



HAL
open science

Réalisation, étude et exploitation d'ensembles d'ions refroidis par laser stockés dans des pièges micro-fabriqués pour l'information quantique

Romain Dubessy

► **To cite this version:**

Romain Dubessy. Réalisation, étude et exploitation d'ensembles d'ions refroidis par laser stockés dans des pièges micro-fabriqués pour l'information quantique. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2010. Français. NNT : . tel-00609884

HAL Id: tel-00609884

<https://theses.hal.science/tel-00609884>

Submitted on 20 Jul 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Paris.Diderot (Paris 7)

Laboratoire Matériaux et Phénomènes Quantiques
CNRS UMR 7162

Thèse présentée par

Romain DUBESSY

pour obtenir le grade de

Docteur en Sciences de l'Université Paris.Diderot

Sujet de la thèse :

**Réalisation, étude et exploitation d'ensembles d'ions refroidis
par laser stockés dans des pièges micro-fabriqués pour
l'information quantique**

Soutenue le 12 octobre 2010 devant le jury composé de :

Mme	Isabelle Bouchoule	Rapporteur
M.	Christian Chardonnet	Examineur
M.	Bruno Desruelle	Examineur
M.	Luca Guidoni	Directeur de thèse
M.	Laurent Hilico	Examineur
M.	Ferdinand Schmidt-Kaler	Rapporteur
M.	Carlo Sirtori	Président

Réalisation, étude et exploitation d'ensembles d'ions refroidis
par laser stockés dans des pièges micro-fabriqués pour
l'information quantique

Remerciements

A l'heure de mettre un point final à ce manuscrit, c'est avec un grand plaisir que j'ai l'occasion ici de remercier l'ensemble des personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à ce travail.

J'ai eu la chance d'effectuer ce travail de thèse sous la direction de Luca Guidoni, qui, par sa rigueur scientifique et son grand sens pédagogique a énormément contribué à ma formation "d'expérimentateur". De plus sa grande culture scientifique m'a permis de découvrir au cours de ces trois années des domaines très variés de la physique expérimentale, des techniques "d'ultra-vide" aux lasers femto-seconde, en passant par le piégeage et le refroidissement d'ions. Enfin je le remercie pour m'avoir laissé une grande autonomie dans la façon d'aborder mon travail de thèse, tout en étant toujours disponible pour donner un conseil ou résoudre une difficulté.

Le travail présenté dans ce manuscrit est aussi celui d'une équipe, de l'équipe Ions Piégés et Information Quantique. A ce titre, je remercie Samuel Guibal et Thomas Coudreau de m'y avoir accueilli chaleureusement, et ce dès mon stage de M1. Je tiens à remercier particulièrement Jean-Pierre Likforman qui s'est beaucoup investi à mes côtés dans la fabrication d'échantillons en salle blanche. J'ai eu beaucoup de plaisir à cotoyer au cours de cette thèse les "non-permanents" de l'équipe, Sébastien Rémoville, Quentin Glorieux et Brice Dubost, avec qui j'ai partagé au quotidien la salle d'expérience.

Je remercie Isabelle Bouchoule et Ferdinand Schmidt-Kaler pour leur lecture attentive du manuscrit au titre de rapporteurs. Je remercie également Christian Chardonnet, Bruno Desruelle et Carlo Sirtori pour l'intérêt qu'ils ont témoigné pour mon travail de thèse, et pour avoir accepté de faire partie de mon jury de soutenance. Je remercie plus particulièrement Laurent Hilico, avec qui j'ai eu l'occasion d'interagir tout au cours de ces trois années de thèse, au sein de la petite communauté de "trappeurs d'ions" français et qui a contribué à la qualité de ce manuscrit par sa relecture attentive et "bénévole".

Au cours de cette thèse j'ai eu l'occasion de collaborer avec des chercheurs de grande qualité sur des sujet variés. En particulier, Nicolas Sangouard et Christoph Simon m'ont fait découvrir les protocoles de communication quantique utilisant des répéteurs, Pérola Milman et Benoit Douçot les calculs quantiques "topologiques" et Ennio Arimondo des subtilités de l'optique quantique. Pour toutes ces conversations stimulantes, je tiens à les remercier. J'adresse aussi mes plus vifs remerciements à Edouard Boulat, qui a toujours su trouver le temps de répondre à mes questions de "mathématique physique".

Le travail réalisé en salle blanche n'aurait pas pu se faire sans l'implication et le soutien de l'ensemble des personnels de la Centrale de Technologie Universitaire MINERVE, de sa directrice Véronique Mathet et plus particulièrement de Marion Woytasik qui m'a fait bénéficier de sa maîtrise de la technique de croissance par "micro-moulage". Je tiens aussi à remercier tout particulièrement les ingénieurs salle blanche du laboratoire, Pascal Filloux et

Christophe Manquest qui ont contribué à la fabrication et à la caractérisation des échantillons de micro-pièges.

Le montage expérimental a aussi bénéficié de l'apport de plusieurs stagiaires, et en particulier de Marie-Blandine, Gautier et Nicolas. J'ai eu grand plaisir à partager la vie quotidienne au laboratoire avec les autres stagiaires de l'équipe, Daria, Aurélie, Marie et Pu. Enfin, la pérennité de l'expérience est assurée par le dynamisme de Benjamin Szymanski qui commence sa thèse au moment où la mienne se termine.

Travailler dans un laboratoire, c'est aussi partager un bureau, et j'ai eu la chance de passer ces trois années avec mes "colocataires" du bureau 695A, en particulier Aurore, Elsa, Jean et Aymeric. Bien entendu, il me faut ici aussi remercier la grande communauté des "non-permanents" du laboratoire, pour l'excellente ambiance qu'ils y ont apporté, et les innombrables parties de Molkü que nous avons partagées.

Le travail présenté dans ce manuscrit n'aurait pu aboutir sans le soutien du personnel technique et administratif du laboratoire et je souhaite ici adresser mes plus vifs remerciements à Patrick Lepert, Marc Apfel, Anne Servouze, Lynda Silva, Françoise Beaud, Joelle Mercier et à la directrice du laboratoire qui m'y a accueilli, Sylvie Rousset.

Je remercie enfin ma famille, mes amis et Auriane, qui m'ont soutenu et supporté au cours de ces trois années et qui ont été très efficaces pour l'organisation du pot de thèse.

Table des matières

Introduction	9
I Ions piégés et information quantique	13
1 Ions piégés - <i>qubits</i>	15
1.1 Revue de l'état de l'art	15
1.1.1 <i>qubit</i> intégrable	15
1.1.2 Initialisation d'un <i>qubit</i>	17
1.1.3 Ensemble universel de portes logiques	17
1.1.4 Mesure de l'état du <i>qubit</i>	20
1.1.5 Temps de cohérence du <i>qubit</i>	21
1.2 Vers un registre quantique	21
1.2.1 Décohérence	21
1.2.2 Excitation du mouvement des ions	22
1.2.3 Implémentation d'algorithmes complexes	23
1.3 <i>Qubits</i> protégés	25
1.3.1 Encodage	25
1.3.2 Manipulation locale	27
1.3.3 Initialisation du <i>qubit</i> protégé	31
Conclusion du chapitre	33
2 Ions piégés - communication quantique	35
2.1 Sources de photons uniques	35
2.1.1 Emission d'un photon unique	36
2.1.2 Efficacité de collection	36
2.1.3 Intrication atome-photons	40
2.2 Protocole de répéteur quantique	44
2.2.1 Principe	44
2.2.2 Echange d'intrication	45
2.2.3 Temps de distribution des états intriqués	46
2.2.4 Fidélité des états intriqués	47
2.3 Répéteurs avec des ions piégés	48
2.3.1 Optimisation de l'échange d'intrication	48
2.3.2 Ions piégés vs Ensembles atomiques	51
2.3.3 Multiplexage temporel	52
Conclusion du chapitre	54

II	Conception de pièges micro-fabriqués	55
3	Principes du piégeage d'ions	57
3.1	Piège de Paul	57
3.1.1	Equations du mouvement	58
3.1.2	Effet du micro-mouvement	59
3.1.3	Chauffage "anormal"	60
3.2	Photo-ionisation	61
3.2.1	Formalisme de l'atome à trois niveaux	62
3.2.2	Taux de photo-ionisation	64
3.2.3	Paramètres optimaux	72
3.2.4	Limitations	73
3.3	Refroidissement laser	75
3.3.1	Refroidissement Doppler	75
3.3.2	Refroidissement par bandes latérales	81
3.3.3	Refroidissement sympathique	82
	Conclusion du chapitre	83
4	Micro-pièges à ions, état de l'art	85
4.1	Pièges assemblés	86
4.1.1	Pièges volumiques	86
4.1.2	Pièges surfaciques	87
4.2	Pièges micro-fabriqués	88
4.2.1	Pièges volumiques	88
4.2.2	Pièges surfaciques	88
4.3	Vers des pièges complexes	90
4.3.1	Pièges à zones multiples	90
4.3.2	Jonctions	92
	Conclusion du chapitre	93
5	Potentiels des pièges micro-fabriqués	95
5.1	Solution numérique	96
5.1.1	Méthodes	96
5.1.2	Piège volumique	99
5.1.3	Pièges surfaciques	102
5.1.4	Pièges quasi-surfaciques	105
5.2	Solution analytique	105
5.2.1	Modèle et solution	106
5.2.2	Electrodes de taille finie	107
5.2.3	Limite du piège linéaire	107
5.2.4	Confinement longitudinal	110
5.3	Potentiels non contrôlés	112
5.3.1	Conditions aux limites planes	112
5.3.2	Effets sur le piégeage des ions	113
	Conclusion du chapitre	117

6	Techniques de micro-fabrication	119
6.1	Choix de la géométrie	119
6.1.1	Forme des électrodes	120
6.1.2	Dimensions	121
6.1.3	Le masque	122
6.2	Panorama des techniques	122
6.2.1	Dépôt par pulvérisation cathodique	123
6.2.2	Enrésinement	125
6.2.3	Lithographie optique	127
6.2.4	Dépôt électrochimique	129
6.2.5	Préparation finale de l'échantillon	131
6.3	Optimisation du dépôt électrochimique	132
6.3.1	Premiers essais	132
6.3.2	Caractérisation courant-tension	133
6.3.3	Mesure de la vitesse de dépôt	136
	Conclusion du chapitre	137
III	Mise en œuvre expérimentale	141
7	Caractérisation préliminaire des pièges	143
7.1	Présentation des outils	143
7.1.1	Caractérisation géométrique	144
7.1.2	Caractérisation électrique	145
7.2	Piège volumique	147
7.2.1	Géométrie	148
7.2.2	Electrique	150
7.3	Piège surfacique	152
7.3.1	Géométrie	152
7.3.2	Electrique	153
	Conclusion du chapitre	155
8	Dispositif expérimental	157
8.1	Enceinte à vide	157
8.1.1	Pompage primaire et secondaire	159
8.1.2	Pompage ionique	159
8.1.3	Sublimateur de titane	160
8.1.4	Four à Strontium	160
8.2	Sources de tension	162
8.2.1	Piège macroscopique	162
8.2.2	Tensions de piégeage	163
8.2.3	Compensations des champs statiques	164
8.3	Sources laser	165
8.3.1	Laser de refroidissement	165
8.3.2	Laser re-pompeur	168
8.3.3	Laser de photo-ionisation	169
8.4	Imagerie	173
8.4.1	Objectif	173

8.4.2	Caméra	175
8.4.3	Photo-multiplicateur(s)	176
	Conclusion du chapitre	176
9	Outils de diagnostique	179
9.1	Imagerie de fluorescence	179
9.1.1	Cristaux	179
9.1.2	Chaînes	180
9.1.3	Mise en place du diaphragme	181
9.2	Compensation des champs électriques statiques	182
9.2.1	Position des ions	182
9.2.2	Corrélations fluorescence/radio-fréquence	184
9.3	Fluorescence résolue en temps	188
9.3.1	Spectres de refroidissement	188
9.3.2	Sources d'instabilité	192
9.3.3	Estimation du taux de chauffage	195
	Conclusion du chapitre	196
	Conclusion	197
	Appendices	201
A	Manipulation de <i>qubits</i> protégés	201
A.1	Simulation numérique	201
A.1.1	Algorithme de Cash-Karp-Runge-Kutta	202
A.1.2	Ordres de grandeur	203
A.1.3	Avantages des processeurs graphiques	204
A.2	Présentation du code	205
A.2.1	Diagonalisation	205
A.2.2	Evolution	206
A.3	Résultats	208
A.3.1	Diagonalisation	208
A.3.2	Evolution	208
B	Simulations de potentiels électriques	211
B.1	Génération du maillage adapté	211
B.1.1	Description de la géométrie : fichier <code>.geo</code>	211
B.1.2	Génération du maillage	213
B.2	Calcul du potentiel	213
B.2.1	Cadre formel	213
B.2.2	Position du problème : fichier <code>.pro</code>	214
C	Programme de contrôle d'expérience	217
	Bibliographie	218

Introduction

Contexte général La physique quantique offre une description du monde souvent non intuitive, à l'aide de concepts intrigants comme la notion de superposition d'états ou d'intrication, qui ont donné lieu à des débats sur la validité de cette théorie, au travers d'expériences de pensée restées célèbres, comme le “chat de Schrödinger” [Schrödinger 35] ou le paradoxe Einstein-Podolski-Rosen [Einstein 35]. Très tôt la perspective d'utiliser ces propriétés pour transmettre ou traiter de l'information de manière plus efficace que par des moyens “classiques” a motivé un important effort de recherche. En particulier, l'étude des propriétés des systèmes quantiques complexes dépasse de loin les capacités des meilleurs ordinateurs, du fait du nombre de paramètres en jeu. Dès lors l'idée d'utiliser des systèmes quantiques plus simples, interagissant de manière contrôlée, pour simuler les propriétés de systèmes complexes [Feynman 82] a ouvert la voie à la convergence des sciences de l'information et de la physique quantique. Cette dynamique a donné naissance à un nouveau champ de recherche : l'information quantique [Nielsen 00].

L'existence de relations algébriques non triviales entre les différentes observables d'un système quantique et la possibilité de manipuler un système se trouvant dans une superposition de tous les états possibles offrent en effet des outils puissants pour simuler des problèmes complexes de la théorie de l'information [Benioff 82]. En particulier, un certain nombre de ces problèmes nécessitent, pour pouvoir être résolus, un nombre de ressources “classiques” exponentiellement croissant avec la taille du système considéré. Pour certains de ces problèmes, l'utilisation des outils de la physique quantique permet de trouver des algorithmes avec un coût en ressources “quantiques” ne dépendant que polynomialement de la taille du système [Shor 97]. Ce gain potentiel en ressources (et donc en temps de calcul) a motivé le développement d'un formalisme permettant de traiter l'information de manière quantique, au moyen d'algorithmes quantiques.

Dans ce formalisme, l'objet élémentaire est le *qubit*, littéralement *bit* quantique, extension au domaine quantique de la notion de *bit* informatique, unité de stockage de l'information. Le *bit* classique possède deux états possibles 0 ou 1 et l'information est encodée dans un ensemble de *bits* sous forme binaire, par une succession de 0 et de 1. Le *qubit* est un objet quantique, décrit par une superposition arbitraire de deux états orthogonaux $|0\rangle$ et $|1\rangle$ d'un système quantique. L'information est alors encodée dans une collection de *qubits*, qui sont chacun dans une superposition d'états, et l'ensemble est éventuellement dans un état intriqué où l'information est “dispersée” sur plusieurs *qubits* à la fois. Dans le “monde” quantique, la quantité d'information contenue dans le système global peut être supérieure à la somme d'information de ses parties : une mesure indépendante de l'état des *qubits* ne donne pas accès à leurs corrélations et donc à l'état global du système. Ces corrélations, essentielles pour le traitement quantique de l'information, sont détruites par chaque mesure réalisée sur le système : en particulier l'interaction non contrôlée avec l'environnement induit des mesures

de l'état du système et donc une perte d'information : c'est la décohérence qui fatalement tend à détruire les corrélations, transformant des états intriqués en mélanges statistiques. L'effet de l'environnement ne pouvant jamais être totalement inhibé, des stratégies efficaces ont été mises au point pour contrecarrer l'effet néfaste de la décohérence. Parmi ces stratégies, les codes correcteurs d'erreurs permettent de tolérer les imperfections expérimentales jusqu'à un certain niveau d'erreur par opération élémentaire¹, au prix d'introduire des *qubits* auxiliaires dans l'algorithme, permettant de corriger ces erreurs [Shor 95, Steane 96].

Par conséquent, le support physique d'un *qubit* doit permettre de satisfaire ce critère de faible taux d'erreurs. Parmi toutes les réalisations expérimentales de *qubits*, les ions piégés refroidis et manipulés par laser ont été souvent précurseurs et des candidats sérieux à la réalisation d'un ordinateur quantique [Cirac 95]. En effet, les atomes ionisés sont faciles à confiner, par exemple par des champs électriques dans un piège de Paul, et leurs niveaux électroniques fournissent des états internes bien définis, pouvant servir de support au *qubit*. Les ions refroidis par laser et confinés dans un piège de Paul linéaire tendent à s'auto-organiser sous la forme de petites chaînes, le long de l'axe de symétrie du piège, cet équilibre résultant de la compétition entre le potentiel de confinement anisotrope et l'interaction coulombienne qui maintient les ions à distance les uns des autres. Dans cette situation, chaque ion reste localisé et son état électronique interne peut être manipulé individuellement par des lasers résonant avec les transitions entre niveaux électroniques. Dans le régime de Lamb-Dicke, où le mouvement de l'ion est confiné à une fraction de longueur d'onde du rayonnement incident, le mouvement de l'ion doit aussi être décrit par un opérateur quantique dans l'interaction avec le rayonnement : il peut alors y avoir création d'intrication entre le mouvement de l'ion et son état interne. Or le mouvement de l'ion est déterminé par son interaction avec les autres ions : les modes de vibrations sont partagés par tous les ions. L'interaction coulombienne, via les modes de vibration de la chaîne, offre donc une interface pour intriquer les ions [Cirac 95].

Cependant, étant donné le degré de contrôle nécessaire à la création d'états intriqués, la taille de tels systèmes doit rester relativement limitée à quelques dizaines d'ions [Wineland 98]. En effet, plus la chaîne est grande plus le nombre de modes de vibration est grand et plus son mouvement devient complexe à contrôler. Une solution à ce problème consiste à faire fonctionner en parallèle un grand nombre de pièges contenant chacun quelques *qubits* [Kielpinski 02]. Il faut alors développer des architectures de pièges intégrables. Si, conceptuellement, il est envisageable d'avoir plusieurs pièges de Paul linéaires macroscopiques fonctionnant en parallèle, l'idée de fabriquer directement des matrices de pièges au dessin simplifié, comme des pièges ellipsoïdaux [DeVoe 98], puis des pièges surfaciques [Chiaverini 05], combinée à la puissance des techniques de micro-fabrication [Madsen 04], a permis un véritable essor des pièges à ions micro-fabriqués.

Ces pièges micro-fabriqués permettent de réaliser des dispositifs intégrables, mais avec la miniaturisation, les ions deviennent beaucoup plus sensibles aux imperfections du piège : cela se traduit par une excitation parasite du mouvement des ions [Turchette 00]. Ce "chauffage", négligeable dans les pièges de dimensions macroscopique, devient une des principales sources d'erreur dans les pièges miniatures. La compréhension de l'origine de ce mécanisme de chauffage fait l'objet d'un travail important, avec pour objectif la minimisation de cette source d'erreur dans les pièges à ions micro-fabriqués.

Contexte au sein de l'équipe Cette thèse s'intègre dans un projet de recherche expérimentale dont l'objectif est la réalisation et l'étude des propriétés d'un piège à ions micro-

1. on peut typiquement tolérer des erreurs de l'ordre de 0.1%.

fabriqué. Elle a été effectuée au sein de l'équipe Ions Piégés et Information Quantique du laboratoire Matériaux et Phénomènes Quantiques de l'Université Paris Diderot-Paris 7, dont la thématique de recherche principale porte sur l'utilisation d'ensembles d'ions piégés pour réaliser des expériences d'information quantique. A ce titre deux autres axes de recherche sont développés dans l'équipe : l'utilisation d'un grand ensemble d'ions refroidis comme support d'une mémoire quantique en variables continues [Removille 09] et la réalisation d'une source de faisceaux corrélés dans une vapeur atomique, à des longueurs d'ondes compatibles avec la mémoire.

La thématique micro-pièges a démarré dans l'équipe en 2005 avec la réalisation par Thales Research & Technology d'un prototype de micro-piège volumique sur un substrat de silicium dopé. Le début de ma thèse en octobre 2007 a coïncidé avec la conception et le montage d'une enceinte à ultra-vide dédiée à l'expérience micro-piège, ainsi qu'au montage des faisceaux de refroidissement. La première partie de mon travail expérimental a donc consisté à mettre en place l'expérience micro-piège et à tester le micro-piège fabriqué par Thales. Il s'est avéré que ce piège possédait des défauts structurels le rendant impropre au piégeage d'ions. L'étude des mécanismes limitant les performances des pièges à ion m'a amené à développer un modèle analytique des sources de bruits électriques dans les pièges surfaciques qui a fait l'objet d'une publication. Fin 2008, nous avons donc lancé une réflexion pour fabriquer de nouveaux échantillons, en optant pour la géométrie des pièges surfaciques, plus simples à fabriquer. En parallèle nous avons choisi de monter un piège de Paul linéaire macroscopique, utilisé en régime de piégeage d'ions uniques afin de caractériser les performances de détection et de contrôle des ions dans l'enceinte dédiée à l'expérience "micro-piège". Les pièges surfaciques fabriqués en salle-blanche sont actuellement en cours de caractérisation dans l'enceinte à ultra-vide. Ce travail expérimental a été complété par plusieurs études théoriques prospectives, portant sur l'utilisation des ions piégés comme outil pour le calcul quantique ou les communications quantiques.

Organisation du manuscrit Ce manuscrit comporte trois parties : la première, "ions piégés et information quantique" donne un panorama de l'usage des ions comme supports d'information quantique, la seconde "conception de pièges micro-fabriqués" traite de la conception et fabrication de pièges à ions miniatures, quand la troisième "mise en œuvre expérimentale" présente les résultats expérimentaux obtenus lors de cette thèse.

Le premier chapitre présente une synthèse de l'utilisation des ions piégés en tant que support du *qubit*, dans des expériences d'information quantique et développe une approche originale d'Hamiltonien protégé de la décohérence. Le second chapitre propose une analyse prospective de l'utilisation des ions piégés comme outils pour la communication quantique en particulier dans le cadre des "répéteurs quantiques" [Briegel 98].

Le troisième chapitre introduit les outils théoriques nécessaires à la description du confinement, de la création et du refroidissement d'ions dans des pièges radio-fréquence. Ces outils serviront dans le dernier chapitre pour l'analyse des expériences menées dans le piège macroscopique. Le quatrième chapitre présente l'état de l'art des expériences de pièges à ions micro-fabriqués. L'objet du cinquième chapitre est la détermination, par des méthodes numériques et analytiques des potentiels électriques engendrés par les électrodes des pièges miniaturisés. Le sixième chapitre détaille le protocole de fabrication des pièges à ions surfaciques micro-fabriqués réalisés au cours de cette thèse.

La caractérisation des propriétés géométriques et électriques des pièges micro-fabriqués est exposée dans le septième chapitre. Le dispositif expérimental de piégeage d'ions est présenté

dans le huitième chapitre. Enfin le neuvième et dernier chapitre présente les expériences développées pour mesurer les caractéristiques du mouvement des ions piégés.

Première partie

Ions piégés et information
quantique

Chapitre 1

Ions piégés - *qubits*

Ce chapitre décrit les potentialités des ions comme supports d'information quantique. Pour ce faire nous passons tout d'abord en revue les performances des expériences d'ions piégés en vue de la réalisation d'un ordinateur quantique en nous basant sur les critères de DiVincenzo [DiVincenzo 00]. Dans un second temps nous présentons les solutions mises en œuvre pour s'affranchir des limitations expérimentales et permettre d'assembler plusieurs *qubits* en vue d'étudier des algorithmes quantiques de plus en plus complexes. Enfin nous abordons la problématique de l'encodage d'un *qubit* logique dans un système physique complexe, à l'aide d'un Hamiltonien effectif qui protège le *qubit* logique contre la plupart des sources de décohérence.

1.1 Revue de l'état de l'art

Les critères de DiVincenzo fixent cinq pré-requis sur un système physique afin de pouvoir l'utiliser comme support pour réaliser un ordinateur quantique :

- le système doit permettre de définir un *qubit* intégrable¹, c'est à dire un sous-système de dimension 2, décrit par le sous-espace $\{|0\rangle, |1\rangle\}$, de plus il doit être possible d'opérer sur un grand nombre de tels systèmes de manière simultanée ;
- il doit être possible d'initialiser un ensemble de tels systèmes dans un état pur : $|00\dots 0\rangle$;
- il doit être possible de réaliser un ensemble universel de portes logiques sur ces *qubits*, par exemple une porte “non contrôlé” (C-NOT) et les rotations à un *qubit* ;
- la mesure du système doit permettre de discriminer de manière non ambiguë entre les états $|0\rangle$ et $|1\rangle$;
- enfin le système doit posséder un long temps de cohérence, pendant lequel une superposition arbitraire $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ est préservée.

Par mesure de simplification nous choisissons ici de présenter parmi les expériences d'information quantique utilisant des ions piégés celles effectuées sur l'ion $^{40}\text{Ca}^+$ qui sont parmi les plus abouties.

1.1.1 *qubit* intégrable

La plupart des atomes utilisés dans les expériences d'ions piégés sont des atomes à deux électrons périphériques pour lesquels l'ion associé possède un seul électron périphérique et donc un diagramme de niveaux d'énergie simple, semblable à celui de l'atome d'hydrogène.

1. On emploie ici intégrable comme traduction du mot anglais *scalable*, plus explicite.

Par mesure de simplicité on ne présentera que le cas d'ions sans structure hyper-fine, même si certains résultats seront étendus et discutés pour des niveaux hyper-fins. Le schéma d'énergie typique de tels ions est donné dans la figure 1.1, où les valeurs indiquées pour les transitions optiques sont celles de l'ion Ca^+ . Parmi tous les niveaux envisageables il faut privilégier les

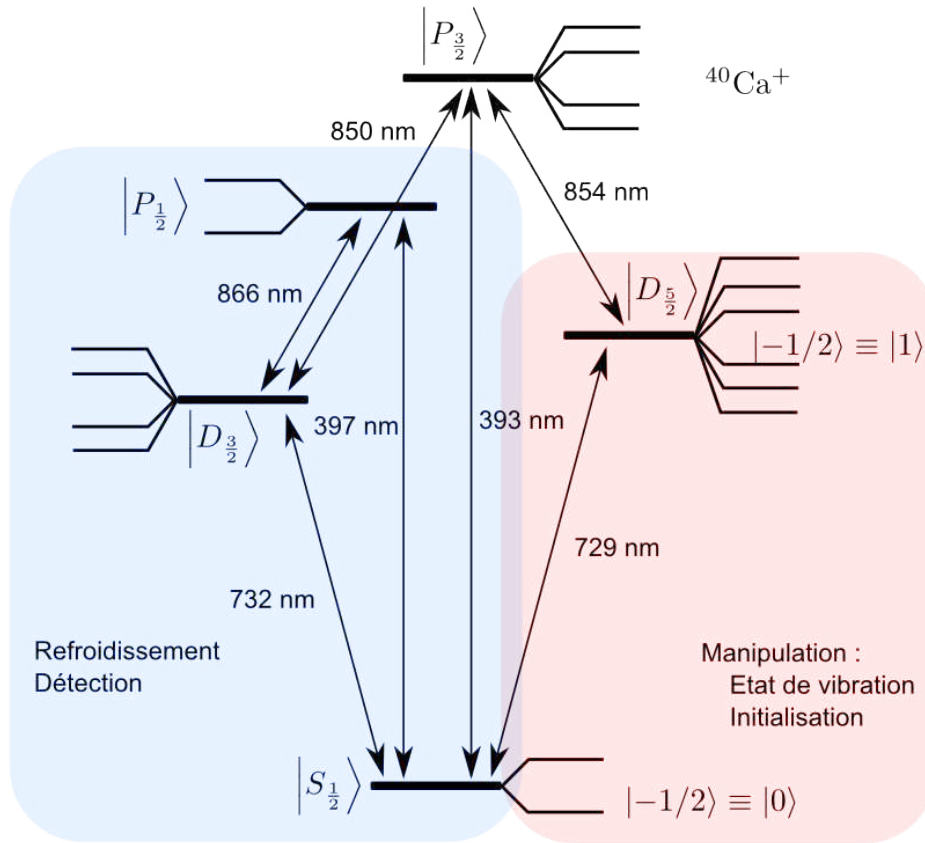


FIGURE 1.1 – Schéma de niveaux de l'ion $^{40}\text{Ca}^+$.

niveaux métastables, qui ont de longues durées de vie, tels ceux des niveaux $S_{1/2}$, $D_{3/2}$ et $D_{5/2}$. La situation la plus simple consiste à choisir un *qubit* dit “optique”, où les deux niveaux sont choisis de la manière suivante (par exemple) : $|0\rangle = |S_{1/2}, -1/2\rangle$ et $|1\rangle = |D_{5/2}, -1/2\rangle$, soit comme les états de nombre quantique $m_z = -1/2$ dans chaque sous ensemble de niveaux $S_{1/2}$ et $D_{5/2}$.

Comme nous le verrons, les ions confinés dans des pièges linéaires très anisotropes tendent à s'organiser sous la forme de chaînes lorsqu'ils sont refroidis. Chaque ion est alors localisé à un site bien déterminé et peu donc être adressé individuellement. Cependant, à moins de réaliser un piège spécifique, la taille de telles chaînes est limitée à la dizaine d'ions, au delà de laquelle le système passe dans une configuration ellipsoïdale où les ions sont répartis dans un volume. Afin d'éviter cette situation où la manipulation est plus complexe, on cherche fréquemment à segmenter le piège en plusieurs zones, contenant chacune une petite chaîne d'ions, et le cas échéant à déplacer des ions d'une zone à l'autre. Ce type de piège requiert un grand nombre d'électrodes et est donc plus facile à réaliser avec des techniques de micro-fabrication que au moyen d'assemblages mécaniques d'électrodes. Il s'agit toujours d'un sujet de recherche ouvert de construire un tel système de pièges à ions intégrable et plusieurs

géométries sont explorées, notamment dans cette thèse. Elles seront présentées en détail au chapitre 4.2. Notons toutefois que le degré de contrôle des chaînes d'ions piégés permet déjà de manipuler des ensembles de plusieurs qubits, jusqu'à huit simultanément.

1.1.2 Initialisation d'un *qubit*

A partir du choix d'un qubit optique fait à la section précédente il est facile d'obtenir l'initialisation dans l'état $|0\rangle$. Remarquons tout d'abord que seuls les états $S_{1/2}$ sont stables et que donc l'état à l'équilibre de l'ion est d'être dans un certain mélange statistique des états $|S_{1/2}, -1/2\rangle$ et $|S_{1/2}, +1/2\rangle$. Les règles de sélection pour les transitions dipolaires électriques nous assurent alors que si la transition $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ est excitée avec de la lumière polarisée σ_- par rapport à l'axe de quantification du système, et le niveau $D_{3/2}$ convenablement pompé, le système se trouve préparé par pompage optique en un temps typique $t_{init} \simeq 10 \mu\text{s}$ dans l'état $|0\rangle$. Si l'ion est initialement dans un des états $D_{5/2}$, il suffit d'utiliser un laser accordé sur la transition $D_{5/2} \rightarrow P_{3/2}$ pour le faire tomber dans le sous-système $S_{1/2}$ ou $D_{3/2}$, duquel il est efficacement pompé vers l'état $|0\rangle$ par le protocole précédant. La référence [Benhelm 08b] fait état d'une efficacité globale pour refroidir² et préparer un ion dans le *qubit* optique $^{40}\text{Ca}^+$ de l'ordre de 99.8%.

1.1.3 Ensemble universel de portes logiques

Pour être capable de réaliser un algorithme quantique universel, il faut *a priori* savoir réaliser n'importe quelle opération unitaire dans l'espace des *qubits*. Parmi les alternatives équivalentes à cette approche, nous pouvons citer le calcul quantique basé sur la mesure (*Measurement Based Quantum Computing*) [Raussendorf 01] ou le calcul quantique topologique (*Topological Quantum Computer*) [Kitaev 03]. Dans ces deux propositions, le calcul est réalisé en manipulant des états hautement intriqués du système.

La sphère de Bloch

Une représentation commode d'un système à deux niveaux $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ consiste à utiliser la sphère de Bloch. En effet, l'état général d'un tel système peut s'écrire : $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$, avec la contrainte de normalisation $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. L'état est donc décrit par trois paramètres réels indépendants, dont une phase globale sans signification physique. Il est alors possible de représenter cet état par un vecteur sur la surface de la sphère de rayon unité, comme présenté sur la figure 1.2. Lorsque le vecteur représentant l'état $|\psi\rangle$ est aligné avec un des axes notés $\sigma_{x,y,z}$, il est état propre de l'opérateur de Pauli correspondant, avec la valeur propre ± 1 . L'état $|\psi\rangle$ est alors défini par deux angles θ et ϕ , correspondant à des rotations autour de σ_y et σ_z , respectivement.

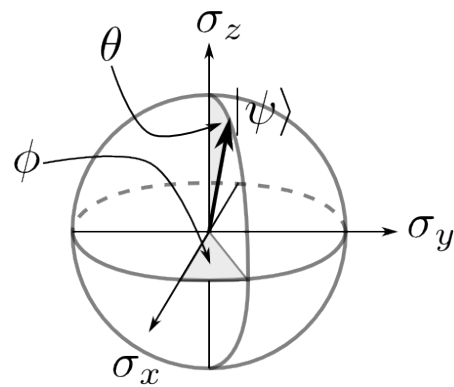


FIGURE 1.2 – Représentation de l'état $|\psi\rangle$ sur la sphère de Bloch.

2. le nombre moyen de quanta de vibration \bar{n} vérifie alors : $\bar{n} < 0.05(5)$.

L'implémentation d'un algorithme universel est a priori très complexe puisque un système à N *qubits* est décrit par 2^N paramètres réels et qu'une matrice générale d'évolution unitaire est décrite par 2^{2N} paramètres réels. Réaliser une telle opération en une seule étape est de façon générale impossible. Il est possible de démontrer que cette matrice unitaire générale peut être décomposée en un produit tensoriel de matrices plus simples, qui n'agissent au plus que sur deux *qubits* à la fois. Le problème est dès lors simplifié, au prix de l'introduction d'un certain nombre d'étapes intermédiaires. Le temps de réalisation de ces étapes sera alors un paramètre expérimental critique.

Portes à un *qubit*

Comme présenté dans l'encadré sur la sphère de Bloch, les portes à un *qubit* peuvent être formellement divisées en deux types d'opérations : les rotations, d'angle θ , représentées par la matrice (dans la base à un *qubit* : $\{|0\rangle, |1\rangle\}$) :

$$R_\theta = e^{i\theta\sigma_y} = \begin{pmatrix} \cos[\theta] & \sin[\theta] \\ -\sin[\theta] & \cos[\theta] \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

et les portes de phase, représentées par la matrice :

$$P_\phi = e^{i\frac{\phi}{2}} e^{-i\frac{\phi}{2}\sigma_z} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\phi} \end{pmatrix}, \quad (1.2)$$

où on a introduit les matrices de Pauli :

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \text{ et } \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (1.3)$$

Notons qu'il n'est pas nécessaire de savoir réaliser ces portes pour toutes les valeurs de θ et ϕ : dans la pratique il suffit d'implémenter la porte de Hadamard : $H = R_{-\pi/4}P_\pi$ et la porte de phase $P_{\pi/4}$ pour disposer d'un ensemble universel d'opérations à un *qubit* [Nielsen 00]. La porte de Hadamard présente l'intérêt pratique d'effectuer le changement de base $\{|0\rangle, |1\rangle\} \rightarrow \{|+\rangle, |-\rangle\}$ où on a défini :

$$|\pm\rangle = \frac{|0\rangle \pm |1\rangle}{\sqrt{2}}. \quad (1.4)$$

Les états métastables du *qubit* optique ne sont pas couplés par le champ laser par un terme d'interaction dipolaire électrique. Toutefois avec un laser suffisamment intense et fin spectrale-ment il est possible d'adresser directement cette transition en utilisant un couplage d'ordre supérieur dans l'Hamiltonien d'interaction (par exemple le terme quadripolaire électrique). On peut alors induire des oscillations de Rabi entre les deux états du *qubit*. Si une telle source n'est pas disponible, une alternative consiste à utiliser un état intermédiaire comme niveau relais dans la manipulation. A l'aide d'un processus Raman, il est possible de réaliser des opérations arbitraires dans l'espace du *qubit*, au moyen d'impulsions laser de durées contrôlées. Si le désaccord à un photon par rapport au niveau relais est suffisamment grand, l'émission spontanée lors de ce processus est négligeable et l'opération peut être contrôlée très précisément. En pratique les erreurs dues à cette étape sont négligeables. De telles portes sont typiquement réalisées en un temps de l'ordre de 10 μ s, déterminé par la pulsation de Rabi effective associé au processus, de l'ordre de 1 MHz [Schmidt-Kaler 03a, Roos 99].

Porte à deux *qubits*

Une porte à deux *qubit* est essentiellement une opération unitaire capable d'intriquer deux systèmes, c'est à dire de les placer de manière contrôlé dans un état non séparable. Une opération à deux *qubits* de type C-NOT est suffisante pour obtenir un ensemble universel de portes logiques. Dans cette opération un des *qubits* joue le rôle de contrôle, l'autre de cible : c'est une porte conditionnelle, qui ne change pas la valeur du *qubit* de contrôle et échange l'état du *qubit* cible seulement si le *qubit* contrôle est dans l'état $|1\rangle$. La porte C-NOT est représentée par la matrice (dans la base à deux *qubits* : $\{|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle\}$) :

$$CN = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$

Une implémentation robuste de porte C-NOT dans le cas des ions piégés repose sur le protocole dit de Sørensen-Mølmer [Sørensen 00]. Le principe de l'implémentation de cette porte est le suivant : deux lasers créent une interaction résonante à deux photons qui couple, d'une part les états $|00\rangle$ et $|11\rangle$ et d'autre part les états $|01\rangle$ et $|10\rangle$, au moyen d'un niveau relais virtuel impliquant un mode de vibration commun des deux ions.

La porte Sørensen-Mølmer

En notant ω_{10} la fréquence de la transition $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$, et en supposant que les deux lasers sont à des fréquences $\omega_{\pm} = \omega_{10} \pm \delta$, l'Hamiltonien d'interaction décrivant l'évolution du système s'écrit :

$$H_I = \sum_{k=1,2} \hbar\Omega |1_k\rangle \langle 0_k| e^{i\eta(\hat{a}+\hat{a}^\dagger)} \cos[\delta t] + h.c., \quad (1.6)$$

où l'indice k désigne l'ion, on a supposé que le niveau $|1\rangle$ tourne à la fréquence ω_{10} , que les pulsations de Rabi des deux lasers sont identiques et que le paramètre de Lamb-Dicke des deux ions est identique : $\eta_i \simeq \eta$. Supposons pour simplifier que l'état de départ soit $|00, n\rangle$ où le nombre de quanta de vibrations est tel que : $\eta\sqrt{1+n^2} \ll 1$, auquel cas on peut écrire $e^{i\eta(\hat{a}+\hat{a}^\dagger)} \simeq 1 + i\eta(\hat{a} + \hat{a}^\dagger)$, et l'Hamiltonien d'interaction s'écrit alors :

$$H_I \simeq \hbar\Omega \cos[\delta t] \times \sum_{k=1,2} \left(\sigma_x^{(k)} + \eta(\hat{a}e^{-i\omega_c t} + \hat{a}^\dagger e^{i\omega_c t})\sigma_y^{(k)} \right), \quad (1.7)$$

où on a introduit explicitement la dépendance temporelle de \hat{a} qui "tourne" à la fréquence ω_c du mode commun de vibration des deux ions. En supposant que le désaccord des lasers est choisi de telle sorte que $|\delta - \omega_c| \ll |\delta| \ll |\delta + \omega_c|$, on peut négliger le premier terme dans l'équation (1.7)

et de plus supposer que seuls les termes quasi-résonnants $\delta - \omega_c$ contribuent :

$$H_I \simeq \hbar\Omega\eta(\hat{a}e^{-i(\omega_c-\delta)t} + \hat{a}^\dagger e^{i(\omega_c-\delta)t})\Sigma_y, \quad (1.8)$$

où $\Sigma_y = \frac{\sigma_y^{(1)} + \sigma_y^{(2)}}{2}$ est un opérateur collectif de spin. Puisque le commutateur $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$, on peut chercher l'opérateur d'évolution sous la forme :

$$U(t) = e^{-iA(t)\Sigma_y^2} e^{-iF(t)\hat{a}^\dagger\Sigma_y} e^{-iG(t)\hat{a}\Sigma_y}, \quad (1.9)$$

qui doit satisfaire de plus à l'équation de Schrödinger $i\hbar\partial_t U(t) = H_I(t)U(t)$. En explicitant cette équation et en utilisant la relation $[U(t), \hat{a}] = iF(t)\Sigma_y U(t)$, on trouve par identification le système :

$$\begin{aligned} \dot{F}(t) &= \Omega\eta e^{i(\omega_c-\delta)t}, \\ \dot{G}(t) &= \Omega\eta e^{-i(\omega_c-\delta)t}, \\ \dot{A}(t) &= -iF(t)\dot{G}(t), \end{aligned}$$

que l'on intègre :

$$\begin{aligned} F(t) &= i\frac{\Omega\eta}{\delta - \omega_c} (e^{i(\omega_c-\delta)t} - 1), \\ G(t) &= i\frac{\Omega\eta}{\omega_c - \delta} (e^{-i(\omega_c-\delta)t} - 1), \\ A(t) &= \frac{\Omega^2\eta^2}{\delta - \omega_c} \left(t - i\frac{e^{-i(\omega_c-\delta)t} - 1}{\omega_c - \delta} \right). \end{aligned}$$

L'opérateur d'évolution possède alors la propriété remarquable que pour $t = t_k = \frac{2\pi}{|\omega_c - \delta|}k$, avec $k \in \mathbb{N}$, $F(t_k) = G(t_k) = 0$ c'est à dire que l'état vibrationnel du système à l'instant t_k est découplé de l'état interne :

$$U(t_k) = e^{-i \frac{\Omega^2 \eta^2}{\delta - \omega_c} t_k \Sigma_y^2}. \quad (1.10)$$

Tout se passe donc comme si le système avait évolué en présence de l'Hamiltonien effectif :

$$H_{eff} = \hbar \frac{\Omega^2 \eta^2}{\delta - \omega_c} t_k \Sigma_y^2 \quad (1.11)$$

Il est alors possible de vérifier la relation suivante :

$$CN = P_{\pi/2}^{(2)} R P_{\pi/2}^{(1)} H^{(1)} P_{\pi/2}^{(1)} R H^{(2)} P_{-\pi/2}^{(2)} P_{\pi/2}^{(1)} \quad (1.12)$$

où $R = U(t_k)$ avec $\theta = \pi/4$, où $H^{(i)}$, $P_{\theta}^{(i)}$ sont des portes à un *qubit* agissant sur le i -ème *qubit*. Notons que cette porte ne dépend pas explicitement de l'état de vibration de la chaîne d'ions, qui peut donc en principe être dans un état "thermique".

Le raisonnement mené ici dépend essentiellement de la capacité à isoler un mode précis de vibration et à l'adresser de manière quasi-résonante : dans les pièges de Paul linéaires cela est possible car les modes de vibrations transverses ont une fréquence plus élevée que les modes communs longitudinaux. Enfin le *qubit* étant encodé dans un état métastable (largeur naturelle de l'ordre du Hertz), et les niveaux de vibrations étant typiquement séparé d'un méga-Hertz, il est possible de satisfaire à la relation $|\delta - \omega_c| \ll |\delta| \ll |\delta + \omega_c|$ avec un laser suffisamment fin spectralement. Les premières implémentations de ce protocole ont démontré des fidélités de l'ordre de 83% [Sackett 00] et un important effort a été réalisé pour diminuer les sources d'erreurs. La référence [Benhelm 08b] fait état de la réalisation d'une porte de Sørensen - Mølmer entre deux *qubits* optiques portés par deux ions $^{40}\text{Ca}^+$, avec une fidélité de l'ordre de 99.3% pour un temps d'exécution de la porte de $\tau_{SM} = 50 \mu\text{s}$.

1.1.4 Mesure de l'état du *qubit*

Les ions piégés avec une structure de niveaux semblables à celle de la figure 1.1 possèdent tous une transition $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ qui, lorsqu'elle est excitée par laser quasi-résonant et correctement fermée par un re-pompage du niveau $D_{3/2}$, émet de l'ordre de 10^7 photons par seconde, autorisant une détection efficace de l'ion par imagerie de fluorescence. De plus on peut noter que seule la composante $|0\rangle$ du *qubit* optique défini plus haut peut donner de la fluorescence, ce qui permet par analyse statistique d'un grand nombre d'expérience de mesurer les populations dans les états $|0\rangle$ et $|1\rangle$. Par des opérations locales (à un *qubit*) appropriées, il est aussi possible de mesurer les cohérences entre les états $|0\rangle$ et $|1\rangle$ en effectuant le changement de base $\{|+\rangle, |-\rangle\} \rightarrow \{|0\rangle, |1\rangle\}$ (en appliquant la porte H^{-1}). Le taux de photons émis étant considérable, il suffit d'attendre un temps relativement court pour décider si l'ion était dans l'état $|0\rangle$ ou dans l'état $|1\rangle$: en pratique, pour un *qubit* optique et avec une efficacité de détection globale de 0.2%, il suffit de $145 \mu\text{s}$ pour décider, avec une fidélité de 0.9999 [Myerson 08].

La question de mesurer l'état collectif de plusieurs ions est plus délicate : il faut pouvoir résoudre spatialement la fluorescence des ions, ce qui demande d'avoir assez de signal

entre les temps t_k et t_{k+1} . Notons que dans le calcul qui a mené à cette équation, il n'y a pas lieu de se limiter à deux ions : tous les ions éclairés par les deux lasers et couplés par le même mode commun ω_c vont évoluer avec le même Hamiltonien, où l'opérateur collectif de spin sera défini : $\Sigma_y = \sum_{i \in \mathcal{I}} \sigma_y^{(i)}/2$, \mathcal{I} désignant l'ensemble des ions éclairés par les deux lasers.

pour utiliser une caméra avec un temps de pose très court. De plus la fluorescence étant nécessairement répartie sur plusieurs pixels le rapport signal à bruit est dégradé. Une alternative consiste à éclairer sélectivement l'ion dont on veut sonder l'état par adressage individuel avec un faisceau laser bien focalisé. Enfin il est possible d'appliquer sélectivement aux autres ions une opération locale qui les place dans un sous espace découplé des transitions de refroidissement en transférant par exemple l'état $|0\rangle$ sur un état auxiliaire $|D_{5/2}, -5/2\rangle$, à l'aide d'une impulsion Raman avec des faisceaux de polarisation bien choisies, de telle sorte que l'état $|1\rangle$ reste non affecté par cette opération [Roos 04b].

1.1.5 Temps de cohérence du *qubit*

Le choix d'encoder un *qubit* dans des états métastables assure une longue durée de vie des populations. Pour un *qubit* optique la durée de vie du niveau excité est typiquement de l'ordre de la seconde et peut être mesurée très précisément en observant les sauts quantiques dans le signal de fluorescence d'un ion piégé.

Le temps de cohérence associé au *qubit* n'est, cependant en général, pas limité par la durée de vie des niveaux choisis.

La visibilité des oscillations de Rabi décroît alors avec le même temps caractéristique que les cohérences du système. La référence [Roos 99] fait état d'un temps de cohérence de 1 ms pour un *qubit* optique, dominé par les fluctuations de champ magnétique. Ce temps de cohérence, environ vingt fois plus long que le temps nécessaire à la réalisation d'une porte à deux *qubits*, ne permet pas d'envisager la réalisation d'algorithmes comportant un grand nombre de portes : il faut donc chercher à augmenter le temps de cohérence du système. Cette étude sera l'objet de la section 1.2.1.

1.2 Vers un registre quantique

Dans la plupart des expériences d'information quantique utilisant des ions piégés, la décohérence du *qubit* est le facteur limitant. Nous passons ici en revue les principales solutions expérimentales permettant de limiter ces effets.

1.2.1 Décohérence

La principale source de décohérence rencontrée dans les *qubits* encodés dans les niveaux électroniques des ions piégés est la phase non-contrôlée accumulée par l'état excité du *qubit* dû aux effets susceptibles de déplacer les niveaux d'énergie. Parmi ceux-ci, nous pouvons citer principalement les champs magnétiques via l'effet Zeeman et les fluctuations de phase des lasers. Il est alors naturel de chercher à optimiser le contrôle des champs magnétiques et des lasers dans les expériences. Pour ce faire, il est possible de réaliser des blindages magnétiques autour des enceintes, d'utiliser des matériaux a-magnétiques, et de contrôler les champs magnétiques en utilisant des bobines. De même les lasers peuvent être asservis sur des références et filtrés par des cavités afin de limiter leurs fluctuations.

Cependant, il peut être plus astucieux de chercher à travailler dans la situation expérimentale où le système est intrinsèquement le moins sensible à ces fluctuations. En particulier, il existe pour certains sous niveaux Zeeman des configurations particulières où certaines transitions sont moins sensibles au champ magnétique : autrement dit, il est possible de

trouver certains états $|\uparrow\rangle$ et $|\downarrow\rangle$ tels que pour un champ magnétique appliqué \mathbf{B}_0 , on ait :

$$\left. \frac{\partial E_{\uparrow\downarrow}}{\partial \mathbf{B}} \right|_{\mathbf{B}=\mathbf{B}_0} = 0, \quad (1.13)$$

où $E_{\uparrow\downarrow}$ est la différence d'énergie entre les états $|\uparrow\rangle$ et $|\downarrow\rangle$. Le système n'est alors plus sensible qu'aux fluctuations du gradient du champ magnétique, bien plus faibles que les fluctuations du champ lui-même. Par exemple, la référence [Langer 05] fait état d'un temps de cohérence de 10 s pour un *qubit* dit "hyperfine" d'un ion ${}^9\text{Be}^+$. Notons que cette configuration est dépendante du choix de l'ion qui sert de support au *qubit* et impose de travailler avec un champ magnétique donné.

Une autre solution, dans le même esprit, est d'utiliser un sous espace naturellement protégé de ces sources de bruit, en utilisant deux *qubits* physiques pour encoder un *qubit* logique. Par exemple considérons les *qubits* définis ainsi : $|0\rangle_L = |01\rangle_P$ et $|1\rangle_L = |10\rangle_P$. Par construction les deux états du *qubits* logiques possèdent la même énergie et sont sensibles de la même manière aux fluctuations de champs magnétique ou des lasers, à condition que les *qubits* physiques soient suffisamment près les uns des autres. Les deux états du *qubits* logiques ne sont plus sensibles qu'aux gradients de champ magnétique et leur temps de cohérence est de l'ordre de 100 ms [Roos 04a]. Le coût à payer est que les opérations élémentaires dans l'espace du *qubit* logique sont de fait des opérations à plusieurs *qubits*, ce qui augmente le nombre de portes nécessaires à la réalisation des algorithmes. En effet les générateurs élémentaires des opérations à un *qubit*, les matrices de Pauli, dans l'espace logique peuvent s'écrire :

$$\sigma_x^{(L)} = \sigma_x^{(0)} \otimes \sigma_y^{(1)}, \quad \sigma_y^{(L)} = \sigma_y^{(1)} \otimes \sigma_x^{(0)}, \quad \text{et} \quad \sigma_z^{(L)} = \sigma_z^{(0)}, \quad (1.14)$$

où les exposants (0) et (1) se réfèrent au premier et deuxième *qubit* physique respectivement. La référence [Monz 09] détaille une réalisation expérimentale d'un ensemble universel de portes logiques, incluant une porte à deux *qubits* agissant sur les *qubits* logiques, avec une fidélité de l'ordre de 94% pour un temps d'exécution de $\tau = 470 \mu\text{s}$.

1.2.2 Excitation du mouvement des ions

Comme nous l'avons montré ci-dessus, l'utilisation d'un mode de vibration commun d'une chaîne d'ions est un outil puissant capable d'intriquer de manière déterministe l'état interne de deux ions. Si en principe il est possible de réaliser cette intrication indépendamment du degré d'occupation des modes de vibrations des ions (à condition toutefois d'être dans le régime de Lamb-Dicke), cette excitation introduit une source supplémentaire d'imperfections, qui limite la fidélité des portes quantiques : par exemple pour la porte Sørensen-Mølmer, la fidélité est de 0.993 pour un nombre de quanta moyen $\langle n \rangle \simeq 0.05$ et seulement de 0.974 pour un nombre de quanta moyen $\langle n \rangle \simeq 20$, soit une erreur un ordre de grandeur plus grande [Kirchmair 09].

Dans les pièges de dimensions macroscopiques ces taux de chauffages sont relativement faibles, de l'ordre de 5 quanta/s, mais ils peuvent atteindre des valeurs de l'ordre de quelques 10^3 quanta/s dans les pièges micro-fabriqués [Turchette 00]. *In fine* ils peuvent limiter la fiabilité des algorithmes comprenant de multiples portes. Malheureusement toute tentative de refroidir un ion par interaction directe avec un laser détruirait l'information encodée dans son *qubit*. Notons néanmoins que la porte de type Sorensen-Molmer laisse le système après l'évolution dans un état où les degrés de liberté internes et externes ne sont plus intriqués.

Une solution possible à ce problème consiste alors à tirer parti de l'interaction électrostatique pour réaliser un refroidissement sympathique des ions. Il suffit d'insérer dans les

chaînes d'ions piégés porteurs de *qubits* des ions spectateurs dédiés au refroidissement des modes communs de vibrations. S'il est envisageable, avec des lasers suffisamment focalisés, de réaliser cette opération avec des ions de la même espèce que les ions *qubits*, la présence de rayonnement sur des transitions optiques de ces ions peut induire des erreurs³. Il est donc préférable d'utiliser un autre isotope de la même espèce, ou un ion d'une autre espèce, pour lequel les lasers de refroidissement sont à des longueurs d'ondes suffisamment différentes pour rendre négligeables les transitions parasites. Par exemple les ions $^{43}\text{Ca}^+$ et $^{40}\text{Ca}^+$ possèdent un schéma de niveau appropriés avec un écart entre les transitions de refroidissement des deux isotopes d'au moins 1 GHz. La référence [Home 09] fait état d'une expérience destinée à simuler un tel refroidissement sympathique. Une paire d'ions $^{43}\text{Ca}^+$ et $^{40}\text{Ca}^+$ est refroidie par refroidissement Raman par bandes latérales de l'ion $^{40}\text{Ca}^+$ (sur la transition $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$) jusqu'à une occupation moyenne du mode de vibration commun de l'ordre de 0.6 quanta, ce qui correspond à l'état de vibration moyen après un déplacement dans un piège segmenté [Rowe 02]. La chaîne est alors refroidie par refroidissement Raman par bandes latérales pulsé (avec un temps typique de 25 μs pour réaliser une étape de refroidissement) tandis que la cohérence d'un *qubit* stocké dans les niveaux hyperfins d'horloge de l'ion $^{43}\text{Ca}^+$ est mesurée par une expérience de franges de Ramsey. Les auteurs observent avec leur paramètres expérimentaux une diminution de la fidélité de l'état encodé dans le *qubit* de l'ordre de 3 % par impulsion de refroidissement. Par ailleurs l'occupation moyenne des modes de vibration tombe à 0.06 quanta après dix impulsions de refroidissement. La chute de la fidélité est dominée par les photons des impulsions de refroidissement qui induisent des transitions non contrôlées. En utilisant un laser plus désaccordé les auteurs estiment que cette chute peut être limitée à 0.1 % par impulsion de refroidissement, comparable à l'erreur expérimentale obtenue sur la réalisation de portes à deux *qubits*.

1.2.3 Implémentation d'algorithmes complexes

Le tableau 1.1 présente l'état de l'art des expériences d'information quantique utilisant des ions piégés.

Il est intéressant de noter qu'avec les données expérimentales actuelles, pour un *qubit* optique de temps de cohérence typique de l'ordre de 1 ms, le temps de réalisation limite le nombre de portes à deux *qubits* à 20, pour une fidélité globale de 0.87, tandis que pour un *qubit* hyperfin, de temps de cohérence de l'ordre de la seconde, c'est la fidélité⁴ des opérations qui va limiter le nombre de portes à deux *qubits*, à environ 13. Notons enfin que l'encodage de l'information dans un sous-espace protégé de la décohérence permet de gagner un facteur 100 sur le temps de cohérence et coûte à peine un facteur 10 sur le temps de réalisation des portes à un ou deux *qubits*. Cependant le nombre d'opérations réalisables est limité à nouveau par leur fidélité à environ 6 opérations. De ce point de vue là, pour réaliser un algorithme complexe où le résultat peut être lu immédiatement les *qubit* optiques sont plus adaptés. Par contre si l'état du *qubit* doit être conservé plus longtemps, par exemple pour attendre le résultat de certaines mesures avant de réaliser la suite d'un algorithme, les *qubits* hyperfins ou encodés dans des sous espaces protégés sont plus adaptés. Cela permet d'envisager de réaliser de la correction d'erreur qui en principe peut compenser les erreurs introduites par

3. Il peut être envisageable de cacher les ions *qubits* dans des états métastables découplés des transitions de refroidissement mais cette technique n'est pas compatible avec l'utilisation de sous espaces protégés de la décohérence.

4. on fixe arbitrairement le seuil de fidélité à 50% où l'état est indiscernable d'un mélange statistique.

Réf.	Ion	<i>qubit</i>	Opération	F	τ
[Monroe 95a]	$^9\text{Be}^+$	H	porte C-NOT de type Cirac-Zoller		$50 \mu\text{s}$
[Leibfried 03]	$^9\text{Be}^+$	H	refroidissement et initialisation	0.99	
			porte de phase à deux <i>qubits</i>	0.97	$39 \mu\text{s}$
[Schmidt-Kaler 03b]	$^{40}\text{Ca}^+$	O	porte C-NOT de type Cirac-Zoller	0.71	$600 \mu\text{s}$
			refroidissement et initialisation	0.99	10 ms
			détection résolue spatialement	0.98	10 ms
[Home 06]	$^{40}\text{Ca}^+$	Z	porte à deux <i>qubits</i>	0.83	$77 \mu\text{s}$
			intialisation du <i>qubit</i>	0.99	
			détection du <i>qubit</i>	0.90	
[Myerson 08]	$^{40}\text{Ca}^+$	O	mesure projective de l'état du <i>qubit</i>	0.9999	$145 \mu\text{s}$
	$^{43}\text{Ca}^+$	H	mesure projective de l'état du <i>qubit</i>	0.9977	$155 \mu\text{s}$
[Benhelm 08b]	$^{40}\text{Ca}^+$	O	porte Sorensen-Molmer	0.993	$50 \mu\text{s}$
			mesure projective de l'état du <i>qubit</i>	0.9985	3 ms
[Benhelm 08a]	$^{43}\text{Ca}^+$	H	initialisation du <i>qubit</i>	0.992	$10 \mu\text{s}$
			détection du <i>qubit</i>	0.995	5 ms
[Home 09]	$^{43}\text{Ca}^+$	H	refroidissement sympathique du <i>qubit</i> par un ion auxiliaire $^{40}\text{Ca}^+$	0.97	$25 \mu\text{s}$
[Monz 09]	$^{40}\text{Ca}^+$	DFS	rotations à un <i>qubit</i> logique	0.96	$143 \mu\text{s}$
			porte à deux <i>qubits</i> logique	0.94	$470 \mu\text{s}$

TABLE 1.1 – Etat de l’art des expériences d’ions piégés, les références sont données par ordre chronologique. τ est le temps de réalisation de l’opération considérée et F la fidélité de l’opération. Type du *qubit* : Optique, Hyperfin, Zeeman ou DFS : le *qubit* est encodé dans un sous-espace protégé de la décohérence reposant sur des *qubits* “optiques”.

les opérations logiques imparfaites, à condition de disposer de *qubits* auxiliaires et de temps de cohérence “longs”.

Les expériences présentées ici impliquent toutes la manipulation d’un faible nombre d’ions. En principe il n’est pas difficile de confiner plus d’ions dans un piège de Paul linéaire et de manipuler des chaînes plus grandes. Il faut cependant souligner que plus le nombre d’ions est grand, plus les modes de vibration sont proches les uns des autres et difficiles à manipuler : il est alors en pratique difficile d’implémenter efficacement les portes du type Sørensen-Mølmer sur de grandes chaînes. Le modèle proposé pour s’affranchir de cette difficulté est celui de *Quantum Charge Coupled Device* [Kielpinski 02]. Dans ce dispositif de petites chaînes d’ions sont piégés dans des pièges indépendants, connectés par des jonctions et les ions peuvent être déplacés d’un piège à l’autre par l’utilisation d’un potentiel électrique approprié, engendré par un grand nombre d’électrodes de contrôle. Afin de limiter l’impact de ces déplacements d’ions, il est nécessaire de miniaturiser au maximum ce dispositif, ce qui a donné lieu à l’étude des premiers pièges micro-fabriqués [Stick 06, Seidelin 06] jusqu’aux réalisations les plus complexes [Amini 10].

1.3 Qubits protégés

Nous abordons ici l’étude théorique d’un Hamiltonien pouvant permettre de réaliser des *qubits* intrinsèquement protégés de certaines sources de décohérence en généralisant la notion de sous-espaces protégés de la décohérence. Nous nous attacherons à montrer comment la manipulation des *qubits* protégés peut être réalisée au moyen de manipulations adiabatiques. Nous aborderons aussi la problématique de l’initialisation d’un tel système, qui consiste à créer un état hautement intriqué de plusieurs spins $\frac{1}{2}$.

1.3.1 Encodage

L’idée d’encoder un *qubit* logique dans un ensemble de *qubits* physiques dépasse le simple domaine de l’information quantique avec des ions piégés et est une problématique générale du calcul quantique et de la protection contre la décohérence. Les *qubits* sont alors considérés comme des spins $\frac{1}{2}$, qui peuvent correspondre à différentes réalisations expérimentales : ions piégés, jonctions Josephson, boîtes quantiques, photons... Plusieurs caractéristiques générales peuvent garantir une certaine robustesse vis à vis de la décohérence :

- si les états du *qubit* sont dégénérés en énergie ils ne sont pas sensibles aux fluctuations globales des niveaux d’énergie du système physique sous-jacent,
- si les états du *qubit* sont séparés en énergie des autres états du système les bruits de faible amplitude (et basse fréquence) préservent le sous-espace du *qubit*⁵,
- si les états du *qubit* possèdent plusieurs nombres quantiques distincts, associés à des symétries non-locales du système, l’effet des perturbations intervient à des ordres élevés de la théorie des perturbations et est donc faible.

A partir d’une assemblée de spins $\frac{1}{2}$ il est possible de construire ces états en imposant un Hamiltonien d’interaction entre les spins [Kitaev 03]. Différents Hamiltonien possédant ces

5. mais peuvent néanmoins détruire la cohérence du *qubit*

propriétés ont été proposés, parmi lesquels l'Hamiltonien [Milman 07]⁶ :

$$H_0 = -J_x \sum_i \left(\sum_j \sigma_x^{i,j} \right)^2 - J_y \sum_j \left(\sum_i \sigma_y^{i,j} \right)^2 \quad (1.15)$$

où $N \times N$ spins $\frac{1}{2}$ interagissent deux à deux selon les lignes i et les colonnes j , avec une énergie d'interaction anisotrope décrite par les termes J_x et J_y . L'opérateur $\left\{ \sigma_\alpha^{i,j} \right\}_{\alpha=x,y}$ dénote la matrice de Pauli agissant sur le site (i, j) . Par mesure de simplicité, on considérera dans la suite uniquement le cas isotrope $J = J_x = J_y$ et on normalisera toutes les énergies (fréquences) à J et les temps à $1/J$.

Il est possible de montrer que l'état fondamental de cet Hamiltonien est doublement dégénéré, séparé par un écart d'énergie de l'ordre de J des états excités. Dans une base appropriée, les deux états de ce doublet fondamental, qui serviront à encoder le *qubit*, possèdent exactement N nombres quantiques qui les distinguent. Cela est dû à la présence de $2N$ symétries dans le système, correspondant aux opérateurs :

$$P_i = \prod_j \sigma_y^{i,j} \text{ et } Q_j = \prod_i \sigma_x^{i,j}, \quad (1.16)$$

de valeur propres ± 1 et qui vérifient $[P_i, H] = [Q_j, H] = 0$ et $[P_i, Q_j] \neq 0$. En notant $|0\rangle$ et $|1\rangle$ les deux états du fondamental de H vérifiant :

$$P_i |0\rangle = |0\rangle \text{ et } P_i |1\rangle = -|1\rangle \quad \forall i \quad (1.17)$$

et :

$$Q_j |0\rangle = |1\rangle \text{ et } Q_j |1\rangle = |0\rangle \quad \forall j \quad (1.18)$$

on définit un *qubit* logique. Sur ce *qubit* logique les opérateurs P_i agissent comme une matrice de Pauli σ_z et les opérateurs Q_j comme une matrice de Pauli σ_x . L'opérateur équivalent à une matrice de Pauli σ_y est alors donné par l'opérateur $iQ_j P_i$. Respectivement il est possible de définir les états $|\pm\rangle = (|0\rangle \pm |1\rangle)/\sqrt{2}$ qui sont vecteurs propres de Q_j avec les valeurs propres ± 1 et sont échangés par l'action des P_i . En principe il suffit d'appliquer ces opérateurs sur le système décrit par l'Hamiltonien (1.15) pour engendrer n'importe quelle opération unitaire sur le *qubit*. Cela est cependant difficile à réaliser car ces opérateurs sont non locaux : ils agissent sur N sites à la fois, ce qui en pratique est problématique à réaliser dès que $N > 2$. Par contre, quelque soit la dimension du système considéré, l'Hamiltonien (1.15) ne fait intervenir que des opérations quadratiques : il est donc relativement simple à implémenter. Dès lors il est essentiel de savoir réaliser les opérations unitaires de manipulation à l'aide uniquement d'opérations linéaires ou quadratiques en $\sigma_\alpha^{i,j}$.

Classification des opérations unitaires

Un opérateur unitaire U vérifie $U^\dagger U = I_d$. En dimension 2×2 , n'importe quel opérateur peut se décomposer de manière unique sur les matrices de Pauli et l'identité :

$$U = \alpha_1 I_d + \alpha_x \sigma_x + \alpha_y \sigma_y + \alpha_z \sigma_z, \quad (1.19)$$

6. par commodité dans cette partie on imposera $\hbar = 1$, l'échelle des énergies et des fréquences est alors la même.

où, si U est unitaire, on a : $\alpha_1 \in \mathbb{C}$ et $|\alpha_1| = 1$, $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z \in \mathbb{R}$ et $\sum_{i=x,y,z} \alpha_i^2 = 1$. On notera cependant que les opérateurs unitaires peuvent être représentés (de manière non-unique mais équivalente) par une succession de rotations engendrées par les σ_i :

$$U = \exp\left[i\frac{\phi}{2}\right] \exp\left[i\frac{\theta_x}{2}\sigma_x\right] \exp\left[i\frac{\theta_y}{2}\sigma_y\right] \times \exp\left[i\frac{\theta_z}{2}\sigma_z\right], \quad (1.20)$$

où $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ et ϕ sont des réels. Pour une opération $U = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ donnée, on peut trouver⁷ $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ et ϕ en fonction de a, b, c et d . On a alors :

$$\theta_y = \arcsin[2\operatorname{Re}[ac^*]]. \quad (1.21)$$

Il faut distinguer deux cas : si $\theta_y = \frac{\pi}{2}$, alors :

$$\phi = \arg[ad] \text{ et } \theta_x + \theta_z = \arg[a^*d], \quad (1.22)$$

où on a introduit la fonction argument, qui pour un complexe non nul est telle que : $e^{i\arg[z]} = \frac{z}{|z|}$. L'indétermination sur θ_x et θ_z ne peut être levée et on peut fixer arbitrairement :

$$\theta_x = 0 \text{ et } \theta_z = \arg[a^*d]. \quad (1.23)$$

Si $\theta_y \neq \frac{\pi}{2}$, alors :

$$\theta_x = \arcsin\left[2\frac{\operatorname{Im}[ac^*]}{\cos[\theta_y]}\right]. \quad (1.24)$$

Si $\theta_x = 0$, alors :

$$\begin{cases} \phi = \arg[ad] \text{ et } \theta_z = \arg[a^*d] & \text{si } \theta_y = 0, \\ \phi = \arg[bc] \text{ et } \theta_z = \arg[a^*b] & \text{si } \theta_y \neq 0, \end{cases} \quad (1.25)$$

si $\theta_x \neq 0$, alors :

$$\phi = \arg\left[-\frac{b}{c^*}\right] \quad (1.26)$$

et :

$$\theta_z = \arg\left[2i\frac{a^*b}{\sin[\theta_x] - i\cos[\theta_x]\sin[\theta_y]}\right]. \quad (1.27)$$

On utilisera par la suite cette description des opérations unitaires avec quatre angles pour montrer qu'il est possible de générer toutes les opérations sur les *qubits* logiques à l'aide d'opérations locales.

1.3.2 Manipulation locale

Perturbations dépendant du temps

Nous rappelons ici les résultats de la théorie des perturbations dépendant du temps, en l'adaptant à nos notations [Cohen-Tannoudji 97]. Pour traiter du problème d'une perturbation dépendante du temps on se place dans la situation générale avec un Hamiltonien :

$$H(t) = H_0 + hV(et), \quad (1.28)$$

où $h \ll 1$ est un petit paramètre qui contrôle la perturbation. On cherche la solution du problème suivant :

$$i\partial_t |\psi(t)\rangle = H(t) |\psi(t)\rangle \quad (1.29)$$

avec la condition initiale :

$$|\psi(0)\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle, \quad (1.30)$$

pour $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$.

Pour ce faire on introduit la coordonnée réduite $s = et$ et on s'intéresse à la solution de l'équation :

$$i\epsilon\partial_s |\psi(s)\rangle = H(s) |\psi(s)\rangle \quad \forall s \in [0, 1]. \quad (1.31)$$

En notant $|\psi_i(s)\rangle$ les états propres de $H(s)$, d'énergie $E_i(s)$, on exprime $|\psi(s)\rangle$ sur cette base :

$$|\psi(s)\rangle = \sum_i \phi_i(s) |\psi_i(s)\rangle \quad (1.32)$$

et on obtient l'ensemble d'équations :

$$\begin{aligned} i\epsilon\partial_s \phi_i(s) &= E_i(s)\phi_i(s) & (1.33) \\ &- i\epsilon \sum_j \phi_j(s) \langle \psi_i(s) | \partial_s |\psi_j(s)\rangle. \end{aligned}$$

7. Les angles s'entendent modulo π ou 2π .

En introduisant la représentation d'interaction :

$$\tilde{\phi}_i(s) = \phi_i(s) \exp \left[\frac{i}{\epsilon} \int_0^s du E_i(u) \right], \quad (1.34)$$

on obtient :

$$\begin{aligned} \partial_s \tilde{\phi}_i(s) &= - \sum_j \langle \psi_i(s) | \partial_s | \psi_j(s) \rangle \\ &\times \tilde{\phi}_j(s) \exp \left[i \int_0^s du \frac{E_i(u) - E_j(u)}{\epsilon} \right] \end{aligned} \quad (1.35)$$

Si la variation temporelle est suffisamment lente et vérifie le critère $\epsilon \ll \Delta(s)$, où $\Delta(s)$ est l'écart d'énergie entre le fondamental et le premier état excité, la somme du membre de droite de l'équation précédente peut se restreindre aux deux états du fondamental, noté par les indices 0 et 1 : il s'agit du théorème adiabatique [Born 28], un analogue de l'approximation de l'onde tournante, où les termes oscillants à des fréquences élevées sont négligés. Il faut donc résoudre le système d'équations couplées :

$$\partial_s \begin{pmatrix} \tilde{\phi}_0(s) \\ \tilde{\phi}_1(s) \end{pmatrix} = -M(s) \begin{pmatrix} \tilde{\phi}_0(s) \\ \tilde{\phi}_1(s) \end{pmatrix}, \quad (1.36)$$

où la matrice $M(s)$ vaut :

$$M(s) = \begin{pmatrix} \langle \psi_0(s) | \partial_s | \psi_0(s) \rangle & \langle \psi_0(s) | \partial_s | \psi_1(s) \rangle e^{-i \int_0^s du \frac{\delta(u)}{\epsilon}} \\ \langle \psi_1(s) | \partial_s | \psi_0(s) \rangle e^{i \int_0^s du \frac{\delta(u)}{\epsilon}} & \langle \psi_1(s) | \partial_s | \psi_1(s) \rangle \end{pmatrix}$$

et où on a posé $\delta(u) = E_1(u) - E_0(u)$.

Formellement l'opérateur d'évolution (restreint au sous espace $\{|\psi_0(s)\rangle, |\psi_1(s)\rangle\}$) associé à cette évolution s'écrit :

$$\begin{aligned} U(s) &= \exp \left[-\frac{i}{\epsilon} \int_0^s du \begin{pmatrix} E_0(u) & 0 \\ 0 & E_1(u) \end{pmatrix} \right] \\ &\times T \exp \left[-\int_0^s du M(u) \right] \end{aligned} \quad (1.37)$$

où la première matrice provient de l'approximation de l'onde tournante et T est l'opérateur d'ordonnement temporel. Si la perturbation $V(s)$ est telle que $V(0) = V(1) = 0$, c'est à dire que l'Hamiltonien initial et final sont non perturbés, l'opérateur $U(1)$ décrit bien une opération unitaire effective⁸ dans la base $\{|0\rangle, |1\rangle\}$. Pour répondre au problème initial d'évolution il suffit alors de connaître la solution du problème de diagonalisation de $H(s)$, puisque ses valeurs propres et vecteurs propres sont les seuls termes apparaissant dans l'équation (1.37). Si le paramètre h est suffisamment petit une approche au premier ordre non nul en perturbations est suffisant.

Notons enfin qu'il serait possible en principe de simplifier cette matrice d'évolution par un argument d'adiabaticité sur les termes oscillants, $e^{\pm i \int_0^u dv \frac{\delta(v)}{\epsilon}}$. Cependant en général on ne peut utiliser cet argument ici car les états du fondamental sont dégénérés et il sera donc difficile de satisfaire la condition $\int_0^u dv \delta(v) \gg \epsilon \forall u \in [0, 1]$, en particulier pour $u \rightarrow 0$.

La matrice d'évolution effective définie dans l'équation (1.37) décrit une dynamique complexe et il est difficile à partir de cette formulation générale de prédire l'évolution du qubit. Cependant le cas particulier où la perturbation $V(s)$ commute avec les opérateurs P_i (qui distingue les états $|0\rangle$ et $|1\rangle$) pour tout $s \in [0, 1]$, amène une simplification. En effet, dans ce cas, les nombres quantiques associés aux P_i sont préservés au cours de l'évolution et les états "tournants" et $\partial_s |\psi_0(s)\rangle$ et $|\psi_1(s)\rangle$ sont alors orthogonaux pour tout $s \in [0, 1]$. De plus H_0 et P_i étant réels, les vecteurs propres sont dans ce cas aussi réels et par construction $\langle \psi_{0,1}(s) | \partial_s | \psi_{0,1}(s) \rangle = 0$. La matrice d'évolution est alors diagonale et la solution s'exprime comme :

$$U(s) = \exp \left[-\frac{i}{\epsilon} \int_0^s du \begin{pmatrix} E_0(u) & 0 \\ 0 & E_1(u) \end{pmatrix} \right]. \quad (1.38)$$

Application

Considérons l'action de la perturbation :

$$H_x(t) = h_x f(\epsilon t) \sum_{i,j} \sigma_x^{i,j}, \quad (1.39)$$

8. à condition que les approximations faites ci dessus soient valides.

qui commute avec les Q_j et où la fonction f vérifie $f(0) = f(1) = 0$ et le critère d'adiabaticité introduit ci-dessus. En pratique on utilisera la fonction définie de la manière suivante :

$$f(\epsilon t) = \frac{1 + \operatorname{erf}\left[\epsilon \frac{t-t_0}{w}\right]}{2} \frac{1 - \operatorname{erf}\left[\epsilon \frac{t-T+t_0}{w}\right]}{2}, \quad (1.40)$$

où $T = 1/\epsilon$ est le temps de manipulation et $2t_0$ représente le temps de branchement de la perturbation, en un temps typique de wT .

Sous l'action de $H_0 + H_x(t)$, les nombres quantiques associés aux Q_j sont préservés et par conséquence les états $|\pm\rangle$ sont transformés de la manière suivante :

$$|\pm\rangle \rightarrow e^{i\phi_{\pm}} |\pm\rangle \quad (1.41)$$

où ϕ_{\pm} vaut d'après ce qui précède :

$$\phi_{\pm} = -\frac{1}{\epsilon} \int_0^1 du E_{\pm}(u) \quad (1.42)$$

Par conséquent les états $|0\rangle$ et $|1\rangle$ évoluent de la manière suivante :

$$|0\rangle \rightarrow e^{i\frac{\phi_+ + \phi_-}{2}} \left(\cos\left[\frac{\phi_+ - \phi_-}{2}\right] |0\rangle + i \sin\left[\frac{\phi_+ - \phi_-}{2}\right] |1\rangle \right), \quad (1.43)$$

$$|1\rangle \rightarrow e^{i\frac{\phi_+ + \phi_-}{2}} \left(i \sin\left[\frac{\phi_+ - \phi_-}{2}\right] |0\rangle + \cos\left[\frac{\phi_+ - \phi_-}{2}\right] |1\rangle \right). \quad (1.44)$$

Ce qui correspond à une évolution unitaire U_x avec les angles :

$$\phi = \phi_+ + \phi_-, \quad \theta_x = \phi_- - \phi_+, \quad \theta_y = 0 \text{ et } \theta_z = 0. \quad (1.45)$$

La figure 1.3 présente l'évolution des angles de U_x en fonction de h_x , pour un système de taille 2×2 : comme attendu seuls θ_x et ϕ varient en fonction de h_x . Ces résultats sont obtenus à l'aide d'une simulation numérique de l'évolution du système en intégrant l'équation de Schrödinger dépendante du temps (1.29), avec comme vecteurs initiaux les états $|0\rangle$ et $|1\rangle$, qui permet de trouver l'opération unitaire équivalente, selon la procédure détaillée dans l'appendice A. Le choix des paramètres de la simulation $T = 1/\epsilon = 50$, $t_0 = 25$, $w = 0.1$ est justifié dans l'appendice. Les discontinuités présentes dans la courbe de ϕ sont liées à l'indétermination des angles qui ne sont connus que modulo 2π et n'ont donc pas de conséquences physiques. La variation de θ_x en fonction de h_x semble problématique : cet angle n'évolue que entre $\pm\frac{\pi}{2}$ et présente des points "singuliers" où la pente change brutalement. Ces observations résultent de la méthode de détermination des angles qui, du fait de l'usage de fonctions trigonométriques réciproques⁹, ne permet de déterminer l'angle θ_x que modulo π .

De manière analogue l'action de l'Hamiltonien :

$$H_y(t) = h_y f(\epsilon t) \sum_{i,j} \sigma_y^{i,j}, \quad (1.46)$$

9. Cette affirmation peut être étayée de la manière suivante : l'équation différentielle (1.29) dépend de manière C_{∞} du paramètre h_x . Le théorème de Cauchy-Lipschitz à paramètres indique alors que la solution de cette équation dépend aussi de manière C_{∞} du paramètre h_x : on peut alors corriger cet effet de rupture de pente et on obtient un angle θ_x variant continûment entre $-\pi$ et π .

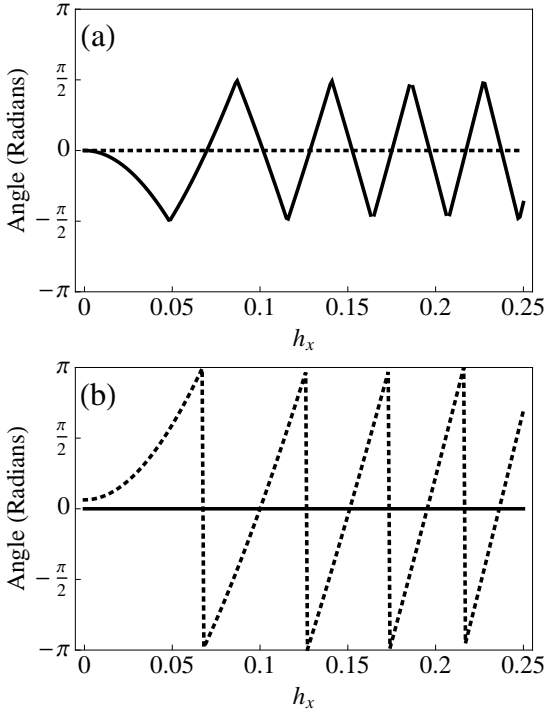


FIGURE 1.3 – Angles définissant l'opération unitaire U_x en fonction du poids de la perturbation h_x . Figure (a) : courbe noire continue : θ_x , courbe noire pointillée : θ_z . Figure (b) : courbe noire continue : θ_y , courbe noire pointillée : ϕ . Conformément aux considérations de symétries détaillés dans le texte, seuls les angles θ_x et ϕ varient en fonction de h_x .

qui commute avec les P_i est triviale sur les états $|0\rangle$ et $|1\rangle$:

$$|0\rangle \rightarrow e^{i\phi_0} |0\rangle \quad (1.47)$$

$$|1\rangle \rightarrow e^{i\phi_1} |1\rangle \quad (1.48)$$

où ϕ_0 (resp. ϕ_1) s'écrit¹⁰ :

$$\phi_0 = i \int_0^1 du \left(\frac{i}{\epsilon} E_0(u) + \langle \psi_0(u) | \partial_u | \psi_0(u) \rangle \right) \quad (1.49)$$

Ce qui correspond à une évolution unitaire U_y avec les angles :

$$\phi = \phi_0 + \phi_1, \theta_x = 0, \theta_y = 0 \text{ et } \theta_z = \phi_1 - \phi_0. \quad (1.50)$$

La figure 1.4 présente l'évolution des angles de U en fonction de h_y (pour les mêmes paramètres T , t_0 et w que précédemment). Comme attendu seuls les angles θ_z et ϕ sont non nuls.

L'action de l'Hamiltonien :

$$H_z(t) = h_z f(\epsilon t) \sum_{i,j} \sigma_z^{i,j}, \quad (1.51)$$

donne lieu à une dynamique plus complexe car il ne commute ni avec les P_i ni avec les Q_j . Cependant cette perturbation est réelle, et par conséquent l'opérateur d'évolution s'écrit :

$$U(s) = \begin{pmatrix} \exp \left[-\frac{i}{\epsilon} \int_0^s du E_0(u) \right] & 0 \\ 0 & \exp \left[-\frac{i}{\epsilon} \int_0^s du E_1(u) \right] \end{pmatrix} \quad (1.52)$$

$$\times T \exp \left[-\int_0^s du \langle \psi_0(u) | \partial_u | \psi_1(u) \rangle \begin{pmatrix} 0 & e^{-i \int_0^u dv \frac{\delta(v)}{\epsilon}} \\ e^{i \int_0^u dv \frac{\delta(v)}{\epsilon}} & 0 \end{pmatrix} \right]$$

10. dans ce cas la perturbation est complexe et $\langle \psi_{0,1}(u) | \partial_u | \psi_{0,1}(u) \rangle \neq 0$

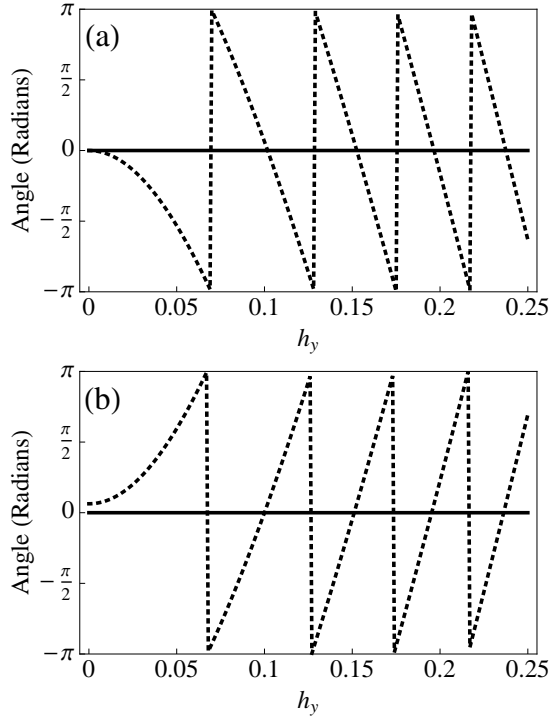


FIGURE 1.4 – Angles définissant l'opération unitaire U_y en fonction du poids de la perturbation h_y . Figure (a) : courbe noire continue : θ_x , courbe noire pointillée : θ_z . Figure (b) : courbe noire continue : θ_y , courbe noire pointillée : ϕ . Conformément aux considérations de symétries détaillées dans le texte, seuls les angles θ_z et ϕ varient en fonction de h_y .

La figure 1.5 présente l'évolution des angles de U_z en fonction de h_z (pour les mêmes paramètres T , t_0 et w que précédemment). Les arguments développés ci-dessus pour la perturbation H_x permettent d'interpréter l'amplitude de la variation des différents angles en fonction de h_z . Il est intéressant de noter que comparativement aux perturbations en H_x et H_y , l'action de la perturbation en H_z est plus faible à poids égal : il s'agit là d'un effet direct de la protection due à l'Hamiltonien H_0 , en effet H_z brise toutes les symétries P_i et Q_j de H_0 , tandis que H_x préserve les Q_j et H_y les P_i .

Ces simulations montrent que, en principe il est possible, en combinant des manipulations successives à l'aide des Hamiltoniens H_x , H_y et H_z , de réaliser n'importe quelle rotation arbitraire du *qubit* logique. L'erreur¹¹ moyenne théorique, pour chaque évolution présentée ici, est pour un système 2×2 de l'ordre de 5×10^{-5} .

1.3.3 Initialisation du *qubit* protégé

La question de l'initialisation du *qubit* protégé n'est pas une opération triviale : en effet cet état est un état à plusieurs spins intriqués. Par exemple en 2×2 , l'état $|0\rangle$ s'écrit dans la base $|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$ des *qubits* physiques comme :

$$\begin{aligned}
 |0\rangle &= \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{4} \left(\begin{array}{c} |\uparrow \downarrow\rangle \\ |\uparrow \downarrow\rangle \end{array} + \begin{array}{c} |\uparrow \downarrow\rangle \\ |\downarrow \uparrow\rangle \end{array} + \begin{array}{c} |\downarrow \uparrow\rangle \\ |\downarrow \uparrow\rangle \end{array} + \begin{array}{c} |\downarrow \uparrow\rangle \\ |\uparrow \downarrow\rangle \end{array} \right) \\
 &- \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{4} \left(\begin{array}{c} |\uparrow \uparrow\rangle \\ |\uparrow \uparrow\rangle \end{array} - \begin{array}{c} |\uparrow \uparrow\rangle \\ |\downarrow \downarrow\rangle \end{array} + \begin{array}{c} |\downarrow \downarrow\rangle \\ |\downarrow \downarrow\rangle \end{array} - \begin{array}{c} |\downarrow \downarrow\rangle \\ |\uparrow \uparrow\rangle \end{array} \right).
 \end{aligned} \tag{1.53}$$

11. due à l'approximation d'adiabaticité des opérations qui n'est pas parfaitement vérifiée en pratique, et estimée à partir de l'erreur sur la norme de la fonction d'onde

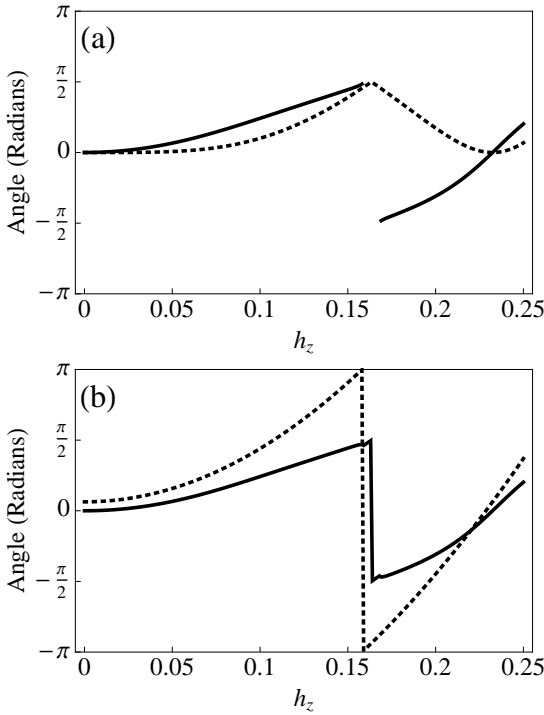


FIGURE 1.5 – Angles définissant l'opération unitaire U_z en fonction du poids de la perturbation h_z . Figure (a) : courbe noire continue : θ_x , courbe noire pointillée : θ_y . Figure (b) : courbe noire continue : θ_z , courbe noire pointillée : ϕ . L'utilisation de la composante H_z permet de manipuler directement l'angle θ_y , ce qui était interdit avec H_x ou H_y .

Un tel état est de fait difficile à préparer. Par contre l'état fondamental de $H_1 = \sum_{i,j} \sigma_y^{i,j}$ est réalisable uniquement à l'aide d'opérations locales à un *qubit*, à partir de l'état fondamental du système $|\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow\rangle$:

$$|\psi_y\rangle = \frac{|\downarrow\rangle + \imath|\uparrow\rangle}{\sqrt{2}} \otimes \frac{|\downarrow\rangle + \imath|\uparrow\rangle}{\sqrt{2}} \otimes \frac{|\downarrow\rangle + \imath|\uparrow\rangle}{\sqrt{2}} \otimes \frac{|\downarrow\rangle + \imath|\uparrow\rangle}{\sqrt{2}}. \quad (1.54)$$

De plus cet état est état propre des P_i avec valeur propre +1 et H_1 commute avec les P_i . En généralisant les résultats de la section précédente il est raisonnable d'attendre que sous l'action de l'Hamiltonien :

$$H(t) = H_1 + g(t)(H_0 - H_1), \quad (1.55)$$

où la fonction $g(t)$ passe continûment de 0 à 1 en un temps T , et pour une évolution "adiabatique", l'état initial $|\psi_y\rangle$ soit transformé en l'état $|0\rangle$ au temps T (aller vers l'état $|1\rangle$ implique de briser les symétries P_i ce qui est interdit dans cette évolution car elles commutent avec H_0 et H_1). Pour réaliser les simulations numériques on prendra comme fonction (représentée sur l'encart de la figure 1.6, pour $T = 100$ et $\tau = 12$) :

$$g(t) = \frac{1 + \operatorname{erf}\left[\frac{t-T}{\tau}\right]}{2}, \quad (1.56)$$

qui varie continûment entre 0 et 1, en un temps τ . Le choix du paramètre τ permet donc de contrôler l'adiabaticité de l'évolution.

