre moitié. En ajustant quelque peu la position du centre de gravité de la cavité (à l'aide de masses inférieures à 1 g), la sensibilité verticale aux vibrations mesurée est d'environ $3,5 \times 10^{-11} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$, en valeurs relatives. Ce coefficient est 20 fois plus faible que

celui d'une cavité de même longueur maintenue par l'une de ses extrémités.

L'inconvénient d'une cavité d'axe vertical vient du fait que les fluctuations de longueur de chacune des moitiés de cavité sont proportionnelles à la longueur de la cavité. De plus, pour diminuer la contribution du bruit thermique, il faut augmenter la longueur de la cavité, rendant critique et incertaine la compensation si l'on garde le diamètre constant. Dans ce but, T. Nazarova *et al.* choisissent de réaliser, en 2006 au *Physikalisch-Technische Bundesanstalt* en Allemagne, une cavité dont l'axe optique est horizontal et à faible sensibilité accélérométrique [72]. Pour la concevoir, ils utilisent des méthodes de calcul par éléments finis, afin de définir la position optimale des appuis, rendant invariante la longueur de la cavité (entre les miroirs). Le plan d'appuis est quasiment situé dans le plan horizontal de symétrie du corps cylindrique. Ce concept est attribué à T. Rosenband du *National Institute of Standards and Technology* [109]. Ces appuis sont rendus possibles par l'usinage de quatre trous (d'axe horizontal et orthogonaux à l'axe de la cale) répartis symétriquement autour de la cavité. Ces travaux sont les premiers à prendre en compte l'effet du déplacement angulaire des miroirs sur la sensibilité accélérométrique de la cavité. Les coefficients mesurés sont à peu près de $3 \times 10^{-12} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ pour le vertical, de $3 \times 10^{-11} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ pour l'axial et de $2,4 \times 10^{-11} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ pour l'horizontal transverse.

En utilisant le même concept, S. Webster *et al.* réalisent une cavité horizontale dont les coefficients de sensibilité aux vibrations sont au maximum de $3 \times 10^{-12} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$, $1,2 \times 10^{-11} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ et $1,6 \times 10^{-11} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ respectivement pour les directions verticale, axiale et transverse (horizontale) à la cavité [60, 61]. Ici, le plan d'appuis s'obtient en usinant un épaulement de part et d'autre du corps (cylindrique) sur toute sa longueur. Il est ainsi possible d'ajuster expérimentalement la position longitudinale des appuis afin d'annuler la sensibilité verticale. Deux lasers stabilisés indépendamment sur deux de ces cavités permettent d'atteindre une stabilité relative de fréquence de l'ordre de 1×10^{-15} entre 0,5 s et 100 s (dérive linéaire retranchée). Ce résultat est limité par le bruit thermique des miroirs dont le substrat est fait en ULE. Le design nécessite l'ajustement expérimental de la position des appuis, qui est assez fastidieux et en est le principal inconvénient. Cependant, ce désagrément a permis de confronter les mesures de sensibilité accélérométrique avec un modèle par éléments finis pour chacune des positions des appuis testés.

L. Chen *et al.* ont aussi utilisé des modèles par éléments finis pour concevoir une cavité verticale [110] ayant une faible sensibilité accélérométrique. L'idée directrice de ce design repose sur le même concept que celui exploité par M. Notcutt *et al.* [57]. Ces cavités, de finesse 250000, ont été réalisées en ULE (miroirs et cale) et permettent d'atteindre une stabilité de $\sim 10^{-15}$ par

cavité, limitée par le bruit thermique, quasiment entre 0,5 s et 100 s [59]. La longueur de la cavité (70 mm) est issue d'un compromis entre la sensibilité accélérométrique (diminue quand la longueur de cavité diminue, voir plus haut) et la réduction de la contribution du bruit thermique (diminue quand la longueur de cavité augmente). Les coefficients accélérométriques mesurés sont de $7 \times 10^{-11} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$ pour l'axe vertical et de $4,6 \times 10^{-11} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$ pour les axes horizontaux.

La seule tentative d'utilisation de substrat de miroirs en silice fondue, sur une cale en ULE, a été faite par N. Poli *et al.* [15, 111]. Ces travaux n'ont pas permis de tirer parti de la réduction du bruit thermique que la silice fondue procure (stabilité relative de fréquence de 2×10^{-15} pour $\tau = 10$ s), principalement à cause de l'accroissement conséquent de la sensibilité thermique de la cavité.

Les designs des cavités à faible sensibilité accélérométrique, présentés dans les articles évoqués plus haut, ont pris en compte l'axe vertical, quelque soit l'orientation de l'axe de la cavité, mais n'ont jamais pleinement inclus les axes horizontaux. Il reste donc possible de diminuer les sensibilités accélérométriques horizontales en considérant cela au moment de la conception de la cavité.

On remarque que la finesse des cavités a augmenté au cours du temps, ce qui réduit l'influence des effets parasites. Par effets parasites on désigne les effets qui introduisent des déplacements de fréquence fictifs de la cavité comme notamment le bruit de photons, les bruits électroniques et modulations résiduelles du faisceau (voir le paragraphe 2.1.1).

Enfin, un résultat récent, obtenu à l'IE-NM-CNRC (Institut des Étalons Nationaux de Mesure du Conseil National de Recherche, Canada) par P. Dubé *et al.* [26], montre que la stabilité de fréquence d'un laser stabilisé sur cavité peut être exceptionnelle pour des temps d'intégration de plusieurs milliers de secondes. La comparaison avec une horloge à ion piégé atteint 5×10^{-16} en valeur relative pour des temps d'intégration de 3000 s. Les miroirs étant en ULE, cette valeur est possible grâce au fait que la longueur de la cavité est de ~ 250 mm (bruit thermique de la cavité $\sim 3 \times 10^{-16}$) et que la température de la cavité est extrêmement bien contrôlée autour du point d'inversion de son coefficient de dilatation thermique

2.2 Modélisation mécanique des cavités

Dans l'environnement vibratoire et sonore d'un laboratoire courant, l'une des principales sources de bruit est due aux déformations mécaniques des cavités sous l'influence de ces bruits. Ce bruit ne peut pas être aisément réduit

pour que sa contribution sur la stabilité de fréquence du laser ultra-stable devienne négligeable. On peut cependant minimiser les déformations de la cavité qu'il produit. Cela s'obtient en concevant astucieusement la cavité et la façon de la supporter. La conception s'appuie sur des résultats de calculs par éléments finis, il est donc important de définir un modèle représentant cet aspect de la cavité.

Le modèle développé prend en compte les tolérances de fabrication des cavités, qui ont une incidence sur la position géométrique du mode transverse électromagnétique résonant dans la cavité. Par définition ce mode se propage selon l'axe optique de la cavité. Du point de vue mécanique, la cavité possède un autre axe qui est celui du cylindre du corps de la cavité. Ces deux axes ne sont pas forcément confondus, conduisant à devoir prendre en compte l'impact de la rotation des miroirs sur la sensibilité accélérométrique de la cavité [72].

Cette imperfection de réalisation provient des erreurs commises sur la position du centre de courbure des miroirs sphériques. Il y en a trois possibles : la première vient de l'imperfection du poli, qui n'est pas parfaitement sphérique et dont le centre n'est pas précisément situé sur l'axe du miroir ; la seconde est due à la tolérance de centrage des miroirs sur la cale au moment de l'assemblage par adhérence moléculaire ; enfin, la troisième est causée par le défaut de parallélisme entre les deux faces de contact du corps de la cavité.

2.2.1 Déformations typiques

L'axe optique d'une cavité Fabry-Perot est défini, géométriquement, par la droite passant par le centre des rayons de courbure des deux miroirs. Lorsque la cavité est déformée par une accélération, les positions des centres des deux rayons de courbure sont déplacées. Les fluctuations de longueur entre ces deux points sont équivalentes aux fluctuations de longueur de la cavité. Dans le cas d'une cavité plan concave, il faut considérer les fluctuations de longueur entre le centre de courbure et le miroir plan (l'axe optique étant défini par la droite orthogonale au miroir plan et passant par le centre de courbure de l'autre miroir). L'analyse du déplacement du centre de courbure, lorsque la cavité est soumise à une accélération, n'est pas très aisée et il est préférable de pouvoir analyser directement les déplacements des miroirs. On est donc conduit à négliger le changement du rayon de courbure des miroirs lorsqu'ils sont déformés. Dans ce cas on peut approximer, pour le calcul des déformations, les miroirs sphériques par des miroirs plans.

Les déformations d'une cavité ultra-stable, soumise à une accélération, sont relativement complexes, mais si on se focalise sur les déplacements relatifs des centres des miroirs, où le faisceau laser est réfléchi, on peut distinguer

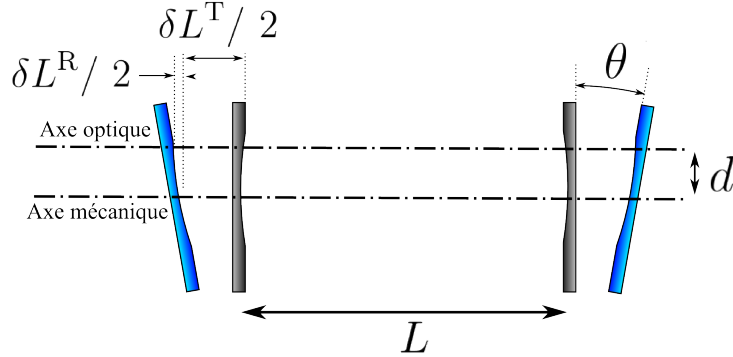


FIG. 2.2 – Schéma représentant un exemple de déformation des miroirs (en bleu) d'une cavité soumise à une accélération, en noir apparaissent les miroirs d'une cavité non déformés. Chaque miroir subit une translation et une rotation.

deux types de déformations : un déplacement angulaire (d'axe orthogonal à celui de la cavité et situé dans le plan du miroir) et une translation du miroir selon l'axe mécanique de la cavité. Chacun d'eux contribue à une variation de la longueur de la cavité et peuvent se produire simultanément (voir figure 2.2).

Effet de translation

Le déplacement du miroir et le déplacement de son centre de courbure sont identiques dans le cadre de la simplification formulée précédemment. Cet effet peut être obtenu en mesurant le déplacement longitudinal du centre de chacun des miroirs δL_i^T pour une accélération donnée \vec{a}_i selon l'axe \vec{e}_i . Pour l'axe considéré, le changement relatif de longueur de la cavité s'écrit

$$\frac{\delta L_i^T}{L} = k_i^T \cdot \vec{a}_i \quad (2.19)$$

où k_i^T est le coefficient de sensibilité aux vibrations induit par la translation des miroirs selon l'axe \vec{e}_i . La position relative entre l'axe optique et l'axe mécanique n'a aucune influence.

Effet de rotation

Les fluctuations relatives de longueur vont dépendre du centre de rotation des miroirs, c'est-à-dire du désalignement entre l'axe mécanique et l'axe optique de la cavité. La figure 2.3 représente le déplacement du centre du rayon de courbure d'un miroir lorsqu'il subit une rotation d'angle θ . Son

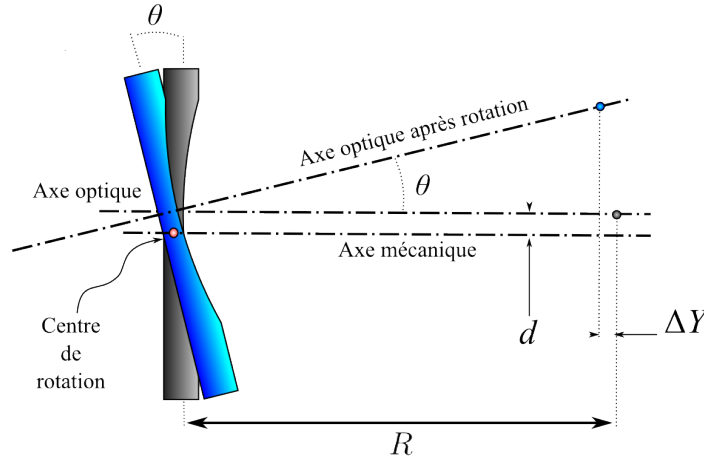


FIG. 2.3 – Schéma représentant le déplacement du centre de rayon de courbure d'un miroir sphérique lorsque, sous l'influence de vibrations, il est soumis à une rotation.

déplacement selon l'axe mécanique s'écrit de la façon suivante

$$\Delta Y = d \theta + \frac{R}{2} \theta^2 \quad (2.20)$$

en considérant que d est la distance d'entre-axe dans un plan donné. On constate que la rotation des miroirs est un effet du premier ordre, dans le cas d'une cavité non parfaite ($d \neq 0$), et que le terme du second ordre peut être négligé.

Dans la majeure partie des cas qui nous intéressent, la rotation d'un miroir est symétrique à celle de l'autre ; la variation de longueur de la cavité est donc $2 \Delta Y$. Les fluctuations relatives de longueur de la cavité soumise à une accélération a_i selon l'axe \vec{e}_i sont :

$$\frac{\delta L_i^R}{L} = \frac{2 d_i \theta_i}{L} = k_i^R a_i \quad (2.21)$$

En pratique, il est donc suffisant de mesurer l'angle de rotation du miroir θ_i et inutile de connaître l'évolution de la position du centre de rotation. On mesure directement l'angle θ_i puis il est exprimé en fluctuation de longueur pour une valeur de d_i donnée. Il est ainsi plus facile de constater l'impact qu'ont ces rotations sur le bruit de longueur de la cavité.

Expérimentalement, il n'y a quasiment aucune chance pour que les axes mécaniques et optiques soient confondus ou même parallèles. Malgré cela, le modèle décrit reste valable pour une cavité réelle. Dans un plan $(o, \vec{e}_j, \vec{e}_k)$ ces deux axes forment donc un angle quelconque (l'axe mécanique est pris pour référence). Les variations de longueur, induites par une accélération,

sont égales à la somme des variations de longueurs calculées selon deux positions de l'axe mécanique. La première position consiste à avoir les deux axes parallèles et distants de d_i . Pour la seconde position les axes forment le même angle que dans le cas réel mais se coupent exactement au milieu de la cavité. Dans ce dernier cas, les variations de longueur sont nulles si la cavité possède un plan de symétrie, ce qui est vérifié dans la grande majorité des cas (voir la partie 2.2.2). La seule précaution à prendre est l'hypothèse faite sur la valeur de d_i , lors de l'interprétation des résultats de simulations.

Coefficient de sensibilité total

L'ensemble des fluctuations relatives de longueur peuvent s'écrire pour une accélération \vec{a} donnée

$$\frac{\delta L}{L} = \vec{k} \cdot \vec{a} \quad (2.22)$$

où \vec{k} est le vecteur de sensibilité aux vibrations, dont chacune de ses composantes s'écrit :

$$k_i = k_i^T + k_i^R \quad (2.23)$$

La conception d'une cavité ultra-stable à faible sensibilité accélérométrique se fait donc en analysant les six coefficients de sensibilité aux vibrations. Cependant, du fait des symétries des cavités, un certain nombre de ces coefficients sont nuls.

2.2.2 Utilisation des symétries

La faible sensibilité aux vibrations s'obtient, en partie, en exploitant les symétries des cavités. De simples calculs, utilisant les symétries des cylindres, permettent de comprendre et d'expliquer leurs déformations.

Accélération transverses

Considérons un cylindre contraint en son milieu sur toute sa circonférence, représenté à la figure 2.4 : ce cylindre se déforme lorsqu'il subit une accélération transverse à son axe $\vec{a} = a_0 \cdot \vec{e}_x$ avec $a_0 > 0$. On appelle $\psi(M)$ la fonction qui donne le déplacement algébrique du point M, selon l'axe \vec{e}_y . On peut donc écrire :

$$\begin{cases} \psi(A) = d_A \\ \psi(B) = d_B \\ \psi(C) = d_C \end{cases} \quad (2.24)$$

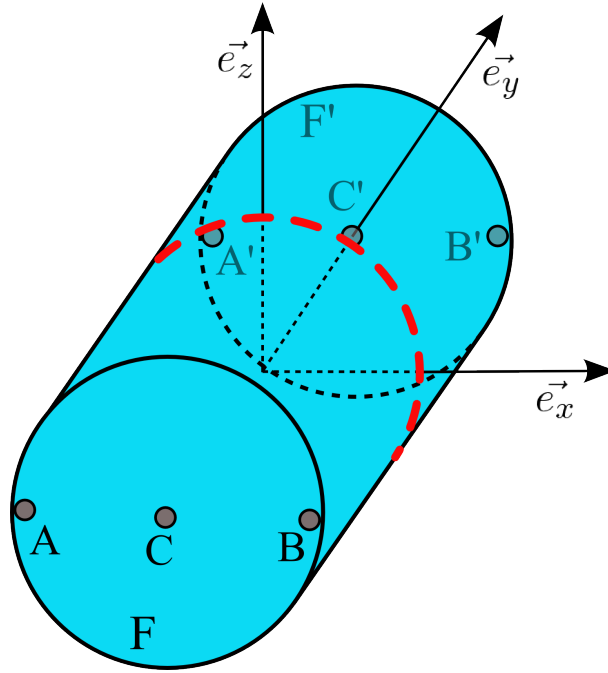


FIG. 2.4 – Schéma représentant un cylindre contraint sur son périmètre en son milieu (pointillés rouges).

et

$$\begin{cases} \psi(A') = d_{A'} \\ \psi(B') = d_{B'} \\ \psi(C') = d_{C'} \end{cases} \quad (2.25)$$

En utilisant la symétrie du plan $(o, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$, on peut dire que les déformations de la face F' , lorsque l'accélération appliquée est $-\vec{a}$, sont identiques aux déformations de la face F , quand l'accélération est \vec{a} :

$$\begin{cases} \psi(A) = -d_{A'} \\ \psi(B) = -d_{B'} \\ \psi(C) = -d_{C'} \end{cases} \quad (2.26)$$

En utilisant les équations (2.24) et (2.26), on peut écrire que :

$$\begin{cases} d_A = -d_{A'} \\ d_B = -d_{B'} \\ d_C = -d_{C'} \end{cases} \quad (2.27)$$

De même, lorsque l'accélération est $-\vec{a}$, par symétrie de plan $(o, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, les déformations de la partie de la face F où $x \leq 0$ sont opposées à celles se

produisant sur la face F où $x \geq 0$, quand l'accélération est \vec{a} . Cela s'exprime de la façon suivante :

$$\begin{cases} \psi(A) = -d_B \\ \psi(B) = -d_A \\ \psi(C) = -d_C \end{cases} \quad (2.28)$$

A partir de (2.26) et (2.28) on en déduit que :

$$\begin{cases} d_A = d_{B'} \\ d_B = d_{A'} \\ d_C = d_{C'} \end{cases} \quad (2.29)$$

Enfin, en utilisant (2.27) et (2.29) on arrive à :

$$\begin{cases} d_A = -d_B \\ d_C = 0 \end{cases} \quad (2.30)$$

On peut donc conclure que, dans le cas d'une accélération transverse au cylindre et incluse dans un plan de symétrie, les déformations de chacune de ses extrémités vont être symétriques. Si, par exemple, un miroir subit une rotation d'un angle θ , l'autre miroir subira, lui aussi, une rotation mais de sens opposé (équations (2.27)). On peut aussi noter que les points C et C' se déplacent dans deux sens opposés, l'accélération provoque alors des variations de longueur entre le centre de chaque extrémité, c'est-à-dire k_x^T est, à priori, non nul (selon les notations de l'exemple).

Si cette accélération \vec{a} est aussi orthogonale à un plan de symétrie, les points C et C' ne se déplacent plus sous l'influence d'une accélération. Autrement dit, le coefficient de sensibilité de la translation de l'axe considéré est nul, ici $k_x^T = 0$.

Accélération axiales

Un second cas, utile à considérer, est celui où ce même cylindre subit une accélération $\vec{a} = a_0 \cdot \vec{e}_y$. On applique un raisonnement similaire au précédent. La symétrie de plan $(o, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ permet de dire que les déformations, de part et d'autre de ce plan, sont identiques. De plus, un déplacement identique des face F et F' est garanti par le plan de symétrie $(o, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$. Cela nous conduit à :

$$\begin{cases} d_A = d_{A'} \\ d_A = d_B \\ d_C = d_{C'} \end{cases} \quad (2.31)$$

Le déplacement du centre de chaque face n'est pas nul ($d_C \neq 0$) mais leurs déplacements sont identiques ($d_C = d_{C'}$) et se compensent, conduisant

à une sensibilité k_y^T nulle. On constate aussi que, dans le cas de la rotation d'un miroir, l'autre en subit une de même sens.

2.2.3 Modélisation par éléments finis

Les simulations sont réalisées à l'aide du logiciel de calculs par éléments finis Cast3M (Castem, [112]) et quelques résultats ont été comparés à l'aide du logiciel Comsol MultiPhysics [113]. Les calculs se font dans le cadre de la mécanique élastique pour des matériaux homogènes, linéaires et isotropes. Étant donné l'ordre de grandeur des déformations recherchées, l'effet de Poisson joue un rôle primordial et est donc pris en considération pour les calculs. L'ensemble, corps de la cavité et miroirs, est maillé comme un ensemble homogène. L'élément volumique de base du maillage est le prisme ayant 6 nœuds, un à chacun de ses sommets.

On affecte à la géométrie, composée de 125000 à 200000 éléments, les propriétés mécaniques du matériau choisi, ici l'ULE : le module d'Young $E = 67,6$ GPa, la densité $\rho = 2210$ kg.m⁻³ et le coefficient de Poisson $\beta = 0,17$. On souhaite analyser les déformations de la cavité lorsqu'elle est soumise à une accélération, localisée au niveau de ses appuis. Il est plus pratique, mais strictement équivalent, de contraindre les zones de la cavité où ont lieu les contacts avec son support (conditions limites) et de soumettre la cavité à une force volumique. La direction des contraintes peut être choisie. La force volumique est telle que l'accélération est de 1 m.s⁻², selon un axe déterminé. A l'issue du calcul, les déplacements longitudinaux des miroirs sont extraits en plusieurs points, afin d'obtenir la sensibilité due à la rotation et à la translation du miroir, pour la configuration simulée.

Il s'agit donc d'une étude statique des déformations de la cavité. On peut justifier le choix de cette approche par le fait que la fréquence de résonance de la cavité est supérieure à la dizaine de kilohertz [114]. La réponse de la cavité aux fréquences de Fourier, comprises entre 0,1 Hz et 1 Hz, où le bruit sismique est significativement plus élevé, peut donc être supposée comme quasi-statique.

Afin de réduire les temps de calcul, il est possible d'exploiter les symétries des cavités. On réduit le modèle autant de fois qu'une cavité comporte de plans de symétries. Il faut tout de même avoir en tête que les contraintes subies par une cavité doivent elles aussi répondre à ces plans de symétries. Des contraintes doivent être imposées sur les plans coupés afin que les résultats des calculs soient identiques à ceux du modèle complet. Chacun de ces plans est contraint en translation selon l'axe, qui lui est orthogonal.

Cela implique que, pour une géométrie de cavité déterminée, si l'on veut changer l'axe testé (direction de l'accélération), il faut aussi changer les plans

de coupes et leurs contraintes. Conjointement à cela, il s'avère que l'algorithme utilisé par Cast3M ne recalcule que les conditions limites, lorsque celles-ci sont changées à la suite d'une séquence de calcul. Ainsi, on réduit le temps de calcul en n'utilisant aucune symétrie et en calculant successivement les déformations pour chaque accélération \vec{a}_i .

2.3 Conception d'une cavité horizontale

C'est en exploitant les symétries de la cavité que l'on arrive à minimiser l'influence des vibrations. Le terme « symétrie » prend, bien sûr, en compte la géométrie de la cavité mais aussi les contraintes qui lui sont appliquées. Par exemple, une cavité entièrement cylindrique d'axe horizontal \vec{e}_y est parfaitement symétrique mais elle est supportée très nettement en dessous de son axe par des supports en forme de « V ». Les contraintes brisent une partie des symétries ce qui se constate sur les sensibilités accélérométriques et le bruit de fréquence obtenu. Une façon de conserver les symétries est de maintenir la cavité par quatre contacts, symétriquement répartis autour de la cavité, dans son plan de symétrie horizontale $(o, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$. Du point de vue théorique, cette solution donne de très bons résultats puisque, conservant toutes les symétries, les coefficients, dus aux translations des miroirs k_x^T , k_y^T et k_z^T , sont nuls. Une optimisation du rapport diamètre / longueur de la cale ainsi que du positionnement longitudinal des supports permettraient de quasiment annuler les autres coefficients de sensibilité $d_x\theta_x$, $d_y\theta_y$ et $d_z\theta_z$.

Du point de vue expérimental, on ne peut réaliser rigoureusement ce montage. Pour s'en rapprocher, T. Nazarova *et al.* [72] ont proposé et réalisé une cavité, avec le souci de conserver cette symétrie, où les surfaces d'appuis sont obtenues en usinant quatre trous. L'utilisation de calculs par éléments finis a permis l'optimisation de la position des appuis. Ce modèle prend en compte l'effet de rotation des miroirs sur la sensibilité verticale. Expérimentalement, une sensibilité de $3,2 \times 10^{-12} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$ est obtenue. Les coefficients de sensibilité horizontaux qui n'ont pas été l'objet d'une étude particulière, sont environ d'un ordre de grandeur supérieur : $3,1 \times 10^{-11} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$ (axiale) et de $2,4 \times 10^{-11} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$ (transverse). Ces résultats étaient, au moment de leur publication, les meilleurs obtenus et restent à l'heure actuelle parmi les plus faibles observés. Cependant, le fait d'avoir la position des appuis figée est un risque. Dans le cas où le modèle numérique serait erroné, les sensibilités accélérométriques observées expérimentalement pourraient être trop élevées. Il serait alors impossible d'ajuster les coefficients de sensibilité en déplaçant la position des appuis.

Pour être expérimentalement moins dépendant des résultats des simula-

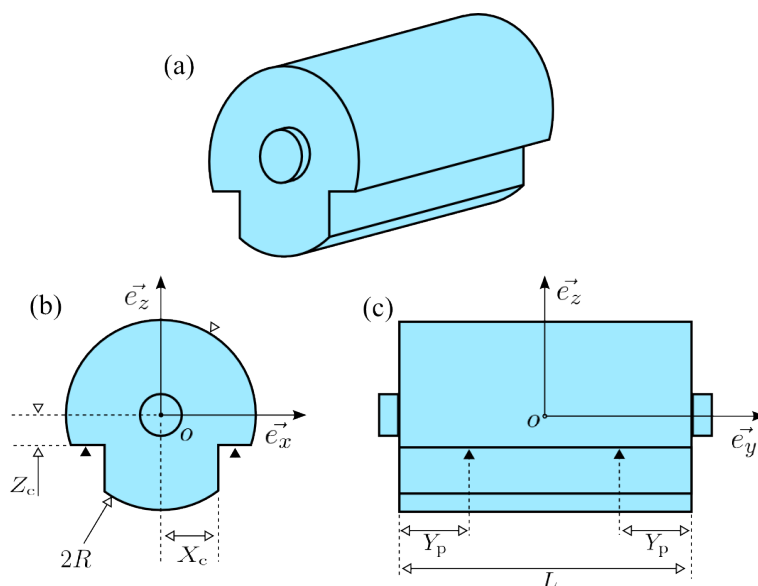


FIG. 2.5 – Vue isométrique (a), de face (b) et de côté(c) de la cavité horizontale. Les appuis sont représentés par des triangles noirs.

tions, S. Webster *et al.* [60, 61] et T. Rosenband [109] ont réalisé des cavités horizontales où deux épaulements sont usinés dans la cale cylindrique. L'usinage est réalisé de façon à obtenir des plans horizontaux utilisés comme surface d'appuis (schéma à la figure 2.5). Il est ainsi possible de déplacer longitudinalement les appuis afin d'ajuster expérimentalement la sensibilité aux vibrations. Cette approche nous semble être la plus judicieuse et la géométrie qui en résulte a été utilisée comme le point de départ de l'étude menée dans le cadre de cette thèse.

2.3.1 Considérations générales

L'accélération appliquée au modèle est la même (module et direction) pour chacune de ces surfaces d'appuis. On fait donc l'hypothèse que les forces qui lui sont appliquées sont réparties équitablement en chacun des appuis. La position des appuis, c'est-à-dire la distance Y_p entre un appui et le plan du miroir qui lui est le plus proche, est identique pour chacun des quatre appuis. Les plans $(o, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$ et $(o, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ sont donc des plans de symétrie de la cavité. Cependant, avec quatre appuis, la cavité est surcontrainte et le système est donc hyperstatique. En conséquence, les efforts transmis à la cavité par les quatre appuis ne sont pas équitablement répartis. De fait, cela conduit à un modèle erroné. La maîtrise et l'estimation de ce déséquilibre est l'inconvénient majeur de ce type de cavités ultra-stables horizontales.

Un matériau pouvant se déformer facilement permet de minimiser cet effet. Les tests expérimentaux réalisés avec quatre pointes en diamant donnent des sensibilités accélérométriques nettement plus élevées qu'en utilisant quatre sphères en Viton [115]. Dans notre cas nous serons amenés à utiliser des pastilles en Viton de 2 mm^2 (de section carré) et de $0,7 \text{ mm}$ d'épaisseur.

Quand l'accélération, appliquée au modèle, est orthogonale à l'un des plans de symétrie de la cavité, le coefficient de sensibilité aux vibrations, dû aux translations, devient nul. La symétrie prend bien sûr en compte la géométrie de la cavité mais aussi les contraintes qui lui sont appliquées. Dans le cas de cette géométrie, il existe deux plans de symétrie verticaux, le vecteur de sensibilité aux vibrations s'écrit donc :

$$\vec{k} = \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2 d_x \theta_x}{L} \\ \frac{2 d_y \theta_y}{L} \\ k_z^L + \frac{2 d_z \theta_z}{L} \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

L'axe de rotation des miroirs, pour une accélération \vec{a}_x (respectivement selon \vec{a}_y et \vec{a}_z), est l'axe \vec{e}_z (\vec{e}_x et \vec{e}_y) passant par le centre de chacun des miroirs. Compte tenue des tolérances de fabrication des différents éléments de la cavité, on prend comme hypothèse pour la suite $d_x = d_y = d_z = d = 1 \text{ mm}$.

Les conclusions faites dans la partie 2.2.2 sont applicables aux cavités à géométrie horizontale, même si les contraintes qu'elles subissent sont localisées dans deux plans (transverses et orthogonaux au cylindre) au lieu d'un seul. Les calculs présentés dans la partie 2.2.2 prennent uniquement en compte les différentes symétries d'un objet soumis à une accélération $\vec{a} = a_0 \cdot \vec{e}_x$ déformant sa longueur. Le plan de symétrie $(o, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$, utilisé dans ce calcul, en est toujours un dans le cas de la cavité horizontale : on peut considérer la cavité comme étant l'union de deux demi-cavités symétriques par rapport au plan $(o, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$. Cela permet d'affirmer que le coefficient de sensibilité, dû aux translations des miroirs k_x^T , est nul et ne contribue que la rotation des miroirs $d \theta_x$.

Sensibilité transverse horizontale $k_x = k_x^R$

En réalisant des approximations, on peut expliquer qualitativement les déformations que l'on observe. Quand la cavité est accélérée selon $a_0 \vec{e}_x$ et contrainte au niveau de ses appuis, elle est soumise à une force volumique selon l'axe \vec{e}_x . On peut virtuellement découper la cavité en quatre sections selon le plan vertical (\vec{e}_x, \vec{e}_z) , au niveau des appuis et de sa demi-longueur. Chacune de ces parties subit une force respectivement $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ et \vec{F}_4 , de

même direction et de même sens que l'accélération. Le point d'application des forces est le centre de masse de chaque section.

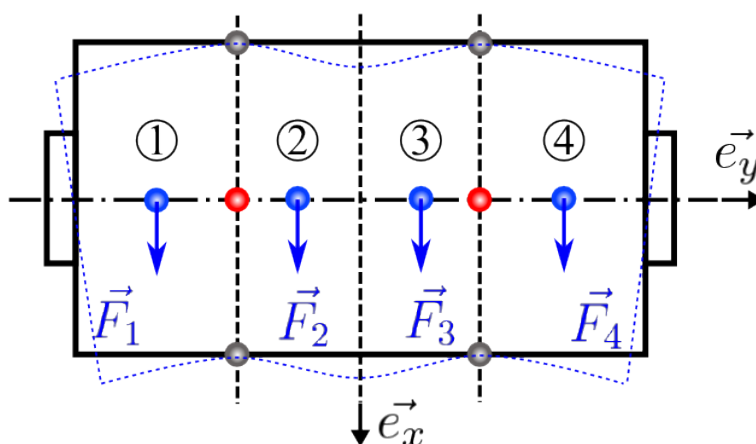


FIG. 2.6 – Schéma simplifié des déformations (vue en coupe) d'une cavité soumise à une force volumique selon \vec{e}_x . Elle est découpée en quatre sections, chacune soumise à une force. Les points gris représentent les appuis où la cavité est contrainte. Les points rouges représentent les points de pivot de chacune des sections.

D'autre part, la cavité est contrainte au niveau de ses appuis. On va négliger l'existence des épaulements et supposer que les appuis sont dans le plan $(o, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$. Par principe le déplacement de la cavité est nul au niveau des appuis, étant donné la symétrie de plan $(o, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, le point de pivot équivalent se situe donc à équidistance des deux appuis d'un plan (\vec{e}_x, \vec{e}_z) (points en rouge sur la figure 2.6). Chacune des sections virtuelles de la cavité est le siège d'un moment $\vec{M}_1, \vec{M}_2, \vec{M}_3$ et \vec{M}_4 . En fonction de la masse des différentes sections découpées et de la rigidité du matériau, les déformations induites par certains de ces moments vont dominer sur les déformations causées par d'autres moments.

Par exemple, si les supports sont très proches des plans des miroirs, les déformations de la cavité vont être dominées par les moments \vec{M}_2, \vec{M}_3 . La cavité subit donc une flexion comme représentée à la figure 2.7 - a, produisant la rotation des miroirs. La rigidité de l'ULE est suffisamment grande pour que les parties 1 et 4 soient « entraînés » par le mouvement des parties 2 et 3. A l'opposé, dans le cas où les appuis sont proches de son centre ($Y_p \lesssim L/2$), les moments \vec{M}_1 et \vec{M}_4 produisent les déformations dominantes, fléchissant ainsi la cavité dans le sens opposé au cas précédent (voir figure 2.7 - b). Ces déformations produisent des rotations des miroirs, elles aussi de sens opposé, ce qui indique qu'il existe un changement de signe de l'angle θ et donc une position des points d'appuis annulant le coefficient de sensibilité $k_x^R =$

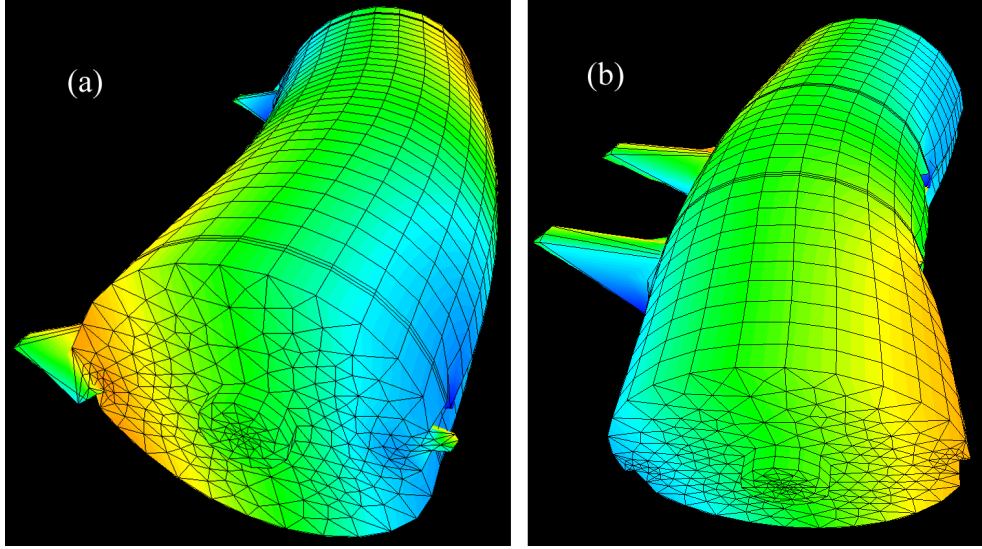


FIG. 2.7 – Représentation, issue des calculs par éléments finis (Cast3M), montrant les déformations d'une cavité horizontale ($L = 200$ mm et $R = 50$ mm) soumise à une accélération transverse horizontale (orientée vers la gauche) dans le cas où $Y_p = 10$ mm (a) et $Y_p = 70$ mm (b)

$2 d\theta_x/L$. L'utilisation de simulations par éléments finis permet de trouver des géométries (L , R et (X_c, Z_c)) où l'annulation de ce coefficient est possible.

Sensibilité verticale $k_z = k_z^T + k_z^R$

La composante verticale k_z du vecteur de sensibilité est la somme du coefficient de sensibilité dû aux rotations des miroirs $k_z^R = 2 d\theta_z/L$ et de celui causé par la translation des miroirs k_z^T . La rotation des miroirs s'expliquent de la même façon que dans le cas où la cavité est soumise à une accélération $a_0 \vec{e}_x$. Ces deux cas sont assez similaires puisque l'on se trouve en présence d'une cavité quasi-cylindrique où l'accélération appliquée est orthogonale à son axe. La différence vient du fait que cette accélération n'est pas orthogonale à un plan de symétrie, d'où l'existence du coefficient de sensibilité dû aux translations des miroirs k_z^T .

Il n'est pas évident d'expliquer qualitativement le comportement du coefficient induit par la translation des miroirs. Lorsque Y_p est proche de 0, ainsi que lorsqu'il voisin de $L/2$, la cavité va fléchir de façon similaire à ce qu'elle subit pour une accélération transverse horizontale $a_0 \vec{e}_x$. On aurait tendance à penser que, dans tous les cas, sa longueur diminue. Les résultats des simulations et les mesures réalisées [61] montrent que, pour certaines positions des points d'appuis et certaines géométries, la cavité s'allonge à cause de l'effet

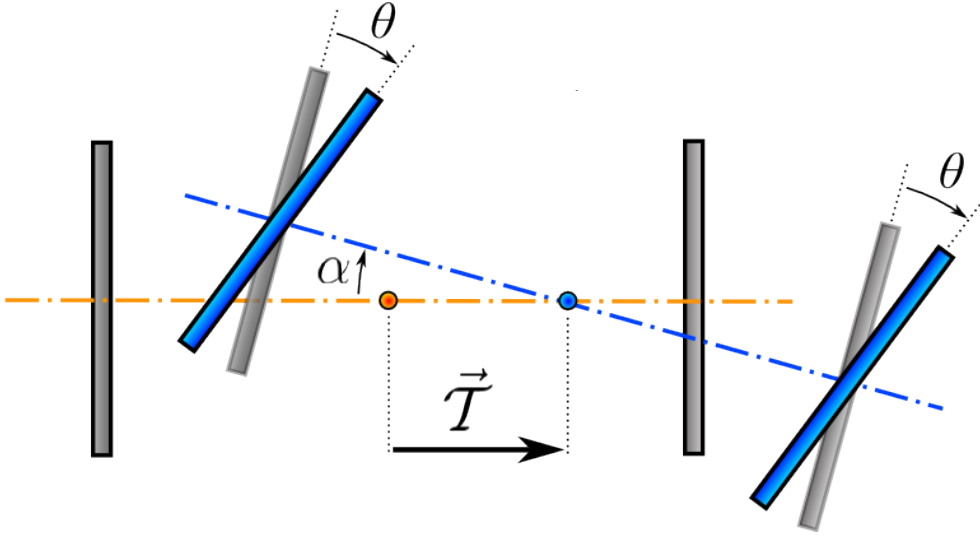


FIG. 2.8 – Schéma représentant la déformation des miroirs lorsque la cavité est soumise à une accélération axiale $a_0 \vec{e}_y$.

dominant des déformations induites par l'effet de Poisson. Ce changement de signe des fluctuations de longueur, en fonction de la position des appuis Y_p , est l'une des propriétés recherchées pour la conception de la cavité. Cela signifie en effet qu'il existe une position des appuis, notée Y_0 pour laquelle $k_z^T = 0$.

On pourrait s'attendre à ce que la valeur de Y_0 permette aussi d'annuler l'angle de rotation du miroir et donc k_z^R . Le comportement de la cavité n'est malheureusement pas celui-ci, obligeant à trouver une géométrie où la cavité se comporte comme telle, afin de minimiser ces deux coefficients pour une même position des appuis.

Sensibilité axiale $k_y = k_y^R$

Cette composante dépend uniquement du coefficient causé par les rotations des miroirs $k_y^R = 2d\theta_y/L$. Les déformations, observées lors des simulations, ne sont pas celles présentées à la figure 2.2. D'après les résultats des calculs sur la symétrie des déformations, on sait que les fluctuations de longueur de la cavité sont nulles car le déplacement d'un miroir est compensé par le déplacement de l'autre.

Supposons, ce qui est le cas par la suite, que les plans d'appuis se situent plus bas que le plan $(o, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$, le centre de masse de la cavité se trouve donc au-dessus de ce plan. Regardons les déformations induites quand les points d'appuis sont situés près du plan de symétrie $(o, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$, puis à l'op-

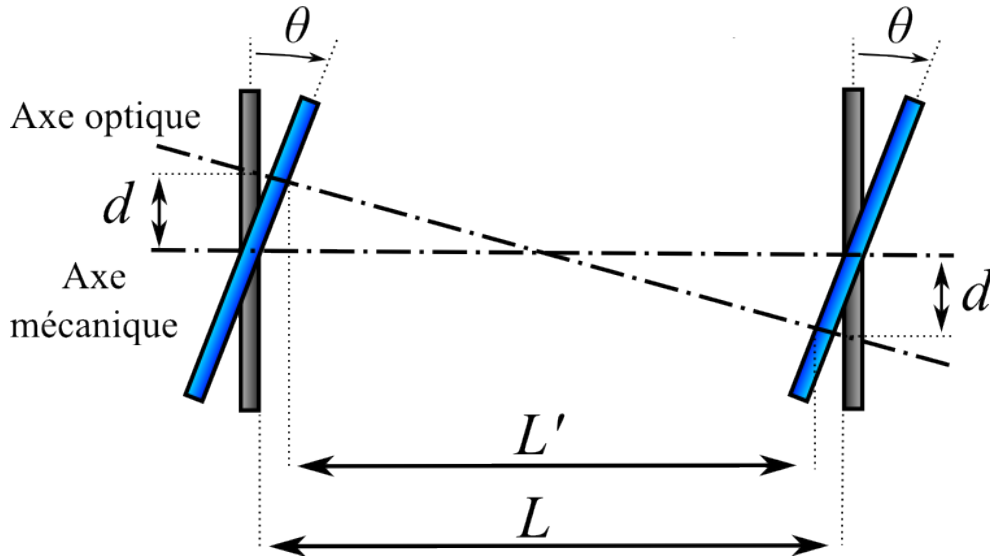


FIG. 2.9 – Schéma représentant la déformation des miroirs lorsque la cavité est soumise à une accélération axiale $a_0 \vec{e}_x$ et que l'on s'affranchit de la translation et de la rotation de la cavité.

posé, proches des plans des miroirs. Dans le premier cas, il va se créer un moment entraînant en rotation l'ensemble de la cavité, l'axe mécanique, après déformation, forme un angle α avec ce même axe, lorsque la cavité est au repos. Dans l'autre cas, la distance longitudinale, importante entre les appuis (voisine de la longueur de la cavité), ne permet quasiment pas ce mouvement de rotation de l'ensemble de la cavité. L'effort déforme la cavité, principalement en produisant une rotation des miroirs d'un angle θ_y .

L'analyse des déformations des miroirs distingue donc trois déformations : la première est le déplacement identique des miroirs, conduisant à des variations de longueur nulles, ce qui est assimilable à une translation de la cavité ; la seconde est la rotation de l'ensemble de la cavité mise en évidence par le premier exemple ; et, la troisième est le déplacement des miroirs, sous l'effet des déformations « internes » de la cavité, mis en évidence dans le second exemple. Des calculs confirment que ces déformations, observées par simulations, se modélisent par la combinaison d'une rotation d'angle α et d'une translation \vec{T} selon \vec{e}_y . Il est évident que la translation n'a aucune influence sur la longueur de la cavité. La rotation nous amène à devoir mesurer les variations de longueur totale. Elle ne sont pas égales aux variations projetées selon l'axe \vec{e}_y contrairement aux déformations induites pour les accélérations selon les autres directions. Cela revient à mesurer la projection sur \vec{e}_y du déplacement des miroirs en s'affranchissant de la rotation de la cavité.

Dans le cas de cette sensibilité axiale, le cas le plus défavorable n'est

plus le cas où les axes optiques et mécaniques sont distants de d dans le plan $(o, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. Il faut maintenant considérer (figure 2.9) que ces deux axes forment un angle et se coupent au centre de la cavité. L'axe mécanique est considéré comme étant l'axe centré, c'est-à-dire passant par le centre des miroirs. La distance entre les points issus de l'intersection des axes avec les miroirs est de d sur l'un des miroirs et $-d$ sur l'autre et conduit à une variation relative de longueur $(L' - L)/L$.

2.3.2 Influence de la modélisation des appuis

La modélisation des appuis de la cavité a une forte influence sur le résultat des simulations. La première caractéristique du modèle est la surface des appuis et implicitement le nombre de nœuds définissant cette surface. La seconde sont les degrés de liberté bloqués au niveau de cette surface. Rigoureusement, il y a six degrés de liberté possibles, trois translations et trois rotations. Cependant, dans le cas où la surface d'appuis comporte plusieurs nœuds (plus de deux et non alignés), contraindre une translation selon un axe, interdit par conséquent la rotation autour de ce même axe. Il faut au minimum contraindre l'appui dans la direction selon laquelle l'accélération est appliquée. En pratique, le choix des translations supplémentaires à contraindre doit se faire pour les accélérations verticales. En effet, soit l'on suppose que la cavité, au niveau de l'appui, peut se déformer dans le plan horizontal donc l'appui est uniquement contraint selon la direction verticale. Soit, cette partie de la cavité est supposée n'avoir aucun degré de liberté, alors la cavité est totalement contrainte. Les accélérations horizontales provoquent un déplacement vertical de la cavité au niveau des appuis, si son centre de gravité n'est pas dans le même plan que celui des appuis. Si la zone d'appuis n'est pas contrainte verticalement, le système d'équations linéaires ne peut être résolu et le calcul par éléments finis ne donne pas de résultats. Cependant faut-il laisser la translation selon l'autre axe horizontal libre ?

L'idéal serait de modéliser les éléments expérimentalement utilisés (pastilles de Viton) pour le support de la cavité. Dans ce modèle, le support relativement souple reposerait sur une surface indéformable. Cette approche augmente la complexité du modèle et n'a pas été privilégiée à cause du manque de connaissances des logiciels utilisés pour le calcul.

Influence sur k_x^R et k_z^R

Le graphique de la figure 2.10 montre les coefficients de sensibilité k_x^R et k_z^R , pour une cavité donnée ($L = 100$ mm, $R = 50$ mm, $X_c = 45$ mm et $Z_c = 5$ mm) et pour 5 surfaces d'appuis différentes, celles-ci étant contraintes dans

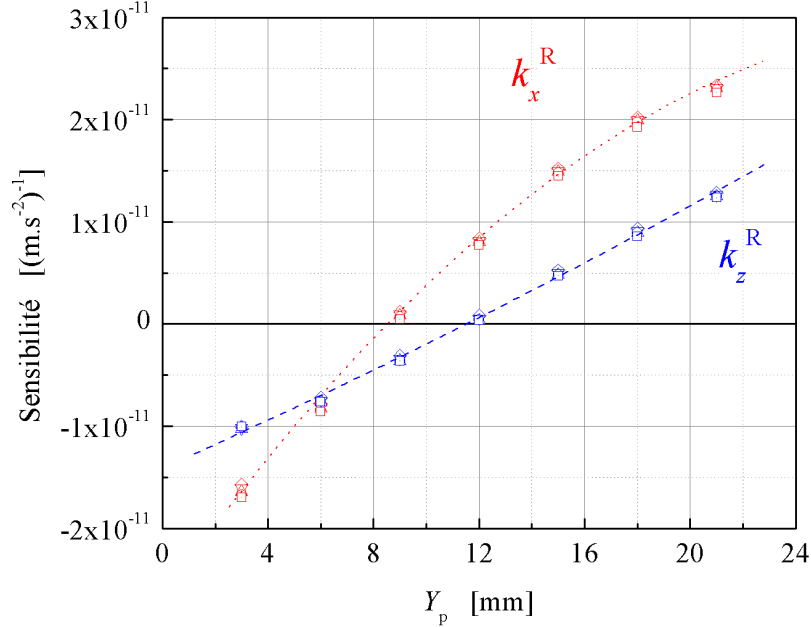


FIG. 2.10 – Coefficients de sensibilité k_x^R (rouge) et k_z^R (bleu) en fonction de la position des appuis Y_p pour des surfaces de $0,16 \text{ mm}^2$ (\diamond), $0,64 \text{ mm}^2$ (∇), $1,44 \text{ mm}^2$ (\triangle), $2,56 \text{ mm}^2$ (\circ) et 4 mm^2 (\square) contraintes dans toutes les directions. Les paramètres de la cavité sont $L = 100 \text{ mm}$, $R = 50 \text{ mm}$, $X_c = 45 \text{ mm}$ et $Z_c = 5 \text{ mm}$.

les trois directions. La dispersion des points est de moins de 7 %, les résultats ne dépendant quasiment pas de l'aire de la surface des appuis utilisée.

En comparant ces résultats avec ceux des simulations où les appuis sont contraints au minimum (translations libres selon \vec{e}_x et \vec{e}_y pour une accélération $a_0 \vec{e}_z$ et \vec{e}_y pour $a_0 \vec{e}_x$), on constate une dispersion des résultats du même ordre de grandeur.

Pour une cavité de diamètre 100 mm, ces résultats restent valables pour des longueurs de cavité comprises entre 100 mm et 200 mm, ainsi que pour plusieurs dimensions de l'épaule, si celui-ci reste petit et localisé près du plan $(o, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$. Concrètement, cela correspond à des valeurs de $X_c > 40 \text{ mm}$ et $Z_c < 10 \text{ mm}$. On peut donc négliger l'influence que le modèle d'appuis a sur les résultats des simulations de la composante transverse horizontale $k_x = k_x^R$ et sur le coefficient vertical dû à la rotation des miroirs k_z^R .

Influence sur k_y^R

Ce coefficient k_y^R est l'unique contributeur à la composante axiale de la sensibilité accélérométrique. En réalisant le même type de comparaisons que précédemment, on constate que la surface des appuis disperse les résultats de simulations de 7 % à 20 %, dans le cas où les degrés de liberté sont tous supprimés (figure 2.11 en rouge). L'influence de la surface des appuis sur le coefficient de sensibilité grandit lorsque les supports sont déplacés vers le centre de la cavité.

Lorsque les appuis ne sont pas contraints selon l'axe \vec{e}_x (figure 2.11 en bleu), la taille et la position des appuis influencent le coefficient de sensibilité à hauteur de 20 %. Les deux méthodes de contraintes provoquent une différence entre les résultats, pour des appuis proches des plans des miroirs ($Y_p < 10$ mm). Cette différence dépend de la surface, 7 % pour des appuis de $0,04$ mm² allant jusqu'à 15 % pour 4 mm².

Les résultats diffèrent donc de façon visible en fonction du modèle d'appui utilisé, mais le comportement reste globalement le même et il n'est pas nécessaire d'apporter une attention particulière au modèle utilisé. Il est tout de même judicieux d'utiliser le cas le plus défavorable, à savoir des appuis entièrement contraints avec des surfaces importantes de 4 mm².

Influence sur k_z^T

Lorsque les appuis ne sont contraints que verticalement, l'utilisation de différentes tailles d'appui (figure 2.12 - a) provoque une dispersion des résultats de simulation de 5% maximum. Les résultats obtenus, lorsque les appuis sont totalement contraints, sont dominés par l'influence de la surface des appuis utilisée (figure 2.12 - b). Pour certaines positions des appuis, ce paramètre peut faire varier les résultats d'un facteur 3. Lorsque l'on compare les résultats obtenus pour les deux méthodes de contrainte des appuis, on constate que le comportement de la cavité est radicalement différent.

C'est donc pour ce coefficient de sensibilité verticale k_z^T que le modèle des appuis a le plus d'influence. La conception de la cavité nécessitait de considérer tous les modèles étant donné que le modèle le plus exact n'était pas connu au moment des simulations. On sait maintenant, d'après les résultats expérimentaux présentés au chapitre suivant (3.1.10 et 3.4) et dans la référence [61], qu'un modèle avec des appuis verticalement contraints se rapproche du comportement observé expérimentalement.

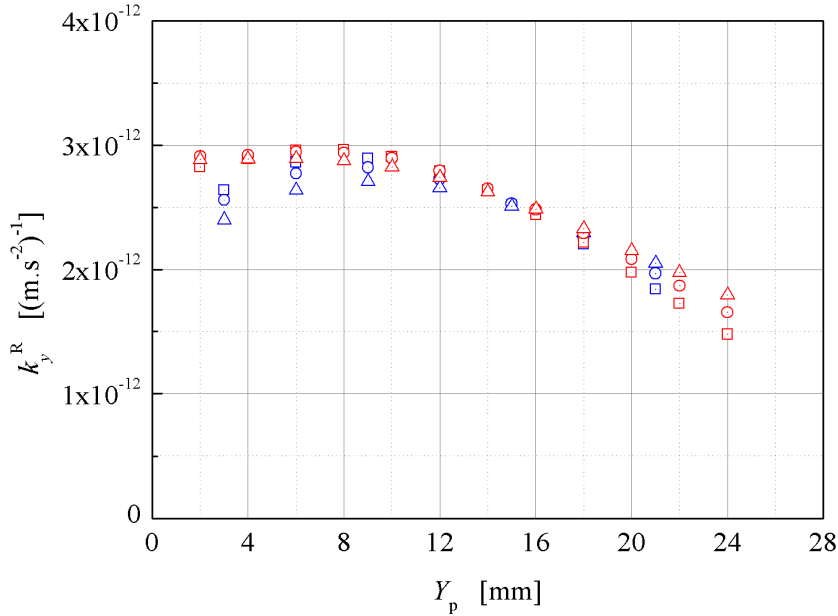


FIG. 2.11 – Coefficients de sensibilité k_y^R en fonction de la position des appuis Y_p pour des surfaces de $0,04 \text{ mm}^2$ (\square), 1 mm^2 (\circ) et 4 mm^2 (\triangle) contraintes dans toutes les directions (en rouge) et avec les translations selon \vec{e}_x libres (en bleu). Les paramètres de la cavité sont $L = 100 \text{ mm}$, $R = 50 \text{ mm}$, $X_c = 47 \text{ mm}$ et $Z_c = 3 \text{ mm}$.

2.3.3 Facteur de forme de la cavité

Le facteur de forme de la cavité (rapport du diamètre et de la longueur) influence toutes les composantes du vecteur de sensibilité. Les caractéristiques de l'épaulement n'influencent quasiment pas la composante transverse horizontale $k_x = k_x^R$ et le coefficient, dû aux rotations des miroirs, de la composante verticale k_z^R , dans la mesure où le corps de la cavité reste grossièrement cylindrique ($R - X_c \ll R$ et $Z_c \ll R$). Le modèle de contact entre la cavité et les appuis n'influence lui aussi pratiquement pas ces deux coefficients. Le seul paramètre changeant radicalement leurs comportements est le facteur de forme de la cavité. Au vu des simulations effectuées pour un grand nombre de géométries de la cale, il semble très souvent possible de trouver une géométrie de l'épaulement permettant, pour une position des appuis donnée, d'annuler le coefficient k_z^T dû à la translation du miroir de la composante verticale du vecteur de sensibilité. L'intérêt d'étudier le facteur de forme de la cavité est d'exploiter son influence pour diminuer les coefficients de sensibilité k_x^R et k_z^R .

Pour des longueurs de cavité comprises entre 80 mm et 200 mm, à diamètre

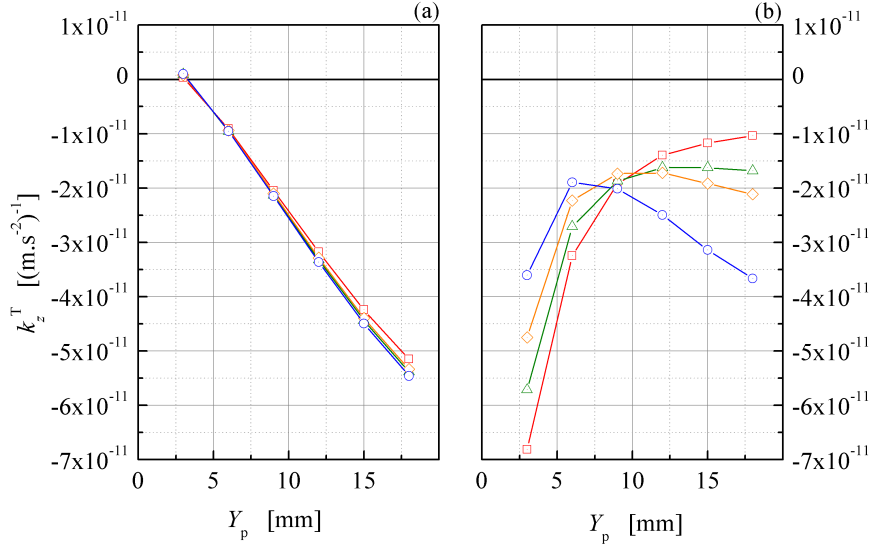


FIG. 2.12 – Coefficients de sensibilité k_z^T en fonction de la position des appuis Y_p pour des surfaces de $0,16 \text{ mm}^2$ (\circ bleu), $0,64 \text{ mm}^2$ (\diamond orange) $1,44 \text{ mm}^2$ (\triangle vert) et 4 mm^2 (\square rouge) contraintes uniquement selon l'axe vertical \vec{e}_z (a) et dans toutes les directions (b). Les paramètres de la cavité sont $L = 100 \text{ mm}$, $R = 50 \text{ mm}$, $X_c = 43 \text{ mm}$ et $Z_c = 5 \text{ mm}$.

constant $R = 50 \text{ mm}$, il existe une ou deux positions des appuis Y_{cross} pour lesquelles les deux coefficients k_x^R et k_z^R sont égaux et valent k_{cross} . Par exemple, sur la figure 2.10 $Y_{\text{cross}} = 6 \text{ mm}$ et $k_{\text{cross}} \simeq -8 \times 10^{-12} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$. On s'intéresse donc à l'évolution de Y_{cross} et de k_{cross} lorsque le facteur de forme varie. Cela permet de trouver un facteur de forme minimisant simultanément les deux coefficients k_x^R et k_z^R . Pour certaines longueurs de cavité il peut exister deux valeurs de Y_{cross} (voir figure 2.13).

Pour des cavités de plus de $\sim 120 \text{ mm}$ de long, les valeurs de k_{cross} sont de l'ordre de $2 \times 10^{-11} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ (dans l'hypothèse d'un désalignement entre l'axe optique et l'axe mécanique de $d = 1 \text{ mm}$). Pour cette raison, la conception de cavité ultra-stable d'une longueur supérieure n'a pas été envisagée. Ces deux coefficients pourraient être plus élevés que les objectifs.

Pour une longueur de cavité de 95 mm , les sensibilités s'annulent pour une position des appuis d'environ $9,3 \text{ mm}$.

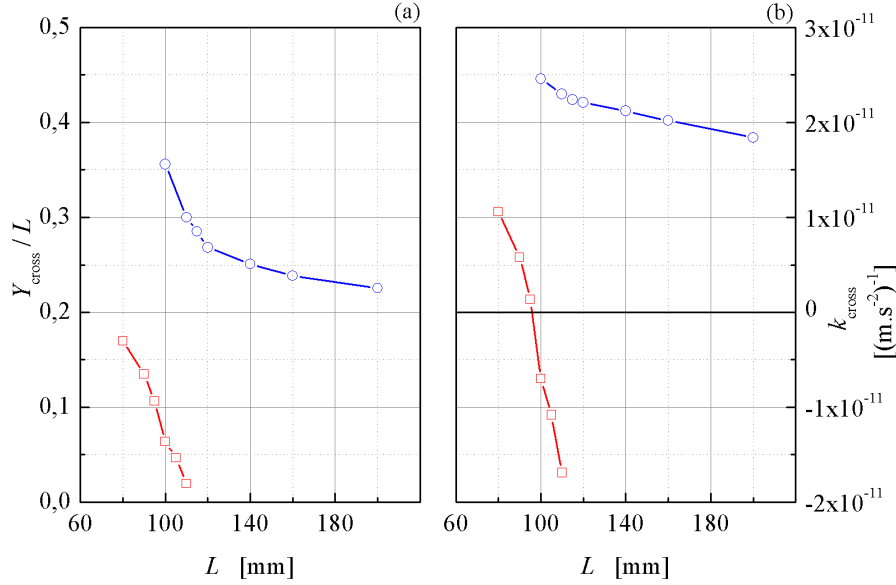


FIG. 2.13 – Position des appuis exprimée en fraction de la longueur de la cavité Y_{cross}/L pour laquelle $k_x^{\text{R}} = k_z^{\text{R}}$ en fonction de la longueur de la cavité en (a), en (b) la sensibilité accélérométrique de ce point k_{cross} (pour certaines longueurs de cavité il existe plusieurs k_{cross} d'où la présence de deux courbes sur le même graphique).

2.3.4 Dimensionnement de l'épaulement

L'épaulement, qui détermine deux des coordonnées de la position des appuis, est caractérisé par le couple de valeur X_c et Z_c . Une profondeur de l'épaulement d'un minimum de 3 mm a été estimée comme étant nécessaire au positionnement expérimental des appuis sous la cavité. Pour des valeurs faibles de Z_c devant le rayon du corps, la valeur maximum de X_c est donc de 47 mm.

Composante horizontale transverse $k_x = k_x^{\text{R}}$

Afin de mettre en évidence l'influence de l'épaulement sur ce coefficient, on s'intéresse à l'évolution de Y_0 qui est la valeur de Y_c pour laquelle $k_x^{\text{R}} = 0$ en fonction des valeurs de X_p et Z_c (figure 2.14 - a). La pente de k_x , en fonction de Y_p , autour de Y_0 , c'est-à-dire

$$\left. \frac{\partial k_x^{\text{R}}}{\partial Y_p} \right)_{Y_p=Y_0} \quad \text{avec} \quad Y_0 \text{ tel que } k_x^{\text{R}} = 0 \quad (2.33)$$

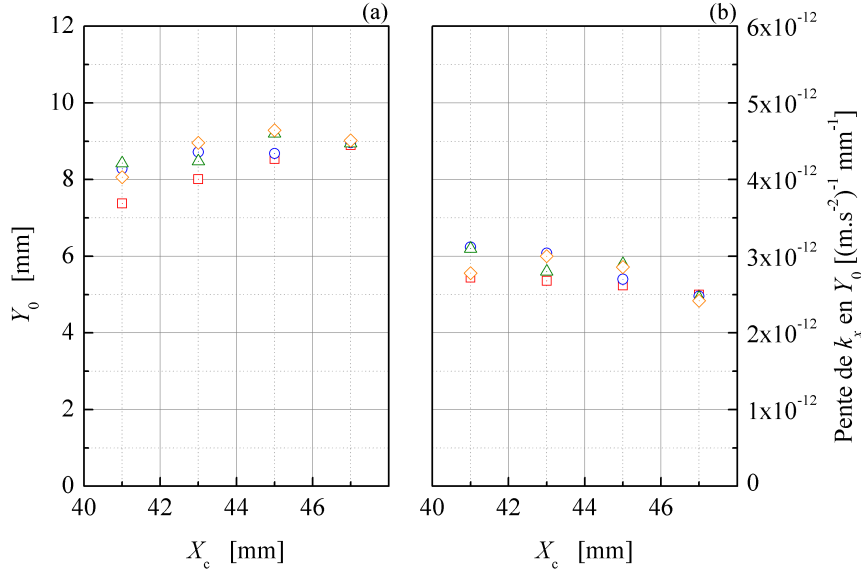


FIG. 2.14 – a - Position des appuis Y_0 annulant la composante k_x en fonction de X_c et pour plusieurs valeurs de Z_c : 3 mm (\square rouge), 5 mm (\circ bleu), 7 mm (\triangle vert) et 9 mm (\diamond orange). b - Pente de k_x en Y_0 en Y_0 pour les mêmes valeurs de X_c et Z_c . Les paramètres de la cavité sont $L = 100$ mm et $R = 50$ mm.

traduit la sensibilité au positionnement de ce coefficient (figure 2.14 - b). Il détermine la précision avec laquelle la position des appuis doit être ajustée expérimentalement. Autour de Y_0 , la pente est linéaire dans une gamme de ± 3 mm.

Les paramètres de l'épaulement ont un impact quasiment nul sur ce coefficient de sensibilité. En effet, Y_0 est d'environ 8 mm et varie de $\pm 1,5$ mm pour toutes les valeurs de X_c et Z_c testées. Cela veut dire que, pour un facteur de forme de la cavité donné, il n'y a pas de degré de liberté pour ajuster la valeur de Y_0 . Si l'on souhaite optimiser ce coefficient Y_0 est imposé. En conséquence, les autres coefficients doivent être minimisés pour cette valeur $Y_p = Y_0$.

La pente de k_x en $Y_p = Y_0$ est d'environ 3×10^{-12} (m.s⁻²) mm⁻¹ et ne varie pratiquement pas en fonction de la géométrie des épaulements (moins de 10%). On peut ainsi avoir une marge non nulle sur la valeur de Y_p afin de minimiser les autres coefficients.

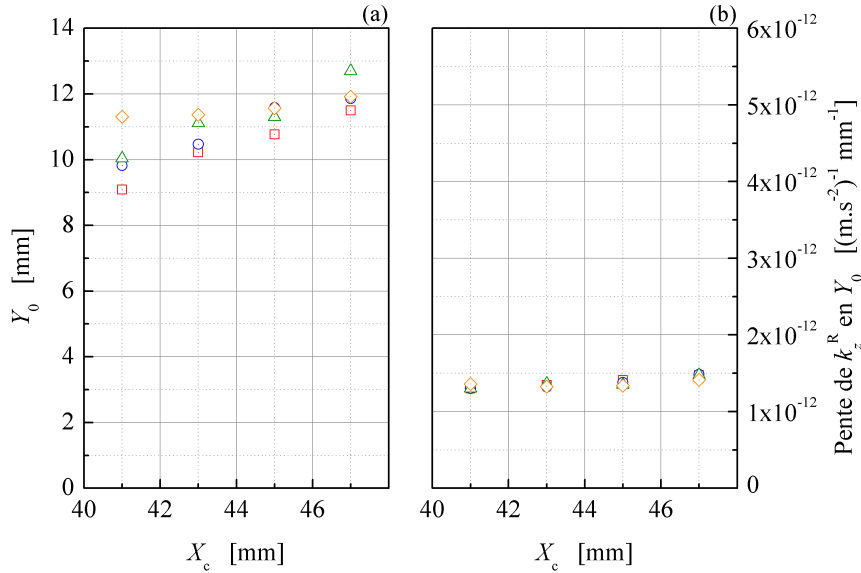


FIG. 2.15 – a - Position des appuis Y_0 annulant le coefficient k_z^R en fonction de X_c et pour plusieurs valeurs de Z_c : 3 mm (\square rouge), 5 mm (\circ bleu), 7 mm (\triangle vert) et 9 mm (\diamond orange). b - Pente de k_z^R en fonction de Y_0 pour les mêmes valeurs de X_c et Z_c . Les paramètres de la cavité sont $L = 100$ mm et $R = 50$ mm.

Coefficient de sensibilité verticale k_z^R

En appliquant la même méthode que précédemment, on obtient le graphique de la figure 2.15 montrant l'influence de la géométrie de l'épaulement sur ce coefficient. La valeur de Y_0 est comprise entre 9 mm et 12 mm en fonction des valeurs de X_c et de Z_c . La dispersion des valeurs de Y_0 diminue lorsque l'épaulement fait que la dissymétrie de la cavité tend à être minimisée. Ainsi, pour $X_c = 41$ mm, les valeurs de Y_0 varient de plus de 2 mm, pour les différentes valeurs de Z_c . Elles ne sont plus que de $\sim 0,5$ mm pour $X_c = 47$ mm, si on exclut $Z_c = 9$ mm pour lequel le plan d'appuis est assez éloigné du plan horizontal (o, \vec{e}_x, \vec{e}_y). On constate aussi que Y_0 tend à augmenter lorsque X_c augmente. Cette augmentation est la plus importante dans le cas où $Z_c = 3$ mm et vaut 2,5 mm.

La pente, autour de Y_0 , est de l'ordre de $1,5 \times 10^{-12}$ (m.s $^{-2}$) $^{-1}$ mm $^{-1}$ et est quasiment indépendante de X_c et de Z_c (dans la gamme des valeurs calculées) (figure 2.15 - b). Comme dans le cas de k_x , cette faible valeur permet d'avoir une position des appuis proche mais différente de Y_0 , afin de minimiser d'autres coefficients de sensibilité.

Composante axiale $k_y = k_y^{\mathbf{R}}$

Pour des valeurs de X_c , comprises entre 41 mm et 47 mm, et de Z_c , entre 3 mm et 9 mm, on observe généralement que ce coefficient ne change pas de signe en fonction de la position des appuis et comporte aussi un maximum (voir figure 2.11). Pour synthétiser, on s'intéresse à l'influence de X_c et Z_c uniquement sur cette valeur maximale de k_y . Même si celle-ci ne donne pas l'évolution du coefficient en fonction de Y_p , elle reste représentative, d'autant plus que sa valeur est faible comparée aux autres coefficients.

Le graphique de la figure 2.16 résume l'influence de X_c et Z_c sur le coefficient k_y . Pour une valeur de Z_c donnée, la valeur maximale du coefficient augmente quand X_c augmente. L'autre paramètre de l'épaulement, Z_c , est nettement plus influent sur la valeur maximale du coefficient, pouvant le faire varier d'un facteur 3. Son augmentation a lieu quand l'épaulement s'éloigne du plan horizontal $(o, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$, c'est-à-dire quand la dissymétrie devient plus prononcée.

Dans tous les cas présentés à la figure 2.16, on obtient des valeurs compatibles avec les objectifs de sensibilité accélérométrique. Même s'il est préférable d'opter pour des coefficients les plus faibles possible, aucun paramètre de la géométrie n'est rigoureusement déterminé par le coefficient de sensibilité axiale.

Coefficient de sensibilité verticale $k_z^{\mathbf{T}}$

Le comportement de ce coefficient dépend de la géométrie de l'épaulement mais il est aussi très influencé par la modélisation des appuis. De ce fait, il est impossible de synthétiser les résultats sur un ou deux graphiques. Le comportement de la cavité sera présenté, dans un premier temps, lorsque les appuis sont contraints verticalement. Dans ce cas, l'influence de la taille de la surface est faible et est donc négligée. Ensuite, il sera exposé les résultats des simulations réalisées avec des appuis totalement contraints. L'aire de la surface des appuis a, dans ce cas, un impact important et n'est donc pas négligée.

Modèle d'appuis verticalement contraints On s'attache à observer l'influence de la géométrie de l'épaulement sur ce coefficient. Ce qui est intéressant, ici aussi, c'est de regarder l'évolution de la position des appuis, annulant $k_z^{\mathbf{T}}$, lorsque l'on fait varier les valeurs de X_c et Z_c . On reporte aussi la valeur de la pente de $k_z^{\mathbf{T}}$ en fonction de Y_p autour de Y_0 . Les valeurs de Y_0 sont inférieures à 14 mm, c'est-à-dire proches des plans des miroirs (voir figure 2.17 - a). Il n'existe pas, pour toutes les géométries de l'épaulement,

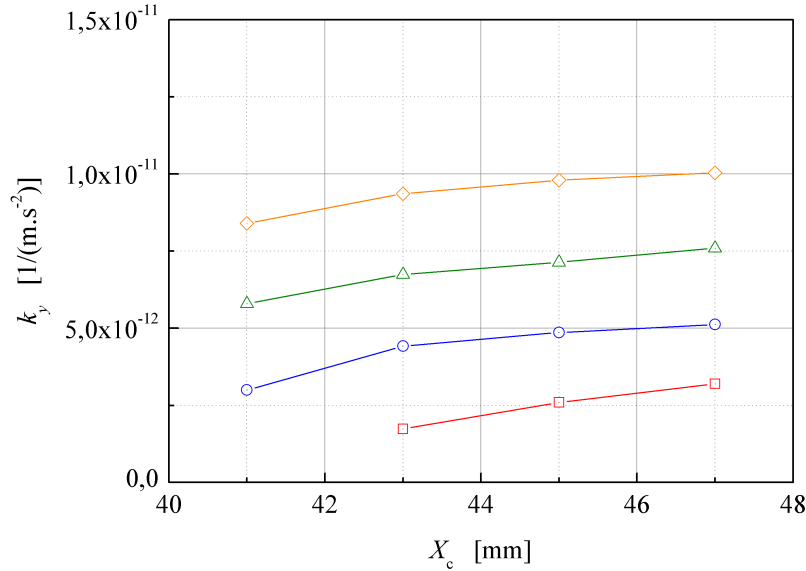


FIG. 2.16 – Valeur maximale du coefficient de sensibilité axiale $k_y = k_y^R$ (pour des positions d'appuis entre 3 mm et 18 mm) en fonction de X_c et pour plusieurs valeurs de Z_c : 3 mm (\square rouge), 5 mm (\circ bleu), 7 mm (\triangle vert) et 9 mm (\diamond orange). Les paramètres de la cavité sont $L = 100$ mm et $R = 50$ mm.

des positions des points d'appuis permettant d'annuler ce coefficient. C'est le cas, par exemple, pour $Z_c = 7$ mm, lorsque X_c est compris entre 42 mm et 46 mm. On constate sur le graphique de la figure 2.18 que la « disparition » de Y_0 , dans cet intervalle, est due à un comportement de k_z^T tangent à l'axe $k_z^T = 0$. Lorsque X_c atteint 47 mm, Y_0 « réapparaît » en s'accompagnant d'un changement de signe de la pente, ce qui se constate sur le graphique de la figure 2.17 - b.

Le comportement est identique pour des valeurs de Z_c de 5 mm et 9 mm (figure 2.17 - a). Dans le premier cas, ce que l'on peut qualifier de « saut » se produit pour les valeurs de X_c d'environ 46 mm en accord avec le changement de signe de la pente. Dans le second cas, $Z_c = 9$ mm, le « saut » a lieu pour X_c inférieur à 45 mm, à la différence que l'annulation ne réapparaît pas pour des valeurs de X_c supérieures à 41 mm. Pour la géométrie avec $Z_c = 3$ mm, ce « saut » est hors de la gamme des valeurs calculées (X_c de 41 mm à 47 mm). La pente tend à être nulle lorsque X_c augmente et atteint $\sim 1,5 \times 10^{-12} (\text{m.s}^{-2})^{-1} \text{ mm}^{-1}$. La valeur de Y_0 , annulant le coefficient k_z^T , est comprise entre 3,5 mm et 5 mm.

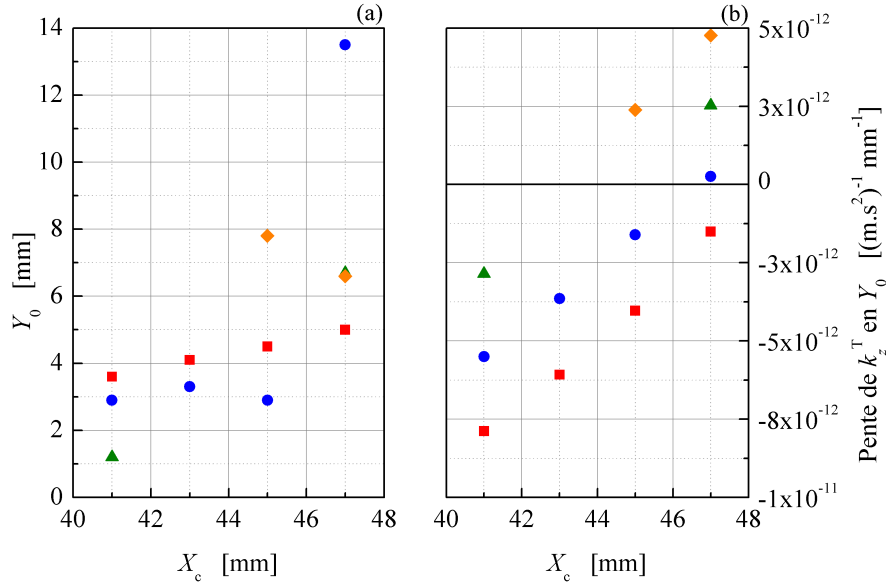


FIG. 2.17 – (a) Position des appuis Y_0 annulant le coefficient k_z^T en fonction de X_c et pour plusieurs valeurs de Z_c : 3 mm (\square rouge), 5 mm (\circ bleu), 7 mm (\triangle vert) et 9 mm (\diamond orange). (b) Pente de k_z^T en Y_0 pour les mêmes valeurs de X_c et Z_c . Les paramètres de la cavité sont $L = 100$ mm et $R = 50$ mm et les appuis sont verticalement contraints.

Modèle d'appuis totalement contraints Avec les résultats de simulations où les appuis sont contraints dans toutes les directions, on construit les mêmes courbes que précédemment pour plusieurs surfaces d'appuis. Le comportement général de Y_0 , en fonction de la géométrie des épaulements, est similaire pour les différentes surfaces d'appuis (voir figure 2.19). Dans le cas des surfaces d'appuis de $0,16$ mm² et de 4 mm², les valeurs de Y_0 diminuent lorsque X_c augmente. De plus, quelque soit la surface d'appuis et pour une valeur de X_c donnée, Y_0 diminue lorsque Z_c augmente. Les deux surfaces d'appuis utilisées, pour la figure 2.19 a et b, constituent les bornes supérieures et inférieures de Y_0 .

