



**HAL**  
open science

# Dialogue modèle-expérience et stratégie d'identification en mécanique du solide. Application à la mise en forme des matériaux.

Franck Toussaint

► **To cite this version:**

Franck Toussaint. Dialogue modèle-expérience et stratégie d'identification en mécanique du solide. Application à la mise en forme des matériaux.. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Savoie, 2011. tel-00629045

**HAL Id: tel-00629045**

**<https://theses.hal.science/tel-00629045>**

Submitted on 4 Oct 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES

# Dialogue modèle-expérience et stratégie d'identification en mécanique du solide. Application à la mise en forme des matériaux

présentée et soutenue publiquement le 23 septembre 2011

par

**Franck TOUSSAINT**

Maître de Conférences - Section 60

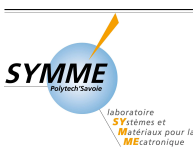
Enseignant au département GMP de l'IUT d'Annecy

Chercheur au laboratoire Symme

### Composition du jury

<i>Rapporteur :</i>	M. Grédiac, Professeur, Université Blaise Pascal Clermont Ferrand II
<i>Rapporteur :</i>	P.Y. Manach, Professeur, Université de Bretagne-Sud
<i>Rapporteur :</i>	P. Vacher, Professeur, Université de Savoie
<i>Examineur :</i>	R. Arrieux, Professeur, Université de Savoie
<i>Examineur :</i>	D. Bouvard, Professeur, Institut National Polytechnique de Grenoble
<i>Examineur :</i>	H. Louche, Professeur, Université de Montpellier II

Laboratoire SYMME (Systèmes et Matériaux pour la Mécatronique) – EA 4144





---

# Avant-propos

---

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire retracent environ dix années de ma carrière d'enseignant-chercheur. Elle débute en 1998 avec la préparation de ma thèse de doctorat sur une problématique liée à la mise en forme par compression et frittage de poudres métalliques et céramiques au sein des laboratoires [3S](#) et [GPM2](#)<sup>1</sup> de l'Institut National Polytechnique (INP) de Grenoble. Cette activité se déroule dans le cadre d'un programme de recherche européen Brite Euram associant un consortium de dix industriels et universitaires. Parallèlement à cette activité de recherche, je dispense des enseignements à l'Université Joseph Fourier (UJF) ainsi qu'à l'INPG. J'obtiens le diplôme de docteur en Mécanique de l'INP de Grenoble en 2001. Je suis recruté la même année sur un emploi d'Attaché Temporaire d'Enseignement et de Recherche (ATER) à l'Université de Savoie. J'exerce mon activité de recherche au sein du Laboratoire de Mécanique Appliquée d'Annecy (LMécA)<sup>2</sup>. Au niveau de mes enseignements, j'interviens au cours de la première année au sein de l'Ecole Supérieure d'Ingenieurs d'Annecy (ESIA)<sup>3</sup> puis au sein du département Génie Mécanique et Productique (GMP) de l'[IUT d'Annecy](#) où je suis finalement recruté en septembre 2003 sur l'emploi de Maître de Conférences n°0311 - section 60.

\*\*\*

L'Habilitation à Diriger des Recherches (HDR) est un diplôme national de l'enseignement supérieur qui est défini réglementairement par

---

<sup>1</sup>Le laboratoire GPM2 est depuis janvier 2007 une équipe du laboratoire [SIMAP](#) (Science et Ingénierie des Matériaux et des Procédés).

<sup>2</sup>Depuis septembre 2006, les laboratoires de Mécanique Appliquée (LMécA) et d'Instrumentation et de Matériaux d'Annecy (LAIMAN) ont fusionnés afin de constituer l'unité de recherche EA 4144 [SYMME](#), Laboratoire Systèmes et Matériaux pour la Mécatronique.

<sup>3</sup>Depuis juillet 2006, l'ESIA et l'ESIGEC de Chambéry ont fusionné pour devenir Polytech Annecy-Chambéry, école d'ingénieurs rattachée au réseau Polytech ainsi qu'à l'Université de Savoie

l'arrêté du 23 novembre 1988 (modifié en 1992, 1995 et 2002) : *"L'habilitation à diriger des recherches sanctionne la reconnaissance du haut niveau scientifique du candidat, du caractère original de sa démarche dans un domaine de la science, de son aptitude à maîtriser une stratégie de recherche dans un domaine scientifique ou technologique suffisamment large et de sa capacité à encadrer de jeunes chercheurs. Elle permet notamment d'être candidat à l'accès au corps des professeurs des universités."*

Ce mémoire présente ainsi mon parcours de recherche depuis ma thèse de doctorat soutenue en 2001 jusqu'à aujourd'hui. Il montre comment mes travaux de recherche s'organisent autour de deux problématiques non disjointes : l'interaction modèle-expérience et le recalage de modèles éléments finis à partir de mesures de champs. J'ai cherché autant que possible au travers la rédaction de ce manuscrit à retracer ce parcours en insistant tantôt sur une description précise et technique de certains éléments, tantôt en précisant davantage les problèmes rencontrés, les réponses apportées et le bilan qui en a été tiré. Par ailleurs, je soulignerai à chaque fois le contexte dans lequel les travaux se sont déroulés et préciserai les conditions scientifiques, humaines et financières de réalisation.

Ces problématiques ne constituant pas des problématiques purement locales mais d'ordre national et international, mon parcours n'est donc pas un parcours solitaire. Les travaux présentés ici sont le fruit de ces multiples collaborations avec les étudiants, les collègues, les industriels...

\*\*\*

---

## Remerciements

---

Mes remerciements s'adressent tout d'abord à Michel Grédiac, Pierre-Yves Manach, Pierre Vacher, Robert Arrieux, Didier Bouvard et Hervé Louche pour avoir participé à ce jury et évalué mon travail. Merci, par ailleurs aux trois premiers d'entre-eux vis à vis de la charge supplémentaire liée à la rédaction d'un rapport sur le présent mémoire.

Je dois également beaucoup à Laurent Tabourot, Professeur et Directeur du laboratoire SYMME qui a grandement contribué au démarrage de mon activité de recherche ainsi qu'à Pierre Vacher avec qui je travaille main dans la main depuis plusieurs années. Qu'ils reçoivent ici toute ma reconnaissance.

Je tiens également à remercier l'ensemble des membres du laboratoire SYMME qui ont toujours su faire de cet endroit un lieu où il fait bon travailler. Merci également aux collègues du département GMP de l'IUT d'Annecy qui m'assistent chaque jour dans la direction du département. J'ai une pensée toute particulière pour mon collègue Claude Billot maintenant à la retraite, qui a beaucoup œuvré pour moi en GMP lorsque je rédigeais ce mémoire.

Merci aux doctorants et stagiaires qui ont travaillé avec moi et sans qui ce travail n'aurait pas pu prendre toute cette importance. Je remercie tout particulièrement Thomas Pottier dont le travail à abondamment servi à l'élaboration de ce mémoire, Rémi Billard et Jonathan Raujolle-Veillé.

Ma dernière pensée se tourne vers ma famille, tout particulièrement mon épouse Anabelle, Louis et Anne-Charlotte. C'est grâce à leur patience, leur amour et leurs encouragements que j'en suis arrivé là.

\*\*\*



*à Anne-Charlotte, Louis et Anabelle,  
à mes parents.*





---

# Table des matières

---

<b>1</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Bilan d'une expérience : compression et frittage de poudres</b>	<b>5</b>
2.1	Une expérience : le projet Modelling of Cold Compaction	6
2.1.1	Problématique de la mise en forme par compression et frittage	6
2.1.2	Un projet ambitieux	7
2.2	Une démarche suivant le triptyque habituel : essais, modélisation, analyse numérique	7
2.2.1	Des procédés et des matériaux très éparses	7
2.2.2	Moyens expérimentaux	9
2.2.3	Modélisation de la mise en forme par compression	10
2.2.4	Modélisation du frittage anisotrope	12
2.3	Principaux résultats	13
2.3.1	Simulation numérique de la compression	13
2.3.2	Retraits anisotropes lors du frittage	14
2.4	Bilan et conclusion	16
<b>3</b>	<b>Éléments de thermomécanique des milieux continus</b>	<b>17</b>
3.1	Introduction	17
3.2	Comportement élastoplastique infinitésimal	18
3.2.1	Hypothèse de partition des déformations	18
3.2.2	Comportement élastique	19
3.2.3	Comportement plastique	19
3.2.4	Critères de plasticité	21
3.3	Extension au cas des grandes déformations	24
3.4	Modélisation thermomécanique	25
3.4.1	Equation de la chaleur	25
3.4.2	Bilan énergétique	26
3.4.3	Coefficient de Taylor-Quinney	27
3.4.4	Equation de la chaleur simplifiée	28
3.5	Conclusion	28

<b>4</b>	<b>Mesures de champs cinématiques et thermiques</b>	<b>31</b>
4.1	Introduction	31
4.2	Mesures de champs cinématiques	31
4.2.1	Matériels et travaux associés	31
4.2.2	Mesures de champs de déplacement sur surface plane par corrélation d'images	32
4.2.3	Mesures de champs de déplacement tridimensionnels par stéréo-corrélation	37
4.3	Thermographie infrarouge	42
4.3.1	Caméra infrarouge	42
4.3.2	Traitement de l'information	42
4.3.3	Synchronisation spatio-temporelle des champs cinématiques et thermiques	43
4.4	Conclusion	44
<b>5</b>	<b>Etude de la mise en forme du titane</b>	<b>45</b>
5.1	Contexte et motivation scientifique	45
5.2	Approche phénoménologique du comportement du titane	46
5.2.1	Essai de traction avec mesures de champs cinématiques	46
5.2.2	Localisation de la striction	47
5.2.3	Anisotropie	48
5.3	Choix et identification d'un modèle de comportement	49
5.3.1	Modélisation du comportement du titane	49
5.3.2	Détermination des paramètres matériaux	50
5.4	Simulation numérique de la mise en forme d'une prothèse chirurgicale	52
5.4.1	Contexte de l'étude	52
5.4.2	Modèle Eléments Finis	52
5.4.3	Analyse des résultats	53
5.5	Simulation numérique de l'emboutissage d'une pièce dans le secteur du packaging	54
5.5.1	Contexte de l'étude	54
5.5.2	Modèle Eléments Finis	55
5.5.3	Sensibilité des modèles	55
5.5.4	Principaux résultats	57
5.6	Conclusion	60
<b>6</b>	<b>Identification par méthode inverse de paramètres matériaux à partir de mesures de champs</b>	<b>61</b>
6.1	Introduction	61
6.2	Méthode de recalage de modèles EF	64
6.2.1	Principe de la méthode développée	64
6.2.2	Résolution du problème d'optimisation	66
6.3	Résultats de quelques identifications de lois de comportement purement mécanique	68
6.3.1	Identification sur la base d'essais plans	68
6.3.2	Apport d'un essai hors-plan hétérogène	70
6.3.3	Confrontation modèles/expérience	72
6.4	Résultats d'identification à partir de mesures de champs cinématiques et thermiques	73
6.4.1	Contexte de l'étude	73
6.4.2	Bilan énergétique du problème	74
6.4.3	Identification du coefficient $\beta$ de Taylor-Quinney	75
6.5	Bilan et conclusion	75

<b>7 Travaux en cours</b>	<b>77</b>
7.1 Etude de la mise en forme d'une virole acier de faible épaisseur par un procédé de déformation par faible contact	77
7.1.1 Contexte	77
7.1.2 Principaux résultats	78
7.2 Développement d'un implant universel pour les fractures du fémur proximal chez les personnes âgées	78
7.2.1 Contexte de l'étude	78
7.2.2 Dimensions collaboratives du projet	79
7.2.3 Premiers résultats	80
7.3 Identification de sources de chaleur à partir d'une approche d'analyse modale et de mesures de champs de température	80
<b>8 Conclusion générale et perspectives</b>	<b>83</b>
8.1 Bilan	83
8.2 Perspectives	84
8.2.1 Recalage de modèles EF sur des lois de comportements évolués	84
8.2.2 Identification par méthode inverse des propriétés <i>in vivo</i> de la peau humaine	84
8.2.3 Développement d'un logiciel intégré d'identification inverse	85
8.2.4 Exploitation des mesures de champs de température	85
<b>Appendices</b>	<b>87</b>
<b>A Curriculum vitae détaillé</b>	<b>87</b>
<b>B Activités d'enseignement</b>	<b>89</b>
<b>C Recherche</b>	<b>91</b>
<b>D Responsabilités administratives</b>	<b>95</b>
<b>E Liste des publications scientifiques</b>	<b>99</b>
<b>Sélection d'articles</b>	<b>105</b>



# CHAPITRE 1

---

## Introduction générale

---

Le contexte économique de mondialisation, de concurrence internationale accrue, d'envolée des prix notamment des matières premières entraîne les industriels à une recherche continue de diminution des coûts de production, à un raccourcissement des durées de conception et d'industrialisation des produits et à une augmentation de la robustesse des procédés de fabrication. Pour se donner les moyens de réussite, de nombreux secteurs industriels ont investi dans la simulation numérique afin de diminuer de manière drastique les temps et coûts de production. Que ce soit le secteur de la mise en forme par compression et frittage de poudres ou celui de l'emboutissage, les objectifs sont la suppression des outils et prototypes d'essais très onéreux et longs à réaliser. Malgré les efforts déployés, force est de constater que les résultats de ces simulations numériques représentent la réalité avec un degré de vraisemblance le plus souvent insuffisant.

Cet objectif pose des défis importants à la communauté universitaire mécanicienne dans la mesure où les écarts entre les résultats résultent des approximations accumulées à chaque étape du traitement du problème. La difficulté est liée à la maîtrise conjointe de deux classes de facteurs :

- physiques et mécaniques liés aux matériaux et aux procédés : modélisation du comportement mécanique, identification des paramètres des lois de comportement, conditions aux limites du problème...
- numériques et mathématiques : code de calculs, maillage, discrétisation, convergence...

Avec le souci de proposer aux utilisateurs, chercheurs et ingénieurs, des outils de calculs performants, fiables et précis, les études que j'ai entreprises ont toujours emprunté deux directions :

**La compréhension.** Partant du principe qu'il faut avant tout comprendre pour agir, je me suis toujours attaché à réunir un maximum d'information sur le comportement du matériau en relation avec le procédé de mise en forme étudié. Cette meilleure connaissance permet au travers du dialogue modèle-expérience d'intégrer des phénomènes négligés auparavant, non pas parce qu'ils étaient du second ordre mais parce qu'il était difficile ou impossible de les quantifier avec les moyens de mesures de l'époque.

**La simulation numérique.** Avec des phénomènes à simuler de plus en plus complexes, les calculs éléments finis intégrant le comportement du matériau apportent un outil efficace dans la mise au point et l'optimisation des cycles de fabrication. Mais, l'expérience montre que malgré tout le soin apporté sur le plan expérimental, il est pratiquement impossible de fournir des résultats numériques exploitables tant qualitativement que quantitativement sans réajuster le plus souvent « à la main » certains paramètres matériaux. Il existe pourtant une voie alternative : l'identification inverse à partir de mesures de champs.

Le défi que j'ai essayé de relever dans mon travail de recherche depuis bientôt dix ans consiste à déterminer comment combiner au mieux expérience et simulation numérique. On retrouve la problématique initiale avec deux axes de recherche couplés.

## Organisation du mémoire

Le premier chapitre expose le bilan de mon travail de doctorat dans un projet consacré à l'étude de la mise en forme par compression et frittage de poudres et centré sur les difficultés du dialogue modèle-expérience. Après avoir présenté les moyens expérimentaux spécifiques mis en œuvre pour caractériser le comportement des matériaux tant au cours de la compression que du frittage, je montre comment les résultats sont ensuite exploités pour identifier les paramètres de la loi de comportement retenue pour chaque étape et pour simuler la mise en forme de pièces industrielles. A partir d'une comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux, la précision atteinte avec l'approche proposée et l'influence de la méthode d'identification sur les paramètres des modèles sont finalement discutées.

Le deuxième chapitre rassemble les principaux concepts théoriques mis en œuvre lors des différentes études entreprises. L'accent est mis sur la modélisation de la plasticité et notamment celle des matériaux anisotropes tels que le titane mais aussi sur la notion de bilan énergétique d'un milieu continu déformable dans le cadre de la Thermodynamique des Processus Irréversibles.

Le troisième chapitre présente les techniques et les matériels utilisés lors des différents essais. Les champs cinématiques sont obtenus à partir d'une méthode de corrélation ou de stéréo-corrélation d'images numériques tandis que les champs de température sont obtenus par thermographie infrarouge.

Le quatrième chapitre aborde l'étude de la mise en forme du titane en précisant la démarche mise en œuvre afin de contribuer à améliorer les résultats des simulations numériques et finalement guider la conception de nouvelles pièces. Au travers de deux exemples, l'un relevant du secteur biomédical, l'autre du secteur de l'industrie du packaging, je montre comment les résultats des simulations numériques peuvent s'accorder avec l'expérience si l'anisotropie du matériau et le phénomène de retour élastique sont pris conjointement en compte.

Le cinquième chapitre concerne l'identification de modèles de comportement mécanique à partir d'une méthode inverse de type recalage de modèles éléments finis utilisant à la fois les mesures de champs cinématiques et thermiques. Les premiers résultats présentés concernent l'identification de paramètres élastoplastiques obtenus à partir d'essais mécaniques plans et hors-plans. Les résultats des travaux menés afin d'analyser la dissipation intrinsèque du titane générée par la plasticité sont résumés en fin de chapitre.

L'avant dernier chapitre présente les travaux en cours. Le dernier chapitre conclut le mémoire et synthétise les perspectives qui s'en dégagent. Le lecteur trouvera ensuite des chapitres annexes comprenant mon curriculum vitæ, une description successive de mes activités d'enseignement et de recherche, les principales responsabilités administratives qui m'ont été confiées, la liste de mes publications scientifiques ainsi qu'une sélection d'articles.





## CHAPITRE 2

---

# Bilan d'une expérience : compression et frittage de poudres

---

Le travail réalisé dans le cadre de ma thèse de doctorat<sup>1</sup> au sein des laboratoires 3S et GPM2 a concerné la mise en forme par compression et frittage de poudres. L'activité s'est déroulée dans le cadre du programme européen de recherche Brite Euram intitulé « Modelling of Cold Compaction » (MC<sup>2</sup>) associant un consortium de dix industriels et universitaires issus de cinq pays européens (Figure 2.1). Coordonné par le Centre d'Etudes et de Recherche sur les Matériaux du CEA de Grenoble, le programme a commencé le 01 décembre 1998 pour se terminer le 30 novembre 2001. L'objectif générique de cette recherche visait à remplacer l'approche empirique liée à la production d'une nouvelle pièce par compression et frittage de poudres par un outil de simulation numérique dédié. Plus précisément, le travail a eu pour but de développer une chaîne « mécanique-numérique » en s'appuyant sur une caractérisation expérimentale d'une large gamme de matériaux (métalliques et céramiques), une identification des paramètres des lois de comportement associées et une validation de l'outil de simulation numérique par comparaison calculs-expériences sur plusieurs pièces industrielles. Je reviens dans ce chapitre sur ce travail dans la mesure où il constitue en dehors de mon stage de DEA le point de départ de mon activité de recherche. La problématique liée à la mise en forme des pièces obtenues par compression puis frittage de poudre ouvre ce chapitre. Les paragraphes suivants décrivent les techniques expérimentales mises en œuvre pour caractériser le comportement de ces matériaux et abordent les aspects liés à la modélisation et à la simulation numérique de la mise en forme. Le paragraphe 2.3 présente les principaux résultats. Je dresse finalement un bilan de ce travail qui a jeté les bases de mes travaux futurs de recherche.

---

<sup>1</sup>F. Toussaint. *Etude expérimentale et simulation numérique de la mise en forme par compression et frittage de poudres*. PhD thesis, INP de Grenoble, 2001

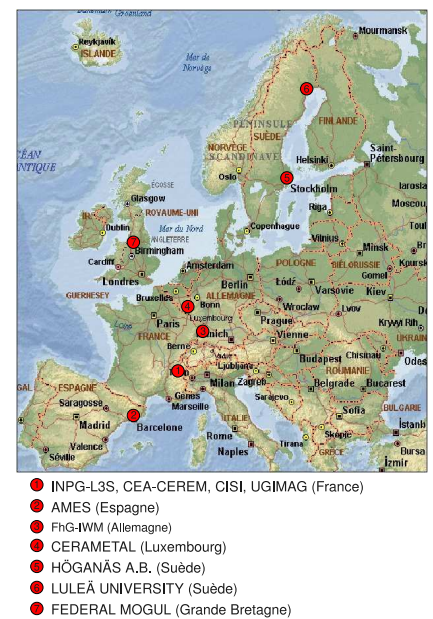


Figure 2.1 – Localisation géographique des différents partenaires du programme européen de recherche Brite Euram « Modelling of Cold Compaction » (MC<sup>2</sup>).

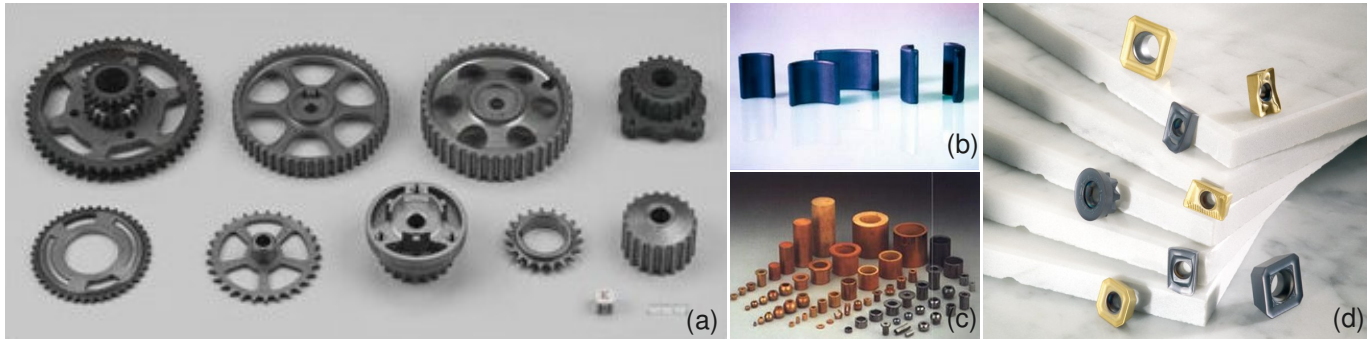


Figure 2.2 – Photographies de différentes pièces obtenues par compactage et frittage de poudres : (a) pièces de distribution pour l'industrie automobile, (b) segments ferrites magnétiques, (c) bagues autolubrifiantes, (d) outils coupants.

## 2.1 Une expérience : le projet Modelling of Cold Compaction

### 2.1.1 Problématique de la mise en forme par compression et frittage

La Métallurgie des Poudres (MdP) est une technique de fabrication utilisée pour un éventail de pièces industrielles (Figure 2.2) telles que les pièces de transmission et de boîte de vitesse en acier des véhicules à moteur, les outils de coupes pour le travail de la pierre, du bois ou du métal en carbure cémenté ou en acier rapide, les matériaux magnétiques doux et les aimants, les céramiques fines, les métaux réfractaires, les roulements...

Toutes ces pièces sont produites par le pressage à froid d'une poudre dans une matrice et frittage de la pièce à vert (ou pièce en cru) dans un four. Bien que les problèmes soient différents dans les détails, toutes ces branches rencontrent les mêmes difficultés pratiques :

- Dans la plupart des cas, une opération de post-frittage (calibrage ou usinage) est nécessaire pour obtenir la géométrie finale des pièces. Cette opération représente 10% à 25% des coûts de production.
- Un outillage de pressage coûte entre 1 000 et 100 000 €. La conception d'un outillage pour un nouveau produit est faite avec un procédé essais-erreurs qui génère des surcoûts (jusqu'à 50% des coûts initiaux d'outillage) et des retards (plusieurs semaines ou mois).
- Environ 2% des pièces (et bien plus pour nouvelle fabrication) sont défectueuses en raison de la présence de fissures. La valeur des pièces rejetées et la nécessité d'imposer des contrôles finaux augmentent fortement les coûts globaux de production.

Pour réaliser des économies de plusieurs dizaines de milliers d'euros sur le développement, les coûts de production et la mise sur marché du produit, l'industrie européenne a décidé de concevoir des outillages sur la base

de méthodes prédictives fiables de sorte qu'aucune fissure ne se produise au cours du procédé et que les pièces frittées soient plus précises.

### 2.1.2 Un projet ambitieux

L'objectif du projet MC<sup>2</sup> était donc de remplacer l'approche empirique par une approche plus efficace basée sur la modélisation du procédé industriel de compression et frittage pour l'éventail de matériaux concernés par cette technique. Pour atteindre ce but, le programme technique incluait :

- la sélection et l'intégration de modèles macromécaniques existants pour la compaction à froid, le frottement et le frittage dans un code éléments finis approprié,
- la détermination expérimentale des données pour plusieurs matériaux de référence,
- la validation et l'optimisation de la modélisation numérique,
- la comparaison entre les résultats simulés et l'expérience en terme de géométrie, distribution de densité, contraintes résiduelles et résistance mécanique pour plusieurs pièces de référence.

Dans le cadre de ce projet, ma contribution a principalement porté sur la caractérisation expérimentale du comportement des matériaux aussi bien au cours de la phase de compression que celle de frittage, la modélisation et la simulation numérique de la mise en forme et la validation des résultats par comparaisons modèles-expériences sur plusieurs pièces industrielles.

## 2.2 Une démarche suivant le triptyque habituel : essais, modélisation, analyse numérique

### 2.2.1 Des procédés et des matériaux très éparses

Le travail réalisé dans le cadre de la thèse s'articule autour de trois matériaux différents sélectionnés par les partenaires industriels : une poudre Distaloy AE, deux poudres de carbure de tungstène WC-Co et WC-TiCN et deux pâtes d'hexaferrite de strontium (SrFe<sub>12</sub>O<sub>19</sub>).

La poudre Distaloy AE est une poudre à base de fer. Produite par la société Höganäs (Suède), la nuance étudiée se compose de 3.86% de nickel, 1.48% de cuivre, 0.50% de molybdène, 0.60% de graphite et 0.66% de cire. Cette composition chimique a été optimisée afin de conférer aux pièces frittées de bonnes propriétés mécaniques en terme de résistance mécanique et de dureté. La poudre est donc tout particulièrement utilisée dans le secteur de l'industrie automobile et notamment pour la fabrication de pièces d'engrènement. Outre le fait de conférer à la pièce une résistance élevée aussi bien en cru qu'après frittage, le rôle du graphite est également d'obtenir *in fine* un acier. Enfin, la cire est utilisée pour abaisser le coefficient de frottement entre la poudre et l'outillage pendant la mise en forme.

La poudre Distaloy AE est une poudre atomisée. Les éléments d'additions de plus faible granulométrie prédiffusés confèrent aux particules ces formes irrégulières ou spongieuses. La taille des grains de poudre varie de 20 à 180  $\mu\text{m}$ . La densité apparente  $\rho_0$  de la poudre est égale à 3.10  $\text{g}/\text{cm}^3$ .



Figure 2.3 – Images MEB des poudres étudiées dans le cadre du programme européen de recherche Brite Euram « Modelling of Cold Compaction » ( $MC^2$ ) : poudre de fer Distaloy AE à gauche suivie successivement des poudres de carbure de tungstène WC-Co puis WC-TiCN.

Matériaux principalement destinés à la fabrication d'outils de coupe et fournis par la société CERAMETAL, la poudre WC-Co est un carbure cimenté, tenace mais avec une résistance à la déformation à haute température limitée, tandis que la poudre WC-TiCN est un composé **céramique/métal** (*cermet*) plus réfractaire mais moins tenace que le premier matériau. Ces poudres extra fines, puisque la taille des grains est inférieure à  $1\ \mu\text{m}$ , présentent une très mauvaise coulabilité particulièrement gênante lors du remplissage automatique industriel des matrices. Le fabricant est donc obligé de produire le mélange sous forme de granules (Figure 2.3). Le mélange des différentes poudres auquel est incorporé un liant organique (généralement du polyéthylène glycol - PEG) est alors successivement broyé et homogénéisé en milieu liquide dans un attriteur puis granulé par atomisation. Les granules de forme sphérique obtenues possèdent des diamètres moyens d'environ  $200\ \mu\text{m}$ .

Enfin, les hexaferrites font partie d'une classe de matériaux oxydes ferrimagnétiques dits *ferrites* dont le premier secteur d'application est celui des aimants permanents. Sans rentrer dans les détails notamment au regard des performances magnétiques, disons que le principal atout de ces matériaux réside dans leur faible coût et leur grande stabilité chimique. Ils peuvent être synthétisés selon différentes méthodes. Nous nous limitons ici à la méthode dite de chamottage, calcination ou ferritisation, la mieux adaptée du point de vue du coût et de l'industrialisation et avec laquelle les matériaux étudiés ont été élaborés. La Figure 2.4 présente les principales étapes : un mélange des matières premières, principalement  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  et  $\text{SrCO}_3$ , ainsi que certains additifs afin de favoriser la densification et de contrôler la microstructure, une calcination qui est l'opération de synthèse du ferrite à des températures situées entre  $1200$  et  $1350^\circ\text{C}$ , des opérations de broyage par voie sèche puis humide permettant de diminuer la taille des grains de diamètre moyen  $1\ \mu\text{m}$  à la sortie du four rotatif à environ  $1\ \mu\text{m}$ . La matière première finale (la pâte) est implicitement obtenue lors du broyage à bille sous eau (teneur de l'ordre de 40% en masse).

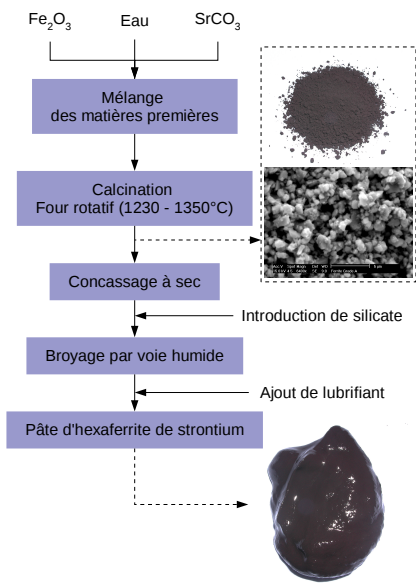


Figure 2.4 – Schéma synoptique du procédé d'élaboration de la pâte d'hexaferrite de strontium  $\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$ .

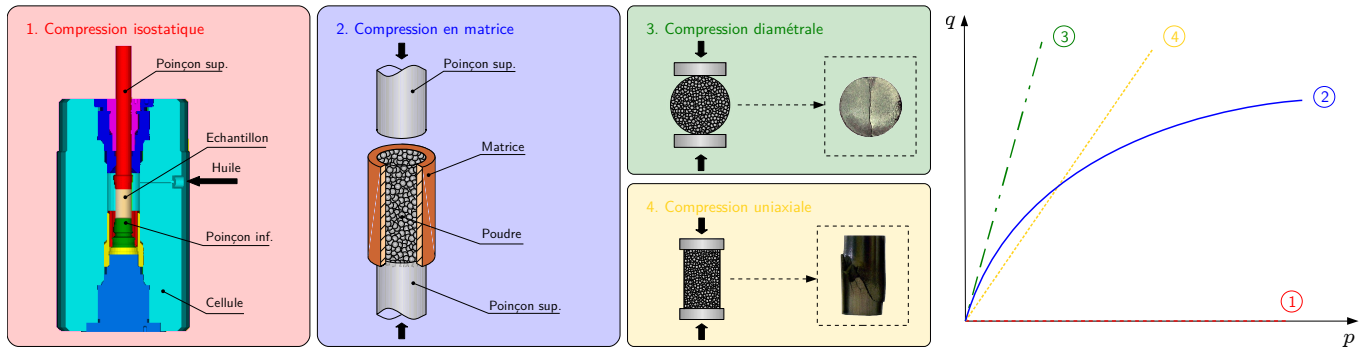


Figure 2.6 – Principaux essais mis en œuvre pour caractériser le comportement à la compression des poudres étudiées et chemin de chargement associé dans le plan  $p$ - $q$  des contraintes.

## 2.2.2 Moyens expérimentaux

Depuis de nombreuses années, la communauté mécanicienne s'intéressant au problème de la modélisation des milieux granulaires, a mis au point différents dispositifs de caractérisation mécanique notamment pour la phase de compression et thermomécanique pour le frittage. Dans la plupart des cas, les essais sont réalisés sur des échantillons de géométrie cylindrique de manière à obtenir des états de contraintes et de déformations axisymétriques (Figure 2.5) et dans des conditions telles que les champs soient les plus uniformes possible au sein du volume de poudre. Ces essais qualifiés généralement d'*essais homogènes* autorisent le plus souvent une mesure directe des grandeurs recherchées et sont donc de ce fait aisément exploitables. Malheureusement en dépit des précautions prises, la plupart des dispositifs disponibles ne vérifient pas ces propriétés et conduisent à des *essais hétérogènes*. Ces derniers doivent alors être exploités en ayant recours à des modèles mathématiques basés sur des hypothèses et approximations telle que la méthode des tranches. Les essais mis en œuvre dans le cadre de ma thèse relèvent de ces deux types d'essais.

La Figure 2.6 présente les différents essais réalisés ainsi que le chemin de chargement associé dans le cadre d'une représentation classique dans le plan  $p$  -  $q$  des contraintes, c'est-à-dire dans le plan des contraintes isotrope, hydrostatique ou moyenne  $p$  et déviatoire  $q$ . Pour la plupart des données expérimentales issues de ces modes de compression, le rapport  $q/p$  varie entre 0 (compression isotrope) et 3 (compression uniaxiale). D'autres types de trajet de chargement peuvent être menés<sup>2 3</sup>.

Dans le contexte industriel d'obtention d'une pièce en cru (c'est-à-dire une pièce non consolidée), si l'étude du comportement du matériau à la compression aux moyens de ces différents essais est essentielle, il est également tout aussi important d'analyser le comportement tribologique des échantillons. J'ai donc entrepris cette étude au moyen d'un dispositif de type pion frottant dont le principal avantage est de pouvoir dissocier

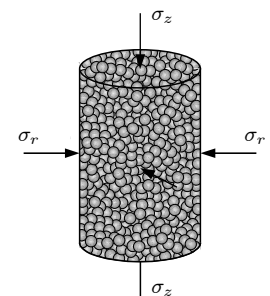


Figure 2.5 – Composantes axiale et radiale sur un échantillon cylindrique de poudres.

Dans le cas d'un chargement tel que celui décrit à la Figure 2.5 les contraintes moyenne  $p$  et déviatoire  $q$  se calculent à partir des relations  $p = \frac{\sigma_z + 2\sigma_r}{3}$  et  $q = \sigma_z - \sigma_r$ . Par ailleurs, en suivant la convention de signe utilisée dans la métallurgie des poudres, la contrainte compressive est prise comme positive.

<sup>2</sup>E. Pavier. *Caractérisation du comportement d'une poudre de fer pour le procédé de compression en matrice*. PhD thesis, INP de Grenoble, 1998

<sup>3</sup>V. Bonnefoy. *Modélisation numérique du comportement de poudres métalliques et céramiques en compression*. PhD thesis, INP de Grenoble, 2001

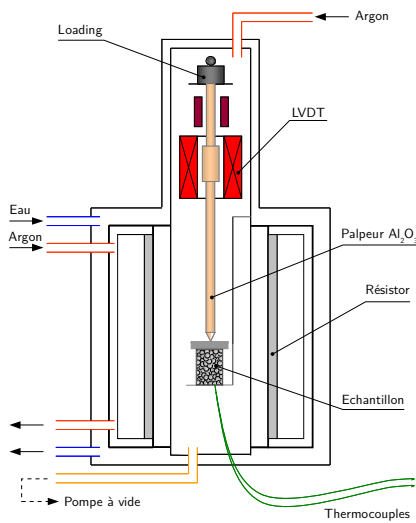


Figure 2.7 – Schéma du dispositif de dilatométrie utilisée pour étudier le comportement *in situ* des matériaux frittants.

l'influence des paramètres que sont la densité du comprimé, l'effort normal appliqué, la température, la vitesse et distance de glissement... Pour plus de détails sur ce travail, le lecteur peut se référer à l'article publié en 2001 dans la revue *Powder Metallurgy*<sup>4</sup>.

Comme cela a déjà été évoqué au paragraphe 2.1.2, ma contribution dans le cadre de ce projet MC<sup>2</sup> a porté à la fois sur la phase de compression du procédé mais aussi sur celle du frittage des pièces. Pour étudier, le comportement en frittage des matériaux, j'ai donc utilisé un dilatomètre axial (modèle TMA92 de SETARAM). La Figure 2.7 présente un schéma du dispositif. Le principe de l'appareil consiste à mesurer les variations dimensionnelles d'un échantillon au moyen d'un palpeur reposant sur sa surface. L'échantillon est isolé dans une enceinte dans laquelle la température peut varier de l'ambiante à 1600°C et l'atmosphère de travail est imposée (balayage de gaz neutre ou de mélange réducteur à débit et pression choisie).

### 2.2.3 Modélisation de la mise en forme par compression

Au niveau industriel, les modèles de comportement servant à décrire la réponse macroscopique du matériau reposent pour une grande majorité d'entre eux sur les concepts de la théorie de l'élasto-plasticité incrémentale. Les lois rhéologiques alors utilisées peuvent être établies par formalisme mathématique en s'appuyant sur les résultats expérimentaux ou en s'inspirant par exemple des résultats de la modélisation micromécanique par approche discrète<sup>5</sup>. Parmi les différents modèles disponibles, les modèles de Drucker-Prager/Cap et de Cam-Clay sont les deux principaux modèles qui ont été utilisés.

#### Modèle de Drucker-Prager/Cap

Ce modèle est une extension du modèle de Mohr-Coulomb écrit en 1776 pour l'interprétation des résultats des essais triaxiaux. Il est utilisé depuis de nombreuses années pour modéliser le comportement des sols. La surface de charge du modèle se compose de deux surfaces principales représentées dans le plan  $p - q$  des contraintes dans la Figure 2.8.

La première surface est appelée *droite de rupture* et traite les cas fortement déviatoires où le cisaillement prédomine par rapport à la pression hydrostatique. Elle est décrite par l'équation :

$$F_s = q - p \tan \beta - d = 0 \quad (2.1)$$

où  $\beta$  est l'angle de frottement interne du matériau et  $d$  sa cohésion. La seconde surface nommée *Cap* correspond à un quart d'ellipse venant fermer la droite de rupture et intersecter l'axe des pressions isotropes  $p$ . L'équation de cette surface est :

<sup>4</sup>P. Doremus, F. Toussaint, and E. Pavier. Investigation of iron powder friction on a tungsten carbide tool wall. *Powder Metallurgy*, 44(3):243–247, 2001

<sup>5</sup>J.-F. Jerier. *Modélisation de la compression haute densité des poudres métalliques ductiles par la méthode des éléments discrets*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, 2009

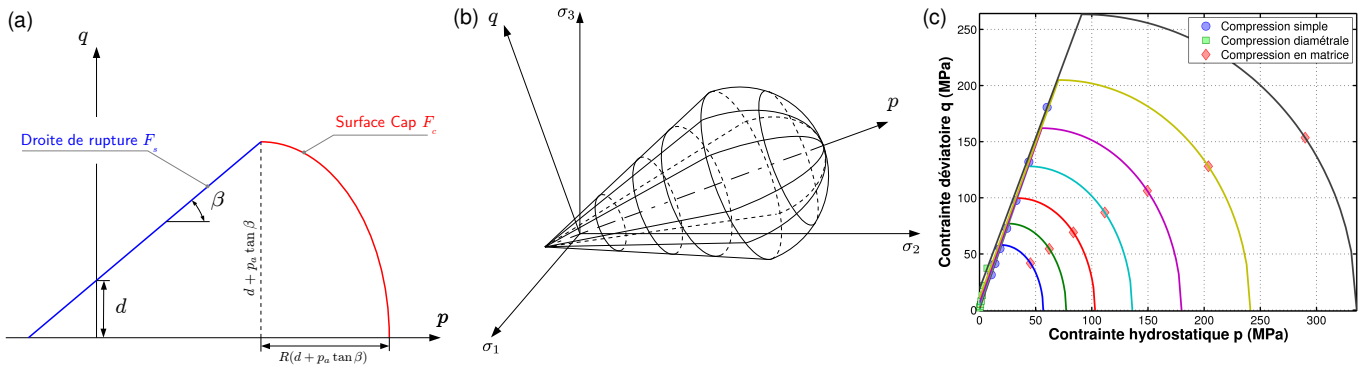


Figure 2.8 – Surface de charge du modèle de Drucker-Prager/Cap : (a) dans l'espace des contraintes principales, (b) dans le plan  $p$ - $q$  des contraintes, (c) après identification à partir des essais de compression simple, compression diamétrale et compression en matrice pour différentes valeurs de déformation volumique plastique variant de 0,50 à 0,80.

$$F_c = \sqrt{(p - p_a)^2 + \left( \frac{Rq}{(1 + \alpha - \alpha/\cos\beta)} \right)^2} - R(d + p_a \tan\beta) = 0 \quad (2.2)$$

où  $R$  est l'excentricité de l'ellipse,  $p_a$  et  $p_b$  les pressions hydrostatiques aux intersections respectives de l'ellipse avec la droite de rupture et de l'axe de pression hydrostatique. Enfin  $\alpha$  est un paramètre nécessaire au traitement particulier des intersections entre les deux surfaces de charge, notamment en raison de la transition brusque du comportement rendant le traitement numérique délicat et source d'instabilité. Les paramètres  $p_a$  et  $p_b$  ne sont pas indépendants et sont reliés par l'équation :

$$p_a = \frac{p_b - Rd}{(1 + R \tan\beta)} \quad (2.3)$$

ce qui réduit le nombre de paramètres du modèle à identifier à 4 paramètres indépendants :  $d$ ,  $\beta$ ,  $p_b$  et  $R$  exprimés en fonction de la variable d'érouissage, qui est supposée être la déformation volumique plastique  $\varepsilon_{vol}^{pl}$ . L'écoulement plastique est défini de telle sorte que la loi d'écoulement soit associée sur le *Cap* et non-associée sur la droite de rupture et la région de transition. La surface potentielle du modèle est alors décrite par deux surfaces potentielles de forme elliptique.

### Modèle de Cam-Clay

La théorie sur laquelle repose le modèle de Cam-Clay a été initialement proposée par Schofield et Wroth dans les années 1960 afin d'étudier le comportement des sols et notamment des argiles à partir d'essais de compression triaxiale. Le modèle a fait l'objet de nombreuses modifications. La version du modèle étudié est celle implantée dans l'outil PRECAD®. L'équation de la surface de charge de ce modèle est :

$$f = q^2 + M^2(p - p_1)(p - p_2) \quad (2.4)$$

où  $M$ ,  $p_1$  et  $p_2$  sont 3 paramètres matériau à identifier.

PRECAD® est un outil métier pour la métallurgie des poudres développé par le CEA/CEREM. L'outil inclut différents modules : CAO pour la conception des pièces, mailleur automatique, calculs par éléments finis, visualisation... Une base de données est disponible pour une large gamme de matériaux.



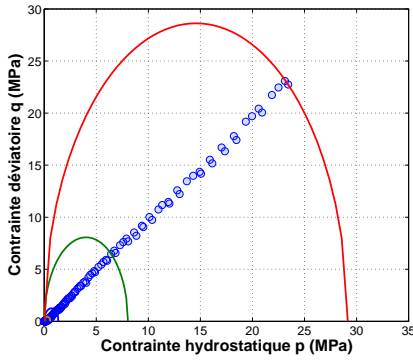


Figure 2.9 – Surfaces de charge du modèle de Cam-Clay modifié pour différentes valeurs de déformation volumique plastique. L'identification est issue des résultats d'un essai œdométrique réalisé sur la pâte de ferrite.

Ces deux modèles ont été utilisés lors de mon travail de thèse afin de simuler la phase de compression de pièce industrielle. Pour chacun d'eux une procédure standard d'identification des paramètres matériaux a été réalisée. La Figure 2.8 (c) donne une représentation de quelques surfaces de charge dans le plan  $p - q$  des contraintes du modèle de Drucker-Prager/Cap à l'issue de l'identification pour la poudre Distaloy AE. La Figure 2.9 présente les résultats obtenus avec un modèle de Cam-Clay pour la pâte de ferrite.

## 2.2.4 Modélisation du frittage anisotrope

Pour modéliser l'étape de frittage permettant de rendre compte des changements de forme, deux approches différentes ont été mises en œuvre dans le travail de thèse. La première est une approche de nature macroscopique phénoménologique pour laquelle les mécanismes physiques du frittage ne constituent qu'un garde-fou pour l'interprétation et la compréhension des résultats. Le comportement frittant du matériau est décrit par l'addition de quatre contributions :

- une déformation élastique  $\varepsilon^{el}$ ,
- une déformation viscoplastique  $\varepsilon^{vp}$ ,
- une dilatation thermique  $\varepsilon^{th}$ ,
- une déformation de frittage naturel  $\varepsilon^{fr}$ ,

de sorte que le tenseur des vitesses de déformation s'écrit :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^{el} + \dot{\varepsilon}^{vp} + \dot{\varepsilon}^{th} + \dot{\varepsilon}^{fr} \quad (2.5)$$

Les travaux de Gillia et al.<sup>6</sup> ont montré que la contribution élastique, faible devant les autres composantes, pouvait être négligée sans que les résultats de la simulation numérique ne soit affectés de manière significative. La dilatation thermique du matériau, importante en raison des fortes variations de température induite au cours du cycle de frittage, est généralement régie par l'équation :

$$\varepsilon^{th} = \alpha(T - T_0)\mathbf{I} \quad (2.6)$$

où  $\alpha$  est le coefficient de dilatation thermique, fonction de la température et  $T_0$  la température ambiante. Le terme  $\varepsilon^{vp}$  est décrit au travers d'une loi viscoplastique linéaire :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = -\frac{p}{3K}\mathbf{I} + \frac{\mathbf{s}}{2G} \quad (2.7)$$

où  $p$  est la pression hydrostatique ( $I_1 = tr(\boldsymbol{\sigma}) = 3p$ ),  $\mathbf{s}$  est le tenseur déviateur ( $\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{3}tr(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{I} + \mathbf{s}$ ),  $K$  et  $G$  respectivement la viscosité volumique et de cisaillement. La déformation de frittage naturel est exprimée à partir d'une loi puissance de la forme :

<sup>6</sup>O. Gillia and D. Bouvard. Finite element simulation of the sintering of cemented carbide compacts. *Advances in Powder Metallurgy and Particulate Materials*, 7, 1996

$$\dot{\epsilon}^{fr} = \Omega(T) (\rho_{\infty}(T) - \rho)^{n(T)} \quad (2.8)$$

où  $\rho_{\infty}(T)$  peut être vu comme la densité relative maximale que peut atteindre le matériau à la température  $T$  ;  $\Omega(T)$  et  $n(T)$  sont des paramètres fonctions de la température à ajuster. Le terme de déformation de frittage naturel  $\epsilon^{fr}$  joue un rôle majeur dans le modèle car il conditionne en grande partie les retraits dimensionnels induits par le frittage. La contribution viscoplastique  $\epsilon^{vp}$  prend toute son importance à haute température en raison de la diminution de la viscosité du matériau. Elle dépend de l'état de contrainte dans le matériau, induit par les contraintes extérieures appliquées (gravité, notamment) et les gradients de vitesse de densification. Ce modèle a été utilisé pour modéliser le comportement des poudres WC-Co et WC-TiCN du programme MC<sup>2</sup>. Une seconde approche a été développée dans mon travail de thèse afin de calculer les retraits fortement anisotropes (non pris en compte dans cette modélisation) observés sur les ferrites. L'approche consiste à utiliser une loi thermoélastique anisotrope et à effectuer un rapprochement entre ce comportement et le comportement viscoplastique généralement utilisé pour décrire le frittage des matériaux. Les résultats obtenus avec cette dernière approche seront présentés au paragraphe 2.3.

## 2.3 Principaux résultats

### 2.3.1 Simulation numérique de la compression

Les travaux de simulation numérique de la mise en forme par compression ont été réalisés sur deux pièces différentes fabriquées par les partenaires industriels. La première est une pièce axisymétrique désignée *Slopping Upper Punch* issue de la société Federal Mogul Technology. Fabriquée à partir d'un outillage relativement complexe composé de plusieurs poinçons, un noyau et une matrice, la géométrie de la pièce a été choisie de telle sorte que la réduction du volume de poudre au cours de la compression génère des écoulements de poudre perpendiculaire à l'axe de compression. La simulation numérique de la mise en forme de cette pièce a été réalisée à l'aide du code de calculs par éléments finis ABAQUS. La Figure 2.10 présente la distribution de densité au sein de la pièce à l'issue de la compression. Ces résultats ont été comparés à des mesures expérimentales menées par le partenaire industriel (résultats non présentés ici). Cette confrontation modèle/expérience focalisée sur les répartitions de densité et sur les efforts mis en jeu au cours de la mise en forme, nous a néanmoins permis de mettre en évidence le lien étroit qui existe entre les essais à réaliser pour identifier les paramètres du modèle et la complexité de la pièce à simuler (pièce simple sans transfert de poudre : essai de compression en matrice instrumentée, pièce plus complexe avec transfert de poudre : essai de compression triaxiale). Un travail analogue a été entrepris sur une seconde pièce proposée par la société Ugimag. Il s'agit d'un segment de ferrite mis en forme au moyen d'une opération de filtre-pressage de la pâte d'hexaferrite de strontium (Figure 2.4 du paragraphe 2.2.1). Pour

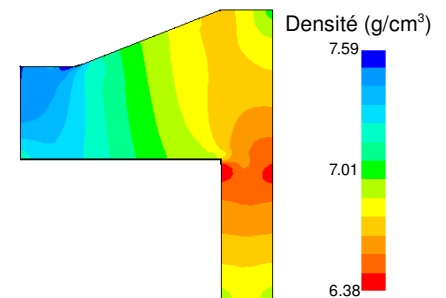


Figure 2.10 – Répartition des densités au sein de la pièce "Slopping Upper Punch" à l'issue de la compression. Calculs menés à l'aide du code de calculs par éléments finis Abaqus.

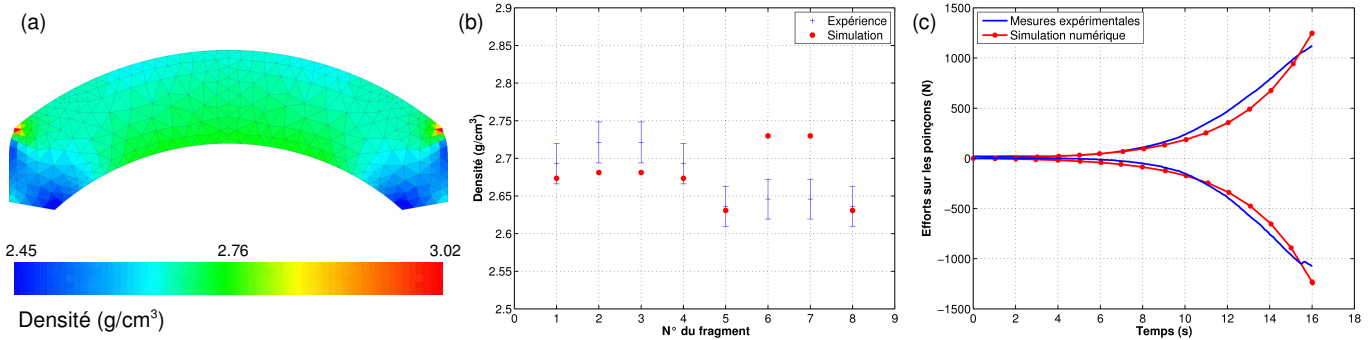


Figure 2.11 – (a) Répartition des densités à l'issue de la phase de compression-filtration pour un segment de ferrite. (b) Comparaison entre les densités mesurées et celles calculées. (c) Evolution des efforts sur les poinçons au cours de la mise en forme du segment.

cette simulation, le comportement du matériau a été décrit au moyen du modèle de Cam-Clay implémenté dans le code de calculs par éléments finis PRECAD®. La Figure 2.11 rassemble les résultats obtenus pour cette simulation numérique. La confrontation modèle/expérience montre que les densités issues des calculs sont globalement fidèles aux observations expérimentales. L'erreur maximale commise, égale à 3% se situe au milieu de la pièce. Ces écarts résultent de la modélisation pour laquelle le phénomène de filtration de l'eau au travers du gâteau n'a pas été pris en compte. Une voie d'amélioration proposée dans le travail de thèse consistait à décrire le comportement de la pâte au cours de sa mise en forme au moyen d'un formalisme diphasique basé sur la théorie des mélanges. Sur le plan des efforts, ces derniers sont approchés avec une incertitude d'environ 10%. Ces écarts relativement conséquents peuvent être expliqués par le choix d'une valeur et/ou d'une évolution du coefficient de frottement mal appropriée.

### 2.3.2 Retraits anisotropes lors du frittage

De nombreuses études mettent en évidence une anisotropie de retrait en frittage naturel. Si de multiples causes peuvent en être l'origine (morphologie de la poudre notamment), l'anisotropie induite par l'opération de compaction en matrice est la plus communément admise. Ainsi dès 1963, une revue des premières études réalisées sur ce sujet a été proposée par Hausner<sup>7</sup>. En définissant un facteur d'anisotropie noté  $K = \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_a}$  où  $\varepsilon_a$  est la déformation dans le sens de la compression et  $\varepsilon_t$  celle dans le sens transverse, Hausner montre que ce paramètre peut évoluer entre 0.2 et 1.5 suivant le type de poudre et la taille des grains. Deux types d'anisotropie sont alors mis en évidence. La première correspond à une déformation transverse supérieure à la déformation dans le sens de la compression ( $K > 1$ ). Elle a été observée lors du frittage de métaux tel que le fer et le nickel. La seconde anisotropie, plus rare, est caractérisée par une déformation transverse inférieure à la déformation axiale.

Les études entreprises dans le cadre de mon travail de thèse ont porté

<sup>7</sup>H.H. Hausner. The linear shrinkage behaviour of metal powder compacts during sintering. In *In Progress in Powder Metallurgy: Proc. 19th Annual Powder Metallurgy Technical Conf.*, pages 67–85. American Powder Metallurgy Institute, 1963

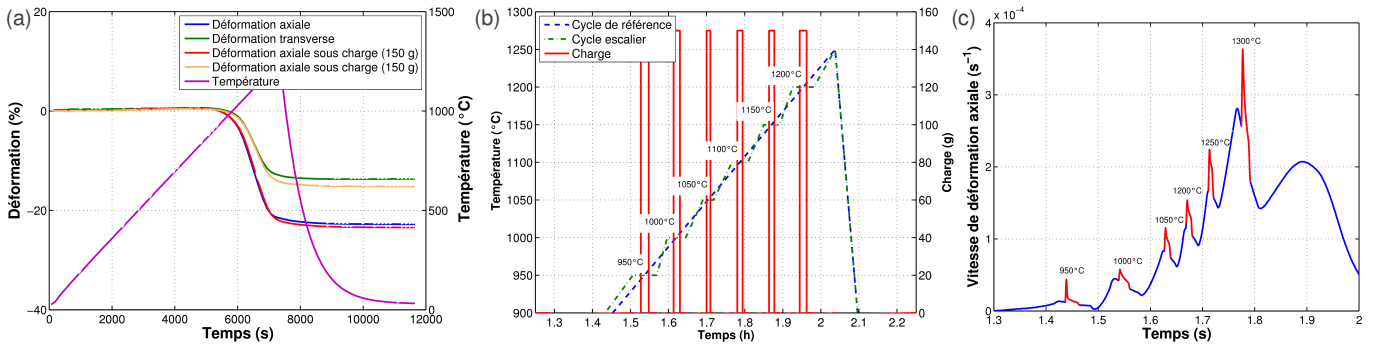


Figure 2.12 – (a) Comparaison de l'évolution des déformations axiale et transverse lors de l'application d'une charge constante avec les résultats de frittage naturel. (b) Comparaison du cycle de référence avec le cycle escalier. (c) Vitesse de déformation en fonction du temps pour différentes charges appliquée sur l'échantillon suivant le cycle escalier.

sur des matériaux correspondant à ces deux situations. Pour les poudres dures WC-Co et WC-TiCN, l'anisotropie de retrait au frittage a été négligée. Dans le cas des ferrites, la problématique est différente car la morphologie des poudres (plutôt plaquétaire) et l'application du champ magnétique lors de l'opération de filtre-pressage génèrent une très forte anisotropie des retraits au frittage. Pour caractériser le comportement thermomécanique de ces ferrites au cours du frittage, le dilatomètre présenté au paragraphe 2.2.2 a été utilisé. Les essais ont été réalisés sous atmosphère oxydante au même titre que les pièces industrielles et sur des échantillons de forme parallélépipédique de tel sorte que les mesures de déformation puissent être réalisées parallèlement à l'axe de facile aimantation (axe c) et perpendiculairement. La Figure 2.12 (a) présente l'évolution des déformations axiale et transverse mesurées au cours du cycle de température qualifié de référence et défini à partir des conditions réelles de frittage des pièces industrielles. Ces mesures ont permis de mettre en évidence une forte anisotropie puisque la déformation axiale en fin d'essai est de 22.7 % tandis que la déformation transverse n'est que de 13 %. On constate par ailleurs sur cette même figure que lorsqu'une charge constante (en l'occurrence ici de 150 g) est appliquée sur l'échantillon, (i) les déformations sont plus importantes et (ii) l'écart entre les déformations sous charge et sans charge est cinq fois plus important dans le sens transverse que dans le sens axial. Un cycle thermomécanique particulier a donc été élaboré afin d'étudier le comportement visqueux des ferrites. La Figure 2.12 (b) présente ce cycle constitué de paliers en température au cours desquels une charge de 150 g est appliquée sur l'échantillon pendant une durée égale au tiers de la durée de l'isotherme et centrée sur celui-ci. Le comportement du matériau en terme de vitesse de déformation en réponse à ce cycle est donné dans la Figure 2.12 (c). L'exploitation du saut en vitesse de déformation induit par l'application de la charge (Figure 2.13 (a)) a ainsi permis de déterminer l'évolution des viscosités axiale et transverse en fonction de la température (Figure 2.13 (b)). La température tend à réduire la viscosité sans que le processus de densification ne contrebalance cet effet. La forte anisotropie mise en évidence sur les ferrites au travers de l'étude expérimentale a été finalement modélisée au travers

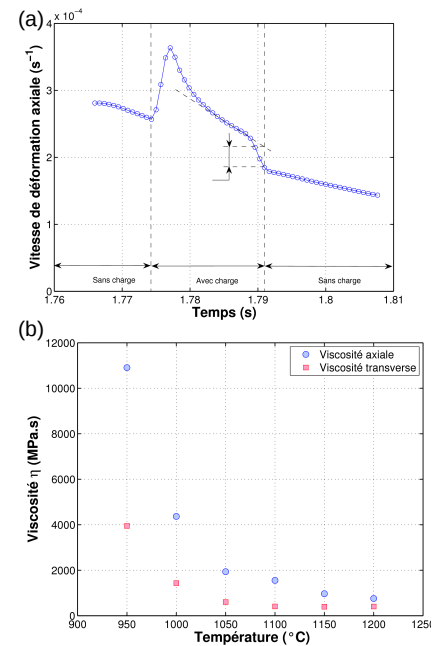


Figure 2.13 – (a) Exploitation du saut en vitesse de déformation induit par l'application d'une charge pour la détermination des viscosités. (b) Evolution des viscosités axiale et transverse en fonction de la température.