La figure 1.6 présente la fidélité $F = |\langle 0|\psi(T)\rangle|^2$ de l'opération d'initialisation en fonction de τ et T . L'opération d'initialisation du *qubit* protégé peut donc être réalisée avec ce protocole. Dans le cas exploré ici du système 2×2 , les paramètres $T = 100$ et $\tau = 12$ permettent

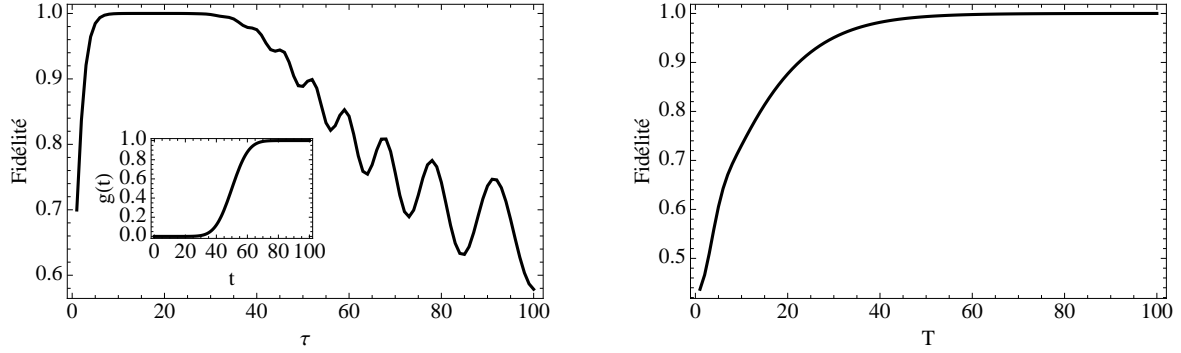


FIGURE 1.6 – Fidélité de l'état préparé en fonction de τ et de T . Figure de gauche : pour $T = 100$, fidélité en fonction de τ . La valeur optimale de $\tau = 12$ correspond à une erreur de l'ordre de 10^{-5} . Pour $\tau < 10$, l'évolution n'est pas adiabatique et une partie de la population est transférée vers les états excités du système. Pour $\tau > 20$, la fidélité décroît car les conditions $g(0) = 0$ et $g(1) = 1$ ne sont pas satisfaites. L'encart présente l'allure de $g(t)$ pour les valeurs optimales $T = 100$ et $\tau = 12$. Figure de droite : pour $\tau = 0.12T$, fidélité en fonction de T .

d'atteindre une fidélité F optimale, où l'erreur est de l'ordre de 10^{-5} . Notons que le protocole présenté ici ne dépend pas *a priori* de la taille N du système encodant le *qubit* protégé (autrement que par le nombre de spins $\frac{1}{2}$ à manipuler) et peut donc être étendu facilement au cas $N > 2$.

Conclusion du chapitre

Ce chapitre a présenté un panorama des utilisations des ions piégés dans le cadre de l'information quantique. Nous avons montré que les ions piégés satisfont aux critères de DiVincenzo "individuellement", c'est à dire lorsque le nombre de *qubits* à manipuler n'est pas trop grand (typiquement jusqu'à huit ions). Nous avons introduit le concept d'encodage d'un *qubit* logique dans un sous espace protégé de la décohérence qui permet, en principe, de s'affranchir des limitations expérimentales induisant de la décohérence. En poursuivant ce raisonnement nous avons présenté un travail original sur l'initialisation et la manipulation d'états hautement intriqués extrêmement robustes vis à vis des sources locales de bruits.

Les résultats numériques présentés ont été obtenu dans le système non-trivial le plus simple, pour $N = 2$. L'extension de ces résultats numériques au cas $N = 3$ est toujours en cours d'étude et a nécessité le développement d'un code de calcul dédié massivement parallélisé présenté dans l'appendice A. Une suite naturelle de ce travail sera d'étudier les possibilités d'implémentation de ces méthodes de manipulation dans des chaînes d'ions piégés, ainsi que les méthodes pour mesurer les états du *qubit* protégé et réaliser des portes à deux *qubit* protégés.

Enfin, en vue de réaliser un ordinateur quantique, le dernier point bloquant semble être l'intégrabilité des systèmes de piégeage d'ions. L'enjeu est de fabriquer des pièges capables de confiner un grand nombre d'ions, tout en permettant un contrôle individuel de ces ions [Kielinski 02]. C'est précisément l'objet de cette thèse d'étudier les techniques de micro-fabrication pour la création de tels pièges intégrables et les problèmes spécifiques liés à la miniaturisation de ces dispositifs.

Chapitre 2

Ions piégés - communication quantique

Dans ce chapitre nous nous proposons de passer en revue les systèmes utilisant des ions piégés pour réaliser des protocoles de communication quantique. Comme nous l’avons vu au chapitre précédent, les ions piégés sont de bons *qubit* “mémoire”, au sens où ils sont capables de garder un état quantique encodé dans leur degrés de liberté internes sur des temps relativement longs. Ils sont par contre relativement délicats à déplacer sur des distances macroscopiques. Un support naturel de *qubit* “volant” est le photon, qui peut porter de l’information quantique encodée, par exemple, dans sa polarisation. Il est alors naturel de chercher à coupler ces deux systèmes, en utilisant des ions comme sources de photons uniques au moyen desquels de l’intrication peut être distribuée entre des sites distants. Dans un premier temps nous examinerons donc comment les ions piégés peuvent être utilisés comme sources de photons uniques, briques élémentaires de la plupart des protocoles de distribution d’intrication. Les pertes dans les fibres optiques ou par transmission directe limitent toutefois les distances qui peuvent être franchies par un photon unique, le théorème de non-clonage rendant impossible l’amplification du signal optique sans perte d’intrication. Dans une seconde partie nous présenterons donc le schéma de principe d’un protocole de distribution d’intrication utilisant des répéteurs qui pallie astucieusement à ce problème [Briegel 98]. Enfin, nous montrerons en quoi les ions piégés permettent d’améliorer les performances de tels protocoles.

2.1 Sources de photons uniques

Les sources de photons uniques sont des briques élémentaires essentielles des réseaux de communication quantique en variables discrètes. Ces sources émettent une lumière hautement non-classique : en effet le champ lumineux est dans un état de Fock, avec exactement 0 ou 1 photon présent à la fois. Cette statistique d’émission ne peut être approchée par l’atténuation d’une source intense (la probabilité d’avoir un deuxième photon ne peut jamais être exclue). Pour réaliser une source de photons uniques, il est naturel de chercher à isoler un émetteur unique, possédant une transition optique à la longueur d’onde souhaitée, pouvant être pompé de manière déterministe, par exemple avec un laser de longueur d’onde appropriée. Parmi les systèmes qui ont été utilisés ainsi nous pouvons citer les atomes et ions uniques piégés [Kuhn 02, Maurer 04], les centres colorés dans des cristaux [Kurtsiefer 00], les boîtes quantiques [Santori 01]... Dans cette partie nous allons nous intéresser essentiellement au cas des sources de photons uniques utilisant des ions uniques piégés.

2.1.1 Emission d'un photon unique

A partir d'un système physique isolé, uniquement couplé au champ quantique du vide, l'émission spontanée offre un mécanisme d'émission d'exactly un photon, sur une transition dipolaire électrique. Par exemple, pour un système à deux niveaux $|g\rangle$ et $|e\rangle$, préparé dans l'état $|g\rangle$, une impulsion π sur la transition $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ permet de transférer la population dans l'état excité, de laquelle elle va se désexciter vers l'état fondamental par émission spontanée d'un photon. Le photon spontané est émis en un temps moyen de l'ordre du temps de vie du niveau excité et chaque impulsion donne un photon. Notons que dans cette situation l'instant d'émission des photons n'est pas connu précisément, ce qui peut poser des problèmes pour des expériences d'interférométrie.

Il est possible d'éviter ce problème et le recours aux impulsions en utilisant un niveauaux auxiliaire $|m\rangle$ métastable qui est d'ailleurs souvent présent dans le système dans les cas des ions alcalino-terreux, avec un schéma de niveaux dit en "Λ", comme celui présenté sur la figure 2.1. Il est alors possible de préparer toute la population atomique dans l'état $|m\rangle$ par

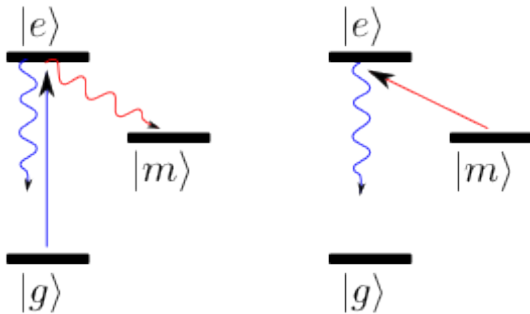


FIGURE 2.1 – Source de photons uniques utilisant un schéma de niveau en Λ avec un niveauaux $|m\rangle$ métastable avec une séquence de pompage optique (gauche) et une lecture qui émet un seul photon sur la transition $|e\rangle \rightarrow |g\rangle$ (droite).

pompage optique sur la transition $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ et d'utiliser ensuite un laser résonnant sur la transition $|m\rangle \rightarrow |e\rangle$ pour engendrer un photon spontané sur la transition $|e\rangle \rightarrow |g\rangle$. Si le système effectue plusieurs cycles sur la transition $|m\rangle \rightarrow |e\rangle$, les photons ainsi produits peuvent être facilement filtrés et ne contribuent pas aux signaux.

2.1.2 Efficacité de collection

Les sources de photons uniques utilisant des ions piégés présentent toutes l'inconvénient majeur d'émettre dans tout l'angle solide avec une direction aléatoire. Or il est essentiel de pouvoir injecter les photons émis dans des fibres optiques afin de pouvoir les propager sur de longues distances. Ceci entraîne une efficacité de collection relativement faible qui limite *in fine* le taux de répétition de ces sources.

Espace libre

Dans l'espace libre, l'émission se fait dans tout l'angle solide : il faut alors utiliser des objectifs à grande ouverture numérique pour collecter la fluorescence des ions. Toutefois il est difficile de travailler avec une ouverture numérique très grande : même si les photons sont efficacement collectés, les aberrations vont limiter l'efficacité de couplage dans la fibre. De plus les optiques étant constituées de surfaces diélectriques, elles ne peuvent pas être placées arbitrairement près des ions car les charges piégées sur la surface perturbent les potentiels de piégeage. La référence [Almendros 09] fait état de l'usage d'objectifs optimisés (HALO : *high*

aperture lens objective) qui permettent de collecter environ 4% de l'angle solide et d'avoir une efficacité nette de couplage dans une fibre mono-mode de environ $p_1 \simeq 4 \times 10^{-4}$ (1/10 ème des photons collectés sont couplés dans la fibre). Les auteurs estiment possible de gagner un ordre de grandeur sur cette probabilité en collectant la fluorescence à l'aide de deux objectifs, en optimisant le couplage dans la fibre et en faisant interférer constructivement les photons ainsi obtenus, ce qui permettrait d'atteindre une efficacité nette $p_1 \simeq 4 \times 10^{-3}$.

Couplage avec une cavité

Afin d'augmenter l'efficacité de collection des photons il est possible d'utiliser une cavité [Goy 83]. Dans cette situation, le photon "utile" est issu de la transition $|m\rangle \rightarrow |e\rangle$ et on profite du fait que le mode en sortie d'une cavité peut être injecté très efficacement dans une fibre optique (efficacité $\sim 80\%$). Considérons la situation décrite à la figure 2.2. Un laser

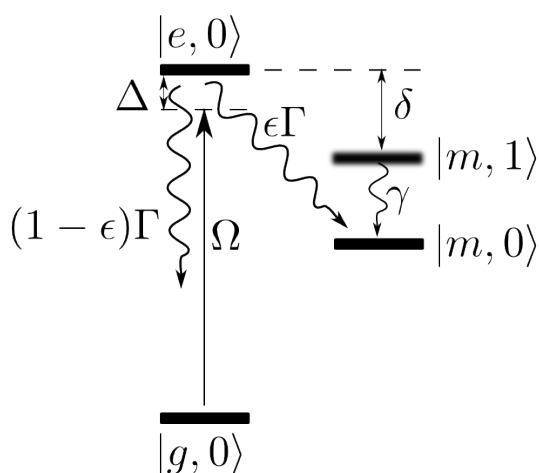


FIGURE 2.2 – Schéma du couplage d'un ion à trois niveaux dans une cavité. Un laser excite la transition $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ de manière non résonante, avec un désaccord Δ , tandis que la transition $|m\rangle \rightarrow |e\rangle$ est quasi-résonnante (désaccord δ) avec une cavité. Les niveaux $|e\rangle$ et $|m, 1\rangle$ sont couplés par émission stimulée d'un photon dans le mode de la cavité. Le photon sort de la cavité avec un taux γ . ϵ est le rapport de branchement de la transition.

de pulsation de Rabi Ω adresse la transition $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ avec un désaccord Δ et l'ion est à l'intérieur d'une cavité en quasi coïncidence (désaccord δ) avec la transition $|m\rangle \rightarrow |e\rangle$. Un photon présent dans la cavité peut en sortir avec un taux typique γ . Si la cavité est à résonance $\delta \simeq 0$, les photons émis par l'ion ont une probabilité plus grande d'être émis dans le mode de la cavité que dans un autre mode : il s'agit de l'effet Purcell [Purcell 46], et l'efficacité de collection des photons est alors donné par :

$$\eta = \frac{F_p}{F_p + 1}, \text{ où } F_p = \frac{3l\lambda^2}{2\pi^2V}\mathcal{F} \text{ est le facteur de Purcell,} \quad (2.1)$$

et où on a introduit V le volume du mode de la cavité, l sa longueur, λ la longueur d'onde du champ et \mathcal{F} la finesse de la cavité. L'efficacité de collection tend vers 1 pour un grand facteur de Purcell, ce qui nécessite d'avoir une cavité de petite longueur (le volume pour une cavité confocale est de l'ordre de $l^2\lambda$) et de grande finesse. Une source basée sur ce schéma fonctionnerait alors ainsi : une impulsion π du laser adressant la transition $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ porterait toute la population dans l'état excité, la présence de la cavité en induisant un couplage $|e, 0\rangle \rightarrow |m, 1\rangle$ forcerait l'émission dans le mode de la cavité et le photon serait alors obtenu après un temps de l'ordre de γ^{-1} . Pour éviter une ré-absorption du photon par l'ion, ce taux de désexcitation de la cavité doit être plus grand que la pulsation de Rabi $\Omega_c = 2\frac{\sqrt{2c\epsilon}\Gamma\lambda}{\sqrt{\pi}l}$

(pour une cavité confocale de waist $\sqrt{l\lambda}/\sqrt{2\pi}$) associée au couplage $|e, 0\rangle \rightarrow |m, 1\rangle$. γ est par ailleurs relié à la finesse de la cavité par : $\mathcal{F}\gamma = 2\pi\frac{c}{4l}$. Il faut donc vérifier les relations $F_p \gg 1$ et $\gamma \gg \Omega_c$, ce qui impose :

$$\frac{2}{l} \sqrt{\frac{2c\epsilon\Gamma\lambda}{\pi}} \ll \gamma \ll \frac{3\lambda c}{2l^2}. \quad (2.2)$$

Cette relation ne peut être satisfaite que si $l \leq \frac{3}{4} \sqrt{\frac{\pi c \lambda}{2\epsilon\Gamma}} \simeq 5$ mm pour un ion $^{40}\text{Ca}^+$ sur la transition $|D_{5/2}\rangle \rightarrow |P_{3/2}\rangle$. Ceci impose l'utilisation d'un piège de dimensions réduites, voire micro-fabriqués. Toutefois, l'ion porté dans l'état excité se désexcite préférentiellement par émission d'un photon spontané sur la transition $|e\rangle \rightarrow |g\rangle$ (dans environ 90% des cas pour les ions alcalino-terreux). L'efficacité d'une source de photons uniques basée sur un tel schéma est donc limité par ce rapport de branchement.

Un schéma plus astucieux consiste à utiliser une transition Raman stimulée pour émettre avec une probabilité proche de 1 dans le mode de la cavité [Maurer 04, Barros 09]. Dans cette situation, le laser et la cavité sont très désaccordés par rapport à leurs transitions respectives ($|\delta| \gg \Gamma, \Omega_c$ et $|\Delta| \gg \Gamma, \Omega$) mais introduisent un chemin résonant à deux photons : $\delta \simeq \Delta$. Sous cette hypothèse, l'évolution associée au niveau $|e\rangle$ peut être éliminée adiabatiquement et le système se comporte alors comme un système à deux niveaux couplés par une pulsation de Rabi effective, $\Omega_e = \frac{\Omega\Omega_c}{\Delta}$. Le taux d'émission spontané du niveau $|e\rangle$ est alors donné par $\Gamma_e = \Gamma\rho_{ee} \simeq \Gamma\frac{\Omega^2}{4\Delta^2}$. L'élimination adiabatique du niveau $|e\rangle$ est alors justifiée quand $\Omega_e \gg \Gamma_e$. De plus la cavité étant très désaccordée la probabilité de ré-absorber un photon est faible, ce qui relaxe la contrainte sur le taux de désexcitation de la cavité.

Dans le cas où la pulsation de Rabi du laser est grande devant celle de la cavité : $\Omega \gg \Omega_c$, le système ne dépend que de trois paramètres : la pulsation de Rabi effective Ω_e , le taux de désexcitation de la cavité γ et le taux d'émission spontanée effectif $\epsilon\Gamma_e$. La probabilité d'émettre un photon dans le mode de la cavité s'écrit alors :

$$P_e(t) = \int_0^t dt' \rho_{|m,1\rangle\langle m,1|}(t') \quad (2.3)$$

$$\simeq 1 + e^{-\frac{\gamma}{2}t} \left(\frac{4\Omega_e^2 - \gamma^2 \cosh\left[\frac{t}{2}\sqrt{\gamma^2 - 4\Omega_e^2}\right]}{\gamma^2 - 4\Omega_e^2} - \frac{\gamma \sinh\left[\frac{t}{2}\sqrt{\gamma^2 - 4\Omega_e^2}\right]}{\sqrt{\gamma^2 - 4\Omega_e^2}} \right), \quad (2.4)$$

où t est le temps d'interaction avec le laser. Pour $t \rightarrow \infty$, cette probabilité tend vers 1, avec un temps caractéristique $\sim \frac{2}{\gamma}$, car on a négligé les termes d'ordre Γ_e/Ω_e . La formule générale sera donc utilisée pour quantifier l'efficacité de la source de photons, en prenant en compte les pertes dues à l'émission spontanée. Cette probabilité présente un maximum pour $t = t_m$ et sera donc évaluée pour ce temps d'interaction optimal.

La figure 2.3 présente la variation de $p_1 \equiv \eta_c P_e(t = t_m)$ (où $\eta_c \simeq 0.8$ est l'efficacité de couplage dans la fibre et pour les paramètres choisis $t_m \simeq 50$ μs) en fonction de la longueur l de la cavité (en millimètres), obtenu par une résolution numérique complète du système à deux niveaux équivalent, ainsi que le critère de validité de l'approche à deux niveaux effectifs $\frac{\Gamma_e}{\Omega_e}$. Les paramètres numériques sont ceux de la référence [Maurer 04] : $\gamma \simeq 2\pi \times 41$ kHz, $\frac{\Omega}{\Delta} = 0.03$. Dans cette situation il suffit d'avoir $\Omega \geq 2\pi \times 4$ MHz pour vérifier $\Omega \gg \Omega_c$, pour l supérieur à 100 μm . On note qu'avec les paramètres choisis, la probabilité d'avoir émis le photon dans la cavité après 50 μs chute à 0.9 pour $l \geq 17.5$ mm et est de l'ordre de 0.99 pour

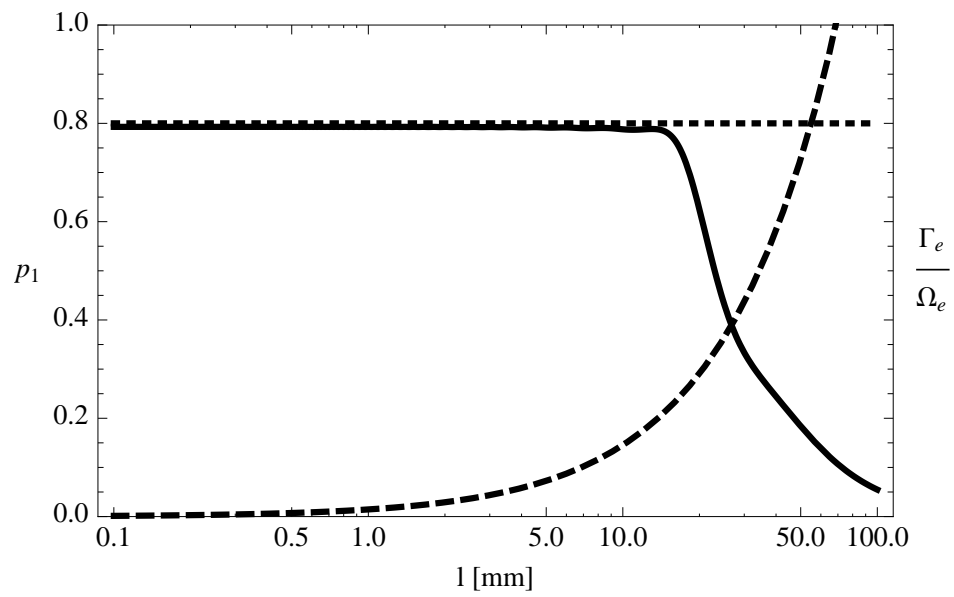


FIGURE 2.3 – Courbe continue noire : performance de la source de photons basée sur un ion unique en cavité p_1 en fonction de la longueur de la cavité (confocale) l en mm. Courbe noire discontinue : rapport Γ_e/Ω_e entre le taux d'émission spontané effectif et la pulsation de Rabi effective qui doit être négligeable devant l'unité. Ligne noire pointillée : efficacité maximale, limitée par le couplage dans la fibre supposé de 0.8.

$l \leq 5$ mm, ce qui permet d'avoir des sources de photons avec un taux de répétition de l'ordre de 20 kHz, limitées par l'efficacité du couplage dans la fibre.

Le principal défaut des cavités est la nécessité d'utiliser des miroirs diélectriques (afin de pouvoir récupérer le mode en sortie) et la présence d'isolants aussi près du piège est susceptible de perturber les potentiels de piégeage [Harlander 10]. Il a cependant été démontré récemment que le régime de couplage fort entre un grand nuage d'ions froids piégés et une cavité optique pouvait être atteint [Herskind 08], ouvrant la voie à l'étude plus détaillée de l'électrodynamique quantique en cavité de tels systèmes.

Piège “parabolique”

Une autre approche peut consister à utiliser une géométrie de piège astucieuse qui laisse une grande partie de l'angle solide accessible et de placer ce piège au foyer d'un miroir parabolique de focale adaptée [Maiwald 09]. Dans ces géométries où l'ion est piégé à l'extrémité d'un cylindre métallique, jusqu'à 96% de l'angle solide peut être accessible. En principe il est possible d'utiliser un miroir parabolique pour collecter efficacement cette fluorescence. Le principal inconvénient de cette méthode est que tout faisceau éclairant l'ion, et passant donc par le foyer du miroir, est collecté par ce même miroir et renvoyé sur la sortie de la source de photons. Toutefois il peut être envisageable de sacrifier une fraction de l'angle solide, en perçant un accès optique dans les parois du miroir, pour palier à ce désagrément.

En prenant en compte de plus la réflectivité finie de l'or (de l'ordre de 95% pour une longueur d'onde supérieure à 640 nm) et en admettant que l'efficacité de couplage dans la fibre est de l'ordre de 80%, et que l'ion a une probabilité 1 d'émettre le photon à la bonne longueur d'onde, l'efficacité nette de la source est alors de :

$$p_1 = 0.8 \times 0.95 \times (\epsilon_\Omega - 0.04), \quad (2.5)$$

où ϵ_Ω est la fraction d'angle solide couverte par le miroir. Pour des hauteurs de miroirs raisonnables, on peut obtenir $\epsilon_\Omega \simeq 0.9$ et l'efficacité nette de la source atteint $p_1 \simeq 0.65$, comparable à l'efficacité d'une source en cavité. Toutefois la forme inhabituelle de ce piège risque de poser problème pour piéger plusieurs ions à la fois, les manipuler individuellement et les collecter efficacement leur fluorescence : comme montré dans la section 2.3, cela sera nécessaire pour la réalisation d'un répéteur basé sur des ions piégés.

2.1.3 Intrication atome-photons

La présence de plusieurs sous niveaux Zeeman dans les niveaux d'énergie atomiques implique parfois l'existence de plusieurs chemin non distinguables de désexcitation : par exemple un ion calcium $^{40}\text{Ca}^+$ préparé dans l'état $|P_{3/2}, -3/2\rangle$ peut se désexciter spontanément vers plusieurs états en émettant un photon de polarisation bien définie par rapport à l'axe de quantification du système. L'état du système complet ion-champ est alors décrit après l'émission du photon par la fonction d'onde :

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \left(\alpha \hat{a}_{\sigma_+}^\dagger |D_{5/2}, -5/2\rangle + \beta \hat{a}_{\sigma_-}^\dagger |D_{5/2}, -1/2\rangle + \eta \hat{a}_\pi^\dagger |D_{5/2}, -3/2\rangle \right. \\ &\quad \left. + \gamma \hat{b}_{\sigma_-}^\dagger |D_{3/2}, -1/2\rangle + \epsilon \hat{b}_\pi^\dagger |D_{3/2}, -3/2\rangle + \hat{c}_{\sigma_-}^\dagger \delta |S_{1/2}, -1/2\rangle \right) |0\rangle, \end{aligned} \quad (2.6)$$

où les modes \hat{a} , \hat{b} et \hat{c} sont associés respectivement aux transitions $|D_{5/2}\rangle \rightarrow |P_{3/2}\rangle$, $|D_{3/2}\rangle \rightarrow |P_{3/2}\rangle$ et $|P_{3/2}\rangle \rightarrow |S_{1/2}\rangle$ et où les coefficients $\alpha, \beta, \dots, \epsilon$ rendent compte des différences

de couplage entre les différents états. Si le système de collection des photons est sélectif en longueur d'onde et en polarisation (en ne conservant que les polarisation σ_{\pm}), par exemple sur la transition $|D_{5/2}\rangle \rightarrow |P_{3/2}\rangle$, il est possible de négliger les autres termes dans la description du système¹ et la fonction d'onde "effective" intervenant est donnée par :

$$|\psi\rangle \simeq \left(\alpha \hat{a}_{\sigma_+}^\dagger |D_{5/2}, -5/2\rangle + \beta \hat{a}_{\sigma_-}^\dagger |D_{5/2}, -1/2\rangle \right) |0\rangle. \quad (2.7)$$

Un tel état décrit une intrication entre l'état interne de l'ion et l'état de polarisation du champ lumineux. Par la suite on notera $|\uparrow\rangle = |D_{5/2}, -1/2\rangle$ et $|\downarrow\rangle = |D_{5/2}, -5/2\rangle$ et on supposera pour simplifier que l'efficacité de collection est telle que $\alpha = \beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Intrication d'atomes à distance

En supposant que deux ions aient émis chacun un photon et que chaque système soit décrit par l'état (2.7), il est possible de réaliser une mesure de l'état du champ lumineux qui projette l'état des deux ions sur un état intriqué [Zippilli 08]. Considérons le dispositif schématisé sur la figure 2.4. Sur chaque système, les photons émis par les ions sont collectés, une lame quart

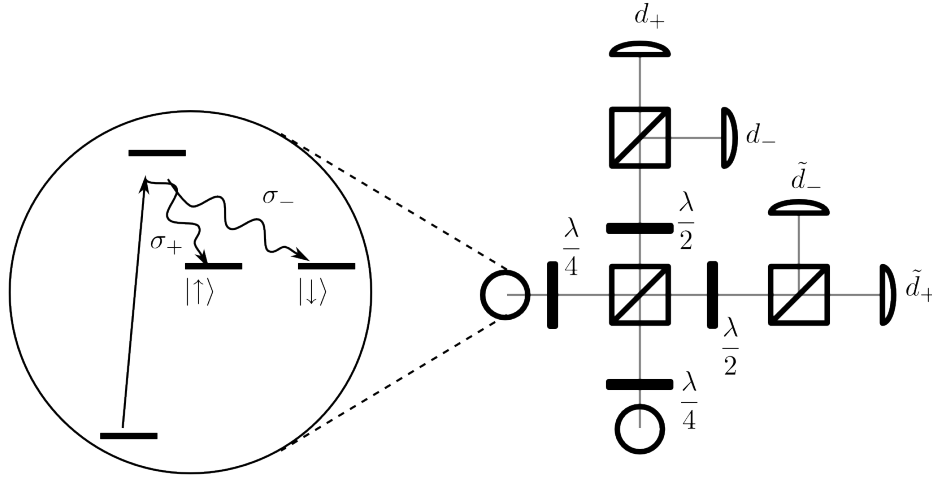


FIGURE 2.4 – Protocole d'intrication de deux ions à distance. d_{\pm} , \tilde{d}_{\pm} désignent les modes détectés par les compteurs de photon, $\frac{\lambda}{4}$ désigne une lame quart-d'onde.

d'onde est utilisée pour transformer les polarisations circulaires (σ_{\pm}) en polarisations linéaires (H et V) et les deux voies sont combinées sur un cube séparateur de polarisation. En notant par un indice 0 et 1 les deux ions et $d_{\pm}^{\dagger} = \frac{\hat{a}_{0,H}^{\dagger} \pm \hat{a}_{1,V}^{\dagger}}{\sqrt{2}}$, $\tilde{d}_{\pm}^{\dagger} = \frac{\hat{a}_{1,H}^{\dagger} \pm \hat{a}_{0,V}^{\dagger}}{\sqrt{2}}$ les modes en sortie du cube séparateur de polarisation, l'état total du système s'écrit :

$$|\psi\rangle = \frac{(d_{+}^{\dagger} + d_{-}^{\dagger})|\downarrow\rangle + (\tilde{d}_{+}^{\dagger} - \tilde{d}_{-}^{\dagger})|\uparrow\rangle}{2} \otimes \frac{(\tilde{d}_{+}^{\dagger} + \tilde{d}_{-}^{\dagger})|\downarrow\rangle + (d_{+}^{\dagger} - d_{-}^{\dagger})|\uparrow\rangle}{2} |0\rangle. \quad (2.8)$$

1. Ces termes n'interviendront que dans le calcul du taux de génération de photons.

Dès lors la détection simultanée de un photon sur d_{\pm} et sur \tilde{d}_{\pm} projette l'état des ions sur un état de Bell avec probabilité² 1/8 :

$$d_{+}^{\dagger}\tilde{d}_{+}^{\dagger}|0\rangle \text{ ou } d_{-}^{\dagger}\tilde{d}_{-}^{\dagger}|0\rangle \rightarrow \frac{|\downarrow\downarrow\rangle + |\uparrow\uparrow\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (2.9)$$

$$d_{+}^{\dagger}\tilde{d}_{-}^{\dagger}|0\rangle \text{ ou } d_{-}^{\dagger}\tilde{d}_{+}^{\dagger}|0\rangle \rightarrow \frac{|\downarrow\downarrow\rangle - |\uparrow\uparrow\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (2.10)$$

les autres événements de détection (par exemple $d_{+}^{\dagger}d_{+}^{\dagger}$) donnent des états atomiques séparables. Si l'on s'autorise une opération locale pour corriger la phase, il est possible de transformer l'état (2.10) en l'état (2.9) et donc avoir une probabilité globale de 1/2 de créer l'état (2.9).

Sans que les ions 0 et 1 n'aient jamais interagit directement au préalable il est donc possible de les intriquer à distance en utilisant une mesure conditionnelle de l'état du champ. Notons que la probabilité de succès de mesure d'une bonne coïncidence s'écrit :

$$p_{\text{paire}} = \frac{1}{2}p_1^2\eta_d^2\eta_t^2, \quad (2.11)$$

où on a introduit :

- p_1 la probabilité nette pour que l'ion émette un photon, qu'il soit collecté et couplé dans la fibre,
- η_d la probabilité que le détecteur donne un signal pour un photon incident,
- $\eta_t = e^{-L/(2L_{att})}$ la probabilité de le photon soit transmis jusqu'à la station d'analyse par la fibre (à la distance L), L_{att} étant la longueur typique d'atténuation dans la fibre ($L_{att} \simeq 22$ km pour des fibres de télécommunication),

Ce protocole d'intrication entre, d'abord, l'état interne d'un ion et la polarisation d'un photon a été réalisé [Moehring 04], pour ensuite réussir à intriquer deux ions par une mesure de l'état du champ [Moehring 07].

L'utilisation de détecteurs imparfaits se traduit aussi par l'existence de "coups d'obscurité" qui donnent de manière aléatoire, avec un taux γ_D , un signal en l'absence de photon incident. En considérant que les résultats du détecteur ne sont pris en compte que sur un intervalle de temps court τ_D , correspondant à la fenêtre temporelle d'arrivée du photon, la probabilité d'avoir un "coup d'obscurité" sur un détecteur pendant la mesure est : $p_D = \tau_D\gamma_D$. Ces événements peuvent être confondus avec des créations de paires si deux "coups d'obscurité" arrivent simultanément ou si un coup d'obscurité survient alors que l'un des deux photons n'est pas arrivé :

$$p_{\text{faux}} = 4p_D^2(1 - p_D)^2(1 - p_1\eta_d\eta_t)^2 + 8p_1\eta_d\eta_t(1 - p_1\eta_d\eta_t)p_D(1 - p_D)^3. \quad (2.12)$$

Alors la probabilité d'avoir un état intriqué, à chaque essai, est donnée par :

$$p_{\text{intr}} = \frac{1 + p_{\pi}}{2} \frac{p_{\text{paire}}}{1 + \frac{p_{\text{faux}}}{p_{\text{paire}}}} \quad (2.13)$$

où p_{π} est la probabilité de corriger l'état (2.10) par une porte de phase locale sur l'ion 0.

Notons que la matrice densité du système s'écrit, une fois connu le résultat de la mesure :

$$\rho = p_{ok} \frac{|\uparrow\uparrow\rangle + |\downarrow\downarrow\rangle}{\sqrt{2}} \frac{\langle\uparrow\uparrow| + \langle\downarrow\downarrow|}{\sqrt{2}} + (1 - p_{ok})\bar{\rho}, \quad (2.14)$$

2. en supposant que les chemins des deux photons sont bien indiscernables.

où $p_{ok} = (1 - p_{faux}) \frac{1+p_\pi}{2}$ est la probabilité d'avoir l'état $\frac{|\uparrow\uparrow\rangle + |\downarrow\downarrow\rangle}{\sqrt{2}}$ sachant que deux coïncidences ont été détectées et $\bar{\rho}$ est une matrice densité inconnue, décrivant un mélange statistique des états dans lequel le système se trouve en cas d'erreur dans l'expérience. p_{ok} représente donc la fidélité de l'état intriqué obtenu.

Au mieux, une tentative de création de photon peut être faite à chaque fois que les photons ont parcouru la distance de la fibre, soit avec un taux de v_0/L , $v_0 = 2 \times 10^8$ m/s étant la vitesse de propagation des photons dans la fibre. Le temps moyen de création d'une paire d'ions intriqués séparés d'une distance L est alors donné par :

$$T_{intr} = \tau_L \frac{1}{p_{intr}}, \quad (2.15)$$

où $\tau_L = \max\left[\frac{L}{c}, \frac{1}{\kappa}\right] + \tau_{init}$ est le temps "mort" entre deux essais, κ est le taux de répétition de la source et τ_{init} le temps nécessaire à la ré-initialisation du système en cas d'échec de détection. La figure 2.5 présente le temps moyen de distribution directe d'intrication T_{intr} défini dans l'équation (2.15). Ces courbes soulignent la difficulté inhérente à la création d'un

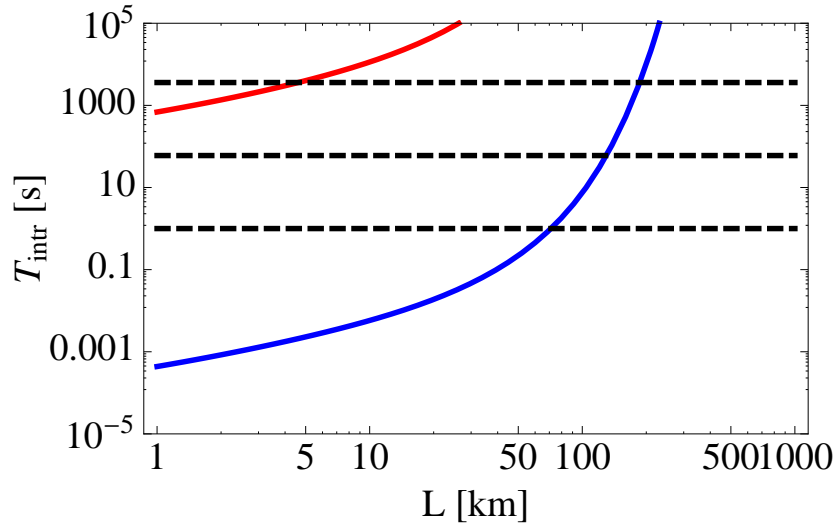


FIGURE 2.5 – Temps moyen T_{intr} (en secondes) nécessaire à la distribution d'une paire d'ions intriqués en fonction de la distance L (en kilomètres). Courbe rouge : source de photon basée sur un collection directe $p_1 \simeq 4 \times 10^{-3}$, courbe bleue : source de photon en cavité ou avec un miroir parabolique $p_1 \simeq 0.7$. Les lignes horizontales discontinues indiquent pour référence les temps correspondant à une heure, une minute et une seconde. Paramètres : $\kappa = 500$ kHz, $L_{att} = 22$ km, $p_\pi = 0.99$, $\eta_d = 0.4$, $\tau_D = 10 \mu\text{s}$ et $\gamma_D = 100$ Hz.

état intriqué entre deux parties séparées d'une grande distance : en pratique il n'est pas envisageable de distribuer de l'intrication de cette manière sur plus de 50 km. Il est donc nécessaire d'introduire un protocole plus efficace pour distribuer cette intrication : en particulier les répéteurs quantiques permettent d'augmenter sensiblement le taux de création d'intrication aux grandes distances.

2.2 Protocole de répéteur quantique

L'idée de répéteur quantique répond à la problématique de la distribution d'un état intriqué sur une longue distance. Notons que cette opération ne peut être réalisée par une transmission d'information classique car toute mesure sur le système détruit l'état quantique en le projetant et une partie de l'information est perdue dans ce processus. De même les pertes ne peuvent être compensées par une amplification du signal en cours de route car le théorème de non clonage interdit l'existence d'une machine de copie parfaite d'un état quantique.

2.2.1 Principe

Nous détaillons ici un protocole simplifié de distribution d'états quantiques en utilisant des répéteurs fonctionnant uniquement avec des éléments d'optique linéaire, des mémoires quantiques et des sources de paires de photons intriqués en polarisation, en suivant l'approche de la référence [Simon 07]. La mémoire peut par exemple être un nuage atomique dense et froid. Le principe de distribution d'un état est le suivant : de chaque source de paires de photons intriqués en polarisation, un photon est stocké dans une mémoire quantique "locale", tandis que l'autre est envoyé sur une station centrale, où il est recombinaison avec un photon d'un noeud voisin et où une mesure de Bell projette l'état du système sur un état intriqué des deux mémoires, comme indiqué sur la figure 2.6. Notons qu'à peu de choses près ce protocole

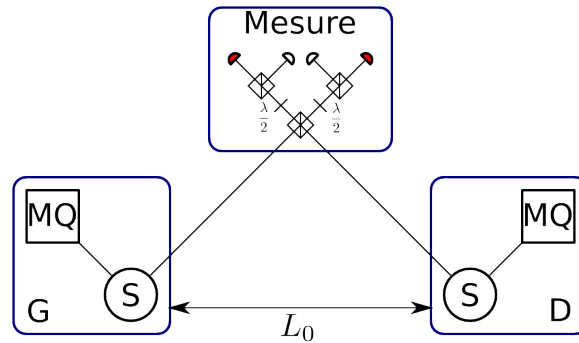


FIGURE 2.6 – Lien élémentaire d'un répéteur. MQ : mémoire quantique, capable de stocker un état arbitraire de polarisation d'un photon unique, S : source de paires de photons intriqués en polarisation (linéaire), Mesure : station de mesure centrale dans la base des états de Bell, $\frac{\lambda}{2}$: lame demi onde. La coïncidence de deux "clics" sur deux détecteurs appropriés projette l'état des deux mémoires des noeuds G (gauche) et D (droit) distants de L_0 sur un état intriqué. Par exemple si les deux détecteurs indiqués en rouge ont donné un "clic", deux situations peuvent avoir contribué : soit les deux sources ont émis un photon polarisé horizontalement, soit les deux sources ont émis un photon polarisé verticalement. Ces deux contributions étant correspondant à des chemins indiscernables, elles interfèrent constructivement et la mesure projette le système sur une superposition d'états.

est semblable à la distribution d'états intriqués détaillée à la section 2.1.3. La probabilité de réussir à créer une paire de mémoires intriquées est alors :

$$p_{intr} = \frac{1}{2} \frac{p_{paire}}{1 + \frac{p_{faux}}{p_{paire}}}, \quad (2.16)$$

où la probabilité d'avoir un faux p_{faux} est celle de l'équation (2.12) et la probabilité d'avoir une paire est donnée par :

$$p_{paire} = \frac{1}{2} p_2^2 \eta_d^2 \eta_t^2 \eta_m^2, \quad (2.17)$$

où p_2 est la probabilité d'obtenir une paire de photons intriqués et η_m la probabilité de stocker un photon dans la mémoire (η_d est toujours l'efficacité de détection et η_t l'efficacité de transmission). Avec ces définitions, la forme du temps moyen pour distribuer une paire d'états intriqués est celle de l'équation (2.15).

L'astuce consiste alors à diviser la distance totale sur laquelle l'état intriqué doit être distribué en suffisamment de liens élémentaires pour que le temps moyen de création d'intrication sur chaque lien soit "raisonnable". Comme les liens sont à ce stade indépendants, la création d'intrication sur chaque lien peut se faire de manière simultanée. Une fois l'intrication créée sur chaque lien élémentaire, signalée par un événement de détection positif, un processus d'échange d'intrication (*entanglement swapping*) [Pan 98] permet de connecter les liens et d'obtenir un lien deux fois plus long sur lequel un état intriqué est distribué.

2.2.2 Echange d'intrication

Considérons deux sous systèmes A et B tous les deux préparés dans le même état $\frac{|\uparrow\uparrow\rangle + |\downarrow\downarrow\rangle}{\sqrt{2}}$, de telle sorte que l'état du système global s'écrive :

$$|\psi\rangle = \frac{|\uparrow\uparrow\rangle_A + |\downarrow\downarrow\rangle_A}{\sqrt{2}} \otimes \frac{|\uparrow\uparrow\rangle_B + |\downarrow\downarrow\rangle_B}{\sqrt{2}} = \frac{|\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\rangle + |\uparrow\uparrow\downarrow\downarrow\rangle + |\downarrow\downarrow\uparrow\uparrow\rangle + |\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow\rangle}{2}, \quad (2.18)$$

où par commodité on a enlevé les indices faisant référence au sous-système en écrivant à gauche les états de A et à droite les états de B . Par ailleurs supposons que l'on soit capable de mesurer l'état :

$$|\phi_+\rangle = \frac{|\cdot \uparrow\uparrow \cdot\rangle + |\cdot \downarrow\downarrow \cdot\rangle}{\sqrt{2}} \quad (2.19)$$

où la mesure ne concerne que le spin "droit" de A et le spin "gauche" de B . Si l'état $|\phi_+\rangle$ est mesuré, le système est projeté dans l'état :

$$|\psi'\rangle = \frac{|\uparrow_A \uparrow_B\rangle + |\downarrow_A \downarrow_B\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (2.20)$$

où les indices A et B font référence aux spins non mesurés des systèmes A et B . On a donc réalisé une opération d'échange d'intrication : l'état du système global restant est de la forme de l'état initial décrivant chacune des sous parties et la partie "gauche" du sous système A est désormais intriquée avec la partie "droite" du système B . On peut alors se convaincre que ce procédé peut être répété plusieurs fois pour intriquer des systèmes de plus en plus lointains.

Dans le protocole de répéteur présenté ici, il est possible de réaliser cette opération de la manière suivante, détaillée sur la figure 2.7 : la mémoire droite du lien A , notée A_d et la mémoire gauche du lien B , notée B_g restituent chacune leur excitation sous forme d'un photon dans une superposition linéaire $\frac{|H\rangle + |V\rangle}{\sqrt{2}}$ qui sont combinés sur un cube séparateur de polarisation. Si un photon est détecté sur chaque sortie du cube, et que les chemins suivis par les photons sont indiscernables, le système est projeté sur l'état $\frac{|HH\rangle + |VV\rangle}{\sqrt{2}}$ avec probabilité $1/2$. L'état de polarisation du photon A_d (resp. B_g) étant corrélé à l'état de la mémoire A_g

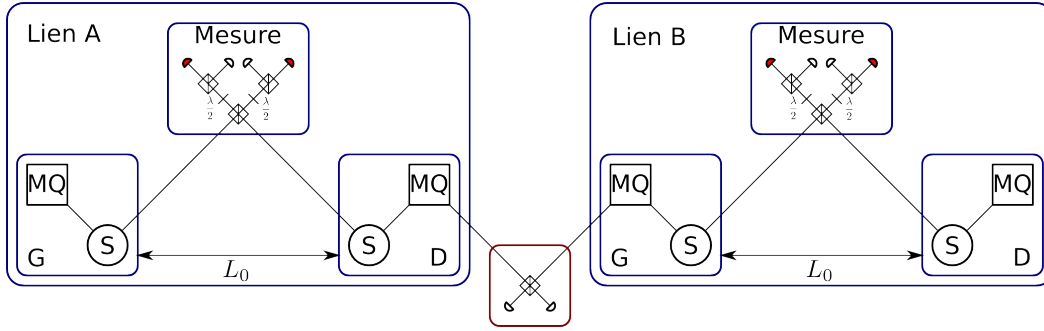


FIGURE 2.7 – Montage d’échange d’intrication. Une fois les liens A et B établis, les mémoires A_d et B_g restituent chacune un photon. Si les deux détecteurs de la station d’analyse donnent un “clic” simultanément, les deux mémoires ont émis un photon polarisé verticalement, ou horizontalement : ces deux contributions indiscernables interfèrent et projettent l’état du système $\{A_g, B_d\}$ dans un état intriqué, sur une distance $2L_0$.

(resp. B_d), le système $\{A_g, B_d\}$ est projeté dans un état de la forme voulue, avec probabilité $p_e = 1/2$.

Notons que la probabilité d’avoir une coïncidence détectée est de³ :

$$p'_{faux} = (1 - \eta_m \eta_d)^2 p_D^2 + 2\eta_m \eta_d (1 - \eta_m \eta_d) p_D (1 - p_D), \quad (2.21)$$

et que par conséquent la fidélité de l’étape d’échange d’intrication s’écrit dans ce cas :

$$\mathcal{F}_e = 1 - p'_{faux}. \quad (2.22)$$

Notons aussi que le procédé d’échange d’intrication ici est basé sur une mesure essentiellement probabiliste : en cas de résultat non conclusif de la mesure, il faut recommencer le processus sur les liens concernés depuis la première étape : création d’intrication entre les liens élémentaires, puis échange successif d’intrication... Le temps nécessaire pour distribuer un état intriqué va donc dépendre de manière cruciale de p_e : encore faut-il montrer qu’il est possible de créer un état intriqué en avec un répéteur en un temps moyen plus court que par transmission directe.

2.2.3 Temps de distribution des états intriqués

Le calcul exact du temps de distribution des états intriqués est au delà de la portée de ce travail et reste, dans le cas général, un problème ouvert. Il est cependant possible de donner un encadrement de ce temps en fonction du temps de création d’un lien élémentaire T_{intr} , de la probabilité de réaliser l’échange d’intrication entre deux liens p_e et du nombre de liens 2^N , dans une stratégie où l’on procède de manière récurrente pour créer les liens de proche en proche. Le temps moyen $T_{N-1}^{(2)}$ pour obtenir deux liens de niveaux $N > 0$ voisins est certainement compris entre T_{N-1} le temps moyen pour créer un des deux liens et $2T_{N-1}$ le temps moyen pour créer les deux liens successivement :

$$T_{N-1} \leq T_{N-1}^{(2)} \leq 2T_{N-1}. \quad (2.23)$$

3. en supposant que la mémoire ré-émet son excitation sous forme photonique avec la même efficacité qu’elle a stocké le photon initial.

Alors si la probabilité d'obtenir un échange d'intrication est de p_e , et le temps nécessaire à cette opération est T_e , le temps moyen pour obtenir un lien au niveau N est de :

$$T_N = (T_{N-1}^{(2)} + T_e) \sum_{n=0}^{\infty} n(1-p_e)^{n-1} p_e = \frac{T_{N-1}^{(2)} + T_e}{p_e}, \quad (2.24)$$

où la somme permet de prendre en compte tous les cas possibles : l'échange réussi immédiatement (avec probabilité p_e), ou bien après un échec (probabilité $(1-p_e)p_e$), ... Par conséquent le temps moyen nécessaire à l'obtention d'une intrication au niveau N est borné par :

$$\frac{T_{N-1} + T_e}{p_e} \leq T_N \leq \frac{2T_{N-1} + T_e}{p_e}. \quad (2.25)$$

Par récurrence et en notant que $T_0 = T_{intr}$ est le temps moyen nécessaire à la création d'un lien, on obtient la borne suivante :

$$\frac{T_{intr}}{p_e^N} + \frac{T_e}{p_e^N} \frac{1-p_e^N}{1-p_e} \leq T_N \leq \frac{2^N}{p_e^N} T_{intr} + \frac{T_e}{p_e^N} \frac{2^N - p_e^N}{2 - p_e}. \quad (2.26)$$

Avec cette stratégie, le temps maximal pour distribuer de l'intrication sur une distance L_0 est donné par :

$$T_N^{(max)} = \frac{2^N}{p_e^N} \left(T_{intr}|_{L=L_0/2^N} + T_e \frac{1 - (p_e/2)^N}{2 - p_e} \right). \quad (2.27)$$

De plus sous les hypothèses : $T_e \ll T_{intr}$ et $p_{faux} \ll p_{paire}$, des simulations numériques [Jiang 07, Brask 08] suggèrent qu'avec une meilleure stratégie, où l'on cherche à échanger l'intrication entre deux liens dès que ceux-ci sont prêts (et non pas à imposer un ordre pré-conçu pour les échanges d'intrication), la relation suivante est valable :

$$T_N^{(theo)} \simeq \frac{3^N}{2^N p_e^N} T_{intr}, \quad (2.28)$$

ce qui permet de calculer une estimation du temps nécessaire à distribuer un état intriqué.

2.2.4 Fidélité des états intriqués

Il est aussi possible d'estimer la fidélité des états intriqués obtenus avec la stratégie de distribution d'intrication exposée ci-dessus : la fidélité au niveau $N > 0$ est donnée par :

$$\mathcal{F}_N = \mathcal{F}_{N-1}^2 \mathcal{F}_e = (\mathcal{F}_0)^{2^N} (\mathcal{F}_e)^{2^N - 1}, \quad (2.29)$$

où \mathcal{F}_e est la fidélité de l'opération d'échange d'intrication et \mathcal{F}_0 la fidélité de l'état obtenu sur un lien élémentaire. La fidélité décroît donc inexorablement avec l'augmentation du nombre d'opérations (imparfaites) et va limiter de fait le nombre de liens. La figure 2.8 montre \mathcal{F}_N en fonction du nombre de liens (2^N), en supposant des erreurs de l'ordre de 10^{-2} (courbe noire continue) et 10^{-3} (courbe noire pointillée). Il est donc raisonnable d'imposer au maximum $N = 4$, soit 16 liens, nombre de liens au delà duquel les erreurs de l'ordre de 10^{-2} commencent à affecter le processus.

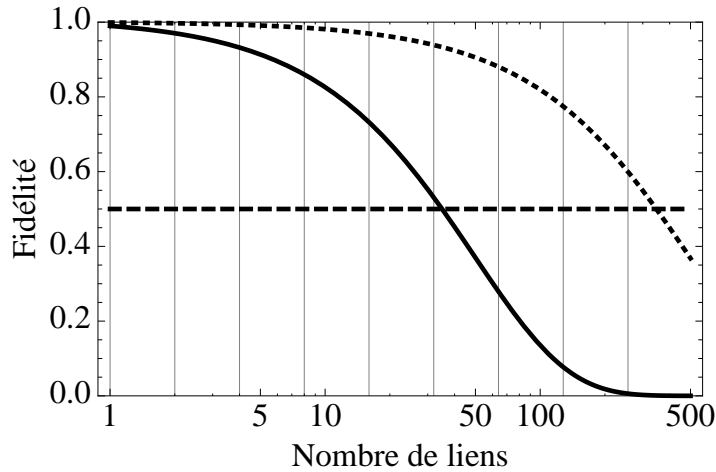


FIGURE 2.8 – Fidélité d'un protocole de répéteurs en fonction du nombre de liens. Les lignes verticales correspondent aux cas où le nombre de liens est sous la forme 2^N . La courbe noire continue correspond à des erreurs de l'ordre de 10^{-2} : $\mathcal{F}_0 \simeq \mathcal{F}_e \simeq 0.99$, la courbe noire pointillée correspond à des erreurs de l'ordre de 10^{-3} : $\mathcal{F}_0 \simeq \mathcal{F}_e \simeq 0.999$. La ligne discontinue indique la limite $\mathcal{F} = 0.5$ au delà duquel un état intriqué n'est plus discernable d'un mélange statistique.

2.3 Répéteurs avec des ions piégés

Nous allons montrer dans cette partie comment l'utilisation des ions piégés peut permettre d'améliorer sensiblement les performances d'un protocole de répéteurs, à travers deux mécanismes. D'une part, l'opération d'échange d'intrication peut être réalisée de manière déterministe (c'est à dire avec probabilité 1) et avec une très bonne fidélité. D'autre part, il est possible, dans de tels systèmes, d'implémenter une forme de multiplexage qui permet d'augmenter le taux de production de paires d'états intriqués. Ces résultats ont donné lieu à une publication [Sanguard 09].

2.3.1 Optimisation de l'échange d'intrication

Principe

Nous considérons ici des sources de photons basées sur un ion $^{40}\text{Ca}^+$ couplé à une cavité, sur la transition $|e\rangle \equiv |P_{3/2}, m_j = -3/2\rangle \rightarrow |m\rangle$, où $|m\rangle \equiv |\downarrow\rangle = |D_{5/2}, m_j = -5/2\rangle$ si le photon émis est polarisé σ_+ , et où $|m\rangle \equiv |\uparrow\rangle = |D_{5/2}, m_j = -1/2\rangle$ si le photon émis est polarisé σ_- , comme décrit à la section 2.1.2. Nous supposons de plus que la cavité supporte les deux polarisations circulaires σ_{\pm} avec un couplage tel que, après couplage du photon hors de la cavité, dans le mode \hat{a} , le système soit décrit par la fonction d'onde :

$$|\psi\rangle = \frac{\hat{a}_{\sigma_+}^\dagger |\downarrow\rangle + \hat{a}_{\sigma_-}^\dagger |\uparrow\rangle}{\sqrt{2}} |0\rangle, \quad (2.30)$$

de manière à ce que le protocole de création d'un lien élémentaire proposé à la section 2.1.3 soit réalisable. Alors, sous condition d'une détection en coïncidence appropriée, l'état du lien

A , entre deux ions séparés de L_0 est décrit par la fonction d'onde : $|A\rangle = \frac{|\uparrow\uparrow\rangle + |\downarrow\downarrow\rangle}{\sqrt{2}}$. Si deux liens A et B sont préparés de cette manière, l'état du système AB est décrit par la fonction d'onde :

$$|AB\rangle = \frac{|\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\rangle + |\uparrow\uparrow\downarrow\downarrow\rangle + |\downarrow\downarrow\uparrow\uparrow\rangle + |\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow\rangle}{2}. \quad (2.31)$$

L'analyse menée dans la section 1.1.3 nous a appris que sous certaines conditions il est possible d'appliquer une porte à deux *qubits* sur un ensemble de deux ions piégés, comme la porte de Sørensen - Mølmer [Sørensen 99], c'est à dire de faire évoluer de manière unitaire un système de deux ions selon la transformation :

$$|\downarrow\downarrow\rangle \rightarrow \cos[\theta] |\downarrow\downarrow\rangle + \imath \sin[\theta] |\uparrow\uparrow\rangle, \quad (2.32a)$$

$$|\uparrow\uparrow\rangle \rightarrow \cos[\theta] |\uparrow\uparrow\rangle + \imath \sin[\theta] |\downarrow\downarrow\rangle, \quad (2.32b)$$

$$|\downarrow\uparrow\rangle \rightarrow \cos[\theta] |\downarrow\uparrow\rangle - \imath \sin[\theta] |\uparrow\downarrow\rangle, \quad (2.32c)$$

$$|\uparrow\downarrow\rangle \rightarrow \cos[\theta] |\uparrow\downarrow\rangle - \imath \sin[\theta] |\downarrow\uparrow\rangle, \quad (2.32d)$$

où l'angle θ est choisi par l'expérimentateur. Supposons qu'il soit possible d'appliquer cette transformation, avec $\theta = \frac{\pi}{4}$, aux deux *qubits* centraux de l'état $|AB\rangle$:

$$\begin{aligned} |AB\rangle &\rightarrow \frac{1}{2\sqrt{2}} (|\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\rangle + \imath |\uparrow\downarrow\downarrow\uparrow\rangle + |\uparrow\uparrow\downarrow\downarrow\rangle - \imath |\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\rangle \\ &\quad + |\downarrow\downarrow\uparrow\uparrow\rangle - \imath |\downarrow\uparrow\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow\rangle + \imath |\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\rangle) \end{aligned} \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left(|\uparrow\uparrow\rangle_c \otimes \frac{|\uparrow\uparrow\rangle_e + \imath |\downarrow\downarrow\rangle_e}{\sqrt{2}} + |\downarrow\downarrow\rangle_c \otimes \frac{\imath |\uparrow\uparrow\rangle_e + |\downarrow\downarrow\rangle_e}{\sqrt{2}} \right. \\ &\quad \left. + |\uparrow\downarrow\rangle_c \otimes \frac{|\downarrow\downarrow\rangle_e - \imath |\uparrow\uparrow\rangle_e}{\sqrt{2}} + |\downarrow\uparrow\rangle_c \otimes \frac{|\downarrow\uparrow\rangle_e - \imath |\uparrow\downarrow\rangle_e}{\sqrt{2}} \right), \end{aligned} \quad (2.34)$$

où les indices c et e font référence respectivement aux *qubits* centraux et extrémaux dans l'état à quatre *qubits*. Dans ce cas la mesure de l'état des deux *qubits* centraux projette les *qubits* extrémaux dans un état intriqué, quelque soit le résultat de la mesure. De plus le résultat de la mesure indique quelle opération locale il suffit d'effectuer sur un des deux *qubits* extrémaux pour avoir au final un état :

$$|AB\rangle_e = \frac{|\uparrow\uparrow\rangle + |\downarrow\downarrow\rangle}{\sqrt{2}}. \quad (2.35)$$

L'opération d'échange d'intrication, basée ici sur une évolution unitaire du système, est déterministe, contrairement à l'échange d'intrication basée sur une mesure de Bell de l'état d'une paire de photon, opération essentiellement probabiliste. Cela revient donc à considérer le cas $p_e = 1$ dans les calculs de temps de distribution des états intriqués, au lieu de $p_e = 0.5$ dans le cas probabiliste. Ce gain est conséquent, puisque pour un répéteur avec 2^N liens, le temps maximal de distribution des états intriqués $T_N^{(max)}$ est proportionnel⁴ à p_e^{-N} . Passer de $p_e = 0.5$ à $p_e = 1$ permet donc de diminuer d'un facteur 2^N la valeur de $T_N^{(max)}$, soit de plus d'un ordre de grandeur pour $N = 4$.

Implémentation

Nous proposons maintenant une implémentation de cet échange d'intrication "optimal" et montrons qu'il est réalisable avec des techniques expérimentales déjà démontrées. L'utilisation de la porte de Sørensen-Mølmer impose que les ions soient directement couplés

4. sous réserve que le temps nécessaire à réaliser l'échange d'intrication soit négligeable devant le temps d'établissement d'un lien élémentaire T_0 .

par l'interaction coulombienne. Supposons donc que les ions situés à un noeud soient dans le même piège, en interaction avec la même cavité, comme présenté sur la figure 2.9, et qu'un élément d'optique soit utilisé pour envoyer les photons émis vers les liens gauche ou droit pour réaliser l'étape de distribution d'intrication. Afin d'être capable de faire émettre

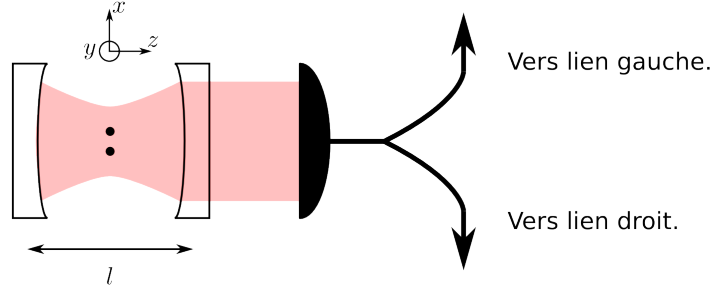


FIGURE 2.9 – Représentation schématique d'un noeud de répéteur basé sur des ions piégés en cavité. Les deux ions interagissent fortement par interaction coulombienne et avec le mode d'une cavité de longueur l . La sortie de la cavité (miroir de droite) est couplée dans une fibre, après conversion de fréquence [Tanzilli 05] à la longueur d'onde telecom ($\lambda = 1.5 \mu\text{m}$), et avec un dispositif permettant d'envoyer sélectivement le photon vers le lien droit ou gauche.

des photons uniques à seulement l'un des deux ions, il faut pouvoir adresser individuellement les ions : par exemple, pour des ions distants de $8 \mu\text{m}$ [Benhelm 08b], il suffit de focaliser les lasers sur environ $2 \mu\text{m}$, et d'utiliser une cavité confocale à $\lambda = 854 \text{ nm}$, de longueur $l = 1 \text{ mm}$, qui possède un *waist* de $\sim 12 \mu\text{m}$ compatible avec l'écartement entre les ions. La porte Sørensen-Mølmer est réalisée en excitant la transition $S_{1/2} \rightarrow D_{5/2}$, il faut donc transférer de manière cohérente, pour chaque ion, (rotation à un *qubit*), l'état $|\downarrow\rangle = |D_{5/2}, m_j = -5/2\rangle$ sur l'état $|S_{1/2}, m_j = -1/2\rangle$ comme cela a été réalisé en un temps typique de $10 \mu\text{s}$ dans la référence [Schmidt-Kaler 03a], à l'aide d'un laser accordé sur la transition $S_{1/2} \rightarrow D_{5/2}$ polarisé σ_- . Notons que ce laser n'influence pas l'état $|\uparrow\rangle$ pour des raisons de règles de sélection en polarisation. La porte Sørensen-Mølmer peut alors être réalisée en excitant la transition $|S_{1/2}, m_j = -1/2\rangle \rightarrow |D_{5/2}, m_j = -1/2\rangle$ à l'aide de deux lasers légèrement désaccordés et polarisés π et adressant les deux ions. Cette opération prend un temps typique de $50 \mu\text{s}$ [Benhelm 08b] et peut être réalisée avec une fidélité supérieure à 0.99. La mesure de l'état des deux ions peut être faite de manière séquentielle : une rotation à un *qubit*, analogue à la première, replace un des deux ions dans le sous espace $\{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$ en un temps typique de l'ordre de $10 \mu\text{s}$. Les ions sont alors excités sur la transition $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ qui n'est pas couplée à l'état $D_{5/2}$: l'état de l'ion non protégé est alors mesuré en un temps typique de $145 \mu\text{s}$ et une erreur de l'ordre de 10^{-4} [Myerson 08]. A l'aide d'une nouvelle porte sur chaque ion la situation est inversée et l'état du deuxième *qubit* est mesuré. Enfin, l'état des deux ions restants peut être corrigé par l'application d'une porte locale, sur un de ces deux ions, pour une durée de l'ordre de L/v_0 (dominée par le temps nécessaire pour transmettre classiquement l'information au noeud voisin). Notons que cette correction peut être effectuée *a posteriori* directement sur l'état final obtenu en fin de protocole, à condition de garder le résultat de toutes les mesures, ce qui économise cette étape coûteuse en temps (pour deux noeuds distants de 100 km il faut $500 \mu\text{s}$ pour transmettre classiquement de l'information).

Il faut donc un temps total de environ $380 \mu\text{s}$ pour effectuer l'échange d'intrication, essentiellement limité par le temps de détection. Ce temps nécessaire à la détection de l'état

de l'ion est lui même limité par l'efficacité de collection des photons (seulement 0.2% dans la référence [Myerson 08]) et peut être en principe optimisé, ce qui permettrait d'atteindre un temps total de l'ordre de 200 μ s. La figure 2.10 présente l'estimation du temps nécessaire à la distribution d'un état intriqué en fonction de la distance L à parcourir, en utilisant 16 liens. Ces résultats montrent que pour un *qubit* optique avec un temps de cohérence de

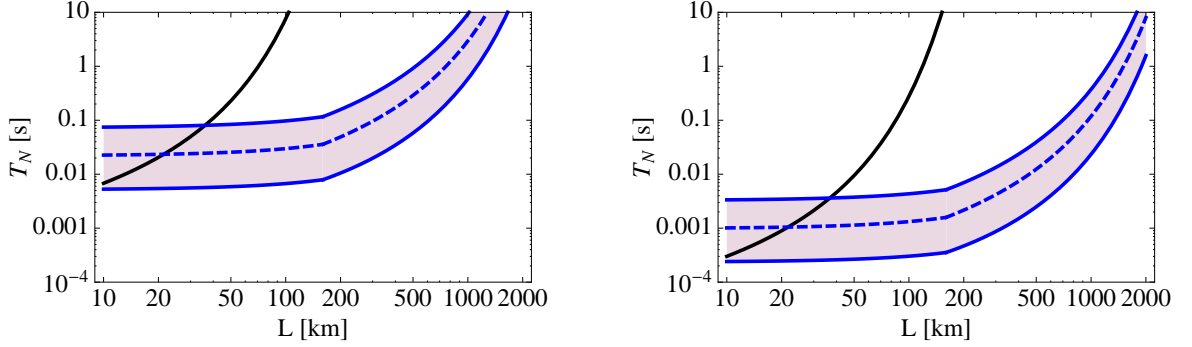


FIGURE 2.10 – Temps de distribution d'un état intriqué pour un répéteur à base d'ions piégés pour $N = 4$ soit 16 liens, en fonction de la distance visée L en kilomètres. Pour les deux figures : la courbe noire est le temps de distribution avec un seul lien, T_{intr} , indiqué pour référence, les deux courbes bleues continues délimitent les valeurs possibles de T_N , au sens de l'encadrement de l'équation (2.26) et la courbe bleue discontinue indique le temps théorique $T_N^{theo} = \left(\frac{3}{2p_e}\right)^N T_{intr}$. Pour la figure de gauche les paramètres correspondent à des paramètres expérimentaux "standards" et sont : $p_1 = 0.8$, $\eta_c = 0.56$, $\kappa = 20$ kHz, $\eta_d = 0.4$, $p_e = 1$, $p_\pi = 0.99$ et $T_e = 200$ μ s. Pour la figure de droite les paramètres correspondent à des paramètres expérimentalement réalisables après une optimisation méthodique et sont : $p_1 = 0.9$, $\eta_c \simeq 1$, $\kappa = 20$ kHz, $\eta_d = 0.9$, $p_e = 1$, $p_\pi = 0.99$ et $T_e = 10$ μ s. Les deux figures sont tracées avec la même échelle.

l'ordre de 100 ms [Monz 09], il devient alors envisageable de distribuer des états intriqués sur environ 1000 km. Ces résultats ouvrent donc la voie aux communications quantiques à longue distance, réalisables avec des ressources déjà utilisées au quotidien dans plusieurs laboratoires.

2.3.2 Ions piégés vs Ensembles atomiques

Afin de souligner l'importance de ce résultat, nous comparons le temps moyen pour distribuer un état intriqué en utilisant un protocole de répéteurs basé sur des ions piégés au meilleur protocole connu à ce jour basé sur des ensembles atomiques et de l'optique linéaire [Sangouard 08]. Dans cette proposition le temps moyen T'_N pour distribuer un état intriqué avec 2^N liens sur une longueur $L = 2^N L_0$ est donné par la formule :

$$T'_N = 2 \times 3^N \frac{L_0}{c} \frac{(1 - \alpha^2 \eta_m \eta_d)^{2(N+2)}}{\eta_t^2 (\eta_m \eta_d (1 - \alpha^2))^{2(N+2)}}, \quad (2.36)$$

où $\eta_t = e^{-L_0/2L_{att}}$ est la probabilité de transmettre un photon à travers les fibres sur une distance L_0 , c est la vitesse des photons dans la fibre, η_m est l'efficacité de la mémoire et η_d celle des détecteurs et $\alpha \simeq \sqrt{0.2}$ est un paramètre imposé par la fidélité finale souhaitée

(ici 0.9). Cette formule est valide pour un taux de répétition des sources de photons utilisées grand devant c/L_0 .

Nous rappelons ici la formule valable pour les ions piégés :

$$T_N = \frac{3^N L_0}{2^N c} \frac{2}{p_1^2 \eta_d^2 \eta_t^2}, \quad (2.37)$$

où on a supposé $p_\pi \simeq 1$, $p_{faux} \ll p_{paire}$ et utilisé le fait que $p_e = 1$, où p_1 est l'efficacité de la source et les autres paramètres ont déjà été introduits.

Pour permettre la comparaison on va supposer que $\eta_m \eta_d = p_1 \eta_d = \eta$, c'est à dire que les sources, détecteurs et mémoires utilisées dans les deux protocoles sont d'efficacité équivalente. La figure 2.11 montre la comparaison entre les deux protocoles, en fonction de la distance L en kilomètres, pour une efficacité globale $\eta = 0.9$ et en fonction de l'efficacité η , pour $L = 1000$ km. Non seulement le protocole basé sur des ions piégés est plus performant, de typiquement deux ordres de grandeurs pour 16 liens, sur la plage $L = 100$ km à $L = 2000$ km, mais il est aussi plus robuste à la variation de l'efficacité η . En effet celle ci intervient uniquement lors de la création des liens élémentaires dans un protocole "ions piégés", tandis qu'elle intervient aussi à chaque opération d'échange d'intrication dans un protocole "ensembles atomiques".

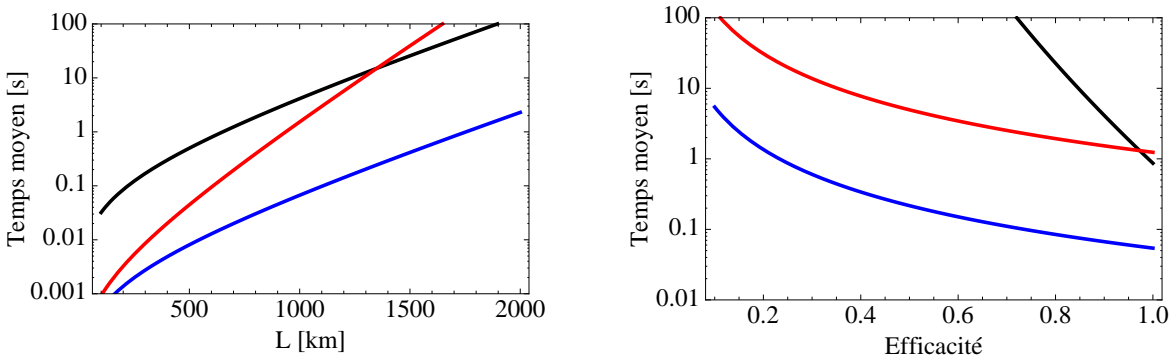


FIGURE 2.11 – Courbe noire : répéteur “ensemble atomique” avec 16 liens, courbe rouge et bleue : protocole “ions piégés” avec respectivement 8 et 16 liens. Figure de gauche : temps moyen de distribution d’un état intriqué en fonction de la distance L en kilomètres. Figure de droite : temps moyen de distribution d’un état intriqué en fonction de l’efficacité globale η .

2.3.3 Multiplexage temporel

L’idée du multiplexage temporel a été proposé à l’origine pour des répéteurs basés sur les ensembles atomiques [Simon 07] et une mémoire multi-modes temporelle performante a été développée à cette fin [de Riedmatten 08]. Le principe est le suivant : le temps nécessaire à créer de l'intrication sur un lien élémentaire est grand devant le temps nécessaire à la propagation des photons (L_0/v_0) car la probabilité de succès est faible. Si il est possible d’effectuer plusieurs essais successifs, N_e , par exemple en utilisant plusieurs couples de sources et de mémoires, le temps moyen pour obtenir un succès est alors divisé par N_e . Bien entendu cela demande en principe beaucoup plus de ressources pour chaque lien et est donc difficile

à mettre en oeuvre. Cependant si les mémoires sont capables de stocker plusieurs modes photoniques indépendamment, et les sources capables d'émettre un train de paires de photons intriqués en polarisation tous dans un mode différent (spatial, temporel ou fréquentiel), le nombre de ressources supplémentaires est faible, au prix de protocoles plus complexes.

Les répéteurs basés sur des ions piégés offrent une approche simple à la réalisation d'un tel multiplexage temporel, avec un faible coût en ressources et des techniques expérimentales déjà démontrées. Reprenons les noeuds considérés à la section précédente et supposons que le piège permette de confiner une chaîne d'ions piégés avec un écartement moyen entre deux ions voisins de l'ordre de $8 \mu\text{m}$, avec la même cavité que celle considérée précédemment, comme présenté à la figure 2.12. En utilisant un piège de Paul linéaire segmenté il est alors

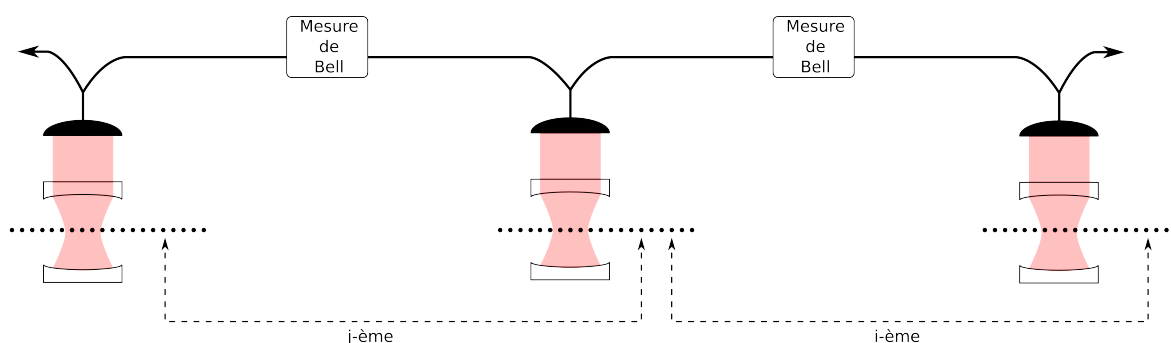


FIGURE 2.12 – Implémentation d'un protocole de multiplexage avec des ions piégés. Des chaînes de 20 ions sont piégés à chaque noeud du répéteur et interagissent avec une cavité. La chaîne est déplacée séquentiellement de manière à faire émettre tour à tour les ions dans la cavité, le photon issu des ions d'indice impair dans la chaîne est couplé au lien de droite, celui des ions d'indice pair au lien de gauche. Si respectivement les i -ème et j -ème essais (ici les troisièmes et sixièmes) ont donné lieu à des coïncidences, l'échange d'intrication peut être réalisé directement en adressant les deux ions concernés dans le lien central par un champ bi-chromatique.

possible de déplacer la chaîne de manière contrôlée en faisant passer ainsi les ions au fur et à mesure dans la cavité, de manière à leur faire émettre un par un un photon, en éclairant uniquement l'ion au centre de la cavité. Les photons sont envoyés alternativement dans les liens gauche et droit. Des ions peuvent être déplacés sur 1 mm en seulement $\sim 50 \mu\text{s}$ sans affecter la cohérence de leur état interne et avec une excitation négligeable de leurs modes de vibration [Rowe 02, Barrett 04, Huber 08]. Dans la situation proposée ici, nous avons besoin de déplacer la chaîne de seulement $8 \mu\text{m}$ à chaque étape et le temps entre deux essais sera donc limité par le temps d'émission du photon à l'aide du processus Raman. Pour une source en cavité avec un taux de répétition de 40 kHz et des liens de $L_0 \simeq 100 \text{ km}$, il est envisageable de réaliser 20 essais en un temps $L_0/v_0 \simeq 500 \mu\text{s}$ et donc de gagner un facteur 10 sur le temps de création d'intrication sur un lien. Si le i -ème essai a donné lieu à une coïncidence sur la station de mesure du lien droit et le j -ème pour le lien gauche, il suffit d'adresser sélectivement les ions correspondants avec les champs lumineux bi-chromatiques nécessaires à la réalisation de la porte de Mølmer-Sørensen pour réaliser directement l'échange d'intrication entre ces deux ions, via le mode commun de vibration de toute la chaîne [Sørensen 99].

Conclusion du chapitre

Ce chapitre a présenté un aperçu des différents systèmes utilisant des ions piégés dans des protocoles de communication quantique. Nous avons en particulier présenté en détail les possibilités offertes par les ions uniques pour réaliser des sources de photons unique, en insistant sur la problématique de l'efficacité de la source. Nous avons ensuite analysé le mécanisme des protocoles de répéteurs quantiques qui permettent de s'affranchir dans une certaine mesure des limitations dues aux pertes dans les fibres. Nous avons montré comment les ions piégés peuvent accroître considérablement les performances de tels protocoles, avec des paramètres expérimentalement réalistes au regard des résultats déjà publiés. Enfin une proposition d'implémentation du multiplexage temporel dans des répéteurs basés sur des ions piégés offre des perspectives intéressantes en terme de performances pour la communication quantique, avec un coût modéré en termes de ressources nécessaires.

En utilisant un piège segmenté [Huber 08], où la position d'une chaîne d'ions confinée et refroidie peut être contrôlée précisément, de dimensions compatibles avec la cavité nécessaire à la collection efficace des photons, il est envisageable de distribuer des paires intriquées sur une distance de 1000 km, avec un taux production de 10 Hz (8 liens), voire 100 Hz (pour 16 liens).

Deuxième partie

Conception de pièges
micro-fabriqués

Chapitre 3

Principes du piégeage d'ions

Ce chapitre passe en revue les principes généraux du piégeage d'ions dans les pièges radio-fréquence. Les équations du mouvement des ions au voisinage du centre d'un piège est décrite par le formalisme des équations de Mathieu, abondamment étudié et commenté dans la littérature (voir par exemple [Ghosh 95]). Ce formalisme, très complet, mène à des développements en perturbations compliqués dont souvent seul les premiers termes sont pertinents. Nous présenterons par conséquent une approche simplifiée, au premier ordre, permettant de décrire simplement les concepts de micro-mouvement et de pseudo-potentiel, sans se restreindre aux petits déplacements de l'ion. Les ions sont créés à partir de vapeurs d'atomes neutres en utilisant différentes techniques, parmi lesquelles la photo-ionisation présente de grands avantages. Dans le cas de l'atome de Strontium, la présence d'une résonance auto-ionisante favorise la photo-ionisation. Une fois les ions créés, ils peuvent être refroidis en utilisant des techniques de refroidissement Doppler, s'appuyant sur une transition optique, permettant d'atteindre des températures telles que l'énergie de l'ion dans le piège se mesure en termes de quanta de vibration.

Ce chapitre présente les outils formels permettant la modélisation des expériences d'ions piégés, nécessaire à leur analyse. Dans une première partie nous introduisons les équations décrivant la dynamique des ions en présence de potentiels électriques. Nous examinons ensuite le processus de photo-ionisation afin de déterminer la probabilité de création d'ion dans le piège. Enfin nous développons un modèle à une dimension du refroidissement laser d'un ion piégé permettant de rendre compte de la dynamique de fluorescence du système. L'ensemble de ces outils sera utilisé dans la partie III de ce manuscrit pour analyser et interpréter les résultats expérimentaux.

3.1 Piège de Paul

Les équations de l'électrostatique interdisent l'existence d'un minimum de potentiel électrique, rendant impossible le piégeage de particules chargées à l'aide de seuls champs électriques statiques. Cependant il est possible de construire des potentiels possédant suffisamment de symétries pour que, localement, ils puissent être décrits par des potentiels quadratiques. Au voisinage du centre de symétrie, une particule chargée sera donc soumise à une force confinante dans certaines directions et expulsante dans d'autres. Dès lors si le potentiel dépend du temps il est possible d'alterner les directions confinantes et expulsantes suffisamment rapidement pour confiner l'ion. C'est l'idée du piège de Paul, détaillée dans cette section, et qui valu le prix Nobel à Wolfgang Paul en 1989. La même année Hans Dehmelt était récompensé pour sa

participation au développement des pièges de Penning, qui combinent champs magnétiques et électriques statiques pour confiner des particules chargées. La détermination exacte de la forme des potentiels électriques obtenus grâce à une géométrie d'électrodes particulière sera abordée au chapitre 5. Nous considérerons ici un potentiel "générique", noté $\phi(\mathbf{r})$.

3.1.1 Equations du mouvement

Généralités

Considérons un ion portant une charge électrique e , de masse m plongé dans un potentiel extérieur $V_{rf} \cos[\Omega t] \phi(\mathbf{r})$ ¹, dont les trajectoires sont solutions de l'équation du mouvement :

$$m\ddot{\mathbf{r}} = -eV_{rf} \cos[\Omega t] \nabla \phi(\mathbf{r}). \quad (3.1)$$

Cherchons les trajectoires sous la forme d'un mouvement lent \mathbf{R} auquel se superpose une oscillation rapide forcée $\mathbf{r}_\mu \cos[\Omega t]$, appelée micro-mouvement :

$$\mathbf{r} \simeq \mathbf{R} + \mathbf{r}_\mu \cos[\Omega t]. \quad (3.2)$$

En supposant que l'amplitude du micro-mouvement est faible : $|\mathbf{r}_\mu| \ll |\mathbf{R}|$, $\Omega^2 |\mathbf{r}_\mu| \gg |\ddot{\mathbf{R}}|$ et que \mathbf{R} et \mathbf{r}_μ varient lentement sur $T = 2\pi/\Omega$, l'équation du mouvement devient :

$$\ddot{\mathbf{R}} - 2\Omega \dot{\mathbf{r}}_\mu \sin[\Omega t] + (\ddot{\mathbf{r}}_\mu - \Omega^2 \mathbf{r}_\mu) \cos[\Omega t] \simeq \frac{-eV_{rf}}{m} \cos[\Omega t] \nabla \left(1 + \cos[\Omega t] \sum_{i=x,y,z} \mathbf{r}_\mu \cdot \mathbf{e}_i \partial_i \right) \phi(\mathbf{R}) \quad (3.3)$$

On trouve alors avec les approximations introduites ci-dessus :

$$\mathbf{r}_\mu \simeq \frac{eV_{rf}}{m\Omega^2} \nabla \phi(\mathbf{R}), \quad (3.4)$$

$$\ddot{\mathbf{R}} \simeq -\frac{1}{2} \left(\frac{eV_{rf}}{m\Omega} \right)^2 \nabla |\nabla \phi(\mathbf{R})|^2, \quad (3.5)$$

autrement dit, du point de vue du mouvement "lent" \mathbf{R} , tout se passe comme si l'ion évoluait dans un pseudo-potentiel effectif, indépendant du temps :

$$\psi(\mathbf{R}) = \frac{1}{2} \frac{eV_{rf}^2}{m\Omega^2} |\nabla \phi(\mathbf{R})|^2. \quad (3.6)$$

Il suffit dès lors que le potentiel $\phi(\mathbf{R})$ possède un point col en $\mathbf{R} = \mathbf{R}_0$ pour que le potentiel $\psi(\mathbf{R})$ présente un minimum local au même point, au voisinage duquel l'ion pourra être piégé.

Axes propres du piège

Au voisinage du centre de symétrie du piège, $\mathbf{0}$, on peut écrire au premier ordre non nul : en supposant pour simplifier la notation que $\mathbf{R}_0 =$

$$\phi(\mathbf{R}) \simeq \phi(\mathbf{0}) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=x,y,z} \partial_i \partial_j \phi(\mathbf{0}) \mathbf{R}_i \mathbf{R}_j. \quad (3.7)$$

1. $\phi(\mathbf{r})$ est donc un champ scalaire sans dimensions.

Introduisons alors le repère $\mathcal{R}' = (x', y', z')$ tel que les dérivées secondes croisées de ϕ soient nulles, ce qui permet de simplifier :

$$\phi(\mathbf{R}) \simeq \phi(\mathbf{0}) + \frac{1}{2} \sum_{i=x',y',z'} \partial_i^2 \phi(\mathbf{0}) \mathbf{R}_i^2 \quad (3.8)$$

Notons enfin que dans ce repère particulier le micro-mouvement sur l'axe i ne dépend que du macro-mouvement sur le même axe :

$$\mathbf{r}_{\mu,i} = \frac{eV_{rf}}{m\Omega^2} \partial_i^2 \phi(\mathbf{0}) \mathbf{R}_i \text{ pour } i \in \mathcal{R}', \quad (3.9)$$

ce qui n'est pas nécessairement vrai dans le cas général et peut compliquer l'analyse des phénomènes qui agissent sur la trajectoire des ions, comme le refroidissement Doppler par exemple. De plus ce critère n'est pas équivalent à la levée de dégénérescence des fréquences d'oscillations du pseudo-potentiel ψ : le pseudo-potentiel peut être parfaitement symétrique (pas de repère privilégié), alors que le micro-mouvement impose lui un repère particulier.

Critères de stabilité

Dans la forme présentée ici, l'approximation de "faible" micro-mouvement s'écrit, au voisinage du point col et dans le repère \mathcal{R}' :

$$q_i = \frac{eV_{rf}}{m\Omega^2} |\partial_i^2 \phi(\mathbf{R}_0)| \ll 1 \text{ pour } i \in \mathcal{R}'. \quad (3.10)$$

On peut vérifier que cette condition suffit à satisfaire aussi l'approximation de variation lente de \mathbf{R} sur la période T du micro-mouvement. Un choix judicieux du couple (Ω, V) permet de satisfaire en général à cette condition. On demandera donc que pour chaque axe, le "paramètre de stabilité" q_i , défini à l'équation (3.10), soit très petit devant l'unité. On parlera abusivement de paramètre de stabilité q du piège pour désigner l'ensemble de ces conditions et on demandera donc que $q \ll 1$.

Cas de deux dimensions

Le cas particulier à deux dimensions est d'intérêt particulier pour les pièges à ions. Il correspond à la géométrie du piège de Paul linéaire [Paul 53] où en très bonne approximation le système est considéré comme invariant par translation selon la direction $z = z'$. Dès lors la dynamique du système est décrite par un problème purement transverse, dans le plan (x, y) . L'équation (3.7) devient alors :

$$\phi(x, y) \simeq \phi(x_0, y_0) + \frac{\alpha}{2} ((x - x_0)^2 - (y - y_0)^2) + \beta(x - x_0)(y - y_0), \quad (3.11)$$

où $\alpha = [\partial_x^2 \phi](x_0, y_0)$ et $\beta = [\partial_x \partial_y \phi](x_0, y_0)$. Le pseudo-potentiel au voisinage du point col devient donc :

$$\psi(x, y) \simeq \frac{1}{2} \frac{eV_{rf}^2}{m\Omega^2} (\alpha^2 + \beta^2) [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]. \quad (3.12)$$

A l'approximation quadratique, le pseudo-potentiel est donc dans ce cas isotrope.

3.1.2 Effet du micro-mouvement

L'approximation du pseudo-potentiel offre un outil simple et puissant pour comprendre les mécanismes élémentaires du piège de Paul et s'avère souvent suffisante pour interpréter les expériences menées dans les pièges à ions. Toutefois, l'effet du micro-mouvement n'est

pas toujours négligeable et il peut, via certains mécanismes², se coupler au mouvement lent : il agit alors comme un réservoir d'énergie qui "chauffe" le mouvement de l'ion et peut mener à des transitions entre des phases ordonnées et désordonnées, même à faible nombre d'ions [Blümel 89]. Ce phénomène est communément appelé chauffage radio-fréquence ou "chauffage RF". Dans les pièges de Paul linéaires, l'amplitude du micro-mouvement est nulle pour des ions situés sur le centre de symétrie entre les électrodes radio-fréquence, c'est à dire en principe au minimum du pseudo-potential. Des ions suffisamment "froids" peuvent donc former une chaîne non affectée par le micro-mouvement, le long de l'axe d'invariance par translation du piège.

En pratique, l'environnement induit des potentiels électriques non contrôlés qui déplacent la position du minimum global de potentiel hors de cette ligne de symétrie. Le micro-mouvement est alors non-nul à la position d'équilibre des ions, ce qui peut entraîner un chauffage des ions et donc une diminution des performances du piège. Néanmoins en ajoutant des tensions constantes bien choisies sur les électrodes radio-fréquences ou sur d'autres électrodes (électrodes de compensation), il est possible de corriger localement l'effet de ces champs non désirés en remplaçant ainsi les ions sur l'axe de micro-mouvement nul.

