



HAL
open science

Modélisation électronique et électromagnétique d'un transformateur haute fréquence à circuit magnétique en fonte

François Blache

► **To cite this version:**

François Blache. Modélisation électronique et électromagnétique d'un transformateur haute fréquence à circuit magnétique en fonte. Sciences de l'ingénieur [physics]. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 1995. Français. NNT: . tel-00599667

HAL Id: tel-00599667

<https://theses.hal.science/tel-00599667>

Submitted on 10 Jun 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

présentée par

François BLACHE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR

de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE de GRENOBLE

(Arrêté ministériel du 30 mars 1992)

Spécialité : GÉNIE ÉLECTRIQUE

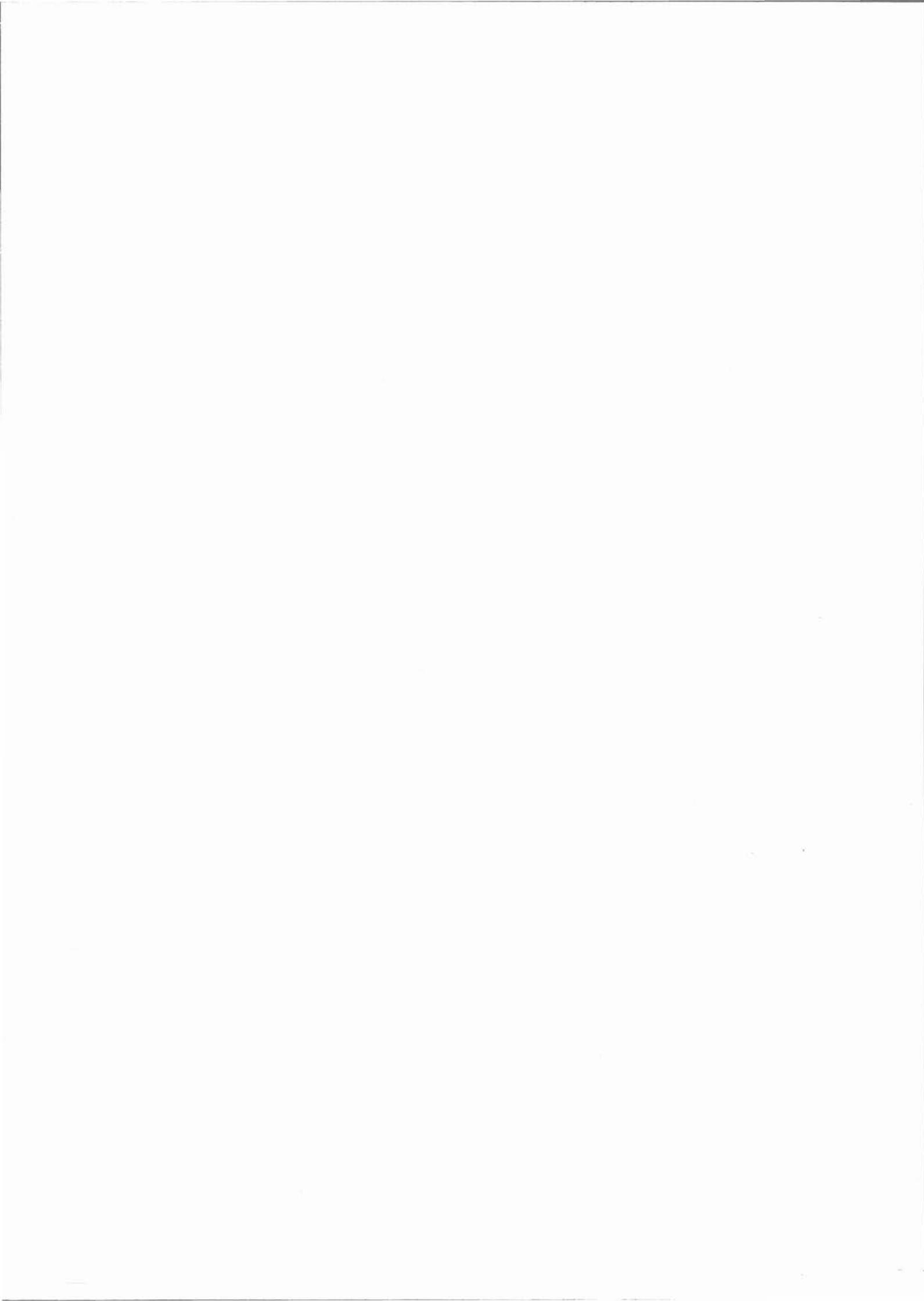
Modélisation Electronique et Electromagnétique d'un Transformateur Haute Fréquence à Circuit Magnétique en Fonte

Date de soutenance : 20 Décembre 1995

Composition du Jury :

Messieurs	GLAIZE	Président - Rapporteur
	GRELLET	Rapporteur
	SINIC	Examineur
	MAZAURIC	Examineur
	MEUNIER	Examineur
	KERADEC	Examineur

Thèse préparée au sein du Laboratoire d'Électrotechnique de Grenoble



REMERCIEMENTS.....

Mes remerciements vont tout d'abord à Jean-Pierre KERADEC, Maître de conférences au LEG, qui m'a non seulement encadré durant cette thèse, mais qui m'a également fait bénéficier de ses lumières (illuminations ?) concernant la physique en général, et la gastronomie en particulier... Ce fut toujours un réel plaisir d'échanger avec lui sur tous ces sujets.

Je n'oublie pas que si j'ai pu effectuer cette thèse, c'est aussi grâce à Gérard MEUNIER, Directeur de Recherche CNRS, qui m'a témoigné toute sa confiance en me proposant tout d'abord un sujet et en acceptant ensuite de m'encadrer. Je conserverai un très bon souvenir de nos discussions concernant la modélisation, monde initialement opaque pour moi, mais qu'il a su justement éclairer.

J'ai bénéficié, à travers l'ANRT et la société LABINAL, Division Systèmes Aéronautiques, d'un soutien financier sous forme d'une bourse CIFRE. Mais ce soutien fut également moral, en particulier grâce au suivi du travail et à l'intérêt qu'ont manifesté Monsieur David HANIA, Responsable du Département Etudes Avancées, et Monsieur André SINIC, Responsable Qualité, lors de nos rencontres régulières. Je les en remercie très chaleureusement.

Mention spéciale enfin pour Jean-Louis LANG, Ingénieur au sein du département Etudes Avancées chez LABINAL. Il a assuré le suivi "rapproché et sur le terrain" tout au long de cette thèse. Si le travail fut fructueux, c'est aussi en partie grâce à lui et à sa grande rigueur.

Je remercie également très sincèrement les membres de mon jury de thèse : pour avoir tout d'abord accordé un peu de leur temps à la lecture de mon manuscrit, mais également pour leur présence et leurs remarques constructives lors de ma soutenance. Il s'agit de Messieurs :

- Christian GLAIZE, Directeur du Laboratoire d'Electrotechnique de Montpellier, qui a accepté de cumuler la charge de président et de rapporteur
- Guy GRELLET, Professeur à l'Université Claude Bernard de Lyon (Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance), rapporteur
- Vincent MAZAURIC, Centre de Recherche de Schneider Electric à Grenoble, qui fut un examinateur zélé, et avec qui j'ai pris plaisir à discuter de mes travaux et des résultats obtenus
- Jean-Pierre KERADEC, Gérard MEUNIER et André SINIC, déjà cités.

Je tiens aussi à remercier Messieurs Jean-Claude SABONNADIÈRE et Robert PERRET, respectivement pilote et copilote du Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble, pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire, me permettant ainsi de travailler dans de très bonnes conditions morales et matérielles.

J'ai eu l'occasion durant cette thèse de travailler dans plusieurs équipes de recherche du laboratoire. Ce fut une collaboration fructueuse je crois, et je remercie les responsables ainsi que les permanents de chaque équipe, pour l'aide et les conseils qu'ils m'ont prodigués.

Durant ces années, j'ai également mis à contribution quelques collègues thésards. Je pense que parmi eux, Christophe CESTER (élu meilleur spécialiste Toulousain dans le domaine des mesures de cycles d'hystérésis et dans celui de la fabrication de la mousse au chocolat) fut le plus sollicité, et je le remercie pour sa patience et sa bonne humeur. Une partie du travail présenté ici n'aurait pas pu être réalisé sans son aide.

Enfin, derniers de cette liste mais premiers dans mon estime, je remercie chaleureusement tous les personnels du laboratoire, qu'ils soient ingénieurs, techniciens, administratifs ou agents, car j'ai eu souvent besoin de faire appel à leurs compétences : j'ai ainsi pu vérifier qu'il est possible de travailler efficacement et dans la bonne humeur.

Fait à Grenoble, le 10 janvier 1996.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GÉNÉRALE	13
------------------------------	-----------

CHAPITRE I : REPRÉSENTATION DES COMPOSANTS BOBINES PAR DES CIRCUITS ÉQUIVALENTS A CONSTANTES LOCALISÉES
--

1 - <u>INTRODUCTION</u>	23
2 - <u>CAS D'UNE INDUCTANCE SIMPLE</u>	24
2-1 Mesure	24
2-2 Représentation équivalente	25
2-3 Évaluation des constantes	27
3 - <u>CAS DU TRANSFORMATEUR A DEUX ENROULEMENTS</u>	28
3-1 Coupleur parfait	28
3-2 Couplage magnétique	29
3-2-1 Relations générales	29
3-2-2 Circuits équivalents simples	31
a - Représentation en T et en π	31
b - Expression des constantes en fonction des grandeurs mesurées	32
3-3 Pertes	33
3-3-1 Prise en compte des pertes séries et parallèles	33
3-3-2 Pertes supplémentaires dues aux courants de Foucault	34
a - Origine de l'effet de peau	34
b - Mesure	35
c - Représentation	36
d - Évaluation des constantes	37
3-3-3 Autres mécanismes de pertes	38
a - Effets de proximité	39
b - Pertes dues à un entrefer	39
c - Pertes dans les noyaux Ferrite	40
3-3-4 Circuit équivalent avec pertes	41

3-4 Diagrammes de Bode	42
3-5 Couplage électrostatique	44
3-5-1 Énergie électrostatique et représentation générale	45
3-5-2 Choix d'une méthode d'évaluation des constantes	47
3-5-3 Circuit équivalent à trois capacités	48
3-5-4 Détermination des capacités	52
3-5-5 Discussion	55

4 - <u>CIRCUIT ÉQUIVALENT COMPLET DU TRANSFORMATEUR A DEUX ENROULEMENTS</u>	56
--	----

5 - <u>CONCLUSION</u>	59
------------------------------	----

CHAPITRE II : CARACTÉRISATION EXPÉRIMENTALE DU TRANSFORMATEUR
--

1 - <u>INTRODUCTION</u>	65
--------------------------------	----

2 - <u>MISE EN OEUVRE EXPÉRIMENTALE</u>	65
2-1 Appareil de mesure: possibilités et choix	65
2-1-1 Caractéristiques de l'analyseur d'impédance	65
2-1-2 Choix du type de mesure	66
2-1-3 Précision	67
2-1-4 Niveau d'alimentation	67
2-2 Configuration matérielle	68
2-2-1 Choix des bornes d'alimentation	68
2-2-2 Choix des liaisons externes	68

3 - <u>MESURES</u>	69
3-1 Caractéristiques du transformateur utilisé	69
3-2 Présentation des mesures effectuées	70

4 - <u>EXPLOITATION DES RELEVÉS</u>	73
4-1 Circuit équivalent utilisé: rappel	73
4-2 Obtention des constantes magnétiques	75
4-2-1 Rapport de transformation et coefficient de couplage	75
4-2-2 Détermination des inductances série et parallèle en basse fréquence	76

4-3	Évaluation des pertes	77
4-3-1	Résistances de pertes série et parallèle	77
4-3-2	Pertes supplémentaires par courants de Foucault	78
4-4	Calcul des constantes électrostatiques	80
4-4-1	Choix des liaisons primaire-secondaire	80
4-4-2	Détermination des constantes	81
4-4-3	Prise en compte des symétries	85
5	<u>COMPARAISON MODÈLE-EXPÉRIENCE</u>	87
6	<u>CONCLUSION</u>	90

CHAPITRE III : SIMULATION D'UN CIRCUIT ÉLECTRONIQUE INCLUANT DES COMPOSANTS BOBINES
--

1	<u>INTRODUCTION</u>	94
2	<u>CHOIX DU LOGICIEL DE SIMULATION</u>	94
3	<u>SIMULATION DU TRANSFORMATEUR SEUL</u>	95
3-1	Circuit équivalent complet: rappel	95
3-2	Coupleur parfait	97
3-3	Adaptation du circuit équivalent	98
3-4	Résultats de simulation	100
4	<u>SIMULATION DU TRANSFORMATEUR EN SITUATION: CAS DU TRANSFERT BIDIRECTIONNEL ISOLE</u>	103
4-1	Présentation du circuit	104
4-2	Étude du transfert de puissance	106
4-3	Étude de la fonction de transfert du montage	108
5	<u>EXPLOITATION DES RÉSULTATS</u>	112
5-1	Comparaisons modèle-expérience	112
5-2	Étude harmonique	116
6	<u>CONCLUSION</u>	118

CHAPITRE IV : APPROCHE MICROSCOPIQUE DE L'ÉLECTROSTATIQUE DES COMPOSANTS BOBINES

1 - <u>INTRODUCTION</u>	123
2 - <u>DEUX MODÈLES POUR ÉVALUER ANALYTIQUEMENT LES CAPACITÉS PARASITES</u>	123
2-1 Modèle plan	124
2-1-1 Étude analytique	124
2-1-2 Application au transformateur à deux enroulements mono-couches	125
2-1-3 Bobinage continu ou discontinu	127
2-1-4 Bobinage en couches ou en galettes	128
2-2 Modèle pavé	130
3 - <u>MODÉLISATION ÉLÉMENTS FINIS BIDIMENSIONNELLE</u>	133
3-1 Choix du dispositif étudié	133
3-1-1 Bobinage continu ou discontinu	134
3-1-2 Bobinage en couches ou en galettes	135
3-2 Exploitation : Répartition des potentiels	136
3-3 Problèmes liés à la description du dispositif	137
4 - <u>VALIDATION EXPÉRIMENTALE</u>	138
4-1 Vérification des hypothèses	138
4-2 Cas du transformateur à deux enroulements	138
4-3 Réduction de la capacité parallèle d'un bobinage	139
4-3-1 Bobinage continu ou discontinu	139
4-3-2 Bobinage en couches ou en galettes	140
4-4 Influence des liaisons externes	141
5 - <u>SYNTHÈSE DES RÉSULTATS</u>	142
6 - <u>CONCLUSION</u>	144

CHAPITRE V : MODÉLISATION MAGNÉTODYNAMIQUE DES MATÉRIAUX MAGNÉTIQUES MASSIFS

1 - <u>INTRODUCTION</u>	149
2 - <u>MODÉLISATION MAGNÉTODYNAMIQUE DU TRANSFORMATEUR</u>	149
2-1 Géométrie étudiée et caractéristiques du matériau	150
2-2 Comparaison simulation-expérience	151
3 - <u>MODÉLISATION MAGNÉTODYNAMIQUE D'UNE INDUCTANCE SIMPLE</u>	152
3-1 Géométrie étudiée et caractéristiques du matériau	152
3-2 Impédance torique : Comparaisons simulation-expérience	154
4 - <u>LA PERMÉABILITÉ COMPLEXE : POURQUOI ?</u>	157
4-1 Définition et intérêt de la perméabilité complexe	157
4-2 Expression des pertes dans les matériaux magnétiques	159
5 - <u>MESURE DES CARACTÉRISTIQUES PHYSIQUES STATIQUES DU MATÉRIAU</u>	161
5-1 Perméabilité complexe quasi-statique	162
5-1-1 Principe et dispositif expérimental	162
5-1-2 Mesures et variations observées	164
5-2 Résistivité	169
5-3 Influence de la température	170
5-4 Validation: calcul des pertes	170
6 - <u>MESURE DES CARACTÉRISTIQUES PHYSIQUES DYNAMIQUES : PROPOSITION d'une MÉTHODE ORIGINALE</u>	173
6-1 Critique de la méthode de caractérisation classique	173
6-2 Prise en compte de l'atténuation de l'induction	175
6-2-1 Formulation analytique	175
6-2-2 Etude par simulation	178
6-3 Comparaison des deux méthodes de caractérisation	180
6-3-1 Cas d'un matériau magnétique conducteur	180
6-3-2 Étude d'un noyau ferrite	182
7 - <u>CONCLUSION</u>	186

<u>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES</u>	191
------------------------------------	-----

<u>BIBLIOGRAPHIE</u>	197
----------------------	-----

<u>ANNEXES</u>	201
----------------	-----

<u>ANNEXE 1</u> : EXPRESSION ANALYTIQUE DES IMPÉDANCES A VIDE ET EN COURT-CIRCUIT DU TRANSFORMATEUR A DEUX ENROULEMENTS	203
---	-----

<u>ANNEXE 2</u> : BANC DE MESURE D'IMPEDANCE	221
--	-----

<u>ANNEXE 3</u> : REPRÉSENTATION DU COUPLEUR PARFAIT DANS PSPICE	225
---	-----

CHAPITRE I :

**REPRÉSENTATION DES COMPOSANTS BOBINES
PAR DES CIRCUITS ÉQUIVALENTS A
CONSTANTES LOCALISÉES**

**CHAPITRE I : REPRÉSENTATION DES COMPOSANTS BOBINES
PAR DES CIRCUITS ÉQUIVALENTS A CONSTANTES
LOCALISÉES**

1 - INTRODUCTION

2 - CAS D'UNE INDUCTANCE SIMPLE

2-1 Mesure

2-2 Représentation équivalente

2-3 Évaluation des constantes

3 - CAS DU TRANSFORMATEUR A DEUX ENROULEMENTS

3-1 Coupleur parfait

3-2 Couplage magnétique

3-2-1 Relations générales

3-2-2 Circuits équivalents simples

a - Représentation en T et en π

b - Expression des constantes en fonction des grandeurs mesurées

3-3 Pertes

3-3-1 Prise en compte des pertes séries et parallèles

3-3-2 Pertes supplémentaires dues aux courants de Foucault

a - Origine de l'effet de peau

b - Mesure

c - Représentation

d - Évaluation des constantes

3-3-3 Autres mécanismes de pertes

a - Effets de proximité

b - Pertes dues à un entrefer

c - Pertes dans les noyaux Ferrite

3-3-4 Circuit équivalent avec pertes

3-4 Diagrammes de Bode

3-5 Couplage électrostatique

- 3-5-1 Énergie électrostatique et représentation générale
- 3-5-2 Choix d'une méthode d'évaluation des constantes
- 3-5-3 Circuit équivalent à trois capacités
- 3-5-4 Détermination des capacités
- 3-5-5 Discussion

**4 -TRANSFORMATEUR A DEUX
ENROULEMENTS**

5 - CONCLUSION

1 - INTRODUCTION

Depuis quelques années, en particulier en raison de l'accroissement des fréquences de travail des convertisseurs, la connaissance fine du comportement des composants bobinés est devenue une question de tout premier plan. Les progrès réalisés dans la compréhension des phénomènes physiques qui se développent au sein de ces composants et la possibilité de disposer d'un support de représentation des connaissances acquises sont, à notre sens, les deux conditions indispensables à l'amélioration des ensembles intégrant de tels composants.

Dans notre équipe, nous avons choisi de travailler sur la base d'un circuit à constantes localisées [Keradec 92]. Il peut en effet se déduire d'une étude des phénomènes physiques se déroulant au sein du composant bobiné. Nous verrons qu'il permet une représentation acceptable et plus simple des phénomènes dits à "constantes réparties" et que la totalité des constantes le constituant peut être déduite d'un ensemble de mesures. Enfin, l'intégration d'un tel circuit au sein d'un logiciel de simulation standard est relativement aisée, ce qui n'est pas son moindre avantage. La principale contrainte imposée par ce type de représentation est que le composant étudié doit être utilisé dans sa zone de fonctionnement linéaire et que les phénomènes de propagation doivent pouvoir être négligés, ce qui se vérifie dans un grand nombre de cas. Si de tels phénomènes se manifestent néanmoins, il est toujours possible de morceler (ou d'échantillonner) le système étudié [Chan 91]. Chaque morceau admet alors une représentation à constantes localisées.

Le circuit équivalent recherché doit permettre de prendre en compte aussi bien le comportement magnétique qu'électrostatique du composant et aboutir, en plus, à une représentation convenable des pertes. Il va en fait concilier des qualités parfois contradictoires : il doit convenir à une large variété de composants bobinés et son domaine de validité doit s'étendre du continu jusqu'à des fréquences largement supérieures aux fréquences nominales d'utilisation. Tout ceci bien sûr, en gardant une structure relativement simple, c'est à dire, concrètement, en étant constitué d'un nombre raisonnable d'éléments.

Le but de ce chapitre est de montrer comment, en associant une approche expérimentale et des considérations physiques générales, nous parvenons au circuit équivalent recherché.

Nous traitons tout d'abord le cas d'une inductance simple, puis nous passons au cas plus complexe, du transformateur à deux enroulements. Nous introduisons ici la notion de coupleur, puis nous prenons en compte les différentes sources de pertes, séries et parallèles. Nous démontrons qu'une même cellule, constituée d'une inductance et d'une résistance en parallèle, permet la représentation de différents types de pertes ayant pour origine les courants induits :

courants de Foucault, effets de proximité, pertes dues à un entrefer ou encore, pertes supplémentaires dans le noyau.

Nous montrons ensuite qu'au delà de la première fréquence de résonance, les composants bobinés ont un comportement capacitif [Laveuve 90]. Nous sommes donc amenés à compléter notre circuit équivalent par des capacités "parasites", ce que nous justifions par une étude globale du système électrostatique. Nous étudions le nombre et la disposition optimales de ces capacités. Nous expliquons comment évaluer, d'une façon à la fois simple et fiable, toutes les constantes de notre circuit. Enfin, nous comparons les courbes associées à notre circuit, aux relevés expérimentaux. Le résultat obtenu s'avère très proche de la mesure, du continu jusqu'au delà de la troisième fréquence de résonance.

2 - CAS D'UNE INDUCTANCE SIMPLE

2.1. Mesure

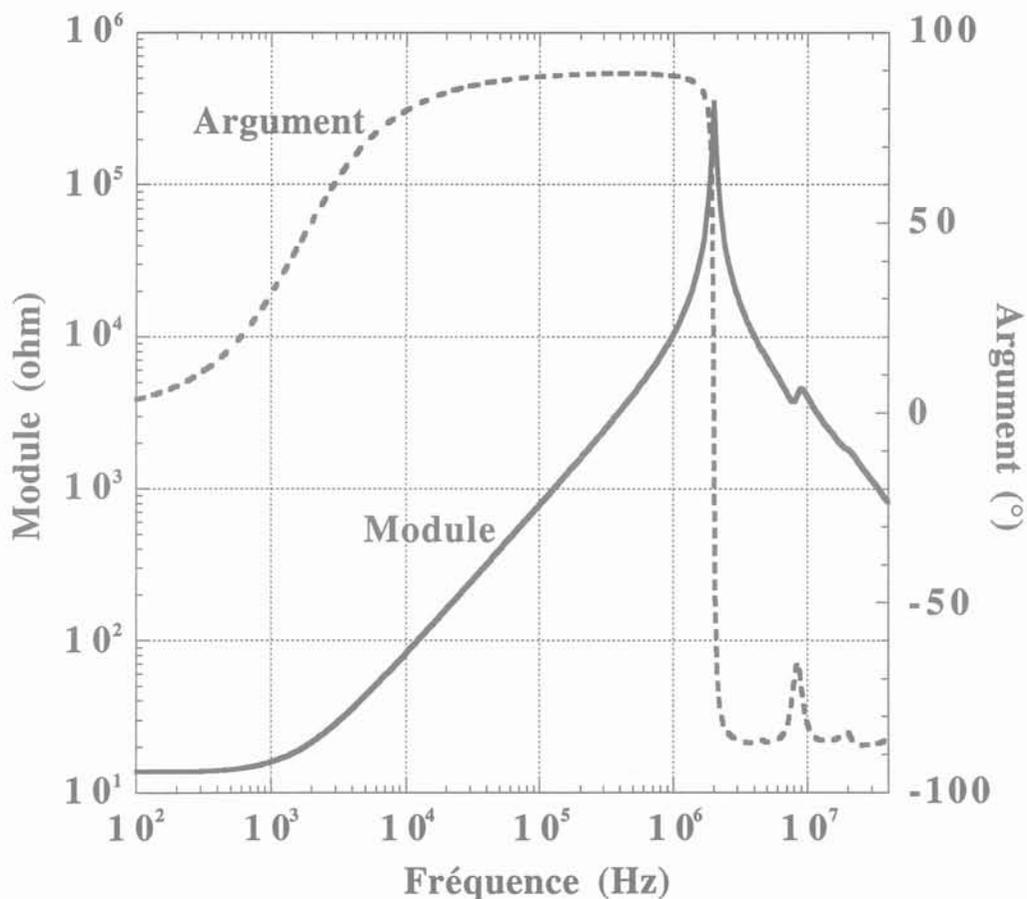


Figure 1.1 : Module et argument de l'impédance d'une inductance de 1,3 mH. Courbes mesurées

C'est le composant bobiné le plus élémentaire. Cependant, même lorsqu'il reste linéaire, son comportement est loin de celui du composant idéal. Pour illustrer ce point, nous avons mesuré, entre 100 Hz et 40 MHz, l'impédance d'une inductance de 1,3 mH, à l'aide d'un pont de mesure d'impédance (HP 4194 A). Le diagramme de Bode de l'impédance mesurée est présenté figure 1.1.

2.2. Représentation équivalente

Il est aisé de constater (figure 1.1) qu'en basse fréquence, notre "inductance" est en fait une résistance et qu'en haute fréquence, c'est une capacité. Cela nécessite, en terme de circuit équivalent, l'ajout de résistances et de capacités, à l'inductance idéale de départ. Les circuits présentés figure 1.2 sont des solutions possibles.

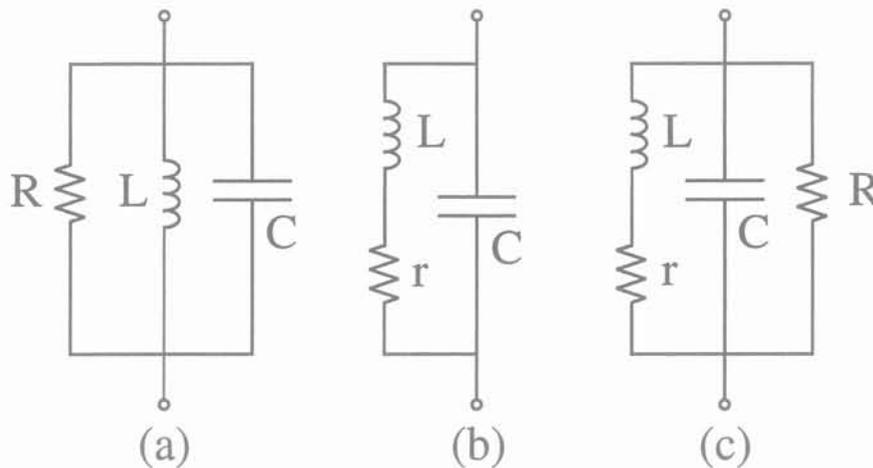
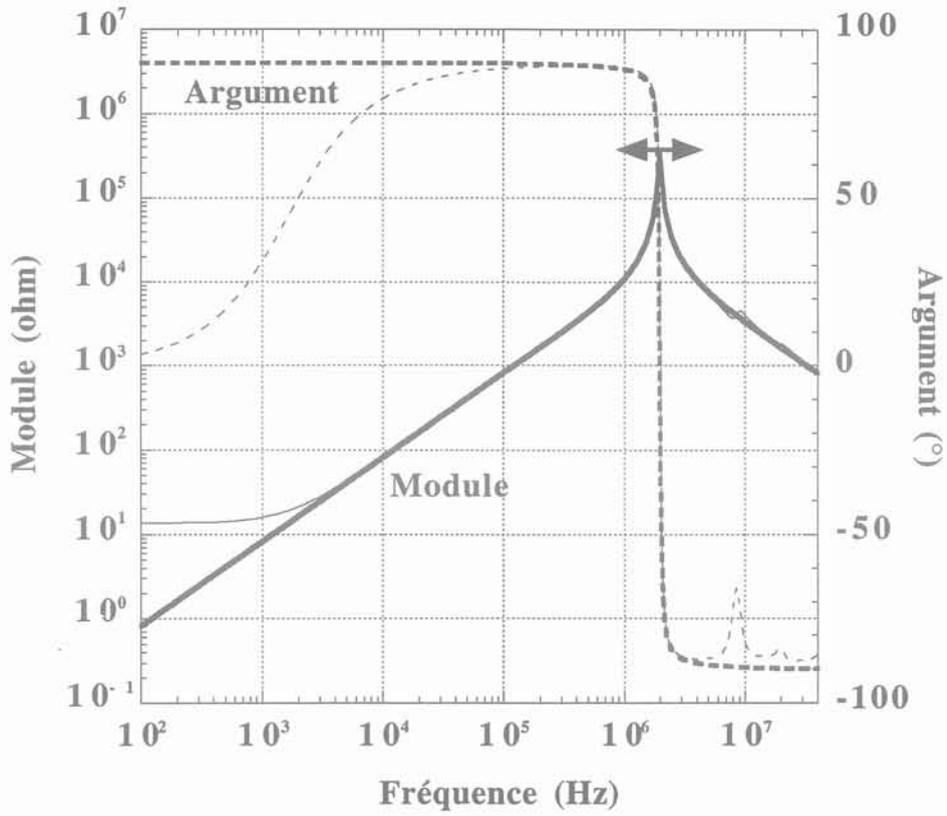


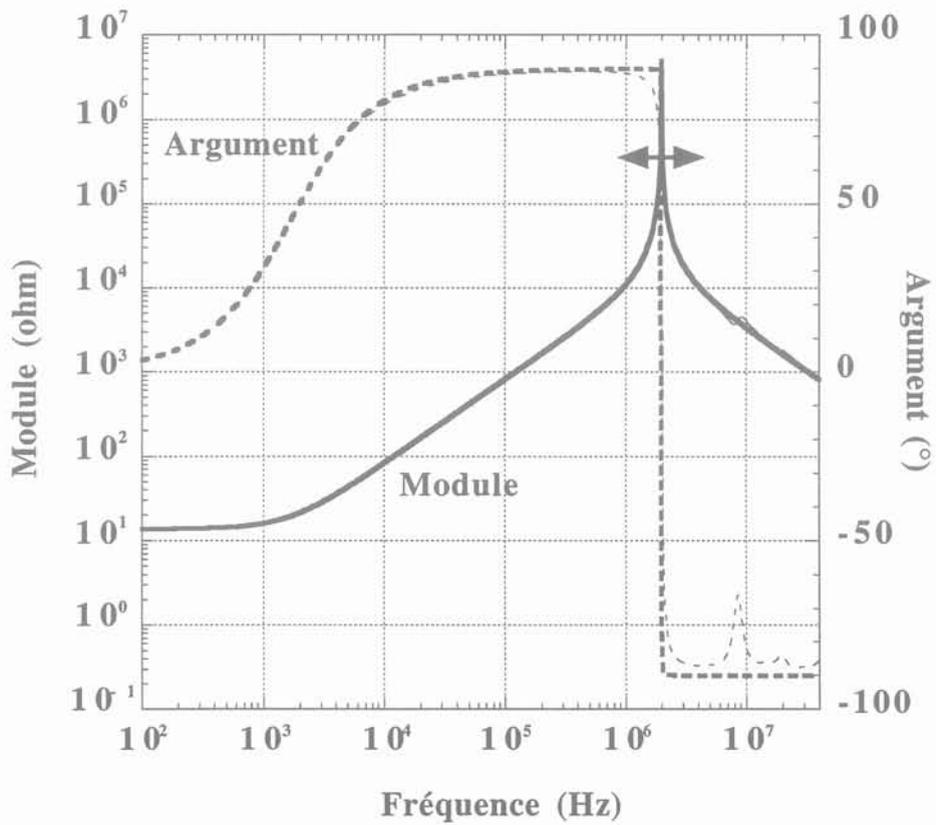
Figure 1.2 : Circuits équivalents utilisés pour représenter une inductance

Les deux premières représentations (1.2a, 1.2b) sont très répandues et certains analyseurs d'impédance fournissent automatiquement les valeurs des trois éléments du circuit qui procurent le meilleur accord modèle-expérience.

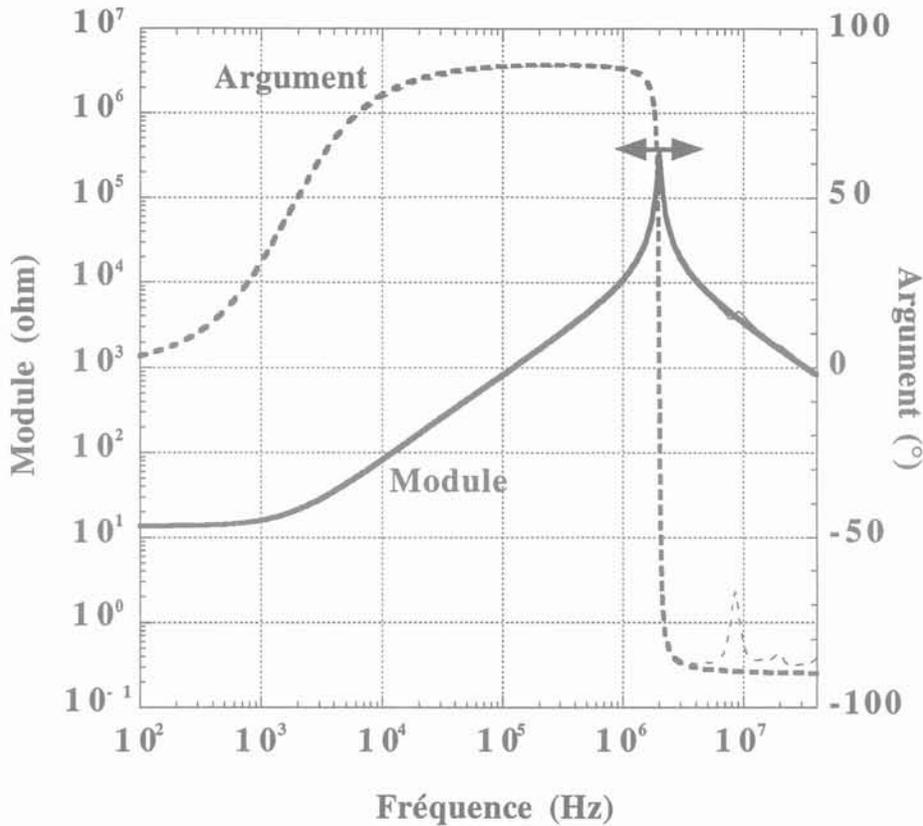
En comparant le diagramme de Bode de l'impédance mesurée (figure 1.1) avec ceux obtenus par le calcul pour les deux premiers circuits équivalents (1.2a, 1.2b), nous constatons que les courbes simulées (figure 1.3) diffèrent de celle mesurée : en basse fréquence pour le circuit 1.2a et à la fréquence de résonance pour le circuit 1.2b. Le circuit 1.2c regroupe les avantages des deux précédents : le diagramme de Bode de son impédance coïncide précisément avec celui mesuré et ce, du continu jusqu'à plus d'une décade au-delà de la fréquence de résonance.



Module calculé avec le circuit 1.2a



Module calculé avec le circuit 1.2b



Module calculé avec le circuit 1.2c

Figure 1.3 : Module de l'impédance mesuré (trait fin) et calculé en utilisant les circuits équivalents de la figure 1.2 (trait gras)

2.3. Évaluation des constantes

Partant de la mesure, une méthode simple permet d'obtenir la valeur des composants du circuit équivalent (1.2c). En effet, r est donnée par la limite basse du module de l'impédance en basse fréquence. Il est intéressant de noter que cette valeur peut être aussi obtenue en utilisant la représentation L_S - R_S (inductance série - résistance série) directement accessible sur le point de mesure d'impédance HP 4194 A. Avec la même représentation, la valeur de L est également obtenue. R est ajustée pour donner la bonne valeur du module de l'impédance à la résonance. L étant connue, C est calculée grâce à l'expression de la première fréquence de résonance :

$$F = \frac{1}{2\pi \sqrt{L C}} \quad (1)$$

Tous ces résultats sont résumés sur le diagramme de Bode asymptotique du module, présenté figure 1.4.

En pratique, les résistances séries et parallèles sont d'égale importance, même si, dans certains cas, l'une ou l'autre peut être négligée. La résistance parallèle peut en particulier intervenir bien avant la fréquence de résonance, à des fréquences où la capacité peut être négligée.

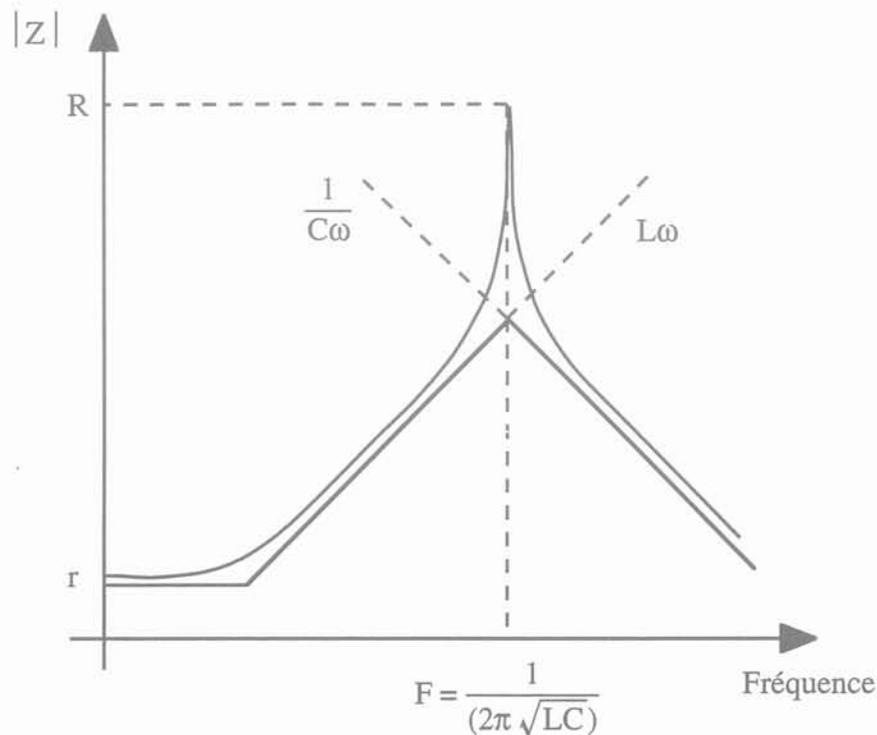


Figure 1.4 : Diagramme de Bode asymptotique du module d'une inductance

3 - CAS DU TRANSFORMATEUR A DEUX ENROULEMENTS

3.1. Coupleur parfait

Quel que soit son nombre d'enroulement, un transformateur est caractérisé par son couplage magnétique, son couplage électrostatique et les pertes qu'il introduit. La représentation la plus succincte que l'on rencontre généralement est un ensemble d'inductances couplées. Pour représenter le couplage magnétique, nous utilisons un élément connu sous le nom de "transformateur parfait". Cet élément a un rôle clé et nous l'appellerons dans la suite "coupleur parfait".

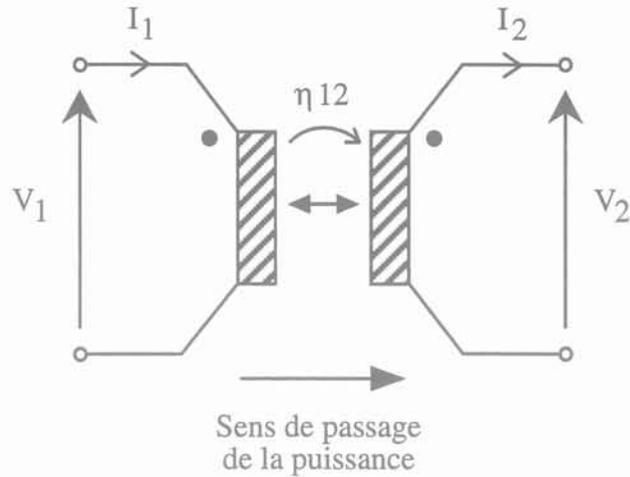


Figure 1.5 : Coupleur parfait

Par convention, les "points" associés au coupleur indiquent l'extrémité des vecteurs tensions primaire et secondaire. Selon cette convention, le "coupleur parfait" représenté (figure 1.5) est caractérisé par son rapport de transformation η_{12} , défini comme suit :

$$\begin{cases} \eta_{12} = \frac{V_2}{V_1} \\ \eta_{12} = \frac{I_1}{I_2} \end{cases} \quad (2)$$

Ce coupleur n'est pas réservé aux seuls couplages magnétiques, il peut également être utile pour décrire un couplage capacitif. Son utilisation permet de réaliser des combinaisons linéaires de courants ou de tensions, ce qui a conduit à l'élaboration de circuits équivalents pour des couplages magnétiques impliquant de nombreux bobinages [Keradec 94-1].

3.2. Couplage magnétique

3.2.1. Relations générales

Un transformateur est, au sens général, un ensemble de circuits magnétiquement couplés. En s'inspirant des relations générales aux impédances qui caractérisent tout quadripôle passif [Keradec 92], le couplage magnétique de deux enroulements peut être exprimé comme suit :

$$\begin{cases} V_1 = j L_1 \omega I_1 + j M \omega I_2 \\ V_2 = j M \omega I_1 + j L_2 \omega I_2 \end{cases} \quad (3)$$

avec : $L_1 \geq 0$; $L_2 \geq 0$; $M^2 \leq L_1 L_2$

L_1 et L_2 sont communément appelées inductances propres du primaire et du secondaire, et M est l'inductance mutuelle. A partir de ces trois paramètres, il est possible d'en définir un quatrième, appelé coefficient de couplage magnétique, qui caractérise le couplage des deux enroulements et qui est défini par la formule (4).

$$k = \frac{|M|}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (4)$$

Notons que d'après cette définition, le coupleur parfait décrit précédemment est caractérisé par un coefficient de couplage de 1.

Le circuit de la figure 1.6 admet les relations (3).

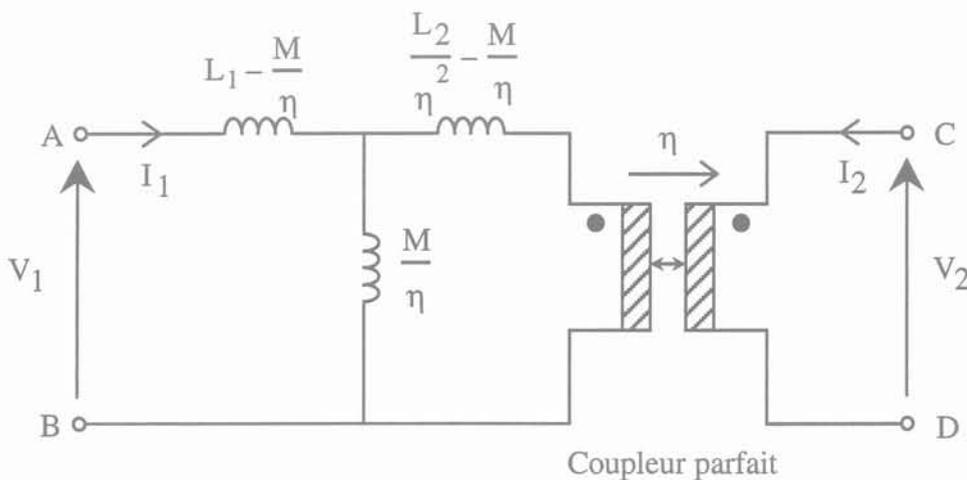


Figure 1.6 : Représentation du couplage magnétique de deux enroulements

La terminologie couramment utilisée pour les inductances séries $(L_1 - M/\eta)$ et $(L_2/\eta^2 - M/\eta)$ les désigne comme les inductances de fuites partielles du primaire et du secondaire, ramenées au primaire. L'inductance parallèle (M/η) est, quant à elle, appelée inductance magnétisante.

Un choix judicieux de η permet aux trois inductances d'être positives et au quadripôle inductif d'être symétrique. Cette valeur particulière est donnée par la relation suivante :

$$\eta = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \times (\text{Signe de } M) \quad (5)$$

Habituellement, la valeur de η est choisie égale au quotient du nombre de spires du secondaire par le nombre de spires du primaire [Garrido 93]. Mais, en cas de couplage faible ou pour des géométries de circuits magnétiques un peu particulières, il arrive que cette valeur de η mène à un quadripôle inductif dissymétrique et à des inductances négatives, ce qui est plus difficile à

interpréter physiquement. Le principal grief envers la définition habituelle est que le nombre de spires n'est pas une grandeur forcément mesurable (exemple: transformateurs surmoulés)...

3.2.2. Circuits équivalents simples

a) Représentation en T et en π symétriques

A partir du circuit de la figure 1.6 et des équations (4) et (5), nous obtenons le circuit symétrique en T suivant :

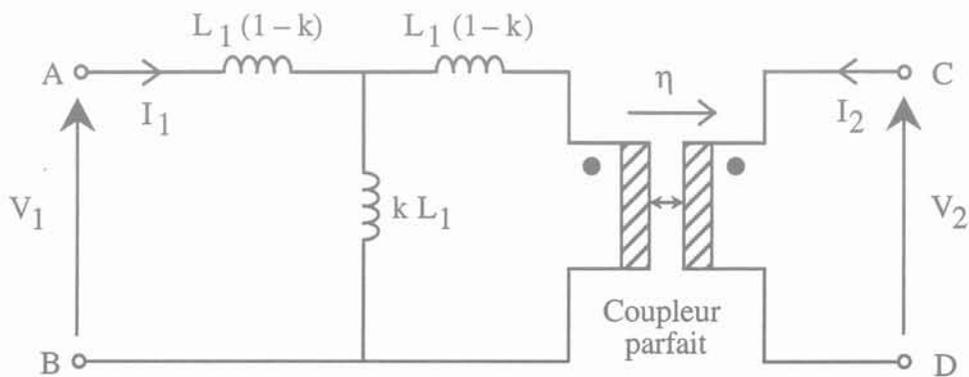


Figure 1.7 : Circuit équivalent en T, avec inductances symétriques et positives

Grâce à une transformation étoile/triangle, une représentation équivalente de ce circuit, dite en π , est obtenue.

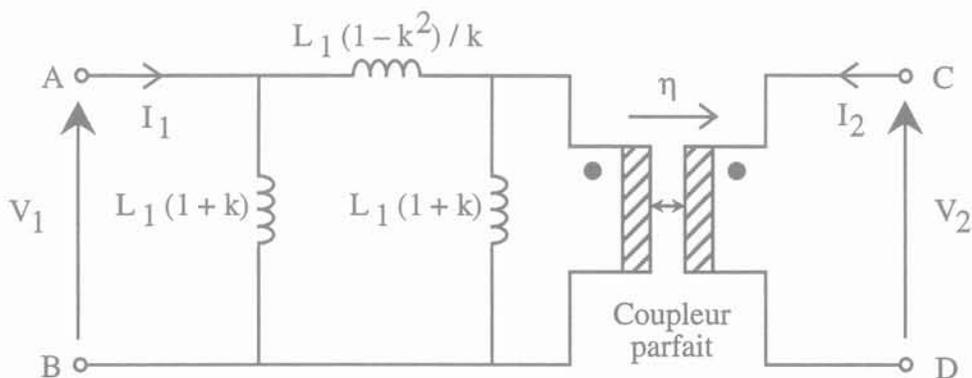


Figure 1.8 : Circuit équivalent en π , avec inductances symétriques et positives

Du point de vue théorique, il y a équivalence stricte entre ces deux représentations. La représentation en T est cependant plus habituelle pour deux raisons. Elle cadre très bien avec l'image que l'on se fait de la répartition des fuites "primaires" et "secondaires", puisque l'inductance de fuite (ou série) est ici séparée en deux. Ensuite, l'inductance magnétisante (ou

parallèle) unique correspond bien à la définition d'une réluctance commune aux deux enroulements.

Cependant, tant du point de vue physique qu'expérimental, la séparation des fuites primaires et secondaires n'est pas justifiable par des mesures extérieures et les hypothèses couramment adoptées pour la cartographie du flux ne sont plus de mise en H.F., lorsque le cuivre dévie les lignes de flux. En pratique, nous avons conservé la représentation en π car après l'ajout des capacités, elle facilite l'étude des fonctions de transfert.

b) Expression des constantes en fonction des grandeurs mesurées

Soit L_0 , l'inductance mesurée côté primaire lorsque le secondaire est à vide ($I_2 = 0$) et L_{CC} , l'inductance mesurée côté primaire lorsque le secondaire est en court-circuit ($V_2 = 0$), nous obtenons, à partir du circuit de la figure 1.8, les deux relations indépendantes suivantes :

$$\begin{aligned} (I_2 = 0) \quad L_0 &= L_1 (1 + k) // \left[\frac{L_1 (1 - k^2)}{k} + L_1 (1 + k) \right] = L_1 \\ (V_2 = 0) \quad L_{CC} &= L_1 (1 + k) // L_1 \frac{(1 - k^2)}{k} = L_1 (1 - k^2) \end{aligned} \quad (6)$$

// signifie "en parallèle avec"

Il est maintenant aisé de faire apparaître, dans l'expression des constantes du circuit de la figure 1.8, les valeurs des inductances mesurées à vide (L_0) et en court-circuit (L_{CC}). Le circuit équivalent ainsi obtenu est présenté figure 1.9.

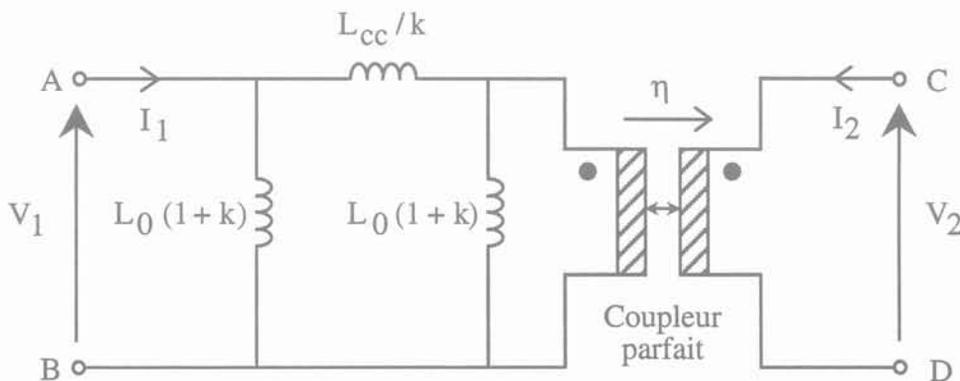


Figure 1.9 : Circuit équivalent en π . Valeurs exprimées en fonction des inductances mesurées (L_0 et L_{CC} , vues du primaire)

Les relations présentées en (6) ont leur équivalent, vu côté secondaire. Il suffit de remplacer L_1 par L_2 , ainsi que L_0 et L_{cc} par L'_0 et L'_{cc} , l'inductance magnétisante et l'inductance de fuite, vues du secondaire. Le rapport de couplage (η) et le coefficient de couplage (k) définis précédemment (4 et 5) peuvent alors être exprimés uniquement en fonction des inductances mesurées :

$$\begin{aligned} \eta &= \sqrt{\frac{L'_0}{L_0}} \text{ (signe de } V_2 / V_1) \\ k &= \sqrt{1 - \frac{L_{cc}}{L_0}} \end{aligned} \quad (7)$$

Enfin, dans le cas particulier, mais courant, d'un transformateur possédant un coefficient de couplage magnétique fort ($k \geq 0,95$), l'inductance série est voisine de L_{cc} , de même que les inductances parallèles sont voisines de $2L_0$.

3.3. Pertes

3.3.1. Prise en compte des pertes séries et parallèles

Les pertes observées dans les composants bobinés peuvent être classées en deux catégories : les pertes séries et les pertes parallèles.

Les pertes séries ont essentiellement pour origine la résistance des enroulements primaire et secondaire et sont, par conséquent, localisées dans les conducteurs : leur représentation par deux résistances indépendantes de la fréquence, placées en série côté primaire et/ou secondaire est donc tout à fait justifiée et ce, tant que la fréquence d'utilisation est suffisamment basse pour que les phénomènes d'effet de peau ne se manifestent pas. Ces pertes, qui ne dépendent que du courant circulant au primaire ou au secondaire, sont également appelées, pour les raisons qui viennent d'être évoquées, "pertes Joule" ou "pertes cuivre".

Les pertes parallèles sont relatives au circuit magnétique et pour cette raison, elles sont également appelées "pertes fer". Elles ont pour origine principale l'hystérésis du matériau magnétique et les courants induits qui se développent dès les basses fréquences dans le circuit magnétique [Severns 92]. Ces pertes sont, dans l'hypothèse linéaire, proportionnelles au carré de l'induction dans le noyau, et par conséquent, proportionnelles au carré du flux le traversant. Comme la tension qui apparaît aux bornes d'un enroulement est proportionnelle au flux, nous pouvons en déduire qu'une résistance soumise à cette même tension dissipera une puissance proportionnelle au carré du flux et donc, proportionnelle au carré de l'induction. Le parallèle étant fait, il est possible de représenter les pertes du noyau par une résistance placée en parallèle

sur l'inductance magnétisante. Considérer que cette résistance est constante, c'est admettre a priori une loi de variation fréquentielle des pertes. En effet, si nous maintenons constante la valeur efficace de l'induction, la tension aux bornes de l'inductance croît comme ω (formule de Boucherot) et la puissance dissipée alors dans la résistance est proportionnelle à ω^2 . Cette approximation s'avère acceptable expérimentalement et les pertes parallèles sont en pratique représentées par une résistance constante, placée en parallèle sur l'inductance magnétisante.

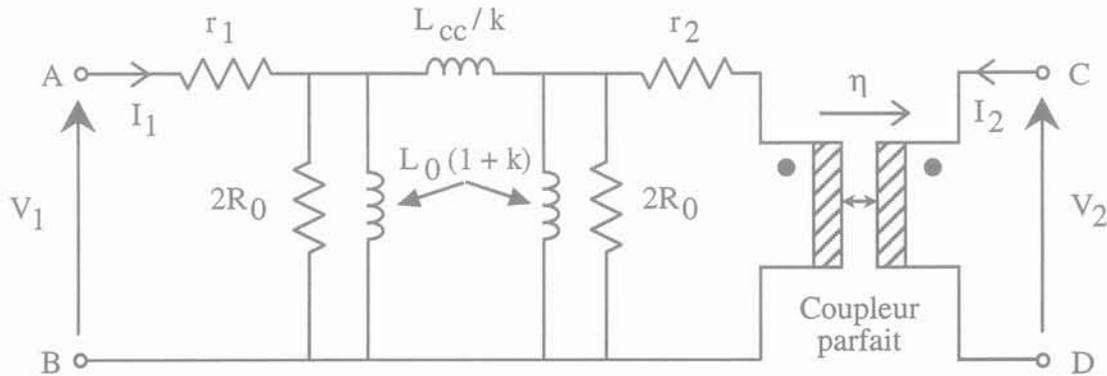


Figure 1.10 : Circuit équivalent (en π) du transformateur à deux enroulements. Prise en compte des pertes séries et parallèles

Pour tenir compte des pertes séries et parallèles, nous avons ajouté trois résistances au schéma de la figure 1.9. Conformément à ce qui précède, les pertes parallèles (ou "pertes fer") se représentent par une résistance de valeur R_0 dans le schéma en T ou par deux résistances de valeur $2R_0$ dans celui en π (figure 1.10).

3.3.2. Pertes supplémentaires dues aux courants de Foucault

a) Origine de l'effet de peau :

Nous venons de voir comment tenir compte, grâce à l'ajout de résistances indépendantes de la fréquence, des pertes cuivre et des pertes fer. Cependant, cette représentation n'est valable que si les conducteurs utilisés sont fins, relativement éloignés les uns des autres, si les matériaux magnétiques sont non conducteurs, et la fréquence de travail relativement basse. Si une de ces conditions n'est plus remplie, l'induction magnétique variable induit des courants, appelés "courants de Foucault", dans tous les matériaux conducteurs [Dowell 66].

En basse fréquence, les courants induits, proportionnels au champ électromoteur (donc à ω), sont faibles. Ils modifient donc peu la répartition du champ magnétique total. La principale

manifestation de ces courants induits, nous l'avons vu précédemment, est une dissipation de puissance proportionnelle au carré du champ électromoteur (donc à ω^2).

La fréquence augmentant, les courants induits vont également croissant et le champ qu'ils créent s'oppose de plus en plus fortement au champ initial : il en résulte une diminution de l'énergie magnétique stockée dans le matériau et en conséquence, une diminution de l'inductance concernée. Cette décroissance cesse lorsque plus aucun champ magnétique ne pénètre le matériau, c'est à dire lorsque toutes les lignes de flux sont repoussées à l'extérieur [Keradec 91]. Le nom générique donné au phénomène que nous venons de décrire est "l'effet de peau".

Expérimentalement, nous avons observé qu'une bobine à noyau magnétique en métal massif voit son inductance haute fréquence augmenter lorsque nous ôtons son noyau. Ceci illustre l'effet des courants induits qui, en haute fréquence, "blindent" le noyau et interdisent le stockage de l'énergie magnétique.

b) Mesure :

Nous venons de décrire les deux effets consécutifs au développement de courants de Foucault au sein d'un composant bobiné. D'une part, la diminution de l'inductance et d'autre part, en raison de l'augmentation des courants induits, une augmentation des pertes, qui se traduit par une augmentation de la résistance série du composant. En effet, la chute de l'induction moyenne dans le matériau (par suite de l'accroissement des courants induits) n'a pas pour unique effet la diminution de la valeur de l'inductance série, mais elle est également à l'origine de la réduction de la vitesse d'accroissement des pertes en fonction de ω . Ces deux manifestations sont détectables expérimentalement. Pour les observer, il suffit de mesurer l'impédance du composant bobiné et de la décomposer en son équivalent L_S-R_S (inductance série - résistance série). La figure 1.11 montre un exemple de caractérisation d'une inductance de 1,3 mH, entre 100 Hz et 40 MHz. Le pont de mesure HP 4194 A permet d'obtenir directement la décomposition L_S-R_S de l'impédance.

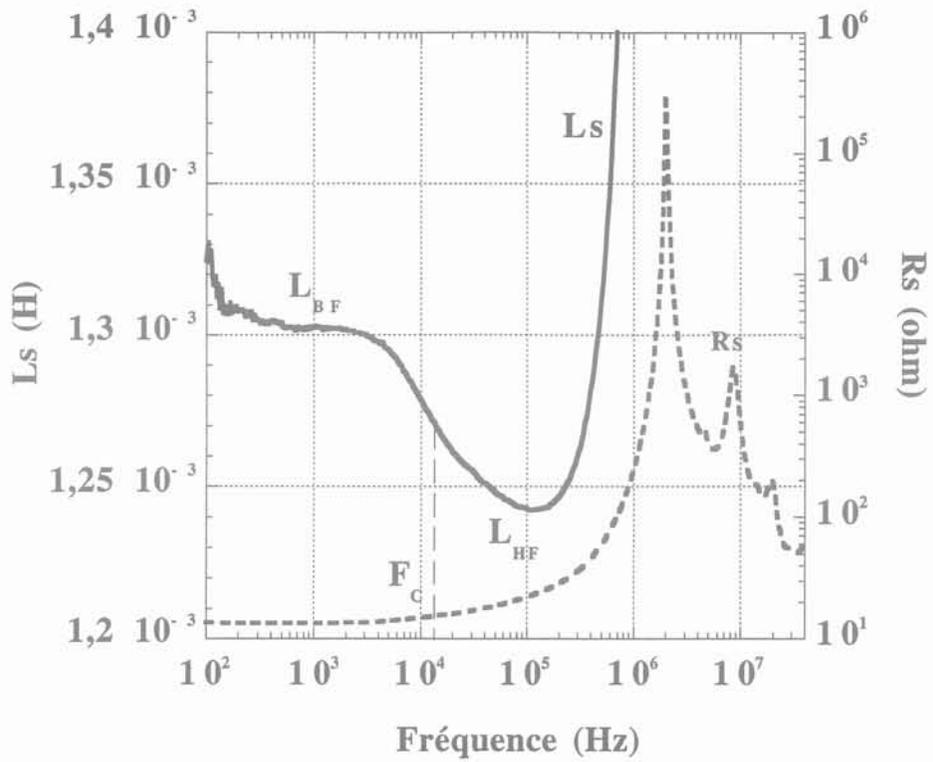


Figure 1.11 : Mesure de l'impédance d'une inductance de 1.3 mH entre 100 Hz et 40 MHz.
Représentation équivalente (L_S - R_S)

c) Représentation :

La diminution d'inductance et l'augmentation de la résistance série peuvent être représentées par un circuit à constantes localisées. Il suffit pour cela de remplacer l'inductance initiale par le circuit suivant :

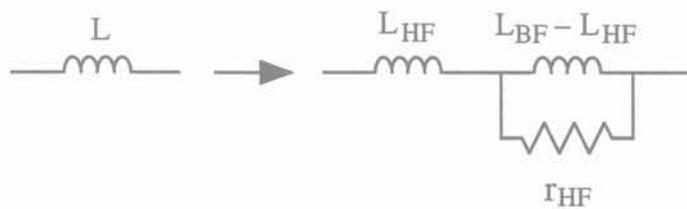


Figure 1.12 : Représentation des pertes supplémentaires dues aux courants de Foucault dans un composant bobiné

Grâce à ce circuit équivalent, nous retrouvons bien la valeur de l'inductance mesurée en basse fréquence (L_{BF}), qui est la somme des deux inductances en série, et nous retrouvons la valeur

mesurée en haute fréquence (L_{HF}), une partie ($L_{BF}-L_{HF}$) de l'inductance étant court-circuitée par la résistance r_{HF} . Le calcul des trois constantes du circuit de la figure 1.12 est donc simple si les paliers basse et haute fréquence de l'inductance série sont discernables, ainsi que celui haute fréquence de la résistance série. Ce n'est malheureusement pas toujours le cas, en particulier pour la limite haute fréquence de R_S qui n'est jamais atteinte en raison de l'apparition d'autres phénomènes, d'origine capacitive, qui masquent ce palier. Nous devons donc disposer d'autres indications pour déterminer les trois constantes r_{HF} , L_{HF} et L_{BF} .

d) Évaluation des constantes :

La décomposition de l'impédance du circuit de la figure 1.12 en une résistance série (R_S) et une inductance série (L_S) fournit les relations suivantes :

$$\begin{cases} R_S = \frac{(L_{BF} - L_{HF})^2 r_{HF} \omega^2}{r_{HF}^2 + (L_{BF} - L_{HF})^2 \omega^2} \\ L_S = L_{HF} \frac{r_{HF}^2 (L_{BF} - L_{HF})}{r_{HF}^2 + (L_{BF} - L_{HF})^2 \omega^2} \end{cases} \quad (8)$$

Le calcul de la dérivée seconde de L_S par rapport à ω montre que le maximum de $dL_S/d\omega$ est atteint pour une fréquence F_d telle que :

$$F_d = \frac{r_{HF}}{2 \pi \sqrt{3} (L_{BF} - L_{HF})} \quad (9)$$

Ce résultat est très intéressant car la variation de L_S est toujours bien visible sur les courbes expérimentales (figure 1.11). Cette relation permet donc une première détermination de r_{HF} . Une seconde relation peut être obtenue en remarquant que l'inductance série diminue de L_{BF} à L_{HF} lorsque la fréquence croît et que la moitié de cette variation est atteinte pour une fréquence F_c telle que :

$$F_c = \frac{r_{HF}}{2 \pi (L_{BF} - L_{HF})} \quad (10)$$

A cette fréquence (F_c), l'épaisseur de peau est équivalente au rayon du matériau conducteur. A partir de ces deux relations (9 et 10) et de la mesure de l'impédance (figure 1.11), il est possible d'évaluer les valeurs des trois constantes du circuit de la figure 1.12. Il est ensuite facile de calculer l'impédance obtenue à partir de ces trois valeurs et de comparer avec la mesure (figure 1.13).

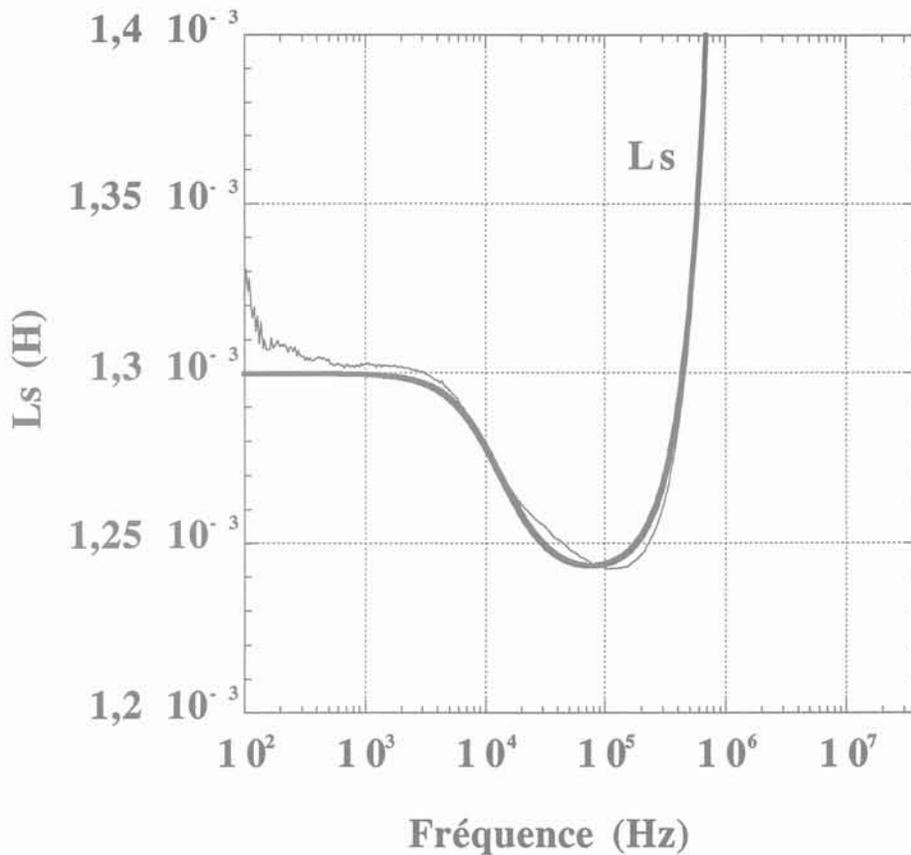


Figure 1.13 : Impédance d'une inductance de 1.3 mH.
Equivalent L_S - R_S mesuré (trait fin) et calculé à partir du circuit équivalent (trait fort).

Nous constatons que le circuit utilisé rend bien compte des phénomènes observés. Son défaut essentiel est de minorer les pertes en haute fréquence car sa résistance série (R_S) tend vers une constante (r_{HF}) alors que la réalité voudrait que cette résistance continue à augmenter en $\sqrt{\omega}$, pour représenter fidèlement l'effet des courants induits. Notre circuit équivalent risque donc de montrer, en haute fréquence, des résonances qui seront moins amorties que dans la réalité. Pour obtenir un comportement plus réaliste, il faudrait augmenter le nombre de constantes du circuit équivalent. Mais une telle modification est rarement nécessaire dans la mesure où l'écart observé en haute fréquence est en pratique rapidement occulté par des phénomènes plus importants, d'origine capacitive.

3.3.3. Autres mécanismes de pertes

Nous avons évoqué jusqu'à présent différents types de pertes, parmi lesquelles : les "pertes fer" qui se développent dans le noyau dès les basses fréquences, les "pertes cuivres" qui apparaissent dès le continu dans les conducteurs et les pertes supplémentaires, dues à l'effet de peau, qui deviennent prépondérantes avec l'augmentation de la fréquence et ce, dans tous les

matériaux conducteurs. Il existe d'autres types de pertes, qui sont d'ailleurs toujours plus ou moins liées aux courants de Foucault [Laveuve 91]. Nous nous proposons de les énumérer et de proposer, pour chaque type, une représentation convenant à sa prise en compte au sein du circuit équivalent.

a) Effet de proximité :

Le champ magnétique créé par les courants voisins modifie la densité de courant dans un conducteur, entraînant, d'une manière générale, une augmentation des pertes [Lofti 92]. Tout d'abord, au sein d'un même enroulement, le rapprochement des spires entraîne une modification de la répartition de la densité de courant dans chaque spire, ceci en raison de l'influence de l'induction créée par les spires voisines. La "carte" du champ magnétique s'en trouve donc modifiée. Il peut se produire le même phénomène entre deux enroulements distincts mais proches ou encore, entre le circuit magnétique (surtout s'il est blindé par les courants de Foucault) et l'enroulement le plus proche. Ces divers phénomènes sont regroupés sous l'appellation générique d'effets de proximité. Cet effet de proximité a tendance à aggraver l'effet de peau et sa contribution au niveau des pertes ne peut être physiquement discernée de ce dernier, car il se caractérise également par une diminution de l'inductance et une augmentation de la résistance série. Les pertes supplémentaires générées par l'effet de proximité sont prises en compte dans le circuit équivalent au niveau de l'inductance série du circuit, en remplaçant cette dernière par la même cellule L-R parallèle que celle utilisée pour l'effet de peau (figure 1.12). Les deux effets sont ainsi traités de façon globale, car ils sont indissociables expérimentalement.

