HAL
open science

Traitements spatio-temporels adaptés aux radars bistatiques à émetteurs non coopératifs

Jacques Raout

To cite this version:

Jacques Raout. Traitements spatio-temporels adaptés aux radars bistatiques à émetteurs non coopératifs. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université du Sud Toulon Var, 2010. Français. NNT : . tel-00609564

HAL Id: tel-00609564

https://theses.hal.science/tel-00609564

Submitted on 19 Jul 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

pour obtenir le titre de

Docteur de l'Université du Sud Toulon-Var

Spécialité : Sciences de l'ingénieur

TRAITEMENTS SPATIO-TEMPORELS ADAPTÉS AUX RADARS BISTATIQUES À ÉMETTEURS NON COOPÉRATIFS

par

Jacques RAOUT

Equipes d'accueil : CReA/MAS'Air et USTV
Ecole Doctorale : USTV

présentée et soutenue publiquement le 09 décembre 2010
devant le jury composé de

M.	François LE CHEVALIER,	Directeur scientifique THALES Professeur, Université de Delft	Président du jury
M.	Philippe FORSTER,	Professeur des Universités, Université Paris X Nanterre Laboratoire SATIE, ENS Cachan	Rapporteur
M.	Pascal CHEVALIER,	Professeur, Conservatoire National des Arts et Métiers, Paris Expert THALES-Communications	Rapporteur
M.	Marc LESTURGIE,	Directeur du laboratoire SONDRA, ONERA, Palaiseau	Examinateur
M.	Eric MOREAU,	Professeur des Universités, Université du Sud Toulon Var	Directeur de thèse

Table des matières

1 Introduction **15**

2 Contexte, état de l'art et notions générales **17**
2.1 Contexte 17
2.2 Radars à bruit 18
2.3 Radars à bruit bistatiques 18
2.3.1 Intérêts du bistatisme passif 19
2.3.2 Géométrie du scénario : configuration bistatique 19
2.4 Paramètres clés 21
2.4.1 Domaine temporel 22
2.4.2 Domaine spatial 23
2.4.3 Localisation distance 24
2.4.4 Puissances reçues 24
2.5 Signal émis 25
2.5.1 Introduction aux modulations multiporteuses 25
2.5.2 Principe de l'$OFDM$ 26
2.5.3 Fonction d'ambiguïté de signaux $OFDM$ 28
2.5.4 Résolution distance bistatique 31
2.5.5 Résolution Doppler 31
2.5.6 Intérêt des signaux $OFDM$ 31
2.6 Signaux reçus 32
2.6.1 Cube de données 32
2.6.2 Modélisation du signal reçu 34
2.6.3 Récupération du signal de référence 35
2.7 Présentation des travaux de recherche 38

3 Adaptation des outils **41**
3.1 Outils adaptés à la localisation (récepteur fixe) 41
3.1.1 Filtrage de Wiener et réjection du fouillis de sol 41
3.1.2 Filtrage de Wiener et localisation de cible 43
3.1.3 Mise en évidence de l'efficacité du filtrage de Wiener en cascade . 45
3.2 Outils adaptés à la localisation (récepteur mobile) 45
3.2.1 Généralisation des traitements spatio-temporels aux signaux à bruit 45
3.2.2 Traitements spatio-temporels adaptatifs 46
3.2.3 Estimation 49
3.2.4 Matrice de covariance des interférences 50

3.2.5 Mise en évidence de l'efficacité des traitements 55
3.3 Caractéristiques des environnements 55
3.3.1 Environnements réels 55
3.3.2 Modèle d'inhomogénéité 56
3.4 Adaptation de la matrice de covariance 58
3.4.1 Diagonal Loading (*DL*) 58
3.4.2 Pondération de la matrice de covariance 60
3.5 Matrice du point fixe 60
3.5.1 Présentation des Processus Aléatoires Sphériquement Invariants ou *SIRP* 60
3.5.2 Les vecteurs aléatoires sphériquement invariants ou *SIRV* 62
3.5.3 Estimation de la matrice du point fixe 62
3.6 Réduction de rang 63
3.6.1 Méthodes Principal Components (*PC*) et Single Value Decomposition (*SVD*) 63
3.6.2 Méthode Relative Importance of Eigenbeam (*RIE*) 64
3.6.3 Méthode Cross Spectral Metric (*CSM*) 65
3.7 Réduction de dimension 66
3.7.1 Méthode Joint Domain Localized (*JDL*) 66
3.7.2 Différenciation des données homogènes et inhomogènes 67
3.8 Utilisation de la seule case sous test : méthode D^3 70
3.8.1 Adaptation de la méthode aux signaux s'apparentant à du bruit . . 70
3.8.2 Généralisation dans le cas de cibles multiples 72
3.9 Association des méthodes *JDL* et D^3 74
3.9.1 Détecteurs associés aux traitements spatio-temporels adaptatifs . . 76
3.10 Méthodes d'estimation spectrale 78
3.10.1 Méthode MUltiple SIgnal Characterization (*MUSIC*) 78
3.10.2 Méthode des Moindres-Carrés Pondérés (*MCP*) 79
3.10.3 Méthodes Fourier moyenné (Average Fourier), Capon et *APES* . . 80
3.10.4 Généralisation de la méthode *APES* aux signaux s'apparentant à du bruit 81
3.10.5 Estimation spectrale et réjection spatio-temporelle assistée 85
3.10.6 Lien entre les méthodes *APES* et D^3 86

4 Récepteur fixe 89
4.1 Détection d'une cible marine 89
4.2 Détection d'une cible aérienne 91
4.2.1 Stationnarité de l'environnement 91
4.2.2 Densité spectrale de puissance de fouillis dans le cas d'un radar passif $DVB-T$ 91
4.2.3 Diagramme distance-Doppler 92
4.2.4 Localisation avec la méthode *APES* 94
4.2.5 Comparaison avec les méthodes D^3 et *MUSIC* 95

5 Récepteur potentiellement en mouvement **97**
5.1 Réjection de fouillis : méthodes *STAP* 97
5.1.1 Fouillis simulé Gaussien et cibles multiples 97
5.1.2 Fouillis simulé non Gaussien 102
5.1.3 Fouillis réel, visualisation des effets du fenêtrage et de la pondération 107
5.1.4 Fouillis réel, détection d'une cible à l'aide de méthodes *STAP* . . 115
5.2 Réjection de fouillis réel : méthodes d'estimation spectrale 127
5.2.1 Evolution du diagramme distance-Doppler au cours du processus 127
5.2.2 Etude de l'efficacité relative des méthodes 131
5.2.3 Diagrammes distance-Doppler et angle-Doppler pour la méthode $APES-FB$ 133
5.2.4 Etude de la persymétrie 134
5.2.5 Nécessité de plusieurs processus 134
5.2.6 Présentation des résultats d'une réjection localisée 134

6 Conclusion et perspectives **139**

Appendices **141**

A Liste des abréviations **143**

B Liste des notations **145**

C Densités de probabilité utilisées **153**

D Généralisation de la méthode $APES$ aux signaux à bruit **155**

Bibliographie **157**

Table des figures

2.1 Configuration bistatique 20
2.2 Spectre d'un signal $DVB-T$ 28
2.3 Fonction d'ambiguïté d'un signal $DVB-T$ 29
2.4 Représentation de $\chi(0,\ \nu_d)$. 30
2.5 Représentation de $\chi(\tau,\ 0)$. 30

3.1 Dépendance en distance du fouillis de sol 57
3.2 Représentation des valeurs propres de $\tilde{\mathbf{R}}_C$ 59
3.3 Exemple d'estimation des valeurs propres contribuant de la façon la plus significative à la réjection des interférences 64
3.4 Différenciation des données homogènes et inhomogènes à partir du produit mixte généralisé 68
3.5 Amélioration de la détectabilité après avoir écarté les cases distance inhomogènes de l'estimation de $\dot{\tilde{\mathbf{R}}}$ 69
3.6 Diminution du gain en détectabilité pour $\eta_g = 1$ 69
3.7 Diagramme de résultat $2D$ après application de la méthode $JDL-D^3$ avec $\kappa_g = \kappa_d = 0$ (a) et $\kappa_g = \kappa_d = 0.8$ (b) 75
3.8 Diagramme de résultat $2D$ après application de la méthode $JDL-D^3$ avec $\kappa_s = \kappa_d = 100$ 75
3.9 Diagramme de résultat $2D$ après application de la méthode JDL (a). Effet de l'hybridation des méthodes JDL et D^3 (b) 76

4.1 $\Lambda^A_{D^3_1}$ (a) $\Lambda^A_{D^3_2}$ (b) sans filtrage de Wiener (seuillage de $20dB$) 90
4.2 $\Lambda^A_{D^3_1}$ (a) $\Lambda^A_{D^3_2}$ (b) avec filtrage de Wiener (seuillage de $20dB$) 90
4.3 Fluctuation des coefficients de Wiener 92
4.4 DSP de fouillis à $0Hz$ (a) et entre $-10Hz$ et $10Hz$ (b) 92
4.5 Evolution du diagramme distance-Doppler au cours du filtrage de Wiener 93
4.6 Diagramme distance-Doppler 94
4.7 Application de la méthode $APES$ avec moyennage avant-arrière dans la case distance de la cible (535) avant (a) et après filtrage de Wiener (b) . . 94
4.8 Application de la méthode $APES$ avec moyennage avant-arrière au sein des cases distance adjacentes 534 (a) et 536 (b) 95
4.9 Localisation avec la méthode D^3 (case distance 535) 95
4.10 Localisation avec la méthode $MUSIC$ en spatial (a) en temporel (b) 96
4.11 Localisation avec la méthode $MUSIC$ en spatio-temporel 96

5.1 Réjection de l'émetteur *PC* (a) et *JDL* (b) 99
5.2 Réjection de l'émetteur D^3 (a) et $JDL - D^3$ (b) 99
5.3 Réjection du fouillis *PC* (a) et *JDL* (b) 99
5.4 Réjection du fouillis D^3 (a) et $JDL - D^3$ (b) 100
5.5 Réjection du brouilleur *PC* (a) et *JDL* (b) 100
5.6 Réjection du brouilleur D^3 (a) et $JDL - D^3$ (b) 100
5.7 Réjection de la source discrète *PC* (a) et *JDL* (b) 101
5.8 Réjection de la source discrète D^3 (a) et $JDL - D^3$ (b) 101
5.9 Fluctuation d'amplitude de fouillis 103
5.10 Λ^A, *SCM* (a), FP (b), cible 1 103
5.11 Λ^A, *SCM* (a), FP (b), cible 2 104
5.12 Λ^A, *SCM* (a), FP (b), cible 3 104
5.13 Λ^G, *SCM* (a), FP (b), cible 1 104
5.14 Λ^G, *SCM* (a), FP (b), cible 2 104
5.15 Λ^G, *SCM* (a) FP (b), cible 3 105
5.16 $\dot{\Lambda}^A$ sans filtrage cible 3 106
5.17 $\dot{\Lambda}^G$, FP, cible 1 (a) et cible 2 (b) 106
5.18 $\dot{\Lambda}^G$, FP, cible 3 106
5.19 $\Lambda_{GLRT-LQ-JDL-D^3}$, FP cible 2 (a) et 3 (b) 107
5.20 $SINR_{loss}$ sans (a) et avec (b) fenêtrage de Chebyshev ($60dB$) 108
5.21 $SINR_{loss}$ avec CMT ($\Delta_d = 0.04$), sans (a) et avec (b) fenêtrage de Chebyshev ($60dB$) 109
5.22 Coupe du $SINR_{loss}$ avec (rouge) et sans (bleu) fenêtrage de Chebyshev ($60dB$), sans (a) et avec (b) CMT ($\Delta_d = 0.04$) 109
5.23 Pour une cible proche, $SINR_{loss}$ sans (a) et avec (b) fenêtrage de Chebyshev ($60dB$) 110
5.24 Pour une cible proche, $SINR_{loss}$ avec CMT ($\Delta_d = 0.04$), sans (a) et avec (b) fenêtrage de Chebyshev ($60dB$) 110
5.25 Pour une cible proche, coupe du $SINR_{loss}$ avec (rouge) et sans (bleu) fenêtrage de Chebyshev ($60dB$), sans (a) et avec (b) CMT ($\Delta_d = 0.04$) . . . 111
5.26 $\Lambda^A(\theta, \tilde{\nu}_d)$ sans filtrage 111
5.27 $\Lambda^A(\theta, \tilde{\nu}_d)$ sans (a) et avec (b) CMT 112
5.28 $\Lambda^A(\theta, \tilde{\nu}_d)$ sans (a) et avec (b) CMT 112
5.29 $\Lambda^A(\theta, \tilde{\nu}_d)$ avec fenêtrage de Chebyshev, sans (a) et avec (b) CMT 112
5.30 $\Lambda^A(\theta, \tilde{\nu}_d)$ avec fenêtrage de Chebyshev, sans (a) et avec (b) CMT 113
5.31 $\Lambda^A(\tau, \tilde{\nu}_d)$ sans filtrage sans (a) et avec (b) fenêtrage de Chebyshev 113
5.32 $\Lambda^A(\tau, \tilde{\nu}_d)$ sans (a) et avec (b) CMT 114
5.33 $\Lambda^A(\tau, \tilde{\nu}_d)$ avec fenêtrage de Chebyshev et apodisation 115
5.34 $\Lambda^A(\theta, \tilde{\nu}_d)$ sous l'hypothèse bruit blanc 115
5.35 $SINR_{loss_{PC-DL}}$ avec *SCM* 116
5.36 $SINR_{loss_{PC-DL}}$ avec FP 116
5.37 Λ^G_{PC-DL} (a), Λ^K_{PC-DL} (b), Λ^A_{PC-DL} (c) avec *SCM* 117
5.38 Λ^G_{PC-DL} (a), Λ^K_{PC-DL} (b), Λ^A_{PC-DL} (c) avec FP 117
5.39 $SINR_{loss_{SVD-DL}}$ avec *SCM* 118
5.40 $SINR_{loss_{SVD-DL}}$ avec FP 118
5.41 $\Lambda^G_{PC-SVD-DL}$ (a), $\Lambda^K_{PC-SVD-DL}$ (b), $\Lambda^A_{PC-SVD-DL}$ (c) avec *SCM* 119

5.42 $\Lambda^G_{PC-SVD-DL}$ (a), $\Lambda^K_{PC-SVD-DL}$ (b), $\Lambda^A_{PC-SVD-DL}$ (c) avec FP 119
5.43 $SINR_{loss_{CSM-DL}}$ avec FP 119
5.44 Λ^G_{CSM} (a), Λ^K_{CSM} (b), Λ^A_{CSM} (c) avec FP 120
5.45 $SINR_{loss_{JDL}}$ avec FP 120
5.46 $SINR_{loss_{JDL-DL}}$ avec FP 121
5.47 $\dot{\Lambda}^G$ (a), $\dot{\Lambda}^K$ (b), $\dot{\Lambda}^A$ (c) avec FP 121
5.48 $\dot{\Lambda}^G_{DL}$ (a), $\dot{\Lambda}^K_{DL}$ (b), $\dot{\Lambda}^A_{DL}$ (c) avec FP 121
5.49 $\dot{\Lambda}^G$ (a), $\dot{\Lambda}^K$ (b), $\dot{\Lambda}^A$ (c) avec FP et nettoyage (1 itération) 122
5.50 $\dot{\Lambda}^G$ (a), $\dot{\Lambda}^K$ (b), $\dot{\Lambda}^A$ (c) avec FP et nettoyage (2 itérations) 122
5.51 $\dot{\Lambda}^G_{DL}$ (a), $\dot{\Lambda}^K_{DL}$ (b), $\dot{\Lambda}^A_{DL}$ (c) avec FP et nettoyage (1 itération) 122
5.52 $\dot{\Lambda}^G_{DL}$ (a), $\dot{\Lambda}^K_{DL}$ (b), $\dot{\Lambda}^A_{DL}$ (c) avec FP et nettoyage (2 itérations) 123
5.53 $\dot{\Lambda}^G_{DL}$ (a), $\dot{\Lambda}^K_{DL}$ (b), $\dot{\Lambda}^A_{DL}$ (c) avec FP et nettoyage (3 itérations) 123
5.54 $SINR_{loss_{D^3}}$ 123
5.55 $\Lambda^A_{D^3}$ 124
5.56 $SINR_{loss_{JDL-D^3}}$ avec FP 124
5.57 $SINR_{loss_{JDL-D^3-DL}}$ avec FP 125
5.58 $\dot{\Lambda}^G_{D^3}$ (a), $\dot{\Lambda}^K_{D^3}$ (b), $\dot{\Lambda}^A_{D^3}$ (c) avec FP 125
5.59 $\dot{\Lambda}^G_{D^3-DL}$ (a), $\dot{\Lambda}^K_{D^3-DL}$ (b), $\dot{\Lambda}^A_{D^3-DL}$ (c) avec FP 125
5.60 $\dot{\Lambda}^G_{D^3}$ (a), $\dot{\Lambda}^K_{D^3}$ (b), $\dot{\Lambda}^A_{D^3}$ (c) avec FP et nettoyage (1 itération) 125
5.61 $\dot{\Lambda}^G_{D^3}$ (a), $\dot{\Lambda}^K_{D^3}$ (b), $\dot{\Lambda}^A_{D^3}$ (c) avec FP et nettoyage (2 itérations) 126
5.62 $\dot{\Lambda}^G_{D^3-DL}$ (a), $\dot{\Lambda}^K_{D^3-DL}$ (b), $\dot{\Lambda}^A_{D^3-DL}$ (c) avec FP et nettoyage (1 itération) . . 126
5.63 $\dot{\Lambda}^G_{D^3-DL}$ (a), $\dot{\Lambda}^K_{D^3-DL}$ (b), $\dot{\Lambda}^A_{D^3-DL}$ (c) avec FP et nettoyage (2 itérations) . 126
5.64 $\dot{\Lambda}^G_{D^3-DL}$ (a), $\dot{\Lambda}^K_{D^3-DL}$ (b), $\dot{\Lambda}^A_{D^3-DL}$ (c) avec FP et nettoyage (3 itérations) . 126
5.65 $\alpha_{AF}(\tau,\tilde{\nu}_d)$ et $\alpha_{AF}(\tau, f_d)$ à l'issue de la détection initiale 128
5.66 $\alpha_{Capon}(\tau,\tilde{\nu}_d)$ et $\alpha_{Capon}(\tau, f_d)$ à l'issue de la détection initiale 128
5.67 $\alpha_{APES}(\tau,\tilde{\nu}_d)$ et $\alpha_{APES}(\tau, f_d)$ à l'issue de la détection initiale 129
5.68 $\alpha_{Capon}(\tau,\tilde{\nu}_d)$ après réjection, à l'issue du processus $n°1$ (a), $n°2$ (b), $n°3$ (c) et $n°4$ (d) 129
5.69 $\alpha_{APES}(\tau,\tilde{\nu}_d)$ après rejection, à l'issue du processus $n°1$ (a), $n°2$ (b), $n°3$ (c) et $n°4$ (d) 130
5.70 $\alpha_{Capon-FB}(\tau,\tilde{\nu}_d)$ après rejection, à l'issue du processus $n°1$ (a), $n°2$ (b), $n°3$ (c) et $n°4$ (d) 130
5.71 $\alpha_{APES-FB}(\tau,\tilde{\nu}_d)$ après rejection, à l'issue du processus $n°1$ (a), $n°2$ (b), $n°3$ (c) et $n°4$ (d) 131
5.72 Niveau de réjection avec Capon lors du processus $n°1$ (a) et $n°4$ (b) 131
5.73 Niveau de réjection avec $APES$ lors du processus $n°1$ (a) et $n°4$ (b) 132
5.74 Niveau de réjection avec Capon-FB lors du processus $n°1$ (a) et $n°4$ (b) . 132
5.75 Niveau de réjection avec $APES-FB$ lors du processus $n°1$ (a) et $n°4$ (b) . 132
5.76 Zoom sur $\alpha_{APES-FB}(\tau,\tilde{\nu}_d)$ lors de la détection initiale (a) et après rejection (b) 133
5.77 $\alpha(\theta, f_d)$, case distance 50, détection initiale (a) et fin de réjection (b) . . . 133
5.78 Persymétrie de $\hat{\hat{\Xi}}_F$(a), $\hat{\hat{\Xi}}_{FB}$ (b), $\hat{\hat{\Phi}}$ (c) et $\hat{\hat{\Phi}}_{FB}$ (d) 134

5.79 Nombre d'itérations : évolution lors de la réjection entre les retards 20 et 80 (a) et comparaison entre une réjection localisée (b, vert) et plus générale (b, rouge) 135
5.80 Densité spectrale de puissance du fouillis dans le cas d'un réseau phasé à visée avant (a). Application de l'approche dite « super-résolution » (b) . . 138

Liste des tableaux

2.1 Paramètres de transmission des signaux $OFDM$ signal (mode $8k$) 27
2.2 Comparaison des temps d'intégration cohérente $GSM/DVB-T$ 33

4.1 Détection d'une cible marine : paramètres de la configuration 89
4.2 Détection d'un hélicoptère : paramètres de la configuration 91

5.1 Détection de cibles multiples : paramètres de simulation 98
5.2 Détection de cibles multiples : réjection (en puissance) 101

« Par l’imagination nous abandonnons le cours ordinaire des choses. [...] Imaginer c’est s’absenter, c’est s’élancer vers une vie nouvelle. »

Gaston Bachelard
L’Air et les Songes, 1943.

Remerciements

Voilà peut être l'instant le plus difficile et le plus enthousiasmant : celui des remerciements. Bien que la place allouée soit toujours trop restreinte, je vais me risquer à cet exercice car cette aventure est autant humaine que scientifique.
Merci tout d'abord à mes proches d'avoir compris que mes absences n'enlevaient rien à l'amour que j'ai pour eux. Merci Sophie de m'avoir tenu la main sur ce long chemin. Théo, Gaël, vous êtes encore trop petits mais je suis sûr que lorsque vous aurez trouvé votre voie, la quête qui fût la mienne, celle des détections tant espérées, prendra tout son sens pour vous aussi. Je vous souhaite également d'avoir l'occasion de rencontrer l'Autre car ce sont les très nombreuses rencontres que j'ai pu faire à l'occasion de ces travaux qui m'ont enrichi et que je conserverai également précieusement en mémoire.
Remerciements emprunts d'un profond respect et dévouement, voilà le message que je tiens à adresser au Général Mercier pour son soutien, ses encouragements et sa vision d'une Armée de l'air plurielle, riche des parcours si divers offerts à ses membres.
Merci à Monsieur François Le Chevalier auprès de qui je me suis toujours senti comme un jeune étudiant face à son maître, une référence toujours enthousiaste à l'idée de faire avancer le domaine du radar.
Merci à Marc Lesturgie de m'avoir initié à la magie du bistatisme passif.
Merci également à Messieurs Pascal Chevalier et Philippe Forster d'avoir accepté le rôle de rapporteur de mon travail.
Merci à Eric Moreau de m'avoir guidé et de m'avoir fait découvrir le monde passionnant de la recherche universitaire.
Merci également à Messieurs François Delaveau et François Pipon d'avoir bien voulu partager des données réelles que chacun sait très précieuses. Vous m'avez tant apporté à chacune de nos rencontres. Je n'oublierai pas ces marques de confiance dans un monde de concurrence où elle n'occupe souvent qu'une place limitée.
Merci au professeur Konstantin Lukin de m'avoir accepté au sein du groupe de recherche *OTAN* m'offrant ainsi l'opportunité de croiser la route, entre autres des professeurs Krzysztof Kulpa, Ram Narayanan, Thayananthan Thayaparan et Muralidhar Rangaswamy, sommités s'il en est.
Merci à tous les enseignants du Département Systèmes Électroniques pour leur amitié. La convivialité des instants que nous avons partagés ont été d'un grand secours dans les moments de doute.
Merci à l'équipe du laboratoire *MAS'Air* dont j'ai eu le grand plaisir de voir la genèse.
Pascal, Agnès, si je renonce à la mission consistant à vous remercier c'est d'abord parcequ'il me faudrait beaucoup plus que quelques mots mais c'est aussi pour avoir un prétexte me permettant de garder contact et de lire avec curiosité les nouvelles pages que vous allez écrire.

Chapitre 1

Introduction

Bien au-delà d'une étude théorique des radars passifs bistatiques à émetteurs non coopératifs et de sa mise en application pratique, le long parcours initiatique que constituent ces travaux, débuté en fin de scolarité à *Supélec* et poursuivi au sein du laboratoire $MAS'Air$, a été l'occasion d'évoluer dans plusieurs mondes.
Dans celui des opérations aériennes tout d'abord. Peut-on trouver motivation plus grande que celle de participer à la protection de nos concitoyens en améliorant la surveillance de notre territoire ? C'est elle qui justifie cette réflexion et qui impose une approche pragmatique.
Ce pragmatisme a été renforcé par le travail mené en partenariat avec le monde de l'industrie. Des expérimentations sur le terrain et l'acquisition de signaux réels ont ainsi été possibles, dans des environnements dont la complexité ne saurait être qu'approchée par la simulation.
Le monde de l'enseignement a également tenu une place importante dans ces recherches. Cette thèse a en effet été l'occasion d'impliquer de nombreux élèves français et étrangers, civils et militaires. Une formidable opportunité de « passer le relais ».
Le travail au sein du milieu universitaire et de la recherche, enfin, s'est concrétisé par la présentation de mes résultats dans deux revues internationales ainsi qu'à l'occasion de nombreux congrès internationaux :

Journaux internationaux à comité de lecture

- ✓ J. Raout, A. Santori, E. Moreau, "Passive bistatic noise radar using $DVB-T$ signals", in *IET Radar, Sonar and Navigation*, vol. 4, no. 3, June 2010, pp. 403-411.
- ✓ J. Raout, A. Santori and E. Moreau, "Space-time clutter rejection and target passive detection using the *APES* method", in *IET Signal Processing*, vol. 4, no. 3, 2010.

Conférences internationales à comité de lecture avec actes

- ✓ M. Kubica, V. Kubica, X. Neyt, J. Raout, S. Roques and M. Acheroy, "Optimum target detection using emitters of opportunity," in *Proceedings of the $IEEE$ Radar Conference, Verona, NY*, Apr. 24-27 2006, pp. 417-424,
- ✓ J. Raout, J. Dulost and X. Neyt, "Feasibility of *STAP* for passive $DVB-T$ based radar," in *Proceedings of the Fourth $IASTED$ International Conference on Anten-*

nas, Radar, and Wave Propagation, Montreal, Canada, May 30 - Jun. 01 2007, pp. 108-114,

- ✓ J. Raout, X.Neyt and P. Rischette, "Bistatic *STAP* using illuminators of opportunity," in *Proceedings of the IET Conference on Radar Systems, Edinburgh, Scotland*, Oct. 15-18 2007,
- ✓ J. Raout and J. P. Préaux, "Multi-target detection using noise-like signals," in *Proceedings of the IEEE Radar Conference, Rome, Italy*, May 26 - 308 2008,
- ✓ J. Raout, "Space-time adaptive processing for noise-radar," in *Proceedings of the IEEE Radar Conference, Rome, Italy*, 2008, May 26 - 30 2008,
- ✓ J. Raout, "Sea target detection using passive $DVB-T$ based radar," in *Proceedings of the IEEE Radar Conference, Adelaide, Australia*, Sep 2 - 5 2008, pp. 695-700,
- ✓ J. Raout and A. Santori, "Space-time clutter rejection using the *APES* method," in *Proceedings of the Radar Conference, 2009, EuRAD 2009, Rome, Italy*, Sep. 30 - Oct. 02 2009, pp. 65-68.

Autant d'opportunités qui m'ont permis de rejoindre différents groupes de recherche et comités de lecture, en France comme à l'étranger :

- ✓ Club Space Time Adaptive Processing (*STAP*),
- ✓ European *STAP* Network,
- ✓ Groupes de recherche *OTAN* sur les radars à bruit (Research Task Group (RTG) 057) et les radars passifs aéroportés (Exploratory Team (ET) 71),
- ✓ Comité de lecture du congrès international Radar 2009 Bordeaux,
- ✓ Comités de lecture des revues de l'Institution of Engineering Technology (IET)/ Signal Processing et de l'Institute of Electrical and Electronics Engineers ($IEEE$)/ Aerospace and Electronic Systems.

J'y ai côtoyé des personnes aussi passionnées que passionnantes.

Le décor, celui d'une aventure particulièrement enrichissante, étant planté entrons maintenant dans le vif du sujet.

Chapitre 2

Contexte, état de l'art et notions générales

2.1 Contexte

La détection des cibles mobiles d'un champ de bataille a constitué et reste un des enjeux principaux des opérations militaires. Fixe au sol ou aéroporté, le radar reste le capteur principal d'un système d'arme même si ses données tendent à être fusionnées avec celles de capteurs fonctionnant dans d'autres domaines du spectre, qu'ils soient optiques, infrarouges etc.

Pour autant un tel système, dans sa version active, c'est-à-dire possédant à la fois un récepteur et un émetteur, est vulnérable du fait même de son fonctionnement et de l'énergie qu'il délivre puisqu'il est facilement détectable par les systèmes adverses.

Le choix de la forme d'onde générée par l'émetteur et exploitée par le récepteur revêt en outre une importance primordiale puisqu'elle conditionne l'acuité de la détection.

« Voir, sans se tromper et sans être vu » par la mise en œuvre d'un système dit passif, c'est-à-dire constitué du seul récepteur, bistatique voire multistatique si plusieurs émetteurs et/ou récepteurs sont considérés [1], exploitant une forme d'onde aux propriétés de résolution et de non-ambiguïté performante est ainsi devenu de façon naturelle le rêve du radariste.

Nous allons ainsi considérer dans cette étude le signal d'un émetteur de Télévision Numérique Terrestre (TNT ou Digital Video Broadcasting Terrestrial, $DVB-T$) reçu directement ou après réflections.

Disponible en grand nombre sur le territoire national et bien au-delà, la forme d'onde générée par ce type d'émetteur est particulièrement intéressante du point de vue de la résolution distance, des ambiguïtés distance et Doppler. Les puissances mises en jeu permettent, de plus, d'envisager des portées de plusieurs dizaines de kilomètres, compatibles avec les systèmes aujourd'hui opérationnels. Cet ensemble résolution, ambiguïté, portée permet de classer ce type d'émetteurs au premier rang des sources d'opportunités susceptibles d'être utilisées par un radar bistatique passif.

L'étude réalisée va néanmoins au-delà du simple cas des émetteurs de TNT pour appréhender une classe plus grande : celle des radars à bruit [2, 3, 4, 5, 6, 7].

2.2 Radars à bruit

D'une manière générale les formes d'ondes dites « à bruit », c'est-à-dire présentant une densité spectrale de puissance proche de celle d'un bruit blanc dans la bande de réception considérée, permettent une estimation non ambiguë de la distance comme de la fréquence Doppler et, dans leur version active, un contrôle indépendant des mesures associées [8].
Leur fonction d'ambiguïté qui, comme nous le verrons dans le §2.5.3 rend compte des performances de détection en distance comme en Doppler, ne présente en effet en théorie qu'un pic unique, étroit, preuve de leurs excellentes capacités en termes de résolution. Emergeant largement du plancher du bruit, ce pic démontre de plus la possibilité de taux de compression et de gain de traitement élevés.
Par essence, de tels signaux résistent également à des Contre-Mesures Electroniques (*CME*) telles que les missiles anti-radar ou plus classiquement le brouillage [9].
Leur probabilité d'interception comme d'exploitation sont des plus réduites (Low Probability of Interception and Exploitation *LPI*, *LPE*).
Enfin, dans le domaine de la Compatibilité Electro-Magnétique (*CEM*), leur immunité aux interférences et la possibilité d'utilisation simultanée de plusieurs radars dans une même zone est à souligner.

2.3 Radars à bruit bistatiques

La configuration bistatique d'un radar diffère de la configuration monostatique par la séparation physique de l'unité réceptrice et de l'unité émettrice. Si le radar utilise les signaux d'opportunité rayonnés par des émetteurs de télécommunication ou de radio/télédiffusion, le radar est dit à émetteurs non-coopératifs ou d'opportunité.
Toute la spécificité et l'intérêt de ce type de radars passifs résident dans l'utilisation, l'exploitation, le détournement d'emploi de ces émetteurs présents dans l'environnement. Ces radars, totalement indétectables, répondent à une exigence opérationnelle majeure : la discrétion.
Le bistatisme n'est pas un concept nouveau. En effet, les premières expériences dans le domaine de la détection radar conduites en France, aux Etats-unis, en Angleterre, en Union Soviétique, en Allemagne ou au Japon l'utilisaient [10, 11]. Dominé par le monostatisme, le bistatisme ne donna lieu, jusqu'au début des années 1980, qu'à un nombre limité de travaux.
Un regain d'intérêt est apparu depuis et s'est manifesté récemment à travers l'exploitation :

- ✓ d'émetteurs radio [12, 13],
- ✓ de transmissions satellites [14, 15, 16],
- ✓ de station de base de radiotéléphonie mobile de type Global System for Mobile communications (*GSM*) [17, 18, 19],

- ✓ d'émetteurs de télévision analogique [20],
- ✓ d'émetteurs de télévision numérique [21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30].

2.3.1 Intérêts du bistatisme passif

Le bistatisme passif revêt une plus grande complexité en ce qui concerne le traitement du signal. Ses avantages contrebalancent pourtant cette complexité. Citons ainsi :

- ✓ dans le domaine opérationnel :
  - – la possibilité, dans certains cas, de profiter de niveaux de signature radar associés à la Surface Équivalente Radar (SER) plus importants qu'en monostatique,
  - – l'amélioration de la couverture Basse Altitude (BA) et Très Basse Altitude (TBA),
  - – l'accroissement de la complexité des techniques de furtivité face à un tel radar,
  - – la discrétion (Faible Probabilité d'Interception (FPI) et d'Exploitation FPE),
- ✓ dans le domaine de l'emploi :
  - – la disparition des contraintes d'emploi d'un système rayonnant (Dommages dus aux Rayonnements Électromagnétiques sur le Personnel ($DREP$), Dommages dus aux Rayonnements sur les Armes et Munitions ($DRAM$), Rayonnements Non Essentiels (RNE) et Compatibilité ÉlectroMagnétique (CEM),
  - – l'inutilité d'une allocation de fréquences, ressources aussi rares que précieuses,
- ✓ dans le domaine du développement et du soutien :
  - – un coût de développement, de Maintien en Condition Opérationnelle (MCO) et de Maintien en Condition de Sécurité (MCS) focalisés sur la partie réceptrice.

Le triptyque forme d'onde « à bruit » - bistatisme - passivité permet ainsi de s'affranchir de l'épineux compromis discrétion-efficacité.

2.3.2 Géométrie du scénario : configuration bistatique

L'objectif de la figure 1.1 est de présenter la configuration bistatique considérée et d'y introduire un certain nombre de grandeurs.
La cible, repérée par la lettre T pour « target » (respectivement un réflecteur constitutif du fouillis de sol, supposé fixe ou plus généralement une source d'interférence telle qu'une cible amie ou non menaçante, repéré par la lettre C pour « clutter ») est caractérisée par :

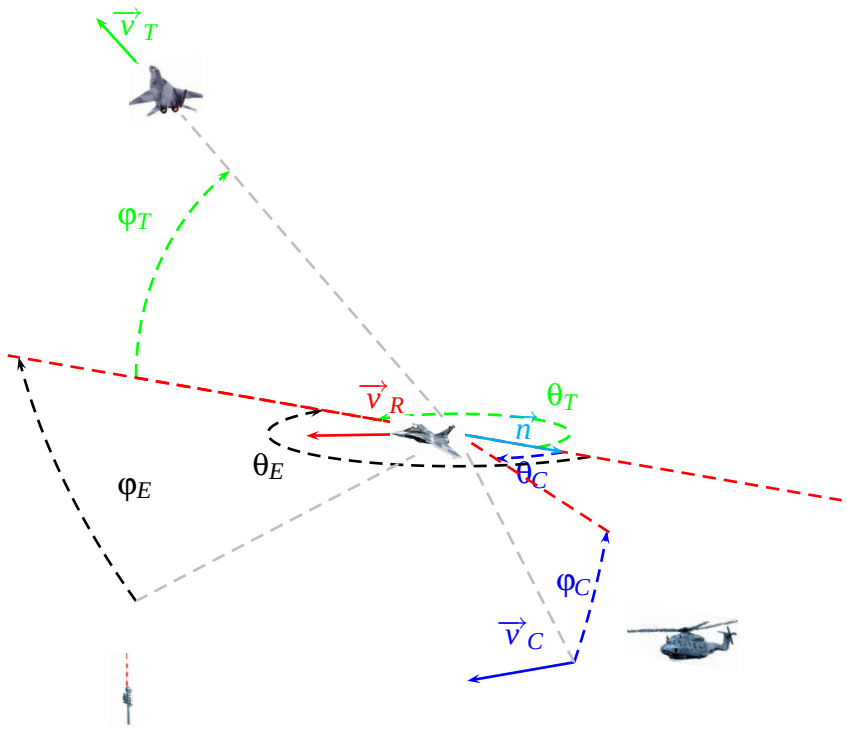

FIG. 2.1: Configuration bistatique

- ✓ sa distance à l'émetteur D_{ET} (respectivement D_{EC}) telle que $\overrightarrow{D}_{ET} = D_{ET}\,\overrightarrow{u}_{ET}$ (respectivement $\overrightarrow{D}_{EC} = D_{EC}\,\overrightarrow{u}_{EC}$),
- ✓ sa distance au récepteur D_{RT} (respectivement D_{RC}) telle que $\overrightarrow{D}_{RT} = D_{RT}\,\overrightarrow{u}_{RT}$ (respectivement $\overrightarrow{D}_{RC} = D_{RC}\,\overrightarrow{u}_{RC}$),
- ✓ un angle de gisement θ_T (respectivement θ_C),
- ✓ un angle de site φ_T (respectivement φ_C),
- ✓ un vecteur vitesse $\overrightarrow{\mathbf{v}}_T$ (respectivement $\overrightarrow{\mathbf{v}}_C$).

Un des paramètres importants du bistatisme est l'angle de bistatisme β. Il s'agit de l'angle entre les directions émetteur-cible et cible-récepteur. Il joue un rôle primordial dans la comparaison des performances entre les radars de type monostatique pour lesquels $\beta = 0^0$ et ceux de type bistatique. La *SER* bistatique fluctue ainsi dans des proportions élevées en fonction de cet angle donné par la relation [31] :

$$\beta = \arccos\left(\frac{D_{RT}^2 + D_{ET}^2 - D_{ER}^2}{2D_{RT}D_{ET}}\right) \tag{2.1}$$

Au risque de frustrer le lecteur nous ne nous hasarderons pas à présenter un modèle de *SER* bistatique qui ne saurait dans tous les cas pas rendre compte de la diversité et de la complexité des types de cibles potentiellement traitées. Nous serons en revanche amenés à utiliser un modèle de surface équivalente de fouillis (écho de sol).

2.4 Paramètres clés

La finalité des traitements radar est d'aller au-delà de la « simple » détection qui se résumerait à l'affirmation « il y a quelque chose » ou à l'infirmation « il n'y a rien » pour obtenir la localisation d'une ou de plusieurs cibles voire, si la résolution distance le permet, la classification de celles-ci de manière à faire, par exemple, la distinction entre un avion de chasse et un avion de transport, entre une voiture et un blindé, entre une frégate et un porte-avions.
La localisation présuppose qu'à l'issue du traitement le signal de cible puisse émerger de celui des interférences, autrement dit que le rapport dit « signal à interférences » (signal à bruit thermique, signal à fouillis, signal à brouilleur) soit suffisant.
Le dépassement d'un seuil conduit alors à la détermination de trois paramètres clés que nous allons tour à tour décrire :

- ✓ la fréquence Doppler, ici bistatique, estimée dans le domaine que nous qualifierons de temporel,

- ✓ la direction d'arrivée associée au domaine spatial,
- ✓ la distance qu'elle soit bistatique ou ramenée au niveau du récepteur.

Une des originalités des traitements présentés dans ce document réside dans l'utilisation de méthodes qui conduisent à estimer un quatrième paramètre : celui de la puissance ou de l'amplitude des éléments composites du signal reçu.

2.4.1 Domaine temporel

La fréquence Doppler f_d qui caractérise le décalage fréquentiel entre la fréquence du signal reçu et celle, porteuse, $f_0 = \frac{c}{\lambda}$ du signal de référence directement issu de l'émetteur est due au mouvement éventuel de l'émetteur (représenté par le vecteur vitesse $\overrightarrow{\mathbf{v}}_E$), à celui du réflecteur ($\overrightarrow{\mathbf{v}}_C$) et enfin à celui du récepteur ($\overrightarrow{\mathbf{v}}_R$). Les paramètres c et λ correspondent respectivement à la célérité de la lumière et à la longueur d'onde de travail.
Dans le cas d'une configuration bistatique, la fréquence Doppler se décompose en deux contributions, celle associée à l'émetteur et celle associée au récepteur de sorte que $f_d = f_{d_E} + f_{d_R}$. Chacune de ces composantes est liée à la vitesse radiale relative entre l'élément considéré et le réflecteur.
Il est ainsi possible d'écrire :

$$f_{d_E} = \frac{1}{\lambda}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}_E - \overrightarrow{\mathbf{v}}_C\right)\overrightarrow{\mathbf{u}}_{EC} \tag{2.2}$$

$$f_{d_R} = \frac{1}{\lambda}\left(\overrightarrow{\mathbf{v}}_R - \overrightarrow{\mathbf{v}}_C\right)\overrightarrow{\mathbf{u}}_{RC} \tag{2.3}$$

La fréquence d'échantillonnage étant définie par f_e, la fréquence temporelle réduite, ν_d, se déduit de la fréquence Doppler à travers la formule :

$$\nu_d = \frac{f_{d_E} + f_{d_R}}{f_e} \tag{2.4}$$

Vecteur directionnel temporel. L'expression générale du vecteur directionnel dans le domaine Doppler pointant dans la direction de la fréquence temporelle réduite ν_d est la suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_d(\nu_d) &= \left[1, e^{j2\pi\nu_d}, \ldots, e^{j2\pi\nu_d(N_d-1)}\right]^T \\ &= \left[1, z_d(\nu_d), \ldots, z_d^{N_d-1}(\nu_d)\right]^T \end{aligned} \tag{2.5}$$

expression dans laquelle N_d correspond au nombre d'échantillons temporels considérés et $z_d(\nu_d)$ représente le déphasage temporel d'un échantillon à l'autre, déphasage dû au mouvement de l'élément considéré et à l'effet Doppler associé. Cette expression présuppose une fréquence d'échantillonnage constante.

2.4.2 Domaine spatial

De façon tout à fait duale et pour une Antenne Linéaire et Uniforme (*ALU*) uniquement, constituée de N_s éléments, le vecteur pointant vers la fréquence spatiale réduite ν_s s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_s(\nu_s) &= \left[1, e^{j2\pi\nu_s}, \ldots, e^{j2\pi\nu_s(N_s-1)}\right]^T \\ &= \left[1, z_s(\nu_s), \ldots, z_s^{N_s-1}(\nu_s)\right]^T \end{aligned} \tag{2.6}$$

z_s correspond au déphasage spatial d'un élément d'antenne à l'autre.
Les simulations comme les acquisitions de signaux réels ont été effectuées en considérant le cas plus général d'une antenne linéaire lacunaire pour laquelle les éléments d'antenne ne sont pas séparés d'une distance constante. Le vecteur $\mathbf{s}_s$ devient alors :

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_s(\theta) &= \left[1, e^{j2\pi\frac{\sin(\theta)}{\lambda}d_{2,1}}, \ldots, e^{j2\pi\frac{\sin(\theta)}{\lambda}\sum_{i=1}^{N_s-1}d_{i+1,i}}\right]^T \\ &= \left[z_{s_{1,0}}(\theta), z_{s_{2,1}}(\theta), \ldots, \prod_{i=1}^{N_s-1} z_{s_{i+1,i}}(\theta)\right]^T \end{aligned} \tag{2.7}$$

$z_{s_{i+1,i}}(\theta)$ correspond donc maintenant au déphasage spatial de l'élément d'antenne $i+1$ au précédent. L'espacement physique entre ces deux mêmes éléments est noté $d_{i+1,i}$. Par convention, $z_{s_{1,0}}(\theta)$ est choisi égal à 1.
Le vecteur directionnel spatio-temporel se déduit du produit de Kronecker des deux précédents à travers la formule :

$$\mathbf{s}(\theta, \nu_d) = \mathbf{s}_d(\nu_d) \otimes \mathbf{s}_s(\theta) \tag{2.8}$$

Fenêtrage des vecteurs directionnels. Au cours du traitement radar, il peut être intéressant d'employer, non pas le vecteur directionnel, mais sa version fenêtrée en lui appliquant, par exemple, une fonction de Chebyshev [32].
Egalement connue sous le terme anglo-saxon de *tapering*, cette modification, prend la forme du produit de Hadamard du vecteur directionnel avec celui de fenêtrage que nous noterons $\mathbf{t}_s$ dans le domaine spatial et $\mathbf{t}_d$ dans le domaine temporel.
Son objectif est de diminuer l'influence des lobes secondaires au détriment de la précision de pointage du lobe principal.
Disposant d'un faible nombre de degrés de liberté dans le domaine spatial, puisque les acquisitions ont été réalisées avec seulement $N_s = 4$ antennes, seul un fenêtrage temporel sera mis en œuvre. Le vecteur directionnel sera donc éventuellement remplacé par :

$$\mathbf{s} \circ \left(\mathbf{t}_d \otimes \mathbf{c}_{N_s}\right) \tag{2.9}$$

avec $\mathbf{c}_{N_s}$ le vecteur colonne constitué de N_s éléments unitaires. L'impact du fenêtrage sera étudié au §5.1.3.

2.4.3 Localisation distance

La distance séparant la cible du récepteur D_{RT} ne peut être mesurée directement. Elle peut néanmoins être calculée grâce à la formule [31] :

$$D_{RT} = \frac{(D_{RT} + D_{ET})^2 - D_{ER}^2}{2(D_{RT} + D_{ET} + D_{ER}\sin\phi_T)} \tag{2.10}$$

La résolution de l'équation (2.10) passe par l'estimation de trois paramètres inconnus, D_{ER}, $D_{RT} + D_{ET}$, et ϕ_T, composition des angles de site et de gisement de la cible vue depuis le réseau antennaire.
La distance entre l'émetteur et le récepteur peut être connue *a priori* ou nécessiter une localisation.
La quantité $D_{RT} + D_{ET}$ est quant à elle issue du traitement en distance largement évoqué dans ce document.
L'angle ϕ_T sera tout naturellement issu de la localisation spatiale.

2.4.4 Puissances reçues

D'une manière générale, la puissance du signal reçue en droite ligne de l'émetteur est donnée par [31] :

$$P_{ref} = \frac{P_e G_{ER} G_{RE} \lambda^2}{(4\pi)^2 D_{ER}^2 L_{ref}}. \tag{2.11}$$

avec P_e la puissance d'émission, G_{ER} le gain de l'antenne émettrice dans la direction du radar, G_{RE} celui de l'antenne réceptrice dans la direction de l'émetteur, L_x les pertes supplémentaires subies par ce signal (atténuation supplémentaire par rapport à l'espace libre, pertes hyperfréquences,...).
Dans le cas particulier du radar bistatique, la puissance P_r du signal reçu par le récepteur, que celui-ci provienne d'une cible ou d'un réflecteur, s'écrit pour une cible [31] :

$$P_r = \frac{P_e G_{ET} G_{RT} \lambda^2 \sigma^{\beta_T}}{(4\pi)^3 D_{ET}^2 D_{RT}^2 L} \tag{2.12}$$

avec G_{ET} le gain de l'antenne émettrice dans la direction de la cible, G_{RT} celui de l'antenne réceptrice dans la direction de la cible, σ^{β_T} la surface équivalente radar bistatique de la cible et L le coefficient de perte.
Il suffit de remplacer la *SER* par la surface équivalente de fouillis dans l'équation précédente pour évaluer la puissance reçue de ce type d'interférence.
Dans le cas de notre étude les paramètres dont dépend le rapport signal à fouillis ou signal à trajet direct sont complexes à estimer. Le gain de l'antenne émettrice dans la direction de la cible par exemple est intimement lié à l'altitude de cette dernière. Les cibles évoluant à basse altitude seront ainsi illuminées beaucoup plus fortement que celles au domaine de vol plus élevé.
Ces paramètres de puissance ne sont pas seulement présentés pour compléter la description des caractéristiques des signaux reçus. Ils ont fait l'objet, comme bien d'autres, de beaucoup d'attention à l'occasion des campagnes de mesures organisées notamment à

proximité de l'aéroport de Marseille Marignane. Ils conduisent en effet à la dynamique que la chaîne de réception doit être en mesure d'absorber. Son adaptation aux performances du récepteur mis à la disposition par la société THALES a nécessité d'avoir recours à un certain nombre d'adaptations afin de réduire cette dynamique. Le réseau a ainsi été disposé à l'abri d'un obstacle le masquant de l'émetteur et dirigé vers la position estimée de cibles potentielles, la plus éloignée angulairement de celle de l'émetteur afin de bénéficier au maximum du rapport avant-arrière du réseau.
L'estimation *a priori* de la SER bistatique d'une cible est des plus délicates et fait généralement l'objet de mesures en chambre anéchoïde lorsque l'on a la chance d'y disposer d'une base de mesure bistatique. Donnée sensible voire confidentielle puisqu'intimement liée à la furtivité de la cible, très peu de travaux y font référence et ne sont de toute façon pas applicables à notre cas d'étude.
La SER de fouillis a en revanche fait l'objet de nombreuses publications tant la fréquence, les angles de travail et la nature du sol influencent les résultats.
Le modèle adopté lors du processus de simulation s'inspire des travaux décrits dans [31, 33]. Un certain nombre de coefficients de rétrodiffusion bistatique $\sigma_0^{\beta_F}$ pour les environnements urbains, ruraux ou forestiers y sont décrits.
Si l'on considère une très large ouverture à $3dB$ en gisement à l'émission, ce qui est le cas dans la télédiffusion, et une ouverture en réception θ_{3dB}^R, l'aire de la cellule de rétrodiffusion au sol est définie par :

$$A_C = \Delta D_C \frac{D_{RC}\theta_{3dB}^R}{cos\frac{\beta_C}{2}} \tag{2.13}$$

avec

$$\Delta D_C = \frac{c}{2B\cos\frac{\beta_C}{2}} \tag{2.14}$$

une approximation de la fauchée de la cellule de fouillis, D_{RC} la distance entre la zone du sol considérée et le récepteur et β_C l'angle de bistatisme entre l'émetteur, le centre de cette zone et le récepteur.
Si l'on prend l'exemple d'une cible de SER bistatique fluctuant autour de la valeur $\sigma^{\beta_T} = 10dBm^2$, d'un coefficient de rétrodiffusion de $-17dB$, d'une configuration telle que $D_{ET} = D_{RT} = D_{ER} = 50km$, d'une ouverture θ_{3dB}^R de $9°$, d'un signal de bande $B = 7.61MHz$ correspondant à un canal $DVB-T$, ΔD_C prend la valeur $47m$, $A_C = 59dBm^2$, $\sigma^{\beta_F} = 42dBm^2$. Le rapport signal à fouillis vaut dans ce cas $-32dB$.
Les contextes général et particulier maintenant décrits, il est temps de présenter les résultats obtenus à l'occasion de ces travaux de recherche.

2.5 Signal émis

2.5.1 Introduction aux modulations multiporteuses

Les techniques appelées multiporteuses consistent à transmettre des données numériques en les modulant sur un grand nombre de porteuses simultanément. Si le multiplexage en fréquence existe depuis longtemps, son regain actuel réside dans l'amélioration de

son efficacité spectrale à travers l'orthogonalisation des porteuses et l'implémentation de la modulation et de la démodulation à l'aide de circuits performants de transformée de Fourier rapide. Le multiplexage en fréquence est particulièrement intéressant vis à vis de canaux sélectifs en fréquence qui comportent des trajets multiples. Cette modulation est ainsi mise en oeuvre notamment pour la diffusion du son numérique, Digital Audio Broadcasting (*DAB*) et de la TNT.

2.5.2 Principe de l'$OFDM$

Le principe de l'Orthogonal Frequency Division Multiplexing ($OFDM$), mis en œuvre dans le cadre de la TNT, est de transmettre en parallèle des données numériques sur un grand nombre de porteuses, à bas débit. Ce multiplexage fréquentiel passe par le regroupement des données numériques par paquets qui constitueront un symbole $OFDM$. Chacune des données module ensuite simultanément une porteuse différente. Si l'on considère :

- une séquence de N_{sp} données $d_0,\ d_1, \cdots,\ d_{N_{sp}-1}$,
- T_u la durée symbole c'est-à-dire le temps séparant deux séquences de N_{sp} données,
- f_p la fréquence de la porteuse modulée par la donnée d_k,

le signal $x(t)$ total correspondant à un symbole $OFDM$ s'écrit :

$$x(t) = \sum_{p=0}^{N_{sp}-1} d_p e^{2j\pi f_p t} \tag{2.15}$$

Le multiplexage est orthogonal si l'espacement entre les fréquences est $\frac{1}{T_u}$, d'où :

$$f_p = f_0 + \frac{k}{T_u}, \qquad k \in \mathbb{N} \tag{2.16}$$

et

$$x(t) = e^{2j\pi f_0 t} \sum_{p=0}^{N_{sp}-1} d_p e^{2j\pi \frac{pt}{T_u}} \tag{2.17}$$

Les données numériques sont en fait des nombres complexes définis à partir d'éléments binaires par une constellation de modulation d'amplitude en quadrature *MAQ* (Modulation d'Amplitude en Quadrature) à 2^q états (16 ou 64 typiquement). Ces données, appelées symboles numériques, sont donc des symboles q-aires formés par groupement de q bits.
La bande totale occupée B est de l'ordre de $\frac{N_{sp}}{T_u}$.
Le signal contient en plus des porteuses véhiculant le signal utile, des porteuses dédiées à la synchronisation, les porteuses dites pilotes, ainsi que des porteuses associées à la signalisation et appelées porteuses TPS (Transmission Parameters Signalling). Ces deux types de porteuses sont répartis suivant une règle préétablie.

