



HAL
open science

LE HAUT-PARLEUR ÉLECTRODYNAMIQUE : ESTIMATION DES PARAMÈTRES ÉLECTROACOUSTIQUES AUX BASSES FRÉQUENCES ET MODÉLISATION DE LA SUSPENSION.

Jean-Christophe Le Roux

► **To cite this version:**

Jean-Christophe Le Roux. LE HAUT-PARLEUR ÉLECTRODYNAMIQUE : ESTIMATION DES PARAMÈTRES ÉLECTROACOUSTIQUES AUX BASSES FRÉQUENCES ET MODÉLISATION DE LA SUSPENSION.. Acoustique [physics.class-ph]. Université du Maine, 1994. Français. NNT : . tel-00598499

HAL Id: tel-00598499

<https://theses.hal.science/tel-00598499>

Submitted on 6 Jun 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ACADEMIE DE NANTES

THESE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DU MAINE

Spécialité: ACOUSTIQUE

Présentée par

Jean Christophe LE ROUX

pour obtenir le titre de DOCTEUR D'UNIVERSITE

LE HAUT-PARLEUR ELECTRODYNAMIQUE :
ESTIMATION DES PARAMETRES ELECTROACOUSTIQUES
AUX BASSES FREQUENCES ET MODELISATION DE
LA SUSPENSION

Soutenu le 29 Avril 1994, devant le jury composé de

MM	P. CHAPELLE	Rapporteur
	J. KERGOMARD	Rapporteur
	M. ROSSI	Rapporteur
Mme	A.M. BRUNEAU	Examineur
MM	M. BRUNEAU	Examineur
	Ph HERZOG	Examineur
	G. MILOT	Examineur

REMERCIEMENTS

Je remercie tout particulièrement Philippe HERZOG, Chargé de Recherche, pour les discussions fructueuses que nous avons eues et qui m'ont été utiles tant pour la réalisation de ce travail de recherche que pour des activités annexes en électroacoustique.

Je remercie vivement Michel BRUNEAU, Professeur, pour m'avoir accueilli au Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, et pour sa participation au Jury.

Je remercie également Monsieur Mario ROSSI, Professeur (Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne - Suisse), qui m'a fait l'honneur d'être rapporteur de ce document et d'avoir présidé la commission d'examen, ainsi que Messieurs Pierre CHAPELLE, Professeur (Université de Mons - Belgique), et Jean KERGOMARD, Directeur de Recherche qui ont également accepté la charge de rapporteur.

Je remercie Anne-Marie BRUNEAU, Professeur, pour son aide précieuse lors de la rédaction de ce document ainsi que Monsieur Gilles MILOT, Ingénieur (Société Audax Industries), pour sa présence dans le Jury.

Merci enfin aux membres actuels et passés du Laboratoire qui m'ont permis de passer 3 années dans une ambiance chaleureuse, à quelques personnes pour les bons moments passés ensemble, aux mouches, à Arthur G. et à Sherlock Holmes.



SOMMAIRE

<u>INTRODUCTION</u>	5
<u>CHAPITRE 1: LE HAUT-PARLEUR ELECTRODYNAMIQUE AUX BASSES FREQUENCES</u>	7
<u>1-1 MODELISATION ELECTROACOUSTIQUE</u>	9
1-1-1 Structure mécanique	9
1-1-2 Schéma équivalent aux basses fréquences	10
1-1-3 Paramètres de Thiele-Small	16
<u>1-2 METHODES DE MESURE DES PARAMETRES</u>	20
1-2-1 Mesure usuelle des éléments du circuit équivalent	20
1-2-2 Mesure des facteurs de couplage	22
1-2-3 Autres méthodes de mesure	24
<u>1-3 LIMITES DU MODELE</u>	25
1-3-1 Lacunes de la modélisation électro-mécanique	25
1-3-2 Approximations concernant le rayonnement	27
<u>CHAPITRE 2: MESURE DES PARAMETRES DU CIRCUIT ELECTRIQUE EQUIVALENT</u>	29
<u>2-1 METHODE D'ESTIMATION DES PARAMETRES DU CIRCUIT ELECTRIQUE</u>	32
2-1-1 Estimation des résistances	32
2-1-2 Estimation de la fréquence de résonance et du facteur de qualité mécanique	23
2-1-3 Optimisation de l'estimation des paramètres	35
<u>2-2 APPLICATION A LA MESURE DES PARAMETRES ELECTRIQUES DES HAUT-PARLEURS</u>	37
2-2-1 Constatation importante concernant la position du centre du cercle de Kenelly	38
2-2-2 Résultats expérimentaux	42
2-2-3 Conclusion	50
<u>CHAPITRE 3: ETUDE DE LA VISCOELASTICITE DES SUSPENSIONS</u>	53
<u>3-1 SEPARATION DE L'IMPEDANCE MOTIONNELLE DE L'IMPEDANCE ELECTRIQUE</u>	56

3-1-1 Analyse de l'impédance électrique totale	56
3-1-2 Modélisation de l'impédance électrique du moteur	60
<u>3-2 MODELISATION INCLUANT LA VISCOELASTICITE DES SUSPENSIONS</u>	65
3-2-1 Modélisation d'une suspension viscoélastique	65
3-2-2 Méthode d'estimation des paramètres du modèle	67
<u>3-3 APPLICATION AUX HAUT-PARLEURS</u>	75
3-3-1 Procédure expérimentale	75
3-3-2 Résultats d'estimation	77
3-3-1 Limites de validité	80
<u>CHAPITRE 4: METHODES DE MESURE MULTICHARGES</u>	85
<u>4-1 DETERMINATION DES FACTEURS DE COUPLAGE</u>	87
4-1-1 Rapport des facteurs de couplage	88
4-1-2 Surface effective du diaphragme	91
4-1-3 Facteur de force	95
<u>4-2 UTILISATION DE MULTIPLES CHARGES CLOSES</u>	99
4-2-1 Principe de la méthode d'estimation	99
4-2-2 Résultats expérimentaux	101
4-2-3 Correction des effets de la charge	103
4-2-4 Conclusion	107
<u>4-3 BILAN DE LA MESURE DES PARAMETRES BASSES FREQUENCES</u>	107
<u>CHAPITRE 5: ETUDE DE LA REPOSE EN PRESSION D'UN HAUT-PARLEUR</u>	109
<u>5-1 CALCUL DE LA REPOSE EN PRESSION EN CHAMP PROCHE AUX BASSES FREQUENCES</u>	111
<u>5-2 MODELISATION DE LA RESONANCE DE LA SUSPENSION EXTERIEURE</u>	117
5-2-1 Description du phénomène	118
5-2-2 Modélisation mécanique	121
5-2-3 Calcul du rayonnement	124
5-2-4 Validation du modèle incluant le couplage acoustique	129
<u>CONCLUSION</u>	135
<u>BIBLIOGRAPHIE</u>	137
<u>LISTE DES SYMBOLES</u>	143