D'une façon générale, les pertes mises en série avec un enroulement sont celles créées par un champ proportionnel au courant circulant dans cet enroulement, tandis que celles mises en parallèle, sont celles issues du champ créé par la somme des ampère-tours. C'est le cas des pertes fer ou des pertes dues à l'entrefer.

b) Pertes dues à un entrefer :

L'entrefer est responsable de la propagation d'un champ électromagnétique. La coupure du circuit magnétique a comme principal effet le "gonflement des lignes de flux". Ce rayonnement peut perturber le fonctionnement de composants proches, à moins qu'il ne se heurte à un obstacle (comme par exemple un enroulement ou un écran) qui l'absorbe et/ou le réfléchit. Il induit des courants de Foucault dans les fils voisins, et engendre des échauffements très localisés. Expérimentalement, l'effet d'un entrefer se manifeste par une diminution de l'inductance magnétisante et une augmentation simultanée de la résistance série de l'impédance à

vide. Une fois encore, la cellule utilisée pour rendre compte de l'effet de peau (figure 1.12) peut être utilisée. Signalons cependant que la fréquence de coupure associée à la cellule L-R parallèle est en général beaucoup plus basse que pour l'effet de peau.

Ces pertes dépendent du diamètre des conducteurs, de l'éloignement de l'entrefer par rapport au bobinage, ainsi que de la forme de cet entrefer. A l'inverse des pertes dues à l'effet de proximité, qui provoquent une chute de l'inductance série du composant bobiné, les pertes dues à l'entrefer provoquent une diminution de l'inductance parallèle de ce dernier. Ces pertes étant liées à l'induction dans le circuit magnétique et donc à la totalité des ampères-tours, il est logique qu'elles affectent la partie parallèle du circuit équivalent.

c) Pertes dans les noyaux ferrites :

Le troisième et dernier mécanisme de perte que nous évoquerons, concerne les pertes qui se développent dans les ferrites. En raison de leur résistivité élevée, on ne soupçonne généralement pas la présence de courants induits dans les ferrites. Cette résistivité, si elle est élevée, n'est cependant pas infinie et compte tenu des dimensions des circuits, la résistance entre deux points d'un noyau ferrite peut s'avérer modérée, c'est à dire de l'ordre de quelques centaines d'ohms. Cette résistivité, qui est due essentiellement à l'isolation procurée par le liant qui sépare chaque grain conducteur, est effective en continu, mais pas en alternatif. La permittivité relative étant de l'ordre de 10^5 , dès quelques kHz, des courants induits d'origine capacitive circulent. Les pertes résistives dans l'isolant sont dès lors supplantées par celles provoquées par le passage de ces courants capacitifs dans les grains magnétiques. Une représentation possible de ces pertes parallèles supplémentaires est proposée sur la figure 1.14, où la résistance de pertes globales associée au circuit magnétique (R_0) est scindée en deux parties dont une est parcourue par un courant capacitif.

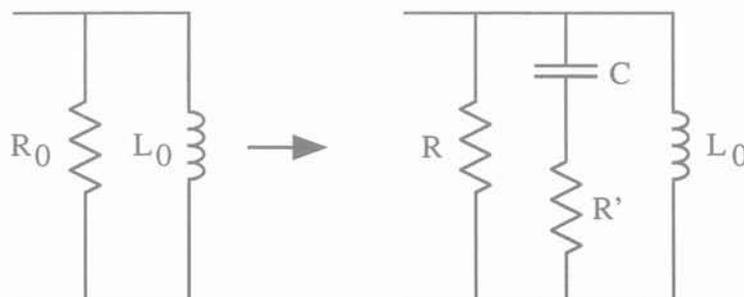


Figure 1.14 : Représentation des pertes dans un noyau ferrite

Nous venons de faire un inventaire succinct des pertes supplémentaires se produisant dans les composants bobinés. Il faut cependant garder à l'esprit que dans la majorité des cas, plusieurs types de pertes coexistent. Dans ce cas, les effets se superposent et les pertes globales ne s'obtiennent pas en ajoutant les différentes puissances. Ce mode de calcul ne serait en effet exact que si les différents phénomènes évoqués n'étaient pas couplés entre eux, or ils le sont étroitement.

3.3.4. Circuit équivalent avec pertes

Nous disposons maintenant d'un circuit à constantes localisées qui prend en compte les différentes pertes (figure 1.15). Il est obtenu à partir du circuit de la figure 1.10, en remplaçant l'inductance série et les deux inductances parallèles par les cellules L-R parallèle décrites par la figure 1.12. Pour simplifier la notation, nous avons adopté les changements de variables suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_p = R_0 \\ 2L_p = L_0(1+k) \\ L_s = \frac{L_{cc}}{k} \end{array} \right. \quad (11)$$

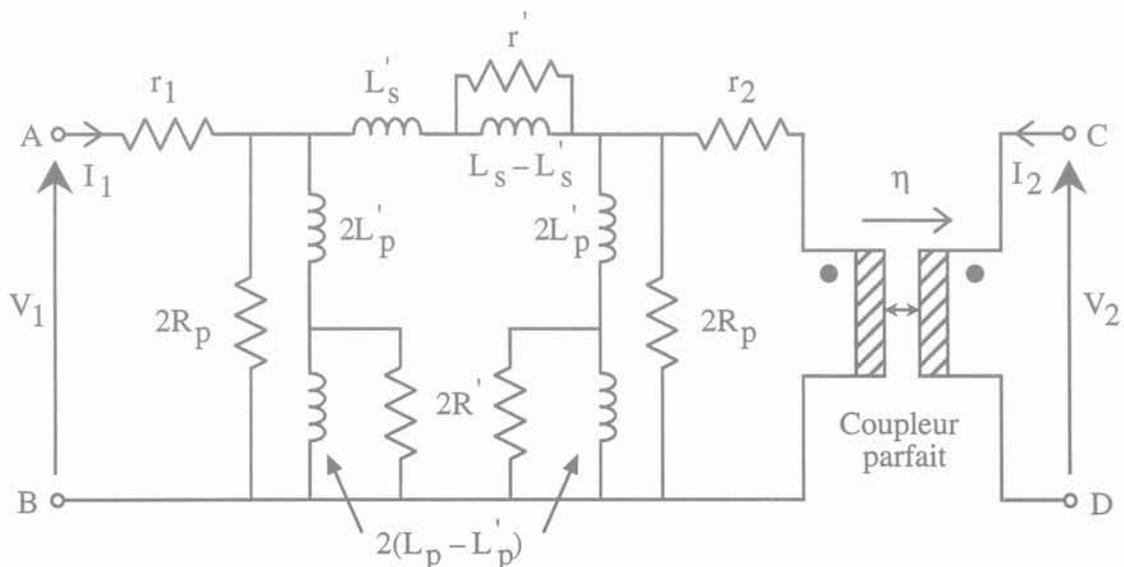


Figure 1.15 : Circuit équivalent du transformateur à deux enroulements avec prise en compte des pertes par courants induits

Ce circuit est donc utilisable lorsque les courants induits ne peuvent plus être négligés. L'inductance série (L_s) est avantageusement remplacée par une cellule L-R parallèle lorsque des courants induits se développent dans les conducteurs. Nous avons vu qu'elle permet aussi de tenir compte des pertes supplémentaires dues à l'effet de proximité. L'un des principaux paramètres intervenant dans le développement des courants de Foucault étant le diamètre des conducteurs considérés, des essais ont montré que le nombre de cellules L-R parallèle à insérer en place de l'inductance série du circuit dépend du nombre de conducteurs différents présent dans le transformateur.

Le même traitement est applicable à l'inductance parallèle (L_p) du transformateur qui, elle aussi, est remplaçable par une cellule L-R parallèle. Les pertes supplémentaires dues aux courants de Foucault se développant dans le noyau sont ainsi prises en compte. De la même façon, nous avons vu qu'une telle cellule permet de tenir compte de la présence d'un entrefer et des pertes supplémentaires qui lui sont associées. A propos des pertes localisées dans le circuit magnétique, il est important de noter que même en cas de forte variation de L_p , nous n'avons jamais observé de variation notable du rapport de couplage η avec la fréquence si bien que la symétrie du quadripôle inductif a toujours été préservée.

3.4. Diagrammes de Bode

L'étude analytique complète du circuit de la figure 1.10, effectuée en négligeant les courants induits, est donnée en annexe I. Ce calcul mène aux diagrammes de Bode des impédances à vide (Z_0) et en court-circuit (Z_{cc}), vues du primaire du transformateur. En supposant que ce dernier possède un couplage serré et un rendement correct, les expressions des impédances prennent une forme simple qui facilite le tracé asymptotique.

$$Z_0 = r_1 \frac{\left(1 + \frac{L_0}{r_1} p\right) \left(1 + \frac{L_{cc}}{2 R_0} p\right)}{\left(1 + \frac{L_0}{R_0} p\right) \left(1 + \frac{L_{cc}}{4 R_0} p\right)}$$

$$Z_{cc} = r_1 \frac{\left(1 + \frac{L_0}{r_1 // r_2} p\right) \left(1 + \frac{L_{cc}}{r_1 + r_2} p\right)}{\left(1 + \frac{L_0}{r_2} p\right) \left(1 + \frac{L_{cc}}{2 R_0} p\right)} \quad (12)$$

Les expressions des impédances vues du secondaire (Z'_0 et Z'_{cc}) sont obtenues simplement à partir des relations (12), en permutant les indices 1 et 2, et en divisant chacune par η^2 .

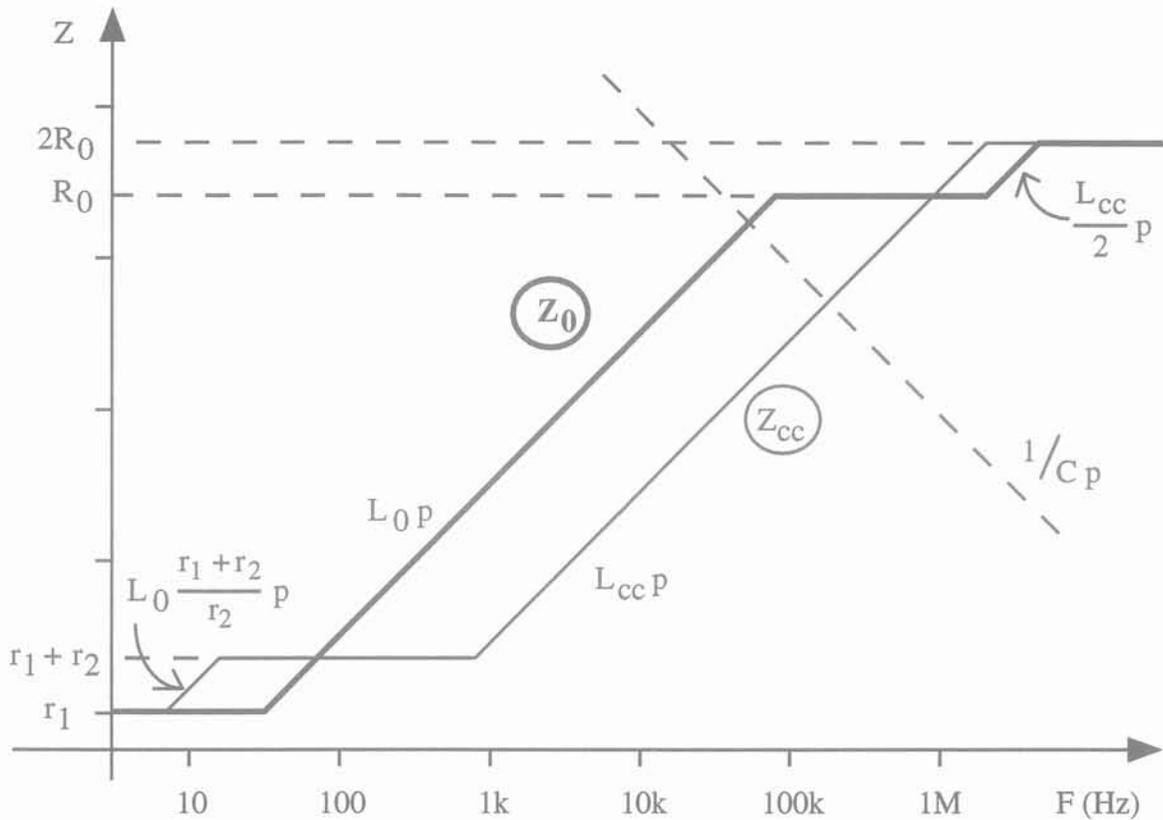


Figure 1.16 : Diagramme de Bode asymptotique des modules de l'impédance à vide (Z_0) et en court-circuit (Z_{cc})

La comparaison du diagramme de Bode asymptotique (figure 1.16) et des mesures effectuées sur un transformateur possédant un bon rendement et un couplage serré (figure 1.17), montre une bonne similitude, et laisse entrevoir un accès possible aux valeurs des constantes à partir des mesures. Cependant, certaines parties de ces courbes sont notablement perturbées par l'influence des capacités parasites et pour situer ce phénomène, nous avons tracé sur le diagramme de Bode de la figure 1.16, l'impédance d'une capacité parasite de valeur classique. Les intersections de Z_0 et Z_{cc} avec cette impédance, fixent les fréquences à partir desquelles les effets capacitifs ne peuvent plus être négligés. Ce sont ces effets capacitifs que nous allons nous attacher à étudier dans la suite.

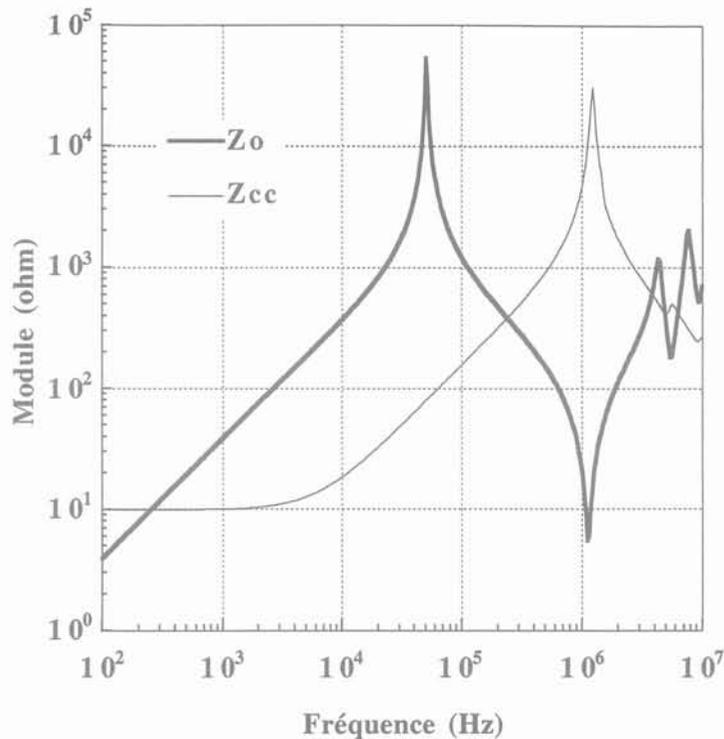


Figure 1.17 : Module de l'impédance mesurée à vide (Z_O) et en court-circuit (Z_{CC})

3.5. Couplage électrostatique

Nous venons de voir sur les courbes d'impédance qu'une fois passée la première fréquence de résonance, le transformateur à deux enroulements a un comportement qui devient capacitif. Ces effets capacitifs ont pour origine les différences de potentiels qui apparaissent en différents points du transformateur. Ainsi, une énergie électrostatique non négligeable peut être stockée entre les surfaces en regard de deux enroulements distincts, ou entre les couches d'un même enroulement, ou encore entre chaque spire de cet enroulement. Cette énergie peut aussi être localisée entre la surface du noyau et celle des enroulements. Pour tenir compte de cette énergie d'origine électrostatique, il est nécessaire de compléter notre circuit équivalent par un certain nombre de capacités, dites "capacités parasites".

La plupart des circuits équivalents proposés antérieurement pour un transformateur intègrent déjà un certain nombre de capacités parasites. Les fabricants de composants bobinés donnent en général, dans les notices techniques accompagnant les composants bobinés, une ou deux valeurs de capacités parasites. Le nombre, la valeur et la localisation de ces capacités dépendent en règle générale des techniques de fabrication utilisées, de la forme et de la taille du composant ainsi que de son utilisation. Nous proposons une représentation qui, si elle n'est pas unique,

permet une prise en compte globale de tous les effets électrostatiques. Pour parvenir à cet objectif, nous empruntons une approche énergétique et macroscopique des phénomènes.

3.5.1. Énergie électrostatique et représentation générale

Magnétiquement, le transformateur à deux enroulements est un quadripôle : seuls les deux courants qui circulent dans les enroulements peuvent être fixés indépendamment l'un de l'autre par des circuits extérieurs.

Electrostatiquement, un troisième courant circule, via les capacités parasites, entre les deux enroulements. Ce courant dépend essentiellement de la tension inter-enroulement (V_3), qui est, dans ce cas, indépendante de la tension primaire (V_1) et de la tension secondaire (V_2). De ce point de vue, le transformateur à deux enroulements est donc un multipôle à trois entrées indépendantes (figure 1.18).

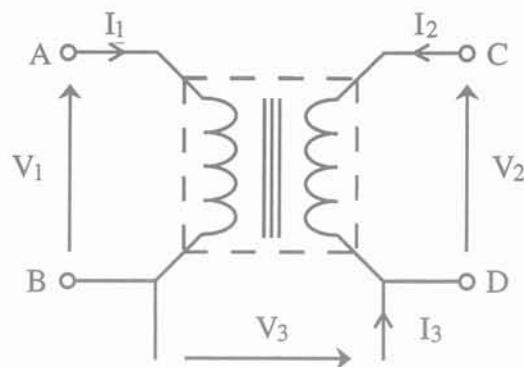


Figure 1.18 : Le transformateur à deux enroulements est un multipôle à trois entrées

En restant dans le domaine de fonctionnement linéaire et aussi longtemps que les temps de propagation peuvent être négligés, l'énergie électrostatique de ce composant est, à chaque instant, une fonction quadratique des trois tensions V_1 à V_3 , prises au même instant :

$$W_E = \frac{1}{2} C_{11} V_1^2 + \frac{1}{2} C_{22} V_2^2 + \frac{1}{2} C_{33} V_3^2 + C_{12} V_1 V_2 + C_{13} V_1 V_3 + C_{23} V_2 V_3 \quad (13)$$

Cette énergie ne dépend que de la géométrie du composant bobiné et des caractéristiques physiques des matériaux utilisés. Les coefficients C_{ij} qui apparaissent ici sont les six coefficients de la matrice capacité (symétrique) : ils décrivent donc entièrement le comportement électrostatique du composant.

Toujours sous réserve de respecter les conditions de fonctionnement définies (fonctionnement linéaire et temps de propagation négligeables), un circuit équivalent à constantes localisées peut être associé à ce composant. En complétant le circuit équivalent magnétique précédemment proposé (figure 1.10) par six condensateurs (figure 1.19), nous obtenons un circuit équivalent qui tient compte de tous les effets électrostatiques.

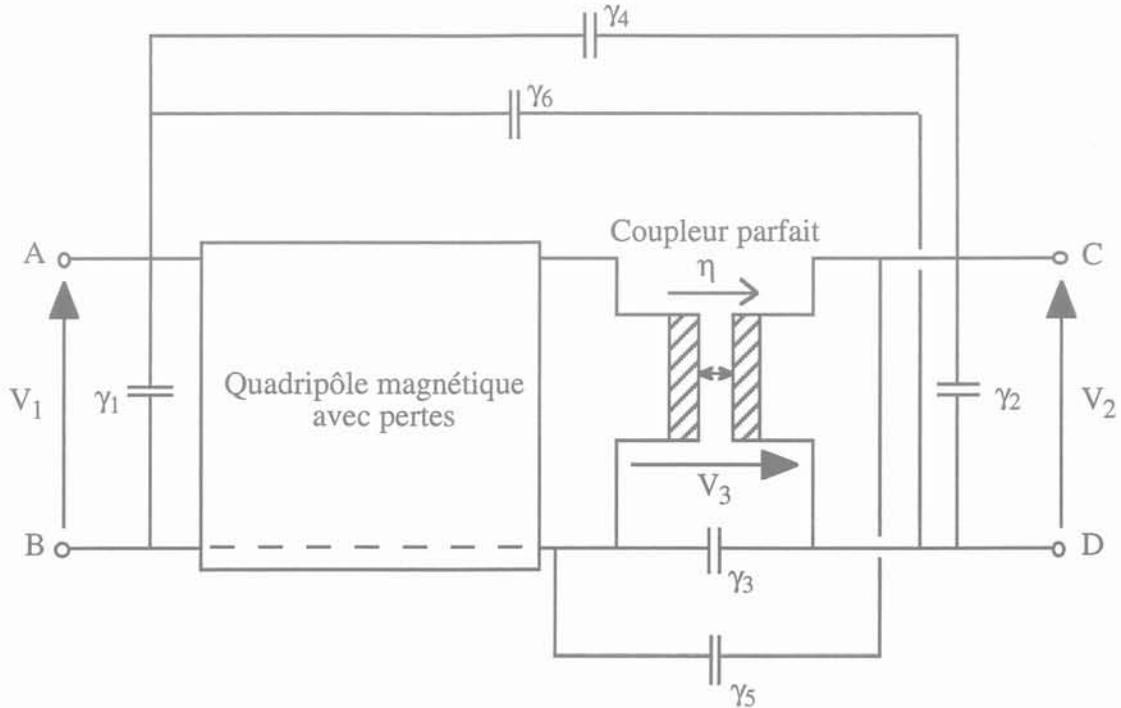


Figure 1.19 : Circuit équivalent à 6 capacités du transformateur à deux enroulements. Prise en compte des effets des capacités parasites.

La disposition adoptée ici pour les six capacités γ_1 à γ_6 (cotés et diagonales du rectangle ABCD) n'est pas la seule possible. Le choix de cette disposition est assez libre, sous réserve toutefois que l'énergie W_E stockée par l'ensemble des six condensateurs puisse s'identifier à W_E (13). Cela implique que les valeurs des capacités γ_1 à γ_6 varient d'une disposition à une autre, sans que l'énergie électrostatique globalement stockée soit modifiée.

L'expression de l'énergie électrostatique W_E du circuit de la figure 1.19 est la suivante :

$$\begin{aligned}
 W'_E = & \frac{1}{2} \gamma_1 V_1^2 + \frac{1}{2} \gamma_2 V_2^2 + \frac{1}{2} \gamma_3 V_3^2 \\
 & + \frac{1}{2} \gamma_4 (V_1 - V_2 - V_3)^2 + \frac{1}{2} \gamma_5 (V_2 + V_3)^2 + \frac{1}{2} \gamma_6 (V_1 - V_3)^2
 \end{aligned} \tag{14}$$

En identifiant W_E (13) et W'_E (14), nous obtenons les expressions des capacités γ_1 à γ_6 en fonction des coefficients C_{ij} de la forme quadratique :

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= C_{11} + C_{13} & \gamma_4 &= -C_{12} \\ \gamma_2 &= C_{22} - C_{23} & \gamma_5 &= C_{23} + C_{12} \\ \gamma_3 &= C_{33} + C_{13} - C_{23} - C_{12} & \gamma_6 &= C_{12} - C_{13} \end{aligned} \quad (15)$$

Certaines de ces capacités peuvent être négatives, mais en définitive, la seule contrainte imposée par la physique est que seules les capacités directement mesurables sont astreintes à être positives.

3.5.2. Choix d'une méthode d'évaluation des constantes

Il nous faut maintenant trouver une méthode expérimentale qui permette d'évaluer les constantes γ_1 à γ_6 . La méthode la plus directe consiste à déduire directement de mesures expérimentales, la valeur des coefficients C_{ij} . En observant la forme quadratique de l'énergie électrostatique (13) et le circuit qui lui est associé (figure 1.18), nous voyons qu'en réalisant certaines liaisons entre les points A, B, C et D, il est possible d'annuler tour à tour, une ou deux tensions parmi les trois tensions V_1 , V_2 et V_3 . Les différents cas de figure possibles nous permettent d'accéder à au moins six formulations simplifiées de l'énergie électrostatique W_E et de déduire ainsi la valeur des 6 coefficients C_{ij} recherchés. Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau I.

Liaisons	Tensions	Énergie électrostatique	Coefficient C_{ij} obtenu
C relié à D B relié à D	$V_2 = 0$ $V_3 = 0$	$W_E = \frac{1}{2} C_{11} V_1^2$	C_{11} mesuré entre A et B
A relié à B B relié à D	$V_1 = 0$ $V_3 = 0$	$W_E = \frac{1}{2} C_{22} V_2^2$	C_{22} mesuré entre C et D
A relié à B C relié à D	$V_1 = 0$ $V_2 = 0$	$W_E = \frac{1}{2} C_{33} V_3^2$	C_{33} mesuré entre (A, B) et (C, D)
A relié à C B relié à D	$V_1 = V_2$ $V_3 = 0$	$W_E = \frac{1}{2} [C_{11} + C_{22} + 2 C_{12}] V_1^2$	C_{12} déduit de la mesure entre A et B
A relié à C C relié à D	$V_1 = V_3$ $V_2 = 0$	$W_E = \frac{1}{2} [C_{11} + C_{33} + 2 C_{13}] V_1^2$	C_{13} déduit de la mesure entre A et B
A relié à C A relié à B	$V_2 = -V_3$ $V_1 = 0$	$W_E = \frac{1}{2} [C_{22} + C_{33} - 2 C_{23}] V_2^2$	C_{23} déduit de la mesure entre C et D

Tableau I : Obtention des coefficients C_{ij} par des mesures directes

Théoriquement, en effectuant les mesures dans l'ordre établi au tableau I, nous devons obtenir directement les valeurs des six coefficients C_{ij} . Expérimentalement, nous constatons que la majorité des capacités à mesurer (à l'exception de C_{33}) sont occultées par des impédances plus faibles qui se trouvent en parallèle. Ces impédances plus faibles sont, tour à tour, l'inductance parallèle et l'inductance série de la partie "magnétique" du circuit de la figure 1.19. La solution à ce problème consisterait à effectuer les mesures d'impédances à des fréquences beaucoup plus élevées où les effets capacitifs deviennent prépondérants. Malheureusement, à ces fréquences, d'autres phénomènes interviennent et masquent ce que l'on voudrait justement observer.

Pour contourner cet obstacle, intéressons nous aux fréquences de résonance. L'observation des courbes d'impédance mesurées (figure 1.17) montre que, dans la majorité des cas, les résonances sont très bien marquées. En faisant l'hypothèse que la valeur des inductances intervenant lors de ces résonances est la même que celle déterminée à une fréquence beaucoup plus basse, nous obtenons par déduction la valeur des capacités mise en jeu. Cette méthode paraît plus réaliste mais elle nécessite, au moment de l'exploitation, les expressions analytiques de chaque fréquence de résonance observée.

Cette étude analytique nécessaire s'avère pénible en raison du nombre de constantes mises en jeu. Pour progresser, nous avons choisi de nous ramener à un circuit plus simple, dit "à trois capacités".

3.5.3 Circuit équivalent à trois capacités

Nous avons vu qu'il est toujours possible de relier l'une des bornes du primaire du transformateur à l'une des bornes du secondaire. La tension V_3 (figure 1.18) dépend alors linéairement de V_1 et V_2 . L'énergie électrostatique ne dépend plus dans ce cas que de deux potentiels et trois condensateurs suffisent pour représenter le comportement électrostatique du composant ainsi câblé (figure 1.20).

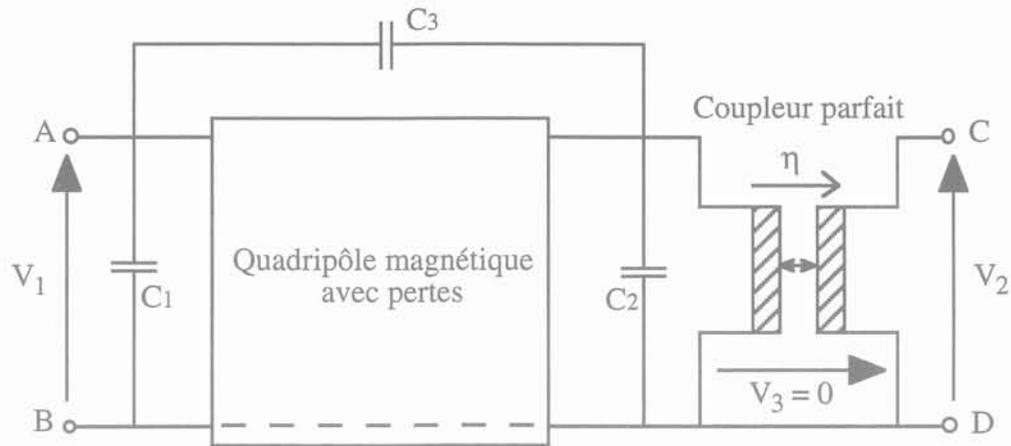


Figure 1.20 : Circuit équivalent à 3 capacités. Il est utilisé lorsque seules V_1 et V_2 sont indépendantes. Sur cet exemple, les bornes B et D sont reliées

L'expression de l'énergie électrostatique W_E stockée par C_1 et C_2 est une forme quadratique de V_1 et V_2 uniquement :

$$W^E = \frac{1}{2} (C_1 + C_3) V_1^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{C_2 + C_3}{\eta^2} \right) V_2^2 - \frac{C_3}{\eta} V_1 V_2$$

Cette énergie demeure positive ou nulle quelles que soient les valeurs de V_1 et V_2 . Trois inégalités s'en déduisent immédiatement en attribuant à V_1 et V_2 des valeurs particulières :

$$\begin{aligned} V_1 = 0 &\Rightarrow C_2 + C_3 \geq 0 \\ V_2 = 0 &\Rightarrow C_1 + C_3 \geq 0 \\ V_1 = \frac{V_2}{\eta} &\Rightarrow C_1 + C_2 \geq 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Nous déduisons que, parmi ces trois capacités, une seule peut éventuellement être négative. En outre, la quantité W^E/V_2^2 est une fonction quadratique positive ou nulle de la variable V_1/V_2 . Le discriminant de cette fonction est donc négatif ou nul, ce qui se traduit par :

$$C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3 \geq 0 \quad (17)$$

En divisant cette équation (17) par l'une des sommes (16), trois inégalités supplémentaires peuvent être établies :

$$\begin{aligned} C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} &\geq 0 \\ C_1 + \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} &\geq 0 \\ C_2 + \frac{C_1 C_3}{C_1 + C_3} &\geq 0 \end{aligned} \quad (18)$$

A ce stade, nous disposons d'un circuit équivalent à trois capacités, beaucoup plus simple à étudier analytiquement que le circuit complet d'origine.

L'identification de l'énergie électrostatique W_E de ce circuit à la forme générale W_E doit maintenant nous permettre d'exprimer les capacités C_1 à C_3 en fonction des coefficients C_{ij} . Pour ce faire, il faut éliminer V_3 dans l'expression de W_E (relation 13).

L'expression de V_3 en fonction de V_1 et V_2 dépend de la liaison réalisée entre primaire et secondaire. Ceci implique que, selon la connexion réalisée, les valeurs attribuées à C_1 , C_2 et C_3 pour un même transformateur, peuvent être différentes. Le tableau II rassemble les expressions des capacités C_1 à C_3 obtenues pour les différents câblages possibles.

Un cas particulier est celui où il n'existe aucune liaison entre primaire et secondaire : le secondaire est dit "flottant". V_3 résulte dans ce cas d'une division capacitive de V_1 et V_2 . La relation donnant V_3 s'établit en remarquant que le courant I_3 (figure 1.18), exclusivement capacitif, est alors nul :

$$\begin{aligned} I_3 = j \omega (C_{13} V_1 + C_{23} V_2 + C_{33} V_3) &= 0 \\ \Rightarrow V_3 &= - \left(\frac{C_{13} V_1 + C_{23} V_2}{C_{33}} \right) \end{aligned} \quad (19)$$

Liaison primaire - secondaire	Expressions de C_1, C_2, C_3
B relié à D $\rightarrow V_3 = 0$	$C_1 + C_3 = C_{11}$ $C_2 + C_3 = \eta^2 C_{22}$ $C_1 + C_2 = C_{11} + \eta^2 C_{22} + 2 \eta C_{12}$
A relié à C $\rightarrow V_3 = V_1 - V_2$	$C_1 + C_3 = C_{11} + C_{33} + 2 C_{13}$ $C_2 + C_3 = \eta^2 (C_{22} + C_{33} - 2 C_{23})$ $C_1 + C_2 = C_{11} + C_{33} + 2 C_{13} + \eta^2 (C_{22} + C_{33} - 2 C_{23}) + 2 \eta (C_{12} - C_{33} - C_{13} + C_{23})$
B relié à C $\rightarrow V_3 = -V_2$	$C_1 + C_3 = C_{11}$ $C_2 + C_3 = \eta^2 (C_{22} + C_{33} - 2 C_{23})$ $C_1 + C_2 = C_{11} + \eta^2 (C_{22} + C_{33} - 2 C_{23}) + 2 \eta (C_{12} - C_{13})$
A relié à D $\rightarrow V_3 = V_1$	$C_1 + C_3 = C_{11} + C_{33} + 2 C_{13}$ $C_2 + C_3 = \eta^2 C_{22}$ $C_1 + C_2 = C_{11} + C_{33} + 2 C_{13} + \eta^2 C_{22} + 2 \eta (C_{12} + C_{23})$
Secondaire flottant $\rightarrow V_3 = -\left(\frac{C_{13} V_1 + C_{23} V_2}{C_{33}}\right)$	$C_1 + C_3 = C_{11} - \frac{C_{13}^2}{C_{33}}$ $C_2 + C_3 = \eta^2 \left(C_{22} - \frac{C_{23}^2}{C_{33}}\right)$ $C_1 + C_2 = C_{11} - \frac{C_{13}^2}{C_{33}} + \eta^2 \left(C_{22} - \frac{C_{23}^2}{C_{33}}\right) + 2 \eta \left(C_{12} - \frac{C_{13} C_{23}}{C_{33}}\right)$

Tableau II : Valeurs des capacités C_1 à C_3 pour différentes liaisons primaire - secondaire

En pratique, les sommes $C_1 + C_2$, $C_1 + C_3$, $C_2 + C_3$ sont celles qui se déduisent directement des mesures.

Nous constatons que le nombre de relations obtenu est bien supérieur au minimum nécessaire pour déterminer les six coefficients C_{ij} . Cependant, toutes ne sont pas indépendantes. La redondance est mise à profit pour choisir les mesures les plus faciles à réaliser ainsi que pour vérifier ou affiner le résultat final.

Comme pour un multipôle purement résistif, l'impédance d'entrée d'un multipôle purement capacitif diminue lorsque la charge d'une de ces sorties passe de l'infini à zéro. Cela signifie

que la capacité d'entrée augmente avec la présence de courts-circuits extérieurs. C'est pourquoi les capacités observées sont minimales lorsque le second enroulement est laissé flottant par rapport à celui alimenté.

3.5.4 Détermination des capacités

Expérimentalement, nous caractérisons le transformateur à deux enroulements par ses deux impédances à vide Z_O et Z'_O (vues du primaire et du secondaire) et par ses deux impédances en court-circuit Z_{CC} et Z'_{CC} (figure 1.22), ces quatre grandeurs étant liées par la relation suivante:

$$Z_O \cdot Z'_{CC} = Z'_O \cdot Z_{CC} \quad (20)$$

Les impédances sont relevées dans la gamme 100 Hz- 40 MHz avec un analyseur d'impédances et de gain HP 4194A. Le choix des paramètres mesurés résulte de deux considérations. En premier lieu, les mesures d'impédances sont plus précises que les mesures de gain, car l'incidence des fils de câblage peut en grande partie être éliminée et qui plus est, il serait difficile d'assurer une impédance de charge infinie à toute fréquence pour relever un gain à vide. Ensuite, nous pouvons penser qu'un modèle qui rend compte convenablement du comportement sur charge extrême ne peut qu'être meilleur dans des conditions d'utilisation réalistes.

En pratique, les résonances sont peu amorties (figure 1.17), si bien que l'incidence des résistances sur les fréquences de résonance peut être négligée. Pour trouver les expressions (21) de ces fréquences, nous partons donc d'un circuit très simple (figure 1.21) qui conduit aux diagrammes asymptotiques de la figure 1.22.

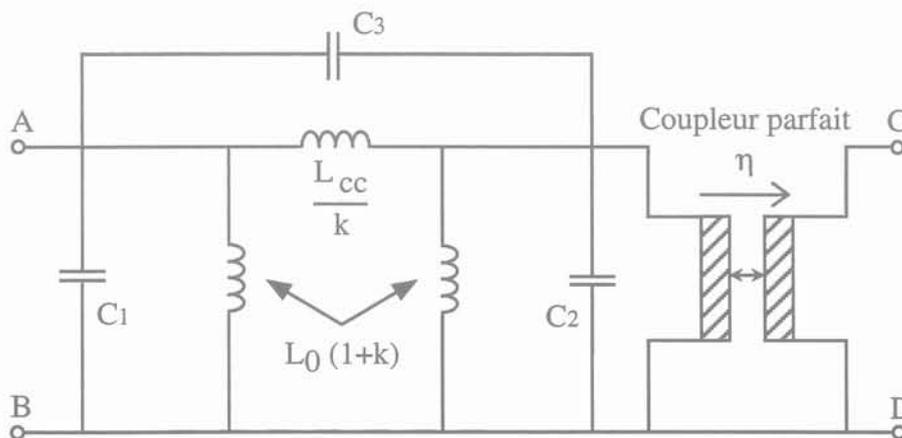


Figure 1.21 : Circuit utilisé pour la détermination analytique des fréquences de résonances

Remarquons au passage que nous avons, pour la partie électrostatique de ce circuit, un schéma en π . Le choix d'une représentation en π pour la partie magnétique se trouve ici conforté : l'étude analytique du circuit sera plus simple.

Cette étude (cf annexe I) conduit au tracé des diagrammes asymptotiques suivants :

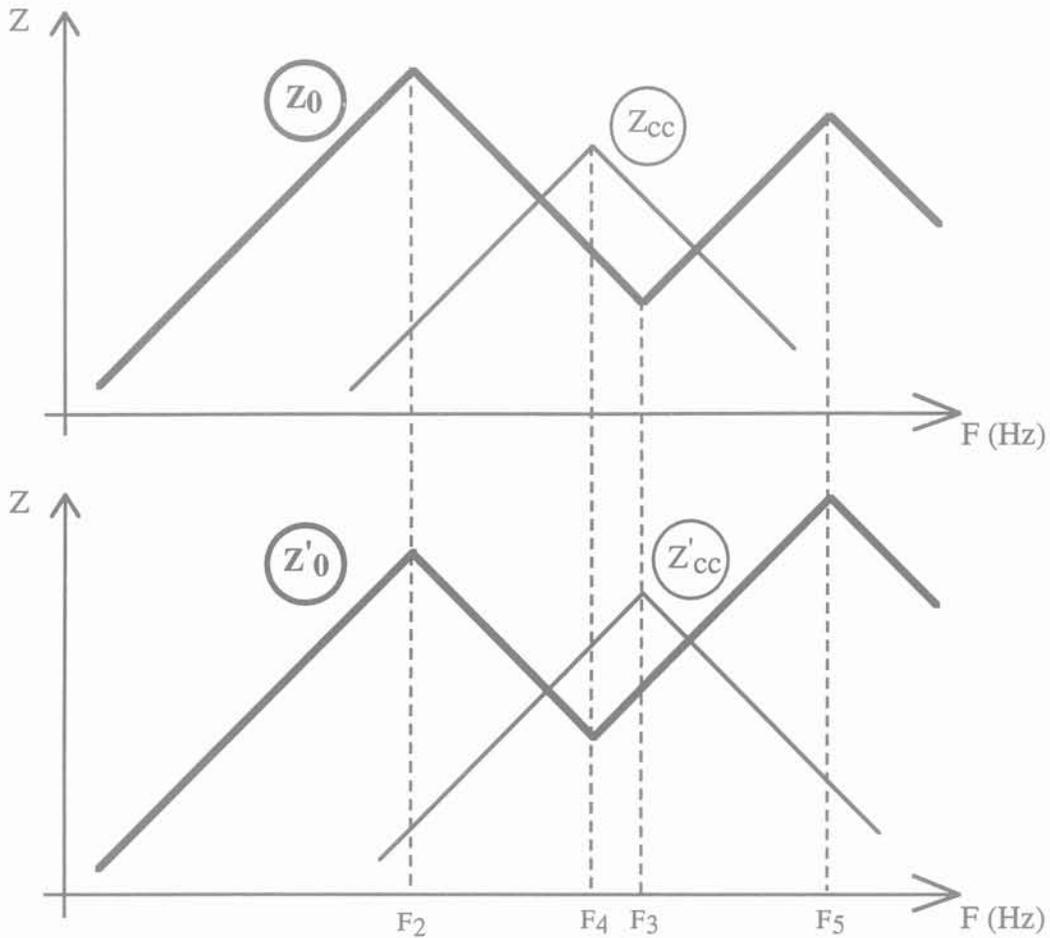


Figure 1.22 : Diagramme de Bode asymptotique des modules.

Z_0, Z'_0 : impédance à vide, vue côté primaire et secondaire

Z_{cc}, Z'_{cc} : impédance en court-circuit, vue côté primaire et secondaire

Les expressions des fréquences F_2 à F_5 sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
 F_2 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0(C_1 + C_2)}} & F_3 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{cc}(C_2 + C_3)}} & (21) \\
 F_4 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{cc}(C_1 + C_3)}} & F_5 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{cc}\left(C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}\right)}}
 \end{aligned}$$

Nous remarquons que la résonance série de Z_0 coïncide avec la résonance parallèle de Z'_{cc} et réciproquement. Ces coïncidences, qui sont très précisément observées en pratique, découlent de la symétrie du circuit de la figure 1.21. Chaque résonance observée au secondaire a son homologue au primaire et seuls les rôles de C_1 et C_2 sont échangés. Par ailleurs, les capacités qui interviennent dans les expressions des fréquences de résonance (21) sont, du moins pour les trois premières, les sommes : $C_1 + C_2$, $C_2 + C_3$ et $C_1 + C_3$. Ceci justifie la présentation du tableau II.

L_0 et L_{cc} ayant été mesurées au préalable, nous déduisons de la position des différentes résonances et des expressions (21), les valeurs de C_1 à C_3 . En renouvelant les mesures après modification de la liaison primaire - secondaire, nous observons généralement un déplacement des résonances (figure 1.23) et nous parvenons, grâce aux formules du tableau II, à trois nouvelles valeurs de C_1 à C_3 .

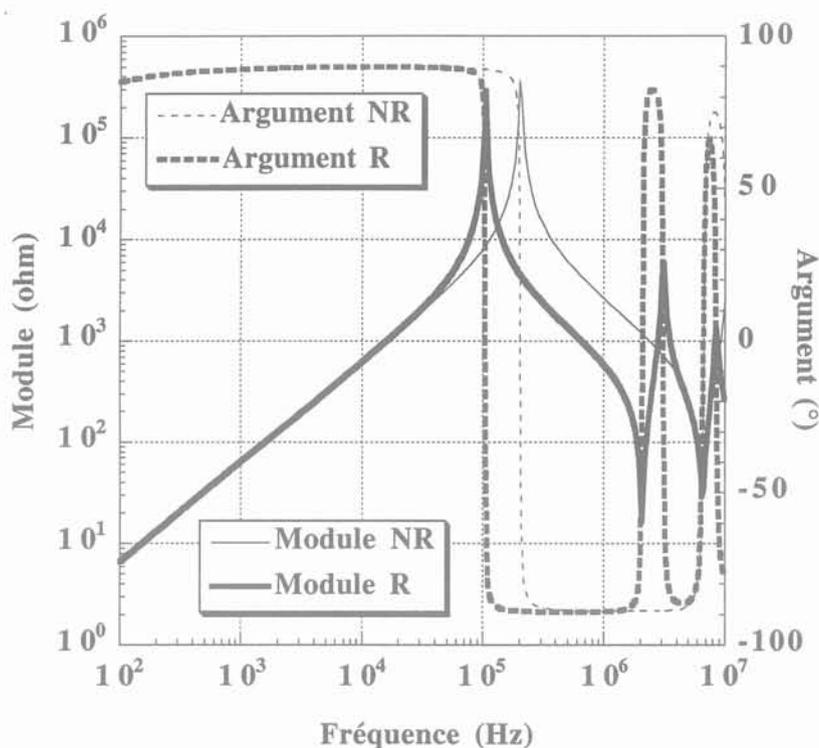


Figure 1.23 : Module et argument de l'impédance à vide Z_0
(NR : flottant; R : B relié à D)

Nous obtenons ainsi, pour chaque câblage, trois équations impliquant les C_{ij} (tableau II). A partir de cet ensemble de mesures, nous calculons les coefficients C_{ij} puis, grâce aux relations (15), les six capacités γ_1 à γ_6 . Notons qu'il est possible, si la disposition adoptée pour les capacités γ_1 à γ_6 est toujours la même, d'éviter l'étape de détermination des C_{ij} . Pour cela, il suffit de partir de la relation (14), c'est à dire de l'expression de l'énergie électrostatique du

circuit à six capacités. En identifiant cette expression avec celle du circuit à trois capacités, dans les différents cas de câblage, nous pouvons obtenir directement les relations liant les γ_i aux valeurs mesurées.

3.5.5 Discussion

A partir d'une approche globale, basée sur l'énergie électrostatique, nous obtenons un circuit équivalent à six capacités qui prend totalement en compte le comportement électrostatique du transformateur. La disposition de ces six capacités "parasites" n'est pas unique et leur nombre, en fonction des applications et des liaisons externes ou internes au transformateur, peut être diminué. Leur valeur, issue d'une série de caractérisations expérimentales, peut d'ailleurs s'avérer négative. Ceci n'est pas critiquable, car seules les grandeurs directement mesurables sont astreintes à être positives.

L'étude théorique, qui a conduit à l'obtention de ces six capacités, est basée sur un système à trois tensions indépendantes : une tension aux bornes de chaque enroulement et une tension inter-enroulement. Le nombre de capacités retenu est identique au nombre de coefficients indépendants de la matrice capacité (symétrique). Cependant, certains composants comprennent des pièces conductrices dont les potentiels sont susceptibles d'être fixés indépendamment de ceux des enroulements : écran électrostatique, circuit magnétique, étrier de fixation, blindage, etc... Il faut alors savoir si la théorie précédente, établie pour trois tensions indépendantes, doit être aménagée pour tenir compte d'une ou de plusieurs entrées supplémentaires. La sensibilité des fréquences de résonance aux câblages extérieurs, que nous avons évoquée précédemment (figure 1.23), nous permet de répondre à cette question. La réponse est résolument négative si la pièce concernée est toujours reliée, en fonctionnement normal, à l'une des bornes des enroulements, ou si elle est constamment "flottante". Si tel n'est pas le cas, la réponse peut être déduite simplement de l'expérience. Si, en connectant la pièce qui pose problème successivement aux quatre bornes des enroulements, aucun déplacement significatif des résonances n'est observé, la complication du circuit est inutile ... et inversement.

Le remise en cause du nombre de constantes du circuit peut être évoquée dans un autre cas. En effet, les raisonnements concernant les capacités parasites partent de l'hypothèse qu'à chaque instant, l'énergie électrostatique ne dépend que de potentiels extérieurs pris au même instant. Il est donc fait abstraction de la propagation. Comme pour d'autres dispositifs impliquant une propagation, une représentation plus précise peut être obtenue en fractionnant le dispositif (échantillonnage spatial) [Lopera 92]. Nous pourrions ainsi justifier les résonances supplémentaires d'un transformateur multicouche, qui s'ajoutent à celles déjà prévues par la théorie précédente. Mais, dans ce cas, il n'est plus possible d'envisager une étude analytique

"manuelle" du circuit, le nombre de constantes devenant trop élevé. Le recours à un logiciel de calcul formel peut être une solution envisageable. Se posera alors le problème de la méthode de caractérisation expérimentale...

4 - CIRCUIT ÉQUIVALENT COMPLET DU TRANSFORMATEUR A DEUX ENROULEMENTS

L'étude que nous venons de mener conduit au circuit équivalent complet de la figure 1.24.

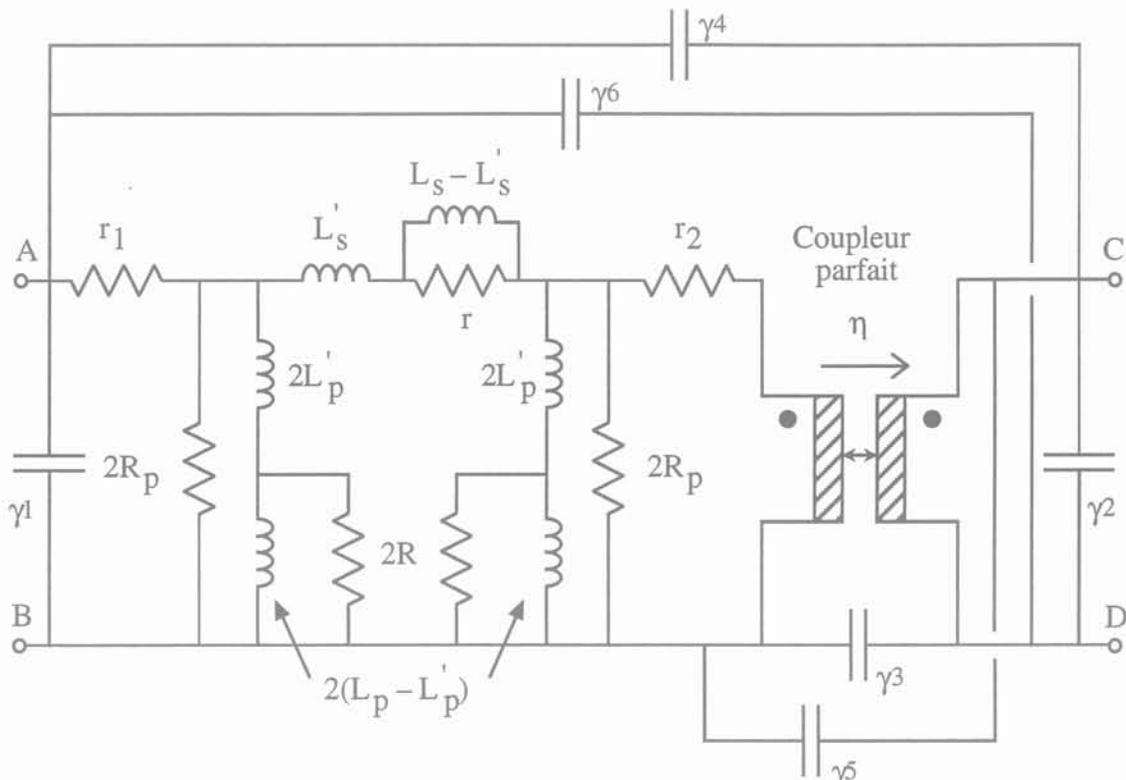


Figure 1.24 : Circuit équivalent complet du transformateur à deux enroulements

Nous avons montré précédemment que ce circuit est un modèle satisfaisant concernant le couplage magnétique et les pertes séries et parallèles. D'un point de vue électrostatique, les six capacités présentes sur le circuit sont nécessaires et suffisantes pour rendre compte du comportement du composant au delà de la première fréquence de résonance et en général jusqu'à la troisième.

Pour établir la validité du circuit proposé, nous effectuons une comparaison entre les résultats obtenus par le calcul à partir de notre circuit équivalent et les mesures obtenues suite à la caractérisation expérimentale effectuée sur un composant bobiné. Il s'agit en l'occurrence d'un

transformateur H.F. à noyau ferrite, utilisé dans des alimentations à découpage. Il est caractérisé par un bon rendement et un couplage serré. Les figures 1.25 et 1.26 nous montrent l'impédance à vide Z_0 et l'impédance en court-circuit Z_{CC} , vues côté primaire, sans liaisons primaire - secondaire.

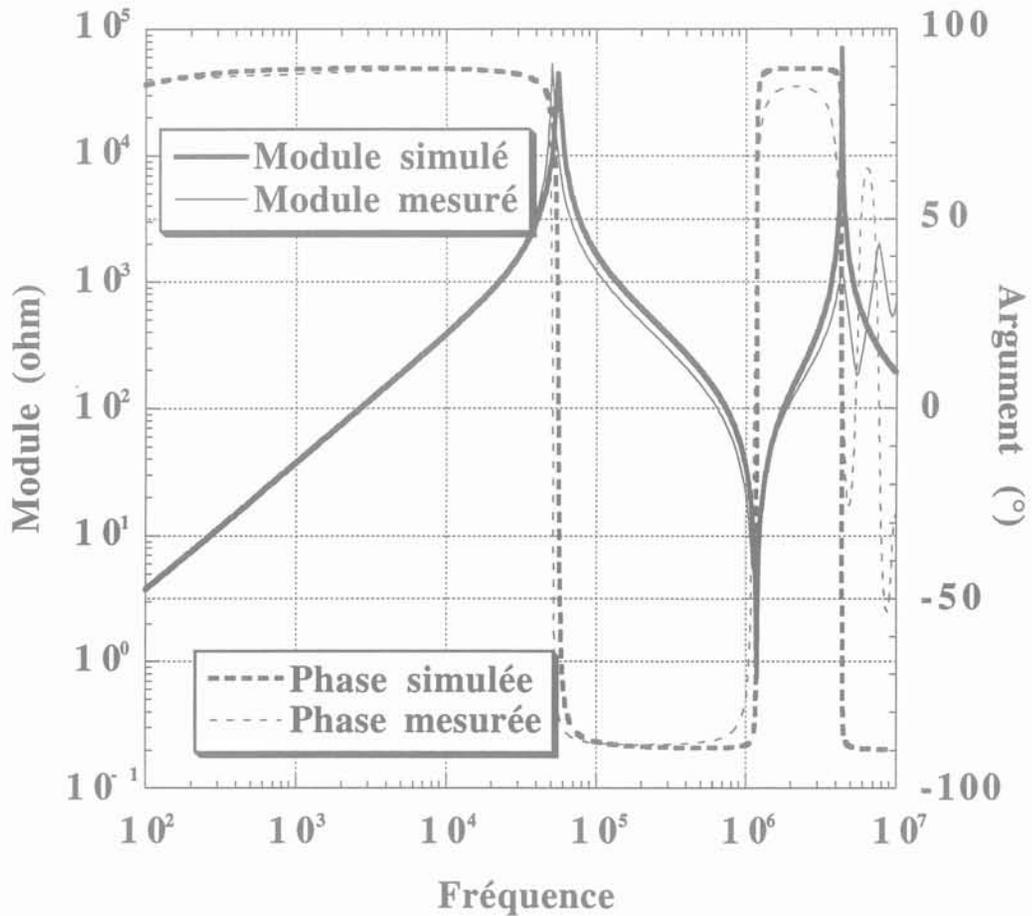


Figure 1.25 : Module et argument de l'impédance à vide Z_0 . Mesure et simulation effectuées sans liaisons primaire - secondaire

CHAPITRE II :
CARACTÉRISATION EXPÉRIMENTALE DU
TRANSFORMATEUR

CHAPITRE II : CARACTÉRISATION EXPÉRIMENTALE DU TRANSFORMATEUR

1 - INTRODUCTION

2 - MISE EN OEUVRE EXPÉRIMENTALE

2-1 Appareil de mesure: possibilités et choix

- 2-1-1 Caractéristiques de l'analyseur d'impédance
- 2-1-2 Choix du type de mesure
- 2-1-3 Précision
- 2-1-4 Niveau d'alimentation

2-2 Configuration matérielle

- 2-2-1 Choix des bornes d'alimentation
- 2-2-2 Choix des liaisons externes

3 - MESURES

3-1 Caractéristiques du transformateur utilisé

3-2 Présentation des mesures effectuées

4 - EXPLOITATION DES RELEVÉS

4-1 Circuit équivalent utilisé: rappel

4-2 Obtention des constantes magnétiques

- 4-2-1 Rapport de transformation et coefficient de couplage
- 4-2-2 Détermination des inductances série et parallèle en basse fréquence

4-3 Évaluation des pertes

- 4-3-1 Résistances de pertes série et parallèle
- 4-3-2 Pertes supplémentaires par courants de Foucault

4-4 Calcul des constantes électrostatiques

4-4-1 Choix des liaisons primaire-secondaire

4-4-2 Détermination des constantes

4-4-3 Prise en compte des symétries

5 - COMPARAISON MODÈLE-EXPÉRIENCE

6 - CONCLUSION

1 - INTRODUCTION

Dans le premier chapitre, nous avons proposé un circuit équivalent à constantes localisées qui permet de tenir compte du comportement magnétique, électrostatique et des pertes du transformateur à deux enroulements. Tous les éléments de ce circuit sont justifiés par des considérations théoriques et des observations pratiques et leur valeur peut être obtenue grâce à des mesures [Cogitore 94]. L'objectif du présent chapitre est de détailler la démarche expérimentale qui conduit à la détermination de toutes les constantes de notre circuit. Nous verrons qu'il est nécessaire de réaliser un certain nombre de mesures, dans différents cas de liaisons, pour parvenir à un résultat fiable. Les précautions à prendre lors des mesures sont aussi exposées.

Une caractérisation complète est menée à titre d'exemple, sur la base d'un transformateur à deux enroulements. A partir de cet exemple, nous exposons la démarche générale employée et les différences observées dans le cas particulier de ce transformateur. Au terme de cette caractérisation, nous comparons les courbes d'impédances obtenues grâce à notre modèle, à celles obtenues lors des mesures. Nous vérifions ainsi la bonne cohérence de notre modèle avec les phénomènes physiques observés, ainsi que sa limite de validité en fréquence.

2 - MISE EN OEUVRE EXPÉRIMENTALE

2.1. Appareil de mesure : possibilités et choix

2.1.1. Caractéristiques de l'analyseur d'impédance

Nous disposons au laboratoire d'un analyseur d'impédance de type HP 4194 A (cf annexe 2) [Hewlett-Packard]. Cet appareil nous permet d'effectuer rapidement et avec une grande précision des mesures d'impédance entre 100 Hz et 40 MHz, et des mesures de gain entre 10 Hz et 100 MHz. Concernant les mesures d'impédance, les résultats sont obtenus, soit sous forme de courbes module et argument, soit sous forme d'une décomposition en une partie réelle et une partie imaginaire, associées en série ou en parallèle. Nous disposons ainsi de cinq représentations possibles pour une même impédance (Tableau I).

Le niveau de tension disponible en sortie de l'analyseur est ajustable entre 10 mV et 1 V. Cette plage de tension peut s'avérer limitative dans le cas d'un composant bobiné présentant, par exemple, une saturation en basse fréquence et nécessitant donc un niveau d'alimentation très bas, ou, à l'opposé, pour tester un composant sous sa tension nominale d'utilisation, si celle-ci est supérieure à 1 V.

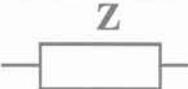
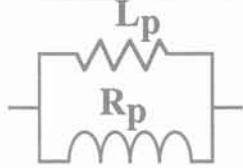
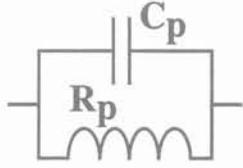
Désignation	Circuit équivalent	$Z(\omega)$
z, φ		$ Z(\omega) e^{j\varphi}$
L_s, R_s		$R_s = Z(\omega) \cos \varphi$ $L_s = \frac{ Z(\omega) \sin \varphi}{\omega}$
L_p, R_p		$R_p = \frac{ Z(\omega) ^2}{ Z(\omega) \cos \varphi}$ $L_p = \frac{ Z(\omega) ^2}{ Z(\omega) \omega \sin \varphi}$
C_s, R_s		$R_s = Z(\omega) \cos \varphi$ $C_s = -\frac{1}{ Z(\omega) \omega \sin \varphi}$
C_p, R_p		$R_p = \frac{ Z(\omega) ^2}{ Z(\omega) \cos \varphi}$ $C_p = -\frac{ Z(\omega) \sin \varphi}{\omega Z(\omega) ^2}$

Tableau I : Différentes représentations disponibles sur l'analyseur HP 4194 A lors d'une mesure d'impédance

La mesure d'impédance est basée sur le principe d'une mesure quatre points. De plus, l'impédance "parasite" due aux fils de connexions peut être compensée par l'analyseur. Ainsi, dans la majorité des cas, la précision attendue sur la mesure est de l'ordre de 0,023 %. Cette précision peut cependant varier en fonction de la fréquence considérée, du niveau de tension utilisé, de la valeur de l'impédance mesurée et du temps alloué à chaque mesure. L'analyseur est en effet doté d'un système de limitation du bruit qui permet d'effectuer pour chaque point expérimental la moyenne de 1 à 256 mesures, le temps d'intégration pour chaque mesure étant compris entre 500 μ s et 100 ms.

2.1.2. Choix du type de mesure

Dans l'hypothèse d'une mesure de gain, l'impédance de charge utilisée doit être nulle ou infinie à toute fréquence. Sur l'analyseur, cette impédance est au choix de 50 Ω ou de 1 M Ω et elle

n'est pas purement résistive et constante, entre 100 kHz et 100 MHz. Les mesures d'impédances sont par ailleurs plus précises que les mesures de gain, car l'incidence des fils de câblage peut en grande partie être éliminée. L'utilisation de l'analyseur en mesure d'impédance semble donc s'imposer. Un autre avantage de la mesure d'impédance est la possibilité d'avoir directement accès à plusieurs types de représentation : une représentation module-argument ou des représentations inductance-résistance ou capacité-résistance, séries ou parallèles, bien pratiques lors de la détermination expérimentale des constantes. Ces raisons font que, comparée à la mesure de gain, la mesure d'impédance paraît mieux adaptée à nos besoins.

2.1.3. Précision

Nous avons vu qu'il est possible de réaliser une compensation de l'impédance des fils reliant, dans certains cas, l'analyseur au composant à mesurer. Il s'agit d'une compensation de l'impédance série des fils (résistance et inductance séries), mais aussi de l'impédance parallèle (capacité parallèle).

La compensation, si nous ne voulons pas que la précision de la mesure soit dégradée, doit être réalisée avec le plus grand soin. En particulier, il faut porter la plus grande attention à la qualité des contacts. Cependant, l'influence du câblage additionnel ne peut pas toujours être compensée. C'est le cas, par exemple, lorsqu'un fil est nécessaire pour réaliser un court-circuit au secondaire du transformateur. A l'opposé, il peut être intéressant de prendre en compte lors de la mesure, une partie du câblage extérieur, si ce câblage est ensuite présent dans le montage final. En règle générale, il faut donc effectuer les mesures en étant le plus proche possible des conditions d'utilisation du composant : pratiquer la mesure du composant monté sur son circuit imprimé si tel doit être le cas en utilisation normale, ou avec les câbles de liaison qui seront par la suite utilisés en fonctionnement réel. Si l'utilisation de câbles additionnels s'avère indispensable, il faut alors les choisir les plus courts possibles. Enfin, dans certains cas, les variations de température ou la proximité d'installation électrique proches peuvent également affecter de façon non négligeable la précision de la mesure. En règle générale, il est donc conseillé de noter toutes les conditions dans lesquelles sont réalisées les mesures : température, liaisons additionnelles, niveau d'alimentation, etc... et de repérer les bornes du composant afin que soit assurée la reproductibilité des mesures.

2.1.4. Niveau d'alimentation

L'utilisation du circuit équivalent est conditionnée par l'hypothèse du comportement linéaire du composant. Le niveau d'alimentation en sortie de l'analyseur est ajustable de 10 mV à 1 V. En

basse fréquence et à cause du matériau magnétique, il est possible que, même en fixant l'alimentation à son plus bas niveau, la saturation soit atteinte. En haute fréquence un trop faible niveau peut à l'inverse être préjudiciable, le rapport signal sur bruit se dégradant fortement dans certains cas. Ainsi, pour ajuster le niveau d'alimentation de façon optimale, il est nécessaire d'effectuer plusieurs mesures, à différents niveaux : la comparaison des courbes obtenues permet de détecter une saturation ou la présence de bruit sur la mesure. Il est ensuite possible d'ajuster le niveau d'alimentation, différent pour chaque plage de fréquence.

2.2. Configuration matérielle

2.2.1. Choix des bornes d'alimentation

Nous avons vu précédemment que lorsqu'il n'y a aucune liaison entre primaire et secondaire, le transformateur à deux enroulements est un système à trois tensions indépendantes : deux tensions d'entrée (V_1 , V_2) et une tension inter-enroulement (V_3). Habituellement, lors des mesures, le transformateur est alimenté soit côté primaire (bornes A et B), soit côté secondaire (bornes C et D), comme dans l'exemple présenté en annexe II.

Il existe cependant bien d'autres possibilités. Nous pouvons imaginer d'alimenter le composant par l'entrée V_3 , en court-circuitant par ailleurs l'enroulement primaire ou secondaire. La mise en parallèle ou en série des enroulements, en additionnant ou en soustrayant les flux selon le sens des bobinages, peut également être envisagée. Dans ces deux derniers cas, un peu moins "classiques" mais néanmoins riches en enseignements, une étude analytique, du même type que celle réalisée en annexe I, peut être menée.

Les possibilités étant multiples, les critères déterminant dans le choix des bornes d'alimentation sont les suivants. Tout d'abord, en raison des dissymétries magnétiques et électrostatiques et en fonction des différents amortissements, il est fréquent que les résonances soient beaucoup plus visibles d'un côté que de l'autre. Ensuite, la configuration retenue doit permettre à l'analyseur de travailler dans une zone où sa précision est maximum, c'est à dire que les impédances mesurées ne doivent être ni trop faibles, ni trop fortes. Enfin, un dernier critère de choix peut être l'accès plus ou moins facile aux différentes bornes du composant.

2.2.2. Choix des liaisons externes

L'ajout d'une liaison entre primaire et secondaire du transformateur n'a aucune influence sur la valeur des paramètres résistifs et magnétiques du circuit équivalent. Par contre, nous avons montré au chapitre précédent que l'ajout de cette liaison modifie la valeur des trois capacités.

Nous avons établi (cf tableau II - Chapitre I) les relations liant les valeurs mesurées aux six coefficients de la forme quadratique de l'énergie électrostatique et ce, en fonction des différentes liaisons réalisées. Ces relations, au nombre de quinze, ne sont pas toutes indépendantes. Elles ne sont pas non plus toutes équivalentes. En effet, selon le choix de liaison effectué, la détermination des constantes électrostatiques peut s'avérer plus ou moins précise. En règle général, nous pratiquons comme suit : nous utilisons les relevés expérimentaux qui, réalisés dans différents cas de liaisons, mènent à un écart entre fréquences de résonance de même rang, le plus grand possible. En effet, si pour deux liaisons distinctes, les fréquences de résonance observées sont identiques ou peu différentes, les opérations algébriques effectuées lors de la détermination vont porter sur des sommes ou des différences de grandeurs proches, et, dans ce cas, l'incidence des incertitudes expérimentales sur les coefficients calculés risque d'être accentuée. En complément, effectuer des mesures dans des cas de liaisons qui ne paraissent pas indispensables à priori, peut permettre de réaliser des vérifications bien utiles à posteriori, voire même, de détecter certaines symétries.

3 - MESURES

3.1. Caractéristiques du transformateur utilisé

Pour illustrer la méthode de caractérisation, nous allons utiliser un transformateur d'isolement à deux enroulements. Ce transformateur, en raison de contraintes extérieures sévères (température et vibrations élevées), est un peu particulier (figure 2-1). Il est constitué d'un noyau de tôles roulées et d'une carcasse en fonte massive. Le circuit magnétique est interrompu par deux entrefers principaux de 0,3 mm chacun. Les enroulements comptent 209 spires chacun et la fréquence de fonctionnement peut varier de 3 à 100 kHz. D'un point de vue géométrique, ce transformateur est tout à fait semblable à ceux utilisés dans les résolveurs, pour alimenter la partie tournante de ces derniers. Le primaire et le secondaire de ce composant sont dissociables, d'un point de vue mécanique.

Les caractéristiques de l'alimentation, côté primaire, sont les suivantes (valeurs crête à crête) :

$$\begin{aligned} V_1 &= 90 \text{ V} \\ I_1 &= 100 \text{ mA} \end{aligned}$$

Compte tenu de la géométrie particulière et des matériaux utilisés, les caractéristiques de ce transformateur sont très éloignées de la norme habituelle. L'application des méthodes présentées pour la détermination peut alors paraître hasardeuse. Une vérification sera faite à posteriori en comparant les courbes relatives au modèle et celles issues des mesures.