L'article en question **A8** est donné au chapitre « **Sélection d'articles** » du présent dossier.

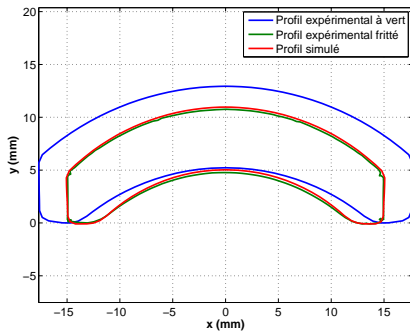


Figure 2.14 – Comparaison du profil simulé avec les profils expérimentaux d'un segment ferrite à vert et fritté.

d'une loi thermoélastique anisotrope et en effectuant un rapprochement entre ce comportement et le comportement viscoplastique *ad hoc*. Pour plus de détails sur la modélisation, l'identification des paramètres de la loi anisotrope et les calculs, le lecteur peut se référer à l'article <sup>8</sup> paru en 2003 dans *Journal of Materials Processing Technology*. La Figure 2.14 présente une comparaison entre les résultats numériques et les profils expérimentaux du segment ferrite en cru et fritté. Les capacités du modèle avant étude de sensibilité des paramètres et ajustement de ces derniers étaient telles que l'erreur commise sur l'épaisseur et la largeur du segment était inférieure à 1% et de l'ordre de 4.5 % sur la flèche.

## 2.4 Bilan et conclusion

A forte finalité industrielle, réalisé en collaboration étroite avec des partenaires industriels et universitaires, je pense avoir joué un rôle majeur dans ce projet de recherche supporté par la communauté européenne. Sur le plan personnel, ce travail m'a permis d'acquérir non seulement de solides connaissances dans la mise en forme de pièces issues de la compression et du frittage de poudres mais aussi des compétences sur le plan de la caractérisation expérimentale du comportement thermomécanique des matériaux (trois matériaux industriels dans ce projet) ainsi que la simulation numérique de la mise en forme (deux codes éléments finis différents utilisés). Ces travaux ont été valorisés par :

- 3 articles dans des revues internationales avec comité de lecture : **A10, A9, A8,**
- 5 conférences internationales avec actes et comité de lecture : **B15, B14, B13, B11, B10,**
- 2 conférences nationales avec actes et comité de lecture : **D6, D5,**
- diverses communications orales, posters et rapports : **E10, E9, E8.**

Au terme de cette expérience de trois ans, j'ai rejoint le laboratoire LMécA à Annecy dans l'idée de poursuivre mon activité de recherche autour d'aspects liés à la mise en forme des matériaux et la confrontation modèle/expérience.

<sup>8</sup>F. Toussaint, D. Bouvard, Ph. Tenaud, and E. Di Marcello. Experimental and numerical analysis of the deformation of ferrite segments during sintering. *Journal of Materials Processing Technology*, 147(1):72–78, 2003

## CHAPITRE 3

---

# Éléments de thermomécanique des milieux continus

---

Ce chapitre a été rédigé afin de rappeler de la manière la plus pédagogique possible le schéma de la formulation des lois élastoplastiques en petites déformations. Dans le cadre des calculs menés notamment avec le code éléments finis Abaqus, on précisera comment ce formalisme limité aux transformations infinitésimales est étendu au cas des grandes déformations en intégrant les approches cinématiques. Une dernière section visera à rappeler dans le cadre de la Thermodynamique des Processus Irréversibles (TPI), les équations régissant le bilan énergétique de la déformation d'un milieu continu. Les notions abordées, qui peuvent être retrouvées dans de nombreux cours et ouvrages<sup>a b c d e</sup>, seront reprises dans les chapitres 5 et 6.

<sup>a</sup>J. Lemaitre and J.-L. Chaboche. *Mécanique des matériaux solides*. Dunod, 1996

<sup>b</sup>J. Salençon. *De l'Elasto-plasticité au Calcul à la rupture*. Ecole Polytechnique, 2002

<sup>c</sup>G. Cailletaud. *Plasticité et viscoplasticité 3D*. Cours de l'Ecole des Mines de Paris, 2005. Téléchargeable sur <http://mms2.ensmp.fr>

<sup>d</sup>R. Fortunier. *Comportement mécanique des matériaux*. Cours de l'Ecole des Mines de Saint-Etienne, 2004. Téléchargeable sur <http://www.emse.fr>

<sup>e</sup>CNRS, editor. *Cours sur les grandes déformations*. F. Sidoroff - Rapport GRECO n°51/1982, 1982

### 3.1 Introduction

Si l'on excepte certains procédés comme celui de la fonderie, une grande majorité des pièces métalliques est actuellement obtenue par une mise en forme au cours de laquelle le matériau est déformé plastiquement c'est-à-dire de manière irréversible. La brame est laminée pour donner une tôle ensuite pliée, emboutie... afin d'obtenir une pièce de forme plus complexe. Pour pouvoir optimiser ces procédés de mise en

forme afin de réduire les coûts liés par exemple à la mise au point d'une nouvelle fabrication, les industriels ont de plus en plus recours à la simulation numérique et ont de ce fait besoin de décrire le comportement du matériau. La formulation classique du comportement élastoplastique d'un milieu continu se place dans cette optique. Bien entendu, la grande diversité des matériaux génère une multitude de lois de comportement. Il serait donc illusoire de vouloir établir une liste exhaustive de ces modèles d'autant plus que de nouvelles versions sont régulièrement proposées par les nombreux chercheurs actifs dans ce domaine. Aussi ce chapitre sera consacré à une tâche plus modeste consistant dans un premier temps à présenter le schéma de la formulation des lois élastoplastiques en se limitant tout d'abord aux transformations infinitésimales.

Basée sur une décomposition additive du tenseur des déformations, la description d'une loi de comportement élastoplastique nécessite de définir au moins trois éléments constitutifs. Une loi élastique qui donne l'état de contrainte du matériau en fonction de son état de déformation élastique. Une surface de charge qui, liée à un critère de plasticité, permet de préciser quand les déformations plastiques ont lieu. Une règle d'écoulement qui indique, lorsque le seuil est dépassé, comment les déformations plastiques s'opèrent. En fonction des matériaux, les déformations plastiques altèrent la taille et la forme de la surface de charge. Pour rendre compte de ces modifications, des variables supplémentaires de nature scalaire ou tensorielle peuvent être introduites dans la fonction de charge. Il est alors nécessaire de préciser dans ce cas les lois d'évolution pour ces variables.

La deuxième partie de ce chapitre visera à préciser comment les approches cinématiques en grandes transformations permettent de substituer aux variables internes de la théorie élastoplastique en petites perturbations, des variables adaptées à la prise en compte des grandes transformations.

Enfin, je rappellerai les équations régissant le bilan énergétique de la déformation d'un milieu continu dans le cadre de la Thermodynamique des Processus Irréversibles (TPI).

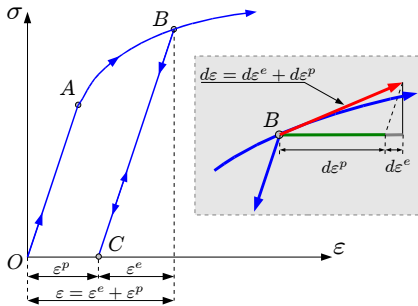


Figure 3.1 – Illustration de l'hypothèse de partition des déformations. Lors de la charge, entre  $O$  et  $A$ , le comportement est élastique. La branche  $AB$  correspond à une charge plastique. Si l'on décharge l'éprouvette, de  $B$  vers  $C$ , la courbe contrainte déformation est linéaire de pente identique à la pente initiale  $OA$ . Lorsque la contrainte est nulle, il subsiste une déformation permanente ou plastique  $\varepsilon^p$ . Si l'on recharge à partir du point  $C$ , le comportement est de nouveau élastique jusqu'au point  $B$ . La déformation totale est la somme de la déformation élastique  $\varepsilon^e$  correspondante et de la déformation plastique  $\varepsilon^p$ . (Il est également possible de raisonner en terme de déformations élémentaires au point  $B$ .)

## 3.2 Comportement élastoplastique infinitésimal

### 3.2.1 Hypothèse de partition des déformations

La formulation classique du comportement élastoplastique d'un milieu continu repose sur une hypothèse de partition des déformations totales en une déformation élastique et une déformation plastique :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (3.1)$$

où  $\varepsilon^e$  et  $\varepsilon^p$  sont respectivement les tenseurs des déformations élastiques et plastiques. Ce découplage des effets se justifie notamment par la phénoménologie au travers par exemple d'un essai de traction (Figure 3.1). D'un point de vue physique, la déformation élastique résulte des variations des distances interatomiques nécessaires pour équilibrer les efforts extérieurs. Les phénomènes alors mis en jeu sont réversibles.

Les déformations plastiques correspondent à des déplacements d'atomes (mouvements de glissement par exemple) avec des phénomènes irréversibles. Par ailleurs, l'hypothèse de partition des déformations 3.1 implique une décomposition additive des taux de déformations :

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^e + \mathbf{D}^p \quad (3.2)$$

où  $\mathbf{D}^e$  et  $\mathbf{D}^p$  sont respectivement les tenseurs vitesses ou taux de déformations élastiques et plastiques.

### 3.2.2 Comportement élastique

Dans la mise en forme des matériaux comme par exemple le pliage ou l'emboutissage, la description du comportement élastique du matériau est cruciale, notamment pour prédire des phénomènes comme celui du retour élastique des pièces à la décharge de l'outillage. Dans le cas d'une théorie linéaire, on écrit généralement la loi de Hooke sous la forme :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}^e : \boldsymbol{\varepsilon}^e \quad (3.3)$$

avec  $\mathbf{C}^e$  tenseur des rigidités élastiques du matériau (*stiffness* en anglais). Dans le cas de l'élasticité isotrope, la loi s'écrit :

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\mu\boldsymbol{\varepsilon} + \lambda \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{I} \quad (3.4)$$

$\lambda$  et  $\mu$  sont les coefficients de Lamé. Ils s'expriment en fonction du module d'Young  $E$  et du coefficient de Poisson  $\nu$  :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (3.5)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.6)$$

### 3.2.3 Comportement plastique

Pour décrire le comportement plastique du matériau, il est nécessaire de préciser deux notions : (i) celle de surface de charge, qui liée à un critère, donne dans l'espace des contraintes la forme de la frontière à partir de laquelle l'écoulement plastique peut se produire, (ii) la règle d'écoulement qui fixe la manière dont les déformations plastiques vont s'opérer. Il conviendra d'ajouter ensuite des variables internes de nature scalaire ou tensorielle afin de rendre compte de phénomène tel que le gonflement homothétique de la surface (écrouissage isotrope) ou de translation du centre de la surface dans l'espace des contraintes (écrouissage cinématique).

#### 3.2.3.1 Surface de charge et critère plasticité

Il est d'usage, pour définir mathématiquement le comportement plastique du matériau, d'introduire une fonction scalaire  $f$  (fonction de charge) dépendant du tenseur des contraintes  $\boldsymbol{\sigma}$  et qui est telle que le comportement est élastique si :



$$f < 0 \quad \text{ou} \quad f = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} \leq 0 \quad (3.7)$$

Il y a écoulement plastique si

$$f = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} > 0 \quad (3.8)$$

Le schéma de la plasticité classique impose que le point représentatif de l'état de contrainte se trouve, à tout instant  $t$ , sur la surface de charge. Cette condition appelée condition de cohérence s'écrit :

$$\dot{f} = 0 \quad (3.9)$$

Dans le cas général, la fonction de charge  $f$  dépend du tenseur des contraintes  $\boldsymbol{\sigma}$ , d'une variable décroissance isotrope  $R$  et d'une variable tensorielle  $\mathbf{X}$  d'écrouissage cinématique éventuellement de la température  $T$  :

$$f = f(\boldsymbol{\sigma}, R, \mathbf{X}, T) \quad (3.10)$$

### 3.2.3.2 Ecrouissage isotrope

Parmi les différents niveaux de théorie, nous présentons dans un premier temps le cas de l'écrouissage isotrope isotherme. Pour ce cas particulier, la fonction de charge ne dépend que du tenseur des contraintes  $\boldsymbol{\sigma}$  et de la variable scalaire  $R$  de telle sorte que  $f = f(\boldsymbol{\sigma}, R)$ . Dans ces conditions, le critère de plasticité est exprimé classiquement sous la forme :

$$f = \mathcal{F}(\boldsymbol{\sigma}) - R = \bar{\sigma} - R = 0 \quad (3.11)$$

où  $\bar{\sigma}$  est la contrainte équivalente dont l'expression dépend du critère utilisé. Le gonflement de la surface, sans changement de forme ni de centre caractérisant l'écrouissage isotrope, se fait par une homothétie de centre  $O$ . Cette évolution gouvernée par la variable  $R$  s'opère dès lors où l'état de contrainte se situe sur la surface seuil. Différentes équations<sup>1</sup> peuvent être choisies en fonction du matériau, de la vitesse de déformation... La loi d'écrouissage utilisée notamment au chapitre 6 est la loi de Ludwik :

$$R = \sigma_0 + K(\bar{\varepsilon}^p)^n \quad (3.12)$$

où  $\bar{\varepsilon}^p$  est la déformation plastique équivalente,  $\sigma_0$  la limite d'élasticité du matériau,  $K$  et  $n$  des paramètres dépendant du matériau.

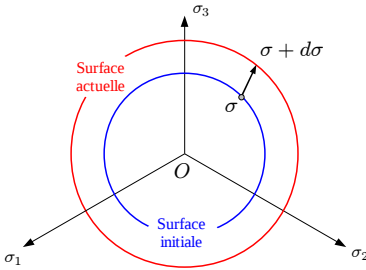


Figure 3.2 – Ecrouissage isotrope dans l'espace des contraintes.

<sup>1</sup>Z. Gronostajski. The constitutive equations for fem analysis. *Journal of Material Processing Technology*, 106:40–44, 2000

### 3.2.3.3 Ecrouissage cinématique

L'écrouissage cinématique est un autre cas particulier. Il correspond à une translation de la surface de charge. La variable d'écrouissage  $\mathbf{X}$  indique dans la configuration courante la position du centre de la surface de charge :

$$f = f(\boldsymbol{\sigma} - \mathbf{X}) \quad (3.13)$$

La loi d'écrouissage cinématique la plus simple est la loi de Prager pour laquelle l'évolution de la variable d'écrouissage cinématique  $\mathbf{X}$  est proportionnelle à la déformation plastique :

$$\dot{\mathbf{X}} = C \mathbf{D}^p \quad (3.14)$$

Malheureusement, la linéarité associée à la réponse contrainte déformation du matériau est rarement observée sur le plan expérimental. Une meilleure description est obtenue en utilisant la loi proposée par Armstrong et Frederick introduisant un terme de rappel :

$$\dot{\mathbf{X}} = C \mathbf{D}^p - \gamma \mathbf{X} \dot{p} \quad (3.15)$$

où  $C$  et  $\gamma$  sont deux paramètres matériaux à déterminer et  $\dot{p}$  la vitesse de déformation associée à la déformation plastique cumulée.

### 3.2.3.4 Loi d'écoulement plastique

Dans le cas de la plasticité associée, on montre en s'appuyant sur le principe de minimisation de la dissipation d'énergie au cours de la déformation plastique que la vitesse de déformation plastique est normale à la surface de charge au point de chargement  $\boldsymbol{\sigma}$  ce qui se traduit par :

$$\mathbf{D}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (3.16)$$

Cette équation est également appelée hypothèse de normalité. Le scalaire  $\dot{\lambda}$ , appelé multiplicateur plastique, est calculé à partir de la condition de cohérence (3.9).

## 3.2.4 Critères de plasticité

Le critère de plasticité définit, dans l'espace des contraintes, le domaine à l'intérieur duquel le comportement du matériau est élastique. La détermination expérimentale sur la base d'essais mécaniques variés (traction, compression, traction biaxiale...) et la modélisation mathématique de ces domaines ont fait l'objet de nombreux travaux de recherches. Nous nous limiterons dans les sections suivantes aux trois critères suivants :

- le critère de Von Mises : ce critère est notamment utilisé dans le cadre du projet DEFI pour simuler la mise en forme d'une virole acier (voir le paragraphe 7.1 du chapitre 7 sur les travaux en cours),

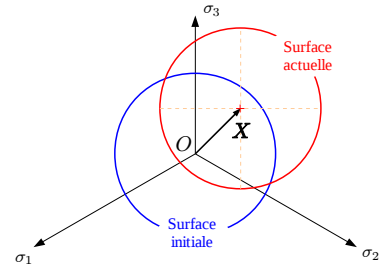


Figure 3.3 – Ecrouissage cinématique dans l'espace des contraintes.

- le critère de Hill<sup>2</sup> 1948 : ce critère est à la base des études que nous avons menées sur le titane (voir les chapitres 5 et 6).
- le critère de Cazacu<sup>3</sup> : ce critère plus adapté pour les matériaux possédant une structure cristallographique hexagonale est étudié dans le cadre de projet OPTIMIST auquel nous sommes associés.

### 3.2.4.1 Critère de Von Mises

En raison de son implémentation dans la plupart des codes de calculs commerciaux, le critère de Von Mises est le critère le plus utilisé. C'est un critère que l'on qualifié de critère énergétique dans la mesure où l'on considère que l'énergie de déformation élastique du matériau ne doit pas dépasser une valeur limite si l'on souhaite rester dans le domaine élastique. On montre alors que la contrainte équivalente s'exprime par :

$$\bar{\sigma} = (3s_{II})^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{3}{2}\mathbf{s} : \mathbf{s}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.17)$$

où  $s_{II}$  est le deuxième invariant du tenseur déviateur des contraintes  $\mathbf{s}$  :

$$\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3}\text{tr}(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{I} \quad (3.18)$$

Dans l'espace des contraintes, la contrainte équivalente au sens de Von Mises devient :

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{2} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6\sigma_{12}^2 + 6\sigma_{23}^2 + 6\sigma_{31}^2] \quad (3.19)$$

ou dans l'espace des contraintes principales :

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (3.20)$$

La surface correspond à un cylindre à base circulaire axé sur la trissectrice du repère  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ .

### 3.2.4.2 Critère de Hill

Le critère de Hill est un critère qui découle du critère de Von Mises dans la mesure où la contrainte équivalente de ce critère peut s'exprimer suivant la relation :

$$\bar{\sigma}^2 = \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{M} : \boldsymbol{\sigma} \quad (3.21)$$

où  $\mathbf{M}$  est un tenseur symétrique du quatrième ordre qui vérifie les symétries  $M_{ijkl} = M_{klij} = M_{jikl} = M_{ijlk}$  et  $M_{iikl} = 0$ . Dans le cas des matériaux sous forme de feuilles métalliques, il est couramment admis en raison de l'opération de laminage que le matériau possède une forme

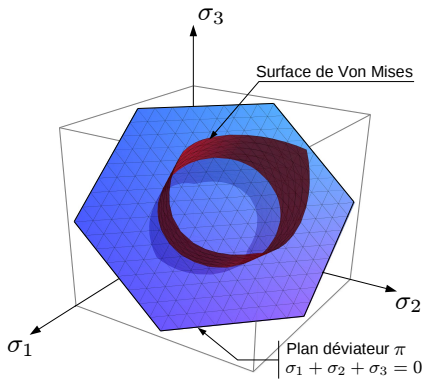


Figure 3.4 – Représentation géométrique du critère de Von Mises.

Le symbole  $\pi$  : représente le double produit contracté.

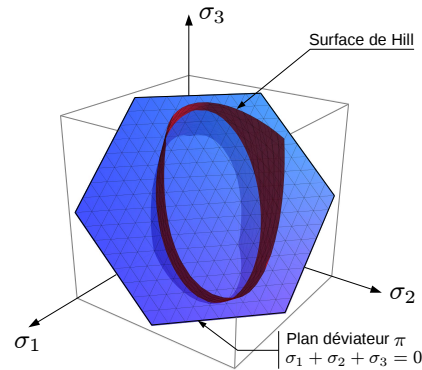


Figure 3.5 – Représentation géométrique du critère de Hill.

<sup>2</sup>R. Hill. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proc. Roy. Soc. of London*, A193:281–297, 1948

<sup>3</sup>O. Cazacu, B. Plunkett, and F. Barlat. Orthotropic yield criterion for hexagonal closed packed metals. *International Journal of Plasticity*, 22:1171–1194, 2006



### 3.3 Extension au cas des grandes déformations

Les approches cinématiques couramment utilisées en grandes transformations sont bien souvent issues d'une généralisation des modèles définis en petites déformations. L'objectif est d'obtenir une décomposition additive des vitesses de déformation élastique et inélastique comme dans la théorie des petites déformations. Pour ce faire, l'usage en mécanique des grandes transformations a consacré le tenseur gradient de la transformation  $\mathbf{F}$ . On considère un solide déformable dans une configuration de référence  $\mathcal{C}_0$  à l'instant  $t_0$  et on note  $\mathcal{C}_t$  la configuration courante. On désigne alors par  $\mathbf{X}$  les coordonnées lagrangiennes et  $\mathbf{x}$  les coordonnées eulériennes d'un point matériel de cette structure respectivement dans les configurations  $\mathcal{C}_0$  et  $\mathcal{C}_t$ . Pour décrire la déformation locale au voisinage de ce point, on introduit le tenseur gradient de transformation  $\mathbf{F}$

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{x}}{d\mathbf{X}} \quad (3.26)$$

correspondant à la transformation finie de  $\mathbf{X}$  à  $\mathbf{x}$ . Le gradient de la transformation  $\mathbf{F}$  est donc une grandeur permettant de connaître la déformation du voisinage d'un point matériel. Cependant,  $\mathbf{F}$  ne contient pas seulement l'information relative au changement de forme mais aussi celle relative au mouvement de corps rigide. L'approche utilisée dans de nombreux codes éléments finis et notamment le code ABAQUS consiste à introduire une configuration particulière : la configuration relâchée. Cette configuration est supposée être celle obtenue en relâchant les contraintes internes tout en bloquant les mécanismes de plasticité. L'introduction de cette configuration relâchée se traduit localement par une décomposition multiplicative du gradient de la transformation :

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^e \cdot \mathbf{F}^p \quad (3.27)$$

où  $\mathbf{F}^e$  représente la transformation locale de la configuration relâchée à la configuration actuelle (partie réversible de la transformation locale  $\mathbf{F}$ ) et  $\mathbf{F}^p$  représente la transformation locale entre la configuration initiale et la configuration relâchée. Sous les hypothèses considérant que, dans le cas des matériaux métalliques, la transformation élastique est source de petites déformations, bien que de grandes rotations soient possibles et que la vitesse de rotation plastique est négligeable devant la vitesse de déformation élastique, on montre alors que la vitesse de déformation  $\mathbf{D}$  est la somme de deux contributions, l'une élastique et l'autre plastique de sorte que :

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^e + \mathbf{D}^p \quad (3.28)$$

Enfin, la loi de comportement doit être invariante par rapport à un changement de référentiel d'observation (principe d'objectivité). L'extension du formalisme des petites aux grandes déformations, qui permet de contourner cette difficulté, est bien connue : on a besoin de définir un référentiel tournant localement avec la matière dans lequel on écrit la loi de comportement en petites déformations en assurant l'objectivité

de celle-ci. Dans le cas présent, le principe d'objectivité sera satisfait si la loi de comportement est formulée par rapport à la configuration naturelle relâchée  $\mathcal{C}_r$  et que toutes les quantités tournent à la vitesse de rotation  $\mathbf{W}$ , partie antisymétrique du tenseur gradient de la vitesse. Ainsi, pour prendre en compte l'évolution des directions d'anisotropie pendant le processus de déformation, on suppose que le matériau initialement orthotrope le reste pendant la déformation et que les axes d'orthotropie du matériau tournent à la vitesse de rotation  $\mathbf{W}$ .

## 3.4 Modélisation thermomécanique

### 3.4.1 Equation de la chaleur

Le cadre utilisé est celui de la Thermodynamique des Processus Irréversibles (TPI). A chaque instant  $t$  d'un processus quasi-statique, l'état thermodynamique d'un domaine matériel  $\Omega$  en un point est complètement défini par la connaissance des valeurs à cet instant d'un certain nombre de variables d'état ou thermodynamiques ne dépendant que du point considéré. L'inégalité de Clausius Duhem, établie à partir de la forme locale du Second Principe, permet d'introduire la dissipation d'énergie  $d$  :

$$d = \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D}^p - A_k \dot{V}_k - \frac{\mathbf{q}}{T} \mathbf{grad}(T) \geq 0 \quad (3.29)$$

où  $\boldsymbol{\sigma}$  désigne de tenseur des contraintes de Cauchy,  $\mathbf{D}^p$  le tenseur eulérien des vitesses de déformation plastique,  $V_k$  les variables internes de nature scalaire ou tensorielle,  $A_k$  les variables associées aux variables internes,  $\mathbf{q}$  le vecteur flux de chaleur,  $T$  la température. Cette inégalité est souvent séparée en deux contributions : une contribution  $d_1$ <sup>7</sup> appelée dissipation intrinsèque ou dissipation mécanique (part d'énergie dissipée par des mécanismes irréversibles internes au sein du milieu continu) et une contribution  $d_2$ , dissipation thermique par conduction, toutes deux supposées être séparément positives :

$$d_1 = \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D}^p - A_k \dot{V}_k \geq 0 \quad \text{et} \quad d_2 = -\frac{\mathbf{q}}{T} \mathbf{grad}(T) \geq 0 \quad (3.30)$$

Déduite du Premier Principe de la thermodynamique, l'équation de la chaleur s'écrit en configuration eulérienne :

$$\underbrace{\rho C \dot{T} + \text{div}(\mathbf{q})}_{\textcircled{1}} = \underbrace{\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D}^p - A_k \dot{V}_k}_{\textcircled{2}} + \underbrace{\rho T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \mathbf{D}^e \partial T} : \mathbf{D}^e + \rho \frac{\partial^2 \Psi}{\partial V_k \partial T} : \dot{V}_k}_{\textcircled{3}} + \underbrace{r}_{\textcircled{4}} \quad (3.31)$$

avec  $C$  chaleur spécifique. Le membre  $\textcircled{1}$  de cette équation correspond aux taux d'absorption ou de désorption de chaleur et aux variations dans l'espace du flux de chaleur dues aux fuites thermiques par conduction dans le milieu. Le premier terme du membre de droite

<sup>7</sup>Dans un soucis d'homogénéité des notations,  $d_1$  sera notée par la suite  $w'_d$

(terme ②) représente la dissipation intrinsèque  $d_1 = w'_d$ , conséquence des phénomènes irréversibles se produisant au niveau de la microstructure (écrouissage, endommagement...) lors de la déformation du matériau. ③ est un terme permettant de tenir compte des couplages thermomécaniques. En l'occurrence, le terme de droite est classiquement appelé couplage thermoélastique ou isentropique (un matériau thermoélastique tend à se refroidir lorsqu'il est sollicité en traction ou inversement à se réchauffer lorsqu'on le comprime). Le terme de gauche représente les termes de couplage générés par d'autres phénomènes thermomécaniques (changement de phase des Alliages à Mémoire de Formes par exemple).  $r$  (terme ④) représente une production interne de chaleur créée par des sources externes (effet joule par exemple). A l'exception de  $r$ , les termes ①, ②, ③ du membre de gauche de l'équation (3.31) représentent les sources de chaleur d'origine mécanique désignés par la suite  $w'_{ch}$ . Ces sources sont activées par la dissipation intrinsèque et par les termes de couplages thermomécaniques.

### 3.4.2 Bilan énergétique

La puissance associée à une transformation mécanique peut être calculée de deux manières. En effet, l'hypothèse de processus de déformation quasi-statique associée au théorème de l'énergie cinétique permettent d'écrire l'égalité des puissances des efforts intérieurs et extérieurs à tout instant, soit :

$$W'_{ext} = -W'_{int} \quad (3.32)$$

Le membre de gauche de cette équation peut être évalué dans le cas d'essais mécaniques tels que ceux qui ont été réalisés dans la thèse de Thomas Pottier par exemple (voir chapitre 6) à partir des mesures des efforts et des déplacements :

$$W'_{ext} = \int_{\partial\mathcal{D}} \vec{F} \cdot \vec{u} \, dS \quad (3.33)$$

Le membre de droite correspondant à la puissance des efforts intérieurs est donné par :

$$W'_{int} = - \int_{\mathcal{D}} \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} \, dV \quad (3.34)$$

où  $\boldsymbol{\sigma}$  est le tenseur des contraintes de Cauchy et  $\mathbf{D}$  est le tenseur des taux de déformations. Si l'on considère les quantités locales volumiques, le terme  $w'_{ext}$  peut être décomposé en une partie élastique  $w'_e$ , réversible, récupérable à la décharge, et une partie  $w'_a$  dite anélastique ( $w'_{ext} = w'_e + w'_a$ ). On constate expérimentalement qu'une partie  $w'_d$  seulement de  $w'_a$  se transforme en chaleur, l'autre partie  $w'_s$  est bloquée ou stockée par le matériau. Le bilan énergétique d'un essai mécanique peut être résumé comme suit :

$$\begin{cases} w'_{ext} &= w'_e + w'_a \\ w'_a &= w'_d + w'_s \\ w'_{ch} &= w'_d + w'_{ctm} \end{cases} \quad (3.35)$$

Tableau 3.1 – Expressions des puissances et énergies mises en jeu dans un bilan d'énergie d'un essai mécanique.

Désignation	Puissances	Energies
<i>fournie</i>	$w'_{ext} = -w'_{int} = \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D}$	$W_{ext} = -W_{int} = \int_{t_0}^t \left( \int_{\mathcal{D}} w'_{ext} dV \right) dt$
<i>élastique</i>	$w'_e = \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D}^e$	$W_e = \int_{t_0}^t \left( \int_{\mathcal{D}} w'_e dV \right) dt$
<i>anélastique</i>	$w'_a = \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D}^p$	$W_a = \int_{t_0}^t \left( \int_{\mathcal{D}} w'_a dV \right) dt$
<i>dissipée</i>	$w'_d = d_1$	$W_d = \int_{t_0}^t \left( \int_{\mathcal{D}} w'_d dV \right) dt$
<i>stockée</i>	$w'_s = A_k \dot{V}_k$	$W_s = \int_{t_0}^t \left( \int_{\mathcal{D}} w'_s dV \right) dt$
<i>de couplages</i>	$w'_{ctm} = \rho T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \mathbf{D}^e \partial T} : \mathbf{D}^e + \rho \frac{\partial^2 \Psi}{\partial V_k \partial T} : \dot{V}_k$	$W_{ctm} = \int_{t_0}^t \left( \int_{\mathcal{D}} w'_{ctm} dV \right) dt$
<i>calorifique totale</i>	$w'_{ch} = w'_d + w'_{ctm}$	$W_{ch} = \int_{t_0}^t \left( \int_{\mathcal{D}} w'_{ch} dV \right) dt$

Le Tableau 3.1 permet de préciser les différentes expressions des puissances et énergies mises en jeu lors d'un tel bilan<sup>8</sup>.

### 3.4.3 Coefficient de Taylor-Quinney

Le bilan énergétique que nous venons de présenter met en évidence que le calcul des sources de chaleur  $w'_{ch}$  passe par une décomposition de la puissance anélastique  $w'_a$  en une partie dissipée  $w'_d$  et une partie stockée  $w'_s$ . L'évaluation de cette dernière grandeur peut être réalisée à partir de deux approches distinctes. La première consiste à travailler sur l'expression du potentiel thermodynamique et le choix des variables internes en s'appuyant éventuellement sur des considérations d'ordre microscopique<sup>9</sup>. La seconde approche repose sur le coefficient de Taylor-Quinney<sup>10</sup>. L'introduction de ce coefficient présuppose qu'il existe un paramètre matériau nommé  $\beta$  représentant la fraction de puissance anélastique dissipée sous forme de chaleur telle que :

$$\beta = \frac{w'_d}{w'_a} \quad (3.36)$$

ou encore

$$w'_s = w'_a(1 - \beta) \quad (3.37)$$

Longtemps considéré comme constant, ce coefficient peut être sensible à différents facteurs telle la déformation ou la vitesse de déformation.

<sup>8</sup>H. Louche. *Analyse par thermographie infrarouge des effets dissipatifs de la localisation dans des aciers*. PhD thesis, Université de Montpellier II, 1999

<sup>9</sup>F. Hild. Endommagement, rupture et changements d'échelles dans les matériaux homogènes. HDR, Université Pierre et Marie Curie, Paris 6, 1998

<sup>10</sup>G.I. Taylor and H. Quinney. The latent heat remaining in a metal after cold working. *Proc. Roy. Soc. London A*, 163:157–181, 1937



Nous présenterons au chapitre 6 du présent mémoire, plusieurs modèles identifiés par méthode inverse prédisant l'évolution de ce paramètre en fonction de la déformation.

### 3.4.4 Equation de la chaleur simplifiée

Les travaux menés dans le cadre de la thèse de Thomas Pottier visant à identifier le coefficient de Taylor-Quinney repose sur une forme simplifiée de l'équation de la chaleur (3.31). Les calculs sont réalisés suivant les quatre hypothèses suivantes :

**Couplages** En l'absence de variables internes dans le formalisme choisi, autres que les tenseurs élastiques et plastiques, le terme  $w'_{ctm}$  ne dépend que du couplage thermoélastique de sorte que  $w'_{ctm} = w'_{thel} = -\alpha T_0 \frac{d}{dt}(Tr(\boldsymbol{\sigma}))$ , où  $\alpha$  est le coefficient de dilatation thermique et  $T_0$  la température initiale d'équilibre.

**Flux de chaleur** Le flux de chaleur  $\mathbf{q}$  par conduction est modélisé par la loi de Fourier  $\mathbf{q} = -k \mathbf{grad}(T)$  où  $k$  est la conductivité thermique supposée constante.

**Sources extérieures** Le terme de source extérieure  $r$  est indépendant du temps. Pour s'affranchir de ce terme, les calculs seront réalisés en adoptant le changement de variable  $\theta = T - T_0$  où  $T_0$  est la température initiale d'équilibre.

**Terme convectif** Dans la dérivée particulaire  $\dot{T} = \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad}(T)$ , le terme convectif représentant le transport de chaleur dû au mouvement de matière est négligé (vitesse  $\mathbf{v}$  des particules supposée faible au cours de l'essai mécanique) de sorte que  $\dot{T} = \frac{\partial T}{\partial t}$ .

En tenant compte de ces différentes hypothèses, l'équation de diffusion de la chaleur prend la forme suivante :

$$\rho C \frac{\partial \theta}{\partial t} - k \Delta \theta = w'_{ch} \quad (3.38)$$

## 3.5 Conclusion

J'ai souhaité effectuer dans ce chapitre les différents rappels relatifs à la formulation classique du comportement élastoplastique d'un milieu continu. Les travaux menés depuis plusieurs années au laboratoire sur l'étude du comportement de matériaux métalliques tels que le titane m'ont conduit à présenter le critère de plasticité anisotrope de Hill. C'est sur la base de ce critère que repose la plupart des travaux présentés dans les chapitres qui suivent. D'autres critères sont bien évidemment susceptibles d'être utilisés pour simuler la mise en forme des tôles laminées de titane. Sans en dresser une liste exhaustive, j'introduis à ce titre le critère de Cazacu. Ce critère est actuellement en cours d'implémentation dans le code EF ABAQUS par l'un des partenaires du projet OPTIMIST, projet auquel le laboratoire est associé (voir chapitre 5). Je présente par ailleurs le modèle thermique utilisé dans le cadre de la thèse de

---

Thomas Pottier afin de calculer l'évolution de la variable d'état température au cours d'un essai mécanique en introduisant le coefficient  $\beta$  de Taylor-Quinney. Les résultats des identifications de plusieurs modèles prédisant l'évolution de  $\beta$  en fonction de la déformation seront présentés au chapitre 6.



---

# Mesures de champs cinématiques et thermiques

---

## 4.1 Introduction

Pour chaque étude entreprise depuis mon arrivée au laboratoire, des techniques de mesure de champ tant cinématique que thermique ont été mises en œuvre afin d'étudier le comportement thermo-mécanique des matériaux. D'un point de vue cinématique, les mesures des champs de déplacement et de déformation sont réalisées sur la base d'une méthode de corrélation ou de stéréo-corrélation d'images numériques. Dans le cas des études nécessitant des mesures de température, un dispositif de thermographie infrarouge a été utilisé. Ce chapitre vise à présenter les moyens de mesures ainsi que les outils associés pour traiter les diverses informations.

## 4.2 Mesures de champs cinématiques

### 4.2.1 Matériels et travaux associés

Fortement développée en France au milieu des années 90, la technique de corrélation permet à partir d'images numériques prises au moyen de caméras ou d'appareils photos numériques de déterminer avec précision des déplacements locaux à la surface d'une éprouvette. Au laboratoire Symme, les premiers travaux en lien avec cette technique ont été développés par Pierre Vacher à partir de 1995. Au fil du temps, différentes caméras et appareils photos numériques ont été achetés. Le tableau 4.1 rassemble les principales caractéristiques des matériels que j'ai utilisés. La caméra Hamamatsu C4742-95 est la première caméra avec laquelle j'ai commencé à travailler en 2003 en compagnie successivement de deux étudiants Frédéric Ducher et Alban Le Port. Elle nous a permis d'étudier

Tableau 4.1 – Principales caractéristiques des caméras et appareils photos numériques utilisées dans le cadre de mes travaux de recherche.

Désignation	Type	Définition (pixels)	Capteur	Img./s	Réf. travaux encadrés
Hamamatsu C4742-95	Caméra	1280 × 1024	CCD	6.4	F. Ducher, A. Le Port
Nikon D200	Reflex	3872 × 2592	CCD	5	T. Pottier
EoSens CL	Caméra	1280 × 1024	CMOS	500	J. Raujol-Veillé
Photron Fastcam SA3	Caméra	1024 × 1024	CMOS	2000	R. Billard

Un CCD (*Charge-Coupled Device* ou dispositif de transfert de charge) est un capteur photographique. Mettant à profit l'effet photoélectrique, il permet aux photons incidents d'arracher des électrons à chaque élément actif (photosite) d'une matrice de capteurs élémentaires appelés photodiodes. Le nombre d'électrons collectés est proportionnel à la quantité de lumière reçue. Les charges sont transformées en tension, proportionnelle au nombre d'électrons, dans la capacité d'une diode. Le signal est ensuite filtré avant d'être amplifié et numérisé. Le CMOS (*Complementary Metal Oxide Semiconductor*) est également un capteur photographique apparu dans les années 1980 (c'est à dire 10 ans après la technologie CCD). La technologie CMOS rivalise donc avec la technologie CCD au travers de différents avantages liés notamment à un coût de production moindre et l'intégration d'une logique d'amplification couplée aux cellules photodiodes lui permettant de convertir directement l'image numérique contrairement au capteur CCD.

finement le comportement en traction du titane commercialement pur. Les principaux résultats de ces travaux seront présentés au chapitre 5.

C'est également sur la base de ces travaux de recherche que, dans un premier temps seul, j'ai développé une méthode inverse d'identification de paramètres matériaux (type recalage de modèles éléments finis) à partir de mesures de champs cinématiques. Soutenue par le laboratoire notamment au travers de l'obtention d'une bourse ministérielle, ce fut le début de la thèse de Thomas Pottier co-encadrée par Pierre Vacher. Nous avons alors opté, au détriment de la résolution temporelle, pour deux appareils photographiques numériques de type reflex (Nikon D200) offrant une bien meilleure résolution spatiale que la caméra Hamamatsu. Les travaux de Thomas reposent sur deux types d'essais : (i) des essais plan avec mesures de champs de déplacement par corrélation d'images et (ii) des essais hors plan avec mesures de déplacement tridimensionnel par stéréo-corrélation (voir le chapitre 6). Plus récemment, deux caméras numériques rapides ont été achetées au travers de deux projets de recherche : le projet DEFI visant à étudier un procédé de mise en forme par faible contact (Thèse de Jonathan Raujol-Veillé et Mathieu Vautrot) et le projet CLOVIS visant à concevoir un implant universel pour fixer les fractures du fémur proximal chez la personne âgée (Thèse de Rémi Billard).

## 4.2.2 Mesures de champs de déplacement sur surface plane par corrélation d'images

### 4.2.2.1 Principe de base

Cette section vise à rappeler le principe permettant de mesurer les déplacements bidimensionnels à la surface d'un objet par analyse d'une séquence d'images acquises à des instants différents. Pour ces mesures, un appareil photographique ou une caméra numérique placé perpendiculairement à la surface à observer enregistre les images de l'éprouvette au cours de l'essai (Figure 4.1). La distance entre le système de vision et l'éprouvette est maintenue constante. La surface devant présenter une texture suffisamment aléatoire et contrastée pour être analysée, un motif à niveaux de gris aléatoires a été réalisé sur toutes les éprouvettes des matériaux étudiés. Ce motif est obtenu au moyen de bombes de peinture. La surface est tout d'abord peinte en blanc mat. Des gouttelettes de peinture noire mate sont ensuite pulvérisées sur la surface. La dimension des taches est en générale comprise entre 2 et 10 pixels. Ainsi, chaque pixel du capteur va fournir une information codée sur un

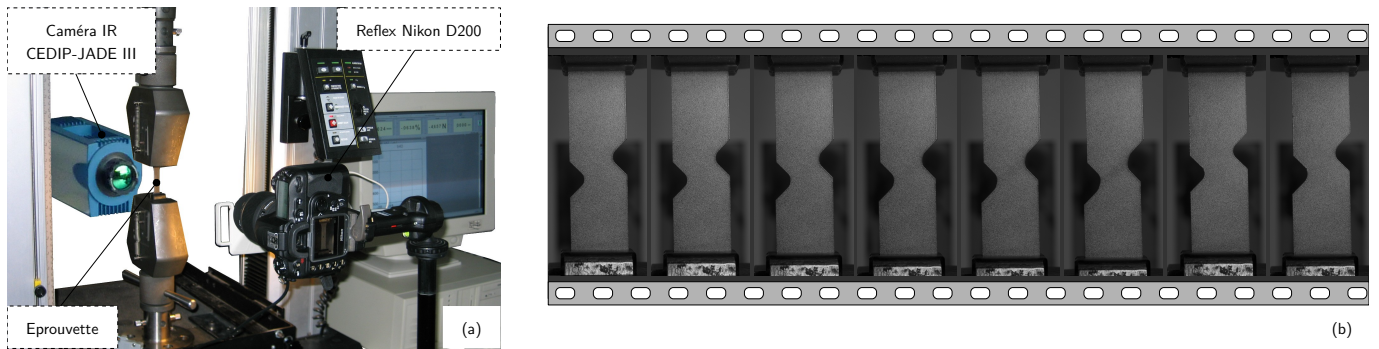


Figure 4.1 – (a) Essai couplant mesures de champs cinématiques (reflex Nikon D200) et thermiques (Caméra IR CEDIP-JADE III). (b) Séquence d’images numériques visibles de l’éprouvette avant post-traitement.

nombre de bits défini par la sensibilité du capteur (typiquement 8, 12 et 16 bits).

Cette information correspond au flux lumineux reçu sur ce pixel. Par exemple, l’information sur un pixel d’un capteur 8 bits prendra une valeur comprise entre 0 (pas de flux) et 255 (flux maximum). Au final, chaque image correspond à un tableau 2D dont chaque case à une valeur que l’on appelle niveau de gris. La technique mise en œuvre pour déterminer le champ de déplacements avec le logiciel *7D* est une méthode d’appariement de pixels par corrélation<sup>1 2 3 4</sup>. Dans cette approche classique, l’image initiale est divisée en éléments carrés. La dimension des éléments de cette grille correspond à la base extensométrique utilisée pour le calcul des déformations (Figure 4.2). Suivant les études que nous avons réalisées, cette dernière varie de  $10 \times 10$  pixels à  $16 \times 16$  pixels. Pour retrouver la grille déformée, on recherche dans l’image déformée en chacun des nœuds de cette grille un motif d’une fenêtre de corrélation  $\mathcal{D}$  qui soit le plus semblable au motif initial en terme de niveaux de gris. L’appariement d’un point de départ est un préalable indispensable qui est réalisé soit de manière automatique ou au travers d’une approche manuelle par l’utilisateur. La fenêtre de corrélation (domaine  $\mathcal{D}$ ) est un carré centré sur le nœud dont la taille varie de  $10 \times 10$  pixels à  $16 \times 16$  pixels en fonction de nos études. Deux formulations du coefficient de corrélation quantifiant le niveau de ressemblance entre deux sous-images ont été utilisées :

**Critère NCC (*Normalized Cross Correlation*)** : La formulation du coefficient est telle que la contribution de différentes valeurs d’intensité est normalisée. Ce critère tend vers zéro lorsque les deux motifs sont similaires ou reliés par un facteur multiplicatif.

<sup>1</sup>P. Vacher, S. Dumoulin, F. Morestin, and S. Mguil-Touchal. Bidimensional strain measurement using digital images. *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 213:811–817, 1999

<sup>2</sup>P. Vacher. Apport des techniques de corrélation d’images en mécanique : Analyse de déformations et numérisations 3D. HDR, Université de Savoie, 2003

<sup>3</sup>S. Dumoulin. *De l’utilisation d’une loi monocristalline en vue de la caractérisation du comportement plastique d’un monocristal d’aluminium*. PhD thesis, Université de Savoie, 2001

<sup>4</sup>T. Coudert. *Reconstruction tridimensionnelle du volume intérieur d’une chaussure : évaluation du chaussant*. PhD thesis, Université de Savoie, 2005

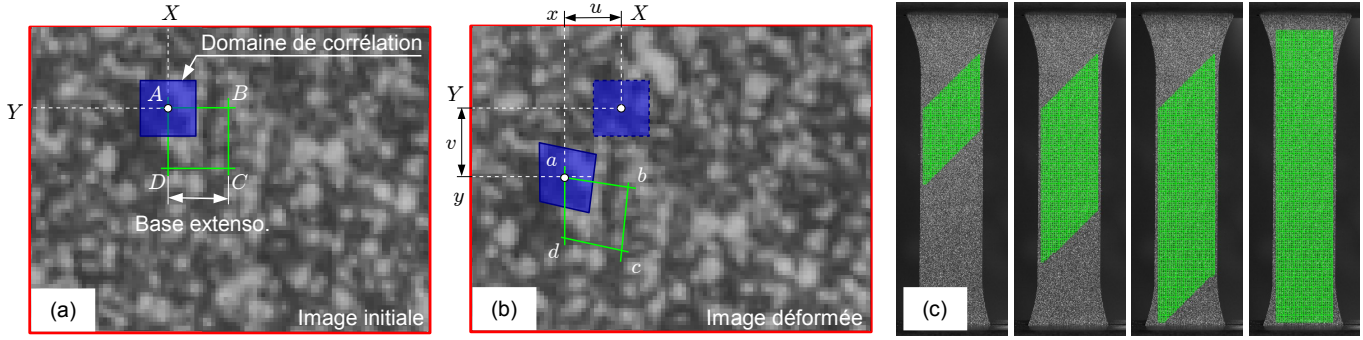


Figure 4.2 – (a) Image initiale avec domaine de corrélation  $\mathcal{D}$  centré sur un noeud  $A$ . (b) Image déformée. Le domaine de corrélation initialement de forme carrée a été successivement déformé afin de trouver le noeud  $a$  homologue du noeud  $A$  sur l'image initiale. (c) Grilles des analyses à 25%, 50%, 75% et 100% de progression montrant la technique de balayage mise en œuvre au sein du logiciel 7D.

Il a pour expression :

$$C = 1 - \frac{\sum_{i \in \mathcal{D}} f(\mathbf{X}_i) \times g(\mathbf{x}_i)}{\sqrt{\sum_{i \in \mathcal{D}} (f(\mathbf{X}_i))^2 \times \sum_{i \in \mathcal{D}} (g(\mathbf{x}_i))^2}} \quad (4.1)$$

Pour chaque pixel  $i$  du domaine  $\mathcal{D}$ , la fonction  $f$  et la fonction  $g$  retournent respectivement la valeur du niveau de gris du pixel de coordonnées  $\mathbf{X}$  dans l'image de référence et  $\mathbf{x}$  dans l'image à corréler.

**Critère ZNCC (Zero mean Normalized Cross Correlation)** : Ce critère est invariant à une valeur additive et multiplicative près des niveaux de gris sur l'un des deux domaines. Il tend également vers zéro lorsque les deux motifs sont similaires. Son expression est donnée par l'équation suivante :

$$C = 1 - \frac{\sum_{i \in \mathcal{D}} (f(\mathbf{X}_i) - \bar{f}) \times (g(\mathbf{X}_i) - \bar{g})}{\sqrt{\sum_{i \in \mathcal{D}} (f(\mathbf{x}_i) - \bar{f})^2 \times \sum_{i \in \mathcal{D}} (g(\mathbf{X}_i) - \bar{g})^2}} \quad (4.2)$$

$\bar{f}$  et  $\bar{g}$  sont respectivement les niveaux de gris moyens sur les domaines de corrélation de l'image de référence et de l'image à corréler.

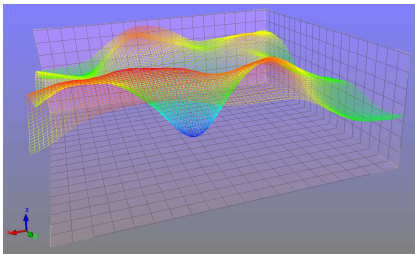


Figure 4.3 – Surface décrivant le paramètre de corrélation NCC dans le cas d'une interpolation bi-cubique des niveaux de gris et pour une taille de motif ainsi qu'une base extensométrique de  $16 \times 16$  pixels.

Une surface de corrélation est alors construite en évaluant ce coefficient en chaque point pixel du motif (Figure 4.3). En réalité, pour des raisons de temps de calcul, cette surface n'est jamais calculée entièrement lors d'une analyse. Par ailleurs, pour obtenir un modèle continu de la luminance de la scène observée, nécessaire aux calculs des coefficients de corrélation, une interpolation bi-linéaire ou bi-cubique des niveaux de gris est mise en œuvre. Elle permet ainsi de localiser l'optimum avec

une précision sub-pixel. Pour augmenter le niveau de corrélation, ce domaine initialement de forme carré est successivement déformé par application de la transformation mécanique décrivant le déplacement du motif. Le champ de déplacement de chaque élément de grille est estimé sous une forme bilinéaire :

$$\begin{cases} u(X, Y) = a \cdot X + b \cdot Y + c \cdot X \cdot Y + d \\ v(X, Y) = e \cdot X + f \cdot Y + g \cdot X \cdot Y + h \end{cases} \quad (4.3)$$

$a, b, c, d, e, f, g$  et  $h$  représentant 8 paramètres d'approximation des composantes des déplacements  $u(X, Y)$  et  $v(X, Y)$ .

Cette recherche de l'optimum sur la surface est réalisée par la méthode du gradient. Au sein du logiciel *7D* utilisé, le critère de convergence est établi comme un produit de trois conditions logiques définies telles que :

- ① Le déplacement d'un point de la grille entre deux pas de calculs est inférieur à  $\delta u$ . Paramètre dénommé *admit variation* dans *7D*.
- ② **Et** : l'écart entre deux points communs appartenant à deux quadrilatères voisins est inférieur à  $e_q$ . Paramètre dénommé *variation pattern* dans *7D*.
- ③ **Et** : l'écart maximum entre les angles opposés d'un même quadrilatère est inférieur à  $\alpha_{max}$ . Paramètre dénommé *angular variation* dans *7D*.

#### 4.2.2.2 Post-traitement des déplacements

Le formalisme utilisé pour le calcul des déformations est exprimé dans le cadre des grandes transformations. En introduisant le vecteur déplacement  $\mathbf{u}(\mathbf{X})$ , un point  $\mathbf{X} = (X, Y)$  de l'image de référence verra ses coordonnées transformées en  $\mathbf{x} = (x, y)$  selon la relation :

$$\mathbf{x} = \mathbf{X} + \mathbf{u}(\mathbf{X}) \quad (4.4)$$

Les composantes du tenseur gradient de la transformation  $\mathbf{F} = \mathbf{1} + \nabla \mathbf{u}$  sont calculées à partir des équations (4.3) de sorte que :

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 + a + c \cdot Y & b + c \cdot X \\ e + g \cdot Y & 1 + f + g \cdot X \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Les tenseurs Lagrangiens sont construits à partir du tenseur de Cauchy-Green droit  $\mathbf{C}$  défini par :

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^t \cdot \mathbf{F} \quad (4.6)$$

A ce stade, il est alors possible de définir différents tenseurs de déformation. Le logiciel *7D* donne accès :

- ① aux déformations de Green-Lagrange  $\mathbf{E}$  :

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} (\mathbf{C} - \mathbf{1}) \quad (4.7)$$



- ② aux déformations principales ( $E_I$  et  $E_{II}$ ) et directions principales associées

$$\begin{cases} E_I = \frac{E_{11} + E_{22}}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(E_{11} - E_{22})^2 + 4E_{12}^2} \\ E_{II} = \frac{E_{11} + E_{22}}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(E_{11} - E_{22})^2 + 4E_{12}^2} \end{cases} \quad (4.8)$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{2E_{12}}{E_{11} - E_{22}} \quad (4.9)$$

- ③ aux déformations logarithmiques ou de Hencky exprimées dans les axes principaux

$$\begin{cases} \varepsilon_I = \frac{1}{2} \ln(2E_I + 1) \\ \varepsilon_{II} = \frac{1}{2} \ln(2E_{II} + 1) \end{cases} \quad (4.10)$$

ces dernières grandeurs permettant d'obtenir une mesure additive des déformations.

#### 4.2.2.3 Incertitudes des mesures

L'utilisation d'un outil métrologique amène inévitablement la question de l'estimation des incertitudes de mesure. Cette tâche est très délicate dans la mesure où de très nombreux paramètres viennent perturber les résultats<sup>5</sup> : l'éclairage, le bruit de la caméra, les gradients de déformation, la qualité du marquage aléatoire, les déplacements hors plan, la taille du motif... Plusieurs méthodes ont été testées pour identifier ces incertitudes<sup>6</sup> :

**Critère sur les écarts entre quadrilatères :** Ce critère est défini à partir de l'ensemble des distances séparant les sommets des quadrilatères adjacents retrouvés après déformation. Par continuité de la matière, ces distances devraient être nulles. Ce critère conduit à une incertitude d'environ 0,01 pixel pour des images peu déformées (déformation inférieure à 5%) et de l'ordre de 0,3 pixel pour celles fortement déformées (100 %). Il correspond à une mesure de fidélité.

**Critère par rapport à des déformations numériques d'images :**

Les analyses sont réalisées sur des images déformées numériquement. Les résultats mettent en évidence des incertitudes sur les déplacements de l'ordre du millième de pixel dans le cas de petites déformations et de l'ordre de 0,08 pixel pour des valeurs de déformations élevées.

<sup>5</sup>M. Bornert, F. Brémand, P. Doumalin, J.-C. Dupré, M. Fazzini, M. Grédiac, F. Hild, S. Mistou, J. Molimard, J.-J. Orteu, L. Robert, Y. Surrel, P. Vacher, and B. Wattrisse. Assessment of digital image correlation measurement errors: methodology and results. *Experimental Mechanics*, 49:353–370, 2009

<sup>6</sup>T. Coudert. *Reconstruction tridimensionnelle du volume intérieur d'une chaussure : évaluation du chaussant*. PhD thesis, Université de Savoie, 2005

**Critère par rapport à un déplacement de corps solide :** Un déplacement de corps solide perpendiculaire à l'axe optique de la caméra est imposé à un échantillon et un calcul est mené afin de vérifier que les déformations sont nulles. Cette démarche met en évidence un bruit de mesure de l'ordre de 0.008 pixel dans le cas d'un déplacement de 100  $\mu\text{m}$  en translation d'un échantillon plan perpendiculairement à l'axe optique de la caméra.

Au regard de ces différents résultats, le bruit de mesure issue de la corrélation d'images dans nos différentes études sera considéré comme étant compris entre 1/100 de pixel et 0.3 pixel suivant que les déformations seront petites ou importantes.

### 4.2.3 Mesures de champs de déplacement tridimensionnels par stéréo-corrélation

#### 4.2.3.1 Préambule

La stéréovision est une méthode de mesure qui consiste, à partir d'images prises sous différents angles de vue, à déterminer les dimensions, les formes ou les positions d'objets. Nous présentons ici une technique de stéréo-corrélation d'images utilisant deux appareils photographiques reflex. Cette instrumentation a été utilisée à plusieurs reprises dans mes travaux de recherche afin de reconstruire notamment la forme d'une vertèbre et d'opérer des mesures de champs de déplacement tridimensionnels sans contact. Développée au laboratoire par Pierre Vacher à partir de l'année 2000, la technique consiste à procéder à l'inter-corrélation de deux images prises par deux appareils dont les axes focaux ne sont pas colinéaires. Parmi les études menées, différents bancs de mesures ont été mis en œuvre. Le plus récent, présenté dans la Figure 4.4, a servi à mesurer les déplacements sur une surface non-plane d'un échantillon présentant des déformations fortement hétérogènes (résultats présentés au chapitre 6). Il est constitué de deux appareils photographiques (type reflex) Nikon D200 dont le déclenchement des deux prises de vue est synchronisé à distance par une télécommande. Au cours de l'essai, chaque appareil photo va ainsi enregistrer une image du flanc en cours de déformation. La chaîne d'acquisition numérique permettant de procéder à une reconstruction 3D de la surface déformée à partir de chaque paire d'image exige trois étapes successives :

- calibrage,
- appariement,
- triangulation,

présentées dans les paragraphes qui suivent.

#### 4.2.3.2 Calibrage

La phase de calibrage permet de déterminer les paramètres intrinsèques  $\vec{p}$  de chaque appareil photographique (distances focales  $f_g$  et  $f_d$ ,

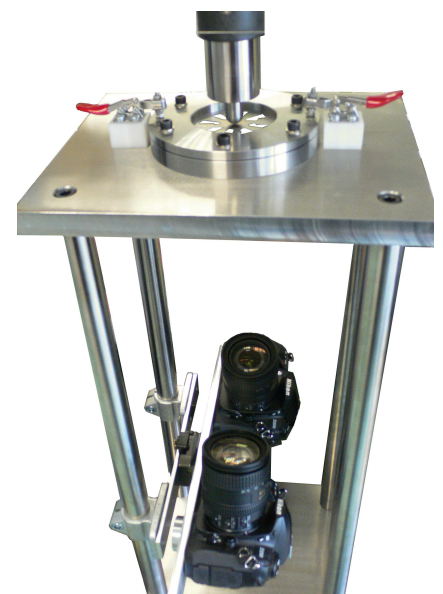


Figure 4.4 – Banc stéréoscopique mis en œuvre dans le cadre de la thèse de Thomas Pottier afin de mesurer les déplacements tridimensionnels au cours d'un essai sur une éprouvette présentant des champs de déformation fortement hétérogènes.



Figure 4.5 – Image de la mire plane utilisée lors de l’opération de calibrage du système de stéréovision. Cette mire représente un mouchetis aléatoire.