Malgré ces similitudes, une différence importante subsiste. L'existence de Y_0 , pour les valeurs les plus faibles de X_c et Z_c , n'est assurée que pour les surfaces d'appuis les plus grandes (4 mm²). Ces géométries d'épaulement, respectivement pour (X_c, Z_c) valant $(41, 9)$, $(42, 7)$ et $(45, 3)$ (en mm), doivent être exclues des choix possibles de la géométrie des épaulements pour des raisons de fiabilité du modèle. Les différentes valeurs de Y_0 sont comprises,

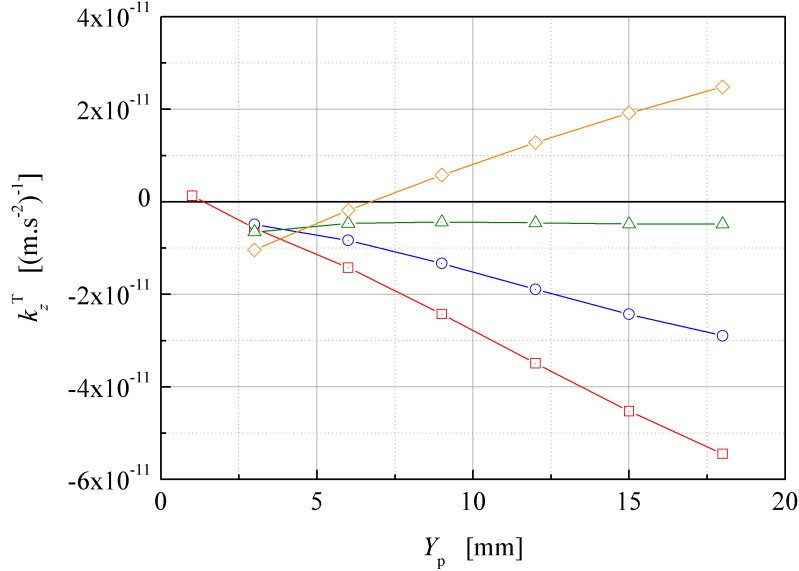


FIG. 2.18 – Coefficient de sensibilité k_z^T en fonction de la position des appuis Y_p pour $Z_c = 7$ mm et pour plusieurs valeurs de X_c : 41 mm (\square rouge), 43 mm (\circ bleu), 45 mm (\triangle vert) et 47 mm (\diamond orange). Les paramètres de la cavité sont $L = 100$ mm et $R = 50$ mm et les appuis sont verticalement contraints.

excepté un point, entre 6 mm et 13 mm, pour toutes les géométries et surfaces d'appuis.

La pente de k_z^T , en fonction de Y_p en Y_0 , est dans tous les cas inférieure ou égale à 10^{-11} $(\text{m.s}^{-2})^{-1} \text{ mm}^{-1}$ (voir figure 2.20). Il est cependant intéressant d'avoir des valeurs X_c grandes (45 mm ou 47 mm) et Z_c petites (3 mm ou 5 mm) afin d'obtenir des pentes de l'ordre de $\sim 4 \times 10^{-12}$ $(\text{m.s}^{-2})^{-1} \text{ mm}^{-1}$. On peut ajouter que, à paramètres égaux, la pente est plus faible lorsque la surface d'appuis utilisée est de 0,16 mm².

2.3.5 Bilan

Analyse des résultats

Premièrement, on constate que, pour optimiser la composante transverse horizontale $k_x = k_x^R$ et le coefficient, dû à la rotation des miroirs, de la composante verticale k_z^R , la géométrie de l'épaule n'influençant quasiment pas les différents coefficients, le seul degré de liberté possible est le facteur de forme de la cavité. Pour un diamètre de 100 mm, une longueur de cavité de 95

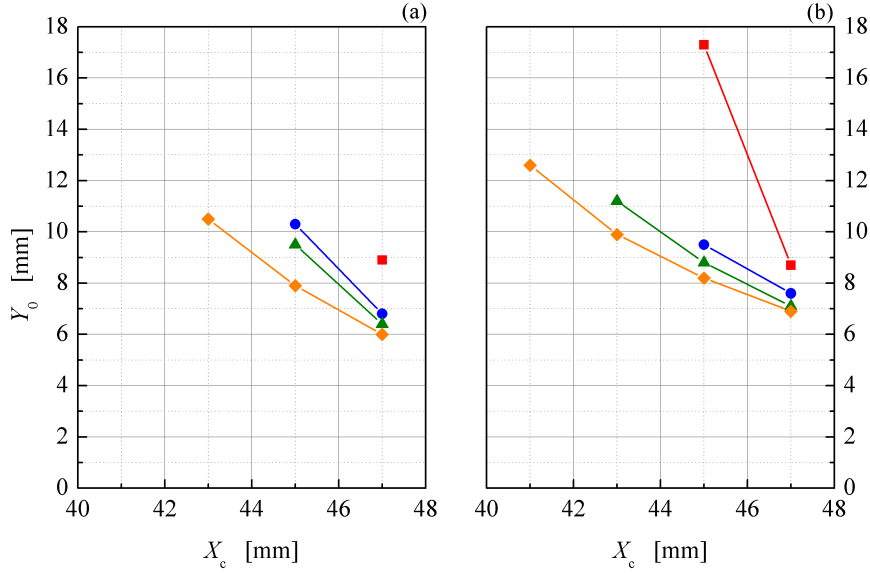


FIG. 2.19 – Positions des appuis Y_0 (contraints dans toutes les directions) annulant le coefficient k_z^T en fonction de X_c , pour plusieurs valeurs de Z_c (3 mm \square rouge, 5 mm \circ bleu, 7 mm \triangle vert et 9 mm \diamond orange) et pour des surfaces d'appuis de 0, 16 mm² (a) et 4 mm² (b). Les paramètres de la cavité sont $L = 100$ mm et $R = 50$ mm.

mm permet, en positionnant les appuis à 9, 3 mm des miroirs, d'annuler simultanément ces coefficients (voir figure 2.13). Cependant, la longueur de cavité choisie est de 100 mm. On obtient des sensibilités de $\sim 7 \times 10^{-12}$ (m.s⁻²)⁻¹, bien en dessous des objectifs ($1,6 \times 10^{-11}$ (m.s⁻²)⁻¹), en positionnant les appuis à environ 7 mm des plans des miroirs. Cette position des appuis convient aussi à l'optimisation du coefficient k_z^T .

Pour définir la géométrie de l'épaulement, on s'intéresse d'abord à la composante longitudinale $k_y = k_y^R$. D'après la figure 2.16, on constate qu'il est avantageux de choisir une valeur Z_c la plus petite possible afin de le minimiser. Les valeurs de $Z_c \geq 7$ mm sont à exclure. Cependant, d'après les simulations, le coefficient vertical k_z^T impose d'avoir une valeur Z_c supérieure ou égale à 3 mm quand $X_c = 47$ mm pour qu'il y ait une position des appuis permettant de l'annuler quand le modèle d'appuis est celui où ils sont totalement contraints.

Il convient ensuite de choisir une géométrie qui intègre cette contrainte ($3 \leq X_c \leq 5$) mais aussi qui permette, quelque soit le modèle d'appuis utilisé dans les simulations, d'avoir un coefficient k_z^T nul (ou quasi nul). On

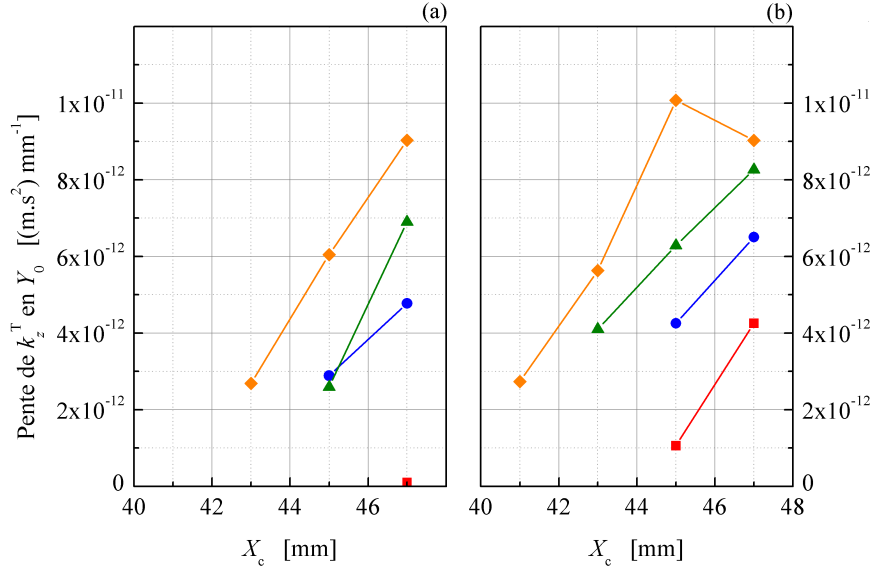


FIG. 2.20 – Pente de k_z^T (fonction de Y_p en Y_0) en fonction de X_c pour plusieurs valeurs de Z_c (3 mm \square rouge, 5 mm \circ bleu, 7 mm \triangle vert et 9 mm \diamond orange) et pour des surfaces d'appuis de 0, 16 mm² (a) et 4 mm² (b). Les paramètres de la cavité sont $L = 100$ mm et $R = 50$ mm.

peut ajouter à cela que la position des appuis, optimisant le coefficient, doit être d'environ 7 mm et que la pente de ce coefficient, en fonction de la position des appuis, doit être si possible minimisée. Les géométries, pour lesquelles (X_c, Z_c) valent (47, 5) et (47, 3), permettent de remplir ces critères dans le cas du modèle d'appuis verticalement contraints (voir figure 2.17). La première solution a l'avantage de présenter une sensibilité au positionnement des appuis quasiment nulle, alors que pour la seconde elle est d'environ $2 \times 10^{-12} (\text{m.s}^{-2})^{-1} \text{mm}^{-1}$. Dans le cas du modèle d'appuis totalement contraints, ces deux mêmes solutions conviennent (2.19) mais c'est la seconde (47, 3) qui est la plus avantageuse. En effet, la pente de k_z^T en Y_0 (figure 2.20), vaut, dans le pire des cas, $\sim 7 \times 10^{-12} (\text{m.s}^{-2})^{-1} \text{mm}^{-1}$ comparé à $\sim 4 \times 10^{-12} (\text{m.s}^{-2})^{-1} \text{mm}^{-1}$ pour l'autre solution.

Une autre raison de privilégier la géométrie (47, 3) est qu'elle brise « de façon moins flagrante » la symétrie de plan horizontal par rapport à la géométrie (47, 5). Au-delà des résultats de simulations, l'insensibilité aux vibrations de la cavité repose sur la conservation des symétries, il a donc semblé plus judicieux d'opter pour ces valeurs de X_c et Z_c .

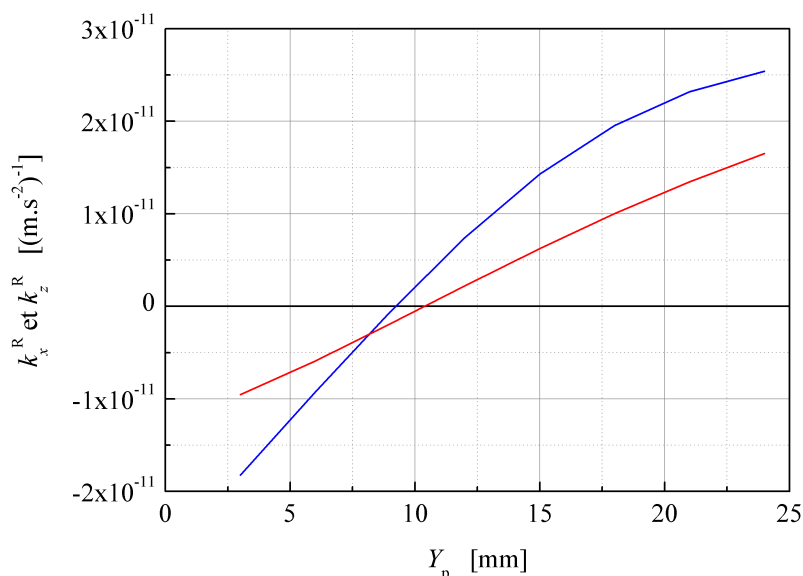


FIG. 2.21 – Coefficients de sensibilité aux vibrations k_x^R (en bleu) et k_z^R (en rouge) en fonction de la position des appuis Y_p de la cavité ultra-stable horizontale réalisée. Les paramètres de la cavité sont $L = 100$ mm, $R = 50$ mm, $Z_c = 3$ mm et $X_c = 47$ mm.

Conclusions

Des simulations utilisant des maillages plus fins ont été réalisées pour confirmer les résultats précédents. On constate que, quelque soit le modèle d'appuis utilisé, les coefficients k_x^R et k_z^R se comportent comme prédit par la première série de simulations (maillage plus grossier). Une position des appuis Y_p comprise entre 6 mm et 13 mm permet d'avoir ces deux coefficients plus petits que 10^{-11} (m.s⁻²)⁻¹ en valeur absolue (voir figure 2.21).

On constate aussi que le modèle d'appuis n'a quasiment pas d'influence sur le coefficient k_y^R (voir figure 2.22). Il est inférieur à 3×10^{-12} (m.s⁻²)⁻¹ quelque soit la position des appuis entre 3 mm et 24 mm.

Enfin, le coefficient k_z^T dépend du modèle d'appuis. Dans le cas où ils sont contraints verticalement, il s'annule, pour une position des appuis Y_p de 4 mm (voir figure 2.23 - a). La taille des appuis a une légère influence sur la pente, qui est dans le pire des cas inférieure à 3×10^{-12} (m.s⁻²)⁻¹ mm⁻¹. Grâce à la faible valeur de la pente, le coefficient reste inférieur, en valeur absolue, à 10^{-11} (m.s⁻²)⁻¹ si Y_p est plus petit que 10 mm.

Dans le cas d'appuis totalement contraints, on a, pour les surfaces les plus

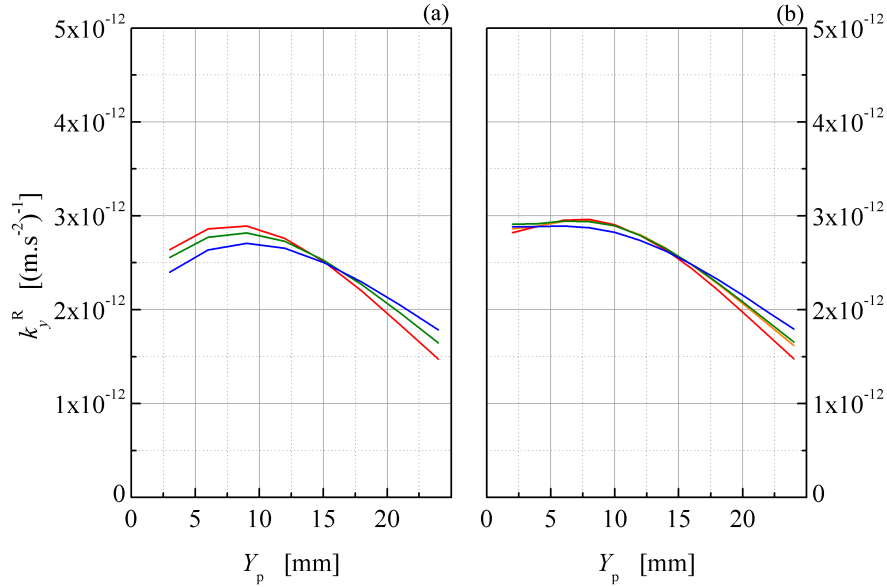


FIG. 2.22 – Coefficient de sensibilité aux vibrations k_y^R en fonction de la position des appuis Y_p de la cavité ultra-stable horizontale réalisée dans le cas où les appuis sont verticalement contraints (a) et totalement contraints (b) et pour plusieurs surfaces d'appuis (rouge $0,04 \text{ mm}^2$, orange $0,36 \text{ mm}^2$, vert 1 mm^2 et bleu 2 mm^2). Les paramètres de la cavité sont $L = 100 \text{ mm}$, $R = 50 \text{ mm}$, $Z_c = 3 \text{ mm}$ et $X_c = 47 \text{ mm}$.

grandes, une annulation du coefficient pour $Y_p = 8 \text{ mm}$ accompagnée d'une pente de l'ordre de $5 \times 10^{-12} (\text{m.s}^{-2})^{-1} \text{ mm}^{-1}$ (voir figure 2.23 - b). Quand on diminue la surface des appuis pour arriver à $0,04 \text{ mm}^2$, Y_0 augmente. Il se déplace jusqu'à « sortir » de la cavité mais cela s'accompagne de la diminution de la pente. On obtient ainsi, pour une surface d'appuis quasiment ponctuelle, un coefficient qui ne s'annule pas mais qui vaut $\sim -5 \times 10^{-12} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$, pour Y_p compris entre 6 mm et 24 mm . Pour des surfaces d'aire intermédiaire, comme par exemple $0,36 \text{ mm}^2$, le coefficient est inférieur à $10^{-11} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ pour des appuis dont la position est comprise entre 6 mm et 18 mm .

D'après les résultats de simulations, pour la géométrie retenue la cavité a une longueur de $L = 100 \text{ mm}$ pour un rayon $R = 50 \text{ mm}$ avec des coupes telles que $X_c = 47 \text{ mm}$ et $Z_c = 3 \text{ mm}$. Tous les coefficients sont inférieurs à $10^{-11} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$, pour Y_p compris entre 6 mm et 10 mm , quelque soit le modèle d'appuis considéré (aire de la surface et directions contraintes). Il est possible d'atteindre un minimum de $6 \times 10^{-12} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ pour une position des appuis à $7,5 \text{ mm}$ des miroirs.

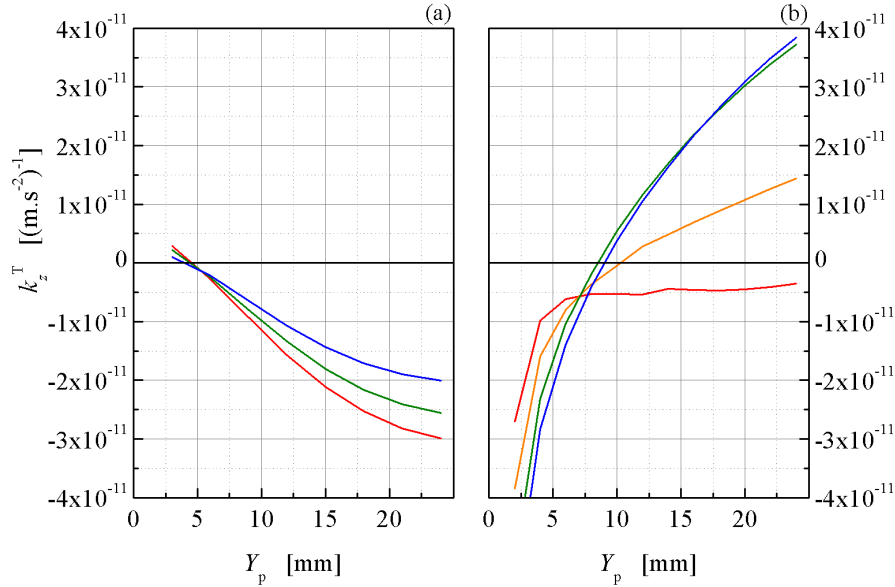


FIG. 2.23 – Coefficient de sensibilité aux vibrations k_z^T en fonction de la position des appuis Y_p de la cavité ultra-stable horizontale réalisée dans le cas où les appuis sont verticalement contraints (a) et totalement contraints (b) et pour plusieurs surfaces d'appuis (rouge $0,04 \text{ mm}^2$, orange $0,36 \text{ mm}^2$, vert 1 mm^2 et bleu 2 mm^2). Les paramètres de la cavité sont $L = 100 \text{ mm}$, $R = 50 \text{ mm}$, $Z_c = 3 \text{ mm}$ et $X_c = 47 \text{ mm}$.

2.4 Conception d'une cavité verticale

Comme on l'a vu dans la partie 2.1.2, en orientant l'axe de la cavité verticalement et avec un choix judicieux de la géométrie de son support, l'influence du bruit sismique selon ce même axe est notablement réduit [57]. Cette approche a permis d'obtenir des stabilités relatives de fréquence de $\sim 1 \times 10^{-15}$ pour des temps d'intégration de 1 s à 10 s [59, 62]. Pour cette cavité (qui est la même dans les deux références précédemment citées) les sensibilités accélérométriques statiques observées sont de $7 \times 10^{-11} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ pour l'axe vertical et de $4,7 \times 10^{-11} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ pour les deux axes horizontaux. À 15 Hz, les sensibilités horizontales sont divisées par 4 grâce au filtrage réalisé par le montage mécanique de la cavité.

Cependant, ces sensibilités sont trop élevées pour permettre de rejeter l'influence des vibrations, à basses fréquences ($\sim 0,5 \text{ Hz}$), au-delà de la limite imposée par le bruit thermique de miroirs en silice fondue. Cette limite, traduite en stabilité relative de fréquence, est de 3 ou 4×10^{-16} pour une

cavité d'une longueur de ~ 100 mm [71]. Compte tenu du bruit sismique maximum mesuré au laboratoire, les sensibilités accélérométriques doivent être inférieures à $1,6 \times 10^{-11} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ pour chacun des axes 2.1.1.

Nous avons donc cherché à améliorer la sensibilité accélérométrique des cavités verticales en étudiant la géométrie représentée sur la figure 2.24. Une épaulement est usiné dans la cale d'espacement cylindrique. Sa face inférieure est utilisée comme surface de contact pour les trois appuis de la cavité. Contrairement à une cavité horizontale qui repose sur quatre appuis, elle n'est pas, en théorie, surcontrainte. Les forces subies par la cavité sont équitablement réparties entre les contacts. Étant donné que le problème de l'équi-répartition des forces ne se pose pas, la modélisation des appuis doit être de ce point de vue plus exacte que pour la cavité horizontale. Cette affirmation doit cependant être nuancée car cela est vrai uniquement si les appuis utilisés (dans la réalité) peuvent être considérés comme ponctuels. Pour optimiser la sensibilité accélérométrique, on peut agir sur les propriétés du cylindre (diamètre, longueur) ainsi que sur la position du plan d'appuis.

L'expérience acquise lors de la conception de la cavité horizontale a été bénéfique pour l'étude de cette cavité. Cependant, cette étude a été moins approfondie que celle faite pour la cavité horizontale. La raison à cela est que la cavité est destinée à être utilisée dans le cadre d'une expérience qui ne fait pas partie de mes travaux de thèse. Cette cavité sert en effet à stabiliser le laser servant, indirectement, à interroger des atomes de mercure dans une horloge atomique à réseau optique. Cette expérience nécessite l'étude et la réalisation de nombreux systèmes autres que la cavité [17, 18, 116]. Le temps imparti pour la conception de la cavité a donc été réduit.

2.4.1 Déformations typiques

Composante verticale $k_z = k_z^T$

L'intérêt de ce type de cavité est de tirer parti du fait qu'en maintenant la cavité à la moitié de sa longueur, lorsqu'elle est soumise à une accélération verticale les fluctuations totales de la longueur de cavité sont nulles. Ce principe a d'abord été utilisé pour améliorer des oscillateurs micro-onde [107]. Il a ensuite été adapté par M. Notcutt *et al.* pour la conception d'une cavité verticale [57].

On peut le mettre en évidence à l'aide d'un exemple simple. On considère d'abord un cylindre de diamètre R petit devant la longueur L_1 posé sur sa face inférieure. Lorsque le support, sur lequel il repose, subit une accélération verticale \vec{a} , orientée positivement vers le haut, sa variation de longueur est

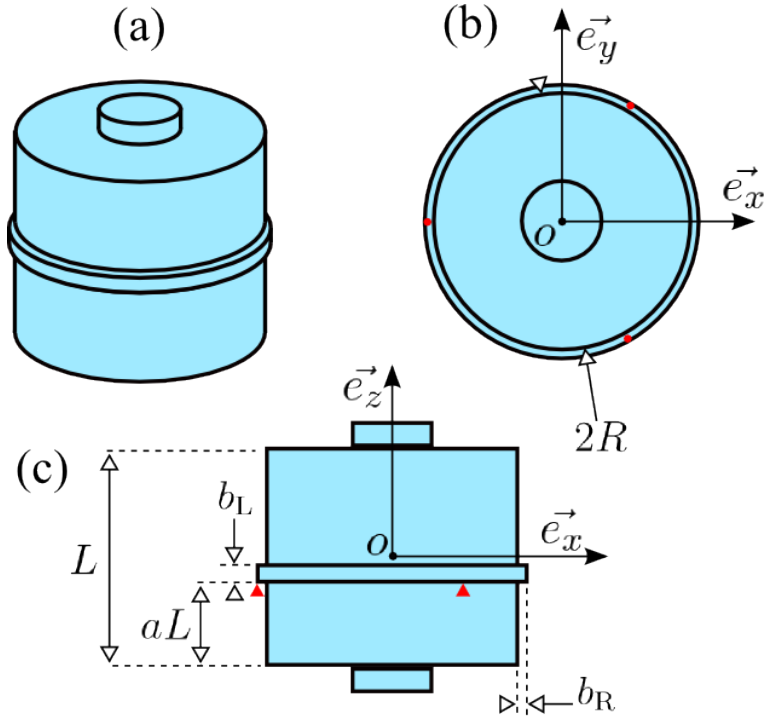


FIG. 2.24 – Vue isométrique (a), de dessus (b) et de côté(c) de la cavité verticale. La position des trois appuis est représentée par les • sur la vue (b) et par les ▲ sur la vue (c).

donnée par

$$\delta L_1 = -\frac{\rho a L_1^2}{2 E} \quad (2.34)$$

avec ρ , E et a respectivement la densité, le module d'Young du matériau et l'accélération appliquée.

On considère maintenant qu'un cylindre de longueur L_2 grande devant le rayon R est maintenu par son extrémité supérieure. Lorsque le support subit la même accélération que précédemment, verticale et orientée vers le haut, la variation relative de longueur se calcule avec :

$$\delta L_2 = \frac{\rho a L_2^2}{2 E} \quad (2.35)$$

Le signe de chacune des variations de longueur (2.34 et 2.35) est opposé pour la même accélération. Si ces deux cylindres constituent les deux parties d'un même cylindre de longueur $L = L_1 + L_2$, sa variation de longueur totale est alors :

$$\delta L = \frac{\rho a}{2 E} (L_2 - L_1)^2 \quad (2.36)$$

En maintenant ce cylindre en son milieu $L_1 = L_2 = L/2$, les variations de longueur sont donc nulles. Cela se vérifie aussi, à l'aide de simulations numériques, pour des cylindres dont le diamètre est du même ordre de grandeur que sa longueur.

Ces observations corroborent les calculs réalisés à la partie 2.2.2 : compte tenu des symétries, le déplacement d'une extrémité du cylindre est donc identique à celle de l'autre. Dans l'exemple décrit juste avant, la symétrie cylindrique est parfaite, les extrémités ne subissent donc aucun mouvement de rotation. On modélise les déformations des extrémités, donc par extension celles des miroirs, uniquement par les translations : $k_z = k_z^T$.

D'autre part, la variation relative de l'équivalent d'une demi longueur de la cavité est proportionnelle à sa longueur. En augmentant la longueur, on diminue la contribution relative du bruit thermique mais on augmente en revanche les fluctuations de longueur de la « demi cavité ». Ces fluctuations sont en théorie compensées par celles de l'autre demi cavité. Cependant, la compensation étant en pratique légèrement imparfaite, l'erreur causée devient importante lorsque la longueur de la cavité augmente. Il faut en pratique faire un compromis sur la longueur de la cavité. Par exemple, A. D. Ludlow *et al.* [59] fixent ce compromis à 70 mm pour un diamètre du même ordre.

Composantes horizontales $k_x = k_x^R$ et $k_y = k_y^R$

Les deux sensibilités horizontales peuvent être minimisées en faisant varier le facteur de forme de la cavité, rapport longueur – diamètre (respectivement L et $2R$). Pour expliquer cela, comme dans l'exemple précédent, assimilons la cavité à un cylindre dont l'axe est orienté verticalement entièrement contraint sur tout son périmètre à mi-hauteur (ce qui n'est pas le cas en pratique). Une accélération horizontale lui est appliquée. Pour un facteur de forme nettement supérieur à 1, le cylindre fléchit comme on peut s'y attendre intuitivement. Le centre de flexion se trouve dans le plan où le cylindre est contraint. On se contente d'analyser les déformations longitudinales qui sont représentées par le code couleur de la figure 2.25 - (a) et (b). D'abord, la longueur de la ligne neutre, d'un objet soumis à une torsion, est par principe invariante. Le centre de chaque extrémité ne subit donc pas de déplacement longitudinal. Ensuite, toujours du point de vue des déplacements longitudinaux, on constate que les deux extrémités subissent des déformations de directions contraires et assimilables à des rotations.

Lorsque le facteur de forme est petit devant 1, les déformations induites par l'effet de Poisson [117] sont mises en évidence (figure 2.25 - (c) et (d)). Cela produit des déformations, assimilables à des rotations des extrémités du

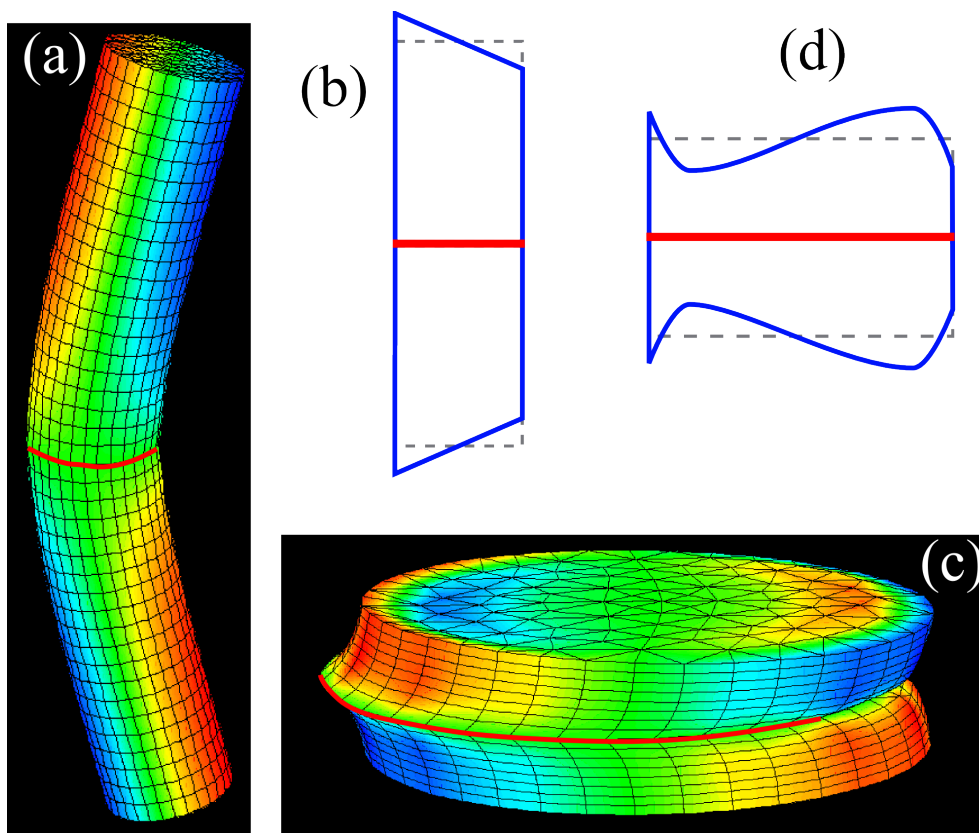


FIG. 2.25 – Représentations, issues de simulations (Cast3M), de deux cylindres déformés par une accélération horizontale (orientée vers la gauche) et appliquée sur leurs périmètres à mi-hauteur (partie visible représentée par une courbe rouge) : quand le facteur de forme est grand devant 1 (a), quand le facteur de forme est petit devant 1 (c). Le code couleur traduit l'amplitude des déformations longitudinales (rouge – positive, vert – nulle et bleu – négative). Les déformations totales sont amplifiées de $\sim 10^6$. Les schémas (vue en coupe) des déformations longitudinales correspondants sont représentés en (b) et (d).

cylindre, qui sont de signe opposé aux rotations observées pour un facteur de forme grand. On est ici aussi en présence d'une ligne neutre, le déplacement longitudinal au centre de chaque extrémité est donc nul.

On peut donc conclure que, conformément aux conclusions faites dans la partie 2.2.2, quelque soit le facteur de forme, le coefficient de sensibilité induit par la translation des miroirs est nul. Uniquement les rotations des miroirs contribuent donc à cette composante du coefficient de sensibilité. Si \vec{e}_x et \vec{e}_y sont horizontaux les composantes du vecteur de sensibilité correspondantes s'écrivent :

$$k_x = k_x^R \quad \text{et} \quad k_y = k_y^R \quad (2.37)$$

Cependant, il est possible de trouver un facteur de forme permettant que

les rotations dues à chacun de ces deux effets se compensent. En théorie, il est possible d'obtenir des composantes horizontales parfaitement nulles.

2.4.2 Cas de la cavité réelle

Même si la cavité verticale ressemble fortement au cylindre évoqué dans les deux paragraphes précédents, du fait de l'existence de l'épaulement et de la présence des trois appuis, la plupart des symétries sont en réalité brisées.

Coefficients horizontaux

La cavité est supportée par trois appuis répartis de telle sorte qu'ils forment les sommets d'un triangle équilatéral. Seul le plan $(o, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$ reste un plan de symétrie vertical. Rigoureusement, on peut affirmer que les déformations des deux miroirs sont symétriques lorsque l'accélération subie par la cavité est selon l'axe \vec{e}_x (inclus dans le plan de symétrie).

On vérifie cela à l'aide de calculs par éléments finis pour une variété de facteurs de forme et de position de l'épaulement ($R = 55$ mm ; 90 mm $\leq L \leq 105$ mm ; $0,4 \leq a \leq 0,6$; $b_R = 2$ mm et $b_L = 2$ mm avec les notations définies à la figure 2.24). Cependant, ils montrent que l'on peut aussi concrètement négliger la conséquence introduite par la brisure des symétries.

D'abord, le coefficient k_x^T est de l'ordre de 10^{-14} (m.s⁻²)⁻¹, donc totalement négligeable. Ensuite, on constate que le coefficient k_y^T est relativement plus élevé mais n'est pas influencé par les paramètres géométriques ; il reste compris entre $2,1 \times 10^{-12}$ (m.s⁻²)⁻¹ et $2,6 \times 10^{-12}$ (m.s⁻²)⁻¹. Il peut être considéré comme un biais de $\sim 3 \times 10^{-12}$ (m.s⁻²)⁻¹ sur la composante k_y qui est dominée par le coefficient k_y^R .

Coefficient vertical

La présence de l'épaulement et des appuis brise inévitablement la symétrie de plan horizontal ayant une influence sur l'optimisation de la composante verticale du vecteur de sensibilité accélérométrique. En effet, en simplifiant, soit la cavité est symétrique (l'épaulement centré) mais les appuis sont par définition en dessous du plan de symétrie, qui de fait n'en est pas vraiment un ; soit ce plan d'appuis est à mi-longueur de la cavité mais celle-ci ne sera pas symétrique (l'épaulement non centré). Le problème est résolu à l'aide de la modélisation par éléments finis.

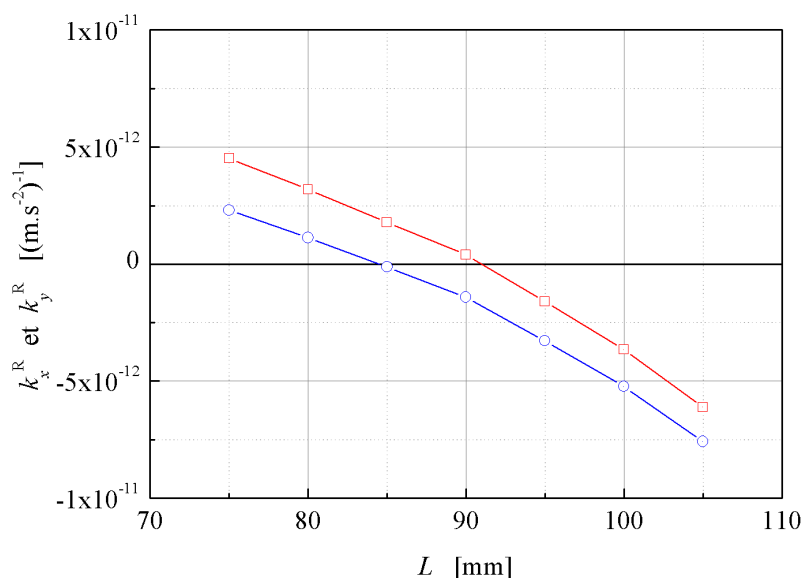


FIG. 2.26 – Coefficients de sensibilité horizontaux induits par la rotation des miroirs k_x^R (□ rouge) et k_y^R (○ bleu) en fonction de la longueur de la cavité pour un axe optique décalé de 1 mm par rapport à l'axe mécanique (position relative du plan d'appuis $a = 0,43$, aire des appuis $0,36 \text{ mm}^2$, $R = 55 \text{ mm}$, $b_R = 2 \text{ mm}$ et $b_L = 3 \text{ mm}$).

2.4.3 Résultats de simulations

Les trois composantes $k_x = k_x^R$, $k_y = k_y^R$ et $k_z = k_z^T$ sont calculées par éléments finis pour les différents facteurs de formes et positions du plan d'appuis. L'aire de la surface d'appuis est fixée à $0,36 \text{ mm}^2$. On fait varier à la fois le facteur de forme et la position du plan d'appuis. Les caractéristiques géométriques de l'épaulement sont fixées ($b_R = 2 \text{ mm}$ et $b_L = 3 \text{ mm}$).

Composantes horizontales $k_x = k_x^R$ et $k_y = k_y^R$

On a vu dans la partie 2.3.2 que lorsque les accélérations horizontales sont appliquées à la cavité, les appuis doivent aussi être contraints selon l'axe vertical. Le seul choix possible concerne la direction horizontale orthogonale à celle qui porte l'accélération. On choisit de contraindre totalement les appuis pour les calculs des deux coefficients de sensibilité accélérométrique horizontaux.

Ces deux coefficients horizontaux k_x^R et k_y^R sont donc dépendants de la rotation des miroirs. La valeur du décentrage d entre les axes optiques et

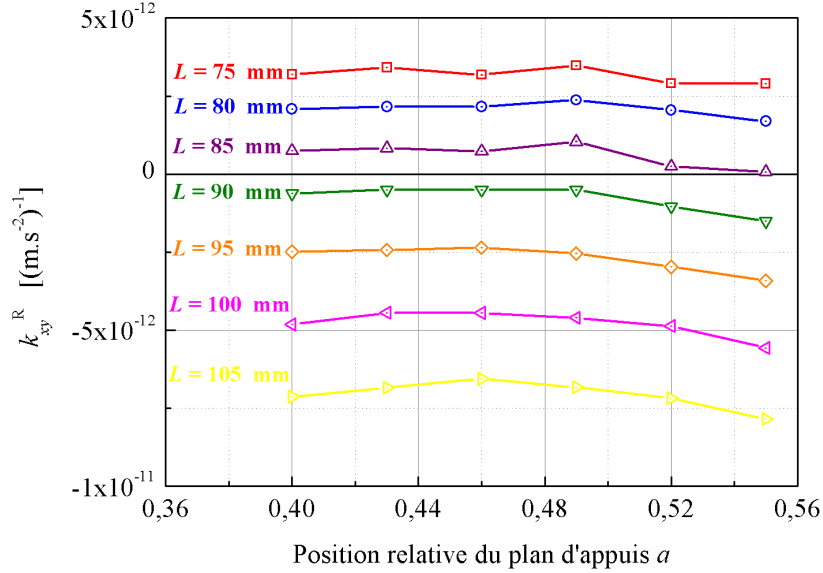


FIG. 2.27 – Moyenne des coefficients de sensibilité horizontaux induits par la rotation des miroirs k_{xy}^R en fonction de la position relative du plan d'appuis a et pour plusieurs longueurs de cavité L (aire des appuis $0,36 \text{ mm}^2$, $R = 55 \text{ mm}$, $b_R = 2 \text{ mm}$ et $b_L = 3 \text{ mm}$).

mécaniques est supposée de 1 mm pour les simulations. Ces deux coefficients ont exactement le même comportement en fonction du facteur de forme mais décalés de $\sim 2 \times 10^{-12} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ (voir la figure 2.26).

Afin d'alléger les graphiques on ne représente sur la figure 2.27 que la valeur moyenne de ces deux coefficients notée k_{xy}^R . Elle met en évidence que k_{xy}^R est très peu dépendant de a , la position du plan d'appuis en valeur relative de la longueur de la cavité (depuis le miroir du bas). De plus, la pente de k_{xy}^R en fonction de la longueur de cavité L est de $4 \times 10^{-13} (\text{m.s}^{-2})^{-1} \cdot \text{mm}^{-1}$. Cette valeur, extrêmement faible, permet de ne pas avoir une contrainte forte sur L . Le signe n'a pas d'importance en soit puisque qu'il va dépendre de celui du décentrage de l'axe optique par rapport à l'axe mécanique d de la cavité. Cependant, le changement de signe qui a lieu, pour L compris entre 85 mm et 90 mm , traduit lequel de l'effet de Poisson ou de la flexion subie par la cavité va induire les déformations dominantes.

Une longueur de cavité de 100 mm est choisie à l'issue d'un compromis entre la sensibilité accélérométrique, le bruit thermique de la cavité qui augmente quand la longueur diminue et les contraintes de fabrication qui

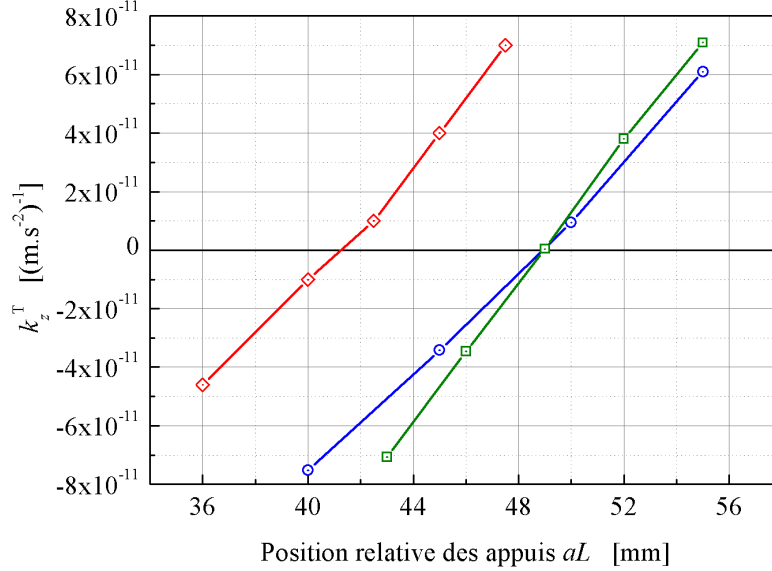


FIG. 2.28 – Coefficient de sensibilité verticale provoqué par la translation des miroirs k_z^T en fonction de la position relative du plan d'appuis a pour une cavité de $L = 100$ mm : dans le cas où les appuis sont verticalement contraints et calculés avec Cast3m \circ et avec COMSOL Multiphysics \square , dans le cas où les appuis sont contraints dans toutes les directions (\diamond , calculé avec Cast3m). Les autres propriétés sont : une aire des appuis $0,36 \text{ mm}^2$, $R = 55 \text{ mm}$, $b_R = 2 \text{ mm}$ et $b_L = 3 \text{ mm}$.

imposent un diamètre maximum à peine supérieur à 110 mm. Pour cette valeur, $k_{xy} \simeq -5 \times 10^{-12} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$, le coefficient selon \vec{e}_x est donc d'environ $(-5 + 1, 5) \times 10^{-12} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ pour un décalage pessimiste de 1 mm de l'axe optique.

Selon l'axe \vec{e}_y le coefficient est de $(-5 - 1, 5) \times 10^{-12} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ auquel il faut ajouter le biais de $\pm 3 \times 10^{-12} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ lié au coefficient induit par la translation des miroirs k_y^T (voir le paragraphe 2.4.2). La valeur maximale de k_y est donc, en valeur absolue, de $\sim 1 \times 10^{-11} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$. Cette longueur de cavité qui donne des coefficients inférieurs aux objectifs fixés (inférieurs à $\sim 1,6 \times 10^{-11} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$), on le rappelle, dans le cas d'une estimation pessimiste du décalage de l'axe optique.

Composante verticale $k_z = k_z^T$

La longueur de la cavité étant fixée à 100 mm pour un rayon de $R = 55$ mm, le degré de liberté restant, permettant d'optimiser la sensibilité verticale,

est la position du plan d'appuis aL . Ce paramètre n'influence pratiquement pas les coefficients horizontaux (voir la figure 2.26), il peut donc être choisi totalement indépendamment. On rappelle que le coefficient k_z est uniquement dû à la translation des miroirs.

Sur la figure 2.28 est représenté ce coefficient, en fonction de a , pour une cavité de longueur 100 mm. Lorsque les appuis sont contraints verticalement, la valeur optimale de a est de 0,49 indépendamment du logiciel utilisé (Cast3m [112] ou COMSOL Multiphysics [113]). Les deux pentes, de $\sim 10^{-11} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ par mm de changement de aL , sont en accord à mieux que 95 %. La pente reste la même lorsque les appuis sont contraints dans toutes les directions. Par contre, dans ce cas, la position optimale du plan d'appuis est nettement plus basse, $aL = 41$ mm (calculs réalisés avec Cast3m).

Ces deux valeurs de a qui annulent k_z^T pour chacun des modèles de contrainte, peuvent être considérées comme des valeurs extrêmes. En contraignant les appuis verticalement, on laisse totalement libre les déformations horizontales de la cavité au niveau des appuis. À l'opposé, en les contraignant dans toutes les directions, aucun déplacement n'est permis. La réalité physique se trouve entre les deux. En effet, si les appuis sont quelques peu élastiques (avec un module d'Young plus faible que celui de l'ULE) dans cette zone, la cavité peut se déformer horizontalement mais pas aussi librement qu'avec le modèle de contraintes verticales.

On choisit donc de positionner le plan d'appuis entre ces deux valeurs à $aL = 47$ mm. Avec une hauteur de l'épaule b_L de 3 mm, en retournant la cavité, on a aussi la possibilité, une fois la cavité réalisée, d'avoir un plan d'appuis à $aL = 50$ mm.

D'autre part, selon les conventions utilisées, une sensibilité aux vibrations positive signifie que la cavité s'allonge lorsque l'accélération qui lui est appliquée au niveau de ses appuis est orientée vers le haut. On a donc une variation positive de longueur de la partie inférieure de la cavité tandis que la partie supérieure ne voit pas sa longueur suffisamment diminuer. Il est possible en ajoutant une masse sur le haut de la cavité de compenser cette différence. La situation complètement inverse est nettement plus délicate car elle nécessite le collage de la masse sous la cavité.

En positionnant la cavité de façon à avoir $aL = 47$ mm, on peut, si la sensibilité accélérométrique est trop élevée, ajouter de la masse. S'il s'avère que l'ajout de masse a pour effet d'augmenter la sensibilité, cela signifie que le point d'annulation correspond à une valeur de aL supérieure à 47 mm. Il suffit donc de retourner la cavité. De la même façon, dans cette position, il est aussi possible, si nécessaire, d'ajuster la sensibilité accélérométrique dont l'optimum, $k_z = 0$ doit être obtenu d'après le modèle pour aL compris entre 47 mm et 49 mm.

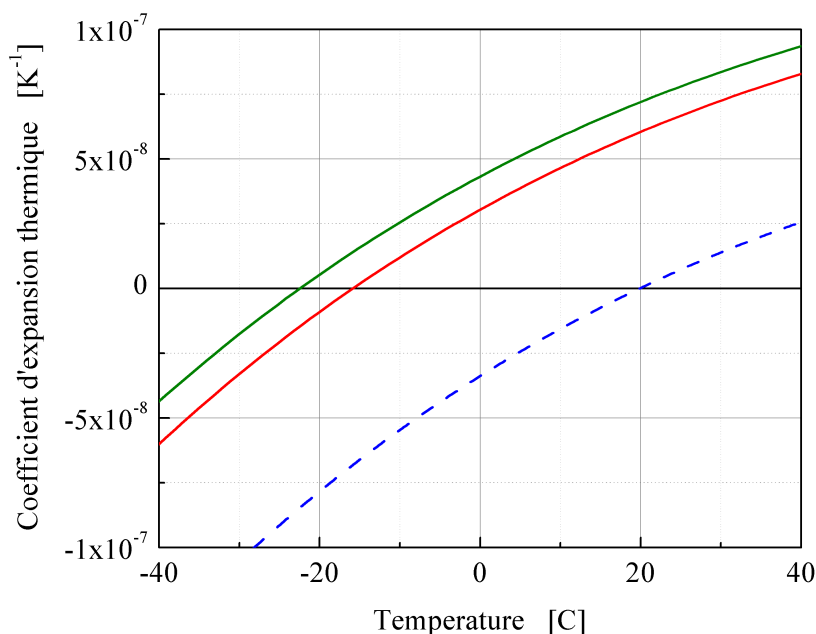


FIG. 2.29 – Coefficient d’expansion thermique en fonction de la température pour de l’ULE (pointillés bleu), pour des miroirs en silice entièrement contactés (rouge) ou partiellement contactés (vert) sur une cale en ULE.

Comme on le verra par la suite, dans la partie 3.2.5, aucune optimisation n’a été nécessaire pour obtenir les sensibilités accélérométriques souhaitées.

2.5 Sensibilité thermique de la cavité

Les cavités ultra-stables sont constituées de deux miroirs, qui forment le résonateur optique, et d’un corps d’aspect cylindrique sur lequel sont contactés optiquement ces miroirs. Les matériaux de ces deux éléments peuvent être différents mais pour les cavités les plus récentes et les plus stables [56–62], ils sont tous les deux fabriqués en ULE. Ce matériau est choisi principalement parce que son coefficient d’expansion thermique (CTE) comporte un point d’annulation à température ambiante (voir figure 2.29), ce qui permet de diminuer les fluctuations de fréquence induites par les fluctuations de température. La température exacte, à laquelle la sensibilité thermique est nulle, dépend de chaque pièce d’ULE et peut varier d’une dizaine de degrés autour de 20 °C [61, 62]. L’asservissement de la température de la cavité, au-

tour de ce point d'annulation, est donc relativement simple avec ce matériau puisqu'il se trouve au voisinage de la température ambiante. Les flux de chaleur mis en jeu sont, par conséquent, suffisamment petits pour être produits avec des modules à effet Peltier et sans l'utilisation de ventilateurs, de refroidissements par liquides ou encore de systèmes cryogéniques.

Ce matériau a aussi l'avantage d'avoir un module d'Young élevé (67,6 GPa) offrant une rigidité nécessaire pour le corps. De plus, étant transparent dans le visible et le proche infra-rouge, il est utilisé pour la réalisation du substrat des miroirs. Pour cette utilisation, il présente néanmoins le désavantage d'apporter la contribution majoritaire au bruit thermique de la cavité, limitant la stabilité relative de fréquence à $\sim 10^{-15}$ pour une longueur de cavité de 10 cm. L'alternative consiste à utiliser des miroirs dont le substrat est de la silice fondue dont le bruit thermique contribue tout au plus au niveau de 10^{-16} , pour une même longueur de cavité [71]. Malheureusement, la silice fondue présente le désavantage d'avoir un coefficient d'expansion thermique de $5,5 \times 10^{-7} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, c'est-à-dire un facteur 30 plus élevé que celui de l'ULE à $10 \text{ }^\circ\text{C}$. L'un des enjeux pour la conception d'une cavité de composition hybride (ULE et silice fondue) est de connaître son coefficient global de sensibilité à la température. Grâce à sa connaissance, on peut concevoir au mieux l'enceinte à vide, du point de vue de l'isolation thermique et de la régulation en température de la cavité. Pour parvenir à estimer ce coefficient d'ensemble, des simulations par éléments finis ont été utilisées.

2.5.1 Calcul du coefficient

Les simulations se font avec le logiciel Comsol Multiphysics. La méthode utilisée pour supporter la cavité n'a pas d'influence puisque l'on s'intéresse à la réponse de la cavité à une fluctuation de température mais, pour des raisons de commodité, le maillage développé pour la cavité horizontale a été réutilisé pour ces simulations. Les résultats sont valables pour toutes les cavités ayant un diamètre proche de 100 mm, celui utilisé. Les conclusions peuvent donc s'appliquer aussi bien à la cavité d'axe optique orienté verticalement que horizontalement. Les propriétés de symétrie du modèle permettent de ne simuler qu'un quart du cylindre, allégeant ainsi les calculs. Le déplacement du maillage, dans les plans de symétries $(o, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$ et $(o, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, est contraint orthogonalement au plan de symétrie considéré, c'est-à-dire selon \vec{e}_y pour le premier et \vec{e}_x pour le second (le référentiel utilisé est celui de la figure 2.5).

On affecte au corps le module d'Young, le coefficient de Poisson, la densité et le coefficient d'expansion à une température T_1 de l'ULE. Au miroir, de diamètre 25,4 mm et d'épaisseur 6 mm, sont affectées les propriétés de la silice fondue. Ces deux éléments sont assemblés de façon à ce que, sur la

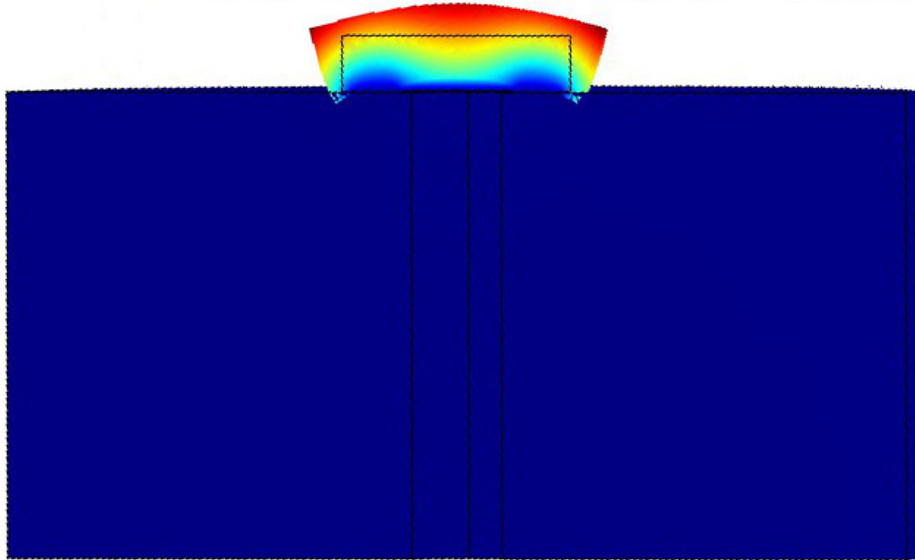


FIG. 2.30 – Déformations (amplifiées), calculées par éléments finis, d'un miroir en silice fondue assemblé sur une cale en ULE, causées par une variation de température de $1\text{ }^{\circ}\text{C}$. Il n'est représenté qu'un quart de la cavité. Les couleurs représentent le déplacement longitudinal des éléments.

surface de contact, aucun mouvement du miroir, par rapport à la cale, n'est permis. Deux surfaces de contact différentes ont été testées. La première consiste à contraindre toute la surface de contact entre le miroir et la cale. Pour la seconde, qui semble plus réaliste, le contact a lieu uniquement sur la circonférence du miroir avec une largeur de 10 mm. On applique au modèle un échelon de température de $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ et on analyse le déplacement au centre du miroir. Les déformations sont calculées dans le domaine élastique pour des matériaux linéaires isotropes. Sa sensibilité thermique à la température T_1 est obtenue en multipliant par deux ce déplacement ramené à la longueur de la cavité. Pour connaître cette sensibilité en fonction de la température, on réitère plusieurs fois ce calcul pour différentes valeurs différentes du CTE de l'ULE correspondant à plusieurs températures. Sur une plage de $1\text{ }^{\circ}\text{C}$, le coefficient d'expansion thermique de l'ULE est supposé constant. On fait aussi l'hypothèse que le coefficient de la silice fondue est indépendant de la température.

La figure 2.30 montre l'aspect des déformations du miroir calculées à partir du modèle. Sa surface « extérieure » se déforme beaucoup plus que sa surface « intérieure » puisque celle-ci est en partie contrainte et ne peut donc pas se déformer.

Les résultats obtenus avec ces simulations sont présentés à la figure 2.29. La température d'annulation du coefficient, qui est aux alentours de 20 °C pour l'ULE, est déplacée à environ -15 °C quand on utilise le premier modèle et -22 °C avec le second. Il est de l'ordre de $7 \times 10^{-8} \text{ °C}^{-1}$ à 20 °C.

Ces résultats signifient que si l'on asservit l'enceinte à vide de la cavité à la température de 20 °C, pour avoir une stabilité relative de fréquence de 4×10^{-16} (bruit thermique de miroirs en silice fondue), pour un temps d'intégration donné, il faut, sur la même durée, une stabilité de température de l'ordre de 5 nK.

2.5.2 Conception thermique de l'enceinte à vide

L'enceinte à vide joue un rôle primordial du point de vue de l'isolation thermique de la cavité. Elle doit permettre de réaliser le filtrage des fluctuations de température et d'asservir la température de la cavité avec une grande stabilité. L'objectif est d'asservir la cavité à la température ambiante avec une stabilité de température de l'ordre de 5 nK sur des temps de 1 s à 1000 s. Si cet objectif s'avère expérimentalement irréalisable, la même enceinte à vide (avec le minimum de modifications) doit permettre de décaler le point de fonctionnement de l'asservissement vers -20 °C afin de s'asservir à la température annulant la sensibilité thermique de la cavité. Cette dernière approche n'est pas privilégiée car elle présente l'inconvénient de devoir faire fonctionner des modules à effet Peltier avec une différence de température entre la face chaude et la face froide de plus de 50 K. Outre le fait que leur efficacité diminue quand la différence de température augmente, la crainte est d'avoir un système de régulation beaucoup moins robuste et donc plus sujet aux pannes. Une autre difficulté consiste à évacuer la chaleur de l'enceinte d'isolation acoustique qui protège la cavité mais qui, de fait, confine aussi l'enceinte à vide posée sur la table optique elle-même reposant sur une table anti-vibration. Le choix de la technique et du système utilisé pour dissiper cette chaleur est compliqué puisque il ne doit pas ajouter de bruit sismique ou acoustique, ni même de convection forcée.

La contrainte que l'on se fixe, de pouvoir asservir la température à 0 °C ou en dessous, a un impact important sur la conception de l'enceinte à vide : on doit éviter le dépôt d'eau (condensation ou givre) sur les hublots. On s'y soustrait en mettant sous vide l'enceinte à vide qui est asservie en température (voir figure 2.31). La charge thermique de l'asservissement est par la même occasion énormément réduite puisque la puissance échangée par convection entre l'enceinte régulée et l'extérieur est nulle.

Indépendamment de l'aspect thermique, ce système de double enceinte à vide indépendant permet de séparer le vide vu par la cavité de celui où

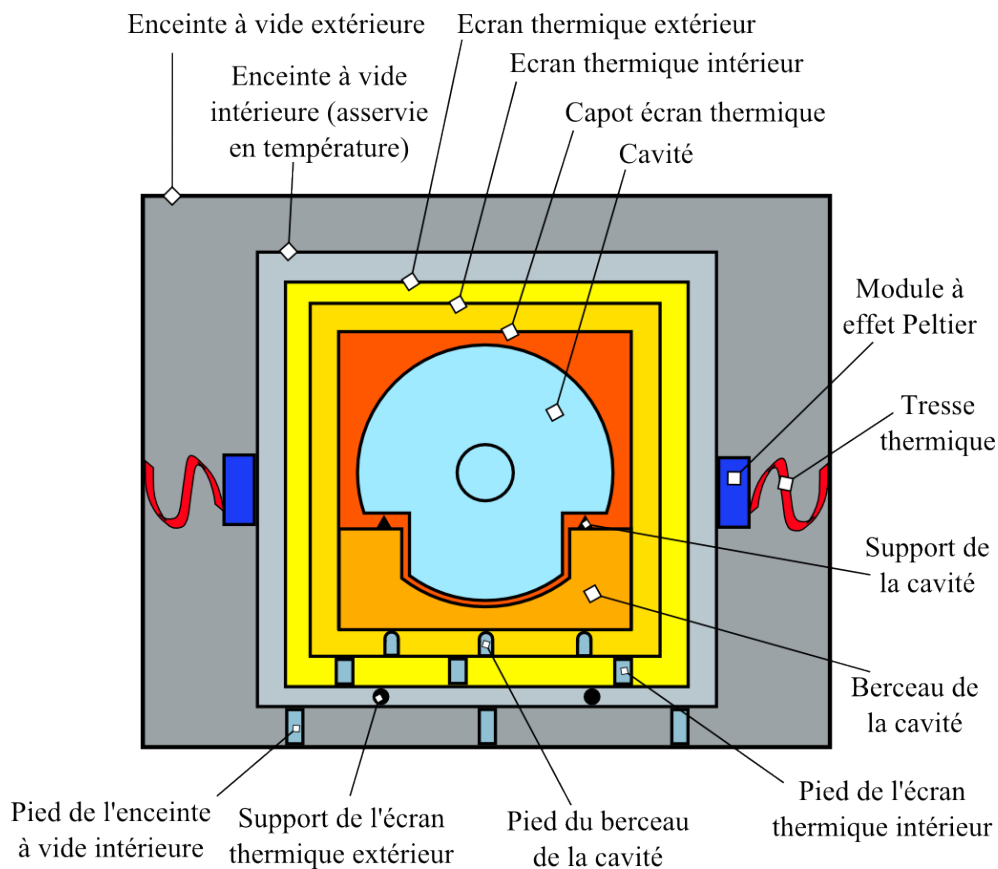


FIG. 2.31 – Schéma en coupe de l'enceinte à vide et des écrans thermiques. A noter que les systèmes de pompage des deux enceintes à vide ne sont pas représentés.

se trouve les éléments de l'asservissement de température (modules à effet Peltier, thermistances, soudures, tresses thermiques ...). Un avantage vient du fait que le dégazage occasionné par ces composants est relativement élevé et pourrait limiter la pression. De plus, les éléments dégazés pourraient endommager les traitements hautement réfléchissants des miroirs. Cette séparation permet aussi d'intervenir sur ces composants, en cas de panne par exemple, sans avoir à remettre à l'air la cavité.

Gabarit du filtrage thermique

Les fluctuations de température, dans le laboratoire, sont d'environ 1 K crête à crête, un gain de 9 ordres de grandeur est donc nécessaire. Ce n'est pas son rôle premier mais l'enceinte de protection acoustique rejette de façon non négligeable les fluctuations de température. Dans cette enceinte, la stabilité de température quantifiée par l'écart type d'Allan est l'ordre de 10^{-2} K pour

des temps d'intégration de 1000 s. L'asservissement de température et les écrans thermiques doivent donc permettre de gagner un facteur 2×10^6 sur la stabilité de température. L'enceinte à vide extérieure (désignation définie dans la figure 2.31) ainsi que l'asservissement permettent l'apport d'un gain minimum de deux ordres de grandeur sur la stabilité de température.

On atteint ainsi, ce qui est une hypothèse pessimiste, une stabilité de température de $\sigma_T(\tau) = 10^{-4}$ K pour τ compris entre 1 s et 1000 s. En admettant que ce bruit est un bruit de scintillation (en f^{-1}) on peut écrire la densité spectrale de puissance (DSP) de fluctuation de température sous la forme

$$S_T(f) = \frac{\sigma_T(\tau)^2}{2 \ln(2)} f^{-1} \text{ pour } \tau \in [a, b] \text{ et } f \in \left[\frac{1}{b}, \frac{1}{a} \right] \quad (2.38)$$

avec a et b des réels positifs non nuls tel que $a < b$. D'après les hypothèses faites, la DSP vaut $S_{T_1}(f) \simeq 7 \times 10^{-9} f^{-1} \text{ K}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$. On peut aussi déduire de la relation 2.38 qu'une stabilité de 5 nK correspond à une DSP d'environ $S_{T_c}(f) \simeq 2 \times 10^{-17} f^{-1} \text{ K}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$. On obtient ainsi le gabarit du filtrage que doivent réaliser les écrans thermiques. L'atténuation est donnée par

$$|G(f)| = \sqrt{\frac{S_{T_c}(f)}{S_{T_1}(f)}} \quad (2.39)$$

et doit être au maximum de l'ordre de 5×10^{-5} pour des fréquences supérieures à environ 5×10^{-4} Hz (équivalent à un $\tau = 2000$ s).

Modélisation des échanges thermiques

Compte tenu des contraintes liées aux coûts et aux choix technologiques (matériaux, masses, encombrement et pression du vide) l'isolation thermique requise est obtenue à l'aide de trois couches d'écrans thermiques dans le cas de l'enceinte de la cavité d'axe horizontal. Pour arriver à cette conclusion, l'effet thermique des écrans a été modélisé.

La puissance rayonnée d'un objet de surface \mathcal{S}_i et d'émissivité ϵ_i sur un autre objet de surface \mathcal{S}_j et d'émissivité ϵ_j s'écrit

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{\frac{1 - \epsilon_i}{\epsilon_i \mathcal{S}_i} + \frac{1}{\mathcal{S}_j \mathbb{F}_{ij}} + \frac{1 - \epsilon_j}{\epsilon_j \mathcal{S}_j}} (M_i^0 - M_j^0) \quad (2.40)$$

avec \mathbb{F}_{ij} le facteur de forme (view factor) de la surface \mathcal{S}_i vers \mathcal{S}_j . $M_i^0 - M_j^0$ est la différence d'exittance totale du corps noir. M^0 est donné par la loi de Stephan

$$M^0 = \sigma T^4 \quad (2.41)$$

où T est la température de la surface de l'objet et $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$. À l'aide des équations 2.40 et 2.41 on peut écrire

$$\Phi_{ij} = \frac{\sigma ((T_i + \Delta T_{ij})^4 - T_i^4)}{\frac{1 - \epsilon_i}{\epsilon_i \mathcal{S}_i} + \frac{1}{\mathcal{S}_j \mathbb{F}_{ij}} + \frac{1 - \epsilon_j}{\epsilon_j \mathcal{S}_j}} \quad (2.42)$$

Les facteurs de forme, pour les cas les plus courants, sont donnés dans la littérature [118, 119]. Les enceintes à vide et les écrans thermiques (excepté celui le plus proche de la cavité) sont de géométrie cylindrique d'axe orienté verticalement. Si les deux objets évoqués précédemment sont des cylindres creux emboîtés (les surfaces désignées par un indice j sont celles du cylindre intérieur), il faut distinguer, pour chacun d'eux, trois surfaces : la surface cylindrique du corps du cylindre, désignée par l'indice « lat » et les deux disques aux extrémités correspondant aux surfaces des brides et notées « bride 1 » et « bride 2 ». Les différents couplages entre surfaces sont listés dans le tableau 2.1. Si on fait l'hypothèse que les deux cylindres ont des diamètres et des longueurs proches, on peut négliger la plupart des couplages. Les couplages considérés sont donc :

- émis par $\mathcal{S}_{\text{lat } i}$ et capté par $\mathcal{S}_{\text{lat } j}$
- émis par $\mathcal{S}_{\text{bride } 1 \ i}$ et capté par $\mathcal{S}_{\text{bride } 1 \ j}$
- émis par $\mathcal{S}_{\text{bride } 2 \ i}$ et capté par $\mathcal{S}_{\text{bride } 2 \ j}$

Dans chacun des cas, on connaît la valeur du facteur de forme \mathbb{F}_{ij} permettant, à partir de l'équation 2.42, de calculer les puissances transmises de l'enceinte à vide intérieure à l'écran thermique extérieur et de cet écran à l'écran interne.

		Rayonnement reçu par		
		$\mathcal{S}_{\text{lat } j}$	$\mathcal{S}_{\text{bride } 1 \ j}$	$\mathcal{S}_{\text{bride } 2 \ j}$
Rayonnement émis par	$\mathcal{S}_{\text{lat } i}$	considéré	négligé	négligé
	$\mathcal{S}_{\text{bride } 1 \ i}$	négligé	considéré	négligé
	$\mathcal{S}_{\text{bride } 2 \ i}$	négligé	négligé	considéré

TAB. 2.1 – Bilan des échanges thermiques par rayonnement pris en compte dans le cas de deux écrans thermiques imbriqués de rayon et de longueur proche.

La valeur du facteur de forme entre l'écran intérieur et l'écran formé du berceau de la cavité et de son capot est moins immédiate. Pour estimer la puissance transmise, le rapport des surfaces de chaque élément est pris en compte à travers la relation suivante :

$$\Phi_{ij} = \frac{\sigma ((T_i + \Delta T_{ij})^4 - T_i^4)}{\frac{1}{\mathcal{S}_i} \left(\frac{1}{\epsilon_i} + \frac{1 - \epsilon_j}{\epsilon_j} \frac{\mathcal{S}_i}{\mathcal{S}_j} \right)} \quad (2.43)$$

La même relation est aussi utilisée pour approximer la puissance transmise de ce dernier écran (berceau de la cavité et capot) à la cavité. La cavité, considérée entièrement en ULE, est assimilée à un corps noir parfait $\epsilon_{\text{ULE}} = 1$.

Afin de définir une grandeur homogène à une résistance thermique associée au rayonnement, on linéarise les relations 2.42 et 2.43. On obtient respectivement les équations

$$\Phi_{ij} = \frac{4 \sigma T_i^3}{\underbrace{\frac{1 - \epsilon_i}{\epsilon_i \mathcal{S}_i} + \frac{1}{\mathcal{S}_j \mathbb{R}_{ij}} + \frac{1 - \epsilon_j}{\epsilon_j \mathcal{S}_j}}_{1 / \mathbb{R}_{ij}^{\text{ray}}}} \Delta T_{ij} \quad (2.44)$$

et

$$\Phi_{ij} = \frac{4 \sigma T_i^3}{\underbrace{\frac{1}{\mathcal{S}_i} \left(\frac{1}{\epsilon_i} + \frac{1 - \epsilon_j}{\epsilon_j} \frac{\mathcal{S}_i}{\mathcal{S}_j} \right)}_{1 / \mathbb{R}_{ij}^{\text{ray}}}} \Delta T_{ij} \quad (2.45)$$

valables dans l'hypothèse où ΔT_{ij} est petit. En pratique cette condition est vérifiée car on s'intéresse au fonctionnement où le système est quasiment à l'équilibre, les fluctuations de température sont donc bien inférieures à un degré. Pour cette différence de température l'erreur sur la puissance rayonnée est d'environ 0,5 %. On reconnaît immédiatement dans ces deux équations l'expression de la résistance thermique $\mathbb{R}_{ij}^{\text{ray}}$ associée au rayonnement transmis de l'élément i à j . Pour les calculs numériques de ces résistances on considère que l'ensemble est à $T = T_i = 300$ K.

Ces puissances transmises par rayonnement sont à comparer avec les puissances transmises de l'enceinte à vide intérieure vers la cavité par conduction. La puissance est conduite à travers les pieds supportant les différents éléments et est proportionnelle à la différence de température ΔT_{ij}

$$Q_{ij} = \frac{\Delta T_{ij}}{\mathbb{R}_{ij}^{\text{cd}}} \quad (2.46)$$

La résistance thermique dépend de la conductivité thermique κ du matériau, de l'aire A de la section et de la longueur ℓ de la pièce :

$$\mathbb{R}_{ij}^{\text{cd}} = \frac{\ell}{A \kappa} \quad (2.47)$$

On ne prend en compte que la résistance des différents pieds et on fait l'hypothèse que les résistances de contact entre un pied et la bride sur laquelle

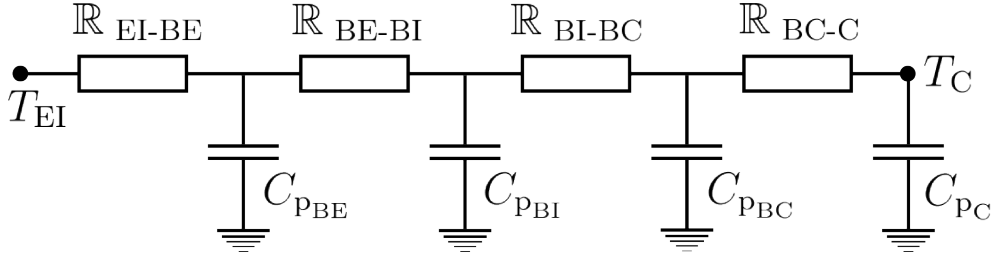


FIG. 2.32 – Modèle thermique de l'enceinte intérieure (EI) de température T_{EI} , écran thermique extérieur (BE), écran thermique intérieur (BI), écran thermique de la cavité (BC) et la cavité (C) de température T_C . Les résistances thermiques \mathbb{R} sont modélisées par des résistances et les capacités thermiques C_p par des condensateurs.

il repose ainsi que la bride qu'il supporte sont nulles. Les résistances thermiques de contact sont difficiles à déterminer et cette hypothèse est forcément erronée mais on obtient de cette façon une estimation majorée de la puissance thermique transférée à la cavité par conduction.

La capacité thermique C_p d'un objet relie sa variation de température dT à l'énergie qu'il peut emmagasiner ou restituer δQ_c . On l'écrit :

$$C_p = \frac{\delta Q_c}{dT} \quad (2.48)$$

La capacité thermique de chaque écran C_{p_j} est prise en compte. Leurs valeurs dépendent du matériau les constituant au travers de la densité et de la capacité thermique massique.

On associe en parallèle la résistance, dite de rayonnement, à la résistance de conduction afin d'obtenir une résistance thermique équivalente \mathbb{R}_{ij} .

On modélise l'ensemble par quatre cellules passe bas en cascade. Chaque cellule est constituée de la résistance thermique équivalente et de la capacité thermique correspondante (voir figure 2.32). La fonction de transfert thermique total, entre la température de l'enceinte intérieure T_{EI} et celle de la cavité T_C , est du quatrième ordre :

$$G(f) = \frac{1}{1 + \frac{f}{f_2} + \left(\frac{f}{f_2}\right)^2 + \left(\frac{f}{f_3}\right)^3 + \left(\frac{f}{f_4}\right)^4} \quad (2.49)$$

Pour chaque couple d'éléments ij on peut définir une constante de temps ζ_j qui donne une idée de la contribution de chaque cellule. Cette constante de temps est simplement donnée par :

$$\zeta_j = \mathbb{R}_{ij} C_{p_j} \quad (2.50)$$

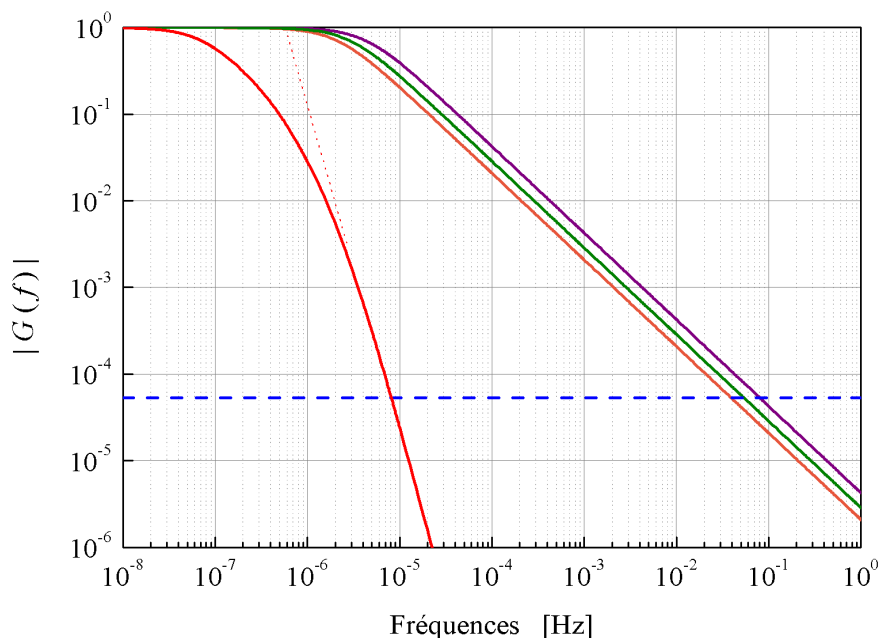


FIG. 2.33 – Module de la fonction de transfert du filtrage thermique entre l'enceinte à vide intérieure et la cavité (rouge), l'extrapolation de la courbe (pointillés rouge). La contribution de chacun des écrans thermiques (considérés indépendamment) est aussi reportée (écran extérieur – orange, écran intérieur – violet, blindage de la cavité – vert). En tirets bleus apparaît le filtrage requis pour que le bruit de fluctuations de température soit inférieur au bruit thermique des miroirs de la cavité.

Filtrage du bruit de température

L'isolation au rayonnement augmente lorsque l'on diminue l'émissivité des écrans. Dans ce but, les écrans thermiques, de géométrie cylindrique en aluminium, ont été polis et dorés, ce qui permet d'avoir une émissivité de 2 % ou 3 %. Le support de la cavité ou « berceau » est considéré, pour les calculs, comme étant non doré bien qu'il le soit, on prend ainsi une marge de sécurité supplémentaire vis-à-vis de l'isolation recherchée.

Afin de minimiser la conduction, on augmente la résistance thermique des pieds en diminuant soit la conductivité thermique soit la section de conduction. En choisissant du Viton comme supports de l'écran extérieur et de la cavité c'est la première approche qui est privilégiée. Le choix de ce matériau est guidé par l'amortissement mécanique qu'il procure conjointement à sa faible conductivité thermique ($\kappa_{viton} = 0,2 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$). Les deux autres supports, pieds de l'écran thermique intérieur et pieds du berceau de la cavité, sont en acier inoxydable dont la conductivité est $\kappa_{inox} = 16 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$.

La résistance thermique tend à être augmentée en diminuant la section des différents pieds. Pour les premiers, ce sont des cylindres creux dont l'épaisseur de la paroi est minimisée sans toutefois les rendre mécaniquement fragiles. L'extrémité hémisphérique des seconds, sur lesquels repose la surface plane du berceau, permet d'avoir un contact quasi ponctuel. Ce type de contact tend à augmenter la résistance thermique et la stabilité mécanique.