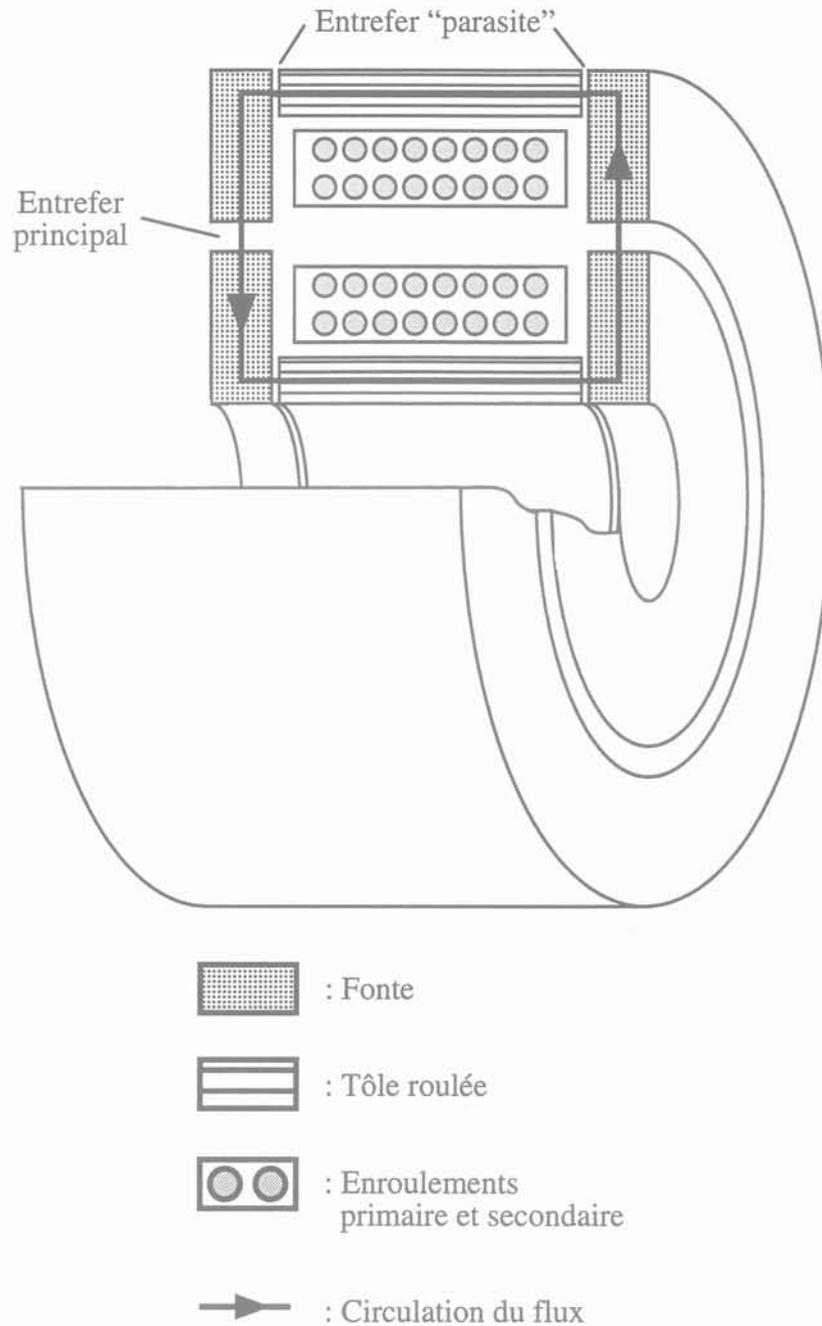


Figure 2.1 : Géométrie du transformateur utilisé

3.2. Présentation des mesures effectuées

La configuration matérielle de la mesure est présentée en annexe II. Aucun câblage supplémentaire n'est nécessaire pour relier le transformateur à l'analyseur. Nous réalisons simplement au préalable une compensation à vide et en court-circuit de l'analyseur seul (en sortie de l'interface de connexion HP 16047 D). La qualité du court-circuit réalisé à cette occasion doit être testée avec le plus grand soin. Nous devons ensuite effectuer le réglage de la tension délivrée par l'analyseur. L'ajustement de cette tension doit permettre au transformateur

de travailler dans son domaine de fonctionnement linéaire. La valeur choisie dépend de l'impédance mesurée et de la zone de fréquence considérée : il est souvent nécessaire de réduire la tension en basse fréquence pour éviter la saturation magnétique. D'une manière générale, l'observation d'un comportement inexplicable doit inciter à refaire la mesure en appliquant un niveau différent et en vérifiant les contacts. Pour notre transformateur, le niveau de tension appliqué est de 1V. Se pose alors la question du choix des bornes d'alimentation. En pratique, quelques mesures rapides permettent de déterminer, parmi les configurations possibles, quelle est celle qui met le mieux en évidence les différentes pentes, paliers et résonances recherchés.

Dans le cas de notre transformateur, une symétrie magnétique et électrostatique existe expérimentalement, cela se traduit par le fait qu'il n'existe aucune différence entre les mesures effectuées côté primaire ou côté secondaire. Il s'agit là d'un cas particulier qui est loin de se vérifier pour tous les transformateurs, même si certains présentent par ailleurs, des symétries géométriques. De telles symétries sont difficiles à postuler a priori et seules les mesures peuvent permettre une certitude dans ce domaine. Ainsi, les bornes primaires de notre transformateur étant repérées A-B et les bornes secondaires C-D, le côté choisi pour l'alimenter importe peu. Les mesures présentées dans la suite sont effectuées en alimentant le côté A-B, mais des mesures tout à fait similaires ont été obtenues en alimentant le côté C-D. Ces mesures sont les suivantes : mesure de l'impédance à vide et en court-circuit, vues du primaire et dans différents cas de liaisons. Nous utilisons, comme cela est montré sur les figures suivantes, la représentation module-argument de l'impédance ou la représentation inductance série-résistance série. Toutes les mesures sont effectuées entre 100 Hz et 40 MHz.

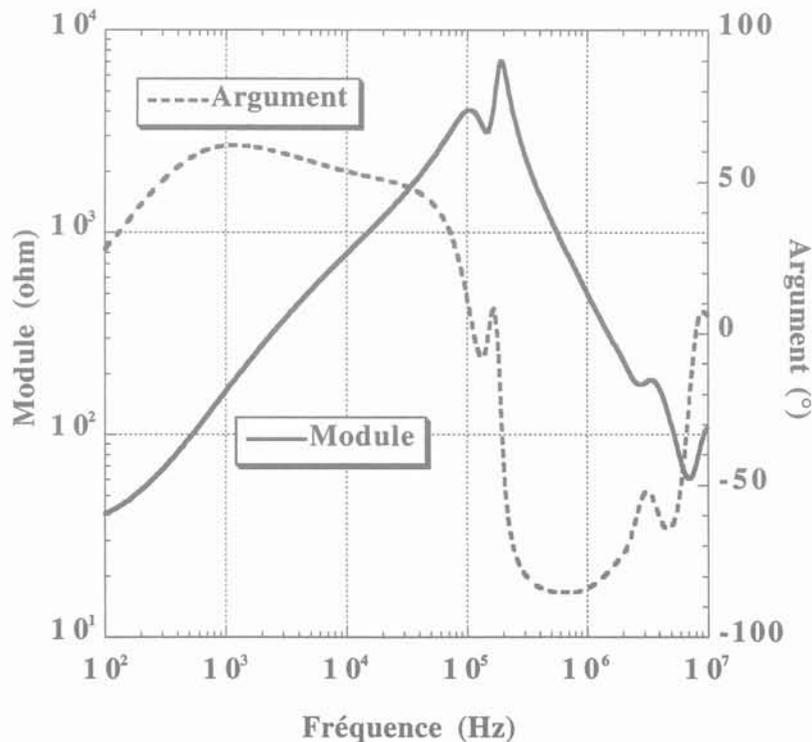


Figure 2.2 : Module et argument de l'impédance à vide Z_0 vue côté A-B (B et D reliés)

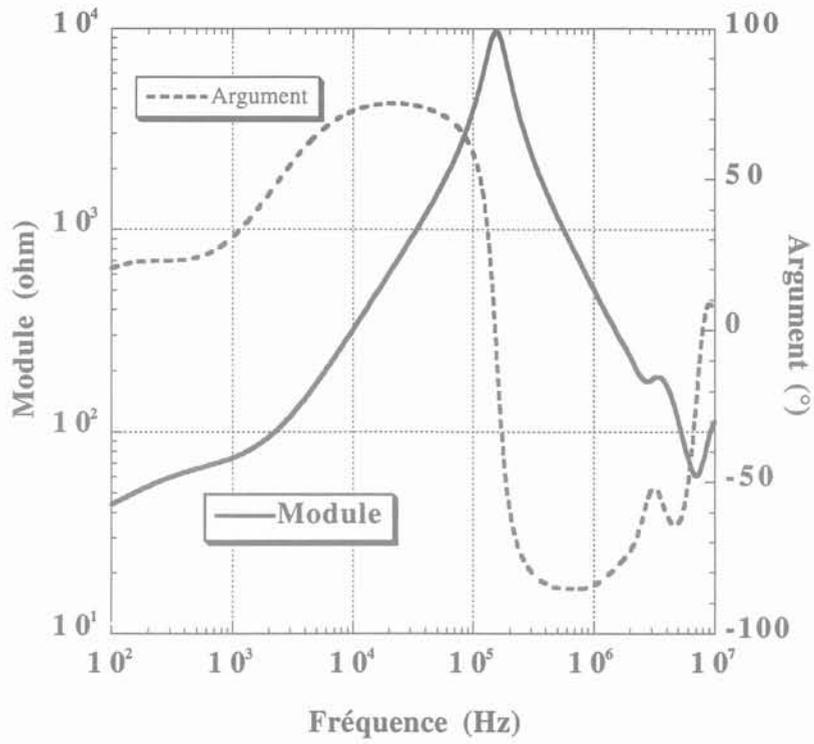


Figure 2.3 : Module et argument de l'impédance en court-circuit Z_{CC} vue côté A-B (B et D reliés)

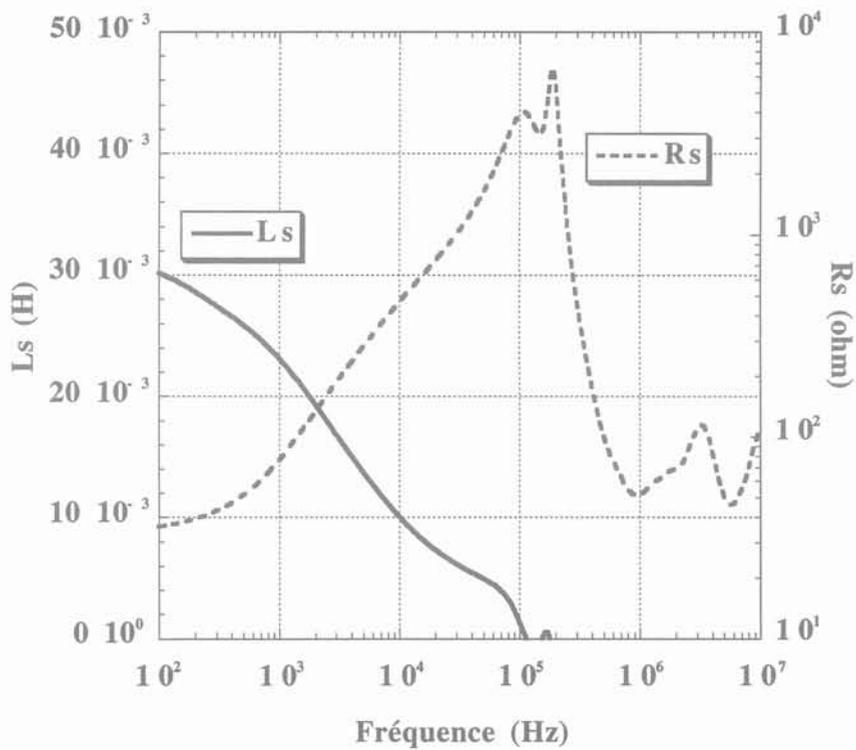


Figure 2.4 : Équivalent L_S - R_S de l'impédance à vide Z_O vue côté A-B (B et D reliés)

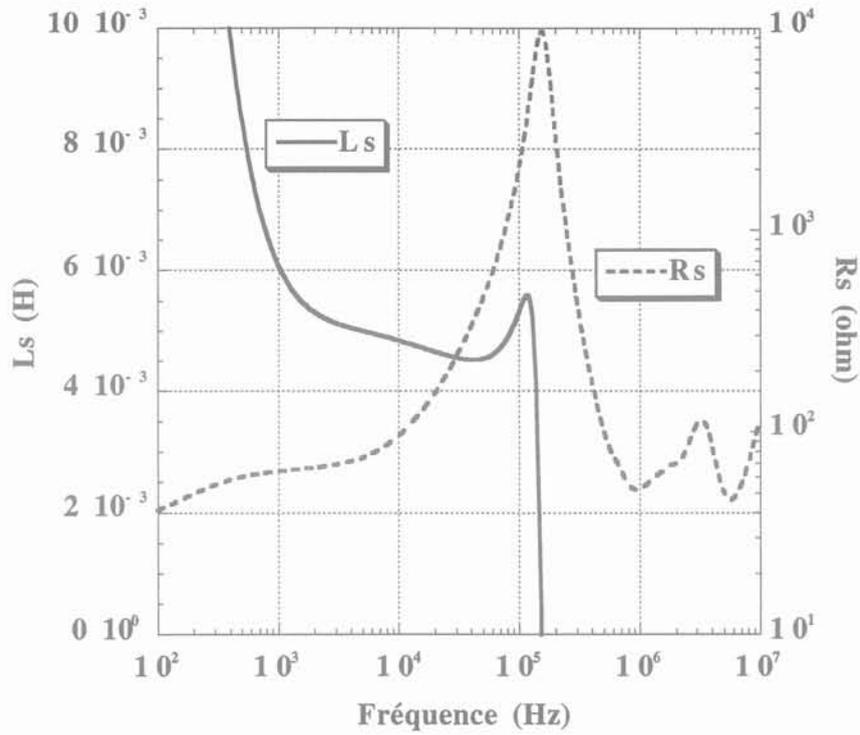


Figure 2.5 : Équivalent L_S - R_S de l'impédance en court-circuit Z_{CC} vue côté A-B (B et D reliés)

A partir de ces relevés, nous allons maintenant évaluer les valeurs des constantes du circuit équivalent.

4 - EXPLOITATION DES RELEVÉS

4.1. Circuit équivalent utilisé : rappel

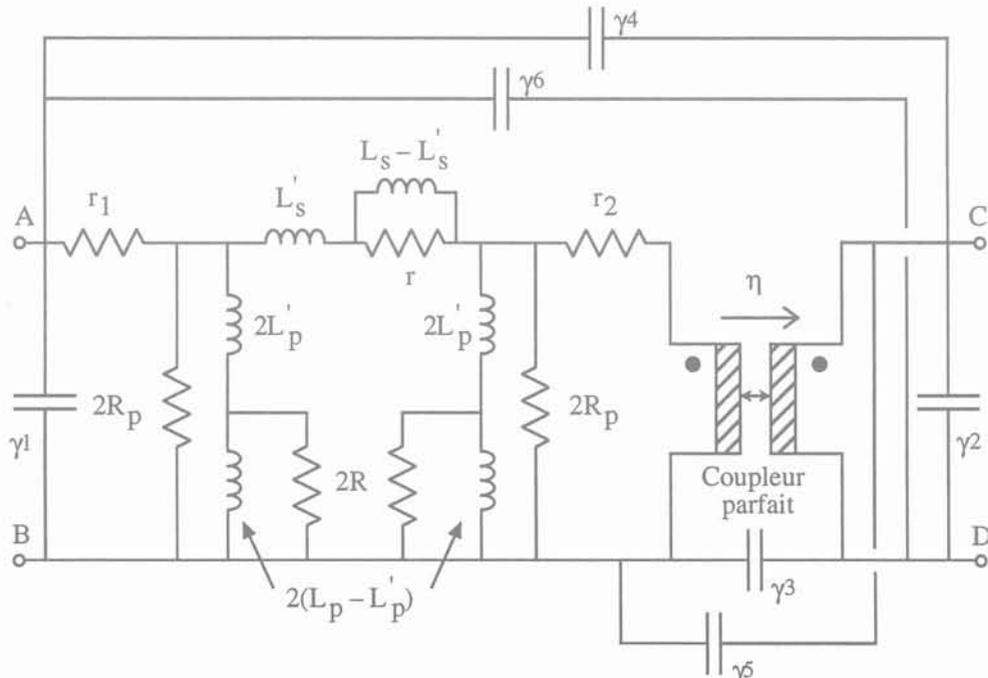


Figure 2.6 : Circuit équivalent complet du transformateur à deux enroulements

L'étude analytique et expérimentale menée au chapitre I a abouti à l'établissement du circuit de la figure 2.6. Certaines constantes de ce circuit sont directement mesurables, comme par exemple les résistances séries du primaire et du secondaire, r_1 et r_2/η^2 . D'autres, peuvent être exprimées en fonction de grandeurs mesurées, comme le rappellent les relations ci-dessous :

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta = \sqrt{\frac{L'_0}{L_0}} \left(\text{signe de } \frac{V_2}{V_1} \right) \\ k = \sqrt{1 - \frac{L_{cc}}{L_0}} \\ 2L_p = L_0(1 + k) \\ L_s = \frac{L_{cc}}{k} \end{array} \right. \quad (1)$$

avec :

L_0 et L'_0 : inductance à vide mesurée côté primaire ou secondaire

L_{cc} : inductance en court-circuit mesurée côté primaire

D'autres enfin, sont déduites de l'observation des fréquences de résonances : c'est le cas de R_p et des capacités γ_1 à γ_6 . En supposant qu'il n'y a pas de pertes supplémentaires dues aux courants induits dans le noyau et dans les enroulements, une version simplifiée de ce circuit peut être utilisée : il suffit de supprimer les résistances de pertes supplémentaires r et R . De plus, si une liaison existe entre primaire et secondaire, nous avons vu précédemment qu'il est alors possible de se ramener à un circuit à trois capacités : C_1 à C_3 . Une étude analytique, menée sur la base de ce circuit simplifié (cf annexe I), nous permet de tracer le diagramme de Bode asymptotique du module des impédances à vide (Z_0) et en court circuit (Z_{cc}) (figure 2.7).

Sur ce diagramme, les différentes pentes, paliers et résonances sont exprimés en fonction des grandeurs mesurables. Nous allons voir maintenant en détail comment s'effectue, à partir de ces diagrammes et des relevés expérimentaux précédents, la détermination des constantes du circuit équivalent complet.

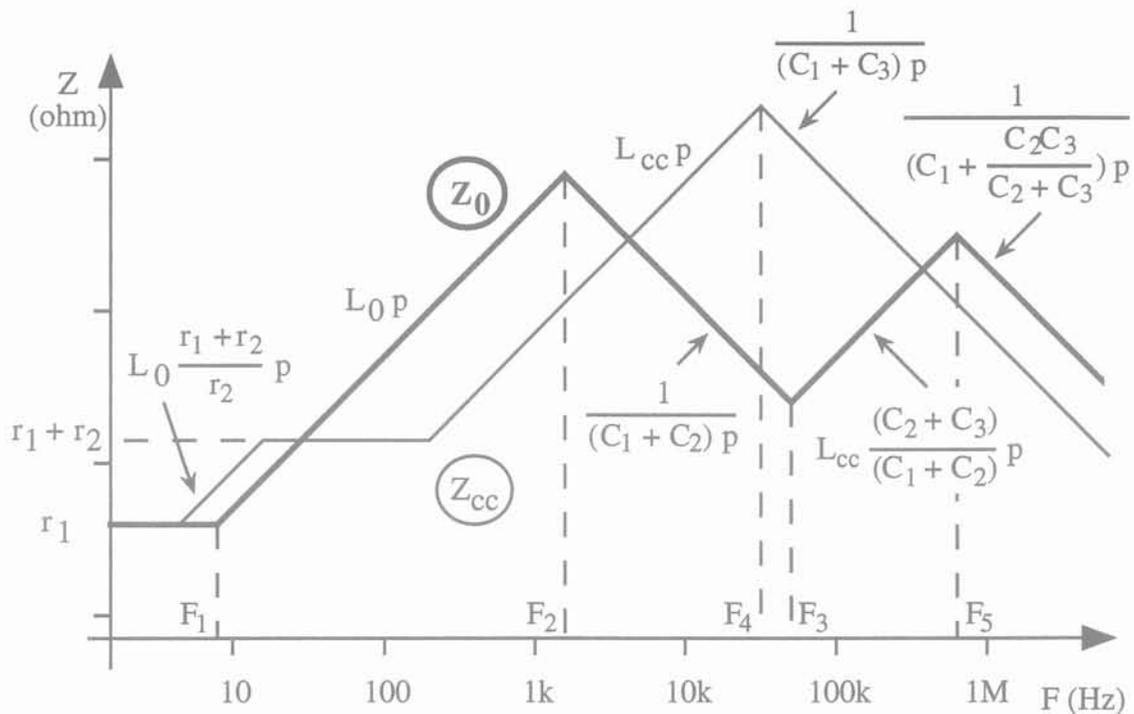


Figure 2.7 : Diagramme de Bode asymptotique du module des impédances à vide (Z_0) et en court-circuit (Z_{cc})

4.2. Obtention des constantes magnétiques

4.2.1. Rapport de transformation et coefficient de couplage

La fonction principale du transformateur étant de réaliser le couplage magnétique de deux enroulements, nous allons nous intéresser en premier lieu à la détermination des constantes magnétiques.

Nous avons défini précédemment le rapport de transformation comme suit :

$$\eta = \sqrt{\frac{L'_0}{L_0}} \cdot \text{signe de } \frac{V_2}{V_1} \tag{2}$$

Rappelons que cette valeur de η ne correspond pas forcément au rapport du nombre de spires n_2/n_1 , comme cela est défini habituellement. Elle permet par contre d'obtenir dans tous les cas, un quadripôle inductif symétrique. L_0 et L'_0 représentent respectivement l'inductance mesurée à vide, vue côté primaire et vue côté secondaire. Dans le cas de notre transformateur, nous avons vu que ces deux mesures sont confondues. Cela nous permet donc de déterminer η :

$$\eta = 1$$

Il s'avère que, dans ce cas, il y a correspondance entre la valeur de η calculée grâce à la relation (2) et le rapport n_2/n_1 (car $n_1 = n_2 = 209$ spires). Mais ceci doit être considéré comme un cas particulier.

La deuxième grandeur magnétique que nous allons déterminer est le coefficient de couplage k , défini comme suit :

$$k = \sqrt{1 - \frac{L_{CC}}{L_0}} \quad (3)$$

où L_{CC} est l'inductance mesurée en court-circuit, vue du primaire.

L_0 et L_{CC} se déduisent en général des paliers observés en basse fréquence sur la représentation inductance série - résistance série de l'impédance à vide (figure 2.4) et de l'impédance en court-circuit (figure 2.5). Notons toutefois que la remontée de L_{CC} en basse fréquence est imputable à L_p . L_{CC} est donc le premier palier horizontal atteint après cette partie.

Nous constatons sur les relevés que nous sommes loin d'obtenir un palier pour ces deux inductances. Nous avons vu précédemment que les courants de Foucault sont généralement à l'origine d'une telle diminution des inductances. Cela pose donc quelques problèmes pour la détermination de k . En pratique, nous mesurons L_{CC} à 3 kHz conformément au critère retenu ci-dessus, puis nous prenons L_0 à la même fréquence, par souci de cohérence. A cette fréquence, $L_{CC} = 5$ mH et $L_0 = 30$ mH. Le coefficient de couplage calculé est donc de :

$$k = 0,84 \text{ (à 3 kHz)}$$

4.2.2. Détermination des inductances série et parallèle en basse fréquence

Pour la détermination de l'inductance série (L_S), nous utilisons la représentation L_S - R_S de l'impédance en court-circuit (Z_{CC}). L'évaluation de L_{CC} est perturbée ici par deux phénomènes (figure 2.5). En basse fréquence tout d'abord, l'inductance parallèle n'est pas court-circuitée par la résistance r_2 (figure 2.6) : cette inductance, en provoquant la remontée de la courbe en basse fréquence, masque L_{CC} . A l'opposé, en haute fréquence, les courants induits qui se développent dans les enroulements font chuter L_{CC} . La mesure de L_{CC} en basse fréquence doit donc s'effectuer sur une plage comprise entre ces deux phénomènes, c'est à dire, dans notre cas, entre 2 kHz et 6 kHz environ. Sur la courbe (figure 2.5), nous relevons à 3 kHz :

$$L_{CC} = 5 \text{ mH}$$

d'où, d'après (1) :

$$L_S = \frac{L_{cc}}{k} = 6 \text{ mH}$$

La détermination de l'inductance parallèle (L_p) pose moins de problème, bien que là encore, les courants induits dans le noyau provoquent une chute de cette inductance avec l'augmentation de la fréquence (figure 2.4). Nous relevons sur la courbe la valeur de L_0 en basse fréquence (100 Hz).

$$L_0 = 30 \text{ mH}$$

d'où, d'après (1) :

$$L_p = L_0 \frac{(1+k)}{2} = 27,6 \text{ mH}$$

4.3. Évaluation des pertes

4.3.1. Résistances de pertes série et parallèle

Nous allons déterminer tout d'abord les résistances de pertes série r_1 et r_2 , qui sont respectivement les résistances "en continu" du primaire et du secondaire (ramenée au primaire). Le diagramme de Bode asymptotique des modules de Z_0 et de Z_{cc} (figure 2.7) montre que la résistance série d'un enroulement est observable en très basse fréquence, grâce à l'essai effectué à vide ou en court-circuit du côté de cet enroulement. Sur les relevés de Z_0 et Z_{cc} (figures 2.2 et 2.3), nous voyons que ce palier basse fréquence n'est pas visible si les premières fréquences de coupure basse se situent en deçà de la limite basse fréquence de l'appareil de mesure.

Une autre possibilité est offerte par la représentation inductance série - résistance série de l'impédance à vide Z_0 (figure 2.4). En basse fréquence, le palier de R_S correspond à la résistance série de l'enroulement considéré. Mais une fois encore, ce palier n'est pas observable dans notre cas. De plus, cette méthode conduit parfois à des valeurs un peu trop fortes de r_1 et r_2 , car la résistance série totale mesurée inclut, même en basse fréquence, une partie de la résistance due aux pertes fer. Ceci a d'ailleurs déjà été évoqué précédemment.

La seule solution envisageable dans notre cas est une mesure directe effectuée en continu à l'ohm-mètre. Pour plus de précision, nous effectuons une mesure "4 points". Suite à cette mesure, nous pouvons effectuer une vérification grâce à la courbe de l'impédance en court-circuit Z_{cc} . Le diagramme de Bode asymptotique (figure 2.7) montre en effet que le module de

Z_{CC} marque, en basse fréquence, un second palier correspondant à la valeur de (r_1 et r_2). Ainsi, nous parvenons aux résultats suivants :

$$\begin{array}{ll} \text{Mesures à l'ohm-mètre :} & r_1 = 34 \Omega \\ \text{(en continu)} & \eta^2 r_2 = 40 \Omega \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{Second palier observé sur } Z_{CC} : & r_1 + r_2 = 72 \Omega \\ \text{(à 8 kHz)} & \end{array}$$

L'écart constaté provient du fait que le second palier observé sur Z_{CC} n'est pas vraiment marqué (figure 2.3). Cette vérification permet néanmoins de conforter les deux évaluations.

La détermination de la résistance de pertes parallèles (R_p) est rendue délicate par le fait qu'en basse fréquence, cette résistance est masquée par les inductances parallèles et en haute fréquence, par les capacités parasites. L'étude analytique de notre circuit équivalent (cf annexe I) montre que le module de l'impédance à vide Z_0 (figure 2.2) peut être assimilé à R_p , à la première fréquence de résonance. Il est également envisageable d'utiliser la représentation inductance parallèle - résistance parallèle de Z_0 pour cette détermination de R_p . Mais, dans ce cas, nous constatons que l'assimilation de la totalité des pertes fer à une unique résistance constante n'est qu'approximative. En effet, la variation de R_p observée est relativement importante avec l'augmentation de la fréquence. Sur la courbe de Z_0 , nous relevons donc, à la première fréquence de résonance :

$$R_p = 4 \text{ k}\Omega$$

4.3.2. Pertes supplémentaire par courants de Foucault

Nous avons vu précédemment que les courants induits qui apparaissent dans un composant bobiné ont pour effet la diminution de l'inductance série et/ou parallèle de ce composant, selon qu'ils se développent dans les enroulements et/ou dans le noyau. Cette diminution de l'inductance s'accompagne, dans les deux cas, d'une augmentation de la résistance série. La prise en compte de ces effets dans le circuit équivalent consiste à scinder les inductances concernées en deux parties, l'une d'entre elles étant shuntée par une résistance (figure 2.8).

Expérimentalement, cette chute de l'inductance est particulièrement visible sur les courbes L_S - R_S de l'impédance. Dans le cas de notre transformateur, ce phénomène est observable lors de l'essai à vide (figure 2.4) et lors de l'essai en court-circuit (figure 2.5), ce qui implique que des courants induits se développent aussi bien dans le noyau que dans les enroulements. Le noyau

de notre transformateur étant réalisé dans un matériau conducteur massif, cela ne surprend pas. Les transformateurs classiques, travaillant aux mêmes fréquences, sont en général constitués de noyaux ferrites et dans ce cas, une telle chute de l'inductance magnétisante ne se produit pas, du moins, pas à ces fréquences.

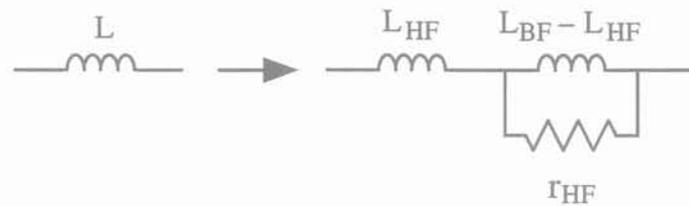


Figure 2.8 : Prise en compte des effets des courants de Foucault

Nous avons vu précédemment que la détermination de r_{HF} peut s'effectuer en repérant la fréquence (F_C) pour laquelle la variation de l'inductance atteint la moitié de sa valeur totale, ou bien encore, en repérant la fréquence (F_D) pour laquelle la pente de la courbe L_S est maximum. La valeur de r_{HF} est alors déterminée grâce à l'une ou l'autre des relations suivantes :

$$F_C = \frac{r_{HF}}{[2 \pi (L_{BF} - L_{HF})]}$$

$$F_D = \frac{r_{HF}}{[2 \pi \sqrt{3} (L_{BF} - L_{HF})]} \quad (5)$$

Nous avons déjà déterminé la valeur basse fréquence de l'inductance parallèle grâce à la courbe L_S-R_S de l'impédance à vide. Grâce à cette même courbe (figure 2.4), nous obtenons le palier haute fréquence de cette inductance (L'_0) :

$$\text{En haute fréquence : } L'_0 = 7 \text{ mH}$$

d'où, d'après (1) :

$$L'_p = L'_0 \frac{(1+k)}{2} = 6,44 \text{ mH}$$

La variation de L_0 est à la moitié de sa valeur pour une fréquence $F_C = 23 \text{ kHz}$, d'où, d'après (5) :

$$R = 320 \Omega$$

R étant connue, l'expression de la fréquence (F_D) nous permet de déterminer dans quelle zone la pente de L_0 est maximum :

$$F_D = 1270 \text{ Hz}$$

A posteriori, nous vérifions sur la courbe L_S - R_S de l'impédance à vide (figure 2.4) que cette valeur est cohérente.

Remarquons que le second palier de L_O est assez difficile à déterminer avec exactitude. En effet, l'asymptote horizontale vers laquelle semble tendre la valeur de l'inductance est malheureusement masquée par les effets capacitifs. Cette valeur limite pourrait néanmoins être évaluée car elle correspond sans doute à la valeur minimum atteinte par l'inductance lorsque le noyau est entièrement blindé par les courants de Foucault. Nous obtiendrions dans ce cas une valeur sensiblement plus élevée de R .

La valeur basse fréquence de l'inductance série a été évaluée précédemment grâce à la courbe L_S - R_S de l'impédance en court-circuit (figure 2.5). De la même façon, nous déterminons la valeur de cette inductance en haute fréquence :

En haute fréquence : $L'_{cc} = 4,2 \text{ mH}$

d'où, d'après (1)

$$L'_s = \frac{L'_{cc}}{k} = 5 \text{ mH}$$

Nous déterminons alors la valeur de r à partir des équations (5) :

$$r = 115 \Omega$$

La variation de l'inductance série étant relativement faible, il est difficile de repérer sur la courbe la zone de plus forte pente. Par le calcul, nous obtenons :

$$F_d = 13 \text{ kHz}$$

Cette valeur paraît cohérente avec la mesure effectuée (figure 2.5)

4.4 Calcul des constantes électrostatiques

4.4.1. Choix des liaisons primaire-secondaire

Nous avons vu précédemment que la détermination des capacités ne peut être envisagée sans réaliser de liaison extérieure entre primaire et secondaire. Le transformateur passe ainsi d'un système à trois tensions indépendantes à un système à seulement deux tensions indépendantes. Son énergie électrostatique, jusque là exprimée en fonction de 6 constantes indépendantes du câblage extérieur (γ_1 à γ_6), peut dès lors être exprimée en fonction de trois constantes seulement

(C_1 à C_3), dépendantes de la liaison réalisée. Il existe plusieurs façons de réaliser ces liaisons (cf tableau II - chapitre I) et chaque type de liaison conduit à trois équations indépendantes. Ainsi, en théorie, deux séries de mesures réalisées dans deux cas de liaisons différentes suffisent à la détermination des 6 constantes électrostatiques du circuit équivalent. Tous les câblages possibles ne sont cependant pas équivalents, certains peuvent conduire à une détermination plus précise que d'autres. Le respect de certains critères doit permettre de faire un choix entre les différentes liaisons. Tout d'abord, chaque configuration conduit à une répartition différente du champ électrique à l'intérieur du composant et nous devons rechercher parmi ces configurations, celles qui aboutissent à des écarts entre les trois capacités calculées les plus grands possibles: la précision de la détermination n'en sera que meilleur. Par ailleurs, certaines liaisons conduisent à des relations algébriques plus ou moins complexes. En considérant les erreurs de mesures, une constante évaluée suite à de nombreuses sommes et différences de valeurs numériques proches, risque d'être entachée d'erreur. Enfin, expérimentalement, il peut arriver que dans certains cas de liaisons, une partie des fréquences de résonances soit en dehors de la bande passante de l'analyseur d'impédance.

Dans le cas de notre transformateur, une première série de mesures effectuées avec les différentes liaisons possibles, a conduit au choix suivant : nous réalisons une première détermination en reliant B et D, puis une seconde en reliant A et C. Ces liaisons s'avèrent être les plus fiables dans le cas de notre transformateur, mais cela ne doit absolument pas être considéré comme une règle générale. Ce choix doit être réexaminé lors de chaque application nouvelle. Par ailleurs, une certaine redondance au niveau des mesures permet souvent des vérifications fort utiles.

4.4.2 Détermination des constantes

Le premier triplet de valeurs (C_1 , C_2 , C_3) est obtenu grâce aux mesures réalisées sur le transformateur lorsque les bornes B et D sont reliées. Nous rappelons ici (cf annexe I) l'expression des trois premières fréquences de coupure visibles sur les courbes d'impédance à vide et en court-circuit (figure 2.9).

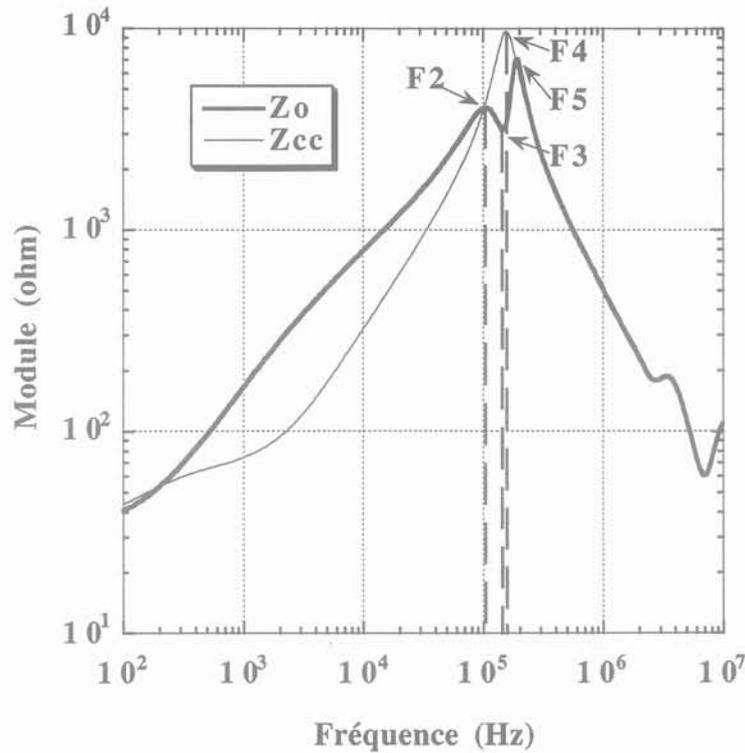


Figure 2.9 : Module de l'impédance mesurée à vide et en court-circuit vue côté A-B. Bornes B et D reliées

Sur la courbe de l'impédance à vide (Z_o) :

$$F_2 = \frac{1}{2 \pi \sqrt{L'_o (C_1 + C_2)}} = 102 \text{ kHz}$$

$$F_3 = \frac{1}{2 \pi \sqrt{L'_{cc} (C_2 + C_3)}} = 146 \text{ kHz}$$

Sur la courbe de l'impédance en court-circuit (Z_{cc}) :

$$F_4 = \frac{1}{2 \pi \sqrt{L'_{cc} (C_1 + C_3)}} = 151 \text{ kHz}$$

Les valeurs d'inductances utilisées dans ces formules (L'_o et L'_{cc}), sont les valeurs réellement mises en jeu aux fréquences considérées, c'est à dire que la diminution des inductances due aux courants induits est effectivement prise en compte.

A partir de ces trois expressions, nous obtenons les valeurs suivantes pour les trois capacités :

$$C_1 = 164,7 \text{ pF} ; C_2 = 183 \text{ pF} ; C_3 = 99,8 \text{ pF}$$

Afin d'obtenir un second triplet de valeurs, nous réitérons mesures et calculs avec une liaison primaire-secondaire différente. Les bornes A et C étant reliées, nous obtenons les valeurs suivantes pour les fréquences de résonances :

$$F_2 = 102 \text{ kHz} ; F_3 : 141 \text{ kHz} ; F_4 = 151 \text{ kHz}$$

Ce qui donne pour les capacités :

$$C_1 = 154,5 \text{ pF} ; C_2 = 193,3 \text{ pF} ; C_3 = 110 \text{ pF}$$

Ces valeurs sont effectivement différentes des précédentes.

Grâce aux deux triplets de valeurs (C_1, C_2, C_3), nous pouvons calculer maintenant les six coefficients C_{ij} de la forme quadratique de l'énergie électrostatique (cf tableau II - chapitre I). Parmi ces coefficients, le coefficient C_{33} est un peu particulier. Il est en effet le seul à être directement accessible à la mesure (cf tableau I - chapitre I) car il n'est jamais masqué par d'autres impédances. La mesure de C_{33} s'effectue donc entre l'enroulement primaire et secondaire, lorsque ceux-ci sont court-circuités et cette valeur constitue toujours une information précise et fiable (figure 2.10). Expérimentalement, nous obtenons :

$$C_{33} = 37,6 \text{ pF}$$

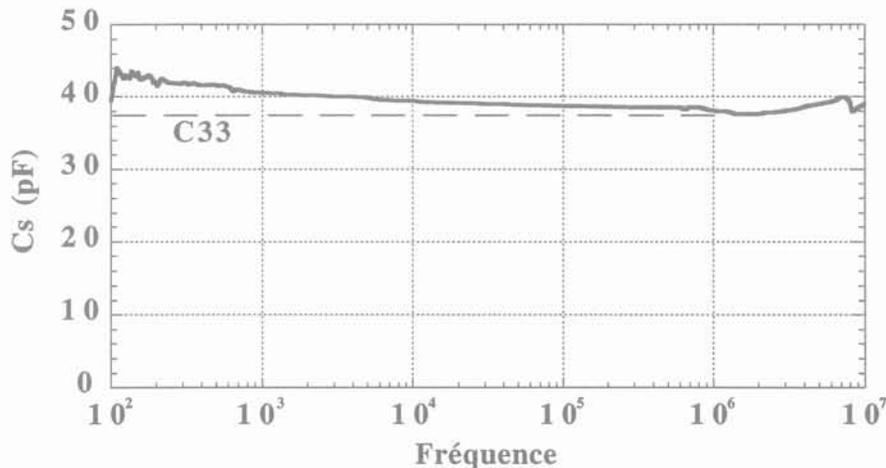


Figure 2.10 : Équivalent C_S - R_S de l'impédance primaire-secondaire, les deux enroulements étant court-circuités (A et B reliés, C et D reliés).

Les relations établies (cf tableau II - chapitre I) pour la liaison B-D nous permettent d'évaluer, grâce au premier triplet de valeurs (C_1, C_2, C_3) :

$$C_{11} = 264,5 \text{ pF}$$

$$C_{22} = 282,8 \text{ pF}$$

$$C_{12} = -99,8 \text{ pF}$$

Le second triplet de valeurs nous fournit, grâce aux relations établies pour la liaison A-C, les deux coefficients restants :

$$C_{13} = -18,8 \text{ pF}$$

$$C_{23} = 8,6 \text{ pF}$$

En identifiant l'expression de l'énergie électrostatique de notre circuit équivalent (figure 2.6) à l'écriture générale de la forme quadratique de l'énergie électrostatique d'un système à trois tensions, nous obtenons les relations liant les γ_i de notre circuit aux C_{ij} de la forme quadratique (cf. chapitre I, relation (15)). Notons que ces relations sont liées à la disposition des capacités au sein de notre circuit équivalent. Si cette disposition change ces relations et les valeurs des γ_i changent.

Les valeurs ainsi obtenues pour les six capacités de notre circuit équivalent sont les suivantes :

$$\begin{array}{ll} \gamma_1 = 245,7 \text{ pF} & ; \quad \gamma_4 = 99,8 \text{ pF} \\ \gamma_2 = 274,2 \text{ pF} & ; \quad \gamma_5 = -91,2 \text{ pF} \\ \gamma_3 = 110,1 \text{ pF} & ; \quad \gamma_6 = -81 \text{ pF} \end{array}$$

Remarquons tout d'abord que parmi ces valeurs, certaines sont négatives. Ceci n'est pas gênant car seules les capacités mesurables sont astreintes à être positives. Par exemple, la capacité d'entrée mesurée lorsque B et D sont reliées et que le secondaire est en court-circuit vaut, d'après notre circuit équivalent :

$$C_{\text{entrée}} = \gamma_1 + \gamma_4 + \gamma_6 = 264,5 \text{ pF}$$

A partir des relations établies dans le premier chapitre (relation (15) et tableau II), cette capacité peut s'exprimer par :

$$C_{\text{entrée}} = C_{11} = C_1 + C_3$$

Il s'agit de la capacité qui intervient à la première résonance de Z_{CC} lorsque B et D sont reliés. Expérimentalement, nous vérifions ce résultat.

La deuxième remarque est faite en observant les valeurs obtenues. Nous pouvons en effet les trier par couples de valeurs proches : γ_1 est du même ordre de grandeur que γ_2 , idem pour γ_3 et

γ_4 , ainsi que pour γ_5 et γ_6 . Nous avons évoqué lors du choix des bornes d'alimentation de notre transformateur le fait que les mesures effectuées côté A-B ou côté C-D sont identiques. Nous avons expliqué cette similitude par le fait que notre transformateur est géométriquement symétrique, ce qui peut entraîner une symétrie magnétique et/ou électrostatique (ces deux symétries ne se faisant d'ailleurs pas forcément selon le même plan). Nous avons donc maintenant confirmation de l'existence de cette symétrie au niveau électrostatique.

4.4.3. Prise en compte des symétries

Il existe plusieurs façons de mettre en évidence les symétries existant entre primaire et secondaire du transformateur. Nous avons vu que la première est d'alimenter tour à tour le composant par son côté primaire puis par son côté secondaire.

Dans ce cas de figure, la tension primaire (V_1) remplace (V_2) et vice-versa. La tension entre enroulements (V_3) devient ($-V_3$). Si les enroulements sont identiques, cette permutation ne doit pas modifier le comportement électrostatique du composant. En identifiant l'expression générale de l'énergie électrostatique avec celle obtenue dans le cas de cette permutation, cette symétrie se traduit analytiquement par les deux relations suivantes :

$$\begin{aligned} C_{22} &= C_{11} \\ C_{23} &= -C_{13} \end{aligned} \tag{6}$$

En combinant ces égalités avec les expressions qui lient les coefficients de la forme quadratique C_{ij} aux capacités du circuit équivalent γ_i (cf. chapitre I, relation (15)), nous obtenons les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \gamma_2 \\ \gamma_5 &= \gamma_6 \end{aligned} \tag{7}$$

Nous constatons que dans le cas de notre transformateur, ces égalités sont pratiquement vérifiées.

Un autre type de symétrie peut être mis en évidence en permutant cette fois les deux bornes du primaire et les deux du secondaire. Cela revient à remplacer, dans l'expression générale de l'énergie électrostatique, (V_1) par ($-V_1$) et (V_2) par ($-V_2$). La tension (V_3) devient dans ces conditions ($V_3 + V_2 - V_1$), comme le montre la figure 2.11.

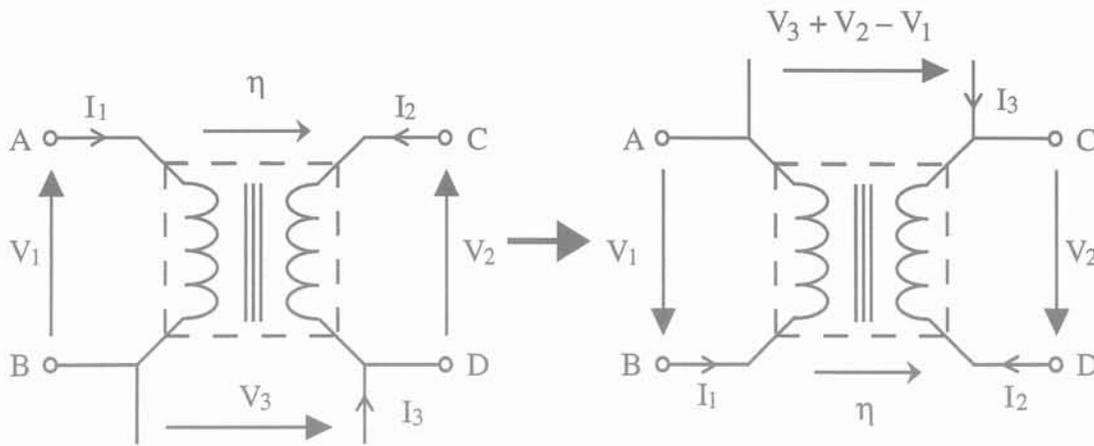


Figure 2.11 : Permutation des bornes du primaire et du secondaire

En pratiquant comme précédemment, nous obtenons les relations suivantes :

$$\begin{aligned} C_{13} &= -\frac{1}{2} C_{33} \\ C_{23} &= -C_{13} \end{aligned} \quad (8)$$

Ce qui se traduit, dans le cas de notre circuit équivalent, par :

$$\begin{aligned} \gamma_3 &= \gamma_4 \\ \gamma_5 &= \gamma_6 \end{aligned} \quad (9)$$

Dans les deux cas de symétrie que nous venons de traiter, l'énergie électrostatique ne dépend plus que de quatre coefficients. La détermination expérimentale s'en trouve simplifiée et aboutit, dans le cas de certaines liaisons primaire - secondaire, à des valeurs du triplet (C_1, C_2, C_3) identiques. Cela peut avoir des conséquences sur la précision des constantes électrostatiques. Nous avons dit à plusieurs reprises que cette précision est d'autant plus grande que l'écart observé expérimentalement entre fréquences de résonance de même rang est grand, dans le cas des différentes liaisons réalisées entre primaire et secondaire. Lorsque des symétries existent, nous venons de voir que ces écarts sont au contraire très faibles, puisque nous aboutissons à des valeurs de C_1, C_2 et C_3 identiques. Cela risque donc d'affecter la précision obtenue sur les constantes, lors de leur détermination. Cette dernière remarque trouve une illustration à travers l'exemple de notre transformateur : il y a similitude parfaite entre les relevés effectués côté primaire ou côté secondaire, tandis que les valeurs des capacités prises deux à deux (qui devraient dans ce cas être semblables) diffèrent de quelques %.

5 - COMPARAISON MODÈLE - EXPÉRIENCE

L'évaluation expérimentale des constantes étant effectuée au prix de quelques approximations, il est important de tester la précision du résultat. Nous comparons pour cela les courbes issues de la mesure avec celles issues de la simulation du circuit équivalent, dans différents cas de liaisons. Les représentations choisies pour les courbes simulées sont les mêmes que celles exploitées sur l'analyseur d'impédance, à savoir : courbes module - argument et courbes Ls-Rs.

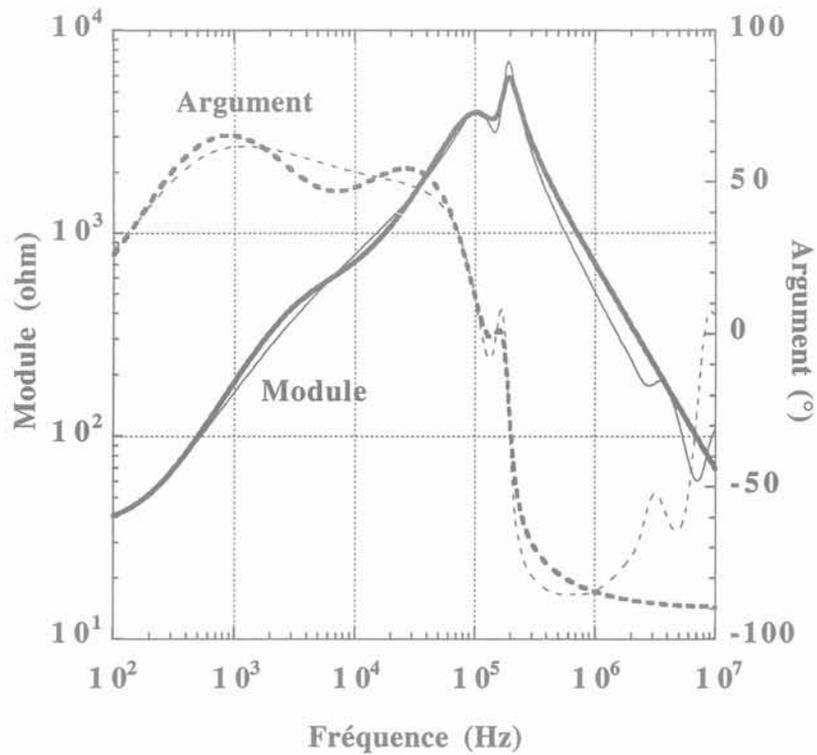


Figure 2.12 : Module et argument de l'impédance à vide (Z_0). Bornes B et D reliées
(trait fin : mesure ; trait gras : simulation)

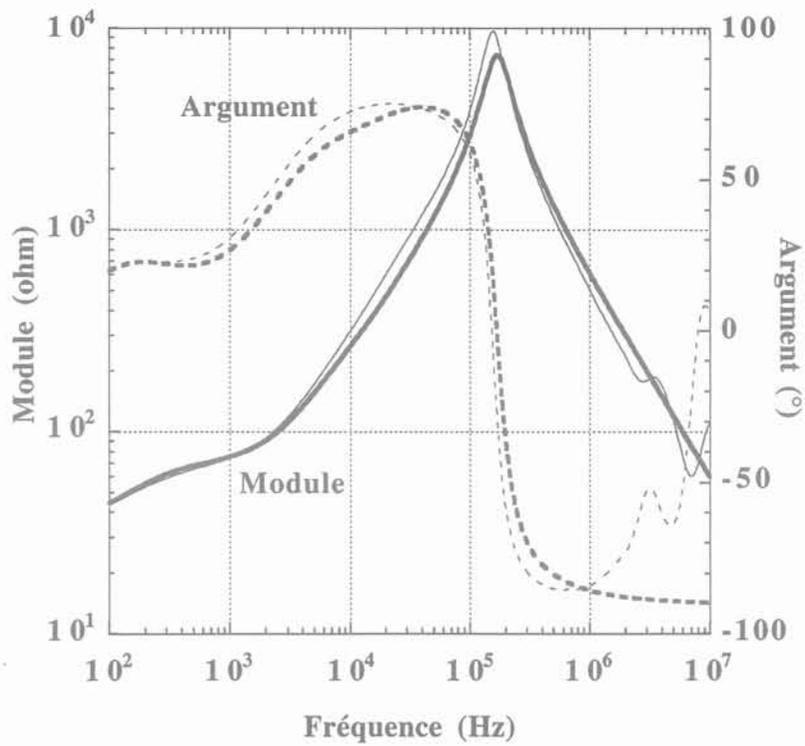


Figure 2.13 : Module et argument de l'impédance en court-circuit (Z_{CC}). Bornes B et D reliées
(trait fin : mesure ; trait gras : simulation)

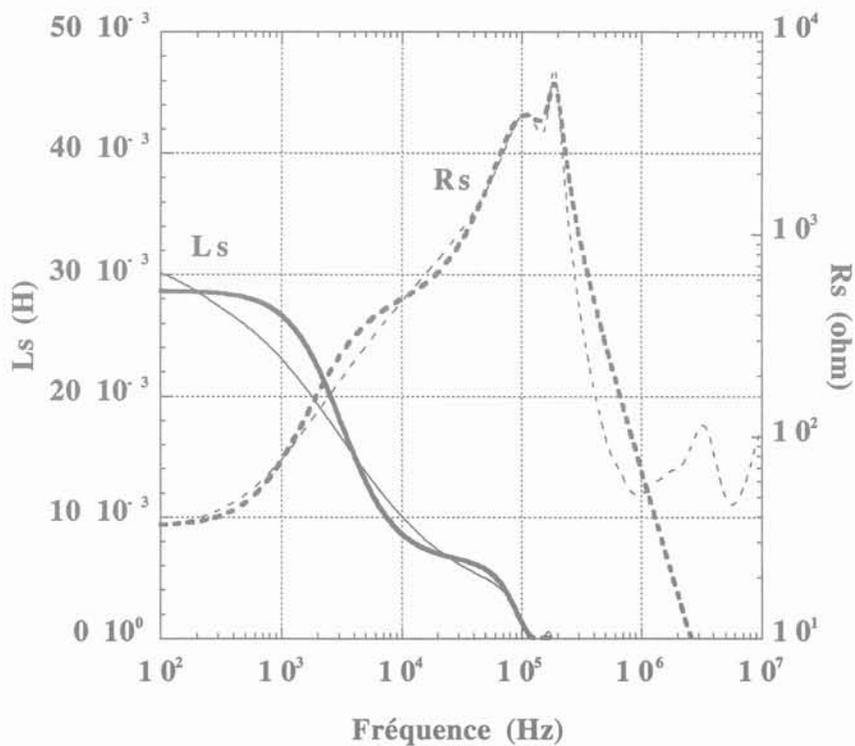


Figure 2.14 : Équivalent L_S - R_S de l'impédance à vide (Z_0). Bornes B et D reliées
(Trait fin : mesure ; trait gras : simulation)

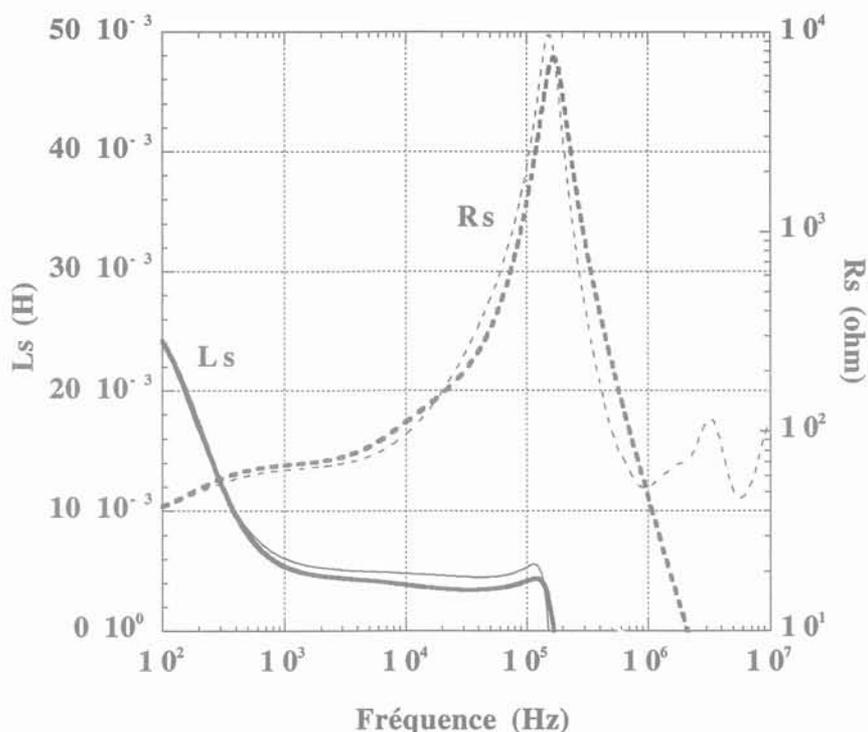


Figure 2.15: Équivalent L_S - R_S de l'impédance en court-circuit (Z_{CC}). Bornes B et D reliées
(Trait fin : mesure ; trait gras : simulation)

Les courbes présentées ci-dessus ont été obtenues avec les bornes B et D du transformateur reliées. D'autres essais, avec d'autres types de liaisons, ont également été réalisés. Ils ont confirmés quel que soit le cas, le bon comportement du modèle, jusqu'à une fréquence d'environ 1 MHz, c'est à dire une décade au dessus de la fréquence nominale d'utilisation de ce transformateur. Il serait envisageable, pour rapprocher encore mesure et simulation, de scinder certaines constantes de notre circuit en deux ou plusieurs parties. Mais nous avons vu précédemment que la détermination expérimentale de certaines constantes est déjà délicate (L'_O , L'_{CC} , ...). De plus, ce travail, comme celui qui consiste à faire légèrement varier la valeur des constantes déterminées expérimentalement dans le but de mieux "coller" aux mesures, est toujours délicat car à l'amélioration obtenue sur une courbe peut correspondre une dégradation sur une autre courbe. Ce travail n'est envisageable qu'avec un logiciel adéquat procédant par itérations successives. Et il faut encore chiffrer l'écart admissible entre les deux familles de courbes par une grandeur significative...

6 - CONCLUSION

La démarche expérimentale que nous venons de présenter montre que, même dans le cas d'un transformateur présentant un faible couplage et un rendement médiocre, notre circuit équivalent est fiable et permet une bonne représentation des phénomènes physiques observés. Cette caractérisation expérimentale a été utilisée pour de nombreux transformateurs et prototypes, allant du transformateur de 1 kW fonctionnant sous 2 kV au secondaire, à la tête de lecture/écriture, utilisée pour les disques magnétiques [Tabaga 95]. Dans tous les cas, notre méthode a pu être appliquée, sans modifications majeures. Les limitations rencontrées tiennent souvent au fait que, dans certains cas, les mesures sont rendues difficiles en raison des faibles valeurs de constantes mises en jeu, comme cela se produit pour les capacités parasites des transformateurs de très petites dimensions et faible nombre de spires. Ainsi, jusqu'à présent, les problèmes rencontrés sont plus liés à la précision et à la sensibilité de l'appareil de mesure, qu'à la structure de notre circuit équivalent. Concrètement, l'utilisation de notre démarche permet d'effectuer des comparaisons très fines entre différents prototypes. Nous avons ainsi quantifié et localisé les différences observées au niveau des pertes dans un composant bobiné, en fonction de l'emploi de différents matériaux magnétiques. D'un point de vue électrostatique, le circuit équivalent s'avère aussi un outil performant. Il permet en effet l'étude et la comparaison de différents types de bobinages. Cela se traduit par une variation très nette des capacités parasites. Il est alors possible d'effectuer en toute connaissance de cause, le meilleur choix. La dernière utilisation qui peut être faite de notre circuit et de la démarche expérimentale associée, concerne le diagnostic de défaut non destructif. En utilisant la même méthode de détermination pour tous les composants bobinés testés, il est possible d'affecter à chaque constante mesurée une plage de variation. Il est alors possible d'écarter à partir de ce test et sans les démonter, tous les composants qui présentent des écarts trop importants, que ce soit d'un point de vue électrostatique, magnétique, ou que cela concerne le niveau globale des pertes.

CHAPITRE III :

**SIMULATION D'UN CIRCUIT ÉLECTRONIQUE
INCLUANT DES COMPOSANTS BOBINES**

**CHAPITRE III : SIMULATION D'UN CIRCUIT ÉLECTRONIQUE
INCLUANT DES COMPOSANTS BOBINES**

1 - INTRODUCTION

2 - CHOIX DU LOGICIEL DE SIMULATION

3 - SIMULATION DU TRANSFORMATEUR SEUL

3-1 Circuit équivalent complet: rappel

3-2 Coupleur parfait

3-3 Adaptation du circuit équivalent

3-4 Résultats de simulation

**4 - SIMULATION DU TRANSFORMATEUR EN SITUATION:
CAS DU TRANSFERT BIDIRECTIONNEL ISOLE**

4-1 Présentation du circuit

4-2 Étude du transfert de puissance

4-3 Étude de la fonction de transfert du montage

5 - EXPLOITATION DES RÉSULTATS

5-1 Comparaisons modèle-expérience

5-2 Étude harmonique

6 - CONCLUSION

1 - INTRODUCTION

Nous disposons à présent d'un outil, le circuit équivalent, et d'une méthode expérimentale qui permet de déterminer pratiquement la valeur des constantes de ce circuit. Pour démontrer l'utilité de notre circuit, il est nécessaire maintenant que nous l'exploitions pour simuler le fonctionnement d'un circuit électronique complet.

Dans un premier temps, nous nous attacherons à retrouver les courbes mesurées sur le composant utilisé seul [Blache 94-2]. Nous verrons à cette occasion quelles sont les modifications à apporter à notre circuit équivalent pour permettre son utilisation directe au sein d'un logiciel de simulation.

Cette validation effectuée, nous pourrions alors montrer que la simulation donne aussi de bons résultats lorsqu'il s'agit d'utiliser plusieurs composants bobinés différents au sein d'une électronique complexe. Grâce à la simulation, nous verrons qu'il est aisé de présenter les résultats sous forme d'une analyse temporelle ou spectrale. Ces deux modes de présentation sont en effet très pratiques lors de l'étude d'un circuit électronique. Utilisés conjointement, ils permettent d'affiner la simulation, en faisant ainsi un outil de prévision très performant.

L'usage de notre circuit équivalent tel quel garantit un résultat très proche des mesures. Il est cependant envisageable, en fonction du composant bobiné utilisé et de son environnement, de simplifier le circuit équivalent initial [Blache 95]. Nous verrons, sur un exemple concret, dans quels cas cela peut être envisagé, sans détériorer la précision des résultats.

2 - CHOIX DU LOGICIEL DE SIMULATION

Il existe aujourd'hui sur le marché, différents logiciels permettant la simulation de circuits électroniques. Nous avons choisi, dans le cas de notre application, de travailler avec PSPICE [PSPICE 94]. Ce logiciel n'est pas le seul qui puisse répondre à nos besoins, mais trois raisons simples ont prévalu lors de ce choix. Tout d'abord, nous disposions déjà de ce logiciel au laboratoire et notre partenaire industriel en disposait aussi. Ensuite, ce logiciel accepte des valeurs négatives pour les composants passifs, ce qui n'est pas le cas de tous les logiciels de simulation. Nous avons vu précédemment que nous pouvons être amenés à introduire des capacités négatives dans notre circuit équivalent pour tenir compte des couplages électrostatiques. Enfin, le noyau de PSPICE étant devenu un standard dans le domaine des logiciels de simulation, de nombreux fournisseurs de composants électroniques proposent à leurs clients des bibliothèques de composants directement utilisables dans ce logiciel. Ce dernier point est important lorsqu'on désire faire l'étude d'un circuit électronique complet, où

composants actifs et passifs se côtoient. Signalons cependant qu'il est prudent de vérifier que les paramètres qui décrivent le composant en bibliothèque, correspondent bien aux caractéristiques du composant en situation. Mais cette dernière vérification n'est pas toujours possible, les paramètres en question n'étant pas toujours mesurables sur le composant utilisé, sans envisager sa détérioration...

Enfin, les possibilités offertes par ce type de logiciel en matière de présentation des résultats sont étendues. Nous verrons en effet qu'il est aisé de présenter les résultats de simulation avec le même format que celui utilisé pour les mesures sur l'analyseur d'impédance.

3 - SIMULATION DU TRANSFORMATEUR SEUL

Nous allons nous intéresser dans un premier temps à la simulation du transformateur seul. Nous effectuerons ainsi une validation de la caractérisation expérimentale effectuée au chapitre précédent, en comparant les courbes d'impédance issues de la mesure avec celles issues de la simulation.

3.1. Circuit équivalent complet : rappel

De prime abord, un transformateur à deux enroulements peut être représenté par deux inductances couplées (figure 3.1).

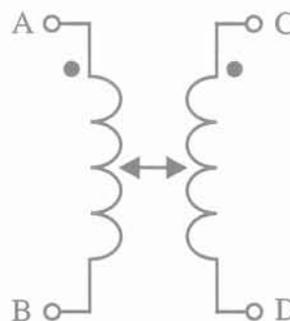


Figure 3.1 : Circuit équivalent élémentaire du transformateur à deux enroulements

Cette représentation s'avère souvent insuffisante en phase de simulation électronique. Généralement, il est nécessaire de tenir compte, au minimum, des pertes séries (r_1 et r_2) (figure 3.2).

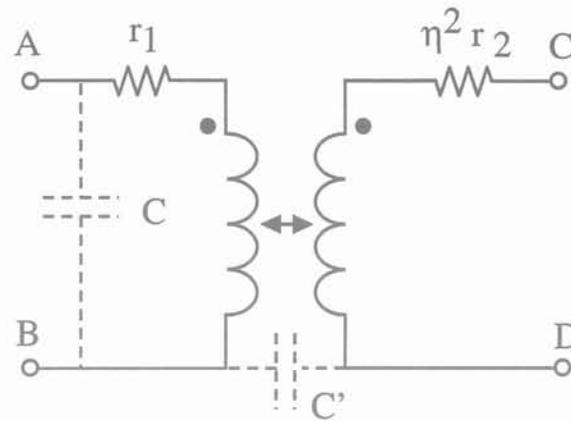


Figure 3.2 : Circuit équivalent utilisé communément pour simuler le transformateur à deux enroulements. Prise en compte des pertes séries

Les données fournies par certains fabricants de transformateurs permettent de compléter le circuit (figure 3.2) par une ou deux capacités parasites (C et C'), lorsque les effets de celles-ci ne peuvent plus être négligés. La capacité d'entrée notée C par exemple, permet de retrouver, de façon très approximative, la première fréquence de résonance du composant, observable côté primaire lorsque le secondaire est à vide.

En comparant les courbes obtenues grâce à ces circuits (figure 3.3) aux relevés expérimentaux, nous observons des différences importantes, avant même la première fréquence de résonance.

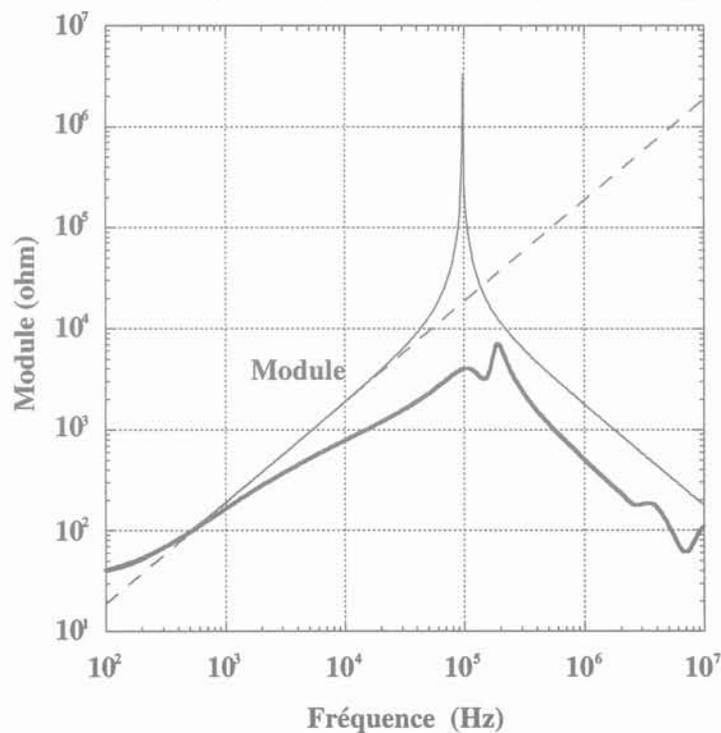


Figure 3.3 : Module de l'impédance à vide Z_0 : Mesuré (trait gras) et simulé avec deux inductances couplées (trait pointillé) ou avec le circuit équivalent habituellement utilisé par les ingénieurs (trait continu fin)

Nous sommes donc amenés à introduire le circuit équivalent développé dans les précédents chapitres, circuit qui permet une prise en compte plus précise du comportement magnétique, électrostatique et des pertes du composant bobiné.

