



**HAL**  
open science

# Vers la modélisation robuste de l'endommagement et de la perforation de structures composites soumises à des impacts balistiques

Eugénie Jacquet

► **To cite this version:**

Eugénie Jacquet. Vers la modélisation robuste de l'endommagement et de la perforation de structures composites soumises à des impacts balistiques. Mécanique [physics.med-ph]. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2009. Français. NNT : 2009DENS0016 . tel-00626054

**HAL Id: tel-00626054**

**<https://theses.hal.science/tel-00626054>**

Submitted on 23 Sep 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N° ENSC-

**THESE DE DOCTORAT  
DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN**

Présentée par

Mademoiselle Eugénie JACQUET

**pour obtenir le grade de**

**DOCTEUR DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN**

Domaine :

**MECANIQUE- GENIE MECANIQUE – GENIE CIVIL**

**Sujet de la thèse :**

**Vers la modélisation robuste de l'enommagement et de la perforation de structures composites soumises à des impacts balistiques.**

Thèse présentée et soutenue à Cachan le 9 juin 2009 devant le jury composé de :

|                     |   |                   |
|---------------------|---|-------------------|
| Jean-Jacques BARRAU | Professeur, Université Paul Sabatier Toulouse | Président du jury |
| Daniel COUTELLIER   | Professeur, Université de Valenciennes        | Rapporteur        |
| Khemais SAANOUNI    | Professeur, Université de Troyes              | Rapporteur        |
| Olivier ALLIX       | Professeur, ENS Cachan                        | Examineur         |
| Jean-Fred BEGUE     | Ingénieur DGA                                 | Examineur         |
| Alain ROUQUAND      | Ingénieur CEG                                 | Examineur         |

Laboratoire Spécification Vérification  
(ENS CACHAN/CNRS/UMR 8095)  
61, avenue du Président Wilson, 94235 CACHAN CEDEX (France)



Ce travail a été réalisé au Centre d'Etudes de Gramat de la Délégation Générale de l'Armement en partenariat avec le Laboratoire de Mécanique et Technologie de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan.

A mes directeurs de thèse, Messieurs le Professeur Olivier Allix et Alain Rouquand, j'adresse mes sincères remerciements pour m'avoir accueilli ainsi que pour leur soutien et leur aide.

J'exprime ma sincère gratitude à Monsieur le professeur Jean-Jacques Barrau, de l'Université Paul Sabatier de Toulouse, qui m'a fait l'honneur de présider le jury de thèse.

Monsieur le Professeur Daniel Coutellier de l'Université de Valenciennes, et Monsieur le Professeur Khemais Saanouni de l'Université de Troyes, ont accepté la charge de rapporteur et je les en remercie vivement.

Je remercie Monsieur Jean-Fred Begue, Ingénieur de la DGA, d'avoir accepté d'examiner ce travail.

Un grand merci à toutes les personnes du Centre d'Etudes de Gramat et du LMT qui m'ont aidée à la réalisation de ce travail, plus particulièrement aux équipes PPB et Athéna.



# Table des matières

|  |           |
|--|-----------|
| Table des matières   | v         |
| Table des figures  | ix        |
| Introduction   | 1         |
| <b>I Étude bibliographique et analyse du problème</b>  | <b>7</b>  |
| <b>1 Préliminaires : étude bibliographique</b>   | <b>9</b>  |
| 1.1 Problématique de l'impact sur matériaux composites . . . . .                                   | 10        |
| 1.1.1 Description . . . . .  | 10        |
| 1.1.2 Prédiction des endommagements causés par les impacts : modèles numériques simples . . . . .  | 14        |
| 1.1.3 Prédiction des endommagements causés par les impacts : modèles numériques élaborés . . . . . | 17        |
| 1.2 Description du méso-modèle utilisé . . . . .   | 19        |
| 1.2.1 Modèle du pli . . . . .  | 19        |
| 1.2.2 Modèle d'interface . . . . .   | 21        |
| 1.3 Modélisation de la rupture et de l'endommagement en dynamique . .                              | 23        |
| 1.3.1 Choix du type de code numérique . . . . .  | 23        |
| 1.3.2 Méthodes de modélisation de la perforation . . . . .   | 25        |
| 1.3.3 La rupture avec les modèles d'endommagement . . . . .  | 27        |
| <b>II Mise au point du modèle et validation par les essais</b>                                     | <b>31</b> |
| <b>Introduction</b>  | <b>33</b> |
| <b>2 Essais</b>  | <b>37</b> |
| 2.1 Essais de caractérisation statique . . . . .   | 38        |
| 2.1.1 Essais de traction lisse . . . . .   | 38        |
| 2.1.2 Essais de compression lisse . . . . .  | 38        |
| 2.1.3 Essais de ténacité en mode I, mode II . . . . .  | 38        |
| 2.1.4 Résultats . . . . .  | 39        |
| 2.2 Essais d'impact . . . . .  | 41        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 2.2.1    | Description des moyens d'essais . . . . .                                | 43         |
| 2.2.2    | Description des différents types d'essais . . . . .                      | 46         |
| 2.2.3    | Mesures pendant l'impact . . . . .                                       | 51         |
| 2.2.4    | Mesures post mortem . . . . .  | 55         |
| 2.3      | Synthèse des résultats . . . . .   | 58         |
| 2.3.1    | Tableau des résultats . . . . .  | 58         |
| 2.3.2    | Le ralentissement du projectile . . . . .                                | 60         |
| 2.3.3    | La déviation de la trajectoire du projectile . . . . .                   | 64         |
| 2.3.4    | L'endommagement induit sur le panneau . . . . .                          | 64         |
| 2.3.5    | Influence des impacts multiples . . . . .                                | 68         |
| 2.3.6    | Influence de la précontrainte . . . . .                                  | 69         |
| <b>3</b> | <b>Gestion saine et robuste de l'endommagement et de la rupture</b>      | <b>71</b>  |
| 3.1      | Modèle initial du pli . . . . .  | 72         |
| 3.2      | Mise en évidence des problèmes liés à l'érosion du pli . . . . .         | 73         |
| 3.2.1    | La dépendance au maillage . . . . .                                      | 74         |
| 3.2.2    | Problèmes de convergence . . . . .                                       | 74         |
| 3.3      | Mise au point du critère de perforation du pli : cas simples . . . . .   | 76         |
| 3.3.1    | Première évolution : un critère à taux d'endommagement limité            | 76         |
| 3.3.2    | Seconde évolution : ajout d'un critère sur les fibres . . . . .          | 79         |
| 3.3.3    | Troisième évolution : un critère en énergie . . . . .                    | 80         |
| 3.4      | Mise au point du critère de perforation du pli : cas complexes . . . . . | 82         |
| 3.4.1    | Quatrième évolution : adaptation à la physique de l'impact . .           | 82         |
| 3.4.2    | Zoom sur la formation du cratère . . . . .                               | 84         |
| 3.5      | Modélisation de l'interface . . . . .                                    | 87         |
| 3.5.1    | Modèle initial . . . . .   | 87         |
| 3.5.2    | Quant à la faible influence de la vitesse de sollicitation en mode I     | 87         |
| 3.5.3    | Vérification de l'indépendance au maillage . . . . .                     | 90         |
| 3.5.4    | Application à un cas d'impact . . . . .                                  | 90         |
| 3.6      | Test du modèle complet . . . . .   | 91         |
| <b>4</b> | <b>Vers le virtual testing, modélisation d'impacts balistiques</b>       | <b>95</b>  |
| 4.1      | Optimisation du modèle . . . . .   | 96         |
| 4.1.1    | Dimension du problème . . . . .  | 96         |
| 4.1.2    | Minimisation du temps de calcul . . . . .                                | 97         |
| 4.1.3    | Choix de modélisation de l'interface . . . . .                           | 99         |
| 4.2      | Validation du modèle . . . . .   | 100        |
| 4.2.1    | Description du calcul . . . . .  | 100        |
| 4.2.2    | Comparaison essais/calculs . . . . .                                     | 103        |
|          | <b>Conclusions et perspectives</b>                                       | <b>117</b> |
|          | <b>Bibliographie</b>   | <b>119</b> |

---

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| <b>A</b> | <b>Moyens et résultats d'essais complémentaires</b>             | <b>127</b> |
| A.1      | Eprouvettes de caractérisation . . . . .                        | 127        |
| A.1.1    | Eprouvettes de traction . . . . .                               | 127        |
| A.1.2    | Eprouvettes de compression . . . . .                            | 128        |
| A.1.3    | Eprouvettes de ténacité . . . . .                               | 128        |
| A.2      | Résultats de caractérisation bruts . . . . .                    | 128        |
| A.3      | Caractéristiques des canons utilisés . . . . .                  | 132        |
| A.4      | Principe de la stéréo-corrélation . . . . .                     | 132        |
| A.5      | Mesures obtenues par les jauges de déformations . . . . .       | 136        |
| <b>B</b> | <b>Implémentation du modèle</b>                                 | <b>139</b> |
| B.1      | Modèle du pli . . . . .   | 139        |
| B.1.1    | Description de la VUMAT . . . . .                               | 139        |
| B.1.2    | Vérification de l'implémentation . . . . .                      | 144        |
| B.2      | Modèle de l'interface . . . . .                                 | 147        |
| <b>C</b> | <b>Modification du calcul de l'endommagement de l'interface</b> | <b>151</b> |

---





# Table des figures

|      |   |    |
|------|---|----|
| 1    | Étapes d'un calcul PLEIADES . . . . .   | 2  |
| 1.1  | Photographie d'une surface délaminée après impact, face frontale [1] .  | 12 |
| 1.2  | Impact à 0° . . . . .   | 14 |
| 1.3  | Impact à 30° . . . . .  | 15 |
| 1.4  | Schéma d'un cratère après impact perforant (a) ou non (b) sur une plaque en composite verre [2] . . . . .     | 16 |
| 1.5  | Photographies d'une plaque composite de 24 plis après impact d'un projectile en aluminium de 2mm[3] . . . . . | 18 |
| 1.6  | Comportement de l'interface . . . . .   | 22 |
| 1.7  | Maillage Eulérien [4] . . . . .   | 24 |
| 1.8  | Maillage Lagrangien [4] . . . . .   | 25 |
| 1.9  | Plaque composite face avant, 30g à 1400m/s sans incidence . . . . .   | 33 |
| 1.10 | Plaque composite face avant, 100g à 1600m/s sans incidence : image par ultrasons et photographie . . . . .    | 34 |
| 1.11 | Cônes d'éjections (10g à 1200m/s) . . . . .   | 35 |
| 1.12 | Arrachement des fibres (10g à 1200m/s) . . . . .  | 35 |
| 2.1  | Contraintes (déformation) lors de cycle charge/décharge . . . . .   | 39 |
| 2.2  | Dimensions des panneaux impactés . . . . .  | 41 |
| 2.3  | Conditions limites essais simples . . . . .   | 42 |
| 2.4  | Conditions limites essais complexes . . . . .   | 42 |
| 2.5  | Schéma du dispositif expérimental (tirs aux moyennes vitesses au PPB). . . . .                                | 44 |
| 2.6  | Vue générale du dispositif expérimental (tirs aux moyennes vitesses au PPB). . . . .                          | 44 |
| 2.7  | Vue générale du dispositif expérimental (tirs aux hautes vitesses à ATHENA). . . . .                          | 45 |
| 2.8  | Mesure de l'angle d'incidence. . . . .  | 46 |
| 2.9  | Sabot multibilles . . . . .   | 48 |
| 2.10 | Plaque après impact multi-billes . . . . .  | 49 |
| 2.11 | Portique de précontrainte . . . . .   | 50 |
| 2.12 | Impact à 1000m/s (caméra Photron 1 image toutes les 2E-5 s) . . . . .   | 52 |
| 2.13 | Impact à 1200m/s (caméra Photron 1 image toutes les 2E-5 s) . . . . .   | 52 |
| 2.14 | Images servant d'entrée au calcul de stéréo-corrélation. . . . .  | 53 |
| 2.15 | Résultats du calcul de corrélation. . . . .   | 53 |
| 2.16 | Schéma d'implantation des jauges. . . . .   | 54 |

|      |   |    |
|------|---|----|
| 2.17 | Résultats CND pli par pli. . . . .  | 56 |
| 2.18 | Résultats CND par projection des dommages sur un plan. . . . .  | 57 |
| 2.19 | Vitesse résiduelle du projectile en fonction de la vitesse d'impact. . . . .  | 60 |
| 2.20 | Rapport de Vitesse résiduelle/impact et Vitesse résiduelle du projectile en fonction de la masse du projectile. . . . .                   | 61 |
| 2.21 | Rapport de Vitesse résiduelle/impact et Vitesse résiduelle du projectile en fonction de l'épaisseur apparente. . . . .                    | 62 |
| 2.22 | Rapport de Vitesse résiduelle/impact et Vitesse résiduelle du projectile en fonction de l'angle d'impact. . . . .                         | 63 |
| 2.23 | Règle de mesure des cratères. . . . .   | 64 |
| 2.24 | Diamètre du cratère selon $x$ en fonction de l'énergie cinétique du projectile. . . . .   | 65 |
| 2.25 | Diamètre du cratère en fonction de l'angle d'impact selon $x$ . . . . .   | 66 |
| 2.26 | Diamètre du cratère en fonction de la vitesse d'impact selon $x$ . . . . .  | 66 |
| 2.27 | Diamètre du cratère en fonction de l'angle d'impact selon $y$ . . . . .   | 67 |
| 2.28 | Diamètre du cratère en fonction de la vitesse d'impact selon $y$ . . . . .  | 67 |
| 2.29 | Endommagement de la face arrière d'une plaque après un impact d'une bille de 50g à 1000m/s. . . . .                                       | 68 |
| 2.30 | Photos et CND d'un plaque 19 plis après impact de trois billes de 10 g à 1400m/s . . . . .  | 69 |
| 3.1  | Repère local utilisé. . . . .   | 72 |
| 3.2  | Simulations d'impact pour différentes tailles de maille. . . . .  | 74 |
| 3.3  | Simulations d'impact sur plaque en tension pour différentes tailles de maille. . . . .  | 75 |
| 3.4  | Géométrie de Chargement . . . . .   | 77 |
| 3.5  | Endommagement au milieu de la barre pour différentes valeurs de "a" 78  |    |
| 3.6  | Évolution de la contrainte à rupture en fonction du temps pour différentes valeurs de "a" . . . . .                                       | 78 |
| 3.7  | "Indépendance" au maillage obtenue dès que le maillage est raisonnable 79   |    |
| 3.8  | Évolution en fonction du temps de l'endommagement des fibres, celui de la matrice et celui de la matrice nouvelle génération . . . . .    | 85 |
| 3.9  | Simulations de perforation d'un pli. . . . .  | 86 |
| 3.10 | Comparaison du comportement de l'interface en mode I avec effet retard en mode I et sans. . . . .   | 88 |
| 3.11 | Comparaison du comportement de l'interface en mode II avec effet retard en mode I et sans. . . . .  | 89 |
| 3.12 | Comparaison du comportement de l'interface pour deux maillages. . . . .   | 90 |
| 3.13 | Délaminage . . . . .  | 91 |
| 3.14 | schématisation de la définition du cratère. . . . .   | 91 |
| 3.15 | Impact d'une bille rigide de 100g avec $50^0$ d'incidence sur un stratifié 16 plis à 1325m/s (face avant, face arrière,en coupe). . . . . | 92 |
| 3.16 | Demi-plaque après impact . . . . .  | 93 |
| 4.1  | Étendue des dommages . . . . .  | 97 |

---

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 4.2  | Comparaison des deux méthodes de résolution : (a) méthode de Newton, (b) explicite . . . . .   | 99  |
| 4.3  | Configuration des simulations . . . . .  | 100 |
| 4.4  | Maillage de la plaque impactée . . . . .   | 102 |
| 4.5  | Plan d'expériences numériques . . . . .  | 104 |
| 4.6  | Vitesse résiduelle en fonction de la vitesse initiale; Comparaison essais/calculs . . . . .  | 104 |
| 4.7  | Rapport Vitesse résiduelle sur vitesse initiale en fonction de l'angle; Comparaison essais/calculs . . . . .   | 105 |
| 4.8  | Influence de la masse sur la perte de vitesse . . . . .  | 105 |
| 4.9  | Forme des cratères . . . . .   | 106 |
| 4.10 | Règle de mesure du cratère . . . . .   | 106 |
| 4.11 | Exemple de cratère . . . . .   | 107 |
| 4.12 | Représentation de l'erreur sur les cratères (Y) . . . . .  | 107 |
| 4.13 | Superposition des cratères numériques et expérimentaux ( $x$ ), face avant   | 108 |
| 4.14 | Superposition des cratères numériques et expérimentaux ( $x$ ), face arrière   | 109 |
| 4.15 | Comparaison essais/calculs de l'endommagement interne (10g à 1030 m/s $0^0$ plaque quasi-isotrope) . . . . .   | 111 |
| 4.16 | Comparaison essais/calculs de l'endommagement interne (50g à 1075 m/s $0^0$ plaque fortement orientée) . . . . .   | 112 |
| 4.17 | Endommagement de l'interface (10g à 1700 m/s $25^0$ plaque quasi-isotrope) . . . . .   | 113 |
| 4.18 | Rapport de la taille de la zone de dommage sur le diamètre de la bille selon x et y en fonction de la vitesse d'impact . . . . .                                   | 114 |
| A.1  | Eprouvette de traction type TLNUD . . . . .  | 127 |
| A.2  | Eprouvette de traction type TLMDA-25 . . . . .   | 128 |
| A.3  | Eprouvette de traction type T+-45 . . . . .  | 129 |
| A.4  | Eprouvette de compression type CLMD-25 . . . . .   | 129 |
| A.5  | Eprouvette de compression type TCLUD . . . . .   | 130 |
| A.6  | Eprouvette de ténacité type DCB . . . . .  | 130 |
| A.7  | Eprouvette de ténacité type ENF . . . . .  | 131 |
| A.8  | Géométrie épipolaire . . . . .   | 133 |
| A.9  | Principe de la stéréoscopie dans le cas particulier des phénomènes ultra-rapides . . . . .   | 134 |
| A.10 | Corrélation spatiale entre deux images prises à des instants identiques (a). Corrélation temporelle entre des images prises à des instants différents (b). . . . . | 135 |
| A.11 | Deux possibilités de calcul pour trouver l'évolution de la position des projections du point $P$ . . . . .   | 136 |
| B.1  | Cycle de déformations selon la direction 1 . . . . .   | 144 |
| B.2  | Courbes contraintes(déformations) pour la direction 1. . . . .   | 145 |
| B.3  | Cycle de déformations selon la direction 2 . . . . .   | 145 |
| B.4  | Cycle de déformations selon la direction 12. . . . .   | 146 |

---

|      |  |     |
|------|--|-----|
| B.5  | Courbes contraintes(déformations) pour la direction 2. . . . .                           | 146 |
| B.6  | Courbes contraintes(déformations) pour la direction 12. . . . .                          | 147 |
| B.7  | Traction alternée en mode I et II . . . . .  | 148 |
| B.8  | Déplacement à l'interface en fonction du temps en mode II . . . . .                      | 148 |
| B.9  | Contrainte à l'interface en fonction du déplacement relatif en mode I<br>et II . . . . . | 148 |
| B.10 | Chargements en fonction des déplacements . . . . .                                       | 149 |
| B.11 | Déplacement relatif des nœuds au cours du temps . . . . .                                | 149 |

---

# Introduction

Une volonté de plus en plus forte particulièrement dans le domaine de l'aéronautique est de minimiser le recours aux essais dans le processus de conception industrielle et de les remplacer par des simulations, ou essais virtuels (Virtual Testing en anglais). Un des enjeux associés au "*virtual testing*", en mécanique des matériaux et des structures, est la prévision de l'endommagement et de la rupture, à la fois en statique et en dynamique. Ceci est d'autant plus vrai pour les matériaux composites qui possèdent une diversité d'architectures structurales et une multiplicité de matériaux de base qui rendent la réalisation de campagnes d'essais très lourde et très coûteuse ([5]). La gamme des essais à réaliser au cours de ces campagnes est, de plus, très large; elle comprend aussi bien des essais de base que des essais sur structure, en passant par différents niveaux d'éprouvettes technologiques. Notons que dans le domaine des applications militaires, dans lequel se situe ce travail, le recours à la simulation est souvent indispensable, vue la difficulté de réalisation d'essais représentatifs.

Un logiciel comme PLEIADES, développé au Centre d'Études de Gramat (CEG) dans les années 90, a pour objectif d'estimer la vulnérabilité d'un aéronef aux effets des armes conventionnelles. Ce code de vulnérabilité permet de déterminer la probabilité de destruction d'un appareil en vol face à un système d'arme agresseur et pour un scénario d'interception donné. Ce logiciel a initialement été conçu pour traiter la vulnérabilité d'avions de combat, d'hélicoptères, de drones, etc. en alliage d'aluminium. Les structures composites sont maintenant de plus en plus présentes et les données de vulnérabilité pour de telles structures en composite ne sont pas encore connues. Le principe de fonctionnement de PLEIADES est brièvement décrit figure 1.

L'objectif du programme est d'acquérir des données relatives au comportement de panneaux composites impactés par des projectiles animés d'une vitesse comprise entre 1000 m/s et 3500 m/s, afin de nourrir l'étape perforation du calcul PLEIADES. Ces vitesses représentent assez bien l'étendue de la menace pour les charges à éclats actuelles et pour les charges futures.

Il s'agit de déterminer :

- le ralentissement du projectile après perforation du panneau,
- la déviation de la trajectoire du projectile dans le cas de tirs sous incidence,
- l'endommagement induit sur le panneau en terme d'étendue de la surface endommagée (zones avec rupture des fibres, avec rupture de la matrice et avec délaminage),
- les propriétés de tenue résiduelle du panneau.

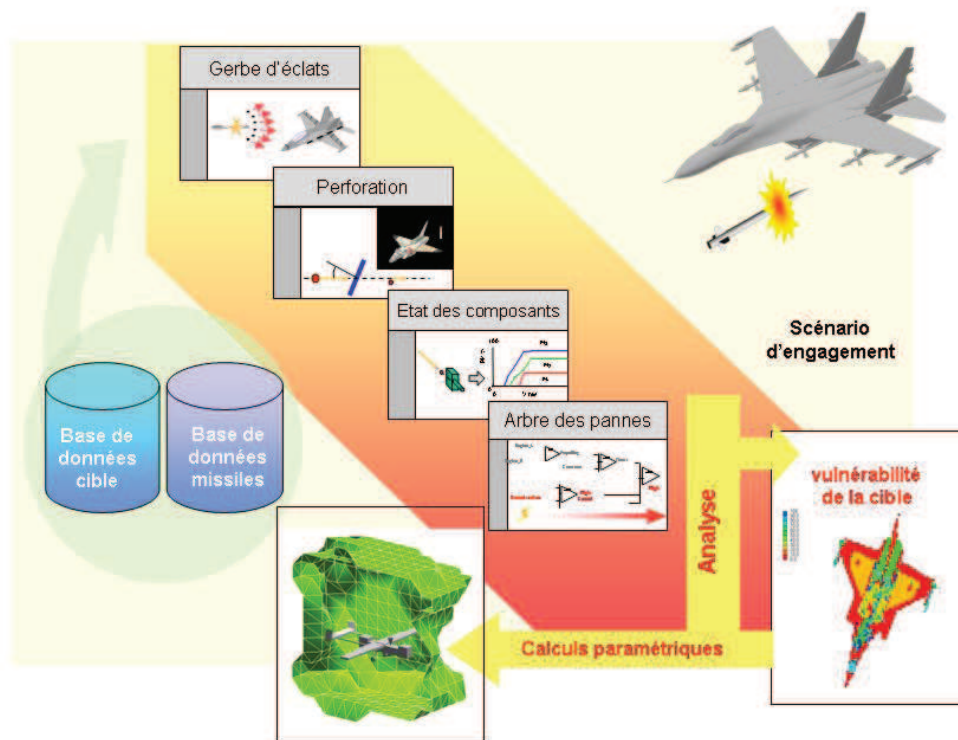


Fig. 1: Étapes d'un calcul PLEIADES

Les principaux paramètres à faire varier sont la vitesse des éclats (de 1000 à 3500 m/s), la masse des éclats (forme sphérique (1 à 10 g)), l'angle d'incidence ( $0^\circ$ ,  $25^\circ$ ,  $50^\circ$ ,  $70^\circ$ ) et le drapage du matériau (fortement orienté, quasi-isotrope).

L'acquisition de ces données passe par le développement d'outils à caractère amont pour la prévision de la tenue mécanique de structures en matériau composite aux effets des impacts. L'objectif de ce travail est donc de développer un modèle numérique adapté au matériau étudié et aux sollicitations rencontrées. Ce modèle sera évalué sur la base de données expérimentales obtenues au CEG. Pour cela, il est indispensable de prendre en compte les principaux mécanismes d'endommagement constatés expérimentalement (rupture des fibres, microfissuration de la matrice et délaminage), mécanismes identiques à ceux observés en statique. Se pose alors comme toujours dans les questions de modélisation, en particulier des composites, la question du choix de l'échelle de travail. L'utilisation de l'échelle microscopique présente l'inconvénient en plus des difficultés numériques de mise en oeuvre, d'un coût de calcul prohibitif. L'échelle macroscopique ne permet pas de représenter proprement les mécanismes d'endommagement d'un stratifié en particulier le délaminage, dont l'extension dépend totalement de la structure considérée ([6]). Dans ce contexte, de nombreux auteurs ([7], [8], [9]) s'appuient sur le mésomodèle de Ladevèze ([10]) qui décrit le stratifié comme un empilement de plis homogènes élasto-plastiques endommageables orthotropes séparés par des interfaces endommageables. Cette approche, qui a démontré sa capacité à représenter l'endommagement créé par des impacts basse vitesse ([11]), a aussi été validé pour des impacts à plus haute vitesse par le Centre Aérospatial Allemand (DLR)([9]) et est proposé par D. Coutellier pour le dimensionnement en dynamique rapide pour les matériaux utilisés en aéronautique ([12]). Le concept de mésomodélisation couplé à la mécanique de l'endommagement, est à l'origine de nombreuses études. Dans [13], le cadre est étendu aux grandes déformations et des simulations y sont réalisées avec un modèle non-linéaire implanté dans SAMCEF. Les développements pour la construction d'un élément multi-couches et multi-matériaux, susceptible de représenter ce type de modèle sont décrits dans [14]. Pour les composites, la difficulté associée à cette échelle réside dans l'homogénéisation du pli dans une séquence d'empilement. Un pont entre les différentes échelles apparaît nécessaire. Une démarche aboutie est proposée dans [15]. De plus, de récents développements ont montré la compatibilité entre la micro et la méso-modélisation de l'endommagement plan et hors plan des stratifiés ([16, 17]). Il apparaît alors pertinent de choisir un modèle méso comme base de travail, d'autant que l'échelle mésoscopique est tout à fait compatible, en terme de pas de temps avec les gradients induits par des chargements dynamiques sévères.

La compréhension du comportement de structures stratifiées soumises à un impact localisé est un problème dont la complexité augmente avec la vitesse d'impact ([18]). Ceci est principalement dû à l'interdépendance de nombreux facteurs tels le comportement matériau, les mécanismes de rupture, de transfert de chargement ... En conséquence, la prédiction du processus d'impact demeure un problème ouvert dont les voies d'études peuvent prendre diverses directions, du simple modèle empi-

---



rique à un modèle numérique extrêmement sophistiqué selon la violence de l'impact. Actuellement, la majorité des études dédiées à cette problématique s'intéresse à des impacts basse vitesse ([19], [20], [9], [21], [22], [23], [24], [25] et [26]). Dans le contexte aéronautique ce type d'impact est principalement provoqué par des chutes d'outils ou d'impact de débris sur la piste de décollage. Quelques études concernent les hautes vitesses et des modèles d'impact perforant sur des composites tissés utilisant la méthode SPH (Smooth Particle Hydrodynamics) sont proposés dans [27], [28] et [29]. Aujourd'hui, ce type d'approche, malgré son attrait numérique, n'est pas encore adapté à une représentation précise de comportements complexes des composites. Sheikh propose dans [30] l'utilisation d'un modèle de comportement de coque. Ce modèle est basé sur la mécanique continue de l'endommagement utilisant les lois de propagation de Matzenmiller *et al.* ([31]) pour prédire l'absorption d'énergie. D'autres études se concentrent sur la prévision de la profondeur de pénétration dans des stratifiés épais ([32]).

Les premiers résultats d'une pré-campagne expérimentale conduite au CEG confirment que la zone de la structure partiellement détériorée présente les mêmes mécanismes d'endommagement qu'en statique, *i.e.* rupture transverse de la matrice, rupture des fibres et délaminage, auxquels s'ajoutent le phénomène de perforation et celui d'arrachement des fibres faces avant et faces arrières. L'un des objectifs principaux de cette thèse est d'adapter un modèle de comportement développé en statique pour permettre la simulation numérique de la perforation. Une difficulté bien connue avec l'utilisation de modèles d'endommagement est la possibilité de localisation d'endommagement pathologique sous forme de surface. Une voie très explorée pour remédier à ce problème correspond à toute la famille des modèles non locaux (Intégral : Bazant-Pijaudier [33], Bazant-Jirasek [34], Jirasek-Rolshoven [35] ; Gradient explicite : Aifantis [36], Lasry-Belytchko [37], Mühlhaus-Aifantis [38], DeBorst-Mühlhaus [39] ; Gradient implicite : Engelen *et al.* [40], Peerlings *et al.* [41], Peerlings *et al.* [42]). Dans le méso-modèle utilisé, la seule dimension caractéristique explicitement introduite est l'épaisseur du pli, les variables d'endommagement sont en effet supposées uniformes dans l'épaisseur de chaque pli. Pour obtenir une prédiction objective de la rupture le modèle est complété en introduisant des limiteurs temporels de localisation sous la forme de modèle d'endommagement à taux limité, dont l'efficacité a été montré par J.F. Deü ([43]). Des aspects beaucoup moins étudiés dans la littérature, au moins pour les composites, sont ceux relatifs aux problèmes éventuels liés à l'érosion.

Cette question de la robustesse et de la représentativité physique des mécanismes d'érosion est au cœur de notre travail. De façon plus précise, les difficultés rencontrées dans ce domaine sont :

- la dépendance au maillage
- la libération d'énergie lors de l'érosion entraînant parfois l'arrêt des calculs.

Le problème est rendu plus complexe encore en raison des multiples mécanismes d'endommagement pouvant entraîner la dégradation du matériau et, dans un stade ultime, sa ruine.

L'étude détaillée de ces différents problèmes nous a conduit à proposer un critère

---

d'érosion basé sur l'annulation de l'énergie de déformation du fait des variables d'endommagement et une simplification du modèle d'endommagement lui-même, afin que la complexité de la mise en œuvre numérique du modèle soit acceptable. Le modèle tel quel étant encore gourmand en temps de calcul, nous avons travaillé sur l'optimisation du nombre d'opérations liées au calcul du tenseur de contraintes et la maximisation du pas temps.

En fonction de ces objectifs, la rédaction de ce document est structurée en deux grandes parties. La première partie fait le point sur les outils disponibles et les hypothèses nécessaires à la réalisation de l'étude. Ainsi un premier chapitre de nature bibliographique donne l'état de l'art sur les effets des impacts sur composite autant d'un point de vue expérimental que numérique et permet de dégager les points clefs de l'étude, d'aborder les difficultés connues liées à la modélisation de la rupture et les solutions proposées par la littérature et de poser les hypothèses de travail initiales. Il décrit aussi les outils numériques nécessaires à l'étude, ici le méso-modèle cité précédemment.

La deuxième partie s'attaque au cœur du travail. Les essais réalisés au CEG dans le cadre de cette étude sont décrits dans un premier chapitre et un second chapitre détaille les modifications à apporter pour, après avoir poussé dans ses retranchements le modèle issu de la littérature, obtenir un modèle robuste et sain. Un dernier chapitre revient à l'objectif ultime d'inscrire le modèle dans le cadre du "Virtual Testing". Avec cet objectif, un travail d'optimisation du temps de calcul est présenté et le modèle est ensuite validé par une comparaison essais/calculs.

---



## Première partie

# Étude bibliographique et analyse du problème



# Chapitre 1

## Préliminaires : étude bibliographique

### Sommaire

---

|            |  |           |
|------------|--|-----------|
| <b>1.1</b> | <b>Problématique de l'impact sur matériaux composites . . . .</b>                            | <b>10</b> |
| 1.1.1      | Description . . . . .  | 10        |
| 1.1.2      | Prédiction des endommagements causés par les impacts : modèles numériques simples . . . . .  | 14        |
| 1.1.3      | Prédiction des endommagements causés par les impacts : modèles numériques élaborés . . . . . | 17        |
| <b>1.2</b> | <b>Description du méso-modèle utilisé . . . . .</b>  | <b>19</b> |
| 1.2.1      | Modèle du pli . . . . .  | 19        |
| 1.2.2      | Modèle d'interface . . . . .   | 21        |
| <b>1.3</b> | <b>Modélisation de la rupture et de l'endommagement en dynamique . . . . .</b>               | <b>23</b> |
| 1.3.1      | Choix du type de code numérique . . . . .  | 23        |
| 1.3.2      | Méthodes de modélisation de la perforation . . . . .   | 25        |
| 1.3.3      | La rupture avec les modèles d'endommagement . . . . .  | 27        |

---

Ce chapitre est de nature bibliographique, il fait le point sur les travaux existants sur les impacts sur les composites et les méthodes numériques développées pour leur modélisation.

## 1.1 Problématique de l'impact sur matériaux composites

### 1.1.1 Description

Avant de travailler sur les outils à développer pour modéliser des impacts haute vitesse sur des matériaux composites, une étude bibliographique sur les résultats expérimentaux disponibles dans la littérature a été réalisée afin de dégager les principaux phénomènes mécaniques liés à ce type de sollicitations. La gamme de vitesse intéressant notre étude (1000 à 3500m/s) n'est pas disponible dans la littérature. Généralement, les impacts étudiés sont non perforants. Pour trouver des résultats d'essais perforants, il faut rechercher les études concernant les impacts de débris spatiaux, dont la vitesse d'impact est généralement supérieure à 4000m/s, que nous étudierons à défaut de pouvoir étudier directement la gamme de vitesse optimale afin d'évaluer les effets de vitesse sur le comportement des stratifiés et statuer sur le type de loi numérique nécessaire pour transcrire au mieux ce comportement. Pour cela nous nous intéresserons aux essais décrits par R. C. Tennyson, C. Lamontagne, G.N. Manuelpillai, J.H. Kerr, E. A. Taylor, R.C. Tennyson, M. J. Burchell, V. V. Silvestrov, A.V. Plastinin et N. N. Gorshkov dans les références [1], [44], [2] et [3]. Plusieurs séries d'essais ont été réalisées afin de caractériser des relations entre divers paramètres d'entrée et certains types de dégâts. Les paramètres d'entrée choisis sont l'épaisseur de la plaque, la séquence d'empilement, le diamètre du projectile, l'incidence de l'impact et la vitesse du projectile. Les valeurs choisies pour ces paramètres sont disponibles dans le tableau 1.1

Les dommages sur les composites soumis à un impact hypervélocé apparaissent sous différentes formes : la matrice et les fibres cassent sous des sollicitations en compression et le délaminage en surface apparaît sous des efforts en cisaillement. Des impacts à vitesse réduite sont associés aux dommages de décollement, provoqués particulièrement par des projectiles à tête émoussée. A mesure que l'énergie d'impact augmente, un phénomène de décollement couplé à de l'écaillage de la surface peut se produire, suivi de la pénétration du stratifié [1](Fig. 1.1). Les dommages relevés sur les composites sont caractérisés par un écaillage de la face avant, un décollement localisé au-dessous de la surface, un cratère ou un trou d'impact, un écaillage de la face arrière et des éjections de débris émanant des deux côtés du stratifié. Yew et Kendrick [44] ont prouvé que près de la face d'impact d'un composite en fibres de graphite, la rupture des fibres et de la matrice est provoquée par le passage du projectile. Ce secteur de dommages est beaucoup plus grand que celui du cratère ou du trou, et est dû à la structure stratifiée des composés. Pour des plaques de 16 et 32 plis de CFRP, les décollements entre les plis couvrent des domaines de l'ordre

---

| Shot ID | Primary Target |            |               | Secondary Target              |            |               | Projectile |                     |                 |
|---------|----------------|------------|---------------|-------------------------------|------------|---------------|------------|---------------------|-----------------|
|         | # of plies     | Thick (mm) | Lay-up        | # of plies                    | Thick (mm) | Lay-up        | Diam. (mm) | Impact Angle (deg.) | Velocity (km/s) |
| JSC #1  | 19             | 2.7        | (+/-43)s      | 4                             | 0.52       | (0,90)s       | 1.5        | 0                   | 6.05            |
| JSC #2  | 16             | 1.96       | (0,+/-45,90)s | 16                            | 1.92       | (0,+/-45,90)s | 2          | 0                   | 6.75            |
| JSC #3  | 16             | 1.83       | (0,+/-45,90)s | 16                            | 1.95       | (0,+/-45,90)s | 3          | 0                   | 6               |
| JSC #4  | 4              | 0.49       | (0,90)s       | 4                             | 0.54       | (0,90)s       | 1.5        | 0                   | 5               |
| JSC #5  | 24             | 2.86       | (0,+/-45,90)s | 24                            | 2.86       | (0,+/-45,90)s | 2.5        | 0                   | 6.98            |
| JSC #6  | 19             | 2.7        | (+/-43)s      | 16                            | 1.96       | (0,+/-45,90)s | 2          | 0                   | 7.2             |
| JSC #7  | 19             | 2.7        | (+/-43)s      | 16                            | 1.93       | (0,+/-45,90)s | 2.5        | 0                   | 6.85            |
| JSC #8  | 24             | 2.85       | (0,+/-45,90)s | 16                            | 1.9        | (0,+/-45,90)s | 2.5        | 0                   | 6.21            |
| JSC #9  | 8              | 0.96       | (0,+/-45,90)s | 8                             | 0.92       | (0,+/-45,90)s | 2          | 0                   | 5               |
| SwRI #1 | 4              | 0.53       | (0,90)s       | 4                             | 0.46       | (0,90)s       | 1          | 0                   | 6.82            |
| SwRI #2 | 8              | 0.93       | (0,+/-45,90)s | 8                             | 0.97       | (0,+/-45,90)s | 1          | 0                   | 7.27            |
| SwRI #3 | 24             | 2.90       | (0,+/-45,90)s | 24                            | 2.95       | (0,+/-45,90)s | 1          | 0                   | 7.18            |
| SwRI #4 | 4              | 0.41       | (0,90)s       | 4                             | 0.47       | (0,90)s       | 0.4        | 0                   | 6.26            |
| SwRI #5 | 1              | 1.93       | (0,+/-45,90)s | 16                            | 1.86       | (0,+/-45,90)s | 1          | 0                   | 7.18            |
| SwRI #6 | 16             | 1.94       | (0,+/-45,90)s | 16                            | 1.86       | (0,+/-45,90)s | 0.4        | 0                   | 7.3             |
| SwRI #7 | 8              | 0.96       | (0,+/-45,90)s | 8                             | 0.97       | (0,+/-45,90)s | 0.4        | 0                   | 7.07            |
| MSFC#1  | 8              | 0.92       | (0,+/-45,90)s | 8                             | 0.91       | (0,+/-45,90)s | 3.97       | 0                   | 6.57            |
| UKC #1  | 16             | 1.68       | (0,+/-45,90)s | -                             | 1          | Al            | 1          | 0                   | 5.01            |
| UKC #2  | 16             | 1.72       | (0,+/-45,90)s | -                             | 1          | Al            | 1          | 30                  | 5.17            |
| UKC #3  | 16             | 1.86       | (0,+/-45,90)s | -                             | 1          | Al            | 1          | 45                  | 5.19            |
| UKC #4  | 16             | 1.83       | (0,+/-45,90)s | -                             | 1          | Al            | 2          | 0                   | 4.66            |
| UKC #5  | 16             | 1.75       | (0,+/-45,90)s | -                             | 1          | Al            | 2          | 30                  | 4.79            |
| UKC #6  | 16             | 1.81       | (0,+/-45,90)s | -                             | 1          | Al            | 2          | 45                  | 4.82            |
| UKC #7  | 24             | 2.55       | (0,+/-45,90)s | -                             | 1          | Al            | 1          | 30                  | 5.26            |
| UKC #8  | 24             | 2.46       | (0,+/-45,90)s | -                             | 1          | Al            | 1          | 45                  | 5.39            |
| UKC #9  | 24             | 2.52       | (0,+/-45,90)s | -                             | 1          | Al            | 2          | 0                   | 4.51            |
| UKC #10 | 24             | 2.68       | (0,+/-45,90)s | -                             | 1          | Al            | 2          | 30                  | 4.55            |
| UKC #11 | 24             | 2.63       | (0,+/-45,90)s | -                             | 1          | Al            | 2          | 45                  | 4.88            |
| SSRMS1  | 19             | 2.7        | (+/-43)s      | 33 cm diameter cylinders with |            |               | 3.175      | 0                   | 6.4             |
| SSRMS2  | 19             | 2.7        | (+/-43)s      | 1 exterior layer of MLI       |            |               | 5.159      | 0                   | 6.8             |
| SSRMS3  | 19             | 2.7        | (+/-43)s      |                               |            |               | 5.953      | 0                   | 6.91            |
| SSRMS4  | 19             | 2.7        | (+/-43)s      |                               |            |               | 9.128      | 0                   | 6.56            |
| SSRMS5  | 19             | 2.7        | (+/-43)s      | + internal Nextel sock        |            |               | 9.128      | 0                   | 6.56            |
| SSRMS6  | 19             | 2.7        | (+/-43)s      | + external cable harness      |            |               | 9.128      | 0                   | 6.55            |

Tab. 1.1: Caractéristiques des essais

de cent fois la section touchée par le projectile (cela dépend des propriétés et de l'énergie du projectile autant que de l'empilement), alors que le secteur du cratère est moins de neuf fois plus grand. Les dommages extérieurs typiques sont l'écaillage de une ou deux des premières couches du composite sous l'action des efforts de pénétration. La direction d'écaillage s'est avérée identique à l'orientation des fibres dans la couche extérieure pour des matériaux avec des couches unidirectionnelles [44]. Pour des matériaux renforcés par un tissu bidirectionnel, d'autres types de dommages ont lieu. Silvestrov, Plastinin et Gorshkov [2] ont étudié le cratère et les écaillages de la surface sur des cibles en fibres d'aramide et de carbone époxy. La direction d'écaillage est dans ce cas identique à la direction des fibres dans le stratifié supérieur et l'épaisseur d'épluchage est égale à l'épaisseur du stratifié du haut. Pour les composites en fibres de verre étudiés, l'écaillage s'étend sur une longueur de 6 à 8 centimètres, avec une largeur 5 à 10 centimètres. Les décollements observés sur



les composites sont liés aux forces intra laminaires et de peau (ou cisaillement) qui n'influencent pas la formation du cratère lui-même. Le secteur des dommages sur la



**Fig. 1.1:** Photographie d'une surface délaminée après impact, face frontale [1]

face arrière s'avère plus grand que celui observé sur la face frontale. Cette différence dans les secteurs endommagés suggère fortement que l'écaillage provoqué par la réaction à l'onde de chargement de la frontière libre, peut être la cause principale des dommages à l'arrière de la plaque. L'écaillage se produit principalement pour des **plaques d'épaisseur moyenne** [44]. Pour ces plaques d'épaisseur moyenne, un cratère est formé par l'impact. Il y a le temps suffisant, pour que les ondes de choc produites par l'impact se réfléchissent sur la surface arrière. On observe que ces ondes arrachent un morceau de l'arrière de la plaque et qu'une zone d'écaillage apparaît ainsi à l'arrière.

**Pour une plaque très épaisse**, l'impact provoque la formation d'un cratère sur la surface d'impact mais a un effet négligeable sur les surfaces libres. En fait, la distance à parcourir étant plus longue, la force de l'onde de choc compressive produite par l'impact devient faible en atteignant la surface arrière de la plaque. Si l'amplitude de l'onde est inférieure à la force de résistance de la plaque, il n'y aura aucun écaillage à l'arrière de la plaque et les dommages subis seront ainsi limités à

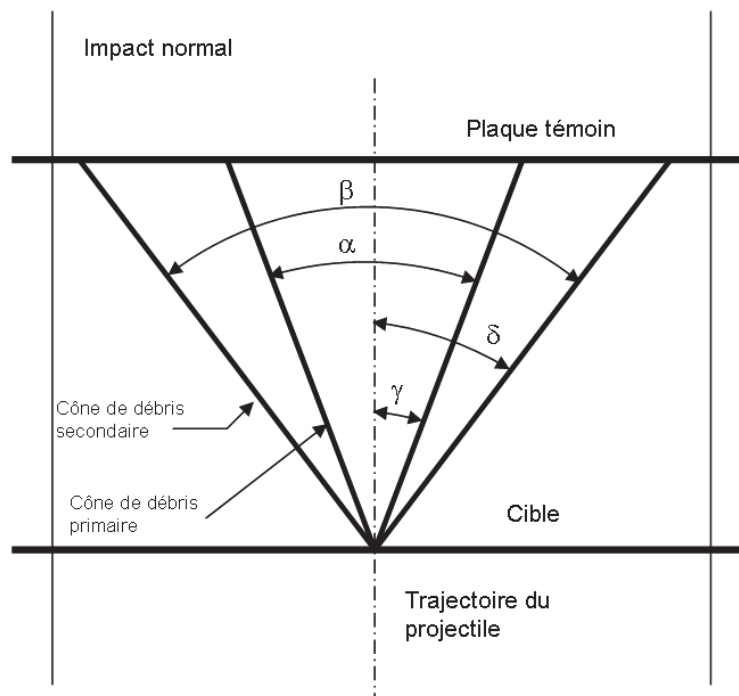
---

ceux dus au décollement. On s'attend donc à une petite zone de dommages internes et une vitesse élevée d'éjection de débris pour un panneau mince. Pour une plaque épaisse, la majeure partie de l'énergie du projectile est transférée à la plaque, ce qui crée une extension des dommages internes [44]. Silvestrov, Plastinin et Gorshkov [2] ont également prouvé que les caractéristiques des dommages de la cible dépendent fortement de la résistance du matériau. Christianen [45] ajoute que l'analyse des données des essais d'impacts hypervéloces sur des éprouvettes de graphite époxy montre que l'importance des dommages est plus liée au module des fibres qu'à l'orientation des plis ou de l'empilement. Sur des tubes en fibre de bas module (234 GPa) et des plaques planes, on relève sur les plis extérieurs des zones d'écaillage près du point d'impact. Les spécimens de haut module (517 GPa) ne se sont pas écaillés. De plus grands trous sont apparus dans les cibles de haut module que dans des cibles de bas module pour des impacts semblables. En revanche, quelque soit le module, les cibles présentent généralement les mêmes surfaces de décollements internes et de dommages autour du point d'impact. À l'inverse, les différences dans l'orientation des plis n'ont pas eu d'influence notable au niveau des trous et cratères. Pour tous les composites en fibres de carbone ou de verre étudiés par Silvestrov, Plastinin et Gorshkov [2], les couches en dessous du cratère n'ont presque pas été déformées pour des cibles épaisses. Ceci indique l'absence de plastification pendant le processus d'impact sur des composites. Les sollicitations de la cible s'arrêtent juste après la consommation ou l'arrêt du projectile. Le secteur global de dommages (rupture multiple et décollement) augmente avec la vitesse d'impact et l'épaisseur du panneau (pour un même projectile) : plus l'épaisseur du panneau est faible, moins l'énergie du projectile est transférée au panneau.

**Pour les plaques très minces**, le cratère dans la plaque est produit par l'impact et le premier passage des ondes chocs. Comme l'intervalle de temps pour que les ondes se réverbèrent dans l'épaisseur de la plaque est court, les ondes de chocs se convertissent rapidement en ondes compressives rayonnant à l'extérieur du point d'impact ; ce sont ces ondes qui créent une région uniformément endommagée dans toute l'épaisseur de la plaque. Pour les cibles minces, une fois que le projectile a impacté et a pénétré le stratifié, deux nuages de débris sont formés. Ces nuages formés principalement par la désintégration de la cible mais également par celle du projectile [44] émanent des surfaces avant et arrière du stratifié. Pour des impacts à vitesse élevée, il a été trouvé par Tennyson et Lamontagne [1] que la vitesse d'éjection est comparable à celle du projectile dans les conditions étudiées. Selon les distances et l'angle du cône d'éjection, des zones de dommages beaucoup plus grandes que le cratère peuvent apparaître. Des résultats semblables ont été trouvés pour des plaques planes en graphite/PEEK et pour des cylindres du même matériau.