Le graphique de la figure 2.33 représente le module de la fonction de transfert des écrans thermiques, calculé à partir de la relation 2.49 et de la géométrie de l'enceinte à vide et des écrans thermiques. Le filtrage atteint le niveau requis permettant de s'affranchir du bruit thermique à la fréquence de 8×10^{-6} Hz. L'extrapolation de la pente, en f^{-4} , donne une constante de temps équivalente de ~ 265000 s soit 3 jours.

D'après la valeur de la constante de temps de chaque cellule considérée indépendamment (équation 2.50), on constate que la fréquence de coupure de chaque écran thermique est entre 2×10^{-6} Hz et 1×10^{-5} Hz. À part le filtrage entre l'écran de la cavité et la cavité elle-même, la contribution de chacun des autres écrans est quasiment équivalente.

Le filtrage calculé est totalement satisfaisant, compte tenu des approximations pessimistes qui ont été faites. Les approximations les plus importantes ont été de : négliger les résistances thermiques de contact entre les différents écrans ; supposer l'émissivité du support de la cavité plus grande que ce qu'elle est ; et enfin, surévaluer le niveau du bruit de température de l'enceinte intérieure, ce qui permet de définir le gabarit du filtrage.

2.5.3 Charge thermique de l'asservissement

On cherche à calculer la puissance thermique qui est transmise de l'extérieur à l'enceinte à vide intérieure en fonction de l'écart de température. Cette puissance permet de dimensionner les modules à effet Peltier de l'asservissement. La puissance transmise par rayonnement Φ est sommée avec la puissance conduite \mathbb{Q} . Cette dernière est la contribution de la conduction à travers les trois pieds de cette enceinte, le flexible raccordant l'enceinte à vide intérieure à la pompe ionique (située à l'extérieur de l'enceinte extérieure) et enfin les modules à effet Peltier. La résistance thermique de ces deux premiers éléments vaut respectivement $21,5 \text{ K.W}^{-1}$ et 96 K.W^{-1} . La dernière dépend du nombre de modules utilisés ainsi que de leur disposition. La résistance thermique totale des modules est

$$\mathbb{R}_{\text{plt}} = \frac{n_s}{n_p} r_{\text{plt}} \quad (2.51)$$

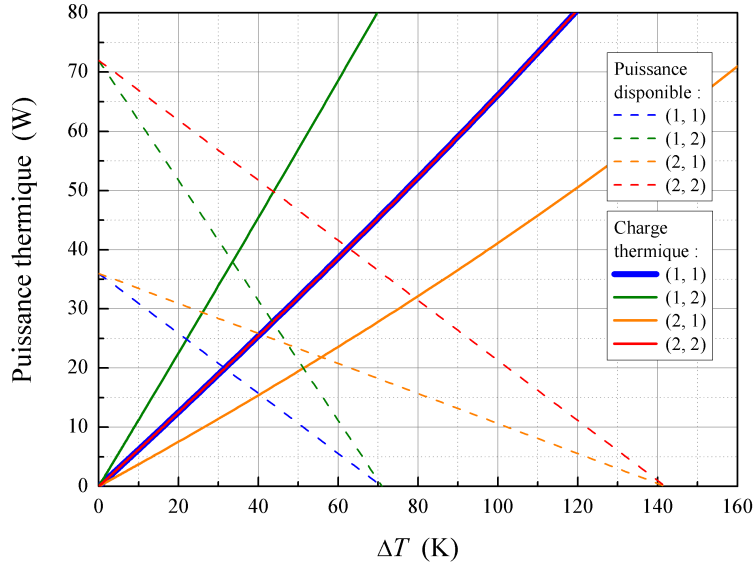


FIG. 2.34 – Charge thermique en fonction de ΔT la différence de température entre l'enceinte à vide extérieure et intérieure, dans le cas où le couple (n_s, n_p) vaut $(1, 1)$, $(1, 2)$, $(2, 1)$ et $(2, 2)$ (à noter que pour $(1, 1)$ et $(2, 2)$ les courbes sont confondues). Avec des tirets, puissance maximale fournie par les modules à effet Peltier pour les différentes valeurs de (n_s, n_p) .

avec r_{plt} la résistance thermique d'un module qui est d'environ -2 K.W^{-1} , n_s est le nombre de modules que l'on met en série et n_p est le nombre de fois que l'on met en parallèle le groupement de modules mis en série.

La charge thermique Q , en fonction de la différence de température ΔT , s'obtient en sommant les puissances conduites et rayonnées :

$$Q(\Delta T) = \mathbb{Q}(\Delta T) + \Phi(\Delta T) \quad (2.52)$$

Le nombre de modules et leur disposition interviennent à travers le rapport $\frac{n_s}{n_p}$, on trouve donc la même charge thermique pour un seul module ($n_s = 1$ et $n_p = 1$) et pour la mise en parallèle d'un ensemble de deux modules mis en série ($n_s = 2$ et $n_p = 2$). Pour des valeurs de $\frac{n_s}{n_p} < 1$, la charge thermique augmente en raison de la diminution de la résistance thermique équivalente de l'ensemble des modules mis en parallèle. Dans le cas contraire, $\frac{n_s}{n_p} > 1$, on augmente cette même résistance thermique équivalente par une mise en série des modules permettant de diminuer la charge.

La puissance thermique que peut fournir un module à effet Peltier est

$Q_{\text{plt}} = r_{\text{plt}}^{-1} \cdot \Delta T + Q_0$ avec dans notre cas $Q_0 = 36$ W. Afin de comparer directement la puissance du module avec la charge thermique, selon les différentes associations possibles, on calcule la puissance que peut fournir l'ensemble des modules. Pour cela, on suppose que la charge est répartie également sur chaque groupement de modules mis en parallèle et que la différence de température, imposée par chaque module d'un groupement série, est identique. La relation obtenue est :

$$Q_{\text{plt}} = n_p \left(\frac{1}{n_s r_{\text{plt}}} \Delta T + Q_0 \right) \quad (2.53)$$

Le graphique à la figure 2.34 montre qu'en utilisant un seul module à effet Peltier, l'asservissement peut fonctionner avec tout au plus une différence de température de 30 °C. La mise en parallèle d'un second module permet de porter cet écart à 34 °C. La multiplication par deux de la puissance fournie par les modules est quasiment contrebalancée par l'augmentation de la charge thermique (~ 40 W). En disposant deux modules en série, il est possible d'atteindre des différences de température de 55 °C, correspondant à une charge de 22 W. La température de -22 °C peut donc être atteinte si la température ambiante est inférieure à 33 °C. L'enceinte d'isolation acoustique confinant les enceintes à vide présente une résistance thermique de l'ordre de $0,3 \text{ K.W}^{-1}$ à $0,4 \text{ K.W}^{-1}$ (d'après des mesures de température). La température ambiante serait de 30 °C à 33 °C pour une température extérieure, celle du laboratoire, de 21 °C (on ajoute les 10 W consommés par la table d'isolation sismique). Un asservissement à la température du point d'inversion peut donc être obtenu si nécessaire.

En répartissant deux ensembles de modules de part et d'autre de l'enceinte à vide interne, on diminue l'amplitude des températures ($n_s = 2$ et $n_p = 2$). On atteint ainsi $\Delta T = 63$ °C pour une charge thermique de 40 W. La température ambiante est alors estimée entre 36 °C et 41 °C. Une température d'asservissement de -22 °C est possible si la température ambiante est inférieure à 41 °C.

2.6 Bilan

L'étude présentée a permis de concevoir deux cavités ultra-stables, une dont l'axe optique est vertical et l'autre horizontal. Toutes les deux ont, d'après les simulations, des coefficients de sensibilité accélérométrique très faibles selon tous les axes. Ces coefficients prennent en compte le déplacement angulaire des miroirs qui est l'effet dominant pour les axes horizontaux dans

le cas d'une cavité imparfaite (non recouvrement des axes mécanique et optique).

Le bruit thermique, imposé par des miroirs en silice fondue, traduit en stabilité relative de fréquence, est de $\sim 4 \times 10^{-16}$ pour une cavité de longueur 100 mm. Ce niveau peut-être atteint avec de telles cavités mais leur sensibilité à la température élevée ($\sim 10^{-7} \text{ K}^{-1}$) causée par l'utilisation de ce matériau nécessite une forte réduction des fluctuations de température vue par la cavité. La modélisation des échanges thermiques, entre la cavité et l'extérieur, a permis de concevoir un système composé de deux enceintes à vide imbriquées, d'écrans thermiques et d'asservissement de température appropriés à cette sensibilité thermique élevée.

Un total de cinq cavités, dont la géométrie est issue de ces travaux, ont été réalisées pour différentes expériences du laboratoire. Deux cavités sont utilisées pour le développement d'une expérience de transfert de fréquences optiques ultra-stables par lien fibré entre le LNE-SYRTE (Paris) et le LPL (Laboratoire de Physique des Lasers, Villetaneuse). Ces cavités sont horizontales avec des miroirs en ULE traités à la longueur d'onde de 1542 nm.

Une cavité horizontale, ayant des miroirs en silice fondue dont le traitement réfléchissant est à la longueur d'onde de 698 nm, est utilisée comme référence pour le laser d'interrogation de l'étalon de fréquence basé sur des atomes neutres de Strontium piégés dans un réseau optique.

Une cavité identique à la précédente, mais de traitement réfléchissant centré à 1064 nm, est utilisée comme référence optique pour le projet OPUS, c'est-à-dire pour la génération de signaux micro-ondes à bas bruit. Enfin, des miroirs, à la même longueur d'onde, montés sur une cavité verticale, constituent la référence de fréquence du laser d'interrogation de l'étalon de fréquence utilisant des atomes neutres de mercure piégés dans un réseau optique. Ces deux dernières cavités étant à la même longueur d'onde, il est possible de les caractériser en comparant directement le bruit de fréquence de chacun des lasers ultra-stables.

Chapitre 3

Lasers ultra-stables : dispositif expérimental et résultats

Nous avons vu dans le chapitre précédent comment ont été conçues deux géométries de cavités ultra-stables présentant une faible sensibilité aux perturbations sismiques. Elles ont été étudiées pour que ce bruit ne soit pas une limite pour la stabilité relative de fréquence des lasers asservis sur ces cavités (estimée par l'écart type d'Allan). La limitation doit venir du bruit thermique qui peut être selon le matériau utilisé pour le substrat des miroirs, de $\sim 3 \times 10^{-16}$ pour la silice fondue ou de $\sim 1 \times 10^{-15}$ pour de l'ULE [71]. Si, pour cette raison, il est tentant d'utiliser la silice fondue cela nécessite de prendre des précautions pour s'affranchir de l'influence due à l'augmentation du coefficient de sensibilité à la température de la cavité. D'après l'étude qui est aussi présentée au chapitre précédent, l'effet de ce coefficient est compensé par une forte réduction des fluctuations de température vues par la cavité grâce à plusieurs écrans thermiques placés à l'intérieur de l'enceinte à vide de la cavité.

À partir de cette étude cinq cavités ont été réalisées (quatre horizontales et une verticale) afin de stabiliser en fréquence des lasers pour différentes expériences réalisées au laboratoire. Ce chapitre présente la réalisation expérimentale de deux lasers ultra-stables réalisés avec une cavité horizontale pour l'un et verticale pour l'autre. Le premier est le laser destiné à être utilisé pour référencer un laser femtoseconde, pour générer un signal micro-onde possédant la stabilité de la référence. Dans la suite du document ce laser est appelé OPUS (*Oscillateur Photonique Ultra-Stable*, nom donné à l'expérience).

Le second laser ultra-stable, appelé laser ultra-stable mercure ou Hg, est à la base du système de génération de faisceaux lasers dans l'ultra-violet proche, développé pour une horloge optique. L'ensemble de ce système doit

permettre de réaliser l'interrogation de la transition horloge des atomes de mercure piégés dans un réseau optique.

Ces deux lasers ultra-stables sont à la même longueur d'onde (1062,5 nm). Il est donc possible de réaliser des comparaisons de fréquence directes permettant de mesurer les sensibilités accélérométriques des cavités. Le bruit et les stabilités relatives de fréquence mesurés et présentés dans ce chapitre, mettent en évidence le gain procuré par l'utilisation de la silice fondue comme substrat des miroirs pour les deux cavités utilisées. On a pu constater l'efficacité du filtrage thermique à l'aide de mesures dont l'une permet d'obtenir une estimation du coefficient de sensibilité thermique des cavités.

Dans une dernière partie, les résultats des travaux réalisés en collaboration avec S. Webster du *National Physical Laboratory* (NPL, Royaume-Unis) sont présentés. Ils portent sur la mesure et l'optimisation expérimentale de la sensibilité accélérométrique de deux cavités horizontales. Grâce à cette sensibilité réduite, parmi l'une des plus faibles publiées, la comparaison entre deux lasers ultra-stables réalisés avec ces cavités atteint une stabilité relative de fréquence de $\sim 1 \times 10^{-15}$ entre 1 s et 10 s. Cette limitation est attribuée au bruit thermique des miroirs des cavités.

3.1 Laser ultra-stable OPUS

Cette partie est consacrée à la description de la réalisation ce laser ultra-stable. Il est obtenu en asservissant en fréquence un laser commercial à fibre dopée Ytterbium à 1062,5 nm sur une cavité horizontale ayant des miroirs en silice fondue. La sensibilité accélérométrique de la cavité a été mesurée pour plusieurs positions des appuis. On a ainsi suffisamment de mesures pour les confronter avec le modèle.

3.1.1 La cavité ultra-stable

La géométrie de la cavité a été déterminée à l'aide des résultats de simulation présentés au chapitre précédent 2.3.5. Une photographie de la cavité est visible sur la figure 3.1. La cavité, d'axe optique horizontal, est constituée de deux miroirs en silice fondue (plan – concave, rayon de courbure de 500 mm) assemblés sur le corps de la cavité en ULE par adhérence moléculaire. La longueur de la cavité de 100 mm pour un rayon de 50 mm. Le corps de la cavité, un cylindre dans lequel les deux épaulements sont usinés, est percé selon son axe (diamètre de 10 mm) sur toute sa longueur pour permettre le passage du faisceau laser. Un second trou situé à la moitié de la longueur et débouchant sur le haut de la cavité rend possible la mise sous vide de l'axe

optique. La finesse mesurée est de 680000 (voir la partie 3.1.9).

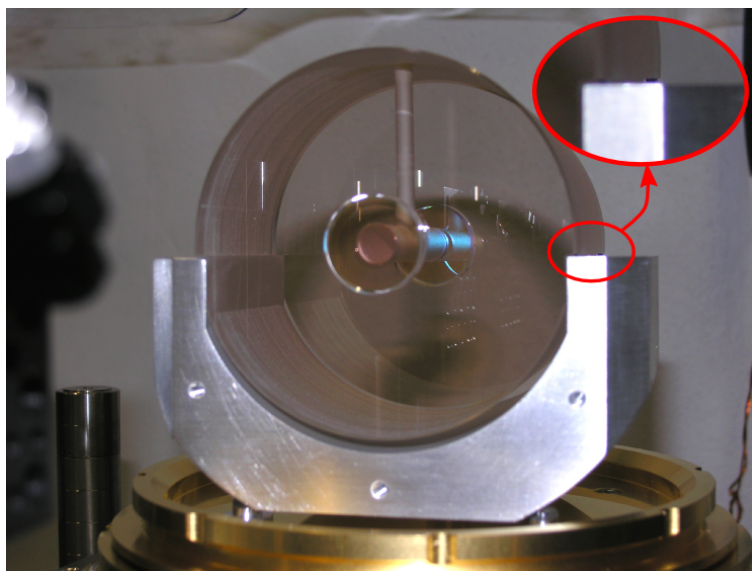


FIG. 3.1 – Photographie de la cavité horizontale posée sur son berceau (version préliminaire en aluminium) lors du montage du système.

3.1.2 Enceintes à vide

L'enceinte à vide comprend plusieurs écrans thermiques permettant de filtrer les fluctuations de température. Ils réduisent suffisamment l'effet produit par le coefficient d'expansion thermique (CTE) élevé de la cavité, estimé à environ 10^{-7} K^{-1} . Cette valeur élevée est due à l'utilisation de miroirs en silice fondue sur une cale en ULE. Afin d'avoir la possibilité d'asservir la température de la cavité à la température d'inversion du CTE, estimée à -22 °C , on utilise un système de double enceinte à vide, indépendantes et imbriquées décrit dans le chapitre précédent.

L'enceinte à vide externe

L'enceinte extérieure est en acier inoxydable. C'est un cylindre vertical, d'environ 280 mm de haut et 330 mm de diamètre, dans lequel on réalise quatre ouvertures (voir la figure 3.2). Deux d'entre elles permettent le passage du faisceau laser par l'intermédiaire de hublots montés sur des brides. Les deux autres ouvertures permettent l'accès aux deux systèmes d'asservissement de température (modules à effet Peltier, sondes de température) de l'enceinte à vide intérieure une fois que l'enceinte extérieure est positionnée.

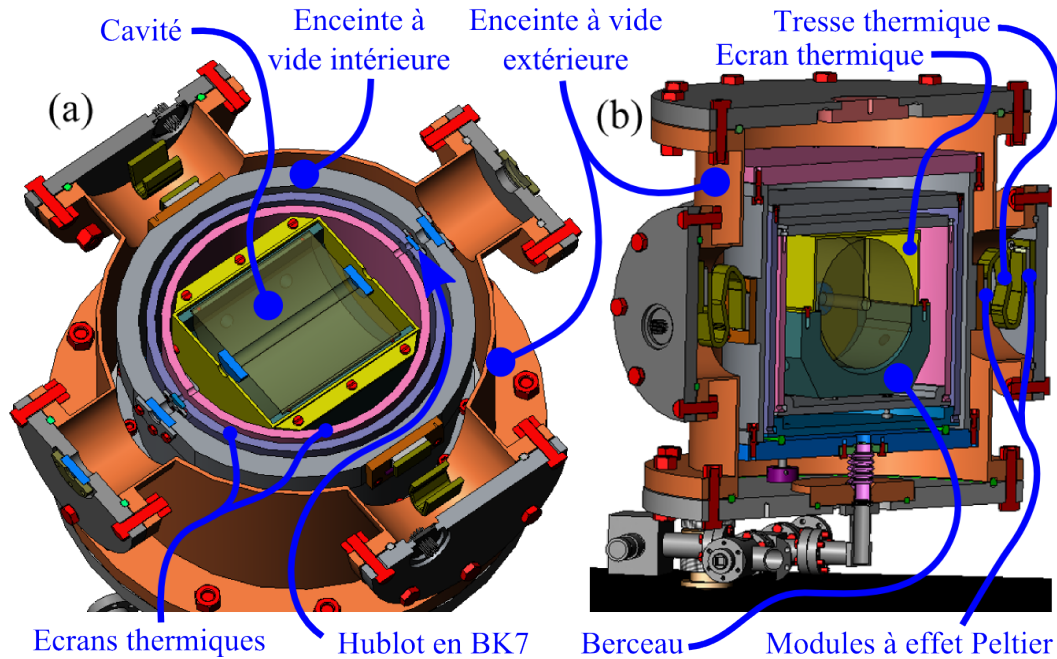


FIG. 3.2 – Vue en trois dimensions des deux enceintes à vide imbriquées, des écrans thermiques et de la cavité, en coupe de dessus (a), en coupe de face (b).

Ces ouvertures doivent donc être suffisamment grandes pour que l'on puisse monter (ou éventuellement démonter) ces éléments depuis l'extérieur. Une fois l'opération terminée, elles sont fermées par des brides sur lesquelles les tresses thermiques en cuivre conduisent la puissance devant être dissipée par les modules à effet Peltier. Deux brides ferment chacune des extrémités (haut et bas) de cette enceinte. L'étanchéité est assurée par des joints toriques en Viton. Ce choix est motivé par le nombre important d'ouvertures et fermetures que nécessite les tests de sensibilité accélérométrique de la cavité.

L'enceinte intérieure

L'enceinte à vide intérieure est en aluminium, un assez bon conducteur thermique, dans le but de minimiser les gradients de température. L'étanchéité est assurée par du fil d'indium écrasé. Le diamètre apparent des hublots est réduit à 1 cm par une bride afin de limiter le rayonnement thermique incident sur les miroirs de la cavité. Toujours dans le même objectif, ces hublots sont en BK7 car ce matériau est quasiment opaque à $\sim 10 \mu\text{m}$, la longueur d'onde de rayonnement thermique. La pression interne est d'environ 5×10^{-7} mbar. Cette enceinte est supportée par trois pieds en acier inoxydable de section réduite (cylindre creux) ce qui limite la puissance thermique qui lui

est transmise par conduction.

Systèmes de pompage ultra-vide

Chacune des enceintes à vide est reliée par un système à vide indépendant. Chaque système comprend un « getter » activé par une résistance chauffante et une pompe ionique de 3 L.s^{-1} . Sur chacun d'eux, une vanne permet le raccord d'une pompe turbo-moléculaire. Ils sont positionnés sous l'enceinte à vide extérieure afin que le centre de gravité soit le plus bas possible. Un flexible permet de raccorder l'enceinte intérieure au système de pompage tout en traversant l'enceinte extérieure.

Les écrans thermiques extérieur et intérieur

L'écran thermique extérieur est en aluminium poli et doré afin de diminuer son émissivité (environ 2 % ou 3 %) et donc la puissance thermique qu'il reçoit par rayonnement. Il comporte des hublots uniquement dans le but d'isoler la cavité du rayonnement thermique. Un contact avec le blindage, réalisé à l'indium, permet de les thermaliser. Tous les hublots (y compris ceux des enceintes) sont inclinés de 3° de telle sorte qu'aucun étalon parasite ne puisse se former entre deux hublots. Les ouvertures faites pour le dégazage de l'intérieur ne permettent pas une vue directe entre l'enceinte intérieure et l'écran interne. Cet écran est posé sur trois morceaux de joints toriques en Viton qui garantissent une bonne résistance thermique tout en filtrant les vibrations résiduelles.

L'écran intérieur est de conception identique au premier, sans hublots. Il est supporté par trois pieds similaires à ceux de l'enceinte intérieure.

Support de la cavité

Le support sur lequel repose la cavité, ou « berceau », est en laiton recouvert d'une couche d'or. Il est posé sur trois pieds en acier inoxydable, dont l'extrémité est arrondie, pour obtenir un contact quasiment ponctuel. Quatre trous taraudés permettent de visser des vis de réglage micrométriques (voir photo de la figure 3.3). Elles ont pour fonction de lever légèrement (quelques millimètres) et avec précision la cavité pour faciliter le positionnement des appuis en Viton.

En associant un capot en cuivre de 2 mm d'épaisseur et doré sur ce berceau on obtient un troisième écran thermique. Ces deux éléments sont thermiquement reliés par un fil d'indium écrasé.

La cavité est supportée sur ce berceau par quatre pastilles carrées, en Viton, d'environ 2 mm^2 et de 0,7 mm d'épaisseur. Ces pastilles permettent

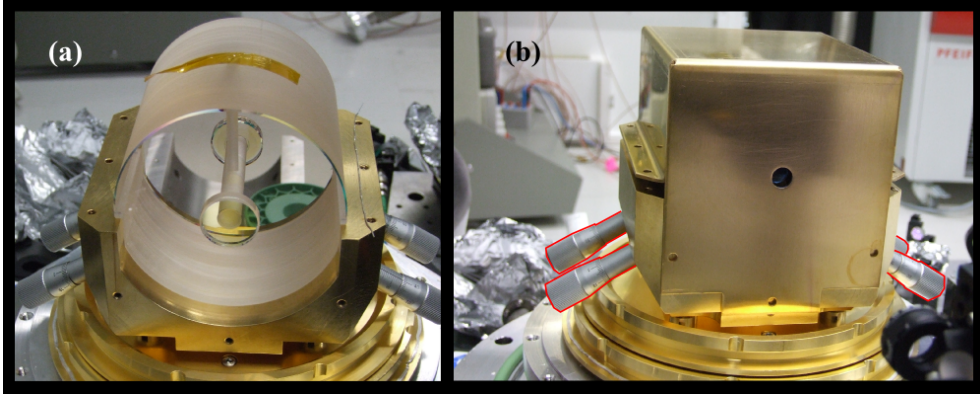


FIG. 3.3 – Photographie de la cavité posée sur le berceau en laiton (a), de l'écran thermique en cuivre de la cavité en cours de montage sur le berceau (b). On voit les quatre vis micrométriques (surlignées en rouge) utilisées pour le positionnement de la cavité sur ses appuis.

de compenser une variation relative de longueur minimum de 10^{-3} entre le berceau et la cavité. Cela signifie que le coefficient de dilatation thermique du matériau dans lequel est réalisé le berceau peut être jusqu'à mille fois plus élevé que celui de la cavité qui est de l'ordre de 10^{-7} K^{-1} . Ce qui est le cas pour le laiton dont le coefficient est de $2 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

La fréquence de résonance de la cavité sur ses pastilles en Viton est estimée avec un calcul simple :

$$f_{\text{meca}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4 \frac{S_v}{\ell_v} E_v}{m_{\text{cavite}}}} \quad (3.1)$$

Pour un module d'Young du Viton de $E_v = 500 \text{ MPa}$ et une masse de cavité de $m_{\text{cavite}} = 1,7 \text{ kg}$, elle est d'environ 300 Hz en vertical et 150 Hz à l'horizontal (avec S_v la section orthogonale à la direction considérée et ℓ_v la longueur).

3.1.3 Isolation sismique

L'isolation sismique est assurée par une table d'isolation active commerciale [120]. Des accéléromètres mesurent le déplacement de la partie isolée de la table et l'asservissent à l'aide de moteurs magnétiques.

Ce type de système est moins performant que les systèmes d'isolation passifs (2.1) mais présente, en revanche, plusieurs intérêts. Le premier avantage est que, quelque soit le type d'applications, à la mise sous tension il fonctionne immédiatement après un réglage automatique de l'horizontalité du plateau. Il faut rappeler que, pour fonctionner, les tables passives

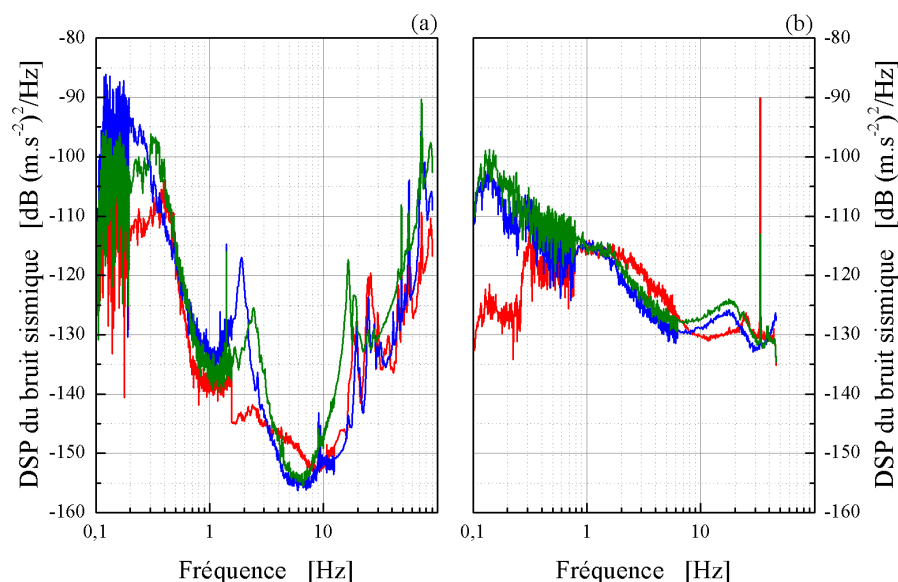


FIG. 3.4 – Densité spectrale de puissance du bruit d'accélération de la table d'isolation passive (a) et de la table d'isolation active, pour les axes nord-sud (en bleu), est-ouest (en vert) et le vertical (rouge) mesurée par un sismomètre à bas bruit.

nécessitent un ajustement très fin de la charge et de la répartition des masses : une dizaine de grammes pour une charge totale de 300 kg. De plus, les réglages obtenus ne sont pas indéfiniment valables et sont, par exemple, dépendants de la température. Le second avantage des tables actives, qui nous intéresse particulièrement, est la possibilité d'appliquer une modulation externe de l'accélération. Cela permet de réaliser les mesures de sensibilité accélérométrique de la cavité horizontale.

Elle possède cependant deux inconvénients d'ordre technique. D'abord, les axes de modulation horizontaux sont au nombre de trois, formant entre eux des angles de 120° , alors que pour tester la sensibilité de la cavité trois axes orthogonaux sont nécessaires. On peut remédier assez facilement au problème à l'aide d'un circuit électronique externe qui réalise une combinaison linéaire de plusieurs axes. Le second inconvénient est dû au couplage AC de l'entrée de modulation (~ 1 Hz) contraignant le choix de la fréquence d'excitation. Par ailleurs, il n'est pas possible d'utiliser le signal fourni par le sismomètre à bas bruit externe pour améliorer les performances de la table à très basse fréquence (à partir de 30 mHz).

Les performances de la table active sont néanmoins suffisantes pour s'af-

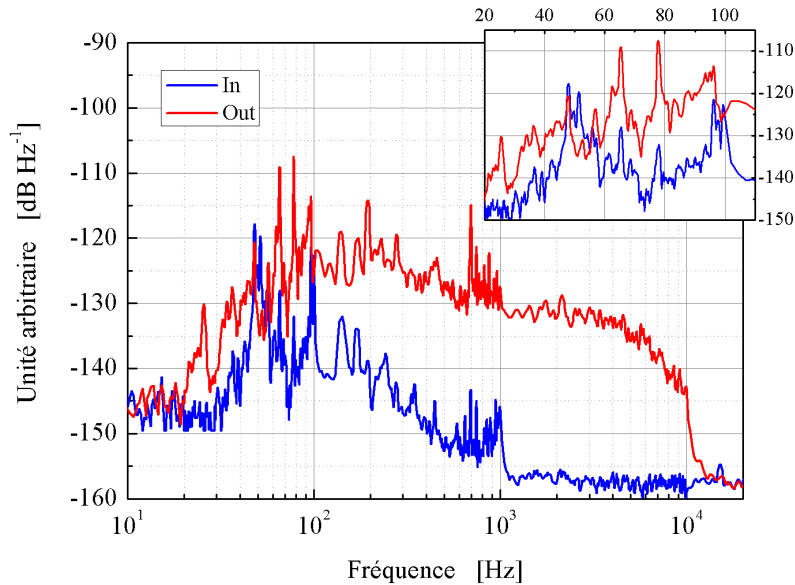


FIG. 3.5 – Densité spectrale de bruit acoustique à l’intérieur (en bleu) et à l’extérieur (en rouge) de l’enceinte d’isolation acoustique, mesurée avec un microphone non étalonné (unité arbitraire, bande passante approximativement de 40 Hz à 10 kHz).

franchir du bruit sismique. En cas de nécessité, l’utilisation d’une table passive qui procure une meilleure isolation, n’est pas exclue.

3.1.4 Isolation acoustique

La cavité étant sous vide, les ondes acoustiques lui parviennent à travers les différents éléments sur laquelle elle repose. Ce bruit, vu par la cavité, est similaire à du bruit sismique, à la différence que celui-ci se couple directement à la table optique et à l’enceinte à vide extérieure. La table d’isolation active est en théorie capable de compenser cela. Dans la pratique, elle n’y parvient pas parfaitement, on enferme donc dans une enceinte protectrice toute cette partie de l’expérience. Se trouvent donc, dans cette enceinte, la table d’isolation des vibrations qui supporte un banc optique, sur laquelle repose les enceintes à vide imbriquées et les écrans thermiques contenant la cavité. Le montage optique (excepté la source laser) se trouve sur le banc optique et donc dans l’enceinte d’isolation acoustique. Elle protège ainsi des fluctuations lentes d’indice optique dues aux courants d’air. On peut ajouter que, cette enceinte étant totalement close, elle assure un premier filtrage

des fluctuations de température du laboratoire avec une constante de temps d'environ 24 heures.

Les dimensions de l'enceinte sont fixées par le volume de l'expérience qu'elle protège, soit un parallélépipède de 1 mètre par 1 mètre de côtés et 80 cm de haut. Ces dimensions sont réduites au maximum afin d'augmenter la fréquence des modes propres de vibration des panneaux constituant l'enceinte. Pour les mêmes raisons, le matériau utilisé doit avoir un rapport $\frac{E}{\rho}$ (module de Young / densité) le plus élevé possible. De ce point de vue, l'aluminium et l'acier sont à peu près équivalents ($\sim 29 \times 10^6 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ contre $\sim 22 \times 10^6 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$). L'aluminium est choisi car il a une densité 4 fois plus faible que l'acier, ce qui permet à un expérimentateur de pouvoir manipuler les panneaux de l'enceinte facilement. Certains bois présentent aussi des propriétés intéressantes. C'est un excellent isolant acoustique car il dissipe très bien l'énergie, et c'est aussi un (très) bon isolant thermique. Il présente cependant le désavantage de polluer le laboratoire. C'est un facteur déterminant pour un laboratoire dans lequel on doit manipuler une cavité à très haute finesse nécessitant occasionnellement un environnement de salle blanche.

Chacune des faces de l'enceinte est divisée en deux panneaux, toujours dans le but d'avoir des fréquences de résonance le plus élevé possible. Pour cette raison, chacun des panneaux est rigidifié par une barre en aluminium. L'intérieur de l'enceinte est tapissé d'une mousse d'isolation phonique permettant d'amortir les modes de vibration et d'absorber les réflexions internes.

La figure 3.5 montre le niveau de bruit acoustique mesuré à l'aide d'un microphone à l'intérieur et à l'extérieur de cette enceinte d'isolation. L'instrument n'est pas étalonné, il permet uniquement de réaliser des mesures relatives dans sa bande passante (environ de 40 Hz à 10 kHz). A l'exception d'une résonance vers 50 Hz, l'atténuation procurée est au minimum de 10 dB dans toute cette bande passante et supérieure à 20 dB à partir de 200 Hz.

3.1.5 Asservissement en température

L'enceinte à vide de la cavité du projet OPUS n'est pour l'instant pas asservie en température. Cependant, grâce à des mesures réalisées par l'équipe de l'horloge à atomes de strontium, l'aspect thermique de la conception de l'enceinte à vide peut être validé.

Cette horloge optique utilise un laser stabilisé sur une cavité ultra-stable pour interroger les atomes. Le laser stabilisé repose sur la même cavité que celle utilisée par ce projet, à l'exception de la longueur d'onde du traitement réfléchissant des miroirs (698 nm, substrat en silice fondue). L'enceinte à vide est identique à celle utilisée pour l'expérience OPUS.

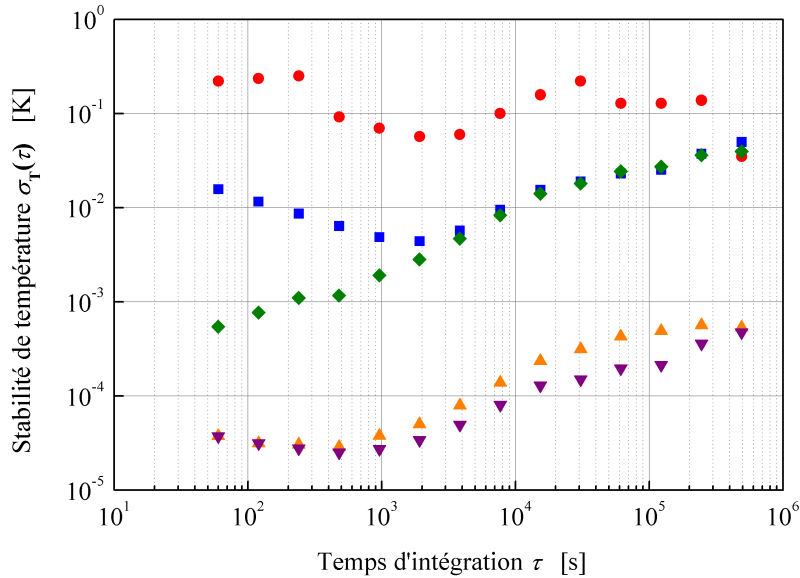


FIG. 3.6 – Stabilité de température procurée par l’asservissement de l’enceinte à vide intérieure (\triangle orange et ∇ violet) utilisé pour la cavité ultra-stable de l’horloge atomique (strontium). A titre indicatif est représenté celle de l’enceinte à vide extérieure (\diamond vert), celle de l’enceinte d’isolation acoustique (\square bleu) et celle du laboratoire (\circ rouge).

L’asservissement de température se fait en deux points diamétralement opposés de l’enceinte intérieure, ce qui permet de minimiser les gradients et avec une consigne de 25 °C. La stabilité ainsi obtenue est meilleure que 10^{-4} K jusqu’à 5000 s (voir figure 3.6), ce qui valide l’hypothèse utilisée pour la conception des écrans thermiques (partie 2.5.2).

D’autre part, une première estimation de la constante de temps des écrans thermiques est obtenue en analysant la réponse en fréquence de la cavité lors de la mise en fonctionnement de l’asservissement. L’ordre de grandeur de cette constante est d’un peu plus de 3 jours (fréquence de coupure de 6×10^{-7} Hz). Les fluctuations de fréquence induites par les fluctuations de température mesurées sont donc inférieures à 3×10^{-16} (limite calculée pour le bruit thermique des miroirs), pour des temps d’intégration allant jusqu’à plus de 1000 s.

La mesure de la dérive en fréquence de la cavité confirme cette estimation. Elle est au plus de $100 \text{ mHz}\cdot\text{s}^{-1}$, mesurée par rapport à la fréquence de transition d’horloge des atomes piégés. Cette dérive peut être expliquée par une relaxation de l’ordre de 3 picomètres par jour de la cale d’espace-

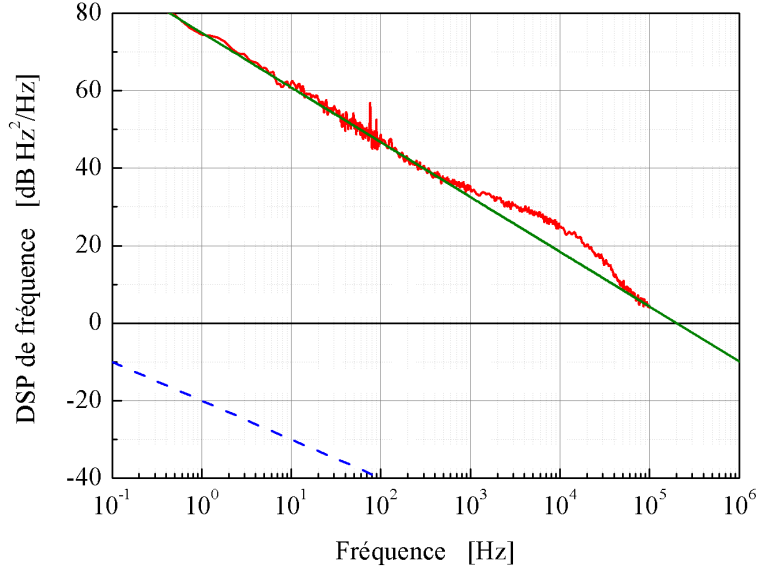


FIG. 3.7 – Densité spectrale de puissance du bruit de fréquence de la source laser à fibre à 1062,5 nm (~ 281 THz) libre mesurée (en rouge) correspondant à un bruit en $f^{-1,4}$ (en vert) et le bruit thermique de la cavité (tirets bleu).

ment de la cavité. De plus, cette dérive est extrêmement linéaire et donc très prédictible, ce qui permet de la compenser par une rampe de fréquence (par exemple, appliquée sur un AOM). Il faudrait alors plus de 3 mois pour que la fréquence de l'AOM se déplace d'un mégahertz, ce qui permet au laser stabilisé sur la cavité de fonctionner quasiment en continu.

3.1.6 Asservissement de fréquence

L'asservissement de fréquence a pour fonction de transférer au laser, le plus fidèlement possible, le bruit de fréquence de la cavité. Il doit permettre de rendre effective l'équation suivante pour les fréquences de Fourier f comprises dans la bande passante de l'asservissement :

$$\frac{S_L(f)}{L^2} = \frac{S_{\nu_\ell}(f)}{\nu_\ell^2} \quad (3.2)$$

avec L et ν_ℓ la longueur de la cavité et la fréquence du laser et $S_L(f)$ et $S_{\nu_\ell}(f)$ les DSP de bruit de longueur de la cavité et de fréquence du laser.

Le bruit ultime de longueur de la cavité est causé par le bruit thermique des éléments de la cavité. Dans le cas de substrats de miroirs en silice fondue, il est estimé [71] à

$$S_L(f) \simeq \frac{10^{-33}}{f} \text{ m}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$$

, ce qui permet de déduire, de l'équation 3.2, la valeur du bruit de fréquence que le laser doit atteindre :

$$S_{\nu_\ell}(f) \simeq \frac{10^{-2}}{f} \text{ Hz}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$$

sachant que $\nu_\ell = 281 \text{ THz}$ (1062,5 nm). Dans le cas de l'utilisation du laser ultra-stable pour l'interrogation d'une horloge atomique (optique ou micro-onde après transfert), on est principalement intéressé par le bruit en dessous de la dizaine de hertz (ou par la stabilité de fréquence pour des temps d'intégration à partir de 0,1 s). Afin de ne pas avoir des sources de bruit dont la contribution serait non négligeable à 1 Hz, une marge d'un minimum d'une décade est souhaitée. Cela conduit à un bruit en f^{-1} jusqu'à $f \simeq 10 \text{ Hz}$. A partir de cette fréquence, il n'est pas préjudiciable pour l'expérience, si le bruit est dominé par un bruit blanc de fréquence donc au niveau de $-30 \text{ dB Hz}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$.

Pour connaître les caractéristiques de la boucle d'asservissement, le bruit fréquence de la source laser libre S_{ν_0} doit être connu. Il s'agit d'un laser commercial à fibre dopée Ytterbium de longueur d'onde centrale 1062,5 nm (AdjustiK, *Koheras*). La mesure du bruit de fréquence s'effectue en faisant interférer sur une photodiode le laser à mesurer avec un laser de référence. Si la différence de fréquence entre les deux lasers est inférieure à la bande passante de la photodiode celle-ci fournit un signal de battement. La fréquence de ce signal est divisée, puis il est envoyé à un convertisseur fréquence-tension dont le niveau de bruit peut être négligé dans ce cas. Le diviseur de fréquence permet de conserver la fréquence du signal dans la gamme de fonctionnement du convertisseur suffisamment longtemps pour effectuer la mesure. A deux coefficients près, le bruit de tension du signal de sortie du convertisseur correspond au bruit de fréquence du signal de battement optique. Le laser de référence utilisé pour cette comparaison est celui de l'étalon de fréquence à atomes de mercure stabilisé sur la cavité ultra-stable orientée verticalement. Sa contribution dans cette comparaison avec un laser non stabilisé est donc négligeable. La DSP du bruit de fréquence est mesurée avec un analyseur à transformée de Fourier rapide et est représentée à la figure 3.7. Elle vaut $3,2 \times 10^6 \cdot f^{-1,4} \text{ Hz}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ soit 75 dB $\text{Hz}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ à 1Hz de la porteuse avec une bosse de bruit de moins de 10 dB entre 600 Hz et 50 kHz.

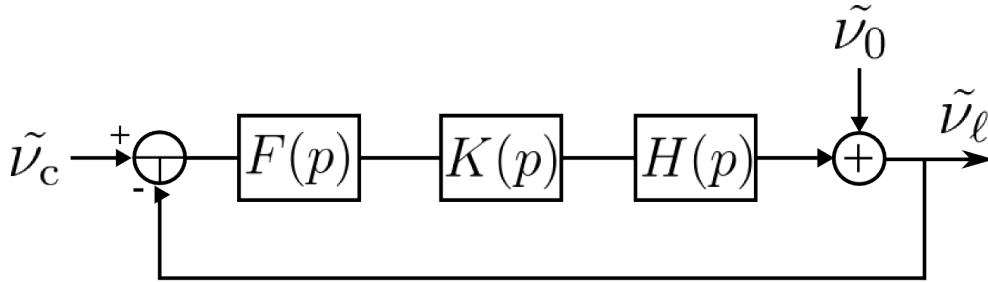


FIG. 3.8 – Modélisation de la boucle d’asservissement du laser sur la cavité ultra-stable. $F(p)$ représente l’ensemble de la fonction de transfert de la méthode Pound-Drever-Hall (en incluant la cavité). $K(p)$ est la fonction de transfert du circuit électronique correcteur. La fonction de transfert $H(p)$ décrit la réponse de l’actionneur qui convertit des fluctuations de tension en corrections de fréquence optique (céramique piézoélectrique, modulateur acousto-optique). $\tilde{\nu}_c$, $\tilde{\nu}_\ell$, $\tilde{\nu}_0$ sont respectivement les transformées de Fourier de la fréquence de la cavité, du laser asservi et du laser libre.

Le schéma de l’asservissement en fréquence du laser sur la cavité est représenté à la figure 3.8. La consigne est donnée par la DSP de fréquence de la cavité S_{ν_c} et est reliée à la DSP de fluctuation de longueur de la cavité S_L par la relation :

$$S_{\nu_c}(f) = \left(\frac{\nu_\ell}{L}\right)^2 S_L(f) \quad (3.3)$$

Le signal d’erreur est obtenu en soustrayant la fréquence instantanée du laser à celle de la consigne. Cela s’obtient expérimentalement en utilisant la technique d’asservissement de Pound-Drever-Hall [121, 122]. Elle est modélisée par un soustracteur de fréquence et la fonction $F(p)$ en $[\text{V} \cdot \text{Hz}^{-1}]$. Cette fonction est décrite par un filtre passe bas représentant la cavité dont la fréquence de coupure f_p est le pôle de la cavité (largeur de la résonance à mi-hauteur).

Le second élément de l’asservissement est le filtre correcteur $K(p)$ (sans dimension). Il permet de corriger la fonction de transfert en boucle ouverte du système afin d’optimiser le gain et la bande passante de l’asservissement.

Le dernier est l’élément qui agit sur la fréquence du laser dont la fonction de transfert est notée $H(p)$ en $[\text{Hz} \cdot \text{V}^{-1}]$. La bande passante que l’on peut atteindre, donc le gain en basse fréquence, dépend de cet actionneur utilisé pour appliquer les corrections de fréquence. La céramique piézoélectrique de la source laser peut présenter une première résonance à une fréquence de l’ordre de quelques dizaines de kilohertz. Comme on va le voir par la suite, le gain en basse fréquence serait alors trop faible.

L’alternative consiste à insérer, dans le montage optique, un modulateur acousto-optique sur lequel les corrections de fréquence rapide sont appliquées.

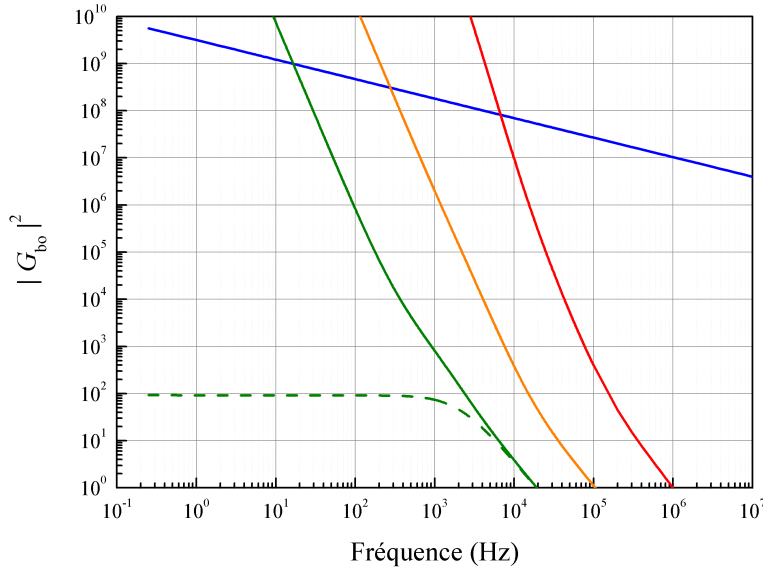


FIG. 3.9 – Gain en boucle ouverte (module au carré) de l’asservissement pour plusieurs fréquences de coupure à gain unitaire sans les intégrateurs (20 kHz, tirets vert) et avec intégrateurs (20 kHz en vert, 100 kHz en orange et 1 MHz en rouge). La courbe en bleu représente le gain à partir duquel le bruit thermique de la cavité est atteint.

En minimisant la distance parcourue par l’onde acoustique, on diminue le délai dans la boucle d’asservissement. Des expériences préliminaires réalisées montrent qu’il est possible d’atteindre une bande passante de 1 MHz en contrepartie d’une baisse d’efficacité et d’une détérioration nette du profil du faisceau. Cependant, son utilisation garantit l’obtention d’une bande passante de plusieurs centaines de kilohertz. Le gain de cet étage est déterminé par celui de l’oscillateur piloté en tension (VCO), utilisé pour piloter l’AOM. Il est de l’ordre de 4 MHz.V^{-1} avec une bande passante de modulation de $\sim 3 \text{ MHz}$.

Les fluctuations de fréquence du laser libre sont ajoutées après ce dernier étage. Elle doivent donc être compensées par l’asservissement afin que la fréquence du laser asservi soit la plus stable possible. La fonction de transfert en boucle fermée s’écrit

$$G_{\text{bf}}(p) = \frac{G_{\text{bo}}(p)}{1 + G_{\text{bo}}(p)} \quad (3.4)$$

avec G_{bo} la fonction de transfert en boucle ouverte telle que :

$$G_{\text{bo}}(p) = F(p) K(p) H(p) \quad (3.5)$$

La fonction en boucle ouverte permet de relier les DSP de bruit de fréquence de la cavité S_{ν_c} et du laser libre S_{ν_0} :

$$S_{\nu_0} = |G_{\text{bo}}|^2 S_{\nu_c} \quad (3.6)$$

On peut ainsi déterminer le gain que doit fournir l'asservissement afin que le laser asservi soit limité par le bruit thermique de la cavité, soit $|G_{\text{bo}}|^2 = 3,2 \times 10^8 f^{-0,41}$. A partir de cela et d'après la bande passante que l'on peut raisonnablement supposer atteindre, on peut connaître le nombre et la constante de temps des intégrateurs que doit comporter le filtre correcteur $K(p)$.

Dans l'hypothèse où les corrections de fréquence seraient appliquées directement au laser, en modulant sa céramique piézoélectrique, on constate (figure 3.9) que si l'une de ses résonances limite la fréquence du gain unitaire à 20 kHz (très probable), le gain de la boucle est suffisant en dessous de ~ 10 Hz. Pour cela, on utilise deux intégrateurs de fréquence 3 kHz et 300 Hz. Le gain obtenu, en utilisant la céramique comme actionneur de fréquence, ne permet pas d'avoir une marge confortable sur le bruit du laser asservi.

En choisissant d'utiliser un AOM comme actionneur, la fréquence de gain unitaire, d'au moins 100 kHz, est garantie. Un gain de boucle suffisamment grand, jusqu'à 300 Hz, est atteint avec un premier intégrateur à partir de 16 kHz, et un second à partir de 1,6 kHz (voir la figure 3.9). A titre indicatif, il est possible d'avoir le gain requis jusqu'à 7 kHz grâce à une fréquence de gain unitaire de 1 MHz.

En pratique, on obtient une bande passante d'environ 600 kHz. Un troisième intégrateur à ~ 10 Hz est utilisé pour envoyer un signal de correction à la céramique piézoélectrique du laser. En utilisant un amplificateur haute tension (0 – 200 V), on a une dynamique suffisante pour permettre de conserver le laser asservi sur la cavité pendant plusieurs semaines.

La pente du signal d'erreur est maximale pour une profondeur de modulation de ~ 1 rad, c'est-à-dire pour une puissance radio-fréquence de pilotage du modulateur électro-optique de ~ 24 dBm. Cette optimisation a été réalisée et a permis de minimiser les gains électroniques qui, par nature, ajoutent du bruit au signal. Le déphasage entre le signal de modulation de phase et celui de démodulation est finement ajusté à l'aide de câbles pour optimiser le signal d'erreur.

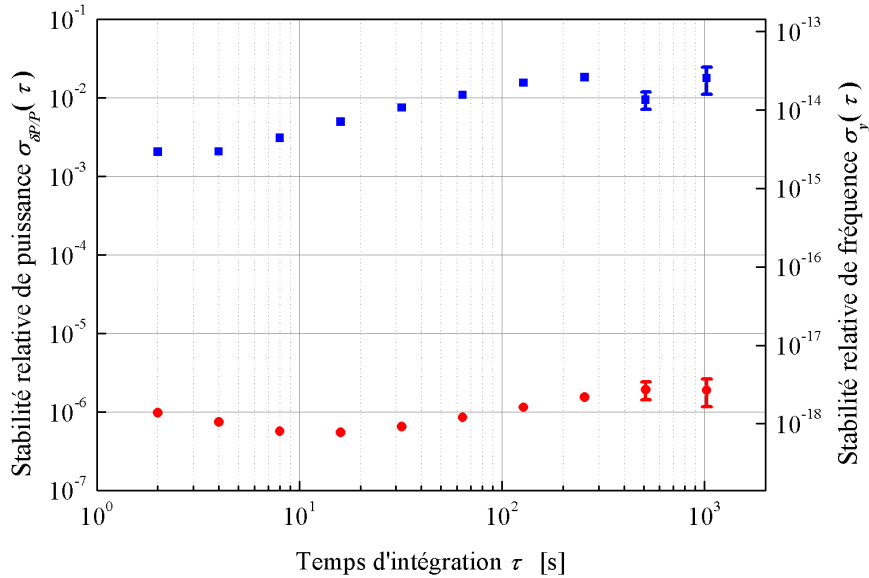


FIG. 3.10 – Stabilité relative de puissance (écart type d’Allan) mesurée en transmission de la cavité : libre (\square bleu) et asservie (sur la transmission, \circ rouge).

3.1.7 Asservissement de la puissance optique

La puissance optique, transmise par la cavité, fluctue de plus de 1 % sur des temps allant jusqu’à 100 s (voir figures 3.10 et 3.11). Les fluctuations sont, en général, causées par des changements de température qui peuvent agir sur plusieurs éléments comme le laser lui-même ou les montures des miroirs qui se dilatent et changent le couplage des fibres optiques ou celui des AOM. La température influence aussi la polarisation du faisceau dans les fibres optiques. A sa sortie elle est projetée sur l’état propre de polarisation d’un cube. Les fluctuations de polarisation se transforme donc en fluctuations de puissance. Pour le bon fonctionnement du système, il est sain de s’affranchir de ces fluctuations et d’éliminer des sources potentielles de problème comme, par exemple, des changements de gain dans les différents asservissements.

D’autre part, du fait de la très haute finesse de la cavité ($\mathcal{F} \simeq 680000$), les fluctuations de sa fréquence provoquées par des fluctuations de la puissance intra-cavité sont très élevées. Le coefficient correspondant est estimé à l’aide d’une mesure simple à $\sim 100 \text{ Hz} \cdot \mu\text{W}^{-1}$. Avec une puissance incidente sur la cavité de $4 \mu\text{W}$ les fluctuations de fréquence induites sont supérieures à quelques 10^{-15} en valeurs relatives (figure 3.10). Il est donc nécessaire de

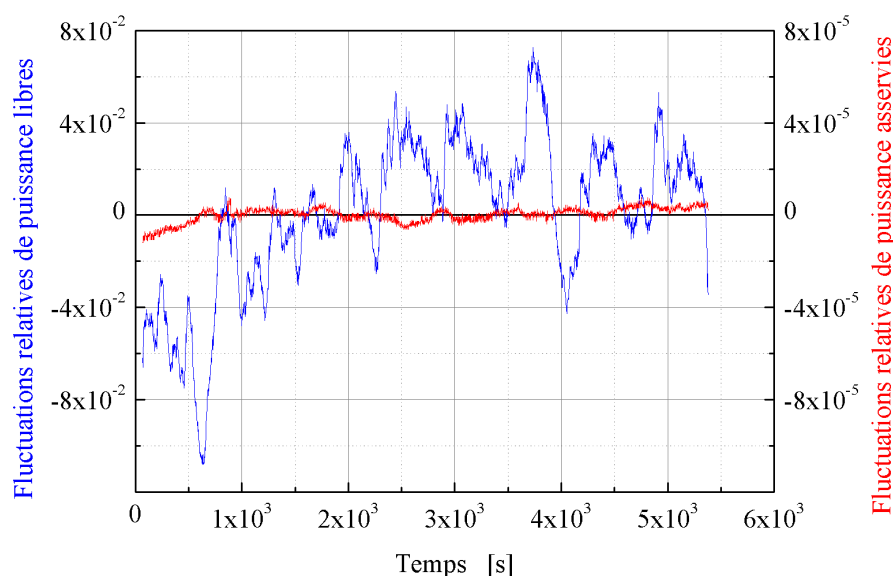


FIG. 3.11 – Fluctuations relatives de puissance mesurées en transmission de la cavité : libre (bleu) et asservie (sur la transmission, rouge).

gagner plus d'un ordre de grandeur sur les fluctuations de puissance pour s'affranchir des déplacements de fréquence induits.

La puissance transmise par la cavité est asservie avec une bande passante de ~ 2 kHz . Les corrections sont appliquées sur un AOM, utilisé dans l'ordre 0, en faisant varier la puissance radio-fréquence utilisée pour produire l'onde acoustique. Cette puissance est elle-même contrôlée en modulant en amplitude le synthétiseur de fréquence qui fournit le signal radio-fréquence.

La stabilité de puissance mesurée par la photodiode utilisée pour l'asservissement est améliorée de plus de 3 ordres de grandeur (figure 3.10 et 3.11). Cette mesure ne représente pas les fluctuations de puissance réelles. En effet, l'ensemble des bruits liés à la photodiode elle-même sont exclus de cette mesure : bruit du courant d'obscurité ($\sim 6 \times 10^{-5}$), bruit de la résistance de trans-impédance ($\sim 3 \times 10^{-6}$), lumière parasite (négligée dans l'enceinte). Cette mesure indique cependant que le reste de l'asservissement fonctionne correctement. On peut donc raisonnablement supposer que la stabilité de puissance nécessaire (10^{-4}) est atteinte sur les temps court (~ 100 s).

La référence de tension, utilisée comme consigne, très rudimentaire, est uniquement constituée d'un pont diviseur de tension alimenté par une alimentation régulée de laboratoire. Un simple filtre passe bas (résistance-

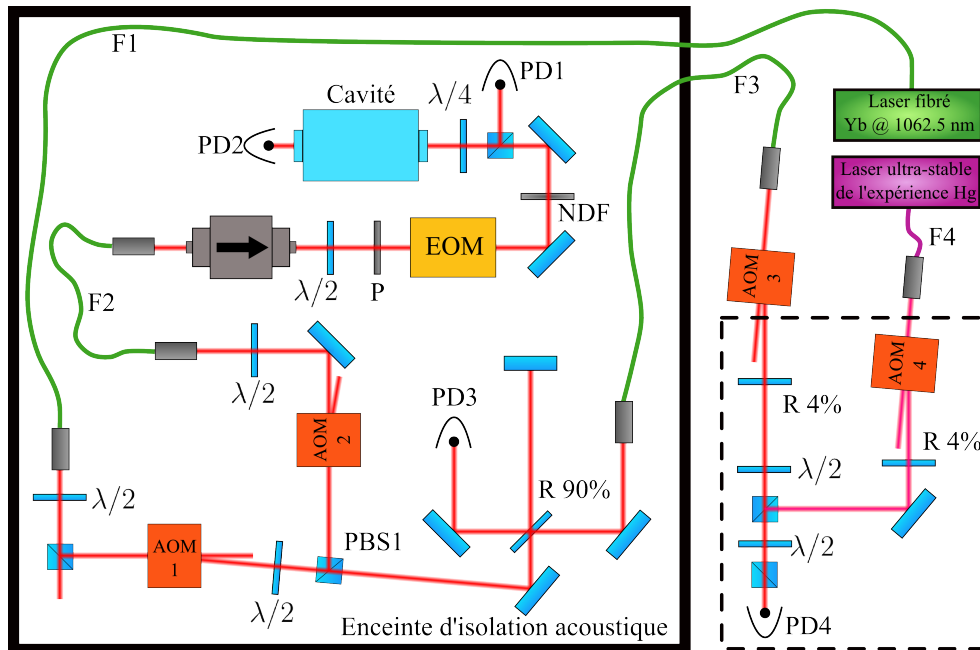


FIG. 3.12 – Schéma du montage optique permettant d’asservir le laser sur la cavité horizontale en utilisant la technique Pound-Drever-Hall, de réaliser le battement optique avec le laser ultra-stable de l’expérience mercure (F – fibre optique, $\lambda/2$ – lame à retard demi-onde, $\lambda/4$ – lame à retard quart d’onde, AOM – modulateur acousto-optique, PBS – cube séparateur de polarisation, P – polariseur, EOM – modulateur électro-optique, NDF – filtre à densité neutre, PD – photodiode et R $x\%$ – lame de verre ayant $x\%$ en réflexion). La partie du montage dans le cadre en tirets noirs est protégée des courants d’air par une boîte cartonnée.

condensateur), de fréquence de coupure $\sim 0,5$ Hz, atténue le bruit « haute fréquence » présent dans le signal de consigne. Cette référence est largement suffisante même si elle limite la stabilité sur les temps longs (sensibilité à la température du pont diviseur de tension).

3.1.8 Montage optique

La lumière fournie par le laser est transmise par la fibre F1 dans l’enceinte d’isolation acoustique, où se trouve la table optique sur laquelle l’enceinte à vide de la cavité repose (voir figures 3.12 et 3.13). Une lame à retard demi-onde et un cube séparateur de polarisation permettent de définir la polarisation du faisceau. L’AOM1 diffracte la lumière dans l’ordre +1 avec un décalage en fréquence moyen de 202 MHz. Son rôle est d’appliquer les corrections rapides de fréquence afin d’asservir le laser sur la cavité ultra-stable. Une lame à retard demi-onde et le cube séparateur de polarisation

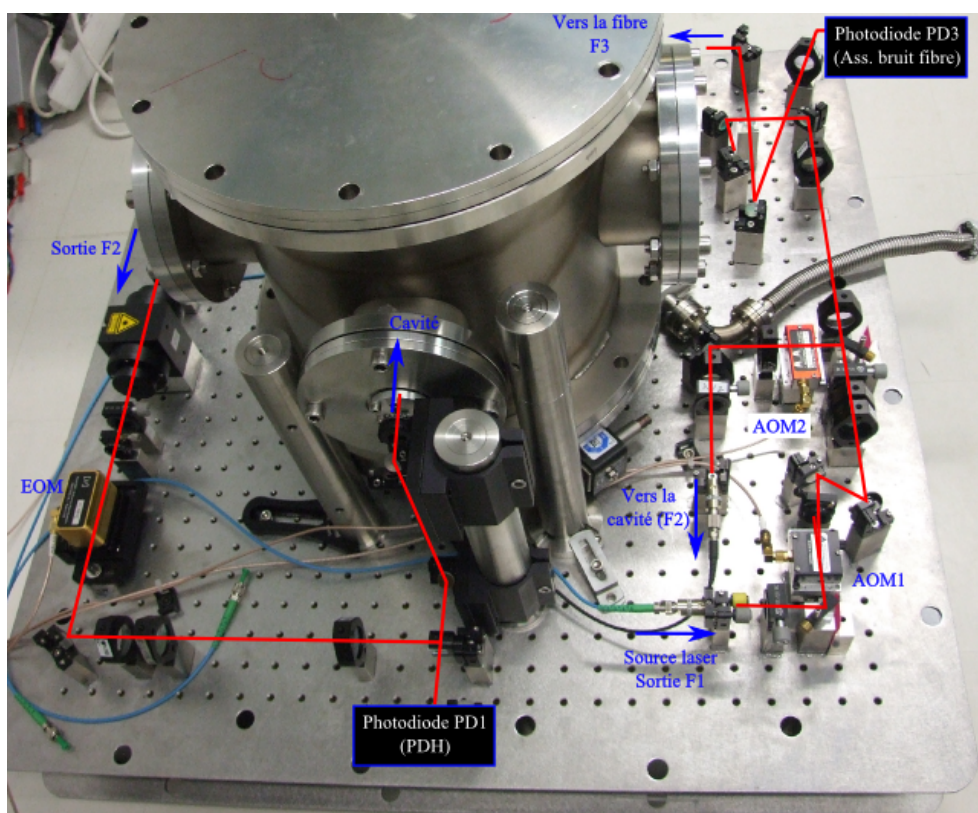


FIG. 3.13 – Photographie du montage optique permettant d'asservir le laser sur la cavité horizontale en utilisant la technique Pound-Drever-Hall, et d'envoyer le faisceau vers la fibre optique permettant de faire sortir le faisceau ultra-stable de l'enceinte d'isolation acoustique.

PBS1 permettent de répartir la puissance optique entre ce qui est envoyé vers la cavité et ce qui est envoyé vers la fibre optique F3 de sortie du montage.

Dans la partie du montage qui envoie la lumière vers la cavité, se trouve l'AOM2, utilisé dans l'ordre 0 et piloté à 200 MHz, qui permet d'asservir la puissance laser transmise par la cavité (détectée par la photodiode PD2). La fibre optique F2, monomode à maintien de polarisation de 1 mètre, filtre le mode spatial du faisceau dont la qualité est détériorée par l'AOM1 et l'AOM2. Un isolateur de Faraday de 30 dB permet d'atténuer l'effet d'éventuelles interférences pouvant être provoquées par des réflexions parasites. La polarisation du faisceau, envoyé dans le modulateur électro-optique (EOM), est très bien définie à l'aide d'un filtre polariseur P ayant un taux d'extinction de 10^4 . On minimise ainsi la modulation d'amplitude résiduelle produite par l'EOM à la suite des fluctuations de polarisation. Ce composant réalise la modulation de phase du faisceau laser à 61 MHz, indispensable à la technique

d'asservissement Pound-Drever-Hall [121].

Le filtre à densité neutre NDF est utilisé pour atténuer les étalons Fabry-Perot parasites. Le faisceau est ensuite couplé à la cavité par un périscope, constitué de miroirs métalliques (tous les autres étant diélectriques), dans le but de préserver au mieux l'état de polarisation. Le support mécanique du périscope est un cylindre en acier de longueur de ~ 300 mm et de diamètre ~ 40 mm en acier pour que l'assemblage mécanique soit le plus stable possible. La fréquence propre est en première approximation de 1,5 kHz. Environ 4 μ W de lumière est couplé à la cavité. Le faisceau réfléchi par la cavité est séparé du faisceau incident par un cube séparateur de polarisation, ayant un taux d'extinction de 10^3 , et par une lame à retard quart d'onde positionnée juste avant le hublot d'entrée de l'enceinte à vide. La photodiode à avalanche PD1 de bande passante 900 MHz, et de surface 0,04 mm², détecte ce faisceau réfléchi.

La transmission du cube séparateur de polarisation PBS1 fournit le faisceau laser stabilisé en fréquence sur la cavité. L'ensemble du montage optique décrit jusqu'ici étant enfermé dans une enceinte d'isolation acoustique, la lumière est extraite par la fibre optique F3 pour être utilisée. Les fibres, et particulièrement celles utilisées, ajoutent du bruit sur la fréquence du signal qu'elles véhiculent. Ce bruit est causé par les contraintes mécaniques que subit le cœur de la fibre, sous l'influence des fluctuations de température ou de vibrations mécaniques et acoustiques. Pour s'affranchir de ce bruit, on réalise un montage inspiré de celui décrit dans [56] : la phase du faisceau après la fibre F3, est asservie sur celle du faisceau non dégradé, c'est-à-dire avant la fibre F3. On réalise pour cela un interféromètre de Michelson avec, dans un de ses bras, la fibre optique F3 ainsi que l'AOM3. L'extrémité de ce bras est formé par une lame en verre non traitée qui réfléchit environ 4 % de la puissance. Le bras de référence, constitué uniquement d'un miroir, est situé dans l'enceinte d'isolation acoustique. Une lame semi-réfléchissante (90 % en réflexion) est utilisée pour faire interférer, sur la photodiode PD3, le faisceau venant des deux bras. Elle fournit un signal de fréquence $2f_{\text{AOM}} + 2\varepsilon$ où f_{AOM} est la fréquence de pilotage de l'AOM3 (200 MHz) et ε le bruit ajouté par la fibre. Il est démodulé par un signal de référence à la fréquence de 400 MHz afin d'obtenir un signal d'erreur correspondant au bruit de phase ajouté par la fibre optique (si l'on néglige la contribution du signal de référence). Ce bruit est donc annulé en modulant la fréquence du signal de pilotage de l'AOM3 par l'intermédiaire d'un VCO.

Un montage similaire permet d'acheminer, par fibre optique F4 (~ 20 m), la lumière ultra-stable obtenue par l'asservissement d'un autre laser à fibre dopée Yb sur la cavité verticale (1062,5 nm) situé dans le laboratoire voisin. La différence vient du fait que l'AOM, sur lequel les corrections de

fréquence sont appliquées, se trouve avant cette fibre optique F4. L'AOM4 qui se trouve après la fibre F4, est uniquement utilisé pour discriminer en fréquence une éventuelle réflexion parasite de la réflexion utile fournie.

La comparaison de la fréquence des deux lasers ultra-stables est obtenue en envoyant ces deux faisceaux avec les polarisations appropriées sur la photodiode PD4. Cette partie du montage est protégée des fluctuations d'indice de l'air induisant des fluctuations de fréquence par une boîte cartonnée. On estime que ces perturbations peuvent procurer des fluctuations relatives de fréquence pouvant atteindre 10^{-16} .

Il est à noter que la fibre optique F2 peut introduire des fluctuations de fréquence supplémentaires. En effet, le bruit qu'elle ajoute est compensé par l'asservissement mais le faisceau utile est lui prélevé avant qu'il ne la traverse. Ceci revient à ajouter du bruit sur la fréquence de la cavité. Cependant, il a été mesuré que sa contribution est tout au plus de $-40 \text{ dB Hz}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ à 1 Hz de la porteuse, ce qui est 20 dB plus faible que le niveau de bruit limité par le bruit thermique de la cavité.

3.1.9 Mesure de la finesse

En utilisant le laser ultra-stable de l'horloge à mercure, dont la largeur de raie est, dans le pire des cas, de l'ordre de 10 Hz, on peut mesurer directement la résonance de la cavité OPUS et connaître sa finesse. En pratique, on profite du signal de battement optique sur la photodiode PD4 (sur la figure 3.12) pour asservir le laser à fibre Ytterbium sur le laser ultra-stable Hg. On balaye ensuite la fréquence du laser et on enregistre le signal transmis par la cavité. Pour balayer la fréquence on module lentement, la fréquence du signal qui permet de démoduler le signal de battement optique. Une régression lorentzienne de ces données donne une largeur à mi-hauteur de $\Delta\nu_c = 2,2$ kHz. La finesse est donnée par

$$\mathcal{F} = \frac{f_{\text{ISL}}}{\Delta\nu_c} \quad (3.7)$$

avec $f_{\text{ISL}} \simeq 1,5$ GHz l'intervalle spectral libre de la cavité. On obtient une finesse de 680000. La légère dissymétrie entre la régression lorentzienne et les données (figure 3.14) est due à la dérive relativement importante entre le laser ultra-stable Hg et la cavité OPUS.

L'asservissement réalisé permet donc d'obtenir un laser extrêmement stable et de largeur de raie inférieure à la résonance de la cavité. En centrant la fréquence du laser sur un mode de la cavité il est donc très facile d'optimiser le couplage du faisceau dans le mode fondamental de la cavité (supérieur à 95 %). Dans ces conditions, le contraste de la cavité est supérieur à 40 %.

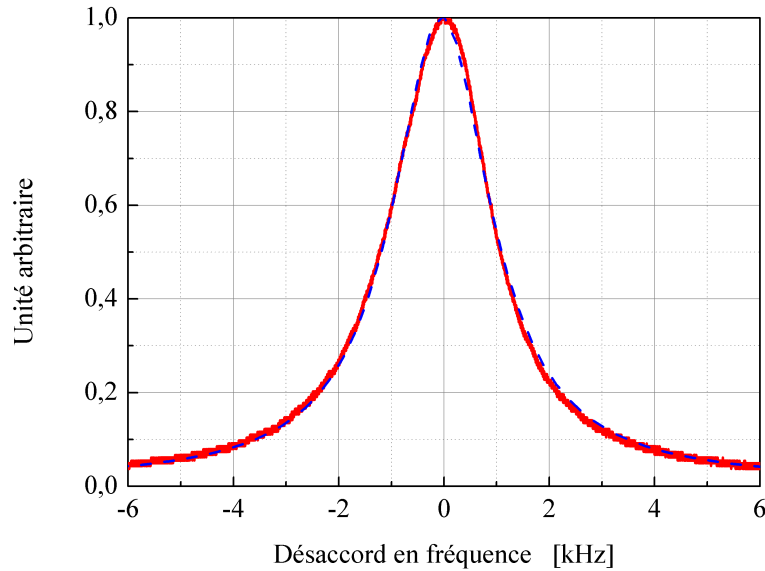


FIG. 3.14 – Mesure de la résonance de la cavité en fonction du désaccord de fréquence (en rouge). La régression lorentzienne (tirets bleus) donne une largeur à mi-hauteur de 2.2 kHz.

3.1.10 Mesures de sensibilité accélérométrique

Les sensibilités accélérométriques de la cavité ont été mesurées afin, éventuellement, de les optimiser et surtout de les comparer avec les prédictions. La méthode de mesure est relativement simple : on applique une accélération sinusoïdale connue à la cavité et on mesure la modulation de fréquence que cela provoque sur le laser asservi sur la cavité. Ces mesures ont été répétées pour 6 positions longitudinales des appuis de la cavité ce qui a nécessité 5 remises à pression atmosphérique de la cavité.

Aspect pratique

Étant donné le nombre d'ouvertures nécessaires du système à vide, il n'a pas été utilisé dans sa globalité lors de la réalisation de ces expériences. Seule l'enceinte extérieure a été utilisée pour assurer l'étanchéité à l'aide de joints toriques en Viton, choisis pour la facilité de manipulation. L'enceinte à vide intérieure n'étant pas fermée, le vide est entretenu par les deux pompes ioniques. Les deux écrans thermiques cylindriques étaient utilisés afin d'atténuer les fluctuations de température mais l'asservissement

de température n'était pas activé. Ainsi la dérive en fréquence de la cavité était suffisamment faible pour rendre possible les mesures de sensibilité accélérométrique mais absolument pas suffisante à l'obtention des stabilités de fréquence attendues. par exemple, à la suite d'un changement de position des appuis, la dérive atteint généralement son minimum ($\sim 70 \text{ Hz}\cdot\text{s}^{-1}$) après 5 à 6 jours de thermalisation.

Le remise à pression atmosphérique se fait en injectant un gaz neutre (diazote) dans l'enceinte à vide à travers la pompe turbo-moléculaire. Une fois l'enceinte à vide ouverte et la cavité accessible, on protège les miroirs hautement réfléchissants des particules en suspension dans l'air qui y accéderaient par le trou situé sur le sommet de la cavité débouchant sur l'axe optique. On utilise un ruban en silicone avec un adhésif acrylique qui est spécialement choisi pour que lui-même n'endommage pas, par diffusion, les traitements à haute finesse. Un maximum de précautions concernant la propreté de la zone de travail sont prises, comme notamment l'utilisation d'un filtre absolu à flux laminaire ou de masques pour diminuer l'émission de vapeur d'eau expirée (ou encore, à titre indicatif : port de gants homologués classe 100, blouses, sur-chaussures, charlottes).

Le déplacement des quatre appuis (pastilles carrées en Viton de $\sim 2 \text{ mm}^2$, épaisseur 0,7 mm) se fait manuellement à l'aide d'un réglet et d'une pince. En réalisant minutieusement l'opération, on arrive à positionner longitudinalement les appuis (Y_p) à mieux que le millimètre. Le re-positionnement de la cavité sur les appuis est ensuite facilité par quatre vis micrométriques, vissées dans le berceau et appuyant sur la cavité (voir figure 3.3). En actionnant simultanément ces quatre vis, on déplace verticalement et très précisément la cavité. À chaque extrémité du berceau, est placée une pièce en Téflon afin de conserver le centrage longitudinal de la cavité. Une fois que la cavité repose sur les appuis, les pièces en Téflon et les vis micrométriques sont retirées.

Excitation

La longueur de la cavité est modulée en appliquant une excitation sinusoïdale de l'accélération. On utilise pour cela l'entrée de modulation de la table d'isolation sismique active. L'axe dominant de l'accélération appliquée est sélectionné en fonction de la composante de la sensibilité accélérométrique qui est testée. On choisit une fréquence qui permet de maximiser l'isolation, entre l'axe excité et les deux autres. Il convient cependant de conserver une fréquence inférieure à $\sim 10 \text{ Hz}$, car l'on souhaite analyser la réponse statique de la cavité. En pratique, les fréquences sont comprises entre 1 Hz et 3 Hz. On rappelle qu'il n'est pas possible de moduler à une fréquence plus basse car l'entrée de modulation de la table possède un filtre passe haut de fréquence

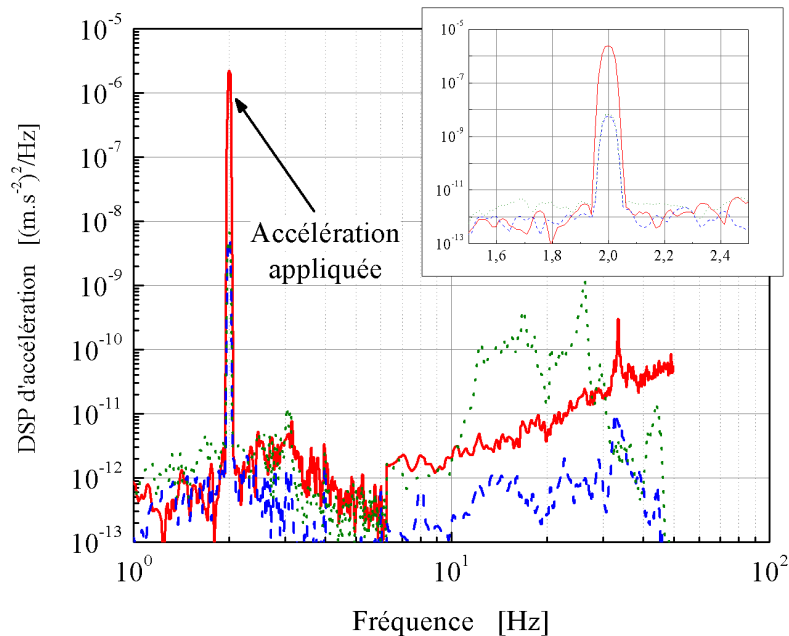


FIG. 3.15 – Densité spectrale de puissance d'accélération selon la composante verticale (rouge), transverse à la cavité (pointillés vert) et axiale à la cavité (tirets bleu) avec en insert un grossissement de l'accélération appliquée. Mesures relevées au sommet de l'enceinte à vide lorsqu'une excitation est appliquée (2 Hz).

de coupure d'environ 1 Hz.