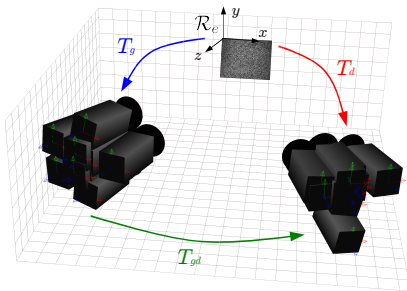


Figure 4.6 – Représentation des différentes transformations géométriques permettant de décrire la position et l’orientation des deux appareils photographiques lors de la phase de calibrage avec la mire.

coefficients liés aux distorsions induites par les objectifs...) ainsi que le vecteur de calibration (position relative et orientation entre les deux appareils). Cette opération de calibrage est réalisée au moyen d’une mire plane présentant des motifs à niveaux de gris aléatoires (Figure 4.5). Cette mire, dont les dimensions sont connues *a priori*, est photographiée dans plusieurs positions de l’espace. La donnée d’une valeur initiale au jeu de paramètres inconnus permet alors de reconstruire une surface différente par paire d’images. Le problème d’optimisation qui en découle conduit à une actualisation du jeu de paramètres inconnu jusqu’à ce que toutes les reconstructions aboutissent à la même géométrie de la mire. Comme le montre la Figure 4.6, l’espace tridimensionnel de la scène est muni d’un repère  $\mathcal{R}_e$  lié au plan de l’échantillon et chacun des appareils gauche et droit est muni de son propre repère  $\mathcal{R}_g$  et  $\mathcal{R}_d$ . Il existe alors deux transformations rigides (notées  $T_g$  et  $T_d$ ) permettant de passer de chacun de ces référentiels dans le repère éprouvette  $\mathcal{R}_e$  et ceci pour chaque paire d’images  $i$  de la mire. En conséquence, il existe une composition linéaire de ces transformations permettant de passer du repère  $\mathcal{R}_d$  au repère  $\mathcal{R}_g$  telle que:

$$T_{gd} = T_d \cdot T_g^{-1} \quad (4.11)$$

avec pour la  $i^{\text{ème}}$  image de la mire

$$T_g = \begin{bmatrix} R_g^i & t_g^i \\ 0^t & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad T_d = \begin{bmatrix} R_d^i & t_d^i \\ 0^t & 1 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

où  $R_g^i$  et  $R_d^i$  sont les rotations permettant le changement des repères gauche et droit avec le repère éprouvette,  $t_g^i$  et  $t_d^i$  sont les translations associées. Les inconnues liées à ces transformations géométriques auxquelles s’ajoutent celles propres aux appareils  $\vec{p}$  permet d’exprimer une fonctionnelle  $f(R_g^i, R_d^i, t_g^i, t_d^i, \vec{p})$  qu’il convient de minimiser au regard des mesures. Plusieurs méthodes d’optimisation itératives peuvent être utilisées<sup>7</sup>. Dans le cas du logiciel 7D, cette fonctionnelle est la somme des erreurs quadratiques de l’appareil gauche  $\delta_g^i$  et des erreurs quadratiques de l’appareil droit  $\delta_d^i$ <sup>8</sup>. Un algorithme de Levenberg-Marquardt est utilisé afin de résoudre ce problème d’optimisation. Au bilan, cette approche permet d’évaluer les trois transformations  $T_{gd}$ ,  $T_d$  et  $T_g$  mais aussi de corriger les trois distorsions géométriques élémentaires des deux systèmes optiques, c’est-à-dire les distorsions radiales, prismatiques et de décentrages.

#### 4.2.3.3 Appariement

L’appariement stéréoscopique consiste à déterminer l’élément d’une des images correspondant à un élément donné de l’autre image. Cette mise en correspondance entre chaque paire d’images est la phase la plus délicate de la stéréovision. La littérature fait apparaître de nombreux

<sup>7</sup>D. Garcia. *Mesures de formes et de champs de déplacements tridimensionnels par stéréo-corrélation d’images*. PhD thesis, INP de Toulouse, 2001

<sup>8</sup>T. Coudert. *Reconstruction tridimensionnelle du volume intérieur d’une chaussure : évaluation du chaussant*. PhD thesis, Université de Savoie, 2005

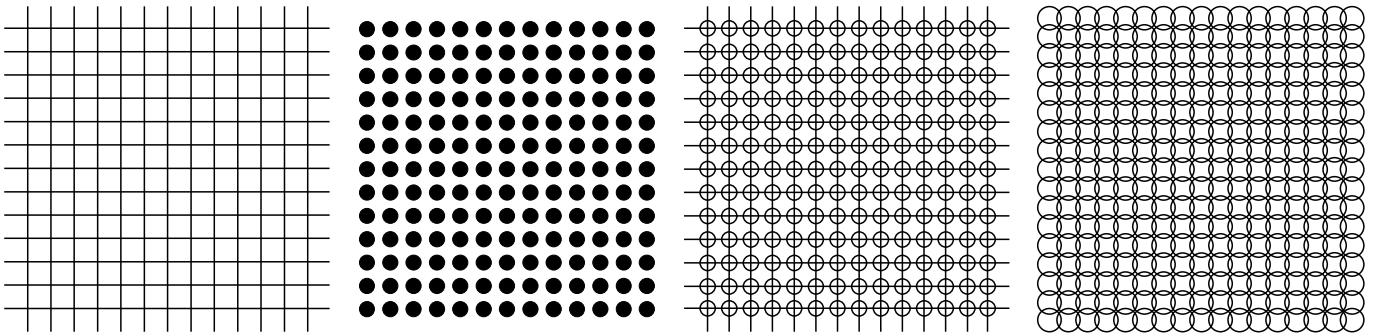


Figure 4.7 – Exemples de motifs de grilles utilisés par les méthodes à base de primitives.

algorithmes pour l'appariement d'images qui peuvent être globalement classés en deux catégories :

**Méthodes à base de primitives** : Cette technique d'appariement repose sur la recherche et l'extraction de primitives, c'est à dire d'attributs géométriques (Figure 4.7) tels que des points, des segments, des cercles... déposés à la surface de l'échantillon. La mise en correspondance de ces primitives est basée sur le choix d'un ou plusieurs critères de similarité qui dépendent notamment de la forme de la primitive. Ces méthodes sont rapides dans la mesure où seul un petit sous-ensemble de pixels de l'image est utilisé mais peuvent échouer si le choix des primitives ne peut être détecté de façon fiable dans les images.

**Méthodes surfaciques** : Pour rechercher au sein d'une paire d'images deux points en correspondance stéréoscopique, ces méthodes visent à corrélérer les niveaux de gris d'un domaine d'image dans chacune des vues considérées. Pour pouvoir être mise en œuvre, les images doivent satisfaire plusieurs contraintes photométriques et géométriques (pas de reflets spéculaires des sources d'éclairage, pas de textures 3D complexes, conservation d'une relative similarité entre les paires d'images).

La chaîne numérique de stéréo-corrélation que nous avons utilisée fait partie de cette deuxième catégorie. La technique d'appariement repose sur une technique d'analyses des images présentant une surfaces à niveaux de gris aléatoires. Nous ne précisons pas davantage cette technique qui a été détaillée au paragraphe 4.2.2 et pour laquelle la seule différence réside dans un travail par paires d'images (gauche et droite) en stéréovision en lieu et place d'images de références et déformées pour les mesures de champs de déplacements 2D.

#### 4.2.3.4 Triangulation

La dernière étape d'une mesure par stéréovision est la triangulation. L'utilisation d'un seul appareil photographique ne permet d'accéder qu'à une information bidimensionnelle. Si l'on considère deux points  $P$  et  $Q$  d'une scène tridimensionnelle situés sur la même droite projective, alors

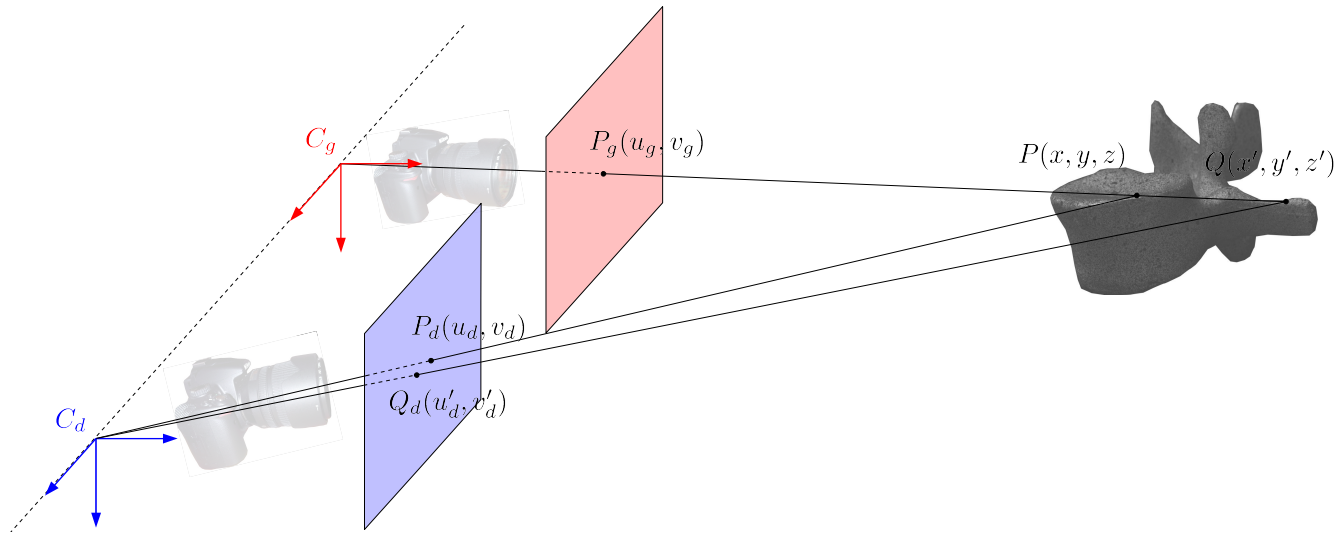


Figure 4.8 – Représentation schématique de la détermination de la position tridimensionnelle d'un point d'une scène (une vertèbre) par triangulation.

ces deux points se projettent sur le plan image de l'appareil de gauche en un point unique  $P_g$ . Il est dès lors impossible de déterminer la coordonnée du point visé le long de la droite de projection avec ce seul appareil photographique. Si l'on adjoint à ce premier appareil photographique un second appareil, on constate alors que les deux points  $P$  et  $Q$  se projettent dans le plan image en deux points  $P_d$  et  $Q_d$ , intersections respectives des droites  $(C_g, P_g)$  avec les droites  $(C_d, P_d)$  et  $(C_d, Q_d)$ . La position tridimensionnelle du point a été ainsi déterminée par triangulation. En pratique, cette opération ne peut être réalisée que lorsque :

- les paramètres intrinsèques (facteurs d'échelle, distances focales...), les paramètres de distorsion, les positions et orientations des appareils photographiques sont connus, c'est à dire dès lors où l'opération de calibrage du système stéréoscopique a été réalisée (voir paragraphe 4.2.3.2).
- les points  $P_d$  et  $P_g$  ont été appariés, c'est à dire comme correspondant au même point physique  $P$ . (voir les paragraphes 4.2.3.3 et 4.2.2).

#### 4.2.3.5 Incertitudes de mesures

D'une manière générale, les incertitudes de mesure liées aux méthodes de reconstruction 3D par stéréo-corrélation d'images dépendent de nombreux paramètres<sup>9</sup> et sont donc difficiles à évaluer. Dans la procédure de numérisation 3D présentée ci-dessus, l'erreur de mesure a été étudiée au cours des travaux de thèse de Thomas Pottier. Nous résumons ici les

<sup>9</sup>M.A. Sutton, J.H. Yan, V. Tiwari, W.H. Schreier, and J.J. Orteu. The effect of out-of-plane motion on 2d and 3d digital image correlation measurements. *Optics and Lasers in Engineering*, 46:746–757, 2008

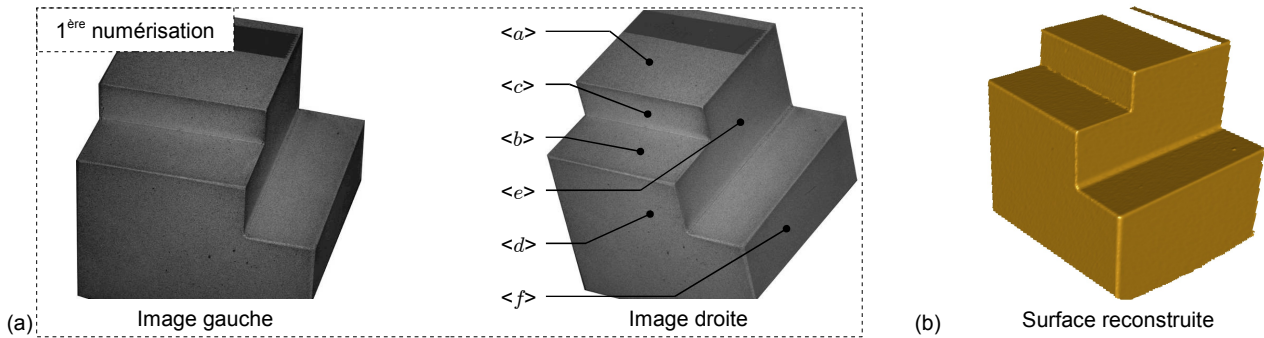


Figure 4.9 – (a) Images droite et gauche de la pièce de référence à la première numérisation avec référencement des 6 plans de mesures. (b) Image de la surface à l'issue de la reconstruction 3D..

résultats issus de cette étude en considérant que l'erreur est divisée de manière classique en la somme d'une erreur systématique (le biais) et d'une erreur aléatoire (la variance). Pour évaluer ces erreurs, 8 numérisation 3D sur une pièce de référence (Figure 4.9 (a)) possédant 6 plans face à face deux à deux ont été réalisées. Pour évaluer l'erreur systématique, deux numérisations successives de la pièces sont comparées à des mesures obtenues à partir d'une Machine à Mesurer Tridimensionnelle (MMT) dont la précision est de  $\pm 1\mu\text{m}$ .

Nous avons alors montré que la technique de stéréo-corrélation mise en œuvre conduit à des écarts tant au niveau des mesures de distances que d'angles entre plans que nous pouvions modéliser au travers d'une loi normale de moyenne  $\mu = 20 \mu\text{m}$  et d'écart type  $\sigma = 8 \mu\text{m}$ . Nous expliquons ce biais important par la mauvaise estimation des dimensions de la mire de calibration. Pour quantifier l'erreur aléatoire, plusieurs numérisations ont été effectuées après notamment un déplacement et une rotation de la pièce de référence. Les surfaces de la pièce sont alors reconstruites et comparées à une numérisation de référence. La Figure 4.10 présente un exemple de cartographie des distances normales entre deux numérisations 3D. La Figure 4.11 en présente la distribution. On constate alors que l'erreur aléatoire suit une loi de distribution normale de moyenne nulle et d'écart type  $5 \mu\text{m}$ . En outre, si l'on suppose que la plupart des paramètres impliqués restent constants durant les essais (éclairage, distance focale, mouchetis, angle entre les appareils photographiques, étalonnage...) l'erreur systématique n'affecte pas les mesures<sup>10</sup>. Dans les travaux qui suivent, faisant intervenir des mesures de champs tridimensionnelles, cette distribution normale est supposée représenter le bruit de mesure expérimental.

Cette étude apparaît dans l'article intitulé *Out-of-plane testing procedure for inverse identification purpose: application in sheet metal plasticity* soumis dans *Experimental Mechanics*.

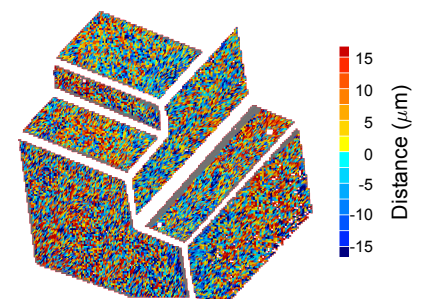


Figure 4.10 – Cartographie des distances normales entre deux reconstructions de la pièce de référence après un déplacement de 9 mm et une rotation de  $10^\circ$ .

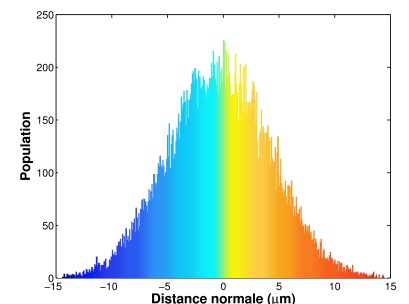


Figure 4.11 – Distribution des distances normales issues des mesures.

<sup>10</sup>J.-P. Chambard, S. Jaminion, M. Tazeroualti, C. Galerne, and F. Hild. 3D displacement field measurement by digital image correlation - metrological study and application to composite structures. In *Comptes Rendus des JNC*, volume 16, Toulouse, 2009

## 4.3 Thermographie infrarouge

### 4.3.1 Caméra infrarouge

La caméra utilisée pour les mesures thermiques est une caméra CEDIP-JADE III MWIR. Elle permet de mesurer des ondes infra-rouges de milieu de bande, c'est-à-dire ayant une longueur d'onde comprise entre 3.5 et 5  $\mu\text{m}$  dans une gamme de température de 0 à 40°C avec une fréquence maximale de 150 Hz. Les films d'une résolution de  $240 \times 320$  pixels sont issus d'une matrice de détecteurs InSb de  $30 \mu\text{m} \times 30 \mu\text{m}$ . Chaque détecteur renvoie un signal électrique proportionnel au flux de rayonnement reçu. Le signal est ensuite amplifié, numérisé puis corrigé. Deux corrections sont généralement appliquées : (i) une opération appelée NUC (*Non Uniformity Correction*) permettant de corriger la non uniformité des détecteurs et (ii) une procédure de détection et de correction des « mauvais pixels ». A l'issue de ces corrections, les images thermiques codées en niveaux informatiques (NI) sont stockées en mémoire vive de l'ordinateur relié à la caméra. Une dernière opération d'étalonnage permet de convertir les images NI en images thermiques (K ou °C). Dans ces conditions, les incertitudes de mesures présentent un biais important (de l'ordre de  $\pm 2$  K) conduisant à travailler en variations de températures ( $\theta = T - T_0$  où  $T_0$  est une température de référence) plutôt qu'en température absolue  $T$ . Cette artifice conduit à considérer un bruit de mesure de moyenne nulle. Par ailleurs, la variance des mesures est estimée à 20 mK<sup>11</sup>. Le bruit des mesures thermiques peut ainsi être modélisé par une loi normale  $b_{IR} \sim \mathcal{N}(0 \text{ K}, 20 \text{ mK})$ .

Dans toutes les expériences qui ont été menées, diverses précautions ont été prises :

- ① Un dépôt de peinture noire mate à fort pouvoir émissif (émissivité  $\varepsilon > 0.9$ ) a été appliqué sur la surface de l'échantillon observé.
- ② Nous avons veillé à ce que l'environnement reste stationnaire durant toute la durée de l'essai (pas de mouvements de personnes par exemple).
- ③ Le capteur de la caméra n'étant optimal qu'à une certaine température, le système était mis en route une trentaine de minutes avant de commencer à filmer la scène.
- ④ La caméra est bien en face de la surface à mesurer.

### 4.3.2 Traitement de l'information

Le pilotage, l'acquisition et la radiométrie s'opèrent en utilisant le logiciel ALTAIR. Les fonctions avancées permettent la prise en compte complète de la configuration de la caméra (objectif, filtre et intégration), des paramètres d'environnement (émissivité, atmosphère...) et assurent la restitution des températures observées. Des modules de traitement

<sup>11</sup>H. Louche. Etude de certains phénomènes de localisation à partir de mesures de champs thermomécaniques. HDR, Université de Savoie, 2009

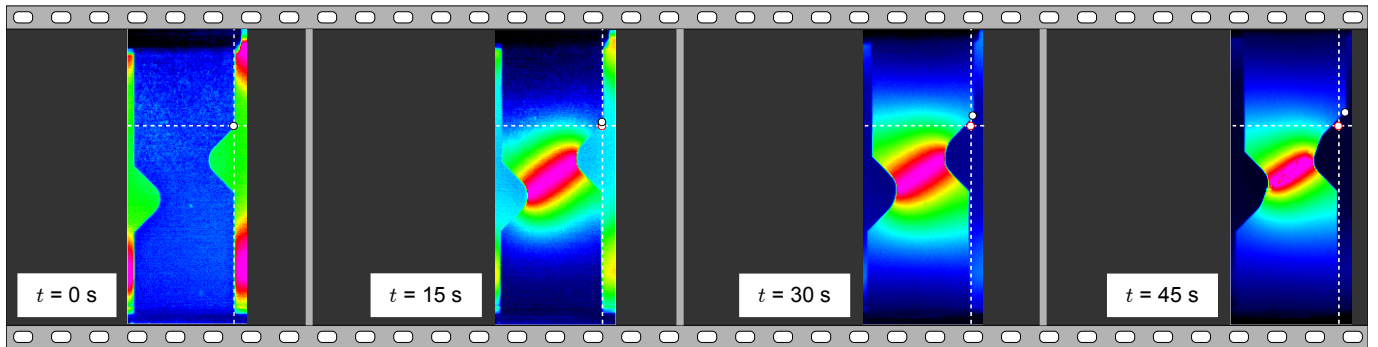


Figure 4.12 – Séquence d’images de champ de température suivant une configuration Eulérienne. La température du coin de l’éprouvette repéré par le symbole  $\circ$  se situe au début de l’essai en un point repéré par le symbole  $\circ$ . Lorsque l’éprouvette se déforme, ce point ne renseigne plus sur la température du coin dans la mesure où celui-ci s’est déplacé.

d’images sont également disponibles pour une analyse instantanée des résultats.

La Figure 4.12 présente le film des températures réalisé sur une éprouvette de pseudo-cisaillement en titane commercialement pur (thèse de Thomas Pottier). Aussi intéressant que puissent être ces résultats, leur exploitation n’en reste pas moins une opération délicate. En effet, lorsque l’on s’intéresse au comportement thermomécanique des matériaux avec des observations simultanés de champs de déplacement et de température, il convient de rapprocher et de synchroniser dans l’espace (et dans le temps) des grandeurs physiques mesurées avec des systèmes d’acquisition différents. Cette problématique de synchronisation spatio-temporelle des champs thermiques et cinématiques a été initialement traitée au sein du laboratoire par Hervé Louche notamment dans le cadre des travaux de thèse de Pauline Schlosser<sup>12</sup>. La technique mise en œuvre est une alternative qui a été développée par Thomas Pottier lors de son stage de Master au sein du Laboratoire de Mécanique et Ingénieries (LaMI) de Clermont-Ferrand puis reprise lors de sa thèse au laboratoire. La section qui suit résume les principales étapes de la méthode. Pour plus de détails, le lecteur pourra se référer à la thèse de Thomas Pottier<sup>13</sup> et à l’article publié en 2009 dans la revue *Experimental Mechanics*<sup>14</sup>.

### 4.3.3 Synchronisation spatio-temporelle des champs cinématiques et thermiques

La synchronisation temporelle entre les bases de temps : machine de traction - reflex(s) numérique(s), repose sur l’évaluation d’un décalage temporel. Dans la mesure où les essais sont réalisés à vitesse de dépla-

<sup>12</sup>P. Schlosser. *Influence of thermal and mechanical aspects on deformation behaviour of NiTi alloys*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble, 2008

<sup>13</sup>T. Pottier. *Identification paramétrique par recalage de modèles éléments finis couplée à des mesures de champs cinématiques et thermiques*. PhD thesis, Université de Savoie, 2010

<sup>14</sup>T. Pottier, M-P. Moutrille, J-B. Le-Cam, X. Balandraud, and M. Grédiac. Study on the use of motion compensation techniques to determine heat sources. application to large deformations on cracked rubber specimens. *Experimental Mechanics*, 49:561–574, 2009



cement de traverse constante, ce décalage est calculé à partir :

- d'une mesure de déplacement d'un point distinctif du mors supérieur dans le cas des essais plans,
- du plus grand déplacement de la face inférieure de l'éprouvette dans le cas des essais hors plans.

La base de temps de la caméra IR est recalée sur la base de la machine de traction en s'appuyant sur l'instant de la rupture de l'éprouvette.

La synchronisation spatiale entre champs thermiques et cinématiques est réalisée en exploitant les mesures de champs de déplacement obtenues par corrélation d'images. Dans la mesure où le logiciel d'analyse d'images *7D* exprime ces différentes grandeurs (déplacements et déformations) en configuration de référence (Lagrangienne), cette configuration est celle qui a été retenue. La donnée de quatre points distinctifs de l'éprouvette (centre, angles, coins...) sur les images visibles et infra-rouges non déformées permet de caractériser les deux translations et la rotation nécessaires à l'expression des déplacements et des températures au sein du même repère. Cette démarche de recalage implémentée dans l'environnement *MATLAB* permet ainsi de suivre la température de n'importe quel point matériel de l'image thermique initiale. Cette méthode de synchronisation a été appliquée dans la thèse de Thomas Pottier afin de procéder à une identification par méthode inverse de fraction de puissance plastique dissipée en chaleur (voir chapitre 6).

## 4.4 Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter les principaux outils de mesures de champs que j'ai utilisés avec les collègues et les étudiants depuis mon arrivée à Annecy. L'accent a été mis sur trois types de mesures :

- ① mesures de champs cinématiques 2D par corrélation d'images,
- ② mesures de champs cinématiques 3D par stéréovision,
- ③ mesures de champs de température par thermographie infrarouge.

A chaque fois, les moyens matériels et le principe de base de ces différentes techniques sont rappelés. Il convient maintenant de présenter comment nous avons exploité ces différentes mesures pour étudier le comportement thermomécanique de matériaux métalliques avec un focus sur le titane commercialement pur.

---

## Etude de la mise en forme du titane

---

### 5.1 Contexte et motivation scientifique

Jusqu'alors de nombreux travaux de la littérature scientifique se sont intéressés à améliorer les propriétés mécaniques du titane<sup>1 2</sup>, à étudier son comportement en corrosion<sup>3 4 5</sup>, à analyser sa résistance au frottement<sup>6 7</sup>. Les études dédiées aux propriétés intrinsèques du matériau et à sa mise en forme sont beaucoup plus rares et très souvent de nature expérimentale<sup>8 9 10</sup>. La mise en forme du titane et de ces alliages par un procédé d'emboutissage ou tout autre procédé n'est pas pour autant une

Avec 0.6% en masse d'oxyde de titane  $TiO_2$  dans la croûte terrestre (dixième rang), le titane est un métal relativement abondant, moins que l'aluminium ou le fer, mais bien plus que le cuivre ou le chrome. L'utilisation industrielle du titane et de ces alliages remonte au début des années cinquante. C'est en effet à partir de cette date qu'il devient possible de produire ce métal à des coûts raisonnables. Aujourd'hui, si comparativement aux autres métaux son coût reste encore relativement élevé, le titane et ces alliages sont de plus en plus utilisés dans les domaines de l'aéronautique, de l'énergie, de la chimie, du sport, du médical... notamment en raison de ses trois qualités de bases que sont sa bonne résistance à la corrosion, ses caractéristiques mécaniques intéressantes et sa faible masse volumique.

<sup>1</sup>A. V. Nagasekhar, U. Chakkingal, and P. Venugopal. Candidature of equal channel angular pressing for processing of tubular commercial purity-titanium. *Journal of Materials Processing Technology*, 173:53–60, 2006

<sup>2</sup>D. J. Simbi and J. C. Scully. The effect of residual interstitial elements and iron on mechanical properties of commercially pure titanium. *Materials Letters*, 26:35–39, 1996

<sup>3</sup>X. Cheng and Sh. G. Roscoe. Corrosion behavior of titanium in the presence of calcium phosphate and serum proteins. *Biomaterials*, 26:7350–7356, 2005

<sup>4</sup>M. Koike, Z. Cai, H. Fuji, M. Brezner, and T. Okabe. Corrosion behavior of cast titanium with reduced surface reaction layer made by a face-coating method. *Biomaterials*, 24:4541–4549, 2003

<sup>5</sup>J. E. G. Gonzalez and J. C. Mirza-Rosca. Study of the corrosion behavior of titanium and some of its alloys for biomedical and dental implant applications. *Journal of Electroanalytical Chemistry*, 471:109–115, 1999

<sup>6</sup>V. V. Stolyarov, L. Sh. Shuster, M. Sh. Migranov, R. Z. Valiev, and Y. T. Zhu. Reduction of friction coefficient of ultrafine-grained cp titanium. *Materials Science and Engineering A*, 371:313–317, 2004

<sup>7</sup>M. Grenier, D. Dubé, A. Adnot, and M. Fiset. Microstructure and wear resistance of cp titanium laser alloyed with a mixture of reactive gases. *Wear*, 210:127–135, 1997

<sup>8</sup>F.-K. Chen and K.-H. Chiu. Stamping formability of pure titanium sheets. *Journal of Materials Processing Technology*, 170:181–186, 2005

<sup>9</sup>J. Satoh, M. Gotoh, and Y. Maeda. Stretch-drawing of titanium sheets. *Journal of Materials Processing Technology*, 139:201–207, 2003

<sup>10</sup>J.-M. Liu and S.-S. Chou. Study on the microstructure and formability of commercially pure titanium in two-temperature deep drawing. *Journal of Materials Processing Technology*, 95:65–70, 1999

tâche si aisée. Elle représente même une problématique majeure. Les tôles sont obtenues par laminage, opération qui modifie la microstructure du matériau et induit une anisotropie de comportement très marquée. Pour les industriels, la maîtrise de la mise en forme à froid passe par de longues phases de mises au point par essai/erreur.

Pour répondre à cette problématique, différents travaux de recherche visant à proposer un outil numérique permettant de simuler la mise en forme du titane ont été menés au laboratoire. On donne ci-dessous dans l'ordre chronologique un descriptif de trois études auxquelles j'ai été associé :

- Etude sur la mise au point d'une nouvelle instrumentation de correction des déformations scoliotiques en partenariat avec la société Vitatech, entreprise spécialisée dans la conception, la fabrication et la distribution d'implants du rachis. (Thèse de Frédérik Ducher commencé en 2004, abandon du candidat en 2006, montant du contrat 15 000 Euros).
- Etude et optimisation de la mise en forme par emboutissage du titane en vue de l'industrialisation de pièces pour le packaging en lien avec la société Pivaudran. (Stage Master d'Alban Le Port de février à septembre 2007).
- Projet de recherche OPTIMIST (Modélisation et OPTImisation de la MISE en forme du Titane) : projet visant à développer et implanter dans des codes de calculs par éléments finis des lois de comportement phénoménologiques identifiées sur des données issues à la fois d'essais mécaniques et de modèles micromécaniques prenant en compte les mécanismes actifs à l'échelle des grains (glissement et mûlage). D'une durée de 36 mois, le projet a débuté en octobre 2008. Il implique les laboratoires LPMTM (porteur du projet), LETAM et SYMME ainsi que le CEMEF et EADS. (montant du contrat pour le laboratoire SYMME : 70 000 Euros)

Les sections qui suivent présentent les principaux résultats obtenus lors de ces études autour des trois préoccupations suivantes : (i) étude expérimentale du comportement mécanique du matériau, (ii) choix et identification des paramètres associés aux modèles de comportement et (iii) confrontation modèles/expériences.

## 5.2 Approche phénoménologique du comportement du titane

### 5.2.1 Essai de traction avec mesures de champs cinématiques

Au cours de sa mise en forme, qu'elle soit opérée par emboutissage, pliage ou tout autre opération, le matériau subit d'importantes déformations irréversibles. Pour caractériser le comportement mécanique du matériau titane, différents essais de traction ont été réalisés sur une machine de traction INSTRON<sup>TM</sup>4569 équipée d'une cellule de charge de 50 kN. Ces essais ont été réalisés pour de faibles vitesses de traverse

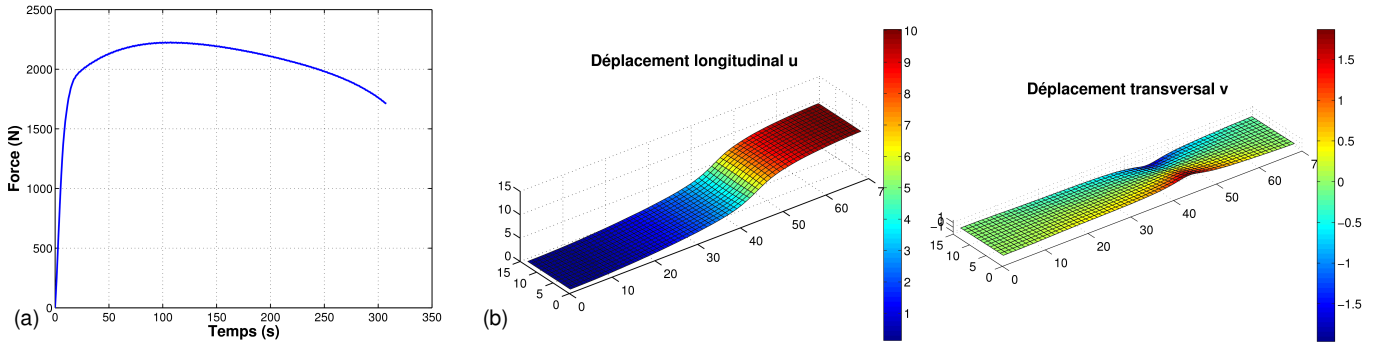


Figure 5.1 – (a) Evolution de l'effort  $F$  en fonction du temps, (b) Champs de déplacements longitudinal et transversal (unité mm) précédant la rupture pour un essai de traction sur une éprouvette de titane commercialement pur d'épaisseur  $e = 0.5$  mm et de largeur  $l = 10$  mm.

constante de sorte que la vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon}$  moyenne avoisine  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$ . Les déformations de l'éprouvette sont mesurées à partir d'une technique d'analyse d'images.

La Figure 5.1 présente les résultats « bruts » issus de l'essai. Dans la mesure où les déplacements ne sont calculés que dans le plan de l'éprouvette ( $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ ), seules les composantes  $\varepsilon_I$  et  $\varepsilon_{II}$  du tenseur des déformations logarithmique sont accessibles. Nous calculons le champ des déformations  $\varepsilon_{III}$  en considérant que les déformations du matériau s'effectuent de manière isochore (c'est-à-dire  $\varepsilon_v = \ln(V/V_0) = 0$ ). Pour calculer l'état de contrainte, l'expérimentateur est confronté au problème délicat de passer de grandeurs globales à des grandeurs locales, de surcroît en présence d'un phénomène de localisation. Bien que des contraintes latérales ainsi que dans l'épaisseur de l'éprouvette apparaissent dans la zone de striction, nous considérons que la contrainte effective est approximativement du même ordre de grandeur que la contrainte uniaxiale. Cette contrainte  $\sigma$  (qualifiée de contrainte vraie) est calculée à partir du rapport de la force  $F$  mesurée par la cellule de charge de la machine sur la section courante  $S$  de l'éprouvette avec  $S = l \times e$  et :

$$l = l_0 \times \exp(\varepsilon_{II}) \quad (5.1)$$

$$e = e_0 \times \exp(\varepsilon_{III}) = e_0 \times \exp(-\varepsilon_I - \varepsilon_{II}) \quad (5.2)$$

où  $l_0$  et  $e_0$  sont respectivement la largeur et l'épaisseur initiale de l'éprouvette.

## 5.2.2 Localisation de la striction

La procédure présentée ci-dessus a été appliquée sur une éprouvette en titane T40 orientée à  $0^\circ$  par rapport à la direction de laminage. La grille d'analyse sur l'image de l'éprouvette déformée ainsi que quelques numéros de ligne au voisinage de la striction sont présentés sur la Figure 5.2 (a). Ces numéros de lignes correspondent à des sections équidistantes d'une valeur égale au pas de la grille, c'est à dire 10 pixels soit environ 0.65 mm. La Figure 5.2 (b) présente les courbes contrainte vraie-déformation logarithmique pour chacune des lignes d'analyse. Ces

Pour cet essai, la grille d'analyse est constituée de  $69 \times 14$  quadrilatères de 10 par 10 pixels ce qui correspond à une surface d'analyse d'environ  $405 \text{ mm}^2$ . La base extensométrique est un carré de 10 par 10 pixels.

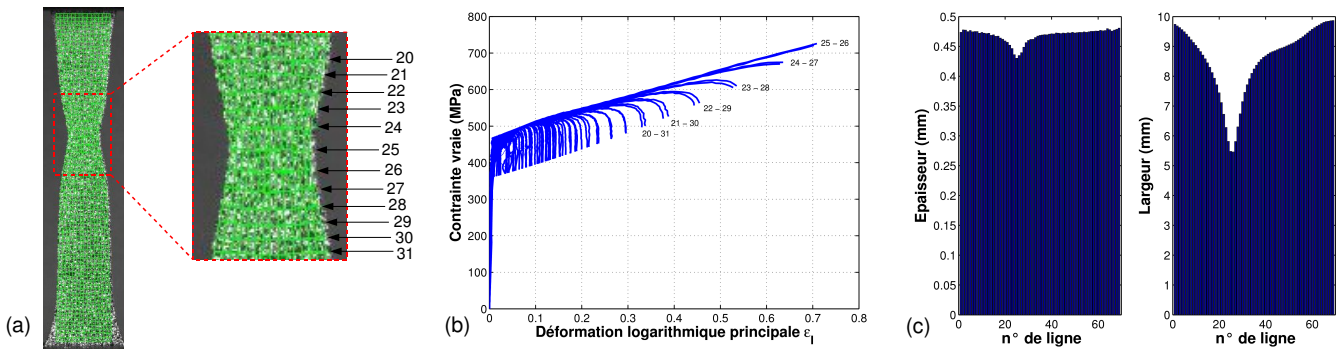


Figure 5.2 – (a) Grille 7D et référencement de quelques lignes au voisinage de la striction. (b) Courbes contrainte/déformation pour chacune des lignes d'analyse. (c) Distribution de l'épaisseur et de la largeur de l'éprouvette à un instant précédent la rupture.

courbes correspondent aux différentes courbes qui auraient été obtenues en plaçant un extensomètre tout au long de l'éprouvette.

On constate que la réponse du matériau n'est pas la même pour toutes les sections. Les courbes conduisant à une déformation maximale et à un écoulement toujours positif sont celles où le phénomène de striction est le plus important (sections n°25 et 26). Ce point est corroboré par la Figure 5.2 (c) qui présente la distribution de la largeur et de l'épaisseur de l'éprouvette à un instant précédent la rupture. Les courbes de la Figure 5.2 (b) mettent par ailleurs en évidence des décharges élastiques dans des zones situées en dehors de la localisation de la striction. Ces décharges élastiques qui apparaissent lorsque la déformation se localise ont été exploitées afin d'assurer la détection du phénomène de localisation. La méthode consiste à comparer l'état de contrainte entre deux pas de calculs éléments finis et de comptabiliser les éléments en état de décharge. J'ai valorisé ces travaux initiés par Stéphane Dumoulin et Laurent Tabourot lors de ma première année d'ATER en rédigeant l'article **A7** paru en 2005 dans *Journal of Materials Processing Technology*. Enfin, la Figure 5.3 présente l'évolution temporelle des déformations dans un profil axial de l'éprouvette auquel a été superposée la courbe contrainte-déformation de la section la plus déformée. Le profil sélectionné correspond à une bande de 10 pixels de largeur (c'est-à-dire 0.65 mm) localisée au centre de l'éprouvette. On constate que la déformation se localise progressivement vers une zone située aux deux tiers de la hauteur de l'éprouvette pour finalement conduire à la rupture. Dans les simulations numériques qui suivent dans ce chapitre, le comportement intrinsèque du matériau sera déterminé en adoptant une telle démarche d'analyse.

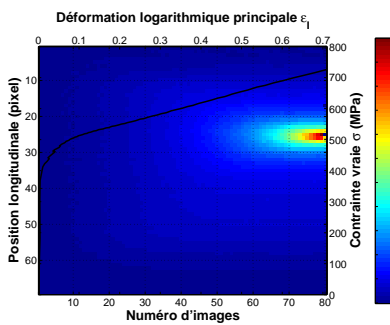


Figure 5.3 – Evolution temporelle de la déformation logarithmique principale et réponse mécanique du matériau.

### 5.2.3 Anisotropie

Le titane commercialement pur est un matériau connu pour présenter une forte anisotropie de comportement inhérente à sa structure cristallographique et à l'opération de laminage des tôles. La Figure 5.4 montre la structure cristallographique et les figures de pôles d'un des matériaux que nous avons étudiés. Ces mesures EBSD ont été réalisées dans le cadre du programme OPTIMIST par le laboratoire LETAM de l'Université Paul

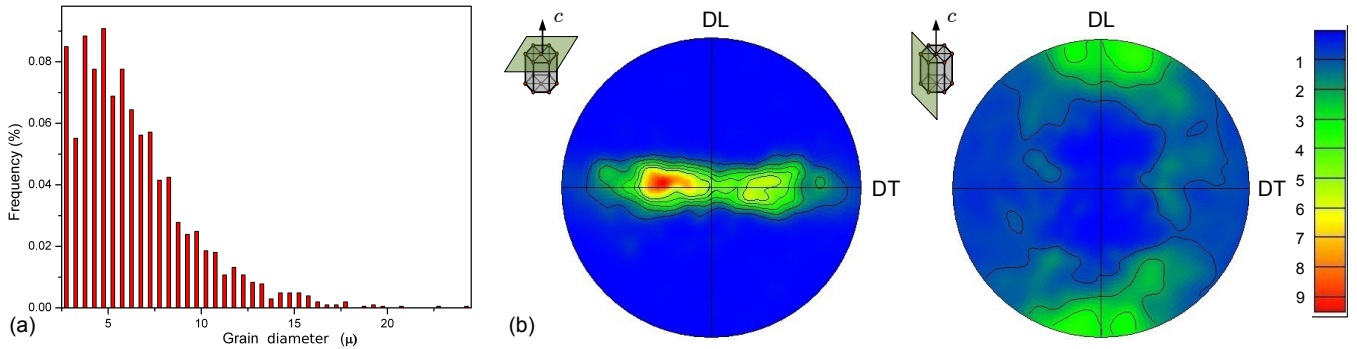


Figure 5.4 – (a) Distribution de la taille de grains et (b) figures de pôles significative d'une forte anisotropie. La taille moyenne des grains est de  $\bar{\mu} = 6.4 \mu\text{m}$  et l'écart type  $\sigma = 5.9 \mu\text{m}$ . Mesures réalisées par le laboratoire LETAM de l'Université Paul Verlaine de Metz dans le cadre du projet Optimist sur un titane commercialement pur (T40) sous forme de tôles de 0.5 mm d'épaisseur.

Verlaine de Metz.

Pour les matériaux sous forme de feuilles, cette anisotropie est généralement caractérisée par un coefficient d'anisotropie ou coefficient de Lankford. Il est défini par le rapport des vitesses de déformations plastiques transversale et normale au plan de la tôle :

$$r(\theta) = \frac{\dot{\varepsilon}_{II}^p}{\dot{\varepsilon}_{III}^p} \quad (5.3)$$

Pour de nombreux alliages métalliques, ce coefficient demeure constant en fonction de la déformation. Expérimentalement, il est déterminé à partir de la pente de la droite de la représentation de  $\varepsilon_{II}^p$  en fonction de  $\varepsilon_{III}^p$  mesurée au cours d'un essai de traction. La Figure 5.5 présente ces courbes pour trois essais réalisés sur des éprouvettes découpées à  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  et  $90^\circ$  par rapport à la direction de laminage. Les valeurs des coefficients  $r_0$ ,  $r_{45}$  et  $r_{90}$  sont identifiées en ajustant une loi de regression linéaire sur les résultats expérimentaux. Ces valeurs reportées dans le tableau 5.1 conduisent à un coefficient moyen  $\bar{r} = \frac{r_0 + 2r_{45} + r_{90}}{4} = 4.59$ . Cette valeur supérieure à l'unité est significative d'un matériau ayant une bonne formabilité.

Material	$r_0$	$r_{45}$	$r_{90}$	$\bar{r}$
titane T40	5.81	4.65	3.26	4.59

Tableau 5.1 – Coefficients de Lankford associés à un titane commercialement pur.

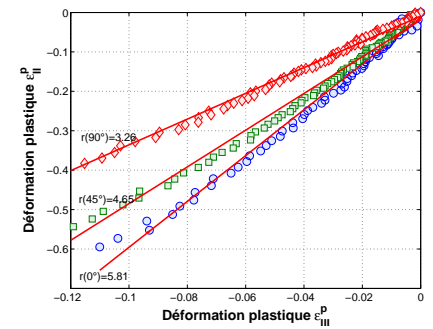


Figure 5.5 – Détermination des coefficients de Lankford à partir des évolutions  $\varepsilon_{II}^p$  en fonction de  $\varepsilon_{III}^p$ .

## 5.3 Choix et identification d'un modèle de comportement

### 5.3.1 Modélisation du comportement du titane

Deux types d'approche sont généralement mises en œuvre pour décrire le comportement macroscopique du titane : (i) l'approche classique de mécanique des milieux continus basée sur les concepts de l'élastoplasticité tels que décrits au paragraphe 3.2 du chapitre 3 et (ii) les approches

micromécaniques. Ces dernières modélisations restent à ce jour encore largement imprécises compte tenu de la forte anisotropie du titane. Les difficultés se situent au niveau de la complexité des interactions entre microstructure, mécanismes de déformation actifs (glissement cristallographique et/ou maclage) et texture cristallographique à prendre en compte. Par ailleurs, les travaux de ces dernières décennies ont porté sur la réponse du matériau en trajet monotone, en fatigue cyclique, en dynamique mais le plus souvent dans le domaine des faibles déformations. Or, les états de contraintes et de déformations observés dans les procédés de mise en forme sont plus complexes et dépassent le cadre simple du chargement monotone à faible déformation. C'est d'ailleurs au travers de ce constat que le projet OPTIMIST a été initié en 2008 afin de travailler à la fois sur (i) l'amélioration de la compréhension du comportement du titane mais plus généralement des matériaux de structure hexagonale et (ii) l'amélioration de la modélisation macroscopique de ces matériaux pour des applications industrielles, à partir d'une étude réalisée à différentes échelles. Compte tenu de ces différents éléments, le choix de la modélisation du comportement mécanique du titane que nous avons retenu repose sur l'approche de mécanique des milieux continus classique faisant intervenir :

- une loi de comportement élastique isotrope linéaire (module d'Young, coefficient de Poisson),
- un comportement plastique défini par un critère plastique avec une règle d'écoulement associée identifiée par la surface de charge initiale et une loi d'écrouissage.

L'anisotropie de comportement du titane est prise en compte d'un point de vue plastique par le critère de Hill :

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \bar{\sigma} = \left( F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{31}^2 + 2N\sigma_{12}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.4)$$

où  $F$ ,  $G$ ,  $H$ ,  $L$ ,  $M$ ,  $N$  représentent des paramètres matériaux caractérisant cette anisotropie. Dans le cas d'un matériau sous forme de feuille métallique pour lequel l'hypothèse de contrainte plane est admissible, ce critère se réduit une expression ne faisant intervenir que 4 paramètres  $F$ ,  $G$ ,  $H$  et  $N$  puisque  $\sigma_{i3} = 0$ .

### 5.3.2 Détermination des paramètres matériaux

Dans les équations constitutives introduites au paragraphe 3.2 du chapitre 3, six paramètres matériaux interviennent : le module d'Young  $E$ , le coefficient de Poisson  $\nu$  et les 4 coefficients  $F$ ,  $G$ ,  $H$  et  $N$  du critère de Hill. Les valeurs des différents paramètres identifiés sont reportées dans le tableau 5.2.

Le module d'Young du matériau a été identifié à partir d'un essai de traction couplé à une mesure de déformation à l'aide d'un extensomètre axial INSTRON 2620-601. La valeur mesurée est en adéquation

Dans le cadre des deux partenariats industriels avec les sociétés Vitatech et Pivaudran, l'objectif n'était pas de développer une nouvelle loi de comportement ni d'implanter dans un code de calculs par éléments finis une quelconque loi. Le choix s'est donc porté naturellement vers le critère de Hill disponible au sein du logiciel Abaqus.

Paramètres	$E$ (MPa)	$\nu$	F	G	H	N
Valeurs	111819	0.34	0.26	0.15	0.85	2.10

Tableau 5.2 – Paramètres élastique et plastique identifiés pour un titane commercialement pur.

avec les valeurs couramment rencontrées dans la littérature de l'ordre de 110 000 MPa. Une valeur de coefficient de Poisson  $\nu = 0.34$  a été retenue sans vérification expérimentale. La détermination des coefficients de Hill s'appuie sur une méthode classique<sup>11 12</sup>. Si l'on admet l'hypothèse de normalité généralisée et en considérant une éprouvette sollicitée en traction uniaxiale suivant un angle  $\theta$  par rapport au vecteur unitaire  $\underline{e}_1$ , il est possible de définir un coefficient d'anisotropie généralisé ne dépendant que des seuls coefficients de Hill suivant la relation :

$$r(\theta) = \frac{H + (2N - F - G - 4H) \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{F \sin^2 \theta + G \cos^2 \theta} \quad (5.5)$$

Par ailleurs, le seuil d'écoulement plastique résultant d'une traction uniaxiale suivant une direction  $\theta$  s'écrit :

$$\frac{\bar{\sigma}}{\sigma'} = \left( (F \sin^2 \theta + G \cos^2 \theta + H + (2N - F - G - 4H) \cos^2 \theta \sin^2 \theta) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.6)$$

En s'appuyant sur les trois essais de traction réalisés à  $\theta = 0^\circ$ ,  $45^\circ$  et  $90^\circ$  et en considérant comme référence le seuil d'écoulement plastique suivant la direction de laminage qui impose la condition  $G + H = 1$ , les coefficients de Hill s'expriment à partir des seuls coefficients de Lankford suivant :

$$F = \frac{r_0}{r_{90}(1 + r_0)} \quad ; \quad G = \frac{1}{1 + r_0} \quad ; \quad H = \frac{r_0}{1 + r_0}$$

et 
$$N = \frac{(r_0 + r_{90})(1 + 2r_{45})}{2r_{90}(1 + r_0)} \quad (5.7)$$

La Figure 5.6 présente les surfaces de charge initiales à 20% et 60% de déformation à l'issue de cette identification. Les points rouges correspondent aux limites élastiques mesurées pour les essais de traction réalisés à  $\theta = 0^\circ$  et  $90^\circ$ . On constate un léger écart entre les surfaces théoriques et les points expérimentaux provenant de l'essai de traction à  $90^\circ$ . L'erreur commise sur la valeur de la contrainte est de l'ordre de 10%.

Les paragraphes suivants présentent les résultats de calculs éléments finis visant à simuler la mise en forme du titane au travers de deux

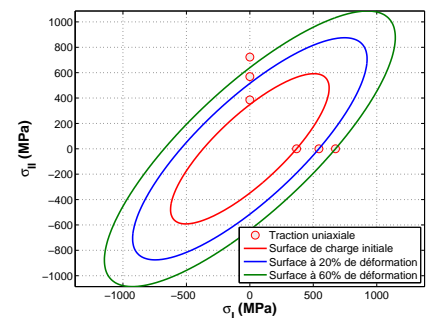


Figure 5.6 – Détermination des coefficients de Lankford à partir des évolutions  $\varepsilon_{II}^p$  en fonction de  $\varepsilon_{III}^p$ .

<sup>11</sup>D. Rees. Plastic flow in the elliptical bulge test. *Int. J. Mech. Sci.*, 37:373–389, 1995

<sup>12</sup>D. Rees. Sheet orientation and forming limits under diffuse necking. *Appl. Math. Modelling.*, 20:624–635, 1996



exemples. Le premier concerne le secteur chirurgical et porte plus particulièrement sur la maîtrise de la forme d'une plaque crochet utilisée dans une instrumentation de correction des déformations scoliotiques. Le second exemple est en lien avec l'industrie du packaging. La pièce simulée est un capuchon en titane destiné aux bouteilles de parfum de luxe. Toutes ces simulations ont été réalisées avec le code de calculs par éléments finis ABAQUS/EXPLICIT.

## 5.4 Simulation numérique de la mise en forme d'une prothèse chirurgicale

### 5.4.1 Contexte de l'étude

La scoliose peut être définie comme étant une déformation sinueuse de la colonne vertébrale. Cette pathologie peut être de cause neurologique, congénitale, dégénérative (chez le sujet âgé), mais dans la plupart des cas, la cause n'est pas connue, d'où la désignation de scoliose idiopathique. La scoliose de l'enfant et de l'adolescent est progressive et s'aggrave parfois fortement au moment de la poussée de croissance, nécessitant alors un traitement orthopédique ou chirurgical. Les traitements chirurgicaux par du matériel implantable sont actuellement tous comparables tant dans leurs moyens que dans leurs résultats à la technique mise au point par Cotrel et Dubousset dans les années 1980 : (i) un ancrage assuré soit par des crochets verticaux (obsolètes pour transmettre des forces horizontales), soit par des vis intra-pédiculaires dont le positionnement reste toujours dangereux quant au risque neurologique, (ii) une correction de la courbure vertébrale au moyen d'une tige longitudinale de fixation généralement pliée *in situ*, (iii) des résultats assez bons dans le plan frontal mais plus difficiles à réaliser dans le plan sagittal. Afin de fournir aux chirurgiens un système complet capable de corriger les déformations dans les 3 plans tout en limitant le nombre de vertèbres lombaires instrumentées, une instrumentation innovante (Figure 5.7 (a)) a été conçue par le partenaire industriel.

La prothèse en question est destinée à traiter des pathologies de la déformation scoliotique. Il s'agit à la base d'une plaque formée sur les contours de l'arc vertébral postérieur, s'étendant d'une apophyse transverse à l'autre en passant par l'apophyse épineuse. Le maintien de la plaque est assurée par un système de type *agrafes* refermées sur l'os lors de l'implantation. Ces plaques comportent le système de fixation de la tige longitudinale : ce connecteur est lui-même relié à la plaque et à l'os par une vis. Devant épouser au mieux les contours de l'arc vertébral postérieur, les plaques sont pliées selon une forme dite *standard*. Elles sont par ailleurs relativement souples pour pouvoir se conformer aux variations individuelles des arcs postérieurs. Cette forme standard est déterminée par moulage de l'arc vertébral postérieur considéré : pour chaque niveau de vertèbre instrumentée, il existe une plaque différente. Cet ancrage novateur représente un progrès certain en matière de temps d'implantation car il est plus rapide, plus facile et mieux sécurisé. Sa stabilité et sa résistance à l'arrachement sont inégalées pour le maintien de la correction obtenue puisque chaque connecteur avec sa tige bénéficie de 5 points de fixation à l'os de l'arc vertébral postérieur. La plaque crochet de l'instrumentation est réalisée dans une tôle de titane commercialement pure grade 2 (de dénomination française T40) d'épaisseur 0.5 mm. Le procédé de fabrication de la plaque est composé de différentes opérations (Fig. 5.7). Après les opérations de découpe à l'aide d'une machine d'électro-érosion et d'usinage du trou oblong, le flan est ensuite plié au cours d'une opération mono-passe afin de lui conférer sa géométrie standard.

Un traitement de microbillage est ensuite réalisé sur la pièce avant assemblage des différents éléments, marquage laser et passivation. Le travail de simulation numérique a porté exclusivement sur l'opération de pliage.

### 5.4.2 Modèle Eléments Finis

Le modèle numérique (Figure 5.8) est constitué d'une matrice et d'un poinçon, tous deux considérés comme des surfaces analytiques rigides. Le maillage de la plaque est réalisé à partir d'éléments de type coque (S3R). Le comportement du matériau est renseigné au sein du code de

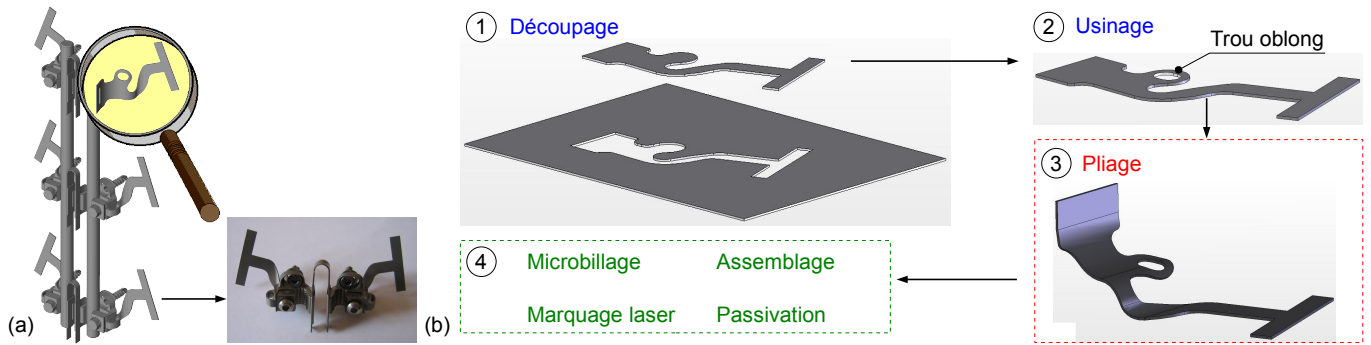


Figure 5.7 – (a) Modèle 3D de l'instrumentation scoliotique développée par la société Vitatech avec zoom sur la plaque dorsale et photographie d'un étage du prototype. (b) Principales étapes de la fabrication de la plaque crochet de l'instrumentation chirurgicale.

calculs en utilisant les paramètres issus de l'identification présentée au paragraphe 5.3.2. L'érouissage du matériau est donné sous forme tabulée par la courbe issue de l'essai de traction suivant la direction de laminage. Le contact entre l'outillage (poinçon et matrice) et la plaque est défini à partir d'une loi de type Coulomb avec un coefficient de frottement  $\mu = 0,1$ . La cinématique correspond à un déplacement vertical vers le bas du poinçon. Le retour élastique est simulé à partir d'un modèle simplifié où l'outillage est remplacé par les actions de contact qu'il exerce.

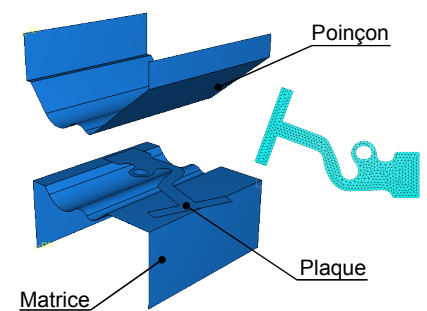


Figure 5.8 – Modèle EF de l'outillage de mise en forme et maillage de la plaque crochet.

### 5.4.3 Analyse des résultats

Une pièce a été fabriquée par le partenaire industriel à partir des mêmes spécifications géométriques d'outillage. Un scan complet de la pièce (Figure 5.9 (a)) a été réalisé à partir d'une machine à mesurer tridimensionnelle équipée d'un capteur laser. La Figure 5.9 (b) présente le profil simulé de la pièce ainsi que deux projections dans les plans  $(O, \vec{x}, \vec{y})$  et  $(O, \vec{x}, \vec{z})$ . Afin de vérifier la validité du modèle numérique, le profil de la plaque avant et après décharge de l'outillage a été comparé aux mesures afin de mettre en évidence l'importance du retour élastique (Figure 5.9 (c)). Lorsque le poinçon a atteint sa course maximale, la géométrie de la pièce est identique en tout point à celle de l'outillage. Le matériau est alors fortement déformé notamment au niveau des rayons de pliage de l'outillage. Au cours de la phase de décharge de l'outillage, la relaxation progressive des contraintes résiduelles de traction et compression conduit à une ouverture importante de la plaque dans le plan  $(O, \vec{x}, \vec{y})$ .