Des analyses du nuage de débris effectuées sur des plaques témoins en aluminium ont prouvé qu'il y a deux classes des dommages [3] : une zone primaire de dommages présentant de grands cratères liés aux fragments du projectile et un deuxième secteur contenant un plus grand nombre de plus petits cratères et des fibres de carbone incrustées dans la plaque d'aluminium. Pour des impacts obliques, le nuage de débris

---

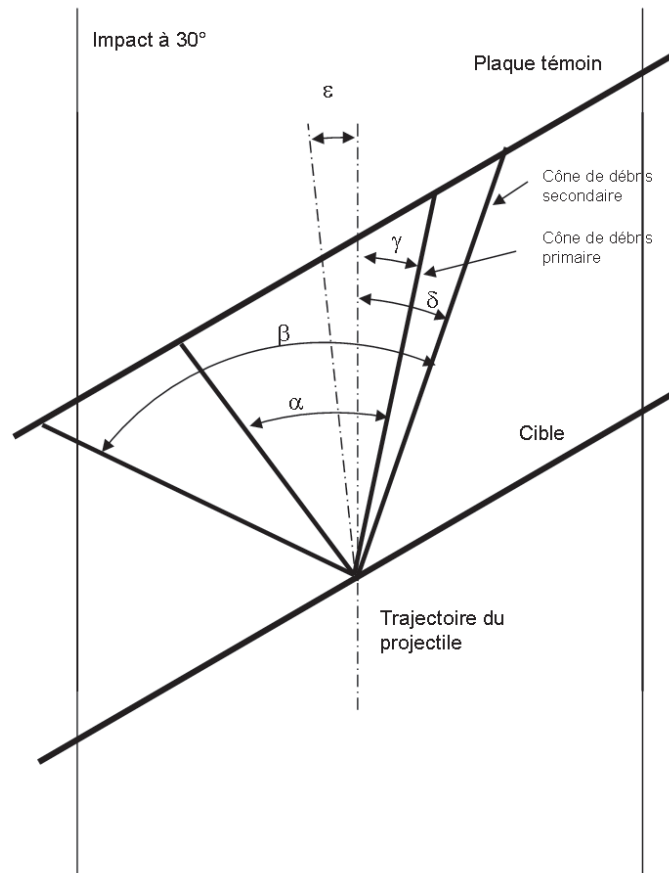


**Fig. 1.2:** Impact à  $0^\circ$

sortant de la face arrière du stratifié ne suit pas la direction de vol du projectile. Ainsi, un angle de déviation (Fig. 1.2 et 1.3) a été défini comme angle entre le vecteur initial de la vitesse du projectile et le centre de masse de la zone primaire de dommages. En outre, on a également observé que les angles primaires et secondaires du cône d'éjection pour les essais avec incidence n'étaient pas colinéaires à la direction de vol du projectile. De plus l'angle d'éjection apparaît comme indépendant de l'épaisseur du pli et de la cible d'après les résultats disponibles. Bien que faible, l'angle d'éjection peut s'avérer important dans la prévision des dommages d'impact principaux.

### 1.1.2 Prédiction des endommagements causés par les impacts : modèles numériques simples

Le comportement d'un stratifié composite soumis à un impact a un degré de complexité qui augmente avec la vitesse d'impact ([18]). La prédiction du processus d'impact reste aujourd'hui un problème ouvert. Différentes investigations ont été menées selon différentes approches allant du modèle semi-empirique, au modèle numérique extrêmement complexe dépendant du type d'impact. Les essais présentés ci-dessus ont permis l'élaboration de modèles empiriques. Ainsi, le diamètre du cratère ou du trou d'entrée produit par l'impact d'une particule avec un stratifié de fibres de



**Fig. 1.3:** Impact à 30°

carbone peut être estimé comme suggéré par Christianen [45] :

$$D_c = [E_t \rho_t / D_p \rho_p]^{1/3}$$

où  $E$  est l'énergie de projectile (Joules),  $t$  est l'épaisseur de cible (millimètres),  $D_p$  est le diamètre de projectile (millimètres), et  $\rho_t$  et  $\rho_p$  sont les masses volumiques de la cible et du projectile.

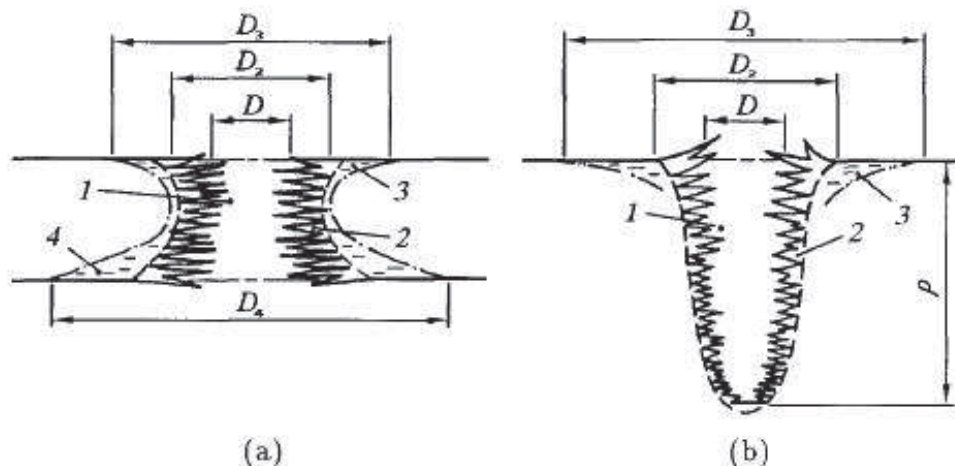
Le cratère d'entrée ( $D_c$ ) est défini par le diamètre équivalent d'un cercle qui entoure le même secteur que le trou formé (irrégulier). L'énergie du projectile est notée  $E$  et la vitesse du projectile  $V$ . Cette relation semble ne pas dépendre de l'empilement et elle est vraie pour des matériaux en graphite/PEEK. D'un point de vue structural, les dommages d'entrée sur la face avant sont également un paramètre important pour évaluer la réduction globale de la rigidité, de la durée de vie en fatigue due à la propagation de fissures dans cette région endommagée. La zone de dommages sur la face avant inclut le trou de cratère et la zone de délaminage. Comme dans le cas du calcul du diamètre du trou, cette région peut également être

définie par un cercle équivalent. Le diamètre de la zone de dommages d'entrée pour des composites en fibres de carbone [1] s'écrit :

$$D_{entreedommages} = 3.74 \cdot \sqrt[3]{(E \cdot t / D_p)}$$

Tennyson et Lamontagne [1] ont également noté que pour des composites en fibres de carbone/PEEK, bien que le décollement se fasse en dessous de la surface, la surface touchée est environ 20 % plus grande que la surface visible.

Jusqu'ici, aucune formule de ce type n'a été trouvée pour d'autres genres de composites. Seules des observations qualitatives ont été faites sur des composites en fibres de verre sur les dimensions de cratère ou de trou. Pour les cibles minces et épaisses en fibres de verre (perforées ou non perforées), il y a une zone quasi cylindrique au centre de la structure du cratère [2]. En fait, la forme du cratère n'est pas exactement à symétrie cylindrique, il y a une rupture directionnelle. Dans cette zone la cible est complètement détruite et les débris sont éjectés. La surface latérale intérieure du trou dans les composites est accidentée, puisqu'elle est touchée par de multiples ruptures de la matrice et du décollement des renforts. Pour ces raisons, il n'est pas possible de mesurer précisément le diamètre du trou, on ne peut que l'estimer. Ces évaluations donnent un diamètre qui n'excède pas 1,5 à 2 fois le diamètre du projectile pour des composites en fibres de verre, tandis que la taille du cratère ou du trou est 7 à 9 fois celle du projectile pour des composites en fibres de carbone [44]. Pour les panneaux composites en fibres de verre épais, la profondeur du cratère est approximativement égale à son rayon. Pour les composites en fibres de verre étudiés par Silvestrov, Plastinin et Gorshkov [2], on peut observer plusieurs zones endommagées sur la section du cratère (Fig. 1.4).



**Fig. 1.4:** Schéma d'un cratère après impact perforant (a) ou non (b) sur une plaque en composite verre [2]

Autour du trou, il y a deux autres zones endommagées. Dans la première, la matrice est percée par un réseau de fissures et elle est partiellement endommagée.

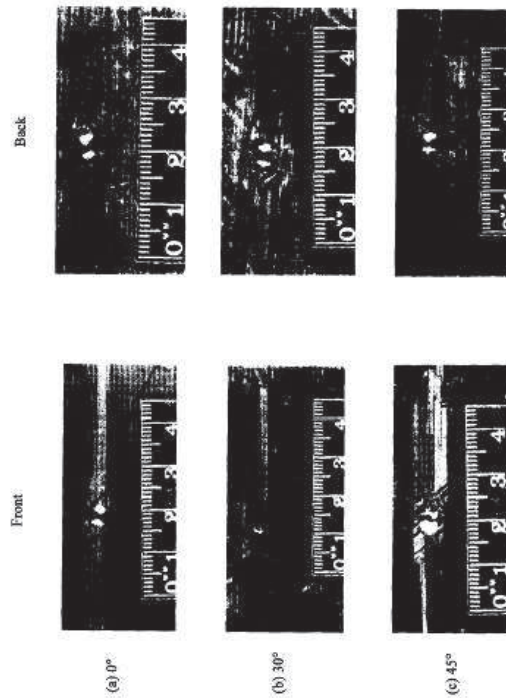
Son diamètre est 2 à 4 fois plus grand que le diamètre du trou et sa forme est semblable à la forme de cratère des matériaux élastiques. Ceci reflète la symétrie quasi sphérique du processus d'écoulement de l'onde de choc. Cette zone naît de la perte d'énergie du projectile quand il pénètre dans la cible jusqu'à sa consommation totale ou son arrêt complet. La seconde zone est limitée par un contour blanchi sur la surface de la cible. En règle générale cette région est de forme elliptique. Sa surface caractéristique est 20 à 220 (selon l'épaisseur de la cible) fois plus grande que celle du trou. Quand l'épaisseur de la cible augmente, le diamètre équivalent des zones blanchies augmente et atteint son maximum à la limite de perforation, puis diminue jusqu'à une valeur constante. La croissance de ce diamètre est due à l'augmentation de la quantité d'énergie du projectile absorbée par la cible, alors que sa diminution peut être expliquée par la réduction d'intensité de l'onde de choc quand elle a atteint la face arrière. Pour les plaques épaisses de composites en fibres de verre, le blanchiment apparaît seulement sur la face avant. Silvestrov, Plastinin et Gorshkov [2] ont également étudié l'influence des caractéristiques de différents matériaux. Ils ont constaté qu'il y a une différence significative dans la taille et la forme des cratères pour des cibles faites en alliage d'aluminium, en composite en fibres de verre/époxy, d'aramide/époxy et de carbone/époxy, et en époxy. La gamme de vitesses explorée est comprise entre 4 et 8 Km/s. Dans des cibles élastique/plastique, leur forme est pratiquement hémisphérique. Dans les cibles en époxy, on observe un trou ovale à symétrie circulaire avec le rapport profondeur de pénétration sur diamètre de zone dommages égal à 2. Pour les composites, les trous sont ovales sans symétrie circulaire, et le rapport précédent varie entre 2 et 4. La forme du trou d'entrée dans la plaque est circulaire pour l'aramide/époxy et elle est plus cruciforme que circulaire pour le verre et le carbone/époxy. Ceci est dû à l'anisotropie des propriétés des matériaux dans les directions de renforts en verre ou en carbone. Le diamètre du trou est égal à 1 à 2 fois le diamètre du projectile pour les fibres de verre et les cibles d'aramide/époxy (Fig. 1.5). Le diamètre de cratère d'entrée pour un composite en fibres de carbone/PEEK ne varie pas sensiblement avec le nombre de plis dans le stratifié (*i.e.* l'épaisseur de la cible) ou l'angle d'impact, pour des angles allant de  $0^\circ$  à  $45^\circ$  [3].

### 1.1.3 Prédiction des endommagements causés par les impacts : modèles numériques élaborés

De nombreuses études ont été réalisées dans ce sens, traitant principalement des impacts basse vitesse ([19], [20], [9], [21], [22], [23], [24], [25], [26], [46], [47] et [48]). Le type d'impact basse vitesse étudié correspond principalement aux chutes d'outils, et aux impact de débris présents sur les piste de décollage. Pour les hautes vitesses, peu d'études numériques sont disponibles et concernent, encore une fois, principalement l'impact des débris spatiaux.

Quelques modèles sur la perforation de composites utilisant la méthode SPH (Smooth Particle hydrodynamics) sont disponibles. En outre, Sheikh ([30]), a proposé un modèle de stratifié utilisant une formulation coque, basé sur la mécanique

---



**Fig. 1.5:** Photographies d'une plaque composite de 24 plis après impact d'un projectile en aluminium de 2mm[3]

de l'endommagement. La loi de propagation d'endommagement qu'il utilise est celle initialement proposée par Matzenmiller dans [31] adaptée à la prédiction d'absorption d'énergie. D'autres études sur la profondeur de pénétration des stratifiés épais sont disponibles ([32]). Le nombre de propositions de modèles numériques adaptés à notre problème est donc très limité. Restent alors les modèles développés en dynamique, on citera alors les travaux de Z. Jendli sur la modélisation du comportement dynamique de composite, mais la discontinuité des fibres des matériaux étudiés ne permet pas de les utiliser. L'étude bibliographique précédente a montré, que lors des essais d'impacts, les types de mécanismes d'endommagement avant la détérioration totale du matériau, tels que la rupture des fibres, la fissuration de la matrice et le délaminage, observés sont les mêmes qu'en statique. De plus, la faible vitesse d'arrachement des fibres et l'absence d'effet de vitesse sur le comportement du carbone laissent penser que le méso-modèle élasto-plastique endommageable de Ladevèze ([49], [16]) validé en statique et pour des petits chocs ([11]), peut être pris comme base de travail.

---



## 1.2 Description du méso-modèle utilisé

### 1.2.1 Modèle du pli

#### 1.2.1.1 La loi de comportement

Pour des contraintes importantes, le pli se détériore de manière irréversible : il y a apparition de micro fissures dans la matrice et décohésion des fibres et de la matrice. Ces endommagements se traduisent par une dégradation des modules d'Young du matériau, selon les équations suivantes où  $d'$  et  $d$  sont les variables d'endommagement.

$$\begin{aligned} E_2^{endo} &= E_2(1 - d') \\ G_{12}^{endo} &= G_{12}(1 - d) \end{aligned} \quad (1.1)$$

Les variables d'endommagement sont nulles au début de la simulation quand le matériau est intact. Elles atteignent une valeur unitaire quand le matériau est rompu. En tenant compte des variables d'endommagement, la loi élastique est la suivante :

$$\sigma = K\varepsilon^e \text{ avec } K^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+}{E_2(1-d')} + \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_-}{E_2\sigma_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}(1-d)} \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

Le comportement du matériau reste linéaire et élastique suivant l'axe 1. La présence de la variable  $d'$  permet de prendre en compte les micro fissurations qui apparaissent suivant l'axe 2. La présence de la variable  $d$  permet de prendre en compte la décohésion entre la matrice et les fibres lorsqu'il y a un cisaillement dans le plan (1,2). On note que l'apparition de micro fissures présente un caractère unilatéral. En effet, quand on charge suivant la direction perpendiculaire aux fibres, le comportement du pli change suivant le sens du chargement :

- en tension : des micro fissures se forment dans la matrice donc l'endommagement augmente et par conséquent le module diminue,
- en compression : après une extension préalable, les micro fissures se referment et n'ont alors pas d'influence sur le comportement du pli. Le module retrouve alors sa valeur initiale.

On note que l'apparition de la décohésion entre la matrice et les fibres ne présente pas de caractère unilatéral. En effet, une contrainte en cisaillement entraîne une décohésion quelque soit son sens.

**Note :** On utilisera dans la suite la notion de contrainte équivalente  $\tilde{\sigma}$  avec :

$$(\tilde{\sigma}) = \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+}{(1-d')} + \langle \sigma_{22} \rangle_- \\ \frac{\sigma_{12}}{(1-d)} \end{pmatrix} \quad (1.3)$$


---



### 1.2.1.2 Loi d'évolution des endommagements

On pose comme loi d'évolution des endommagements :

$$\begin{aligned}\underline{Y}(t) &= \sup_{\tau < t} (\sqrt{Y_d(\tau) + bY - d'(\tau)}) \\ \underline{Y}'(t) &= \sup_{\tau < t} (\sqrt{Y_{d'}(\tau)})\end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}Y_d &= \frac{1}{2} \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12}(1-d)^2} \\ Y_{d'} &= \frac{1}{2} \frac{\sigma_{22}^2}{E_2(1-d')^2}\end{aligned}$$

On a donc :

$$\begin{aligned}d &= \frac{\langle \underline{Y} - Y_0 \rangle_+}{Y_c} \\ d' &= \frac{\langle \underline{Y}' - Y'_0 \rangle_+}{Y'_c}\end{aligned}$$

La constante  $Y'_0$  représente le seuil d'endommagement suivant la direction perpendiculaire aux fibres. La constante  $Y_0$  représente le seuil d'endommagement en cisaillement. Les constantes  $Y_c$  et  $Y'_c$  contrôlent la rapidité de l'évolution des endommagements. La constante  $b$  est un coefficient de couplage.

### 1.2.1.3 Prise en compte des effets inélastiques

Pour tenir compte des déformations irréversibles dues aux déformations résiduelles liées à la fermeture partielle des micro-fissures, le formalisme de l'écoulement plastique est utilisé. Les déformations totales sont égales la somme des déformations élastiques et des déformations irréversibles :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{11} &= \varepsilon_{11}^e \\ \varepsilon_{22} &= \varepsilon_{22}^e + \varepsilon_{22}^{ir} \\ \varepsilon_{12} &= \varepsilon_{12}^e + \varepsilon_{12}^{ir}\end{aligned}$$

Il n'y a aucune déformation irréversible suivant la direction des fibres, car dans cette direction le comportement du matériau est totalement élastique jusqu'à la rupture. Le domaine élastique est défini par une fonction  $F$  :

---

$$F = \sqrt{\tilde{\sigma}_{12}^2 + a_{ir}^2 \tilde{\sigma}_{22}^2} - R(p) - R_0 \quad (1.4)$$

avec :

$R$  est une fonction caractéristique du matériau de la forme :  $R(p) = \beta p^\alpha$ .  
 $a_{ir}$  un coefficient de couplage.  
 $R_0$  le seuil d'irréversibilité.

La variable  $p$  (analogue à l'écroutissage d'un matériau plastique) augmente pour satisfaire l'équation  $F = 0$ , ce qui induit une modification des déformations inélastiques selon les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11}^{in} &= 0 \\ \varepsilon_{22}^{in} &= a_p^2 \frac{\tilde{\sigma}_{22}}{R + R_0} \dot{p} \\ \varepsilon_{12}^{in} &= \frac{\tilde{\sigma}_{12}}{R + R_0} \dot{p} \end{aligned}$$

Bien que le gonflement du domaine élastique soit défini par une seule variable, le modèle demeure anisotrope par l'intermédiaire du coefficient de couplage.

## 1.2.2 Modèle d'interface

### 1.2.2.1 Présentation du modèle

La modélisation du délaminage est traitée dans la littérature selon plusieurs approches. On citera par exemple celle d'un critère en post processing proposé dans [50]. Une autre approche est de modéliser l'interface par une loi de comportement endommageable. Elle peut être basée sur l'utilisation soit d'une loi de contact particulière, soit d'éléments cohésifs. Le chapitre 4 montrera que le temps de calcul associé à l'implémentation de l'interface sous forme de contact est plus faible que sous forme d'éléments cohésifs. La loi de contact sera donc retenue, et c'est pourquoi elle sera plus particulièrement présentée. Signalons tout de même que la programmation sous forme d'éléments cohésifs est presque identique.

Dans ce programme, on utilise le modèle d'endommagement proposé par Allix et Guinard dans [51] et [52] pour décrire l'évolution de la détérioration de l'interface. Le tenseur des contraintes à l'interface se calcule à partir du vecteur des déplacements relatifs ainsi :

$$\begin{aligned} \sigma_n &= K_n [(1 - d_i)(U_n^r)^+ + (U_n^r)^-] \\ \sigma_{cis1} &= K_{cis1} (1 - d_i) U_{cis1}^r \\ \sigma_{cis2} &= K_{cis2} (1 - d_i) U_{cis2}^r \end{aligned}$$


---

avec :

$\sigma_n$  la contrainte dans la direction normale,

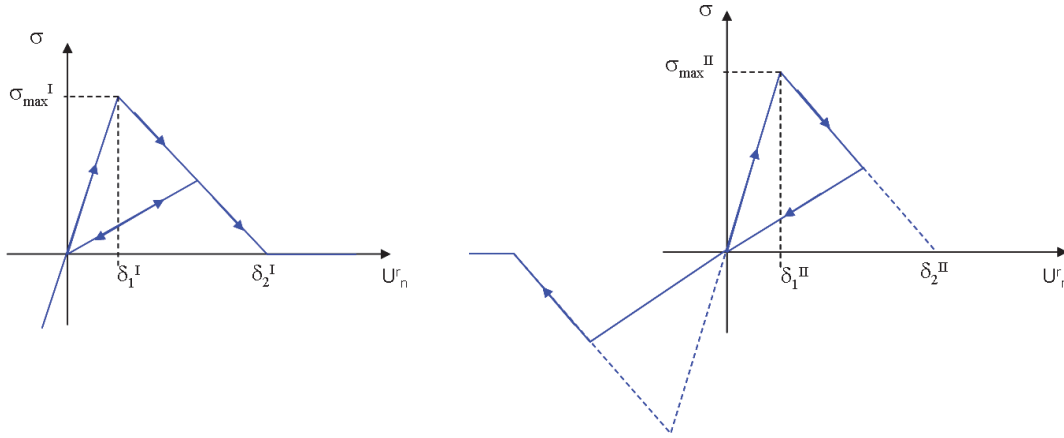
$\sigma_{cis1}, \sigma_{cis2}$  les contraintes en mode II,

$U^r$  le déplacement relatif dans la direction considérée,

$K$  la raideur dans la direction considérée et

$d_i$  l'endommagement.

La première équation traduit un endommagement unilatéral dans la direction normale au plan du stratifié (mode I). Les deux suivantes décrivent un endommagement bilatéral pour les déplacements contenus dans le plan du stratifié (mode II) (fig. 1.6).



**Fig. 1.6:** Comportement de l'interface

Les variables d'endommagement se calculent comme suit :

$$d_i = \frac{Y}{Y_c}$$

$$Y = \text{Sup}_t \sqrt{(Y_n)^2 + \gamma_1 (Y_{cis1})^2 + \gamma_2 (Y_{cis2})^2}$$

$$Y_n = \frac{\sigma_n^2}{2K_n(1-d_i)^2}$$

$$Y_{cis1} = \frac{\sigma_{cis1}^2}{2K_{cis1}(1-d_i)^2}$$

$$Y_{cis2} = \frac{\sigma_{cis2}^2}{2K_{cis2}(1-d_i)^2}$$

où  $Y_c$  est le taux de restitution d'endommagement critique

Pour visualiser les délaminages, le terme  $Y_c$  doit être recalé de façon analogue à celle pratiquée dans [53]. Le recalage de ce terme a été poussé très loin dans

la littérature afin de tester l'idée que pour des vitesses élevées de propagation du délaminage, les taux de restitution d'énergie peuvent fortement chuter. Dans [54],  $G_c$  passe de 90-200 à 2-13  $J.m^2$  (pour des vitesses de délaminage allant de quasi-statique à 1000-2000 m/s).

On peut noter un couplage entre les endommagements, l'endommagement suivant un mode se répercute sur l'autre mode.

Lorsque la variation de distance qui sépare deux nœuds en contact, de part et d'autre de la surface, est inférieure à  $\delta_1$ , alors la contrainte à l'interface est proportionnelle au déplacement. On est ici en présence d'un comportement élastique linéaire (quand  $0 < \delta < \delta_1$ ). Pour des déplacements maximum compris entre  $\delta_1$  et  $\delta_4$ , alors la contrainte à l'interface chute de  $\sigma_{max}$  (pour  $\delta = \delta_1$ ) à 0 (pour  $\delta = \delta_4$ ). On se trouve ici en présence d'un comportement élastique endommageable avec une progression irréversible de l'endommagement entre 0 et 1. La variable  $D$  d'endommagement est contrôlée par l'évolution du déplacement relatif maximum. Pendant cette phase, la liaison (l'interface) se dégrade progressivement jusqu'à ce qu'elle atteigne, au dernier chargement, la rupture totale (en  $\delta_4$ ,  $d_i=1$ , les efforts sont nuls). Au delà, la contrainte reste nulle. La rupture se fait en mode I et en mode II.

Ce modèle devra alors être étendu afin de gérer la rupture en dynamique.

## 1.3 Modélisation de la rupture et de l'endommagement en dynamique

### 1.3.1 Choix du type de code numérique

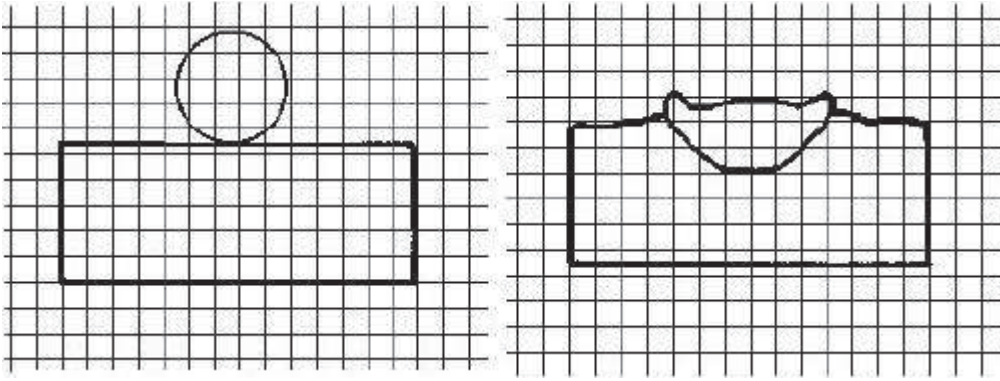
Deux grandes familles de codes sont utilisées pour modéliser des phénomènes d'impacts, chacune s'appuyant sur un type de maillage différent : un maillage eulérien fixe dans l'espace ou un maillage lagrangien pour lequel le maillage est solidaire du matériau. Dans le cas des maillages eulériens, le principal avantage est que le matériau peut s'écouler au travers du maillage ce qui ne pose aucun problème en cas de grandes déformations. En revanche, les problèmes d'interface sont plus complexes à modéliser et sont très coûteux en termes de temps de calcul. Peu de codes permettent l'utilisation de matériau anisotrope. Les méthodes lagrangiennes permettent de mieux décrire les petits déplacements et les problèmes d'interface entre deux matériaux. En revanche, des déformations importantes provoquent une grande déformation des mailles et par conséquent peuvent présenter des difficultés de calculs. Enfin, on notera qu'il existe dans certains logiciels un mode couplé lagrangien/eulérien mais leur application est limitée à certains types de problèmes. Les équations de conservation pour les descriptions eulériennes et lagrangiennes sont rappelées dans le tableau 1.2.

Dans une description eulérienne, l'espace est discrétisé par un maillage fixe à travers lequel la matière se déplace. Les intégrations spatiales et temporelles se font généralement par des schémas de semi-discrétisation aux différences finis. Numériquement, la programmation des équations se décompose en une phase d'ad-

|                           | Euler   | Lagrange  |
|---------------------------|---|---|
| Conservation de la masse  | $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i) = 0$  | $\frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0$                           |
| Conservation du moment    | $\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = f_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j}$      | $\frac{Dv_i}{Dt} = f_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j}$        |
| Conservation de l'énergie | $\frac{\partial e}{\partial t} + v_i \frac{\partial e}{\partial x_i} = f_i v_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j}(\sigma_{ji} v_j)$ | $\frac{De}{Dt} = f_i v_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j}(\sigma_{ji} v_j)$ |

**Tab. 1.2:** Équations de conservation pour les descriptions eulériennes et lagrangiennes

vection, et une phase de projection, où la matière advectée est projetée sur la grille fixe (fig. 1.7). La méthode eulérienne s'accommode parfaitement des grandes

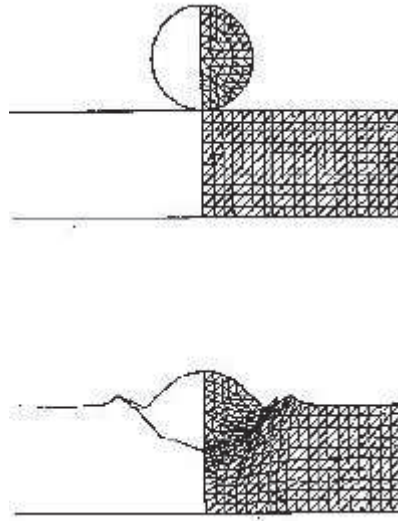


**Fig. 1.7:** Maillage Eulérien [4]

déformations qui n'induisent aucune dégradation du pas de temps. Toutefois, le choix d'un maillage fixe a un prix, celui de la gestion des mailles contenant simultanément plusieurs matériaux (mailles mixtes) d'une part, et celui de la gestion des mailles vides d'autres part. Le suivi des frontières matérielles et plus particulièrement, la gestion des problèmes de contact ne peut se faire de façon aussi rigoureuse que dans le cas d'une approche lagrangienne.

Dans une description lagrangienne, l'espace initialement occupé par les matériaux est discrétisé en élément de volume. Les nœuds du maillage se déplacent à chaque cycle d'intégration temporelle à la vitesse matérielle, de sorte qu'aucun flux ne peut se développer d'une maille à l'autre. Les déformations du maillage constituent alors une représentation semi-directe des déformations matérielles (fig. 1.8). Le schéma d'intégration spatiale utilisé est de type éléments finis et celui d'intégration temporelle est généralement un schéma de semi-discrétisation de type Newmark explicite. Les simulations de forts écoulements de fluide se traduisent invariablement par de fortes distorsions des maillages. Ces dernières induisent conjointement une diminution du pas de temps et une dégradation de la précision du schéma d'intégration spatiale. L'approche lagrangienne est tout de même généralement moins coûteuse en termes de temps de calcul que l'approche eulérienne.

Compte tenu du caractère plutôt fragile et de l'anisotropie d'un stratifié composite, l'approche lagrangienne sera préconisée pour la modélisation d'impact sur



**Fig. 1.8:** Maillage Lagrangien [4]

composite.

## 1.3.2 Méthodes de modélisation de la perforation

### 1.3.2.1 Perforation

Pour modéliser la perforation, différentes techniques peuvent être envisagées. Quatre seront présentées ici : le tunneling, la méthode de plan de symétrie avec rupture, la fragmentation et l'érosion.

La technique du **tunneling** consiste à créer initialement un trou au centre de la cible pour permettre au projectile de pénétrer. Ce tunnel guide le nez du projectile pendant toute la perforation. Cette technique fait l'hypothèse que la majeure partie de l'énergie dissipée est utilisée pour l'expansion radiale du tunnel. Elle n'est en conséquence applicable qu'à des projectiles pointus. La méthode est très stable par rapport au diamètre du tunnel, ce dernier peut atteindre jusqu'à 20% du diamètre du projectile. Par ailleurs, la nécessité d'une connaissance *a priori* de la trajectoire du projectile limite fortement le champ d'application de cette méthode. Pour cette raison, elle n'est généralement utilisée que pour les simulations d'impact à incidence normale.

Pour des configurations d'impact possédant un plan de symétrie, la technique du **plan de symétrie avec rupture** consiste à définir des conditions limites particulières pour les nœuds appartenant à ce plan, quelque soit le matériau. Ces nœuds bloqués à l'origine dans la direction perpendiculaire au plan de symétrie, peuvent être libérés lorsque la contrainte qui leur est appliquée dépasse une limite définie par l'utilisateur. Au cours de la perforation, ces nœuds peuvent s'écarter de ce plan de symétrie et laisser ainsi un passage pour le projectile. Cette méthode permet d'obtenir des informations sur la trajectoire du projectile avec un temps de calcul très nettement inférieur à ceux requis pour les autres techniques.

Une autre technique est **la fragmentation**. Les travaux dans ce domaine ont principalement impliqué le développement de techniques discrètes pour traiter du problème de la rupture. Plus spécifiquement, il a été développé une catégorie particulière d'éléments finis, dits éléments cohésifs. Les éléments cohésifs représentent explicitement les fissures et sont particulièrement efficaces pour modéliser les problèmes de bifurcation et de fragmentation. L'approche continue, qui consiste à faire varier un paramètre représentant l'endommagement, est délicate à mener dans le cas de fissures multiples. Les éléments cohésifs qui permettent en revanche de propager des fissures à la frontière de chaque élément du maillage, prennent naturellement en compte les interactions entre de multiples fissures. L'origine des éléments cohésifs peut être trouvée dans le concept de zone cohésive en tête de fissure, qui fut introduit par Dugdale [55] et Barrenblatt [56]. L'introduction de ce concept dans une méthode par éléments finis conduit à l'élaboration d'éléments cohésifs, qui décrivent explicitement le phénomène de la rupture. Les travaux de Xu et Needleman [57],[58] et [59] ont permis de démontrer l'utilité de cette approche dans les applications à deux dimensions. Le processus de rupture est décrit par une loi cohésive qui relie les tractions supportées par l'élément à son ouverture. Xu et Needleman ont utilisé dans leurs travaux une loi cohésive dite exponentielle (ou loi de Smith-Ferrante). L'avantage de cette loi est sa simplicité d'utilisation car elle ne nécessite pas l'implémentation d'un algorithme d'insertion dynamique d'éléments cohésifs. En revanche, l'inconvénient majeur de l'approche est la modification des propriétés élastiques de la structure étudiée. En effet, la pente initiale des lois de type exponentiel introduit dans le maillage éléments finis une élasticité artificielle qui génère parfois une anisotropie élastique. Afin de remédier à ce problème, Camacho et Ortiz ont développé en deux dimensions un élément cohésif initialement rigide. Cet élément nécessite un algorithme d'insertion plus sophistiqué mais permet de préserver l'intégrité des propriétés structurales du maillage [60, 61]. Pandolfi et al [62, 63], puis Ruiz et al [64][65] ont poursuivi le développement de cet élément dans un cadre tridimensionnel. D'autres exemples d'études ayant recours aux éléments cohésifs peuvent être trouvés dans [66, 67]. Malgré le succès grandissant de cette approche, de nombreuses questions sur son bien-fondé restent posées. Trois types de questions alimentent les critiques sur l'approche cohésive :

- dépendance du chemin de fissure par rapport au maillage,
- convergence de l'énergie cohésive avec la taille du maillage,
- développement de lois cohésives en relation avec les propriétés microstructurales d'un matériau.

La technique de **l'érosion** consiste à supprimer des éléments du maillage dans lesquels un critère, généralement basé sur l'endommagement, atteint une limite définie par l'utilisateur. La surface de contact entre le nez du projectile et la cible étant généralement le siège des distorsions les plus importantes, le projectile traverse alors la cible par érosion de cette dernière. Cette méthode nécessite une redéfinition permanente des surfaces de contact potentielles qui est automatiquement gérée par l'algorithme de contact mais qui induit une nette augmentation du coût CPU. Par ailleurs, le seuil d'érosion retenu ainsi que la taille de maille ont un effet sur les

---



résultats difficiles à maîtriser. L'érosion est en générale bâtie sur un critère en déformation ou en contrainte ([68]).

### 1.3.3 La rupture avec les modèles d'endommagement

Cette partie fait le point sur les méthodes permettant de modéliser l'endommagement et d'aboutir à la perforation.

Il est aujourd'hui admis que les modèles classiques d'endommagement (c'est-à-dire locaux et indépendants du temps) ne sont pas adaptés à la prévision de la rupture car ils ne permettent pas de décrire de façon objective la phase post-pic du comportement. En effet, lorsque la matrice de rigidité tangente du matériau n'est plus définie positive, on voit apparaître des zones dans lesquelles les déformations se concentrent brutalement. Ce phénomène de localisation, précurseur de la ruine du matériau, existe en statique comme en dynamique. Les difficultés qui lui sont associées peuvent être abordées sous différents angles. D'un point de vue mathématique, ce phénomène correspond à un changement de nature des équations aux dérivées partielles associées à l'équilibre de la structure. Pour les problèmes statiques, la localisation est caractérisée par une perte d'ellipticité des équations d'équilibre. La vitesse de propagation des ondes est alors imaginaire. Les informations ne pouvant plus se propager à l'intérieur du solide, la déformation tend à s'accumuler dans une partie arbitrairement petite ([69]), ce qui n'est pas réaliste. En ce qui concerne le traitement numérique des modèles de comportement adoucissants, les difficultés se traduisent par une forte dépendance des résultats au maillage. En effet la taille de la zone de localisation devient proportionnelle à la taille de l'élément fini où se produit le phénomène. On arrive alors au paradoxe suivant : plus le maillage est raffiné, plus l'énergie dissipée lors de la rupture diminue jusqu'à tendre vers zéro. Cette non objectivité des résultats vis-à-vis de la discrétisation spatiale représente encore un des principaux obstacles au développement des simulations éléments finis pour la prévision de la rupture. Pour éviter de telles difficultés, une première démarche consiste à déterminer les conditions pour lesquelles il peut y avoir localisation des déformations. Il s'agit en fait de définir le domaine d'utilisation des lois de comportement avec adoucissement. En statique et pour les modèles de comportement locaux et indépendants du temps, les critères de localisation sont associés à la perte d'unicité de solution du problème en vitesse. Ils caractérisent donc la possibilité de bifurcation de la solution en mode localisé. Ces critères se traduisent en fait par les conditions nécessaires et suffisantes de création d'une surface de discontinuité de la vitesse de déformation à l'intérieur d'un solide. Pour des modèles de comportement élastoplastique, l'élaboration d'un critère de localisation est proposé dans [70]. Il est utilisé pour prévoir l'apparition et l'orientation des bandes de cisaillement dans un massif homogène et infini. A l'heure actuelle, les critères de localisation sont utilisés dans la littérature comme des critères de rupture par de nombreux auteurs. Dans le cadre de la mécanique de l'endommagement, ils permettent de prédire l'initiation d'une macro-fissure ainsi que son orientation qui est définie par la normale à la surface de discontinuité. Des exemples d'utilisation de tels critères pour des matériaux composites sont proposés dans [71].

---



Ce type d'approche permet de détecter le point à partir duquel l'endommagement et la déformation peuvent se localiser. Cependant, les modèles classiques d'endommagement restent inadaptés lorsque l'on souhaite suivre l'évolution des bandes de localisation et donc prévoir la propagation de fissures. Lors d'une simulation numérique, le calcul doit être interrompu dès que le critère est atteint en un point. Il n'est donc en général pas possible de simuler la rupture complète d'une structure, c'est-à-dire son instabilité globale, qui se produit la plupart du temps après l'apparition du phénomène de localisation. En résumé, les différents critères développés dans la littérature permettent uniquement de prédire la phase d'initiation de la rupture, et non sa propagation.

### 1.3.3.1 Limiteurs de localisation

Pour remédier aux difficultés qui viennent d'être présentées, différentes méthodes de régularisation, habituellement regroupées sous le terme de "limiteurs de localisation" [37], sont proposées dans la littérature. Il s'agit en fait d'introduire une longueur caractéristique dans le modèle afin de suivre la solution post-pic. On peut ainsi contrôler le phénomène de localisation des déformations, c'est-à-dire l'apparition du développement de zones de petite taille dans lesquelles la déformation reste continue mais se concentre.

Un première approche consiste à choisir la taille des éléments finis comme paramètre du problème. Dans ce cas, la longueur interne n'est pas introduite dans la loi de comportement mais dans la méthode de résolution numérique. Une démarche analogue consiste à supposer que la densité d'énergie dissipée lors de la rupture dépend de la taille des éléments du maillage. Cette taille étant variable *a priori*, la partie adoucissante de la loi de comportement du matériau est ajustée de manière à ce que l'aire sous la courbe de comportement reste constante. Ce type de méthode a initialement été utilisé pour modéliser la rupture en traction du béton lorsqu'une seule fissure apparaît. On peut également citer les modèles avec gradient d'ordre supérieur. Cette méthode, basée sur la prise en compte des gradients de déformation du second ordre, a initialement été appliquée à des modèles élastoplastiques afin de préciser l'épaisseur et la forme des bandes de cisaillement en régime adoucissant. L'ajout de ces termes complémentaires peut intervenir dans les équations d'équilibre lors de la phase post-pic du comportement ou bien encore dans l'expression de la déformation plastique équivalente apparaissant dans la fonction seuil de plasticité. Cette technique, qui nécessite la présence de conditions aux limites supplémentaires, correspond à une modélisation non locale dans laquelle la déformation moyenne est déterminée par un développement en série de Taylor. Ce type de modèle a également été employé pour une loi de comportement élastique-endommageable isotrope où les gradients de déplacement d'ordre supérieur interviennent dans l'expression du seuil d'endommagement ([72]). En ce qui concerne les modèles d'endommagements non locaux, la longueur interne est introduite directement en supposant que la variable contrôlant l'évolution de l'endommagement n'est plus définie de manière locale. C'est une moyenne pondérée des valeurs locales dans un voisinage du point où la loi de comportement est calculée ([33]). Dans les deux types de modèles non

---

locaux précédents, à formulation différentielle pour les premiers et intégrale pour les seconds, la taille minimum de la zone de localisation dépend des paramètres caractérisant les termes supplémentaires introduits. Une des principales difficultés est de relier cette longueur à des propriétés micro-mécaniques, c'est-à-dire de lui donner une interprétation physique.

Une approche différente consiste à utiliser des modèles de comportement avec des effets de vitesse. En effet, bien que la relation de comportement ne contienne pas explicitement de paramètres ayant la dimension d'une longueur, celle-ci est introduite de manière indirecte par l'intermédiaire de la viscosité. Cette méthode, utilisée en élasto-plasticité, permet de régulariser le problème dynamique dans le cas instable ([73]). La taille de la zone localisée est alors associée à la longueur caractéristique  $C_\eta$  ou  $C$  est la vitesse de propagation de l'onde élastique et  $\eta$  est le paramètre de viscosité. Plus qu'un simple paramètre de régularisation,  $\eta$  peut être considéré comme un coefficient matériau relié, par exemple, à la largeur des bandes de cisaillement observées expérimentalement. Une analyse unidimensionnelle de ce type de procédure est effectuée dans [74]. Le modèle de comportement proposé, dans lequel la contrainte post-pic est fonction de la vitesse de déformation plastique, représente une démarche simple et efficace pour simuler de façon objective la rupture du béton en dynamique. Cette analyse unidimensionnelle permet également, de par sa simplicité, de déterminer de façon analytique la longueur interne introduite dans le modèle. De plus, elle illustre le caractère dispersif de la propagation d'onde lors de la rupture.

### 1.3.3.2 Loi d'évolution d'endommagement avec effet retard

Pour les composites stratifiés, une démarche particulière est proposée dans [49]. Elle est basée sur le choix d'une échelle intermédiaire appropriée pour décrire les phénomènes d'endommagement (échelle mésoscopique). La méso-modélisation est une modélisation semi-discrète dans laquelle l'endommagement est imposé uniforme dans l'épaisseur des méso-constituants (couches élémentaires et interfaces interlaminaires). Ainsi, une longueur caractéristique est directement introduite dans le modèle ce qui permet d'obtenir une taille minimum de rupture dans l'épaisseur du stratifié. En complément à ce côté spatial de la modélisation, un aspect temporel est également pris en compte. En effet il est nécessaire d'apporter des modifications au modèle classique d'endommagement afin de contrôler le phénomène de localisation dans le plan du stratifié. L'idée de base consiste à modifier les lois d'évolution de l'endommagement développées en statique pour prendre en compte le fait que les variations d'endommagement dues aux variations de forces ne sont pas instantanées. Pour cela, on utilise le concept d'endommagement retardé. Ce type de loi d'évolution peut être utilisé pour modéliser le comportement endommageable de matériaux composites sous sollicitations statiques et dynamiques. De plus, l'effet retard joue un rôle régularisant vis-à-vis des difficultés habituellement rencontrées lors de la simulation du phénomène de localisation. En effet, le temps caractéristique introduit dans ce modèle permet, grâce aux effets dynamiques, d'obtenir une longueur minimum de rupture. Cette longueur est en pratique associée à l'épaisseur d'un pli.

---

### 1.3.3.3 Loi d'évolution à taux d'endommagement limité

Ce type de loi initialement développé par [43] pour les composites permet de résoudre les phénomènes liés à la localisation pour tout type de matériau endommageable comme l'ont montré A. Suffis et A. Combescure ([75]). Dans le cas d'endommagement dynamique sévère, les lois avec effet retard montrent des insuffisances. Dans le cas d'un impact par exemple, les difficultés liées à la prévision objective de la rupture réapparaissent car le phénomène de localisation se produit de façon instantanée et donc dans une zone dont la taille dépend de la discrétisation spatiale adoptée. En effet, avec l'écriture de la loi d'évolution précédente, la vitesse d'endommagement peut croître de façon illimitée avec la valeur des forces thermodynamiques associées. Pour remédier à cela, il a été proposé de borner cette vitesse d'endommagement selon la loi suivante :

$$\begin{aligned} \dot{d} &= \frac{k}{a} [1 - \exp(-a \langle f(Y) - d \rangle_+)] \text{ si } d < 1 \\ d &= 1 \text{ sinon} \end{aligned}$$

L'introduction de cette loi permet d'introduire une zone minimum de rupture avec une vitesse de dégradation qui croît avec le temps. Un modèle dédié à l'élasto-plasticité endommageable dans le cadre d'une formulation en grandes déformations est proposé par G. Court dans [76]. L'identification des paramètres  $a$  et  $\tau_c$  avec des essais plaque/plaque est décrite par Sen Gupta dans [77].

#### RESUME

Le nombre d'études d'impact sur composite pour des vitesses comprises entre 1000 et 3500m/s est donc très limité aussi bien sur le plan expérimental que sur le plan numérique. Tout de même, les résultats expérimentaux montrent la présence d'une zone perforée et d'une zone de décollement de fibres. La zone endommagée n'est donc pas limitée au cratère. De plus il apparaît que les phénomènes d'endommagement mécaniques du stratifié en dynamique sont comparables à ceux observés en statique. Les modèles d'endommagement développés en statique doivent donc pouvoir servir de base pour le développement d'un modèle dynamique. Le point clé sera de les adapter à la prévision de la rupture.

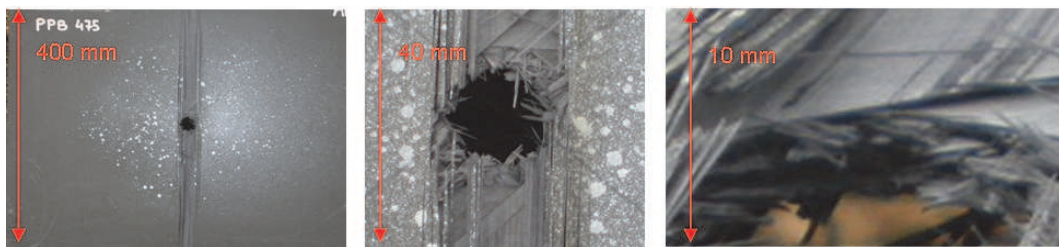
## Deuxième partie

Mise au point du modèle et  
validation par les essais



# Introduction

Avant d'entrer dans le cœur du sujet, une première analyse des principales difficultés liées à un impact balistique sur un stratifié carbone/époxy est réalisée. Ainsi, les premiers essais montrent que la zone de dommages est différente de la zone perforée (Fig. 1.9) et surtout que les dommages visibles sont différents des dommages réels observés par ultrasons (Fig. 1.10).

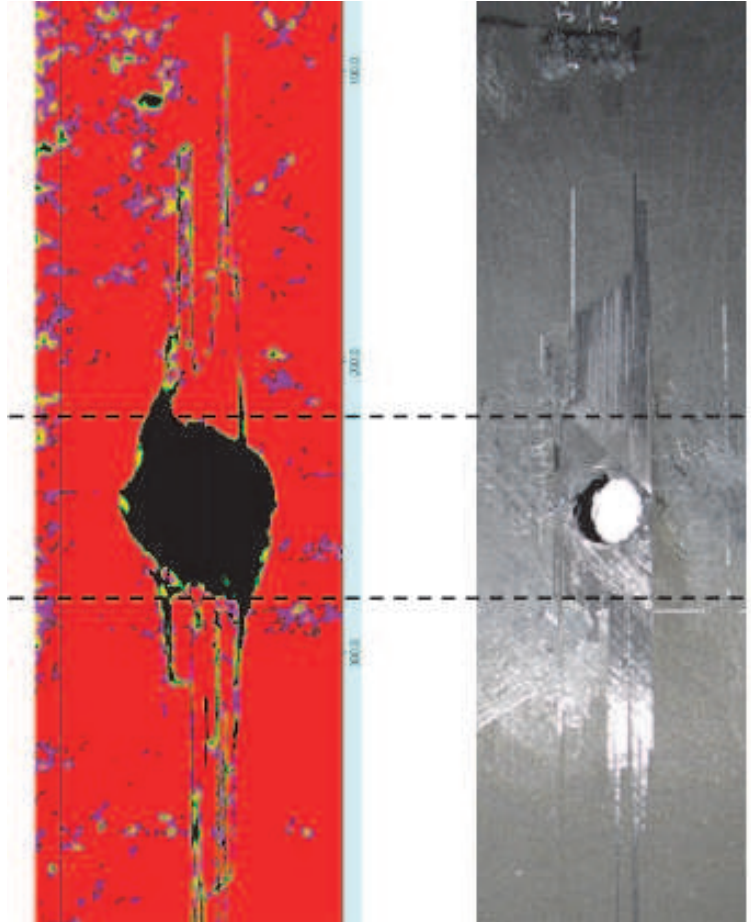


**Fig. 1.9:** Plaque composite face avant, 30g à 1400m/s sans incidence

D'autre part, on observe que le phénomène d'endommagement lors d'un impact perforant comporte plusieurs phases mécaniques :

- une fortement dynamique localisée dans la zone d'impact aboutissant à la perforation,
- une plus statique, qui correspond à la réaction du reste de la plaque à ce chargement.