<u>ANNEXE A1</u> : CARACTERISATION D'UNE RESONANCE A SIX DEGRES DE LIBERTE	147
A1-1 <u>ESTIMATION DES PARAMETRES D'UNE RESONANCE</u>	148
A1-1-1 Forme analytique de la résonance	148
A1-1-2 Méthode d'estimation des paramètres de la forme réduite	151
A1-1-3 Estimation des paramètres dans le cas général	155
A1-2 <u>ETUDE DE L'INCERTITUDE ASSCIEE</u>	157
A1-2-1 Introduction	157
A1-2-2 Calcul de majorants d'incertitude	158
A1-2-3 Etude statistique	162
A1-2-4 Variante de la méthode de graduation fréquentielle	168
A1-3 <u>APPLICATION AUX RESONANCES MODALES</u>	170
A1-3-1 Expression analytique d'une décomposition modale	170
A1-3-2 Approximation au voisinage d'une fréquence de résonance	171
<u>ANNEXE A2</u> : CALCULS DE MAJORANTS D'INCERTITUDE	175
<u>ANNEXE B</u> : CALCUL DE L'IMPEDANCE MUTUELLE DE RAYONNEMENT D'UN PISTON ET D'UNE COURONNE CONCENTRIQUE	183
<u>ANNEXE C</u> : DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX	189
<u>ANNEXE D</u> : RESULTATS EXPERIMENTAUX	191

INTRODUCTION

Le haut-parleur électrodynamique, dont le principe fut présenté en 1925 par RICE et KELLOGG, est encore de nos jours l'un des transducteurs électroacoustiques les plus employés pour la reproduction sonore dans différents domaines allant de la haute-fidélité à la téléphonie, et comme source de débit acoustique pour des applications industrielles (contrôle actif,...). Dans les années 70, des travaux le concernant notamment ceux de BENSON [1968-71-72], THIELE [1971] et SMALL [1972-73] ont permis de formaliser son fonctionnement basses fréquences avec certaines charges acoustiques spécifiques telles les enceintes closes ou à évent, en introduisant un jeu de paramètres (paramètres de Thiele-Small) permettant d'en modéliser simplement le comportement pour faciliter la synthèse de ces systèmes électroacoustiques. La diversité des applications actuelles du haut-parleur, la variété des charges acoustiques qui lui sont couplées et la conception de nouveaux modèles, nécessitent cependant une description de plus en plus précise de son fonctionnement; des travaux sont menés dans ce sens au sein de nombreuses équipes, en particulier à l'Université du Maine où ce travail a été effectué.

L'étude que nous présentons dans ce document concerne essentiellement la caractérisation du comportement linéaire du haut-parleur électrodynamique aux basses fréquences, ce qui est surprenant compte tenu du grand nombre de travaux portant déjà sur ce sujet, et de l'importance des phénomènes non-linéaires dans le fonctionnement du haut-parleur à ces fréquences. Cette nouvelle étude nous paraît pourtant utile à deux titres: d'une part le fonctionnement linéaire du haut-parleur ne semble pas encore suffisamment connu puisque la caractérisation d'un haut-parleur par plusieurs méthodes basées sur un même modèle peut conduire à des résultats différents; d'autre part l'étude des phénomènes non-linéaires peut être envisagée comme un prolongement de la modélisation linéaire du haut-parleur, alors considérée comme une description précise du fonctionnement dans le cas de faibles excursions.

Les phénomènes mis en jeu au sein d'un haut-parleur se traduisent pour bon nombre d'entre eux par une variation des paramètres utilisés pour sa modélisation aux basses fréquences, tels ceux de Thiele-Small, qui sont généralement facilement accessibles via la mesure de son impédance électrique. On conçoit ainsi l'intérêt d'une méthode de mesure de ces paramètres rapide et suffisamment précise pour déceler leurs variations en fonction des conditions de fonctionnement du haut-parleur (vieillesse, modification de la charge,...), permettant d'en guider aussi bien la conception que la modélisation; une telle méthode de mesure, pour peu qu'elle ne nécessite pas de matériel onéreux et qu'elle n'implique pas la détérioration du transducteur, comporterait de plus des applications au contrôle industriel.

Au cours de notre étude, nous nous attachons dans un premier temps à mettre en place une description précise de l'impédance électrique des haut-parleurs, et à élaborer une technique d'estimation de ses paramètres à la fois rapide et robuste. Ceci nous conduit à proposer l'emploi de méthodes basées sur un critère des moindres carrés, permettant d'utiliser efficacement les informations que peut fournir l'instrumentation actuelle (temps d'acquisition et de calcul courts).

Les résultats ainsi obtenus nous conduisent alors à mieux prendre en compte le rôle des suspensions du haut-parleur, en donnant accès à un paramètre lié à la viscoélasticité de ces dernières, et à deux autres paramètres caractéristiques de la résonance de la suspension extérieure qui survient aux moyennes fréquences.

Les techniques proposées sont autant que possible confrontées à des méthodes de mesures plus courantes, de manière à comprendre les points forts de chacune et à expliquer les écarts qui peuvent être constatés entre elles. Les quelques deux mille mesures effectuées à cet effet nous confortent dans l'idée que les outils ainsi disponibles peuvent être utiles aussi bien pour la compréhension des phénomènes liés à la technologie de l'équipage mobile (et donc guider la conception des haut-parleurs) que pour la synthèse des systèmes haut-parleurs ou la mise en place d'un contrôle systématique sur un site industriel.

CHAPITRE 1
LE HAUT-PARLEUR ELECTRODYNAMIQUE
AUX BASSES FREQUENCES

L'utilisation d'un circuit électrique équivalent pour modéliser un haut-parleur électrodynamique aux basses fréquences est une pratique relativement courante, car elle permet de prédire le fonctionnement du transducteur à ces fréquences à partir de quelques paramètres dont la mesure est d'autant plus aisée qu'ils sont peu nombreux. Le modèle le plus employé actuellement est sans doute celui issu des travaux de BENSON [1968-71-72], THIELE [1971] et SMALL [1972, 1972-73, 1973].

Nous faisons ici un rappel succinct des différentes étapes de cette modélisation, en essayant de préciser les approximations effectuées, et nous présentons quelques méthodes de mesure qui peuvent être utilisées pour en déterminer les paramètres. Nous consacrons la dernière partie de ce chapitre à un exposé des principales limitations de ce modèle.

1-1 MODELISATION ELECTROACOUSTIQUE

1-1-1 Structure mécanique

La structure d'un haut-parleur est représentée en figure 1.1 [BERANEK 1954], [ROSSI 1986], [COLLOMS 1991]. Elle comporte un saladier rigide mais ouvert qui supporte le moteur et l'équipage mobile.

Le moteur du haut-parleur (situé ici sur la gauche de la figure) est fixé rigidement au saladier; il est formé des pièces polaires et d'un aimant permanent, qui crée un champ magnétique radial important dans l'entrefer circulaire. L'équipage mobile, composé de la membrane et de la bobine mobile qui baigne dans l'entrefer, est relié au saladier par l'intermédiaire de la suspension extérieure et du spider. Ces derniers ont pour rôle de rappeler la membrane vers sa position de repos et d'assurer le guidage de la bobine mobile dans l'entrefer, parallèlement à l'axe de révolution du haut-parleur.

Remarque: il existe d'autres structures dérivées du même principe, comme par exemple les haut-parleurs à ruban. Nous nous limitons dans cette étude au cas du haut-parleur électrodynamique à cône, présenté en figure 1.1.