3.1.3 Chauffage "anormal"

A la limite où l'énergie cinétique devient très faible, l'ion est localisé au voisinage du minimum de pseudo-potential (harmonique). La dynamique doit alors être décrite dans le formalisme de la mécanique quantique, en introduisant la notion de niveaux de vibration discrets associés aux modes d'oscillation de l'ion dans le piège. Un phénomène inattendu est observé dans les expériences impliquant des pièges de dimension réduite : l'ion refroidi dans le niveaux fondamental de vibration gagne spontanément de l'énergie [Turchette 00]. Dans l'optique d'utiliser les pièges à ions comme briques élémentaires d'un futur ordinateur quantique, il est essentiel de comprendre et maîtriser cette source potentielle de décohérence, qui influe sur la fidélité des portes logiques à deux *qubits* introduites à la section 1.1.3. Ce phénomène peut être expliqué³ par l'excitation du mouvement de l'ion par des potentiels parasites fluctuants temporellement, présents sur les électrodes de piégeage. En particulier, la température finie (non nulle) des électrodes induit un bruit de courant (bruit Johnson), qui résulte en des fluctuations de potentiel sur la surface des électrodes, du fait de leur résistivité finie (non nulle). Cependant, les fluctuations thermiques de type bruit Johnson ne suffisent pas à rendre compte de l'ordre de grandeur des taux de chauffage observés dans les pièges à ions miniaturisés [Turchette 00] : il faut alors prendre en compte explicitement les imperfections géométriques du potentiel de surface. Les concepts introduits ici seront utilisés dans la partie 5.3.2, où nous développerons un modèle analytique pour décrire le chauffage "anormal" en fonction de la géométrie des électrodes.

L'influence d'un potentiel fluctuant temporellement $V(t)\phi(\mathbf{r})$ (où la fonction $V(t)$ contient toute la dépendance temporelle du potentiel) peut être estimée pour un ion piégé au voisinage du minimum du pseudo-potential. L'ion est alors décrit par un oscillateur harmonique à trois dimensions. Si l'on s'intéresse à l'effet de la perturbation sur le mode i de vibration de l'ion, la règle d'or de Fermi permet de calculer la probabilité de quitter le niveau

2. comme par exemple les couplages induits par les termes d'ordre supérieurs dans le potentiel.

3. d'autres sources de "chauffage" sont naturellement présentes : collisions avec le gaz d'atomes résiduel, chauffage radio-fréquence, ... Dans les expériences considérées ces contributions peuvent être rendues, en général, négligeables.

fondamental [Turchette 00] :

$$\Gamma_{0 \rightarrow 1} \simeq \frac{e^2}{4m\hbar\omega_i} S_E(\omega_i, \mathbf{R}_0), \quad (3.13)$$

où $S_E(\omega_i, \mathbf{R}_0) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{i\omega_i\tau} \langle V(t)V(t+\tau) \nabla\phi(\mathbf{R}_0) \cdot \nabla\phi(\mathbf{R}_0) \rangle$ est la densité spectrale des fluctuations de champ électromagnétique, prise à la position d'équilibre de l'ion \mathbf{R}_0 et à la fréquence du mode $i : \omega_i$. On supposera que les fluctuations temporelles et l'éventuel désordre spatial sont non corrélés au sens :

$$\langle V(t)V(t+\tau) \nabla\phi(\mathbf{R}) \cdot \nabla\phi(\mathbf{R}) \rangle = \langle V(t)V(t+\tau) \rangle \langle |\nabla\phi(\mathbf{R})|^2 \rangle \quad (3.14)$$

ce qui fait apparaître la fonction d'auto-corrélation spatiale des gradients de potentiel au point $\mathbf{R} : \langle |\nabla\phi(\mathbf{R})|^2 \rangle$. On a alors :

$$S_E(\omega, \mathbf{R}) = S_V(\omega) \langle |\nabla\phi(\mathbf{R})|^2 \rangle, \quad (3.15)$$

où $S_V(\omega) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{i\omega\tau} \langle V(t)V(t+\tau) \rangle$ est la densité spectrale des fluctuations temporelles de potentiel.

Les équations (3.13) et (3.15) permettent de relier une quantité mesurable de la dynamique des ions, le taux de chauffage, au caractère aléatoire du potentiel parasite.

3.2 Photo-ionisation

Cette partie présente une analyse détaillée du processus de photo-ionisation qui permet de créer les ions Strontium dans les expériences menées dans l'équipe IPIQ. Les ions sont créés à partir d'une vapeur neutre d'atomes obtenue en chauffant une pépite de Strontium métallique au dessus de sa température de sublimation à basse pression ($\simeq 10^{-9}$ mBar). Il faut alors enlever un des deux électrons périphériques à l'atome pour obtenir un ion Sr^+ .

Il est possible d'arracher cet électron en utilisant un faisceau d'électrons énergétiques focalisés sur la vapeur afin de provoquer des collisions atome-électron capables de créer des ions. Cette méthode introduit énormément de charges parasites dans la proximité immédiate du piège et n'est pas sélective dans l'espèce ionisée : les collisions sont potentiellement suffisamment énergétiques pour créer des ions d'autres espèces présentes⁴.

Une méthode alternative consiste à utiliser un photon suffisamment énergétique, avec une longueur d'onde inférieure à 218 nm, mais présente plusieurs inconvénients. D'une part, les photons dans l'ultra-violet profond sont susceptibles par effet photo-électrique d'arracher des électrons aux matériaux à proximité du piège, créant ainsi des charges parasites qui modifient l'environnement de piégeage à chaque chargement [Harlander 10], nécessitant un ajustement des tensions de compensation. D'autre part, les sources de lumière dans l'ultraviolet profond sont difficiles à mettre en œuvre et ces longueurs d'ondes sont absorbées par quasiment n'importe quel atome : cette méthode n'est donc pas sélective dans l'espèce créée. L'utilisation de processus multi-photoniques pour ioniser les atomes, impliquant des photons moins énergétiques, permet alors d'éviter ces inconvénients.

Enfin il est possible de jouer avec des chemins d'ionisation par absorption multi-photonique, à une ou plusieurs couleurs (longueurs d'ondes), en utilisant les niveaux électroniques intermédiaires de l'atome neutre. Dans la plupart des cas seuls les processus quasi-résonnants

4. essentiellement de l'Hydrogène, élément peu efficacement pompé dans l'enceinte ultra-vide.

contribuent efficacement à de tels chemins, ce qui rend ce processus dépendant de la structure du spectre d'absorption de l'atome considéré et donc de l'espèce choisie. Le degré de contrôle obtenu permet même d'envisager une photo-ionisation sélective pour un isotope particulier de l'espèce choisie en jouant sur les déplacements isotopiques des niveaux électroniques [Kjaergaard 00].

En règle générale les processus d'absorptions à deux photons sont décrits en terme d'une section efficace de collision à trois corps, introduite en 1931 par Maria Göppert-Mayer, définie de manière analogue à la section efficace d'absorption à un photon [Göppert-Mayer 31]. Elle a été mesurée pour la première fois dans un milieu solide en 1961 [Kaiser 61] et en 1962 dans une vapeur atomique [Abella 62].

Sections efficaces de collision

Un approche phénoménologique simple permet de définir la section efficace d'absorption à N photons. Considérons un milieu dilué constitué d'éléments (en concentration c) capables d'absorber exactement N photons d'un flux Φ incident. La variation du flux lors de la propagation

le long de l'axe z s'écrit alors :

$$\frac{d\Phi}{dz} = -\sigma_N c \Phi^N, \quad (3.16)$$

où on a introduit la section efficace d'absorption à N photons σ_N . Cette section efficace d'absorption est alors homogène à $s^{N-1}m^{2N}$.

Cette section efficace est homogène au carré d'une surface multiplié par un temps ce qui se comprend intuitivement si l'on considère qu'il s'agit d'un processus séquentiel de deux collisions à deux corps séparés par un intervalle de temps donné. Si cette description est adaptée pour les processus continus, un paramètre important des lasers à impulsions manque dans ce formalisme : la durée de l'impulsion (ou de manière équivalente la largeur du spectre). Un traitement plus détaillé peut être mené de manière générale en considérant le système comme un milieu $\chi^{(3)}$ et en traitant le problème par la théorie des perturbations dépendant du temps. Nous proposons ici un calcul explicite de la dynamique du système, sans approximation de régime perturbatif, pour permettre de trouver les paramètres généraux optimaux d'ionisation à deux photons et en particulier de connaître la longueur d'onde, la puissance et la durée des impulsions optimales.

3.2.1 Formalisme de l'atome à trois niveaux

On considère le problème de l'ionisation d'un atome assisté par l'absorption d'un ou plusieurs photons, comme présenté sur la figure 3.1. Plus spécifiquement on va s'intéresser au cas de la photo-ionisation par absorption de deux photons de la même longueur d'onde. Dans ce cas l'atome est initialement dans l'état fondamental $|g\rangle$ et est excité vers un état $|e\rangle$ du continuum d'ionisation via un niveau relais $|r\rangle$. Le niveau excité $|e\rangle$ a une durée de vie courte et se désexcite vers l'état ionisé $|i\rangle$. Le système est décrit par l'Hamiltonien d'interaction :

$$H_I = -d_{rg}E_{rg}(t) (|r\rangle \langle g| e^{-i\omega_{rg}t} + |g\rangle \langle r| e^{i\omega_{rg}t}) - d_{er}E_{er}(t) (|e\rangle \langle r| e^{-i\omega_{er}t} + |r\rangle \langle e| e^{i\omega_{er}t}) + V_R, \quad (3.17)$$

où on a introduit les dipôles d_{rg} et d_{er} associés aux transitions optiques, les champs électriques des lasers $E_{rg}(t)$ et $E_{er}(t)$ décrits classiquement, les fréquences angulaires associées aux

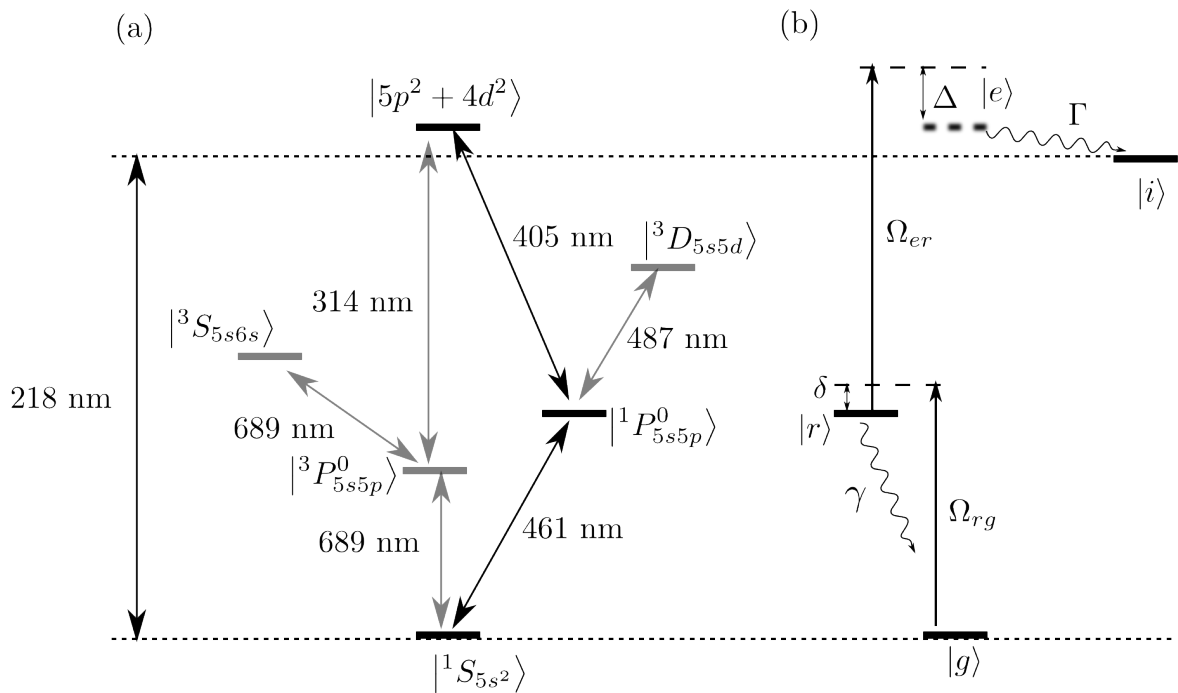


FIGURE 3.1 – (a) : schéma de niveaux de l'atome neutre de Strontium, où sont reportés les niveaux accessibles par des transitions à deux photons, avec leurs longueurs d'ondes. Les transitions grisées sont celles qui ne contribuent pas suivant le schéma de photo-ionisation choisi à deux photons. (b) : modèle de la photo-ionisation prenant en compte trois niveaux : le niveau fondamental $|g\rangle \equiv |^1S_{5s^2}\rangle$, un niveau relais $|r\rangle \equiv |^1P_{5s5p}^0\rangle$, un niveau excité $|e\rangle \equiv |5p^2 + 4d^2\rangle$ qui se désexcite rapidement vers le fondamental de l'ion Sr^+ : $|i\rangle$. δ et Δ sont les désaccords des lasers qui adressent les transitions $|g\rangle \rightarrow |r\rangle$ et $|r\rangle \rightarrow |e\rangle$, avec les pulsations de Rabi respectives Ω_{rg} et Ω_{er} . Le niveau relais $|r\rangle$ se désexcite vers le niveau fondamental $|g\rangle$ avec un taux γ , le niveau excité $|e\rangle$ se désexcite vers le niveau ionisé $|i\rangle$ avec un taux Γ .

énergies des transitions ω_{rg} et ω_{er} et l'Hamiltonien de couplage avec le champ quantique du vide V_R [Cohen-Tannoudji 96]. L'évolution de la matrice densité ρ qui décrit le système $\{|g\rangle, |r\rangle, |e\rangle\}$ s'écrit :

$$i\hbar\partial_t\rho = [\text{tr}_R[H_I], \rho] + \mathcal{L}[\rho], \quad (3.18)$$

où $\text{tr}_R[H_I]$ est la trace de l'Hamiltonien d'interaction sur les variables associées au réservoir du rayonnement quantique et où l'opérateur \mathcal{L} décrit les termes non-Hermitiques résultant de la présence de ce réservoir. Cette équation s'écrit à l'approximation de l'onde tournante⁵ :

$$i\partial_t\rho_{gg} = \nu\gamma\rho_{rr} - \frac{\Omega_{rg}\rho'_{rg} - \Omega_{rg}^*\rho'_{gr}}{2}, \quad (3.19a)$$

$$i\partial_t\rho_{rr} = -\nu\gamma\rho_{rr} + \frac{\Omega_{rg}\rho'_{rg} - \Omega_{rg}^*\rho'_{gr}}{2} - \frac{\Omega_{er}\rho'_{er} - \Omega_{re}\rho'_{re}}{2}, \quad (3.19b)$$

$$i\partial_t\rho_{ee} = -i\Gamma\rho_{ee} + \frac{\Omega_{er}\rho'_{er} - \Omega_{re}\rho'_{re}}{2}, \quad (3.19c)$$

$$i\partial_t\rho'_{rg} = -(\delta + \nu\gamma_{rg})\rho'_{rg} - \frac{\Omega_{er}}{2}\rho'_{eg} - \frac{\Omega_{rg}^*}{2}(\rho_{gg} - \rho_{rr}), \quad (3.19d)$$

$$i\partial_t\rho'_{er} = -(\Delta + \nu\gamma_{er})\rho'_{er} + \frac{\Omega_{rg}}{2}\rho'_{eg} - \frac{\Omega_{er}^*}{2}(\rho_{rr} - \rho_{ee}), \quad (3.19e)$$

$$i\partial_t\rho'_{eg} = -(\delta + \Delta + \nu\gamma_{eg})\rho'_{eg} - \frac{\Omega_{er}^*}{2}\rho'_{rg} + \frac{\Omega_{rg}^*}{2}\rho'_{er}, \quad (3.19f)$$

où on a introduit les pulsations de Rabi : $\Omega_{rg} = \frac{d_{rg}E_{rg}}{\hbar}$ et $\Omega_{er} = \frac{d_{er}E_{er}}{\hbar}$, et les cohérences "tournantes" : $\rho'_{rg} = \rho_{rg}e^{i\delta t}$, $\rho'_{er} = \rho_{er}e^{i\Delta t}$ et $\rho'_{eg} = \rho_{eg}e^{i(\delta+\Delta)t}$. En supposant que le système évolue depuis $t = -\infty$, la probabilité d'être dans l'état ionisé à l'instant t s'écrit :

$$p_I(t) = \Gamma \int_{-\infty}^t dt' \rho_{ee}(t'), \quad (3.20)$$

où ρ_{ee} est déterminé par la solution des équations de Bloch (3.19).

Dans la suite on supposera que les dé-cohérences sont dominées par la durée de vie des niveaux $|e\rangle$ et $|r\rangle$ et que par conséquent : $\gamma_{er} \simeq \gamma_{eg} \simeq \frac{\Gamma}{2}$ et $\gamma_{rg} \simeq \frac{\gamma}{2}$. Ceci est justifié par le fait que ces niveaux possèdent des durées de vie très courtes : les autres phénomènes susceptibles d'induire de la décohérence agissent sur des temps beaucoup plus longs⁶.

3.2.2 Taux de photo-ionisation

La dynamique contenue dans les équations de Bloch (3.19) est extrêmement riche et complexe à décrire dans le cas général. Nous détaillons ici une approche analytique permettant d'extraire les taux de photo-ionisation dans deux cas limites simples à mettre en œuvre expérimentalement. Tout d'abord nous considérons l'utilisation de lasers continus résonnants avec les transitions atomiques (à un photon). Nous nous intéresserons ensuite à la dynamique du système en présence d'une impulsion laser d'intensité crête élevée.

5. Cette approximation consiste à négliger les termes tournants aux fréquences optiques devant les termes faisant intervenir les désaccords des lasers δ et Δ , supposés très petit devant les fréquences des transitions : $|\delta|, |\Delta| \ll \omega_{rg}, \omega_{er}$.

6. En particulier la densité d'atomes étant faible (les ions sont piégés dans des enceintes à ultra-vide) l'élargissement dû aux collisions est négligeable.

Régime continu

On suppose dans un premier temps que le système interagit avec un laser intense sur la transition $|g\rangle \rightarrow |r\rangle$ et on traite l'effet du second laser Ω_{er} au premier ordre en théorie des perturbations. On suppose de plus que les lasers sont allumés à $t = 0$ et que l'on considère le système à un temps t où l'état stationnaire en présence de Ω_{rg} est atteint :

$$\rho_{gg}^{(0)} = \frac{\gamma^2 + 4\delta^2 + |\Omega_{rg}|^2}{\gamma^2 + 4\delta^2 + 2|\Omega_{rg}|^2} \simeq \frac{1}{2}, \quad (3.21a)$$

$$\rho_{rr}^{(0)} = \frac{|\Omega_{rg}|^2}{\gamma^2 + 4\delta^2 + 2|\Omega_{rg}|^2} \simeq \frac{1}{2}, \quad (3.21b)$$

$$\rho_{rg}^{(0)} = -\Omega_{rg}^* \frac{2\delta - i\gamma}{\gamma^2 + 4\delta^2 + 2|\Omega_{rg}|^2} \simeq -\frac{2\delta - i\gamma}{2\Omega_{rg}} \simeq 0. \quad (3.21c)$$

où on a supposé le laser Ω_{rg} saturant : $|\Omega_{rg}| \gg \gamma, |\delta|$.

De plus la présence du terme Ω_{rg} dans les équations (3.19e) et (3.19f) invite à ré-écrire le système en fonction de :

$$\rho_{\pm} = \rho'_{eg} + \frac{\delta \pm \sqrt{\delta^2 + |\Omega_{rg}|^2}}{\Omega_{rg}} \rho'_{er} \simeq \rho'_{eg} + \frac{\delta \pm |\Omega_{rg}|}{\Omega_{rg}} \rho'_{er} \simeq \rho'_{eg} \pm \frac{|\Omega_{rg}|}{\Omega_{rg}} \rho'_{er}, \quad (3.22)$$

soit :

$$\partial_t \rho_{ee} \simeq -\Gamma \rho_{ee} + \text{Im} \left[\frac{\Omega_{er}}{2} \frac{\Omega_{rg}(\rho_+ - \rho_-)}{|\Omega_{rg}|} \right], \quad (3.23)$$

$$\partial_t \rho_{\pm} \simeq -\frac{\Gamma \pm i|\Omega_{rg}|}{2} \rho_{\pm} + i\frac{\Omega_{er}}{2} \left(\rho'_{rg} \pm \frac{|\Omega_{rg}|}{\Omega_{rg}} (\rho_{rr} - \rho_{ee}) \right), \quad (3.24)$$

Alors au premier ordre non nul on obtient :

$$\begin{aligned} \rho_{\pm}^{(1)}(t) &\simeq \pm i\Omega_{er}^* \frac{|\Omega_{rg}|}{4\Omega_{rg}} \int_0^t dt' e^{-i\Delta t'} e^{-\frac{\Gamma \pm i|\Omega_{rg}|}{2}(t-t')} \\ &= \pm i\Omega_{er}^* \frac{|\Omega_{rg}|}{2\Omega_{rg}} \frac{1 - e^{-\frac{\Gamma - 2i\Delta \pm i|\Omega_{rg}|}{2}t}}{\Gamma - 2i\Delta \pm i|\Omega_{rg}|} e^{-i\Delta t}. \end{aligned} \quad (3.25)$$

En substituant le résultat de l'équation (3.25) dans l'équation (3.23), on obtient l'expression complète de ρ_{ee} au premier ordre non nul, qui peut être utilisée pour évaluer l'équation (3.20). La probabilité d'ionisation, aux temps "longs" (tels que $\Gamma t \gg 1$) est alors donnée par :

$$p_I(t) \simeq \Gamma t \frac{|\Omega_{er}|^2}{2} \frac{\Gamma^2 + 4\Delta^2 + |\Omega_{rg}|^2}{(\Gamma^2 + 4\Delta^2)^2 + |\Omega_{rg}|^4 + 2(\Gamma^2 - 4\Delta^2) |\Omega_{rg}|^2}. \quad (3.26)$$

Cette expression analytique du taux de photo-ionisation en régime continu sera utilisée à la section 3.2.2 pour comparer les performances des deux régimes de photo-ionisation considérés ici.

Description d'une impulsion lumineuse

Le champ électrique $\mathcal{E}(t)$ d'une impulsion lumineuse est souvent caractérisé par son spectre en intensité $|\hat{\mathcal{E}}(\omega)|^2$, facile à mesurer à l'aide d'un spectromètre. La mesure du spectre seul est cependant insuffisant pour caractériser complètement l'impulsion, car il ne donne pas accès à la phase spectrale $\phi(\omega)$ de l'impulsion, telle que : $\hat{\mathcal{E}}(\omega) = |\hat{\mathcal{E}}(\omega)| e^{i\phi(\omega)}$. Par exemple, la figure 3.2 présente le profil temporel (en intensité) de deux impulsions de même spectre Gaussien $|\hat{\mathcal{E}}(\omega)|^2 = e^{-\omega^2/\Delta\omega^2}/(2\pi\Delta\omega^2)$, de phases spectrales différentes. Si l'énergie totale contenue dans les deux impulsions est la même leur intensité crête est très différente et l'interaction avec un milieu non linéaire va en être affectée. Dans ce cas, la définition de la durée τ de l'impulsion peut être problématique et il faut poser :

$$\tau^2 = \Delta t^2 = \langle (t - \langle t \rangle)^2 \rangle, \quad (3.27)$$

où la moyenne est prise avec la densité de probabilité $|\mathcal{E}(t)|^2 / \int dt' |\mathcal{E}(t')|^2$. On peut alors montrer [Joffre 08] que la durée de l'impulsion est donnée par :

$$\tau^2 = \Delta t_{\phi=0}^2 + \Delta \tau_g^2, \quad (3.28)$$

c'est à dire la somme de la durée associée au spec-

tre à phase spectrale nulle et d'une variance de retard de groupe, $\Delta \tau_g^2 = \langle (\phi'(\omega) - \langle \phi'(\omega) \rangle)^2 \rangle$ (où la moyenne est prise avec la densité de probabilité $|\hat{\mathcal{E}}(\omega)|^2 / \int d\omega' |\hat{\mathcal{E}}(\omega')|^2$).

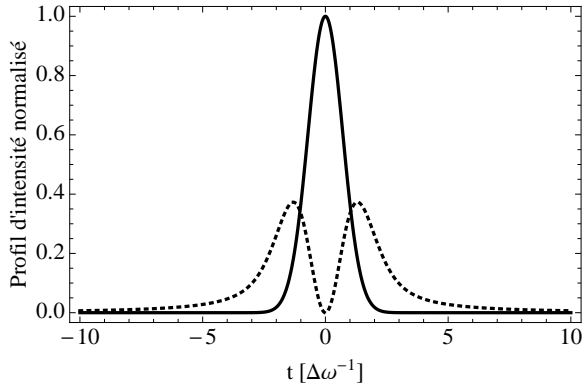


FIGURE 3.2 – Profil temporel normalisé en intensité $|\mathcal{E}(t)|^2$, pour deux impulsions de même spectre Gaussien de largeur $\Delta\omega$. Courbe noire continue : phase spectrale nulle $\phi(\omega) = 0$. Courbe noire pointillée : phase spectrale $\phi(\omega) = 0$ pour $\omega < 0$ et $\phi(\omega) = \pi$ pour $\omega > 0$.

Régime impulsionnel

On suppose maintenant que le système est excité par un seul laser, décrit à l'approximation de l'enveloppe lentement variable par son profil $f(t/\tau)$, où τ est la durée de l'impulsion, au sens de l'équation (3.28). Dans les équations (3.19) les pulsations de Rabi sont alors modifiées : $\Omega_{rg} \rightarrow \Omega_{rg} f(t/\tau)$ et $\Omega_{er} \rightarrow \Omega_{er} f(t/\tau)$. On introduit la variable de temps sans dimension

$s = t/\tau$ de telle sorte que les équations d'évolution (3.19) s'écrivent :

$$\begin{aligned} i\partial_s \rho_{gg} &= i\tau\gamma\rho_{rr} - \tau \frac{\Omega_{rg}f(s)\rho'_{rg} - \Omega_{rg}^*f(s)^*\rho'_{gr}}{2}, \\ i\partial_s \rho_{rr} &= -i\tau\gamma\rho_{rr} + \tau \frac{\Omega_{rg}f(s)\rho'_{rg} - \Omega_{rg}^*f(s)^*\rho'_{gr}}{2} - \tau \frac{\Omega_{er}f(s)\rho'_{er} - \Omega_{er}^*f(s)^*\rho'_{re}}{2}, \\ i\partial_s \rho'_{rg} &= -\tau \left(\delta + i\frac{\gamma}{2} \right) \rho'_{rg} - \tau \frac{\Omega_{rg}^*f(s)^*}{2} (\rho_{gg} - \rho_{rr}) - \tau \frac{\Omega_{er}f(s)}{2} \rho'_{eg}, \\ i\partial_s \rho_{ee} &= -i\tau\Gamma\rho_{ee} + \tau \frac{\Omega_{er}f(s)\rho'_{er} - \Omega_{er}^*f(s)^*\rho'_{re}}{2}, \\ i\partial_s \rho'_{er} &= -\tau \left(\Delta + i\frac{\Gamma}{2} \right) \rho'_{er} + \tau \frac{\Omega_{rg}f(s)}{2} \rho'_{eg} - \tau \frac{\Omega_{er}^*f(s)^*}{2} (\rho_{rr} - \rho_{ee}), \\ i\partial_s \rho'_{eg} &= -\tau \left(\delta + \Delta + i\frac{\Gamma}{2} \right) \rho'_{eg} + \tau \frac{\Omega_{rg}^*f(s)^*}{2} \rho'_{er} - \tau \frac{\Omega_{er}^*f(s)^*}{2} \rho'_{rg}. \end{aligned}$$

Un tel système n'admet pas de solution analytique générale, car les coefficients du membre de droite dépendent explicitement de la variable d'intégration s , à travers le profil $f(s)$. Dans le membre de droite, plusieurs paramètres sans dimension sont en compétition pour déterminer la dynamique du système :

- $\tau\gamma$ et $\tau\Gamma$ liés aux largeurs finies des niveaux,
- $\tau|\delta|$ et $\tau|\Delta|$ liés aux désaccords par rapport aux transitions,
- $\tau|\Omega_{rg}|$, $\tau|\Omega_{er}|$ qui quantifient la force du couplage avec le champ lumineux.

Typiquement des paramètres $\tau|\Omega_{rg}|$, $\tau|\Omega_{er}| \ll 1$ permettent de chercher une solution approchée par un développement en perturbations. Pour des cas où $\tau\gamma \ll 1$, les termes correspondants peuvent être négligés, tandis que le cas $\tau\gamma \gg 1$ permet de réaliser une élimination adiabatique des niveaux concernés.

Dans le cas de la photo-ionisation, plusieurs simplifications systématiques peuvent être considérées. En effet la transition $|g\rangle \rightarrow |r\rangle$ est une transition dipolaire électrique, qui donne donc au niveau $|r\rangle$ un temps de vie de l'ordre de la nanoseconde : pour des impulsions subnanoseconde, on a $\tau\gamma \ll 1$. De plus la nécessité d'arriver dans le continuum d'ionisation impose de choisir une énergie minimale pour les photons : pour les atomes d'intérêt (Ca, Sr, Ba), on a $\delta \geq 2\pi \times 29$ THz : pour des impulsions plus longues que 5 fs et au voisinage de la résonance à deux photons $\Delta \simeq -\delta$, on vérifie la condition $\tau|\delta| \gg 1$, ce qui permet d'éliminer adiabatiquement les cohérences ρ_{rg} et ρ_{er} ⁷.

Avec ces considérations on peut écrire :

$$\rho'_{rg}(s) \simeq f(s)^* \frac{\Omega_{rg}^*}{2\delta} (\rho_{rr} - \rho_{gg}) - f(s) \frac{\Omega_{er}}{2\delta} \rho'_{eg}, \quad (3.29a)$$

$$\rho'_{er}(s) \simeq f(s) \frac{\Omega_{rg}}{2\Delta} \rho'_{eg} + f(s)^* \frac{\Omega_{er}^*}{2\Delta} (\rho_{ee} - \rho_{rr}). \quad (3.29b)$$

En toute rigueur ces équations ne sont que le premier ordre d'un développement perturbatif en $|\Omega_{rg}|$, $|\Omega_{er}| \ll |\Delta|$, $|\delta|$. Nous avons cependant vérifié numériquement que les résultats

7. Le cas $|\delta\tau| \ll 1$ donne lieu à une dynamique intéressante mais dans notre système, cela concerne le domaine attoseconde, où la largeur du spectre de l'impulsion est de l'ordre de la fréquence de la transition optique : les approximations de l'onde tournante et de l'enveloppe lentement variable ne sont alors plus pertinentes. Avec des impulsions attosecondes de puissance expérimentalement accessible il est cependant possible d'obtenir des intensités crêtes de champ électrique comparables à celles liant l'électron au noyau : l'ionisation résulte alors de la perturbation du potentiel noyau-électron.

obtenus sont cohérents avec la solution du système complet (3.19) (à 1% près), même pour des valeurs des pulsations de Rabi Ω_{rg} et Ω_{er} de l'ordre de grandeur des désaccords δ et Δ . Cette situation permet donc d'explorer un régime non perturbatif vis à vis du taux de désexcitation Γ , au sens où les équations (3.29) sont aussi valides pour $|\Omega_{rg}|, |\Omega_{er}| \gg \Gamma$. En substituant les expressions (3.29) dans le système précédant, on obtient :

$$i\partial_s \rho_{gg} = \tau \frac{\Omega_e f(s)^2 \rho'_{eg} - \Omega_e^*(f(s)^*)^2 \rho'_{ge}}{2}, \quad (3.30a)$$

$$i\partial_s \rho_{rr} = -\tau \frac{\Omega_e f(s)^2 \rho'_{eg} - \Omega_e^*(f(s)^*)^2 \rho'_{ge}}{2} \frac{\delta + \Delta}{\Delta}, \quad (3.30b)$$

$$i\partial_s \rho_{ee} = -i\tau \Gamma \rho_{ee} + \tau \frac{\Omega_e f(s)^2 \rho'_{eg} - \Omega_e^*(f(s)^*)^2 \rho'_{ge}}{2} \frac{\delta}{\Delta}, \quad (3.30c)$$

$$i\partial_s \rho'_{eg} = -\tau \left(\delta + \Delta + i\frac{\Gamma}{2} - \frac{|\Omega_{er} f(s)|^2}{4\delta} - \frac{|\Omega_{rg} f(s)|^2}{4\Delta} \right) \rho'_{eg} - \tau \frac{\Omega_e^*(f(s)^*)^2}{2} \left(\rho_{rr} - \rho_{gg} + \frac{\delta}{\Delta} (\rho_{rr} - \rho_{ee}) \right), \quad (3.30d)$$

où on a introduit la pulsation effective $\Omega_e = \Omega_{er} \Omega_{rg} / (2\delta)$.

Les hypothèses utilisées pour obtenir les équations (3.30) portent essentiellement sur la durée de l'impulsion : $\tau\gamma \ll 1$, $\tau|\delta| \gg 1$ et $\tau|\Delta| \gg 1$. En notant δ' le désaccord à deux photons : $\delta' = \omega_0 - \omega_{eg}/2 = \delta - \tilde{\omega} = \Delta + \tilde{\omega}$, où $\tilde{\omega} = (\omega_{er} - \omega_{rg})/2$, ces conditions sur la durée de l'impulsion se ré-écrivent :

$$\tau \ll \gamma^{-1} \text{ et } \tau \gg \left| |\delta'| - |\tilde{\omega}| \right|^{-1}, \quad (3.31)$$

et sont vérifiées pour des impulsions limitées par transformée de Fourier de durées comprises entre 50 fs et 1 ns, pour des désaccords à deux photons compris entre $-|\tilde{\omega}| + 5$ THz et $|\tilde{\omega}| - 5$ THz.

Si on se place exactement à l'accord à deux photons, $\delta' = 0$, le système est décrit par un système à deux niveaux effectif, de pulsation de Rabi Ω_e , interagissant avec le champ électrique "doublé" de profil $f(s)$. Dans cette situation le niveau $|r\rangle$ n'est pas peuplé. La trace de l'existence d'un niveau relais apparaît via un déplacement lumineux lors du passage de l'impulsion. Ce déplacement lumineux diminue l'absorption car le niveau est déplacé hors de résonance : le désaccord optimal "instantané" (annulant le terme entre parenthèses sur la première ligne de l'équation (3.30d)), est donné par :

$$8\delta' = \frac{|\Omega_{er} f(s)|^2}{\delta' + \tilde{\omega}} + \frac{|\Omega_{rg} f(s)|^2}{\delta' - \tilde{\omega}} \text{ soit : } \delta' \simeq \frac{\tilde{\omega} - \sqrt{\tilde{\omega}^2 + |\Omega_{rg} f(s)|^2}/2}{2}, \quad (3.32)$$

car $|\Omega_{er}| \ll |\Omega_{rg}|$. Pour optimiser l'absorption à deux photons, on peut donc choisir un désaccord à deux photons intermédiaire.

Une méthode plus subtile consiste à jouer sur la phase temporelle du champ : $f(s) = |f(s)| e^{i\phi(s)}$, auquel cas le désaccord instantané s'écrit, après avoir effectué la substitution $\rho'_{eg} \rightarrow \tilde{\rho}_{eg} e^{-2i\phi(s)}$ dans l'équation (3.30d) :

$$8\delta' = -\frac{8}{\tau} \partial_s \phi(s) + \frac{|\Omega_{er} f(s)|^2}{\delta' + \tilde{\omega}} + \frac{|\Omega_{rg} f(s)|^2}{\delta' - \tilde{\omega}}. \quad (3.33)$$

Il est alors possible d'annuler le terme de droite, en imposant :

$$\partial_s \phi_s = \frac{\tau}{8} \left(\frac{|\Omega_{er} f(s)|^2}{\delta' + \tilde{\omega}} + \frac{|\Omega_{rg} f(s)|^2}{\delta' - \tilde{\omega}} \right), \quad (3.34)$$

ce qui permet d'obtenir des conditions optimales d'absorption à résonance pour :

$$\delta' = 0, \quad (3.35)$$

$$\phi_s(s) = \frac{\tau}{8} \left(\frac{|\Omega_{er}|^2}{\tilde{\omega}} - \frac{|\Omega_{rg}|^2}{\tilde{\omega}} \right) \int_{-\infty}^s du |f(u)|^2. \quad (3.36)$$

Notons que dans une expérience il est plus facile de manipuler la phase spectrale d'une impulsion, en utilisant par exemple un réseau de diffraction et un masque de phase, que sa phase temporelle. Or il n'est pas possible de transformer simplement l'équation (3.36) en une équation sur la phase spectrale : il faut alors utiliser une approche itérative d'optimisation de la phase spectrale. Enfin remarquons que dans le cas où le niveau intermédiaire est quasi-résonant ($|\delta| \tau \ll 1$), la manipulation de la phase spectrale du champ offre aussi des possibilités d'augmentation de la probabilité d'absorption à deux photons [Dudovich 01].

Comparaison des deux régimes

Afin de comparer les deux régimes décrits ci-dessus, nous introduisons les ordres de grandeur relatifs aux différents paramètres présents dans ces équations, et tout d'abord à ceux relatifs à l'atome considéré. Dans le cas du Strontium la largeur naturelle du niveau qui domine le spectre de photo-ionisation à deux photons, le niveau $|5p^2 + 4d^2\rangle$, est de l'ordre de $\Gamma \simeq 2\pi \times 1$ THz et est dominée par une désexcitation non radiative vers le niveau fondamental du Strontium ionisé [ul Haq 06]. Les dipôles des transitions $|g\rangle \rightarrow |r\rangle$ et $|r\rangle \rightarrow |e\rangle$ peuvent être calculés à partir de la fréquence de la transition et la valeur du coefficient d'Einstein associé [Hilborn 82] :

$$d_{ij} = \sqrt{\frac{3 \epsilon_0 \hbar c^3}{2 |\omega_{ij}|^3} A_{ij}}, \quad (3.37)$$

ce qui donne pour la transition $|g\rangle \rightarrow |r\rangle$ ($\omega_{rg} = 2\pi \times 651$ THz et $A_{rg} = 201$ MHz [NIST]) :

$$d_{rg} \simeq 2.64 \times 10^{-29} \text{ Cm}. \quad (3.38)$$

Pour la transition $|r\rangle \rightarrow |e\rangle$ le coefficient A_{er} est difficile à mesurer car la désexcitation est dominée par des processus non radiatifs. On utilisera donc comme la formule définissant le dipôle qui fait intervenir la section efficace d'absorption σ_{ij} , qui elle peut être mesurée :

$$d_{ij} = \sqrt{\frac{3 g_i \epsilon_0 \hbar c}{2 g_j |\omega_{ij}|} A_{ij} \sigma_{ij}}, \quad (3.39)$$

et avec des arguments sur le recouvrement des fonctions d'ondes, on estime $A_{er} \leq A_{rg}$, ce qui donne ($\omega_{eg} \simeq 2\pi \times 741$ THz, $\sigma_{ij} = 5500$ Mb = 5.5×10^{-19} m² et $g_i = g_j$ [ul Haq 06]) :

$$d_{er} \simeq 1 \times 10^{-31} \text{ Cm}. \quad (3.40)$$

Comme annoncé, on a $d_{er} \ll d_{rg}$ et donc à puissance laser équivalente sur les deux transitions $|\Omega_{er}| \ll |\Omega_{rg}|$.

Pour déterminer les pulsations de Rabi des différents lasers, on calcule la valeur du champ électrique associé à la puissance moyenne P_c pour un laser continu, focalisé avec un waist w :

$$E_c = \sqrt{\frac{2P_c}{\epsilon_0 c w^2}}, \quad (3.41)$$

et la valeur du champ électrique crête pour un laser impulsionnel :

$$E_i = \sqrt{\frac{2P_i}{\epsilon_0 c w^2 \kappa \tau}}, \quad (3.42)$$

où κ est le taux de répétition du laser, τ la durée des impulsions et P_i la puissance moyenne du laser. Pour les applications numériques on prendra $\kappa = 80$ MHz (taux de répétition standard d'une cavité Titane-Saphire femtoseconde), le tableau 3.1 donne les valeurs des pulsations de Rabi dans les deux régimes. Notons que les valeurs reportées ici montrent que la transition

	Régime continu	Régime impulsionnel
Ω_{rg} [THz]	$2\pi \times \frac{1.1}{w[\mu\text{m}]} \sqrt{P_c[\text{W}]}$	$2\pi \times \frac{122}{w[\mu\text{m}]} \sqrt{\frac{P_i[\text{W}]}{\tau[\text{ps}]}}$
Ω_{er} [THz]	$2\pi \times \frac{4.1 \times 10^{-3}}{w[\mu\text{m}]} \sqrt{P_c[\text{W}]}$	$2\pi \times \frac{0.5}{w[\mu\text{m}]} \sqrt{\frac{P_i[\text{W}]}{\tau[\text{ps}]}}$

TABLE 3.1 – Pulsation de Rabi sur les transitions $|g\rangle \rightarrow |r\rangle$ et $|r\rangle \rightarrow |e\rangle$, en fonction de la puissance moyenne du laser exprimée en Watt, du waist en microns et de la durée des impulsions en picosecondes.

$|g\rangle \rightarrow |r\rangle$ est largement saturée en régime continu, tandis que la transition $|r\rangle \rightarrow |e\rangle$ est loin de saturation $\Omega_{re} \ll \Gamma$, pour des waist de l'ordre du micron et des puissances moyennes de l'ordre du Watt, ce qui justifie l'approche perturbative développée au paragraphe précédent. Au contraire, en régime impulsionnel, les deux transitions peuvent être excitées par des champs crête saturants, pour lesquels l'approche perturbative est insuffisante.

La figure 3.3 présente la comparaison entre les deux chemins de photo-ionisation, en fonction du désaccord à deux photons δ' pour le régime impulsionnel et du désaccord à un photon Δ pour le régime continu. La quantité tracée est la probabilité d'être dans l'état $|i\rangle$ après le passage d'une impulsion, ou en régime continu, après un temps $t = w/v_0$ où $v_0 \simeq 200$ m/s est la vitesse moyenne des atomes : ce temps correspond donc au temps de traversée du faisceau par l'atome. Cette probabilité est obtenue par intégration numérique des équations (3.30a) à (3.30d) pour des impulsions gaussiennes, pour le régime impulsionnel et est donnée par la formule (3.26), pour le régime continu. On suppose que la puissance moyenne de tous les lasers est de l'ordre de 400 mW, et qu'ils sont focalisés sur un waist de $2 \mu\text{m}$, le temps passé par l'atome dans le faisceau est de l'ordre de 10 ns : il ne "voit" donc en moyenne qu'une seule impulsion (le temps séparant deux impulsions est de 12.5 ns pour un taux de répétition de 80 MHz). Pour le régime impulsionnel, deux courbes sont tracées : le résultat obtenu pour une impulsion de phase spectrale constante, et le résultat en régime de contrôle cohérent où la phase spectrale compense le déplacement lumineux. Dans le régime sans contrôle cohérent, le déplacement de résonance de l'ordre de -18 THz, correspond à une longueur d'onde de 442 nm, soit un écart de 11 nm à la longueur d'onde optimale théorique $\lambda \simeq 431$ nm.

La figure 3.4 présente l'évolution des populations des niveaux, $|r\rangle$, $|e\rangle$ et $|i\rangle$ en fonction du temps sans dimension $s = t/\tau$, pour une puissance lumineuse moyenne de $P_i \simeq 400$ mW,

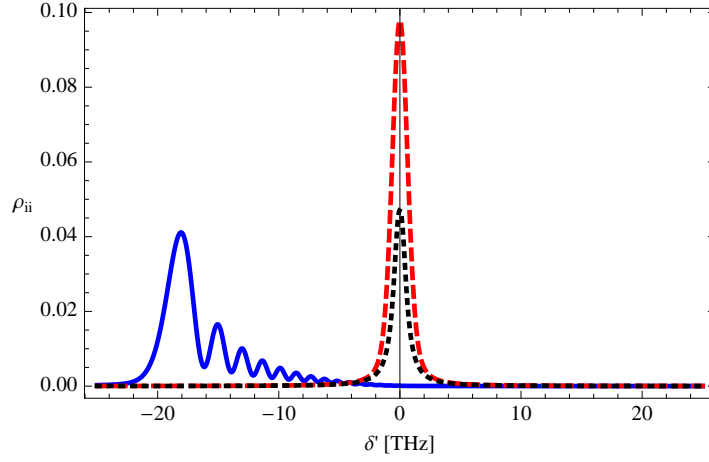


FIGURE 3.3 – Probabilité de photo-ionisation en fonction du désaccord à la transition en téra-Hertz, pour une puissance moyenne de 400 mW et des faisceaux focalisés sur $2 \mu\text{m}$ et des impulsions de durée $\tau = 150$ fs. Courbe bleue : régime impulsionnel avec phase spectrale constante, courbe rouge discontinue : régime impulsionnel en contrôle cohérent, courbe noire pointillée : régime continu, pour un temps de passage dans le faisceau de $t \simeq w/v_0 \simeq 10$ ns.

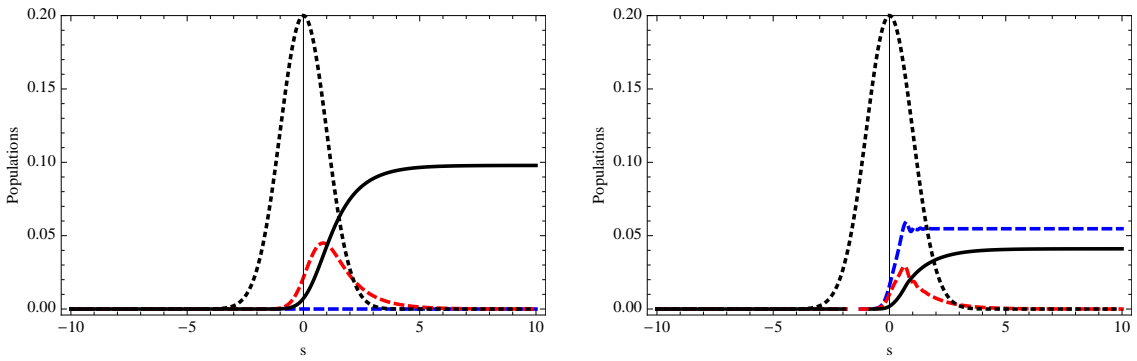


FIGURE 3.4 – Courbe noire continue : population de l'état ionisé $|i\rangle$, courbe bleue discontinue : population de l'état relais $|r\rangle$, courbe rouge discontinue : population de l'état excité $|e\rangle$. La courbe noire pointillée indique le profil temporel de l'impulsion, $|f(s)|$, sur une échelle verticale arbitraire. Figure de gauche : régime de contrôle cohérent à résonance $\delta' = 0$ où l'effet du déplacement lumineux est compensé par la phase spectrale de l'impulsion. Figure de droite : régime où la phase spectrale de l'impulsion n'est pas contrôlée et le déplacement lumineux compensé par un désaccord $\delta' = -2\pi \times 18$ THz. Paramètres : puissance $P_i = 400$ mW, $w = 2 \mu\text{m}$ et $\tau = 150$ fs.

focalisée sur $w \simeq 2 \mu\text{m}$ et des impulsions de durée $\tau \simeq 150 \text{ fs}$. Cette figure souligne la différence entre la photo-ionisation avec et sans contrôle de la phase spectrale de l'impulsion. Lorsque celle-ci est contrôlée, le niveau $|r\rangle$ n'est pas peuplé lors du processus et près de 10% de la population est transférée dans l'état $|i\rangle$ après le passage de l'impulsion. Dans le cas contraire, le niveau relais $|r\rangle$ est peuplé de manière appréciable (environ 6% de la population totale) et seulement 4% de la population est transférée dans l'état $|i\rangle$.

3.2.3 Paramètres optimaux

La valeur optimale par le schéma de photo-ionisation à deux couleurs continu est à désaccord nul :

$$p_I = \frac{\Gamma t}{2} \frac{|\Omega_{er}|^2}{\Gamma^2 + |\Omega_{rg}|^2} \simeq 0.27 \times \frac{P_c[\text{W}] \times w[\mu\text{m}]}{1.2 \times P_c[\text{W}] + (w[\mu\text{m}])^2}, \quad (3.43)$$

où on a laissé libre les deux paramètres expérimentaux faciles à varier, le waist des faisceaux w et la puissance des lasers P_c . Cette valeur de référence servira de point de comparaison pour estimer l'efficacité du schéma de photo-ionisation en régime impulsif.

Influence de la puissance

La photo-ionisation par absorption à deux photons est un processus quadratique en l'intensité du champ lumineux incident : on s'attend donc à observer une dépendance quadratique de p_i en fonction de P_i , tant qu'il n'y a pas de saturation du processus (c'est à dire aux faibles puissances). La figure 3.5 présente la probabilité d'ionisation par impulsion p_i en fonction de la puissance moyenne P_i dans les régimes de contrôle cohérent et hors contrôle cohérent. Les courbes sont tracées en échelle log-log, la dépendance quadratique est donc caractérisée

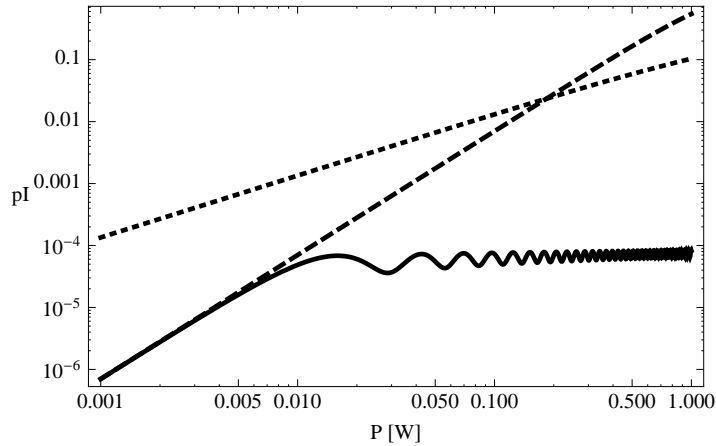


FIGURE 3.5 – Probabilité d'ionisation à résonance $\delta' = 0$ en fonction de la puissance moyenne en échelle log-log. Courbe noire continue : probabilité d'ionisation avec une phase spectrale nulle (hors contrôle cohérent), courbe noire discontinue : probabilité d'ionisation en régime de contrôle cohérent, courbe pointillée : probabilité d'ionisation à deux couleurs en régime continu. Paramètres : $\tau = 100 \text{ fs}$, $w = 2 \mu\text{m}$.

par une droite de pente 2. Pour les paramètres choisis, les régimes sans et avec contrôle

cohérent de la phase spectrale donnent la même probabilité d'ionisation par impulsion pour $P_i \leq 5$ mW : ce régime correspond au régime perturbatif, où les déplacements lumineux ne sont pas encore significatifs (c'est à dire qu'ils sont négligeable devant la largeur naturelle Γ). Dans les conditions de la figure 3.5 la photo-ionisation à une couleur en régime impulsionnel est plus performante que la photo-ionisation à deux couleurs en régime continu pour $P_i \geq 200$ mW.

Influence de la durée des impulsions

La figure 3.6 présente la probabilité d'ionisation à résonance $\delta' = 0$ dans les différents régimes en fonction de la durée des impulsions, à puissance moyenne constante. Pour les

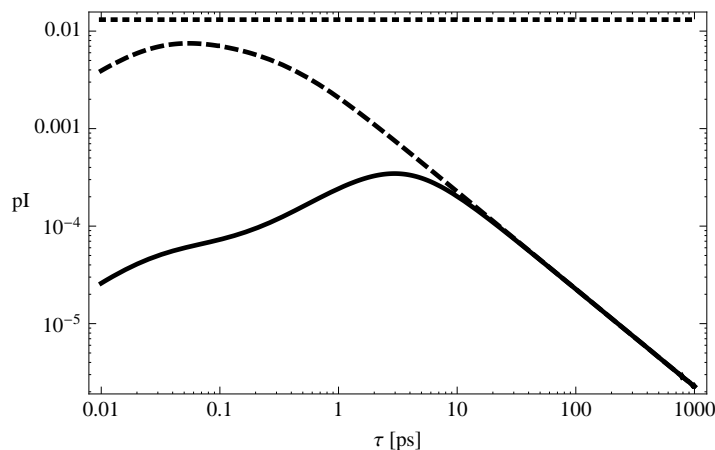


FIGURE 3.6 – Probabilité d'ionisation à résonance $\delta' = 0$ en fonction de la durée des impulsions pour une puissance moyenne $P_i = 100$ mW. Courbe noire continue : probabilité d'ionisation avec une phase spectrale nulle (hors contrôle cohérent), courbe noire discontinue : probabilité d'ionisation en régime de contrôle cohérent, courbe pointillée : probabilité d'ionisation à deux couleurs en régime continu. A cette puissance moyenne et pour cette focalisation ($w = 2 \mu\text{m}$), les effets de déplacement lumineux deviennent importants pour $\tau \leq 10$ ps.

paramètres choisis, les effets de déplacement lumineux deviennent importants pour $\tau \leq 10$ ps : c'est pourquoi la probabilité d'ionisation à phase spectrale constante n'est pas optimale pour $\tau \leq 10$ ps.

3.2.4 Limitations

Nous discutons à présent des deux principaux paramètres expérimentaux pouvant aussi affecter l'efficacité de photo-ionisation : l'élargissement inhomogène des transitions par effet Doppler et le profil de Fano de la résonance auto-ionisante.

Elargissement inhomogène

Les atomes sont obtenus à partir d'un four et forment donc une vapeur à une température finie. Ils possèdent donc une vitesse aléatoire décrite par une statistique de Maxwell-Boltzmann,

ce qui a pour effet, par effet Doppler, d'élargir de manière in-homogène les niveaux électroniques. Cet élargissement inhomogène est de l'ordre de $\Gamma_i \simeq 450$ MHz pour l'atome de Strontium et une température de $T \simeq 400$ K, ce qui impose :

- en régime continu, une puissance importante pour saturer la transition $|g\rangle \rightarrow |r\rangle$, pour toutes les classes de vitesses : $|\Omega_{rg}| \gg \Gamma_i$, condition à laquelle la formule (3.26) est valide ;
- en régime impulsionnel : la durée de l'impulsion doit vérifier : $\Gamma_i \tau \ll 1$, soit $\tau \leq 100$ ps, ce qui est compatible avec le régime optimal de la figure 3.6.

Sous ces conditions, les probabilités d'ionisation définies ci-dessus sont des probabilités d'ionisation globales : tout atome entrant dans la zone d'ionisation est ionisé avec la probabilité p_I , indépendamment de sa vitesse. De cette manière il est possible de chercher à minimiser le flux d'atomes produit par le four en baissant progressivement la température, tout en maintenant un fort taux de création d'ions.

Notons que réciproquement la sélectivité en vitesse peut être utilisée astucieusement, en régime continu, pour créer des ions avec une énergie cinétique minimale afin de pouvoir les capturer dans un potentiel de faible profondeur. Ceci n'est pas envisageable en régime impulsionnel, le spectre des champs lumineux étant bien plus large que la dispersion en vitesse, toutes les classes de vitesses contribuent au processus.

Résonance auto-ionisante

Dans l'analyse présentée ci dessus nous avons considéré que la transition $|r\rangle \rightarrow |e\rangle$ présentait un profil lorentzien : ceci n'est pas strictement vrai, étant donné que l'état $|e\rangle$ est un état instable couplé de manière forte au continuum d'ionisation, lui même adressé par le champ lumineux : ce couplage donne donc lieu à l'apparition d'une résonance auto-ionisante décrite par un profil de Fano [Fano 61]. L'existence de plusieurs chemins possibles pour atteindre le continuum d'ionisation entraîne la possibilité d'avoir des interférences constructives ou destructives, entraînant une augmentation ou une suppression de la probabilité d'ionisation. En effet, dans cette situation l'élément de dipôle entre l'état $|r\rangle$ et l'état $|e'\rangle$, c'est à dire l'état $|e\rangle$ "habillé" des états du continuum $|c\rangle$ qui est état propre de l'Hamiltonien atomique, dépend fortement de l'énergie E du niveau considéré et s'écrit :

$$|d_{e'r}|^2 = \frac{|d_{cr}|^2}{\pi} \frac{|q\Gamma + (E - E_a)/\hbar|^2}{\Gamma^2 + (E - E_a)^2/\hbar^2}, \quad (3.44)$$

où E_a est l'énergie de la résonance auto-ionisante et q est un paramètre sans dimension décrivant la résonance de Fano, tel que à résonance $|d_{er}|^2 = q^2 |d_{cr}|^2$. La probabilité d'ionisation totale est alors donnée par :

$$p_{tot} = \int_{E_i}^{\infty} dE \rho(E) p_I, \quad (3.45)$$

où la substitution $d_{er} \rightarrow d_{e'r}$ a été réalisée dans l'expression de p_I , E_i est l'énergie d'ionisation et $\rho(E)$ est la densité d'état du continuum. Notons que p_I dépend de E non seulement à travers l'expression de $d_{e'r}$ mais aussi par le paramètre $\Delta \equiv \omega_0 - \omega_{e'r} = \omega_0 + \omega_{rg} - E/\hbar$.

L'intégrale sur E est alors un compromis entre les termes décrivant la structure atomique et le profil de Fano qui varient sur une échelle de l'ordre de Γ et le spectre des impulsions qui varie sur une échelle de l'ordre de $1/\tau$. Dans le cas où le spectre des impulsions est très large (pour des impulsions courtes), c'est à dire $\Gamma\tau \ll 1$, le profil de Fano est essentiellement plat

et on a en très bonne approximation :

$$p_{tot} \simeq p_I, \quad (3.46)$$

où p_I est donné par la solution des équations (3.30), avec un profil lorentzien idéal pour le niveau auto-ionisant : les effets d'interférences sont lissés. Dans le cas où le spectre des impulsions est très fin (pour des impulsions longues), c'est à dire $\Gamma\tau \gg 1$, seule un faible nombre de niveaux interviennent dans le processus, centrés autour de $E \simeq 2\hbar\omega_0$, avec une largeur typique $2\pi\hbar/\tau$. En particulier pour $\hbar\omega_0 \simeq E_a - q\hbar\Gamma$, le dipôle effectif s'annule et la probabilité d'ionisation est donc nulle : les effets d'interférence entrent en jeu et imposent donc un contrôle fin du désaccord à deux photons. De même en régime continu à deux couleurs, les effets d'interférences imposent de contrôler précisément la fréquence du laser adressant la transition $|r\rangle \rightarrow |e\rangle$.

Le régime optimal en fonction de la durée des impulsions, défini dans la figure 3.6 correspond au cas $\Gamma\tau \ll 1$, pour lequel l'effet d'interférences dû au profil de Fano est négligeable. Le mécanisme de photo-ionisation à une couleur en régime impulsionnel semble donc plus robuste que la mécanisme continu à deux couleurs, vis à vis de l'élargissement inhomogène et des interférences induites par le profil de Fano.

3.3 Refroidissement laser

La manipulation des degrés de liberté externes de particules piégées par l'utilisation de sources lumineuses a permis l'essor du domaine de l'étude des atomes ultra-froids, améliorant de manière significative la précision des mesures d'intérêt métrologiques, permettant d'atteindre le régime de dégénérescence quantique et de cristallisation des nuages d'ions piégés. Les pièges à ions, du fait de la raideur relativement élevée de leurs potentiels confinants, permettent de refroidir un ensemble d'ions à l'aide d'un seul faisceau laser, placé sur un axe astucieusement choisi. Nous présentons ici les techniques de refroidissement les plus usitées dans les pièges à ions : refroidissement Doppler, refroidissement par bandes latérales et refroidissement sympathique, d'autres techniques existent mais ne sont pas détaillées ici.

3.3.1 Refroidissement Doppler

Nous suivons ici la démarche exposée dans la référence [Wesenberg 07] et nous l'étendons pour modéliser les différentes mesures faites dans nos expériences.

Atome à deux niveaux

Pour simplifier l'analyse, on modélise la transition de refroidissement, présentée à la figure 3.7, par une transition à deux niveaux. Cette approche est valide si le laser "re-pompeur", accordé sur la transition $|D_{3/2}\rangle \rightarrow |P_{1/2}\rangle$ est suffisamment loin de résonance et si son intensité est astucieusement choisie : les effets de piégeage cohérent de population sont alors négligeables [Berkeland 02]. Pour un ion (atome) immobile, illuminé par un laser quasi-résonant avec la transition $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$, la population dans l'état excité, en régime stationnaire, est donnée par :

$$\bar{\rho}_{ee} = \frac{1}{2} \frac{s}{1 + s + (2\delta_b/\Gamma)^2}, \quad (3.47)$$

où $s = 2|\Omega|^2/\Gamma^2$ est le paramètre de saturation du système, Ω la pulsation de Rabi du laser, δ_b le désaccord du laser par rapport à la transition et Γ la largeur naturelle du niveau excité.

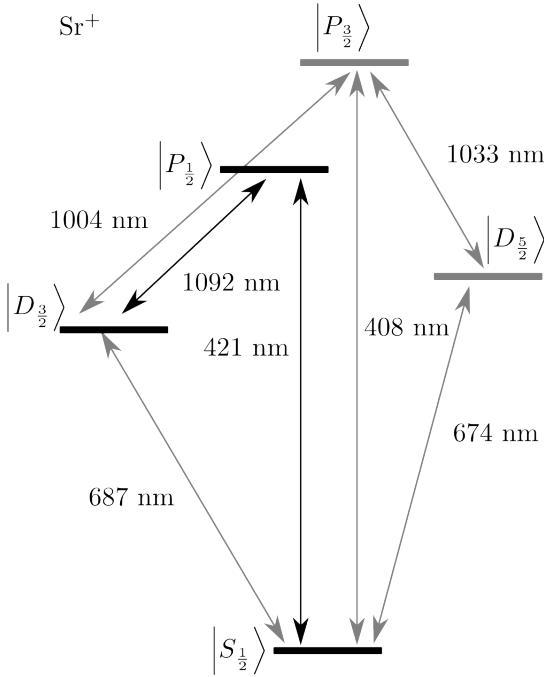


FIGURE 3.7 – Schéma de niveau de l'ion Sr⁺. Les transitions grisées ne sont pas utilisées. Les trois niveaux impliqués sont le niveau fondamental $|g\rangle \equiv |S_{1/2}\rangle$, le niveau excité $|e\rangle \equiv |P_{1/2}\rangle$ et le niveau métastable $|m\rangle \equiv |D_{3/2}\rangle$.

On introduit l'énergie typique du système associée à la largeur de raie $E_0 = \frac{\hbar\Gamma}{2}\sqrt{1+s}$, ce qui permet d'écrire :

$$\bar{\rho}_{ee} = \frac{1}{2} \frac{s}{1+s} \frac{1}{1 + \Delta_b^2}, \quad (3.48)$$

où on a introduit le désaccord normalisé :

$$\Delta_b = \frac{\hbar\delta_b}{E_0}. \quad (3.49)$$

Le taux de photons rayonnés par l'atome est donné par la population dans l'état excité multiplié par la largeur du niveau excité Γ :

$$\frac{dN}{dt} = \Gamma \bar{\rho}_{ee} = t_0^{-1} \frac{1}{1 + \Delta_b^2}, \quad (3.50)$$

où on a introduit t_0 le temps typique de désexcitation à résonance :

$$t_0 = \left(\frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1+s} \right)^{-1}. \quad (3.51)$$

Effet Doppler

Si l'ion est en mouvement, à une vitesse \mathbf{v} , le désaccord est modifié par effet Doppler : $\Delta_b \rightarrow \Delta_b - \Delta_D$ où $\Delta_D = \hbar\mathbf{k}\cdot\mathbf{v}/E_0$ est le désaccord dû à l'effet Doppler, et \mathbf{k} est le vecteur d'onde du laser. Si l'échelle de temps typique de variation de \mathbf{v} est grande devant $1/\Gamma$, il est raisonnable de considérer que l'état interne de l'atome est dans l'état stationnaire associé au désaccord instantané $\Delta_b - \Delta_D$. Pour un ion piégé, dans un potentiel harmonique de raideurs

ω_x, ω_y et ω_z , cela suppose de satisfaire : $\omega_x, \omega_y, \omega_z \ll \Gamma$. Sous cette hypothèse, la population dans l'état excité dépend explicitement de Δ_D :

$$\bar{\rho}_{ee}(\Delta_D) = \frac{1}{2} \frac{s}{1+s} \frac{1}{1 + (\Delta_b - \Delta_D)^2}. \quad (3.52)$$

Variation de l'énergie

Chaque photon qui est absorbé par l'ion apporte une quantité de mouvement $\hbar \mathbf{k}$. On va supposer que sur une période de la trajectoire, l'énergie de l'ion est suffisamment peu modifiée pour que la variation d'énergie s'écrive :

$$\frac{dE}{dt} \simeq \hbar \Gamma \mathbf{k} \cdot \langle \mathbf{v} \bar{\rho}_{ee}(\Delta_D) \rangle = E_0 \Gamma \langle \Delta_D \bar{\rho}_{ee}(\Delta_D) \rangle, \quad (3.53)$$

où la moyenne $\langle \dots \rangle$ s'entend sur une trajectoire. D'autre part l'émission spontanée des photons entraîne par effet de recul un taux de chauffage [Wineland 79] :

$$\left(\frac{dE}{dt} \right)_{\text{recul}} = \frac{4}{3} \frac{|\hbar \mathbf{k}|^2}{2m} \left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle, \quad (3.54)$$

qui limite *in fine* l'énergie minimale qu'il est possible d'atteindre par cette technique.

Pour un ion confiné dans un potentiel harmonique, la vitesse selon chaque axe est décrite par $v_i(t) = v_i \sin[\omega_i t + \phi_i]$, où la vitesse maximale est liée à l'énergie du mode ω_i : $v_i = \sqrt{2E_i/m}$. La distribution du désaccord Doppler sur l'axe i sur une période de l'oscillateur harmonique correspondant est donnée par :

$$P_i(\Delta_D^{(i)}) = \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{2\pi} \delta \left[\Delta_D^{(i)} - \Delta_M^{(i)} \sin[\phi] \right] = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{|\Delta_M^{(i)}|^2 - |\Delta_D^{(i)}|^2}} & \text{si } \left| \Delta_D^{(i)} \right| < \Delta_M^{(i)}, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (3.55)$$

où le symbole $\delta[...]$ désigne la distribution de Dirac, $\Delta_M^{(i)} = \hbar |k_i| v_i / E_0$ est le désaccord maximal que peut atteindre l'ion avec l'énergie E_i . La distribution $P_i(u)$ peut aussi être caractérisée simplement par sa transformée de Fourier :

$$\hat{P}_i(x) = \int \frac{du}{2\pi} e^{-iux} P_i(u) = \frac{1}{2\pi} J_0(|x| \Delta_M^{(i)}), \quad (3.56)$$

où $J_0(x)$ est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 0. Notons que si le mode ω_i est "froid" au sens $\Delta_M^{(i)} \ll 1$, la transformée de Fourier de sa fonction de distribution tend vers une constante et sa fonction de distribution est par conséquent semblable à une fonction delta de Dirac centrée en 0. Si au contraire ce mode est "chaud" au sens $\Delta_M^{(i)} \gg 1$, la fonction de distribution possède essentiellement deux pics situés en $\Delta_D = \pm \Delta_M^{(i)}$ et peut être modélisée par la demi somme de deux fonctions delta de Dirac centrées respectivement en $\pm \Delta_M^{(i)}$.

La variation de l'énergie associée au mode ω_z s'écrit alors :

$$\frac{dE_z}{dt} = E_0 \Gamma \underbrace{\int d^3 \Delta_D \Delta_D^{(z)} \bar{\rho}_{ee}(\Delta_D) \prod_j P_j(\Delta_D^{(j)})}_{I_z} + \frac{1}{3} \left(\frac{dE}{dt} \right)_{\text{recul}}. \quad (3.57)$$

L'intégrale I_z peut être ré-écrite :

$$I_z = t_0^{-1} \int u du P_z(u) \int dv \frac{P_{x,y}(v)}{1 + (u + v - \Delta_b)^2}, \quad (3.58)$$

où $P_{x,y}(v) = \int dw P_x(v - w) P_y(w)$ est la probabilité jointe de trouver $\Delta_D^{(x)} + \Delta_D^{(y)} = v$. Une expression analogue peut être dérivée pour les deux autres modes I_x et I_y en permutant les indices et exposants.

De la même manière on peut dériver pour le taux de photons rayonnés :

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle &= \frac{1}{t_0} \int d^3 \Delta_D \bar{\rho}_{ee}(\Delta_D) \prod_j P_j(\Delta_D^{(j)}) \\ &= \frac{1}{t_0} \int dudvdw \frac{P_x(u) P_y(v) P_z(w)}{1 + (u + v + w - \Delta_b)^2}. \end{aligned} \quad (3.59)$$

La dynamique complète décrite par les équations (3.57) et (3.59) ne possède pas en général de solution analytique et ne peut être explorée que numériquement. Toutefois il est possible d'obtenir des résultats simple si on ne s'intéresse qu'à la dynamique de refroidissement d'un des modes, ce qui est le cas par exemple si le faisceau de refroidissement est aligné sur un axe propre du piège.

Modèle à une dimension

Supposons que le faisceau de refroidissement est aligné avec l'axe z : on a alors $\Delta_M^{(x)}, \Delta_M^{(y)} \ll 1$ et les équations (3.57) et (3.59) se simplifient :

$$I_z \simeq \frac{1}{t_0} \int du \frac{u P_z(u)}{1 + (u - \Delta_b)^2} = \frac{1}{t_0} \int \frac{d\phi}{2\pi} \frac{\Delta_M^{(z)} \sin[\phi]}{1 + (\Delta_M^{(z)} \sin[\phi] - \Delta_b)^2}, \quad (3.60)$$

$$\left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle \simeq \frac{1}{t_0} \int du \frac{P_z(u)}{1 + (u - \Delta_b)^2} = \frac{1}{t_0} \int \frac{d\phi}{2\pi} \frac{1}{1 + (\Delta_M^{(z)} \sin[\phi] - \Delta_b)^2}. \quad (3.61)$$

Dans cette situation, la dynamique est découplée et tout se passe comme si seul le mode z entrainait en jeu. Enfin ces intégrales peuvent être évaluées explicitement, en suivant la procédure de la référence [Wesenberg 07] :

$$\frac{dE_z}{dt} = \frac{E_0}{t_0 \Delta_M^{(z)}} (\text{Re}[Z] + \Delta_b \text{Im}[Z]) + \frac{4}{9} E_0 r \left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle, \quad (3.62)$$

$$\left\langle \frac{dN}{dt} \right\rangle = \frac{1}{t_0 \Delta_M^{(z)}} \text{Im}[Z], \quad (3.63)$$

où :

$$Z = \imath \left(1 - \left[(\Delta_b + \imath) / \Delta_M^{(z)} \right]^2 \right)^{-1/2}, \quad (3.64)$$

et $r = |\hbar \mathbf{k}|^2 / (2mE_0)$ est l'énergie de recul normalisée. Ce système d'équation est auto-consistant car $\Delta_M^{(z)} = 2\epsilon_z \sqrt{r E_z / E_0}$, où ϵ_z est la projection normalisée de \mathbf{k} sur l'axe z : $\epsilon = k_z / |\mathbf{k}|$, et permet de calculer la dynamique de refroidissement ainsi que le taux d'émission de photons.

Dans la suite on introduit l'énergie normalisée $\tilde{E}_z = rE_z/E_0$ et le temps normalisé $\tau = rt/t_0$ et les équations normalisées décrivant la dynamique du système s'écrivent alors :

$$\frac{d\tilde{E}_z}{d\tau} = \frac{\operatorname{Re}[Z'] + (\Delta_b + \frac{4}{9}r) \operatorname{Im}[Z']}{2\sqrt{\tilde{E}_z}}, \quad (3.65a)$$

$$Z' = i \left(1 - \frac{(\Delta_b + i)^2}{4\tilde{E}_z} \right)^{-1/2}. \quad (3.65b)$$

Une fois l'évolution de l'énergie calculée, le taux de diffusion de photons s'obtient par :

$$\left\langle \frac{dN}{d\tau} \right\rangle = \frac{\operatorname{Im}[Z']}{2r\sqrt{\tilde{E}_z}}. \quad (3.66)$$

Deux limites simples de ces équations sont intéressantes : dans le cas où l'énergie est grande, c'est à dire $E_z \gg \Delta_b^2 + 1$, $Z' \simeq i$ l'évolution peut être calculée analytiquement :

$$\tilde{E}_z = \left[\left(\tilde{E}_z^{(0)} \right)^{3/2} + \frac{3}{4} \int_0^\tau d\tau' \left(\Delta_b + \frac{4}{9}r \right) \right]^{2/3}. \quad (3.67)$$

Dans cette situation il n'y a refroidissement que pour des désaccords $\Delta_b < -4r/9$: cela peut s'interpréter comme le fait que chaque photon absorbé extrait une énergie Δ_b du mode ω_z il est donc nécessaire que cette énergie soit plus grande que l'énergie moyenne de recul pour avoir un effet net de refroidissement.

Dans le cas où l'énergie est faible $E_z \ll \Delta_b^2 + 1$, $Z'/2\sqrt{\tilde{E}_z} \simeq i/\sqrt{-(\Delta_b + i)^2} - 2i \frac{\sqrt{-(\Delta_b + i)^2}}{(\Delta_b + i)^4} \tilde{E}_z$ et alors on montre que :

$$\frac{d\tilde{E}_z}{d\tau} \simeq -2 \frac{d}{d\Delta_b} \left[\frac{1}{1 + \Delta_b^2} \right] \tilde{E}_z + \frac{4}{9}r \frac{1}{1 + \Delta_b^2}, \quad (3.68)$$

on retrouve donc le résultat connu pour un atome libre refroidi par refroidissement Doppler : le taux de refroidissement (donné par $4 \frac{\Delta_b}{(1 + \Delta_b^2)^2}$) est proportionnel à la pente du profil d'absorption lorentzien $1/(1 + \Delta_b^2)$ et est maximal pour $\Delta_b = -\frac{1}{\sqrt{3}}$, l'atome est refroidi pour tout désaccord négatif $\Delta_b < 0$ et l'énergie finale est fixée par l'énergie de recul r : $\tilde{E}_z \rightarrow \frac{r}{9} \frac{1 + \Delta_b^2}{|\Delta_b|}$, et elle est minimale pour $\Delta_b = -1$:

$$\tilde{E}_z = \left(\tilde{E}_z(0) + \frac{4}{9}r \int_0^\tau d\tau' \frac{e^{-\int_0^{\tau'} d\tau'' \frac{4\Delta_b}{(1 + \Delta_b^2)^2}}}{1 + \Delta_b^2} \right) e^{\int_0^\tau d\tau' \frac{4\Delta_b}{(1 + \Delta_b^2)^2}}. \quad (3.69)$$

La figure 3.8 présente la dynamique de refroidissement, c'est à dire les courbes \tilde{E}_z en fonction de τ pour un désaccord $\Delta_b = -1/\sqrt{3}$, un paramètre de saturation $s = 1$ et l'énergie associée de recul de l'ion $^{88}\text{Sr}^+$: $r \simeq 5.6 \times 10^{-3}$. Pour ces paramètres, l'échelle de temps est fixée par $t_0/r \simeq 5.6 \mu\text{s}$ et l'échelle d'énergie par $E_0/r \simeq 2500$ quanta de vibration à $\omega_z = 2\pi \times 1 \text{ MHz}$. L'énergie minimale qu'il est possible d'atteindre est alors de l'ordre de 4 quanta de vibration. En toute rigueur à ce stade il faut tenir compte du caractère quantique du mouvement de l'ion décrit non plus par une trajectoire classique mais pas une fonction d'onde quantique d'oscillateur harmonique. Dans la pratique d'autres effets, comme le couplage avec les modes transverses modifient cet équilibre final et l'énergie atteinte

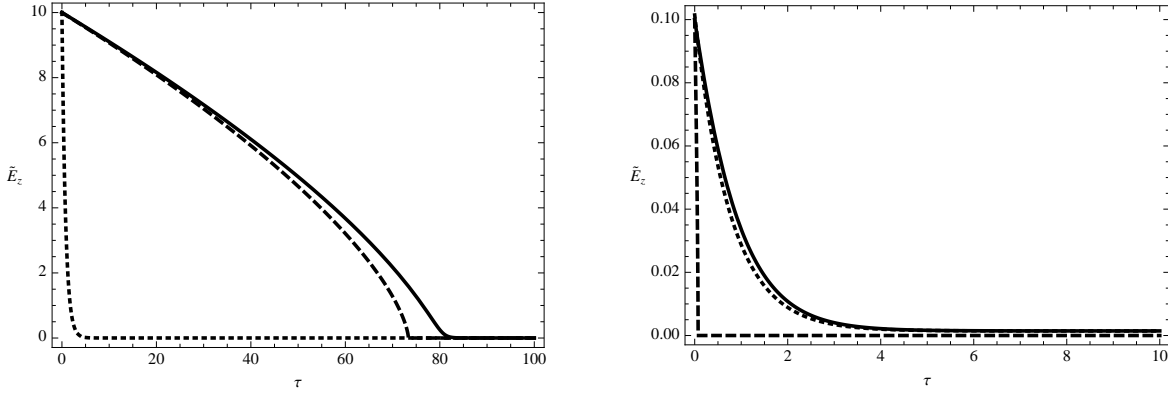


FIGURE 3.8 – Dynamique de refroidissement du mode longitudinal ω_z : énergie normalisée \tilde{E}_z en fonction du temps normalisé τ , pour un désaccord $\Delta_b = -1/\sqrt{3}$. Courbe noire continue : solution numérique de l'équation, courbe noire discontinue : solution approchée dans le régime $\tilde{E}_z \gg 1$, courbe noire pointillée : solution approchée dans le régime $\tilde{E}_z \ll 1$. Figure de gauche : régime d'ion initialement "chaud", avec une énergie normalisée initiale de 10, la dynamique est globalement reproduite par la solution approchée (3.67). Figure de droite : régime d'ion initialement "froid" avec une énergie normalisée initiale de 0.1, la dynamique est reproduite par la solution approchée (3.69).

est plutôt de l'ordre de quelque dizaines de quanta de vibration. Notons que la valeur de l'énergie atteinte est proportionnelle à la largeur naturelle Γ du niveau excité de la transition de refroidissement choisie. Il est donc possible de diminuer l'énergie finale en choisissant astucieusement la transition de refroidissement [Champenois 08, Hendricks 08].

La figure 3.9 présente la dynamique de fluorescence pendant le refroidissement pour plusieurs désaccords et avec une énergie initiale normalisée de $\tilde{E}_z^{(0)} = 10$. Pour $\Delta_b \leq -1/\sqrt{3}$,

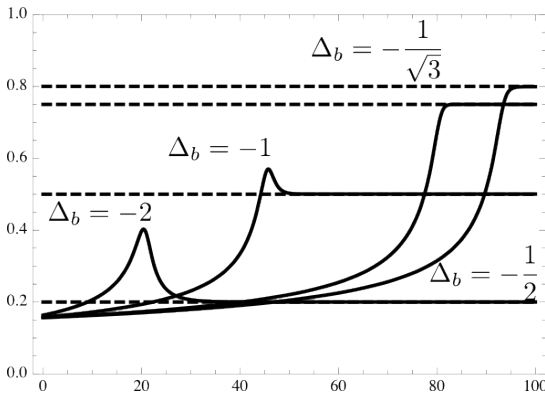


FIGURE 3.9 – Dynamique de fluorescence en fonction du temps normalisé τ , pour une énergie initiale $\tilde{E}_z^{(0)} = 10$ et pour plusieurs désaccords, $\Delta_b = -2, -1, -1/\sqrt{3}, -1/2$. Courbe noire continue $r \langle dN/d\tau \rangle$, ligne discontinue : valeur limite aux temps longs $\frac{1}{1+\Delta_b^2}$.

la courbe présente un maximum qui excède le taux de fluorescence stationnaire aux temps longs. Notons enfin que le temps correspondant à la position de ce maximum dépend non seulement du désaccord choisi mais aussi de l'énergie initiale de l'ion : il est alors possible d'estimer l'ordre de grandeur de cette énergie par l'analyse de la dynamique de fluorescence lors du refroidissement. Cette technique permet alors de mesurer le taux de chauffage dans un piège à ions : comme discuté à la section 9.3.3.

Les équations présentées ici permettent aussi en intégrant la dépendance explicite de Δ_b en τ de simuler un spectre de refroidissement d'un ion. Ce résultat sera utilisé à la section 9.3.1 pour ajuster les spectres expérimentaux de refroidissement à un ion.

3.3.2 Refroidissement par bandes latérales

La technique de refroidissement Doppler présentée ci-dessus repose sur un mécanisme dissipatif qui induit donc des fluctuations : il n'est donc pas possible de préparer l'ion dans un état propre de son mouvement d'oscillateur harmonique et il sera dans un état mixte, mélange statistique de plusieurs niveaux de vibration. La technique de refroidissement par bande latérales présentée dans la figure 3.10 permet de s'affranchir de cette limitation. Cette

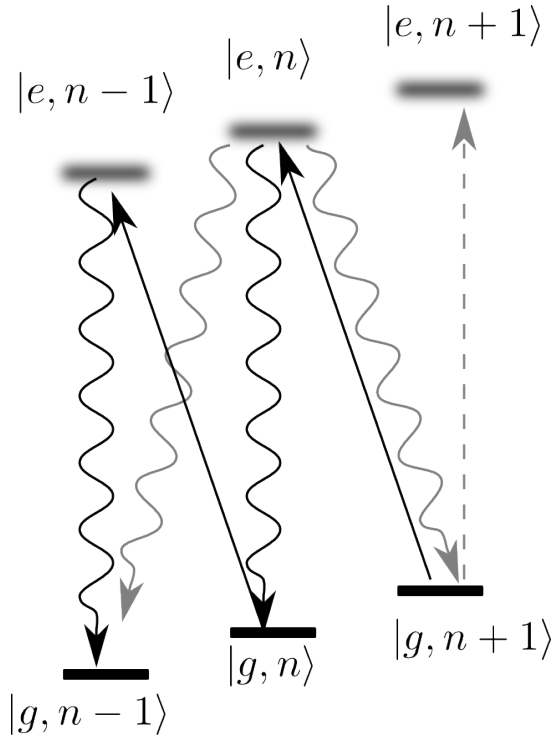


FIGURE 3.10 – Schéma de principe du refroidissement par bandes latérales : un laser accordé sur la transition $|g, n + 1\rangle \rightarrow |e, n\rangle$ excite le système qui se désexcite spontanément sur la transition $|e, n\rangle \rightarrow |g, n\rangle$. La transition directe $|g, n\rangle \rightarrow |e, n\rangle$ (flèche discontinue) est peu probable si les niveaux sont suffisamment écartés $\omega_x \gg \Gamma$ et la largeur de raie du laser suffisamment faible $\delta\phi \ll \omega_c$. Les transitions spontanées $|e, n\rangle \rightarrow |g, n \pm 1\rangle$ sont peu probables si le paramètre de Lamb-Dicke vérifie $\eta \ll 1$.

méthode requiert deux conditions fortes : les bandes latérales induites par le mouvement de l'ion sur le spectre d'absorption d'une transition optique doivent pouvoir être résolues, et l'ion doit se trouver dans le régime de Lamb-Dicke, c'est à dire que l'extension de sa fonction d'onde doit être petite devant la longueur d'onde du laser utilisé pour le refroidissement : $\eta = |k| \sqrt{\langle r^2 \rangle} \ll 1$. Quantitativement ces deux équations s'écrivent [Eschner 03] :

$$\omega_x \gg \Gamma \text{ et } \omega_x \gg \frac{4\pi^2 \hbar}{\lambda^2 m} \alpha_n, \quad (3.70)$$

où Γ est la largeur de la transition de refroidissement, λ sa longueur d'onde, ω_x la fréquence d'oscillation de l'ion dans le piège, m sa masse et α_n un coefficient numérique dépendant uniquement du nombre moyen n de quanta de vibration de l'ion. Pour un ion dans un mélange statistique de niveaux de vibration (état thermique) ce coefficient vaut :

$$\alpha_n = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{1 + e^{-n-1}}{1 - e^{-n-1}}}. \quad (3.71)$$

Pour une transition dipolaire électrique la première condition est difficile à remplir expérimentalement puisque cela implique d'avoir des fréquences d'oscillation plus grandes que la dizaine de méga-Hertz. Il est alors possible d'exciter une transition interdite, de largeur de l'ordre de quelques Hertz, pour satisfaire $\omega_x \gg \Gamma$. Cependant dans ce cas, il faut un temps moyen de l'ordre de la seconde pour obtenir la désexcitation de l'ion, et extraire un quanta de vibration du système. Il est alors possible de coupler par un laser résonnant ce niveau métastable à un niveau excité de faible durée de vie, se désexcitant rapidement vers le fondamental, de manière à élargir artificiellement le niveau et relâcher cette contrainte [Diedrich 89].

Par exemple pour un ion $^{88}\text{Sr}^+$ avec environ $n \simeq 10$ quanta de vibration, refroidi sur la transition $S_{1/2} \rightarrow D_{3/2}$ à 687 nm, élargie par couplage avec le niveau $P_{1/2}$, la contrainte de Lamb-Dicke s'écrit $\omega_x \gg 2\pi \times 80$ kHz⁸. Si on impose $\Gamma \simeq 0.1\omega_x$, en élargissant le niveau métastable, le temps moyen pour préparer le niveau fondamental de vibration est alors donné par : $T \simeq n \times \frac{2\pi}{0.1\omega_x}$, soit pour $\omega_x \simeq 2\pi \times 1$ MHz, $T \simeq 100$ μs .

Notons enfin que dans le traitement schématique présenté ici nous avons négligé la largeur de raie des lasers qui doit elle aussi être bien plus petite que la fréquence d'oscillation du mouvement afin d'adresser une bande latérale à la fois.

Enfin il est possible de réaliser une étude spectroscopique des bandes latérales, permettant de remonter au nombre moyen de quanta de vibration, l'amplitude de la résonance associée à la bande latérale "rouge" vérifie $S_r \simeq \langle n \rangle$ et celle associée à la bande latérale "bleue" vérifie $S_b \simeq \langle n \rangle + 1$ de telle sorte que $\langle n \rangle = S_r / (S_b - S_r)$ [Monroe 95b].

3.3.3 Refroidissement sympathique

Le refroidissement sympathique est une technique de refroidissement "indirecte" qui permet de refroidir une espèce pour laquelle les sources lasers ne sont pas disponibles où les transitions peu adaptées aux schémas standards de refroidissement [Bowe 99]. Dans un gaz d'atomes neutres, des techniques permettent d'utiliser les processus de thermalisation de l'ensemble, via les collisions inter-atomiques, afin de dépasser les limites du refroidissement par laser : c'est le cas par exemple du refroidissement évaporatif. Dans un ensemble d'ions piégés, les ions ne subissent pas à proprement parler de collisions du fait de la répulsion coulombienne qui les maintient à distance les uns des autres. Cependant cette force peut servir d'intermédiaire aux échanges d'énergie entre les différents ions et tend à "thermaliser" l'ensemble. Dès lors si plusieurs espèces d'ions sont confinées dans un même piège et qu'une technique de refroidissement est mise en œuvre sur l'une d'elles, l'ensemble du nuage va être refroidi. En particulier, les sources d'atomes servant à peupler les pièges à ions diffusent des atomes d'une espèce en suivant les proportions naturelles des différents isotopes. Dès lors si la technique de création d'ion ne possède pas de mécanisme de sélection isotopique, le piège est peuplé par plusieurs "espèces" d'ions, possédant des fréquences de transition sensiblement différentes et pour lesquelles "naturellement" un refroidissement sympathique va avoir lieu. Pour un petit nombre d'ions, le refroidissement sympathique peut être aussi efficace que du refroidissement standard et il est possible par refroidissement par bandes latérales de préparer une chaîne d'ions d'espèces différentes dans le mode de vibration fondamental de la chaîne.

En associant deux espèces bien choisies, il est alors possible de manipuler les ions par paires : un ion servant de support au refroidissement laser, l'autre de support d'information quantique, manipulée par d'autres lasers, sans que refroidissement et opérations logiques interfèrent [Home 09].

8. Cette contrainte est écrite pour la transition la plus énergétique c'est à dire $P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ à 421 nm.

Conclusion du chapitre

Ce chapitre a introduit les outils nécessaires à la compréhension des mécanismes à l'oeuvre dans les pièges de Paul. Nous avons décrit le mouvement des ions à l'approximation séculaire du pseudo-potentiel et discuté des effets du micro-mouvement. Nous avons ensuite détaillé le processus de photo-ionisation permettant de créer les ions à partir d'une vapeur neutre, via une résonance auto-ionisante à deux photons. En développant un formalisme capable de sortir du régime perturbatif, nous avons montré qu'il était possible d'obtenir des probabilités d'ionisation proches de l'unité, à condition de compenser les effets de déplacement lumineux, soit en adaptant la longueur d'onde du laser, soit en optimisant la phase spectrale des impulsions. La question du refroidissement a été abordée dans le cas d'un atome à deux niveaux et pour un modèle du mouvement à une dimension : notamment les problèmes éventuels liés au piégeage cohérent de population ne sont pas pris en compte : cette approche est valide si le laser re-pompeur est suffisamment désaccordé de la résonance.

Chapitre 4

Micro-pièges à ions, état de l'art

Ce chapitre présente un panorama des équipes impliquées dans la réalisation de pièges à ion micro-fabriqués et une sélection de résultats expérimentaux marquants pour ce domaine de recherche. Plusieurs grands axes de recherche ont été, et sont encore pour la plupart, poursuivis :

- la réalisation de pièges micro-fabriqués uniquement en matériaux semi-conducteurs, ce qui ouvre des possibilités d'industrialisation, les procédés étant déjà couramment utilisés à grande échelle dans le cadre du développement des technologies “MEMS” (*Micro-Electro-Mechanical-Systems*) ;
- la réalisation de pièges simples permettant d'explorer les nouveaux mécanismes dus à la miniaturisation (comme le chauffage anormal), dans des environnement très bien contrôlés ;
- la réalisation de pièges complexes mettant en jeu simultanément plusieurs fonctions et permettant de connecter plusieurs pièges.

Expérimentalement les pièges radio-fréquence miniatures présentent l'avantage appréciable de fonctionner avec des tensions plus faibles et sont donc en pratique plus facile à réaliser. Parmi les différentes géométries possibles pour la réalisation de pièges radio-fréquence, le piège de Paul linéaire n'est pas le plus simple à miniaturiser puisqu'il résulte d'un assemblage complexe de plusieurs électrodes indépendantes. Les pièges de type “anneau” ou “trou” sont de fait plus simple à miniaturiser car ils peuvent être réalisés essentiellement à l'aide d'une seule électrode plane [Brewer 92]. Dès lors la mise en œuvre en parallèle d'un grand nombre de pièges est devenue envisageable dans un dispositif de taille compacte [DeVoe 98].