Ces deux phases sont illustrées par la figure 1.11. On y voit deux cônes d'éjectas, un correspondant à la matière sous le projectile totalement pulvérisée et un autre, plus large, correspondant à l'arrachement des fibres. La perforation est obtenue après quelques microsecondes (4 à 25 suivant le diamètre et la vitesse du projectile), tandis que l'arrachement des fibres se déroule sur pratiquement 1 milliseconde. Pour un impact à 1200 m/s, le cratère se forme à la vitesse d'impact alors que l'arrachement des fibres se fait à 250m/s (Fig. 1.12). Cette double chronologie sera confirmée dans le chapitre suivant par les mesures en stéréo-corrélation qui montrent que la plaque ne présente aucune déformation pendant la phase de perforation, c'est seulement après que le chargement se transmet au reste de la plaque. Les premiers contrôles visuels et non destructifs montrent en dehors du cratère un endommagement comparable à celui d'impact basse vitesse : des ruptures de fibres, la fissuration de la matrice, des décohésions fibre/matrice, du délaminage... Ces premiers essais confirment l'impression relevée par l'étude bibliographique sur l'existence dans notre cas d'un parallèle



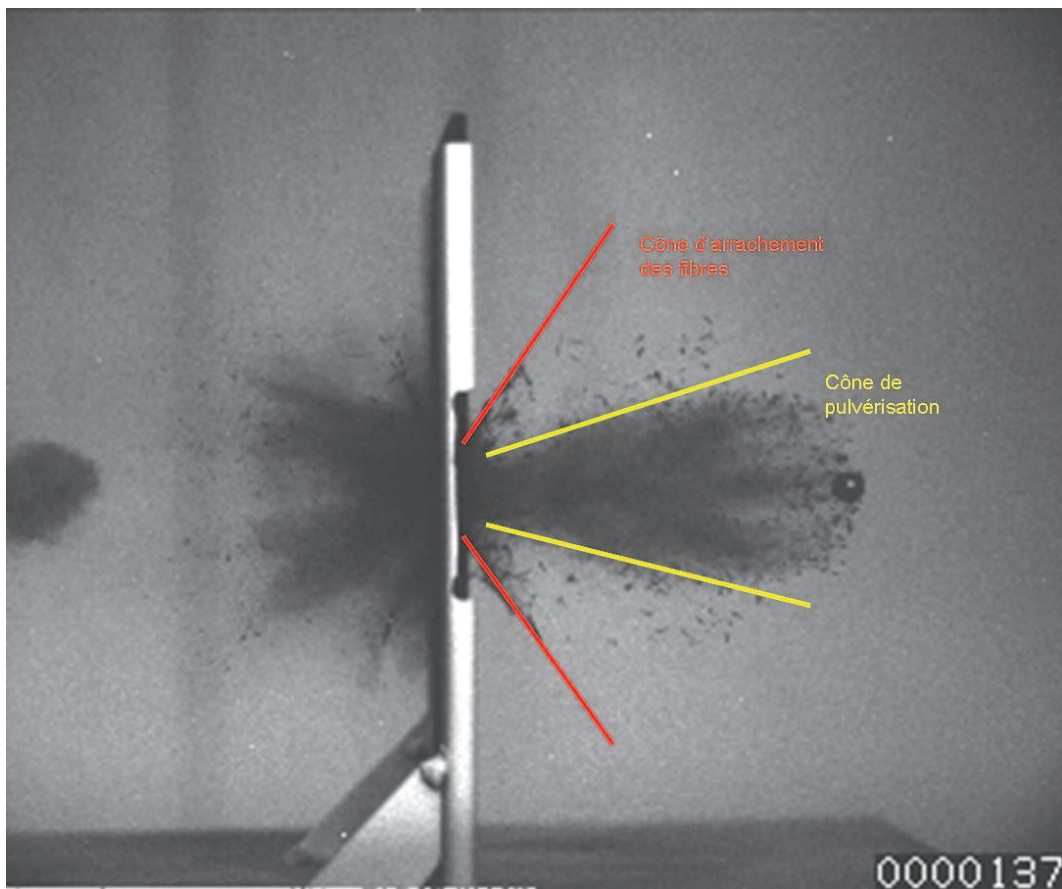
**Fig. 1.10:** Plaque composite face avant, 100g à 1600m/s sans incidence : image par ultrasons et photographie

entre les mécanismes d'endommagement en dynamique et en statique, d'autant que la phase la plus dynamique est pilotée par le comportement des fibres qui sont en carbone, matériau connu pour ne pas être sensible aux effets de vitesse.

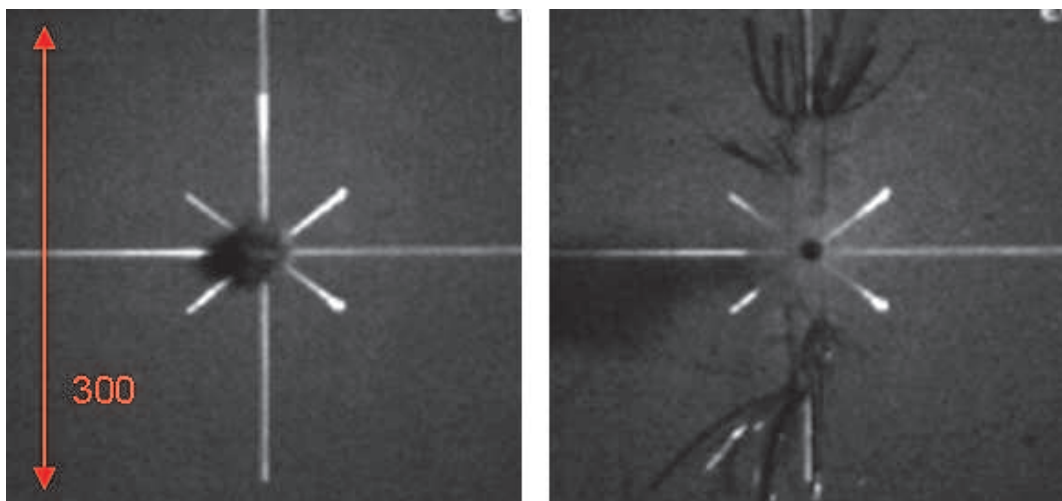
Le méso modèle de Cachan ayant fait ses preuves pour la modélisation d'impact basse vitesse ([78]) ainsi que pour des essais DLR de tour de chute ([9]), et de récents développements ayant montré la compatibilité entre la micro et la méso modélisation de l'endommagement de stratifiés, autant pour des sollicitations planes que hors planes ([16], [17], [79]), il est retenu comme base de travail.

Un premier chapitre décrira les essais réalisés au CEG dans le cadre de cette étude, un second chapitre montrera comment ce méso modèle pourra être étendu aux cas d'impact par la mise au point d'un critère d'érosion objectif et robuste, basé sur l'annulation de l'énergie de déformation. Enfin une comparaison essais/calcul sera présentée afin de valider le modèle proposé.





**Fig. 1.11:** Cônes d'éjections (10g à 1200m/s)



**Fig. 1.12:** Arrachement des fibres (10g à 1200m/s)





# Chapitre 2

## Essais

### Sommaire

---

|            |  |           |
|------------|--|-----------|
| <b>2.1</b> | <b>Essais de caractérisation statique . . . . .</b>    | <b>38</b> |
| 2.1.1      | Essais de traction lisse . . . . .                     | 38        |
| 2.1.2      | Essais de compression lisse . . . . .                  | 38        |
| 2.1.3      | Essais de ténacité en mode I, mode II . . . . .        | 38        |
| 2.1.4      | Résultats . . . . .                                    | 39        |
| <b>2.2</b> | <b>Essais d'impact . . . . .</b>                       | <b>41</b> |
| 2.2.1      | Description des moyens d'essais . . . . .              | 43        |
| 2.2.2      | Description des différents types d'essais . . . . .    | 46        |
| 2.2.3      | Mesures pendant l'impact . . . . .                     | 51        |
| 2.2.4      | Mesures post mortem . . . . .                          | 55        |
| <b>2.3</b> | <b>Synthèse des résultats . . . . .</b>                | <b>58</b> |
| 2.3.1      | Tableau des résultats . . . . .                        | 58        |
| 2.3.2      | Le ralentissement du projectile . . . . .              | 60        |
| 2.3.3      | La déviation de la trajectoire du projectile . . . . . | 64        |
| 2.3.4      | L'endommagement induit sur le panneau . . . . .        | 64        |
| 2.3.5      | Influence des impacts multiples . . . . .              | 68        |
| 2.3.6      | Influence de la précontrainte . . . . .                | 69        |

---

L'objectif principal des campagnes d'essais est d'acquérir des données sur le comportement de panneaux composites impactés par des projectiles animés d'une vitesse comprise entre 1000 et 3500 m/s.

Ces expérimentations permettront de déterminer :

- le ralentissement du projectile après perforation,
- l'endommagement induit sur le panneau en termes d'étendue de la zone endommagée (zone de rupture des fibres, de fissuration de la matrice et avec délaminage),
- la chute des caractéristiques mécaniques (évolution des modules, des contraintes de résistance ...),
- la déviation de la trajectoire du projectile dans le cas des tirs sous incidence,
- quelques données sur les fragments secondaires issus de la perforation.

## 2.1 Essais de caractérisation statique

Ces essais peuvent être classés en deux catégories, ceux destinés à connaître les propriétés du pli et de drapages particuliers, et ceux permettant de caractériser l'interface selon plusieurs modes de sollicitation. Le matériau choisi est le T800H/5245C avec une masse surfacique de fibre de 200g/m<sup>2</sup>, soit une épaisseur par pli de 0,190mm. Le protocole d'identification expérimental ([49]) mis au point pour le modèle statique est utilisé.

Les éprouvettes équipées de talons d'introduction d'effort ont été fabriquées par le CEAT.

### 2.1.1 Essais de traction lisse

Quatre drapages  $[0]_{4s}$ ,  $[0, 90]_{2s}$ ,  $[+/- 45]_{2s}$ ,  $[+/- 67, 5]_{2s}$  ont été caractérisés, la définition des éprouvettes est disponible en annexe A. Les éprouvettes ont été équipées de jauges extensométriques doubles ou de rosettes à +/-45° selon les propriétés élastiques à déterminer (E,  $\nu$  et G). De plus, des essais de cycle charge/décharge sur drapages  $[+/- 45]_{2s}$  ont été réalisés afin de caractériser la dégradation progressive du matériau (fig. 2.1)

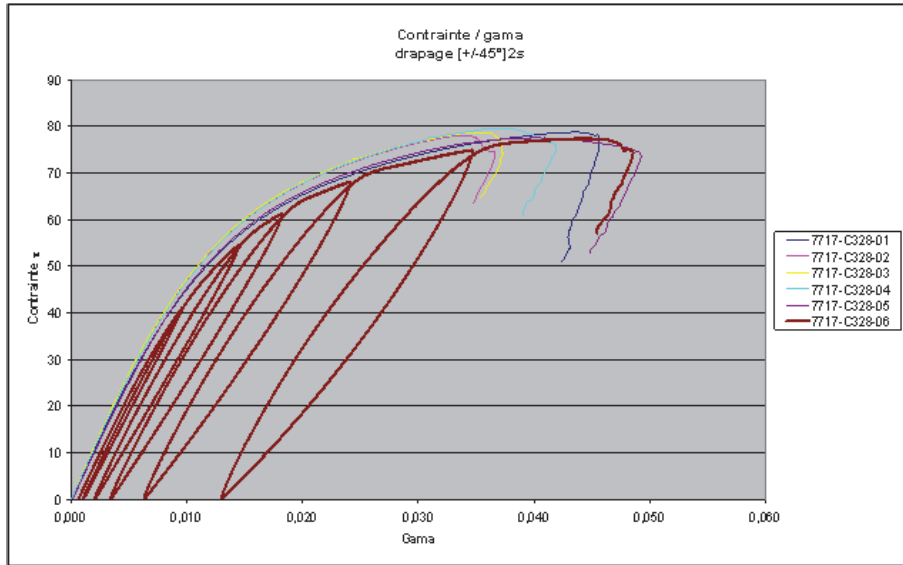
### 2.1.2 Essais de compression lisse

Quatre drapages  $[0]_{10s}$ ,  $[0, 90]_{5s}$ ,  $[+/- 45]_{5s}$ ,  $[+/- 67, 5]_{5s}$  ont été caractérisés, la définition des éprouvettes est disponible en annexe A.

### 2.1.3 Essais de ténacité en mode I, mode II

Deux drapages  $[0]_{10s}$ ,  $[+/- 22, 5]_{4s}$  ont été caractérisés, la définition des éprouvettes est disponible en annexe A.

---



**Fig. 2.1:** Contraintes (déformation) lors de cycle charge/décharge

## 2.1.4 Résultats

Les résultats bruts sont présentés en annexe A, ils ont permis de déterminer les données d'entrées pour le modèle de l'interface (tab. 2.1), et du pli (tab. 2.2).

| Paramètre  | Valeur    |
|------------|-----------|
| $Y_c$      | 0.18E9 Pa |
| $\gamma_1$ | 0.41      |
| $\gamma_2$ | 0.41      |

**Tab. 2.1:** Paramètres de l'interface

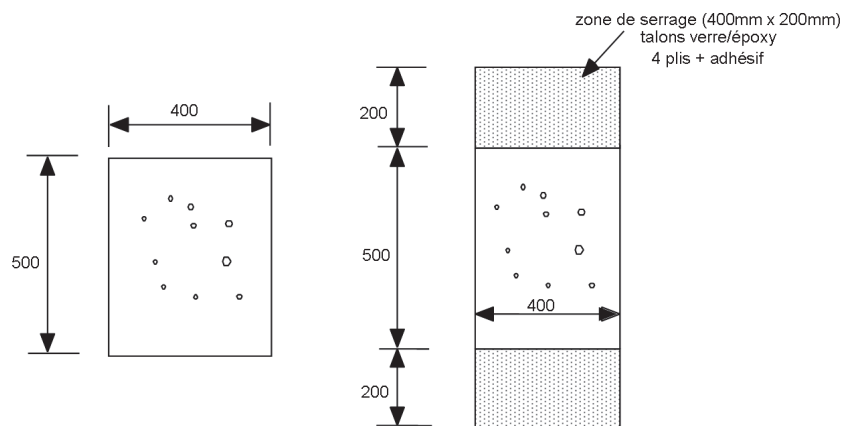
| Paramètre    | Test                                      | Signification  | Valeur                 |
|--------------|---|--|------------------------|
| $\rho$       | -   | Masse volumique  | 1800kg.m <sup>-3</sup> |
| $E_1$        | traction ( $[O_4^0]_s$ )                  | Module d'Young direction des fibres                          | 173E9 Pa               |
| $E_2$        | traction ( $[O_2^0, 90_2^0]_s$ )          | Module d'Young direction transverse                          | 9E9 Pa                 |
| $E_3$        | = $E_2$                                   | Module d'Young direction normale                             | 9E9 Pa                 |
| $G_{12}$     | traction ( $[\pm 45_2^0]_s$ )             | Module de cisaillement plan                                  | 5.7E9 Pa               |
| $G_{23}$     | calculé avec $E_2, E_3$                   | Module de cisaillement (normal/transverse)                   | 3.7E9 Pa               |
| $G_{13}$     | = $G_{12}$                                | Module de cisaillement (normal/fibre)                        | 5.7E9 Pa               |
| $\nu_{12}$   | traction ( $[\pm 45_2^0]_s$ )             | Module de Poisson plan                                       | 0.375                  |
| $\nu_{23}$   | calculé avec $E_2, E_3$                   | Module de Poisson(normal/transverse)                         | 0.63                   |
| $\nu_{13}$   | $\nu_{12}$                                | Module de Poisson(normal/fibre)                              | 0.375                  |
| $\gamma$     | compression                               | Paramètre de compression non linéaire des fibres             | 1E-10                  |
| $Y_f^0$      | cycle de traction ( $[O_4^0]_s$ )         | Taux de restitution d'endommagement des fibres               | 185                    |
| $Y_f^c$      | -   | Taux de restitution d'endommagement critique sens fibre      | 63431                  |
| $Y_{m-2}^0$  | cycle de traction ( $[O_2^0, 90_2^0]_s$ ) | Taux de restitution d'endommagement sens transverse          | 30                     |
| $Y_{m-2}^c$  | -   | Taux de restitution d'endommagement critique sens transverse | 3600                   |
| $Y_{m-12}^0$ | cycle de traction ( $[\pm 45_2^0]_s$ )    | Taux de restitution d'endommagement en cisaillement          | 42                     |
| $Y_{m-12}^c$ | -   | Taux de restitution d'endommagement critique en cisaillement | 2675                   |
| $b$          | -   | Paramètre de couplage d'endommagement                        | 2.5                    |
| $a_p$        | -   | Paramètre de couplage d'inélasticité                         | 1.41                   |
| $R_0$        | -   | Paramètre d'inélasticité                                     | 4E6                    |

**Tab. 2.2:** Paramètres du pli

## 2.2 Essais d'impact

Quatre types d'essais ont été réalisés. Des essais dits "simples" à basses vitesses (1000 à 1800m/s) *i.e.* nécessitant l'utilisation d'un canon à poudre, des essais à hautes vitesses (2000 à 3500m/s) *i.e.* nécessitant l'utilisation d'un lanceur double étages et des essais dits "complexes" à basses vitesses multi-impacts et sur plaques précontraintes.

Deux drapages ont été étudiés, un quasi isotrope de 16 plis d'épaisseur 3 mm, et un fortement orienté ( $[0_8, 45_4, -45_4, 90_3]$ ) d'épaisseur 3,4 mm. Les plaques des essais simples mesurent 400 par 500 mm. Les essais complexes sont réalisés sur des plaques allongées par deux zones de serrage (fig. 2.2).



**Fig. 2.2:** Dimensions des panneaux impactés

Pour les tirs "simples" la plaque est prise dans deux glissières (fig. 2.3). Pour les tirs complexes les zones de serrages sont prises dans des mors (fig. 2.4)



**Fig. 2.3:** Conditions limites essais simples



**Fig. 2.4:** Conditions limites essais complexes

### 2.2.1 Description des moyens d'essais

**Essais au Pôle Perforant Blindage (PPB) : Essais basses vitesses simples et complexes** Le PPB est aujourd'hui le site majeur de balistique terminale du CEG. Les travaux expérimentaux qui y sont réalisés s'inscrivent essentiellement dans les programmes d'étude de l'efficacité terminale des têtes militaires conventionnelles anti-infrastructures ou anti-aériennes. Les expérimentations ont donc en général pour objectif l'étude des mécanismes d'interactions rencontrés lors de l'impact d'un projectile sur une cible. Les projectiles peuvent être inertes ou actifs (avec explosif) et sont lancés soit par des canons à poudre ou à gaz, soit par explosif sur des cibles également inertes ou actives.

Les canons de 30 et 44mm sont utilisés suivant la vitesse désirée. Les caractéristiques principales de ces canons sont présentées en annexe. La figure 2.5 montre un schéma du dispositif expérimental utilisé pour les essais aux moyennes vitesses. Le projectile est logé dans un sabot en polypropylène constitué en 3 parties. Après une accélération dans le tube du canon due à la poussée des gaz de combustion de la poudre, le projectile et le sabot sont éjectés du canon. Sous l'action des forces aérodynamiques, le sabot s'ouvre et libère la bille. Les trois éléments du sabot sont arrêtés par une plaque métallique (l'arrêteur de sabot) munie d'un orifice central permettant le passage de la bille. Celle-ci continue sa trajectoire et vient perforer deux sondes à court circuit destinées à donner les temps de passage de la bille. Une troisième sonde, au voisinage immédiat de la plaque composite à tester, permet le déclenchement d'une caméra rapide à très haute vitesse (caméra Photron à 50000 images par seconde ou caméra Shimadzu à 1 million d'images par seconde). Un interféromètre de vitesse mesure également la vitesse de la bille en sortie de la plaque. La bille termine ensuite sa course dans un dispositif de récupération constitué d'une succession de madriers en sapin. Dans certains essais, la plaque composite sera équipée de jauges de déformation.

La figure 2.6 montre une vue d'ensemble de ce dispositif expérimental sur le site d'expérimentation PPB du CEG.

**Essais avec le lanceur ATHENA : Essais hautes vitesses simples** Le lanceur double étage ATHENA permet l'étude du comportement et de l'impact de billes ou de barreaux à des vitesses comprises entre 2000 m/s et 4000 m/s. La méthode de propulsion du projectile se décompose en deux phases distinctes. Une première consiste à comprimer de l'hydrogène par l'intermédiaire d'un piston, lequel agit grâce à la combustion d'une gorgousse de poudre située dans la culasse. Une fois la pression d'hydrogène désirée atteinte, un diaphragme s'ouvre en sortie d'un convergent libérant le gaz qui joue le rôle de propulseur du projectile situé derrière ce même diaphragme.

La difficulté de mise en œuvre du moyen d'essais ATHENA et son coût ont conduit à restreindre le nombre d'expérimentations.

La figure 2.7 montre le dispositif expérimental des essais avec le lanceur à double étages ATHENA. Un premier tir de mise au point a permis de mettre en évidence le rôle perturbateur de la sonde de déclenchement des radiographies éclairées collée au

---



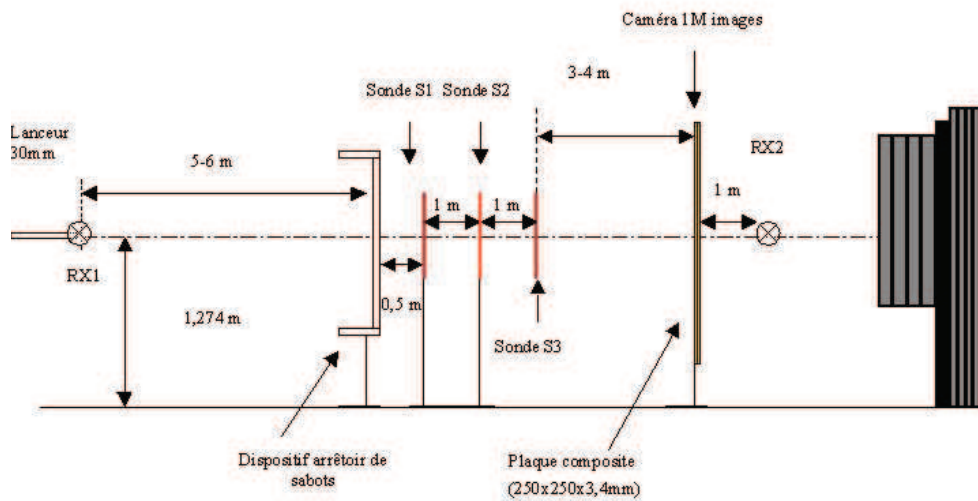


Fig. 2.5: Schéma du dispositif expérimental (tirs aux moyennes vitesses au PPB).

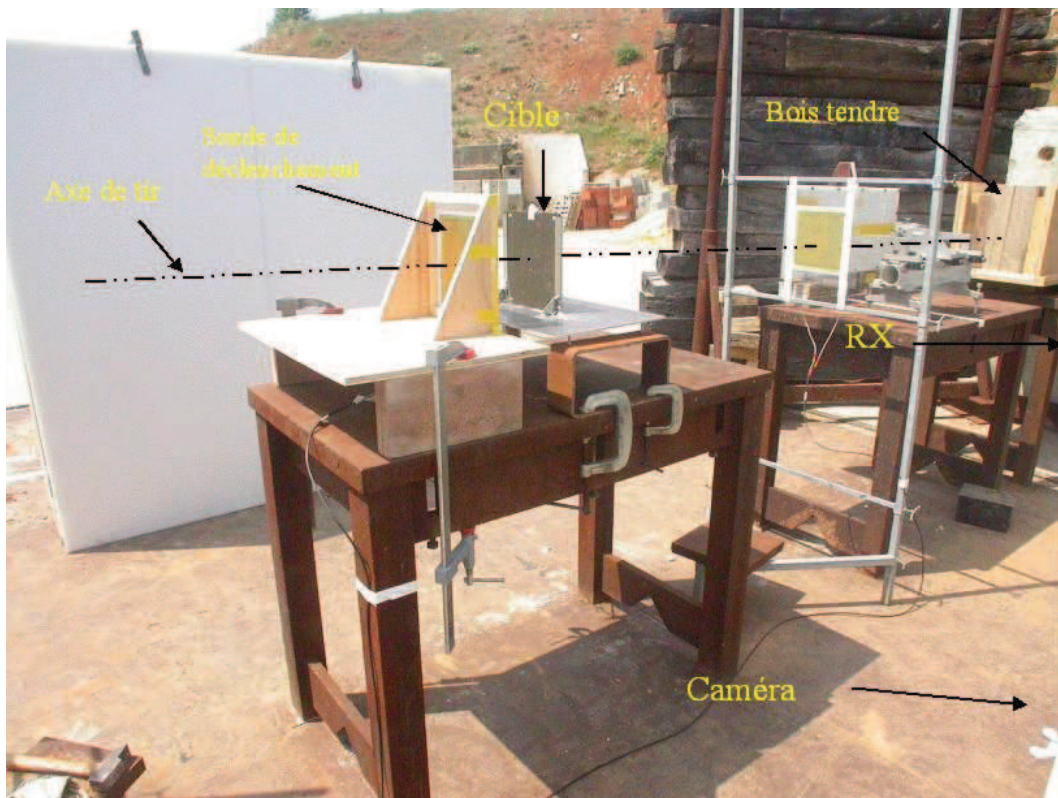


Fig. 2.6: Vue générale du dispositif expérimental (tirs aux moyennes vitesses au PPB).

contact de la face avant du panneau à tester. La présence de cette sonde empêche l'apparition du mécanisme d'arrachement des fibres du composite sur la première

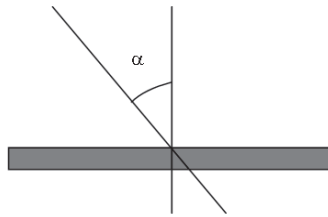
couche en face avant. Dans les essais suivants cette sonde sera remplacée par une barrière laser qui remplit la même fonction.



**Fig. 2.7:** Vue générale du dispositif expérimental (tirs aux hautes vitesses à ATHENA).

## 2.2.2 Description des différents types d'essais

**Essais simples basses vitesses** Il s'agit d'étudier l'influence de l'impact d'une bille en dénal dont la masse peut varier de 10 g à 100 g en prenant 5 valeurs, soumise à une vitesse allant de 1000 m/s à 1800 m/s par pas de 200 m/s sous un angle d'impact de  $0^0$ ,  $25^0$ ,  $50^0$  ou  $70^0$  (la figure 2.8 montre comment est mesuré l'angle) sur un matériau composite présentant deux drapages différents (quasi-isotrope et orienté) de 4 mm d'épaisseur et un drapage de 2 mm d'épaisseur avec mise sous contrainte ou non.



**Fig. 2.8:** Mesure de l'angle d'incidence.

Ce problème consiste à traiter deux facteurs à 5 niveaux et deux à 4 niveaux.

L'utilisation d'une démarche classique, c'est-à-dire en fixant toutes les variables sauf une aboutirait à la réalisation de 400 expériences pour étudier le problème en totalité. L'utilisation de la méthode des plans d'expérience a permis de réduire ce nombre à 25 (tab. 2.3). La méthode de Taguchi est mise en oeuvre ([80]).

**Essais simples hautes vitesses** La masse du projectile peut varier de 10 g à 100 g par pas de 20g. La vitesse varie entre 2000 m/s et 3500 m/s par pas de 500 m/s sous un angle d'impact de  $0^0$ ,  $25^0$ ,  $50^0$  ou  $70^0$  sur un matériau composite quasi-isotrope (tab. 2.4).

| ID | Masse (g) | Vitesse (m/s) | Incidence | Drapage        |
|----|-----------|---------------|-----------|----------------|
| 1  | 10        | 1000          | 0         | quasi-isotrope |
| 2  | 30        | 1200          | 25        | quasi-isotrope |
| 3  | 50        | 1400          | 50        | quasi-isotrope |
| 4  | 70        | 1600          | 70        | quasi-isotrope |
| 5  | 100       | 1800          | 0         | quasi-isotrope |
| 6  | 30        | 1400          | 0         | orienté        |
| 7  | 50        | 1600          | 25        | orienté        |
| 8  | 70        | 1800          | 50        | orienté        |
| 9  | 100       | 1000          | 70        | orienté        |
| 10 | 10        | 1200          | 0         | orienté        |
| 11 | 50        | 1800          | 0         | quasi-isotrope |
| 12 | 70        | 1000          | 25        | quasi-isotrope |
| 13 | 100       | 1200          | 50        | quasi-isotrope |
| 14 | 10        | 1400          | 70        | quasi-isotrope |
| 15 | 30        | 1600          | 0         | quasi-isotrope |
| 16 | 70        | 1200          | 0         | orienté        |
| 17 | 100       | 1400          | 25        | orienté        |
| 18 | 10        | 1600          | 50        | orienté        |
| 19 | 30        | 1800          | 70        | orienté        |
| 20 | 50        | 1000          | 0         | orienté        |
| 21 | 100       | 1600          | 0         | quasi-isotrope |
| 22 | 10        | 1800          | 25        | quasi-isotrope |
| 23 | 30        | 1000          | 50        | quasi-isotrope |
| 24 | 50        | 1200          | 70        | quasi-isotrope |
| 25 | 70        | 1400          | 0         | quasi-isotrope |

**Tab. 2.3:** Plan d'expérience :Impacts basses vitesses

| ID | Masse (g) | Vitesse (m/s) | Incidence |
|----|-----------|---------------|-----------|
| 1  | 10        | 2000          | 0         |
| 2  | 10        | 2500          | 50        |
| 3  | 30        | 2000          | 70        |
| 4  | 30        | 3000          | 0         |
| 5  | 50        | 2000          | 50        |
| 6  | 50        | 2500          | 25        |
| 7  | 50        | 3000          | 70        |
| 8  | 50        | 3500          | 0         |
| 9  | 70        | 2500          | 0         |
| 10 | 70        | 3500          | 25        |
| 11 | 100       | 2000          | 0         |

**Tab. 2.4:** Plan d'expérience :Impact haute vitesse

**Essais multi-billes** Un sabot multi-billes a été réalisé par le CEG [81] afin d'observer le comportement d'une cible lors d'une perforation simultanée de trois billes. Le projectile est constitué de quatre sabots en aluminium, couvrant chacun un secteur angulaire de  $90^0$ . Les trois billes sont placées dans une encoche adaptée, derrière la face avant profilée permettant l'ouverture synchrone des quatre sabots sous l'action de la résistance aérodynamique lors de la première phase du vol aérien (fig. 2.9). Ce sabot permet l'impact simultané des trois billes.

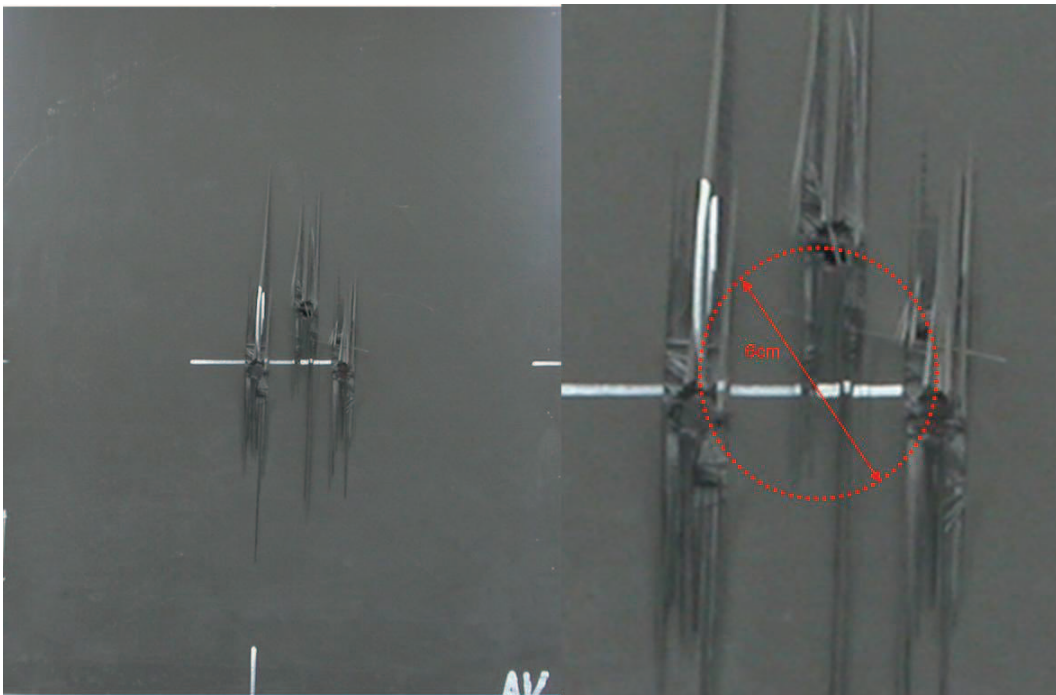


**Fig. 2.9:** Sabot multibilles

Quatre tirs ont été réalisés sur plaques quasi isotopes, leurs caractéristiques sont présentées dans le tableau 2.5. Les cratères sont répartis sur un demi cercle de 6 cm de diamètre (fig.2.10).

| ID | Masse (g) | Vitesse (m/s) | Incidence |
|----|-----------|---------------|-----------|
| 1  | 3x10      | 1000          | 0         |
| 2  | 3x10      | 1200          | 0         |
| 3  | 3x10      | 1400          | 0         |
| 4  | 3x10      | 1600          | 0         |

**Tab. 2.5:** Essais multi-billes



**Fig. 2.10:** Plaque après impact multi-billes



**Essais précontraints** Dans un second temps des essais mono-bille ont été réalisés sur une plaque quasi-isotope précontrainte. La précontrainte visée est de 50 tonnes. Un portique a été mis au point avec la collaboration du CEAT afin d'appliquer cet effort (fig.2.11). Les caractéristiques des tirs sont présentées tableau 2.6.

| ID | Masse (g) | Vitesse (m/s) | Incidence |
|----|-----------|---------------|-----------|
| 1  | 50        | 1600          | 0         |
| 2  | 30        | 1200          | 0         |
| 3  | 10        | 1000          | 0         |
| 4  | 10        | 1300          | 0         |
| 5  | 10        | 1600          | 0         |
| 6  | 30        | 1600          | 0         |
| 7  | 50        | 1000          | 0         |
| 8  | 50        | 1400          | 0         |

**Tab. 2.6:** Essais précontraints

Un tir supplémentaire d'une bille de 30g à 1600m/s a été réalisé avec une précontrainte de 75 tonnes.



**Fig. 2.11:** Portique de précontrainte

### 2.2.3 Mesures pendant l'impact

**Radiographie éclairée (RX)** La densité du composite limite fortement l'utilisation de la radiographie éclairée. Une étude a été menée pour choisir au mieux les têtes RX utilisables pour visualiser la gerbe d'éclats. Des tests statiques ont été réalisés sur de la poussière de carbone avec des têtes 60kV Europulse et 150kV Scandiflash. Pour les deux têtes les supports numériques et argentiques ont été testés. Malheureusement, ce type de matériel permet à peine de visualiser des débris de dimension égale à ceux créés par la perforation en statique, il n'est donc pas envisageable d'utiliser les têtes RX disponibles au CEG pour visualiser la gerbe d'éclat ou l'arrachement des fibres.

Les RX ont tout de même été utilisés afin de mesurer la vitesse résiduelle du projectile, et vérifier son intégrité.

**Vidéo ultra rapide** Seule la vidéo peut donc permettre la visualisation des phénomènes pendant l'impact. Elle n'est cependant utilisable que pour les essais basse vitesse. En effet les essais haute vitesse étant fait en intérieur avec des possibilités réduite d'éclairage, la luminosité n'est pas suffisante pour une prise de vue aux cadences qui nous permettraient d'observer les phénomènes. Deux types de caméras sont disponibles au CEG. Le premier est une caméra Photron dont la cadence peut aller jusqu'à 60 000 im/s avec une taille d'image de 128 par 128 pixels, le second est une caméra Schimadzu dont la cadence peut aller jusqu'à 1 000 000 im/s avec une taille d'image de 312 par 260 pixels et un maximum de 100 prises de vue. La caméra Photron n'étant pas limitée en nombre de prises de vue, elle permet d'avoir une chronologie de toutes les phases du phénomène, de la perforation à la relaxation de la plaque (fig. 2.12).

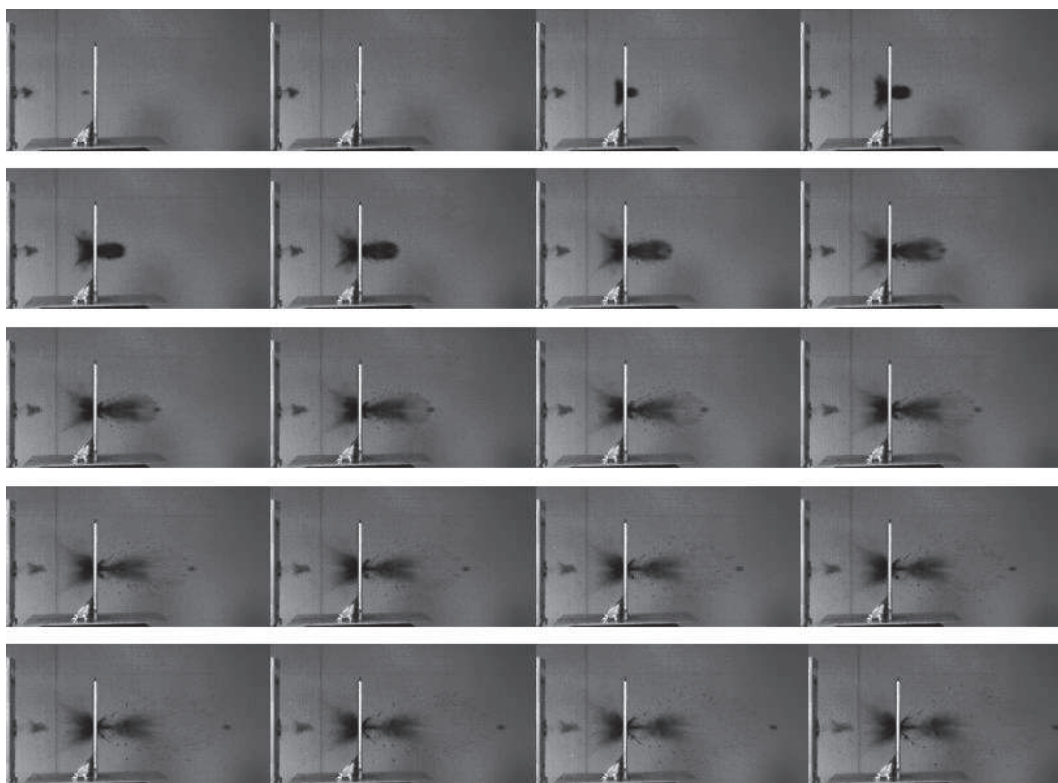
Cette caméra a permis de mesurer l'ordre de grandeur de la vitesse d'arrachement des fibres, environ 250m/s pour un impact à 1200m/s (fig. 2.13).

La caméra Schimadzu permet d'étudier la phase de perforation. Pour évaluer le champs de déformation de la plaque lors de la perforation, la corrélation d'image en stéréovision a été utilisé avec le concours de Gilles Besnard (Commissariat à l'énergie atomique). Le principe de cette méthode est détaillé en annexe A.

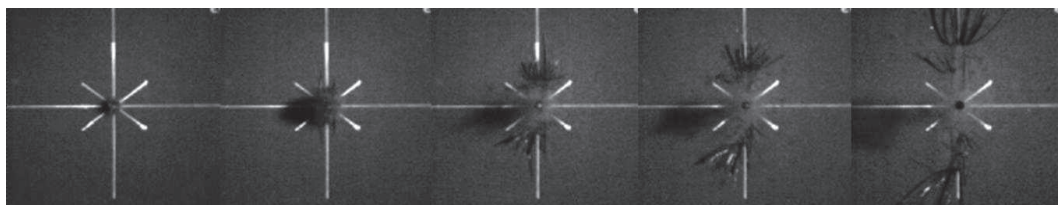
La figure 2.14 montre un exemple d'images servant d'entrée au logiciel CORRELI. Alors que ces images apparaissent inexploitable à l'oeil nu, elles sont tout à fait suffisantes pour réaliser un calcul de corrélation.

Une fois le calcul de corrélation réalisé, le logiciel a permis de démontrer qu'aucun déplacement n'est observable pendant la phase de perforation. L'image 2.15 montre les résultats du calcul. Dans le cadre "component", on peut choisir le déplacement, la déformation ou l'erreur de corrélation que l'on visualise dans le cadre "reference image" en superposition avec l'image de référence. Dans le cadre du milieu, on choisit le nombre de contours et l'amplitude entre la valeur maximale et minimale de la quantité observée. L'image de droite correspond à l'image déformée avec dans ce cas une superposition du maillage (en rouge). Cet exemple montre le déplacement dans le sens transversal.





**Fig. 2.12:** Impact à 1000m/s (caméra Photron 1 image toutes les 2E-5 s)



**Fig. 2.13:** Impact à 1200m/s (caméra Photron 1 image toutes les 2E-5 s)

---

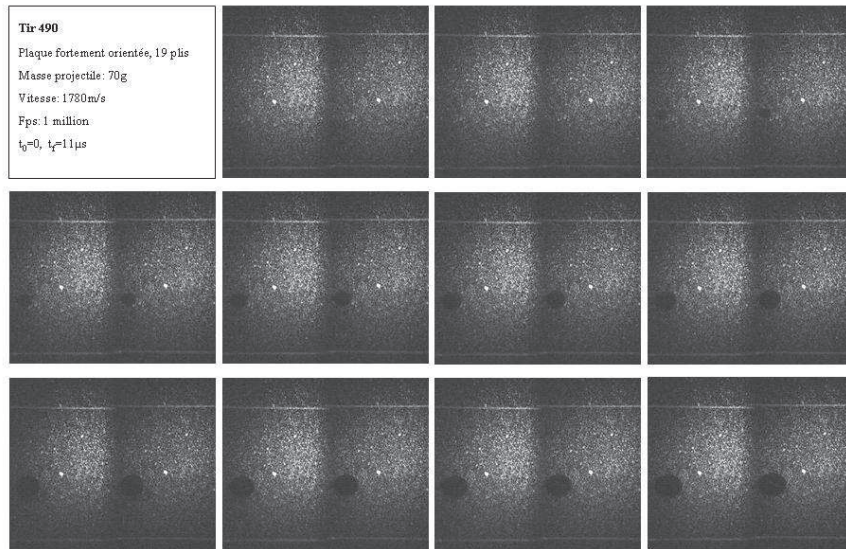


Fig. 2.14: Images servant d'entrée au calcul de stéréo-corrélation.

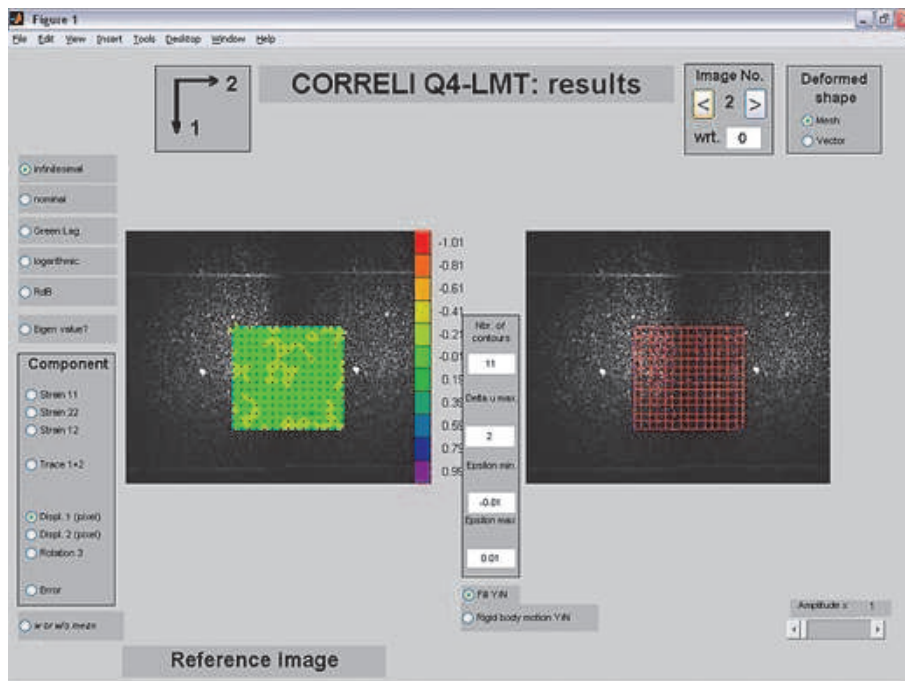
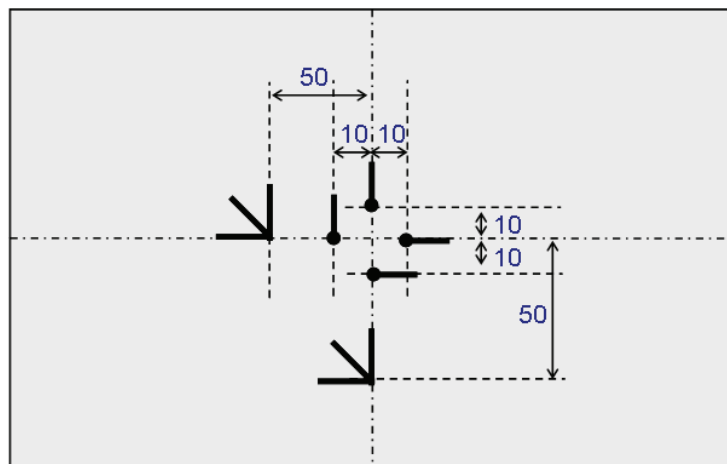


Fig. 2.15: Résultats du calcul de corrélation.

**Jauges de déformations** Afin de mesurer les déformations de la plaque au moment de l'impact en complément de la corrélation en stéréovision, certains essais ont été instrumentés au moyen de jauges extensiométriques. Dans le choix de ces jauges, deux données sont à considérer. D'une part, sur des matériaux composites, on a tendance à privilégier les jauges les plus longues possibles afin de palier au maximum à l'hétérogénéité du matériau. D'autre part, le phénomène à observer pourra varier de  $0,8 \mu s$  à  $3 \mu s$ , il faut donc prendre les jauges les plus courtes possibles (afin d'assurer à la jauge un temps de réponse suffisant). Les jauges choisies ont une résistance nominale de  $350 \Omega$ , une grille en constantan encapsulée avec des cosses en cuivre intégrées et un support de la jauge en polyimide. La longueur de la grille est de 2mm, sa largeur 2,8mm, la surface de la jauge  $400 \text{ mm}^2$ . Le schéma d'implantation des jauges est présenté figure 2.16.



**Fig. 2.16:** Schéma d'implantation des jauges.

Peu de résultats sont exploitables étant donné le nombre de "mesures saturées", mais ils permettront tout de même de réaliser quelques comparaisons avec le calcul. Le détail de ces résultats est présenté en annexe A.

## 2.2.4 Mesures post mortem

**Contrôles non destructifs** Des essais de contrôles non destructifs (CND) par ultra-sons ont été réalisés sur cinq plaques. Cette méthode consiste à effectuer un sondage par un faisceau d'ultra-sons émis d'un palpeur en contact avec la pièce à contrôler, qui, après réflexion sur les défauts rencontrés et les parois de la pièce, est reçu par un palpeur de réception (le même palpeur peut servir en même temps pour l'émission et la réception). La lecture se fait sur un écran oscillographique permettant de suivre le parcours des ultra-sons dans la matière. L'interprétation de l'oscillogramme distinguera les échos successifs, pour ne retenir que les défauts. Cette méthode permet donc de détecter la présence ou non de dommages, et de localiser le premier défaut rencontré par l'ultra-son dans l'épaisseur de la pièce contrôlée.

On a choisi de présenter les résultats selon deux formes. La première propose une image de CND pli par pli (fig. 2.17). La zone rouge correspond à un dommage de plus de 50%, la zone bleue entre 20 et 50%, la zone grise correspond à la zone indemne. La zone noire indique qu'aucune information est disponible, car un défaut a déjà été détecté entre l'émetteur et le pli considéré.

Une autre manière de présenter ces résultats, est de projeter tous les défauts rencontrés dans l'épaisseur sur un plan. Le code couleur correspond à la position dans l'épaisseur du dommage le plus important (fig. 2.18).