Le retour élastique s'opère également dans le plan  $(O, \vec{x}, \vec{z})$  de la pièce mais l'angle de rotation est négligeable par rapport au précédent. Les calculs éléments finis donnent un angle  $\theta^{num} = 100,64^\circ$  après formage et retour élastique. L'angle mesuré sur la pièce réelle correspond à un angle  $\theta^{exp}$  de  $103,25^\circ$ . L'erreur relative commise avec le modèle numérique est approximativement de 2,5%. La maîtrise du retour élastique est fondamentale dans la fabrication de l'instrumentation de correction des déformations scoliotiques, dans la mesure où la plaque doit épouser au mieux les contours de l'arc vertébral s'étendant d'une apophyse transverse à

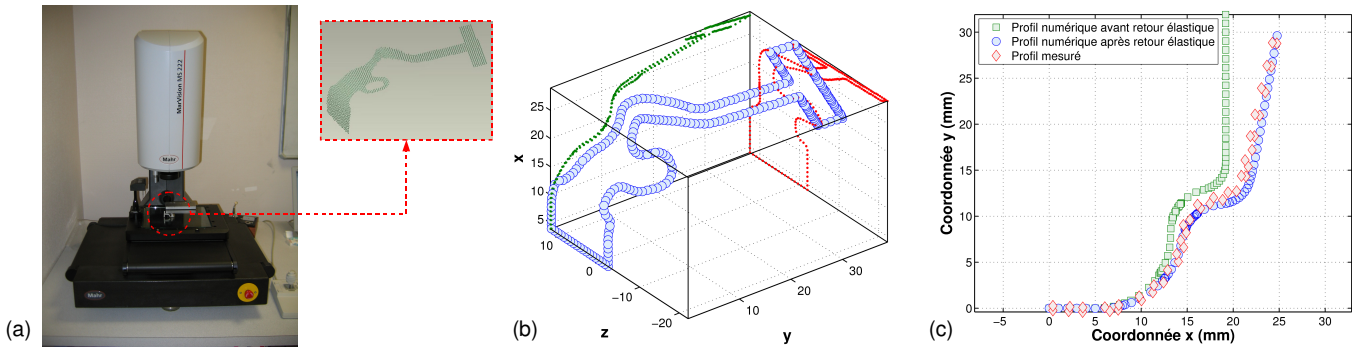


Figure 5.9 – (a) Mesures de la géométrie de la pièce fabriquée par le partenaire industriel au moyen d'une MMT. (b) Contour 3D et projection de la géométrie de la plaque obtenu par simulation numérique. (c) Confrontation modèle/expérience avec mise en évidence du retour élastique.

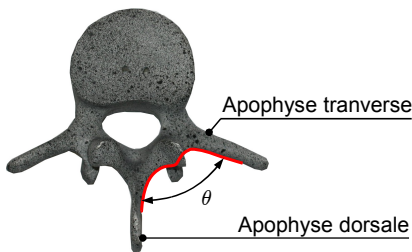


Figure 5.10 – Mise en position de la plaque crochet sur l'arc vertébral.

l'apophyse épineuse (Figure 5.10). Par ailleurs, dans une démarche de mise au point d'implants sur mesures, une volonté du fabricant était d'être capable de définir la géométrie de son outillage à partir de radiographies du patient. Une étude paramétrique basée sur ce modèle EF a donc été entreprise. Les résultats de cette étude ont permis de mettre en évidence la relation qu'il existe entre la géométrie de l'outillage et l'angle effectif mesuré sur les pièces fabriquées.

## 5.5 Simulation numérique de l'emboutissage d'une pièce dans le secteur du packaging

### 5.5.1 Contexte de l'étude

Réalisée dans le cadre du stage de Master d'Alban Le Port encadré avec Robert Arrieux, cette étude résulte d'une sollicitation d'une société spécialisée dans la fabrication de pièces pour le packaging et notamment celles liées à l'habillage des parfums de luxe. Pour répondre à une demande de ses clients, cette société souhaitait industrialiser des pièces en titane. Les pièces fabriquées à l'époque étaient obtenues par un procédé de mise en forme par emboutissage multi-passes sur des feuilles métalliques en aluminium. L'objectif du travail était :

- d'étudier l'aptitude du titane à être emboutie à partir d'une approche phénoménologique de manière à mettre en évidence les facteurs les plus influents sur le procédé,
- d'analyser l'opération de mise en forme à partir de calculs éléments finis.

On présente dans les paragraphes qui suivent les principaux résultats obtenus dans le cadre de cette étude. Pour plus de détails, le lecteur pourra se référer à l'article [A4](#) publié en 2009 dans International Journal of Material Forming.



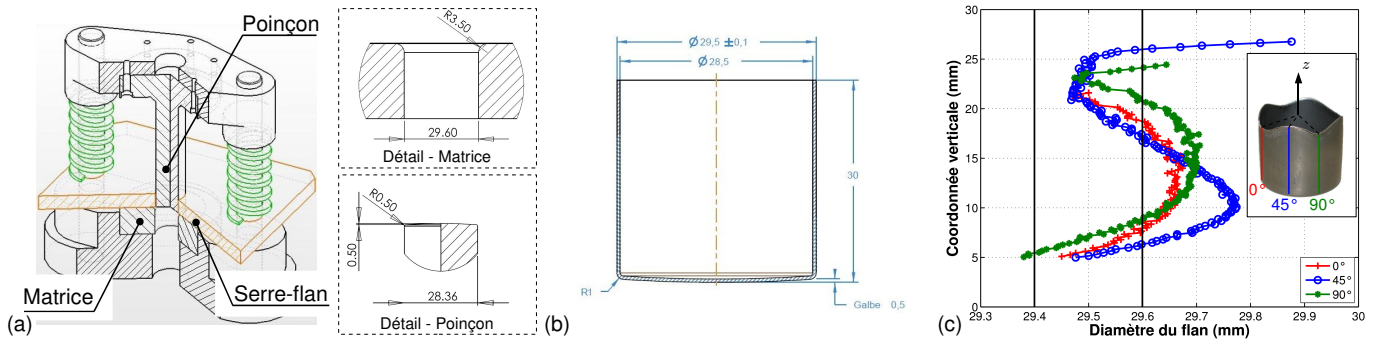


Figure 5.11 – (a) Dispositif d'emboutissage conçu, développé et mis au point au laboratoire avec détails du poinçon et de la matrice (dimensions en mm). (b) Géométries de la pièce finie. (c) Profils mesurés avec une MMT le long d'une ligne verticale suivant les directions à 0°, 45° et 90° pour une pièce emboutie avec le dispositif d'essai.

### 5.5.2 Modèle Eléments Finis

L'étude expérimentale non détaillée ici repose sur un dispositif (Figure 5.11 (a)) permettant de réaliser la mise en forme d'un capuchon de bouteille de parfum dont les caractéristiques géométriques sont données dans la Figure 5.11 (b). Une des difficultés liée à la mise en forme du titane réside dans son comportement fortement anisotrope (Figure 5.11 (c)). Le modèle EF a été construit avec le code de calculs ABAQUS. La géométrie du modèle EF (Figure 5.12) respecte scrupuleusement celle de l'outillage utilisée pour mettre en forme la pièce. Ce dernier est composé d'un poinçon, d'une matrice et d'un serre-flan considérés comme des surfaces analytiques rigides. Un maillage fin du flan est réalisé avec des éléments coques (Figure 5.12 (b)) ou des éléments solides (Figure 5.12 (c)). En raison de l'anisotropie de comportement du matériau, les calculs sont menés en utilisant une analyse 3D et en modélisant un quart du flan. Des conditions aux limites appropriées ont été imposées afin de respecter les symétries.

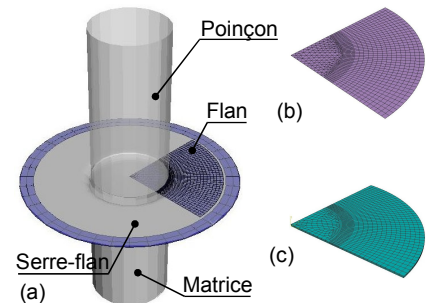


Figure 5.12 – (Modèle Eléments Finis : (a) outillage, (b) et (c) maillages du flan avec respectivement des éléments coques et solides.

### 5.5.3 Sensibilité des modèles

On détaille dans ce paragraphe une partie du travail à caractère numérique réalisé par Alban Le Port visant à étudier la sensibilité du modèle au regard des choix de modélisation opérés. On ne présente ici que les résultats issus d'une comparaison critique entre les éléments coques et les éléments solides retenus et de montrer l'influence du nombre d'éléments dans l'épaisseur lorsqu'un modèle intégrant des éléments solides est retenu.

#### 5.5.3.1 Comparaison critique entre des éléments coques et des éléments solides

Dans cette étude, le flan a été maillé d'une part avec des éléments coques (340 éléments S3R et 1000 éléments S4R) avec 5 points d'intégration dans l'épaisseur de 0.5 mm et une méthode d'intégration de Gauss pour des raisons de simplicité et de compatibilité. D'autre part, un modèle a été élaboré à partir d'éléments solides (3561 éléments C3D8R) avec

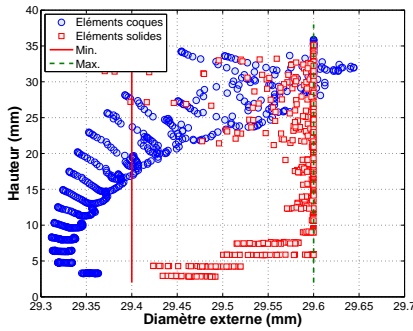


Figure 5.13 – Tracé des couples hauteur-diamètre pour les nœuds situés sur la surface extérieure de la pièce dans le cas de deux modèles, l'un avec des éléments de type coque ou l'autre de type solide.

3 éléments dans l'épaisseur. En ce qui concerne les temps de calculs, ces derniers sont bien évidemment supérieurs pour les éléments solides (2h18) comparativement aux éléments coques (1h20)<sup>13</sup>. On rappelle qu'une des exigences du modèle EF est de fournir des informations fiables notamment en terme de géométrie de la pièce embouti. Une comparaison entre ces deux modèles a donc été réalisée en particulier au regard de la variation du diamètre pour les nœuds situés sur la surface extérieure de la pièce. Les résultats de cette comparaison sont donnés dans la Figure 5.13 (les lignes verticales montrent les limites de la tolérance). Bien que l'outil d'emboutissage ait été conçu afin de respecter les cotes de la pièce données sur le dessin de définition, on constate qu'une grande quantité de nœuds se situe en dehors de ces limites pour les éléments coques, signifiant que les conditions de contact sont incorrectement définies. En effet, le contact est efficace à la moitié de la distance du plan moyen de l'élément coque et l'épaisseur est calculée à partir de l'état de contrainte. Il y a donc de ce fait des surfaces du flan en contact avec l'outillage dont l'épaisseur est plus élevée que l'épaisseur initiale et qui dans ce cas « traverse » virtuellement l'outillage, bien que cela soit impossible. C'est en particulier le cas dans la partie haute de la pièce. Avec des éléments solides, ce problème ne se produit pas dans la mesure où les contraintes de contact sont directement appliquées sur les nœuds en contact. Les éléments de type coque restent bien évidemment intéressants dans de nombreux cas d'études mais ils ne sont pas bien appropriés dans cette étude où les exigences vis à vis de la prédiction de la géométrie de la pièce sont relativement importantes.

### 5.5.3.2 Influence du nombre d'éléments dans l'épaisseur

Afin de simuler correctement le procédé de mise en forme du matériau, différentes simulations ont été réalisées avec un, deux, trois puis six éléments dans l'épaisseur du flan de tôle. Plusieurs points de comparaison de ces différentes simulations ont été établis. Le premier concerne les cornes d'anisotropie qui apparaissent sur la pièce à l'issue de sa mise en forme. La Figure 5.14 (a) présente le profil de la pièce où apparaissent ces cornes lorsque un ou deux éléments sont utilisés pour les calculs EF. Cette comparaison met en évidence une distorsion du maillage quand un seul élément est utilisé dans l'épaisseur conduisant à une représentation inexacte du profil de la pièce. Dans tous les autres cas, un nombre de deux, trois ou six éléments dans l'épaisseur n'améliore pas considérablement les prédictions des simulations numériques. Les répartitions des déformations sur le bord extérieur de la pièce présentées dans la Figure 5.14 (b) et les valeurs de contrainte sur une section extérieure du flan à 45° par rapport à DL (Figure 5.14 (c)) sont sensiblement identiques quel que soit le nombre d'éléments dans l'épaisseur.

<sup>13</sup>Ces temps sont donnés pour une station de calculs équipée d'un processeur à 3 GHz et 512 Mo de mémoire RAM.

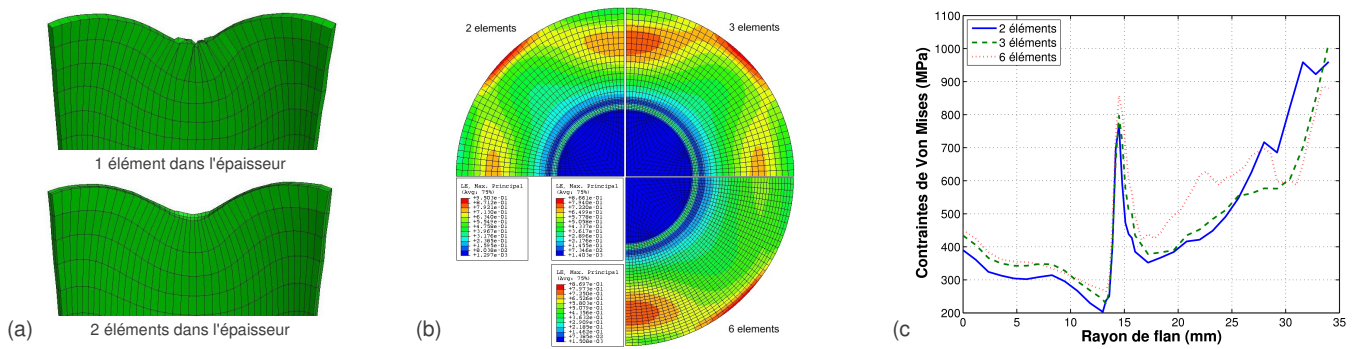


Figure 5.14 – (a) Cornes d'anisotropie simulées pour un et deux éléments dans l'épaisseur du flan de tôle. (b) Répartition des déformations élastiques pour un nombre croissant d'éléments dans l'épaisseur variant de un à six. (c) Contraintes de von Mises dans une section du flan choisi à  $45^\circ$  par rapport à la direction de laminage (DL) pour différents éléments dans l'épaisseur.

### 5.5.3.3 Identification du coefficient de frottement

Le coefficient de frottement joue un rôle important dans la simulation d'un procédé de mise en forme par emboutissage. La détermination expérimentale de ce coefficient est possible mais elle requiert des dispositifs spécifiques d'essai, comme les dispositifs tribologiques de type pion/disque<sup>14</sup>. En outre, l'exploitation des résultats de tels essais n'est pas évidente, le coefficient de frottement dépendant par ailleurs de divers paramètres tels que la vitesse, la température, la rugosité... En raison de son influence significative sur l'effort perçu au niveau du poinçon, la procédure d'identification retenue consiste à recalcrer « à la main » la valeur du coefficient de frottement jusqu'à ce que la courbe d'effort sur le poinçon en fonction du déplacement s'ajuste sur l'expérience. La Figure 5.15 montre le résultat de ce recalage. Une augmentation de l'effort sur le poinçon est bien observée lorsque le coefficient de frottement augmente. Le meilleur ajustement (même si la force maximale sur le poinçon est légèrement sous-estimée) est obtenu avec une valeur égale à 0,25. La différence entre les calculs et les mesures peut être attribuée au fait que le coefficient de frottement n'est pas constant, comme cela a été supposé.

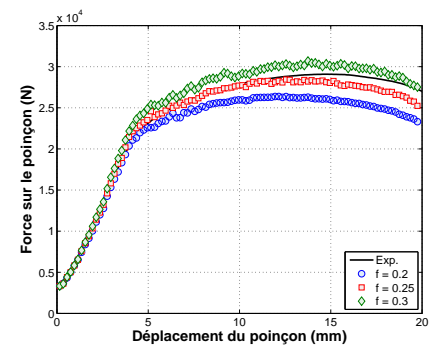


Figure 5.15 – Identification du coefficient de frottement supposé constant par recalage à la main des efforts calculés avec les efforts mesurés sur le poinçon.

## 5.5.4 Principaux résultats

### 5.5.4.1 Simulation du retour élastique

Le retour élastique est un problème majeur dans le procédé de mise en forme par emboutissage. En particulier, quand le retrait de l'outillage s'opère après la mise en forme, la pièce se déforme de manière élastique sous l'action des contraintes internes. Dans la plupart des cas, la variation de forme est trop importante et une compensation du retour élastique est nécessaire. Les outils d'emboutissage sont modifiés de manière à ce que la géométrie satisfasse les exigences dimensionnelles après re-

<sup>14</sup>S. Krol, Z. Zalisz, and M. Hepner. Comparison of the friction and wear properties of titanium and oxidised titanium in dry sliding against sintered high speed steel HS18-0-1 and against C45 carbon steel. *Journal of Materials Processing Technology*, 164-165:868–875, 2005

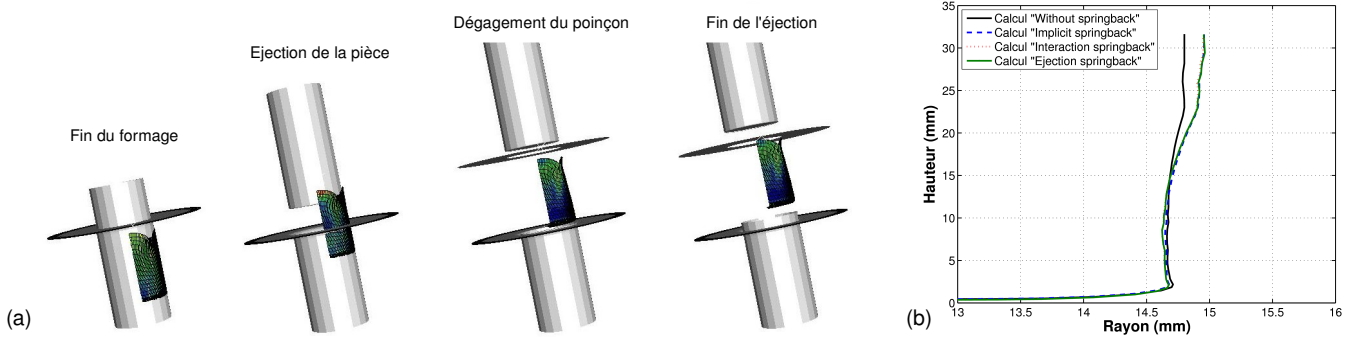


Figure 5.16 – (a) Film des étapes successives de l'éjection de la pièce permettant le calcul du retour élastique. (b) Comparaison des profils de pièce en fonction des différentes approches de calculs du retour élastique.

tour élastique<sup>15</sup>. Afin de prédire avec précision la géométrie de la pièce pour assurer l'assemblage final, plusieurs possibilités ont été considérées pour simuler l'étape de retrait de l'outillage. La Figure 5.16 présente une méthode réaliste (désigné par la suite *ejection springback*) où les outils sont conservés tout en imposant les cinématiques correspondant à l'éjection de la pièce. Cette méthode permet d'obtenir la géométrie de la pièce après retour élastique avec une grande précision mais elle implique des temps de calculs assez conséquents. Sans nuire à la qualité des résultats, deux approches plus simples ont été testées. La première désignée *interaction springback* consiste à ajouter dans l'étape de formage, une étape où toutes les interactions entre le flan et les outils sont annulées. Dans la mesure où la simulation utilise un solveur explicite, une attention toute particulière a été portée afin d'amortir les oscillations causées par la perte brutale de contact. Pour la seconde approche désignée *implicit springback*, les résultats de la simulation numérique du formage sous ABAQUS/EXPLICIT ont été exportés vers ABAQUS/STANDARD et une analyse statique calcule le retour élastique. Durant cette étape, un état de contrainte artificiel qui équilibre l'état de contrainte importé est appliqué et ôté progressivement. Pour chaque approche, le profil de la pièce a été tracé (voir Figure 5.16 (b)). On constate que les résultats sont très proches quelle que soit l'approche considérée.

#### 5.5.4.2 Confrontation modèle/expérience

Afin de vérifier la pertinence du modèle numérique, une série de pièce a été emboutie avec l'outillage du laboratoire. Le diamètre du flan utilisé est de 60 mm pour une profondeur d'emboutissage de 25 mm. La comparaison entre les profils mesuré et simulé pour une section le long de la direction de laminage est présentée dans la Figure 5.17 (a). On constate que les résultats du modèle numérique fournissent une très bonne représentation du profil de la pièce. En particulier, le profil obtenu après calculs du retour élastique est très proche de celui mesuré.

<sup>15</sup>R. Lingbeek, J. Huétink, S. Ohnimus, M. Petzoldt, and J. Weiher. The development of a finite elements bases springback compensation tool for sheet metal products. *Journal of Materials Processing Technology*, 169:115–125, 2005

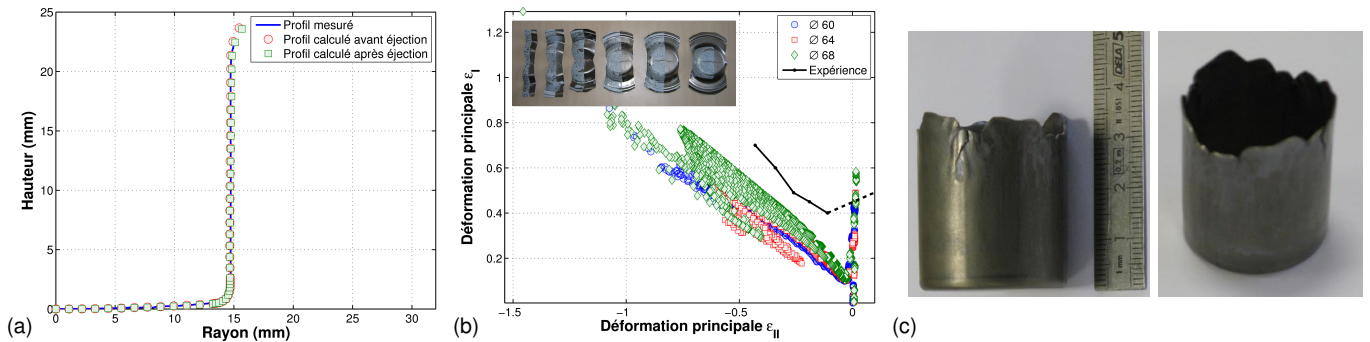


Figure 5.17 – (a) Comparaison des profils calculés avant et après retour élastique avec le profil mesuré. (b) Comparaison entre la Courbe Limites de Formage issue de l'essai de Marciniak et les résultats des calculs pour différents diamètres de flan. La ligne pointillée est tracée à partir de résultats issus de la littérature. (c) Photographies de la pièce emboutie en deux passes à partir d'un flan de diamètre 68 mm.

### 5.5.4.3 Critère d'emboutissage et optimisation du procédé

Les résultats présentés ci-dessus mettent en évidence la capacité du modèle EF à simuler la mise en forme du titane durant l'opération d'emboutissage. Néanmoins, l'outil numérique tel que nous l'avons décrit est insuffisant pour prédire la faisabilité de l'opération de mise en forme et en particulier le phénomène de localisation de la déformation. Le critère que nous avons alors introduit repose sur les classiques Courbes Limites de Formage (CLF). La procédure expérimentale est réalisée au moyen d'un essai d'emboutissage de type Marciniak. Les échantillons sont des bandes de largeur variant entre 20 mm et 140 mm. Elles sont déformées jusqu'à rupture au moyen d'une presse hydraulique de 50 t équipée du dispositif d'emboutissage composé d'un poinçon cylindrique à fond plat (de diamètre 100 mm), d'une matrice et d'un serre-flan. Au cours de l'essai, des images du flan sont successivement enregistrées jusqu'à rupture. Le logiciel 7D est utilisé pour calculer les déformations principales maximales et minimales permettant par la suite de tracer la CLF (Figure 5.17 (b)). Les résultats numériques des simulations d'emboutissage avec différents flans de diamètre 60 mm, 64 mm et 68 mm sont alors comparés à ces données expérimentales. Il apparaît que les flans de diamètres supérieurs à 64 mm ne peuvent être emboutis avec succès en une seule passe à température ambiante. Ce point a été vérifié expérimentalement avec le dispositif d'emboutissage du laboratoire. Ainsi pour le diamètre maximal de flan emboutissable (ici 60 mm), le rapport d'emboutissage limitant (noté LDR de l'anglais *Limiting Drawing Ratio*) calculé à partir du quotient du diamètre de flan sur celui du poinçon vaut  $LDR = 2.11$ . Pour emboutir avec succès un flan de diamètre 68 mm, il faut donc utiliser un diamètre de poinçon  $D_p = 68/2.11 = 32.23$  mm. Un essai a été réalisé en utilisant un dispositif avec un diamètre de poinçon de 33 mm. Comme on pouvait s'y attendre l'opération de mise en forme a été réalisée avec succès même si des plis se sont formés, notamment en raison d'un diamètre de serre-flan trop grand. La pièce obtenue a été emboutie au cours d'une seconde passe avec le dispositif d'emboutissage initial afin d'obtenir la géométrie requise de la pièce (Fig. 5.17 (c)). Bien évidemment en raison des plis



précédents, l'esthétique de la pièce n'est pas acceptable. Néanmoins, nous avons ainsi prouvé qu'il était possible de mettre en forme la pièce tout en respectant sa hauteur de 30 mm en utilisant un flan de 68 mm avec deux passes successives d'emboutissage.

## 5.6 Conclusion

Ce chapitre résume les principales investigations expérimentales et numériques mises en œuvre pour étudier la mise en forme du titane. Ces travaux s'appuient sur des concepts théoriques classiques présentés au chapitre 3 et des mesures de champs essentiellement cinématiques dont les principes ont été rappelés au chapitre 4. Nous avons montré au travers des deux premiers paragraphes comment nous avons exploité ces mesures de champs afin d'identifier le plus finement possible et sur la base d'essais standards le comportement mécanique du matériau titane. Les simulations numériques qui suivent adopte une approche de type confrontation modèle/expérience. Les résultats sont globalement satisfaisant malgré la simplicité du modèle de comportement. Tous ces travaux ont été valorisés au travers de :

- 3 articles dans des revues internationales avec comité de lecteur : **A6, A5, A4,**
- 1 conférence internationale avec actes et comité de lecture : **B9,**
- 1 conférence nationale invitée : **C2**
- 2 conférences nationales avec actes et comité de lecture : **D4, D3,**
- 2 communications orales et posters : **E6, E2.**

---

# Identification par méthode inverse de paramètres matériaux à partir de mesures de champs

---

## 6.1 Introduction

La méthode des Éléments Finis est à présent largement utilisée dans tous les secteurs industriels que ce soit pour simuler des opérations de mise en forme (emboutissage par exemple) ou pour résoudre des problèmes de mécanique des structures. Pour disposer de modèles fiables et prédictifs, l'ingénieur est amené à construire des lois de comportement comportant un nombre sans cesse croissant de paramètres matériaux, ce qui nécessite la conduite d'un nombre d'essais de plus en plus important pour les identifier. Par ailleurs, dans la plupart des procédés de mise en forme, le matériau est soumis à des trajets de chargement complexes. Or dans la plupart des cas, le comportement du matériau est identifié sur la base d'essais homogènes standardisés. Il n'est donc pas rare de constater des écarts entre les mesures et les résultats de ces simulations. Le recours à des essais sur des éprouvettes présentant des déformations hétérogènes est à ce titre une alternative intéressante mais elle exige le développement de méthodes numériques pour en exploiter les résultats.

Sur le plan expérimental, les techniques de mesure de champs, qu'elles soient cinématiques ou thermiques, ont connu un développement très important depuis le début des années quatre vingt dix. Ces techniques se distinguent des systèmes conventionnels de mesures locales de type jauges de déformation, capteurs de déplacement ou thermocouples dans la mesure où l'expérimentateur accède à une cartographie de surface d'un échantillon testé suivant une sollicitation donnée. L'observation de ces mesures peut révéler des phénomènes d'hétérogénéité des déformations pour des essais supposés homogènes comme l'essai de traction ; hétérogénéités qui ne peuvent être perçues lorsque l'on utilise des

mesures « locales » de type jauges de déformation. Dans ce contexte, diverses stratégies d'identification de paramètres matériaux exploitant des essais conduisant à des champs hétérogènes ont émergé. Plusieurs méthodes sont actuellement mises en œuvre afin d'identifier des paramètres de lois de comportements en utilisant des mesures de champs. Les quatre méthodes les plus couramment utilisées sont :

- ① la méthode des champs virtuels (MCV)<sup>1</sup>,
- ② la méthode de l'erreur en relation de comportement (ERC)<sup>2 3</sup>,
- ③ la méthode de l'écart à l'équilibre (MEQ)<sup>4</sup>,
- ④ la méthode de recalage de modèles Eléments Finis (FEU)<sup>5</sup>.

De nombreuses études utilisent cette dernière méthode pour identifier le comportement des matériaux à partir de courbes force/déplacement, sans mesures de champs (voir par exemple les travaux de Forestier<sup>6</sup>). Les méthodes inverses de type recalage de modèles EF utilisant des mesures de champs ont été néanmoins fortement développées ces dernières années. On se propose dans ce paragraphe de recenser les principales études en adoptant une classification qui dépend de la nature du comportement identifié. Le Tableau 6.1 met en évidence qu'en dehors des travaux précurseurs de Hendricks, la méthode de recalage de modèles EF à partir de mesures de champs est en pleine ascension depuis moins de dix ans. Bien que les publications recensées dans ce tableau soit nationales et internationales, cette engouement de la communauté scientifique vis à vis de l'identification à partir de mesures de champs est très certainement lié au GDR CNRS 2519 « Mesures de champs et identification en mécanique des solides » créé en janvier 2003. On constate par ailleurs un nombre relativement conséquent de travaux ayant pour objectif d'identifier des paramètres matériaux de lois de comportement élastoplastiques. L'intérêt industriel est évident car ces méthodes d'identification inverses permettent de réduire de manière très conséquente le nombre d'essais à réaliser pour identifier ce type de lois utilisées dans la simulation numérique de la mise en forme des matériaux.

<sup>1</sup>M. Grédiac. Principe des travaux virtuels et identification/principe of virtual work and identification. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 309:1–5, 1989

<sup>2</sup>P. Ladevèze. *Comparaison de modèles de milieux continus*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 1975

<sup>3</sup>P. Ladevèze, N. Moës, and B. Douchin. Constitutive relation error estimators for (visco)plastic finite element analysis with softening. *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering*, 176:247–264, 1999

<sup>4</sup>D. Claire, S. Roux, and F. Hild. A finite element formulation to identify damage field : the equilibrium gap method. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 61:189–208, 2004

<sup>5</sup>K.T. Kavanagh and R.W. Clough. Finite element applications in the characterization of elastic solids. *International Journal of Solids and Structures*, 7:11–23, 1971

<sup>6</sup>R. Forestier. *Développement d'une méthode d'identification de paramètres matériaux par analyse inverse couplée avec un modèle éléments-finis 3D*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2004

Tableau 6.1 – Bilan des principales études couplant méthode inverse de type recalage de modèles EF et mesures de champs classées en fonction de la nature du comportement identifié.

Comportement	Principales caractéristiques de l'étude	Auteur principal (Année) <sup>références</sup>
Elastique	Loi élastique orthotrope, essais plans, suivi de marqueurs	Hendricks (1991) <sup>7</sup>
	Loi élastique orthotrope, traction trouée, interférométrie de Moiré	Molimard (2005) <sup>8</sup>
	Lois élastique linéaire, essais plans, corrélation d'images	Lecompte (2007) <sup>9</sup> , Witz (2008) <sup>10</sup>
Viscoélastique	Pliage panneaux de bois, métrologie optique	Le Magorou (2002) <sup>11</sup>
Hyperélastique	Loi de Mooney-Rivlin, essais de traction biaxiale et gonflement	Genovèse (2006) <sup>12</sup> , Cosola (2008) <sup>13</sup>
Elastoplastique	Marqueurs, traction sur éprouvette cylindrique	Mahnken (1997) <sup>14</sup>
	Critère de Hill, loi de Nadaï, écrouissage linéaire et non linéaire	Meuwissen (1998) <sup>15 16</sup>
	Coefficients de Lankford essais de traction plane	Khalfallah (2004) <sup>17</sup>
	Critère de Hill, loi de Ludwick, de Swift et multiliénaires	Lecompte (2007) <sup>9</sup> , Belhabib (2007) <sup>18</sup> , Cooreman (2008) <sup>19</sup> , Dournaux (2009) <sup>20</sup> , Kajberg (2004) <sup>21</sup>
Viscoplasticité	Essais de Hopkinson, loi de Johnson-Cook	Kajberg (2007) <sup>22</sup>
Thermique	Coefficients de conductivité	Wawrzynek (2003) <sup>23</sup> , Dilhaire (2004) <sup>24</sup>

<sup>7</sup>M.A.N. Hendricks. *Identification of the mechanical behavior of solid materials*. PhD thesis, Eindhoven University of Technology, Netherlands, 1991

<sup>8</sup>J. Molimard, R. Le Riche, A. Vautrin, and J.R. Lee. Identification of the four orthotropic plate stiffness using a single open-hole tensile test. *Experimental Mechanics*, 45:404–411, 2005

<sup>9</sup>D. Lecompte, A. Smits, H. Sol, J. Vantomme, and D. Van Hemelrijck. Mixed numerical-experimental technique for orthotropic parameter identification using biaxial tensile test on cruciform specimens. *International Journal of Solids and Structures*, 44:1643–1656, 2007

<sup>10</sup>J-F. Witz, S. Roux, and F. Hild. Mechanical properties of crimped mineral wools : Identification from digital image correlation. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 130:1–7, 2008

<sup>11</sup>L. Le Magorou, F. Bos, and F. Rouger. Identification of constitutive laws for wood-bases panels by means of an inverse method. *Composites Sciences and Technology*, 62:591–596, 2002

<sup>12</sup>K. Genovèse, L. Lamberti, and C. Pappalettere. Mechanical characterization of hyperelastic materials with fringe projection and optimization techniques. *Optics and Lasers in Engineering*, 44:423–442, 2006

<sup>13</sup>E. Cosola, K. Genovèse, L. Lamberti, and C. Pappalettere. A general framework for identification of hyper-elastic membranes with moiré techniques and multi-point simulated annealing. *International Journal of Solids and Structures*, 45:6074–6099, 2008

<sup>14</sup>R. Mahnken and E. Stein. Parameter identification for finite deformation elastoplasticity in principle direction. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 147:17–39, 1997

<sup>15</sup>M.H.H. Meuwissen. *An inverse method for mechanical characterization of metal*. PhD thesis, Eindhoven University of Technology, 1998

<sup>16</sup>M.H.H. Meuwissen, C.W.J. Oomens, F.P.T. Baaijens, R. Petterson, and J.D. Janssen. Determination of the elasto-plastic properties of aluminium using a mixed

Nous présentons dans les paragraphes qui suivent le principe de la méthode développée et ses spécificités ainsi qu'un résumé des principaux résultats obtenus. Pour plus de détails, le lecteur pourra consulter la thèse de Thomas Pottier<sup>7</sup> ainsi que l'article **A3** publié dans *European Journal of Mechanics - A/Solids*.



L'article **A3** est donné au chapitre « Sélection d'articles » du présent dossier.

## 6.2 Méthode de recalage de modèles EF

### 6.2.1 Principe de la méthode développée

La méthode de recalage de modèles EF (*Finite Element Updating (FEU)* en anglais) développée au laboratoire consiste en un couplage entre le code de calculs par éléments finis ABAQUS et le logiciel de calculs MATLAB (Figure 6.1 (a)). Le schéma de principe présente la stratégie dans le cas d'un essai (plan ou hors plan) au cours duquel les efforts exercés et les champs de déplacement sont mesurés. La méthode consiste à établir un modèle éléments finis qui reproduise l'essai en respectant la géométrie de l'échantillon, les conditions aux limites... Ce modèle est muni d'une loi de comportement à laquelle un jeu initial de paramètres est donné afin de simuler la déformation de l'éprouvette au cours de l'essai. Certains des paramètres sont connus et donc fixés, d'autres sont

---

numerical-experimental method. *Journal of Material Processing Technology*, 75:204–211, 1998

<sup>17</sup>A. Khalfallah. *identification des lois de comportement élastoplastiques par essais inhomogènes et simulations numériques*. PhD thesis, Université Tunis El Manar, Tunisie, 2004

<sup>18</sup>S. Belhabib. *Développement d'un essai de traction hétérogène et identification d'une loi d'érouissage et d'un critère de plasticité par recalage éléments finis sur des mesures de champs de déformation finies obtenues par corrélation d'images numériques*. PhD thesis, Université Paris XIII, 2007

<sup>19</sup>S. Belhabib, H. Haddadi, M. Gaspérini, and P. Vacher. Heterogeneous tensile test on elastoplastic metallic sheets : Comparison between fem simulation and full-field strain measurements. *International Journal of Mechanical Sciences*, 50:14–21, 2007

<sup>20</sup>S. Cooreman. *Identification of the plastic material behaviour through full-field displacement measurements and inverse methods*. PhD thesis, Vrije Universitet Brussel, Belgique, 2008

<sup>21</sup>J.L. Dournaux, S. Bouvier, A. Aouafi, and P. Vacher. Full-field measurement technique and its application to the analysis of materials behaviour under plane strain mode. *Materials Science and Engineering A*, 500:47–62, 2009

<sup>22</sup>J. Kajberg and G. Lindkvist. Characterization of materials subjected to large strains by inverse modeling based on in-plane displacement fields. *International Journal of Solids and Structures*, 41:3439–3459, 2004

<sup>23</sup>J. Kajberg and B. Wikman. Viscoplastic parameter estimation by high strain-rate experiment and inverse modeling - speckle measurement and high-speed photography. *International Journal of Solids and Structures*, 44:145–164, 2007

<sup>24</sup>A. Wawrzynek, A.J. Nowak, M. Bartoszek, R. Delpak, J.K.C. Shih, and C.W. Hu. Application of direct/inverse analysis to evaluate the structure integrity of concrete. part i. formulation for thermo-mechanical properties determination international. *NDT & E*, 36(2):101–110, 2003

<sup>25</sup>S. Dilhaire, S. Grauby, W. Claeys, and J-C. Batsale. Thermal parameters identification of micrometric layers of microelectronic devices by thermoreflectance microscopy. *Microelectronics Journal*, 35(10):811–816, 2004

<sup>7</sup>T. Pottier. *Identification paramétrique par recalage de modèles éléments finis couplée à des mesures de champs cinématiques et thermiques*. PhD thesis, Université de Savoie, 2010

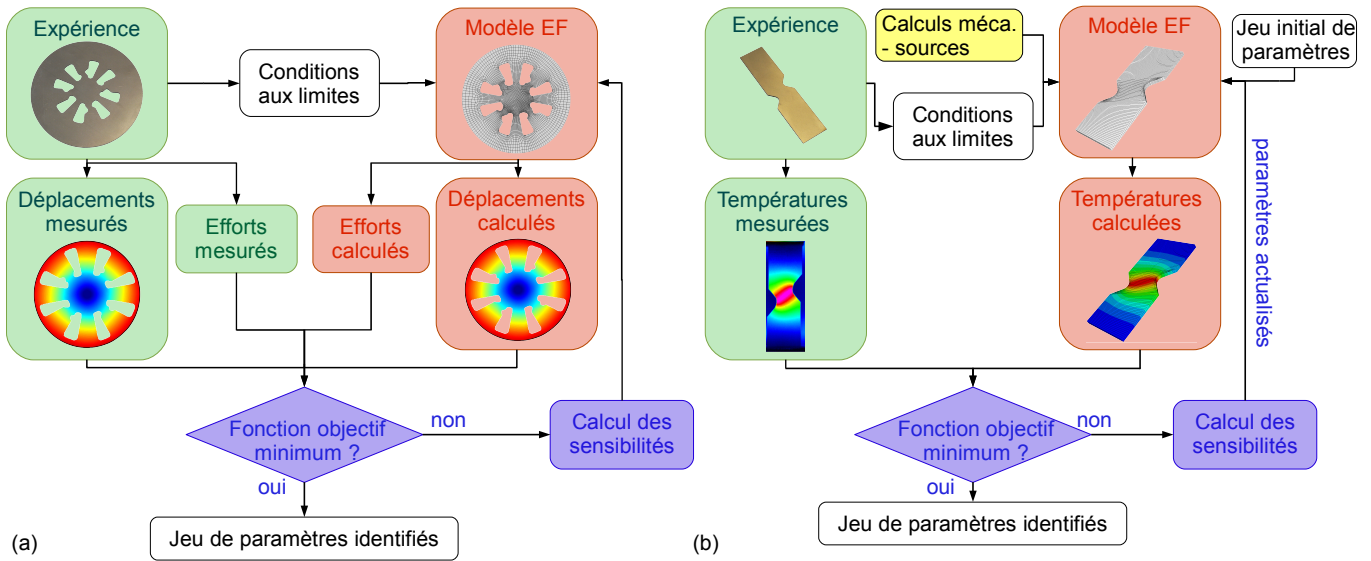


Figure 6.1 – (a) Schéma de principe de la méthode inverse d'identification (type recalage de modèles EF) à partir de mesures de champs cinématiques. (b) Stratégie d'identification mise en œuvre pour les essais ayant fait l'objet de mesures de champs de température.

donnés *a priori*. La résolution du problème EF permet de calculer les champs de déplacements ainsi que les efforts extérieurs. Une fonction objectif est construite sur la base des données numériques et expérimentales puis un algorithme d'optimisation actualise itérativement le jeu de paramètres. Un critère de convergence permet de stopper l'actualisation. Cette stratégie d'identification a été appliquée sur plusieurs essais afin de procéder à l'identification de lois de comportement purement mécanique (lois élastique et plastique).

Néanmoins, le fait de pouvoir disposer simultanément de mesures de champs de température en plus des grandeurs tant d'efforts que de déplacements, nous a conduit à travailler sur des modèles intégrant des phénomènes dissipatifs de la chaleur au travers notamment du coefficient de Taylor-Quinney (voir le paragraphe 3.4.3 du chapitre 3). Pour ces identifications, une stratégie en deux étapes successives a été mise en œuvre. La Figure 6.1 (b) présente le schéma de principe de l'identification. La première étape consiste à identifier le comportement mécanique selon la procédure décrite ci-dessus. Le problème thermique est ensuite résolu en utilisant le même modèle EF que celui identifié pour les calculs mécaniques. La conductivité, la chaleur spécifique et le coefficient de dilation sont fixés (données issues de la littérature). Les conditions aux limites du problèmes sont définies à partir de deux flux surfaciques, l'un pour prendre en compte les fuites thermiques dues aux échanges par convection avec l'air ambiant, l'autre pour les fuites dues aux échanges par conduction avec les mors de la machine. La puissance plastique dans chaque élément du maillage issue du calcul mécanique sert ensuite à évaluer les sources de chaleur imposées dans le modèle EF thermique. Les deux champs de température, celui issu des calculs et celui mesuré, sont comparés et une actualisation des paramètres est réalisée. Tout comme dans le cas mécanique, un critère de convergence permet de stopper le processus itératif au voisinage de l'optimum.

## 6.2.2 Résolution du problème d'optimisation

L'identification des paramètres matériaux tel que nous venons de la présenter requiert un processus d'optimisation itératif permettant d'actualiser la valeur d'un vecteur de paramètres. L'algorithme utilisé initialement était l'algorithme du simplexe basé sur une méthode d'optimisation d'ordre 0 n'exigeant pas le calcul du gradient. Cet algorithme s'est avéré très rapidement défaillant et inadapté, notamment lorsque le nombre de paramètres que nous avons cherché à identifier est devenu supérieur à 2 ou 3 paramètres. Afin d'assurer la convergence et de minimiser les temps des calculs, nous avons décidé d'intégrer dans l'outil de recalage un algorithme de Levenberg-Marquardt basé sur une méthode d'ordre 1 et donc nécessitant un calcul de sensibilité.

### 6.2.2.1 Méthode de Levenberg

L'algorithme de Levenberg-Marquardt permet d'obtenir une solution numérique au problème de minimisation. La procédure de l'algorithme est itérative. A chaque itération, on remplace le vecteur paramètres  $\underline{x}^k$  à l'itération  $k$  par une nouvelle estimation  $\underline{x}^{k+1}$  obtenue grâce à l'équation d'actualisation suivante :

$$(\mathbf{J}^t \mathbf{J} + \lambda_{LM} \mathbf{I})(\underline{x}^{(k+1)} - \underline{x}^{(k)}) = \mathbf{J}^t (m^{EF}(\underline{x}^{(k)}) - m^{exp}) \quad (6.1)$$

où  $\mathbf{J}$  est la matrice jacobienne contenant les dérivées partielles de chaque point de mesure par rapport à chaque paramètre et  $m^{EF}(\underline{x}^{(k)}) - m^{exp} = r(\underline{x})$  est le résidu, c'est-à-dire la différence entre le vecteur des grandeurs issues des calculs EF et celles mesurées.  $\lambda_{LM}$  est un facteur d'amortissement qui tend à influencer sur l'actualisation du vecteur paramètres. Nous avons choisi de faire évoluer ce paramètre en fonction du gradient  $\mathbf{J}^t$ <sup>8</sup> de sorte que :

$$\lambda_{LM} = \theta \|r(\underline{x})\| + (1 - \theta) \|\underline{\mathbf{J}}^T r(\underline{x})\|. \quad (6.2)$$

sans que cela nuise ni à la vitesse de convergence, ni à la précision de la méthode.

### 6.2.2.2 Calculs de sensibilité

La méthode de Levenberg-Marquardt est une méthode d'ordre 1, qui requiert à ce titre un calcul des termes de la matrice Jacobienne (aussi appelée *matrice de sensibilité*). Deux approches différentes permettent d'effectuer ce calcul : les approches analytiques et le calcul par différences finies. Cette dernière méthode est celle qui a été privilégiée au niveau de l'outil de recalage de modèles EF. Le calcul est basé sur une approximation de Taylor au premier ordre du résidu au voisinage de la valeur actuelle d'un élément  $x_k$ . Chaque paramètre  $x_k$  est donc perturbé positivement puis négativement afin d'obtenir les résidus de ces deux

<sup>8</sup>C. Ma and L. Jiang. Some research on Levenberg Marquardt method for non-linear equations. *Applied Mathematics and Computation*, 184:1032–1040, 2007

configurations perturbées. Un des principaux inconvénient découlant d'une telle approximation réside dans la nécessité de résoudre 2 fois le problème direct pour chaque paramètre de  $\underline{x}$  augmentant ainsi considérablement les temps de calculs. Un schéma de dérivation numérique par différences finies dit *avant* et *arrière* a été préféré dans la mesure où une seule configuration perturbée est requise pour chaque élément  $x_k$ . Il est toutefois établi qu'une telle approche est moins précise en particulier si la fonctionnelle présente de nombreuses non-linéarités à l'échelle de la perturbation  $\Delta x_k$ . Conformément aux travaux de Kleinermann<sup>9</sup> ou Lecompte<sup>10</sup>, nous avons fait le choix de prendre des valeurs relatives de la perturbation, c'est-à-dire que  $\Delta x_k = \delta_k \cdot x_k$  de sorte que la perturbation agit comme un pourcentage de la valeur à perturber. Dans les travaux qui suivent, la valeur de la perturbation relative a été fixée à  $1 \times 10^{-2}$ . Des essais ont été menés avec des valeurs plus faibles (de  $1 \times 10^{-3}$  à  $1 \times 10^{-5}$ ) afin de valider ce choix. Il a été constaté que dans la gamme  $[1 \times 10^{-2}; 1 \times 10^{-5}]$ , l'amplitude de la perturbation relative n'a pas d'influence sur l'actualisation des paramètres.

### 6.2.2.3 Formulations des fonctions objectifs

Le processus d'identification par méthode inverse repose sur la comparaison entre la réponse expérimentale du système et celle issue de la modélisation numérique du même système. L'expérimentation fournit deux grandeurs mesurées : le déplacement et l'effort. Il existe donc 3 façons de formuler la réponse du système : (i) en ne considérant que l'effort, (ii) en ne considérant que le déplacement ou encore (iii) en considérant l'effort et le déplacement. Les déplacements issus des mesures de champ représentent de loin l'information la plus riche, ce qui conduit naturellement à vouloir les utiliser. Cette considération élimine immédiatement la solution (i). Par ailleurs, les problèmes de convexité, la nature mal posée du problème d'optimisation et la présence éventuelle de mouvements de corps rigide conduisent à formuler la fonction objectif selon l'approche (iii). Le lecteur pourra se reporter au paragraphe 1.3.4 - page 11 du mémoire de thèse de Thomas Pottier pour de plus amples détails. L'une des difficultés de l'approche en force et déplacement réside dans la nécessité de normer chaque réponse afin que les ordres de grandeur de chaque type de réponses (déplacement de l'ordre de  $1 \mu\text{m}$  et force de l'ordre de  $1 \text{ kN}$ ) soient comparables. Le choix a été fait de formuler le résidu en normant la différence des réponses numériques et expérimentales par la valeur maximale du déplacement ou de l'effort au pas de temps considéré. Dans le cas de champs de déplacements tridimensionnels, la formulation de la fonction objectif est donnée par :

Le problème aurait pu être formulé à partir des déformations. Nous n'avons pas opté pour ce choix dans la mesure où la dérivation numérique de signaux expérimentaux nécessaires aux calculs des déformations conduit classiquement à une amplification du bruit des mesures.

<sup>9</sup>J.-P. Kleinermann. *Identification paramétrique et optimisation des procédés de mise en forme par problème inverse*. PhD thesis, Université de Liège, Belgique, 2000

<sup>10</sup>D. Lecompte. *Elastic and elasto-plastic material parameter identification by inverse modeling of static tests using digital image correlation*. PhD thesis, Koninklijke Militaire School, Belgique, 2007



$$f(\underline{x}) = \left[ \sum_{i,j,k=1}^{N_e, N_t, N_r} \left[ \left( \frac{u_{x,jk}^{EF}(\underline{x}) - u_{x,jk}^{exp}}{\max(u_x^{exp})} \right)^2 + \left( \frac{u_{y,jk}^{EF}(\underline{x}) - u_{y,jk}^{exp}}{\max(u_y^{exp})} \right)^2 + \left( \frac{u_{z,jk}^{EF}(\underline{x}) - u_{z,jk}^{exp}}{\max(u_z^{exp})} \right)^2 + N_r \left( \frac{F_j^{EF}(\underline{x}) - F_j^{exp}}{\max(F_j^{exp})} \right)^2 \right] \right]_i^{\frac{1}{2}} \quad (6.3)$$

où  $N_e$  est le nombre d'essais considérés (le processus d'identification peut être conduit sur la base de plusieurs essais),  $N_t$  le nombre de pas de temps et  $N_r$  est le nombre de points de mesure du déplacement. Dans le cas des problèmes thermiques qui seront abordés plus loin, la formulation de la fonction objectif en température est la suivante :

$$f(\underline{x}) = \left[ \sum_{i,j,k=1}^{N_e, N_t, N_r} \left( \frac{\theta_{jk}^{EF}(\underline{x}) - \theta_{jk}^{exp}}{\theta_j^{exp}} \right)^2 \right]_i^{\frac{1}{2}} \quad (6.4)$$

où  $\theta = T - T_0$  est la variation de température avec  $T_0$  la température de référence et  $\theta_j^{exp}$  est l'écart moyen de température sur un pas de temps.

### 6.3 Résultats de quelques identifications de lois de comportement purement mécanique

Nous résumons dans les paragraphes qui suivent les résultats obtenus dans le cas d'identification de lois de comportement purement mécanique à partir de deux types d'essais :

- ① des essais plans pour lesquels les mesures de champs de déplacement sont réalisées à partir d'une technique de corrélation d'images numériques.
- ② un essai hors-plan original pour lequel les mesures de champs de déplacement tridimensionnel sont obtenues en ayant recours à une technique de stéréo-vision.

#### 6.3.1 Identification sur la base d'essais plans

##### 6.3.1.1 Géométries étudiées et modèles associées

Trois géométries d'éprouvettes différentes présentant des hétérogénéités de déformation croissantes ont été étudiées (Figure 6.2 (a)). Pour chacune de ces géométries, un modèle EF à partir d'éléments coques a été construit. La forme et les dimensions des modèles EF dupliquent celles de la zone d'analyse d'images. Cependant, comme le montre la Figure 6.2 (b), cette zone d'analyse d'images matérialisée par la grille 7D n'ajuste pas parfaitement les bords libres de l'éprouvette puisque la corrélation d'images est impossible dans ces zones. Néanmoins, les maillages EF qui ont été construits modélisent toute la largeur de l'éprouvette afin que

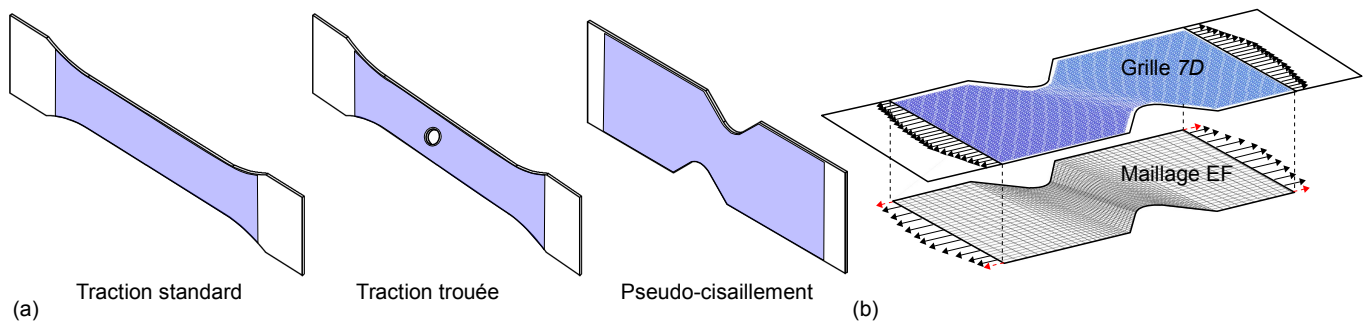


Figure 6.2 – (a) Géométries des éprouvettes étudiées sur la base d'essais plans. La zone en bleu matérialise le domaine modélisé sous Abaqus. (b) Schéma illustrant la modélisation des conditions aux limites à partir des mesures de champs obtenues par corrélation d'images et les problèmes inhérents d'interpolation des mesures.

la section modélisée soit égale à la section réelle. Afin de comparer les champs de déplacement calculés et mesurés aux mêmes points matériels, les champs de déplacements mesurés par corrélation d'images sont interpolés bi-linéairement en chaque nœud du maillage. Les conditions aux limites en déplacement appliquées au niveau du modèle EF comme consignes sont issues des mesures par corrélation d'images. Une telle définition des conditions aux limites présente l'avantage de s'affranchir des mouvements de corps rigides liés aux mors auto-serrant de la machine de traction. Ainsi, trois problèmes d'identification paramétrique sont formulés sur la base de la fonction objectif présentée au paragraphe 6.2.2.3. L'identification porte sur les deux paramètres  $K$  et  $n$  d'une loi d'écrouissage de Ludwick et sur les paramètres  $F$ ,  $G$ ,  $H$  et  $N$  du critère de Hill. Les valeurs initiales de ces paramètres sont arbitrairement choisies. La base expérimentale utilisée pour les identifications est généralement constituée de trois essais à  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  et  $90^\circ$ . Sept à huit pas de temps sont considérés pour les comparaisons.

### 6.3.1.2 Principaux résultats

Plusieurs niveaux de comparaison des résultats ont été réalisés. Nous résumons dans ce paragraphe les principales conclusions que nous avons pu extraire des résultats de ces identifications. L'analyse des valeurs numériques des différents paramètres identifiés à l'issue du processus de recalage présente un coefficient  $n$  pour l'essai de traction simple très différent des autres essais. Lié à la présence de cisaillement au cours de l'essai, ce coefficient est en réalité très mal réactualisé lors de l'essai de traction simple en raison du peu de poids de cette sollicitation par rapport aux autres notamment celles de type traction et compression. Une grande variabilité des paramètres  $K$  et  $n$  de la loi de Ludwick a été également observée. Cela signifie qu'il existe plusieurs doublets  $(K, n)$  très différents mais vérifiant la relation  $K \times n \approx c^{ste}$  permettant d'approcher le minimum de la fonction objectif. Enfin, nous avons montré qu'il était possible de diminuer la base expérimentale lorsque le niveau d'hétérogénéité de l'essai considéré était important. En particulier, les jeux de paramètres obtenus sur l'essai de pseudo-cisaillement

La zone d'analyse 7D est toujours plus petite que le maillage du modèle EF. L'interpolation des mesures est ainsi impossible pour certains nœuds du maillage situé notamment près des bords libres des éprouvettes. Ces nœuds où seule une information numérique est disponible, ne sont pas pris en compte dans la formulation de la fonction objectif.



Pour plus de détails, le lecteur peut consulter l'article **A3** donné au chapitre « Sélection d'articles » du présent dossier.

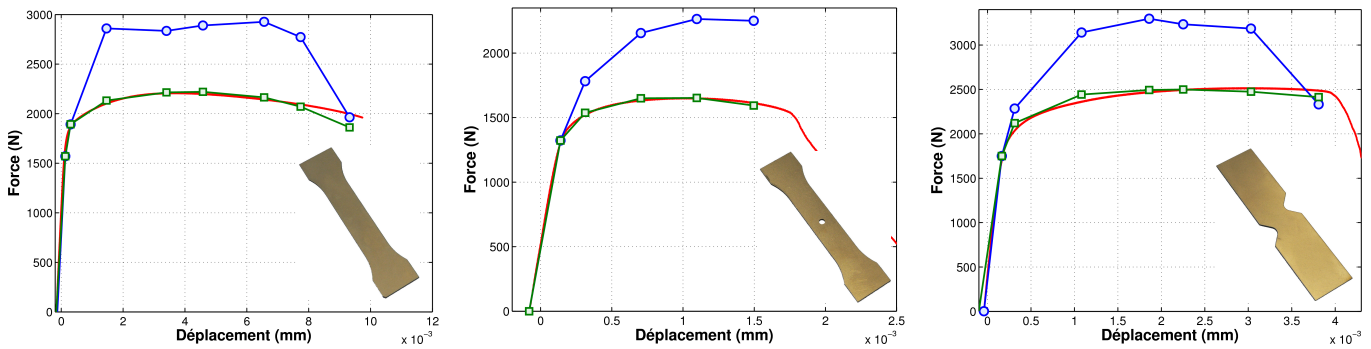


Figure 6.3 – Courbes force/déplacement avant et après identification par recalage de modèles EF pour les trois essais plans étudiés. Les résultats sont donnés pour l’essai à  $45^\circ$ .

avec trois essais à  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  et  $90^\circ$  ou avec seulement deux essais à  $0^\circ$  et  $45^\circ$  conduisent à des paramètres identifiés quasi identiques. La Figure 6.3 présente les courbes force/déplacement entre le début et la fin du processus d’actualisation pour les trois essais étudiés. Les résultats obtenus témoignent d’une très bonne concordance des réponses expérimentales et numériques à l’issue du recalage.