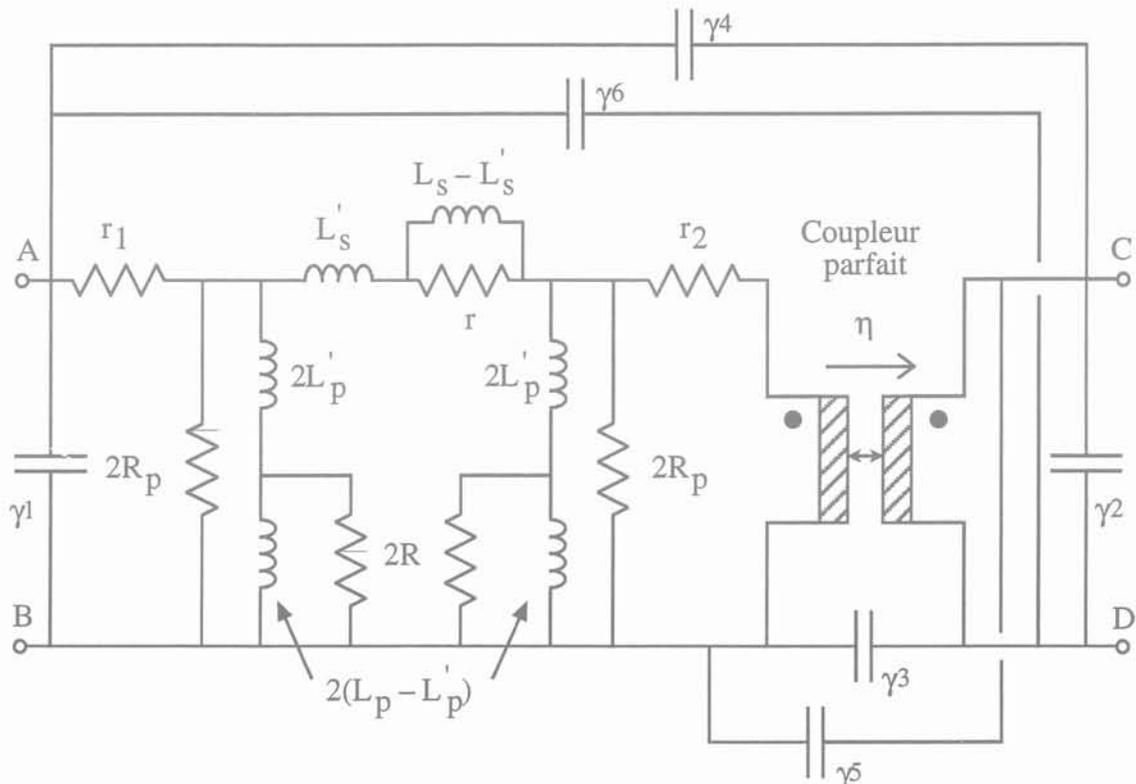


Figure 3.4 : Circuit équivalent complet du transformateur à deux enroulements

Nous avons déjà exposé comment s'effectue la détermination expérimentale des constantes de ce circuit. Son introduction tel quel dans un logiciel de simulation pose cependant problème, pour différentes raisons : absence de liaison entre primaire et secondaire, présence d'un "coupleur parfait", etc... Nous allons voir dans la suite quelles sont les solutions mises en œuvre pour résoudre ces différents problèmes.

3.2. Coupleur parfait

Le coupleur parfait utilisé dans notre circuit équivalent n'a pas d'équivalent dans les logiciels de simulation. Cela s'explique par le fait qu'il s'agit là d'un "composant idéal", issu de la théorie, qui n'a pas d'existence physique autonome. Il est cependant possible de palier à ce manque. Lorsque le coupleur en question se trouve en parallèle avec une inductance, nous faisons appel à un procédé qui est proposé en standard dans les logiciels de simulation : les inductances couplées. La figure 3.5 montre comment s'effectue la substitution.

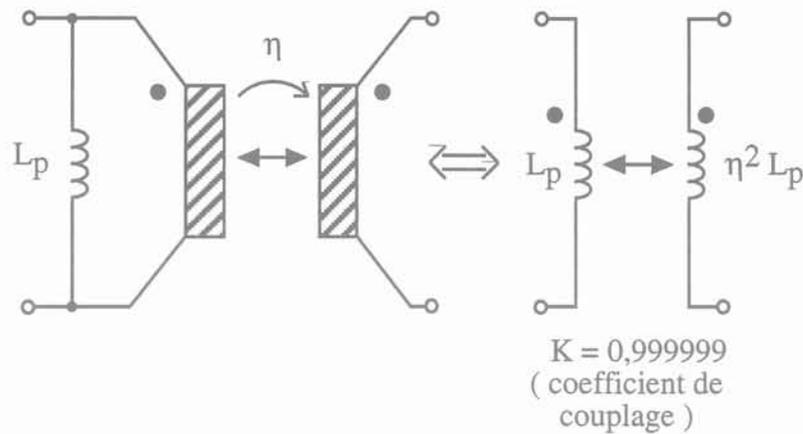


Figure 3.5 : Représentation équivalente du coupleur parfait au sein du logiciel de simulation

Ces deux représentations sont totalement équivalentes (cf annexe III) si le coefficient de couplage k , qui caractérise les inductances couplées, est pris le plus proche de 1 possible (la valeur 1 étant interdite par le logiciel). En pratique, nous prenons $k = 0,999999$.

3.3. Adaptation du circuit équivalent

Pour pouvoir être utilisé au sein d'un logiciel de simulation, notre circuit équivalent doit subir quelques modifications. Nous venons de voir qu'il existe une représentation équivalente du coupleur parfait, à la condition que ce coupleur se trouve en parallèle dans le circuit avec une inductance. Pour que cette condition soit vérifiée au sein de notre circuit équivalent, deux modifications sont nécessaires : il faut tout d'abord faire passer la résistance série r_2 au secondaire du transformateur et ensuite, intervertir la résistance de pertes parallèle $2R_p$ avec l'inductance parallèle $2L_p$. Dans le cas de notre circuit, cette inductance est scindée en deux parties, pour tenir compte des pertes par courants de Foucault dans le noyau. Nous sommes donc amenés à utiliser non pas un, mais deux coupleurs, comme cela est montré sur la figure 3.6.

L'équivalence de ces deux représentations est démontrée en annexe III. Il suffit maintenant de substituer à ces deux coupleurs parfaits, deux paires d'inductances couplées, comme cela a été précédemment proposé (figure 3.5).

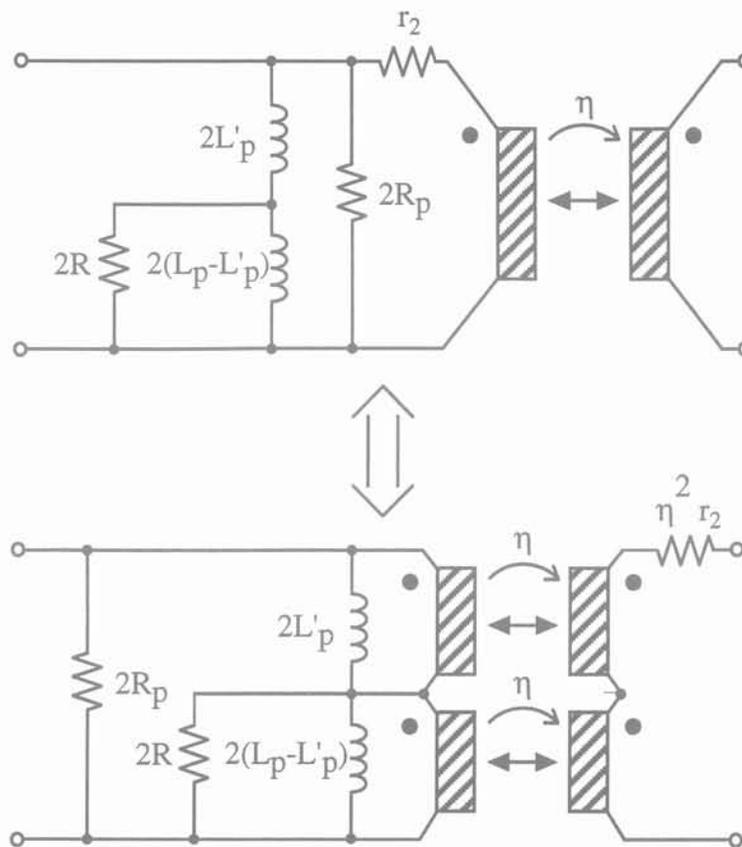


Figure 3.6 : Adaptation du circuit équivalent initial en vue de la simulation

Une autre contrainte imposée par l'emploi du logiciel de simulation, concerne la présence de boucles purement inductives dans le circuit. Le logiciel ne sait pas résoudre le système d'équations généré dans ce cas. Pour notre circuit, cela se traduit par l'ajout d'une résistance d' $1 \mu\Omega$ en série avec l'inductance de fuite (l_s): la présence d'une telle boucle, formée par les inductances l_s et $2L_p$ disposées en π , est ainsi évitée. La valeur de cette résistance, la plus faible possible, est celle conseillée par le fournisseur du logiciel, afin de ne pas perturber la simulation.

Enfin, dernière contrainte, aucune partie du circuit ne doit être laissée "flottante" par rapport à une autre. La détection de ce défaut est assurée par un test, effectué en continu par le logiciel sur l'ensemble du circuit à simuler. Or, ce "défaut" existe dans notre circuit, lorsqu'aucune liaison n'est réalisée entre primaire et secondaire du transformateur. Pour être en conformité avec cette dernière contrainte, sans pour autant modifier le comportement de notre circuit équivalent, nous avons ajouté, entre primaire et secondaire, une résistance de $1 M\Omega$. En basse fréquence, cette impédance perturbe très peu les courants inter-enroulements, et en haute fréquence, elle est court-circuitée par les capacités parasites et son influence est négligeable.

Une fois effectuées toutes ces modifications, nous parvenons au circuit équivalent complet de la figure 3.7, entièrement compatible avec l'outil de simulation.

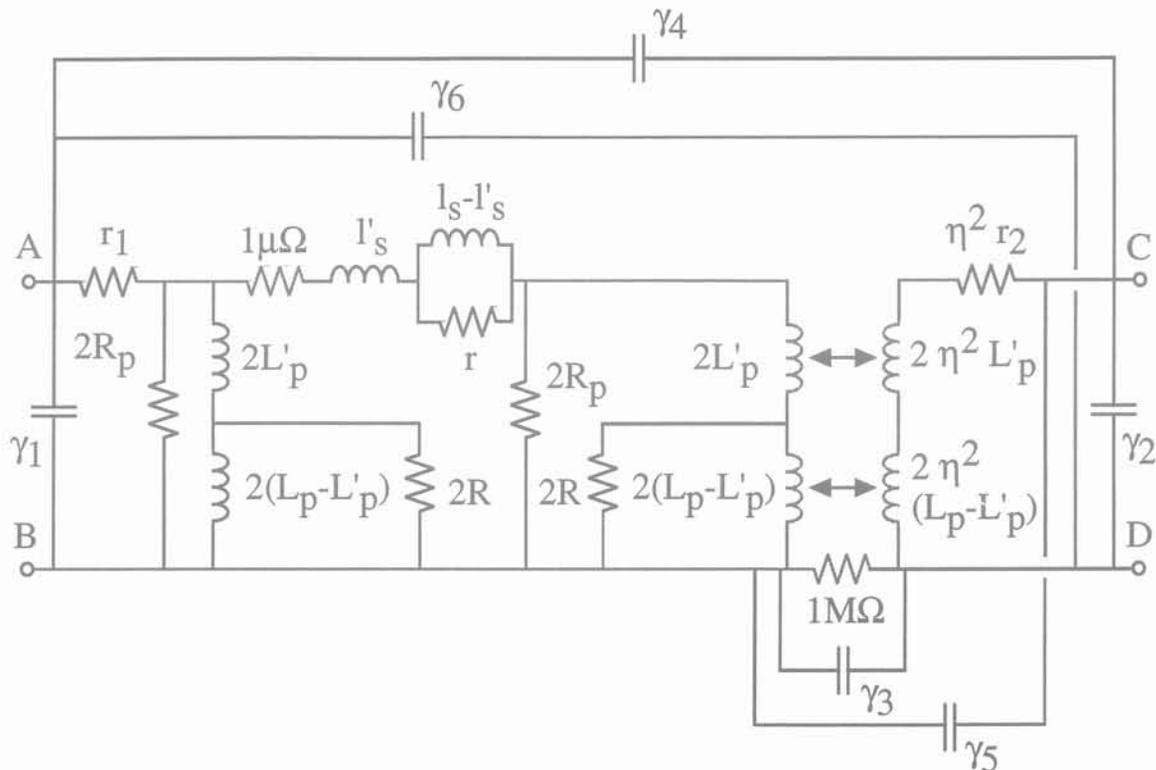


Figure 3.7 : Circuit équivalent complet du transformateur à deux enroulements, compatible PSPICE

Nous avons vu que certaines capacités de ce circuit peuvent être négatives et que PSPICE permet de les prendre en compte. Pour utiliser un autre logiciel, il existe d'autres façons de disposer les capacités du circuit [Keradec 94-1] de manière à rendre toutes celles-ci positives. Ces représentations nécessitent l'emploi de plusieurs "coupleurs parfaits" supplémentaires, utilisés cette fois pour représenter un "couplage électrostatique" et non plus seulement un "couplage magnétique". Mais nous nous trouvons là face à un autre problème : nous avons vu que l'introduction d'un coupleur n'est possible que s'il se trouve en parallèle sur une inductance. Or, ceci n'est pas automatique lorsque le coupleur est introduit pour traduire le couplage électrostatique...

3.4. Résultats de simulation

Nous disposons maintenant d'un circuit équivalent qui peut être introduit directement dans le logiciel de simulation. Nous allons vérifier en premier lieu que ce circuit nous permet bien de retrouver les impédances mesurées sur le transformateur utilisé seul. Suite à la caractérisation

expérimentale effectuée au précédent chapitre sur un transformateur d'isolement, nous disposons des données nécessaires à cette simulation. La figure 3.8 nous montre les résultats obtenus grâce à notre modèle, superposés aux relevés de mesure. Ces courbes sont obtenues en plaçant au primaire de notre circuit équivalent, une source de tension constante dont la fréquence varie et au secondaire, une charge purement résistive. La valeur de cette charge est nulle ($1 \mu\Omega$) ou au contraire, très grande ($1 M\Omega$), pour simuler tour à tour l'essai en court-circuit et à vide. Il suffit alors d'effectuer le rapport de la tension d'alimentation sur le courant injecté, dans la plage de fréquence considérée, pour obtenir directement la courbe d'impédance, à vide ou en court-circuit, de tout le circuit.

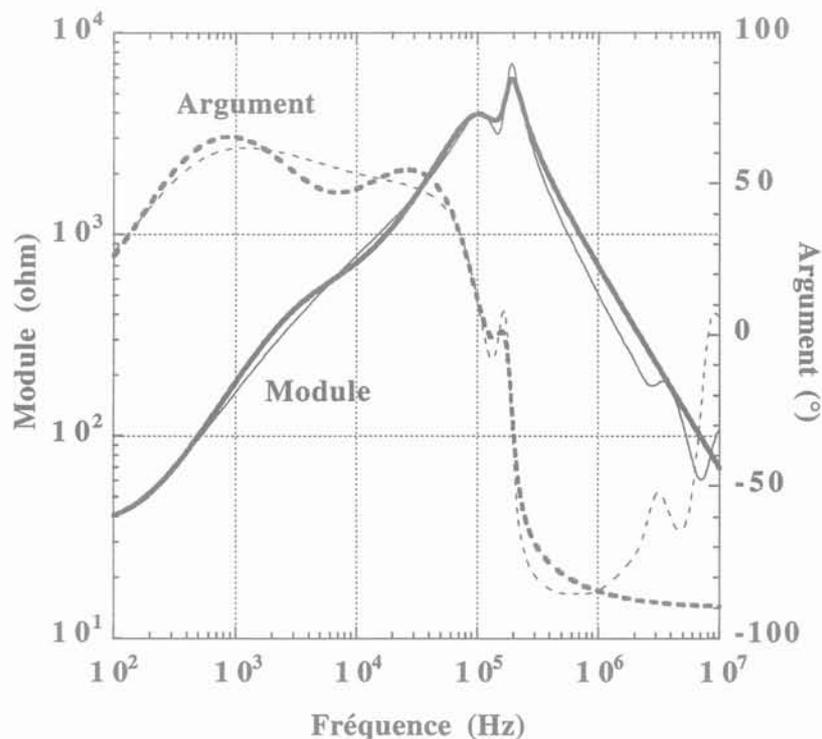


Figure 3.8 : Module et argument de l'impédance à vide Z_0 d'un transformateur d'isolement : simulation (gras) et mesure (fin)

Bien que le transformateur utilisé ici présente, par construction, un mauvais rendement et un faible couplage, nous voyons que le résultat obtenu est assez proche des mesures et ce, jusqu'à des fréquences situées au-delà de la première fréquence de résonance du composant. Ce résultat pourrait toutefois être encore amélioré, en augmentant le nombre de constantes du circuit.

Dans le cas de transformateurs plus classiques, possédant un bon rendement et un fort couplage, relevés de mesure et courbes de simulation sont généralement confondus, comme nous pouvons le vérifier sur les figures 3.9 et 3.10. Il s'agit dans ce cas d'un transformateur à noyau ferrite, fonctionnant à 20 kHz et utilisé dans une alimentation à découpage [Ferrieux 87].

Pour ce transformateur, la simulation donne un résultat très proche de la mesure et ce, jusqu'à une fréquence de 5 MHz.

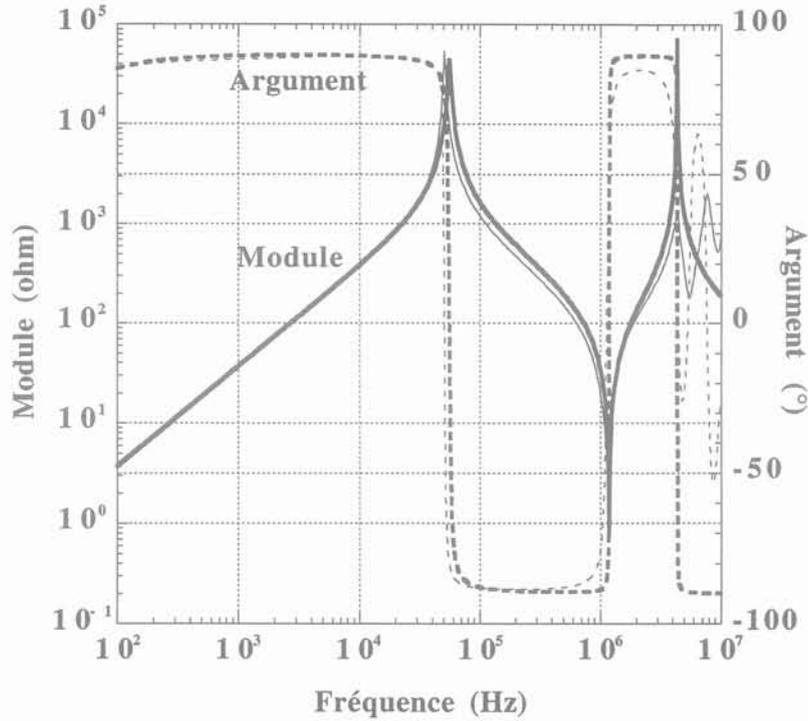


Figure 3.9 : Module et argument de l'impédance à vide Z_O d'un transformateur à noyau ferrite : mesure (trait fin) et simulation (trait gras)

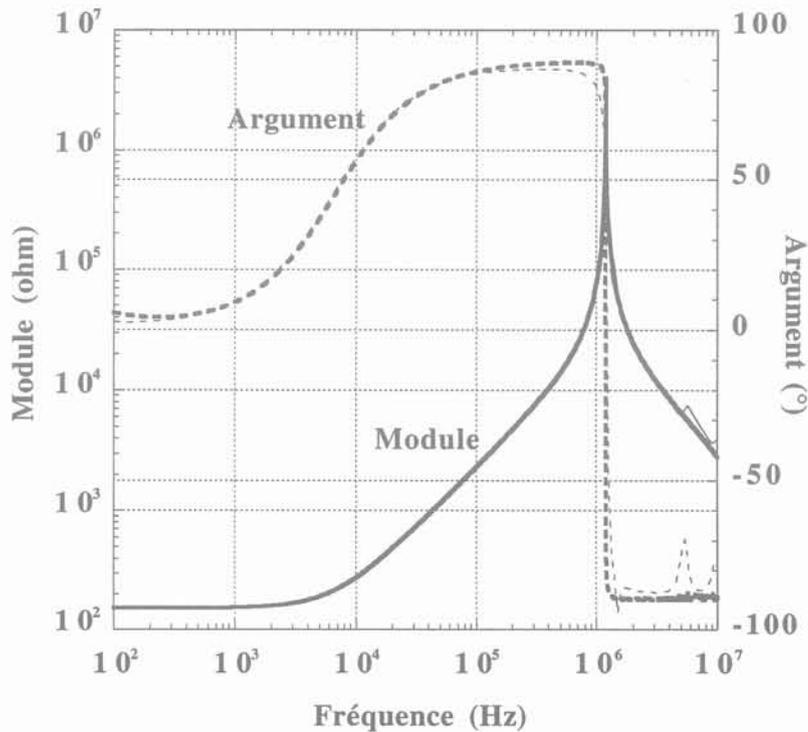


Figure 3.10 : Module et argument de l'impédance en court-circuit Z_{CC} d'un transformateur à noyau ferrite : mesure (trait fin) et simulation (trait gras)

Notons enfin que, grâce à la simulation, il est aisé de retrouver les différentes impédances relevées sur le transformateur, avec différentes liaisons primaire-secondaire. Nous pouvons ainsi vérifier que le décalage des fréquences de résonance observé en pratique, est bien pris en compte par le circuit équivalent (figure 3.11).

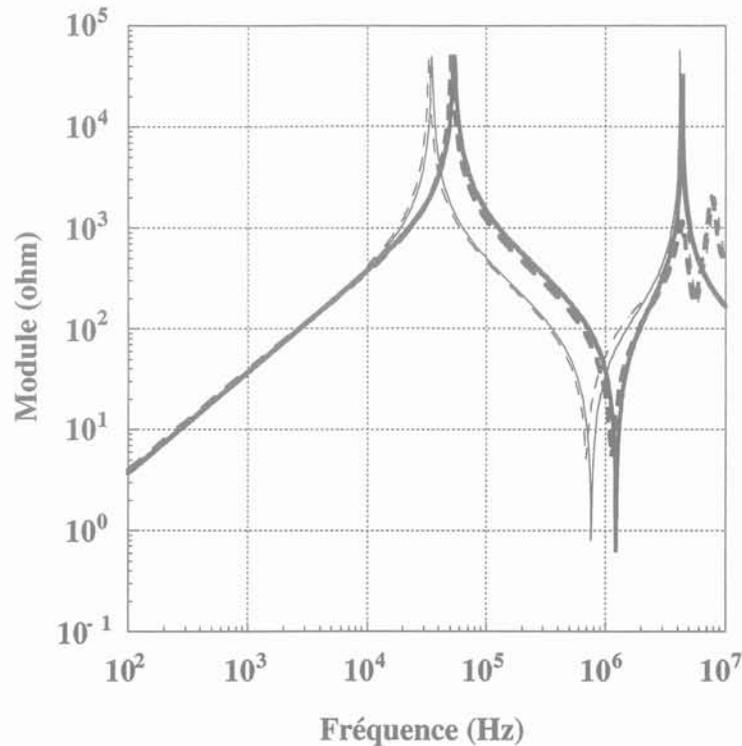


Figure 3.11 : Module de l'impédance à vide Z_0 . Mesure (trait pointillé) et simulation (trait continu) effectuées sans liaisons entre primaire et secondaire (trait gras) ou avec une liaison (trait fin)

4 - SIMULATION DU TRANSFORMATEUR EN SITUATION : **CAS DU TRANSFERT BIDIRECTIONNEL ISOLE**

Nous venons de montrer que la simulation effectuée à partir de notre circuit équivalent donne un résultat relativement proche des mesures : le comportement du transformateur à deux enroulements est bien représenté et ce, jusqu'à des fréquences bien supérieures aux fréquences nominales d'utilisation.

Pour valider complètement notre circuit équivalent, nous nous proposons maintenant de l'utiliser au sein d'une électronique plus complexe. Ceci va nous permettre de mettre en évidence deux points importants. Nous allons tout d'abord vérifier que grâce à notre circuit, il est possible de retrouver en simulation et de manière très précise, l'ensemble des signaux qui peuvent être relevés sur une électronique comportant des composants actifs et passifs, dont

plusieurs composants bobinés. Nous allons ensuite pouvoir montrer que, selon le cas, il n'est pas nécessaire d'utiliser notre circuit dans son intégralité : il peut être simplifié en fonction des caractéristiques des composants utilisés ou de leur emplacement dans le montage, sans dégrader la précision des résultats.

4.1. Présentation du circuit

Le circuit électronique que nous nous proposons d'étudier est un produit développé par notre partenaire industriel. Il présente l'intérêt de faire appel à quatre composants bobinés différents : un transformateur d'isolement, un transformateur élévateur et deux bobines simples. Ce circuit (figure 3.12) a la particularité de travailler de façon bidirectionnelle et d'impliquer des fréquences très variées. Il a deux fonctions principales.

Tout d'abord, il permet d'alimenter en tension continue une charge, symbolisée ici par une résistance (R). La puissance nécessaire à cette alimentation provient de la source de tension à 3 kHz, située à gauche du circuit complet (figure 3.12).

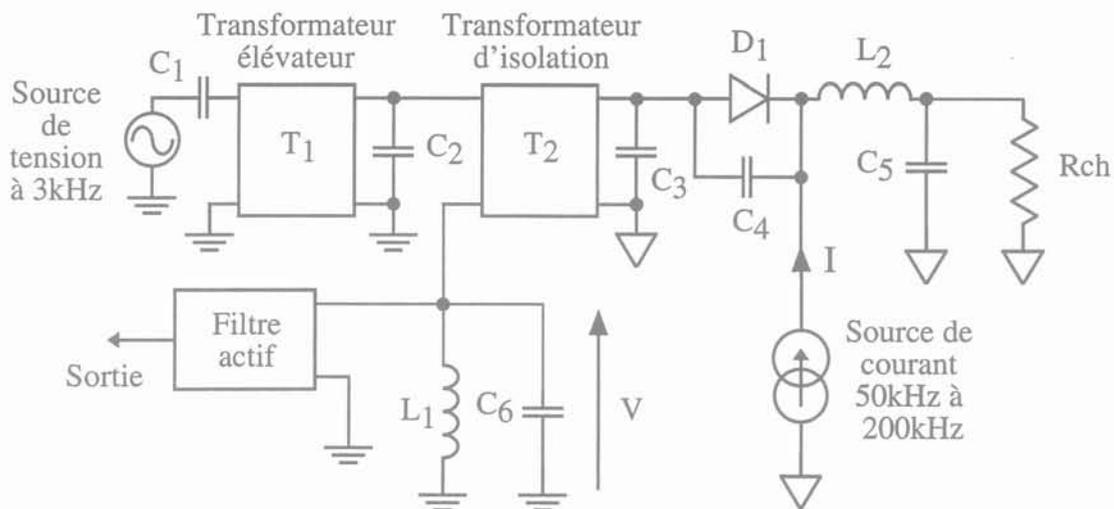


Figure 3.12 : Circuit électronique utilisé pour le transfert bidirectionnel

Ensuite, et dans une direction opposée à la précédente, ce circuit permet la transmission d'un signal qui provient d'une source de courant. La fréquence de cette source varie entre 50 kHz et 200 kHz. Le signal est récupéré, via le transformateur d'isolement, aux bornes de l'inductance L_1 . Pour simplifier la mesure et la simulation, le filtre actif a été physiquement remplacé par un circuit équivalent constitué de six composants passifs, qui présentent exactement la même impédance d'entrée que le filtre d'origine.

Le transformateur élévateur (T_1), fonctionnant à une fréquence de 3 kHz, est un transformateur à noyau ferrite très courant. Le transformateur d'isolation (T_2) est celui qui a fait l'objet de la précédente caractérisation.

Dans un premier temps, l'objectif que nous nous sommes fixé, est de retrouver par la simulation et de façon aussi précise que possible, la forme de la tension observée aux bornes de l'inductance L_1 . Cette tension, notée V sur le circuit de la figure 3.12, présente un intérêt particulier car elle est constituée de deux composantes (figure 3.13). La première de ces composantes provient de la source de tension à 3 kHz. Elle est distordue en raison de la présence de la diode de redressement D_1 . La seconde composante est générée par la source de courant, elle est comprise entre 50 kHz et 200 kHz. Cette dernière composante, plus faible en amplitude et relativement monochromatique, constitue en fait la partie "utile" du signal.

Nous allons donc dans la suite nous intéresser plus particulièrement à la fonction de transfert liant cette tension V au courant injecté I . Notre démarche sera d'étudier tout d'abord le signal V lorsque le courant injecté I est nul. Nous appellerons cela l'étude du transfert de puissance. Puis nous nous intéresserons à la fonction de transfert V/I , entre 1 kHz et 1 MHz lorsque la source de tension à 3 kHz est nulle.

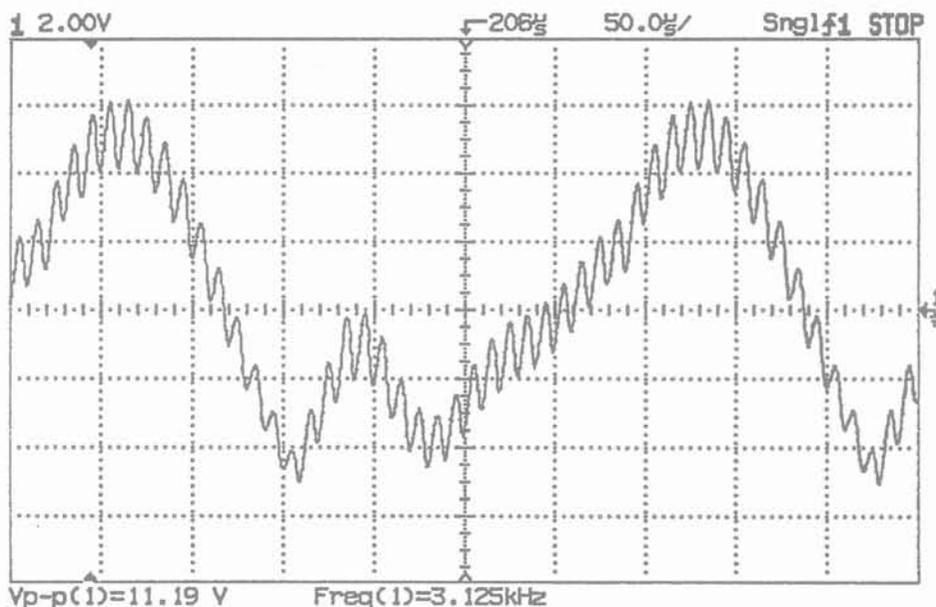


Figure 3.13 : Tension V mesurée avec les deux sources connectées

(Fréquence de la source de tension : 3 kHz ;

Fréquence de la source de courant : 100 kHz)

4.2. Étude du transfert de puissance

Dans cette partie de notre étude, il s'agit de retrouver la forme de la tension V lorsque la source de courant I est nulle. Nous ne nous intéressons donc qu'au signal à 3 kHz, qui correspond à la partie puissance de l'onde observée (figure 3.13). A cette fréquence de travail, il est peut probable que les capacités parasites du circuit équivalent du transformateur jouent un grand rôle. Nous allons donc les négliger dans un premier temps. Pour bien mettre en évidence l'apport que constitue l'utilisation de notre circuit équivalent, nous allons tout d'abord considérer les inductances et les transformateurs du montage proposé comme étant parfaits : les inductances sont simulées par des inductances pures et les transformateurs sont idéaux, sans fuites et sans pertes. Nous utilisons donc pour représenter ces derniers, le circuit équivalent de la figure 3.1. Comme nous pouvions nous y attendre, le résultat obtenu, comparé à la mesure (figure 3.14), n'est pas vraiment satisfaisant.

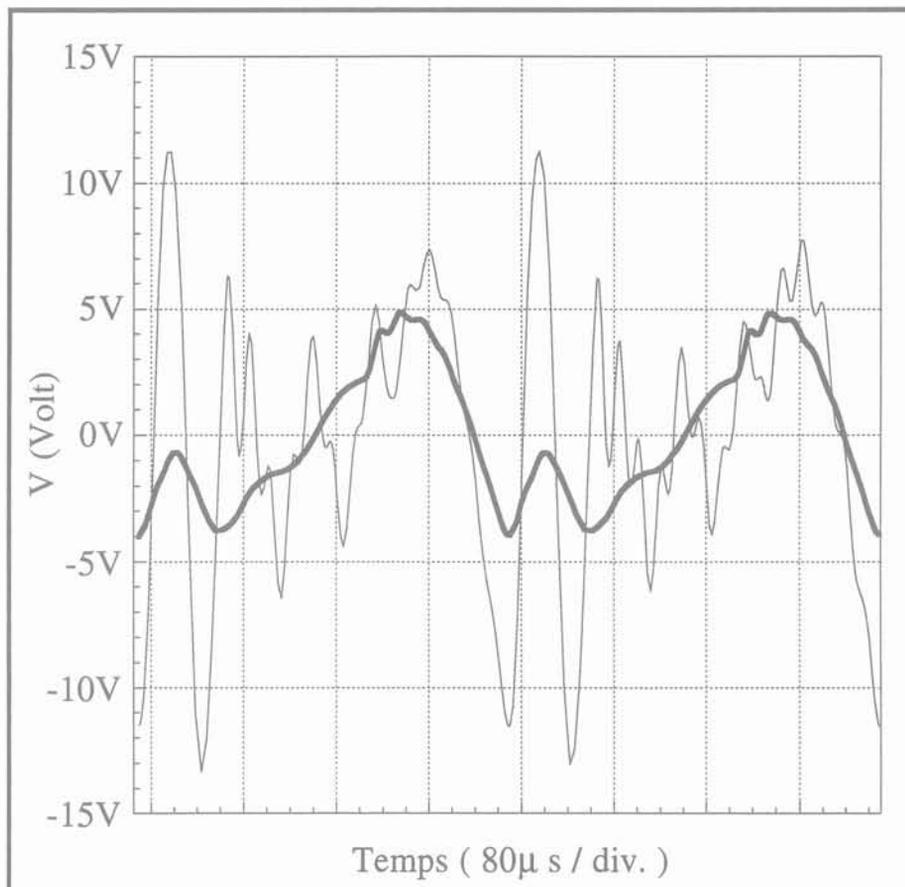


Figure 3.14 : Tension V mesurée (trait gras) et simulée (trait fin) en utilisant des "modèles idéaux" pour les composants bobinés

Nous envisageons alors, comme les ingénieurs le font habituellement, de compliquer un peu le circuit équivalent des composants bobinés. Sans effectuer de caractérisation expérimentale des composants, mais en se servant des données disponibles dans la documentation technique les

accompagnants, il est possible d'ajouter à chaque inductance du circuit une résistance de pertes série, et de compléter le circuit équivalent de chaque transformateur par des inductances de fuites et des résistances de pertes en continu. Le circuit équivalent du transformateur utilisé maintenant est celui proposé sur la figure 3.2, sans les capacités parasites. Bien que ces modifications permettent, comme nous le constatons (figure 3.15), d'obtenir un résultat bien meilleur que précédemment, une différence non négligeable subsiste encore entre mesure et simulation.

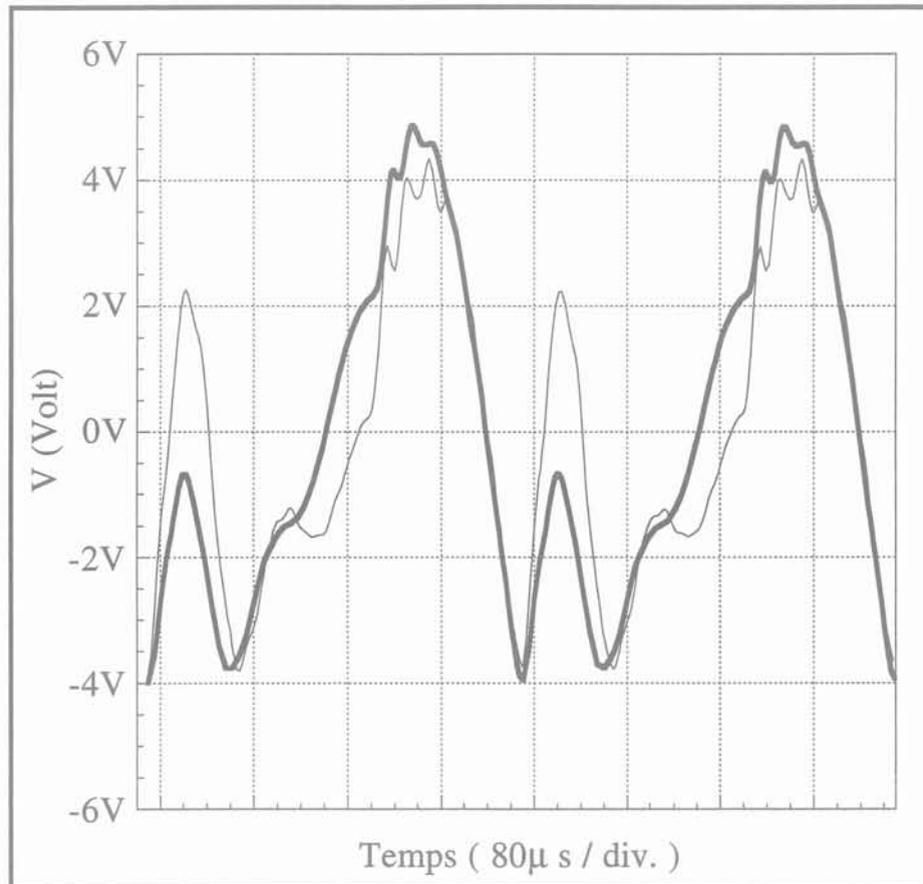


Figure 3.15 : Tension V mesurée (trait gras) et simulée (trait fin) en utilisant le circuit équivalent "ingénieur" pour les composants bobinés

Bien que le circuit équivalent utilisé ici soit celui le plus couramment rencontré, les pertes ne sont pas correctement représentées, ceci étant particulièrement vrai pour les pertes fer qui ne sont pas du tout prises en compte.

T₁ étant un transformateur à noyau ferrite, caractérisé par un bon rendement, les pertes ne sont sans doute pas critiques. Mais avant toute chose, son primaire est relié à une source de tension (faible impédance de sortie). Ceci permet donc de négliger l'impédance parallèle de ce transformateur.

A l'opposé, rien ne peut être négligé pour T_2 , excepté, dans un premier temps, ses capacités parasites. Nous pouvons vérifier que nous parvenons cette fois à un résultat de simulation très proche de la mesure.

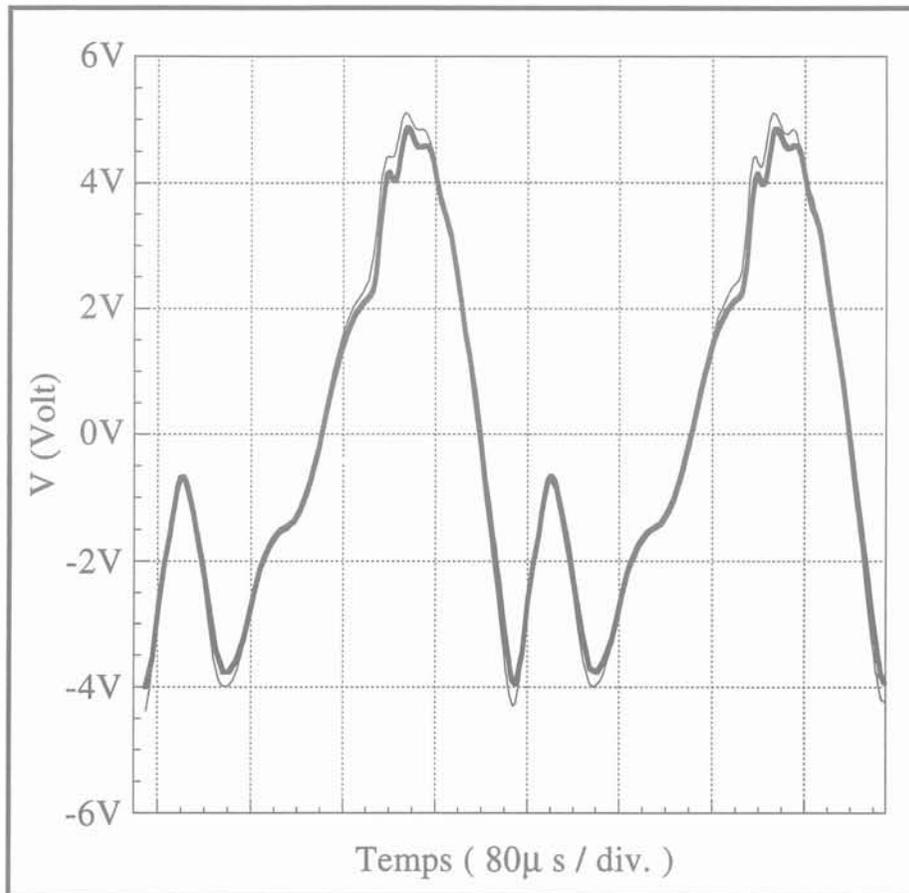


Figure 3.16 : Tension V mesurée (trait gras) et simulée (trait fin) en utilisant pour T_2 notre circuit équivalent, sans capacités

Ce résultat, s'il est très correct, nécessite néanmoins la caractérisation complète du composant bobiné. Il est donc nécessaire de disposer d'un exemplaire du composant en question, lors de la phase de simulation. Cela peut, dans certains cas, poser problème, si par exemple cette simulation est justement destinée à limiter le nombre de prototypes ou d'échantillons de transformateurs à réaliser ...

4.3. Étude de la fonction de transfert V/I du montage

Notre circuit équivalent, tel qu'il est, rend déjà bien compte du passage, à une fréquence de 3 kHz, de la partie puissance du signal. Mais nous ignorons encore si, à d'autres fréquences, il donne toujours d'aussi bons résultats. Il faut donc que nous réalisons maintenant une étude en fréquence de la fonction de transfert de l'ensemble du montage, cette fonction de transfert étant définie comme le rapport de la tension V sur le courant injecté I (figure 3.12).

Pour obtenir directement le diagramme de Bode de cette transimpédance, nous effectuons une étude fréquentielle, en faisant varier la source de courant I entre 1 kHz et 1 MHz. Dans le même temps, la source de tension à 3 kHz est maintenue égale à zéro : nous supprimons ainsi la "porteuse" à 3 kHz pour ne nous intéresser qu'à la partie "utile" du signal. Dans ce cas, la diode D_1 , devenue inutile, peut être supprimée à la fois sur le montage et en simulation.

En simulation, une telle courbe est très rapidement obtenue. Expérimentalement, nous utilisons l'analyseur HP 4194 A en mode "mesure de gain", ce qui nous permet d'obtenir la courbe recherchée en une seule mesure, effectuée en faisant varier la fréquence de la source interne de l'analyseur entre 1 kHz et 1 MHz. La figure 3.17 nous montre la mesure ainsi obtenue. Nous avons superposé sur cette même courbe, les simulations obtenues en utilisant pour les composants bobinés, soit des inductances pures et parfaitement couplées (modèle "idéal"), soit le modèle habituellement utilisé par les ingénieurs (figure 3.2), sans capacités.

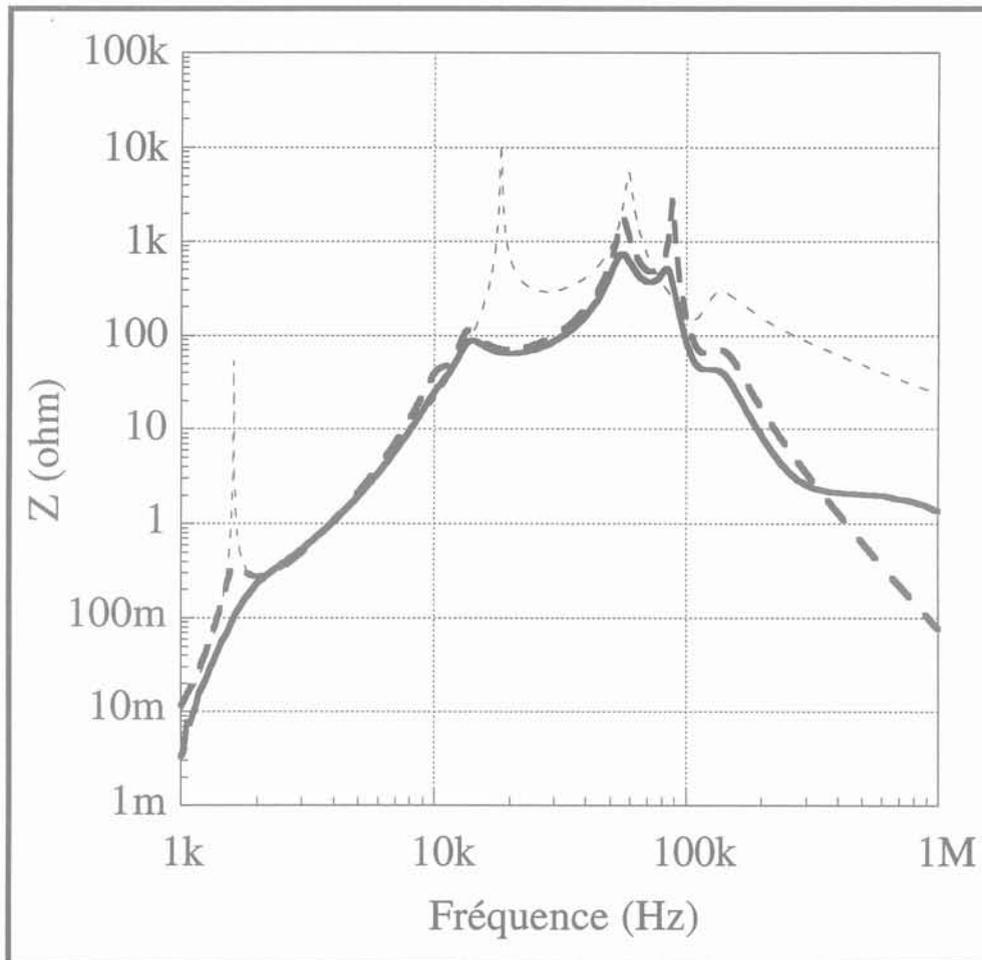


Figure 3.17 : Fonction de transfert du signal V/I : mesurée (trait gras) et simulée en utilisant pour les composants bobinés un modèle "idéal" (trait pointillé fin) ou le modèle "ingénieur" (trait pointillé gras), sans capacités

Avec ces deux modèles, nous constatons que les résonances ne sont pas suffisamment amorties. Comme précédemment, nous décidons d'utiliser, du moins pour le transformateur T2, notre circuit équivalent, sans capacités. La figure 3.18 nous montre le résultat obtenu en simulation, superposé à la mesure.

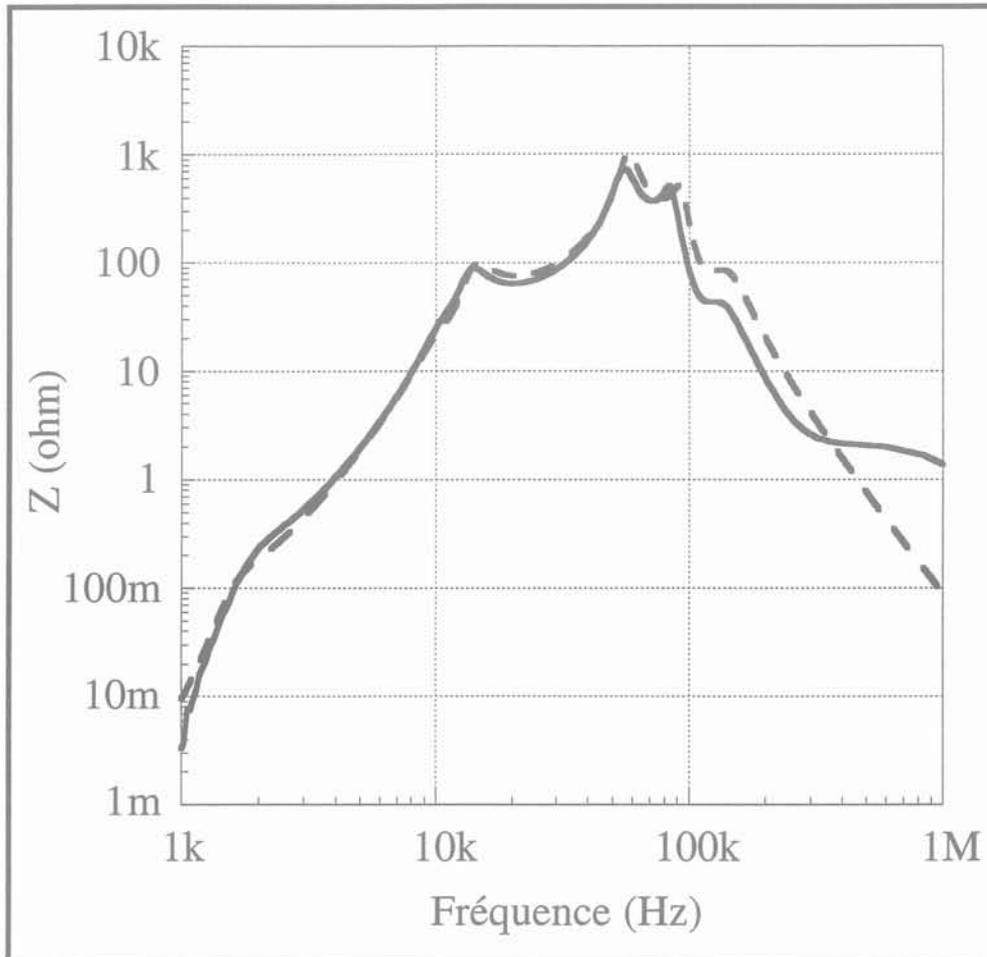


Figure 3.18 : Fonction de transfert du signal V/I : mesurée (trait continu) et simulée en utilisant notre circuit équivalent, sans capacités (trait pointillé)

Grâce à l'emploi de notre circuit équivalent, l'amortissement des résonances est maintenant correct. Cependant, en haute fréquence, une différence subsiste entre les deux courbes. A ces fréquences, l'écart observé est dû vraisemblablement à la présence des capacités parasites, négligées jusqu'ici. Est-il dès lors nécessaire de prendre en compte les capacités parasites de tous les composants bobinés? La réponse s'obtient en observant le circuit électronique complet (figure 3.12).

Tout d'abord, les capacités parasites des inductances L_1 et L_2 , de l'ordre de quelques picofarads, sont négligeables face aux capacités présentes dans le circuit, ces dernières étant de l'ordre de la dizaine de nanofarads et se trouvant en parallèle sur les inductances considérées.

De la même façon, le transformateur T_1 est rapidement court-circuité par la capacité externe C_2 (figure 3.12). Ainsi, il est peu probable que les capacités parasites de ce composant interviennent en haute fréquence. Ne reste alors plus que le transformateur d'isolation T_2 , précédemment caractérisé. En utilisant pour ce transformateur, notre circuit équivalent, complété par une seule capacité placée entre les deux bornes primaires, comme font habituellement les ingénieurs, nous constatons (figure 3.19) que cette prise en compte est insuffisante.

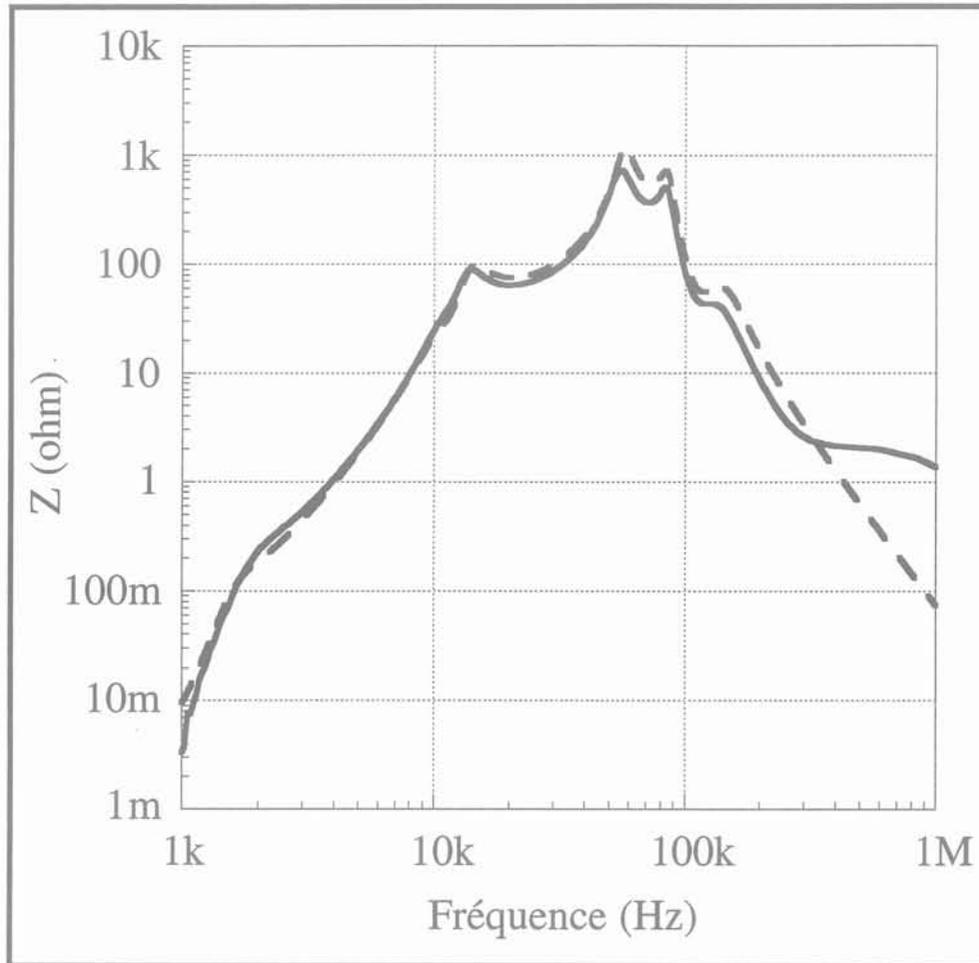


Figure 3.19 : Fonction de transfert du signal V/I : mesurée (trait continu) et simulée (trait pointillé) en utilisant notre circuit équivalent avec une capacité placée côté primaire

Nous sommes donc amenés à utiliser notre circuit équivalent complet, muni des six capacités qui caractérisent son comportement électrostatique. Cette fois, le résultat obtenu (figure 3.20) est très proche de la mesure.

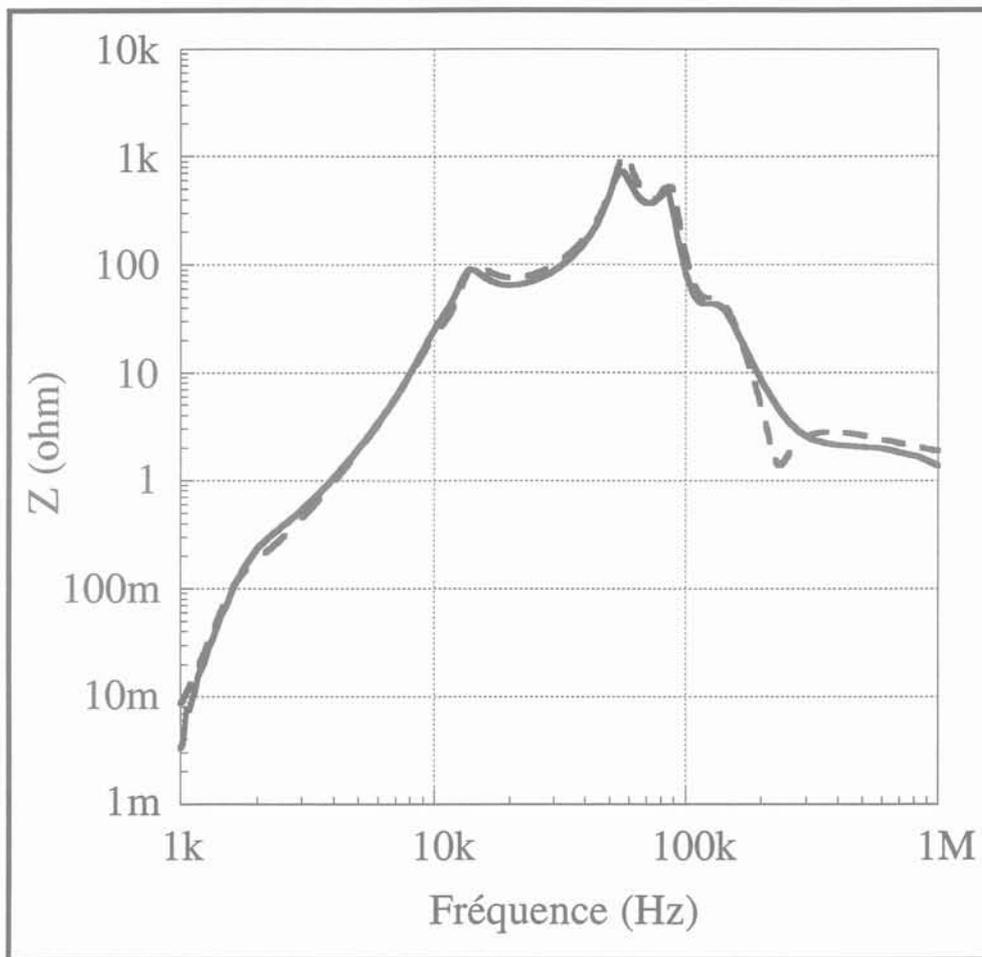


Figure 3.20 : Fonction de transfert du signal V/I : mesurée (trait continu) et simulée (trait pointillé) en utilisant notre circuit équivalent complet à six capacités

Une fois de plus, l'emploi de ce circuit nécessite la caractérisation expérimentale complète du composant, mais la précision obtenue est maintenant suffisante pour faire de la simulation un outil d'étude, d'analyse et de prévision très fiable.

5 - EXPLOITATION DES RÉSULTATS

Le dernier circuit exploité permet de rendre compte du comportement du montage, aussi bien en basse fréquence, qu'en haute fréquence. Nous pouvons maintenant vérifier que les résultats restent cohérents lorsque les deux sources sont connectées simultanément.

5.1. Comparaison modèle-expérience

La première utilisation possible du circuit équivalent électronique est naturellement la visualisation des tensions et des courants observables en différents points du circuit. Nous

donnons l'exemple ci-après de la tension V , observée aux bornes de l'inductance L_1 (figure 3.12), lorsque les deux sources sont connectées : celle de tension à 3 kHz et celle de courant, dont la fréquence est ici de 100 kHz (figure 3.21).

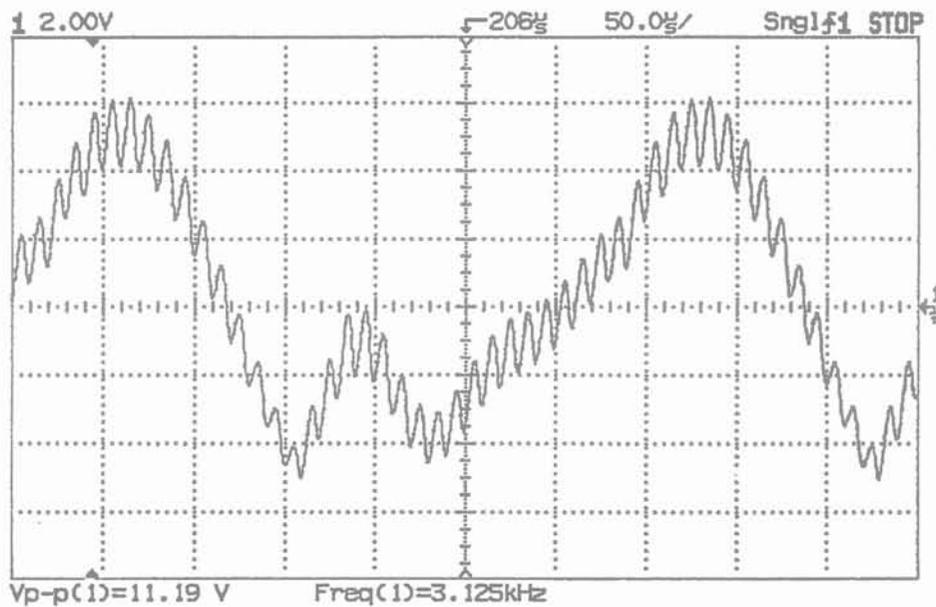


Figure 3.21 : Tension V mesurée lorsque les deux sources sont connectées
(Fréquence de la source de tension : 3 kHz ;
Fréquence de la source de courant : 100 kHz)

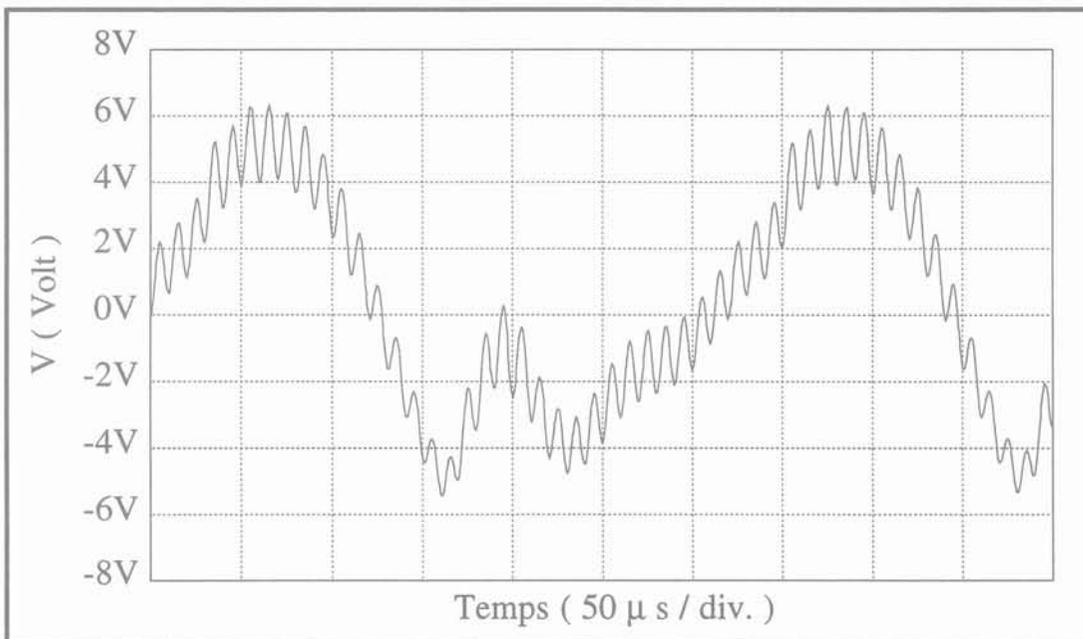


Figure 3.22 : Tension V simulée lorsque les deux sources sont connectées

Nous vérifions ainsi que mesure et simulation sont très proches. Cette vérification de cohérence entre modèle et expérience a été effectuée en d'autres points du circuit, pour d'autres tensions et courants. Dans tous les cas, nous avons obtenu une précision similaire, quelle que soit la

fréquence de la source de courant. Ce résultat est intéressant car, à priori, il était difficile d'évaluer qu'elle allait être la précision atteinte, la présence de la diode D_1 dans le circuit rendant le comportement de l'ensemble non-linéaire et donc, la superposition à priori injustifiée.

En utilisant un autre mode de présentation des résultats, nous pouvons faire une exploitation plus poussée de notre circuit équivalent. Nous pouvons par exemple tracer l'évolution de l'amplitude de la tension V en fonction de la fréquence.

Pour ne visualiser que la partie "utile" de cette tension, c'est à dire la modulation, nous fixons à zéro la source de tension à 3 kHz. La diode D_1 est supprimée et l'injection du courant I est assurée par le circuit de la figure 3.23.

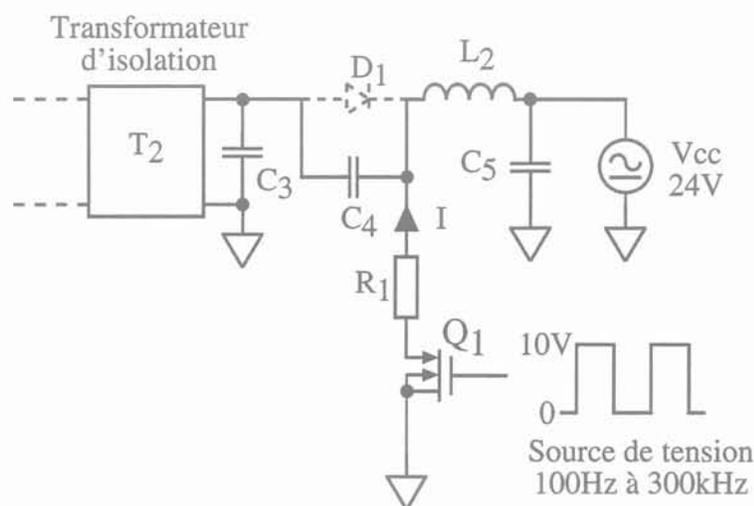


Figure 3.23 : Circuit utilisé pour l'injection du courant I

Notons que la résistance R_{ch} (figure 3.12) est remplacée par une source de tension continue de 24V. Le transistor à effet de champ étant commandé par des signaux carrés à fréquence variable, le courant I injecté n'est plus sinusoïdal et son intensité peut varier avec la fréquence. Les mesures effectuées dans ces conditions sont comparées à la simulation (figure 3.24).

Les courbes obtenues sont très proches. Nous avons également représenté sur le relevé (figure 3.24) ce que serait le signal V si le transformateur d'isolation n'avait pas de capacités parasites. Nous observons facilement que l'amplitude de la modulation récupérée serait, en haute fréquence, nettement augmentée.

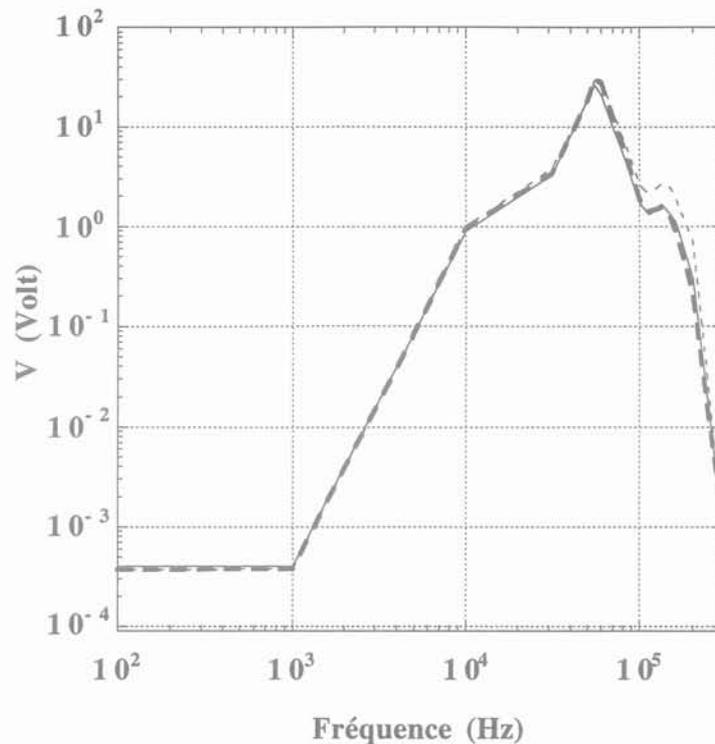


Figure 3.24 : Amplitude crête-crête de la tension V en fonction de la fréquence. Tension mesurée (trait continu) et simulée avec circuit équivalent complet (trait pointillé gras) ou avec circuit sans capacités parasites (trait pointillé fin)

Pour le concepteur de l'électronique, l'outil de simulation est maintenant un outil performant, en raison de la précision des résultats obtenus. Il permet aussi de mieux mettre en évidence l'influence des défauts des composants bobinés. Ainsi, faire varier la valeur des capacités parasites, ou de toute autre constante du circuit équivalent, est maintenant une chose facile qui peut être réalisée de façon fiable grâce à la simulation. Il est possible de prévoir si telle ou telle modification du composant bobiné est intéressante ou non, sans réaliser de prototypes.

La caractérisation expérimentale nous a permis d'évaluer et de localiser les différentes pertes qui se développent au sein du composant bobiné. La simulation électronique nous permet maintenant de quantifier le gain éventuel que l'on peut attendre d'une modification de ce composant. C'est ce que nous avons fait par exemple en supprimant toutes les capacités parasites du transformateur d'isolation : nous constatons que le gain "théorique" sur l'amplitude de V est au maximum, selon la fréquence, d'un facteur deux (figure 3.24). Il n'est bien sûr pas envisageable physiquement de supprimer complètement toutes ces capacités, mais nous montrons que le fait de les diminuer va dans le bon sens, et le gain attendu est quantifiable.

Nous constatons également sur cet exemple que l'allure de la réponse observée n'est visiblement pas affectée par cette suppression des capacités. C'est là un autre enseignement que nous pouvons tirer de cet exemple : si le concepteur s'intéresse à la limitation en fréquence de son montage, il lui faudra en chercher ailleurs la cause.

D'autres phénomènes peuvent faire l'objet du même type d'étude : les pertes par courants de Foucault, les fuites, etc... Cela ne coûte, dans chaque cas, que quelques simulations supplémentaires.

5.2. Étude harmonique

En électronique, l'étude harmonique des signaux est souvent une source d'information importante pour le concepteur. Elle permet dans certains cas une meilleure compréhension des phénomènes. Grâce à la simulation et par le biais de la transformée de Fourier, il est aisé de réaliser ce type d'étude des signaux.

En utilisant le circuit de la figure 3.23 pour l'injection du courant I , il est possible d'effectuer la transformée de Fourier de ce courant, pour obtenir l'amplitude des harmoniques en fonction de la fréquence. La figure 3.25 nous montre une comparaison entre mesure et simulation pour le premier et le second harmonique de I .