---

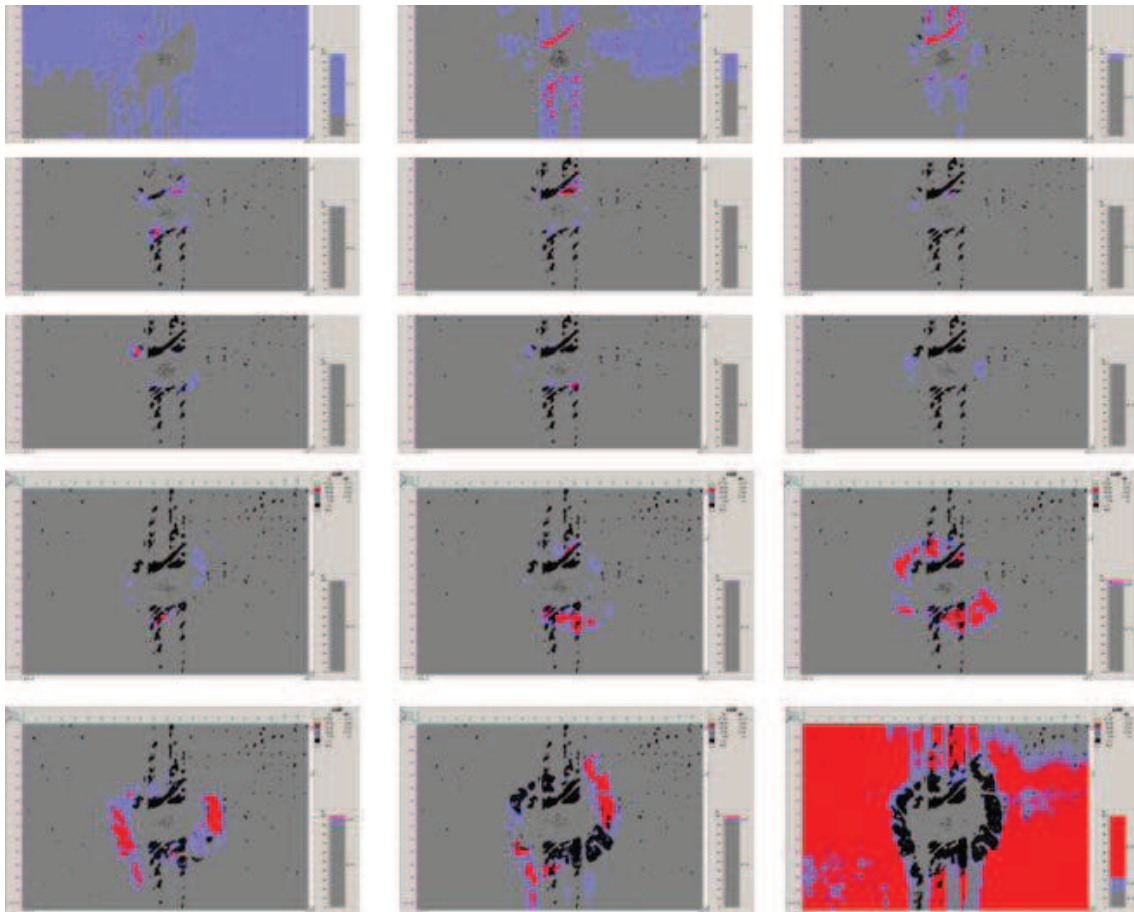


Fig. 2.17: Résultats CND pli par pli.



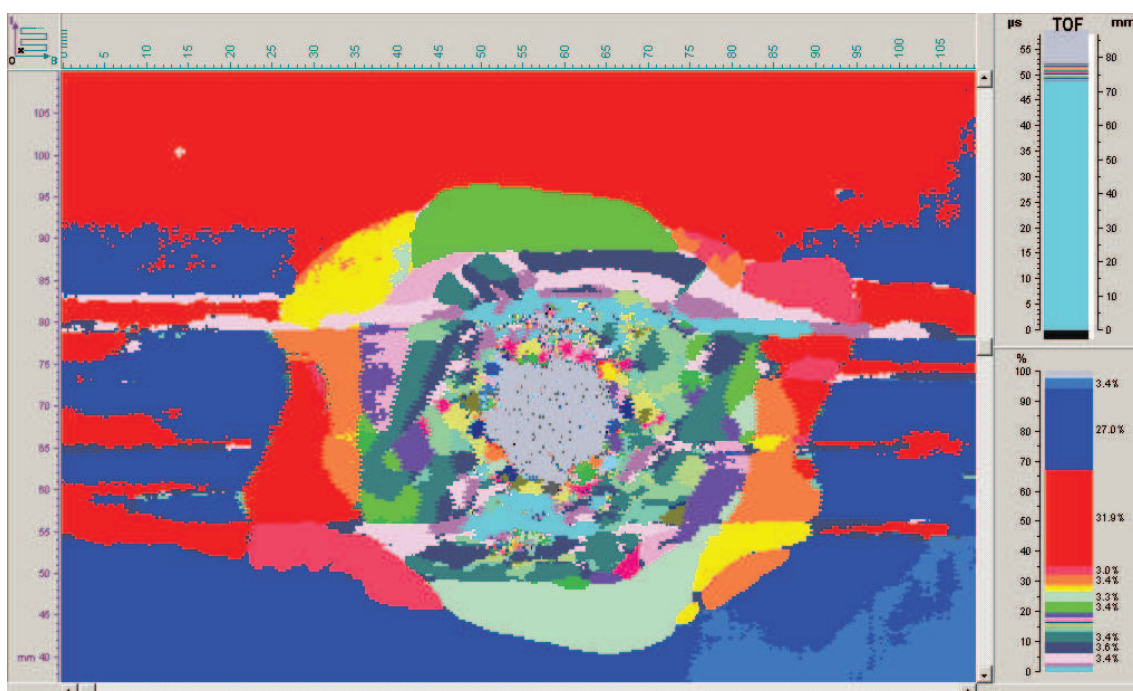


Fig. 2.18: Résultats CND par projection des dommages sur un plan.

## 2.3 Synthèse des résultats

### 2.3.1 Tableau des résultats

| Masse<br>(g) | Incidence<br>$^{\circ}$ | Drapage | V<br>(m/s) | V résiduelle<br>(m/s) | Taille du cratère (mm) |      |      |      |
|--------------|-------------------------|---------|------------|-----------------------|------------------------|------|------|------|
|              |                         |         |            |                       | av x                   | av y | ar x | ar y |
| 100          | 0                       | Orienté | 2016       | 1990                  | 23                     | 23   | 25   | 25   |
| 10           | 0                       | Orienté | 2043       | 1975                  | 13                     | 13   | 14   | 14   |
| 70           | 0                       | Orienté | 2484       | 2450                  | 24                     | 24   | 23   | 23   |
| 30           | 0                       | Orienté | 2974       | 2925                  | 20                     | 20   | 20   | 20   |
| 50           | 0                       | Orienté | 3270       | 3200                  | 22                     | 28   | 22   | 22   |
| 10           | 0                       | Orienté | 3298       | 3200                  | 15                     | 15   | 14   | 14   |
| 50           | 25                      | Orienté | 2480       | 2410                  | 23                     | 25   | 25   | 26   |
| 70           | 25                      | Orienté | 3300       | 3220                  | 28                     | 29   | 28   | 31   |

**Tab. 2.7:** Tableau Résultats (Haute Vitesse)

| Masse<br>(g) | Incidence<br>° | Drapage   | V<br>(m/s) | V résiduelle<br>(m/s) | Taille du cratère (mm) |      |      |      |
|--------------|----------------|-----------|------------|-----------------------|------------------------|------|------|------|
|              |                |           |            |                       | av x                   | av y | ar x | ar y |
| 10           | 0              | Orienté   | 1220       | 1185                  | 12                     | 12   | 12   | 12   |
| 30           | 0              | Orienté   | 1425       | 1400                  | 17                     | 15   | 17   | 20   |
| 50           | 0              | Orienté   | 1075       | 1055                  | 17                     | 18   | 17   | 19   |
| 70           | 0              | Orienté   | 1298       | 1280                  | 20                     | 20   | 25   | 25   |
| 50           | 25             | Orienté   | 1578       | 1554                  | 17                     | 18   | 22   | 20   |
| 50           | 25             | Orienté   | 1560       | 1528                  | 27                     | 25   | 26   | 25   |
| 100          | 25             | Orienté   | 1540       | 1518                  | 25                     | 22   | 25   | 23   |
| 10           | 50             | Orienté   | 1490       | 1430                  | 21                     | 18   | 22   | 17   |
| 70           | 50             | Orienté   | 1780       | 1744                  | 35                     | 23   | 32   | 21   |
| 30           | 70             | Orienté   | 1620       | 1582                  | 50                     | 20   | 50   | 20   |
| 30           | 70             | Orienté   | 1795       | 1755                  | 47                     | 19   | 52   | 18   |
| 100          | 70             | Orienté   | -          | 1151                  | 60                     | 20   | 60   | 20   |
| 10           | 0              | Quasi-iso | 1030       | 1000                  | 10                     | 10   | 10   | 10   |
| 30           | 0              | Quasi-iso | 1600       | 1575                  | 20                     | 15   | 20   | 20   |
| 50           | 0              | Quasi-iso | 1800       | 1760                  | 19                     | 18   | 19   | 18   |
| 70           | 0              | Quasi-iso | 1445       | 1422                  | 21                     | 19   | 23   | 22   |
| 100          | 0              | Quasi-iso | 1593       | 1570                  | 25                     | 24   | 28   | 22   |
| 100          | 0              | Quasi-iso | 1620       | 1600                  | 24                     | 22   | 23   | 20   |
| 100          | 0              | Quasi-iso | 1750       | 1730                  | 28                     | 24   | 28   | 22   |
| 100          | 0              | Quasi-iso | 1770       | 1740                  | 26                     | 25   | 26   | 25   |
| 10           | 25             | Quasi-iso | 1700       | 1655                  | 14                     | 12   | 13   | 11   |
| 30           | 25             | Quasi-iso | 1350       | 1323                  | 20                     | 15   | 26   | 22   |
| 70           | 25             | Quasi-iso | 1325       | 1073                  | 20                     | 18   | 20   | 18   |
| 30           | 50             | Quasi-iso | 1050       |                       | 25                     | 15   | 28   | 15   |
| 50           | 50             | Quasi-iso | 1310       | 1285                  | 25                     | 18   | 33   | 18   |
| 100          | 50             | Quasi-iso | 1325       | 1303                  | 30                     | 18   | 40   | 30   |
| 10           | 70             | Quasi-iso | 1300       | 1224                  | 35                     | 10   | 35   | 10   |
| 50           | 70             | Quasi-iso | 1220       | 1191                  | 60                     | 19   | 60   | 16   |
| 70           | 70             | Quasi-iso | 1595       | 1562                  | 62                     | 20   | 63   | 20   |

**Tab. 2.8:** Tableau Résultats (Basse Vitesse)

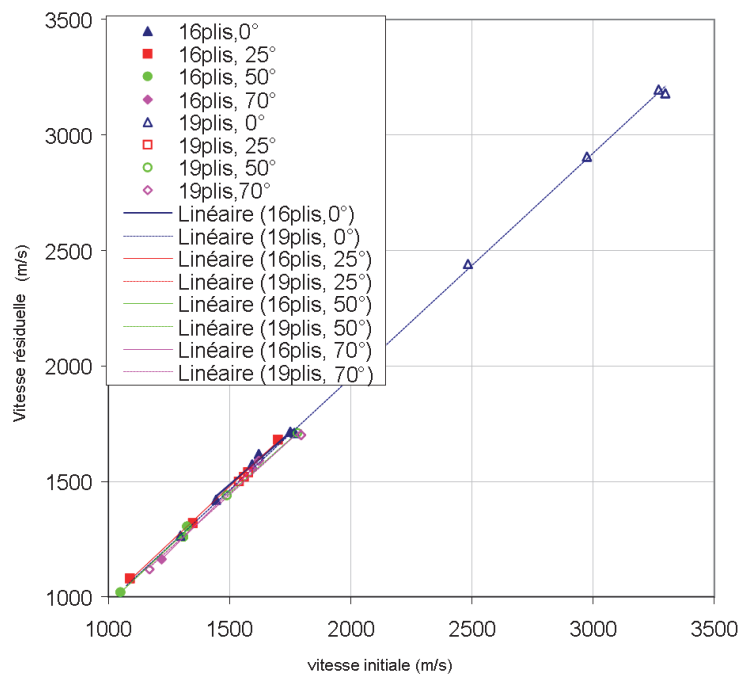


### 2.3.2 Le ralentissement du projectile

Le ralentissement mesuré lors des essais est très faible, en moyenne 3%. La représentation de la vitesse résiduelle en fonction de la vitesse initiale met en exergue le fait que tous les points expérimentaux sont le long d'une droite (fig. 2.19). La masse du projectile (fig. 2.20) comme l'épaisseur apparente (fig. 2.21)(*i.e.* l'épaisseur traversée effectivement par le projectile) ne semblent avoir aucune influence notable sur la vitesse résiduelle ou sur le rapport vitesse résiduelle sur vitesse d'impact. Par contre, la représentation du rapport vitesse résiduelle sur vitesse initiale en fonction de l'angle d'incidence (fig. 2.22) montre que :

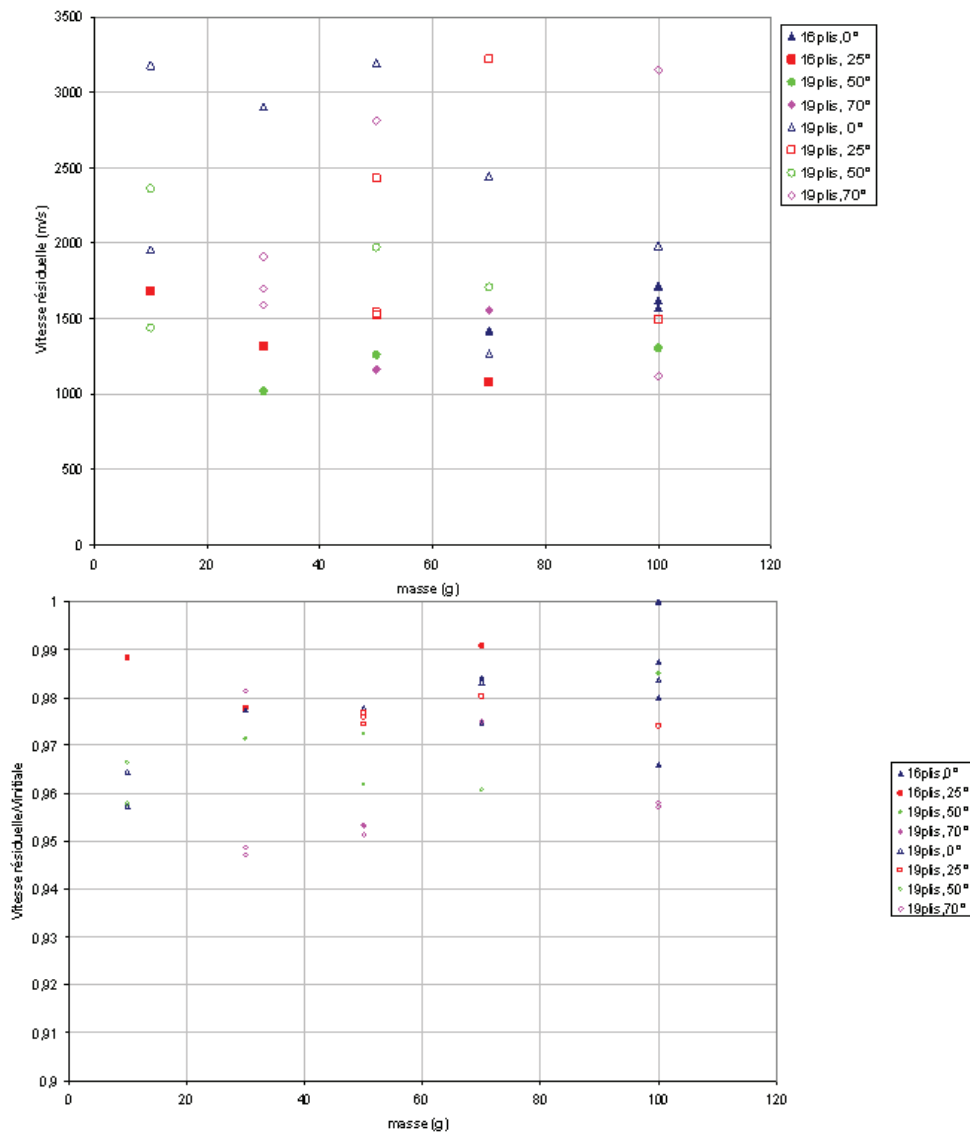
- globalement plus l'angle d'incidence est important, plus la perte de vitesse est importante.
- la vitesse résiduelle est plus importante pour un angle de  $25^\circ$  que pour les angles d'incidence nuls ou supérieur à  $50^\circ$
- la perte de vitesse est plus importante dans le cas des plaques à 19 plis que pour celle comptant 16 plis.

Signalons tout de même que la décélération observée est de l'ordre de grandeur de l'erreur de mesure lié aux RX, les conclusions proposées mériteraient donc d'être vérifiées et une analyse plus fine semble délicate.



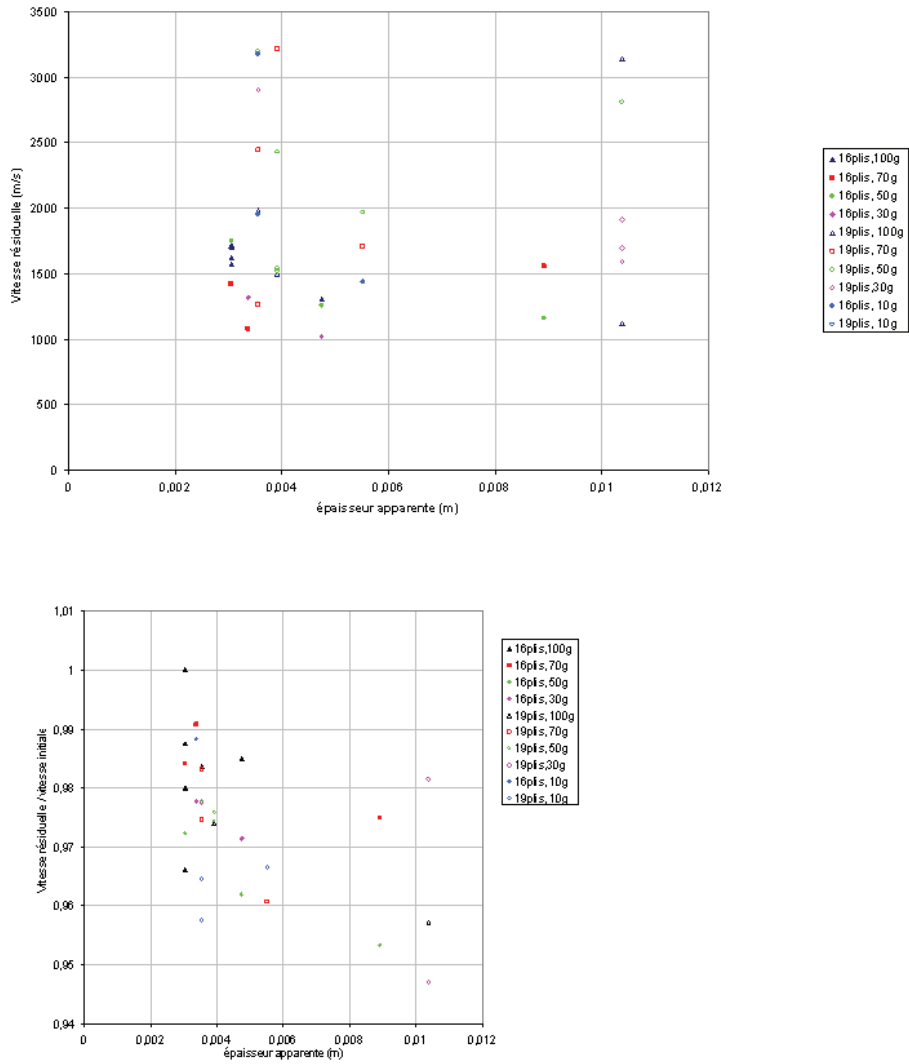
**Fig. 2.19:** Vitesse résiduelle du projectile en fonction de la vitesse d'impact.

Signalons que dans le cas d'un projectile de 10g à 3400m/s, on observe une fragmentation du projectile. Ce tir a été réalisé deux fois et la fragmentation a eu lieu les deux fois. Il semble donc que le régime hypervélocé soit approché, mais étant donné que ce phénomène n'est observé que dans ce cas, il est difficile d'aller plus



**Fig. 2.20:** Rapport de Vitesse résiduelle/impact et Vitesse résiduelle du projectile en fonction de la masse du projectile.

loin dans l'analyse. Signalons tout de même que ce phénomène n'est pas étonnant étant donné le caractère friable du dénal. Des essais réalisés au CEG ont montré la fragmentation de ce type de projectile lors de l'impact de plaque en aluminium de 20 mm d'épaisseur dès 1000 m/s. Bien que non maîtrisée, la fragmentabilité du dénal est connue.



**Fig. 2.21:** Rapport de Vitesse résiduelle/impact et Vitesse résiduelle du projectile en fonction de l'épaisseur apparente.

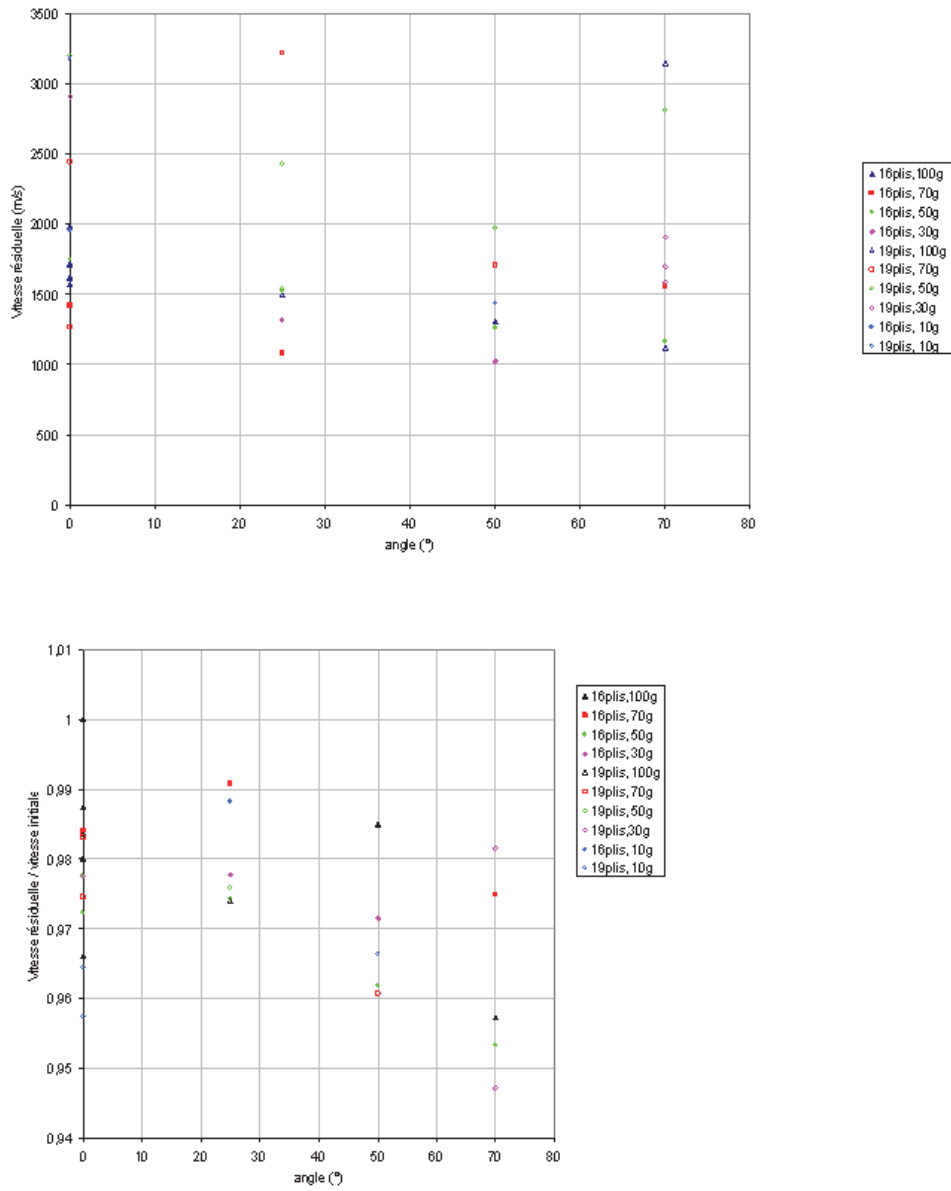


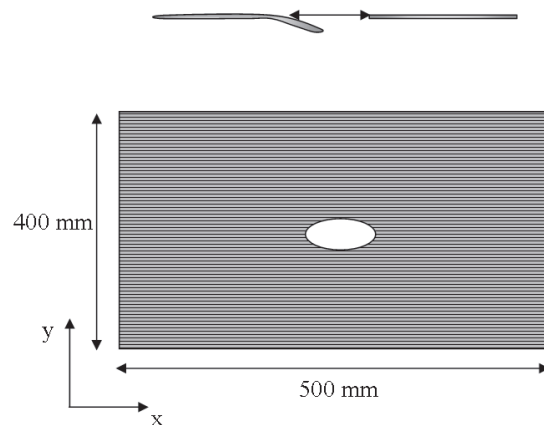
Fig. 2.22: Rapport de Vitesse résiduelle/impact et Vitesse résiduelle du projectile en fonction de l'angle d'impact.

### 2.3.3 La déviation de la trajectoire du projectile

La déviation mesurée est pratiquement nulle, inférieure à  $1^0$ . La déviation pouvant être mesurée est dans l'erreur de visée du canon, aucune valeur ne sera donc présentée, on notera tout de même qu'aucune déviation notable n'est observée.

### 2.3.4 L'endommagement induit sur le panneau

**Dimension du cratère** La forme du cratère dépend de l'incidence du projectile. Pour les tirs sans incidence le cratère est circulaire, avec une incidence il devient elliptique. On choisit de noter  $x$  le grand axe et  $y$  le petit. Le même repère lié à la plaque est utilisé pour les impact sans incidence (fig. 2.23).



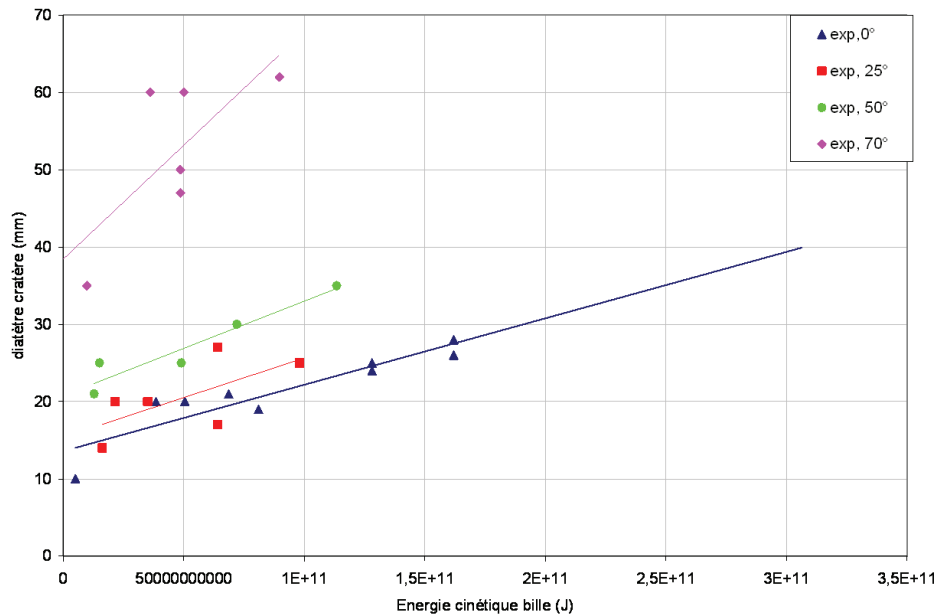
**Fig. 2.23:** Règle de mesure des cratères.

Le graphique 2.24 montre que le diamètre du cratère selon  $x$  augmente avec l'énergie cinétique ainsi qu'avec l'incidence.

Le diamètre de la bille étant un facteur d'influence évident, on choisit d'étudier le rapport diamètre du cratère sur diamètre de la bille. Alors, le seul facteur d'influence identifié dans la direction  $x$  est l'angle d'incidence (fig. 2.25, 2.26). Le diamètre du cratère est de l'ordre de 1,2 fois le diamètre de la bille pour un impact normal et augmente avec l'incidence pour valoir jusqu'à 4 fois ce diamètre. Plus précisément, on mesure :

- pour une incidence nulle, le cratère valant entre 1 et 1.5 fois le diamètre de la bille.
- pour une incidence à  $25^0$ , entre 1 et 1.7
- pour une incidence à  $50^0$ , entre 1.5 et 2.5
- pour une incidence à  $70^0$ , entre 2.5 et 4.5

On constatera qu'il suffit de diviser l'intervalle de variation du cratère à incidence nulle par les sinus de l'angle d'impact pour retrouver les intervalles de variation de chaque angle.



**Fig. 2.24:** Diamètre du cratère selon  $x$  en fonction de l'énergie cinétique du projectile.

Pour les tirs à  $70^\circ$  d'incidence, le diamètre a plutôt tendance à diminuer avec la vitesse et non à augmenter comme pour les autres incidences. On peut supposer s'approcher des phénomènes dits de "rebond". Pour les fortes incidences l'onde choc peut créer des dommages dans le plan de la plaque plus importants que dans l'épaisseur. Or si l'impact est suffisamment rapide, le dommage dans l'épaisseur est suffisant pour permettre au projectile de perforer. Sinon, dans le cas de vitesses plus faibles, le projectile continue à avancer latéralement selon les dommages plans créés par l'onde de choc avant de sortir de la plaque.

La dimension du cratère dans la direction  $y$  présente moins de dispersion que dans la direction  $x$  : de 0.9 à 1.7 fois le diamètre de la bille. Le seul facteur d'influence identifié (fig. 2.27, 2.28) dans la direction  $y$  semble être la vitesse d'impact pour la face arrière de la plaque. Plus la vitesse d'impact est importante, plus le diamètre est important. Cela est moins probant face avant.

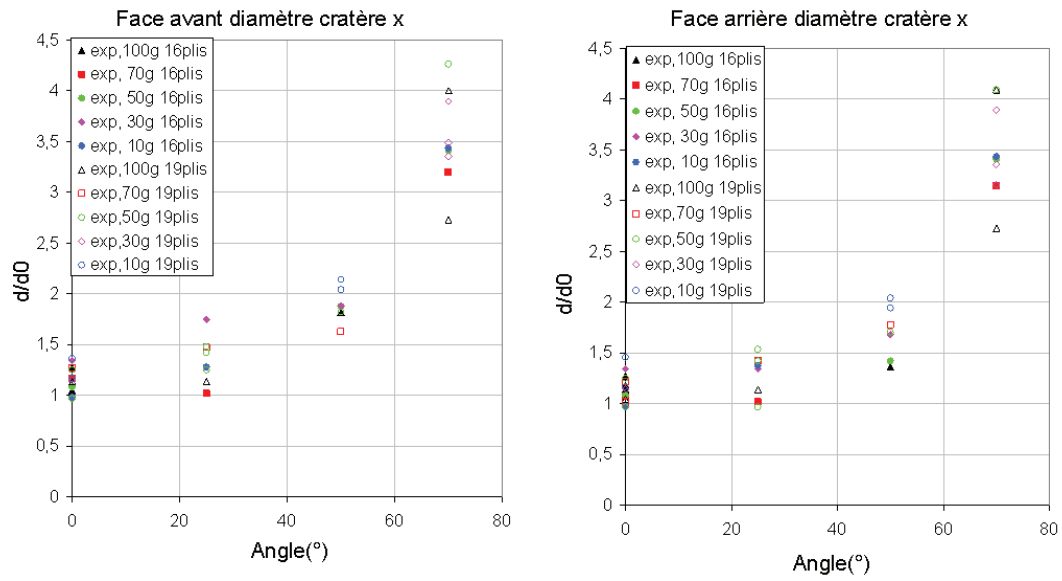


Fig. 2.25: Diamètre du cratère en fonction de l'angle d'impact selon x

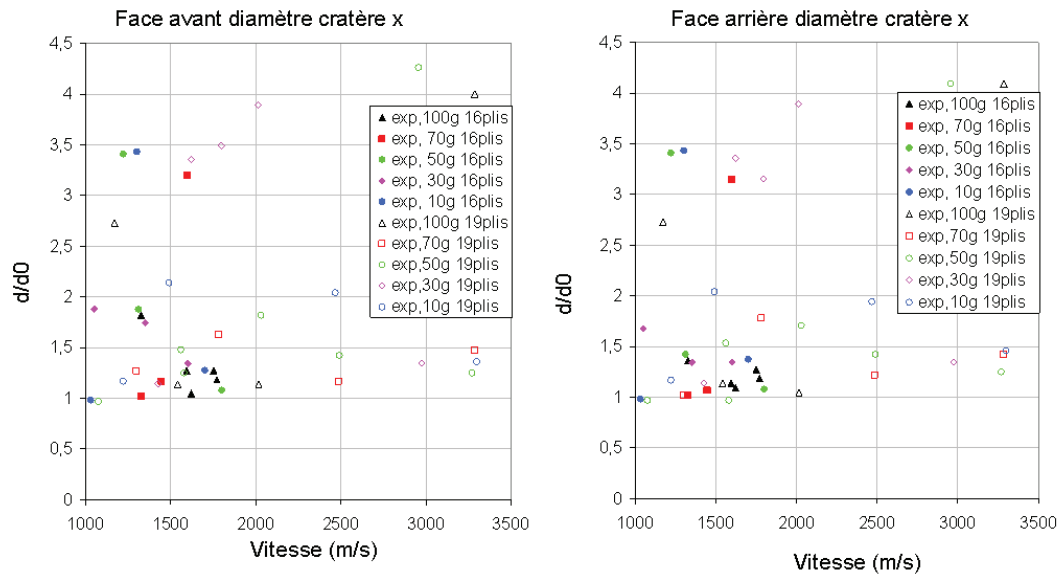


Fig. 2.26: Diamètre du cratère en fonction de la vitesse d'impact selon x

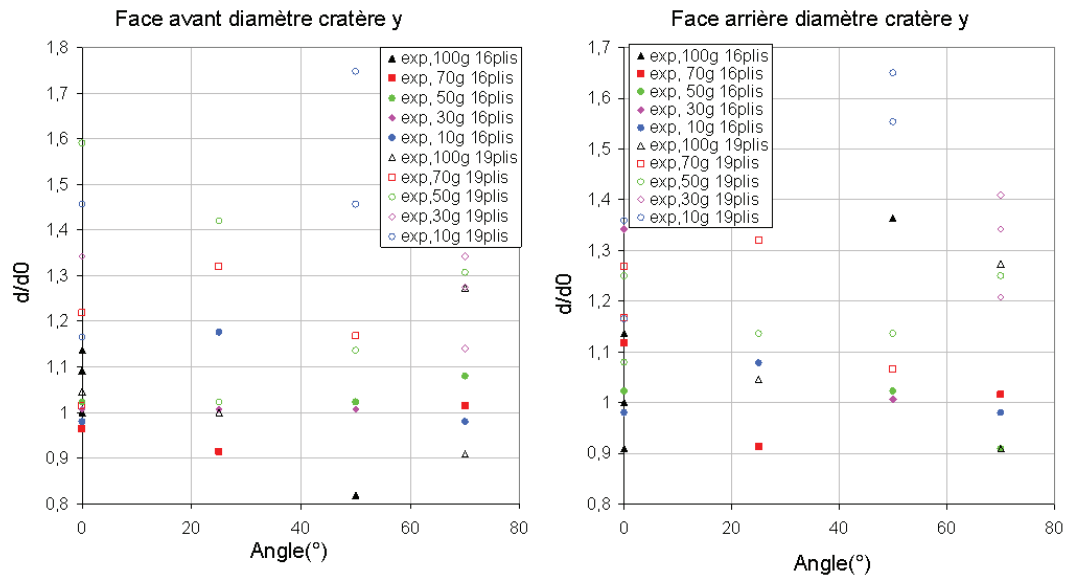


Fig. 2.27: Diamètre du cratère en fonction de l'angle d'impact selon y

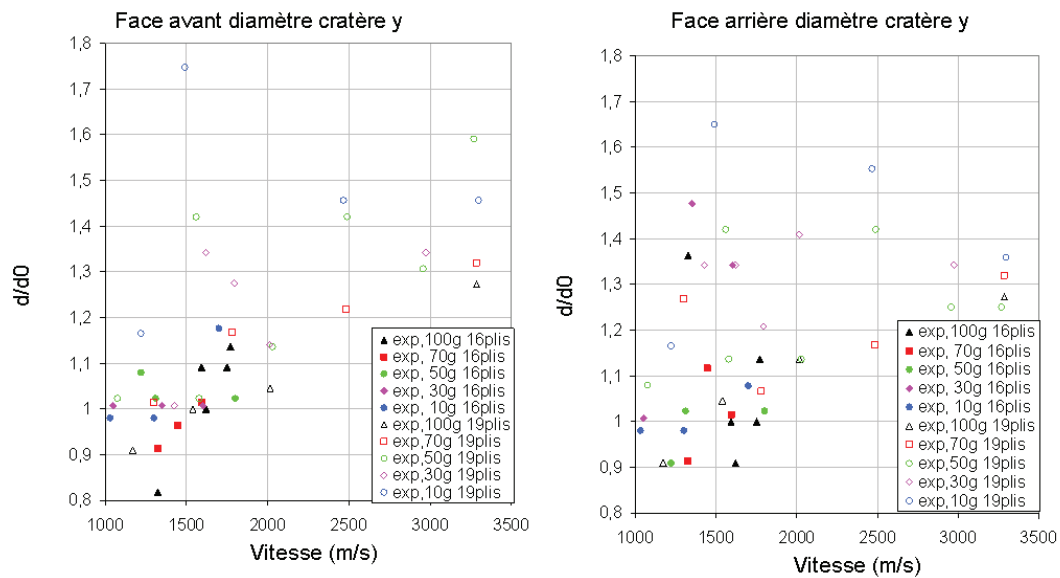
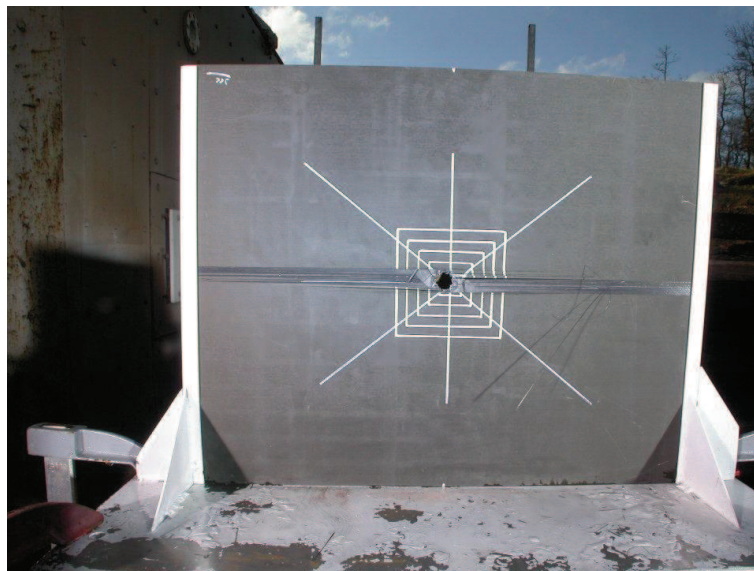


Fig. 2.28: Diamètre du cratère en fonction de la vitesse d'impact selon y



**Endommagement interne** La zone de dommages internes, observée par ultrasons, ne dépasse pas en diamètre 5 fois celui du projectile. Le faible nombre de plaques contrôlées ne permet pas une étude précise, mais la zone endommagée semble varier dans le même sens que le cratère. Elle est pratiquement isotrope quelque soit le type de plaque (quasi-isotrope ou fortement orientée).

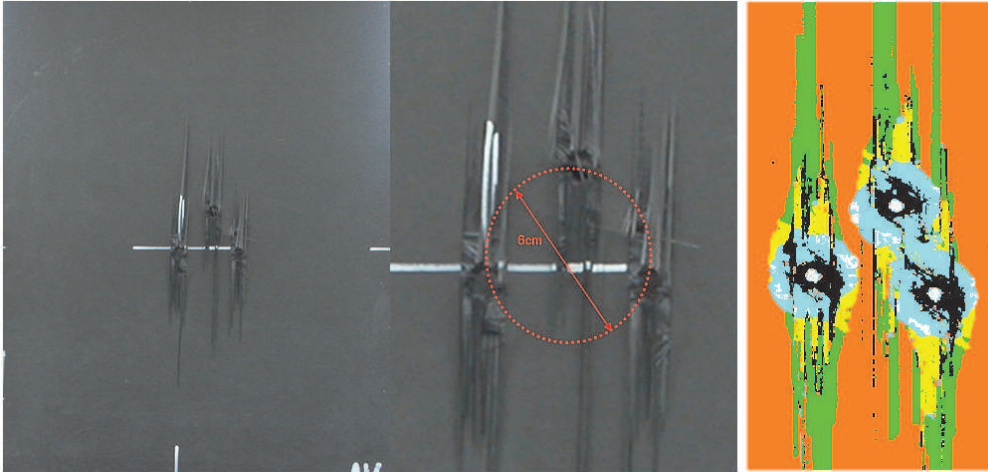
**Endommagement des faces extérieures** L'endommagement des faces extérieures est lié à l'orientation des fibres des plis extérieurs. On observe un endommagement rectangulaire, dont la longueur, selon l'axe des fibres, varie et dont la largeur dans le sens transverse est d'une taille de l'ordre de grandeur du diamètre du projectile quel que soit le tir. La longueur d'arrachement augmente avec l'énergie cinétique, mais dans de nombreux cas elle se propage sur toute la longueur de la plaque (fig. 2.29), il est difficile de les différencier.



**Fig. 2.29:** Endommagement de la face arrière d'une plaque après un impact d'une bille de 50g à 1000m/s.

### 2.3.5 Influence des impacts multiples

En première approximation, aucune différence notable est observée avec les tirs mono-bille. Les dimensions de cratères ainsi que celles des zones endommagées en surface sont comparables. L'écartement entre les billes au moment de l'impact semble trop grand pour que des interactions aient lieu. Le ralentissement du projectile est aussi du même ordre de grandeur. Le résultat de contrôle non destructif d'une plaque confirme ce constat, d'autant que comme le montre la figure 2.30, les zones endommagées s'intersectent sans que cela n'empire ni ne réduise le dommage.



**Fig. 2.30:** Photos et CND d'un plaque 19 plis après impact de trois billes de 10 g à 1400m/s

### 2.3.6 Influence de la précontrainte

Dans ce cas aussi, on ne relève pas une forte influence. Le ralentissement du projectile est comparable à celui des impacts simples. Le diamètre du cratère est lui aussi comparable. On notera tout de même que l'arrachement des fibres face avant et face arrière se propage plus loin. Ici encore l'étude poste-mortem de la plaque est attendue au delà de ce travail afin de mieux étudier l'influence de cette précontrainte.

#### RESUME

Les travaux réalisés à partir des résultats expérimentaux ont permis de montrer la très faible influence des différents facteurs d'entrée (hormis la vitesse d'impact) sur la vitesse de sortie de la bille et sur sa déviation. Il faut cependant préciser que les billes prises en compte expérimentalement présentaient une masse de 10 à 100g. Pour des masses inférieures, le comportement résiduel pourrait différer. La mesure de cratère montre une corrélation entre l'angle d'impact et la taille du cratère ainsi qu'entre le diamètre de la bille et la taille du cratère, ce qui peut se résumer par une corrélation entre angle d'impact et rapport diamètre du cratère sur diamètre de la bille. La vitesse d'impact semble avoir une petite influence sur la taille du cratère. Les mêmes observations sont faites sur l'endommagement interne. L'observation des plaques impactées montrent que le pelage est orienté dans le sens des fibres des plis de surface.

Cette campagne expérimentale, dont le but principal est de valider le modèle numérique développé dans ce travail, a été menée aussi afin de constituer une base de données expérimentales la plus exhaustive possible.



# Chapitre 3

## Gestion saine et robuste de l'endommagement et de la rupture

### Sommaire

---

|            |  |           |
|------------|--|-----------|
| <b>3.1</b> | <b>Modèle initial du pli . . . . .</b>   | <b>72</b> |
| <b>3.2</b> | <b>Mise en évidence des problèmes liés à l'érosion du pli . . . . .</b>        | <b>73</b> |
| 3.2.1      | La dépendance au maillage . . . . .  | 74        |
| 3.2.2      | Problèmes de convergence . . . . .   | 74        |
| <b>3.3</b> | <b>Mise au point du critère de perforation du pli : cas simples</b>            | <b>76</b> |
| 3.3.1      | Première évolution : un critère à taux d'endommagement limité                  | 76        |
| 3.3.2      | Seconde évolution : ajout d'un critère sur les fibres . . . . .                | 79        |
| 3.3.3      | Troisième évolution : un critère en énergie . . . . .                          | 80        |
| <b>3.4</b> | <b>Mise au point du critère de perforation du pli : cas complexes</b>          | <b>82</b> |
| 3.4.1      | Quatrième évolution : adaptation à la physique de l'impact . . . . .           | 82        |
| 3.4.2      | Zoom sur la formation du cratère . . . . .                                     | 84        |
| <b>3.5</b> | <b>Modélisation de l'interface . . . . .</b>                                   | <b>87</b> |
| 3.5.1      | Modèle initial . . . . .   | 87        |
| 3.5.2      | Quant à la faible influence de la vitesse de sollicitation en mode I . . . . . | 87        |
| 3.5.3      | Vérification de l'indépendance au maillage . . . . .                           | 90        |
| 3.5.4      | Application à un cas d'impact . . . . .  | 90        |
| <b>3.6</b> | <b>Test du modèle complet . . . . .</b>  | <b>91</b> |

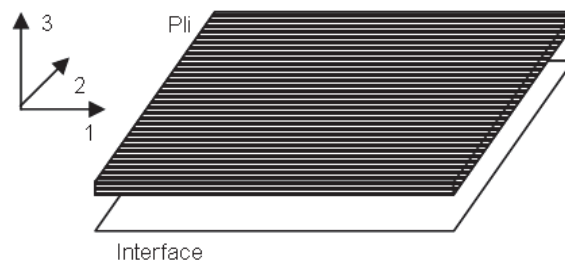
---

Le modèle développé pour les petits chocs présenté lors du chapitre bibliographique doit être étendu pour gérer la rupture en dynamique et la transition endommagement, érosion, fragmentation. Pour cela un critère d'érosion du pli doit être défini. La question abordée dans cette partie est double, puisqu'il s'agit d'une part d'étudier les problèmes numériques liés à l'érosion et d'autre part d'obtenir un critère d'activation de l'érosion respectant la physique de la perforation. L'objectif de cette partie est donc l'obtention d'un critère robuste et objectif appuyé sur la physique de la dégradation. Dans le but de comprendre les problèmes potentiels liés à l'érosion et de mieux en appréhender les difficultés, une succession d'exemples et d'hypothèses sont examinés dans ce chapitre. Chaque exemple proposé aura pour but de clarifier les problèmes liés à la mise au point d'un critère de perforation et ne tiendra donc compte que d'une partie de ce problème. C'est à partir de la compréhension globale du phénomène que nous avons proposé la solution finalement adoptée dans ce travail. Les étapes suivies pour cela ont été :

- l'examen des problèmes d'érosion dans le cas d'endommagement progressif lié à la détérioration matricielle,
- l'examen des cas de rupture fragile des fibres,
- l'examen d'effets d'énergie stockée sous forme de précharge statique avant impact et perforation,
- l'examen de stratifié où l'ensemble des phénomènes étaient finalement mis en jeu.

### 3.1 Modèle initial du pli

Le problème impose l'utilisation d'un modèle 3D. La base de travail sera le modèle développé par Guinard ([11]) pour les impacts à faible vitesse. Les lois d'évolution des endommagements sont conservées mais reposent sur l'énergie de déformation ci-dessous (eq. 3.1). Le repère adopté est présenté figure 3.1.