L'isolation obtenue, entre l'axe excité et les deux autres axes, est au minimum de 20 dB en puissance (figure 3.15). Les valeurs efficaces des accélérations appliquées sont de l'ordre de 10^{-3} m.s^{-2} . Ces données sont mesurées en utilisant un sismomètre à bas bruit de bande passante comprise entre 0,03 Hz et 50 Hz [123]. Étant donné la taille de l'instrument (cylindre de diamètre d'environ 15 cm et de hauteur 25 cm) celui-ci est placé au sommet de l'enceinte à vide, par conséquent la mesure rigoureuse des vibrations vues par la cavité n'est pas possible. Il convient de préciser que les coefficients de sensibilité accélérométrique mesurés sont ceux de la cavité placée dans son enceinte à vide. Il est tout de même légitime de supposer qu'ils sont voisins de ceux de la cavité seule, car la fréquence de modulation est très basse et donc inférieure aux fréquences de résonance mécanique de la structure. La plus basse d'entre elle a été observée entre 30 Hz et 40 Hz et est attribuée au flexible permettant le dégazage de l'enceinte à vide intérieure.

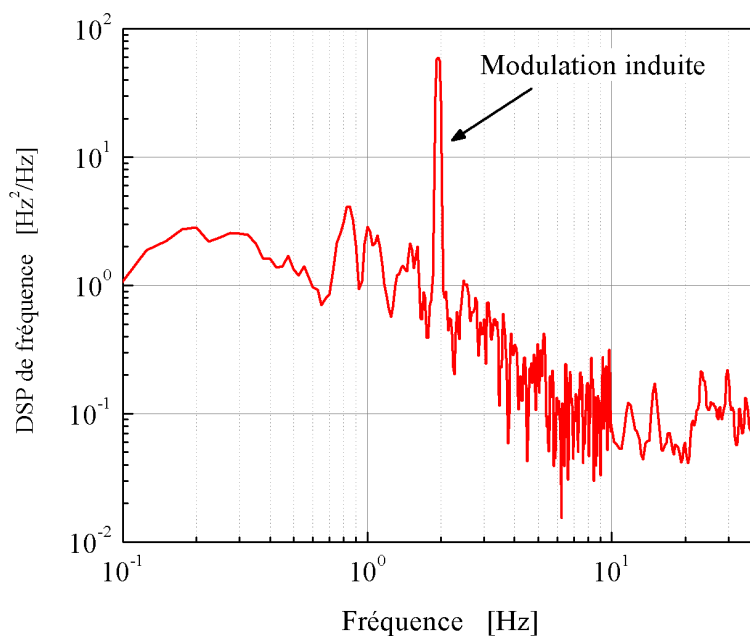


FIG. 3.16 – Densité spectrale de puissance du bruit de fréquence entre les lasers ultra-stables OPUS et Hg lorsque la cavité (horizontale) du laser OPUS est soumise à une accélération sinusoïdale (2 Hz).

Mesure de fréquence

Le laser est asservi sur la cavité par la méthode de Pound-Drever-Hall comme décrit au paragraphe 3.1.8. Le faisceau laser asservi est comparé au faisceau laser stabilisé sur la cavité ultra-stable Hg. Les deux faisceaux stabilisés sont envoyés sur la photodiode PD4 de la figure 3.12. Le signal radio-fréquence fourni (~ -40 dBm, entre 200 MHz et 300 MHz) est filtré et amplifié puis est décalé en fréquence en utilisant un mélangeur et un synthétiseur de fréquence. Après amplification, le signal est envoyé à un convertisseur fréquence-tension dont la sortie est analysée par transformée de Fourier rapide.

Sur le spectre de bruit de fréquence obtenu, la modulation de fréquence du laser, induite par les accélérations, se démarque clairement du bruit, même lorsque les mesures réalisées présentent un niveau de bruit de fréquence élevé (voir figure 3.16).

Mesure du signe de la composante

Il est possible de mesurer le signe de la composante. Il faut, pour cela, connaître la phase de la modulation de fréquence du laser par rapport à celle de l'accélération. Par exemple, lors d'une demi-période, le sens de l'accélération est défini, si pour ce même intervalle de temps, la fréquence du laser augmente, sa longueur d'onde diminue ainsi que la longueur de la cavité. Cela revient à déterminer si la modulation de fréquence est en phase ou en opposition de phase par rapport à la modulation de l'accélération.

Malheureusement, le sismomètre utilisé n'est doté que de sorties numériques qui ne permettent pas la synchronisation entre le signal accélérométrique et la modulation de fréquence du laser. De fait, le déphasage entre ces deux signaux est inaccessible. Pour palier au problème, il est possible d'effectuer une mesure du déphasage entre le signal électrique de modulation accélérométrique et la modulation de fréquence. Une seule mesure de ce type n'apporte pas d'information mais, comparée à une mesure de ce déphasage faite pour une autre position des appuis, on est, en théorie, capable de distinguer un changement de phase de $\sim \pi$.

En pratique, on doit fortement filtrer (0,3 Hz – 30 Hz) le signal fourni par le convertisseur fréquence-tension pour réussir à faire sortir du bruit d'à peine plus de 10 dB la modulation de fréquence. le signal est ensuite amplifié par 400 afin de pouvoir être visualiser. Il faut ensuite prendre en compte les différents déphasages que peuvent introduire les amplificateurs, le filtre et le couplage d'entrée de l'oscilloscope (mode AC ou DC) qui a une influence non négligeable sur la phase pour des fréquences voisines du hertz.

Le plus gros problème posé pour cette mesure est dû à la présence d'interférences parasites dans le montage optique. Pour certains d'entre eux, il est arrivé de voir le déphasage fluctuer de π sur une durée de l'ordre de la minute. Ces mesures étant étalées sur plusieurs mois, de nombreux tests, permettant la caractérisation et l'optimisation, de divers éléments du montage ont eu lieu simultanément.

Résultats obtenus

Les vecteurs de sensibilité accélérométrique ont été mesurés pour 6 positions des appuis (Y_p) : 3 mm, 5 mm, 6,5 mm, 7,5 mm, 12 mm et 20 mm. Le calcul des barres d'erreur prend en compte les principales incertitudes liées à la mesure. La première est due au rapport signal à bruit de la modulation de fréquence induite sur le laser. La seconde est due au couplage entre les différents axes ayant lieu lors de l'excitation de la table. Ce couplage est mesuré par le sismomètre, il est donc dépendant de la précision avec la-

quelle les axes de l'instrument sont alignés avec ceux de la table d'isolation. Par conséquent, il constitue la référence, ce qui introduit la dernière source d'erreur de la mesure de sensibilité accélérométrique : le désalignement entre l'axe de mesure et celui de la cavité. On a estimé que cette erreur peut être, au plus, de 5 %. Il est à noter que le couplage entre les axes, introduit par l'instrument lui-même, le sismomètre, peut-être négligé si l'on se réfère à l'isolation de 65 dB donnée par le constructeur. Cependant des mesures réalisées au laboratoire montrent que ce couplage peut être de quelques pour-cents pour des niveaux proches du niveau de bruit de l'instrument. Le niveau de bruit mesuré est ici assez élevé pour négliger ce couplage.

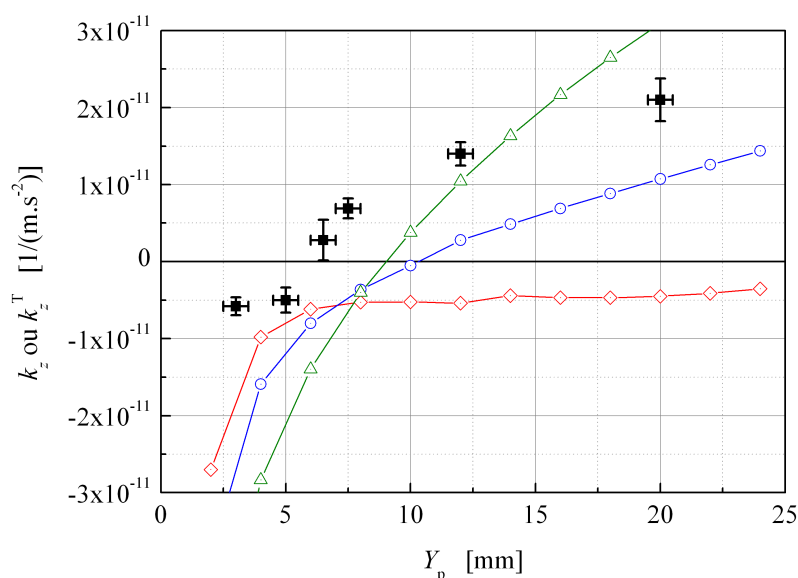


FIG. 3.17 – Composante verticale du vecteur de sensibilité accélérométrique mesurée en fonction de la position des appuis (■). Les données sont comparées aux coefficients de sensibilité pour k_z^T (dus à la translation) simulés lorsque les appuis sont totalement contraints et ont des surfaces $0,04 \text{ mm}^2$ (◇ rouge), $0,36 \text{ mm}^2$ (○ bleu) et 4 mm^2 (△ vert).

Composante verticale k_z Elle est la somme de deux coefficients, l'un dû à la translation des miroirs k_z^T , et l'autre dû à la rotation des miroirs $k_z^R = 2d\theta_z/L$. Les mesures effectuées ne peuvent pas distinguer la contribution de chacun des deux coefficients et ne donnent accès qu'à la totalité de la composante k_z . La comparaison entre ces données et les résultats de

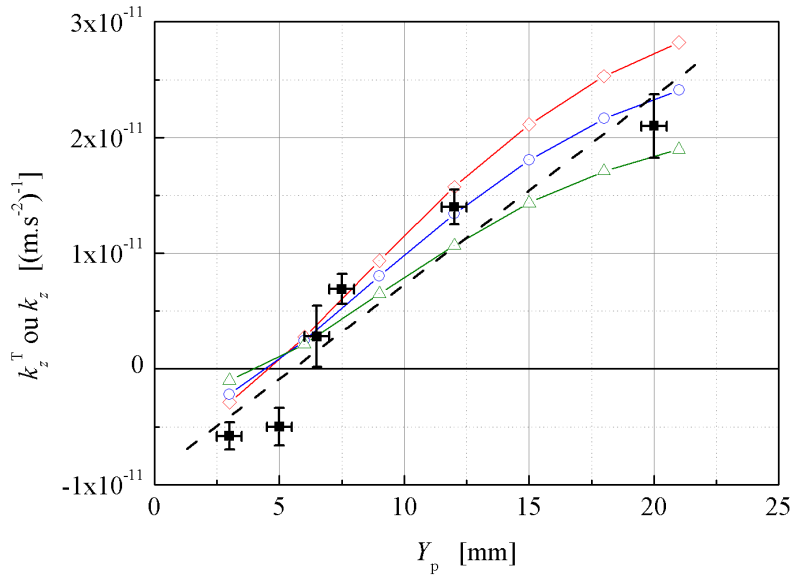


FIG. 3.18 – Composante verticale du vecteur de sensibilité accélérométrique mesurée en fonction de la position des appuis (■) ainsi qu’une régression linéaire $Y_p = 20$ mm exclu (tirets noir). Les données sont comparées aux coefficients de sensibilité pour k_z^T (dus à la translation) simulés lorsque les appuis sont contraints selon la direction verticale et ont des surfaces $0,04 \text{ mm}^2$ (◇ rouge), 1 mm^2 (○ bleu) et 4 mm^2 (△ vert).

simulation obtenus pour k_z^T exclut le modèle où les appuis sont entièrement contraints (figure 3.17) et ce quelque soit l’aire de la surface d’appuis utilisée.

L’accord entre le calcul et l’expérience est nettement meilleur dans le cas du modèle où les appuis sont contraints verticalement (figure 3.18). La sensibilité la plus faible, $2,8 \times 10^{-12} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$, est obtenue pour une position des appuis $Y_p = 6.5 \text{ mm}$. Pour ce point, les barres d’erreur ($\pm 2,6 \times 10^{-12} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$) rendent la mesure compatible avec un coefficient quasi-nul. D’après une régression linéaire des mesures, l’insensibilité est obtenue pour $Y_p = 5.8 \text{ mm}$ qui est quasiment inclus dans les barres d’erreur de positionnement des appuis.

L’autre aspect important, qui se dégage de ces mesures, est que de nombreux points se trouvent dans la gamme des $10^{-12} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$. Cela s’explique par une sensibilité au positionnement des appuis inférieure à $2 \times 10^{-12} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1} \cdot \text{mm}^{-1}$. Grâce au modèle, un utilisateur est donc assuré, lors du premier montage, d’obtenir un niveau de sensibilité accélérométrique suffisamment faible pour la plupart des applications. La mise en œuvre de cette

procédure d'ajustement expérimental de la position des appuis n'est donc pas nécessaire.

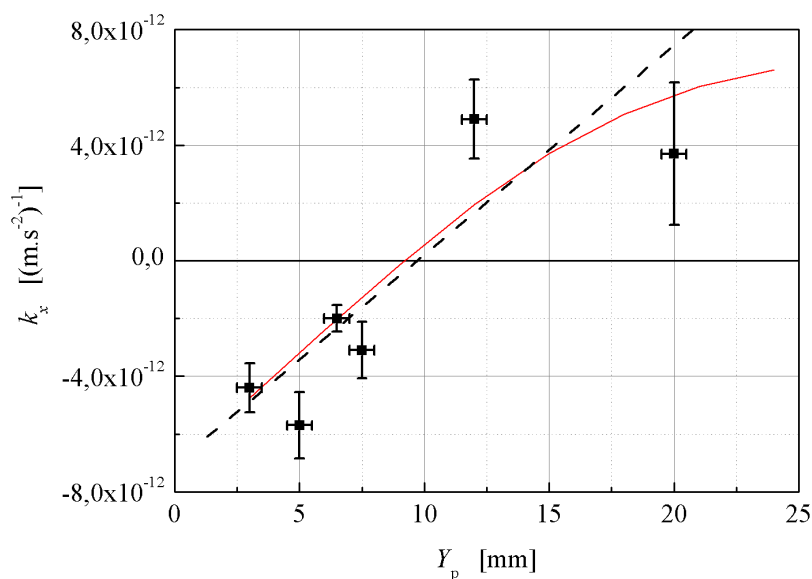


FIG. 3.19 – Composante transverse horizontale du vecteur de sensibilité accélérométrique k_x en fonction de la position des appuis : mesures (■), régression linéaire (tirets noirs) et simulations pour une valeur de $d = 0,25$ mm (rouge).

Composante transverse k_x De part les symétries de la cavité, elle est en théorie uniquement due à la rotation des miroirs donc $k_x = 2 d \theta_x / L$. Les sensibilités obtenues sont largement inférieures à $10^{-11} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ en module, quelque soit la position des appuis (voir la figure 3.19). Une régression linéaire de ces mesures est en très bon accord avec les résultats de simulation pour une valeur du décalage de l'axe optique par rapport à l'axe mécanique $d = 0,25$ mm. La position des appuis qui permet l'annulation de la sensibilité accélérométrique est de $Y_p = 9,8$ mm à moins de 1 mm de ce qui est prédit par le modèle.

On trouve cependant, pour certaines mesures, une différence d'un facteur 2 avec la valeur calculée. Cela peut s'expliquer de la façon suivante : la cavité est supportée en quatre points mais, en théorie, uniquement trois points sont en contact. En réalité, les pastilles en Viton sont suffisamment élastiques pour compenser partiellement ce défaut. Il en résulte tout de même que la force subie par la cavité pour un des appuis est inférieure à la force appliquée par

les autres. La symétrie, qui assure l'annulation du coefficient de sensibilité dû aux translations des miroirs k_x^T , est alors brisée. D'une mesure à l'autre, ce coefficient prend alors une valeur non nulle et non reproductible.

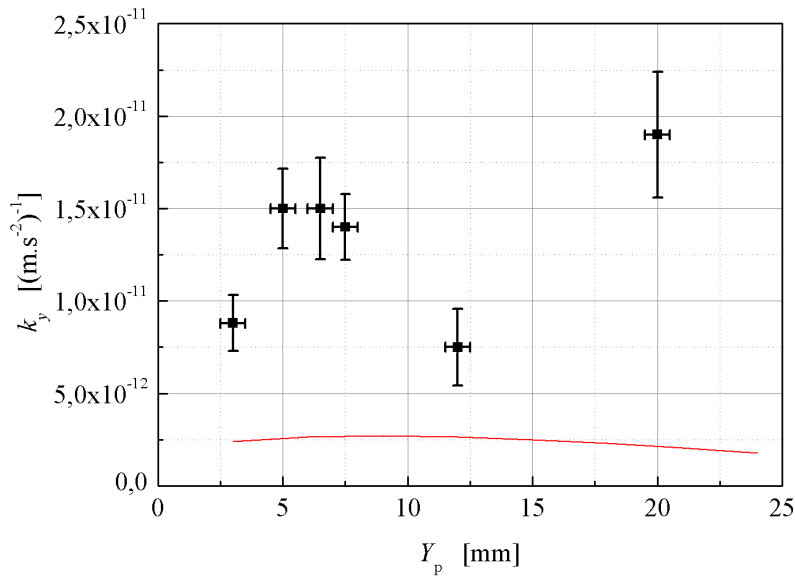


FIG. 3.20 – Composante axiale du coefficient de sensibilité accélérométrique k_y mesurée (■) et simulée (en rouge) en fonction de la position des appuis.

Composante axiale k_y En théorie, les symétries assurent aussi pour cette composante une immunité à la translation des miroirs, ne contribuent que les rotations : $k_y = 2 d \theta_y / L$. Les simulations prévoient un coefficient de sensibilité extrêmement faible ($3 \times 10^{-12} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$ pour $d = 1 \text{ mm}$), quelque soit la position des appuis. Les résultats de mesure sont en contradiction avec ces données puisqu'ils sont compris entre $8 \times 10^{-12} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$ et $\sim 2 \times 10^{-11} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$. De plus, les points sont dispersés et ne semblent pas suivre une évolution continue. Cette incohérence, entre les mesures et les simulations, est explicable de la même façon que pour la composante transverse. Cependant, il faut se rappeler que, dans le cas présent, le centre de chacun des miroirs se déplace longitudinalement ($\sim 10^{-7} \text{ mm.(m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$), c'est en théorie uniquement les fluctuations de longueur qui restent nulles. La dissymétrie introduite va produire une variation de longueur potentiellement plus importante que lorsque la translation des miroirs est initialement nulle.

Bilan

Les appuis de la cavité sont positionnés à $Y_p = 6,5$ mm des plans des miroirs. Les sensibilités mesurées correspondantes sont de $\sim 3 \times 10^{-12} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$, $\sim 2 \times 10^{-12} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ et $\sim 1,5 \times 10^{-11} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ respectivement pour la direction verticale, transverse horizontale et axiale. Tous les coefficients sont inférieurs à la valeur requise ($1,6 \times 10^{-11} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ par axe) permettant de rejeter le bruit induit par les vibrations au-delà de la limite imposée par le bruit thermique de miroirs en silice fondue.

La sensibilité au positionnement des appuis observée pour la composante verticale et la composante transverse horizontale est extrêmement faible (inférieure à $2 \times 10^{-12} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ par mm). Bien que la sensibilité axiale en fonction de la position des appuis soit plus dispersée, la sensibilité maximale mesurée reste relativement faible ($2 \times 10^{-11} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$). Il n'est pas nécessaire d'optimiser expérimentalement la sensibilité accélérométrique de cette géométrie de cavité.

3.2 Laser ultra-stable de l'horloge à mercure

La longueur d'onde de transition horloge de l'étalon de fréquence, utilisant des atomes de mercure neutres, est dans l'ultra-violet, à 265,6 nm. La stabilité du faisceau laser interrogeant les atomes repose sur une cavité ultra-stable d'axe optique orienté verticalement sur laquelle est asservi un laser Yb à fibre (1062,5 nm). Le faisceau stabilise, par injection, une diode laser α DFB (*Distributed Feedback*) afin d'augmenter la puissance disponible (0,5 W). La longueur d'onde de la transition atomique utilisée est ensuite atteinte par deux doublages de fréquence successifs. Les travaux réalisés jusqu'à présent sur cette horloge sont décrits dans les références [17, 18, 116].

La fréquence de ce laser ultra-stable est définie par celle de la transition horloge. Cependant, la fréquence du laser ultra-stable OPUS peut être librement choisie. On peut l'ajuster pour être à la même fréquence que celui de l'horloge à atomes de mercure, à un demi-intervalle spectral libre de cavité près (± 750 MHz). Avec une photodiode de bande passante suffisamment grande, il est possible de réaliser des comparaisons directes de ces deux lasers stabilisés. Les résultats de ces comparaisons sont présentés dans la partie suivante 3.3. Dans un premier temps, il est donc intéressant de présenter la réalisation expérimentale de ce laser ultra-stable.

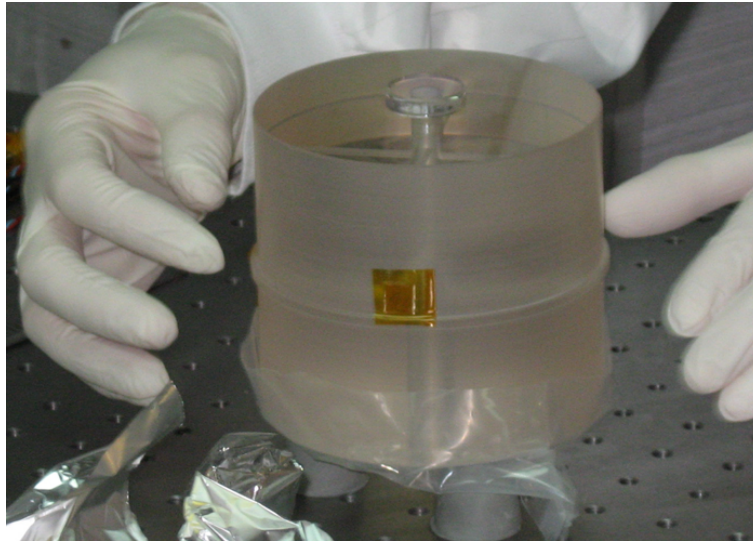


FIG. 3.21 – Photographie de la cavité verticale lors de son montage dans l'enceinte à vide.

3.2.1 La cavité ultra-stable

L'axe optique de la cavité est vertical comme on peut le voir sur la photographie de la figure 3.21. Sa géométrie est issue de l'étude présentée au chapitre précédent 2.4. Le corps de la cavité est cylindrique, de 100 mm de long pour un diamètre de 110 mm. Il est évidé selon l'axe optique sur un diamètre de 10 mm. Quatre trous permettent le dégazage de l'axe optique. La cavité est supportée par trois appuis en Viton ($\sim 1,5 \text{ mm}^2$) grâce à un épaulement situé à 47 mm du miroir du bas. Du point de vue optique, la cavité est constituée d'un miroir plan et d'un miroir concave de rayon de courbure 500 mm. Ils sont réalisés en silice fondue et traités pour une longueur de 1062.5 nm. Leur assemblage sur le corps de la cavité en ULE, se fait par adhérence moléculaire (appelé aussi contact optique). La finesse de la cavité mesurée par le temps de décroissance des photons est d'environ 800000 pour un contraste supérieur à 40 %.

3.2.2 Le système à vide

La cavité ultra-stable est placée dans une enceinte à vide représentée sur la figure 3.22. Sa structure est similaire à celle de la cavité horizontale présentée dans la partie précédente. Elle comporte donc un système de double enceinte à vide imbriquées permettant d'asservir la température de l'enceinte intérieure avec une plus grande stabilité. En principe, ce système permettrait aussi de diminuer la température de la cavité en ULE avec ses miroirs en

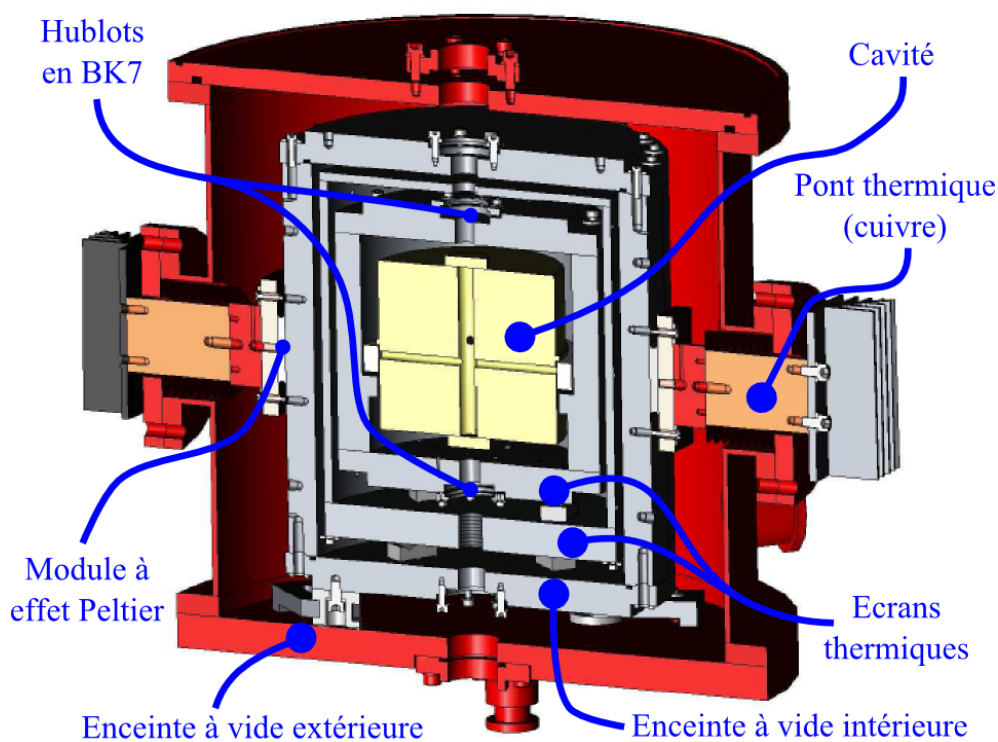


FIG. 3.22 – Vue en coupe du système à vide de l'enceinte de la cavité verticale (expérience d'horloge à mercure). De l'extérieur vers l'intérieur se trouve : l'enceinte à vide extérieure, l'enceinte à vide intérieure, deux écrans thermiques et la cavité.

silice fondue afin d'atteindre le point d'annulation du coefficient d'expansion thermique de la cavité. Le dernier avantage de ce système est de séparer la cavité, située dans un environnement extrêmement propre, des modules à effet Peltier, des thermistances et des colles utilisés qui dégradent le vide. Il est ainsi possible d'intervenir sur les composants de l'asservissement de température sans avoir à remettre la cavité à pression atmosphérique.

Dans l'enceinte à vide intérieure se trouve seulement deux écrans thermiques mais dont l'épaisseur des parois est notablement supérieure à ceux utilisés pour l'isolation de la cavité horizontale. Ces écrans thermiques ont été polis et dorés pour minimiser les puissances thermiques transférées à la cavité par rayonnement. Les hublots en BK7, mis en évidence sur la figure 3.22, sont thermalisés par un contact réalisé avec de l'indium avec l'écran. Ils permettent de stopper le rayonnement thermique incident sur la cavité.

On peut préciser que la stabilisation en température de l'enceinte à vide interne est opérationnelle. La stabilité de température obtenue est meilleure

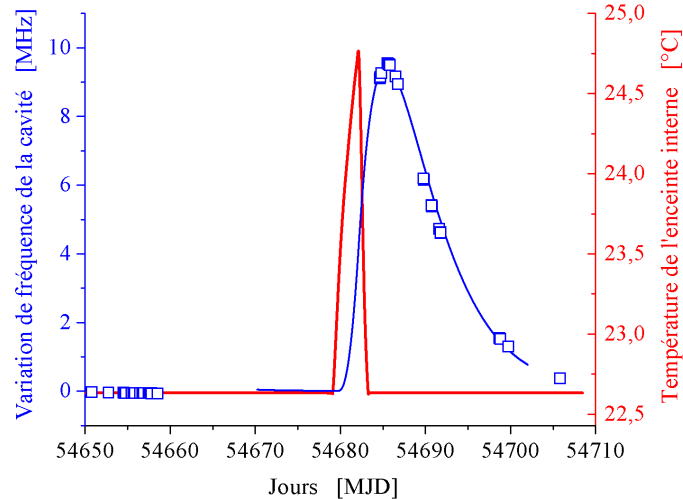


FIG. 3.23 – Évolution de la température de l’enceinte intérieure pouvant être assimilée à une impulsion de Dirac (courbe rouge). Variations de la fréquence de la cavité mesurées (\square) et calculées à partir de la réponse impulsionnelle d’un filtre passe bas du second ordre avec une constante de temps de l’ordre de 4 jours (courbe bleu).

que 10^{-4} K jusqu’à 1000 s (limitée à court terme par le bruit des sondes de température). Elle remonte ensuite pour atteindre 10^{-3} K aux alentours de 10^5 s [18, 116].

3.2.3 Mesure de la sensibilité thermique de la cavité

La sensibilité thermique de la cavité est estimée par simulation à $\sim 8 \times 10^{-8} \text{ K}^{-1}$ (partie 2.5). Un problème de climatisation dans le laboratoire a permis de réaliser une mesure de ce coefficient.

L’augmentation de la température du laboratoire a entraîné un accroissement du signal de correction de la régulation de température de l’enceinte intérieure jusqu’à atteindre sa limitation (intentionnellement basse afin d’éviter les dommages). L’enceinte à vide a donc subi, elle aussi, cette augmentation de température de $2 \text{ }^\circ\text{C}$, avant un retour en fonctionnement normal. Compte tenu des échelles de temps, l’évolution de sa température, qui est continûment enregistrée, peut être assimilée à une impulsion de Dirac (voir la courbe rouge sur la figure 3.23). L’évolution de la fréquence de la cavité a été simultanément mesurée par rapport à une référence de fréquence atomique, donc extrêmement plus stable que celle de la cavité pour les temps longs (fréquence de transition horloge du mercure ou du signal d’un maser à

hydrogène). Ces mesures sont reportées en \square sur la même figure. La réponse en température, des deux écrans thermiques et de la cavité, se modélise par un filtre passe bas du second ordre ayant une constante de temps d'environ 4 jours. À partir de ce modèle, on conclut que la sensibilité en température de la cavité est de l'ordre de 10^{-7} K^{-1} .

D'autre part, d'après la réponse thermique et la stabilité de température de l'enceinte intérieure, on peut affirmer que la température de la cavité est stable à mieux que 5 nK sur une durée d'au moins 1000 s. Les variations de longueur de la cavité causées par les fluctuations de température ne sont donc pas une limite pour la stabilité du laser stabilisé pour des temps d'intégration de moins de 1000 s.

3.2.4 Isolation acoustique et sismique

L'enceinte à vide contenant la cavité est posée sur une table optique. L'ensemble est isolé des vibrations du sol par une table d'isolation vibratoire passive pouvant supporter jusqu'à 300 kg [124]. Le centre de gravité de ce qui est supporté par cette table est ramené le plus près possible de son plateau en suspendant sous la table optique des barres en acier. Le niveau de bruit sismique obtenu est extrêmement faible : à partir de la fréquence de coupure ($\sim 0.7 \text{ Hz}$), le bruit est inférieur à $-120 \text{ dB (m.s}^{-2})^2/\text{Hz}$, atteignant même $-140 \text{ dB (m.s}^{-2})^2/\text{Hz}$ à $\sim 10 \text{ Hz}$ (voir figure 3.4).

Le bruit acoustique est atténué par une enceinte quasiment cubique de côté 1,5 m. Elle est réalisée en bois et est recouverte à l'intérieur par une mousse d'isolation acoustique. Excepté à la fréquence de résonance ($\sim 30 \text{ Hz}$), elle atténue le bruit d'au moins 20 dB.

3.2.5 Mesure de la sensibilité accélérométrique

La sensibilité accélérométrique de la cavité de Fabry-Perot de stabilisation du laser a été mesurée. La méthode utilisée est similaire à celle utilisée pour la cavité horizontale du laser OPUS. La différence vient du fait que la table d'isolation sismique utilisée est passive et que, par conséquent, le processus d'excitation est différent. La modulation sinusoïdale de l'accélération se fait à l'aide d'un système bielle-manivelle entraîné par un moteur et réalisé au laboratoire. L'accélération ainsi induite, à environ 1 Hz, est mesurée avec un accéléromètre (626A04, *SEISMIC ICP ACCELEROMETER*). Le découplage entre l'axe excité et les autres est de l'ordre de 20 dB (un facteur 10 en amplitude). La mesure de la modulation de fréquence ainsi produite se fait par comparaison avec le laser ultra-stable OPUS.

La sensibilité verticale ainsi mesurée est de $2,5 \times 10^{-12} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$. Elle est obtenue sans aucun ajustement du coefficient par des masses. Les deux sensibilités horizontales sont de $1,4 \times 10^{-11} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$.

Il est difficile de comparer ces valeurs à celles données par les simulations du fait de l'incertitude importante sur la modélisation des appuis. Elle se traduit notamment par l'incertitude sur la position du plan d'appuis qui permet d'obtenir l'annulation de ce coefficient de sensibilité verticale. De plus, le fait d'avoir mesuré la sensibilité pour une seule configuration ne facilite pas la comparaison entre les mesures et la prédiction. Comme on l'a vu pour la cavité horizontale, la dispersion des valeurs mesurées est relativement importante (qui peut atteindre, par exemple, un facteur 2 par rapport à la valeur calculée dans le cas de la sensibilité transverse horizontale k_x).

Néanmoins, les trois coefficients de sensibilité mesurés expérimentalement sont inférieurs aux objectifs. Le coefficient de sensibilité verticale est amélioré d'un ordre de grandeur par rapport à celui reporté dans [57] avec une cavité deux fois plus longue. Les sensibilités horizontales (statiques, inférieures à 15 Hz) sont divisées par plus d'un facteur trois par rapport à celles rapportées dans [59]. D'après les coefficients de sensibilité accélérométrique mesurés, le bruit sismique n'est pas un obstacle à l'obtention d'une stabilité relative de fréquence de 3×10^{-16} .

3.3 Stabilités et bruits de fréquence

Dans cette partie, sont exposés les résultats issus de la comparaison entre le laser ultra-stable OPUS (cavité horizontale) et celui de l'horloge atomique optique à atomes de mercure (cavité verticale). Les performances atteintes peuvent être caractérisées par la DSP de bruit de fréquence, généralement utilisée pour les fréquences de Fourier supérieures à 1 Hz, et par la stabilité relative de fréquence estimée par l'écart type d'Allan et le plus souvent utilisée pour les temps plus longs (à partir de 1 s, éventuellement 0.1 s).

3.3.1 Méthode de mesure

La mesure du bruit de fréquence près de la porteuse doit se faire en utilisant un système permettant de convertir les fluctuations de fréquence en fluctuations de tension. Le signal peut être ensuite envoyé à un analyseur par transformée de Fourier. La première solution est d'utiliser un convertisseur de fréquence-tension. Le bruit de ce convertisseur limite la mesure à environ $-10 \text{ dB Hz}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ alors que le bruit de la comparaison est attendu à environ 10 dB plus bas à 1 Hz de la porteuse. En multipliant par N_f la fréquence du

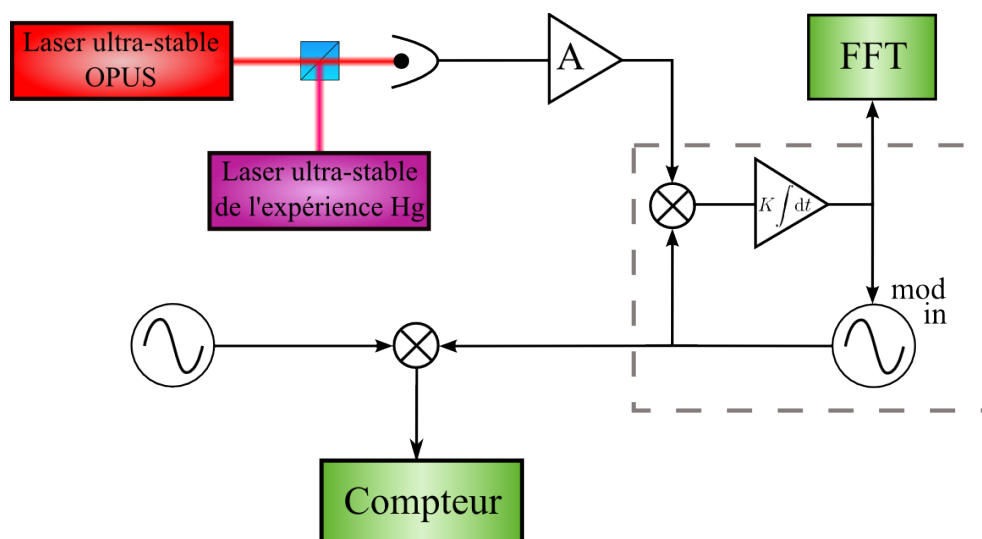


FIG. 3.24 – Schéma du système utilisé pour la mesure de la stabilité relative et la DSP de bruit de fréquence. Ce système est basé sur l'utilisation d'un oscillateur suiveur qui est encadré en tirets gris (A – amplificateur, FFT – analyseur par transformée de Fourier, mod in – entrée de modulation en fréquence et $K \int dt$ – correcteur proportionnel intégrateur).

signal à mesurer, on abaisse le bruit du système de mesure de $20 \log N_f$ [dB].

L'autre méthode consiste à utiliser un oscillateur « suiveur » (*tracking oscillator*, voir figure 3.24). Un oscillateur, en l'occurrence un synthétiseur de fréquence, permet de démoduler le bruit de fréquence du signal que l'on souhaite mesurer. Pour cela, l'oscillateur est asservi en phase sur le signal à mesurer. Dans une partie de la bande passante de l'asservissement, le signal de correction multiplié par le coefficient de conversion correspond au bruit de fréquence. Il faut tout de même que le bruit du synthétiseur libre, à sa fréquence d'utilisation, soit nettement inférieur à celui du bruit du signal à mesurer pour qu'il n'influence pas la mesure. Les synthétiseurs voient leur bruit de fréquence se dégrader lorsqu'ils sont utilisés en mode VCO (modulation de fréquence). Le niveau de bruit est influencé par la valeur de la fréquence de la porteuse et de la déviation de fréquence utilisée (coefficient du VCO interne). Pour obtenir un palier de mesure inférieur à $-40 \text{ dB Hz}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$, on s'arrange pour faire fonctionner le synthétiseur (SMA100A, *Rohde & Schwarz*) à $\sim 10 \text{ MHz}$ avec une déviation de fréquence de $10 \text{ kHz} \cdot \text{V}^{-1}$. Cette dernière valeur est le résultat d'un compromis entre le niveau de bruit et l'excursion de l'asservissement qui est limitée à cause de la dérive en fréquence du signal. Le signal d'erreur de l'oscillateur suiveur qui correspond au bruit de phase mesuré juste après le mélangeur de fréquence permet de connaître la bande passante où la mesure est valide. En effet, en exprimant ce bruit

de phase en bruit de fréquence équivalent, puis en le comparant au bruit de fréquence mesuré, on connaît précisément la bande passante de validité de la mesure. Dans la bande passante le bruit du signal mesuré domine sur le bruit du signal d'erreur de l'oscillateur suiveur.

La stabilité relative de fréquence s'obtient en mesurant l'évolution de la fréquence instantanée du signal de battement entre les lasers ultra-stables. D'une part, il faut bien sûr que la résolution en fréquence du compteur utilisé soit meilleure que la stabilité du signal mesuré. On s'attend, dans le meilleur des cas, à mesurer des fluctuations de fréquence de l'ordre de 100 mHz. Les compteurs de fréquence commerciaux présentant une résolution meilleure que cela sont très courants. Il suffit de décaler, par mélange hétérodyne, la fréquence du signal dans la gamme de fréquence appropriée. D'autre part, le bruit à haute fréquence peut perturber le processus de comptage et nécessiter l'utilisation d'un filtre passe bande pour certain type de compteurs [125]. Il est facile de réaliser un filtre de 10 Hz de large, centré à 65 Hz. Cependant, pour effectuer des mesures où la dérive en fréquence du signal de battement est élevée (supérieure à $10 \text{ Hz}\cdot\text{s}^{-1}$), ce type de filtre n'est pas utilisable. Il vaut mieux utiliser un oscillateur suiveur qui remplit parfaitement cette fonction puisqu'en ajustant sa bande passante d'asservissement on réalise un filtre dont la bande passante est indépendante de la fréquence du signal. On arrive ainsi à atteindre une bande passante minimum de l'ordre de 20 Hz à 60 Hz.

3.3.2 Mesures

De nombreuses améliorations de l'expérience ont permis successivement de diminuer le bruit du laser ultra-stable OPUS. La mesure reportée en vert sur la figure 3.25 est la première réalisée. La DSP de bruit de fréquence est d'environ $-2 \text{ dB Hz}^2\cdot\text{Hz}^{-1}$ à 1 Hz de la porteuse.

Ce résultat a été amélioré en changeant le système utilisé pour ajuster la phase du signal de démodulation (Pound-Drever-Hall). En effet, dans un premier temps, un synthétiseur était synchronisé sur le signal utilisé pour la modulation. Ce synthétiseur, dont la phase du signal généré est ajustable, permettait de faciliter ce réglage de phase. Il s'avère qu'il ajoute en réalité du bruit de phase à basse fréquence. En remplaçant ce synthétiseur par un câble de longueur appropriée, on améliore le bruit de fréquence de la comparaison de 6 dB à 8 dB pour une fréquence d'offset de 1 Hz. Ensuite, dans cette version préliminaire du montage optique, ne figurait pas de filtre à densité neutre, limitant énormément les interférences parasites extrêmement sensibles aux courants d'air et aux changements de température. Il n'a pas été ajouté à ce moment là mais à ce stade on a pris soin de minimiser l'effet de ces interférences en déplaçant légèrement certains composants optiques (lentilles

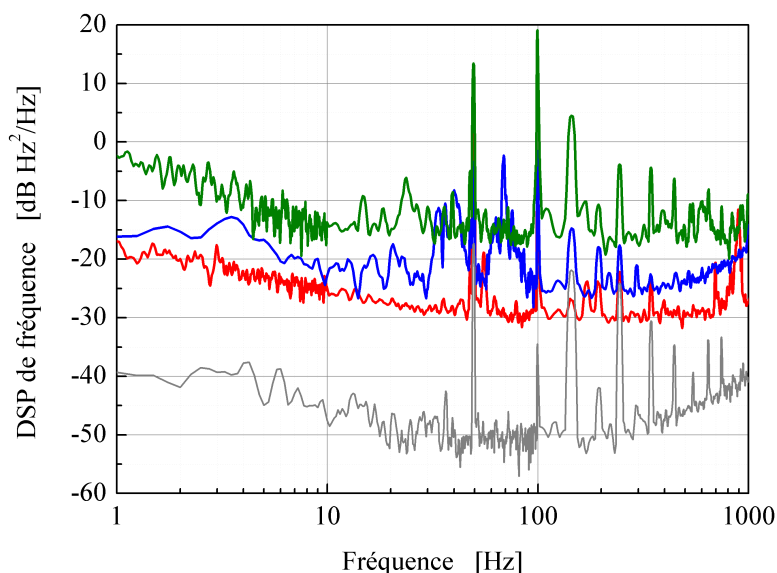


FIG. 3.25 – Densité spectrale de puissance de bruit de fréquence de la comparaison entre le laser ultra-stable OPUS et celui de l’horloge mercure à 281 THz (ou 1062,5 nm) pour les différentes optimisations de l’expérience (vert, bleu et rouge, détails dans le texte). Le niveau de bruit du système de mesure (oscillateur suiveur, en gris).

et photodiode). On peut enfin noter la présence de nombreuses raies à la fréquence du réseau d’alimentation (50 Hz) et à celle de ses harmoniques qui traduisent la présence d’une alimentation légèrement défectueuse (celle d’un amplificateur radio-fréquence pour un AOM).

Tous ces changements opérés, le bruit de fréquence de la comparaison s’est amélioré de ~ 10 dB (en bleu, figure 3.25). Cette réduction du bruit laisse apparaître du bruit autour de 40 Hz et de 70 Hz ayant une origine sismique et acoustique. À l’époque de cette mesure la position des appuis n’optimisait pas la sensibilité accélérométrique de la cavité OPUS et aucune enceinte ne protégeait du bruit acoustique. La stabilité relative de fréquence correspondante est présentée sur la figure 3.26 (en orange) et est de l’ordre de 1×10^{-15} entre 1 s et 10 s, en accord avec le bruit mesuré (dérive linéaire de $\sim 70 \text{ Hz}\cdot\text{s}^{-1}$ retranchée). En ajoutant une enceinte sommaire (panneaux en mousse de PVC) autour du montage optique et de l’enceinte à vide, on atténue l’effet des courants d’air sur le faisceau laser ainsi que les fluctuations de température. Le bénéfice sur la stabilité du laser ultra-stable OPUS est immédiat, comme on le voit sur la figure 3.26 (en violet).

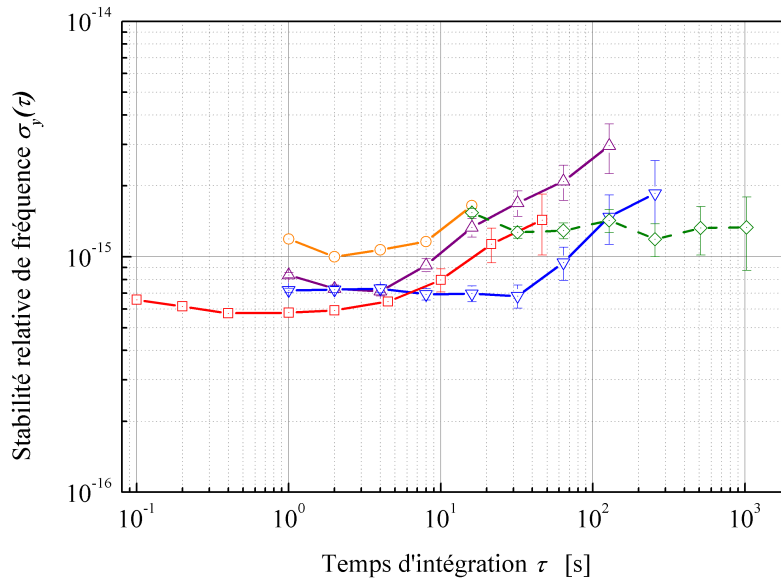


FIG. 3.26 – Stabilité relative de fréquence (écart type d’Allan) de la comparaison entre les lasers ultra-stables OPUS et Hg au cours des différentes améliorations de l’expérience (○ Orange, △ violet, ▽ bleu et □ rouge, détails dans le texte). Avec des ◇ verts est représentée celle d’une comparaison entre le laser ultra-stable Hg et l’oscillateur cryogénique à résonateur en saphir (stabilité transférée de l’optique vers la micro-onde par laser femtoseconde Titane:Saphir, voir texte). Les dérives linéaires de fréquence sont retranchées.

Environ 5 dB ont ensuite été gagnés en réalisant plusieurs changements. À titre d’exemple, on peut citer les trois plus importants. Le premier est d’avoir remplacé la lame semi-réfléchissante non polarisante (réflexion 90 % et transmission 10 %) qui permet d’extraire le signal de réflexion de la cavité, par une lame quart d’onde et un cube séparateur de polarisation de taux d’extinction 10^3 . Ensuite, le modulateur électro-optique à angle de Brewster est remplacé par un modulateur résonant (*New Focus*). Les problèmes d’interférences parasites sont rendus négligeables grâce à l’ajout du filtre à densité neutre. Et enfin, l’utilisation de l’enceinte d’isolation acoustique en aluminium a permis de supprimer l’influence du bruit acoustique et des courants d’air.

La DSP de bruit de fréquence la meilleure obtenue est représentée en rouge sur les figures 3.25 et 3.27, elle vaut à peu près $-17 \text{ dB Hz}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ à 1 Hz, avec un plancher à $-30 \text{ dB Hz}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$, entre 30 Hz et 1 kHz. Elle est limitée par le bruit électronique de l’asservissement Pound-Drever-Hall (en vert sur

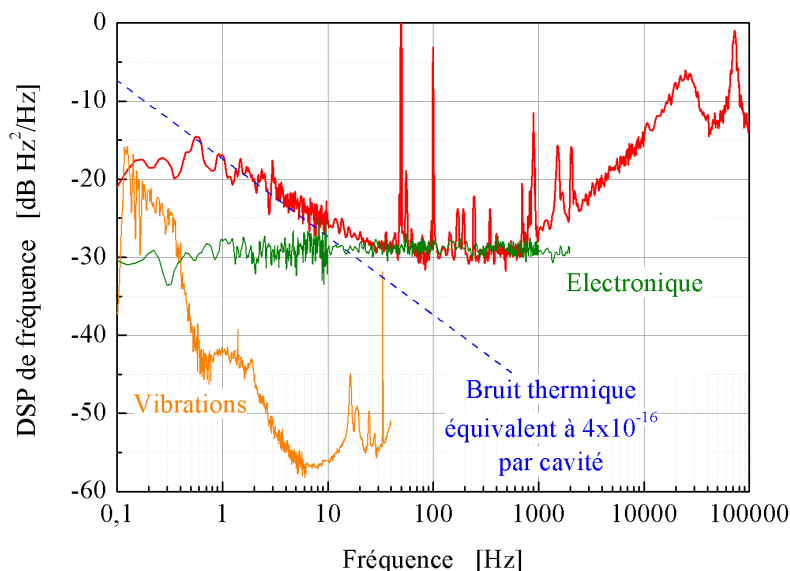


FIG. 3.27 – Densité spectrale de puissance de bruit de fréquence de la comparaison entre le laser ultra-stable OPUS et celui de l’horloge mercure (rouge) à 281 THz (ou 1062,5 nm), du bruit de l’électronique d’asservissement du laser OPUS (en vert), du bruit induit par les vibrations calculé à partir des mesures de sensibilité accélérométrique et du bruit sismique (en orange). En bleu est représenté le niveau du bruit thermique pour les deux cavités, calculé sous l’hypothèse que chacune ait une stabilité relative de fréquence limitée à 4×10^{-16} .

la figure 3.27). Ce bruit est obtenu en mesurant le signal d’erreur lorsque la fréquence du laser et celle de la cavité OPUS sont désaccordées. Entre 1 Hz et 10 Hz, elle se rapproche d’un bruit en f^{-1} valant de $-17 \text{ dB Hz}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ à 1 Hz (tirets bleus sur la figure 3.27). Ce bruit pourrait correspondre à la limitation imposée par le bruit thermique des deux cavités, chacune ayant une stabilité relative de fréquence (ou de longueur) de 4×10^{-16} . En dessous de ~ 1 Hz, la mesure n’est pas significative car l’entrée de l’instrument de mesure est couplée par un filtre passe haut de fréquence de coupure 0,1 Hz. À partir de 1 kHz, la possibilité que le gain de l’asservissement devienne une limite s’accroît à mesure que la fréquence augmente. À 10 kHz, le gain est, avec certitude, la limite. À partir de cette fréquence, s’ajoute aussi l’excès dû à la bande passante de deux asservissements. Il s’agit des asservissements qui corrigent le bruit de fréquence ajouté par chaque fibre optique, transportant la lumière jusqu’à la photodiode utilisée pour mesurer le battement optique (F3, F4 et PD4 sur la figure 3.12). Ils sont la cause des deux résonances

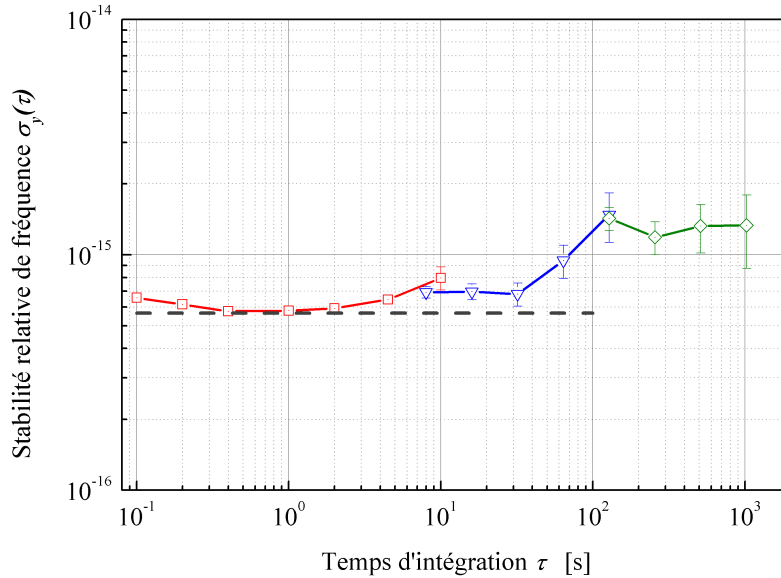


FIG. 3.28 – Meilleures stabilités relatives de fréquence (écart type d’Allan) ayant été démontrées pour la comparaison entre les lasers ultra-stables OPUS et Hg (\square rouge et ∇ bleu, dérive linéaire de $\sim 10 \text{ Hz}\cdot\text{s}^{-1}$ retranchée) et pour la comparaison entre le laser ultra-stables Hg et l’oscillateur cryogénique à résonateur en saphir (\diamond verts, dérive linéaire de $\sim 100 \text{ mHz}\cdot\text{s}^{-1}$ retranchée). Voir le texte pour les explications.

observées. On remarque qu’il y a deux raies très étroites à 50 Hz et 100 Hz qui sont directement présentes dans le battement optique (leur origine exacte n’a pas encore été déterminée mais il s’agit probablement d’une mauvaise régulation de tension ou d’un problème de mauvaise connexion de masse électronique entre alimentations).

La contribution des vibrations sur le bruit de fréquence est calculée à partir du bruit sismique mesuré sur chacune des tables d’isolation et des coefficients de sensibilité réels de chaque cavité. Cette contribution est négligeable par rapport au bruit de la comparaison. Même dans le cas présenté ici, où le bruit de vibration du sol, entre 0,1 Hz et 1 Hz, est extrêmement élevé (tempête dans l’Atlantique nord), il y a une marge de 10 dB par rapport au bruit de la comparaison.

Une première mesure de la stabilité relative de fréquence, correspondant à ce bruit, a été évaluée avec un compteur de fréquence avec temps morts (53132, *Agilent Technologies*). La stabilité à court terme ne correspond pas à celle attendue au vu du niveau de bruit de fréquence (figure 3.25, en bleu).

Cela peut être causé par un effet de repliement de spectre de la raie à 50 Hz (*aliasing*). Néanmoins, on constate que la stabilité est meilleure que 10^{-15} jusqu'à quasiment 100 s d'intégration (dérive linéaire de $\sim 10 \text{ Hz}\cdot\text{s}^{-1}$ retranchée).

En utilisant un compteur de fréquence sans temps morts [126], on élimine cet effet de repliement de spectre et on obtient une stabilité en accord avec le niveau de bruit de fréquence de $5,8 \times 10^{-16}$ (figure 3.26, en rouge). Malheureusement, cette mesure a été réalisée lors d'un changement de signe de la dérive en fréquence. Il convient de rappeler que cette dérive est très linéaire la majorité du temps. Néanmoins, à cause de l'absence d'une régulation thermique, des perturbations occasionnelles mais importantes de température dans le laboratoire provoquent des changements de la dérive. Pendant ces périodes transitoires, la conséquence est une augmentation du terme du second ordre, ce qui fait diverger la stabilité à partir de ~ 10 s.

Une mesure, très intéressante à présenter ici, a été réalisée par l'équipe de l'expérience d'horloge à atomes de mercure. Il s'agit d'une mesure de stabilité entre le laser ultra-stable de cette expérience et l'oscillateur cryogénique à résonateur en saphir (CSO), référence de fréquence micro-onde pour le laboratoire. Pour cela, le peigne de fréquence optique fourni par le laser femtoseconde Titane:Saphir permet de transférer la stabilité du laser ultra-stable vers le domaine des fréquences micro-ondes ($\sim 9,2 \text{ GHz}$). Ce qui revient à réaliser de la génération de signaux micro-ondes à partir d'une référence optique dans la même philosophie que les travaux de cette thèse à la différence qu'il ne s'agit pas du même laser femtoseconde. Ce processus de génération a été réutilisé à l'identique pour réaliser d'autres mesures et est détaillé dans la suite de ce document (voir la partie 4.3.1). La stabilité relative de fréquence fournie par cette mesure est représentée sur les figures 3.26 et 3.28 en vert. À partir de 20 s, elle est au niveau de $1,3 \times 10^{-15}$ (dérive linéaire inférieure à $100 \text{ mHz}\cdot\text{s}^{-1}$ retranchée). Par comparaison avec les stabilités présentées précédemment (comparaison OPUS–Hg,) on peut d'abord conclure que le laser ultra-stable OPUS limite la stabilité à partir de 100 s, ce qui s'explique par l'absence de régulation de température. Ensuite, avant 100 s, la stabilité est limitée par le signal micro-onde fourni par le CSO en y incluant les différents systèmes qui permettent de transporter le signal spatialement (par modulation d'amplitude sur porteuse optique véhiculée par fibre optique) et fréquentiellement (de 11,932 GHz à 1 GHz, puis de 1 GHz à 9,2 GHz).

3.3.3 Conclusions

Faute de temps, une mesure de stabilité de fréquence entre le laser ultra-stable OPUS avec la cavité asservie en température et celui de l'horloge

à atomes de mercure n'a pu être réalisée. Nous ne pouvons pas avoir des conclusions définitives quant aux performances ultimes de ces deux lasers ultra-stables. Cependant, en reprenant les mesures de stabilité effectuées avec différents types de compteur de fréquence, il est légitime de penser que la comparaison peut être au niveau représenté par les courbes rouges et bleues de la figure 3.28, à savoir inférieur à 7×10^{-16} jusqu'à 30 s et avec un palier de $5,8 \times 10^{-16}$ aux alentours de la seconde. On peut tout de même affirmer que le bruit thermique de ces cavités, ayant des miroirs en silice fondue, ne limite pas la stabilité à plus que 4×10^{-16} (pour une cavité de 100 mm) en les supposant identiques pour chaque cavité.

Il est démontré qu'au-delà de 100 s, le laser ultra-stable de l'horloge à mercure est au plus de $1,4 \times 10^{-15}$ jusqu'à 1000 s. Il est donc tout à fait possible qu'un autre laser ultra-stable possède les mêmes propriétés. Pour cette échelle de temps, la limitation vient des fluctuations de température vues par la cavité. Il est raisonnable de faire l'hypothèse que le laser ultra-stable OPUS parvienne à atteindre cette stabilité à long terme une fois la température de sa cavité asservie. On peut s'appuyer sur deux éléments allant en ce sens : le premier est que la stabilité de température obtenue pour une enceinte à vide identique à celle de la cavité OPUS (voir la partie 3.1.5) est comparable à celle de la cavité de l'horloge à atomes de mercure. Ensuite, l'isolation passive, procurée par les écrans thermiques, permet à la cavité montée dans cette enceinte à vide de présenter une dérive en fréquence du même ordre de grandeur ($< 100 \text{ mHz.s}^{-1}$) que celle de la cavité de l'horloge à mercure.

Un des lasers ultra-stables présente donc au moins une stabilité relative de fréquence comme la combinaison des trois stabilités représentées sur la figure 3.28. Sous réserve que l'hypothèse précédente se vérifie, à savoir que la stabilisation thermique de la cavité OPUS soit équivalente à celle de la cavité Hg, les deux lasers ultra-stables atteindraient cette stabilité.

De plus, on peut rappeler que de nombreuses sources de perturbations extérieures sont très bien décorréelées. D'abord, du point de vue thermique, chaque laser se trouve dans deux salles différentes, avec deux systèmes d'air conditionné indépendants. Ensuite, les deux cavités ultra-stables sont de conception différente avec une d'axe vertical et l'autre d'axe horizontal. À cela s'ajoute deux systèmes d'isolation des vibrations différents : une table active pour l'une, une table passive pour l'autre.

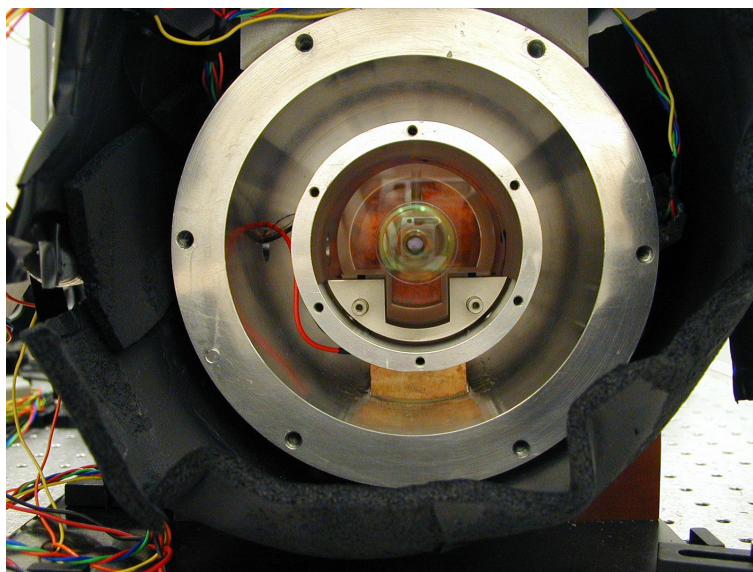


FIG. 3.29 – Cavité horizontale posée sur son support à l’intérieur d’un écran thermique et de l’enceinte à vide.

3.4 Réalisation de lasers ultra-stables au NPL

La section temps–fréquence du *National Physical Laboratory* (NPL) est en charge, pour le Royaume-Unis, de la réalisation expérimentale de la définition de la seconde. À ce titre, un groupe de recherche contribue à la réalisation d’horloges expérimentales. On peut citer deux horloges micro-ondes à fontaine atomiques (césium et rubidium) et trois horloges optiques : deux horloges à ion piégé (Ytterbium, $^{171}\text{Yb}^+$ et strontium, $^{88}\text{Sr}^+$) [24, 28, 127, 128] et une à atomes neutres de strontium piégés dans un réseau optique [13]. Comme pour toutes les horloges optiques, l’un des enjeux majeur est l’amélioration de la stabilité relative de fréquence des lasers d’interrogation de ces horloges. Ce groupe de recherche y travaille donc activement [60, 61, 100].

En collaboration avec le LNE-SYRTE, plusieurs mesures ont été réalisées dans leurs laboratoires. Une première série de mesures visait à estimer des sensibilités accélérométriques de deux cavités ultra-stables dans le but de les optimiser expérimentalement en s’appuyant sur la modélisation par éléments finis. Dans un second temps, avec des lasers stabilisés sur ces cavités, nous avons obtenu une stabilité relative de fréquence de $\sim 1 \times 10^{-15}$ limitée par le bruit thermique des miroirs des cavités réalisées entièrement en ULE.

3.4.1 Les cavités ultra-stables

Les deux cavités bi-concaves (rayon de courbure de 350 mm) utilisées sont identiques; l'une d'elle est représentée à la figure 3.29. La géométrie de ces cavités est celle à partir de laquelle nous nous sommes inspiré pour concevoir la cavité horizontale. Sa géométrie est donc similaire à celle de la cavité horizontale du projet OPUS (les variables définissant les paramètres géométriques des cavités sont identiques, figure 2.5).

Les cales d'espacement en ULE ont une longueur de $L = 99.8$ mm pour un rayon de $R = 30$ mm et sont évidées sur leur axe (diamètre de 21,5 mm) afin de ne pas obstruer le passage du faisceau laser. L'épaulement, défini par les valeurs $X_c = 11.55$ mm et $Z_c = 11,55$ mm, est beaucoup plus marqué que la cavité horizontale développée au LNE-SYRTE (par exemple voir la partie 2.3.5). Les miroirs en ULE de chacune d'elle, traités pour la longueur d'onde de 1064 nm, sont assemblés sur la cale par adhérence moléculaire. Les deux cavités ont des finesses de ~ 300000 .

3.4.2 Dispositif expérimental

Chaque cavité est placée à l'intérieur d'une enceinte à vide et d'un écran thermique tous deux cylindriques (d'axe horizontal) en aluminium. L'écran est maintenu centré dans l'enceinte par un « pied » central sur lequel est intercalé un module à effet Peltier permettant de stabiliser la cavité en température (voir figure 3.29).

Le support de la cavité est constitué de deux blocs épousant d'une part la forme de la partie inférieure de la cavité (en dessous de l'épaulement) et d'autre part la courbure de l'écran thermique. Ils sont reliés entre eux par deux tiges et maintenus à celles-ci par des vis. Il est directement posé sur l'écran thermique (contact réalisé par quatre billes en métal). La cavité repose dessus par l'intermédiaire de quatre billes en Viton de diamètre 3 mm. Chacune d'elle est positionnée dans un trou d'empreinte conique. Pour déplacer la position longitudinale des billes par rapport à la cavité, il faut faire translater les deux blocs du support le long des tiges. Chaque enceinte à vide se trouve sur une table optique, elle-même supportée par un système d'isolation des vibrations actif.

3.4.3 Mesures de sensibilité accélérométrique

Les mesures de sensibilité accélérométrique réalisées et décrites ici sont similaires à celles présentées dans la partie 3.1.10 concernant la cavité horizontale. Une accélération périodique est appliquée sur la table optique où

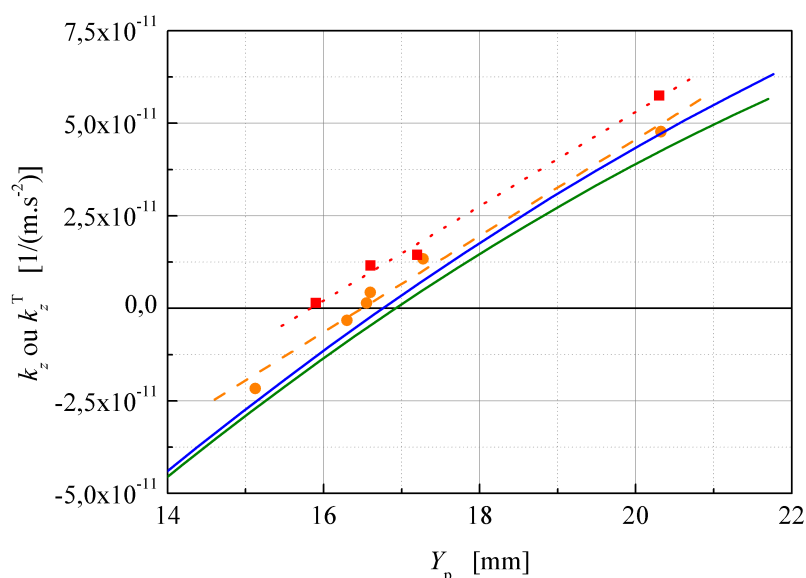


FIG. 3.30 – Composante verticale k_z du vecteur de sensibilité accélérométrique mesuré (\circ orange cavité 1, \square rouge cavité 2) ainsi que les régressions linéaires correspondantes (tirets oranges cavité 1, pointillés rouges cavité 2). Ces données sont comparées au coefficient de sensibilité verticale, dû à la translation des miroirs k_z^T , obtenu par simulations en utilisant le logiciel Castem (bleu) et Cmsol Multiphysics (vert).

repose la cavité à tester. L'accélération générée par la table d'isolation est mesurée par un sismomètre à trois axes alignés sur ceux de la cavité. Un laser est asservi sur cette cavité et est comparé à un autre laser ultra-stable afin d'analyser la DSP de bruit de fréquence. En fonction des coefficients de sensibilité obtenus pour la direction verticale, on déplace les appuis afin d'atteindre le point d'inversion de signe du coefficient de sensibilité prévu par les simulations.

Pour réaliser le déplacement des appuis, on est obligé de sortir la cavité et son support de l'enceinte à vide. Un montage mécanique permet de lever légèrement et précisément la cavité par rapport à son support. On peut ainsi déplacer la position des appuis en translatant les deux blocs le long des tiges. Une fois ceci en place, le montage mécanique permet de ramener délicatement la cavité au contact des billes en Viton. L'ensemble est ensuite remis dans l'enceinte à vide. La pression de vide, lors de ces phases de mesure, est de l'ordre de 1 mbar, ce qui est suffisant et s'obtient à la fois facilement et rapidement (pompe à palettes).

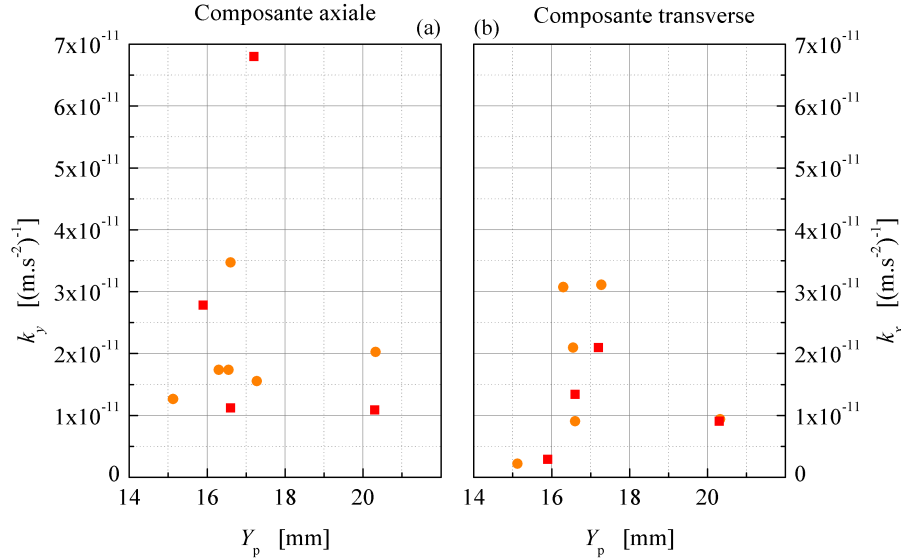


FIG. 3.31 – Module de la composante axiale k_y (a) et transverse k_x (b) du vecteur de sensibilité, mesuré pour la cavité 1 (○ orange) et la cavité 2 (□ rouge).

Comme on peut le voir, à la fois sur les résultats de simulation et sur les mesures (voir figure 3.30), la dépendance en positionnement des appuis est relativement élevée, supérieure à $10^{-11}(\text{ m.s}^{-2})^{-1}$ par mm. On est par conséquent obligé de réaliser cette procédure d’ajustement si l’on souhaite atteindre une sensibilité inférieure à $\sim 3 \times 10^{-11}(\text{ m.s}^{-2})^{-1}$.

Après optimisation, les coefficients verticaux sont finalement de $1.5 \times 10^{-12}(\text{ m.s}^{-2})^{-1}$ pour chacune des cavités, obtenus pour une position des appuis situés à 15,9 mm (cavité 1) et 16,5 mm des miroirs (cavité 2). Quelque soit le logiciel de calcul par éléments finis utilisé, les simulations sont en accord avec les résultats expérimentaux : pente identique et décalage de moins de 1 mm sur la position du zéro. Les simulations réalisées avec Castem reposent sur le même modèle que celui utilisé pour la cavité horizontale (uniquement les paramètres géométriques changent). Les appuis sont contraints verticalement et modélisés par un contact ponctuel, c’est-à-dire qu’un seul nœud du maillage subit les contraintes. Le modèle utilisé avec le logiciel Comsol Multiphysics est identique au précédent.

Les sensibilités horizontales, axiales et transverses, ne sont pas reproductibles (figure 3.31). Si l’on exclut un point (pour $Y_p = 17,2$ mm), la sensibilité axiale est comprise entre $10^{-11}(\text{ m.s}^{-2})^{-1}$ et $3,5 \times 10^{-11}(\text{ m.s}^{-2})^{-1}$. La sen-

sibilité transverse peut atteindre à peu près la même valeur, mais peut aussi être extrêmement faible ($\sim 3 \times 10^{-12} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$). Pour la position des appuis qui minimisent la sensibilité verticale, on obtient des sensibilités axiales de $1,7 \times 10^{-11} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ pour la cavité 1, et $2,8 \times 10^{-11} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ pour la cavité 2. Les sensibilités transverses correspondantes sont respectivement de $2,1 \times 10^{-11} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ et $2,9 \times 10^{-12} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ pour la cavité 1 et la cavité 2.

Le comportement de ces deux coefficients peut s'expliquer (comme pour la cavité horizontale du projet OPUS, voir la partie 3.1.10) par la non symétrie des forces transmises par les appuis aux cavités. Ces sensibilités peuvent être légèrement réduites en faisant légèrement pivoter l'enceinte à vide autour de son axe (ainsi que la cavité qui est à l'intérieur). De cette façon, on rééquilibre, en partie, les forces subies par la cavité permettant notamment de diviser par plus de 2 la sensibilité axiale de la cavité 2 et d'améliorer de $\sim 20\%$ les coefficients de sensibilité axiale et transverse de la cavité 1.

3.4.4 Mesures de bruit et stabilité relative de fréquence

Lorsque les sensibilités accélérométriques des deux cavités sont optimisées, la pression interne des enceintes à vide est amenée à environ 10^{-7} mbar. La température de chacune des cavités est asservie autour du point d'inversion du coefficient de dilatation thermique. Cette température, $11,7^\circ\text{C}$, a été déterminée à l'aide de mesures.

Deux faisceaux laser indépendants, fournis par un laser Nd:YAG de longueur d'onde 1064 nm, sont asservis sur les deux cavités par la méthode de Pound-Drever-Hall. La phase du faisceau est modulée en utilisant une résonance piézoélectrique du cristal dans la cavité laser. Une sélection minutieuse de la résonance permet d'obtenir une modulation d'amplitude résiduelle faible et extrêmement stable. La fréquence de modulation de 337 kHz est suffisamment basse pour que l'effet d'un étalon parasite ne produise qu'un très faible changement de phase entre les bandes latérales et la porteuse réfléchiée par la cavité. Cette méthode a été comparée avec celle, plus classique, utilisant un modulateur électro-optique (fréquence de modulation 10 MHz). L'impact sur le bruit du laser ultra-stable des interférences parasites excitées par des courants d'air, étant plus important dans le second cas, la méthode utilisant la résonance du laser a donc été préférée.

La diminution observée des fluctuations de fréquence du laser stabilisé, induites par les courants d'air, est nette. En couvrant avec soin les deux tables optiques, leur influence est rendue négligeable. La fréquence de la résonance de la céramique piézoélectrique est aussi suffisamment élevée pour que la bande passante de l'asservissement ne soit pas limitée.

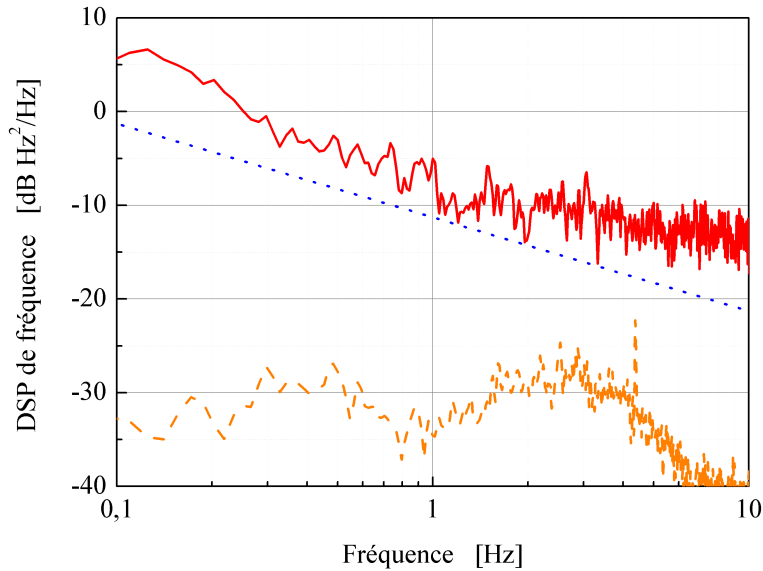


FIG. 3.32 – Densité spectrale de puissance de bruit de fréquence de la comparaison entre deux lasers stabilisés sur des cavités ayant une sensibilité accélérométrique réduite (en rouge), de la limite, due au bruit thermique des cavités, obtenue par calcul (pointillés bleus) et de la contribution des vibrations (calculée à partir des mesures du bruit sismique et des coefficients de sensibilité accélérométrique, tirets orange).

Le faisceau à la sortie du laser, qui est donc modulé en phase, est séparé en deux. Une partie de la puissance est couplée dans la cavité 1. Les corrections de fréquence sont appliquées directement à la céramique piézoélectrique du laser. L'autre partie de la puissance optique passe à travers un AOM, puis est envoyée vers la cavité 2. Le signal de correction de fréquence du laser, par rapport à la cavité 2, agit sur cet AOM. Le faisceau stabilisé en fréquence est donc prélevé après ce dernier et est envoyé sur une photodiode où il interfère avec le faisceau stabilisé sur la cavité 1.

Le signal issu du battement optique est démodulé par un convertisseur de fréquence – tension et analysé par transformée de Fourier rapide. La DSP du bruit de fréquence obtenue est d'environ $-10 \text{ dB Hz}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ à 1 Hz (figure 3.32). Le comportement fréquentiel de ce bruit se rapproche de f^{-1} , typique du bruit thermique de la cavité d'après le modèle décrit dans [71]. A très basse fréquence ($\sim 0,1 \text{ Hz}$), on s'en écarte légèrement à cause de la dérive en fréquence du signal.