L'essor des procédés de micro-fabrication, par façonnage laser avec des impulsions focalisées ou par techniques de micro-fabrication en salle blanche, a ouvert la voie à la réalisation de pièges de dimensions toujours plus réduites, avec une distance ion-électrode d dans la gamme des 800 à 25 μm .

Ce chapitre bibliographique n'a pas vocation à dresser un inventaire complet de tous les pièges à ions miniatures ayant été réalisés. La liste des publications retenues ici entend présenter un panorama des progrès accomplis dans le domaine des pièges à ions micro-fabriqués, en identifiant les étapes importantes associées aux progrès dans ce domaine de recherche.

4.1 Pièges assemblés

Nous regroupons ici sous la dénomination de “pièges assemblés” les pièges miniatures dont le procédé de fabrication implique des étapes d’ajustement susceptibles de jouer sur la géométrie du piège : alignement des électrodes les unes par rapport aux autres, etc... Les méthodes de fabrication de ces pièges sont donc difficiles à transposer à l’échelle industrielle. Néanmoins ces pièges sont faciles à réaliser, au sens où ils ne font pas appel aux procédés “salle blanche” et offrent l’opportunité d’étudier les phénomènes liés à la miniaturisation.

4.1.1 Pièges volumiques

[Turchette 00] : le concept de *patch potential*

Cette référence introduit le concept de *patch potential* pour expliquer le taux de chauffage anormal observé dans les pièges à ions miniatures. Cette notion suppose que le potentiel fluctuant qui se couple au mouvement de l’ion, comme décrit à la section 3.1.3, provient d’une collection de petites zones de potentiel indépendants réparties aléatoirement sur les électrodes. Au total, sept pièges radio-fréquence différents sont testés avec des géométries d’anneau circulaire, d’anneau elliptique, et linéaire, pour des distances ion-électrode dans la gamme 170–395 μm et des électrodes en or, molybdène ou béryllium. Les pièges fonctionnent avec des tensions radio-fréquence d’amplitude dans la gamme 400–600 V pour des fréquences de 150–250 MHz, permettant d’obtenir une raideur : $\omega_z \simeq 2\pi \times 10$ MHz. Les ions ${}^9\text{Be}^+$ sont confinés et refroidis par refroidissement Doppler et les taux de chauffage sont mesurés par spectroscopie de bande latérale.

Les taux de chauffage mesurés sont dans la gamme de $\dot{n} \simeq 0.01 - 10^4$ quanta/s suivant la distance ion-électrodes d du piège et sont consistants avec une dépendance en d^{-4} , justifiée par un modèle simple de petites zones de potentiels fluctuants réparties aléatoirement sur les électrodes. Cette dépendance globale permet d’exclure comme source dominante de ce chauffage anormal les fluctuations de potentiel d’origine thermique comme le bruit Johnson. Les auteurs présentent aussi des mesures de taux de chauffage en fonction de la fréquence séculaire du mouvement ω_z et concluent que pour des pièges linéaires la relation : $\dot{n} \simeq \omega_z^{-2}$ est satisfaite, dans la gamme $\omega_z \simeq 2\pi \times 3 - 10$ MHz. Pour les autres géométries des dépendances en loi de puissance sont aussi observées mais avec des exposants variables, ce qui montre la complexité du mécanisme sous-jacent.

[DeVoe 02] : étude d’un piège miniature sur une longue période

Cette référence fait état de l’étude de la durée de vie d’un ion ${}^{137}\text{Ba}^+$ dans un piège miniature au cours de plusieurs expériences sur une période de deux ans. Le piège est constitué d’un trou de 80 μm de diamètre dans un feuille métallique en alliage de Béryllium et de Cuivre de 25 μm d’épaisseur. Deux autres feuilles trouées (170 μm de diamètre) situées à 100 μm de part et d’autre de la première complètent le piège. Le piège est alimenté par une tension radiofréquence d’amplitude 300 V à 51 MHz et possède des raideurs $\omega_z \simeq 2\omega_x \simeq 2\omega_y \simeq 2\pi \times 8$ MHz. Ce piège extrêmement raide permet d’explorer des régimes où les ions sont très proches (≤ 1 μm) et d’observer des phénomènes comme la super-radiance [DeVoe 96]. Les ions sont créés à partir d’une vapeur neutre par impact avec un faisceau d’électrons énergétiques focalisé, puis refroidis par refroidissement Doppler.

Les auteurs estiment le taux de chauffage du piège de l’ordre de 3.3×10^3 quanta/s, à partir d’une spectroscopie des bandes latérales du mouvement des ions. Ce papier met aussi

en évidence l'effet de la contamination des électrodes par dépôt des atomes issus du four : ainsi les performances de piégeage se dégradent avec le temps, au fur et à mesure que les électrodes sont contaminées, réduisant la durée de vie dans le piège à moins d'une minute malgré l'application de tensions de compensation. Il semble donc que la contamination des électrodes donne lieu à deux effets : d'une part une augmentation du taux de chauffage qui limite la durée de vie, due à des fluctuations de potentiel à haute fréquence, et d'autre part une déformation (statique) du potentiel de piégeage impliquant l'utilisation de tensions de compensation conséquentes (de l'ordre de 100 V). Ces effets peuvent être limités par des nettoyages in-situ des pièges (recuit ou plasma d'Argon) ou par l'utilisation de géométries plus complexes incluant une zone dédiée de chargement séparée.

[Deslauriers 06] : un piège à géométrie variable

Cette référence présente un piège constitué de deux aiguilles en vis à vis qui permettent de piéger un ion $^{111}\text{Cd}^+$, avec une distance entre l'ion et les aiguilles réglables, entre $23\ \mu\text{m}$ et $250\ \mu\text{m}$, permettant d'étudier l'effet de la miniaturisation sur un même piège *in situ*. Le piège est alimenté par une tension radiofréquence d'amplitude de l'ordre de 600 V à 29 MHz auquel peut être superposée une tension statique indépendante afin de varier la forme du potentiel ou de compenser d'éventuels champs parasites selon l'axe du piège.

Les auteurs reportent plusieurs résultats fondamentaux pour la compréhension du chauffage anormal, obtenu par la mesure du taux de chauffage via une spectroscopie de bandes latérales. Premièrement, en variant la raideur du piège, le taux de chauffage mesuré varie comme $\dot{n} \simeq \omega_z^{-1.8 \pm 0.2}$, et donc la densité spectrale de bruit du champ électrique varie comme $S_E(\omega) \simeq \omega^{-0.8 \pm 0.2}$. Deuxièmement, le taux de chauffage est mesuré en fonction de la distance entre les électrodes, à raideur constante $\omega_z \simeq 2\pi \times 2\ \text{MHz}$, dans la gamme $50 - 500\ \mu\text{m}$. Le taux de chauffage mesuré varie comme $\dot{n} \simeq d^{-3.5 \pm 0.1}$, très différemment donc de la contribution attendue du bruit de grenaille (en d^{-2}) et pas tout à fait comme prédit par un modèle simple de petites fluctuations locales de potentiel (en d^{-4}). Enfin en refroidissant sommairement les électrodes à une température $T = 150\ \text{K}$, par contact avec un cryostat à azote liquide, le taux de chauffage est diminué d'un ordre de grandeur, soulignant le rôle des fluctuations thermiques dans le chauffage anormal.

4.1.2 Pièges surfaciques

[Leibrandt 07] : piège surfacique “mésoscopique”

Cette référence rapporte l'utilisation d'un piège de Paul linéaire surfacique “mésoscopique” pour confiner des ions $^{88}\text{Sr}^+$, où la distance de l'ion à la surface est de l'ordre de $800\ \mu\text{m}$, fabriqué à partir d'une carte standard de circuit imprimé, avec des électrodes en cuivre déposées sur un substrat à faibles pertes radio-fréquence. Les électrodes sont polies de manière à obtenir une rugosité $\leq 1\ \mu\text{m}$. Le piège fonctionne avec une tension radio-fréquence de l'ordre de 600 V à 8 MHz, ce qui donne des fréquences d'oscillation radiales de l'ordre de quelques centaines de kilo-Hertz et possède suffisamment d'électrodes indépendantes pour compenser les champs parasites dans toutes les directions.

Les auteurs démontrent une technique originale de chargement par ablation laser d'une cible contenant du Strontium avec une impulsion laser d'énergie 2 mJ, à la longueur d'onde 355 nm, de durée 4 ns et focalisée sur $500\ \mu\text{m}$, permettant de charger au plus un ion dans le piège (la probabilité de charger plus d'un ion par impulsion est de l'ordre de 0.08). Parmi

les cibles étudiées, les cristaux de SrTiO_3 offrent la plus grande constance, permettant d'effectuer environ 10^6 cycles de chargement de quelques ions avant de devoir changer le point de focalisation sur le cristal. Les auteurs indiquent n'avoir observé aucune dégradation des performances de piégeage après 5000 cycles de chargement et concluent que cette technique dépose peu de matière sur les électrodes du piège. Cependant cette technique possède l'inconvénient de produire un très grand nombre de charges au voisinage de la zone de piégeage, du fait des électrons arrachés lors de l'ablation, ce qui crée des champs électriques parasites et donc demande d'ajuster les tensions de compensation.

4.2 Pièges micro-fabriqués

Les pièges présentés dans cette section sont fabriqués en salle blanche, avec des techniques standard de micro-fabrication. Cette standardisation laisse à penser que de tels pièges pourraient être produits sur des échelles industrielles et permettre de construire un ordinateur quantique opérationnel.

4.2.1 Pièges volumiques

[Stick 06] : le premier piège volumique micro-fabriqués sur un substrat semi-conducteur

Cette référence présente un piège de Paul linéaire réalisé sur un substrat semi-conducteur avec des électrodes déportées en Arséniure de Gallium (GaAs) fortement dopé ($\sim 3 \times 10^{18}$ électrons/cm³) épaisses de $2.3 \mu\text{m}$, séparées par des couches isolantes en Arséniure de Gallium-Aluminium (AlGaAs) épaisses de $4 \mu\text{m}$. Les deux électrodes en vis à vis sont séparées de $60 \mu\text{m}$ et dans cette situation la distance entre l'ion et l'électrode la plus proche est de $\simeq 30 \mu\text{m}$. Le piège fonctionne avec une tension radio-fréquence de l'ordre de 8 V à 15.9 MHz pour des raideurs transverses de $\omega_x \simeq 2\pi \times 3.3 \text{ MHz}$, $\omega_y \simeq 2\pi \times 4.3 \text{ MHz}$ et une raideur axiale de $\omega_z \simeq 2\pi \times 1.0 \text{ MHz}$. Les diverses électrodes indépendantes du piège permettent de compenser les champs parasites avec des tensions typiques de l'ordre du volt. La durée de vie moyenne d'un ion $^{111}\text{Cd}^+$ refroidi par refroidissement Doppler est de l'ordre de 10 minutes.

Les auteurs mesurent par spectroscopie de bandes latérales un taux de chauffage axial de $\dot{n} \simeq 10^6$ quanta/s, pour une raideur axiale de $\omega_z \simeq 2\pi \times 0.9 \text{ MHz}$. Un des problèmes soulevés par l'usage d'un substrat semi-conducteur est la dissipation radio-fréquence induite qui est estimée être de l'ordre de 0.5 mW par paire d'électrode radio-fréquence, aux tensions et fréquences de fonctionnement du piège mentionnées ci-dessus.

4.2.2 Pièges surfaciques

[Seidelin 06] : le premier piège surfacique micro-fabriqués

Cette référence fait état de la première réalisation expérimentale d'un piège de Paul linéaire surfacique micro-fabriqués. Les électrodes du piège sont réalisées en or déposé sur un substrat en quartz poli dont l'épaisseur est augmenté jusqu'à $6 \mu\text{m}$ par croissance électrochimique. Un ion $^{24}\text{Mg}^+$ est piégé à une distance de $40 \mu\text{m}$ de la surface lorsque le piège est alimenté par une tension de 103 V à 87 MHz, donnant des fréquences d'oscillation de $\omega_z \simeq 2\pi \times 2.8 \text{ MHz}$, $\omega_x \simeq 2\pi \times 15.8 \text{ MHz}$ et $\omega_y \simeq 2\pi \times 17.1 \text{ MHz}$. Les électrodes étant seulement séparées de $8 \mu\text{m}$, il y a un couplage capacitif important entre les électrodes radio-fréquences et les électrodes de compensation du piège. Afin de réduire ces couplages, des filtres passe-bas

du premier ordre sont installés *in situ* en incorporant des résistances lithographiées ($\sim 1 \text{ k}\Omega$) sur les pistes de contact du piège et en connectant des capacités miniatures ($\sim 820 \text{ pF}$) via des fils micro-soudés. Ces électrodes de compensation permettent de compenser les champs parasites dans les trois directions avec des tensions de l'ordre de quelques volts.

Les auteurs mesurent un taux de chauffage $\dot{n} \simeq 4.8 \times 10^3$ quanta/s à $\omega_z \simeq 2\pi \times 2.8 \text{ MHz}$, en estimant la dynamique de fluorescence avec un modèle simple. La durée de vie d'un ion confiné dans ce piège est de l'ordre de plusieurs heures, pour une profondeur de potentiel estimée par simulation numérique de 177 meV .

[Labaziewicz 08] : étude de l'effet de la température sur le chauffage "anormal"

Cette référence présente une analyse expérimentale détaillée du mécanisme à l'origine du chauffage anormal en étudiant sa dépendance en température. Le piège surfacique présenté ici est constitué d'électrodes en or, déposées sur substrat en quartz. Un ion $^{88}\text{Sr}^+$ est piégé à environ $75 \mu\text{m}$ de la surface, par une tension radio-fréquence de 250 V à 38 MHz ce qui donne des fréquences de confinement $\omega_y \simeq 2\pi \times 1 \text{ MHz}$, $\omega_x \simeq 2\pi \times 2.3 \text{ MHz}$ et $\omega_z \simeq 2\pi \times 2.5 \text{ MHz}$. Le piège est refroidi par contact avec un doigt froid à 4 K (thermalisé par un cryostat à Hélium liquide) et peut être chauffé de 7 K à 100 K par un élément résistif collé au dos du porte échantillon. L'ion est refroidi d'abord par refroidissement Doppler puis par refroidissement par bandes latérales jusqu'au niveau fondamental du mode de vibration le plus bas (ω_y).

Les auteurs mesurent alors le taux de chauffage dans quatre exemplaires du même piège en fonction de la température et ajustent les résultats par une loi $\dot{n} \simeq 1 + (T/T_0)^\beta$, avec une température critique T_0 dans la gamme $17 - 73 \text{ K}$ et un exposant β dans la gamme $1.8 - 4.1$. Pour une température $T = 6 \text{ K}$, le taux de chauffage est de 3 ordres de grandeurs plus petit que celui mesuré à température ambiante, de l'ordre de quelques quanta de vibration par seconde. Dans un des pièges les auteurs mesurent le taux de chauffage en fonction de la fréquence d'oscillation de l'ion, dans la gamme $0.6 - 1.6 \text{ MHz}$ et trouvent une dépendance $\dot{n} \simeq \omega^{-\alpha-1}$ avec α compris entre 0.7 et 1 , pour différentes températures des électrodes, dans la gamme $10 - 90 \text{ K}$. Ils justifient ce résultat en supposant que l'origine du bruit est un phénomène aléatoire thermiquement activé avec une densité d'énergie $D(E) \simeq E^{\beta-1}$, qui induit un spectre de bruit électrique en $S(\omega) \simeq \omega^{-\alpha}$, où l'exposant α dépend de la température. Ce modèle explique qualitativement le comportement mesuré et représente une piste sérieuse pour l'interprétation du phénomène microscopique à l'origine du chauffage anormal. Enfin les auteurs rapportent aussi le comportement inattendu d'un piège qui a vu son taux de chauffage diminuer d'un ordre de grandeur, après une série de nettoyages dans des solvants à température ambiante, ce qui ouvre la voie à d'autres procédés d'optimisation des taux de chauffage des pièges.

[Britton 09] : le premier piège surfacique micro-fabriqué sur un substrat semi-conducteur

Cette référence détaille les techniques de fabrication et la mise en œuvre expérimentale de pièges micro-fabriqués en silicium fortement dopé. Des ions $^{24}\text{Mg}^+$ sont piégés et refroidis par refroidissement Doppler et leur taux de chauffage est mesuré par analyse de la dynamique de fluorescence. Les ions sont créés soit par bombardement électronique soit par photo-ionisation résonante d'une vapeur atomique. Deux pièges sont présentés : un volumique et un surfacique.

Le piège volumique possède une distance ion-électrode de $122 \mu\text{m}$ et fonctionne avec une tension radio-fréquence de 125 V à 67 MHz et des électrodes de compensation avec

typiquement quelques volts permettent de compenser les champs électriques parasites. Les ions sont piégés dans une fente au sein du substrat avec des électrodes réparties de part et d'autre.

Le piège surfacique confine les ions à $\simeq 40 \mu\text{m}$ de la surface des électrodes, à l'aide d'une tension radio-fréquence de 50 V à 67 MHz et des tensions de compensation de l'ordre du volt sont appliquées afin de compenser les champs parasites, pour une fréquence longitudinale d'oscillation de $\omega_z \simeq 2\pi \times 1.125 \text{ MHz}$ et radiales de $\omega_x \simeq 2\pi \times 7.8 \text{ MHz}$ et $\omega_y \simeq 2\pi \times 9.25 \text{ MHz}$. Dans cette configuration des taux de chauffage de l'ordre de $\dot{n} \simeq 2 \times 10^4$ quanta/s sont mesurés. Ce piège possède la particularité de mélanger une zone de chargement où les électrodes sont recouvertes d'or et où le chargement se fait par l'arrière du substrat afin d'éviter la contamination des électrodes par des dépôts d'atomes. Les électrodes en silicium sont épaisses de $200 \mu\text{m}$ et sont séparées de $4 \mu\text{m}$ par gravure ionique réactive profonde (DRIE *Deep Reactive Ion Etching*).

[Allcock 10] : un piège surfacique complètement symétrique

Cette référence présente un piège surfacique où des électrodes en or, épaisses de $2.7 \mu\text{m}$ et déposées sur un substrat de quartz, confinent un ion $^{40}\text{Ca}^+$ à $150 \mu\text{m}$ de la surface. Le piège fonctionne avec une tension radio-fréquence de 175 V à une fréquence de 25.8 MHz, pour une fréquence longitudinale de $\omega_z = 2\pi \times 0.467 \text{ MHz}$ et une profondeur de potentiel estimée par simulation de 115 meV. Le dessin des électrodes du piège est entièrement symétrique, avec notamment une électrode centrale dédoublée ce qui permet de contrôler complètement les axes propres du piège en superposant un potentiel statique quadripolaire au pseudo-potential confinant.

Les auteurs utilisent un schéma astucieux de compensation du micro-mouvement par effet Raman modulé et mesurent le taux de chauffage en enregistrant la dynamique de fluorescence, cette mesure donne $\dot{n} \simeq 5 \times 10^4$ quanta/s, à $\omega_z = 2\pi \times 0.467 \text{ MHz}$. Le schéma de refroidissement utilise un re-pompage indirect du niveau métastable $D_{3/2}$ qui permet d'éviter les états noirs en superposition cohérente des niveaux $S_{1/2}$ et $D_{3/2}$ et rend le système équivalent à un vrai système à deux niveaux.

4.3 Vers des pièges complexes

Les pièges présentés dans cette section démontrent des fonctions avancées de transport et de manipulation des ions, avec pour objectif de satisfaire les propositions d'architectures d'ordinateur quantique [Kielpinski 02].

4.3.1 Pièges à zones multiples

[Rowe 02] : transport entre deux pièges

Cette référence présente la première réalisation expérimentale d'un piège permettant de transporter des ions d'une zone de piégeage à une autre et de séparer deux ions confinés dans une zone commune en les amenant chacun dans un piège. Le piège est fabriqué par évaporation d'électrodes en or suivie d'une croissance électrochimique pour obtenir une épaisseur de $4 \mu\text{m}$ avec une rugosité de l'ordre du μm . Le piège fonctionne avec une tension radio-fréquence de 500 V à une fréquence de 230 MHz, et donne une fréquence d'oscillation longitudinale $\omega_z = 2\pi \times 2.9 \text{ MHz}$, pour un ion situé à $270 \mu\text{m}$ des électrodes. Les ions $^9\text{Be}^+$ sont refroidis

dans l'état fondamental de vibration par refroidissement Doppler suivi de refroidissement par bandes latérales. Les taux de chauffage sont mesurés dans le piège par spectroscopie de bandes latérales, à la fois en régime stationnaire et après une opération de transport.

Les auteurs mesurent un taux de chauffage de l'ordre de 125 quanta/s dans leur piège. Lors d'une opération de transport (aller-retour entre deux pièges séparés de 1.2 mm) les taux de chauffage mesurés sont dans la gamme 200 – 21400 quanta/s, pour des temps de transfert compris entre 28 μ s et 300 μ s. Pour un transfert effectué en 50 μ s le taux de chauffage optimal de 200 quanta/s est atteint, soit à peine plus que dans le piège "statique". De plus les auteurs vérifient que l'état interne de l'ion est non-affecté par le transport en préparant un état interne superposition de deux états électroniques et en mesurant la cohérence de cet état par interférences de Ramsey, démontrant que la cohérence demeure après 170000 opérations de transport consécutives (diminution du contraste des franges d'interférence de seulement $0.2 \pm 0.6\%$). Enfin un protocole de séparation de deux ions confinés dans un même piège est étudié, pour lequel un taux de chauffage de $\dot{n} = 1.4 \times 10^4$ quanta/s est mesuré, pour un temps d'opération de 10 ms.

[Schulz 08] : un piège segmenté multi-zones

Cette référence détaille la mise en œuvre expérimentale d'un piège de Paul linéaire micro-fabriqués composé de 31 paires d'électrodes de contrôle et de deux électrodes radio-fréquence. Les électrodes sont en or déposées sur un substrat en saphire et leur forme est obtenue par découpe laser. Le piège est composé de deux zones : une de chargement et stockage où la distance ion-électrode est de l'ordre de 250 μ m et une zone d'interaction où cette distance est à 125 μ m. Une zone tampon assure la possibilité d'effectuer un transfert contrôlé des ions entre ces deux zones. Des ions $^{40}\text{Ca}^+$ sont confinés dans ce piège par une tension radio-fréquence d'amplitude de l'ordre de 140 V à une fréquence de $\simeq 25$ MHz et refroidis par refroidissement Doppler et refroidissement par bandes latérales jusqu'à un nombre moyen de vibration de $n \simeq 0.56$.

Les auteurs mesurent par spectroscopie de bandes latérales un taux de chauffage de $\dot{n} \simeq 2.1 \times 10^3$ quanta/s pour le mode longitudinal à $\omega_z \simeq 2\pi \times 1.2$ MHz, dû en partie à du bruit électrique d'origine technique. Une fois cette source de bruit supprimée, les auteurs mesurent un taux de chauffage de seulement $\dot{n} \simeq 3 \times 10^2$ quanta/s [Poschinger 09].

[Splatt 09] : un protocole de transport qui simule une jonction

Le piège décrit dans cette référence possède la même géométrie que celui de la référence [Leibrandt 07], mais est opéré dans un régime légèrement différent, avec une tension radio-fréquence d'amplitude 300 V à une fréquence de $\simeq 10$ MHz. Les ions $^{40}\text{Ca}^+$ sont confinés à 830 μ m de la surface dans un piège de raideurs $\omega_x \simeq 2\pi \times 0.12$ MHz, $\omega_y = 2\pi \times 0.23$ MHz et $\omega_z = 2\pi \times 0.79$ MHz et sont refroidis par refroidissement Doppler. Les taux de chauffage n'ont pas été mesurés dans ce dispositif.

Les auteurs démontrent un protocole de transport permettant d'ordonner une chaîne de deux ions arbitrairement, c'est à dire d'inverser la position longitudinale des deux ions dans la chaîne, à l'aide de cinq paires d'électrodes. Des potentiels adaptés et dépendants du temps sont appliqués à ces électrodes de contrôle permettant de réaliser un échange selon différents protocoles. Le taux de chauffage est estimé à ~ 0.8 meV par opération d'échange en estimant les pertes d'ions dans le piège après 200 opérations d'échange. Ce chiffre correspond à un gain d'énergie d'environ 2×10^5 quanta de vibration par opération, pour un temps de

l'ordre de 1 ms : donnant un taux de chauffage longitudinal pendant l'échange de l'ordre de 2×10^8 quanta/s. Une simulation numérique de l'opération d'échange prédit que des taux aussi faibles que 1 quanta par opération sont accessibles : l'écart de 5 ordres de grandeur entre valeur simulée et estimée doit être explorée par des mesures plus précises du taux de chauffage.

4.3.2 Jonctions

[Hensinger 06] : une jonction "T" entre trois zones de piégeage

Cette référence démontre le fonctionnement d'une jonction en "T" possédant 11 zones de piégeage indépendantes, avec une distance moyenne entre l'ion et les électrodes de l'ordre de $100 \mu\text{m}$. Le piège fonctionne avec une tension radio-fréquence d'amplitude de l'ordre de 360 V à une fréquence de 48 MHz, produisant un potentiel confinant de raideur radiale $\omega_r \simeq 2\pi \times 5$ MHz et de raideur longitudinale $\omega_z \simeq 2\pi \times 0.7$ MHz. Les ions $^{111}\text{Cd}^+$ sont refroidis par refroidissement Doppler.

Les auteurs démontrent le fonctionnement de la jonction en faisant varier 10 tensions de contrôle, avec des profils optimisés numériquement, typiquement de 0 V à 200 V. L'ion est alors transporté entre deux branches du "T" orientées perpendiculairement l'une par rapport à l'autre avec une probabilité proche de 1 en seulement $30 \mu\text{s}$. L'ion passe par une phase de refroidissement Doppler avant d'être détecté dans la zone d'arrivée et les auteurs estiment son gain d'énergie par des simulations numériques à environ 1 eV par transfert, soit de l'ordre de 5×10^7 quanta de vibration par transfert et donc un taux de chauffage lors du transfert de l'ordre de $\dot{n} = 2 \times 10^{12}$ quanta/s.

Les auteurs étudient aussi un protocole de séparation de deux ions avec une efficacité expérimentale de l'ordre de 0.58, et en le combinant avec le protocole de transport, arrivent à échanger la position des deux ions dans la chaîne avec une efficacité de l'ordre de 0.24 (limitée par les opérations de séparation et de recombinaison).

[Amini 10] : vers des pièges intégrables

Cette référence introduit l'idée ambitieuse de construire un piège à ion intégrable, constitué de zones de chargement, de manipulation de stockage et de jonctions en Y, pour un total de 150 zones de piégeage possibles. Les auteurs proposent d'unifier la fabrication des pièges en introduisant une librairie d'éléments standardisés qui, une fois assemblés, permettent de connecter plusieurs zones aux fonctions variées. En particulier, la question de la gestion des contacts électriques permettant d'amener les tensions aux différentes zones de piégeage est abordé et une solution simple de piège surfacique bi-couche est réalisée par évaporation successive d'or et d'isolant (SiO_2). La taille est la forme des différents segments est aussi optimisée afin que les potentiels de contrôle de l'ordre de ± 5 V soient suffisants pour piloter le piège.

Les ions $^{24}\text{Mg}^+$ sont piégés à $38 \mu\text{m}$ de la surface par une tension radio-fréquence d'amplitude 51 V à la fréquence de 91 MHz, pour une fréquence d'oscillation longitudinale de 3.5 MHz. Dans ces conditions un taux de chauffage de $\dot{n} \simeq 8.7 \times 10^4$ quanta/s est mesuré en enregistrant la dynamique de fluorescence lors du refroidissement Doppler. Dans ce piège les auteurs démontrent la capacité d'obtenir un transport balistique entre deux branches adjacentes d'une jonction Y, c'est à dire que l'ion doit être refroidi après avoir franchi la jonction, mais qu'il n'a pas gagné assez d'énergie pour sortir du piège lors du transport. Les

études de transports dans ce piège sont limitées car des champs parasites apparaissent rapidement et demandent un ajustement continu des tensions de compensation, rendant difficile le transport sur de longues distances, par exemple entre deux jonctions “Y” séparées de 2 mm.

Les auteurs étudient aussi un piège plus simple obtenu par croissance électrolytique d’or sur une sous-partie du dessin total : ils mesurent un taux de chauffage de l’ordre de $\dot{n} \simeq 4 \times 10^3$ quanta/s, à une fréquence d’oscillation de 4.5 MHz et pour une distance ion-surface de 40 μm . Cette mesure tend à démontrer que l’or obtenu par croissance électrolytique possède de meilleures propriétés en terme de bruit électrique que l’or évaporé.

Conclusion du chapitre

Les références présentées dans ce chapitre éclairent l’évolution de la recherche sur la miniaturisation de pièges à ions sous l’angle des succès technologiques qui ont permis en une dizaine d’années de passer à des prototypes de pièges miniatures à des pièges fabriqués en série, presque à l’échelle industrielle. Le tableau 4.1 présente une synthèse rapide des caractéristiques des différents pièges utilisés dans les références citées.

Il est possible d’interpréter l’évolution des problématiques liées aux pièges miniaturisés en définissant deux périodes : dans la première, des années 1998 à 2006, l’effort s’est surtout porté sur le développement des techniques de micro-fabrication en développant de nouveaux procédés et en cherchant à réduire la taille des pièges. Une bonne figure de mérite pour définir si un piège est utile pour l’information quantique est le temps typique de gain d’un quantum d’énergie, divisé par le temps typique de réalisation d’une porte qui intrique deux ions. En effet il est alors possible de réaliser plusieurs opérations complexes avant que l’effet du chauffage se fasse sentir. En notant N le nombre d’opérations souhaitées et τ le temps typique d’intrication, le taux de chauffage doit alors satisfaire à :

$$\dot{n} = \frac{1}{N\tau}, \quad (4.1)$$

soit pour $N = 100$ et $\tau \simeq 50 \mu\text{s}$ (voir le chapitre), $\dot{n} \leq 250$ quanta/s. Les pièges à ions micro-fabriqués sont donc quasiment arrivés à maturité et des techniques de refroidissement sympathiques ou un refroidissement du piège par contact avec un doigt froid devraient permettre de satisfaire ce critère. Cependant, dans les structures développées, les protocoles de séparation entre ions ou permettant d’échanger l’ordre des ions dans une chaîne posent encore problème et vont limiter les perspectives de réalisation d’un ordinateur quantique à grande échelle.

La seconde période, des années 2006 à aujourd’hui s’est donc focalisée sur la réalisation de pièges de dimensions intermédiaires, plus simples à mettre en œuvre et permettant d’étudier en détail les protocoles de transport. L’optimisation de ces protocoles semble être le dernier point délicat avant de pouvoir mettre en œuvre des algorithmes complexes d’information quantique. Par ailleurs le mécanisme microscopique à l’origine du chauffage anormal n’est toujours pas compris, tant du point de vue expérimental que théorique. L’investigation de ce phénomène a amené progressivement à un glissement sémantique : le concept de mesure du taux de chauffage a évolué en mesure des fluctuations de champ électrique à la fréquence du piège. Dès lors l’ion piégé peut être vu comme une sonde extrêmement sensible aux petites fluctuations de champ électrique et pouvant être utilisé pour étudier et caractériser les propriétés électriques des surfaces.

Référence	Ion	V_{rf} V	$\Omega_{rf}/(2\pi)$ MHz	d μm	\dot{n} quanta/s	$\omega/(2\pi)$ MHz		
[Turchette 00]	$^9\text{Be}^+$	500	250	170	10^4	10	B	1D
				150	10^{-2}		B	
				230	3.5×10^3		E	
[DeVoe 02]	$^{137}\text{Ba}^+$	300	51	40	3.3×10^3	8	B	1D
[Deslauriers 06]	$^{111}\text{Cd}^+$	600	29	23	2×10^4	2	B	1D
				250	10^2			
[Leibrandt 07]	$^{88}\text{Sr}^+$	600	8	800	n.d.	$\simeq 0.1$	C	3D
[Stick 06]	$^{111}\text{Cd}^+$	8	16	30	10^6	0.9	E	3D
[Seidelin 06]	$^{24}\text{Mg}^+$	103	87	40	4.8×10^3	2.8	C	3D
[Labaziewicz 08]	$^{88}\text{Sr}^+$	250	38	75	4.2×10^3	1	C	3D
[Britton 09]	$^{24}\text{Mg}^+$	125	67	122	n.d.	n.d.	C	3D
		50	67	40	2×10^4	1.125	E	3D
[Allcock 10]	$^{40}\text{Ca}^+$	175	26	150	5×10^4	0.467	C	3D
[Rowe 02]	$^9\text{Be}^+$	500	230	270	125	2.9	E	3D
					200 – 21400 [†]			
					$1.4 \times 10^{4\dagger}$			
[Poschinger 09]	$^{40}\text{Ca}^+$	140	25	250	3×10^2	1.2	E	3D
[Splatt 09]	$^{40}\text{Ca}^+$	300	10	830	$2 \times 10^{8*}$	0.79	C	3D
[Hensinger 06]	$^{111}\text{Cd}^+$	360	48	100	$2 \times 10^{12*}$	0.7	E	3D
[Amini 10]	$^{24}\text{Mg}^+$	51	91	38	8.7×10^4	3.5	E	3D
				40	4×10^3	4.5	C	

TABLE 4.1 – Synthèse des pièges présentés dans ce chapitre et de leurs caractéristiques. L'avant dernière colonne indique la technique de fabrication des électrodes : B pour des électrodes massives (*bulk*), E pour évaporées et C pour croissance électrochimique. La dernière colonne indique le nombre de directions indépendantes selon lesquelles l'effet des champs parasites peut être corrigé. † : les taux de chauffage correspondants sont mesurés après une opération de transport dans le piège. * : les taux de chauffage correspondants sont estimés par simulations numériques et convertis en nombre de quanta de vibration dans le mode longitudinal.

Chapitre 5

Potentiels des pièges micro-fabriqués

Ce chapitre détaille les techniques de calcul des potentiels électriques créés par les électrodes des pièges à ions micro-fabriqués. Les outils numériques permettent de donner une description précise du piège, en incluant presque tous les paramètres expérimentaux : épaisseur des électrodes, présence de milieu diélectrique, séparations entre les électrodes, ... Du fait de leur grande versatilité ils permettent de modéliser n'importe quelle géométrie, moyennant plus ou moins de temps de calcul. Dans certaines géométries particulières, des solutions analytiques simplifiées pour les potentiels électriques existent et permettent de mener une analyse plus quantitative des paramètres de fonctionnement du piège. Dans ces conditions une étude systématique de certains défauts affectant les capacités de piégeage peut être menée.

Le problème qui nous intéresse dans ce chapitre consiste en la détermination du potentiel en tout point de l'espace au voisinage d'un piège à ions, noté \mathcal{D} , constitué d'un ensemble d'électrodes conductrices séparées par des milieux diélectriques, les conditions aux limites, sur le bord de \mathcal{D} noté $\partial\mathcal{D}$, étant imposées par le potentiel électrique des différentes électrodes. Ce potentiel est solution des équations de Maxwell, qui s'expriment pour le potentiel seul, en l'absence de sources :

$$\square\phi(\mathbf{r}, t) = 0 \text{ pour } \mathbf{r} \in \mathcal{D}, \quad (5.1)$$

avec $\phi(\mathbf{r}, t) = V(\mathbf{r}, t)$ pour $\mathbf{r} \in \partial\mathcal{D}$ et où l'on a introduit l'opérateur D'Alembertien $\square = \Delta - \frac{1}{c^2}\partial_t^2$. En introduisant la double transformée de Fourier spatiale et temporelle du potentiel $\phi(\mathbf{r}, t)$, $\mathcal{F}[\phi](\mathbf{k}, \omega)$ on définit le vecteur d'onde \mathbf{k} et la fréquence $\frac{\omega}{2\pi}$ associés au potentiel. On va se restreindre à l'étude de cas tels que : $|\mathbf{k}|^2 \gg \frac{|\omega|^2}{c^2}$. C'est l'approximation quasi-statique où l'on considère que les effets de propagation sont négligeables pour la détermination du potentiel électrique. Pour des fréquences de l'ordre de la dizaine de méga-Hertz, les effets dus à la propagation n'entrent en compte qu'après des distances d'une dizaine de mètres, et sont donc négligeables à l'échelle des dispositifs étudiés ici. Par conséquent il suffit donc d'étudier le problème :

$$\Delta\phi(\mathbf{r}, t) = 0 \text{ pour } \mathbf{r} \in \mathcal{D}, \quad (5.2)$$

avec $\phi(\mathbf{r}, t) = V(\mathbf{r}, t)$ pour $\mathbf{r} \in \partial\mathcal{D}$.

5.1 Solution numérique

Les solutions numériques de l'équation de Laplace $\Delta\phi = 0$, sont obtenues par les méthodes générales de solution d'équations aux dérivées partielles (EDP). Ces méthodes se divisent en deux catégories : les méthodes d'éléments finis (FEM - acronyme anglais de Finite Element Method) et les méthodes d'éléments finis de frontière (BEM - acronyme anglais de Boundary Element Method).

Les méthodes d'éléments finis reposent sur l'introduction d'un maillage discret du volume étudié et une base de fonctions associées sur lesquelles une solution approchée est trouvée comme solution d'un système linéaire. Il s'agit donc d'inverser une matrice de taille N^2 , où N est le nombre d'éléments du maillage, essentiellement creuse (c'est à dire comportant un grand nombre de termes nuls). Cette opération d'algèbre linéaire peut être réalisée de manière très performantes à l'aide d'algorithmes optimisés. Cependant la quantité de mémoire requise augmente très vite avec la dimension du système et le nombre d'électrodes. Cette méthode est donc adaptée aux problèmes où les volumes considérés ne sont pas trop grands. Par contre la solution numérique ne doit être calculée qu'une seule fois (par électrode), pour une géométrie d'électrodes donnée, des potentiels arbitraires pouvant être obtenus par superposition linéaire des solutions. C'est cette méthode qui a été retenue pour étudier les différents pièges.

Les méthodes d'éléments finis de frontière adressent plus particulièrement le cas où le volume considéré est très grand, ou mal défini, et où le potentiel est nul à l'infini. Elles reposent sur une formulation intégrale équivalente de l'équation de Laplace, en introduisant le concept de fonction de Green du problème, qui "propage" le potentiel de la frontière au point considéré. Dès lors il suffit de disposer d'un maillage discret de la frontière pour connaître formellement le potentiel en tout point. Cependant le calcul de la fonction de Green impose à nouveau en général de résoudre un problème d'algèbre linéaire pour chaque point où l'on veut connaître le potentiel. Cette méthode sera donc efficace dans les problèmes où le potentiel doit être connu sur une petite zone mais où beaucoup de sources indépendantes contribuent, comme pour l'optimisation du transport dans un piège multi-segmenté[Reichle 06], par exemple.

5.1.1 Méthodes

Approche naïve

La manière la plus simple de faire fonctionner une méthode FEM est celle utilisée dans le logiciel *Simion* ®¹. L'espace est divisé en un maillage de parallélépipèdes rectangles et sur chacun de ces éléments le potentiel est approché par une fonction dépendant linéairement des coordonnées. L'équation de Laplace est alors résolue et la solution donnée sur le même maillage, à raison d'une valeur de potentiel par noeud du maillage, la valeur du potentiel pouvant être déduite en tout point par interpolation linéaire. De plus l'utilisation des différentes symétries du problème permet de restreindre la taille du volume à considérer et donc le temps de calcul ou la quantité de mémoire utilisée.

Le principal inconvénient de cette méthode réside dans son impuissance à traiter efficacement des milieux où des petits détails côtoient des grandes structures. En effet, si le choix d'éléments sous forme de parallélépipèdes permet d'effectuer une décomposition arbitraire de l'espace, il n'autorise pas à faire varier leurs dimensions : le maillage doit être uniforme

1. <http://simion.com>

pour pouvoir être mis sous forme d’un système linéaire à résoudre (plus exactement le nombre de voisins d’un élément doit toujours être le même). Dès lors, la taille des maillages devient exagérément grande et ne peut plus être stocké dans la mémoire vive d’un ordinateur moderne (de l’ordre de quelques giga-octets)! Par exemple pour un piège volumique, généralisant un piège de Paul linéaire macroscopique, comportant des électrodes épaisses de $1\ \mu\text{m}$, séparées d’une distance de $100\ \mu\text{m}$ et larges de $500\ \mu\text{m}$, sur trois segments, avec une résolution transversale de $1\ \mu\text{m} \times 1\ \mu\text{m}$ et longitudinale de $10\ \mu\text{m}$ occupe 116 Mo de mémoire par électrode, pour un total de $\sim 1\ \text{Go}$ (douze électrodes indépendantes). Et avec ce maillage les électrodes sont assimilées à des objets d’épaisseur nulle...

Méthode avancée

Une approche plus astucieuse repose sur l’utilisation d’éléments tétraédriques qui permettent naturellement de construire un maillage non uniforme d’un volume ou d’une surface. De plus ces éléments fournissent naturellement des approximations plus précises pour le maillage de courbes et surfaces “lisses” : arcs de cercle, sphères, cylindres, etc... A deux dimensions la principale différence avec un maillage “naïf” est que le nombre d’arêtes issues d’un noeud peut varier, typiquement entre 3 (pour les points des bords) et 7, le nombre de voisins de chaque triangle restant constant (trois). Cela se généralise à trois dimensions avec des tétraèdres (à quatre voisins) sans difficulté mais est plus difficile à illustrer. La figure 5.1 montre cette capacité du maillage triangulaire à s’adapter à une contrainte, ici arbitraire, de taille, en raffinant localement la taille de ses éléments. Cet exemple a été généré avec le logiciel *Gmsh*²[Geuzaine 09], libre et gratuit, développé par Christophe Geuzaine et Jean-François Remacle des Universités de Liège et Louvain. Il permet, à partir de la définition d’objet géométriques simples (lignes, surfaces et volumes) de générer automatiquement un maillage “optimal”, sous des contraintes de tailles caractéristiques associées à chaque entité, en utilisant une combinaison d’algorithmes de maillage adaptatifs. Il est couplé à un algorithme de résolution d’équations aux dérivées partielles définies sur des maillages tétraédriques, *getdp*³, développé par Patrick Dular et Christophe Geuzaine de l’Université de Liège. *getdp* utilise un algorithme extrêmement général qui lui permet de traiter tout type de système décrit par un système d’équations aux dérivées partielles, scalaires ou vectorielles, éventuellement couplées : électromagnétisme, mécanique des fluides, problèmes thermiques, ...

La contrepartie à la grande flexibilité de ces deux logiciels réside dans leur interface plutôt austère et la difficulté de leur prise en main, malgré les exemples et tutoriel fourni. L’appendice B donne un exemple complet d’utilisation de *Gmsh* et *getdp* pour la simulation d’un micro-piège et détaille les principales subtilités de leur mise en oeuvre. Les principales idées sont brièvement exposées ci-dessous, par simplicité on prendra un exemple à deux dimensions, montré à la figure 5.2, la généralisation à trois dimensions ne présentant pas de difficulté particulière. Concernant la génération du maillage, il convient de définir la géométrie du système en allant de l’élément le plus simple au plus complexe, c’est à dire du point à la surface en passant par la ligne. A chaque point peut être associé une longueur caractéristique qui définit la taille nominale du maillage à son voisinage. Si plusieurs points voisins possèdent la même longueur caractéristique le maillage sera alors localement uniforme. Les entités sont alors regroupées en “entités physiques” pour celles qui représentent un élément physique du système. Par exemple, sur la figure 5.2, les quatre lignes définissant le carré du cadre sont regroupées

2. <http://www.geuz.org/gmsh/>

3. <http://geuz.org/getdp/>

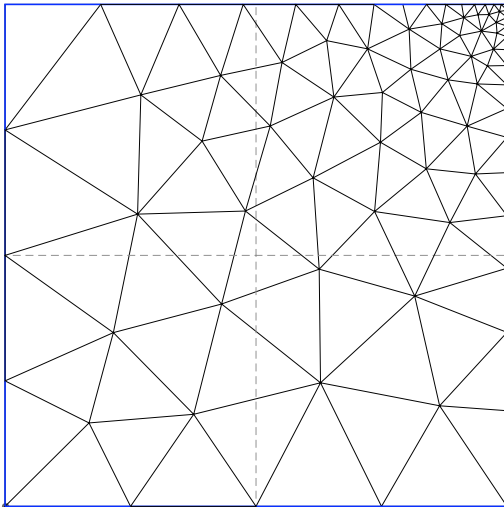


FIGURE 5.1 – Maillage triangulaire adapté d'une surface où on a fixé une longueur caractéristique pour le coin supérieur droit cinq fois inférieure à celles des autres coins, générant un maillage plus serré au voisinage de ce point.

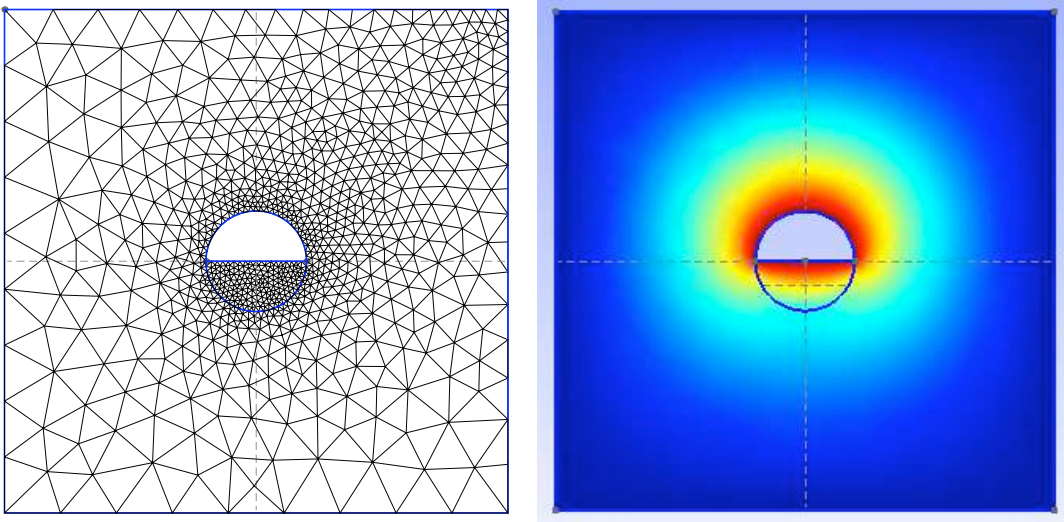


FIGURE 5.2 – Illustration des capacités de *Gmsh* et *getdp*. A gauche, maillage adapté à une structure complexe : une électrode métallique (demi-cercle non maillé) est contact avec une première surface (demi-disque maillé) et le tout est plongé dans une surface plus grande (reste du carré). Le côté du carré est de longueur 1 (unité de longueur arbitraire), le rayon du cercle est de 0.2, la longueur caractéristique imposée au voisinage du cercle est de 0.01, elle est de 0.02 dans le coin supérieur droit du carré et de 0.1 ailleurs. A droite, cartographie en couleur du potentiel ϕ (le rouge correspond à 1 V, le bleu foncé à 0 V, pour 1 V appliqué sur l'électrode semi-circulaire, les bords du carré étant maintenus à 0 V. Le semi-disque inférieur est supposé être fait d'un matériaux de permittivité électrique relative $\epsilon_r = 0.1$, le reste de l'espace étant vide ($\epsilon_r = 1$), ce qui déforme les iso-potentiels. Les irrégularités des contours sont dus à la taille du maillage, trop grossier par endroit.

en une ligne physique, représentant la condition aux limites “à l’infini” de mise à la masse du potentiel et l’intérieur du carré, privé du cercle, est une surface physique représentant le vide dans lequel le potentiel doit être calculé. De même sont définies une électrode (ligne physique, semi-cercle supérieur) et un milieu diélectrique (surface physique, semi-disque inférieur). Un maillage est ensuite généré à l’aide de *Gmsh* pour chacune des entités physiques ainsi définies. Ce maillage est alors utilisé par *getdp* pour résoudre l’équation de Laplace, à deux dimensions, $\Delta(\epsilon_r \phi(x, y)) = 0$ sur le domaine défini par l’union des surfaces physiques, avec des conditions aux limites imposées sur les lignes physiques. En toute généralité, il suffit de calculer un potentiel $\phi_i(x, y)$ par ligne physique i , en lui appliquant une tension de 1 V et en maintenant les autres à 0 V, pour obtenir par superposition linéaire un potentiel arbitraire :

$$\phi(x, y) = \sum_i V_i \phi_i(x, y). \quad (5.3)$$

La démarche exposée ci-dessus va être appliquée successivement à la modélisation d’un piège volumique existant et à l’étude prospective des géométries surfaciques et quasi-surfaciques. On s’intéressera seulement à l’étude du confinement transverse dans le plan radial, adapté à la description des pièges de Paul linéaires. A partir du potentiel numérique obtenu, on calcule le pseudo-potential pour un ion $^{88}\text{Sr}^+$, pour une tension de $V_{rf} = 1$ V et une fréquence de $\Omega = 2\pi \times 1$ MHz, à l’aide de l’équation (3.12). Au voisinage du minimum de ce pseudo-potential, on cherche le meilleur ajustement possible par une fonction de la forme :

$$f(x, y) = a(x^2 + y^2), \quad (5.4)$$

afin de déterminer la raideur du pseudo-potential. On utilise aussi la carte des iso-potentialles du pseudo-potential pour déterminer empiriquement la profondeur du potentiel U_T , c’est à dire la barrière d’énergie à franchir pour sortir de la zone de piégeage.

5.1.2 Piège volumique

Le micro-piège volumique est constitué d’un substrat de Silicium dopé P (résistivité de $0.9 \Omega \text{ cm}^{-1}$) de $200 \mu\text{m}$ d’épaisseur. Ce substrat est oxydé sur une épaisseur de 300 nm et présente donc une surface isolante. Dans ce substrat est creusé une fente de $300 \mu\text{m}$ par 4 mm , autour de laquelle sont disposées six électrodes métalliques (or déposé sur 100 nm), sur chaque face, pour un total de douze électrodes. Le potentiel du silicium peut être contrôlé par des plots de contact métalliques près des bords du substrat. Cette géométrie est proche de celle du piège de Paul linéaire segmenté mais offre une électrode additionnelle : la possibilité d’appliquer une tension sur le substrat. La figure 5.3 montre le maillage adapté obtenu avec *Gmsh* permettant de modéliser ce dispositif.

Ce piège peut être utilisé dans une configuration analogue à celle du piège de Paul linéaire standard : les tensions oscillantes sont alors appliquées sur les électrodes métalliques, portées par paires au même potentiel, le silicium étant maintenu à une tension constante. Par des arguments de symétrie, il est possible d’obtenir un pseudo-potential confinant en appliquant la tension radio-fréquence directement sur le substrat de silicium, à l’aide des plots de contact. Cependant la présence du Silicium introduit un problème en terme de simulation : le Silicium est un matériaux diélectrique semi-conducteur. Pour du Silicium très dopé, la résistivité ρ baisse et son comportement se rapproche de celui d’un conducteur. D’après le modèle de Drude, appliqué au cas d’un semi-conducteur, la valeur de la permittivité relative à la

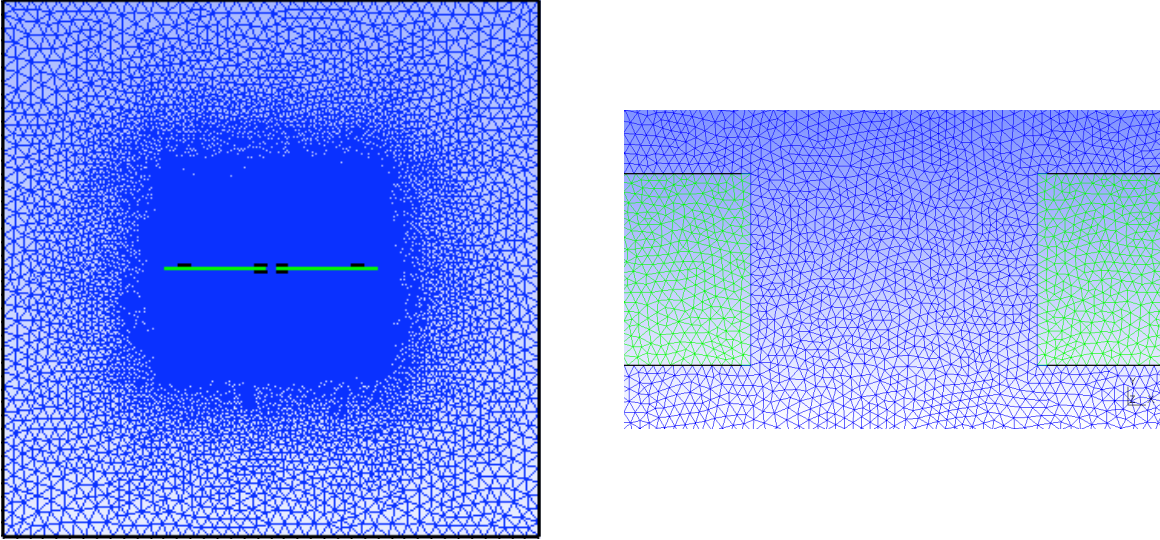


FIGURE 5.3 – Maillage adapté à la géométrie du micro-piège volumique généré par *Gmsh*. Sur la figure de gauche, vue d’ensemble du maillage : bleu pour le vide, vert pour le silicium. Les électrodes et plots de contact sont figurés par les traits noirs épais. La zone totale modélisée représente un carré de 20 mm par 20 mm. En bord de zone les éléments du maillage ont une taille typique de 500 μm . A droite grossissement d’un facteur 100 de la zone centrale (fente) où le pas du maillage est adapté (taille typique 10 μm). A cette échelle le plus petit détail est encore invisible (oxyde de 300 nm et électrodes de 100 nm). Le fichier contenant ce maillage pèse environ 9 Mo.

fréquence $\frac{\omega}{2\pi}$ est donnée par :

$$\epsilon_r = \epsilon_r^{(0)} \frac{1 - \frac{\tau^2 \omega_p^2}{1 + \omega^2 \tau^2}}{1 - \tau^2 \omega_p^2} \quad (5.5)$$

où $\omega_p = 1/\sqrt{\epsilon_0 \rho \tau}$ est la pulsation plasma, τ est le temps de relaxation des porteurs majoritaires, dominé en général par le temps entre deux collisions et $\epsilon_r^{(0)}$ est la valeur intrinsèque de la permittivité relative du milieu non dopé. Pour une résistivité typique de $\rho \simeq 0.9 \Omega \text{ cm}$ et pour des valeurs de τ de l’ordre de 1 ns (temps de diffusion des porteurs) le paramètre $\tau \omega_p$ est grand devant l’unité, tandis que $\tau \omega$ est petit devant l’unité pour des fréquences de travail de l’ordre de la dizaine de méga-Hertz. On a donc en très bonne approximation $\epsilon_r \simeq \epsilon_r^{(0)} \simeq 11.68$.

La figure 5.4 montre l’allure des potentiels obtenus dans ces deux configurations, qui présentent tous un point col au centre géométrique du piège. La colonne de gauche présente les simulations du potentiel radial (dans le plan (x, y)) en prenant en compte le caractère diélectrique du silicium, tandis que la colonne de droite indique le résultat obtenu avec un silicium “métallique”.

Le tableau 5.1 compare les performances des différentes configurations d’utilisation des pièges volumiques en utilisant deux indicateurs : la valeur du paramètre de stabilité q et la valeur de la profondeur de potentiel U_T . Comme on cherche à favoriser les pièges possédant une grande profondeur et un faible paramètre de stabilité, à tension et fréquence de piégeage données, on construit la figure de mérite : $\mathcal{F} = U_T/q$, qui ne dépend que de la tension de piégeage et permet de comparer les pièges entre eux. Le paramètre de stabilité est estimé à l’aide de l’ajustement du pseudo-potential : $q = \frac{1}{\Omega} \sqrt{\frac{2e}{m} a}$.

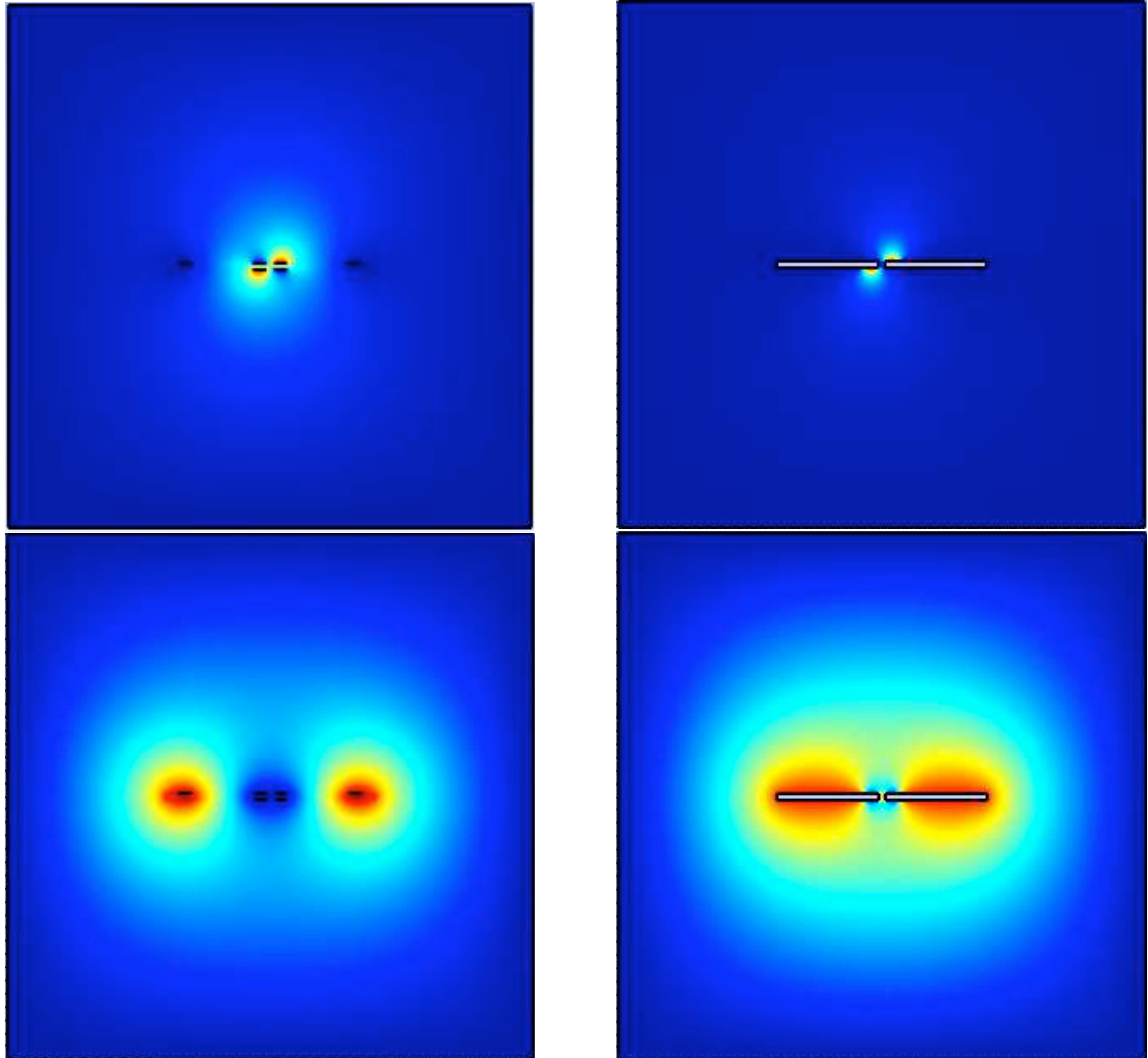


FIGURE 5.4 – Cartographie des potentiels du micro-piège volumique dans les différentes configurations accessibles. L'échelle des couleurs est linéaire entre 0 V (bleu foncé) et 1 V (rouge vif). Sur chaque figure, les lignes noires représentent la position des électrodes (sans conserver l'échelle). Pour les deux figures de gauche le Silicium est traité comme un diélectrique ($\epsilon_r \simeq 11.68$), tandis que pour les figures de droite il est infiniment conducteur. Pour les deux figures du haut la tension radio-fréquence est appliquée sur deux des électrodes métalliques, tandis que pour les deux figures du bas la tension est appliquée sur le silicium via les plots de contact.

Configuration	a	q	U_T (meV)	$\mathcal{F} = U_T/q$
Silicium conducteur, RF sur les électrodes	$1.601(3) \times 10^{-6}$	0.2972(3)	15(1)	0.050(3)
Silicium conducteur, RF sur le silicium	$5.31(1) \times 10^{-6}$	0.541(1)	37(1)	0.068(2)
Silicium diélectrique, RF sur les électrodes	$5.82(1) \times 10^{-6}$	0.567(1)	42(1)	0.074(2)
Silicium diélectrique, RF sur le silicium	$2.056(3) \times 10^{-8}$	0.03368(2)	0.26(1)	0.0077(3)

TABLE 5.1 – Comparaison des performances attendues de la géométrie volumique, pour le piégeage d'un ion $^{88}\text{Sr}^+$, avec une tension radiofréquence de $V_{rf} = 1$ V à $\Omega = 2\pi \times 1$ MHz. Les incertitudes exprimées sont celles données par l'algorithme d'ajustement du pseudo-potential par la fonction $f(x, y)$. L'erreur sur la profondeur du pseudo-potential est donnée par la résolution du tracé des iso-potentialles, qui ne sont connues que sur un maillage avec un pas de $1 \mu\text{m}$. L'ajustement est réalisé sur la zone : $(x, y) \in [-50, 50 \mu\text{m}] \times [-50, 50 \mu\text{m}]$.

A l'aide de la figure de mérite définie ci-dessus, il est possible de voir que la situation la plus favorable consiste dans l'application de la tension radio-fréquence sur les électrodes métalliques. C'est cette situation qui sera donc explorée expérimentalement. Si l'on souhaite avoir un piège de profondeur $U_T \simeq 0.1$ eV pour un paramètre de stabilité $q \simeq 0.1$, il faut alors imposer $V_{rf} = 24$ V et $\Omega = 2\pi \times 12$ MHz.

5.1.3 Pièges surfaciques

Concernant les pièges surfaciques, la simulation a été utilisée comme outil conception qualitatif, couplé à une approche analytique plus quantitative (voir la section 5.2). L'outil numérique permet en particulier d'étudier l'impact de l'épaisseur d'isolant sur le substrat choisi, de l'espacement entre les électrodes et de l'inclinaison des bords des électrodes. Pour ce faire on étudiera la géométrie des pièges à cinq électrodes. On imposera comme contraintes géométriques : l'épaisseur des électrodes $h_{elec} = 10 \mu\text{m}$, la largeur des électrodes $w_{elec} = 100 \mu\text{m}$. On étudiera successivement : l'influence de l'espacement entre électrodes w_{sep} , de l'inclinaison des bords d'électrodes e_{exp} et de l'épaisseur d'oxyde h_{ox} . La figure 5.5 montre un exemple de maillage obtenu pour une telle géométrie.

Le piégeage se faisant au dessus de la surface, le problème possède moins de symétries que dans le cas volumique : le potentiel obtenu est donc beaucoup plus asymétrique. En particulier le pseudo-potential possède un col (sur l'axe $x = 0$ pour des raisons de symétrie) et diverge pour $y \rightarrow 0$, car le gradient du potentiel devient très grand au voisinage de la surface. On peut donc chercher le pseudo-potential sous la forme :

$$f(x, y) = \frac{a x^2 + (y - d)^2}{y^2 1 + b(y - d)^2} \quad (5.6)$$

où d est la distance entre le minimum de potentiel et la surface des électrodes, a est lié à la raideur du piège (c'est à dire $q = \frac{1}{\Omega} \sqrt{\frac{2e a}{m d^2}}$) et $b^{-\frac{1}{2}}$ donne l'ordre de grandeur de la distance entre le minimum de pseudo-potential et le point col. La figure 5.6 montre un exemple de potentiel obtenu pour la géométrie de la figure 5.5.

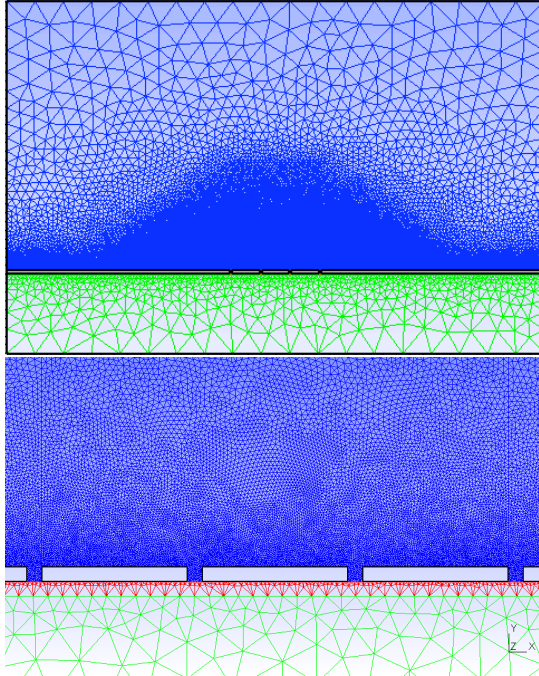


FIGURE 5.5 – Maillage adapté à la géométrie d’un micro-piège surfacique généré par *Gmsh*. Les paramètres géométriques sont : $h_{elec} = 10 \mu\text{m}$, $w_{elec} = 100 \mu\text{m}$, $w_{sep} = 10 \mu\text{m}$, $e_{exp} = 0 \mu\text{m}$ et $h_{ox} = 10 \mu\text{m}$. Figure du haut, vue d’ensemble du maillage divisé en trois zones : bleu pour le vide, vert pour le silicium et rouge pour l’oxyde de silicium (invisible à cette échelle). Les électrodes sont figurées par les traits noirs épais. La zone totale modélisée représente un carré de 2 mm par 2 mm. En bord de zone les éléments du maillage ont une taille typique de $100 \mu\text{m}$. A proximité des électrodes la taille typique des éléments de maillage est de $1 \mu\text{m}$. Figure du bas : agrandissement d’un facteur 10 de la zone centrale au voisinage des électrodes. Le fichier contenant ce maillage pèse environ 7 Mo.

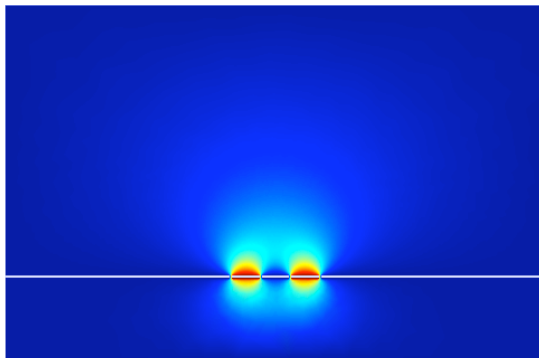


FIGURE 5.6 – Potentiel d’un micro-piège surfacique généré par *getdp*, avec la géométrie de la figure 5.5. L’échelle des couleurs est linéaire entre 0 V (bleu foncé) et 1 V (rouge vif).

Espacement entre les électrodes

On choisit de travailler avec une épaisseur d'oxyde de $10 \mu\text{m}$ et des bords droits $e_{exp} = 0$. Le tableau 5.2 montre l'influence de w_{sep} sur les paramètres de piégeage, dans la gamme $1 - 20 \mu\text{m}$. A tension radio-fréquence et fréquence de travail données, plus la séparation

w_{sep} (μm)	a	b	d (μm)	q	U_T	\mathcal{F}
1	0.1462(4)	$4.3(1) \times 10^{-4}$	87.7(1)	1.024(3)	11.2(1)	0.0109(1)
5	0.1387(4)	$4.1(1) \times 10^{-4}$	91.2(1)	0.959(2)	10.4(1)	0.0108(1)
10	0.125(1)	$2.4(1) \times 10^{-4}$	95.8(1)	0.867(4)	9.6(1)	0.0111(2)
15	0.112(1)	$2(1) \times 10^{-5}$	99.6(1)	0.789(4)	9.0(1)	0.0114(2)
20	0.102(1)	$-1.0(1) \times 10^{-4}$	103.0(1)	0.728(4)	8.3(1)	0.0114(2)

TABLE 5.2 – Influence de l'espacement entre électrodes (paramètre w_{sep}) sur le pseudo-potential créé par le piège à $V_{rf} = 1 \text{ V}$ et $\Omega = 2\pi \times 1 \text{ MHz}$. L'ajustement est réalisé sur la zone : $(x, y) \in [-25, 25 \mu\text{m}] \times [75, 125 \mu\text{m}]$.

entre électrodes est grande, moins le potentiel est raide et moins il est profond. Cela se comprend qualitativement en considérant que les lignes de champ sont moins contraintes au voisinage des bords d'électrode et que par conséquent les équipotentielles sont plus espacées. En ce qui concerne la figure de mérite $\mathcal{F} = U_T/q$, les deux effets se compensent dans cette gamme de variation de w_{sep} : les pièges sont tous équivalents (à quelques pour-cent près). Indépendamment de ces considérations, la distance du minimum de pseudo-potential à la surface varie significativement avec w_{sep} . Un ajustement linéaire de cette dépendance $d(w_{sep})$ donne :

$$d = d_0 + \alpha \times w_{sep} \quad (5.7)$$

où $d_0 = 87.2(4) \mu\text{m}$ et $\alpha = 0.81(3)$.

Inclinaison des bords d'électrodes

On choisit de travailler avec une épaisseur d'oxyde de $10 \mu\text{m}$ et une séparation entre électrodes $w_{sep} = 10 \mu\text{m}$. Le tableau 5.3 montre l'influence de e_{exp} sur les paramètres de piégeage, dans la gamme $-4 - 10 \mu\text{m}$, ce qui correspond pour cette géométrie à des bords d'électrodes inclinés de -22° à 45° . Dans la gamme d'angles explorés ici, le pseudo-potential ne

e_{exp} (μm)	a	b	d (μm)	q	U_T	\mathcal{F}
-4	0.126(1)	$2.5(1) \times 10^{-4}$	95.9(1)	0.869(4)	9.6(1)	0.0110(2)
-2	0.126(1)	$2.4(1) \times 10^{-4}$	95.9(1)	0.869(4)	9.6(1)	0.0110(2)
0	0.125(1)	$2.4(1) \times 10^{-4}$	95.8(1)	0.867(4)	9.6(1)	0.0111(2)
+5	0.126(1)	$2.7(1) \times 10^{-4}$	95.4(1)	0.874(4)	9.6(1)	0.0110(2)
+10	0.124(1)	$2.6(1) \times 10^{-4}$	94.8(1)	0.872(4)	9.6(1)	0.0110(2)

TABLE 5.3 – Influence de l'inclinaison des bords des électrodes (paramètre e_{exp}) sur le pseudo-potential créé par le piège à $V_{rf} = 1 \text{ V}$ et $\Omega = 2\pi \times 1 \text{ MHz}$. L'ajustement est réalisé sur la zone : $(x, y) \in [-25, 25 \mu\text{m}] \times [75, 125 \mu\text{m}]$.

dépend pas de l'inclinaison des bords d'électrode. Cela semble contradictoire avec le résultat

du paragraphe précédent, dans la mesure où lorsque l'angle des bords d'électrodes change, l'écartement entre les surfaces des électrodes change, ce qui a un effet notable sur la position du minimum de potentiel. Cependant changer l'angle des bords d'électrodes, en gardant la base fixe, change aussi la largeur de la partie haute des électrodes, qui aussi un rôle dans la détermination de la hauteur de piégeage. Les deux effets peuvent se compenser si $\partial_{w_{sep}} d \simeq -\partial_{e_{exp}} d \simeq \partial_{w_{elec}} d$. Cela sera confirmé a posteriori par l'étude analytique des potentiels dans la section 5.2.

Hauteur d'oxyde

On choisit de travailler avec une séparation entre électrodes $w_{sep} = 10 \mu\text{m}$ et des bords droits $e_{exp} = 0$. Le tableau 5.4 montre l'influence de e_{exp} sur les paramètres de piégeage. Dans

h_{ox} (μm)	a	b	d (μm)	q	U_T	\mathcal{F}
1	0.126(1)	$2.6(1) \times 10^{-4}$	95.7(1)	0.871(4)	9.6(1)	0.0110(2)
10	0.125(1)	$2.4(1) \times 10^{-4}$	95.8(1)	0.867(4)	9.6(1)	0.0111(2)
20	0.124(1)	$3.6(1) \times 10^{-4}$	95.0(1)	0.871(4)	9.6(1)	0.0110(2)
100	0.124(1)	$3.5(1) \times 10^{-4}$	95.0(1)	0.871(4)	9.6(1)	0.0110(2)
200	0.124(1)	$3.5(1) \times 10^{-4}$	95.0(1)	0.871(4)	9.6(1)	0.0110(2)

TABLE 5.4 – Influence de l'épaisseur d'oxyde (paramètre h_{ox}) sur le pseudo-potential créé par le piège à $V_{rf} = 1 \text{ V}$ et $\Omega = 2\pi \times 1 \text{ MHz}$. L'ajustement est réalisé sur la zone : $(x, y) \in [-25, 25 \mu\text{m}] \times [75, 125 \mu\text{m}]$.

la gamme des hauteurs d'oxyde explorés ici, le pseudo-potential ne dépend pas de l'épaisseur d'oxyde. On peut alors conclure que le substrat peut être soit du Silicium oxydé, soit de la silice pure.

5.1.4 Pièges quasi-surfaciques

Il est possible d'imaginer avoir des électrodes avec des hauteurs différentes et de créer ainsi des pièges quasi-surfaciques. En particulier on peut étudier l'impact de la hauteur des électrodes portant la tension radio-fréquence, comparée à la hauteur des autres électrodes. On reprend la géométrie précédente et on suppose que la hauteur des électrodes radio-fréquence est h'_{elec} , les autres électrodes étant hautes de $h_{elec} = 10 \mu\text{m}$. Le tableau 5.5 montre l'influence de h'_{elec} sur les paramètres de piégeage. Il ressort que, dans la gamme explorée ici, plus le ratio h'_{elec}/h_{elec} est grand, plus le piège sera raide et profond. Pour la figure de mérite \mathcal{F} choisie, plus le ratio est grand plus \mathcal{F} est élevé. Cependant, un compromis doit être fait car la distance entre le minimum de potentiel et la surface la plus proche diminue quand ce ratio augmente. Cela peut poser plusieurs problèmes comme des taux de chauffage plus grands, ou des difficultés d'adressage des ions avec les lasers de refroidissement.

5.2 Solution analytique

Le problème de Laplace, associé à la recherche du potentiel électrique créé par un ensemble d'électrodes, est très complexe et possède peu de solutions explicites. Si dans beaucoup de cas des arguments de symétrie permettent de simplifier les problèmes et de déduire le potentiel

h'_{elec} (μm)	a	b	d (μm)	q	U_T	\mathcal{F}
5	0.097(1)	$1.7(1) \times 10^{-4}$	96.9(1)	0.755(5)	7.4(1)	0.0098(2)
10	0.125(1)	$2.4(1) \times 10^{-4}$	95.8(1)	0.867(4)	9.6(1)	0.0111(2)
20	0.196(1)	$3.4(1) \times 10^{-4}$	93.6(1)	1.111(4)	15.0(1)	0.0135(1)
30	0.274(1)	$3.9(1) \times 10^{-4}$	92.3(1)	1.332(4)	20.9(1)	0.0157(1)
40	0.361(1)	$4.0(1) \times 10^{-4}$	92.3(1)	1.529(4)	27.0(1)	0.0177(1)
50	0.452(2)	$4.0(1) \times 10^{-4}$	93.3(1)	1.69(1)	32.8(1)	0.0194(1)
60	0.541(2)	$3.1(1) \times 10^{-4}$	95.3(1)	1.81(1)	38.1(1)	0.0210(1)
90	0.746(3)	$-6(1) \times 10^{-4}$	102.4(1)	1.98(1)	50.8(1)	0.0256(1)

TABLE 5.5 – Influence de l'épaisseur h'_{elec} des électrodes radio-fréquence, pour une épaisseur des autres électrodes $h_{elec} = 10 \mu\text{m}$. $V_{rf} = 1 \text{ V}$ et $\Omega = 2\pi \times 1 \text{ MHz}$. L'ajustement est réalisé sur la zone : $(x, y) \in [-25, 25 \mu\text{m}] \times [75, 125 \mu\text{m}]$.

des pièges au voisinage de leur centre, en introduisant des facteurs numériques *ad-hoc*, on doit renoncer à la connaissance exacte du potentiel en tout point. Cependant le problème est considérablement simplifié lorsqu'on s'intéresse au potentiel créé dans un demi-espace, au dessus d'un plan de potentiel déterminé [House 08]. Dans ce cas des formules analytiques exactes existent et peuvent être utilisées pour modéliser les pièges à ions surfaciques.

5.2.1 Modèle et solution

On s'intéresse au champ scalaire sans dimensions $\phi(x, y, z)$, appelé "potentiel", créé dans le demi-espace $y > 0$, engendré par le potentiel $\phi_0(x, z)$ sur le plan $y = 0$, avec une condition aux limites de potentiel nul à l'infini. On se limitera à l'approximation stationnaire, dans laquelle on néglige les retards dus à la propagation, la dépendance temporelle s'obtenant par multiplication de la solution statique. Le potentiel $\phi(x, y, z)$ doit vérifier par ailleurs l'équation de Laplace pour $y > 0$:

$$\Delta\phi(x, y, z) = 0. \quad (5.8)$$

La solution de cette équation linéaire s'écrit comme un produit de convolution entre le noyau de l'équation de Laplace $K(x, y, z)$ et la condition aux limites $\phi_0(x, z)$:

$$\phi(x, y, z) = \int dx' dz' K(x' - x, y, z' - z) \phi_0(x', z'), \quad (5.9)$$

où on peut vérifier que le noyau $K(x, y, z)$ est donné par :

$$K(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \frac{y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (5.10)$$

On peut noter que cette solution analytique consiste à un cas de méthode BEM où la fonction de Green est connue analytiquement (indépendamment du maillage choisi pour la frontière, ici le plan $y = 0$).

5.2.2 Electrodes de taille finie

Electrode rectangulaire

Considérons le potentiel du à une électrode rectangulaire de taille finie :

$$\phi_0(x, z) = \begin{cases} 1 & \text{pour } (x, z) \in [x_0, x_1] \times [z_0, z_1], \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (5.11)$$

Le potentiel se calcule grâce à l'équation :

$$\phi(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{x_0}^{x_1} dx' \int_{z_0}^{z_1} dz' \frac{y}{((x' - x)^2 + y^2 + (z' - z)^2)^{3/2}}. \quad (5.12)$$

Pour ce potentiel on obtient une forme analytique fermée en tout point :

$$\phi(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \left[\arctan \left[\frac{(x' - x)(z' - z)}{y\sqrt{(x' - x)^2 + y^2 + (z' - z)^2}} \right] \right]_{x_0, z_0}^{x_1, z_1} \quad (5.13)$$

5.2.3 Limite du piège linéaire

Electrodes rectangulaires

Supposons que l'électrode est de longueur infinie dans la direction z , en prenant la limite $z_0 \rightarrow -\infty, z_1 \rightarrow \infty$, le potentiel ne dépend alors plus explicitement de z :

$$\phi(x, y) \simeq \frac{1}{\pi} \left(\arctan \left[\frac{x_1 - x}{y} \right] - \arctan \left[\frac{x_0 - x}{y} \right] \right) \quad (5.14)$$

Considérons le potentiel créé par deux électrodes rectangulaires, comprises dans les bandes $[-b, 0]$ et $[a, a + c]$, avec $a > 0, b > 0, c > 0$, portées respectivement au potentiel 1, le reste du plan étant à la masse (potentiel nul) :

$$\begin{aligned} \phi(x, y) &\simeq \frac{1}{\pi} \left(\arctan \left[\frac{b + x}{y} \right] - \arctan \left[\frac{x}{y} \right] \right) \\ &+ \frac{1}{\pi} \left(\arctan \left[\frac{a + c - x}{y} \right] - \arctan \left[\frac{a - x}{y} \right] \right). \end{aligned} \quad (5.15)$$

Pseudo potentiel

Ce potentiel présente un point col en :

$$x_0 = \frac{ab}{b + c}, y_0 = \frac{\sqrt{abc(a + b + c)}}{b + c}, \quad (5.16)$$

autour duquel un pseudo-potential piégeant pourra être créé en faisant varier dans le temps la tension $V = V_{rf} \cos [\Omega t]$. Au voisinage de ce point, le pseudo potentiel associé pour un ion de charge e et de masse m est, d'après l'équation (3.6) :

$$\psi(x, y) \simeq \frac{2eV_{rf}^2}{m\pi^2\Omega^2} \frac{(b + c)^4}{abc(a + b + c)(a + b)^2(a + c)^2} ((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2), \quad (5.17)$$

sous une forme qui ne privilégie donc pas d'axe particulier. On notera donc que la fréquence d'oscillation des ions dans le plan (x, y) est alors donnée par :

$$\omega_r^2 = \frac{2e^2V_{rf}^2}{m^2\pi^2\Omega^2} \frac{(b + c)^4}{abc(a + b + c)(a + b)^2(a + c)^2}. \quad (5.18)$$

Repère privilégié

Le repère propre du système est fixé par le micro-mouvement, comme expliqué à la section 3.1.1, page 58. Au voisinage du point col (x_0, y_0) les dérivées secondes de $\phi(x, y)$ s'écrivent :

$$\partial_x^2 \phi = -\partial_y^2 \phi = \frac{1}{\pi} \frac{2bc(b+c)^2 - 2a^2(b^2 - 6bc + c^2) - 2a(b+c)(b^2 - 6bc + c^2)}{(a+b)^2(a+c)^2 \sqrt{abc(a+b+c)}} \quad (5.19)$$

$$\partial_x \partial_y \phi = -\frac{1}{\pi} \frac{4(b-c)(2a+b+c)}{(a+b)^2(a+c)^2} \quad (5.20)$$

On cherche l'angle θ duquel il faut tourner le repère (x, y) pour aboutir à un repère (x', y') tel que $\partial_{x'} \partial_{y'} \phi = 0$. Clairement si $b = c$ une solution possible est $\theta = 0$. Dans le cas général il est difficile d'obtenir l'angle correspondant. Il existe deux cas simples : le cas où les électrodes RF sont presque de la même taille (cas quasi-symétrique, $b \simeq c$) et le cas où une des électrodes RF est très large (cas très asymétrique $b \gg a, c$).

Au voisinage de la configuration symétrique, $b = c + \delta b$ avec $|\delta b| \ll c$, on a alors :

$$\theta \simeq -\frac{\sqrt{a(a+2c)}}{2(a+c)} \frac{\delta b}{c} \quad (5.21)$$

au premier ordre en $\delta b/c$.

Au voisinage de la configuration très asymétrique, $b \gg a, c$, on trouve :

$$\theta \simeq \arccos \left[\sqrt{\frac{a}{a+c}} \right] \quad (5.22)$$

Critères de piégeage

Les valeurs analytiques dans le cas général n'ont pas grand intérêt et sont difficiles à obtenir. On se placera donc d'emblée dans le cas symétrique ou le cas très asymétrique où les analyses sont faciles à mener et donnent des résultats simples. Pour vérifier le critère permettant d'avoir des trajectoires stables dans le pseudo-potentiel, il faut vérifier l'équation (3.10). Si sur le principe ce critère est suffisant, on s'imposera d'autres contraintes expérimentales afin de faciliter la mise en oeuvre des pièges. En particulier il faut que la profondeur du pseudo-potentiel soit suffisamment importante pour piéger des ions "chauds", que ce potentiel soit suffisamment "raide" pour bien confiner les ions et que les ions soient localisés à une distance suffisante de la surface. Pour satisfaire à toutes ces contraintes, plusieurs paramètres sont disponibles : la tension de piégeage V_{rf} , la radio-fréquence Ω et les deux distances a et c . Afin de comparer les deux configurations, on travaillera à distance ion-surface d et à ratio $\eta = c/a$ donnés.

Le tableau 5.6 recense les valeurs prises pour ces différents critères de piégeage. La hauteur de piégeage d correspond à la distance à la surface des électrodes du minimum du pseudo-potentiel ψ , ou de manière équivalente du point col de ϕ , situé donc en (x_0, d) . La condition de stabilité est satisfaite lorsque le paramètre :

$$q = \frac{eV_{rf}}{m\Omega^2 d^2} \quad (5.23)$$

est négligeable devant un facteur numérique q_{sup} (proche de l'unité pour un macro-piège et qui dépend de la configuration pour un micro-piège). La profondeur de potentiel U_T est

Contrainte		$b \simeq c$	$b \gg c$
Hauteur de piégeage	d	$\frac{a}{2}\sqrt{1+2\eta}$	$a\sqrt{\eta}$
Condition de stabilité	q	$q \ll \frac{\pi(1+\eta)^2}{2\eta\sqrt{1+2\eta}}$	$q \ll \frac{\pi(1+\eta)^3}{2\sqrt{\eta} 1+\eta(\eta-6) }$
Profondeur de potentiel	U_T	$U_0 \frac{2\eta^2(1+2\eta)}{\pi^2(1+\eta)^2(1+\sqrt{1+2\eta})^4}$	$U_0 \frac{1}{\pi^2(11+5\sqrt{5})}$
Position du point col	y_1	$d\sqrt{1+2\frac{1+\eta}{\sqrt{1+2\eta}}}$	$d\sqrt{2+\sqrt{5}}$
Fréquence propre	ω_r	$\omega_0 \frac{\sqrt{2}\eta\sqrt{1+2\eta}}{\pi(1+\eta)^2}$	$\omega_0 \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{\sqrt{\eta}}{1+\eta}$
Angle des axes propres	θ	$-\frac{1+2\eta}{4\eta(1+\eta)} \frac{\delta b}{d}$	$\arctan[\sqrt{\eta}]$

TABLE 5.6 – Paramètres physiques décrivant les pièges surfaciques, dans les cas symétriques $b \simeq c$ et très asymétrique $b \gg c$.

donnée par la hauteur de la barrière de potentiel entre le minimum du pseudo-potential et son premier point col situé en (x_1, y_1) . A un facteur numérique (de l'ordre de 10^{-2}) près elle est donnée par l'énergie :

$$U_0 = qV_{rf} \text{ (en électron-Volt)}. \quad (5.24)$$

Pour le cas asymétrique, seul le cas $\eta = 1$ donne une solution analytique simple et on peut vérifier que celle ci présente l'optimum en terme de profondeur de potentiel, à distance d donnée. La raideur du pseudo-potential est donnée par la fréquence d'oscillation ω_r , proportionnelle à la fréquence caractéristique du piège :

$$\omega_0 = q\Omega. \quad (5.25)$$

La figure 5.7 montre le pseudo-potential, normalisé à la profondeur de piégeage U_T , pour les cas limites étudiés : symétrique ($b = c$) et très asymétrique ($b \gg c$). La position d'équilibre

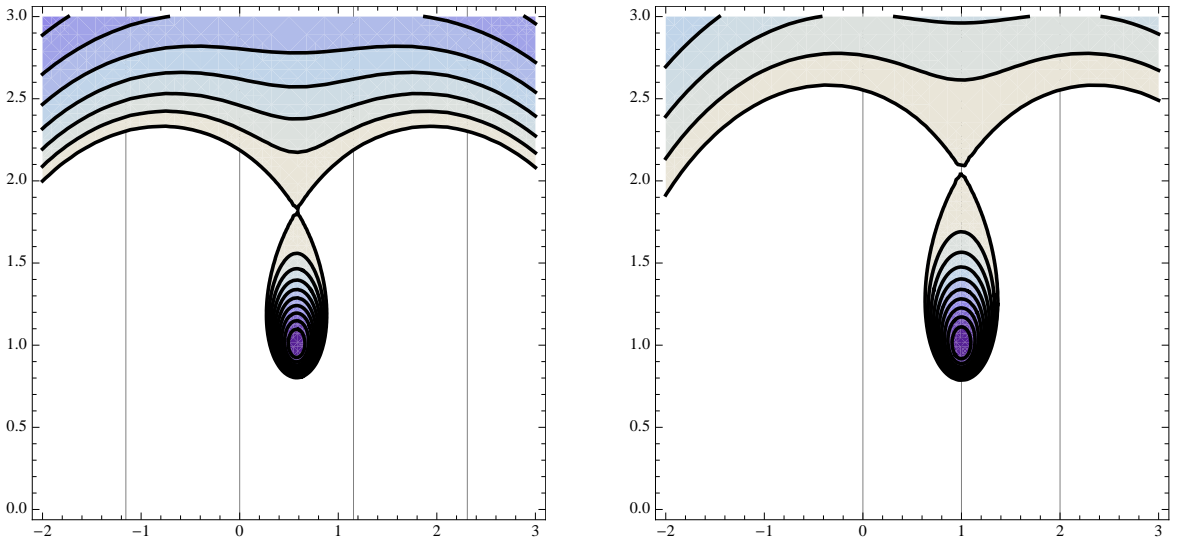


FIGURE 5.7 – Pseudo-potential $\psi(x, y)$ normalisé à la profondeur de piégeage U_T , pour une distance ion-surface de $d = 1$ et un ratio $\eta = 1$. Gauche : cas symétrique $b = c$, cas asymétrique $b \gg c$. Les courbes d'iso-potential sont espacées de 0.1. Les lignes verticales figurent la position des séparations entre électrodes.

de l'ion se trouve au minimum de potentiel (courbe d'iso-potential fermée). La configuration

très asymétrique présente l'inconvénient d'avoir le minimum de potentiel à l'aplomb d'une séparation entre électrodes, c'est à dire directement a proximité d'une zone où le potentiel électrique est mal défini, les électrodes étant nécessairement séparées par un isolant. Cette situation ne se présente pas dans la configuration symétrique (sauf si l'électrode centrale est elle même scindée en plusieurs sous parties). De plus la configuration symétrique possède une électrode supplémentaire sur laquelle peut être appliquée une tension de compensation, utile pour contrôler finement la position des ions. Pour toutes ces raisons nous privilégierons par la suite l'étude du potentiel engendré par cette configuration d'électrodes.

Il est alors possible d'évaluer la figure de mérite du piège surfacique :

$$\mathcal{F} = \frac{U_T}{q} = V_{rf} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{\eta\sqrt{1+2\eta}}{(1+\sqrt{1+2\eta})^4}, \quad (5.26)$$

qui vaut typiquement $\mathcal{F} \simeq 0.014$ pour $V_{rf} = 1$ V et $\eta \simeq 1$. Cette valeur est compatible avec celles trouvées lors des simulations numériques, quoique légèrement sur-estimée, par rapport aux simulations qui donnent un résultat plus complet (car prenant en compte plus de paramètres, comme les séparations entre électrodes).