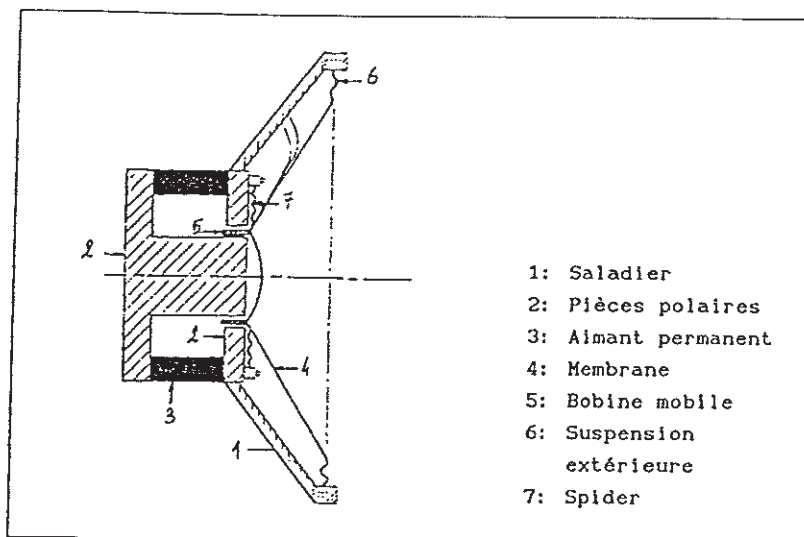


Figure 1.1

Structure mécanique d'un haut-parleur électrodynamique

1-1-2 Schéma équivalent aux basses fréquences

Lorsque ses dimensions sont petites devant les longueurs d'onde associées à la propagation dans la membrane, des signaux à reproduire, l'équipage mobile d'un haut-parleur est considéré comme un ensemble mécanique rigide ne possédant qu'un seul degré de liberté: le mouvement de la membrane parallèlement à l'axe de révolution du système. Le transducteur est alors descriptible par un modèle électroacoustique à constantes localisées constitué de trois parties électrique, mécanique et acoustique, mais ce dernier est souvent transformé en une représentation équivalente purement électrique ou acoustique en fonction des besoins.

La variété de ces représentations du haut-parleur (ainsi que la diversité des charges acoustiques qui lui sont associées) amènent à introduire certaines notations pour désigner les éléments des circuits. Nous précisons donc ci-après la nomenclature des notations que nous avons retenues pour la suite de ce document.

D'une façon générale, les éléments des schémas équivalents sont repérés par une lettre correspondant à la grandeur représentée (R pour une résistance, m pour une masse...) à laquelle sont associés deux indices. Le premier traduit

le type d'analogie utilisée: "m" pour mécanique, "a" pour acoustique; il est absent dans l'analogie électrique. Le deuxième indique la partie du système modélisé à laquelle appartient l'élément: "e" pour l'impédance électrique de la bobine, "s" pour l'équipage mobile du haut-parleur seul, "r" pour l'impédance de rayonnement sur un écran infini et "b" pour l'impédance de rayonnement dans une enceinte close (dans un cas général où le rayonnement n'est pas précisé, la lettre "r" est utilisée); l'indice "c" est également employé pour caractériser le système constitué d'un haut-parleur et d'une enceinte close.

Le principe de notation étant défini, nous exposons les principales étapes qui conduisent à la modélisation basses fréquences traditionnelle. Lorsque la bobine mobile, alimentée par une source de tension U_{hp} est parcourue par un courant i , la loi d'Ohm généralisée et le principe fondamental de la dynamique conduisent en régime sinusoïdal aux relations suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{hp} = Z_e i + Blv \\ Z_{msv} = Bl i - f_a \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} V \\ N \end{array} \quad \begin{array}{l} (1.1) \\ (1.2) \end{array}$$

où

Z_e est l'impédance électrique de la bobine mobile baignant dans l'entrefer. Elle peut être décrite en première approximation sous la forme:

$$Z_e = R_e + j\omega L_e \quad \Omega \quad (1.3)$$

où R_e est assimilée à la résistance électrique de la bobine au courant continu, R_{cc} , et où L_e est la valeur de l'inductance équivalente vers 1kHz. Aux basses fréquences, en raison des valeurs respectives de R_e et de $j\omega L_e$, on prend généralement:

$$Z_e = R_e \quad \Omega \quad (1.4)$$

$U = Blv$ est la f.c.e.m. induite dans la bobine du fait de son déplacement avec une vitesse v dans l'entrefer (loi de Faraday). Le terme Bl est appelé facteur de force. Il est composé du champ magnétique B régnant dans l'entrefer et de la longueur l du fil de la bobine baignant dans cet entrefer,

Z_{ms} est l'impédance mécanique de l'équipage mobile modélisé en basses fréquences par une masse m_{ms} , un amortissement R_{ms} , et une souplesse C_{ms} :

$$Z_{ms} = j\omega m_{ms} + R_{ms} + \frac{1}{j\omega C_{ms}}, \quad \text{kg. s}^{-1} \quad (1.5)$$

$f_m = B l i$ est la force électromagnétique appliquée à la bobine mobile (loi de Laplace),

f_a est la force que la membrane exerce sur le milieu dans lequel elle rayonne.

Aux deux relations 1.1 et 1.2 qui traduisent le couplage électro-mécanique, il convient d'ajouter:

-les relations qui décrivent le couplage mécano-acoustique par le biais de la surface S_d de la membrane:

$$\begin{cases} q_d = S_d v & \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} & (1.6) \\ f_a = S_d (p_1 - p_2) = S_d \Delta p & \text{N} & (1.7) \end{cases}$$

où

q_d est le débit acoustique du diaphragme,

Δp est la différence entre les pressions acoustiques moyennes p_1 et p_2 appliquées sur les deux faces du diaphragme, l'orientation choisie étant l'axe sortant de la face 1

-l'expression des impédances de rayonnement qui caractérisent le milieu où rayonne le haut-parleur, définie par exemple pour la face "1" par:

$$Z_{aR1} = p_1 / q_d \quad \text{m}^{-4} \text{kg. s}^{-1} \quad (1.8)$$

Le schéma équivalent du haut-parleur résultant de cette modélisation est alors celui représenté en figure 1.2. Il fait usage d'un gyrateur dont les relations caractéristiques s'écrivent:

$$\begin{cases} U = B l v & \text{V} & (1.9) \\ f_m = B l i & \text{N} & (1.10) \end{cases}$$

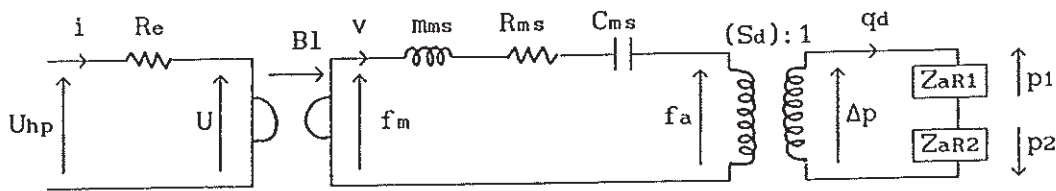


Figure 1.2
Circuit électrique équivalent au
haut-parleur électrodynamique.

Les facteurs de couplage B_l et S_d permettent de transformer les diverses quantités en leurs équivalents dans les différentes analogies, électrique, mécanique et acoustique; par exemple la compliance peut être décrite par:

$$C_{ms} = L_s / (B_l)^2 = C_{as} / S_d^2 \quad \text{H} \quad (1.11)$$

Il est possible de simplifier le schéma équivalent de la figure 1.2 pour quelques conditions de rayonnement particulières souvent rencontrées: haut-parleur sur un écran infini ou chargé par une enceinte close.