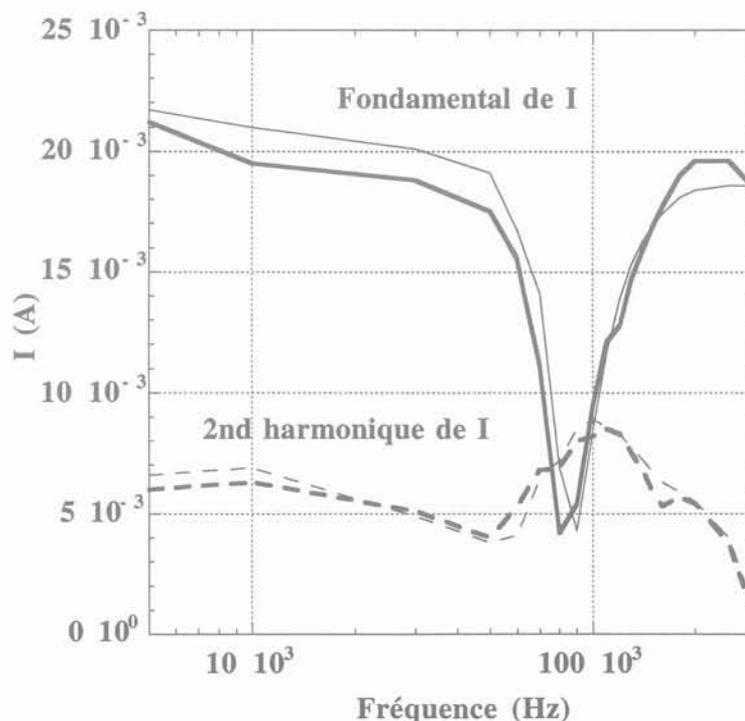


Figure 3.25 : Fondamental (trait continu) et second harmonique (trait pointillé) du courant I injecté : mesure (trait gras) et simulation (trait fin)

Nous constatons que l'étude fréquentielle donne également des résultats très proches de la mesure. A partir du fondamental du courant I , nous pouvons essayer maintenant de retrouver le fondamental de la tension V (figure 3.12). Nous avons précédemment obtenu par simulation la transimpédance V/I du montage en fonction de la fréquence (figure 3.19). Il nous suffit donc de faire le produit, pour différentes fréquences, de la valeur de cette transimpédance par le fondamental du courant I (simulé), pour retrouver le fondamental de la tension V . Nous avons effectué ce calcul et comparé le résultats obtenu à la valeur mesurée du fondamental de V (figure 3.26).

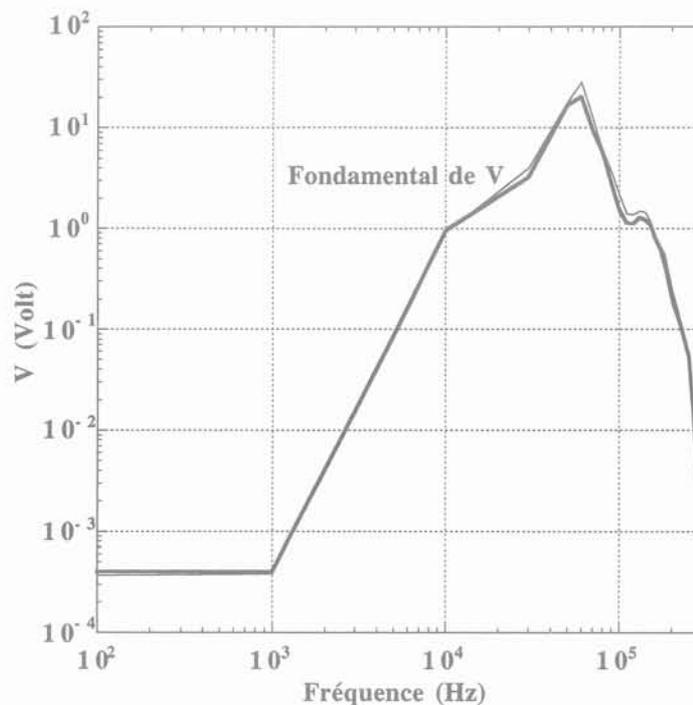


Figure 3.26 : Fondamental de la tension V : mesure (trait gras) et simulation (trait fin)

L'écart observé entre les deux courbes est faible. Cela prouve qu'une étude harmonique menée grâce à la simulation est tout à fait envisageable et qu'elle peut être riche en terme de résultats, sans être trop coûteuse en temps. Concrètement, ce type d'étude permet une meilleure compréhension du fonctionnement d'un montage électronique et peut mener à des améliorations.

Partant de la fonction de transfert du signal V/I (figure 3.19), il a été possible d'expliquer chaque résonance observée et de déterminer, pour chaque zone de fréquence, de quels composants dépend cette courbe. Ensuite, selon la plage de fréquence que l'on souhaite étudier, il est possible de simplifier le circuit en supprimant les composants de faible incidence.

6 - CONCLUSION

La simulation des circuits électroniques est un outil d'analyse, de prévision et de compréhension des phénomènes très utile, que ce soit dans le domaine temporel ou dans le domaine fréquentiel. Nous avons montré que l'utilisation de modèles classiques pour les composants bobinés mène, en général, à de piètres résultats. En revanche, en utilisant notre circuit équivalent, les résultats obtenus sont très proches des mesures, que le composant bobiné soit utilisé seul ou au sein d'un montage. L'intégration de ce circuit au sein du logiciel de simulation s'effectue sans aucune modification de fond de sa structure initiale. Cependant, nous avons montré qu'il n'est pas toujours nécessaire d'utiliser le circuit équivalent dans son intégralité : en fonction du composant bobiné utilisé et de son environnement électronique, certaines simplifications sont compatibles avec la précision du résultat final. Le montage qui a fait l'objet de notre étude n'a pas été choisi pour des caractéristiques particulières : les différences observées, relatives à l'emploi de modèles plus au moins sophistiqués pour les composants bobinés, peuvent parfois être plus marquées.

Grâce à notre circuit équivalent, nous avons pu mettre en évidence la circulation de courants d'origine capacitive entre enroulements primaire et secondaire d'un transformateur utilisé au sein d'un redresseur double alternance à pont de diodes et inductance en tête. Ceci n'aurait pas été possible avec les circuits équivalents antérieurs.

Maintenant, il ne reste plus qu'à espérer deux choses. Tout d'abord que les fournisseurs de composants bobinés caractérisent eux-mêmes complètement leurs produits, afin de permettre aux utilisateurs d'effectuer des simulations précises et fiables. La phase d'élaboration de prototypes pourra ainsi, dans certains cas, être évitée. Ensuite, nous avons pu sans trop de difficultés, intégrer notre circuit équivalent du transformateur à deux enroulements au sein d'un logiciel de simulation, mais nous avons dû, pour décrire le couplage, faire appel à la notion d'inductances couplées. Nous avons vu que cette solution est en effet envisageable dans le cas d'un transformateur à deux enroulements, mais elle ne sera plus utilisable dans le cas de transformateurs à trois enroulements ou plus. Il est donc souhaitable que les concepteurs de logiciels intègrent le coupleur parmi les composants standards, et assouplissent les limitations actuelles en vigueur lors de la description du circuit.

CHAPITRE IV :

**APPROCHE MICROSCOPIQUE DE
L'ÉLECTROSTATIQUE DES COMPOSANTS
BOBINES**

**CHAPITRE IV : APPROCHE MICROSCOPIQUE DE L'ÉLECTROSTATIQUE
DES COMPOSANTS BOBINES**

1 - INTRODUCTION

**2 - DEUX MODÈLES POUR ÉVALUER ANALYTIQUEMENT LES
CAPACITÉS PARASITES**

2-1 Modèle plan

- 2-1-1 Étude analytique
- 2-1-2 Application au transformateur à deux enroulements monocouches
- 2-1-3 Bobinage continu ou discontinu
- 2-1-4 Bobinage en couches ou en galettes

2-2 Modèle pavé

3 - MODÉLISATION ÉLÉMENTS FINIS BIDIMENSIONNELLE

3-1 Choix du dispositif étudié

- 3-1-1 Bobinage continu ou discontinu
- 3-1-2 Bobinage en couches ou en galettes

3-2 Exploitation : Répartition des potentiels

3-3 Problèmes liés à la description du dispositif

4 - VALIDATION EXPÉRIMENTALE

4-1 Vérification des hypothèses

4-2 Cas du transformateur à deux enroulements

4-3 Réduction de la capacité parallèle d'un bobinage

- 4-3-1 Bobinage continu ou discontinu
- 4-3-2 Bobinage en couches ou en galettes

4-4 Influence des liaisons externes

5 - SYNTHÈSE DES RÉSULTATS

6 - CONCLUSION

1 - INTRODUCTION

Grâce à l'approche globale présentée au cours des chapitres précédents, nous disposons d'un circuit équivalent qui rend compte fidèlement du comportement électrique du transformateur à deux enroulements. Les propriétés électrostatiques sont intégrées dans ce modèle et nous avons pu voir que, grâce à lui, l'incidence de ces propriétés sur le comportement d'un montage électronique pouvait être appréciée. Enfin, la caractérisation complète du circuit équivalent se déduit de mesures qui ne nécessitent aucun démontage du composant ni aucune connaissance de sa structure interne.

Grâce à cette méthode, nous avons caractérisé plusieurs transformateurs mis au rebut par notre partenaire industriel. Ces composants avaient été rejetés au cours des tests pratiqués en fin de fabrication, le circuit électronique complet étant hors tolérances. Rien ne permettait d'expliquer à priori la cause de ces variations. En utilisant notre méthode de caractérisation, nous avons déterminé que les grandeurs magnétiques étaient conformes à la moyenne de la production, tandis que les capacités parasites s'avéraient plus élevées sur ces composants, provoquant un décalage vers les basses fréquences de la première résonance. Cette constatation faite, nous avons demandé à notre partenaire de réaliser deux bobinages très réguliers, en maintenant d'une part un écartement constant entre les couches de spires, et en évitant, d'autre part, que des fils de couches différentes s'interpénètrent. Ces deux derniers points n'étaient en effet pas garantis dans la fabrication courante. Le résultat obtenu fût probant : toutes les capacités parasites étaient diminuées (certaines dans un rapport 7 !) et la première fréquence de résonance naturellement repoussée.

Une étude électrostatique s'avérait donc nécessaire, afin d'expliquer les phénomènes observés, de les quantifier et d'en déduire des règles de bobinage simples, qui permettent de diminuer les capacités parasites [Blache 94-1]. Dans ce chapitre, nous allons donc nous intéresser à l'étude électrostatique "microscopique" du transformateur : nous tenterons de trouver les valeurs des capacités parasites en partant de la structure interne du composant. Deux méthodes seront développées successivement : l'étude analytique et la simulation électrostatique [CEDRAT 94]. Leurs conclusions seront ensuite confrontées aux résultats expérimentaux.

2 - DEUX MODÈLES POUR ÉVALUER ANALYTIQUEMENT LES CAPACITÉS PARASITES

L'approche utilisée jusqu'à présent pour déterminer les constantes électrostatiques de notre circuit équivalent est basée sur l'évaluation globale de l'énergie électrostatique stockée au sein du composant, accessible grâce à des mesures externes (cf chapitre 2). A ce titre, cette approche

peut être qualifiée d'approche "macroscopique", la connaissance de la géométrie interne du composant n'étant pas requise. A l'opposé, l'étude de l'origine des capacités parasites nécessite de s'intéresser de beaucoup plus près à cette géométrie interne. Nous qualifions donc ce type d'approche de "microscopique", et nous proposons deux modèles analytiques simples qui vont permettre de tenir compte de cette géométrie.

2.1. Modèle plan

Dans le but d'évaluer l'énergie électrostatique stockée entre deux couches de spires, nous supposons, dans un premier temps, que les tensions aux bornes de toutes les spires d'une même couche sont identiques. Ainsi, le potentiel varie linéairement d'une extrémité à l'autre de cette couche. Cette observation est à la base d'un modèle simple (figure 4.1), que nous appelons "modèle plan", et qui nous permet d'étudier le couplage électrostatique de deux couches de spires se faisant face.

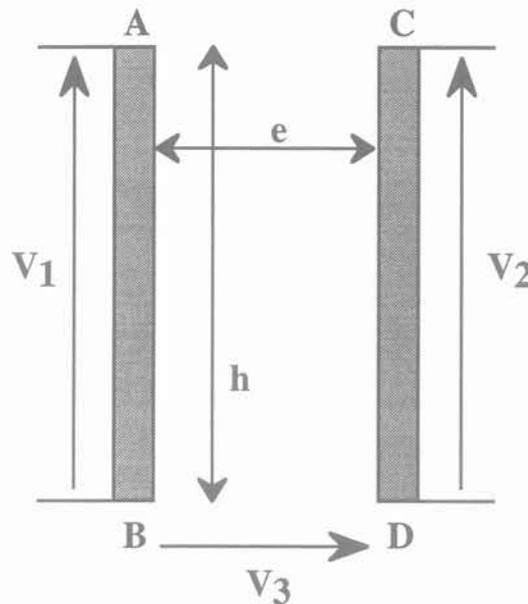


Figure 4.1 : Modèle plan utilisé pour l'étude analytique du couplage capacitif de deux couches de spires

2.1.1. Étude analytique

L'étude analytique de ce modèle permet d'exprimer l'énergie électrostatique W en fonction des tensions V_1 à V_3 . Tant que " e " est très inférieure à " h ", et dans la mesure où chaque enroulement n'est constitué que d'une seule couche, nous pouvons admettre que l'énergie W est

stockée essentiellement dans le parallélépipède de section ABCD. En notant C_0 la capacité du condensateur de même section et de longueur l (longueur moyenne d'une spire), nous obtenons pour W :

$$W = \frac{1}{2} C_0 \left[\frac{1}{3} V_1^2 + \frac{1}{3} V_2^2 + V_3^2 - \frac{2}{3} V_1 V_2 - V_1 V_3 + V_2 V_3 \right] \quad (1)$$

avec $C_0 = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{h l}{e}$

2.1.2. Application au transformateur à deux enroulements monocouches

En identifiant l'expression (1) à l'expression générale de l'énergie électrostatique d'un système à trois potentiels (cf chapitre I), nous obtenons les expressions des coefficients C_{ij} de la forme quadratique :

$$\begin{aligned} C_{11} &= C_{22} = \frac{1}{3} C_0 \\ C_{12} &= -\frac{1}{3} C_0 \\ C_{33} &= C_0 \\ -C_{13} &= C_{23} = \frac{1}{2} C_0 \end{aligned} \quad (2)$$

Nous avons établi dans le chapitre I, les expressions analytiques liant les coefficients C_{ij} aux capacités γ_1 à γ_6 de la représentation du transformateur à deux enroulements. Nous pouvons donc dès lors évaluer les valeurs théoriques des capacités d'un transformateur à deux enroulements monocouches (figure 4.2).

Grâce aux relations établies au chapitre I, nous pouvons également évaluer les capacités C_1 à C_3 du circuit équivalent à trois capacités lorsque le secondaire flotte ou, au contraire, lorsque B et D sont reliées (tableau 1).

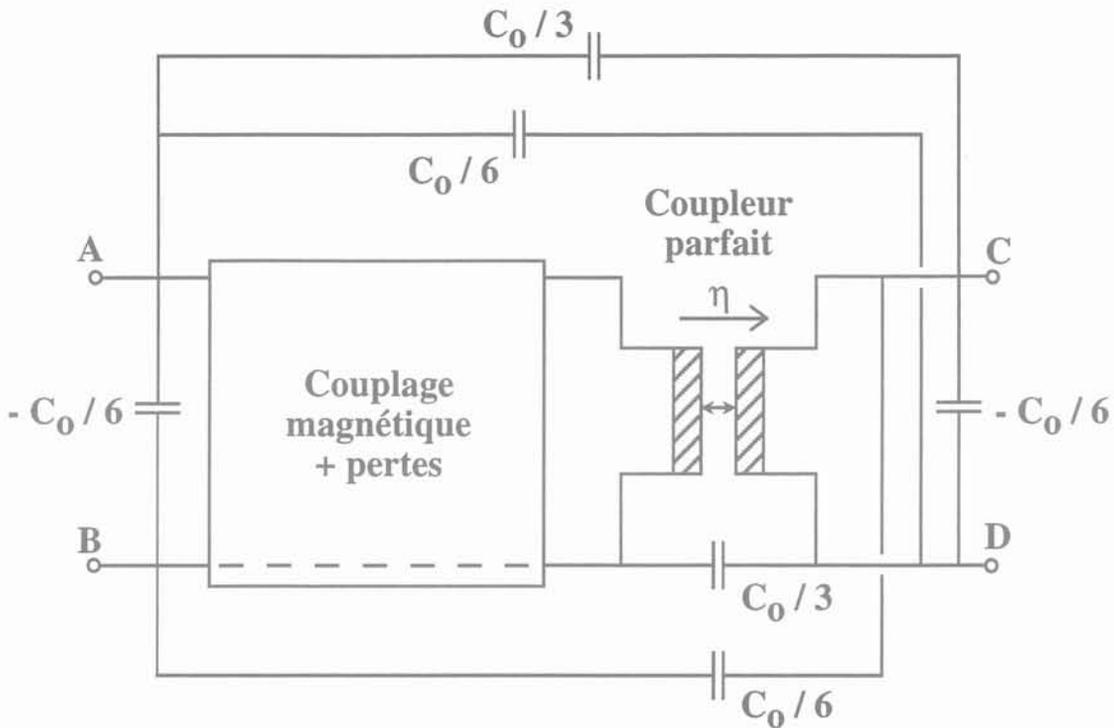


Figure 4.2 : Circuit équivalent du transformateur à deux enroulements monocouches. Capacités exprimées en fonction de C_0 .

Cette représentation relativement simple n'est pas évidente à trouver intuitivement, car elle inclue des capacités négatives.

	Sans liaisons	B et D reliées
C_1	$\frac{C_0}{12} (1 - \eta)$	$\frac{C_0}{3} (1 - \eta)$
C_2	$\frac{C_0}{12} \eta (\eta - 1)$	$\frac{C_0}{3} \eta (\eta - 1)$
C_3	$\frac{C_0}{12} \eta$	$\frac{C_0}{3} \eta$
$C_1 + C_2$	$\frac{C_0}{12} (1 - \eta)^2$	$\frac{C_0}{3} (1 - \eta)^2$
$C_1 + C_3$	$\frac{C_0}{12}$	$\frac{C_0}{3}$
$C_2 + C_3$	$\frac{C_0}{12} \eta^2$	$\frac{C_0}{3} \eta^2$
$C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$	0	0

Tableau 1 : Transformateur à deux enroulements monocouches. Valeurs des capacités C_1 à C_3 du circuit équivalent à trois capacités dans différents cas de liaisons primaire-secondaire

Comme nous l'avons déjà évoqué (cf chapitre I, figure 1.23), les capacités les plus faibles sont obtenues en l'absence de liaison primaire-secondaire. Pour ce transformateur, le rapport observé est de quatre. Cette variation de la capacité suivant la liaison primaire-secondaire réalisée, doit mener à un décalage des fréquences dans un rapport 2. Ceci a donné lieu à une première vérification expérimentale (figure 4.10). Le rapport des fréquences déduit des mesures est de 2,03.

De plus, selon la valeur de η , une des trois capacités du tableau 1 peut s'avérer négative, mais les sommes de capacités (4 dernières lignes du tableau 1) qui interviennent dans les expressions des fréquences de résonance (cf chapitre I) sont, elles, toujours positives. Notons enfin que ce modèle est trop grossier pour permettre l'évaluation de la plus haute des fréquences de résonance. En effet, la capacité associée à cette fréquence est nulle avec ce modèle.

2.1.3. Bobinage "continu" ou "discontinu"

Un autre intérêt du modèle plan est l'étude de l'incidence du mode de bobinage sur la valeur de la capacité parallèle d'un enroulement. Il existe en effet deux façons de bobiner une inductance multicouche. Soit le fil est bobiné de façon "continue", c'est à dire qu'il va alternativement d'un côté de l'enroulement à l'autre lorsqu'on change de couche (figure 4.3a). Soit il est bobiné de façon "discontinue", c'est à dire que toutes les couches sont bobinées dans la même direction, puis reliées l'une à l'autre par une connexion transversale (figure 4.3b).

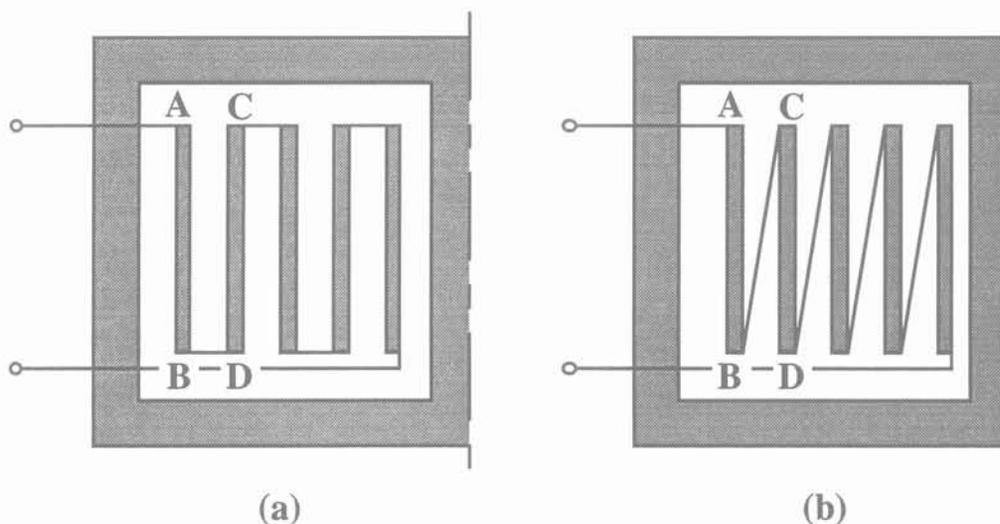


Figure 4.3 : Comparaison des deux modes de bobinage. Bobinage continu (a) et bobinage discontinu (b)

En notant V la tension aux bornes d'une couche, nous pouvons évaluer l'énergie électrostatique W stockée entre deux couches successives.

Pour le bobinage continu : $V_1 = V$; $V_2 = -V$; $V_3 = 0$

W' se déduit alors de la relation (1) :

$$W' = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} C_0 \right) V^2 \quad (3)$$

Pareillement, pour le bobinage discontinu : $V_1 = V$; $V_2 = V$; $V_3 = -V$

D'après (1), nous obtenons :

$$W'' = \frac{1}{2} C_0 V^2 \quad (4)$$

Ainsi, la capacité parallèle existant entre les deux couches diminue de 25 % lorsque nous passons du mode de bobinage continu au mode de bobinage discontinu. En pratique, même si cette diminution n'atteint pas tout à fait les 25 % théoriques, ce mode de bobinage s'avère réellement avantageux.

2.1.4. Bobinage en couches ou en galettes

En utilisant toujours le modèle plan, nous pouvons trouver une autre façon de diminuer la capacité parallèle d'un bobinage. Supposons que l'enroulement remplit une fenêtre rectangulaire de hauteur H supérieure à sa largeur L . Nous allons démontrer qu'il est préférable de ranger les spires parallèlement au plus petit côté de la fenêtre (de dimension L).

Dans la fenêtre définie ci-dessus, les fils peuvent être bobinés soit en "couches" parallèles au grand côté (figure 4.4a), soit en "galettes" parallèles au petit côté (figure 4.4b). Les termes de "couches" et de "galettes" sont utilisés pour abrégier, en supposant que la dimension H de la fenêtre est parallèle à la jambe centrale. Pour effectuer une comparaison valable de ces deux dispositifs, nous supposons que les fils sont identiques et que leur répartition dans l'espace est la même dans les deux cas. Dans ces conditions, seule la répartition des potentiels change d'un mode de bobinage à l'autre.

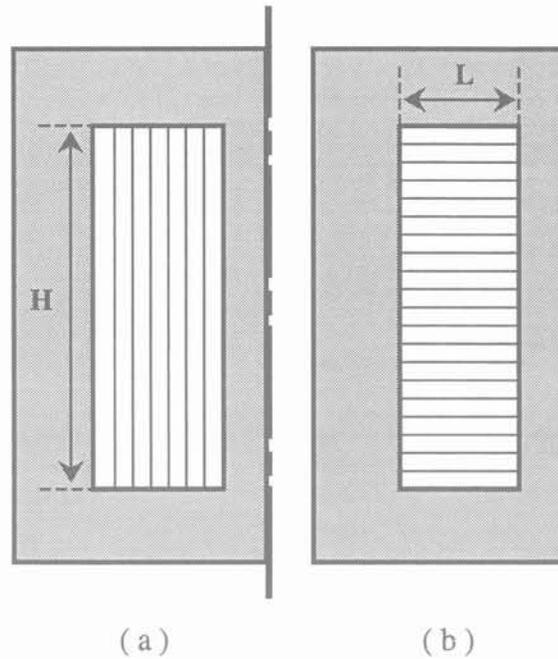


Figure 4.4 : Comparaison des deux orientations possibles pour le bobinage dans une fenêtre rectangulaire : en couches (a) ou en galettes (b)

Pour évaluer l'énergie électrostatique W_E stockée, nous supposons que, dans les deux cas, le mode de bobinage est discontinu. Notons l la longueur moyenne d'une spire, V_b la tension totale aux bornes de la bobine, D le pas séparant deux fils voisins et e l'espace libre entre ces mêmes fils ($e < D$). Le bobinage en couche (a) possède L/D couches soumises chacune à une tension $V = V_b D/L$ et la capacité intercouche vaut $C_0 = \epsilon_0 \epsilon_r L H/e$, si bien que W_E peut s'écrire, d'après la relation (4) :

$$W_E = \frac{L}{D} \cdot \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \epsilon_r \frac{1H}{e} \cdot \left(V_b \frac{D}{L} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \epsilon_r \frac{1H D}{L e} \cdot V_b^2 \quad (5)$$

Par ailleurs, l'expression de l'énergie électrostatique en fonction de la capacité parallèle C_p s'écrit :

$$W_E = \frac{1}{2} C_p V_b^2 \quad (6)$$

En comparant ces deux expressions (5) et (6), nous déduisons directement la valeur de C_p :

$$C_p = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{1H D}{L e} \quad (7)$$

Le même raisonnement appliqué au bobinage en galettes (b) conduit à une expression similaire, moyennant la permutation de L et H . Ainsi, lorsque $H > L$, le bobinage en galettes permet

théoriquement de diviser par un rapport $(H/L)^2$, la capacité résultant d'un bobinage classique en couches.

Ce résultat paraît logique. En effet, pour que les capacités soient minimales, il faut que l'énergie électrostatique stockée soit minimale. Or l'énergie électrostatique, qui occupe le même volume dans les deux cas, est proportionnelle au carré du champ électrique. Ce dernier résultant de l'application du potentiel V_b sur une longueur H dans un cas, et sur une largeur L dans l'autre, nous parvenons immédiatement à la même conclusion.

2.2. Modèle pavé

Alors que le modèle plan fait appel à une représentation simplifiée des couches de spires, le modèle pavé s'appuie, lui, sur une description géométrique un peu plus fine : il tient compte, de façon approximative, de la forme des conducteurs. Ceux-ci sont supposés répartis de façon régulière (figure 4.5) dans la fenêtre de bobinage. L'énergie électrostatique totale est évaluée en additionnant les énergies stockées entre conducteurs se faisant face uniquement. Cela implique que les capacités entre conducteurs non face à face sont négligées et que celles existant entre les conducteurs du pourtour de la fenêtre et les matériaux extérieurs sont supposées nulles. Il suffit donc de définir deux capacités uniquement : C_H , la capacité horizontale entre deux fils, et C_V , la capacité verticale.

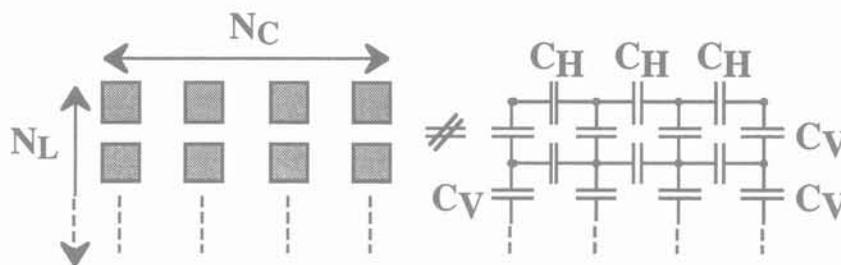


Figure 4.5 : Modèle pavé : les fils sont disposés suivant un maillage régulier dans la fenêtre de bobinage

Notons que si les fils sont supposés tous identiques, leur section n'est cependant pas nécessairement carrée.

Nous pouvons définir W_E , l'énergie électrostatique stockée dans le bobinage, par :

$$W_E = \frac{1}{2} C_p V_b^2 \quad (8)$$

C_p représente la capacité parallèle de la bobine et V_b , la tension à ces bornes. En définissant N_C et N_L , le nombre de colonnes et de lignes (figure 4.5), et en notant ΔV la tension aux bornes d'une spire, nous pouvons encore écrire que :

$$V_b = N_C N_L \Delta V \quad (9)$$

Localement, l'énergie électrostatique stockée dépend du carré des différences de potentiel entre spires voisines, c'est à dire que cette énergie est fonction de l'ordre dans lequel sont disposées les spires dans la fenêtre. A titre d'exemple, dans le cas d'un bobinage continu en couches, nous obtenons :

$$W'_E = \frac{1}{2} (N_C - 1) \frac{(4 N_L^2 - 1) N_L}{3} C_H (\Delta V)^2 + \frac{1}{2} N_C (N_L - 1) C_V (\Delta V)^2 \quad (10)$$

A partir des relations (8) et (9), nous en déduisons la valeur de C_p :

$$C_p = \frac{(N_C - 1)}{N_C^2 N_L} \frac{(4 N_L^2 - 1)}{3} C_H + \frac{(N_L - 1)}{N_L^2 N_C} C_V \quad (11)$$

Notons que ces expressions sont obtenues en utilisant l'identité suivante :

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n - 1)^2 = \frac{n(4n^2 - 1)}{3} \quad (12)$$

(n termes)

Si le bobinage est réalisé en continu et en galettes, la nouvelle valeur de C_p est obtenue en permutant N_L et N_C , ainsi que C_H et C_V , dans la relation (11).

En effectuant un calcul similaire pour le bobinage discontinu, nous obtenons les résultats résumés dans le tableau 2.

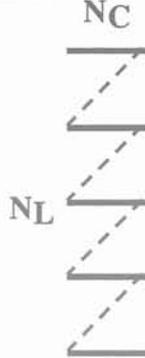
	 NC NL En couches et en continu	 NC NL En couches et en discontinu	 NC NL En galettes et en continu	 NC NL En galettes et en discontinu
C_p	$\frac{(N_c - 1) (4 N_L^2 - 1)}{N_c^2 N_L} C_H + \frac{(N_L - 1)}{N_L^2 N_c} C_V$	$\frac{N_L (N_c - 1)}{N_c^2} C_H + \frac{(N_L - 1)}{N_L^2 N_c} C_V$	$\frac{(N_c - 1)}{N_c^2 N_L} C_H + \frac{(N_L - 1) (4 N_c^2 - 1)}{N_L^2 N_c} C_V$	$\frac{(N_c - 1)}{N_c^2 N_L} C_H + \frac{N_c (N_L - 1)}{N_L^2} C_V$
<i>Exemple 1</i> $C_V = C_H = C$ $N_L = 17$ $N_C = 3$	$\frac{2310}{459} C_H + \frac{16}{867} C_V$ $= 5,1 C$	$\frac{34}{9} C_H + \frac{16}{867} C_V$ $= 3,8 C$	$\frac{2}{153} C_H + \frac{560}{2601} C_V$ $= 0,23 C$	$\frac{2}{153} C_H + \frac{48}{289} C_V$ $= 0,18 C$
<i>Exemple 2</i> $C_V = C_H = C$ $N_L = 100$ $N_C = 10$	$12 C_H + \frac{99}{100\,000} C_V$ $= 12 C$	$9 C_H + \frac{99}{100\,000} C_V$ $= 9 C$	$\frac{9}{10\,000} C_H + \frac{13\,167}{100\,000} C_V$ $= 0,13 C$	$\frac{9}{10\,000} C_H + \frac{99}{1\,000} C_V$ $= 0,1 C$

Tableau 2 : Valeurs de C_p dans le cas d'un bobinage réalisé en continu ou en discontinu, en couches ou en galettes

Nous avons introduit dans ce tableau deux exemples de bobines (3 x 17 spires et 10 x 100 spires) pour bien mettre en évidence le gain obtenu sur la valeur de la capacité C_p en fonction du mode de bobinage utilisé. Dans ces deux exemples, C_V est supposée égale à C_H .

Remarquons que, dans le cas du bobinage en couches, la partie proportionnelle à C_V est associée à l'énergie stockée entre spires voisines : cette partie de l'énergie était négligée par le modèle plan. Ceci explique que pour un faible nombre de spires (exemple 1), nous n'obtenons pas l'écart théorique de 25 % entre bobinage continu et discontinu, prévu par le modèle plan. Par contre, nous constatons que cette partie de l'énergie décroît proportionnellement à $(1/N_L)^2$ et, lorsque $C_V = C_H = C$, elle devient inférieure à 1 % de C_p dès qu'une couche comprend plus de 10 spires.

Ainsi, pour un nombre suffisant de spires (exemple 2) et en supposant C_V égale à C_H , ce modèle confirme le bien fondé des règles de bobinages utilisées précédemment : facteur 4/3 et rapport $(N_C/N_L)^2$ gagnés respectivement grâce au mode discontinu et au bobinage parallèle au plus petit côté. Ce modèle offre en outre la possibilité d'introduire, pour C_V et C_H , des expressions tenant compte de la géométrie du bobinage et de la présence des isolants. Ainsi, il devient possible d'optimiser le rapport C_V/C_H (en insérant, par exemple, des isolants entre couches), de tester des distributions de potentiels très irrégulières, ou même, d'essayer des pavages différents (fils méplats, hexagonaux, etc...).

Pour conclure, ce modèle introduit suffisamment de degrés de liberté pour permettre la comparaison réaliste de diverses solutions technologiques. Les prévisions quantitatives sont certes approximatives, mais elle s'obtiennent rapidement à l'aide de calculs simples. Nous verrons dans la suite que les gains prévus par ces théories sont effectivement obtenus en pratique.

3 - MODÉLISATION ÉLÉMENTS FINIS BIDIMENSIONNELLE

L'utilisation d'un logiciel de calcul basé sur les éléments finis pour évaluer les capacités parasites d'un composant bobiné n'est pas une innovation [Collins 90]. Il nous a cependant semblé intéressant de confronter les prévisions d'un tel outil, à celles des calculs analytiques précédents. Nous nous proposons donc de modéliser, grâce au logiciel de calcul éléments finis FLUX2D [CEDRAT 94], différents types de bobinages.

3.1. Choix des dispositifs étudiés

Nous avons démontré précédemment qu'en électrostatique, la position de chaque conducteur constituant le bobinage a de l'importance, car pour minimiser l'énergie électrostatique stockée, il faut minimiser les différences de potentiel existant entre conducteurs voisins. La capacité parasite d'un composant bobiné a des origines multiples : capacité entre enroulements, entre couches d'un même enroulement, entre spires d'une même couche, entre enroulements et noyau, etc...

Nous avons choisi de faire porter la modélisation sur les inductances décrites précédemment, qui comportent chacune 3 x 17 spires disposées en couches ou en galettes. La répartition des spires est parfaitement connue et suffisamment régulière pour être facilement introduite dans le logiciel FLUX2D [Sabonnadière 82]. Les deux prototypes ayant été réalisés au laboratoire, les résultats de simulation seront ensuite comparés aux résultats expérimentaux.

3.1.1. Bobinage continu ou discontinu

Dans un problème d'électrostatique, l'inconnue recherchée est le potentiel scalaire V . Le logiciel FLUX2D permet de calculer cette inconnue en tout point de l'espace [Sabonnadière 88]. Selon la répartition de ce potentiel, et si les spires sont régulièrement réparties, il n'est pas nécessaire de représenter toute la géométrie du problème : la prise en compte de certaines symétries peut amener à des simplifications non négligeables. Ainsi, dans le cas des inductances utilisées, et lorsqu'il s'agit de mettre en évidence la différence entre bobinage continu ou discontinu, la représentation de deux demi-galettes suffit, moyennant un choix adéquat des conditions aux limites, comme le montre la figure 4.6.

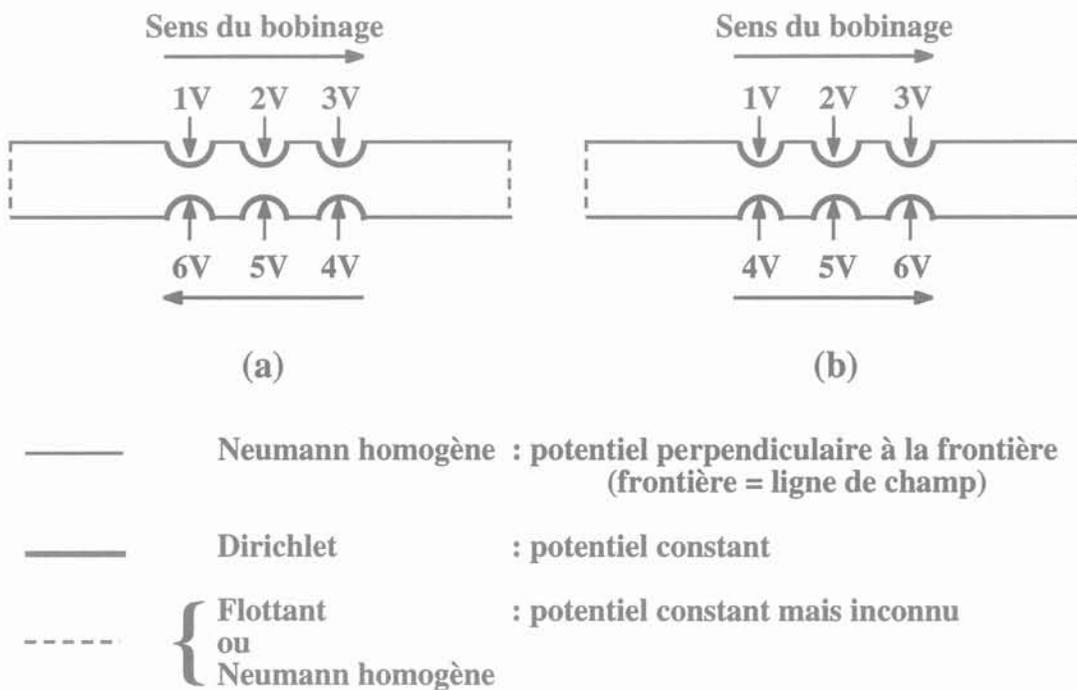


Figure 4.6 : Géométrie utilisée, conditions aux limites et répartition des potentiels dans le cas d'un bobinage continu (a) ou discontinu (b) en galettes

Notons que nous avons opté, dans les deux cas de figure, pour le bobinage en galettes qui nous permet de ne représenter que 3 spires de notre inductance.

Si nous fixons arbitrairement la différence de potentiel existant entre deux spires consécutives à 1 V, l'utilisation d'une condition aux limites de type Dirichlet (potentiel constant) sur le contour de chaque fil, permet de simuler la répartition du potentiel au sein de l'enroulement. Nous pouvons ainsi, uniquement en modifiant la valeur des potentiels affectés à chaque fil, simuler le bobinage continu ou discontinu (figure 4.3). Le calcul de l'énergie électrostatique totale de

l'enroulement se déduit ensuite de l'énergie élémentaire stockée entre chaque galette. Nous avons effectué ce calcul dans le cas d'une géométrie plane (inductance "déroulée") ou axisymétrique. L'écart obtenu dans un cas puis dans l'autre sur la valeur de l'énergie électrostatique, est très inférieur à 1 %.

Connaissant la valeur de l'énergie totale stockée et de la tension aux bornes de l'enroulement (identique pour le bobinage continu ou discontinu), il est facile d'en déduire la valeur de la capacité parallèle totale, grâce à l'équation (8).

3.1.2. Bobinage en couches ou en galettes

Dans le cas du bobinage en couches, le gain procuré par les symétries possibles est moindre. Le nombre minimum de spires à modéliser pour notre inductance de 3×17 spires passe en effet de trois (bobinage en galettes, figure 4.6) à 17 (figure 4.7). Pour cette raison, et pour nous permettre de mieux visualiser la répartition du champ électrique dans la bobine, nous avons décidé de représenter la géométrie complète, bien que cela ne soit pas absolument nécessaire pour le calcul de la capacité totale. Comme précédemment, la répartition des potentiels pour chaque type de bobinage s'effectue par le biais des conditions aux limites imposées sur le contour de chaque fil (figure 4.7).

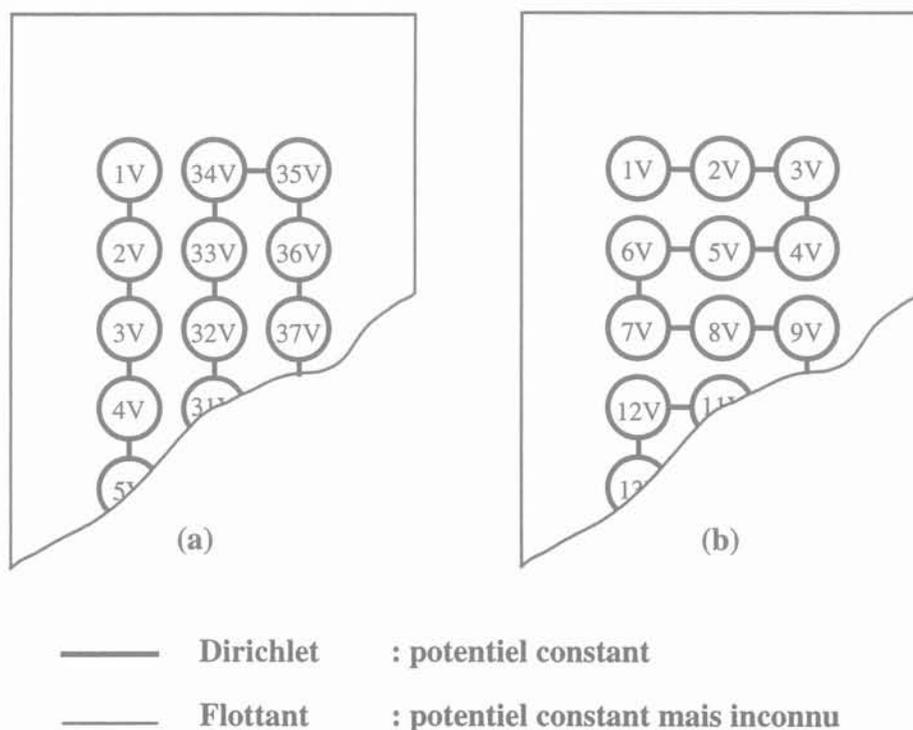


Figure 4.7 : Géométrie utilisée et répartition des potentiels dans le cas du bobinage continu en couches (a) ou en galettes (b)

Pour pouvoir effectuer une comparaison entre les deux prototypes réalisés, nous avons choisi dans les deux cas, le mode de bobinage continu.

3.2. Exploitation : Répartition des potentiels

Grâce à la dernière géométrie présentée, nous pouvons visualiser la répartition des potentiels à l'intérieur et à l'extérieur de chaque bobine (figure 4.8).

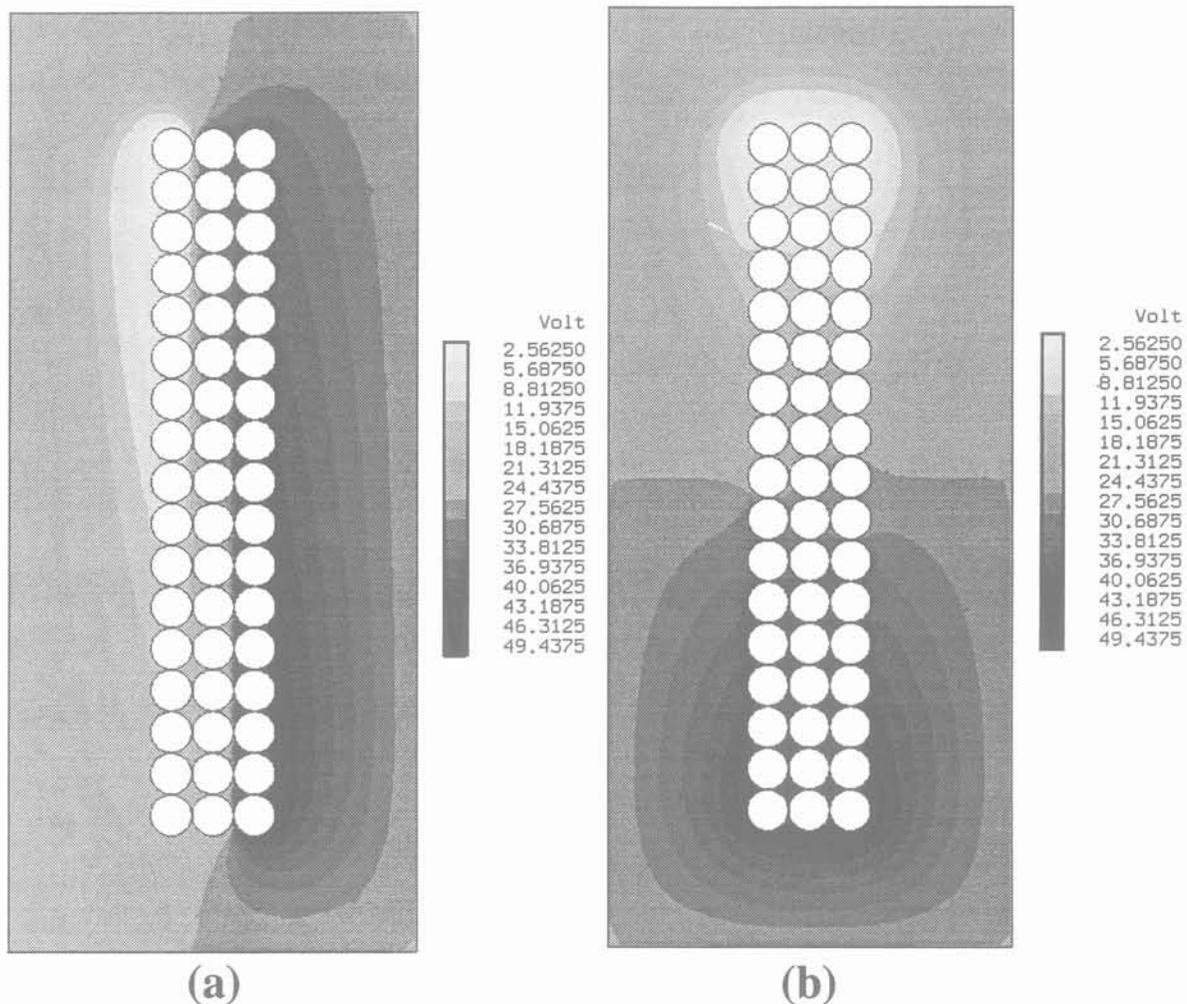


Figure 4.8 : Carte des isovaleurs du potentiel V pour le bobinage continu en couches (a) ou en galettes (b)

Nous observons sur cette carte que la répartition des potentiels peut être rapprochée de celle obtenue avec des "condensateur équivalents" plans dont les armatures sont, selon le cas, disposées suivant le petit ou le grand côté de la fenêtre de bobinage (figure 4.9).

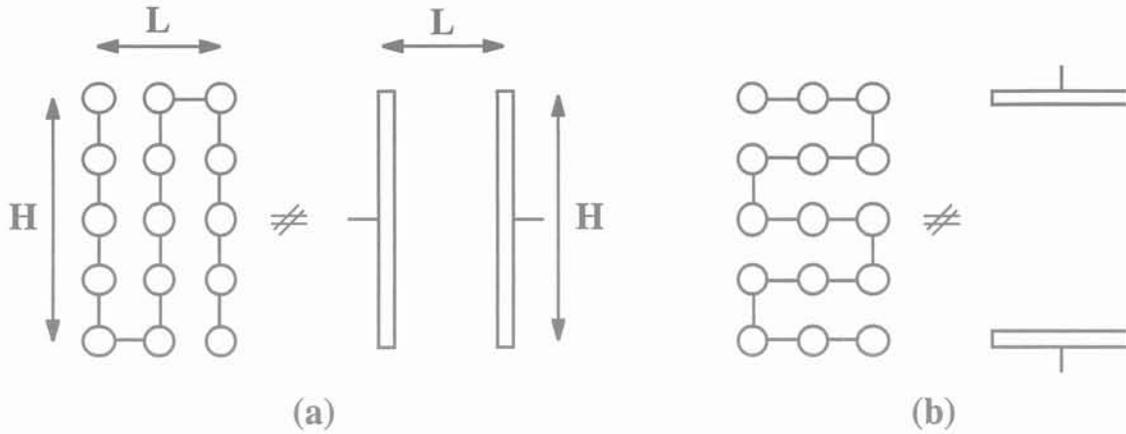


Figure 4.9 : Condensateurs "équivalents" permettant d'obtenir la même répartition des potentiels

Pour que cette équivalence soit valide, il faut encore que le potentiel varie linéairement tout au long de chaque armature. Dans ces conditions, nous mettons encore une fois en évidence l'importance du rapport H/L dans l'expression de l'énergie électrostatique stockée : il est en effet clair que l'énergie stockée par le condensateur (a) (bobinage en couches) ne peut être que supérieure à celle stockée par le condensateur (b) (bobinage en galettes) si la tension appliquée à chaque condensateur est identique.

Toutes les valeurs de capacités déduites de ces simulations seront présentées dans le paragraphe 5 : "Synthèse des résultats".

3.3. Problèmes liés à la description du dispositif

Le cas étudié ici est un cas idéal simple : les spires sont uniformément réparties, il n'y a pas de pièces conductrices à proximité (noyau ou écrans), le nombre de spires est peu élevé. Il n'en demeure pas moins que la distance séparant les fils est difficile à connaître avec précision.

Pour un transformateur ou une bobine comportant plusieurs dizaines de spires, le problème est encore plus complexe. Les spires n'étant pas forcément très régulièrement réparties, selon la technologie de fabrication employée, les résultats issus de la modélisation peuvent s'avérer très éloignés de la réalité. Et la solution qui consiste à tenir compte de la répartition réelle des spires pose trois problèmes. Il faut tout d'abord connaître cette répartition des spires. Il est ensuite impossible de simplifier la géométrie étudiée grâce à l'emploi d'une ou plusieurs symétries,

puisque par nature, il n'y en a pas dans ce cas. Enfin, la troisième difficulté découle des deux précédentes : le temps nécessaire à la saisie et à la résolution de tels problèmes devient prohibitif. Il est peut être préférable dans ce cas de s'orienter vers un calcul analytique, très rapidement effectué, même si nous savons à l'avance qu'il est approximatif...

4 - VALIDATION EXPÉRIMENTALE

Afin de valider les résultats présentés précédemment, nous avons effectué des mesures sur plusieurs composants. Pour mieux mettre en évidence certains aspects, nous avons été amenés à imaginer divers prototypes. Ces prototypes ont été réalisés de façon soignée, afin de minimiser les effets parasites.

4.1. Vérification des hypothèses

La théorie développée s'appuie sur l'expression de l'énergie électrostatique stockée dans les composants bobinés. Dans le cas du transformateur à deux enroulements, nous avons démontré que cette énergie dépend en règle générale de trois potentiels indépendants et qu'elle se caractérise par 6 coefficients (cf chapitre I).

La présence d'écrans électrostatiques, la proximité du noyau, ou de toute autre pièce conductrice, peut nécessiter l'ajout d'un ou plusieurs potentiels supplémentaires. Le modèle à six capacités n'est alors plus adéquat. C'est pourquoi il est nécessaire de s'assurer en premier lieu que, dans le cas du transformateur à deux enroulements, le modèle à trois potentiels suffit. Pour ce faire, nous effectuons une première observation de l'impédance à vide du composant. Nous relions ensuite, de façon externe, le noyau, la carcasse ou les pièces susceptibles d'être la source de capacités parasites supplémentaires, tour à tour, à l'une ou l'autre des bornes du primaire ou du secondaire du transformateur. Si les mesures font apparaître un décalage des fréquences de résonance, il est clair qu'un ou plusieurs potentiels supplémentaires doivent être pris en compte. Si aucun décalage n'apparaît, seules les tensions primaire, secondaire et inter-enroulement sont à prendre en compte, et le modèle développé suffit à rendre compte du comportement électrostatique du composant.

4.2. Cas du transformateur à deux enroulements

A partir du modèle plan, nous avons pu exprimer analytiquement la valeur des capacités parasites du transformateur à deux enroulements monocouches (cf tableau 1). Ce tableau fait

apparaître un rapport quatre entre les capacités évaluées avec liaison primaire-secondaire ou sans liaison. Cette multiplication par quatre de toutes les capacités conduit théoriquement à une division par deux des fréquences de résonance. Expérimentalement, il est facile de vérifier ce dernier point. Nous avons donc réalisé un prototype composé de deux couches coaxiales de fils de Litz fins (55 spires au primaire et au secondaire). Nous avons effectivement constaté un décalage des fréquences de résonance dans un rapport 2,03 (figure 4.10). Pour des composants plus classiques, nous avons remarqué que ce décalage n'est pas forcément dans un rapport deux mais il est cependant toujours observé.

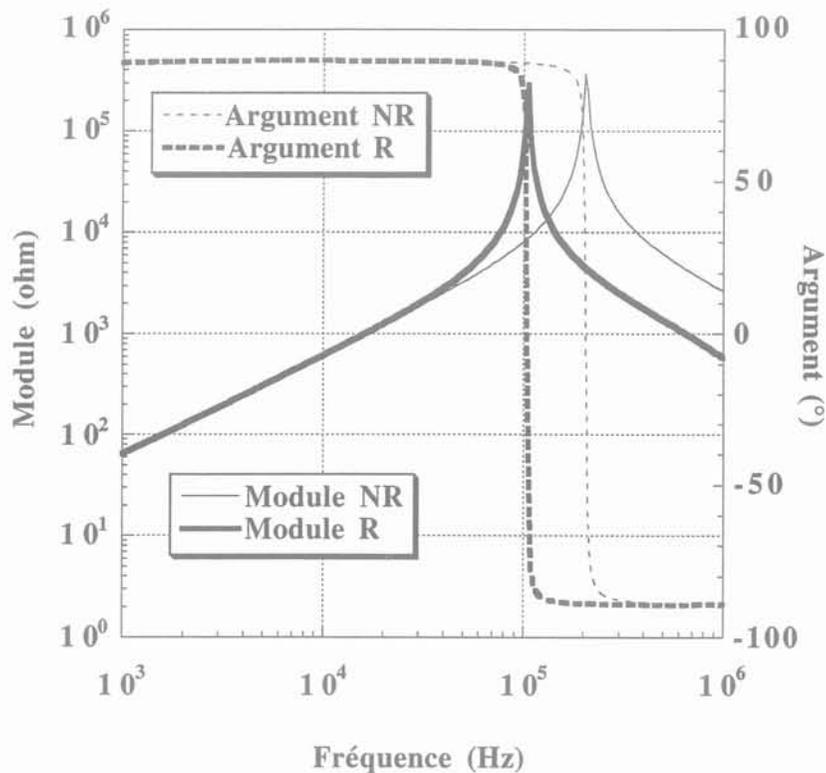


Figure 4.10 : Visualisation du décalage des fréquences de résonance lorsque primaire et secondaire du transformateur sont reliés (trait gras) ou non (trait fin).

4.3. Réduction de la capacité parallèle d'un bobinage

4.3.1. Bobinage "continu" ou "discontinu"

Rappelons que la particularité de ce bobinage réside dans la façon dont chaque couche de spires est reliée à la suivante (figure 4.3). Cela se traduit par la présence, ou non, d'une liaison transversale selon que chaque couche est bobinée, ou non, dans la même direction (bobinage discontinu ou continu). Théoriquement, le gain attendu sur la valeur de la capacité parallèle est au maximum de 25 %.

Pour valider expérimentalement ce dernier point, nous avons réalisé deux prototypes : l'un bobiné de manière continue et l'autre de manière discontinue, chaque enroulement comprenant 5 couches de 30 spires de fil fin. En application des formules théoriques du tableau 2, cela doit conduire à un gain maximum de 24,95 %.

L'observation des fréquences de résonance de chaque bobine (figure 4.11), nous permet de déduire la capacité parallèle de chacune : 76 pF pour le bobinage continu et 64,7 pF pour le discontinu. Cela représente un écart de 18 %, au lieu des 25 % attendus. Compte tenu de la difficulté de réalisation, d'une part, et du fait que les capacités mesurées ne sont peut être pas uniquement localisées entre les couches, d'autre part, nous pouvons considérer que la prévision théorique se trouve confirmée.

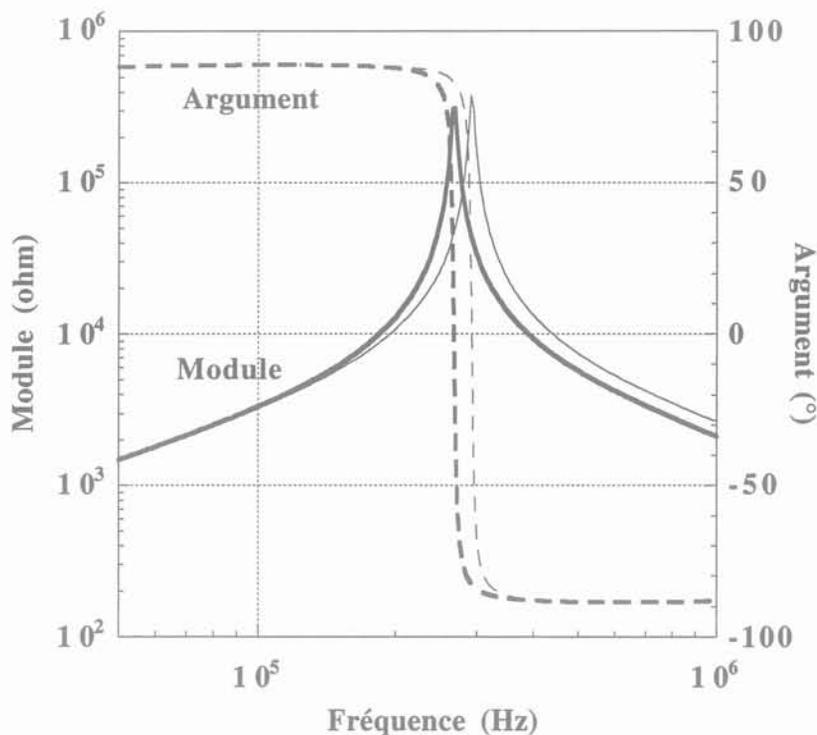


Figure 4.11 : Impédance mesurée dans le cas d'un bobinage continu (trait gras) et d'un bobinage discontinu (trait fin)

4.3.2. Bobinage en couches ou en galettes

Nous avons démontré qu'en théorie, lorsque $H > L$, le bobinage en galettes permet de diviser par un rapport $(H/L)^2$ la capacité parallèle totale résultant d'un bobinage classique en couches, H étant la hauteur du bobinage et L , sa largeur (figure 4.4). Pour vérifier ceci expérimentalement, nous avons réalisé deux bobines, comprenant chacune 3×17 spires, disposées dans des fenêtres de surfaces identiques et selon les deux orientations de bobinage

possibles. La capacité parallèle mesurée (figure 4.12) passe de 40,5 pF à 1,9 pF. Ceci représente un gain de 21,3 alors qu'en théorie, s'agissant d'un bobinage réalisé en continu, en couches ou en galettes, le gain calculé est de 21,7 (cf tableau 2, exemple 1). La légère différence observée peut s'expliquer par le fait que la capacité de 1,9 pF n'est peut être pas localisée uniquement entre les spires... La validation expérimentale est donc très concluante, mais le gain spectaculaire obtenu doit cependant être mis en balance avec l'accroissement de la difficulté de réalisation.

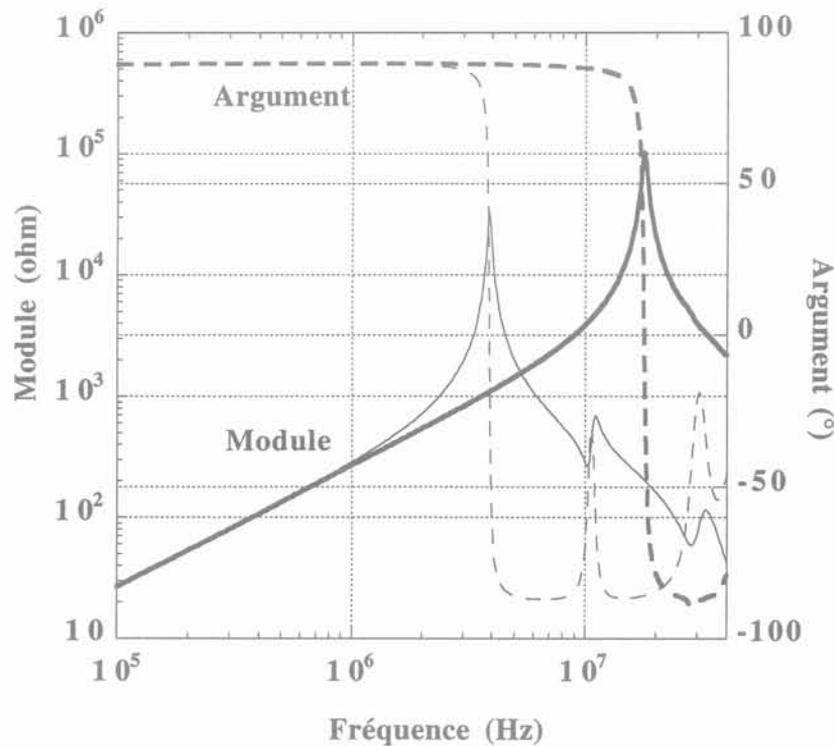


Figure 4.12 : Impédance mesurée dans le cas d'un bobinage classique en couches (trait fin) ou d'un bobinage en galettes (trait gras)

4.4. Influence des liaisons externes

Au sein d'une inductance à air, l'énergie électrostatique est stockée entre chaque spire. Cette énergie dépend de la tension appliquée aux bornes de l'enroulement, mais ne varie pas en fonction des liaisons extérieures. Dans le cas d'un transformateur, l'énergie peut aussi être stockée dans l'espace séparant les deux enroulements, ou entre les enroulements et le noyau, etc... Cette énergie dépend alors étroitement des liaisons externes réalisées.

Ainsi, sur l'exemple de la figure 4.13, nous voyons que si la liaison établie entre B et D est remplacée par une liaison entre A et C, la tension entre les bornes B et D varie de 0 à $(\eta - 1) V_1$, ce qui se traduit par des différences importantes du point de vue électrostatique. Pour cette

raison, la permutation simultanée des bornes primaires et secondaires du transformateur peut, dans certains cas, entraîner sa détérioration.

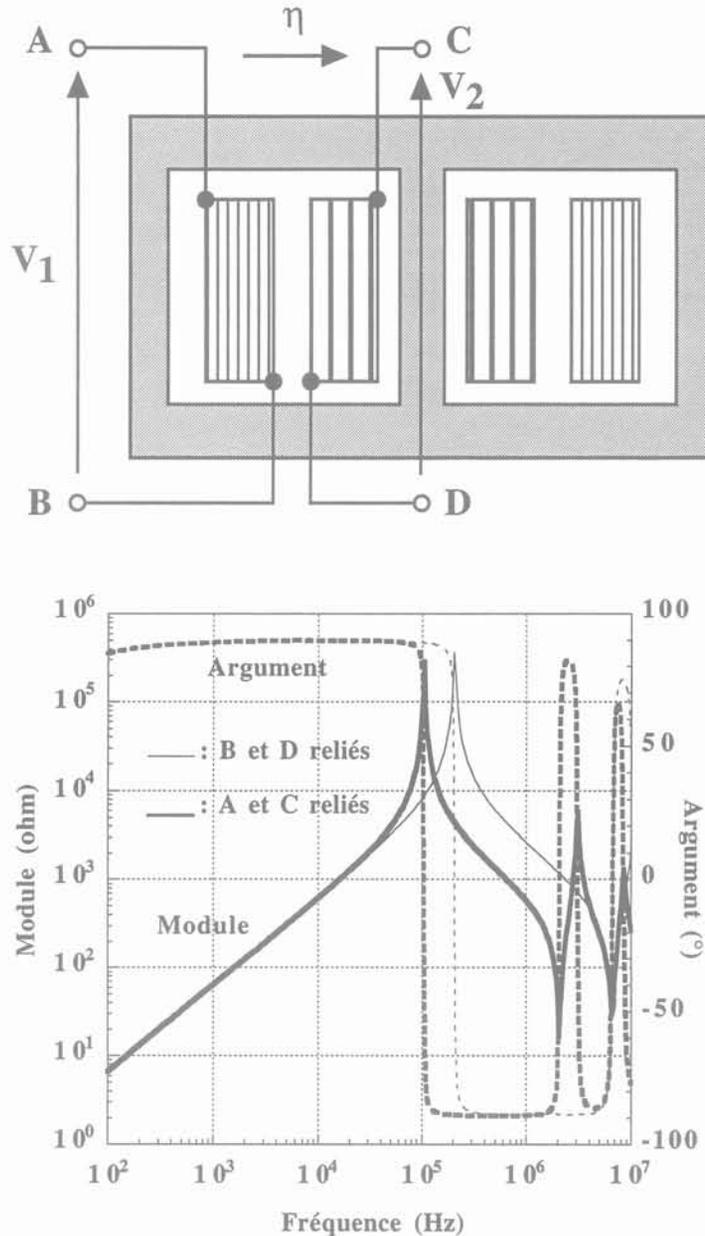


Figure 4.13 : Transformateur à deux enroulements coaxiaux. Impédance à vide mesurée avec une liaison entre B et D (trait fin) ou entre A et C (trait gras)

5 - SYNTHÈSE DES RÉSULTATS

Nous avons rassemblé dans le tableau 3 les résultats obtenus pour la capacité parallèle d'une inductance constituée de 3×17 spires, bobinées de diverses façons. Les résultats sont issus de la mesure, du calcul théorique et de la modélisation effectuée grâce au logiciel éléments finis FLUX2D.

C_p	Bobinage			
	En galettes		En couches	
	Continu	Discontinu	Continu	Discontinu
Mesure	1,9 pF	X	40,5 pF	X
Calcul analytique	0,23 C *	0,18 C *	5,1 C *	3,8 C *
	Écart : 22 %		Écart : 24 %	
Modélisation FLUX2D	2,9 pF	2,4 pF	40,9 pF	31,0 pF
	Écart : 17 %		Écart : 24 %	

* $C = C_V = C_H$: capacité verticale ou horizontale existant entre deux spires

Tableau 3 : Valeur de C_p mesurée, calculée et simulée pour différents types de bobinage (inductance constituée de 3 x 17 spires)

Ces résultats nécessitent quelques commentaires. Si nous comparons mesure et modélisation, nous obtenons une très bonne précision pour le bobinage en couches : 40,5 pF mesurés, à rapprocher des 40,9 pF obtenus par FLUX2D. Pour le bobinage en galettes, par contre, la précision se dégrade. Nous avons dit précédemment que la capacité mesurée (1,9 pF) n'est peut être pas localisée uniquement entre les spires. Mais dans ce cas, elle devrait être plus élevée que celle simulée, or c'est l'inverse qui se produit. Cet écart peut alors être expliqué par le fait que certaines irrégularités subsistent au niveau du bobinage du prototype, ce qui est tout à fait plausible étant donné les difficultés de réalisation. Ces irrégularités ne sont, bien sûr, pas prises en compte dans le modèle FLUX2D, qui suppose une répartition "idéale" des fils. Pour le bobinage en galettes, la capacité parallèle étant très faible, nous sommes beaucoup plus sensible à ce genre de phénomène que pour le bobinage en couche, qui est du reste, plus facile à réaliser...

En comparant maintenant les résultats obtenus analytiquement à ceux issus de la modélisation, nous vérifions que les approximations effectuées lors des calculs conduisent effectivement à des résultats relativement corrects. Pour faciliter la comparaison, nous avons, dans chaque cas, calculé l'écart relatif entre bobinage continu et discontinu. En comparant ces pourcentages, nous observons une bonne similitude dans le cas du bobinage en couches. Pour le bobinage en galettes, l'écart observé peut provenir du fait que la modélisation permet de prendre en compte la totalité de l'énergie électrostatique stockée dans l'espace entourant les conducteurs, alors que le calcul analytique a été fait en privilégiant les directions horizontales et verticales uniquement (C_V et C_H). Comme dans le cas précédant, la capacité étant ici plus faible, nous sommes plus sensible à ce genre d'approximation.

6 - CONCLUSION

L'approche analytique développée dans ce chapitre s'appuie sur une représentation simplifiée de la géométrie interne des enroulements. Deux règles simples de bobinage ont été déduites pour diminuer les capacités parasites : le résultat optimum est obtenu pour un bobinage réalisé en galettes parallèles au petit côté de la fenêtre de bobinage, et en conservant une direction de bobinage constante, c'est à dire que chaque couche est reliée à la suivante par un fil disposé perpendiculairement aux autres. Plusieurs prototypes ont démontré l'effet bénéfique du respect de ces règles. En pratique, il sera toutefois nécessaire de mettre en balance le gain en performances et l'accroissement de la difficulté de réalisation. Ces prototypes ont en outre permis de montrer que les deux modèles analytiques proposés permettent d'aboutir rapidement à des prévisions relativement précises.

Des calculs basés sur l'utilisation de la méthode des éléments finis ont été effectués pour comparaison. Les résultats obtenus ont confirmés les règles établies et ont permis de fixer les limites de validité de la méthode analytique et de la modélisation. La méthode analytique donne des résultats d'autant plus précis que la capacité totale est élevée, c'est à dire pour les enroulements à plus grand nombre de spires. C'est en effet dans ce cas que les approximations effectuées sont le plus réaliste (directions verticales et horizontales privilégiées, car prépondérantes pour le stockage de l'énergie électrostatique). La modélisation tient compte de la géométrie réelle et de l'énergie stockée à proximité de l'enroulement. Elle permet en principe une évaluation plus juste des capacités parasites. Cependant, sa précision reste liée à celle des paramètres géométriques introduits, souvent mal connus, et lorsque le bobinage est réalisé de façon irrégulière et qu'il comporte un grand nombre de spires, son utilisation est limitée par les possibilités de description.