La Figure 6.4 présente les champs de déplacement longitudinal mesurés et calculés pour l’essai à  $45^\circ$  de la géométrie de pseudo-cisaillement à un instant (5<sup>ème</sup> pas de temps du calcul EF) correspondant au maximum de l’effort. On constate que l’erreur relative sur le déplacement  $u_x$  est comprise entre  $-5\%$  et  $+15\%$ , l’erreur maximale étant commise au niveau du fond des encoches, zones de plus fortes déformations. Il s’agit également des zones de plus fort gradient de déplacement, c’est-à-dire des zones où l’erreur de recalage des champs numériques sur les champs expérimentaux à le plus d’influence. Par ailleurs, nous avons montré que les lois de comportement identifiées en traction ne permettent pas de simuler correctement un essai comme celui de pseudo-cisaillement alors que l’inverse le permet. Ceci nous a conduit à travailler sur la mise au point d’un essai fortement hétérogène.

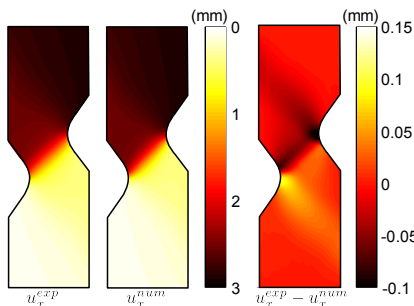


Figure 6.4 – Champs de déplacement calculés et mesurés après identification inverse dans le cas d’un essai de pseudo-cisaillement à  $45^\circ$ . Comparaison réalisée à l’instant correspondant au maximum de l’effort.

## 6.3.2 Apport d’un essai hors-plan hétérogène

### 6.3.2.1 Présentation de l’essai

L’essai hors-plan hétérogène qui a été développé s’inspire de l’essai d’emboutissage de Nakazima<sup>11</sup>. La géométrie de l’éprouvette a été obtenue à l’issue d’une longue série de calculs éléments finis au cours desquels les champs de déformations ont été comparés afin de trouver la géométrie présentant le maximum d’hétérogénéités. Les principales géométries étudiées sont recensées dans l’annexe B du mémoire de thèse de Thomas Pottier. La Figure 6.5 (a) présente le dispositif expérimental de l’essai. Ce dernier se compose d’un poinçon hémisphérique monté sur la traverse mobile d’une machine d’essai de traction, d’une matrice et d’un serre-flan. Au cours de l’essai, un banc stéréoscopique enregistre les images

<sup>11</sup>R. Arrieux. Détermination théorique et expérimentale des courbes limites de formage en contraintes. Thèse de Doctorat, Université Claude Bernard, Lyon, 1990

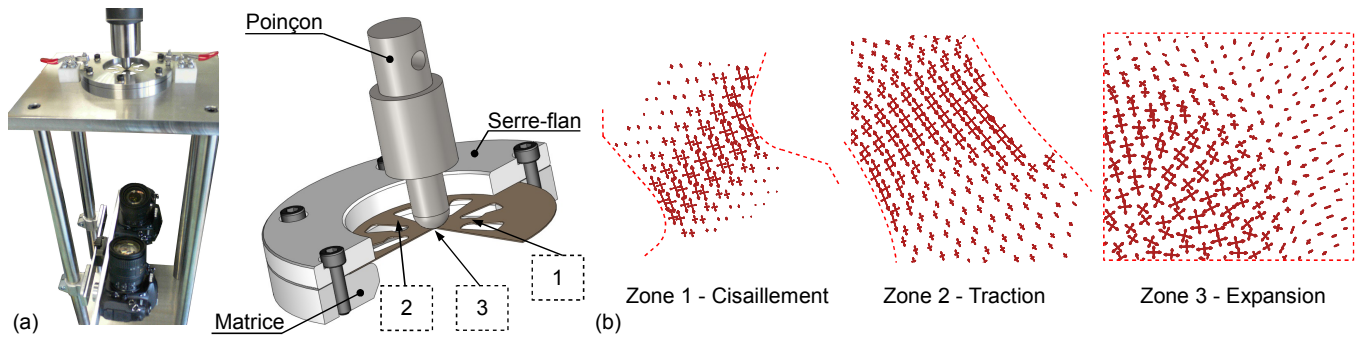


Figure 6.5 – (a) Photographie du dispositif expérimental de l'essai hors-plan intégrant le banc stéréoscopique et détail de l'outillage. (b) Directions principales de déformation dans les trois zones de l'éprouvette.

de la face inférieure de l'éprouvette. Cette dernière est un flan circulaire de diamètre 100 mm et de 0.5 mm d'épaisseur découpée dans une tôle de titane commercialement pur. La Figure 6.5 (b) présente les directions principales de déformation dans trois zones dédiées de l'éprouvette (traction, cisaillement, expansion).

Afin d'appliquer la procédure d'identification inverse sur l'essai, un modèle EF (Figure 6.6) a été construit avec le code EF ABAQUS. Ce modèle se compose de la matrice et du poinçon modélisés par des solides rigides et du flan modélisé par des éléments volumiques (28 125 nœuds répartis sur quatre épaisseurs). En réalité, seul 4 462 nœuds sont considérés pour le calcul de la fonction objectif, toute la surface de l'éprouvette n'étant pas visible par le banc stéréoscopique. La fonction objectif est évaluée en comparant les déplacements aux nœuds du maillage EF. Les mesures sont donc interpolées bi-linéairement en chaque nœud du maillage comme dans le cas des essais plans. Enfin, le repère principal d'anisotropie est placé initialement tel que l'axe  $\vec{x}$  corresponde à la direction de laminage (DL) et  $\vec{y}$  à la direction transverse (DT). Les conditions aux limites du problème sont telles qu'un encastrement est modélisé sur la périphérie extérieure de l'éprouvette et le déplacement vertical du poinçon est imposé à partir des mesures issues de l'analyse d'images au centre de l'éprouvette, sur la face inférieure de celle-ci.

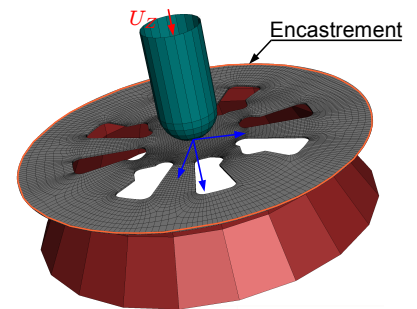


Figure 6.6 – Modélisation de l'essai hors-plan au sein du code de calculs par éléments finis Abaqus.

### 6.3.2.2 Principaux résultats

Pour cet essai, les identifications ont porté à la fois sur les paramètres élastiques ou plastiques de la loi de comportement du matériau. Ainsi, trois modèles de comportement différents ont été étudiés :

- ① un modèle de comportement élastique isotrope avec 2 paramètres à identifier,
- ② un modèle de comportement élastique orthotrope avec 4 paramètres à identifier,
- ③ un modèle de comportement plastique : loi de Ludwick et critère de Hill avec 6 paramètres à identifier.

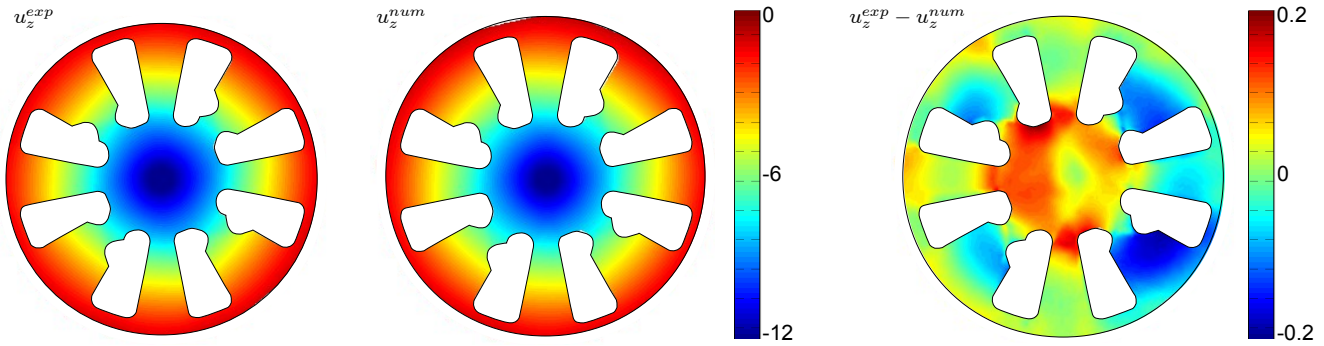


Figure 6.8 – Champs de déplacement  $u_z$  mesurés et calculés après recalage et résidu.

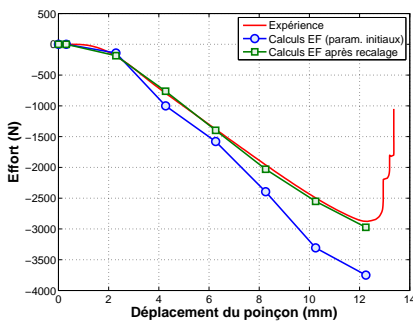


Figure 6.7 – Comparaison des courbes force/déplacement mesurées avec celles issues des calculs avant et après recalage EF.

Les résultats présentés dans ce paragraphe concernent uniquement la dernière identification. Pour les calculs, l'anisotropie de comportement élastique est prise en compte à partir des résultats de recalage du modèle orthotrope. La Figure 6.7 présente une comparaison des courbes force *vs* déplacement mesurées au cours de l'essai hors-plan avec celles obtenues avant et après recalage EF. Les résultats mettent en évidence une très bonne correspondance entre l'effort mesuré et l'effort calculé avec le jeu de paramètre identifié. La Figure 6.8 montre les champs de déplacement mesurés et calculés après recalage suivant la direction  $\bar{z}$ . L'observation du résidu met en évidence une erreur relative faible estimée à environ 3%.

### 6.3.3 Confrontation modèles/expérience

Afin de valider la capacité des différents modèles identifiés que ce soit à partir d'essais plans ou de l'essai hors-plan et *in fine* de mettre en évidence l'intérêt de considérer des champs hétérogènes en identification inverse, une validation par confrontation modèle/expérience a été réalisée. Celle-ci repose sur un essai d'emboutissage. Le dispositif utilisé est celui présenté au paragraphe 5.5 du chapitre 5. Les comparaisons portent sur la capacité des différents jeux de paramètres identifiés à prédire les cornes d'anisotropie observées sur les pièces embouties notamment en titane (Figure 6.9 (a)). La Figure 6.9 (b) présente la courbe enveloppe issue de 120 points de mesures du profil supérieur de trois pièces embouties dans les mêmes conditions. Sur ce même graphique sont superposés les résultats issus des calculs EF de la mise en forme de cette pièce en utilisant les différents jeux de paramètres identifiés. Les résultats obtenus montrent que l'erreur type<sup>12</sup> est la plus faible pour le jeu de paramètres identifiés à partir de l'essai hors plan.

<sup>12</sup>L'erreur type  $e_t$  liée à l'estimation du profil d'anisotropie est calculée suivant l'équation :

$$e_t = \sqrt{\frac{1}{120} \sum_{i=1}^{120} (z_i^{num} - z_i^{exp})^2} \quad (6.5)$$

où  $z_i^{num}$  est l'altitude relative du godet prédit par la simulation numérique au point  $i \in [1; 120]$  et  $z_i^{exp}$  la moyenne des altitudes relatives mesurées avec l'appareil de métrologie.

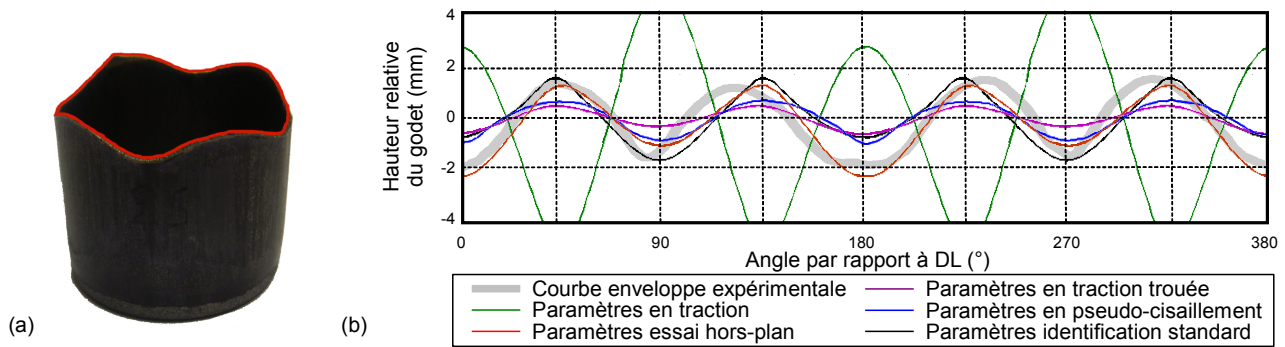


Figure 6.9 – (a) Photographie d'un godet en titane présentant des cornes d'emboutissage significatives d'un comportement anisotrope. (b) Profils d'anisotropie développés : comparaison entre les calculs EF avec les différents jeux de paramètres identifiés et l'expérience.

## 6.4 Résultats d'identification à partir de mesures de champs cinématiques et thermiques

### 6.4.1 Contexte de l'étude

Ce paragraphe vise à présenter les résultats d'identification du coefficient de Taylor-Quinney  $\beta$  à partir de mesures de champs cinématique et thermique. Ce coefficient (présenté au paragraphe 3.4.3 du chapitre 3) représente la fraction de puissance anélastique dissipée sous forme de chaleur au cours de la déformation du matériau. Une valeur de  $\beta = 0.9$  pour les métaux est couramment rencontrée dans la littérature<sup>13 14</sup>. Pourtant, de nombreuses études expérimentales ont contredit cette hypothèse et montrent une dépendance de  $\beta$  à la déformation et/ou à la vitesse de déformation<sup>15 16</sup>. Pour identifier les modèles prédisant l'évolution de  $\beta$  plusieurs méthodes sont envisageables. Nous avons proposé une identification inverse par recalage de modèles EF. Lors de cette étude, quatre modèles sont étudiés : le premier modèle est un modèle constant et les trois autres modèles supposent, conformément aux observations expérimentales, une dépendance de  $\beta$  à la déformation plastique. Le choix a été fait de retenir la déformation longitudinale  $\mathbb{E}_{xx}^p$ . Le quatrième modèle étudié est le modèle proposé en 1991 par A.T. Zehnder<sup>17</sup>. Les quatre modèles sont définis comme suit :

<sup>13</sup>A. Needleman and V. Tvergaard. Analysis of a brittle-ductile transition under dynamic shear loading. *International Journal of Solids and Structures*, 32:2571–2590, 1995

<sup>14</sup>J. Hodowany, G. Ravichandran, A.J. Rosakis, and P. Rosakis. Partition of plastic works into heat and stored energy in metals. *Experimental Mechanics*, 40(2):113–123, 2000

<sup>15</sup>A. Chrysochoos, O. Maisonneuve, G. Martin, H. Caumon, and J-C. Chezeaux. Plastic and dissipated work and stored energy. *Nuclear Eng. and Design*, 114:323–333, 1989

<sup>16</sup>D. Macdougall. Determination of the plastic work converted to heat using radiometry. *Experimental Mechanics*, 40:298–306, 2000

<sup>17</sup>A.T. Zehnder. A model for the heating due to plastic work. *Mechanics Research Communications*, 18:23–28, 1991

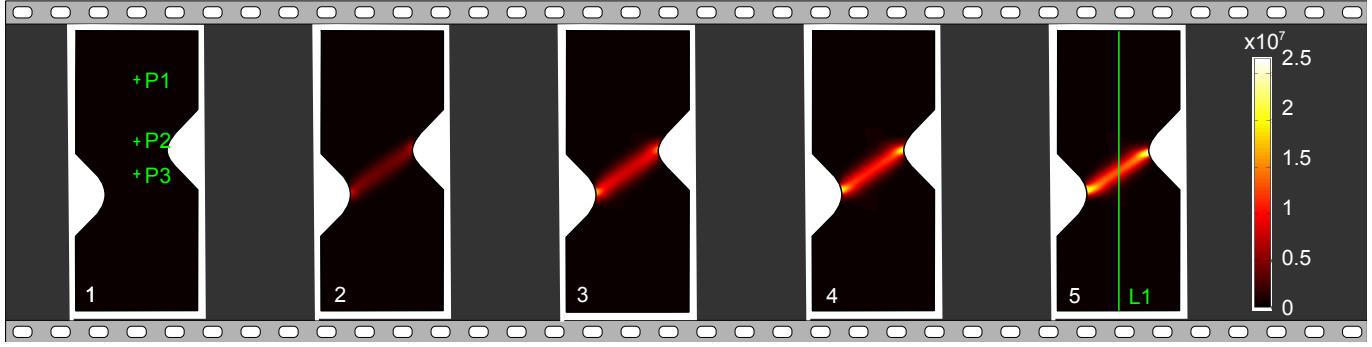


Figure 6.10 – Séquence des champs de puissance anélastique volumique  $w'_a$  pour cinq instants équirépartis sur la courbe force/déplacement de l'essai. Les points  $P1$ ,  $P2$ ,  $P3$  et la ligne  $L1$  consistent des éléments de référence utilisés par la suite pour les tracés d'évolutions temporelles de température.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{modèle n}^\circ 1 : \beta = a, \\ \text{modèle n}^\circ 2 : \beta(\mathbb{E}_{xx}^p) = b\mathbb{E}_{xx}^p + c, \\ \text{modèle n}^\circ 3 : \beta(\mathbb{E}_{xx}^p) = d(\mathbb{E}_{xx}^p)^e + f, \\ \text{modèle n}^\circ 4 : \beta(\mathbb{E}_{xx}^p) = \frac{(\mathbb{E}_{xx}^p)^{1-n} - \tilde{h}}{(\mathbb{E}_{xx}^p)^{1-n}}, \end{array} \right. \quad (6.6)$$

où  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$  et  $f$  sont les paramètres matériau à identifier. Dans le premier modèle,  $a$  est supposé appartenir à l'intervalle  $[0, 1]$ . On notera que dans le modèle de Zehnder,  $n$  est le coefficient d'écroutissage de la loi de Ludwick et  $\tilde{h}$  est la constante à identifier. Par conséquent, les identifications sont réalisées avec un nombre de paramètres variant de 1 (modèles n°1 et n°4) à 3 (modèle n°3). Pour mener à bien cette identification, une procédure en deux étapes a été mise en œuvre (voir Figure 6.1 (b) du paragraphe 6.2.1). Elle consiste à procéder à une résolution dissociée du problème d'identification plastique puis thermique.

#### 6.4.2 Bilan énergétique du problème

Les problèmes mécaniques et thermiques sont successivement résolus en utilisant le même modèle EF de l'essai de pseudo-cisaillement présenté au paragraphe 6.3.1.1. Afin de pouvoir intégrer sur le volume les sources de chaleur évaluées après l'identification mécanique, des éléments volumiques ont été utilisés à la place des éléments coques des calculs précédents. A l'issue du processus d'identification mécanique, nous disposons d'un modèle élastoplastique pour lequel l'ensemble des paramètres matériaux est identifié. Ces paramètres sont alors utilisés afin de calculer les champs de déformation et de contrainte et par suite estimer les différentes puissances mises en jeu au cours de l'essai (voir le tableau 3.1 au paragraphe 3.4.2 du chapitre 3). La Figure 6.10 présente l'évolution de la puissance anélastique  $w'_a$  pour cinq instants équirépartis sur la courbe force/déplacement de l'essai.

Cette puissance se localise dans une étroite bande au centre de l'éprouvette avec une intensité maximale au niveau des pointes des encoches. L'intégration, sur le volume des éléments du maillage des différentes puissances volumiques calculées à ce stade ( $w'_e$ ,  $w'_a$ ,  $w'_{thel}$  et  $w'_{ext}$ ) permet de

dresser un bilan global des puissances intervenant lors de la déformation. L'évolution temporelle de ces grandeurs est donnée dans la Figure 6.11 et comparée à l'évaluation expérimentale de la puissance des efforts extérieurs. Une bonne correspondance entre l'évaluation issue des mesures et les calculs de la puissance des efforts extérieurs est obtenue. Ce constat permet par ailleurs de valider la procédure d'identification inverse par recalage de modèles EF mise en œuvre.

### 6.4.3 Identification du coefficient $\beta$ de Taylor-Quinney

Pour identifier par méthode inverse le coefficient  $\beta$  de Taylor-Quinney, un modèle thermique transitoire de l'essai a été construit afin de résoudre l'équation de la chaleur présentée au paragraphe 3.4.4. Les calculs thermiques sont réalisés sur un maillage Lagrangien ne se déformant pas durant la sollicitation thermique (maillage identique au problème purement mécanique). Le champ de température initiale  $T_0(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$  mesuré est interpolé puis imposé à chaque nœud du maillage avec répétition à l'identique pour chaque couche de nœuds (ceci revient à poser l'hypothèse d'un champ de température initiale constant dans l'épaisseur). Le calcul thermique est ensuite résolu sous sa forme tri-dimensionnelle et conduit à l'obtention d'un champ de température non nécessairement constant dans l'épaisseur. La conductivité, la chaleur spécifique et le coefficient de dilatation thermique sont des données issues de la littérature. Les conditions aux limites thermiques permettant de tenir compte des échanges thermiques (fuites thermiques dues aux échanges par convection avec l'air ambiant et fuites dues aux échanges avec les mors de la machine de traction) sont modélisées de manière classique par deux flux surfaciques. Les coefficients d'échanges sont identifiés par des essais particuliers de retour à l'équilibre thermique. L'évaluation des coefficient d'échange n'est pas détaillée ici<sup>18</sup>. La Figure 6.12 (a) présente l'évolution du coefficient de Taylor-Quinney  $\beta$  en fonction de la déformation longitudinale pour les quatre modèles à l'issue du processus d'identification. La Figure 6.13 présente l'évolution des températures calculées et mesurées au cours du temps pour trois points (P1, P2 et P3) localisés le long de l'axe central de l'éprouvette (voir Figure 6.10). On constate, comme on pouvait s'y attendre, que le modèle n°3 est le plus à même de reproduire les mesures puisqu'il comporte le nombre de paramètres le plus élevé.

## 6.5 Bilan et conclusion

Ce chapitre résume les principaux travaux menés avec l'outil d'identification inverse de type recalage par modèles éléments finis en utilisant des mesures de champs cinématiques et thermiques. Dans le cas des essais (qu'ils soient plans ou hors-plans) faisant intervenir les techniques de corrélation et stéréo-corrélation d'images numériques visibles, les résultats des identifications ont permis de mettre en évidence l'intérêt

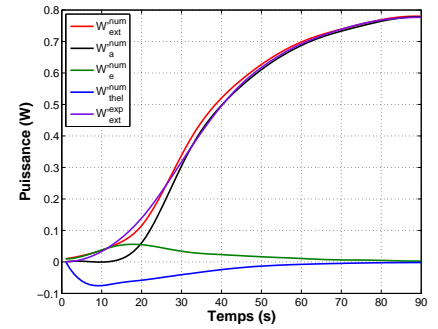


Figure 6.11 – Evolution dans le temps des différentes puissances intervenant lors de l'essai de pseudo-cisaillement.

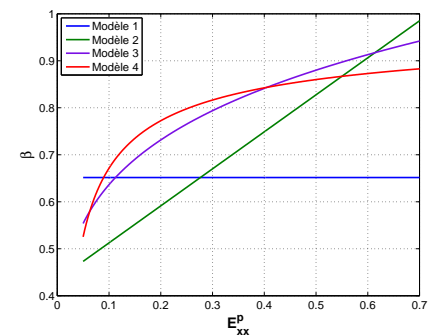


Figure 6.12 – Evolution du coefficient de Taylor-Quinney  $\beta$  en fonction de la déformation plastique  $\mathbb{E}_{xx}^p$  pour les quatre modèles étudiés.

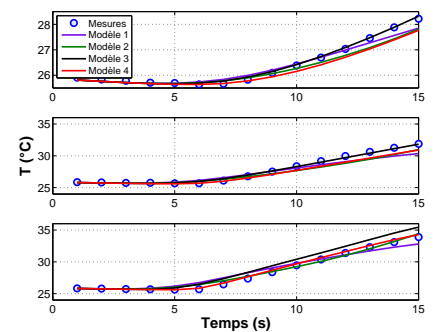


Figure 6.13 – Evolution dans le temps des températures de trois points répartis le long de l'axe central de l'éprouvette.

<sup>18</sup>Pour plus de détails, le lecteur pourra se référer à la thèse de Thomas Pottier. Ces travaux ont par ailleurs été soumis à Mechanics of Materials.



d'utiliser des éprouvettes présentant des champs de déformation hétérogènes. Une approche couplant à la fois les mesures de champs cinématiques et thermiques a été également mise en œuvre afin d'identifier la fraction de puissance anélastique dissipée sous forme de chaleur. Les résultats des identifications de différents modèles mettent en évidence une dépendance du coefficient  $\beta$  à la déformation. Différentes analyses *sur bruitées* liées aux différentes identifications inverses ont été réalisées mais ne sont pas présentées dans ce mémoire. Il apparaît que la sensibilité aux bruits de mesure de l'identification inverse par recalage de modèle EF demeure raisonnable tant que les déformations considérées sont suffisamment grandes.

Ce travail qui a été réalisé en très grande partie dans le cadre de la thèse de Thomas Pottier a fait l'objet de plusieurs articles et communications scientifiques dont le bilan qui peut en être fait est le suivant :

- 1 article accepté + 2 soumis dans des revues internationales avec comité de lecture : **A3**, **A2** et **A1**,
- 6 conférences internationales avec actes et comité de lecture : **B2**, **B4**, **B5**, **B6**, **B7**, **B8**,
- 1 conférence nationale invitée : **C1**
- 1 conférence nationale avec actes et comité de lecture : **D2**,
- 2 communications orales et posters : **E3**, **E4**.

---

## Travaux en cours

---

### 7.1 Etude de la mise en forme d'une virole acier de faible épaisseur par un procédé de déformation par faible contact

#### 7.1.1 Contexte

Cette thèse s'inscrit dans le cadre du projet DEFI (DEcolleter par Formage Innovant), projet retenu lors du 8<sup>ème</sup> appel à projets des pôles de compétitivité (Fonds Unique Interministériel (FUI)). Le consortium mis en place pour mener à bien ce projet rassemble deux partenaires industriels (les sociétés NTN-SNR (leader du projet) et M<sup>2</sup>O), un centre technique (Centre Technique de l'industrie du DEColletage (CTDEC)) et le laboratoire SYMME (partenaire académique). L'objectif du projet DEFI est de développer un nouveau procédé qui s'inspire des technologies de repoussage, fluotournage, usinage sans enlèvement de matière, concurrençant notamment les procédés conventionnels d'emboutissage, afin de produire des pièces creuses de révolution en acier. L'étude est menée dans le cadre de la thèse de Jonathan Raujol-Veillé, co-dirigée par Laurent Tabourot et moi-même. Le principal objectif du travail de thèse est de construire un modèle numérique permettant de tester de manière virtuelle de nombreuses options de mise en forme afin de déterminer *in fine* de manière prédictive les paramètres du procédé pour le lancement d'une série et les outillages de formage optimaux. Pour atteindre cet objectif, la recherche s'appuiera sur les résultats de caractérisations expérimentales issues d'une seconde thèse réalisée au sein du laboratoire Symme qui sera menée de front. Ces données seront essentielles pour déterminer le modèle de comportement du matériau et identifier les paramètres associés. Sur le plan numérique, les verrous portent sur la mise en œuvre de calculs éléments finis qui croisent différentes difficultés notables : haute énergie cinétique des corps, finesse et taille du maillage,



Figure 7.1 – Technique ancestrale, le repoussage est connu au 16<sup>ème</sup> siècle pour confectionner des vases et des pichets. D'après *Les techniques de repoussage et de fluotournage*, Metal Industries - Décembre 1999 - <http://www.metal-industries.com>.

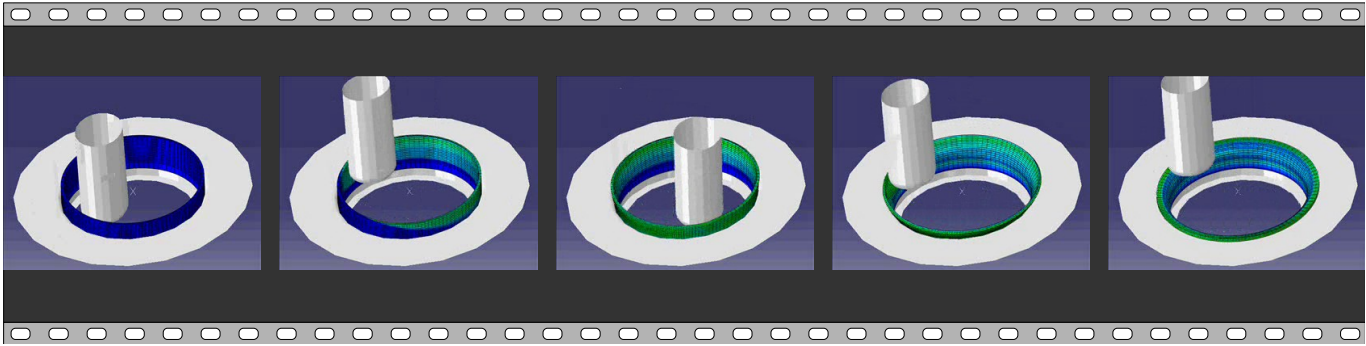


Figure 7.2 – Séquence de mise en forme de la virole au moyen du galet issue de la simulation numérique.

complexité des conditions aux limites, contacts... Etant donné la taille des problèmes générés, les calculs seront réalisés sur la grille MUST de l'Université de Savoie (calculs parallèles sur cluster de machines). Le montant total de l'opération s'élève à 540 k€.

### 7.1.2 Principaux résultats

Pour l'heure, plusieurs modèles EF ont été mis au point sous ABAQUS. La Figure 7.2 présente une séquence de mise en forme virtuelle de la virole acier déformée au moyen d'un galet sur une matrice de forme. De nombreux développements sont encore nécessaires afin d'améliorer les capacités de prédictions des calculs. Un travail doit être réalisé au niveau de la description du comportement du matériau afin d'intégrer une sensibilité à la vitesse de déformation ainsi qu'à la température. Sur un plan numérique, le maillage adaptatif utilisant les techniques ALE doit être intégré dans les prochains modèles. Nous cherchons par ailleurs à réduire les temps de calculs. Parallèlement à ce travail, un essai a été mis au point chez le partenaire industriel. La Figure 7.3 présente une photographie de l'outillage utilisé pour déformer la virole. Le dispositif a été instrumenté afin de pouvoir enregistrer les efforts notamment sur le galet au cours de la mise en forme. Les premières comparaisons modèle/expérience, tant au regard de la géométrie de la pièce que de celui des efforts mis en jeu, sont encourageantes.

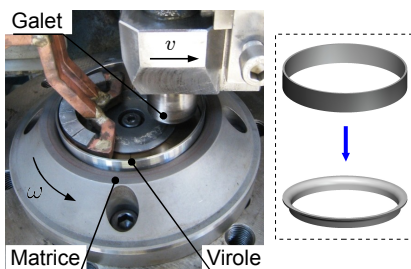


Figure 7.3 – Photographie de l'outillage utilisée pour déformer la virole avec indication des cinématiques (translation du galet à la vitesse  $v$  et rotation de la matrice à la vitesse angulaire  $\omega$ ). Illustration de la pièce avant et après mise en forme.

## 7.2 Développement d'un implant universel pour les fractures du fémur proximal chez les personnes âgées

### 7.2.1 Contexte de l'étude

Les fractures du fémur proximal de la personne âgée nécessitent dans la plus grande majorité des cas un traitement chirurgical. Ces fractures, fréquentes chez les personnes âgées, sont liées à l'ostéoporose. Elles frappent donc plus précocement et plus fréquemment les femmes que les hommes. Elles surviennent bien souvent à l'occasion d'un traumatisme minime, telle une chute de sa hauteur, mais peuvent être aussi

spontanées. A ce jour, le traitement varie suivant le type de fracture. Le chirurgien a alors recours à différents matériels d'ostéosynthèse (vis, plaques, tiges, *etc*). Pour les fractures particulières dites inter trochantériennes, il est possible de fixer la fracture de manière intra médullaire, c'est-à-dire à l'intérieur du fémur (Figure 7.4 (a)) ou de manière extra médullaire (Figure 7.4 (b)). Pour chaque type de traitement, un dispositif particulier est actuellement nécessaire. Pratiquement tous les hôpitaux sont équipés des deux systèmes de fixation qui couvrent les habitudes et l'expertise des différents chirurgiens. Cela nécessite bien évidemment un surcoût en termes d'équipement. Ce type de fracture est très fréquent et l'on compte actuellement 280 000 cas par an aux USA, nombre qui devrait approcher 500 000 cas par an en 2040 au vue du vieillissement de la population<sup>1</sup>. En 2040 et uniquement pour les USA, le coût estimé de cette pathologie est de 9,8 milliards de \$.

L'objectif du projet est de développer, en réunissant des universitaires et des industriels, un implant universel pour traiter les fractures du fémur proximal chez la personne âgée. Le principal enjeu du projet est de pouvoir proposer aux termes de ces trois années un nouvel implant universel, une instrumentation et un système expert permettant de guider les chirurgiens dans la pose de l'implant.

Pour mener à bien ce travail, un financement a été obtenu à la suite d'une demande de subvention européenne auprès du programme INTER-REG IV A France-Suisse 2007-2013. Rémi Billard a été recruté depuis le 01 janvier 2011 sur cette thèse, co-dirigée par Pierre Vacher, Eric Vittecoq et moi-même. Le coût total de l'opération s'élève à 830 k€.

### 7.2.2 Dimensions collaboratives du projet

Outre le laboratoire Symme, ce travail est mené en collaboration avec différents partenaires :

**la société Chirmat** : société créée en 2007 par le Prof Christian Bonjour, Dr es sciences, physicien et ingénieur en matériaux et le Dr Yvan Arlettaz, chirurgien orthopédiste, dont le but est de créer, de développer et soutenir de nouvelles idées et de nouveaux concepts dans le domaine des matériaux et de l'instrumentation chirurgicale et médicale. Dans ce projet, Chirmat a exprimé le besoin.

**la société Tural** : Créée en 2008 par Thomas Gradel, Tural est un laboratoire de recherche indépendant proposant des prestations de services en R&D, des prestations scientifiques, des prestations de services en essais, fabrication et en marquage CE.

**hepia** : hepia est née de la fusion de deux écoles d'ingénieur de la HES-SO (Hautes Ecoles Supérieures de Suisse Occidentale), l'école d'ingénieurs de Genève et l'école d'ingénieurs de Lullier. Les activités de recherche s'appuient sur quatre instituts, donc IMEC,

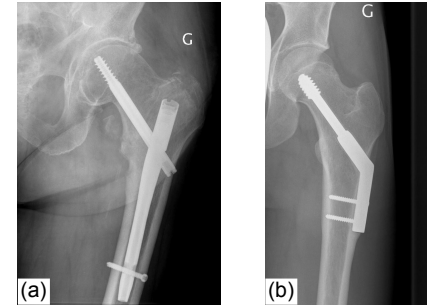


Figure 7.4 – Fixation d'une fracture du fémur de manière intra médullaire (a) ou extra médullaire (b).

<sup>1</sup>E. Schemitsch and M. Bhandari. Femoral neck fractures : controversies and evidence. *Journal of Orthopaedic Trauma*, 23(6):385, 2009

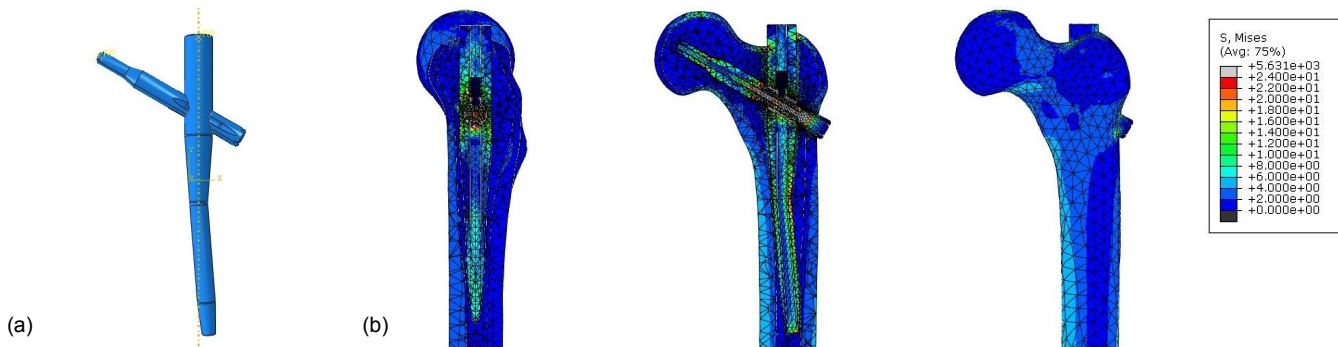


Figure 7.5 – (a) Modèle CAO du clou Gamma avec vis cervicale et vis de verrouillage distal non visible. (b) Répartition des contraintes de Von Mises pour un modèle EF intégrant l'implant et le col du fémur sous Abaqus.

l'institut des procédés de fabrication, des matériaux et de la mécanique des fluides. Dans le cadre du présent projet, hepia est impliqué à deux niveaux : (i) au niveau de la conception, de l'optimisation et de la réalisation de produit, lors de l'étude d'un montage d'essai permettant de caractériser le comportement mécanique des os et lors de l'étude de l'outillage ancillaire, (ii) au niveau de la caractérisation du comportement de l'os, microstructurale et mécanique, en mettant en particulier en avant ses compétences dans les domaines de la fatigue et de la mécanique de la rupture.

### 7.2.3 Premiers résultats

Pour l'heure, les premiers travaux ont principalement porté sur une étude de l'état de l'art en lien avec les thèmes suivants : fémur (modèle, sollicitations mécaniques, comportement...) et ostéosynthèse du fémur proximal (vis et plaques, instrumentation, aide au positionnement...). Un modèle 3D du fémur a été récupéré et intégré au sein du code de calculs par éléments finis ABAQUS. Les premiers calculs EF (Figure 7.5) ont été réalisés sur un implant existant (clou Gamma) permettant de fixer la fracture de manière intra médullaire. Le travail de recherche des prochains mois devrait s'organiser autour de la caractérisation mécanique tant de l'os que de l'implant, la conception de l'implant universel et son dimensionnement. A plus long terme, il s'agit de concevoir l'instrumentation afférente, procéder à des confrontations modèles/expériences et développer le système d'aide à la pose.

## 7.3 Identification de sources de chaleur à partir d'une approche d'analyse modale et de mesures de champs de température

Ce travail collaboratif a été initié par Thomas Pottier dès son arrivée à l'Université de Chiang Mai. Outre le laboratoire Symme, il implique par ailleurs notre collègue Hervé Louche du LMGC de Montpellier. L'objectif de cette étude est de développer une méthode permettant de reconstruire des sources de chaleur en ayant recours à une méthode

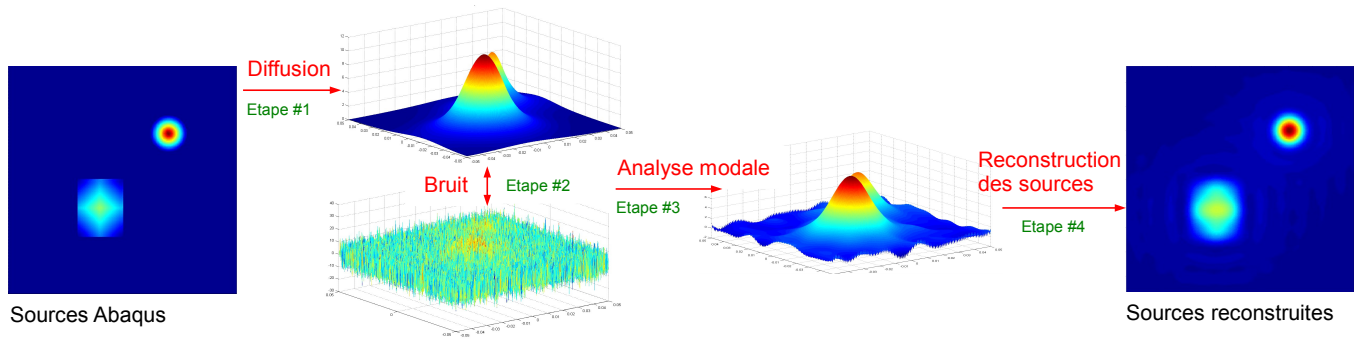


Figure 7.6 – Schéma de principe de la démarche mise en œuvre afin de reconstruire les sources de chaleur sur la base d'une analyse modale.

d'analyse modale. Cette dernière méthode a été initialement mise en œuvre au laboratoire Symme par Serge Samper sur des problématiques de tolérancement (thèse de Hugues Favrelière). Le schéma de principe de la démarche utilisée pour reconstruire les sources de chaleur est présenté dans la Figure 7.6.

La méthode peut être décomposée en 4 étapes successives :

- ① Diffusion des sources de chaleur à partir d'un modèle EF volumique construit sous ABAQUS.
- ② Ajout d'un bruit de mesure gaussien allant d'un bruit nul à un écart type de  $6^{\circ}\text{C}$ .
- ③ Calcul des modes propres.
- ④ Reconstruction des sources de chaleur par dérivation des modes.

Les premiers résultats obtenus montrent (sur un exemple purement numérique) qu'il est possible avec cette méthode de reconstruire les sources de chaleur tant dans l'espace que dans le temps avec une très bonne précision. Les perspectives liées à ce travail de recherche sont données au paragraphe 8.2.4 du chapitre 8.



---

# Conclusion générale et perspectives

---

## 8.1 Bilan

Ce mémoire présente la démarche et résume les principaux résultats obtenus autour de deux thèmes : (i) l'étude de la mise en forme des matériaux et (ii) l'identification par méthode inverse de paramètres associés à des lois de comportement à partir de mesures de champs tant de nature cinématique que thermique. Initiés pendant ma thèse à Grenoble sur les matériaux frittés, les travaux sur le thème (i) ont été poursuivis dès mon arrivée à l'Université de Savoie sur des matériaux tels que le titane et plus récemment l'acier. Le dénominateur commun de tous ces travaux réside dans le fait qu'ils sont menés dans le cadre de projets et programmes collaboratifs faisant intervenir des industriels, des centres techniques, d'autres laboratoires de recherche. Les travaux concernant le thème (ii) sont plus récents et par ailleurs plus académiques. Ils couvrent un spectre important de la mécanique expérimentale aux calculs éléments finis en passant par des méthodes numériques notamment d'optimisation. Quel que soit le thème, tous les travaux ont servi de supports à des thèses (1 soutenue et 2 en cours) ainsi qu'à quelques projets de niveau master. Pour chacune des études entreprises, les travaux ont été valorisés au travers de différentes publications scientifiques régulièrement réparties dans le temps dans des revues internationales avec comité de lecture (8 acceptés + 2 soumises, voir l'annexe E) ainsi qu'au travers de nombreuses conférences nationales et internationales.

Outre cette activité de recherche, j'ai par ailleurs une activité d'enseignement principale au sein du département Génie Mécanique et Productique de l'IUT d'Annecy (voir l'annexe B). Les enseignements que je dispense relèvent essentiellement du domaine de la mécanique du solide (statique, cinématique, cinétique, dynamique et énergie).

Enfin concernant les tâches administratives qui incombent à notre métier d'enseignant-chercheur, j'ai montré au travers des diverses responsabilités de ces dernières années (direction des études, responsabil-



ité des emplois du temps, chef de département, *etc.*, (voir l'annexe D) que je pouvais mener en parallèle une activité de recherche régulière.

## 8.2 Perspectives

Dans les chapitres précédents, j'ai présenté les différents travaux de recherche que j'ai menés au cours de ces dix dernières années ainsi que les travaux en cours. Il convient désormais de dresser quelques perspectives de recherche. Je présente dans les paragraphes qui suivent quatre d'entre elles qui me tiennent tout particulièrement à cœur.

### 8.2.1 Recalage de modèles EF sur des lois de comportements évolués

Le travail sur l'identification inverse réalisé dans le cadre de la thèse de Thomas Pottier a principalement porté sur des lois élastoplastiques *standards* : loi de Ludwick et écrouissage isotrope avec un critère de plasticité anisotrope. Malgré les résultats satisfaisants obtenus avec ces modèles, il est évident qu'il convient désormais de travailler sur des modèles plus élaborés afin de se rapprocher du comportement plastique réel des matériaux étudiés. La première piste envisagée est de travailler sur des modèles de comportement intégrant l'écrouissage cinématique. Ce travail est initié depuis le mois de mars 2011 avec l'arrivée de Florian Huet, étudiant Master Recherche. Une confrontation type modèle/expérience s'appuyant sur les résultats des identifications menées par Florian sera réalisée sur le procédé de mise en forme par faible contact. La seconde piste envisagée est en lien avec les travaux de mon collègue Christophe Déprès. Ce dernier développe actuellement un modèle de plasticité cristalline dont le formalisme repose sur des résultats obtenus en Dynamique des Dislocations Discrètes (DDD). Même si pour l'heure, les développements ne se situent qu'à l'échelle du monocristal, des travaux tant d'identification inverse que de simulation numérique avec ce type de modèle sont à prévoir dans les prochaines années.

### 8.2.2 Identification par méthode inverse des propriétés *in vivo* de la peau humaine

L'identification des propriétés mécaniques de la peau humaine est d'un intérêt majeur pour la simulation numérique dans divers domaines tels que la dermatologie, la chirurgie, la cosmétologie... Les travaux récents réalisés au sein du laboratoire sur la modélisation d'un organe comme le torse d'un nourrisson pour la simulation de son comportement sous un geste AFE en kinésithérapie respiratoire (thèse de Luc Maréchal) ont permis de mettre en évidence que (i) la description à partir de modèles de comportement rhéologique de ce tissu cutané est complexe et que (ii) les données issues de la littérature concernant les propriétés mécaniques sont extrêmement disparates tant en termes de méthodes d'identification que de résultats. Le défi que l'on souhaite relever au travers de ce projet de recherche est de proposer une méthode inverse d'identification des propriétés mécaniques de ce tissu vivant dans des

conditions *in vivo* en intégrant des techniques non invasives couplées à des mesures de champs tant cinématiques que thermiques. Ce projet qui avait fait l'objet d'une demande d'attribution d'allocation ministérielle fléchée en 2009 sans qu'une suite favorable ne soit donnée fait de nouveau l'objet d'une demande au sein de l'école doctorale SISEO pour l'année universitaire 2011-2012.

### 8.2.3 Développement d'un logiciel intégré d'identification inverse

L'outil de recalage de modèles éléments finis développé dans le cadre de la thèse de Thomas Pottier repose sur l'utilisation conjointe du logiciel d'analyse d'images *7D* développé au laboratoire par Pierre Vacher, du code de calculs par éléments finis ABAQUS ainsi que de plusieurs routines développées sous MATLAB. A titre d'exemple, pas moins de 9 routines ont été développées sous ce dernier environnement pour traiter, dans le cas d'un essai plan, les données expérimentales, écrire le fichier `.inp` pour les calculs EF, actualiser les paramètres, extraire les résultats numériques à partir du fichier `.odb`, etc. Il est évident que pour l'heure l'ensemble n'est pas très convivial pour un utilisateur *lambda*. Afin de pouvoir proposer un logiciel intégré d'identification inverse type recalage de modèles éléments finis, nous souhaitons construire dans un premier temps une interface graphique sous MATLAB (Graphical User Interface GUI). Dans un deuxième temps, une réflexion devra être menée vis à vis du choix du code de calculs EF afin éventuellement de se tourner vers un logiciel pluridisciplinaire libre (FREEFEM++ par exemple).

### 8.2.4 Exploitation des mesures de champs de température

L'objectif de ce travail est de poursuivre les travaux présentés au chapitre 6 visant à exploiter les mesures de champs de température afin de pouvoir déterminer les sources de chaleur au cours d'un essai mécanique. Un travail original a été initié par Thomas Pottier lors de son arrivée à l'Université de Chiang Mai (voir le paragraphe 7.3 du chapitre 7). L'approche repose sur une méthode d'analyse modale initialement mise en œuvre au sein du laboratoire Symme par Serge Samper dans le cas de problèmes de tolérancement. La méthode qui est actuellement développée sur un essai numérique consiste à décomposer les champs de température dans une base modale puis à dériver les modes propres afin de reconstruire les sources de chaleur. Pour pouvoir être poursuivi, ce travail va nécessiter le développement d'un essai original sur un matériau présentant des sources très localisées afin de pouvoir travailler sur des données non plus numériques mais expérimentales.



---

## Curriculum vitae détaillé

---

### Etat civil

Nom - Prénom : **TOUSSAINT Franck**  
Date et lieu de naissance : 14 juin 1973 à Saint André les Vergers (Aube)  
Nationalité : Française  
Situation de famille : Marié, 2 enfants  
Situation militaire : Service effectué du 05 août 1997 au 25 mai 1998  
Adresse personnelle : 12 rue Gabriel Fauré  
74000 Annecy  
Téléphone : (33) 4 50 09 81 86  
Situation actuelle : **Maître de Conférences à l'Université de Savoie**  
Enseignant à l'**IUT d'Annecy**  
Chercheur au **laboratoire SYMME** (Systèmes et Matériaux pour la  
Mécatronique - EA 4144)  
Adresse professionnelle : Laboratoire SYMME - Polytech Annecy-Chambéry  
BP 80439  
74944 Annecy le Vieux Cedex  
Téléphone - Fax : (33) 4 50 09 65 76 - (33) 4 50 09 65 43  
E-mail : [Franck.Toussaint@univ-savoie.fr](mailto:Franck.Toussaint@univ-savoie.fr)

## Titres universitaires et Formation

- 1998-2001      **Doctorat de l'INP de Grenoble** : Mécanique : Conception, Géomécanique, Matériaux, **Mention Très Honorable**  
Titre de la thèse : Etude expérimentale et simulation numérique de la mise en forme par compression et frittage de poudres  
Financement : Contrat BRITE EURAM  
Laboratoires : Laboratoire Sols, Solides, Structures (3S) UMR CNRS 5521 - Laboratoire de Génie Physique et Mécanique des Matériaux (GPM2) UMR CNRS 5010  
Directeurs de thèse : P. Doremus et D. Bouvard,  
Jury : D. Favier (Président), H. Di Benedetto et J.A. Dodds (Rapporteurs), L. Federzoni et Ph. Tenaud (Examineurs)  
Date de soutenance : 04 Décembre 2001
- 1995-1996      **DEA de l'INP de Lorraine** : **Mécanique Energétique**, Option Mécanique des solides, **Mention Bien**  
Titre du mémoire : Implantation et mise en route d'une machine de traction MTS. Développements d'essais mécaniques sur des éprouvettes de polypropylène  
Laboratoire : Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée (LEMTA, Nancy) - UMR 7563  
Responsable : C. Cunat
- 1993-1995      **Licence et Maîtrise de Mécanique, Mention Assez Bien**  
 Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique de Nancy (ENSEM)
- 1991-1993      **DUT Génie Mécanique et Productique**, IUT de Troyes
- 1990-1991      **Baccalauréat C**, Lycée Chrestien de Troyes

## Expériences professionnelles

- depuis 2003      **Maître de Conférences** (Section 60) à l'Université de Savoie, enseignant à l'IUT d'Annecy, Chercheur au laboratoire SYMME
- 2001-2003      **ATER** (Section 60) à l'Université de Savoie ( $2 \times 192$  heures Eq. TD)  
Enseignement : ESIA, ITIL, Licence et Maîtrise de Technologie Mécanique, IUT  
Recherche : Laboratoire LMéCA (Annecy), Equipe "Caractérisation et modélisation du comportement des matériaux"
- 1998-2001      **Vacataire** de l'UJF et de l'INPG (260 heures Eq. TD)  
Enseignement : ENSHMG, Licence, CAPET, DEUG
- 1996-1997<sup>1</sup>      **Formateur en Mathématiques, Physique et Chimie** (550 heures)  
 CFA de Bar-sur-Seine (Aube), Ministère de l'Agriculture

<sup>1</sup>Service National du 05 Août 1997 au 25 Mai 1998.

---

## Activités d'enseignement

---

En tant que Maître de Conférences à l'Université de Savoie depuis septembre 2003, j'assure mes enseignements au sein du département Génie Mécanique et Productique (GMP) de l'IUT d'Annecy. Ma charge d'enseignement représente environ 225 heures Eq. TD d'enseignements répartis de la façon suivante :

- **Mécanique**, 1<sup>ère</sup> année, *Statique du solide, cinématique et cinétique* 108 h TD
- **Mécanique**, 2<sup>ème</sup> année, *Statique des fluides, dynamique du solide et des fluides parfaits, énergétique* 21 h C  
72 h TD  
24 h TP

Depuis septembre 2009, je suis responsable du module de mécanique de deuxième année. Avant cette date, j'ai assuré la responsable du module de Mathématiques de septembre 2005 à septembre 2009 ainsi que celle du module d'informatique de septembre 2003 à septembre 2005. Outre la correction des copies d'examens et des comptes-rendus de TP, nombreuses dans le cadre du contrôle continu, j'assure également chaque année le suivi d'environ 4 stages en entreprise afin de vérifier que la mission confiée à l'étudiant est adaptée au regard de sa formation. C'est un moment instructif qui permet de suivre l'évolution des entreprises et de puiser des exemples pour faire évoluer les enseignements en GMP. J'encadre également chaque année un projet de deuxième année qui peut être purement pédagogique, en lien avec mon activité de recherche ou issu d'une proposition d'un industriel.

### Projets encadrés au sein du département GMP depuis 2003

- Conception, développement et mise au point d'un montage de type ARCAN. *Année universitaire 2003-2004.*
- Conception et réalisation d'un véhicule à propulsion humaine (VPH). *Année universitaire 2004-2005.*
- Mise au point d'un véhicule à propulsion humaine (VPH) en vue d'une participation au trophée Kidam. *Année universitaire 2005-2006.*

- Conception d'un banc d'essai mécanique en traction biaxiale. *Année universitaire 2006-2007.*
- Aménagement d'un catamaran DART16 handivoile. *Année universitaire 2007-2008.*
- Conception et réalisation d'un aérogénérateur. *Année universitaire 2008-2009.*
- Amélioration d'un prototype d'injection sous pression utilisé pour traiter les insuffisances veineuses. Entreprise partenaire : CERMA, Parc d'Affaires International - Bâtiment Actipro, 74160 Archamps. *Année universitaire 2009-2010.*

J'interviens par ailleurs au niveau du cursus de remise à niveau Formation Continue (FC) ainsi qu'en dernière année de la formation d'Ingénieurs ITII des 2 Savoies pour un volume horaire total de 70 h Eq. TD réparti de la façon suivante :

- |  |         |
|--|---------|
| • <b>Mécanique</b> , Remise à Niveau en Formation Continue,  | 25 C    |
| <i>Vecteurs et torseurs, statique du solide, cinématique du point</i>  | 25 h TD |
| • <b>Matériaux céramiques</b> , 5 <sup>ème</sup> année, <i>Constitution structurale, propriétés, mise en forme, exemples</i> | 10 h C  |
|  | 10 h TD |

J'assure également depuis 2003 un soutien pédagogique d'apprentis-ingénieurs de l'ITII.

### Soutien pédagogique d'ingénieurs ITII depuis 2003

- ▶ Cédric Guibout, Ingénieur ITII, Promotion 2003-2006, FP HYDRAULIQUE, 177, Avenue des Mélèzes, ZI des Pochons, BP 9, Thyez - 74311 Cluses Cedex.
- ▶ Michel Nguyen, Ingénieur ITII, Promotion 2003-2006, Bosch Rexroth Fluidtech (Sas), 155 avenue du Faucigny, BP 37, 74131 Bonneville.
- ▶ Kamel Bey, Ingénieur ITII, Promotion 2007-2009, ADTP Site du Thiou, 1 avenue Capitaine Anjot, 74960 Cran-Gévrier.
- ▶ Aurélie Thielland, Ingénieur ITII, Promotion 2007-2009, ADTP Site du Thiou, 1 avenue Capitaine Anjot, 74960 Cran-Gévrier.
- ▶ Lionel Dumont, Ingénieur ITII, Promotion 2009-2012, SNR Roulements, 1 rue des usines, BP 2017, 74010 Annecy Cedex.
- ▶ Jérémy Chorier, Ingénieur ITII, Promotion 2009-2012, SOMFY, 50 avenue du Nouveau Monde, BP 152, 74307 Cluses Cedex.
- ▶ Jérôme Charrot, Ingénieur ITII, Promotion 2010-2013, Alcatel Vacuum Technology France, 98 avenue de Brogny, 74000 Annecy.
- ▶ Antonio Lopez, Ingénieur ITII, Promotion 2010-2013, Thales Electron Devices, ZI de Vongy, BP 84, 74202 Thonon les Bains.

---

## Recherche

---

Depuis septembre 2003, j'exerce une activité de recherche au sein du laboratoire SYMME. Les principaux thèmes de recherche couverts par cette activité sont en lien avec :

- ① le dialogue modèle/expérience en mécanique du solide appliqué à la mise en forme des matériaux,
- ② le recalage de modèles éléments finis à partir de mesures de champs cinématiques et thermiques pour l'identification de paramètres matériaux.

### Production scientifique

Une liste détaillée des publications et communications scientifiques est donnée en annexe [E](#).

Revue internationale avec comité de lecture	<b>8</b>
	+ 2 soumises
Conférences internationales avec actes et comité de lecture	<b>15</b>
Conférences nationales invitées	<b>2</b>
Conférences nationales avec actes et comité de lecture	<b>6</b>
Communications orales et posters	<b>10</b>
Travaux universitaires et rapports	<b>5</b>

La Figure [C.1](#) présente une synthèse dans le temps des articles publiés dans des revues internationales avec comité de lecture pour les différents thèmes abordés depuis 2001.

### Encadrements

#### Doctorants

Rémi Billard, *Développement d'un implant universel pour les fractures du fémur proximal chez les personnes âgées*. Thèse de l'Ecole Doctorale I-MEP2 de l'Université de Grenoble, soutenance prévue à l'automne 2013. (Co-encadrée avec Pierre Vacher et Eric Vittecoq).










	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Compression et frittage											
Confrontation modèle/exp. Mise en forme											
Identification inverse à partir de mesures de champs										 soumise	 1 parue 1 soumise

Figure C.1 – Synthèse des articles publiés dans des revues internationales avec comité de lecture depuis 2001. Une imagette correspond à un article publié au cours de l'année considérée.

Jonathan Raujol-Veillé, *Etude de la mise en forme cylindrique de virole acier de faible épaisseur par un procédé de déformation par faible contact*. Thèse de l'Ecole Doctorale I-MEP2 de l'Université de Grenoble, soutenance prévue à l'hiver 2012. (Co-encadrée avec Laurent Tabourot).

Thomas Pottier<sup>1</sup>, *Recalage automatisé de modèles éléments finis à partir de mesures de champs cinétiques et thermiques pour l'identification de paramètres matériaux. Applications à la mise en forme par emboutissage*. Thèse de l'Université de Savoie, soutenue le 19 octobre 2010. (Co-encadrée avec Pierre Vacher).

Frédéric Ducher<sup>2</sup>, *Réalisation d'une nouvelle génération d'implants dits "sur mesures" combinant optimisation d'outillage par comparaison entre expérimentation et simulation numérique*. Thèse de l'Université de Savoie en partenariat avec la société Vitatech (Bourse CIFRE), non soutenue après deux années d'encadrement. (Co-encadrée avec Laurent Tabourot).