Paramètres	mode 8k/7.61MHz
Nombre total de sous-porteuses N_{sp}	6817
Nombre de porteuses de données	6048
Nombre de porteuses dispersées	524
Nombre de porteuses continues	177
Porteuses de signalisation (TPS)	68
Durée symbole T_u	$896\mu s$
Espacement entre porteuses	$1116Hz$
Largeur de bande B	$7,61MHz$
Intervalle de garde T_g	$\frac{T_u}{4}, \frac{T_u}{8}, \frac{T_u}{16}, ou \frac{T_u}{32}$
Modulation	$QPSK$, $16-MAQ$ ou $64-MAQ$

TAB. 2.1: Paramètres de transmission des signaux $OFDM$ signal (mode $8k$)

Chaque symbole $OFDM$ contient également un intervalle de garde. Cette séquence, ajoutée au début du symbole, est une réplique du segment situé à la fin du symbole. Sa longueur sera notée T_g. Ce préfixe cyclique permet de lutter contre les trajets multiples. Sa durée varie entre 3 % et 25 % de la durée initiale notée T_u. La durée totale du symbole est donc portée à $T_o = T_u + T_g$.
Les symboles sont regroupés pour former une trame. Chacune d'elles étant constituée de 68 symboles, l'expression générale des trames $DVB-T$ est :

$$x(t) = e^{2j\pi f_0 t} \sum_{v=0}^{V-1} \sum_{o=0}^{O-1} \sum_{p=0}^{N_{sp}-1} d_{v,o,p} \Psi_{v,o,p}(t) \tag{2.18}$$

f_0 : fréquence centrale,
v : indice de la trame,
V : nombre de trames,
o : indice du symbole $OFDM$,
O : nombre de symboles $OFDM$,
p : indice de la sous-porteuse,
N_{sp} : nombre de sous-porteuses,
$d_{v,o,p}$: symbole complexe de la constellation.

$$\Psi_{v,o,p}(t) = \begin{cases} e^{2j\pi \frac{p}{T_u}(t-T_g-((O+1)v+o)T_o)} \\ \quad \text{avec } ((O+1)v+o)T_o \leq t \leq ((O+1)v+o+1)T_o \\ 0 \quad \text{ailleurs} \end{cases}$$

Le tableau 2.1 fournit une synthèse des paramètres de transmission. On notera la présence de porteuses dispersées et continues qui permettent l'égalisation de canal et donc, dans le cas d'une application radar, l'obtention du signal de référence, préalable indispensable à tout traitement.
Avant d'être émis, les symboles $OFDM$ subissent différentes manipulations dont le but est d'optimiser la bande passante ou de diminuer les effets néfastes du canal de propagation radioélectrique. La compression $MPEG-2$ en supprimant les similitudes entre images successives réduit non seulement le débit mais a également tendance à augmenter le caractère aléatoire du signal $DVB-T$. Il en est de même pour le codage de canal à travers la dispersion d'énergie et l'entrelacement.

Spectre du signal. La figure 2.2 représente le spectre d'un signal $OFDM$. La quasi-constance de la densité specrale sur la bande d'analyse explique que ce type de signal puisse y être assimilé à du bruit.

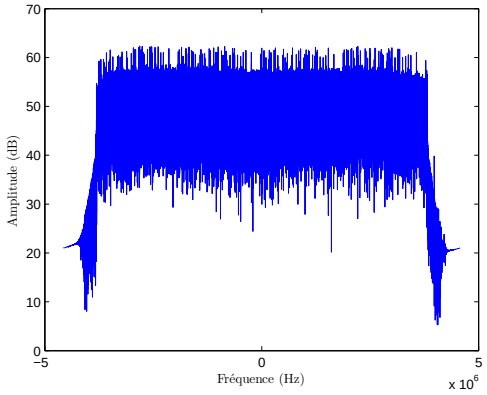

FIG. 2.2: Spectre d'un signal $DVB-T$

2.5.3 Fonction d'ambiguïté de signaux $OFDM$

Nous proposons, à l'occasion de l'étude des caractéristiques des signaux $DVB-T$, de généraliser la fonction d'ambiguïté au domaine retard-angle-Doppler associé aux variables τ, θ et ν_d. Le cas d'une antenne linéaire mais non uniforme y est également présenté.

En posant $\mathbf{X}$, la matrice issue de la duplication sur les N_s antennes du signal de référence $\mathbf{x} = \mathbf{x}(0)$ telle que :

$$\mathbf{X} = \mathbf{c}_{N_s}\mathbf{x}^T \tag{2.19}$$

la fonction d'ambiguïté, au nom réducteur puisqu'elle fournit à la fois des renseignements sur les ambiguïtés mais également sur la résolution dans les différents domaines, généralisée au domaine retard-espace-Doppler, s'écrit :

$$\begin{aligned}\chi(\tau,\theta,\nu_d) &= \mathbf{s}^\dagger(\theta,\nu_d)\left((\mathbf{x}(-\tau)\otimes\mathbf{c}_{N_s})\circ\left(\mathbf{x}^*\otimes\mathbf{c}_{N_s}\right)\right)\\ &= \mathbf{s}^\dagger(\theta,\nu_d)\left(\check{\mathbf{x}}(-\tau)\otimes\mathbf{c}_{N_s}\right)\end{aligned} \tag{2.20}$$

La notation $\check{x}$ correspond à la notion de « mélange » qui dans le cas $\tau = 0$ équivaut à une démodulation.

Afin de se rapprocher de la forme usuelle de la fonction d'ambiguïté, restreinte au domaine retard-Doppler, il est possible d'écrire :

$$\begin{aligned}
\chi(\tau,\theta,\nu_d) &= \mathbf{s}^{\dagger}(\theta,\nu_d) vec\left(\check{\mathbf{X}}(-\tau)\right) \\
&= \sum_{l=1}^{N_d N_s} vec_l\left(\check{\mathbf{X}}(-\tau)\right) z_d^{-\left(E\left(\frac{l}{N_s}\right)-1\right)} \prod_{i=1}^{r(l/N_s-1)-1} z_{s_{i+1,i}}^{-1} \\
&= \sum_{l=1}^{N_d N_s} vec_l\left(\check{\mathbf{X}}(-\tau)\right) s_l^*(\theta,\nu_d) \qquad (2.21)
\end{aligned}$$

On vérifie que, si l'on fait maintenant abstraction du domaine spatial ($N_s = 1$, $\theta = 0$), l'expression précédente se résume à :

$$\begin{aligned}
\chi(\tau,\nu_d) &= \mathbf{s}^{\dagger}(\nu_d)\mathbf{x}(-\tau)\circ\mathbf{x}^* \\
&= \mathbf{s}^{\dagger}(\nu_d)\check{\mathbf{x}}(-\tau) \\
&= \sum_{l=1}^{N_d} \check{\mathbf{x}}(-\tau) z_d^{-(l-1)} \qquad (2.22)
\end{aligned}$$

La figure 2.3 présente la fonction d'ambiguïté d'un signal $DVB-T$ réel.

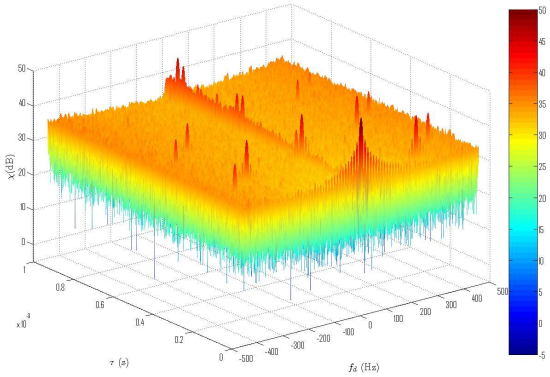

FIG. 2.3: Fonction d'ambiguïté d'un signal $DVB-T$

Domaine fréquentiel $\chi(0,\ \nu_d)$

La coupe suivant l'axe des fréquences Doppler de la fonction d'ambiguïté du signal étudié pendant T_{ic} est donnée par l'expression :

$$\chi(0,\ \nu_d) = \sum_{l=1}^{N_d} |x_l|^2 e^{-2j\pi\nu_d l} \qquad (2.23)$$

L'équation (2.23) montre que $\chi(0,\ \nu_d)$ est en fait la transformée de Fourier du carré du module de $\mathbf{x}$.
Le faible nombre de pics s'explique par la constance de la densité spectrale de puissance du signal de référence. Une expression approchée est :

$$\chi(0,\ \nu_d) = \frac{\sin(\pi T_{ic}\nu_d)}{\pi T_{ic}\nu_d} = sinc(T_{ic}\nu_d) \tag{2.24}$$

La figure 2.4 permet de comparer cette expression théorique au résultat issu de l'acquisition de signaux réels.

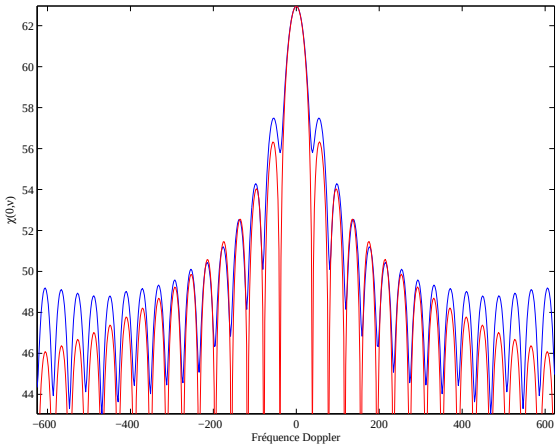

FIG. 2.4: Représentation de $\chi(0,\ \nu_d)$.

Domaine temporel $\chi(\tau,\ 0)$

Compte-tenu de l'expression de la fonction d'ambiguïté, sa coupe suivant l'axe temporel, restreinte au temps d'observation, est en théorie donnée par l'expression :

$$\chi(0,\ \nu_d) = \sum_{l=1}^{N_d} x_l\,(-\tau)x_l^* \tag{2.25}$$

On y reconnaît la fonction d'autocorrélation de **x** représentée sur la figure 2.5.

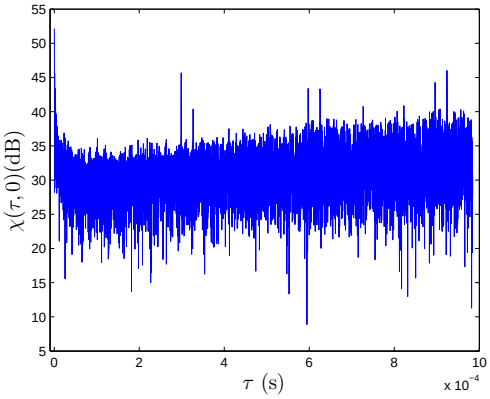

FIG. 2.5: Représentation de $\chi(\tau,\ 0)$.

Effet des composantes déterministes

La figure 2.5 présente la fonction d'autocorrélation d'un signal $DVB-T$ réel pour lequel $T_g = \frac{T_u}{32}$. On y note la présence de pics créés par l'insertion de l'intervalle de garde et des porteuses pilotes.
Si l'on s'intéresse à la corrélation sur un temps symbole $OFDM$, les pics situés à $298\mu s$ et $596\mu s$ correspondent à la corrélation entre les porteuses pilotes du symbole considéré.
Ceux à $298\mu s + T_g$, $596\mu s + T_g$ et $896\mu s + T_g$ sont issus de la corrélation entre les porteuses pilotes du symbole considéré et celles du symbole adjacent.
Enfin, le pic apparaissant à $896\mu s$ provient de l'intercorrélation des éléments de l'intervalle de garde principalement mais également de celle entre les porteuses pilotes du symbole o et du symbole $o-1$.
Le premier pic susceptible de créer une ambiguïté correspond à une distance bistatique $(D_{ER} - (D_{ET} + D_{TR}))$ de $89,4km$. Les ambiguïtés ne compromettront donc pas la détection pour un système moyenne portée et *a fortiori* courte portée.

Les porteuses de signalisation ne génèrent quant à elles pas d'ambiguïté puisqu'elles occupent des positions aléatoires au sein d'un symbole.

2.5.4 Résolution distance bistatique

La résolution distance bistatique est définie comme le paramètre traduisant l'aptitude à séparer deux éléments situés entre deux courbes isodistance consécutives. La valeur de cette fauchée est donnée par la formule [31] :

$$\Delta r_\beta = \frac{c}{2B\cos\left(\frac{\beta}{2}\right)} \tag{2.26}$$

2.5.5 Résolution Doppler

Dans le cas d'une application bistatique, la capacité à discerner deux cibles en exploitant leur différence de vitesse est donnée, pour un temps d'intégration cohérent T_{ic} (*cf.* §2.6.1) par l'expression [31] :

$$\Delta v_\beta = \frac{\lambda}{2T_{ic}\cos\left(\frac{\beta}{2}\right)} \tag{2.27}$$

2.5.6 Intérêt des signaux $OFDM$

Un grand nombre d'émetteurs d'opportunité sont disponibles sur le territoire national voire sur les champs de bataille potentiels. Nombreux sont également ceux qui ont déjà fait l'objet d'une étude dans le cadre de la détection passive. Après avoir étudié l'utilisation des sources d'opportunité de type *GSM* [18, 19] alors que les émetteurs TNT n'étaient pas encore déployés en France, nous nous sommes focalisés sur cette nouvelle source du fait de :

- ✓ la large couverture spatiale,
- ✓ la permanence des émissions et la constance de puissance émise,
- ✓ la largeur de bande de fréquences importante (7.61MHz dans le cas du mode 8K) conduisant à une résolution distance de l'ordre de 20m à comparer à celle de la radiodiffusion FM, 1.5km à 6km, de la radiodiffusion numérique (Digital Audio Broadcasting (DAB)), 200m ou encore de la télévision analogique en cours de disparition, 3km,
- ✓ la forte puissance d'émission (plusieurs kilowatts),
- ✓ l'importance des gains de traitement potentiels.

2.6 Signaux reçus

Après avoir présenté les spécificités de la forme d'onde utilisée, il convient de s'intéresser à celles du signal reçu.

2.6.1 Cube de données

Chacun des traitements présentés ultérieurement sera supposé correspondre à un temps d'acquisition dit temps d'intégration cohérent T_{ic}. Un gain supplémentaire de traitement par post-intégration ou intégration non-cohérente est envisageable mais ne sera pas abordé. L'intégration cohérente est, par définition, réalisée alors que la cible reste dans une unique case distance-Doppler dont la taille est directement liée à la résolution dans chacun des domaines. Ce temps est donc limité du fait de la taille de cette zone, elle-même fonction de la bande du signal émis, de la configuration bistatique et des caractéristiques de la cible (vitesse notamment).
Il est ainsi possible de distinguer, la migration d'une case vitesse à l'autre et celle d'une case distance à une autre.
Le temps d'intégration limité par la migration Doppler, $T_{d_{max}}$, peut être estimé à partir de l'équation [31] :

$$\frac{v_{T_{max}}}{\lambda}(\delta\theta_{R_{max}} + \delta\theta_{E_{max}}) \leq \delta f_{d_{max}} \tag{2.28}$$

avec $v_{T_{max}}$ la vitesse maximale de la cible, $\delta\theta_{R_{max}}$ la variation angulaire entre le vecteur vitesse $\overrightarrow{v}_{T_{max}}$ et le vecteur $\overrightarrow{RT}$ et $\delta\theta_{E_{max}}$ la variation angulaire entre $\overrightarrow{v}_{T_{max}}$ et $\overrightarrow{ET}$.
Il est ainsi possible d'écrire :

$$\delta\theta_{R_{max}} = \frac{v_{T_{max}} T_{d_{max}}}{D_{RT}} \tag{2.29}$$

et

$$\delta\theta_{E_{max}} = \frac{v_{T_{max}} T_{d_{max}}}{D_{TE}} \tag{2.30}$$

En pratique, $\delta f_{d_{max}}$ est choisi au cinquième de la résolution Doppler bistatique Δf^{β} [22] avec :

$$\Delta f_{\beta} = \frac{1}{kT_{d_{max}}} \tag{2.31}$$

Le paramètre k est quant à lui estimé à partir de la largeur du lobe principal de la fonction d'ambiguïté suivant l'axe temporel. Dans le cas du $DVB-T$, $k = 0.82$ [22] :

$$T_{d_{max}} \leq \frac{1}{v_{T_{max}}} \sqrt{\frac{\lambda D_{ET} D_{RT}}{5k(D_{ET} + D_{RT})}} \tag{2.32}$$

A titre d'exemple, le choix de $v_{T_{max}} = 600ms^{-1}$, $\lambda = 0.59m$ et $D_{EC} = D_{RC} = 50km$ conduit à $T_{d_{max}} = 100ms$.
Le temps d'intégration cohérente peut également être limité par la migration d'une case distance à une autre. $T_{r_{max}}$ est alors solution de [34] :

$$v_{T_{max}} T_{r_{max}} \leq \Delta r_{\beta} \tag{2.33}$$

A nouveau, à titre d'exemple et pour $\beta = 110°$, $T_{r_{max}}$ est égal à $60ms$.
Le traitement peut également être limité par la manœuvrabilité de la cible [34]. Sa valeur minimale s'exprime alors, de façon approchée par :

$$T_w = \frac{\lambda}{Lw_{max}} \tag{2.34}$$

L représentant la longueur de la cible et w_{max} son taux de virage. L'indétectabilité d'un radar passif tend à améliorer la valeur de T_w. Les cibles les plus manœuvrantes telles que les avions de chasse n'ont en effet aucune raison d'entamer une évasive face à une menace qu'ils ne perçoivent pas.
A titre de comparaison, le tableau suivant présente les limitations inhérentes au GSM et au $DVB-T$. Celui-ci a été obtenu avec :

- ✓ une longueur de cible de $15m$,
- ✓ un taux de virage de $1°/s$,
- ✓ une vitesse radiale de $300ms^{-1}$.

	T_w	T_r	T_d
GSM	$0.6s$	$6s$	$0.1s$
$DVB-T$	$1,1s$	$60ms$	$0.1s$

TAB. 2.2: Comparaison des temps d'intégration cohérente $GSM/DVB-T$

Si l'on fait abstraction des limitations liées à l'acquisition et à l'exploitation de grands volumes de données, on voit ici que le temps de cohérence sera relativement élevé dans le cas de l'exploitation de signaux *GSM*. Il sera en revanche possible de tirer avantage de la cohérence des signaux pendant une période plus restreinte dans le cas du $DVB-T$.
Il convient néanmoins de rappeler que d'autres propriétés de la forme d'onde associée au $DVB-T$ font de ce type d'émetteur un candidat beaucoup plus intéressant.
A cette durée d'acquisition correspond un certain nombre d'échantillons temporels N_d tels que $T_{ic} = \frac{N_d}{f_e}$, f_e étant la fréquence d'échantillonnage.
La partie spatiale du traitement présuppose quant à elle la mise en œuvre d'un certain nombre d'antennes N_s auxquelles correspondent autant de chaînes de réception.
Enfin, le traitement ayant pour but de balayer les différentes hypothèses distance, correspondant à la position supposée de la cible, les données sont généralement représentées sous la forme d'un cube.
Nous préférerons la transposition de cet ensemble au domaine de détection, c'est-à-dire à celui du traitement pour lequel le trinôme *échantillon temporel-antenne-distance* correspond à celui de *fréquence Doppler (ou sa version réduite* ν_d*)-fréquence spatiale (*θ*, éventuellement réduite dans le cas d'une antenne linéaire uniforme ALU*, ν_s*)-retard (*τ*)*.

2.6.2 Modélisation du signal reçu

Le signal total reçu par le réseau antennaire est supposé être constitué du signal directement reçu de l'émetteur si celui-ci est en vue directe, du signal de fouillis de sol, de celui des cibles éventuelles et du bruit thermique.
Nous choisissons de le représenter sous la forme qui semble la plus naturelle : celle d'une matrice. Les lignes (indice i) correspondent aux N_s chaînes de réception et les colonnes (indice l) aux échantillons temporels.
Le signal de fouillis de sol $\mathbf{Y}_C$ est quant à lui constitué de la contribution globale de N_r cases distance génératrices d'interférences à travers les multitrajets. Chaque case distance est elle-même constituée de $N_{r,p}$ patchs modélisables par une amplitude $\alpha_{r,p}$ révélatrice du coefficient local de réflectivité, un retard $\tau_r = \frac{r}{f_e}$, un vecteur directionnel spatial $\mathbf{s}_s$ associé à un angle θ_p.
Dans le cas le plus général d'un récepteur en mouvement, chaque point du sol est virtuellement animé d'un mouvement du fait du déplacement relatif du porteur par rapport au sol. Il est ainsi nécessaire d'introduire un vecteur directionnel temporel $\mathbf{s}_d(\nu_{d_{r,p}})$ traduisant cet effet Doppler :

$$\mathbf{Y}_C = \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{p=1}^{N_{r,p}} \alpha_{r,p} \mathbf{s}_s(\theta_p) \left(\mathbf{x}(-\tau_r) \circ \mathbf{s}_d(\nu_{d_{r,p}}) \right)^T \tag{2.35}$$

avec l'expression générale :

$$\mathbf{x}(-\tau_r) = \left[x\left(\frac{1-r}{f_e}\right), x\left(\frac{2-r}{f_e}\right), \cdots, x\left(\frac{N_d-r}{f_e}\right) \right]^T \tag{2.36}$$

Notons que le terme correspondant à $r = 1$ représente le trajet direct.

Dans le cas d'un récepteur fixe pour lequel l'agitation interne du fouillis serait négligée, il n'est en revanche pas nécessaire de prendre en compte le vecteur directionnel temporel ($\nu_{d_{r,p}} = 0$, $\mathbf{s}_d(\nu_{d_{r,p}}) = \mathbf{1}_{N_d}$ $\forall r \in [1 : N_r]$ et $p \in [1 : N_{r,p}]$) de telle sorte que :

$$\mathbf{Y}_C = \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{p=1}^{N_{r,p}} \alpha_{r,p} \mathbf{s}_s(\theta_p) \mathbf{x}^T(-\tau_r) \tag{2.37}$$

Les paramètres du signal de cible $\mathbf{Y}_T$ sont l'amplitude complexe α, l'angle d'arrivée θ, la fréquence Doppler réduite ν_d et le retard bistatique τ.
Le bruit thermique est représenté par la matrice $\mathbf{N}$. Le signal global d'interférence (fouillis plus bruit thermique) est quant à lui représenté par la matrice $\mathbf{B}$.
L'expression du signal reçu est ainsi :

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \mathbf{Y}_T + \mathbf{Y}_C + \mathbf{N} \\ &= \mathbf{Y}_T + \mathbf{B} \end{aligned} \tag{2.38}$$

avec :

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_T &= \alpha \mathbf{s}_s(\theta) \left(\mathbf{x}(-\tau) \circ \mathbf{s}_d(\nu_d)\right)^T \\ &= \alpha \left(\mathbf{c}_{N_s} \otimes \mathbf{x}^T(-\tau)\right) \circ \left(\mathbf{s}_s(\theta) \otimes \mathbf{s}_d^T(\nu_d)\right) \\ &= \alpha \mathbf{X}(-\tau) \circ \left(\mathbf{s}_s(\theta) \otimes \mathbf{s}_d^T(\nu_d)\right) \end{aligned} \tag{2.39}$$

2.6.3 Récupération du signal de référence

Nous ne rentrerons volontairement pas dans le détail des opérations visant à obtenir, au niveau du récepteur, un signal qui soit la représentation la plus fidèle possible de celui émis. Ces phases comme la synchronisation (temporelle ou fréquentielle) et l'égalisation du canal de propagation n'en demeurent pas moins essentielles et ont occupé une part importante du temps consacré à ces travaux de recherche.

Synchronisation temporelle

La première des fonctions que le récepteur doit réaliser est la synchronisation temporelle, sur chacun des éléments d'antenne.
Le préfixe cyclique contenu dans le symbole $OFDM$ peut être utilisé pour ce faire. Soit l'autocorrélation du signal reçu sur l'antenne i, $\mathbf{Y}_i$:

$$C_{i,l} = \sum_{g=1}^{N_g} Y_{i,l+g} Y_{i,l+g+N_u}^* \tag{2.40}$$

N_g et N_u représentent respectivement le nombre d'échantillons de l'intervalle de garde et $N_u = N_o - N_g$ celui correspondant à un symbole avant l'insertion du préfixe.
La valeur de l pour laquelle $|C_{i,l}|$ est maximale correspond au début de l'intervalle de garde du symbole $OFDM$.
Il est possible de faire une économie de calculs en remarquant que pour chaque nouvel échantillon, un seul terme est ajouté à la somme alors qu'un autre lui est soustrait. L'équation (2.40) devient :

$$C_{i,l} = C_{i,l-1} - t_l + t_{l+N_g} \tag{2.41}$$

avec

$$t_l = Y_{i,l} Y^*_{i,l+N_u} \tag{2.42}$$

La détermination de la position du pic peut être améliorée en utilisant un algorithme de seuillage adaptatif. Pour chaque symbole, deux points l_1 et l_2, intersections de $|C_{i,l}|$ et du seuil, sont extraits et la position du pic de corrélation choisie à travers la moyenne $l = (l_1 + l_2)/2$. Le seuil peut être obtenu par filtrage passe-bas de $|\mathbf{C}_i|$ et représente alors la puissance moyenne de corrélation. Il est à noter que la valeur du seuil est maintenue entre l_1 et l_2.

Détermination de la taille de l'intervalle de garde

La détermination de la taille de l'intervalle de garde est nécessaire à l'égalisation qui n'est effectuée que sur la partie utile et non sur cette redondance.
La taille de ce préfixe peut être déterminée même si le récepteur n'a d'autre information à sa disposition que la corrélation due à cette partie du signal. L'algorithme utilisé est initialisé avec la valeur minimale de N_g ce qui conduit, si cette valeur n'est pas la bonne, à un élargissement de la plage de corrélation et à une diminution du pic de corrélation.
Le même principe que celui utilisé pour localiser le pic est ensuite mis en œuvre sur N_o symboles successifs. L'estimé de la valeur de N_g est ensuite déduite des positions du premier l_1 et dernier pic l_{N_o} :

$$\widehat{N}_g = \frac{l_{N_o} - l_1 - N_o N_u}{N_o} \tag{2.43}$$

La valeur définitive est celle donnée dans la norme régissant le $DVB-T$ ($ETSI$ EN 300 744 v 1.5.1 2004-06) se rapprochant de cet estimé.

Synchronisation fréquentielle

La synchronisation fréquentielle a pour objet de compenser le décalage en fréquence entre l'oscillateur de l'émetteur et celui du récepteur. Elle permet d'envisager un démultiplexage cohérent. L'offset en fréquence peut s'exprimer comme la somme d'un multiple de l'espacement entre porteuse ($\delta_f = \frac{1}{T_u}$) et d'une fraction de cet écart ε_f :

$$\Delta_f = n_{\delta_f} \delta_f + \varepsilon_f \tag{2.44}$$

Détermination du décalage fréquentiel. Si l'on prend désormais en considération le décalage fréquentiel que peut subir le signal reçu, il convient de remplacer $Y_{i,l}$ par :

$$Y_{i,l} e^{j2\pi l \frac{\varepsilon_f}{fe}} \tag{2.45}$$

On déduit alors de l'équation (2.40) :

$$C_{i,l} = e^{-j2\pi N_u \frac{\varepsilon_f}{fe}} \sum_{g=1}^{N_g} Y^*_{i,l+g} Y_{i,l+g+N_u} \tag{2.46}$$

A la valeur d'indice correspondant à un maximum de corrélation $Y_{i,l+g} = Y_{i,l+g+N_u}$, la valeur de la somme sur N_g donne donc un nombre réel. En remarquant de plus que :

$$\frac{N_u}{f_e} = T_u = \frac{1}{\Delta f} \tag{2.47}$$

on déduit ε_f de la phase de $\mathbf{C}_i$ aux instants de maximum de corrélation de sorte que :

$$\varepsilon_f = \delta f \frac{\angle C_{i,l}\big|_{C_{i,l}=\max\limits_{l}(C_{i,l})}}{2\pi} \tag{2.48}$$

Une fois cette correction effectuée, il convient de déterminer n_{δ_f}. Si l'on note $O_{f,l}$ la valeur, à la fréquence d'indice f, de la transformée de Fourier du symbole $OFDM$ o, l'indicateur K défini comme suit :

$$K_k = \sum_{f \in CP} O_{o,f+k} O^*_{o,f+k} \tag{2.49}$$

est maximum pour $k = n_{\delta_f}$ du fait de la supériorité de puissance des porteuses « continuous pilots » (CP) d'un facteur $\frac{16}{9}$ par rapport à celles véhiculant des données.
Les valeurs successives de k dépendent quant à elles du domaine de recherche de la valeur maximale de K. Un indice de confiance peut être obtenu en comparant $K(n_{\delta_f})$ à la valeur de l'indicateur pour le second indice candidat. Si le rapport dépasse $16/9$ la valeur de n_{δ_f} sera alors considérée comme fiable.

Egalisation

La méthode choisie pour l'égalisation du signal reçu sur une voie dite de référence passe par quatre opérations successives :

- ✓ une estimation partielle du canal de propagation,
- ✓ une interpolation dans le domaine temporel,
- ✓ une autre dans le domaine fréquentiel,
- ✓ et enfin, l'opération d'égalisation à proprement parler.

Le signal $Y_{o,p}$ reçu par l'antenne de référence peut être modélisé par le signal émis correspondant au symbole $OFDM$ o et à la sous-porteuse p, $X_{o,p}$, modifié par la réponse fréquentielle complexe du canal, $H_{o,p}$ et entaché de bruit. Il est ainsi possible d'écrire :

$$Y_{o,p} = H_{o,p} X_{o,p} + B_{o,p} \tag{2.50}$$

Estimation partielle du canal de propagation. Les valeurs de $X_{o,p}$ étant connues pour les sous-porteuses correspondant aux pilotes dispersées, il est possible d'estimer la réponse fréquentielle complexe du canal de propagation à ces mêmes positions à partir de l'équation (2.50). Compléter cette estimation, partielle à cette étape du processus nécessite d'interpoler $H_{o,p}$ dans le domaine temporel puis fréquentiel.

Interpolation dans le domaine temporel. Conformément à la norme régissant le $DVB-T$ la périodicité des porteuses dispersées est de 4 symboles $OFDM$. L'estimation des données sur les porteuses de même indice pour les trois symboles manquants est obtenue par un filtre à réponse impulsionnelle finie (RIF).

Interpolation dans le domaine fréquentiel. La périodicité fréquentielle des porteuses dispersées étant, pour un même symbole, de $\frac{12}{T_u}$ et compte-tenu du décalage fréquentiel du motif de ces mêmes porteuses d'un symbole à l'autre ($\frac{3}{T_u}$), l'objectif de l'interpolation dans le domaine fréquentiel est de fournir une estimation, pour chaque symbole, des données émises sur les deux sous-porteuses situées entre celles sur lesquelles les opérations précédentes ont porté. Cette interpolation est également réalisée par l'intermédiaire d'un filtre RIF.

Egalisation et reconstitution du signal complet. La valeur de $H_{o,p}$ étant maintenant connue, l'opération d'égalisation revient à diviser les données reçues des différents symboles et sur les différentes sous-porteuses par celles de la réponse fréquentielle du canal. Il convient ensuite de dupliquer la partie correspondant au préfixe cyclique afin de la concaténer avec la partie utile.

2.7 Présentation des travaux de recherche

En filigrane de ce mémoire se trouve la démarche progressive mise en œuvre. L'étude de données réelles obtenues à partir d'un récepteur fixe a ainsi non seulement conduit à développer une méthode spécifique en l'absence de mouvement mais également :

- ✓ fournit de précieux renseignements sur la nature des environnements pouvant être rencontrés,
- ✓ nourrit la réflexion sur la façon d'adapter les traitements spatio-temporels adaptatifs (Space-time Adaptive Processing $STAP$) à la nature particulière des signaux à bruit.

Les limitations à prendre en considération ont orienté les recherches d'une part vers la prise en compte du caractère non-Gaussien de l'environnement et d'autre part vers les méthodes dites non-statistiques. Enfin, l'établissement du lien entre ces dernières et l'estimation spectrale a permis de proposer une nouvelle approche dans le cadre de la réjection du fouillis, susceptible de répondre à bon nombre de difficultés rencontrées lors de l'estimation statistique des interférences.

Notre contribution au vaste mais encore peu exploré domaine d'étude que constitue la détection passive bistatique par des radars à bruit [22, 21] sera décrite, dans le cas d'une antenne linéaire lacunaire, à travers :

- ✓ l'adaptation à notre étude des outils en traitement du signal (*cf.* chapitre 3),
- ✓ puis, dans le cas d'un récepteur fixe, à travers :
  - ✓ le développement, pour des formes d'onde quelconques, et la validation sur signaux réels de type $DVB-T$, d'une méthode de réjection de fouillis et de localisation de cibles mobiles (*cf.* §3.1 et chapitre 4),
  - ✓ l'étude des propriétés statistiques de données réelles de fouillis de sol dans le cadre d'un radar passif bistatique à émetteur de type $DVB-T$ (*cf.* paragraphes 4.2.1 et 4.2.2),
- ✓ et enfin, dans le cas d'un récepteur mobile, à travers :
  - ✓ l'adaptation aux signaux à bruit de méthodes de réjection de fouillis spatio-temporelles adaptatives (*cf.* §3.2), et la comparaison de leurs avantages et inconvénients respectifs (*cf.* §5.1),
  - ✓ l'adaptation et la généralisation au cas de cibles multiples, de l'association d'une méthode de réjection en dimension réduite (Joint Domain Localized (*JDL*)) et d'une méthode non-statistique (Direct Data Domain (D^3)) focalisée sur la seule case distance-Doppler sous test (*cf.* paragraphes 3.8 et 3.9),
  - ✓ la preuve de faisabilité de l'association des méthodes *JDL*, D^3 et de l'adaptation du traitement aux propriétés statistiques dans le cas d'un environnement non-Gaussien (*cf.* §5.1),
  - ✓ le développement d'une nouvelle méthode de réjection itérative du fouillis (*cf.* paragraphes 3.10.4 et 3.10.5) et la confrontation de ses performances avec celles des méthodes décrites précédemment (*cf.* §5.2).

Chapitre 3

Adaptation des outils

3.1 Outils adaptés à la localisation (récepteur fixe)

3.1.1 Filtrage de Wiener et réjection du fouillis de sol

Un des principaux défis pour la détection de cibles consiste à rejeter la source d'interférence naturelle, *a priori* la plus puissante : le fouillis de sol $\mathbf{Y}_C$.

Sous l'hypothèse d'un récepteur et d'un émetteur fixes et d'un fouillis quasi statique, c'est-à-dire dont la fréquence temporelle se situe autour de $0Hz$, nous proposons d'appliquer, sur chaque élément d'antenne, un filtrage de Wiener adapté à la forme d'onde considérée.

A partir de l'équation (2.35), l'estimé de l'échantillon temporel numéro l reçu du fouillis sur l'antenne numéro i, parmi N_s, peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
Y_{C_{i,l}} &= \sum_{r=1}^{N_r}\sum_{p=1}^{N_{r,p}} \alpha_{r,p}\prod_{k=0}^{i-1} z_{s_{k+1,k}}(\theta_p)\, x\left(\frac{l-r+1}{f_e}\right) \\
&= \sum_{r=1}^{N_r} x\left(\frac{l-r+1}{f_e}\right)\sum_{p=1}^{N_{r,p}} \alpha_{r,p}\prod_{k=0}^{i-1} z_{s_{k+1,k}}(\theta_p) \\
&= \left[\sum_{p=1}^{N_{1,p}} \alpha_{1,p}\prod_{k=0}^{i-1} z_{s_{k+1,k}}(\theta_p), \cdots, \sum_{p=1}^{N_{N_{r,p}}} \alpha_{N_{r,p}}\prod_{k=0}^{i-1} z_{s_{k+1,k}}(\theta_p)\right]
\begin{bmatrix} x\left(\frac{l-N_1}{f_e}\right) \\ x\left(\frac{l-N_2}{f_e}\right) \\ \vdots \\ x\left(\frac{l-N_r-N_1+1}{f_e}\right)\end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Si, pour commencer, nous considérons que chacune des N_r premières cases distance contribue au fouillis global et puisque le trajet direct correspond, en général, à une des contributions principales (*cf.* figure 4.5) alors $N_1 = 0$ et l'expression précédente devient :

$$
\begin{aligned}
Y_{C_{i,l}} &= \left[\sum_{p=1}^{N_{1,p}} \alpha_{1,p} \prod_{k=0}^{i-1} z_{s_{k+1,k}}(\theta_p), \cdots, \sum_{p=1}^{N_{N_{r,p}}} \alpha_{N_{r,p}} \prod_{k=0}^{i-1} z_{s_{k+1,k}}(\theta_p)\right] \begin{bmatrix} x\left(\frac{l}{f_e}\right) \\ x\left(\frac{l-1}{f_e}\right) \\ \vdots \\ x\left(\frac{l-N_r+1}{f_e}\right) \end{bmatrix} \\
&= \mathbf{w}_{C_i}^{\dagger} \mathbf{x}_{l+N_r:l+1}(-\tau_{N_r}) \qquad (3.1)
\end{aligned}
$$

L'objectif du filtrage de Wiener est, dans ce cas, d'estimer, pour chaque antenne le vecteur de coefficients $\mathbf{w}_{C_i}$ contenant les N_r amplitudes complexes de chaque isodistance, elle-même constituée, rappelons le, des différents patchs. L'estimation du fouillis $\widehat{Y}_C$ est ensuite soustraite du signal reçu.
Mathématiquement, cela revient à minimiser l'erreur quadratique moyenne (EQM) sur N_e échantillons définie par :

$$
e_i = \frac{1}{N_e} \sum_{l=1}^{N_e} |\mathbf{w}_{C_i}^{\dagger} \mathbf{x}_{l+N_r:l+1}(-\tau_{N_r}) - Y_{i,l}|^2 \qquad (3.2)
$$

L'expression théorique des N_r coefficients associés à l'antenne i est :

$$
\mathbf{w}_{C_i} = \mathbf{R}_{\mathbf{x}}^{-1} \mathbf{r}_{\mathbf{x}\mathbf{Y}_i} \qquad (3.3)
$$

Celles de la matrice de covariance du signal de référence et du vecteur d'intercorrélation entre ce dernier et le signal reçu sont respectivement données par les formules :

$$
\mathbf{R}_{\mathbf{x}} = E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^{\dagger}\} \qquad (3.4)
$$

et

$$
\mathbf{r}_{\mathbf{x}\mathbf{Y}_i} = E\{Y_{i,l}^{*} \mathbf{x}\} \qquad (3.5)
$$

En pratique, l'estimation de ces éléments statistiques est obtenue à travers :

$$
\widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{x}} = \frac{1}{N_e} \sum_{l=N_r}^{N_e+N_r-1} \mathbf{x}_{l+N_r:l+1}(-\tau_{N_r}) \mathbf{x}_{l+N_r:l+1}^{\dagger}(-\tau_{N_r}) \qquad (3.6)
$$

et

$$
\widehat{\mathbf{r}}_{\mathbf{x}\mathbf{Y}_i} = \frac{1}{N_e} \sum_{l=N_r}^{N_e+N_r-1} Y_{i,l}^{*} \mathbf{x}_{l+N_r:l+1}(-\tau_{N_r}) \qquad (3.7)
$$

Le nombre d'échantillons temporels N_e nécessaire à cette estimation est lié à la stationnarité estimée de la scène (*cf.* §4.2.1).

3.1.2 Filtrage de Wiener et localisation de cible

A l'issue de la réjection du fouillis de sol, le signal représenté sous la forme de la matrice $\mathbf{Z} = \mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}}_C$, est supposé ne plus abriter que la cible et le bruit thermique.
La méthode de Wiener peut être à nouveau utilisée afin d'optimiser la réponse d'un filtre dans la direction temporelle supposée d'une cible (hypothèse Doppler), ν_d, et ce pour chaque hypothèse distance τ.
L'ensemble des antennes est alors mis à contribution, ce qui confère à ce filtre son caractère spatial. Si l'on fait l'hypothèse d'une cible dont le retard vaut :

$$\tau = \frac{t}{f_e} \tag{3.8}$$

l'erreur quadratique moyenne à minimiser est désormais :

$$\begin{aligned} e(\tau,\nu_d) &= \frac{1}{N_e}\sum_{l=1}^{N_e} |\mathbf{w}_s^\dagger(\tau,\nu_d)\mathbf{Z}^{t+l-1} - x_l\, s_{d_l}(\nu_d)|^2 \\ &= \frac{1}{N_e}\sum_{l=1}^{N_e} |\mathbf{w}_s^\dagger(\tau,\nu_d)\mathbf{Z}^{t+l-1} - x_l^d|^2 \end{aligned} \tag{3.9}$$

La notation $\mathbf{Z}^t$ correspond à la colonne numéro t du signal et donc à l'échantillon temporel numéro t reçu sur les N_s antennes et filtré. La notation x^d correspond quant à elle à la version Dopplerisée de la réplique du signal de référence.
L'expression théorique des N_s coefficients de filtre est :

$$\mathbf{w}_s(\tau,\nu_d) = \mathbf{R}_{\mathbf{Z}^t}^{-1}\mathbf{r}_{\mathbf{x}^d\mathbf{Z}^t} \tag{3.10}$$

Les expressions de la matrice de covariance du signal dans lequel le fouillis a été rejeté et du vecteur d'intercorrélation entre ce dernier et la réplique du signal émis, retardée et Dopplerisée sont respectivement données par les formules :

$$\mathbf{R}_{\mathbf{Z}^t} = E\{\mathbf{Z}^{t+l-1}\left(\mathbf{Z}^{t+l-1}\right)^\dagger\} \tag{3.11}$$

et

$$\mathbf{r}_{\mathbf{x}^d\mathbf{Z}^t} = E\{(x_l^d)^*\mathbf{Z}^{t+l-1}\} \tag{3.12}$$

En pratique, l'estimation de ces éléments statistiques est obtenue à travers :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{Z}^t} &= \frac{1}{N_e}\sum_{l=1}^{N_e}\mathbf{Z}^{t+l-1}\left(\mathbf{Z}^{t+l-1}\right)^\dagger \\ &= \frac{1}{N_e}\mathbf{Z}^{[t:t+N_e-1]}\left(\mathbf{Z}^{[t:t+N_e-1]}\right)^\dagger \end{aligned} \tag{3.13}$$

et

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{r}}_{\mathbf{x}^d\mathbf{Z}^t} &= \frac{1}{N_e}\sum_{l=1}^{N_e}\left(x_l^d\right)^*\mathbf{Z}^{t+l-1}\\ &= \frac{1}{N_e}\mathbf{Z}^{[t:t+N_e-1]}\left(\mathbf{x}_{N_e}\circ\mathbf{s}_d(\nu_d)\right)^* \qquad (3.14)\end{aligned}$$

Le vecteur de filtrage conduisant à la détection Doppler s'écrit donc :

$$\mathbf{w}_s(\tau,\nu_d) = \mathbf{R}_{\mathbf{Z}^t}^{-1}\left(\mathbf{Z}^{[t:t+N_e-1]}\left(\mathbf{x}_{N_e}\circ\mathbf{s}_d(\nu_d)\right)^*\right) \qquad (3.15)$$

En utilisant l'égalité :

$$\mathbf{M}_1\left(\mathbf{v}_1\circ\mathbf{v}_2\right) = \left(\mathbf{M}_1\circ\left(\mathbf{c}_{N_s}\otimes\mathbf{v}_2^T\right)\right)\mathbf{v}_1 \qquad (3.16)$$

avec la matrice $\mathbf{M}_1\in\mathbb{C}^{N_s\times N_e}$ et $\mathbf{v}_1$ et $\mathbf{v}_2$ deux vecteurs colonne $\in\mathbb{C}^{N_e\times 1}$, $\mathbf{w}_s(\tau,\nu_d)$ peut être écrit :

$$\begin{aligned}\mathbf{w}_s(\tau,\nu_d) &= \mathbf{R}_{\mathbf{Z}^t}^{-1}\left(\left(\mathbf{Z}^{[t:t+N_e-1]}\circ\left(\mathbf{c}_{N_s}\otimes\mathbf{x}_{N_e}^\dagger\right)\right)\mathbf{s}_d^*(\nu_d)\right)\\ &= \mathbf{R}_{\mathbf{Z}^t}^{-1}\left(\left(\mathbf{Z}^{[t:t+N_e-1]}\circ\mathbf{M}^{[t:t+N_e-1]}\right)\mathbf{s}_d^*(\nu_d)\right)\\ &= \mathbf{R}_{\mathbf{Z}^t}^{-1}\left(\check{\mathbf{Z}}^{[t:t+N_e-1]}\mathbf{s}_d^*(\nu_d)\right) \qquad (3.17)\end{aligned}$$

Cette réécriture fait apparaître la matrice de « mélange » $\mathbf{M}$ et a pour intérêt de mieux faire comprendre le fonctionnement du filtrage. Le mélange conduit en effet à démoduler le signal filtré en supprimant le terme de phase due non pas à l'effet Doppler mais à la nature aléatoire du signal.
Il est à noter que le même raisonnement pourrait être mené dans le domaine temporel dans la perspective d'une localisation spatiale. En notant $\mathbf{Z}_i$ la ligne numéro i de la matrice $\mathbf{Z}$, l'erreur quadratique moyenne à minimiser serait dans ce cas :

$$\begin{aligned}e(\tau,\nu_s) &= \frac{1}{N_s}\sum_{i=1}^{N_s}\left|\mathbf{w}_d^\dagger(\tau,\nu_s)\mathbf{Z}_i^T - xs_{s_i}(\nu_s)\right|^2\\ &= \frac{1}{N_s}\sum_{i=1}^{N_s}\left|\mathbf{w}_d^\dagger(\tau,\nu_s)\mathbf{Z}_i^T - x_i^s\right|^2 \qquad (3.18)\end{aligned}$$

La notation x^s correspond à la réplique du signal de référence pointée dans la direction spatiale ν_s.
Le vecteur de N_d coefficients de filtre permettant la localisation dans le domaine spatial s'écrirait :

$$\mathbf{w}_d(\tau,\nu_s) = \mathbf{R}_{\mathbf{Z}_i^T}^{-1}\mathbf{r}_{\mathbf{x}^s\mathbf{Z}_i^T} \qquad (3.19)$$

avec notamment :

$$\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{Z}_i} = \frac{1}{N_s}\sum_{i=1}^{N_s} \mathbf{Z}_i^T \mathbf{Z}_i^* \tag{3.20}$$

Cette méthode ne sera pas utilisée puisque le nombre d'éléments d'antenne sur lequel l'estimation est réalisée est faible, et que la taille de la matrice $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{Z}_i}$ $(N_d \times N_d)$ à inverser conduit à un temps de calcul important.
Nous lui préférerons des méthodes d'estimation spectrale (*cf.* §3.10), notamment la méthode Amplitude and Phase EStimation (*APES*) (*cf.* §3.10.4) qui aura non seulement le mérite de compléter la localisation des cibles en fournissant la position angulaire (*cf.* §4.2.4) mais qui nous conduira également à envisager l'utilisation de telles méthodes pour rejeter le fouillis de sol après estimation des contributions qui le constituent (*cf.* §5.2).

3.1.3 Mise en évidence de l'efficacité du filtrage de Wiener en cascade

Le signal ayant été filtré et le vecteur de pondération maximisant la sortie du processus de localisation ayant été déterminé, la visualisation de l'efficacité de la réjection du fouillis, comme de la localisation, est obtenue, pour chaque hypothèse distance τ et hypothèse Doppler ν_d, conformément à l'équation (3.9), en formant le diagramme distance-Doppler :

$$\begin{aligned}
\alpha(\tau,\nu_d) &= \sum_{l=1}^{N_e} \mathbf{w}_s^\dagger(\tau,\nu_d)\mathbf{Z}^{t+l-1}(x_l^d)^* \\
&= \mathbf{w}_s^\dagger(\tau,\nu_d)\sum_{l=1}^{N_e} \mathbf{Z}^{t+l-1}(x_l^d)^* \\
&= \mathbf{w}_s^\dagger(\tau,\nu_d)\hat{\mathbf{r}}_{\mathbf{x}^d\mathbf{Z}^t}
\end{aligned} \tag{3.21}$$

Les résultats de l'application de cette méthode à la détection passive seront présentés dans la partie 4.

3.2 Outils adaptés à la localisation (récepteur mobile)

3.2.1 Généralisation des traitements spatio-temporels aux signaux à bruit

Comme nous avons eu l'occasion de le voir dans le §3.1.2, une manière de compenser l'évolution de phase d'un échantillon temporel à l'autre due à la nature même du signal, indépendamment de l'effet Doppler, consiste à travailler à partir de la version que nous qualifierons de « mélangée » du signal reçu, définie dans [23] :

$$\check{\mathbf{Y}}(\tau) = \mathbf{Y}(\tau) \circ \left(\mathbf{c}_{N_s} \otimes \mathbf{x}^\dagger\right) \tag{3.22}$$

ou de façon analogue :

$$\check{\mathbf{y}}(\tau) = \mathbf{y}(\tau) \circ (\mathbf{x}^* \otimes \mathbf{c}_{N_s}) \tag{3.23}$$

3.2.2 Traitements spatio-temporels adaptatifs

La généralisation de la fonction d'ambiguïté au domaine retard-Doppler-angle, décrite au §2.5.3, peut être vue, si l'on remplace le signal de référence par celui reçu, comme la réponse optimale à une interférence qui se résumerait à du bruit blanc.
Dans cette partie, nous étendons cette optimisation au cas le plus général.
Si l'on considère :

- ✓ $\check{\mathbf{z}}(\tau,\theta,\nu_d) = vec\left(\check{\mathbf{Z}}(\tau,\theta,\nu_d)\right)$, la sortie du filtrage spatio-temporel adaptatif du signal mélangé, dans la direction (θ,ν_d) et pour l'isodistance bistatique correspondant au retard τ,
- ✓ le vecteur de coefficients $\check{\mathbf{w}}$ associé à ce filtrage,
- ✓ la sortie $\check{\mathbf{z}}_T$ du même filtrage relative à la seule partie du signal de cible $\mathbf{y}_T$,
- ✓ la sortie $\check{\mathbf{z}}_B$ associée aux autres contributions à savoir les interférences (bruit thermique, fouillis, brouilleur, source discrète),

le rapport signal à bruit plus interférences, *RSBI* peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
RSBI(\tau,\theta,\nu_d) &= \frac{|\check{\mathbf{z}}_T(\tau,\theta,\nu_d)|^2}{E\{|\check{\mathbf{z}}_B|^2\}} \\
&= \frac{|\check{\mathbf{w}}^\dagger\check{\mathbf{y}}_T(\tau,\theta,\nu_d)|^2}{E\{|\check{\mathbf{w}}^\dagger\check{\mathbf{y}}_B\check{\mathbf{y}}_B^\dagger\check{\mathbf{w}}|\}} \\
&= \frac{|\check{\mathbf{w}}^\dagger\check{\mathbf{R}}^{\frac{1}{2}}\check{\mathbf{R}}^{-\frac{1}{2}}\check{\mathbf{y}}_T(\tau,\theta,\nu_d)|^2}{\check{\mathbf{w}}^\dagger\check{\mathbf{R}}\check{\mathbf{w}}} \\
&\leq \frac{\left(\check{\mathbf{w}}^\dagger\check{\mathbf{R}}\check{\mathbf{w}}\right)\left(\check{\mathbf{y}}_T^\dagger\check{\mathbf{R}}^{-1}\check{\mathbf{y}}_T\right)}{\check{\mathbf{w}}^\dagger\check{\mathbf{R}}\check{\mathbf{w}}} \\
&= \check{\mathbf{y}}_T^\dagger\check{\mathbf{R}}^{-1}\check{\mathbf{y}}_T
\end{aligned} \tag{3.24}$$

L'égalité est atteinte pour $\check{\mathbf{R}}^{\frac{1}{2}}\check{\mathbf{w}} \propto \check{\mathbf{R}}^{-\frac{1}{2}}\check{\mathbf{y}}_T^\dagger$ ou de façon équivalente :

$$\check{\mathbf{w}} \propto \check{\mathbf{R}}^{-1}\check{\mathbf{y}}_T^\dagger \tag{3.25}$$

$\check{\mathbf{R}} = E_{\Omega_a}\{|\check{\mathbf{y}}_B\check{\mathbf{y}}_B^\dagger|\}$ est la matrice de covariance théorique des interférences et du bruit, après mélange, issue de l'estimation sur l'ensemble des cases distances adjacentes homogènes Ω_a.
Le signal spatio-temporel reçu de la cible $\mathbf{y}_T$ correspond à la version du signal de référence pointant dans la direction spatio-temporelle de celle-ci :

$$\begin{aligned}\mathbf{y}_T &\propto vec\left(\mathbf{X}\circ\left(\mathbf{s}_s\left(\theta\right)\mathbf{s}_d^T\left(\nu_d\right)\right)\right)\\ &= \left(\mathbf{x}\otimes\mathbf{c}_{N_s}\right)\circ\mathbf{s}\left(\theta,\nu_d\right)\end{aligned} \tag{3.26}$$

et

$$\begin{aligned}\check{\mathbf{y}}_T &= \mathbf{y}_T\circ\left(\mathbf{x}^*\otimes\mathbf{c}_{N_s}\right)\\ &\propto \left(\mathbf{x}\otimes\mathbf{c}_{N_s}\right)\circ\mathbf{s}\left(\theta,\nu_d\right)\circ\left(\mathbf{x}^*\otimes\mathbf{c}_{N_s}\right)\\ &\propto \left(\|\mathbf{x}\|^2\otimes\mathbf{c}_{N_s}\right)\circ\mathbf{s}\left(\theta,\nu_d\right)\end{aligned} \tag{3.27}$$

La sortie du filtre adapté s'écrit ainsi :

$$\begin{aligned}\check{\mathbf{z}}(\tau,\theta,\nu_d) &= \check{\mathbf{w}}^\dagger\check{\mathbf{y}}\\ &\propto \left(\check{\mathbf{R}}^{-1}\check{\mathbf{y}}_T\right)^\dagger\check{\mathbf{y}}\\ &\propto \left(\check{\mathbf{R}}^{-1}\left(\|\mathbf{x}\|^2\otimes\mathbf{c}_{N_s}\right)\circ\mathbf{s}\left(\theta,\nu_d\right)\right)^\dagger\check{\mathbf{y}}\\ &\propto \left(\check{\mathbf{R}}^{-1}\left(\mathbf{s}\left(\theta,\nu_d\right)\circ\left(\|\mathbf{x}\|^2\otimes\mathbf{c}_{N_s}\right)\right)\right)^\dagger\check{\mathbf{y}}\end{aligned} \tag{3.28}$$

En utilisant l'égalité (3.16), $\check{\mathbf{z}}$ peut être écrit :

$$\check{\mathbf{z}}(\tau,\theta,\nu_d) \propto \left[\left(\check{\mathbf{R}}^{-1}\circ\left(\mathbf{c}_{N_sN_d}\otimes\left(\|\mathbf{x}\|^2\otimes\mathbf{c}_{N_s}\right)^T\right)\right)\mathbf{s}(\theta,\nu_d)\right]^\dagger\check{\mathbf{y}} \tag{3.29}$$

On note au passage la simplification obtenue dans le cas où seule la phase du signal fluctue (amplitude constante), $\mathbf{c}_{N_sN_d}\otimes\left(\|\mathbf{x}\|^2\otimes\mathbf{c}_{N_s}\right)^T\propto\mathbf{1}_{N_sN_d}$. Cette simplification n'a pas lieu d'être dans le cas du signal $DVB-T$ qui utilise une modulation d'amplitude de type *MAQ*.
Le sous-échantillonnage et le filtrage passe-bas associé conduisent néanmoins à ce résultat.
Ces deux opérations sont tout d'abord indissociables d'un temps de traitement raisonnable en majeure partie dû à l'inversion de la matrice $\check{\mathbf{R}}$.
Les contributeurs quels qu'ils soient (cibles mobiles, sources discrètes d'interférences au sol, fouillis de sol ou de mer,...) induisent de plus des fréquences Doppler bien plus faibles que la fréquence d'échantillonnage. Le signal peut donc être sous-échantillonné moyennant un filtrage passe-bas comme suggéré dans [35] sans que cela n'affecte la résolution distance du radar. Le facteur de sous échantillonnage sera noté S.
La notation $\tilde{}$ sera utilisée pour rendre compte de l'emploi de ces deux opérations.
La fréquence Doppler réduite à l'issue de ce traitement sera ainsi notée $\tilde{\nu}_d=\nu_dS$.
Les deux opérations que sont le filtrage passe-bas et le sous-échantillonnage jouent donc un rôle primordial qui va bien au delà du « simple » allégement de la charge de calcul liée à la diminution de taille des données traitées. Associées à la démodulation du signal de référence (*cf.* équation (3.22)), elles permettent de tendre vers les résultats d'un signal quasi-continu, de faibles fluctuations d'amplitude et dont la fluctuation de phase temporelle n'est plus liée à la nature aléatoire du signal mais au seul effet Doppler.