La mesure de stabilité relative de fréquence de $\sim 1,5 \times 10^{-15}$, entre 0,5

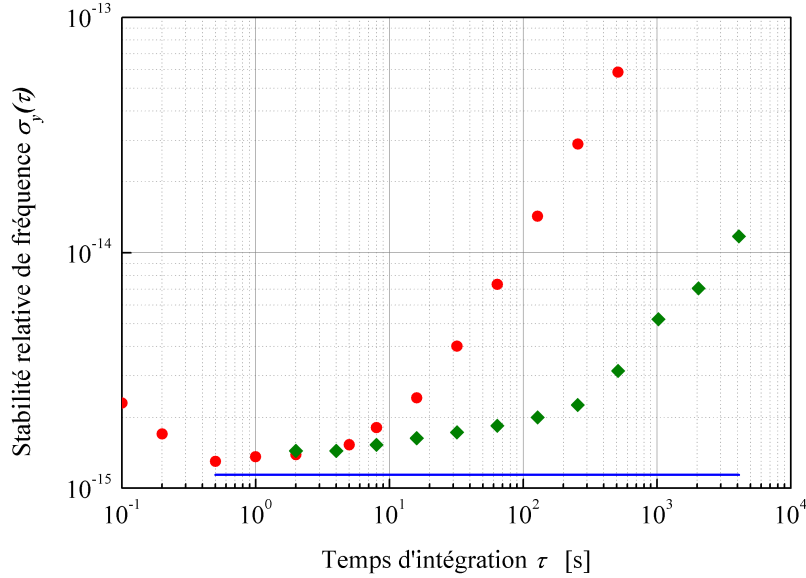


FIG. 3.33 – Stabilité relative de fréquence (écart type d’Allan) de la comparaison entre deux lasers stabilisés sur des cavités ayant une sensibilité accélérométrique réduite (\circ rouge), et lorsque la dérive linéaire est soustraite (45 mHz.s^{-1} , \diamond vert). Le niveau équivalent du bruit thermique attendu est représenté en bleu.

s et 10 s, confirme le comportement en f^{-1} du bruit de fréquence. Le niveau du bruit thermique, attendu pour ces deux cavités, est légèrement inférieur ($1,2 \times 10^{-15}$). La différence peut être expliquée par une incertitude liée au modèle ou aux valeurs utilisées pour le calcul, comme par exemple les pertes mécaniques des traitements réfléchissants.

La dérive en fréquence résiduelle d’une cavité par rapport à l’autre est de 45 mHz.s^{-1} , avec un résidu de la régression linéaire de $\pm 5 \text{ mHz.s}^{-1}$ pour près de 7 heures de mesures. En retranchant cette dérive, la stabilité reste inférieure à 5×10^{-15} jusqu’à 1000 s, ne remontant significativement qu’à partir de ~ 300 s.

3.5 Conclusions

Un total de cinq lasers ultra-stables ont été réalisés à partir des cavités conçues pour avoir de faibles sensibilités aux vibrations. Des mesures montrent que les coefficients de sensibilité accélérométrique de la cavité verticale, cavité Hg, sont de $2,5 \times 10^{-12} (\text{m.s}^{-2})^{-1}$ pour la direction verticale et

$1,4 \times 10^{-11} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$ pour les deux directions horizontales.

La sensibilité accélérométrique de l'une des quatre cavités horizontales, la cavité OPUS, a été étudiée plus en détails. Les coefficients de sensibilité aux vibrations ont été mesurés en fonction de la position longitudinale des appuis. En les comparant avec les résultats de simulations on constate qu'ils peuvent être prédits pour l'axe vertical et l'axe transverse horizontal. La sensibilité axiale de la cavité ne correspond pas au comportement prévu par le modèle et la différence n'est pas expliquée avec certitude. Malgré cela les sensibilités mesurées restent extrêmement faibles : $3 \times 10^{-12} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$ pour la direction verticale, $2 \times 10^{-12} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$ pour l'axe transverse horizontal et $1,5 \times 10^{-11} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$ pour la direction longitudinale. De plus, en utilisant cette cavité, il n'est pas nécessaire d'ajuster expérimentalement la position des appuis pour obtenir des coefficients inférieurs ou égaux à $1,5 \times 10^{-11} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$ pour tous les axes.

En théorie, les vibrations ne sont donc pas une limite à l'obtention d'une stabilité relative de fréquence de 4×10^{-16} pour un laser ultra-stable réalisé avec l'une de ces deux cavités. La limite imposée par le bruit thermique les miroirs en silice fondue des cavités correspond à ce niveau.

La comparaison entre ces deux lasers indépendamment stabilisés sur ces deux cavités montre que l'on atteint effectivement cette valeur. En effet, la stabilité de fréquence atteint un palier de $5,8 \times 10^{-16}$ en valeurs relatives pour des temps d'intégration autour d'une seconde. En supposant les deux lasers équivalents cela correspond à une stabilité de $\sim 4 \times 10^{-16}$ pour chacun des lasers ultra-stables. Au-delà de 10 s, la fréquence du laser ultra-stable OPUS dérive à cause de l'absence de régulation thermique de la cavité. Avec un système d'asservissement associé aux écrans thermiques, une autre comparaison a permis de démontrer que la stabilité relative de fréquence du laser Hg reste inférieure à 2×10^{-15} jusqu'à 1000 s. Une comparaison récente entre le laser Hg et le laser ultra-stable de l'horloge à strontium est au niveau de 1×10^{-15} sur ces mêmes temps d'intégration. Le fait que la conception thermique de ce dernier laser ultra-stable (enceinte à vide, écrans thermiques) soit en tout point identique au laser ultra-stable OPUS permet légitimement de penser qu'il puisse aussi atteindre ces performances à 1000 s.

D'autre part, deux cavités horizontales entièrement en ULE permettent de stabiliser en fréquence deux lasers à 1542 nm au niveau de 2×10^{-15} en valeurs relatives à 1 s. Ces lasers sont utilisés dans une expérience de transfert de référence optique ultra-stable par liens optiques fibrés compensés sur une longueur de l'ordre de la centaine de kilomètres [89].

On dispose ainsi d'un large éventail de laser ultra-stable pouvant être uti-

lisés comme référence optique pour un peigne de fréquence fourni par un laser femtoseconde. En asservissant le taux de répétition sur l'une de ces références on est capable de transférer sa stabilité dans le domaine micro-onde. Avec deux lasers femtosecondes, il est donc possible de générer plusieurs signaux micro-ondes ultra-stables indépendants afin de caractériser leur stabilité de fréquence. On peut donc vérifier que la stabilité du signal généré est compatible avec celle requise pour interroger une horloge à fontaine atomique.

Le laser ultra-stable OPUS est celui réalisé dans ce but. Cependant, dans un premier temps, pour faciliter la mise en place de ce processus de génération il a été remplacé par l'un des lasers ultra-stables à 1542 nm. Cette approche a aussi permis de pouvoir simultanément travailler sur le laser ultra-stable OPUS.

Chapitre 4

Génération de signaux micro-ondes et application à la fontaine

La métrologie des fréquences a grandement bénéficié de l'invention et de la réalisation des peignes de fréquence optique délivrés par les lasers femtosecondes. Leur utilisation rend obsolète les chaînes de fréquence composées de plusieurs lasers (incluant des doublages et des sommes de fréquence réalisés par des composants non linéaires) et d'oscillateurs électroniques qui permettent de relier le domaine des fréquences optiques à celui des fréquences micro-ondes (ou radio-fréquence) [129–131]. Par principe, les lasers femtosecondes réalisent directement ce lien. Ils couvrent désormais la plupart du spectre électromagnétique optique permettant de comparer entre elle les différentes horloges atomiques (micro-ondes et optiques).

Ils ont d'abord été utilisés pour la mesure absolue de fréquence de transition atomique optique [74, 132] par rapport à la fréquence des horloges atomiques au césium (domaine micro-onde). Le développement des techniques permettant de les contrôler [133] ont ensuite permis d'améliorer la résolution des comparaisons réalisées rendant possible des comparaisons directes de fréquence optique. La comparaison entre horloges atomiques optiques (lasers indépendamment asservis sur des transitions optiques d'espèces atomiques différentes) est aujourd'hui l'une des applications les plus répandues en métrologie des fréquences. Les peignes de fréquence sont aussi utilisés pour comparer les horloges optiques aux horloges micro-ondes. Dans cette application, le peigne de fréquence est, en général, stabilisé sur la référence micro-onde. Il transfère alors les fluctuations de fréquence de cette source vers le domaine optique [134].

Dans le principe, le peigne de fréquence opère comme un diviseur de fréquence. Il permet, en passant d'une fréquence optique à une fréquence micro-onde, de diviser le bruit par la même quantité que le rapport des fréquences. La stabilité relative de la référence optique est transférée en micro-onde. À partir des lasers ultra-stables développés au laboratoire et présentés au chapitre précédent on est, en théorie, capable de générer un signal micro-onde ayant une stabilité relative de fréquence de l'ordre de $\sim 6 \times 10^{-16}$ à $\sim 1 \times 10^{-15}$ à 1 s en fonction du laser utilisé (estimée par l'écart type d'Allan). En effet, la limite théorique de la conversion optique-micro-onde [135] permet d'obtenir des niveaux de bruit très largement inférieurs aux bruits techniques et de surcroît aux bruits de la référence optique. Pour parvenir à transférer la stabilité de la référence optique vers le domaine micro-onde il faut donc parvenir à maîtriser les bruits qui dégradent le peigne de fréquence. L'autre difficulté est d'extraire du train d'impulsions le signal micro-onde, sans en dégrader le bruit de phase. Il existe deux principales sources de dégradation. La première est une conversion du bruit d'amplitude du faisceau optique en bruit de phase sur le signal micro-onde par la photodiode utilisée pour la détection. L'autre vient du bruit de phase propre aux amplificateurs micro-ondes indispensables pour la mise en forme du signal.

Le signal micro-onde généré à partir du laser femtoseconde est utilisé pour piloter (ou interroger) une horloge à fontaine, c'est-à-dire qu'il va être asservi sur une transition atomique dont la largeur est de l'ordre du hertz. Cette utilisation du signal impose des contraintes fortes sur son bruit de phase et sa stabilité de fréquence. La stabilité ultime d'une fontaine atomique est déterminée par le bruit de projection quantique typiquement au niveau de $10^{-14}\tau^{-1/2}$ en valeur relative où τ est le temps de mesure [47–49]. Cette valeur est limitée par les contraintes imposées par le dispositif expérimental. En dessous de cette limite, elle dépend des différents paramètres de l'horloge, notamment du nombre d'atomes utilisés (de l'ordre du million), du temps qu'il faut pour réaliser un cycle de fonctionnement (entre 1 s et 1,5 s) et de son facteur de qualité atomique (rapport de la fréquence de la transition atomique sur sa largeur, de l'ordre de dix milliards).

Le bruit de phase à basse fréquence ($f < 50$ Hz) du signal d'interrogation peut, en effet, dégrader la stabilité de la fontaine par l'intermédiaire de l'effet Dick [33, 35]. Il a été démontré qu'un bruit de phase équivalent à une stabilité relative de fréquence meilleure que 10^{-14} à 1 s permet de s'affranchir de la dégradation liée à cet effet Dick. De plus, l'asservissement du signal sur la transition atomique à une constante de temps de l'ordre de 10 s. La stabilité relative de fréquence du signal micro-onde doit donc être meilleure que $10^{-14}\tau^{-1/2}$ pour $\tau = 10$ s, soit $\sim 6 \times 10^{-15}$.

Ce chapitre présente la mise en œuvre expérimentale de la génération de signaux micro-ondes réalisée au laboratoire en utilisant un laser femtoseconde à fibre dopée à l'erbium et un laser stabilisé sur une cavité optique. Le principe de fonctionnement d'un laser femtoseconde est dans un premier temps brièvement exposé. Dans cette partie, il est aussi décrit comment un laser femtoseconde permet de réaliser le transfert optique-micro-onde (division de fréquence). La réalisation expérimentale de la génération de signaux micro-ondes à bas bruit est ensuite décrite en détails.

Dans le but de vérifier que le bruit du signal micro-onde généré est au niveau requis pour réaliser l'interrogation de la fontaine atomique, il a d'abord été caractérisé à l'aide de deux autres sources de signaux micro-ondes indépendantes. La première source de signaux micro-ondes à bas bruits est obtenue en stabilisant un laser femtoseconde Titane:Saphir sur une référence optique (laser ultra-stable). L'autre signal utilisé pour la caractérisation vient d'un oscillateur cryogénique micro-onde à résonateur en saphir. On voit, à l'issue de ces deux comparaisons, que la stabilité du signal micro-onde est meilleure que 6×10^{-15} jusqu'à 100 s, compatible avec la stabilité requise pour l'interrogation d'une fontaine atomique.

Le test a donc été réalisé et est décrit dans ce chapitre. Quelques pages sont consacrées à la description (simplifiée) du fonctionnement d'une fontaine atomique en général et de celle utilisée (appelée FO2) en particulier.

Dans une dernière partie, une expérience différente, permettant de compléter la caractérisation du signal généré, est présentée. Elle donne accès au niveau de bruit du transfert de l'optique vers la micro-onde réalisé par le laser femtoseconde à fibre en s'affranchissant du bruit de la référence. On a donc accès aux performances ultimes de la génération du signal micro-onde. Elle consiste à produire deux signaux micro-ondes avec deux lasers femtosecondes identiques stabilisés sur la même référence optique. Le bruit de la référence, étant en mode commun, disparaît lors de la comparaison entre les deux signaux micro-ondes. Cette expérience a été rendue possible grâce à la collaboration avec le laboratoire FEMTO-ST (Besançon), qui possède un laser femtoseconde quasiment identique au premier.

4.1 Généralités sur les lasers femtosecondes

4.1.1 Signal optique émis

Un laser femtoseconde produit un train d'impulsions dont la porteuse est typiquement dans le domaine visible ou infrarouge proche (voir la figure 4.1 - (a)). Son nom vient du fait que la durée de ces impulsions τ_p est, selon le

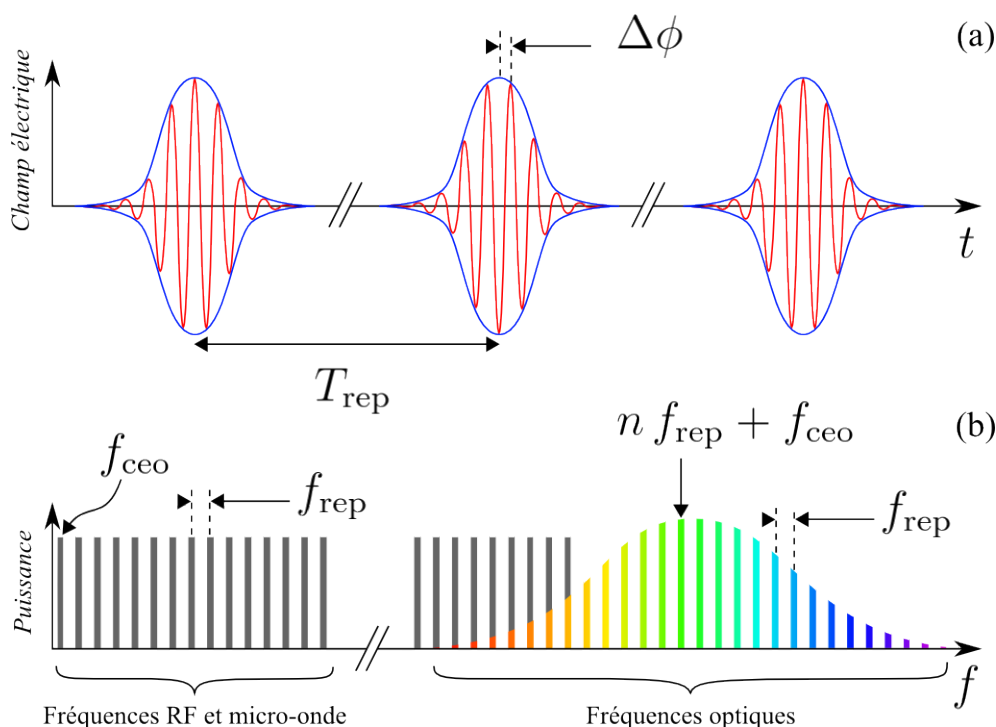


FIG. 4.1 – Schéma représentant le train d’impulsions (a) et le peigne de fréquence (b) émis par un laser femtoseconde.

laser, entre la dizaine et la centaine de femtosecondes. L’intervalle de temps entre deux impulsions successives est noté T_{rep} . La porteuse se propage à la vitesse de phase alors que l’enveloppe du champ se propage à la vitesse de groupe. Si ces deux vitesses sont différentes, il existe une variation de phase non nulle, d’une impulsion à l’autre entre l’enveloppe et la porteuse, et notée $\Delta\phi$.

Par transformée de Fourier, ce train d’impulsions correspond, dans le domaine fréquentiel, à un peigne de fréquence centré à la fréquence d’oscillation du champ électrique (voir la figure 4.1 - (b)). La fréquence ou le taux de répétition, qui est l’intervalle de fréquence entre deux dents (ou modes) consécutives du peigne, vaut $f_{\text{rep}} = 1 / T_{\text{rep}}$. Le déphasage entre l’enveloppe et la porteuse conduit à un décalage (ou offset) en fréquence de tous les modes du peigne f_{ceo} . La fréquence de la n^{e} composante du peigne s’écrit donc :

$$\nu_n = n f_{\text{rep}} + f_{\text{ceo}} \quad (4.1)$$

4.1.2 Principe de fonctionnement d'un laser femtoseconde

Le principe utilisé pour produire ce train impulsions et le peigne de fréquence associé est brièvement décrit dans ce paragraphe. Plus de détails sont donnés dans de nombreuses références, par exemple [96, 136, 137]. Comme pour un laser continu, on place un milieu de gain dans une cavité optique. De même que pour tout oscillateur, on réalise de cette façon un système bouclé avec du gain. L'obtention du régime de fonctionnement impulsif femtoseconde requiert des conditions supplémentaires à celles d'un laser continu qui sont décrites plus loin. Dans un premier temps, on sait que, d'après les propriétés de la transformée de Fourier, la « largeur » spectrale du peigne de fréquence optique $\Delta\nu$ et la « durée » des impulsions τ_p sont reliées par l'inégalité :

$$\Delta\nu \tau_p \geq \frac{1}{2}$$

Dans cette relation, $\Delta\nu$ et τ_p sont à considérer en tant qu'écart quadratique moyen. On peut en déduire que plus la largeur spectrale est grande, et plus les impulsions seront brèves. Le milieu de gain doit donc avoir une largeur spectrale suffisamment grande afin de pouvoir produire des impulsions d'une durée assez courte. L'égalité est obtenue quand les profils temporels et spectraux sont gaussiens.

L'émission laser, stimulée par un faisceau laser de pompe, s'étale sur la largeur spectrale du milieu de gain. Pour les longueurs d'onde résonantes dans la cavité, c'est-à-dire étant un multiple entier de la longueur de la cavité, les oscillations vont être entretenues. La densité spectrale d'énergie circulant dans la cavité est donnée par le produit d'un peigne de fonctions de Dirac espacées d'un intervalle spectral libre de la cavité par une courbe de largeur $\Delta\nu$. Cette courbe dépend de la réponse du milieu de gain mais aussi de nombreux paramètres comme par exemple des pertes. Pour obtenir un train d'impulsions, il faut aussi que la dispersion chromatique introduite par les éléments de la cavité (milieu de gain et miroirs) soit compensée. Elle influence la vitesse de groupe et se traduit par un élargissement de l'impulsion. Il n'y a alors plus d'accord de phase entre les impulsions circulant dans la cavité. En d'autres termes, la compensation de la dispersion permet à une impulsion de se reproduire identique à elle-même après chaque tour de cavité.

Par conséquent, on peut en déduire deux informations utiles au contrôle des paramètres du peigne de fréquence produit par le laser. La première, évidente, est que le taux de répétition $f_{\text{rep}} = 1/T_{\text{rep}}$ dépend de la longueur optique de la cavité. L'écart entre deux impulsions est donné par le temps mis par l'impulsion pour effectuer un tour de cavité. Pour stabiliser f_{rep} , il

faut donc stabiliser la longueur optique de la cavité. L'autre information est que le déphasage entre l'enveloppe et la porteuse dépend de la dispersion de la cavité. L'offset de fréquence du peigne f_{ceo} est relié à ce déphasage $\Delta\phi$ par la relation :

$$f_{\text{ceo}} = \frac{\Delta\phi \bmod (2\pi)}{2\pi} f_{\text{rep}}$$

On rappelle que $\Delta\phi$ est le déphasage entre deux impulsions consécutives, ce qui correspond au déphasage accumulé par une impulsion après un tour de cavité. L'offset de fréquence f_{ceo} se contrôle donc en agissant sur la dispersion dans la cavité.

Une dernière condition est nécessaire pour assurer le fonctionnement en régime impulsionnel. Il faut un mécanisme pour favoriser la propagation d'impulsions dans la cavité au dépend des ondes lasers continues. Ce mécanisme doit « inciter » les modes à se verrouiller en phase. L'effet physique utilisé est dépendant du milieu de gain mais exploite les phénomènes non linéaires permettant de tirer parti du fait que la densité d'énergie des impulsions est très supérieure à celle des ondes lasers continues. Par exemple, dans les cristaux de saphir dopés au titane (Titane:Saphir), l'effet de lentille Kerr (*Kerr-lens*) est utilisé pour que la focale équivalente soit plus courte pour un faisceau formé d'un train d'impulsions que pour un faisceau laser continu. Dans le cas des lasers utilisant des fibres optiques dopées à l'erbium comme milieux amplificateurs, on exploite la biréfringence des fibres optiques qui dépend de l'intensité du champ électrique. Les miroirs à absorbeurs saturables (*Saturable Absorber Mirrors*), dont la réflectivité dépend de l'énergie, sont aussi utilisés dans certaines cavités femtosecondes.

La fréquence de chaque mode du peigne dépend uniquement de la fréquence du taux de répétition f_{rep} et de la fréquence d'offset f_{ceo} (relation 4.1). Pour contrôler tous les modes, il faut parvenir à mesurer ces paramètres. Le taux de répétition est mesuré en envoyant le train d'impulsions sur une photodiode. La détection de f_{ceo} , moins immédiate, nécessite un dispositif optique supplémentaire. Le plus souvent, et lorsque c'est possible, la méthode $f - 2f$ est utilisée [133]. Cette méthode consiste à réaliser un battement optique entre un mode de la partie hautes fréquences du peigne $n''f_{\text{rep}} + f_{\text{ceo}}$ et un mode de la partie basses fréquences mais doublées $2(n'f_{\text{rep}} + f_{\text{ceo}})$. Ce battement est envoyé sur une photodiode qui voit donc des signaux de fréquence :

$$2n'f_{\text{rep}} + 2f_{\text{ceo}} - n''f_{\text{rep}} - f_{\text{ceo}}$$

En ayant $2n' = n''$, le signal obtenu est finalement à la fréquence f_{ceo} .

Cette méthode nécessite que le peigne de fréquence s'étale spectralement sur une octave au minimum. Pour la plupart des lasers femtosecondes, le

spectre en sortie de la cavité ne remplit pas cette condition. Il faut alors utiliser une fibre optique hautement non linéaire (*Highly Non-Linear Fiber*) dont le développement remonte au début des années 2000 [138]. Ce type de fibres permet donc d'élargir le spectre du peigne tout en conservant la cohérence de phase entre les modes [139]. Leur utilisation permet aussi d'augmenter la plage des longueurs d'onde accessibles.

4.1.3 Processus de division

La fréquence du n^{e} mode du peigne de fréquence est donnée par la relation 4.1. Si ce mode interfère sur une photodiode avec un laser continu de fréquence ν_ℓ , elle fournit un signal de battement à la fréquence :

$$f_b = n f_{\text{rep}} + f_{\text{ceo}} - \nu_\ell \quad (4.2)$$

Les fluctuations de fréquence du taux de répétition f_{rep} dans une bande donnée s'écrivent à partir de l'équation précédente :

$$\delta f_{\text{rep}} = \frac{\delta \nu_\ell + \delta f_b - \delta f_{\text{ceo}}}{n} \quad (4.3)$$

Un laser ultra-stable présente des fluctuations de fréquence $\delta \nu_\ell$ de l'ordre de 0,1 Hz. Supposons que f_b soit de l'ordre de la centaine de mégahertz. Si l'on stabilise la fréquence de ce signal sur une source qui présente des fluctuations relatives de fréquence plus faibles que 10^{-10} (par exemple un synthétiseur de fréquence), les fluctuations de fréquence sont donc inférieures à $\delta f_b = 10$ mHz. On peut donc négliger la contribution de δf_b devant celle de $\delta \nu_\ell$. On suppose aussi que l'on est capable d'asservir f_{ceo} tel que ses fluctuations δf_{ceo} soient négligeables devant $\delta \nu_\ell$. Dans ce cas, l'équation 4.3 se réduit donc à :

$$\delta f_{\text{rep}} \simeq \frac{\delta \nu_\ell}{n} \quad (4.4)$$

Les fluctuations de fréquence du laser ultra-stable sont donc divisées par n et transférées à la fréquence de répétition.

Ces deux dernières équations (4.2 et 4.4) permettent d'écrire les fluctuations relatives de la fréquence de répétition :

$$\frac{\delta f_{\text{rep}}}{f_{\text{rep}}} = \frac{\delta \nu_\ell}{\nu_\ell + f_b - f_{\text{ceo}}} \quad (4.5)$$

Les signaux de battement et de l'offset de fréquence sont dans le domaine radio-fréquence donc négligeables devant la fréquence du laser. On constate

que le peigne de fréquence peut être utilisé pour transférer, du laser ultra-stable au taux de répétition, les fluctuations relatives de fréquence et par extension la stabilité relative de fréquence correspondante. Bien évidemment, le processus inverse est possible et est souvent utilisé pour les comparaisons entre horloges atomiques optiques et micro-ondes. De la même façon, la comparaison directe entre fréquences optiques fonctionne aussi selon ce principe. L'un des lasers est utilisé pour stabiliser le peigne de fréquence, chaque mode du peigne possède la stabilité de ce laser. Une photodiode permet de délivrer le signal de battement entre un mode du peigne et un second laser. L'analyse de ce signal permet de connaître la stabilité de fréquence de la comparaison entre ces lasers.

4.2 Réalisation expérimentale

La mise en œuvre de la division de fréquence est décrite dans cette partie. La division qui transfère le bruit de fréquence de la référence optique vers le domaine micro-onde est réalisée en utilisant un peigne de fréquence optique produit par un laser femtoseconde à fibre. Les détails expérimentaux concernant les montages optiques et électroniques sont exposés ici.

4.2.1 Le laser femtoseconde à fibre

Description

Les expériences de génération de signaux micro-ondes réalisés utilisent un laser femtoseconde commercial [140]. L'oscillateur femtoseconde, représenté sur la figure 4.2, est basé sur une fibre optique dopée à l'erbium (Er^{3+}) pompée par des diodes lasers. Le mécanisme de verrouillage en phase des modes est assuré par deux jeux de lames quart et demi onde (voir figure 4.2). L'association d'un cube séparateur de polarisation, d'une lame quart d'onde et d'un miroir qui peut être translaté permet d'ajuster la longueur de la cavité. Un autre cube prélève une partie du signal optique et en envoie une partie à la fibre optique hautement non linéaire puis vers le système $f - 2f$ pour la détection de l'offset de fréquence f_{ceo} . L'autre partie de la puissance, ~ 30 mW, va vers la sortie utilisée pour les expériences. Les impulsions durent environ 100 fs ce qui correspond à une largeur spectrale de 100 nm pour une longueur d'onde centrale d'environ 1550 nm (voir figure 4.3).

La fréquence de répétition f_{rep} est de 250 MHz ajustable sur environ 2,5 MHz à l'aide d'une platine de translation motorisée sur laquelle est montée le miroir de la cavité. Le réglage fin de cette fréquence se fait en modulant la tension appliquée à une céramique piézoélectrique fixée sur la monture

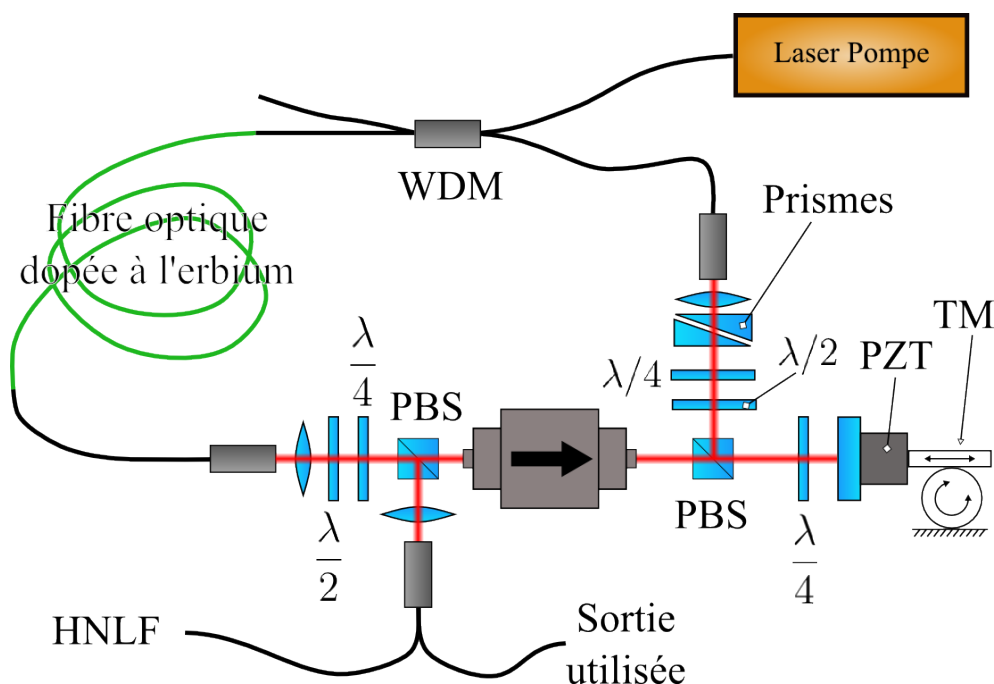


FIG. 4.2 – Schéma du laser femtoseconde basé sur une fibre optique dopée à l'erbium (PBS – cube séparateur de polarisation, WDM – élément de multiplexage en longueur d'onde, $\lambda/2$ – lame demi onde, $\lambda/4$ – lame quart d'onde, HNLF – fibre optique hautement non linéaire, PZT – céramique piézoélectrique et TM – platine de translation motorisée).

de ce même miroir. La fréquence du signal d'offset est contrôlée avec une grande dynamique en modifiant la dispersion à l'aide de deux prismes de faibles épaisseurs (double wedge) insérés dans la cavité femtoseconde. Leur longueur optique est constante mais ils introduisent de la dispersion chromatique. Pour un réglage plus précis, la puissance du laser de pompe est utilisée. En pratique, on module l'alimentation en courant des diodes de pompe. On constate, cependant, qu'il existe des couplages croisés entre certains de ces actionneurs et les grandeurs contrôlées. Par exemple une action sur la puissance de pompe modifie f_{ceo} mais aussi la fréquence de répétition f_{rep} . De même, le changement de la longueur de cavité (céramique piézoélectrique ou platine de translation) fait varier f_{ceo} en plus de f_{rep} . Ce comportement est expliqué par la théorie dans [141].

Le peigne est auto référencé par la méthode $f - 2f$ [133] qui permet de détecter la fréquence du signal d'offset (20 MHz). Le rapport signal sur bruit est de l'ordre 30 dB dans 300 kHz de bande passante. Cette méthode consiste, dans un premier temps, à étendre le peigne sur une octave, généralement à l'aide de fibres optiques non linéaires. Ensuite, l'extrémité à hautes fréquences du peigne interfère sur une photodiode avec l'extrémité à plus basses fré-

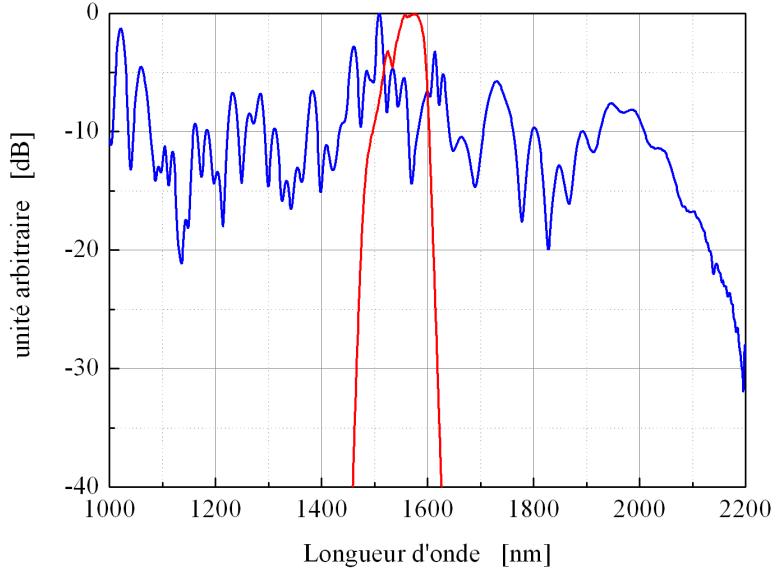


FIG. 4.3 – Spectre typique du laser femtoseconde à fibre en sortie de la cavité (courbe rouge) et après la fibre hautement non linéaire (courbe bleue).

quences mais doublées. La partie de spectre à haute fréquence atteint $\sim 1062,5$ nm et est donc à la même longueur d'onde que le laser ultra-stable OPUS (voir figure 4.3).

Bruit de la fréquence de répétition f_{rep}

Comme dans tout asservissement, le niveau de bruit du système non asservi est une caractéristique importante à prendre en compte pour sa réalisation. Pour l'expérience que l'on réalise, l'une des caractéristiques du peigne de fréquence, fourni par ce laser femtoseconde, est le bruit de phase du taux de répétition.

La DSP du bruit de phase $S_{\varphi}^{\nu_1}$ a été mesurée à la fréquence $\nu_1 = 1$ GHz permettant de déduire, à partir de la relation suivante, la DSP $S_{\varphi}^{\nu_2}$ à la fréquence $\nu_2 = 10$ GHz :

$$S_{\varphi}^{\nu_2} = \left(\frac{\nu_2}{\nu_1} \right)^2 S_{\varphi}^{\nu_1} \quad (4.6)$$

On détecte donc la 4^e harmonique du taux de répétition que l'on compare à une référence à 1 GHz. Cette référence est synthétisée à partir du signal

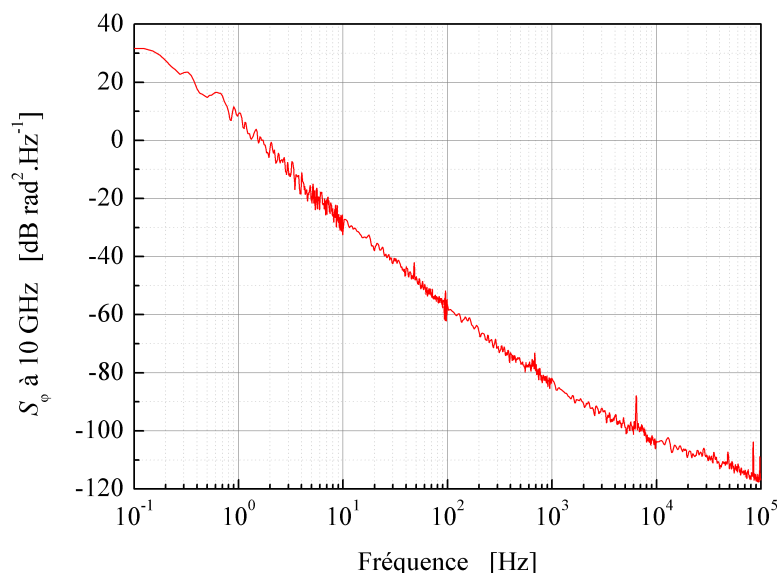


FIG. 4.4 – Densité spectrale du bruit de phase de la fréquence de répétition, laser femtoseconde libre, pour une fréquence de porteuse de 10 GHz mesurée par rapport à un oscillateur cryogénique.

ultra-stable fourni par l'oscillateur cryogénique du laboratoire. Il ne fait aucun doute que le bruit de phase de ce signal est inférieur à celui que l'on caractérise étant donné que le peigne de fréquence est libre.

La différence de fréquence résiduelle (quelques mégahertz) est compensée par un synthétiseur numérique de fréquence (DDS) référencé à partir du signal à 1 GHz. La sortie du mélangeur de fréquences utilisé pour cela est envoyée sur un analyseur par transformée de Fourier rapide. Pour mesurer la DSP du bruit de phase, on doit conserver le signal d'erreur très proche de 0 V pour assurer la linéarité de la mesure, c'est-à-dire des signaux comparés en quadrature. Le bruit et la dérive de fréquence du taux de répétition sont tels que le seul moyen est d'asservir en phase le taux de répétition et la référence à 1 GHz. On s'assure que la bande de contrôle soit suffisamment faible (~ 40 Hz) pour que le bruit de phase mesuré corresponde, sur une grande partie du spectre ($f > 40$ Hz), au bruit de phase du taux de répétition du laser libre.

Pour connaître la DSP du bruit de phase $S_\varphi(f)$ en dessous de $f = 40$ Hz, on mesure la DSP de bruit de fréquence du taux de répétition $S_{\delta\nu}(f)$. La mesure du bruit de fréquence est en effet relativement immédiate en utilisant un oscillateur suiveur (ou *tracking oscillator*) mais n'est valable que

pour les fréquences de Fourier nettement inférieures à la bande de contrôle. Pour cela, le signal, issu de la comparaison entre le taux de répétition et la référence à 1 GHz, est asservi sur un synthétiseur de fréquence qui fait office d'oscillateur suiveur. En augmentant au maximum la bande passante de cet asservissement, on obtient donc en basse fréquence ($f < 1$ kHz) la DSP du bruit de fréquence en analysant le signal de correction de l'asservissement. La DSP du bruit de phase peut ensuite être calculée à partir de cette mesure de $S_{\delta\nu}(f)$ et de la relation suivante

$$S_{\varphi}(f) = \frac{1}{f^2} S_{\delta\nu}(f) \quad (4.7)$$

avec f les fréquences de Fourier. Le bruit de phase est issu de ces deux mesures complémentaires ce qui permet de le connaître sur l'ensemble du spectre entre 1 Hz et 100 kHz.

Une fois les données traitées en fonction de la méthode de mesure et calculées pour une porteuse de 10 GHz, on obtient la DSP du bruit de phase représentée sur la figure 4.4. Elle est de 10 dB rad².Hz⁻¹ à 1 Hz, avec une pente en f^{-3} jusqu'à 1 kHz, puis semble tendre vers f^{-2} à partir de cette fréquence. Conformément à la théorie [141], il a été observé que ce niveau de bruit variait de ~ 10 dB à 15 dB, en fonction des paramètres de fonctionnement du laser femtoseconde (*mode-locking*).

Bruit du signal d'offset f_{ceo}

La fréquence d'offset du peigne optique a, par définition, une influence identique sur la fréquence de chacun des modes du peigne. Le bruit de phase de ce signal d'offset est donc le même pour tous les modes optiques. Ce bruit intervient dans le signal de battement entre le peigne de fréquence et le laser de référence. Comme on le verra dans la partie suivante, le signal d'erreur qui permet la stabilisation du taux de répétition est obtenu à partir de ce signal. Par l'intermédiaire de l'asservissement, le bruit de l'offset de fréquence, divisé par $n \simeq \nu_{\ell} / f_{rep}$, peut contribuer au bruit du signal micro-onde généré.

Le signal d'offset, à ~ 20 MHz, est fourni par l'interféromètre $f - 2f$ du laser femtoseconde. Pour réaliser la mesure de son bruit de phase, ce signal est mélangé avec un synthétiseur de fréquence pour le décaler dans la gamme de fonctionnement d'un convertisseur fréquence-tension (de 100 kHz à 1 MHz). Le bruit de fréquence obtenu permet de calculer la DSP du bruit de phase équivalente à 10 GHz (relations 4.7 et 4.6).

La DSP du bruit de phase obtenue pour une porteuse de 10 GHz est présentée sur la figure 4.5. Elle vaut -25 dB rad².Hz⁻¹ à 10 Hz, avec une pente voisine de f^{-3} . Pour les modes du peigne optique, sa valeur est de 85

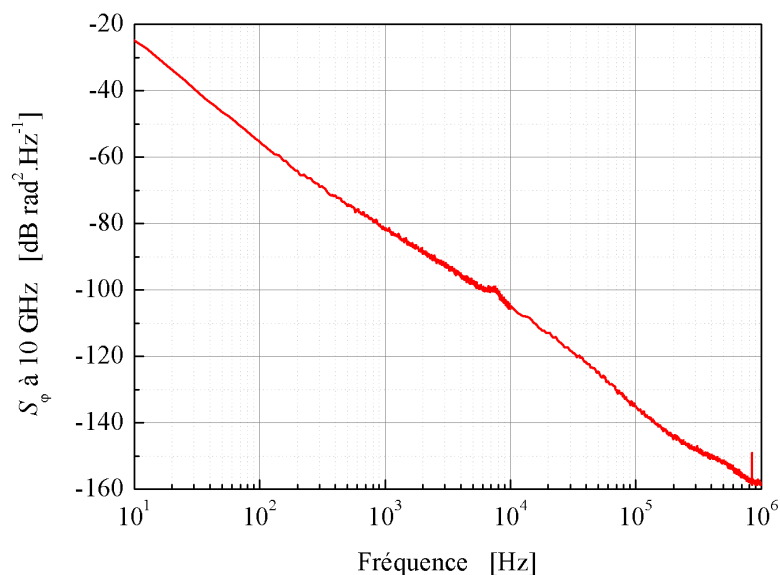


FIG. 4.5 – Densité spectrale du bruit du signal d’offset enveloppe–porteuse, laser femtoseconde libre, calculée pour une fréquence de porteuse de 10 GHz.

dB supérieure, soit environ $60 \text{ dB rad}^2.\text{Hz}^{-1}$ à 10 Hz. Ce niveau est le niveau de bruit réellement mesuré du signal à 20 MHz. La contribution des bruits de mesure (synthétiseur et convertisseur fréquence–tension) est par conséquent totalement négligeable.

4.2.2 Montage optique

Pour une première étude de la stabilisation du laser femtoseconde, la référence optique utilisée est constituée d’un laser (continu) à fibre dopée erbium, de longueur d’onde 1542 nm, asservi sur une cavité ultra-stable d’axe optique horizontal. La géométrie de la cavité utilisée est issue de l’étude exposée au chapitre 2. Elle présente une stabilité relative de fréquence légèrement inférieure à $1,8 \times 10^{-15}$ pour un temps d’intégration de 1 s [89], proche du bruit thermique du substrat en ULE des miroirs de la cavité. En utilisant ce laser, la mise en place de l’expérience est facilitée par le fait qu’il est centré sur la longueur d’onde centrale du peigne de fréquence. L’ensemble du dispositif est réalisé à partir du matériel optique fibré développé pour les réseaux de télécommunication. Ces composants sont fiables, bien caractérisés et facilement accessibles. La mise au point de la technique de stabilisation de

la fréquence de répétition du laser femtoseconde a donc été beaucoup plus aisée et rapide.

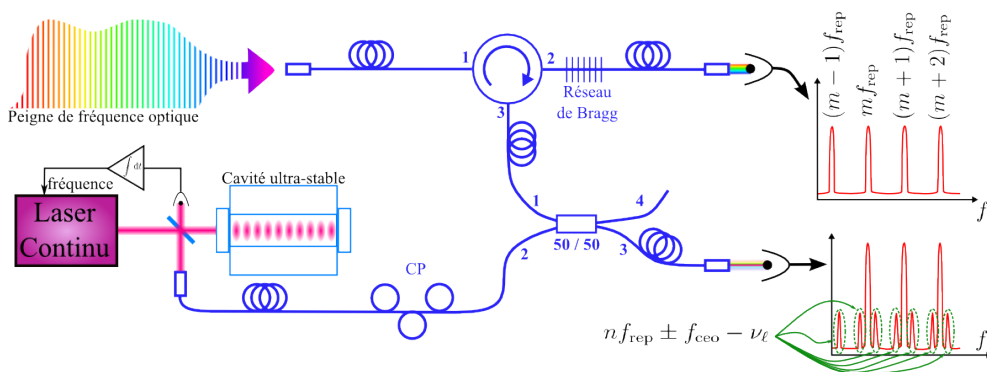


FIG. 4.6 – Schéma représentant le montage optique fibré permettant d’obtenir le signal de battement entre le peigne de fréquence et la référence optique (laser ultra-stable) ainsi que le signal micro-onde (CP – contrôleur de polarisation).

Détection du signal de battement avec la référence

Le signal d’erreur permettant d’asservir la fréquence de répétition sur celle de la référence optique s’obtient à partir d’un battement optique entre le peigne et le laser de référence. De cette façon, on obtient, en réalité, une multitude de composantes spectrales puisque tant que la différence de fréquence entre le laser de référence et la n^e composante du peigne est inférieure à la bande passante de la photodiode, celle-ci détecte une image du battement.

La première remarque est que la partie du peigne qui ne sert pas à produire le signal est inutile. C’est en réalité beaucoup plus problématique, puisque tous les photons qui ne contribuent pas au signal sont source de bruit. La seconde remarque est que toutes les composantes spectrales fournies par la photodiode contiennent la même information, celle de l’équation 4.2 (pour des valeurs de n légèrement différentes). Une seule de ces composantes est nécessaire et, idéalement, on souhaiterait avoir un composant optique se comportant comme un filtre passe bande, de largeur comprise entre 250 MHz et 500 MHz (pour être sûr de récupérer une seule composante du peigne) et centré sur la fréquence du laser de référence.

Seule une cavité Fabry-Perot pourrait réaliser ce filtrage. Elle doit avoir un grand intervalle spectral libre pour éliminer un maximum de modes et posséder une grande finesse pour une bonne réjection [81]. Son utilisation ne semble pas judicieuse d’abord parce que cette approche est jugée trop complexe pour une première étape de l’étude sur la génération de signaux

micro-ondes. Ensuite, le rapport signal sur bruit le plus faible, intervenant dans le système, est celui du signal d'offset f_{ceo} (~ 30 dB dans 300 kHz). Il n'est donc pas utile de diminuer le bruit du signal de battement avec la référence. En effet, en utilisant un réseau de Bragg et un circulateur optique (voir la figure 4.6), on réalise cette sélection de longueur d'onde. La sélectivité équivalente du filtre ainsi obtenue n'est pas comparable avec ce que l'on souhaiterait mais le rapport signal à bruit obtenu est suffisant (40 dB dans 1 MHz).

Le réseau utilisé réfléchit le peigne sur une largeur spectrale de 1 nm soit ~ 127 GHz centrée à la longueur d'onde du laser de référence, 1542 nm (voir la figure 4.6). La réflexion est séparée de l'onde incidente par le circulateur qui l'envoie, *via* le troisième port, sur un coupleur optique (50 % – 50 %). Sur l'autre entrée de ce composant est envoyé le laser de référence dont la polarisation est ajustée à l'aide d'un contrôleur. En sortie (port 3), le faisceau est donc composé du laser de référence et du peigne de fréquence sur une largeur spectrale de 1 nm. L'autre sortie (port 4) n'est pas utilisée.

Le mélangeur de puissance répartit équitablement sur ses sorties la puissance envoyée sur chacune de ses entrées. Une moitié de la puissance est envoyée sur une photodiode de bande passante 1 GHz. Avec 0.5 mW de lumière laser continue incidente sur la photodiode, on obtient un signal de -60 dBm avec un rapport signal à bruit de l'ordre de 40 dB dans 1 MHz.

Détection de la fréquence de répétition f_{rep}

Pour détecter la fréquence de répétition, on envoie simplement le peigne de fréquence optique sur une photodiode. Le signal délivré est spectralement composé des combinaisons de tous les battements possibles entre les composantes du peigne. Concrètement, on obtient un peigne de fréquence micro-onde ayant un intervalle entre composantes de $f_{rep} = 250$ MHz. La génération du peigne de fréquence micro-onde peut aussi être interprétée de façon différente. Le photo-détecteur mesure l'enveloppe des impulsions optiques et produit donc un train d'impulsions de courant. Par transformée de Fourier, ce train d'impulsions micro-onde correspond à un peigne de fréquence. Les impulsions électriques peuvent être modifiées en fonction du temps de réponse de la photodiode, de la puissance optique et de la durée des impulsions [142].

Chaque composante du peigne optique contribue donc à la « fabrication » du peigne micro-onde. Pour maximiser la puissance du signal micro-onde, on a donc tout intérêt à envoyer à la photodiode toute la largeur spectrale disponible. C'est le cas du faisceau transmis par le réseau de Bragg si l'on néglige les 1 % réfléchis. On sélectionne à l'aide d'un filtre passe bande la

m^e harmonique du peigne de fréquence micro-onde en fonction de la fréquence du signal que l'on souhaite générer. Pour les expériences qui ont été menées, on s'est intéressé successivement à des signaux de fréquence 9,25 GHz, 11,5 GHz et 12 GHz. La photodiode choisie a une bande passante supérieure à cela, en l'occurrence ~ 20 GHz [143]. En réalité, il serait préférable de supprimer les $m - 1$ premières harmoniques de la fréquence de répétition car elles ne sont pas utiles et contribuent au bruit de photons. On peut y parvenir en filtrant les modes du peigne optique avec une cavité Fabry-Perot [144] telle que son intervalle spectral libre corresponde à $m f_{\text{rep}}$.

La conversion du bruit d'amplitude en bruit de phase (conversion AM-PM) par la photodiode qui détecte la fréquence de répétition du laser femto-seconde peut limiter la stabilité du signal micro-onde généré à 3×10^{-15} à 1 s [145]. Des travaux de E. Ivanov *et al.* [146] montrent que ces mécanismes de conversion AM-PM sont complexes et difficiles à prédire car ils dépendent de l'harmonique détectée, de la puissance optique et de la photodiode utilisée. On constate tout de même que ce coefficient AM-PM tend à diminuer lorsque la puissance des harmoniques micro-ondes fournies par le photo-détecteur en fonction de la puissance optique est saturée. Pour la photodiode utilisée ici, c'est le cas lorsqu'elle reçoit une puissance optique supérieure à $\sim 0,8$ mW. Il est à noter que le photo-courant moyen n'est saturé qu'à partir d'une puissance optique d'environ 15 mW à 20 mW. Par ailleurs, d'après un article de D. Eliyahu *et al.* [147], la conversion AM-PM pour ce modèle de photodiode illuminée par un laser continu est minimum lorsque la puissance optique est de ~ 10 mW. Étant donné le peu de publications concernant ce coefficient de conversion pour ces photodiodes, on a utilisé, dans un premier temps, le photo-détecteur avec une puissance optique incidente de 9 mW. La puissance du faisceau transmis par le filtre de Bragg est donc réduite à l'aide d'atténuateurs optiques fibrés. Aux fréquences qui nous intéressent, la puissance micro-onde disponible est d'environ -27 dBm par harmonique.

4.2.3 Traitement des signaux

Le traitement des signaux électriques (radio-fréquence et micro-onde) fournis par les photodiodes est décrit dans ce paragraphe. L'un d'entre eux permet d'obtenir un signal d'erreur utilisé pour l'asservissement en phase du taux de répétition sur la référence optique. L'autre est le signal micro-onde généré dont la stabilité doit reproduire celle de la référence optique. Ce signal micro-onde est donc le signal utile fourni par le système.

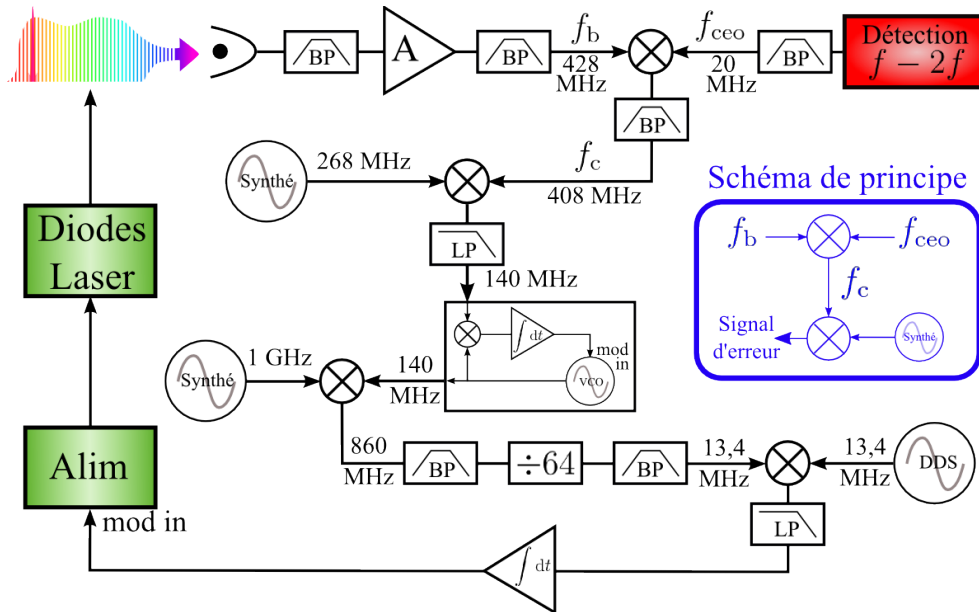


FIG. 4.7 – Schéma du montage électronique permettant de réaliser l’asservissement du taux de répétition f_{rep} sur la référence optique. En bleu est représenté le principe de réalisation de la soustraction du signal d’offset à la fréquence δf_{ceo} . BP – filtre passe bande, LP – filtre passe bas, Synthé – synthétiseur de fréquence, VCO – oscillateur contrôlé en tension, DDS – synthétiseur numérique de fréquence, mod in – entrée de modulation et Alim – alimentation en courant.

Le signal d’erreur

Le signal radio-fréquence, fourni par la photodiode, à partir duquel le signal d’erreur de l’asservissement est généré s’exprime :

$$f_b = n f_{\text{rep}} - \nu_\ell + f_{\text{ceo}} \quad (4.8)$$

Pour transférer la fréquence du laser de référence ν_ℓ divisée par n , à la fréquence de répétition f_{rep} , il faut parvenir à s’affranchir des fluctuations de f_{ceo} . La méthode la plus utilisée est d’asservir en fréquence le signal d’offset sur un synthétiseur de fréquence. L’alternative, plus simple, consiste à uniquement soustraire f_{ceo} , à l’aide d’un mélangeur de fréquence radio-fréquence. On supprime ainsi un asservissement, ce qui rend le système plus robuste (encart en bleu sur la figure 4.7).

En pratique, on réalise le montage présenté sur la figure 4.7. Le signal de battement entre le laser de référence et le laser femtoseconde, de fréquence $f_b = 428$ MHz, est filtré, amplifié puis filtré à nouveau. Cette fréquence est déterminée par la fréquence centrale de ces deux filtres passe bandes (largeur 20 MHz) qui permet d’éliminer les autres composantes spectrales présentes

dans le signal.

En envoyant ce signal ainsi que celui d'offset du peigne sur un mélangeur de fréquence, on réalise ensuite l'opération de soustraction :

$$f_c = f_b - f_{\text{ceo}} = n f_{\text{rep}} - \nu_\ell \quad (4.9)$$

Après ce mélangeur, les fluctuations du signal, de fréquence f_c , sont donc uniquement causées par celles du laser de référence par rapport à celles de n fois la fréquence de répétition du laser. Le signal de fréquence $f_c = 408$ MHz contient donc toute l'information pour réaliser l'asservissement souhaité. Si l'on stabilise cette fréquence de telle sorte que ses fluctuations δf_c peuvent être considérées nulles, on se retrouve dans le cas de l'équation 4.4.

Un oscillateur suiveur est ensuite utilisé pour filtrer le signal avec une bande passante de ~ 2 MHz. Le fonctionnement de celui-ci est similaire à celui décrit dans la partie 3.3 et à la figure 3.24. La seule différence vient de la nature de l'oscillateur qui est ici un oscillateur contrôlé en tension et qui possède une large bande de contrôle (~ 3 MHz). Sa fréquence de fonctionnement étant de 140 MHz, le signal est au préalable décalé en fréquence par mélange avec un synthétiseur.

Le bruit de phase intégré, doit être petit devant π afin de ne pas avoir de sauts de phase dans l'asservissement. En divisant la fréquence du signal par 64, on se place dans ce cas. Pour une raison technique, qui est que le diviseur fonctionne correctement uniquement avec une fréquence d'entrée nettement plus élevée que 140 MHz, on utilise un signal de référence à 1 GHz pour décaler la fréquence du signal fourni par l'oscillateur suiveur.

En utilisant un mélangeur de fréquence, le signal à la sortie du diviseur, dont la fréquence est de 13,4375 MHz, est démodulé par un signal de référence fourni par un synthétiseur numérique de fréquences (DDS). Lorsque les signaux à l'entrée du mélangeur (LO et RF) sont en quadrature, le signal en sortie (voisin de 0 V), correspond au signal d'erreur entre la phase de $n f_{\text{rep}}$ et ν_ℓ . Comme on le verra par la suite, ce DDS peut aussi être utilisé pour compenser une dérive en fréquence du signal micro-onde. Dans ce cas, on lui fait générer une rampe de fréquence.

À partir du signal d'erreur, on construit un signal de correction qui est appliqué sur un des éléments qui agit sur la fréquence de répétition du peigne : la céramique piézoélectrique de la cavité femtoseconde ou la puissance des diodes de pompe.

Dans la plupart des cas, pour agir sur le taux de répétition d'un laser femtoseconde, on contrôle la longueur de la cavité par l'intermédiaire d'une céramique piézoélectrique. C'est le cas du laser utilisé, tel qu'il est fourni par le fabricant. À cause des résonances mécaniques de la céramique, la bande passante de l'asservissement est limitée à ~ 20 kHz.

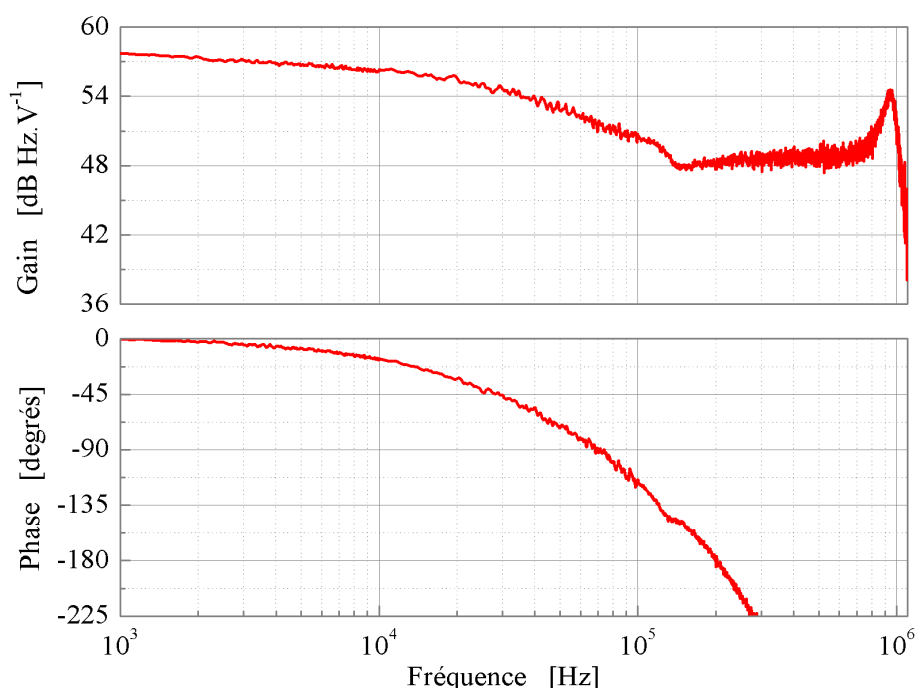


FIG. 4.8 – Diagramme de Bode de la fonction de transfert entre la fréquence de répétition du laser femtoseconde et la tension de modulation de l'alimentation en courant des diodes laser de pompe.

Il a été montré que pour le laser femtoseconde à fibre dopée à l'erbium, le taux de répétition pouvait être contrôlé par la puissance du faisceau de pompe [148]. Comme on peut le voir sur la figure 4.8, il existe un couplage entre la puissance du laser pompe et la fréquence de répétition du laser femtoseconde. Cette puissance laser est modulée par l'intermédiaire de la tension de contrôle de l'alimentation en courant des diodes. Cette mesure est réalisée en sommant à la correction de fréquence un bruit blanc connu et en mesurant la modulation induite sur la fréquence de répétition. La phase se comporte comme celle d'un filtre passe bas auquel s'ajoute un délai, qui se traduit par un glissement de la phase lorsque les fréquences augmentent. Ce délai, de l'ordre de une à deux microsecondes, pourrait être d'origine électronique; il suffit de quelques amplificateurs opérationnels mal choisis, de ce point de vue, pour que le délai qu'ils imposent soit de cet ordre de grandeur. Le comportement du gain de cette fonction de transfert, à partir de 100 kHz, n'est pas formellement expliqué mais on pourrait l'attribuer à la réponse du milieu de gain du laser.

Avec une marge de phase de 45° , on peut obtenir une bande passante de ~ 100 kHz. Elle est étendue jusqu'à 200 kHz en utilisant un circuit à avance

de phase. En appliquant les corrections de fréquence de cette manière, on est certain d'atteindre une bande passante suffisamment grande pour que le gain de l'asservissement ne limite pas, en basse fréquence, le bruit du signal micro-onde généré.

Le signal micro-onde

La photodiode (en transmission du réseau de Bragg, figure 4.6) est utilisée pour détecter la fréquence de répétition. Le signal fourni comprend une harmonique tous les 250 MHz. Chacune d'elles possède, en principe, la même stabilité relative de fréquence qui est en théorie celle du laser de référence. Pour sélectionner l'harmonique souhaitée, on doit utiliser un filtre passe bande très étroit (la centaine de mégahertz) centré en fonction de l'expérience réalisée soit à 9,25 GHz, soit à 12 GHz. Les harmoniques les plus proches de celle choisie, c'est-à-dire à ± 250 MHz, sont atténuées de ~ 20 dB.

À ces fréquences, la puissance du signal est de -27 dBm, à laquelle il faut enlever quelques dB de pertes d'insertion du filtre. On doit donc amplifier le signal avec des amplificateurs micro-ondes présentant un bruit de phase intrinsèque suffisamment faible pour ne pas détériorer les qualités spectrales du signal généré. Le bruit de phase relatif du signal micro-onde ne peut être plus faible que celui du laser de référence. Ramené à une fréquence de 10 GHz, le bruit de phase de ce laser est de l'ordre de -100 dB $\text{rad}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ à 1 Hz de la porteuse. Cette valeur est la principale spécification utilisée pour le choix des amplificateurs.

Un second filtre suivi d'un autre amplificateur sont ajoutés afin d'obtenir un signal de l'ordre de 10 dBm avec une atténuation des harmoniques voisines de ~ 40 dB.

Le bruit de grenaille (*shot noise*), calculé à partir du courant de la photodiode, est d'environ -140 dB $\text{rad}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$.

4.3 Caractérisation du signal

Pour caractériser le signal micro-onde, généré à l'aide du laser femtoseconde à fibre dopée erbium, il doit être comparé à des signaux micro-ondes indépendants, présentant des stabilités relatives de fréquence dans la gamme des 10^{-15} . Au laboratoire, deux systèmes génèrent de tels signaux. Le premier est produit par un laser femtoseconde Titane:Saphir stabilisé sur un laser ultra-stable. Dans le principe, c'est une expérience similaire à ce qui est réalisé pour la stabilisation du laser femtoseconde fibré. L'autre signal est généré, de façon radicalement différente, à partir d'un oscillateur cryogénique

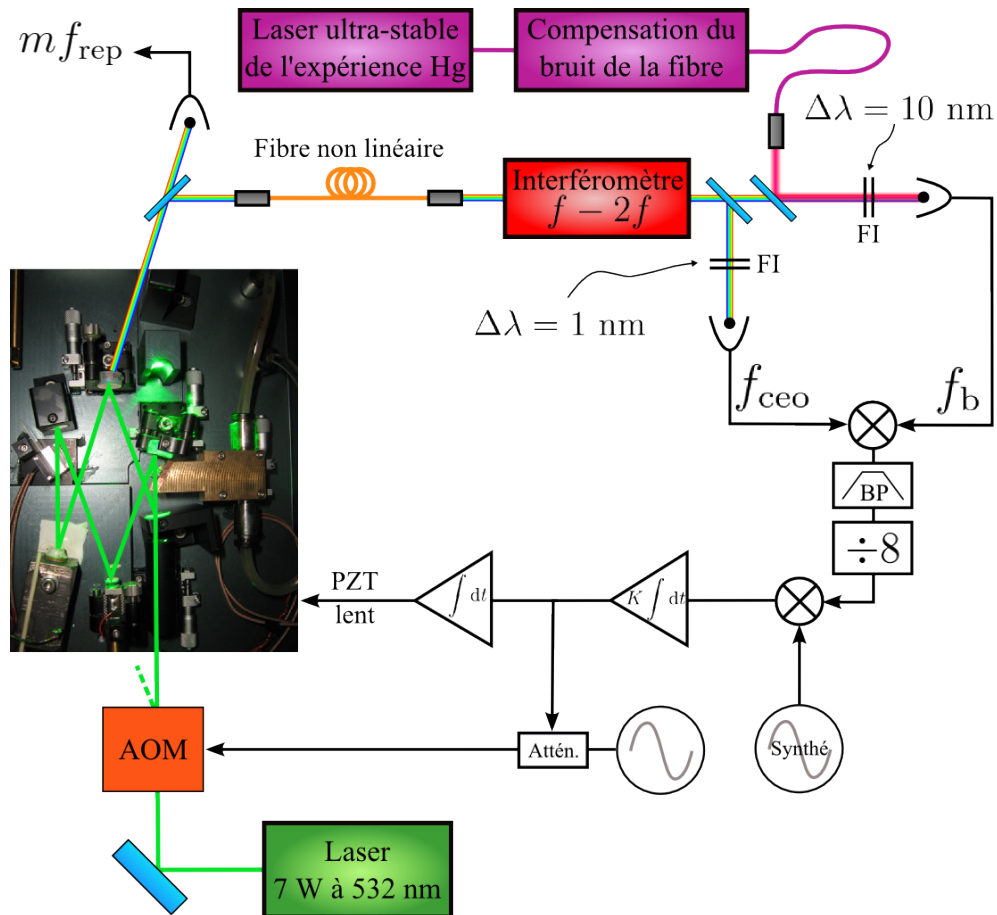


FIG. 4.9 – Photographie de la cavité du laser femtoseconde Titane:Saphir et du montage qui permet de stabiliser le taux de répétition sur le laser ultra-stable de l’horloge à atomes de mercure (Hg). AOM – modulateur acousto-optique, PZT – céramique piézoélectrique, BP – filtre passe bande et FI – filtre interférentiel.

micro-onde.

4.3.1 Comparaison avec le laser Titane:Saphir

Génération du signal micro-onde

La stabilisation de la fréquence du taux de répétition du laser Titane:Saphir sur un laser de référence repose sur la même approche que celle présentée au paragraphe 4.1.3 de ce chapitre. On utilise, ici aussi, le principe de soustraction de la fréquence d’offset f_{ceo} .

La réalisation expérimentale, schématisée sur la figure 4.9, est bien sûr adaptée à ce type de laser femtoseconde. Le cristal de saphir dopé au titane

est pompé dans une cavité en espace libre par un laser à l'état solide à 532 nm (Verdi V10, *Coherent*, 7 W utilisés). La puissance du faisceau de pompage est contrôlée par un modulateur acousto-optique (AOM), utilisé dans l'ordre 0, en amont de la cavité. Deux des 6 miroirs de la cavité sont montés sur des céramiques piézoélectriques. L'un d'eux permet d'atteindre une bande passante élevée avec une faible excursion, alors que l'autre remplit la fonction inverse : une faible bande passante mais avec une grande excursion. Dans le cas de l'expérience décrite ici, où le peigne de fréquence est utilisé pour transférer un signal de l'optique vers le domaine micro-onde, seule la céramique piézoélectrique dite lente est utilisée (les deux sont utilisées pour des comparaisons dans le domaine optique). Le peigne de fréquence à la sortie de la cavité est centré à 830 nm. La durée des impulsions est de 30 fs (après compression appropriée) avec un taux de répétition de 770 MHz. La puissance optique disponible est de l'ordre de 650 mW.

Une partie de cette puissance, $\sim 5\%$ (~ 30 mW), est envoyée vers la photodiode rapide permettant la détection du taux de répétition et d'une partie de ses harmoniques. Le reste est envoyé vers une fibre de 30 cm à cristaux photoniques hautement non linéaires. En sortie, le peigne s'étale sur une octave permettant de réaliser la détection, à ~ 532 nm, de la fréquence du signal d'offset en utilisant la méthode $f - 2f$. La largeur spectrale du peigne envoyée sur la photodiode est réduite à 1 nm, par un filtre interférentiel, minimisant ainsi le bruit de photons. Le rapport signal sur bruit est de l'ordre de 40 dB à 50 dB dans 300 kHz.

Dans le spectre fourni par la fibre non linéaire se trouve aussi de l'énergie à $\sim 1062,5$ nm, la longueur d'onde du laser ultra-stable utilisé comme référence. Le battement entre ces deux faisceaux sur une photodiode permet d'obtenir le signal radio-fréquence, de fréquence f_b , utilisé pour l'asservissement de f_{rep} . On prend soin, de nouveau, de supprimer la partie du peigne ne contribuant pas au signal avec un filtre interférentiel de 10 nm de large. La référence utilisée ici est le laser ultra-stable de l'horloge à atomes de mercure (détaillé à la partie 3.2). Avec 0,5 mW de puissance optique, le rapport signal sur bruit est de l'ordre 40 dB dans 300 kHz. Le bruit ajouté par la fibre optique, qui transfère le laser de référence d'une salle à l'autre (~ 5 m), est compensé par un asservissement de phase similaire à celui décrit dans la partie 3.1.8.

Après avoir filtré et amplifié le signal issu du battement entre le peigne de fréquence et le laser ultra-stable, la fréquence du signal d'offset f_{ceo} lui est soustraite par mélange de fréquence et filtrage. Le bruit de ce laser femtoseconde étant plus faible que celui du laser à fibre, une division de fréquence par 8 est suffisante pour permettre un asservissement de phase robuste. Le signal résultant, de fréquence ~ 40 MHz, est asservi en phase sur une référence

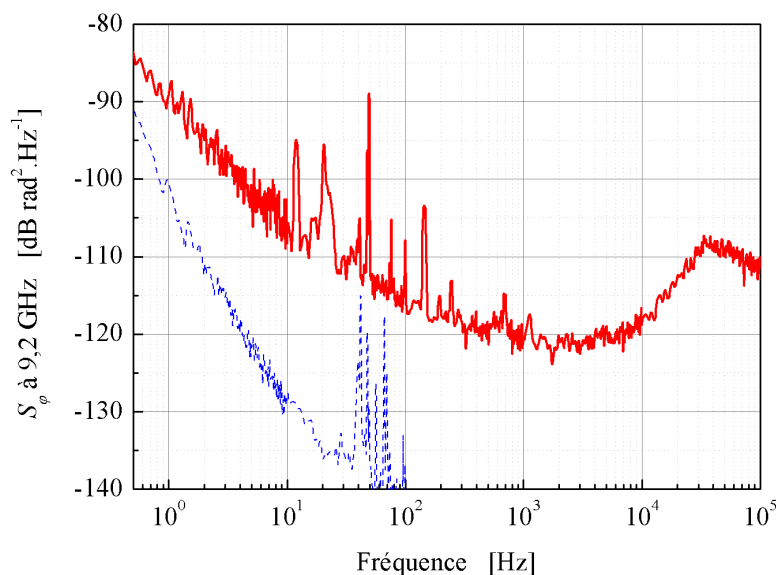


FIG. 4.10 – Densité spectrale du bruit de phase de la comparaison entre les signaux micro-ondes générés indépendamment, à 9.2 GHz, par les deux lasers femtosecondes (en rouge). En tirets bleus, est représenté la densité spectrale du bruit de phase du laser de référence le plus bruyant des deux utilisés rapporté à la fréquence de 9.2 GHz (voir texte).

radio-fréquence. Les corrections de fréquence rapides du taux de répétition sont appliquées en contrôlant la puissance du laser pompe par l'intermédiaire de l'AOM. De cette façon, la bande passante de l'asservissement atteint 400 kHz et permet au bruit de phase du taux de répétition de ne pas être limité par le gain de l'asservissement en basse fréquence.

En asservissant ce laser Titane:Saphir sur une référence optique ultra-stable, le peigne de fréquence optique est rendu cohérent. Cela signifie que la largeur de raie équivalente de chaque mode du peigne est très proche de celle de la référence. Ainsi, il est possible de réaliser des mesures à haute résolution directement entre fréquences optiques. Par exemple, cela a permis une comparaison entre le laser d'interrogation de l'horloge strontium (698 nm) avec celui de l'horloge mercure (1062,5 nm) avec une stabilité relative de fréquence au niveau de 10^{-15} à une seconde.

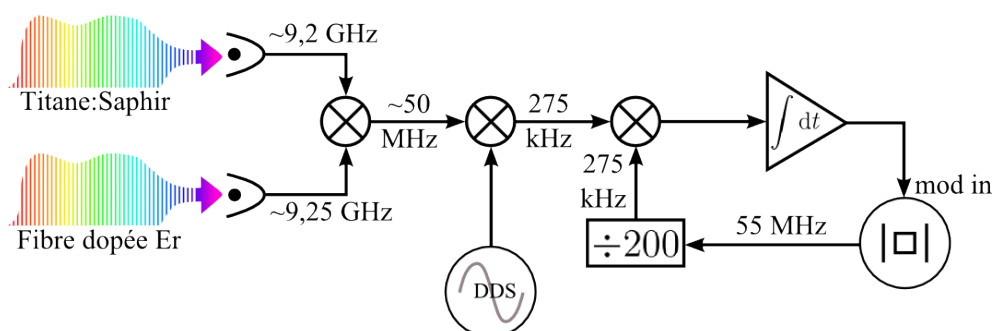


FIG. 4.11 – Schéma du montage réalisé pour la mesure de la stabilité du signal de battement entre les signaux micro-ondes générés indépendamment par les deux lasers femtosecondes.

Comparaison des signaux micro-ondes générés

Chacun des deux peignes de fréquence, stabilisés sur leurs propres références optiques, génèrent des signaux micro-ondes à une fréquence d'environ $9,2$ GHz. Les deux signaux micro-ondes sont donc totalement indépendants. On dispose, à cette fréquence, de nombreux filtres micro-ondes étroits. En effet, ils sont très utilisés pour la réalisation des chaînes de synthèse de fréquence des horloges atomiques micro-ondes du laboratoire basées sur les atomes de césium (fréquence de transition de $\sim 9,192$ GHz). Dans l'expérience décrite ici, ces filtres sont utilisés pour la suppression des harmoniques du taux de répétition voisins de ceux choisis, à savoir le 12^{e} ($9,2$ GHz) pour la partie Titane:Saphir et le 37^{e} ($9,25$ GHz) pour le laser femtoseconde à fibre.

Les deux lasers femtosecondes sont situés dans deux salles distantes de 30 m. Le signal micro-onde généré à partir du laser femtoseconde fibré est transféré par porteuse optique. Le signal module en amplitude une diode laser à la longueur d'onde de 1550 nm. La lumière émise est envoyée par fibre optique vers l'autre laboratoire où une photodiode détecte le signal micro-onde.

Les deux signaux micro-ondes sont envoyés sur un mélangeur de fréquence. Il en résulte un signal à ~ 50 MHz qui est à nouveau mélangé avec un signal de même fréquence issu d'un synthétiseur numérique de fréquence (DDS, *Direct Digital Synthesis*). Ce synthétiseur est référencé par un signal à 200 MHz généré à partir de l'oscillateur cryogénique. Étant donné le niveau de bruit du signal fourni par ce type d'oscillateur et le facteur de division produit par le DDS (20), le bruit après ce dernier mélange de fréquence est dominé par celui de la comparaison des signaux micro-ondes générés. L'analyse du signal fourni par ce mélangeur donne accès à la densité spectrale de bruit de phase S_{φ} des signaux micro-ondes.

Pour que les signaux restent en quadrature de phase, le temps d'effectuer

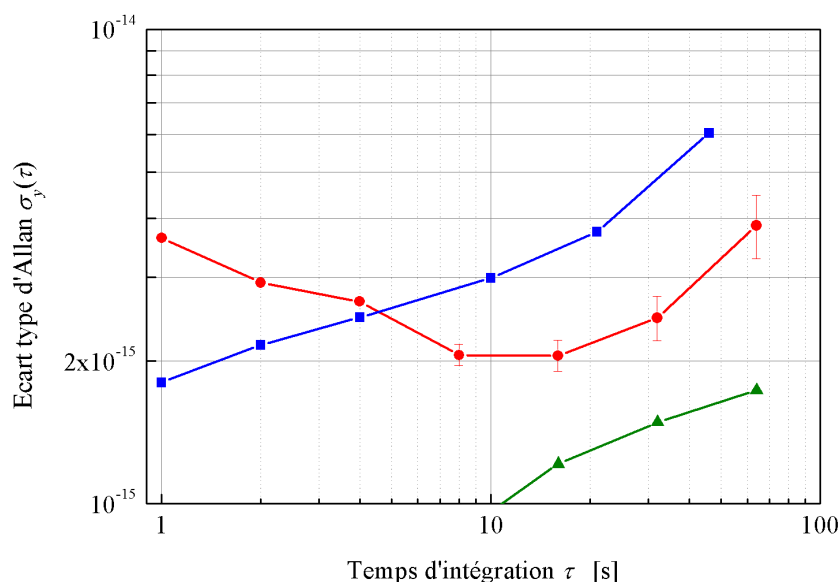


FIG. 4.12 – Stabilité relative de fréquence de la comparaison entre les signaux micro-ondes générés indépendamment par les deux lasers femtosecondes (○ rouges). Limite supérieure de la stabilité relative de fréquence de la référence optique du laser femtoseconde Titane:Saphir (△ verts) et du laser femtoseconde à fibre (□ bleus).

la mesure, on compense la dérive de fréquence du battement micro-onde, inférieure à 1 mHz.s^{-1} , en générant une rampe de fréquence sur le signal utilisé comme référence pour l'asservissement de phase du taux de répétition du peigne généré par le laser femtoseconde fibré (DDS à 13,4 MHz de la figure 4.7).