1-1-2-a Cas de l'écran infini

Dans le cas d'un haut-parleur sur écran infini, l'impédance de rayonnement peut être décrite en première approximation par une "masse acoustique" m_{ar} et une "résistance acoustique" R_{ar} qui est liée à la puissance acoustique rayonnée:

$$Z_{ar} = R_{ar} + j\omega m_{ar} \quad \text{m}^{-4} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-1} \quad (1.12)$$

En assimilant le diaphragme du haut-parleur à un piston plan circulaire de rayon r_d , l'expression de Z_{ar} est donnée par RAYLEIGH [1945]:

$$Z_{ar} = \frac{\rho c}{S_d} \left(\frac{1}{2} (k r_d)^2 + j \frac{8}{3\pi} (k r_d) \right) \quad \text{m}^{-4} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-1} \quad (1.13)$$

Aux basses fréquences, compte tenu des ordres de grandeur (R_{ar}/R_{as} est égal à quelques %), on néglige en général la partie réelle de l'impédance de rayonnement [SMALL 1972]:

$$R_{ms} + (R_{ar1} + R_{ar2}) (S_d)^2 \approx R_{ms} \quad \text{kg} \cdot \text{s}^{-1} \quad (1.14)$$

De même, il est possible de réduire le nombre d'éléments de la modélisation en introduisant une masse mobile totale:

$$M_{ms} = m_{ms} + (m_{ar1} + m_{ar2})(S_d)^2 \quad \text{kg} \quad (1.15)$$

Nous obtenons alors le schéma équivalent simplifié, représenté sur la figure 1.3 en analogie électrique où il est posé:

$$C_s = M_{ms} / (Bl)^2 \quad \text{F} \quad (1.16)$$

$$R_s = (Bl)^2 / R_{ms} \quad \Omega \quad (1.17)$$

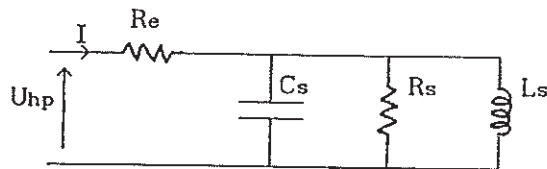


Figure 1.3

Circuit électrique équivalent simplifié du haut-parleur électrodynamique dans un écran infini, en analogie électrique.

1-1-2-b Cas de l'enceinte close

Aux basses fréquences, une enceinte close de volume V_b peut être modélisée par une compliance acoustique dont la valeur est donnée par:

$$C_{ab} = V_b / \rho c^2 \quad \text{m}^4 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^2 \quad (1.18)$$

L'impédance de rayonnement de la face du haut-parleur chargée par l'enceinte est alors approximativement:

$$Z_{ab} \cong R_{ab} + j\omega m_{ab} + 1/(j\omega C_{ab}) \quad \text{m}^{-4} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-1} \quad (1.19)$$

La masse acoustique m_{ab} rend compte de la discontinuité et du rayonnement de la membrane dans l'enceinte. Lorsque la discontinuité est faible, m_{ab} a sensiblement la même valeur que la masse acoustique de rayonnement du

haut-parleur sur écran infini mar; elle diminue avec la taille de l'enceinte [INGARD 1953].

La résistance R_{ab} est composée de la résistance de rayonnement et d'une résistance permettant de modéliser les pertes dans l'enceinte. Sauf lorsque ces dernières sont importantes (capitonnage ou rembourrage du volume), R_{ab} est du même ordre de grandeur que R_{ar} ; elle est donc usuellement négligée devant les pertes liées à la partie mécanique du haut-parleur.

La partie acoustique de l'ensemble est représentée en figure 1.4.

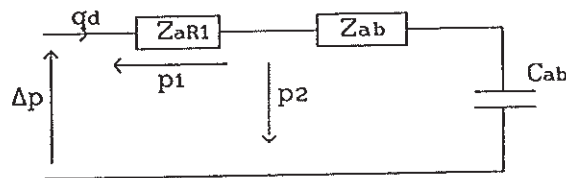


Figure 1.4

Circuit acoustique équivalent représentant l'impédance de rayonnement d'un haut-parleur monté sur une enceinte close.

On note L_b et L_c les inductances équivalentes à la compliance de l'enceinte et du système complet, et M_{mc} la masse mobile totale:

$$L_b = C_{ab}(Bl)^2 / (S_d)^2 \quad \text{H} \quad (1.20)$$

$$L_c = L_s L_b / (L_s + L_b) \quad \text{H} \quad (1.21)$$

$$M_{mc} = m_{ms} + (m_{ar1} + m_{ab})(S_d)^2 \quad \text{kg} \quad (1.22)$$

Le schéma équivalent en analogie électrique est alors similaire à celui de la figure 1.3, l'indice "s" étant remplacé par l'indice "c".

Pour les deux configurations de rayonnement exposées, le fonctionnement du haut-parleur électrodynamique peut donc être décrit par un ensemble de six paramètres: les quatre paramètres de son impédance électrique et les deux facteurs de couplage.

1-1-3 Paramètres de Thiele-Small

Aux basses fréquences, nous avons vu que le fonctionnement d'un haut-parleur électrodynamique sur écran infini est déterminé par un ensemble de six paramètres. Ils sont liés aux différents éléments qui constituent le haut-parleur, mais ne sont pas directement accessibles à la mesure. C'est pourquoi un haut-parleur est souvent caractérisé par un autre jeu de paramètres directement reliés aux précédents: les paramètres de Thiele-Small (appelés plus couramment paramètres de Small) [SMALL 1972]. Ils déterminent les caractéristiques d'un système électroacoustique du second ordre qui se comporte comme le haut-parleur aux basses fréquences, et permet d'envisager facilement ses performances en association avec des charges acoustiques diverses. Ces paramètres sont les suivants:

- La fréquence de résonance:

$$f_s = 1/(2\pi\sqrt{M_{ms}C_{ms}}) = 1/(2\pi\sqrt{C_sL_s}). \quad \text{Hz} \quad (1.23)$$

Pour le type de haut-parleur étudié (haut-parleur de grave et "large bande"), elle est souvent comprise entre 30 et 100 Hz.

- la résistance électrique du moteur: R_e Ω

Sa valeur est approximativement égale aux deux tiers de l'impédance nominale, soit environ 5Ω pour un haut-parleur d'impédance "nominale" de 8Ω .

- Le facteur de qualité total:

$$Q_{ts} = 2\pi f_s C_s R_e R_s / (R_e + R_s). \quad (1.24)$$

C'est le facteur de qualité global du système à sa résonance; pour un fonctionnement adéquat avec des charges usuelles, le haut-parleur est conçu de telle sorte que ce facteur de qualité soit compris entre 0.3 et 0.8. Pour un équipage mobile donné, le facteur de qualité total est d'autant plus faible que le facteur de force Bl (et donc le coût du haut-parleur) est élevé.

Aux deux paramètres R_e et Q_{ts} , on peut substituer les facteurs de qualité

électrique Q_{es} et mécanique Q_{ms} qui caractérisent indépendamment les pertes dans les parties électrique et mécanique du transducteur. Ils sont définis par:

$$Q_{ms} = 2\pi f_s C_s R_s \quad (1.25)$$

$$Q_{es} = 2\pi f_s C_s R_e. \quad (1.26)$$

- Le volume d'air équivalent à la compliance acoustique:

$$V_{as} = \rho c^2 C_{as}. \quad m^3 \quad (1.27)$$

La compliance mécanique est généralement comprise entre 10^{-4} et $2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}^{-1} \cdot \text{s}^2$. Pour les modèles courants, le V_{as} varie de 10 à 100 litres; il augmente généralement avec la taille du haut-parleur.