Le traitement associé au filtrage passe-bas et au sous-échantillonnage peut être modélisé par la matrice :

$$\begin{aligned}
\mathbf{S}\left(\nu_d\right) &= e^{-j\pi(S-1)\nu_d}\frac{\sin\left(\pi\nu_d\right)}{\sin\left(\pi\tilde{\nu}_d\right)}\begin{bmatrix} \mathbf{c}_S & \mathbf{0}_S & \cdots & \cdots & \mathbf{0}_S \\ \mathbf{0}_S & \mathbf{c}_S & \mathbf{0}_S & \cdots & \mathbf{0}_S \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_S & \cdots & \cdots & \mathbf{0}_S & \mathbf{c}_S \end{bmatrix} \\
&= \iota\left(\nu_d\right)\mathbf{I}_{\frac{N_d}{S}} \otimes \mathbf{c}_S \qquad (3.30)
\end{aligned}$$

Le terme correctif représenté par :

$$\iota\left(\nu_d\right) = \frac{1}{\sum_{S-1}^{k=0} e^{2j\pi k\nu_d}} \qquad (3.31)$$

est indispensable à la compensation de l'effet du sous-échantillonnage sur le vecteur directionnel temporel. Il permet en effet d'écrire :

$$\left(\mathbf{s}_d^T\left(\nu_d\right)\mathbf{S}\left(\nu_d\right)\right)^T = \tilde{\mathbf{s}}_d\left(\tilde{\nu}_d\right) \qquad (3.32)$$

Désormais, le traitement portera donc sur le signal :

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{Y}}\left(\tau,\nu_d\right) &= \check{\mathbf{Y}}\left(\tau\right)\mathbf{S}\left(\nu_d\right) \\
&= \iota\left(\nu_d\right)\check{\mathbf{Y}}\left(\tau\right)\mathbf{S} \\
&= \iota\left(\nu_d\right)\tilde{\mathbf{Y}}\left(\tau\right) \qquad (3.33)
\end{aligned}$$

On notera à la lecture de l'équation précédente que la prise en considération d'un signal filtré, sous-échantillonné et démodulé pour chaque hypothèse temporelle $\tilde{\mathbf{Y}}\left(\tau,\nu_d\right)$ ne sera pas nécessaire. Il suffira en fait de considérer un même signal $\tilde{\mathbf{Y}}\left(\tau\right)$ et de lui appliquer la correction correspondant à l'hypothèse Doppler.
$\tilde{\mathbf{X}}$ et $\tilde{\mathbf{N}}\left(\tau\right)$ seront définis de façon semblable à partir de $\check{\mathbf{X}}$ et $\check{\mathbf{B}}\left(\tau\right)$ respectivement.
Le nombre de blocs issus du pré-traitement sera noté $\tilde{N}_d = \frac{N_d}{S}$.
A l'issue de ces opérations de pré-traitement, l'équation (3.29) devient :

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{z}}(\tau,\theta,\tilde{\nu}_d) &= \mathbf{w}^{\dagger}\tilde{\mathbf{y}} \qquad (3.34) \\
&\propto \left[\left(\tilde{\mathbf{R}}^{-1}\circ\left(\mathbf{c}_{N_s\tilde{N}_d}\otimes\left(\|\tilde{\mathbf{x}}\|^2\otimes\mathbf{c}_{N_s}\right)^T\right)\right)\tilde{\mathbf{s}}(\theta,\tilde{\nu}_d)\right]^{\dagger}\tilde{\mathbf{y}} \qquad (3.35)
\end{aligned}$$

or

$$\begin{aligned}
\|\tilde{\mathbf{x}}\|^2 &= \left(\left(\|\mathbf{x}\|^2\right)^T\mathbf{S}\right)^T \\
&\approx \mathbf{c}_{\tilde{N}_d} \qquad (3.36)
\end{aligned}$$

et par conséquent

$$\mathbf{c}_{N_s\tilde{N}_d} \otimes \left(\|\tilde{\mathbf{x}}\|^2 \otimes \mathbf{c}_{N_s}\right)^T \approx \mathbf{1}_{N_s\tilde{N}_d} \tag{3.37}$$

L'association des équations (3.34), (3.35) et (3.37) conduit à :

$$\mathbf{w}(\tau,\theta,\tilde{\nu}_d) \propto \tilde{\mathbf{R}}^{-1}\tilde{\mathbf{s}}(\theta,\tilde{\nu}_d) \tag{3.38}$$

Il est de plus intéressant de noter que :

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{Y}}_T &= \check{\mathbf{Y}}\mathbf{S} \\
&= \left(\left(\mathbf{s}_s\mathbf{s}_d^T\right) \circ \|\mathbf{X}\|^2\right)\mathbf{S} \\
&\propto \left(\left(\mathbf{s}_s\mathbf{s}_d^T\right)\mathbf{S}\right) \circ \left(\|\mathbf{X}\|^2\mathbf{S}\right) \\
&\propto \left(\mathbf{s}_s\tilde{\mathbf{s}}_d^T\right) \circ \|\tilde{\mathbf{X}}\|^2 \\
&\propto \left(\mathbf{s}_s\tilde{\mathbf{s}}_d^T\right) \circ \mathbf{1}_{N_s\tilde{N}_d} \\
&\propto \left(\mathbf{s}_s\tilde{\mathbf{s}}_d^T\right)
\end{aligned} \tag{3.39}$$

d'où

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{y}}_T &= vec\left(\tilde{\mathbf{Y}}_T\right) \\
&\propto \tilde{\mathbf{s}}
\end{aligned} \tag{3.40}$$

Cette dernière équation traduit la localisation spatio-temporelle d'une cible.
La dernière équation fait donc apparaître la nécessaire estimation des interférences à travers leur matrice de covariance. Il convient donc de s'intéresser aux principes de cette estimation.

3.2.3 Estimation

Test d'hypothèse binaire

Le problème de détection radar peut être modélisé par un test d'hypothèse binaire [36] qui prend ici la forme :

$$H_1 \quad : \quad \begin{cases} \tilde{\mathbf{y}}(\tau) = \alpha vec\left(\tilde{\mathbf{X}}\right) \circ \tilde{\mathbf{s}}(\nu_s,\tilde{\nu}_d) + vec\left(\tilde{\mathbf{B}}(\tau)\right) \\ \qquad = \alpha\tilde{\mathbf{x}} \circ \tilde{\mathbf{s}}(\nu_s,\tilde{\nu}_d) + \tilde{\mathbf{b}}(\tau) \\ \tilde{\mathbf{y}}(\tau_a) = \tilde{\mathbf{b}}(\tau_a),\ a = 1,\cdots,N_a \end{cases} \tag{3.41}$$

$$H_0 \quad : \quad \begin{cases} \tilde{\mathbf{y}}(\tau) = \tilde{\mathbf{b}}(\tau) \\ \tilde{\mathbf{y}}(\tau_a) = \tilde{\mathbf{b}}(\tau_a),\ a = 1,\cdots,N_a \end{cases} \tag{3.42}$$

N_a représente le nombre de cases adjacentes sur lesquelles sera effectuée l'estimation.

L'hypothèse H_0 correspond à la seule présence d'interférences et de bruit, alors que pour H_1 la cible est également présente.
Deux catégories de données sont distinguées. Celle dite « primaire » $\tilde{\mathbf{y}}(\tau) \in \mathbb{C}^{\tilde{N}_d N_s}$ correspondant à la case distance en cours d'étude, appelée également case « sous test », et celles dites « auxiliaires » $\tilde{\mathbf{y}}(\tau_a)$. C'est à partir de cette seconde catégorie et plus particulièrement des cases distance statistiquement homogènes avec la case sous test que l'estimation des interférences sera réalisée. Les vecteurs $\tilde{\mathbf{y}}(\tau_a)$ sont supposés indépendants entre eux et indépendants de la donnée primaire. L'amplitude de la cible α est quant à elle supposée inconnue et déterministe.
La détection se traduit par le dépassement d'un seuil ρ. Celui-ci est à la fois fonction de la probabilité de détection P_d et de la probabilité de fausse alarme P_{fa} recherchées.
Le détecteur est quant à lui défini par le Rapport de Vraisemblance Généralisé (RVG) noté $\Lambda(\tilde{\mathbf{y}}, \hat{\alpha})$ et défini par la relation :

$$\Lambda(\tilde{\mathbf{y}}, \hat{\alpha}) = \frac{p(\tilde{\mathbf{y}}, \hat{\alpha}/H_1)}{p(\tilde{\mathbf{y}}, H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \rho(P_d,\ P_{fa}) \tag{3.43}$$

Estimation de la matrice de covariance

Comme nous l'avons vu dans le §3.2.2, l'optimisation du rapport signal à bruit, pour des signaux qui s'apparentent à du bruit, conduit à l'application d'un vecteur de filtrage $\tilde{\mathbf{w}}$ lui-même fonction de $\tilde{\mathbf{R}}$. On doit à Reed, Mallett et Brennan [37] la première méthode de filtrage adaptatif tendant vers le filtrage optimal (impliquant la connaissance parfaite de la matrice de covariance des interférences). Cette méthode suppose, pour notre cas d'étude, des données secondaires en nombre suffisant ($card(\Omega_a)N_a > \tilde{N}_d N_s$). La matrice $\tilde{\mathbf{R}}$ est alors remplacée par son estimation au sens du maximum de vraisemblance (Maximum Likelihood Estimate, MLE) sur les N_a cases auxiliaires de telle sorte que :

$$\hat{\tilde{\mathbf{R}}} = \frac{1}{N_a} \sum_{a=1}^{N_a} \tilde{\mathbf{y}}(\tau_a)\tilde{\mathbf{y}}^{\dagger}(\tau_a) \tag{3.44}$$

3.2.4 Matrice de covariance des interférences

Soit $\mathbf{Y}_C(\tau_a)$ un des signaux reçus du fouillis de sol, participant à l'estimation de la matrice de covariance des interférences. La case adjacente correspondante, associée au retard τ_a, est supposée posséder des propriétés statistiques homogènes avec la case distance supposée de la cible.
Conformément au modèle de signal adopté, nous pouvons écrire :

$$\mathbf{Y}_C(\tau_a) = \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{p=1}^{N_{r,p}} \alpha_{r,p} \mathbf{s}_s(\theta_{r,p}) \left(\mathbf{x}(\tau_a - \tau_r) \circ \mathbf{s}_d(\nu_{d_{r,p}}) \right)^T \tag{3.45}$$

Détaillons maintenant la partie du signal reçue sur l'antenne i :

$$\mathbf{Y}_{C_i}(\tau_a) = \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{p=1}^{N_{r,p}} \alpha_{r,p} \prod_{k=0}^{i-1} z_{s_{k+1,k}}(\theta_{r,p}) \left(\mathbf{x}(\tau_a - \tau_r) \circ \mathbf{s}_d(\nu_{d_{r,p}}) \right)^T \tag{3.46}$$

Le produit de mélange, appliqué au signal de fouillis et destiné à opérer sa démodulation, est défini par :

$$\check{\mathbf{Y}}_C(\tau_a) = \mathbf{Y}_C(\tau_a) \circ \left(\mathbf{c}_{N_s} \otimes \mathbf{x}^\dagger\right) \tag{3.47}$$

et

$$\begin{aligned}\check{\mathbf{Y}}_{C_i}(\tau_a) &= \mathbf{Y}_{C_i}(\tau_a) \circ \mathbf{x}^\dagger \\ &= \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{p=1}^{N_{r,p}} \alpha_{r,p} \prod_{k=0}^{i-1} z_{s_{k+1,k}}(\theta_{r,p}) \left(\mathbf{x}(\tau_a - \tau_r) \circ \mathbf{x}^* \circ \mathbf{s}_d(\nu_{d_{r,p}})\right)^T\end{aligned} \tag{3.48}$$

Les opérations de sous-échantillonnage et filtrage passe-bas conduisent à :

$$\tilde{\mathbf{y}}_{C_i}(\tau_a) = \left(\check{\mathbf{y}}_{C_i}^T(\tau_a)\mathbf{S}\right)^T \tag{3.49}$$

Rappelons que $\mathbf{S}$ est la matrice de sous-échantillonnage et filtrage passe-bas que nous avons généralisée à une direction temporelle ν_d. Elle est définie à l'équation (3.30) et :

$$\begin{aligned}\mathbf{S} &= \iota(0)\mathbf{I}_{\tilde{N}_d} \otimes \mathbf{c}_{N_s} \\ &= \mathbf{I}_{\tilde{N}_d} \otimes \mathbf{c}_{N_s}\end{aligned} \tag{3.50}$$

L'évaluation de l'échantillon numéro l du signal de fouillis :

$$\tilde{y}_{C_{il}}(\tau_a) = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^{S} \check{y}_{C_{i,s+(l-1)S}}(\tau_a)$$

se développe comme suit :

$$\begin{aligned}\tilde{y}_{C_{i,l}}(\tau_a) &= \frac{1}{S} \sum_{s=1}^{S} \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{p=1}^{N_{r,p}} \alpha_{r,p} \prod_{k=0}^{i-1} z_{s_{k+1,k}}(\theta_{r,p}) x_{s+(l-1)S}(\tau_a - \tau_r) x^*_{s+(l-1)S} \; s_{d_{s+(l-1)S}}(\nu_{d_{r,p}}) \\ &= \frac{1}{S} \sum_{r=1}^{N_r} \sum_{p=1}^{N_{r,p}} \alpha_{r,p} \prod_{k=0}^{i-1} z_{s_{k+1,k}}(\theta_{r,p}) \sum_{s=1}^{S} x_{s+(l-1)S}(\tau_a - \tau_r) x^*_{s+(l-1)S} \; s_{d_{s+(l-1)S}}(\nu_{d_{r,p}})\end{aligned}$$

La matrice de covariance théorique du fouillis est quant à elle représentée par :

$$\tilde{\mathbf{R}}_C = E\left\{vec(\tilde{\mathbf{Y}}_C(\tau_a))vec^\dagger(\tilde{\mathbf{Y}}_C(\tau_a))\right\} \tag{3.51}$$

L'opération d'ordonnancement des colonnes de $\tilde{\mathbf{Y}}_C(\tau_a)$ l'une sous l'autre, symbolisée par l'opérateur *vec* fait correspondre les indices de lignes i et n et de colonne l et m de cette matrice aux indices t et u de $\tilde{\mathbf{R}}_C$ tels que $t = i + (l-1)N_s$ et $u = n + (m-1)N_s$.

L'élément de la ligne t et de la colonne u de $\tilde{\mathbf{R}}_C$ vaut ainsi :

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{R}}_{C_{tu}} &= E_{\Omega_a}\left\{\tilde{Y}_{C_{i,l}}(\tau_a)\tilde{Y}^{\dagger}_{C_{n,m}}(\tau_a)\right\} \\
&= E_{\Omega_a}\left\{\left(\frac{1}{S}\sum_{r=1}^{N_r}\sum_{p=1}^{N_{r,p}}\alpha_{r,p}\prod_{k=0}^{i-1}z_{s_{k+1,k}}(\theta_{r,p})\sum_{s=1}^{S}x_{s+(l-1)S}(\tau_a-\tau_r)x^*_{s+(l-1)S}\ s_{d_{s+(l-1)S}}(\nu_{d_{r,p}})\right)\cdots\right. \\
&\quad \left.\left(\frac{1}{S}\sum_{r=1}^{N_r}\sum_{p=1}^{N_{r,p}}\alpha^*_{r,p}\prod_{k=0}^{n-1}z^*_{s_{k+1,k}}(\theta_{r,p})\sum_{s=1}^{S}x^*_{s+(m-1)S}(\tau_a-\tau_r)x_{s+(m-1)S}\ s^*_{d_{s+(m-1)S}}(\nu_{d_{r,p}})\right)\right\} \\
&= E_{\Omega_a}\left\{\left(\frac{1}{S}\sum_{p=1}^{N_{a,p}}\alpha_{a,p}\prod_{k=0}^{i-1}z_{s_{k+1,k}}(\theta_{a,p})\sum_{s=1}^{S}x_{s+(l-1)S}x^*_{s+(l-1)S}\ s_{d_{s+(l-1)S}}(\nu_{d_{a,p}})\cdots\right.\right. \\
&+ \left.\frac{1}{S}\sum_{\substack{r=1\\r\neq a}}^{N_r}\sum_{p=1}^{N_{r,p}}\alpha_{r,p}\prod_{k=0}^{i-1}z_{s_{k+1,k}}(\theta_{r,p})\sum_{s=1}^{S}x_{s+(l-1)S}(\tau_a-\tau_r)x^*_{s+(l-1)S}\ s_{d_{s+(l-1)S}}(\nu_{d_{r,p}})\right)\cdots \\
&\quad \left(\frac{1}{S}\sum_{p=1}^{N_{a,p}}\alpha^*_{a,p}\prod_{k=0}^{n-1}z^*_{s_{k+1,k}}(\theta_{a,p})\sum_{s=1}^{S}x^*_{s+(m-1)S}x_{s+(m-1)S}\ s^*_{d_{s+(m-1)S}}(\nu_{d_{a,p}})\cdots\right. \\
&+ \left.\left.\frac{1}{S}\sum_{\substack{r=1\\r\neq a}}^{N_r}\sum_{p=1}^{N_{r,p}}\alpha^*_{r,p}\prod_{k=0}^{n-1}z^*_{s_{k+1,k}}(\theta_{r,p})\sum_{s=1}^{S}x^*_{s+(m-1)S}(\tau_a-\tau_r)x_{s+(m-1)S}\ s^*_{d_{s+(m-1)S}}(\nu_{d_{r,p}})\right)\right\} \qquad (3.52)
\end{aligned}$$

Nous avons de plus, $\forall v \in [1 : \tilde{N}_d]$:

$$\begin{aligned}
&\lim_{S\to\infty}\frac{1}{S}\sum_{s=1}^{S}\underset{\tau_a\neq\tau_r}{x_{s+(v-1)S}(\tau_a-\tau_r)}x^*_{s+(v-1)S}\ s_{d_{s+(v-1)S}}(\nu_{d_{r,p}}) \\
&\qquad = E\left\{\underset{\tau_a\neq\tau_r}{x_{s+(v-1)S}(\tau_a-\tau_r)}x^*_{s+(v-1)S}\ s_{d_{s+(v-1)S}}(\nu_{d_{r,p}})\right\} \qquad (3.53)
\end{aligned}$$

$\underset{\tau_a\neq\tau_r}{x_{s+(v-1)S}(\tau_a-\tau_r)}$, $x^*_{s+(v-1)S}$ et $s_{d_{s+(v-1)S}}(\nu_{d_{r,p}})$ sont trois variables pour les deux premières aléatoires et toutes trois indépendantes entre elles.

Il vient donc :

$$\begin{aligned}
&\lim_{S\to\infty}\frac{1}{S}\sum_{s=1}^{S} x_{s+(v-1)S}(\underset{\tau_a\neq\tau_r}{\tau_a-\tau_r})x^*_{s+(v-1)S}\ s_{d_{s+(v-1)S}}(\nu_{d_{r,p}})\\
&= E\left\{x_{s+(v-1)S}(\underset{\tau_a\neq\tau_r}{\tau_a-\tau_r})\right\}E\left\{x^*_{s+(v-1)S}\right\}E\left\{s_{d_{s+(v-1)S}}(\nu_{d_{r,p}})\right\}\\
&= E\left\{x_{s+(v-1)S}(\underset{\tau_a\neq\tau_r}{\tau_a-\tau_r})\right\}E\left\{x^*_{s+(v-1)S}\right\}E\left\{s_{d_{s+(v-1)S}}(\nu_{d_{r,p}})\right\}\\
&= E\left\{x_{s+(v-1)S}(\underset{\tau_a\neq\tau_r}{\tau_a-\tau_r})\right\}E\left\{x^*_{s+(v-1)S}\right\}\frac{1}{\iota(\nu_{d_{r,p}})}\tilde{s}_{d_v}(\tilde{\nu}_{d_{r,p}})
\end{aligned}\tag{3.54}$$

Compte-tenu de la nature même du signal de référence **x** :

$$E\left\{x_{s+(v-1)S}(\underset{\tau_a\neq\tau_r}{\tau_a-\tau_r})\right\}=0 \tag{3.55}$$

$$E\left\{x^*_{s+(v-1)S}\right\}=0 \tag{3.56}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{R}}_{C_{tu}} \;=\; & E_{\Omega_a}\left\{\left(\sum_{p=1}^{N_{a,p}}\alpha_{a,p}\prod_{k=0}^{i-1}z_{s_{k+1,k}}(\theta_{a,p})\sum_{s=1}^{S}|x_{s+(l-1)S}|^2 s_{d_{s+(l-1)S}}(\nu_{d_{a,p}})\right)\right.\\
&\left.\left(\sum_{p=1}^{N_{a,p}}\alpha^*_{a,p}\prod_{k=0}^{n-1}z^*_{s_{k+1,k}}(\theta_{a,p})\sum_{s=1}^{S}|x_{s+(m-1)S}|^2 s^*_{d_{s+(m-1)S}}(\nu_{d_{a,p}})\right)\right\}
\end{aligned}$$

Il est également possible de procéder à la décomposition :

$$\begin{aligned}
\sum_{s=1}^{S}|x_{s+(l-1)S}|^2 s_{d_{s+(l-1)S}}(\nu_{d_{a,p}}) &= \sigma_x^2\sum_{s=1}^{S}s_{d_{s+(l-1)S}}(\nu_{d_{a,p}})+\sum_{s=1}^{S}\left(|x_{s+(l-1)S}|^2-\sigma_x^2\right)s_{d_{s+(l-1)S}}(\nu_{d_{a,p}})\\
&= \frac{\sigma_x^2}{\iota(\nu_{d_{a,p}})}\tilde{s}_{d_{s+(l-1)S}}(\tilde{\nu}_{d_{a,p}})+\sum_{s=1}^{S}\left(|x_{s+(l-1)S}|^2-\sigma_x^2\right)s_{d_{s+(l-1)S}}(\nu_{d_{a,p}})
\end{aligned}$$

L'application du théorème de Lindeberg [38] conduit à :

$$\lim_{S\to\infty}\frac{1}{S}\sum_{s=1}^{S}\left(|x_{s+(l-1)S}|^2-\sigma_x^2\right)s_{d_{s+(l-1)S}}(\nu_{d_{a,p}})=0 \tag{3.57}$$

Rappelons que N_p est le nombre de portions composant une surface isodistance et $\alpha_{a,p}$ une valeur aléatoire liée à l'amplitude et la phase du signal rétrodiffusé par la portion

considérée. Ce coefficient dépend non seulement des paramètres de la configuration bistatique (puissance émise, gain d'émission, distances et angle bistatiques) mais également de la nature même du sol et de son coefficient local de rétrodiffusion $\sigma_0^{\beta_{a,p}}$ (*cf.* équation (2.12).

$$E\{|\alpha_{a,p}|^2\} = P_{r_{a,p}} = \frac{P_E G_{Ea,p} G_{Ra,p} \lambda^2 \sigma^{\beta_{a,p}}}{(4\pi)^3 D_{Ea,p}^2 D_{Ra,p}^2 L} \tag{3.58}$$

avec

$$\sigma^{\beta_{a,p}} = A_{a,p} \sigma_0^{\beta_{a,p}} \tag{3.59}$$

L'aire de fouillis, représentée par $A_{a,p}$, est fonction de la résolution distance :

$$\Delta r_{\beta_{a,p}} = \frac{c}{2B\cos\frac{\beta_{a,p}}{2}} \tag{3.60}$$

et vaut :

$$A_{a,p} = \Delta r_{\beta_{a,p}} \frac{D_{Ra,p}\theta_{3dB}^R}{cos\frac{\beta_{a,p}}{2}} \tag{3.61}$$

Sous l'hypothèse d'isodistances homogènes ($N_{a,p} = N_p$, $\alpha_{a,p} = \alpha_p$) l'expression devient :

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{R}}_{C_{tu}} &= \frac{1}{S^2}\sum_{p=1}^{N_p}\sum_{q=1}^{N_p} E\left\{\alpha_p\alpha_q^* \prod_{k=0}^{i-1} z_{s_{k+1,k}}(\theta_p) \prod_{k=0}^{n-1} z_{s_{k+1,k}}^*(\theta_q) \sum_{s=1}^{S} |x_{s+(l-1)S}(0)|^2 s_{d_{s+(l-1)S}}(\nu_{d_p}) \right. \\
&\quad \left. \sum_{s=1}^{S} |x_{s+(m-1)S}(0)|^2 s_{d_{s+(m-1)S}}^*(\nu_{d_q})\right\} \\
&= \frac{1}{S^2}\sum_{p=1}^{N_p}\sum_{q=1}^{N_p} E\left\{\alpha_p\alpha_q^*\right\} \prod_{k=0}^{i-1} z_{s_{k+1,k}}(\theta_p) \prod_{k=0}^{n-1} z_{s_{k+1,k}}^*(\theta_q) \frac{\sigma_x^2}{\iota(\nu_{d_p})}\tilde{s}_{d_l}(\tilde{\nu}_{d_p}) \frac{\sigma_x^2}{\iota^*(\nu_{d_q})}\tilde{s}_{d_m}^*(\tilde{\nu}_{d_q}) \\
&= \frac{\sigma_x^4}{S^2}\sum_{p=1}^{N_p}\sum_{q=1}^{N_p} \sigma_{\alpha_p}^2 \delta_{pq} \prod_{k=0}^{i-1} z_{s_{k+1,k}}(\theta_p) \prod_{k=0}^{n-1} z_{s_{k+1,k}}^*(\theta_q) \iota(\nu_{d_p})\tilde{s}_{d_l}(\tilde{\nu}_{d_p}) \iota^*(\nu_{d_q})\tilde{s}_{d_m}^*(\tilde{\nu}_{d_q}) \\
&= \frac{\sigma_x^4}{S^2}\sum_{p=1}^{N_p} \sigma_{\alpha_p}^2 \prod_{k=0}^{i-1} z_{s_{k+1,k}}(\theta_p) \prod_{k=0}^{n-1} z_{s_{k+1,k}}^*(\theta_p) |\iota(\nu_{d_p})|^2 \tilde{s}_{d_l}(\tilde{\nu}_{d_p})\tilde{s}_{d_m}^*(\tilde{\nu}_{d_p})
\end{aligned} \tag{3.62}$$

Enfin, il est important de noter que cette matrice présente une structure de type Toeplitz puisque :

$$\tilde{\mathbf{R}}_{C_{tu}} = \tilde{\mathbf{R}}_{C_{ut}}^* \tag{3.63}$$

3.2.5 Mise en évidence de l'efficacité des traitements

Diagramme de résultat

Le premier indicateur d'efficacité est le diagramme de résultat qui traduit, pour une case distance considérée, d'une part la capacité de pointage dans la direction spatio-temporelle choisie et d'autre par la réjection dans la direction des interférences. Ce diagramme est représenté par la grandeur :

$$d(\tau, \nu_s, \tilde{\nu}_d) = \mathbf{w}^{\dagger}(\tau, \nu_s, \tilde{\nu}_d)\mathbf{s}(\nu_s, \tilde{\nu}_d) \tag{3.64}$$

Perte en rapport signal à bruit, $SINR_{loss}$

En complément du diagramme de résultat, il est essentiel de disposer d'une mesure des performances du filtrage spatio-temporel réalisé. Celle-ci s'obtient à travers le facteur d'amélioration (Improvement Factor (IF) ou $SINR_{loss}$), un facteur qui traduit la perte de rapport signal à interférences + bruit lors du traitement. Il s'écrit donc :

$$IF = \frac{SINR_{sortie}}{SINR_{entrée}} = \frac{\frac{\mathbf{w}^{\dagger}\mathbf{s}\mathbf{s}^{\dagger}w}{\mathbf{w}^{\dagger}\tilde{\mathbf{R}}\mathbf{w}}}{\frac{\mathbf{s}^{\dagger}\mathbf{s}}{Tr(\tilde{\mathbf{R}})}} \tag{3.65}$$

3.3 Caractéristiques des environnements

3.3.1 Environnements réels

Un environnement homogène serait caractérisé par une matrice de covariance des interférences partagée par la case distance sous test et les données secondaires. Dans les faits, ce cas de figure est souvent mis en défaut et si un certain nombre de cases distance auxiliaires partagent effectivement les mêmes propriétés statistiques que la case distance sous test, leur nombre peut-être insuffisant et l'estimation par conséquent imparfaite.
A titre d'exemple considérons un réseau antennaire de seulement 4 éléments, un temps d'acquisition de signaux d'opportunité de type $DVB-T$ de l'ordre de $50ms$ dont les échantillons sont acquis à $f_e = \frac{64}{7}MHz$ et un facteur de sous-échantillonnage $S = 2^{13}$. Ces paramètres conduisent à une matrice de covariance de taille 220×220. Il serait donc nécessaire de disposer, en théorie, de près de 440 cases distances homogènes soit, compte-tenu de la résolution distance associée à ce type de signaux, une homogénéité sur $9km$.
Un certain nombre d'études, restreint compte-tenu de la difficulté d'accéder à des données réelles, a ainsi mis en évidence les défauts engendrés par les inhomogénéités. Citons l'étude comparative sur plusieurs types de terrains menée par De Maio *et al.* [39] ou celle réalisée dans le cas d'un radar transhorizon [40].
La constance du taux de fausses alarmes y est mise à mal conduisant à une nécessaire augmentation du seuil de détection et son corollaire, une chute de la probabilité de détection.

3.3.2 Modèle d'inhomogénéité

Deux principales causes d'inhomogénéités semblent pouvoir être distinguées :

- ✓ celles engendrées par la configuration de mesure introduisant une dépendance en distance de la relation spatio-temporelle de la répartition du fouillis de sol,
- ✓ celles liées à la nature même du champ d'acquisition et plus particulièrement du support d'estimation.

Dépendance en distance de la répartition spatio-temporelle de la densité spectrale (*DSP*) du fouillis

L'hypothèse de contributions des interférences dans les différentes cases distance indépendantes identiquement distribuées joue un rôle primordial dans les traitements.

Si elle n'est pas compensée, la variation en distance de la répartition spatio-temporelle de la *DSP* du fouillis induit une non-stationnarité et affecte l'efficacité des traitements.

Ceci est malheureusement souvent le cas pour des antennes circulaires [41], des antennes à visée non latérale [42] et même avec un réseau linéaire, dans la plupart des configurations bistatiques [43, 44, 45, 46].

Les conditions pour lesquelles le spectre de puissance du fouillis dans le domaine spatio-temporel est indépendant de la distance, dans le cas d'une antenne linéaire uniforme, d'une période de répétition constante (ce qui équivaut dans notre cas à une période d'échantillonnage constante), et pour des vitesses horizontales sont décrites dans [47].

Dans le domaine spatial, la condition nécessaire est que le récepteur soit situé au sol (supposé plat). Pour ce qui est du domaine temporel, le décalage Doppler lié au récepteur est constant le long de toute droite dont il est l'origine.

Quant à l'émetteur, le décalage Doppler est indépendant de la distance lorsque :

- ✓ émetteur et récepteur se situent au même endroit du sol,
- ✓ l'émetteur est statique, ce qui est notre cas. Il engendre une fréquence Doppler nulle et donc indépendante de la distance.

La figure 3.1 illustre à quel point cette dépendance peut rendre impérieux le recours à une méthode de compensation ou à un autre principe de réjection de fouillis que nous lui préférerons compte-tenu de son aspect novateur et que nous développerons en partie 5. On y voit en effet la fluctuation du couplage angle-Doppler ($\nu_s/\tilde{\nu}_d$) en fonction de l'isodistance choisie.

Cette figure a été réalisée avec les paramètres suivants : $f_0 = 506MHz$, $\overrightarrow{D}_{RE} = \left(0; 2\times10^4; 0\right)$, $v_R = 100ms^{-1}$, $z_T = 9000m$, $\varphi_{nv_R} = 50°$, $\theta_{nv_R} = 0°$, $\overrightarrow{\mathbf{v}}_E = v_E\overrightarrow{x}$ et $v_E = 100ms^{-1}$.

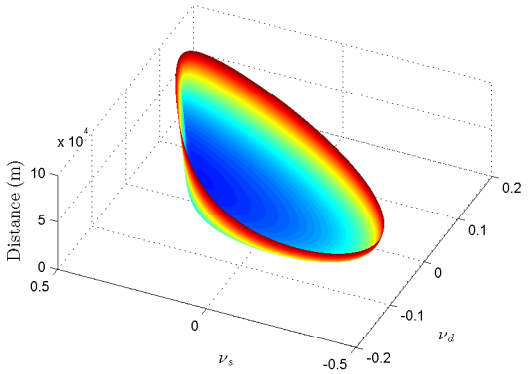

FIG. 3.1: Dépendance en distance du fouillis de sol

Inhomogénéité des réflexions du sol

Les inhomogénéités des réflexions du sol sont elles-mêmes liées :

- ✓ à la fluctuation de l'étalement Doppler du fouillis. La sous-estimation de ce phénomène conduit tout naturellement à une perte en *SINR* mise en évidence dans [48] et [49] et qui est d'autant plus importante que la puissance de fouillis est forte et la cible proche de la zone de fouillis,

- ✓ à la présence au sein du support d'estimation de cibles ou plus généralement de réflecteurs. La haute résolution accroît encore ce problème. Leur nombre peut également être conséquent dans le cas de radars de surveillance dont le domaine de couverture spatiale est par définition très étendu. L'existence de cibles, que nous qualifierons d'auxiliaires puisque présentes dans les cases distance du même nom, spatio-temporellement proches de la cible d'intérêt peut conduire à la réjection de celle-ci,

- ✓ à la présence au sein même de la case distance sous test de réflecteurs particuliers (routes, hangars, etc.). Ce cas est particulièrement pénalisant puisque, par construction la plupart des méthodes estiment les interférences autour de celle-ci et non à l'intérieur,

- ✓ à la transition brutale de la nature du fouillis connue sous le terme de *clutter edges* (que nous traduirons par « crêtes de fouillis »). Celle-ci, que nous aurons d'ailleurs l'occasion de mettre en évidence sur des signaux réels, se traduit par la brusque chute ou élévation du niveau de fouillis lors de la progression en distance. Ce phénomène apparaît notamment en cas d'interface sol/mer, urbain/rural et a également un fort impact sur les performances des détecteurs [48, 50, 49],

- ✓ à la fluctuation des propriétés statistiques du fouillis.

Il semble important de noter que ces causes plaident toutes, comme la dépendance en distance, pour une méthode qui se focaliserait sur la case distance sous test et serait donc insensible aux fluctuations de la nature du fouillis.
Avant de proposer une telle méthode, la possibilité d'appliquer, dans un environnement non Gaussien, les principales méthodes, adaptées aux signaux s'apparentant à du bruit, sera tout d'abord étudiée.
Parmi la multitude de méthodes développées pour les radars classiques, nous proposons l'adaptation d'un certain nombre d'entre elles. La sélection a été faite de manière à couvrir le large spectre des principes de traitement à savoir :

- ✓ l'adaptation de la matrice de covariance à l'environnement : Diagonal Loading (*DL*) [51, 52], pondération de la matrice de covariance ou Covariance Matrix Taper (*CMT*) [53, 54, 55, 56, 57, 58, 59], matrice du Point Fixe ou Fixed Point (*FP*) [60, 61, 62],

- ✓ la réduction de rang [63] : Principal Components (*PC*), Relative Importance of Eigenbeam (*RIE*) [59] et Cross Spectral Metric (*CSM*) [64],

- ✓ la réduction de dimension : Joint Domain Localized (*JDL*) [65], associée à la différenciation des données homogènes et inhomogènes [66, 67],

- ✓ l'utilisation de la seule case sous test : Direct Data Domain (D^3) [68, 69, 70, 71],

- ✓ l'association d'une méthode statistique et non statistique : $JDL - D^3$ [70].

Le principe, tout à fait novateur à notre connaissance, d'utilisation de méthodes d'estimation spectrale (Capon, *APES*), dans le but de rejeter le fouillis de sol est également proposé.

3.4 Adaptation de la matrice de covariance

3.4.1 Diagonal Loading (*DL*)

La méthode de « forçage de la diagonale » (Diagonal loading, *DL*) consiste à ajouter une valeur adéquate aux éléments diagonaux de la matrice de covariance. Elle permet donc de s'affranchir des éventuels problèmes liés à l'inversion matricielle.
Cette méthode offre en outre une opportunité d'allégement du support d'estimation. Ce dernier est en effet directement lié au rang de la matrice de fouillis $\tilde{\mathbf{R}}_C$ qui en l'occurrence est réduit.
A titre d'exemple, le nombre de modes dominants à prendre en compte a été évalué pour une antenne à visée latérale et un radar pulse Doppler à [72] :

$$rang\left(\tilde{\mathbf{R}}_C\right) \approx N_s + (\tilde{N}_d - 1)\psi \tag{3.66}$$

Le paramètre ψ représente la pente du fouillis de sol dans une représentation spatio-temporelle ($\tilde{\nu}_d = \psi\nu_s$).
Elle permet en outre de s'affranchir d'une mauvaise adaptation du vecteur directionnel [73, 74].
La figure 3.2 fournit une représentation des valeurs propres d'une matrice de covariance de fouillis construite à partir du modèle de fouillis développé et tenant compte des opérations de pré-traitement.

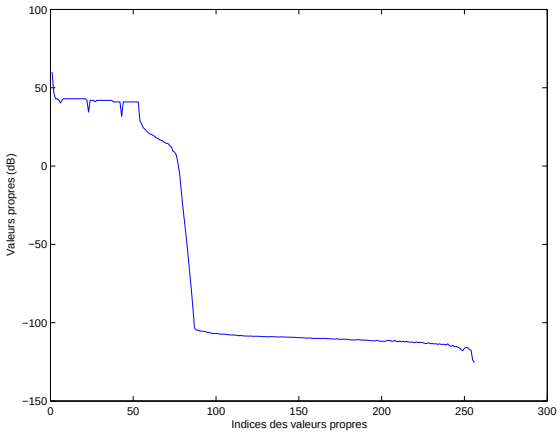

FIG. 3.2: Représentation des valeurs propres de $\tilde{\mathbf{R}}_C$

Le choix de la valeur à ajouter aux éléments diagonaux de la matrice est néanmoins délicat [75].
Ce terme correctif δ tel que :

$$\tilde{\mathbf{R}}_{DL} = \tilde{\mathbf{R}} + \delta^2 \mathbf{I}_{N_s \tilde{N}_d} \tag{3.67}$$

peut être choisi :

- ✓ indépendamment des données, dans le cadre d'un *DL* fixe.
  Cette approche ne sera pas choisie puisqu'elle suppose une connaissance *a priori* des caractéristiques du matériel (variance de bruit thermique σ_B^2) de l'environnement (variance du fouillis σ_C^2) particulièrement difficile voire impossible à obtenir,

- ✓ ou de façon « dynamique » [76] en établissant un lien direct entre δ et l'erreur d'estimé de la matrice, elle même estimée par le biais de l'écart-type des éléments diagonaux d'où :

$$\delta^2 = \varepsilon(\mathbf{d}(\tilde{\mathbf{R}})) \tag{3.68}$$

Les résultats de l'application de cette méthode seront notamment présentés au §5.1.

3.4.2 Pondération de la matrice de covariance

Les raisons qui poussent à l'étude de l'application d'une pondération de la matrice de covariance des interférences sont nombreuses mais peuvent être regroupées autour de leur objectif commun : rendre le filtrage plus robuste. Cette méthode est ainsi intéressante face à un brouilleur en déplacement pour lequel le filtrage aurait été optimisé pour une précédente position ou vitesse ou pour la réjection d'un fouillis dont l'étalement spectral serait plus étendu dans la case sous test que dans les cases auxiliaires.
La pondération peut être représentée sous la forme du produit de Hadamard de la matrice $\tilde{\mathbf{R}}$ avec celle de pondération $\mathbf{P}$, elle même construite à partir des matrices de pondération temporelle $\mathbf{D}$ et éventuellement spatiale lorsqu'un nombre suffisant de chaînes de réception est disponible, ce qui n'est pas notre cas.
L'expression de la matrice $\mathbf{P}$ est ainsi :

$$\mathbf{P} = \mathbf{D} \otimes \mathbf{1}_{N_s} \tag{3.69}$$

avec

$$D_{k,l} = \frac{sinc(\Delta_d |k-l|)}{\pi} \qquad \text{avec } (k,l) \in [1 : \tilde{N}_d] \tag{3.70}$$

Le paramètre Δ_d permet de régler l'élargissement de la zone de réjection temporelle afin de résister aux fluctuations de répartition des interférences évoquées précédemment.
A l'issue de ce traitement, la matrice de covariance des interférences est remplacée par :

$$\tilde{\mathbf{R}} \circ \mathbf{P} \tag{3.71}$$

Les résultats de l'application de cette méthode seront notamment présentés au paragraphe 5.1.3.

3.5 Matrice du point fixe

L'adaptation de la méthode dite du point fixe doit être l'occasion d'aborder la modélisation du fouillis de sol par des processus dits « Spherically Invariant Random Process (*SIRP*) ».

3.5.1 Présentation des Processus Aléatoires Sphériquement Invariants ou *SIRP*

La modélisation des interférences auxquelles doit faire face tout radar s'inspire souvent du modèle Gaussien, semblable à la seule source de bruit contre laquelle il est difficile de lutter si ce n'est par l'apport d'un soin tout particulier au système d'acquisition : le bruit thermique.
De nombreuses campagnes de mesures de fouillis de sol ou de mer, conduites par des organismes tels que le Massachusetts Institute of Technology (*MIT*), l'Office National d'Etudes et Recherches Aérospatiales (*ONERA*) ou encore celles présentées dans [77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84] ont mis en évidence des statistiques du fouillis qui diffèrent de ce modèle.
Ce phénomène, qualifié de Spherically Invariant Random Process (*SIRP*), est d'autant plus important :

- ✓ que le pouvoir de résolution est grand,
- ✓ que les sites considérés sont bas,
- ✓ que la nature du terrain présente de fortes inhomogénéités (on parle ainsi de signaux de fouillis à caractère impulsionnel).

Les applications concernées sont notamment celles du *SAR* (Synthetic Aperture Radar), de la détection de cibles mobiles à partir de traitements *STAP HR* (Space Time Adaptive Processing Haute Résolution), ou encore celles sous couvert végétal (Foliage PENetration, *FOPEN*).
Dans de tels environnements, les détecteurs conventionnels, construits sur l'hypothèse Gaussienne, sont mis en défaut à travers la dégradation du taux de fausses alarmes ou de la probabilité de détection.
Les premières recherches portant sur la détection optimale en présence de fouillis non Gaussien ont été initiées par A. Farina et al. [85].
A partir d'une modélisation de l'environnement par des processus complexes non Gaussiens comme les *SIRV* (Spherically Invariant Random Vectors), A. Farina, notamment, a développé des stratégies optimales de détection cohérente. Celles-ci sont valables que cette modélisation s'apparente à un modèle de fouillis K-distribué, Weibull, Laplace, Student-t, Cauchy, Rice ou encore Rayleigh généralisé. Chacun d'entre eux se caractérise par la modulation aléatoire au cours du temps de la puissance instantanée d'un bruit Gaussien.
Cependant, les stratégies optimales de détection, obtenues après modélisation de l'environnement par les *SIRV*, sont basées sur une parfaite connaissance *a priori* de sa statistique, et les détecteurs ne sont alors optimaux que si l'environnement suit le modèle effectivement choisi.
Le travail de F. Pascal et J. P. Ovarlez [60, 61, 62] a eu pour objectif d'élaborer une stratégie de détection adaptée à tous les types de fouillis. Le détecteur n'est alors plus dépendant du choix du modèle d'environnement et peut s'utiliser dans toutes les configurations. La seule hypothèse est alors que l'environnement est modélisé par un processus *SIRV*, c'est-à-dire un processus dit « composé », produit de deux composantes aléatoires appelées speckle et texture.
Le speckle, dont le terme a été introduit par la communauté du *SAR*, est représenté par un processus Gaussien complexe circulaire multi-dimensionnel, caractéristique des propriétés de « cohérence » du radar.
La texture, interprétée quant à elle comme la variance du processus Gaussien, est une variable aléatoire positive dont la densité caractérise spatialement les variations locales de la puissance du fouillis.
Cette approche permet de modéliser un grand nombre de lois comme par exemple la K-distribution ou la loi de Weibull, représentatives de la statistique de fouillis de mer ou de terre.
Les recherches de F. Pascal et J. P Ovarlez s'affranchissent de la connaissance des caractéristiques du fouillis, comme la texture et la matrice de covariance des données. Pour ce faire, un nouvel estimateur de la matrice de covariance du fouillis est introduit, l'estima-

teur du point fixe (ou Fixed Point en anglais), **F** qui remplace la matrice **R**. Cet estimateur est défini comme étant l'unique point fixe d'une fonction f. Il est obtenu de façon itérative. Nous proposons dans cette partie d'étudier la possibilité d'adapter une telle méthode aux cas des signaux qui s'apparentent à du bruit, d'en vérifier l'intérêt à travers notamment les performances de détection et la propriété de Taux de Fausses Alarmes Constant (*TFAC*) ou Constant False Alarme Rate (*CFAR*) quelque soit la texture (*TFAC*-texture ou *CFAR*-texture) et quelque soit la matrice de covariance (*TFAC*-matrice ou *CFAR*-matrice) des détecteurs construits avec la méthode du point fixe.

3.5.2 Les vecteurs aléatoires sphériquement invariants ou *SIRV*

Un processus aléatoire sphériquement invariant est un processus Gaussien non homogène de puissance aléatoire. Plus précisément, un *SIRV* $\tilde{\mathbf{y}}_C$ (nous reprenons la notation du signal de fouillis prétraité, correspondant aux différentes cases distance) est le produit d'une variable aléatoire t scalaire et positive, appelée la texture, et d'un vecteur aléatoire complexe Gaussien **v**, appelé speckle de dimension $N_s N_d$, centré et ayant pour matrice de covariance $\mathbf{R_v} = E\{\mathbf{v}\mathbf{v}^\dagger\}$.
Il est ainsi possible d'écrire :

$$\tilde{\mathbf{y}}_C = \sqrt{t}\mathbf{v} \tag{3.72}$$

3.5.3 Estimation de la matrice du point fixe

Dans le cas le plus général d'une texture aléatoire d'une isodistance à une autre et conformément à la méthode proposée dans ce document, consistant à travailler à partir du produit de mélange, sous-échantillonné et filtré, la fonction de vraisemblance à maximiser est :

$$p_y(\tilde{\mathbf{y}}_f(\tau_1), \cdots, \tilde{\mathbf{y}}(\tau_{N_a}); \tilde{\mathbf{F}}) = \prod_{a=1}^{N_a} \int_0^{+\infty} \frac{1}{(\pi t_a)^{N_s \tilde{N}_d} |\tilde{\mathbf{F}}|} e^{-\frac{\tilde{\mathbf{y}}^\dagger(\tau_a)\tilde{\mathbf{F}}^{-1}\tilde{\mathbf{y}}(\tau_a)}{t_a}} p_t(t_a) dt_a \tag{3.73}$$

$\tilde{\mathbf{y}}(\tau_a)$ correspond au *SIRV* de isodistance « auxiliaire » a de texture associée t_a.
L'annulation du gradient de l'équation (3.73) analogue à celle présentée dans [86] conduit à :

$$\hat{\tilde{\mathbf{F}}} = \frac{1}{N_a} \sum_{a=1}^{N_a} \frac{h_{N_s \tilde{N}_d + 1}\left(\tilde{\mathbf{y}}^\dagger(\tau_a)\hat{\tilde{\mathbf{F}}}^{-1}\tilde{\mathbf{y}}(\tau_a)\right)}{h_{N_s \tilde{N}_d}\left(\tilde{\mathbf{y}}^\dagger(\tau_a)\hat{\tilde{\mathbf{F}}}^{-1}\tilde{\mathbf{y}}\tau_a)\right)} \tilde{\mathbf{y}}(\tau_a)\tilde{\mathbf{y}}^\dagger(\tau_a) \tag{3.74}$$

avec :

$$h_{N_s \tilde{N}_d}(q) = \int_0^{\infty} t^{-N_s \tilde{N}_d} e^{\frac{-q}{t}} p_t(\mathbf{t}) dt \tag{3.75}$$

Le maximum de vraisemblance est tel que :

$$\hat{\tilde{\mathbf{F}}} = f(\hat{\tilde{\mathbf{F}}}) \tag{3.76}$$

avec :

$$f(\hat{\tilde{\mathbf{F}}}) = \frac{N_s \tilde{N}_d}{N_a} \sum_{a=1}^{N_a} \frac{\tilde{\mathbf{y}}(\tau_a)\tilde{\mathbf{y}}^{\dagger}(\tau_a)}{\tilde{\mathbf{y}}^{\dagger}(\tau_a)\hat{\tilde{\mathbf{F}}}^{-1}\tilde{\mathbf{y}}(\tau_a)} \tag{3.77}$$

La solution est appelée estimateur du point fixe.
La matrice de covariance des interférences est construite à partir de l'algorithme défini, pour l'indice d'itération $k \in N_k$, par :

$$\hat{\tilde{\mathbf{F}}}^{(k+1)} = \frac{N_s \tilde{N}_d}{N_a} \sum_{a=1}^{N_a} \frac{\tilde{\mathbf{y}}(\tau_a)\tilde{\mathbf{y}}^{\dagger}(\tau_a)}{\tilde{\mathbf{y}}^{\dagger}(\tau_a)\left(\hat{\tilde{\mathbf{F}}}^{(k)}\right)^{-1}\tilde{\mathbf{y}}(\tau_a)} \tag{3.78}$$

Les résultats relatifs à l'emploi de cette méthode seront présentés aux paragraphes 5.1.2 et 5.1.4.

3.6 Réduction de rang

3.6.1 Méthodes Principal Components (*PC*) et Single Value Decomposition (*SVD*)

La première des méthodes dont il est intéressant d'étudier le comportement dans le cas des radars à bruit est la méthode *PC*. Celle-ci repose sur une décomposition de la matrice de covariance en composantes principales. Cette méthode dépend des données. Elle ne dépend en revanche pas de la direction spatio-temporelle d'intérêt (on parle d'une méthode indépendante du signal). Elle conduit ainsi à une optimisation indépendante du vecteur directionnel considéré. Le critère de conservation des éléments contribuant de la façon la plus significative à $\tilde{\mathbf{R}}$ est un critère d'énergie dont le maximum correspond aux k plus grandes valeurs propres λ_i et à leur vecteur propre associé $\mathbf{v}_i$.
La mise en œuvre de cette méthode consiste donc à ordonnancer ces valeurs propres avant de les sélectionner puis de calculer l'inverse de la matrice de covariance à partir de la matrice diagonale contenant leur inverse notée $\mathbf{D}_{\lambda^{-1}}$ et celle, notée $\mathbf{V}$, contenant les vecteurs propres classés dans le même ordre que celui des valeurs propres et telle que $\mathbf{V}^{[i]} = \mathbf{v}_i$ avec $i \in [1:k]$. De façon plus précise, la relation qu'entretiennent ces matrices est la suivante :

$$\tilde{\mathbf{R}}^{-1} = \mathbf{V}\mathbf{D}_{\lambda^{-1}}^{[1:k]}\mathbf{V}^{\dagger} \tag{3.79}$$

Une variante, la méthode *SVD*, utilise la décomposition :

$$\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{O}\mathbf{P}\mathbf{Q}^{\dagger} \tag{3.80}$$

et

$$\tilde{\mathbf{R}}^{-1} = \mathbf{O}^{[1:k]}\left(\mathbf{P}^{[1:k]}\right)^{-1}\left(\mathbf{Q}^{[1:k]}\right)^{\dagger} \tag{3.81}$$

3.6.2 Méthode Relative Importance of Eigenbeam (*RIE*)

L'application du même principe que celui qui régit la méthode précédente peut conduire à un algorithme dit *RIE*, dépendant du signal au prix d'une modification du critère de sélection. L'inverse de la matrice de covariance peut en effet être mis sous la forme :

$$\tilde{\mathbf{R}}^{-1} = \mathbf{I}_{N_s\tilde{N}_d} - \sum_{i=1}^{k} \frac{\lambda_i - \lambda_{min}}{\lambda_i} \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^{\dagger} \tag{3.82}$$

Rappelons que le vecteur des poids optimaux $\mathbf{w}$ peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \mathbf{w} &= \tilde{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{s} \\ &= \left(\mathbf{I}_{N_s\tilde{N}_d} - \sum_{i=1}^{\tilde{N}_d N_s} \frac{\lambda_i - \lambda_{min}}{\lambda_i} \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^{\dagger} \right) \mathbf{s} \\ &= \mathbf{s} - \sum_{i=1}^{\tilde{N}_d N_s} \frac{\lambda_i - \lambda_{min}}{\lambda_i} \left(\mathbf{v}_i^{\dagger}\mathbf{s} \right) \mathbf{v}_i \end{aligned} \tag{3.83}$$

Dans ce cas, l'ordonnancement n'est plus seulement réalisé au regard des valeurs propres mais au regard de la contribution à la réjection des interférences des paires valeurs propres-vecteurs propres. Le critère s'écrit donc :

$$\max_i \left(\frac{\lambda_i - \lambda_{min}}{\lambda_i} |\mathbf{v}_i^{\dagger}\mathbf{s}| \right) \tag{3.84}$$

La figure 3.3 permet de distinguer les valeurs propres à prendre en compte (au nombre de 64 dans cet exemple).

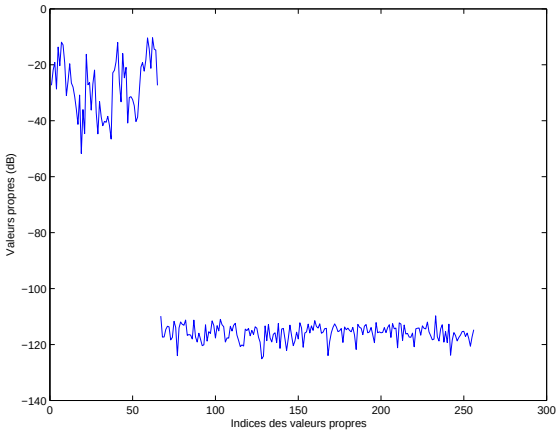

FIG. 3.3: Exemple d'estimation des valeurs propres contribuant de la façon la plus significative à la réjection des interférences

Cette méthode constitue une avancée par rapport au mode de sélection des valeurs et vecteurs propres de la méthode *PC* mais n'est en fait qu'une étape intermédiaire. L'aboutissement, consistant à choisir les valeurs propres et vecteurs propres en fonction de leur influence sur le rapport signal à bruit, est représenté par la méthode *CSM*.