La discussion des paramètres de piégeage dépend explicitement de la valeur du paramètre de stabilité q , par leur normalisations respectives. L'expérience des pièges à ions macroscopiques [Removille 09] nous enseigne que la valeur $q = 0.1$ est un choix prudent pour un tel piège (avec dans ce cas $q_{sup} \simeq 1$). Dans le cas des pièges surfaciques il semble donc raisonnable d'imposer :

$$q \simeq 0.1 \frac{\pi(1+\eta)^2}{2\eta\sqrt{1+2\eta}}. \quad (5.27)$$

D'autre part on souhaite créer les ions à partir d'une vapeur chaude d'atomes issue d'un four, et donc avoir des profondeur de piégeage conséquentes, de l'ordre de la fraction d'électron-Volt, afin de pouvoir capturer ces atomes énergétiques. On souhaite donc avoir $U_T \simeq 0.1$ eV, soit, d'après les équation (5.24), (5.27) et la valeur de U_T donnée dans le tableau 5.6 :

$$V_{rf} \simeq \frac{\pi(1+\sqrt{1+2\eta})^4}{2\eta\sqrt{1+2\eta}} \text{ V}, \quad (5.28)$$

pour $\eta \simeq 1$, cette expression donne des valeurs de tension de l'ordre de 100 V et une valeur de q de l'ordre de 0.36. Pour un ion $^{88}\text{Sr}^+$ piégé à 150 μm de la surface, cela donne une fréquence de travail de l'ordre de $\Omega \simeq 2\pi \times 18$ MHz.

5.2.4 Confinement longitudinal

En poursuivant le modèle du piège linéaire, on peut chercher à construire un potentiel statique permettant de confiner les ions le long de l'axe z . Supposons que l'on dispose de quatre électrodes, infiniment grandes, occupant respectivement les espaces : $\{(x, z) \mid x \geq a+c, z \geq \frac{l}{2}\}$, $\{(x, z) \mid x \geq a+c, z \leq -\frac{l}{2}\}$, $\{(x, z) \mid x \leq -b, z \geq \frac{l}{2}\}$ et $\{(x, z) \mid x \leq -b, z \leq -\frac{l}{2}\}$

et portées au même potentiel V_{end} . Le potentiel résultant en tout point est alors donné par :

$$\begin{aligned}
\phi_{end}(x, y, z) = & \frac{1}{2\pi} \left(2\pi - 2\arctan \left[\frac{a+c-x}{y} \right] + \arctan \left[\frac{(b+x)(\frac{l}{2}-z)}{y\sqrt{(b+x)^2+y^2+(\frac{l}{2}-z)^2}} \right] \right. \\
& + \arctan \left[\frac{(a+c-x)(\frac{l}{2}-z)}{y\sqrt{(a+c-x)^2+y^2+(\frac{l}{2}-z)^2}} \right] - 2\arctan \left[\frac{b+x}{y} \right] \\
& + \arctan \left[\frac{(a+c-x)(\frac{l}{2}+z)}{y\sqrt{(a+c-x)^2+y^2+(\frac{l}{2}+z)^2}} \right] - 2\arctan \left[\frac{\frac{l}{2}+z}{y} \right] \\
& \left. + \arctan \left[\frac{(b+x)(\frac{l}{2}+z)}{y\sqrt{(b+x)^2+y^2+(\frac{l}{2}+z)^2}} \right] + 2\arctan \left[\frac{-\frac{l}{2}+z}{y} \right] \right) \quad (5.29)
\end{aligned}$$

Cette expression, bien que compliquée, est symétrique pour $z \rightarrow -z$, ce qui rend possible un confinement transverse pour des valeurs $V_{end} > 0$. Par contre, dans le cas général, ce potentiel induit une force transverse sur l'ion situé au minimum du pseudo-potential et a donc pour effet de déplacer sa position d'équilibre et de modifier la raideur du potentiel global. Cependant dans le cas symétrique, où $b \simeq c$, dans le plan (x, z) , et à y donné la position des minima de ϕ_{end} et du pseudo-potential ψ coïncident : la position d'équilibre de l'ion n'est que déplacée selon y . Pour simplifier les calculs on va de plus supposer que la distance l est très grande devant les distances a et c , on trouve alors que le potentiel s'exprime au voisinage du minimum de pseudo-potential $(\frac{a}{2}, d, 0)$:

$$\phi_{end}(x, y, z) \simeq \frac{8d}{\pi l} \frac{1}{l^2} (z^2 - (y-d)^2) + 4 \frac{V_{end}}{\pi l} \left(1 - \frac{d}{l} (1+2\eta)^{3/2} \right) (y-d) \quad (5.30)$$

au premier ordre en d/l . La raideur transverse selon l'axe x n'est donc pas modifiée à cet ordre, la raideur longitudinale est donnée par :

$$\omega_z \simeq 4 \sqrt{\frac{eV_{end}d}{\pi m l^3}}, \quad (5.31)$$

la raideur sur l'axe y est modifiée :

$$\omega_y \simeq \sqrt{\omega_r^2 - 16 \frac{eV_{end}d}{\pi m l^3}}, \quad (5.32)$$

et la distance d'équilibre ion-surface est donnée par :

$$d' \simeq d - 4 \frac{eV_{end}}{\pi l m \omega_y^2} \left(1 - \frac{d}{l} (1+2\eta)^{3/2} \right). \quad (5.33)$$

Cette solution est valable seulement si la raideur selon y est peu modifiée, c'est à dire si $\omega_z \ll \omega_r$ et si l'ion est faiblement déplacé : $|d' - d| \ll d$. D'autre part, il faut que le potentiel $\phi_{end}(x, y, z)$ soit suffisamment profond par rapport au pseudo-potential pour confiner efficacement les ions, c'est à dire : $\phi_{end}(x, y, \frac{l}{2}) \geq U_T$, ce qui impose :

$$V_{end} \simeq \frac{2U_T}{1 - \frac{2}{\pi} \arctan \left[(1+2\eta)^{3/2} \right]}, \quad (5.34)$$

(au premier ordre en d/l) soit pour $U_T \simeq 0.1$ eV et $\eta \simeq 1$ une valeur $V_{end} \simeq 1.65$ V.

Les paramètres introduits dans cette section permettent de quantifier l'efficacité du potentiel de piégeage, associé à la géométrie d'électrodes étudiée, pour confiner des ions. Ils seront utilisés à la section 6.1 pour justifier la géométrie des pièges surfaciques fabriqués en salle blanche et trouver leur point de fonctionnement en terme de tensions électriques de contrôle.

5.3 Potentiels non contrôlés

L'objet de cette partie est de généraliser les résultats de la section précédente à des potentiels non plus engendrés par des électrodes, dont la géométrie est supposée homogène et parfaite, mais associés aux différents défauts dus aux processus de fabrication des électrodes. Les potentiels deviennent alors intrinsèquement désordonnés. L'influence de ces potentiels désordonnés sur le mouvement des ions a été décrite au chapitre 3.1.3 et a fait ressortir que la quantité pertinente à calculer est la fonction d'auto-corrélation du gradient du potentiel désordonné $\phi(\mathbf{r})$, au point \mathbf{r} :

$$C(\mathbf{r}) = \left\langle |\nabla\phi(\mathbf{r})|^2 \right\rangle. \quad (5.35)$$

5.3.1 Conditions aux limites planes

Si l'on considère que les fluctuations de potentiel au point \mathbf{r} sont engendrés par un potentiel aléatoire sur un plan, alors la formule de l'équation (5.9) s'applique et l'on a :

$$C(x, y, z) = \left\langle \left| \nabla \int dx' dz' K(x' - x, y, z' - z) \phi_0(x', z') \right|^2 \right\rangle \quad (5.36)$$

où $\phi_0(x', z')$ est le potentiel aléatoire sur le plan $y = 0$. En développant cette expression on fait apparaître la fonction d'auto-corrélation du potentiel $\phi_0(x, z)$:

$$C(x, y, z) = \int dx' dz' dx'' dz'' [\nabla K](x' - x, y, z' - z) \cdot [\nabla K](x'' - x, y, z'' - z) \langle \phi_0(x', z') \phi_0(x'', z'') \rangle. \quad (5.37)$$

Suivant la nature de la fonction d'auto-corrélation $\langle \phi_0(x, z) \phi_0(x', z') \rangle$ un calcul plus ou moins détaillé va pouvoir être mené.

Désordre invariant par translation

Supposons que le désordre soit invariant par translation, c'est à dire que l'on suppose pouvoir écrire : $C_{\phi_0}(x - x', z - z') = \langle \phi_0(x, z) \phi_0(x', z') \rangle$. Afin de poursuivre le calcul on introduit la transformée de Fourier bi-dimensionnelle de la fonction d'auto-corrélation : $C_{\phi_0}(x, z) = \int \frac{dk_x}{2\pi} \frac{dk_z}{2\pi} S_{\phi_0}(k_x, k_z) e^{i(xk_x + zk_z)}$. On montre alors que l'équation (5.37) s'écrit :

$$C(x, y, z) = \int \frac{dk_x}{2\pi} \frac{dk_z}{2\pi} S_{\phi_0}(k_x, k_z) F_y(k_x, k_z) \quad (5.38)$$

où la fonction $F_y(k_x, k_z) = \left| \int dx' dz' [\nabla K](x' - x, y, z' - z) e^{i(k_x x' + k_z z')} \right|^2$ ne dépend plus que des propriétés du propagateur $K(x, y, z)$ et de la distance à la surface y , c'est à dire de

la géométrie du problème. En utilisant le changement de variable $x' \rightarrow r \cos[\theta] + x$ et $z' \rightarrow r \sin[\theta] + z$, $dx' dz' \rightarrow r dr d\theta$ et l'expression de l'équation (5.10) pour le propagateur on trouve :

$$F_y(k_x, k_z) = \left| \int \frac{r dr d\theta}{2\pi} \frac{e^{ir(k_x \cos[\theta] + k_z \sin[\theta])}}{(y^2 + r^2)^{5/2}} \begin{pmatrix} 3ry \cos[\theta] \\ 2y^2 - r^2 \\ 3ry \sin[\theta] \end{pmatrix} \right|^2, \quad (5.39)$$

cette expression ayant un sens pour $y > 0$. En posant $k_x = k \cos[\phi]$ et $k_y = k \sin[\phi]$, et en changeant de variable $\theta \rightarrow \theta + \phi$, cette équation se résume à :

$$F_y(k_x, k_z) = \left| \int_0^\infty r dr \int_0^\pi \frac{d\theta}{\pi} \frac{e^{irk \cos[\theta]}}{(y^2 + r^2)^{5/2}} \begin{pmatrix} 3ry \cos[\theta] \cos[\phi] \\ 2y^2 - r^2 \\ 3ry \cos[\theta] \sin[\phi] \end{pmatrix} \right|^2, \quad (5.40)$$

où on a éliminé les termes impairs en θ qui donnent une contribution nulle. A ce stade l'intégrale sur θ peut être menée en identifiant les fonctions de Bessel du premier ordre : $J_n(z) = i^{-n} \int_0^\pi \frac{d\theta}{\pi} e^{iz \cos[\theta]} \cos[n\theta]$, ce qui donne :

$$F_y(k_x, k_z) = \left| \int_0^\infty \frac{r dr}{(y^2 + r^2)^{5/2}} \begin{pmatrix} 3ry \cos[\phi] J_1(rk) \\ (2y^2 - r^2) J_0(rk) \\ 3ry \sin[\phi] J_1(rk) \end{pmatrix} \right|^2. \quad (5.41)$$

Sous cette forme l'intégrale sur r peut être menée et donne :

$$F_y(k_x, k_z) = k^2 e^{-2yk} \left| \begin{pmatrix} i \cos[\phi] \\ 1 \\ i \sin[\phi] \end{pmatrix} \right|^2 = 2k^2 e^{-2yk}. \quad (5.42)$$

L'expression finale pour la fonction d'auto-corrélation est donc donnée par :

$$C(x, y, z) = \int \frac{dk d\phi}{2\pi^2} S_{\phi_0}(k \cos[\phi], k \sin[\phi]) k^3 e^{-2yk}, \quad (5.43)$$

Notons que cette expression est exacte et ne dépend pas des variables x et z puisque nous avons supposé le désordre invariant par translation. Elle n'est pas non plus limitée à une géométrie particulière d'électrodes et suppose simplement que le potentiel est considéré au voisinage d'un plan métallique. Pour aller plus loin dans l'analyse il est nécessaire de faire des hypothèses supplémentaires sur la forme de la fonction d'auto-corrélation C_{ϕ_0} (ou de manière équivalente sur sa transformée de Fourier S_{ϕ_0}), correspondant à un type de désordre donné. Notons toutefois que dans la limite $y \rightarrow \infty$, on a $C(x, y, z) \simeq \frac{3S_{\phi_0}(0,0)}{8\pi} \frac{1}{y^4}$.

5.3.2 Effets sur le piégeage des ions

Nous étudions ici quelques cas particuliers intéressants dans le cadre des pièges à ions surfaciques.

Taux de chauffage "anormal"

La dépendance spatiale du taux de chauffage défini à l'équation (3.13) est entièrement donnée par la fonction de corrélation $C(x, y, z)$ qui dépend elle-même de l'auto-corrélation

du potentiel désordonné sur la surface. Même si le phénomène microscopique à l'origine des fluctuations de potentiel est complexe, il suffit de supposer que des sources "petites" et indépendantes sont à son origine pour pouvoir approcher sa fonction de corrélation spatiale par une distribution exponentielle : $\langle \phi_0(x, z)\phi_0(x', z') \rangle = e^{-\sqrt{(x-x')^2+(z-z')^2}/\zeta}$, où on a introduit la longueur de corrélation ζ du désordre, supposé isotrope sur la surface. On peut alors calculer :

$$\begin{aligned} S_{\phi_0}(k\cos[\phi], k\sin[\phi]) &= \int r dr d\theta e^{-r/\zeta} e^{-irk\cos[\theta-\phi]} = 2\pi \int_0^\infty r dr e^{-r/\zeta} J_0(kr) \\ &= \frac{2\pi\zeta^2}{(1+k^2\zeta^2)^{3/2}}. \end{aligned} \quad (5.44)$$

L'équation (5.43) donne alors :

$$C(x, y, z) = 2 \int_0^\infty dk \frac{\zeta^2 k^3}{(1+k^2\zeta^2)^{3/2}} e^{-2yk}. \quad (5.45)$$

Cette expression fait apparaître une compétition entre deux longueurs caractéristiques : la distance à la surface y et la longueur de corrélation ζ du potentiel désordonné sur la surface.

Les équations (3.15) et (5.45) offrent alors une expression générale permettant de comparer les mesures de fluctuations de champ électrique à la fréquence $\frac{\omega}{2\pi}$ réalisées à plusieurs distances d d'une surface donnée :

$$S_E(\omega, d) = 2 \frac{S_V(\omega)}{\zeta^2} \int_0^\infty dk \frac{k^3}{(1+k^2)^{3/2}} e^{-\frac{d}{\zeta}k}, \quad (5.46)$$

où d'après ce qui précède cette quantité ne dépend que de la distance à la surface d . La figure 5.8 montre la variation de $S_E(\omega, d)$, normalisé à $S_V(\omega)/\zeta^2$, en fonction de d/ζ , ainsi que les deux cas asymptotiques : les effets à courte portée ($d \ll \zeta$) où $S_E(\omega, d) \sim \frac{S_V(\omega)}{\zeta^2} \frac{\zeta}{d}$, ainsi que les effets à longue portée ($d \gg \zeta$) où : $S_E(\omega, d) \sim \frac{S_V(\omega)}{\zeta^2} \frac{3}{4} \frac{\zeta^4}{d^4}$. Autour de la zone $d \simeq \zeta$, les

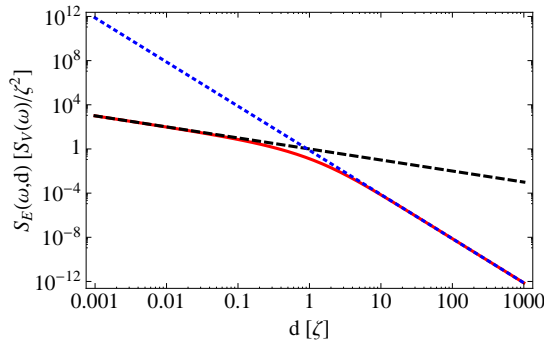


FIGURE 5.8 – Densité spectrale de bruit du champ électrique $S_E(\omega, d)$, donnée par l'expression (5.46), normalisée à $S_V(\omega)/\zeta^2$ en fonction de d/ζ , tracée en ligne rouge continue. La ligne noire en trait discontinu donne l'asymptote $S_E(\omega, d) \simeq \frac{S_V(\omega)}{\zeta^2} \frac{\zeta}{d}$ pour $d \ll \zeta$. La ligne bleu pointillée donne l'asymptote $S_E(\omega, d) \simeq \frac{S_V(\omega)}{\zeta^2} \frac{3}{4} \frac{\zeta^4}{d^4}$ pour $d \gg \zeta$.

deux asymptotes sont raccordées continûment et une transition à lieu entre ces deux régimes.

Comparer les mesures faites dans plusieurs pièges est un exercice délicat car d'un échantillon à l'autre plusieurs paramètres sont susceptibles de varier. Cependant en notant que $\frac{S_V(\omega)}{\zeta^2}$ est homogène à une densité de fluctuations de potentiels surfacique (c'est à dire par unité de surface), qui ne doit dépendre que de l'état de la surface et de la température, il est alors possible de comparer les mesures des fluctuations du champ électrique faites dans les mêmes conditions, à plusieurs distances de la surface d'un même matériau. La figure 5.9 montre la

variation de $S_E(\omega, d)$, normalisé à $S_V(\omega)/d^2$ et qui ne dépend plus alors que du paramètre $\frac{\zeta}{d}$, ainsi que les deux cas asymptotiques : $S_E(\omega, d) \sim \frac{S_V(\omega)}{d^2} \frac{3}{4} \frac{\zeta^2}{d^2}$ pour $\zeta \ll d$ et $S_E(\omega, d) \sim \frac{S_V(\omega)}{d^2} \frac{d}{\zeta}$ pour $\zeta \gg d$.

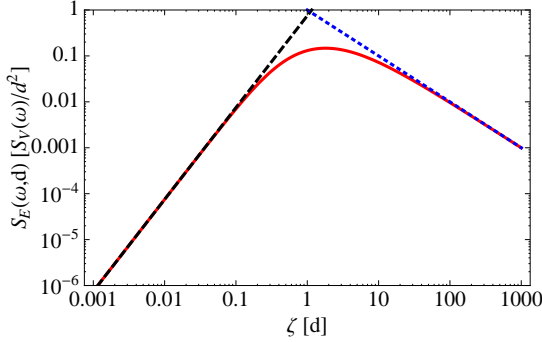


FIGURE 5.9 – Densité spectrale de bruit du champ électrique $S_E(\omega, d)$, donnée par l'expression (5.46), normalisée à $S_V(\omega)/d^2$ en fonction de ζ/d , tracée en ligne rouge continue. La ligne noire en trait discontinu donne l'asymptote $S_E(\omega, d) \simeq \frac{S_V(\omega)}{d^2} \frac{3}{4} \frac{\zeta^2}{d^2}$ pour $\zeta \ll d$. La ligne bleu pointillée donne l'asymptote $S_E(\omega, d) \simeq \frac{S_V(\omega)}{d^2} \frac{d}{\zeta}$ pour $\zeta \gg d$.

Potentiel fluctuant sur des électrodes

Calculons la contribution due à un potentiel fluctuant temporellement sur une électrode rectangulaire, infiniment longue selon z et comprise dans la bande $[x_0, x_1]$:

$$S_E(\omega, \mathbf{r}) = \frac{S_V(\omega)}{\pi^2} \left| \nabla \left(\arctan \left[\frac{x_1 - x}{y} \right] - \arctan \left[\frac{x_0 - x}{y} \right] \right) \right|^2. \quad (5.47)$$

Le calcul donne alors :

$$S_E(\omega, \mathbf{r}) = \frac{S_V(\omega)}{\pi^2} \frac{(x_0 - x_1)^2}{((x - x_0)^2 + y^2)((x - x_1)^2 + y^2)}. \quad (5.48)$$

Dans un piège à ions symétrique, au voisinage du centre du piège $(x, y) = (\frac{a}{2}, d)$, la contribution totale due aux électrodes est donc de :

$$S_E(\omega, \mathbf{r}) = S_V(\omega) \frac{9}{4\pi^2} \frac{1}{d^2}, \quad (5.49)$$

où on a utilisé la relation $a \simeq \frac{2d}{\sqrt{3}}$. Cette source de chauffage donne une loi d'échelle en d^{-2} , très différente de celle obtenue avec un bruit désordonné. Cette loi modélise une source extérieure de bruit appliquée à toute une électrode, comme par exemple le bruit électrique d'une alimentation, ou le bruit Johnson d'origine thermique [Deslauriers 06].

Synthèse

Pour les ions piégés, l'équation (3.13) nous indique que la mesure du taux de chauffage fournit une mesure directe des fluctuations du champ électrique à la fréquence du mouvement des ions dans le pseudo-potentiel et à la distance ion-surface donnée par la géométrie du piège. Les mesures de taux de chauffage obtenues dans les expériences d'ions piégés ont montré une dépendance globale en d^{-4} , dans la gamme $75 - 150 \mu\text{m}$, ce qui limite à terme les possibilités de miniaturisation. Cette dépendance mesurée est en accord avec la limite $d \gg \zeta$ de notre modèle et suggère donc que pour les électrodes métalliques utilisées, la longueur de corrélation ζ est très petite devant la dizaine de microns. Notre modèle montre de plus que

cette estimation est pessimiste à faible distance ion-surface où cette loi subit une inflexion vers une asymptote en d^{-1} . Actuellement les pièges à ions ne permettent pas d'explorer ces régimes de faibles distances d . Cependant d'autres systèmes peuvent être utilisés pour sonder le champ électrique à des distances très courtes, en particulier les microscopes à force atomique (AFM) sensibles aux champs électriques. Ces dispositifs fonctionnent de la manière suivante. La pointe de microscope est un levier, qui est un très bon oscillateur mécanique à une fréquence $\frac{\omega_c}{2\pi}$ (de l'ordre de quelques kilo-Hertz), dont les déplacements peuvent être mesurés par des méthodes d'interférométrie optique. La pointe étant de plus métallisée, elle se couple au champ électrique local et subit en retour une force dissipatrice qui amorti ses oscillations avec un taux de :

$$\Gamma_c = \frac{C^2 V^2}{4k_B T} S_E(\omega_c, d), \quad (5.50)$$

où C est la capacité entre la pointe de microscope et la surface et V est la tension de biais du dispositif. Les mesures de taux d'amortissement obtenues au moyen de telles expériences montrent une dépendance en d^{-1} , dans la gamme 10 – 400 nm, en accord avec la limite $d \ll \zeta$ de notre modèle [Stipe 01].

La première information que nous pouvons tirer de cette comparaison est donc que : $400 \text{ nm} \ll \zeta \ll 75 \text{ }\mu\text{m}$. Sur cette échelle, une longueur caractéristique des surfaces métalliques est donnée par la taille typique des grains poly-cristallins constitutifs du matériaux. Cette longueur, pour une surface d'or est typiquement de l'ordre du micron. Elle correspond à la taille typique des domaines de potentiels mesurés par AFM électrique. Notons que cette interprétation est en accord avec le choix de la fonction de corrélation (exponentielle) choisie : elle apparaît naturellement dans la description statistique d'un milieu désordonné constitué de grains de différentes tailles modélisé par un pavage de Poisson-Voronoi [Man 06].

Le tableau 5.7 présente les mesures des fluctuations de champ électrique au dessus d'une surface d'or, obtenues à l'aide d'AFM électriques et d'ions piégés. Afin de comparer ces

Réf.	$d \text{ }\mu\text{m}$	$\omega/2\pi \text{ MHz}$	$S_E^{(exp)}(\omega, d) \text{ V}^2\text{m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$	$S_E(\omega_0, d) \text{ V}^2\text{m}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$
[Stipe 01]	0.02	4×10^{-3}	4	1.6×10^{-2}
[Seidelin 06]	40	3	9×10^{-12}	2.7×10^{-11}
[Labaziewicz 08]	75	1	$[0.3 - 5.5] \times 10^{-11}$	$[0.3 - 5.5] \times 10^{-11}$
[Epstein 07]	40	5.25	6.5×10^{-12}	3.4×10^{-11}

TABLE 5.7 – Valeur mesurées à température ambiante de $S_E(\omega, d)$ au dessus d'une surface d'or, prises dans les références citées. La valeur de la référence [Stipe 01] correspond à une mesure faite à l'AFM électrique. Les autres références sont des mesures obtenues dans des expériences d'ions piégés. La dernière colonne donne la valeur de $S_E(\omega_0, d)$ extrapolée à $\omega_0/2\pi = 1 \text{ MHz}$. Les données de la référence [Labaziewicz 08] ont été obtenues dans un même piège, après plusieurs cycles de nettoyage et de recuit.

points de mesures fait à la fréquence propre de ces systèmes, les mesures sont extrapolées à la valeur $\omega_0 = 2\pi \times 1 \text{ MHz}$, en supposant que les fluctuations de potentiel suivent une loi de bruit "rose" : $S_V(\omega) \sim \omega^{-1}$. Cette hypothèse est justifiée si l'on considère que le phénomène microscopique sous-jacent est dominé par les recombinaisons de porteurs de charges, piégés par les impuretés du matériaux.

La figure 5.10 montre les valeurs expérimentales $S_E(\omega_0, d)$ et un ajustement des données par le modèle en supposant $\zeta \simeq 1 \text{ }\mu\text{m}$. En supposant que $S_V(\omega_0)$ ne dépend pas de l'échantillon

considéré (mais seulement de la température du dispositif), la mesure à l'AFM électrique permet de fixer la valeur de $S_V(\omega_0)$, à valeur de ζ donnée. Nous interprétons alors la dis-

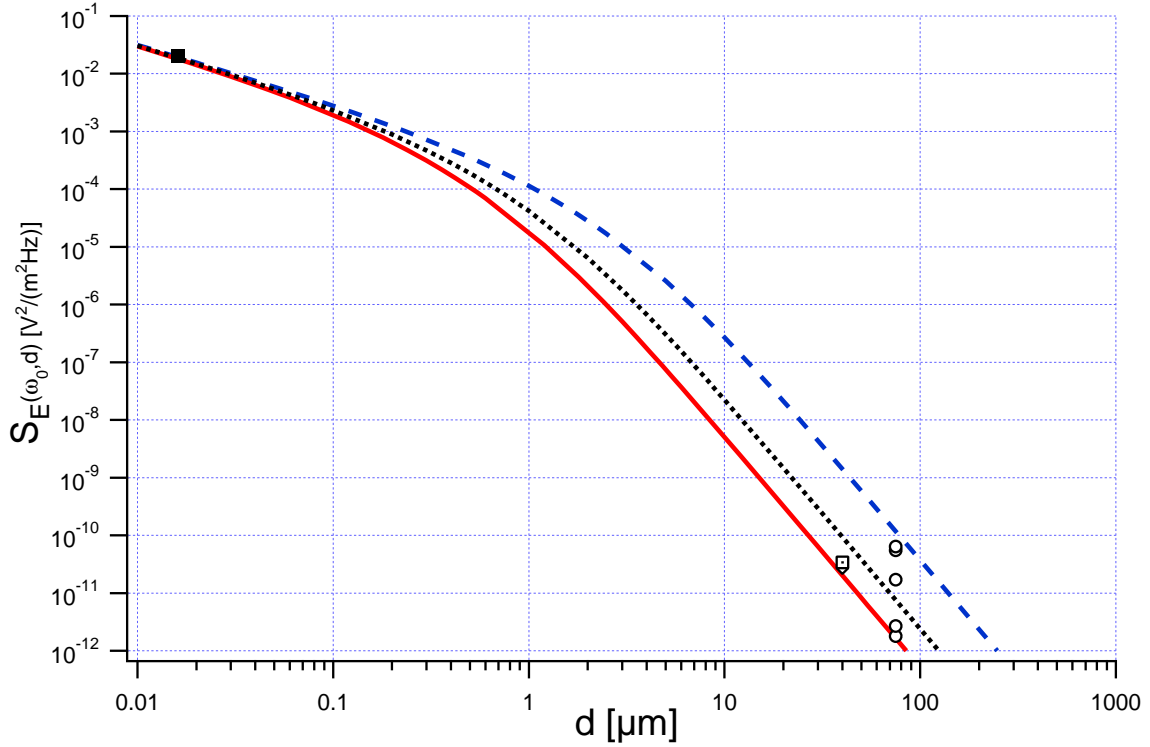


FIGURE 5.10 – Densité spectrale de bruit obtenues dans les références [Stipe 01] (■), [Seidelin 06] (◇), [Labaziewicz 08] (○) et [Turchette 00] (□) comparées au modèle. Les lignes correspondent aux valeurs de $S_E(\omega_0, d)$ prédites par le modèle pour trois valeurs de ζ : $\zeta = 0.6 \mu\text{m}$ (ligne continue), $\zeta = 1 \mu\text{m}$ (ligne discontinue) et $\zeta = 2.5 \mu\text{m}$ (ligne pointillée).

persion des mesures par une légère variation des longueurs de corrélation entre $0.6 \mu\text{m}$ et $2.5 \mu\text{m}$, hautement dépendante de la qualité de surface et de la méthode de fabrication des échantillons. Le rôle joué par la qualité de surface a été observé qualitativement dans la référence [Labaziewicz 08] où des nettoyages successifs de la surface ont permis de diminuer les fluctuations du champ électrique (points ○ dans la figure 5.10).

Ce modèle offre donc un outil quantitatif pour étudier le chauffage “anormal” dans les ions piégés et optimiser la qualité des surfaces et les procédés de fabrication et a fait l’objet d’une publication [Dubessy 09].

Conclusion du chapitre

Les outils présentés dans ce chapitre permettent d’obtenir une compréhension fine du fonctionnement des pièges à ions micro-fabriqués, tant par la modélisation numérique des potentiels que par l’optimisation analytique de la géométrie de la structure. La définition d’une figure de mérite \mathcal{F} permettant de comparer les différents pièges offre un moyen simple de choisir la géométrie la plus adaptée. La géométrie volumique offre un confinement plus efficace mais

s'avère plus difficile à réaliser expérimentalement. L'étude numérique menée montre que les pièges surfaciques quasi-symétriques offrent des performances de piégeage raisonnables tout en étant robustes aux petites variations de géométrie. Notons que la géométrie quasi-surfacique présentée ici peut s'avérer intéressante pour augmenter les performances de piégeage tout en conservant la relative facilité de fabrication des pièges surfaciques. Enfin le calcul analytique des effets dus aux potentiels désordonnés non contrôlés ouvre la voie à l'optimisation des processus de fabrication via des mesures des fluctuations de champ électriques à l'AFM.

Chapitre 6

Techniques de micro-fabrication

Ce chapitre détaille le travail effectué en salle blanche pour réaliser des micro-pièges surfaciques. La salle blanche offre un environnement contrôlé, permettant en principe de fabriquer des échantillons de très bonne qualité. La salle à laquelle nous avons eu accès est la Centrale de Technologie Universitaire MINERVE, de l'Institut d'Electronique Fondamentale de l'Université Paris-Sud 11, avec un environnement de classe 1000 à 10000¹. A terme, le laboratoire Matériaux et Phénomènes Quantiques sera équipé d'une salle blanche où les échantillons de pièges pourront être réalisés et caractérisés avant d'être testés dans le dispositif expérimental, minimisant ainsi les temps et risques liés aux transports des échantillons.

Le chapitre précédent a introduit les outils permettant de modéliser les potentiels des pièges surfaciques et d'analyser quantitativement le phénomène du chauffage anormal. Afin d'exploiter ces résultats pour comprendre plus finement le phénomène du chauffage anormal, une géométrie simple de piège, satisfaisant aux hypothèses du modèle, est proposée dans la première partie. Les techniques de micro-fabrication nécessaires à la réalisation des échantillons sont ensuite détaillées, ainsi que les paramètres pertinents pour la réalisation de tels dispositifs. Dans cette thèse, deux types de pièges micro-fabriqués ont été étudiés : un piège volumique, qui a été simplement caractérisé et des pièges surfaciques qui ont été conçus, fabriqués et caractérisés. Enfin nous détaillerons les paramètres pertinents de croissance par dépôt électrolytique de cuivre sur nos échantillons.

6.1 Choix de la géométrie

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, une grande liberté de géométrie est laissée au concepteur d'un piège à ions surfacique. Le choix final des dimensions exactes des électrodes ainsi que de leur nombre dépend donc de l'application visée :

- l'étude du transport des ions requiert une segmentation fine du piège afin de contrôler précisément les potentiels créés le long de l'axe longitudinal,
- l'implémentation de fonctions quantiques avec des ions piégés nécessite d'obtenir des raideurs importantes et donc de miniaturiser à l'extrême tout en gardant des tensions inférieures aux tensions de claquage des matériaux,
- l'étude du taux de chauffage sera possible à condition de pouvoir isoler une source dominante de chauffage : en particulier les éventuels diélectriques, susceptibles de piéger

1. Une salle est dite de classe N si l'air ambiant contient moins de N particules de taille supérieure à 500 nm par pied cube. Les dépôts électrolytiques ont été réalisés en classe 10000, le reste des opérations en classe 1000

des charges parasites, devront être “hors de vue” de l’ion piégé. Ces considérations sont prises en compte ici et détaillées afin de motiver le choix de la géométrie des échantillons réalisés.

6.1.1 Forme des électrodes

L’étude du taux de chauffage, sous l’hypothèse d’un chauffage dû aux petites fluctuations de potentiel sur un plan métallique infini, devrait être réalisée dans la situation où l’ion n’est soumis qu’à l’influence d’une seule électrode métallique “infinie”. De plus la mesure du taux de chauffage est facilitée dans le cas où un des modes de vibration du piège est découplé du micro-mouvement, et où sa fréquence est sensiblement plus petite que celles des deux autres. La situation expérimentale qui s’approche le plus de ces contraintes est le cas du piège de Paul linéaire surfacique étudié à la section 5.2.3 et schématisé dans la figure 6.1. Le

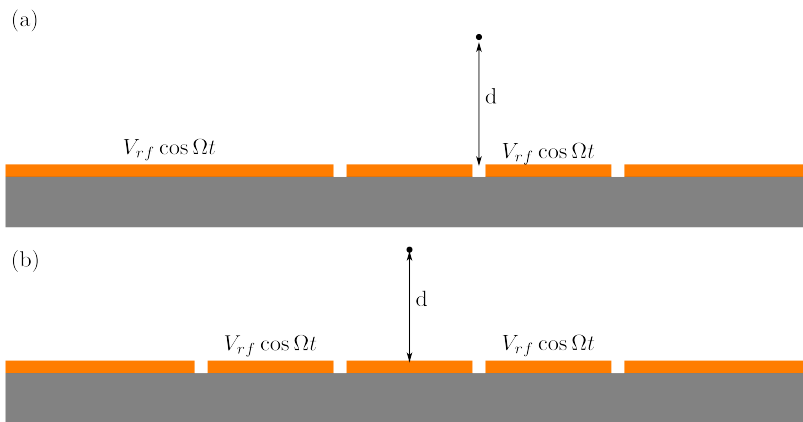


FIGURE 6.1 – Coupe des configurations d’électrodes étudiées à la section 5.2.3. (a) : piège à quatre électrodes, l’ion est confiné à l’aplomb d’une séparation entre électrodes. (b) : piège à cinq électrodes, l’ion est confiné à l’aplomb de l’électrode centrale. Dans cette situation, si les électrodes sont suffisamment épaisses, l’ion ne “voit” pas directement le substrat. Les électrodes sur lesquelles sont appliquées la tension radiofréquence sont indiquées par le terme $V_{r,f} \cos [\Omega t]$, les autres électrodes (de compensation) sont elles portées à des tensions statiques.

cas le plus simple, du piège de Paul à quatre électrodes² possède un minimum de potentiel situé à l’aplomb d’une séparation entre deux électrodes : l’ion est alors directement soumis aux potentiels parasites à la surface des diélectriques. De plus l’approximation permettant le calcul analytique du potentiel, valide seulement si l’influence des séparations entre électrodes peut être négligée pose problème dans cette configuration.

Dans le cas d’un piège à cinq électrodes, cette situation ne se présente pas si les trois électrodes centrales ont des largeurs équivalentes : le minimum de potentiel est quasiment situé à l’aplomb du milieu de la largeur de l’électrode centrale. Dès lors, pour des électrodes suffisamment épaisses, le potentiel du aux diélectriques est écranté par le bord des électrodes et peut donc être légitimement négligé dès que la séparation δ entre électrodes est négligeable

2. Il faut au moins quatre électrodes indépendantes pour pouvoir compenser des champs parasites arbitraires dans le plan transverse du piège linéaire, afin de pouvoir compenser un éventuel micro-mouvement résiduel.

devant leur largeur a ($\delta \ll a$). En notant h l'épaisseur des électrodes et d la distance entre le minimum de potentiel et la surface, l'effet d'écran est effectif dès que :

$$h \geq h_0 = 2 \frac{\delta d}{a}. \quad (6.1)$$

Pour un piège complètement symétrique, $h_0 = \sqrt{3}\delta \simeq 1.73 \times \delta$ ce qui impose une contrainte non négligeable sur la fabrication des électrodes épaisses. De plus, une attention particulière devra être portée à l'inclinaison des bords d'électrodes qui peuvent découvrir le diélectrique si ils ne sont pas verticaux.

Enfin comme souligné à la section 5.2.3, le piège doit posséder comme symétrie globale les transformations : $x \rightarrow -x$ et $z \rightarrow -z$, afin que les points cols des potentiels radio-fréquence et "endcap" coïncident.

6.1.2 Dimensions

En terme de capacité de piégeage les pièges radio-fréquence sont essentiellement caractérisés par leur fréquence d'oscillation transverse $\omega_{x,y}/(2\pi)$, leur paramètre de stabilité $q = \omega_{x,y}/\Omega$, la profondeur du potentiel obtenu U_T et leur fréquence d'oscillation longitudinale $\omega_z/(2\pi)$. De plus dans le cas d'un piège surfacique la distance à la surface d va être un paramètre pertinent pour l'analyse du phénomène de chauffage anormal, dont l'analyse est simplifiée dans le cas : $\omega_z \ll \omega_{x,y}$. Sous cette hypothèse le potentiel longitudinal est quasiment découplé du potentiel transverse au voisinage du centre du piège et en particulier il modifie peu la profondeur du potentiel transverse. On va rappeler les valeurs de ces quantités dans le cas du piège de Paul linéaire surfacique étudié à la section 5.2.3 et discuter des paramètres expérimentaux compatibles avec les contraintes de piégeage en fonction de la distance à la surface d .

La distance à la surface d est directement donnée par la largeur a des électrodes centrales :

$$d = \frac{\sqrt{3}}{2}a. \quad (6.2)$$

On va chercher à travailler à paramètre de stabilité q fixé :

$$q = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{eV_{rf}}{m\Omega^2 d^2}, \quad (6.3)$$

avec $q \ll 1$. La fréquence d'oscillation longitudinale est donnée par :

$$\omega_z \simeq 4 \sqrt{\frac{eV_{end}d}{\pi m l^3}}, \quad (6.4)$$

où $2l$ est la distance entre les électrodes "endcap" et la profondeur du potentiel (en eV) est de l'ordre de :

$$U_T = \min \left[\frac{27}{2\sqrt{3}\pi(3+\sqrt{3})^4} q V_{rf}, \frac{V_{end}}{2} \left(1 - \frac{2}{\pi} \arctan [3\sqrt{3}] \right) \right]. \quad (6.5)$$

On souhaite avoir un potentiel suffisamment profond, de l'ordre de 0.1 eV, ce qui impose :

$$V_{end} \geq 1.65 \text{ V et } V_{rf} \geq \frac{20.2}{q} \text{ V}, \quad (6.6)$$

et pour un paramètre de stabilité $q \simeq 0.1$, on obtient : $V_{rf} \simeq 202$ V. Pour $l = 1$ mm, on a alors :

$$\omega_z = 2\pi \times 1.2 \times 10^{-2} \times \sqrt{V_{end,[V]} d_{[\mu\text{m}]}} \text{ MHz.} \quad (6.7)$$

Pour avoir $\omega_z \simeq 2\pi \times 0.5$ MHz, il faut alors V_{end} dans la gamme 7 – 45 V, pour d variant entre 40 μm et 250 μm , et $\Omega \simeq 2\pi \times 20$ MHz, permet de vérifier $\omega_{x,y} \gg \omega_z$.

Avec ces considérations les dimensions des électrodes sont fixées ainsi : largeur des électrodes centrales a dans la gamme 50 – 250 μm , distance entre les électrodes “endcap” de 1 mm, séparation entre électrodes dans la gamme 2 – 10 μm . Les électrodes sont prolongées afin de couvrir une surface carrée conséquente (surface ~ 1 cm²) afin que l’approximation du plan métallique infini soit valide.

6.1.3 Le masque

Afin d’obtenir les électrodes par lithographie optique nous avons dessiné un masque permettant de transférer le dessin des électrodes sur une résine photo-sensible. Nous utilisons des substrats de diamètre standard 2”, soit environ 5 cm, ce qui permet de réaliser plusieurs échantillons par substrat. Les échantillons devant *in fine* être séparés par clivage ou découpe du substrat, il est prudent de les espacer d’au moins 0.5 mm sur le substrat. Compte tenu des problèmes potentiels pouvant survenir lors de la fabrication, nous choisissons de dessiner 16 pièges sur un substrat, ce qui présente comme avantages :

- d’une part d’augmenter la probabilité d’obtenir un échantillon utilisable en fin de fabrication,
- d’autre part d’utiliser des quarts de substrat pour faire des tests d’optimisation des procédés à chaque étape de fabrication en limitant le nombre de substrats consommés.

Chaque piège occupe donc une surface de 8 mm \times 8 mm, séparé par une bande de 0.5 mm, ce qui laisse une distance d’au minimum 1.2 mm entre les échantillons et le bord du substrat. Dans la pratique les quatre pièges au centre du substrat sont les mieux protégés et les plus susceptibles d’être réussis.

Le masque est dessiné au format “gds II” (Graphic Database System) avec le logiciel *L-Edit Pro*³ et a été réalisé par la société Delta Mask⁴ avec du Chrome déposé sur une plaque de 4” \times 4” \times 0.09” (soit 101.6 mm \times 101.6 mm \times 2.3 mm). Le masque est garanti sans défauts de taille supérieure à 100 nm et avec une densité de défauts inférieure à 0.1 défauts par cm².

6.2 Panorama des techniques

La géométrie surfacique se prête bien aux techniques de micro-fabrication car les électrodes sont sur une même couche et peuvent donc être obtenues avec une seule itération du procédé de fabrication, détaillé sur le schéma de la figure 6.2 A partir du substrat isolant, une première couche métallique fine (~ 100 nm) est déposée sur tout le substrat. Cette couche sert d’amorce à la croissance électrolytique. Afin d’obtenir la forme désirée pour les électrodes, des moules en résine sont élaborés sur le substrat. Celui-ci est d’abord recouvert d’une couche uniforme de résine photo-sensible qui est ensuite sélectivement exposée à un rayonnement ultra-violet via l’utilisation du masque. La résine exposée est ensuite dissoute et la croissance peut avoir lieu dans les moules en résine restants. Cette technique de dépôt par micro-fabrication est

3. édité par la société Tanner EDA (<http://www.tannereda.com>)

4. <http://www.deltamask.nl>

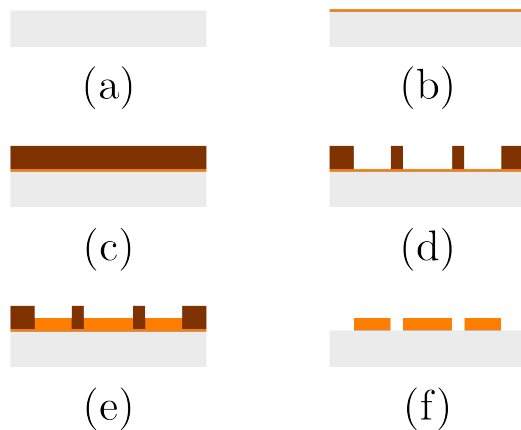


FIGURE 6.2 – Etapes de fabrication d’un piège surfacique (a) : substrat oxydé en surface. (b) : dépôt de la couche d’accroche. (c) : enrésinement. (d) : réalisation des moules par lithographie optique. (e) : croissance par dépôt électrolytique. (f) : nettoyage et gravure de la couche d’accroche.

bien connue du personnel de l’Institut d’Electronique Fondamentale et permet entre autres applications de réaliser des micro-bobines et micro-solénoïdes pour des applications d’imagerie médicale [Woytasik 06a, Woytasik 06b]. Nous détaillons ici les appareils utilisés pour réaliser ces différentes étapes ainsi que les “recettes” développées et utilisées au cours de cette thèse.

Ce protocole utilise deux techniques différentes de dépôt métallique, qui, combinées, permettent d’obtenir des électrodes épaisses (1 à 10 μm). En effet le dépôt par pulvérisation cathodique ne permet pas d’obtenir des couches d’épaisseur supérieure au micron, car cette méthode de croissance génère des contraintes dans le matériau déposé et le rend friable lorsqu’il est trop épais. Le dépôt électrolytique permet de s’affranchir de cette limitation et d’obtenir des couches métalliques épaisses, avec une qualité de surface proche de celle des couches minces obtenues par pulvérisation cathodique.

Les substrats utilisés ont été de deux types différents : dans un premier temps des substrats en silicium oxydés en surface (sur une épaisseur de 100 nm et de 500 nm) puis dans un second temps des substrats en silice.

6.2.1 Dépôt par pulvérisation cathodique

Principe de fonctionnement

La première étape consiste à déposer une fine couche métallique afin de pouvoir ultérieurement amorcer le processus de dépôt électrolytique. Afin d’assurer la fixation du métal sur le substrat une couche dite “d’accroche” est préalablement déposée : celle-ci est composée d’un élément très réactif, comme (ici le titane), qui “adhère” correctement à la fois au substrat et au métal. Cette sous-couche en titane joue aussi le rôle de barrière pour empêcher la diffusion du cuivre dans le substrat. Le dépôt contrôlé d’un métal sur une surface peut être obtenu par pulvérisation cathodique, dans un bâti sous vide. Une différence de potentiel est appliquée entre la source métallique (cathode) et le porte échantillon, ce qui permet d’obtenir un plasma froid des espèces présentes. Les lignes de champ électrique attirent alors les espèces positives du plasma vers la source en les accélérant, si bien que lors de l’impact la surface de la source est localement pulvérisée. Les atomes neutres arrachés à la source forment une vapeur qui condense sur la surface du substrat ce qui permet d’obtenir un film métallique mince.

Afin d’augmenter l’efficacité du procédé un champ magnétique puissant parallèle à la surface de la source est créé par deux aimants permanents situés à l’arrière de celle-ci : les

électrons créés lors de l'impact sont alors confinés sur des orbites cyclotron par la combinaison du champ électrique et du champ magnétique : ils peuvent alors ioniser les atomes neutres présent ce qui entretient le processus. Afin d'obtenir un processus reproductible, une pression partielle d'un gaz auxiliaire est introduite de manière contrôlée dans le bâti : les atomes ionisés sont donc pour la plupart de cette espèce et leur concentration permet de contrôler, avec la tension appliquée sur la source, la vitesse du dépôt. Enfin, afin d'obtenir un dépôt homogène, les substrats sont placés sur un porte échantillons tournant ce qui permet en moyenne de déposer uniformément la même épaisseur sur chaque substrat.

Le bâti possède en général plusieurs sources qui peuvent être utilisées de manière séquentielle afin de déposer des couches successives de différents métaux ou bien simultanément pour obtenir des alliages dont la composition peut être contrôlée en appliquant des tensions différentes sur les deux sources.

Description du dispositif

Le dépôt par pulvérisation cathodique a été réalisé dans un bâti Denton⁵, possédant trois sources indépendantes. Les sources sont des blocs métalliques cylindriques de différentes espèces : or, titane, cuivre, chrome, tungstène, ... Jusqu'à six substrats de 2'' peuvent être placés sur un porte échantillon tournant thermalisé. Le dépôt peut être assisté par trois gaz : argon, azote ou oxygène et les sources peuvent être polarisées par une tension statique ou soumis à un champ radio-fréquence. La chambre du bâti est mise sous vide par une procédure automatique jusqu'à une pression résiduelle de l'ordre de 10^{-6} mBar. Le bâti étant nécessairement remis à l'air lors de l'introduction des échantillons (et les sources étant parfois changées et entreposées à l'air pendant de longues périodes) une étape de décapage est nécessaire avant chaque dépôt pour enlever la couche d'oxyde métallique présente sur la surface de la source. Un cache amovible permet de protéger les substrats lors de cette étape.

Le protocole d'utilisation de ce bâti est donné par les étapes :

- remise à la pression atmosphérique et ouverture de la chambre (procédure "AUTOVENT"),

- éventuellement : changement des sources pour disposer des bons métaux (ici : titane et cuivre),
- introduction des échantillons (jusqu'à six substrats de 2'', un au centre et cinq en étoile autour),
- contrôle du fonctionnement des caches amovibles et de la rotation du porte substrat,
- pompage du bâti jusqu'à une pression résiduelle de 10^{-6} mBar (procédure "AUTOPUMP", environ 30 minutes),
- réglage de l'entrée de gaz auxiliaire (Argon),
- réglage de la vitesse de rotation,
- réglage des paramètres de la première cathode (source en titane), du temps de décapage et du temps de dépôt,
- premier dépôt,
- réglage des paramètres de la deuxième cathode (source en cuivre), du temps de décapage et du temps de dépôt,
- second dépôt,
- remise à l'air du bâti⁶,
- récupération des échantillons,
- mise sous vide du bâti.

Le tableau 6.1 présente les paramètres utilisés pour déposer une couche d'accroche de 10 nm de titane et une couche de 100 nm de cuivre sur nos substrats. Ces paramètres correspondent aux valeurs obtenues par le personnel de la salle blanche lors du dernier contrôle de fonctionnement de l'appareil et correspondent aux vitesses et qualités de dépôt optimales.

5. Série "Explorer" <http://www.dentonvacuum.com>

6. l'alimentation en gaz auxiliaire et les sources de tensions sont automatiquement coupées lors de cette étape

Etape	Paramètre	Valeur	Commentaire
Dépôt de Titane	Flux d'Argon	35 scc/m	Pression $\sim 7.5 \mu\text{Bar}$
	Courant	200 mA	vitesse de dépôt : 0.04 nm/s
	Tension	285 V	(pour référence)
	Temps de nettoyage	600 s	
	Temps de dépôt	200 s	
Dépôt de Cuivre	Courant	400 mA	vitesse de dépôt : 0.5 nm/s
	Tension	359 V	(pour référence)
	Temps de nettoyage	120 s	
	Temps de dépôt	200 s	

TABLE 6.1 – Paramètres du dépôt par pulvérisation cathodique.

6.2.2 Enrésinement

Principe de fonctionnement

Une fois les substrats métallisés il faut élaborer sur leur surface des moules correspondant au dessin des électrodes. La première étape de cette opération consiste à enrésiner les substrats c'est à dire à recouvrir le substrat d'une couche uniforme de résine photo-sensible. Nous utilisons une résine positive, c'est à dire telle que les parties exposées à un rayonnement ultra-violet deviennent solubles dans un révélateur. La quantité de rayonnement ultra-violet reçue par le substrat étant déterminante, ces deux étapes ont lieu dans une salle spéciale où toutes les sources de lumière sont filtrées de manière à éliminer les rayonnements dans l'ultra-violet.

Les résines utilisées sont constituées de trois composants : une matrice en résine de polymères, un composant photo-sensible et un solvant. La matrice donne au film polymérisé ses propriétés mécaniques et optiques. Le composant photo-sensible non exposé interagit avec la matrice en formant des liaisons hydrogène, ce qui diminue la solubilité du film dans un révélateur. Au contraire le composant photo-sensible exposé réagit avec l'eau contenue dans la résine et forme une fonction acide carboxylique polaire, qui augmente la solubilité de la résine de deux ordres de grandeur. De cette manière il est possible après exposition d'enlever sélectivement la résine exposée en jouant sur la différence de solubilité entre les parties exposées et non exposées.

Le film homogène de résine est obtenu par mise en rotation du substrat (spin-coating) sur une plaque en rotation après avoir déposé une petite quantité de résine (environ sur la moitié de la surface) au centre. Le substrat est maintenu en place par aspiration. La force centrifuge étale alors la résine sur le substrat et, à vitesse de rotation donnée, la tension de surface de la résine fixe une hauteur de film. Les effets de bord créent un bourrelet de résine sur le tour du substrat qui doit être enlevé manuellement par application d'un solvant (acétone) à l'aide d'un coton-tige. Le solvant contenu dans la résine est ensuite évaporé en portant le substrat à une température élevée par une rampe contrôlée (afin de ne pas contraindre la résine) sur une plaque chauffante puis cuit à la température maximale. Une fois le recuit terminé les échantillons sont laissés au repos afin de permettre à la résine de se ré-hydrater (essentiel pour obtenir des résultats reproductibles).

Etant donné le rapport d'aspect souhaité pour les électrodes nous devons utiliser des résines permettant d'obtenir des épaisseurs relativement importantes, de l'ordre de la dizaine

de microns. A des fins de test nous avons aussi utilisé des résines minces, plus simples d'utilisation mais qui ne permettent d'atteindre que des hauteurs de croissance de l'ordre du micron.

Description du dispositif

Les résines utilisées sont la résine mince S1828 et la résine épaisse AZ4562. L'équipement d'enduction (ou "tournette") utilisée est un modèle RC5 fabriqué par Karl Suss⁷ et accepte des substrats de toutes les épaisseurs jusqu'à 100 mm. Le protocole d'utilisation suit les étapes suivantes, sous une hotte dédiée à l'enduction de résine :

- transférer une petite quantité de résine dans un petit bûcher fermé par un verre de montre (les solvants sont très volatiles),
- placer le substrat sur le porte échantillon et tester son centrage en faisant tourner le dispositif à vitesse réduite,
- charger le programme correspondant à la résine utilisée,
- verser (directement du bûcher pour une résine visqueuse ou à l'aide d'une pipette pour une résine fluide) la résine au centre du substrat de manière à couvrir la moitié de la surface,
- lancer immédiatement le programme (et reboucher le bûcher),
- à la fin du programme récupérer le substrat et le laisser reposer sur une plaque chauffante à température ambiante,
- une fois tous les substrats enduits, lancer la rampe de température et laisser cuire,
- à la fin du recuit récupérer les substrats et les laisser refroidir,
- laisser reposer les substrats pour permettre la ré-hydratation de la résine.

Le tableau 6.2 présente les paramètres utilisés pour l'enrésinement des échantillons dans le cas des résines minces et épaisses. Après ces étapes les substrats sont prêts pour la lithographie

Résine	Paramètre	Valeur	Commentaire
S1828	Quantité de résine	~mL	
	Vitesse de rotation	4000 tours/min	hauteur de résine : 2.8 μm
	Temps de rotation	30 s	
	Température de recuit	115 °C	sans rampe de température
	Temps de recuit	90 s	
AZ4562	Vitesse de rotation	2000 tours/min	
	Temps de rotation	5 s	
	Température de recuit	90 °C	avec une rampe de température
	Temps de recuit	60 min	
	Temps de ré-hydratation	60 min	

TABLE 6.2 – Paramètres de l'enrésinement.

optique. Notons que tout contact avec un solvant doit être alors évité car celui-ci dissout la résine non exposée.

7. <http://www.suss.com>

6.2.3 Lithographie optique

Principe de fonctionnement

A partir des substrats métallisés et enduits de résine et à l'aide du masque présenté à la section 6.1.3 les échantillons sont exposés à un rayonnement ultra-violet. Pour ce faire le masque et le substrat sont montés sur un aligneur, un équipement qui permet de positionner ces deux objets l'un par rapport à l'autre avec une précision de l'ordre du micron. Le masque est monté sur un porte-masque et tenu par un dispositif d'aspiration. Lors de l'exposition, l'échantillon est mis en contact avec le masque (*soft-contact*), plaqué contre le masque par une surpression d'azote (*hard-contact*) ou maintenu par un vide entre le substrat et le masque (*vacuum contact*). La résine épaisse étant relativement résistante nous utiliserons le mode *hard-contact* avec lequel une résolution de l'ordre du micron est facile à obtenir à une longueur d'onde de 365 nm. Lorsque le substrat est placé en contact avec le masque les motifs en chrome sont en contact avec la résine, ce qui peut les salir. Dans ce cas le masque doit être nettoyé avec des solvants et soigneusement séché avant d'être ré-utilisé. Dans notre processus de fabrication une seule étape de lithographie est nécessaire : un alignement grossier du masque sur le substrat est suffisant. Dans le cas où le substrat est en silicium il est intéressant d'aligner le masque avec le méplat afin de pouvoir séparer les échantillons en clivant le substrat selon un axe cristallin. Cette tolérance à l'alignement permet de régler l'aligneur sur le premier substrat et ensuite prendre soin de positionner les substrats de la même manière sans retoucher aux réglages, ce qui permet de gagner un temps non négligeable.

Après insolation (exposition au rayonnement ultraviolet) le substrat est révélé par dissolution de la résine exposée dans un révélateur dilué par plusieurs bains successifs. Les motifs apparaissent graduellement et sont dans notre cas visibles à l'oeil nu, ce qui facilite cette étape.

Lors de l'exposition la résine doit recevoir une certaine dose (énergie) de rayonnement pour être correctement insolée : cette dose dépend de la puissance de la lampe et du temps d'exposition. En pratique on jouera sur le temps d'exposition pour faire varier la dose. La qualité de la lithographie se mesure à la raideur des bords de résine obtenus. Deux phénomènes peuvent dégrader la verticalité des bords : d'une part la diffraction limite la précision du transfert du dessin du masque sur la résine et d'autre part la réaction dans le révélateur peut abîmer les bords d'électrodes. Il y a alors un compromis à trouver : plus la dose est grande, moins le transfert est précis, mais plus la révélation est courte et inversement si la dose est faible le transfert sera précis mais la révélation plus longue. Entre les deux cas extrêmes (sur-dose, révélation courte et sous-dose révélation longue) défavorables se situe un couple optimum de dose et de temps de révélation.

Cette étape est certainement celle qui présente le plus d'incertitudes : la résine est un produit fragile sensible à beaucoup de paramètres et qui vieillit rapidement. Il est alors difficile de savoir quand une recette ne donne pas les résultats attendus si le problème vient de l'hygrométrie, de la température, de l'âge de la résine, ... Dès lors il est prudent de prévoir quelques substrats pour retrouver le bon couple de paramètres donnant un résultat satisfaisant. Le contrôle visuel, au microscope optique, des échantillons révélés fait apparaître l'allure des bords de résine : en particulier dans notre cas la hauteur des bords entre deux électrodes déterminera la hauteur de croissance envisageable et sera un paramètre important.

Description du dispositif

Nous avons utilisé deux types d'aligneurs, un aligneur simple face MJB4 fabriqué par la société Karl Suss et un aligneur double face EVG 620 fabriqué par la société EVG⁸. La source d'ultraviolet est pour ces deux appareils la raie à 365 nm d'une lampe à vapeur de mercure, convenablement focalisée sur le masque. Le protocole d'utilisation suit les étapes suivantes, et est sensiblement le même pour les deux aligneurs :

- préparer sous hotte le développeur (351 pour la résine S1828 et AZ400K pour la résine AZ4562),
- allumer la lampe à vapeur de mercure, puis l'aligneur,
- vérifier l'alimentation en azote,
- installer le bon porte-masque (de la bonne taille),
- positionner le masque (coté chrome vers le bas) dans le porte-masque,
- sécuriser le masque par aspiration (étape automatique sur l'EVG 620),
- installer le substrat sur le porte substrat,

- sécuriser le substrat par aspiration (étape automatique sur l'EVG 620),
- aligner le masque sur le substrat,
- vérifier le flux d'azote,
- passer en "hard-contact",
- régler la dose (ou le temps d'exposition),
- lancer l'insolation,
- récupérer le substrat.

Puis sous hotte, immédiatement après, la révélation :

- placer le substrat dans un bûcher sur un agitateur avec un fond de développeur,
- laisser agir jusqu'à ce que le liquide change de couleur,
- recommencer tant que les motifs ne sont pas visibles,
- arrêter le développement en rinçant abondamment à l'eau désionisée.

À la fin de la lithographie il faut récupérer et nettoyer le masque à l'acétone dans une cuve à ultrasons et le rincer à l'iso-propanol.

Le tableau 6.3 présente les paramètres utilisés pour la lithographie optique des échantillons dans le cas des résines minces et épaisses.

Résine	Paramètre	Valeur	Commentaire
S1828	Flux d'azote	0.4 à 0.6	
	Dose	60 mJ	valeur nominale
	Dilution du développeur	25 %	
	Temps de développement	1 × 60 s	
AZ4562	Dose	350 mJ	valeur nominale
	Dilution du développeur	25 %	
	Temps de développement	3 × 90 s	

TABLE 6.3 – Paramètres de lithographie.

Un temps de développement anormalement long témoigne d'un problème lors de l'étape de lithographie : la résine a été mal recuite, elle est trop vieille, la dose d'exposition a été insuffisante⁹, ... Dans certains cas des restes de résine persistent au fond des moules et sont difficiles à faire disparaître sans attaquer les flancs de résine. Un traitement du substrat par un plasma d'oxygène permet, en principe, d'améliorer la qualité de surface du fond des moules en enlevant ce surplus de résine sans modifier les bords.

8. <http://www.evgroup.com>

9. En particulier il arrive sur le MJB3 que le cache devant la lampe ne bascule pas et que l'insolation n'ait pas lieu, sans avertissement particulier...

6.2.4 Dépôt électrochimique

Principe de fonctionnement

Le dépôt par pulvérisation cathodique présente l'inconvénient d'être très lent (de l'ordre de 0.03 à 0.5 nm/s) ce qui en pratique limite l'épaisseur qu'il est raisonnable de déposer à environ 100 nm. Le dépôt électrochimique offre une technique de dépôt plus rapide (de l'ordre de 12 nm/s) donnant des résultats satisfaisants en terme de qualité de dépôts pour des épaisseurs de l'ordre de quelques microns.

Cette technique de dépôt fait appel à un mécanisme de réaction électro-chimique entre une anode et une cathode. Dans le cas qui nous intéresse, les ions Cu^{2+} contenus dans un bain de sulfate de cuivre sont réduits à la cathode et déposés à sa surface, dans les moules de résine. L'anode est réduite afin de régénérer les ions Cu^{2+} en solution. Chaque atome de cuivre déposé implique le passage de deux électrons de la cathode à l'anode : contrôler la densité de courant dans le système contrôle donc la vitesse de déposition.

En électrochimie, le courant peut être nul alors que le système n'est pas en régime stationnaire : il est alors utile de contrôler le potentiel de la cathode au moyen d'une électrode de référence au calomel saturé (Hg_2Cl_2 en équilibre avec une solution de KCl saturée). La valeur du potentiel mesuré en circuit ouvert indique si le système est bien à l'équilibre ou si un phénomène de corrosion, susceptible de polluer la croissance, est en train d'avoir lieu. De même le contrôle du potentiel de la cathode en cours de réaction donne une information précieuse sur le régime de déposition du cuivre et *in fine* sur la qualité du dépôt. En particulier si ce potentiel est trop bas des réactions à l'interface du bain produisant de l'hydrogène gazeux peuvent avoir lieu et dégradent la qualité du dépôt.

Si cette croissance en solution peut sembler moins "propre" qu'un dépôt par évaporation sous ultra-vide, elle donne néanmoins de très bons résultats en terme de qualité de surface. En imposant la densité de courant dans le système, on contrôle la vitesse de dépôt qui ne doit être ni trop rapide ni trop lente. En effet, si le dépôt est trop rapide, la croissance va se faire de manière désordonnée, en favorisant la création de dendrites à la surface du dépôt. Si le dépôt est trop lent, des processus chimiques lents entrent en jeu et altèrent la qualité du dépôt en interagissant avec le cuivre déposé. Il existe donc une densité de courant optimale pour réaliser le dépôt.

Le dispositif expérimental permettant la croissance électrochimique de cuivre est schématisé dans la figure 6.3.

Description du dispositif

Le protocole d'utilisation de cet appareil est constitué des étapes :

- verser 2.5 L de la solution de dépôt (CuSO_4 et H_2SO_4) dans un bêcher et ajouter le barreau aimanté,
- ajouter 6.5 mL d'additif,
- mettre en marche l'agitateur (150 tours/min),
- rincer l'électrode de référence au calomel saturé à l'eau désionisée,
- installer l'électrode de référence dans le bêcher, sans toucher le fond,
- préparer l'anode en cuivre : enlever l'oxyde natif avec de l'acide sulfurique dilué, rincer et sécher,
- positionner la plaque verticalement dans le bêcher,
- connecter les électrodes ("ref" : électrode de référence, "aux" : anode, "work" : cathode),
- allumer le potentiostat et lancer le programme d'acquisition,
- préparer l'échantillon : le fixer sur la cathode, en position verticale,
- tester les contacts avec un ohm-mètre, la résistance de contact doit être inférieure à

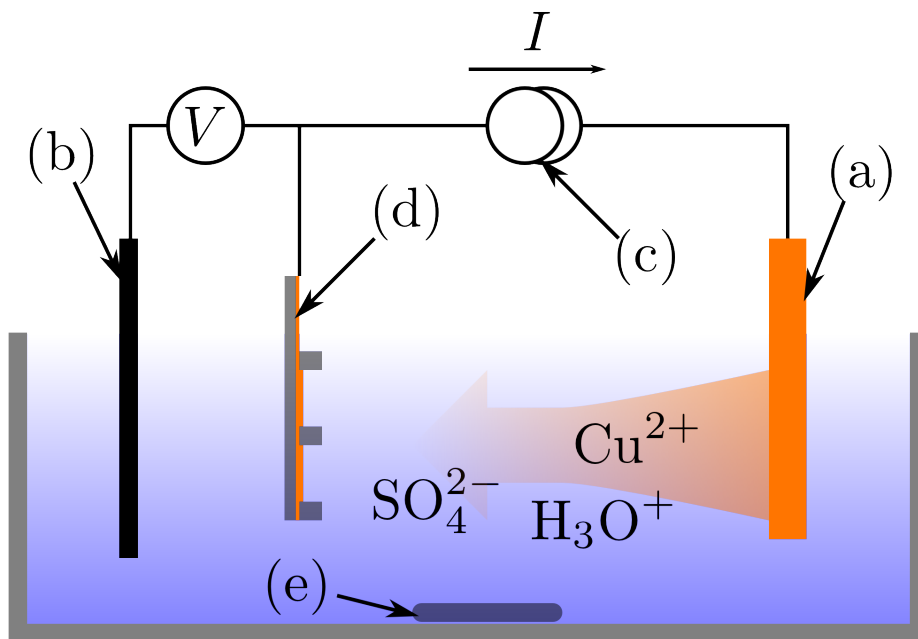


FIGURE 6.3 – Dispositif expérimental de dépôt électrochimique. (a) : anode en cuivre, (b) : électrode de référence au calomel saturé, (c) : potentiostat, (d) : substrat avec moule en résine pour la croissance, (e) : barreau aimanté (agitateur). L'anode, la cathode et l'électrode de référence sont maintenues en place par des pinces (non représentées).

- 5 Ω ,
 - pré-mouiller l'échantillon avec de l'eau désionisée,
 - placer l'échantillon dans la solution, par-
- allèlement à l'anode, à environ 15 cm de celle-ci,
 - lancer la séquence dans le programme d'acquisition.

Une séquence de dépôt à densité de courant constante consiste en trois étapes : tout d'abord une mesure du potentiel en circuit ouvert (dit potentiel d'abandon) pendant une durée de 300 s, la phase de dépôt à courant constant (dont la durée fixe la hauteur de dépôt) puis à nouveau une mesure du potentiel d'abandon (300 s). Les paramètres optimaux de dépôt étant liés à la forme des motifs, nous allons détailler à la section 6.3 les essais faits pour trouver le “bon” point de fonctionnement.

6.2.5 Préparation finale de l'échantillon

Le substrat ainsi obtenu possède des électrodes en cuivre épaisses, séparées par des “murs” en résine mais court-circuitées par la couche d'accroche : il faut donc encore quelques étapes avant d'obtenir des échantillons potentiellement utilisables.

Enlèvement de la résine

La résine résiduelle est la résine non exposée qui a formé les moules de croissance pour les électrodes. Cette résine peut être enlevée sélectivement par un solvant, comme de l'acétone, sans que cela affecte le métal déposé ou le substrat. Cette opération est donc facile à réaliser et absolument pas contraignante pour l'échantillon.

Gravure des métaux

Une fois la résine enlevée, la couche d'accroche entre les électrodes est exposée et peut être enlevée. Vu la différence d'épaisseur entre les électrodes et cette couche d'accroche, le plus simple consiste à faire une gravure chimique isotrope des métaux cuivre et titane. La couche d'accroche en cuivre (~ 100 nm) est gravée par une solution de gravure “Chrome” en environ 20 s. La couche de titane est elle gravée par une solution d'acide fluorhydrique¹⁰ en environ 60 s. Les échantillons sont ensuite rincés abondamment dans un bain à débordement pour une durée de 3 minutes.

Séparation des échantillons

Pour des échantillons réalisés sur un substrat de silicium, avec un méplat aligné sur les motifs du masque, il est “aisé” de séparer les pièges par clivage du Silicium. En appliquant localement une contrainte sur le méplat il est possible d'obtenir une cassure du substrat qui se propage selon un axe cristallin et permet donc de couper successivement le substrat en carrés : c'est le clivage.

Pour des échantillons réalisés sur un substrat en Silice, il faut utiliser une autre technique. En particulier il est possible à l'aide d'une scie circulaire de précision de séparer des échantillons distants de 500 μm . Pour ne pas abîmer la surface des échantillons cette découpe est réalisée sur la face arrière du substrat (les pistes métalliques sont visibles par transparence à travers le substrat) sous un jet continu d'eau qui évacue les poussières.

10. BHF dilué à 7 : 1, extrêmement dangereux !

Une fois séparés les échantillons sont étiquetés et rangés dans des boîtes individuelles en attendant leur caractérisation.

6.3 Optimisation du dépôt électrochimique

Nous détaillons donc ici les essais réalisés pour élaborer des électrodes épaisses de cuivre sur nos échantillons. L'équipe Minasys de l'Institut d'Electronique Fondamentale utilise ce procédé pour réaliser des micro-bobines pouvant servir de capteurs locaux de champs magnétique ou de sources de champs pour des expériences de résonance magnétique nucléaire. Naturellement les premiers essais de croissance ont été réalisés en adaptant leurs paramètres (essentiellement la densité de courant) à nos échantillons. Nous nous sommes aussi appuyés sur leur expérience afin d'aller au plus vite dans l'optimisation du procédé, sans passer par une étude exhaustive de l'ensemble des paramètres.

6.3.1 Premiers essais

En supposant dans un premier temps que nos motifs influent peu sur le processus de dépôt, nous avons essayé les paramètres optimaux de croissance obtenus sur de "petits" motifs (surface totale de croissance $\sim 1 \text{ cm}^2$), soit une densité de courant de 30 mA/cm^2 . Pour ce paramètre le potentiel mesuré entre la cathode et l'électrode de référence est de l'ordre de -200 mV . Sur nos motifs la surface de croissance avoisine les 18 cm^2 (environ 10 cm^2 de motifs et 8 cm^2 sur les bords), ce qui impliquerait, en gardant la même densité de courant, de travailler avec un courant de 540 mA .

Comme mentionné plus haut, une procédure de dépôt se divise en trois phases :

- une mesure du potentiel en circuit ouvert (à courant nul, dit potentiel d'abandon) qui permet de vérifier si le système est dans un état stationnaire, lorsque ce potentiel est constant,
- la phase de dépôt à courant constant, où la valeur du potentiel doit être stable,
- une mesure du potentiel d'abandon pour atteindre l'état stationnaire du système.

Lors des premiers essais nous avons d'emblée constaté que le potentiel d'abandon de nos échantillons, de l'ordre de 60 mV , est plus haut que celui associé aux petits motifs, de l'ordre de 50 mV . Une fois ceci pris en compte dans le programme¹¹, nous avons pu procéder au premier dépôt¹².

La figure 6.4 présente le potentiel mesuré entre l'électrode de référence et la cathode en fonction du temps au cours du premier dépôt. Dès le début du dépôt le potentiel mesuré est très bas, de l'ordre de -600 mV et décroît lentement puis atteint un palier "instable" vers -650 mV pour enfin décrocher en chutant brutalement à -750 mV . A ce stade des réactions électrochimiques annexes entrent en jeu (notamment le couple H^+/H_2 qui se traduit par un dégagement gazeux à la surface de l'échantillon) et par mesure de sécurité l'expérience est automatiquement arrêtée. L'encart présente le potentiel d'abandon qui montre que la solution revient malgré tout à l'équilibre (57 mV) en un temps typique de 4.6 s (ajustement par une exponentielle décroissante).

Dans ces conditions le dépôt n'est pas reproductible et pour comprendre l'origine de ce phénomène nous avons testé d'une part la solution de croissance avec des paramètres connus

11. Une valeur de potentiel d'abandon anormalement élevée peut être le signe qu'une réaction chimique est en train de se dérouler et provoque l'interruption du programme.

12. Après deux essais infructueux (potentiel d'abandon).

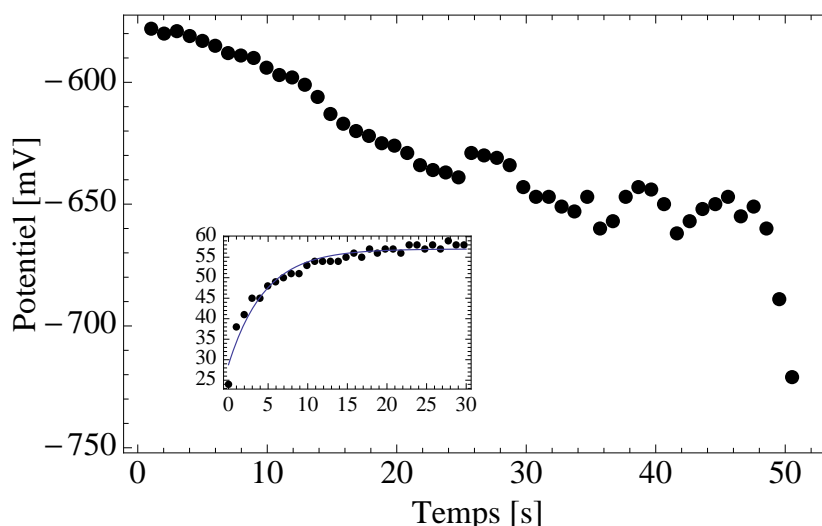


FIGURE 6.4 – Potentiel mesuré entre l'électrode de référence et la cathode en fonction du temps au cours du premier dépôt. Le potentiel décroît au cours du temps et “décroche” après 49 s signe qu'une réaction se déclenche, en l'occurrence impliquant le couple $\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2$. Encart : potentiel d'abandon à la fin de la séquence (ajustement : fonction $f(t) = a - b(1 - e^{-t/\tau})$).

sur un motif simple (carré de 1 cm^2) et d'autre part testé une croissance avec un courant plus faible qui doit correspondre à un potentiel de travail plus faible. La figure 6.5 présente le potentiel mesuré entre l'électrode de référence et la cathode en fonction du temps au cours de ces deux dépôts. Dans ces deux cas la dynamique est très différente du cas précédent : pour le motif carré de 1 cm^2 le potentiel suit une dynamique de retour à l'équilibre (à -164 mV) avec un temps caractéristique de 35 s, pour nos motifs, le potentiel commence par chuter puis revient à l'équilibre (-217 mV) avec un temps caractéristique de 64 s. Dans cette situation le dépôt se fait de manière continue et l'épaisseur peut être contrôlée en choisissant la durée du dépôt.

Reste à comprendre dans quel régime la croissance va être optimale : une explication possible de la différence de comportement entre les petits motifs et nos motifs réside dans la dynamique de migration des ions Cu^{2+} au sein de la solution, à courant et potentiel de dépôt donné. Afin de caractériser quantitativement cet effet il faut faire une caractérisation courant-tension du dispositif.

6.3.2 Caractérisation courant-tension

Pour analyser les caractéristiques de la réaction de dépôt électrochimique, nous mesurons sur une surface de cuivre électrolytique, le courant dans la solution, à potentiel d'électrode donné, pour nos motifs et pour un motif de référence (carré de 1 cm^2). Pour ce faire, nous réalisons la séquence suivante :

- une mesure du potentiel d'abandon,
- un dépôt à courant constant (-30 mA pour le motif de référence, -300 mA pour nos motifs) pendant une durée de 180 s,
- une pause de 20 s,

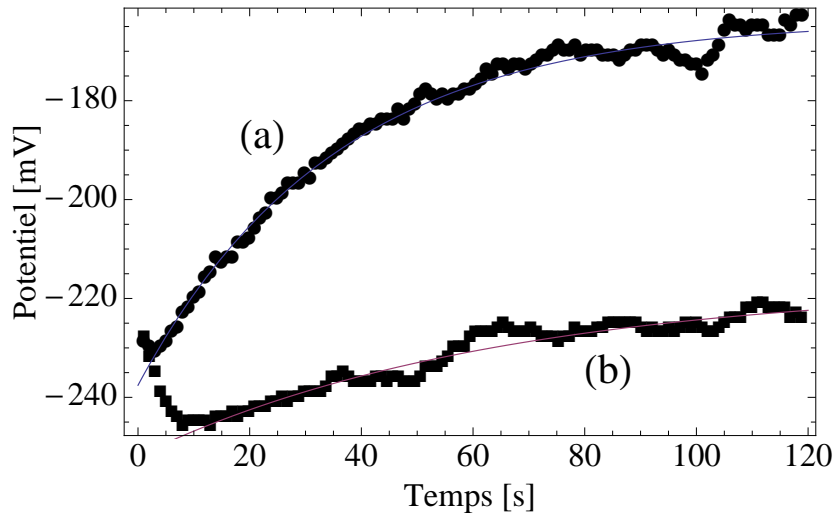


FIGURE 6.5 – Potentiel mesuré entre l’électrode de référence et la cathode en fonction du temps au cours du dépôt. (a) : test de dépôt à courant de 30 mA sur un carré de 1 cm². (b) : test de dépôt sur nos échantillons à bas courant de 150 mA. Les données sont ajustées par la fonction $f(t) = a - b(1 - e^{-t/\tau})$.

- une mesure du courant à tension fixée, dans la gamme 30 mV à –900 mV avec une vitesse de balayage de 2 mV/s,
- une mesure du potentiel d’abandon.

Notons que dans ces conditions de balayage, la solution peut être considérée comme à l’équilibre à chaque instant.

La figure 6.6 présente les deux courbes courant en fonction du potentiel obtenues de cette manière. La courbe associée au motif de référence fait apparaître deux paliers de diffusion, où sur une large plage de potentiel, le courant est constant. L’origine de ces paliers s’explique par les phénomènes de transport de matière lors du dépôt et son détaillés dans le complément “un peu de chimie”. La valeur du courant donnant de bonnes qualités de croissance sur ce motif (–30 mA) se situe entre les deux paliers de diffusion.

La courbe associée à nos motifs fait elle aussi apparaître deux paliers de diffusion, à des courants plus grands, car la surface est plus grande. Le premier palier apparaît sensiblement au même potentiel (autour de –50 mV), le second lui est nettement décalé vers les forts potentiels ce qui peut s’expliquer par l’influence de la chute de tension induite par les contacts qui a fort courant décalent le potentiel effectif (pour une résistance de 0.5 Ω, un courant de 400 mA augmente le potentiel effectif de 200 mV). De manière analogue aux petits motifs, la zone de dépôt de cuivre à courant constant sur ces échantillons, entre les deux paliers de diffusion, est comprise entre –300 mA et –100 mA.

Un peu d’électro-chimie

On s’intéresse à la réaction qui a lieu à la cathode, qui en régime d’électrodéposition permet de faire croître la couche de cuivre. Cette réaction est décrite par un mécanisme en deux étapes, où d’abord une réaction de réduction permet (par transfert de charge) à un ion Cu²⁺ en solution

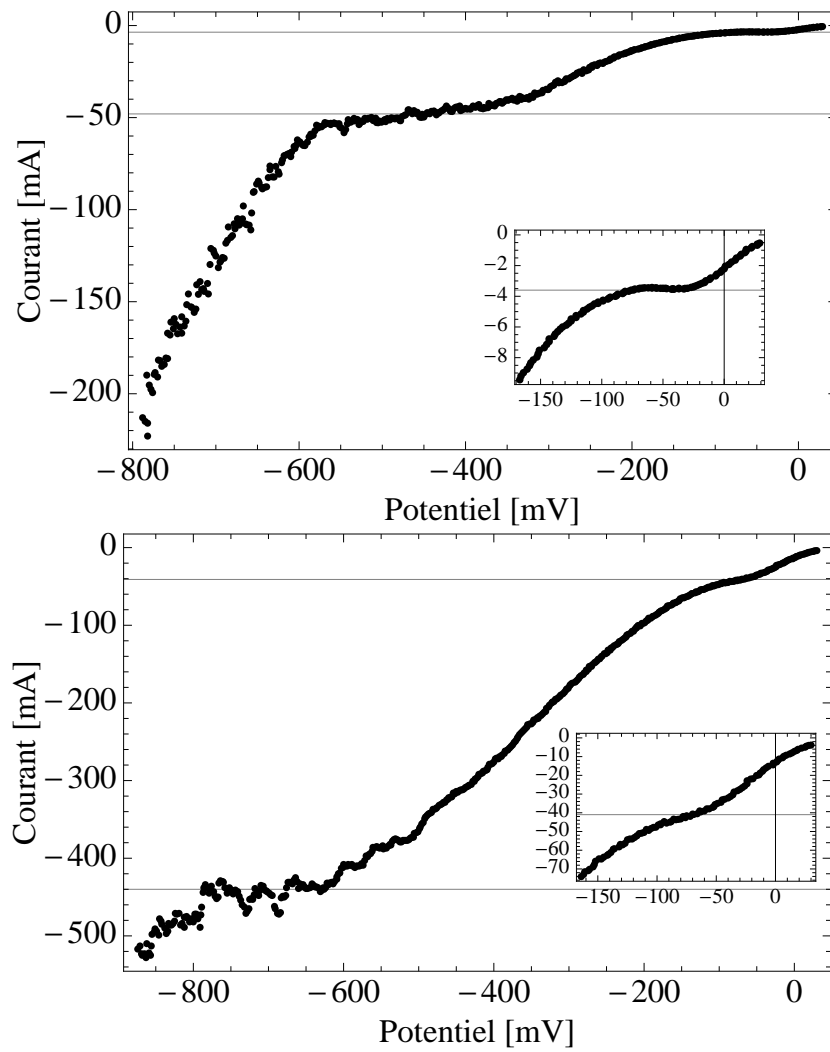
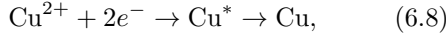


FIGURE 6.6 – Caractérisation courant-tension du dépôt électrochimique de Cuivre. Figure du haut : motif de référence, carré de 1 cm². Figure du bas : nos motifs. L'encart montre sur chaque figure l'allure de la courbe aux faibles potentiels.

de se fixer sur l'électrode. Puis une diffusion sur la surface de l'électrode amène l'ion sur un site stable de la maille cristalline :



où Cu^* désigne un adatome de Cuivre sur la surface, caractérisé par la concentration surfacique c_s (en mol/cm⁻²).

Le potentiel électrique de l'électrode est alors donné par la formule de Nernst :

$$E = E^{(0)} + \frac{RT}{2F} \ln \left[\frac{c_0}{c_s} \right], \quad (6.9)$$

où on a introduit la concentration en ions Cu^{2+} à la surface de l'électrode c_0 et où R est la constante des gaz parfaits, T la température, F la constante de Faraday (valeur absolue de la charge portée par une mole d'électrons) et $E^{(0)}$ le potentiel standard du couple Cu^{2+}/Cu (voir le tableau 6.4). Le potentiel d'équilibre E_{eq} est alors associé aux valeurs des concentrations à l'équilibre $c_0 = c^*$, la concentration en ions Cu^{2+} de la solution, et c_s^* .

En supposant que les mécanismes de transfert de charge sont activés par une loi d'Ahrénus, on démontre [Trémillon 00] la relation de Butler-Volmer qui donne la densité de courant hors équilibre j en fonction d'un courant caractéristique j_0 et de la surtension $\eta = E - E_{eq}$:

$$j = j_0 \left(\frac{c_s}{c_s^*} \exp \left[\alpha \frac{2F}{RT} \eta \right] - \frac{c_0}{c^*} \exp \left[-\beta \frac{2F}{RT} \eta \right] \right), \quad (6.10)$$

et où les nombres $\alpha; \beta \in [0, 1]$ caractérisent les transferts de charge.

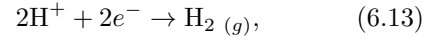
Enfin en régime stationnaire il y a équilibre entre le flux de matière d'ions Cu^{2+} qui arrive sur l'électrode et la densité de courant : en particulier en supposant que les ions sont amenés par diffusion sur une longueur typique δ , où leur concentration varie linéairement entre c^* et c_0 (modèle de la couche limite), on peut écrire :

$$\frac{j}{2F} = -\frac{D}{\delta} (c^* - c_0), \quad (6.11)$$

où D est la constante de diffusion. En utilisant ces expressions on peut écrire la densité de courant en fonction de la surtension η :

$$j = \frac{\exp \left[\alpha \frac{2F}{RT} \eta \right] - \exp \left[-\beta \frac{2F}{RT} \eta \right]}{\frac{1}{j_0} + \frac{1}{j_2} \exp \left[\alpha \frac{2F}{RT} \eta \right] + \frac{1}{j_1} \exp \left[-\beta \frac{2F}{RT} \eta \right]}, \quad (6.12)$$

où on a introduit les densités de courant limites j_1 et j_2 , associés respectivement à la diffusion des ions en solution et des adatoms sur la surface, tels que pour $\eta \gg \frac{RT}{2\alpha F}$: $j \simeq j_2$ et pour $-\eta \gg \frac{RT}{2\beta F}$: $j \simeq -j_1$. La caractéristique courant-tension de la cathode doit donc présenter trois paliers de courant : un pour $\eta > 0$ à $I = j_2 S$, un pour $\eta \simeq 0$ à $I \simeq 0$ et un pour $\eta < 0$ à $I \simeq -j_1 S$, où S est la surface de l'échantillon. En pratique, sur les courbes de la figure 6.6, seuls deux de ces paliers sont observés car la mesure se fait essentiellement à surtension négative. De plus le palier à courant et tensions nulles apparaît de fait pour une sur-tension et un courant non nuls : ceci implique l'existence d'un courant et d'un potentiel résiduels, dus à des impuretés dans la solution qui réagissent elles aussi. Dans toute cette étude on a par ailleurs négligé les chutes de potentiels dues aux résistances de contact qui peuvent jouer un rôle à fort courant. Enfin, la gamme de potentiels accessibles est limité par la réaction de réduction des ions H^+ en solution :



pour laquelle le potentiel d'équilibre est donné par :

$$E = -\frac{RT}{F} \ln [10] pH. \quad (6.14)$$

Au delà de ce seuil il y a donc réduction des ions H^+ avec formation de di-hydrogène gazeux, ce qui provoque à nouveau une chute du courant.

6.3.3 Mesure de la vitesse de dépôt

Une estimation simple de la vitesse de dépôt peut se faire à partir de la réaction sur la cathode :



en supposant le courant constant et toutes les charges consommées par cette réaction. Dans ce cas la charge totale échangée durant le temps de dépôt T est proportionnelle aux nombres

Couple oxydant/réducteur	$E^{(0)}$ [V]
Cu^+/Cu	0.52
Cu^{2+}/Cu	0.34
$\text{SO}_4^{2-}/\text{SO}_2$ (aq)	0.17
$\text{HSO}_4^-/\text{SO}_2$ (aq)	0.16
$\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}^+$	0.159
H^+/H_2 (g)	0

TABLE 6.4 – Potentiel standard des principaux couples oxydant/réducteur présents dans la solution, mesuré par rapport à l'électrode standard à hydrogène. Dans la cellule de dépôt, l'électrode de référence est une électrode au Calomel saturé, les valeurs des potentiels standards par rapport à cette électrode sont donnés par $\tilde{E}^{(0)} = E^{(0)} - 241$ mV.

d'atomes déposés n_{Cu} :

$$C = IT = 2Fn_{\text{Cu}}, \quad (6.16)$$

où on a introduit la constante de Faraday : $F \simeq 96485$ C valeur absolue de la charge portée par une mole d'électron. Le volume molaire $v_{\text{Cu}} \simeq 7.09$ cm³/mol étant connu, la hauteur de cuivre déposé s'exprime simplement en fonction de ces quantités et de la surface S de l'échantillon :

$$h_{\text{Cu}} = \frac{v_{\text{Cu}} |I|}{S} \frac{T}{2F}. \quad (6.17)$$

Pour une densité de courant imposée de l'ordre de 18 mA/cm² cela donne une vitesse de dépôt d'environ 6.8 nm/s, soit environ 10 fois plus rapide que par pulvérisation cathodique.

Cet ordre de grandeur permet de choisir le temps de manière à obtenir une couche épaisse de cuivre, qui doit être ensuite mesurée pour calibrer la croissance. La figure 6.7 présente les caractéristiques du potentiel en fonction du temps, pour un courant de croissance de -300 mA (soit une densité de courant de l'ordre de -18 mA/cm² pour une surface de ~ 18 cm²) et pour quatre essais de croissance sur des échantillons différents. Pour ces quatre courbes le potentiel est resté stable lors de la croissance. Les différences de potentiels d'une croissance à l'autre sont dues à la qualité de surface des échantillons traités. En particulier le troisième essai (courbe (c) de la figure 6.7) présente un potentiel nettement plus favorable (plus haut) du fait d'un traitement de surface de l'échantillon par un plasma à oxygène immédiatement avant la croissance, ce qui a pour effet de "nettoyer" la surface de ses impuretés (et en particulier des traces de résine). D'un essai à l'autre les temps de croissance ont été variés ce qui permet de mesurer la vitesse de croissance en mesurant l'épaisseur déposée au centre des échantillons à l'aide d'un profilomètre mécanique dont le fonctionnement est détaillé en section 7.1.1. La vitesse de dépôt inférée de ces mesures est $v = 6.8(3)$ nm/s, en bon accord avec l'ordre de grandeur de l'équation 6.17.