**Fig. 3.1:** Repère local utilisé.

$$\begin{aligned}
E_D = & \frac{1}{2} \left[ \frac{\Phi \langle \sigma_{11} \rangle_-^2}{E_1} + \frac{\langle \sigma_{11} \rangle_+^2}{E_1(1-d_1)} + \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+^2}{E_2(1-d_2)} + \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_-^2}{E_2} + \frac{\sigma_{33}^2}{E_3} \right. \\
& + \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12}(1-d_{12})} + \frac{\sigma_{13}^2}{G_{13}(1-d_{12})} + \frac{\sigma_{23}^2}{G_{23}} \\
& \left. - \frac{2\nu_{12}\sigma_{11}\sigma_{22}}{E_1} - \frac{2\nu_{23}\sigma_{22}\sigma_{33}}{E_2} - \frac{2\nu_{13}\sigma_{11}\sigma_{33}}{E_3} \right]
\end{aligned} \tag{3.1}$$

avec :

$$\begin{aligned}
Y_2 &= \frac{\partial \langle \langle E_D \rangle \rangle}{\partial d_2} \Big|_{\sigma:cst} = \frac{1}{2} \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+^2}{E_2(1-d_2)^2} \\
d_2 &= f_2 \left( \sqrt{Y_2} \right) \text{ if } d_2 < 1, \quad d_2 = 1 \text{ sinon} \\
Y_{12} &= \frac{\partial \langle \langle E_D \rangle \rangle}{\partial d_{12}} \Big|_{\sigma:cst} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12}(1-d_2)^2} + \frac{1}{2} \frac{\sigma_1^2}{G_{13}(1-d_2)^2} \\
d_{12} &= f_{12} \left( \sqrt{Y_{12} + bY_2} \right) \text{ if } d_{12} < 1, \quad d_{12} = 1 \text{ sinon}
\end{aligned} \tag{3.2}$$

avec  $\underline{Y} = \text{Sup}_{|t \leq \tau} Y$

L'idée générale derrière ce type de modèle étant que les modules s'altèrent au fur et à mesure de l'apparition de microfissures dans le pli. On peut donc sinon travailler avec des modules apparents tels que :

$$E_i = E_i^0(1 - d_i) \text{ avec } i \text{ la direction considérée}$$

Avec cette écriture, on voit que quand l'endommagement est ultime, le matériau ne réponds plus dans la direction considérée.

Dans un premier temps le comportement hors plan est donc uniquement élastique. Des tests élémentaires ont été réalisés afin de vérifier la bonne programmation du modèle. Ils sont détaillés en annexe B. Les éléments utilisés sont de type "C3D8R" *i.e.* des éléments continus 3D à 8 nœuds et 1 point d'intégration.

Ce modèle doit maintenant être étendu pour gérer la rupture en dynamique et la transition endommagement, érosion, fragmentation. Pour cela un critère d'érosion du pli doit être défini.

## 3.2 Mise en évidence des problèmes liés à l'érosion du pli

La technique de l'érosion a été choisie pour la formation du trou. Le modèle a été initialement mis en oeuvre dans un essai d'impact d'une bille rigide de 10mm de diamètre à une vitesse variant entre 1000 m/s et 2000m/s sur une plaque constituée

---

d'un unique pli mesurant 500 par 400 par 0,19mm (dans les figures présentées dans ce paragraphe, les fibres sont horizontales). Diverses tailles de mailles ont été testées et ont mis en évidence certains problèmes liés à l'érosion. Avant de traiter ces différents problèmes, cherchons à les illustrer et à les comprendre. Les premiers mécanismes de la dégradation des stratifiés sont associés à la détérioration de la matrice et de l'interface fibre matrice, c'est-à-dire aux variables  $d_2$  et  $d_{12}$ . Un critère d'érosion basé sur ces variables est donc tout d'abord testé :

Si  $d_2=1$  et  $d_{12}=1$ , alors la maille est érodée

### 3.2.1 La dépendance au maillage

La figure 3.2 montre différentes simulations de l'endommagement matriciel lors d'un impact, où seule la taille des mailles varie. Une dépendance pathologique des résultats au maillage est observée.

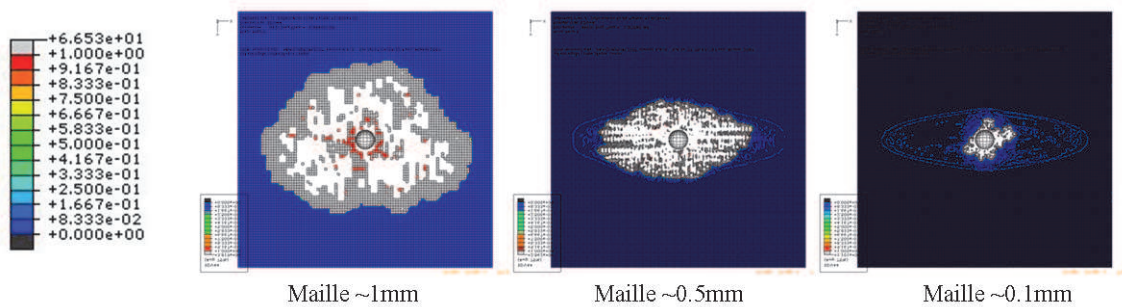
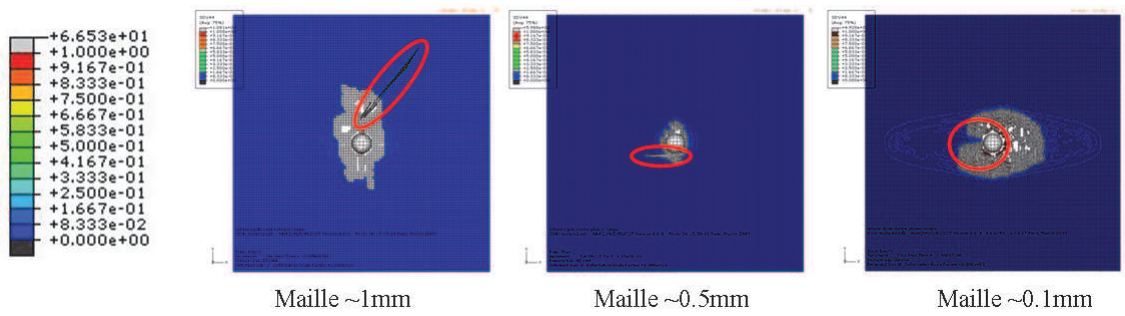


Fig. 3.2: Simulations d'impact pour différentes tailles de maille.

### 3.2.2 Problèmes de convergence

Le même type de cas d'impact sur une plaque maintenant préchargée statiquement en tension montre un comportement chaotique du calcul. En effet on observe un arrêt du calcul pour les maillages trop grossiers. En raffinant le maillage, on finit par obtenir des résultats, qui ne sont pas plus convaincants, puisque comme le montre la figure 3.3 on observe localement des comportements de mailles anormaux. En effet aucune symétrie n'est respectée et des mailles s'érodent isolément.



**Fig. 3.3:** Simulations d'impact sur plaque en tension pour différentes tailles de maille.



### 3.3 Mise au point du critère de perforation du pli : cas simples

#### 3.3.1 Première évolution : un critère à taux d'endommagement limité

Le premier problème à traiter concerne la dépendance pathologique au maillage. On considère trois maillages différents d'une plaque constituée d'un pli impactée par un projectile rigide d'1 cm de diamètre à 1000 m/s. Sous le projectile, les variables d'endommagement passent dès le début de la perforation à 1, le simple contact du projectile déclenche l'érosion des mailles. Cette instantanéité de l'érosion empêche une transmission propre d'énergie du projectile vers la plaque, certaines mailles de la plaque subissent d'un seul coup une déformation très importante, ce qui se traduit entre autre par une dépendance pathologique au maillage.

Considérant l'érosion comme conséquence d'un endommagement défini par un critère local indépendant du temps, cette dépendance au maillage était prévisible, puisque comparable à celle rencontrée avec des modèles d'endommagement locaux. Pour résoudre ce problème, l'étude bibliographique de la première partie a montré que plusieurs solutions étaient envisageables. Rappelons les principales :

##### **Modèles non locaux :**

- Intégral (Bazant-Pijaudier [33], Bazant-Jirasek [34], Jirasek-Rolshoven [35] )
- Gradient explicite (Aifantis [36], Lasry-Belytchko [37], Mühlhaus-Aifantis [38], DeBorst-Mühlhaus [39])
- Gradient implicite (Engelen et al. [40], Peerlings et al. [41], Peerlings et al. [42])

Outre la question de l'identification des longueurs internes, la complexité de la mise en oeuvre numérique de ce type de modèle ne permet pas sa mise en oeuvre pour le type de problème étudié ici.

##### **Modèles à limiteurs temporels :**

- avec viscosité (Needleman [82], Sluys-De Borst [74], Comi-Perego [83])
- avec effet retard (Ladevèze [49], Allix-Bras [84])
- à taux d'endommagements limité (Allix-Deü [85])

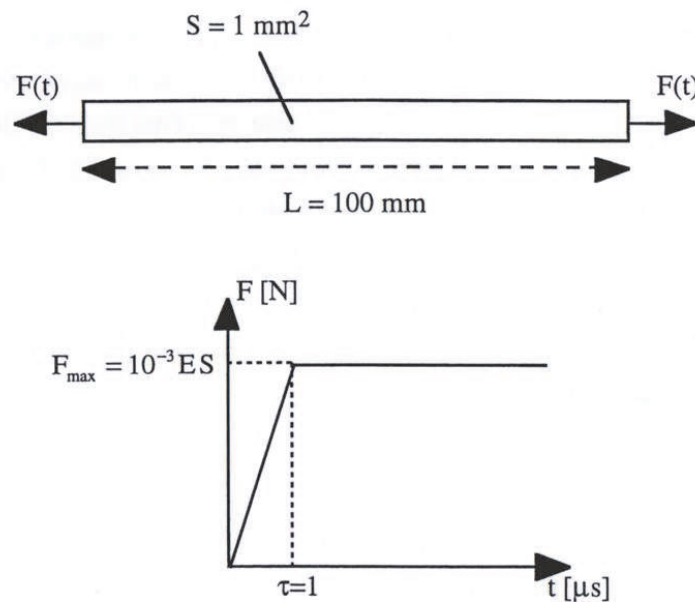
On retiendra les modèles à taux d'endommagement limité qui postulent l'existence d'une vitesse maximale d'endommagement dans les lois d'évolution de l'endommagement. Ce postulat est l'analogue pour l'endommagement du phénomène bien connu pour une fissure : la vitesse de fissuration est limitée du fait de la limitation de la vitesse des ondes. Classiquement, le temps caractéristique  $\tau_c$  de ce type de loi doit être de l'ordre du temps nécessaire à la nucléation des défauts ou au développement de l'endommagement pour arriver à la création d'une fissure.

La loi proposée est la suivante :

$$\dot{d} = \frac{1}{\tau_c} [1 - \exp(a_{retard} < f(Y) - d >_+)] \quad (3.3)$$

avec  $f(Y) = d$  la loi identifiée en statique.

Restent à déterminer les paramètres de l'effet retard. Pour que l'effet retard joue le rôle escompté, il faut que  $\frac{C^0 \tau_c}{a}$  avec  $C^0$  la célérité de l'onde et  $\tau_c$  et  $a$  les paramètres de l'effet retard soit de l'ordre de grandeur de la plus petite dimension de l'élément. Grossièrement,  $\tau_c$  représente le temps de propagation de fissure, et  $a$  la vitesse. Un premier ordre de grandeur peut alors être déterminé, il faut ensuite les recalculer sur un essai numérique. Différents protocoles d'identifications sont disponibles dans la littérature. Ainsi, Deü ([85]) a montré sur un essai de barre en traction (fig. 3.4) que plus la valeur de  $a$  est grande, *i.e.* plus la vitesse d'endommagement est faible, plus la taille de la zone de rupture est importante (fig. 3.5). Le graphique de la figure 3.6 montre l'existence d'un temps minimum de rupture, et que la rupture est d'autant plus brutale que  $a$  est grand. Ce type d'essai permet l'identification.



**Fig. 3.4:** Géométrie de Chargement

Dans un premier temps on préconisera de prendre  $a = 10$  pour le sens transverse et le cisaillement. On en déduit alors  $\tau_c$ . Pour notre matériau, on choisit  $\tau_c^m = 9E-7$ . Ces paramètres ont été calés sur deux cas d'impact : 10 g à 1800 m/s avec une incidence de 250 sur une plaque quasi-isotrope et 50 g à 1000 m/s à 00 sur une plaque fortement orientée.

Les mêmes calculs que précédemment ont été refaits avec cet effet retard. La figure 3.7 montre qu'une fois le maillage correctement dimensionné, la taille de la zone érodée ne dépend plus que normalement de la taille de maille. Bien évidemment, plus la taille de maille est fine, plus le contour de la perforation s'affine. Ces essais

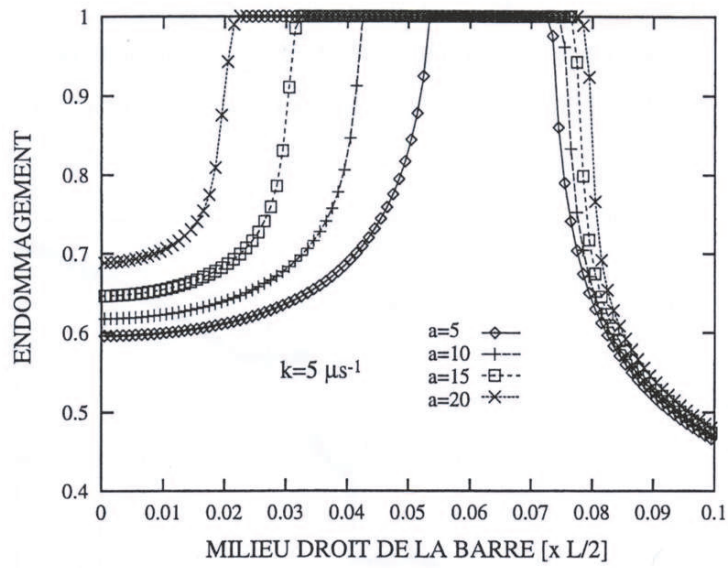


Fig. 3.5: Endommagement au milieu de la barre pour différentes valeurs de "a"

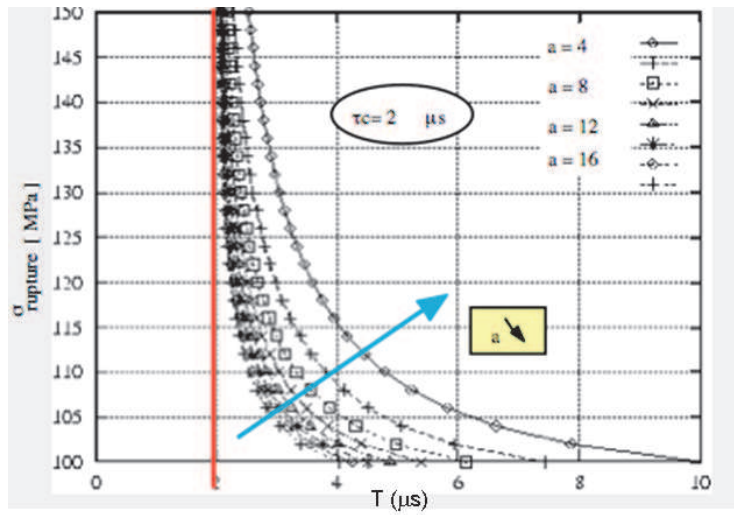
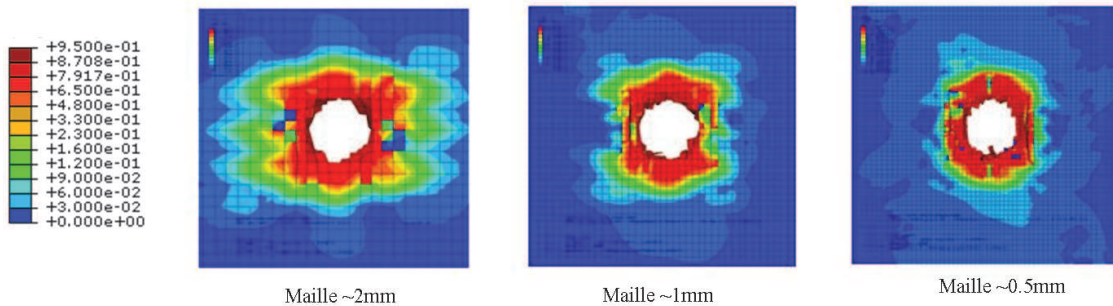


Fig. 3.6: Évolution de la contrainte à rupture en fonction du temps pour différentes valeurs de "a"

mettent en évidence l'importance de la présence de cette limitation sur la robustesse de la prévision diamètre du cratère (fig. 3.7).



**Fig. 3.7:** "Indépendance" au maillage obtenue dès que le maillage est raisonnable

L'ajout d'un limiteur temporel est donc indispensable à l'objectivité du critère d'érosion. Encore faut il que ce critère fasse preuve de robustesse, quel que soit le cas considéré. L'examen de cas plus complexes est nécessaire à l'étude de cette robustesse. En effet, le critère actuel érode des mailles dont l'énergie de déformation n'est pas nécessairement nulle, puisque lorsque les variables d'endommagement plan valent 1, il subsiste les termes du sens fibre ainsi que les termes hors plan. Passons donc à l'étude de la libération d'énergie lors de la suppression d'un élément.

### 3.3.2 Seconde évolution : ajout d'un critère sur les fibres

Comme nous venons de le voir, lors de l'érosion d'une maille selon le critère précédent, seules les contraintes dans les directions 2 et 12 sont nulles. Or, naturellement un stratifié travaille plus particulièrement dans le sens des fibres. Il est donc nécessaire de vérifier les conséquences de l'érosion d'une maille lorsque les fibres sont chargées. Les essais unitaires d'impact ont donc été refaits en appliquant cette fois une précontrainte dans le sens des fibres. Une chute de pas de temps vertigineuse (division par 1000) a alors été observée et était accompagnée de résultats aberrants quand le calcul n'échouait pas. Il est apparu que la source de ces difficultés résidait dans la libération importante d'énergie dans le sens des fibres au moment de l'érosion des mailles. Quand les tests sont faits avec un maillage suffisamment fin, les erreurs s'atténuent. Dans ce cas l'énergie stockée est mieux répartie, l'énergie libérée par chaque maille érodée est alors plus faible et pose donc moins de problème au code. L'ajout d'un critère limitant le stockage d'énergie dans les fibres est donc nécessaire. Un seuil en déformation dans le sens des fibres a été ajouté dans le critère d'érosion, afin de vérifier que c'est bien l'excès d'énergie stockée qui pose problème.

On aboutit alors au critère suivant :

**Si ( $d_2=1$  et  $d_{12}=1$ ) et ( $\varepsilon_{11} > \varepsilon_{11}^{rupt}$ ), alors la maille est érodée**

Ce critère règle bien le problème, il faut donc bien limiter la libération d'énergie dans le maillage. Il est par contre nécessaire de le remplacer par une loi d'endommagement complétée d'un effet retard afin qu'il ne recrée pas une dépendance au maillage dans le modèle. Le pilotage de la rupture par des variables d'endommagement permet d'adoucir les conséquences de relaxation d'énergie due à la disparition de la maille. En effet lorsque la maille est érodée, les contraintes pilotées par les endommagements sont mises à zéro. De plus la célérité des ondes dans le sens des fibres étant différente de celle du sens transverse, on peut penser que le temps caractéristique de l'effet retard est différent.

L'énergie de déformation du pli est toujours :

$$\begin{aligned}
E_D = & \frac{1}{2} \left[ \frac{\Phi \langle \sigma_{11} \rangle_-^2}{E_1} + \frac{\langle \sigma_{11} \rangle_+}{E_1(1-d_1)} + \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+^2}{E_2(1-d_2)} + \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_-^2}{E_2} + \frac{\sigma_{33}^2}{E_3} \right. \\
& + \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12}(1-d_{12})} + \frac{\sigma_{13}^2}{G_{13}(1-d_{12})} + \frac{\sigma_{23}^2}{G_{23}} \\
& \left. - \frac{2\nu_{12}\sigma_{11}\sigma_{22}}{E_1} - \frac{2\nu_{23}\sigma_{22}\sigma_{33}}{E_2} - \frac{2\nu_{13}\sigma_{11}\sigma_{33}}{E_3} \right]
\end{aligned} \tag{3.4}$$

avec :

$$\begin{aligned}
Y_1 &= \frac{\partial \langle \langle E_D \rangle \rangle}{\partial d_1} \Big|_{\sigma: cst} \\
d_1 &= f_1 \left( \sqrt{Y_1} \right) \text{ if } d_1 < 1, \quad d_1 = 1 \text{ sinon} \\
Y_2 &= \frac{\partial \langle \langle E_D \rangle \rangle}{\partial d_2} \Big|_{\sigma: cst} \\
d_2 &= f_2 \left( \sqrt{Y_2} \right) \text{ if } d_2 < 1, \quad d_2 = 1 \text{ sinon} \\
Y_{12} &= \frac{\partial \langle \langle E_D \rangle \rangle}{\partial d_{12}} \Big|_{\sigma: cst} \\
d_{12} &= f_{12} \left( \sqrt{Y_{12} + bY_2} \right) \text{ if } d_{12} < 1, \quad d_{12} = 1 \text{ sinon}
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Le critère d'érosion est donc maintenant :

**Quand  $d_1 = d_2 = d_{12} = 1$  la maille est érodée.**

### 3.3.3 Troisième évolution : un critère en énergie

Le paragraphe précédent a montré que l'érosion de mailles chargées pose des problèmes. Or l'application du critère d'érosion tel qu'il vient d'être défini continue

---

à provoquer l'érosion de mailles où de l'énergie est stockée, il s'agit de l'énergie liée aux directions hors plan qui n'ont pas été prises en compte dans l'activation du critère d'érosion. Ces problèmes d'énergie ne provoquent pas l'arrêt du calcul car le nombre de mailles concernées est très faible, mais est à l'origine d'un comportement non physique de ces dernières. La façon de se prémunir des problèmes d'énergie stockée est assez naturellement de bâtir un critère d'érosion sur l'annulation de l'énergie de déformation. Pour cela, cette dernière et le critère d'érosion sont donc modifiés afin que toutes les contraintes soient remises à zéro lors de la suppression d'une maille. Des variables d'endommagement hors plan sont donc ajoutées dans l'énergie de déformation :

$$\begin{aligned}
E_D &= \frac{1}{2(1-d_1)E_1} \left[ \langle \sigma_{11} \rangle_+^2 + \Phi(\langle \sigma_{11} \rangle_-) - \nu_{12}\sigma_{11}\sigma_{22} - \nu_{13}\sigma_{11}\sigma_{33} \right] \\
&+ \frac{1}{2(1-d_2)E_2} \left[ \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+^2}{E_2} - \nu_{23}\sigma_{22}\sigma_{33} \right] + \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_-^2}{E_2} + \frac{1}{(1-d_3)E_3}\sigma_{33}^2 \\
&+ \frac{1}{2} \frac{1}{(1-d_{12})G_{12}} \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12}} + \frac{1}{2} \frac{1}{(1-d_{13})G_{13}} \frac{\sigma_{13}^2}{G_{13}} + \frac{1}{2} \frac{1}{(1-d_{23})G_{23}} \frac{\sigma_{23}^2}{G_{23}}
\end{aligned} \tag{3.6}$$

avec dans le plan :

$$\begin{aligned}
Y_1 &= \frac{\partial \langle \langle E_D \rangle \rangle}{\partial d_1} \Big|_{\sigma: cst} \\
d_1 &= f_1 \left( \sqrt{Y_1} \right) \text{ if } d_1 < 1, \quad d_1 = 1 \text{ sinon} \\
Y_2 &= \frac{\partial \langle \langle E_D \rangle \rangle}{\partial d_2} \Big|_{\sigma: cst} \\
d_2 &= f_2 \left( \sqrt{Y_2} \right) \text{ if } d_2 < 1, \quad d_2 = 1 \text{ sinon} \\
Y_{12} &= \frac{\partial \langle \langle E_D \rangle \rangle}{\partial d_{12}} \Big|_{\sigma: cst} \\
d_{12} &= f_{12} \left( \sqrt{Y_{12} + bY_2} \right) \text{ if } d_{12} < 1, \quad d_{12} = 1 \text{ sinon}
\end{aligned} \tag{3.7}$$


---

et hors plan :

$$\begin{aligned}
Y_3 &= \frac{\partial \langle\langle E_D \rangle\rangle}{\partial d_3} \Big|_{\sigma: cst} \\
d_3 &= f_3 \left( \sqrt{Y_3} \right) \text{ if } d_3 < 1, \quad d_3 = 1 \text{ sinon} \\
Y_{13} &= \frac{\partial \langle\langle E_D \rangle\rangle}{\partial d_{13}} \Big|_{\sigma: cst} \\
d_{13} &= f_{13} \left( \sqrt{Y_{13} + bY_2} \right) \text{ if } d_{13} < 1, \quad d_{13} = 1 \text{ sinon} \\
Y_{23} &= \frac{\partial \langle\langle E_D \rangle\rangle}{\partial d_{23}} \Big|_{\sigma: cst} \\
d_{23} &= f_{23} \left( \sqrt{Y_{23} + bY_2} \right) \text{ if } d_{23} < 1, \quad d_{23} = 1 \text{ sinon}
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Une maille est toujours érodée quand toutes ses variables d'endommagement valent 1, mais on a maintenant la garantie que dans ce cas l'énergie de déformation ainsi que toutes les contraintes sont nulles au moment de l'érosion. Associé à un taux d'endommagement limité pour chaque variable d'endommagement, ce critère permet de rendre le modèle robuste.

Le critère est donc :

**Quand**  $d_1 = d_2 = d_{12} = d_3 = d_{13} = d_{23} = 1$  **la maille est érodée,**  
**avec**  $d_1 = d_2 = d_{12} = d_3 = d_{13} = d_{23} = 1 \Rightarrow E_D = 0 \Rightarrow (\sigma) = (0)$

## 3.4 Mise au point du critère de perforation du pli : cas complexes

### 3.4.1 Quatrième évolution : adaptation à la physique de l'impact

La complexité du critère d'érosion et de l'énergie de déformation présentés ci-dessus rend la programmation de la loi matériau lourde. Dans un souci de simplification, la détérioration du pli est maintenant décrite au moyen de deux variables d'endommagement, l'une liée à la détérioration des fibres ( $d_f$ ), l'autre à la détérioration de la matrice. On pose alors naturellement l'énergie de déformation suivante :

---

$$\begin{aligned}
E_D &= \frac{1}{2(1-d_f)E_1} \left[ \langle \sigma_{11} \rangle_+^2 + \Phi(\langle \sigma_{11} \rangle_-) - \nu_{12}\sigma_{11}\sigma_{22} - \nu_{13}\sigma_{11}\sigma_{33} \right] \\
&+ \frac{1}{2(1-d_m)} \left[ \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+^2}{E_2} - \nu_{23}\sigma_{22}\sigma_{33} + \frac{1}{E_3}\sigma_{33}^2 \right] \\
&+ \frac{1}{2(1-d_m)} \left[ \frac{\sigma_{12}^2}{G_{12}} + \frac{\sigma_{23}^2}{G_{23}} \right] \\
&+ \frac{1}{2(1-\sqrt{d_m d_f})} \frac{\sigma_{13}^2}{G_{13}} + \frac{1}{2} \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_-^2}{E_2}
\end{aligned} \tag{3.9}$$

avec :

$$\begin{aligned}
Y_f &= \frac{\partial \langle \langle E_D \rangle \rangle}{\partial d_f} \Big|_{\sigma: cst} \\
d_f &= f_f \left( \sqrt{Y_f} \right) \text{ if } d_f < 1, \quad d_f = 1 \text{ sinon} \\
Y_m &= \frac{\partial \langle \langle E_D \rangle \rangle}{\partial d_m} \Big|_{\sigma: cst} \\
d_m &= f_m \left( \sqrt{Y_m} \right) \text{ if } d_m < 1, \quad d_m = 1 \text{ sinon}
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Ces lois sont complétées par un taux d'endommagement limité, la nécessité de sa présence ayant été démontrée. On a donc en plus des équations précitées :

$$\begin{aligned}
\dot{d}_f &= \frac{1}{\tau_c^f} (1 - \exp(a_f \langle f(Y_f) - d_f \rangle_+)) \\
\dot{d}_m &= \frac{1}{\tau_c^m} (1 - \exp(a_m \langle f(Y_m) - d_m \rangle_+))
\end{aligned} \tag{3.11}$$

On préconisera dans notre cas de prendre  $a = 10$  pour les deux variables. On en déduit alors  $\tau_c^f$  et  $\tau_c^m$ . Pour notre matériau, on choisit  $\tau_c^f = 2E - 6$  et  $\tau_c^m = 2E - 7$ .

Le critère d'érosion en énergie de déformation demeure, on a donc encore :

**Quand  $d_f = d_m = 1$  la maille est érodée**

avec  $d_f = d_m = 1 \Rightarrow E_D = 0 \Rightarrow (\sigma) = (0)$

Cette simplification protège aussi de chute du pas de temps. En effet, Abaqus prends le pas de temps le plus petit de ceux qu'il a calculés pour chaque maille. Or, avant la simplification, certaines mailles fortement endommagées dans le plan conservaient un module d'Young dans le sens normal important. Le pas de temps étant lié à la rigidité des mailles et à leur dimension, il pouvait devenir très petit pour quelques mailles n'offrant plus d'intérêt puisque presque intégralement endommagées. L'homogénéisation de l'endommagement matriciel permet de se prémunir de ce type de difficulté.

---



### 3.4.2 Zoom sur la formation du cratère

Deux variables d'endommagement indépendantes sont donc utilisées pour décrire le comportement du pli. Ces deux variables sont associées pour définir le critère d'érosion reposant sur des considérations physiques. Ce paragraphe a pour but de déterminer le choix le plus pertinent pour ce critère d'activation. Pour cela, revenons sur la signification numérique de ces variables. Au fur et à mesure qu'elles croissent, la maille à laquelle elles sont affectées perd en rigidité. Quand une variable vaut 1 (0,99 dans le code pour éviter toute division par zéro malencontreuse), alors dans la direction qui lui est associée, la contrainte est nulle, plus aucun effort n'est repris dans cette direction.

Reprenons les différents types de rupture pouvant être rencontrés avec un stratifié au niveau du pli :

- rupture des fibres,
- décohésion fibre/matrice,
- rupture transverse de la matrice,
- rupture longitudinale de la matrice.

La rupture des fibres correspond à  $d_f$ . Tout ce qui concerne la matrice est rassemblé dans  $d_m$ . En se plaçant à l'échelle du pli, il apparaît que la rupture des fibres joue un rôle clef dans les mécanismes de perforation. En effet, la rupture de la matrice dans la direction perpendiculaire aux fibres ou les décohésions entre les fibres et la matrice ne sont pas suffisantes pour créer la rupture complète du matériau. De part la nature même de l'utilisation des stratifiés composites, la grande majorité de l'énergie stockée dans le pli est stockée dans les fibres qui sont caractérisées par un grand module de rigidité et une importante capacité à se déformer. Dans les problèmes d'impact aux hautes vitesses, la perforation du pli se traduit inévitablement par une rupture des fibres. C'est ce mécanisme qui consomme les énergies les plus importantes. En conséquence, la rupture du pli peut désormais être contrôlée par et uniquement par la rupture des fibres. Il est par contre nécessaire de forcer l'endommagement matriciel à son stade ultime avant l'érosion, afin de garantir l'annulation de l'énergie de déformation. Afin que cela se fasse progressivement, on propose :

$$d_m = 1 - (1 - d_f)(1 - d_m)$$

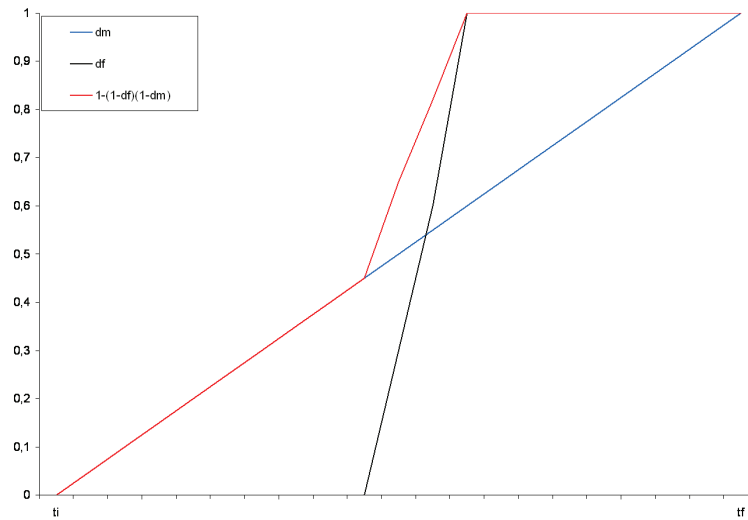
On retrouve l'idée que l'endommagement des fibres crée un endommagement matriciel. Le graphique de la figure 3.8 montre les conséquences sur  $d_m$  de cette modification. Tant que l'endommagement des fibres est nul, il n'y a pas de modification. Mais, dès l'apparition de  $d_f$ ,  $d_m$  croit fortement, et atteint 1 en même temps que  $d_f$ . Le critère d'érosion demeure :

**Quand  $d_f = d_m = 1$  la maille est érodée**  
avec  $d_f = d_m = 1 \Rightarrow E_D = 0 \Rightarrow (\sigma) = (0)$

La modification du calcul de  $d_m$  permet de plus d'éroder plus rapidement les mailles tout en respectant la physique du phénomène, et donc d'accélérer le calcul.

La figure 3.9 montre un essai sur un maillage "grossier" et un sur un maillage plus fin. Le premier couple en haut montre l'endommagement  $d_f$  suite à la perforation

---



**Fig. 3.8:** Évolution en fonction du temps de l'endommagement des fibres, celui de la matrice et celui de la matrice nouvelle génération

d'un pli. Globalement on observe aucun endommagement dans le sens des fibres en dehors du cratère. Le second couple (en bas) montre l'endommagement matriciel d'un cas similaire. Il est bien plus étendu que l'endommagement des fibres. La zone endommagée du maillage fin paraît plus étendue, mais l'endommagement associé à la zone extérieure est très faible (environ 0,1). La dépendance au maillage observée demeure donc acceptable. Ceci est confirmé par la répartition des contraintes planes présentée par le dernier couple.

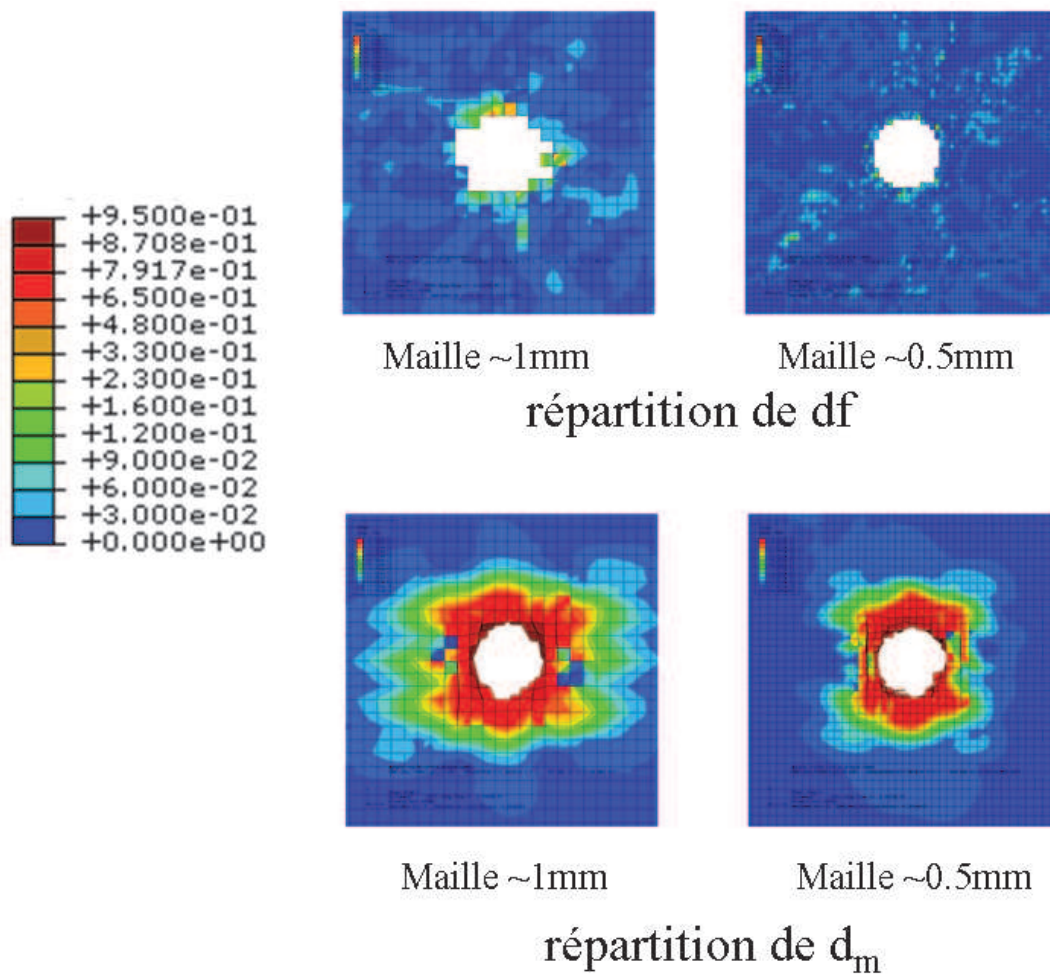


Fig. 3.9: Simulations de perforation d'un pli.

## 3.5 Modélisation de l'interface

### 3.5.1 Modèle initial

La perforation du pli étant gérée, reste à vérifier que le modèle d'interface proposé réponde aux mêmes exigences. L'interface est implémentée sous forme d'une loi de contact, ce qui revient à utiliser une relation nœud à nœud de loi de surface comme proposé par Schellekens et de Borst ([86]). On rappelle que le modèle d'interface choisi repose sur :

$$E_D = \frac{1}{2} \left[ \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_-^2}{k_3^0} + \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_+^2}{k_3^0(1-d_i)} + \frac{\sigma_{32}^2}{k_2^0(1-d_i)} + \frac{\sigma_{31}^2}{k_1^0(1-d_i)} \right] \quad (3.12)$$

avec :

$$\begin{aligned} d_i &= \left[ \frac{\langle Y \rangle_+}{Y_c} \right] \\ \underline{Y}(t) &= \sup_{t \leq \tau} [(Y_{d_3}^\alpha + (\gamma_1 Y_{d_1})^\alpha + (\gamma_2 Y_{d_2})^\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}] \\ Y_{d_1} &= \frac{1}{2} \frac{\sigma_{31}^2}{k_1^0(1-d_i)^2} \\ Y_{d_2} &= \frac{1}{2} \frac{\sigma_{32}^2}{k_2^0(1-d_i)^2} \\ Y_{d_3} &= \frac{1}{2} \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_+^2}{k_3^0(1-d_i)^2} \end{aligned}$$

Ces lois sont complétées par un taux d'endommagement limité, afin de tenir compte de l'influence de la vitesse de sollicitation en mode II ([87]).

$$\dot{d}_i = \frac{1}{\tau_c} (1 - \exp(a_i \langle f(Y) - d_i \rangle_+)) \quad (3.13)$$

### 3.5.2 Quant à la faible influence de la vitesse de sollicitation en mode I

L'effet retard s'appliquant à une unique variable d'endommagement de l'interface, il s'applique à tous les modes. Or, cet effet retard traduit l'accumulation de microfissures nécessaires à l'apparition du délaminage en mode II, alors que le délaminage en mode I est bien plus brutal, et ne résulte pas d'une même accumulation. Bien que l'influence de la vitesse de sollicitation sur le taux de restitution d'énergie critique à la propagation d'une fissure est encore très peu connue ([88]), Hug ([88]), Guo ([89]) ainsi que Kusaka ([90]) montrent qu'*a priori* elle est très faible, voire inexistante. On propose donc de modifier le calcul de l'endommagement de l'interface de sorte que l'effet retard ne s'applique qu'au mode II. Il doit alors être ajouté au niveau des forces thermodynamiques (eq. 3.14).

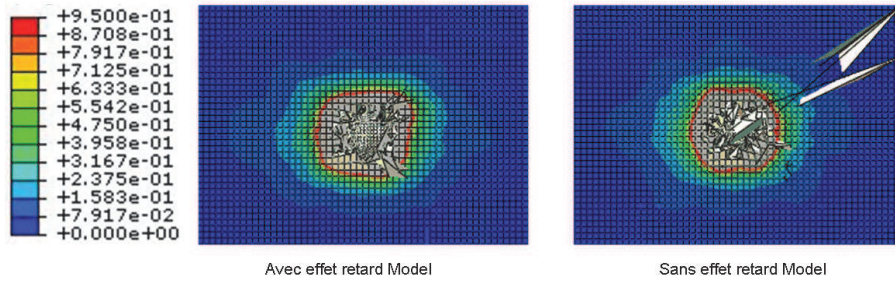
---

$$\begin{aligned}
d_i &= \left[ \frac{\langle Y \rangle}{Y_c} \right] \\
\underline{Y} &= \text{Sup}_t \sqrt{Y_{d_3}^2 + \gamma_1 (Y_{d_1}^{ret})^2 + \gamma_2 (Y_{d_2}^{ret})^2} \\
\dot{Y}_{d_1}^{ret} &= \frac{1}{\tau_c^Y} \left[ \exp(a_i^Y < \Delta \left( \frac{\sigma_{31}^2}{2K_{31}(1-d_i)^2} \right) > +) \right] \\
\dot{Y}_{d_2}^{ret} &= \frac{1}{\tau_c^Y} \left[ \exp(a_i^Y < \Delta \left( \frac{\sigma_{32}^2}{2K_{32}(1-d_i)^2} \right) > +) \right] \\
Y_{d_3} &= \frac{\sigma_{33}^2}{2K_3(1-d_i)^2}
\end{aligned} \tag{3.14}$$

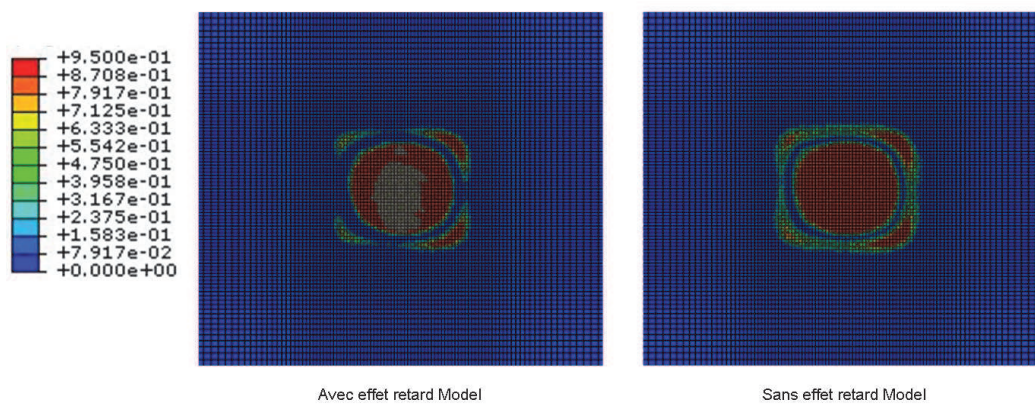
On montre dans l'annexe C que si on pose :

$$a_i^Y = \frac{a_i}{Y_c} \text{ et } \tau_c^Y = \frac{\tau_c}{Y_c}$$

alors, quand le mode II est uniquement le mode II est activé,  $d$  n'est pas modifié et quand uniquement le mode I est activé,  $d$  n'est pas retardé. Afin de comparer les deux modèles, un essai d'impact d'une bille de 30 g à 1500m/s selon une incidence de  $10^0$  sur une plaque 19 plis a été réalisé. La figure 3.10 montre que la propagation du délaminage en mode I est plus étendue sans effet retard, et la figure 3.11 montre la zone délaminée en mode II est très peu modifiée.



**Fig. 3.10:** Comparaison du comportement de l'interface en mode I avec effet retard en mode I et sans.

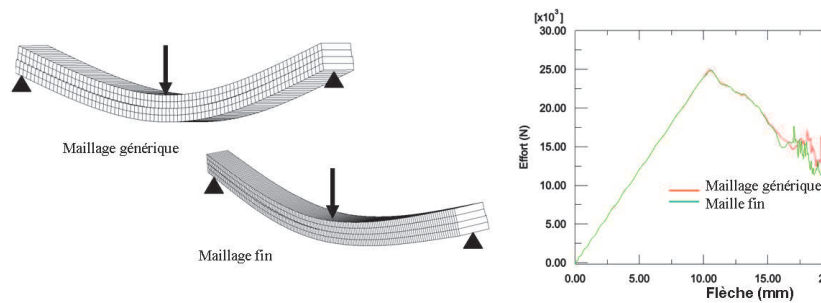


**Fig. 3.11:** Comparaison du comportement de l'interface en mode II avec effet retard en mode I et sans.

### 3.5.3 Vérification de l'indépendance au maillage

Commençons par l'indépendance au maillage du comportement de l'interface. La loi de contact régissant le comportement de l'interface peut être vue comme un ressort dont la rigidité évolue au fur et à mesure des sollicitations qu'il subit. La valeur de cette rigidité influe sur la rigidité globale du stratifié, et donc sur le comportement de ce dernier. La raideur de ce ressort étant liée au déplacement des noeuds des plis, on peut craindre une dépendance au maillage de cette raideur, et donc du comportement du stratifié.

Un simple test de poutre en flexion trois points est effectué avec deux types de maillage, un qualifié de générique, et un plus fin, pour vérifier que la présence de l'interface n'apporte pas de dépendance au maillage. L'expérience de l'étude du pli nous incite à ajouter sans attendre un taux d'endommagement limité de la même forme que pour le pli. L'indépendance au maillage est immédiate, comme le montre la figure 3.12.



**Fig. 3.12:** Comparaison du comportement de l'interface pour deux maillages.

On vérifie aussi avec cet exemple que la longueur de propagation du délaminage n'est pas dépendante pathologiquement du maillage des plis. En effet, une fois la zone en pointe de fissure correctement représentée, les résultats deviennent indépendants du maillage qui n'influe plus que sur la précision de ces derniers.

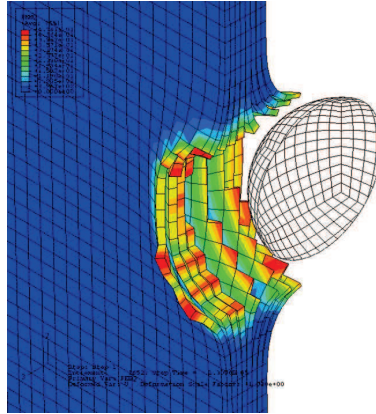
### 3.5.4 Application à un cas d'impact

Caractéristiques du calcul :

- plaque 160 mm x 160 mm x 3 mm
- 8 plis orthotropes élastiques selon l'empilement [0,45,90,-45,-45,90,45,0]
- 204 800 éléments 3D
- bille rigide,  $D = 10$  mm,  $M = 10$  g,  $V = 1000$  m/s

La figure 3.13 montre le résultat de ce calcul.





**Fig. 3.13:** Délaminage

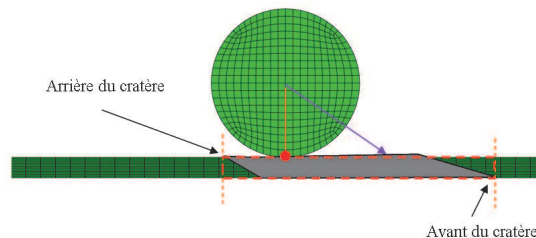
### 3.6 Test du modèle complet

Cette partie se termine sur la présentation de simulations d'impact sur stratifié.

Caractéristiques du premier calcul :

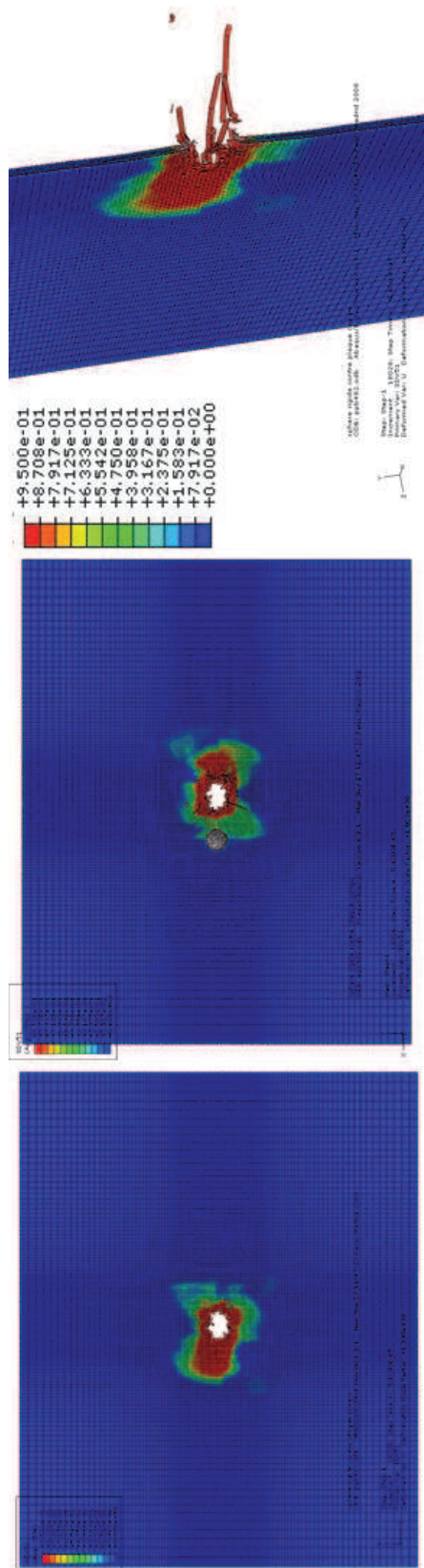
- plaque 500 mm x 400 mm x 3,4 mm
- 16 plis selon l'empilement [90,45,0,-45,90,45,0,-45,-45,0,45,90,-45,0,45,90]
- 400 000 élément 3D, 8 nœuds à intégration réduite "C3D8R"
- bille rigide,  $D = 22$  mm,  $M = 100$  g,  $V = 1325$  m/s, Incidence  $50^\circ$
- 6h sur 4 processeurs, 2Gb de mémoire

La figure 3.15 montre l'endommagement matriciel face avant, face arrière et en coupe. Les zones rouges correspondent à des mailles dont l'endommagement matriciel est ultime, mais dont les fibres n'ont pas cassés. Les mailles érodées ne sont pas affichées. Cet essai montre un cratère et une zone endommagée elliptiques. Le cratère commence au niveau du point d'impact et se termine au niveau de la sortie de la bille (fig. 3.14). La plus grande zone endommagée se situe à l'arrière du cratère. Ceci est fréquent dans les phénomènes d'impact avec incidence, car l'énergie à l'avant du projectile est consommée par la formation du cratère.