## Master

Alban Le Port<sup>3</sup>, *Study and optimization of the deep drawing of titanium for the industrialization of packaging parts*. Stage Master International Conception Avancée, Université de Savoie - Polytech'Savoie, février à septembre 2007.

Florian Huet, *Identification inverse du comportement mécanique de matériaux métalliques à partir de mesures de champs menées sur un essai hétérogène*. Stage Master 2 MGM, Université Joseph Fourier, mars à juillet 2011.

La Figure C.2 présente une synthèse dans le temps des principaux encadrements d'étudiants limitée au niveau master et doctorat pour les différents thèmes de recherche étudiés.

## Projets et contrats

Arnaud Levet, *Caractérisation du comportement mécanique de matériaux polyamides obtenues par frittage laser sélectif de couches successives*. Initial, 4 route de Branchy, BP 105, 74604 Seynod Cedex,

<sup>1</sup>Thomas a rejoint depuis le 28 octobre 2010 le département d'Ingénierie Mécanique de l'Université de Chiang Mai (Thaïlande) où il a été embauché en qualité d'enseignant-chercheur contractuel.

<sup>2</sup>A l'issue de ces deux années de recherche, Frédéric a rejoint la société ATF à Bonneville, entreprise spécialisée dans la fabrication de matériel médico-chirurgical et dentaire, où il travaille en qualité de responsable R&D.

<sup>3</sup>A l'issue de son stage de Master, Alban a rejoint le laboratoire LIMATB de l'Université de Bretagne-Sud pour préparer un doctorat. Il a soutenu sa thèse intitulée "Caractérisation et prédiction des défauts d'aspects des ouvrants automobiles" le 13 décembre 2010. Il travaille actuellement au sein de la société SAPELEM près d'Angers en tant qu'ingénieur R&D.

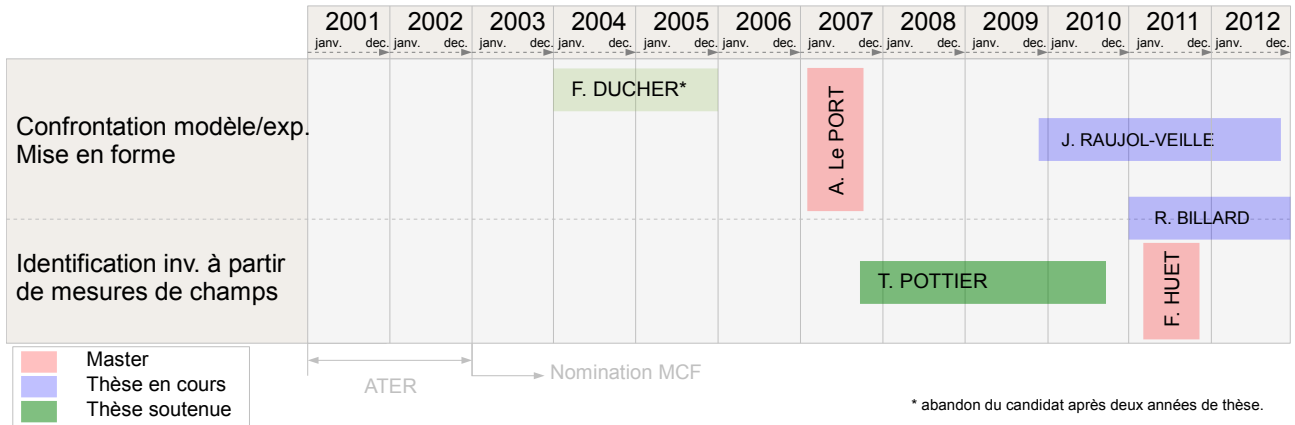


Figure C.2 – Synthèse des encadrements d'étudiants de niveau master et doctorat.

février-mars 2008.

Colin Valli, *Simulation numérique du comportement fragile d'un moignon en céramique de zircone*. Stage IUT d'Annecy, Université de Savoie, avril à juin 2006.

Olivier Latraverse Bachand, *Mise au point d'une chambre climatique. Développement d'essais thermomécaniques pour caractériser le comportement du titane T40*. avril à juin 2005.

Jean-Baptiste Bouzard, *Interprétation des propriétés mécaniques de tôles d'aluminium hyper-déformées*, Stage IUT d'Annecy, Université de Savoie, avril à juin 2004.





- veiller à la bonne utilisation des crédits et moyens affectés au département pour remplir sa mission,
- mettre en application le Programme Pédagogique National (PPN) ainsi que les textes relatifs à l'organisation des études,
- administrer les personnels administratifs et techniques affectés au département,
- gérer l'affectation des enseignants au sein du département.

Au delà de ces tâches, je participe aux Assemblées des Chefs de Département (ACD) GMP bimensuelle.

## **Direction des Etudes**

De septembre 2006 à septembre 2008, j'ai assuré la direction des études de première année au sein du département Génie Mécanique et Productique de l'IUT d'Annecy. Cette fonction englobe les principales tâches suivantes :

- constitutions des groupes,
- organisation des épreuves de rattrapage et mise en place de soutien,
- classement des dossiers d'admissions sur des critères pédagogiques,
- suivi individualisé des étudiants,
- gestion des absences...

## **Responsable des emplois du temps**

J'ai été Responsable des emplois du temps de première année Génie Mécanique et Productique de l'IUT d'Annecy de septembre 2005 à décembre 2009. C'est une tâche relativement complexe, contrainte par la disponibilité des enseignants, des intervenants extérieurs, la disponibilité des salles et des équipements technologiques et par une section Sports et Musique Etudes. Cette prise de fonction coïncide avec la mise en place du nouveau Programme Pédagogique National (PPN) du DUT Génie Mécanique et Productique (formation organisée en semestres et structurée en unités d'enseignements (UE) et modules) qui a nécessité un important investissement personnel.

## **Sociétés savantes**

Reviewer pour « Journal of Materials Processing Technology » : 5 articles expertisés depuis septembre 2006.

Membre de l'Association Française de Mécanique (AFM).

## **Représentation dans les instances d'établissement**

Membre suppléant de la commission mixte de spécialistes sections 60/62 de l'Université de Savoie.

Membre du Conseil de Direction de l'IUT d'Annecy depuis janvier 2010.

Membre du Comité de Pilotage de l'Institut des Techniques d'Ingénieur de l'Industrie (ITII) des 2 Savoies depuis septembre 2010.

## **Vie du laboratoire et informatique**

Organisateur et animateur des séminaires du laboratoire LMécA de septembre 2002 à septembre 2006

Responsable du site internet du laboratoire LMécA de septembre 2001 à septembre 2006

Suivi du parc informatique du laboratoire LMécA avec le soutien des membres de la Division des Services Informatiques (DSI) de l'Université de Savoie de septembre 2003 à septembre 2006.



## APPENDICE E

---

### Liste des publications scientifiques

---



## Revue internationale avec comité de lecture

- A1** Pottier T., Vacher P., **Toussaint F.**, Louche H., Coudert T., (2011) *Out-of-plane testing procedure for inverse identification purpose: application in sheet metal plasticity*, Journal of Experimental Mechanics (**article soumis après révision le 18 mai 2011**).
- A2** Pottier T., **Toussaint F.**, Louche H., Vacher P., (2011) *Inelastic heat fraction estimation from thermo-mechanical inverse analysis and full-field measurements*, Mechanics of Materials (**article soumis après révision le 27 mai 2011**).
- A3** Pottier T., **Toussaint F.**, Vacher P., (2011) *Contribution of heterogeneous strain field measurements and boundary conditions modelling in inverse identification of material parameters*, European Journal of Mechanics - A/Solids 30 373-382.
- A4** Le Port A., **Toussaint F.**, Arrieux R., (2009) *Finite element simulation and sensitive analysis of the deep drawing formability of commercially pure titanium*, International Journal of Material Forming 2 121-129.
- A5** **Toussaint F.**, Tabourot L., Ducher F., (2008) *Experimental and numerical analysis of the forming process of a CP titanium scoliotic instrumentation*, Journal of Materials Processing Technology 197 10-16.
- A6** **Toussaint F.**, Tabourot L., Vacher P., (2008) *Experimental study with a Digital Image Correlation (DIC) method and numerical simulation of an anisotropic elastic-plastic commercially pure titanium*, Archives of Civil and Mechanical Engineering 3 131-143.
- A7** Tabourot L., Vacher P., Coudert T., **Toussaint F.**, Arrieux R., (2005) *Numerical determination of strain localisation during finite element simulation of deep drawing operations*, Journal of Materials Processing Technology 159 152-158.
- A8** **Toussaint F.**, Bouvard D., Tenaud Ph., Di Marcello E., (2004). *Experimental and numerical analysis of the deformation of ferrite segments during sintering*, Journal of Materials Processing Technology 147 72-78.
- A9** Bech J.I., Nielsen M.S., Eriksen M., **Toussaint F.**, Doremus P., Bay N., (2001). *Analysis of flat rolling of superconducting silver/ceramic composites*, CIRP Annals - Manufacturing Technology 50 (1) 201-204.
- A10** Doremus P., **Toussaint F.**, Pavier E., (2001). *Investigation of iron powder friction on a tungsten carbide tool wall*, Powder Metallurgy 44 (3) 243-247.

## Conférences internationales avec actes et comité de lecture

- B1** Vautrot M., Balland P., Hopperstad O.S., Tabourot L., Raujol-Veille J., **Toussaint F.**, (2011). *Steel C68 characterization in rough conditions of temperature and speed*, 2<sup>nd</sup> International Conference on Material Modelling (ICMM), Paris, France, August 31st - September 2nd, 2011 (**accepté**).
- B2** Pottier T., **Toussaint F.**, Louche H., Vacher P., (2011). *Experimental estimation of the Inelastic Heat Fraction from thermomechanical observations and inverse analysis*, SEM Annual Conference & Exposition on Experimental and Applied Mechanics, Mohegan Sun, Uncasville, Connecticut USA, June 13 - 15, 2011.

- 
- B3** Raujol-Veillé J., **Toussaint F.**, Tabourot L., (2011). *FE simulation of a steel thin-wall short-tube forming process*, ESAFORM International Conference on Material Forming, Belfast, Ireland, 27 - 29 april 2011.
- B4** Pottier T., **Toussaint F.**, Vacher P., (2010). *A new highly heterogeneous 3D test for the determination by inverse method of material parameters*, Photomechanics 2011, International conference on full-field measurement techniques and their applications in experimental solid mechanics, Brussels, Belgium, 7th - 9th February 2011.
- B5** Pottier T., **Toussaint F.**, Vacher P., (2010). *Constitutive behavior identification using a highly heterogeneous 3D test*, IV European Conference on Computational Mechanics (ECCM IV): Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering, Paris, France, May 16-21 2010.
- B6** Pottier T., **Toussaint F.**, Vacher P., (2009). *Influence of strain field heterogeneities on inverse identification of titanium constitutive parameters*, SEM Annual Conference & Exposition on Experimental and Applied Mechanics, Albuquerque, New Mexico USA, June 1 - 4 2009.
- B7** Pottier T., **Toussaint F.**, Vacher P., (2008). *On inverse parameter identification using full-field measurements and Finite Element Update method*, Photomechanics 2008, International conference on full-field measurement techniques and their applications in experimental solid mechanics, Loughborough, United Kingdom, 7th - 9th July 2008.
- B8** Pottier T., **Toussaint F.**, Vacher P., (2008). *An inverse method for material parameters determination of titanium samples under tensile loading*, 11th ESAFORM International Conference on Material Forming, Lyon, France, 23, 24 and 25 april 2008.
- B9** Gradel T., **Toussaint F.**, Chapelle D., Balland P., Tabourot L., (2003). *Interbody fusion implants manufacturing: Experiments on a T40 titanium sheet in view of its multiscale modelling in case of metal forming operation*, 9th International Conference on The Mechanical Behaviour of Materials, Geneva, Switzerland.
- B10** Allais A., Bruzek C.E., Lallouet N., Montmitonnet P., Hermann P., Pelissier D., **Toussaint F.**, (2003). *Constitutive mechanical modeling of BSCCO powders*, dans "Applied Superconductivity, IEEE Transactions on" 13 3026-3029, Houston, Texas.
- B11** **Toussaint F.**, Doremus P., Bouvard D., Tenaud Ph., Di Marcello E., (2002). *Modeling and simulation of the permanent magnet shaping process*, dans "Advances in Powder Metallurgy and Particulate Materials", World Congress on Powder Metallurgy MPIF, Princeton, 9 179-192, Orlando, Floride.
- B12** Tabourot L., Fivel M., Balland P., Louche H., **Toussaint F.**, (2002). *Modelling kinematic hardening for dislocation based plasticity models*, Colloque Franco-Russe "Physics and Mechanics of Large Plastic Strains", Saint Peterburg, Russia.
- B13** **Toussaint F.**, Doremus P., Tenaud Ph., Di Marcello E., (2001). *An experimental and numerical approach of Ferrite slurry compaction*, dans "Proceedings of European Congress and Exhibition on Powder Metallurgy", 2 237-243, Nice.
- B14** Doremus P., **Toussaint F.**, Alvain O., (2001). *Simple tests and standard procedure for the characterisation of green compacted powder*, dans "Proceedings of the NATO Advanced Research Workshop on Recent Developments in Computer Modelling of Powder Metallurgy Processes", IOS Press, Series III, 176 29-41, Kiev.

- B15** Bech J.I., Eriksen M., **Toussaint F.**, Doremus P., Bay N., (2000). *Mechanical characterisation of superconducting BSCCO powder and numerical modelling of the OPIT process*, dans "Proceedings of 2000 Powder Metallurgy World Congress", Edited by Koji Kosuge and Hiroshi Nagai, Part 2, 1453-1456, Kyoto.

## Conférences nationales invitées

- C1 Toussaint F.** (2010). *Estimation de la puissance plastique convertie en chaleur à partir de mesures de champs et d'une analyse inverse*, Groupe de travail thermographie - GDR 2519, Paris, 12 novembre 2010.
- C2 Toussaint F.** (2006). *Identification d'une loi de comportement pour la simulation numérique de la mise en forme d'une instrumentation en titane T40*, 6<sup>ème</sup> journée technique Cetim : "Innovez dans les implants orthopédiques", Saint Etienne, 8 juin 2006.

## Conférences nationales avec actes et comité de lecture

- D1** Raujol-Veillé J., **Toussaint F.**, Tabourot L., Vautrot M., Balland P., (2011). *Simulation numérique d'un procédé de mise en forme par faible contact d'une virole acier.*, 20<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique, Besançon, août-septembre 2011 (**accepté**).
- D2** Pottier T., **Toussaint F.**, Vacher P., Louche H., (2009). *Identification inverse de paramètres thermo-plastiques à partir de mesures de champs cinématique et thermique.* , 19<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique, Marseille, août 2009.
- D3 Toussaint F.**, Ducher F., Tabourot L., (2007). *Mise en forme d'une instrumentation de correction des déformations scoliotiques*, 18<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique, Grenoble, août 2007.
- D4** Ducher F., **Toussaint F.**, Tabourot L., Coudert T., (2005). *Identification de paramètres d'un modèle de plasticité à partir de mesures de champs*, 17<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique, Troyes, septembre 2005.
- D5 Toussaint F.**, Bouvard D., Tenaud Ph., Di Marcello E., (2002). *Calcul par éléments finis des déformations induites au cours du frittage de segments ferrites*, 1<sup>er</sup> Colloque : Interactions Modèles-Expériences en Mécanique du solide, Besançon, 3-4-5 Juillet 2002 publié dans J. Phys. IV 12 369-376.
- D6 Toussaint F.**, Doremus P., Tenaud Ph., Di Marcello E., (2001). *Caractérisation expérimentale des pâtes de ferrite et simulation du procédé de fabrication d'aimants permanents*, dans "Communications du colloque sur les innovations dans les matériaux frittés", Colloque SF2M, 3-5 Juillet 2001 331-336, Poitiers.

## Communications orales et posters

- E1 Toussaint F.**, Vacher P. *De l'identification standard à l'identification inverse en mécanique du solide : apport des mesures de champs et des essais hétérogènes.*, Deuxième édition des séminaires Inter-Labos Polytech Annecy-Chambéry, Saint-Jorioz, 19 avril 2011.

- E2** Bacroix B., Benmhenni N., Bouvier S., Brenner R., Haddadi H., Massoni E., Revil B., Tabourot L., Déprés C., Manole C., **Toussaint F.**, Pottier T., Philippe M.J., Raulot J.M., Bao L., Lecomte J.S., Schuman C., Chattopadhyay A., Delfosse J., *Projet OPTIMIST : Modélisation et OPTImisation de la MISE en Forme des Alliages de Titane*, Journées technologiques - Le titane et ses alliages, challenges actuels et futurs, Nantes, 26 et 27 mai 2010.
- E3** Pottier T., **Toussaint F.**, Vacher P., *A highly heterogeneous 3D test: Application to constitutive behavior identification*, 1<sup>st</sup> EPFL Doctoral Conference in Mechanics (EDCM2010), EPFL Lausanne, Switzerland, February 19<sup>th</sup> 2010.
- E4** Pottier T., **Toussaint F.**, Vacher P., Louche H., *Mesures de champs cinématiques et essais hétérogènes pour l'identification inverse de paramètres matériaux plastiques anisotropes*, Séminaire FédéRAMS / MACODEV « Mesure de champs », 30 avril 2009.
- E5** **Toussaint F.**, Louche H., Vacher P., *Caractérisation du comportement thermomécanique du titane à partir de mesures de champs cinématiques et thermiques*, 6<sup>ème</sup> journée technique Cetim : "Innovez dans les implants orthopédiques", Saint Etienne, 8 juin 2006.
- E6** **Toussaint F.**, Ducher F., Tabourot L., *Simulation numérique de la mise en forme d'un matériel implantable de correction des déformations scoliotiques*, 6<sup>ème</sup> journée technique Cetim : "Innovez dans les implants orthopédiques", Saint Etienne, 8 juin 2006.
- E7** **Toussaint F.**, Tabourot L., *Mise en œuvre d'un procédé ECAE sur des tôles métalliques*, Workshop "ECAE et Matériaux hyper-déformés", Ecole Nationale Supérieure de Physique de Grenoble, Saint Martin d'Hères, 19 Décembre 2002.
- E8** **Toussaint F.**, (2001). *Approche phénoménologique du comportement mécanique de poudres métalliques et pâtes d'hexaferrite de strontium au cours du procédé de compression/frittage*, Séminaire du laboratoire Sols, Solides, Structures, 11 Janvier 2001.
- E9** **Toussaint F.**, (2000). *Caractérisation rhéologique des boues de ferrite pour l'optimisation du procédé de fabrication d'aimants permanents*, Recueil des journées des thésards du Laboratoire Sols, Solides, Structures, 10-11 Mai 2000.
- E10** **Toussaint F.**, *Communications privées dans le cadre du Programme Brite Euram MC<sup>2</sup>*, Suède (Juin 1999), Allemagne (Septembre 1999), France (Décembre 1999), Luxembourg (Mai 2000), Espagne (Décembre 2000), Suède (Juin 2001) et France (Décembre 2001).

## Thèse

- F1** **Toussaint F.**, (2001). *Etude expérimentale et simulation numérique de la mise en forme par compression et frittage de poudres*, Institut National Polytechnique de Grenoble, 04 Décembre 2001, Grenoble.

## Rapports

- G1** **Toussaint F.**, P. Doremus, D. Bouvard, (2001). *Final report - Brite Euram project*, Rapport final du programme Modelling of Cold Compaction (MC<sup>2</sup>), Décembre 2001.
- G2** **Toussaint F.**, P. Doremus, D. Bouvard, (2000). *Second year progress report - Brite Euram project*, Rapport d'avancement du programme Modelling of Cold Compaction (MC<sup>2</sup>), Décembre 2000.

- G3 Toussaint F.**, P. Doremus, D. Bouvard, (1999). *First year progress report - Brite Euram project*, Rapport d'avancement du programme Modelling of Cold Compaction (MC<sup>2</sup>), Décembre 1999.
- G4 Toussaint F.**, (1996). *Implantation et mise en route d'une chambre climatique sur une machine de traction MTS. Développement d'essais mécaniques sur des éprouvettes en polypropylène*, Institut National Polytechnique de Lorraine, Rapport de DEA, Septembre 1996.

---

## Sélection d'articles

---

# Experimental and numerical analysis of the deformation of ferrite segments during sintering

F. Toussaint<sup>a,\*</sup>, D. Bouvard<sup>a</sup>, Ph. Tenaud<sup>b</sup>, E. Di Marcello<sup>b</sup>

<sup>a</sup> *Laboratoire Génie Physique et Mécanique des Matériaux, Institut National Polytechnique de Grenoble, UMR CNRS 5010, BP 46, 38042 Saint Martin d'Hères Cedex, France*

<sup>b</sup> *UGIMAG S.A., Avenue d'Uriage, 38830 Saint-Pierre d'Allevard, France*

Received 27 September 2002; received in revised form 26 February 2003; accepted 18 November 2003

## Abstract

The thermo-mechanical behaviour of hard ferrite powder compacts at high temperature is investigated with a view to simulating dimensional changes occurring during sintering of industrial components. Emphasis is laid on the anisotropy in both shrinkage and viscosity, which is induced by the prior pressing operation performed under magnetic field. Anisotropic shrinkage and viscosity are described according to an original approach based on an orthotropic thermo-elastic equation, which assumes an analogy between the thermal and elastic terms of this equation and the viscous and free sintering deformations. Finite element calculations using this constitutive equation are then carried out on two industrial parts. The comparison between the obtained numerical results and experimental measurements proves the relevance of the proposed model.

© 2003 Elsevier B.V. All rights reserved.

**Keywords:** Sintering; Dilatometry; Anisotropic shrinkage; Numerical simulation; Ferrite

## 1. Introduction

Ferrites are magnetic oxides containing iron as a main component. They are found in various systems, as, for example tape recording and microwave shielding devices. In the field of permanent magnets, the hexagonal ferrites, discovered in the 1950s within the Philips laboratories, show outstanding performance to cost ratio, in particular for use as main components of inductors in small electric motors. Such arc-shape ferrite components are fabricated by conventional ceramic powder processing operations. A slurry containing wet-milled fine powder and water is pressed into a close die so that water is partly removed and the desired shape of the part is obtained [1–3]. The resulting “green” part is then dried and next sintered up to about 1250 °C in air. This last stage is a heat treatment which welds the particles together in order to ensure the mechanical resistance of the part and reduce the porosity. The specificity of this process with respect to the one used for classical ceramics is that the pressing operation is achieved under a magnetic field parallel to

the pressing direction. As powder particles have an hexagonal crystallographic structure, they rotate until their *c*-axis is parallel to the magnetic field. This will lead to optimised magnetic properties since *c*-axis is a preferential direction of magnetisation. Because of the low density reached after compression, the deformation of the part during sintering is important. Moreover, due to the orientation of powder particles during pressing, this deformation is strongly anisotropic [4,5]. An important challenge is to control the dimensional changes of the parts during sintering in order to reduce the post-sintering machining operations. Indeed, important efforts have been devoted to identifying constitutive equations for describing the behaviour of powder compacts during a sintering cycle and to developing finite element simulations of the sintering of complex parts [6–8]. However, most of these works apply only to isotropic materials. The problem of anisotropic powder compacts is much more complicated from both experimental and theoretical points of view and has hardly been considered.

The objective of this paper is to propose simple experimental and numerical procedures for predicting the deformation of ferrite components during an industrial sintering cycle. The shrinkage kinetics of ferrite compacts in the direction of pressing and in perpendicular directions are first obtained from dilatometry tests. Two conditions have been

\* Corresponding author. Present address: Laboratoire de Mécanique Appliquée (LMéca), Ecole Supérieure d'Ingénieurs d'Annecy, BP 806, 74016 Annecy Cedex, France.  
E-mail address: franck.toussaint@esia.univ-savoie.fr (F. Toussaint).

investigated, free sintering and sintering with an axial load applied on the specimen. This last test allowed exhibiting the viscous behaviour of the material when it is subjected to external stresses. To model the deformation of the material, we chose to use an orthotropic thermo-elastic law, basing our argument on the analogy between the thermal and elastic terms of such a law and free sintering and viscous strains, respectively. Finite element calculations have then been performed to simulate the dimensional changes of two arc-shape ferrite parts. Particular attention is paid to the definition of the direction of anisotropy. The effect of gravity-induced stresses is also investigated. The interest of the proposed approach is discussed from the comparison between experimental measurements performed on real parts and the results of the numerical simulations and from a study of the sensitivity of these numerical results to the values of constitutive parameters.

**2. Experimental analysis**

The studied material is a thick suspension (or slurry) resulting from the mixture of SrFe<sub>12</sub>O<sub>19</sub> ferrite powder and water. The powder is obtained by pre-firing Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> and SrCO<sub>3</sub> at 1250 °C. During this operation, the raw materials react to form SrFe<sub>12</sub>O<sub>19</sub> phase with the hexagonal magneto-plumbite crystallographic structure. The hard granules are then wet-milled in steel-ball mills and grains of less than 1 μm in size are obtained. The suspension contains approximately 39 wt.% of water corresponding to 75 vol.%. The crystallographic density of the material is equal to 5.12 g/cm<sup>3</sup>. The tested specimens are cubic samples (6 mm × 6 mm × 6 mm) cut out from a green dried plate compacted under an axial stress of 30 MPa and a magnetic field of 1 T. The subscript l, as longitudinal, will be used in the following to refer to the direction of pressing, which is also the direction of easy magnetisation, whereas the subscripts t and t', as transverse, will refer to the perpendicular directions.

The material behaviour during sintering is studied using a SETARAM vertical dilatometer. This apparatus measures the length variation of a specimen with an accuracy of 4 μm. However, the interaction between the push rod and the specimen decreases this accuracy to approximately 25 μm [9]. A constant or intermittent load of 150 g maximum can be applied to the sample during the test. During free sintering tests, a load of 5 g is applied to insure the contact of the rod with the specimen. The following thermal cycle, close to industrial sintering cycles, has been applied to the specimens: heating to 1250 °C at 10 °C/min and natural cooling. The tests are performed in air. The density of the specimens after sintering is about 4.7 g/cm<sup>3</sup>. From a physical point of view the sintering of strontium hexaferrite powder is a complex process with a small amount of liquid phase usually appearing little below the maximum sintering temperature [3].

In order to highlight the anisotropic behaviour of ferrite compacts, two tests were successively carried out with

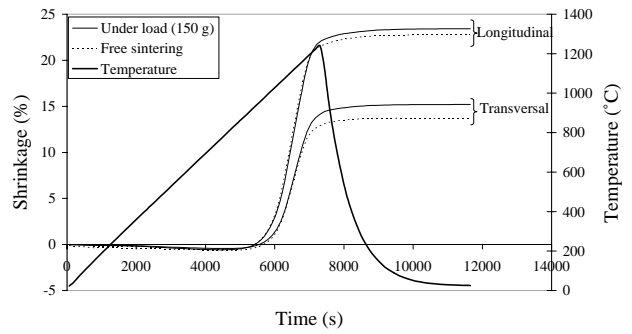


Fig. 1. Longitudinal and transverse shrinkage measured during sintering cycle. Effect of the application of a 150 g load.

shrinkage measurement either in the longitudinal direction or in a transverse direction. Figs. 1 and 2 show the evolution of shrinkage and shrinkage rate, respectively, during both tests. At low temperature only thermal expansion occurs. The shrinkage induced by sintering begins around 900 °C in both directions. The classical bell shape of both curves of Fig. 2 results from the conjunction of two phenomena with opposite effects on the shrinkage rate: first the temperature rise that enhances diffusion mechanisms and thus speeds up the shrinkage and secondly the advancement of sintering that strengthens the material and therefore slows down the shrinkage. At 1250 °C, when the heating period ends, the shrinkage rates are very low, that proves that sintering is almost completed. During cooling, only the thermal contraction is observed. The shrinkage is clearly anisotropic: at every moment of the sintering cycle, the shrinkage is between 1.5 and 2 time faster in the direction of compaction than in the transverse direction. The measurements performed at the end of the tests lead to a longitudinal shrinkage of 22.7% and a transverse shrinkage of 13%.

To investigate the influence of an external stress on the material behaviour, the same tests have been performed with a constant load of 150 g applied upon the specimen [10,11]. Such load creates a stress of approximately 40 kPa. The shrinkage is measured in the same direction as the loading direction. The shrinkages measured during free sintering and when the load is applied are compared in Fig. 1. At high temperature the load accelerates the shrinkage. Such effect

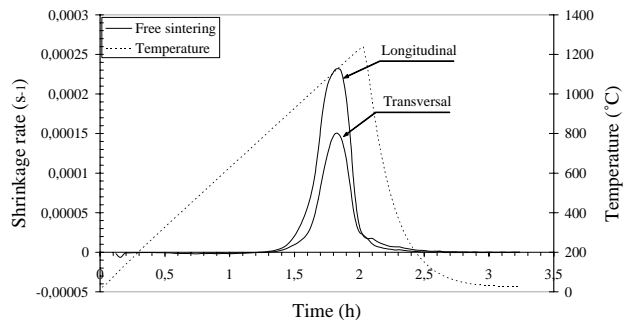


Fig. 2. Longitudinal and transverse shrinkage rates measured during free sintering.



has already been observed for ceramic compacts and can be described by adding a viscous strain to the free sintering strain [12]. In the case of ferrite compacts, the viscous behaviour is strongly anisotropic since the additional shrinkage due to the loading is 0.7% in the longitudinal direction and 1.5% in the transverse direction.

### 3. Modelling

To model the constitutive behaviour of isotropic ceramic compacts during sintering, it is usual to decompose the total strain rate in four parts, two reversible parts (elasticity, thermal expansion) and two irreversible parts (free sintering, Newtonian viscosity) [13]. Experimental methods based on dilatometric measurement have been proposed to find the parameters of such model for a given powder [14]. For an anisotropic material, formulating a constitutive model is much more complicated [15] and the identification of material parameters will require non-conventional experimental procedure. As a first step, aiming at providing a simple tool to predict the final deformation of industrial parts during a prescribed thermal cycle, a crude method is presented here. The model proposed to describe the behaviour of ferrite parts during sintering is a transversely-isotropic thermo-elastic equation [16] that considers the direction of magnetisation as a preferential direction for thermal and elastic properties. An analogy is thus assumed between the thermal and elastic terms of the thermo-elastic equation and the free sintering and viscous deformations of the material, respectively. The main advantages of using this analogy are that the transversely-isotropic thermo-elastic equation is implemented in most finite element codes and the material parameters can be identified from simple tests. Of course, such equation is not relevant to model the real behaviour of the material throughout the thermal cycle but, as it will be shown later on, it allows describing the irreversible part of the deformation resulting from the sintering cycle.

The transversely-isotropic thermo-elastic law contains two thermal expansion coefficients and five independent elastic coefficients. These parameters have been calculated from the total strains measured at the end of the dilatometry tests that have been presented in the previous section. The total longitudinal and transverse strains  $\varepsilon_{\parallel}^{\text{th}}$  and  $\varepsilon_{\text{tt}}^{\text{th}}$  measured at the end of free sintering tests are supposed to be proportional to the variation in temperature  $\Delta T = T_0 - T_f$  ( $T_0$  is the initial temperature and  $T_f$  the maximal sintering temperature) as

$$\varepsilon_{\parallel}^{\text{th}} = \alpha_1 \Delta T \quad (1)$$

$$\varepsilon_{\text{tt}}^{\text{th}} = \alpha_t \Delta T \quad (2)$$

where  $\alpha_1$  and  $\alpha_t$  are, respectively, the longitudinal and transversal thermal expansion coefficients. These parameters are negative since the material shrinks when the temperature increases.

When the sample is subjected to a stress  $\sigma_{\parallel}$  in the longitudinal direction, the induced deformations in the three directions are calculated from the following relations:

$$\varepsilon_{\parallel} = \frac{1}{E_1} \sigma_{\parallel} + \alpha_1 \Delta T \quad (3)$$

$$\varepsilon_{\text{tt}} = \varepsilon_{t't'} = -\frac{\nu_{\text{lt}}}{E_1} \sigma_{\parallel} + \alpha_t \Delta T \quad (4)$$

It is deduced that

$$E_1 = \frac{\sigma_{\parallel}}{\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\parallel}^{\text{th}}} \quad (5)$$

$$\nu_{\text{lt}} = -\frac{\varepsilon_{\text{tt}} - \varepsilon_{\text{tt}}^{\text{th}}}{\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\parallel}^{\text{th}}} \quad (6)$$

In a similar way,  $E_t$ ,  $\nu_{\text{tl}}$ ,  $\nu_t$  are calculated from the strains measured after sintering with a stress  $\sigma_{\text{tt}}$  applied in a transverse direction:

$$E_t = \frac{\sigma_{\text{tt}}}{\varepsilon_{\text{tt}} - \varepsilon_{\text{tt}}^{\text{th}}} \quad (7)$$

$$\nu_{\text{tl}} = -\frac{\varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\parallel}^{\text{th}}}{\varepsilon_{\text{tt}} - \varepsilon_{\text{tt}}^{\text{th}}} \quad (8)$$

$$\nu_t = -\frac{\varepsilon_{t't'} - \varepsilon_{t't'}^{\text{th}}}{\varepsilon_{\text{tt}} - \varepsilon_{\text{tt}}^{\text{th}}} \quad (9)$$

The last parameter is the shear modulus  $G_{\text{lt}}$ , which cannot be identified from previous experimental data. We estimated it as

$$G_{\text{lt}} = \frac{E_{\text{lt}}}{2(1 + \nu_{\text{lt}})} \quad (10)$$

In the next section we study the influence of the value chosen for  $G_{\text{lt}}$  on the results of the finite element simulation.

Table 1 summarises the values of the thermo-elastic parameters that have been obtained from experimental data. The thermal expansion coefficients are found with a good precision, a few percents, whereas the accuracy of the elastic moduli is much poorer, between 10 and 20%. This is because the additional strains due the application of a 47 kPa stress is not high enough with respect to the precision of total strain measurement.

Table 1  
Values used for numerical simulations

$\alpha_1$ ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )	$-1.85 \times 10^{-4}$
$\alpha_t$ ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )	$-1.06 \times 10^{-4}$
$E_1$ (MPa)	7.83
$E_t$ (MPa)	1.89
$G_{\text{lt}}$ (MPa)	2.92
$\nu_{\text{lt}}$	0.09
$\nu_{\text{tl}}$	0.34
$\nu_t$	0.30



Fig. 3. Sintering positions: (a) horizontal; (b) vertical.

4. Numerical simulation

4.1. Presentation

Several finite element codes, either commercial or academic, have been devoted to the macroscopic simulation of sintering in order to predict shape changes of complex parts [17–20]. Most of them are based on an isotropic viscous constitutive equation. For the present study, we used 2D module of PreCAD®CASTEM 2000 code with the transversely-isotropic constitutive equations previously presented (Eqs. (3) and (4)) and the material parameters listed in Table 1.

The sintering of two typical arc-shape ferrite components (referred to as Segments A and B, respectively) manufactured by Ugimag has been simulated. Industrially the segments can be sintered in two different positions, respectively, called “horizontal” and “vertical” (Fig. 3). In the horizontal position, the segment bends under gravity whereas in the vertical position the effect of gravity is less important as it only induces compressive stresses. The geometry of the parts sintered either vertically or horizontally has been measured with a three-dimensional machine successively before and after sintering. Since the parts show a symmetry plane, only half of their cross-section has been meshed with 300 triangular three-node elements (Fig. 4). Calculations are carried out with the plane stress assumption. The contact between

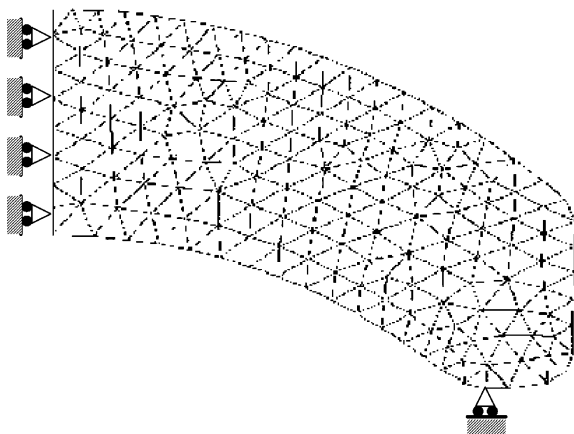


Fig. 4. Meshing and boundary conditions for numerical simulations.

the part and the support is supposed to be frictionless. The lowest node and the nodes located in the symmetry axis are respectively fixed in the longitudinal and transversal directions (Fig. 4). Vertical sintering is simulated by applying to the part a uniform temperature of 1250 °C. For describing horizontal sintering the part is assumed to be also submitted to its own weight. In both cases, the calculated thermo-elastic deformation of the part resulting from these conditions is assumed to be its final deformation after the sintering cycle.

4.2. Definition of anisotropy direction and simulation of Segment A

The arc-shape geometry of the ferrite segments creates an additional difficulty to the development of modelling since the direction of the magnetic field during compaction, i.e. the so-called longitudinal direction, is perpendicular to the external surface of the segment (Fig. 5a). To check the importance of an exact definition of the anisotropy direction, two simulations have been performed, respectively, with the direction of anisotropy following the curvature of the segment, called Ref. [1] (Fig. 5a) and with a fixed direction, called Ref. [2] (Fig. 5b). In the first case, at a given point, the direction of anisotropy is defined by the vector connecting the centre of curvature of the segment to the point.

Fig. 6 compares the simulated and experimental outlines of Segment A after horizontal sintering. The outline of the green part is also reported to show the extent of the shrinkage. The simulation performed with Ref. [1] is in much better agreement with the experimental measurement than the one performed with Ref. [2]. To quantify the quality of the

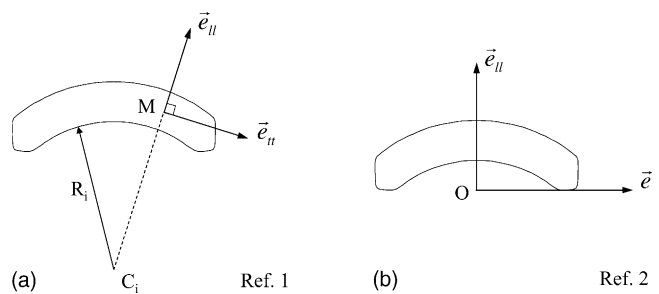


Fig. 5. Anisotropy directions used for numerical simulation: (a) following the curvature of the segment [1]; (b) fixed [2].

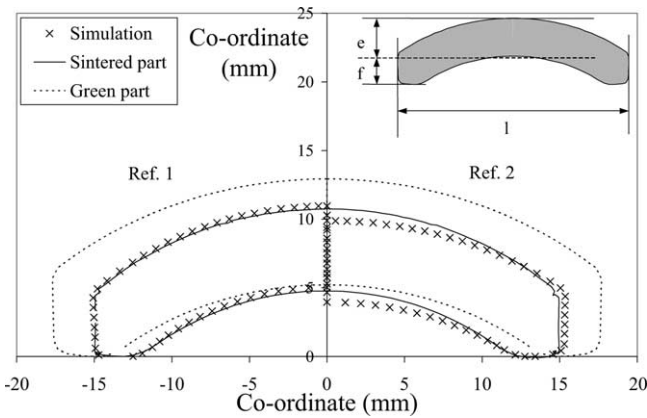


Fig. 6. Comparison of outline of Segment A predicted by numerical simulation with experimental measurements (green and sintered body) for both directions of anisotropy defined in Fig. 4.

prediction, the numerical and experimental values of typical dimensions, thickness, internal chord and width (defined in Fig. 6) are compared in Table 2. With Ref. [1], the difference is always less than 3%, whereas with Ref. [2] it is almost 20% for the internal chord. This result confirms the necessity of using a direction of anisotropy that follows the curvature of the part.

When Ref. [1] is used, the simulation predicts that internal stresses are created in the part. These stresses are low, about  $2 \times 10^{-3}$  MPa. As a consequence, the deformation is not affected by changes in the values of the elastic parameters, insofar they remain of the same order of magnitude. Due to its geometry, Segment A is not very sensitive to gravity even during horizontal sintering. The differences in shrinkage between horizontal and vertical sintering positions are almost within experimental uncertainty interval. Thus the effect of gravity has been investigated with Segment B, which has a longer width and is thus more sensitive to sintering position.

Table 2

Comparison between experimental measurements and numerical prediction for both anisotropic directions (Segment A in vertical position)

	Experimental (mm)	Simulation (mm) [1]	Error (%)	Simulation (mm) [2]	Error (%)
Thickness, $e$	6.09	5.93	2.6	5.93	2.6
Internal chord, $f$	5.01	5.09	1.6	4.02	19.8
Width, $l$	29.65	30.1	1.4	30.66	2.6

Table 3

Comparison between experimental measurements and numerical prediction for horizontal and vertical sintering positions (Segment B)

	Horizontal sintering			Vertical sintering		
	Experimental (mm)	Simulation (mm)	Error (%)	Experimental (mm)	Simulation (mm)	Error (%)
Thickness, $e$	6.97	6.77	2.9	7.08	6.77	4.4
Internal chord, $f$	14.51	14.83	2.2	16.46	16.56	0.6
Width, $l$	71.69	72.09	0.5	70.06	70.76	1

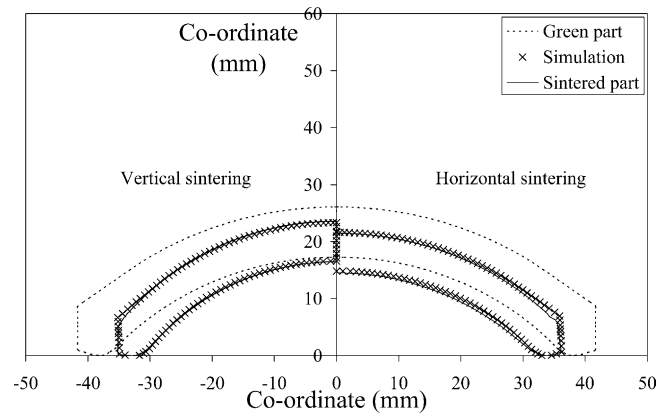


Fig. 7. Comparison of the outline of Segment B predicted by numerical simulation with experimental measurements after vertical (a) or horizontal sintering (b).

#### 4.3. Simulation of Segment B and effect of gravity

Fig. 7 shows the simulated and experimental outlines of Segment B after both vertical and horizontal sintering, whereas Table 3 presents the values of the corresponding geometric parameters. The difference between the experimental and numerical values is always less than 5%. The width is particularly well predicted (1% or less). The measured internal chord is 1.95 mm smaller after horizontal sintering than after vertical sintering due to gravity-induced bending. The numerical simulation predicts a close value, 1.73 mm. The numerical and experimental increases in width are also of the same order of magnitude, 1.33 and 1.63 mm. The results in terms of thickness are less satisfactory. The segment that has been vertically sintered has a significantly greater thickness than the horizontally-sintered segment, whereas the simulation gives exactly the same value. This last outcome is reasonable: neither the bending moment during horizontal sintering nor the low compressive stresses during

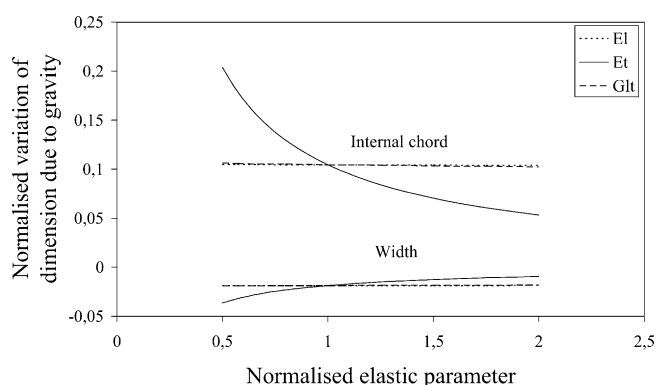


Fig. 8. Sensitivity of numerical results to the values of elastic parameters.

vertical sintering should lead to significant thickness variation. Thus, it is very likely that the difference obtained on measured values is due to experimental scattering.

Finally, a study of the sensitivity of the numerical results to the values of the elastic parameters has been achieved, so that one can estimate which precision is to be expected from the simulation, knowing the accuracy of these parameters. As for Segment A, the elastic parameters do not affect the deformation of Segment B during pure thermal loading. Thus this sensitivity study concerns gravity effects only. Numerical simulations of horizontal and vertical sintering of Segment B have been conducted for several values of the elastic moduli,  $E_1$ ,  $E_t$  and  $G_{It}$ , between half and two times the reference values of Table 1. When the value of a modulus is changed, the others are kept to their reference values. The variations of the geometric parameters (width, thickness, internal chord) due to introducing the gravity have been calculated. Fig. 8 presents the variations of the internal chord and of the length normalised with regard to the value of the corresponding dimension calculated for vertical sintering. The elastic parameters are normalised with respect to their reference values. The variations of the thickness are not shown because they are too small (less than  $3 \times 10^{-4}$ ). It appears that only the transverse modulus notably affects the results. It should be pointed out that the value of the shear modulus,  $G_{It}$ , which could not be determined from the performed tests and had been roughly estimated (see Section 2), hardly influences the results. Actually it can be verified that the variations of the thickness and of the internal chord are about proportional to the inverse of the transverse elastic modulus. This result can be understood by referring to the theory of elastic beams. According to this theory, the deflexion of an elastic beam varies as the inverse of the elastic modulus. In our case the relevant modulus is indeed the transverse one as main stresses created during bending are in the transverse direction.

## 5. Conclusion

The thermo-mechanical behaviour of  $\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$  hexaferrite compacts during sintering has been investigated with

a view to optimising the manufacturing process of permanent magnets. Experimental results showed a strongly anisotropic behaviour (22.7% shrinkage in the longitudinal direction and 13% in the transverse direction), which results from the previous pressing operation, performed under a magnetic field. This behaviour has been described with a transversely-isotropic thermo-elastic equation and finite element calculations based on this equation have been carried out to simulate dimensional changes occurring during sintering. Finite element simulations of two industrial segments with different geometries showed a good agreement between experimental and predicted dimensions of the segments (less than 5% difference). In particular the significant effect of gravity-induced bending stresses is properly described.

It is thought that the simple approach proposed in the paper for predicting the final deformation of anisotropic powder compacts during sintering is a valuable approach, alternative to the classical method based on the formulation of viscous constitutive equations. Of course this approach is limited to the analysis of the final dimensions of parts sintered with a prescribed thermal cycle and there are important problems that cannot be solved in this way, as, for example optimising a sintering cycle. Formulating relevant constitutive equations for anisotropic powders during sintering is hence a necessary task, which is in progress.

## Acknowledgements

This work was conducted in the framework of the Brite Euram RTD Programme “Modelling of Cold Compaction” ( $\text{MC}^2$ ). The authors gratefully acknowledge the partners, Ames, CEA, Cerametal, CISI, Federal Mogul, FhG-IWM, Höganäs, Luleå University, Ugimag and the European Union for its financial contribution. The authors also thank Luc Federzoni from CEA Grenoble for his help in using PreCAD®CASTEM 2000 finite element code.

## References

- [1] A.L. Stuijts, G.W. Rathenau, G.H. Weber, Ferroxdure II and III: anisotropic permanent magnet materials, *Philips Tech. Rev.* 16 (1954) 141–180.
- [2] A.L. Stuijts, H.P.J. Wijn, Crystal-oriented ferroplana, *Philips Tech. Rev.* 19 (1958) 209–244.
- [3] C.A.M. van den Broek, A.L. Stuijts, Ferroxdure, *Philips Tech. Rev.* 37 (1977) 157–175.
- [4] F. Kools, D. Stoppels, Ferrites, in: *Kirk-Othmer Encyclopaedia of Chemical Technology*, vol. 10, 1993, pp. 381–413.
- [5] F. Toussaint, Etude expérimentale et simulation numérique de la mise en forme par compression et frittage de poudres, Ph.D. Thesis, INPG, France, 2001.
- [6] H. Riedel, D.-Z. Sun, Simulation of die pressing and sintering of powder metal, hard metals and ceramics, in: J.L. Chenot, D. Wood, O.C. Zienkiewicz (Eds.), *Numerical Methods in Industrial Forming Processes*, Balkema, Rotterdam, 1992, pp. 883–886.

- [7] H. Riedel, D. Meyer, J. Svoboda, H. Zipse, Numerical simulation of die pressing and sintering—development of constitutive equations, *Int. J. Refract. Met. Hard Mater.* 12 (1994) 55–60.
- [8] A. Jagota, K.R. Mikeska, R.K. Bordia, Isotropic constitutive model for sintering particle packings, *J. Am. Ceram. Soc.* 73 (1990) 2266–2273.
- [9] O. Gillia, D. Bouvard, Phenomenological analysis of densification kinetics during sintering: application to WC–Co mixture, *Mater. Sci. Eng. A* 279 (2000) 185–191.
- [10] M.N. Rahaman, L.C. De Jonghe, Creep sintering of zinc oxide, *J. Mater. Sci. Lett.* 22 (1987) 4326–4330.
- [11] M.N. Rahaman, L.C. De Jonghe, Sintering of spherical glass powder compacts, *J. Am. Ceram. Soc.* 73 (1990) 707–712.
- [12] P.Z. Cai, G.L. Messing, D.J. Green, Determination of the mechanical response of sintering compacts by cyclic loading dilatometry, *J. Am. Ceram. Soc.* 80 (1997) 445–452.
- [13] O. Gillia, D. Bouvard, Finite element simulation of sintering of cemented carbide compacts, in: *Advances in Powder Metallurgy and Particulate Materials 1996*, vol. 7, MPIF, Princeton, 1996.
- [14] O. Gillia, C. Josserond, D. Bouvard, Viscosity of WC–Co compacts during sintering, *Acta Mater.* 49 (2001) 1413–1420.
- [15] A. Jagota, P.R. Dawson, J.T. Jenkins, An anisotropic continuum model for the sintering and compaction of powder packing, *Mech. Mater.* 7 (1988) 255–269.
- [16] W. Nowacki, *Thermoelasticity*, Pergamon Press, PWN-Polish Scientific Publications, 1986.
- [17] K. Mori, Finite element simulation of nonuniform shrinkage of ceramic powder compact, in: R.D. Wood, O.C. Zienkiewicz (Eds.), *Numerical Methods in Industrial Forming Processes*, Balkema, Rotterdam, 1992, pp. 69–78.
- [18] H. Zipse, Finite-element simulation of the die pressing and sintering of a ceramic component, *J. Eur. Ceram. Soc.* 17 (1997) 1707–1713.
- [19] J. Brandt, L. Nilsson, FE-simulation of compaction and sintering of solid state sintering of cemented carbides, *Mech. Cohes.-Frict. Mater.* 3 (1998) 181–205.
- [20] H.G. Kim, O. Gillia, P. Doremus, D. Bouvard, Near net shape processing of a sintered alumina component: adjustment of pressing parameters through finite element simulation, *Int. J. Mech. Sci.* 44 (2002) 2523–2539.



Review

# Experimental and numerical analysis of the forming process of a CP titanium scoliotic instrumentation

F. Toussaint\*, L. Tabourot, F. Ducher

Laboratoire SYMME, Polytech'Savoie, BP 80439, 74944 Annecy le Vieux Cedex, France

ARTICLE INFO

Article history:

Received 23 May 2007  
 Received in revised form  
 19 September 2007  
 Accepted 11 October 2007

Keywords:

Numerical simulation  
 Bending  
 Anisotropic behaviour  
 Titanium

ABSTRACT

This paper presents a finite element model to simulate and optimize the bending forming process of a Commercially Pure (CP) titanium part for instrumentation intended to correct scoliotic deformations. The numerical tool is used as a technological indicator, in particular to anticipate tool dimensions compensating for the springback after bending. The mechanical behaviour of material is studied from uniaxial tensile tests with an image analysis measurement method for the determination of strain fields. The experimental results are then used to identify the intrinsic behaviour of the CP titanium and the parameters of an anisotropic elastic–plastic model. The numerical simulation is carried out on a reference part manufactured by the industrial partner. The study reveals that the numerical outline is in agreement with the measurements carried out on the part if the springback after bending is taken into account. The influence of the opening angle of the punch and die on this phenomenon is finally discussed through a parametric study.

© 2007 Elsevier B.V. All rights reserved.

Contents

1. Introduction .....	11
2. Background .....	11
2.1. Scoliotic instrumentation .....	11
2.2. Forming process and material .....	12
3. Mechanical behaviour .....	12
3.1. Experimental characterisation .....	12
3.2. Stress–strain relation .....	12
3.3. Anisotropy .....	12
4. Model identification .....	13
4.1. Constitutive equations .....	13
4.2. Material parameter identification .....	13
5. Numerical simulation .....	14
5.1. FEM model .....	14
5.2. Results and analysis .....	14

\* Corresponding author. Tel.: +33 4 50 09 65 76; fax: +33 4 50 09 65 43.  
 E-mail address: [franck.toussaint@univ-savoie.fr](mailto:franck.toussaint@univ-savoie.fr) (F. Toussaint).  
 0924-0136/\$ – see front matter © 2007 Elsevier B.V. All rights reserved.  
 doi:10.1016/j.jmatprotec.2007.10.037

5.3. Parametric study .....	15
6. Conclusion .....	16
References .....	16

## 1. Introduction

The manufacturing of new surgical implants has become increasingly heavy for the mechanical industry, in particular because of the relatively high costs encountered in the manufacturing processes, with a vast range of products . . . This fact has thus lead the engineers of the R&D departments of these companies to reduce the number of prototypes to the minima. In addition, in this highly competitive sector, the manufacturers of implants have to present a wider and wider range of implants, and even “customised” products adapted to the morphology of the patient. If the manufacturers of mechanical parts, particularly intended for the car industry, have for several years used the finite element analysis to simulate and optimize forming operations such as forging, stamping . . . , this step still remains very sporadic in the biomedical sector. In addition, we can only state the fact that if a lot of research has been devoted to the improvement of the mechanical properties of commercially pure titanium (Nagasekhar et al., 2006; Simbi and Scully, 1996), the study of its behaviour in corrosion (Cheng and Roscoe, 2005; Koike et al., 2003; Gonzalez and Mirza-Rosca, 1999), the analysis of its friction resistance (Stolyarov et al., 2004; Grenier et al., 1997), the studies concerning the experimental and numerical analysis of titanium forming (Fuh-Kuo and Kuan-Hua, 2005; Satoh et al., 2003; Liu and Chou, 1999) are scarce. Therefore, a better knowledge of the mechanical behaviour of CP titanium could contribute to improve the FE models and consequently the results of simulations, helpful in the design of new prostheses with optimized geometries.

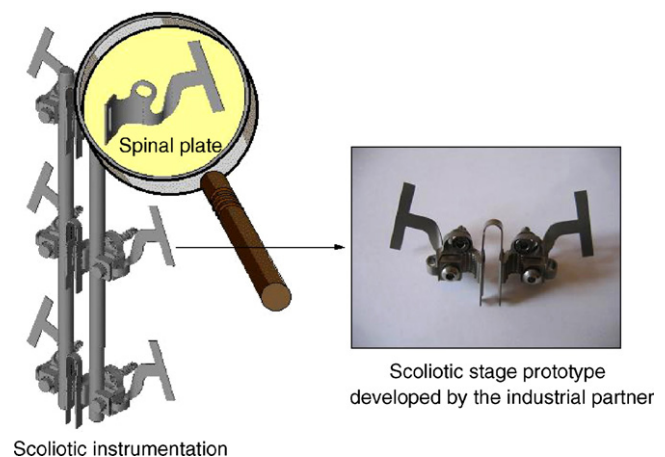
Among the former references, the work of Fuh-Kuo et al. (2005) is very interesting since the authors investigate the behaviour of commercially pure titanium sheets at varied temperatures ranging from ambient to 300 °C. If these experimental results can constitute a precious help for the design of tooling in the stamping process for example, no finite element model is proposed to describe the material behaviour and to simulate forming operations.

According to the following discussion, an experimental and numerical analysis of CP titanium behaviour seems to be necessary for the optimisation of the forming process and the design of new biomedical prostheses. This point constitutes the main objective of this paper. The material behaviour is studied according to various uniaxial tensile tests during which strains at the surface of the sample are measured with an image analysis measurement method. The results of these tests are used to identify the material parameters of an anisotropic elastic–plastic model. The latter is finally used to simulate the forming process of an industrial part and to discuss the influence of the geometry of the tools on that of the part.

## 2. Background

### 2.1. Scoliotic instrumentation

Scoliosis can be defined as being a sinuous deformation of the spinal column. This pathology can have neurological, congenital, degenerative causes, but in the majority of cases, the cause is not known: it is referred as idiopathic scoliosis. The scoliosis of the child and the teenager is progressive and sometimes becomes more acute when the child grows fast, requiring an orthopedic or surgical treatment. The surgical treatments by implantable material are currently all comparable, in their means as well as in their results, with the technique developed by Cotrel and Dubousset in the years 1980: (i) an anchoring performed either by vertical hooks (unsuitable to transmit horizontal forces), or by intra-pedicular screws whose positioning always remains dangerous because of the neurological risk, (ii) a correction of the vertebral curve by means of longitudinal rods generally folded in situ. In order to provide the surgeons with a complete system able to correct the deformations in the 3 plans while limiting the number of instrumented lumbar vertebrae, innovating instrumentation (Fig. 1) has been designed by the industrial partner. The device is mainly composed of a plate formed on the contours of the posterior vertebral arc. This plate is fixed on the bone during the surgical intervention by means of a “clamp” type system. These plates are fitted with the attachment unit of the longitudinal rod: a connector welded to the plate and fixed on the bone by a screw. These plates having to fit the contours of the posterior vertebral arc as well as possible are thus folded according to a standard shape. Nevertheless, for each level of instrumented vertebra, the size of the plate is different.



Scoliotic instrumentation

**Fig. 1 – Scoliotic instrumentation prototype developed by the industrial partner.**

**Table 1 – Chemical composition limits of commercially pure grade 2 titanium**

Element	Ti	C	Fe	N	O	H
Weight (%)	Bal.	0.10	0.30	0.03	0.25	0.015

This innovative instrumentation represents a great progress as regards time of implantation because it will be faster, easier and more secure. Its stability and its tear strength will be unequalled since each connector, with its rod will benefit from 5 points of fixing to the bone of the posterior vertebral arc.

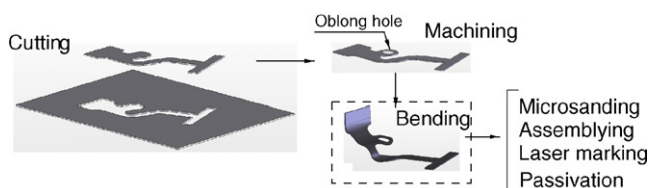
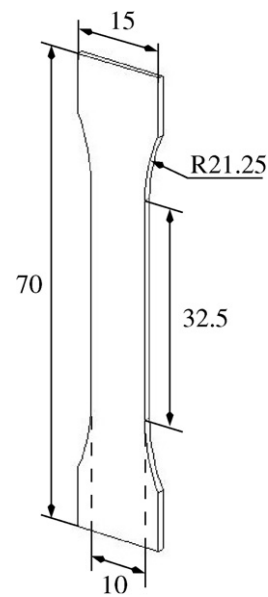
## 2.2. Forming process and material

The scoliotic instrumentation is manufactured in a 0.5 mm thick Commercially Pure titanium sheet provided by ACNIS International (France). The limits of the chemical composition of the material are given in Table 1. The material shows a quite strong anisotropy because it has been rolled during its industrial elaboration and due to its crystallographic structure. The manufacturing process of the plate is composed of different steps as presented in Fig. 2. After the operations of wire cutting and machining of the oblong hole, the blank is formed by a bending operation in a standard geometry. A microsanding treatment is then carried out on the part before assembly, laser marking and passivation. In the following study, the attention will be paid to the bending operation.