3.6.3 Méthode Cross Spectral Metric (*CSM*)

L'objectif de la méthode Cross Spectral Metric est de modifier la méthode *PC* en la rendant dépendante du signal. Elle estime le vecteur de poids $\mathbf{w}_0$ minimisant l'écart quadratique entre la réponse dans le lobe principal pour la direction choisie, $d_0 = \tilde{\mathbf{s}}^\dagger \tilde{\mathbf{y}}$, et celle dans les lobes secondaires, $\mathbf{w}_0^\dagger \tilde{\mathbf{y}}_0$. Le vecteur $\tilde{\mathbf{y}}_0$ est issu du produit entre, d'une part la matrice de blocage $\mathbf{B}_{\tilde{\mathbf{s}}}$ dans la direction définie par $\tilde{\mathbf{s}}$ et telle que :

$$\mathbf{B}_{\tilde{\mathbf{s}}} \tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{0}_{\tilde{N}_d N_s} \tag{3.85}$$

et d'autre part $\tilde{\mathbf{y}}$.
La minimisation conduit à :

$$\mathbf{w}_0 = \tilde{\mathbf{R}}_{\tilde{\mathbf{y}}_0}^{-1} \mathbf{r}_{\tilde{\mathbf{y}}_0 d_0} \tag{3.86}$$

La sélection des k valeurs propres associées à la matrice $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{y}}_0}$ telle que :

$$\tilde{\mathbf{R}}_{\tilde{\mathbf{y}}_0}^{-1} = \sum_{\tilde{N}_d N_s - 1}^{i=1} \frac{\mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^\dagger}{\lambda_i} \tag{3.87}$$

ne se fait plus vis à vis de l'importance de ces dernières mais sur l'influence qu'elles ont sur le rapport signal à bruit dont le dénominateur, à minimiser, est :

$$\sigma_{d_0}^2 - \sum_{\tilde{N}_d N_s - 1}^{i=1} \frac{\left\| \mathbf{v}_i^\dagger \mathbf{r}_{\tilde{\mathbf{y}}_0 d_0} \right\|^2}{\lambda_i} \tag{3.88}$$

Le vecteur de pondération tel que la direction privilégiée soit bien pointée par $\tilde{\mathbf{s}}$, tout en rejetant les lobes secondaires, répond à l'équation :

$$\mathbf{w} = \tilde{\mathbf{s}} - \mathbf{B}_0 \mathbf{w}_0^\dagger \tag{3.89}$$

En remarquant que :

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{y}}_0} = \mathbf{B}_0 \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{B}_0^\dagger \tag{3.90}$$

il est possible de déduire l'inverse de la matrice de covariance des interférences :

$$\tilde{\mathbf{R}}^{-1} = \mathbf{I}_{\tilde{N}_d N_s} - \mathbf{B}_0^\dagger \tilde{\mathbf{R}}_{\tilde{\mathbf{y}}_0}^{-1} \mathbf{B}_0^\dagger \tilde{\mathbf{R}} \tag{3.91}$$

Il faut noter que la comparaison des méthodes nécessite que le nombre de valeurs propres sélectionnées soit le même pour chacune d'entre elles.

Après la réduction de rang, il est intéressant d'étudier l'adaptation des méthodes de réduction de dimension au cas de notre étude.

3.7 Réduction de dimension

3.7.1 Méthode Joint Domain Localized (*JDL*)

La contrainte majeure évoquée précédemment et qui consiste à exploiter au mieux un support d'estimation parfois pauvre en cases distance homogènes ainsi que la difficulté posée par l'inversion d'une matrice de covariance de grande taille peuvent trouver une réponse dans la méthode dite Joint Domain Localized (*JDL*) [65]. Celle-ci permet de traiter les données après transformation depuis le domaine *espace (éléments d'antenne) - temps* vers le domaine *angle - Doppler* à travers une transformée de Fourier discrète.
Le traitement adaptatif est alors restreint à une zone locale du domaine de transformation réduisant ainsi de façon conséquente le nombre de degrés de liberté. L'allégement du support de données nécessaires et de la charge de calcul sont ainsi atteints.
La zone de traitement est centrée sur la direction spatio-temporelle spécifiée et les interférences y sont estimées. Cette région couvre $\dot{N}_s$ directions spatiales et $\dot{\tilde{N}}_d$ directions temporelles.
Le choix de $\dot{N}_s$ et $\dot{\tilde{N}}_d$ est indépendant de N_s et $\tilde{N}_d$.
La transformation d'un espace à l'autre est représentée par la matrice $\mathbf{T}$. Celle-ci est de dimension $\tilde{N}_d N_s \times \dot{\tilde{N}}_d \dot{N}_s$ et s'écrit pour $\dot{\tilde{N}}_d = \dot{N}_s = 3$ (nous expliquerons ce choix ultérieurement) :

$$\mathbf{T} = \left[\tilde{\mathbf{s}}_d(\tilde{\nu}_{d_{-1}})\ \tilde{\mathbf{s}}_d(\tilde{\nu}_{d_0})\ \tilde{\mathbf{s}}_d(\tilde{\nu}_{d_1})\right] \otimes \left[\mathbf{s}_s(\theta_{-1})\ \mathbf{s}_s(\theta_0)\ \mathbf{s}_s(\theta_1)\right] \tag{3.92}$$

ce qui traduit la localisation du traitement à un plan défini par $[\tilde{\nu}_{d_{-1}}\ \tilde{\nu}_{d_0}\ \tilde{\nu}_{d_1}] \times [\theta_{-1}\ \theta_0\ \theta_1]$.
La matrice $\tilde{\mathbf{R}}$ devient dans cette partie de l'espace :

$$\dot{\tilde{\mathbf{R}}} = E\{\mathbf{T}^\dagger \tilde{\mathbf{y}}(\tau_a)\tilde{\mathbf{y}}^\dagger(\tau_a)\mathbf{T}\} = E\{\dot{\tilde{\mathbf{y}}}(\tau_a)\dot{\tilde{\mathbf{y}}}^\dagger(\tau_a)\} \tag{3.93}$$

Elle est estimée de façon analogue à $\tilde{\mathbf{R}}$:

$$\hat{\dot{\tilde{\mathbf{R}}}} = \frac{1}{\dot{N}_a}\sum_{k=1}^{\dot{N}_a} \dot{\tilde{\mathbf{y}}}(\tau_a)\dot{\tilde{\mathbf{y}}}^\dagger(\tau_a) \tag{3.94}$$

Sa dimension est $\dot{\tilde{N}}_d \dot{N}_s \times \dot{\tilde{N}}_d \dot{N}_s$, avec $\dot{\tilde{N}}_d \dot{N}_s \ll \tilde{N}_d N_s$.
Considérer le cas $\dot{\tilde{N}}_d = \dot{N}_s = 3$ permet de n'estimer, en théorie, $\dot{\tilde{\mathbf{R}}}$ que sur un nombre de cases distance allant de 18 à 36. Ceci correspond à des distances comprises entre 360 et $720m$ autour de la case sous test, dans le cas d'un signal $DVB-T$.
Le nombre d'opérations est quant à lui ramené de $\mathcal{O}(N_s^3 \tilde{N}_d^3)$ à $\mathcal{O}(\dot{N}_s^3 \dot{\tilde{N}}_d^3)$.
Les poids optimaux s'écrivent quant à eux :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{w}} &= \dot{\tilde{\mathbf{R}}}^{-1}\mathbf{T}^\dagger \tilde{\mathbf{s}} \\ &= \dot{\tilde{\mathbf{R}}}^{-1}\dot{\tilde{\mathbf{s}}} \end{aligned} \tag{3.95}$$

D'une façon synthétique, l'algorithme de la méthode *JDL* est le suivant :

- ✓ choisir la taille de la région d'étude à savoir $\dot{N}_s$ et $\dot{\tilde{N}}_d$,

- ✓ fixer $\dot{N}_s$ directions spatiales centrées sur celle considérée,
- ✓ réaliser de même dans le domaine temporel, c'est-à-dire choisir un jeu de $\dot{\tilde{N}}_d$ Doppler,
- ✓ *pour chaque couple (angle-Doppler) :*
  - ✓ élaborer la matrice de transformation $\mathbf{T}$ (*cf.* équation (3.92)),
  - ✓ opérer la transformation du cube de données dans l'espace angle-Doppler,
  - ✓ estimer $\dot{\tilde{\mathbf{R}}}$ (*cf.* équation (3.94)),
  - ✓ sélectionner les données qui seront considérées comme homogènes (*cf.* paragraphe 3.7.2),
- ✓ calculer $\dot{\mathbf{w}}$ et la sortie du détecteur (*cf.* équation (3.95)),
- ✓ comparer le niveau du détecteur au seuil choisi.

3.7.2 Différenciation des données homogènes et inhomogènes

L'environnement de mesures peut être tel que les isodistances ne possèdent pas la même distribution statistique que celle sous test. Leur prise en compte peut donc nuire à la qualité de détection.
Rabideau et Steinhart [66] ont ainsi proposé une méthode de sélection des données inhomogènes en vue de leur exclusion de l'estimation. Cette méthode, dénommée Power Selected Training (*PST*), s'appuie sur une discrimination en puissance des cases distance adjacentes. Le caractère inhomogéne dépendant à la fois des différences de phase et d'amplitude (deux critères fusionnés dans la méthode *PST*), une première amélioration consiste à adapter aux signaux à bruit le détecteur de inhomogénéité utilisant la méthode dite de Generalized Inner Product (*GIP*) proposée, dans le cas d'un radar pulse-Doppler, par Melvin et Wicks [67].
Définissons tout d'abord le produit interne simple. Ce paramètre, mesurant la puissance du signal dans la case r, est défini comme suit, dans le cas de l'application de la méthode *JDL* :

$$\varsigma_r = \dot{\tilde{\mathbf{y}}}^T(\tau_r)\dot{\tilde{\mathbf{y}}}^*(\tau_r) \tag{3.96}$$

Deux signaux peuvent donc avoir un produit interne équivalent alors que leur matrice de covariance sont totalement différentes. L'exploitation de ce critère n'est donc pas pertinente dans le cas de la différenciation des cases distance homogènes et inhomogènes.
L'expression du produit interne généralisé est quant à elle :

$$\zeta_r = \dot{\tilde{\mathbf{y}}}^T(\tau_r)\dot{\tilde{R}}^{-1}\dot{\tilde{\mathbf{y}}}^*(\tau_r) \tag{3.97}$$

Il est démontré dans [67] que les signaux dont les produits internes généralisés sont proches d'une valeur moyenne peuvent être considérés comme homogènes.

La figure 3.4 illustre, à partir de données simulées, la capacité de différenciation de quatre cases distance abritant des inhomogénéités.

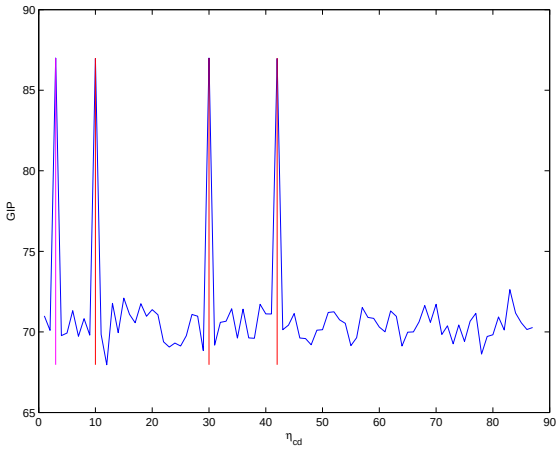

FIG. 3.4: Différenciation des données homogènes et inhomogènes à partir du produit mixte généralisé

Bien que constituant une amélioration vis à vis de la méthode *PST*, le *GIP* souffre de son indépendance vis à vis du vecteur directionnel spatio-temporel et donc de la direction d'observation correspondante [87].
Nous proposons donc de recourir au détecteur associé à la méthode *JDL* présenté dans [88] et [89] et qui, généralisé aux signaux s'apparentant à du bruit s'écrit :

$$\Lambda^M(\tau,\nu_s,\tilde{\nu}_d) = \frac{|\dot{\tilde{\mathbf{w}}}^\dagger(\tau,\nu_s,\tilde{\nu}_d)\dot{\tilde{\mathbf{y}}}(\tau,\nu_s,\tilde{\nu}_d)|^2}{\dot{\mathbf{s}}^\dagger(\nu_s,\tilde{\nu}_d)\dot{\tilde{\mathbf{R}}}^{-1}(\tau,\nu_s,\tilde{\nu}_d)\dot{\mathbf{s}}(\nu_s,\tilde{\nu}_d)} \tag{3.98}$$

L'écriture précédente a volontairement été conservée afin de signifier la dépendance du vecteur poids, de la matrice de covariance et du vecteur de données vis à vis non seulement de la case distance considérée comme c'est le cas de façon générale mais également vis à vis de la direction spatio-temporelle considérée. Cette dépendance est créée par la matrice de transformation.
La capacité de détection peut ainsi être améliorée en procédant en deux étapes :

- ✓ repérage des inhomogénéités par le test statistique,
- ✓ estimation de la matrice de covariance en excluant ces dernières.

La figure 3.5 met en évidence cette amélioration illustrée par la diminution du niveau plancher des interférences autour de la cible T_1 ainsi que des inhomogénéités H_i simulées sous forme de cibles également.
Un certain nombre, η_g, de cases distance dites « de garde », situées à proximité immédiate de celle sous test doivent également être exclues afin d'éviter l'influence d'un étalement en distance de la cible. Nous proposons d'exploiter la largeur à $3dB$ des pics du test statistique pour déterminer cette valeur. Ainsi, sur l'exemple traité, la non prise en compte

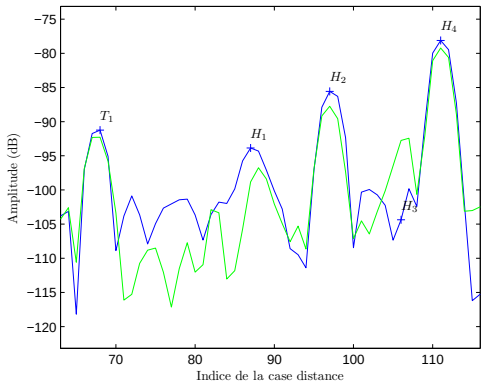

FIG. 3.5: Amélioration de la détectabilité après avoir écarté les cases distance inhomogènes de l'estimation de $\hat{\tilde{\mathbf{R}}}$

de trois cases distance de part et d'autre de celle sous test correspond au compromis idéal. A l'inverse, réduire cette valeur à une seule case adjacente conduit à une diminution de la capacité de détection (*cf.* figure 3.6).

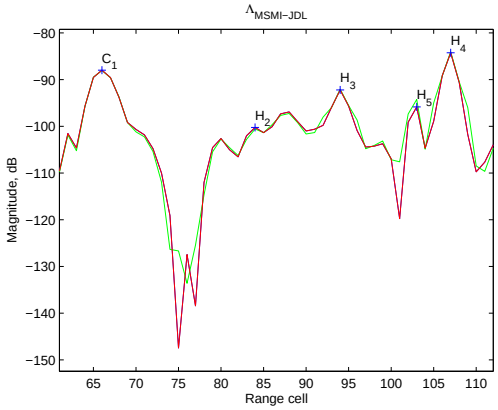

FIG. 3.6: Diminution du gain en détectabilité pour $\eta_g = 1$

L'idée d'ajouter au mode de sélection une pondération privilégiant les cases adjacentes a été proposée [90]. Nous ne l'utiliserons pas considérant que cette modification dénaturerait tout le travail du *GIP* qui, indépendamment de toute autre considération, évalue de façon « objective » la relation statistique qu'entretiennent les cases distance. Le principe « subjectif » de modification est intuitivement compréhensible mais le risque est réel de sélectionner une case distance que le *GIP* aurait initialement écartée et que le coefficient de pondération aurait fait basculer dans le camp des bons candidats. Ajoutons que le choix du coefficient de pondération est délicat et accroîtrait la « subjectivité ».
A l'issue de la différenciation, la détection au sein des cases distance considérées comme homogènes est réalisée à partir de l'algorithme *JDL*. Celle dans les autres cases distance (dans lesquelles l'inhomogénéité est supposée avoir été créée par des sources discrètes) peut être obtenue à partir de l'hybridation d'une méthode statistique, la méthode *JDL*, et d'une méthode capable de tenir compte de l'interférence ponctuelle, la méthode Direct Data Domain D^3 que nous allons maintenant aborder.

3.8 Utilisation de la seule case sous test : méthode D^3

3.8.1 Adaptation de la méthode aux signaux s'apparentant à du bruit

La méthode précédente, *JDL*, est inefficace en présence d'une source discrète d'interférence au sein de la case distance testée. La matrice de covariance des interférences est en effet estimée sur des cases distance adjacentes qui ne portent pas en elles d'information sur cette source.
La nécessité de prendre en compte de telles inhomogénéités a conduit au développement d'une méthode, non statistique, utilisant la seule case distance en cours de test [68, 69, 70].
Nous en proposons ici la généralisation :

- ✓ aux signaux s'apparentant à du bruit,
- ✓ au cas de cibles multiples,
- ✓ aux antennes lacunaires.

A chaque direction spatio-temporelle correspond le couple $(z_s,\ \tilde{z}_d)$ qui traduit le déphasage d'une antenne à l'autre et d'un échantillon à l'autre avec :

$$\tilde{z}_d(\tilde{\nu}_d) = e^{j2\pi\tilde{\nu}_d} \tag{3.99}$$

pour une antenne linéaire uniforme :

$$z_s(\nu_s) = e^{j2\pi\nu_s} \tag{3.100}$$

et pour une antenne linéaire lacunaire :

$$z_{s_{i+1,i}}(\theta) = e^{j2\pi d_{i+1,i}\frac{\sin\theta}{\lambda}} \tag{3.101}$$

Si $\tilde{Y}_{i,l}$ représente le signal reçu sur l'antenne i à l'instant l, les termes $\tilde{Y}_{i,l} - z_{s_{i,i-1}}^{-1}\tilde{Y}_{i+1,l}$ et $\tilde{Y}_{i,l} - \tilde{z}_d^{-1}\tilde{Y}_{i,l+1}$, ne contiennent que les termes d'interférence et de bruit.
La méthode D^3 a donc pour objet de minimiser la puissance de ces termes tout en maximisant le gain de traitement dans la direction spatio-temporelle en cours d'étude.
Le poids optimal dans le domaine spatial est ainsi solution du problème d'optimisation suivant :

$$\mathbf{w}_s = arg \max_{\mathbf{w}_s,\ \mathbf{w}_s^\dagger\mathbf{w}_s=1} \left[|\mathbf{w}_s^\dagger \mathbf{s}_{s_{N_s-1}}(\nu_s)|^2 - \kappa_s \mathbf{w}_s^\dagger \mathbf{A}_s^T \mathbf{A}_s^* \mathbf{w}_s \right] \tag{3.102}$$

avec

$$\mathbf{A}_s = \begin{bmatrix} \tilde{Y}_{1,1} - z_{s_{1,0}}^{-1}\tilde{Y}_{2,1} & \dots & \tilde{Y}_{N_s-1,1} - z_{s_{N_s-1,N_s-2}}^{-1}\tilde{Y}_{N_s,1} \\ \tilde{Y}_{1,2} - z_{s_{1,0}}^{-1}\tilde{Y}_{2,2} & \dots & \tilde{Y}_{N_s-1,2} - z_{s_{N_s-1,N_s-2}}^{-1}\tilde{Y}_{N_s,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{Y}_{1,\tilde{N}_d} - z_{s_{1,0}}^{-1}\tilde{Y}_{2,\tilde{N}_d} & \dots & \tilde{Y}_{N_s-1,\tilde{N}_d} - z_{s_{N_s-1,N_s-2}}^{-1}\tilde{Y}_{N_s,\tilde{N}_d} \end{bmatrix}$$

$$= \tilde{\mathbf{Y}}_{[1:N_s-1]}^T - \left(\mathbf{c}_{\tilde{N}_d}\mathbf{z}_{s_{N_s-1}}(-\theta)\right) \circ \tilde{\mathbf{Y}}_{[2:N_s]}^T \tag{3.103}$$

et

$$\mathbf{z}_s(\theta) = \left[1, e^{j2\pi\frac{\sin(\theta)}{\lambda}d_{2,1}}, \dots, e^{j2\pi\frac{\sin(\theta)}{\lambda}d_{N_s,N_s-1}}\right]^T \tag{3.104}$$

On notera, dans l'expression précédente, la prise en compte du caractère lacunaire de l'antenne.
De façon analogue :

$$\mathbf{w}_d = arg \max_{\mathbf{w}_d,\, \mathbf{w}_d^\dagger\mathbf{w}_d=1} \left[|\mathbf{w}_d^\dagger \tilde{\mathbf{s}}_{d_{\tilde{N}_d-1}}(\tilde{\nu}_d)|^2 - \kappa_d \mathbf{w}_d^\dagger \mathbf{A}_d^T \mathbf{A}_d^* \mathbf{w}_d \right] \tag{3.105}$$

avec

$$\mathbf{A}_d = \begin{bmatrix} \tilde{Y}_{1,1} - \tilde{z}_d^{-1}\tilde{Y}_{1,2} & \dots & \tilde{Y}_{1,\tilde{N}_d-1} - \tilde{z}_d^{-1}\tilde{Y}_{1,\tilde{N}_d} \\ \tilde{Y}_{2,1} - \tilde{z}_d^{-1}\tilde{Y}_{2,2} & \dots & \tilde{Y}_{2,\tilde{N}_d-1} - \tilde{z}_d^{-1}\tilde{Y}_{2,\tilde{N}_d} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{Y}_{N_s,1} - \tilde{z}_d^{-1}\tilde{Y}_{N_s,2} & \dots & \tilde{Y}_{N_s,\tilde{N}_d-1} - \tilde{z}_d^{-1}\tilde{Y}_{N_s,\tilde{N}_d} \end{bmatrix}$$

$$= \tilde{\mathbf{Y}}^{[1:\tilde{N}_d-1]} - \tilde{z}_d^{-1}\tilde{\mathbf{Y}}^{[2:\tilde{N}_d]} \tag{3.106}$$

κ_s et κ_d sont des coefficients de réglage assurant le compromis entre maintien du gain dans la direction de la cible (T) et niveau de réjection de l'interférence dans la case distance (I). Nous verrons dans le §3.9 les effets d'un mauvais compromis.
$\mathbf{w}_s$ et $\mathbf{w}_d$ correspondent respectivement aux plus grandes valeurs propres des matrices :

$$\mathbf{s}_{s_{N_s-1}}\mathbf{s}_{s_{N_s-1}}^\dagger - \kappa_s \mathbf{A}_s^T \mathbf{A}_s^* \tag{3.107}$$

et

$$\tilde{\mathbf{s}}_{d_{\tilde{N}_d-1}}\tilde{\mathbf{s}}_{d_{\tilde{N}_d-1}}^\dagger - \kappa_d \mathbf{A}_d^T \mathbf{A}_d^* \tag{3.108}$$

Le maintien du gain dans la direction spatio-temporelle considérée « mobilise » un degré de liberté. Ceci explique que les matrices précédentes, traduisant la volonté de rejeter l'interférence, soient respectivement de dimension $(N_s - 1 \times N_s - 1)$ et $\left(\tilde{N}_d - 1 \times \tilde{N}_d - 1\right)$. Le vecteur de poids optimaux spatio-temporel est donc obtenu à partir de l'équation :

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_d \\ 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \mathbf{w}_s \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.109}$$

3.8.2 Généralisation dans le cas de cibles multiples

Dans le cas de N_T cibles, les vecteurs de pondération spatiaux ou temporels sont solutions du problème d'optimisation :

$$\mathbf{w}_s = arg \max_{\mathbf{w}_s,\, \mathbf{w}_s^\dagger \mathbf{w}_s = 1} [|\mathbf{w}_s^\dagger \sum_{k=1}^{N_T} \mathbf{s}_{s_{N_s - N_T}}(\nu_{s_k})|^2 - \kappa_s \mathbf{w}_s^\dagger \mathbf{A}_s^T \mathbf{A}_s^* \mathbf{w}_s] \tag{3.110}$$

$$\mathbf{w}_d = arg \max_{\mathbf{w}_d,\, \mathbf{w}_d^\dagger \mathbf{w}_d = 1} [|\mathbf{w}_d^\dagger \sum_{k=1}^{N_T} \tilde{\mathbf{s}}_{d_{\tilde{N}_d - N_T}}(\tilde{\nu}_{d_k})|^2 - \kappa_d \mathbf{w}_d^\dagger \mathbf{A}_d^T \mathbf{A}_d^* \mathbf{w}_d] \tag{3.111}$$

avec $\mathbf{s}_{s_{N_s - N_T}}$ (respectivement $\tilde{\mathbf{s}}_{d_{\tilde{N}_d - N_T}}$) les $N_s - N_T$ (respectivement $\tilde{N}_d - N_T$) premiers éléments du vecteur directionnel spatial (respectivement temporel) dans la direction de la cible numéro k.
κ_s et κ_d conservent leur rôle de réglage entre le maintien du gain dans la direction de pointage et le niveau de réjection de l'interférence.
Les vecteurs $\mathbf{w}_s$ et $\mathbf{w}_d$ correspondent au vecteur propre associé à la valeur propre maximale des matrices :

$$\sum_{k=1}^{N_T} \mathbf{s}_{s_{N_s - N_T}}(\nu_{s_k}) \mathbf{s}_{s_{N_s - N_T}}^\dagger(\nu_{s_k}) - \kappa_s \mathbf{A}_s^T \mathbf{A}_s^* \tag{3.112}$$

et

$$\sum_{k=1}^{N_T} \tilde{\mathbf{s}}_{d_{\tilde{N}_d - N_T}}(\tilde{\nu}_{d_k}) \tilde{\mathbf{s}}_{d_{\tilde{N}_d - N_T}}^\dagger(\tilde{\nu}_{d_k}) - \kappa_d \mathbf{A}_d^T \mathbf{A}_d^* \tag{3.113}$$

La perte n'est plus d'un mais de N_T degrés de liberté conduisant à :

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_d \\ \mathbf{0}_{N_T} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \mathbf{w}_s \\ \mathbf{0}_{N_T} \end{bmatrix} \tag{3.114}$$

Sous les hypothèses $N_s \geq N_T + 1$ et $\tilde{N}_d \geq N_T + 1$, la construction des matrices d'interférences résiduelles nécessite l'obtention des coefficients spatiaux et temporels γ_{s_k} et γ_{d_k} $(1 \leq k \leq N_T)$ tels que :

$$A_{s_{i,l}} = \sum_{k=1}^{N_T} \gamma_{s_k} (\tilde{Y}_{l+k-1,i} - z_{s_1}^{-1} \tilde{Y}_{l+k,i}) = 0 \tag{3.115}$$

avec $1 \leq i \leq \tilde{N}_d$ et $1 \leq l \leq N_s - N_T$ et

$$A_{d_{i,l}} = \sum_{k=1}^{N_T} \gamma_{d_k} (\tilde{Y}_{i,l+k-1} - \tilde{z}_{d_1}^{-1} \tilde{Y}_{i,l+k}) = 0 \tag{3.116}$$

avec $1 \leq i \leq N_s$ et $1 \leq l \leq \tilde{N}_d - N_T$.
γ_{s_1} et γ_{d_1} peuvent être normalisés par convention. L'indice k variera désormais de 2 à N_T. Le regroupement des termes associés à chaque amplitude complexe des cibles (α_k) conduit à la résolution des systèmes :

$$\begin{cases} 1 + \gamma_{s_2} z_{s_2} + \gamma_{s_3} z_{s_2}^2 \cdots + \gamma_{s_{N_T}} z_{s_2}^{N_T-1} & = & 0 & \text{coefficient de } \alpha_2 \\ 1 + \gamma_{s_2} z_{s_3} + \gamma_{s_3} z_{s_3}^2 \cdots + \gamma_{s_{N_T}} z_{s_3}^{N_T-1} & = & 0 & \text{coefficient de } \alpha_3 \\ & \cdots & & \\ 1 + \gamma_{s_2} z_{s_{N_T}} + \gamma_{sd_3} z_{s_{N_T}}^2 \cdots + \gamma_{s_{N_T}} z_{s_{N_T}}^{N_T-1} & = & 0 & \text{coefficient de } \alpha_{N_T} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 + \gamma_{d_2} \tilde{z}_{d_2} + \gamma_{d_3} \tilde{z}_{d_2}^2 \cdots + \gamma_{d_{N_T}} \tilde{z}_{d_2}^{N_T-1} & = & 0 & \text{coefficient de } \alpha_2 \\ 1 + \gamma_{d_2} \tilde{z}_{d_3} + \gamma_{d_3} \tilde{z}_{d_3}^2 \cdots + \gamma_{d_{N_T}} \tilde{z}_{d_3}^{N_T-1} & = & 0 & \text{coefficient de } \alpha_3 \\ & \cdots & & \\ 1 + \gamma_{d_2} \tilde{z}_{d_{N_T}} + \gamma_{d_3} \tilde{z}_{d_{N_T}}^2 \cdots + \gamma_{d_{N_T}} \tilde{z}_{d_{N_T}}^{N_T-1} & = & 0 & \text{coefficient de } \alpha_{N_T} \end{cases}$$

Les déphasages spatiaux, z_{s_k}, et temporels, $\tilde{z}_{d_k}$, apparaissent ainsi comme les racines du polynôme :

$$P_{sd}(Z) = 1 + \gamma_{sd_2} Z + \gamma_{sd_3} Z^2 + \cdots + \gamma_{sd_{N_T}} Z^{N_T-1} \tag{3.117}$$

Celui-ci peut être écrit sous la forme de fonctions symétriques σ_s et σ_d (et de façon compacte σ_{sd}) :

$$P_{sd}(Z) = 1 + \frac{1}{\sigma_{sd_{N_T-1}}} \sum_{k=2}^{N_T} (-1)^{k-1} \sigma_{sd_{N_T-k}} Z^{k-1} \tag{3.118}$$

avec

$$\begin{array}{lcl@{\qquad\qquad}lcl} \sigma_{s_1} & = & \sum z_{s_k} & \sigma_{d_1} & = & \sum \tilde{z}_{d_k} \\ \sigma_{s_2} & = & \sum_{j \neq k} z_{s_j} z_{s_k} & \sigma_{d_2} & = & \sum_{j \neq k} \tilde{z}_{d_j} \tilde{z}_{d_k} \\ \sigma_{s_3} & = & \sum_{j \neq k \neq l} z_{s_j} z_{s_k} z_{s_l} & \sigma_{d_3} & = & \sum_{j \neq k \neq l} \tilde{z}_{d_j} \tilde{z}_{d_k} \tilde{z}_{d_l} \\ & \cdots & & & \cdots & \\ \sigma_{s_{N_T-1}} & = & \prod z_{s_k} & \sigma_{d_{N_T-1}} & = & \prod \tilde{z}_{d_k} \end{array}$$

L'équation (3.118) est obtenue en remarquant que :

$$P(Z) = \prod_{i=1}^{N-1}(Z - z_i) = (-1)^{N-1}\prod_{i=1}^{N-1} z_i + (-1)^{N-2}\sum_{\substack{i,j=1\\ i\neq j}}^{N-1} z_i z_j Z + \cdots + Z^{N-1} \tag{3.119}$$

Ce qui conduit à :

$$\begin{aligned}
\gamma_{s_{N_T}} &= \frac{(-1)^{N_T-1}}{\prod z_{s_k}} & \gamma_{d_{N_T}} &= \frac{(-1)^{N_T-1}}{\prod \tilde{z}_{d_k}} \\
\gamma_{s_{N_T-1}} &= \frac{(-1)^{N_T}\sum z_{s_k}}{\prod z_{s_k}} & \gamma_{d_{N_T-1}} &= \frac{(-1)^{N_T}\sum \tilde{z}_{d_k}}{\prod \tilde{z}_{d_k}} \\
\gamma_{s_{N_T-2}} &= \frac{(-1)^{N_T-1}\sum_{j\neq k} z_{s_j} z_{s_k}}{\prod z_{s_k}} & \gamma_{d_{N_T-2}} &= \frac{(-1)^{N_T-1}\sum_{j\neq k} \tilde{z}_{d_j} \tilde{z}_{d_k}}{\prod \tilde{z}_{d_k}} \\
&\cdots & &\cdots \\
\gamma_{s_2} &= \frac{-\sum_{k=2}^{N_T}\prod_{i\neq k} z_{s_i}}{\prod z_{s_k}} & \gamma_{d_2} &= \frac{-\sum_{k=2}^{N_T}\prod_{i\neq k} \tilde{z}_{d_i}}{\prod \tilde{z}_{d_k}}
\end{aligned}$$

La performance de la méthode D^3 est sensible au choix de κ_s et κ_d pour lesquels aucune méthode d'estimation ne semble avoir été trouvée.
L'adaptation de la démonstration faite dans [71], conduit à l'obtention des vecteurs spatiaux et temporels sous la forme :

$$\mathbf{w}_s = (\mathbf{A}_s^T \mathbf{A}_s^*)^{-1}\mathbf{s}_s \tag{3.120}$$

et

$$\mathbf{w}_d = (\mathbf{A}_d^T \mathbf{A}_d^*)^{-1}\tilde{\mathbf{s}}_d \tag{3.121}$$

3.9 Association des méthodes *JDL* et D^3

S'affranchir de sources discrètes et par conséquent inhomogènes sans avoir à estimer aucune matrice de covariance est l'avantage majeur de la méthode précédente. Face à des interférences homogènes, celle-ci est en revanche totalement inefficace, d'où l'idée d'associer les méthodes *JDL* et D^3 [70, 26].
La principale modification par rapport à l'algorithme de la méthode *JDL* réside dans la matrice de transformation $\mathbf{T}$ qui au lieu d'être élaborée à partir des vecteurs directionnels comme cela est présenté dans l'équation (3.92) l'est à partir de poids optimaux fournis par la méthode D^3 :

$$\mathbf{T} = [\mathbf{w}_d(\tilde{\nu}_{d_{-1}})\ \mathbf{w}_d(\tilde{\nu}_{d_0})\ \mathbf{w}_d(\tilde{\nu}_{d_1})] \otimes [\mathbf{w}_s(\nu_{s_{-1}})\ \mathbf{w}_s(\nu_{s_0})\ \mathbf{w}_s(\nu_{s_1})] \tag{3.122}$$

Comme cela a été évoqué dans le §3.8.2, le compromis conduisant aux choix de κ_s et κ_d, entre, d'une part le maintien du gain dans la direction considérée et d'autre part la réjection de l'interférence, est délicat.
Faire tendre ces coefficients vers 0 revient à minimiser la réjection de l'interférence. L'influence d'une interférence forte (C_2) ne sera donc en rien atténuée (*cf.* figure 3.7 (a)).
A l'inverse, une augmentation trop importante de κ_s et κ_d conduit à une amélioration de la réjection de l'interférence dont les effets sont annulés par la marginalisation du maintien du gain dans la direction considérée c'est-à-dire celle de la cible (*cf.* figure 3.8).
Dans le cas présent, une valeur de κ_s et κ_d proche de l'unité est un bon compromis (*cf.* figure 3.7 (b)).

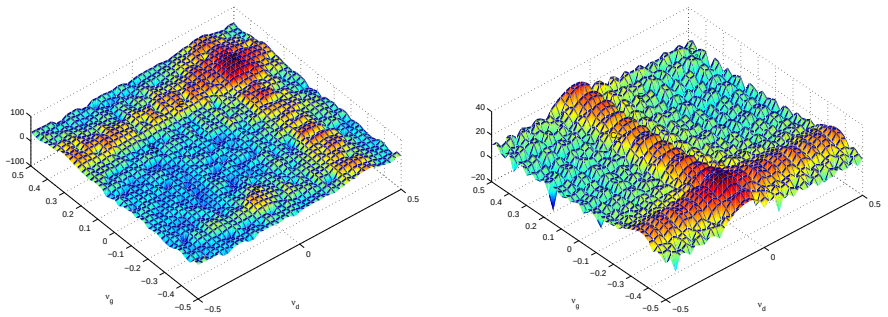

FIG. 3.7: Diagramme de résultat 2D après application de la méthode $JDL - D^3$ avec $\kappa_g = \kappa_d = 0$ (a) et $\kappa_g = \kappa_d = 0.8$ (b)

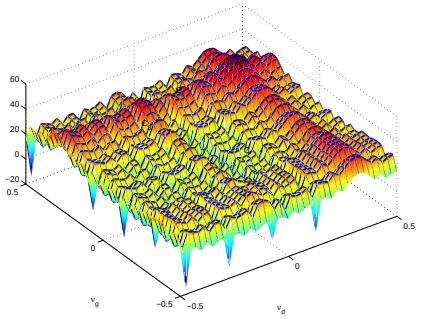

FIG. 3.8: Diagramme de résultat 2D après application de la méthode $JDL - D^3$ avec $\kappa_s = \kappa_d = 100$

La figure 3.9(b) illustre l'apport de l'hybridation des deux méthodes dans la réjection :

- ✓ d'interférences (C_2, C_{2bis} et C_{2ter}) situées dans la même case distance que la cible (notée C à cette étape du processus),
- ✓ de l'émetteur E,
- ✓ de cibles localisées dans d'autres cellules (C_3 et C_{3bis}).

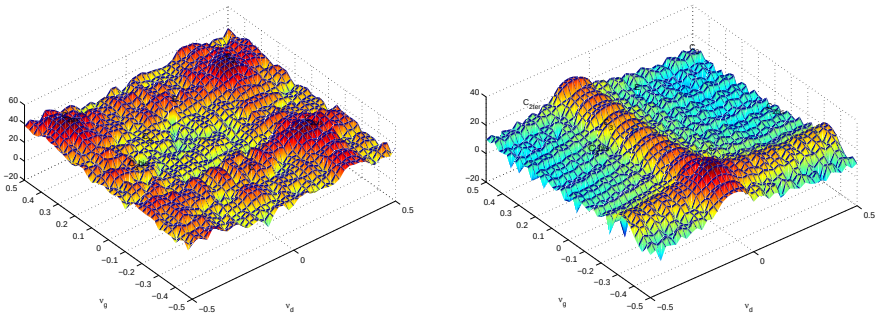

FIG. 3.9: Diagramme de résultat $2D$ après application de la méthode *JDL* (a). Effet de l'hybridation des méthodes *JDL* et D^3 (b)

La figure 3.9(a) permet de constater l'inefficacité de la méthode *JDL* vis à vis des interférences situées à la même distance bistatique que la cible et par là même d'apprécier le niveau relatif de la cible vis à vis de ces mêmes interférences. Le niveau relatif de la cible vis à vis des cibles situées dans d'autres cellules distance a quant à lui été fixé à $-10dB$. La puissance de l'émetteur est $40dB$ au dessus de celle de la cible. Ces simulations ont de plus été réalisées avec un fouillis non-uniforme auquel a été ajouté du bruit blanc. La valeur des paramètres $\dot{N}_s$ et $\dot{\tilde{N}}_d$ a été fixée à 3.
Notons que le calcul des vecteurs poids dans le cas de l'application de la méthode D^3 et pour des cibles multiples (*cf.* §3.8.2) peut également être appliqué à cette association.

3.9.1 Détecteurs associés aux traitements spatio-temporels adaptatifs

Noise Optimum Gaussian Detector (*NOGD*) ou Noise Adapted Matched Filter (*NAMF*). Sous l'hypothèse de bruit additif Gaussien, c'est-à-dire $\tilde{\mathbf{i}}+\tilde{\mathbf{b}} \sim \mathcal{CN}(0,\tilde{\mathbf{R}})$, l'expression de l'estimateur du maximum de vraisemblance de α est :

$$\alpha = \frac{\tilde{\mathbf{s}}^{\dagger}\tilde{\mathbf{R}}^{-1}\tilde{\mathbf{y}}}{\tilde{\mathbf{s}}^{\dagger}\tilde{\mathbf{R}}^{-1}\tilde{\mathbf{s}}} \tag{3.123}$$

Le report dans l'équation 3.43 du *RVG* conduit à l'obtention de l'*OGD* ou *AMF* [91, 92], généralisé aux signaux s'apparentant à du bruit (*NOGD* ou *NAMF*) :

$$\Lambda^{A}(\tilde{\mathbf{y}}) = \frac{|\tilde{\mathbf{s}}^{\dagger}\tilde{\mathbf{R}}^{-1}\tilde{\mathbf{y}}|^2}{\tilde{\mathbf{s}}^{\dagger}\tilde{\mathbf{R}}^{-1}\tilde{\mathbf{s}}} \tag{3.124}$$

Cette expression peut être interprétée comme la puissance de sortie normalisée du filtre adapté. Le détecteur possède en outre un taux de fausses alarmes constant.

Détecteur de Kelly. Kelly dans [93] propose un autre détecteur utilisant simultanément les données primaires et secondaires. Cette approche effectuée sous l'angle de la détection tend à trouver une règle de décision entre les deux hypothèses (équations (3.41) et (3.42)). Son adaptation à la nature bruitée des signaux mis en jeu, conduit à :

$$\Lambda^{K}(\tilde{\mathbf{y}}) = \frac{|\tilde{\mathbf{s}}^{\dagger}\tilde{\mathbf{R}}^{-1}\tilde{\mathbf{y}}|^2}{\left(\tilde{\mathbf{s}}^{\dagger}\tilde{\mathbf{R}}^{-1}\tilde{\mathbf{s}}\right)\left(1+\tilde{\mathbf{y}}^{\dagger}\tilde{\mathbf{R}}^{-1}\tilde{\mathbf{y}}\right)} \tag{3.125}$$

Détecteur associé aux *SIRV* : Bayesian Optimum Radar Detector (*BORD*) ou Generalized Likelihood Ratio Test - Linear Quadratic *GLRT − LQ*. Comme cela est présenté dans [61], l'insertion de l'estimateur de la Fonction de Densité de Probabilité (*FDP*) de la texture dans le *RVG* permet d'obtenir le *BORD*. Peu utilisé, sa version asymptotique (*aBORD*) en termes de données auxiliaires N_a lui est préférée. Sa généralisation aux signaux s'apparentant à du bruit conduit à :

$$\begin{aligned}\Lambda^G(\tau,\theta,\tilde{\nu}_d) &= \frac{|\tilde{\mathbf{s}}^\dagger(\theta,\tilde{\nu}_d)\hat{\tilde{\mathbf{F}}}^{-1}\tilde{\mathbf{y}}(\tau)|^2}{(\tilde{\mathbf{s}}^\dagger(\theta,\tilde{\nu}_d)\hat{\tilde{\mathbf{F}}}^{-1}\tilde{\mathbf{s}}(\theta,\tilde{\nu}_d))(\tilde{\mathbf{y}}^\dagger(\tau)\hat{\tilde{\mathbf{F}}}^{-1}\tilde{\mathbf{y}}(\tau))} \\ &= \frac{\Lambda^A(\tau,\theta,\tilde{\nu}_d)}{\tilde{\mathbf{y}}^\dagger(\tau)\hat{\tilde{\mathbf{F}}}^{-1}\tilde{\mathbf{y}}(\tau)} \end{aligned} \tag{3.126}$$

Ce détecteur, communément appelé le *GLRT − LQ*, peut s'exprimer comme un filtre adapté classique (*AMF* ou *OGD*) dont la puissance moyenne de fouillis est estimée sous l'hypothèse H_0. Cela est montré dans [94], où F. Gini en donne une expression similaire. Cette expression a également été obtenue par E. Conte *et al.* dans [95] après un développement asymptotique en présence de K-distribution. Antérieurement, V.A. Korado dans [96], et B. Picinbono et G. Vezzosi dans [97] avaient déjà obtenu cette expression mais sous des hypothèses de bruit Gaussien.

Synthèse.

La plupart des méthodes passent par l'estimation de la matrice de covariance et son éventuelle manipulation pour l'adapter à l'environnement ou la rendre plus robuste. Ces deux opérations sont délicates.
On est en outre en droit d'attendre de la seule méthode non statistique décrite précédemment, la méthode D^3, qu'elle montre ses limites face à la source d'interférences la plus généralement rencontrée, le fouillis.
Nous aurons l'occasion de le vérifier dans le §5.1.1.
A l'occasion de ces recherches, cette méthode n'en a pas moins été une source d'inspiration qui a conduit à proposer une approche totalement nouvelle que nous allons maintenant décrire. Communément classée dans la catégorie Single Data Set Detection (*SDSD*), nous associerons la méthode D^3 aux méthodes d'estimation spectrale. Nous aurons d'ailleurs l'occasion d'établir le lien entre elles au §3.10.6. C'est également par le biais de méthodes d'estimation spectrale que nous proposons la réjection itérative, case par case, du fouillis.

3.10 Méthodes d'estimation spectrale

L'objectif de cette partie est d'étudier la possibilité d'adapter aux signaux s'apparentant à du bruit, les méthodes d'estimation spectrale qui n'utilisent que les données de la case sous test.

3.10.1 Méthode MUltiple SIgnal Characterization (*MUSIC*)

La méthode *MUSIC* [98] est une méthode paramétrique qui s'appuie sur un modèle de signal constitué de P fonctions exponentielles complexes additionnées de bruit blanc :

$$y(k) = \sum_{p=1}^{P} \alpha_p e^{j2\pi k \nu_p} + n(k) \tag{3.127}$$

Le spectre de ce modèle de signal est en fait un spectre de raies avec un seuil de bruit égal à la variance du bruit blanc.
Cette méthode utilise la décomposition de la matrice de covariance $\mathbf{R}$ en sous-espaces orthogonaux. La matrice est alors décomposée selon :

$$\mathbf{R} = \mathbf{Q}\mathbf{D}_\lambda \mathbf{Q}^T \tag{3.128}$$

avec $\mathbf{D}_\lambda$ une matrice diagonale constituée des valeurs propres en ordre décroissant et $\mathbf{Q}$ la matrice des vecteurs propres correspondants. Ces deux matrices sont de dimensions $N \times N$. La connaissance du nombre de sources P permet de scinder les vecteurs propres en deux groupes, les premiers générant l'espace source et les seconds l'espace bruit. La matrice des vecteurs propres $\mathbf{Q}$ est alors décomposée en deux sous-matrices $\mathbf{Q}_t$ et $\mathbf{Q}_n$:

$$\mathbf{R} = \mathbf{Q}_t \mathbf{D}_{\lambda_t} \mathbf{Q}_t^T + \sigma^2 \mathbf{Q}_n \mathbf{Q}_n^T \tag{3.129}$$

avec

- ✓ $\mathbf{Q}_t = [\mathbf{q}_1\ \mathbf{q}_1\ \ldots\ \mathbf{q}_P]$: matrice contenant les P vecteurs propres correspondant aux plus grandes valeurs propres source,
- ✓ $\mathbf{D}_{\lambda_t}$: matrice diagonale $P \times P$ contenant les valeurs propres des sources,
- ✓ $\mathbf{Q}_n$: matrice telle que $\mathbf{Q}_n = [\mathbf{q}_{P+1}\ \mathbf{q}_{P+2}\ \ldots\ \mathbf{q}_N]$ contenant les $N-P$ vecteurs propres restants et liés aux valeurs propres du bruit,
- ✓ σ^2 représente la puissance du bruit.

L'estimateur *MUSIC* s'écrit [98] :

$$\widehat{P}_{MUSIC}(\nu) = \frac{1}{\mathbf{s}(\nu)^\dagger \mathbf{Q}_n \mathbf{Q}_n^T \mathbf{s}(\nu)} \tag{3.130}$$

Cette expression porte la dénomination de 'pseudo-spectre'. En effet, cet estimateur ne permet pas d'estimer la puissance des P exponentielles complexes présentes dans le signal et se contente d'estimer les fréquences de celles-ci.
Puisque le sous-espace bruit de $\mathbf{R}$ est orthogonal au sous-espace source [32], l'expression (3.130) devient infinie pour un vecteur directionnel $\mathbf{s}(\nu)$ coïncidant avec une composante du signal.
En pratique, du fait des erreurs d'adaptation (erreur sur la fréquence d'intérêt notamment), le pic a une amplitude finie.
La méthode *MUSIC* sera utilisée à titre de comparaison lors de la localisation spatiale et temporelle en aval du filtrage de Wiener (*cf.* §4.2.5). A l'issue de ce dernier, le signal représenté par la matrice $\tilde{\mathbf{Z}}$ est en effet supposé ne plus contenir que la contribution de la cible. Démodulation, sous-échantillonnage et filtrage passe-bas tendent de plus à transformer le signal de référence Dopplérisé en un vecteur directionnel.
La localisation spatiale passe par la décomposition de la matrice $\tilde{\mathbf{R}} = \tilde{\mathbf{Z}}\tilde{\mathbf{Z}}^{\dagger}$ et celle dans le domaine temporel par la décomposition de $\tilde{\mathbf{R}} = \tilde{\mathbf{Z}}^{T}\tilde{\mathbf{Z}}^{*}$.
La localisation spatio-temporelle peut également être mise en œuvre en travaillant, pour chaque case distance sur la matrice $\tilde{\mathbf{R}} = vec\left(\tilde{\mathbf{Z}}\right) vec\left(\tilde{\mathbf{Z}}^{\dagger}\right)$.
L'ensemble des résultats obtenus sur cible réelle seront présentés au §4.2.5.
Cette méthode ne sera pas utilisée dans le cas de la réjection du fouillis puisque le principe du « nettoyage » s'appuie sur l'estimation itérative de l'amplitude des principaux contributeurs à l'écho de sol (*cf.* §3.10.5).
Il sera en revanche fait appel aux méthodes Fourier Moyenné, Capon et Amplitude and Phase EStimation (*APES*).
Celles-ci, ainsi que leur adaptation au domaine très particulier des radars à bruit, font l'objet des paragraphes suivants.

3.10.2 Méthode des Moindres-Carrés Pondérés (*MCP*)

La méthode des *MCP* considère les réalisations suivantes [99] :

$$\mathbf{u}_{l_s,l_d} \triangleq vec\left(\begin{bmatrix} Y_{l_s,l_d} & Y_{l_s,l_d+1} & \cdots & Y_{l_s,l_d+M_d-1} \\ Y_{l_s+1,l_d} & Y_{l_s+1,l_d+1} & \cdots & Y_{l_s+1,l_d+M_d-1} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ Y_{l_s+M_s-1,l_d} & Y_{l_s+M_s-1,l_d+1} & \cdots & Y_{l_s+M_s-1,l_d+M_d-1} \end{bmatrix}\right) \tag{3.131}$$

$$\Upsilon \triangleq \{\mathbf{u}_{1,1} \cdots \mathbf{u}_{L_s,1}\, \mathbf{u}_{1,2} \cdots \mathbf{u}_{L_s,L_d}\} \tag{3.132}$$

avec :

$$\begin{cases} l_s = 1, \cdots, L_s \\ l_d = 1, \cdots, L_d \end{cases} \tag{3.133}$$

et

$$\begin{cases} L_s = N_s - M_s + 1 \\ L_d = N_d - M_d + 1 \end{cases} \tag{3.134}$$

La marge de manœuvre quant au choix des paramètres M_s et M_d sera présentée dans le §3.10.4.
La matrice de bruit au sens large (interférence et bruit thermique) **B** est définie de façon analogue :

$$\mathbf{B}(\nu_s, \nu_d) \triangleq \{\mathbf{b}_{1,1}(\nu_s, \nu_d) \ \cdots \ \mathbf{b}_{L_s,1}(\nu_s, \nu_d)\mathbf{b}_{1,L_d}(\nu_s, \nu_d) \ \cdots \mathbf{b}_{L_s,L_d}(\nu_s, \nu_d)\} \tag{3.135}$$

Supposons tout d'abord, pour simplifier la lecture de cette présentation, le signal constitué d'une unique composante située dans la case distance r, de retard τ, et dont la direction spatio-temporelle est définie par le vecteur directionnel $\mathbf{s}(\nu_s, \nu_d)$. Son amplitude est notée $\alpha(\tau, \nu_s, \nu_d)$.
La méthode conduit à rechercher $\alpha(\tau, \nu_s, \nu_d)$ sous la forme :

$$\hat{\alpha}(\tau, \nu_s, \nu_d) = arg \min_{\alpha(\tau,\nu_s,\nu_d)} \|\Phi^{-\frac{1}{2}}(\nu_s, \nu_d)\left(\Upsilon - \alpha(\tau, \nu_s, \nu_d)\,\mathbf{s}_{1:M_sM_d}(\nu_s, \nu_d)\mathbf{s}^T_{1:L_sL_d}(\nu_s, \nu_d)\right)\| \tag{3.136}$$

Φ est la matrice de « pondération » et $(.)^{\frac{1}{2}}$ l'opérateur racine carrée de la matrice Hermitienne.
Le critère *MCP* effectue une opération de pré-blanchiment des colonnes de Υ par l'intermédiaire de la matrice Φ de manière à prendre en compte une éventuelle coloration du bruit résiduel.
Le critère étant quadratique vis à vis de $\alpha(\tau, \nu_s, \nu_d)$, l'équation (3.136) devient [99] :

$$\hat{\alpha}(\tau, \nu_s, \nu_d) = \frac{\mathbf{s}^{\dagger}_{M_sM_d}(\nu_s, \nu_d)\Phi^{-1}\mathbf{g}\ (\nu_s, \nu_d)}{\mathbf{s}^{\dagger}_{M_sM_d}(\nu_s, \nu_d)\Phi^{-1}\mathbf{s}_{M_sM_d}(\nu_s, \nu_d)} \tag{3.137}$$

avec

$$\mathbf{g}(\nu_s, \nu_d) \triangleq \frac{1}{L_sL_d}\Upsilon\mathbf{s}^*_{L_sL_d}(\nu_s, \nu_d) = \frac{1}{L_sL_d}\sum_{i=1}^{L_s-1}\sum_{l=1}^{L_d-1}\mathbf{u}_{i,l}z_s^{-(i-1)}z_d^{-(l-1)} \tag{3.138}$$

3.10.3 Méthodes Fourier moyenné (Average Fourier), Capon et *APES*

La différence entre des méthodes telles que Fourier moyenné (Average Fourier), Capon et *APES* réside dans le choix de la matrice Φ.
La méthode *APES* et sa version moyennée en utilisant la technique Avant-Arrière (Forward-Backward) s'étant révélée comme la plus performante en termes de précision dans l'estimation des valeurs d'amplitude, essentielle à la méthode de réjection itérative de fouillis proposée, nous y apporterons une attention plus particulière (*cf.* §3.10.4).

Sous l'hypothèse de stationnarité, la matrice de covariance des réalisations exprimées à l'équation (3.131) est définie par :

$$\Xi \triangleq E\{\mathbf{u}_{l_s,l_d}\mathbf{u}^{\dagger}_{l_s,l_d}\} \tag{3.139}$$

Cette matrice est indépendante de l_s, l_d. Il en est de même, sous l'hypothèse *IID*, pour la matrice de covariance :

$$\Phi\ (\nu_s,\nu_d) \triangleq E\{\mathbf{b}_{l_s,l_d}(\nu_s,\nu_d)\mathbf{b}^{\dagger}_{l_s,l_d}(\nu_s,\nu_d)\} \tag{3.140}$$

On en déduit :

$$\Phi\ (\nu_s,\nu_d) = \Xi - E|\alpha(\tau,\nu_s,\nu_d)|^2\mathbf{s}_{M_sM_d}(\nu_s,\nu_d)\mathbf{s}^{\dagger}_{M_sM_d}(\nu_s,\nu_d) \tag{3.141}$$

En pratique :

$$\Xi = \frac{1}{L_sL_d}\sum_{l_s=1}^{L_s}\sum_{l_d=1}^{L_d}\mathbf{u}_{l_s,l_d}\mathbf{u}^{\dagger}_{l_s,l_d} = \frac{1}{L_sL_d}\Upsilon\Upsilon^{\dagger} \tag{3.142}$$

Notons que $\Phi = \mathbf{I}_{M_sM_d}$ pour la méthode Fourier moyenné, et que $\Phi = \Xi$ pour la méthode Capon.