Conclusion du chapitre

Les méthodes détaillées dans ce chapitre jettent les bases de l'étude systématique du protocole de fabrication des micro-pièges à ions. Les pièges surfaciques peuvent être réalisés avec un nombre relativement limité d'étapes, et notamment avec une seule étape de lithographie ce qui rend le procédé relativement simple à mettre en oeuvre. Les premiers pièges micro-fabriqués ont ainsi été produits, comme par exemple celui présenté dans la figure 6.8, ce qui a permis une première optimisation du protocole de fabrication. En particulier l'étape de croissance par dépôt électrolytique a fait l'objet d'une attention particulière pour définir la

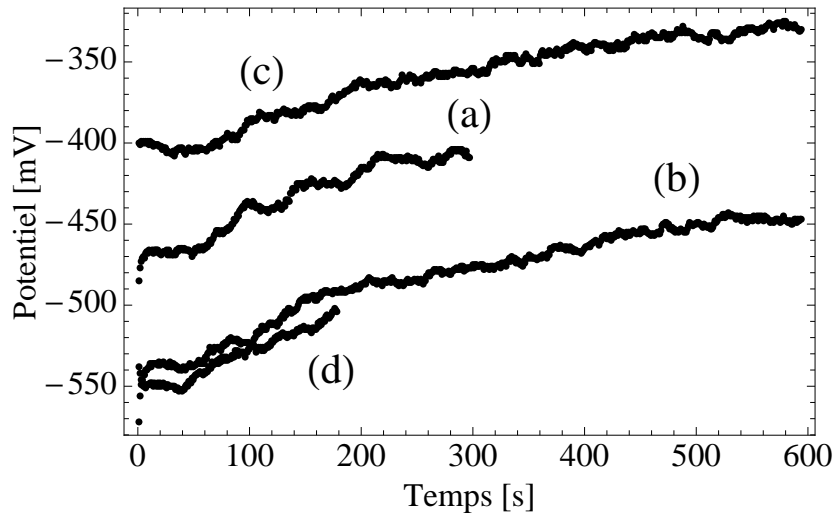


FIGURE 6.7 – Potentiel en fonction du temps pour quatre essais de croissance. Le potentiel est stable (pas de chute brutale) pour les quatre courbes. (a) : échantillon sur-révéle, sans traces de résines mais avec moules de faible profondeur. (b) : échantillon révéle normalement avec moules de hauteur nominale et traces de résine, (c) : échantillon révéle normalement avec moules de hauteur nominale et traitement de surface pour enlever les traces de résine, (d) : échantillon avec moules en résine mince.

zone optimale de croissance. La méthode de caractérisation courant-tension du dépôt utilisée a permis de définir le régime idéal de croissance, où celle-ci se passe dans des conditions stables avec une vitesse de dépôt relativement élevée, de l'ordre de 10 nm/s.

Le tableau 6.5 recense les étapes nécessaires à la fabrication d'un lot de six pièges, ainsi que le budget en temps nécessaire à chaque étape. Le temps total, sans faire de mesures est de l'ordre de 7 heures. En principe une journée de salle blanche complète peut suffire à fabriquer des échantillons. En pratique il vaudra mieux étaler la fabrication sur deux jours, en coupant le processus après l'étape de lithographie et de révélation.

Plusieurs pistes peuvent être explorées pour améliorer encore le protocole de fabrication :

- une étape de recuit métallique pourra s'avérer nécessaire si le cuivre obtenu par croissance est poreux et dégaze dans un environnement ultra-vide,
- une optimisation de la lithographie peut être envisagée pour obtenir des flancs d'électrodes légèrement inclinés afin de mieux masquer l'isolant,
- adapter ce protocole pour pouvoir étudier différents métaux obtenus par électrodéposition : argent, or...

Ces optimisations ne font sens que si les pièges obtenus sont susceptibles de piéger des ions et si les effets, positifs ou négatifs, des variations de protocole sont mesurables, par exemple sur un taux de chauffage. C'est pour cette raison que ces pistes n'ont pas été explorées pendant cette thèse et que nos efforts se sont portés sur la mise en place du dispositif expérimental de piégeage d'ions.

Etape	Temps (min.)	Remarques
Nettoyage	20	
Dépôt par pulvérisation	60	Jusqu'à 6 substrats en une étape. Temps incompressible de pompage de 30 minutes.
Enrésinement	150	Temps incompressible de recuit et réhydratation de 120 minutes.
Lithographie optique	60	Estimation du temps en supposant que les substrats sont développés au fur et à mesure
Mesures	30 – 60	Etape facultative.
Plasma O ₂	30	
Dépôt électrolytique	150	Pour un dépôt de 10 μm environ. Etapes de nettoyage et de gravure des métaux comprises.
Mesures	60 – 120	

TABLE 6.5 – Etapes de fabrication des pièges surfaciques et budget en temps.

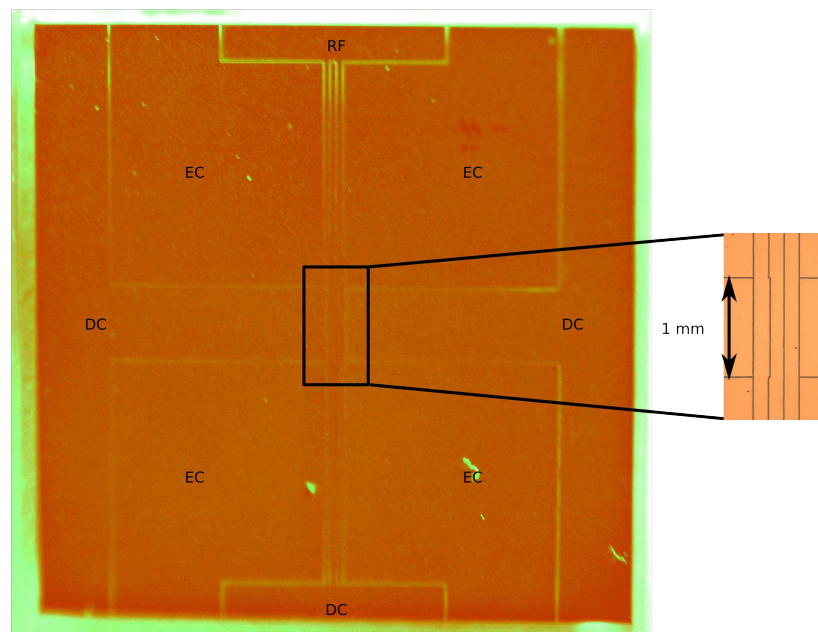


FIGURE 6.8 – Image d'échantillon réalisé en salle blanche (en fausses couleurs). Les électrodes sont indiquées par les labels : "RF" pour l'électrode portant la tension radio-fréquence, "DC" pour les électrodes de compensation, "EC" pour les électrodes "end-cap". L'insert montre le détail de la zone de piégeage, observés au microscope optique. La largeur des électrodes centrales est de 150 μm , avec une séparation de 10 μm entre les électrodes.

Troisième partie

Mise en œuvre expérimentale

Chapitre 7

Caractérisation préliminaire des pièges

Ce chapitre présente les mesures effectuées sur les pièges micro-fabriqués permettant de contrôler leurs propriétés. D'une part, il est intéressant de caractériser les pièges d'un point de vue purement géométrique, c'est à dire en mesurant les écarts à la géométrie de l'objet idéal modélisé. Ces écarts sont essentiellement dus aux contraintes expérimentales des procédés détaillés au chapitre précédant et peuvent être, une fois identifiés, minimisés par une optimisation du procédé de fabrication. D'autre part, la fonction du piège est de générer un potentiel confinant pour les ions : les propriétés électriques du piège sont donc essentielles pour déterminer si il est possible d'appliquer les tensions souhaitées sur les électrodes de piégeage.

Ce chapitre est organisé de la manière suivante. Dans un premier temps nous présentons les outils utilisés dans cette thèse pour caractériser les pièges, par l'observation à l'aide de différents appareils, et par des mesures électriques. Nous introduisons en particulier la notion d'impédance équivalente du piège, permettant de déterminer son comportement lors de l'application d'une tension radio-fréquence. Nous détaillons ensuite les différentes mesures effectuées sur les pièges volumiques. Enfin nous présentons les caractéristiques des pièges surfaciques réalisés lors de cette thèse.

7.1 Présentation des outils

La première évaluation des échantillons micro-fabriqués consiste en l'analyse "géométrique" de leur état. En particulier, un certain nombre de critères importants en ce qui concerne la qualité de piégeage ont été identifiés à la section 6.1 : épaisseur des électrodes, espacement entre les électrodes, taille des électrodes, ... La rugosité de l'échantillon peut elle aussi jouer un rôle important, car les pointes métalliques favorisent les lignes d'émission de champ, ce qui peut modifier de manière importante le potentiel. Cette étude peut être en grande partie réalisée *in situ* ou dans les salles "grises" d'analyse et de caractérisation attenantes à la salle blanche.

7.1.1 Caractérisation géométrique

Profilomètre mécanique

La salle blanche est équipée d'un profilomètre mécanique Dektak 8 fabriqué par la société Veeco¹. Cet appareil fonctionne en plaçant une pointe sur la surface de l'échantillon en appliquant une force très faible (de l'ordre de 0.3 mg) et en déplaçant cette pointe le long d'un axe. La hauteur de la pointe est enregistrée en fonction de la position et permet donc de mesurer le profil relatif de l'échantillon avec une résolution verticale de l'ordre de 0.5 nm. La mesure peut être faite sur des distances relativement longues, de l'ordre du centimètre ce qui permet d'évaluer l'homogénéité de la croissance sur des portions importantes de l'échantillon.

Le principal défaut de cette méthode provient de la taille de la pointe, disponible sur l'équipement de l'IEF, qui de fait ne permet pas d'aller explorer des motifs trop "fins", en particulier elle ne peut pas passer au fond des séparations entre les électrodes (séparation inférieure à 10 μm). On privilégiera donc deux usages pour cet appareil :

- la mesure de la hauteur de marche au bord des pièges, là où la pointe décrit correctement le profil du bord d'électrode,
- l'analyse qualitative de l'homogénéité de la croissance et de la rugosité des électrodes, sur des parties d'électrodes sans motifs.

Profilomètre optique

La salle de caractérisation attenante à la salle blanche est équipée d'un profilomètre optique conçu à l'IEF et commercialisé par la société Fogale NanoTech². Cet instrument permet de faire une mesure sans contact du profil de surface d'un échantillon, à la condition que celui-ci réfléchisse au moins partiellement la lumière visible, en mesurant astucieusement le défilement des franges d'interférence entre la lumière incidente et réfléchie lors d'un déplacement vertical de l'échantillon (contrôlé par une translation motorisée, avec une résolution verticale de 0.1 μm).

Microscope optique

Le microscope optique, couplé à une caméra permet de contrôler la forme globale des électrodes et de mesurer les distances dans le plan des électrodes, avec une précision qui dépend du grandissement. Il est aussi possible d'estimer en jouant sur la mise au point l'inclinaison des bords de structure et la hauteur des marches. Cette méthode est néanmoins moins précise que les techniques de profilométrie présentées ci-dessus.

Le microscope optique a été surtout employé comme outil de contrôle entre chaque étape de fabrication, notamment pour évaluer la hauteur des moules en résine (par rapport à leur hauteur nominale) et leur forme.

Microscope à force atomique

Le microscope à force atomique permet de faire une analyse locale avec une résolution spatiale très fine, de l'ordre du nano-mètre, sur de petites zones de la surface, de l'ordre de 50 $\mu\text{m} \times 50 \mu\text{m}$. Cet outil est donc adapté à la mesure de la rugosité aux petites échelles, obtenue en analysant une cartographie de la surface.

1. <http://www.veeco.com>

2. <http://www.fogale.fr>

Microscope électronique à balayage

Le microscope électronique à balayage permet de faire des images à haute résolution de la surface d'un échantillon, avec une reconstitution en trois dimensions. Cette technique se base sur l'utilisation d'un faisceau d'électrons focalisé qui balaye la surface de l'échantillon et, à chaque point, provoque l'émission de particules : électrons secondaires ou rayons X, qui analysés par des détecteurs permettent de déterminer la topographie de la surface et éventuellement sa composition chimique. Le principal avantage de cette technique est de permettre l'étude d'un échantillon sous n'importe quel angle, avec une bonne résolution (jusqu'à quelques nanomètres).

7.1.2 Caractérisation électrique

La caractérisation des performances électriques des pièges nécessite de connecter les électrodes à des contacts macroscopique, si possible dans une configuration proche de celle utilisée dans l'expérience. A cette fin les pièges sont collés à l'aide d'une colle compatible ultra-vide sur un support traversant en céramique pour les pièges volumiques et sur une carte de circuit imprimée adaptée pour les pièges surfaciques. Les contacts entre les électrodes et l'arrivée des pistes sont réalisés au laboratoire à l'aide d'une micro-soudeuse qui permet de relier deux points proches par un ou plusieurs fils en or, soudés par ultra-sons. Des fils en cuivre entourés d'une gaine de Kapton®³ sont ensuite utilisés pour amener les contact jusqu'au passage de tensions qui fait l'interface avec l'extérieur de l'enceinte. L'impédance mesurée ici correspond donc à l'impédance globale du dispositif piège et support.

Mesure de l'impédance d'un piège

La figure 7.1 présente le circuit de mesure de l'impédance d'un piège $Z(\omega)$. Les tensions U et V sont mesurées à l'aide de sondes de tension, aux bornes de la résistance R . La tension

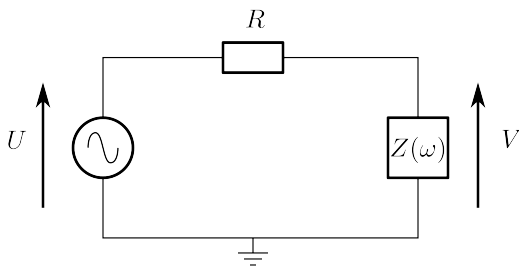


FIGURE 7.1 – Circuit de mesure d'impédance. R : résistance de charge. $Z(\omega)$: impédance complexe équivalente au piège (associée à un câblage particulier des électrodes).

imposée (et mesurée) U est de la forme $U = U_0 \cos[\omega t]$ et la réponse linéaire du système permet d'affirmer que la tension V est de la forme $V_0 \cos[\omega t + \phi]$ où ϕ est un déphasage. On définit alors les tensions complexes, permettant de modéliser facilement le système $\underline{U} = U_0 e^{i\omega t}$ et $\underline{V} = V_0 e^{i\omega t} e^{i\phi}$. La théorie des impédances complexes impose la relation entrée sortie pour ce pont diviseur généralisé :

$$\underline{V} = \frac{Z(\omega)}{Z(\omega) + R} \underline{U}. \quad (7.1)$$

3. Matériau diélectrique de bonne qualité, compatible avec les conditions d'ultra-vide

Cette relation peut être inversée, permettant ainsi de déterminer $Z(\omega)$ en fonction des tensions mesurées :

$$Z(\omega) = R \frac{G(\omega)e^{i\phi(\omega)}}{1 - G(\omega)e^{i\phi(\omega)}}, \quad (7.2)$$

que l'on a exprimé en fonction des quantités mesurables du système : le gain $G(\omega) = V_0/U_0$ et le déphasage $\phi(\omega)$. La forme de cette équation semble suggérer que l'impédance mesurée dépend de la valeur de la résistance R choisie : ce n'est évidemment pas le cas et des mesures faites avec différentes résistances doivent donner des résultats similaires. Enfin, une fois $Z(\omega)$ déterminée, on peut définir une résistance équivalente au circuit pour chaque fréquence $R_{eq}(\omega) = \text{Re}[Z(\omega)]$ et une réactance équivalente $X_{eq}(\omega) = \text{Im}[Z(\omega)]$. Le circuit sera dit "capacitif" si la réactance décroît en valeur absolue avec la fréquence (par analogie avec la réactance d'un condensateur $X_C = -1/(C\omega)$) et "inductif" si la réactance croît en valeur absolue avec la fréquence (par analogie avec une bobine de réactance $X_L = L\omega$).

L'impédance ainsi mesurée permet de déterminer plusieurs grandeurs caractéristiques du piège : par exemple dans la configuration où la mesure est prise entre la piste radiofréquence et la masse, toutes les autres électrodes étant à la masse, la partie réelle de l'impédance mesurée $Z_0(\omega)$ permet d'estimer la puissance dissipée dans le substrat :

$$P = \frac{U^2 \text{Re}[Z_0(\Omega)]}{2 |Z_0(\Omega)|^2}, \quad (7.3)$$

où U est la tension appliquée aux bornes de la piste radiofréquence, à la fréquence Ω .

Mesure des couplages entre électrodes

La figure 7.2 présente un circuit de mesure des couplages entre électrodes. Il s'agit ici de

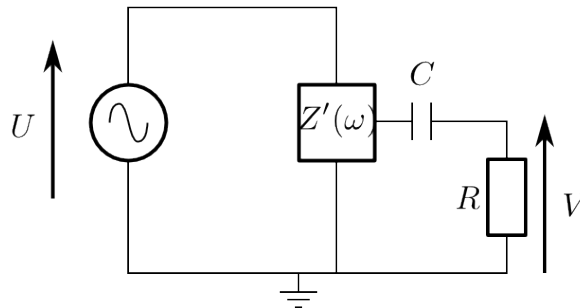


FIGURE 7.2 – Circuit de mesure des couplages entre électrodes. La résistance de charge R relie l'électrode, couplée au reste du piège par une capacité C , sur laquelle la mesure est faite par rapport à la masse, les autres électrodes étant reliées à la masse.

quantifier le couplage du potentiel radio-fréquence sur les électrodes "statiques", qui a pour effet de perturber le potentiel de piégeage idéal décrit à la section 5.2. Il est intéressant dans un second temps, après avoir caractérisé le couplage, de chercher à le supprimer en utilisant des filtres passe-bas pour atténuer la composante radio-fréquence sur l'électrode.

Le couplage est caractérisé par le rapport des tensions V/U et peut être estimé indépendamment pour chaque électrode. En pratique il est intéressant de caractériser le couplage en fonction de la fréquence et notamment autour de la fréquence de fonctionnement du piège (radio-fréquence Ω).

7.2 Piège volumique

Le piège volumique a été fabriqué à la centrale de technologie de Thales Research & Technology, en 2005, avant le début de cette thèse. Les premiers essais de piégeage n'ayant pas été concluants, nous avons procédé à une étude détaillée des échantillons, d'abord de leur aspect géométrique puis de leur propriétés électriques.

Il est nécessaire ici de détailler un minimum la technique de fabrication utilisée pour réaliser ce piège volumique, représentée schématiquement sur la figure 7.3. La principale

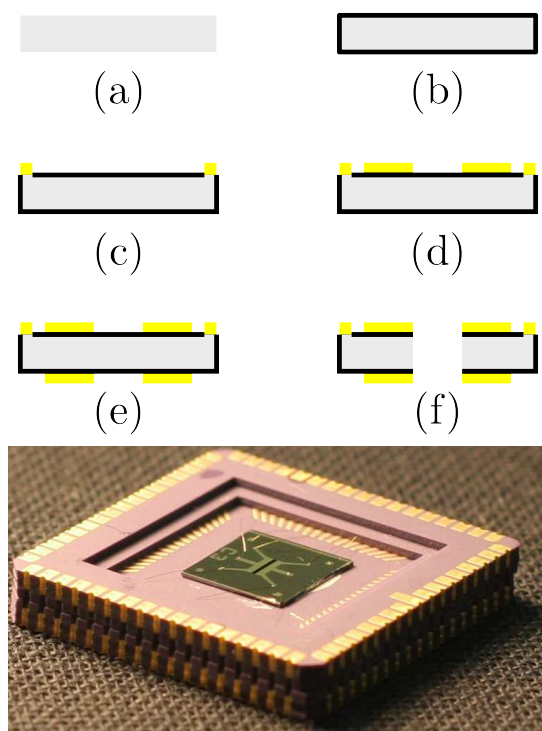


FIGURE 7.3 – Protocole de fabrication du piège volumique, vue en coupe. (a) : substrat en silicium dopé. (b) : oxydation thermique en surface. (c) : ouverture des contacts sur le silicium. (d) : dépôt des électrodes et des contacts (face supérieure). (e) : dépôt des électrodes (face inférieure). (f) : gravure profonde du Silicium pour dégager la zone de piégeage. Les étapes (c), (d) et (e) sont composées d'un enrésinement, d'une lithographie optique et d'un dépôt par pulvérisation cathodique. L'étape (f) nécessite un enrésinement et une lithographie optique avant la gravure. En dessous : photographie d'un piège ainsi obtenu, collé et micro-soudé sur son support en céramique.

différence par rapport au protocole présenté au chapitre 6, réside dans l'utilisation d'une technique de lithographie "double face", ainsi que des techniques de gravure profonde ($\sim 300 \mu\text{m}$) du Silicium. L'idée ayant gouverné la conception de ce piège est la suivante : un substrat en silicium fortement dopé P (résistivité de $0.9 \Omega.\text{cm}$) est oxydé en surface, sur 300 nm . L'oxyde est sélectivement enlevé à l'aide d'une attaque chimique (enrésinement, lithographie et gravure sèche -RIE ou ICP- qui attaque sélectivement la silice) et des contacts sont déposés sur la surface de silicium révélée. Sur la même face des électrodes en or sont déposées (50 nm de couche d'accroche en titane et 500 nm d'or) par évaporation, dans un motif dessiné par lithographie optique. Une technique d'alignement double face permet de réaliser le même protocole sur la face inférieure, avec les motifs des deux faces alignés l'un sur l'autre. Enfin la dernière étape consiste à ouvrir la zone de piégeage par gravure ionique profonde (*Reactive Ion Etching*), après avoir protégé le reste du piège. Ce procédé de gravure, dit de Bosch, permet de graver une fente quasi verticale dans le substrat, en alternant des séquences de gravure quasi-isotrope par un plasma d'hexafluorure de soufre (SF_6 et O_2) et des séquences de protection des parois par dépôt d'une couche de passivation (plasma de C_4F_8).

7.2.1 Géométrie

Imperfections constatées

Les principaux défauts constatés sur les micro-pièges volumiques sont systématiques et proviennent vraisemblablement d'un problème dans la conception du masque⁴ : en effet les électrodes de piégeage, déposées de part et d'autre de la fente, ne sont pas à l'aplomb de celle-ci. La bordure sombre constatée sur la figure 7.4, d'environ $10\ \mu\text{m}$, fait en partie écran au potentiel engendré par les électrodes. De plus, sur toute cette bordure, la couche d'isolant recouvrant le silicium est présente et peut potentiellement accumuler des charges parasites, ce qui perturbe le fonctionnement du piège.

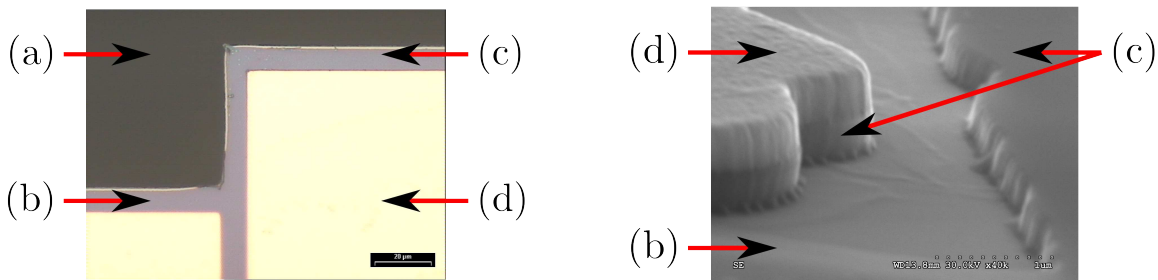


FIGURE 7.4 – Images au microscope optique (gauche) et au MEB (droite) d'un piège volumique micro-fabriqués (piège A4, SiO_2 300 nm). (a) : fente (zone de piégeage). (b) : bordure en Silicium. (c) : couche d'oxyde (SiO_2) recouvrant le Silicium. (d) : électrodes en or.

De plus, après avoir clivé un piège le long de la fente, de manière à pouvoir examiner sa surface au MEB, nous avons constaté des problèmes de rugosité de surface, liés à la gravure de la fente, présentés dans la figure 7.5. Outre les problèmes de retrait des électrodes et de

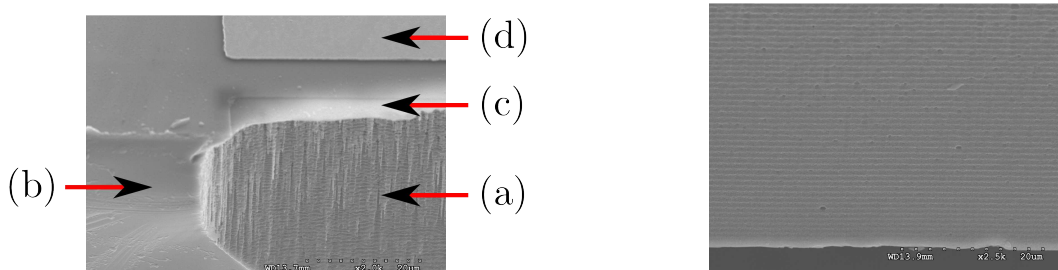


FIGURE 7.5 – Images au MEB d'un piège volumique micro-fabriqués (piège A4, SiO_2 300 nm), clivé le long de la fente de piégeage, vue du "haut" de la fente (gauche) et du "bas" (droite), le haut correspondant à la face supérieure du piège. (a) : bord de la fente (zone de piégeage). (b) : bordure en Silicium. (c) : couche d'oxyde (SiO_2) recouvrant le Silicium. (d) : électrodes en or.

la présence d'isolant déjà mentionnés, des "stalactites" sont présentes sur le haut de la fente. Le bas de la fente présente une structure verticale plane, avec une légère modulation de la

4. voire du dessin du piège, par rapport aux contraintes technologiques

surface, caractéristique de la gravure RIE par procédé de Bosch. Cette ondulation provient des étapes successives de gravure/passivation réalisées lors de ce procédé. La présence des “stalactites” s’interprète de la manière suivante : la gravure ayant eu lieu de bas en haut dans notre dispositif, le bas de la fente est régulier et “propre”. Arrivé à la fin de la gravure, le plasma pénétrant moins bien dans l’échantillon, la gravure est plus difficile et le moindre défaut peut ralentir la gravure. Ces défauts sont ensuite amplifiés par les étapes successives car ils sont protégés par la passivation, comme schématisé sur la figure 7.6.

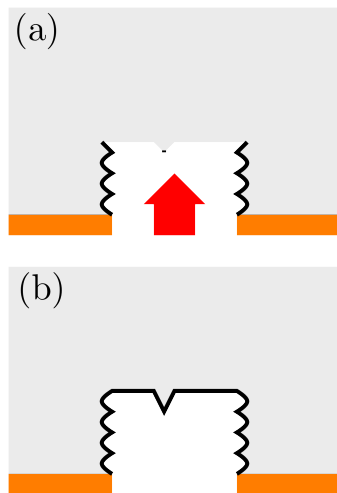


FIGURE 7.6 – Schéma de principe du procédé de Bosch pour la gravure profonde du Silicium. Ce procédé comporte deux étapes : (a) l’utilisation du plasma SF_6 et O_2 grave de manière isotrope le silicium (gris) exposé sur une courte période. Le faisceau d’ions étant directionnel le fond de la zone de gravure, délimité par la résine (orange), est préférentiellement attaqué (gravure physique par bombardement), puis la réaction chimique grave de manière isotrope sur une faible épaisseur. (b) Une étape de passivation protège les flancs et le fond avant la prochaine étape de gravure, donnant l’aspect ondulé aux parois. La présence d’un défaut peut conduire à l’apparition d’une “stalactite”, protégée lors de la passivation. Les étapes de gravure successives vont affiner et éventuellement faire disparaître ce défaut, qui ne sera donc observé seulement en fin de gravure et sur les bords de fente, où la gravure est moins efficace.

Ces deux “défauts” peuvent être éventuellement corrigés par une attaque sélective de l’isolant, et une reprise de gravure de la fente, deux techniques que nous détaillons ci-dessous.

Attaque sélective de l’isolant

L’élimination de la silice peut se faire de manière contrôlée par un bain d’acide fluorhydrique, dans lequel la cinétique de gravure de la silice est cent fois plus rapide que celle du silicium, les effets sur les surfaces d’or étant par ailleurs négligeables. La figure 7.7 présente le résultat de 14 s d’une telle gravure chimique, où la couche d’oxyde a entièrement disparu de la surface du substrat. L’image prise au MEB montre que la silice est attaquée aussi sous les électrodes en or, ce qui peut poser des problèmes de contact avec le silicium ou de déformation des électrodes, il faut donc limiter la durée de la gravure au strict minimum. Néanmoins cette technique relativement simple à mettre en œuvre permet de résoudre le problème de l’excès d’isolant.

Reprise de la fente

La reprise de la gravure de la fente est un problème légèrement plus complexe, qui nécessite en principe de redéfinir la zone de gravure avec un masque ajusté. Ne disposant pas d’un tel masque, et la gravure se faisant par une réaction chimique sélective du plasma de SF_6 avec le silicium, nous avons choisi d’utiliser directement les électrodes comme masque, après avoir préalablement enlevé l’oxyde selon la procédure détaillée ci-dessus. La figure 7.8 présente une

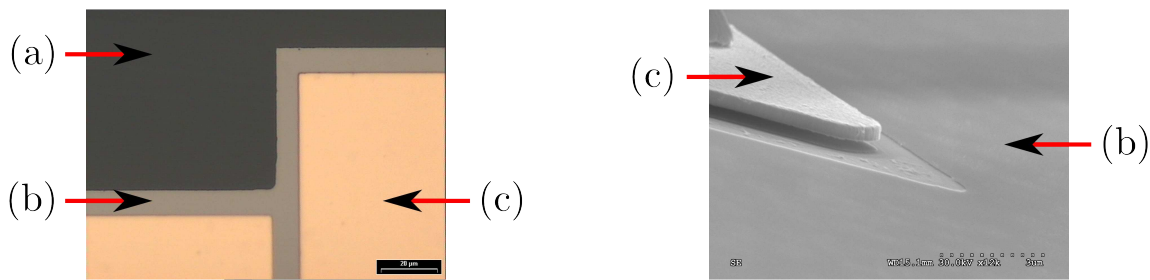


FIGURE 7.7 – Image au microscope optique (gauche) et au MEB (droite) d'un piège volumique micro-fabriqué (piège A4, SiO₂ 300 nm), après 14 s dans un bain d'acide fluorhydrique. (a) : fente (zone de piégeage). (b) : bordure en Silicium. (c) :  lectrodes en or.

vue des électrodes après une reprise de gravure, qui montre que la bordure en silicium a effectivement disparu et que les électrodes sont désormais à l'aplomb de la fente. Ce premier

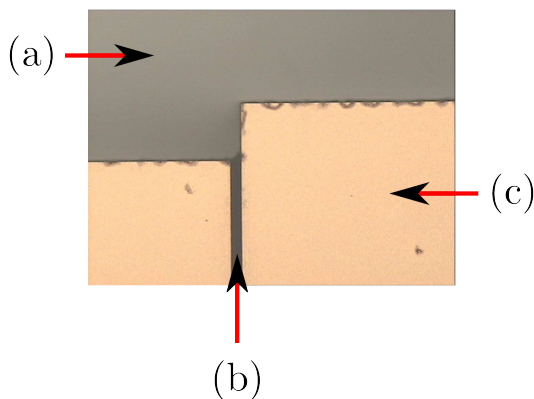


FIGURE 7.8 – Image au microscope optique d'un piège volumique micro-fabriqué (piège A4, SiO₂ 300 nm), après 14 s dans un bain d'acide fluorhydrique et une reprise de gravure par RIE. (a) : fente (zone de piégeage). (b) : bordure en Silicium. (c) :  lectrodes en or.

résultat montre toutefois des limitations : en particulier le bord des électrodes est abîmé par le bombardement d'ions, ce qui peut déformer le potentiel engendré par les électrodes. De manière générale il est très contraignant d'améliorer un échantillon après coup. La géométrie souhaitée pour le micro-piège volumique nécessiterait donc de redéfinir tout le protocole de fabrication, avec un enchaînement diff rent des étapes.

7.2.2 Electrique

Le piège volumique étudié ici peut fonctionner avec des tensions radio-fréquence faibles, de l'ordre de la dizaine de volt, ce qui ne pose pas de problèmes en terme de puissance dissipée dans le substrat. Dans cette géométrie, il est possible d'appliquer la tension de piégeage radio-fréquence soit sur un couple d'électrodes métalliques, soit directement sur le silicium. Au vu de l'analyse "géométrique" de la qualité de surface de la fente, il semble préférable de ne pas appliquer la tension radiofréquence sur celle-ci et donc de se restreindre à la configuration où la tension radio-fréquence est appliquée sur un couple d'électrodes. Nous nous sommes donc intéressés à caractériser les couplages entre électrodes, et à leur suppression par des filtres passe-bas du premier ordre et la qualité du Silicium comme électrode conductrice.

Couplages

Dans cette configuration, les couplages mesurés entre les différentes électrodes sont de l'ordre de 2.5%, pour une radio-fréquence à 6.7 MHz. Il est alors possible de réduire ces couplages à environ 0.05% en utilisant des capacités de découplage ($C = 10$ nF entre l'électrode et la masse), sur le connecteur à l'extérieur de l'enceinte.

Caractérisation du silicium

Afin de caractériser l'électrode en silicium nous avons mesuré la résistance du silicium entre deux points de contact sur le substrat, distants d'environ 8 mm. Nous avons alors constaté que la caractéristique courant-tension mesurée dépendait des "conditions aux limites", c'est à dire de la tension sur les autres électrodes. Nous avons alors choisi d'étudier ce phénomène en connectant toutes les électrodes à la masse, sauf une, portée à une tension statique contrôlée. La figure 7.9 présente les caractéristiques courant-tension mesurées pour différentes valeurs de la tension sur l'électrode.

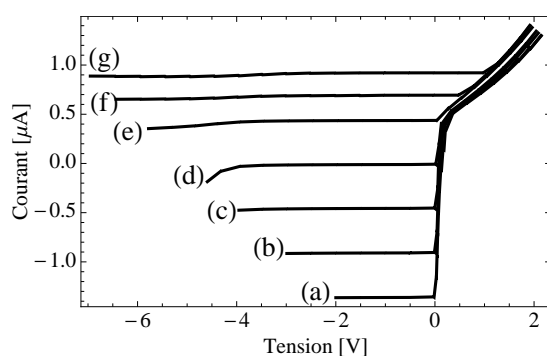


FIGURE 7.9 – Caractéristique courant-tension entre deux contacts sur le silicium, pour plusieurs valeurs de la tension appliquée sur une des électrodes centrales V_c , les autres étant maintenues à la masse. (a) : $V_c = -3$ V, (b) : $V_c = -2$ V, (c) : $V_c = -1$ V, (d) : $V_c = 0$ V, (e) : $V_c = +1$ V, (f) : $V_c = +2$ V, (g) : $V_c = +3$ V. Sur cette représentation les lignes horizontales correspondent à des zones de haute résistance et les lignes verticales des zones de faible résistance.

Dans cette situation, la résistance du Silicium varie en fonction des tensions statiques appliquées sur les électrodes de contrôle, de manière analogue à l'effet de champ dans les transistors. Il est donc difficile de prévoir le comportement du silicium du piège et de le comparer aux modèles développés à la section 5.1.2 : pour une faible résistance le silicium sera bien modélisé par un conducteur, pour une forte, par un diélectrique.

Lorsque ce piège a été conçu et fabriqué en 2005, il n'existait pas de dispositif miniaturisé ayant démontré sa capacité à piéger des ions. L'ambition de ce projet était de démontrer la faisabilité d'un tel piège avec des techniques standard de micro-fabrication. Depuis cette tentative, seulement quelques pièges sur substrat semi-conducteur ont donné des résultats concluants [Stick 06, Britton 09]. Pour notre dispositif, les défauts de conception évoqués ci-dessus pourraient être corrigés, en reprenant tout le protocole de fabrication. Entre temps, la géométrie de pièges surfaciques a fait ses preuves et un grand nombre de géométries ont pu être explorées, comme présenté au chapitre 4. Il nous a donc paru plus pertinent d'orienter nos efforts sur la fabrication de micro-pièges surfaciques, avec pour objectif l'investigation du phénomène de "chauffage anormal", au regard du modèle développé à la section 5.3.2.

7.3 Piège surfacique

Contrairement aux pièges volumiques, pour lesquels la caractérisation a été faite *a posteriori*, la fabrication des pièges surfaciques a été accompagnée d'une caractérisation, au fur et à mesure des étapes. Nous présentons ici seulement les résultats essentiels, et les raisons qui nous ont amené à changer le substrat de croissance des échantillons.

7.3.1 Géométrie

Hauteur de la couche métallique

Le premier critère de qualité des pièges planaires est la hauteur de croissance des électrodes, qui permet, si le rapport d'aspect est assez grand, de masquer les isolants et donc de protéger les ions d'éventuelles charges parasites. Nous avons utilisé plusieurs techniques pour mesurer cette hauteur qui donnent des résultats compatibles. En pratique, lors de la fabrication nous effectuons un contrôle au microscope optique de l'aspect des moules en résine, qui permet qualitativement de savoir si la hauteur maximale de croissance peut être atteinte. Puis pour contrôler les dépôts nous utilisons le profilomètre optique qui permet de mesurer la hauteur de métal.

Une analyse plus fine du profil des marches est possible, jusqu'à l'échelle atomique, au moyen d'un AFM. La figure 7.10 présente le profil extrait de l'image d'une marche. Cette

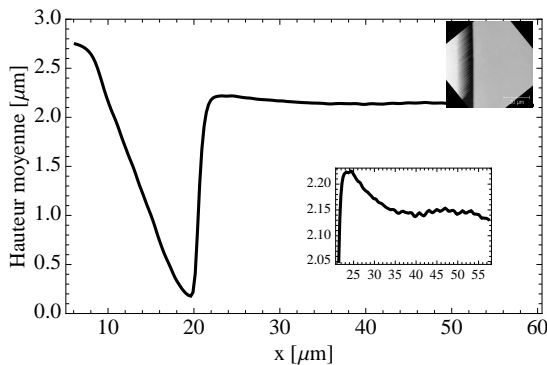


FIGURE 7.10 – Profil moyen d'une séparation entre deux électrodes, extrait d'une image AFM (encart). Le profil est une moyenne sur 140 lignes de l'image. L'encart présente le comportement au voisinage du bord droit de la séparation, mettant en évidence un effet de "pointe", avec une hauteur excédentaire de ~ 80 nm (largeur à mi-hauteur $7 \mu\text{m}$).

image appelle plusieurs remarques :

- le flanc gauche de la séparation n'est pas conforme au moule en résine : il s'agit d'un artefact de la mesure.
- il semble y avoir systématiquement une "pointe" au bord de l'électrode : il y a là un excès de dépôt (80 nm, soit 4% d'excès, largeur à mi hauteur de $7 \mu\text{m}$).

Cette "pointe" n'est pas un artefact de la mesure AFM car elle est aussi présente sur les mesures obtenues à l'aide du profilomètre Dektak. Ce phénomène s'explique par l'étude des lignes de champs au voisinage du bord des motifs lors de la croissance : la présence de la résine contraint ces lignes, ce qui augmente localement la densité de courant, et donc la vitesse de dépôt, d'où la présence d'une "pointe" sur le bord de l'électrode. Notons que les échelles verticales et horizontales sont différentes et que cette pointe est en réalité très aplatie et ne doit donc pas perturber beaucoup les potentiels.

Nous n'avons malheureusement pas pu suffisamment consacrer de temps à l'optimisation de la lithographie, pour pouvoir faire des croissances suffisamment hautes. Dans les moules

obtenus, nous avons pu faire croître jusqu'à $4\ \mu\text{m}$ de cuivre de manière contrôlée, ce qui est toutefois suffisant pour pouvoir réaliser les premiers tests de piégeage.

Rugosité

L'utilisation d'un microscope à force atomique nous permet d'analyser les propriétés de la surface, comme la rugosité, ainsi que l'aspect des flancs des électrodes. La figure 7.11 présente une image prise à l'aide d'un AFM d'une zone de $8.8\ \mu\text{m} \times 8.8\ \mu\text{m}$ au centre du piège, utilisée pour estimer la rugosité de la surface. La rugosité⁵ moyenne mesurée est de 20 nm. Cette

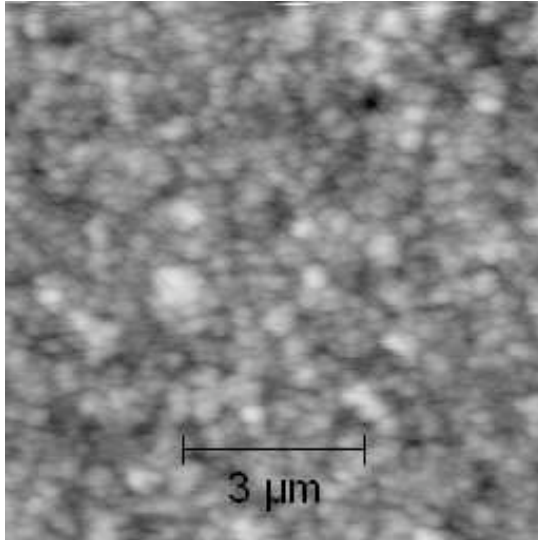


FIGURE 7.11 – Image AFM d'un piège surfacique, au voisinage du centre. Les niveaux de gris représentent la topographie de l'échantillon, corrigée de l'inclinaison du plan moyen.

valeur est compatible avec la valeur de la rugosité mesurée sur des portions plus importantes de la surface, jusqu'à $66\ \mu\text{m} \times 66\ \mu\text{m}$ (de l'ordre de 25 à 30 nm).

7.3.2 Electrique

Le principal problème des pièges surfaciques micro-fabriqués provient de la dissipation radio-fréquence dans le substrat : il s'agit en effet ici d'appliquer des tensions de l'ordre de la centaine de Volts. Une attention particulière a donc été apportée à la mesure de l'impédance du piège et donc de la puissance dissipée, suivant la méthode proposée à la section 7.1.2.

Substrat en Silicium

La figure 7.12 présente une estimation de la puissance dissipée dans les pièges surfaciques sur différents substrats, basée sur la mesure de l'impédance du piège $Z(\omega)$ et l'équation (7.3), en fonction de la fréquence $\omega/(2\pi)$ et pour une amplitude de 1 V. Les trois caractérisations présentées correspondent à trois versions successives de pièges surfaciques, sur des substrats de respectivement : (a) silicium oxydé sur 100 nm, (b) silicium oxydé sur 500 nm et (c) substrat en silice. Les mesures faites sur les premiers échantillons (courbe (a) sur la figure 7.12) indiquent que la puissance dissipée pour 1 V à 20 MHz est de l'ordre de 40 mW, soit de l'ordre de 400 W (!) dissipé pour une tension de 100 V. Cela pose deux problèmes : d'une part une telle

5. *root mean square.*

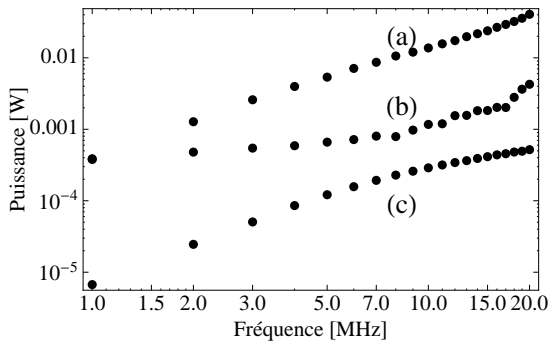


FIGURE 7.12 – Puissance dissipée dans les pièges surfaciques (estimation d’après l’impédance du piège mesurée) pour 1 V, en fonction de la fréquence. (a) : épaisseur d’oxyde de 100 nm. (b) : épaisseur d’oxyde de 500 nm. (c) : substrat en silice.

puissance dissipée dans le substrat va chauffer inmanquablement l’échantillon, avec le risque de le détruire et d’autre part il va être extrêmement difficile de générer cette tension (il faut un système capable de fournir cette puissance à cette fréquence!). Ce phénomène peut sembler surprenant à première vue car on s’attend surtout à des couplages capacitifs entre électrodes. Le couplage réel entre les électrodes est légèrement plus complexe et nécessite de prendre en compte la pénétration des lignes de champ électrique dans le substrat : les phénomènes dissipatifs sont alors liés aux pertes dans le substrat, ici le silicium. Afin de confirmer cette hypothèse, nous avons fabriqué un piège sur un substrat en silicium oxydé sur 500 nm, pour lequel les lignes de champ pénètrent moins le silicium. A haute fréquence (≥ 10 MHz) la puissance dissipée est réduite d’un ordre de grandeur (courbe (c) sur la même figure), ce qui n’est pas encore suffisant mais confirme cette hypothèse. Les simulations numériques effectuées à la section 5.1.3 permettent d’estimer la longueur typique de pénétration des lignes de champ dans le substrat à environ $200 \mu\text{m}$, soit environ deux tiers de l’épaisseur du substrat : il semble donc raisonnable de préférer un substrat entièrement en silice à un substrat en silicium partiellement oxydé.

Substrat en Silice

La courbe (c) de la figure 7.12 montre le gain en terme de puissance dissipée lié à l’utilisation d’un substrat en silice : celui-ci est encore de l’ordre d’un ordre de grandeur, ce qui amène la puissance dissipée pour 100 V appliqué à 20 MHz à la valeur de 4 W. Cette valeur peut encore sembler relativement élevée, mais une étude plus poussée montre que les pertes sont à présent dominées par le support du micro-piège, réalisé lui même sur une carte de circuit imprimé. Pour des fréquences supérieures à 5 MHz, seulement 4% de la puissance est dissipée dans le substrat (soit 160 mW à 100 V). Les pièges fabriqués sur un substrat en silice présentent donc des caractéristiques électriques satisfaisantes.

Couplages

Dans la géométrie surfacique, les électrodes couvrent une grande surface : les effets capacitifs de couplage entre électrodes sont alors relativement importants. Sur nos échantillons nous mesurons typiquement 20% de couplage entre l’électrode radio-fréquence et l’électrode centrale. Afin de supprimer ce couplage il est nécessaire d’utiliser des capacités de découplage ($C = 0.5 \text{ nF}$) au plus près des électrodes : des capacités miniatures sont alors collées et micro-soudées au plus près du piège, sur le support. Une fois les filtres installés, le couplage mesuré entre l’électrode radio-fréquence et les autres électrodes est au plus de 0.1%.

Conclusion du chapitre

La caractérisation géométrique et électrique des pièges micro-fabriqués offre un premier outil de diagnostic pour évaluer leur aptitude à piéger des ions. Ces mesures ont permis de mettre en évidence les raisons probables de l'échec des tentatives de piégeages réalisées dans les pièges volumiques. Elles ont aussi montré les limites de l'utilisation du silicium dopé comme électrode dans notre système.

Concernant les micro-pièges surfaciques, la caractérisation des pertes radio-fréquence a permis de définir le substrat le mieux adapté, parmi les essais réalisés, à la réalisation d'un piège à ions surfacique. Les mesures des caractéristiques du dépôt métallique ont montré que le procédé de croissance électrochimique donne des résultats tout à fait satisfaisants, notamment en terme de rugosité de la surface des électrodes. Les échantillons sur lesquels des électrodes épaisses de 4 μm ont été élaborées semblent potentiellement capables de piéger des ions.

La principale inconnue concernant la surface de ces pièges est la porosité du cuivre ainsi obtenu et son éventuelle tendance à "dégazer" sous ultra-vide, polluant ainsi le voisinage immédiat du centre du piège. Les collisions engendrées pourraient alors notablement réduire la durée de vie des ions dans le piège. Pour pallier à cet éventuel effet, des solutions de recuit des électrodes sont à l'étude.

Chapitre 8

Dispositif expérimental

Ce chapitre présente le dispositif expérimental développé et mis en œuvre au cours de cette thèse. Ce montage a été conçu avec pour priorité l'objectif de faciliter la caractérisation de pièges micro-fabriqués en mettant l'accent sur :

- l'accès optique,
- la facilité de mise en place d'un nouvel échantillon,
- les bonnes performances en terme de vide.

8.1 Enceinte à vide

La figure 8.1 présente un schéma de l'enceinte à ultra-vide conçue et assemblée au cours de cette thèse. Tous les raccords entre les différents éléments sont de type CF, avec joints métalliques, ce qui permet d'étuver le système au delà de 150 °C et d'atteindre en principe des pressions ultimes en dessous de 10^{-10} mBar. Les joints métalliques en cuivre situés entre chaque éléments sont écrasés par des couteaux lors du montage, ce qui assure une étanchéité parfaite par contact métal-métal, à condition que les joints soient uniformément écrasés.

L'enceinte expérimentale est une chambre à ultravide cylindrique possédant un total de dix entrées : les deux extrémités du cylindre sont des raccords CF63 permettant d'une part un pompage efficace (bas) et un large accès optique (haut), sur la paroi du cylindre quatre connecteurs CF40 permettent l'accès des lasers et le passage des tensions électriques et quatre connecteurs CF16 permettent de monter deux fours à Strontium et offrent deux accès optiques supplémentaires. Cette chambre a été réalisée sur plans par la société Kurt J. Lesker¹. Un des deux fours est isolé de l'enceinte par une vanne tiroir miniature, permettant de protéger la source de Strontium lors des rentrées d'air dans l'enceinte (par exemple lors du montage d'un nouveau piège).

Les tensions électriques sont amenées jusqu'au piège au moyen d'un connecteur à passage de tensions compatible ultra-vide, doté de deux passages BNC, pour alimenter le piège en tension radio-fréquence et d'un connecteur Sub-D9 permettant d'amener jusqu'à neuf tensions statiques sur les électrodes.

Cette enceinte est connectée au moyen d'une croix à deux vannes "tout métal", modèle VZCR60R¹, permettant de pomper l'enceinte par le groupe primaire-secondaire ou par la pompe ionique. Ces vannes tout métal fonctionnent sur le principe du joint métal-métal, il faut donc veiller à toujours appliquer le même couple en fermant la vanne afin de ne pas

1. <http://www.lesker.com>

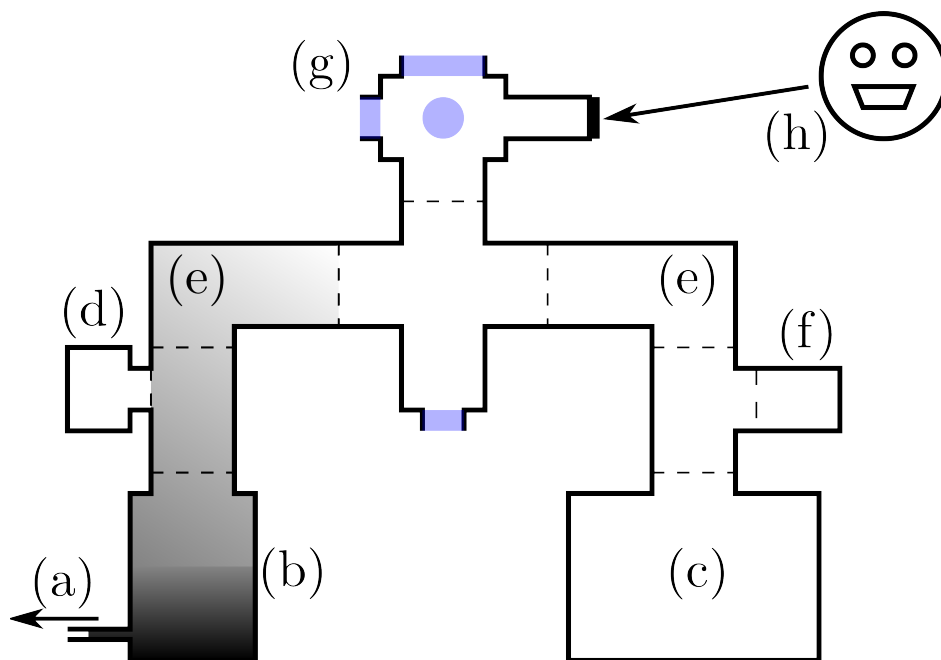


FIGURE 8.1 – Schéma de l'enceinte ultra-vide. (a) : pompe primaire à membrane (déportée). (b) : pompe secondaire turbo-moléculaire. (c) : pompe ionique. (d) : jauge de vide. (e) : vanne à angle droit. (f) : sublimateur de titane. (g) : enceinte expérimentale. (h) : passage de tension (connecteurs BNC et Sub-D9).

détériorer la qualité du contact. Ces vannes permettent aussi d'isoler la pompe ionique et le sublimateur de titane lors des remises à l'air, afin de préserver leur qualité de vide, et, en régime permanent, d'isoler (et de pouvoir éteindre) le groupe primaire-secondaire.

8.1.1 Pompage primaire et secondaire

La première étape de pompage est réalisée par une station de pompage comprenant une pompe à membrane et une pompe turbo-moléculaire. La pompe à membrane, modèle MVP 015-2², est déportée au bout d'un tuyau d'environ 6 mètres de long, de diamètre externe 8 mm, et permet d'atteindre une pression résiduelle de l'ordre de 3 mBar en une dizaine de minutes (vitesse de pompage de l'ordre de 1 m³/h). A partir de la pression nominale de 4 mBar la pompe turbo-moléculaire, modèle TMU 071 P², peut être allumée. Cette pompe crée un vide différentiel entre son entrée et sa sortie de telle sorte que la pression dans l'enceinte chute en régime stationnaire en dessous de 10⁻⁸ mBar. A l'allumage un fort courant met en rotation le moteur de la pompe ($I \sim 3$ A), la pression baisse alors lentement jusqu'à environ 10⁻⁴ mBar. Lorsque la vitesse de rotation du moteur dépasse les 900 tours/s la pompe "accroche" : elle atteint son régime de pompage optimal et la pression chute rapidement jusqu'à quelques 10⁻⁷ mBar. La pompe atteint alors son régime stationnaire à 1500 tours/s pour un courant $I \sim 0.9$ A (un courant en régime stationnaire plus élevé indique soit un problème mécanique, soit la présence d'une fuite dans l'enceinte). La pression limite de 10⁻⁸ mBar est typiquement atteinte après 12 heures d'étuvage à 150 °C. La pression de ce bloc de pompage est mesurée par une jauge mixte Pirani/cathode froide, modèle PKR 251², permettant de mesurer la pression dans la gamme 5 × 10⁻⁹ – 10³ mBar, avec une précision relative de 30%.

8.1.2 Pompage ionique

Pour atteindre des vides plus poussés le système est ensuite pompé par une pompe ionique. Ce système de pompage repose sur l'utilisation d'électrodes en titane, élément très réactif, capables d'adsorber la plupart des molécules. Les éléments de pompage d'une pompe ionique fonctionnent de la manière suivante : une anode en acier inoxydable, est portée à une tension de typiquement 5000 V par rapport à deux cathodes en titane. Le fort gradient de champ électrique ionise alors les atomes (molécules) du gaz résiduel qui viennent s'écraser sur les cathodes et sont piégés par le titane. Deux mécanismes entretiennent et augmentent l'efficacité de ce processus : d'une part un fort champ magnétique, perpendiculaire à la surface des cathodes et parallèle à la surface des anodes (cylindriques) confine les électrons sur des trajectoires cyclotron : le gaz d'électron ainsi créé augmente l'efficacité d'ionisation des atomes. D'autre part les atomes ionisés acquièrent une énergie considérable dans le gradient de champ électrique et vaporisent localement la surface de la cathode : les atomes de titane ainsi créés se déposent sur les paroi de l'enceinte, adsorbent les atomes présents et augmentent la surface active de pompage. Le courant mesuré entre l'anode et la cathode donne alors une mesure directe du taux de pompage de la pompe ionique et donc indirectement de la qualité du vide résiduel¹.

La pompe ionique utilisée est un modèle de marque Riber², recyclée du démontage du synchrotron du laboratoire LURE (UMR 130), avec huit éléments de pompage de ~ 10 L/s. Les éléments de pompage ont été démontés et nettoyés, la pompe étant restée exposée à l'air

2. Pfeiffer Vacuum (<http://www.pfeiffer-vacuum.com>)

1. Limité en principe par la stabilité des atomes adsorbés dans la couche de titane.

2. <http://www.riber.com>

un certain temps, selon la procédure détaillée ci-dessous. Le corps de la pompe a été nettoyé à l'acétone et à l'éthanol. L'ensemble a ensuite été étuvé par un banc de pompage turbomoléculaire à environ 200 °C pendant 48 heures. A cette température la pompe a commencé à dégazer de manière importante ($P > 10^{-5}$ mBar) et nous avons décidé d'arrêter l'étuvage. La pompe ionique a alors été mise en pompage sur elle même, fermée par une vanne tiroir. Enfin lors du montage de l'enceinte expérimentale la pompe a été raccordée en substituant à la vanne tiroir (qui présente un joint torique en matière plastique) une vanne à angle droit tout-métal supportant des températures d'étuvage plus élevées.

Nettoyage compatible ultra-vide

Lorsque un objet doit être introduit dans un environnement ultra-vide un certain nombre de précautions doivent être prises afin de limiter l'impact sur la qualité du vide. En particulier les graisses et molécules organiques déposées sur les surfaces sont difficiles à pomper et augmentent localement la pression partielle. Les objets sont donc manipulés avec des gants en latex afin de limiter la contamination par des matières organiques. Afin de supprimer ces graisses, ces objets suivent un cy-

cle de nettoyage composés de bains successif dans une cuve à ultrasons :

- eau savonneuse, puis rinçage à l'eau déminéralisée,
- eau déminéralisée,
- éthanol, puis rinçage à l'éthanol.

L'objet est ensuite séché sous un flux d'air chaud (ou idéalement dans une étuve) afin d'évaporer toute trace d'eau et de solvant avant d'être introduit dans l'enceinte à vide.

8.1.3 Sublimateur de titane

Le système de pompage ionique est complété par un sublimateur de titane. Ce dispositif permet en partie de régénérer la pompe ionique en introduisant régulièrement du titane "frais" dans le système et d'autre part d'augmenter la surface de pompage en déposant du titane sur une partie des parois du sublimateur. Il est constitué de quatre filaments indépendants en titane qui peuvent être chauffés par effet Joule lorsqu'ils sont traversés par un fort courant. Pour un courant suffisamment élevé $I \geq 38$ A le titane est sublimé et se dépose sur les parois du sublimateur. Le courant mesuré sur la pompe ionique augmente alors au fur et à mesure que la pression partielle en titane augmente puis diminue lorsque le titane nouvellement introduit commence à pomper (à courant fixé). Le courant mesuré décroît jusqu'à une valeur d'équilibre puis augmente à nouveau (après environ une minute) lorsque l'énergie introduite commence à chauffer sensiblement les parois du sublimateur, ce qui force le dégazage des molécules adsorbées. Le courant est alors coupé en un temps très court et le courant mesuré sur la pompe ionique décroît alors (d'abord rapidement, en quelques minutes, jusqu'à $5 \mu\text{A}$, puis en quelques heures) jusqu'à une valeur plus basse que la valeur initiale. Après une sublimation le courant typique mesuré sur la pompe ionique est de l'ordre de $1 \mu\text{A}$.

8.1.4 Four à Strontium

Comme mentionné auparavant, les ions Strontium sont obtenus à partir d'une vapeur neutre d'atomes de Strontium produite dans un four. Le four est constitué d'un filament en tungstène contraint sous forme de spirale au sein duquel sont déposées une ou plusieurs

pépites de Strontium métallique³. Un passage de courant compatible ultra-vide est utilisé pour alimenter le filament en courant. Le chargement du four est une opération délicate puisque le Strontium métallique s'oxyde au contact de l'air en quelques minutes : nous utilisons donc une boîte à gant afin de procéder à cette opération dans une atmosphère inerte d'Argon.

Un four similaire existe et fonctionne sur l'expérience "macro-piège" et donne des résultats satisfaisants pour un courant de fonctionnement de l'ordre de 1.1 A [Removille 09]. Or nous n'avons jamais pu observer de Strontium avec des courants aussi bas dans notre four. De plus, à puissance dissipée dans le four équivalente, le filament apparaît comme extrêmement brillant, ce qui n'est pas le cas dans l'expérience "macro-piège". La figure 8.2 présente la résistance $R = U/I$ du filament mesurée ainsi que la puissance dissipée dans le four $P = UI$ en fonction du courant I , pour une rampe lente de variation du courant (jusqu'à 1.6 A, < 0.1 mA/s), de manière à être en régime thermique stationnaire à chaque instant. U est la

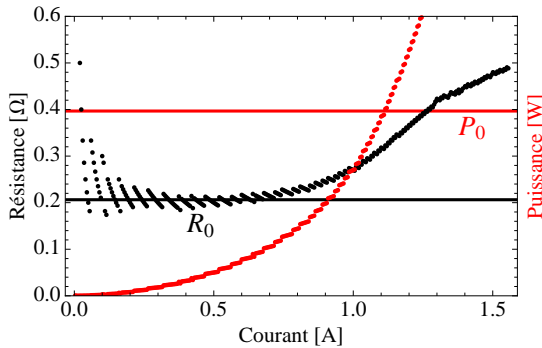


FIGURE 8.2 – Caractérisation du four en fonction de l'augmentation lente et progressive du courant, par pas de 1 mA toutes les 120 s. Courbe noire : résistance. Courbe rouge : puissance dissipée dans le filament. La ligne noire horizontale indique la valeur de la résistance du filament à $T \simeq 300$ K, $R_0 \simeq 0.21 \Omega$. La ligne rouge horizontale indique la valeur de la puissance dissipée dans l'expérience "macro-piège" lorsque les premiers ions sont observés $P_0 \simeq 400$ mW.

tension mesurée aux bornes du filament. La variation de résistance en fonction du courant s'explique par l'échauffement du filament du aux pertes par effet Joule : la résistivité du tungstène varie avec la température selon la loi empirique :

$$\rho(T) = \rho_0 \left(1 + \frac{T - T_0}{T_1} + \frac{(T - T_0)^2}{T_2^2} \right), \quad (8.1)$$

où ρ_0 est la résistivité à $T_0 = 300$ K, $T_1 = 220(1)$ K et $T_2 = 1.46(3) \times 10^3$ K. Un modèle simple permet d'estimer la température (et donc la résistance) en fonction du courant : en supposant que le filament gagne de l'énergie par effet Joule et perd de l'énergie par le rayonnement du corps noir et par thermalisation avec les fils d'amenée du courant, en régime stationnaire, le bilan des flux d'énergie impose alors :

$$\frac{L}{\pi r^2} \rho(T) I^2 = 2\pi r L \sigma (T^4 - T_0^4) + \kappa (T - T_0), \quad (8.2)$$

où L est la longueur du filament, r son rayon, κ la conductivité thermique caractérisant le contact avec les fils et $\sigma \simeq 5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ est la constante de Stéfán. Le filament utilisé est caractérisé par $L = 5$ cm et $r = 0.5$ mm, et à partir des données on estime $\kappa \simeq 1.7 \times 10^{-3} \text{ W/K}$: la puissance est alors essentiellement dissipée par rayonnement et la

3. pépites de Strontium métalliques, pureté de 99.9%, vendues par Sigma-Aldrich (<http://www.sigmaaldrich.com>) dans des ampoules en atmosphère inerte.

courbe $R(I)$ permet d'estimer, en inversant l'équation (8.1), la température du filament. Les premiers ions sont observés pour un courant de $I \sim 1.61$ A et une résistance de $R \sim 0.5 \Omega$, soit une température du filament de $T \sim 600$ K, en bon accord avec une mesure directe à l'aide d'un pyromètre.

8.2 Sources de tension

En parallèle de la fabrication des pièges en salle blanche, le dispositif de piégeage d'ions a été caractérisé à l'aide d'un piège de Paul linéaire macroscopique, utilisé auparavant sur l'expérience "macro-piège" et décrit dans la thèse [Removille 09]. Ce piège a été utilisé pour confiner de petits nombres d'ions (≤ 10) afin de développer les techniques expérimentales nécessaires à l'investigation des caractéristiques de piégeages des pièges micro-fabriqués.

8.2.1 Piège macroscopique

Nous rappelons ici brièvement les caractéristiques de ce piège de Paul linéaire, présenté à la figure 8.3. Le piège est constitué de quatre barreaux cylindriques en cuivre sans oxygène

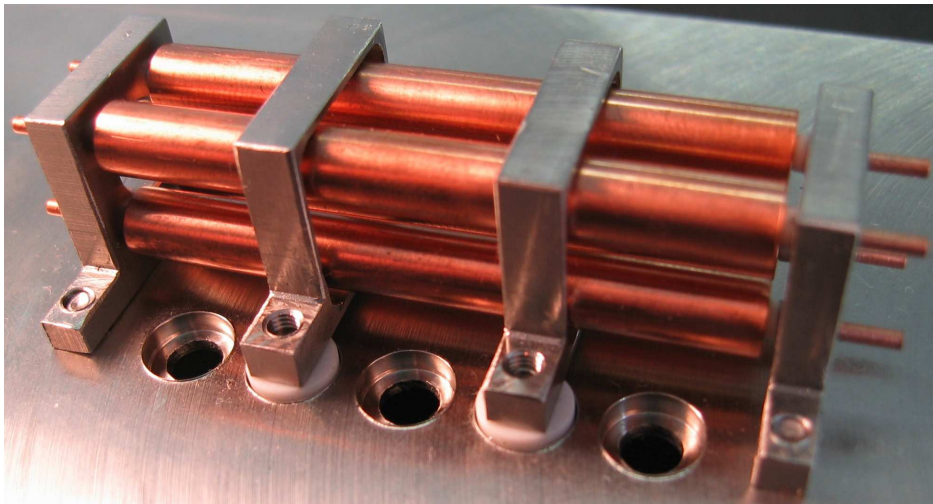


FIGURE 8.3 – Piège de Paul macroscopique utilisé dans cette thèse pour calibrer le montage expérimental, en régime de piégeage d'ion unique.

(OFHC *Oxygen-Free High thermal conductivity Copper*) de rayon $r_0 \simeq 3.2$ mm et de longueur 60 mm, maintenus à leur extrémité par deux pièces en Macor®⁴. Les électrodes "endcap" sont des anneaux en acier inoxydable de forme carrée séparés de 40 mm. La distance entre le centre du piège et la surface des barreaux en cuivre est de $d = 1.3$ mm. Afin de supprimer l'oxyde de cuivre (isolant) natif présent à la surface des électrodes de cuivre, celles-ci sont brièvement immergées dans un bain d'acide chlorhydrique (dilué à 6 %) avant l'assemblage et la mise sous vide du piège.

4. Céramique isolante et usinable, compatible ultra-vide et disponible, par exemple, chez le distributeur Sceram (<http://www.sceram.com>).

8.2.2 Tensions de piégeage

La tension radio-fréquence typique de fonctionnement du piège macroscopique est de l'ordre de 300 V d'amplitude à 5.65 MHz. Cette tension est obtenue au moyen d'une chaîne d'amplification : un générateur basse fréquence est utilisé pour générer une sinusoïde à 5.65 MHz de faible puissance (faible amplitude), typiquement entre -10 et 0 dBm. Ce signal est envoyé en entrée d'un amplificateur large bande de 10 W qui restitue en sortie une sinusoïde de même fréquence et de forte puissance (gain $+30$ dBm). Enfin, un circuit résonnant constitué de deux bobines toriques couplées (circuit primaire avec $N = 3$ spires et secondaire avec $N' = 36$) amplifie cette tension. La sortie du résonateur est couplée à deux électrodes du piège, les autres électrodes étant portées à une tension constante. Sur chacune des quatre électrodes cylindriques il est possible d'ajouter une tension statique indépendante afin de pouvoir compenser d'éventuels champs électriques parasites, comme représenté sur le circuit schématisé de la figure 8.4. La chaîne d'amplification est étalonnée à l'aide de deux sondes de tension

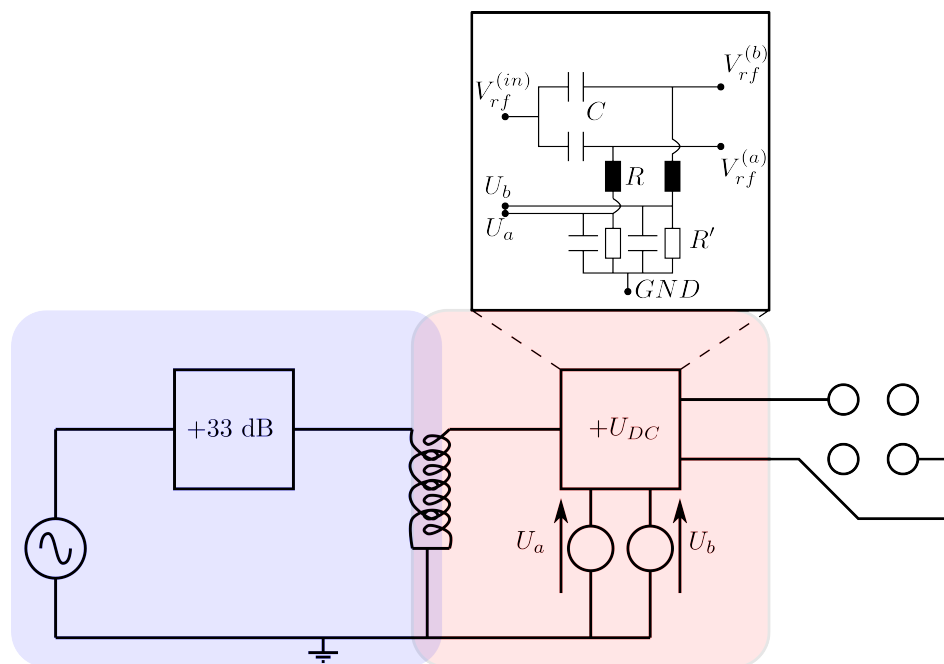


FIGURE 8.4 – Chaîne de génération de la tension radio-fréquence de piégeage et circuit d'ajout d'une tension d'offset. C : capacité haute tension (100 V) de 10 nF. R : résistance haute tension (3500 V) de 1 M Ω . R' : résistance basse tension de 1 k Ω .

afin de déterminer la fréquence de résonance et de contrôler les valeurs des deux tensions radio-fréquence $V_{rf}^{(a)}$ et $V_{rf}^{(b)}$ sur un oscilloscope. Par la suite, une seule sonde est utilisée, en sortie de la bobine pour contrôler la valeur de la tension radio-fréquence. La figure 8.5 présente le résultat de cet étalonnage. Dans cette configuration la fréquence de résonance est de 5.66 MHz et la gamme d'amplitude de tension accessible s'étend jusqu'à environ 670 V. La pureté du signal radio-fréquence obtenu est caractérisée à l'aide d'un oscilloscope en mesurant le poids des harmoniques à $n\Omega_{rf}$, qui sont atténuées d'au moins -50 dB. Ces paramètres conviennent à la mise en œuvre d'un piège macroscopique mais le circuit résonnant devra être adapté pour les pièges surfaciques où la fréquence de résonance souhaitée est de l'ordre de

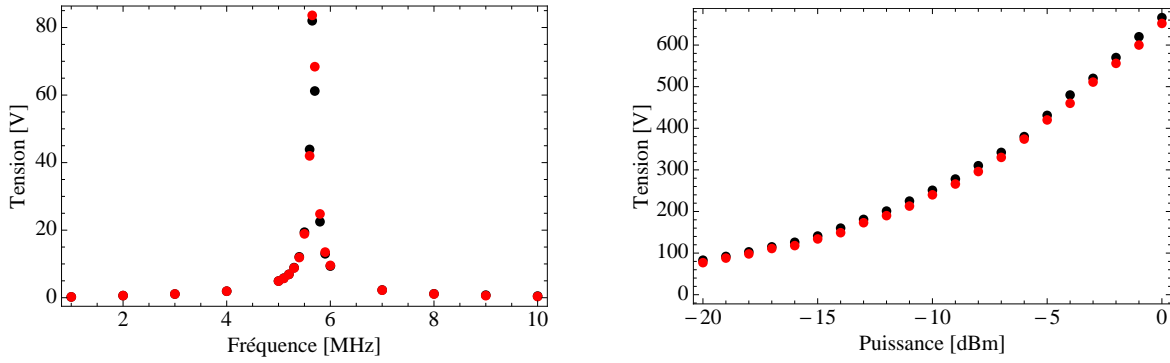


FIGURE 8.5 – Les points noirs (resp. rouge) correspondent à la tension $V_{rf}^{(a)}$ (resp. $V_{rf}^{(b)}$) mesurée. La figure de droite montre la courbe de résonance en fonction de la fréquence, la fréquence de résonance expérimentalement mesurée sur les deux voies est de $\Omega_{rf} = 2\pi \times 5.66$ MHz (écart de moins de 10 kHz). La figure de gauche présente la courbe de tension en fonction de la puissance fixée sur le générateur basse fréquence. L'écart relatif entre l'amplitude des deux tensions mesurées est inférieure à 7% sur la gamme de puissance présentée.

20 MHz (pour une amplitude de 200 V), comme détaillé à la section 6.1.2.

Etant donné les tensions importantes appliquées sur les électrodes radio-fréquence, les couplages capacitifs entre les différentes électrodes transfèrent une part non négligeable de cette tension sur les électrodes de contrôle “statiques”. Afin de réduire cet effet, à la fois pour protéger les sources de tension et limiter les déformations du potentiel de piégeage, des filtres RC ($R = 1.5$ k Ω et $C = 100$ nF) ont été installés sur les électrodes de contrôle.

Les tensions sur les électrodes “end-cap” sont fournies par une alimentation stabilisée PS325⁵, permettant d'appliquer des tensions entre 0 V et 1500 V, avec un bruit inférieur à 100 mV_{rms}. Ces tensions relativement élevées sont nécessaires dans ce macro-piège, les électrodes “end-cap” étant partiellement écrantées par les électrodes radio-fréquence.

8.2.3 Compensations des champs statiques

Les champs électriques parasites statiques déplacent la position d'équilibre des ions dans le piège qui ne coïncide alors plus avec le minimum du pseudo-potentiel. Le mouvement des ions présente alors un excès de micro-mouvement qui peut réduire notablement les performances du refroidissement laser. Par ailleurs pour obtenir un refroidissement efficace, le champ magnétique doit être soigneusement contrôlé afin d'éliminer⁶ les états “noirs”, superposition des sous niveaux Zeeman du niveau métastable $D_{3/2}$, non couplés au laser “re-pompeur” sur la transition $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ [Berkeland 02].

5. Stanford Research Systems (<http://www.thinksrs.com>)

6. D'autres techniques permettent d'obtenir le même effet, notamment une modulation rapide de la polarisation du laser re-pompeur, par un modulateur électro-optique.

Electrique

Les tensions de compensation sont obtenues en sortie d'une carte analogique PCI-DAC6703⁷, dotée de 16 sorties analogiques, capables de délivrer une tension dans la gamme -10 V à $+10\text{ V}$, avec une résolution de 1 mV . Cette carte est montée dans un ordinateur de contrôle de l'expérience, tournant sous une distribution Debian Linux et est pilotée via la librairie de contrôle d'interface Comedi⁸. Cette librairie offre un environnement de développement standardisé avec des fonctions d'entrée/sortie pour contrôler les sorties de la carte, et une structure de pilote de carte d'acquisition. La carte PCI-DAC6703 n'étant pas nativement supportée pas Comedi nous avons adapté le pilote d'une carte semblable (PCI-DAS1602) aux spécificités de cette carte, ce qui permet de contrôler les 16 sorties analogiques et les 8 sorties numériques de la carte.

Magnétique

Le champ magnétique au voisinage du centre du piège peut être contrôlé par trois paires de bobines. Les bobines en fil de cuivre émaillé sont directement enroulées autour de la structure de l'enceinte, au niveau des supports cylindriques des hublots. Dans le plan horizontal les bobines comportent 50 spires, pour un diamètre de 41 mm et une distance entre les bobines de 75 mm . Sur l'axe vertical, les bobines comportent 20 spires, pour un diamètre de 64 mm et une distance inter-bobines de 51 mm . Dans cette configuration il est possible de contrôler séparément le champ magnétique au voisinage du centre du piège en obtenant des champs de l'ordre de 2 Gauss pour 1 A circulant dans les bobines, mesurés à l'aide d'une sonde de champ magnétique lors de l'installation de l'enceinte. Les courants sont générés à partir d'une alimentation HM7044⁹ à quatre sorties, capable de produire jusqu'à 3 A de courant (et jusqu'à 96 W) sur chaque sortie.

8.3 Sources laser

Les sources lasers utilisées dans cette thèse pour le refroidissement des ions $^{88}\text{Sr}^+$ sont décrites dans la thèse [Removille 09] et sont partagées entre les expériences "macro-piège" et "micro-piège". Nous rappelons ici brièvement le montage utilisé en insistant sur la partie "micro-piège". Le laser de photo-ionisation fera l'objet d'une présentation plus détaillée, une amélioration des performances de ce dispositif ayant été mise en œuvre au cours de cette thèse, avec l'installation d'une source dédiée commerciale.

Nous présentons tout d'abord le laser de refroidissement à 422 nm , puis le laser "re-pompeur" à 1092 nm , pour enfin finir par le laser de photo-ionization.

8.3.1 Laser de refroidissement

Présentation

Le laser de refroidissement est une diode sur réseau en cavité étendue, modèle DL100, fabriquée par Toptica¹⁰, mono-mode et capable d'émettre jusqu'à 10 mW à 422 nm . La fréquence de la diode est finement ajustée par un réglage en température et par le contrôle de

7. Measurement Computing (<http://www.mccdaq.com>).

8. <http://www.comedi.org>

9. de marque HAMEG (<http://www.hameg.com>)

10. <http://www.toptica.com>

la cavité étendue au moyen d'un composant piézo-électrique. La diode est refroidie par une plaque à effet Peltier couplée à un circuit d'eau froide. La température de fonctionnement de la diode est de $T = 18\text{ }^{\circ}\text{C}$, pour un courant de $I = 71.7\text{ mA}$. Comme présenté sur la

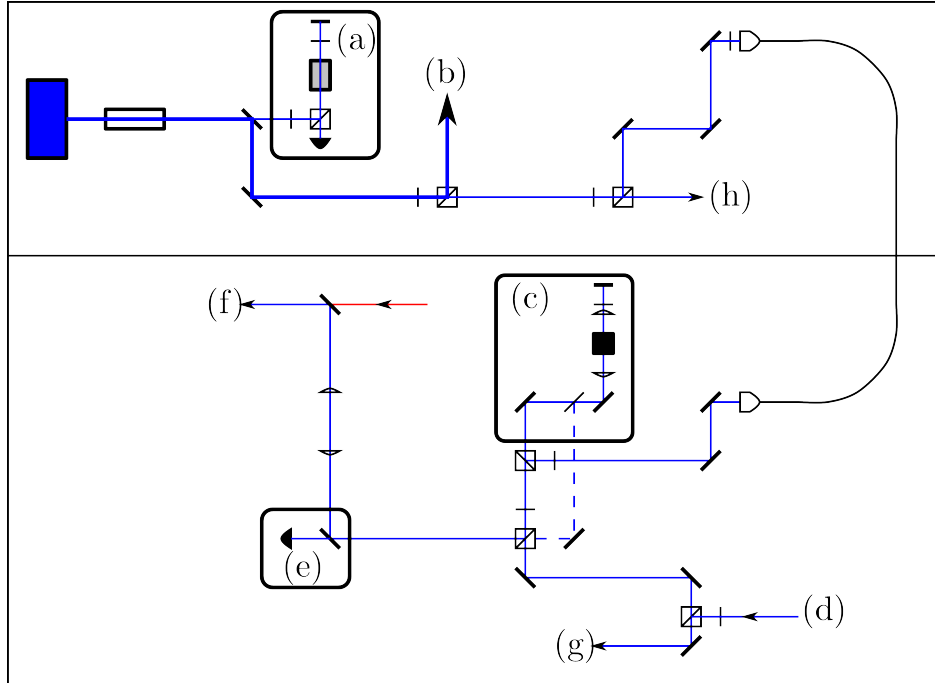


FIGURE 8.6 – Schéma de principe du montage optique de la diode à 422 nm. (a) : cellule de Rubidium en montage d’absorption saturée servant à l’asservissement de la diode. (b) : voie dédiée à l’expérience “macro-piège”. (c) : contrôle de la fréquence du laser, réalisé par un modulateur acousto-optique en double passage. (d) : arrivée du laser de photo-ionisation, superposé au laser de refroidissement sur un cube séparateur de polarisations. (e) : contrôle de la stabilité en puissance du laser de refroidissement sur une perte d’un miroir. (f) : ligne de refroidissement de l’axe longitudinal du “macro-piège”, le laser “re-pompeur” est superposé au faisceau. (g) : ligne de refroidissement transverse et de photo-ionisation. (h) : fuite vers cavité de référence.

figure 8.6, la sortie de la diode est injectée dans un isolateur optique, qui évite les retours de faisceaux pouvant déstabiliser la diode (transmission $\sim 80\%$, isolation $\geq 30\text{ dB}$), une partie du faisceau (perte sur un miroir en transmission) est prélevée pour l’asservissement de la longueur d’onde sur une référence atomique, et enfin la puissance est partagée entre plusieurs voies, dont une dédiée à notre expérience.

La faisceau est alors injecté dans une fibre mono-mode à maintien de polarisation, avec un couplage de l’ordre de 50%, limité par la forme du mode spatial de la diode. Une lame-demi-onde située avant le coupleur permet d’aligner la polarisation du laser sur un axe propre de la fibre. Ce degré de liberté s’est avéré être crucial pour limiter les fluctuations de polarisation en sortie de la fibre, dues aux vibrations mécaniques et dérives thermiques dans la pièce.

Asservissement

L'ion strontium possède la particularité d'avoir une coïncidence quasi-parfaite ($\Delta = -440$ MHz) entre les fréquences optiques de sa transition $5s S_{1/2} \rightarrow 5p P_{1/2}$ et la transition $5s S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 6p P_{1/2}(F' = 3)$ de l'atome ^{85}Rb [Madej 98]. La diode laser est donc asservie sur un signal d'absorption saturée dans une ampoule de Rubidium chauffée (figure 8.6 (a)). La fréquence de la diode est modulée par une tension sinusoïdale (11 kHz) appliquée sur la cale piézo-électrique de sa cavité étendue. Une détection synchrone démodule alors le signal d'absorption saturée à cette fréquence ce qui permet d'obtenir un signal d'asservissement qui, converti en une tension appropriée permet de rétro-agir sur la cale piézo-électrique. Cette asservissement permet de stabiliser la fréquence de la diode sur celle de la transition considérée de l'atome ^{85}Rb .

Contrôle

La fréquence ν_{Rb} de la diode étant asservie sur une référence atomique, il est nécessaire d'utiliser un modulateur acousto-optique pour décaler la fréquence du laser et contrôler le désaccord à la transition de refroidissement de l'ion $^{88}\text{Sr}^+$. Le décalage à compenser étant de 440 MHz, nous utilisons un modulateur acousto-optique fonctionnant à 220 MHz en double passage avec un montage en "œil de chat". Le modulateur acousto-optique consiste en un cristal traversé par le faisceau focalisé (dans notre cas par une lentille $f = 200$) dans lequel une onde sonore est injectée via la vibration d'un actuateur piézo-électrique. Pour environ 1 W de puissance électrique, l'onde progressive résultante crée une modulation périodique de l'indice du cristal qui agit comme un réseau de diffraction pour le faisceau incident : le faisceau diffracté dans le premier ordre voit donc sa fréquence augmenter de la fréquence de l'onde sonore, ν_s . En rétro-réfléchissant ce faisceau diffracté, et après double passage dans une lame quart d'onde correctement alignée, on obtient alors un faisceau diffracté deux fois, de fréquence :

$$\nu_{422} = \nu_{\text{Rb}} + 2\nu_s, \quad (8.3)$$

colinéaire avec le faisceau incident et de polarisation orthogonale. Un cube séparateur de polarisation permet alors à la fois d'injecter le faisceau incident et de séparer le faisceau utile, à la fréquence ν_{422} .

L'efficacité globale du système est de l'ordre de 60%, et l'optimisation de la puissance doublement (aller et retour) diffractée dans l'ordre +1 s'effectue par le réglage de l'angle entre le modulateur et le faisceau incident. Dans notre configuration, un miroir prélève aussi le retour non diffracté de l'ordre +1, de fréquence : $\nu'_{422} = \nu_{\text{Rb}} + 2\nu_s$, ce qui permet d'avoir un faisceau très désaccordé en dessous de la transition de refroidissement et donc plus efficace pour des ions "chauds". Le dispositif utilisé permet de diffracter efficacement le faisceau pour des valeurs de ν_s entre 170 MHz et 250 MHz, ce qui permet d'explorer des désaccords relatifs (Δ , exprimé en fréquence angulaire) à la transition de refroidissement de l'ordre de :

$$-5\Gamma \leq \Delta \leq 3\Gamma. \quad (8.4)$$

Le pilote du modulateur acousto-optique permet de choisir finement la fréquence et la puissance de l'onde sonore, soit par un réglage manuel, soit par une tension de contrôle entre 0 V et 10 V. Deux sorties de la carte de contrôle PCI-DAC6703 présentée à la section 8.2.3 sont dédiées à cet usage, ce qui permet de régler la puissance et la fréquence du faisceau de refroidissement, après avoir étalonné le système de contrôle, dans sa zone de réponse linéaire.

8.3.2 Laser re-pompeur

Présentation

Le laser re-pompeur est un laser à fibre (fibre dopée par des ions Ytterbium) commercial Adjustik (modèle TRAdY10PztSPm) fabriqué par Koheras¹¹. Ce laser délivre une puissance d'environ 10 mW et sa longueur d'onde peut être choisie par un réglage grossier en température et un réglage fin contrôlé par une cale piézo-électrique. Le schéma présenté à la figure 8.7 montre le dispositif employé pour mettre en forme et contrôler le faisceau "re-pompeur".

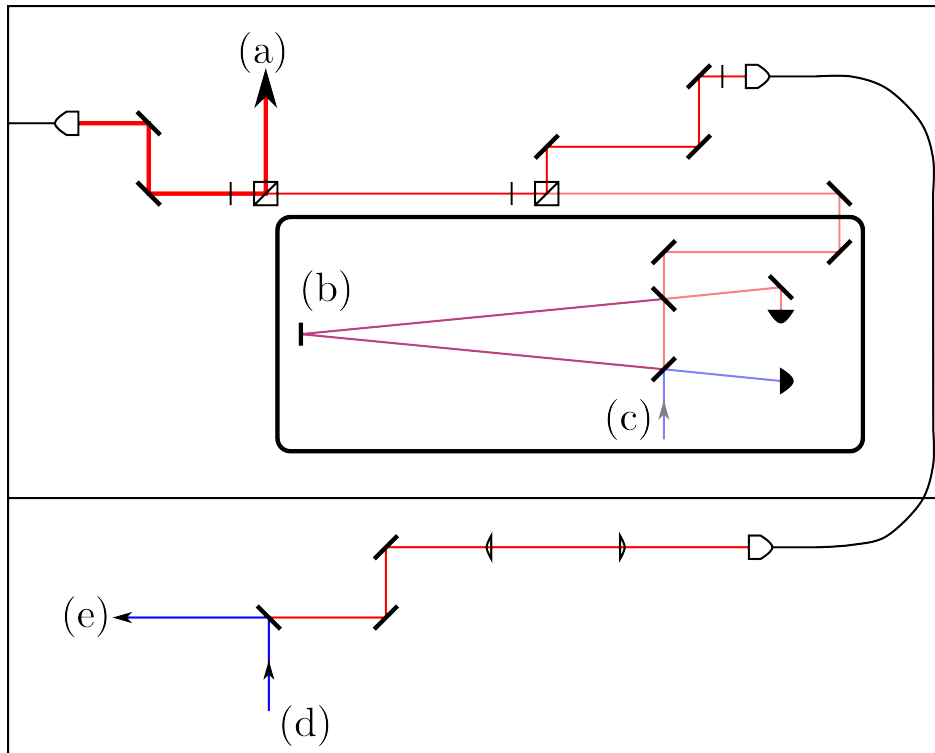


FIGURE 8.7 – Schéma de principe du montage optique du laser "re-pompeur". (a) : voie dédiée à l'expérience macro-piège. (b) : cavité en anneau doublement résonante. (c) : référence du laser bleu (fuite (h) de la figure 8.6). (d) : laser de refroidissement. (e) : laser de refroidissement et "re-pompeur" superposés et alignés sur l'axe longitudinal du piège.

Asservissement

Nous utilisons une cavité de référence pour contrôler les dérives de fréquence du laser re-pompeur et éventuellement asservir sa fréquence. Cette cavité en anneau (figure 8.7 (b)) est constituée de deux miroirs plans et d'un miroir sphérique de focale (~ 1.0 m) montée sur une translation piézo-électrique. Les miroirs sont réfléchissants à la fois à 422 nm et à 1092 nm, la cavité est donc doublement résonante : il est donc possible d'observer lors d'un balayage de la cavité les pics de transmission du laser "re-pompeur" et de la diode de refroidissement.

11. <http://www.koheras.com>

La position relative des pics entre les deux lasers permet de contrôler les dérives de fréquence du “re-pompeur” la fréquence de la diode étant asservie.

De plus, comme la fréquence de la diode est fixée, il est possible d’asservir la longueur de la cavité sur un pic de transmission de la diode, pour ensuite asservir la fréquence du re-pompeur (ce qui est possible si les pics de transmission des deux lasers sont en coïncidence). En pratique, les dérives du laser “re-pompeur” étant lentes par rapport à la durée de nos expériences nous utilisons la cavité comme simple référence de fréquence, sans chercher asservir le laser “re-pompeur”.

Contrôle

La fréquence du laser “re-pompeur” peut être contrôlée via la tension appliquée sur la cale piézo-électrique entre 0 V et 150 V, fournie par une alimentation haute tension¹² dont la sortie est proportionnelle à une commande d’entrée entre 0 V et 10 V. La fréquence est donc contrôlée par une sortie de la carte PCI-DAC6703, décrite à la section 8.2.3.