**Fig. 3.14:** schématisation de la définition du cratère.





**Fig. 3.15:** Impact d'une bille rigide de 100g avec  $50^\circ$  d'incidence sur un stratifié 16 plis à 1325m/s (face avant, face arrière, en coupe).

Caractéristiques d'un second calcul :

- plaque 500 mm x 400 mm x 3,4 mm
- 16 plis selon l'empilement [90,45,0,-45,90,45,0,-45,-45,0,45,90,-45,0,45,90]
- 400 000 élément 3D
- bille rigide,  $D = 10$  mm,  $M = 10$  g,  $V = 1500$  m/s, Incidence  $0^\circ$
- 4h sur 4 processeurs, 2Gb de mémoire

La figure 3.16 montre l'endommagement matriciel d'une demi-plaque après impact. On observe que les mailles en bord de cratère bien qu'endommagées matriciellement ne rompent pas dans ce cas. Le cratère est circulaire de l'ordre de grandeur du diamètre de la bille. On observe dans ce cas une propagation de l'endommagement bien plus importante qui se propage dans le sens des fibres, mais une zone d'endommagement ultime plus réduite que dans le cas précédent. Les premiers résultats sont donc satisfaisants, le chapitre suivant permettra de les valider par des comparaisons essais/calculs.

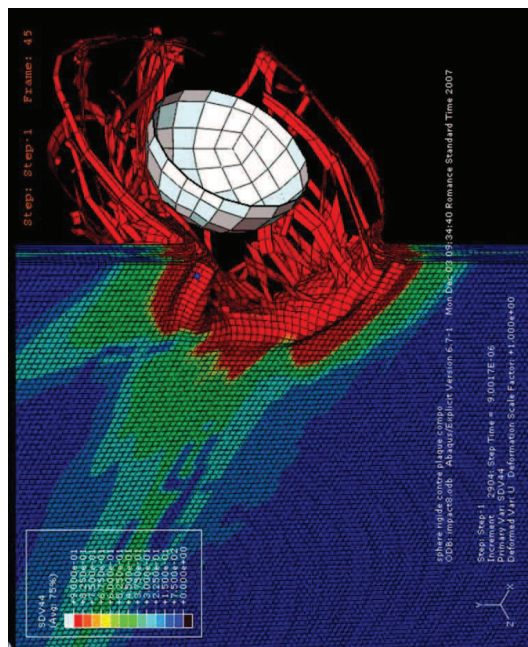


Fig. 3.16: Demi-plaque après impact

**RESUME**

Un critère d'érosion a été défini. La mise en place d'un taux d'endommagement limité a permis de s'affranchir des difficultés liées à la localisation. Les difficultés liées à des dépendances pathologiques au maillage ont ainsi été levées. Une discussion a ensuite été ouverte pour choisir un critère d'érosion qui, en s'appuyant sur l'annulation de l'énergie de déformation et donc du champ de contraintes, a rendu le modèle numériquement robuste. Enfin, une simplification acceptable du modèle pour les cas d'impact a été réalisée en considérant que la détérioration du pli pouvait se traduire par une détérioration de la matrice d'un côté et des fibres de l'autre, et que la rupture des fibres était suffisante pour impliquer la rupture du pli ([91]).

---

# Chapitre 4

## Vers le virtual testing, modélisation d'impacts balistiques

### Sommaire

---

|            |                                      |            |
|------------|--------------------------------------|------------|
| <b>4.1</b> | <b>Optimisation du modèle</b>        | <b>96</b>  |
| 4.1.1      | Dimension du problème                | 96         |
| 4.1.2      | Minimisation du temps de calcul      | 97         |
| 4.1.3      | Choix de modélisation de l'interface | 99         |
| <b>4.2</b> | <b>Validation du modèle</b>          | <b>100</b> |
| 4.2.1      | Description du calcul                | 100        |
| 4.2.2      | Comparaison essais/calculs           | 103        |

---

L'objectif ultime du programme dans lequel s'inscrivent ces travaux est de nourrir l'étape perforation des structures composites du calcul PLEIADES en minimisant le recours aux essais en les remplaçant par des simulations, ou essais virtuels (Virtual Testing). Le modèle présenté doit permettre de construire des lois analytiques ou des abaques reliant les caractéristiques de l'impact (masse, vitesse, incidence du projectile empilement et épaisseur de la plaque) à la vitesse résiduelle du projectile, sa déviation, le diamètre du cratère et de la zone de dommages qu'il inflige à la plaque et les caractéristiques résiduelles de cette dernière, qui seront implémentées dans PLEIADES. La mise au point de ces modèles de vulnérabilité passe donc par la réalisation de centaines de cas de calculs. A titre d'illustration, signalons qu'un plan d'expériences fractionnaire ayant comme entrées : 20 niveaux de vitesses dans la gamme 1000 à 3500 m/s, 10 niveaux de masse de 2,5 à 120g, 6 niveaux d'incidence de 0 à 70° sur deux types de plaques aboutit après optimisation à un minimum de 150 simulations, soit près de trois mois de calcul de 4 processeurs à plein temps. Or le nombre de configurations étudiées dans ce cas est tout à fait insuffisant pour permettre aux résultats issus de PLEIADES d'être suffisamment fiables. Le nombre d'essais devrait être au moins multiplié par 10. Le modèle mis au point doit donc être optimisé en terme de temps de calcul afin qu'il puisse être intégré dans un processus de conception industrielle. Avant la validation du modèle par une comparaison essais/calculs, une optimisation du temps de calcul doit être réalisée.

## 4.1 Optimisation du modèle

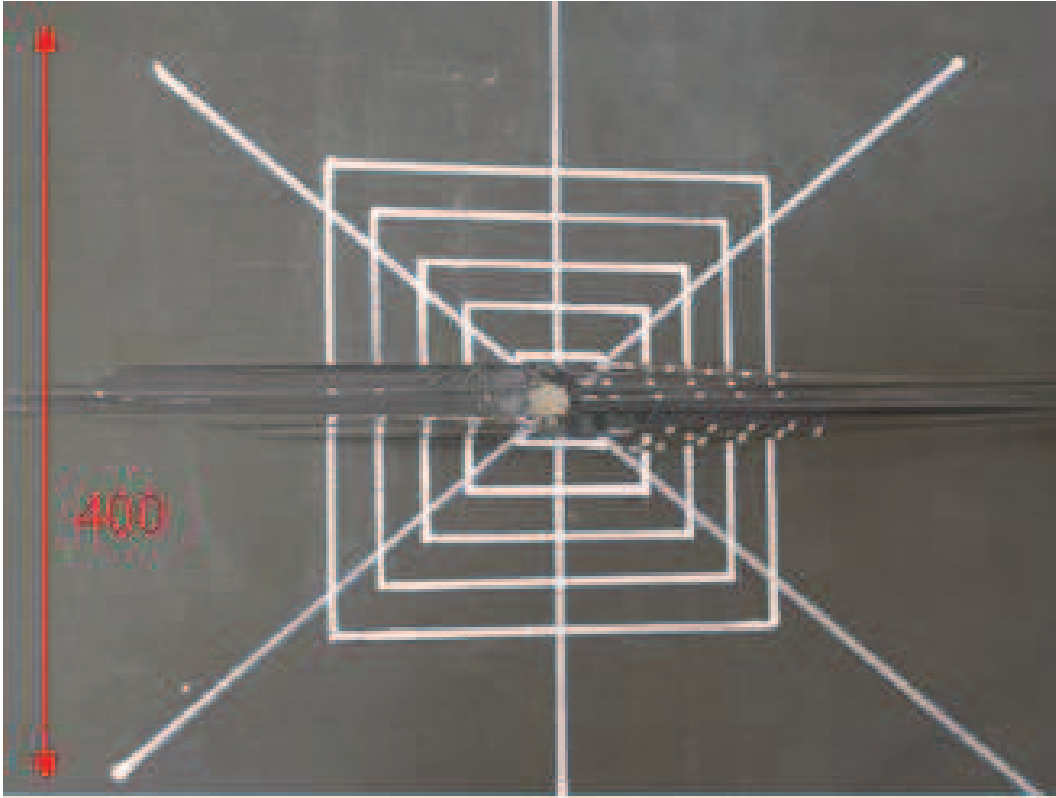
### 4.1.1 Dimension du problème

Une maille classique d'avion (*i.e.* zone entre deux raidisseurs) mesure 500x400x3,4 mm, est quasi isotrope (16 plis) ou fortement orientée (19 plis). Sachant que pour modéliser le délaminage une interface doit être placée entre chaque changement d'orientation. Un minimum de 16 mailles dans l'épaisseur du stratifié est donc requis.

Constatons ensuite que la zone de dommages n'est pas localisée (fig.4.1), la totalité de la plaque doit donc être maillée.

Toutes ces remarques étant prises en considération et tenant compte du principe de régularité du maillage à respecter pour un calcul lagrangien/explicite, ce qui dans notre cas implique l'utilisation de mailles cubiques, on aboutit à un minimum de 100 millions d'éléments soit 200 millions de nœuds. Bien que les moyens de calculs actuels soient importants, dans un contexte opérationnel un effort d'optimisation du temps de calcul est nécessaire. Dans un premier temps, on préconisera naturellement l'utilisation d'un maillage à progression géométrique permettant de mailler finement la zone d'impact et plus grossièrement le reste de la plaque.

---



**Fig. 4.1:** Étendue des dommages

#### 4.1.2 Minimisation du temps de calcul

Le nombre de mailles étant important, une première optimisation à réaliser concerne le temps de calcul par maille. Le modèle présenté a été implémenté dans Abaqus/Explicit sous forme d'une routine en fortran appelée VUMAT. Cette routine intervient dans la phase d'intégration temporelle d'Abaqus.

Les données d'entrées de la routine sont :

$\sigma_i^n$  le champs de contraintes de l'élément  $i$  à l'instant  $n$

$\varepsilon_i^n$  le champs de déformations

$D_i^n$  les variables d'endommagements de l'élément

$\Delta\varepsilon_i$  l'incrément de déformation pour passer à l'instant  $n + 1$ .

Les données de sorties sont :

$$\sigma_i^{n+1}, \varepsilon_i^{n+1}, D_i^{n+1}$$

Dans un premier temps, les déformations au temps  $n + 1$  sont calculées avec les déformations au temps  $n$  l'incrément de déformation :

$$\varepsilon_i^{n+1} = \ln(\Delta\varepsilon_i + 1) + \varepsilon_i^n$$

Ensuite vient le calcul des contraintes et des endommagements. Deux méthodes sont alors utilisables. La première consiste à les calculer simultanément en résolvant

le système suivant :

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{11}^{n+1} \\ \epsilon_{22}^{n+1} \\ \epsilon_{33}^{n+1} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1(1-d_f^{n+1})} & \frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{\nu_{13}}{E_1} \\ - & \frac{1}{E_2(1-d_m^{n+1})} & \frac{\nu_{23}}{E_2} \\ sym & - & \frac{1}{E_3(1-d_m^{n+1})} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11}^{n+1} \\ \sigma_{22}^{n+1} \\ \sigma_{33}^{n+1} \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{12}^{n+1} \\ \epsilon_{13}^{n+1} \\ \epsilon_{23}^{n+1} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{G_{12}(1-\sqrt{d_f^{n+1}d_m^{n+1}})} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{G_{13}(1-\sqrt{d_f^{n+1}d_m^{n+1}})} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}(1-d_m^{n+1})} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{12}^{n+1} \\ \sigma_{13}^{n+1} \\ \sigma_{23}^{n+1} \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} Y_f^{n+1} &= \frac{\partial \langle\langle E_D^{n+1} \rangle\rangle}{\partial d_f^{n+1}} \Big|_{\sigma:cst} \\ d_f^{n+1} &= d_f^n + \frac{1}{\tau_c} (1 - \exp(a_f \langle f(Y_f^{n+1}) - d_f^n \rangle_+)) \quad \text{si } d_f^{n+1} < 1 \\ d_f^{n+1} &= 1 \quad \text{sinon} \\ Y_m^{n+1} &= \frac{\partial \langle\langle E_D^{n+1} \rangle\rangle}{\partial d_m^{n+1}} \Big|_{\sigma:cst} \\ d_m^{n+1} &= d_m^n + \frac{1}{\tau_c} (1 - \exp(a_m \langle f(Y_m) - d_m \rangle_+)) \quad \text{si } d_m^{n+1} < 1 \\ d_m^{n+1} &= 1 \quad \text{sinon} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Ce système étant non linéaire, la mise en oeuvre d'un algorithme de type Newton est alors nécessaire.

Une autre méthode revient à calculer les endommagements de manière totalement explicite. Ils sont alors calculés ainsi :

$$\begin{aligned} Y_f^n &= \frac{\partial \langle\langle E_D^n \rangle\rangle}{\partial d_f^n} \Big|_{\sigma:cst} \\ d_f^{n+1} &= d_f^n + \frac{1}{\tau_c} (1 - \exp(a_f \langle f(Y_f^n) - d_f^n \rangle_+)) \quad \text{si } d_f^{n+1} < 1 \\ d_f^{n+1} &= 1 \quad \text{sinon} \\ Y_m^n &= \frac{\partial \langle\langle E_D^n \rangle\rangle}{\partial d_m^n} \Big|_{\sigma:cst} \\ d_m^{n+1} &= d_m^n + \frac{1}{\tau_c} (1 - \exp(a_m \langle f(Y_m^n) - d_m^n \rangle_+)) \quad \text{si } d_m^{n+1} < 1 \\ d_m^{n+1} &= 1 \quad \text{sinon} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Les contraintes sont alors directement calculables, le système étant maintenant linéaire. Toutes les variables s'obtiennent donc directement.

Cette deuxième méthode décale d'un pas de temps l'accroissement des endommagements. Dans notre cas, le pas de temps du calcul est plus petit que le temps de propagation des ondes dans le plan d'une maille. En effet la longueur des mailles est plus grande que l'épaisseur, le pas de temps étant lié à la plus petite dimension de maille, il faut plusieurs pas de temps à l'onde pour parcourir la maille. Le décalage temporel du calcul de l'accroissement de l'endommagement n'est donc pas rébarbatif *a priori*. Cette méthode permet de diviser par 100 le nombre d'opérations nécessaires à la résolution du système. Afin d'estimer l'impact sur les résultats obtenus, un cas d'impact a été testé avec les deux méthodes de résolution. Il s'agit d'un impact d'une bille de 10 g à 1000 m/s sans incidence sur un stratifié de 16 plis quasi-isotrope. On constate que les zones endommagées sont pratiquement identiques. La plus grande erreur commise est d'1% environ (fig. 4.2). Le "retard" pris par l'endommagement est visible dans la zone entourée mais est tout à fait acceptable. Cette méthode de résolution est donc retenue.

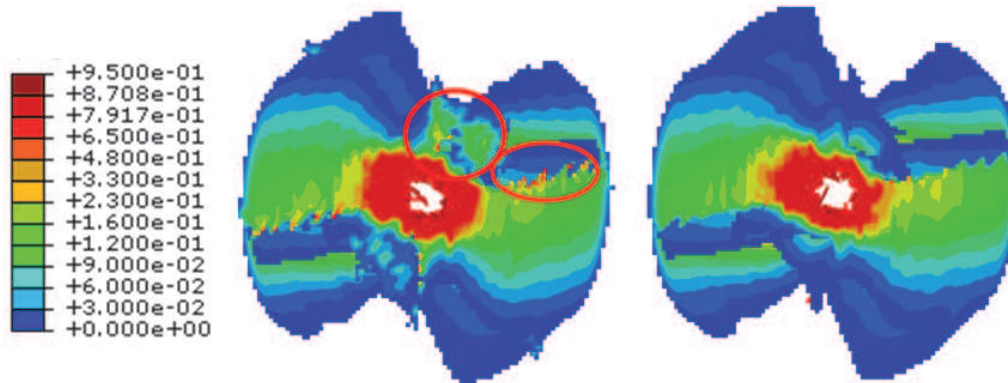


Fig. 4.2: Comparaison des deux méthodes de résolution : (a) méthode de Newton, (b) explicite

### 4.1.3 Choix de modélisation de l'interface

L'interface peut être représentée au choix soit par des éléments cohésifs, soit par des éléments d'interface sous forme d'une loi de contact. Les deux méthodes sont tout à fait adaptées à la modélisation des interfaces des stratifiés. Elles ont donc été comparées en termes de temps de calcul, ou plus exactement en termes de chute de pas de temps qu'elles provoquent. Rappelons que dans le cadre d'un calcul explicite, une restriction au niveau du pas de temps du calcul est nécessaire pour garantir la stabilité du schéma numérique. Pour les problèmes linéaires, il faut que le pas de temps  $\Delta t$  soit inférieur ou égal à un pas de temps critique, calculé par rapport à la plus petite période du système ( $\Delta t \leq \Delta t_c = T_{min}/\pi$ ) ([92]).

Dans Abaqus le pas de temps utilisé pour les éléments cohésifs est :

$$\Delta t = \text{Min}_{\text{maillage}}[\text{Min}_{\text{element}}[\sqrt{\frac{\rho}{K}}]]$$

avec  $\rho$  la masse volumique et  $K$  la raideur.



Le pas de temps associé à une loi de contact est :

$$\Delta_t = \text{Min}_{\text{maillage}} [\text{Min}_{\text{surface}} [2\sqrt{\frac{M}{K}}]]$$

avec  $M$  la masse nodale du noeud esclave et  $K$  la raideur.

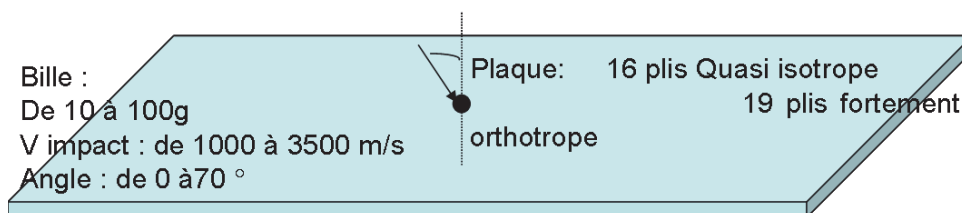
Les chutes de pas de temps associées au deux méthodes sont donc équivalentes. L'utilisation des éléments cohésifs impose en plus l'utilisation d'une loi de contact pair pour se protéger de l'interpénétration des plis après l'érosion des éléments cohésifs. Donc dans les deux cas, un algorithme de recherche de contact est utilisé, mais en plus l'ajout d'éléments cohésifs double pratiquement le nombre total d'éléments. La comparaison des deux méthodes montre que le temps de calcul est multiplié en moyenne par 1.5 avec l'utilisation d'éléments cohésifs. La loi de contact est donc retenue.

En conclusion, ces optimisations ont permis de diviser par deux le temps de calcul avec une précision du calcul altérée que d'1%. Le modèle est maintenant objectif robuste et optimisé, la fin du chapitre va être consacrée à sa validation par une comparaison essais/calculs.

## 4.2 Validation du modèle

### 4.2.1 Description du calcul

Les essais présentés au chapitre 2 ont été simulés numériquement. La configuration de la simulation est présentée figure 4.3.



**Fig. 4.3:** Configuration des simulations

Les paramètres matériaux utilisés sont ceux obtenus par les essais de caractérisation présentés dans le chapitre consacré à ces essais. Le tableau ci dessous donne les caractéristiques du calcul :

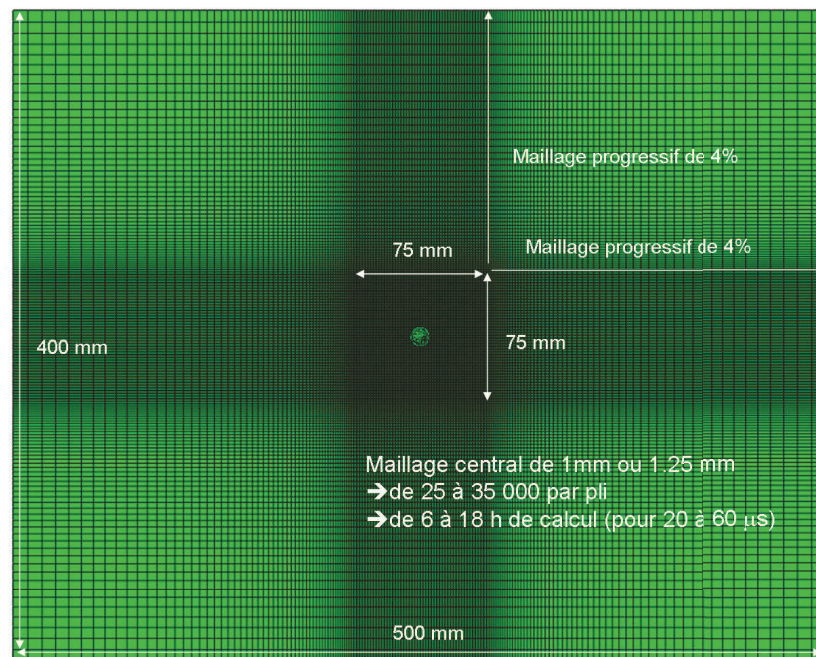
|                        |  |
|------------------------|--|
| Projectile             | corps rigide   |
| Plaque                 | 500×400×3mm ou 3.4mm<br>16 ou 19 plis<br>215,000 ou 255 000 éléments |
| Interface              | 15 ou 18 surfaces de contact de 15,000 éléments                      |
| Durée de la simulation | 2 temps de traversée   |
| Paramètres de calcul   | 4 processeurs<br>4 Gb de mémoire<br>4 à 8 heures de calcul           |

On appelle temps de traversée le temps nécessaire au projectile pour traverser intégralement la plaque. Ce temps varie avec le diamètre, la vitesse et l'incidence du projectile. Il a été constaté qu'au bout de 2 temps de traversée les zones de délaminage et d'endommagement ultime sont stabilisées. Signalons que ce temps est de l'ordre de grandeur à celui nécessaires aux ondes pour atteindre les bords de la plaque.

Le projectile est modélisé sous forme d'un corps rigide pour modéliser le temps de calcul. Des essais ont été réalisés avec un maillage 3D et un matériau élasto-plastique afin de modéliser le comportement réel d'une bille en tungsten, mais aucune différence notable sur le comportement de la plaque après impact n'a été relevée. Le corps rigide est donc retenu.

Le maillage est choisi à progression géométrique autour du point d'impact afin de minimiser le nombre de mailles (fig. 4.4).

---



**Fig. 4.4:** Maillage de la plaque impactée

## 4.2.2 Comparaison essais/calculs

L'objectif de cette partie est de vérifier que le calcul reproduit les grandeurs mesurées lors des essais avec une précision suffisante ainsi que l'influence des différentes caractéristiques de l'impact sur ces grandeurs. Le tableau 4.1 récapitule l'influence identifiée de chacun des paramètres d'entrée sur chacun des résultats mesurés. Les essais présentés au chapitre 2 ont été simulés. Parallèlement un plan d'expériences numériques élargi a été réalisé pour d'une part multiplier le nombre de point et donc obtenir des courbes de tendance plus précises et d'autres part tenter d'élargir le domaine d'étude. Ce plan d'expériences comprend quatre facteurs qui présentent chacun un nombre de niveaux différents :

- le facteur vitesse présente 8 niveaux : 700, 1000, 1500, 2000, 2500, 3000, 3500, 3800 m/s
- le facteur masse présente 8 niveaux : 2.5, 5, 10, 30, 50, 70, 100, 120g
- le facteur incidence présente 4 niveaux : 0, 10, 25, 50°
- le facteur type de plaque présente 2 niveaux : quasi-isotrope et fortement orienté

L'exécution d'un plan factoriel complet amène à 512 expériences pour un plan complet et 64 pour un plan fractionnaire. La répartition des essais en fonction des différents facteurs est schématisée figure 4.5.

|                       | Vitesse d'impact | Masse du projectile | Angle incidence | Type de plaque |
|-----------------------|------------------|---------------------|-----------------|----------------|
| Perte vitesse         | Non              | indéterminé         | oui             | Non            |
| Diamètre cratère      | Oui              | Oui                 | Oui             | Non            |
| Endommagement interne | indéterminé      | indéterminé         | Oui (forme)     | indéterminé    |

**Tab. 4.1:** Influence des paramètres d'entrés sur les grandeurs mesurées

### 4.2.2.1 Vitesse résiduelle

L'observation de la comparaison essais/calcul de la vitesse résiduelle en fonction de la vitesse initiale met en évidence :

- la bonne simulation de la perte globale de 2 à 3% de la vitesse initiale quelque soit la masse de la bille, sa vitesse initiale et l'angle d'incidence de l'impact (Fig. 4.6),
- la confirmation numérique de l'influence de l'angle d'incidence sur la vitesse résiduelle (Fig. 4.7),
- la confirmation numérique de l'absence d'influence du type de plaque sur la vitesse résiduelle.

Il est à noter que les calculs sous forte incidence ne sont pas poursuivis assez loin, car trop longs, pour avoir la perte totale de vitesse, ce qui fausse légèrement les courbes de tendance.

Par ailleurs, le plan d'expériences numériques élargi a permis de mettre en évidence une possible influence de la masse du projectile sur la perte de vitesse.

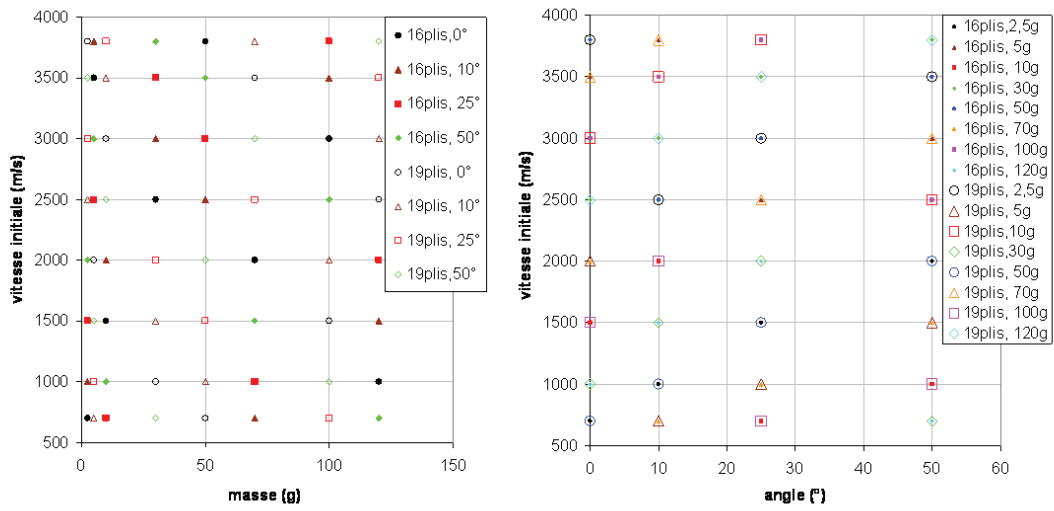


Fig. 4.5: Plan d'expériences numériques

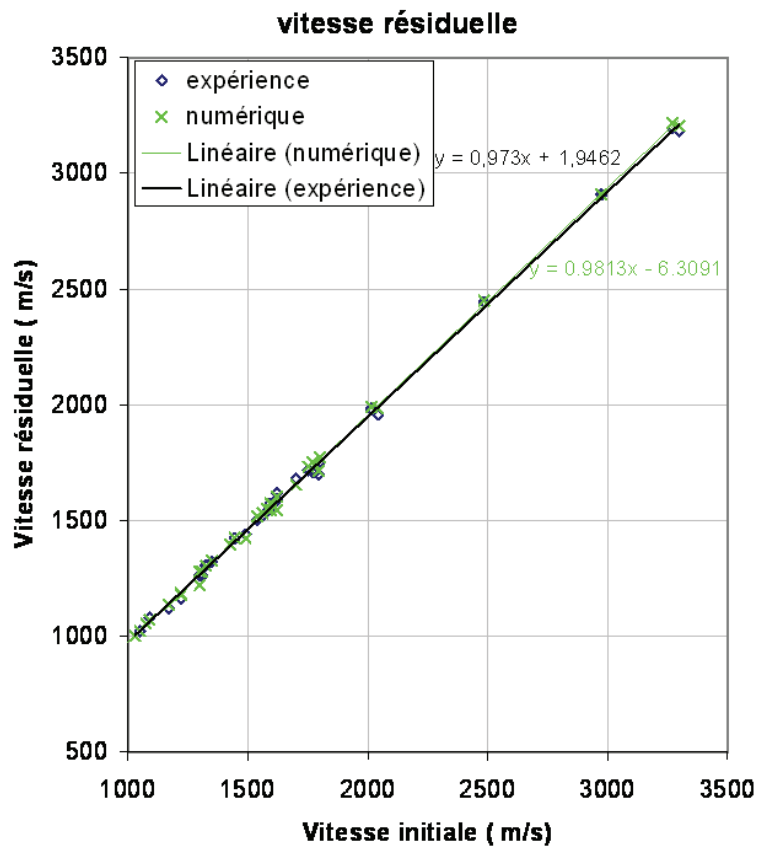


Fig. 4.6: Vitesse résiduelle en fonction de la vitesse initiale ; Comparaison essais/calculs

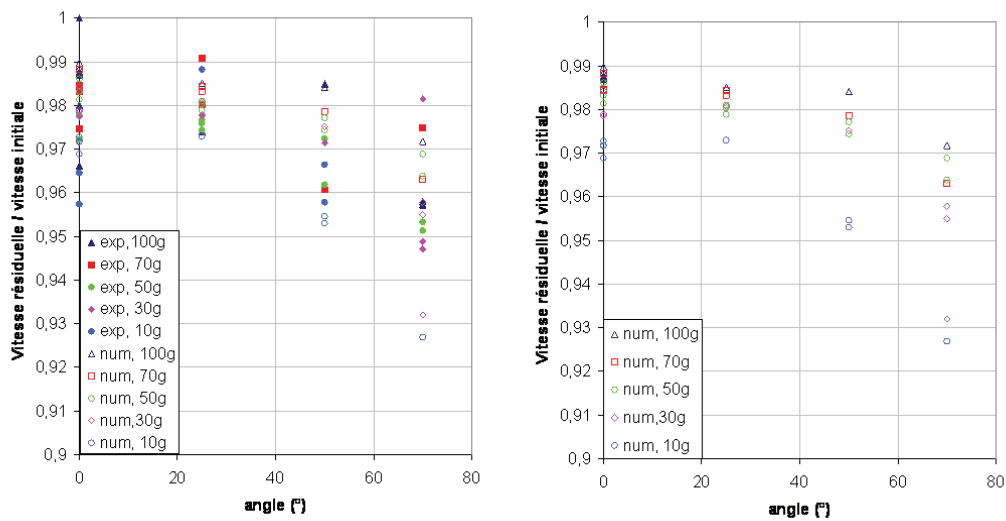


Fig. 4.7: Rapport Vitesse résiduelle sur vitesse initiale en fonction de l'angle ; Comparaison essais/calculs

En effet comme le montre la figure 4.8, la perte de vitesse diminue avec l'augmentation de la masse jusqu'à 25 g environ puis se stabilise. Il existerait donc une masse à partir de laquelle, la réaction de la plaque devient négligeable.

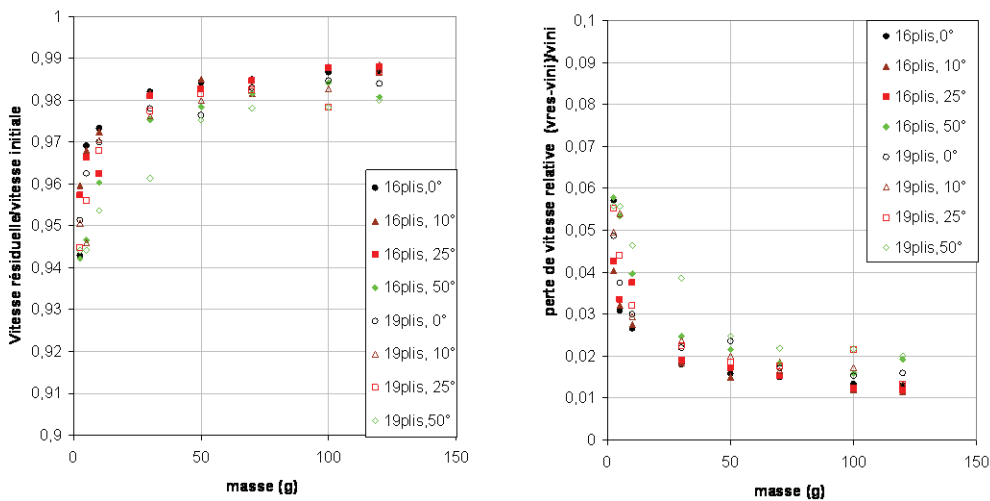
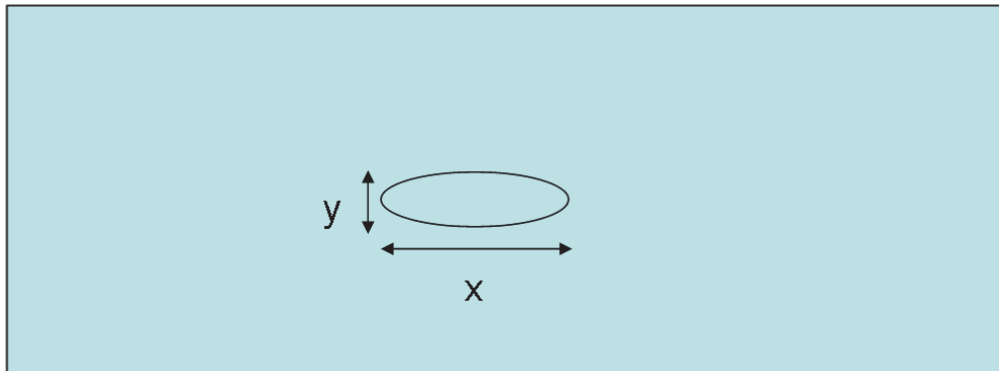


Fig. 4.8: Influence de la masse sur la perte de vitesse

#### 4.2.2.2 Dimensions des cratères

Compte tenu des types d'impact, le cratère se présente sous la forme d'une boutonnière de taille plus importante en  $x$  qu'en  $y$  (fig. 4.9), et qui tend à être ronde pour les impacts normaux à la plaque.



**Fig. 4.9:** Forme des cratères

Pour mesurer le cratère aussi bien numérique qu'expérimental, il est nécessaire de prendre quelques précautions afin de comparer ce qui est comparable. Ainsi, le cratère est mesuré dans le plan de la plaque (fig. 4.10). Les cratères numériques n'étant pas réguliers : la plus grande distance est mesurée, mais si une seule maille est détruite elle ne sert pas à la mesure du cratère (fig. 4.11).



**Fig. 4.10:** Règle de mesure du cratère

La figure 4.12 suivante représente la différence cratère numérique moins le cratère expérimental sur le diamètre de la bille. Comme les maillages sont calibrés de sorte que le diamètre de la bille soit maillé avec 10 mailles, une différence de 0.2 représente 2 mailles soit la précision maximum du calcul. Il est à noter que les cratères numériques obtenus sont globalement :

- plus grands que les cratères expérimentaux dans le cas de plaques quasi isotropes,
- plus petits que les cratères expérimentaux dans le cas de plaques fortement orthotropes.

La dimension du cratère selon l'axe  $x$  est fortement dépendante de l'angle d'incidence de l'impact. Les résultats expérimentaux et numériques correspondent lorsque les calculs sont poursuivis suffisamment longtemps.

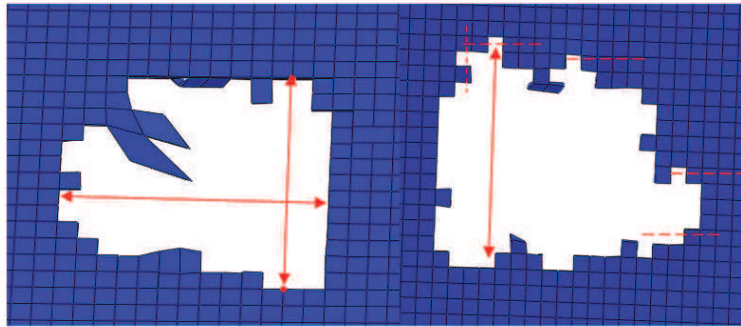


Fig. 4.11: Exemple de cratère

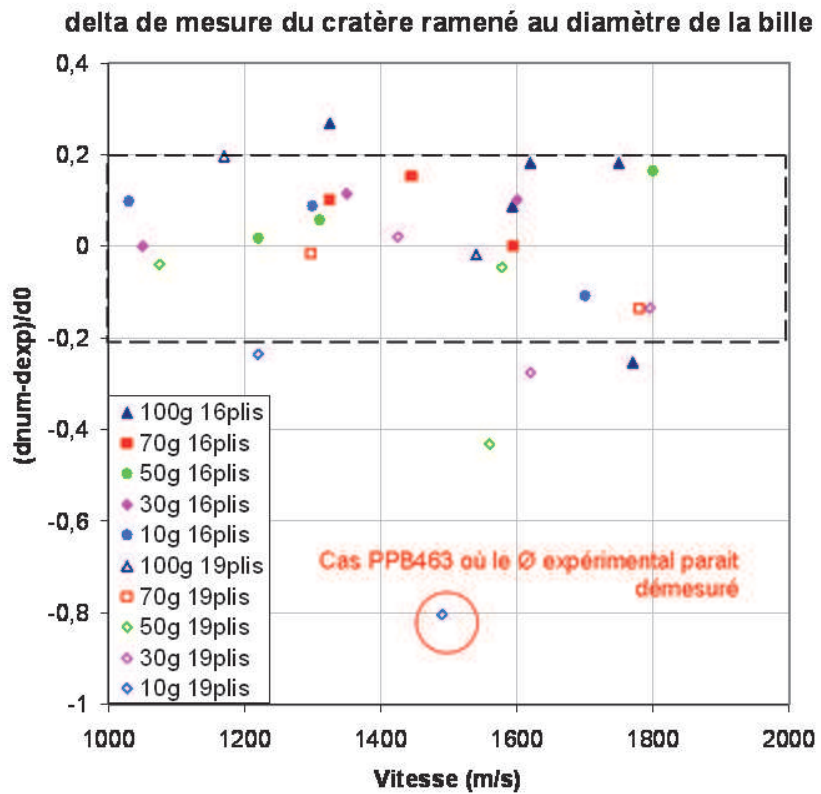
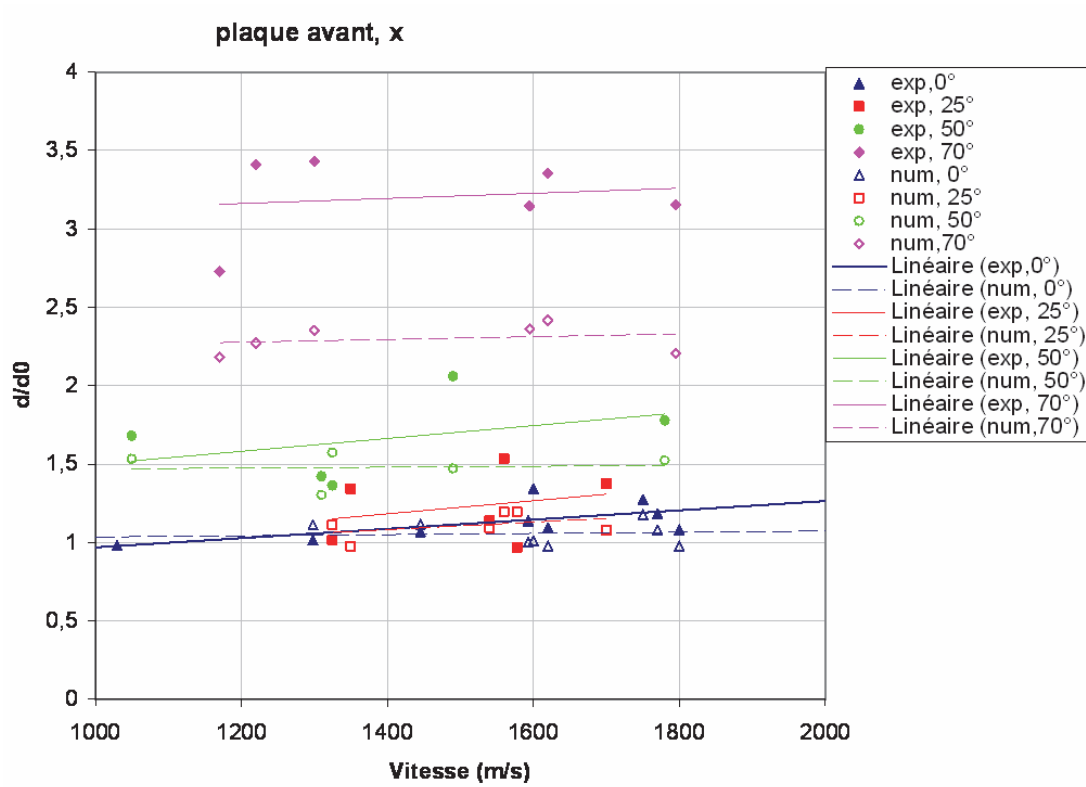


Fig. 4.12: Représentation de l'erreur sur les cratères (Y)



Les graphiques des figures 4.13 et 4.14 montrent la superposition des cratères numériques et expérimentaux horizontaux pour les faces avant et arrières de la plaque. Globalement une bonne adéquation est observée.



**Fig. 4.13:** Superposition des cratères numériques et expérimentaux ( $x$ ), face avant

Le plan d'expérience numériques n'apporte aucune information supplémentaire.

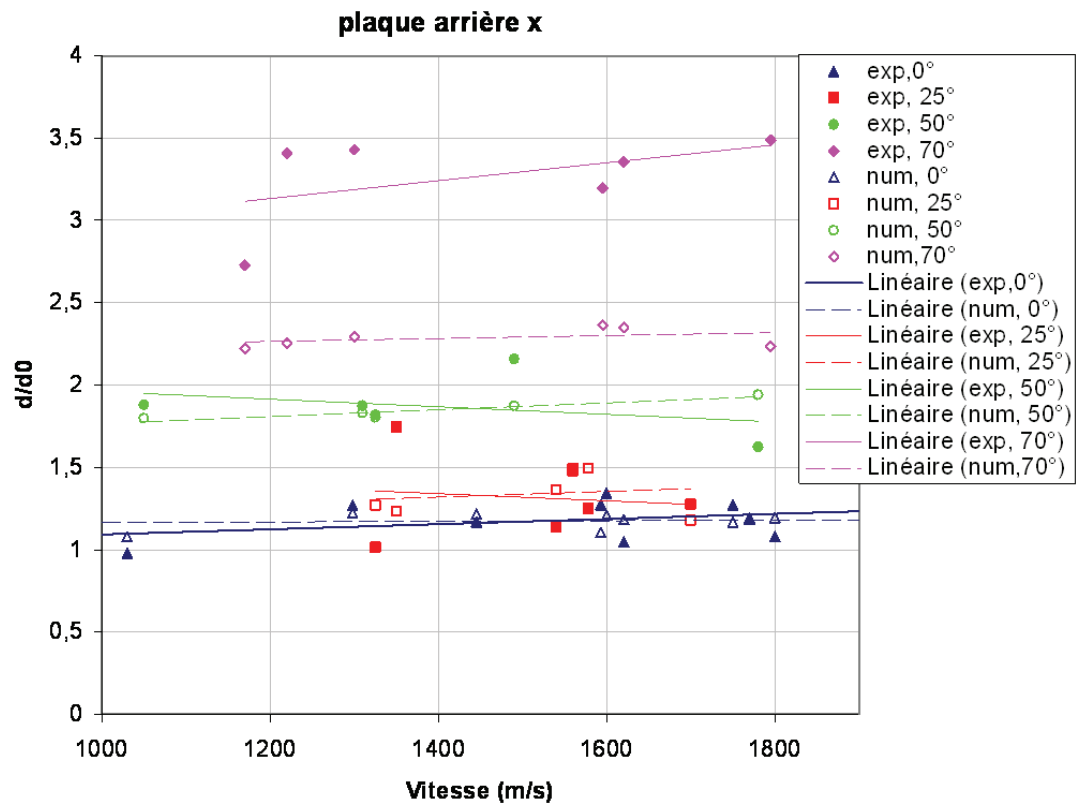
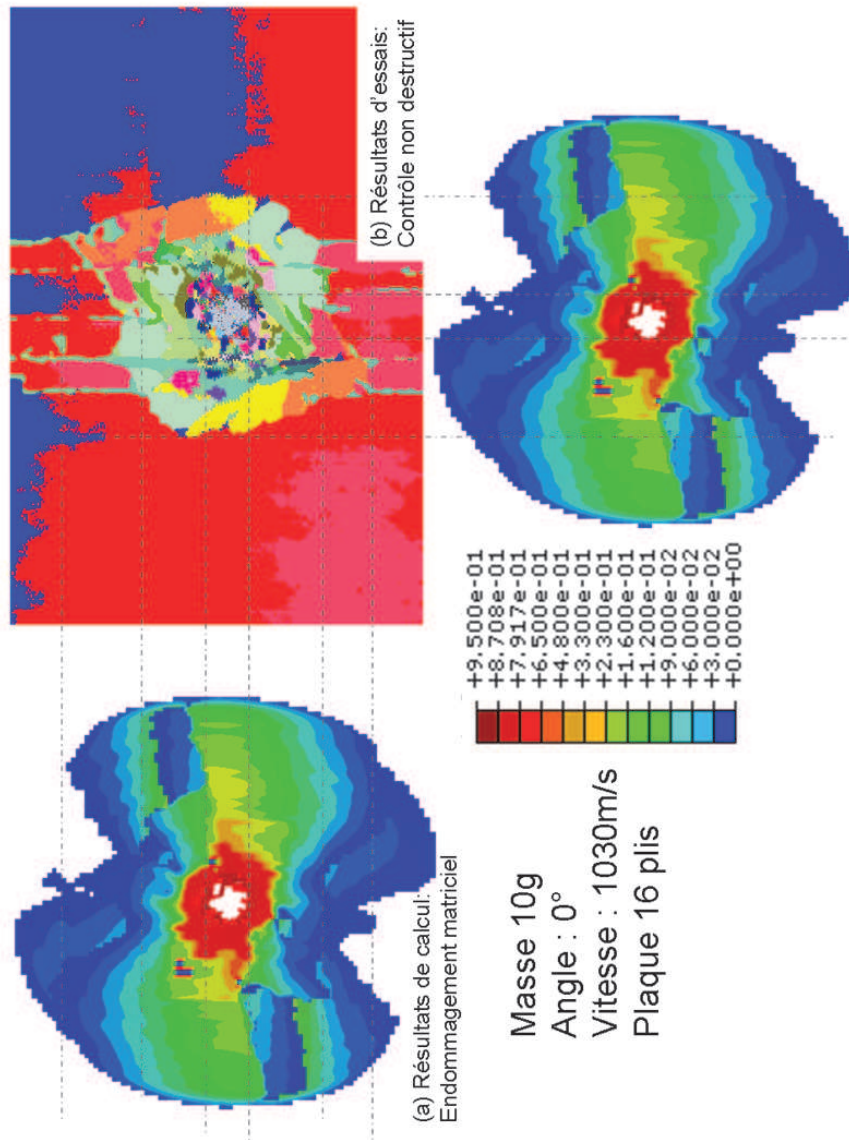


Fig. 4.14: Superposition des cratères numériques et expérimentaux ( $x$ ), face arrière

### 4.2.2.3 Zone endommagée

Peu de plaques ont pu être inspectées pour mesurer l'endommagement interne. Aucune comparaison générique n'est donc possible. Tout de même, les quelques comparaisons de l'endommagement interne sont tout à fait satisfaisantes comme le montre les figures 4.15 et 4.16, bien qu'on observe une surestimation de la taille de zone de dommage du premier calcul. Les images nommées *(a)* sont issues de calculs. Le "gris" correspond à un endommagement total, le "bleu clair" à une initiation d'endommagement. Les images *(b)* proviennent des contrôles non destructifs. Le code couleur n'indique pas le degré d'endommagement, mais la localisation de l'endommagement maximum, il ne s'agit donc pas de comparer les "couleurs". Ces résultats permettent uniquement de comparer les formes et les dimensions des zones endommagées. Il n'est pas possible de dissocier dans les images CND ce qui est de l'endommagement du pli de ce qui est du délaminage. Mais le calcul montre que la dimension de la zone délaminée est très proche de celle de fissuration de la matrice dans le pli. On peut donc considéré que l'endommagement de l'interface en dehors des faces extérieures subissant de l'écaillage est aussi très correctement estimé (fig. 4.17). L'arrachement des fibres n'est en revanche pas modélisé pour le moment.