- la surface effective de la membrane: $S_a \quad m^2$

- le facteur de force: $B_l \quad N \cdot A^{-1}$

L'intérêt de cette modélisation est de permettre la description du fonctionnement du haut-parleur aux basses fréquences à partir de paramètres qui, comme nous le voyons au paragraphe 1-2, sont relativement faciles à mesurer. Nous montrons ci-après comment ils permettent d'accéder à la réponse en pression, au rendement et à l'impédance électrique du haut-parleur.

1-1-3-a Réponse en pression et rendement de référence

Dans le cas d'un montage sur écran infini et en supposant le rayonnement omnidirectionnel, le module de la pression en champ lointain à une distance r du haut-parleur, p_r , se déduit de la puissance acoustique $Rarq_d^2$ rayonnée dans le demi espace par [ROSSI 1986]:

$$p_r = \sqrt{\rho c Rarq_d^2 / 2\pi r^2} \quad Pa \quad (1.28)$$

En tenant compte de l'expression de la résistance de rayonnement (donnée par la relation 1.13), et de celle du débit acoustique q_a qui se déduit de la

figure 1.2, pr peut être mis sous la forme:

$$p_r = p_s |G_s(jf/f_s)| \quad \text{Pa} \quad (1.29)$$

où

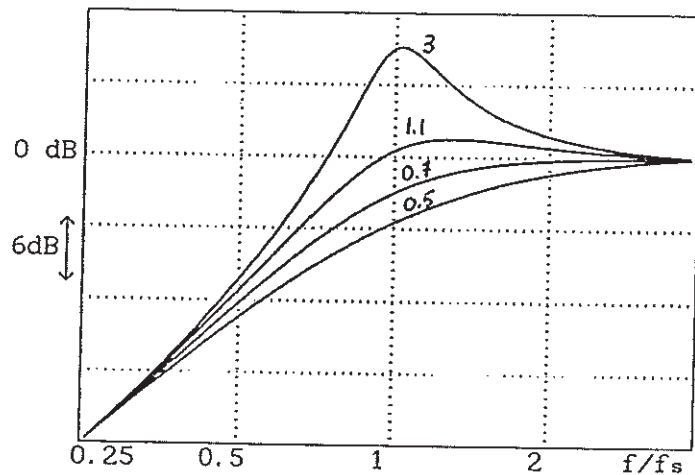
$$p_s = \frac{\rho}{r} \frac{f_s S_d}{BlQ_e} U_{hp} \quad \text{Pa} \quad (1.30)$$

est un terme indépendant de la fréquence et où

$$G_s(jf/f_s) = \frac{(jf/f_s)^2}{(jf/f_s)^2 + (jf/f_s)Q_{ts}^{-1} + 1} \quad (1.31)$$

La figure 1.5 présente l'allure fréquentielle de G_s simulée pour différentes valeurs du facteur de qualité total.

Figure 1.5
Influence du facteur de qualité Q_{ts} sur la réponse en pression théorique du haut-parleur aux basses fréquences.



On définit également le rendement de référence η_0 . Il correspond au rapport de la puissance acoustique rayonnée dans la partie médiane de la bande passante du transducteur monté sur écran infini (la puissance acoustique rayonnée pouvant être considérée comme constante dans ce domaine de fréquence), sur la puissance électrique de référence U_{hp}^2/R_e :

$$\eta_0 = \frac{4\pi^2 f_s^3 V_{as}}{c^3 Q_{es}} \quad (1.32)$$

Le paramètre η_0 permet la comparaison du rendement de différents haut-parleurs.

1-1-3-b Impédance électrique

Comme nous le voyons au paragraphe 1-2, l'impédance électrique est une grandeur mesurable qui permet d'accéder à certains des paramètres de Small. Pour un haut-parleur sur un écran infini, le circuit de la figure 1.2 conduit pour cette impédance à la relation suivante:

$$Z_{hp} = Re \left[1 + \frac{Q_{ms} (jf/f_s) Q_{ms}^{-1}}{Q_{es} (jf/f_s)^2 + (jf/f_s) Q_{ms}^{-1} + 1} \right] \quad \Omega \quad (1.33)$$

où le facteur $Re Q_{ms}/Q_{es}$ n'est autre que la résistance électrique équivalente aux pertes mécaniques R_s (relations 1.25 et 1.26).

A l'impédance électrique du moteur Re , s'ajoute un second terme lié au mouvement de la bobine, l'impédance motionnelle:

$$Z_s = Z_{hp} - Re. \quad \Omega \quad (1.34)$$

La figure 1.6a présente les variations du module de Z_{hp} calculé en fonction de la fréquence à partir de la relation 1.33. En notant R_{hp} et X_{hp} les parties réelle et imaginaire de Z_{hp} , nous vérifions que ces deux termes satisfont l'équation suivante:

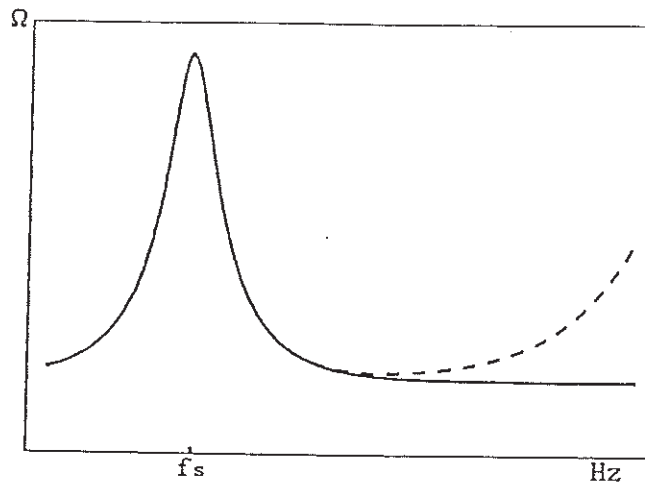
$$\left(R_{hp} - \frac{R_s}{2} - Re \right)^2 + X_{hp}^2 = \frac{R_s^2}{4}. \quad \Omega^2 \quad (1.35)$$

Ainsi le point représentatif de l'impédance Z_{hp} dans le plan complexe est sur un cercle de rayon $R_s/2$ et centré en $(R_s/2 + Re, 0)$; lorsque la fréquence augmente, ce point décrit le cercle dans le sens rétrograde (figure 1.6b).

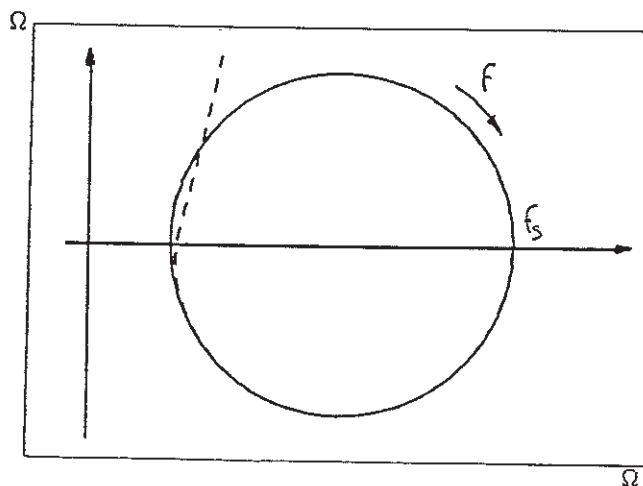
L'écart qui peut être observé entre des courbes théoriques et expérimentales (voir figure 1.6) est dû essentiellement à ce que le modèle néglige l'augmentation de l'impédance Z_e avec la fréquence.