3.10.4 Généralisation de la méthode *APES* aux signaux s'apparentant à du bruit

Dans le cas de l'exploitation de signaux s'apparentant à du bruit, une manière d'adapter la méthode *APES* [100, 101, 102, 103, 104], dans sa version « avant » (« forward », indice $_F$), consiste à travailler à partir du produit de mélange défini dans 3.2.1, pour chaque isodistance r associée au retard τ (*cf.* équation (3.22)).
De façon similaire, le signal de référence comme le terme d'interférence feront place à leurs versions mélangées qui seront notées respectivement $\check{\mathbf{X}}$ et $\check{\mathbf{B}}(\tau)$.
Les versions filtrées et sous-échantillonnées $\tilde{\mathbf{Y}}_F$, $\tilde{\mathbf{X}}_F$ et $\tilde{\mathbf{B}}_F$ seront obtenues conformément à la méthode développée dans le §3.2.2.
A l'issue de ces différentes opérations, nous proposons d'estimer l'amplitude α pour chaque composante du signal que celle-ci corresponde au fouillis, dans la perspective d'une réjection, ou que celle-ci soit engendrée par une cible à localiser.
Pour une composante de fouillis, cette amplitude est telle que :

$$\hat{\tilde{\mathbf{Y}}}(\tau,\theta_p,\tilde{\nu}_{d_{r,p}})(\tau,\theta,\tilde{\nu}_d) = \hat{\alpha}\tilde{\mathbf{X}}\circ\left(\mathbf{s}_s(\theta_p)\tilde{\mathbf{s}}^T_d(\tilde{\nu}_{d_{r,p}})\right) \tag{3.143}$$

Afin de facilité la lecture, la référence à l'isodistance associée au retard (τ) et à la direction spatio-temporelle $(\theta_p,\tilde{\nu}_{d_{r,p}})$ sera supprimée.
La généralisation de l'emploi de la méthode *APES* implique de travailler à partir de fenêtres glissantes $\tilde{\mathbf{u}}_{F_{i;l}}$:

$$\tilde{\mathbf{u}}_{F_{i;l}} = vec\left(\tilde{\mathbf{Y}}_{F^{[l:l+\tilde{M}_d-1]}_{[i:i+M_s-1]}}\right) \tag{3.144}$$

et

$$\tilde{\Upsilon}_F \triangleq \left[\tilde{\mathbf{u}}_{F_{1;1}}, \cdots, \tilde{\mathbf{u}}_{F_{L_s;1}}, \tilde{\mathbf{u}}_{F_{1;2}}, \cdots, \tilde{\mathbf{u}}_{F_{L_s;\tilde{L}_d}}\right] \tag{3.145}$$

La valeur de chacun des paramètres M_s, $\tilde{M}_d$, L_s et $\tilde{L}_d$ est choisie de telle sorte que la matrice $\tilde{\mathbf{Y}}_F$ soit carrée ($L_s\tilde{L}_d = M_s\tilde{M}_d$).
Le nombre N_s d'éléments de l'antenne lacunaire associée au récepteur mis en œuvre lors des campagnes de mesures est égal à quatre. Du fait de la petitesse de ce nombre, le signal acquis ne sera pas partitionné spatialement. Mathématiquement, cela se traduit par $M_s = N_s$ et $L_s = 1$ puisque $L_s = N_s - M_s + 1$.
Une fois le temps d'intégration et le facteur de sous-échantillonnage définis et en utilisant la relation $\tilde{L}_d = \tilde{N}_d - \tilde{M}_d + 1$, nous obtenons pour la valeur du dernier paramètre :

$$\tilde{M}_d = \frac{\tilde{N}_d + 1}{N_s + 1} \tag{3.146}$$

Nous sommes ainsi conduit au problème d'optimisation :

$$\underset{\mathbf{h},\hat{\alpha}}{min} \|\mathbf{h}^\dagger \tilde{\Upsilon}_F - \hat{\alpha}\left(\tilde{\mathbf{x}}_{L_s\tilde{L}_d} \circ \tilde{\mathbf{s}}_{L_s\tilde{L}_d}\right)^T \|^2 \tag{3.147}$$

sous la contrainte :

$$\mathbf{h}^\dagger(\tilde{\mathbf{x}}_{M_s\tilde{M}_d} \circ \tilde{\mathbf{s}}_{M_s\tilde{M}_d}) = 1 \tag{3.148}$$

$\mathbf{h} \in \mathbb{C}^{M_s\tilde{M}_d}$ est le vecteur contenant les coefficients du filtre recherché à la fréquence $(\theta, \tilde{\nu}_d)$ pour l'isodistance considérée.

Proposition 1 (Filtre Noise *APES* **(***NAPES* **))** *La solution au problème d'optimisation défini à l'équation (3.147) sous contrainte (3.148)) est :*

$$\hat{\alpha} = \mathbf{h}^\dagger \tilde{\mathbf{g}}_F \tag{3.149}$$

et

$$\mathbf{h} = \frac{\hat{\tilde{\Phi}}_F^{-1}\tilde{\mathbf{x}}^{sd}_{M_s\tilde{M}_d}}{\left(\tilde{\mathbf{x}}^{sd}_{M_s\tilde{M}_d}\right)^\dagger \hat{\tilde{\Phi}}_F^{-1}\tilde{\mathbf{x}}^{sd}_{M_s\tilde{M}_d}} \tag{3.150}$$

où

$$\tilde{\mathbf{g}}_F = \frac{1}{\|\tilde{\mathbf{x}}_{L_s\tilde{L}_d}\|^2}\tilde{\Upsilon}_F\left(\tilde{\mathbf{x}}^{sd}_{L_s\tilde{L}_d}\right)^* \tag{3.151}$$

$$\begin{aligned}\hat{\tilde{\Phi}}_F &= \frac{1}{\|\tilde{\mathbf{x}}_{L_s\tilde{L}_d}\|^2}\tilde{\Upsilon}_F\tilde{\Upsilon}_F^\dagger - \tilde{\mathbf{g}}_F\tilde{\mathbf{g}}_F^\dagger \\ &= \tilde{\Xi}_F - \tilde{\mathbf{g}}_F\tilde{\mathbf{g}}_F^\dagger\end{aligned} \tag{3.152}$$

La quantité :

$$\tilde{\mathbf{x}}^{sd}_{M_s\tilde{M}_d} = \tilde{\mathbf{x}}_{M_s\tilde{M}_d} \circ \tilde{\mathbf{s}}_{M_s\tilde{M}_d} \tag{3.153}$$

est obtenue à partir du signal de référence, démodulé, filtré passe-bas, sous-échantillonné et pointé dans la direction spatio-temporelle souhaitée et :

$$\|\tilde{\mathbf{x}}_{L_s\tilde{L}_d}\|^2 = L_s \sum_{l=1}^{\tilde{L}_d} |\tilde{x}_l|^2 \tag{3.154}$$

La démonstration est fournie en annexe D.
Notons que pour la méthode Averaged Fourier (AF), la matrice $\hat{\tilde{\Phi}}_F$ se résume à :

$$\hat{\tilde{\Phi}}_F = \mathbf{I}_{M_s\tilde{M}_d} \tag{3.155}$$

L'estimation d'amplitude passe ainsi par la formule :

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_{AF} &= \mathbf{h}^{\dagger}\tilde{\mathbf{g}}_F \\ &= \frac{\tilde{\mathbf{x}}^{sd}_{M_s\tilde{M}_d}\tilde{\mathbf{g}}_F}{\|\tilde{\mathbf{x}}_{L_s\tilde{L}_d}\|^2} \end{aligned} \tag{3.156}$$

Pour la méthode Capon :

$$\begin{aligned} \hat{\tilde{\Phi}}_F &= \frac{1}{\|\tilde{\mathbf{x}}_{L_s\tilde{L}_d}\|^2}\tilde{\Upsilon}_F\tilde{\Upsilon}_F^{\dagger} \\ &= \tilde{\Xi}_F \end{aligned} \tag{3.157}$$

Moyennage avant-arrière. Le moyennage avant-arrière (Forward-Backward averaging, indice $_{FB}$) est une méthode d'estimation paramétrique présentée notamment dans [105, 106, 107] susceptible d'améliorer les performances d'algorithmes de filtrage adaptatif.
Nous proposons d'y recourir afin d'améliorer la réjection d'interférence comme la détection de cible.
Les matrices de covariance $\tilde{\Xi}$ et $\tilde{\Phi}$ définies précédemment sont en théorie des matrices Toeplitz. Ceci signifie en particulier quelles sont persymétriques et telles qu'il existe une matrice anti-diagonale $\mathbf{J}$ telle que :

$$\tilde{\Xi}_F = \mathbf{J}\tilde{\Xi}_F^T\mathbf{J} \tag{3.158}$$

$$\tilde{\Phi}_F = \mathbf{J}\tilde{\Phi}_F^T\mathbf{J} \tag{3.159}$$

L'estimation de ces matrices par la méthode Sample Covariance Matrix (SCM) telle qu'elle est présentée à l'équation (3.152), conduit à des matrices qui ne sont pas Toeplitz. Introduire la contrainte sur le caractère Toeplitz mène généralement à un problème d'estimation complexe. Il est plus aisé d'exploiter la persymétrie.
La version arrière des grandeurs définies précédemment est effectuée à partir du signal :

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{Y}}_B^* &= \begin{bmatrix} \tilde{Y}^*_{N_s,\tilde{N}_d} & \tilde{Y}^*_{N_s,\tilde{N}_d-1} & \cdots & \tilde{Y}^*_{N_s,1} \\ \tilde{Y}^*_{N_s-1,\tilde{N}_d} & \tilde{Y}^*_{N_s-1,\tilde{N}_d-1} & \cdots & \tilde{Y}^*_{N_s-1,1} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \tilde{Y}^*_{1,\tilde{N}_d} & \tilde{Y}^*_{1,\tilde{N}_d-1} & \cdots & \tilde{Y}^*_{1,1} \end{bmatrix} \\
&= \mathbf{J}_{N_s}\tilde{\mathbf{Y}}_F^*\mathbf{J}_{\tilde{N}_d} \\
&= \left(\tilde{\mathbf{Y}}^{[\tilde{N}_d:1]}_{[N_s:1]}\right)^* \qquad (3.160)
\end{aligned}$$

$\tilde{\mathbf{u}}^*_{B_{i;l}}$ est lié à $\tilde{\mathbf{Y}}_B^*$ de la même manière que $\mathbf{u}_{F_{i;l}}$ l'était à $\tilde{\mathbf{Y}}_F$ (*cf.* équation (3.144)).

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{u}}^*_{B_{i;l}} &= vec\left(\left(\tilde{\mathbf{Y}}^{[i:i+M_s-1]}_{B_{[l:l+\tilde{M}_d-1]}}\right)^*\right) \\
&= vec\left(\mathbf{J}_{M_s}\left(\tilde{\mathbf{Y}}^{[l:l+\tilde{M}_d-1]}_{[i:i+M_s-1]}\mathbf{J}_{\tilde{M}_d}\right)^*\right) \\
&= vec\left(\left(\tilde{\mathbf{Y}}^{[l+\tilde{M}_d-1:l]}_{[i+M_s-1:i]}\right)^*\right) \qquad (3.161)
\end{aligned}$$

La matrice $\tilde{\Upsilon}_B$ est construite à partir des vecteurs $\tilde{\mathbf{u}}_{B_{i;l}}$ avec $i \in [1:L_s]$ et $l \in [1:\tilde{L}_d]$ comme $\tilde{\Upsilon}_F$ l'était à partir des vecteurs $\tilde{\mathbf{u}}_{F_{i;l}}$ (équation (3.145).
La matrice Ξ, dans sa version arrière, s'écrit :

$$\begin{aligned}
\hat{\tilde{\Xi}}_B &\triangleq \frac{1}{\|\tilde{\mathbf{x}}^*_{B_{L_s\tilde{L}_d}}\|^2}\sum_{i=1}^{L_s}\sum_{l=1}^{\tilde{L}_d}\tilde{\mathbf{u}}^*_{B_{i;l}}\tilde{\mathbf{u}}^T_{B_{i;l}} = \frac{1}{\|\tilde{\mathbf{x}}^*_{B_{L_s\tilde{L}_d}}\|^2}\tilde{\Upsilon}^*_B\tilde{\Upsilon}^T_B \\
&= \frac{1}{\|\tilde{\mathbf{x}}^*_{B_{L_s\tilde{L}_d}}\|^2}\mathbf{J}_{M_s\tilde{M}_d}\tilde{\Upsilon}^*_F\tilde{\Upsilon}^T_F\mathbf{J}_{M_s\tilde{M}_d} \\
&= \mathbf{J}_{M_s\tilde{M}_d}\hat{\tilde{\Xi}}^T_F\mathbf{J}_{M_s\tilde{M}_d} \qquad (3.162)
\end{aligned}$$

avec

$$\tilde{\mathbf{x}}^*_B = \left(\tilde{\mathbf{x}}^\dagger\mathbf{J}_{\tilde{N}_d}\right)^T \qquad (3.163)$$

La version avant-arrière de la méthode *SCM* est déduite des versions avant et arrière :

$$\hat{\tilde{\Xi}}_{FB} \triangleq \frac{1}{2}\left(\hat{\tilde{\Xi}}_F + \hat{\tilde{\Xi}}_B\right) \qquad (3.164)$$

De la même manière :

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{g}}_B &= \frac{1}{\|\tilde{\mathbf{x}}^*_{B_{L_s\tilde{L}_d}}\|^2}\sum_{i=1}^{L_s}\sum_{l=1}^{\tilde{L}_d}\tilde{\mathbf{u}}^*_{B_{i;l}}\tilde{x}_{B_l}\tilde{z}_d^{l-1}\prod_{k=0}^{i-1}z_{s_{k+1,k}} \\ &= \frac{1}{\|\tilde{\mathbf{x}}^*_{B_{L_s\tilde{L}_d}}\|^2}\tilde{\Upsilon}^*_B\tilde{\mathbf{x}}^{sd}_{B_{L_s\tilde{L}_d}}\end{aligned} \tag{3.165}$$

ce qui conduit à :

$$\begin{aligned}\hat{\tilde{\Phi}}_{FB} &\triangleq \frac{1}{2}\left(\hat{\tilde{\Phi}}_F + \mathbf{J}_{M_s\tilde{M}_d}\hat{\tilde{\Phi}}_F^T\mathbf{J}_{M_s\tilde{M}_d}\right) \triangleq \frac{1}{2}\left(\hat{\tilde{\Phi}}_F + \hat{\tilde{\Phi}}_B\right) \\ &\triangleq \hat{\tilde{\Xi}}_{FB} - \frac{1}{2}\left[\tilde{\mathbf{g}}_F\ \tilde{\mathbf{g}}_B\right]\begin{bmatrix}\tilde{\mathbf{g}}_F^\dagger \\ \\ \tilde{\mathbf{g}}_B^\dagger\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{3.166}$$

L'estimé de l'amplitude devient alors :

$$\alpha_{FB} = \frac{\left(\tilde{\mathbf{x}}^{sd}_{M_s\tilde{M}_d}\right)^\dagger\hat{\tilde{\Phi}}_{FB}^{-1}\tilde{\mathbf{g}}_F}{\left(\tilde{\mathbf{x}}^{sd}_{M_s\tilde{M}_d}\right)^\dagger\hat{\tilde{\Phi}}_{FB}^{-1}\tilde{\mathbf{x}}^{sd}_{M_s\tilde{M}_d}} \tag{3.167}$$

3.10.5 Estimation spectrale et réjection spatio-temporelle assistée

Nous proposons d'utiliser les méthodes *APES* et Capon dans leurs versions « avant » et « avant-arrière » afin de rejeter de façon itérative les principaux contributeurs au fouillis de sol.

L'objectif est, pour chaque étape du processus itératif, d'estimer la plus grande des amplitudes $\alpha_{r,p}$ correspondant à ce qui sera considéré comme le contributeur principal au signal d'interférence.

Les isodistances d'indice r seront dans un premier temps traitées les unes après les autres de manière croissante. Bien que la configuration soit bistatique et donc qu'une isodistance corresponde à un ellipsoïde dont l'émetteur et le récepteur sont les foyers, il est en effet légitime de penser que les isodistances proches contribueront de façon plus significative que les plus lointaines. Le risque de considérer le lobe secondaire provenant d'une distance dont la puissance de fouillis serait plus élevée en lieu et place du pic d'un contributeur principal est ainsi moins élevé.

Une fois la fréquence Doppler, l'angle et l'amplitude du contributeur principal dans l'isodistance en cours d'étude estimés par l'une ou l'autre des méthodes, sa contribution est soustraite du signal obtenu à l'itération précédente.

On obtient ainsi l'estimé du signal de cible $\hat{\tilde{\mathbf{Y}}}_T$ à l'itération k pour l'isodistance r (de retard τ_r) :

$$\begin{aligned}\hat{\tilde{\mathbf{Y}}}_T^{(r)(k)} &= \hat{\tilde{\mathbf{Y}}}_T^{(r)(k-1)} - \hat{\tilde{\mathbf{Y}}}_C^{(r)(k)} \\ &= \hat{\tilde{\mathbf{Y}}}_T^{(r)(k-1)} - \hat{\alpha}^{(r)(k)}\mathbf{s}_s\left(\theta_p^{(r)(k)}\right)\left(\mathbf{x}(-\tau_r)\circ\tilde{\mathbf{s}}_d\left(\tilde{\nu}_{d_p}^{(r)(k)}\right)\right)^T\end{aligned}$$

avec $\alpha^{(r)(k)}$, $\theta_p^{(r)(k)}$ et $\tilde{\nu}_{d_p}^{(r)(k)}$ tels que :

$$\hat{\alpha}^{(r)(k)}\left(\tau_r, \theta_p^{(r)(k)}, \tilde{\nu}_{d_p}^{(r)(k)}\right) = \max_{\substack{\theta_p^{(r)};\tilde{\nu}_d^{(r)} \\ \in clutter\ ridge}} \left(\alpha^{(r)}\right) \tag{3.168}$$

et, pour l'initialisation du processus, $\hat{\tilde{\mathbf{Y}}}_T^{(1)(1)} = \tilde{\mathbf{Y}}$.

3.10.6 Lien entre les méthodes *APES* et D^3

Nous nous proposons ici d'établir la relation entre la méthode D^3 et la méthode *APES*. Afin d'alléger l'écriture nous nous limiterons au cas monodimensionnel et en l'occurrence au domaine temporel qui se suffit à lui même.
La méthode *APES* exploite les réalisations :

$$\tilde{\mathbf{u}}_{i,l} = \tilde{\mathbf{Y}}_i^{[1+(l-1)\tilde{M}_d:l\tilde{M}_d]} \tag{3.169}$$

avec $l \in [1 \cdots \tilde{L}_d]$.
Celles-ci sont de taille $\tilde{M}_d$.
L'objectif de la méthode *APES* est d'estimer les coefficients du filtre $\mathbf{h}$ minimisant :

$$\mathbf{h}^\dagger \tilde{\mathbf{u}}_{i;l} = \alpha \tilde{x}_l \, \tilde{z}_d^{l-1} \prod_{k=0}^{i-1} z_{s_{k+1,k}} \tag{3.170}$$

avec

$$\tilde{\mathbf{u}}_{i;l} \quad = \quad \begin{bmatrix} \tilde{Y}_{i,l} \\ \tilde{Y}_{i,l+1} \\ \vdots \\ \tilde{Y}_{i,l+\tilde{M}_d-1} \end{bmatrix} \tag{3.171}$$

Si l'on intègre l'amplitude recherchée au vecteur de pondération on obtient $\mathbf{w} = \mathbf{h}/\alpha$. Il vient :

$$\mathbf{w}^\dagger \tilde{\mathbf{u}}_{i;l} = \tilde{x}_l \, \tilde{z}_d^{l-1} \prod_{k=0}^{i-1} z_{s_{k+1,k}} \tag{3.172}$$

De façon similaire, pour la réalisation suivante $l+1$:

$$\mathbf{w}^\dagger \tilde{\mathbf{u}}_{i;l+1} = \tilde{x}_{l+1} \tilde{z}_d^{l} \prod_{k=0}^{i-1} z_{s_{k+1,k}} \tag{3.173}$$

La multiplication de l'équation précédente par $\tilde{z}_d^{-1}$ et sa soustraction de l'équation (3.170) conduisent à :

$$\begin{aligned}
\mathbf{w}^{\dagger}\left(\tilde{\mathbf{u}}_{i;l}-\tilde{z}_d^{-1}\tilde{\mathbf{u}}_{i;l+1}\right) &= \left[\tilde{Y}_{i,l}-\tilde{z}_d^{-1}\tilde{Y}_{i,l+1},\ \tilde{Y}_{i,l+1}-\tilde{z}_d^{-1}\tilde{Y}_{i,l+2},\ \cdots,\tilde{Y}_{i,l+\tilde{M}_d-1}-\tilde{z}_d^{-1}\tilde{Y}_{i,l+\tilde{M}_d}\right] \\
&= \left(\tilde{x}_{l+1}-\tilde{x}_l\right)\prod_{k=0}^{i-1} z_{s_{k+1,k}} \\
&\approx 0 \qquad (3.174)
\end{aligned}$$

La matrice des interférences résiduelles associée à la méthode D^3 se réduit quant à elle à un vecteur et s'écrit :

$$\mathbf{a}_d = \left[\tilde{Y}_{i,1}-\tilde{z}_d^{-1}\tilde{Y}_{i,2},\ \tilde{Y}_{i,2}-\tilde{z}_d^{-1}\tilde{Y}_{i,3},\ \cdots,\tilde{Y}_{i,\tilde{N}_d-2}-\tilde{z}_d^{-1}\tilde{Y}_{i,\tilde{N}_d-1}\right] \qquad (3.175)$$

La comparaison de l'équation précédente avec l'équation (3.174), permet de constater que la méthode D^3 est engendrée par la soustraction de deux termes consécutifs ($l=1$ et $l=2$ par exemple) de la fonction coût de la méthode *APES* avec pour paramètres $L_s=\tilde{L}_d=1$, $M_s=N_s-1$ et $\tilde{M}_d=\tilde{N}_d-1$.
Le caractère non-statistique de la méthode D^3 est directement lié à la valeur de L_s et de $\tilde{L}_d$. La méthode *APES* bien qu'elle ne respecte pas la règle de Brennan, pour laquelle $\tilde{L}_{sd}>2\tilde{N}_{sd}$, doit néanmoins conduire à une meilleure estimation des coefficients du filtre que pour la méthode D^3 au prix d'une complexité accrue de l'implémentation et d'un allongement du temps de calcul.

Chapitre 4

Récepteur fixe

4.1 Détection d'une cible marine

Le tableau 4.1 fournit les paramètres de la configuration ayant conduit à la détection d'une cible marine (un ferry) navigant dans la Manche, le long de la côte française et illuminée par l'émetteur $DVB-T$ de Becherel. Les données brutes ont été fournies par la société THALES.

TAB. 4.1: Détection d'une cible marine : paramètres de la configuration

Paramètres d'acquisition							
$\tilde{N}_d$	160	N_s	4	S	10^4	T_{ic}	$17.5ms$
Distance entre l'émetteur (E), le récepteur (R), et la cible (T)		D_{ER}	$44km$	D_{ET}	$63km$	D_{TR}	$27km$

Emetteur			
$PIRE$	$8.5kW$	Fréquence porteuse (f_0)	$562MHz$

Cible			
Angle de bistatisme	$40°$	Direction d'arrivée (θ)	$-4°$
Fréquence Doppler (f_d)	$-67.5Hz$	Cases distance τ correspondant à la distance bistatique	1401 à 1404

Le test statistique présenté est donné par la formule :

$$\Lambda^A_{D^3}(\tau, \nu_s, \tilde{\nu}_d) = \frac{|\mathbf{w}^\dagger \tilde{\mathbf{y}}\ (\tau)|^2}{\mathbf{w}^\dagger \mathbf{s}(\nu_s, \tilde{\nu}_d)} \tag{4.1}$$

Les vecteurs poids sont respectivement estimés en utilisant les équations (3.102) et (3.105) pour conduire à $\Lambda^A_{D^3_1}$ ou (3.120) et (3.121) pour aboutir à $\Lambda^A_{D^3_2}$.
La figure 4.1 représente la détection par l'une et l'autre des méthodes.

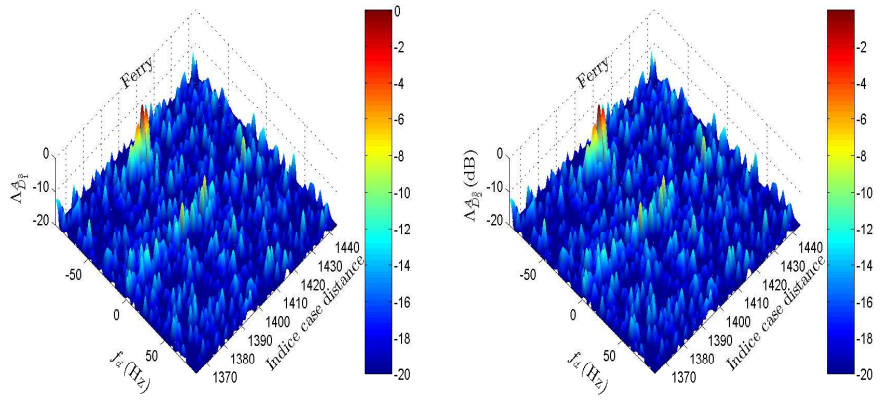

FIG. 4.1: $\Lambda^A_{D_1^3}$ (a) $\Lambda^A_{D_2^3}$ (b) sans filtrage de Wiener (seuillage de $20dB$)

Bien que la SER de la cible soit suffisante dans ce cas pour distinguer la cible, la présence du fouillis résiduel confirme que la méthode D^3 en elle-même serait incapable de détecter une cible de SER moindre ou de Doppler bistatique moins important.

L'amélioration apportée par l'ajout, en amont du traitement, du filtrage de Wiener est visible sur la figure 4.2.

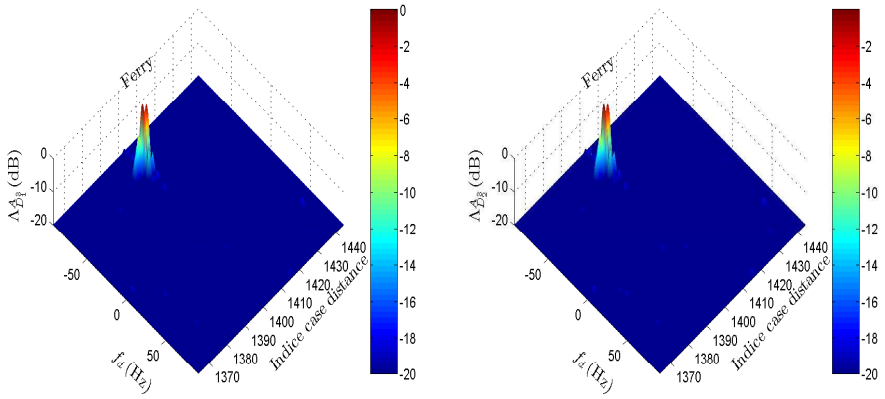

FIG. 4.2: $\Lambda^A_{D_1^3}$ (a) $\Lambda^A_{D_2^3}$ (b) avec filtrage de Wiener (seuillage de $20dB$)

Au-delà de la localisation du bateau dont les paramètres (distance bistatique, direction d'arrivée et Doppler) étaient connus *a priori* par le biais d'un système d'identification automatique (Automatic Identification System (AIS)), il est intéressant de noter la corrélation entre l'étalement en distance de la cible (4 cases distance), la résolution distance théorique ($20m$) et la dimension maximale du ferry ($90m$).

4.2 Détection d'une cible aérienne

Les résultats présentés dans le paragraphe précédent ont fait la preuve de la possibilité d'une détection passive à partir d'un émetteur civil [28, 29]. La SER de la cible considérée étant importante, l'étape suivante a consisté à détecter des cibles de SER bien plus faibles, un hélicoptère Fennec en l'occurrence, dans des conditions de fouillis de sol.
Le tableau 4.2 fournit les paramètres de la configuration ayant conduit à la détection de cette cible, illuminée par l'émetteur $DVB-T$ de la tour Eiffel.

TAB. 4.2: Détection d'un hélicoptère : paramètres de la configuration

Paramètres d'acquisition							
$\tilde{N}_d$	74	N_s	4	S	2^{13}	T_{ic}	$66ms$
N_e		8448		N_m		100	
Emetteur							
$PIRE$		$20kW$		Fréquence centrale (f_0)		$562MHz$	
Cible							
Type de cible		Hélicoptère Fennec		Direction d'arrivée (θ)		$22°$	
Fréquence Doppler (f_d)		$-162.5Hz$		Fréquence Doppler réduite ($\tilde{\nu}_d$)		-0.14	
Distance bistatique ($c\tau$)		$17.5km$		Case distance (τf_e)		535	

4.2.1 Stationnarité de l'environnement

Afin d'appréhender une éventuelle instationnarité de l'environnement et en déduire avec quelle périodicité les coefficients de Wiener doivent être réactualisés, il est intéressant de représenter l'amplitude de ces derniers pour chaque symbole $OFDM$ c'est-à-dire pour un nombre d'échantillons temporels $(N_e = 8448)$.
La figure 4.3 met en évidence la fluctuation envisagée.
Le choix d'une réactualisation sur une période de l'ordre du symbole semble être un bon compromis. On observe en effet sur cette figure une évolution en temps progressive et non brutale. Surestimer la période d'estimation accroîtrait la fluctuation. La sous-estimation se traduirait quant à elle par le phénomène inverse à savoir un élargissement des « crêtes ».
Cette représentation confirme également la prédominance des réflecteurs principaux aux faibles retards.

4.2.2 Densité spectrale de puissance de fouillis dans le cas d'un radar passif $DVB-T$

Sont présentés dans ce paragraphe les résultats de l'étude statistique de la densité spectrale de puissance du fouillis mesurée à l'occasion de cette campagne.
La nature non-Gaussienne de la puissance de fouillis reçue aux différentes distances est ainsi mise en évidence à travers leur convergence vers un modèle de Weibull (*cf.* annexe C).

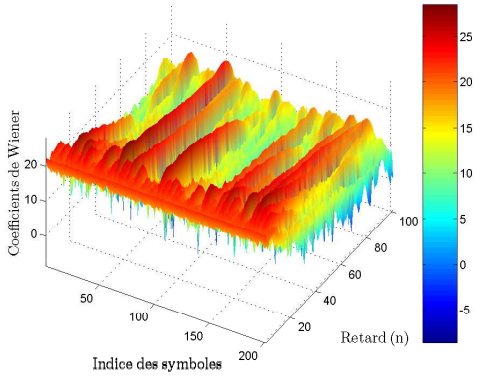

FIG. 4.3: Fluctuation des coefficients de Wiener

La figure 4.4 (a) représente la *DSP* du fouillis obtenue à $0Hz$. Compte tenu de l'étalement spectral apparent, l'étude a également été faite entre $-10Hz$ et $10Hz$ (figure 4.4 (b)) bien qu'un certain nombre de valeurs puissent correspondre à la résolution en Doppler. Les données présentent une bonne corrélation avec un modèle de Weibull de paramètre de forme $0,67$.

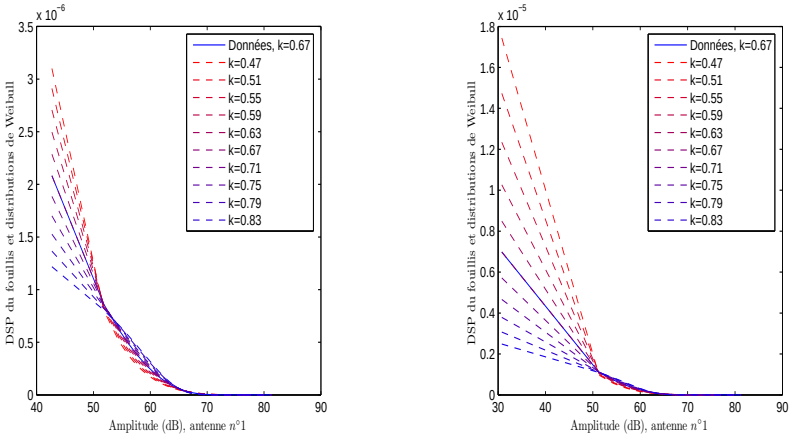

FIG. 4.4: *DSP* de fouillis à $0Hz$ (a) et entre $-10Hz$ et $10Hz$ (b)

4.2.3 Diagramme distance-Doppler

L'efficacité du filtrage de Wiener peut être visualisé à travers la comparaison des représentations du diagramme distance-Doppler avant et après le traitement défini dans l'équation (3.21).

La figure 4.5 permet de vérifier l'hypothèse d'un fouillis quasi-statique, la crête de fouillis présente avant filtrage de Wiener étant concentrée autour de la fréquence Doppler nulle.

On y constate également l'efficacité du filtrage en termes de réjection de fouillis. Le nombre d'échantillons nécessaires à l'estimation des coefficients est $N_e = 8448$. Chacune des itérations k correspond à la réjection du fouillis entre les cases distance $200(k-1)+1$ et $200k$.
Toute aussi intéressante est la réduction que l'on y observe des lobes secondaires en Doppler, réduction indispensable à l'apparition des cibles potentielles.

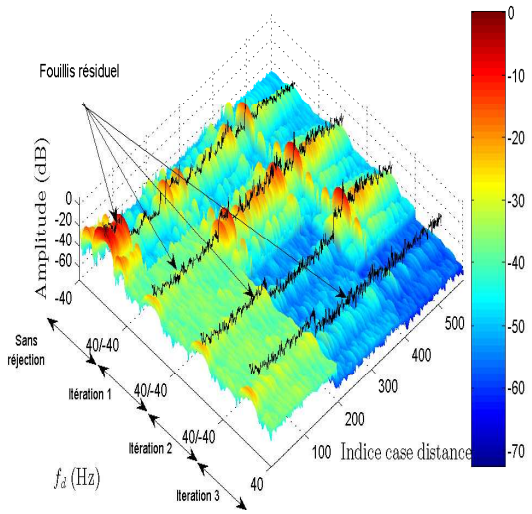

FIG. 4.5: Evolution du diagramme distance-Doppler au cours du filtrage de Wiener

Il faut noter que la charge de calcul est intimement liée à la longueur du filtre N_r. Il peut ainsi s'avérer utile de sélectionner les N_m ($N_m \ll N_r$) cases distance présentant le niveau de fouillis le plus significatif afin de diminuer cette taille.
L'étude préalable du diagramme distance-Doppler avant filtrage conduit à un choix sinon optimal du moins éclairé de la valeur de N_m.
Au lieu de considérer l'équation (3.1) le filtrage de Wiener est appliqué à :

$$\left[x\left(\frac{l-n_1}{f_e}\right), x\left(\frac{l-n_2}{f_e}\right), \cdots, x\left(\frac{l-n_{N_m}}{f_e}\right) \right]^T \tag{4.2}$$

Chaque valeur n_l, $1 \leq l \leq N_m$, correspond au retard bistatique du trajet multiple numéro r, considéré comme faisant partie des N_m plus importants contributeurs.
La figure 4.6 correspond à l'évolution, au cours du processus de réjection, du diagramme distance-Doppler, défini à l'équation (3.21). Elle est obtenue en sélectionnant, pour chaque itération, les 100 retards de niveau prépondérant de la zone de réjection considérée.
Avant réjection, la cible n'est pas visible. Celle-ci apparaît à l'issue de la première itération. Enfin, aucune amélioration significative n'est apportée par la prise en compte d'un nombre plus important de retards.

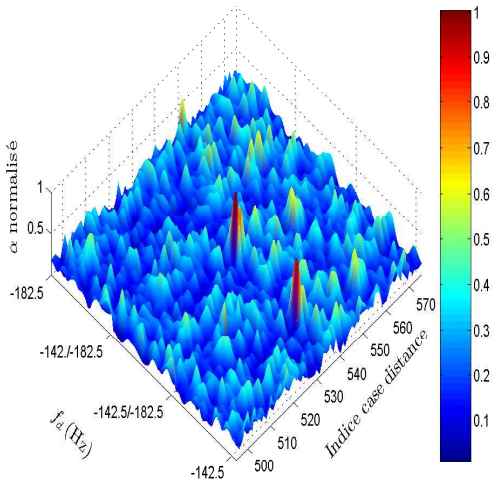

FIG. 4.6: Diagramme distance-Doppler

4.2.4 Localisation avec la méthode *APES*

Les figures 4.7(a) et (b) représentent l'estimation par la méthode *APES*, dans la case distance de la cible et avec moyennage avant-arrière, des différents contributeurs au signal respectivement avant et après filtrage de Wiener. La cible apparaît clairement à l'issue du filtrage.
Les figures 4.8(a) et (b) représentent quant à elles la même estimation dans les cases distance entourant celles de la cible.

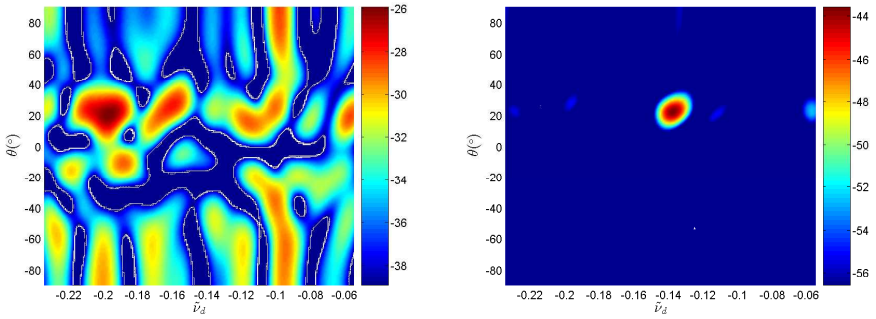

FIG. 4.7: Application de la méthode *APES* avec moyennage avant-arrière dans la case distance de la cible (535) avant (a) et après filtrage de Wiener (b)

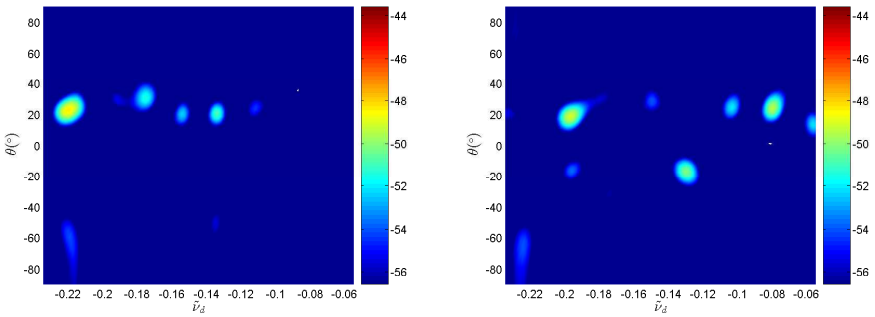

FIG. 4.8: Application de la méthode *APES* avec moyennage avant-arrière au sein des cases distance adjacentes 534 (a) et 536 (b)

4.2.5 Comparaison avec les méthodes D^3 et *MUSIC*

Il semble intéressant de comparer les résultats donnés par la méthode *APES* avec ceux de la méthode D^3 et de la méthode *MUSIC* respectivement décrites dans les paragraphes 3.10.4, 3.8 et 3.10.1.
La figure 4.9 correspond à l'application de la méthode D^3 dans la case distance de la cible. Elle met en évidence une bonne localisation temporelle mais également un niveau important de lobes secondaires dans le domaine spatial.

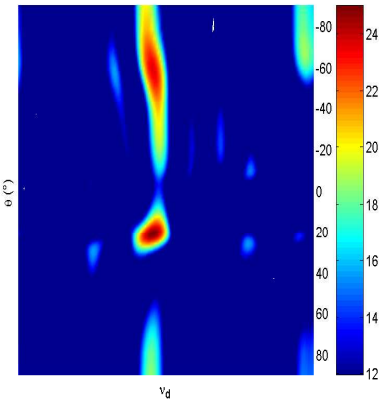

FIG. 4.9: Localisation avec la méthode D^3 (case distance 535)

A l'inverse, la méthode *MUSIC* appliquée au seul domaine spatial permet une localisation angulaire non ambiguë mais n'offre aucune précision en distance (*cf.* figure 4.10(a)). Cette méthode peut néanmoins être utilisée en complément du traitement présenté dans le §3.1.2 à l'issue duquel les localisations distance et Doppler ont pu être réalisées.
La figure 4.10(b), correspondant à la même méthode appliquée au domaine temporel, permet effectivement une localisation distance et Doppler mais l'attention doit être portée sur la faible dynamique entre le pic principal et les nombreux autres pics qui l'entourent.
Le couplage des localisations spatiale et temporelle conduit à la figure 4.11.

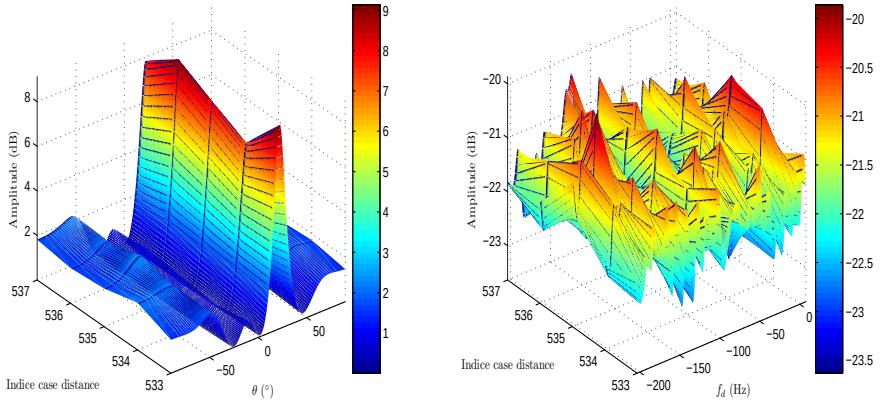

FIG. 4.10: Localisation avec la méthode *MUSIC* en spatial (a) en temporel (b)

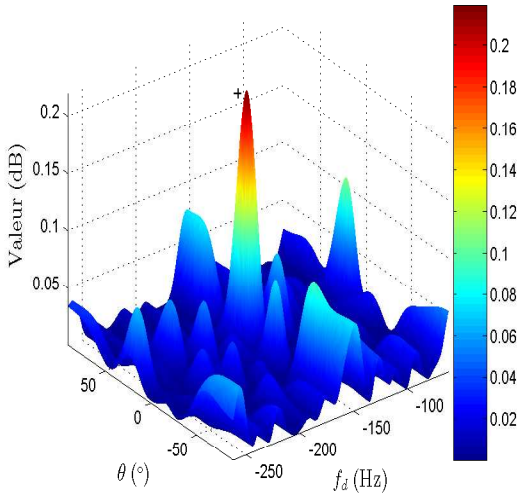

FIG. 4.11: Localisation avec la méthode *MUSIC* en spatio-temporel

Chapitre 5

Récepteur potentiellement en mouvement

5.1 Réjection de fouillis : méthodes *STAP*

5.1.1 Fouillis simulé Gaussien et cibles multiples

L'objectif est de vérifier la faisabilité d'une détection passive de cibles multiples ($N_T = 3$ dans cet exemple), à partir d'un récepteur en mouvement. Il est également de comparer les méthodes emblématiques de chaque grande classe (réduction de rang *PC*, réduction de dimension *JDL*, utilisation de la seule case sous test D^3 et association d'une méthode statistique et non statistique $JDL - D^3$) adaptées aux signaux à bruit. Un signal composite, regroupant le trajet direct de l'émetteur, le signal de fouillis, celui d'une source discrète (I_1) et d'un brouilleur (J) est ainsi constitué.
Les paramètres de simulation sont donnés dans le tableau 5.1.

Les performances respectives de différentes méthodes sont illustrées par le diagramme de résultat à savoir $\mathbf{w}^{\dagger}(\nu_{s_{T_k}}, \tilde{\nu}_{d_{T_k}})\mathbf{s}(\nu_s, \tilde{\nu}_d)$ avec $(\nu_s, \tilde{\nu}_d) \in [-0.5 : 0.5]$.
La méthode *PC* apparaît efficace face à l'émetteur (figure 5.1(a)), au fouillis de sol (figure 5.3(a)) et au brouilleur (figure 5.5(a)). Ce n'est plus le cas pour la réjection d'une source discrète située dans la case sous test (figure 5.7(a)). En outre, cette méthode ne privilégie pas le gain dans la direction souhaitée.
Si, d'une part, le niveau de réjection de l'émetteur (figure 5.1(b)), du brouilleur (figure 5.5(b)) et du fouillis (figure 5.3(b)) est suffisant avec la méthode *JDL*, cette méthode montre ses limites face à une source discrète d'interférence dans la case sous test (figure 5.7(b)).
A l'inverse, la méthode D^3 permet une réjection spatio-temporelle de celle-ci (figure 5.8(a)). L'émetteur et le brouilleur sont également rejetés (figures 5.2(a) et 5.6(a)) mais pas le fouillis (figure 5.4(a)).
Au final, l'efficacité de l'association des méthodes *JDL* et D^3 se manifeste sur les figures 5.2(b), 5.4(b), 5.6(b) et 5.8(b), pour tous les types d'interférence.
Le tableau 5.2 offre une synthèse des résultats. Y sont présentés, pour chaque méthode, le rapport signal à contributeur suivi de la possibilité de réjection ou non.

TAB. 5.1: Détection de cibles multiples : paramètres de simulation

Paramètres d'acquisition							
N_s	16	$\tilde{N}_d$	16	S	10^4	T_{ic}	$17.5ms$
Distance entre l'émetteur (E), le récepteur (R) et les cibles (T_k), $D_{ER} = D_{ET_k} = D_{T_kR}$					$50km$	f_e	$\frac{64}{7}MHz$

Emetteur			
PIRE	$32kW$	Fréquence porteuse f_0 (MHz)	506
Gain de l'antenne émettrice dans la direction du récepteur aéro-porté (G_{ER})	$-30dB$	Largeur de bande B (MHz)	7.61
Fréquence spatiale réduite (ν_{s_E})	0.4	Fréquence temporelle réduite virtuelle due au mouvement du récepteur (ν_{d_E})	-0.36

Fouillis			
Coefficient de rétrodiffusion bistatique [31, 33] (σ_0^β)	$-17dB$	Pente ψ de la crête de fouillis telle que $\tilde{\nu}_{d_{r,p}} = \psi\nu_{s_{r,p}}$	-0.9
Ouverture à $3dB$ du récepteur θ_{3dB}^R	$9°$	Aire de fouillis $A_{r,p}$	$9 \times 10^5 m^2$
Surface équivalente de fouillis ($\sigma^{\beta_{r,p}}$) en dBm^2	42	Rapport signal à fouillis moyen (RT_kF)	$32dB$
Approximation de la résolution distance, clutter patch r, p ($\Delta r_{r,p}$)			$47m$

Cibles			
SER bistatique ($\sigma_B^{T_k}$)	$10m^2$	Rapport émetteur à cibles (RET_k)	$60dB$
Fréquences spatiales réduites (ν_{s_k})	$-0.34, 0.22$ 0	Fréquences temporelles réduites ($\tilde{\nu}_{d_k}$)	$0.26, -0.14$ -0.04

Bruit thermique			
Puissance de bruit (FkT_0B)	$-130dBW$	Rapport émetteur à bruit (REB)	$30dB$

Brouilleur		**Source discrète d'interférence**	
Rapport brouilleur à cibles (RJT_k)	$60dB$	Rapport source discrète à cibles (RI_1T_k)	$50dB$
Fréquence spatiale réduite (ν_{s_J})	-0.04	Fréquence spatiale réduite ($\nu_{s_{I_1}}$)	-0.36
Fréquence temporelle réduite ($\tilde{\nu}_{d_J}$)	0.44	Fréquence temporelle réduite ($\tilde{\nu}_{d_{I_1}}$)	-0.44

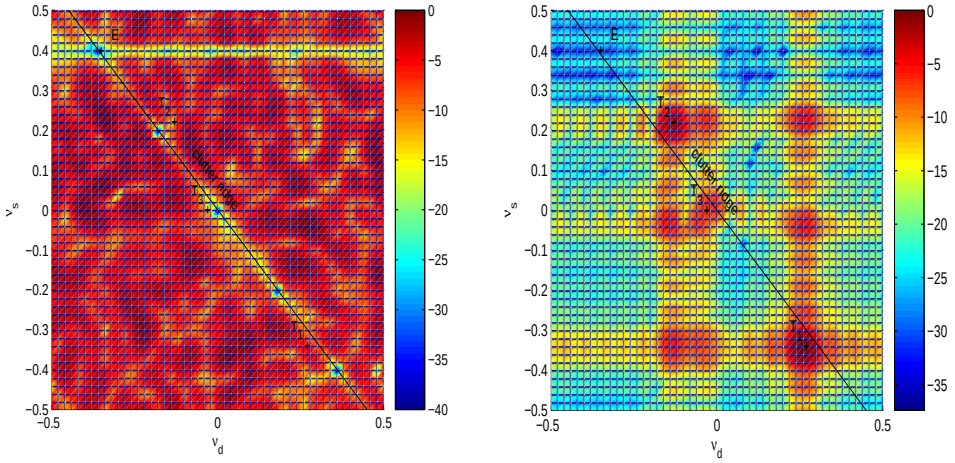

FIG. 5.1: Réjection de l'émetteur *PC* (a) et *JDL* (b)

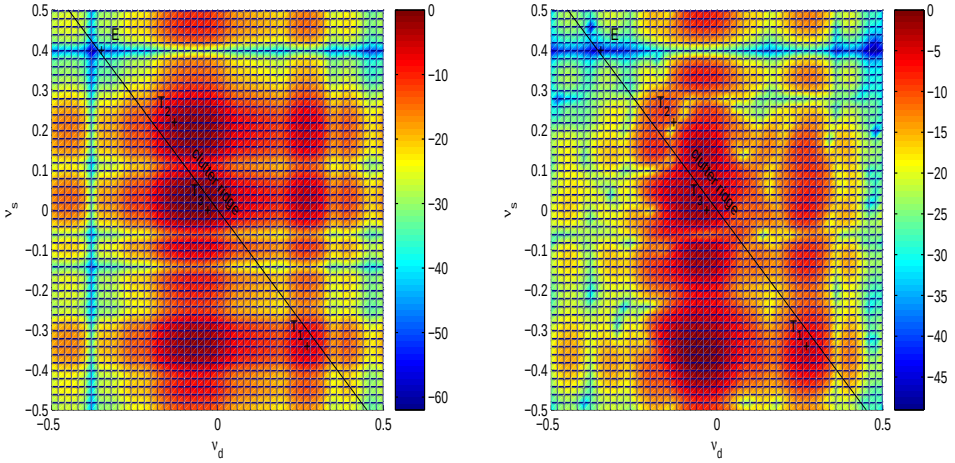

FIG. 5.2: Réjection de l'émetteur D^3 (a) et $JDL - D^3$ (b)

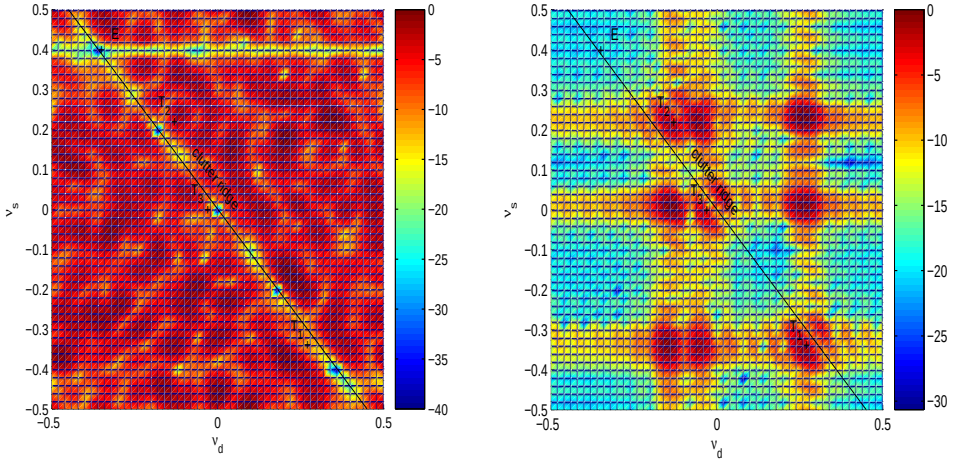

FIG. 5.3: Réjection du fouillis *PC* (a) et *JDL* (b)

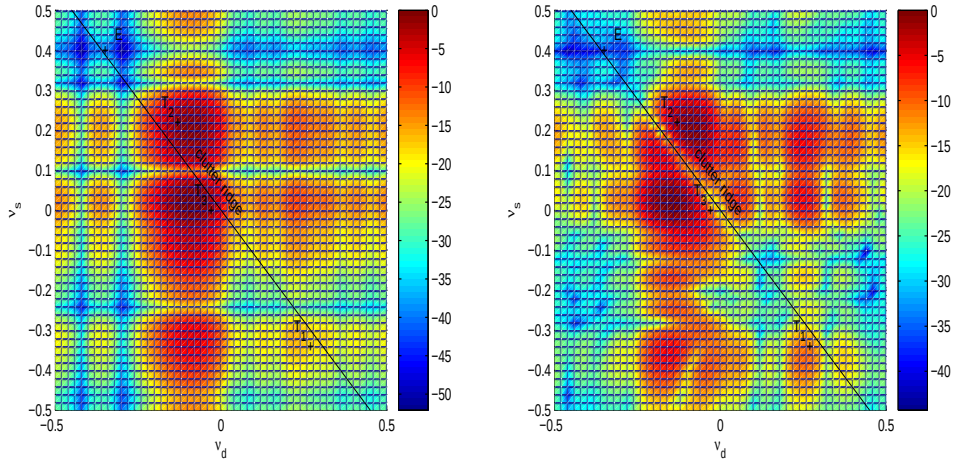

FIG. 5.4: Réjection du fouillis D^3 (a) et $JDL - D^3$ (b)

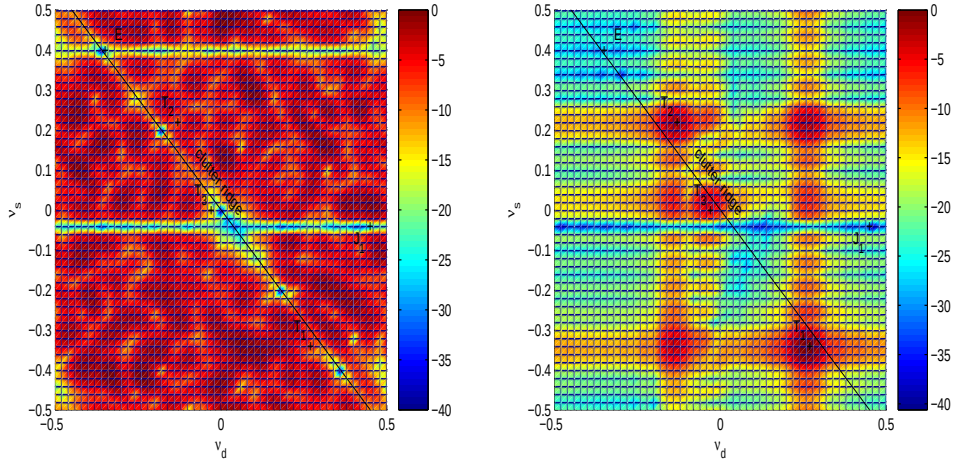

FIG. 5.5: Réjection du brouilleur *PC* (a) et *JDL* (b)

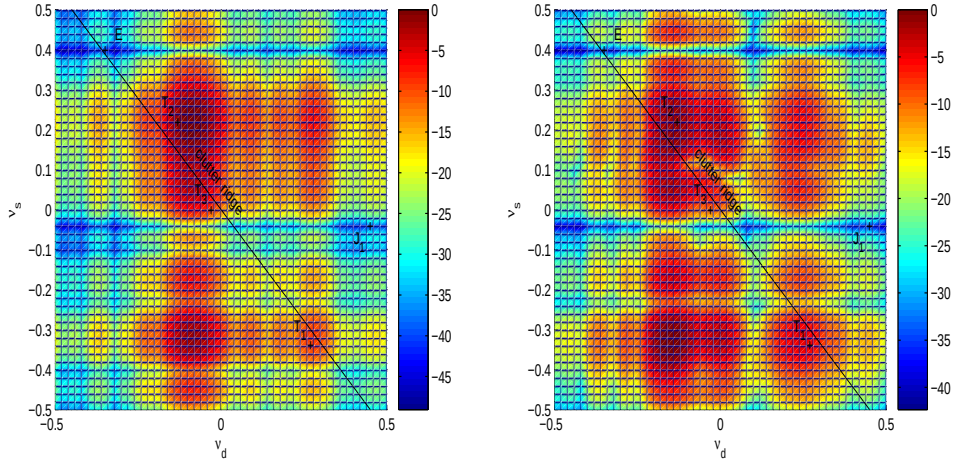

FIG. 5.6: Réjection du brouilleur D^3 (a) et $JDL - D^3$ (b)

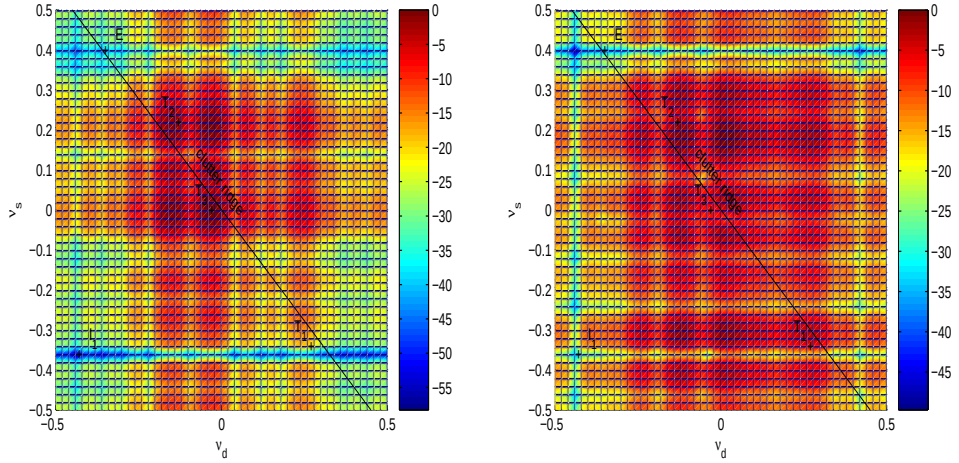

FIG. 5.7: Réjection de la source discrète *PC* (a) et *JDL* (b)

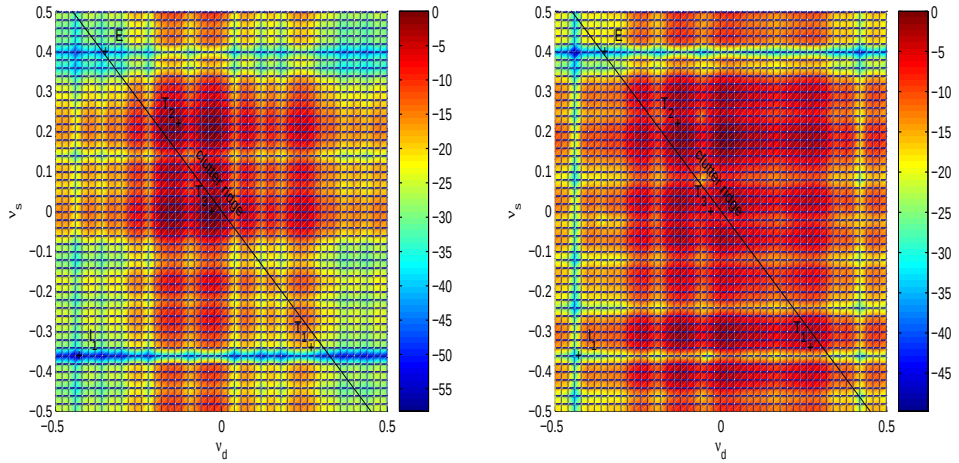

FIG. 5.8: Réjection de la source discrète D^3 (a) et $JDL - D^3$ (b)

TAB. 5.2: Détection de cibles multiples : réjection (en puissance)

	Emetteur	Clutter	Jammer	Interférence ponctuelle
PC	$60/\gg 60$	Réjection	$60/60$	$50/48$
JDL	$60/46$	Réjection	$60/34$	$50/27$
D^3	$60/79$	Pas de réjection	$60/71$	$50/\gg 50$
$JDL - D^3$	$60/67$	Réjection	$60/57$	$50/48$

5.1.2 Fouillis simulé non Gaussien

Trois cibles sont respectivement générées au sein :

- ✓ d'une zone de fouillis de type Gaussien,
- ✓ d'une zone de transition, dans laquelle se succèdent un fouillis Gaussien et un fouillis K-distribué avec $\nu_K = 0,1$, tous deux de puissance moyenne $6dB$ inférieure à celle de la première zone,
- ✓ et enfin, pour la troisième cible, d'une zone au fouillis impulsionnel caractérisé par la même loi que celui de la fin de la seconde zone mais de puissance moyenne $40dB$ inférieure à celle de la première.