## 3. Mechanical behaviour

### 3.1. Experimental characterisation

During the bending operation, the material is strongly deformed. To characterise the mechanical behaviour of the material, various tensile tests are carried out on an INSTRON 4569 testing machine fitted with a load cell of 50 kN. These tests are performed on flat samples (Fig. 3) at a constant crosshead speed  $V = 2$  mm/min corresponding to a mean strain rate  $\dot{\epsilon}$  equal to approximately  $1 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ . The deformations of the samples are measured using an image analysis method (Vacher et al., 1999) which allows the determination of the displacement and consequently of the strain fields on the surface of the sample during the test. The stress (Cauchy stress) associated with these measurements (Hencky strains) is calculated as the load  $F$  per cross-section  $S$  such as  $\sigma_{11} = F/S = F/(l \times e)$  where  $l$  and  $e$  are the current width and thickness of the sample. If we note  $\epsilon_2$  the principal strain in the width direction and  $\epsilon_3$  the principal strain in the thickness of the sample, computed by assuming that the deformation of material is carried out in an isochoric way (i.e.  $\epsilon_v = \ln(V/V_0) =$

**Fig. 2 – Main steps of manufacturing.****Fig. 3 – Shape and dimensions in millimeter of the tensile sample.**

0),  $e$  and  $l$  are given by the basic relationships,  $l = l_0 \times \exp(\epsilon_2)$  and  $e = e_0 \times \exp(\epsilon_3) = e_0 \times \exp(-(\epsilon_1 + \epsilon_2))$  where  $l_0$  and  $e_0$  are the initial width and thickness of the sample. Obviously, when necking takes place, the stress state is no longer uniaxial since the curvature of the outline of the sample adds additional components to the stress tensor. Although corrections can be made (Bridgman correction for example), we consider that the effective stress is appreciably of the same order of magnitude as the component  $\sigma_{11}$ .

### 3.2. Stress-strain relation

The temporal variations in an axial profile of the sample of main logarithmic strain  $\epsilon_1$  are plotted in Fig. 4a. The selected profile corresponds to a column of 10 pixels of width (i.e. 0.65 mm) located at the center of the sample (column 7, Fig. 4b). The mechanical response corresponding to the intrinsic behaviour of the material is superimposed in Fig. 4a. The temporal pattern of strain reveals a strain localisation leading to the rupture increasing gradually within a zone located at two thirds of the height of the sample. The stress-strain relation obtained for a small representative elementary volume of  $4.5 \text{ mm}^3$  was located at the level of the necking (line 25, Fig. 4b).

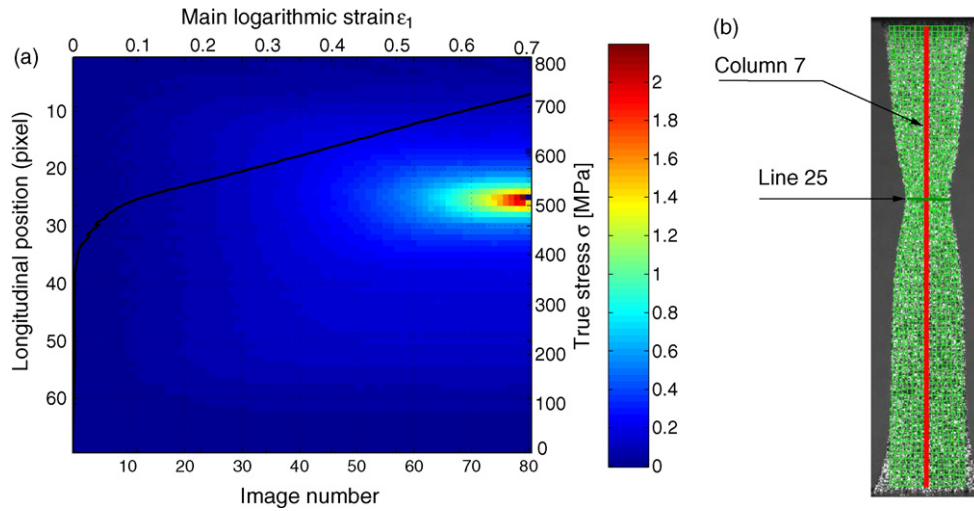
### 3.3. Anisotropy

The anisotropy of materials in the form of sheets is generally characterised by anisotropic coefficients also called Lankford coefficients. They are defined by the ratio between the transverse plastic strain rate and the thickness plastic strain rate:

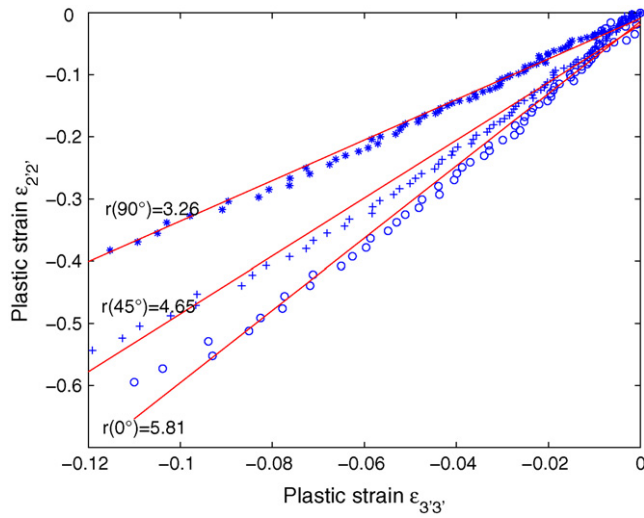
$$r(\theta) = \frac{\dot{\epsilon}_{2'2'}}{\dot{\epsilon}_{3'3'}} \quad (1)$$

For many metal alloys and for CP titanium, the Lankford coefficients remain constant in the range of large plastic strains.





**Fig. 4 – (a) Temporal variations of the main logarithmic strain and mechanical response for a CP titanium sample during a tensile test and (b) line and column position on the analysis grid.**



**Fig. 5 – Lankford coefficients.**

From an experimental point of view, these coefficients are given from the slope of the straight line of the representation of  $\epsilon_{2'2'}^p$  according to  $\epsilon_{3'3'}^p$  measured during a tensile test. Fig. 5 presents the obtained results for three tensile tests at 0°, 45° et 90° from the rolling direction (DL). The coefficients  $r_0$ ,  $r_{45}$  and  $r_{90}$  are identified by fitting a linear law of regression on the experimental data. The values shown in Table 2 lead to an average coefficient  $\bar{r} = (r_0 + 2r_{45} + r_{90})/4 = 4.59$ . This value, higher than one, is significant of a material having a good formability.

**Table 2 – Lankford coefficients for a CP titanium metal sheet**

Material	$r_0$	$r_{45}$	$r_{90}$	$\bar{r}$
CP titanium	5.81	4.65	3.26	4.59

## 4. Model identification

### 4.1. Constitutive equations

In order to reach a good agreement of the model with the experimental results presented above, a set of constitutive equations, taking a linear isotropic elastic behaviour and an anisotropic plastic behaviour into account, have been chosen. This anisotropic behaviour is modelled from a plastic point of view by Hill's criterion (Hill, 1948) expressed by the following equation:

$$f(\underline{\sigma}) = \left( \frac{1}{2}(F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{31}^2 + 2N\sigma_{12}^2) \right)^{1/2} \quad (2)$$

where  $F, G, H, L, M, N$  are the material parameters characterising the anisotropy. In the case of a material in the form of a metal sheet from which the assumption of plane stress can be made, this criterion amounts to an expression having only 4 parameters  $F, G, H$  and  $N$  since  $\sigma_{i3} = 0$ .

### 4.2. Material parameter identification

In the constitutive equations introduced into the previous section, six material parameters are involved, i.e. Young's modulus  $E$ , Poisson's ratio  $\nu$  and Hill's coefficients  $F, G, H$  and  $N$ . The different values of these parameters are reported in Table 3. Young's modulus of CP titanium is identified during a tensile test performed with conventional strain measurement

**Table 3 – Material parameters of CP titanium relative to the constitutive equations**

Parameters	$E$ (MPa)	$\nu$	$F$	$G$	$H$	$N$
Value	111,819	0.34	0.52	0.29	1.71	4.20

(INSTRON 2620-601 axial extensometer). In the literature, the commonly encountered value of Young's modulus is equal to approximately 110,000MPa, which corresponds to a relative error lower than 1.5% compared with the measured value. A Poisson's ratio  $\nu = 0.34$  is used without experimental checking. The identification of Hill's parameters is performed using Lankford coefficients (Rees, 1995, 1996). Using the associated plasticity theory, the flow rule defines the plastic strain rate proportional to the stress derivative of the yield locus ( $\dot{\epsilon}^p = \dot{\lambda} \cdot \partial f / \partial \sigma$ ). The set of Eq. (3) can be established to identify Hill's parameters.

$$\begin{cases} Gr_0 - H = 0 \\ Fr_{90} - H = 0 \\ (F + G)(2r_{45} + 1) - 2N = 0 \end{cases} \quad (3)$$

If the yield stress of plastic flow following the rolling direction  $\sigma_0$  is considered as reference, the relation (4) completes the system of equations.

$$\frac{1}{2}(G + H) - \left(\frac{\sigma_{eq}}{\sigma_0}\right)^2 = 0 \quad (4)$$

Fig. 6 shows the results of this identification. The red points correspond to the experimental yield stresses for the tensile tests carried out at 0° and 90°. Corresponding surfaces are plotted in full feature. A small difference between theoretical surfaces and experimental points can be noticed in particular for the direction at 90°. Within the strain range concerned by the forming process, the gap between experimental and numerical stress-strain curves can reach in this case approximately 30 MPa, which corresponds to a relative error equal to about 5%.

## 5. Numerical simulation

### 5.1. FEM model

This section presents the ability of the approach to simulate, with the commercial finite element code ABAQUS, the forming operation of the scoliotic instrumentation. The numerical

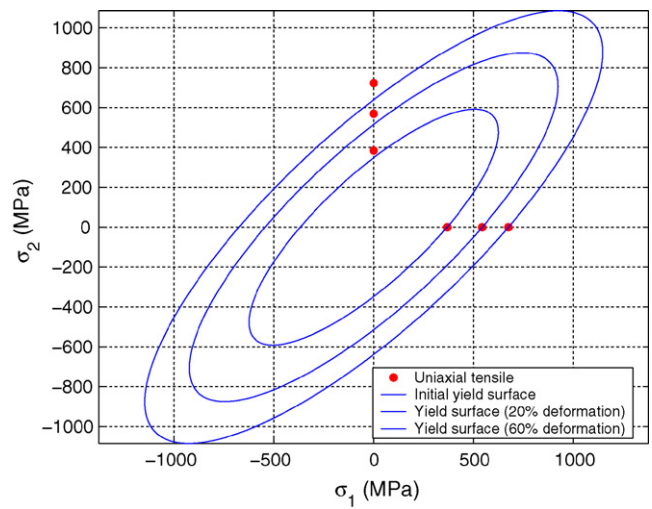


Fig. 6 – Hill's yield surface for CP titanium.

model is composed of a die and a punch (Fig. 7a) considered as rigid analytical surfaces. A fine mesh (Fig. 7b) of the blank is carried out using shell type elements (S3R) with 5 integration points in a 0.5 mm thickness. The work hardening of the material is introduced as tabular data within the code from results coming from the tensile test following the rolling direction. The contact between tools (punch and die) and blank is described according to a Coulomb's type law with a constant friction coefficient  $\mu = 0.10$ . The forming step is performed in ABAQUS/Explicit and corresponds to a moving down of the punch. The results from the forming simulation are then imported into ABAQUS/Standard and a static analysis calculates the springback. During this step an artificial stress state that balances the imported stress state is applied and gradually removed during the step.

### 5.2. Results and analysis

In order to check the relevance of the numerical model, a part has been manufactured by the industrial partner. The outline of the part (corresponding to the red line in Fig. 8a) has

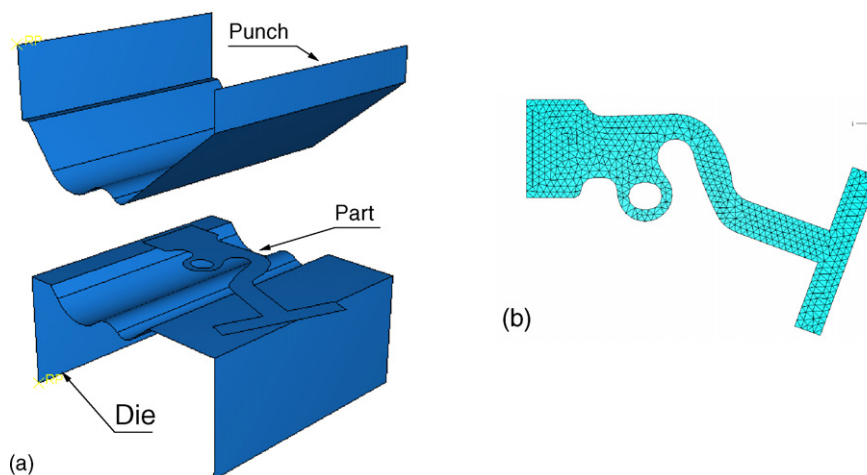
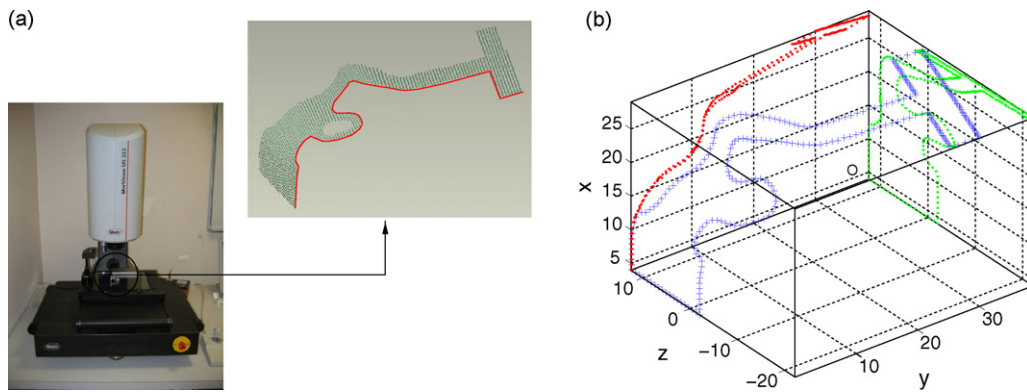
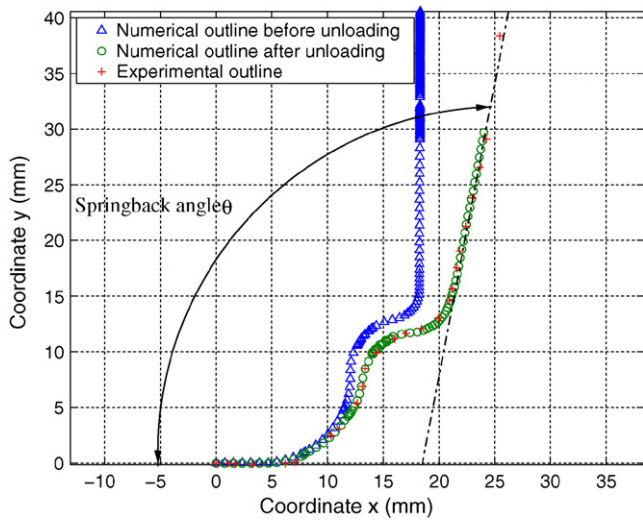


Fig. 7 – Finite element model: tooling (a) and FE mesh of the part (b).



**Fig. 8 – (a) Geometry of the part scanned with 3D-CMM (MarVision MS 222) fitted with a laser sensor (the line in red represents the outline used for comparison with the numerical simulation) and (b) numerical 3D outline after unloading of the tooling with its projections in the  $(O, \bar{x}, \bar{y})$  and  $(O, \bar{x}, \bar{z})$  planes. (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of the article.)**



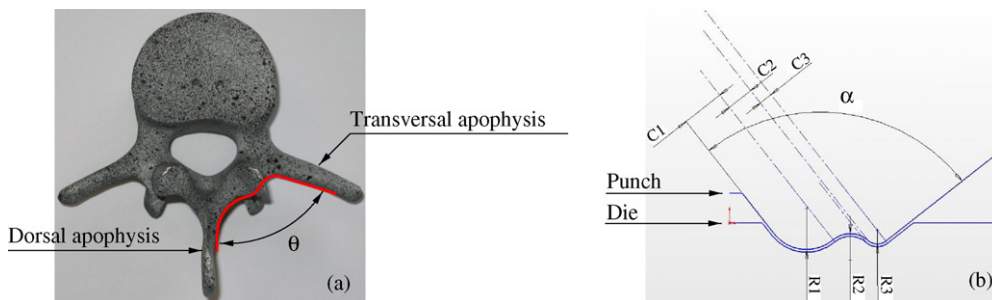
**Fig. 9 – Comparison of the part outline predicted by numerical simulation with experimental measurements.**

been obtained from 3D-CMM measurements with a laser sensor. The numerical outline of the part with both projections in  $(O, \bar{x}, \bar{y})$  and  $(O, \bar{x}, \bar{z})$  plans is depicted in Fig. 8b. When the punch reaches its maximum stroke, the geometry of the part is similar to that of the tooling. The material is then strongly

deformed in particular near the tooling radii. In this region, the equivalent plastic strain  $\epsilon_{eq}^{pl}$  reaches a maximum value of 0.2 which represents a quarter of the strain range investigated during the tensile test. During the unloading of the punch, the progressive relaxation of residual stresses leads to an opening of the part characterised by the angle of springback  $\theta$  (Fig. 9). The springback takes place in all directions. Nevertheless, as the angle is weak in the  $(O, \bar{x}, \bar{z})$  plan, we will not focus our attention on this plan. To quantify the influence of springback, a comparison between part geometry before and after unloading has been made. This analysis reveals a springback angle equal to  $10.64^\circ$  since the geometry of the part passes successively from a right angle (angle of the tools) to an angle  $\theta^{num} = 100.64^\circ$ . The angle measured on the manufactured part corresponds to an angle  $\theta^{exp}$  of  $103.25^\circ$ . The relative error made by the numerical model is equal to  $\Delta\theta/\theta \approx 2.5\%$ .

### 5.3. Parametric study

The springback control is very important in scoliotic instrumentation manufacturing because the implant must follow the contours of the vertebral arc as well as possible (Fig. 10a). In addition, in a step of development of “customised” implants, the manufacturer has to be able to define the geometry of tools from X-rays of the patient. This parametric study aims at finding the relation between the angle  $\alpha$  of the tools (Fig. 10b) and the actual angle measured on the manufactured parts. In this



**Fig. 10 – (a) Positioning of the implant on the vertebral arc and (b) main geometric parameters of tooling.**

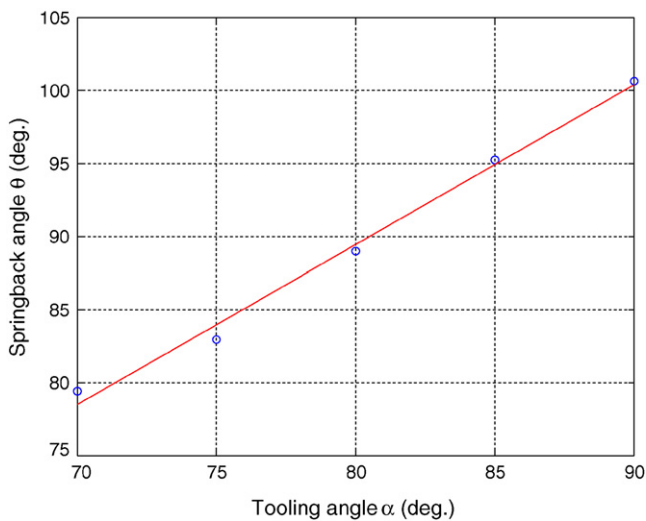


Fig. 11 – Springback angle  $\theta$  according to tooling angle  $\alpha$ .

way, five numerical simulations for angles of tools  $\alpha$  of  $90^\circ$ ,  $85^\circ$ ,  $80^\circ$ ,  $75^\circ$  and  $70^\circ$  were carried out (from an anatomic point of view, the angle between the spinous and transverse apophyses remains lower than  $90^\circ$ ). During this study, dimensions C1, C2, C3 and radii R1, R2, R3 are unchanged. The calculated springback angle according to the tooling angle is presented in Fig. 11. The results highlight an angle  $\theta$  almost proportional to the angle  $\alpha$  of tools. The difference  $\delta = \theta - \alpha$  is always equal to about  $10^\circ$ .

## 6. Conclusion

Experimental analysis of commercially pure titanium behaviour has been investigated thanks to uniaxial tensile tests during which a full-field measurement method has been used. The obtained results have allowed to highlight the intrinsic behaviour of material and to identify the material parameters of an anisotropic elastic-plastic model. A finite element model has been used to simulate sheet metal forming by bending of a plate used in surgical instrumentation dedicated to the correction of scoliotic instrumentation. A good agreement between numerical results and measurements in terms of part outline has been obtained. This is due to the fact that the mechanical behaviour of the material has been described with precision notably by taking anisotropy of CP titanium into account and because the springback

after bending has not been neglected. The parametric study has provided useful information about the influence of the opening angle of the tooling on the geometry of the final part. Of course, this study has been relatively simplified since tooling radii have been unchanged. A complete study using design of experiments and taking the influence of all the parameters and their interactions into account could then be considered in a near future.

## REFERENCES

- Cheng, X., Roscoe, Sh.Sh.G., 2005. Corrosion behavior of titanium in the presence of calcium phosphate and serum proteins. *Biomaterials* 26, 7350-7356.
- Fuh-Kuo, Ch., Kuan-Hua, Ch., 2005. Stamping formability of pure titanium sheets. *J. Mater. Process. Technol.* 170, 181-186.
- Gonzalez, J.E.G., Mirza-Rosca, J.C., 1999. Study of the corrosion behavior of titanium and some of its alloys for biomedical and dental implant applications. *J. Electroanal. Chem.* 471, 109-115.
- Grenier, M., Dubé, D., Adnot, A., Fiset, M., 1997. Microstructure and wear resistance of CP titanium laser alloyed with a mixture of reactive gases. *Wear* 210, 127-135.
- Hill, R., 1948. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proc. R. Soc. Lond.* A193, 281-297.
- Koike, M., Cai, Z., Fujii, H., Brezner, M., Okabe, T., 2003. Corrosion behavior of cast titanium with reduced surface reaction layer made by a face-coating method. *Biomaterials* 24, 4541-4549.
- Liu, J.-M., Chou, S.-S., 1999. Study on the microstructure and formability of commercially pure titanium in two-temperature deep drawing. *J. Mater. Process. Technol.* 95, 65-70.
- Nagasekhar, A.V., Chakkingal, U., Venugopal, P., 2006. Candidature of equal channel angular pressing for processing of tubular commercial purity-titanium. *J. Mater. Process. Technol.* 173, 53-60.
- Rees, D.W.A., 1995. Plastic flow in the elliptical bulge test. *Int. J. Mech. Sci.* 37, 373-389.
- Rees, D.W.A., 1996. Sheet orientation and forming limits under diffuse necking. *Appl. Math. Modell.* 20, 624-635.
- Satoh, J., Gotoh, M., Maeda, Y., 2003. Stretch-drawing of titanium sheets. *J. Mater. Process. Technol.* 139, 201-207.
- Simbi, D.J., Scully, J.C., 1996. The effect of residual interstitial elements and iron on mechanical properties of commercially pure titanium. *Mater. Lett.* 26, 35-39.
- Stolyarov, V.V., Shuster, L.Sh., Migranov, M.Sh., Valiev, R.Z., Zhub, Y.T., 2004. Reduction of friction coefficient of ultrafine-grained CP titanium. *Mater. Sci. Eng. A* 371, 313-317.
- Vacher, P., Dumoulin, S., Morestin, F., Mguil-Touchal, S., 1999. Bidimensional strain measurement using digital images. *Proc. Inst. Mech. Eng.* 213, 811-817.

# Finite element study and sensitive analysis of the deep-drawing formability of commercially pure titanium

A. Le Port · F. Toussaint · R. Arrieux

Received: 17 June 2008 / Accepted: 28 January 2009 / Published online: 17 February 2009  
© Springer/ESAFORM 2009

**Abstract** This paper describes a 3D finite element model used for optimizing the deep-drawing formability of a commercially pure titanium cap designed for the cosmetic industry. The results obtained from a specific tooling and various tensile tests highlight a strong anisotropic behavior of the material (earing profile on the parts and Lankford coefficients very sensitive to the loading direction). The mechanical behavior taking this anisotropy into account is described according to an elastic-plastic model based on the quadratic Hill's criterion. A special attention is paid to studying the sensitivity of the FEM predictions with respect to the numerical parameters. The type and number of elements in the thickness of the blank and the friction coefficient have a significant influence on the numerical results. The comparison with the experiments taking the springback into account shows that the FE model is suitable for describing the behavior of titanium during a forming process such as deep-drawing. A Forming Limit Diagram is finally given to predict the feasibility and optimize the forming operation.

**Keywords** Deep-drawing · Titanium · Numerical simulation · Anisotropic behavior

## Introduction

The market of metallic packaging is subjected to strong business competition. In order to remain competitive, the manufacturers of the sector, like many others, are bound to innovate either by using more powerful forming processes, or to opt for materials whose properties are more interesting than those of traditional alloys. With its luxury connotation, titanium is a relatively attractive material for high quality packaging of cosmetic products but its cold forming is complex to carry out because of a strongly anisotropic behavior.

The optimization of the forming process can obviously be done from the operator's experience but involves an important number of tests. In addition, these debugging steps performed within the engineering and design departments and within the sites of production are very expensive. The numerical simulation consequently proves to be an interesting tool to optimize the forming operations but requires the development of a predictive FE model and adapted to describe the behavior of titanium. Taking the strong anisotropy of this material into account, due in particular to the complexity of the interactions between microstructures, active mechanisms of deformation and crystallographic texture, many academic works aim at describing the behavior of titanium and its alloys from a micro-mechanical approach [1–3]. For the moment, despite the efforts, research is not yet sufficiently completed to be able to transpose modelling on a macroscopic scale in a reliable way and to have realistic computing times

---

A. Le Port · F. Toussaint (✉) · R. Arrieux  
Laboratoire Systèmes et Matériaux pour la Mécatronique (SYMME), Polytech'Savoie, BP 80439,  
74944 Annecy le Vieux Cedex, France  
e-mail: Franck.Toussaint@univ-savoie.fr

### Present Address:

A. Le Port  
Laboratoire d'Ingénierie des Matériaux de Bretagne (LIMATB), rue de Saint-Maudé, BP 92116,  
56321 Lorient Cedex, France

in the case of industrial problems. For this reason, the numerical simulation of material forming with macroscopic models constitutes the only realistic alternative. This kind of approach will be the only one considered in this paper.

If scientific papers devoted to improve the mechanical properties of CP titanium, to study its behavior in corrosion or its friction resistance are numerous, the references concerning the sheet forming processes and their numerical analyses with macroscopic behaviour models are desperately poor. The study undertaken by Chen and Chiu [4] is certainly the most interesting from an experimental point of view insofar as the authors investigate the behavior of CP titanium with mechanical tests for temperatures ranging from ambient to 300°K and on a broad range of strain rates. On the other hand, no numerical model of behavior is identified.

In addition, it is admitted that the greatest number of finite element analyses performed in the case of industrial sheet forming is based on the well-known quadratic Hill's criterion [5]. Reasons for this choice lie in the relative simplicity of this criterion, a more elaborate criterion would require the development of multi-axial tests often linked with a more complex analysis of the results.

If the constitutive equations of the mechanical behavior and the method of material parameter identification play an important role in the numerical results provided by the finite element code [6, 7], these points are not the only ones ensuring the precision and the reliability of these results. Indeed, the parameters related to the finite element model (type and element number, interactions, forming steps...) are quite as important. This last aspect whose bibliographical references are very scattered and incomplete also constitutes one of the concerns of this paper.

The present study is focused on the deep-drawing forming of a Commercially Pure (CP) titanium cap for the cosmetic industry. The material behavior (“Material and deep drawing process”) is studied by means of specific deep-drawing tooling and various tensile tests. The strongly anisotropic behavior highlighted in this section is described using an elastic-plastic model based on Hill's criterion. This modelling is used as entrance point within the numerical investigation presented in “Numerical investigation”. In addition to the critical study linked to the type and the number of elements in the thickness of the blank, a strategy of identification of the friction coefficient blank/tooling and analyzes of springback are presented and discussed. The numerical results are finally compared in “Results and discussion” with experiments. A Forming Limit

Diagram (FLD) is finally defined in order to optimize the deep-drawing process.

## Material and deep drawing process

### Material behavior

The studied material is a Commercially Pure (CP) titanium of 0.5 mm thick rolled sheets provided by ACNIS International (France). The mechanical behavior of CP titanium has been investigated with various tensile tests performed along different directions (0°, 45° and 90°) with respect to the Rolling Direction (RD). These tests have been carried out on an INSTRON 5569 testing machine fitted with a 50 kN load cell at a constant cross-piece velocity equal to 2 mm/min. In order to obtain an accurate measurement of the strain during the elastic loading, an axial extensometer INSTRON 2620-604 has been used, while the plasticity and anisotropy have been studied with a Digital Image Correlation (DIC) method [8]. Particular properties of stress-strain curves are presented in Table 1. CP titanium shows a highly anisotropic elastic behavior since Young's moduli are different for the three angles following the rolling direction. Moreover, Lankford coefficient values indicate a high level of plastic anisotropy. In this study, as we focused on the behavior of titanium during deep-drawing forming processes involving large strains, elastic anisotropy is not taken into account. So Young's modulus  $E$  is 111819 MPa and Poisson's ratio  $\nu$  is 0.34. The work-hardening of the material is introduced as tabular data within the code from results coming from the tensile test following the rolling direction [9]. The plastic anisotropic behavior is modelled by Hill's criterion:

$$f(\underline{\underline{\sigma}}) = \left( \frac{1}{2} \left( F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{31}^2 + 2N\sigma_{12}^2 \right) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

**Table 1** Mechanical properties of CP titanium

Angle from RD	Young's modulus $E$ (MPa)	Elastic strength $Rp$ 0.2% (MPa)	Lankford coef. $r$
0°	105700	312	2.11
45°	115750	319	3.71
90°	119260	349	4.85

where  $F, G, H, L, M, N$  are Hill's parameters. In the case of a material in the form of a metal sheet from which the assumption of plane stress can be made, this criterion amounts to an expression having only 4 parameters  $F, G, H$  and  $N$  since  $\sigma_{i3} = 0$ . In the finite element code Abaqus, these parameters are linked to the yield stress ratio  $R_{ij}$  and subsequently to the Lankford coefficients [10] such that:

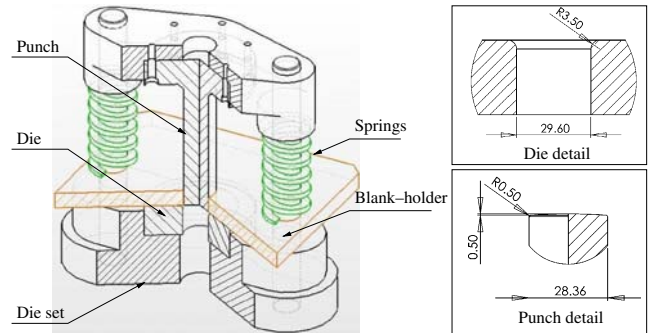
$$R_{22} = \sqrt{\frac{r_{90}(r_0 + 1)}{r_0(r_{90} + 1)}} \quad R_{33} = \sqrt{\frac{r_{90}(r_0 + 1)}{r_0 + r_{90}}}$$

$$R_{12} = \sqrt{\frac{3r_{90}(r_0 + 1)}{(2r_{45} + 1)(r_0 + r_{90})}} \quad (2)$$

This procedure identification leads to the following values:  $R_{11} = 1, R_{22} = 1.105, R_{33} = 1.472$  and  $R_{12} = 0.879$ .

Deep drawing device

A specific device has been used to perform deep-drawing experiments. This device has been designed so as to avoid aspect defects (wrinkles for example) and respect the tolerances of the definition drawing of the formed part (Fig. 1). The device consists of a tool-set composed of a die, a punch and a blank holder mounted on a die-set (Fig. 2). The deep-drawing device is put on the INSTRON 5569 testing machine fitted with the 50 kN load cell. The mobile crosshead is used to ensure the displacement of the punch following a

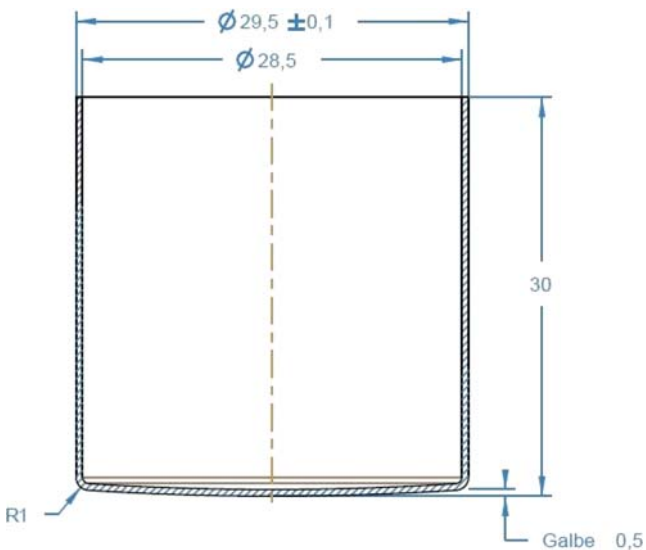


**Fig. 2** Deep-drawing device with punch and die details (dimensions in mm)

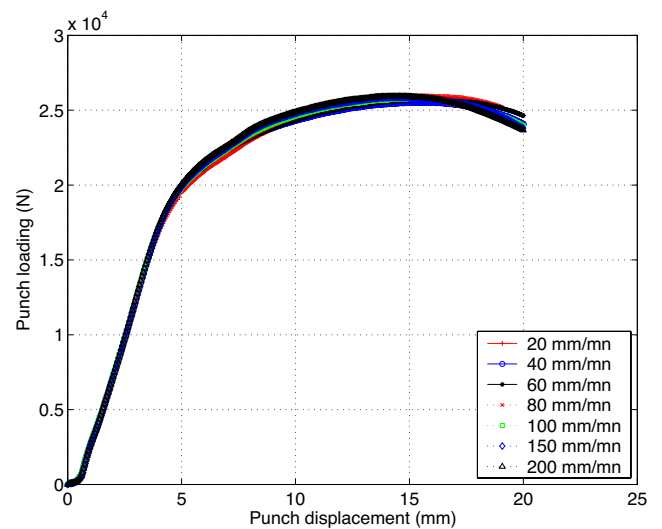
constant speed. The initial blanks are obtained thanks to a home-made cutting-tool-set mounted on the same die-set. During each test, a MoS2 lubricant is sprayed on the parts in contact with the blank in order to reduce the friction. During the punch displacement, the blank-holder applies a loading thanks to springs of stiffness  $k = 123 \text{ N/mm}$  on the blank placed on the die. The displacement and the applied load on the punch are recorded with a frequency of 20 Hz.

Influence of deep-drawing speed

The effects of deep-drawing speed have been investigated by performing various tests using punch speeds in a range of 20 to 200 mm/min. Figure 3 shows the punch loading according to the imposed displacement for each test. The slight variations between the curves are



**Fig. 1** Desired formed part (dimensions in mm)

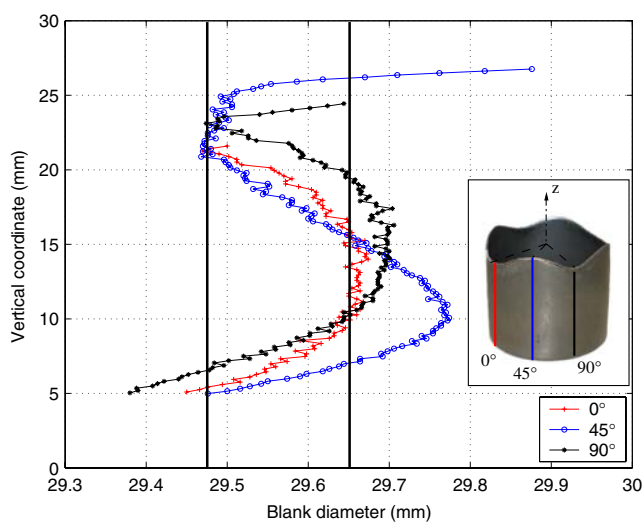


**Fig. 3** Punch loading versus displacement at various punch speeds ranging from 20 to 200 mm/mn

assumed to be caused by the displacement of the tools and the differences in lubricating conditions between the tests. These results and the fine examination of the formed part lead to the conclusion that no influence of the deep-drawing speed could be highlighted in the tested range of velocity, meaning that titanium can be deep-drawn at a high speed-rate allowing its use in industry. Moreover the numerical simulation of the deep-drawing of titanium is simplified because it is not necessary to use a strain-rate dependent model.

### Geometrical observations

Titanium sheets are known to show a significant anisotropic behavior. To observe closely the effect of the anisotropy of titanium, scans have been performed with a 3D-CMM (MarVision MS222) fitted with a laser sensor on a deep-drawn cap along  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  and  $90^\circ$  lines following rolling direction. As expected, the results illustrated in Fig. 4 exhibit a large anisotropy. The three sections highlight strong differences in their repartition of diameter. Nevertheless, the dimensional trends are similar in each direction to the rolling direction. From the bottom of the cap to a height of 22 mm, a bulge of the diameter is observed. This is due to the radius of 1 mm that leads to high stress concentration at the bottom of the cap. When the deep-drawing tools are released, this stress concentration tends to relax by deforming the bottom of the cap. Above 23 mm, the diameter increases because of the relaxation of the anisotropic ears which are not constrained anymore.



**Fig. 4** Laser scanned profiles along  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  and  $90^\circ$  lines following rolling direction for a deep-drawn cap

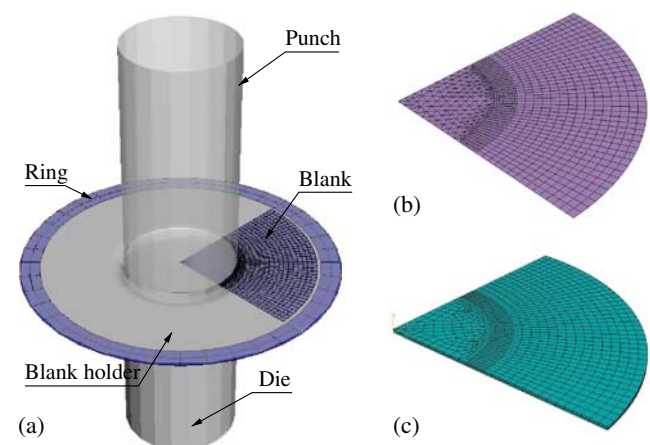
## Numerical investigation

### FEM model

The deep-drawing simulations are achieved using the FE code Abaqus. Because of the anisotropy of the material, the simulation has been carried out using a 3D analysis, modelling only a quarter of the blank. Appropriate boundary conditions have been imposed at the symmetry axes. The geometry of the FE model (Fig. 5a) is the same as experimental tools. It is composed of a punch, a die and a blank-holder considered as rigid analytical surfaces. A ring is introduced between the die and the blank-holder in order to prevent the blank-holder from crossing the die when the blank is completely drawn (contact constraints cannot be applied between rigid parts in ABAQUS). It is a deformable part for which an isotropic elastic behavior has been affected. Young's modulus is 210000 MPa and Poisson's ratio is 0.3. A fine meshing of the blank is carried out with shell (Fig. 5b) or solid (Fig. 5c) elements with more precision in the region of the punch diameter.

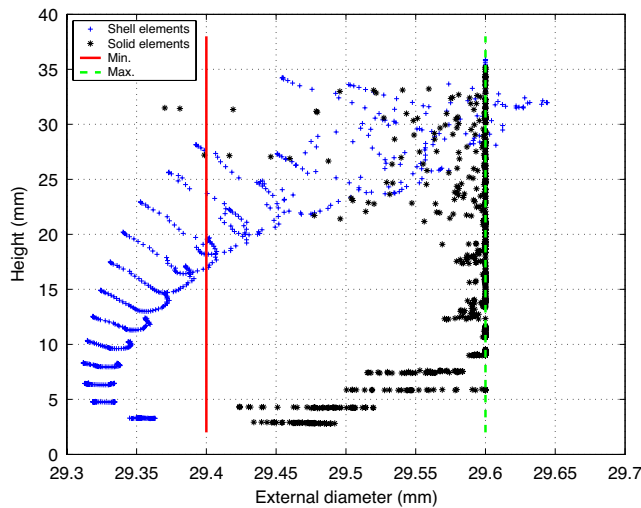
### Critical comparison of shell and solid elements

For shell elements, the blank is meshed with 340 S3R elements (3-node triangular thick shell) and 1000 S4R elements (4-node quadratic thick shell). The literature offers many papers dealing with the amount of Integration Points (IPs) necessary to perform forming simulations. The conclusions of these papers are contradictory and the amount of advised IPs varies between 5 [11] and 50 [12]. A high number of IPs allows to have a good reproduction of the stress discontinuity through the thickness, but this can be achieved with



**Fig. 5** Finite Element model: **a** tooling, **b** and **c** respectively shell and solid type meshing of the blank

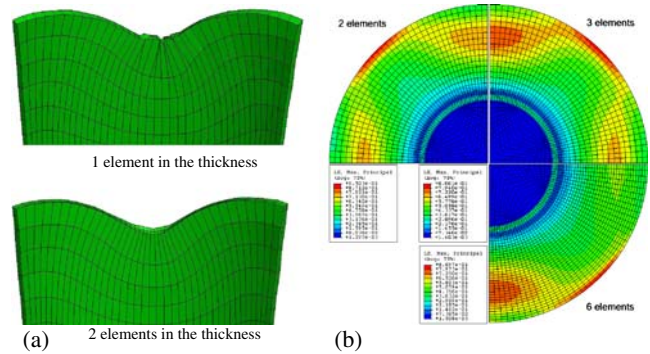




**Fig. 6** Height of the cap versus external diameter for shell and solid elements

a through-thickness integration scheme that places the IPs where discontinuities appear [13], thus reducing their amount and improving the reliability. In this study it was decided to use 5 integration points through the thickness of 0.5 mm using the Gauss integration method for simplicity and compatibility reasons. For solid elements, the blank is meshed with 3561 elements C3D8R (8-node linear brick) with 3 elements in the thickness. The CPU time<sup>1</sup> for the simulation is obviously higher for solid elements (2.18 h) than for shell ones (1.20 h). One of the requirements of the FE model is to deliver reliable information in terms of geometry of the deep-drawn part. In order to compare both simulations, Fig. 6 presents the variation of the diameter of the nodes on the outer surface of the simulated drawn part along the height. The vertical lines show the limits of the tolerance. Although the deep drawing tooling has been designed so as to respect the tolerances of the definition drawing, it can be seen that with shell elements, a large amount of nodes are out of the tolerances, meaning that the contact conditions are poorly defined. Indeed, the contact is effective at half the distance of the middle plane of the shell and the thickness is calculated from the strain state. So there are parts of the blank that are in contact with the tools and which thickness is higher than initially, in that case the simulated part crosses the tools, which is physically impossible. This is the case in the top part of the cap. With solid elements, this problem does not occur because the contact constraint are directly applied on the nodes in contact. Shell elements are interesting in many cases, but they are

<sup>1</sup>processor: 3GHz, RAM: 512 Mo.



**Fig. 7** Influence of the number of elements in blank thickness. **a** Comparison of mesh distortion on the periphery of the blank for 1 and 2 elements, **b** comparison of strains on blank flat shapes

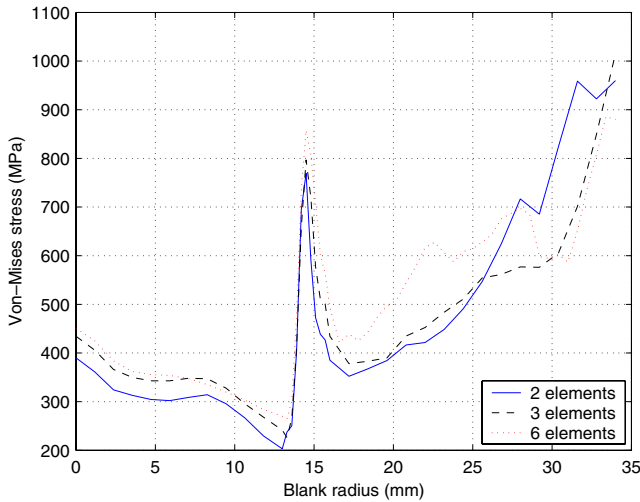
not appropriate in a geometric study involving contact conditions and changes of thickness.

### Number of element in the thickness

In order to simulate the forming process of CP titanium correctly, various simulations have been performed with one, two, three or six elements in the 0.5 mm thickness. Obviously, from a computation time point of view, a numerical simulation with one element in thickness is faster than simulations with two elements (1.12 h versus 2.30 h). Fig 7a presents the earing profile when one or two elements are used. This comparison highlights an inaccurate representation of the blank profile due to mesh distortion when only one element is used in the thickness. Conversely, a number of two, three or six elements in the thickness has not significantly improved the predictions of the numerical simulations. The repartitions of strain on the outer edge of the cap presented in Fig. 7b and the stress values on the sensitive region of the blank (Fig. 8) are similar in each case. So only the single-element case has been invalidated and two elements in the thickness are enough to obtain reliable results.

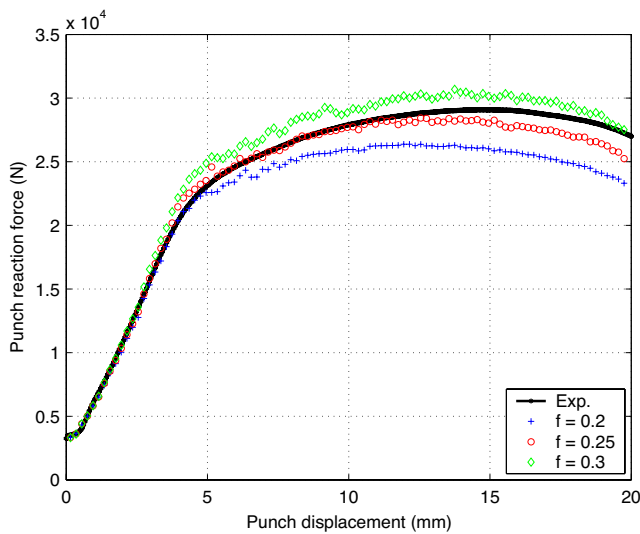
### Friction coefficient identification

The friction coefficient plays an important role on the numerical results of the deep drawing process. Obviously, its experimental identification is possible but a specific apparatus such as a pin-on-disc tribological device [14] is needed. Moreover the result exploitations of this kind of test are not straightforward either because the friction coefficient is dependent on various parameters such as the velocity, the temperature, the rugosity... Because of its significant influence on the punch force, the chosen procedure of identification



**Fig. 8** Comparison of Von-Mises stresses on the outer 45° section of the blank for different amounts of elements in the thickness

consists in adjusting the numerical value of the friction coefficient until the curve of the punch reaction force versus the punch displacement fits the experiments. Figure 9 shows the experimental and calculated punch reaction forces for different friction coefficients. An increase of the punch reaction force is observed when the friction coefficient grows. The best fit (even though the maximum punch reaction force is slightly underestimated) is obtained with a value equal to 0.25. The difference between the experimental and the simulated curves can be attributed to the fact that the friction



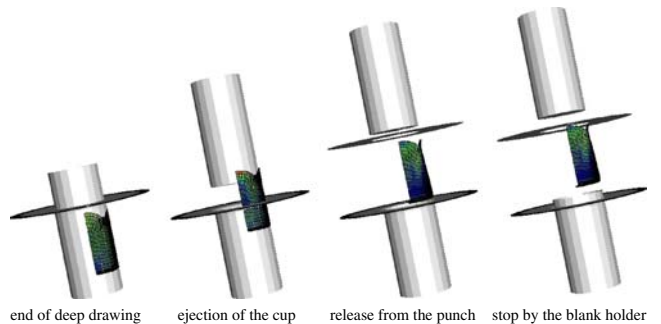
**Fig. 9** Comparison between experimental and calculated punch reaction forces for different Coulomb friction coefficients

coefficient is not the same between all the parts and at every time.

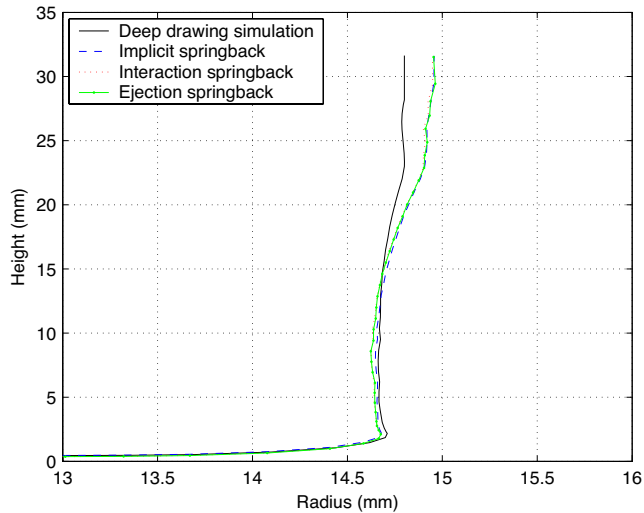
**Results and discussion**

Springback analysis

Springback is a major problem in the deep-drawing process. When the tools are released after the forming stage, the part springs back due to the action of internal stresses. In many cases, the shape deviation is too large and springback compensation is necessary. The deep-drawing tools are changed so that the geometry of the part fulfills the geometrical requirements after springback [15]. With an aim of precisely knowing the geometry of the part to ensure the final assembling, various possibilities were considered for the simulation of the stage of tooling removal. Figure 10 presents a realistic method where the tools are kept with kinematics corresponding to unloading (ejection springback). This method makes it possible to obtain the geometry of the part after springback with precision but implies very long computing times. Without harming the quality of the results, two easier approaches have been tested. The first approach (interaction springback) consists in adding in the forming simulation a step where all interactions between the blank and the tools are canceled. Since the simulation uses an explicit solver, care was taken to damp the oscillations caused by the brutal loss of contact. For the second approach (implicit springback), the results of the ABAQUS/Explicit forming simulation are imported into ABAQUS/Standard and a static analysis calculates the springback. During this step, an artificial stress state that balances the imported stress state is applied and gradually removed during this step. For each springback approach, the profile of the cup for a section at 45° to rolling direction is plotted on Fig. 11. The three springback approaches considered exhibit a very similar behavior, so only the



**Fig. 10** Ejection steps for the realistic method

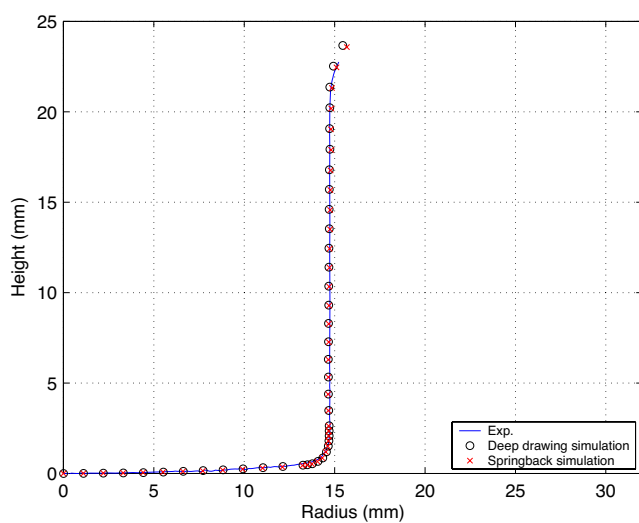


**Fig. 11** Comparison of the numerical profiles of the cup for each springback approach

simplest approach (implicit springback) is considered in this paper.

Geometric comparison

In order to check the relevance of the numerical model, a part has been deep-drawn using the tooling presented in “Deep drawing device”. The blank diameter is 60 mm for a forming depth of 25 mm. The comparison between the measured outline of the part and the numerical results for a section along the rolling direction is shown in Fig. 12. The first observation is that the numerical results offer a very good representation of

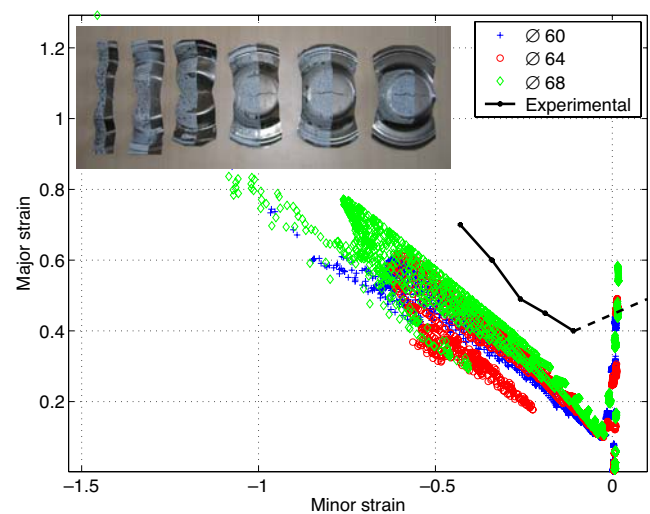


**Fig. 12** Comparison between the measured outline of the part and the numerical results for a section along the rolling direction

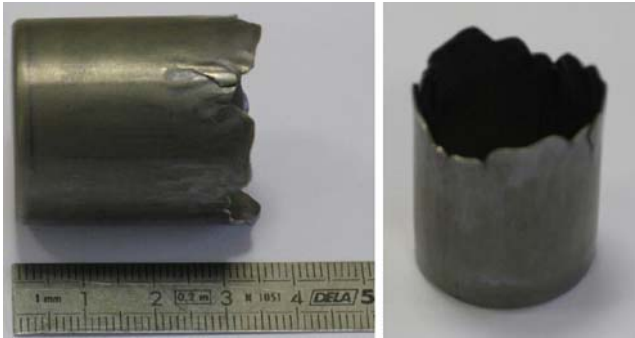
the measured outline of the part. The profile obtained after simulation of the springback is very close to the experimental one. The curving distance decreases at the bottom of the cap and the diameter increases at its top.

Deep-drawing criterion

The results presented above have highlighted the capability of the FE model to simulate the plastic flow of titanium during the deep-drawing operation. But this tool is not sufficient to predict the feasibility of the forming operation and in particular the onset of localized necking. The criterion proposed here is the classical Forming Limit Diagram (FLD). The used experimental procedure is based on image analysis by the correlation method [16]. The samples are strips of widths varying between 20 mm to 140 mm. They are strained up to fracture by a hydraulic press fitted with a Marciniak’s device composed of a flat headed cylindrical punch (diameter 100 mm), a circular die and a blank-holder. When the images up to the onset of necking are recorded, the image analysis software “7D” calculates the maximum and minimum main strains, which subsequently allows to plot the forming limit diagram of material (Fig. 13). Numerical results of deep-drawing simulations with blanks of diameter 60 mm, 64 mm and 68 mm are compared to these experimental data. In spite of the fact that experiments have failed to provide FLD data for positive values of minimum main strain, a straight line has been drawn to represent the expected shape of the FLC according to the results of Chen [4] obtained on the same titanium. It appears that



**Fig. 13** FLD predictions for the CP titanium using Hill’s criterion and comparison with experiments



**Fig. 14** Images of a cap obtained with a 68 mm initial blank diameter formed with two deep-drawing stages

the blanks with a diameter over 64 mm cannot be deep-drawn successfully. This point was checked using the device of the Section [Deep drawing device](#). Thus, the cap cannot be formed at room temperature with only one stage.

#### Adjustment of some parameters of the process

According to the above results, the maximum blank diameter that can be deep-drawn is 60 mm. The LDR value for this diameter  $LDR = \frac{D_{blank}}{D_{punch}} = \frac{60}{28.4} = 2.11$ . Thus, the punch diameter necessary to deep-draw a 68 mm blank diameter  $D_{punch} = 68 \times 2.11 = 32.23$  mm. So by using a punch with a diameter of 32.23 mm, a blank of diameter 68 mm should be successfully deep-drawn. A die set with a punch of diameter 33 mm was available, so it has been used to deep draw a 68 mm blank diameter. As expected, the forming operation was successful, even though there were wrinkles caused by a too large blank-holder diameter. The obtained part has been re-drawn with the original die set in order to obtain the required geometry (Fig. 14). Because of the remaining wrinkles the aesthetic aspect of the cap is not acceptable. Nevertheless, it has been proven that the required part can be obtained with a 68 mm initial blank diameter using two deep-drawing stages and by respecting the cap height of 30 mm.

#### Conclusion

The deep-drawing formability of a commercially pure titanium was studied in order to ensure the manufacturing capability of a cap for cosmetic products by the metallic packaging industry. The results first obtained with a specific deep-drawing device and various tensile

tests made it possible to highlight the anisotropic behavior of the material. This strongly anisotropic behavior described in this study from an elastic plastic model based on the well-known Hill's criterion is fundamental to describe the geometry of the formed part. However the behavior law does not constitute the only parameter making it possible to ensure the precision and the reliability of the numerical results. It was shown that the type and the number of elements (in particular in the thickness) as well as the friction coefficient had an important influence on the calculation results. In addition, the springback calculation was necessary to predict with precision the geometry of the cap and to ensure the final assembly of the parts. From a practical point of view, the FLD determined using an image analysis method made it possible to optimize the forming process. A suitable part was obtained with only two deep-drawing stages at room temperature. An optimization of the shape of the blank [17–19] in order to reduce or even remove the earing profile and a meticulous study of friction during forming should allow to improve the aesthetic quality of the cap for such luxury cosmetic products.