Figure 1.6
 Module de l'impédance
 électrique en fonction de la
 fréquence (a) et représentation
 de cette impédance dans le
 plan complexe (b)

— courbes théoriques issues
 du modèle
 --- allure d'une courbe
 observée en pratique.



(a)



(b)

1-2 METHODES DE MESURE DES PARAMETRES

1-2-1 Mesure usuelle des éléments du circuit équivalent

Une norme relative à la mesure des paramètres de Small [C.E.I. 1989] précise les conditions dans lesquelles un haut-parleur doit être mesuré, et fixe un procédé pour déterminer les paramètres de son circuit équivalent en analogie électrique. Ce procédé s'apparente à celui présenté par SMALL [1972], également repris dans de nombreux ouvrages traitant des haut-parleurs électrodynamiques [ROSSI 1986], [COLLOMS 1991]. C'est une méthode relativement

répandue car elle est simple et ne nécessite qu'un minimum d'appareillage puisque les paramètres se déduisent de la mesure de l'impédance électrique du haut-parleur. Leur estimation repose sur les propriétés du module de l'impédance électrique théorique.

Pour déterminer les paramètres, le transducteur est excité à tension ou à courant constant avec la fréquence [C.E.I. 1989], parfois à puissance constante. Le niveau d'alimentation normalisé correspond à une puissance électrique nominale de 1W, l'impédance électrique du haut-parleur étant assimilée à une impédance nominale dont la valeur dépend de la valeur de R_{cc} [C.E.I. 1989], [A.E.S. 1984]. Cependant, si l'on désire déterminer les paramètres "petits signaux" du haut-parleur, il est préférable d'effectuer la mesure à plus faible niveau (SMALL [1972] préconise une puissance inférieure à 100 mW).

Le paramètre R_e est assimilé à la résistance de la bobine au courant continu R_{cc} ; il est ainsi directement mesurable.

A la résonance, le module de l'impédance électrique est maximum et vaut $R_e + R_s$ (pour un haut-parleur sur écran infini) ce qui permet le relevé de la fréquence de résonance et de la résistance R_s . Cependant, le facteur de qualité mécanique étant généralement faible, le maximum de l'impédance électrique n'est pas très prononcé et cette estimation de f_s peut ne pas être suffisamment précise. Aussi se base-t-on sur l'annulation de l'argument de l'impédance, ou plus souvent sur la propriété de symétrie de l'impédance électrique théorique: la valeur de la fréquence de résonance se déduit de la mesure de deux fréquences situées de part et d'autre de la résonance et correspondant à un même module d'impédance. Ce dernier est pris de préférence dans la partie abrupte de la courbe d'impédance pour assurer une meilleure précision sur la mesure des deux fréquences. La connaissance de ce module autorise également le calcul du facteur de qualité mécanique, les autres facteurs de qualité s'en déduisent alors simplement à partir des résistances R_e et R_s et des relations 1.24-26.

La fréquence de résonance et les facteurs de qualité du haut-parleur étant connus, une modification de la charge de l'équipage mobile permet ensuite de déterminer, à partir du même procédé, les valeurs des éléments du

circuit résonant en analogies mécanique et acoustique. Ainsi [SMALL 1972], le relevé des paramètres de l'impédance électrique du haut-parleur chargé par une enceinte close de volume connu permet de calculer le volume équivalent V_{as} (défini par la relation 1.27), et donc les éléments du circuit équivalent en analogie acoustique. Il est également possible d'obtenir la valeur des éléments du circuit mécanique en ajoutant une masse à l'équipage mobile [BERANEK 1954]; la mesure de la nouvelle fréquence de résonance du haut-parleur autorise alors l'évaluation de la masse mobile totale M_{ms} (incluant les masses d'air liées au rayonnement), puis de la résistance équivalente aux pertes mécaniques et de la compliance.

Le principal inconvénient de cette méthode réside dans l'obligation d'effectuer des mesures à des fréquences particulières (correspondant à un même module de l'impédance électrique) dont la recherche implique un temps de mesure assez long. De plus l'utilisation de seulement deux mesures par impédance rend cette méthode très sensible aux incertitudes expérimentales. D'autre part des phénomènes négligés dans le modèle mais présents dans un haut-parleur (partie imaginaire de l'impédance Z_e non nulle, variation de la compliance mécanique et des pertes associées avec la fréquence [SMALL 1972], [C.E.I. 1993]) perturbent la forme (notamment la symétrie) de la courbe d'impédance, et faussent le calcul de la fréquence de résonance et des facteurs de qualités.

Pour la mesure de M_{ms} il faut trouver un compromis entre utiliser une masse additionnelle importante (synonyme d'une grande variation de la fréquence de résonance et donc de précision sur le calcul de M_{ms}), et limiter les non-linéarités (provoquées entre autres par le changement de la position au repos du système mobile) qui modifient la valeur de la compliance.

1-2-2 Mesure des facteurs de couplage

Une estimation de la surface équivalente S_a s'obtient d'après la mesure du rayon r_a défini comme le rayon de la base du diaphragme pris jusqu'à la moitié de la largeur de la suspension extérieure [ELLIOT 1977] (l'auteur propose une autre définition ne prenant en compte que le tiers de la largeur de la suspension [ELLIOT 1978], mais elle résulte d'une étude expérimentale

dont la précision ne paraît pas suffisante pour déceler un si faible écart sur la valeur de S_d).

Les éléments du circuit équivalent étant connus en analogies électrique et mécanique, il est possible d'en déduire la valeur du facteur de force B_1 . Une mesure directe est cependant souvent préférée; trois procédés sont employés.

Une méthode statique consiste à modifier la position de repos de l'équipage mobile en posant une masse sur le diaphragme, puis à alimenter la bobine par un courant continu afin de générer une force électromotrice compensant ce déplacement de l'équipage mobile; la valeur de B_1 se déduit de la relation 1.10. Cette mesure est peu précise (comme nous le verrons ultérieurement la dispersion des valeurs est supérieure à 10%) car sensible aux non-linéarités et à l'imprécision sur le contrôle du déplacement.

Un procédé dynamique utilisant la relation 1.9 repose sur la mesure de la tension d'excitation pour laquelle une masse (éventuellement posée sur une surface rigide remplaçant le dôme) acquiert une accélération de $1g$ (décollement de la masse). Si ce procédé peut être relativement précis car il se compare directement à la valeur locale de la constante gravitationnelle, une mesure de qualité nécessite souvent une modification irréversible du haut-parleur (remplacement du dôme par une surface rigide).

La mesure directe de la vitesse du diaphragme permet également de déterminer la valeur du B_1 . Cette technique est intéressante à condition de disposer d'un capteur qui ne nécessite pas de modifier le haut-parleur (capteur optique tel un vibromètre laser).

Il apparaît que, à moins de posséder un tel capteur de déplacement (dont le coût est souvent prohibitif), une mesure précise du paramètre B_1 est difficile à obtenir sans détériorer le transducteur.