La combinaison des différentes méthodes proposées permet d'aboutir, dans un grand nombre de cas, à des prévisions intéressantes. Elle permet également d'évaluer l'influence sur les capacités parasites, de l'utilisation de fils de diamètres différents, ou d'une disposition différentes des fils, etc... C'est ainsi une porte ouverte vers l'optimisation des composants bobinés...

CHAPITRE V :

**MODÉLISATION MAGNÉTODYNAMIQUE DES
MATÉRIAUX MAGNÉTIQUES MASSIFS**

**CHAPITRE V : MODÉLISATION MAGNÉTODYNAMIQUE DES
MATÉRIAUX MAGNÉTIQUES MASSIFS**

1 - INTRODUCTION

2 - MODÉLISATION MAGNÉTODYNAMIQUE DU TRANSFORMATEUR

2-1 Géométrie étudiée et caractéristiques du matériau

2-2 Comparaison simulation-expérience

**3 - MODÉLISATION MAGNÉTODYNAMIQUE D'UNE INDUCTANCE
SIMPLE**

3-1 Géométrie étudiée et caractéristiques du matériau

3-2 Impédance torique : Comparaisons simulation-expérience

4 - LA PERMÉABILITÉ COMPLEXE : POURQUOI ?

4-1 Définition et intérêt de la perméabilité complexe

4-2 Expression des pertes dans les matériaux magnétiques

**5 - MESURE DES CARACTÉRISTIQUES PHYSIQUES STATIQUES DU
MATÉRIAU**

5-1 Perméabilité complexe quasi-statique

5-1-1 Principe et dispositif expérimental

5-1-2 Mesures et variations observées

5-2 Résistivité

5-3 Influence de la température

5-4 Validation: calcul des pertes

**6 - MESURE DES CARACTÉRISTIQUES PHYSIQUES DYNAMIQUES :
PROPOSITION D'UNE MÉTHODE ORIGINALE**

6-1 Critique de la méthode de caractérisation classique

6-2 Prise en compte de l'atténuation de l'induction

6-2-1 Formulation analytique

6-2-2 Étude par simulation

6-3 Comparaison des deux méthodes de caractérisation

6-3-1 Cas d'un matériau magnétique conducteur

6-3-2 Étude d'un noyau ferrite

7 - CONCLUSION

1 - INTRODUCTION

La modélisation du comportement linéaire des matériaux homogènes et isotropes utilisés en régime harmonique, passe par la connaissance des grandeurs qui les caractérisent : $\bar{\mu}$ et $\bar{\varepsilon}$. Le préalable indispensable à toute prévision est donc l'estimation de ces grandeurs physiques, à la fréquence de travail.

Pour un métal, on néglige toujours le courant de déplacement, si bien que $\bar{\varepsilon} = \frac{1}{j \omega \rho}$. Il reste alors à déterminer $\bar{\mu}$ et ρ . D'une manière systématique, la résistivité est supposée indépendante de la fréquence, et, assez souvent, on admet que la perméabilité garde, lorsque la fréquence croît, la valeur mesurée en très basse fréquence (quasi-statique).

Nous allons montrer que dans le cas d'un circuit magnétique de qualité médiocre, la connaissance de μ' (partie réelle de $\bar{\mu}$) et de ρ à une fréquence donnée, ne permet pas toujours de prévoir l'impédance du circuit à cette fréquence. Nous introduirons alors une perméabilité complexe, plus réaliste.

Les méthodes de caractérisation classiques permettent de trouver les composantes de $\bar{\mu}$ quasi-statique et ρ statique. La simulation effectuée avec ces grandeurs, à une fréquence proche de la mesure, est meilleure. Mais les prévisions faites en s'écartant de cette fréquence s'avèrent médiocres. En réalité, il est probable que ρ et surtout $\bar{\mu}$ varient avec la fréquence. Nous proposons donc une méthode de caractérisation qui permet de déterminer ces trois grandeurs scalaires à chaque fréquence.

Nous apportons ensuite la preuve, sur un exemple simple, que cette méthode est valide et qu'elle débouche sur des possibilités intéressantes en matière de caractérisation des matériaux magnétiques, qu'ils soient métalliques ou composites (ferrites).

2 - MODÉLISATION MAGNÉTODYNAMIQUE DU TRANSFORMATEUR

Nous avons appliqué précédemment (chapitre 2) notre méthode de caractérisation expérimentale à un transformateur à deux enroulements, produit par notre partenaire industriel. Nous en avons déduit un circuit équivalent à constantes localisées. Les résultats des simulations électroniques effectuées avec ce circuit, comparées aux mesures, ont prouvé la validité de cette représentation linéaire du transformateur. Nous avons effectué ensuite la mesure et le calcul (analytique ou par simulation) des grandeurs électrostatiques de ce circuit. Notre objectif est maintenant de

calculer, grâce au logiciel de modélisation FLUX2D [CEDRAT 94], les valeurs relatives au couplage magnétique, et en particulier, l'impédance d'entrée à vide de ce composant.

2.1. Géométrie étudiée et caractéristiques du matériau

Le noyau du transformateur étudié est constitué de fonte massive. Son circuit magnétique est interrompu par deux entrefers principaux de 0,3 mm. Les enroulements comptent 209 spires chacun et la fréquence de fonctionnement peut varier de 3 à 100 kHz. La géométrie de ce composant est présentée ci-dessous (figure 5.1).

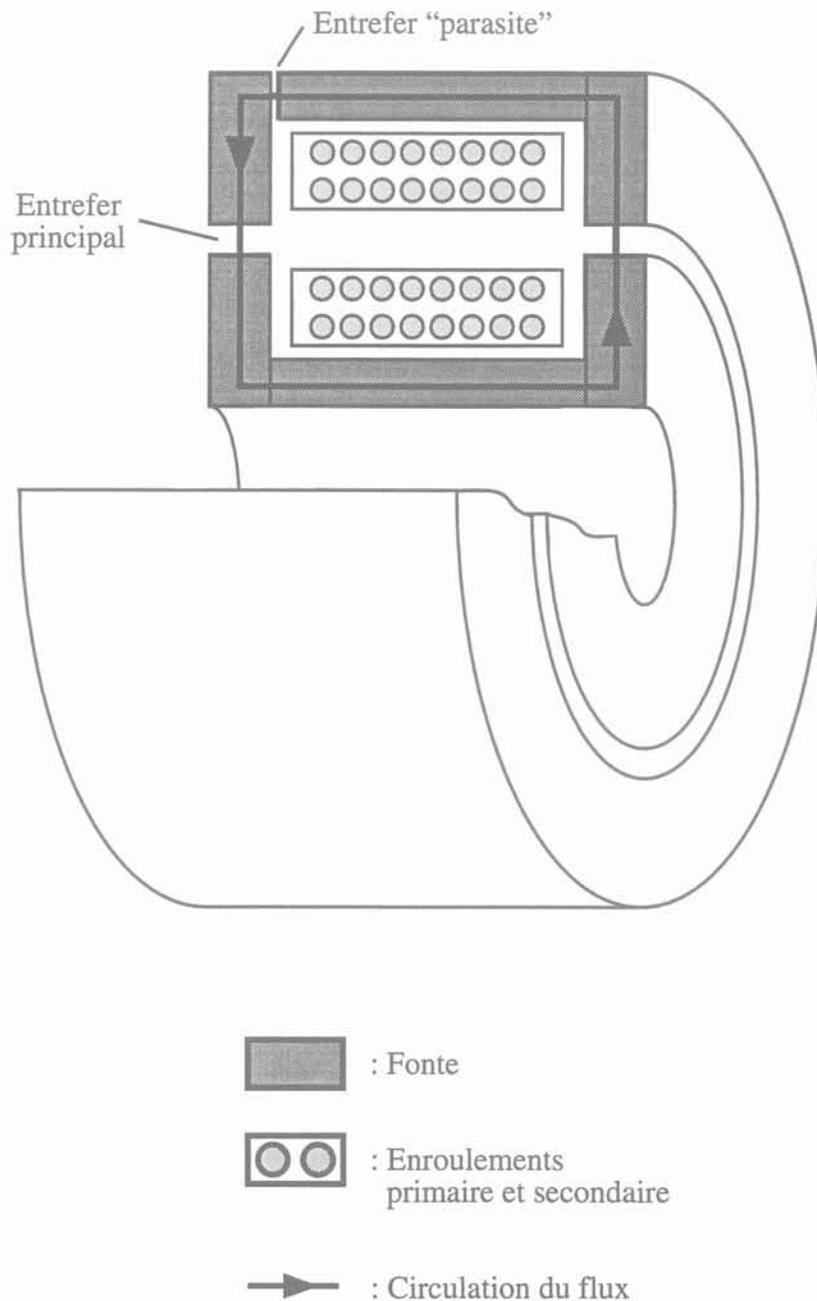


Figure 5.1 : Géométrie du transformateur

En nous appuyant sur la symétrie axisymétrique, nous représentons le transformateur en coupe. De cette façon, nous ne faisons aucune approximation sur la profondeur du dispositif. Les conducteurs étant très fins, nous pouvons considérer que les effets de peau dans ces derniers sont négligeables. Ils sont alors assimilés à du vide, et chaque couche de fils est représentée par une "nappe équivalente", ce qui facilite le maillage du problème. De cette façon, nous tenons compte des ampères-tours générés mais nous négligeons la résistance en continu des enroulements. Il n'est cependant pas difficile de mesurer cette résistance à l'ohmmètre et d'en tenir compte à posteriori lors de l'exploitation des résultats. Enfin, le transformateur utilisé possède deux types d'entrefer : deux entrefers principaux, et un entrefer "parasite" situé sur la moitié extérieure du noyau (figure 5.1), cette dernière étant constituée de deux parties pour permettre l'introduction du bobinage. Cet entrefer est modélisé par une région linéique de faible épaisseur (0,1 mm) qui simule la présence d'un vernis isolant.

A l'intérieur du modèle magnétodynamique [Sabonnadière 88], nous nous plaçons dans l'hypothèse d'un fonctionnement linéaire. Ceci est conforme aux observations réalisées à l'aide de l'analyseur d'impédance, et déjà largement commentées au cours des chapitres précédents. Dans un premier temps, les caractéristiques utilisées pour la fonte, sont celles communiquées par le fournisseur, à savoir, une perméabilité et une résistivité réelles, supposées indépendantes de la fréquence :

$$\begin{aligned}\mu_r &= 2500 \\ \rho &= 50 \times 10^{-8} \Omega.m\end{aligned}$$

2.2. Comparaison simulation-expérience

Les valeurs de μ_r et de ρ introduites dans le logiciel FLUX2D, nous permettent de calculer les puissances active et réactive dans le transformateur, à différentes fréquences. En rapprochant ces puissances de la valeur du courant introduit, nous déduisons les valeurs du module et de l'argument de l'impédance.

Les résultats sont présentés (figure 5.2) sous la forme de l'équivalent L_S - R_S de l'impédance à vide du transformateur. Nous pouvons ainsi superposer aux résultats du calculs, les mesures réalisées dans les mêmes conditions sur l'analyseur d'impédance.

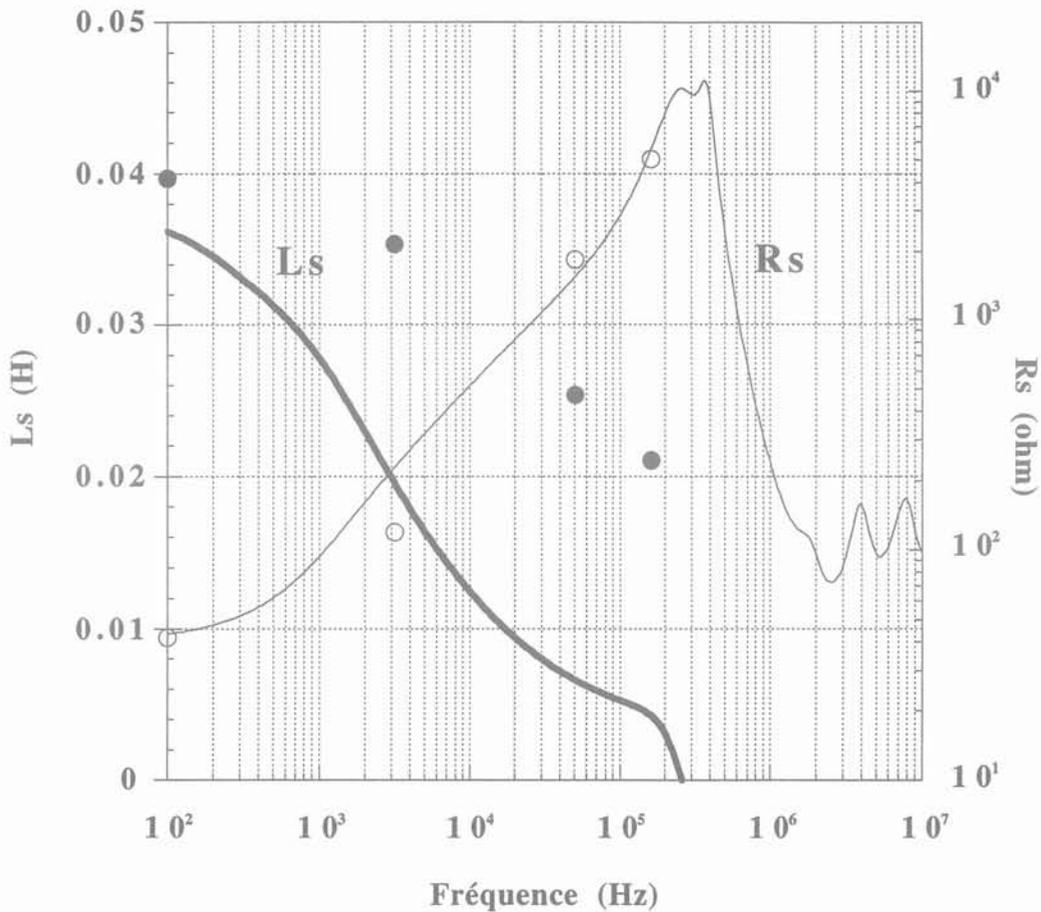


Figure 5.2 : Représentation L_S - R_S de l'impédance à vide mesurée (trait continu) et calculée avec FLUX2D (o)

Nous avons ajouté à la résistance calculée (R_S), la résistance mesurée en continu de l'enroulement primaire (40 ohm) car celle-ci n'est pas prise en compte lors de la simulation.

Bien que ce relevé ne comporte que quelques points, nous constatons que la concordance des résultats est loin d'être satisfaisante, en particulier pour la valeur de l'inductance (L_S), et dès les basses fréquences.

3 - MODÉLISATION MAGNÉTO-DYNAMIQUE D'UNE INDUCTANCE SIMPLE

3.1. Géométrie étudiée et caractéristiques du matériau

Les résultats précédents s'avèrent médiocres, mais le transformateur utilisé possède une géométrie relativement complexe (entrefers principaux, entrefer "parasite", ...) si bien qu'il est

difficile de dire si le désaccord provient d'une imprécision de la description géométrique ou d'une modélisation inadéquate du matériau. Nous allons donc nous ramener à un cas plus simple : une inductance dont le noyau est un simple tube. Ce noyau est en fonte, identique à celle qui constitue le noyau du transformateur.

La géométrie choisie (tube cylindrique) découle des facilités d'usinage d'un tel profil. L'épaisseur relativement importante du noyau (1 cm) est justifiée par une raison simple. Ce noyau est réalisé par tournage d'un barreau massif. L'échauffement local qui résulte de cet usinage est susceptible de modifier les caractéristiques du matériau, mais la zone concernée est proportionnellement moins grande dans le cas d'un noyau épais.

Le dispositif étudié par simulation est représenté par la figure 5.3 :

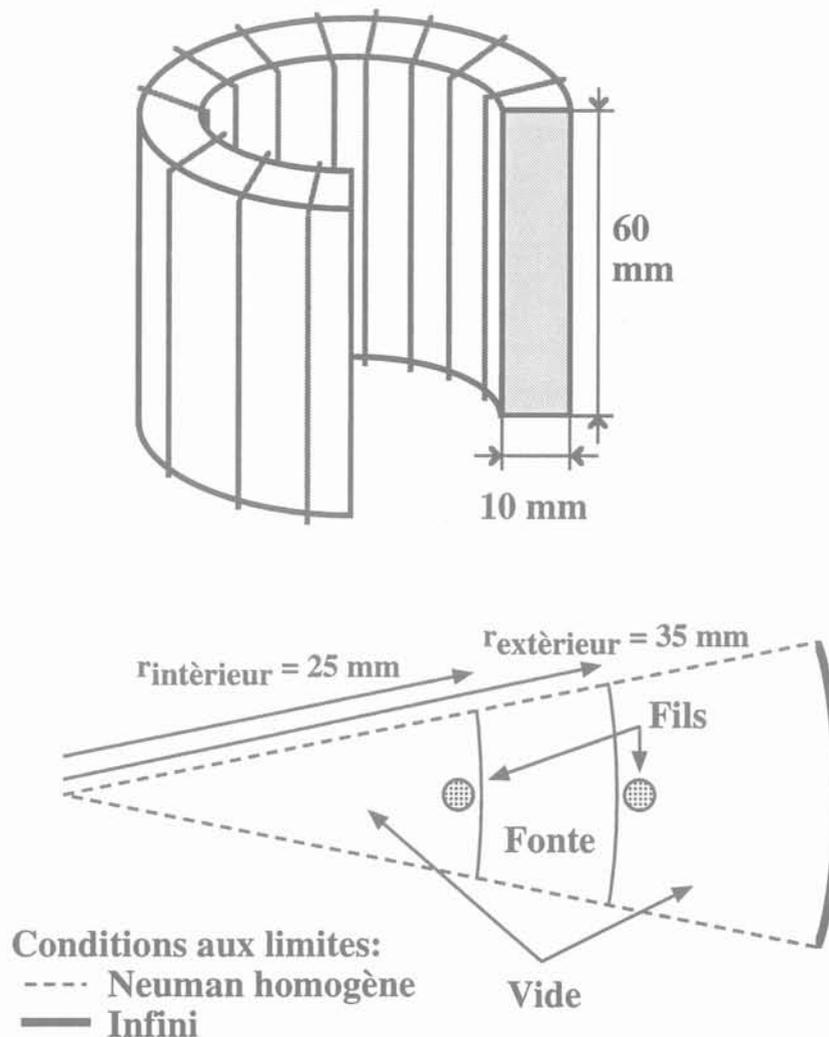


Figure 5.3 : Description de l'inductance cylindrique simulée à l'aide de FLUX2D

Le bobinage est réalisé en fils de Litz fins (50 spires), afin que les pertes dans le cuivre soient faibles et aussi indépendantes que possible de la fréquence. En pratiquant successivement plusieurs mesures d'impédance entre 100 Hz et 40 MHz, nous vérifions, en rapprochant progressivement les fils les uns des autres et en les rapprochant du noyau, que l'influence des capacités parasites entre fils, ou entre fils et noyau, demeure négligeable. Ceci provient du fait que nous ne bobinons qu'une seule couche de spires et que chaque spire demeure relativement éloignée de ses voisines. Nous plaquons donc finalement les spires sur le noyau, afin de limiter le flux de fuite.

Les 50 spires étant régulièrement espacées sur l'échantillon, il suffit de représenter 1/50^{ème} de la géométrie du tube. L'approximation 2D a été validée par la mesure de deux échantillons de longueurs respectives 60 mm et 120 mm. L'impédance mesurée s'avère proportionnelle à la longueur, ce qui prouve que les effets de bords se produisant aux deux extrémités du tube ne sont pas prépondérants.

Enfin, les fils du bobinage sont assimilés à du vide lors de la simulation. S'agissant de fils de Litz, il est en effet loisible de négliger les effets de peau [Lofti 93]. Comme précédemment, il sera nécessaire d'ajouter à la résistance série calculée, la valeur mesurée en continu.

Les valeurs de μ_r et de ρ introduites dans le logiciel sont les mêmes que celles utilisées précédemment pour le transformateur.

3.2. Impédance torique : Comparaisons simulation-expérience

Les résultats du calcul, superposés aux mesures effectuées sur l'analyseur d'impédance, sont présentés sur la figure 5.4.

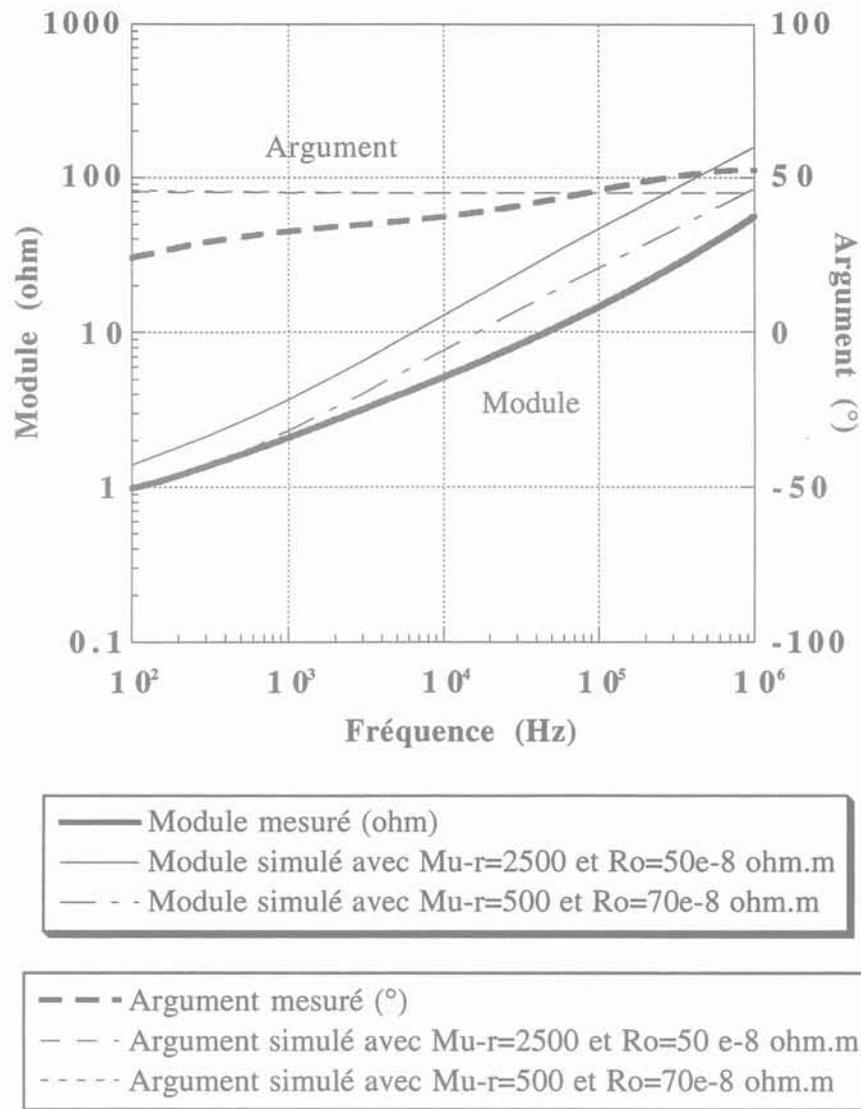


Figure 5.4 : Impédance d'une bobine à noyau massif mesurée (trait gras) et calculée sur FLUX2D (traits fins) avec différentes valeurs de μ_r et de ρ

Nous observons d'abord que l'impédance mesurée se comporte très différemment d'une inductance parfaite (argument à 90° et module proportionnel à ω). Cette impédance présente en revanche toutes les caractéristiques liées à la présence de courants de Foucault importants : module proportionnel à $\omega^{\frac{1}{2}}$ et argument proche de 45° . Il en résulte, dès les basses fréquences, des pertes supplémentaires importantes [Namjoshi 88] et la représentation L_S-R_S de l'impédance (figure 5.5) fait apparaître des éléments non constants. Comme indiqué précédemment, nous avons ajouté à la valeur calculée de R_S , la valeur mesurée en continu (0,43 ohm).

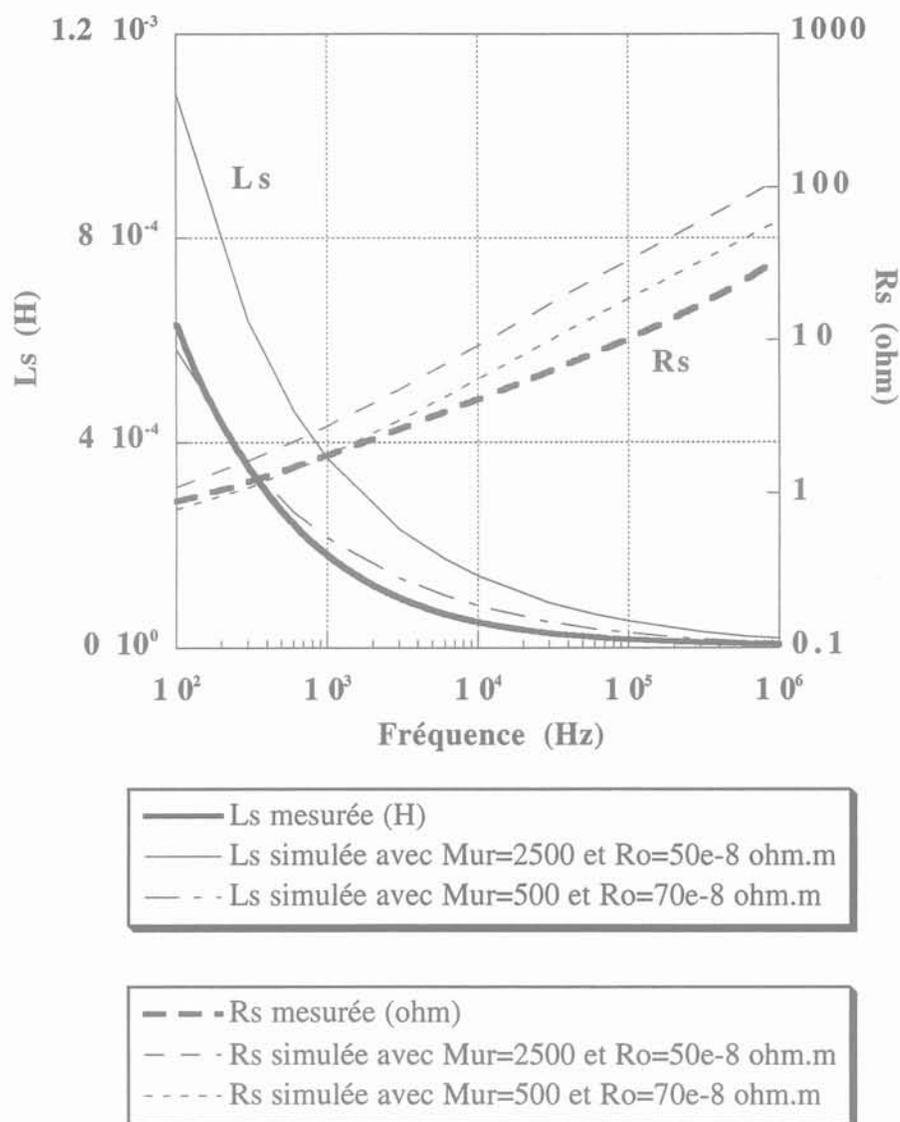


Figure 5.5 : Équivalent Ls-Rs de l'impédance d'une bobine à noyau massif. Mesure (trait gras) et calcul FLUX2D (traits fins) avec différentes valeurs de μ_r et de ρ

Les caractéristiques du matériau fournies par le constructeur ne satisfont visiblement pas à une représentation correcte du comportement du matériau. Nous essayons donc, en faisant varier les deux constantes μ_r et ρ , de nous rapprocher des courbes issues de la mesure. Nous constatons que même en faisant varier μ_r dans un rapport 5 et ρ de 40 %, nous ne parvenons pas à une ressemblance acceptable des courbes (figures 5.4 et 5.5). Nous remarquons en particulier qu'à 100 Hz ou 1000 Hz, quelles que soient les valeurs introduites pour μ_r et ρ , la simulation mène à un argument toujours supérieur à 45° . Ce résultat est normal puisque les pertes sont attribuées exclusivement aux courants de Foucault, mais il est en franche contradiction avec les résultats expérimentaux qui montrent un argument nettement inférieur à 45° ...

Finalement, avec ce composant géométriquement simple, nous ne parvenons pas à de meilleurs résultats qu'avec le transformateur. C'est à l'évidence la modélisation du matériau qui est en cause. Il semble nécessaire d'adopter une représentation plus réaliste qui prenne en compte les pertes par hystérésis, seules susceptibles de réduire la discordance sur l'argument.

4 - LA PERMÉABILITÉ COMPLEXE : POURQUOI ?

Dans l'hypothèse d'un comportement linéaire, le principal inconvénient lié à l'utilisation du couple de valeurs réelles (ρ , μ_r) pour caractériser un matériau magnétique conducteur, vient du fait que les propriétés hystérétiques du matériau ne sont pas prises en compte. En régime sinusoïdal, l'utilisation d'une perméabilité complexe introduit un déphasage entre l'excitation H et l'induction B . Dans ces conditions, le cycle $B(H)$ est elliptique. Sa surface non nulle permet de rendre compte des pertes par hystérésis, tout en conservant l'hypothèse de linéarité. Cette approche n'interdit pas la prise en compte d'une résistivité, si bien que les pertes par hystérésis et par courants de Foucault, peuvent être étudiées simultanément.

4.1. Définition et intérêt de la perméabilité complexe

Dès qu'on admet la linéarité et la stationnarité d'un matériau, sa réponse à une excitation (H) sinusoïdale établie, est obligatoirement une induction (B) sinusoïdale de même fréquence. Pour autant, les deux sinusoïdes ne sont pas obligatoirement en phase et, si B et H ont des composantes complexes, nous pouvons écrire :

$$B = \bar{\mu} \cdot H \quad (1)$$

Ainsi, la perméabilité d'un matériau homogène et isotrope est un nombre complexe $\bar{\mu}$ qui peut varier avec la fréquence. Bien entendu, cette grandeur peut également dépendre des paramètres qui déterminent l'état physique du matériau (température, pression,...).

Pour caractériser le fonctionnement linéaire d'un matériau magnétique doux, les fournisseurs de ferrites donnent les deux composantes μ' et μ'' de sa perméabilité relative à la fréquence de travail :

$$\bar{\mu} = \mu_0 (\mu' - j \mu'') \quad (2)$$

où μ_0 est la perméabilité du vide.

Puisque dès le départ nous avons pris comme hypothèse que B et H sont sinusoïdales, la courbe B(H) associée ne peut être qu'une ellipse (figure 5.6).

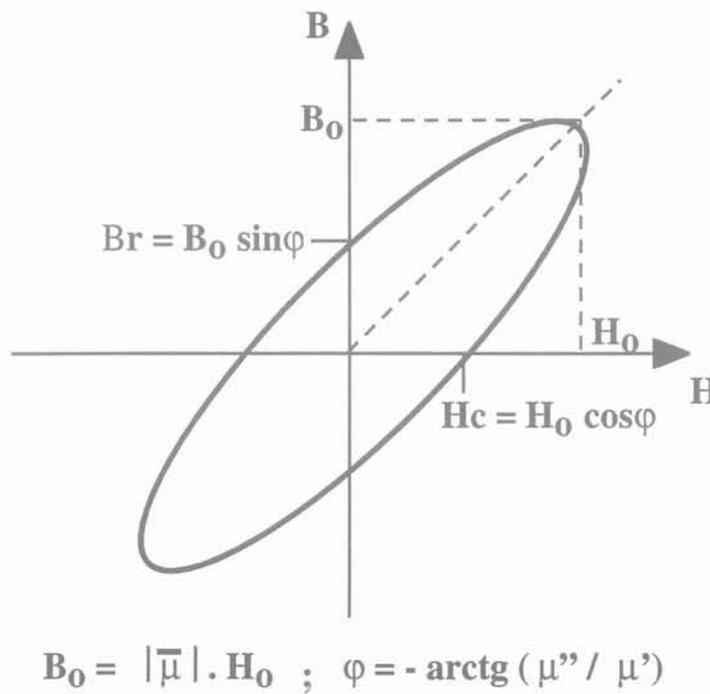


Figure 5.6 : Cycle d'hystérésis lié à la perméabilité complexe

C'est donc par cette ellipse que nous allons approcher le cycle d'hystérésis réel. Selon les matériaux et les situations étudiées, cette approximation peut s'avérer suffisante ou au contraire, trop grossière. Cependant, un point demeure certain : la perméabilité complexe est la manière la plus simple de tenir compte des pertes magnétiques, et aussi, la plus économique en calcul.

Notons enfin que la perméabilité complexe est le rapport de deux grandeurs définies pour un milieu continu et donc, homogène. Les équations de Maxwell appliquées à l'optique exploitent de telles grandeurs [Keradec 94-2], mais elles cessent d'être applicables dès que les longueurs d'ondes impliquées sont du même ordre que la taille des inhomogénéités (rayons X). Il faut donc s'attendre à des limitations semblables lors de l'emploi de la perméabilité complexe.

L'ensemble du raisonnement conduit ici avec la perméabilité complexe s'applique également à la permittivité. Avec les mêmes hypothèses concernant la linéarité, nous poserons donc :

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_0 (\epsilon' - j \epsilon'') \quad (3)$$

4.2. Expression des pertes dans les matériaux magnétiques

La puissance complexe P fournie à un système de volume V limité par la surface fermée S est égale au flux du vecteur de Poynting (S_p) à travers cette surface.

$$P = - \oint_S \vec{S}_p \cdot d\vec{S} = - \int_V \text{div } \vec{S}_p \, dV \quad (4)$$

$$\text{où } \vec{S}_p = \vec{E} \wedge \vec{H}^*$$

Le modèle mathématique régissant l'état électromagnétique d'un matériau continu en régime harmonique est issu des équations de Maxwell, auxquelles sont associées les lois de comportement du milieu supposé linéaire, homogène et isotrope. Ces équations sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= \vec{J} + j \omega \vec{D} & \Rightarrow \text{div } \vec{E} &= 0 \\ \text{rot } \vec{E} &= -j \omega \vec{B} & \Rightarrow \text{div } \vec{H} &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\vec{J} + j \omega \vec{D} = \frac{\vec{E}}{\rho} + j \omega \vec{D} = j \omega \bar{\epsilon} \vec{E} \quad \vec{B} = \bar{\mu} \vec{H}$$

avec

\vec{B} (T)	: amplitude complexe de l'induction magnétique
\vec{E} (V.m ⁻¹)	: amplitude complexe du champ électrique
\vec{H} (A.m ⁻¹)	: amplitude complexe du champ magnétique
\vec{J} (A.m ⁻²)	: amplitude complexe de la densité de courant
$\bar{\mu}$ (H.m ⁻¹)	: perméabilité complexe
$\bar{\epsilon}$ (S.m ⁻¹)	: permittivité complexe

A partir de ces relations et de la divergence de S_p , nous obtenons :

$$\text{div } \vec{S}_p = \text{div} (\vec{E} \wedge \vec{H}^*) = \vec{H}^* \cdot \text{rot } \vec{E} - \vec{E} \cdot \text{rot } \vec{H}^* \quad (6)$$

Grâce à (5) et après développement, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \text{div } \vec{S}_p &= \vec{H}^* \cdot (-j \omega \bar{\mu} \vec{H}) - \vec{E} \cdot (j \omega \bar{\epsilon} \vec{E})^* \\ &= -j \omega (\bar{\mu} |\vec{H}|^2 - \bar{\epsilon}^* |\vec{E}|^2) \end{aligned} \quad (7)$$

En remplaçant alors $\bar{\mu}$ et $\bar{\epsilon}$ par leurs expressions complexes (2) et (3) :

$$\operatorname{div} \vec{S}_p = -\omega (\mu'' |\vec{H}|^2 + \epsilon'' |\vec{E}|^2) - j \omega (\mu' |\vec{H}|^2 - \epsilon' |\vec{E}|^2) \quad (8)$$

La puissance complexe fournie au système s'exprime alors comme suit:

$$P = - \int_V \operatorname{div} \vec{S}_p dV = \omega \int_V (\mu'' |\vec{H}|^2 + \epsilon'' |\vec{E}|^2) dV + j \omega \int_V (\mu' |\vec{H}|^2 - \epsilon' |\vec{E}|^2) dV \quad (9)$$

La partie réelle de cette puissance (puissance active) est la partie dissipée, alors que la partie imaginaire (puissance réactive) est une partie échangée alternativement et temporairement stockée par le système sous forme d'énergie interne.

Dans un métal, on admet généralement que $\vec{J} \gg j \omega \vec{D}$, si bien que, d'après (5) et (3), nous déduisons :

$$\frac{\vec{E}}{\rho} = j \omega \bar{\epsilon} \vec{E} \Rightarrow \bar{\epsilon} = \frac{1}{j \omega \rho}$$

$$\text{Puis : } \epsilon' = 0 \text{ et } \epsilon'' = \frac{1}{\omega \epsilon_0 \rho} \quad (10)$$

A partir de (5), (9) et (10), nous obtenons :

$$\begin{aligned} P_a = \text{Réelle} [P] &= \int_V (\rho |\vec{J}|^2 + \omega \mu'' |\vec{H}|^2) dV \\ P_r = \text{Imaginaire} [P] &= \int_V \omega \mu' |\vec{H}|^2 dV \end{aligned} \quad (11)$$

Le premier terme de P_a est appelé "pertes par courants de Foucault" et le second "pertes par hystérésis". Cette décomposition permet de séparer les deux types de pertes à l'issue de chaque simulation.

5 - MESURE DES CARACTÉRISTIQUES PHYSIQUES STATIQUES DU MATÉRIAU

La perméabilité complexe est une donnée largement utilisée par les fabricants de matériaux magnétiques doux (ferrites, tôles) [Watson 89]. Les deux composantes de la perméabilité complexe sont en général tracées en fonction de la fréquence. Ce type de courbe est une donnée standard dans le cas des ferrites douces [Philips 91] : la chute de la partie réelle donne la fréquence limite d'utilisation du matériau.

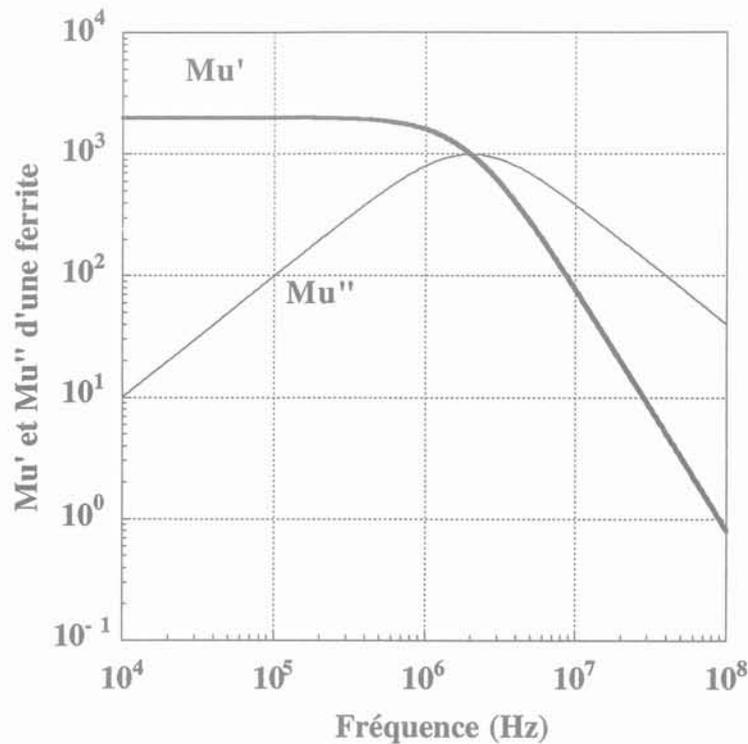


Figure 5.7 : Évolution en fonction de la fréquence des deux composantes de la perméabilité complexe dans le cas d'une ferrite douce

Dans le cas qui nous intéresse, le noyau magnétique est constitué de fonte massive. Les grandeurs caractéristiques du matériau sont la résistivité (ρ) et les deux composantes de la perméabilité complexe (μ' et μ''). Seules ces grandeurs peuvent être prises en compte simultanément par le module magnétodynamique μ complexe de FLUX2D.

Dans un premier temps, nous supposons que ces grandeurs ne varient pas avec la fréquence, et nous recherchons la perméabilité "quasi-statique". La résistivité sera mesurée indépendamment. Nous allons voir comment ces grandeurs sont mesurées et comment elles évoluent en fonction du niveau de l'excitation magnétique et de la température.

5.1. Perméabilité complexe quasi-statique

5.1.1. Principe et dispositif expérimental

Nous disposons au Laboratoire d'un banc de mesure des cycles $B(H)$ (figure 5.8). Ce banc est conçu à l'origine pour la caractérisation des tôles magnétiques utilisées dans les domaines de l'électrotechnique. Il est donc habituellement utilisé à une fréquence voisine de 50 Hz et pour la caractérisation d'échantillons de matière relativement fins. Notre échantillon est un cylindre épais de fonte massive. La détermination de la perméabilité quasi-statique ne devant pas être perturbée par les courants de Foucault, la fréquence d'utilisation du banc est fortement abaissée.

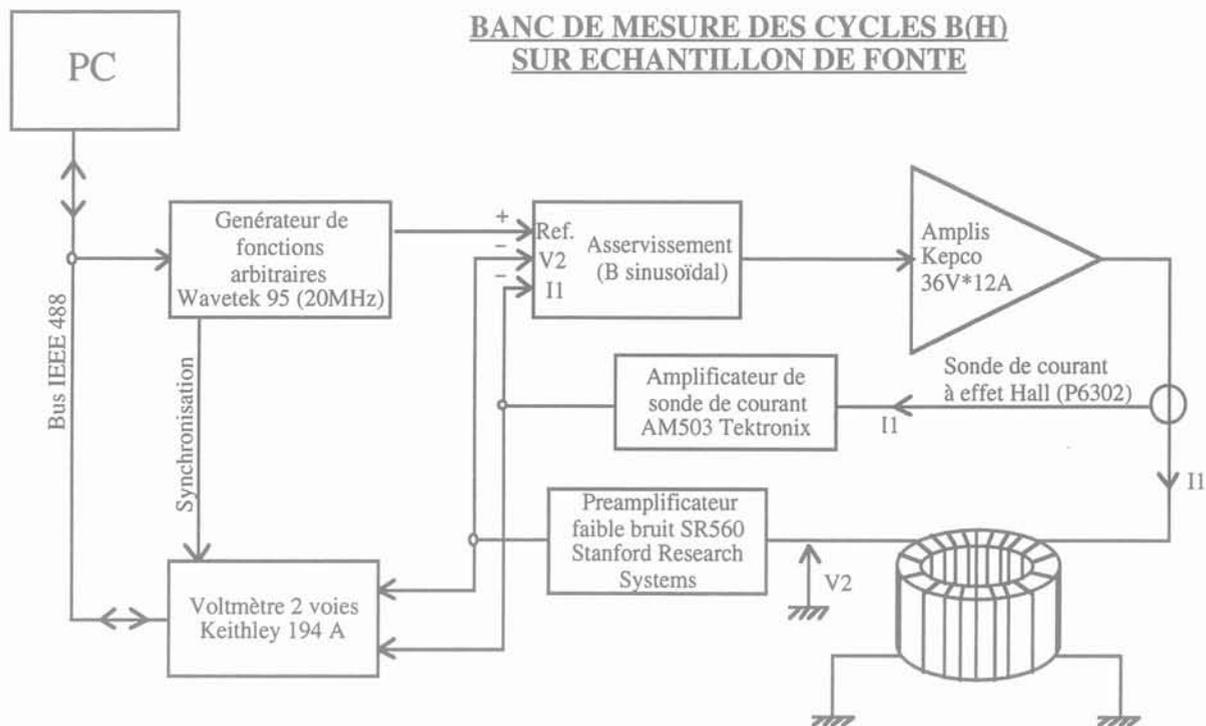


Figure 5.8 : Banc de mesure des cycles $B(H)$ sur un échantillon de fonte

Nous avons vu précédemment que l'utilisation d'une perméabilité complexe est une simplification des lois de comportement du matériau et qu'elle suppose que B et H sont sinusoïdaux. Le principe de la mesure présentée figure 5.8 consiste à injecter dans l'enroulement primaire (50 spires) un courant I_1 (image du champ H) et à asservir ce courant pour obtenir au secondaire (100 spires) une tension V_2 sinusoïdale (image de l'induction moyenne B). Le courant I_1 étant généralement distordu, il convient ensuite de ne retenir pour les calculs, que son fondamental. C'est ce que nous appellerons dans la suite : "hypothèse du premier harmonique". Notons que grâce à l'utilisation de deux bobines séparées pour l'injection du courant et pour la mesure de la tension, la résistance des fils de bobinage ne perturbe pas les

résultats. Les fils étant plaqués sur le tube, le flux de fuite est négligeable. Dans ces conditions, l'erreur totale due à l'ensemble de l'appareillage est inférieure à 2 %.

Notons que même en quasi-statique, la valeur de l'induction B mesurée est une valeur moyenne dans l'épaisseur du matériau. En effet, dans un tore cylindrique, l'induction est inversement proportionnelle à l'éloignement de l'axe du tore. La perméabilité calculée à partir de ces valeurs de B est donc, elle aussi, une valeur "moyenne". Nous avons évalué, dans l'hypothèse d'un comportement linéaire, l'erreur qui découle de cette approximation : elle est inférieure à 1 % (dans le cas de notre cylindre et en quasi-statique).

Dans ces conditions, l'inductance mesurée est liée à la réluctance \mathcal{R} du circuit et à sa perméabilité par trois relations classiques :

$$Z = j L \omega \quad \text{avec} \quad L = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}} \quad \text{et} \quad \mathcal{R} = \frac{1}{\mu} \frac{l_m}{S}$$

La méthode classique de détermination de μ en découle directement. A partir de la tension V_2 (sinusoïdale) et du fondamental de I_1 , nous obtenons pour μ' et μ'' , les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \mu' &= \frac{V_2}{\text{Fond.}[I_1]} \frac{l_m}{\omega N_1^2 S \mu_o} \cos \varphi \\ \mu'' &= \frac{V_2}{\text{Fond.}[I_1]} \frac{l_m}{\omega N_1^2 S \mu_o} \sin \varphi \end{aligned} \quad (12)$$

avec :

- V_2 : amplitude de la tension secondaire sinusoïdale ramenée au primaire
- $\text{Fond}[I_1]$: amplitude du fondamental du courant primaire
- ω : pulsation
- N_1 : nombre de spires primaire
- S : section de l'échantillon
- l_m : longueur moyenne d'une équiflux de B
- φ : $90 - \theta$
- θ : déphasage de V par rapport au fondamental de I_1

5.1.2. Mesures et variations observées

Nous devons tout d'abord déterminer le seuil de fréquence à partir duquel nous pouvons considérer que le régime quasi-statique est atteint. Ne connaissant pas à priori la valeur de la perméabilité, il est difficile de calculer l'épaisseur de peau mise en jeu et par suite, la fréquence limite à partir de laquelle nous pouvons considérer les courants induits comme négligeables. Dans ces conditions, nous cherchons cette fréquence expérimentalement, mais un calcul approximatif nous indique qu'il est inutile d'essayer au dessus de 2 Hz.

Nous allons donc observer les cycles d'hystérésis obtenus en diminuant progressivement la fréquence. En théorie, le régime quasi-statique est atteint lorsque le cycle ne change plus lors d'une nouvelle diminution de fréquence. Par ailleurs, il existe une limite basse qui nous est imposée par le banc de mesure, et en deçà de laquelle les grandeurs mesurées s'avèrent difficilement détectables malgré l'utilisation d'amplificateurs de mesure. Cette limite se situe aux alentours de 0,2 Hz.

Les cycles obtenus pour des fréquences comprises entre 2 Hz et 0,25 Hz sont présentés sur la figure 5.9. Nous observons sur ces relevés qu'au delà de 0,5 Hz, les cycles "enflent", ce qui indique le développement de courants de Foucault dans le matériau. Entre 0,25 Hz et 0,5 Hz par contre, la différence observée semble minime. Nous pouvons donc considérer le régime quasi-statique atteint à partir de cette fréquence de 0,25 Hz. Cette fréquence étant maintenue, nous faisons alors varier le niveau de B entre 10 mT et 1 T (figure 5.10).

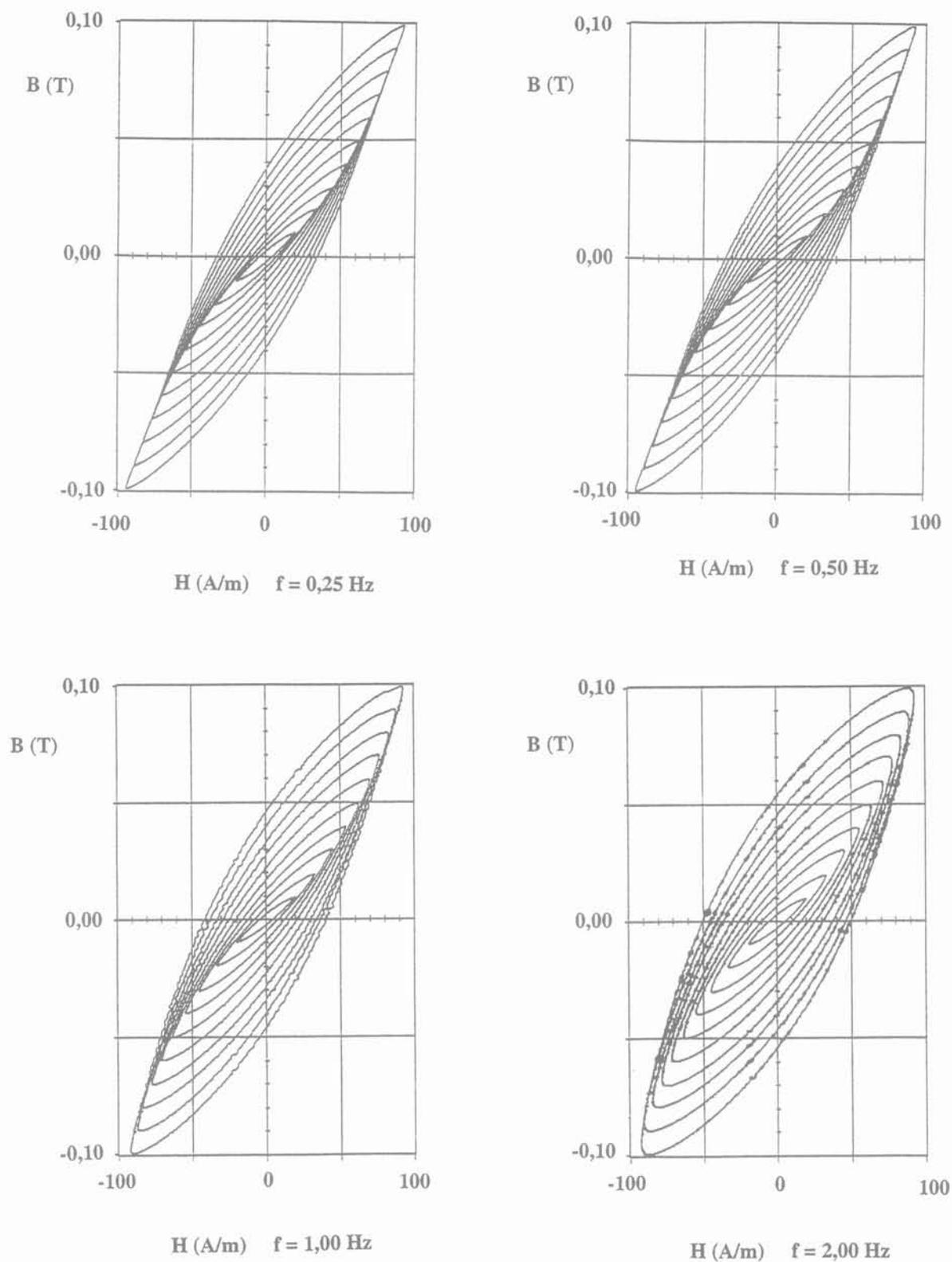


Figure 5.9 : Cycles d'hystérésis mesurés de 0,25 Hz à 2 Hz. Induction variant entre 10 mT et 100 mT

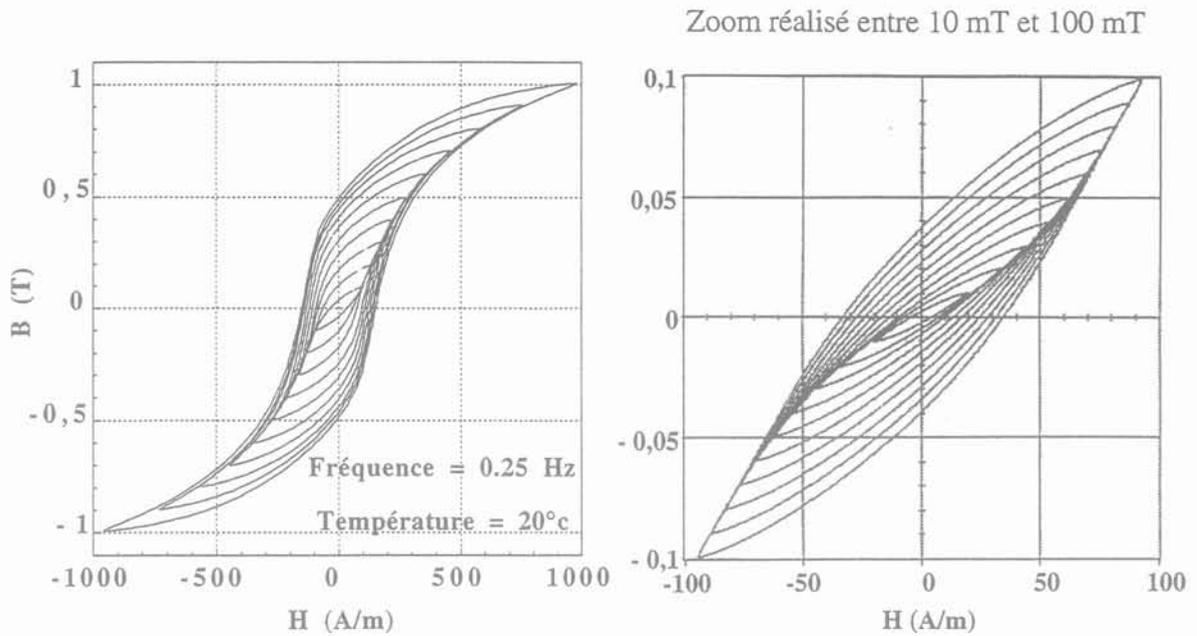
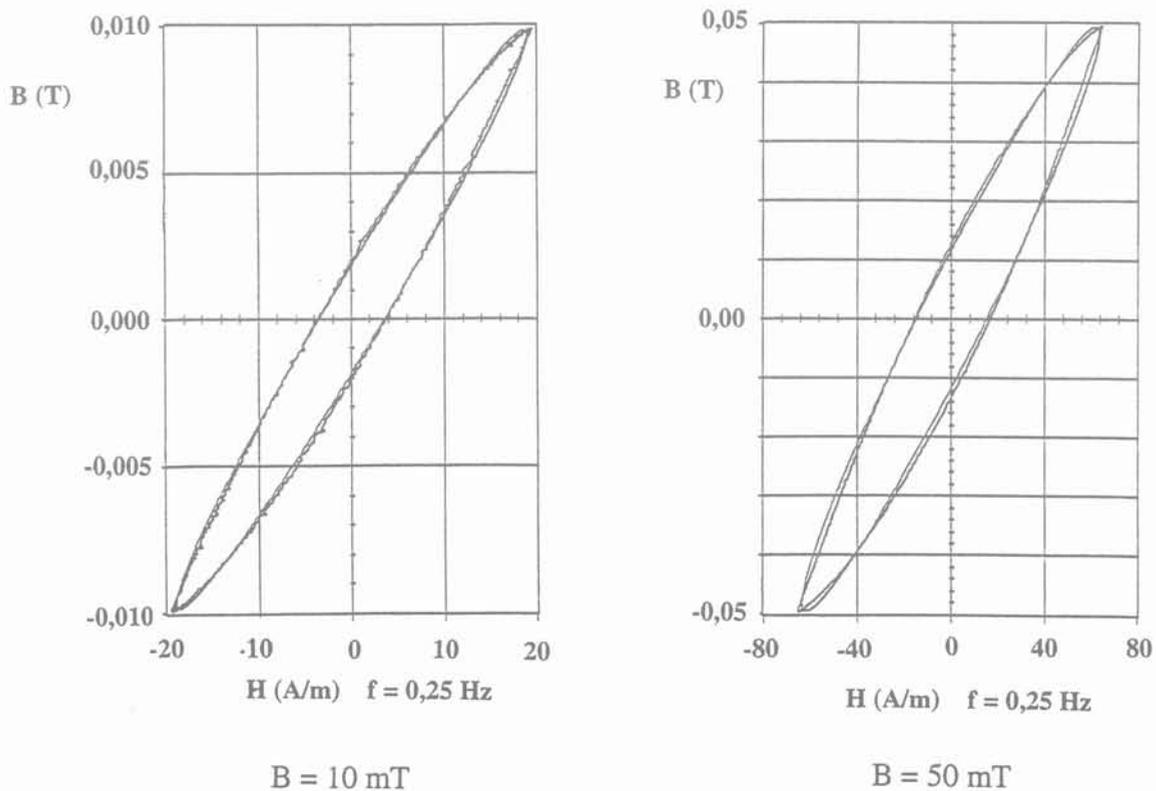


Figure 5.10 : Cycles d'hystérésis mesurés de 10 mT à 1 T. Fréquence : 0,25 Hz

Nous constatons qu'à bas niveau, l'approximation par une ellipse du cycle $B(H)$ paraît envisageable, tandis qu'à plus haut niveau, l'erreur commise devient trop importante. C'est une des limitations de cette approche qui, nous l'avons dit, ne prend pas en compte la saturation du matériau. A bas niveau, il est possible de tracer l'ellipse $B(H)$, en ne conservant que le fondamental de H . La figure 5.11 montre la superposition des ellipses ainsi obtenues et des cycles d'hystérésis réels, pour différents niveaux de B .



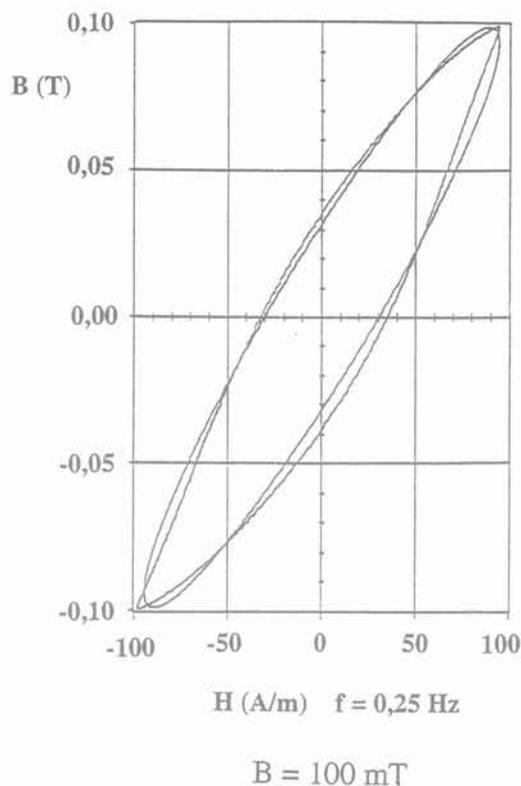


Figure 5.11 : Superposition des cycles réels mesurés et des ellipses obtenues par l'approximation du premier harmonique de B et H.

Nous vérifions sur ces relevés que l'approximation du premier harmonique est acceptable à bas niveau. En utilisant les formules (12), nous relevons ainsi les valeurs de la partie réelle et imaginaire de $\bar{\mu}$ et $\frac{1}{\mu}$, en fonction du niveau de B (figure 5.12).

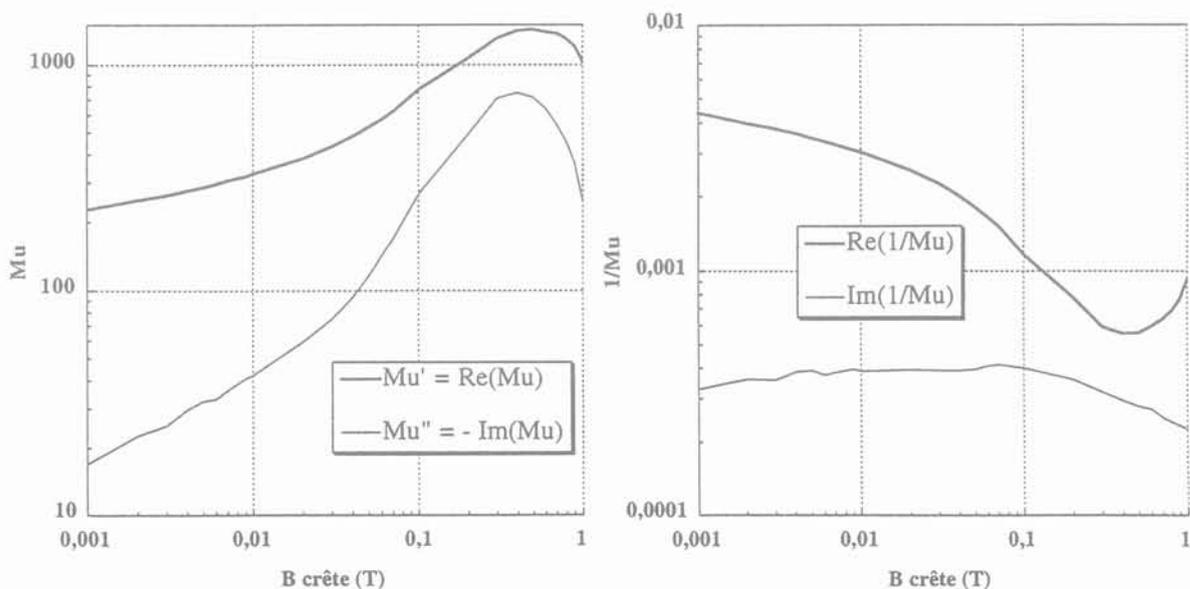


Figure 5.12 : Perméabilité quasi-statique en fonction du niveau de B. Échantillon de fonte massive. (Température = 20°)

Notons qu'à partir de 400 mT, les cycles d'hystérésis du matériau ne ressemblent plus du tout à des ellipses (figure 5.10), si bien que l'hypothèse du premier harmonique perd son intérêt. Nous avons cependant représenté les valeurs obtenues pour μ' et μ'' au delà de ce seuil (figure 5.12), afin de montrer l'écart par rapport à un comportement linéaire.

La quasi-constance de $\text{Im}(1/\text{Mu})$ en dessous de 200 mT a une conséquence simple. Tant que l'induction ne dépasse pas cette valeur, la totalité des pertes peut être représentée par une résistance parallèle indépendante de B, et ce, malgré la non linéarité de la partie réactive de cette impédance.

Ce relevé nous permet également de mettre en parallèle les valeurs mesurées de μ_r et celle communiquée par le fournisseur de matière, qui est, rappelons-le, $\mu_r = 2500$. La différence importante observée explique en partie l'écart constaté entre la mesure et la simulation de l'impédance d'une bobine à noyau massif (figure 5.4 et 5.5). Notre première idée, qui avait été de réduire cette valeur de μ_r , était donc justifiée, mais comme nous l'avons montré ensuite, insuffisante à tout expliquer.

Nous donnons pour la perméabilité réelle de la fonte (figure 5.13), une représentation identique à celle délivrée par les fabricants de ferrites.

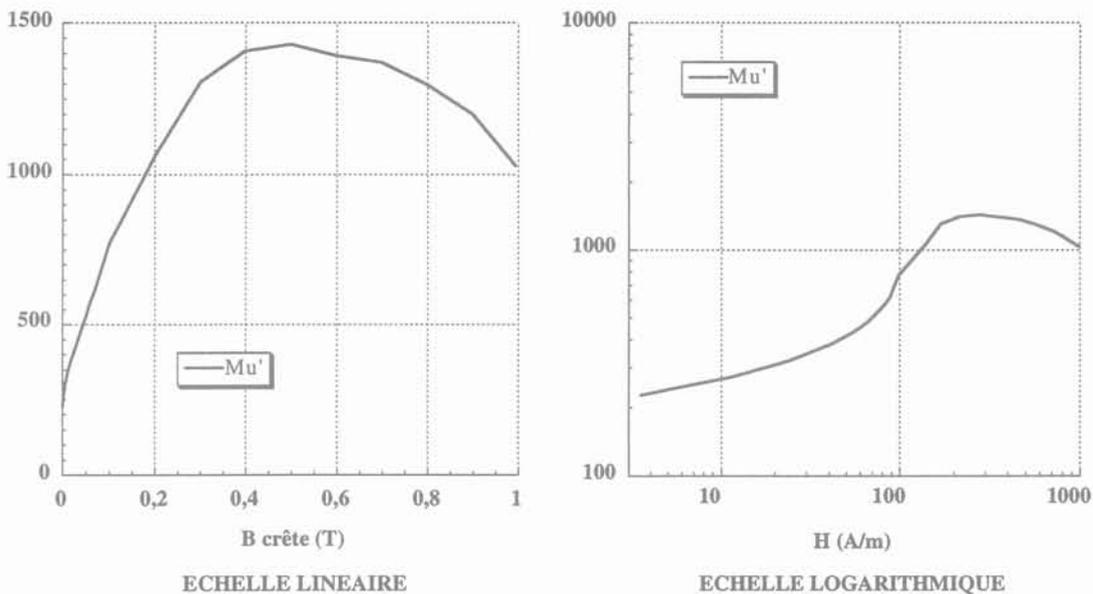


Figure 5.13 : Perméabilité quasi-statique réelle en fonction du niveau de B et de H.

Si nous comparons les courbes de la figure 5.13 avec celles fournies par les fabricants pour des noyaux ferrites (figure 5.14), nous constatons qu'aux bas champs, les ferrites ont un

comportement beaucoup plus linéaire. La perméabilité complexe est donc particulièrement bien adaptée à l'étude de ce type de matériau.

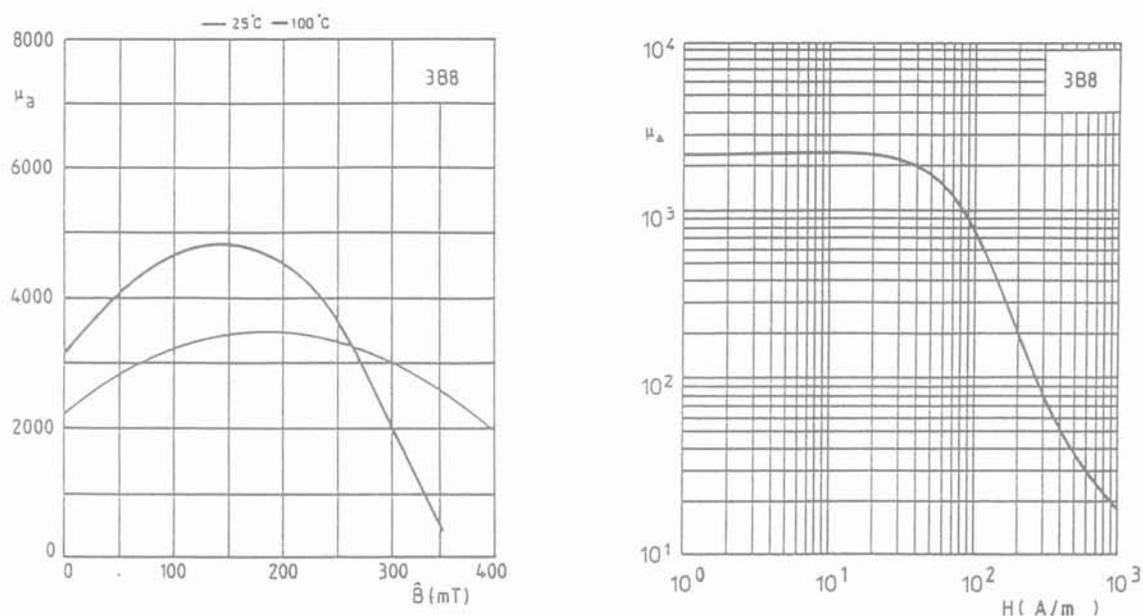


Figure 5.14 : Perméabilité quasi-statique réelle d'une ferrite (type 3B8) en fonction du niveau de B et de H.

5.2. Résistivité

Nous avons dit que les grandeurs caractéristiques d'un matériau massif conducteur sont la perméabilité et la résistivité. Nous procédons donc, sur un échantillon du même métal, à une mesure de résistivité. Il s'agit d'une mesure 4 points, pratiquée sur un barreau de fonte de section 1 cm^2 et de longueur 60 cm. Nous respectons une distance suffisante entre les points d'injection du courant et les points de mesure de la tension, pour que la répartition du courant soit homogène entre ces derniers. Nous obtenons, en continu, le résultat suivant :

$$\rho = 70 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m} (\pm 0,4 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})$$

(température ambiante : 20°C)

Une fois encore, il y a un écart important entre cette valeur et celle fournie par le fabricant ($50 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$).

5.3. Influence de la température

Afin de déterminer l'influence de la température sur la perméabilité et la résistivité, nous effectuons une courte étude expérimentale. Il s'agit ici uniquement d'estimer la sensibilité des grandeurs considérées à la température.