La figure 4.10 présente le résultat de cette mesure. La DSP du bruit de phase est de $-90 \text{ dB rad}^2.\text{Hz}^{-1}$ à 1 Hz de la porteuse avec une pente en f^{-2} jusqu'à 10 Hz (bruit blanc de fréquence). D'après le bruit de phase, équivalent à 9,2 GHz, de chacun des deux lasers de référence on sait que celui qui est utilisé pour stabiliser le taux de répétition du laser femtoseconde fibré est le plus élevé (tirets bleus sur la figure 4.10). Au-delà de $\sim 1 \text{ Hz}$, le bruit de la comparaison n'est pas limité par celui des lasers de référence utilisés. Entre quelques dizaines de hertz et $\sim 1 \text{ kilohertz}$, le bruit est probablement limité par celui du lien fibré. Pour les fréquences de Fourier supérieures à $\sim 1 \text{ kHz}$, il est possible que le gain de l'asservissement du laser femtoseconde à fibre ne soit pas suffisant pour rejeter le bruit.

Les fluctuations de fréquence déduites de ces mesures sont de quelques 10^{-15} en valeurs relatives, c'est-à-dire légèrement supérieures à $10 \mu\text{Hz}$, alors que la résolution du compteur sans temps morts utilisé est de 1 mHz à 1 s [126]. Afin de pouvoir utiliser ce compteur, on multiplie la fréquence du signal à mesurer, et donc son bruit de fréquence, par 200. On est donc capable de compter un signal avec une résolution de $5 \mu\text{Hz}$ à 1 s . La multiplication de fréquence est obtenue en réalisant le montage représenté sur la figure 4.11. Le signal de battement entre les signaux micro-ondes générés à partir des lasers femtosecondes, à $\sim 50 \text{ MHz}$, est décalé en fréquence jusqu'à une fréquence de 275 kHz . Ce signal est comparé avec le signal fourni par un oscillateur à quartz à 55 MHz divisé en fréquence par 200 (diviseur numérique constitué de bascules) soit 275 kHz . Grâce à cette comparaison, on asservit en phase l'oscillateur à quartz et on compte la fréquence du signal à 55 MHz qu'il fournit. De plus cet asservissement, dont la bande passante est de $\sim 400 \text{ Hz}$, permet de filtrer le bruit haute fréquence présent dans le signal compté.

La stabilité relative de fréquence est légèrement inférieure à 4×10^{-15} à 1 s puis atteint 2×10^{-15} aux alentours de 10 s (voir figure 4.12). Elle est en accord avec le bruit de phase décrit précédemment. La stabilité de la comparaison entre les deux lasers ultra-stables à 1542 nm , dont l'un est utilisé comme référence du laser femtoseconde à fibre, est reportée sur le même graphique (\square bleus). On observe que la stabilité de la comparaison n'est pas limitée par celle de la référence jusqu'à 4 s . Au-delà de ce temps, sa stabilité est meilleure que celle de la référence. Cela traduit le fait que les deux lasers ultra-stables à $1,542 \mu\text{m}$ ne sont pas équivalents et donc que celui utilisé comme référence est nettement plus stable sur cette échelle de temps. Enfin, la comparaison entre la référence du laser femtoseconde Titane:Saphir et un autre laser ultra-stable (celui de l'expérience OPUS, voir la partie 3.3) montre que sa contribution peut être négligée.

4.3.2 Comparaison avec l'oscillateur cryogénique

Pour confirmer et compléter les résultats décrits précédemment, on a comparé le signal généré à l'aide du laser femtoseconde à fibre avec celui fourni par un oscillateur cryogénique à résonateur en saphir (CSO pour *Cryogenic Sapphire Oscillator*). La stabilité relative de fréquence, de quelques 10^{-16} , atteinte par cet oscillateur est le résultat de nombreuses années de recherches effectuées par l'*University of Western Australia*. Ils est désormais hébergé au LNE-SYRTE dans le cadre d'une collaboration de longue durée.

La principale fonction du CSO du laboratoire est de servir d'oscillateur local pour les horloges à fontaines atomiques du laboratoire : FO1 et FOM, utilisant des atomes de césium et FO2 pouvant utiliser à la fois rubidium

et césium. Le signal micro-onde qu'il délivre est suffisamment pur spectralement et stable pour qu'il ne dégrade pas la stabilité de ces horloges par l'intermédiaire de l'effet Dick [33, 35].

Description de l'oscillateur cryogénique

Le résonateur de l'oscillateur, dans lequel se propage un mode de galerie $H_{14,1,1}$, est un saphir monocristallin. Le facteur de qualité de la résonance de ce mode, à 11,932 GHz, est de l'ordre de 10^9 grâce à de faibles pertes dans ce matériau lorsque la température est de quelques kelvin. À ces faibles températures, ~ 6 K, la fréquence de ce mode est aussi insensible au premier ordre aux variations de température. Le résonateur est placé à l'intérieur d'une cavité cylindrique supraconductrice en niobium à laquelle est couplée l'onde électromagnétique. Les propriétés du mode de galerie dans le cristal sont extraites par deux sondes (une pour le champ électrique, l'autre pour le champ magnétique). Pour atteindre ces faibles températures, le cristal et la cavité sont plongés au cœur dans un cryostat à 4 K, rempli par 250 litres d'hélium liquide à peu près tous les 26 jours. Afin d'opérer exactement au point de compensation thermique, le résonateur et la cavité sont asservis en température (~ 6 K).

Plusieurs amplificateurs micro-ondes, situés à l'extérieur du cryostat, permettent d'entretenir les oscillations du champ électromagnétique dans le cristal. La fréquence du champ est asservie sur le mode du résonateur par la méthode de Pound [149]. La puissance micro-onde incidente sur le résonateur ainsi que la profondeur de la modulation de phase utilisée pour l'asservissement de Pound sont activement contrôlées.

L'ensemble, CSO et l'électronique de contrôle, est placé dans une pièce régulée en température permettant de réduire les variations de température à $\sim 0,2$ °C [46].

Performances du CSO

Une comparaison entre le CSO et un autre oscillateur de conception identique a été réalisée en 2001 à l'*University of Western Australia* [64] et est reportée à la figure 4.13. La stabilité relative de fréquence est de $5,4 \times 10^{-16}$ pour un temps d'intégration τ de 1 s et atteint un palier à $\sim 2,4 \times 10^{-16}$ avant de se dégrader à partir de 100 s.

Le laboratoire ne dispose que d'un seul de ces CSO, ce type de comparaison n'a donc pas pu être réédité depuis sa livraison au laboratoire. En revanche, une comparaison avec un maser à hydrogène permet d'évaluer son comportement à long terme. En effet, la stabilité relative de fréquence du

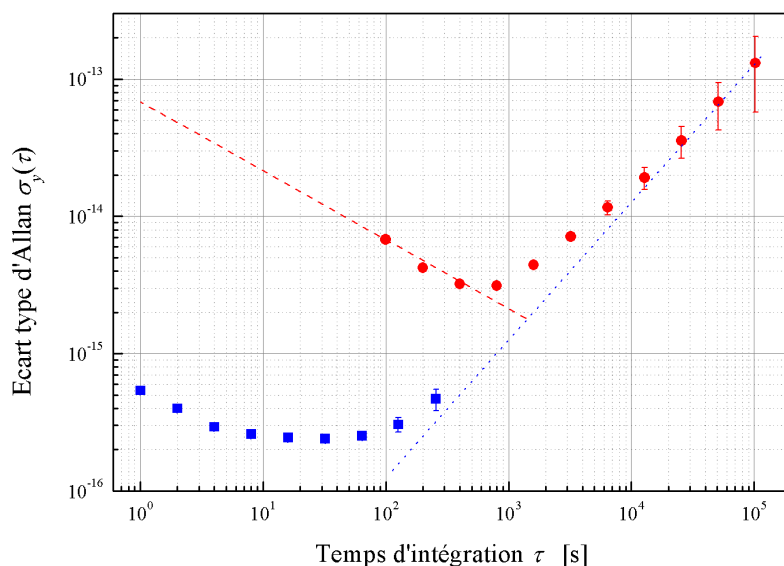


FIG. 4.13 – Stabilité relative de fréquence issue d’une comparaison entre deux oscillateurs cryogéniques réalisée et mesurée à l’*University of Western Australia* □ bleus (donnée de [64]). En ○ rouge est représentée une comparaison entre un oscillateur cryogénique et un maser à hydrogène. Les tirets rouges caractérisent l’évolution typique de la stabilité du maser $\sim 1 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$ (pour $\tau > 10$ s) et en pointillés bleus la dérive de l’oscillateur observée, voisine de $2 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$.

maser est comprise entre $7 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$ et $1 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$ pour $\tau > 10$ s. Elle est donc (largement) supérieure à celle du CSO jusqu’à environ ~ 600 s (voir figure 4.13). Pour les temps plus longs la stabilité du maser devient meilleure et la comparaison met en évidence la dérive de fréquence du CSO qui est de $\sim 2 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$ en valeur relative. En asservissant le signal du CSO sur celui du maser, avec une constante de temps de ~ 1000 s, on tire parti de la stabilité de fréquence de ces deux sources (voir partie 4.4.2).

Transfert spatial

L’oscillateur cryogénique, utilisé pour la caractérisation du signal généré à partir du laser femtoseconde, se trouve dans une autre salle du laboratoire située à une distance d’environ 300 m. À cause des pertes dans les câbles micro-ondes, environ 1 dB.m^{-1} à ~ 10 GHz, il est impossible d’utiliser ce type de support pour transmettre un signal à cette fréquence sur de telles distances.

En revanche, un lien micro-onde sur porteuse optique a été développé afin de disséminer le signal micro-onde fourni par l'oscillateur cryogénique à quelques laboratoires de la région parisienne [150]. Il est conçu pour que le bruit de fréquence (ou de phase) ajouté au signal micro-onde, par la fibre optique, soit compensé. Ce système se prête aussi parfaitement à la distribution du signal micro-onde généré à l'intérieur du laboratoire. Il est par conséquent intéressant d'en décrire succinctement le fonctionnement ainsi que de connaître le niveau de bruit.

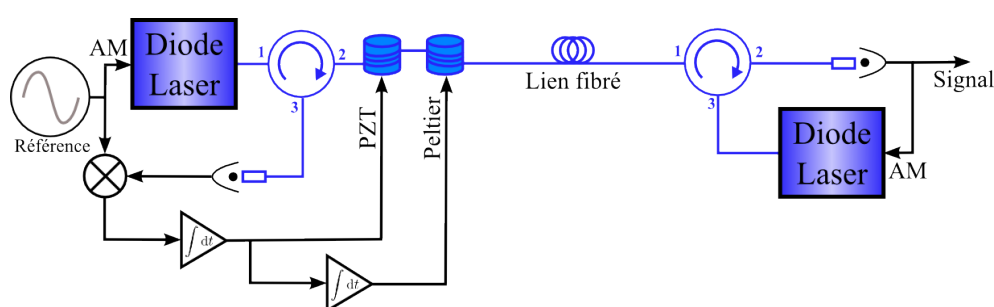


FIG. 4.14 – Schéma représentant le principe de fonctionnement du lien micro-onde compensé sur porteuse optique (AM – modulation d'amplitude, PZT – actionneur piézoélectrique).

Fonctionnement Le signal de référence à transmettre module en amplitude une diode laser à la longueur d'onde de 1550 nm [151] (figure 4.14). Le faisceau émis est envoyé à l'extrémité du lien où une photodiode rapide détecte la modulation d'amplitude. La phase du signal est dégradée par les perturbations subies par la fibre optique. Dans le but de compenser le bruit ajouté par la fibre, on module en amplitude une autre diode laser qui émet dans la même fibre optique. On est alors capable, du côté « départ » du lien, de comparer la phase du signal de référence avec celle du signal détecté après un aller-retour dans la fibre optique. On obtient, de cette façon, le bruit de phase ajouté par lien optique qui constitue le signal d'erreur.

À partir de ce signal, on génère un signal de correction. Il agit sur la phase du signal véhiculé en contraignant une fibre optique disposée avant le lien optique lui-même. Pour les corrections rapides, on utilise une céramique piézoélectrique. Les dérives lentes sont compensées en dilatant, à l'aide d'un module à effet Peltier, le support autour duquel est enroulée la fibre. De cette façon, on obtient une dynamique suffisante pour conserver le système asservi quasiment en continu.

La bande passante est, en théorie, limitée par le temps mis par la lumière pour effectuer un aller-retour. On est, en pratique, limité par une résonance

de la céramique piézoélectrique. Sur la figure 4.15, on constate que la bande passante est de ~ 400 Hz.

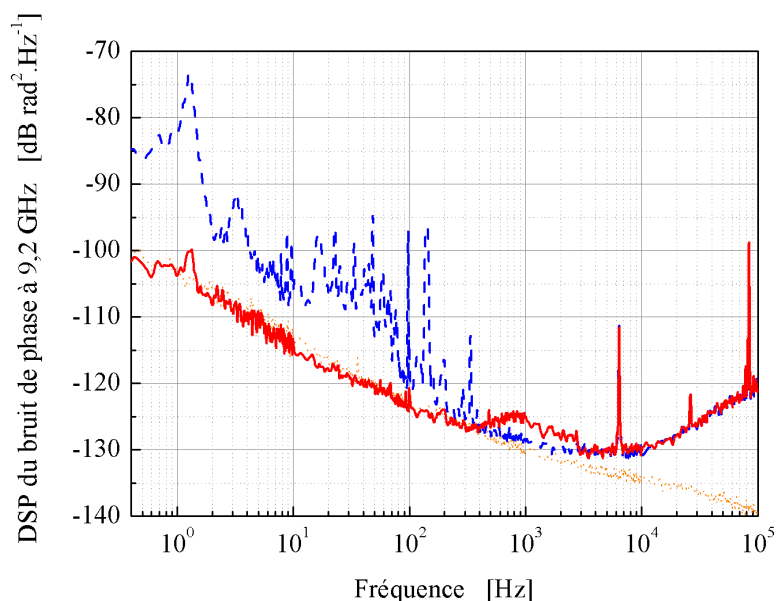


FIG. 4.15 – Densité spectrale de puissance du bruit de phase du lien micro-onde sur porteuse optique libre (tirets bleus) et asservi (rouge). Le bruit de la détection et de l'électronique est représenté par la courbe en pointillés oranges.

Stabilité et bruit Pour caractériser le bruit du système asservi, il faut comparer le signal à chacune des deux extrémités du lien. Afin d'effectuer cette mesure, les deux extrémités du lien sont placées dans le même laboratoire. On utilise pour cela deux fibres optiques mises en parallèle et connectées entre elles dans le laboratoire distant.

Avec un analyseur de spectre par transformée de Fourier rapide, on mesure la DSP du bruit de phase (voir figure 4.15). Le bruit est de -103 dB rad².Hz⁻¹ à 1 Hz, avec une pente en f^{-1} et pour un signal de fréquence 9,2 GHz. Il atteint ensuite un palier à -130 dB rad².Hz⁻¹ dans la décade 1 kHz – 10 kHz. Tout indique que le bruit limitant le lien est dû au système de détection. Grâce à cet asservissement, le gain sur le bruit du lien libre est supérieur à 20 dB à 1 Hz ce qui permet de supprimer l'ensemble des perturbations d'origine sismique et acoustique présentes dans le spectre du lien libre.

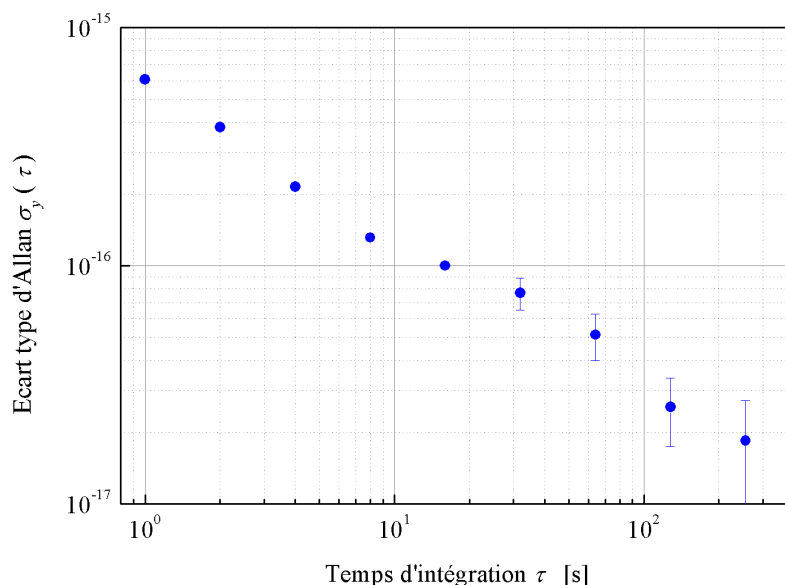


FIG. 4.16 – Stabilité relative de fréquence typique du lien micro-onde sur porteuse optique asservi mesurée avec une bande passante de 400 Hz.

La stabilité relative de fréquence du lien asservi est mesurée, dans une bande de 400 Hz, en enregistrant l'évolution de la phase à l'aide d'un voltmètre numérique. Les données sont ensuite traduites en fluctuations de fréquence et analysées par l'écart type d'Allan. La stabilité relative de fréquence, de 6×10^{-16} à 1 s, est en accord avec le bruit de phase mesuré (figure 4.16). Elle se moyenne selon une pente en $\tau^{-2/3}$ typique des liens radio-fréquences [150] et atteint ainsi 2×10^{-17} à ~ 200 s.

Cependant, la stabilité relative de fréquence typique observée est plutôt de l'ordre de 1×10^{-15} à 1 s. La DSP du bruit de phase typique correspondante est de -98 dB $\text{rad}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ à 1 Hz.

La stabilité relative de fréquence du signal micro-onde généré par le laser femtoseconde est au mieux la même que celle de la référence optique qui est comprise entre 1×10^{-15} et 2×10^{-15} à 1 s. Le bruit du signal micro-onde peut donc être dégradé par le lien lors de son transfert. En effet, pour un temps de moyennage de 1 s, la stabilité ajoutée par le lien peut être du même ordre de grandeur que celle du signal micro-onde. Au-delà de ce temps de moyennage, la contribution du lien devient négligeable car son bruit s'intègre tandis que la stabilité du laser, donc du signal micro-onde, reste dans le meilleur des cas

au niveau de $\sim 1 \times 10^{-15}$.

Comparaison

Le signal micro-onde généré à partir du laser femtoseconde fibré est transféré, sur porteuse optique (par le lien fibré compensé décrit dans le paragraphe précédent) jusqu'au laboratoire où se trouve le CSO. La comparaison est réalisée à une fréquence voisine de 11,932 GHz, c'est-à-dire avec le signal de sortie du CSO. Le fait de changer la fréquence, générée par le laser femtoseconde fibré, nécessite uniquement le changement du filtre passe bande micro-onde qui doit désormais sélectionner la 48^e harmonique du taux de répétition. On ajuste ensuite sa fréquence à l'aide de la platine de translation sur laquelle est monté un des miroirs de la cavité femtoseconde.

Le signal du battement micro-onde, à quelques mégahertz, est mélangé avec le signal fourni par un DDS à bas bruit de manière à obtenir un nouveau signal de battement à ~ 65 Hz. Il est ensuite filtré avec une bande de 10 Hz puis subit une mise en forme carré et enfin sa fréquence est comptée. La dérive en fréquence de la comparaison est compensée au premier ordre.

La stabilité relative de fréquence obtenue est représentée par des ■ sur la figure 4.17. Elle est de $\sim 3 \times 10^{-15}$ à une seconde, puis descend jusqu'à un minimum de $\sim 2 \times 10^{-15}$ autour de 10 s. Ensuite, la stabilité remonte, d'abord à cause d'une modulation périodique puis en raison de la dérive résiduelle quadratique. La distinction entre ces deux effets est nettement mise en évidence sur la courbe représentant l'évolution temporelle de la fréquence (encart de la figure 4.17). Les oscillations, qui ont une période d'environ 200 s à 300 s, sont dues à la référence optique. La période correspond à celle des oscillations de la climatisation du laboratoire où se trouve cette référence. Les fluctuations de température modulent la puissance optique fournie par la source laser stabilisée en fréquence sur la cavité ultra-stable. À cause du fort coefficient de couplage entre modulation de puissance et de fréquence de la cavité, la fréquence du laser ultra-stable devient indirectement influencée par les changements de température. Sur ces échelles de temps, la dérive de fréquence est entièrement imputable à la dérive de la cavité de référence du laser ultra-stable. En soustrayant aux données la dérive quadratique, les oscillations de la fréquence sont mises en évidence sur la stabilité par sa dégradation, pour un temps d'intégration de ~ 100 s (○ sur la figure 4.17).

Cette comparaison, qui met en jeu le CSO, est le test le plus sévère, à court terme, de la stabilité de fréquence de cet oscillateur depuis qu'il est installé au LNE-SYRTE. À titre anecdotique, un problème dans la boucle d'asservissement au niveau de 10^{-14} , invisible auparavant, a pu être détecté et résolu à cette occasion.

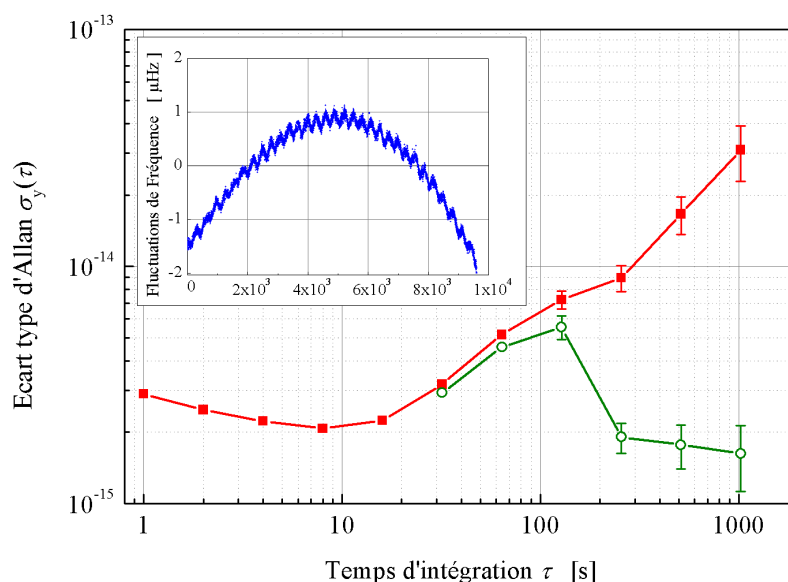


FIG. 4.17 – Stabilité relative de fréquence de la comparaison entre le signal de l’oscillateur cryogénique micro-onde et le signal généré par le laser femtoseconde à fibre quand la dérive de fréquence linéaire est retranchée (■) et quand la dérive quadratique est soustraite (○). L’encart montre l’évolution temporelle des fluctuations de fréquence à partir desquelles est calculée la stabilité (dérive linéaire retranchée).

4.3.3 Bilan de la caractérisation

Les deux comparaisons, avec des sources totalement indépendantes, mettent clairement en évidence que le signal micro-onde généré présente une stabilité relative de fréquence dans la gamme de 10^{-15} jusqu’à 200 s une fois la dérive linéaire retranchée. Une analyse des deux mesures décrites précédemment montre que dans la première c’est le bruit du laser femtoseconde Titane:Saphir qui domine jusqu’à 10 s (figure 4.12 et figure 4.17). Au-delà, la limite est imposée par la référence optique du laser femtoseconde à fibre et plus précisément par la cavité ultra-stable.

Ce signal micro-onde peut servir d’oscillateur de référence à la synthèse d’un signal d’interrogation d’une fontaine atomique. La stabilité de fréquence semble suffisante pour qu’il permette de ne pas dégrader sa stabilité de fréquence par effet Dick. Afin de le vérifier, ce test a été réalisé et est l’objet de la partie suivante.

4.4 Application à la fontaine atomique

Grâce à deux comparaisons, on a vu dans la partie précédente que le signal micro-onde généré à partir du laser femtoseconde à fibre peut être utilisé pour interroger les atomes dans une fontaine atomique, et ce sans en être une limite pour sa stabilité. Ce test a donc été réalisé sur l'horloge à fontaine FO2.

4.4.1 Principe de fonctionnement de la fontaine

L'objectif est ici de présenter les notions suffisantes concernant le principe de fonctionnement de ce type d'horloge afin d'appréhender le test réalisé. On trouvera une description détaillée du fonctionnement de ces horloges au césium dans les thèses [38, 152–157] (les trois dernières sont directement consacrées à la fontaine utilisée pour tester le signal micro-onde).

Une horloge atomique, qui en toute rigueur devrait être appelée étalon de fréquence, doit être capable de délivrer un signal dont la fréquence est stable et universelle. De tels signaux peuvent être obtenus en utilisant les transitions atomiques comme référence de fréquence. Le principe d'une horloge atomique est de comparer la fréquence d'un oscillateur macroscopique ν à celle associée à une transition atomique ν_{at} . La probabilité P de transition entre le niveau excité et le niveau fondamental dépend du désaccord de fréquence :

$$\delta = \nu_{\text{at}} - \nu$$

Avec des méthodes appropriées, on est capable de déduire un signal de correction permettant d'asservir la fréquence de l'oscillateur.

La précision du désaccord en fréquence δ dépend de la largeur spectrale à mi-hauteur de la résonance atomique $\Delta\nu$. Or, cette largeur de résonance est inversement proportionnelle à la durée d'interaction entre les atomes et le champ électromagnétique τ_{int} . L'intérêt est donc d'allonger cette durée d'interrogation pour augmenter la sensibilité de la discrimination en fréquence réalisée par les atomes.

Cependant, compte tenu des contraintes expérimentales, il est préférable de procéder autrement pour discriminer la fréquence de l'oscillateur. Ainsi, la méthode d'interrogation de Ramsey est utilisée [36]. Elle consiste à faire interagir deux fois les atomes avec le champ électromagnétique de l'oscillateur. Au cours de la première interaction avec le champ, de durée τ_{int} , les atomes sont placés dans une superposition cohérente des états fondamentaux et excités. L'état interne des atomes évolue ensuite librement pendant une durée T de vol libre. La seconde interaction avec le champ, également de durée τ_{int} , permet de mesurer la différence de phase entre la cohérence atomique

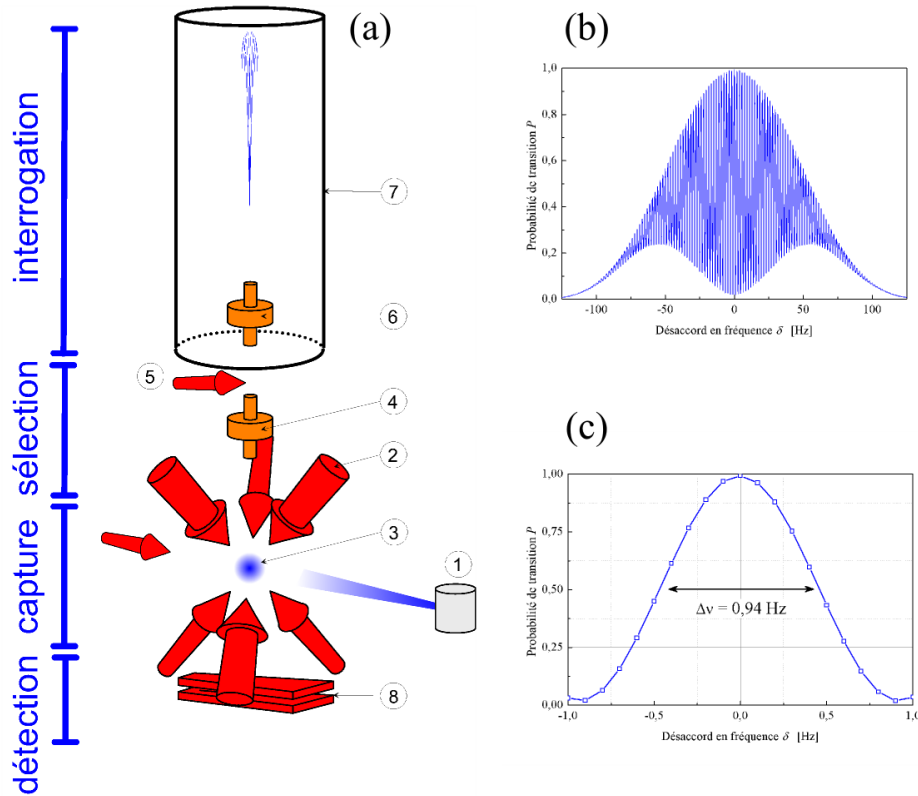


FIG. 4.18 – Schéma d’une fontaine atomique (a). Probabilité de transition P en fonction du désaccord en fréquence δ , pour la fontaine atomique FO2 fonctionnant avec des atomes de césium (b). Du fait de l’interrogation de Ramsey, P est composée de franges centrées en $\delta = 0$ (c).

et le champ d’excitation. Avec cette méthode, la probabilité de transition en fonction du désaccord en fréquence prend la forme d’un système de franges centré en $\delta = 0$, de période $1/T$. La largeur à mi-hauteur équivalente des franges est :

$$\Delta\nu = \frac{1}{2T} \quad (4.10)$$

La largeur de la frange qui détermine la qualité du discriminateur atomique est réduite en augmentant le temps de vol libre T . Dans les fontaines atomiques, la façon de procéder consiste à lancer les atomes verticalement qui sous l’effet de la pesanteur effectuent un vol balistique et passent deux fois dans la même cavité d’interrogation (micro-onde). La largeur des franges à mi-hauteur ainsi obtenues est typiquement de $\Delta\nu \simeq 1$ Hz. Cette technique nécessite de capturer un nuage d’atomes puis de le refroidir afin de réduire

la vitesse des particules et de contrôler précisément la trajectoire du nuage. La préparation du nuage d'atomes froids prend quelques centaines de milli-secondes et impose à la fontaine un fonctionnement séquentiel. Chacun des cycles, de durée T_c , se décompose en cinq étapes.

- *Capture* : Un jet d'atomes est produit sous ultra-vide par un four thermique (1) sur la figure 4.18 - (a). Trois paires orthogonales de faisceaux lasers contra-propageants (2) permettent de ralentir et de capturer un nuage d'atomes [40]. La vitesse quadratique moyenne des atomes dans la mélasse optique (3) obtenue est de l'ordre de 7 mm.s^{-1} , ce qui équivaut à une température $\sim 1 \text{ } \mu\text{K}$. En désaccordant légèrement la fréquence des trois faisceaux lasers montants par rapport aux trois descendants, on est capable de déplacer le référentiel dans lequel les atomes sont refroidis [158]. Cette méthode est utilisée pour lancer à la verticale le nuage d'atomes avec une vitesse initiale de $\sim 4,5 \text{ m.s}^{-1}$, ce qui correspond à une apogée de $\sim 1 \text{ m}$.
- *Sélection* : Juste après le lancement, les atomes sont préparés dans un état atomique hyperfin pur (état initial de la transition horloge) lors de leur passage dans la cavité micro-onde de sélection (4). Les atomes, n'étant toujours pas dans l'état souhaité, sont déviés de leur trajectoire initiale grâce à la pression de radiation d'un laser accordé sur une transition judicieusement choisie (5).
- *Interrogation* : Le nuage d'atomes passe ensuite dans la cavité micro-onde d'interrogation (6), à la montée puis à la descente. L'interrogation de Ramsey, réalisée ici, permet donc de tirer profit du temps de vol de $0,5 \text{ s}$ pour obtenir une largeur de résonance atomique de $\sim 1 \text{ Hz}$. Durant cette phase, les atomes sont protégés des perturbations de l'environnement par plusieurs couches d'écrans thermiques et magnétiques (7). La lumière parasite pouvant déplacer la fréquence de la résonance atomique, les lasers utilisés pour la manipulation des atomes sont éteints.
- *Détection* : Le nuage tombe ensuite jusqu'à la zone de détection (8) constituée de faisceaux lasers. Le nombre d'atomes, peuplant chacun des deux états possibles à l'issue de l'interrogation, y est mesuré par fluorescence. On obtient ainsi une mesure de la probabilité de transition P qui est fonction du désaccord entre fréquence de la résonance atomique et celle du champ interrogateur.
- *Correction* : À partir de cette probabilité de transition, on en déduit un signal d'erreur et on calcule la valeur de la correction de fréquence à appliquer à l'oscillateur d'interrogation.

Afin d'optimiser la sensibilité de la mesure, ce n'est pas le sommet de la frange centrale qui est utilisé mais chacun de ses flancs, alternativement de

part et d'autre. La fréquence de l'oscillateur d'interrogation est donc décalée de la résonance de $\pm\Delta\nu/2$ d'un cycle à l'autre.

Limite quantique

Les performances de tout asservissement sont limitées par le bruit dans le signal d'erreur. Il en est de même pour les fontaines atomiques. La détection du désaccord δ résulte d'une mesure quantique (interrogation de Ramsey). Ce bruit, dit bruit de projection quantique, affecte la mesure de la probabilité de transition et il est la limitation ultime à la stabilité de fréquence des fontaines [47–49]. Le rapport signal à bruit correspondant est proportionnel à la racine du nombre d'atomes N_{at} détectés. La stabilité relative de fréquence correspondant à ce bruit, dans une fontaine atomique, est donnée par la relation :

$$\sigma_{y,q}(\tau) = \frac{1}{\pi Q_{\text{at}}} \sqrt{\frac{T_c}{N_{\text{at}} \tau}} \quad (4.11)$$

Un facteur $2/\pi$ est associé à la méthode d'interrogation utilisée (ici Ramsey), mais il reste voisin de 1 pour les autres méthodes. Cette relation met aussi en évidence l'intérêt de développer des horloges optiques permettant d'augmenter le facteur de qualité atomique Q_{at} ou encore de réduire le temps de cycle T_c . Cependant, dans le cas des fontaines, si l'on diminue le temps de cycle, on ne peut que réduire le temps de chargement de la mélasse optique, donc on réduit le nombre d'atomes. D'autre part, selon la relation 4.11, on peut gagner sur la stabilité en augmentant le nombre d'atomes mais cela se ferait au détriment de l'exactitude de l'horloge à cause des collisions entre atomes froids dans la zone d'interrogation [157, 159]. Le nombre d'atomes et le temps de cycle utilisés sont issus d'un compromis entre la stabilité et l'exactitude recherchée.

La stabilité relative de fréquence imposée par le bruit de projection quantique pour la fontaine FO2 avec des atomes de césium est de $\sigma_{y,q}(\tau) \simeq 3,5 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$ pour un temps de cycle de $T_c \simeq 1,5$ s, un nombre d'atomes de $N_{\text{at}} \simeq 10^6$ et une durée de la séquence d'interrogation de $\sim 0,5$ s.

Effet Dick

Cette stabilité ultime peut être atteinte si l'on est capable de suffisamment s'affranchir des autres sources de bruit. Dans le cas des horloges qui ont un fonctionnement pulsé (ou cyclique), la source de bruit qui pose le plus de problème est celle qui est associée à l'effet Dick, du nom du chercheur qui l'a étudié G. John Dick [33, 35].

Pendant l'interrogation, les atomes sont sensibles aux fluctuations de phase du signal avec lequel ils interagissent et a pour conséquence de faire fluctuer la probabilité de transition. Le bruit de fréquence de l'oscillateur qui fournit ce signal est échantillonné par l'horloge à la fréquence $f_c = 1/T_c$. Par repliement de spectre, le bruit au voisinage de f_c et de ses harmoniques est démodulé vers les basses fréquences. Il a été montré [34, 37] que le bruit de fréquence de l'oscillateur asservi sur la résonance atomique dégrade le rapport signal sur bruit avec lequel la probabilité de transition est mesurée. Cela se traduit, pour les temps longs $\tau \gg T_c$, par un bruit blanc de fréquence et la stabilité relative de fréquence correspondante diminue selon une loi en $\tau^{-1/2}$.

4.4.2 Fonctionnement habituel de F02

Synthèse de la fréquence d'horloge

La fréquence du signal fourni par le CSO est de 11,932 GHz alors que les fréquences de transition atomique utilisées dans la fontaine FO2 est de 9 192 631 770 Hz pour le césium¹ et de 6 834 682 610, 904 324(4)(7) Hz pour le rubidium. Deux chaînes de synthèse de fréquence sont utilisées pour transférer, le plus fidèlement possible, la stabilité de fréquence du CSO aux fréquences appropriées au fonctionnement de FO2.

La phase du signal délivré par le CSO est asservie sur celle qui est fournie par un maser à hydrogène avec une constante de temps d'environ 1000 s (voir la partie 4.3.2). Ce maser est lui-même comparé à un réseau de masers et d'horloges à jet thermique (expérimentale et commerciales) réalisant une échelle de temps locale : le Temps Universel Coordonné de l'Observatoire de Paris (UTC(OP)). Le signal délivré par le CSO, asservi à long terme sur le maser, est une référence commune à toutes les fontaines du laboratoire ce qui permet de les comparer entre elles.

L'architecture globale des chaînes de synthèse de fréquence est représentée sur la figure 4.19. Une première chaîne de synthèse permet de réaliser l'asservissement du signal du CSO, à 11,932 GHz sur celui du maser à hydrogène à 100 MHz. Étant donné que la constante de temps de cet asservissement est trop importante pour être réalisée de façon analogique, le signal d'erreur est généré par un ordinateur. Les corrections de phase sont appliquées sur le synthétiseur numérique de fréquence DDS1. La réalisation pratique de cet asservissement qui est décrit en détails dans [45, 46, 160] est tel que le signal asservi est à la fréquence de 11,98 GHz, légèrement différente de celle du CSO. Un signal à 1 GHz généré à partir de celui à 11,98 GHz est aussi synthétisé en veillant à ce que sa stabilité de fréquence soit très peu dégradée.

1. Valeur entière par définition.

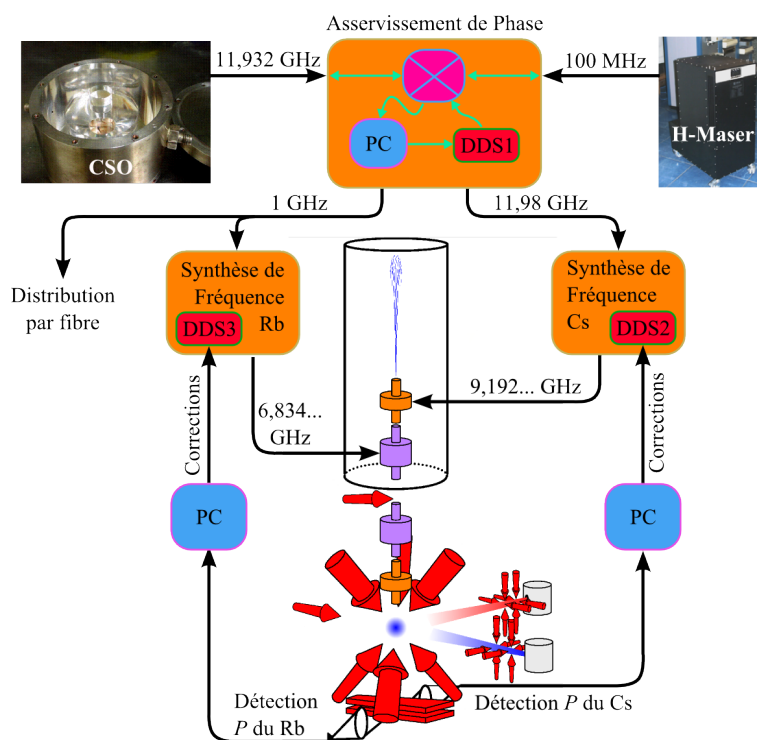


FIG. 4.19 – Schéma représentant l'architecture de la synthèse des signaux micro-ondes, à partir de l'oscillateur cryogénique micro-ondes (CSO) et d'un maser à hydrogène (H-Maser), pour l'interrogation des atomes de césium (Cs) et de rubidium (Rb) de la fontaine atomique. PC – ordinateur et DDS – synthétiseur numérique de fréquence.

Le signal à 11,98 GHz sert de référence pour la chaîne qui génère le signal à la fréquence de la transition atomique du césium, soit $\sim 9,192$ GHz. Ce signal peut ensuite être envoyé à la cavité micro-ondes de la fontaine FO2 où est réalisée l'interrogation de Ramsey. Il faut préciser qu'en raison de la proximité entre le CSO et de FO2 où se trouve cette chaîne de synthèse (~ 3 m), le signal à 11,98 GHz est directement envoyé par câble micro-ondes à faibles pertes.

Pour interroger le résonateur atomique (sur les flancs de la frange centrale) le signal est modulé en fréquence de façon synchrone avec le cycle de l'horloge avec une profondeur de $\Delta\nu/2 \simeq 0,5$ Hz. À la fin de chaque cycle, les corrections de fréquence qui permettent d'asservir le signal d'interrogation sur la résonance atomique sont ajoutées au signal modulant. Ces corrections sont calculées par un ordinateur qui pilote en conséquent le synthétiseur DDS2. Le signal à $\sim 9,192$ GHz est donc asservi en fréquence sur la transition atomique.

Stabilité typique de FO2

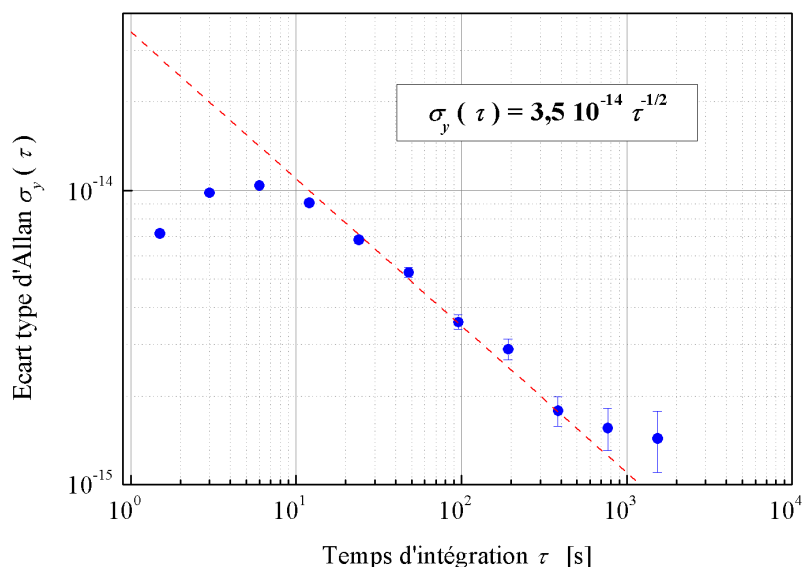


FIG. 4.20 – Stabilité relative de fréquence de la comparaison entre la fontaine atomique FO2 et l’oscillateur cryogénique asservi sur un maser à hydrogène. La droite en pointillés rouges est la contribution du bruit de projection quantique calculé à partir du nombre d’atomes participant au signal.

Sur la figure 4.20 est représentée la stabilité relative de fréquence de la fontaine atomique FO2, fonctionnant avec des atomes de césium, et mesurée par rapport au CSO asservi sur le maser à hydrogène. Le bruit de la fontaine qui se moyenne en $\tau^{-1/2}$, domine le bruit de la comparaison jusqu’à ~ 1000 s. L’écart type d’Allan est calculé à partir des corrections de fréquence fournies par le synthétiseur DDS2 (figure 4.19) et vaut $3,5 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$. D’après le nombre d’atomes détectés dans la fontaine $N_{\text{at}} \simeq 10^6$ et le temps de cycle T_c d’environ 1,5 s, on constate que la stabilité est limitée par le bruit de projection quantique (relation 4.11). Une dizaine de secondes sont nécessaires pour permettre à la boucle numérique de la chaîne de synthèse Cs de s’asservir sur la fréquence de transition atomique par l’intermédiaire de la DDS2 de la figure 4.19. Aux alentours de 1000 s la comparaison est dominée par le bruit du CSO asservi sur le maser.

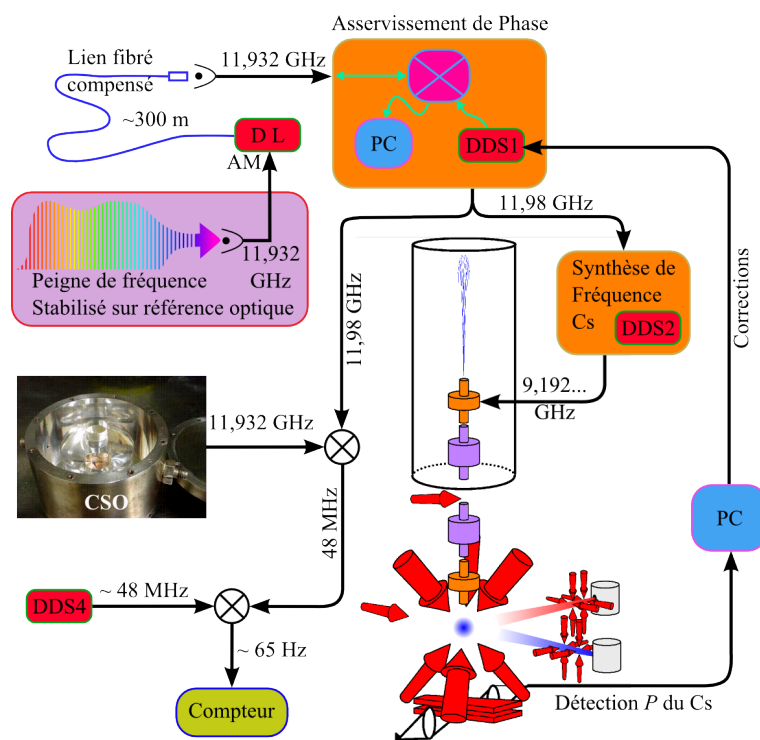


FIG. 4.21 – Schéma de l'expérience menée avec la fontaine atomique. Le signal micro-onde d'interrogation est synthétisé à partir du signal généré par le laser femtoseconde à fibre. Le signal asservi sur la fontaine est comparé à l'oscillateur cryogénique micro-onde libre (CSO). DL – diode laser, AM – modulation d'amplitude, PC – ordinateur et DDS – synthétiseur numérique de fréquence.

4.4.3 Interrogation par le signal micro-onde généré

D'après deux comparaisons, l'une réalisée avec le signal du CSO et l'autre avec le signal généré par un laser femtoseconde Titane:Saphir, la stabilité relative de fréquence du signal micro-onde généré par le laser femtoseconde à fibre dopée erbium est de l'ordre de 3×10^{-15} entre 1 et 10 s. La façon la plus probante de vérifier que ce signal ne dégrade pas, par effet Dick, la stabilité de la fontaine FO2 (fonctionnant avec des atomes de césium) est de la mesurer dans de telles conditions. Pour cela, le signal micro-onde du CSO est simplement remplacé par celui généré à l'aide du laser femtoseconde à l'entrée du module électronique qui réalise l'asservissement de phase sur le maser (voir la figure 4.19).

Montage

La fréquence du signal généré est choisie pour être à la même que celle du CSO, soit 11,932 GHz. Il est transféré depuis le laser femtoseconde jusqu'au laboratoire où se trouvent le CSO et FO2 par le lien fibré compensé décrit dans la partie 4.3.2. La puissance du signal transféré est ajustée pour qu'il se substitue rigoureusement au signal du CSO (voir la figure 4.21) à l'entrée du circuit électronique réalisant l'asservissement de phase sur le maser à hydrogène. Cependant, la boucle de contrôle de cet asservissement n'est pas fermée, le signal à 11,932 GHz n'est donc pas asservi en phase sur le signal du maser. Ce système électronique fournit tout de même le signal à la fréquence de 11,98 GHz possédant la même stabilité de fréquence que le signal à 11,932 GHz. Ce dernier alimente la chaîne de synthèse de fréquence Cs qui génère donc le signal d'interrogation. Les corrections de fréquence fournies par la fontaine sont désormais appliquées au DDS1 (au lieu du DDS2 pour le fonctionnement habituel de FO2). La modulation de fréquence carrée de $\pm\Delta\nu/2$, qui permet de mesurer la probabilité de transition à flanc de frange, reste réalisée par le DDS2.

Le signal à 11,98 GHz, que l'on peut qualifier de signal d'horloge, est donc asservi sur la fréquence de transition atomique. Sa stabilité de fréquence est, par conséquent, celle de la fontaine FO2. Pour mesurer sa stabilité, ce signal est comparé avec celui du CSO, qui est dans ce cas un oscillateur totalement libre. La différence de fréquence résiduelle (~ 48 MHz) est comblée par le synthétiseur DDS4 afin de pouvoir compter la fréquence du signal à 65 Hz dans une bande passante de 10 Hz.

Résultat

La stabilité relative de fréquence de cette comparaison est représentée sur la figure 4.22. Une pente de $3,5 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$, caractéristique du comportement d'une horloge atomique, est observée entre environ 10 s et 300 s. Comme précédemment, il faut 4 cycles d'horloge pour que l'asservissement de l'oscillateur local sur la résonance atomique soit effectif ($\tau \simeq 10$ s). Pour les temps d'intégration allant jusqu'à ~ 300 s, la contribution du bruit de fréquence du signal asservi sur les atomes est indiscutablement supérieure à celui du CSO. Au-delà de ~ 1000 s, la dérive de fréquence du CSO de $\sim 2 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$ devient la contribution majoritaire et la stabilité s'écarte de la loi en $\tau^{-1/2}$.

La stabilité de l'horloge, pilotée par le signal micro-onde généré par le laser femtoseconde à fibre stabilisé, est identique à celle observée dans le cas du fonctionnement habituel de la fontaine (en gris sur la figure 4.22).

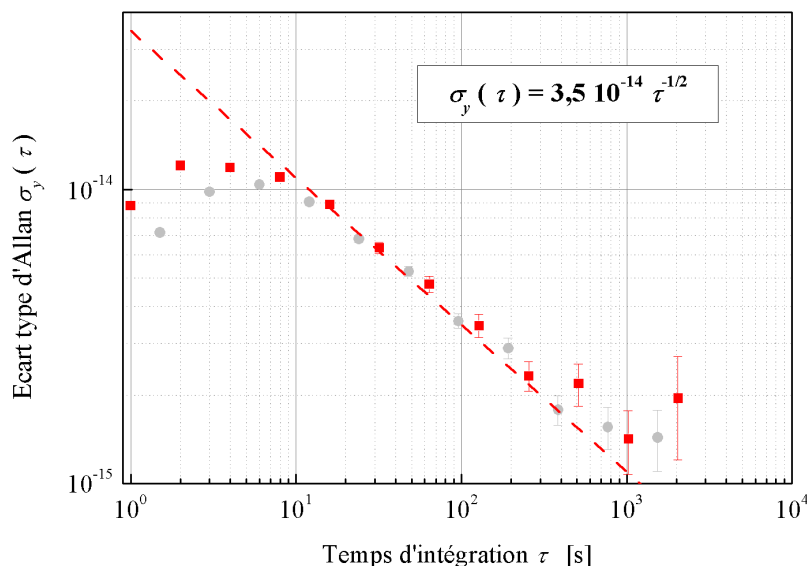


FIG. 4.22 – Stabilité relative de fréquence de la comparaison entre la fontaine atomique FO2 et l’oscillateur cryogénique lorsque le signal d’interrogation est généré à partir du laser femtoseconde à fibre (□ rouges). La droite en tirets rouges correspond à un comportement en $3,5 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$. En ○ gris est représentée la stabilité relative de fréquence de la fontaine dans le cas du fonctionnement classique (voir la partie 4.4.2).

Quelque soit le système utilisé pour la synthèse du signal d’interrogation, CSO ou peigne de fréquence, la stabilité de la fontaine est limitée par le bruit de projection quantique. La contribution du bruit de l’oscillateur est dans chacun des cas totalement négligeable.

4.5 Performances ultimes de la génération

Le signal micro-onde, qui est généré en stabilisant le taux de répétition d’un laser femtoseconde, ne peut être plus stable que la référence optique utilisée. Pour plusieurs raisons, il est intéressant de connaître le niveau de bruit du processus de génération et donc indépendamment de celui de la référence.

Dans les travaux décrits dans la première partie de ce chapitre, la référence utilisée est un laser ultra-stable de stabilité relative de fréquence à 1 s de l’ordre de 1×10^{-15} à 2×10^{-15} . Cependant, un autre laser ultra-stable a été réalisé pour stabiliser le laser femtoseconde à fibre dopée à l’erbium. Il

a été démontré que sa stabilité relative de fréquence est inférieure ou égale à $\sim 5,6 \times 10^{-16}$ à une seconde (voir partie 3.3.3). On peut se demander si le processus de division (ou de transfert), réalisé en stabilisant le peigne de fréquence, permet de générer un signal micro-onde ayant cette stabilité. Dans ce cas, on serait ainsi capable de générer un signal micro-onde équivalent, à court terme, à ceux des meilleurs oscillateurs cryogéniques.

Bien qu'une stabilité relative de fréquence inférieure à 10^{-14} entre 1 s et ~ 10 s soit suffisante pour les horloges à fontaines atomiques, des signaux micro-ondes ayant un bruit de phase plus bas et une meilleure stabilité de fréquence peuvent être intéressants pour d'autres applications. Par exemple, le bruit de phase de l'oscillateur d'un radar est une des propriétés dont ses performances sont en partie dépendantes [161–163]. Le bruit et la stabilité des oscillateurs sont aussi primordiaux pour les communications (et le positionnement) en navigation spatiale [164, 165].

Pour parvenir à caractériser le bruit du processus de génération, il faut comparer les signaux micro-ondes fournis par deux lasers femtosecondes identiques et stabilisés sur la même référence optique. La référence étant commune aux deux signaux micro-ondes générés, son bruit est rejeté lors de la comparaison. Cette mesure nécessite donc de réunir deux lasers femtosecondes identiques dans un même laboratoire. En collaborant avec le laboratoire FEMTO-ST (Besançon), qui possède un laser commercial identique à celui du LNE-SYRTE, cette mesure du bruit de génération a pu être réalisée (Mai – Août 2009).

4.5.1 Montage optique

Les deux lasers femtosecondes, Fs1 et Fs2 sur la figure 4.23, sont donc placés dans le même laboratoire au LNE-SYRTE, où se trouve aussi l'un des lasers stabilisés sur une cavité à 1542 nm. Le taux de répétition de chaque laser femtoseconde est stabilisé en utilisant les montages optiques et électroniques présentés aux parties 4.2.2 et 4.2.3. De légers changements ont cependant été introduits. Ils sont visibles sur la figure 4.23 qui synthétise le montage de l'ensemble de l'expérience réalisée.

Le premier changement a consisté à déplacer le contrôleur de polarisation fibré (CP) qui permet de maximiser la puissance du signal de battement entre le peigne et la référence optique. Il agit désormais sur la polarisation du peigne de fréquence transporté par la fibre directement en sortie du laser femtoseconde. De cette façon, le bruit de phase, ajouté par ce composant, se trouve dans la boucle de contrôle du taux de répétition au lieu d'introduire du bruit, qui n'est pas en mode commun, sur le signal optique de référence

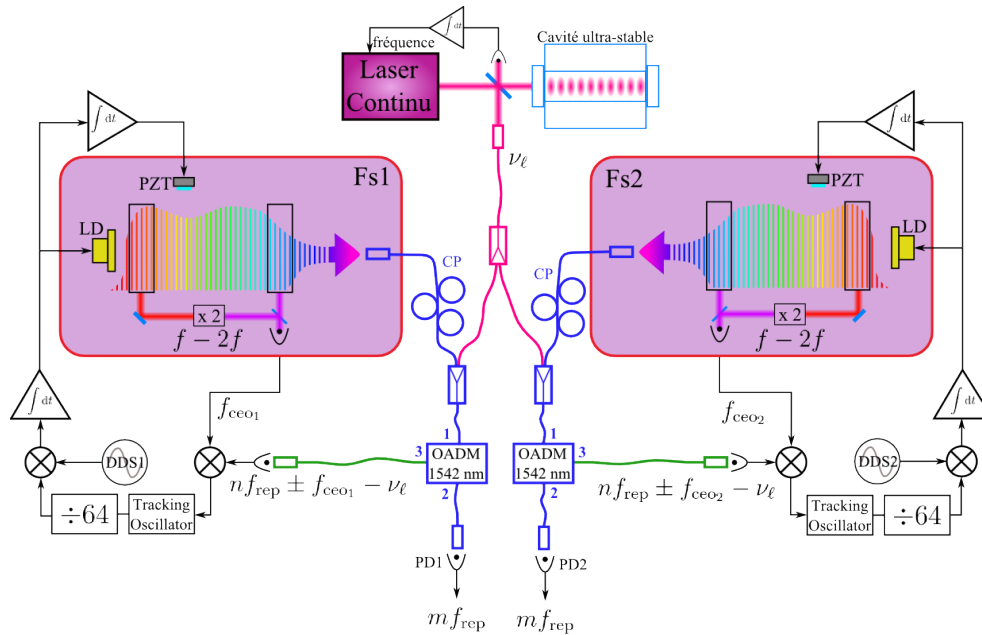


FIG. 4.23 – Schéma de la stabilisation des deux lasers femtosecondes à fibre dopée à l'erbium, fs1 et fs2, stabilisés sur la même référence optique (laser asservi sur une cavité ultra-stable). DDS – synthétiseur numérique de fréquence, LD – diode laser, OADM – Optical Add Drop Multiplexer, Tracking Oscillator – oscillateur suiveur, CP – contrôleur de polarisation, PD – photodiode et PZT – céramique piézoélectrique.

de chacun des lasers femtosecondes.

Un second changement consiste à remplacer le circulateur optique et le réseau de Bragg (figure 4.6) par un OADM à faibles pertes optiques (*Optical Add Drop Multiplexer*). La fonction assurée par ce composant optique reste identique, à savoir prélever une partie du peigne optique sur une bande de fréquence étroite à l'intérieur de laquelle se trouve aussi le faisceau laser de la référence. Ce composant, principalement utilisé dans le domaine des télécommunications optiques fibrées, permet de filtrer le peigne sur une largeur spectrale de 0,8 nm à la longueur d'onde de la référence (1542 nm). Ce peigne filtré (Port 3 de l'OADM) et le faisceau laser de la référence interfèrent sur une photodiode et fournissent entre autre le signal de battement radio-fréquence. À partir de ce dernier, on obtient le signal d'erreur permettant d'asservir en phase le taux de répétition.

Le montage électronique, qui est représenté de façon simplifiée sur la figure 4.23, reste identique à celui utilisé précédemment (décrit dans la partie 4.2.3). Les corrections de la fréquence se font en contrôlant la puissance émise par les diodes lasers de pompe (LD). Cependant, la dérive en fréquence du taux de répétition provoque de lents mais importants changements de puissance

du faisceau laser de pompe. Cela a de influence sur le bruit du peigne de fréquence et affecte le bruit de phase du signal micro-onde généré [141]. En produisant un second signal de correction (bande de contrôle de ~ 10 Hz) appliqué à la céramique piézoélectrique (PZT) de la cavité femtoseconde, on conserve la valeur moyenne de la puissance pompe constante. Pour l'un des lasers femtosecondes, la bande passante de l'asservissement n'est que de 20 kHz à 30 kHz, en raison de l'absence d'une entrée de modulation dite rapide sur le circuit électronique de l'alimentation en courant des diodes de pompe. Pour l'autre laser, elle reste inchangée, soit de l'ordre de 120 kHz.

Après ajustement de la puissance optique transmise par l'OADM (Port 2) avec des atténuateurs fibrés, le peigne optique est envoyé sur les photodiodes de détection du taux de répétition PD1 et PD2 de chacun des lasers.

Pour parfaitement rejeter le bruit de la référence optique il faut que les modes utilisés pour l'asservissement soit strictement les mêmes pour chacun des peignes optiques, c'est-à-dire que le facteur n soit identique pour Fs1 et Fs2. Concrètement, n est forcément voisin de 17 000 mais, si l'on ne prête pas attention, le mode n_0 est utilisé pour l'un des lasers femtosecondes tandis que pour l'autre laser c'est le mode numéro $n_0 + \Delta n$ qui est utilisé (avec Δn très petit devant n_0). Idéalement, la DSP du bruit de phase des signaux micro-ondes obtenus est égale à celle de la référence divisée par n_0^2 pour l'un et $(n_0 + \Delta n)^2$ pour l'autre.

D'autre part, pour mesurer le bruit de phase, les signaux micro-ondes doivent être de même fréquence ce qui correspond, compte tenu de la différence entre les facteurs de division, à ajuster les taux de répétition de chaque laser de façon à avoir :

$$n_0 f_{\text{rep } 1} = (n_0 + \Delta n) f_{\text{rep } 2}$$

Prenons l'exemple où une erreur de 10 modes est commise, c'est-à-dire que $\Delta n = 10$, si $f_{\text{rep } 1} = 250$ MHz alors $f_{\text{rep } 2}$ doit être décalé de 147 kHz par rapport à 250 MHz, pour respecter l'égalité et avoir un signal de battement micro-onde de fréquence « nulle ». Ce décalage est petit et l'erreur peut être commise. Dans ce cas, lors de la comparaison, la réjection du bruit de phase de la référence commune aux deux signaux micro-ondes est de ~ 30 dB, ce qui est largement suffisant pour les mesures de bruit de phase. La réjection reste suffisante même dans le cas d'un Δn dix fois plus grand.

En revanche, la dérive en fréquence du laser de référence provoque une dérive de la phase différente pour les deux signaux micro-ondes générés qui peut être préjudiciable pour les mesures de stabilité de fréquence de plusieurs dizaines d'heures. Pour ces mesures, il faut donc avoir $\Delta n = 0$. Pour y parvenir, on sélectionne évidemment la même harmonique (46^e) pour chacun des deux signaux micro-ondes générés. Ensuite, on prend soin d'utiliser comme

référence de phase des asservissements (DDS1 et DDS2) des signaux de même fréquence (synchronisés sur une référence commune). On ne peut donc pas se tromper de mode et les signaux générés sont alors rigoureusement à la même fréquence lorsque le signal de battement micro-onde est à fréquence « nulle ».

4.5.2 Détection du taux de répétition

Les premières mesures réalisées ont montré que le bruit de phase résiduel mesuré est limité en basse fréquence (~ 1 Hz – ~ 100 Hz) par celui du système de détection au niveau de -100 dB rad².Hz⁻¹ à 1 Hz pour un signal de 11,55 GHz. Ce système de détection est constitué, pour chaque laser femtoseconde, de la photodiode qui extrait le taux de répétition (PD1 ou PD2 sur la figure 4.23), d'un ou deux amplificateurs micro-ondes et de deux ou trois filtres micro-ondes étroits. Une fois les deux signaux micro-ondes filtrés et amplifiés, la comparaison est réalisée à l'aide d'un mélangeur de fréquence.

Le bruit ajouté par ces éléments ne fait pas partie, au sens strict, du bruit du processus de division réalisé par le laser femtoseconde. Cependant, en pratique, le signal micro-onde ne peut être utilisé qu'après détection, filtrage et amplification. Étant donné que l'on s'intéresse à la limitation du processus de génération, c'est-à-dire au bruit ultime du signal micro-onde exploitable, il faut prendre en compte le bruit de la détection d'autant qu'il peut avoir un effet prépondérant.

Le bruit de phase de la détection a deux origines différentes. La première est le bruit intrinsèque des amplificateurs et du mélangeur micro-onde. La seconde est due à la conversion, par le photo-détecteur, du bruit d'amplitude du faisceau optique en bruit de phase du signal micro-onde (conversion AM-PM).

Filtrage et amplification

L'un des problèmes vient du fait que le bruit de phase des amplificateurs micro-ondes est légèrement dégradé lorsqu'ils sont utilisés dans la chaîne de détection. Cela est probablement dû au fait que l'adaptation d'impédance, hors de la bande passante des filtres micro-ondes, n'est pas optimale. À cause du peigne de fréquence micro-onde, délivré par la photodiode, la plupart des composantes spectrales présentes dans le signal se trouvent être réfléchies par les filtres. En plus des amplificateurs, la puissance réfléchie par les filtres peut aussi perturber le fonctionnement des photodiodes.

Le niveau vu par le premier amplificateur de la chaîne (après les photodiodes) est, en réalité, encore plus faible à cause des pertes d'insertion du filtre passe bande placé en sortie de la photodiode. Il n'est cependant pas possible d'inverser leurs positions respectives. L'amplificateur serait alors directement connecté avec la photodiode et le nombre important d'harmoniques présentes dans le signal le saturerait.

L'objectif est ici de réaliser la comparaison entre les deux signaux micro-ondes générés. Le choix des amplificateurs et des filtres constituant chacune des chaînes dépend donc des niveaux de puissance qu'il faut fournir pour faire fonctionner le mélangeur de fréquence. On a besoin, en l'occurrence, d'un minimum de quelques dBm pour saturer l'entrée LO d'un mélangeur de fréquence micro-onde tandis qu'une puissance légèrement supérieure à -10 dBm sur l'entrée RF permet d'obtenir un coefficient de conversion phase-amplitude acceptable (quelques centaines de $\text{mV}\cdot\text{rad}^{-1}$).

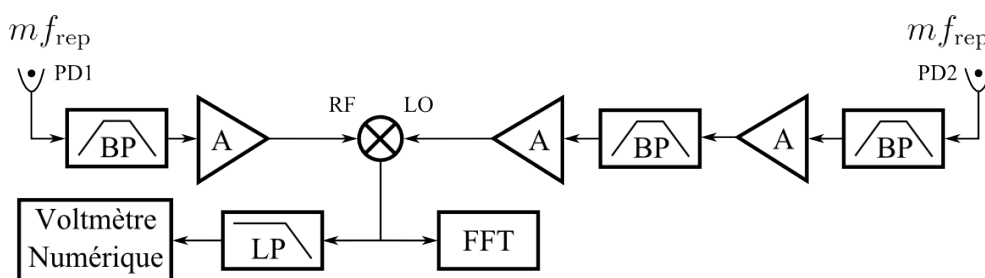


FIG. 4.24 – Schéma du montage électronique permettant de filtrer, d'amplifier et de comparer le taux de répétition (signaux micro-ondes fournis par les photodiodes PD1 et PD2) de chacun des deux lasers femtosecondes. LP – filtre passe bas, BP – filtre passe bande, A – amplificateur micro-onde, FFT – analyseur de signaux par transformée de Fourier rapide.

On réalise le montage de la figure 4.24 avec des amplificateurs sélectionnés en raison du faible bruit de phase mesuré qu'ils présentent. Tous les filtres passe bandes micro-ondes utilisés sont centrés à $11,55$ GHz. Ils déterminent le choix de la fréquence du signal généré.

Le détecteur de Fs1 (PD1) fournit un signal d'environ -27 dBm. On utilise un filtre, ayant des pertes d'insertion extrêmement faibles de l'ordre de 1 dB, suivi d'un amplificateur de gain légèrement supérieur à 24 dB (modèle *812PNA2401*, *AML Communications*) dont le bruit de phase, représenté en bleu sur la figure 4.25, est de -115 dB $\text{rad}^2\cdot\text{Hz}^{-1}$ à 1 Hz. Ce bruit est mesuré, indépendamment de la chaîne d'amplification mise en place, à l'aide d'une source mono-fréquence. En incluant les pertes dans les câbles, le niveau sur le port RF du mélangeur de fréquence est environ de -8 dBm.

Le taux de répétition du laser femtoseconde Fs2, fourni par la photo-

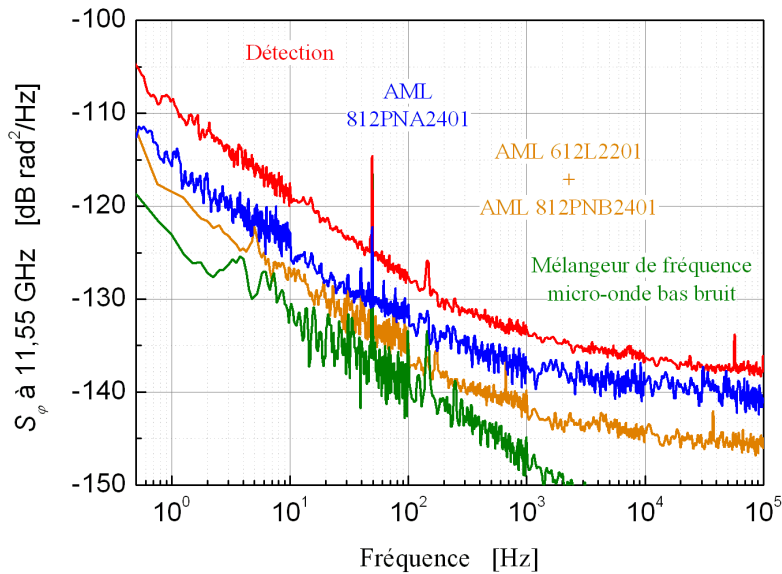


FIG. 4.25 – Densité spectrale de puissance du bruit de phase de la détection (photo-détecteurs, filtres et amplificateurs) du signal micro-onde généré par les deux lasers femtosecondes pour une porteuse de 11,55 GHz (en rouge). Il est aussi représenté les bruits des amplificateurs et du mélangeur de fréquence utilisés dans la chaîne de détection et mesurés séparément.

diode PD2, est de l'ordre de -27 dBm. Le signal est d'abord envoyé sur un filtre micro-onde de pertes d'insertion de 1 dB (voir figure 4.24) puis amplifié d'environ 22 dB (modèle *612L2201*, *AML Communications*). Un second filtre micro-onde, plus étroit que le premier mais présentant des pertes d'insertion de ~ 10 dB, est ensuite cascadié. Le signal est alors à nouveau amplifié (~ 24 dB, modèle *812PNB2401*, *AML Communications*) afin d'obtenir environ 5 dBm pour saturer le port LO du mélangeur. Le bruit de ces deux amplificateurs mis en cascade est représenté en orange sur la figure 4.25. Le bruit mesuré, ici aussi avec un signal mono-fréquence, est de -118 dB rad².Hz⁻¹ à 1 Hz de la porteuse.

Le bruit de phase du mélangeur de fréquence utilisé (*PMCML-10-SC 0734*), de l'ordre de -125 dB rad².Hz⁻¹ à 1 Hz, est nettement inférieur aux bruits des deux chaînes d'amplification.

L'ajout d'isolateurs micro-ondes, placés entre la photodiode et le premier filtre ne permet pas d'améliorer le niveau de bruit de phase. Il en est de même quand on essaye d'améliorer l'adaptation d'impédance des filtres avec

des atténuateurs. La limitation la plus basse imposée par la détection est donc obtenue sans ajouter aucun de ces éléments.

Le seuil de détection ainsi obtenu pour la comparaison est légèrement inférieur à $-108 \text{ dB rad}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ à 1 Hz avec une pente en f^{-1} jusqu'à $\sim 600 \text{ Hz}$. Le bruit de détection atteint ensuite un palier de l'ordre de $-137 \text{ dB rad}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ pour des fréquences de Fourier comprises entre 10 kHz et 100 kHz imposées par le bruit de photons. Le bruit du système de détection est mesuré en envoyant sur chacune des photodiodes (PD1 et PD2) le signal optique fourni par un seul des lasers femtosecondes. Cette mesure prend donc en compte le bruit dû à la conversion AM-PM des photodiodes.

Comme on le constate sur la figure 4.25, le niveau de bruit de la chaîne de détection, fonctionnant avec les signaux réels (peigne de fréquence micro-onde), est supérieur à ce que l'on peut calculer à partir du bruit de ses différents éléments. La raison à cela n'est pas connue mais, comme il est expliqué dans ce paragraphe, le fonctionnement de la chaîne d'amplification ayant à son entrée un peigne de fréquence micro-onde peut être une explication. La différence peut aussi venir d'un bruit non commun à chacune des photodiodes de détection. Leur conversion AM-PM n'étant pas identique, le bruit de phase que celui-ci induit n'est donc pas forcément entièrement corrélé et ce bien que le bruit d'intensité optique soit quasiment identique sur chacune d'elles.

Conversion AM-PM

L'une des limitations qui a déjà été mise en évidence peut venir de la conversion AM-PM. En effet, L. Hollberg *et al.* [91] et J. J. McFerran *et al.* [92] ont réalisé une expérience similaire avec deux lasers femtosecondes Titane:Saphir stabilisés sur la même référence optique. Pour atteindre un bruit de phase de $-104 \text{ dB rad}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$ à 1 Hz de la porteuse, de fréquence 10 GHz , la puissance optique est stabilisée afin de minimiser l'effet de cette conversion. Une étude de ce coefficient a été réalisée par Ivanov *et al.* [146, 166] dans le cas d'impulsions émises par un laser femtoseconde Cr:Fosterite [167]. D'après les résultats, le coefficient de conversion AM-PM qui dépend de la puissance optique est compris entre $\sim 1 \text{ rad} \cdot \text{W}^{-1}$ et $\sim 50 \text{ rad} \cdot \text{W}^{-1}$ pour la seconde harmonique [168].

Afin d'évaluer ce coefficient, on place un modulateur acousto-optique avant la photodiode qui détecte le taux de répétition. En modulant faiblement la puissance radio-fréquence qui le pilote, on induit de la modulation d'amplitude sur le faisceau laser. Cette modulation d'amplitude, convertie en modulation de phase par le détecteur, s'observe dans le spectre de la comparaison micro-onde. Le comportement de la modulation de phase détectée est

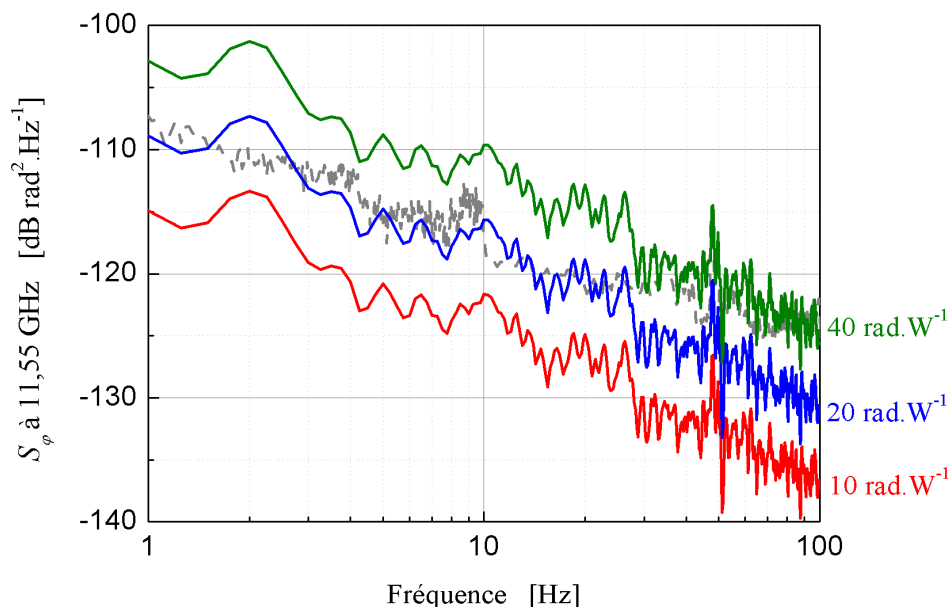


FIG. 4.26 – Densité spectrale de bruit de phase, calculée à partir du bruit d’amplitude du laser femtoseconde mesuré, pour trois valeurs du coefficient de conversion AM–PM : 10 rad.W⁻¹, 20 rad.W⁻¹ et 40 rad.W⁻¹. En pointillés gris est aussi reporté le bruit de la détection.

similaire à celui décrit dans [146]. On observe, en effet, pour une harmonique élevée, que cette modulation de phase est très dépendante de la puissance optique incidente sur le photo-détecteur. Plusieurs valeurs de la puissance permettent de minimiser la modulation induite. Certains de ces minimums nécessitent un ajustement à 0,1 dB près de la puissance optique.

L’une des difficultés de la mesure est de parvenir à dissocier la modulation de phase due à la conversion AM–PM de la photodiode de celle due à la conversion AM–PM du mélangeur de fréquence. Bien que le bruit d’amplitude vu par ce dernier soit plus faible que celui vu par la photodiode, l’effet peut être équivalent car son coefficient est à priori beaucoup plus important.

Ce phénomène de conversion AM–PM n’a pas été étudié en raison de la complexité de la mesure et du dispositif à mettre en place. Notre approche, plus pragmatique, a consisté à trouver un minimum dont la dépendance aux variations de puissance est la plus faible possible pour faire fonctionner les photodiodes. Concrètement, cela correspond à des puissances optiques de ~ 10 mW. On remarque que les puissances envoyées sur chacune des deux photodiodes de détection du taux de répétition ne sont pas rigoureusement

les mêmes. Ceci met en évidence que ce coefficient dépend aussi fortement du photo-détecteur utilisé, même dans le cas où il s'agit de deux modèles identiques.

Il est aussi possible de réduire l'effet de la conversion AM-PM en diminuant le bruit d'intensité (ou de puissance) du laser lui-même. Par exemple, l'un des deux lasers femtosecondes possède un amplificateur optique fibré qui permet de disposer d'un peigne de fréquence de ~ 200 mW. En comparant le bruit d'intensité résiduelle (RIN, *Residual Intensity Noise*) avec et sans cet amplificateur, on constate que celui-ci le dégrade d'environ 10 dB en dessous de 100 Hz. Étant donné que la puissance optique disponible sans cet amplificateur est suffisante (~ 30 mW), il est potentiellement possible de gagner 10 dB sur le bruit de phase induit pour un coefficient de conversion AM-PM équivalent.

Le RIN des lasers femtosecondes a été mesuré pour une puissance optique incidente sur la photodiode de l'ordre de 10 mW. Il est d'environ -95 dB Hz $^{-1}$ à 1 Hz avec une pente proche de f^{-1} lorsque le taux de répétition est stabilisé par une action sur les diodes de pompe. Sur la figure 4.26 est tracée la contribution du RIN que l'on peut attendre sur le bruit de phase sur le signal généré pour plusieurs valeurs du coefficient de conversion AM-PM. Le bruit de phase de la génération micro-onde est au niveau du bruit du système de détection (voir le paragraphe suivant). Cette méthode permet donc d'estimer le coefficient à environ 20 rad.W $^{-1}$, ce qui est compatible avec les observations reportées dans [166].