1-2-3 Autres méthodes de mesure

Diverses méthodes ont été élaborées dans le but d'améliorer la mesure des paramètres d'un haut-parleur. Cependant leur caractère non réversible, leur complexité de mise en oeuvre, ou le peu de précision gagné par rapport aux mesures usuelles limitent leur intérêt. Nous en présentons certaines, celles dont le principe se démarque suffisamment de celui de la méthode usuelle précédemment exposée.

La mesure d'une grandeur mécanique à l'aide d'un accéléromètre [CHRISTOPHOROU 1980] ou d'un vibromètre laser [MORENO 1991], ou le contrôle du champ de pression acoustique appliqué au diaphragme [MERHAUT 1982] permettent d'accéder directement au facteur de qualité total du haut-parleur. Ainsi dans [CHRISTOPHOROU 1980] et [MORENO 1991], la valeur du Q_{ts} se déduit des propriétés de l'évolution théorique de la vitesse ou du déplacement de la membrane avec la fréquence. MERHAUT [1982], qui utilise la réciprocité du transducteur, obtient le facteur de qualité total à partir de la mesure d'une grandeur électrique proportionnelle au rendement. L'inconvénient principal de ces méthodes est que les autres paramètres du haut-parleur (f_s , R_e , R_s pour le haut-parleur sur écran) doivent être déterminés de façon classique d'après l'impédance électrique du transducteur.

Des approches radicalement différentes ont suscité le développement de méthodes de mesure rapides. Dans certaines [MARSHALL & al. 1979], [JACOBSEN 1982], la réponse du haut-parleur à un échelon est échantillonnée et les paramètres électriques se déduisent de l'expression théorique de la réponse impulsionnelle du circuit de la figure 1.3. Le défaut majeur de ce principe est sa sensibilité aux non-linéarités liées à l'excursion du diaphragme, car le rapport signal sur bruit est d'autant meilleur que l'amplitude d'excitation est importante. Un autre type d'estimation est développé par KNUDSEN & al. [1989], dans lequel la réponse en vitesse de la membrane est mesurée puis est utilisée comme référence pour ajuster un modèle numérique par un processus itératif.

1-3 LIMITES DU MODELE

Le succès du modèle basses fréquences présenté provient du fait qu'il décrit de façon correcte et avec un nombre réduit de paramètres le fonctionnement du haut-parleur électrodynamique. En pratique, notamment lorsque l'on modifie les conditions de mesure (courant, tension ou puissance constante), il est cependant facile de constater que les éléments de ce modèle ne sont pas constants. Ils varient en fonction de l'excursion de la membrane, de la puissance électrique fournie au haut-parleur, de la fréquence [KING 1970], [SMALL 1984], [GANDER 1986], et sont sensibles aux modifications de l'environnement et au rodage du transducteur [ZIMMERMANN 1969, 1970].

1-3-1 Lacunes de la modélisation électro-mécanique

La principale limite de la modélisation de la partie mécanique réside en la présence de non-linéarités liées à l'excursion de la membrane. Leur importance est mise en évidence par la figure 1.7 qui présente des relevés de l'impédance électrique d'un haut-parleur de 8Ω effectués pour des tensions d'excitation allant de 1V à 16V. Les non-linéarités affectent principalement le facteur de force $B\ell$ équivalent et la compliance mécanique C_{ms} équivalente, ces deux paramètres diminuant aux fortes excursions; de plus l'échauffement de la bobine se traduit par une augmentation de la résistance R_e .

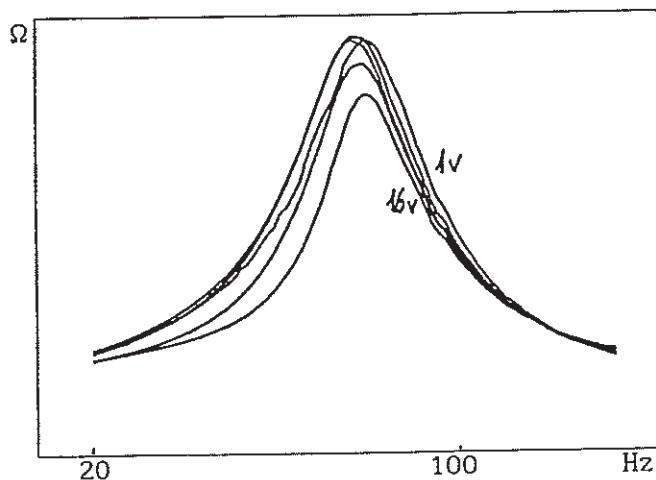


Figure 1.7

Mise en évidence de l'importance des non-linéarités par le relevé de l'impédance électrique d'un haut-parleur de 8 Ohms, alimenté par une source de tension allant de 1V à 16V.

Pour étudier ces phénomènes, les deux paramètres B_1 et C_{ms} sont remplacés par des modèles non-linéaires qui doivent être non symétriques [CUNINGHAM 1949], [CHAPELLE 1976], [DOBRUCKI & SZMAL 1986], [DOBRUCKI 1988], [BIRT 1990], [KLIPPEL 1992]. La complexité des deux équations régissant le fonctionnement du haut-parleur (relations 1.1 et 1.2) lorsque ces deux non-linéarités sont prises en compte impose alors une résolution numérique du problème [KAISER 1987], [KLIPPEL 1990]. Comme précisé auparavant, ces phénomènes ne sont pas étudiés dans le cadre de notre travail et le haut-parleur est pour la suite supposé linéaire, ce qui limite la portée de notre étude aux faibles excursions.

D'autres facteurs tels que les conditions climatiques, la fixation et le vieillissement influent sur le fonctionnement du haut-parleur. Ainsi, la compliance mécanique varie avec la température ambiante et le taux d'humidité agit sur l'ensemble de l'équipage mobile si ce dernier comporte des matériaux poreux. L'influence de la fixation est sensible principalement sur des modèles de haut-parleur "bas de gamme" dont le saladier, en tôle mince, peut se déformer lors du montage du haut-parleur, modifiant alors la compliance mécanique.

L'effet du vieillissement s'applique aux suspensions et aux pertes mécaniques qui leur sont liées. Il provoque une dérive de la fréquence de résonance et des facteurs de qualité avec l'âge du haut-parleur. Si des constructeurs [AUDAX 1993] prévoient une diminution de la fréquence de résonance d'environ 13% après un rodage de 20mn, une stabilité réelle est difficile à assurer, principalement dans le cas de suspensions caoutchouc (ce point est confirmé aux paragraphes 2-2-2 et 3-3-3).

Ces derniers phénomènes affectent cependant peu la modélisation présentée: la structure employée demeure réaliste même si la valeur des paramètres varie. Nous développons donc dans un premier temps une méthode permettant une mesure rapide et précise des paramètres de l'impédance électrique d'un haut-parleur (f_s , Q_{ms} , R_s , R_e) car c'est sur cette mesure que repose l'estimation des éléments du circuit résonnant dans les différentes analogies.

Pour certains types de haut-parleur, il apparaît de plus que la compliance mécanique et les pertes dépendent de la fréquence ([KNUDSEN & al. 1990], [KNUDSEN, JENSEN 1993]). Cette particularité peut détériorer la symétrie de la courbe d'impédance électrique et perturber l'estimation des paramètres, quelle que soit la méthode de mesure employée. Nous effectuons dans le troisième chapitre l'étude d'une modélisation appropriée de l'impédance motionnelle et proposons une méthode permettant la mesure de ses paramètres.