Concernant la perméabilité, après avoir placé le tube de fonte dans une étuve à 120°C, nous n'avons pas observé de variation significative. En revanche, après avoir refroidi le barreau de fonte, nous avons constaté que la résistivité était beaucoup plus sensible aux variations de température (figure 5.15).

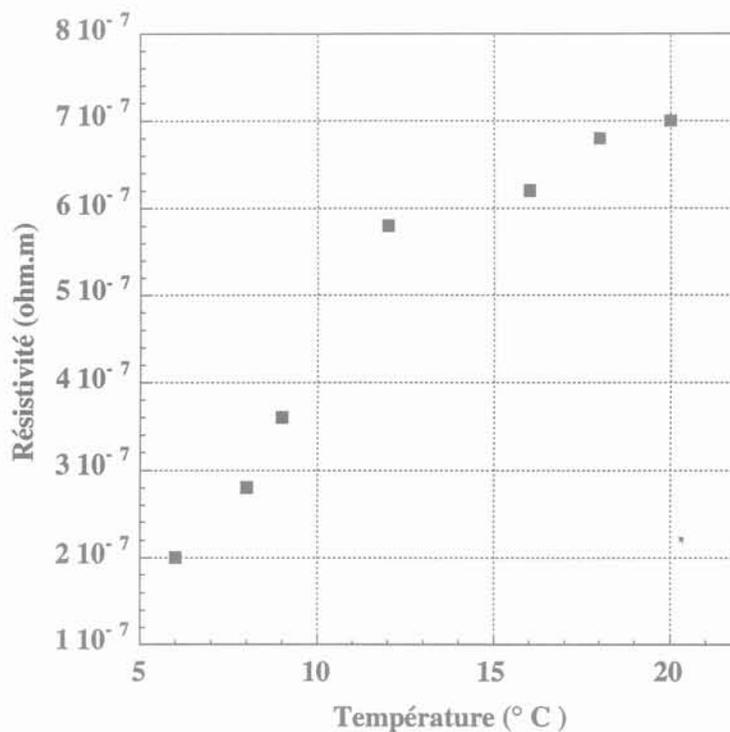


Figure 5.15 : Évolution de la résistivité de la fonte en fonction de la température

Cette étude succincte nous a amené à prendre quelques précautions supplémentaires, comme par exemple noter la température lors de tout essai et éviter les courants d'air...

5.4. Validation : calcul des pertes

Nous disposons maintenant des grandeurs caractéristiques du matériau fonte. Il est donc facile, en utilisant le module "μ complexe" de FLUX2D, de calculer les pertes qui se développent dans une bobine à noyau massif en fonte et de comparer les valeurs obtenues aux mesures directes.

Nous utilisons pour cela la géométrie décrite au paragraphe 3 de ce chapitre (figure 5.3). Pour effectuer plusieurs comparaisons, nous nous plaçons à trois niveaux d'induction : 10 mT, 50 mT et 100 mT. Dans chaque cas, nous utilisons les valeurs correspondantes de μ' et μ'' lues sur la courbe de la figure 5.10. La fréquence de travail étant de 0,25 Hz, fréquence à laquelle μ' et μ'' ont été déterminés, nous utilisons pour la résistivité une valeur qui n'est pas celle mesurée, mais, au contraire, une valeur très grande, assimilable à l'infini, afin de ne pas fausser le calcul à cette fréquence. Il faut en effet se rappeler que le cycle qui nous a servi à déduire $\bar{\mu}$ intègre les effets dus aux courants induits et donc, à la résistivité.

Les résultats obtenus, rassemblés dans le tableau 1, sont comparés aux mesures directes effectuées sur le composant, ainsi qu'à une simulation effectuée à 0,25 Hz avec la perméabilité réelle μ' et la résistivité ρ mesurée. Ce dernier cas correspond en fait à la simulation classique qui serait effectuée par un utilisateur ne connaissant pas la valeur de la perméabilité complexe.

	SIMULATION		MESURE	ÉCART entre MESURE et SIMULATION (en %)	
	<i>avec μ réel ($=\mu'$) et résistivité ρ</i> P et Q	<i>avec μ complexe et résistivité infinie</i> P et Q		<i>avec μ réel ($=\mu'$) et résistivité ρ</i> ΔP et ΔQ (%)	<i>avec μ complexe et résistivité infinie</i> ΔP et ΔQ (%)
B			P et Q		
10 mT	P = 0,81 μ W Q = 17,65 μ VAR	P = 3,34 μ W Q = 17,15 μ VAR	P = 3,31 μ W Q = 17,16 μ VAR	76 % 3 %	< 1 % < 1 %
50 mT	P = 19,75 μ W Q = 284,5 μ VAR	P = 68,5 μ W Q = 275 μ VAR	P = 66,6 μ W Q = 270 μ VAR	70 % 5 %	3 % 2 %
100 mT	P = 77,5 μ W Q = 830 μ VAR	P = 272 μ W Q = 795 μ VAR	P = 267 μ W Q = 777 μ VAR	71 % 7 %	2 % 2 %

Tableau 1 : Comparaison des mesures et des simulations effectuées à 0,25 Hz sur une inductance à noyau de fonte, dans le cas de l'utilisation d'un μ réel, puis d'un μ complexe

L'observation de ces résultats met nettement en évidence l'apport du μ complexe. En utilisant la perméabilité complexe mesurée à 0,25Hz conjointement avec la résistivité mesurée en continu, nous effectuons plusieurs simulations à des fréquences plus élevées, tout d'abord dans le cas de l'inductance simple (figure 5.16), puis dans celui du transformateur à deux enroulements précédemment décrit (figure 5.17).

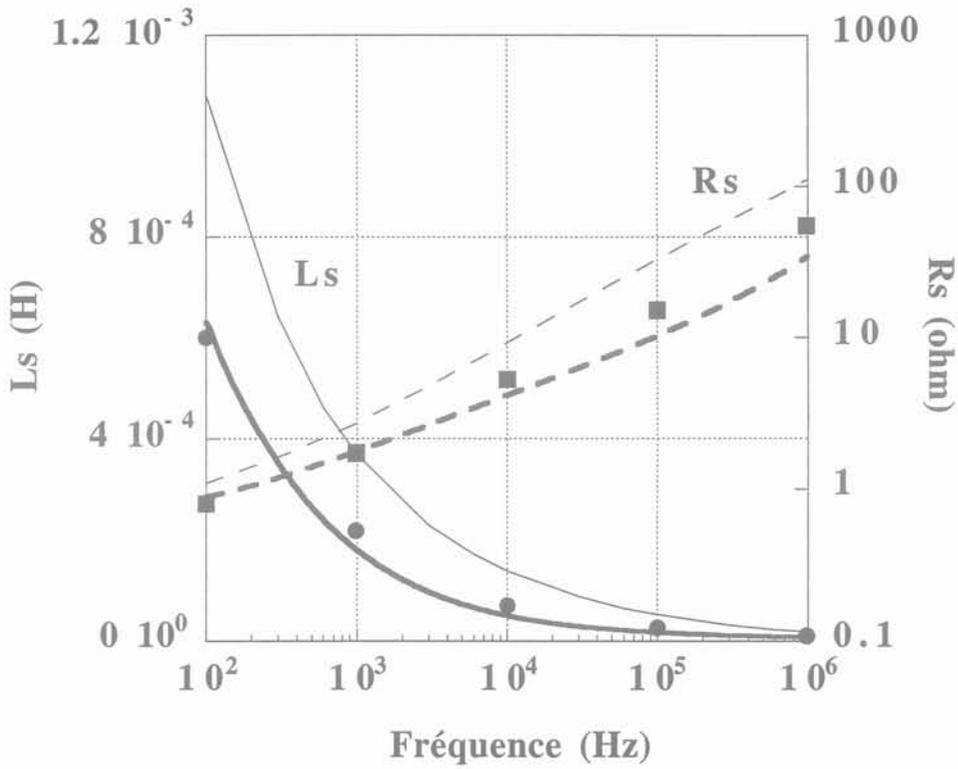


Figure 5.16 : Équivalent Ls-Rs de l'impédance d'une bobine à noyau massif. Mesure (trait gras) et calcul FLUX2D avec μ_r réel (traits fins) ou avec μ_r complexe (■ et ●).

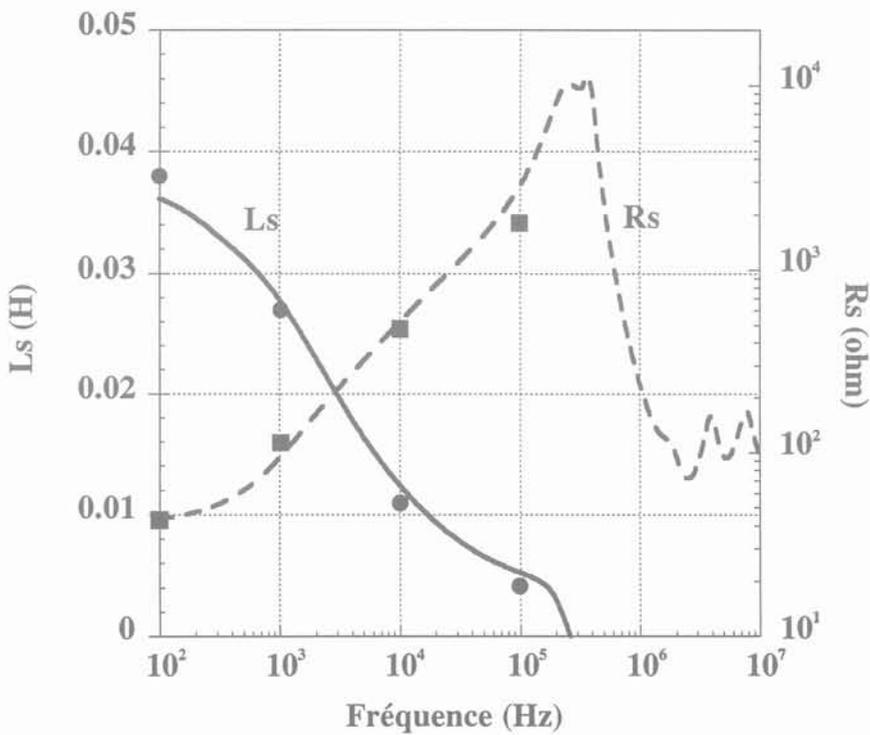


Figure 5.17 : Équivalent Ls-Rs de l'impédance à vide du transformateur à deux enroulements. Mesure (trait gras) et calcul FLUX2D avec μ_r complexe (■ et ●).

Nous vérifions sur ces courbes qu'en deçà de 10 kHz, la perméabilité complexe "quasi-statique" utilisée conjointement avec la résistivité ρ mesurée en continu, conduit à des prévisions relativement précises, comparaison faite avec les mesures. Cependant, à fréquence plus élevée, l'estimation des pertes paraît moins précise. L'hypothèse de la constance de $\bar{\mu}$ et de ρ en fonction de la fréquence est assurément discutable, mais l'erreur la plus importante doit être attribuée au fait que lorsque la fréquence croît, B n'est plus uniforme sur la section du tube (effet de peau). Or, c'est une perméabilité moyenne qui ressort des mesures...

6 - MESURE DES CARACTÉRISTIQUES PHYSIQUES DYNAMIQUES : PROPOSITION D'UNE MÉTHODE ORIGINALE

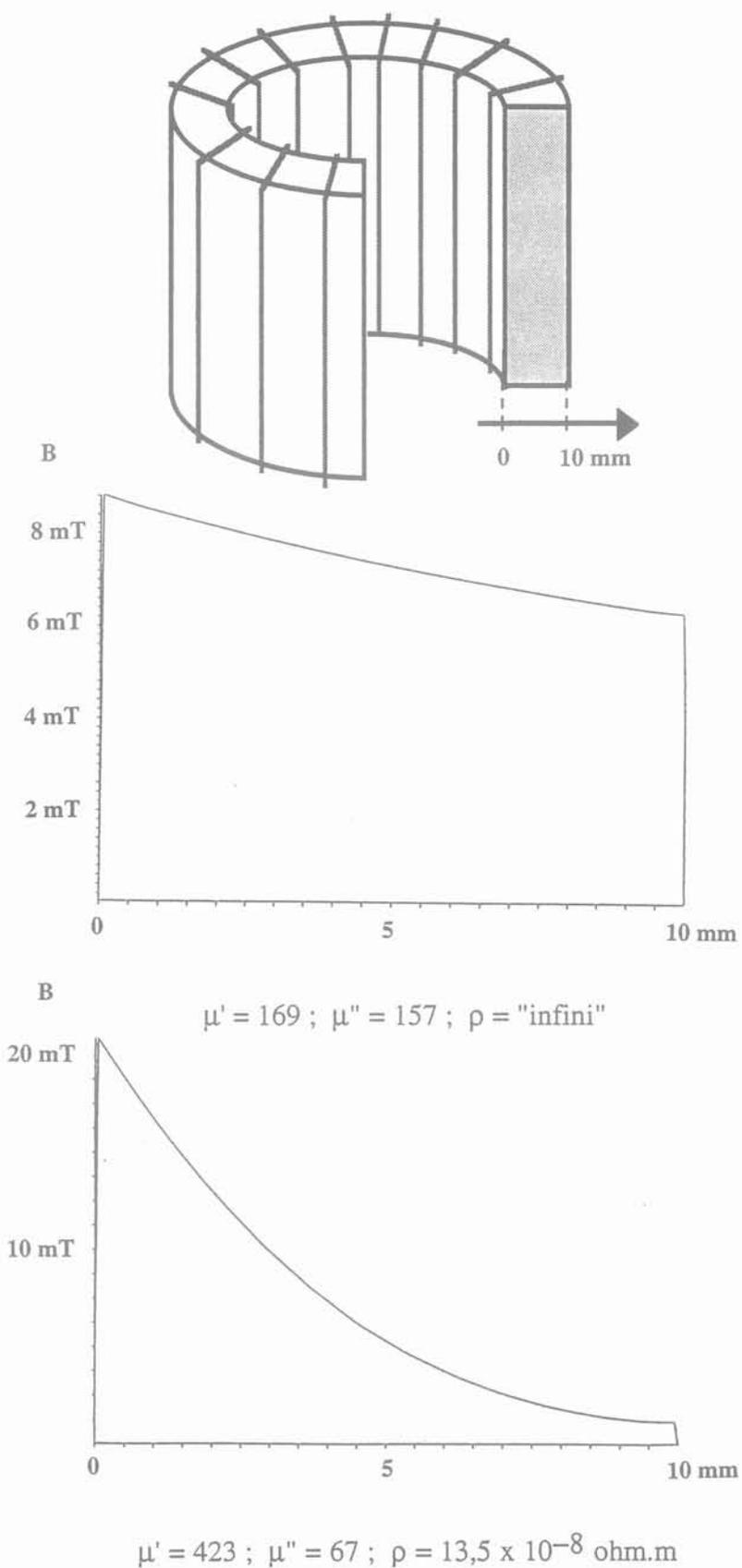
Nous allons voir dans la suite quels sont les inconvénients de la caractérisation classique et comment il est possible d'y remédier.

6.1. Critique de la méthode de caractérisation classique

Nous savons dorénavant qu'il n'est pas possible de traduire le comportement d'un matériau magnétique conducteur par l'utilisation des seuls paramètres ρ et μ réel. Or, dans les caractérisations classiques effectuées à partir d'un tore bobiné, seules deux grandeurs peuvent être mesurées à la fréquence de test : la puissance active P et la puissance réactive Q . Ceci est insuffisant pour déduire le triplet de paramètres (μ' , μ'' , ρ) de façon univoque. En effet, pour un couple (P , Q) donné, plusieurs triplets de valeurs peuvent justifier les mesures. Il est possible de répartir les pertes mesurées à volonté entre hystérésis et courants induits, avec les choix extrêmes qui en découlent. Nous pouvons, comme précédemment, tout attribuer à l'hystérésis et choisir ρ "infini". La solution consistant à "privilégier" les courants induits, en posant $\mu'' = 0$, peut également donner un résultat correct, à condition que l'argument de l'impédance mesurée reste supérieure à 45° . Comme nous l'avons déjà signalé, aucune solution avec $\mu'' = 0$ n'est acceptable si cet argument est inférieur à 45° .

Tant que cette répartition n'est pas faite et que les constantes ne sont pas déterminées de façon univoque, les constantes trouvées ont peu de chance de conduire à de bons résultats pour des inductances de tailles différentes !

Pour parvenir à une solution unique, nous pensons mettre à profit le fait que ces différents triplets équivalents (μ' , μ'' , ρ) se distinguent par le profil d'induction qui leur est associé dans l'épaisseur du matériau. Tous les triplets qui permettent de retrouver la puissance mesurée (active et réactive), ne donnent pas la même répartition de B dans le matériau, comme le montre la figure 5.18.



$$\mu' = 423 ; \mu'' = 67 ; \rho = 13,5 \times 10^{-8} \text{ ohm.m}$$

Figure 5.18 : Profil de la composante normale de B dans l'épaisseur du matériau, calculé avec deux triplets distincts de valeurs (μ', μ'', ρ) conduisant aux mêmes puissances actives et réactives.

Nous observons sur le premier profil que les effets de peau sont faibles et, par conséquent, la variation de B est en $1/r$. Sur le second profil, les effets de peau apparaissent plus nettement. Ainsi, si nous disposions d'une mesure supplémentaire liée à cette répartition de B , nous pourrions probablement en déduire le seul triplet de valeurs (μ' , μ'' , ρ) qui conduise à la fois à la puissance dissipée exacte, et au profil correct de B dans le matériau. C'est l'idée que nous allons maintenant développer.

6.2. Prise en compte de l'atténuation de l'induction

6.2.1. Formulation analytique

Dans un premier temps, nous cherchons à exprimer le quotient du flux circulant dans la moitié centrale du noyau, sur le flux total. Cette fraction vaut $1/2$ lorsque l'induction est homogène (en basse fréquence), mais elle diminue dès que les effets de peau se manifestent.

Dans un premier temps, nous allons étudier le problème plan : une plaque d'épaisseur a , de hauteur b et de longueur c , située entre deux nappes de courant $-I$ et $+I$. Une induction B est ainsi créée dans le matériau (figure 5.19). Nous savons que cette approximation plane d'un tore est correcte au minimum à 1% près en magnétostatique. En magnétodynamique, puisque cette approximation conserve la surface extérieure, il devrait en être de même.

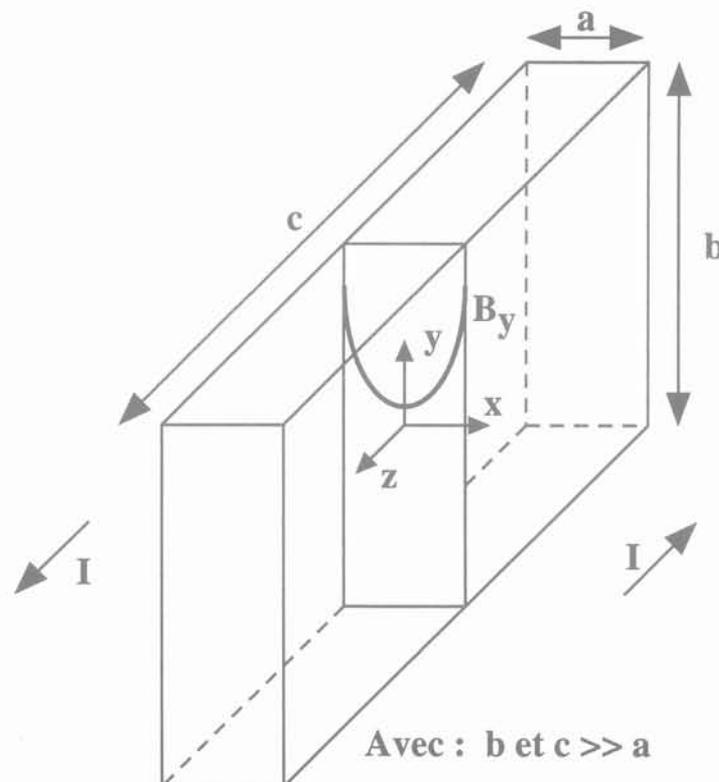


Figure 5.19 : Profil de B dans l'épaisseur d'une plaque située entre deux nappes de courants opposés

D'après les équations de Maxwell :

$$\begin{aligned}\vec{\text{rot}} \vec{H} &= j \omega \bar{\epsilon} \vec{E} & \Rightarrow & \text{div} \vec{E} = 0 \\ \vec{\text{rot}} \vec{E} &= -j \omega \bar{\mu} \vec{H} & \Rightarrow & \text{div} \vec{H} = 0\end{aligned}\quad (13)$$

nous déduisons :

$$\vec{\text{rot}} \vec{\text{rot}} \vec{H} = \omega^2 \bar{\epsilon} \bar{\mu} \vec{H} \quad (14)$$

En posant $\Delta \vec{H} = \vec{\text{grad}} \text{div} \vec{H} - \vec{\text{rot}} \vec{\text{rot}} \vec{H}$ et, comme $\text{div} \vec{H} = 0$, nous obtenons :

$$\Delta \vec{H} + \omega^2 \bar{\epsilon} \bar{\mu} \vec{H} = 0 \quad (15)$$

Dans notre problème, H est dirigé suivant Oy et varie suivant Ox, si bien que :

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \omega^2 \bar{\epsilon} \bar{\mu} H_y = 0 \quad (16)$$

La solution générale de cette équation est :

$$H_y(x) = R \sin \varphi + S \cos \varphi \quad (17)$$

où $\varphi = \omega \sqrt{\bar{\epsilon} \bar{\mu}} x$

Dans le dispositif utilisé, H est paire selon x. Cela donne la solution de l'équation (17) suivante :

$$\begin{aligned}R &= 0 \\ H_y(x) &= S \cos \varphi\end{aligned}\quad (18)$$

Sur la surface ($x = \pm a/2$), la composante tangentielle du champ H est continue :

$$H_y(+a/2) = H_y(-a/2) = S \cos \left(\omega \sqrt{\bar{\epsilon} \bar{\mu}} \frac{a}{2} \right) = S \cos \theta \quad (19)$$

en posant $\theta = \varphi \left(\frac{a}{2} \right)$

D'après (19) et en appliquant le théorème d'Ampère, nous déduisons la valeur de S :

$$S = \frac{I}{b \cos \theta} \quad (20)$$

Calculons maintenant l'expression du flux total ϕ_T qui traverse la plaque :

$$\phi_T = c \cdot \bar{\mu} \int_{-a/2}^{+a/2} H_y(x) dx = c \cdot \frac{\bar{\mu} I}{b \cos \theta} \cdot \int_{-a/2}^{+a/2} \cos(\omega \sqrt{\bar{\epsilon} \bar{\mu}} x) dx$$

$$\text{d'où } \phi_T = c \cdot \bar{\mu} \cdot \frac{I}{b} \cdot \frac{2}{\omega \sqrt{\bar{\epsilon} \bar{\mu}}} \cdot \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} \quad (21)$$

Nous obtenons de la même façon l'expression du flux ϕ_C traversant la moitié centrale de la plaque. Nous comparons ensuite cette fraction du flux à la moitié du flux total :

$$r_\phi = \frac{2 \phi_C}{\phi_T} = 2 \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\sin \theta} = \frac{1}{\cos \frac{\theta}{2}} \quad (22)$$

Il est facile de vérifier que lorsque la fréquence tend vers 0, le rapport r_ϕ tend vers 1, ce qui correspond à une répartition uniforme du flux, et à une induction constante dans l'épaisseur du matériau.

En notant n le nombre de spires qui créent les courants superficiels (figure 5.19), nous pouvons déduire l'expression de l'impédance mesurable :

$$Z_L = j \frac{n^2 \phi_T}{I} \omega = 2 j \cdot \frac{c}{b} \cdot \sqrt{\frac{\bar{\mu}}{\bar{\epsilon}}} \cdot n^2 \cdot \text{tg}(\theta) \quad (23)$$

La limite basse fréquence de cette expression ($\omega \rightarrow 0 \Rightarrow \text{tg}(\theta) \approx \omega \sqrt{\bar{\mu} \bar{\epsilon}} \frac{a}{2}$) coïncide, comme il se doit, avec l'expression qui découle du calcul classique de réluctance :

$$Z_{Lc} = j L \omega = j \omega \frac{a c}{b} \bar{\mu} n^2 \quad (24)$$

Nous nous proposons maintenant de déduire $\bar{\mu}$ et $\bar{\varepsilon}$ à chaque fréquence, à partir des mesures de r_ϕ et Z_L , en suivant la démarche ci-dessous :

- r_ϕ permet d'accéder à θ et donc au produit $\bar{\mu} \bar{\varepsilon}$
- connaissant θ , la valeur de Z_L conduit au quotient $\frac{\bar{\mu}}{\bar{\varepsilon}}$
- $\bar{\mu}$ et $\bar{\varepsilon}$ se déduisent des deux combinaisons précédentes

6.2.2. Étude par simulation

Avant de voir à quoi mène cette méthode, nous allons vérifier que notre formulation analytique est plausible en la confrontant à des résultats de simulation. Pour rester proche de nos conditions expérimentales, nous utiliserons les paramètres statiques mesurés pour la fonte à 50 mT :

$$\mu' = 605 ; \mu'' = 150 ; \rho = 70 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$$

Au cours de la simulation, comme lors du calcul analytique, nous supposons que ces valeurs ne varient pas avec la fréquence. Ainsi, dans le calcul analytique, nous posons :

$$\begin{aligned} \bar{\mu} &= \mu_0 (\mu' - j \mu'') \\ \bar{\varepsilon} &= \varepsilon_0 + \frac{1}{j \rho \omega} \end{aligned} \quad (25)$$

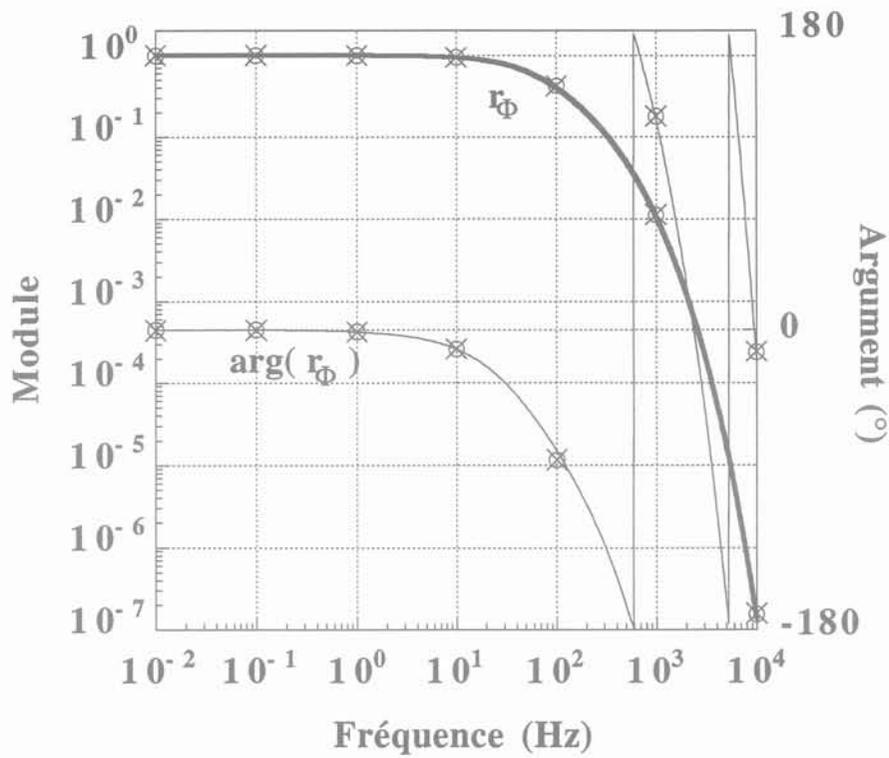


Figure 5.20 : Évolution du rapport r_ϕ avec la fréquence. Superposition du calcul analytique (trait continu) et des points obtenus en simulation à partir d'une plaque (x) ou d'un cylindre (o)

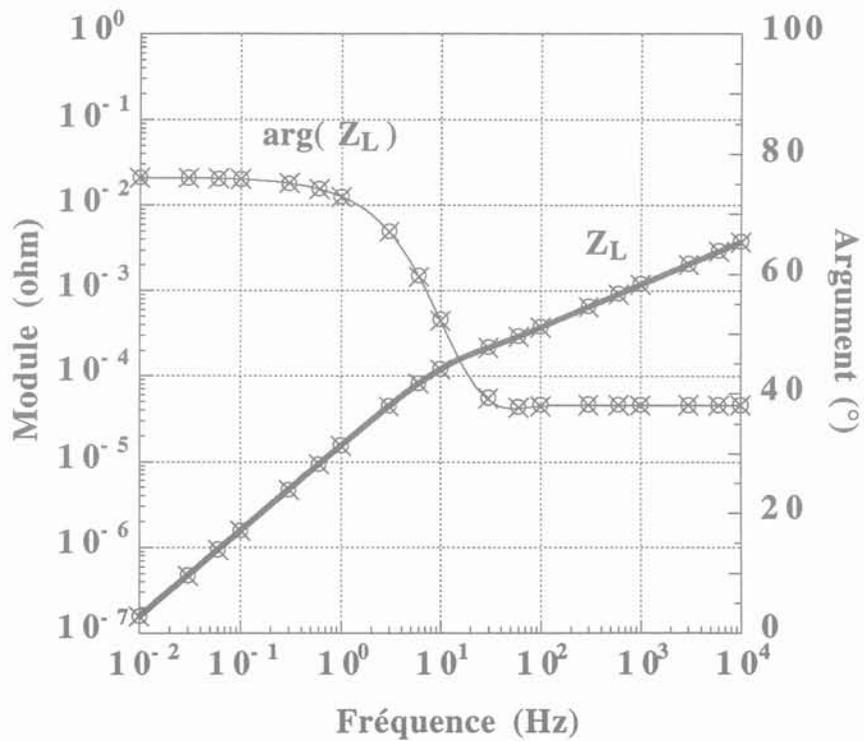


Figure 5.21 : Évolution de l'impédance Z_L en fonction de la fréquence. Superposition du calcul analytique (trait continu) et des points obtenus en simulation à partir d'une plaque (x) ou d'un cylindre (o)

Rappelons que l'épaisseur de la plaque (a) est ici de 10 mm. Nous constatons que lorsque la fréquence tend vers l'infini, le rapport r_ϕ (figure 5.20) tend vers 0, ce qui est logique puisque plus aucun flux ne circule au cœur du matériau. Nous avons représenté sur les figures 5.20 et 5.21 les points obtenus en simulation avec FLUX2D dans le cas d'une plaque ($a = 10$ mm ; $b = \pi \times 60$ mm ; $c = 60$ mm) ou d'un cylindre de dimensions équivalentes. Pour effectuer ces simulations, nous avons réparti uniformément le courant sur chaque face du matériau.

Notons que l'argument de r_ϕ est défini à 2π près. Nous constatons que les résultats obtenus en simulation pour le tube et la plaque équivalente sont très proches. Le calcul analytique est également en très bon accord avec la simulation, ce qui permet de valider l'approximation du tube par une plaque équivalente, utilisée lors du calcul.

Nous observons que les courants induits se manifestent clairement dès 1 Hz. Le choix de 0,25 Hz pour réaliser la caractérisation quasi-statique est donc cohérent avec cette valeur. Nous constatons également qu'avant 100 Hz l'argument tombe en dessous de 40° , ce qui est en accord avec nos observations expérimentales.

6.3. Comparaison des deux méthodes de caractérisation

6.3.1. Cas d'un matériau magnétique conducteur

La caractérisation standard s'appuie sur la formule "classique" de l'inductance (24) et conduit, pour la perméabilité complexe, à :

$$\overline{\text{Mu}}_r = Z \cdot \frac{b}{a c} \cdot \frac{1}{n^2} \cdot \frac{1}{j \omega \mu_o} \quad (26)$$

La méthode que nous proposons, déjà évoquée brièvement en 6.2.1, exploite en plus le rapport r_ϕ . A partir des expressions de l'impédance Z et du rapport des flux r_ϕ , la procédure à suivre pour obtenir les valeurs de μ' , μ'' et ρ est la suivante. Le module et l'argument de Z et r_ϕ étant déterminés expérimentalement, nous déduisons de (22) :

$$\theta = 2 \arccos \frac{1}{r_\phi} \quad (27)$$

Connaissant θ , la valeur de $\bar{\mu}$ se déduit de (23) après avoir exprimé $\bar{\epsilon}$ en fonction de θ :

$$\bar{\mu}_r = Z \cdot \frac{b}{a c} \cdot \frac{1}{n^2} \cdot \frac{1}{j \omega \mu_o} \cdot \frac{\theta}{\text{tg } \theta} = \overline{\text{Mu}}_r \cdot \frac{\theta}{\text{tg } \theta} \quad (28)$$

Enfin, connaissant $\theta = \omega \sqrt{\bar{\mu} \bar{\epsilon}} \frac{a}{2}$ et $\bar{\mu}$, nous accédons à la valeur de $\bar{\epsilon}$:

$$\bar{\epsilon}_r = \frac{1}{j \omega \epsilon_0 Z} \cdot \frac{c}{a b} \cdot n^2 \cdot 4 \theta \cdot \text{tg } \theta \quad (29)$$

Dans le cas d'un métal, cette dernière expression nous mène, grâce à (25), à la valeur de ρ .

Nous n'avons pas disposé du temps nécessaire à la réalisation d'échantillons qui auraient permis de valider expérimentalement cette méthode. Cependant, en partant d'une simulation effectuée sur FLUX2D, nous avons évalué pour différentes fréquences la valeur de l'impédance Z et du coefficient r_ϕ d'une inductance à noyau massif en fonte. Partant de ces valeurs, nous avons retrouvé, grâce à notre méthode (formules (28) et (29)), les grandeurs caractéristiques : μ' , μ'' et ρ . Nous les avons ensuite comparées aux valeurs introduites dans la simulation, ainsi qu'aux valeurs de μ' et μ'' qui auraient résulté d'une caractérisation standard (formule (26)). La figure ci-dessous nous montre les résultats obtenus.

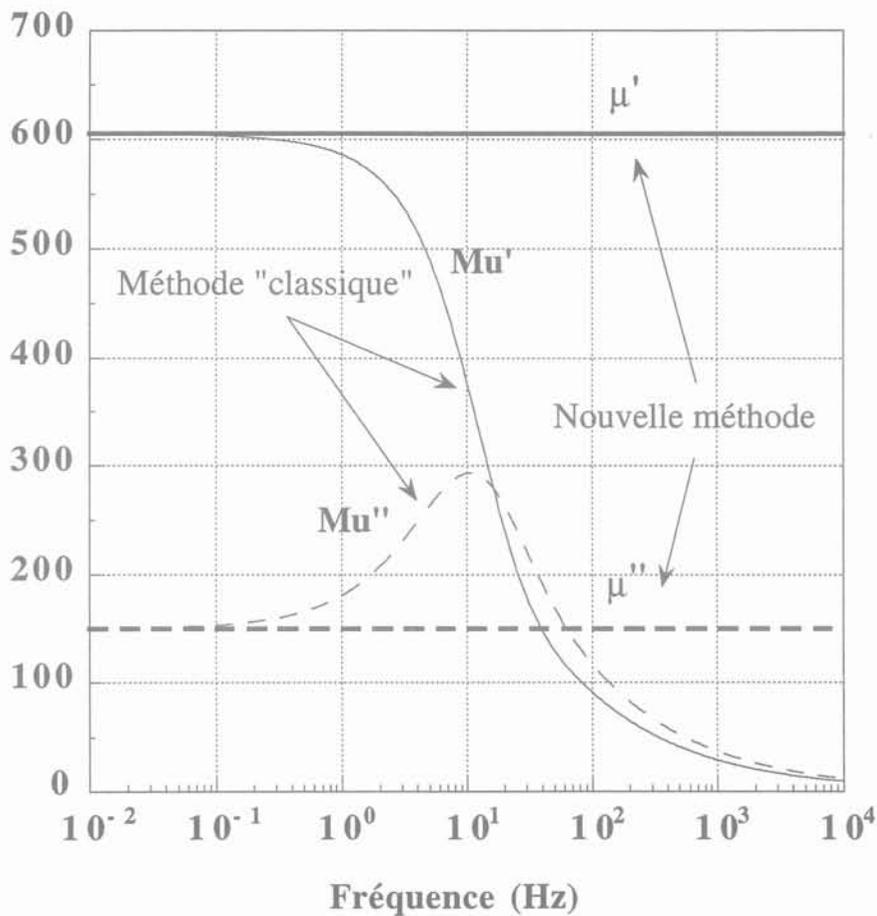


Figure 5.22 : μ' et μ'' évalués grâce à la méthode classique (trait fin) ou grâce à notre méthode (trait fort)

Nous constatons que la méthode standard ne donne un résultat correct qu'en dessous de 0,2 Hz, alors que la nouvelle méthode proposée est cohérente au-delà de 10 kHz, du moins tant qu'il n'y a pas d'incertitude expérimentale.

La valeur de ρ est calculée à partir des formules (25) et (29) :

$$\rho = - \frac{1}{I_m(\bar{\epsilon}) \omega} \quad (30)$$

où $I_m(\)$ représente la partie imaginaire.

La valeur de ρ obtenue grâce à cette formule est égale à 70×10^{-8} et elle demeure constante avec la fréquence, en conformité avec la valeur introduite.

Grâce à cette méthode, nous parvenons donc non seulement à une bonne évaluation de μ' et μ'' , mais également à celle de ρ , à chaque fréquence. Si dans la réalité ces grandeurs varient suivant la fréquence, cette caractérisation permettra de l'observer directement.

6.3.2. Étude d'un noyau ferrite

Notre méthode, appliquée jusqu'ici à un matériau magnétique conducteur massif, peut également s'appliquer au cas d'un noyau ferrite. Les grandeurs recherchées sont dans ce cas $\bar{\mu}$ et $\bar{\epsilon}$.

Un noyau ferrite est constitué de particules conductrices noyées dans un liant isolant. La résistivité globale qui résulte de cette structure est élevée ($2 \Omega.m$) mais la permittivité qui résulte de la très faible épaisseur du liant entre les grains l'est également ($\epsilon_r = 2.10^5$).

Pour évaluer l'incidence des courants capacitifs sur les observations et les mesures standards, nous avons admis pour $\bar{\epsilon}$, la loi de variation ci-dessous :

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_0 \cdot 2.10^5 \cdot \frac{1}{1 + j \frac{f}{1,05.10^6}} + \frac{1}{j 2 \omega} \quad (31)$$

Le premier terme suppose une diminution de $\bar{\epsilon}$ à partir de 1,05 MHz, celle-ci pouvant être due à la résistance série de la capacité. Le second terme rend compte du courant de fuite passant grâce à la résistivité globale.

Pour la perméabilité, nous avons admis un filtrage passe bas du premier ordre de fréquence de coupure 2 MHz, la perméabilité relative basse fréquence étant supposée égale à 2000 :

$$\bar{\mu} = \mu_0 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot \frac{1}{1 + j \frac{f}{2 \cdot 10^6}} \quad (32)$$

Toutes ces valeurs numériques sont cohérentes avec les indications fournies par les fabricants. La figure 5.23 montre les variations de $\bar{\mu}$ et $\bar{\epsilon}$ prises comme hypothèses de travail.

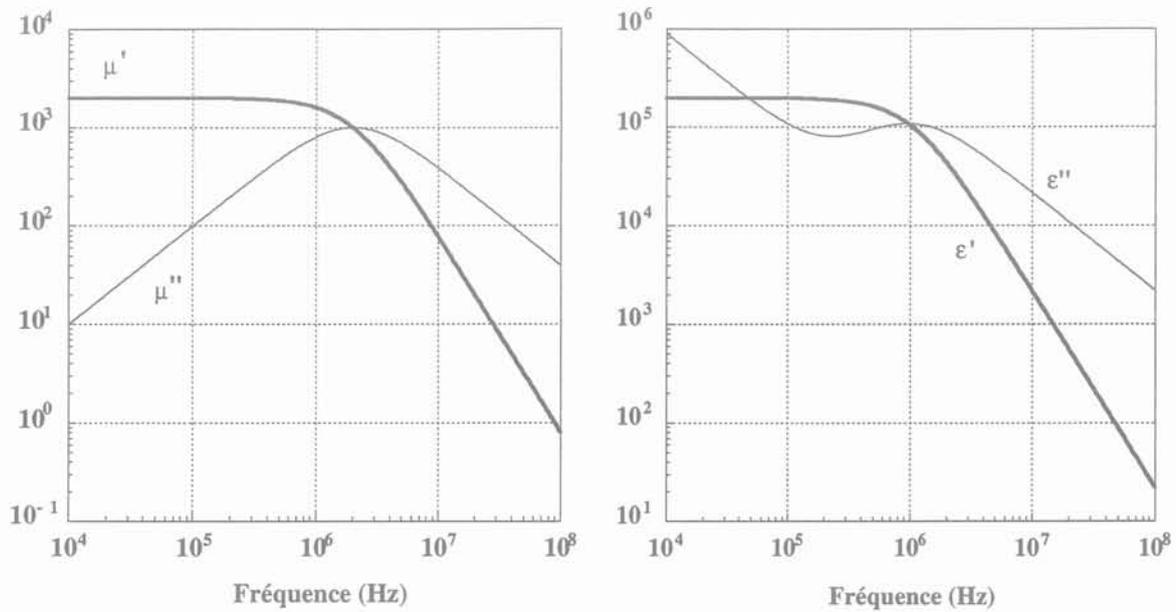


Figure 5.23 : Courbes de perméabilité et de permittivité adoptées pour les calculs relatifs à un noyau ferrite

Partant de ces hypothèses, nous avons étudié les deux grandeurs mesurables définies précédemment : l'impédance Z et le rapport des flux r_ϕ , ainsi que la perméabilité qui serait déduite d'une caractérisation standard. Pour mieux souligner l'effet des courants capacitifs, nous avons également tracé les courbes en ramenant $\bar{\epsilon}_r$ à 1 ("sans permittivité").

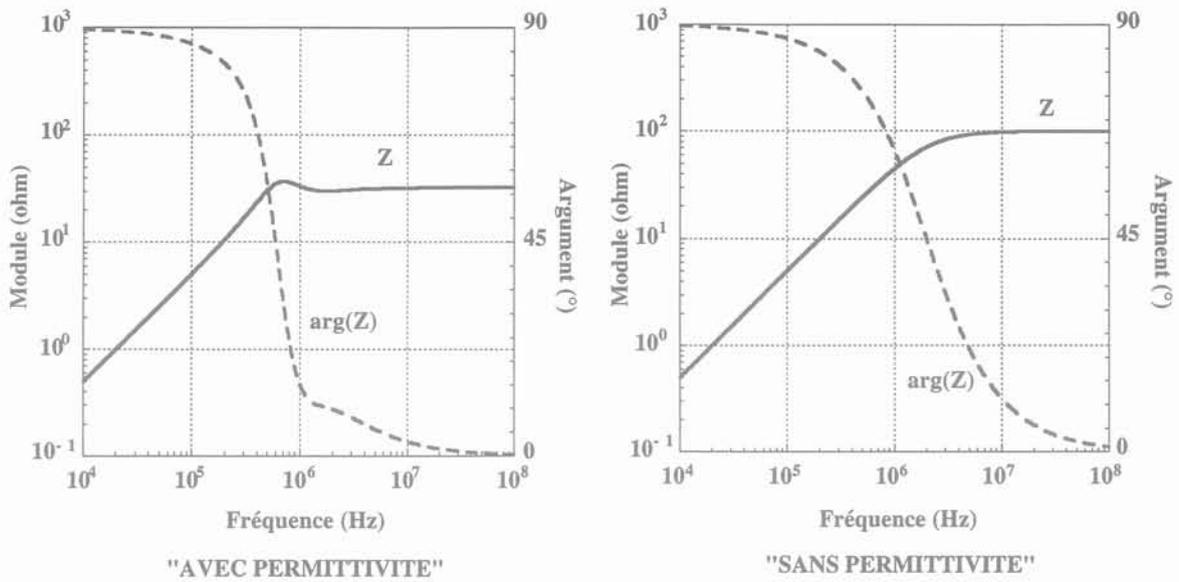


Figure 5.24 : Impédance d'une inductance ferrite calculée avec et sans permittivité

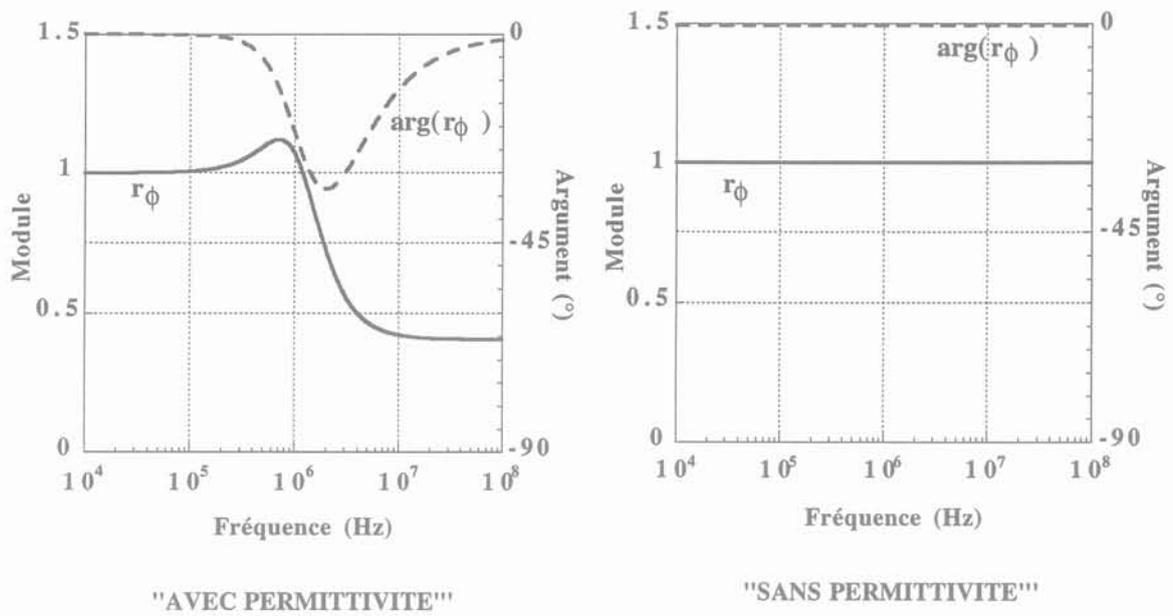


Figure 5.25 : Rapport r_ϕ calculé avec et sans permittivité

Enfin, la figure 5.26 permet de comparer le résultat de la mesure standard de $\bar{\mu}$, à la valeur réellement introduite ("valeurs vraies").

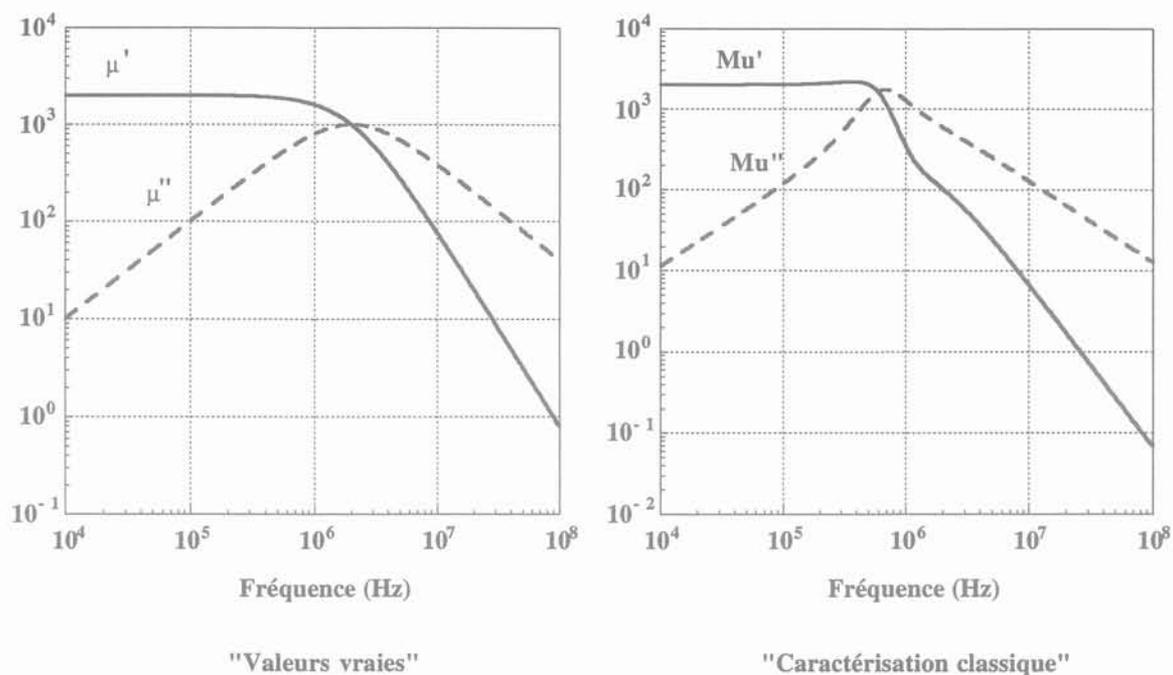


Figure 5.26 : Perméabilité de la ferrite. Comparaison des "vraies" valeurs et de celles issues d'une caractérisation standard

Ici encore, le calcul classique s'avère inadapté en haute fréquence, c'est-à-dire, avec les hypothèses réalistes adoptées, au delà de 2 à 300 kHz.

7 - CONCLUSION

L'emploi d'une perméabilité complexe au sein du logiciel de calcul éléments finis FLUX2D, permet une évaluation précise de la puissance dissipée au sein d'un circuit magnétique. Bien évidemment, des limitations subsistent : le calcul effectué suppose que le matériau est isotrope et que son comportement est linéaire, ce qui est plus approprié aux matériaux doux. Néanmoins, en nous plaçant dans de telles conditions, nous avons comparé la simulation à des résultats expérimentaux, ainsi qu'à une étude analytique simple. Le bon accord observé valide le fonctionnement du module μ complexe de FLUX2D.

Une méthode de simulation n'est intéressante que s'il est possible de fournir les données requises avec précision. Après avoir utilisé la méthode de caractérisation classique, nous avons confirmé qu'elle n'est pas adéquate en cas de circulation de courants induits. Nous proposons donc une méthode différente qui permet, grâce à la mesure de deux grandeurs complexes, d'accéder aux deux grandeurs physiques qui caractérisent un matériau linéaire : $\bar{\epsilon}$ et $\bar{\mu}$. Dans le cas d'un métal magnétique massif, $\bar{\epsilon}$ permet de connaître la résistivité à introduire conjointement à $\bar{\mu}$, dans le module magnétodynamique μ complexe de FLUX2D.

Il faut remarquer que $\bar{\epsilon}$ et $\bar{\mu}$ sont déterminés à chaque fréquence sans aucune hypothèse concernant la variation fréquentielle de telle ou telle grandeur physique. Nous pourrions donc vérifier bientôt si l'hypothèse simple selon laquelle la perméabilité conserve sa valeur statique, est fondée ou non. Nous pourrions également dire quelle est la part de pertes hystérétiques dans le total des pertes et changer de géométrie sans craindre d'avoir à remesurer les constantes $\bar{\epsilon}$ et $\bar{\mu}$ du même matériau.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Le travail présenté dans ce mémoire avait initialement plusieurs objectifs.

Il s'agissait tout d'abord de trouver une représentation qui permette de simuler le comportement électronique d'un transformateur à deux enroulements dont le noyau était constitué de fonte massive. Un circuit équivalent, résultant de travaux antérieurs effectués au Laboratoire, nous a servi de point de départ. Le faible couplage de notre composant, ainsi que les courants induits inhérents à l'utilisation de fonte comme matériau magnétique, nous ont amenés à compléter ce circuit, testé initialement sur des composants plus standards.

Les éléments complémentaires introduits dans le circuit équivalent ont nécessité l'adaptation de la méthode de caractérisation expérimentale, elle aussi établie pour des composants standards.

Pour la première fois, le circuit équivalent complet a été exploité lors d'une simulation électronique, conduite avec le logiciel PSPICE. Quelques modifications de forme ont été nécessaires à l'introduction du circuit dans le logiciel. Comparaison faite avec les mesures, nous avons obtenu de très bonnes prévisions du comportement du transformateur, utilisé seul ou au sein d'une électronique comportant plusieurs autres composants bobinés. A cette occasion, nous avons pu montrer qu'en fonction de l'environnement du composant, l'usage du circuit équivalent complet n'était pas toujours nécessaire. A contrario, il apparaît que les données des fournisseurs sont souvent insuffisantes pour obtenir des prévisions correctes.

Le but poursuivi étant le calcul des constantes du circuit équivalent à partir de la géométrie du dispositif et des caractéristiques des, nous avons scindé la suite du problème en deux. D'une part l'évaluation des grandeurs électrostatiques, et de l'autre, celle des grandeurs magnétiques et des pertes.

L'étude électrostatique a été menée selon deux axes. A partir d'une représentation simplifiée des couches de spires, nous avons évalué analytiquement les capacités parasites d'un transformateur à deux enroulements. Nous avons ainsi pu comparer différents modes de bobinage, et démontrer la sensibilité des capacités parasites à la disposition des spires dans l'espace réservé au bobinage. Nous en avons déduit des règles simples de bobinages qui permettent de fortement diminuer ces capacités. Plusieurs prototypes ont établi le bien fondé de ces règles. Parallèlement à cela, nous avons effectué le même calcul à l'aide du logiciel éléments finis FLUX2D. Au-delà d'un certain nombre de spires, nous avons obtenus par ce moyen des résultats très proches de ceux résultants des calculs analytiques. Cela a confirmé l'intérêt d'une approche analytique, même approximative. D'autant plus qu'avec l'augmentation du nombre de spires, la saisie précise et détaillée de la géométrie du système, indispensable en électrostatique, s'avère de plus en plus pénalisante. Finalement, les deux approches trouvent leur limite lorsque la disposition des spires est très irrégulière...

Enfin, nous avons essayé de retrouver les caractéristiques magnétiques et les pertes associées, à partir de simulations effectuées sur le logiciel FLUX2D. En supposant le matériau linéaire, isotrope et indépendant de la fréquence, nous avons montré d'abord que l'utilisation d'une résistivité et d'une perméabilité réelle pour modéliser le comportement d'un matériau massif conducteur, était quelque fois impossible et souvent insuffisante. Nous avons alors caractérisé le matériau par des méthodes expérimentales classiques. La perméabilité complexe quasi-statique moyenne déduite de ces mesures, associée à une résistivité mesurée en continu, a permis d'obtenir une bonne évaluation des pertes, mais uniquement à la fréquence de la mesure. Pour aller plus loin, nous avons proposé une méthode originale de caractérisation du matériau. Cette méthode consiste à associer à la mesure classique, une mesure complémentaire, de façon à disposer, à chaque fréquence, de données suffisantes pour effectuer la détermination simultanée de la perméabilité et de la permittivité. La perméabilité complexe et la résistivité ont ainsi été déduites, et comparées à celles issues des méthodes classiques. Ceci a permis de mettre en évidence l'erreur importante qu'apporte la méthode classique dans le cas d'échantillons massifs. Nous avons également évalué l'intérêt de notre méthode appliquée à un matériau ferrite. Il apparaît qu'elle permet d'accéder à des valeurs de perméabilité et de permittivité beaucoup plus fiables que celles données par les constructeurs, notamment au-delà de 200 kHz. L'intérêt majeur de cette méthode est qu'elle permet d'obtenir, à chaque fréquence, les valeurs caractérisant le matériau, indépendamment de la forme du noyau utilisé. En contrepartie, sa mise en oeuvre nécessite le perçage du noyau magnétique, ce qui est envisageable pour un noyau métallique, mais pas pour un noyau ferrite. En réalité, la seconde mesure proposée ici n'est qu'un exemple. Un choix différent, ne nécessitant aucun usinage compliqué, et donc mieux adapté aux ferrites, a déjà été justifié sur le plan théorique.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [Blache 94-1] F. Blache, J. P. Keradec, B. Cogitore, "Stray capacitances of two winding transformers: equivalent circuit, measurements, calculation and lowering", IAS 94, proc. pp. 1211-1217.
- [Blache 94-2] F. Blache, "Simulation du fonctionnement d'un transformateur HF à deux enroulements: méthode, modèle et résultats", FIRELEC'94, pp. VIII-18 à VIII-21.
- [Blache 95] F. Blache, J. P. Keradec, J.L. Schanen, "Improving electronic simulation accuracy by using new equivalent circuit for wound components", EPE 95, proc. pp.
- [CEDRAT 94] "Analyse des dispositifs électriques, magnétiques et thermiques par la méthode des éléments finis", Notice d'utilisation FLUX2D, version 7.1, sept. 1994, CEDRAT SA, ZIRST 38240 Meylan (France).
- [Chan 91] J. H. Chan, A. Vladimirescu, X. Gao, P. Liebmann, J. Valainis, "Nonlinear transformer model for circuit simulation", IEEE Transactions on computer-aided design, Vol. 10, no. 4, april 1991, pp. 476-482.
- [Cogitore 94] B. Cogitore, J. P. Keradec, J. Barbaroux, "The two-winding transformer: An experimental method to obtain a wide frequency range equivalent circuit", IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements, april 1994, vol. 43, no. 2, pp. 364-371.
- [Cogitore 94] B. Cogitore, "Recherche de circuits équivalents pour les composants magnétique haute fréquence", Thèse soutenue le 11/07/94, INPG, LEG, Grenoble.
- [Collins 90] J. A. Collins, "An accurate method for modelling transformer winding capacitances", IECON 90, proc. pp. 1094-1099.
- [Dowell 66] P. L. Dowell, "Effects of Eddy currents in transformer windings", IEEE, n° 8, august 1966, pp. 1387-1394.
- [Ferrieux 87] J. P. Ferrieux, F. Forest, "Alimentations à découpage, convertisseurs à résonance", éditions Masson, 1987.

- [Garrido 93] M. Garrido, N. Janssens, J. Ph. Conard, E. Dejaeger, E. Matagne, "Rigorous definition of the transformation ratio in the presence of magnetic saturation and leakages", IMACS 93, proc. pp. 609-612.
- [Hewlett-Packard] Hewlett-Packard, "4194A impedance/gain-phase analyzer", operation manual.
- [Keradec 91] J. P. Keradec, E. Laveuve, J. Roudet, "Multipolar development of vector potential for parallel wires. Application to the studie of Eddy currents effects in transformer winding", IEEE Transactions on Magnetics, sept. 1991, vol. 27, no. 5, pp. 4242-4245.
- [Keradec 92] J. P. Keradec, B. Cogitore, E. Laveuve, "Des circuits à constantes localisées pour représenter les transformateurs haute fréquence", RGE, n° 5, mai 1992, pp. 36-47.
- [Keradec 94-1] J. P. Keradec, B. Cogitore, E. Laveuve, M. Bensoam, "Des schémas équivalents pour les circuits couplés multi-enroulements", Journal de physique III, n° 4, avril 1994, pp. 751-773.
- [Keradec 94-2] J. P. Keradec, B. Cogitore, F. Blache, "1D propagation in linear multilayer media: from optics to electronics", CEFC 94, proc. p. 35 (P1B06).
- [Laveuve 90] E. Laveuve, J. P. Keradec, F. Lappas, "Un obstacle à la montée en fréquence: les éléments bobinés", EPF 90, proc. pp. 115-119.
- [Laveuve 91] E. Laveuve, J. P. Keradec, G. Meunier, "Influence of induced currents in conductors on leakage and losses in a transformer", Electric machines and power systems, n° 19, 1991, pp. 55-68.
- [Laveuve 91] E. Laveuve, "Modélisation des transformateurs des convertisseurs haute fréquence", Thèse soutenue le 12/09/91, INPG, LEG, Grenoble.
- [Lofti 92] A. W. Lofti, F. C. Lee, "Proximity losses in short coils of circular cylindrical windings", PESC 92, proc. pp 1253-1260.
- [Lofti 93] A. W. Lofti, F. C. Lee, "A High frequency model for Litz wire for switch-mode magnetics", IAS 93, proc. pp. 1169-1175.

- [Lopera 92] J. M. Lopera, M. Pernia, J. Diaz, J. M. Alonso, F. Nuno, "A complete transformer electric model including frequency and geometry effects", PESC 92, proc. pp. 1247-1252.
- [Namjoshi 88] K. V. Namjoshi, P. P. Biringer, "Low-frequency Eddy-current loss estimation in long conductors by using the moment of inertia of cross sections", IEEE Transactions on magnetics, vol. 24, sept. 88, pp. 2181-2185.
- [Philips 91] "Data Handbook - Soft Ferrites", Book MA01, Editions Philips, Magnetic products, 1991.
- [PSPICE 94] Microsim Corporation, "The design center and PSPICE. Circuit analysis reference manual", version 6.0, Irvine, California, january 1994.
- [Sabonnadière 82] J. C. Sabonnadiere, G. Meunier, B. Morel, "FLUX2D: A general interactive finite elements package for 2D electromagnetic fields", IEEE Transactions on magnetics, march 1982.
- [Sabonnadière 88] J. C. Sabonnadière, J. L. Coulomb, "Calcul des champs électromagnétiques", Techniques de l'ingénieur, D 3 020, décembre 88, pp. 1-20.
- [Severns 92] R. Severns, "Additional losses in high frequency magnetics due to non ideal field distributions", APEC 92, proc. pp. 333-338.
- [Tabaga 95] S. Tabaga, L. Pierrat, F. Blache, "Calculation of planar transformer electrical parameters using finite element simulation", EPE 95, proc. pp.
- [Watson 89] J. K. Watson, S. Amoni, "Using parallel complex permeability for ferrite characterization", IEEE Transactions on magnetics, Vol. 25, no. 5, sept. 89, pp. 4224-4226.



BIBLIOGRAPHIE

- [Allano 87] S. Allano, A. Lebouc, R. Perret, "Pertes dans les circuits magnétiques: une modélisation complexe", RGE, n°3, mars 87, pp. 35-44.
- [Bak-Jensen 92] J. Bak-Jensen, B. Bak-Jensen, S. D. Mikkelsen, C. G. Jensen, "Parametric identification in potential transformer modelling", IEEE Transactions on power delivery, vol. 7, no. 1, january 1992.
- [Do 93] X. D. Do, J. Ndayizamba, A. O. Ba, M. El Kahel, "Transformer modeling for high frequencies", IMACS 93, proc. pp. 207-212.
- [Gradzki 91] P. M. Gradzki, F. C. Lee, "High-frequency core loss characterization technique based on impedance measurement", HFPC 91, proc. pp. 108-115.
- [Hurley 92] W. G. Hurley, W. Woelfle, "Optimizing the design of transformers at high frequencies", UPEC 92, proc. pp. 282-285.
- [Johnson 92] L. Johnson, I. Lagnado, R. Hammond, R. Kollman, "Design considerations for low profile high performance inductors and transformers", HFPC 92, proc. pp. 140-155.
- [Kirchenberger 92] U. Kirchenberger, M. Marx, D. Schroder, "A contribution to the design optimization of resonant inductors for high power resonant DC-DC converters", IAS 92, proc. pp. 994-1001.
- [Lees 91] B. Lees, "Transformer design optimisation for a multikilovolt high frequency quasi-resonant transformer", HFPC 91, proc. pp. 160-178.
- [Liu 92] Y. Liu, S. A. Sebo, R. Caldecott, D. G. Kasten, S. E. Wright, "Power transformer resonance - Measurements and prediction", IEEE Transactions on power delivery, january 1992, vol. 7, no. 1, pp. 245-253.
- [Niemela 89] V. A. Niemela, G. R. Skutt, A. M. Urling, Y. Chang, T. G. Wilson, H. A. Owen Jr, R. C. Wong, "Calculating the short-circuit impedances of a multiwinding transformer from its geometry", PESC 89, proc. pp. 607-617.
- [Niemela 90] V. A. Niemela, H. A. Owen Jr, T. G. Wilson, "Cross-coupled-secondaries model for multiwinding transformers with parameter values calculated from short-circuit impedances", PESC 92, proc. pp. 822-830.

- [Niemela 92] V. A. Niemela, H. A. Owen Jr, T. G. Wilson, "Frequency-independent-element cross-coupled-secondaries model for multiwinding transformers", PESC 92, proc. pp. 1261-1268.
- [Nysveen 93] A. Nysveen, M. Hernes, "Minimum loss design of a 100 KHz inductor with foil windings", EPE 93, proc. pp. 106-111.
- [O'Kelly 72] D. O'Kelly, "Flux penetration in a ferromagnetic including hysteresis and eddy-current effects", J. Phys. D : Appl. vol.5, 1972.
- [Owen 92] H. A. Owen Jr, V. A. Niemela, T. G. Wilson, "Enhanced cross-coupled-secondaries model for multiwinding transformers", PESC 92, proc. pp. 1269-1276.
- [Paul 91] M. S. Paul, D. W. Novotny, D. M. Divan, "Design considerations for high frequency co-axial winding power transformers", IAS 91, proc. pp. 946-952.
- [Petkov 92] R. Petkov, A. Lefedjiev, L. Hobson, "Optimum design of high frequency power transformers", UPEC 92, proc. pp. 279-281.
- [Schlenk 93] M. R. Schlenk, "Design of a resonant transformer", PCIM 93, proc. pp.391-400.
- [Tala-Ighil 92] B. Tala-Ighil, "Utilisation des éléments parasites des transformateurs haute et très haute tension dans les convertisseurs statiques à résonance fonctionnant à fréquence variable", Thèse de Doctorat, Université Montpellier II, décembre 1992.
- [Urling 89] A. M. Urling, V. A. Niemela, G. R. Skutt, T. G. Wilson, "Characterizing high frequency effects in transformer windings: A guide to several significant articles", APEC 89, proc. pp. 373-385.
- [Witulski 95] A. F. Witulski, "Introduction to modeling of transformers and coupled inductors", IEEE Transactions on power electronics, vol. 10, no. 3, may 1995, pp. 349-357.

ANNEXES

ANNEXE 1 :

**EXPRESSION ANALYTIQUE
DES IMPÉDANCES A VIDE ET EN COURT-CIRCUIT
DU TRANSFORMATEUR À DEUX ENROULEMENTS**



ANNEXE 1

**EXPRESSION ANALYTIQUE
DES IMPÉDANCES A VIDE ET EN COURT-CIRCUIT
DU TRANSFORMATEUR A DEUX ENROULEMENTS**

OBTENTION DU DIAGRAMME DE BODE ASYMPTOTIQUE DES MODULES**1 - Circuit équivalent utilisé**

Nous avons établi précédemment (cf. chapitre I) que le transformateur à deux enroulements est un système à trois tensions indépendantes. Nous avons vu que dans le cas où une liaison externe existe entre primaire et secondaire, il est possible de se ramener à un système ne dépendant plus que de deux tensions. Le nombre de capacités parasites du circuit équivalent passe dans le même temps de 6 à seulement 3. Il est alors plus aisé de mener à bien l'étude analytique du circuit ainsi obtenu (figure A1.1). Cette étude doit nous permettre d'obtenir les expressions des impédances à vide et en court-circuit, et par suite, celle des fréquences singulières et des amortissements.

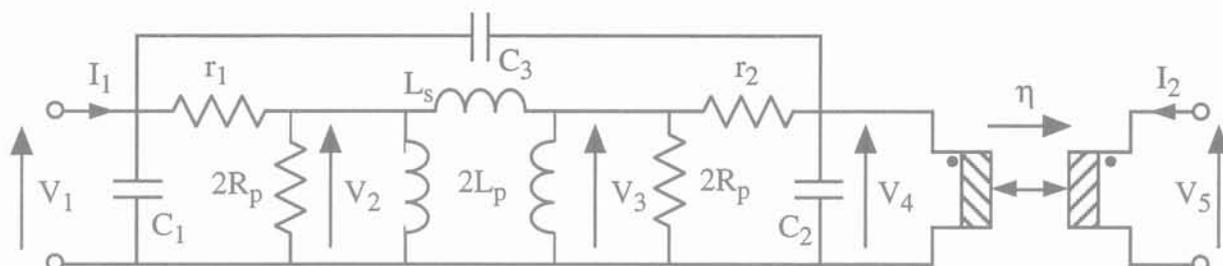


Figure A1.1: Circuit équivalent à trois capacités du transformateur à deux enroulements

Toujours dans un but de simplification, notons également que les pertes supplémentaires dues aux courants de Foucault qui se développent dans les enroulements ou dans le noyau, sont, dans un premier temps, supposées négligeables.