Les signaux de fouillis des données secondaires $\tilde{\mathbf{y}}_C(\tau_a)$, $1 \leq a \leq N_a$ non-Gaussiens sont générés à partir :

- d'une texture t_a répondant à la densité de probabilité choisie et telle que $E\{t_a\} = 1$,
- de la matrice, $\tilde{\mathbf{C}}$, issue de la décomposition de Choleski de $\tilde{\mathbf{R}}_C$ et telle que :

$$\tilde{\mathbf{R}}_C = \tilde{\mathbf{C}}^\dagger \tilde{\mathbf{C}} \tag{5.1}$$

- d'un vecteur aléatoire de bruit blanc Gaussien $\tilde{\mathbf{n}}_a$, tel que $E\{\tilde{\mathbf{n}}_a \tilde{\mathbf{n}}_a^\dagger\} = I_{N_s \tilde{N}_d}$

Leur expression est ainsi donnée par la formule :

$$\tilde{\mathbf{y}}_C(\tau_a) = \sqrt{t_a} \tilde{\mathbf{C}}^\dagger \tilde{\mathbf{n}}_a \tag{5.2}$$

L'espérance mathématique de ces données correspond bien à la matrice de covariance du fouillis puisque :

$$\begin{aligned} E\{\tilde{\mathbf{y}}_C(\tau_a)\tilde{\mathbf{y}}_C^\dagger(\tau_a)\} &= E\{t_a\}\tilde{\mathbf{C}}^\dagger E\{\tilde{\mathbf{n}}_a \tilde{\mathbf{n}}_a^\dagger\}\tilde{\mathbf{C}} \\ &= \tilde{\mathbf{C}}^\dagger \tilde{\mathbf{C}} \\ &= \tilde{\mathbf{R}}_C \end{aligned} \tag{5.3}$$

La figure 5.9 permet de visualiser les fluctuations de distribution de l'amplitude de fouillis d'une zone à l'autre. Pour chaque retard, un certain nombre d'amplitudes est simulé. Chacune d'entre elles correspond à un patch de l'isodistance.

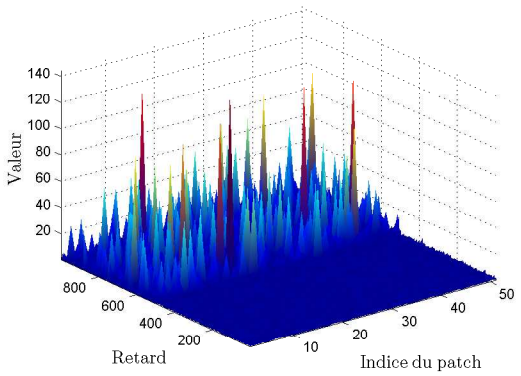

FIG. 5.9: Fluctuation d'amplitude de fouillis

En plus de la puissance relative du fouillis d'une zone à l'autre, le nombre de clutter patchs prépondérants décroît de la zone 1 à la zone 3 permettant d'amplifier les disparités entre les matrices de covariance et de tester par là même la nature $TFAC$-matrice de l'estimateur.
Chacune des cibles présente une puissance de $50dB$ inférieure à celle de la puissance moyenne de fouillis de la première zone. Leur vitesse bistatique est très faible $5km/h$ de façon à ce qu'elles soient en compétition directe avec l'écho de sol. Le nombre de blocs est $\tilde{N}_d = 20$ et le nombre d'antenne vaut $N_s = 8$.

Application de la méthode *PC*

Les figures 5.10 à 5.15 représentent les valeurs des tests statistiques OGD puis $GLRT-LQ$ pour les trois cibles immergées dans leur zone respective de fouillis dont la part non-Gaussienne croît progressivement. Chaque couple de figures regroupe le résultat obtenu avec la SCM à gauche et avec l'algorithme du point fixe à droite. Un seuillage destiné à obtenir une dynamique de $30dB$ a été appliqué.

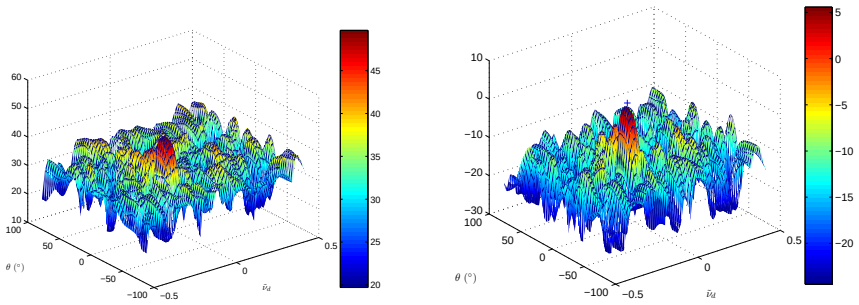

FIG. 5.10: Λ^A, SCM (a), FP (b), cible 1

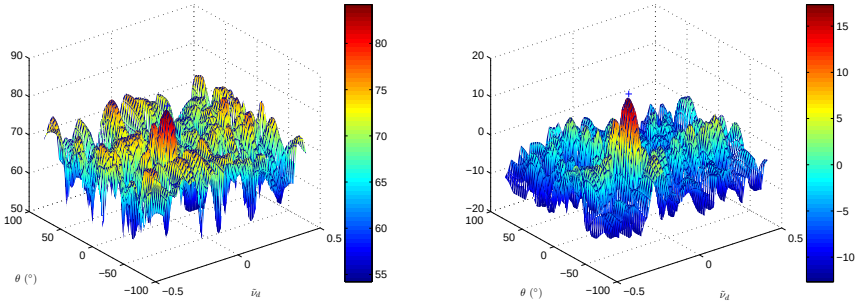

FIG. 5.11: Λ^A, *SCM* (a), *FP* (b), cible 2

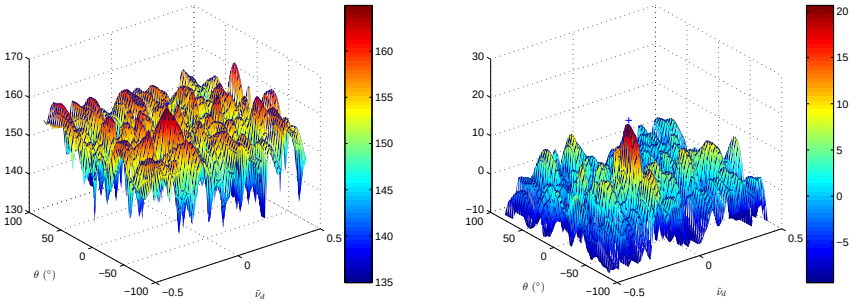

FIG. 5.12: Λ^A, *SCM* (a), *FP* (b), cible 3

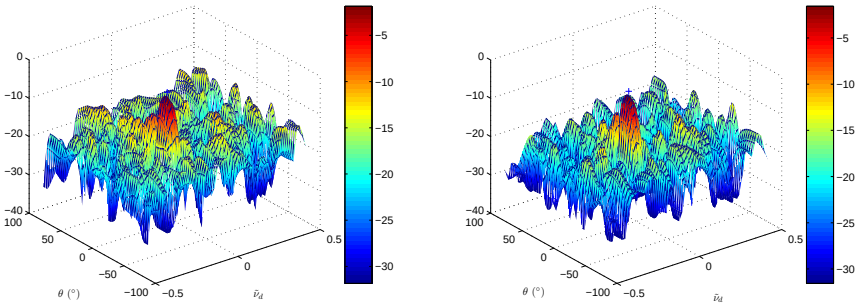

FIG. 5.13: Λ^G, *SCM* (a), *FP* (b), cible 1

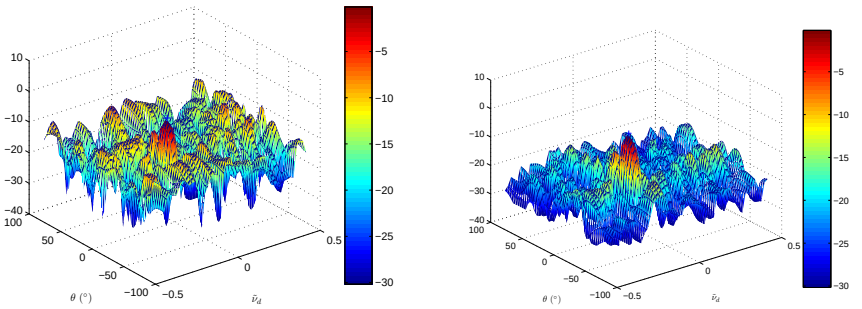

FIG. 5.14: Λ^G, *SCM* (a), *FP* (b), cible 2

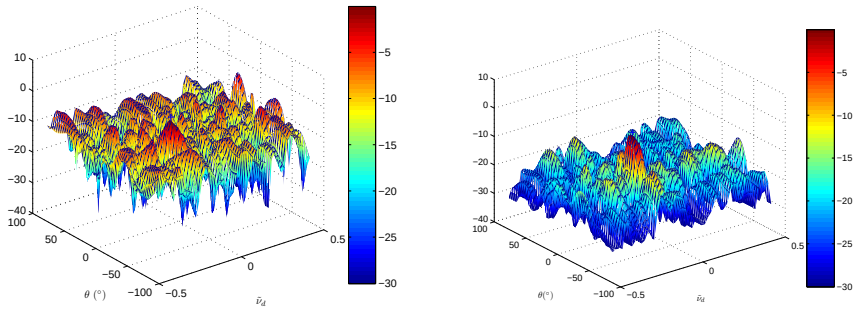

FIG. 5.15: Λ^G, *SCM* (a) *FP* (b), cible 3

Synthèse. Les simulations mettent en évidence pour le test *OGD* comme pour le test $GLRT-LQ$:

- ✓ une similarité des résultats entre *SCM* et *FP* pour la zone de fouillis Gaussienne,
- ✓ une amélioration apportée par l'utilisation de l'algorithme du point fixe d'autant plus importante que la part de fouillis non-Gaussien est importante.

On constate également la nature *TFAC* du $GLRT-LQ$, un atout majeur face à l'*OGD* dont le niveau fluctue en fonction de la puissance de fouillis et donc dans d'importantes proportions.

Association de la réduction de dimension et de l'adaptation de la matrice de covariance (*JDL* et *FP*)

Les résultats présentés dans cette partie concernent l'association d'une méthode de réduction de dimension, la méthode *JDL*, avec l'adaptation de la matrice de covariance à la nature non-Gaussienne de l'environnement.
La figure 5.16 correspond aux valeurs du test *OGD* pour la méthode *JDL*, dans la case de la dernière cible, sans application de filtrage c'est-à-dire pour :

$$\dot{\tilde{\mathbf{R}}} = \mathbf{I}_{\eta_s\eta_d \times \eta_s\eta_d} \tag{5.4}$$

L'objectif visé est de mettre en évidence la crête de fouillis masquant totalement la cible.
Les figures 5.17, (a) et (b), et 5.18 représentent respectivement la sortie du test $GLRT-LQ$ en dimension réduite pour la première, seconde et troisième zone d'un fouillis progressivement de moins en moins Gaussien, pour la méthode *FP*.
Les cases distance adjacentes nécessaires à l'estimation, au nombre de $2\eta_s\eta_d$, ont été choisies conformément à la méthode présentée au paragraphe 3.7.2.
Dans tous les cas, la cible est visible et le caractère *TFAC* préservé.

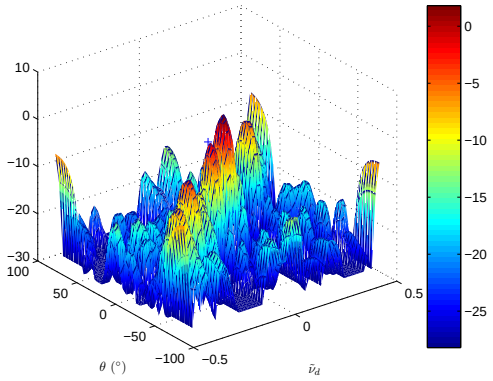

FIG. 5.16: $\dot{\Lambda}^A$ sans filtrage cible 3

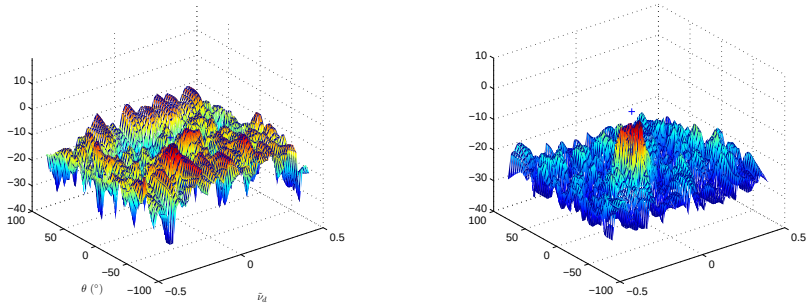

FIG. 5.17: $\dot{\Lambda}^G$, FP, cible 1 (a) et cible 2 (b)

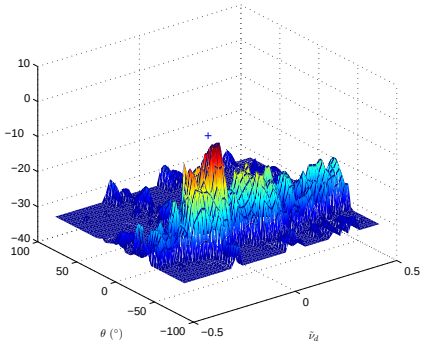

FIG. 5.18: $\dot{\Lambda}^G$, FP, cible 3

Association $JDL-D^3$ et FP

Les paragraphes précédents ayant mis en évidence la supériorité du $GLRT-LQ$, la similarité des résultats entre SCM et FP pour la zone 1 et l'efficacité accrue de cette dernière pour les autres zones, nous focalisons notre attention sur la sortie du test $GLRT-LQ$ associé à la méthode $JDL-D^3$ pour les seules zones 2 et 3. Les résultats sont représentés sur la figure 5.19. A nouveau la possibilité de détection est avérée et la constance de la plage de fluctuation des données de sortie vérifiée. La qualité supérieure de détection vis à vis de la méthode JDL se manifeste, pour la cible 3 par une diminution des lobes secondaires dans le domaine temporel (*cf.* figures 5.18 et 5.19(b)).

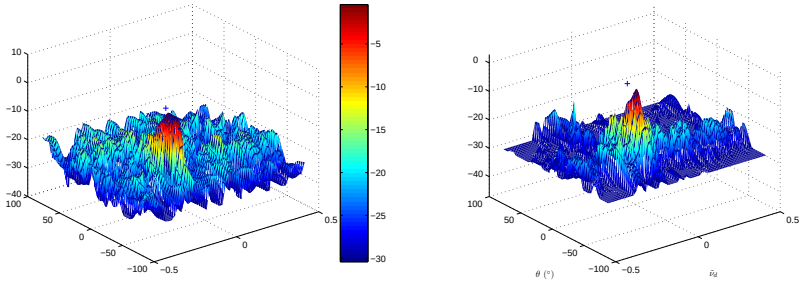

FIG. 5.19: $\Lambda_{GLRT-LQ-JDL-D^3}$, FP cible 2 (a) et 3 (b)

Synthèse générale. Le recours à l'estimation de la matrice de covariance par le biais de la méthode du point fixe, en lieu et place de la SCM, permet d'obtenir de meilleurs résultats que dans le cas de l'application de la méthode Principal Components PC. Le couple ($GLRT-LQ$, FP) est à la fois $TFAC$-texture et $TFAC$-matrice puisque son niveau ne fluctue ni en fonction de la distribution de l'amplitude de fouillis ni en fonction des fluctuations de l'estimation de la matrice de covariance due à la présence d'une zone de transition.
Les associations ($GLRT-LQ-JDL$, FP) et ($GLRT-LQ-JDL-D^3$), FP) donnent également de bons résultats. Ces méthodes sont d'autant plus intéressantes que le fouillis s'écarte d'une distribution Gaussienne.

5.1.3 Fouillis réel, visualisation des effets du fenêtrage et de la pondération

L'objectif de ce paragraphe est d'étudier, sur du fouillis réel :

- ✓ les effets de l'apodisation de la matrice de covariance, généralisée aux signaux s'apparentant à du bruit,
- ✓ la maîtrise du coefficient d'apodisation,

- ✓ l'impact de l'apodisation et du fenêtrage sur le $SINR_{loss}$ et le détecteur à la fois dans la case distance et sur le diagramme distance-Doppler,

- ✓ l'intérêt éventuel de leur couplage.

Effet, sur le $SINR_{loss}$, du fenêtrage du vecteur directionnel, avec ou sans apodisation. La figure 5.20 met en évidence, lors du fenêtrage du vecteur directionnel, non seulement un élargissement du lobe principal (en rapport direct avec le choix de la valeur de Δ_d) mais également un étalement des lobes secondaires qui peut aller jusqu'à interdire la réjection du fouillis compte tenu de l'étroitesse initiale de la crête de fouillis.
Le cas d'une cible de vitesse importante est traité ici afin de s'affranchir des conséquences d'un élargissement du lobe principal, masquant à lui seul la cible.

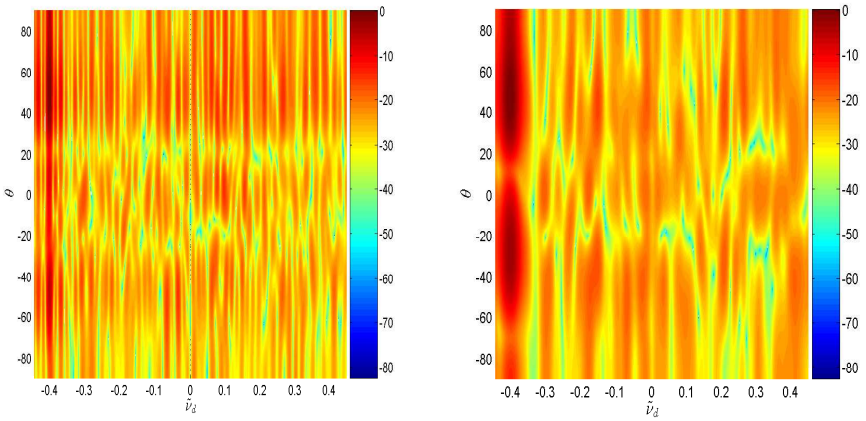

FIG. 5.20: $SINR_{loss}$ sans (a) et avec (b) fenêtrage de Chebyshev ($60dB$)

L'intérêt des figures 5.21(a) et 5.22 (b) (courbe bleue) est de présenter l'élargissement de la plage de réjection propre à faire face à une fluctuation de la répartition du fouillis. La figure 5.21(b) et la coupe associée (5.22 (b), courbe rouge) prouvent quant à elles tout l'intérêt d'associer apodisation et fenêtrage, le premier contrecarrant en partie les effets néfastes du second, effets illustrés par la courbe rouge de la figure 5.22 (a).

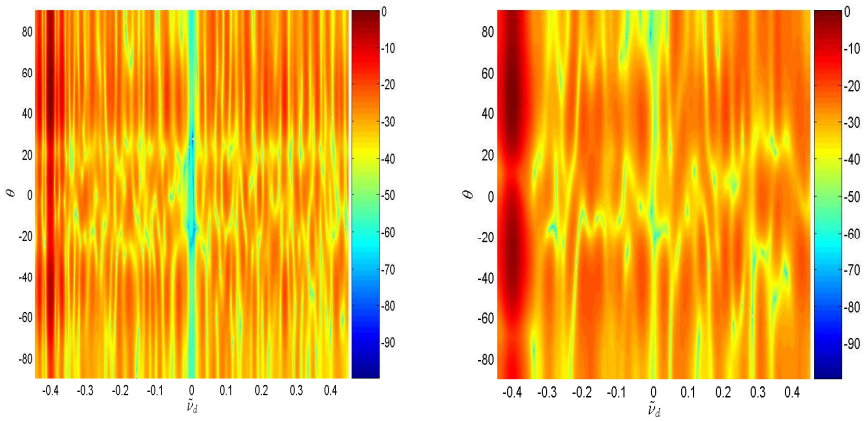

FIG. 5.21: $SINR_{loss}$ avec CMT ($\Delta_d = 0.04$), sans (a) et avec (b) fenêtrage de Chebyshev ($60dB$)

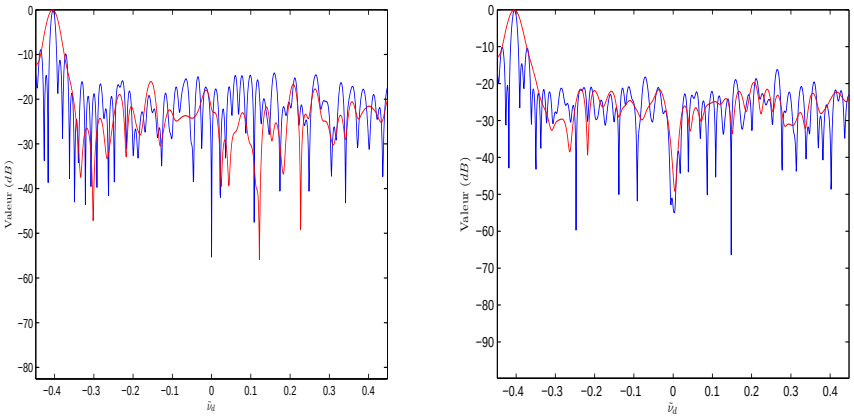

FIG. 5.22: Coupe du $SINR_{loss}$ avec (rouge) et sans (bleu) fenêtrage de Chebyshev ($60dB$), sans (a) et avec (b) CMT ($\Delta_d = 0.04$)

Cas d'une cible de faible Doppler. Dans le cas d'une cible à faible vitesse bistatique, le simple élargissement du lobe principal a les mêmes conséquences que celui des lobes secondaires pour une cible plus rapide à savoir la suppression de la réjection du fouillis. Cet effet est illustré par la comparaison des figures 5.23(a) et 5.23(b) ou en observant les coupes de la figure 5.24.

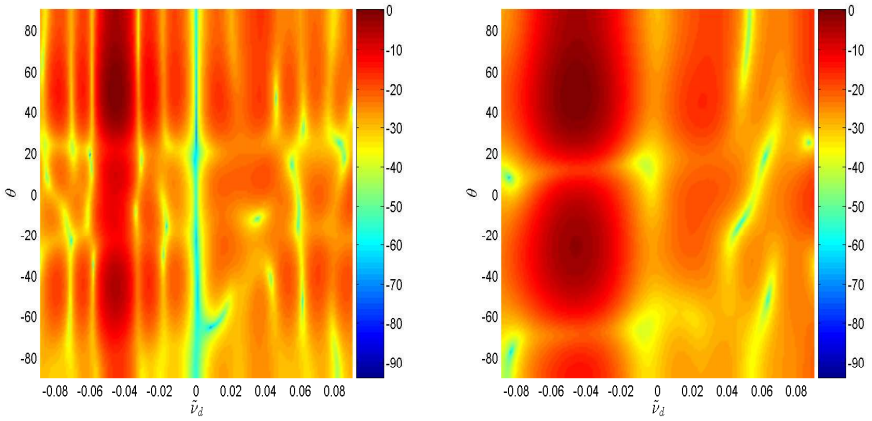

FIG. 5.23: Pour une cible proche, $SINR_{loss}$ sans (a) et avec (b) fenêtrage de Chebyshev ($60dB$)

L'association de l'apodisation et du fenêtrage, dont nous avons pu voir tout l'intérêt dans le paragraphe précédent, n'est, dans ce cas précis, pas efficace. La zone de réjection est comblée par l'effet du fenêtrage sans que l'apodisation puisse s'y opposer (*cf.* figures 5.24(b) et 5.25(b) courbe rouge).

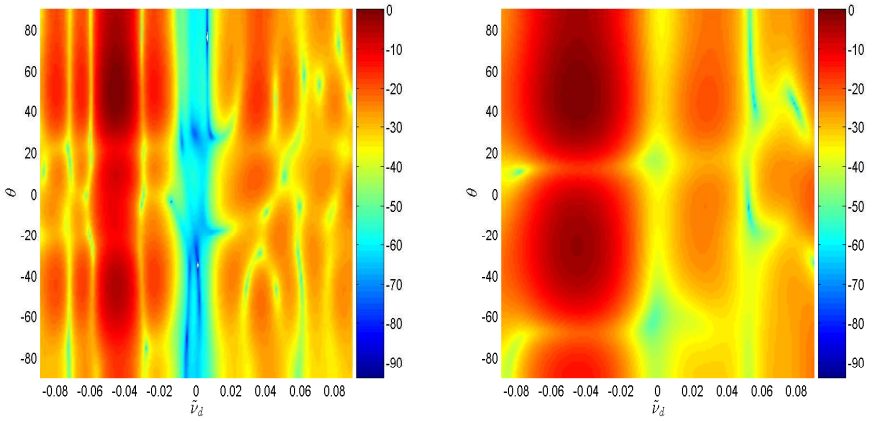

FIG. 5.24: Pour une cible proche, $SINR_{loss}$ avec CMT ($\Delta_d = 0.04$), sans (a) et avec (b) fenêtrage de Chebyshev ($60dB$)

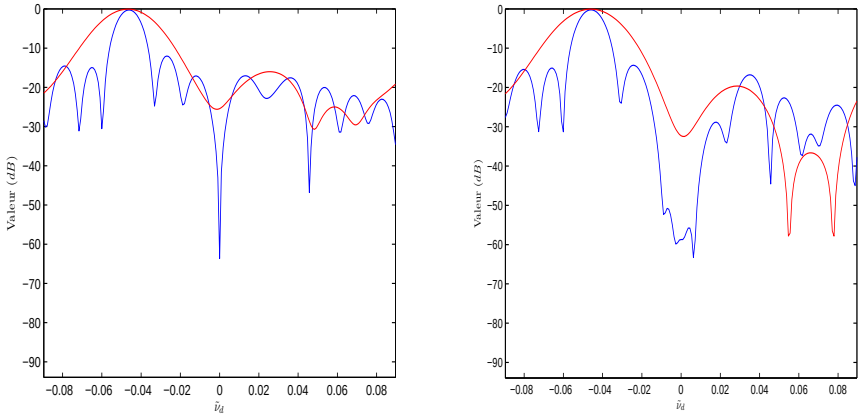

FIG. 5.25: Pour une cible proche, coupe du $SINR_{loss}$ avec (rouge) et sans (bleu) fenêtrage de Chebyshev ($60dB$), sans (a) et avec (b) CMT ($\Delta_d = 0.04$)

Effet, sur le détecteur, dans la case sous test. La figure 5.26 illustre l'impossibilité de détection sans filtrage. Seule y apparaît la crête de fouillis.

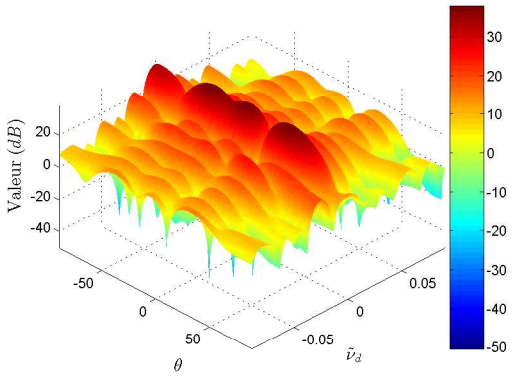

FIG. 5.26: $\Lambda^A(\theta, \tilde{\nu}_d)$ sans filtrage

Les figures suivantes représentent la sortie du détecteur dans la case distance de la cible :

- ✓ sans apodisation ni fenêtrage (figures 5.27(a) et 5.28(a)),
- ✓ avec apodisation uniquement (figures 5.27(b) et 5.28(b)),
- ✓ avec fenêtrage uniquement (figures 5.29(a) et 5.30(a)),
- ✓ et enfin avec l'association des deux méthodes (figures 5.29(b) et 5.30(b)).

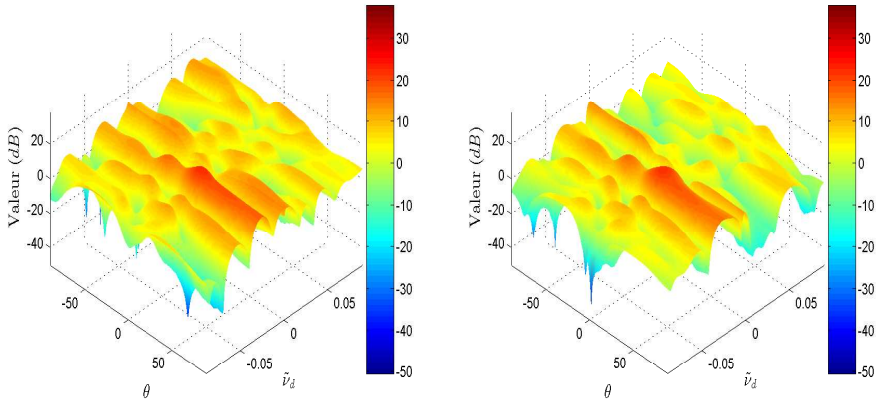

FIG. 5.27: $\Lambda^A(\theta, \tilde{\nu}_d)$ sans (a) et avec (b) *CMT*

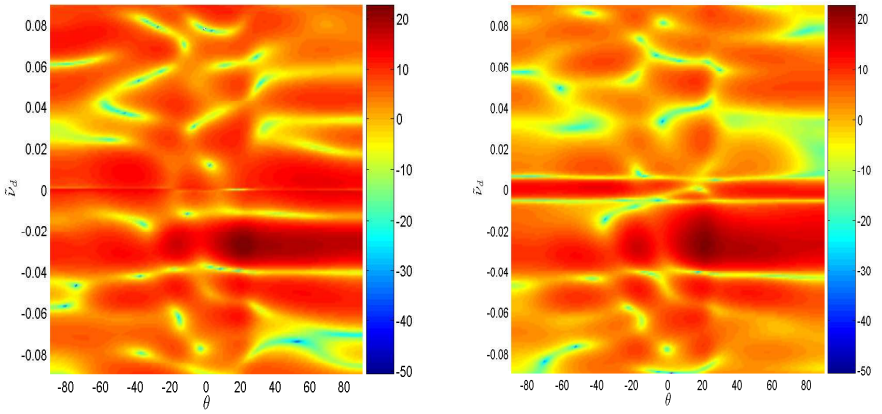

FIG. 5.28: $\Lambda^A(\theta, \tilde{\nu}_d)$ sans (a) et avec (b) *CMT*

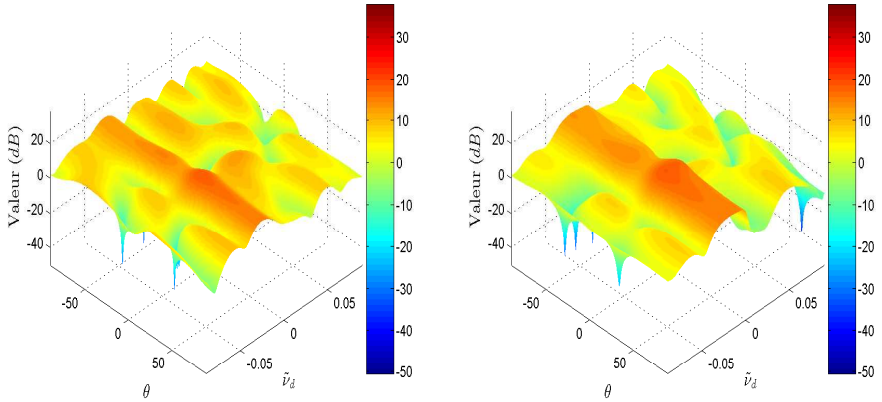

FIG. 5.29: $\Lambda^A(\theta, \tilde{\nu}_d)$ avec fenêtrage de Chebyshev, sans (a) et avec (b) *CMT*

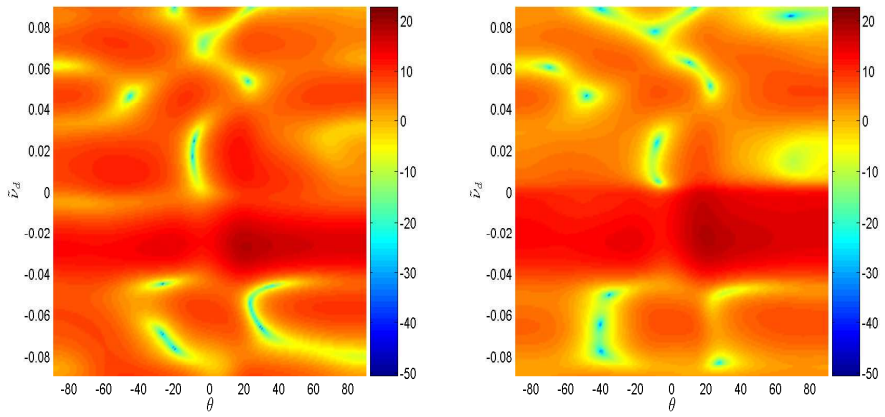

FIG. 5.30: $\Lambda^A(\theta, \tilde{\nu}_d)$ avec fenêtrage de Chebyshev, sans (a) et avec (b) *CMT*

Ces résultats sont conformes à l'étude précédente sur l'impact de l'apodisation et du fenêtrage pour des cibles lentes, le meilleur résultat de détection est obtenu sans apodisation ni fenêtrage (*cf.* figure 5.27).
L'emploi de l'apodisation est satisfaisant puisque le plancher d'interférence diminue au détriment de la réjection de la crête du fouillis (*cf.* figures 5.27(b) et 5.28(b)).
Les effets néfastes du fenêtrage, qu'il soit couplé ou non avec l'apodisation, expliqués par l'effet sur le $SINR_{loss}$ sont visibles sur les figures 5.29, et 5.30.

Effet sur le diagramme distance-Doppler. Les figures 5.31(a) et 5.31(b) représentent le diagramme distance-Doppler du fouillis réel avant filtrage respectivement sans fenêtrage pour la première et avec fenêtrage pour la seconde. Leur comparaison permet de constater la diminution des lobes secondaires en fréquence temporelle au prix d'un élargissement du pic principal susceptible de devenir à son tour source de masquage.

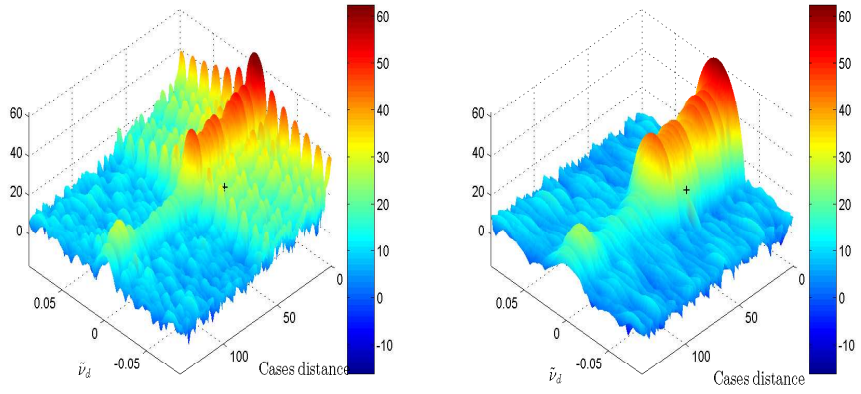

FIG. 5.31: $\Lambda^A(\tau, \tilde{\nu}_d)$ sans filtrage sans (a) et avec (b) fenêtrage de Chebyshev

Les figures suivantes sont obtenues après filtrage.

Sur la figure 5.32(a), obtenue directement à partir de la matrice de covariance sans apodisation et pour des vecteurs directeurs non fenêtrés, on observe une persistance de pics de fouillis dans la case d'intérêt comme dans celles qui lui sont adjacentes. La position des pics les plus importants est en accord avec la répartition des contributeurs principaux visibles avant filtrage.

Les conséquences de la diminution de réjection inhérente à l'apodisation se manifestent sur la figure 5.32(b) à travers la remontée des pics de fouillis. La robustesse liée à l'emploi de cette méthode dans le cas d'un éventuel étalement Doppler du fouillis apparaît quant à elle pour les cases distances les plus éloignées, sous la forme d'un élargissement de la zone de réjection. Une réjection forte, estimée pour des fréquences Doppler très proches de zéro, a en effet été appliquée à une zone Doppler pour laquelle le fouillis était moins puissant.

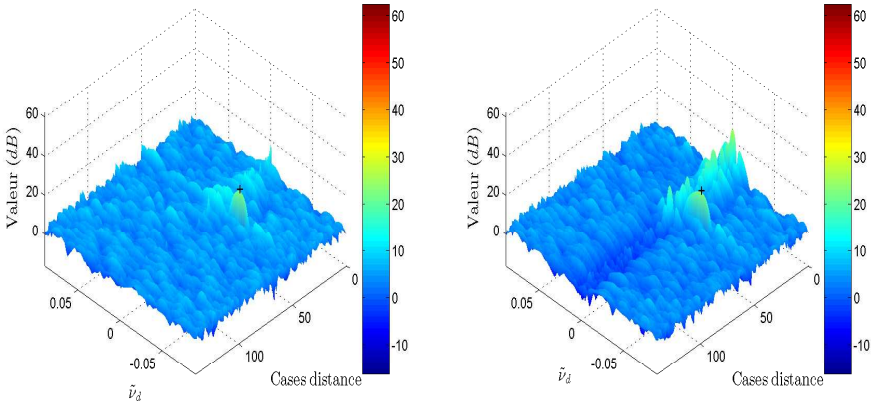

FIG. 5.32: $\Lambda^A(\tau, \tilde{\nu}_d)$ sans (a) et avec (b) *CMT*

Nous retrouvons sur la figure 5.33 les effets néfastes évoqués lors de l'étude dans la case sous test à savoir une perte de capacité de localisation due à la fois à l'élargissement des lobes de la cible et du fouillis et à la remontée du pic de fouillis due à l'apodisation et au fenêtrage.

Synthèse. L'apodisation comme le fenêtrage sont souvent présentés comme incontournables, aboutissant à une amélioration de la robustesse. Sur le principe cette affirmation est vraie. Tout le problème réside dans l'application souvent en aveugle de ces deux principes qui deviennent des « principes de précaution », et dont les paramètres (coefficients d'apodisation et de fenêtrage) sont fixés *a priori* en tenant compte du pire cas, avec les conséquences néfastes que nous avons souhaité mettre en évidence dans ce paragraphe et auxquelles nous avons été confrontées au début des recherches avant d'en nuancer l'emploi.

Les deux méthodes sont le plus souvent dissociées mais nous venons de voir à quel point, pour des cibles relativement rapides, leur association peut en revanche être intéressante bien qu'elles poursuivent des objectifs différents.

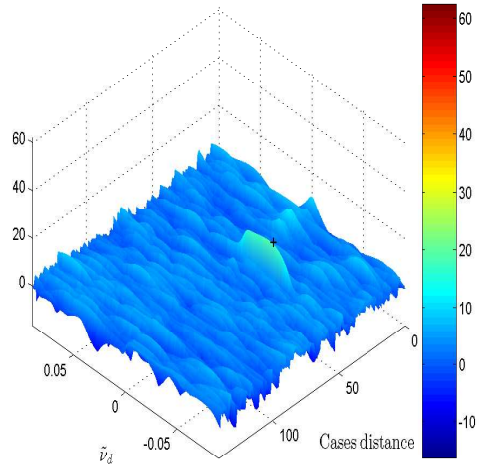

FIG. 5.33: $\Lambda^A(\tau, \tilde{\nu}_d)$ avec fenêtrage de Chebyshev et apodisation

5.1.4 Fouillis réel, détection d'une cible à l'aide de méthodes *STAP*

Etude du $SINR_{loss}$ et des détecteurs

Hypothèse bruit blanc. Afin de disposer d'une base de comparaison, il est intéressant de représenter le diagramme angle-Doppler dans la case de la cible en faisant l'hypothèse d'une interférence de type bruit blanc. Les détecteurs sont dans ce cas équivalents à une constante près.
La figure 5.34 met ainsi en évidence la crête de fouillis nécessitant la mise en place d'un filtrage.

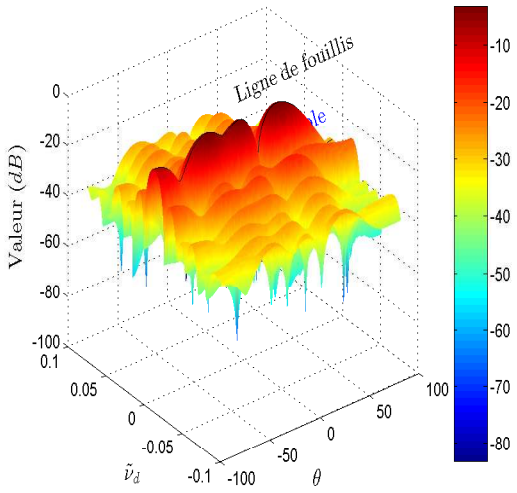

FIG. 5.34: $\Lambda^A(\theta, \tilde{\nu}_d)$ sous l'hypothèse bruit blanc

Méthode *PC*.

Nota. Afin d'améliorer la compréhension à travers la lisibilité des figures, l'ensemble de celles-ci est à la fois illustré par une vue de dessous, seule capable de rendre compte de la profondeur de réjection de la crête de fouillis, et une vue de dessus permettant d'apprécier le pointage et l'ensemble des lobes latéraux.
Les figures 5.35 et 5.36 correspondent respectivement à la méthode de décomposition en éléments principaux avec Diagonal Loading ($PC - DL$) appliquée, pour la première avec une méthode adaptée aux environnements Gaussiens (méthode *SCM*) et pour la seconde à ceux qui ne le sont pas (matrice du Point Fixe, FP).
L'inadaptation de la première méthode est caractérisée par son incapacité à mettre en place une réjection en direction du fouillis et assurer un pointage dans la direction désignée, celle de la cible en l'occurrence. On observe les effets inverses pour la seconde méthode.

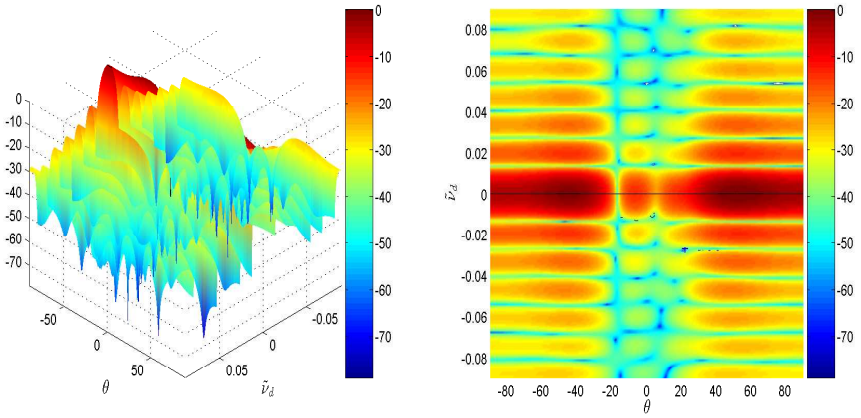

FIG. 5.35: $SINR_{loss_{PC-DL}}$ avec *SCM*

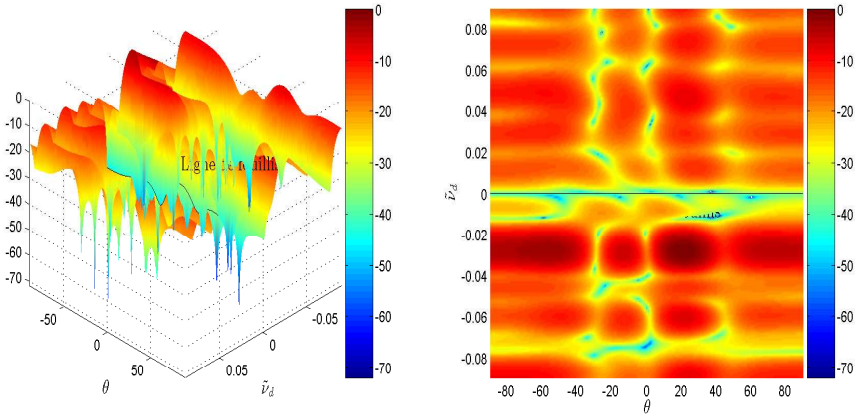

FIG. 5.36: $SINR_{loss_{PC-DL}}$ avec FP

Le mode de sélection des valeurs propres de la *SCM*, prévu dans la méthode *PC*, est totalement inefficace dans le cas d'un fouillis réel qui, rappelons le, est caractéristique

d'un modèle non-Gaussien. Les détecteurs testés ne font pas apparaître de cible (*cf.* figure 5.37).

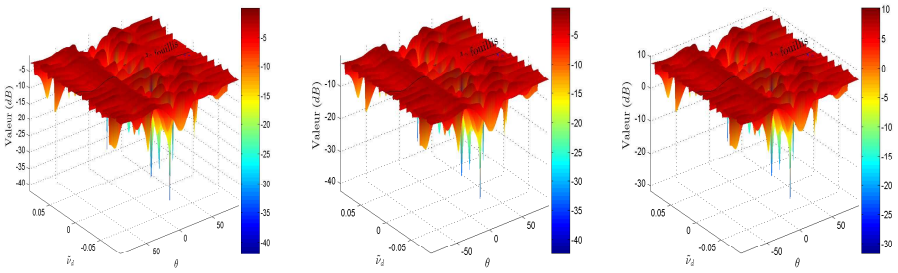

FIG. 5.37: Λ^{G}_{PC-DL} (a), Λ^{K}_{PC-DL} (b), Λ^{A}_{PC-DL} (c) avec *SCM*

Il en est de même pour une sélection à partir de la matrice du point fixe. Les sorties des détecteurs considérés sont plus cohérentes que les précédentes puisqu'elles ont le mérite de faire apparaître la crête de fouillis (*cf.* figure 5.38) mais la réjection de ce dernier n'est toujours pas suffisante pour faire émerger la cible.

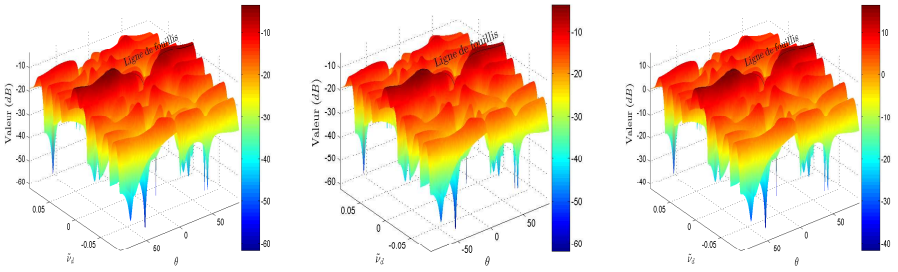

FIG. 5.38: Λ^{G}_{PC-DL} (a), Λ^{K}_{PC-DL} (b), Λ^{A}_{PC-DL} (c) avec *FP*

Méthode *SVD*. A la vue des figures 5.39, 5.40, 5.41, 5.42, les mêmes enseignements que ceux de la méthode *PC* peuvent être formulés pour la méthode *SVD* tant pour les pertes en rapport signal à bruit plus interférence que pour la capacité de détection en sortie de filtrage. Ceci constitue une confirmation et se conçoit aisément compte tenu du mode de sélection des valeurs propres et vecteurs propres, similaire pour les deux méthodes.

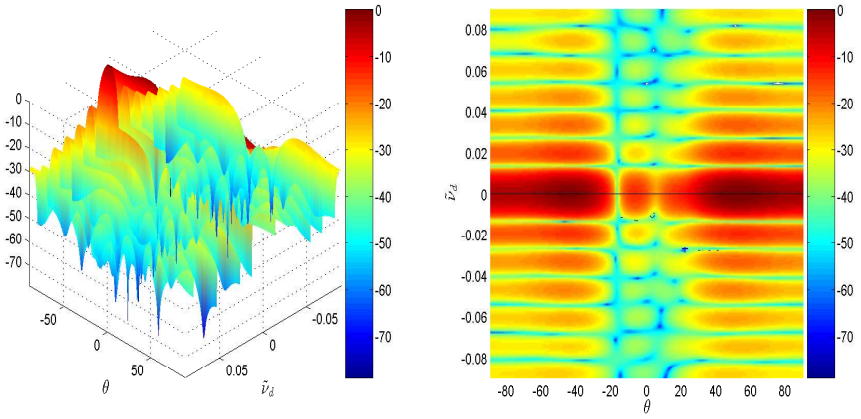

FIG. 5.39: $SINR_{loss_{SVD-DL}}$ avec *SCM*

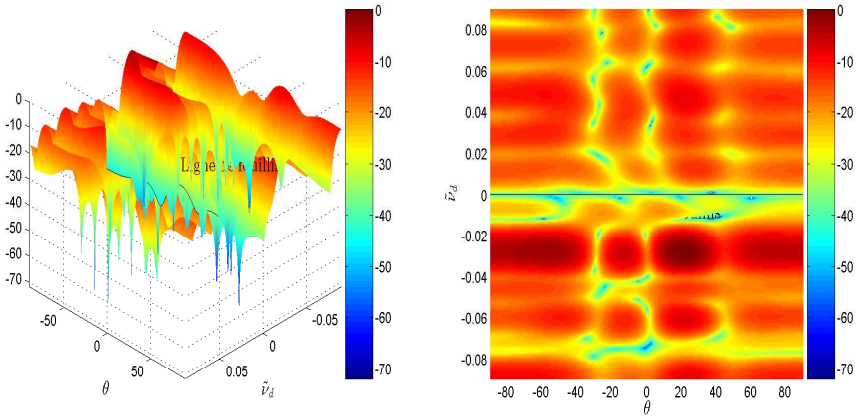

FIG. 5.40: $SINR_{loss_{SVD-DL}}$ avec *FP*

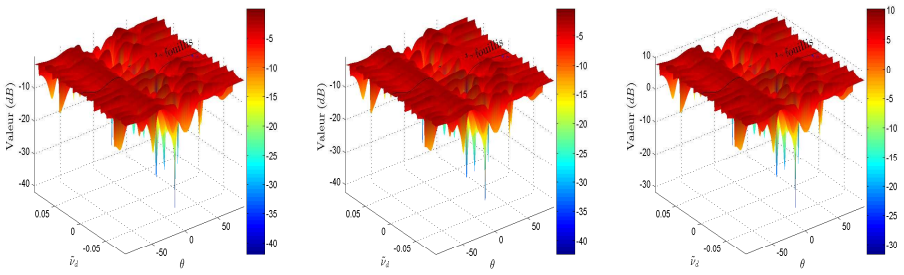

FIG. 5.41: $\Lambda^{G}_{PC-SVD-DL}$ (a), $\Lambda^{K}_{PC-SVD-DL}$ (b), $\Lambda^{A}_{PC-SVD-DL}$ (c) avec *SCM*

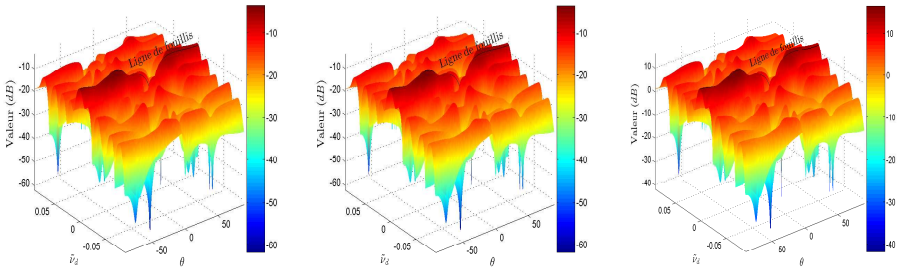

FIG. 5.42: $\Lambda^{G}_{PC-SVD-DL}$ (a), $\Lambda^{K}_{PC-SVD-DL}$ (b), $\Lambda^{A}_{PC-SVD-DL}$ (c) avec *FP*

Méthode *CSM***.** La figure 5.43(a) met en évidence des niveaux de réjection supérieurs à ceux des méthodes *PC* (*cf.* figure 5.36(a)) ou *SVD* (*cf.* figure 5.40(a)) avec adaptation de la matrice de covariance par la méthode du point fixe. Ceci se traduit par de meilleurs résultats au niveau de la sortie des détecteurs comme en témoigne la figure 5.44. Le fouillis n'est néanmoins pas totalement rejeté.