8.3.3 Laser de photo-ionisation

Présentation

Deux dispositifs de photo-ionisation ont été utilisés dans cette thèse, d’une part une cavité Titane-Saphire prêtée par le laboratoire d’optique et biosciences de l’Ecole Polytechnique, décrite dans la thèse [Removille 09] et d’autre part une solution commerciale : un laser Titane-Saphire modèle Tsunami® fabriqué par Spectra-Physics¹³. Ces oscillateurs femtosecondes privilégient un mode de fonctionnement impulsional en introduisant des pertes qui défavorisent les modes continus. A ce titre plusieurs éléments sont utilisés :

- le cristal de Titane-Saphire est un milieu à large gain, capable d’amplifier toutes les composantes spectrales d’une impulsion, étalées sur plusieurs nanomètres,
- une paire de prismes est utilisée pour compenser la dispersion de la vitesse de groupe de l’impulsion lors de la propagation,
- à partir d’une certaine intensité seuil, l’auto-focalisation par effet Kerr dans le cristal de Titane-Saphire stabilise la propagation du mode impulsional : c’est le verrouillage de mode “magique”,
- un modulateur acousto-optique synchronisé avec le taux de répétition du laser force un fonctionnement impulsional en introduisant des pertes modulées dans le temps.

De plus une fente réglable dans la cavité permet de choisir la longueur d’onde et le spectre des impulsions. La cavité Titane-Saphire est pompée par un système laser produisant nominalelement 9.1 W à 532 nm. En optimisant la cavité il est possible d’obtenir jusqu’à 1.5 W en puissance moyenne à 860 nm avec des durées d’impulsion¹⁴ de 60 fs et un spectre de 15 nm à mi-hauteur.

12. de marque Thorlabs, modèle MDT693A.

13. <http://www.newport.com>

14. les durées d’impulsion ont été mesurées par le constructeur lors de l’installation du laser à l’aide d’un auto-corrélateur placé directement en sortie du laser. Ne disposant pas d’un tel équipement, nous nous basons sur la largeur à mi hauteur du spectre pour caractériser les impulsions au quotidien.

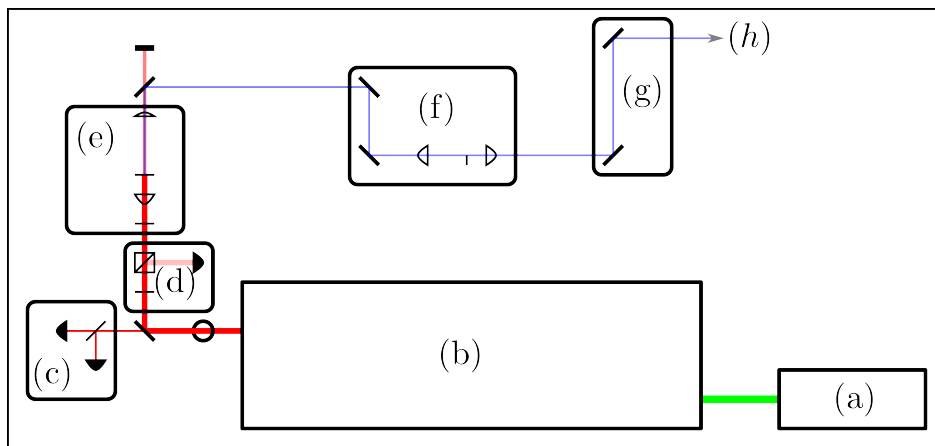


FIGURE 8.8 – Schéma de principe du montage optique du laser de photo-ionisation. (a) : laser de pompe, 9.1 W à 532 nm. (b) : cavité Titane-Saphire femtoseconde, 1.5 W à 860 nm. (c) : sur une perte d'un miroir, contrôle du train d'impulsions avec une photodiode rapide et du spectre des impulsions (spectromètre à fibre). (d) : une lame demi onde, un cube séparateur de polarisation et un mesureur de puissance à tête thermique permettent de régler la puissance. (e) : dispositif de doublage : une lame demi-onde permet d'aligner la polarisation du laser avec un axe propre du cristal mince sur lequel est focalisé (lentille de focale 25 mm) le laser, le faisceau bleu produit est collecté par une lentille (de focale 100 mm). (f) : correction des dérives de pointé, mise en forme du faisceau et obturateur contrôlé par un électro-aimant. (g) : réglage de l'alignement du laser de photo-ionisation, envoyé sur le montage "micro-piège" (h), correspondant à l'entrée (d) de la figure 8.6.

Doublage

Du fait de l'intensité crête élevée des laser impulsionnels, les montages de doublage de fréquence sont relativement efficaces et simples à mettre en œuvre. De plus, afin de conserver la forme temporelle des impulsions il est nécessaire d'utiliser des cristaux courts, pour lesquels la condition d'accord de phase est peu contraignante. L'utilisation d'un laser femtoseconde peut réserver quelques surprises : en effet la nature dispersive des éléments d'optique utilisés, absolument négligeable pour les faisceau continu, est susceptible de modifier la durée des impulsions et donc d'affecter l'efficacité des processus non-linéaires tels que le doublage de fréquence où la photo-ionisation. Dans notre montage, le faisceau traverse un cube séparateur de polarisation épais (20 mm) avant et après le doublage, ce qui n'est pas sans effet sur la durée des impulsions. A ce stade de l'expérience il est cependant plus pratique de pouvoir régler la puissance incidente (premier cube) et de combiner le laser de photo-ionisation avec le laser de refroidissement (deuxième cube). En principe l'effet dispersif de ces éléments d'optique peut être pré-compensé par l'utilisation d'une ligne de compression d'impulsions. Avec le montage exposé sur la figure 8.8, dans lequel un cristal mince de BIBO ($500 \mu\text{m}$) est utilisé pour le doublage, jusqu'à 250 mW de puissance moyenne à 431 nm peuvent être obtenus, pour un spectre de 10 nm à mi-hauteur, comme présenté sur la figure 8.9. En pratique, nous utilisons

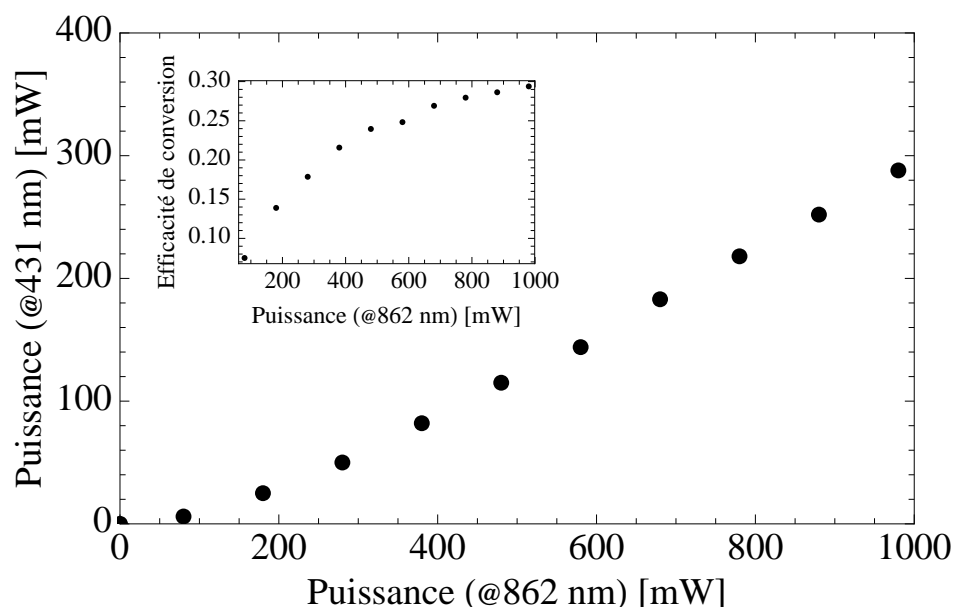


FIGURE 8.9 – Caractérisation de l'efficacité du doublage du laser de photo-ionisation, en fonction de la puissance de pompe, pour des impulsions de largeur de spectre à mi-hauteur de 10 nm. L'encart présente l'efficacité du processus (rapport des puissances en entrée et en sortie) qui doit être linéaire pour un processus quadratique comme le doublage. En pratique des effets limitent l'efficacité du processus, comme la déplétion de la pompe, qui ne peut être négligée, vu les rendements obtenus, de l'ordre de 30%.

le laser de photo-ionisation dans un régime où la puissance moyenne est de l'ordre de 40 mW, ce qui suffit pour charger un ion en quelques secondes dans le piège. Lors du montage du doublage, nous avons obtenu jusqu'à 500 mW de faisceau utile à 431 nm, pour des impulsions plus courtes (largeur du spectre à mi hauteur de 15 nm) et en limitant les effets dispersifs,

comme détaillé ci-dessous.

Doublage d'un laser femtoseconde

Le doublage d'un laser au moyen d'un cristal non linéaire est un processus quadratique *a priori* déterminé par le coefficient non linéaire du cristal, $\chi^{(2)}$, et l'intensité du champ. Pour un laser en régime impulsional, l'intensité crête est considérable et le doublage peut donc être très efficace. En pratique la durée des impulsions est aussi un paramètre important. En effet l'intensité crête est proportionnelle à l'inverse de la durée des impulsions, et est donc d'autant plus faible que les impulsions sont longues. A chaque composant optique placé sur le trajet du faisceau, la variation d'indice dépendant de la longueur d'onde, des effets dispersifs peuvent allonger la durée de l'impulsion, toutes les fréquences ne se propageant pas à la même vitesse (dispersion de la vitesse de groupe).

En particulier les miroirs composés d'un empilement de plusieurs diélectriques induisent une dispersion : il est donc nécessaire, en absence de techniques de compression d'impulsion de limiter le nombre de miroirs sur le trajet du faisceau. Une solution, dans le cas où la durée des impulsions est critique, consiste à utiliser des miroirs métalliques, par exemple en argent protégé. Néanmoins ces miroirs réfléchissent moins que les miroirs diélectriques : il faut alors trouver un compromis entre dispersion de l'impulsion et perte de puissance.

Nous avons cherché à savoir si nous sommes limités par la dispersion dans notre expérience en comparant l'optimum atteint pour le dou-

blage avec plusieurs jeu de miroirs. Le tableau 8.1 présente une synthèse des mesures réalisées, avec un montage minimal : en sortie de l'oscillateur deux miroirs ($M1$ et $M2$) corrigent la hauteur du faisceau et un troisième ($M3$) permet d'optimiser le doublage, réalisé en focalisant le faisceau ($f = 25$ mm) sur un cristal BIBO ($500 \mu\text{m}$ d'épaisseur). Le faisceau doublé est collecté par une lentille ($f = 100$) et l'infrarouge est filtré par deux miroirs haute réflectivité à 431 nm. En sortie du laser, la puissance mesurée est de 1.5 W, pour une largeur de spectre à mi hauteur de 15 nm.

La valeur maximale pour la puissance à 431 nm est obtenue avec la combinaison de trois miroirs Casix. Le meilleur rendement est obtenu avec la combinaison de deux miroirs Argent et un Casix. Le fait que la combinaison de deux miroirs Thorlabs avec un Casix donne de meilleurs résultats que l'utilisation de trois miroirs Thorlabs semble indiquer que les dispersions de ces deux miroirs ont des signes opposés et se compensent dans une certaine mesure. Enfin la gamme de miroirs de marque Thorlabs testée ici (non optimisée pour les impulsions ultra-brèves) semble être la plus défavorable en terme de dispersion d'impulsion. Les miroirs de marque Casix (bien que non optimisés pour les impulsions ultra-brèves) ont été utilisés en priorité sur le montage final du laser de photo-ionisation.

$M1$ & $M2$	$M3$	P (mW)	η (W^{-1})
Argent	Thorlabs	237	0.18
Thorlabs	Thorlabs	272	0.14
Argent	Casix	437	0.33
Thorlabs	Casix	477	0.25
Casix	Casix	503	0.25

TABLE 8.1 – Test des effets dispersifs dans le doublage de l'oscillateur femtoseconde. P : puissance mesurée à 431 nm après le cristal. η : rendement du doublage en W^{-1} . Les miroirs Thorlabs et Casix sont deux types de miroirs diélectriques conçus pour travailler à 860 nm, à incidence 45° .

Notons que ces valeurs sont dans la gamme de celles proposées lors de l'étude théorique du processus de photo-ionisation (3.2.3) pour observer des probabilités d'ionisation par impulsion de l'ordre de quelques pour-cent, à condition de focaliser le faisceau sur $2 \mu\text{m}$ (taille à $1/e^2$). Ce résultat est donc d'importance pour l'expérience "macro-piège" où l'objectif est de charger un grand nombre d'ions, de l'ordre de $\sim 10^6$. Pour optimiser encore l'efficacité de doublage, il est possible d'utiliser un dispositif pour pré-compenser la dispersion de vitesse de groupe due aux miroirs.

8.4 Imagerie

Le refroidissement des ions résulte en une émission spontanée d'un grand nombre de photons de fluorescence, permettant de visualiser les ions et de mesurer leurs propriétés, comme par exemple la dynamique de refroidissement ou un signal de sauts quantiques. Lorsqu'il est question de détecter un petit nombre d'ions, il est nécessaire d'apporter un soin particulier à l'objectif de collection, de manière à augmenter le rapport signal à bruit, en gardant une bonne résolution. Dans cette section nous présentons donc l'objectif conçu et mise en place pour satisfaire aux contraintes de l'observation des ions, ainsi que les deux détecteurs conjointement utilisés pour observer les ions : une caméra EMCCD (*Electron Multiplying Charge Coupled Device*) et un PMT (*Photo-Multiplier Tube*).

8.4.1 Objectif

Contraintes

Les principales contraintes prises en compte pour réaliser cet objectif ont été :

- collecter le maximum de fluorescence,
- limiter la lumière parasite,
- la simplicité de réglage.

Le hublot permettant de collecter la fluorescence des ions a un diamètre utile de 49 mm, l'entrée de l'objectif sera donc au format $2''$. Afin de limiter la lumière parasite, le système est monobloc et possède un dispositif de filtrage spatial sur une image relais. Enfin, puisque l'enceinte expérimentale est amenée à accueillir de nombreux pièges pour des tests, le système doit être facilement réglable à l'aide de translations micro-métriques.

Réalisation

Le schéma de l'objectif développé et utilisé dans cette thèse est présenté à la figure 8.10. Cet objectif est monté dans un système de tubes rigides et opaques fabriqués par Thorlabs dont l'intérieur est fileté, de manière à pouvoir les assembler et à fixer les éléments d'optique par des anneaux de serrage. Les tubes utilisés sont ajourés, avec un cache amovible, ce qui permet de régler finement la position de lentilles *in situ*.

Une première lentille, travaillant en conjugaison foyer-infini collecte la fluorescence des ions. Celle ci est focalisée sur une image relais par une lentille identique, avec un grandissement proche de l'unité. Un diaphragme réalise un filtrage spatial dans le plan de l'image relais. Il est monté sur un support autorisant un contrôle fin de sa position dans le plan. La position de la seconde lentille permet de faire coïncider le plan objet avec le plan du diaphragme. Une troisième lentille fait l'image du diaphragme en conjugaison foyer-infini. Un miroir renvoie l'axe de l'objectif à l'horizontale. Le système se divise alors en deux voies : la voie transmise

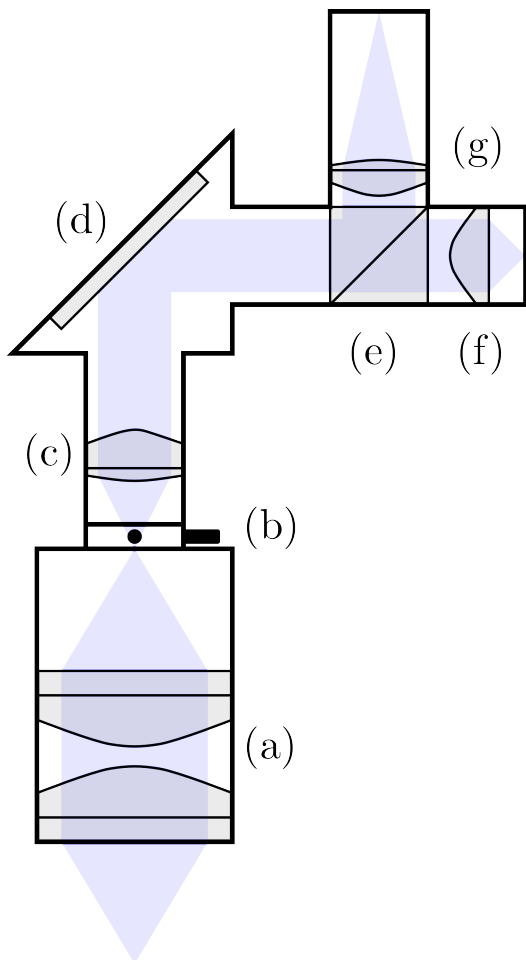


FIGURE 8.10 – Schéma de l'objectif d'imagerie. (a) : couple de doublet achromatique (Thorlabs : AC508-075-A $\varnothing = 50.8$ mm, $f = 75$ mm). (b) : support avec micro-contrôle en translation permettant de positionner un diaphragme $\varnothing = 150$ μm . (c) : doublet achromatique ($\varnothing = 25.4$, $f = 20$ mm). (d) : miroir haute réflectivité à $\lambda = 422$ nm ($\varnothing = 50.8$ mm), monté sur un support à deux réglages. (e) : séparateur de faisceau. (f) : lentille de focalisation sur le PMT ($f = 25$ mm). (g) : doublet de focalisation sur la caméra (Thorlabs : AC-254-100-A $f = 100$ mm).

est focalisée par une lentille simple de courte focale sur la surface active du PMT. La voie réfléchiée est elle focalisée par un doublet achromatique sur le capteur de la caméra EMCCD, avec un grandissement de l'ordre de 2.5.

Les éléments d'optiques choisis sont des doublets achromatiques, ce qui permet de limiter les aberrations chromatiques mais aussi, par leur forme optimisée, les aberrations sphériques. L'ouverture numérique du premier étage est de $f/1.47$, celle du second (après l'image relais) est de $f/0.79$: la collecte de la fluorescence n'est donc limitée que par l'angle solide de l'objectif d'entrée.

Performances

Dans un premier temps, l'objectif a été testé sans diaphragme, avec un couple de lentilles simples pour faire l'image relais (Thorlabs : LA1401-A $\varnothing = 50.8$ mm, $f = 60$ mm), et la résolution mesurée à l'aide d'une mire, éclairée par de la lumière diffusée à 422 nm. Dans cette configuration jusqu'à 30 traits/mm sont résolus avec un contraste de 50%.

Puis une fois les premiers nuages observés, le diaphragme a été positionné. Celui ci permet de supprimer une grande partie du fond de diffusion des lasers de refroidissement. Afin d'augmenter les capacités de filtrage, un filtre interférentiel centré à 422 nm, de bande passante de 10 nm (transmission de $\sim 50\%$ à 422 nm) est placé devant le capteur du PMT, ce qui permet de couper la diffusion du laser re-pompeur. En présence du diaphragme, le flux de photon incident est faible et le rapport signal à bruit sur le PMT, pour un ion unique est de l'ordre de 8. L'efficacité de collection du système est estimé à 0.04%, l'angle laissé ouvert par les barreaux du piège étant de 2.1% de 4π stéradians. Cette limitation est supposée venir des aberrations introduites par le premier couple de lentilles, le diaphragme coupe alors une partie de la fluorescence de l'ion, qui n'est pas mise au point dans le plan du diaphragme. Le premier couple de lentilles a donc été changé pour installer les doublets présentés sur la figure 8.10. Dans cette configuration le rapport signal à bruit vaut environ 80 et l'efficacité de collection du système est de l'ordre de 0.5%.

8.4.2 Caméra

La caméra utilisée est le modèle Luca-R fabriqué par Andor¹⁵, qui possède un capteur EMCCD avec technologie de *frame transfer*¹⁶ de taille 658×496 pixels (surface des pixels : $10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m}$, efficacité quantique de 0.5). Avec un système optique optimisé, où les aberrations sont faibles, la tache associée à un ion s'étend sur typiquement 9 pixels. Pour pouvoir résoudre les taches de deux ions il faut au moins pouvoir les séparer d'un pixel, il faut donc que les centres des taches soient séparés d'au moins $d_0 = 40 \mu\text{m}$ sur le capteur. Suivant le grandissement du système optique G , la distance minimale résolue dans l'espace objet entre deux ions est $d = d_0/G$.

La lumière diffusée n'est pas en général un problème pour une caméra car la matrice de pixels offre une résolution spatiale qui permet de discriminer les réflexions parasites. Par contre le rapport signal à bruit peut être problématique, le signal étant réparti sur plusieurs (~ 9) pixels. Le mode intensifié de la caméra permet de résoudre en partie ce problème :

15. <http://www.andor.com>

16. La caméra dispose de deux matrices de pixels, l'une exposée (capteur) et une masquée (zone tampon) : il est ainsi possible de transférer l'image très rapidement ($\sim 300 \mu\text{s}$) du capteur à la zone tampon, ce qui permet d'atteindre des temps de pose très courts. Le temps de lecture d'environ 24 ms n'est donc pas la facteur limitant.

les électrons contenus dans chaque pixel sont accélérés et par un mécanisme d’avalanche sont multipliés, ce qui permet d’augmenter le signal par rapport au bruit de lecture et donc d’augmenter le rapport signal à bruit lorsque le signal donne peu d’électrons. Ce processus est cependant hautement non-linéaire et il est difficile d’y associer une mesure fiable du flux de photons incident. Toutefois, dans notre cas il sert essentiellement à obtenir un niveau de signal suffisant pour pouvoir compter les ions, la détermination du flux de photon étant laissée au Tube photo-multiplicateur.

Dans les conditions d’acquisition typiques, en mode non intensifié, pour un temps de pose de 1 s, le nombre moyen de coups mesurés en absence de signal est de 514 coups/pixel, avec une variance de 14 coups/pixel, sur une dynamique totale de $2^{14} = 16384$ coups (par pixel). La conversion entre le nombre de coups mesurés en mode non intensifié et le nombre de photons incident, a été calibrée en utilisant le faisceau de la diode, à 422 nm, fortement atténué. On trouve alors que, en moyenne, un “coup” sur la caméra correspond à 1.8(2) photons incidents, soit une efficacité totale de conversion de l’ordre de 0.56.

La caméra est pilotée depuis l’ordinateur de contrôle d’expérience, par un programme développé au cours de cette thèse, à partir de la librairie de fonctions d’accès fournie par Andor et décrit dans l’appendice C.

8.4.3 Photo-multiplicateur(s)

Lors de la phase de recherche de signal nous avons utilisé un tube photo-multiplicateur délivrant un signal analogique, comportant une impulsion pour chaque photon détecté, ce qui permet, en modulant l’intensité du laser “re-pompeur” de démoduler le signal avec une détection synchrone et donc de ne garder que la contribution de la fluorescence des ions au signal (qui est sensible au laser “re-pompeur”, contrairement au fond¹⁷). Cette approche est adaptée à la recherche de faibles signaux, lorsque le détecteur n’est pas saturé par le flux de photon incident, la saturation ayant lieu typiquement pour des flux de photon de l’ordre de 1.5×10^6 photons/s.

Une fois le premier signal trouvé et optimisé grossièrement, nous avons basculé vers un tube à compteur intégré, modèle , fabriqué par Hamamatsu¹⁸. Ce modèle permet de faire varier le temps d’intégration entre 10 ms et 2.5 s, par pas de 10 ms et est contrôlable via une interface RS-232. Ce dispositif permet de mesurer donc la fluorescence des ions quantitativement, en résolvant la dynamique jusqu’à la dizaine de milli-secondes. Le taux de comptage typique dans notre montage est de l’ordre de 8 kHz pour un ion unique, avec un fond de l’ordre de 100 Hz.

Conclusion du chapitre

Ce chapitre a présenté le montage expérimental développé au cours de cette thèse afin de pouvoir tester des pièges à ions micro-fabriqués en régime de piégeage d’un ion unique. Pour répondre spécifiquement à cette problématique, une enceinte dédiée à l’expérience micro-piège a été conçue et réalisée en favorisant la facilité d’installation des pièges et les accès optiques.

L’utilisation d’un four couplé à une vanne ultra-vide, permet de changer le piège sans pour autant devoir recharger le four, opération délicate du fait de l’oxydation du strontium métallique en contact avec l’oxygène de l’air. Par ailleurs le faible volume de l’enceinte et la

17. Le fond du au laser “re-pompeur” étant lui filtré par un filtre interférentiel

18. <http://www.hamamatsu.com>

grande capacité de pompage des pompes utilisées permettent de réduire les temps “morts” liées à la remise sous ultra-vide de l’enceinte consécutive au changement d’un piège. La technique de photo-ionisation développée en partie dans cette thèse permet de créer des ions à partir de faibles flux atomiques, tout en minimisant le nombre de charges parasites créées au voisinage du centre du piège et est donc particulièrement adaptée au cas des micro-pièges.

Les performances de ce montage, calibrées à l’aide du piège de Paul macroscopique introduit dans ce chapitre, sont présentées au chapitre 9.

Chapitre 9

Outils de diagnostique

Ce chapitre présente les outils expérimentaux développés au cours de cette thèse pour caractériser le fonctionnement d'un piège à ions. Nous exploitons ici la fluorescence émise par les ions, sous l'effet des lasers de refroidissement, pour obtenir des informations sur leur dynamique.

Nous présentons tout d'abord les résultats obtenus avec le système d'imagerie, et l'optimisation de celui-ci afin de pouvoir résoudre les ions au sein d'une chaîne (grandissement important) et de maximiser le rapport signal à bruit. Nous présentons ensuite les techniques mise en œuvre au cours de cette thèse ayant pour but la compensation des champs statiques. Enfin nous abordons la problématique de la dynamique de fluorescence des ions piégés, notamment lors de la réalisation de spectres obtenus en balayant la fréquence du laser de refroidissement. La mesure de cette dynamique fournit des informations précieuses sur le système : en particulier nous confrontons ces expériences aux modèles théoriques décrits dans le chapitre 3.3.

9.1 Imagerie de fluorescence

Nous présentons des exemples d'images obtenues sur notre montage expérimental, à l'aide de l'objectif et de la caméra présentés à la section 8.4. Ce montage doit permettre de résoudre des chaînes contenant un petit nombre d'ions. Dans une première phase d'alignement, toute la fluorescence des ions est dirigée sur la caméra pour la série d'images présentées ici. Par la suite, en utilisation conjointe de la caméra et du tube photo-multiplicateur, où plus de la moitié des photons sont dirigés vers le tube, l'utilisation du gain par multiplication d'électrons (gain EM) sur la caméra permet de garder un certain confort pour la visualisation des images. Toutes les images présentées dans cette partie ont été obtenues avec un désaccord du laser de refroidissement de $\delta_b = -\Gamma$ et après une optimisation du désaccord du laser "re-pompeur" δ_r permettant de maximiser la fluorescence pour la prise de l'image. Les deux lasers sont co-propageants et superposés sur l'axe longitudinal du piège.

9.1.1 Cristaux

La figure 9.1 présente une image d'un cristal d'ions, obtenue avec l'objectif en l'absence de diaphragme avec le montage préliminaire constitué d'éléments d'optique simples (singlets). Les traits sombres limitant le halo de fluorescence sont dus aux électrodes du pièges, et permettent de mesurer le grandissement avec cet objectif, de l'ordre de 0.5. On distingue

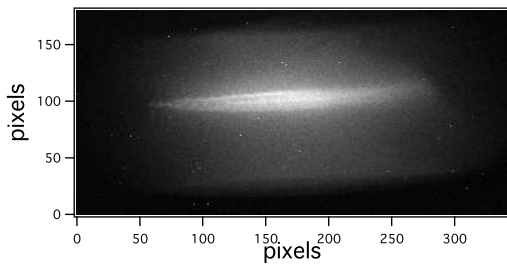


FIGURE 9.1 – Image d’un cristal d’ions, prise avec un gain $G = 1$, pour un temps de pose 1 s et une dynamique de 550–1500 coups.

sur l’image trois couches d’ions, une chaîne centrale entourée d’une coquille ellipsoïdale, sans pour autant pouvoir résoudre les ions individuels, le grandissement étant trop faible. On peut estimer le nombre d’ions dans un tel cristal à une centaine, obtenus avec un chargement à courant de four de 1.61 A, en environ 30 s pour une puissance de photo-ionisation de 30 mW. Lors d’une étape d’alignement, ou en cas de doute sur un réglage, il est facile de charger un tel nuage (dans un piège macroscopique), pour ré-optimiser les paramètres expérimentaux et en particulier l’alignement et le recouvrement des différents lasers.

9.1.2 Chaînes

En diminuant le courant de four, ou le temps de chargement, il est ensuite facile de charger des nuages contenant un faible nombre d’ions (une dizaine), si les lasers sont bien alignés sur l’axe du piège. Une fois refroidis ces ions s’organisent sous la forme d’une chaîne comme celles présentées sur la figure 9.2. Dans cette situation l’utilisation du gain EM de la caméra permet

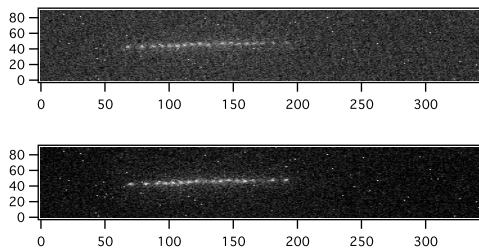


FIGURE 9.2 – Images d’une chaîne d’ions, prises avec un gain $G = 1$ (haut) ou $G = 200$ (bas), pour un temps de pose de 1 s et présentées avec une dynamique de 500–600 coups (haut) et 550–1500 (bas). L’utilisation du gain EM permet dans cette situation d’augmenter le rapport signal à bruit.

d’augmenter sensiblement le rapport signal à bruit¹ (de l’ordre de 5 pour $G = 1$ et de 80 pour $G = 200$) et de distinguer plus nettement les ions au sein de la chaîne. On estime dans cette situation que 6 pixels séparent deux ions, ce qui donne une séparation des ions dans le plan objet d’environ $120 \mu\text{m}$, compte tenu du grandissement (0.5) et de la taille des pixels ($10 \mu\text{m}$).

Afin de pouvoir mieux résoudre le nombre d’ions dans la chaîne, on cherche à augmenter le grandissement du système, en modifiant la disposition des lentilles. On obtient sans difficulté un système avec un grandissement de 1.4, qui permet, dans les mêmes conditions expérimentales, de résoudre facilement deux ions séparés de $120 \mu\text{m}$, comme présenté dans la figure 9.3, pour laquelle l’écart entre les ions est de 17 pixels. On distingue sur cette image deux halos de fluorescence, centrés chacun sur un des deux ions. Ces halos sont dus aux aberrations de cette version préliminaire de l’objectif d’imagerie du système et sont rédhibitoires

1. Défini comme le maximum de signal auquel on a soustrait le fond moyen, rapporté à la variance du fond (calculée en ayant soustrait les pixels “chauds”, saturés).

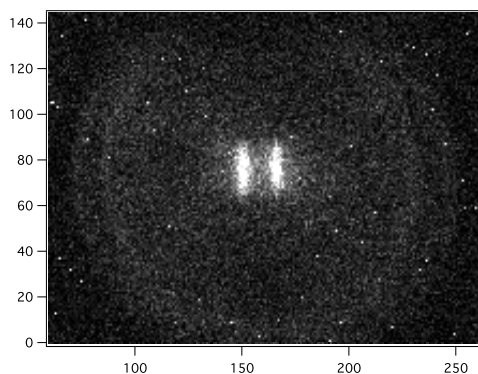


FIGURE 9.3 – Image d’une chaîne de deux ions, prise avec un gain $G = 200$, un temps de pose de 1 s et présentée avec une dynamique de 550 – 1500 coups. L’écart entre les deux ions est de $\Delta z = 17$ pixels (soit $120 \mu\text{m}$ dans le plan objet).

pour la mise en place d’un diaphragme dans le plan de l’image relais. Nous avons donc changé les lentilles plano-convexes pour des doublets achromatiques, qui corrigent mieux les aberrations (chromatiques mais aussi dans une certaine mesure sphériques), pour pouvoir installer le diaphragme.

9.1.3 Mise en place du diaphragme

La mise en place du diaphragme nécessitant le démontage complet de l’objectif, nous avons suivi la procédure suivante pour retrouver le signal de fluorescence, filtré maintenant par un trou de diamètre $150 \mu\text{m}$:

- chargement d’un “gros” nuage d’ions dans le piège,
- avec la caméra, gain poussé au maximum ($G = 255$) on cherche à minimiser la taille de la tâche visible, en jouant sur la position des lentilles sur l’axe optique,
- lorsqu’on obtient le cercle le plus petit, on estime que le diaphragme est au point et on ne s’autorise alors plus qu’à toucher aux translations externes (X,Y,Z) fixant la position de l’objectif pour maximiser la lumière arrivant sur la caméra.

A ce stade, l’image relais est au point sur le plan du diaphragme, lui même au point sur le plan de la caméra. Il reste à régler le problème de la position relative du diaphragme par rapport à l’axe optique du système, contrôlée par deux translations micrométriques. Pour ce faire, on charge une petite chaîne d’ions et on cherche à minimiser les aberrations (essentiellement visibles sous forme de halos) tout en maximisant la quantité de photons atteignant la caméra. Une fois cette optimisation réalisée, on peut se passer du gain et faire travailler la caméra dans son régime linéaire, à gain $G = 1$.

La figure 9.4 montre l’image de quelques ions, à l’issue de cette optimisation, où les aberrations ont été minimisées, et la fluorescence de la tâche de l’ion central a été maximisée. Sur cette image, une source de lumière externe éclaire l’enceinte, ce qui crée un fond diffus, permettant de visualiser le contour du diaphragme. Il peut sembler surprenant de constater que l’image de la chaîne apparaît plus grande que le contour du diaphragme. Cela s’explique par le fait, que dans cette situation optimale, l’image des ions n’est pas exactement dans le plan du diaphragme : en plus de jouer un rôle de filtre spatial pour éliminer la diffusion parasite, le diaphragme permet aussi de réduire l’ouverture numérique, ce qui limite les aberrations. Sur cette image le diaphragme a un diamètre de 60 pixels, il apparaît donc 4 fois plus grand que sa taille réelle. En mesurant la position des lentilles, on estime le grandissement global du système à 3, ce qui donne ici un écartement entre les ions dans le plan objet de

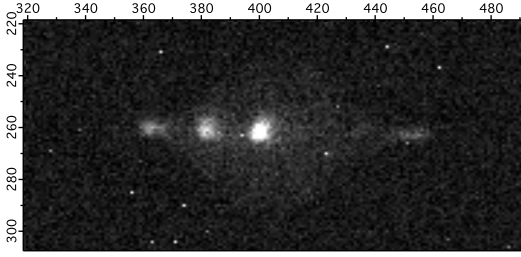


FIGURE 9.4 – Image d’une chaîne d’ions, diaphragme visible (halo circulaire). L’image est prise avec un gain $G = 1$, un temps de pose de 1 s et présentée avec une dynamique de 500 – 650 coups. L’écart entre deux ions est de $\Delta z = 18$ pixels.

60 μm , en accord avec la raideur du potentiel longitudinal attendue (plus élevée que dans la configuration de piégeage de la figure 9.3).

La figure 9.5 présente une série de cinq images, comportant respectivement un, deux, trois, deux et quatre ions $^{88}\text{Sr}^+$. La quatrième image présente une chaîne avec un ion “noir” non-fluorescent situé au centre. A partir de ces données, et vu la largeur à mi hauteur de la tache d’un ion unique (environ 4 pixels), on estime que l’objectif est capable de résoudre la séparation entre deux ions jusqu’à environ 20 μm de distance dans le plan objet. Pour estimer le nombre de photons collectés pour un ion au centre du diaphragme, on ajuste la tache de l’ion central sur la figure 9.4, par un profil gaussien à deux dimensions, en ayant au préalable soustrait le fond. Le nombre de coups total associé à la tache est le volume sous la gaussienne : on trouve pour ce cas particulier 2×10^4 coups (pour une seconde de temps d’intégration), soit un flux de photons incident de : 3.6×10^4 photons/s (avec la conversion 1 coup = 1.8 photons).

9.2 Compensation des champs électriques statiques

Comme mentionné dans la partie 3.1.2, les champs électriques statiques modifient la position d’équilibre des ions dans le piège et induisent un excès de micro-mouvement, qui élargi par effet Doppler la transition de refroidissement. Cet élargissement, qui modifie la cinétique de refroidissement, doit être minimisé pour pouvoir mesurer précisément le “chauffage anormal” des ions dans le piège, décrit dans la partie 5.3.2.

Ces champs parasites peuvent être compensés localement, au voisinage du centre du piège, par l’ajout de tensions de contrôle sur des électrodes de compensation. Plusieurs techniques peuvent être alors mises en œuvre pour minimiser l’excès de micro-mouvement des ions piégés [Berkeland 98]. Nous présentons ici les techniques utilisées lors de cette thèse pour optimiser cette compensation des champs électriques statiques.

9.2.1 Position des ions

Le déplacement des ions dû à la présence d’un champ électrique parasite \mathbf{E} , résulte de la compétition entre la force engendrée $\mathbf{F} = e\mathbf{E}$ (pour un ion de charge $+e$) et la force de rappel moyenne $\mathbf{F} = -m(\omega_x^2\mathbf{x} + \omega_y^2\mathbf{y} + \omega_z^2\mathbf{z})$. En particulier la position d’équilibre de l’ion est déterminée par les équations :

$$r_i = \frac{e}{m\omega_i^2}E_i, \quad i \in \{x, y, z\}. \quad (9.1)$$

Le déplacement sera d’autant plus petit que ω_i sera grand devant $\sqrt{\frac{e}{m}|E_i|}$: si la valeur de la fréquence peut être modifiée lors du piégeage, la position d’équilibre des ions va être

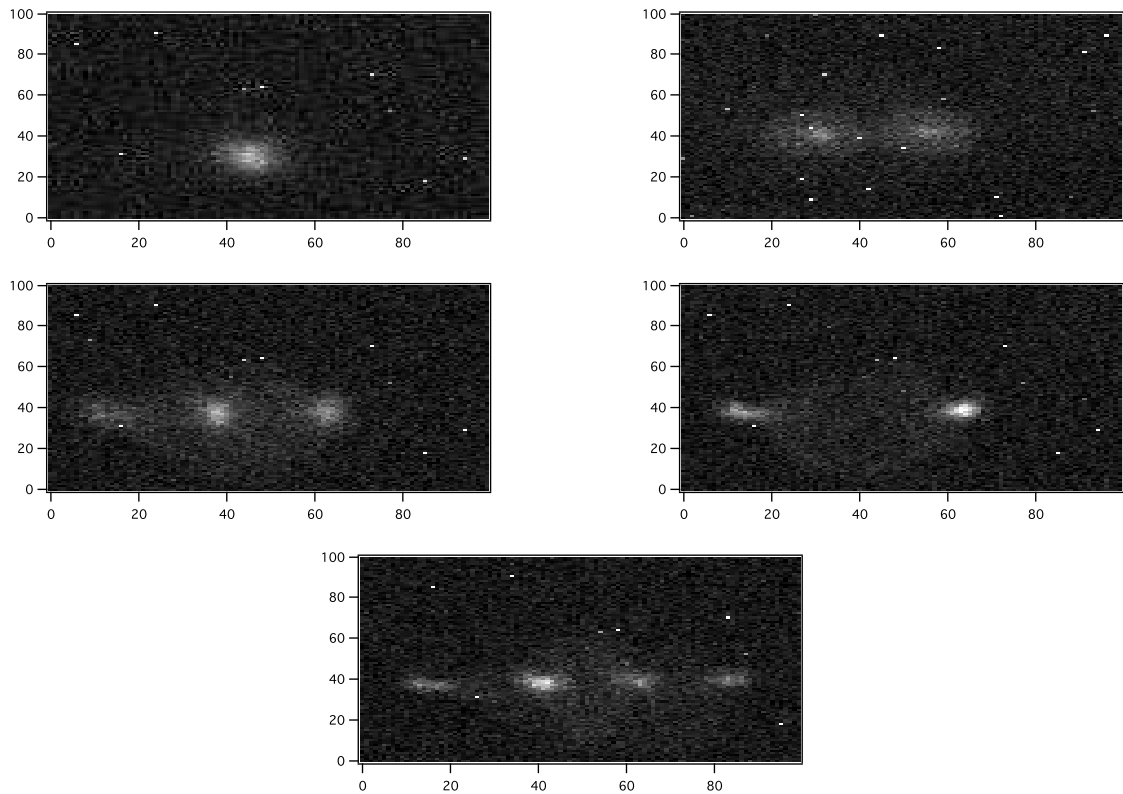


FIGURE 9.5 – Images de plusieurs chaînes d’ions, diaphragme installé, contenant respectivement, un, deux trois, deux et quatre ions $^{88}\text{Sr}^+$. La quatrième image présente une chaîne avec un ion “noir” non-fluorescent situé au centre. Les images sont toutes prises avec un gain de $G = 1$, un temps de pose de 1 s et affichées avec une dynamique de 500 – 650 coups.

modifiée et sera visible sur la caméra où la fluorescence des ions est collectée. En cherchant à minimiser ce déplacement, via l'ajout d'un champ de compensation, il est possible de compenser le champ parasite.

La valeur de $\omega_{x,y}$ est proportionnelle au ratio V_{rf}/Ω , et peut donc être augmentée en changeant la pulsation radio-fréquence Ω ou son amplitude V_{rf} . Changer la pulsation radio-fréquence est complexe car cela demande d'adapter le circuit résonant décrit à la page 163. En revanche, il est possible de modifier l'amplitude de la tension radio-fréquence, en jouant sur la puissance délivrée par le générateur de radio-fréquence. Cette opération est réalisée suffisamment rapidement pour que les ions demeurent piégés, pourvu que le couple (V_{rf}, Ω) correspondant soit encore dans la zone de stabilité du piège.

Afin de compenser un champ parasite, la procédure suivante peut être utilisée :

- se placer à l'amplitude de tension radio-fréquence la plus haute possible, compatible avec le piégeage d'une petite chaîne d'ions,
- repérer la position de la chaîne sur la caméra,
- diminuer légèrement l'amplitude de la tension radio-fréquence,
- compenser le déplacement induit, en appliquant une différence de tension contrôlée sur chaque couple d'électrodes radio-fréquence,
- continuer en diminuant progressivement la tension radio-fréquence.

Cette méthode, relativement simple, présente l'inconvénient majeur de ne pouvoir compenser les champs parasites que dans deux directions : celles correspondant au plan de la caméra. Dans ce plan, seule la direction transverse est pertinente pour la compensation du micro-mouvement, le mouvement longitudinal ne présentant pas de micro-mouvement. Une technique complémentaire est donc nécessaire pour minimiser le micro-mouvement sur l'autre composante transverse. Le nuage se déplace lui selon cette direction, ce qui a pour conséquence d'affecter la mise au point du système, qui peut être à nouveau compensée avec un champ contrôlé, sans toutefois donner de résultat quantitatif sur la position du nuage.

Avec cette technique nous avons pu optimiser les tensions de compensations (environ 100 mV de différence de potentiel entre les barreaux de compensation), sur une des directions transverses.

9.2.2 Corrélations fluorescence/radio-fréquence

L'idée de cette technique de mesure de l'excès de micro-mouvement est de mesurer la modulation de l'absorption des photons de refroidissement du à l'effet Doppler induit par le micro-mouvement. Cette mesure est rendue possible par le fait que le micro-mouvement est une oscillation forcée, en phase avec la radio-fréquence. L'ion ayant absorbé un photon se désexcite en émettant un photon de fluorescence en un temps typique Γ^{-1} (suivant une loi exponentielle, où Γ est la largeur naturelle du niveau excité), indépendamment de son mouvement : si l'absorption est modulée par effet Doppler, la fluorescence doit aussi être modulée, en phase avec la radiofréquence. De plus, le choix de la direction du faisceau de refroidissement permet de choisir la composante du micro-mouvement sondée, et ouvre donc la possibilité de compenser le micro-mouvement dans les deux directions transverses. Reste donc à détecter cette modulation, qui est très faible, et ne peut être observée directement sur le signal de fluorescence, trop bruité sur des échelles de temps de l'ordre de la période radio-fréquence.

Une idée astucieuse pour observer ces corrélations consiste à réaliser un histogramme des temps d'arrivée des photons de fluorescence, relativement à la phase de la radiofréquence. Ceci peut être réalisé en mesurant le temps entre l'arrivée d'un photon et le moment où

la tension radio-fréquence s'annule. En utilisant un tube photo-multiplicateur² en mode de comptage, qui délivre une impulsion électrique (amplitude 5 V, largeur temporelle 30 ns) pour chaque photon détecté par le capteur, et un module *Time to Amplitude Converter* (TAC³) capable de mesurer le délai entre deux impulsions électriques et le convertir en un signal analogique, on peut réaliser un histogramme des temps d'arrivée des photons. Ce montage est présenté sur le schéma de la figure 9.6. Le TAC est démarré par l'arrivée d'une impulsion

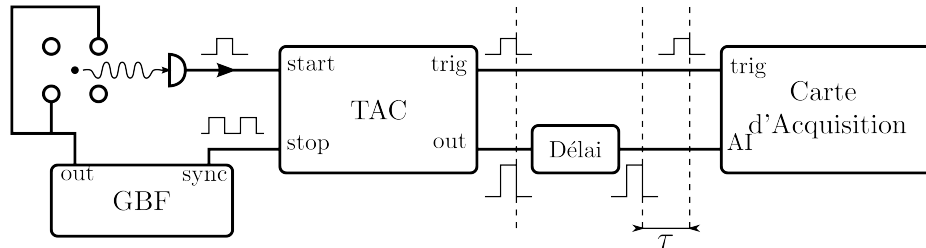


FIGURE 9.6 – Montage de mesure des corrélations fluorescence/radio-fréquence. Le délai est obtenu par un montage de multivibrateur monostable, où un potentiomètre permet de choisir le retard τ , dans la gamme $[0 - 10] \mu s$.

correspondant à un photon détecté et est stoppé par un front montant d'un signal carré synchronisé avec la radiofréquence. Lorsqu'il reçoit le signal "stop", il émet sur sa sortie une impulsion d'amplitude $[0, 10] V$, proportionnelle au délai "start-stop", de durée $\sim 2 \mu s$, qui peut être acquise sur un oscilloscope ou un ordinateur.

L'acquisition de l'impulsion de cette sortie est *a priori* difficile : elle est relativement courte $\sim 2 \mu s$, et nécessite donc en principe l'utilisation d'une entrée analogique avec une fréquence d'échantillonnage élevée, de l'ordre de 5 Ms/s (*mega-sample/s*, c'est à dire 10^6 points de mesure par seconde). La plupart des cartes d'acquisition ne disposent que de fréquences d'échantillonnage de l'ordre de 0.2 Ms/s, insuffisantes pour résoudre l'impulsion. Heureusement la valeur "crête" de l'impulsion contient toute l'information sur le délai "start-stop" : malgré la bande passante limitée il est alors possible de synchroniser l'acquisition d'un point sur le signal de sortie du TAC avec la sortie de déclenchement. Au moyen d'un retard variable, introduit par un circuit monostable, on peut décrire toute l'impulsion et choisir le régime où l'acquisition se fait au sommet de l'impulsion.

La figure 9.7 présente le résultat de l'acquisition, avec un intervalle "start-stop" constant, correspondant au temps de propagation d'une impulsion électrique dans un câble BNC long de trois mètres, d'un point de mesure en fonction du délai introduit par le circuit monostable, mesuré indépendamment par un oscilloscope. Un retard de $\tau = 1.6 \mu s$ permet de déclencher l'acquisition au milieu du plateau de l'impulsion carrée du TAC, avec une tolérance en gigue électronique (*jitter*) de l'ordre de ± 500 ns (durée temporelle du plateau), bien supérieure à la gigue électronique intrinsèque des différents composants utilisés ici (≤ 10 ns pour le TAC et le monostable, < 100 ns pour la carte d'acquisition). Dans cette configuration on estime que la mesure de durée est limitée par la sensibilité de l'entrée analogique (± 0.2 mV).

La valeur mesurée par la carte d'acquisition est stockée dans une mémoire tampon (de type FIFO – *First In First Out*), capable de stocker exactement 512 mesures. Une fois le FIFO plein, les données sont transférées vers la mémoire vive de l'ordinateur et le programme de

2. Hamamatsu, modèle H-7828, <http://www.hamamatsu.com>

3. modèle Ortec TAC 566, <http://www.ortec-online.com>.

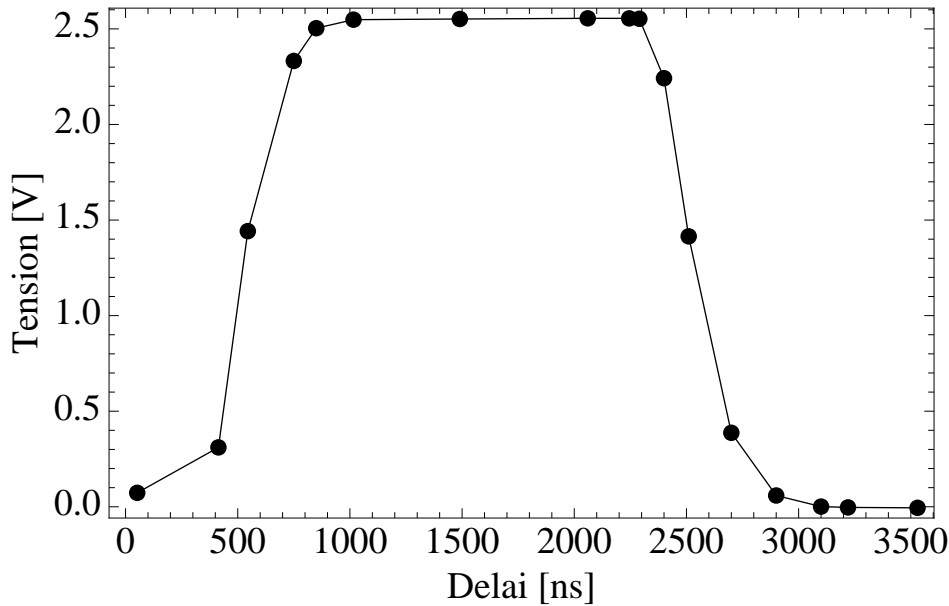


FIGURE 9.7 – Etalonnage de l’acquisition de la valeur de sortie du TAC, au moyen d’une entrée analogique de la carte PCI-DAS1602, en fonction du retard introduit par le circuit monostable. Cette technique permet d’échantillonner précisément l’impulsion de sortie du TAC. Un retard de $1.6 \mu\text{s}$ permet de compenser de manière optimale le temps d’acquisition de la carte.

traitement de données, afin de ne pas créer de temps mort dans la séquence d’acquisition, ni de conflit d’accès à la mémoire tampon. L’histogramme est construit en répétant cette mesure et en subdivisant l’intervalle des valeurs possibles $[0 - 10]$ V, en 100 classes de valeur et en comptant les occurrences de chaque classe dans les données collectées. Si la mesure est répétée r fois, il y a en moyenne (en l’absence de corrélations) $r \times 5.12$ coups par classe. L’erreur de comptage étant la racine carré du nombre de coups, la modulation relative (due au micro-mouvement) minimale détectable est de l’ordre de $44/\sqrt{r}$ % : il faut donc répéter environ 2000 fois la séquence d’acquisition pour pouvoir détecter une modulation de 1 % d’amplitude (200 fois pour 3 %). Il faut donc collecter beaucoup de photons “utiles” pour pouvoir construire l’histogramme des mesures : il est donc préférable de faire cette mesure avec une petite chaîne d’ions, afin de limiter le temps d’acquisition à quelques dizaines de seconde.

Dans un premier temps ce montage a été calibré en envoyant un faisceau laser fortement atténué sur le capteur du tube photo-multiplicateur, afin de tester la capacité du programme d’acquisition développé à construire un histogramme complet. La figure 9.8 présente les histogrammes obtenus pour trois flux de photons incidents (a) : 1.2×10^5 photons/s, (b) : 2.8×10^6 photons/s et (c) : 7.3×10^6 photons/s. Alors que l’on s’attend à obtenir des histogrammes “plats” car l’instant d’arrivée des photons issus du laser est indépendant de la radio-fréquence appliquée sur le piège, on observe un comportement anormal lorsque l’on augmente le flux de photons. Plus précisément on observe que l’histogramme n’est plus plat dès que le flux de photons incident excède le flux saturant le tube photo-multiplicateur ($\sim 1.5 \times 10^6$ photons/s). Il est donc essentiel de travailler avec un flux de photon incident

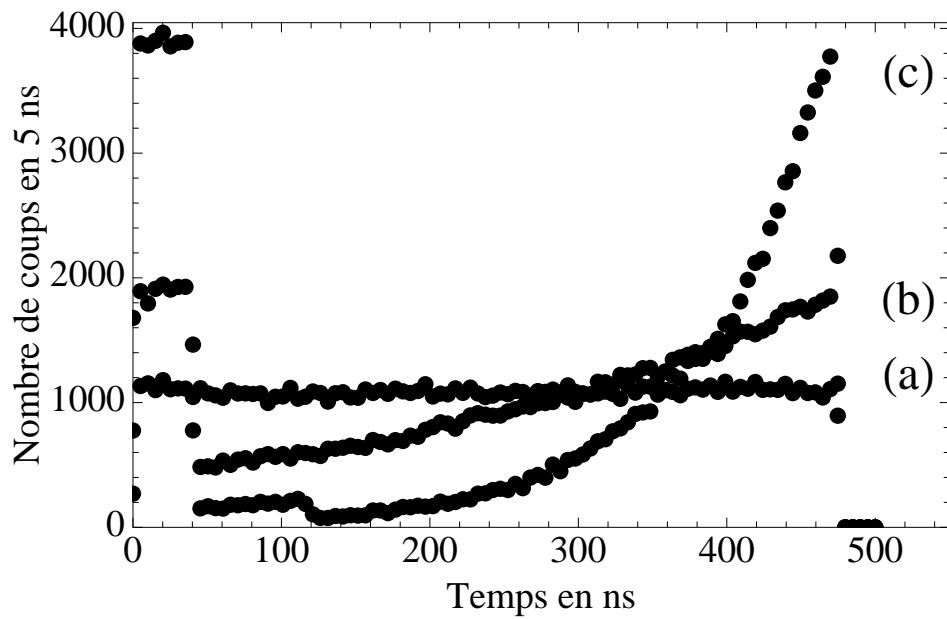


FIGURE 9.8 – Histogramme des temps d'arrivée des photons issus d'un faisceau laser atténué, par rapport à une phase donnée de la radio-fréquence, pour trois flux de photons incidents : (a) : 1.2×10^5 photons/s, (b) : 2.8×10^6 photons/s et (c) : 7.3×10^6 photons/s. Ces histogrammes devraient tous être plats car la statistique d'arrivée des photons issus du faisceau laser est indépendante de la radio-fréquence. Ces histogrammes sont acquis après un ensemble de 200 mesures, soit environ 1024 coups par classe de l'histogramme (pour un histogramme plat).

faible, en limitant donc au maximum la lumière diffusée, et en maximisant le rapport signal à bruit.

Afin de pouvoir travailler dans ces conditions, nous avons donc cherché à installer un diaphragme dans le dispositif d'imagerie. Suite aux difficultés liées à la stabilité des lasers, détaillées dans la section suivante, nous n'avons pas pu mettre en œuvre, pour l'instant, cette technique de compensation du micro-mouvement.

9.3 Fluorescence résolue en temps

Nous présentons ici les mesures réalisées sur des ions $^{88}\text{Sr}^+$ uniques piégés, à l'aide du tube photo-multiplicateur décrit à la section 8.4.3. Un ion unique est chargé en typiquement 10 s, pour une puissance de laser de photo-ionisation avec l'enceinte de ~ 30 mW, et à un courant de four de 1.6 A. L'utilisation de la caméra lors du chargement permet de compter les ions dans le piège et de s'assurer qu'il n'y a bien qu'un seul ion piégé. Lorsque plusieurs ions $^{88}\text{Sr}^+$ sont simultanément piégés, on observe une chaîne similaire à celles présentées à la page 183. La photo-ionisation n'étant pas sélective isotopiquement, il arrive d'observer des ions "noirs" apparaissant comme un "trou" dans une chaîne. En effet, l'abondance naturelle de l'isotope 88 du Strontium présent dans notre four n'est que de ~ 83 %, par conséquent, environ une fois sur cinq, un isotope non fluorescent est chargé dans le piège. Pour déterminer avec certitude si l'image d'un ion fluorescent sur la caméra correspond à un ion unique piégé, il suffit de l'observer pendant quelques secondes : si celui-ci change de site d'une image à l'autre, d'autres ions non fluorescents sont présents. Suivant la qualité de vide dans l'enceinte, mesurée par le courant de la pompe ionique I_{ion} , les ions peuvent être observés en continu pour des durées de l'ordre de l'heure ($I_{ion} \leq 1 \mu\text{A}$, et typiquement un quart d'heure pour $I_{ion} > 5 \mu\text{A}$). Le phénomène limitant la durée de vie des ions dans le piège est supposé être un mécanisme de photo-association donnant naissance à des molécules SrH^+ , comme observé dans la thèse [Removille 09].

Un chargement typique comporte deux séquences : 10 s d'illumination par le laser femto-seconde, durée pendant laquelle le désaccord du laser de refroidissement est gardé constant à $\delta_b = -\Gamma$ (Γ étant la largeur naturelle de la transition de refroidissement). Immédiatement après, le désaccord du laser de refroidissement est balayé de $\delta_b = -5\Gamma$ à $\delta_b = -\Gamma$, à vitesse constante sur une durée de 10 s. A ce stade l'ion est "froid" et émet beaucoup de photons de fluorescence, ce qui permet d'obtenir une image facilement. Eventuellement la fréquence du laser "re-pompeur" est ajustée afin de maximiser la fluorescence dans cette configuration.

Sauf mention contraire, la puissance du laser de refroidissement utilisée est de $250 \mu\text{W}$, avec un faisceau faiblement focalisé (rayon à $1/e^2$ de $\simeq 750 \mu\text{m}$), ce qui donne une intensité au centre du piège de : $14 \text{ mW}/\text{cm}^2$, à comparer à l'intensité de saturation de la transition $I_{sat} = 33.4 \text{ mW}/\text{cm}^2$. Le paramètre de saturation extrapolé de cette mesure est donc de $s \simeq 0.4$. On estime que compte tenu de la structure Zeeman de la transition et de la polarisation linéaire du laser, le paramètre de saturation effectif associé au système à deux niveaux théorique est de $s \simeq 0.1$.

9.3.1 Spectres de refroidissement

L'expérience que je nommerai dans la suite "spectre de refroidissement" consiste à balayer lentement le désaccord du laser de refroidissement autour de la résonance et de tracer la fluorescence de l'ion en fonction du désaccord. Le balayage est obtenu en appliquant une

rampe de tension, générée par la carte “DAC”, à l’entrée de contrôle analogique du modulateur acousto-optique. Afin d’obtenir à la fois un rapport signal à bruit satisfaisant et une bonne dynamique temporelle, nous effectuons cette expérience avec un temps d’intégration de 100 ms.

La figure 9.9 présente le taux de comptage de photons de fluorescence en fonction du désaccord du laser de refroidissement, en unités de Γ , pour une réalisation de l’expérience, avec un ion unique piégé. Cette courbe présente plusieurs caractéristiques intéressantes. Tout

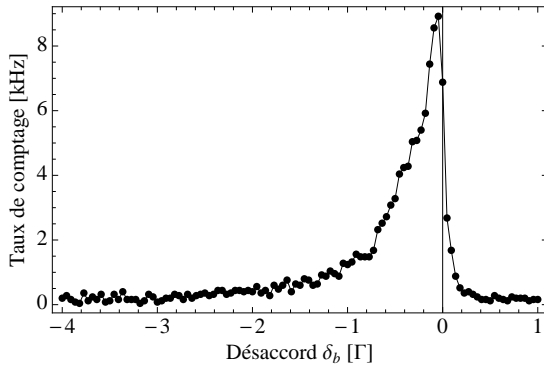


FIGURE 9.9 – Taux de comptage sur le tube photo-multiplicateur en fonction du désaccord du laser de refroidissement, pour une vitesse de balayage constante de ~ 10 MHz/s. Désaccord du laser “re-pompeur” : $\delta_r = +\Gamma$.

d’abord, à grand désaccord, le nombre de photons de fluorescence est faible, ce qui donne une mesure du fond, ici autour de 150 Hz. Ensuite, à mesure que le laser s’approche de résonance, la fluorescence augmente, passe par un maximum puis diminue brutalement. Ceci s’explique intuitivement en considérant que le taux de fluorescence suit le profil d’absorption lorentzien de la transition atomique considérée, pour des valeurs du désaccord négatif et est fortement supprimé pour des désaccords positifs, le mouvement de l’ion étant alors fortement excité par le laser (chauffage Doppler). Pour ce spectre, le désaccord du laser “re-pompeur” est tel que $\delta_r \simeq +\Gamma$, de telle sorte que la transition de refroidissement est décrite en bonne approximation par une transition à deux niveaux et la largeur à mi-hauteur du pic du spectre est $\simeq \Gamma/2$, comme attendu pour un laser faiblement saturant.

La figure 9.10 présente un spectre de refroidissement obtenu pour un désaccord du laser “re-pompeur” négatif pour $\delta_r \simeq -\Gamma/4$. Ce spectre présente globalement la même allure que

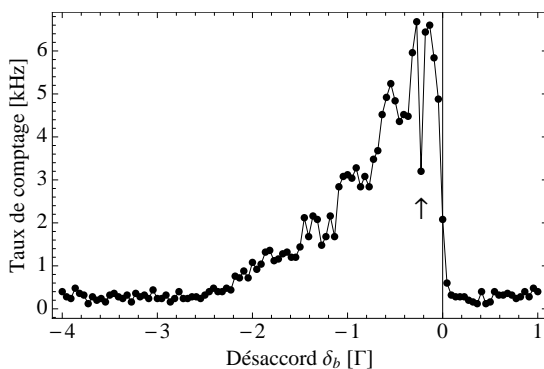


FIGURE 9.10 – Taux de comptage sur le tube photo-multiplicateur en fonction du désaccord du laser de refroidissement, pour une vitesse de balayage constante de ~ 10 MHz/s. La flèche indique la condition de résonance à deux photons quand $\delta_b \simeq \delta_r$: la population est piégée dans un état noir et la fluorescence chute brusquement.

celui de la figure 9.9, il est cependant plus “large” et présente un “trou”, repéré par la flèche sur la figure 9.10. Dans cette situation, le spectre ne peut être décrit par une simple transition à deux niveaux : le niveau métastable doit être pris en compte, ce qui a deux effets :

- la résonance apparaît élargie (largeur à mi-hauteur supérieure à $\Gamma/2$),

- au voisinage de la résonance à deux photons, l'état interne de l'ion est piégé dans un état noir, superposition du fondamental et d'un état excité, ce qui provoque le “trou” observé dans le spectre.

Cette interprétation est soutenue par l'observation du déplacement de ce “trou” si le désaccord du laser “re-pompeur” est varié d'un spectre à l'autre.

Dans le cas où le spectre est bien décrit par une transition à deux niveaux, nous pouvons chercher à analyser quantitativement les spectres obtenus par le modèle introduit à la section 3.3. Pour ce faire on intègre numériquement les équations (3.65) et (3.66), en introduisant explicitement la variation du désaccord δ_b (linéairement de -4Γ à $+\Gamma$ entre $t = 0$ et $t = 10.9$ s), afin d'obtenir le spectre de fluorescence théorique $\langle dN/dt \rangle (\delta_b)$. Le paramètre libre du modèle est l'énergie initiale de l'ion $\tilde{E}_z(0)$, le paramètre de saturation s du laser de refroidissement et l'efficacité du système de collection de la fluorescence étant déterminés expérimentalement. On normalise donc le spectre théorique à la valeur maximale du spectre expérimental et on cherche la valeur de $\{\tilde{E}_z(0)\}$ permettant de rendre compte de la dynamique expérimentale.

La figure 9.11 présente l'ajustement des données expérimentales de la figure 9.9 par ce modèle théorique, pour les paramètres $s = 0.1$ et $\tilde{E}_z(0) = 10^3$ (soit en unités “physiques” $\simeq 38$ meV où $\simeq 400$ K). L'ajustement est satisfaisant car les ordres de grandeur sont compatibles

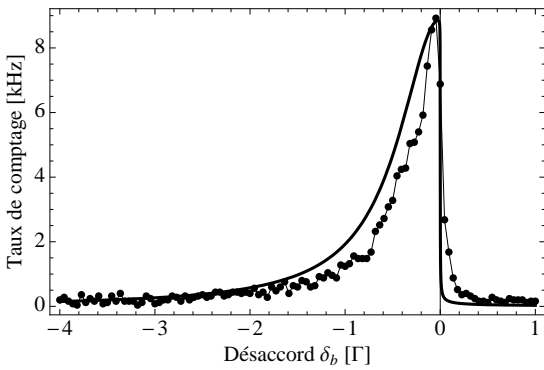


FIGURE 9.11 – Points : données expérimentales du spectre de la figure 9.9. Courbe noire : ajustement des données par le modèle de la section 3.3.

avec les paramètres de l'expérience. Cependant on peut noter que le taux de fluorescence est légèrement surestimé pour les désaccords négatifs : cela peut s'expliquer par le fait que notre modèle de refroidissement à une dimension ne rend que partiellement compte de la dynamique complète de l'ion piégé. L'énergie minimale, en unités de température, atteinte lors de la rampe de refroidissement théorique est de l'ordre de 10^{-4} K. Ce modèle à une dimension permet donc de rendre compte de la dynamique de refroidissement et d'estimer l'énergie initiale de l'ion, au début de la rampe.

Cependant il arrive au cours des expériences que des spectres de forme nettement plus surprenantes soient observés. En particulier on observe couramment une allure lorentzienne “tronquée”, où la fluorescence est d'abord anormalement faible puis augmente brusquement à un désaccord donné, pour suivre ensuite la dynamique “usuelle”. Ce comportement peut aussi être observé dans les spectres théoriques, lorsque l'énergie initiale est grande ou le paramètre de saturation est faible, soit dans le cas où la dynamique de refroidissement est lente. La figure 9.12 présente un spectre expérimental et un spectre théorique, où la forme de la transition est fortement modifiée. Pour réaliser l'ajustement théorique, on fixe la valeur du paramètre de saturation à $s = 0.067$, afin de rendre compte de la diminution du taux de fluorescence maximal (~ 6 kHz, au lieu de ~ 9 kHz sur la figure 9.11) et on ajuste la courbe

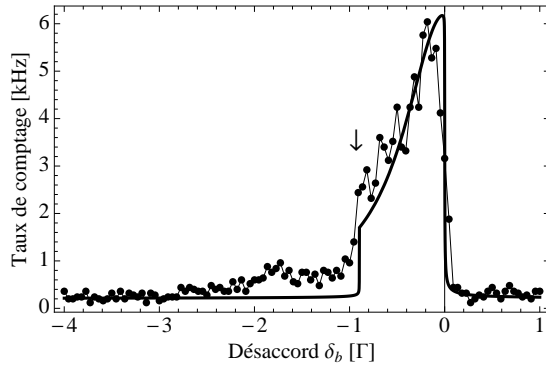


FIGURE 9.12 – Spectre de fluorescence expérimental et théorique, présentant une forme de raie non-lorentzienne, avec un brusque saut de fluorescence indiqué par la flèche.

en faisant varier l'énergie initiale. On trouve le meilleur ajustement pour $\tilde{E}_z(0) = 45.5 \times 10^3$ (soit $\simeq 18000$ K).

Cette valeur d'énergie initiale appelle un commentaire : elle est en effet certainement surestimée, la profondeur du potentiel de piégeage n'étant que de $\sim 10^4$ K. Il faut noter que dans cette situation, la dynamique de refroidissement est très lente au début de la rampe : on peut supposer que dans ce régime, la présence des modes transverses faiblement couplés au laser de refroidissement a une influence et modifie aussi l'allure du spectre, notamment aux grands désaccords négatifs. La figure 9.13 présente l'évolution de l'énergie de l'ion, en fonction du désaccord et en unités de température, calculée à partir du modèle théorique, pour les ajustements des figures 9.11 (courbe discontinue) et 9.12 (courbe continue). Dans les conditions

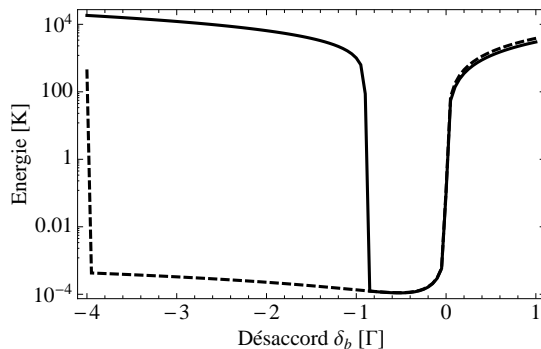


FIGURE 9.13 – Evolution de l'énergie d'un ion lors d'un spectre de refroidissement, à partir des ajustements des figures 9.11 (courbe discontinue) et 9.12 (courbe continue).

“usuelles” (courbe discontinue), le refroidissement est extrêmement efficace dès le début du spectre : l'énergie tombe rapidement en dessous du milli-Kelvin et n'augmente à nouveau qu'au voisinage de la résonance. Dans les conditions de la figure 9.12, le refroidissement est d'abord peu efficace, avant de s'emballer et de faire brusquement diminuer l'énergie. Notons que dans ces deux situations, l'énergie minimale atteinte, de l'ordre de 10^{-4} K, est la même : de ce fait le taux de fluorescence à résonance doit être le même, si les autres paramètres du système sont identiques. De plus, à valeur du paramètre de saturation s constante, la position de la “marche” dans le spectre de fluorescence est très sensible à la valeur de l'énergie initiale (à typiquement 0.2% près) et offre donc un moyen simple pour mesurer cette énergie initiale. Dès lors il semble envisageable d'estimer l'énergie initiale de l'ion en analysant les spectres de fluorescence et donc, en comparant plusieurs spectres d'estimer la dynamique du chauffage du mouvement de l'ion dans le piège. Pour ce faire, il faut pouvoir faire une analyse statistique de plusieurs spectres et donc en faisant varier, par exemple, la vitesse de balayage,

ou le désaccord final, d'une série à l'autre. Nous avons donc cherché à acquérir des séries de spectres pour tester la reproductibilité d'une telle expérience.

La figure 9.14 présente une série de 36 spectres, acquis les uns à la suite des autres sur le même ion, pendant environ 400 s ($\simeq 11$ s par spectre). La ligne noire tracée sur cette figure est

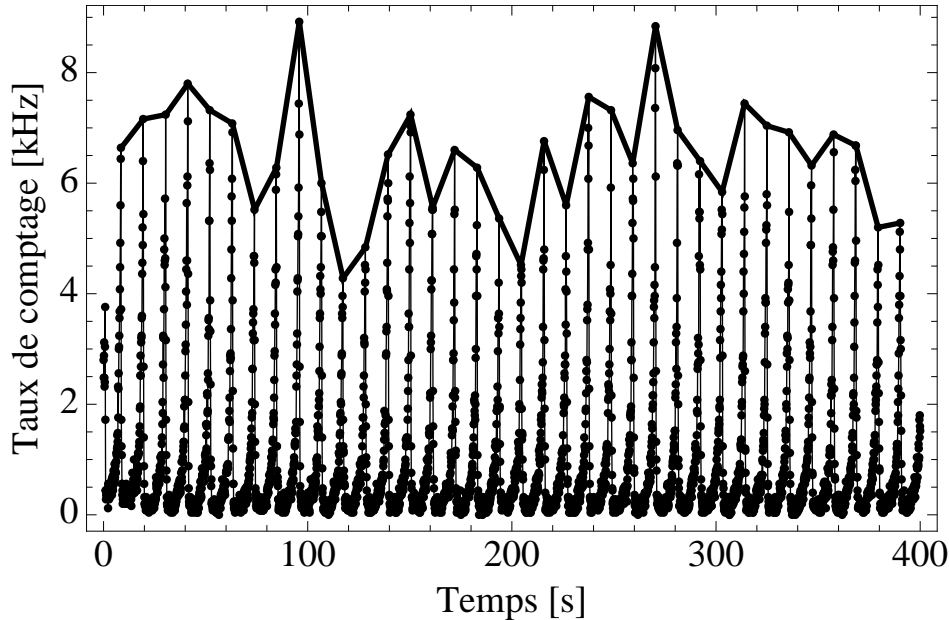


FIGURE 9.14 – Taux de comptage en fonction du temps, pour un enchaînement de 36 séquences de refroidissement. La ligne noire est un guide visuel pour repérer la variation du taux de comptage maximum d'un spectre à l'autre.

un guide visuel pour repérer la variation du maximum de taux de fluorescence d'un spectre à l'autre. Ce maximum subit des fluctuations d'amplitude relative de 16 %, qui indiquent un problème de stabilité de l'expérience. En effet cette variation ne s'explique que si l'un des deux lasers subit une dérive :

- soit une dérive d'intensité du laser de refroidissement, qui modifie le paramètre de saturation et donc, *in fine* le taux de fluorescence maximal,
- soit une dérive de fréquence du laser “re-pompeur”, qui ne remplit plus son rôle efficacement et induit une baisse de fluorescence par piégeage dans l'état métastable.

Nous avons donc cherché à identifier les différentes sources d'instabilité possibles, capables de rendre compte de ces fluctuations relatives importantes du niveau de fluorescence.

9.3.2 Sources d'instabilité

Dérives de fréquence du laser “re-pompeur”

Afin d'estimer les dérives en fréquence du laser “re-pompeur”, deux stratégies sont possibles :

- utiliser la cavité doublement résonante décrite à la page 168 pour contrôler la fréquence du laser,
- réaliser une expérience dédiée afin d'estimer la fluctuation de fréquence à partir de la position d'un “trou” d'accord à deux photons (figure 9.10).

La première approche suppose d’avoir asservi le laser de refroidissement sur la transition atomique de référence, et d’enregistrer le signal de la cavité, sur les voies bleues et infra-rouge, obtenu en balayant la longueur de la cavité (temps de balayage de 150 ms) à l’aide d’une cale piézo-électrique, de manière à visualiser plusieurs intervalles spectraux libres de chacun des signaux. Nous acquérons ainsi plusieurs traces, typiquement une par seconde, et analysons la position des pics de transmission de la cavité, dans le bleu et l’infra-rouge. La trace associée au laser “bleu” sert de référence pour étalonner les dérives de la cavité, essentiellement d’origine thermique et mécanique. Ces dérives peuvent alors être compensées sur la position des pics de transmission infra-rouge ce qui permet d’identifier les fluctuations restantes comme des fluctuations intrinsèques de fréquence du laser “re-pompeur”. Cette méthode nécessite d’avoir une cavité bien alignée pour les deux faisceaux et une bonne finesse sur chacune des voies et d’acquérir des traces à haute résolution, permettant de détecter un petit déplacement de chaque pic. Elle présente l’avantage de pouvoir “tourner” en parallèle d’une expérience, mais en pratique n’est efficace que pour détecter les sauts de mode du laser.

La seconde approche consiste à effectuer une expérience dédiée de spectre de refroidissement, en choisissant le désaccord du “re-pompeur” de manière à observer systématiquement le “trou” dû à la résonance à deux photons, et à mesurer le déplacement de ce “trou” d’un spectre à l’autre sur un temps typique d’une séquence expérimentale. La figure 9.15 présente les courbes expérimentales acquises lors d’une de ces expériences, réalisées avec une chaîne de 4 ions (afin d’augmenter le contraste de la résonance noire). Sur chaque trace, nous relevons

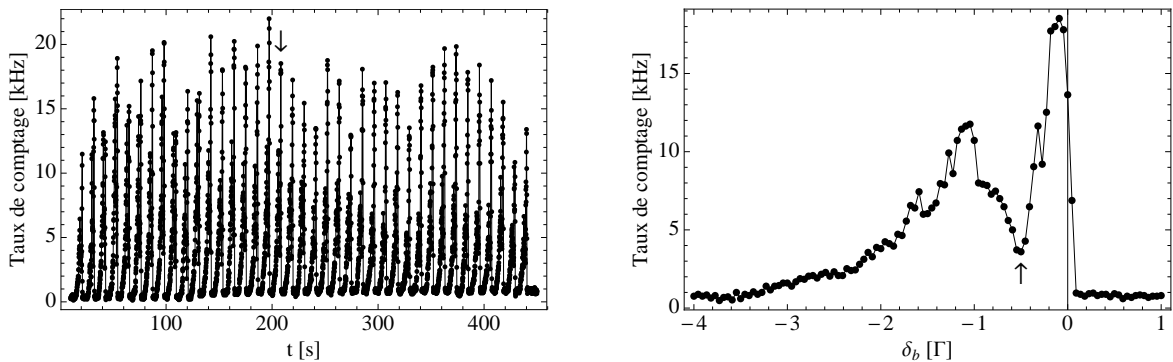


FIGURE 9.15 – Mesure de la stabilité du laser infrarouge, inférée d’une série de spectres de refroidissement présentant une résonance noire à deux photons. Figure de gauche : série de “38” spectres de refroidissement, la flèche indique le spectre choisi comme exemple et montré sur la figure de droite, où l’échelle horizontale a été exprimée en fonction du désaccord du laser de refroidissement. La flèche sur la figure de droite indique la position du minimum de la résonance noire à deux photons, ici pour $\delta_b \simeq -\Gamma/2$.

la position de la résonance noire. L’analyse statistique de ces données permet d’estimer les fluctuations de la fréquence du laser infra-rouge à ± 2.5 MHz, sur une durée de 400 s, typique de nos expériences. La fréquence du laser infra-rouge étant habituellement choisie telle que $\delta_r \simeq +\Gamma$, cela représente des fluctuations la valeur du désaccord de l’ordre de 10%. Dans ces conditions, il semble nécessaire, à court terme, de stabiliser le laser infra-rouge sur le signal d’erreur de la cavité doublement résonante et de contrôler sa fréquence à l’aide d’un modulateur acousto-optique.

Fibres

Une deuxième source de fluctuation possible est la fluctuation en intensité du laser de refroidissement et du “re-pompeur”. En principe les fluctuations relatives d’intensité en sortie d’un laser sont relativement faibles et sont souvent causées par des retours dans la cavité laser qui perturbent son fonctionnement. Dans notre dispositif, le laser “re-pompeur” est un laser fibré, peu sensible aux retours, et le laser de refroidissement est protégé des retours par un isolateur optique.

Afin de quantifier les fluctuations d’intensité et de polarisation des deux lasers, nous avons utilisé un montage d’analyse de la polarisation, à l’aide d’un cube séparateur de polarisation et de deux photo-diodes étalonnées, d’abord en sortie des lasers, puis en sortie de fibre sur la table “micro-piège”. Nous utilisons des fibres mono-modes à maintien de polarisation, entourées d’une gaine de protection métallique. Pour obtenir les meilleures performances possibles, il est nécessaire d’aligner la polarisation du laser en entrée de fibre sur un des axes neutres de la fibre, afin de limiter les fluctuations de polarisation induites par des contraintes mécaniques ou thermiques sur la fibre. Nous avons alors observé des fluctuations importantes de la polarisation en sortie de fibre (correspondant à des rotations d’environ 30 degrés de l’axe de polarisation), sur des échelles de temps relativement lentes (de l’ordre de la seconde) et corrélées à la mise en marche du module de climatisation dans la pièce. Ces fluctuations de polarisation en sortie de fibre sont problématiques car après passage dans un cube séparateur de polarisation, elles se transforment en fluctuations d’intensité pour les faisceaux utiles au refroidissement. Afin de supprimer ces effets, nous avons doublé le gainage de la fibre d’une gaine en plastique et avons soigneusement aligné la polarisation des lasers sur les axes neutres des fibres. Une fois ces optimisations faites, les fluctuations résiduelles de polarisation ont été mesurées comme inférieures à 0.2 %, pour des échelles de temps courtes (milliseconde, fluctuations d’origine mécanique) à longues (plusieurs dizaines de secondes, fluctuations d’origine thermique).

Enfin, deux photodiodes de contrôle ont été installées sur des pertes de miroir, afin de contrôler en permanence l’intensité des faisceaux de refroidissement.

Modulateur Acousto-Optique

Il est alors apparu qu’une source de bruit non négligeable sur le faisceau “bleu” de refroidissement était le modulateur acousto-optique, qui introduit des fluctuations relatives d’intensité de l’ordre de 8%, dans certaines situations. Cette source de bruit a été d’autant plus difficile à diagnostiquer qu’elle était inattendue et qu’elle se déclenchait aléatoirement, après une période indéterminée de fonctionnement du modulateur. Un modulateur acousto-optique est un composant relativement “basique”, composé d’un transducteur créant une onde sonore dans un cristal, mais pilotée par une électronique relativement complexe, comprenant un oscillateur contrôlé par une tension, un atténuateur pilotable, et un amplificateur radio-fréquence (capable de générer une puissance de 1 W), entourés d’amplificateurs opérationnels jouant le rôle de suiveurs ou sommateurs. L’étude du circuit de commande du modulateur acousto-optique, à l’aide d’un analyseur de spectre, a montré que celui-ci présentait, à l’allumage, deux modes de fonctionnement possibles, un mode “normal” où un signal “propre” est généré à la fréquence attendue (autour de 220 MHz) et un mode “anormal” où plusieurs fréquences non désirées sont simultanément présentes. Le composant fautif a été identifié comme étant un amplificateur opérationnel se mettant à osciller spontanément, perturbant le fonctionnement de l’oscillateur générant la tension radio-fréquence. Ce problème a été résolu

en ajoutant une résistance de charge à la sortie de l’amplificateur opérationnel. Malheureusement, ce “problème” résolu n’a pas eu d’incidence sur l’apparition aléatoire de fluctuations sur le faisceau diffracté par le modulateur acousto-optique.

A ce stade, plusieurs pilotes ont été testés, dont un synthétiseur Rhode & Schwartz, avec plusieurs amplificateurs radio-fréquence. Il s’est avéré que les fluctuations observés proviennent d’une boucle de masse, perturbant le fonctionnement de l’amplificateur radio-fréquence. Amplificateur et modulateur acousto-optique ont donc été isolés électriquement de la table optique (mise à la masse par une tresse) et placés aussi près que possible l’un de l’autre. Dans cette situation, les fluctuations relatives d’intensité sur le faisceau de refroidissement sont inférieures à 1%.

9.3.3 Estimation du taux de chauffage

La référence [Epstein 07] propose une méthode simple de mesure du taux de chauffage des ions piégés, à partir d’une analyse de la dynamique de refroidissement d’un ion unique à l’aide du modèle développé dans la référence [Wesenberg 07] et présenté dans la partie 3.3. L’idée de cette mesure est la suivante : l’ion est tout d’abord refroidi jusqu’à la limite Doppler, puis le laser de refroidissement est coupé pendant une durée τ_c durant laquelle l’ion subit uniquement le chauffage dû à son environnement. Le laser est alors à nouveau envoyé sur l’ion, avec un désaccord fixé, et la dynamique de retour à l’équilibre (temps caractéristique τ_f) de la fluorescence est analysée à l’aide du modèle [Wesenberg 07], qui donne une information sur l’énergie du système à $t = \tau_c$. La séquence est répétée plusieurs fois pour un même τ_c , afin d’obtenir la distribution des énergies et donc la température de l’ion (le chauffage ayant une origine probabiliste), puis à nouveau réalisée pour différents τ_c , afin d’obtenir le taux de variation de la température de l’ion en fonction du temps de chauffage. Ce modèle est valable dans la limite où on peut négliger le chauffage durant la phase de refroidissement, c’est à dire pour $\tau_c \gg \tau_f$, avec typiquement $\tau_f \leq 100$ ms.

Pour extraire de ce taux de chauffage le taux de chauffage “anormal”, il faut se placer dans les conditions où celui-ci est dominant (et où le modèle est valide), c’est à dire dans la géométrie où l’interaction des lasers de refroidissement se fait essentiellement avec le mode d’oscillation de l’ion ayant la fréquence la plus basse.

La figure 9.16 présente une trace obtenue sur un ion unique, avec un temps d’intégration de 10 ms, pour une expérience de principe de mesure de taux de chauffage. Pour interrompre

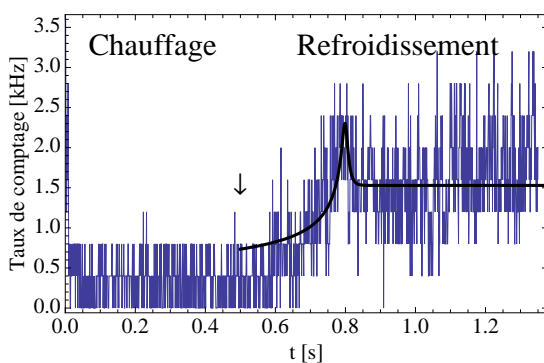


FIGURE 9.16 – Exemple de trace obtenue en coupant le refroidissement pendant 0.5 s (le laser “re-pompeur” est rallumé à $t = 0.5$ s, point signalé par la flèche), avec un ajustement possible par le modèle.

le refroidissement, nous utilisons le contrôle en fréquence du laser “re-pompeur”, pour le désaccorder ($\delta_r \simeq -900$ MHz), ce qui a pour effet d’interrompre le refroidissement et de

pomper les ions dans le niveau métastable $D_{3/2}$. Pour pouvoir résoudre cette dynamique, nous devons diminuer le temps d'intégration ce qui a pour effet de diminuer le rapport signal à bruit, qui n'est ici que de trois⁴ (il est ≥ 80 pour un temps d'intégration de 100 ms). La figure 9.16 présente aussi une tentative d'ajustement de cette courbe, pour un paramètre de saturation $s = 0.01$, et une énergie initiale de 6 K, en ayant introduit dans l'équation (3.65) un taux de chauffage⁵ *ad hoc* $\gamma \simeq 12$ K/s, compatible avec le gain d'énergie pendant la période de chauffage ($\tau_c = 0.5$ s).

Ce taux de chauffage est très élevé, pour un piège macroscopique, et ne peut être expliqué par le seul chauffage anormal. Cette mesure a été effectuée en ayant chargé le piège à partir d'un four à Strontium situé très près de la zone de piégeage (~ 5 cm), qui dégrade donc fortement la qualité du vide au voisinage des ions. Cela peut expliquer le taux de chauffage anormalement élevé mesuré, qui serait alors dominé par des collisions avec les atomes du vide résiduel. Depuis, un deuxième four a été ajouté dans le dispositif, situé plus loin de la zone de piégeage (~ 20 cm) ce qui réduit certainement la pression partielle d'atomes au voisinage du centre du piège lors du chargement.

Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre nous avons présenté les performances du dispositif d'imagerie et de contrôle d'expérience mis en œuvre sur un piège macroscopique et utilisé pour caractériser la dynamique des ions piégés. Nous avons montré en particulier que les performances de l'objectif mis en place sont suffisantes pour résoudre des ions uniques au sein de petites chaînes et donc compter le nombre d'ions. Nous avons ensuite montré comment mesurer l'effet des champs électriques parasites statiques sur la position d'équilibre des ions, en observant d'une part le déplacement du nuage et d'autre part en préparant une expérience de corrélation des temps d'arrivée des photons avec la phase de la source radio-fréquence. Enfin nous avons étudié la dynamique de fluorescence du système dans les spectres de refroidissement ou les expériences de mesure de taux de chauffage.

Il est apparu que ces mesures sont limitées par les différentes sources d'instabilité du montage expérimental, dont une certaine partie a pu être supprimée par des améliorations successives. Afin d'obtenir un degré de contrôle compatible avec des expériences sur ion unique refroidi à la limite Doppler, plusieurs pistes sont actuellement explorées :

- asservissement de la fréquence du laser infra-rouge sur la cavité doublement résonante et contrôle de sa fréquence par un modulateur acousto-optique dédié,
- amélioration du vide par l'ajout d'un "guetteur", dispositif de pompage passif, capable de pomper les atomes résiduels.

Une fois ces améliorations mises en œuvre, il sera possible de tester le fonctionnement d'un des pièges micro-fabriqués, ce qui n'a pas été fait lors de cette thèse, faute de temps.

4. Le bruit de numérisation, provient du fait que le tube photo-multiplicateur ne compte les photons que par multiples de 4.

5. en ajoutant une source de chauffage indépendante : $\left(\frac{d\bar{E}_z}{d\tau}\right)_{\text{chauffage}} = \frac{t_0}{E_0} \gamma$.

Conclusion

La réalisation d'un ordinateur quantique basé sur un ensemble d'ions piégés, interagissant de manière contrôlée à la fois à travers l'interaction coulombienne et un couplage avec des champs lumineux de contrôle, nécessite de miniaturiser les dispositifs de piégeage. La fabrication de pièges avec des électrodes de dimension micro-métrique représente un défi technologique et fait émerger dans la physique des pièges à ions de nouveaux phénomènes, comme le chauffage "anormal". Le travail de cette thèse s'insère dans cette thématique et y contribue, en particulier concernant la compréhension de ce phénomène de chauffage.

L'objectif initial, ambitieux, de figurer parmi les premières équipes capables de fabriquer et tester un piège à ions volumique, réalisé avec les techniques de micro-fabrication standard du silicium, a initié l'étude des obstacles au piégeage d'ions dans les pièges miniature, ce qui a donné lieu à des études aussi bien théoriques qu'expérimentales. Le sujet de cette thèse, confiner des ions dans un piège micro-fabriqués pour des applications d'information quantique, couvre un domaine relativement récent de recherche, sur lequel encore peu d'équipes ont pu obtenir des résultats concluants. Dans ce contexte, un certain nombre de problèmes restent encore ouverts et ont motivé des investigations théoriques prospectives, ainsi que le développement de modèles pour comprendre les résultats expérimentaux

Etudes théoriques prospectives Au début de cette thèse, une proposition théorique existait sur l'encodage de *qubits* au moyen d'Hamiltoniens protégés par leurs symétries et l'étape suivante consistait à développer des outils numériques pour explorer les mécanismes permettant de manipuler l'état de ces *qubits*. Ce travail a permis de développer ces outils et des schémas de manipulation des *qubits* ont été proposés et démontrés. Ces résultats ouvrent la voie à la démonstration de l'utilité pratique des *qubits* protégés.

Une autre piste de valorisation des ions piégés dans le cadre de la communication quantique a été explorée, menant à la proposition d'un système de répéteurs quantiques basé sur des ions piégés. Non seulement la solution proposée est plus performante que les meilleurs protocoles actuellement envisagés, mais il utilise des estimations parfaitement compatibles avec les meilleures implémentations d'expériences utilisant des ions piégés pour l'information quantique. En principe, ce protocole pourrait être rapidement testé et déployé, marquant un progrès important dans le cadre de la communication quantique par la distribution d'états intriqués sur un millier de kilomètres.

Modèles expérimentaux Un aspect essentiel de ce travail de thèse a été de développer, ou d'adapter, des modèles théoriques simples permettant de rendre compte des mesures faites dans des expériences utilisant des ions piégés. En particulier une approche analytique complète du processus de photo-ionisation a permis de dégager les paramètres optimaux de fonctionnement et seront utiles pour optimiser le taux de chargement dans les expériences

qui ont pour but de créer des nuages d'ions très denses pour réaliser une mémoire quantique.