4.5.3 Stabilité et bruit de phase

La DSP de bruit de phase de la comparaison entre les deux signaux micro-ondes générés est mesurée directement à la sortie du mélangeur de fréquence avec un analyseur de signaux par transformée de Fourier rapide. Pour cela, ils sont mis en quadrature de phase en utilisant le DDS de l'une des deux boucles d'asservissement (figure 4.23).

Le bruit de phase est de -108 dB rad 2 .Hz $^{-1}$ à 1 Hz pour les deux systèmes et une porteuse de fréquence 11,55 GHz (voir figure 4.27). Le bruit décroît selon une pente voisine de f^{-1} jusqu'à une fréquence de Fourier de 100 Hz. Le bruit de la détection dans lequel est inclus celui des photodiodes, est extrêmement proche (moins de 1 dB) du bruit de phase observé. Cela permet de penser que la mesure est limitée par le bruit de la chaîne de détection. Dans cette gamme de fréquence, on constate que le niveau des raies parasites est très faible. À partir de 100 Hz, le bruit augmente à cause du manque de gain de l'asservissement sur la référence, particulièrement pour l'un des deux lasers femtosecondes dont la bande passante de l'asservissement est tout au

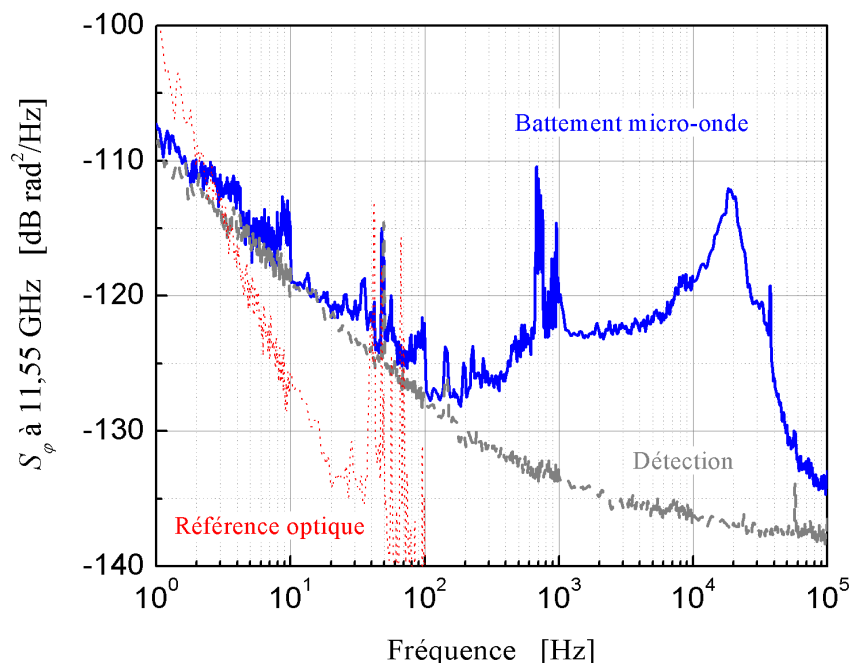


FIG. 4.27 – Densité spectrale de puissance du bruit de phase de la comparaison entre les signaux micro-ondes générés à 11,55 GHz par les deux lasers femtosecondes (courbe bleue). En tirets gris, le niveau de bruit de la détection et en pointillés rouges le bruit de la référence optique commune aux deux lasers, calculé à la fréquence de la comparaison.

plus de 30 kHz. Malgré cela, la gigue de phase (*timing jitter*) intégrée [169] entre 0,1 Hz et 100 kHz est de ~ 4 fs.

En pointillés rouges sur la figure 4.27 est montré le bruit de phase de la référence optique traduite à la fréquence de 11,55 GHz. On constate que le bruit de la référence est effectivement rejeté car elle domine le bruit de phase du signal mesuré en dessous de quelques hertz.

À cause du manque de résolution des compteurs de fréquence, on ne peut pas les utiliser pour mesurer la stabilité relative de fréquence de la comparaison. Pour contourner le problème, on enregistre, avec un voltmètre numérique, le signal filtré (passe bas de fréquence de 5 Hz) à la sortie du mélangeur (figure 4.24). Les données enregistrées sont, à un coefficient près, les fluctuations de phase de la comparaison. Il est alors facile d'obtenir les fluctuations de fréquence correspondantes et d'en calculer l'écart type d'Allan.

Les deux lasers femtosecondes à fibre sont restés continuellement asservis

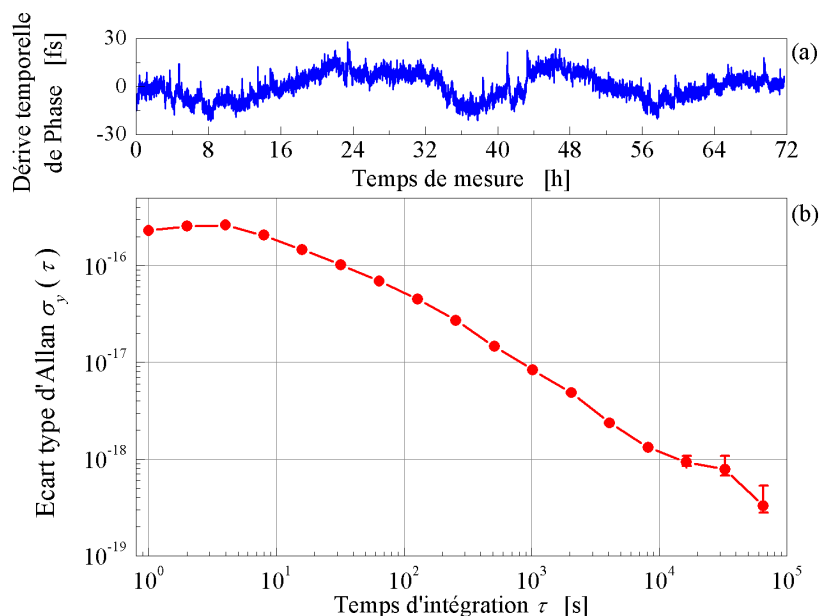


FIG. 4.28 – (a) – Dérive temporelle de la phase relative entre les signaux générés, à 11, 55 GHz, par les deux lasers femtosecondes à fibre. (b) – Stabilité relative de fréquence correspondante.

pendant 72 heures. La figure 4.28 - a montre les fluctuations temporelles de la période pour toute la durée des mesures dont l'excursion maximale est de ± 20 fs.

La stabilité relative de fréquence correspondant à ces données est représentée sur la figure 4.28 - b. Elle est de $2,3 \times 10^{-16}$ à 1 s et reste quasiment constante jusqu'à $\tau = 10$ s (pour la contribution des deux systèmes). Ce comportement n'est pas expliqué. La stabilité s'améliore ensuite selon une loi qui est dans un premier temps plutôt en $\tau^{-1/2}$ puis dans un second temps qui tend vers τ^{-1} . Elle atteint $\sim 3 \times 10^{-19}$ pour $\tau = 65536$ s (~ 18 heures).

D'après ces mesures, l'exactitude de la conversion du domaine optique vers le domaine micro-onde, c'est-à-dire la valeur moyenne des données (en fréquence), est de 2×10^{-20} en valeur relative. Étant donné la barre d'erreur, définie par la stabilité relative de fréquence pour le temps de moyennage correspondant à la durée des mesures ($\sim 3 \times 10^{-19}$), l'incertitude est compatible avec 0.

4.5.4 Bilan

Les mesures réalisées continûment pendant 72 heures démontrent la robustesse du système. Elle est en grande partie due au type de laser femtoseconde utilisé. L'une des limitations sur le long terme vient du fait que la fréquence du signal d'offset f_{ceo} n'est absolument pas asservie (elle est soustraite de la fréquence de battement entre le peigne et la référence optique, voir la partie 4.2). La fréquence de ce signal peut donc librement dériver jusqu'à ce qu'il sorte de la bande passante des différents filtres. Asservir la fréquence de ce signal sur une référence radio-fréquence avec une faible bande passante permettrait de s'affranchir de ce problème. La référence de cet asservissement ne doit pas forcément présenter une haute stabilité de fréquence.

Il est possible d'appliquer les corrections de fréquence à la céramique piézoélectrique sur laquelle est monté l'un des miroirs de la cavité femtoseconde. On rappelle que, d'une façon générale, cet actionneur est majoritairement utilisé pour contrôler la fréquence du taux de répétition f_{rep} tandis que la puissance du laser de pompe permet de contrôler la fréquence du signal d'offset. Comme il est décrit dans la partie 4.2.3, un couplage existe entre la puissance de pompe et f_{rep} mais il existe aussi un couplage entre la longueur de la cavité, c'est-à-dire le contrôle de la tension appliquée à la céramique piézoélectrique et f_{ceo} [141]. En procédant de cette façon, le contrôle du laser femtoseconde se ferait alors à l'opposé du fonctionnement « classique ». Quelques tests de principe ont montré que cela était possible. Cependant, pour ne pas dégrader la stabilité relative de fréquence, il est nécessaire pour l'asservissement du taux de répétition sur la référence de conserver le courant moyen des diodes de pompe constant. Pour cela, on applique des corrections lentes sur la céramique piézoélectrique. Cet élément de contrôle du peigne est donc utilisé pour la stabilisation de f_{rep} et ne peut donc pas être utilisé pour l'asservissement de f_{ceo} . N'ayant pas besoin de contrôler l'offset de fréquence avec une grande bande passante, l'utilisation d'un élément dispersif de la cavité femtoseconde peut permettre cela. Dans le cas de ce laser, on peut déplacer un double wedge à l'aide d'une platine de translation.

En faisant l'hypothèse que la contribution de chacun des systèmes est équivalente, le bruit de phase mesuré et exprimé à 10 GHz est de -112 dB rad².Hz⁻¹ à 1 Hz de la porteuse (pour chacun des deux signaux). Ce bruit de phase est 5 dB meilleur que celui atteint par les autres expériences de génération de signaux micro-ondes à partir de références optiques quelque soit le type de laser femtoseconde utilisé [91, 92]. Il convient de rappeler qu'il s'agit d'un bruit de phase résiduel. Aucun signal ne possède un bruit aussi bas en basse fréquence, il s'agit du seuil de bruit qu'impose le système complet

de transfert de l'optique vers la micro-onde (laser femtoseconde, photodiode de détection et amplificateurs micro-ondes).

L'un des enjeux pour le futur est de parvenir à encore améliorer le bruit de phase de ce signal micro-onde. On voit, d'une part, qu'à partir de 100 Hz le bruit remonte à cause du manque de gain de l'asservissement à ces fréquences, ce qui est finalement causé par une bande passante de contrôle trop faible. D'autre part, au-delà de quelques hertz, le bruit de phase d'une référence optique est nettement meilleur que le bruit du système. Si l'on parvient aussi à améliorer le palier de bruit, par exemple en diminuant l'effet induit par la conversion AM-PM, une augmentation de la bande passante peut permettre d'épurer le spectre du signal. Plusieurs solutions existent pour y parvenir. On peut d'abord s'affranchir de la limitation de la bande passante due à l'alimentation en courant des diodes lasers de pompe, par exemple en modulant directement le courant à sa sortie à l'aide d'un T de polarisation. Il est aussi possible de contrôler directement la puissance optique envoyée par des diodes lasers en utilisant un modulateur acousto-optique. Cependant, la bande passante que l'on peut obtenir avec ces méthodes est limitée par le temps de réponse du milieu de gain (fibre optique dopée à l'erbium). La solution qui permettrait de s'en affranchir et d'accroître considérablement la bande passante est d'introduire, dans la cavité femtoseconde, un modulateur électro-optique (EOM). Ce principe a déjà été démontré et permet d'atteindre une bande passante de ~ 230 kHz [77]. De plus, la bande de contrôle d'un asservissement agissant sur un EOM peut être considérablement augmentée [170]. Il serait alors possible de faire fonctionner le peigne de fréquence dans le régime ultra-stable, c'est-à-dire que la largeur de raie des modes optiques soit de l'ordre de (ou inférieure à) 1 Hz. Ce laser femtoseconde fibré pourrait être utilisé pour réaliser des comparaisons directes entre références optiques similaires à celles présentées dans [171]. L'alternative consisterait à utiliser, pour les mesures entre références optiques, la méthode de soustraction du bruit proposée par Telle *et al.* [94].

Du point de vue de la stabilité relative de fréquence, le bruit du transfert impose une limite au niveau de $\sim 1.8 \times 10^{-16}$ entre 1 s et ~ 10 s pour un système. On peut donc légitimement penser être capable de générer un signal micro-onde à partir des meilleurs lasers ultra-stables du laboratoire avec une stabilité de l'ordre de $5,6 \times 10^{-16}$ aux alentours de la seconde (voir la partie 3.3.3). L'exactitude du transfert de l'optique vers la micro-onde (à 11,55 GHz) est de 2×10^{-20} en valeur relative. Elle est améliorée de quasiment deux ordres de grandeur par rapport aux précédents résultats publiés [82, 83, 172].

De plus, compte tenu que l'écart type d'Allan décroît selon une loi comprise entre $\tau^{-1/2}$ et τ^{-1} (jusqu'à 70 000 s), elle reste meilleure que $\sim 7 \times 10^{-16} \tau^{-1/2}$. Les horloges optiques à réseau optique ont le potentiel d'atteindre

de telles stabilités sous réserve que l'on soit capable de suffisamment réduire la contribution liée à l'effet Dick. Cela signifie qu'avec ce système de génération, on peut transférer en micro-onde la stabilité sans dégradation afin de pouvoir, par exemple, synchroniser divers systèmes avec cette résolution.

D'autre part, ce niveau est plus d'un ordre de grandeur meilleur que celle d'une horloge à fontaine atomique limitée par le bruit de projection quantique [46, 49].

En asservissant la puissance optique envoyée sur la photodiode de détection du taux de répétition, il est possible de minimiser le RIN du laser. Le bruit de phase, induit par la conversion AM-PM de la photodiode, peut donc être réduit. Il serait cependant intéressant de réaliser une étude plus précise de cet effet, ce qui permettrait probablement d'en avoir une meilleure maîtrise. On pourrait alors être capable de rendre négligeable la contribution du bruit qu'il produit et améliorer le seuil de la génération micro-onde.

Il a été démontré que le taux de répétition du laser femtoseconde peut être multiplié en filtrant le peigne de fréquence optique avec une cavité Fabry-Perot [81, 144, 173–176]. On y parvient en faisant correspondre l'intervalle spectral libre de la cavité à un nombre entier du taux de répétition. Seuls les modes du peigne résonants avec la cavité sont transmis. L'un des avantages, pour l'extraction de signaux micro-ondes, est l'augmentation du rapport signal à bruit et donc la réduction du palier de bruit lié à la détection du taux de répétition (bruit de grenaille).

Enfin, il serait possible d'améliorer le bruit du système de détection en utilisant un système de mesure à suppression de porteuse [166, 177, 178]. On pourrait alors s'affranchir du bruit des amplificateurs et ainsi connaître plus précisément le bruit intrinsèque du processus de division qui est réalisé en contrôlant le taux de répétition d'un laser femtoseconde.

Conclusions

Les travaux réalisés pendant cette thèse de doctorat et décrits dans ce document ont abouti à trois résultats importants. Le premier est d'avoir mené à bien la réalisation d'un laser ultra-stable dont la stabilité relative de fréquence est estimée par des mesures à $\sim 4 \times 10^{-16}$ autour de la seconde ([179] et annexe A). L'étude conduite pour ce laser stabilisé a aussi permis la réalisation de quatre autres lasers ultra-stables utiles pour plusieurs expériences du laboratoire. L'un d'entre eux a ensuite été utilisé comme référence permettant de stabiliser le taux de répétition d'un laser femtoseconde. Ainsi, on est capable de transférer dans le domaine micro-onde la stabilité de fréquence de cette référence. Le signal obtenu étant suffisamment pur spectralement et stable, il a pu être utilisé avec succès pour le pilotage d'une fontaine atomique ([180] et annexe B). Le dernier résultat important et présenté dans ce document est une mesure, déterminant le nouvel état de l'art, du bruit de phase et de la stabilité de fréquence résiduels du processus de transfert de l'optique vers la micro-onde en utilisant un laser femtoseconde ([181] et annexe C).

Laser(s) ultra-stable(s)

Pour obtenir un laser, dont la stabilité relative de fréquence est de $\sim 4 \times 10^{-16}$ à 1 s et reste inférieure à $\sim 2 \times 10^{-15}$ jusqu'à plus de 100 s, il doit être stabilisé sur une cavité Fabry-Perot rigide (deux miroirs fixés sur une cale). Les performances des lasers stabilisés dépendent donc de celles des cavités. Particulièrement, deux sources de bruit peuvent limiter la stabilité des cavités : le bruit causé par les vibrations de son environnement et le bruit thermique, notamment celui au niveau des miroirs. Pour chacun de ces bruits, des solutions, déjà connues, ont été étudiées, améliorées et mises en application.

Les déformations des cavités causées par les vibrations modulent la fréquence de la cavité. Les vibrations sont d'abord réduites en utilisant des tables d'isolation commerciales permettant de filtrer le bruit d'origine sismique. L'environnement sonore de la cavité génère aussi des vibrations qui

sont atténuées par une enceinte d'isolation acoustique. Cependant, ces précautions ne sont pas suffisantes pour atteindre la réjection nécessaire à l'obtention de lasers stabilisés insensibles aux vibrations. Une étude poussée a donc été menée pour concevoir deux types de cavité directement peu sensibles à cette source de bruit. Cette étude considère les trois sensibilités accélérométriques, verticale et horizontales, en y incluant la contribution de la rotation des miroirs.

Des calculs numériques par éléments finis ont permis d'optimiser la forme de la cale et la méthode de support de deux géométries de cavité. Elles se différencient l'une de l'autre par l'orientation de l'axe optique qui est soit vertical soit horizontal. Les coefficients de sensibilité accélérométrique obtenus avec ces simulations sont tous inférieurs à $10^{-11} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$ pour chacune des deux géométries. Dans les deux cas, un degré de liberté est conservé afin de pouvoir optimiser expérimentalement ces coefficients afin de compenser une éventuelle inexactitude du modèle. Compte tenu du niveau de bruit sismique, les sensibilités attendues à l'issue des calculs sont suffisamment faibles pour que sa contribution soit négligeable devant le bruit thermique de la cavité, l'autre source de bruit.

À la suite de cette étude, cinq cavités ont été fabriquées (quatre à géométrie horizontale et une verticale) à partir de cales en ULE de longueur 100 mm. Le substrat des miroirs est en silice fondue pour plusieurs d'entre elles. Comparé à des substrats en ULE, cela permet de réduire d'un facteur ~ 10 la limitation imposée par le bruit thermique. En contrepartie, la sensibilité en température de la cavité est nettement plus élevée conduisant notamment à des dérives de fréquence importantes. Pour compenser son impact élevé, les fluctuations de température de la cavité sont réduites en asservissant la température et surtout grâce à un filtrage thermique important obtenu en utilisant plusieurs écrans thermiques.

La sensibilité accélérométrique de l'une des cavités horizontales a fait l'objet d'une étude expérimentale approfondie. Il en résulte que les coefficients observés optimum sont en accord avec les calculs pour deux des trois directions considérées ($3 \times 10^{-12} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$ en verticale, $2 \times 10^{-12} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$ en transverse horizontale). Le troisième, axial de $1,5 \times 10^{-11} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$, est d'environ un ordre de grandeur plus élevé que les prédictions mais reste cependant compatible avec les objectifs ($1,6 \times 10^{-11} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$ par axe) déterminés par le niveau du bruit sismique. L'autre point important, pris en considération lors du design de la cavité, est la faible dépendance de ces coefficients en fonction du positionnement des appuis de la cavité. De ce fait, il n'est pas nécessaire d'optimiser expérimentalement les coefficients de sensibilité accélérométrique. Pour qu'ils soient de l'ordre ou meilleurs que $10^{-11} \text{ (m.s}^{-2}\text{)}^{-1}$, il suffit de respecter le positionnement des appuis obtenu

par calculs.

Grâce à la réduction des sensibilités accélérométriques, à l'utilisation de substrats en silice fondue et à la réduction des fluctuations de température, la meilleure stabilité relative de fréquence est obtenue, à ce jour, entre deux lasers stabilisés sur deux cavités indépendantes de 100 mm de long². La stabilité de fréquence de la comparaison est de $5,8 \times 10^{-16}$, en valeur relative, autour de 1 s. Ce résultat est d'autant plus significatif que les bruits de chacune des deux cavités sont très bien décorrélés : les cavités utilisées sont différentes (verticale et horizontale), l'une repose sur une table d'isolation sismique passive, l'autre sur une table active et enfin chaque expérience est placée dans une salle ayant son propre système de climatisation. En raison de l'absence de stabilisation en température de l'une des deux cavités mises en jeu dans la comparaison (système prévu mais non opérationnel lors des mesures), la stabilité se dégrade rapidement sur les temps plus longs. Il est néanmoins démontré qu'en utilisant une autre cavité dans une enceinte à vide identique (travaux réalisés par l'équipe de l'horloge à atomes de strontium du laboratoire) la stabilisation en température permet d'obtenir une dérive en fréquence inférieure à $100 \text{ mHz}\cdot\text{s}^{-1}$, très linéaire, qui peut donc être facilement prédite et retranchée.

En supposant les deux lasers ultra-stables équivalents, chacun possède une stabilité relative de fréquence de 4×10^{-16} . Ce niveau est du même ordre de grandeur que celui calculé pour le bruit thermique d'une cavité dont les miroirs sont en silice fondue [71]. La conception d'un système d'isolation thermique adapté à ce type de cavités a permis, pour la première fois, de pleinement exploiter leur faible niveau de bruit sans pour autant être affectées par leur forte sensibilité en température.

Génération de signaux micro-ondes

Une seconde partie des travaux a été consacrée à la génération de signaux micro-ondes à bas bruit de phase. Cette génération consiste, en réalité, à transférer le bruit de phase d'un des lasers ultra-stables développés au laboratoire dans le domaine micro-onde en utilisant un laser femtoseconde à fibre. Dans un premier temps, un signal micro-onde à 9,2 GHz a été produit avec un bruit de phase de l'ordre de $-90 \text{ dB rad}^2\text{Hz}^{-1}$ à 1 Hz de la porteuse avec une pente en f^{-1} jusqu'à environ 100 Hz. La stabilité obtenue est de 3×10^{-15} à 1 s, puis atteint 2×10^{-15} vers 10 s avant d'augmenter, traduisant

2. À ma connaissance, une seule stabilité relative de fréquence meilleure que 1×10^{-15} a été démontrée avec des cavités rigides de longueur 240 mm [56].

simplement la dérive en fréquence du laser de référence (stabilité mesurée à 11,932 GHz par rapport à l'oscillateur cryogénique du laboratoire).

Le niveau de ces signaux étant compatible avec celui requis pour un signal d'interrogation de type Ramsey d'une fontaine atomique, le test a été réalisé. Il a permis de démontrer qu'une alternative aux oscillateurs cryogéniques existe. En effet, le bruit de phase du signal d'interrogation de l'horloge peut dégrader sa stabilité de fréquence s'il est trop élevé. Jusqu'à présent, seuls les oscillateurs cryogéniques en saphir (CSO) permettaient aux fontaines atomiques d'atteindre leur stabilité ultime limitée par le bruit de projection quantique. Dans le cas de la fontaine atomique utilisée (FO2), cette limite est au niveau de $3,5 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$. Cette stabilité est bien évidemment atteinte quand le CSO est utilisé pour piloter la fontaine. Le signal généré à partir du laser femtoseconde et du laser ultra-stable est, cette fois-ci, généré à une fréquence de 11,932 GHz, identique à celui délivré par le CSO. Le signal à tester a donc simplement remplacé celui alimentant habituellement les chaînes de synthèse de fréquence de la fontaine³. Dans ce cas, le bruit de projection quantique de l'horloge est aussi atteint, ce qui amène à conclure que le signal micro-onde généré à partir de lasers ne dégrade pas la stabilité de la fontaine.

En utilisant une seule référence optique pour stabiliser la fréquence de répétition de deux lasers femtosecondes on a accès, en comparant entre eux les signaux micro-ondes générés, à la contribution du bruit des lasers femtosecondes. Dans le cas où les peignes de fréquence sont générés par des lasers de conception identique, on peut supposer que leur niveau de bruit respectif est équivalent et peut donc être connu. Cette expérience a pu être réalisée grâce à la collaboration du laboratoire Femto-ST (Besançon) qui possède le second laser nécessaire à la réalisation de cette mesure.

Le bruit de phase et la stabilité relative de fréquence mesurés sont respectivement de $-108 \text{ dB rad}^2\text{Hz}^{-1}$ à 1 Hz de la porteuse (11,55 GHz) et de $2,3 \times 10^{-16}$ à 1 s, et atteint $\sim 3 \times 10^{-19}$ après 18 heures d'intégration. Ces résultats sont les meilleurs obtenus pour une expérience de ce type. Afin d'éviter toute ambiguïté, il convient d'insister sur le fait que ces mesures de bruit sont obtenues avec la référence optique de fréquence commune pour les deux lasers. Il est donc évident que le bruit de chacun des signaux micro-ondes générés est limité par le bruit de cette référence. Son bruit est cependant rejeté lors de la comparaison entre les deux signaux micro-ondes.

3. Ces chaînes servent uniquement à décaler en fréquence le signal pour l'amener à la fréquence de la transition atomique et à moduler la fréquence de façon synchrone avec le cycle de fonctionnement de l'horloge pour une interrogation à flanc de frange.

Ce résultat démontre quel est le niveau du bruit de phase (ou de la stabilité de fréquence) que l'on peut envisager obtenir sous réserve de disposer d'un laser de référence suffisamment stable. Ceci est vrai d'autant plus que ces mesures sont réalisées avec des signaux physiquement exploitables contrairement aux mesures utilisant les techniques de suppression de porteuse [177, 178]. En effet, avec cette méthode, le bruit des amplificateurs micro-ondes disparaît pour la mesure de phase mais reste présent dans le signal micro-onde exploitable. En utilisant comme référence l'un des lasers ultra-stables, dont la stabilité est estimée au niveau 4×10^{-16} à 1 s, on peut donc sérieusement envisager de produire des signaux micro-ondes de stabilité comparable à celle des meilleurs oscillateurs (en saphir utilisés à des températures cryogéniques [64]).

Perspectives

L'étude réalisée pour la conception des cavités à faibles sensibilités accélérométriques a permis de réaliser d'autres cavités dont deux servent pour la stabilisation du laser d'interrogation de deux horloges atomiques optiques. Les comparaisons décrites dans cette thèse montrent que celui de l'horloge utilisant des atomes de mercure présente une stabilité relative de fréquence au niveau de 4×10^{-16} à 1 s. Une stabilité du même ordre est attendue pour le laser stabilisé des deux horloges à atomes de strontium. Cela va permettre de réduire notablement la contribution du bruit du laser dû à l'effet Dick sur la stabilité de ces horloges.

Malgré les performances affichées par ces lasers ultra-stables, ils restent cependant une limite pour la stabilité des horloges optiques. Plusieurs pistes peuvent être explorées pour réduire le bruit thermique des cavités qui est la cause de cette limitation. L'approche la plus évidente, et déjà explorée dans plusieurs laboratoires, est d'augmenter la longueur de la cavité optique. De sérieuses précautions doivent cependant être prises afin de conserver la sensibilité accélérométrique de la cavité suffisamment faible afin de pouvoir s'affranchir des systèmes d'isolation sismique volumineux et complexes. Cela est d'autant plus critique que le bruit sismique sur les tables d'isolation commerciales n'est pas filtré en dessous de 1 Hz (où il présente un excès de bruit) et que, dans un même temps, on peut envisager que les futures horloges optiques soient sensibles au bruit du laser dans cette gamme de fréquence.

Une autre solution qui permettrait de diminuer le bruit thermique est liée au fait que la contribution majoritaire vient du traitement réfléchissant des miroirs lorsque ceux-ci sont en silice fondue. La qualité optique de ces traitements a énormément évolué au cours de la dernière décennie permettant

aujourd'hui d'obtenir des finesses de l'ordre du million. Il est très probable que l'on assiste désormais à un changement de l'axe de recherche. Les efforts produit pourrait se porter sur la diminution des pertes mécaniques dans les traitements et en conséquent sur une réduction de son bruit thermique.

Malgré cela, la marge de progression n'est pas infinie puisque les substrats et la cale d'espacement contribuent aussi au bruit thermique. Une autre alternative consisterait à générer et à coupler dans la cavité un mode d'Hermite-Gauss d'ordre élevé [182, 183].

On peut citer une dernière solution permettant de réduire le bruit thermique. Elle consiste à réduire la température de la cavité dont sa densité spectrale de puissance dépend linéairement. Dans ce cas, il est judicieux d'utiliser d'autres matériaux. En suivant cette approche, le JILA en collaboration avec la PTB utilisent du silicium pour réaliser des cavités optiques. Ce matériau a aussi des propriétés très avantageuses aux faibles températures car son coefficient de dilatation thermique peut être annulé. Le choix de la longueur d'onde est, en revanche, moins large puisque qu'il n'est suffisamment transparent qu'aux alentours de $1,5 \mu\text{m}$. Le problème du transfert aux autres longueurs d'ondes se pose alors, notamment dans le cadre de l'utilisation d'horloges optiques.

Des projets de tests de physique fondamentale nécessitent la spatialisation de lasers ultra-stables. Dans ce contexte, les stabilités atteintes aujourd'hui sont suffisantes pour ces applications mais le défi est de parvenir à conserver la faible sensibilité accélérométrique des cavités, sachant que l'on peut se reposer sur la gravité pour cela. De nouvelles méthodes de support (ou de maintien) des cavités doivent être imaginées, développées et testées.

En utilisant un laser femtoseconde fibré commercial, la stabilité relative de fréquence d'un laser ultra-stable peut être transférée en micro-onde sans dégradation jusqu'à $2,3 \times 10^{-16}$ à 1 s. À ce jour, la stabilité du laser de référence limite au niveau de 4×10^{-16} à 1 s en valeur relative dans le meilleur des cas et plus communément à $\sim 1 \times 10^{-15}$. Cette technique pourrait tout de même être utilisée dans un grand nombre de laboratoires de métrologie des fréquences afin de limiter l'effet Dick présent dans les fontaines atomiques. La réalisation d'une telle source micro-onde est d'autant plus aisée que pour la plupart, ces laboratoires travaillent aussi sur des horloges atomiques optiques. À ce titre, ils possèdent déjà des lasers de référence suffisamment stables.

Malgré le fait que l'on trouve de nombreux lasers femtosecondes commerciaux, ce domaine reste tout de même récent et donc en évolution permanente. Pour les lasers à fibre dopée à l'erbium la fiabilité peut encore être améliorée (utilisation d'amplificateurs optiques à maintien de polarisation). La bande passante de contrôle peut être améliorée à l'aide d'un modulateur

électro-optique placé dans la cavité femtoseconde. Cette technologie peut aussi être transposée à des lasers reposant sur des fibres dopées à l'ytterbium dont le peigne de fréquence est centré autour de 1100 nm. Des recherches sont actuellement en cours pour réaliser des lasers femtosecondes à partir de cristaux dopés à l'erbium. Avec une technologie complètement différente, les micro-tores en silicium, des lasers femtosecondes embarqués sur puce pourraient être développés. Les fréquences de répétition actuellement obtenues sont cependant trop élevées pour une partie des applications en métrologie des fréquences.

Néanmoins, grâce notamment à la grande fiabilité observée et aux performances atteintes, d'autres domaines d'application sont envisageables pour cette méthode de synthèse de signaux micro-ondes. Le faible niveau du bruit de phase proche de la porteuse pourrait permettre d'améliorer les radars à hautes sensibilités. Par ailleurs, la haute stabilité de fréquence démontrée est potentiellement intéressante pour la synchronisation de systèmes électroniques et notamment dans le domaine des télécommunications à très haut débit.

Enfin, on peut citer deux applications d'envergure à vocation scientifique : VLBI (*Very Long Baseline Interferometry* [184]) et DSN (*Deep Space Network* [52]). La première application consiste à détecter, avec un réseau d'antennes réparties autour de la planète, des signaux radio-fréquences émis par des quasars. Des masers à hydrogène servent de référence pour dater la détection de ces signaux sur les différentes antennes. L'incertitude obtenue sur la mesure est donc directement dépendante de la stabilité de la référence sur toute la durée des observations. En utilisant les signaux micro-ondes générés à partir des lasers ultra-stables et femtosecondes comme référence à court terme (jusqu'à ~ 1000 s), il serait possible d'améliorer la stabilité de fréquence de plus de deux ordres de grandeur à 1 s.

L'autre application qui pourrait tirer des bénéfices de mes travaux de thèse est le DSN, le réseau d'antennes de la NASA et de l'ESA. Il permet la communication entre des sondes spatiales (ou des satellites) et la Terre. La stabilité de fréquence de l'oscillateur terrestre a surtout de l'importance pour la détermination de l'orbite des objets. On mesure par effet Doppler l'une des composantes de la vitesse de l'objet par rapport à la Terre. Le bruit de l'oscillateur de référence limite cette mesure dans une certaine gamme de fréquences de Fourier. Actuellement, les oscillateurs utilisés sont soit des masers soit des horloges micro-ondes à ions mercure [185] dont les stabilités de fréquence sont respectivement de l'ordre de quelques $10^{-13}\tau^{-1/2}$ ($\tau > 10$ s) et $5 \times 10^{-14}\tau^{-1/2}$ à court terme. La durée des mesures est limitée à 7 ou 8 heures à cause de la rotation de la Terre. Ces horloges sont donc nécessaires pour le fonctionnement à long terme, cependant la stabilité à court terme pourrait être, là aussi, nettement améliorée en exploitant la stabilité d'un laser

ultra-stable transférée en micro-onde par un peigne de fréquence. De plus, les fréquences utilisées tendent à être augmentées pour atteindre plusieurs centaines de gigahertz. L'une des difficultés avec les références actuelles est de développer des chaînes de synthèse de fréquence à bas bruit permettant de transférer leur stabilité à la fréquence souhaitée. En utilisant un détecteur approprié, les signaux ultra-stables seraient directement exploitables à ces fréquences sans dégradation.

Annexe A

Ultrastable lasers based on vibration insensitive cavities

Ultrastable lasers based on vibration insensitive cavities

J. Millo, D. V. Magalhães, C. Mandache, Y. Le Coq, E. M. L. English,* P. G. Westergaard, J. Lodewyck, S. Bize, P. Lemonde, and G. Santarelli

LNE-SYRTE, Observatoire de Paris, CNRS, UPMC, 61 Avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France

(Received 5 February 2009; published 18 May 2009)

We present two ultrastable lasers based on two vibration insensitive cavity designs, one with vertical optical axis geometry, the other horizontal. Ultrastable cavities are constructed with fused silica mirror substrates, shown to decrease the thermal noise limit, in order to improve the frequency stability over previous designs. Vibration sensitivity components measured are equal to or better than $1.5 \times 10^{-11}/\text{m s}^{-2}$ for each spatial direction, which shows significant improvement over previous studies. We have tested the very low dependence on the position of the cavity support points, in order to establish that our designs eliminate the need for fine tuning to achieve extremely low vibration sensitivity. Relative frequency measurements show that at least one of the stabilized lasers has a stability better than 5.6×10^{-16} at 1 s, which is the best result obtained for this length of cavity.

DOI: [10.1103/PhysRevA.79.053829](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.79.053829)

PACS number(s): 42.60.Da, 07.60.Ly, 42.62.Fi

I. INTRODUCTION

Ultrastable laser light is a key element for a variety of applications ranging from optical frequency standards [1,2], tests of relativity [3], generation of low-phase-noise microwave signals [4], and transfer of optical stable frequencies by fiber networks [5,6], to gravitational wave detection [7–9]. These research topics, in particular cold atoms and single-ion optical frequency standards, have stimulated new approaches to the design of Fabry-Pérot reference cavities which are used to stabilize lasers.

For optical frequency standards with neutral atoms, the frequency noise of state-of-the-art ultrastable clock lasers sets a severe limit to the clock frequency stability via the Dick effect [10]. Due to this limitation, the best reported Allan deviations are more than 1 order of magnitude larger than the ultimate quantum limit of these clocks [2]. Improving the laser frequency stability is therefore a prerequisite for approaching this quantum limit.

One important issue for reducing the frequency noise of stabilized laser cavities is to minimize the effects of residual vibration. Vibration isolation systems can minimize the noise level, but compact commercial systems are generally not sufficient to reach a subhertz laser linewidth. One way to improve the spectral performance of stabilized lasers is to reduce vibration sensitivity by carefully designing the cavity geometry and its mounting. Several groups have proposed and implemented low vibration sensitivity cavities [11–14]. A second important issue is the reduction in thermal noise in cavity elements [15]. The ultrastable cavities presented here further reduce both vibration sensitivity and thermal noise level, and therefore improve cavity stability.

The two different optical cavities are designed based on the results of extensive simulations using finite element software. The optical axis, which is also the axis of the spacer, is horizontal for one cavity (Fig. 1) and vertical for the other (Fig. 2). In each case, the position and size of the cavity

support points and the effect of mirror tilt have been analyzed. The constructed cavities have then been subjected to an extensive study of the vibration response. Both cavity types exhibit extremely low vibration sensitivity. Sensitivities are equivalent to previous horizontal cavity designs [12,14] but with strongly reduced dependence on support points' position. The vertical cavity shows a much lower sensitivity than previous vertical cavity designs [13]. Moreover, a significant improvement of the thermal noise level is demonstrated here [13,16] by using fused silica mirror substrates, which minimize the contribution to thermal noise due to the higher mechanical Q factor of this material in comparison to Ultra Low Expansion glass (Corning ULE).

II. FINITE ELEMENT MODELING OF THE CAVITY

A. General considerations

This analysis is restricted to the quasistatic response of cavities as mechanical resonances are in the 10 kHz range, while only low frequencies of <100 Hz are of interest in the present experiment for application to optical atomic clocks. Furthermore, with commercial compact isolation systems the

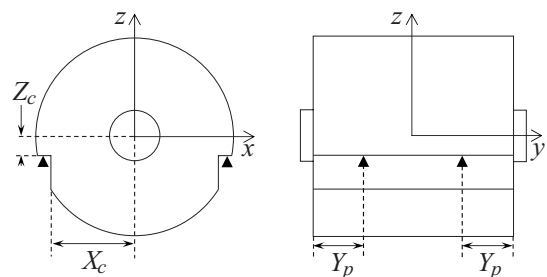


FIG. 1. Front and side views of the horizontal cavity. The optical axis lies along the y axis. The four support points are represented with black triangles. The positions of the cutouts for support points are shown: X_c with respect to the yz plane, and Z_c with respect to the xy plane. Y_p is the distance along the y axis from the end of the cavity.

*elizabeth.english@obspm.fr

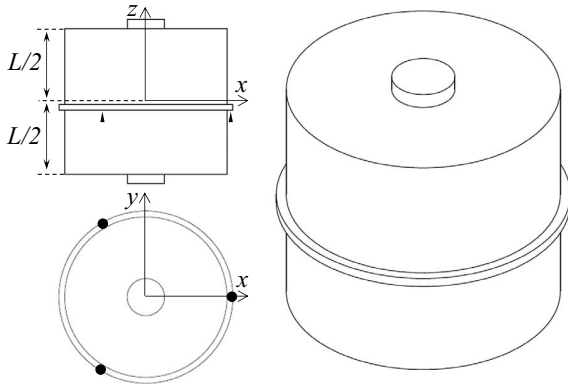


FIG. 2. Top, side, and isometric views of the vertical cavity. The optical axis is aligned to the z axis. The three support points are represented with black triangles or black circles.

vibration level is still significant below ~ 1 Hz where they are not effective at reducing seismic noise.

In the finite element model, spacer and mirror substrates are considered to be a single rigid body. The cavity geometry is meshed with 125 000 prism elements, where each prism has 6 nodes. Finite element deformations are calculated within the elastic limit. When the constrained cavity is accelerated, a length variation is induced by elastic deformations. Careful design of the cavity allows for compensation of this variation using Poisson's effect [17] and cavity symmetries. Deformation simulations have been done using the mechanical properties of ULE: mass density (2210 kg m^{-3}), Young's modulus (67.6 GPa), and Poisson's ratio (0.17).

Vibration sensitivity of the cavities is deduced by observing the deformation in the mirrors for a given acceleration value. The displacement of the central region (where the laser beam is reflected) is of interest in the present study. Two types of mirror deformations are important for both vertical and horizontal cavities.

The first type is the mirror translation along the cavity axis, in order to analyze the distance between mirror's centers. These length variations exist if the cavity has no symmetry plane orthogonal to the acceleration axis.

The second type is the mirror tilt (Fig. 3), where the mirrors are shifted through an angle θ . For an ideal cavity where optical and mechanical axes coincide, the tilt-induced length variation is a second-order effect and can be neglected. In a real cavity, mechanical and optical axes are not coincident due to imperfections in the construction (e.g., mirror polishing, spacer machining, and contacting of the mirrors onto the spacer). A worst case situation is considered in the present study, where the optical and mechanical axes are parallel and displaced by a distance d . The schematic in Fig. 3 illustrates the cavity deformation through mirror tilt and the optical length change from L to L' . Length variations become proportional to both d and the tilt angle. Consequently, tilt is a first-order effect on the cavity length and must therefore be considered. Note that the mirrors' tilt angle θ is extremely small in reality, so any change in the pointing direction of the optical axis that may occur would be a second-order effect of θ . Therefore these small movements in the pointing direction of the optical axis do not change L significantly.

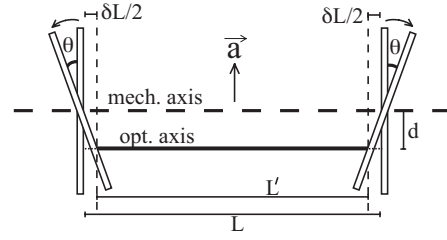


FIG. 3. Schematic showing mirror tilt as a result of applied transverse acceleration \vec{a} . This tilt occurs in both horizontal and vertical cavities, and leads to changes in cavity length L as the optical axis is displaced from the mechanical axis by a distance d . Note that the mirror tilt and d are exaggerated in this figure to illustrate this small effect clearly.

For the horizontal cavity under longitudinal acceleration a slightly different type of tilt configuration occurs, which will be explained later on.

We can write the cavity length variations in the following way:

$$\delta L/L = \vec{k} \cdot \vec{a}, \quad (1)$$

where \vec{a} is the acceleration vector and \vec{k} is the vector of vibration sensitivities where the components are expressed as

$$\begin{aligned} k_x &= k_x^L + k_x^T(d), \\ k_y &= k_y^L + k_y^T(d), \\ k_z &= k_z^L + k_z^T(d), \end{aligned} \quad (2)$$

where k_i^L and $k_i^T(d)$ are, respectively, the sensitivity coefficients to the mirrors' translation and tilt.

B. Horizontal cavity

The horizontally mounted optical cavity configuration is 100 mm long. For this cavity, the optical axis lies along the y axis and the spacer diameter is 100 mm (Fig. 1). The position of the four support points has been carefully calculated through extensive simulations to design a cavity with very low vibration sensitivity. The contact planes for these support points are obtained by machining two square "cutouts" along the length (y axis) of the cylindrical spacer. All four contact points are on the same horizontal plane and are placed symmetrically around the cavity as shown in Fig. 1.

Ideally, to be least sensitive to vibrations, the cavity spacer should be a perfect cylinder supported at the horizontal midplane (xy axis), with contact points located on the surface of the spacer. In this case the cavity and support points are completely symmetric and so any acceleration will not induce mirror translations.

Practically, we have assumed that a cutout shoulder of at least 3 mm is required to support the cavity effectively. Therefore most simulations were calculated using $X_c = 47 \text{ mm}$ (Fig. 4). Due to the cutouts breaking the cavity symmetry about the xy plane, cancellation of mirror translation due to vertical acceleration is no longer guaranteed by the symmetry. However, for some cutout geometries, a spe-

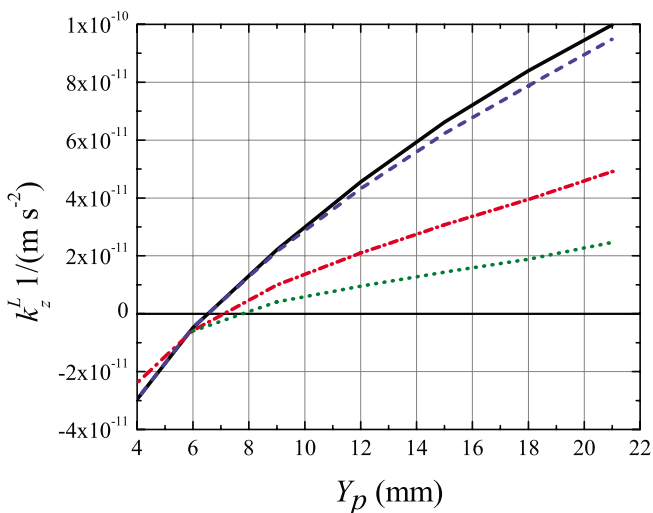


FIG. 4. (Color online) Simulation showing the slope obtained for k_z^L for different cutout geometries. For each plot, $X_c=47$ mm. Black solid line: $Z_c=9$ mm; blue dashed line: $Z_c=7$ mm; red dot-dashed line: $Z_c=5$ mm; green dotted line: $Z_c=3$ mm.

cific position of support points (Y_p) can be found with the simulation which suppresses mirror translations, i.e., $k_z^L=0$.

To make a practical adjustment of the support points' position less critical, the slope of the acceleration sensitivity k_z^L as function of the support points' position Y_p has to be minimized. Simulations show that to achieve this, the cutouts must be placed as close to the horizontal midplane (xy axis) as possible.

Unfortunately, a vanishing sensitivity to vertical acceleration $k_z^L=0$ cannot be achieved for every cutout geometry. Furthermore, simulations performed using two different models for the support points have shown quite different results, as can be clearly seen in Fig. 5. We have assumed two mandatory requirements for a good cavity design: first the existence of a cancellation position Y_p for all models of the support points, and, second, good agreement between the position of the cancellation position Y_p for all models of the support points. Based on these criteria we have excluded geometries with $Z_c < 3$ mm as they do not show a cancellation position.

As an additional requirement, the optimum position of the support points, Y_p , where $k_z^L=0$, must also correspond to low values for all other sensitivity coefficients. Concerning the sensitivity to vertical acceleration, this means that we want to minimize tilt of the mirrors so that k_z^T is vanishingly small. This requirement also means that we want k_x and k_y close to zero. Since symmetries ensure that k_x^L and k_y^L are both zero, we are focused on canceling k_x^T and k_y^T . For each coefficient, the aim was to achieve vibration sensitivity below $10^{-11} (\text{m s}^{-2})^{-1}$ for a putative offset of the optical axis $d = 1$ mm.

With these considerations in mind, we have simulated a large number of geometries and reached the conclusion that $X_c=47$ mm and $Z_c=3$ mm was the best compromise. In the following we present the results of the simulation obtained with this optimized geometry, which are also shown in Figs. 5 and 6.

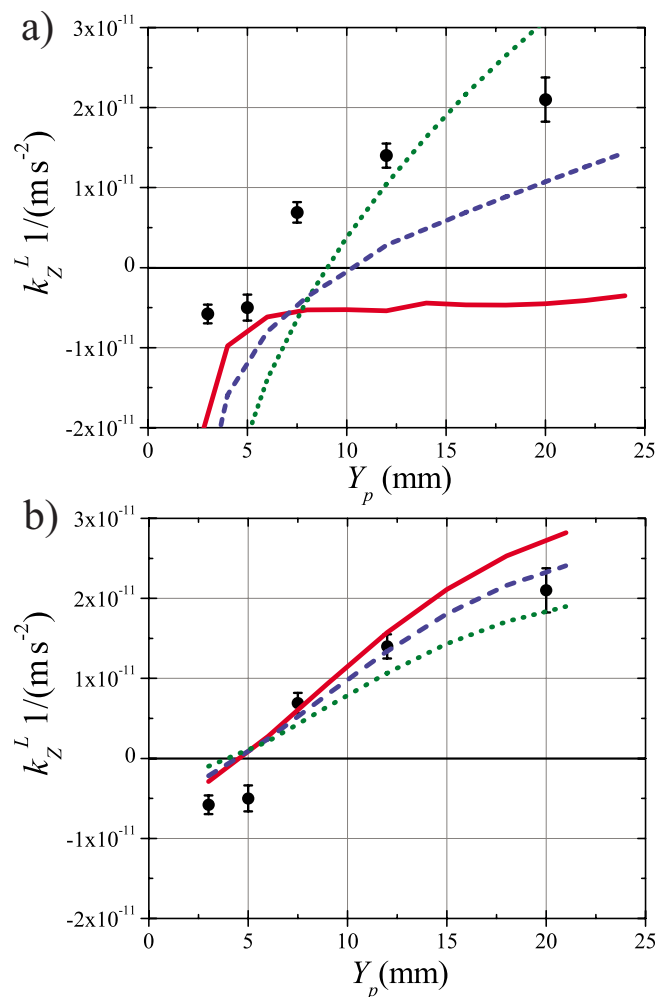


FIG. 5. (Color online) Comparison between measurements and simulation results for the vertical vibration sensitivity (horizontal cavity) as a function of the support points distance from mirror, Y_p . Contact points are (a) totally constrained or (b) vertically constrained with areas of 0.04 mm^2 (red solid line), 1 mm^2 (blue dashed line), and 4 mm^2 (green dotted line). The support points of the cavity are 2 mm^2 (black points).

Figure 5 shows the sensitivity to vertical acceleration k_z^L as a function of the support points' position. Simulations have been performed for a range of contact point sizes for two different models: totally constrained and only vertically constrained. This figure illustrates that for this cavity design, the coefficient k_z^L is strongly dependent on the contact model: the size of the contact points and the constraints placed on the degrees of freedom.

When the contact points are constrained in all directions, a small size gives a very low k_z^L regardless of longitudinal position Y_p of contact points. For larger surface sizes, a solution with $k_z^L=0$ does exist for $Y_p \approx 10$ mm (Fig. 5). When the contact with the cavity is only vertically constrained, the insensitive solution is independent of the support-point size.

The vertical acceleration also induces tilt in the mirrors but the sensitivity coefficient k_z^T is independent of the contact model. Assuming a rather large misalignment $d=1$ mm, the

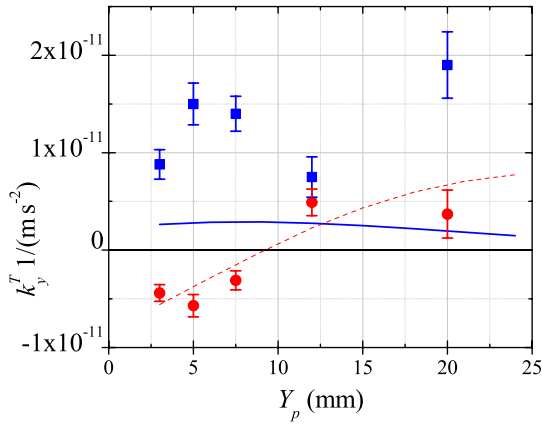


FIG. 6. (Color online) Horizontal vibration sensitivity of the horizontal cavity as a function of Y_p for $d=1$ mm and contact point size of 2 mm^2 . Transverse vibration sensitivity measurements k_x^T (red circles) and simulation (red dashed line) and longitudinal vibration sensitivity measurements k_y^T (blue squares) and simulation (blue solid line) are shown.

dependence on the support-point position is low, $\sim 1.3 \times 10^{-12} (\text{m s}^{-2})^{-1}/\text{mm}$, with $k_z^T=0$ for $Y_p \sim 10$ mm.

Transverse (k_x) and longitudinal (k_y) components depend on the position of the support points, but are virtually independent of the contact point size (Fig. 6). Note again that due to symmetry, only tilt of the mirrors contributes to both horizontal sensitivities $k_x=k_x^T(d)$ and $k_y=k_y^T(d)$. We find that the transverse component can be zeroed for the support-point positions set at $Y_p \approx 9$ mm with a slope of $\approx 2 \times 10^{-12} (\text{m s}^{-2})^{-1}/\text{mm}$.

When an axial vibration is applied (k_y), the two mirrors are tilted in the same direction (Fig. 7). The worst misalignment to consider is when the mechanical and optical axes are no longer parallel. In this case, we characterize this by a displacement d of the optical axis on one of the mirrors, and $-d$ on the other. The longitudinal vibration sensitivity component $k_y=k_y^T(d)$ also depends on d . In our chosen geometry,

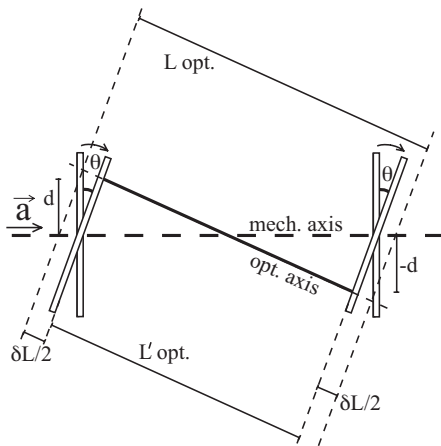


FIG. 7. Schematic showing mirror tilt as a result of applied longitudinal acceleration \vec{a} occurring only in the horizontal cavity. This leads to changes in optical length L , as the mechanical axis and optical axis are misaligned and not parallel.

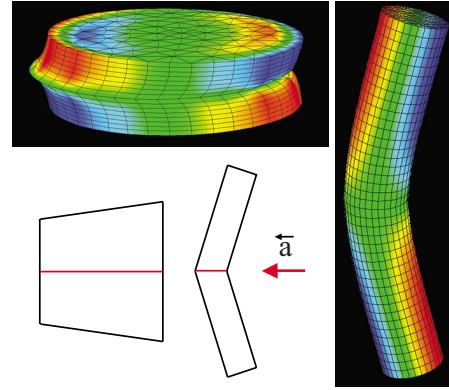


FIG. 8. (Color online) Deformation of a cylinder with ULE properties when acceleration is applied to the center (arrow). For the two different diameter:length ratios, the ends of each cylinder are tilted in different directions (explained in text). Color scale illustrates vertical displacement only, where blue is negative and red is positive with respect to the center of the nondeformed cylinder. Deformations are amplified by a factor of $\approx 10^6$.

we have found that this component cannot be zero. However for $d=1$ mm it is always below $3 \times 10^{-12} (\text{m s}^{-2})^{-1}$ and therefore negligible (Fig. 6).

C. Vertical cavity

The vertically mounted cavity geometry is 100 mm long, and the optical axis lies along the z axis (Fig. 2). The contact plane is obtained by machining a central “shoulder” in the spacer. The cavity is constrained by three equidistant support points as shown in Fig. 2. This configuration allows the distribution of equal restoring forces from the support to the cavity.

The cavity has cylindrical symmetry around the optical axis (z axis); therefore k_x^L and k_y^L vanish. Rigorously, the three support points break the rotational symmetry. However, simulation results indicate that this has a negligible effect on vibration sensitivity. The lack of an exact rotational symmetry means that there is no geometry for which k_x^T and k_y^T can simultaneously be zero. The magnitude of the horizontal vibration sensitivity coefficients k_x^T and k_y^T depend on the diameter:length ratio of the spacer.

When the diameter:length ratio is small, the cylinder deformation is dominated by bending about the center. When it is large the deformation induced by the Poisson effect dominates. In each case, the ends of the cylinder are tilted in opposite directions and therefore change the mirror tilt of the cavity (Fig. 8). By choosing the correct ratio, it is possible to cancel out the mirror tilt. Fixing the spacer diameter at 110 mm, simulations indicate that a 100-mm-long spacer is optimal, minimizing both horizontal components k_x^T and k_y^T at $\sim 1 \times 10^{-12} (\text{m s}^{-2})^{-1}$ for $d=1$ mm.

The vertical vibration sensitivity component depends on the position of the contact plane and the geometry of the supporting shoulder. This component is nearly vanishing when the contact plane is optimally positioned, in this case 3 mm below the center of the spacer for the chosen geometry of the shoulder as shown in Fig. 2. As a result, length varia-

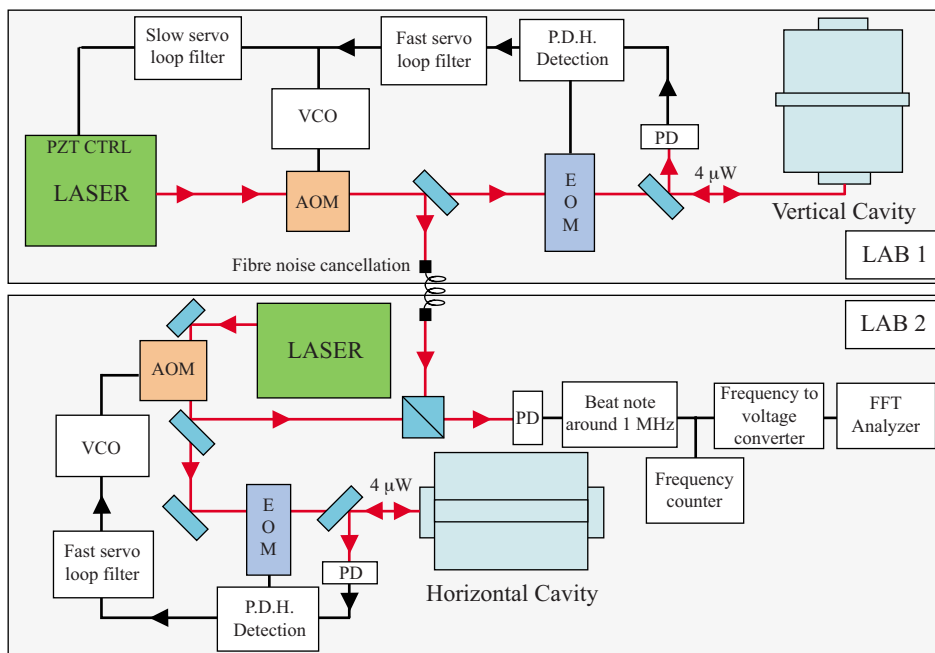


FIG. 9. (Color online) Schematic showing the two independent lasers used to create the beat note with the horizontal and vertical cavities. PDH: Pound Drever Hall setup [20]; PD: photodiode; FFT: fast Fourier transform analyzer; VCO: voltage-controlled oscillator; PZT CTRL: piezoelectric transducer control.

tions in the upper part of the spacer compensate exactly for those of the lower part [18]. Due to this geometry of the spacer and the forces applied, the mirrors are translated without any mirror tilt.

III. EXPERIMENTAL SETUP

Based on the results of these comprehensive simulations, two ultrastable optical cavities have been designed and constructed: one horizontal, and the other vertical.

The spacers of the two cavity configurations are machined from ULE glass rods. The wavelength range of the high-reflection coating mirrors allow operation at both 1064 and 1062.5 nm (Nd:YAG and Yb-doped fiber laser). Each cavity has been optically contacted with a flat mirror and a concave mirror with radius of curvature of 500 mm. Both cavities show a finesse of $\approx 800\,000$ and a fringe contrast better than 50%.

The substrates of the mirrors are made from fused silica to reduce the contribution of thermal noise floor [15,19]. For the present geometry, this limit is estimated to have a flicker noise floor of $\approx 4 \times 10^{-16}$ for a 100-mm-long cavity with fused silica mirrors, dominated by the thermal noise of the high-reflection coatings. The expected improvement compared to an all-ULE cavity is greater than a factor of 2 [13,14].

However, fused silica shows a larger coefficient of thermal expansion (CTE) than ULE. Consequently, the overall effective CTE of the cavity is much larger than that of an all-ULE cavity and the zero thermal-expansion coefficient is shifted to well below 0 °C, instead of 10–20 °C for an all-ULE cavity. This increased temperature sensitivity requires a more sophisticated design of the cavity environment. A high thermal shielding factor coupled with a tight temperature control is necessary to minimize the impact of environmental temperature fluctuations.

IV. VIBRATION SENSITIVITY MEASUREMENTS

For both cavities, the three vibration sensitivity components were measured by shaking the cavity setup with sinusoidal signals in the frequency range of 1–10 Hz. Each cavity is housed in a vacuum chamber supported on an optical table in two separate rooms. The horizontal cavity setup (cavity, vacuum chamber, and optical table) is supported by an active vibration isolation platform. The cavity itself is supported under vacuum with four 2 mm² Viton pads 0.7 mm thick. The vertical cavity setup is isolated from vibration using a passive isolation table, and is supported under vacuum with the same Viton pads used for the horizontal setup. Air flow, acoustic noise, and large temperature fluctuations are strongly filtered by containing the whole system in a thermoacoustic isolation box. The vacuum chamber temperature is actively stabilized at ≈ 22 °C.

Two lasers in two different rooms (each with their own air-conditioning system) are independently stabilized to these

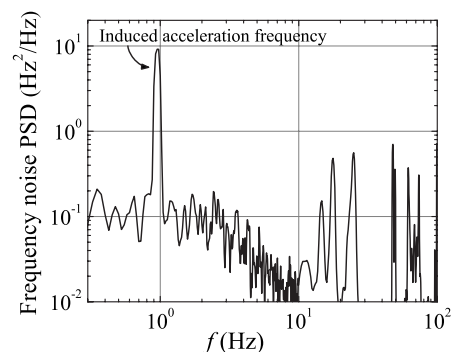


FIG. 10. Frequency noise power spectral density for induced vertical acceleration in the horizontal cavity. Measurement between two lasers locked separately onto the horizontal and the vertical cavities.

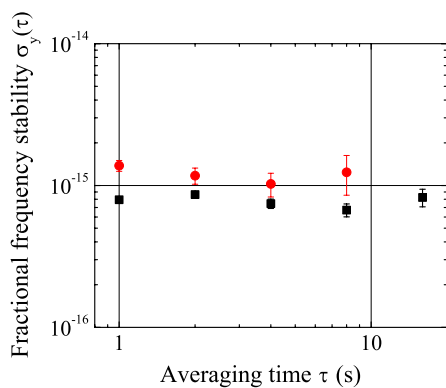


FIG. 11. (Color online) Fractional frequency stability (Allan standard deviation). Red circles' plot: a laser locked onto a vertical cavity at 1062.5 nm against the laser at 698 nm locked onto another vertical cavity. Comparison realized via a Ti:sapphire-based frequency comb. Black squares' plot (10 Hz s⁻¹ frequency drift removed): direct beat-note signal between a laser locked onto the horizontal cavity and a laser locked onto the vertical cavity, both at 1062.5 nm.

two cavities using the Pound-Drever-Hall technique. The beat-note signal between the two stable lasers is demodulated by a frequency-to-voltage converter and analyzed with a fast Fourier transform analyzer (Fig. 9).

A low-noise seismometer placed on the top of the vacuum chamber is used to measure the acceleration of the horizontal cavity in three spatial directions. Each of the three orthogonal spatial directions is excited in turn, while the amplitude of the induced frequency tone and the strength of the acceleration are measured. These measurements are iterated for several support-point positions of the horizontal cavity. The active platform can apply accelerations in a given direction with an amplitude of up to 10^{-3} m s⁻² rms. However, the coupling to other directions could be as much as 10%. A typical frequency response measurement for induced vertical acceleration at 1 Hz can be seen in Fig. 10, with rms value of $\approx 7.5 \times 10^{-4}$ m s⁻². The phase between the frequency response signal (filtered and amplified) and the vibration excitation signal is also measured, and gives the relative sign of the cavity response. Measurement error bars have been estimated by considering the contribution of the signal-to-noise ratio (5%) of the frequency deviation measurements, the acceleration cross-talk effects (6%–10% depending on the axis under consideration), and the calibration error on vibration measurement (5%).

These results for the horizontal cavity measuring the vertical response agree with the vertically constrained model and contact surfaces of about 1 mm² (Fig. 5). The lowest vibration sensitivity component observed is 5×10^{-12} (m s⁻²)⁻¹ and the dependence on the support-point position is very low: 1.6×10^{-12} (m s⁻²)⁻¹/mm.

The difference between the horizontal sensitivity component measurements and simulations in Fig. 6 can be explained by the unequal restoring forces of the four support points on the cavity. An asymmetry induces length variation and consequently the coefficients k_x^L and k_y^L are no longer equal to zero. This asymmetry is not reproducible when

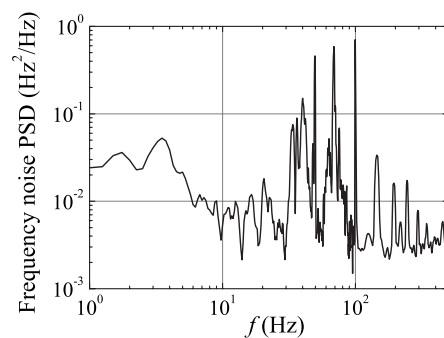


FIG. 12. Frequency noise power spectral density measured between lasers locked separately onto the horizontal and the vertical cavities.

support-point positions are changed and can explain the dispersion of different measurements. However, a linear fit of k_x measured as function of Y_p agrees with coefficients k_x^T simulated for an offset between the mechanical and optical axes of $d=0.3$ mm. The longitudinal vibration sensitivity is most sensitive to asymmetry of the restoring forces. Components measured are four to eight times larger than the coefficient k_y^T simulated, even for a model with a large offset of $d=1$ mm (Fig. 6).

A similar measurement has been performed to estimate the vibration sensitivity component of the vertical cavity. In this case the isolation platform is passive, so sinusoidal accelerations were mechanically induced on the optical table. The results were measured using a piezoaccelerometer, at a drive frequency of 1.2 Hz. All three axes were measured during the acceleration of each direction to check for coupling. In this measurement, sensitivity components obtained were $\sim 3.5 \times 10^{-12}$ (m s⁻²)⁻¹ in the vertical direction and 1.4×10^{-11} (m s⁻²)⁻¹ in both horizontal directions. These results are significantly better than those reported previously [13].

Three other horizontal optical cavities were also constructed to the design specifications presented in this paper. One cavity operates at 698 nm and also has fused silica mirrors, showing finesse of $\approx 600\,000$ and a fringe contrast better than 70%. The other two are identical all-ULE cavities operating at 1.55 μ m.

V. FREQUENCY STABILITY RESULTS

A comparison between two independent lasers locked on the vertical and the horizontal cavities has already shown the frequency stability to be 7.9×10^{-16} at 1 s and 6.7×10^{-16} at 8 s (Fig. 11, black squares plot). The frequency drift is about 10 Hz s⁻¹ due to the incomplete thermal control of the horizontal cavity, which will be largely reduced in future by adding a thermal shield and actively controlling the temperature for this setup. Nevertheless, this demonstrates that at least one of the two lasers exhibits a frequency stability better than 5.6×10^{-16} at 1 s. A measurement of the frequency noise of the beat note (Fig. 9) between lasers stabilized onto the horizontal and vertical cavities is shown in Fig. 12.

These stability results for the horizontal and vertical cavities can be compared with those from a different cavity built to the same design, but with ULE mirrors rather than fused silica. This laser is supported on 1.5 mm Viton pads, but otherwise has the same setup. Frequency stability for the all-ULE cavity is 1.8×10^{-15} at 1 s [6], close to the expected thermal noise limit. This demonstrates the improvement in stability achieved by replacing ULE mirror substrate by fused silica mirror substrate. The red circles plot in Fig. 11 is a measurement of the relative frequency stability between a laser at 1062.5 nm locked onto the vertical fused silica mirror cavity, and the 698 nm laser cavity locked onto the fused silica mirror horizontal cavity. The comparison was realized via a Ti:sapphire-based optical frequency comb [1]. The measured stability is close to 10^{-15} from 1 to 10 s, a level at which we do not exclude contributions from the Ti:sapphire frequency comb noise.

VI. CONCLUSION

Two different optical cavity designs have been studied using simulations with the purpose of decreasing the influence of vibration on the length of the optical axis. These cavity designs have been constructed and their vibration sensitivity has been measured. In addition to the usual study of mirror translation, it is shown that the effect of mirror tilt is of great significance.

For the horizontal cavity, vibration sensitivity is $\approx 10^{-11} \text{ (m s}^{-2}\text{)}^{-1}$ or better in all directions. The vertical acceleration sensitivity component shows a small dependence on the support-point positions of $1.6 \times 10^{-12} \text{ (m s}^{-2}\text{)}^{-1}/\text{mm}$. Therefore, fine tuning of their positions is not necessary. This is a very important improvement, since fine tuning is a time-consuming and delicate process. Frequency stability will be improved further by optimizing the thermal environment of the horizontal cavity to reduce the observed drift of 10 Hz s^{-1} . Measurements also show that the vertical cavity has a low vibration sensitivity, giving $3.5 \times 10^{-12} \text{ (m s}^{-2}\text{)}^{-1}$ in the vertical direction and $1.4 \times 10^{-11} \text{ (m s}^{-2}\text{)}^{-1}$ in the horizontal directions, without any tuning.

The beat-note signal between two independent lasers stabilized to these cavities (vertical and horizontal) shows a frequency stability of 7.9×10^{-16} at 1 s and 6.7×10^{-16} at 8 s (Fig. 11, black squares plot). In contrast to previous studies, the two systems are strongly independent (different cavity designs, different isolation systems, in different rooms), ruling out the possibility of artificial improvements due to correlation between the systems. Therefore, this result demonstrates two ultrastable lasers with stability in the 10^{-16} range, lower than the noise floor of an all-ULE cavity with the same geometry. Consequently this is the best result achieved for a cavity of this length and compactness, potentially suitable for applied systems. This is therefore an unequivocal demonstration of the reduction of thermal noise by the use of fused silica mirrors in an ultrastable cavity design.

-
- [1] T. Rosenband *et al.*, *Science* **319**, 1808 (2008).
 [2] A. D. Ludlow *et al.*, *Science* **319**, 1805 (2008).
 [3] H. Müller, P. L. Stanwix, M. E. Tobar, E. Ivanov, P. Wolf, S. Herrmann, A. Senger, E. Kovalchuk, and A. Peters, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 050401 (2007).
 [4] A. Bartels, S. A. Diddams, C. W. Oates, G. Wilpers, J. C. Bergquist, W. H. Oskay, and L. Hollberg, *Opt. Lett.* **30**, 667 (2005).
 [5] P. A. Williams, W. C. Swann, and N. R. Newbury, *J. Opt. Soc. Am. B* **25**, 1284 (2008).
 [6] H. Jiang *et al.*, *J. Opt. Soc. Am. B* **25**, 2029 (2008).
 [7] F. Acernese, *Class. Quantum Grav.* **23**, S635 (2006).
 [8] S. J. Waldman, *Class. Quantum Grav.* **23**, S653 (2006).
 [9] K. Danzmann and A. Rudiger, *Class. Quantum Grav.* **20**, S1 (2003).
 [10] A. Quessada, R. P. Kovacich, I. Courtyllot, A. Clairon, G. Santarelli, and P. Lemonde, *J. Opt. B: Quantum Semiclassical Opt.* **5**, S150 (2003).
 [11] T. Rosenband and J. Bergquist (private communication).
 [12] T. Nazarova, F. Riehle, and U. Sterr, *Appl. Phys. B: Lasers Opt.* **83**, 531 (2006).
 [13] A. D. Ludlow, X. Huang, M. Notcutt, T. Zanon-Willette, S. M. Foreman, M. M. Boyd, S. Blatt, and J. Ye, *Opt. Lett.* **32**, 641 (2007).
 [14] S. A. Webster, M. Oxborrow, and P. Gill, *Phys. Rev. A* **75**, 011801 (2007).
 [15] K. Numata, A. Kemery, and J. Camp, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 250602 (2004).
 [16] S. A. Webster, M. Oxborrow, S. Pugla, J. Millo, and P. Gill, *Phys. Rev. A* **77**, 033847 (2008).
 [17] S. D. Poisson, *A Treatise of Mechanics* (Longman, London, 1842).
 [18] C. T. Taylor, M. Notcutt, and D. G. Blair, *Rev. Sci. Instrum.* **66**, 955 (1995).
 [19] M. Notcutt, L.-S. Ma, A. D. Ludlow, S. M. Foreman, J. Ye, and J. L. Hall, *Phys. Rev. A* **73**, 031804 (2006).
 [20] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, and H. Ward, *Appl. Phys. B: Lasers Opt.* **31**, 97 (1983).

Annexe B

Ultralow noise microwave generation with fiber-based optical frequency comb and application to atomic fountain clock

Ultralow noise microwave generation with fiber-based optical frequency comb and application to atomic fountain clock

J. Millo,¹ M. Abgrall,¹ M. Lours,¹ E. M. L. English,¹ H. Jiang,¹ J. Guéna,¹ A. Clairon,¹ M. E. Tobar,² S. Bize,¹ Y. Le Coq,^{1,a)} and G. Santarelli¹

¹LNE-SYRTE, Observatoire de Paris, CNRS, UPMC, 75014 Paris, France

²School of Physics, University of Western Australia, Crawley 6009, Australia

(Received 26 January 2009; accepted 12 March 2009; published online 8 April 2009)

We demonstrate the use of a fiber-based femtosecond laser locked onto an ultrastable optical cavity to generate a low-noise microwave reference signal. Comparison with both a cryogenic sapphire oscillator (CSO) and a titanium-sapphire-based optical frequency comb system exhibit a stability of about 3×10^{-15} between 1 and 10 s. The microwave signal from the fiber system is used to perform Ramsey spectroscopy in a state-of-the-art cesium fountain clock. The resulting clock is compared to the CSO and exhibits a stability of $3.5 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$. © 2009 American Institute of Physics.

[DOI: 10.1063/1.3112574]

Atomic fountain primary frequency standards based on cold atoms are the most widely used high accuracy atomic clocks.¹ About ten fountains currently participate in the definition of the SI second at a level of 10^{-15} or better.²⁻⁵ In addition, accurate and stable atomic fountain clocks can also perform high precision fundamental physics tests.⁶⁻⁸

State-of-the-art microwave atomic fountain clocks,⁵ when limited by quantum projection noise (QPN) (Ref. 9), exhibit a short-term stability well below 10^{-13} at 1 s integration time. However, the intrinsic phase noise of the microwave signal used as interrogation oscillator for these atomic standards degrades performances from the fundamental QPN limit via the Dick effect.^{10,11} Therefore, the realization of extremely low noise microwave oscillators is of prime importance for frequency standards to reach high stability.⁹ Other applications of low noise microwave sources include radar, deep space navigation,¹² and ultrahigh resolution very-long-baseline interferometry (VLBI).¹³

The interrogation oscillator for the LNE-SYRTE atomic fountain clocks is currently a liquid helium cryogenic sapphire oscillator (CSO) at 11.932 GHz.¹⁴ A CSO was until recently the only available technology allowing QPN limited stability of fountain clocks at a few 10^{-14} at 1 s. The cost of operation and maintenance associated with cryogenic cooling make it desirable to find an alternative technique. Optical ultrastable reference cavities,^{15,16} on the other hand, offer reliable and low maintenance high spectral purity source. Transfer of the stability of such optical reference (typically in the lower 10^{-15} range at 1 s) to the microwave domain by use of a titanium-sapphire-based optical frequency comb (TSOFC) has been demonstrated with a residual instability of 6.5×10^{-16} at 1 s.¹⁷ However, for long term and reliable operation, fiber-based optical frequency combs (FOFC) are more desirable. Lipphardt *et al.*¹⁸ recently demonstrated microwave generation at the level of instability of 1.2×10^{-14} at 1 s with such a system.

Here we present a different technique to generate a low noise microwave signal from FOFC and demonstrate an instability in the low 10^{-15} range at 1 s by comparisons with

both a CSO and a TSOFC generated microwave. The low noise microwave signal at 11.932 GHz from the FOFC was used as a replacement of the CSO signal in our frequency synthesis system¹⁹ to perform Ramsey spectroscopy in a cesium fountain and was locked to the atomic signal. The resulting clock was characterized against the CSO.

Essential to this work was our designing and implementing very low vibration sensitivity optical cavities.²⁰ The measured frequency instability of the beat-note signal between two cw fiber lasers at 1542 nm stabilized on two independent ultrastable cavities is below 2×10^{-15} at 1 s.²¹ A commercial erbium-doped fiber femtosecond laser²² of repetition rate $f_{\text{rep}} \approx 250$ MHz, with inbuilt f-2f interferometer for measuring the carrier-envelope offset frequency f_0 ,²³ is locked onto one of these reference lasers. The lock technique is as follows: a 30 mW output port (100 nm spectral bandwidth) from the oscillator is sent through a fibered Bragg grating at 1542 nm whose reflected light (1 nm spectral bandwidth) is directed through a circulator to a fibered 50/50 power combiner where it is mixed with the ultrastable reference light of optical frequency ν_{cw} . The resulting beat-note signal $f_b = \nu_{\text{cw}} - N \times f_{\text{rep}} - f_0$ (with N as a large integer) is detected on a photodiode and mixed with f_0 . After filtering, the relevant sideband produces a frequency $\nu_{\text{cw}} - N \times f_{\text{rep}}$ independent of f_0 . This signal is cleaned by a tracking oscillator filter (2 MHz bandwidth), divided by 128, and mixed with a reference frequency synthesized by a direct digital synthesizer (referred as DDS1) (see Fig. 1) to produce a phase error signal. This signal acts on the pump-power controller of the femtosecond laser through an optimized phase-lock loop filter. The servo bandwidth is 120 kHz, which, combined with the division factor of 128, allows robust and reliable servo-locking. The high gain of the loop between 1 Hz and 1 kHz allows the noise to be limited, in principle, to that of the reference cw laser. Once locked onto the optical reference ν_{cw} , the repetition rate f_{rep} (and all its harmonics) reproduces its ultrahigh stability, transferred in the microwave domain. Our optical reference laser exhibits a long-term fractional frequency drift of a few 10^{-15} s^{-1} , which is removed by a constant feed-forward linear ramp on DDS1.

To generate microwave signals, the transmitted output of the Bragg grating (9 mW) containing all the spectrum is sent

^{a)}Author to whom correspondence should be addressed. Electronic mail: yann.lecoq@obspm.fr.