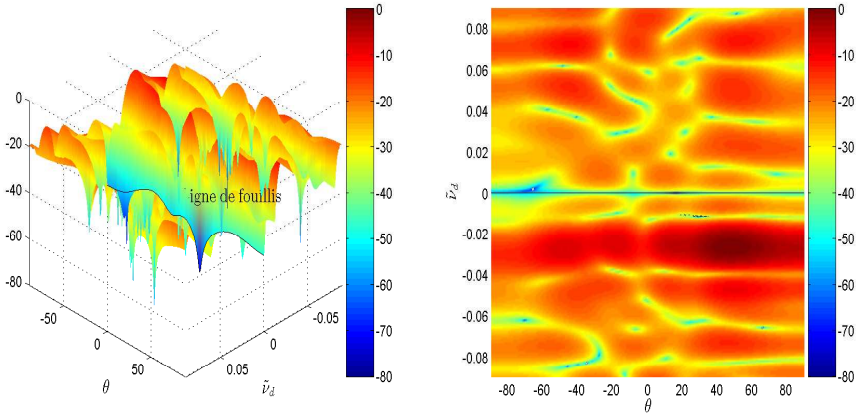

FIG. 5.43: $SINR_{loss_{CSM-DL}}$ avec *FP*

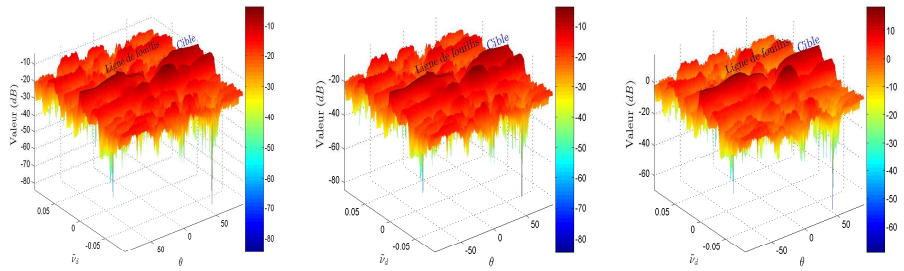

FIG. 5.44: Λ^{G}_{CSM} (a), Λ^{K}_{CSM} (b), Λ^{A}_{CSM} (c) avec FP

Méthode *JDL*. Contrairement aux méthodes précédentes pour lesquelles l'emploi du Diagonal Loading n'entraînait qu'une amélioration mineure (expliquant que tous les diagrammes, avec ou sans *DL*, n'ont pas été représentés), on note en comparant les figures 5.45(a) et 5.46(a) une réjection accrue avec l'ajout de cette modification. La figure 5.46(b) fait quant à elle état d'un meilleur pointage par rapport à 5.45(b).

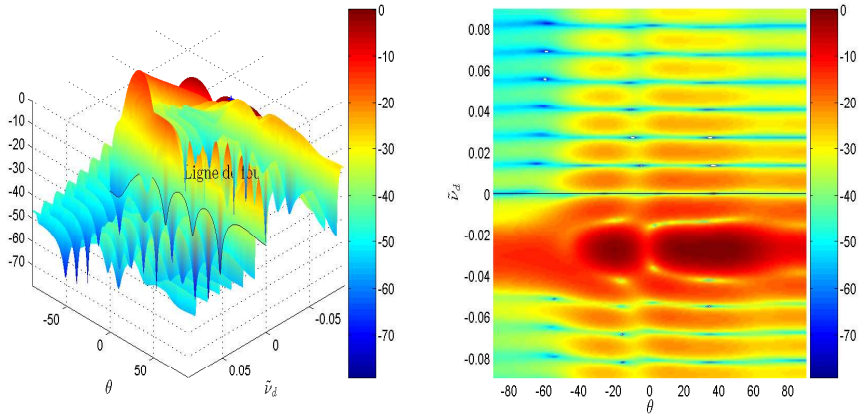

FIG. 5.45: $SINR_{loss_{JDL}}$ avec FP

L'impact de cette amélioration est également visible sur la sortie des détecteurs.
Les sorties directes des détecteurs avec ou sans Diagonal Loading respectivement représentées en figure 5.47 et 5.48 mettent en évidence une instabilité à travers l'apparition de pics parasites. Attribuée à la dimension réduite d'estimation ($\eta_s = \eta_d = 3$), nous proposons de supprimer les effets de ces instabilités de façon itérative en tenant compte des résolutions spatiale et temporelle qui excluent que la cible puisse être représentée par un pic.

Processus de réjection itérative. Après avoir choisi une valeur de dynamique et un seuil auquel rejeter les pics, chaque position spatio-temporelle est passée au crible et ramenée au niveau du seuil dès lors que la différence entre la valeur du détecteur à cette position et celle aux positions l'entourant est plus grande que la dynamique.
L'effet de cette réjection progressive est visible sur les figures 5.49, 5.50, 5.51, 5.52 et 5.53.

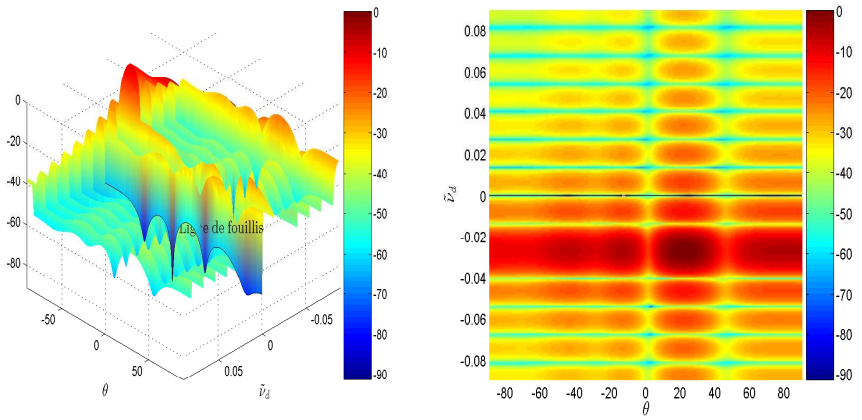

FIG. 5.46: $SINR_{loss_{JDL-DL}}$ avec FP

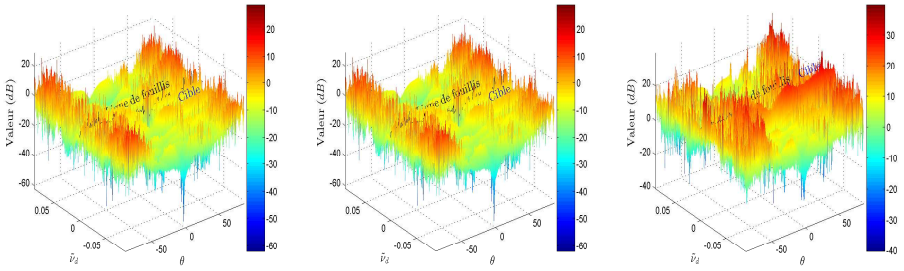

FIG. 5.47: $\dot{\Lambda}^G$ (a), $\dot{\Lambda}^K$ (b), $\dot{\Lambda}^A$ (c) avec FP

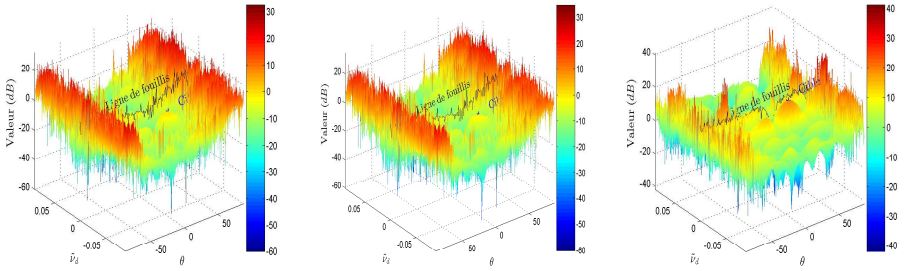

FIG. 5.48: $\dot{\Lambda}^G_{DL}$ (a), $\dot{\Lambda}^K_{DL}$ (b), $\dot{\Lambda}^A_{DL}$ (c) avec FP

La comparaison des figures 5.49 et 5.51 permet, dès la première itération, d'observer l'amélioration apportée par le Diagonal Loading. Il est à noter qu'une troisième itération a été nécessaire pour supprimer totalement une interférence résiduelle et obtenir ainsi une parfaite localisation (*cf.* figure 5.53).

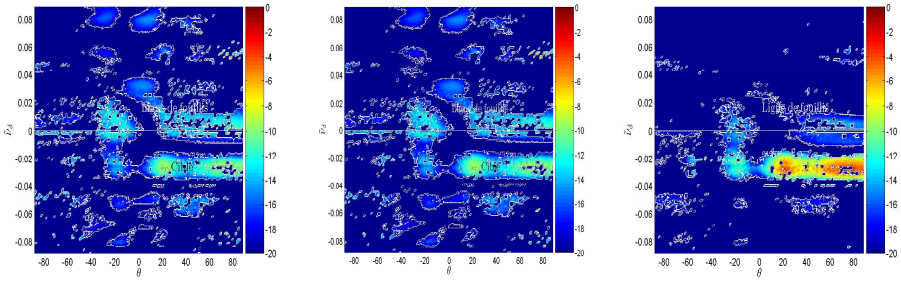

FIG. 5.49: $\dot{\Lambda}^G$ (a), $\dot{\Lambda}^K$ (b), $\dot{\Lambda}^A$ (c) avec FP et nettoyage (1 itération)

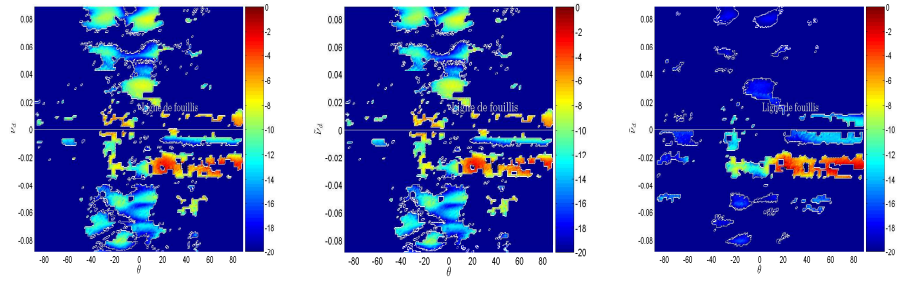

FIG. 5.50: $\dot{\Lambda}^G$ (a), $\dot{\Lambda}^K$ (b), $\dot{\Lambda}^A$ (c) avec FP et nettoyage (2 itérations)

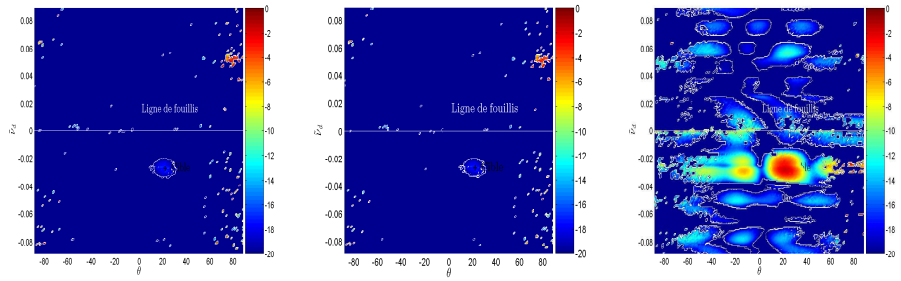

FIG. 5.51: $\dot{\Lambda}^G_{DL}$ (a), $\dot{\Lambda}^K_{DL}$ (b), $\dot{\Lambda}^A_{DL}$ (c) avec FP et nettoyage (1 itération)

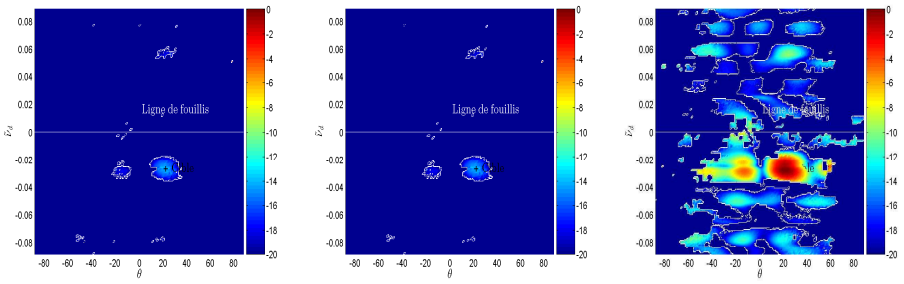

FIG. 5.52: $\dot{\Lambda}_{DL}^{G}$ (a), $\dot{\Lambda}_{DL}^{K}$ (b), $\dot{\Lambda}_{DL}^{A}$ (c) avec FP et nettoyage (2 itérations)

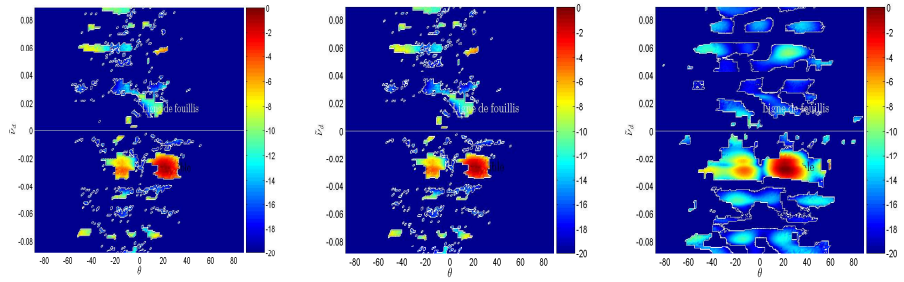

FIG. 5.53: $\dot{\Lambda}_{DL}^{G}$ (a), $\dot{\Lambda}_{DL}^{K}$ (b), $\dot{\Lambda}_{DL}^{A}$ (c) avec FP et nettoyage (3 itérations)

Méthode D^3. Comme évoqué lors de l'étude de la méthode D^3 (*cf.* paragraphe 3.8), cette méthode non statistique ne permet pas la réjection du fouillis *a fortiori* non-Gaussien du fait même de sa nature non statistique. Seuls sont visibles le pointage sur le diagramme angle-Doppler (*cf.* figure 5.54) et la crête de fouillis en sortie de détecteur (*cf.* figure 5.55).

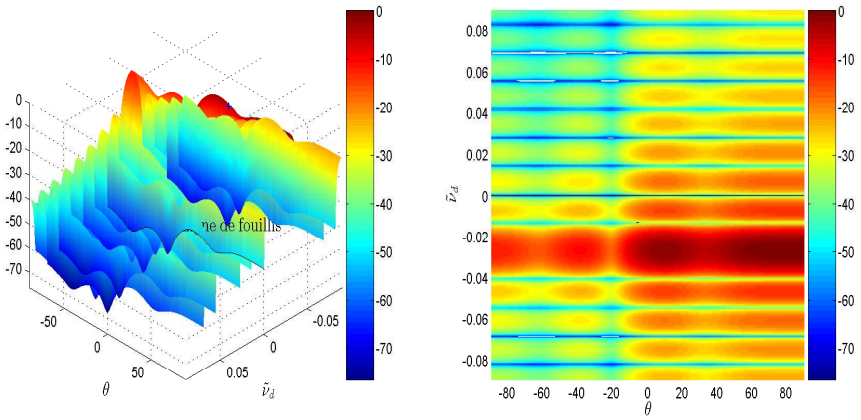

FIG. 5.54: $SINR_{loss_{D^3}}$

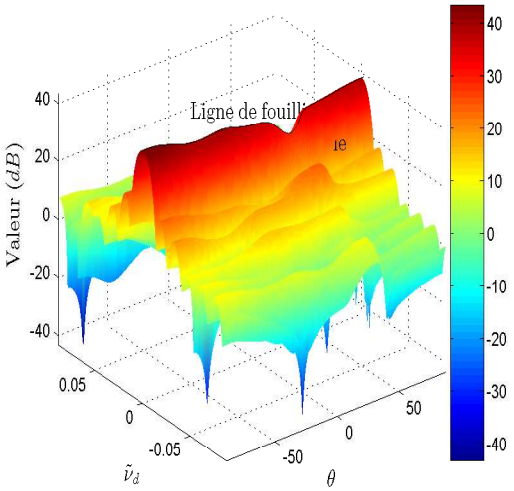

FIG. 5.55: $\Lambda^A_{D^3}$

Méthode $JDL - D^3$**.** La comparaison de la figure 5.56 (respectivement la figure 5.57) avec la figure 5.54 d'une part et avec la figure 5.45 (respectivement la figure 5.46) d'autre part met en évidence une amélioration de la prise en compte du fouillis par rapport à la méthode D^3 mais une moindre focalisation par rapport à la méthode *JDL*.

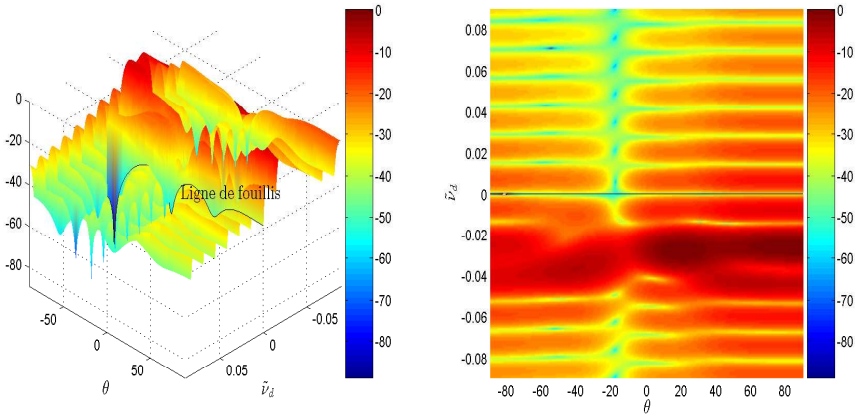

FIG. 5.56: $SINR_{loss_{JDL-D^3}}$ avec FP

Le phénomène d'instabilité évoqué précedemment est visible sur les figures 5.58 et 5.59. La cible est à nouveau visible à l'issue du processus itératif de réjection (figures 5.60 et 5.61 sans Diagonal Loading et figures 5.62, 5.63 et 5.64 avec Diagonal Loading).
Comme pour la méthode *JDL*, on observe, en comparant les figures 5.60 et 5.62, l'amélioration apportée par le Diagonal Loading, dès la première itération. Il est à noter qu'une troisième itération a également été nécessaire pour supprimer totalement une interférence résiduelle et obtenir ainsi une parfaite localisation (*cf.* figure 5.64).

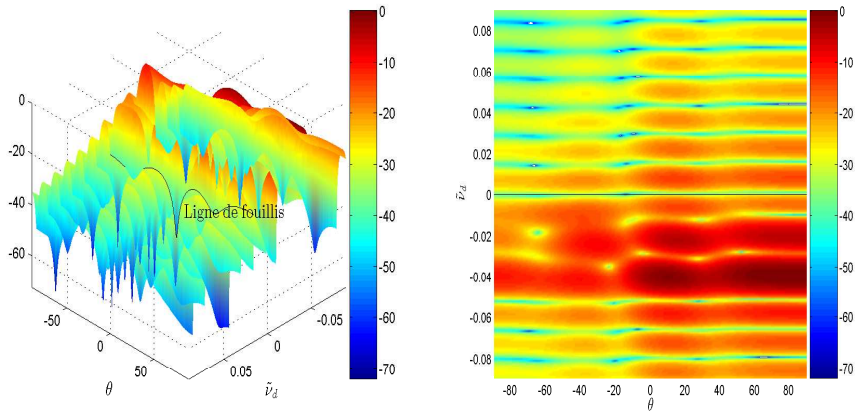

FIG. 5.57: $SINR_{loss_{JDL-D^3-DL}}$ avec FP

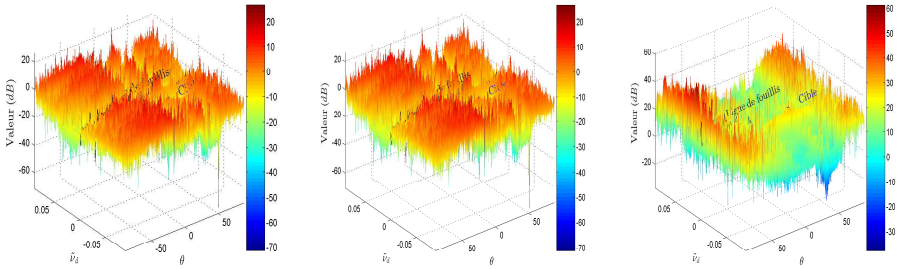

FIG. 5.58: $\dot{\Lambda}^G_{D^3}$ (a), $\dot{\Lambda}^K_{D^3}$ (b), $\dot{\Lambda}^A_{D^3}$ (c) avec FP

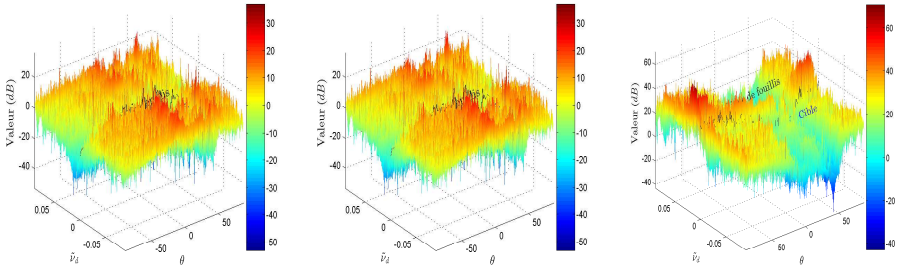

FIG. 5.59: $\dot{\Lambda}^G_{D^3-DL}$ (a), $\dot{\Lambda}^K_{D^3-DL}$ (b), $\dot{\Lambda}^A_{D^3-DL}$ (c) avec FP

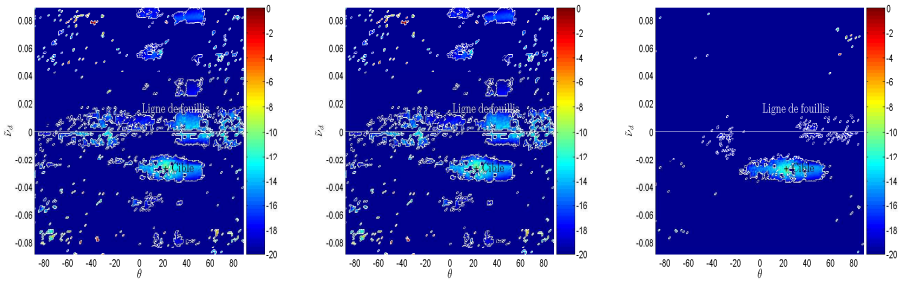

FIG. 5.60: $\dot{\Lambda}^G_{D^3}$ (a), $\dot{\Lambda}^K_{D^3}$ (b), $\dot{\Lambda}^A_{D^3}$ (c) avec FP et nettoyage (1 itération)

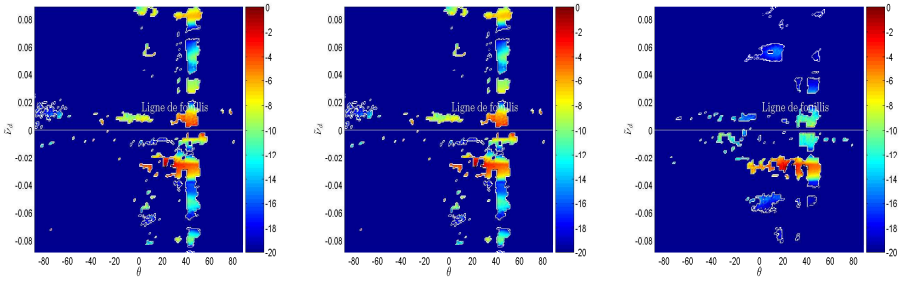

FIG. 5.61: $\dot{\Lambda}^{G}_{D^3}$ (a), $\dot{\Lambda}^{K}_{D^3}$ (b), $\dot{\Lambda}^{A}_{D^3}$ (c) avec FP et nettoyage (2 itérations)

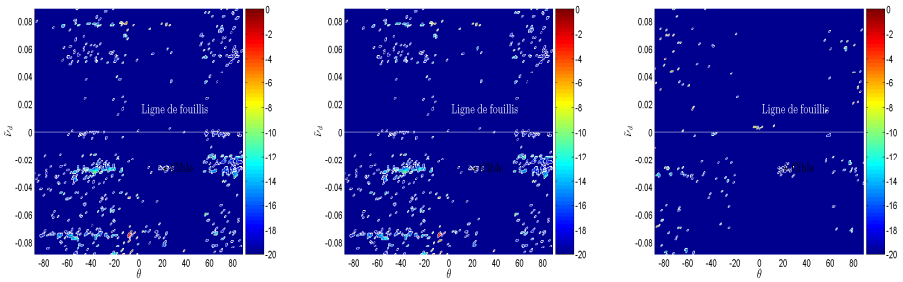

FIG. 5.62: $\dot{\Lambda}^{G}_{D^3-DL}$ (a), $\dot{\Lambda}^{K}_{D^3-DL}$ (b), $\dot{\Lambda}^{A}_{D^3-DL}$ (c) avec FP et nettoyage (1 itération)

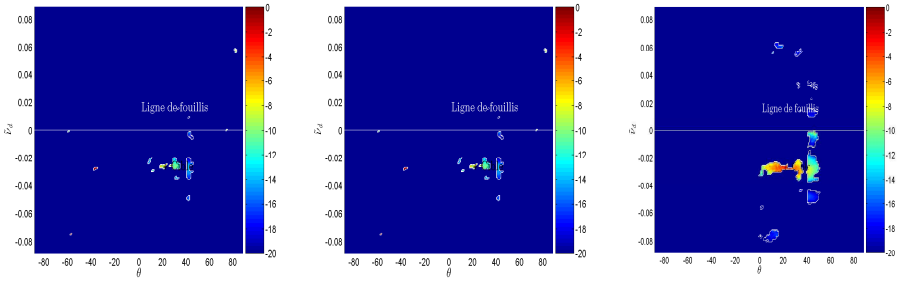

FIG. 5.63: $\dot{\Lambda}^{G}_{D^3-DL}$ (a), $\dot{\Lambda}^{K}_{D^3-DL}$ (b), $\dot{\Lambda}^{A}_{D^3-DL}$ (c) avec FP et nettoyage (2 itérations)

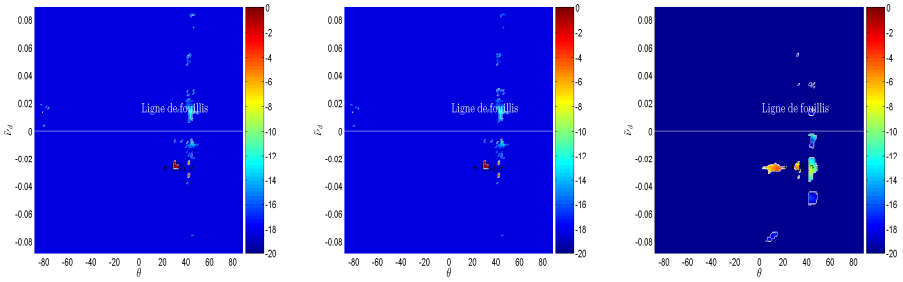

FIG. 5.64: $\dot{\Lambda}^{G}_{D^3-DL}$ (a), $\dot{\Lambda}^{K}_{D^3-DL}$ (b), $\dot{\Lambda}^{A}_{D^3-DL}$ (c) avec FP et nettoyage (3 itérations)

5.2 Réjection de fouillis réel : méthodes d'estimation spectrale

Les paramètres de la configuration ayant conduit à l'acquisition de l'écho de sol auquel sera superposé celui d'une cible à détecter sont présentés dans le tableau 4.2 (*cf.* §4.2).

5.2.1 Evolution du diagramme distance-Doppler au cours du processus

La figure 5.65 représente le diagramme distance-Doppler $\left(\max_{\theta}\left(\alpha(\tau,\theta,\tilde{\nu}_d)\right)=\alpha(\theta,\tilde{\nu}_d)\right)$ à l'issue de la détection initiale pour la méthode Averaged Fourier (AF).
Celle-ci constitue une référence pour apprécier le niveau relatif du signal d'intérêt vis à vis des interférences. La construction même de l'estimation d'amplitude, présentée à l'équation (3.156), ne comporte en effet qu'un pointage dans la direction d'intérêt sans aucune réjection. La méthode Averaged Fourier est ainsi équivalente à celle de Capon ou $APES$ avec une matrice des interférences égale à l'identité.
La figure 5.66 correspond à la même représentation (donc avant le processus de nettoyage) à l'issue de l'application de la méthode Capon. On assiste à une diminution du niveau de fouillis, par rapport à la méthode AF et $APES$ comme nous le verrons sur la figure 5.67. Cette diminution, intéressante *a priori*, s'avère néfaste puisqu'elle traduit une sous-estimation de l'amplitude des composantes du signal. Elle conduira donc à une augmentation significative du nombre d'itérations nécessaires à la réjection.
L'origine de cette mauvaise estimation réside dans la constitution des coefficients du filtre. Contrairement à la méthode $APES$, le maintien du pointage dans la direction d'intérêt n'est pas imposé, lors de l'estimation des interférences (*cf.* équation (3.157)).
La figure 5.67, représentative de la méthode $APES$, illustre ce maintien de pointage à travers des niveaux semblables à la méthode AF.
L'examen attentif de cette figure et sa comparaison avec la figure 5.65 permettent de plus de constater une diminution des lobes latéraux en Doppler par rapport à la méthode AF.
Ces deux effets sont la traduction de la réjection des interférences associée au maintien du pointage lors de cette réjection (*cf.* équation (3.152)).

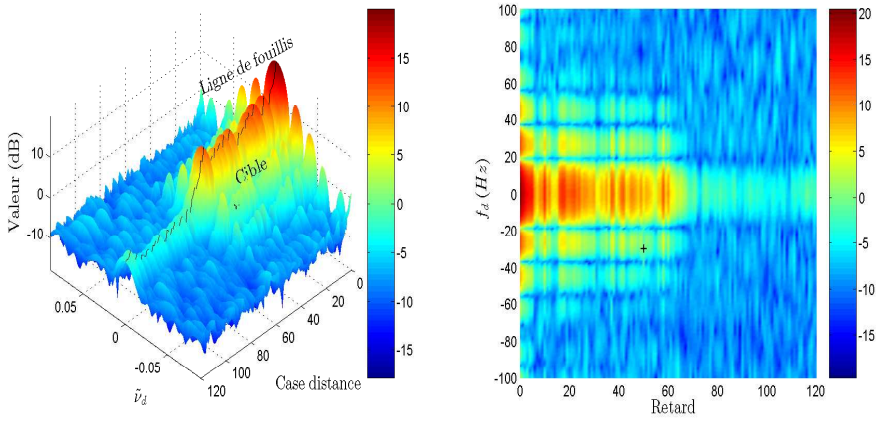

FIG. 5.65: $\alpha_{AF}(\tau, \tilde{\nu}_d)$ et $\alpha_{AF}(\tau, f_d)$ à l'issue de la détection initiale

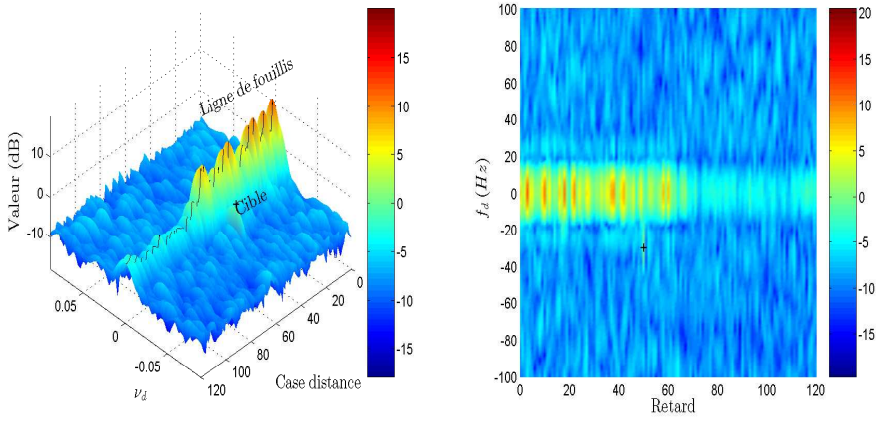

FIG. 5.66: $\alpha_{Capon}(\tau, \tilde{\nu}_d)$ et $\alpha_{Capon}(\tau, f_d)$ à l'issue de la détection initiale

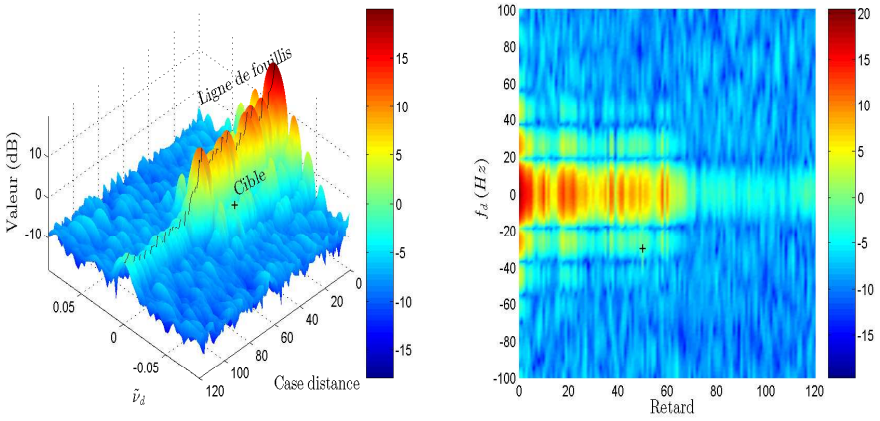

FIG. 5.67: $\alpha_{APES}(\tau, \tilde{\nu}_d)$ et $\alpha_{APES}(\tau, f_d)$ à l'issue de la détection initiale

Les figures 5.68 à 5.71 présentent l'effet des réjections successives du fouillis sur le diagramme distance-Doppler.
La zone de réjection en distance a volontairement été choisie à partir de l'indice 20 (et non 0) et jusqu'à l'indice 80 afin que puisse être mise en évidence la capacité de rejection localisée. Il a été demandé à l'algorithme de tenir compte d'une éventuelle agitation du couvert végétal. La réjection a ainsi été appliquée entre $-5Hz$ et $5Hz$. Le domaine angulaire a été spécifié entre $-90°$ et $90°$.
Les diagrammes correspondant aux méthodes Capon, *APES* et à leur version après moyennage avant-arrière sont successivement représentés, de la fin du processus de nettoyage numéro 1 à celle du numéro 4.

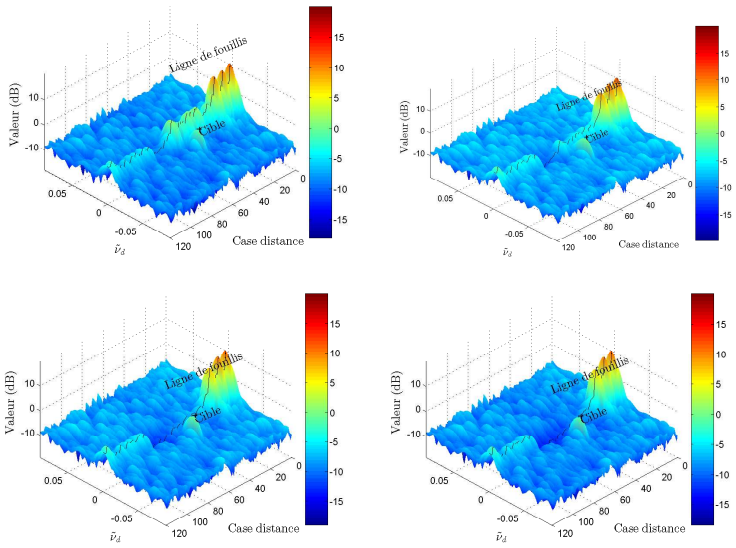

FIG. 5.68: $\alpha_{Capon}(\tau, \tilde{\nu}_d)$ après réjection, à l'issue du processus $n°1$ (a), $n°2$ (b), $n°3$ (c) et $n°4$ (d)

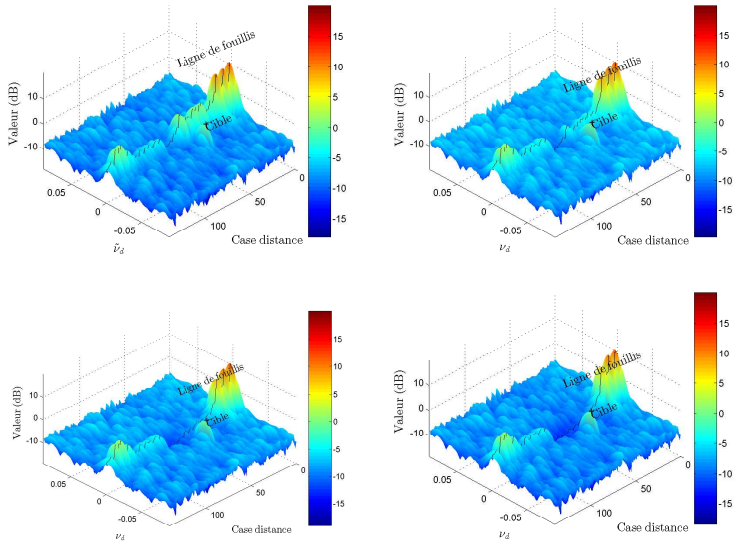

FIG. 5.69: $\alpha_{APES}(\tau, \tilde{\nu}_d)$ après rejection, à l'issue du processus $n°1$ (a), $n°2$ (b), $n°3$ (c) et $n°4$ (d)

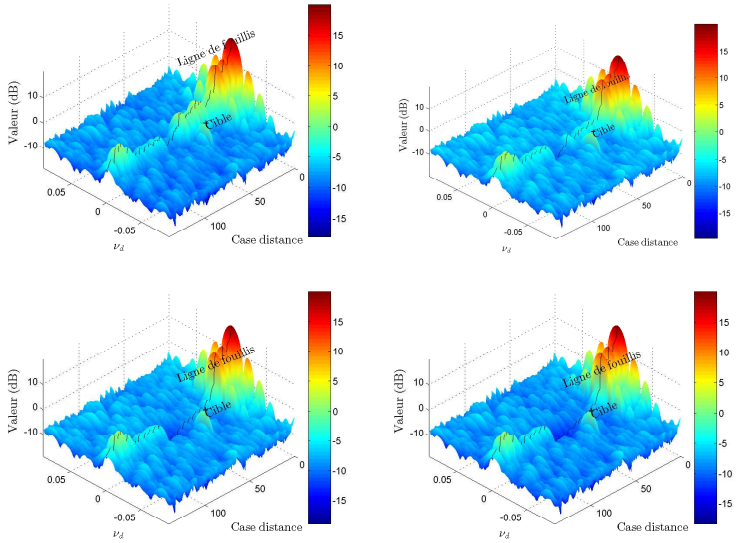

FIG. 5.70: $\alpha_{Capon-FB}(\tau, \tilde{\nu}_d)$ après rejection, à l'issue du processus $n°1$ (a), $n°2$ (b), $n°3$ (c) et $n°4$ (d)

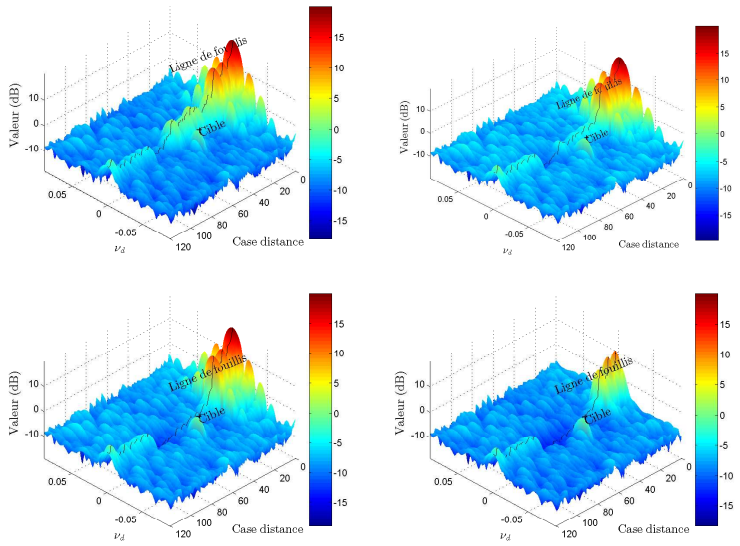

FIG. 5.71: $\alpha_{APES-FB}(\tau, \tilde{\nu}_d)$ après rejection, à l'issue du processus $n°1$ (a), $n°2$ (b), $n°3$ (c) et $n°4$ (d)

L'efficacité des deux méthodes, si l'on s'en tient à ces représentations, semble comparable. La question se pose donc de leur efficience respective que nous proposons d'étudier à travers le nombre d'itérations constituant chaque processus.

5.2.2 Etude de l'efficacité relative des méthodes

Les figures 5.72, 5.73, 5.74 et 5.75 correspondent respectivement au nombre d'itérations nécessaire à l'obtention du niveau désiré, $-16dB$ en l'occurrence, pour les méthodes Capon, $APES$, Capon-FB et $APES-FB$, le tout pour le premier et quatrième processus.

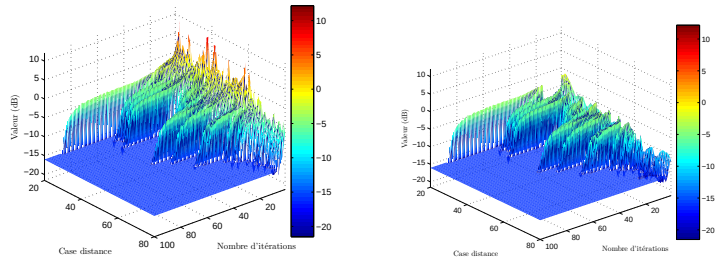

FIG. 5.72: Niveau de réjection avec Capon lors du processus $n°1$ (a) et $n°4$ (b)

Les figures 5.72 et 5.73 font apparaître un nombre sensiblement égal d'itérations pour les méthodes $APES$ et Capon. Ce nombre est considérablement réduit lors de l'application du moyennage avant-arrière (*cf.* figures 5.74 et 5.75). La méthode $APES-FB$ apparaît ainsi comme la plus efficiente avec, notamment pour le quatrième processus, un nombre d'itérations largement inférieur à celui de la méthode Capon-FB.

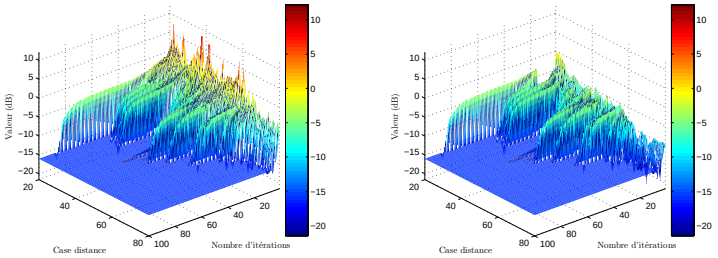

FIG. 5.73: Niveau de réjection avec *APES* lors du processus $n°1$ (a) et $n°4$ (b)

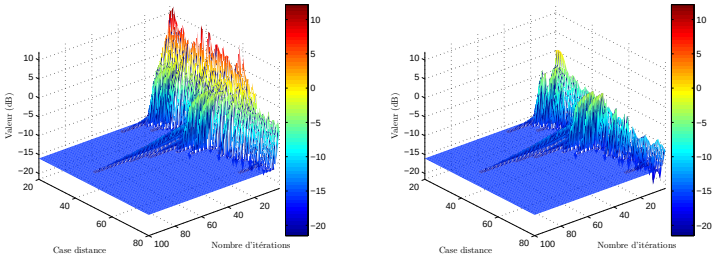

FIG. 5.74: Niveau de réjection avec Capon-FB lors du processus $n°1$ (a) et $n°4$ (b)

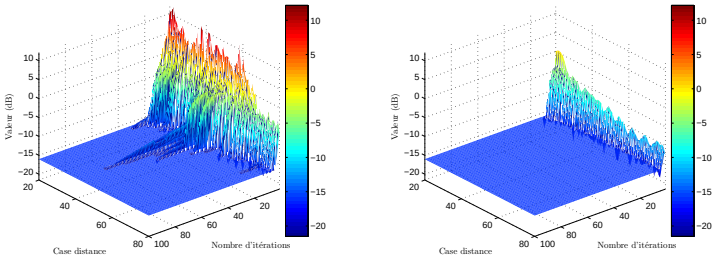

FIG. 5.75: Niveau de réjection avec $APES-FB$ lors du processus $n°1$ (a) et $n°4$ (b)

5.2.3 Diagrammes distance-Doppler et angle-Doppler pour la méthode $APES-FB$

La figure 5.76 se focalise sur l'isodistance correspondant au retard 50, celui de la cible. La cible initialement cachée par les lobes secondaires du fouillis de sol (figure 5.76(a)) apparaît après la réjection (figure 5.76(b)) obtenue en appliquant la méthode qui s'est montrée la plus efficiente : la méthode $APES$ associée à un moyennage avant arrière.

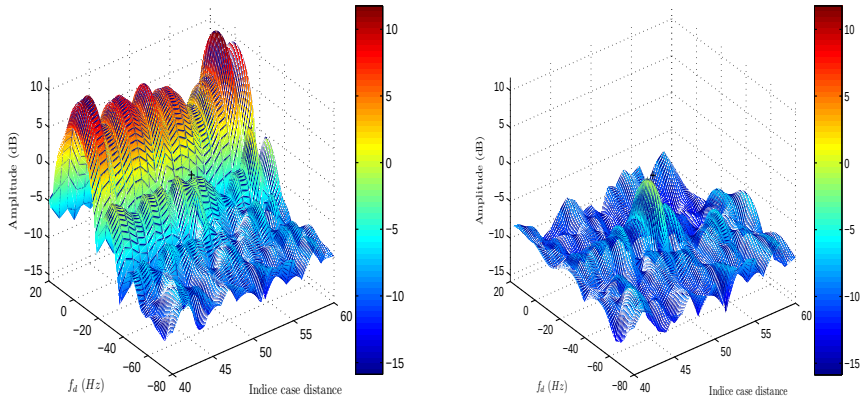

FIG. 5.76: Zoom sur $\alpha_{APES-FB}(\tau, \tilde{\nu}_d)$ lors de la détection initiale (a) et après rejection (b)

Pour compléter la visualisation de l'effet de la réjection itérative, il est intéressant de représenter le diagramme angle-Doppler dans la case distance de la cible. Cette représentation est disponible en figure 5.77.

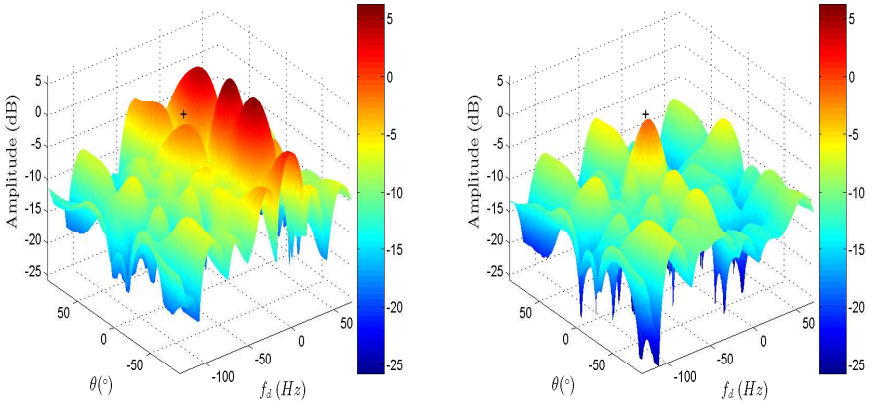

FIG. 5.77: $\alpha(\theta, f_d)$, case distance 50, détection initiale (a) et fin de réjection (b)

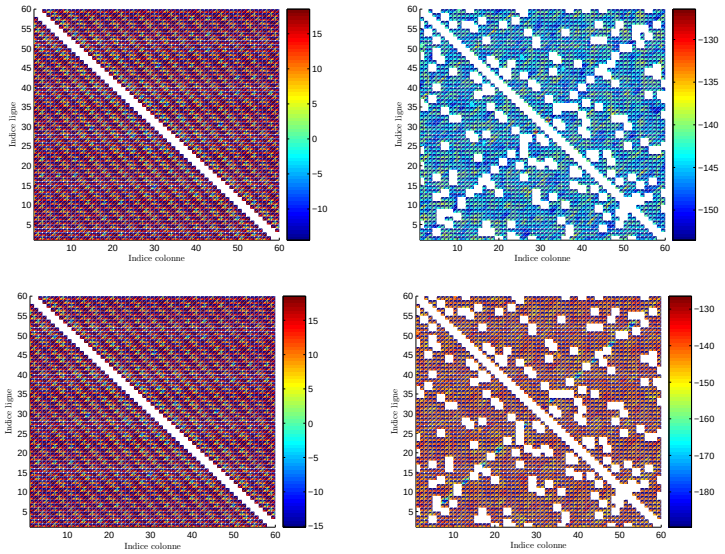

FIG. 5.78: Persymétrie de $\hat{\tilde{\Xi}}_F$(a), $\hat{\tilde{\Xi}}_{FB}$ (b), $\hat{\tilde{\Phi}}$ (c) et $\hat{\tilde{\Phi}}_{FB}$ (d)

5.2.4 Etude de la persymétrie

Nous proposons dans ce paragraphe, pour mieux comprendre l'impact du moyennage avant-arrière, de représenter, pour les matrices $\tilde{\Xi}$ et $\tilde{\Phi}$, le paramètre en mesure de rendre compte du « déséquilibre de persymétrie » défini par :

$$P_{i,j} = \mathbf{M}_{i,j} - \mathbf{M}_{M_s\tilde{M}_d-j+1,M_s\tilde{M}_d-i+1} \tag{5.5}$$

avec $(i,j) \in [1 : M_s\tilde{M}_d]$.
Les figures 5.78(a) et (c) correspondent à la version non moyennée des deux matrices et les figures 5.78(b) et (d) à l'application du moyennage.

5.2.5 Nécessité de plusieurs processus

L'algorithme de réjection est conçu pour s'arrêter une fois le seuil désiré atteint. Une dernière vérification, constituée par le calcul des amplitudes dans la case distance considérée, est réalisée afin de s'assurer que la dernière itération n'a pas engendré la remontée d'un pic parasite dans le domaine spatio-temporel.
La nécessité de réitérer le processus a été constatée, prouvant que des lobes secondaires, voire latéraux, sont créés dans les cases adjacentes par la réjection dans celle sous test d'un lobe secondaire en lieu et place d'une contribution principale.
Une des possibilités pour diminuer ce parasitage, et donc améliorer le temps de traitement, consiste à limiter au maximum la taille de la zone de réjection.

5.2.6 Présentation des résultats d'une réjection localisée

Un exemple de réjection localisée et toujours progressive du fouillis dans le domaine (angle-Doppler), case distance après case distance est visible à l'adresse internet suivante :

http ://jraout.perso.sfr.fr/these/filmThetaNud.avi.
Il est présenté sous la forme d'une animation. Le mécanisme itératif de cette méthode se prête en effet particulièrement bien à ce type de représentation, évitant l'accumulation de figures pourtant nécessaire à une bonne compréhension.
L'adresse *http ://jraout.perso.sfr.fr/these/filmTauNudPasse1.avi* permet quant à elle d'avoir accès à une visualisation dans le domaine complémentaire (Doppler-retard).
La zone de rejection a volontairement été restreinte à seulement 5 cases distance de part et d'autre de la case dans laquelle la cible a été injectée et non plus 30 comme précédemment.
Dès la première passe la réjection est particulièrement efficace, toute aussi efficace d'ailleurs que la réjection obtenue avec une zone de nettoyage plus importante pour plusieurs séries d'itérations. Ceci confirme l'impact que peut avoir la réjection d'un lobe secondaire en distance, confondu avec un pic principal.
La restriction de la zone de nettoyage permet d'améliorer considérablement la rapidité de traitement indépendamment de la diminution du nombre de cases distance à traiter. Cette amélioration est due à la chute du nombre d'itérations pour chaque case.
Edicter une règle permettant de quantifier la réduction du nombre d'itérations n'aurait aucun sens. Chaque jeu de données correspondra à un fouillis spécifique, chaque case distance à un nombre de contributeurs particulier.
Un exemple édifiant est néanmoins fourni en figure 5.79(b). Y sont comparés le nombre d'itérations nécessaires à l'obtention d'un seuil de $-16dB$ pour la zone de nettoyage située d'une part entre le retard 20 et le retard 80 ayant nécessité 4 passages (représentation en rouge) et d'autre part entre le retard 45 et 55. La figure 5.79(a) permet d'apprécier, lorsque plusieurs séries d'itérations sont nécessaires, l'évolution du nombre d'itérations pour les différents processus.