---



**Fig. 4.15:** Comparaison essais/calculs de l'endommagement interne (10g à 1030 m/s  $0^0$  plaque quasi-isotrope)



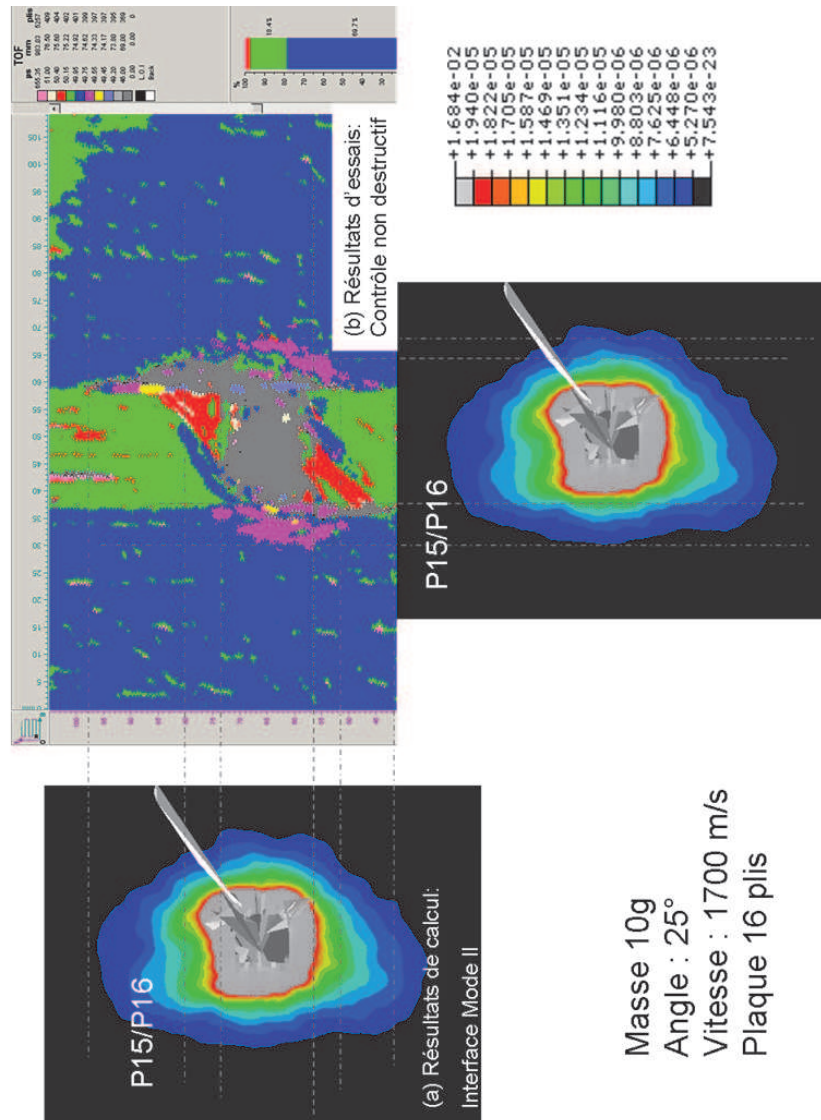


Fig. 4.17: Endommagement de l'interface (10g à 1700 m/s 25° plaque quasi-isotrope)

Le plan d'expériences numériques élargi permet d'établir une possible influence de la vitesse d'impact sur la taille de la zone endommagée. On utilise les mêmes notations  $x$  et  $y$  que pour le cratère. Le caractère presque isotrope de la dimension de la zone de dommage est confirmé. De plus, on observe une forte diminution du rapport taille de la zone de dommage sur diamètre de la bille avec l'augmentation de la vitesse d'impact aussi bien dans la direction  $x$  que dans la direction  $y$  comme le montre la figure 4.18. Ce rapport semble se stabiliser à partir de 2000 m/s. Pour les "faibles" vitesses, la perforation se fait par combinaison de flexion et de cisaillement alors que quand la vitesse augmente, seul le cisaillement intervient. Dans le sens transverse aux fibres, la célérité des ondes est de l'ordre de 2300 m/s. Il y aurait donc changement de type de perforation lorsque l'impact devient supersonique.

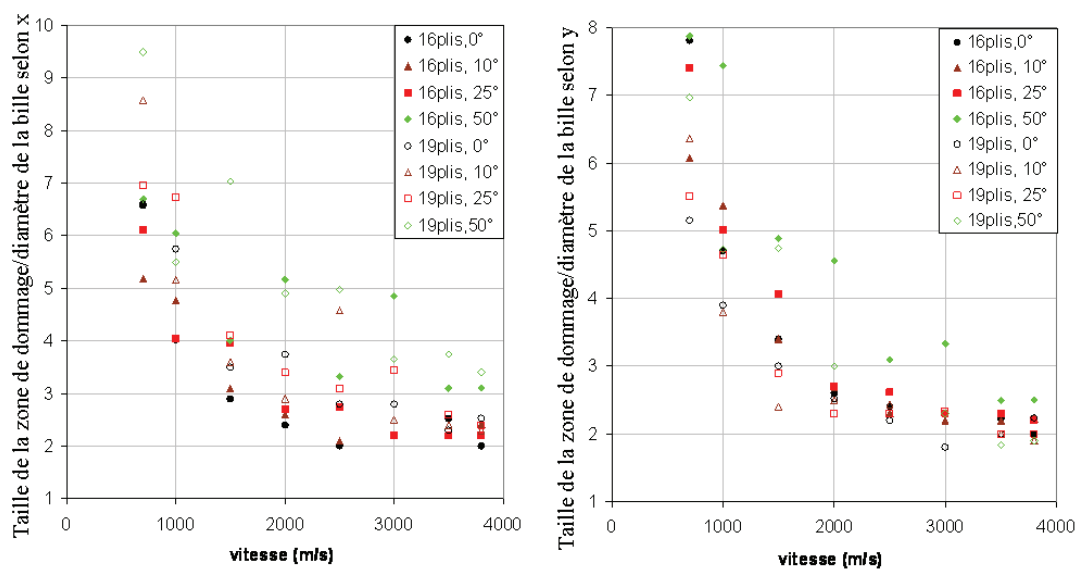


Fig. 4.18: Rapport de la taille de la zone de dommage sur le diamètre de la bille selon  $x$  et  $y$  en fonction de la vitesse d'impact

**RESUME**

Une très bonne adéquation entre les résultats d'essais et les calculs est donc observée, autant pour l'estimation de la vitesse résiduelle du projectile après impact, que pour l'endommagement de la plaque, qu'il s'agisse du cratère ou de l'endommagement interne. Le modèle numérique mis au point permet donc de simuler les effets d'impacts balistiques sur des plaques de stratifiés composites de deux types (quasi-isotrope, fortement orienté). Il serait intéressant de vérifier qu'il fonctionne aussi avec d'autres conditions limites et d'autres types d'empilement, comme dans [93].

---





# Conclusions et perspectives

Ce travail de thèse s'inscrit dans un programme d'études amonts dont l'objectif est, à partir d'un plan d'expériences numériques, de construire un modèle de vulnérabilité de structures composites aéronautiques et d'étendre ainsi le domaine d'application du Logiciel PLEIADES à ce type de structure.

Associé à cette problématique industrielle, l'enjeu principal dégagé pour cette thèse était de proposer des modèles robustes et fiables de la réponse de structures stratifiées soumises à des impacts balistiques. Le terme robuste fait ici référence à la simulation elle-même, simulation qui doit pouvoir être conduite sans problème jusqu'à rupture et perforation sans dépendre des paramètres du calcul pour des discrétisations spatiales et temporelles compatibles avec les phénomènes physiques mis en jeu. Le terme fiable fait référence au modèle lui-même. Le modèle doit conduire à des prédictions satisfaisantes comparées à la réalité expérimentale.

Un tel objectif ne pouvait s'envisager sans un solide socle de connaissances sur le comportement mécanique des composites, en particulier de leur endommagement, socle introduit dans des modèles ayant fait leur preuve en statique et dans une moindre mesure pour des impacts basse vitesse. Le pari principal de l'étude, motivé par l'observation de mécanismes de détérioration de base identiques en statique et en dynamique, était qu'il était possible de définir des critères de détérioration et de perforation satisfaisants en travaillant dans le cadre d'une extension des modèles mésoscopiques d'endommagement.

Un autre aspect fondamental était de disposer d'essais pertinents pour à la fois guider la modélisation et confronter les résultats du modèle à la réalité. Pour cela plusieurs dizaines d'essais d'impacts à très haute vitesse ont été conduits sur des panneaux composites, pour pouvoir les exploiter il a parfois été nécessaire d'adapter fortement les dispositifs expérimentaux classiquement utilisés au CEG.

Le critère d'érosion résultant de cette étude est défini à partir de l'annulation complète de l'énergie de déformation du fait des détériorations. En raison du rôle prépondérant des fibres dans la tenue ultime des composites, une dépendance des autres variables d'endommagement du pli à l'endommagement des fibres a été introduite. Ces autres variables ont été condensées en une seule dans une volonté de simplification, simplification qui pourrait être remise en cause à partir de comparaisons essais calculs plus poussées. L'avantage du critère proposé, outre qu'il nous semble respecter un aspect essentiel de la physique de l'érosion, est que la question de l'objectivité de la simulation de l'érosion est ramenée à celle de l'objectivité des calculs en endommagement, problème très étudié dans la littérature. La voie suivie, basée sur la notion de taux maximal d'endommagement introduit deux paramètres

supplémentaires pour le pli, les temps caractéristiques de "percolation" des endommagements fibres et matrice. Pour l'interface les constatations expérimentales et les études menées dans un autre cadre nous ont conduit à introduire un taux maximal uniquement pour des sollicitations en mode II et III mais pas en mode I, nécessitant pour cela l'adaptation de la formulation classiquement utilisée pour ces modèles. Une estimation a priori de ces paramètres a permis d'obtenir des premières comparaisons plus que satisfaisantes entre simulation et essais. Ces comparaisons portent, pour des impacts de 1000 à 3500 m/s, et pour différents types de stratifiés, sur

- le ralentissement du projectile après perforation,
- la déviation angulaire du projectile après perforation,
- l'endommagement résiduel du projectile (déformation résiduelle, fragmentation),
- l'endommagement résiduel de la structure qui peut lui-même se décomposer de la façon suivante :
  - l'endommagement du pli élémentaire (rupture des fibres, décohésion entre les fibres et la matrice, fissuration de la matrice, etc.),
  - dégradation des interfaces entre les plis élémentaires (délaminage suivant les modes 1 et 2 et pour des modes mixtes).

La suite de ce travail porte sur plusieurs aspects. Le premier est, lorsque l'ensemble des essais auront été dépouillés (fin 2009), de recalculer éventuellement les paramètres de retard. Le second, qui a été initié en fin de thèse mais dans un état encore trop embryonnaire pour pouvoir être présenté, est de définir un critère de décollement de fibres. Un autre aspect concerne la modélisation du cône d'éjectas, pour permettre de prévoir les débris secondaires. Pour cela une technique objective de fragmentation du maillage basée sur les critères d'érosion défini dans ce travail est envisagée. Enfin selon les données observées et prédites (vitesse résiduelle du projectile, dimension du cratère, de la zone endommagée, état résiduel de la plaque) une recherche de lois simplifiées, sous forme de lois analytiques ou d'abaques sera effectuée de façon à permettre des simulations extrêmement rapides permettant de nourrir le module de perforation du logiciel PLEIADES pour la multitude de situations à envisager dans le cadre de la détermination de la vulnérabilité d'aéronefs en composites.

---

# Bibliographie

- [1] R. C. Tennyson and C. Lamontagne. Hypervelocity impact damage to composites. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 31(8) :785–794, August 2000.
- [2] V. V. Silvestrov, A. V. Plastinin, V. V. Pai, and I. V. Yakovlev. Hypervelocity impact on isotropic composites with metal or ceramic inclusions. *International Journal of Impact Engineering*, 20(6-10) :733–742, 1997.
- [3] Emma A. Taylor Chantel G. Lamontagne, Gerald N. Manuelpillai and Roderick C. Tennyson. Normal and oblique hypervelocity impacts on carbon fibre/peek composites. *International Journal of Impact Engineering*, 23 :519–532, 1999.
- [4] J. A. Zukas. High velocity impact dynamics. 1990.
- [5] Dany Dormegnien, Daniel Coutellier, David Delsart, Eric Deletombe, and Yves Ravalard. Analyse des effets d'échelles sur le comportement de structures composites. *Mécanique & Industries*, 4(1) :7 – 15, 2003.
- [6] Sandrine Petit, Christophe Bouvet, Alain Bergerot, and Jean-Jacques Barrau. Impact and compression after impact experimental study of a composite laminate with a cork thermal shield. *Composites Science and Technology*, 67(15-16) :3286 – 3299, 2007.
- [7] R. de Borst and L. J. Sluys. Localisation in a cosserat continuum under static and dynamic loading conditions. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 90(1-3) :805–827, September 1991.
- [8] Olivier Allix, Michel Dommanget, Michel Gratton, and Pierre-Louis Héreil. A multi-scale approach for the response of a 3d carbon/carbon composite under shock loading. *Composites Science and Technology*, 61(3) :409–415, February 2001.
- [9] A. F. Johnson. Modelling fabric reinforced composites under impact loads. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 32(9) :1197–1206, September 2001.
- [10] P. Ladevèze. Sur la mécanique de l'endommagement des composites. In *Comptes-rendus des JNC5, Paris*. Pluralis Publication, 1986.
- [11] S. Guinard, O. Allix, D. Guédra-Degeorges, and A. Vinet. A 3d damage analysis of low-velocity impacts on laminated composites. *Composites Science and Technology*, 62(4) :585–589, March 2002.

- [12] Daniel Coutellier and Patrick Rozycki. Dimensionnement en dynamique rapide de multi-matériaux utilisés en aéronautique. *Mécanique & Industries*, 2(1) :23 – 31, 2001.
  - [13] L. Michel F. Lachaud, N. Khemiri. Modélisation de l’endommagement de stratifiés croisés. *Revue des composites et matériaux*, 7 :-, 1997.
  - [14] D. Coutellier and P. Rozycki. Multi-layered multi-material finite element for crashworthiness studies. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 31(8) :841–851, August 2000.
  - [15] Joseph Fitoussi, Nadine Bourgeois, Guang Guo, and Didier Baptiste. Prediction of the anisotropic damaged behavior of composite materials : introduction of multilocal failure criteria in a micro-macro relationship. *Computational Materials Science*, 5(1-3) :87 – 100, 1996. Computational Modelling of the Mechanical Behaviour of Materials.
  - [16] G. Lubineau P. Ladeveze. On a damage mesomodel for laminates : micro-meso relationships, possibilities and limits. *Composites Science and Technology*, 61 :2149–2158, 2001.
  - [17] Gilles Lubineau Pierre Ladeveze. On a damage mesomodel for lamnates : micromechanics basis and improvement. *Mechannics of Materials*, 35 :763–775, 2003.
  - [18] S. Abrate. *Impact on Composite structure*. Cambridge University Press, 1998.
  - [19] J. P. Hou, N. Petrinic, C. Ruiz, and S. R. Hallett. Prediction of impact damage in composite plates. *Composites Science and Technology*, 60(2) :273–281, February 2000.
  - [20] Kevin V. Williams and Reza Vaziri. Application of a damage mechanics model for predicting the impact response of composite materials. *Computers & Structures*, 79(10) :997–1011, April 2001.
  - [21] R. K. Luo, E. R. Green, and C. J. Morrison. An approach to evaluate the impact damage initiation and propagation in composite plates. *Composites Part B : Engineering*, 32(6) :513–520, September 2001.
  - [22] Chihdar Yang Zhidong Guan. Low-velocity impact and damage process of composite laminates. *Journal of Composite Materials*, 36(7) :851–871, 2002.
  - [23] Chien-Hua Huang Ya-Jung Lee. Ultimate strength and failure process of composite laminated plates subjected to low-velocity impact. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 22(12) :1059–1081, 2003.
  - [24] M. F. S. F. de Moura and J. P. M. Gonçalves. Modelling the interaction between matrix cracking and delamination in carbon-epoxy laminates under low velocity impact. *Composites Science and Technology*, 64(7-8) :1021–1027, June 2004.
  - [25] L. Iannucci and M.L. Willows. An energy based damage mechanics approach to modelling impact onto woven composite materials–part i : Numerical models. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 37(11) :2041–2056, November 2006.
-

- [26] Yan Zhang, Ping Zhu, and Xinmin Lai. Finite element analysis of low-velocity impact damage in composite laminated plates. *Materials & Design*, 27(6) :513–519, 2006.
- [27] M. A. G. Silva, C. Cismasiu, and C. G. Chiorean. Numerical simulation of ballistic impact on composite laminates. *International Journal of Impact Engineering*, 31(3) :289–306, March 2005.
- [28] M. Grujicic, B. Pandurangan, K.L. Koudela, and B.A. Cheeseman. A computational analysis of the ballistic performance of light-weight hybrid composite armors. *Applied Surface Science*, 253(2) :730–745, November 2006.
- [29] J. K. Chen, Firooz A. Allahdadi, and Theodore C. Carney. High-velocity impact of graphite/epoxy composite laminates. *Composites Science and Technology*, 57(9-10) :1369–1379, 1997.
- [30] A.H. Sheikh, P.H. Bull, and J.A. Kepler. Behaviour of multiple composite plates subjected to ballistic impact. *Composites Science and Technology*, In Press, Corrected Proof :–, 2008.
- [31] A. Matzenmiller, J. Lubliner, and R. L. Taylor. A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites. *Mechanics of Materials*, 20(2) :125–152, April 1995.
- [32] T. He, H.M. Wen, and Y. Qin. Finite element analysis to predict penetration and perforation of thick frp laminates struck by projectiles. *International Journal of Impact Engineering*, 35(1) :27–36, January 2008.
- [33] Bazant Z.P. Pijaudier-Cabot G. Non local damage theory. *Journal of Engineering Mechanics*, 113 :1512–1533, 1987.
- [34] Ignacio Carol, Milan Jirásek, and Zdenek Bazant. A thermodynamically consistent approach to microplane theory. part i. free energy and consistent microplane stresses. *International Journal of Solids and Structures*, 38(17) :2921 – 2931, 2001.
- [35] Milan Jirásek and Simon Rolshoven. Comparison of integral-type nonlocal plasticity models for strain-softening materials. *International Journal of Engineering Science*, 41(13-14) :1553 – 1602, 2003. Damage and failure analysis of materials.
- [36] Elias C. Aifantis. Remarks on media with microstructures. *International Journal of Engineering Science*, 22(8-10) :961 – 968, 1984.
- [37] David Lasry and Ted Belytschko. Localization limiters in transient problems. *International Journal of Solids and Structures*, 24(6) :581 – 597, 1988.
- [38] H. B. Mühlhaus and E. C. Alfantis. A variational principle for gradient plasticity. *International Journal of Solids and Structures*, 28(7, Supplement 1) :845 – 857, 1991.
- [39] L.J. Sluys, R. de Borst, and H.-B. Mühlhaus. Wave propagation, localization and dispersion in a gradient-dependent medium. *International Journal of Solids and Structures*, 30(9) :1153 – 1171, 1993.
-

- [40] Roy A. B. Engelen, Marc G. D. Geers, and Frank P. T. Baaijens. Nonlocal implicit gradient-enhanced elasto-plasticity for the modelling of softening behaviour. *International Journal of Plasticity*, 19(4) :403 – 433, 2003.
- [41] R. de Borst, M.G.D. Geers, R.H.J. Peerlings, and A. Benallal. Some remarks on gradient and nonlocal damage theories. In Jiann-Wen Woody Ju George Z. Voyiadjis and Jean-Louis Chaboche, editors, *Damage Mechanics in Engineering Materials*, volume 46 of *Studies in Applied Mechanics*, pages 223 – 236. Elsevier, 1998.
- [42] R. H. J. Peerlings, M. G. D. Geers, R. de Borst, and W. A. M. Brekelmans. A critical comparison of nonlocal and gradient-enhanced softening continua. *International Journal of Solids and Structures*, 38(44-45) :7723 – 7746, 2001.
- [43] J.F. Deü O. Allix. Delayed damage modelling for fracture prediction of laminated composites under dynamic loading. *Engineering Transaction*, 45 :29–46, 1997.
- [44] Kendrick R.B. Yew C.H. A study of damage in composite panels produced by hypervelocity impact. *International Journal of Impact Engineering*, 5 :729–738, 1987.
- [45] Christianen E.L. Investigation of hypervelocity impact damage to space station truss tubes. *International Journal of Impact Engineering*, 10 :125–133, 1990.
- [46] F. Collombet, X. Lalbin, and J. L. Lataillade. Impact behavior of laminated composites : Physical basis for finite element analysis. *Composites Science and Technology*, 58(3-4) :463–478, 1998.
- [47] Francis Collombet, Xavier Lalbin, Jérôme Bonini, Valérie Martin, and Jean Luc Lataillade. Damage criteria for the study of impacted composite laminates. *Composites Science and Technology*, 58(5) :679–686, 1998.
- [48] F. Collombet, X. Lalbin, J. Bonini, and J. L. Lataillade. Contact impact techniques for the study of impacted laminated structures. *Mathematical and Computer Modelling*, 28(4-8) :171–184, 1998.
- [49] P. Ladeveze and E. LeDantec. Damage modelling of the elementary ply for laminated composites. *Composites Science and Technology*, 43(3) :257–267, 1992.
- [50] D. Coutellier, J.C. Walrick, and P. Geoffroy. Presentation of a methodology for delamination detection within laminated structures. *Composites Science and Technology*, 66(6) :837 – 845, 2006. Advances in statics and dynamics of delamination.
- [51] Olivier Allix, Didier Guédra-Degeorges, Stéphane Guinard, and Alain Vinet. Analyse de la tenue aux impacts à faible vitesse et faible énergie des stratifiés composites par la mécanique de l’endommagement. *Mécanique & Industries*, 1(1) :27–35, January 2000.
- [52] O. Allix. A composite damage meso-model for impact problems. *Composites Science and Technology*, 61(15) :2193–2205, 2001.
-



- [53] O. Allix, D. L ev eque, and L. Perret. Identification and forecast of delamination in composite laminates by an interlaminar interface model. *Composites Science and Technology*, 58(5) :671–678, 1998.
- [54] P. Kumar S. Verma and N. Kishore. An experimental cum numerical technique to determine dynamic interlaminar fracture toughness. *Engineering Fracture Mechanics*, 60(-) :583–596, 1998.
- [55] D.S. Dugdale. Yielding of steel sheets containing slits. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 8 :100–104, 1960.
- [56] GI Barrenblatt. The mathematical theory of equilibrium of cracks in brittle fracture. *Adv. Apply. Mech.*, 7 :55–129, 1962.
- [57] A. Needleman X.-P. Xu. Numerical simulations of dynamic crack growth along an interface. *International Journal of Fracture*, 74 :289–324, 1996.
- [58] A. Needleman X.-P. Xu. Numerical simulations of dynamic interfacial crack growth allowing for crack growth away from the bond line. *International Journal of Fracture*, 74 :253–275, 1995.
- [59] A. Needleman X.-P. Xu. Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 42 :1397–1434, 1994.
- [60] M. Ortiz G.T. Camacho. Adaptative lagrangian modelling of ballistic penetration of metallic targets. *Computer Methods in applied mechanics and engineering*, 142 :269–301, 1997.
- [61] M. Ortiz G.T. Camacho. Computational modelling of impact damage in brittle materials. *International Journal of Solids and Structure*, 33 :2899–2938, 1996.
- [62] M. Ortiz A. Pandolfi, P. Krysl. Finite element simulation of ring expansion and fragmentation : the capturing of length and time scales through cohesive models of fracture. *International Journal of Fracture*, 95 :279–297, 1999.
- [63] M. Ortiz A. Pandolfi, P.R. Guduru and A.J. Rozakis. Three dimensional cohesive-elements of dynamic fracture in c300 steel. *International Journal of Solids and Structure*, 37 :3733–3760, 2000.
- [64] A. Pandolfi G. Ruiz, M. Ortiz. Three dimensional finite element simulation of the dynamic brazilian tests on concrete cylinders. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 48 :963–994, 2000.
- [65] A. Pandolfi G. Ruiz, M. Ortiz. Three dimensional cohesive modeling of dynamic mixed-mode fracture. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 51 :97–120, 2001.
- [66] M. Zhou J. Zhai. Finite element analysis of micromechanical failure modes in a heterogeneous ceramic material system. *International Journal of Fracture*, 101 :161–180, 2000.
- [67] H.D. Espinosa P.D. Zavattieri. Grain level of crack initiation and propagation in brittle materials. *Acta. Mater*, 49 :4291–4311, 2001.
- [68] Isaac M. Daniel, Jyi-Jiin Luo, Patrick M. Schubel, and Brian T. Werner. Interfiber/interlaminar failure of composites under multi-axial states of stress. *Composites Science and Technology*, In Press, Corrected Proof :-, 2008.
-



- [69] Freund L.B. Wu F.H. Deformation trapping due to thermoplastic instability in one-dimensional wave propagation. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 32 :119–132, 1984.
- [70] Rice J.R. Rudnicki J.W. Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant solids. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 23 :371–394, 1975.
- [71] Leckie F.A. Hild F., Larsson P.L. Uncoupled and coupled approaches to predict macrocrack initiation in fiber reinforced ceramic matrix composites. *Composite Structures*, 29 :365–377, 1994.
- [72] Leroux S. Desoyer T. Etude de la localisation pour une loi de comportement élastique-endommageable avec gradient de déplacement d'ordre supérieur. *C.R. Académie des Sciences Paris*, 318 :277–282, 1994.
- [73] Prevost J.H. Loret B. Dynamic strain localization in elasto-(visco)-plastic solids, part1 general formulation and one-dimensional exemples. *Computers Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 83 :247–273, 1990.
- [74] L. J. Sluys and R. de Borst. Wave propagation and localization in a rate-dependent cracked medium—model formulation and one-dimensional examples. *International Journal of Solids and Structures*, 29(23) :2945–2958, 1992.
- [75] A. Combescure Arnaud Suffis. Un modèle d'endommagement à effet retard : étude numérique et analytique de l'évolution de la longueur caractéristique. xx.
- [76] O. Allix G. Court and M. Mahé. Modèle à taux de croissance limité pour la prévision de la rupture ductile de structures en grandes déformations. In *Congrès Français de Mécanique*, 2005.
- [77] J. Sen Gupta, O. Allix, P.-A. Boucard, A. Fanget, and P.-L. Hérel. Fracture prediction of a 3d c/c material under impact. *Composites Science and Technology*, 65(3-4) :375–386, March 2005.
- [78] S. Guinard. *Analyse de la tenue aux impacts à faible énergie et faible vitesse des structures en stratifié composite*. PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2001.
- [79] D. Marsal P. Ladeveze, G. Lubineau. Towards a bridge between the micro and mesomechanics of delamination for laminated composites. *Composites Science and Technology*, xxx :xxx–xxx, 2005.
- [80] P. Souvay. *Plans d'expériences. Méthode Taguchi*. AFNOR, 2002.
- [81] S. Chapelle L. Munier. Développement d'un projectile multi-éclats pour le canon à poudre de 30 mm. Technical report, DGA/CEG, 2006.
- [82] A. Needleman. Material rate dependence and mesh sensitivity in localization problems. *Computers Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 67 :69–85, 1988.
- [83] Claudia Comi and Umberto Perego. Fracture energy based bi-dissipative damage model for concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 38(36-37) :6427–6454, September 2001.
-

- [84] F. Bras O. Allix and J.F. Deü. A first damage modelling of sic-sic laminates under dynamic loading. *Journal de Physique IV*, Colloque C8, 4 :527–537, 1994.
- [85] J.F. Deü O. Allix. Delayed damage modelling for fracture prediction of laminated composites under dynamic loading. *Engineering Transaction*, 45 :29–46, 1997.
- [86] R. de Borst J.C.J. Schellekens. A non-linear finite element approach for the analysis of mode i free edge delamination in composites. *International Journal of Solids and Structure*, 30 :1239–1253, 1993.
- [87] N. Pechnick J.M. Guimard, O. Allix and P. Thévenet. Characterization and modeling of rate effects in the dynamic propagation of mode-ii delamination in composites laminates. *soumis à International Journal of Fracture*, (-) :-, -.
- [88] P. Thévenet P. Planard J. Fitoussi et D. Baptiste G. Hug. Tenacité à la rupture interlaminaire en mode-i, gic, d’un stratifié unidirectionnel carbone/epoxy soumis à un chargement à vitesse élevée. In *Comptes-rendus des JNC14*. AMAC, 2007.
- [89] C. Guo and C.T. Sun. Dynamic mode-i crack-propagation in a carbon/epoxy composite. *Composites Science and Technology*, 58(-) :1405–1410, 1998.
- [90] Y.W. Mai T. Kurokawa T. Nojima T. Kusaka, M. Hojo and S. Ochiai. Rate dependence of mode-i fracture behaviour in carbon-fibre/epoxy composite laminates. *Composites Science and Technology*, 58(-) :561–602, 1998.
- [91] O. Allix E. Jacquet and A. Rouquand. Towards the robust, physically sound modeling and simulation of erosion in laminated composites. *soumis à International Journal of Impact Engineering*, (-) :-, -.
- [92] T. Hughes. *The finite element method : linear static and dynamic finite element analysis*. Prentice Hall, 1987.
- [93] Manuel Postec, Eric Deletombe, David Delsart, and Daniel Coutellier. Study of the influence of the number of inter-ply interfaces on the bearing rupture of riveted composite assemblies. *Composite Structures*, 84(2) :99 – 113, 2008.
- [94] Bernard Couapel. *Stéréovision par ordinateur, géométrie et expérimentation*. PhD thesis, Université de Rennes 1, 1994.
- [95] Patrice Clerc. *Mesure de champs de déplacements et de déformations par stéréovision et corrélation d’images numériques*. PhD thesis, INSA, Lyon, 2001.
- [96] Benoît Bocquillon. Obtention de la vérité terrain pour la mise en correspondance stéréoscopique. Master’s thesis, Université Paul Sabatier, 2004.
- [97] Roger Chéret. *La détonation des explosifs condensés, tome 2*. XX, 1989.
-



# Annexe A

## Moyens et résultats d'essais complémentaires

### A.1 Eprouvettes de caractérisation

#### A.1.1 Eprouvettes de traction

Les figures A.1, A.2, A.3 présentent les éprouvettes utilisées pour les essais de traction.

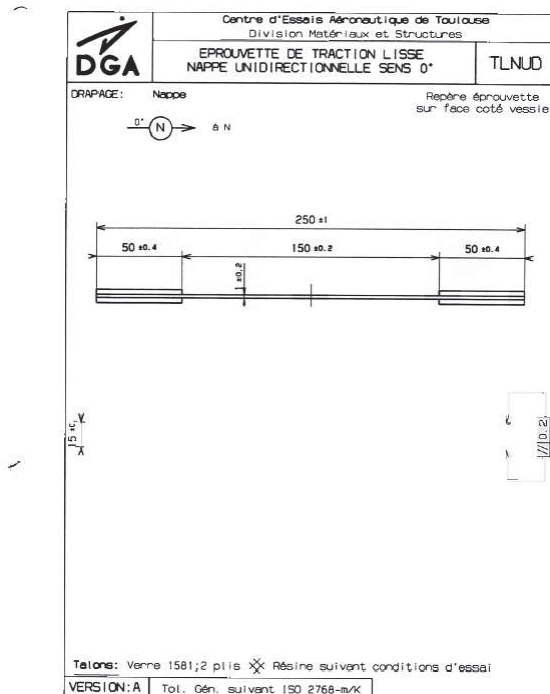
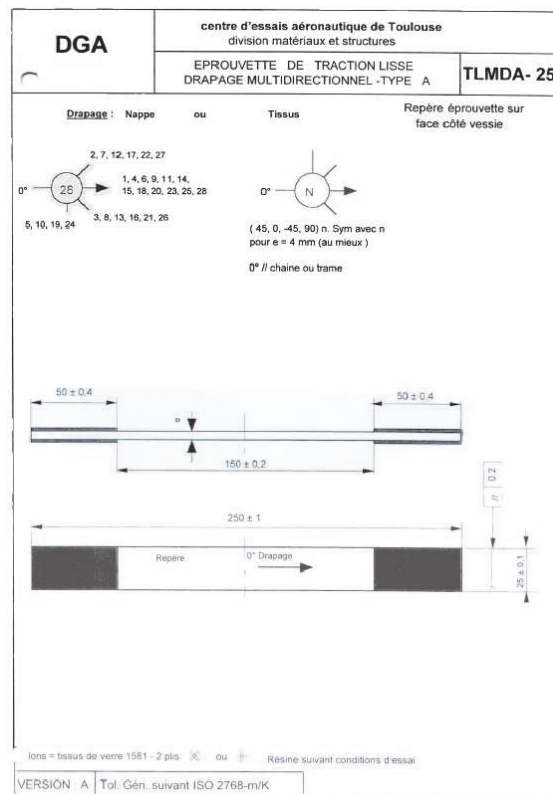


Fig. A.1: Eprouvette de traction type TLNUD



**Fig. A.2:** Eprouvette de traction type TLMDA-25

### A.1.2 Eprouvettes de compression

Les figures A.4, A.5 présentent les éprouvettes utilisées pour les essais de compression.

### A.1.3 Eprouvettes de ténacité

Les figures A.6, A.7 présentent les éprouvettes utilisées pour les essais de ténacité.

## A.2 Résultats de caractérisation bruts

Les mesures de caractérisation du matériaux sont disponibles dans le tableau A.1

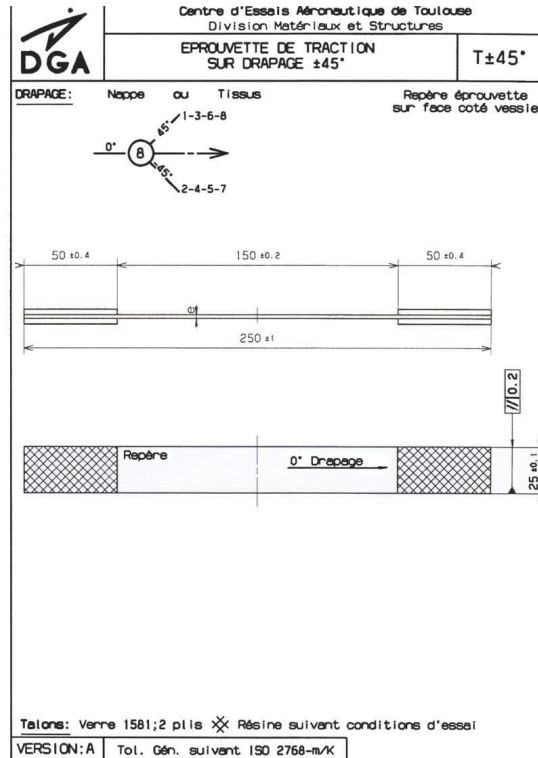


Fig. A.3: Epreuve de traction type T+45

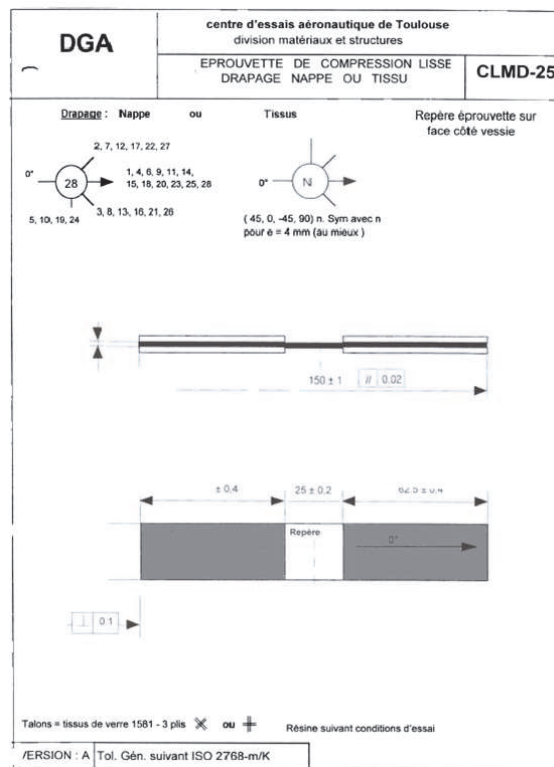


Fig. A.4: Epreuve de compression type CLMD-25

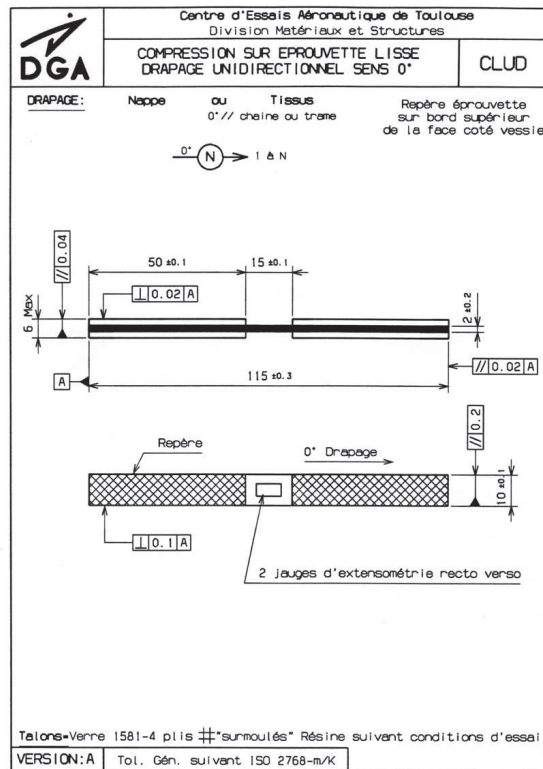


Fig. A.5: Epreuve de compression type TCLUD

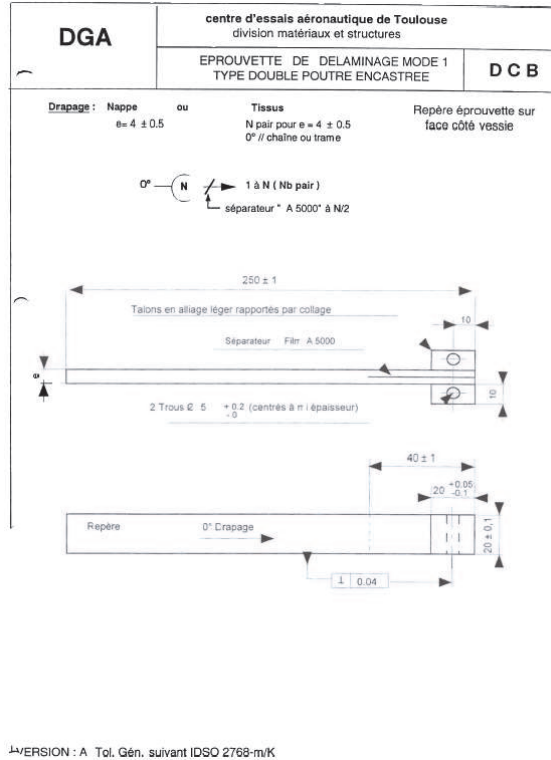


Fig. A.6: Epreuve de ténacité type DCB

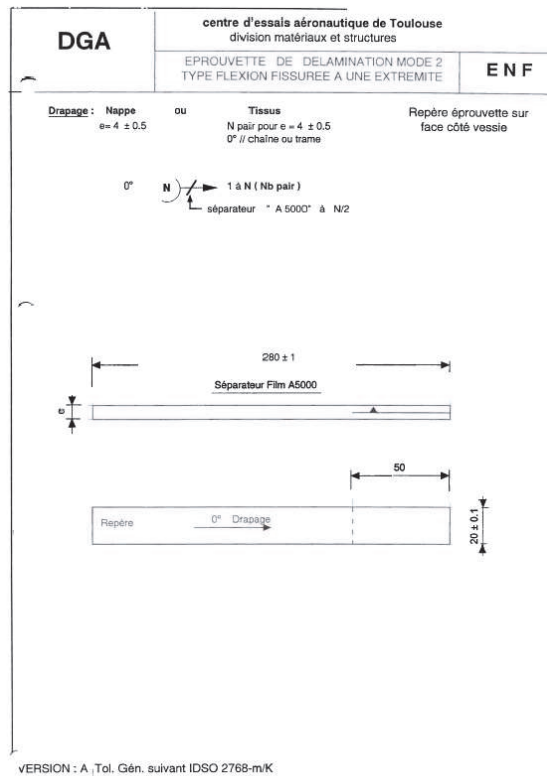


Fig. A.7: Epreuve de ténacité type ENF

| Matériau   | Etat | Température d'essai | Type d'essai    | Drapage   | Type d'éprouvette | Résistance R (MPa)       | Module (MPa) | Coef. de poisson $\nu$ | Allongement à rupture A (%) | Contrainte de cisaillement $\tau$ (Mpa) | Module de Coulomb G (Mpa) | Ténacité mode I $G_{Ic}$ (J/m²) | Ténacité mode II $G_{IIc}$ (J/m²) |       |      |
|------------|------|---------------------|-----------------|-----------|-------------------|--------------------------|--------------|------------------------|-----------------------------|---|---------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|-------|------|
| TS00HS24SC | Neuf | ambiante            | Traction        | 0°        | TLNUD             | Moyenne 2627             | 173 300      | 0,30                   | 2%                          |   |                           |                                 |                                   |       |      |
|            |      |                     |                 | (8 plis)  |                   | Coef. de variation 6,8%  | 2,3%         | 3,4%                   | 3,3%                        |   |                           |                                 |                                   |       |      |
|            |      |                     |                 | 0,90°     | TLMD              | Moyenne 1485             | 86 800       | 0,03                   | 1,7%                        |   |                           |                                 |                                   |       |      |
|            |      |                     |                 | (8 plis)  |                   | Coef. de variation 2,3%  | 1,2%         | 3,1%                   | 2,3%                        |   |                           |                                 |                                   |       |      |
|            |      |                     |                 | +45°      | T45               | Moyenne 157              | 17 600       | 0,84                   | 2,2%                        | 79                                      | 5 200                     |                                 |                                   |       |      |
|            |      |                     |                 | (8 plis)  |                   | Coef. de variation 0,9%  | 1,8%         | 2,0%                   | 2,0%                        | 0,9%                                    | 2,3%                      |                                 |                                   |       |      |
|            |      |                     | Compression     | +/-67,5°  | TLMD              | Moyenne 71               | 10 300       | 0,18                   | 0,8%                        |   |                           |                                 |                                   |       |      |
|            |      |                     |                 | (8 plis)  |                   | Coef. de variation 3,9%  | 2,7%         | 2,3%                   | 2,3%                        |   |                           |                                 |                                   |       |      |
|            |      |                     |                 | 0°        | CLUD              | Moyenne 1014             | 148 600      |                        |                             |   |                           |                                 |                                   |       |      |
|            |      |                     |                 | (10 plis) |                   | Coef. de variation 10,3% | 2,3%         |                        |                             |   |                           |                                 |                                   |       |      |
|            |      |                     |                 | 0°        | CLMD              | Moyenne 927              | 26966        |                        |                             |   |                           |                                 |                                   |       |      |
|            |      |                     |                 | (20 plis) |                   | Coef. de variation 3,4%  | 3,3%         |                        |                             |   |                           |                                 |                                   |       |      |
|            |      |                     | Ténacité Mode 1 | 0,90°     | CLMD              | Moyenne 612              | 19644        |                        |                             |   |                           |                                 |                                   |       |      |
|            |      |                     |                 | (20 plis) |                   | Coef. de variation 4,9%  | 1,6%         |                        |                             |   |                           |                                 |                                   |       |      |
|            |      |                     |                 | +/-45°    | CLMD              | Moyenne 165              | 8088         |                        |                             |   |                           |                                 |                                   |       |      |
|            |      |                     |                 | (20 plis) |                   | Coef. de variation 0,7%  | 3,3%         |                        |                             |   |                           |                                 |                                   |       |      |
|            |      |                     |                 | +/-67,5°  | CLMD              | Moyenne 202              | 4851         |                        |                             |   |                           |                                 |                                   |       |      |
|            |      |                     |                 | (20 plis) |                   | Coef. de variation 1,3%  | 1,2%         |                        |                             |   |                           |                                 |                                   |       |      |
|            |      |                     | Ténacité mode 2 | 0°        | DCB               | Moyenne                  |              |                        |                             |   |                           |                                 |                                   | 171   |      |
|            |      |                     |                 | (20 plis) |                   | Coef. de variation       |              |                        |                             |   |                           |                                 |                                   | 5,0%  |      |
|            |      |                     |                 | +/-22,5°  | DCB               | Moyenne                  |              |                        |                             |   |                           |                                 |                                   | 285   |      |
|            |      |                     |                 | (8 plis)  |                   | Coef. de variation       |              |                        |                             |   |                           |                                 |                                   | 13,0% |      |
|            |      |                     |                 | 0°        | ENF               | Moyenne                  |              |                        |                             |   |                           |                                 |                                   |       | 560  |
|            |      |                     |                 | (8 plis)  |                   | Coef. de variation       |              |                        |                             |   |                           |                                 |                                   |       | 4,0% |
|            |      |                     |                 | +/-22,5°  | ENF               | Moyenne                  |              |                        |                             |   |                           | 557                             |                                   |       |      |
|            |      |                     |                 | (8 plis)  |                   | Coef. de variation       |              |                        |                             |   |                           |                                 |                                   | 2,0%  |      |

Tab. A.1: Résultats de caractérisation



### A.3 Caractéristiques des canons utilisés

Pour les tirs de 1000 à 1800 m/s, deux canons à poudre ont été utilisés. Leur caractéristiques principales sont présentées dans le tableau A.2

| Lanceur / tube        | Tube C30                           | Canon 44              |
|-----------------------|------------------------------------|-----------------------|
| Montage               | Affût PV3                          | châssis ind.          |
| Calibre du tube       | 30 mm                              | 44 mm                 |
| Type de tube          | lisse                              | lisse                 |
| Couple V0- projectile | V0 maxi = 1820 m/s - Bille diam.20 | 1460 m/s - 44 / 425 g |
| Masse de poudre       | maxi =125 g                        | 580 g                 |
| Type de poudre        | BTU 83                             | B7T95                 |

**Tab. A.2:** Caractéristiques des canons

Pour les tirs au delà de 2000 m/s, un lanceur plus complexe doit être utilisé. Le premier étage du lanceur est constitué d'une culasse contenant la poudre propulsive et d'un tube, appelé tube de compression, à l'entrée duquel est inséré un piston et dans lequel est injecté un gaz léger, comme l'hydrogène ou l'hélium. Le second étage est le tube de lancement à l'entrée duquel est placé le projectile.

La jonction entre les deux étages est assurée par un convergent, qui est l'élément le plus sensible du lanceur puisqu'il doit contenir les pressions les plus élevées lors d'un tir.

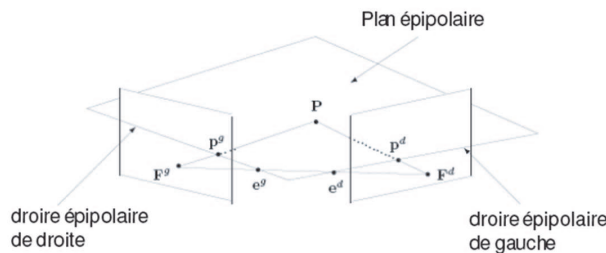
L'interface tube de lancement / convergent est obturée par un diaphragme calibré pour s'ouvrir à un niveau de pression déterminé.

### A.4 Principe de la stéréo-corrélation

La stéréovision est la connaissance du relief à partir de plusieurs images d'une même scène vue sous différents angles (le terme de monovision est utilisé lorsque qu'il n'y en a qu'une seule)([94]). Cela sous-entend que les images soient prises au même instant. Le terme de stéréovision binoculaire est employé quand il y a deux images. Généralement il est introduit un angle noté  $\alpha$  séparant les axes optiques des deux caméras. Le but de la stéréovision est de reconstruire ou de mesurer un objet tridimensionnel à partir d'images bidimensionnelles. Soit tout simplement parce que l'objet n'est pas plan, soit parce que même si la plaque étudiée est initialement plane les déformations qu'elle subit peuvent la transformer en une structure 3D complexe. Le matériel dans le cas de stéréovision binoculaire est constitué classiquement de deux caméras liées rigidement entre elles, ce système est nommé banc stéréoscopique ([95]).