2 - Expression analytique de l'impédance à vide Z_0

L'impédance cherchée est définie par:

$$Z_0 = V_1/I_1 \quad \text{avec } I_2 = 0.$$

En exprimant I_1 en fonction des tensions V_1 à V_4 , nous obtenons:

$$Z_0 = \frac{V_1}{C_1 p V_1 + \frac{1}{r_1}(V_1 - V_2) + C_3 p(V_1 - V_4)} = \frac{1}{\frac{1}{r_1} + (C_1 + C_3)p - \frac{1}{r_1} \frac{V_2}{V_1} - C_3 p \frac{V_4}{V_1}}$$

d'où :

$$Z_0 = r_1 \frac{1}{1 + r_1(C_1 + C_3)p - \left(\frac{V_2}{V_1} + r_1 C_3 p \frac{V_4}{V_1}\right)} \quad (1)$$

Pour évaluer les deux rapports de tension, il faut trois équations indépendantes. L'utilisation de la loi des noeuds fournit :

$$\begin{aligned} \frac{V_1 - V_2}{r_1} &= \frac{V_2}{2R_P} + \frac{V_2}{2L_{PP}} + \frac{V_2 - V_3}{L_{SP}} & \frac{V_1}{r_1} &= \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{2R_P} + \frac{1}{2L_{PP}} + \frac{1}{L_{SP}}\right)V_2 - \frac{V_3}{L_{SP}} \\ \frac{V_2 - V_3}{L_{SP}} &= \frac{V_3}{2L_{PP}} + \frac{V_3}{2R_P} + \frac{V_3 - V_4}{r_2} & \text{d'où} & \frac{V_2}{L_{SP}} &= \left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{2R_P} + \frac{1}{2L_{PP}} + \frac{1}{L_{SP}}\right)V_3 - \frac{V_4}{r_2} \\ \frac{V_3 - V_4}{r_2} &= C_2 p V_4 - C_3 p(V_1 - V_4) & & \frac{V_3}{r_2} &= \left(\frac{1}{r_2} + (C_2 + C_3)p\right)V_4 - C_3 p V_1 \end{aligned} \quad (2)$$

Pour rendre les calculs plus lisibles, posons alors :

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{r_1}, & b &= \frac{1}{r_1} + \frac{1}{2R_P} + \frac{1}{2L_{PP}} + \frac{1}{L_{SP}}, & c &= \frac{1}{L_{SP}}, \\ d &= \frac{1}{r_2} + \frac{1}{2R_P} + \frac{1}{2L_{PP}} + \frac{1}{L_{SP}}, & e &= \frac{1}{r_2}, & f &= \frac{1}{r_2} + (C_2 + C_3)p, & g &= C_3 p \end{aligned} \quad (3)$$

Le système (2) se présente maintenant sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} aV_1 &= bV_2 - cV_3 & b\frac{V_2}{V_1} - c\frac{V_3}{V_1} + 0 &= a \\ cV_2 &= dV_3 - eV_4 & \text{soit} & c\frac{V_2}{V_1} - d\frac{V_3}{V_1} + e\frac{V_4}{V_1} &= 0 \\ eV_3 &= fV_4 - gV_1 & & 0 - e\frac{V_3}{V_1} + f\frac{V_4}{V_1} &= g \end{aligned}$$

La résolution de ce système d'équations donne :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{ae^2 - adf - cge}{be^2 + c^2f - bdf} \quad \text{et} \quad \frac{V_4}{V_1} = \frac{c^2g - ace - bdg}{be^2 + c^2f - bdf} \quad (4)$$

En remplaçant dans (1), l'impédance à vide prend alors la forme suivante:

$$Z_0 = r_1 \frac{bdf - be^2 - c^2f}{[1 + r_1(C_1 + C_3)p](bdf - be^2 - c^2f) + ae^2 - adf - 2cge + \frac{g^2}{a}(c^2 - bd)}$$

Pour parvenir à l'écriture finale, il reste à remplacer les variables (a) à (g) par leurs expressions en fonction des constantes du circuit. Pour faciliter les calculs, nous emploierons les notations ci-dessous :

$$Z_0 = r_1 \frac{N}{D} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} N &= (bdf - be^2 - c^2f) r_2 L_P L_S p^2 \\ D &= [1 + r_1(C_1 + C_3)p] N - Q \\ Q &= \left[a(df - e^2) + 2cge + \frac{g^2}{a}(bd - c^2) \right] r_2 L_P L_S p^2 \end{aligned} \quad (5)$$

2.1 Calcul du numérateur N de Z_0

En introduisant les expressions (3) dans la première des relations (5), nous obtenons pour N :

$$\begin{aligned} \frac{N}{r_2 L_P L_S p^2} &= \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{2R_P} + \frac{1}{2L_{PP}} + \frac{1}{L_{SP}} \right) \left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{2R_P} + \frac{1}{2L_{PP}} + \frac{1}{L_{SP}} \right) \left[\frac{1}{r_2} + (C_2 + C_3)p \right] \\ &\quad - \frac{1}{r_2^2} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{2R_P} + \frac{1}{2L_{PP}} + \frac{1}{L_{SP}} \right) - \frac{1}{L_{SP}^2} \left[\frac{1}{r_2} + (C_2 + C_3)p \right] \end{aligned}$$

D'où, en faisant sortir $1/r_2$:

$$\frac{N}{r_2 L_P L_S p^2} = \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{2R_P} + \frac{1}{2L_{PP}} + \frac{1}{L_{SP}} \right)$$

Soit, après arrangement en fonction de $\left[\frac{1}{r_2} + (C_2 + C_3)p \right]$:

$$\begin{aligned} \frac{N}{r_2 L_P L_S p^2} &= \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{2R_P} + \frac{1}{2L_{PP}} + \frac{1}{L_{SP}} \right) \\ &\quad \left\{ \frac{1}{r_2} + (C_2 + C_3)p + \left[\frac{1}{r_2} + (C_2 + C_3)p \right] \left(\frac{1}{2R_P} + \frac{1}{2L_{PP}} \right) + \frac{1}{L_{SP}} \left[\frac{1}{r_2} + (C_2 + C_3)p \right] \right\} - \frac{1}{L_{SP}^2} \left[\frac{1}{r_2} + (C_2 + C_3)p \right] \end{aligned}$$

Si nous effectuons la soustraction du dernier terme, nous obtenons :

$$\frac{N}{r_2 L_P L_{SP}^2} = \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{2R_P} + \frac{1}{2L_P p} \right) \left(\frac{1}{r_2} (C_2 + C_3) p + \left[\frac{1}{r_2} + (C_2 + C_3) p \right] \left(\frac{1}{2R_P} + \frac{1}{2L_P p} + \frac{1}{L_{SP}} \right) \right) + \frac{1}{L_{SP}} \left(\frac{1}{r_2} (C_2 + C_3) p + \left[\frac{1}{r_2} + (C_2 + C_3) p \right] \left(\frac{1}{2R_P} + \frac{1}{2L_P p} \right) \right)$$

En multipliant par $2r_2 L_P L_{SP}^2$:

$$2N = \left[\left(\frac{2L_P + L_P}{r_1} + \frac{L_P}{R_P} \right) p + 1 \right] \left\{ L_S (C_2 + C_3) p^2 + [1 + r_2 (C_2 + C_3) p] \left(\frac{L_S}{2R_P} p + \frac{L_S}{2L_P} + 1 \right) \right\} + 2L_P (C_2 + C_3) p^2 + [1 + r_2 (C_2 + C_3) p] \left(1 + \frac{L_P}{R_P} \right)$$

Soit, après arrangement par ordre croissant des puissances de p :

$$2N = \left[1 + \left(\frac{2L_P + L_P}{r_1} + \frac{L_P}{R_P} \right) p \right] \left\{ 1 + \frac{L_S}{2L_P} + \left[\frac{L_S}{2R_P} + r_2 (C_2 + C_3) \right] \left(1 + \frac{L_S}{2L_P} \right) \right\} p + \left[L_S (C_2 + C_3) + \frac{L_S}{2R_P} r_2 (C_2 + C_3) \right] p^2 + 1 + \left[\frac{L_P}{R_P} + r_2 (C_2 + C_3) \right] p + \left[2L_P (C_2 + C_3) + \frac{L_P}{R_P} r_2 (C_2 + C_3) \right] p^2$$

En développant suivant les puissances croissantes de p, il vient :

$$2N = 1 + \frac{L_S}{2L_P} + 1 + \left[\frac{L_S}{2R_P} + r_2 (C_2 + C_3) \right] \left(1 + \frac{L_S}{2L_P} \right) + \left(\frac{L_P + 2L_P}{R_P} + \frac{2L_P}{r_1} \right) \left(1 + \frac{L_S}{2L_P} \right) + \frac{L_P}{R_P} + r_2 (C_2 + C_3) \right] p + \left\{ \left(L_S + \frac{L_S}{2R_P} r_2 \right) (C_2 + C_3) + \left(\frac{2L_P + L_P}{r_1} + \frac{L_P}{R_P} \right) \left[\frac{L_S}{2R_P} + r_2 (C_2 + C_3) \right] \left(1 + \frac{L_S}{2L_P} \right) + L_P \left(2 + \frac{r_2}{R_P} \right) (C_2 + C_3) \right\} p^2 + \left(\frac{2L_P + L_P}{r_1} + \frac{L_P}{R_P} \right) \left(L_S + \frac{L_S}{2R_P} r_2 \right) (C_2 + C_3) p^3$$

Finalement, nous obtenons pour N :

$$N = 1 + \frac{L_S}{4L_P} + \left[r_2 (C_2 + C_3) \left(1 + \frac{L_S}{4L_P} \right) + \frac{L_P}{r_1} \left(1 + \frac{r_1}{R_P} \right) \left(1 + \frac{L_S}{2L_P} \right) \right] p + \frac{L_P}{r_1} \left\{ \left[r_1 \left(1 + \frac{r_2}{2R_P} \right) + r_2 \left(1 + \frac{r_1}{2R_P} \right) \right] (C_2 + C_3) \left(1 + \frac{L_S}{2L_P} \right) + \frac{L_S}{2R_P} \left(1 + \frac{r_1}{2R_P} \right) \right\} p^2 + \frac{L_P}{r_1} L_S \left(1 + \frac{r_1}{2R_P} \right) \left(1 + \frac{r_2}{2R_P} \right) (C_2 + C_3) p^3 \quad (6)$$

2.2 Calcul du dénominateur D de Z₀

D'après (5), il est d'abord nécessaire d'évaluer Q. Comme pour N, nous avons :

$$\frac{Q}{r_2 L_P L_{SP}^2} = \frac{1}{r_1} \left\{ \left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{2R_P} + \frac{1}{2L_{PP}} + \frac{1}{L_{SP}} \right) \frac{1}{r_2} + (C_2 + C_3)p \right\} \frac{1}{r_2^2} + \frac{2C_3 p}{r_2 L_{SP}} + C_3^2 p^2 r_1 \left[\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{2R_P} + \frac{1}{2L_{PP}} + \frac{1}{L_{SP}} \right) \left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{2R_P} + \frac{1}{2L_{PP}} + \frac{1}{L_{SP}} \right) \frac{1}{L_{SP}^2} \right]$$

En distribuant $1/r_2$ dans le premier crochet et $1/L_{SP}$ dans le second, nous obtenons :

$$\frac{Q}{r_2 L_P L_{SP}^2} = \frac{1}{r_1} \left\{ \frac{1}{r_2} \left[(C_2 + C_3)p + \frac{1}{2R_P} + \frac{1}{2L_{PP}} + \frac{1}{L_{SP}} \right] + \left(\frac{1}{2R_P} + \frac{1}{2L_{PP}} + \frac{1}{L_{SP}} \right) (C_2 + C_3)p \right\} + \frac{2C_3 p}{r_2 L_{SP}} + C_3^2 p^2 r_1 \left[\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{2R_P} + \frac{1}{2L_{PP}} \right) \left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{2R_P} + \frac{1}{2L_{PP}} \right) + \frac{1}{L_{SP}} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{R_P} + \frac{1}{L_{PP}} \right) \right]$$

Si nous multiplions par $r_2 L_{SP}$ et que nous mettons $1/(2L_{PP})^2$ en facteur dans le second crochet, cela donne :

$$\frac{Q}{L_{PP}} = \frac{1}{r_1} \left[L_S (C_2 + C_3) p^2 + \frac{L_{SP} + L_S}{2R_P} + 1 + r_2 \left(\frac{L_{SP} + L_S}{2R_P} + \frac{L_S}{2L_P} + 1 \right) (C_2 + C_3)p \right] + 2C_3 p + \frac{r_1 r_2 C_3^2 p^2}{4L_{PP}^2} \left[L_{SP} \left(\frac{2L_{PP}}{r_1} + \frac{2L_{PP}}{2R_P} + 1 \right) \left(\frac{2L_{PP}}{r_2} + \frac{2L_{PP}}{2R_P} + 1 \right) + 4L_{PP} \left(\frac{L_{PP}}{r_1} + \frac{L_{PP}}{r_2} + \frac{L_{PP}}{R_P} + 1 \right) \right]$$

En classant dans chaque crochet les puissances croissantes de p et en multipliant par L_{PP} , nous parvenons au résultat suivant :

$$Q = \frac{L_{PP}}{r_1} \left\{ 1 + \frac{L_S}{2L_P} + \left[\frac{L_S}{2R_P} + r_2 \left(1 + \frac{L_S}{2L_P} \right) (C_2 + C_3) \right] p + \left(L_S + r_2 \frac{L_S}{2R_P} \right) (C_2 + C_3) p^2 \right\} + 2L_P C_3 p^2 + \frac{r_1 r_2 C_3^2}{4L_P} p \left\{ L_{SP} \left[\frac{4}{r_1 r_2} L_0^2 \left(1 + \frac{r_1}{2R_P} \right) \left(1 + \frac{r_2}{2R_P} \right) p^2 + 2L_P \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{R_P} \right) p + 1 \right] + 4L_{PP} \left(\frac{L_{PP}}{r_1} + \frac{L_{PP}}{r_2} + \frac{L_{PP}}{R_P} + 1 \right) \right\}$$

Finalement, en ordonnant le polynôme suivant les puissances croissantes de p, nous obtenons :

$$Q = \frac{L_{PP}}{r_1} p \left\{ 1 + \frac{L_S}{2L_P} + \left[\frac{L_S}{2R_P} + r_2 \left(1 + \frac{L_S}{2L_P} \right) (C_2 + C_3) + 2r_1 C_3 + r_1 r_2 C_3^2 \frac{r_1}{L_P} \left(\frac{L_S}{4L_P} + 1 \right) \right] p \right\} + \frac{L_P}{r_1} p \left\{ L_S \left(1 + \frac{r_2}{2R_P} \right) (C_2 + C_3) + r_1 C_3^2 \left[r_1 \left(1 + \frac{r_2}{2R_P} \right) + r_2 \left(1 + \frac{r_1}{2R_P} \right) \right] \left(\frac{L_S}{2L_P} + 1 \right) \right\} p^2 + \frac{L_P}{r_1} p \left[r_1 L_S C_3^2 \left(1 + \frac{r_1}{2R_P} \right) \left(1 + \frac{r_2}{2R_P} \right) \right] p^3 \quad (7)$$

D s'obtient en remplaçant N et Q par leurs expressions ((6) et (7)) dans la deuxième équation du système (5) :

$$\begin{aligned}
 D = & 1 + \frac{L_S}{4L_P} \\
 & + \left[r_2(C_2+C_3) \left(1 + \frac{L_S}{4L_P} \right) + \frac{L_P}{r_1} \left(1 + \frac{r_1}{R_P} \right) \left(1 + \frac{L_S}{2L_P} \right) + r_1(C_1+C_3) \left(1 + \frac{L_S}{4L_P} \right) \frac{L_P}{r_1} \left(1 + \frac{L_S}{2L_P} \right) \right] p \\
 & + \left\{ \begin{aligned} & \frac{L_P}{r_1} \left[(r_1+r_2)(C_2+C_3) \left(1 + \frac{L_S}{2L_P} \right) \left(1 + \frac{r_1+r_2}{R_P} \right) + \frac{L_S}{2R_P} \left(1 + \frac{r_1}{2R_P} \right) \right] \\ & + r_1(C_1+C_3) \left[r_2(C_2+C_3) \left(1 + \frac{L_S}{4L_P} \right) + \frac{L_P}{r_1} \left(1 + \frac{r_1}{R_P} \right) \left(1 + \frac{L_S}{2L_P} \right) \right] \end{aligned} \right\} p^2 \\
 & + \left\{ \begin{aligned} & \frac{L_P}{r_1} \left[\frac{L_S}{2R_P} + r_2 \left(1 + \frac{L_S}{2L_P} \right) (C_2+C_3) + 2r_1 C_3 + r_1 r_2 C_3^2 \frac{r_1}{L_P} \left(\frac{L_S}{4L_P} + 1 \right) \right] \\ & \frac{L_P}{r_1} L_S (C_2+C_3) \left(1 + \frac{r_1}{2R_P} \right) \left(1 + \frac{r_2}{2R_P} \right) \\ & + L_P (C_1+C_3) \left[(r_1+r_2)(C_2+C_3) \left(1 + \frac{L_S}{2L_P} \right) \left(1 + \frac{r_1+r_2}{R_P} \right) + \frac{L_S}{2R_P} \left(1 + \frac{r_1}{2R_P} \right) \right] \end{aligned} \right\} p^3 \\
 & + L_P L_S \left[(C_1+C_3)(C_2+C_3) - C_3^2 \right] \left(1 + \frac{r_1}{2R_P} \right) \left(1 + \frac{r_2}{2R_P} \right) p^4
 \end{aligned}$$

En effectuant les soustractions, nous obtenons l'expression finale de D :

$$\begin{aligned}
 D = & 1 + \frac{L_S}{4L_P} \tag{8} \\
 & + \left\{ [r_1(C_1+C_3) + r_2(C_2+C_3)] \left(1 + \frac{L_S}{4L_P} \right) + \frac{L_P}{R_P} \left(1 + \frac{L_S}{2L_P} \right) \right\} p \\
 & + \left\{ \begin{aligned} & L_P \left(1 + \frac{L_S}{2L_P} \right) \left[(C_1+C_2) + \frac{r_1}{R_P} (C_1+C_3) + \frac{r_2}{R_P} (C_2+C_3) \right] + r_1 r_2 (C_1+C_2) \left(1 + \frac{L_S}{4L_P} \right) \left(C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1+C_2} \right) \\ & + \frac{L_S}{2R_P} \frac{L_P}{2R_P} + L_S C_3 \end{aligned} \right\} p^2 \\
 & + \left\{ \begin{aligned} & L_P \left[r_1 \left(1 + \frac{r_2}{2R_P} \right) + r_2 \left(1 + \frac{r_1}{2R_P} \right) \right] (C_1+C_2) \left(1 + \frac{L_S}{2L_P} \right) \left(C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1+C_2} \right) \\ & + L_P \frac{L_S}{2R_P} \left[(C_1+C_3) \left(1 + \frac{r_1}{2R_P} \right) + (C_2+C_3) \left(1 + \frac{r_2}{2R_P} \right) \right] \end{aligned} \right\} p^3 \\
 & + L_P L_S (C_1+C_2) \left(C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1+C_2} \right) \left(1 + \frac{r_1}{2R_P} \right) \left(1 + \frac{r_2}{2R_P} \right) p^4
 \end{aligned}$$

3 - Expression analytique de l'impédance en court-circuit Z_{cc}

Nous voyons sur le circuit de la figure A1.1 que cette impédance peut être obtenue simplement en cherchant la limite de Z_0 lorsque C_2 tend vers l'infini. Nous posons alors :

$$Z_{CC} = r_1 N'/D' \quad \text{avec}$$

$$N' = 1 + \frac{L_S}{4L_P} + L_P \left(1 + \frac{L_S}{2L_P} \right) \left(\frac{r_1+r_2}{r_1 r_2} + \frac{1}{R_P} \right) p + \frac{L_P}{r_1} \frac{L_S}{r_2} \left(1 + \frac{r_1}{2R_P} \right) \left(1 + \frac{r_2}{2R_P} \right) p^2$$

$$\begin{aligned}
D' &= 1 + \frac{L_S}{4L_P} \\
&+ \left[\frac{L_P}{r_2} \left(1 + \frac{L_S}{2L_P} \right) \left(1 + \frac{r_2}{R_P} \right) + r_1 (C_1 + C_3) \left(1 + \frac{L_S}{4L_P} \right) \right] p \\
&+ \frac{L_P}{r_2} \left\{ \left[r_1 \left(1 + \frac{r_2}{2R_P} \right) + r_2 \left(1 + \frac{r_1}{2R_P} \right) \right] (C_1 + C_3) \left(1 + \frac{L_S}{2L_P} \right) + \frac{L_S}{2R_P} \left(1 + \frac{r_2}{2R_P} \right) \right\} p^2 \\
&+ L_P \frac{L_S}{r_2} (C_1 + C_3) \left(1 + \frac{r_1}{2R_P} \right) \left(1 + \frac{r_2}{2R_P} \right) p^3
\end{aligned}$$

4 - Expressions analytiques de Z_0 et Z_{cc} en fonction des grandeurs mesurées

A partir du circuit de la figure A1.1, nous pouvons établir les relations liant les inductances du circuit aux inductances mesurées à vide (L_0) et en court-circuit (L_{cc}), vues du primaire. Ces relations sont les suivantes:

$$L_0 = 2L_P // (L_S + 2L_P) = \frac{2L_P(L_S + 2L_P)}{L_S + 4L_P} \quad \text{et} \quad L_{CC} = L_S // 2L_P = \frac{2L_P L_S}{L_S + 2L_P} \quad (9)$$

D'où nous tirons :

$$L_S = \frac{L_{CC}}{\sqrt{1 - \frac{L_{CC}}{L_0}}} \quad \text{et} \quad L_P = L_0 \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{L_{CC}}{L_0}}}{2} \quad (10)$$

En remplaçant L_S et L_P par ces valeurs dans les expressions de N et D , nous obtenons :

- Pour l'impédance à vide Z_0 :

$$\begin{aligned}
N &= 1 + \left[r_2 (C_2 + C_3) + \frac{L_0}{r_1} \left(1 + \frac{r_1}{R_P} \right) \right] p \\
&+ \frac{L_0}{r_1} \left\{ (C_2 + C_3) \left[r_1 \left(1 + \frac{r_2}{2R_P} \right) + r_2 \left(1 + \frac{r_1}{2R_P} \right) \right] + \frac{L_{CC}}{2R_P} \left(1 + \frac{r_1}{2R_P} \right) \right\} p^2 \\
&+ \frac{L_0}{r_1} L_{CC} \left(1 + \frac{r_1}{2R_P} \right) \left(1 + \frac{r_2}{2R_P} \right) (C_2 + C_3) p^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D &= 1 + \left[r_1 (C_1 + C_3) + r_2 (C_2 + C_3) + \frac{L_0}{R_P} \right] p \\
&+ \left\{ L_0 \left[(C_1 + C_2) + \frac{r_1}{R_P} (C_1 + C_3) + \frac{r_2}{R_P} (C_2 + C_3) \right] + \frac{L_{CC} L_0}{2R_P 2R_P} \right\} p^2 \\
&+ \left\{ r_1 r_2 (C_1 + C_2) \left(C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right) + L_{CC} C_3 \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \frac{L_{CC}}{L_0}}} \right\} p^2 \\
&+ \left\{ L_0 (C_1 + C_2) \left(C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right) \left(r_1 + r_2 + \frac{r_1 r_2}{R_P} \right) + L_0 \frac{L_{CC}}{2R_P} \left[(C_1 + C_3) \left(1 + \frac{r_1}{2R_P} \right) + (C_2 + C_3) \left(1 + \frac{r_2}{2R_P} \right) \right] \right\} p^3 \\
&+ L_0 L_{CC} (C_1 + C_2) \left(C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right) \left(1 + \frac{r_1}{2R_P} \right) \left(1 + \frac{r_2}{2R_P} \right) p^4
\end{aligned}$$

- Pour l'impédance en court-circuit Z_{cc} :

$$N' = 1 + \frac{L_0}{r_1 r_2} \left[r_1 \left(1 + \frac{r_2}{2R_p} \right) + r_2 \left(1 + \frac{r_1}{2R_p} \right) \right] p + \frac{L_0 L_{CC}}{r_1 r_2} \left(1 + \frac{r_1}{2R_p} \right) \left(1 + \frac{r_2}{2R_p} \right) p^2$$

$$D' = 1 + \left[\frac{L_0}{r_2} \left(1 + \frac{r_2}{R_p} \right) + r_1 (C_1 + C_3) \right] p$$

$$+ \left[\frac{L_0}{r_2} (C_1 + C_3) \left[r_1 \left(1 + \frac{r_2}{2R_p} \right) + r_2 \left(1 + \frac{r_1}{2R_p} \right) \right] + \frac{L_0 L_{CC}}{r_2 2R_p} \left(1 + \frac{r_2}{2R_p} \right) \right] p^2$$

$$+ \frac{L_0}{r_2} L_{CC} (C_1 + C_3) \left(1 + \frac{r_1}{2R_p} \right) \left(1 + \frac{r_2}{2R_p} \right) p^3$$

5 - Exploitation des résultats et obtention des diagrammes de Bode de Z_0 et Z_{cc}

Observons tout d'abord que les expressions littérales de Z_0 et Z_{cc} sont difficilement exploitables sous cette forme. Pour parvenir au tracé du diagramme de Bode asymptotique des modules de Z_0 et Z_{cc} , il est nécessaire de simplifier ces expressions. En étudiant le circuit de la figure A1.1, dans différentes plages de fréquences (basse, moyenne et haute) et grâce à des approximations, nous allons voir qu'il est possible de simplifier les expressions établies. Nous pourrions ainsi tracer, étape par étape, le diagramme recherché.

5.1 En basse fréquence

Du continu jusqu'en deçà de la première fréquence de résonance du circuit, les seuls éléments qui interviennent sont η , r_1 , r_2 , L_s et L_p :



Figure A1-2: Circuit équivalent basse fréquence

Les expressions de Z_0 et Z_{cc} deviennent alors :

$$Z_0 = r_1 \left(1 + \frac{L_0}{r_1} p \right) \quad \text{et} \quad Z_{CC} = r_1 \frac{1 + \frac{L_0}{r_1 r_2} p + \frac{L_0 L_{CC}}{r_1 r_2} p^2}{1 + \frac{L_0}{r_2} p}$$

Si le coefficient de couplage k vérifie : $|k| \geq 0,98$, cela implique que $L_0 \geq 25 L_{CC}$. Comme par ailleurs il est facile de vérifier que $r_1 + r_2 \geq 4 \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$, nous obtenons la relation suivante :

$$\frac{L_0}{\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}} \geq 100 \frac{L_{CC}}{r_1 + r_2}$$

La factorisation de Z_{CC} en découle, avec une précision supérieure ou égale à 1% :

$$Z_{CC} = r_1 \frac{\left(1 + \frac{L_0}{\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}} p\right) \left(1 + \frac{L_{CC}}{r_1 + r_2} p\right)}{1 + \frac{L_0}{r_2} p}$$

Si k ne vérifie pas l'inégalité proposée, en cas de faible couplage par exemple, tout n'est pas remis en cause. L'expression de Z_0 demeure exacte et dans le diagramme asymptotique de Z_{cc} , seul le palier intermédiaire basse fréquence est légèrement affecté, comme le montre la figure A1.3.

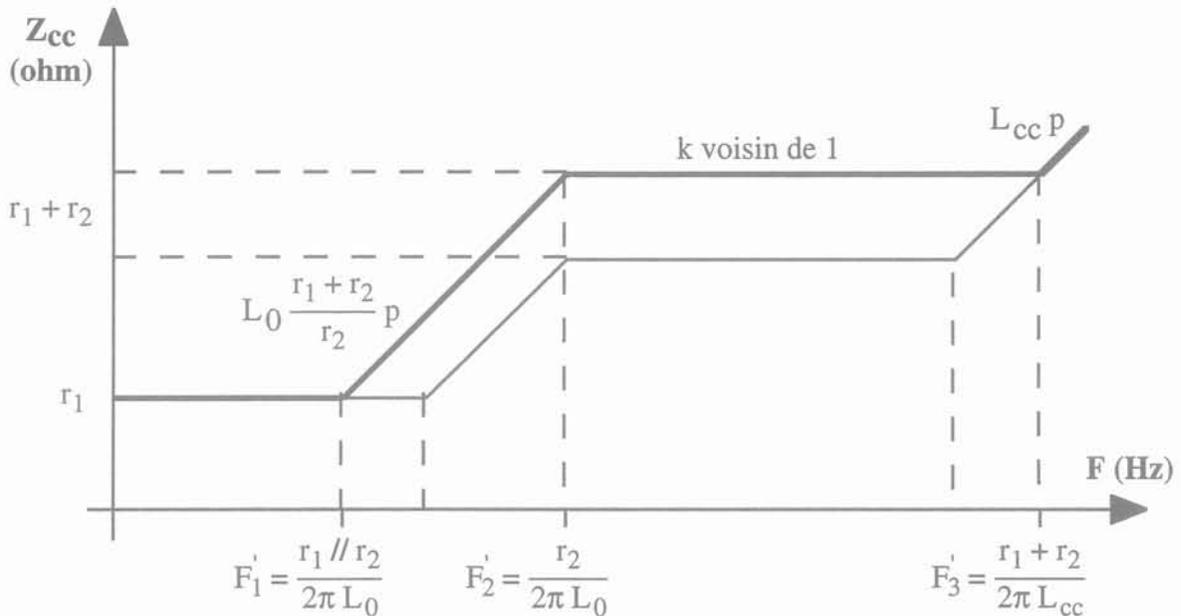


Figure A1.3 : Allure de Z_{cc} lorsque k varie

En règle générale, l'expérience montre que si les deux fréquences de coupure basse F'_1 et F'_3 sont distantes de moins de deux décades, il faut éviter de comparer le palier intermédiaire basse fréquence à $(r_1 + r_2)$.

5.2 En moyenne et haute fréquence sans pertes

Le circuit équivalent du transformateur devient :

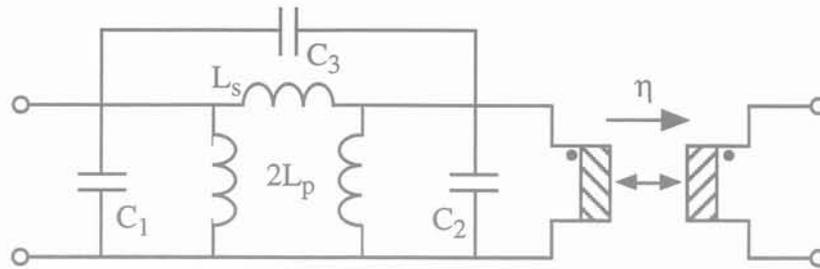


Figure A1-4: Circuit équivalent en moyenne et haute fréquence sans pertes

Dans ce cas, nous obtenons :

$$Z_0 = L_0 p \frac{1 + L_{CC} (C_2 + C_3) p^2}{1 + \left[L_0 (C_1 + C_2) + \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \frac{L_{CC}}{L_0}}} L_{CC} C_3 \right] p^2 + L_0 L_{CC} (C_1 + C_2) \left(C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right) p^4}$$

$$Z_{CC} = L_{CC} p \frac{1}{1 + L_{CC} (C_1 + C_3) p^2} \quad (11)$$

Deux fréquences naturelles apparaissent immédiatement : l'une au numérateur de Z_0 (résonance série), l'autre au dénominateur de Z_{CC} (résonance parallèle).

$$F_{Z_0} = F_3 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{CC}(C_2+C_3)}}$$

$$F_{Z_{CC}} = F'_4 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{CC}(C_1+C_3)}}$$

Deux autres sont introduites par le dénominateur de Z_0 . Pour les exprimer, il est nécessaire de faire à nouveau l'hypothèse $|k| \geq 0,98$. En effet, la factorisation de Z_0 est possible si l'inégalité suivante est vérifiée :

$$L_0 (C_1 + C_2) \gg \left| L_{CC} \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \frac{L_{CC}}{L_0}}} C_3 - L_{CC} \left(C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \right) \right|$$

Or, si $|k| \geq 0.98$, cette inégalité peut s'écrire : $L_0(C_1+C_2) \gg L_{CC} \left(\frac{C_1 C_2}{C_1+C_2} \right)$ ce qui se vérifie automatiquement. Dans ce cas, Z_0 peut s'écrire:

$$Z_0 = L_0 p \frac{1 + L_{CC}(C_2 + C_3) p^2}{[1 + L_0(C_1+C_2)p^2] \left[1 + L_{CC} \left(C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1+C_2} \right) p^2 \right]} \quad (12)$$

Nous obtenons ainsi les expressions des deux fréquences de résonance parallèles de Z_0 :

$$F_{//-1} = F_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0(C_1+C_2)}}$$

$$F_{//-2} = F_4 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{CC} \left(C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1+C_2} \right)}}$$

Comme précédemment, si k ne vérifie pas l'hypothèse proposée, tout n'est pas remis en cause. Le diagramme asymptotique de Z_{CC} n'est pas affecté et dans celui de Z_0 , seule la zone intermédiaire est légèrement modifiée, comme le montre la figure A1.5 :

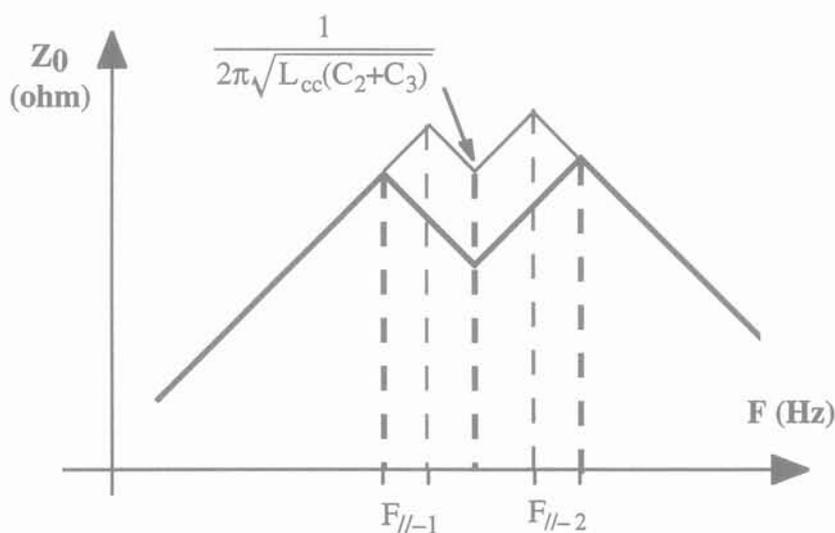


Figure A1.5 : Allure de Z_0 lorsque k varie

Les expressions (11) et (12) permettent aussi de voir que, si la limite entre moyenne et haute fréquence se situe entre $\frac{1}{2\pi\sqrt{L_0(C_1+C_2)}}$ et $\frac{1}{2\pi\sqrt{L_{CC}(C_2+C_3)}}$, en moyenne fréquence, L_{CC} peut être supposée nulle alors qu'en haute fréquence, L_0 peut être considérée comme infinie.

D'autre part, pour pouvoir raccorder les expressions (11) et (12) à celles trouvées en basse fréquence, il faut supposer que:

$$- \sqrt{L_0 (C_1 + C_2)} \ll \frac{L_0}{r_1} \text{ et } \frac{L_0}{r_2} \quad \text{pour } Z_0$$

$$- \sqrt{L_{CC} (C_1 + C_3)} \text{ et } \sqrt{L_{CC} (C_2 + C_3)} \ll \frac{L_{CC}}{r_1 + r_2} \quad \text{pour } Z_{CC}$$

Cela signifie que la plus basse des fréquences de résonance est bien plus haute (au moins une décade) que la plus haute des fréquences de coupure, et ceci pour les deux courbes. La partie ascendante relative à $jL_0\omega$ ou $jL_{CC}\omega$ est donc bien visible.

5.3 En moyenne et haute fréquence avec pertes

Seule la première résonance parallèle de Z_0 est située en moyenne fréquence. Les impédances de L_0 et de $(C_1 + C_2)$ sont ici beaucoup plus grandes que r_1 et r_2 , si bien que l'amortissement dû à ces résistances est sans effet sur cette première résonance. Seules les résistances parallèles $2R_p$ amortissent en fait cette résonance. Dans l'expression (12), la première partie du dénominateur doit donc être complétée par un terme du premier degré, tel que Z_0 , à la fréquence de résonance, soit égale à R_p . Ce terme devient égal à : $1 + \frac{L_0}{R_p} p + L_0(C_1 + C_2) p^2$. Le fait que cette résonance soit toujours bien visible implique également que l'amortissement z est inférieur à 1, ce qui suppose que :

$$2 R_p > \sqrt{\frac{L_0}{(C_1 + C_2)}}$$

En haute fréquence, nous pouvons maintenant réintroduire les résistances dans le circuit équivalent qui ne comporte plus d'inductances parallèles. Nous obtenons alors le circuit (a) de la figure A1-6:

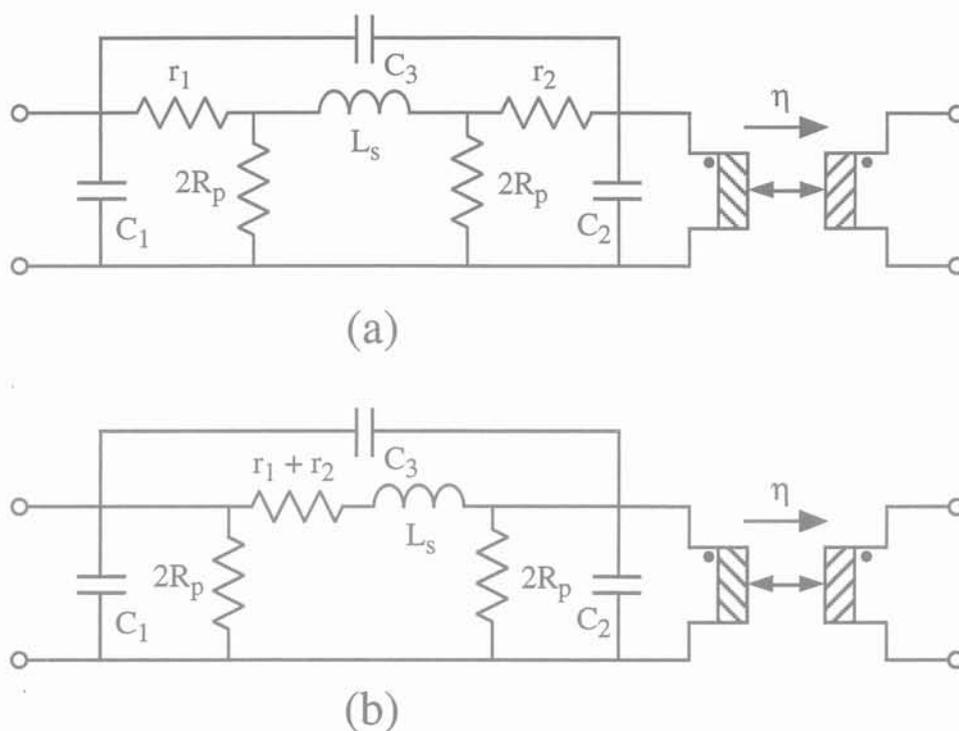


Figure A1-6 : Circuits équivalents en moyenne et haute fréquence avec pertes

En remarquant que les résistances $2R_p$ dérivent un courant négligeable par rapport à celui qui traverse L_s (car $r_1 \ll 2R_p$ et $r_2 \ll 2R_p$), nous pouvons inverser les positions de r_1 et r_2 par rapport à $2R_p$. Nous obtenons alors le circuit (b) de la figure A1-6. Sans les résistances, nous pouvons écrire pour ce circuit que :

$$Z_0 = \frac{1}{(C_1 + C_2)p} \frac{1 + L_{CC}(C_2 + C_3)p^2}{1 + L_{CC}\left(C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}\right)p^2}$$

$$Z_{CC} = L_{CC} p \frac{1}{1 + L_{CC}(C_1 + C_3)p^2}$$

En remplaçant ensuite respectivement :

$$L_{CC}p \text{ par } L_{CC}p + (r_1 + r_2)$$

$$\frac{1}{C_1 p} \text{ par } \frac{2R_p}{1 + 2R_p C_1 p}$$

$$\frac{1}{C_2 p} \text{ par } \frac{2R_p}{1 + 2R_p C_2 p}$$

Comme dans cette gamme de fréquence $2R_p C_1 p$ et $2R_p C_2 p \gg 1$, nous obtenons les amortissements recherchés. Cependant, pour que le modèle fournisse des amortissements corrects pour les trois premières résonances de Z_0 , il faut le modifier. En effet, nous avons ajusté, grâce à R_p , l'amortissement de la première résonance, mais, en général, avec le circuit proposé, les deux

résonances suivantes de Z_0 ne sont pas suffisamment amorties. Il faut donc insérer des résistances qui ne perturbent pas en basse fréquence, mais qui amortissent en haute fréquence les circuits constitués par L_{CC} et $(C_2 + C_3)$ d'une part, et L_{CC} et $(C_1 + C_3)$ d'autre part. Le plus simple est d'introduire des résistances en série avec C_1 et C_2 . Nous pourrions envisager également de répartir R_p de façon dissymétrique sur les deux inductances $2L_p$, mais il est peu probable que cela suffise à ajuster correctement les trois amortissements.

6 - Conclusion

6.1 Résumé des hypothèses

Les impédances calculées grâce à l'étude analytique sont obtenues avec les cinq hypothèses suivantes:

- $|k| \geq 0,98$
- $\sqrt{L_0 (C_1 + C_2)} \ll \frac{L_0}{r_1}$ et $\frac{L_0}{r_2}$
- $\sqrt{L_{CC} (C_1 + C_3)}$ et $\sqrt{L_{CC} (C_2 + C_3)} \ll \frac{L_{CC}}{r_1 + r_2}$
- $2 R_p \gg \sqrt{\frac{L_0}{(C_1 + C_2)}}$
- $r_1 \ll 2 R_p$ et $r_2 \ll 2 R_p$

6.2 Expressions finales de Z_0 et Z_{CC}

Les hypothèses précédentes nous permettent d'aboutir, pour les deux impédances, aux expressions suivantes :

$$Z_0 = r_1 \frac{\left(1 + \frac{L_0}{r_1} p\right) \left\{1 + \left[(r_1 + r_2)(C_2 + C_3) + \frac{L_{CC}}{2R_p}\right] p + L_{CC}(C_2 + C_3)p^2\right\}}{\left[1 + \frac{L_0}{R_p} p + L_0(C_1 + C_2)p^2\right] \left\{1 + \left[(r_1 + r_2)\left(C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}\right) + \frac{L_{CC}}{2R_p}\right] p + L_{CC}\left(C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}\right)p^2\right\}}$$

$$Z_{CC} = r_1 \frac{\left(1 + \frac{L_0}{r_1 r_2} p\right) \left(1 + \frac{L_{CC}}{r_1 + r_2} p\right)}{\left(1 + \frac{L_0}{r_2} p\right) \left\{1 + \left[(r_1 + r_2)(C_1 + C_3) + \frac{L_{CC}}{2R_p}\right] p + L_{CC}(C_1 + C_3)p^2\right\}}$$

Les fréquences singulières (approchées) de Z_0 sont donc, par ordre croissant :

$$\text{- coupure série} \quad : \quad F_1 = \frac{r_1}{2\pi L_0}$$

$$\text{- 1ère résonance parallèle} \quad : \quad F_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0(C_1+C_2)}}$$

$$\text{- résonance série} \quad : \quad F_3 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{CC}(C_2+C_3)}}$$

$$\text{- 2ème résonance parallèle} \quad : \quad F_4 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{CC}\left(C_3 + \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}\right)}}$$

Pour la première fréquence de résonance parallèle F_2 , nous avons : $Z_0 = R_p$

De même, les fréquences singulières (approchées) de Z_{CC} sont, par ordre croissant :

$$\text{- 1ère coupure série} \quad : \quad F'_1 = \frac{\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}}{2\pi L_0}$$

$$\text{- coupure parallèle} \quad : \quad F'_2 = \frac{r_2}{2\pi L_0}$$

$$\text{- 2ème coupure série} \quad : \quad F'_3 = \frac{r_1 + r_2}{2\pi L_{CC}}$$

$$\text{- résonance parallèle} \quad : \quad F'_4 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{CC}(C_1+C_3)}}$$

6.3 Diagrammes de Bode asymptotiques de Z_0 et Z_{cc}

Le tracé du diagramme de Bode asymptotique des modules de Z_0 et Z_{cc} , à partir des expressions analytiques que nous venons d'établir, est le suivant :

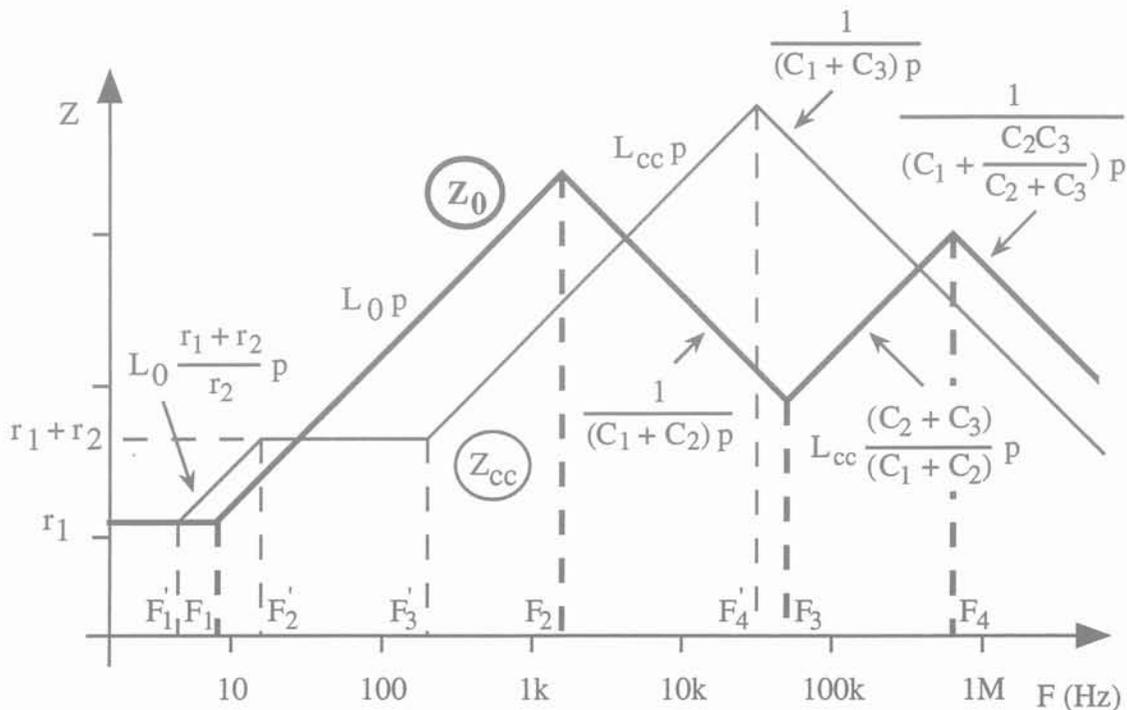


Figure A1.7 : Diagramme de Bode asymptotique des modules de Z_0 et Z_{cc}

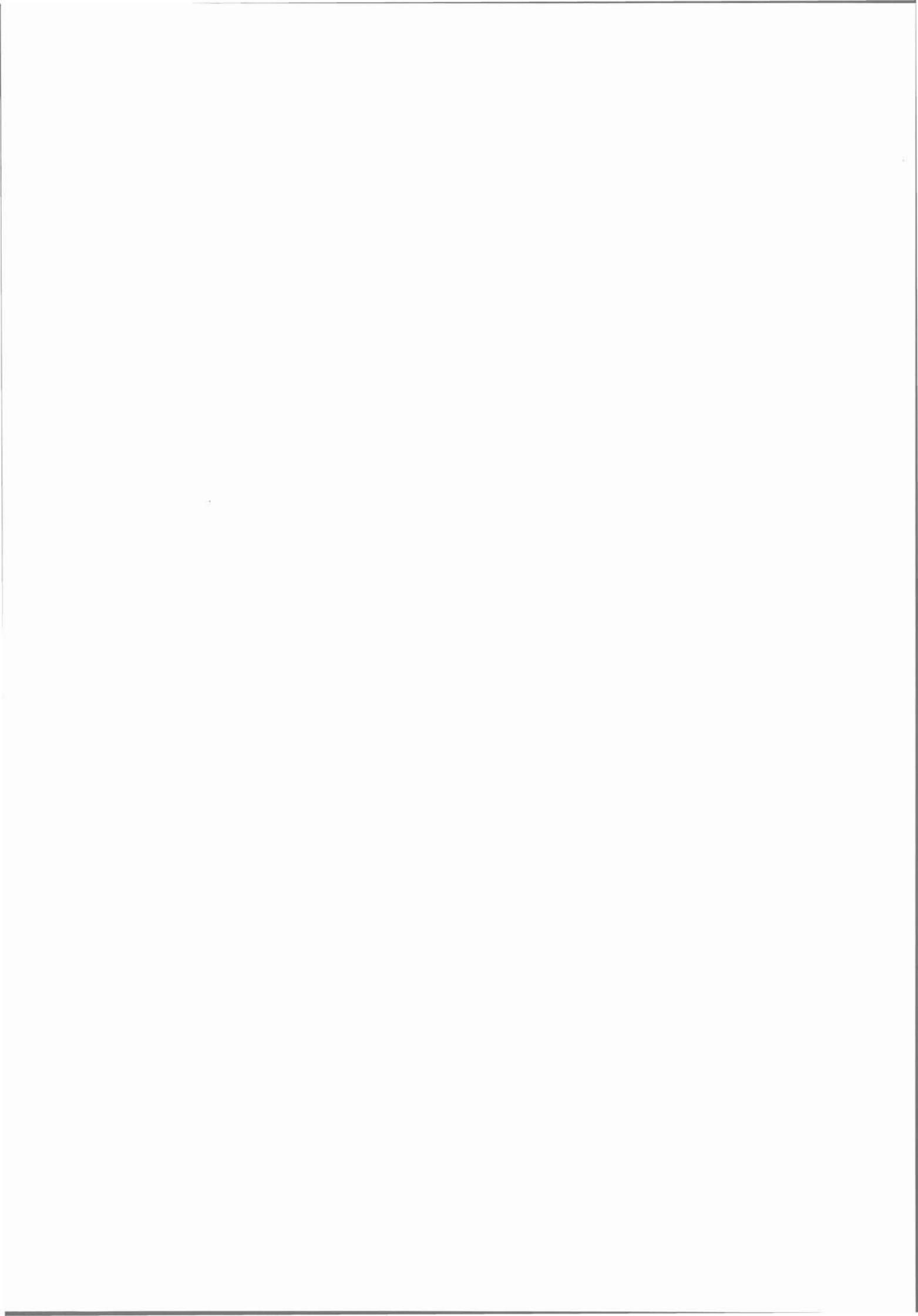
6.4 Grandeurs équivalentes vues coté secondaire

Les impédances équivalentes vues coté secondaire (Z'_0 et Z'_{cc}) s'obtiennent facilement à partir des expressions de Z_0 et Z_{cc} . Il suffit de permuter les indices 1 et 2, et de multiplier ces impédances par η^2 .

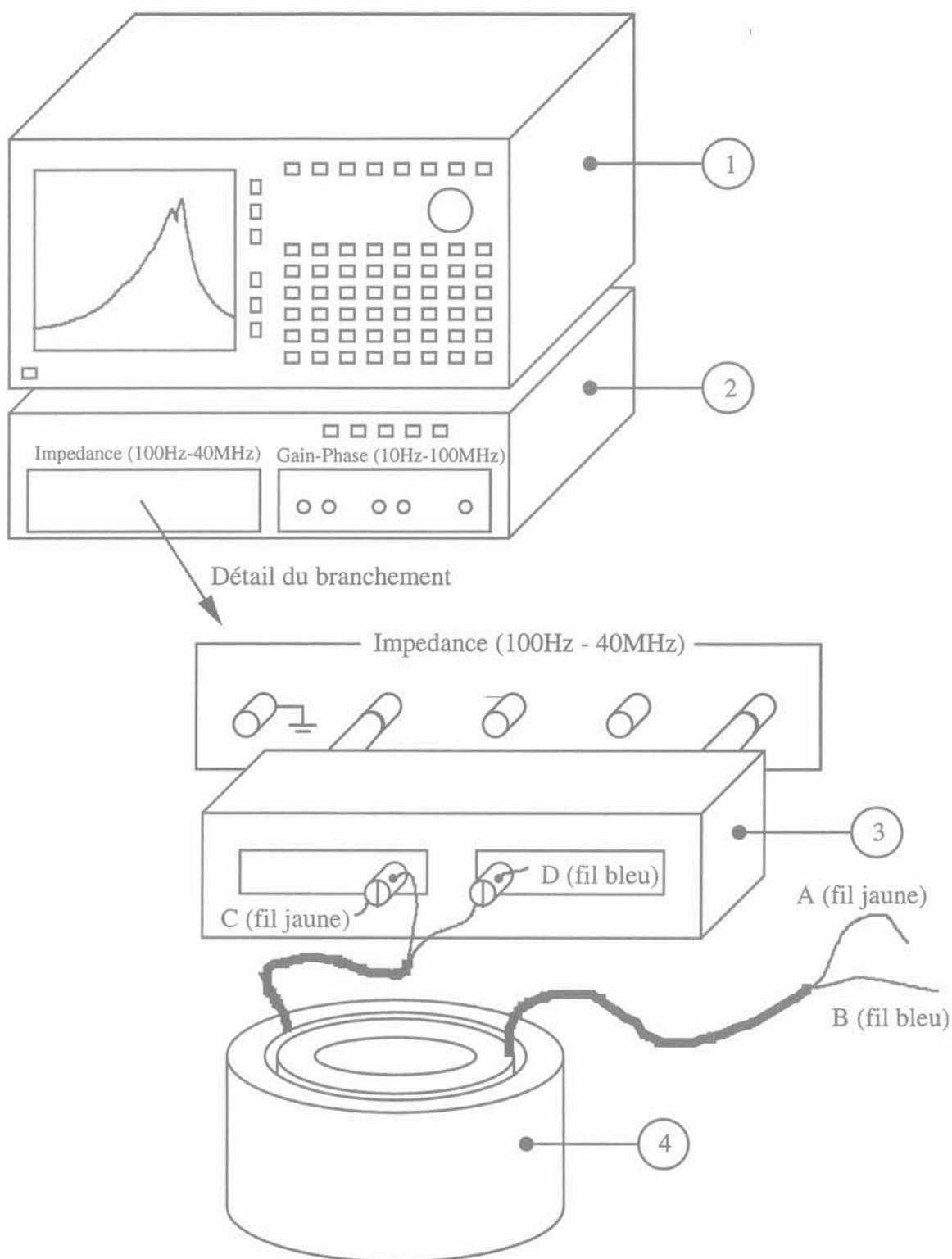
6.5 Présence de courants de Foucault

Lorsque des courants induits se développent dans le noyau ou dans les enroulements du transformateur, cela se traduit globalement par une diminution de l'inductance et une augmentation simultanée de la résistance série du composant (cf. chapitre I : paragraphe 3.3.2). Lors de la détermination expérimentale des constantes du circuit équivalent, il est donc important de prendre en compte les valeurs exactes des grandeurs qui interviennent aux fréquences considérées. Ainsi, les valeurs à utiliser dans les expressions des fréquences F_1 à F_4 et F'_1 à F'_4 ne sont plus r_1+r_2 , L_{cc} et L_0 , mais r_1+r_2+r , L'_{cc} et L'_0 .

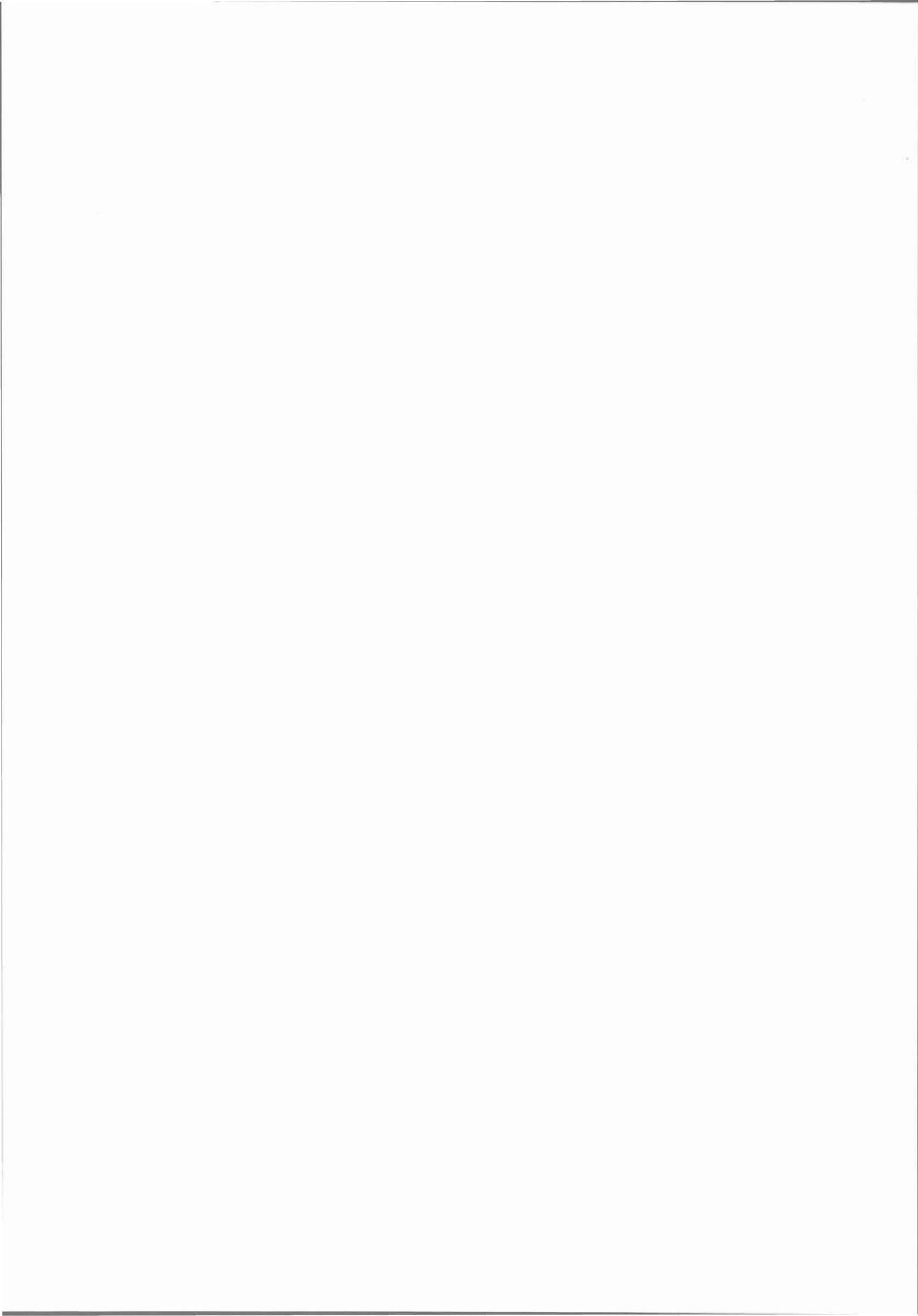
ANNEXE 2 :
BANC DE MESURE D'IMPEDANCE



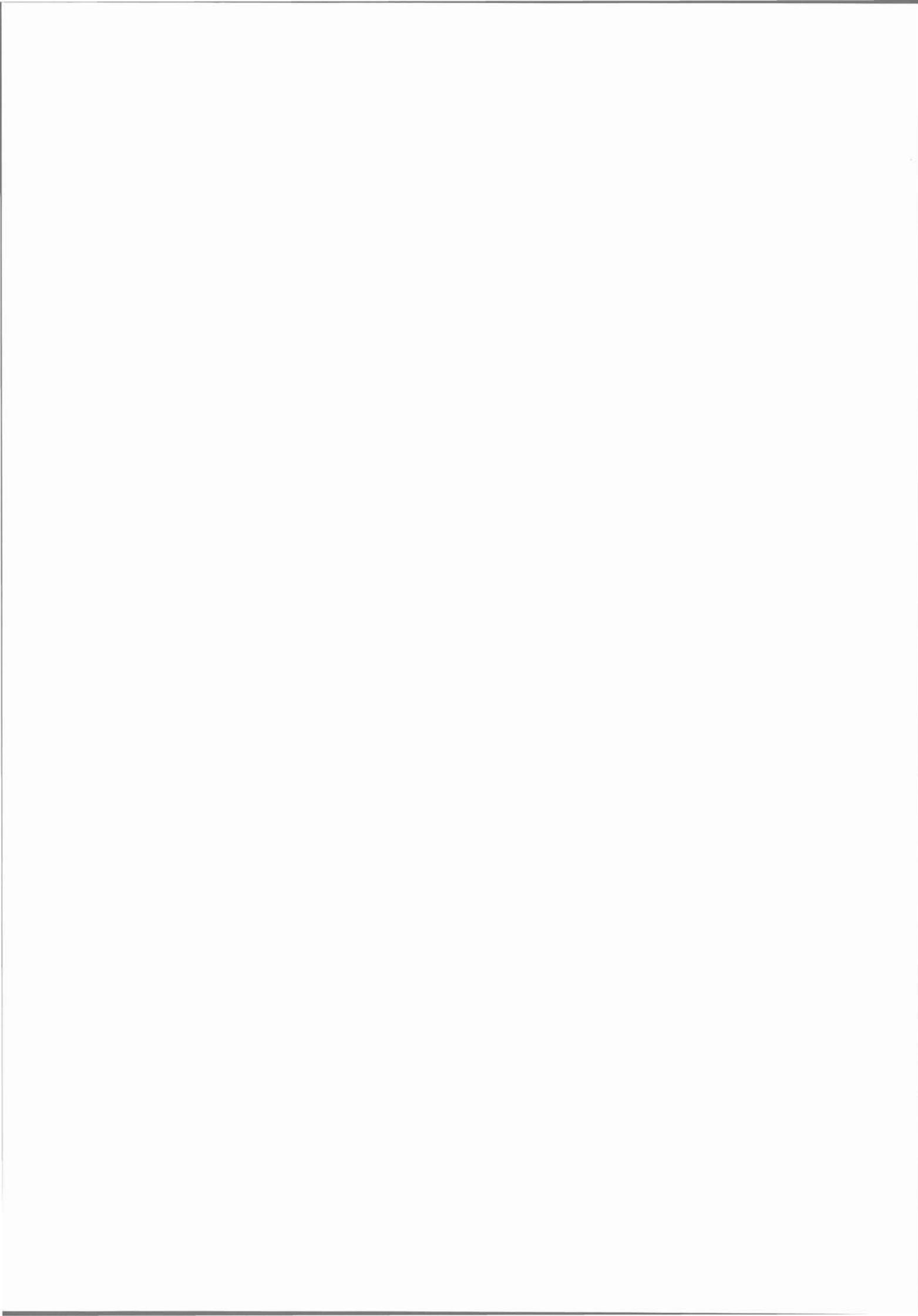
ANNEXE 2 : BANC DE MESURE D'IMPEDANCE



- ① : HP 4194 A - Impedance/Gain - Phase Analyzer
- ② : HP Measurement Unit
- ③ : HP 16047-D Test Fixture
- ④ : Transformateur à mesurer



ANNEXE 3 :
REPRÉSENTATION DU COUPLEUR PARFAIT
DANS PSPICE



ANNEXE 3

REPRÉSENTATION DU COUPLEUR PARFAIT DANS PSPICE**1 - Coupleur parfait**

Nous utilisons au sein du circuit équivalent du transformateur à deux enroulements, un "coupleur parfait". Dans les logiciels de simulation, cette notion de "coupleur parfait" n'existe pas. Il est possible de palier à cette absence en utilisant, en lieu et place du coupleur, des inductances couplées, celles-ci étant disponibles en standard dans la majorité des logiciels de simulation. Cette substitution est possible lorsque le coupleur en question se trouve mis en parallèle avec une inductance. C'est le cas ici de l'inductance magnétisante. Nous allons démontrer que cette substitution est valable quelle que soit la fréquence. Pour simplifier la démonstration, nous traiterons, dans un premier temps, du cas où l'inductance magnétisante est constante. Nous verrons ensuite que la représentation proposée demeure correcte, même dans le cas où l'inductance magnétisante est scindée en deux parties.

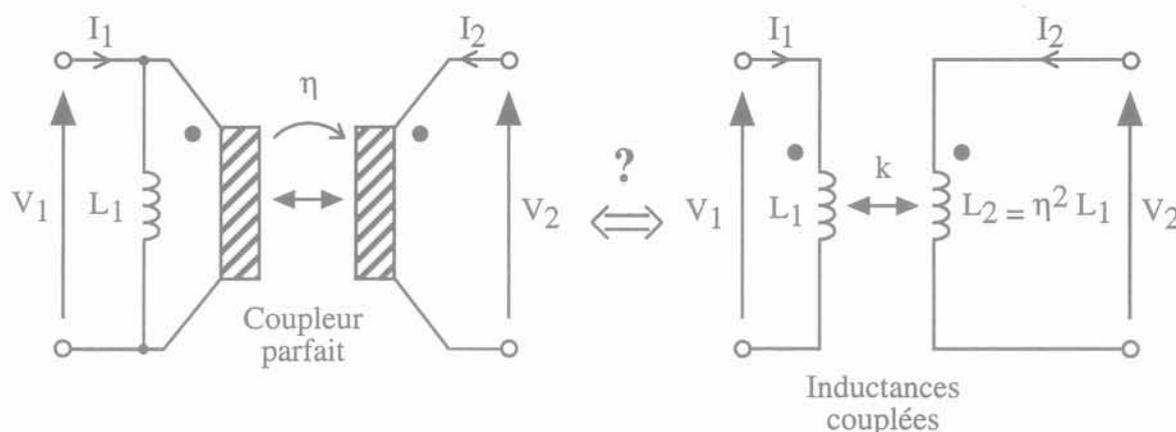
2 - Représentation du coupleur parfait dans PSPICE

Figure A3.1 : Représentation du coupleur parfait dans PSPICE

Le système avec coupleur parfait conduit aux relations suivantes:

$$\begin{aligned}
 V_1 &= j L_1 \omega (I_1 + \eta I_2) = j L_1 \omega I_1 + j L_1 \eta \omega I_2 \\
 V_2 &= \eta V_1 = j L_1 \eta \omega I_1 + j L_1 \eta^2 \omega I_2
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Les relations aux inductances s'écrivent par ailleurs :

$$\begin{cases} V_1 = j L_1 \omega I_1 + j M \omega I_2 \\ V_2 = j M \omega I_1 + j L_2 \omega I_2 \end{cases} \quad (2)$$

où M désigne la mutuelle inductance.

En identifiant (1) et (2), nous obtenons :

$$\begin{aligned} L_1 &= L_1 \\ L_2 &= \eta^2 L_1 \\ M &= \eta L_1 \end{aligned}$$

d'où nous déduisons : $k = \frac{|M|}{\sqrt{L_1 L_2}} = 1$

En pratique, nous introduisons les valeurs de (L_1, L_2) et k est choisi égal à 0,999999, le logiciel PSPICE n'autorisant pas la valeur 1.

3 - Représentation du coupleur parfait en présence de courants induits dans le noyau

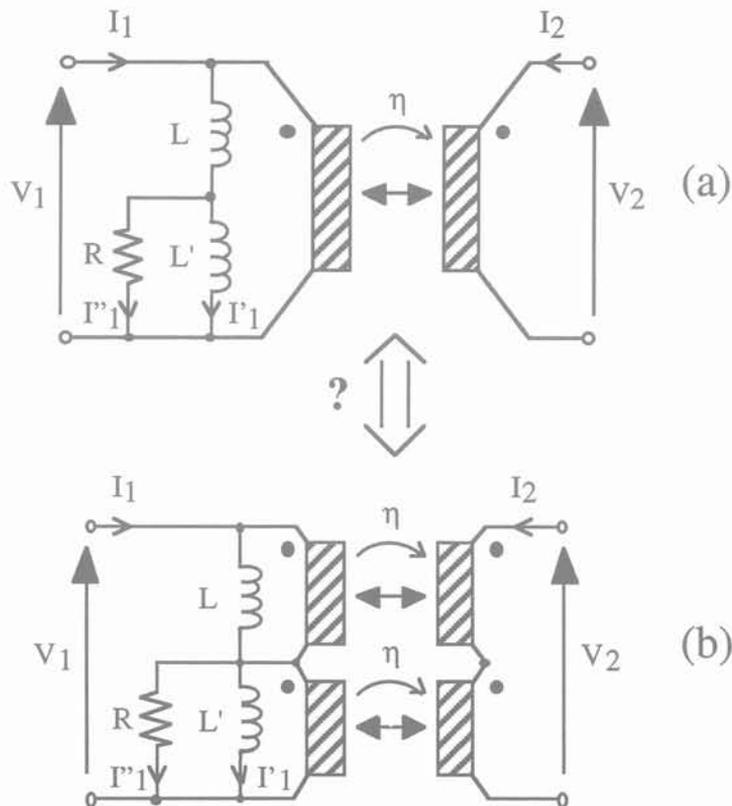


Figure A3.2 : représentation du coupleur parfait en présence de courants induits dans le noyau

Lorsque des courants induits se développent dans le noyau, cela se traduit physiquement par une diminution de la valeur de l'inductance magnétisante et par une augmentation de la valeur de la résistance série de l'ensemble. Pour prendre ce phénomène en compte au niveau du circuit équivalent, nous scindons l'inductance magnétisante en deux parties (L et L'), dont une est shuntée par une résistance (R). Pour nous ramener à la configuration simple précédente, c'est à dire à une inductance en parallèle sur un coupleur, nous introduisons non pas un, mais deux coupleurs parfaits, comme le montre la figure A3.2. Il suffit de démontrer que les deux circuits proposés (figure A3.2) sont effectivement équivalents, pour pouvoir ensuite appliquer deux fois la substitution précédente.

Posons:

$$Z_1 = j L \omega \quad (3)$$

$$Z_2 = L' // R = \frac{j L' R \omega}{j L' \omega + R}$$

Le circuit (a) conduit aux relations suivantes :

$$\begin{aligned} V_1 &= (Z_1 + Z_2) (I_1 + \eta I_2) \\ V_2 &= \eta V_1 \end{aligned} \quad (4)$$

De la même façon, le circuit (b) fournit :

$$\begin{aligned} V_1 &= Z_1 (I_1 + \eta I_2) + Z_2 (I_1 + \eta I_2) \\ V_2 &= \eta V_1 \end{aligned} \quad (5)$$

Il y a donc équivalence totale entre les relations (4) et (5). Dés lors, il est possible de substituer aux deux coupleurs du circuit (b), deux paires d'inductances couplées, comme cela a été proposé précédemment, pour obtenir un circuit directement utilisable dans PSPICE.