#### References

1. Fundenberger JJ, Philippe MJ, Wagner F, Esling C (1997) Modelling and prediction of mechanical properties for materials with hexagonal symmetry (zinc, titanium and zirconium alloys). *Acta Mater* 45:4041–4055
2. Stevenson R, Breedisu JF (1975) Cyclic deformation of commercial-purity titanium. *Acta Metall* 23:1419–1429
3. Tomé CN, Maudlin PJ, Lebensohn RA, Kaschner GC (2001) Mechanical response of zirconium I. Derivation of a polycrystal constitutive law and finite element analysis. *Acta Mater* 49:3085–3096
4. Chen F-K, Chiu K-H (2005) Stamping formability of pure titanium sheets. *J Mater Process Technol* 170:181–186
5. Hill R (1948) A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proc R Soc Lond A* 193:281–297
6. Flores P, Duchêne L, Bouffieux C, Lelotte T, Henrard C, Pernin N, Van Bael A, He S, Duflou J, Habraken AM (2007) Model identification and FE simulations: effect of different yield loci and hardening laws in sheet forming. *Int J Plast* 23:420–449
7. Duchêne L, Habraken AM (2005) Analysis of the sensitivity of FEM predictions to numerical parameters in deep drawing simulations. *Eur J Mech A Solids* 24:614–629
8. Vacher P, Dumoulin S, Morestin F, Mguil-Touchal S (1999) Bidimensional strain measurement using digital images. *Proc Inst Mech Eng* 213:811–817
9. Toussaint F, Tabourot L, Ducher F (2008) Experimental and numerical analysis of the forming process of a CP titanium scoliotic instrumentation. *J Mater Process Technol* 197:10–16

10. Rasmussen KJR, Burns T, Bezkorovainy P, Bambach MR (2003) Numerical modelling of stainless steel plates in compression. *J Constr Steel Res* 59:1345–1362
11. Xu WL, Ma CH, Li CH, Feng WJ (2004) Sensitive factors in springback simulation for sheet metal forming. *J Mater Process Technol* 151:217–222
12. Wagoner RH, Li M (2007) Simulation of springback: through-thickness integration. *Int J Plast* 23:345–360
13. Meinders T, Burchitz IA, Bonte MHA, Lingbeek RA (2008) Numerical product design: springback prediction, compensation and optimization. *Int J Mach Tools Manuf* 48:499–514
14. Krol S, Zalisz Z, Hepner M (2005) Comparison of the friction and wear properties of titanium and oxidised titanium in dry sliding against sintered high speed steel HS18-0-1 and against C45 carbon steel. *J Mater Process Technol* 164–165:868–875
15. Lingbeek R, Huétink J, Ohnimus S, Petzoldt M, Weiher J (2005) The development of a finite elements based springback compensation tool for sheet metal products. *J Mater Process Technol* 169:115–125
16. Vacher P, Haddad A, Arrieux R (1999) Determination of the forming limit diagrams using image analysis by the correlation method. *CIRP Ann* 48:227–230
17. Shim H, Son K, Kim K (2000) Optimum blank shape design by sensitivity analysis. *J Mater Process Technol* 104:191–199
18. Vahdat V, Santhanam S, Chun YW (2006) A numerical investigation on the use of drawbeads to minimize ear formation in deep drawing. *J Mater Process Technol* 176:70–76
19. Pegada V, Chun Y, Santhanam S (2002) An algorithm for determining the optimal blank shape for the deep drawing of aluminium cups. *J Mater Process Technol* 125–126:743–750



## Contribution of heterogeneous strain field measurements and boundary conditions modelling in inverse identification of material parameters

T. Pottier\*, F. Toussaint, P. Vacher

Laboratoire SYMME – Polytech'Savoie BP 80439, 74944 Annecy le Vieux Cedex, France

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received 20 November 2009

Accepted 10 October 2010

Available online 11 November 2010

#### Keywords:

Full-field measurement

Inverse problem

Plastic anisotropy

Measurement noise

Mechanical characterization

### ABSTRACT

The present paper aims at applying the Finite Element Updating inverse method to several sample geometries by the means of Digital Image Correlation. The full-field data are experimentally obtained from three geometries exhibiting increasing strain fields heterogeneities. For each test, a Finite Element model is built and boundary conditions are duplicated from the measured displacements at the sample borders. Field comparisons are performed at several time steps until fracture occurs and a Levenberg–Marquardt method is used to solve the optimization problem. Six parameters of an anisotropic elastic–plastic constitutive model are identified and validated through the simulation of a deep-drawing forming operation. Results show that identification quality is improved when heterogeneous strain fields are used.

© 2010 Elsevier Masson SAS. All rights reserved.

### 1. Introduction

Facing the increasing number of new materials and the difficulties of identifying constitutive models that predict properly the material behaviour during the forming process, industrials have induced in the early 90's some scientific research that challenges the usual way of identifying material models. This former approach consists in fitting analytical model with the experimental behavior (true stress/true strain curve). Basically, tests are led on standard geometries to isolate one material behaviour from the others (e.g. a tensile test is assumed to exhibit tensile behaviour only), then hypothesis concerning the strain field homogeneity are made and lead to identify the corresponding constitutive parameter. Once these constitutive parameters are determined, the Finite Element (FE) analysis is used to retrieve the stress/strain/displacement fields, assuming that both geometry and boundary conditions are known. This identification procedure exhibits two main disadvantages: the numbers of tests may increase significantly when complex models are in use and the hypothesis of homogeneous strain fields is neither always obvious nor easy to satisfy. On the other hand, the so-called *inverse approach* proposes to determine constitutive parameters from considering heterogeneous strain/displacement fields. In this case, geometry and boundary conditions are known and so is the resulting displacement field. Therefore, the only constitutive

parameters remain unknown. The chosen constitutive equations are, of course, assumed to be relevant.

As Summarized by Grédiac (2004) and Avril et al. (2008), several different methods have been developed to obtain the solution of such inverse problems. Indeed five approaches lead to retrieve the constitutive parameters when the strain homogeneity hypothesis does not hold. Among these, the constitutive equation gap method (Ladevèze et al., 1999; Latourte et al., 2008), the equilibrium gap method (Claire et al., 2004; Crouzeix et al., 2009), the virtual fields method (Grédiac, 1989; Promma et al., 2009), the reciprocity gap method (Ikehata, 1990) and the finite element model updating (FEU) technique (Kavanagh and Clough, 1971; Molimard et al., 2005) are currently used for identification purpose. In the present paper the FEU approach has been chosen.

The FEU method provides constitutive parameters iteratively by comparing the measured data with the numerical ones while parameters vary. The experiment is accurately simulated in an FE model and the calculation is run with an initial guess of the parameters values. The obtained displacement fields are then compared to the measured ones, a cost-function is built and leads to a new set of parameters and so forth, until convergence is reached. The inverse methods applied to parameters identification such as defined first by Kavanagh and Clough (1971) have known massive improvements in the last decade. Indeed, the FEU approach is now broadly used. Several authors have applied FEU to identify material parameters using so-called global measurements, such as reaction force of the whole sample, as the material response. For instance, Ghouati and Gelin (1998) have identified 5 parameters of an elastic–plastic

\* Corresponding author. Tel.: +33 450 096 510; fax: +33 450 096 543.

E-mail address: [Thomas.Pottier@univ-savoie.fr](mailto:Thomas.Pottier@univ-savoie.fr) (T. Pottier).

URL: <http://www.symme.univ-savoie.fr>

constitutive law of aluminum alloy using tensile tests in a first approach and a deep-drawing test in a second one. Both results were very close and authors conclude that this approach is an alternative to the classical identification method. Moreover, the experiments led by Yoshida et al. (1998) have successfully identified both elastic and elastic–plastic parameters using flexion tests. The torque was used as the material response and the experimental and numerical curvature/torque curves were compared for several parameters sets until fitting was reached. Both of these studies have provided satisfactory results but none of them was using full-field measurement as experimental data. Meanwhile, Meuwissen (1998) has developed a similar approach with the use of full-field measurements. Shear-like tensile tests were performed and displacement fields were measured. A cost-function was built considering global reaction force and displacement fields as the material responses. For the sake of simplicity, only the early beginning of the plastic process was taken into account and neither high strain nor necking was considered. Recently this work has been completed by Kajberg and Lindkvist (2004). This latter study deals with through necking analysis of basic tensile specimens with side notches. This geometrical singularity ensures the necking to occur at the center of the sample and improves the heterogeneity of the strain fields. The identification of two elastic–plastic model is achieved but no conclusion is drawn upon the contribution of considering the whole deformation process instead of the early stages of it. Finally the work of Lecompte et al. (2007) and Cooreman et al. (2007) also has to be noticed. As an improvement to the works presented above, it introduced the use of a significantly more heterogeneous tests thanks to bi-axial tensile tests. Cruciform samples are then used to identify elastic–orthotropic parameters.

The present paper aims to show that identification quality improves and the required number of experiments decreases as the heterogeneity of strain fields increases. For this purpose, the FEU inverse method is applied to several sample geometries, using Digital Image Correlation data. Three geometries with increasing strain field heterogeneity are tested, and provide the parameter set of an anisotropic elastic–plastic model. For the sake of comparison, the same identification procedure is used for the three geometries. Boundary conditions of the FE model are strictly applied from the experiment and allows the FE model to fit perfectly the experimental deformation process. Thus, the identification calculations are run again using virtually noised experimental data in order to exhibit and quantify the sensitivity of the identification method to measurement noise. Finally, validation tests are led on a deep-drawing operation and results are used to compare the quality of the obtained parameter sets.

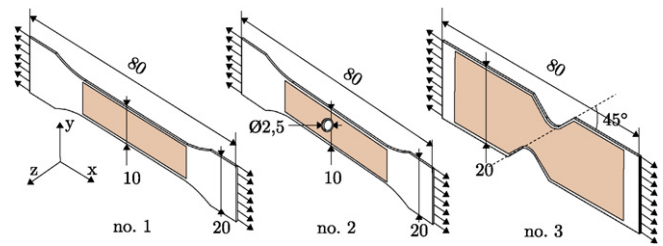
## 2. Experimental setup

### 2.1. Material and samples geometries

All the samples under investigation are made of Commercially Pure titanium T40, the limits of the chemical composition of the material are given in Table 1. The average grain size has been estimated to  $6.4 \mu\text{m}$ . This material, broadly used in aeronautics and biomedical domains, consists of hot-rolled sheets where the  $0^\circ$  direction is chosen to fit the rolling direction. As a consequence,  $90^\circ$  is the transverse direction of the rolled sheet. Sheet thickness is 0.5 mm.

**Table 1**  
Chemical composition limits of commercially pure grade 2 titanium.

Element	Ti	C	Fe	N	O	H
Weight (%)	Bal.	0.10	0.30	0.03	0.25	0.015



**Fig. 1.** Investigated geometries and DIC analysis zones (dimensions in mm).

As shown in Fig. 1, three sample shapes were used. A basic tensile sample (no.1) as used by Mahnen (1999), Ghouati and Gelin (2001) and many others, will first be investigated. Then, the sample geometry is added a hole (no.2) as suggested by Lecompte (2007) and finally a shear-like tensile sample (no.3) will be studied. This latter sample, originally proposed by Meuwissen (1998), is expected to exhibit both tensile and shear behaviours.

### 2.2. Full-field measurements

In the present study, The Digital Image Correlation method is used to assess the local displacements at the sample surface with 7D correlation software (Vacher et al., 1999). The experimental setup is shown in Fig. 2a.

Tests are led on a 5 kN INSTRON tensile device. The samples undergo a prescribed displacement speed of  $5 \times 10^{-5} \text{ m s}^{-1}$  (corresponding to an approximate strain rate  $\dot{\epsilon} \approx 1 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ) until their ruin. Samples are speckled using black and white mate painting sprays. Digital images are recorded during the deformation process at a frequency of 0.25 Hz using a Nikon D200 camera (focal distance 105 mm). The image resolution is set to  $2592 \times 3872$  grey level pixels and stored as 8 bit (Fig. 2b). Moreover, axial reaction force is recorded every  $10 \mu\text{s}$  all along the test. For each test, the initial image is split in square elements that create a virtual grid upon the sample surface. The resolution of this grid (extensometric base) is set to  $16 \times 16$  pixels (Fig. 2b), corresponding to  $0.32 \times 0.32 \text{ mm}^2$ . The correlation process consists in looking for the most probable deformed pattern in the neighbourhood of each node of this grid in terms of grey level. The displacement fields of each element are then assessed by the means of a bi-linear interpolation. Finally, the displacement at image  $n$  is assessed by correlating the  $n$ th image with the initial/undeformed image. The correlation parameter used in the present study are summarized in Table 2.

The assessment of DIC technique uncertainties remains a topical issue (Bornert et al., 2008; Tarigopula et al., 2008; and Kajberg and Lindkvist, 2004). Several parameters may have influence on the measurement noise such as lighting, strain gradients, off-plane displacements, numerical noise of the camera and of course the quality of the speckle (Pan et al., 2009). However, the works of Bornert et al. (2008) and Coudert (2005) (performed with the correlation parameter presented in Table 2) state that the order of magnitude of the DIC measurement noise remains inbetween 0.01 and 0.1 pixel.

## 3. Identification scheme

### 3.1. Inverse flowchart

In the present study, the FEU solving flowchart (Fig. 3) is chosen and applied to parameters identification. Experiments are led and post-processed using 7D correlation software then data are imported into Matlab. A finite element model of the sample is

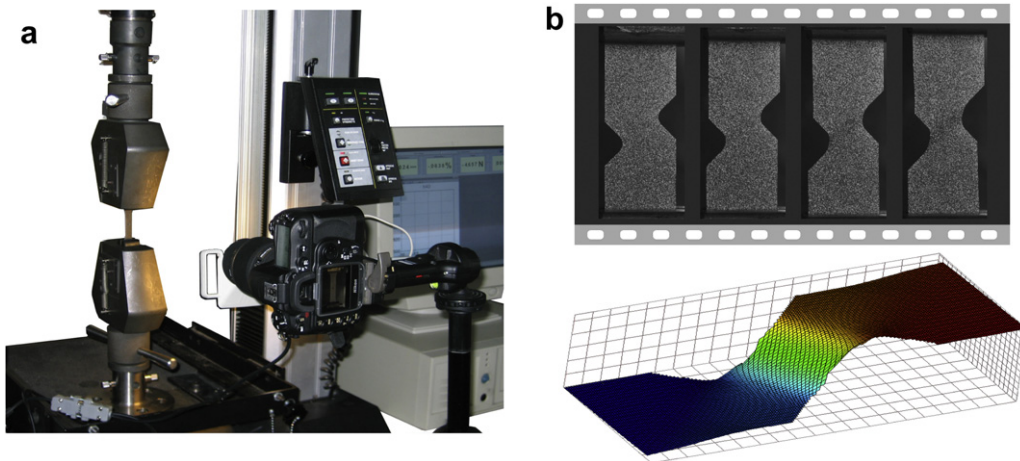


Fig. 2. (a) Experimental setup. (b) 2592 × 3872 grey level images from Nikon D200 camera and longitudinal displacement field calculated by 7D correlation software.

designed and meshed using Abaqus-Explicit. This latter FE model is multiply solved for several sets of material parameters using the *in situ* prescribed conditions obtained by the means of DIC. Then, the FE calculation outputs are post-processed using Matlab in order to build the cost-function that leads to the solution of the global identification problem.

### 3.2. Cost-function

Since, the comparison between experimental and numerical fields has to be computed, the relevant point is the manner of writing this comparison down. Several authors such as Meuwissen (1998), Kajberg and Lindkvist (2004) and Cooreman et al. (2007) are using a weighted least-square formulated cost-function. The

orders of magnitude. This latter approach is chosen in the present study.

Moreover, the residual quantity can be made of force and/or displacement data (Kavanagh and Clough, 1971). As mentioned in Avril et al. (2008), considering both force and displacement in the cost-function formulation lead to a better suited solution when strain concentration is involved (geometries no.2 and no.3 for instance). Therefore, in the present study, force and displacement data has been mixed using a weighting matrix in order to obtain a dimensionless formulation of the cost-function. Indeed, longitudinal and transversal displacements are added to the global reaction force residual and the local difference between these three measured data and the calculated values is the function to be minimized. This cost-function can be written as follows:

$$f(p) = \frac{1}{2} \left[ \sum_{i,j,k=1}^{N_t, N_s, N_n} \left[ \left( \frac{u_{x,jk}^{\text{exp}}(p) - u_{x,jk}^{\text{num}}}{\max_{j,k}(u_x^{\text{exp}})} \right)^2 + \left( \frac{u_{y,jk}^{\text{exp}}(p) - u_{y,jk}^{\text{num}}}{\max_{j,k}(u_y^{\text{exp}})} \right)^2 + N_n \left( \frac{F_j^{\text{exp}}(p) - F_j^{\text{num}}}{\max_j(F^{\text{exp}})} \right)^2 \right] \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

introduction of a weighting matrix has basically two main kinds of formulation. First, it could be made up of the experimental errors and make the cost-function a statistical estimator as did by Lecompte (2007) or Meuwissen (1998). Each nodal response is then compared with its experimental equivalent and divided by the estimated error at the considered material point. As a consequence, the more reliable a measure is, the more weight it has on the identification solution. Another approach consists in considering the weighting matrix as a way to give each material point the same weight. This solution consists in dividing each local residual by the measured response at this point. Such a formulation, used by Ponthod and Kleinermann (2006), Cooreman et al. (2007) and Khalfallah et al. (2002), also allows the use, in the same cost-function, of several kind of quantities exhibiting miscellaneous

Where  $p$  is the unknown parameter column,  $u_x$  is the displacement along the  $x$  axis (longitudinal axis),  $u_y$  the displacement along the  $y$  axis (transverse axis) and  $F$  is the global reaction force of the sample. The scalar  $N_n$  is the number of nodes in the finite element mesh,  $N_s$  is the number of time steps taken into account, and  $N_t$  is the number of tests that are considered. Finally,  $\max_{j,k}(u_x^{\text{exp}})$ ,  $\max_{j,k}(u_y^{\text{exp}})$ , and  $\max_j(F^{\text{exp}})$  are respectively the nodes greatest values over one step-time of the longitudinal and transversal displacements and the global reaction force. Hence, the optimal set of parameters must satisfy three conditions: matching the two displacement fields and the global force response (which is actually not a field response but a punctual one). The next section discusses the algorithm used to solve this optimization problem.

### 3.3. Optimization algorithm

Various numerical algorithms are available to solve non-linear least-square problems represented by a cost-function such as Eq. (1). Here, a Levenberg–Marquardt (LM) (Levenberg, 1944; Marquardt, 1963) method is used to minimize the cost-function. This method is known to have several advantages among which can

Table 2  
Main parameters of the Digital Image Correlation.

Grid size	Pattern size	Grey level interpolation	Displacement fields interpolation
16 × 16	16 × 16	Bicubic	Bilinear



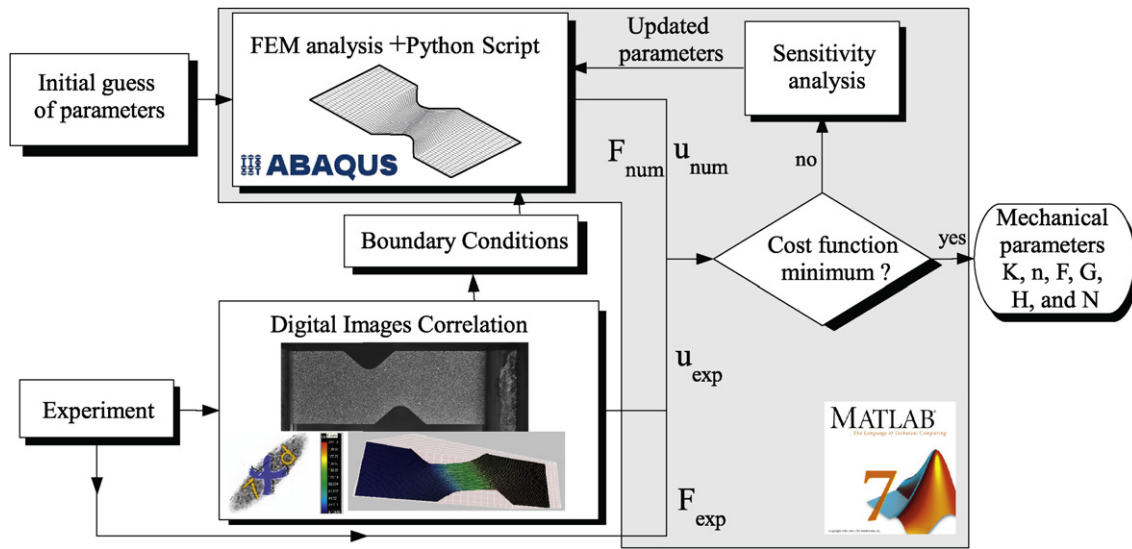


Fig. 3. Iterative solving flowchart of the inverse problem.

be singled out that it does not require the assessment of the Hessian matrix and it's thus very easy to implement. Let's recall that the updating equation of an LM method is:

$$(J^T J + \lambda_{LM} I) (p^{(k+1)} - p^{(k)}) = J^T r(p) \quad (2)$$

Where  $r(p)$  is the residual column constituted by the three ( $u_x$ ,  $u_y$  and  $F$ ) relative field differences at each node. Matrix  $J$  is the Jacobian matrix that is often called sensitivity matrix. This latter matrix is assessed by computing the partial derivative, among each constitutive parameter, of every single system response (see Section 3.4). Finally,  $\lambda_{LM}$  is a damping parameter that has been introduced by Levenberg (1944) to stabilize the Gauss–Newton method in the vicinity of the optimum. The experimental errors on the measured responses (displacement fields and global reaction forces) lead to the inexistence of an optimal parameters set. In other words, updating the constitutive parameters is not sufficient to obtain numerically the exact observed behaviour. Hence, the optimization problem is ill-posed (Lecompte, 2007) and a basic Gauss–Newton's method may become very unstable around the optimum. The addition of the  $\lambda_{LM}$  parameter improves the robustness of the algorithm near the optimum. As proposed by Ma and Jiang (2007), the value of  $\lambda_{LM}$  is assessed as follows:

$$\lambda_{LM} = \theta \|r(p)\| + (1 - \theta) \|J^T r(p)\| \quad (3)$$

Where  $\theta \in [0, 1]$  is a real parameter that must be set *a priori* and that rules both accuracy and convergence rate of the algorithm. In the present work  $\theta = 8 \times 10^6$ .

### 3.4. Sensitivity analysis

The so-called sensitivity analysis consists in assessing the terms of the Jacobian matrix. As presented by Tortorelli and Michaleris (1994), sensitivity assessment is a major issue in parameter identification. For this purpose a broadly used approach consists in computing sensitivities by the means of finite differences. Even though the calculation time is high, this approach is easy and fast to implement. Solving each iteration require only  $k + 1$  calculations if a forward (or backward) scheme is chosen. For the sake of calculation time, a forward finite difference scheme is used in this work, therefore sensitivities are assessed by the following assumption:

$$J_{ij} = \frac{\partial r_i(p)}{\partial p_j} \approx \frac{r_i(p) - r_i(p + \Delta p_j)}{2\Delta p_j} \quad (4)$$

Where  $j$  is the number of constitutive parameters to be identified and  $i$  is the number of system response,  $\Delta p_j$  is the relative perturbation on the  $j$ th parameter. The choice of this perturbation  $\Delta p_j$  remains a controversial topic. Indeed, the above equation exhibits a truncation error of  $\Delta p_j^2$  that tends toward zero when the

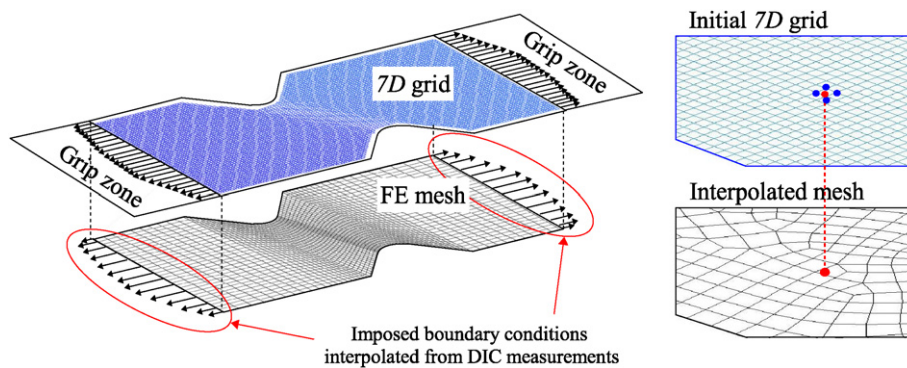


Fig. 4. Experimental field measurements and boundary conditions were interpolated from the DIC analysis.

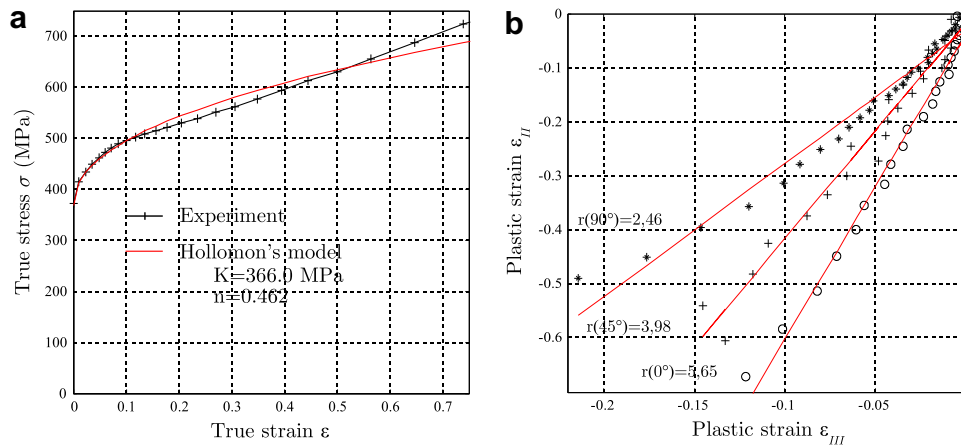


Fig. 5. Standard identification of the five investigated parameters. (a) Ludwik's parameters. (b) Lankford's coefficients.

perturbation decreases. On the other hand, it has to be noticed that the decreasing of the perturbation value increases the weight of the round-off error, therefore the value of  $\Delta p_j$  results from a compromise between these two errors. In the present study the perturbation value is set to  $\Delta p_j = 0.01 \times p_j$ .

#### 4. Material and numerical model

##### 4.1. Numerical model

The numerical model, developed using Abaqus, duplicates the experiment in terms of geometry and boundary conditions. The geometry is measured on the samples, modeled and meshed using quadrangular shell elements (the number of nodes varies from 1458 to 2201 depending on the considered geometry). The obtained meshes fit the three geometries under investigation. As shown in Fig. 4, boundaries conditions, are measured from the experiments using DIC and the obtained displacements are prescribed at each node of the upper and lower bounds of the mesh (Abanto-Bueno and Lambros, 2005; Witz et al., 2008; Fedele et al., 2009). Both longitudinal and transverse displacements are imposed. However, the data measured from the DIC may not properly fit the chosen nodes of the FE mesh. In other words, the displacement data may be obtained at a material point that does not match a node of the FE mesh because DIC grid and FE mesh are different. Therefore, the DIC displacement fields are interpolated at each node of the FE mesh so that the fields comparisons (needed for the cost-function assessment) can be computed at the same material points (Fig. 4). This projection is processed using bi-linear interpolation shape functions.

Table 3  
Parameters identified by inverse method.

	Standard identification	Geom. no.1	Geom. no.2	Geom. no.3-a	Geom. no.3-b
$N_s$	–	6	4	6	6
$N_t$	3	3	3	3	2
Orientations	0°–45°–90°	0°–45°–90°	0°–45°–90°	0°–45°–90°	0°–45°
$K$ (MPa)	366	349	267	284	280
$n$	0.46	0.45	0.40	0.50	0.49
$F$	0.30	0.31	0.21	0.16	0.16
$G$	0.19	0.10	0.22	0.18	0.20
$H$	0.81	0.90	0.78	0.82	0.78
$N$	2.22	0.95	2.00	2.02	2.02
$f_{end}/f_0$	–	22.0%	11.2%	9.35%	7.37%
CPU (in s)	–	3858	5835	9523	5376

##### 4.2. Constitutive equations

The presented identification scheme can basically be applied to any kind of constitutive model. In the present study, a classical anisotropic elastic–plastic model is considered. The elastic strain is here defined by the Hooke's formulation, where  $E$  and  $\nu$ , respectively the Young's modulus and the Poisson's ratio are previously identified ( $E = 111.8$  MPa and  $\nu = 0.34$ ). A large strain framework is used and  $\sigma$  is the Cauchy stress tensor,  $E$  is the Green–Lagrange strain tensor. The generalized standard material formalism provides the plastic strain, that can be written as follows:

$$dE_p = d\lambda \frac{\partial f(\sigma)}{\partial \sigma}, d\lambda \geq 0 \quad (5)$$

where  $d\lambda$  is a non-negative scalar. This latter formulation allows the introduction of a yield surface and therefore a yield criterion can be written:

$$f(\sigma) = \mathcal{J}(\sigma) - R - \sigma_y \quad (6)$$

Where  $R$  is the current yield stress,  $\sigma_y = 368.0$  MPa is the initial yield stress and  $\mathcal{J}(\sigma)$  is the equivalent plastic stress. In the present study, an orthotropic material behaviour will be assumed and the Hill's (1948) criterion is used. This criterion is commonly used for sheet metal anisotropic behaviour and it provides an expression of the equivalent stress. In the case of plane stress, which is assumed here, the Hill's criterion gives:

$$\mathcal{J}(\sigma) = \sqrt{F\sigma_{22}^2 + G\sigma_{11}^2 + H(\sigma_{11}^2 - \sigma_{22}^2) + 2N\sigma_{12}^2} \quad (7)$$

As a consequence, the description of material anisotropy only requires four parameters to be identified. As presented by Hill (1993), in practice the use of the Lankford's coefficients is easier. The present study will focus on the determination of these coefficients that are defined in Section 5.1. Moreover, the material hardening described by  $R$  has to be considered. Several models have been developed in the last decades in order to take into account those effects (Gronostajski, 2000). For the sake of simplicity, the Ludwik's flow rule is chosen, it is both easy to implement and to identify because only two parameters are needed. The writing of such a flow rule is recalled as:

$$R = K(E_p^{eq})^n \quad (8)$$

Where,  $E_p^{eq}$  is the equivalent plastic strain.  $K$  and  $n$  are two parameters to be identified. Finally, an anisotropic elastic–plastic model is in use and the present identification study deals with only six parameters.

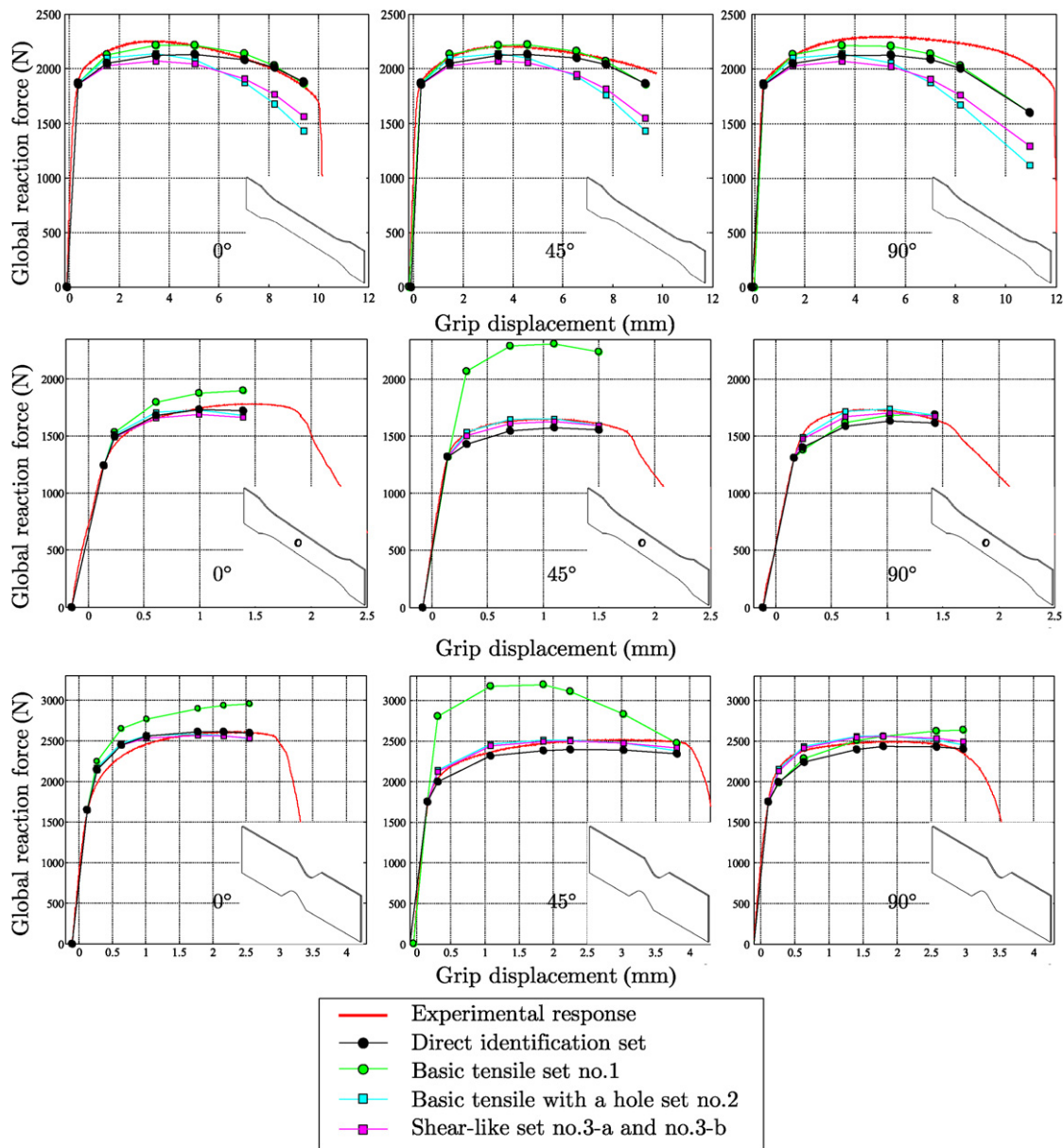


Fig. 6. Comparison of the global force predictions of the four identified parameter sets.

## 5. Results and validation

### 5.1. Standard identification

In order to offer a comparison criterion to the results obtained by the means of inverse method, a standard identification has been proceeded. As presented by Toussaint et al. (2008), this approach is based on several assumptions and provides a quick assessment of material constitutive parameters. The strain fields obtained using DIC are used to localize the necking area of the sample. Therefore, only the local strain data are considered and the volume conservation assumption is made to allow the assessment of the width at the necking location and the trough-thickness Hencky's strain ( $\epsilon_{III}^p$ ) (G'Sell et al., 2002). Thus, the true stress can be computed and plotted versus the plastic equivalent strain (Fig. 5a). Hence, the hardening curve is fitted using a least-square routine which leads to identify both  $K$  and  $n$ : the Ludwik's parameters.

Anisotropic behaviour is also identified and the Hill's parameters are assessed through the Lankford's coefficients. Let's recall that those coefficients are defined as follows:

$$r_{\theta} = \frac{d\epsilon_{III}^p}{d\epsilon_{II}^p} \quad (9)$$

Where  $\theta$  is the angle between the rolling and the applied tensile direction. This ratio of the transverse plastic strain rate to the thickness plastic strain rate is experimentally represented by the slope of the measured strains in the tensile tests led at  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  and  $90^\circ$  from the rolling direction. Their respective least-square lines are also plotted in Fig. 5b. Finally the three Lankford's parameters:  $r_0$ ,  $r_{45}$  and  $r_{90}$  are identified and lead to assess the four Hill's parameters that are summarized in Table 3.

### 5.2. Inverse identification

For the sake of calculation time, the parameters identification is processed considering only a restricted number of time steps arbitrary chosen over the hardening curve. This number  $N_s$  varies inbetween 5 and 7 and they can be seen as markers in Fig. 6.

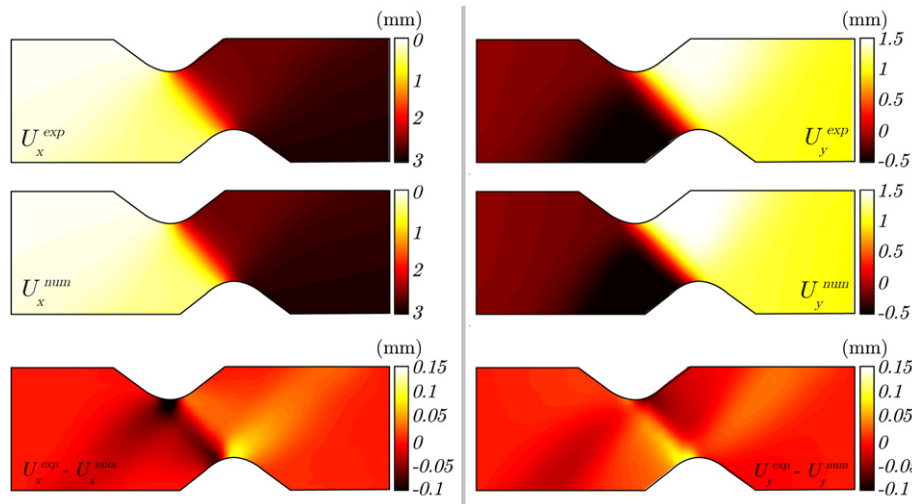


Fig. 7. Experimental and identified displacement fields for the geometry no.3-a at 45° (5th time step). Residual fields show the zones of good and bad predictions.

For every geometry, three tests are considered ( $N_t = 3$ ): at 0°, 45° and 90° except for geometry no.3 where two identification procedures are run: the first with  $N_t = 3$  and the second with  $N_t = 2$ . This aims to show that when strain fields heterogeneity increases, the number of required tests may be decreased without impairing the identification quality.

In order to impose the necking to occur at the same location in experiments as in the FE analysis of geometry no.1, a small width default (0.05 mm on each side) is introduced on the initial mesh. No special treatment or assumption is made for the other analysis. The initial hardening parameters are arbitrarily chosen equal to  $K = 550$  MPa and  $n = 0.3$ , the Hill's coefficients are chosen to initially match the isotropic case:  $F = G = H = 0.5$  and  $N = 1.5$ . The identified parameters are summarized in Table 3 and compared to those identified using the standard method.

Table 3 shows that the proposed inverse method is able to decrease the number of tests needed for identification and thus the experimental work. Indeed parameters sets no.3-a and no.3-b are very similar and can be considered as equal (denoted set no.3).

As shown in Fig. 6, the four obtained sets (sets no.1, no.2, no.3 and the standard identification set) are used to predict the global reaction force of three tests with the different geometries. It can be seen that the set no.3 is the most able to provide a good force prediction regardless of geometry. The fitting of the set no.1 is very poor. Indeed this set, identified in a pure tensile load case, appears to be unable to predict the global reaction force when other kinds of strain fields are involved (e.g. test no.3). This emphasizes the improvement of parameter identification when heterogeneous strain fields are used.

Moreover, Fig. 7 shows the identified resulting displacement fields versus the experimental ones for set no.3, the residual values are also plotted for both longitudinal and transverse displacement fields. As can be seen, the optimization process leads to the fitting of experimental and numerical responses.

Table 4  
Parameters sensitivity to measurement noise for shear-like geometry (no.3).

$A_n$ (pixel)	0	0.01	0.1	1
$A_n$ ( $\mu\text{m}$ )	0	0.2	2	20
$K$	284	277	269	334
$n$	0.50	0.48	0.49	0.48
$F$	0.16	0.16	0.14	0.25
$G$	0.18	0.19	0.15	0.26
$H$	0.82	0.81	0.85	0.74
$N$	2.02	2.01	2.01	2.01

### 5.3. Experimental noise sensitivity

Since the parameter set is identified, the predicting capability of it may be investigated. As pointed in many former studies (Gelin et al., 1998; Harth et al., 2004; Molimard et al., 2005; Lecompte et al., 2007; Amiot et al., 2007; Belhabib et al., 2007; Nakamura and Liu, 2007; Promma et al., 2009), investigating the noise sensitivity if the identification procedure is a good way to evaluate its stability. In practice, the noise of the measuring tools may be responsible for a high deviation of the obtained results. As said above, the accuracy of DIC method is limited and the measurement uncertainties assessment is a tough task. However some authors (Coudert, 2005; Bornert et al., 2008) state that their magnitude remains inbetween 0.01 and 0.1 pixel. In the present study, displacement fields were artificially noised using a sample-wide random white noise of which magnitude varies. A random uniform noise is applied to both longitudinal and transverse displacement fields of the geometry no.3. The noise magnitude  $A_n$  is set to several increasing values then the obtained parameter sets are compared. Results are summarized in Table 4.

In addition, for the three noised sets, the predicted longitudinal displacement field is compared to the noiseless field. Fig. 8 shows the relative error  $e(A_i)$  for the three noised sets versus the noiseless field such as:

$$e(A_i) = \frac{U_x^{\text{num}}(p(A_i)) - U_x^{\text{num}}(p(A_0))}{U_x^{\text{num}}(p(A_0))} \quad (10)$$

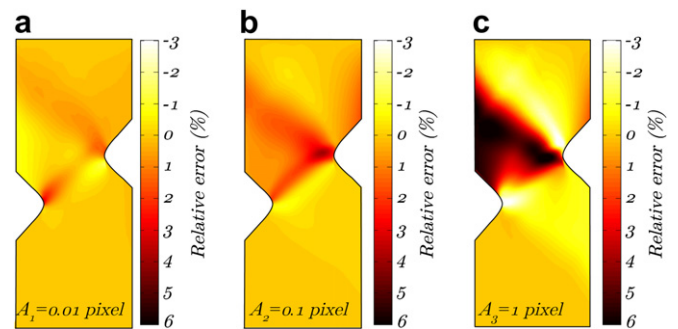


Fig. 8. Relative error of the longitudinal displacement fields for the three noised set.

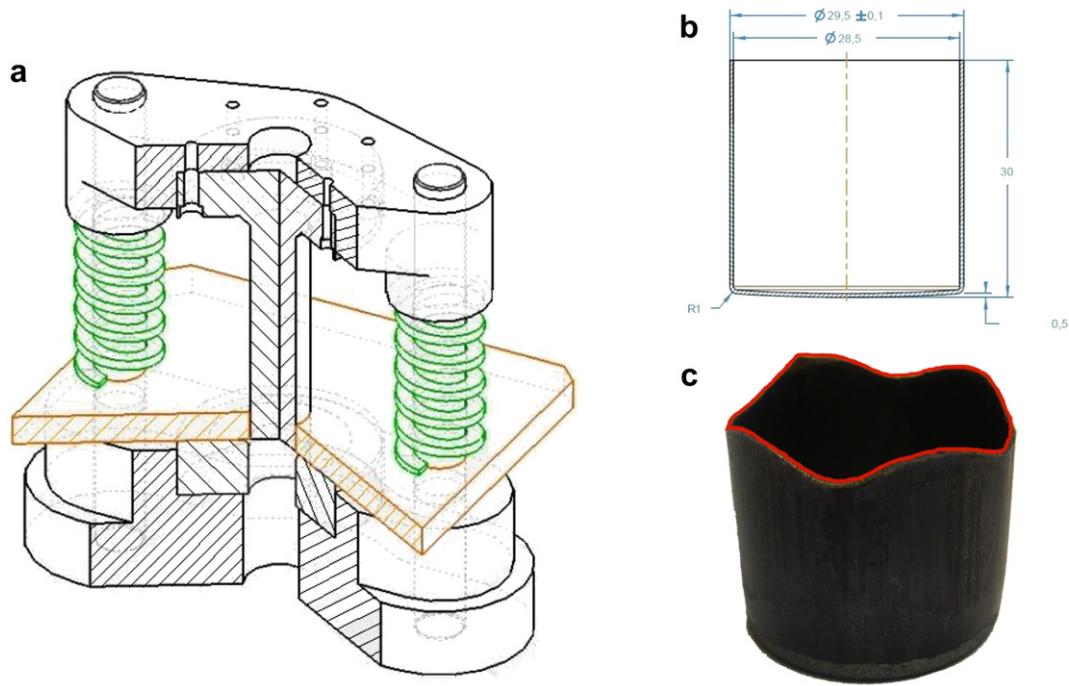


Fig. 9. (a) Deep-drawing device, (b) cup geometry and (c) experimental cup shape.

As can be noticed, the increasing of measurement noise quickly impairs the quality of the predicted displacement fields. This analysis shows that the FEU inverse method is obviously noise sensitive but also that for the assumed noise magnitude (between 0.01 and 0.1 pixel) the results dispersion remains acceptable (inferior to 3.9%) and in the range of experimental uncertainties. Moreover, the obtained dispersion for 0.1 pixel matches other published results for inverse methods such as Promma et al. (2009) and Kajberg and Lindkvist (2004).

#### 5.4. Validation test

In order to verify the quality of the identified parameters sets, validation tests are carried out. The three identified parameters sets are used to simulate the same deep-drawing operation. Results are compared to the experimental data in order to check which of the identified sets is the most able to reproduce the observed experimental behaviour.

On one hand a deep-drawing device (Fig. 9a) is used for the purpose of experimental validation. The elastic strength of both springs is previously identified and the device is operated using the same tensile machine as described above. Three circular blanks following the geometrical specification given in Fig. 9b are deep-drawn while operating force is recorded. Hence, the geometrical responses of the three obtained cups are measured. As shown in Fig. 9c the upper profile of the cups exhibit anisotropic horns and the magnitude and frequency of it are investigated and measured. A Coordinate Measuring Machine (CMM) is used to measure the height of 120 points evenly spread along the upper periphery. On the other hand, an FE model is developed to simulate the experimental deep-drawing process. Solid elements are used to model the blank while die, blank-holder and punch are considered as analytical rigid surfaces. The applied load on the blank-holder is picked from the experimental measurements. The friction coefficient is set to 0.2 in agreement with former results (Le Port et al., 2009). Finally the identified parameter sets are successively used.

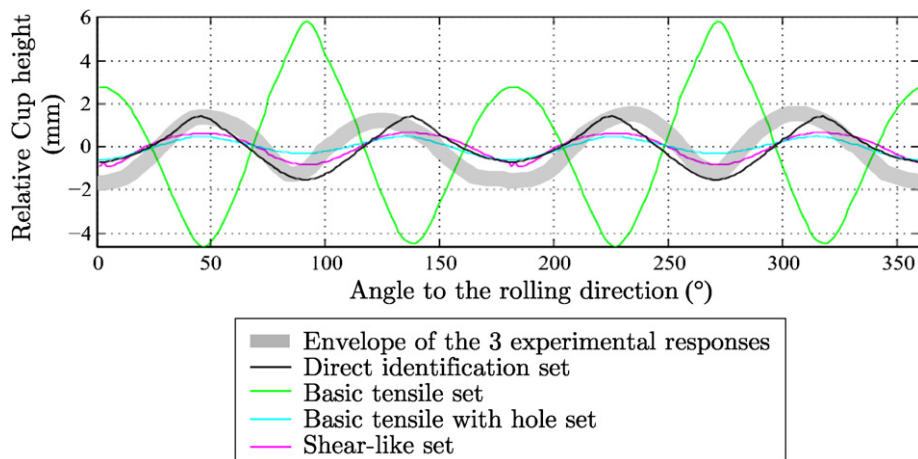


Fig. 10. Comparison of predicted anisotropic profiles.

Then, the upper profile is compared to the experimental one (Fig. 10). The simulations with inverse parameter sets exhibit very scattered anisotropic responses, indeed even though geometries no.2 and no.3 show a good fitting with the experimental measurements, the response of geometry no.1 is poor. This latter set predicts horns at the wrong place and with a bad magnitude. The simulation using the parameters identified using geometry no.3 predicts more accurately the magnitude of the horns than geometry no.2 and no.1.

The results of the validation tests, presented in Fig. 10, show that the quality of the shape prediction increases with the strain field heterogeneity. The numerical shape of the cup has a better fitting of the experimental shape when shear-like identified parameters are used. Even though the standard identification set remains the best for shape prediction, among the three inverse sets, the increasing of the strain heterogeneity in the sample leads to a more accurate identification of the material models.

## 6. Conclusions

In the present study, a FEU method has been used to identify the parameters of an anisotropic elastic–plastic model using full-field measurements. Three geometries that exhibit increasing strain heterogeneities have been investigated. Boundary conditions were picked at the borders of the DIC domain and strictly duplicated in the FE model. The results show that considering two experiments can provide the same results as three. Hence, the increasing of strain fields heterogeneity allows to perform less tests than homogeneous tests. Validation tests and comparisons between the identified parameter sets have shown that the ability of predicting the real deformation process is improved when the strain heterogeneity increases. However, the standard identification method remains the most able to predict material behaviour. This highlights the necessity of more heterogeneous tests when inverse methods are used. Finally, experimental data were noised in the range of known admissible DIC uncertainties. The obtained dispersions remain in the range of other published works. The presented identification tool provides satisfying results with kinematics data but cannot identify fully coupled thermal–mechanical models so far. Thus, further works will focus on considering both kinematic and thermal fields but also on the ways to experimentally obtain heterogeneous strain fields.

## References

- Abanto-Bueno, J., Lambros, J., 2005. Experimental determination of cohesive failure properties of a photodegradable copolymer. *Experimental Mechanics* 45 (2), 144–152.
- Amiot, F., Hild, F., Roger, J.-P., 2007. Identification of elastic property and loading fields from full-field displacement measurements. *International Journal of Solids and Structures* 44, 2863–2887.
- Avril, S., Bonnet, M., Bretelle, A., Grédiac, M., Hild, F., Ienny, P., Latourte, F., Lemosse, D., Pagano, S., Pagnacco, E., Pierron, F., 2008. Overview of identification methods of mechanical parameters based on full-field measurements. *Experimental Mechanics* 48, 381–402.
- Belhabib, S., Haddadi, H., Gaspérini, M., Vacher, P., 2007. Heterogeneous tensile test on elastoplastic metallic sheets: comparison between FEM simulations and full-field strain measurements. *International Journal of Mechanical Sciences* 50, 14–21.
- Bornert, M., Brémand, F., Doumalin, P., Dupré, J.-C., Fazzini, M., Grédiac, M., Hild, F., Mistou, S., Molimard, J., Orteu, J.-J., Robert, L., Surrel, Y., Vacher, P., Wattrisse, B., 2008. Assessment of digital image correlation measurement errors: methodology and results. *Experimental Mechanics* 49, 353–370.
- Claire, D., Roux, S., Hild, F., 2004. A finite element formulation to identify damage field: the equilibrium gap method. *International Journal of Numerical Methods in Engineering* 61, 189–208.
- Cooreman, S., Lecompte, D., Sol, H., Vantonne, J., Debruyne, D., 2007. Elasto-plastic material parameter identification by inverse methods: calculation of the sensitivity matrix. *International Journal of Solids and Structures* 44, 4329–4341.
- Coudert, T., 2005. Reconstruction tridimensionnelle du volume intérieur d'une chaussure: évaluation du chaussant. Ph.D. thesis, Université de Savoie.
- Crouzeix, L., Périé, J.-N., Collombet, F., Douchin, B., 2009. An orthotropic variant of the equilibrium gap method applied to the analysis of a biaxial test on a composite material. *Composites: Part A* 40, 1732–1740.
- Fedele, R., Raka, B., Hild, F., Roux, S., 2009. Identification of adhesive properties in glare assemblies by digital image correlation. *Journal of Mechanics and Physics of Solids* 57, 1003–1016.
- Gelin, J., Ghouati, O., Paquier, P., 1998. Modelling and control of hydroforming processes for flanges forming. *Annals of the CIRP* 47 (1), 213–216.
- Ghouati, O., Gelin, J., 1998. Identification of material parameters directly from metal forming processes. *Journal of Material Processing Technology* 80–81, 560–564.
- Ghouati, O., Gelin, J., 2001. A finite element-based identification method for complex metallic material behaviours. *Computational Materials Science* 21, 57–68.
- Grédiac, M., 1989. Principe des travaux virtuels et identification. (Principle of virtual work and identification). *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences* 309, 1–5.
- Grédiac, M., 2004. The use of full-field measurement methods in composite material characterization: interest and limitations. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 35, 751–761.
- Gronostajski, Z., 2000. The constitutive equations for FEM analysis. *Journal of Material Processing Technology* 106, 40–44.
- G'Sell, C., Hiver, J., Dahoun, A., 2002. Experimental characterization of deformation damage in solid polymers under tension, and its interrelation with necking. *International Journal of Solids and Structures* 39, 3857–3872.
- Harth, T., Schwan, S., Lehn, J., Kollmann, F., 2004. Identification of material parameters for inelastic constitutive models: statistical analysis and design of experiments. *International Journal of Plasticity* 20, 1403–1440.
- Hill, R., 1948. A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. *Proceedings of Royal Society of London Series A* 193, 281–297.
- Hill, R., 1993. A user-friendly theory of orthotropic plasticity in sheet metals. *International Journal of Mechanical Sciences* 35, 19–25.
- Ikehata, M., 1990. Inversion formulas for the linearized problem for an inverse boundary value problem in elastic prospection. *SIAM Journal for Applied Mathematics* 50, 1635–1644.
- Kajberg, J., Lindkvist, G., 2004. Characterization of materials subjected to large strains by inverse modeling based on in-plane displacement fields. *International Journal of Solids and Structures* 41, 3439–3459.
- Kavanagh, K., Clough, R., 1971. Finite element applications in the characterization of elastic solids. *International Journal of Solids and Structures* 7, 11–23.
- Khalfallah, A., Bel Hadj Salah, H., Dogui, A., 2002. Anisotropic parameter identification using inhomogeneous tensile test. *European Journal of Mechanics A/Solids* 21, 927–942.
- Ladevèze, P., Moës, N., Douchin, B., 1999. Constitutive relation error estimators for (visco)plastic finite element analysis with softening. *Computer Methods in Applied Mechanics Engineering* 176, 247–264.
- Latourte, F., Chrysochoos, A., Pagano, S., Wattrisse, B., 2008. Elastoplastic behavior identification for heterogeneous loadings and materials. *Experimental Mechanics* 48, 435–449.
- Le Port, A., Toussaint, F., Arrieux, R., 2009. Finite element study and sensitivity analysis of the deep-drawing formability of commercially pure titanium. *International Journal of Material Forming* 2, 121–129.
- Lecompte, D., 2007. Elastic and elasto-plastic material parameter identification by inverse modeling of static tests using digital image correlation. Ph.D. thesis, Koninklijke Militaire School, Belgique.
- Lecompte, D., Smits, A., Sol, H., Vantomme, J., Van Hemelrijck, D., 2007. Mixed numerical–experimental technique for orthotropic parameter identification using biaxial tensile test on cruciform specimens. *International Journal of Solids and Structures* 44, 1643–1656.
- Levenberg, K., 1944. A method for the solution of certain non-linear problems in least-squares. *Quarterly of Applied Mathematics* 2, 164–168.
- Ma, C., Jiang, L., 2007. Some research on Levenberg–Marquardt method for nonlinear equations. *Applied Mathematics and Computation* 184, 1032–1040.
- Mahnken, R., 1999. Aspects on the finite-element implementation of the Gurson model including parameter identification. *International Journal of Plasticity* 15, 1111–1137.
- Marquardt, D., 1963. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society and Industrial Applied Mathematics* 11, 431–441.
- Meuwissen, M., 1998. An inverse method for mechanical characterization of metal. Ph.D. thesis, Eindhoven University of Technology, Netherlands.
- Molimard, J., Le Riche, R., Vautrin, A., Lee, J., 2005. Identification of the four orthotropic plate stiffnesses using a single open-hole tensile test. *Experimental Mechanics* 45, 404–411.
- Nakamura, T., Liu, Y., 2007. Determination of nonlinear properties of thermal sprayed ceramic coatings via inverse analysis. *International Journal of Solids and Structures* 44, 1990–2009.
- Pan, B., Qian, K., Xie, H., Asundi, A., 2009. Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review. *Measurement Science and Technology* 20, 1–17.
- Ponthod, J.-P., Kleiner, J.-P., 2006. A cascade optimization methodology for automatic parameter identification and shape/process optimization in metal forming. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 195, 5472–5508.
- Promma, N., Raka, B., Grédiac, M., Toussaint, E., LeCam, J.-B., Balandraud, X., Hild, F., 2009. Application of the virtual fields method to mechanical characterization of elastomeric materials. *International Journal of Solids and Structures* 46, 698–715.

- Tarigopula, V., Hopperstad, O., Langseth, M., Clausen, A., Hild, F., 2008. A study of localisation in dual-phase high-strength under dynamic loading using digital correlation and FE analysis. *International Journal of Solids and Structures* 45, 601–619.
- Tortorelli, D., Michaleris, P., 1994. Design sensitivity analysis: overview and review. *Inverse Problems in Engineering* 1, 71–105.
- Toussaint, F., Tabourot, L., Ducher, F., 2008. Experimental and numerical analysis of the forming process of CP titanium scoliotic instrumentation. *Journal of Material Processing Technology* 197, 10–16.
- Vacher, P., Dumoulin, S., Morestin, F., Mguil-Touchal, S., 1999. Bidimensional strain measurement using digital images. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* 213, 811–817.
- Witz, J.-F., Roux, S., Hild, F., 2008. Mechanical properties of crimped mineral wools: identification from digital image correlation. *Journal of Engineering Materials and Technology* 130, 1–7.
- Yoshida, F., Urabe, M., Toropov, V., 1998. Identification of material parameters in constitutive model for sheet metals from cyclic bending tests. *International Journal of Mechanical Sciences* 40, 237–249.





## HABILITATION À DIRIGER DES RECHERCHES

### Dialogue modèle-expérience et stratégie d'identification en mécanique du solide. Application à la mise en forme des matériaux.

#### Résumé

---

De nombreux secteurs industriels investissent dans la simulation numérique afin de diminuer les coûts de production, de raccourcir les durées de conception et d'industrialisation des produits et d'augmenter la robustesse des procédés de fabrication. Cet objectif pose des défis importants à la communauté mécanicienne dans la mesure où il s'agit de concevoir des modèles numériques fiables et performants, capables de reproduire le comportement mécanique des matériaux. Les études entreprises, s'inscrivent dans cette démarche et concilient analyse expérimentale et modélisation numérique. Dans un premier temps, sur la base d'une logique classique suivant le triptyque : (i) essais mettant en œuvre la technique de corrélation d'images, (ii) modélisation adaptée et (iii) utilisation des modèles et de leurs paramètres associés, il est montré comment les résultats des simulations numériques s'accordent avec l'expérience. Deux exemples sont plus particulièrement détaillés, l'un relevant du secteur biomédical, l'autre de l'industrie du packaging. Au-delà de cette logique, une approche de type recalage de modèles éléments finis à partir de mesures de champs cinématiques et thermiques est présentée dans un deuxième temps. Cette méthode d'identification inverse est mise en œuvre sur des essais générant des champs de déformations hétérogènes, pour certains hors-plans, toujours à des fins d'identification du comportement thermomécanique du titane. Les résultats obtenus mettent en évidence l'intérêt de cette technique de pouvoir identifier un nombre plus élevé de paramètres que dans les études abordées précédemment basées sur des essais homogènes classiques.

**Mots-clé** : Mécanique du solide ; Comportement thermomécanique ; Mesures de champs cinématique et thermique ; Méthode inverse ; Calculs éléments finis ; Mise en forme des matériaux.

### Model-experiment dialogue and identification strategy in solid mechanics. Application to material forming.

#### Abstract

---

Many industries have invested in numerical simulation in order to reduce production costs, to shorten the duration of design and manufacturing and to increase the robustness of processes. This objective presents significant challenges to the mechanical community insofar as it is necessary to set up reliable and efficient models that can reproduce the mechanical behavior of materials. The undertaken studies are part of this process and mix both experimental analysis and numerical modeling. Firstly, following a classical approach based on (i) tests with digital image correlation technique, (ii) appropriate modeling and (iii) use of models and their associated parameters, it is shown how the results of numerical simulations agree with experiment. Two examples are presented, one within the biomedical domain, another from packaging industry. Beyond this approach, a finite element model updating method using both kinematic and thermal field measurements is secondly presented. This inverse identification method is applied on tests that generate heterogeneous strain fields, for some of them out-of-plane, always for the purpose of identifying the thermo-mechanical behavior of titanium. The results highlight the interest of this technique to identify a larger number of parameters than in the above discussed studies based on classical homogeneous tests.

**Key words** : Solid mechanics ; Thermomechanical behaviour ; Kinematic and thermal fields measurements ; Inverse method ; Finite element calculation ; Material forming.