Un volet très important de cette thèse porte sur la modélisation du processus de chauffage “anormal” observé dans les expériences d'ions piégés. Le modèle analytique développé permet de prendre en compte explicitement les effets de désordre du potentiel sur la surface des électrodes et de calculer les lois d'échelle prédisant l'évolution du taux de chauffage avec la miniaturisation des dispositifs. De plus ce modèle permet de faire des comparaisons entre des mesures locales du bruit sur la surface des électrodes, au moyen de microscopes à force atomique sensibles aux champ électrique, et les mesures de taux de chauffage. Cela ouvre la voie à l'optimisation de la qualité des surfaces en vue d'améliorer les performances de pièges miniatures.

Avancées expérimentales Au commencement de cette thèse, le dispositif expérimental consistait en une table optique “nue”, un bloc de pompage turbomoléculaire et un prototype de piège volumique micro-fabriqués. Les sources laser, déjà fonctionnelles, venaient de permettre l'observation des premiers nuages d'ions strontium refroidis dans l'expérience macro-piège. Le développement d'une enceinte à vide dédiée, dotée d'accès optiques et d'une pompe ionique, ainsi que l'injection des sources lasers dans des fibres et la conception d'un système d'imagerie adaptée, ont permis d'observer des ions uniques piégés dans un macro-piège. Des caractérisations préliminaires de la dynamique de fluorescence, couplées à l'adaptation d'un modèle théorique ont démontré le principe de la mesure du taux de chauffage.

Parallèlement au développement du montage expérimental, l'étude du prototype de micro-piège volumique a montré les limitations induites par le procédé de fabrication et ont motivé l'étude d'une géométrie plus simple. Les premiers échantillons de pièges surfaciques ont été réalisés en salle blanche, et leurs propriétés électriques caractérisées et optimisées. Le manque de temps, et les différents impondérables expérimentaux survenus au cours de cette thèse n'ont pas encore permis de faire converger les deux approches et de tester un dispositif de micro-piège dans l'enceinte à vide. Néanmoins, cela devrait être possible à très court terme, les obstacles majeurs aux tests de piégeage des micro-pièges étant résolus.

Perspectives A court terme, la démonstration du fonctionnement des pièges surfaciques constitue un enjeu important et devra permettre d'étudier les propriétés de chauffage des pièges micro-fabriqués en cuivre. Il sera sans doute nécessaire d'optimiser encore le protocole de fabrication pour augmenter l'épaisseur des électrodes jusqu'à une dizaine de microns. Une fois les premiers taux de chauffage mesurés, la comparaison avec des mesures au microscope à force atomique sensible au champ électrique devrait permettre d'optimiser encore le processus de fabrication.

A plus long terme, il sera intéressant de comparer les propriétés de chauffage de pièges réalisés en différents matériaux et, pour cela, de développer un protocole de croissance électrochimique d'or ou d'argent. Cette démarche s'inscrit aussi dans la perspective d'utiliser des ions piégés au voisinage de surfaces comme sondes locales des champs électriques et magnétiques, pouvant fournir des informations complémentaires aux autres sondes en champ proche (STM, AFM, ...). Dans ce contexte le contrôle presque parfait de l'état quantique d'un ion piégé pourrait servir à caractériser de façon ultime son interaction avec un échantillon proche.

Appendices

Annexe A

Manipulation de *qubits* protégés

Cet appendice présente les méthodes numériques développées au cours de cette thèse pour simuler l'équation de Schrödinger d'un système de $N \times N$ spins $\frac{1}{2}$ en interaction :

$$i\partial_t |\psi(t)\rangle = H(t) |\psi(t)\rangle, \quad (\text{A.1})$$

où $H(t) = H_0 + f(t)V$ est l'Hamiltonien perturbé dépendant du temps. La fonction d'onde $|\psi(t)\rangle$ évolue dans un espace de Hilbert à 2^{N^2} dimensions et peut être donc décrite par autant de coefficients complexes dépendant du temps. L'équation (A.1) peut être alors écrite comme une équation algébrique, dont le terme de droite peut être évalué efficacement par un ordinateur.

A.1 Simulation numérique

Pour un traitement efficace sur ordinateur, il est préférable de ré-écrire l'équation (A.1) sous une forme réelle :

$$\partial_t \underbrace{\begin{pmatrix} \text{Re} [|\psi(t)\rangle] \\ \text{Im} [|\psi(t)\rangle] \end{pmatrix}}_{X(t)} = \underbrace{\begin{pmatrix} \text{Im} [H(t)] & \text{Re} [H(t)] \\ -\text{Re} [H(t)] & \text{Im} [H(t)] \end{pmatrix}}_{M(t)} \begin{pmatrix} \text{Re} [|\psi(t)\rangle] \\ \text{Im} [|\psi(t)\rangle] \end{pmatrix}, \text{ soit } \partial_t X(t) = M(t)X(t) \quad (\text{A.2})$$

où il est facile de vérifier que la matrice $M(t)$ est antisymétrique, ce qui garantit que la norme du vecteur $X(t)$ est conservée lors de l'évolution. Sous cette forme le problème peut être discrétisé et intégré numériquement de manière efficace. En notant $\{t_n\}_n$ une suite de temps telle que $|t_{n+1} - t_n| \simeq h$, on peut écrire la formule d'Euler¹ :

$$X_{n+1} \equiv X(t_{n+1}) \simeq (1 + hM_n)X_n \quad (\text{A.3})$$

où $M(n) \equiv M(t_n)$. Si l'on connaît la condition initiale X_0 , on peut calculer itérativement la valeur approchée de la suite $\{X(t_n)\}_n$ à l'aide de l'équation (A.3). La solution approchée obtenue est dite du premier ordre car en comparant l'équation (A.3) au développement de Taylor de la solution exacte $X(t)$ au voisinage de t_n on obtient :

$$X(t_n + h) \simeq 1 + M(t_n)X(t_n)h + \frac{1}{2}\ddot{X}(t_n)h^2 + O(h^3). \quad (\text{A.4})$$

1. le raisonnement détaillé ici se généralise sans difficulté à un maillage temporel non régulier et à des équations différentielles plus générales, de la forme : $\partial_t x(t) = f(t, x(t))$.

En comparant les expressions (A.3) et (A.4) on trouve une erreur $O(h^2)$ par pas d'intégration et comme il y a $1/h$ pas de temps entre t_1 et t_N , l'erreur totale est $O(h)$: si $h \rightarrow 0$ la solution approchée tend vers la solution exacte. Ce schéma est notoirement instable au sens où les erreurs numériques vont être amplifiées de façon exponentielle au cours de la propagation.

Pour pallier à cet inconvénient, il est nécessaire de recourir à un schéma d'intégration d'ordre supérieur. Ces schémas reposent sur un mécanisme d'estimation-correction : pour calculer X_{n+1} , on estime d'abord la valeur de $X_{n+\frac{1}{2}}$, qui correspond à un point fictif au milieu de l'intervalle $[t_n, t_{n+1}]$, à l'aide d'une formule du premier ordre, comme celle de l'équation (A.3). La valeur X_{n+1} est alors calculée en évaluant la dérivée en ce point :

$$X_{n+1} \simeq X_n + h\dot{X}_{n+\frac{1}{2}} = X_n + hM_{n+\frac{1}{2}}X_{n+\frac{1}{2}}, \quad (\text{A.5})$$

c'est la méthode dite de Runge-Kutta du deuxième ordre. L'estimation du premier ordre de l'équation (A.3) est alors corrigée par l'évaluation de la dérivée au point intermédiaire. Il est facile de vérifier que la solution alors obtenue est $O(h^2)$ et on admet que cette solution est plus stable que la solution d'ordre $O(h)$. Notons que le calcul de cette solution nécessite d'évaluer deux fois, à chaque itération le membre de droite de l'équation (A.1). Il est courant d'utiliser un développement jusqu'au quatrième ordre, pour obtenir une solution $O(h^4)$.

Il n'est pas question ici de discuter des mérites respectifs des différents schémas d'intégration numérique. En général la "qualité" de la solution approchée obtenue est évaluée à l'aide d'un estimateur d'erreur, c'est à dire la mesure (numérique) d'une propriété connue de la solution. Un premier indicateur pour une évolution Hamiltonienne est la conservation de la norme de la solution au cours de l'évolution. Dans les problèmes simples, les quantités conservées associées à une symétrie du système fournissent aussi de bons indicateurs. Dans le cas d'une évolution générale il n'existe pas nécessairement de quantités conservées aux cours de l'évolution : il peut être alors intéressant d'estimer l'erreur numérique en comparant les approximations obtenues par deux ordres successifs d'un schéma d'intégration.

En particulier le schéma dit de Cash-Karp-Runge-Kutta [Cash 90] fournit un moyen de calcul simultané des quatrième et cinquième ordres de la solution, ce qui permet d'estimer exactement l'erreur du quatrième ordre, avec seulement six évaluations du membre de droite. C'est ce schéma qui sera utilisé par la suite. Lorsque cette erreur devient trop grande, un mécanisme d'adaptation du pas de temps peut alors être mis en place, comme détaillé dans la section suivante.

A.1.1 Algorithme de Cash-Karp-Runge-Kutta

L'algorithme de Cash-Karp-Runge-Kutta permet de calculer $X_{n+1} = X(t_n + dt)$ au quatrième et cinquième ordre, à partir de $X_n = X(t_n)$ et de six évaluations du membre de droite de l'équation (A.2) :

$$k_1 = dtM(t_n)X(t_n) \rightarrow X_n^{(1)} = X_n + b_{21}k_1 \quad (\text{A.6a})$$

$$k_2 = dtM(t_n + a_2dt)X_n^{(1)} \rightarrow X_n^{(2)} = X_n + b_{31}k_1 + b_{32}k_2 \quad (\text{A.6b})$$

$$k_3 = dtM(t_n + a_3dt)X_n^{(2)} \rightarrow X_n^{(3)} = X_n + b_{41}k_1 + b_{42}k_2 + b_{43}k_3 \quad (\text{A.6c})$$

$$k_4 = dtM(t_n + a_4dt)X_n^{(3)} \rightarrow X_n^{(4)} = X_n + b_{51}k_1 + b_{52}k_2 + b_{53}k_3 + b_{54}k_4 \quad (\text{A.6d})$$

$$k_5 = dtM(t_n + a_5dt)X_n^{(4)} \rightarrow X_n^{(5)} = X_n + b_{61}k_1 + b_{62}k_2 + b_{63}k_3 + b_{64}k_4 + b_{65}k_5 \quad (\text{A.6e})$$

$$k_6 = dtM(t_n + a_6dt)X_n^{(5)} \rightarrow X_{n+1} = X_n + c_1k_1 + c_3k_3 + c_4k_4 + c_6k_6 \quad (\text{A.6f})$$

$$\delta X_{n+1} = \delta_1k_1 + \delta_3k_3 + \delta_4k_4 + \delta_5k_5 + \delta_6k_6 \quad (\text{A.6g})$$

où les coefficients a_i , b_{ij} , c_i et δ_i sont définis dans le tableau A.1 L'équation (A.6f) donne la

i=	1	2	3	4	5	6
a_i	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{5}$	1	$\frac{7}{8}$
b_{2i}	$\frac{1}{5}$					
b_{3i}	$\frac{3}{40}$	$\frac{9}{40}$				
b_{4i}	$\frac{10}{3}$	$-\frac{9}{10}$	$\frac{6}{5}$			
b_{5i}	$-\frac{11}{54}$	$\frac{2}{5}$	$-\frac{70}{27}$	$\frac{35}{27}$		
b_{6i}	$\frac{1631}{55296}$	$\frac{175}{512}$	$\frac{575}{13824}$	$\frac{44275}{110592}$	$\frac{253}{4096}$	
c_i	$\frac{37}{378}$	0	$\frac{621}{250}$	$\frac{594}{125}$	0	$\frac{512}{1771}$
δ_i	$-\frac{277}{64512}$	0	$\frac{6925}{370944}$	$-\frac{594}{202752}$	$-\frac{277}{14336}$	$\frac{1771}{7084}$

TABLE A.1 – Coefficients de l'algorithme de Cash-Karp-Runge-Kutta [Press 07].

solution approchée au quatrième ordre et l'équation (A.6g) donne l'erreur d'approximation numérique sur ce quatrième ordre.

A.1.2 Ordres de grandeur

Pour estimer la difficulté à traiter un problème numériquement, deux paramètres sont essentiels : la taille en mémoire requise pour stocker les variables du problèmes et le nombre d'opérations élémentaires à réaliser pour pouvoir compléter une étape de l'algorithme.

Taille en mémoire

Le tableau A.2 indique la quantité de mémoire occupée par le vecteur $X(t)$, décrivant la fonction d'onde du système de taille $N \times N$ et par la matrice $M(t)$ décrivant l'Hamiltonien du système. Nous supposons que ces objets sont encodés par des tableaux de réels en simple

	nombre de <i>floats</i>	taille en mémoire
Fonction d'onde $X(t)$	2^{N^2+1}	2^{N^2+3}
$N = 2$	32	128 o
$N = 3$	1024	4 ko
$N = 4$	$\sim 10^6$	128 ko
Hamiltonien $M(t)$	2^{2N^2+1}	2^{2N^2+3}
$N = 2$	512	2 ko
$N = 3$	$\sim 5 \times 10^6$	2 Mo
$N = 4$	$\sim 9 \times 10^9$	32 Go

TABLE A.2 – Ordres de grandeur pour les simulations

précision (*float*), ce qui veut dire qu'un chiffre est représenté par sept chiffres significatifs et un exposant (compris dans l'intervalle $[-38 : 38]$). La précision relative attendue d'un calcul utilisant des *floats* est donc de l'ordre de 10^{-6} . Le tableau A.2 montre que les cas $N = 2$ et $N = 3$ sont accessibles à la simulation, sans problème d'espace mémoire. Pour $N > 3$, le stockage en mémoire de l'Hamiltonien va poser problème et des approximations devront être introduites pour limiter le nombre de degrés de liberté.

Nombre d'opérations

Afin d'évaluer le nombre d'opérations nécessaires pour faire une itération de l'algorithme d'intégration, on évalue le nombre de multiplications sous-jacentes : la plupart des processeurs modernes peuvent en effet effectuer en une opération une multiplication suivie ou précédée d'une addition. Notons qu'un produit scalaire entre deux vecteurs nécessite 2^{N^2+1} multiplications. Par conséquent, l'évaluation du terme de droite de l'équation (A.1), qui comporte 2^{N^2+1} produits scalaires, nécessite $2^{2(N^2+1)}$ opérations élémentaires.

En général, pour avoir une erreur de l'ordre de h^p où $h = \max[dt]$ est le plus grand pas de temps fait lors de l'intégration, il faut faire à chaque itération au moins p évaluations du membre de droite de l'équation, suivies d'une multiplication par un scalaire, soit : $p \times 2^{3(N^2+1)}$ opérations par itération. Si le processeur sur lequel tourne l'algorithme est capable de fournir en puissance crête x GFlop/s (soit $x \times 2^{30}$ opérations à virgule flottantes par seconde), le nombre d'itérations par seconde est au mieux de : $2^{3(9-N^2)} \times x/p$. Il faut donc privilégier la puissance de calcul qui dépend principalement de la fréquence de fonctionnement du processeur et du nombre d'unités de calcul.

A.1.3 Avantages des processeurs graphiques

Avec les progrès des technologies informatiques, le calcul scientifique n'est plus exclusivement le domaine réservé des stations de travail haut de gamme. Un processeur de milieu de gamme comme le modèle Intel Core 2 Duo² est capable de fournir environ 13 GFlop/s (par cœur de calcul), soit d'effectuer environ 7×10^4 itérations par seconde, pour le cas $N = 2$. Si le programme est capable d'utiliser les deux cœurs simultanément, ce qui nécessite d'optimiser le code, avec par exemple la librairie OpenMP³, deux fois plus d'itérations par secondes pourront être réalisées. Un processeur haut de gamme, comme le modèle Intel Core i7⁴ peut délivrer jusqu'à 107 GFlop/s pour un code optimisé, soit environ 6×10^5 itérations par seconde, pour le cas $N = 2$. Le cas $N = 3$ est nettement moins favorable, puisque seulement 18 itérations par seconde seront au mieux réalisées avec ce processeur haut de gamme.

Pour obtenir des performances plus élevées il semble nécessaire d'optimiser le programme pour pouvoir le faire tourner en parallèle sur plusieurs machines, en utilisant par exemple une librairie comme MPI⁵. En effet les problèmes d'algèbre linéaire peuvent se décomposer en plusieurs étapes indépendantes, pouvant être réalisées en parallèle sur plusieurs machines, les résultats étant partagés entre tous les processeurs via un réseau local. Si ce concept est séduisant, le fait de ne pas pouvoir directement partager la mémoire entre les différents processeurs introduit un temps de latence dû à la communication entre les processeurs qui rend ce procédé peu efficace dans ce cas particulier.

Heureusement, il existe dans tout ordinateur un composant dédié, spécialement conçu pour faire tourner en parallèle des processeurs élémentaires spécialisés sur des tâches simples : la carte graphique. Celle-ci en effet manipule des images (matrices) et leur applique des effets de rendu, qui ne sont rien d'autre que des opérations d'algèbre sur les matrices de pixels. Cette potentialité est longtemps restée relativement restreinte, faute d'une interface de programmation adaptée à la manipulation directe de la mémoire de la carte graphique. Depuis 2008, la société Nvidia, fabricant de puces pour cartes graphiques, implémente en

2. modèle E8600, fréquence de fonctionnement 3.33 GHz, deux cœurs, 6 Mo de mémoire tampon partagée.

3. <http://www.openmp.org>

4. modèle 980 XE, fréquence de fonctionnement 3.33 GHz, six cœurs, 12 Mo de mémoire tampon partagée.

5. *Message Passing Interface* <http://www.mcs.anl.gov/research/projects/mpi/>.

série dans ses processeurs l'architecture *Compute Unified Device Architecture* (CUDA), qui offre une interface de programmation en C pour exécuter un programme sur le processeur d'une carte graphique. De plus, cette société propose des cartes de calcul dédiées, avec des processeurs optimisés, pour réaliser du calcul scientifique à haute performance, ainsi que des bibliothèques dédiées pour l'algèbre linéaire : l'adaptation d'un code d'intégration au calcul parallèle sur carte graphique est alors relativement simple, il suffit d'invoquer les fonctions de calcul matriciel appropriées.

Dès 2008, nous avons acquis une carte Nvidia Tesla C870, dotée de 128 cœurs de calcul, fonctionnant à une fréquence de 1.35 GHz, partageant 1.5 Go de mémoire vive et capable de délivrer au maximum 518 GFlop/s. Cette carte⁶ permet d'atteindre des performances de environ 3×10^6 itérations par seconde dans le cas $N = 2$ et environ 80 itérations par seconde dans le cas $N = 3$, ce qui est suffisant pour la plupart de nos calculs (environ 10^5 itérations, soit 20 minutes de calcul).

A.2 Présentation du code

Le programme “qubits” développé a deux usages principaux : d'une part trouver les valeurs propres et vecteurs propres d'une matrice symétrique réelle donnée, et d'autre part résoudre l'équation de Schrödinger avec un Hamiltonien dépendant du temps.

Les Hamiltoniens (matrices) manipulés ici sont générés à l'aide de Mathematica et exportés dans un fichier au format texte, les valeurs étant séparées par des espaces. Ces fichiers servent d'entrée au code qubits : par exemple si l'Hamiltonien 2×2 ($N = 2$) est stocké dans le fichier `H.txt`, la diagonalisation s'obtient par :

```
% qubits --n=2 --diag --H=H.txt
```

Deux fichiers sont créés, le fichier `H.txt.diag` qui contient les valeurs propres en ordre croissant et le fichier `H.txt.Q` qui contient les vecteurs propres orthonormés. Pour la simulation numérique de l'évolution du système, l'appel au programme se fait via la commande :

```
% qubits --n=3 --evolve=manipulation.cfg > log
```

où le fichier `manipulation.cfg` décrit les paramètres de la perturbation, l'Hamiltonien initial et les conditions initiales.

A.2.1 Diagonalisation

L'algorithme utilisé ici, et schématisé dans la figure A.1, permet de diagonaliser une matrice symétrique réelle M en un nombre fini d'étapes. Il consiste à d'abord réduire la matrice M à une forme tridiagonale, par la méthode de *Householder* [Press 07], qui consiste à appliquer une série de transformations orthogonales sur la matrice M , pour obtenir la matrice tridiagonale T , telle que :

$$M = {}^t P T P, \tag{A.7}$$

où P est une matrice de passage. La matrice tridiagonale T est alors diagonalisée avec un algorithme *QL* implicite [Press 07] :

$$T = {}^t P' D P' \tag{A.8}$$

6. Le dernier modèle commercialisé par Nvidia permet même d'atteindre 1 TFlop/s (Téra : 10^{12}).

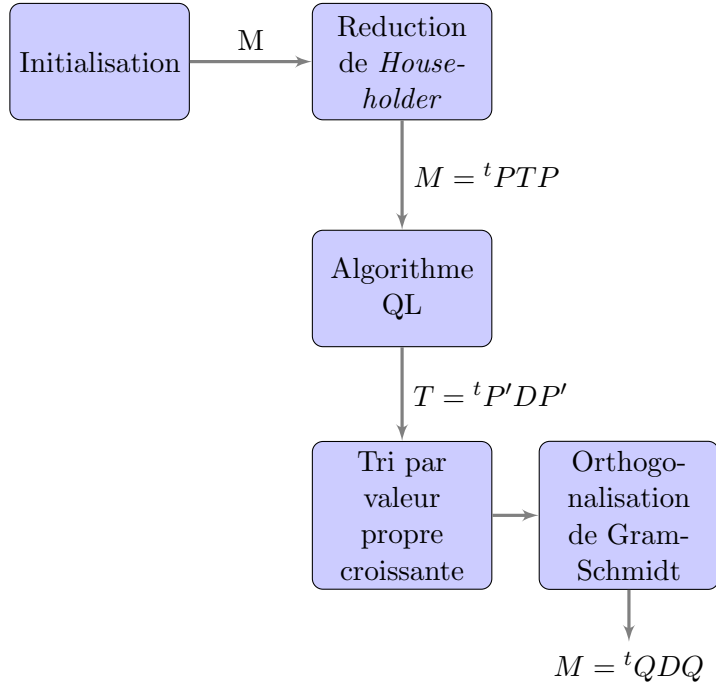


FIGURE A.1 – Schéma de principe de l'algorithme de diagonalisation.

Cette méthode de diagonalisation est itérative et converge en un temps fini pour une matrice tridiagonale. Afin d'obtenir le spectre de la matrice sous une forme utile, les vecteurs propres sont classés par valeur propre croissante, à l'aide d'un algorithme de tri par tas⁷. Enfin ces vecteurs propres sont rendus orthogonaux par le procédé de Gram-Schmidt. Le programme écrit alors dans deux fichiers, d'une part les valeurs propres de la matrice, et d'autre part, la matrice de passage orthogonale Q , dont les vecteurs colonne donnent les vecteurs propres du système.

Nous n'avons pas cherché à écrire un algorithme plus général de diagonalisation d'une matrice complexe hermitienne car l'Hamiltonien protégé étudié ici est réel : cet algorithme est donc suffisant pour étudier son spectre.

A.2.2 Evolution

L'algorithme d'évolution implémentant le schéma de Cash-Karp-Runge-Kutta est schématisé sur la figure A.2. L'évolution du système est intégrée de $t = 0$ à $t = t_f$ et l'état du système (les coefficients de la fonction d'onde sur une base choisie) est sauvegardé à intervalle de temps régulier dt_{out} , avec typiquement $dt_{out} \simeq \frac{t_f}{1000}$. L'étape d'intégration consiste en un essai d'intégration sur un pas de temps dt . Si l'erreur ϵ estimée est suffisamment petite, c'est à dire $\epsilon < \epsilon_{max} \simeq 10^{-6}$, le temps est incrémenté de dt , et éventuellement la valeur de dt est augmentée. Si l'erreur dépasse la valeur tolérable, le pas de temps est diminué de moitié et l'étape d'intégration est recommencée, jusqu'à la réussite. Dans le cas où le pas de temps devient nul aux approximations numériques près, l'algorithme s'arrête sur une erreur.

7. qui converge toujours en $n \log n$, où n est la taille du tableau à trier, ce qui est nécessaire vu le nombre de valeurs propres à trier : 2^{N^2} .

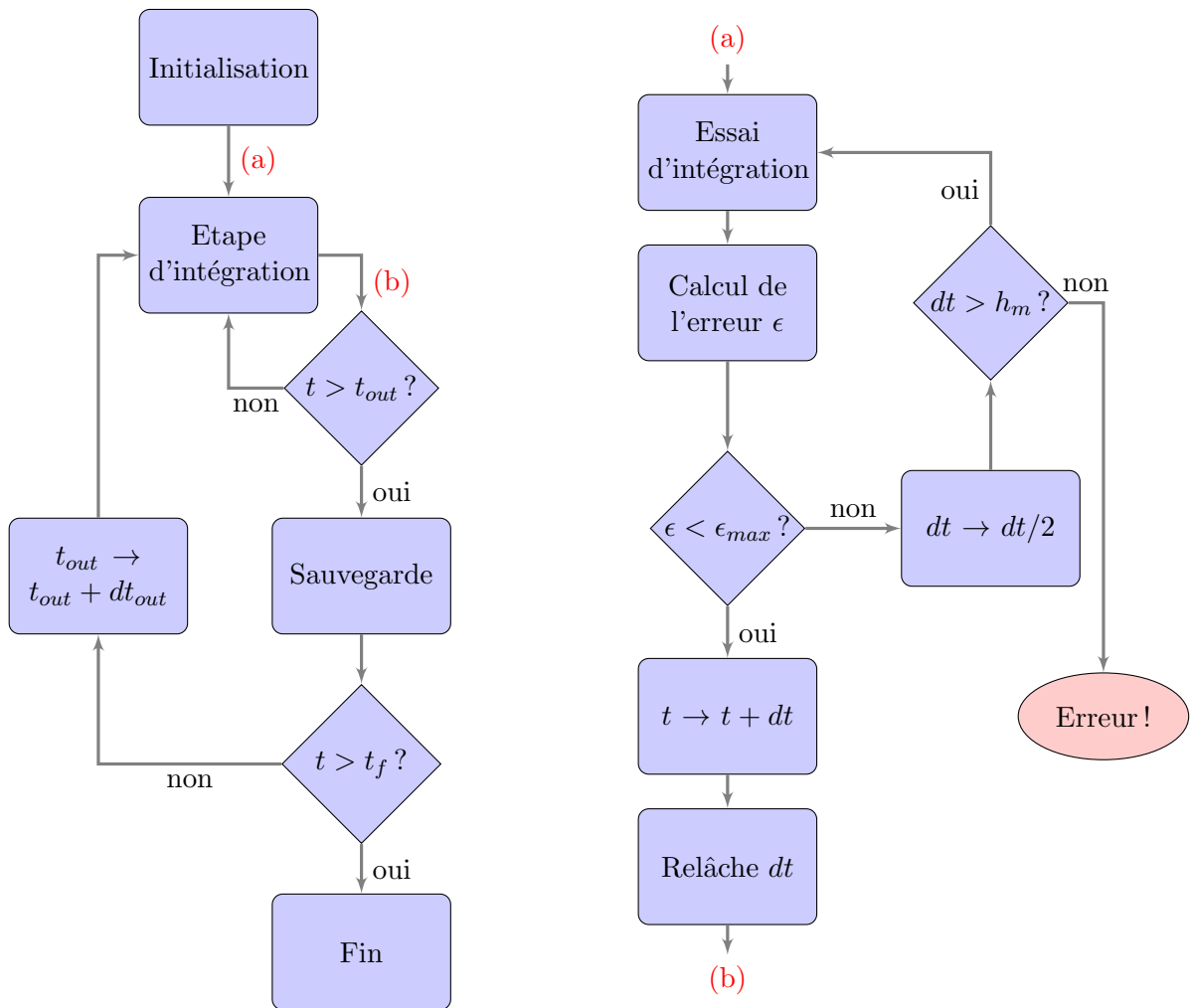


FIGURE A.2 – Schéma de principe de l'intégrateur numérique utilisé. Un test sur la valeur du pas dt permet de détecter une convergence trop lente, lorsque celui-ci devient trop petit.

A.3 Résultats

Nous présentons ici quelques résultats obtenus par l'utilisation de ce code et pertinents pour l'étude présentée dans la partie 1.3.

A.3.1 Diagonalisation

La figure A.3 présente le spectre de l'Hamiltonien :

$$H = H_0 + h_x V_x, \quad (\text{A.9})$$

somme de l'Hamiltonien protégé de l'équation (1.15) et d'une perturbation V_x avec un poids $h_x \in [0, 1]$, en fonction de h_x , pour le cas $N = 2$. Ce spectre possède les propriétés attendues :

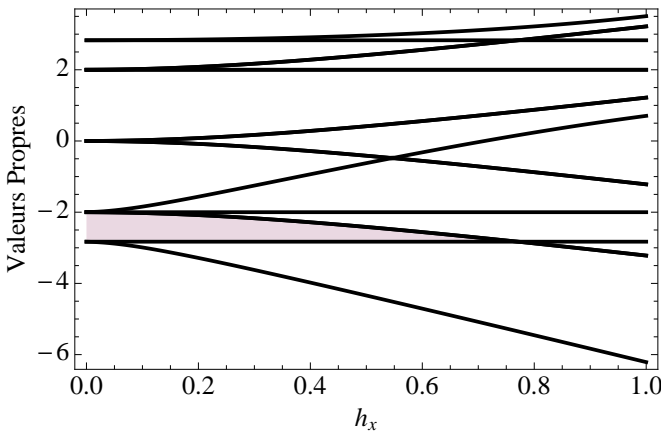


FIGURE A.3 – Spectre de l'Hamiltonien perturbé $H = H_0 + h_x V_x$ en fonction du poids de la perturbation h_x , dans le cas $N = 2$, où il y a $2^4 = 16$ valeurs propres. Jusqu'à des valeurs élevées du poids de la perturbation, il n'y a pas de croisement de niveaux entre les états fondamentaux et les états excités.

- pour une perturbation faible ($h_x \leq 0.1$) le fondamental est un doublet dégénéré, séparé des autres états du système par un “gap”,
- pour une perturbation modérée, ($h_x \leq 0.4$) le fondamental n'est plus dégénéré mais le *gap* subsiste.

La figure A.4 présente le spectre de l'Hamiltonien :

$$H = H_0 + h_z V_z, \quad (\text{A.10})$$

somme de l'Hamiltonien protégé de l'équation (1.15) et d'une perturbation V_z avec un poids $h_z \in [0, 1]$, en fonction de h_z , pour le cas $N = 3$. Cette figure illustre la protection apportée par les symétries du système : même pour des poids de perturbation élevé, le *gap* subsiste et le fondamental ne se “mélange” pas aux états excités.

A.3.2 Evolution

Les problèmes d'évolution d'un *qubit* protégé sous l'action d'un Hamiltonien dépendant du temps sont nombreux et variés et répondent aux thématiques étudiées dans la partie 1.3. Il ne s'agit pas ici de présenter tous les résultats obtenus sur ces systèmes mais plutôt de détailler la démarche adoptée sur un exemple concret. Nous démontrons donc ici la capacité du code *qubits* à simuler l'initialisation du *qubit* protégé dans un des deux états fondamentaux de l'Hamiltonien protégé.

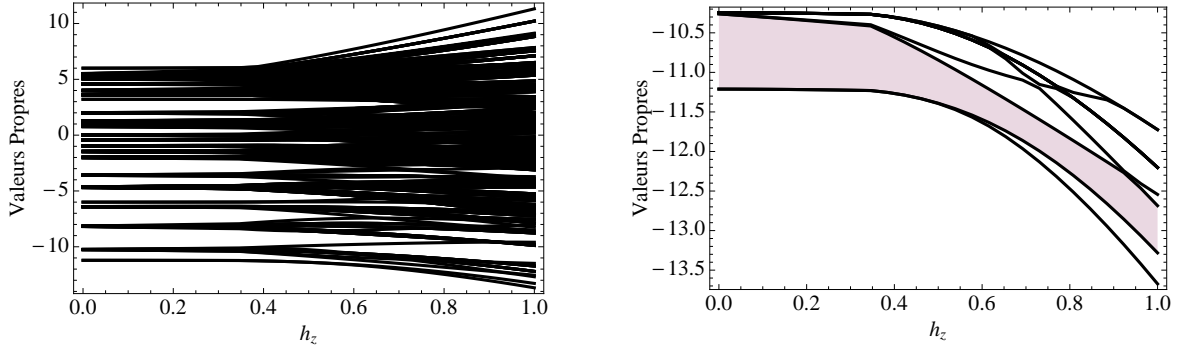


FIGURE A.4 – Spectre de l’Hamiltonien perturbé $H = H_0 + h_z V_z$ en fonction du poids de la perturbation h_z , dans le cas $N = 3$, où il y a $2^9 = 512$ valeurs propres. La figure de droite présente l’évolution des dix premières valeurs propres.

La figure A.5 présente un résultat d’évolution du système, dans le cas $N = 3$, pour un Hamiltonien $H(t)$ dépendant du temps qui passe continûment de l’Hamiltonien V_x à l’Hamiltonien H_0 :

$$H(t) = g(t)V_x + (1 - g(t))H_0 \quad (\text{A.11})$$

avec $g(t) = \exp[-t^2/\tau^2]$. A $t = 0$ le système est dans l’état fondamental de V_x , qui est un état factorisé. Sous l’évolution de $H(t)$ le système passe progressivement à un état propre de H_0 . Ces états sont des états hautement intriqués, difficiles à décrire dans la base canonique. C’est pourquoi l’évolution est suivie dans la base propre de H_0 , dans laquelle le résultat est simple à analyser. La figure A.5 montre que l’état initial évolue vers une superposition des deux états du doublet fondamental de H_0 , avec une erreur⁸ inférieure à 6×10^{-6} . On peut vérifier que cette superposition correspond à l’état $|+\rangle$.

8. définie par rapport à la fidélité, $\mathcal{F} = |\langle 0|\psi\rangle|^2 + |\langle 1|\psi\rangle|^2$

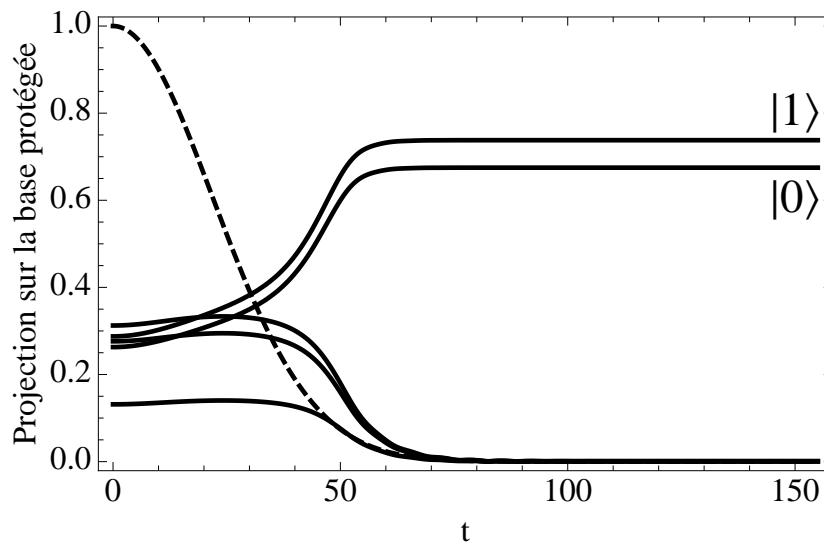


FIGURE A.5 – Evolution des cinq premières composantes de la fonction d'onde, dans la base propre de H_0 , en fonction du temps sous l'action de $H(t)$. L'état initial, factorisé et état propre de V_x est mal décrit dans cette base (c'est une superposition complexe de tous les états propres de H_0). L'état final est plus simple : il est décrit par seulement deux coefficients, correspondant à la projection sur le doublet du fondamental, la projection sur les autres états étant nulle. Courbe noire discontinue : $g(t)$, $\tau = 30$.

Annexe B

Simulations de potentiels électriques

Dans cette annexe nous présentons un mode d'emploi, en ligne de commande, des logiciels *gmsh* et *getdp*, utilisés pour simuler les potentiels des pièges micro-fabriqués. Trouver le potentiel associé à un piège se fait en plusieurs étapes :

- il faut d'abord décrire la géométrie du piège dans un fichier `.geo`,
- ensuite il faut générer le maillage adapté (fichier `.msh`) à cette géométrie en utilisant *gmsh*,
- puis il faut décrire l'équation à résoudre dans un fichier `.pro`,
- enfin il faut utiliser *getdp* pour résoudre l'équation sur le maillage.

B.1 Génération du maillage adapté

B.1.1 Description de la géométrie : fichier `.geo`

Le fichier `.geo` est un fichier texte, décrivant la géométrie du système en terme d'entités élémentaires : points, lignes et surface. Chaque ligne comporte une affectation, symbolisée par un "=" et doit se terminer par un ";". Nous prenons comme exemple de géométrie celle présentée à la figure 5.1, stockée dans un fichier `example.geo`.

Le logiciel *gmsh* offre la possibilité de définir des paramètres numériques par un nom de variable, pouvant être manipulé dans la suite du fichier avec les opérations algébriques +, -, / et *. Les cinq premières lignes du fichier `example.geo` sont donc :

```
L=1;  
R=L/10;  
p1=0.1;  
p2=0.02;  
p3=p3/2;
```

Elles définissent la taille `L` du carré dans lequel le potentiel est calculé, le rayon `R` du cercle et trois distances caractéristiques `p1`, `p2` et `p3`.

Les entités élémentaires définies dans le fichier de géométrie sont les points, à l'aide de la commande : `Point(n)={x,y,z,p};`, où `n` est un identifiant numérique unique du point, `x`, `y`, `z` désignent les coordonnées spatiales du point et `p` est la longueur caractéristique associée au

point. Nous définissons ici sept points : les quatre sommets du carré, l'origine, et deux points auxiliaires qui vont servir à définir des arcs de cercle :

```
Point(1) = {-L/2,-L/2,0,p1};
Point(2) = {L/2,-L/2,0,p1};
Point(3) = {-L/2,L/2,0,p1};
Point(4) = {L/2,L/2,0,p2};
Point(5) = {0,0,0,p3};
Point(6) = {-R,0,0,p3};
Point(7) = {R,0,0,p3};
```

Ces points sont ensuite reliés par des lignes pour définir le contour des objets géométriques, à l'aide de la commande `Line(n)={n1,n2};`, où n est un identifiant numérique unique pour la ligne et n_1, n_2 sont des identifiants associés à deux points distincts ($n_1 \neq n_2$). Une ligne droite est alors tracée du point n_1 au point n_2 . Des arcs de cercle peuvent être obtenus via la commande `Circle(n)={n1,n2,n3};`, où n est un identifiant numérique unique du cercle, et n_1, n_2, n_3 sont des identifiants associés à trois points distincts. Un arc de cercle de centre n_2 est alors tracé du point n_1 au point n_3 , dans le sens trigonométrique. Nous définissons ici six lignes et deux arcs de cercle :

```
Line(1) = {1,2};
Line(2) = {2,4};
Line(3) = {4,3};
Line(4) = {3,1};
Line(5) = {6,5};
Line(6) = {5,7};
Circle(7) = {7,5,6};
Circle(8) = {6,5,7};
```

Les lignes sont à leur tour utilisées comme support des surfaces, définies par leur contour. La commande `Line Loop(n)={n1,...,nN};` permet de définir le contour n formé d'une succession de lignes et d'arc de cercles, d'identifiant n_k ($k \in [1 : N]$). Ce contour doit être continu et fermé : les points de d'arrivée et de départ de deux lignes successives doivent donc coïncider. Une fois le contour défini, la surface associée s'obtient par la commande : `Plane Surface(n)={n1,...,nN};`, où n est l'identifiant numérique unique de la surface, n_1 est l'identifiant du contour extérieur de la surface et $\{n_k\}_{k>1}$ sont les identifiants d'éventuels "trous" dans la surface, définis par leurs contours. Nous définissons ici trois contours : le bord du carré de côté L , le cercle de rayon R et le demi-cercle inférieur et deux surfaces : l'intérieur du carré privé du disque et le demi disque inférieur.

```
Line Loop(9) = {3,4,1,2};
Line Loop(10) = {7,8};
Plane Surface(11) = {9,10};
Line Loop(12) = {8,-6,-5};
Plane Surface(13) = {12};
```

A ce stade, dans un cas à deux dimensions, la géométrie est entièrement déterminée. Toutefois, pour les besoins du calcul il faut encore spécifier les entités ayant un sens "physique", c'est à dire les domaines sur lesquels vont être résolus les équations de potentiel, définis par la commande `Physical Surface(n)={n1,...,nN};`, où n est l'identifiant du domaine

physique, et $\{n_k\}_{k \in [1:N]}$ est l'ensemble des surfaces, éventuellement disjointes, le constituant, et les domaines permettant de définir les conditions aux limites, via la commande `Physical Line(n)={n1,...,nN}`; où n est l'identifiant du bord "physique" et $\{n_k\}_{k \in [1:N]}$ désigne l'ensemble des lignes, éventuellement disjointes, le constituant.

```
Physical Line(14) = {3,2,1,4};
```

```
Physical Line(15) = {7,5,6};
```

```
Physical Surface(16) = {11};
```

```
Physical Surface(17) = {13};
```

Ces éléments "physiques" sont aussi ceux sur lesquels le maillage obtenu sera sauvegardé, les autres n'intervenant que comme intermédiaires dans la construction du maillage.

La géométrie obtenue peut être visualisée (et modifiée interactivement) à l'aide du logiciel *gmsh*, en utilisant la commande :

```
% gmsh example.geo
```

B.1.2 Génération du maillage

Le maillage est généré progressivement en maillant les objets du plus simple au plus compliqué. Sur chaque ligne, les points extrémaux possèdent une longueur caractéristique et le maillage de la ligne est construit en subdivisant la ligne en petits segments, dont la longueur est compatible à chaque extrémité avec la longueur caractéristique et est interpolée linéairement sur le segment. Une fois le maillage généré sur toutes les lignes, les surfaces sont maillées par des éléments triangulaires, de proche en proche, avec une optimisation locale de la qualité du maillage [Geuzaine 09]. Eventuellement, pour une géométrie en trois dimensions, des éléments volumiques sont générés à partir du maillage des surfaces.

A partir du fichier de géométrie `example.geo`, il suffit d'utiliser la commande :

```
% gmsh -2 example.geo -o example.msh
```

pour obtenir un fichier `example.msh` contenant le maillage adapté à la géométrie du problème. L'option `-2` indique au logiciel *gmsh* qu'il lui faut générer un maillage à deux dimensions. Le maillage ainsi généré peut être visualisé à l'aide de *gmsh* :

```
% gmsh example.msh
```

B.2 Calcul du potentiel

B.2.1 Cadre formel

Afin de calculer efficacement le potentiel, il faut reformuler le problème sous une forme adaptée à un traitement numérique. Nous rappelons que le problème qui nous intéresse est de trouver la solution de l'équation aux dérivées partielles pour le potentiel, sur le domaine \mathcal{D} , avec conditions de Dirichlet au bord ($\partial\mathcal{D}$) :

$$\Delta\phi(\mathbf{r}) = 0, \forall \mathbf{r} \in \mathcal{D} \text{ et } \phi(\mathbf{r}) = \phi_0(\mathbf{r}), \forall \mathbf{r} \in \partial\mathcal{D}. \quad (\text{B.1})$$

Nous allons ré-écrire ce problème sous une forme variationnelle : multiplions l'équation (B.1) par une fonction ψ dérivable et de dérivée continue sur \mathcal{D} (c'est à dire : $\psi \in \mathcal{C}^1(\mathcal{D})$), sommons sur \mathcal{D} et intégrons par parties en utilisant la formule de Green, il vient :

$$\int_{\mathcal{D}} \psi(\mathbf{r})\Delta\phi(\mathbf{r})d^3r = - \int_{\mathcal{D}} \nabla\psi(\mathbf{r}) \cdot \nabla\phi(\mathbf{r})d^3r + \int_{\partial\mathcal{D}} \psi(\mathbf{r})\nabla\phi(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{d}^2\mathbf{s}. \quad (\text{B.2})$$

Si de plus on impose $\psi \in \mathcal{V}_0 = \{f \in \mathcal{C}^1(\mathcal{D}) \mid f(\mathbf{r}) = 0, \forall \mathbf{r} \in \partial\mathcal{D}\}$, on obtient à partir des équations (B.1) et (B.2) l'équation :

$$\int_{\mathcal{D}} \nabla\psi(\mathbf{r}) \cdot \nabla\phi(\mathbf{r})d^3r = 0, \forall\psi \in \mathcal{V}_0 \text{ et } \phi(\mathbf{r}) = \phi_0(\mathbf{r}), \forall\mathbf{r} \in \partial\mathcal{D}. \quad (\text{B.3})$$

Le théorème de Lax-Milgram permet de vérifier que les problèmes décrits par les équations (B.1) et (B.3) sont bien équivalents. Nous allons maintenant montrer en quoi la formulation de l'équation (B.3) est adaptée à un traitement numérique efficace.

Supposons que l'on dispose d'un maillage adapté \mathcal{D}_h du domaine \mathcal{D} et de son bord (noté $\partial\mathcal{D}_h$, tel que $\partial\mathcal{D}_h \subset \mathcal{D}_h$). Si le maillage est suffisamment "fin", toute fonction de $\mathcal{C}^1(\mathcal{D})$ peut être approchée par une fonction continue et affine par morceaux¹ sur \mathcal{D}_h . L'ensemble de ces fonctions est noté \mathcal{V}_h . Une base de fonctions de l'espace \mathcal{V}_h est constitué des fonctions affines par morceaux, nulles sur tous les nœuds du maillage \mathcal{D}_h sauf un, où elle vaut 1. Notons $\{\phi_i\}_{i \in \mathcal{I}}$ cette base, et ré-écrivons la version "discrète" de l'équation (B.3) :

$$\int_{\mathcal{D}_h} \nabla\phi_i(\mathbf{r}) \cdot \sum_{j \in \mathcal{I}} u_j \nabla\phi_j(\mathbf{r})d^3r = 0, \forall i \in \mathcal{I} \setminus \mathcal{I}' \text{ et } u_i = u_{0,i}, \forall i \in \mathcal{I}', \quad (\text{B.4})$$

où on a introduit \mathcal{I}' l'ensemble des nœuds de $\partial\mathcal{D}_h$, et u_i (resp. $u_{0,i}$) les coefficients de la décomposition de ϕ (resp. ϕ_0) sur la base $\{\phi_i\}_{i \in \mathcal{I}}$. L'équation (B.4) peut s'écrire sous une forme matricielle simple :

$$KU = S, \quad (\text{B.5})$$

où on a introduit la matrice carrée $K = \left\{ \int_{\mathcal{D}_h} \nabla\phi_i(\mathbf{r}) \cdot \nabla\phi_j(\mathbf{r})d^3r \right\}_{i,j \in \mathcal{I} \setminus \mathcal{I}'}$ et les vecteurs colonne $U = \{u_i\}_{i \in \mathcal{I} \setminus \mathcal{I}'}$ et $S = \left\{ \sum_{j \in \mathcal{I}'} u_{0,j} \int_{\mathcal{D}_h} \nabla\phi_i(\mathbf{r}) \cdot \nabla\phi_j(\mathbf{r})d^3r \right\}_{i \in \mathcal{I} \setminus \mathcal{I}'}$. Notons que la matrice K est par construction symétrique et réelle, donc diagonalisable, et qu'elle est de plus essentiellement creuse car pour les fonctions de base choisies, la plupart des intégrales sont nulles². La solution de l'équation (B.5) s'obtient alors simplement en effectuant une inversion matricielle, pour laquelle des algorithmes efficaces existent [Press 07].

B.2.2 Position du problème : fichier .pro

Nous détaillons ici la structure du fichier `example.pro` permettant de décrire le problème variationnel associé à l'équation de Laplace, avec les conditions aux limites appropriées pour la géométrie décrite dans le fichier `example.geo`.

La première structure définie dans ce fichier `.pro` permet d'invoquer les entités physiques, sur lesquelles le maillage a été sauvegardé, appelées dans la suite `Region`. Pour plus de clarté, il est souhaitable de donner des noms explicites aux `Region` : le demi-cercle supérieur est l'électrode, le contour du carré est la masse, le demi-disque inférieur est un diélectrique et le reste est le vide. Par commodité on définit aussi la région dans laquelle le potentiel va être calculée `Vol`, et la région sur laquelle les conditions aux limites sont définies `Grouped`.

```
Group {
    Electrodes    = Region[15];
    Ground        = Region[14];
    Vacuum        = Region[16];
```

1. que l'on appelle parfois des éléments P_1 .

2. En effet, l'intégrale est non nulle seulement si les nœuds i et j sont identiques ou voisins sur le maillage.

```

SiliconOxide = Region[17];
Vol          = Region[{Vacuum,SiliconOxide}];
Grouped      = Region[{Electrodes,Ground}];
}

```

La seconde structure permet de définir les constantes utilisées dans le calcul, à savoir les permittivités électriques relatives des différentes surfaces et un coefficient $\text{coeff} = eV_{rf}^2 / (4m\Omega^2)$ qui permet d'évaluer le pseudo-potentiel. Une constante est définie "par morceau" sur les différentes régions en utilisant la syntaxe `const [Region]=x;`.

```

Function {
  coeff=6.9e-9;
  epsr [Vacuum]=1.;
  epsr [SiliconOxide]=2.1;
}

```

Nous ne décrivons pas ici les deux structures suivantes, `Jacobian` et `Integration`, qui n'ont pas à être modifiées et dont on peut trouver la description, pour un problème d'électrostatique, dans le manuel de *gmsh*³. La structure suivante décrit les conditions aux limites, sous la forme d'une contrainte : soit en imposant la valeur du potentiel, ici 1 V sur les électrodes et 0 V sur la "masse", soit en imposant la charge sur la région considérée (pour une composante "flottante").

```

Constraint {{
  Name GlobalElectricPotential;
  Case {
    { Region Electrodes ; Value 1.; }
    { Region Ground     ; Value 0.; }
  }
}
{
  Name GlobalElectricCharge;
  Case {}
}}

```

La structure suivante `Function Space` définit les éléments finis utilisés lors du calcul et n'a pas à être modifiée. La structure suivante décrit l'équation à résoudre, sous forme variationnelle, la seule ligne à éventuellement modifier est la ligne : `[epsr[]*Dof{d v},{d v}]`; . Celle-ci équivaut à l'expression : $\epsilon_r \nabla v \cdot \nabla v'$, où v est l'inconnue (signalée par l'expression `Dof{...}`, d signifiant ∇ , c'est donc la forme de l'équation (B.3)).

```

Formulation {{
  Name for_v;
  Type FemEquation;
  Quantity {{
    Name v;
    Type Local;
    NameOfSpace fs_vglob;
  }}
  Equation { Galerkin {
    [epsr[]*Dof{d v},{d v}];
    In Vol;
    Jacobian Vol;
    Integration Int;
  }
}

```

3. Disponible à l'adresse <http://www.geuz.org/gmsh/>


```
    }}
}}
```

La structure suivante `Resolution` est standard et décrit la séquence d'initialisation et de solution du système et nous ne la décrivons pas ici. La structure suivante décrit les quantités calculées à partir de la solution et qui vont être sauvegardées, ici la valeur absolue du potentiel `Norm{v}` et le pseudo-potentiel associé, au sens de l'équation (3.6) `SquNorm[{d v}]*coeff` (où `SquNorm[]` signifie la norme euclidienne carrée).

```
PostProcessing {{
    Name all;
    NameOfFormulation for_v;
    Quantity {{
        Name v;
        Value { Local {
            [Norm[{v}]];
            In Vol;
            Jacobian Vol;
        }}
    }
    {
        Name v_eff;
        Value { Local {
            [SquNorm[{d v}]*coeff];
            In Vol;
            Jacobian Vol;
        }}
    }
}}
```

Enfin la dernière structure décrit le format et la manière dont sont sauvegardées les quantités calculées lors du `PostProcessing`. Ici nous sauvons le potentiel et le pseudo-potentiel sur le maillage.

```
PostOperation {{
    Name all;
    NameOfPostProcessing all;
    Operation {
        Print[ v , OnElementsOf Vol , File "v.pos" ];
        Print[ v_eff , OnElementsOf Vol , File "v_eff.pos" ];
    }
}}
```

La solution du problème s'obtient par l'appel au logiciel `getdp` :

```
% getdp exemple.pro -msh exemple.msh -pre all -cal -pos all
```

Le résultat peut se visualiser avec `gmsh` :

```
% gmsh v.pos v_eff.pos
```

Cet appendice présente seulement un aperçu des fonctionnalités des logiciels `gmsh` et `getdp`. En particulier, les fonctionnalités avancées comme la génération de géométries et maillages à trois dimensions, ou la résolution de problèmes couplés, voire non-linéaires, est décrite dans la documentation disponible en ligne⁴.

4. <http://www.geuz.org/gmsh> et <http://www.geuz.org/getdp>

Annexe C

Programme de contrôle d'expérience

Dans cette annexe nous présentons brièvement le programme de contrôle d'expérience développé lors de cette thèse. Ce programme permet :

- l'acquisition de données depuis la caméra ou le tube photo-multiplicateur, en flux continu,
- le contrôle des paramètres de l'expérience via des sorties analogiques (essentiellement les tensions de compensation et les désaccords des lasers),
- le déclenchement de séquences expérimentales à l'aide de sorties logiques (“*trig*”).

Ces fonctionnalités sont schématisées sur la figure C.1.

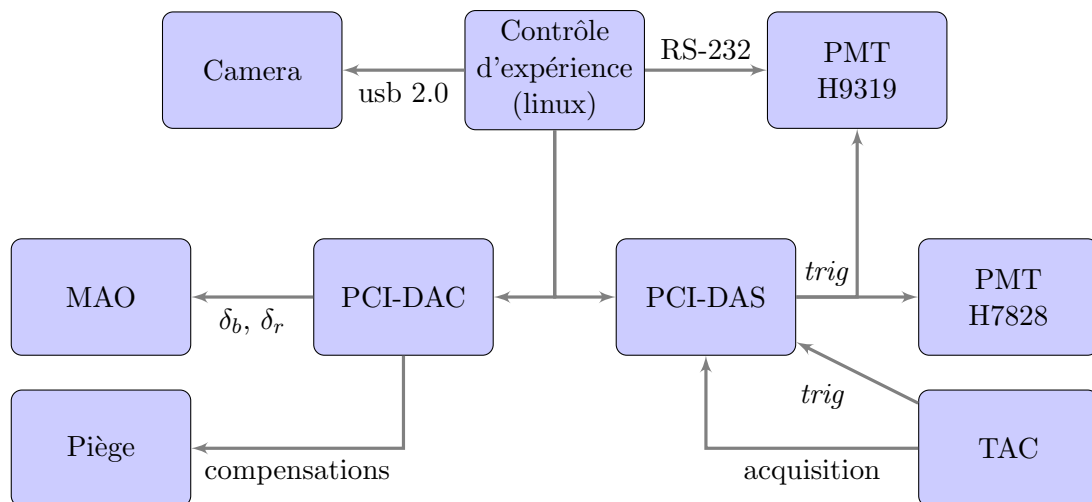


FIGURE C.1 – Architecture du contrôle d'expérience

Dans un souci de compatibilité, ce programme a été développé en utilisant, quand cela était possible, des bibliothèques distribuées sous licence libre¹. Le cœur du programme est écrit en C++, et chaque composant interfacé est inséré comme un module, dans un processus fils (*thread*). L'interface graphique a été réalisée en utilisant la bibliothèque Qt², multi-plateforme :

1. GNU General Public License ou équivalent

2. <http://qt.nokia.com/>

l'interface graphique peut donc être compilée indifféremment pour un environnement *unix* ou *windows*. L'affichage repose sur la librairie *CImg*³, développée principalement par David Tschumperlé du laboratoire GREYC de l'université de Caen, et très performante pour manipuler rapidement des flux d'images. Enfin, les cartes analogiques de contrôle d'expérience sont interfacées au moyen de la librairie *comedi*⁴ qui fournit des pilotes et une bibliothèque de fonctions d'accès pour les entrées et sorties analogiques et numériques des cartes. Actuellement, seul le module de contrôle de la caméra repose sur une librairie non-libre, fournie par le fabricant (*Andor Software Development Kit*).

Si la librairie *comedi* fournit un pilote pour la carte PCI-DAS1602, la carte PCI-DAC6703 n'est actuellement officiellement pas supportée. Nous avons donc adapté le pilote de la carte PCI-DAS1602, afin de faire fonctionner la carte PCI-DAC6703, en spécifiant les plages mémoire adaptées et le mode de lecture et d'écriture dans la mémoire de la carte.

La caméra Luca-S fonctionne parfaitement avec les pilotes fournis par le fabricant, cependant nous avons eu des problèmes systématiques lors de longues séquences d'acquisition, se traduisant par un *kernel panic*, c'est à dire un accès en mémoire invalide pouvant potentiellement corrompre le système : l'ordinateur est alors préventivement (et automatiquement) arrêté (ce qui bien entendu perturbe les expériences...). En analysant la trace de ce *kernel panic*, il est apparu que c'était la gestion de la communication asynchrone via le port *usb* qui était en cause. Nous avons donc modifié la fonction fautive dans le fichier correspondant du noyau⁵ en ajoutant un mécanisme de détection d'accès illicite en mémoire, qui prévient le *kernel panic*.

Le programme supporte les fonctionnalités suivantes, suffisantes pour réaliser la plupart des expériences :

1. pour la caméra :
 - acquisition continue ou déclenchée,
 - soustraction du fond,
 - contrôle du gain, du temps de pose,
 - enregistrement des images dans un format binaire.
2. pour le tube photo-multiplicateur :
 - acquisition continue ou déclenchée,
 - contrôle du temps de pose.
3. pour la carte PCI-DAC6703 :
 - calibration des sorties,
 - fonction de synthétiseur logiciel (rampes de tensions, ...).
4. pour la carte PCI-DAS1602 :
 - contrôle des sorties numérique,
 - acquisition analogique synchronisée avec un signal externe.

Enfin la plupart des autres appareils utilisés dans les expériences (oscilloscopes, sources de tension, spectromètre, ...) sont pilotés par des scripts dédiés⁶ utilisant les interfaces RS-232 ou ethernet de l'ordinateur, que le programme intègre dans l'interface graphique.

3. <http://cimg.sourceforge.net/>

4. <http://www.comedi.org/>

5. la fonction `void end_unlink_async(struct ehci_hcd *)`, définie à la ligne 971 du fichier `drivers/usb/host/ehci-q.c` du noyau.

6. écrit en *python*, langage interprété orienté objet, très souple et adapté pour écrire de courts programmes.

Bibliographie

- [Abella 62] I. D. Abella. *Optical Double-Photon Absorption in Cesium Vapor*. Phys. Rev. Lett., vol. 9, no. 11, pages 453–455, 1962.
- [Allcock 10] D. T. C. Allcock, J. A. Sherman, D. N. Stacey, A. H. Burrell, M. J. Curtis, G. Imreh, N. M. Linke, D. J. Szwer, S. C. Webster, A. M. Steane & D. M. Lucas. *Implementation of a symmetric surface-electrode ion trap with field compensation using a modulated Raman effect*. New Journal of Physics, vol. 12, no. 5, page 053026, 2010.
- [Almendros 09] M. Almendros, J. Huwer, N. Piro, F. Rohde, C. Schuck, M. Hennrich, F. Dubin & J. Eschner. *Bandwidth-Tunable Single-Photon Source in an Ion-Trap Quantum Network*. Phys. Rev. Lett., vol. 103, no. 21, page 213601, 2009.
- [Amini 10] J. M. Amini, H. Uys, J. H. Wesenberg, S. Seidelin, J. Britton, J. J. Bollinger, D. Leibfried, C. Ospelkaus, A. P. VanDevender & D. J. Wineland. *Toward scalable ion traps for quantum information processing*. New Journal of Physics, vol. 12, no. 3, page 033031, 2010.
- [Barrett 04] M. D. Barrett, J. Chiaverini, T. Schaetz, J. Britton, W. M. Itano, J. D. Jost, E. Knill, C. Langer, D. Leibfried, R. Ozeri & D. J. Wineland. *Deterministic quantum teleportation of atomic qubits*. Nature, vol. 429, no. 6993, pages 737–739, 06 2004.
- [Barros 09] H. G. Barros, A. Stute, T. E. Northup, C. Russo, P. O. Schmidt & R. Blatt. *Deterministic single-photon source from a single ion*. New Journal of Physics, vol. 11, no. 10, page 103004, 2009.
- [Benhelm 08a] J. Benhelm, G. Kirchmair, C. F. Roos & R. Blatt. *Experimental quantum-information processing with $^{43}\text{Ca}^+$ ions*. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), vol. 77, no. 6, page 062306, 2008.
- [Benhelm 08b] Jan Benhelm, Gerhard Kirchmair, Christian F. Roos & Rainer Blatt. *Towards fault-tolerant quantum computing with trapped ions*. Nat Phys, vol. 4, no. 6, pages 463–466, 2008.
- [Benioff 82] Paul Benioff. *Quantum Mechanical Models of Turing Machines That Dissipate No Energy*. Phys. Rev. Lett., vol. 48, no. 23, pages 1581–1585, Jun 1982.
- [Berkeland 98] D. J. Berkeland, J. D. Miller, J. C. Bergquist, W. M. Itano & D. J. Wineland. *Minimization of ion micromotion in a Paul trap*. Journal of Applied Physics, vol. 83, no. 10, pages 5025–5033, 1998.

- [Berkeland 02] D. J. Berkeland & M. G. Boshier. *Destabilization of dark states and optical spectroscopy in Zeeman-degenerate atomic systems*. Phys. Rev. A, vol. 65, no. 3, page 033413, Feb 2002.
- [Blümel 89] R. Blümel, C. Kappler, W. Quint & H. Walther. *Chaos and order of laser-cooled ions in a Paul trap*. Phys. Rev. A, vol. 40, no. 2, pages 808–823, Jul 1989.
- [Born 28] M. Born & V. Fock. *Beweis des Adiabatenatzes*. Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei, vol. 51, no. 3, pages 165–180, 03 1928.
- [Bowe 99] P. Bowe, L. Hornekær, C. Brodersen, M. Drewsen, J. S. Hangst & J. P. Schiffer. *Sympathetic Crystallization of Trapped Ions*. Phys. Rev. Lett., vol. 82, no. 10, pages 2071–2074, Mar 1999.
- [Brask 08] Jonatan Bohr Brask & Anders Sørensen. *Memory imperfections in atomic-ensemble-based quantum repeaters*. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), vol. 78, no. 1, page 012350, 2008.
- [Brewer 92] R. G. Brewer, R. G. DeVoe & R. Kallenbach. *Planar ion microtraps*. Phys. Rev. A, vol. 46, no. 11, pages 6781–6781, Dec 1992.
- [Briegel 98] H. J. Briegel, W. Dür, J. I. Cirac & P. Zoller. *Quantum Repeaters : The Role of Imperfect Local Operations in Quantum Communication*. Phys. Rev. Lett., vol. 81, no. 26, pages 5932–4, December 1998.
- [Britton 09] J. Britton, D. Leibfried, J. A. Beall, R. B. Blakestad, J. H. Wesenberg & D. J. Wineland. *Scalable arrays of rf Paul traps in degenerate Si*. Applied Physics Letters, vol. 95, no. 17, page 173102, 2009.
- [Cash 90] J. R. Cash & Alan H. Karp. *A variable order Runge-Kutta method for initial value problems with rapidly varying right-hand sides*. ACM Trans. Math. Softw., vol. 16, no. 3, pages 201–222, 1990.
- [Champenois 08] C. Champenois, G. Hagel, M. Knoop, M. Houssin, C. Zumsteg, F. Vedel & M. Drewsen. *Two-step Doppler cooling of a three-level ladder system with an intermediate metastable level*. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), vol. 77, no. 3, page 033411, 2008.
- [Chiaverini 05] J. Chiaverini, R. B. Blakestad, J. Britton, J. D. Jost, C. Langer, D. Leibfried, R. Ozeri & D. J. Wineland. *Surface-Electrode Architecture for Ion-Trap Quantum Information Processing*. Quantum Information and Computation, vol. 5, no. 6, page 440, 2005.
- [Cirac 95] J. I. Cirac & P. Zoller. *Quantum Computations with Cold Trapped Ions*. Phys. Rev. Lett., vol. 74, no. 20, pages 4091–4094, May 1995.
- [Cohen-Tannoudji 96] Claude Cohen-Tannoudji, Jacques Dupont-Roc & Gilbert Grynberg. *Processus d'interaction entre photons et atomes*. EDP Sciences, 1996.
- [Cohen-Tannoudji 97] Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu & Franck Laloë. *Mécanique quantique*, volume 2. Hermann, 1997.
- [de Riedmatten 08] Hugues de Riedmatten, Mikael Afzelius, Matthias U. Staudt, Christoph Simon & Nicolas Gisin. *A solid-state light-matter interface at the single-photon level*. Nature, vol. 456, no. 7223, pages 773–777, 12 2008.

- [Deslauriers 06] L. Deslauriers, S. Olmschenk, D. Stick, W. K. Hensinger, J. Sterk & C. Monroe. *Scaling and Suppression of Anomalous Heating in Ion Traps*. Physical Review Letters, vol. 97, no. 10, page 103007, 2006.
- [DeVoe 96] R. G. DeVoe & R. G. Brewer. *Observation of Superradiant and Subradiant Spontaneous Emission of Two Trapped Ions*. Phys. Rev. Lett., vol. 76, no. 12, pages 2049–2052, Mar 1996.
- [DeVoe 98] Ralph G. DeVoe. *Elliptical ion traps and trap arrays for quantum computation*. Phys. Rev. A, vol. 58, no. 2, pages 910–914, Aug 1998.
- [DeVoe 02] Ralph G. DeVoe & Christian Kurtsiefer. *Experimental study of anomalous heating and trap instabilities in a microscopic ^{137}Ba ion trap*. Phys. Rev. A, vol. 65, no. 6, page 063407, Jun 2002.
- [Diedrich 89] F. Diedrich, J. C. Bergquist, Wayne M. Itano & D. J. Wineland. *Laser Cooling to the Zero-Point Energy of Motion*. Phys. Rev. Lett., vol. 62, no. 4, pages 403–406, Jan 1989.
- [DiVincenzo 00] David P. DiVincenzo. *The Physical Implementation of Quantum Computation*. Fortschritte der Physik, vol. 48, no. 9-11, pages 771–783, 2000.
- [Dubessy 09] R. Dubessy, T. Coudreau & L. Guidoni. *Electric field noise above surfaces : A model for heating-rate scaling law in ion traps*. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), vol. 80, no. 3, page 031402, 2009.
- [Dudovich 01] Nirit Dudovich, Barak Dayan, Sarah M. Gallagher Faeder & Yaron Silberberg. *Transform-Limited Pulses Are Not Optimal for Resonant Multiphoton Transitions*. Phys. Rev. Lett., vol. 86, no. 1, pages 47–50, Jan 2001.
- [Einstein 35] A. Einstein, B. Podolsky & N. Rosen. *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete ?* Phys. Rev., vol. 47, no. 10, pages 777–780, May 1935.
- [Epstein 07] R. J. Epstein, S. Seidelin, D. Leibfried, J. H. Wesenberg, J. J. Bollinger, J. M. Amini, R. B. Blakestad, J. Britton, J. P. Home, W. M. Itano, J. D. Jost, E. Knill, C. Langer, R. Ozeri, N. Shiga & D. J. Wineland. *Simplified motional heating rate measurements of trapped ions*. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), vol. 76, no. 3, page 033411, 2007.
- [Eschner 03] Jürgen Eschner, Giovanna Morigi, Ferdinand Schmidt-Kaler & Rainer Blatt. *Laser cooling of trapped ions*. J. Opt. Soc. Am. B, vol. 20, no. 5, pages 1003–1015, 2003.
- [Fano 61] U. Fano. *Effects of Configuration Interaction on Intensities and Phase Shifts*. Phys. Rev., vol. 124, no. 6, pages 1866–1878, Dec 1961.
- [Feynman 82] Richard P. Feynman. *Simulating physics with computers*. International Journal of Theoretical Physics, vol. 21, no. 6, pages 467–488, June 1982.
- [Geuzaine 09] Christophe Geuzaine & Jean-François Remacle. *Gmsh : A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities*.

- International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 79, no. 11, pages 1309–1331, 2009.
- [Ghosh 95] Pradip K. Ghosh. Ion traps. Oxford University Press, 1995.
- [Goy 83] P. Goy, J. M. Raimond, M. Gross & S. Haroche. *Observation of Cavity-Enhanced Single-Atom Spontaneous Emission*. Phys. Rev. Lett., vol. 50, no. 24, pages 1903–1906, Jun 1983.
- [Göppert-Mayer 31] M. Göppert-Mayer. *Über Elementarakte mit zwei Quantensprüngen*. Annalen der Physik, vol. 401, pages 273–294, 1931.
- [Harlander 10] M. Harlander, M. Brownnutt, W. Hänsel & R. Blatt. *Trapped-ion probing of light-induced charging effects on dielectrics*. New Journal of Physics, vol. 12, page 093035, 2010.
- [Hendricks 08] Richard J. Hendricks, Jens L. Sørensen, Caroline Champenois, Martina Knoop & Michael Drewsen. *Doppler cooling of calcium ions using a dipole-forbidden transition*. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), vol. 77, no. 2, page 021401, 2008.
- [Hensinger 06] W. K. Hensinger, S. Olmschenk, D. Stick, D. Hucul, M. Yeo, M. Acton, L. Deslauriers, C. Monroe & J. Rabchuk. *T-junction ion trap array for two-dimensional ion shuttling, storage, and manipulation*. Applied Physics Letters, vol. 88, no. 3, page 034101, 2006.
- [Herskind 08] P. Herskind, A. Dantan, M. Langkilde-Lauesen, A. Mortensen, J. Sørensen & M. Drewsen. *Loading of large ion Coulomb crystals into a linear Paul trap incorporating an optical cavity*. Applied Physics B : Lasers and Optics, vol. 93, no. 2, pages 373–379, 11 2008.
- [Hilborn 82] R. C. Hilborn. *Einstein coefficients, cross sections, f values, dipole moments and all that*. Am. J. Phys., vol. 50, pages 982–986, 1982.
- [Home 06] J. P. Home, M. J. McDonnell, D. M. Lucas, G. Imreh, B. C. Keitch, D. J. Szwer, N. R. Thomas, S. C. Webster, D. N. Stacey & A. M. Steane. *Deterministic entanglement and tomography of ion-spin qubits*. New Journal of Physics, vol. 8, no. 9, page 188, 2006.
- [Home 09] J. P. Home, M. J. McDonnell, D. J. Szwer, B. C. Keitch, D. M. Lucas, D. N. Stacey & A. M. Steane. *Memory coherence of a sympathetically cooled trapped-ion qubit*. Phys. Rev. A, vol. 79, no. 5, page 050305, May 2009.
- [House 08] M. G. House. *Analytic model for electrostatic fields in surface-electrode ion traps*. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), vol. 78, no. 3, page 033402, 2008.
- [Huber 08] G. Huber, T. Deuschle, W. Schnitzler, R. Reichle, K. Singer & F. Schmidt-Kaler. *Transport of ions in a segmented linear Paul trap in printed-circuit-board technology*. New Journal of Physics, vol. 10, no. 1, pages 013004–15, 2008.
- [Jiang 07] L. Jiang, J. M. Taylor & M. D. Lukin. *Fast and robust approach to long-distance quantum communication with atomic ensembles*. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), vol. 76, no. 1, page 012301, 2007.

- [Joffre 08] Manuel Joffre. *Optique non-linéaire en régimes continu et femtoseconde*. DEA de Physique Quantique (ED107), 2008.
- [Kaiser 61] W. Kaiser & C. G. B. Garrett. *Two-Photon Excitation in CaF₂ : Eu²⁺*. *Phys. Rev. Lett.*, vol. 7, no. 6, pages 229–231, Sep 1961.
- [Kielpinski 02] D. Kielpinski, C. Monroe & D. J. Wineland. *Architecture for a large-scale ion-trap quantum computer*. *Nature*, vol. 417, no. 6890, pages 709–711, 2002.
- [Kirchmair 09] G. Kirchmair, J. Benhelm, F. Zähringer, R. Gerritsma, C. F. Roos & R. Blatt. *Deterministic entanglement of ions in thermal states of motion*. *New Journal of Physics*, vol. 11, no. 2, page 023002, 2009.
- [Kitaev 03] A. Yu. Kitaev. *Fault-tolerant quantum computation by anyons*. *Annals of Physics*, vol. 303, no. 1, pages 2–30, 2003.
- [Kjaergaard 00] N. Kjaergaard, L. Hornekaer, A. M. Thommesen, Z. Videsen & M. Drewsen. *Isotope selective loading of an ion trap using resonance-enhanced two-photon ionization*. *Applied Physics B : Lasers and Optics*, vol. 71, no. 2, pages 207–210, 08 2000.
- [Kuhn 02] Axel Kuhn, Markus Hennrich & Gerhard Rempe. *Deterministic Single-Photon Source for Distributed Quantum Networking*. *Phys. Rev. Lett.*, vol. 89, no. 6, page 067901, Jul 2002.
- [Kurtsiefer 00] Christian Kurtsiefer, Sonja Mayer, Patrick Zarda & Harald Weinfurter. *Stable Solid-State Source of Single Photons*. *Phys. Rev. Lett.*, vol. 85, no. 2, pages 290–293, Jul 2000.
- [Labaziewicz 08] Jaroslaw Labaziewicz, Yufei Ge, David R. Leibbrandt, Shannon X. Wang, Ruth Shewmon & Isaac L. Chuang. *Temperature Dependence of Electric Field Noise above Gold Surfaces*. *Physical Review Letters*, vol. 101, no. 18, page 180602, 2008.
- [Langer 05] C. Langer, R. Ozeri, J. D. Jost, J. Chiaverini, B. DeMarco, A. Ben-Kish, R. B. Blakestad, J. Britton, D. B. Hume, W. M. Itano, D. Leibfried, R. Reichle, T. Rosenband, T. Schaetz, P. O. Schmidt & D. J. Wineland. *Long-Lived Qubit Memory Using Atomic Ions*. *Phys. Rev. Lett.*, vol. 95, no. 6, page 060502, Aug 2005.
- [Leibfried 03] D. Leibfried, B. DeMarco, V. Meyer, D. Lucas, M. Barrett, J. Britton, W. M. Itano, B. Jelenkovic, C. Langer, T. Rosenband & D. J. Wineland. *Experimental demonstration of a robust, high-fidelity geometric two ion-qubit phase gate*. *Nature*, vol. 422, no. 6930, pages 412–415, 03 2003.
- [Leibbrandt 07] David R. Leibbrandt, Robert J. Clark, Jaroslaw Labaziewicz, Paul Antohi, Waseem Bakr, Kenneth R. Brown & Isaac L. Chuang. *Laser ablation loading of a surface-electrode ion trap*. *Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics)*, vol. 76, no. 5, page 055403, 2007.
- [Madej 98] A. A. Madej, L. Marmet & J. E. Bernard. *Rb atomic absorption line reference for single Sr⁺ laser cooling systems*. *Applied Physics B : Lasers and Optics*, vol. 67, no. 2, pages 229–234, 08 1998.

- [Madsen 04] M. J. Madsen, W. K. Hensinger, D. Stick, J. A. Rabchuk & C. Monroe. *Planar ion trap geometry for microfabrication*. Applied Physics B : Lasers and Optics, vol. 78, no. 5, pages 639–651, 2004.
- [Maiwald 09] Robert Maiwald, Dietrich Leibfried, Joe Britton, James C. Bergquist, Gerd Leuchs & David J. Wineland. *Stylus ion trap for enhanced access and sensing*. Nat Phys, vol. 5, no. 8, pages 551–554, 08 2009.
- [Man 06] Chi-Sing Man, Roberto Paroni, Yu Xiang & Edward A. Kenik. *On the geometric autocorrelation function of polycrystalline materials*. Journal of Computational and Applied Mathematics, vol. 190, no. 1-2, pages 200–210, 2006. International Conference on Mathematics and its Application.
- [Maurer 04] Christian Maurer, Christoph Becher, Carlos Russo, Jürgen Eschner & Rainer Blatt. *A single-photon source based on a single Ca⁺ ion*. New Journal of Physics, vol. 6, page 94, 2004.
- [Milman 07] P. Milman, W. Mainault, S. Guibal, L. Guidoni, B. Douçot, L. Ioffe & T. Coudreau. *Topologically Decoherence-Protected Qubits with Trapped Ions*. Physical Review Letters, vol. 99, no. 2, page 020503, 2007.
- [Moehring 04] D. L. Moehring, M. J. Madsen, B. B. Blinov & C. Monroe. *Experimental Bell Inequality Violation with an Atom and a Photon*. Phys. Rev. Lett., vol. 93, no. 9, page 090410, Aug 2004.
- [Moehring 07] D. L. Moehring, P. Maunz, S. Olmschenk, K. C. Younge, D. N. Matsukevich, L. M. Duan & C. Monroe. *Entanglement of single-atom quantum bits at a distance*. Nature, vol. 449, no. 7158, pages 68–71, 09 2007.
- [Monroe 95a] C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, W. M. Itano & D. J. Wineland. *Demonstration of a Fundamental Quantum Logic Gate*. Phys. Rev. Lett., vol. 75, no. 25, pages 4714–4717, Dec 1995.
- [Monroe 95b] C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, S. R. Jefferts, W. M. Itano, D. J. Wineland & P. Gould. *Resolved-Sideband Raman Cooling of a Bound Atom to the 3D Zero-Point Energy*. Phys. Rev. Lett., vol. 75, no. 22, pages 4011–4014, Nov 1995.
- [Monz 09] T. Monz, K. Kim, A. S. Villar, P. Schindler, M. Chwalla, M. Riebe, C. F. Roos, H. Häffner, W. Hänsel, M. Hennrich & R. Blatt. *Realization of Universal Ion-Trap Quantum Computation with Decoherence-Free Qubits*. Phys. Rev. Lett., vol. 103, no. 20, page 200503, Nov 2009.
- [Myerson 08] A. H. Myerson, D. J. Szwer, S. C. Webster, D. T. C. Allcock, M. J. Curtis, G. Imreh, J. A. Sherman, D. N. Stacey, A. M. Steane & D. M. Lucas. *High-Fidelity Readout of Trapped-Ion Qubits*. Physical Review Letters, vol. 100, no. 20, page 200502, 2008.
- [Nielsen 00] Michael A. Nielsen & Isaac L. Chuang. Quantum computation and quantum information. Cambridge University Press, 2000.
- [NIST] NIST. *Atomic Spectra Database*.

- [Pan 98] Jian-Wei Pan, Dik Bouwmeester, Harald Weinfurter & Anton Zeilinger. *Experimental Entanglement Swapping : Entangling Photons That Never Interacted*. Phys. Rev. Lett., vol. 80, no. 18, pages 3891–3894, May 1998.
- [Paul 53] W. Paul & H. Steinwedel. *Ein neues Massenspektrometer ohne Magnetfeld*. Zeitschrift Naturforschung Teil A, vol. 8, page 448, 1953.
- [Poschinger 09] U. G. Poschinger, G. Huber, F. Ziesel, M. Deiß, M. Hettrich, S. A. Schulz, K. Singer, G. Poulsen, M. Drewsen, R. J. Hendricks & F. Schmidt-Kaler. *Coherent manipulation of a $40\text{ Ca} + \text{spin}$ qubit in a micro ion trap*. Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics, vol. 42, no. 15, page 154013, 2009.
- [Press 07] William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling & Brian P. Flannery. *Numerical recipes : The art of scientific computing*. Cambridge University Press, third edition, 2007.
- [Purcell 46] E. M. Purcell. *Spontaneous emission probabilities at radio frequencies*. Phys. Rev., vol. 69, no. 11-12, page 674, Jun 1946.
- [Raussendorf 01] Robert Raussendorf & Hans J. Briegel. *A One-Way Quantum Computer*. Phys. Rev. Lett., vol. 86, no. 22, pages 5188–5191, May 2001.
- [Reichle 06] R. Reichle, D. Leibfried, R. B. Blakestad, J. Britton, J. D. Jost, E. Knill, C. Langer, R. Ozeri, S. Seidelin & D. J. Wineland. *Transport dynamics of single ions in segmented microstructured Paul trap arrays*. Fortschritte der Physik, vol. 54, no. 8-10, pages 666–685, 2006.
- [Removille 09] S. Removille. *Vers une mémoire quantique dans les ions piégés*. PhD thesis, Université Paris Diderot - Paris 7, septembre 2009.
- [Roos 99] Ch. Roos, Th. Zeiger, H. Rohde, H. C. Nägerl, J. Eschner, D. Leibfried, F. Schmidt-Kaler & R. Blatt. *Quantum State Engineering on an Optical Transition and Decoherence in a Paul Trap*. Phys. Rev. Lett., vol. 83, no. 23, pages 4713–4716, Dec 1999.
- [Roos 04a] C. F. Roos, G. P. T. Lancaster, M. Riebe, H. Häffner, W. Hänsel, S. Gulde, C. Becher, J. Eschner, F. Schmidt-Kaler & R. Blatt. *Bell States of Atoms with Ultralong Lifetimes and Their Tomographic State Analysis*. Phys. Rev. Lett., vol. 92, no. 22, page 220402, Jun 2004.
- [Roos 04b] Christian F. Roos, Mark Riebe, Hartmut Häffner, Wolfgang Hansen, Jan Benhelm, Gavin P. T. Lancaster, Christoph Becher, Ferdinand Schmidt-Kaler & Rainer Blatt. *Control and Measurement of Three-Qubit Entangled States*. Science, vol. 304, no. 5676, pages 1478–1480, 2004.
- [Rowe 02] M. A. Rowe, A. Ben-Kish, B. DeMarco, D. Leibfried, V. Meyer, J. Beall, J. Britton, J. Hughes, W. M. Itano, B. Jelenkovic, C. Langer, T. Rosenband & D. J. Wineland. *Transport of quantum states and separation of ions in a dual RF ion trap*. Quantum Information and Computation, vol. 2, no. 4, pages 257–271, June 2002.
- [Sackett 00] C. A. Sackett, D. Kielpinski, B. E. King, C. Langer, V. Meyer, C. J. Myatt, M. Rowe, Q. A. Turchette, W. M. Itano, D. J. Wineland &

- C. Monroe. *Experimental entanglement of four particles*. Nature, vol. 404, no. 6775, pages 256–259, 2000.
- [Sangouard 08] Nicolas Sangouard, Christoph Simon, Bo Zhao, Yu-Ao Chen, Hugues de Riedmatten, Jian-Wei Pan & Nicolas Gisin. *Robust and efficient quantum repeaters with atomic ensembles and linear optics*. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), vol. 77, no. 6, page 062301, 2008.
- [Sangouard 09] Nicolas Sangouard, Romain Dubessy & Christoph Simon. *Quantum repeaters based on single trapped ions*. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), vol. 79, no. 4, page 042340, 2009.
- [Santori 01] Charles Santori, Matthew Pelton, Glenn Solomon, Yseulte Dale & Yoshihisa Yamamoto. *Triggered Single Photons from a Quantum Dot*. Phys. Rev. Lett., vol. 86, no. 8, pages 1502–1505, Feb 2001.
- [Schmidt-Kaler 03a] F. Schmidt-Kaler, S. Gulde, M. Riebe, T. Deuschle, A. Kreuter, G. Lancaster, C. Becher, J. Eschner, H. Haffner & R. Blatt. *The coherence of qubits based on single Ca⁺ ions*. Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics, vol. 36, no. 3, pages 623–636, 2003.
- [Schmidt-Kaler 03b] Ferdinand Schmidt-Kaler, Hartmut Haffner, Mark Riebe, Stephan Gulde, Gavin P. T. Lancaster, Thomas Deuschle, Christoph Becher, Christian F. Roos, Jurgen Eschner & Rainer Blatt. *Realization of the Cirac-Zoller controlled-NOT quantum gate*. Nature, vol. 422, no. 6930, pages 408–411, 2003.
- [Schrödinger 35] E. Schrödinger. *Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik*. Naturwissenschaften, vol. 23, pages 807–812, 1935.
- [Schulz 08] Stephan A. Schulz, Ulrich Poschinger, Frank Ziesel & Ferdinand Schmidt-Kaler. *Sideband cooling and coherent dynamics in a microchip multi-segmented ion trap*. New Journal of Physics, vol. 10, no. 4, pages 045007–15, 2008.
- [Seidelin 06] S. Seidelin, J. Chiaverini, R. Reichle, J. J. Bollinger, D. Leibfried, J. Britton, J. H. Wesenberg, R. B. Blakestad, R. J. Epstein, D. B. Hume, W. M. Itano, J. D. Jost, C. Langer, R. Ozeri, N. Shiga & D. J. Wineland. *Microfabricated Surface-Electrode Ion Trap for Scalable Quantum Information Processing*. Physical Review Letters, vol. 96, no. 25, page 253003, 2006.
- [Shor 95] Peter W. Shor. *Scheme for reducing decoherence in quantum computer memory*. Phys. Rev. A, vol. 52, no. 4, pages –2493, Oct 1995.
- [Shor 97] Peter W. Shor. *Polynomial-Time Algorithms For Prime Factorization And Discrete Logarithms On A Quantum Computer*. SIAM Journal on Computing, vol. 26, pages 1484–1509, 1997.
- [Simon 07] Christoph Simon, Hugues de Riedmatten, Mikael Afzelius, Nicolas Sangouard, Hugo Zbinden & Nicolas Gisin. *Quantum Repeater with Photon Pair Sources and Multimode Memories*. Physical Review Letters, vol. 98, no. 19, page 190503, 2007.

- [Splatt 09] F. Splatt, M. Harlander, M. Brownnutt, F. Zähringer, R. Blatt & W. Hänsel. *Deterministic reordering of $40\text{ Ca} +$ ions in a linear segmented Paul trap*. New Journal of Physics, vol. 11, no. 10, page 103008, 2009.
- [Steane 96] A. M. Steane. *Error Correcting Codes in Quantum Theory*. Phys. Rev. Lett., vol. 77, no. 5, pages 793–797, Jul 1996.
- [Stick 06] D. Stick, W. K. Hensinger, S. Olmschenk, M. J. Madsen, K. Schwab & C. Monroe. *Ion trap in a semiconductor chip*. Nat Phys, vol. 2, no. 1, pages 36–39, 01 2006.
- [Stipe 01] B. C. Stipe, H. J. Mamin, T. D. Stowe, T. W. Kenny & D. Rugar. *Noncontact Friction and Force Fluctuations between Closely Spaced Bodies*. Phys. Rev. Lett., vol. 87, no. 9, page 096801, Aug 2001.
- [Sørensen 99] Anders Sørensen & Klaus Mølmer. *Quantum Computation with Ions in Thermal Motion*. Phys. Rev. Lett., vol. 82, no. 9, pages 1971–1974, Mar 1999.
- [Sørensen 00] Anders Sørensen & Klaus Mølmer. *Entanglement and quantum computation with ions in thermal motion*. Phys. Rev. A, vol. 62, no. 2, page 022311, Jul 2000.
- [Tanzilli 05] S. Tanzilli, W. Tittel, M. Halder, O. Alibart, P. Baldi, N. Gisin & H. Zbinden. *A photonic quantum information interface*. Nature, vol. 437, no. 7055, pages 116–120, 09 2005.
- [Trémillon 00] Bernard Trémillon & Gérard Durand. *Electrochimie : lois régissant les processus*. Techniques de l'ingénieur, vol. J1604, page 18, 2000.
- [Turchette 00] Q. A. Turchette, D. Kielpinski, B. E. King, D. Leibfried, D. M. Meekhof, C. J. Myatt, M. A. Rowe, C. A. Sackett, C. S. Wood, W. M. Itano, C. Monroe & D. J. Wineland. *Heating of trapped ions from the quantum ground state*. Phys. Rev. A, vol. 61, no. 6, page 063418, May 2000.
- [ul Haq 06] S. ul Haq, S. Mahmood, N. Amin, Y. Jamil, R. Ali & M. A. Baig. *Measurements of photoionization cross sections from the $5s5p\ ^1P_1$ and $5s6s\ ^1S_0$ excited states of strontium*. J. Phys. B : At. Mol. Phys., vol. 39, pages 1587–1596, 2006.
- [Wesenberg 07] J. H. Wesenberg, R. J. Epstein, D. Leibfried, R. B. Blakestad, J. Britton, J. P. Home, W. M. Itano, J. D. Jost, E. Knill, C. Langer, R. Ozeri, S. Seidelin & D. J. Wineland. *Fluorescence during Doppler cooling of a single trapped atom*. Physical Review A (Atomic, Molecular, and Optical Physics), vol. 76, no. 5, page 053416, 2007.
- [Wineland 79] D. J. Wineland & Wayne M. Itano. *Laser cooling of atoms*. Phys. Rev. A, vol. 20, no. 4, pages 1521–1540, Oct 1979.
- [Wineland 98] D. J. Wineland, C. Monroe, W. M. Itano, D. Leibfried, B. E. King & D. M. Meekhof. *Experimental Issues in Coherent Quantum-State Manipulation of Trapped Atomic Ions*. J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol., vol. 103, no. 3, page 259, May-June 1998.

- [Woytasik 06a] M. Woytasik, J. P. Grandchamp, E. Dufour-Gergam, J. P. Gilles, S. Megherbi, E. Martincic, H. Mathias & P. Crozat. *Two- and three-dimensional microcoil fabrication process for three-axis magnetic sensors on flexible substrates*. Sensors and Actuators A : Physical, vol. 132, no. 1, pages 2–7, 2006. The 19th European Conference on Solid-State Transducers.
- [Woytasik 06b] M. Woytasik, J. P. Grandchamp, E. Dufour-Gergam, E. Martincic, J. P. Gilles, S. Megherbi, V. Lavalley & V. Mathet. *Fabrication of planar and three-dimensional microcoils on flexible substrates*. Microsyst. Technol., vol. 12, no. 10, pages 973–978, 2006.
- [Zippilli 08] Stefano Zippilli, Georgina A. Olivares-Renteria, Giovanna Morigi, Carsten Schuck, Felix Rohde & Jurgen Eschner. *Entanglement of distant atoms by projective measurement : the role of detection efficiency*. New Journal of Physics, vol. 10, no. 10, pages 103003–20, 2008.