Considérons un point  $P$  de l'objet, deux pixels  $I_{i,j}^g, I_{k,l}^d$  sont appariés s'ils correspondent au même point physique  $P$  de la scène. Il est nécessaire d'effectuer l'opération d'étalonnage afin de déterminer la matrice de changement de repère

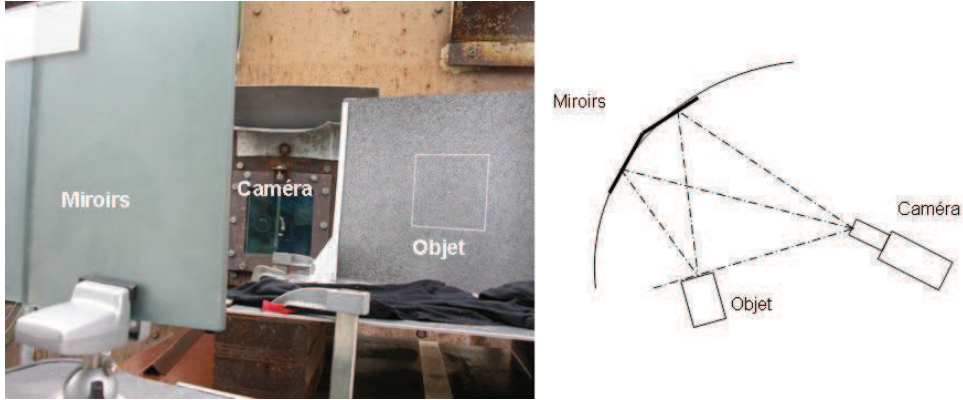
entre le point associé à l'image de gauche et celui associé à l'image de droite. Pour trouver de telles paires à partir de la donnée de deux images la seule solution est de chercher une similarité entre les niveaux de gris  $E_{i,j}^g$  et  $E_{k,l}^d$  correspondant à ces deux pixels. Cependant, il y aura beaucoup de paires erronées si l'appariement s'effectue uniquement entre un pixel  $I_{i,j}^g$  avec le pixel  $I_{k,l}^d$  qui a le niveau de gris  $E_{i,j}^g$  le plus proche de  $E_{k,l}^d$ . En effet,  $P$  ne renvoie pas la même énergie lumineuse dans toutes les directions, ce qui signifie que  $E_{i,j}^g$  et  $E_{k,l}^d$  ne sont pas égaux. Pour cette raison, il faut comparer non pas un pixel de l'image de gauche avec un pixel de l'image de droite, mais un pixel de l'image de gauche et son voisinage, avec un pixel de l'image de droite et son voisinage. Cette opération est appelée corrélation. Elle est facilitée en considérant que le correspondant d'un pixel de l'image de gauche se trouve dans l'image de droite sur une ligne associée à ce pixel, appelée droite épipolaire (de l'image de droite) ([96]). La géométrie épipolaire est représentée sur la figure A.8. Toutes les droites épipolaires gauches (resp. droite) concourent en un point, le point épipôle gauche  $e^g$  (resp. le point épipôle droit  $e^d$ ). L'épipôle gauche (resp. droit) est la projection du centre optique de la caméra de droite  $F^d$  (resp. gauche  $F^g$ ) sur le plan image gauche (resp. droit).



**Fig. A.8:** Géométrie épipolaire

Le cas particulier des phénomènes ultra-rapides implique que les deux clichés doivent être pris de façon parfaitement synchrone, ce qui conduit, pratiquement, à les enregistrer avec la même caméra ([97]). Pour se faire un système de miroirs de renvoi est utilisé, ils sont placés à proximité de l'objet étudié et donc détruits dans l'expérimentation. Un schéma de principe est décrit sur la figure A.9. Pour assurer l'égalité des chemins optiques, les deux miroirs renvoyant les deux images correspondant aux deux angles de prise de vue sont disposés tangentiellement à une ellipse ayant pour foyers l'objet étudié et l'objectif d'entrée de la caméra.

Afin de connaître le champ de déplacement de l'objet entre deux images prises à deux instants consécutifs notés  $t_1$  et  $t_2$ , le temps  $t_2$  étant postérieur au temps  $t_1$ , il faut différencier deux cas de calcul de corrélation : la corrélation spatiale et la corrélation temporelle. Dans le premier cas, le calcul se fait entre les images de droite et de gauche prises au même instant (fig. A.10(a)). Le deuxième cas se



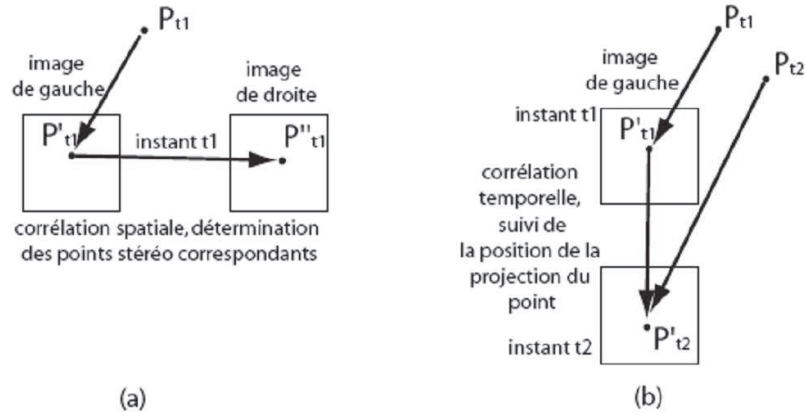
**Fig. A.9:** Principe de la stéréoscopie dans le cas particulier des phénomènes ultra-rapides

produit lorsque le calcul s'effectue entre des images de la même caméra prises à des instants différents (fig. A.10(b)), ce calcul est effectué par le logiciel CORRELI-LMT. Quelle que soit le type de corrélation utilisée, la première étape consiste à étalonner les caméras afin d'obtenir les matrices de passage  $M_g$  et  $M_d$  qui permettent de passer des coordonnées du repère image  $(u_g, v_g, u_d, v_d)$  à celle du repère de l'objet  $(x, y, z)$ . Pour cela l'opérateur doit charger les images de droite et de gauche de la mire, choisir des points de celle-ci et donner les coordonnées, dans le repère 3D, correspondant à ces points. Les matrices de passage seront alors connues. Précisons qu'il faut obligatoirement au moins une mesure hors plan. Lorsque ces matrices sont obtenues, les coefficients vont servir à déterminer ceux des matrices intrinsèques et extrinsèques qui servent ensuite au calcul des équations des droites épipolaires. Ces opérations sont effectuées automatiquement dès que les matrices de passages sont déterminées.

La deuxième étape consiste à apparier les points entre les deux images. Pour cela, l'opérateur va choisir une image dans laquelle il définit une région d'étude et des zones d'étude comme en corrélation standard. Les points à apparier sont les centres des zones d'étude. Ensuite un calcul de corrélation permet de trouver, par comparaison du maximum de corrélation, la position des centres des zones d'étude dans l'image stéréo correspondante. A partir de là, étant donné que toutes les coordonnées images sont connues ainsi que les coefficients de la matrice de passage, la reconstruction 3D peut s'effectuer en utilisant le système :

$$\begin{bmatrix} u_g m_{31}^g - m_{11}^g & u_g m_{32}^g - m_{12}^g & u_g m_{33}^g - m_{13}^g \\ v_g m_{31}^g - m_{21}^g & v_g m_{32}^g - m_{22}^g & v_g m_{33}^g - m_{23}^g \\ u_d m_{31}^d - m_{11}^d & u_d m_{32}^d - m_{12}^d & u_d m_{33}^d - m_{13}^d \\ v_d m_{31}^d - m_{21}^d & v_d m_{32}^d - m_{22}^d & v_d m_{33}^d - m_{23}^d \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{14}^g - u_g m_{34}^g \\ m_{24}^g - v_g m_{34}^g \\ m_{14}^d - u_d m_{34}^d \\ m_{24}^d - v_d m_{34}^d \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

ou de manière plus compacte :



**Fig. A.10:** Corrélacion spatiale entre deux images prises à des instants identiques (a). Corrélacion temporelle entre des images prises à des instants différents (b).

$$AX = B \quad (\text{A.2})$$

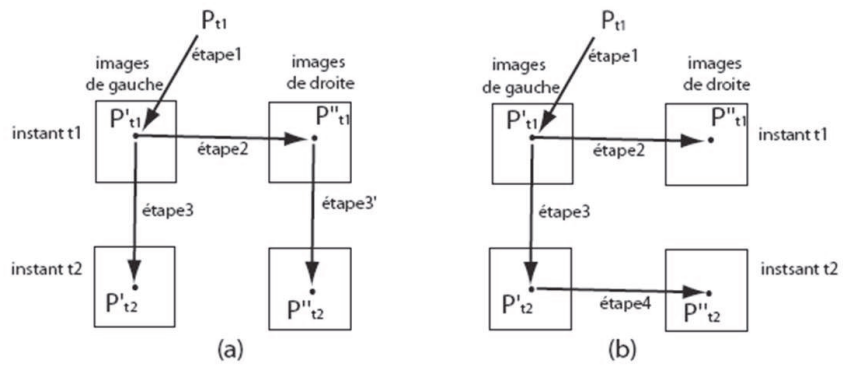
Ce système ne peut être résolu de façon conventionnelle étant donné que la matrice  $A$  n'est pas carrée. Il faut passer par la matrice pseudo-inverse. Le système à implanter est :

$$X = (A^t A)^{-1} A^t B \quad (\text{A.3})$$

Pour trouver le déplacement du point  $P$  en 3D il faut combiner les deux types de corrélacion. Premièrement la position des centres d'étude est déterminée dans les images prises au même instant  $t_1$  grâce à une corrélacion spatiale. Ainsi la position du point  $P$  à l'instant  $t_1$  nommée  $P_{t1}$  est connue par reconstruction 3D. Ensuite, à l'instant  $t_2$  le point  $P$  va subir un mouvement, le projeté de ce point à cet instant sur les deux images également. Le but est de suivre ces projections sur les images. Pour cela une corrélacion standard sur une même caméra est utilisée. Le mouvement de  $P$  entre les deux instants  $t_1$  et  $t_2$  est étudié par une corrélacion temporelle. Lorsque la position du projeté de  $P_{t2}$  est trouvée dans l'une des deux images, la première étape est à nouveau réalisée à savoir une corrélacion spatiale permettant de trouver la position de la projection du point  $P_{t2}$  dans l'autre image (fig. A.11).

Les points projetés sont connus dans les deux images au même instant par une corrélacion spatiale et leur déplacement est suivi de manière indépendante. Dans les deux cas le point  $P_{t2}$  est obtenu. Le déplacement est alors connu au moyen de la relation suivante :

$$\vec{U} = P_{t1} \vec{P}_{t2} = O\vec{P}_{t2} - O\vec{P}_{t1}$$



**Fig. A.11:** Deux possibilités de calcul pour trouver l'évolution de la position des projections du point  $P$ .

## A.5 Mesures obtenues par les jauges de déformations

|                           |              |              |              |        |
|---------------------------|--------------|--------------|--------------|--------|
| Vitesse de la bille (m/s) | 1620         | 1770         | 1560         | 1785   |
| Masse de la bille (mm)    | 100          | 100          | 50           | 30     |
| Incidence ( $^{\circ}$ )  | 0            | 0            | 25           | 70     |
| J1 Max ( $\mu df$ )       | sat > +26000 | +9930        | /            | +20920 |
| J1 Min ( $\mu df$ )       | sat > -26000 | -15175       | /            | -7500  |
| J2 Max ( $\mu df$ )       | sat > +26000 | +22930       | /            | /      |
| J2 Min ( $\mu df$ )       | /            | sat > -52000 | /            | /      |
| J3 Max ( $\mu df$ )       | +26000       | +12800       | +25040       | +7860  |
| J3 Min ( $\mu df$ )       | sat > -26000 | -16690       | sat > -52000 | -6800  |
| J4 Max ( $\mu df$ )       | sat > +26000 | +16380       | /            | +23520 |
| J4 Min ( $\mu df$ )       | sat > -26000 | -27420       | /            | -10900 |
| R1 a Max ( $\mu df$ )     | +18000       | +12170       | +6810        | +1766  |
| R1 a Min ( $\mu df$ )     | -17800       | -31390       | sat > -52000 | -3630  |
| R1 b Max ( $\mu df$ )     | +26200       | +14160       | +25955       | +4660  |
| R1 b Min ( $\mu df$ )     | -21650       | -21170       | sat > -52000 | -2620  |
| R1 c Max ( $\mu df$ )     | +23650       | +16340       | +7920        | +5870  |
| R1 c Min ( $\mu df$ )     | -20200       | -32360       | sat > -52000 | -15910 |
| R2 a Max ( $\mu df$ )     | sat > +26000 | +11980       | +12740       | /      |
| R2 a Min ( $\mu df$ )     | sat > -26000 | -44700       | -30380       | /      |
| R2 b Max ( $\mu df$ )     | sat > +26000 | /            | +16220       | /      |
| R2 b Min ( $\mu df$ )     | sat > -26000 | /            | -47990       | /      |
| R2 c Max ( $\mu df$ )     | sat > +26000 | /            | +11210       | +8810  |
| R2 c Min ( $\mu df$ )     | sat > -26000 | /            | -35350       | -10350 |
| J5 Max ( $\mu df$ )       | sat > +26000 | +5940        | /            | +9360  |
| J5 Min ( $\mu df$ )       | sat > -26000 | -35360       | /            | -10370 |
| J6 Max ( $\mu df$ )       | /            | +21270       | /            | /      |
| J6 Min ( $\mu df$ )       | /            | -45250       | /            | /      |
| J7 Max ( $\mu df$ )       | /            | /            | /            | /      |
| J7 Min ( $\mu df$ )       | /            | /            | /            | /      |
| J8 Max ( $\mu df$ )       | +11000       | +9670        | /            | +4530  |
| J8 Min ( $\mu df$ )       | -20000       | -20410       | /            | -7470  |
| R3 a Max ( $\mu df$ )     | +13290       | +18540       | +25050       | +9660  |
| R3 a Min ( $\mu df$ )     | -12670       | -26080       | sat > -52000 | -11400 |
| R3 b Max ( $\mu df$ )     | +14270       | +12470       | +19990       | +2278  |
| R3 b Min ( $\mu df$ )     | sat > -26000 | -42730       | -42770       | -2585  |
| R3 c Max ( $\mu df$ )     | +11100       | +19780       | +22210       | +2810  |
| R3 c Min ( $\mu df$ )     | -14560       | -36380       | -37510       | -3990  |
| R4 a Max ( $\mu df$ )     | +15420       | +10710       | +12770       | /      |
| R4 a Min ( $\mu df$ )     | sat > -26000 | -17060       | -27360       | /      |
| R4 b Max ( $\mu df$ )     | +4250        | +5610        | +9890        | /      |
| R4 b Min ( $\mu df$ )     | -4075        | -17790       | -24150       | /      |
| R4 c Max ( $\mu df$ )     | +12780       | +9240        | +9650        | /      |
| R4 c Min ( $\mu df$ )     | -6880        | -17340       | -16690       | /      |

**Tab. A.3:** Résultats des jauges



# Annexe B

## Implémentation du modèle

### B.1 Modèle du pli

#### B.1.1 Description de la VUMAT

La loi matériau est implémentée dans Abaqus sous la forme d'une routine fortran VUMAT. Les données matériau d'entrée sont au nombre de 24. Vingt paramètres "purs" matériau donnés dans le tableau 2.2 du chapitre 2, et quatre paramètres de retard. La routine est implémentée selon l'algorithme ci-dessous.

**Calcul des déformations logarithmiques<sup>1</sup> élastiques au temps  $t + \Delta t$  :**

$$\varepsilon_{log}^{(t+\Delta t),e}(11, 22, 33) \text{ et } \varepsilon_{log}^{(t+\Delta t),e}(12, 23, 31)$$

Données d'entrées :

Déformations nominales au temps  $t$  :  $\varepsilon_{nom}^t(11, 22, 33)$  et  $\varepsilon_{nom}^t(12, 23, 31)$

Incréments de déformations :  $\Delta_{t \rightarrow t+\Delta t} \varepsilon^t(11, 22, 33)$  et  $\Delta_{t \rightarrow t+\Delta t} \varepsilon^t(12, 23, 31)$

Déformations logarithmiques inélastiques au temps  $t$  :  $\varepsilon_{log}^{(t+\Delta t),in}(22, 12)$

Equations :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{log}^{t+\Delta t}(11, 22, 33) &= \log[(\varepsilon_{nom}^t(11, 22, 33) + 1) * (\Delta_{t \rightarrow t+\Delta t} \varepsilon^t(11, 22, 33) + 1)] \\ \varepsilon_{log}^{t+\Delta t}(12, 23, 31) &= \log[(\varepsilon_{nom}^t(12, 23, 31) + 1) * (2 * \Delta_{t \rightarrow t+\Delta t} \varepsilon^t(12, 23, 31) + 1)] \end{aligned} \quad (B.1)$$

On soustrait alors les déformations inélastiques du temps  $t$ .

---

<sup>1</sup>Le modèle d'endommagement nécessite de connaître le tenseur de déformations totales. La sommation des incréments de déformations doit se faire au niveau des déformations nominales, mais le calcul des contraintes se fait ensuite au niveau des déformations logarithmiques



**Calcul de l'endommagement :**

$$d_f \text{ et } d_m$$

Données d'entrées :

Contraintes au temps  $t$  :  $\sigma_t$

Taux de restitution d'endommagement :  $Y_f^0$  et  $Y_m^0$

Taux de restitution d'endommagement critique :  $Y_f^c$  et  $Y_m^c$

Paramètres d'effet retard :  $\tau_c^f$ ,  $a_{ret}^f$ ,  $\tau_c^m$  et  $a_{ret}^m$

Equations :

$$Y_{d_f} = \frac{1}{2} \frac{(\sigma_{11}^t)^2}{E_1(1 - d_f^t)^2}$$

$$Y_{d_m} = \frac{1}{2} \frac{(\sigma_{22}^t)^2}{E_2(1 - d_m^t)^2}$$

$$d_f^{t+\Delta t} = \frac{\sqrt{Y_{d_f}} - Y_f^0}{Y_f^c} >_+$$

$$d_m^{t+\Delta t} = \frac{\sqrt{Y_{d_m}} - Y_m^0}{Y_m^c} >_+$$

## Endommagements avec taux limité :

$$d_f^{t+\Delta t} = \text{Min}(d_f^t + \frac{\Delta t}{\tau_c^f} [1 - \exp(-a_{ret}^f < d_f^{t+\Delta t} - d_f^t >_+]); d_f^{t+\Delta t})$$

$$d_m^{t+\Delta t} = \text{Min}(d_m^t + \frac{\Delta t}{\tau_c^m} [1 - \exp(-a_{ret}^m < d_m^{t+\Delta t} - d_m^t >_+]); d_m^{t+\Delta t})$$

## Endommagements simplifiés :

$$d_f^{t+\Delta t} = d_f^{t+\Delta t}$$

$$d_m^{t+\Delta t} = d_m = 1 - (1 - d_f)(1 - d_m)$$

Si  $d_f^{t+\Delta t} \geq 1$  alors les contraintes sont mises à zéro, et l'érosion est activée. Sinon on poursuit le calcul.

---

**Calcul des contraintes en élasticité en traction sens fibre :**

$$\sigma^{t+\Delta t}$$

Données d'entrées :

Déformations au temps  $t + \Delta t$  :  $\varepsilon^{(t+\Delta t),e}$

Matrice de souplesse directions principales :

$$K_p^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_1(1-d_f^{t+\Delta t})} & \frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{\nu_{13}}{E_1} \\ - & \frac{1}{E_2(1-d_m^{t+\Delta t})} & \frac{\nu_{23}}{E_2} \\ sym & - & \frac{1}{E_3(1-d_m^{t+\Delta t})} \end{pmatrix} \quad (B.2)$$

Matrice de souplesse de cisaillement :

$$K_{ci}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{G_{12}(1-\sqrt{d_f^{t+\Delta t} d_m^{t+\Delta t}})} & 0 & 0 \\ - & \frac{1}{G_{13}(1-\sqrt{d_f^{t+\Delta t} d_m^{t+\Delta t}})} & 0 \\ sym & - & \frac{1}{G_{23}(1-d_m^{t+\Delta t})} \end{pmatrix} \quad (B.3)$$

Equations :

$$\sigma^{t+\Delta t} = K^{t+\Delta t} \varepsilon^{(t+\Delta t),e} \quad (B.4)$$

Résolution directe.

**Calcul des contraintes en élasticité en compression sens fibre :**

$$\sigma^{t+\Delta t}$$

Données d'entrées :

Déformations au temps  $t + \Delta t$  :  $\varepsilon^{t+\Delta t}$

Matrice de souplesse directions principales :

$$K_p^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_1(1-d_f^{t+\Delta t})(1+\gamma\sigma_{11})} & \frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{\nu_{13}}{E_1} \\ - & \frac{1}{E_2(1-d_m^{t+\Delta t})} & \frac{\nu_{23}}{E_2} \\ sym & - & \frac{1}{E_3(1-d_m^{t+\Delta t})} \end{pmatrix} \quad (B.5)$$

Matrice de souplesse de cisaillement :

---

$$K_c i^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{G_{12}(1-\sqrt{d_f^{t+\Delta t} d_m^{t+\Delta t}})} & 0 & 0 \\ - & \frac{1}{G_{13}(1-\sqrt{d_f^{t+\Delta t} d_m^{t+\Delta t}})} & 0 \\ sym & - & \frac{1}{G_{23}(1-d_m^{t+\Delta t})} \end{pmatrix} \quad (B.6)$$

Equations :

$$\sigma^{t+\Delta t} = K^{t+\Delta t} \varepsilon^{(t+\Delta t),e} \quad (B.7)$$

Dans ce cas on traite séparément les contraintes de cisaillement. On s'intéresse au système :

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{11}^{(t+\Delta t),e} \\ \epsilon_{22}^{(t+\Delta t),e} \\ \epsilon_{33}^{(t+\Delta t),e} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1(1-d_f^{t+\Delta t})(1+\gamma\sigma_{11})} & \frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{\nu_{13}}{E_1} \\ - & \frac{1}{E_2(1-d_m^{t+\Delta t})} & \frac{\nu_{23}}{E_2} \\ sym & - & \frac{1}{E_3(1-d_m^{t+\Delta t})} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11}^{t+\Delta t} \\ \sigma_{22}^{t+\Delta t} \\ \sigma_{33}^{t+\Delta t} \end{pmatrix} \quad (B.8)$$

Résolution par l'algorithme de Newton :

On pose :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11}^{t+\Delta t} \\ \sigma_{22}^{t+\Delta t} \\ \sigma_{33}^{t+\Delta t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{x\sigma_{11}^{t+\Delta t}} \\ \overline{y\sigma_{22}^{t+\Delta t}} \\ \overline{z\sigma_{33}^{t+\Delta t}} \end{pmatrix} \quad (B.9)$$

avec  $x, y, z$  tels que  $\overline{\sigma_{11}^{t+\Delta t}}, \overline{\sigma_{22}^{t+\Delta t}}, \overline{\sigma_{33}^{t+\Delta t}}$  soient solutions du système avec  $\gamma = 0$ .  $\overline{\sigma_{11}^{t+\Delta t}}, \overline{\sigma_{22}^{t+\Delta t}}, \overline{\sigma_{33}^{t+\Delta t}}$  sont connus puisque calculés à l'étape précédente. On cherche donc maintenant à déterminer  $x, y, z$ . En combinant les systèmes on aboutit à l'équation :

$$\frac{x}{1 + \gamma x \overline{\sigma_{11}^{t+\Delta t}}} + b * x + c = 0 \quad (B.10)$$

avec :

$$\begin{aligned} b &= -2 * det * E_2 * \nu_{12}^2 * (1 - d_m) * (1 + \nu_{23}) \\ c &= -b - 1 \\ det &= \frac{1}{(1 - d_f) E_1 (1 - \nu_{23}^2)} \end{aligned}$$

On pose :

$$g(x) = \frac{x}{1 + \gamma x \overline{\sigma_{11}^{t+\Delta t}}} + b * x + c$$

On cherche la racine de cette fonction en écrivant :

Tant que  $\frac{g(x)}{g'(x)} \neq 0$ ,  $x = x - \frac{g(x)}{g'(x)}$

On initialise  $x$  à 0,5.

Une fois  $x$  déterminé,  $y$  et  $z$  s'obtiennent directement.

### Calcul des déformations inélastiques :

$$\varepsilon_{ir}^{t+\Delta t}(22) \text{ et } \varepsilon_{ir}^{t+\Delta t}(12))$$

Données d'entrées : Paramètres d'inélasticité :  $a_{in}$ ,  $R_0$ ,  $R^t(p)$ .

Equations :

On calcule :

$$F = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{12}}{(1-d_m)}\right)_{12}^2 + a_{in}^2 \left(\frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+}{(1-d_m)} + \langle \sigma_{22} \rangle_- \right)^2} - R(p) - R_0$$

Si  $F < 0$  alors le calcul est fini.

Sinon, on projète les contraintes sur le domaine d'élasticité :

$$\sigma_{22}^{t+\Delta t} = \sigma_{22}^{t+\Delta t} * \frac{R(p) + R_0}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{12}}{(1-d_m)}\right)_{12}^2 + a_{in}^2 \left(\frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+}{(1-d_m)} + \langle \sigma_{22} \rangle_- \right)^2}}$$

$$\sigma_{12}^{t+\Delta t} = \sigma_{12}^{t+\Delta t} * \frac{R(p) + R_0}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{12}}{(1-d_m)}\right)_{12}^2 + a_{in}^2 \left(\frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+}{(1-d_m)} + \langle \sigma_{22} \rangle_- \right)^2}}$$

On calcule alors la part inélastiques des déformations et on mets à jour le tenseur de contraintes ainsi que les paramètres de plasticité.

---

### B.1.2 Vérification de l'implémentation

La bonne implémentation du modèle a été vérifiée par l'intermédiaire de tests unitaires présentés ci-dessous. Initialement on effectue une traction-compression sur un élément 3D selon successivement chacune des directions principales. Le déplacement imposé selon les directions principales est présenté figure B.1. La direction 1 est le sens des fibres, la direction 2 correspond à la direction perpendiculaire aux fibres dans le plan du stratifié. La direction 3 est la direction normale au plan du stratifié. Les mêmes types de tests sont réalisés en cisaillement.

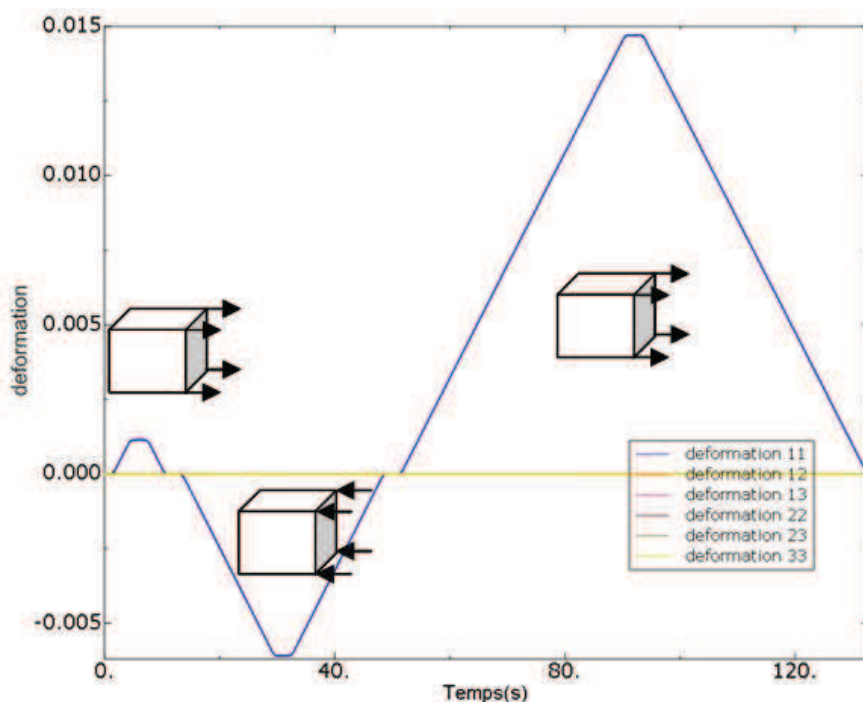


Fig. B.1: Cycle de déformations selon la direction 1

Dans ces tests unitaires, on s'intéresse à la forme des courbes contraintes-déformations. La figure B.2 montre une première phase de traction linéaire suivie d'une compression non linéaire n'engendrant pas d'endommagement. Le chemin de chargement et de déchargement est le même. Une seconde phase de compression finit par déclencher un endommagement. Le chemin de chargement et de déchargements en compression sont différents.

Pour la direction 2 et le cisaillement, on applique les cycles présentés figure B.3 et B.4, qui aboutit à l'apparition d'un endommagement unilatéral pour la direction 2 (fig. B.5) (le chemin de chargement et de déchargement sont différents en traction et identiques en compression), et à un endommagement bilatéral pour le cisaillement (fig. B.6).

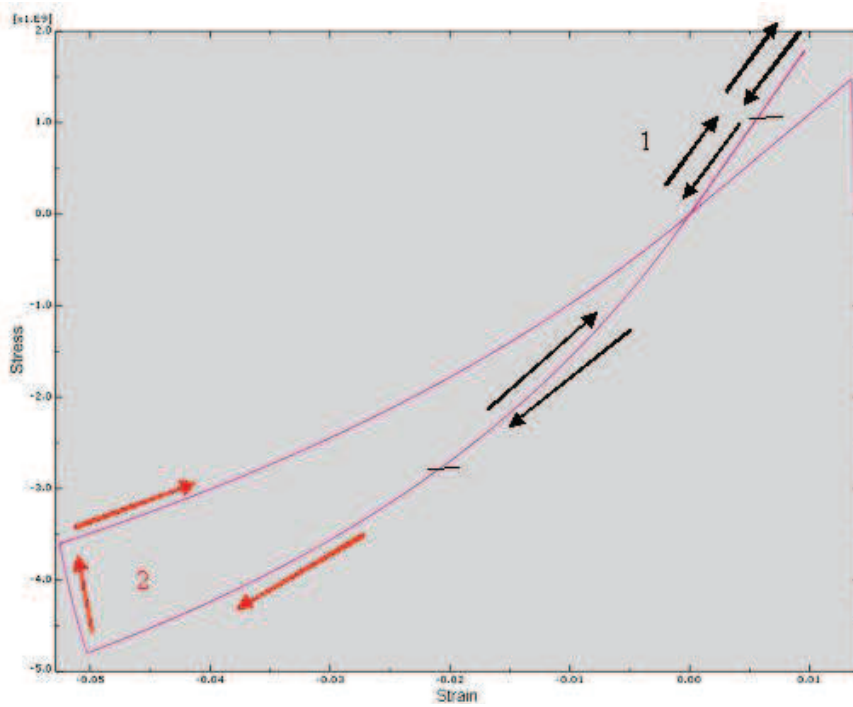


Fig. B.2: Courbes contraintes(déformations) pour la direction 1.

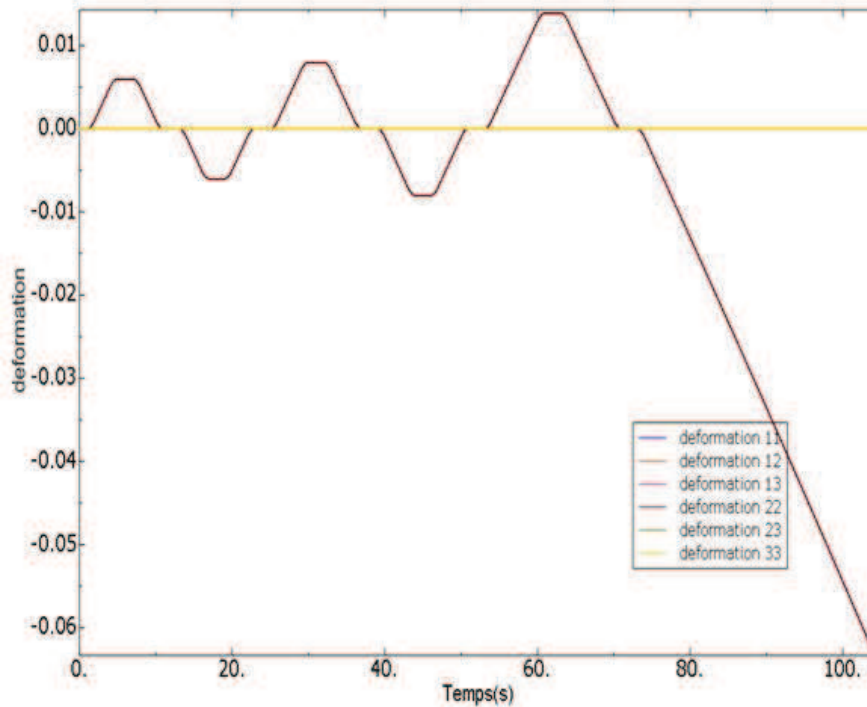


Fig. B.3: Cycle de déformations selon la direction 2

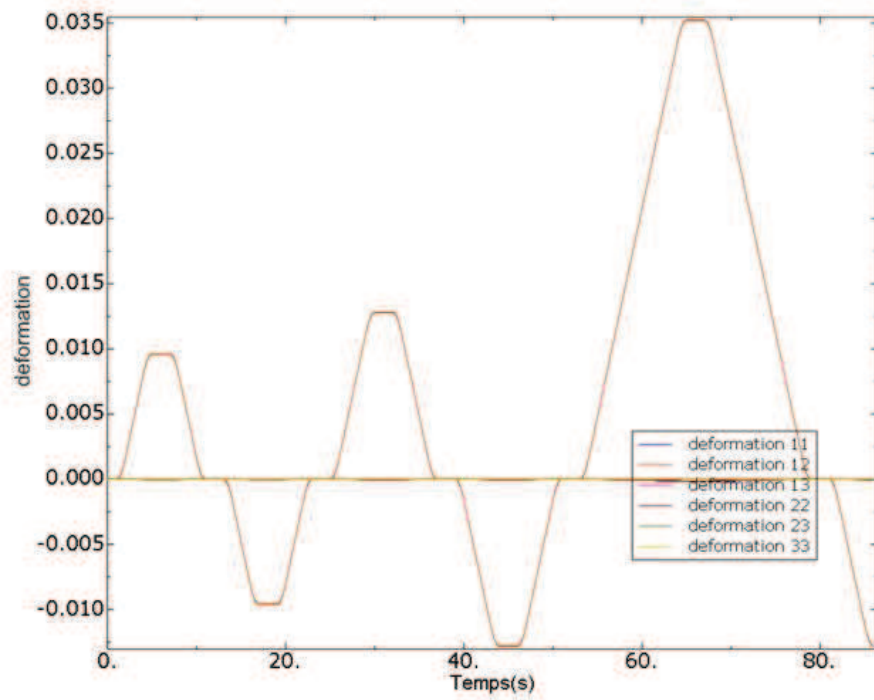


Fig. B.4: Cycle de déformations selon la direction 12.

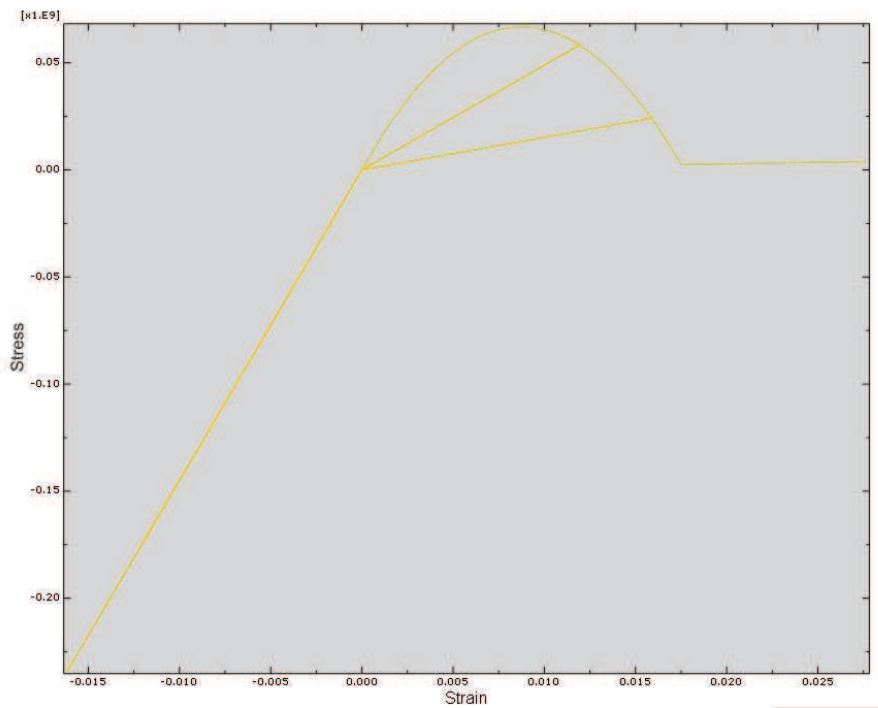


Fig. B.5: Courbes contraintes(déformations) pour la direction 2.

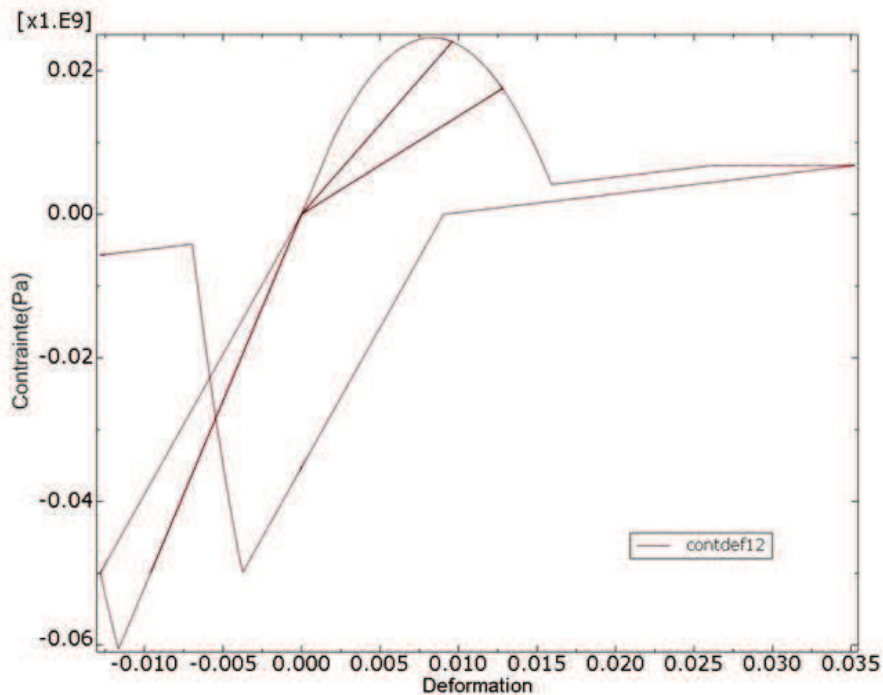


Fig. B.6: Courbes contraintes(déformations) pour la direction 12.

## B.2 Modèle de l'interface

L'interface est implémentée sous la forme d'une routine fortran Vuinter. L'implémentation est comparable à celle du pli. La bonne implémentation du modèle a été vérifiée par l'intermédiaire de tests unitaires présentés ci-dessous. Il s'agit d'une traction alternée entre deux éléments de coque 2D liée à l'interface ci-dessus présentée en mode I et en mode II (fig. B.7). Le déplacement à l'interface est présenté figure B.8. On observe sur la figure B.9 un endommagement unilatéral croissant avec le déplacement en mode I jusqu'à rupture, et un endommagement bilatéral en mode II croissant aussi jusqu'à rupture.

La figure B.10 montre le trajet suivi dans le plan contrainte déplacement pour un déplacement imposé à l'interface, donné sur la figure B.11.



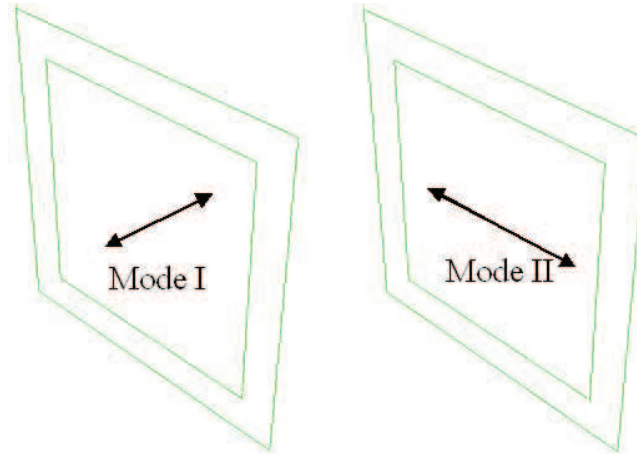


Fig. B.7: Traction alternée en mode I et II

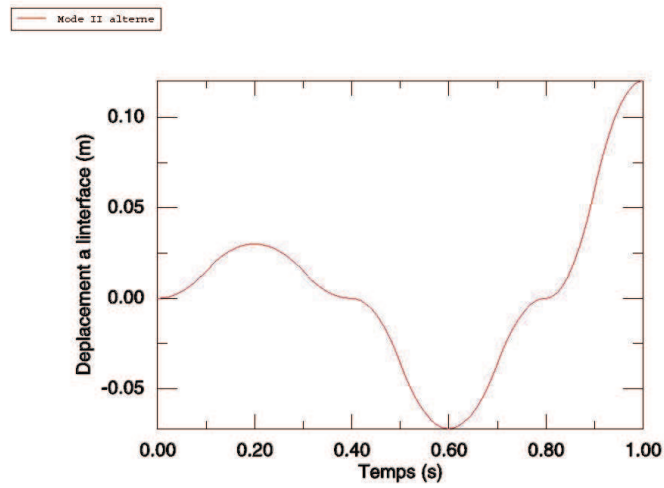


Fig. B.8: Déplacement à l'interface en fonction du temps en mode II

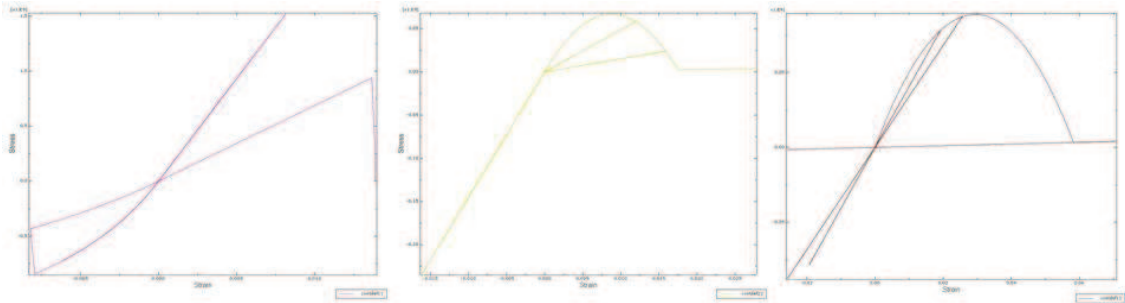


Fig. B.9: Contrainte à l'interface en fonction du déplacement relatif en mode I et II

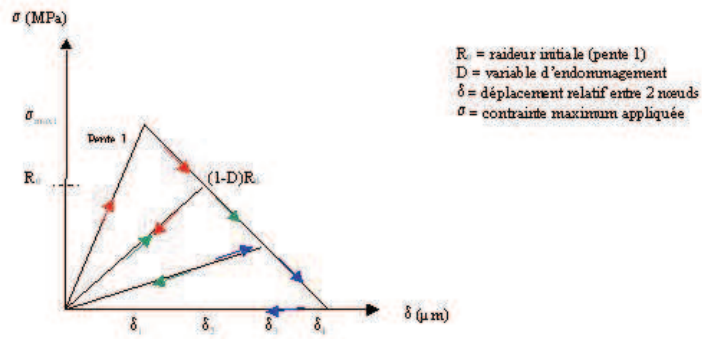


Fig. B.10: Chargements en fonction des déplacements

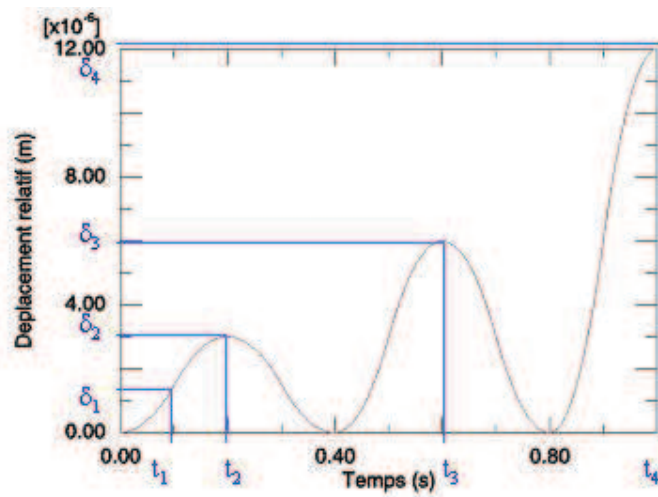


Fig. B.11: Déplacement relatif des nœuds au cours du temps



## Annexe C

# Modification du calcul de l'endommagement de l'interface

On rappelle que le modèle d'interface choisi est :

$$E_D = \frac{1}{2} \left[ \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_-^2}{k_3^0} + \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_+^2}{k_3^0(1-d_i)} + \frac{\sigma_{32}^2}{k_2^0(1-d_i)} + \frac{\sigma_{31}^2}{k_1^0(1-d_i)} \right] \quad (C.1)$$

avec :

$$\begin{aligned} d_i &= \left[ \frac{\langle Y \rangle_+}{Y_c} \right] \\ \underline{Y}(t) &= \sup_{t \leq \tau} [(Y_{d_3}^\alpha + (\gamma_1 Y_{d_1})^\alpha + (\gamma_2 Y_{d_2})^\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}] \\ Y_{d_1} &= \frac{1}{2} \frac{\sigma_{31}^2}{k_1^0(1-d_1)^2} \\ Y_{d_2} &= \frac{1}{2} \frac{\sigma_{32}^2}{k_2^0(1-d_2)^2} \\ Y_{d_3} &= \frac{1}{2} \frac{\langle \sigma_{33} \rangle_+^2}{k_3^0(1-d_3)^2} \end{aligned}$$

Ces lois sont complétées par un taux d'endommagement limité, afin de tenir compte de l'influence de la vitesse de sollicitation en mode II ([87]).

$$\dot{d}_i = \frac{1}{\tau_c} (1 - \exp(a_i \langle f(Y) - d_i \rangle_+)) \quad (C.2)$$

On a proposé dans le chapitre 3 que l'effet retard s'applique directement sur les forces thermodynamiques afin qu'il ne s'applique pas au mode I selon :

$$\begin{aligned}
d_i &= \left[ \frac{\langle \underline{Y} \rangle_+}{Y_c} \right] \\
\underline{Y} &= \text{Sup}_t \sqrt{Y_{d_3}^2 + \gamma_1 (Y_{d_1}^{ret})^2 + \gamma_2 (Y_{d_2}^{ret})^2} \\
\dot{Y}_{d_1}^{ret} &= \frac{1}{\tau_c^Y} \left[ \exp(a_i^Y < \Delta \left( \frac{\sigma_{31}^2}{2K_{31}(1-D_1)^2} \right) >_+) \right] \\
\dot{Y}_{d_2}^{ret} &= \frac{1}{\tau_c^Y} \left[ \exp(a_i^Y < \Delta \left( \frac{\sigma_{32}^2}{2K_{32}(1-D_2)^2} \right) >_+) \right] \\
Y_{d_3} &= \frac{\sigma_{33}^2}{2K_3(1-D_3)^2}
\end{aligned} \tag{C.3}$$

Vérifions que cette modification soit sans conséquence sur le mode II :  
On se place dans le cas d'une sollicitation unitaire telle que :

$$\begin{aligned}
\dot{Y}_{d_1}^{ret} &= \frac{1}{\tau_c^Y} \left[ \exp(a_i^Y < \Delta \left( \frac{\sigma_{31}^2}{2K_{31}(1-D_1)^2} \right) >_+) \right] \\
\dot{Y}_{d_2}^{ret} &= 0 \\
Y_{d_3} &= 0
\end{aligned}$$

Alors :

$$\begin{aligned}
\underline{\dot{Y}} &= \text{Sup}_t (\dot{Y}_{d_1}^{ret}) \\
\underline{\dot{Y}} &= \text{Sup}_t \left( \frac{1}{\tau_c^Y} \left[ \exp(a_i^Y < \Delta(Y) >_+) \right] \right) \\
\dot{d}_i &= \left[ \frac{\text{Sup}_t \left( \frac{1}{\tau_c^Y} \left[ \exp(a_i^Y < \Delta(Y) >_+) \right] \right)}{Y_c} \right] \\
\dot{d}_i &= \frac{1}{\tau_c^Y Y_c} \left( 1 - \exp(a_i^Y < \Delta(d) Y_c >_+) \right) \\
\dot{d}_i &= \frac{1}{\tau_c^Y Y_c} \left( 1 - \exp(a_i^Y Y_c < f(Y) - d_i >_+) \right)
\end{aligned} \tag{C.4}$$

En posant  $a_i^Y = \frac{a_i}{Y_c}$  et  $\tau_c^Y = \frac{\tau_c}{Y_c}$ , on retrouve l'expression de  $\dot{d}$  initiale.

---