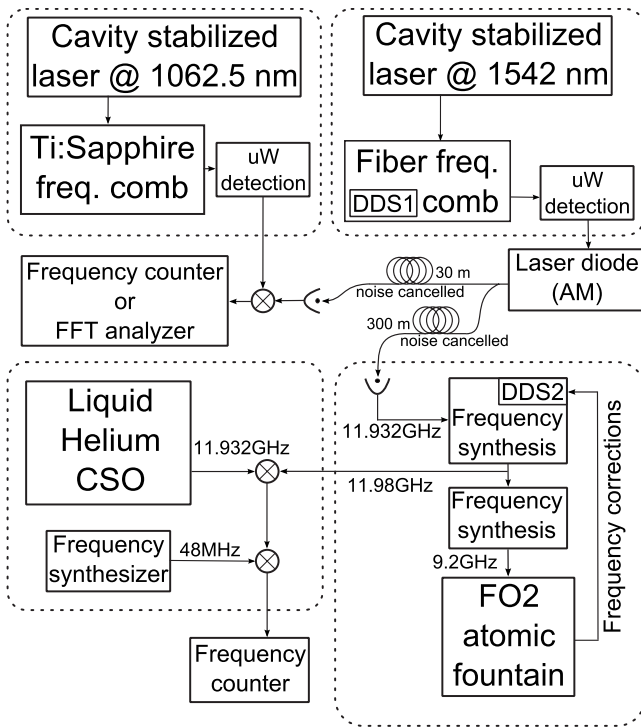


FIG. 1. Schematic of the experimental system. CSO denotes liquid helium-cooled cryogenic sapphire oscillator, DDS denotes direct digital synthesizer, FFT denotes fast Fourier transform analyzer, and uW denotes microwave signal.

to a fast InGaAs pigtailed photodiode (Discovery model DSC40S). The output signal of the detector (7.6 mA total photocurrent) contains all the harmonics of the repetition rate, up to 20 GHz. In order to characterize and use the microwave from this FOFC in distant laboratories, the harmonic of interest (-27 dBm per peak in the 9–12 GHz range) is amplified and transmitted to distant laboratories by optical fiber link using a round trip noise-compensation scheme similar to Ref. 24.

In a first experiment, the harmonic of the FOFC's repetition rate near 9.2 GHz was sent to a nearby laboratory about 30 m away. There, it was compared to a 9.2 GHz microwave signal generated by a TSOFC (repetition rate ≈ 770 MHz) locked onto a separate ultrastable laser operating at 1062.5 nm.²⁰ The TSOFC uses a similar locking technique as the FOFC, although with a higher bandwidth of about 400 kHz. Figure 2 shows a phase noise measurement of the FOFC-TSOFC beat-note signal and Fig. 3 its Allan deviation (400 Hz measurement bandwidth).

In a second experiment, the FOFC's repetition rate harmonic near 11.932 GHz was sent to the CSO/FO2 fountain laboratory 300 m away, and there compared to the 11.932 GHz CSO signal. The Allan deviation of the beat-note signal is shown in Fig. 3 (10 Hz measurement bandwidth). Both CSO-FOFC and TSOFC-FOFC comparisons give a phase noise power spectral density of approximately $10^{-9}/f^2$ [rad²/Hz] (at 9.2 GHz) for Fourier frequencies f in the 0.1–10 Hz range, and an Allan deviation of about $(3-4) \times 10^{-15}$ at 1 s integration time (see Figs. 2 and 3). These performances, among the very best for microwave sources, along with the reliability and robustness of the fiber-based system, qualifies it as an excellent microwave source for long-term operation of atomic fountain clocks.

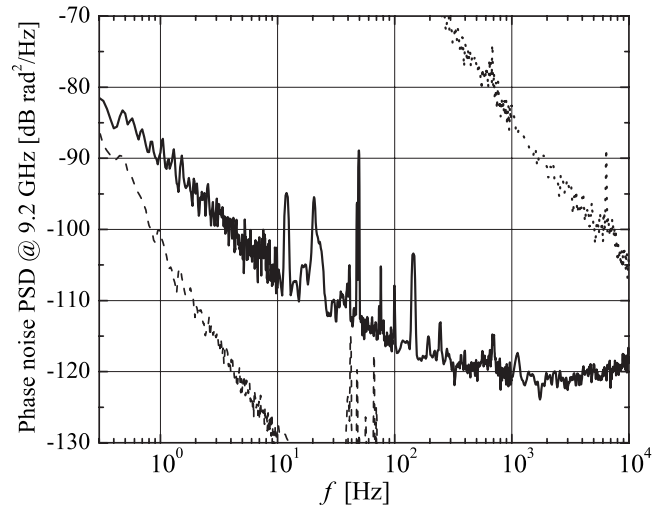


FIG. 2. Phase noise power spectral density at 9.2 GHz of the beatnote between the microwaves generated by the FOFC and the TSOFC. Dotted line is obtained for a free running FOFC. Dashed line: two ultrastable lasers locked onto 1542 nm independent reference cavities (scaled to 9.2 GHz). Degradation from optical to microwave is attributed mainly to amplitude-to-phase noise conversion (Ref. 17) below ≈ 1 kHz and to limited servo gain above ≈ 1 kHz.

In a third experiment, the low phase noise signal at 11.932 GHz generated by our FOFC was used to replace the CSO microwave as interrogation oscillator for the FO2 atomic fountain, as shown in Fig. 1. From 11.932 GHz, our frequency synthesis¹⁹ generates a tunable microwave signal shifted to 11.980 GHz via a computer controlled DDS (referred as DDS2). This signal is further used to generate a low phase noise 9.2 GHz microwave signal for Ramsey spectroscopy of the cold cesium atoms. The sequential operation of the fountain produces frequency corrections every 1.5 s, which are applied via DDS2. The 11.980 GHz signal is thereby locked with a bandwidth of ≈ 0.2 Hz onto the atomic frequency reference. The resulting primary standard referenced signal at 11.980 GHz was compared to the CSO signal at 11.932 GHz. The 48 MHz difference was bridged by a low noise synthesizer. The comparison yields a fountain's instability of $3.5 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$ for integration time τ be-

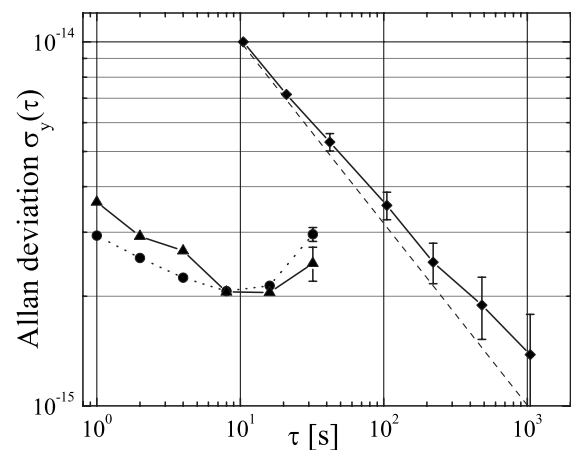


FIG. 3. Circles: Fractional frequency instability (Allan standard deviation) vs integration time of the microwave signal generated by the FOFC against the CSO at 11.932 GHz. Triangles: FOFC vs TSOFC. Diamonds: FOFC locked onto the FO2 atomic signal, compared against the CSO (quadratic drift removed). The latter instability scales as $3.5 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$ (dashed line).

tween 10 and 100 s (see Fig. 3; 10 Hz measurement bandwidth). For integration time longer than 100 s, the instability is limited by the flicker floor of $(1-2) \times 10^{-15}$ of the CSO. The short-term instability is identical to the one obtained when using the CSO as local oscillator for the FO2 fountain under the same operating conditions. The fountain instability is limited by QPN with the number of atoms of $\approx 1 \times 10^6$ per shot (1.5 s cycle time). The Dick effect calculated¹¹ based on the phase noise shown in Fig. 2 is below $5 \times 10^{-15} \tau^{-1/2}$ for the FO2 fountain current operational parameters.

Continuously operated fiber femtosecond optical frequency comb stabilized onto an ultrastable laser will replace CSO as a flywheel in the near future, removing the use of cryogenics and providing an ultrastable reference in both optical and microwave domains.

Furthermore, cross comparisons between FOFC, TSOFC, and CSO microwave generation will allow full characterization and optimization of the three systems and will pave the way to extreme low-noise microwave systems for applications in radar, deep space navigation, and VLBI.

Upon completion of this letter, we have become aware of comparable results from Weyers *et al.*²⁵ with a fountain instability of 7.4×10^{-14} at 1 s.

¹R. Wynands and S. Weyers, *Metrologia* **42**, S64 (2005).

²F. Levi, D. Calonico, L. Lorini, and A. Godone, *Metrologia* **43**, 545 (2006).

³K. Szymaniec, W. Chalupczak, P. B. Whibberley, S. N. Lea, and D. Henderson, *Metrologia* **42**, 49 (2005).

⁴T. P. Heavner, S. R. Jefferts, E. A. Donley, J. H. Shirley, and T. E. Parker, *Metrologia* **42**, 411 (2005).

⁵S. Bize, P. Laurent, M. Abgrall, H. Marion, I. Maksimovic, L. Cacciapuoti, J. Grunert, C. Vian, F. P. dos Santos, P. Rosenbusch, P. Lemonde, G. Santarelli, P. Wolf, A. Clairon, A. Luiten, M. Tobar, and C. Salomon, *J. Phys. B* **38**, S449 (2005).

⁶H. Marion, F. P. Dos Santos, M. Abgrall, S. Zhang, Y. Sortais, S. Bize, I. Maksimovic, D. Calonico, J. Grunert, C. Mandache, P. Lemonde, G. Santarelli, P. Laurent, A. Clairon, and C. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* **90**,

150801 (2003).

⁷T. M. Fortier, N. Ashby, J. C. Bergquist, M. J. Delaney, S. A. Diddams, T. P. Heavner, L. Hollberg, W. M. Itano, S. R. Jefferts, K. Kim, F. Levi, L. Lorini, W. H. Oskay, T. E. Parker, and J. E. Stalnaker, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 070801 (2007).

⁸N. Ashby, T. P. Heavner, S. R. Jefferts, T. E. Parker, A. G. Radnaev, and Y. O. Dudin, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 070802 (2007).

⁹G. Santarelli, P. Laurent, P. Lemonde, A. Clairon, A. G. Mann, S. Chang, A. N. Luiten, and C. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4619 (1999).

¹⁰G. J. Dick, Proceedings of the Precise Time and Time Interval Meeting, 1988 (unpublished).

¹¹G. Santarelli, C. Audoin, A. Makdissi, P. Laurent, G. J. Dick, and A. Clairon, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **45**, 887 (1998).

¹²J. D. Prestage, S. K. Chung, L. Lim, and T. Le, Proceedings of the SPIE 667306, 2007 (unpublished).

¹³S. S. Doelemann, Proceedings of the Seventh Symposium on Frequency Standard Metrology, 2008 (unpublished).

¹⁴J. G. Hartnett, C. R. Locke, E. N. Ivanov, M. E. Tobar, and P. L. Stanwix, *Appl. Phys. Lett.* **89**, 203513 (2006).

¹⁵A. D. Ludlow, X. Huang, M. Notcutt, T. Zanon-Willette, S. M. Foreman, M. M. Boyd, S. Blatt, and J. Ye, *Opt. Lett.* **32**, 641 (2007).

¹⁶S. A. Webster, M. Oxborrow, S. Pugla, J. Millo, and P. Gill, *Phys. Rev. A* **77**, 033847 (2008).

¹⁷A. Bartels, S. A. Diddams, C. W. Oates, G. Wilpers, J. C. Bergquist, W. H. Oskay, and L. Hollberg *Opt. Lett.* **30**, 667 (2005); see also J. J. McFerran, E. N. Ivanov, A. Bartels, G. Wilpers, C. W. Oates, S. A. Diddams, and L. Hollberg, *Electron. Lett.* **41**, 650 (2005).

¹⁸B. Lipphardt, G. Grosche, U. Sterr, C. Tamm, S. Weyers, and H. Schnatz, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **58**, 1258 (2009).

¹⁹D. Chambon, S. Bize, M. Lours, F. Narbonneau, H. Marion, A. Clairon, G. Santarelli, A. Luiten, and M. Tobar, *Rev. Sci. Instrum.* **76**, 094704 (2005).

²⁰J. Millo, D. V. Magalhaes, C. Mandache, Y. Le Coq, E. M. L. English, P. G. Westergaard, J. Lodewyck, S. Bize, P. Lemonde, and G. Santarelli, arXiv:0901.4717.

²¹H. Jiang, F. Kefelian, S. Crane, O. Lopez, M. Lours, J. Millo, D. Holleville, P. Lemonde, C. Chardonnet, A. Amy-Klein, and G. Santarelli, *J. Opt. Soc. Am. B* **25**, 2029 (2008).

²²Menlo Systems GmbH, M-Comb + P250 + XPS1500.

²³B. R. Washburn, S. A. Diddams, N. R. Newbury, J. W. Nicholson, M. F. Yan, C. G. Jorgensen, *Opt. Lett.* **29**, 250 (2004).

²⁴O. Lopez, A. Amy-Klein, C. Daussy, C. Chardonnet, F. Narbonneau, M. Lours, and G. Santarelli, *Eur. Phys. J. D* **48**, 35 (2008).

²⁵S. Weyers, B. Lipphardt, and H. Schnatz, *Phys. Rev. A* **79**, 031803(R) (2009).

Annexe C

Ultra-low-noise microwave extraction from fiber-based optical frequency comb

Ultra-low-noise microwave extraction from fiber-based optical frequency comb

J. Millo,¹ R. Boudot,² M. Lours,¹ P. Y. Bourgeois,² A. N. Luiten,³ Y. Le Coq,¹ Y. Kersalé,² and G. Santarelli^{1,*}

¹LNE-SYRTE, Observatoire de Paris, CNRS, UPMC, 61 Avenue de l'Observatoire, Paris, France

²FEMTO-ST Institute, CNRS and ENSMM, Besançon, France

³School of Physics, University of Western Australia, Crawley 6009, Australia

*Corresponding author: giorgio.santarelli@obspm.fr

Received August 13, 2009; revised October 10, 2009; accepted October 19, 2009;
posted November 4, 2009 (Doc. ID 115564); published November 24, 2009

In this Letter we report on an all-optical-fiber approach to the generation of ultra-low-noise microwave signals. We make use of two erbium fiber mode-locked lasers phase locked to a common ultrastable laser source to generate an 11.55 GHz signal with an unprecedented relative phase noise of -111 dBc/Hz at 1 Hz from the carrier. The residual frequency instability of the microwave signals derived from the two optical frequency combs is below 2.3×10^{-16} at 1 s and about 4×10^{-19} at 6.5×10^4 s (in 5 Hz bandwidth, three days of continuous operation). © 2009 Optical Society of America

OCIS codes: 140.3510, 140.4050, 120.3930, 230.0250.

Low-phase-noise microwave signals with high long-term stability and reliability are of prime importance in a variety of scientific and technological fields such as atomic frequency standards, radar and remote sensing, communications and navigation, high-speed electronics, very long baseline interferometry, and high-precision timing distribution and synchronization (see [1] and references therein). At present, the lowest noise microwave sources are based on ultra-low-noise quartz oscillators or cryogenic sapphire oscillators [2]. However, the second of these sources is not commercially available and has high maintenance costs, while even the best quartz oscillator sources have a noise that is performance limiting in some leading-edge applications. In contrast, over recent times the stabilization of lasers to high-finesse optical cavities has become a mature technology, and reliable devices based around vibration-immune cavities show a fractional frequency stability (FFS) that is routinely about 1×10^{-15} from 0.1 s to 100 s or better [3–5]. At the same time, femtosecond laser optical-frequency combs have emerged as the ultimate low-noise optical-to-microwave frequency divider delivering the potential for low-noise microwave generation [6]. By combining an ultrastable laser with this frequency-division technique it should be possible to generate a signal with a phase noise performance that surpasses all existing microwave sources over a broad range of the Fourier spectrum. In this Letter we demonstrate the development of a highly reliable all-fiber-optical system that demonstrates a low-jitter and low-phase-noise microwave signal generation with a leading-edge performance consistent in magnitude over several days of measurement.

The pioneering work of S. Diddams and coworkers at NIST on a titanium-sapphire-based optical frequency comb (TSOFC) has demonstrated residual phase noise as low as -110 dBc/Hz at 1 Hz for a carrier frequency of 10 GHz as well as a frequency instability of 6.5×10^{-16} at 1 s [7,8]. Moreover, the same group has investigated the mechanisms of excess

noise in microwave signal extraction from an optical pulse train (see [9,10] and references therein). Despite these outstanding results the TSOFC suffers from a lack of repeatability in the magnitude of the phase noise as well as an insufficient long-term operational reliability necessary for many applications. Fiber-based optical frequency combs (FOFC), on the other hand, are suitable for continuous operation and have already demonstrated rather low-phase-noise signal generation for cesium atomic fountain clock operation [11–13].

In this Letter we make use of 250 MHz repetition rate (f_{rep}) FOFCs that include $f-2f$ interferometers for measuring the carrier-envelope offset frequency (Menlo Systems GmbH, M-Comb +P250+XPS1500). A mode of the FOFC is phase locked to an ultrastable cw laser, which allows synthesis of microwave signals through photodetection of the light pulses (which provides f_{rep} and its harmonics within the detector's bandwidth). Owing to the phase lock loop, the repetition rate of the laser is phase coherent with the optical reference signal but divided down in frequency by a large factor ($\sim 800,000$). It has the same FFS and time jitter as that of the optical reference, with a small unavoidable noise added by the division process. We investigate the impact of this added noise to the FFS as well as to the phase noise of the synthesized microwave signals. Our setup is described in Fig. 1. Two quasi-identical FOFCs are independently phase locked to a shared and common optical reference consisting of a cw fiber laser at 1542.14 nm stabilized onto an ultra-stable cavity [14]. The setup is tuned such that both FOFCs have the same f_{rep} (hence exhibiting exactly the same division factor from optical to microwave). Since the intrinsic noise of the optical reference is common mode, comparing the two microwave signals generated by the FOFCs completely characterizes the phase noise added by the optical-to-microwave division process.

The lock technique used to stabilize the repetition rate of the FOFC, shown in Fig. 1, is an improved version of the one described in [13]. The whole ar-

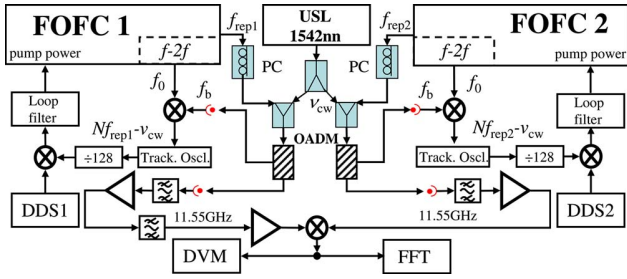


Fig. 1. (Color online) Setup schematic (OADM, optical add/drop module; AOM, acousto-optic modulator; DVM, digital voltage multimeter; DDS, direct digital synthesizer; USL, ultrastable laser; PC, polarization controller; FFT, fast Fourier transform analyzer).

ramentation makes use of fiber-pigtailed single-mode optical components. Critical components, in particular power splitters and optical add-and-drop modules (OADM), were hand selected to minimize phase noise using our experience from [15,16]. The 30 mW output (100 fs duration pulses) from the mode-locked laser oscillator was sent through a polarization controller to an OADM (three-port interference optical filter centered at 1542.14 nm with bandwidth of 0.8 nm). The spectrally narrow filtered output is combined with the cw light from the ultrastable laser (of optical frequency ν_{cw}). The resulting beat-note signal $f_b = \nu_{cw} - Nxf_{rep} - f_0$ (where N is a large integer and f_0 is the carrier-envelope offset frequency) is detected on an InGaAs photodiode. From the $f-2f$ built-in interferometer we obtain a signal f_0 , which is mixed with f_b and filtered to produce a frequency signal $\nu_{cw} - Nxf_{rep}$ independent of f_0 . This signal is filtered by a tracking oscillator and then digitally divided by 128. Finally, this divided signal is compared with a reference synthesized with a direct digital synthesizer (DDS1, see Fig. 1) to produce a phase error signal. This signal, processed in a simple analog loop filter, then controls the pump power of the femtosecond laser. The servo bandwidth is about 120 kHz, which allows robust and reliable phase locking to the reference cw laser. To generate a signal at the repetition rate (and its harmonics), the other output of the OADM, which contains nearly all of the mode-locked oscillator power (~ 10 mW), is injected into a high-speed InGaAs pigtailed photodiode (Discovery model DSC40S, 20 GHz bandwidth). The second FOFC is locked with a similar technique, but owing to the lack of a fast pump power control port the bandwidth is limited to 20–30 kHz.

For both FOFC systems, the low-level output signal (about -30 dBm) of the microwave extraction photodiode is filtered by a very low insertion loss microwave filter centered at 11.55 GHz and amplified using very low flicker phase noise amplifiers (AML Communications models 612L2201 & 812PNA2401 at the front end, 812PNB2401 boosting amplifier). One of the outputs is further filtered and amplified up to a power of 5 dBm to saturate the local oscillator port of a double-balanced microwave mixer. The rf port is driven with -8 dBm from the other FOFC system.

Figure 2(a) shows the measured relative phase noise of the microwave signals at 11.55 GHz for two independent systems (black solid line) as well as the noise level of the readout system (photo detection, amplifiers, and mixer) (dashed gray line). The detection floor was measured by driving both detection photodiodes with the same FOFC. The residual phase noise of the amplifiers is slightly below that of the complete readout system. As can be seen in Fig. 2(a), the measured noise is limited by the measurement system below ~ 100 Hz Fourier frequencies. Nevertheless, we achieve a very low phase noise level of about $-111 - 10 \log(f)$ dBc/Hz for $1 \text{ Hz} < f < 100$ Hz for the two systems. The measurement system noise could be reduced by utilizing cross-correlation and/or carrier suppression techniques (see [10] and references therein). However, our approach guarantees that this level of phase noise is available to any application with a classical phase detection system. The timing jitter integrated from 0.1 Hz to 100 kHz is about 1.8 fs rms.

For a valid comparison with previous results [7] we calculate the equivalent phase noise on a 10 GHz carrier and express it for a single FOFC. The result is about $-115 - 10 \log(f)$ dBc/Hz for $1 \text{ Hz} < f < 100$ Hz Fourier frequency. This is, to our knowledge, the best result ever reported close to the carrier for microwave generation using optical frequency combs. It is also important to note the very low level of spurious peaks in the spectrum and that no postdata processing or filtering has been used to produce this result.

Beyond 100 Hz the limited control bandwidth of one of the combs does not allow us to investigate the ultimate lower limit to the microwave generation process. However, if a larger control bandwidth is achieved, using for example electro-optical modulators inside the laser cavities, we would not expect any major impediment in reaching the limit set by the photodetection shot noise (around -140 dBc/Hz) at Fourier frequencies higher than 100 Hz.

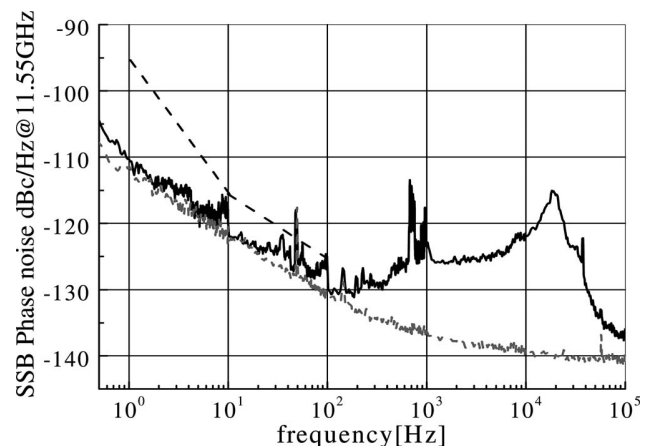


Fig. 2. Single-sideband (SSB) phase noise power spectral density of the difference of the two 11.55 GHz microwave signals (solid black line), the measurement floor (photodetection+amplification) (dashed gray line) (200 averages/decade, dc coupling), and the estimated cryogenic sapphire oscillator phase noise (dashed black line).

We have evaluated the FFS of the generated microwave signals by sampling the low-pass-filtered (5 Hz) voltage output of the microwave mixer. The top plot of Fig. 3 shows the relative timing jitter of the generated microwave signals over 72 h. The bottom plot of the same figure shows FFS (overlapping Allan deviation) against the measurement time from a 74 h dataset of continuous operation. The FFS for a single system is about 1.6×10^{-16} (1 s–10 s) scaling down to about 3×10^{-19} at 65,536 s. The nearly flat behavior of the FFS between 1 s and 10 s remains unexplained and seems uncorrelated with both room temperature fluctuations and optical power fluctuations. An additional control loop for stabilizing the power incident on the photodiode did not modify the measured FFS or the phase noise.

To evaluate the accuracy of optical-to-microwave generation we have used the standard technique of deducing the frequency offset from the timing drift (top of Fig. 3) [17,18]. The data show a conversion accuracy of 2×10^{-20} , which is compatible with zero within the error bars defined by the FFS shown in Fig. 3. Our result sets a new stringent limit, nearly 2 orders of magnitude better than previously reported on TSOFC and FOFC [16].

In conclusion, we have used two FOFC-based optical-to-microwave division frequency synthesizers referenced to a common optically source to create 11.55 GHz microwave signals with an unprecedented residual frequency stability of 1.6×10^{-16} at 1 s. The

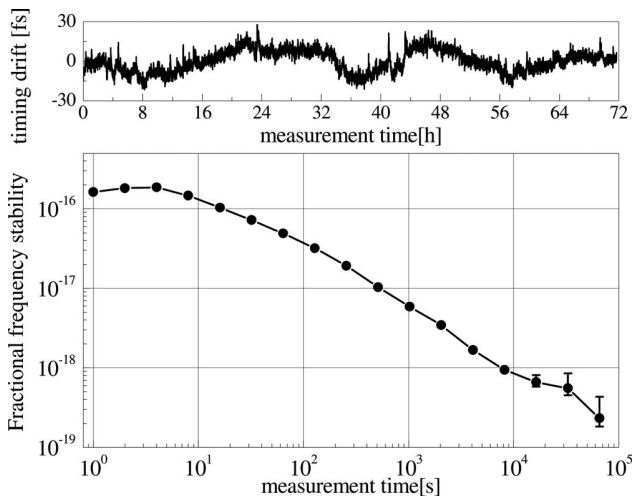


Fig. 3. Top plot, relative timing jitter between the two microwave signals at 11.55 GHz over 72 h (26,300 10 s samples). The measurement is performed by sampling the voltage dc output of the microwave mixer (measurement bandwidth 5 Hz). Bottom plot, residual fractional frequency stability of the generated microwave signal scaled to one system (overlapping Allan deviation, 263,000 1 s samples).

residual single-sideband phase noise at a 1 Hz offset from the 11.55 GHz carrier is measured at -111 dBc/Hz, limited by the readout system noise floor. Long-term stability and accuracy down to 3×10^{-19} at 65,536 s was also demonstrated from a set of three days of continuous measurement.

References

1. J. Kim, J. A. Cox, J. Chen, and F. X. Kärtner, *Nat. Photonics* **2**, 733 (2008).
2. J. G. Hartnett, C. R. Locke, E. N. Ivanov, M. E. Tobar, and P. L. Stanwix, *Appl. Phys. Lett.* **89**, 203513 (2006).
3. A. D. Ludlow, X. Huang, M. Notcutt, T. Zanon-Willette, S. M. Foreman, M. M. Boyd, S. Blatt, and J. Ye, *Opt. Lett.* **32**, 641 (2007).
4. S. A. Webster, M. Oxborrow, S. Pugla, J. Millo, and P. Gill, *Phys. Rev. A* **77**, 033847 (2008).
5. J. Millo, D. V. Magalhaes, C. Mandache, Y. Le Coq, E. M. L. English, P. G. Westergaard, J. Lodewyck, S. Bize, P. Lemonde, and G. Santarelli, *Phys. Rev. A* **79**, 053829 (2009).
6. S. A. Diddams, J. Ye and L. Hollberg, in *Femtosecond Optical Frequency Comb Technology*, J. Ye and S. T. Cundiff, eds. (Springer, 2005).
7. J. J. McFerran, E. N. Ivanov, A. Bartels, G. Wilpers, C. W. Oates, S. A. Diddams, and L. Hollberg, *Electron. Lett.* **41**, 650 (2005).
8. A. Bartels, S. A. Diddams, C. W. Oates, G. Wilpers, J. C. Bergquist, W. H. Oskay, and L. Hollberg, *Opt. Lett.* **30**, 667 (2005).
9. E. N. Ivanov, S. A. Diddams, and L. Hollberg, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **52**, 1068 (2005).
10. E. N. Ivanov, J. J. McFerran, S. A. Diddams, and L. Hollberg, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control* **54**, 736 (2007).
11. B. Lipphardt, G. Grosche, U. Sterr, C. Tamm, S. Weyers, and H. Schnatz, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **58**, 1258 (2009).
12. S. Weyers, B. Lipphardt, and H. Schnatz, *Phys. Rev. A* **79**, 031803(R) (2009).
13. J. Millo, M. Abgrall, M. Lours, E. M. L. English, H. Jiang, J. Guéna, A. Clairon, S. Bize, Y. Le Coq, and G. Santarelli, *Appl. Phys. Lett.* **94**, 141105 (2009).
14. H. Jiang, F. Kéfélian, S. Crane, O. Lopez, M. Lours, J. Millo, D. Holleville, P. Lemonde, Ch. Chardonnet, A. Amy-Klein, and G. Santarelli, *J. Opt. Soc. Am. B* **25**, 2029 (2008).
15. O. Lopez, A. Amy-Klein, C. Daussy, Ch. Chardonnet, F. Narbonneau, M. Lours, and G. Santarelli, *Eur. Phys. J. D* **48**, 35 (2008).
16. F. Kéfélian, O. Lopez, H. Jiang, Ch. Chardonnet, A. Amy-Klein, and G. Santarelli, *Opt. Lett.* **34**, 1573 (2009).
17. L.-S. Ma, Z. Bi, A. Bartels, K. Kim, L. Robertsson, M. Zucco, R. S. Windeler, G. Wilpers, C. Oates, L. Hollberg, and S. A. Diddams, *IEEE J. Quantum Electron.* **43**, 139 (2007).
18. G. Grosche, B. Lipphardt, and H. Schnatz, *Eur. Phys. J. D* **48**, 27 (2008).

Bibliographie

- [1] J Terrien. News from the International Bureau of Weights and Measures. *Metrologia*, 4(1):41–45, 1968.
- [2] Thibault Damour, Federico Piazza, and Gabriele Veneziano. Runaway Dilaton and Equivalence Principle Violations. *Phys. Rev. Lett.*, 89(8): 081601, 2002.
- [3] G Wilpers, C W Oates, S A Diddams, A Bartels, T M Fortier, W H Oskay, J C Bergquist, S R Jefferts, T P Heavner, T E Parker, and L Hollberg. Absolute frequency measurement of the neutral ^{40}Ca optical frequency standard at 657 nm based on microkelvin atoms. *Metrologia*, 44(2):146–151, 2007.
- [4] Carsten Degenhardt, Hardo Stoehr, Christian Lisdat, Guido Wilpers, Harald Schnatz, Burghard Lipphardt, Tatiana Nazarova, Paul-Eric Pottie, Uwe Sterr, Jürgen Helmcke, and Fritz Riehle. Calcium optical frequency standard with ultracold atoms: Approaching 10^{-15} relative uncertainty. *Phys. Rev. A*, 72(6):062111, 2005.
- [5] A. D. Ludlow, T. Zelevinsky, G. K. Campbell, S. Blatt, M. M. Boyd, M. H. G. de Miranda, M. J. Martin, J. W. Thomsen, S. M. Foreman, Jun Ye, T. M. Fortier, J. E. Stalnaker, S. A. Diddams, Y. Le Coq, Z. W. Barber, N. Poli, N. D. Lemke, K. M. Beck, and C. W. Oates. Sr Lattice Clock at 1×10^{-16} Fractional Uncertainty by Remote Optical Evaluation with a Ca Clock. *Science*, 319(5871):1805–1808, 2008.
- [6] J. Keupp, A. Douillet, T.E. Mehlstäubler, N. Rehbein, E.M. Rasel, and W. Ertmer. A high-resolution Ramsey-Bordé spectrometer for optical clocks based on cold Mg atoms. *Eur. Phys. J. D*, 36(3):289–294, 2005.
- [7] N. Malossi, S. Damkjær, P. L. Hansen, L. B. Jacobsen, L. Kindt, S. Sauge, J. W. Thomsen, F. C. Cruz, M. Allegrini, and E. Arimondo. Two-photon cooling of magnesium atoms. *Phys. Rev. A*, 72(5):051403, 2005.

- [8] C. W. Hoyt, Z. W. Barber, C. W. Oates, T. M. Fortier, S. A. Diddams, and L. Hollberg. Observation and absolute frequency measurements of the $^1S - ^3P$ optical clock transition in neutral ytterbium. *Phys. Rev. Lett.*, 95(8):083003, 2005.
- [9] Z. W. Barber, J. E. Stalnaker, N. D. Lemke, N. Poli, C. W. Oates, T. M. Fortier, S. A. Diddams, L. Hollberg, C. W. Hoyt, A. V. Taichenachev, and V. I. Yudin. Optical lattice induced light shifts in an Yb atomic clock. *Phys. Rev. Lett.*, 100(10):103002, 2008.
- [10] N. D. Lemke, A. D. Ludlow, Z. W. Barber, T. M. Fortier, S. A. Diddams, Y. Jiang, S. R. Jefferts, T. P. Heavner, T. E. Parker, and C. W. Oates. Spin-1/2 optical lattice clock. *Phys. Rev. Lett.*, 103(6):063001, 2009.
- [11] Hidetoshi Katori, Masao Takamoto, V. G. Pal'chikov, and V. D. Ovsiannikov. Ultrastable optical clock with neutral atoms in an engineered light shift trap. *Phys. Rev. Lett.*, 91(17):173005, 2003.
- [12] X. Baillard, M. Fouché, R. Le Targat, P. G. Westergaard, A. Lecallier, F. Chapelet, M. Abgrall, G. D. Rovera, P. Laurent, P. Rosenbusch, S. Bize, G. Santarelli, A. Clairon, P. Lemonde, G. Grosche, B. Lipphardt, and H. Schnatz. An optical lattice clock with spin-polarized ^{87}Sr atoms. *Eur. Phys. J. D*, 48(1):11–17, 2008.
- [13] E.A. Curtis, G.P. Barwood, Y.B. Ovchinnikov, I.R. Hill, and P. Gill. Development of a neutral strontium lattice trap optical clock at the National Physical Laboratory. In *Precision Electromagnetic Measurements Digest, 2008. CPEM 2008. Conference on*, pages 174–175, 2008.
- [14] T. Legero, C. Lisdat, J.S.R. Vellore Winfred, H. Schnatz, G. Grosche, F. Riehle, and U. Sterr. Interrogation laser for a strontium lattice clock. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, 58(4):1252–1257, 2009.
- [15] N. Poli, M. G. Tarallo, M. Schioppo, C. W. Oates, and G. M. Tino. A simplified optical lattice clock. *Appl. Phys. B*, 97(1):27–33, 2009.
- [16] H. Hachisu, K. Miyagishi, S. G. Porsev, A. Derevianko, V. D. Ovsiannikov, V. G. Pal'chikov, M. Takamoto, and H. Katori. Trapping of neutral mercury atoms and prospects for optical lattice clocks. *Phys. Rev. Lett.*, 100(5):053001, 2008.

- [17] M. Petersen, R. Chicireanu, S. T. Dawkins, D. V. Magalhães, C. Mandache, Y. Le Coq, A. Clairon, and S. Bize. Doppler-free spectroscopy of the $^1S_0 - ^3P_0$ optical clock transition in laser-cooled fermionic isotopes of neutral mercury. *Phys. Rev. Lett.*, 101(18):183004, 2008.
- [18] S. T. Dawkins, R. Chicireanu, M. Petersen, J. Millo, D. V. Magalhães, C. Mandache, Y. Le Coq, and S. Bize. An ultra-stable referenced interrogation system in the deep ultraviolet for a mercury optical lattice clock. *Appl. Phys. B*, 99(1):41–46, 2009.
- [19] J. Von Zanthier, Th. Becker, M. Eichenseer, A. Yu. Nevsky, Ch. Schwedes, E. Peik, H. Walther, R. Holzwarth, J. Reichert, Th. Udem, T. W. Hänsch, P. V. Pokasov, M. N. Skvortsov, and S. N. Bagayev. Absolute frequency measurement of the In^+ clock transition with a mode-locked laser. *Opt. Lett.*, 25(23):1729–1731, 2000.
- [20] J.A. Sherman, W. Trimble, S. Metz, W. Nagourney, and N. Fortson. Progress on indium and barium single ion optical frequency standards. In *LEOS Summer Topical Meetings, 2005 Digest of the*, pages 99–100, 2005.
- [21] Y. H. Wang, T. Liu, A. Stejskal, Y. N. Zhao, J. Zhang, Z. H. Lu, R. Dumke, L. J. Wang, Th. Becker, and H. Walther. Progress toward an optical frequency standard based on a single indium ion. In *International Frequency Control Symposium and Exposition, 2006 IEEE*, pages 415–419, 2006.
- [22] T. Rosenband, D. B. Hume, P. O. Schmidt, C. W. Chou, A. Brusch, L. Lorini, W. H. Oskay, R. E. Drullinger, T. M. Fortier, J. E. Stalnaker, S. A. Diddams, W. C. Swann, N. R. Newbury, W. M. Itano, D. J. Wineland, and J. C. Bergquist. Frequency Ratio of Al^+ and Hg^+ Single-Ion Optical Clocks; Metrology at the 17th Decimal Place. *Science*, 319(5871):1808–1812, 2008.
- [23] C. W. Chou, D. B. Hume, J. C. J. Koelemeij, D. J. Wineland, and T. Rosenband. Frequency comparison of two high-accuracy Al^+ optical clocks. *Phys. Rev. Lett.*, 104(7):070802, 2010.
- [24] H. S. Margolis, G. P. Barwood, G. Huang, H. A. Klein, S. N. Lea, K. Szymaniec, and P. Gill. Hertz-Level Measurement of the Optical Clock Frequency in a Single $^{88}\text{Sr}^+$ Ion. *Science*, 306(5700):1355–1358, 2004.

- [25] V. Letchumanan, G. Wilpers, M. Brownnutt, P. Gill, and A. G. Sinclair. Zero-point cooling and heating-rate measurements of a single $^{88}\text{Sr}^+$ ion. *Phys. Rev. A*, 75(6):063425, 2007.
- [26] P. Dubé, A. A. Madej, J. E. Bernard, L. Marmet, and A. D. Shiner. A narrow linewidth and frequency-stable probe laser source for the $^{88}\text{Sr}^+$ single ion optical frequency standard. *Appl. Phys. B*, 95(1):43–54, 2009.
- [27] T. Schneider, E. Peik, and Chr. Tamm. Sub-Hertz Optical Frequency Comparisons between Two Trapped $^{171}\text{Yb}^+$ Ions. *Phys. Rev. Lett.*, 94(23):230801, 2005.
- [28] K. Hosaka, S. A. Webster, A. Stannard, B. R. Walton, H. S. Margolis, and P. Gill. Frequency measurement of the $^2S_{1/2} - ^2F_{7/2}$ electric octupole transition in a single $^{171}\text{Yb}^+$ ion. *Phys. Rev. A*, 79(3):033403, 2009.
- [29] Chr. Tamm, S. Weyers, B. Lipphardt, and E. Peik. Stray-field-induced quadrupole shift and absolute frequency of the 688-THz $^{171}\text{Yb}^+$ single-ion optical frequency standard. *Phys. Rev. A*, 80(4):043403, 2009.
- [30] A. Kreuter, C. Becher, G. P. T. Lancaster, A. B. Mundt, C. Russo, H. Häffner, C. Roos, W. Hänsel, F. Schmidt-Kaler, R. Blatt, and M. S. Safronova. Experimental and theoretical study of the $3d^2D$ -level lifetimes of $^{40}\text{Ca}^+$. *Phys. Rev. A*, 71(3):032504, 2005.
- [31] M. Chwalla, J. Benhelm, K. Kim, G. Kirchmair, T. Monz, M. Riebe, P. Schindler, A. S. Villar, W. Hänsel, C. F. Roos, R. Blatt, M. Abgrall, G. Santarelli, G. D. Rovera, and Ph. Laurent. Absolute frequency measurement of the $^{40}\text{Ca}^+$ $4s^2S_{1/2} - 3d^2D_{5/2}$ clock transition. *Phys. Rev. Lett.*, 102(2):023002, 2009.
- [32] C. Zumsteg, C. Champenois, D. Guyomarc’h, G. Hagel, M. Houssin, and M. Knoop. One and two photon excitation of radiofrequency trapped Ca^+ . *Chinese Journal of Chemical Physics*, 22(2):119–122, 2009.
- [33] G. J. Dick. Local oscillator induced instabilities in trapped ion frequency standards. In *Proceedings of Precise Time and Time Interval*, pages 133–147, 1987.
- [34] C.A. Greenhall and G.J. Dick. Local oscillator limited frequency stability for passive atomic frequency standards using square wave frequency modulation. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, 47(6):1593–1600, 2000.

- [35] G. Santarelli, C. Audoin, A. Makdissi, P. Laurent, G.J. Dick, and A. Clairon. Frequency stability degradation of an oscillator slaved to a periodically interrogated atomic resonator. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, 45(4):887–894, Jul 1998.
- [36] N.F. Ramsey. A molecular beam resonance method with separated oscillating fields. *Phys. Rev.*, 78:695, 1950.
- [37] G. Santarelli. *Contribution à la réalisation d'une fontaine atomique*. Thèse de doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, 1996.
- [38] M. Abgrall. *Evaluation des performances de la fontaine atomique PHARAO. Participation à l'étude de l'horloge spatiale PHARAO*. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 2003.
- [39] J.G. King and J. Zacharias. In *Quart. Prog. Rep. (MIT Research Laboratory of Electronics)*, volume 48, page 55, 1958.
- [40] H. J. Metcalf and P. van der Straten. *Laser Cooling and Trapping*. Springer, New York, 2001.
- [41] Mark A. Kasevich, Erling Riis, Steven Chu, and Ralph G. DeVoe. RF spectroscopy in an atomic fountain. *Phys. Rev. Lett.*, 63(6):612–615, 1989.
- [42] A. Clairon, P. Laurent, G. Santarelli, S. Ghezali, S.N. Lea, and M. Bahroura. A cesium fountain frequency standard: preliminary results. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, 44(2):128–131, 1995.
- [43] K. Beloy, U.I. Safronova, and A. Derevianko. High-accuracy calculation of the blackbody radiation shift in the ^{133}Cs primary frequency standard. *Phys. Rev. Lett.*, 97:040801, 2006.
- [44] P. Rosenbusch, S. Zhang, and A. Clairon. Blackbody radiation shift in primary frequency standards. In *Proc. of 21th European Freq. and Time Forum*, Geneva, Switzerland, 2007.
- [45] F. Chapelet. *Fontaine atomique double de Césium et de Rubidium avec une exactitude de quelques 10^{-16} et applications*. Thèse de doctorat de l'Université Paris XI, 2008.

- [46] D. Chambon, S. Bize, M. Lours, F. Narbonneau, H. Marion, A. Clairon, G. Santarelli, A. Luiten, and M. Tobar. Design and realization of a flywheel oscillator for advanced time and frequency metrology. *Rev. Sci. Instrum.*, 76(9):094704, 2005.
- [47] W. M. Itano, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, J. M. Gilligan, D. J. Heinzen, F. L. Moore, M. G. Raizen, and D. J. Wineland. Quantum projection noise: Population fluctuations in two-level systems. *Phys. Rev. A*, 47(5):3554–3570, 1993.
- [48] W. M. Itano, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, J. M. Gilligan, D. J. Heinzen, F. L. Moore, M. G. Raizen, and D. J. Wineland. Erratum: Quantum projection noise: Population fluctuations in two-level systems [phys. rev. a 47, 3554 (1993)]. *Phys. Rev. A*, 51(2):1717, 1995.
- [49] G. Santarelli and P. Laurent and P. Lemonde and A. Clairon and A.G. Mann and S. Chang and A. N. Luiten and C. Salomon. Quantum projection noise in an atomic fountain: a high stability cesium frequency standard. *Phys. Rev. Lett.*, 82(23):4619, 1999.
- [50] J. Vanier and C. Audouin. *The quantum physics of atomic frequency standards*. Adam Hilger, Bristol, 1989.
- [51] Wolfgang Paul. Electromagnetic traps for charged and neutral particles. *Rev. Mod. Phys.*, 62(3):531–540, 1990.
- [52] Deep Space Network. NASA. <http://deepspace.jpl.nasa.gov/dsn/>.
- [53] J.D. Prestage, S.K. Chung, R.J. Thompson, and P. MacNeal. Progress on small mercury ion clock for space applications. In *Frequency Control Symposium, 2009 Joint with the 22nd European Frequency and Time forum. IEEE International*, pages 54–57, 2009.
- [54] Sergey G. Porsev and Andrei Derevianko. Multipolar theory of black-body radiation shift of atomic energy levels and its implications for optical lattice clocks. *Phys. Rev. A*, 74(2):020502, 2006.
- [55] Ch. J. Bordé, Ch. Salomon, S. Avrillier, A. van Lerberghe, Ch. Bréant, D. Bassi, and G. Scoles. Optical ramsey fringes with traveling waves. *Phys. Rev. A*, 30(4):1836–1848, 1984.
- [56] B. C. Young, F. C. Cruz, W. M. Itano, and J. C. Bergquist. Visible lasers with subhertz linewidths. *Phys. Rev. Lett.*, 82(19):3799–3802, 1999.

- [57] Mark Notcutt, Long-Sheng Ma, Jun Ye, and John L. Hall. Simple and compact 1-Hz laser system via an improved mounting configuration of a reference cavity. *Opt. Lett.*, 30(14):1815–1817, 2005.
- [58] H. Stoehr, F. Mensing, J. Helmcke, and U. Sterr. Diode laser with 1 Hz linewidth. *Opt. Lett.*, 31(6):736–738, 2006.
- [59] A. D. Ludlow, X. Huang, M. Notcutt, T. Zanon-Willette, S. M. Foreman, M. M. Boyd, S. Blatt, and J. Ye. Compact, thermal-noise-limited optical cavity for diode laser stabilization at 1×10^{-15} . *Opt. Lett.*, 32(6):641–643, 2007.
- [60] S. A. Webster, M. Oxborrow, and P. Gill. Vibration insensitive optical cavity. *Phys. Rev. A*, 75(1):011801, 2007.
- [61] S. A. Webster, M. Oxborrow, S. Pugla, J. Millo, and P. Gill. Thermal-noise-limited optical cavity. *Phys. Rev. A*, 77(3):033847, 2008.
- [62] J. Alnis, A. Matveev, N. Kolachevsky, Th. Udem, and T. W. Hansch. Subhertz linewidth diode lasers by stabilization to vibrationally and thermally compensated ultralow-expansion glass Fabry-Perot cavities. *Phys. Rev. A*, 77(5):053809, 2008.
- [63] A. Quessada-Vial. *Développement d'une horloge optique à atomes de strontium piégés : réalisation d'un laser ultra-stable et stabilité de fréquence*. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 2005.
- [64] A.G. Mann, C. Sheng, and A.N. Luiten. Cryogenic sapphire oscillator with exceptionally high frequency stability. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, 50(2):519–521, 2001.
- [65] P. Wolf, S. Bize, A. Clairon, A.N. Luiten, G. Santarelli, and M.E. Tobar. Tests of Lorentz Invariance using a Microwave Resonator. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 90:060402, 2003.
- [66] P. Ball. Back to the future. *Nature*, 427:482, 2004.
- [67] Paul L. Stanwix, Michael E. Tobar, Peter Wolf, Clayton R. Locke, and Eugene N. Ivanov. Improved test of lorentz invariance in electrodynamics using rotating cryogenic sapphire oscillators. *Phys. Rev. D*, 74(8):081101, 2006.
- [68] Michael Edmund Tobar, Peter Wolf, Sébastien Bize, Giorgio Santarelli, and Victor Flambaum. Testing local Lorentz and position invariance

- and variation of fundamental constants by searching the derivative of the comparison frequency between a cryogenic sapphire oscillator and hydrogen maser. *Phys. Rev. D*, 81(2):022003, 2010.
- [69] Oscilloquartz. <http://www.oscilloquartz.com/file/pdf/8607.pdf>.
- [70] F. Acernese, M. Alshourbagy, F. Antonucci, S. Aoudia, K. G. Arun, P. Astone, G. Ballardin, F. Barone, L. Barsotti, M. Barsuglia, Th. S. Bauer, S. Bigotta, S. Birindelli, M. A. Bizouard, C. Boccara, F. Bondu, L. Bonelli, L. Bosi, S. Braccini, C. Bradaschia, A. Brillet, V. Brisson, H. J. Bulten, D. Buskulic, G. Cagnoli, E. Calloni, and E. Campagna. Laser with an in-loop relative frequency stability of 1.0×10^{-21} on a 100-ms time scale for gravitational-wave detection. *Phys. Rev. A*, 79(5):053824, 2009.
- [71] Kenji Numata, Amy Kemery, and Jordan Camp. Thermal-noise limit in the frequency stabilization of lasers with rigid cavities. *Phys. Rev. Lett.*, 93(25):250602, 2004.
- [72] T. Nazarova, F. Riehle, and U. Sterr. Vibration-insensitive reference cavity for an ultra-narrow-linewidth laser. *Appl. Phys. B*, 83:531–536, 2006.
- [73] Andre Clairon, Brahim Dahmani, Adrian Filimon, and J. Rutman. Precise frequency measurements of CO₂/OsO₄ and HeNe/CH₄-stabilized lasers. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, 34(2):265–268, 1985.
- [74] Scott A. Diddams, David J. Jones, Jun Ye, Steven T. Cundiff, John L. Hall, Jinendra K. Ranka, Robert S. Windeler, Ronald Holzwarth, Thomas Udem, and T. W. Hänsch. Direct link between microwave and optical frequencies with a 300 THz femtosecond laser comb. *Phys. Rev. Lett.*, 84(22):5102–5105, 2000.
- [75] Florian Adler, Konstantinos Moutzouris, Alfred Leitenstorfer, Harald Schnatz, Burghard Lipphardt, Gesine Grosche, and Florian Tauser. Phase-locked two-branch erbium-doped fiber laser system for long-term precision measurements of optical frequencies. *Opt. Express*, 12(24):5872–5880, 2004.
- [76] Brian R. Washburn, Scott A. Diddams, Nathan R. Newbury, Jeffrey W. Nicholson, Man F. Yan, and Carsten G. Jørgensen. Phase-locked,

- erbium-fiber-laser-based frequency comb in the near infrared. *Opt. Lett.*, 29(3):250–252, 2004.
- [77] Darren D. Hudson, Kevin W. Holman, R. Jason Jones, Steven T. Cundiff, Jun Ye, and David J. Jones. Mode-locked fiber laser frequency-controlled with an intracavity electro-optic modulator. *Opt. Lett.*, 30(21):2948–2950, 2005.
- [78] Philipp Kubina, Peter Adel, Florian Adler, Gesine Grosche, Theodor Hänsch, Ronald Holzwarth, Alfred Leitenstorfer, Burghard Lipphardt, and Harald Schnatz. Long term comparison of two fiber based frequency comb systems. *Opt. Express*, 13(3):904–909, 2005.
- [79] J. J. McFerran, W. C. Swann, B. R. Washburn, and N. R. Newbury. Suppression of pump-induced frequency noise in fiber-laser frequency combs leading to sub-radian f_{ceo} phase excursions. *Appl. Phys. B*, 86(2):219–227, 2007.
- [80] J. Kim, F. Ludwig, M. Felber, and F. X. Kärtner. Long-term stable microwave signal extraction from mode-locked lasers. *Optics Express*, 15(14), 2007.
- [81] Jian Chen, Jason W. Sickler, Peter Fendel, Erich P. Ippen, Franz X. Kärtner, Tobias Wilken, Ronald Holzwarth, and Theodor W. Hänsch. Generation of low-timing-jitter femtosecond pulse trains with 2 GHz repetition rate via external repetition rate multiplication. *Opt. Lett.*, 33(9):959–961, 2008.
- [82] G. Grosche, B. Lipphardt, and H. Schnatz. Optical frequency synthesis and measurement using fibre-based femtosecond lasers. *The European Physical Journal D*, 48(1):27–33, 2008.
- [83] G. Grosche, B. Lipphardt, and H. Schnatz. Optical frequency synthesis and measurement using fibre-based femtosecond lasers. *The European Physical Journal D*, 49(3):397–397, 2008.
- [84] Peter Wolf, Frédéric Chapelet, Sébastien Bize, and André Clairon. Cold Atom Clock Test of Lorentz Invariance in the Matter Sector. *Phys. Rev. Lett.*, 96(6):060801, 2006.
- [85] H. Marion, F. Pereira Dos Santos, M. Abgrall, S. Zhang, Y. Sortais, S. Bize, I. Maksimovic, D. Calonico, J. Grünert, C. Mandache, P. Lemonde, G. Santarelli, Ph. Laurent, A. Clairon, and C. Salomon. Search

- for variations of fundamental constants using atomic fountain clocks. *Phys. Rev. Lett.*, 90(15):150801, 2003.
- [86] M. Fischer, N. Kolachevsky, M. Zimmermann, R. Holzwarth, Th. Udem, T. W. Hänsch, M. Abgrall, J. Grünert, I. Maksimovic, S. Bize, H. Marion, F. Pereira Dos Santos, P. Lemonde, G. Santarelli, P. Laurent, A. Clairon, C. Salomon, M. Haas, U. D. Jentschura, and C. H. Keitel. New limits on the drift of fundamental constants from laboratory measurements. *Phys. Rev. Lett.*, 92(23):230802, 2004.
- [87] L. Duchayne. *Transfert de temps de haute performance : le lien micro-onde de la mission ACES*. Thèse de doctorat de l'Observatoire de Paris, 2008.
- [88] Jérôme Lodewyck, Philip G. Westergaard, and Pierre Lemonde. Non-destructive measurement of the transition probability in a Sr optical lattice clock. *Phys. Rev. A*, 79(6):061401, 2009.
- [89] H. Jiang, F. Kéfélian, S. Crane, O. Lopez, M. Lours, J. Millo, D. Holleville, P. Lemonde, Ch. Chardonnet, A. Amy-Klein, and G. Santarelli. Long-distance frequency transfer over an urban fiber link using optical phase stabilization. *J. Opt. Soc. Am. B*, 25(12):2029–2035, 2008.
- [90] R. Jason Jones and Jean-Claude Diels. Stabilization of femtosecond lasers for optical frequency metrology and direct optical to radio frequency synthesis. *Physical Review Letters*, 86(15), 2001.
- [91] L. Hollberg, S. Diddams, A. Bartels, J. McFerran, E. Ivanov, G. Wilpers, C.W. Oates, W.H. Oskay, and J.C. Bergquist. Generation of microwaves with ultra-low phase-noise from an optical clock. In *Microwave Photonics, 2004. MWP'04. 2004 IEEE International Topical Meeting on*, 2004.
- [92] J.J. McFerran, E.N. Ivanov, A. Bartels, G. Wilpers, C.W. Oates, S.A. Diddams, and L. Hollberg. Low-noise synthesis of microwave signals from an optical source. *Electron. Lett.*, 41(11):650–651, 2005.
- [93] A. Bartels, S. A. Diddams, C. W. Oates, G. Wilpers, J. C. Bergquist, W. H. Oskay, and L. Hollberg. Femtosecond-laser-based synthesis of ultrastable microwave signals from optical frequency references. *Opt. Lett.*, 30(6):667–669, 2005.

-
- [94] H.R. Telle, B. Lipphardt, and J. and Stenger. Kerr-lens, mode-locked lasers as transfer oscillators for optical frequency measurements. *Applied Physics B*, 74(1):1–6, 2002.
- [95] B. Lipphardt, G. Grosche, U. Sterr, C. Tamm, S. Weyers, and H. Schnatz. The stability of an optical clock laser transferred to the interrogation oscillator for a Cs fountain. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, 58(4):1258–1262, 2009.
- [96] J. Ye and S. T. Cundiff. *Femtosecond Optical Frequency Comb: Principle, Operation and Applications*. Springer, New York, 2005.
- [97] D.W. Allan. *Proc. IEEE*, 54:221, 1966.
- [98] R. J. Reark and W. C. Young. *Roark's formulas for Stress and Strain*. Mc Graw-Hill International Editions, New York, N.Y., 1975.
- [99] Herbert B. Callen and Richard F. Greene. On a theorem of irreversible thermodynamics. *Phys. Rev.*, 86(5):702–710, 1952.
- [100] Stephen A. Webster, Mark Oxborrow, and Patrick Gill. Subhertzlinewidth Nd:YAG laser. *Opt. Lett.*, 29(13):1497–1499, 2004.
- [101] F. M. Phelps and III. Airy points of a meter bar. *Am. J. Phys.*, 34(5):419–422, 1966.
- [102] Ch. Salomon, D. Hils, and J. L. Hall. Laser stabilization at the millihertz level. *J. Opt. Soc. Am. B*, 5(8):1576–1587, 1988.
- [103] J. Dirscherl, B. Neizert, T. Wegener, and H. Walther. A dye laser spectrometer for high resolution spectroscopy. *Opt. Commun.*, 91(1-2):131–139, 1992.
- [104] Stefan Seel, Rafael Storz, Giuseppe Ruoso, Jürgen Mlynek, and Stephan Schiller. Cryogenic optical resonators: A new tool for laser frequency stabilization at the 1 Hz level. *Phys. Rev. Lett.*, 78(25):4741–4744, 1997.
- [105] S. Bize. SYRTE. Communication privée. Séjour post-doctoral au NIST sur l'expérience.
- [106] D. Hils, J. E. Faller, and J. L. Hall. Practical sound-reducing enclosure for laboratory use. *Rev. Sci. Instrum.*, 57(10):2532–2534, 1986.

- [107] Saps Buchman, M. Dong, W. Moeur, S. Wang, J. A. Lipa, and J. P. Turneaure. A space-based superconducting microwave oscillator clock. *Advances in Space Research*, 25(6):1251 – 1254, 2000.
- [108] M. Notcutt, C.T. Taylor, A.G. Mann, R. Gummer, and D.G. Blair. Cryogenic system for a sapphire Fabry-Perot optical frequency standard. *Cryogenics*, 36(1):13 – 16, 1996.
- [109] T. Rosenband. National Institute of Standards and Technology. Communication privée.
- [110] Lisheng Chen, John L. Hall, Jun Ye, Tao Yang, Erjun Zang, and Tianchu Li. Vibration-induced elastic deformation of Fabry-Perot cavities. *Phys. Rev. A*, 74(5):053801, 2006.
- [111] N. Poli, R. E. Drullinger, M. G. Tarallo, and G. M. Tino. Strontium optical lattice clock with all semiconductor sources. In *Frequency Control Symposium, 2007 Joint with the 21st European Frequency and Time Forum. IEEE International*, pages 655–658, 2007.
- [112] Cast3M. Commissariat à l'énergie atomique. Site Internet officiel. <http://www-cast3m.cea.fr/cast3m/index.jsp>.
- [113] COMSOL Multiphysics. COMSOL AB. Site Internet officiel. <http://www.comsol.fr/>.
- [114] F. Bondu. *Étude du bruit thermique et stabilisation en fréquence du laser du détecteur interférométrique d'ondes gravitationnelles VIRGO*. Thèse de doctorat de l'Université Paris-Sud Orsay, Paris VI, 1996.
- [115] S. A. Webster. National Physical Laboratory. Communication privée.
- [116] M. Petersen. *Laser-cooling of Neutral Mercury and Laser-spectroscopy of the $^1S_0 - ^3P_0$ optical clock transition*. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 2009.
- [117] S. D. Poisson. *Traité de mécanique*. Vve courcier, Paris, 1811.
- [118] W. M. Rohsenow, J. P. Hartnett, and E. N. Ganic. *Handbook of heat transfer applications*. Mc Graw-Hill International Editions, New York, N.Y., 1985.
- [119] John R. Howell. University of Texas at Austin. A catalog of radiation heat transfer configuration factors. <http://www.me.utexas.edu/~howell/tablecon.html>.

-
- [120] TS-300. The Table Stable Ltd. <http://www.tablestable.biz/TS-300.php>.
- [121] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, and H. Ward. Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator. *Appl. Phys. B*, 31(2):97–105, 1983.
- [122] Eric D. Black. An introduction to Pound–Drever–Hall laser frequency stabilization. *American Journal of Physics*, 69(1):79–87, 2001.
- [123] CMG-40TD. Guralp Systems Limited. Version numérique du CMG-40T : <http://www.guralp.com/products/40T/>.
- [124] 650BM-1. Minus K Technology Inc. <http://www.minusk.com/content/products/standard/bm-1.html>.
- [125] S.T. Dawkins, J.J. McFerran, and A.N. Luiten. Considerations on the measurement of the stability of oscillators with frequency counters. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, 54(5):918–925, 2007.
- [126] G. Kramer and W. Klische. Multi-channel synchronous digital phase recorder. In *Frequency Control Symposium and PDA Exhibition, 2001. Proceedings of the 2001 IEEE International*, pages 144–151, 2001.
- [127] H. S. Margolis, G. P. Barwood, K. Hosaka, G. Huang, H. A. Klein, S. N. Lea, A. Stannard, B. R. Walton, S. A. Webster, and P. Gill. Trapped Ion Optical Clocks at NPL. volume 869, pages 92–99, 2006.
- [128] Helen S. Margolis. Metrology: Lattice clocks embrace ytterbium. *Nature Photonics*, 3(10):557–558, 2009.
- [129] D.A. Jennings, K.M. Evenson, and D.J.E. Knight. Optical frequency measurements. *Proceedings of the IEEE*, 74(1):168–179, 1986.
- [130] H. R. Telle, D. Meschede, and T. W. Hänsch. Realization of a new concept for visible frequency division: phase locking of harmonic and sum frequencies. *Opt. Lett.*, 15(10):532–534, 1990.
- [131] H. Schnatz, B. Lipphardt, J. Helmcke, F. Riehle, and G. Zinner. First phase-coherent frequency measurement of visible radiation. *Phys. Rev. Lett.*, 76(1):18–21, 1996.

- [132] Th. Udem, J. Reichert, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch. Absolute optical frequency measurement of the cesium D_1 line with a mode-locked laser. *Phys. Rev. Lett.*, 82(18):3568–3571, 1999.
- [133] David J. Jones, Scott A. Diddams, Jinendra K. Ranka, Andrew Stentz, Robert S. Windeler, John L. Hall, and Steven T. Cundiff. Carrier-Envelope Phase Control of Femtosecond Mode-Locked Lasers and Direct Optical Frequency Synthesis. *Science*, 288(5466):635–639, 2000.
- [134] Th. Udem, R. Holzwarth, and T. W. Hänsch. Optical frequency metrology. *Nature*, 416:233–237, 2002.
- [135] Franz X. Kärtner, Uwe Morgner, Thomas Schibli, Richard Ell, Hermann A. Haus, and James G. Fujimoto. *Few-Cycle Laser Pulse Generation and Its Applications*, chapter Few-Cycle Pulses Directly from a Laser. Springer, New York, 2004.
- [136] Thomas Udem, Ronald Holzwarth, Marcus Zimmermann, Christoph Gohle, and Theodor Hänsch. *Few-Cycle Laser Pulse Generation and Its Applications*, chapter Optical Frequency-Comb Generation and High-Resolution Laser Spectroscopy. Springer, New York, 2004.
- [137] Manuel Joffre. *Concepts Fondamentaux de la Physique : Optique non-linéaire en régimes continu et femtoseconde*. Cours de Master Physique et Applications, Ecole Polytechnique, Ecole Normale Supérieure, Université Pierre et Marie Curie, Université Paris Sud, 2009.
- [138] Jinendra K. Ranka, Robert S. Windeler, and Andrew J. Stentz. Optical properties of high-delta air silica microstructure optical fibers. *Opt. Lett.*, 25(11):796–798, 2000.
- [139] Jörn Stenger, Harald Schnatz, Christian Tamm, and Harald R. Telle. Ultraprecise measurement of optical frequency ratios. *Phys. Rev. Lett.*, 88(7):073601, 2002.
- [140] M-Comb avec P250 et XPS1500. Menlo Systems GmbH. Site Internet. <http://www.menlosystems.com/index.html>.
- [141] N.R. Newbury and B.R. Washburn. Theory of the frequency comb output from a femtosecond fiber laser. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 41(11):1388–1402, 2005.
- [142] Pao-Lo Liu, K.J. Williams, M.Y. Frankel, and R.D. Esman. Saturation characteristics of fast photodetectors. *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, 47(7):1297–1303, 1999.

- [143] DSC40S. Discovery Semiconductors Inc. <http://www.chipsat.com/products/photodiodes/description.php>.
- [144] M. S. Kirchner, D. A. Braje, T. M. Fortier, A. M. Weiner, L. Hollberg, and S. A. Diddams. Generation of 20 GHz, sub-40 fs pulses at 960 nm via repetition-rate multiplication. *Opt. Lett.*, 34(7):872–874, 2009.
- [145] E.N. Ivanov, S.A. Diddams, and L. Hollberg. Analysis of noise mechanisms limiting the frequency stability of microwave signals generated with a femtosecond laser. *Selected Topics in Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 9(4):1059–1065, July-Aug. 2003.
- [146] E.N. Ivanov, S.A. Diddams, and L. Hollberg. Study of the excess noise associated with demodulation of ultra-short infrared pulses. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, 52(7):1068–1074, July 2005.
- [147] D. Eliyahu, D. Seidel, and L. Maleki. RF amplitude and phase-noise reduction of an optical link and an opto-electronic oscillator. *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, 56(2):449–456, 2008.
- [148] N. Haverkamp, H. Hundertmark, C. Fallnich, and H.R. Telle. Frequency stabilization of mode-locked Erbium fiber lasers using pump power control. *Applied Physics B*, 78(3):321–324, 2004.
- [149] R. V. Pound. Electronic frequency stabilization of microwave oscillators. *Rev. Sci. Instrum.*, 17(11):490–505, 1946.
- [150] O. Lopez, A. Amy-Klein, M. Lours, C. Chardonnet, and G. Santarelli. High-resolution microwave frequency dissemination on an 86-km urban optical link. *Appl. Phys. B*, 98(4):723–727, 2009.
- [151] FU-653SEA. Mitsubishi. Modulateur à électro-absorption intégré, modulation jusqu’à 12 GHz.
- [152] E. Simon. *Vers une stabilité et une exactitude de 10^{-16} pour les horloges atomiques : le rayonnement du corps noir, la détection optique*. Thèse de doctorat de l’Université Paris VI, 1997.
- [153] P. Lemonde. *Pharao : Etude d’une horloge spatiale utilisant des atomes refroidis par laser ; réalisation d’un prototype*. Thèse de doctorat de l’Université Paris VI, 1997.

- [154] S. Zhang. *Déplacement de fréquence dû au rayonnement du corps noir dans une fontaine atomique à césium et amélioration des performances de l'horloge*. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 2004.
- [155] Y. Sortais. *Construction d'une fontaine double à atomes froids de ^{87}Rb et ^{133}Cs ; étude des effets dépendant du nombre d'atomes dans une fontaine*. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 2001.
- [156] S. Bize. *Tests fondamentaux à l'aide d'horloges à atomes froids de rubidium et de césium*. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 2001.
- [157] H. Marion. *Contrôle des collisions froides du ^{133}Cs . Tests de la variation de la constante de structure fine à l'aide d'une fontaine atomique double Rubidium-Césium*. Thèse de doctorat de l'Université Paris VI, 2005.
- [158] A. Clairon, C. Salomon, S. Guellati, and W.D. Phillips. Ramsey resonance in a Zacharias fountain. *Europhys. Lett.*, 16:165, 1991.
- [159] K. Gibble and S. Chu. A laser cooled Cs frequency standard and a measurement of the frequency shift due to ultra-cold collisions. *Phys. Rev. Lett.*, 70:177, 1993.
- [160] D. Chambon, M. Lours, F. Chapelet, S. Bize, M.E. Tobar, A. Clairon, and G. Santarelli. Design and metrological features of microwave synthesizers for atomic fountain frequency standard. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, 54(4):729–735, 2007.
- [161] Yan Songhua, Wu Shicai, Yang Zijie, and Wen Biyang. The effect of phase noise on the remote sensing of ocean surface currents. In *Radio Science Conference, 2004. Proceedings. 2004 Asia-Pacific*, pages 299–302, 2004.
- [162] M. Younis, R. Metzger, and G. Krieger. Performance prediction of a phase synchronization link for bistatic SAR. *Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE*, 3(3):429–433, 2006.
- [163] G. Krieger and M. Younis. Impact of oscillator noise in bistatic and multistatic SAR. *Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE*, 3(3):424–428, 2006.

- [164] R.E. Wallis, G.L. Weaver, M.J. Reinhart, and Sheng Cheng. An advanced synthesized ultra-stable oscillator for spacecraft applications. In *Aerospace Conference, 2005 IEEE*, pages 952–960, 2005.
- [165] S. Grop, V. Giordano, P.Y. Bourgeois, N. Bazin, Y. Kersale, M. Oxborrow, G. Marra, C. Langham, E. Rubiola, and J. DeVincente. ELISA: An ultra-stable oscillator for esa deep space antennas. In *Frequency Control Symposium, 2009 Joint with the 22nd European Frequency and Time forum. IEEE International*, pages 376–380, 2009.
- [166] E.N. Ivanov, J.J. McFerran, S.A. Diddams, and L. Hollberg. Noise properties of microwave signals synthesized with femtosecond lasers. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, 54(4):736–745, 2007.
- [167] I. Thomann, A. Bartels, K. L. Corwin, N. R. Newbury, L. Hollberg, Scott A. Diddams, J. W. Nicholson, and M. F. Yan. 420-MHz Cr:forsterite femtosecond ring laser and continuum generation in the 1-2- μm range. *Opt. Lett.*, 28(15):1368–1370, 2003.
- [168] A. Joshi and S. Datta. Dual InGaAs photodiodes having high phase linearity for precise timing applications. *Photonics Technology Letters, IEEE*, 21(19):1360–1362, 2009.
- [169] Oliver Mücke, Richard Ell, Axel Winter, Jung-Won Kim, Jonathan Birge, Lia Matos, and Franz Kärtner. Self-Referenced 200 MHz Octave-Spanning Ti:Sapphire Laser with 50 Attosecond Carrier-Envelope Phase Jitter. *Opt. Express*, 13(13):5163–5169, 2005.
- [170] J. Le Gouet, J. Kim, C. Bourassin-Bouchet, M. Lours, A. Landragin, and F. Pereira Dos Santos. Wide bandwidth phase-locked diode laser with an intra-cavity electro-optic modulator. *Optics Communications*, 282(5):977–980, 2009.
- [171] T. M. Fortier, A. Bartels, and S. A. Diddams. Octave-spanning Ti:sapphire laser with a repetition rate > 1 GHz for optical frequency measurements and comparisons. *Opt. Lett.*, 31(7):1011–1013, 2006.
- [172] L.-S. Ma, Z. Bi, A. Bartels, K. Kim, L. Robertsson, M. Zucco, R. S. Windeler, G. Wilpers, C. Oates, L. Hollberg, and S. A. Diddams. Frequency uncertainty for optically referenced femtosecond laser frequency combs. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 43(2):139–146, 2007.

- [173] T. Sizer II. Increase in laser repetition rate by spectral selection. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 25(1):97–103, 1989.
- [174] K. Yiannopoulos, K. Vysokinos, E. Kehayas, N. Pleros, K. Vlachos, H. Avramopoulos, and G. Guekos. Rate multiplication by double-passing Fabry-Perot filtering. *Photonics Technology Letters, IEEE*, 15(9):1294–1296, 2003.
- [175] Tilo Steinmetz, Tobias Wilken, Constanza Araujo-Hauck, Ronald Holzwarth, Theodor W. Hansch, Luca Pasquini, Antonio Manescau, Sandro D’Odorico, Michael T. Murphy, Thomas Kentischer, Wolfgang Schmidt, and Thomas Udem. Laser Frequency Combs for Astronomical Observations. *Science*, 321(5894):1335–1337, 2008.
- [176] S. A. Diddams, M. Kirchner, T. Fortier, D. Braje, A. M. Weiner, and L. Hollberg. Improved signal-to-noise ratio of 10 GHz microwave signals generated with a mode-filtered femtosecond laser frequency comb. *Opt. Express*, 17(5):3331–3340, 2009.
- [177] E.N. Ivanov, M.E. Tobar, and R.A. Woode. Microwave interferometry: application to precision measurements and noise reduction techniques. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, 45(6):1526–1536, Nov 1998.
- [178] Enrico Rubiola, Vincent Giordano, and Jacques Gros Lambert. Very high frequency and microwave interferometric phase and amplitude noise measurements. *Review of Scientific Instruments*, 70(1):220–225, 1999.
- [179] J. Millo, D. V. Magalhães, C. Mandache, Y. Le Coq, E. M. L. English, P. G. Westergaard, J. Lodewyck, S. Bize, P. Lemonde, and G. Santarelli. Ultrastable lasers based on vibration insensitive cavities. *Phys. Rev. A*, 79(5):053829, 2009.
- [180] J. Millo, M. Abgrall, M. Lours, E. M. L. English, H. Jiang, J. Guena, A. Clairon, M. E. Tobar, S. Bize, Y. Le Coq, and G. Santarelli. Ultralow noise microwave generation with fiber-based optical frequency comb and application to atomic fountain clock. *Applied Physics Letters*, 94(14):141105, 2009.
- [181] J. Millo, R. Boudot, M. Lours, P. Y. Bourgeois, A. N. Luiten, Y. Le Coq, Y. Kersale, and G. Santarelli. Ultra-low-noise microwave extraction from fiber-based optical frequency comb. *Optics Letters*, 34(23):3707–3709, 2009.

-
- [182] Benoît Mours, Edwige Tournefier, and Jean-Yves Vinet. Thermal noise reduction in interferometric gravitational wave antennas: using high order TEM modes. *Classical and Quantum Gravity*, 23(20):5777, 2006.
- [183] J.-Y. Vinet. On special optical modes and thermal issues in advanced gravitational wave interferometric detectors. *Living Rev. Relativity*, 12, 2009.
- [184] Very Long Baseline Interferometry. <http://www.evlbi.org/>.
- [185] J.D. Prestage and G.L. Weaver. Atomic clocks and oscillators for deep-space navigation and radio science. In *Proceedings of the IEEE*, volume 95, pages 2235 – 2247, 2007.

Résumé

Les travaux présentés dans cette thèse portent sur la réalisation d'un système de génération de signaux micro-ondes à haute stabilité de fréquence. De tels signaux sont obtenus en asservissant en phase un laser femtoseconde à fibre sur une référence de fréquence optique ultra-stable. On est ainsi capable de transférer la stabilité relative de fréquence d'une référence optique dans le domaine micro-onde. Des lasers ultra-stables ont d'abord été développés afin de servir de référence. Ils sont obtenus en asservissant en fréquence un laser sur une cavité Fabry-Perot. Une étude par calculs numériques puis expérimentale a permis de minimiser l'influence, sur les cavités, de la source de bruit dominante qu'est les vibrations. Grâce à cette démarche et à l'utilisation de miroirs de cavité en silice fondue, deux de ces lasers ultra-stables ont une stabilité relative de fréquence estimée à $4,1 \times 10^{-16}$ à 1 s. À partir du laser femtoseconde stabilisé sur l'un des lasers ultra-stable, un signal micro-onde à 12 GHz est généré avec une stabilité de 3×10^{-15} à 1 s. Une horloge atomique à fontaine, interrogée avec ce signal, atteint une stabilité de $3,5 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$, sa limite fondamentale imposée par le bruit de projection quantique. On montre ainsi que la contribution du bruit du signal d'interrogation sur la stabilité de l'horloge (effet Dick) est rendue négligeable. Enfin, la limitation ultime du processus de transfert de l'optique vers la micro-onde a été mesurée en utilisant la même référence optique pour deux lasers femtosecondes identiques. Après optimisation du système, elle a été évaluée au niveau de $2 - 3 \times 10^{-16}$ entre 1 s et 10 s.

Mots-clés

Métrieologie fréquence, Cavités Fabry-Perot ultra-stable, Peignes de fréquences optiques, Lasers femtosecondes fibrés, Stabilisation en fréquence / phase, Très bas bruit de phase, horloges à fontaine atomique, Effet Dick.

Abstract

In this Ph. D. thesis a system developed to generate a microwave signal with high frequency stability is presented. Such an ultra low noise signal is produced by phase locking an Erbium doped fiber femtosecond laser comb to an ultra-stable optical reference. The frequency stability of the optical source is thus transferred to the microwave domain. In first step several ultra-stables lasers have been developed to be used as optical reference by frequency locking a laser to a high finesse Fabry-Perot cavity. Vibrations sensitivity of the optical cavity has been strongly reduced by the carefully choice of the cavity geometry using finite element modeling and experimental adjustment. The comparison of two ultra-stables lasers show a fractional frequency stability of about 5.8×10^{-16} @ 1 s using fused silica cavity mirror substrates. One of these lasers together with the femtosecond laser comb has been used to generate a microwave signal at ~ 12 GHz with a fractional stability of 3×10^{-15} at 1 s. This spectrally pure signal is used for the interrogation of cesium atomic fountain clock which achieves his fundamental limit with a stability of $3.5 \times 10^{-14} \tau^{-1/2}$. It is shown that the frequency noise of the interrogation signal is negligible in the frequency stability budget of the clock. Finally, the noise of the optical to microwave division process has been evaluated using two identical femtosecond laser combs stabilized on a common stable optical reference. After optimization, this limitation is measured at the level of $2 - 3 \times 10^{-16}$ for integration time between 1 s and 10 s.

Key words

Frequency metrology, Ultra-stable Fabry-Perot cavities, Optical frequency comb, Fiber femtosecond laser, Phase / frequency stabilisation, Very low phase noise, Atomic fountain clocks, Dick effect.