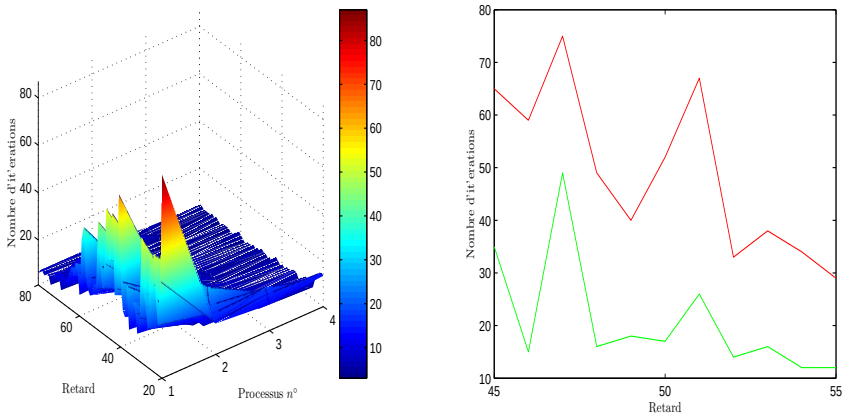

FIG. 5.79: Nombre d'itérations : évolution lors de la réjection entre les retards 20 et 80 (a) et comparaison entre une réjection localisée (b, vert) et plus générale (b, rouge)

Notons que dans le cadre de la poursuite d'une cible la position de celle-ci est supposée connue à l'étape précédente du processus de détection. La zone à étudier pourra donc effectivement être restreinte. Le temps d'intégration cohérent a de plus été choisi pour éviter la migration en case distance.

Remarquons enfin que les résultats précédents correspondent à un algorithme de réjection poussé dans ces derniers retranchements. Un nombre d'itérations successives par case distance plus restreint suffit à atteindre un niveau compatible avec la détection de cible.
Un critère d'arrêt qui s'appuie non seulement sur l'obtention d'un seuil de réjection proche du plancher de bruit mais incluant également une réjection minimale d'une itération à l'autre a ainsi été mis en œuvre avec succès.
Les animations aux adresses *http ://jraout.perso.sfr.fr/these/filmTauNudPasse1Seuil-5.avi* et *http ://jraout.perso.sfr.fr/these/filmTauNudPasse1Seuil-8.avi* en témoignent. Le dernier chiffre du nom de fichier correspond au seuil fixé. Un nombre d'itérations compris entre 4 et 22 est ainsi nécessaire pour un seuil de $-5dB$ et entre 5 et 25 pour un seuil à $-8dB$.

Synthèse. La méthode *APES* avec moyennage avant-arrière a montré son efficacité mais également son efficience par rapport à la version non moyennée ou vis à vis d'une autre méthode telle que Capon.
La comparaison de la figure 5.77 avec l'ensemble de celles présentées au §5.1.4, réalisées à partir des mêmes données, permet également de juger de la performance de cette méthode qui, rappelons-le, n'a utilisé que les données de la case distance sous test et est donc insensible aux fluctuations d'amplitude (inhomogénéité, non-Gaussianité) ou de localisation spatio-temporelle (dépendance en distance) du fouillis.
Un certain nombre d'améliorations sont envisageables. Celles-ci tournent autour de l'influence des lobes secondaires en distance. La première amélioration consisterait à repérer non plus le contributeur principal d'une case après l'autre mais celui de l'ensemble des cases distance de la zone de réjection. Ce processus ne tenterait ainsi plus, en vain, ou du moins au prix d'un accroissement important du nombre d'itérations, de rejeter ce qui serait considéré comme faisant partie de la case sous test alors que l'origine se trouve ailleurs. Cette évolution implique bien évidemment un accroissement du temps de calcul dû à la nécessité d'estimer le contributeur principal sur plusieurs cases. Il conviendra d'apprécier si cette surcharge est contrebalancée ou non par la diminution du nombre d'itérations.
Une version sous-optimale résiderait dans un compromis et consisterait à considérer non pas l'ensemble de la zone de réjection ni la seule case sous test mais un nombre restreint de cases distance adjacentes.
Plus généralement, il est légitime de s'interroger sur les éventuelles restrictions d'emploi des méthodes de réjection à partir de l'estimation spectrale. Celles-ci ne sont ainsi pas adaptées à la réjection d'un brouilleur autre que répéteur. Cela ne constitue néanmoins pas de réel handicap compte-tenu des applications envisagées.
Qu'il s'agisse d'un complément de couverture radar ou d'une application non plus défensive mais offensive consistant à pénétrer le domaine adverse, l'emploi d'un brouilleur n'a *a priori* pas lieu d'être.
Dans le premier cas l'assaillant cherche en effet à être discret.
Dans le second cas et pendant la phase durant laquelle la passivité du porteur du récepteur l'a rendu indétectable, il n'y a aucune raison pour qu'une action de brouillage soit conduite. L'aéronef, une fois éventuellement détecté, passera dans un mode actif.
L'utilisation de méthodes d'estimation spectrale dans le but de rejeter le fouillis pourrait être qualifiée de « filtrage spatio-temporel assisté » puisque elle implique la connaissance ou l'estimation préalable de la répartition spatio-temporelle de l'interférence à rejeter. Il convient de ne pas confondre cette nouvelle classe de méthodes avec celles dites « ai-

dées » que les anglo-saxons regroupent sous le terme de « knowledge aided *STAP* » et qui consiste à profiter de la connaissance *a priori* de la localisation des sources d'interférence, grâce à un modèle numérique de terrain par exemple, afin d'optimiser les traitements « classiques » *STAP* en rejetant les cases distance qui présenteraient une inhomogénéité (voix de communication, etc.).
Le « filtrage spatio-temporel assisté » peut s'enrichir du même modèle, mais dans le simple but d'estimer la répartition spatio-temporelle générale du fouillis.
La connaissance de la configuration de mesure peut compléter cette estimation. L'exemple d'une antenne à visée latérale et d'un émetteur statique conduit par exemple à une relation linéaire entre fréquence Doppler réduite et fréquence spatiale réduite. Celui d'une antenne à visée latérale à une relation du type :

$$f_d = \frac{v_R}{\lambda}\cos(\theta) \tag{5.6}$$

Cette méthode est bien évidemment mise en défaut si l'émetteur est animé d'un mouvement inconnu.
L'approche la plus efficace consiste à profiter de la phase initiale d'estimation, dont la figure 5.67 fournit un exemple.
La localisation peut également être réalisée, non plus dans la case sous test mais dans une des cases directement adjacentes (de manière à ne pas être tributaire de dépendance en distance) afin d'éviter toute influence de la ou des cibles.
Enfin, dans le cas où, la précision serait insuffisante, le recours à d'autres méthodes d'estimation de la densité spectrale de puissance dans le domaine spatio-temporel, dont on notera la filiation avec celles utilisées, puisqu'elles correspondent à leur version sans fenêtre glissante, est envisageable.
Citons l'estimateur de Fourier [108] de densité :

$$DSP(\nu_s, \tilde{\nu}_d) = \mathbf{s}^{\dagger}\tilde{\mathbf{R}}\mathbf{s} \tag{5.7}$$

ou celui dit « à super-résolution » :

$$DSP(\nu_s, \tilde{\nu}_d) = \frac{1}{\mathbf{s}^{\dagger}\tilde{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{s}} \tag{5.8}$$

A titre d'exemple, la figure 5.80 correspond à un récepteur se déplaçant à une vitesse de $360km/h$ et emportant un réseau non ambigu de 16 éléments d'antenne à visée latérale accordées au canal $DVB-T$ n°25 avec une fréquence Doppler maximale de $625Hz$.

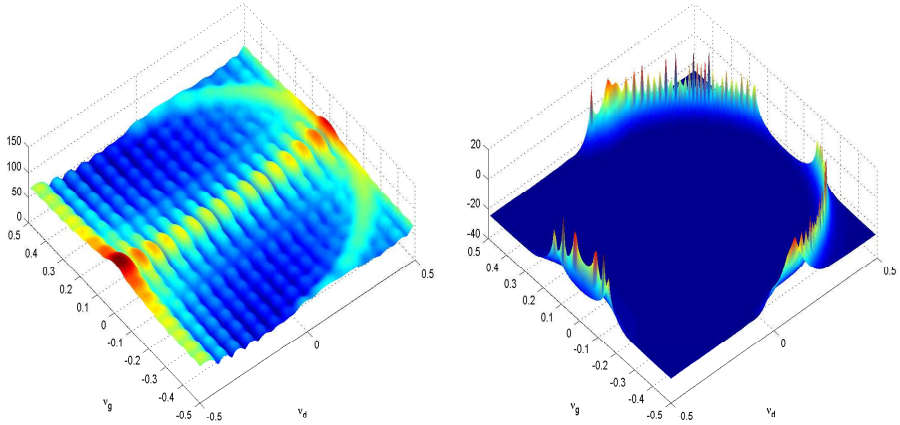

FIG. 5.80: Densité spectrale de puissance du fouillis dans le cas d'un réseau phasé à visée avant (a). Application de l'approche dite « super-résolution » (b)

Chapitre 6

Conclusion et perspectives

Le cheminement intellectuel et humain qui fût le mien m'a progressivement permis :

- ✓ de découvrir un sujet à la croisée des chemins, entre télécommunications et radar,
- ✓ de m'adapter à sa spécificité et à la réalité du terrain,
- ✓ d'échanger pour ne pas rester « monostatique »,
- ✓ d'imaginer une nouvelle façon de voir les choses,
- ✓ et aujourd'hui de rêver à un avenir « multidynamique ».

Le développement d'une méthode originale, adaptée au cas d'un récepteur fixe, constitue le premier apport de ces travaux.
La généralisation des méthodes de traitement spatio-temporel au cas opérationnel le plus général qui soit :

- ✓ émetteur non-coopératif,
- ✓ forme d'onde aléatoire,
- ✓ cibles multiples,
- ✓ récepteur mobile,
- ✓ réseau d'antennes lacunaires,

correspond au second grand axe de ces recherches.
La réjection d'interférences à partir de méthodes d'estimation spectrale constitue quant à elle la voie de recherche la plus novatrice.
Il est difficile d'être exhaustif en terme de perspectives, tant les prolongements autour de cette étude peuvent être nombreux. Ils seront seulement limités par l'ingéniosité et la créativité de celles et ceux qui ont d'ores et déjà repris le flambeau. Néanmoins, certaines

pistes semblent particulièrement prometteuses :

- ✓ la recherche de complémentarité en terme de capacité de détection (portée, probabilité de détection et de fausse alarme) en exploitant simultanément plusieurs gammes de fréquences (FM, DAB, $DVB-T$), en mettant en œuvre plusieurs récepteurs et en exploitant plusieurs émetteurs,

- ✓ l'association de la méthode $JDL-D^3$ avec la différenciation des données homogènes et hétérogènes,

- ✓ la réjection spatio-temporelle assistée et localisée,

- ✓ et plus généralement, le développement d'une nouvelle approche vis à vis de l'environnement de détection, mélange d'adaptivité et de connaissance *a priori*.

Le développement, en France et en Allemagne, de démonstrateurs exploitant le concept de radars passifs à émetteurs non coopératifs, à partir d'un récepteur fixe, a d'ores et déjà mis en évidence tout l'intérêt d'une synergie entre les acteurs du domaine des télécommunications et de celui du radar. Ce sujet est une formidable opportunité de se préparer à l'avenir à travers la convergence du monde des télécommunications et du monde des radaristes que motive :

- ✓ une inéluctable « optimisation sous contraintes » (raréfaction du spectre,...et des finances),

- ✓ la dualité des technologies,

- ✓ la proximité des traitements.

Se préparer à l'avenir mais également préparer l'avenir par des réalisations concrètes. Les aventures scientifiques et humaines s'annoncent d'ailleurs belles et prennent aujourd'hui le nom, en France de $6D2M$ (Développer et Déployer un Démonstrateur $3D$ Multi-récepteurs Multi-bandes), et pour l'*OTAN*, Exploratory Team 71 dans le domaine des radars passifs aéroportés.
Le succès de la détection passive, depuis le sol ou à partir d'un aéronef, passe également par l'appropriation, par les militaires, des nouveaux effets qui peuvent en résulter. Au-delà de la nouvelle capacité, de la nouvelle façon de détecter, ce sont bien les potentialités de la discrétion qu'il convient d'appréhender. Un concept d'emploi, qui sera lui aussi une occasion d'échanger, est donc à écrire.

Appendices

Annexe A

Liste des abréviations

Acronyme	Description
aBORD	asymptotique Bayesian Optimum Radar Detector
AIS	Automatic Identification System
ALU	Antenne Linéaire Uniforme
APES	Amplitude and Phase EStimation
BA	Basse Altitude
BORD	Bayesian Optimum Radar Detector
CEM	Compatibilité ÉlectroMagnétique
CME	Contre-Mesures Électroniques
CSM	Cross-Spectral Metric
D^3	Direct Data Domain
DAB	Digital Audio Broadcasting
DL	Diagonal Loading
DRAM	Dommages dus aux Rayonnements sur les Armes et Munitions
DREP	Dommages dus aux Rayonnements Électromagnétiques sur le Personnel
DSP	Densité Spectrale de Puissance
DVB-T	Digital Video Broadcasting Terrestrial
EQM	Erreur Quadratique Moyenne
ETSI	European Telecommunications Standards Institute
FDP	Fonction de Densité de Probabilité
FFT	Fast Fourier Transform
FM	Frequency Modulation
FOPEN	FOliage PENetration
FP	Fixed Point
FPE	Faible Probabilité d'Exploitation
FPI	Faible Probabilité d'Interception
GIP	Generalized Inner Product
GLRT	Generalized Likelihood Ratio Test
GSM	Global System for Mobile communications
ICM	Internal Clutter Motion

Acronyme	Description
IID	Indépendants et Identiquement Distribués
IET	Institution of Engineering and Technology
IF	Improvement Factor
JDL	Joint Domain Localized
LPF	Low-Pass Filter
MAQ	Modulation d'Amplitude en Quadrature
MCO	Maintien en Condition Opérationnelle
MCP	Moindres Carrés Pondérés
MCS	Maintien en Condition de Sécurité
MDV	Minimum Detectable Velocity
MIT	Massachusets Institute of Technology
MLE	Maximum Likelihood Estimate
MPEG	Moving Picture Experts Group
MUSIC	MUltiple SIgnal Characterization
MVE	Minimum Variance Estimator
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
OGD	Optimum Gaussian Detector
ONERA	Office National d'Etudes et Recherches Aérospatiales
OTAN	Organisation du Traité de l'Atlantique Nord
PC	Principal Component
PIRE	Puissance Isotrope Rayonnée Equivalente
PST	Power Selected Training
QPSK	Quadrature Phase Shift Keying
RIE	Relative Importance of Eigenbeam
RIF	Réponse Impulsionnelle Finie
RNE	Rayonnements Non Essentiels
RSBI	Rapport Signal à Bruit plus Interferences
RVG	Rapport de Vraissemblance Généralisé
SAR	Synthetic Aperture Radar
SCM	Sample Covariance Matrix
SCR	Signal to Clutter Ratio
SDSD	Single Data Set Detection
SER	Surface Equivalente radar
SINR	Signal to Interference plus Noise Ratio
SIRP	Spherically Invariant Random Process
SIRV	Spherically Invariant Random Vector
SPR	Signal PRocessing
STAP	Space Time Adaptive Processing
SVD	Single Value Decomposition
TBA	Très Basse Altitude
TFAC	Taux de Fausse Alarme Constant
TNT	Télévision Numérique Terrestre
TPS	Transmission Parameters Signalling

Annexe B

Liste des notations

Signal émis

- Les paramètres de l'émetteur sont repérés par l'indice $_E$,
- $\mathbf{X}$ (respectivement $\mathbf{x}$) : matrice (respectivement vecteur) de données en relation avec le signal de référence, reçu par le radar,
- B : bande du signal d'opportunité considéré,
- N_{sp} : nombre de sous-porteuses,
- G_{EA} : gain de l'émetteur en direction de l'élément A,
- P_E : puissance isotropre rayonnée équivalente,
- Δf_β : résolution en fréquence Doppler bistatique,
- Δv_β : résolution vitesse bistatique,
- Δr_β : résolution distance bistatique.

Propagation

- c : célérité de la lumière,
- λ : longueur d'onde,
- f_0 : fréquence porteuse.

Porteur et antenne réceptrice

- Les paramètres du récepteur sont repérés par l'indice $_R$,
- G_{RA} : gain du récepteur dans la direction de l'élément A,
- N_s : nombre d'éléments constituant l'antenne réseau,
- d_{ij} : espacement entre les éléments d'antenne i et j,
- $\overrightarrow{\mathbf{n}}$: vecteur normal au réseau antennaire,
- φ_{nv_R}, θ_{nv_R} : site et gisement de dépointage du réseau vis à vis du vecteur vitesse du récepteur.

Signal reçu et acquisition

- Les paramètres de la cible sont repérés par l'indice $_T$ (target), ceux du fouillis de sol par $_C$ (clutter), ceux d'un brouilleur par $_J$ (jammer),
- **Y** (respectivement **y**) : matrice (respectivement vecteur) de données en relation avec le signal reçu par le radar,
- **N** : matrice de données en relation avec le bruit thermique,
- **B** (respectivement **b**) : matrice (respectivement vecteur) de données en relation avec le signal d'interférence (fouillis et bruit thermique),

- *Domaine distance* :
  - τ : retard bistatique entre le signal du trajet direct et celui d'intérêt,
- *Domaine temporel* :
  - N_o : nombre de symboles $OFDM$,
  - N_d : nombre d'échantillons temporels acquis,
  - T_{ic} : temps d'intégration cohérente,
  - f_e : fréquence d'échantillonnage,

- $\mathbf{s}_d$: vecteur directionnel temporel,
- f_d : fréquence Doppler,
- z_d : phase d'un échantillon temporel à l'autre,
- ν_d : fréquence temporelle réduite,
- l : indice de l'échantillon temporel considéré,
- $\mathbf{v}^d$ vecteur $\mathbf{v}$ pointé dans la direction temporelle ν_d ($\mathbf{v}^d = \mathbf{v} \circ \mathbf{s}_d(\nu_d)$),

- *Domaine spatial* :
  - $\mathbf{s}_s$: vecteur directionnel spatial,
  - ν_s : fréquence spatiale réduite,
  - θ : angle d'arrivée,
  - θ^R_{3dB} : ouverture à $3dB$ du réseau antennaire utilisé en réception,
  - z_s : phase d'un échantillon spatial à l'autre,
  - i : indice de l'échantillon spatial considéré,
  - $\mathbf{v}^s$ vecteur $\mathbf{v}$ pointé dans la direction spatiale ν_s ($\mathbf{v}^s = \mathbf{v} \circ \mathbf{s}_s(\nu_s)$),

- *Domaine spatio-temporel* :
  - lorsqu'une analogie parfaite entre les domaines spatiaux et temporels existe, l'indice $_{sd}$ sera employé,
  - $\mathbf{v}^{sd}$ vecteur $\mathbf{v}$ pointé dans la direction spatio-temporelle (ν_s, ν_d) ($\mathbf{v}^{sd} = \mathbf{v} \circ \mathbf{s}(\nu_s, \nu_d)$),

– *Domaine puissance* :

  – α : amplitude du contributeur considéré,

  – $A_{r,p}$: aire de fouillis, patch p, isodistance r,

  – $\sigma_0^{\beta_C}$: coefficient de rétrodiffusion bistatique de l'élément C,

  – σ^{β_C} : surface équivalente de fouillis,

  – σ^{β_T} : SER bistatique de la cible T,

  – N_T : nombre de cibles,

  – N_r : nombre d'isodistances prises en compte dans la contribution totale du fouillis,

  – $N_{r,p}$: nombre de patchs de l'isodistance r,

  – P_e : puissance de l'émetteur,

  – G_{RA} : gain de réception dans la direction du point A,

  – P_{r_A} : puissance reçue de l'élément A,

  – L_{ref} (respectivement L) : coefficient de perte pour le trajet direct (respectivement pour le signal de cible).

Notations et opérateurs mathématiques

– Les majuscules en gras seront réservées aux matrices, les minuscules en gras aux vecteurs et les minuscules aux scalaires,

– $\mathbf{M}^*$ (resp $\mathbf{v}^*$) : matrice $\mathbf{M}$ (respectivement vecteur $\mathbf{v}$) après conjugaison,

– $\mathbf{M}^T$ (resp $\mathbf{v}^T$) : matrice $\mathbf{M}$ (respectivement vecteur $\mathbf{v}$) après transposition,

– $\mathbf{M}^\dagger$ (resp $\mathbf{v}^\dagger$) : matrice $\mathbf{M}$ (respectivement vecteur $\mathbf{v}$) après transposition Hermitienne,

– $\widehat{\mathbf{M}}$ (respectivement $\hat{\mathbf{v}}$) : estimée de la matrice $\mathbf{M}$ (respectivement du vecteur $\mathbf{v}$),

– $\otimes$: produit de Kronecker,

- $\circ$: produit de Hadamard,
- $*$: convolution,
- $\mathbf{c}_C$: vecteur colonne constitué de C éléments unitaires,
- $\mathbf{l}_L$: vecteur ligne constitué de L éléments unitaires,
- $\mathbf{0}_C$: vecteur colonne constitué de C éléments nuls,
- $\mathbf{I}_N$: matrice identitaire de dimension N,
- $\mathbf{1}_N$: matrice unitaire de dimension $N \times N$,
- $\mathbf{M}_l$: ligne l de la matrice $\mathbf{M}$,
- $\mathbf{M}_{[l_1:l_2]}$: lignes l_1 à l_2 de la matrice $\mathbf{M}$,
- $\mathbf{M}^c$: colonne c de la matrice $\mathbf{M}$,
- $\mathbf{M}^{[c_1:c_2]}$: colonnes c_1 à c_2 de la matrice $\mathbf{M}$,
- $M_{l,c}$: élément de la matrice $\mathbf{M}$ correspondant à la colonne c et à la ligne l,
- v_l : élément l du vecteur $\mathbf{v}$,
- $\mathbf{v}_C$: C premières valeurs du vecteur $\mathbf{v}$,
- $\mathbf{v}_{i:j}$: portion du vecteur $\mathbf{v}$ entre les éléments i et j,
- $vec(\mathbf{M})$: vecteur constitué des colonnes de la matrice $\mathbf{M}$ mises les unes sous-les autres,
- $\mathbf{J}$: matrice possédant des valeurs unitaires sur son anti-diagonale et des zéros partout,
- $\mathbf{B_s}$: matrice de blocage dans la direction définie dans le vecteur directionnel $\mathbf{s}$,
- δ_{ij} : fonction prenant la valeur 1 si et seulement si $i = j$ et 0 dans les autres cas,
- $\mathbf{d}(\mathbf{M})$: vecteur contenant les éléments diagonaux de la matrice $\mathbf{M}$,
- $\mathbf{D}_\lambda$: matrice diagonale contenant les valeurs propres contenue dans le vecteur λ,
- μ_x : moyenne de x,

- σ_x^2 : variance de x,
- $Tr(\mathbf{M})$: trace de la matrice $\mathbf{M}$,
- $\mathbf{M}^{(k)}$ (respectivement $\mathbf{v}^{(k)}$) : matrice $\mathbf{M}$ (respectivement vecteur $\mathbf{v}$) à l'itération k,
- $E_\Omega\{\mathbf{x}\}$: espérance mathématique, sur l'ensemble Ω, de la variable aléatoire $\mathbf{x}$
- $E(x)$: partie entière de x,
- $r(a/b)$: reste de la division de a par b,
- D_{AB} : distance entre les points A et B,
- β_A : angle de bistatisme formé par l'émetteur, le point A et le récepteur,
- $\overrightarrow{\mathbf{u}}_{AB}$: vecteur unitaire orienté par le vecteur $\overrightarrow{AB}$
- $\overrightarrow{v}$: vecteur vitesse de l'élément considéré,
- (x,y,z) : coordonnées de l'élément considéré,
- φ : angle d'élévation,
- θ : angle de gisement,
- ϕ : composition des angles d'élévation et de gisement.

Traitement du signal

- $\mathbf{Z}$ (respectivement $\mathbf{z}$) : matrice (respectivement vecteur) de données après filtrage,
- $\check{\mathbf{M}}$ (respectivement $\check{v}$) : matrice $\mathbf{M}$ (respectivement vecteur $\mathbf{v}$) après mélange,
- $\dot{\mathbf{M}}$ (respectivement $\dot{v}$) : matrice $\mathbf{M}$ (respectivement vecteur $\mathbf{v}$) après transformation depuis le domaine espace (élément d'antenne) - temps vers le domaine angle - Doppler,
- $\tilde{\mathbf{M}}$ (respectivement $\tilde{v}$) : matrice $\mathbf{M}$ (respectivement vecteur $\mathbf{v}$) après sous-échantillonnage et filtrage passe-bas,
- $_F$: indice traduisant l'utilisation de la méthode avant (forward),
- $_B$: indice traduisant l'utilisation de la méthode arrière (backward),

- $_{FB}$: indice traduisant l'utilisation de la méthode avant-arrière (forward-backward),
- e : erreur quadratique moyenne,
- N_e : nombre d'échantillons temporels pris en compte dans le filtrage de Wiener,
- N_i : nombre d'itérations d'un processus,
- N_m : nombre de case distance correspondant aux principaux contributeurs du fouillis,
- η_s (respectivement η_d) : dimension du domaine spatial (respectivement temporel) après transformation dans le cadre de la méthode *JDL*,
- η_g : nombre de cases distance dites « de garde » dans le cas de la méthode *JDL*,
- Λ^X : test statistique (détecteur) pour la méthode X (^{K} test de Kelly, ^{G} pour le $GLRT-LQ$, ^{A} pour l'AMF).

Statistique

- $\mathbf{R_y}$: matrice de covariance des données $\mathbf{y}$,
- $\mathbf{r_{ab}}$: vecteur d'intercorrélation entre les vecteurs $\mathbf{a}$ et $\mathbf{b}$,
- $\varepsilon(\mathbf{x})$: écart-type des données $\mathbf{x}$,
- Ω_a : ensemble des cases adjacentes homogènes,
- N_a : nombre de cases adjacentes homogènes ($card(\Omega_a)$),
- H_0 : Hypothèse « bruit seul » du test de détection,
- H_1 : Hypothèse « cible + bruit » du test de détection,
- $p_x(\mathbf{x})$: densité de probabilité de la variable aléatoire $\mathbf{x}$,
- $\mathcal{CN}(\mu, \mathbf{R})$: loi Normale complexe multivariée (moyenne μ, covariance $\mathbf{R}$),
- P_d : probabilité de détection,
- P_{fa} : probabilité de fausse alarme.

Annexe C

Densités de probabilité utilisées

Loi Gaussienne ou normale $\mathcal{N}\left(\mu_x, \sigma_x^2\right)$

Une variable aléatoire $\mathbf{x} \in \mathbb{R}$ de moyenne μ_x et de variance σ_x^2 suit une loi Gaussienne ou normale $\mathcal{N}\left(\mu_x, \sigma_x^2\right)$ lorsque sa densité de probabilité s'écrit :

$$p_x(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x^2}} e^{-\frac{(x-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}} \tag{C.1}$$

K-distribution

Une variable aléatoire $\mathbf{x}$ suivant une K-distribution possède une densité de probabilité définie par deux paramètres b et ν, la fonction de Bessel de deuxième espèce, $K_\nu(x)$, et la fonction Γ. Elle est telle que :

$$p_x(\mathbf{x}) = \frac{b^{\nu+1}}{2^{\nu-1}\Gamma(\nu)} x^\nu K_{\nu-1}(bx) \tag{C.2}$$

Loi de Weibull

Une variable aléatoire $\mathbf{x}$ suivant une loi de Weibull possède une densité de probabilité définie par deux paramètres λ_w, facteur d'échelle, k_w, facteur de forme. Elle est telle :

$$p_x(\mathbf{x}) = \frac{k_w}{\lambda_w} \left(\frac{x}{\lambda_w}\right)^{k_w-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda_w}\right)_w^k} \tag{C.3}$$

Annexe D

Généralisation de la méthode *APES* aux signaux à bruit

Preuve.
Considérons la quantité $U(\alpha,\mathbf{h})$ à optimiser sous contrainte dans le but d'estimer l'amplitude de la composante située dans la case distance et la direction spatio-temporelle étudiées, que celle-ci correspondent à une cible ou à un contributeur au fouillis de sol :

$$\begin{aligned}
U(\alpha,\mathbf{h}) &= \sum_{i=1}^{L_s}\sum_{l=1}^{\tilde{L}_d} |\mathbf{h}^{\dagger}\tilde{\mathbf{u}}_{F_{i;l}} - \alpha\tilde{x}_l\,\tilde{z}_d^{l-1}\prod_{k=0}^{i-1} z_{s_{k+1,k}}|^2 \\
&= \sum_{i=1}^{L_s}\sum_{l=1}^{\tilde{L}_d}\left(\mathbf{h}^{\dagger}\tilde{\mathbf{u}}_{F_{i;l}} - \alpha\tilde{x}_l\,\tilde{z}_d^{l-1}\prod_{k=0}^{i-1} z_{s_{k+1,k}}\right)\left(\tilde{\mathbf{u}}_{F_{i;l}}^{\dagger}\mathbf{h} - \alpha^*\tilde{x}_l^*\tilde{z}_d^{-(l-1)}\prod_{k=0}^{i-1} z_{s_{k+1,k}}^*\right) \\
&= \mathbf{h}^{\dagger}\sum_{i=1}^{L_s}\sum_{l=1}^{\tilde{L}_d}\tilde{\mathbf{u}}_{F_{i;l}}\tilde{\mathbf{u}}_{F_{i;l}}^{\dagger}\mathbf{h} + \sum_{i=1}^{L_s}\sum_{l=1}^{\tilde{L}_d}|\alpha|^2|\tilde{x}_l\,|^2 \\
&- \alpha^*\mathbf{h}^{\dagger}\sum_{i=1}^{L_s}\sum_{l=1}^{\tilde{L}_d}\tilde{x}_l^*\tilde{z}_d^{-(l-1)}\prod_{k=0}^{i-1} z_{s_{k+1,k}}^*\tilde{\mathbf{u}}_{F_{i;l}} - \alpha\sum_{i=1}^{L_s}\sum_{l=1}^{\tilde{L}_d}\tilde{x}_l\,\tilde{z}_d^{l-1}\prod_{k=0}^{i-1} z_{s_{k+1,k}}\tilde{\mathbf{u}}_{F_{i;l}}^{\dagger}\mathbf{h}
\end{aligned}$$

Notons :

$$\hat{\tilde{\Xi}}_F = \frac{1}{\|\tilde{\mathbf{x}}_{L_s\tilde{L}_d}\|^2}\sum_{i=1}^{L_s}\sum_{l=1}^{\tilde{L}_d}\tilde{\mathbf{u}}_{F_{i;l}}\mathbf{u}_{F_{i;l}}^{\dagger} \tag{D.1}$$

et

$$\|\tilde{\mathbf{x}}_{L_s\tilde{L}_d}\|^2 = \sum_{i=1}^{L_s}\sum_{l=1}^{\tilde{L}_d}|\tilde{x}_l|^2 \tag{D.2}$$

$$= L_s\sum_{l=1}^{\tilde{L}_d}|\tilde{x}_l|^2 \tag{D.3}$$

$$\begin{aligned} U(\alpha,\mathbf{h}) &= \|\tilde{\mathbf{x}}_{L_s\tilde{L}_d}\|^2\,\mathbf{h}^\dagger\hat{\tilde{\Xi}}_F\mathbf{h} + \|\tilde{\mathbf{x}}_{L_s\tilde{L}_d}\|^2\left(|\alpha|^2 - \alpha^*\mathbf{h}^\dagger\tilde{\mathbf{g}}_F - \alpha\tilde{\mathbf{g}}_F^\dagger\mathbf{h}\right) \\ &= \|\tilde{\mathbf{x}}_{L_s\tilde{L}_d}\|^2\left(\mathbf{h}^\dagger\hat{\tilde{\Xi}}_F\mathbf{h} + |\alpha - \mathbf{h}^\dagger\tilde{\mathbf{g}}_F|^2 - |\mathbf{h}^\dagger\tilde{\mathbf{g}}_F|^2\right) \\ &= \|\tilde{\mathbf{x}}_{L_s\tilde{L}_d}\|^2\left(\mathbf{h}^\dagger\left(\hat{\tilde{\Xi}}_F - \tilde{\mathbf{g}}_F\tilde{\mathbf{g}}_F^\dagger\right)\mathbf{h} + |\alpha - \mathbf{h}^\dagger\tilde{\mathbf{g}}_F|^2\right) \end{aligned}$$

est minimale pour

$$\alpha = \mathbf{h}^\dagger\tilde{\mathbf{g}}_F \tag{D.4}$$

L'optimum **h** doit maintenant être évalué. Le nouveau problème d'optimisation est :

$$\min_{\mathbf{h}} \mathbf{h}^\dagger\hat{\tilde{\Phi}}_F\mathbf{h} \tag{D.5}$$

sous la contrainte :

$$\mathbf{h}^\dagger\tilde{\mathbf{x}}^{sd}_{M_s\tilde{M}_d} = 1 \tag{D.6}$$

avec

$$\hat{\tilde{\Phi}}_F = \hat{\tilde{\Xi}}_F - \tilde{\mathbf{g}}_F\tilde{\mathbf{g}}_F^\dagger \tag{D.7}$$

Ce problème d'optimisation quadratique sous contrainte égalitaire linéaire peut être résolu à l'aide des multiplicateurs de Lagrange. La solution (lorsqu'elle existe) est :

$$\mathbf{h} = \frac{\hat{\tilde{\Phi}}_F^{-1}\tilde{\mathbf{x}}^{sd}_{M_s\tilde{M}_d}}{\left(\tilde{\mathbf{x}}^{sd}_{M_s\tilde{M}_d}\right)^\dagger\hat{\tilde{\Phi}}_F^{-1}\tilde{\mathbf{x}}^{sd}_{M_s\tilde{M}_d}} \tag{D.8}$$

Cette dernière équation, en association avec l'équation (D.4), fourni la solution optimale recherchée. □

Bibliographie

[1] T. Johnsen and K. E. Olsen, “Bi and multistatic radar,” in *Advanced Radar Signal and Data Processing. Educational Notes RTO-EN-SET-086*, Neuilly-sur-Seine, France : RTO. Available from : http//www.rto.nato.int/abstracts.asp.

[2] S. R. J. Axelsson, “Noise radar using random phase and frequency modulation,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 42, no. 11, pp. 2370–2384, Nov. 2004.

[3] D. C. Bell and R. M. Narayanan, “Theoretical aspects of radar imaging using stochastic waveforms,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 49, no. 2, pp. 394–400, Feb. 2001.

[4] K. A. Lukin, “Millimeter wave noise radar technology,” *Third International Kharkov Symposium on Physics and Engineering of Millimeter and Sub-Millimeter Waves*, vol. 1, pp. 94–97, 1998.

[5] ——, “Millimeter wave noise radar applications : Theory and experiment,” *Fourth International Kharkov Symposium on Physics and Engineering of Millimeter and Sub-Millimeter Waves*, vol. 1, pp. 68–73, 2001.

[6] G. S. Liu, H. Gu, W. M. Su, H. B. Sun, and J. H. Zhang, “Random signal radar-a winner in both the military and civilian operating environments,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 39, no. 2, pp. 489–498, Apr. 2003.

[7] T. Thayaparan and C. Wernik, “Noise radar technology basics,” *Technical Memorandum, Defense Research and Development Canada*, Dec. 2006.

[8] M. Dawood and R. M. Narayanan, “Generalised wideband ambiguity function of a coherent ultrawideband random noise radar,” *IEE Proceedings – Radar, Sonar and Navigation*, vol. 150, no. 5, pp. 379–386, Oct. 2003.

[9] D. S. Garmatyuk and R. M. Narayanan, “ECCM capabilities of an ultrawideband bandlimited random noise imaging radar,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 38, no. 04, pp. 1243–1255, Oct. 2002.

[10] D. K. Barton, “Historical perspective on radar,” *Microwave Journal*, pp. 21–38, Aug. 1980.

[11] M. I. Skolnik, *Radar Handbook*. McGraw-Hill Book Company, 1990.

[12] J. D. Sahr and F. D. Lind, “The Manastash ridge radar : a passive bistatic radar for upper atmosphere radio science,” *Radio Science*, vol. 32, no. 6, pp. 2345–2358, 1997.

[13] H. Zheng, F. Li, J. Luo, and J. Lu, “Bistatic radar experiment based on FM broadcast transmitter,” in *Proceedings of the IEEE Radar Conference, Toulouse, France*, Oct. 19-21 2004.

[14] H. D. Griffiths, A. J. Garnett, C. J. Baker, and S. Keaveney, “Bistatic radar using satellite-borne illuminators of opportunity,” *Proceedings of the IEEE International Conference on Radar*, pp. 276–279, Oct. 12-13 1992.

[15] J. Homer, K. Kubik, B. Mojarrabi, I. D. Longstaff, E. Donskoi, and M. Cherniakov, “Passive bistatic radar sensing with LEOS based transmitters,” in *Proceedings of the Geoscience and Remote Sensing Symposium IGARSS’02, Toronto, Canada*, Jun. 24-28 2002, pp. 438–440.

[16] M. Cherniakov, T. Zeng, and E. Plakidis, “Galileo signal-based bistatic system for avalanche prediction,” in *Proceedings of the Geoscience and Remote Sensing Symposium IGARSS’03, Toulouse, France*, Jul. 21-25 2003, pp. 784–786.

[17] D. K. P. Tan, H. Sun, Y. Lu, M. Lesturgie, and H. L. Chan, “Passive radar using global system for mobile communication signal : theory, implementation and measurements,” *IEE Proceedings – Radar, Sonar and Navigation*, vol. 152, no. 3, pp. 116–123, Jun. 2005.

[18] M. Kubica, V. Kubica, X. Neyt, J. Raout, S. Roques, and M. Acheroy, “Optimum target detection using emitters of opportunity,” in *Proceedings of the IEEE Radar Conference, Verona, NY*, Apr. 24-27 2006, pp. 417–424.

[19] X. Neyt, J. Raout, M. Kubica, S. Roques, M. Acheroy, and J. Verly, “Feasibility of STAP for passive GSM-based radar,” *Proceedings of the IEEE Conference on Radar, Veronna NY*, pp. 546–551, April 24 -27 2006.

[20] H. D. Griffiths and N. R. W. Long, “Television-based bistatic radar,” *IEE Proceedings – Communications, Radar and Signal Processing*, vol. 133, no. 7, pp. 649–657, Dec. 1986.

[21] D. Poullin, “Passive detection using digital broadcasters (DAB, DVB) with COFDM,” *IEE Proceedings – Radar, Sonar and Navigation*, vol. 152, no. 3, pp. 143–152, Juin 2005.

[22] F. Pipon, F. Delaveau, and D. Heurguier, “Une approche communication pour la détection passive de cibles mobiles,” in *REE*, Jan. 2006, pp. 26–35.

[23] J. Raout, J. Dulost, and X. Neyt, “Feasibility of STAP for passive DVB-T based radar,” in *Proceedings of the Fourth IASTED International Conference on Antennas, Radar, and Wave Propagation, Montreal, Canada*, May 30 - Jun. 01 2007, pp. 108–114.

[24] J. Raout, X.Neyt, and P. Rischette, “Bistatic STAP using illuminators of opportunity,” in *Proceedings of the IET Conference on Radar Systems, Edinburgh, Scotland*, Oct. 15-18 2007.

[25] J. Raout and J. P. Préaux, “Multi-target detection using noise-like signals,” in *Proceedings of the IEEE Radar Conference, Rome, Italy*, May 26 - 30 2008.

[26] J. Raout, “Space-time adaptive processing for noise-radar,” in *Proceedings of the IEEE Radar Conference, Rome, Italy*, May 26 - 30 2008.

[27] ——, “Sea target detection using passive DVB-T based radar,” in *Proceedings of the IEEE Radar Conference, Adelaide, Australia*, Sep 2 - 5 2008, pp. 691–694.

[28] J. Raout and A. Santori, “Space-time clutter rejection using the APES method,” in *Proceedings of the Radar Conference, 2009, EuRAD 2009, Rome, Italy*, Sep. 30 - Oct. 02 2009, pp. 65–68.

[29] J. Raout, A. Santori, and E. Moreau, “Passive bistatic noise radar using DVB-T signals,” in *IET Radar, Sonar and Navigation*, vol. 4, no. 3, June 2010, pp. 403–411.

[30] ——, “Space-time clutter rejection and target passive detection using the APES method,” in *IET Signal Processing*, vol. 4, no. 3, 2010.

[31] N. J. Willis, *Bistatic Radar*. Silver Spring, MD : Artech House, 1995.

[32] D. G. Manolakis, V. K. Ingle, and S. M. Kogon, *Statistical and adaptive signal processing*. Artech House, 2005.

[33] W. Xiande, L. X. Yun, and Z. Z. F. Jummei, “The study of electromagnetic scattering model for a fractal trees above a tilted rough ground plane,” *Geoscience and Remote Sensing Symposium*, vol. 2, pp. 1457–1459, 28 Jun.-2 Jul. 1999.

[34] D. K. Barton, *Modern radar system analysis*. Northwood, MA : Artech House, 1988.

[35] S. Stein, “Algorithms for ambiguity function processing,” *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 29, no. 3, pp. 588–599, Jun. 1981.

[36] S. M. Kay, *Modern Spectral Estimation*. USA : Prentice Hall International, 1988.

[37] I. S. Reed, J. D. Mallett, and L. E. Brennan, “Rapid convergence rate in adaptive arrays,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 10, no. 8, pp. 853–863, Nov. 1974.

[38] W. Feller, *Introduction to Probability Theory and its Applications*. New York : John Wiley, 1968.

[39] A. D. Maio, G. Foglia, E. Conte, and A. Farina, “CFAR behavior of adaptive detectors : an experimental analysis,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 41, no. 1, pp. 233–251, Jan. 2005.

[40] G. A. Fabrizio, A. Farina, and M. D. Turley, “Spatial adaptive subspace detection in OTH radar,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 39, no. 4, pp. 1407–1428, Oct. 2003.

[41] M. Zatman, “Circular array STAP,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 36, no. 2, pp. 510–517, Apr. 2000.

[42] R. Klemm, *Principles of space-time adaptive processing*. UK : The Institution of Electrical Engineers (IEE), 2002.

[43] B. Himed, Y. Zhang, and A. Hajjari, “STAP with angle-Doppler compensation for bistatic airborne radars,” *Proc. of the IEEE Radar Conference on Radar, Long-Beach, CA*, pp. 311–317, Apr. 22-25 2002.

[44] F. D. Lapierre and J. G. Verly, “Registration-based solutions to range-dependence problem in STAP radars,” *Adaptive Sensor Array Processing (ASAP) Workshop, MIT Lincoln Laboratory, Lexington, MA*, Mar. 2003.

[45] F. D. Lapierre, J. G. Verly, and M. V. Droogenbroeck, “New solutions to the problem of range dependence in bistatic STAP,” *Proceedings of the IEEE International Conference on Radar, Huntsville, AL*, pp. 452–459, May. 2003.

[46] Y. Zhang and B. Himed, “Effects of geometry on clutter characteristics of bistatics radars,” *Proceedings of IEEE Conference on Radar, Huntsville, AL*, pp. 417–424, May 05-08 2003.

[47] F. D. Lapierre, “Registration-based range-dependence compensation in airborne bistatic radar STAP,” *Ph.D. thesis, University of Liège*, Nov. 2004.

[48] B. C. Armstrong and H. D. Griffiths, “Performance of adaptive optimal Doppler processors in heterogeneous clutter,” *In Record of the 1993 IEEE National Radar Conference, Boston, MA*, pp. 140–145, Apr. 1993.

[49] L. T. McWorther, L. L. Scharf, and L. J. Griffiths, “Adaptive coherence estimation for radar signal processing,” *Proceedings of the* 30th *Asilomar Conference on, Signal, Systems and Computers*, pp. 536–540, Nov. 1996.

[50] L. Cai and H. Wang, “Further results on adaptive filtering with embedded CFAR,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 30, no. 4, pp. 1009–1020, Oct. 1994.

[51] B. D. Carlson, “Covariance matrix estimation errors and diagonal loading in adaptive arrays,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 24, no. 3, pp. 397–401, Jul. 1988.

[52] Y. L. Kim and S. U. P. anf J. R. Guerci, “Optimal loading factor for minimal sample support space-time adaptive radar,” *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Seattle, WA*, vol. 4, pp. 2505–2508, May 12-15 1998.

[53] R. J. Mailloux, “Covariance matrix augmentation to produce adaptive array patterns troughs,” *Electronics Letter*, vol. 31, no. 10, pp. 771–772, 1995.

[54] M. Zatman, “Production of adaptive array troughs by dispersion synthesis,” *Electronics Letter*, vol. 31, no. 25, pp. 2141–2142, 1995.

[55] A. B. Gershman, U. Nickel, and J. F. Bohme, “Adaptive beamforming algorithms with robustness against jammer motion,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45, no. 7, pp. 1878–1886, Jul. 1997.

[56] J. R. Guerci, “Theory and application of covariance matrix tapers for robust adaptive beamforming,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 47, no. 4, pp. 977–985, Apr. 1999.

[57] J. R. Guerci and J. S. Bergin, “Rapid adaptation in subspace leakage environments via covariance matrix tapering,” in *Conference Record of the Thirty-Fourth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, 2000*, vol. 1, Nov. 2000, pp. 283–286.

[58] M. Zatman and J. R. Guerci, “Theory and application of covariance matrix tapers for robust adaptive beamforming,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 48, no. 6, pp. 1796–1800, Jun. 2000.

[59] J. R. Guerci and J. S. Bergin, “Principal components, covariance matrix tapers, and the subspace leakage problem,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 38, no. 1, pp. 152 – 162, Jan. 2002.

[60] F. Pascal, P. Forster, J.-P. Ovarlez, and P. Larzabal, “Theoretical analysis of an improved covariance matrix estimator in non-Gaussian noise,” *Proc. IEEE-ICASSP*, vol. IV, pp. 69–72, Mar. 2005.

[61] F. Pascal, J.-P. Ovarlez, P. Forster, and P. Larzabal, “On a SIRV-CFAR detector with radar experimentations in impulsive noise,” in *Proceedings of the EUropean SIgnal Processing COnf.*, Florence, Italy, Sep. 2006.

[62] F. Pascal, Y. Chitour, J.-P. Ovarlez, P. Forster, and P. Larzabal, "Covariance structure maximum likelihood estimates in compound Gaussian noise : Existence and algorithm analysis," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 56, no. 1, pp. 34–38, 2008.

[63] T. F. Ayoub, A. M. Haimovich, and M. L. Pugh, "Reduced-rank STAP for high PRF radar," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 35, no. 3, pp. 953–962, Jul. 1999.

[64] J. R. Guerci, J. S. Goldstein, and I. S. Reed, "Optimal and adaptative reduced-rank STAP," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System*, vol. 36, no. 2, pp. 647–663, Apr. 2000.

[65] H. Wang and L. Cai, "On adaptive spatial-temporal processing for airborne surveillance radar systems," *IEEE Transactions on the Aerospace and Electronic Systems*, vol. 30, no. 3, pp. 660–670, Jul. 1994.

[66] D. J. Rabideau and A. O. Steinhardt, "Improved adaptive clutter cancellation through data-adaptive training," *IEEE Transactions on the Aerospace and Electronic Systems*, vol. 35, no. 3, pp. 879 – 891, July 1999.

[67] W. L. Melvin and M. C. Wicks, "Improving practical space-time adaptive radar," *Proceedings of IEEE Conference on Radar, Syracuse, NY*, pp. 48–53, May 13-15 1997.

[68] R. S. Adve, T. B. Hale, and M. C. Wicks, "A two-stage hybrid space-time adaptive processing algorithm," *Proceedings of the IEEE Radar Conference on Radar, Boston, MA*, pp. 279–284, Apr. 1999.

[69] ——, "Practical Joint Domain Localized adaptive processing in homogeneous environments. part 2 : Nonhomogeneous environments," *Proceedings of IEE Radar, Sonar and Navigation*, vol. 47, no. 2, pp. 66–74, Apr. 2000.

[70] M. C. Wicks, M. Rangaswamy, R. Adve, and T. B. Hale, "Space-time adaptive processing : A knowledge-based perspective for airborne radar," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 23, no. 1, pp. 51–65, Jan. 2006.

[71] E. Yang, J. Chun, R. Adve, and J. Chun, "A hybrid D^3- Sigma Delta STAP algorithm in non-homogeneous clutter," in *Proceedings of the IET Conference on Radar Systems, Edinburgh, Scotland*, Oct. 15-18 2007.

[72] L. E. Brennan and F. M. Staudaher, "Subclutter visibility demonstration," *Technical Report, RL-TR-92-21, Adaptive Sensors Inc.*, 1992.

[73] J. Li, P. Stoica, and Z. Wang, "On robust Capon beamforming and diagonal loading," *IEEE Transactions Signal Processing*, vol. 51, no. 7, pp. 1702–1715, Jul. 2003.

[74] S. A. Vorobyov, A. B. Gershman, and Z. Q. Luo, "Robust adaptive beamforming using worst-case performance optimization : a solution to the signal mismatch problem," *IEEE Transactions Signal Processing*, vol. 51, no. 2, pp. 313–324, Feb. 2003.

[75] D. Rui, W. Xuegang, J. Chaoshu, and C. Zhuming, "Diagonal loading techniques to relax sample support requirement in airborne bistatic STAP," *International Conference on Communications, Circuits and Systems, 2007, ICCCAS 2007*, pp. 649–652, Jul. 11-13 2007.

[76] M. Ma and J. Goh, “Efficient method to determine diagonal loading value,” *Proceedings of the International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP-03*, vol. 5, pp. 341–344, Apr. 6-10 2003.

[77] G. Trunk and S. George, “Detection of targets in non-Gaussian sea clutter,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 6, no. 8, pp. 620–628, Sep. 1970.

[78] J. Goldman, “Detection in the presence of spherically symmetric random vectors,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 22, no. 1, pp. 52–59, Jan. 1976.

[79] K. Ward, “Compound representation of high resolution sea clutter,” *Electronics letters*, vol. 17, no. 16, pp. 561–563, Aug. 1981.

[80] S.Watts, “Radar detection prediction in sea clutter using the compound K-distribution model,” *IEE Proc. Part F Communications, radar and signal processing*, vol. 132, no. 7, pp. 613–620, Dec. 1985.

[81] E. Conte and M. Longo, “Characterization of radar clutter as a spherically invariant random process,” *IEE Proc. Part F Communications, radar and signal processing*, vol. 134, no. 2, pp. 191–197, April 1987.

[82] E. Conte, M. Longo, and M. Lops, “Modelling and simulation of non-Rayleigh radar clutter,” *IEE Proc. Part F Communications, radar and signal processing*, vol. 138, no. 2, pp. 121–138, April 1991.

[83] F. A. Pentini, A. Farina, and F. Zirilli, “Radar detection of targets located in a coherent K-distributed clutter background,” *IEE Proc. Part F Communications, radar and signal processing*, vol. 139, no. 3, pp. 238–245, Jun. 1992.

[84] F. Gini, M. V. Greco, M. Diani, and L. Verrazzani, “Performance analysis of two adaptive radar detectors against non-Gaussian real sea clutter data,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 36, no. 4, pp. 1429–1439, Oct. 2000.

[85] A. Farina, A. Russo, and F. Studer, “Advanced models of target and disturbances and related processors,” in *Proc. CCIR Internationanl Radar Conference*, Washington D.C, May 1985, pp. 151–158.

[86] F. Gini and M. V. Greco, “Covariance matrix estimation for CFAR detection in correlated heavy tailed clutter,” *Signal Processing, special section on Signal Processing with Heavy Tailed Distributions*, vol. 82, no. 12, pp. 1847–1859, Dec 2002.

[87] J. S. Bergin, P. M. Techau, W. L. Melvin, and J. R. Guerci, “GMTI STAP in target rich environments : Site-specific analysis,” *Proceedings of the IEEE Conference on Radar, Long Beach, CA*, pp. 391–396, Apr. 22-25 2002.

[88] R. S. Adve and M. C. Wicks, “Joint domain localized processing using measured spatial steering vectors,” *Proceedings of IEEE National Radar Conference, Dallas, TX*, pp. 165–170, May 11-14 1998.

[89] R. S. Adve, T. B. Hale, and M. C. Wicks, “Transform domain localized processing using measured steering vectors and non homogeneity detection,” *Proceedings of the IEEE Conference on Radar, Waltham, MA*, pp. 285–290, Apr. 1999.

[90] B. Himed, Y. Salama, and J. H. Michels, “Improved detection of close proximity targets using two-step NHD,” *Proceedings of the IEEE Conference on Radar, Alexandria, VA*, pp. 781–786, May 7-12 2000.

[91] G. T. Capraro, A. Farina, H. Griffiths, and M. C. Wicks, “Knowledge-based radar signal and data processing, a tutorial review,” *IEEE Signal Processing magazine*, vol. 23, no. 1, pp. 18–29, Jan. 2006.

[92] F. C. Robey, D. R. Fuhrmann, E. J. Kelly, and R. Nitzberg, “A CFAR adaptive matched filter detector,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 28, no. 1, pp. 208–216, Jan. 1992.

[93] E. J. Kelly, “An adaptive detection algorithm,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 22, no. 1, pp. 115–127, March 1986.

[94] F. Gini, “Sub-optimum coherent radar detection in a mixture of K-distributed and Gaussian clutter,” *IEE Proc. Radar, Sonar Navig.*, vol. 144, no. 1, pp. 39–48, Feb. 1997.

[95] E. Conte, M. Lops, and G. Ricci, “Asymptotically optimum radar detection in compound-Gaussian clutter,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 31, no. 2, pp. 617–625, April 1995.

[96] V. Korado, “Optimum detection of signals with random parameters against the background of noise of unknown intensity under conditions of constant false alarm probability,” *Radio Engineering and Electronic Physics*, vol. 13, 1968.

[97] B. Picinbono and G. Vezzosi, “Détection d’un signal certain dans un bruit non stationnaire et non Gaussien,” *Annales des Télécomm.*, vol. 25, pp. 433–439, 1970.

[98] G. Bienvenu and L. Kopp, “Optimality of high resolution array processing using eigensystem approach,” *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 31, no. 5, 1983.

[99] Y. Hua, A. B. Gersham, and Q. Cheng, *High-resolution and robust signal processing*. Signal processing and communications series, 2004.

[100] J. Li and P. Stoica, “An adaptive filtering approach to spectral estimation and SAR imaging,” *IEEE Transactions Signal Processing*, vol. 44, no. 2, pp. 1469–1484, Jun. 1996.

[101] P. Stoica, A. Jakobsson, and J. Li, “Matched-filterbank interpretation of some spectral estimators,” *Signal Processing*, vol. 66, no. 1, pp. 45–59, 1998.

[102] H. Li, J. Li, and P. Stoica, “Performance analysis of forward-backward matched-filterbank spectral estimators,” *IEEE Transactions Signal Processing*, vol. 46, no. 7, pp. 1954–1966, Jul. 1998.

[103] P. Stoica, H. Li, and J. Li, “A new derivation of the APES filter,” *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 6, no. 8, pp. 205–206, Aug. 1999.

[104] ——, “Amplitude estimation of sinusoidal signals : survey, new results and an application,” *IEEE Transactions Signal Processing*, vol. 48, no. 2, pp. 338–352, Feb. 2000.

[105] S. U. Pillai and B. H. Kwon, “Forward/backward spatial smoothing techniques for coherent signal identification,” *IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing*, vol. 37, pp. 8–15, Jan. 1989.

[106] M. Jansson and P. Stoica, “Forward-only and forward-backward sample covariances - a comparative study,” *Signal Processing*, vol. 77, no. 3, pp. 235–245, 1999.

[107] Y.-H. Choi, “On conditions for the rank restoration in forward/backward spatial smoothing,” *IEEE Transactions Signal Processing*, vol. 50, no. 11, pp. 2900–2901, Nov. 2002.

[108] R. Klemm, *Space-Time Adaptive Processing : Principles and Applications*. IET, IEE Radar, Sonar, Navigation and Avionics, 1998.