Cette dernière méthode nécessitant de connaître de façon assez précise l'impédance électrique du moteur au voisinage de la fréquence de résonance du haut-parleur, nous ne pouvons nous contenter du modèle approximatif donné par la relation 1.3. Des publications récentes [VANDERKOOY 1989], [WRIGHT 1990] montrent en effet que les parties réelle et imaginaire de Z_e dépendent toutes deux d'une puissance non entière et variable de la fréquence. Aussi pour déterminer la valeur de l'impédance électrique du moteur au voisinage de la fréquence de résonance du haut-parleur, sans avoir recours au blocage et donc à la destruction du transducteur (ce qui est usuellement effectué), nous proposons dans le troisième chapitre une méthode permettant d'évaluer Z_e aux basses fréquences, uniquement à partir de la mesure de l'impédance électrique totale du haut-parleur.

1-3-2 Approximations concernant le rayonnement

Le rayonnement du haut-parleur a été brièvement abordé au paragraphe 1-1-2 et lors du calcul de l'expression du champ de pression axial (relations 1.28-31). Les hypothèses faites ne sont cependant jamais réalisées en pratique (répartition de vitesse non uniforme, membrane conique, écran de dimensions finies), voir par exemple les travaux de BRUNEAU A.M. [1973, 1978, 1979, 1981]. Si la dimension de l'écran est nettement supérieure à celle du haut-parleur, l'expression 1.13 donnant l'impédance de rayonnement est pourtant employée, l'écart à l'impédance de rayonnement réelle étant supposé négligeable aux basses fréquences, compte tenu des faibles dimensions de la membrane comparées aux longueurs d'onde acoustiques et mécaniques. En pratique l'incidence de cette approximation n'est pas chiffrable expérimentalement.

Le champ de pression généré par un haut-parleur (approximé par un piston plan circulaire) rayonnant dans un espace semi-infini peut être assimilé, aux basses fréquences et à une distance suffisante de la source, à un champ monopolaire (l'expression du champ axial est donné par la relation 1.29). Par contre, l'utilisation d'un écran de dimensions finies se traduit par un champ de pression à caractère dipolaire quand la longueur d'onde devient plus grande que les dimensions de l'écran, et modifie donc la réponse en pression aux basses fréquences. D'autre part, divers accidents peuvent être provoqués par les résonances du local de mesure et les réflexions sur les éventuels objets présents, même dans des salles de mesure de bonne qualité du fait qu'il est très difficile d'absorber les basses fréquences.

C'est pourquoi la réponse en pression d'un haut-parleur correspondant à un rayonnement dans un espace semi-infini est obtenue, aux basses fréquences, par la mesure du champ proche au centre du diaphragme. Ce champ est en effet dans certaines conditions ($\lambda r/r_d^2 \gg 1$, r_d étant le rayon du diaphragme) proportionnel au champ lointain annéchoïque [D.B.KEELE 1974], [C.E.I. 1972]. D'autre part [BRUNEAU A.M. 1979], la dimension finie de l'écran, si elle est nettement supérieure à celle du haut-parleur, ne modifie que peu le champ de pression sur la surface de l'écran et sur la source. Le champ proche est donc supposé peu affecté par l'emploi d'un écran fini. Bien que ce procédé ne soit pas conforme à la norme [C.E.I. 1989], il est souvent employé pour relever la réponse en pression d'un haut-parleur aux basses fréquences.

Dans le cadre du cinquième chapitre, nous utilisons des résultats de mesures en champ proche pour confirmer les estimations des paramètres basses fréquences; nous vérifions ainsi que la modélisation par un piston plan n'est correcte qu'en première approximation.

CHAPITRE 2

MESURE DES PARAMETRES DU CIRCUIT ELECTRIQUE EQUIVALENT

Les propos tenus au premier chapitre montrent à la fois la simplicité et les limites du modèle électroacoustique linéaire du haut-parleur. Cependant, il est intéressant de constater que la mise en évidence et l'étude de bien des phénomènes qui existent dans les haut-parleurs peut être fait sous la forme d'une variation ou d'une évolution des valeurs des éléments du circuit équivalent, dont la forme reste inchangée. Cette approche à l'avantage d'une simplicité et d'une grande efficacité en pratique, comparé à l'utilisation d'un modèle physique exact mais plus complexe.

C'est pourquoi nous proposons dans ce chapitre une méthode améliorée pour l'estimation des paramètres du circuit électrique équivalent à un haut-parleur électrodynamique aux basses fréquences. Elle repose uniquement sur l'identification du lieu de l'impédance électrique dans le plan complexe, ce qui constitue une approche moins répandue que les mesures s'effectuant à partir du module de l'impédance. Basée sur les expressions analytiques de deux estimateurs au sens des moindres carrés, cette méthode permet de déterminer les valeurs des paramètres de façon systématique, à partir de mesures de l'impédance électrique effectuées pour des fréquences quelconques situées au voisinage de la fréquence de résonance; le nombre de ces mesures doit être un nombre au moins égal à trois, mais gagne à être augmenté légèrement comme cela sera exposé ci-après. Un procédé semblable a déjà été présenté par KREUTZ & PANZER [1991] mais il ne s'applique qu'à l'estimation du facteur de qualité mécanique, les autres paramètres devant être préalablement déterminés par une méthode classique. M. BRUNEAU (1975) propose également une méthode utilisant des minimisations au sens des moindres carrés, mais elle est associée à une modélisation du haut-parleur différente de celle que nous utilisons.

Afin de faciliter la lecture du présent document, nous choisissons de reporter en annexe A le détail de notre méthode d'estimation sachant que le principe utilisé est applicable à des systèmes résonnants autres que le haut-parleur électrodynamique. L'étude y est alors effectuée pour une forme de résonance à six degrés de liberté, l'impédance électrique d'un haut-parleur n'en constituant qu'un cas particulier. Nous établissons dans cette annexe une expression appropriée des paramètres en fonction des grandeurs mesurables (parties réelle et imaginaire de l'impédance à différentes fréquences), et nous effectuons une étude statistique et des calculs d'incertitude qui orientent l'optimisation de l'usage de cette méthode d'estimation.

Dans ce chapitre, nous nous limitons donc à un exposé succinct du procédé développé (en employant les notations correspondant à un haut-parleur monté sur écran) et aux aspects qui intéressent la mesure des haut-parleurs. Nous présentons ensuite quelques résultats expérimentaux qui mettent en évidence l'intérêt pratique d'une telle méthode d'estimation.

2-1 METHODE D'ESTIMATION DES PARAMETRES DU CIRCUIT ELECTRIQUE

2-1-1 Estimation des résistances

En notant R_{hpi} et X_{hpi} les parties réelle et imaginaire de l'impédance électrique à la fréquence f_i , tout point $\{R_{hpi}, X_{hpi}\}$ satisfait l'équation de cercle suivante (voir relation 1.35 et figure 2.1):

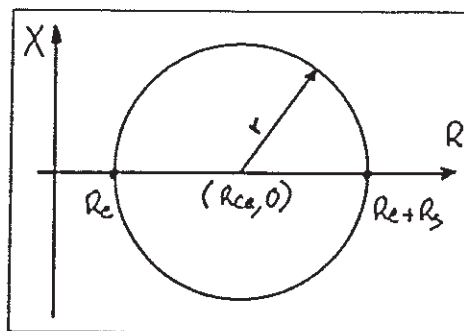
$$(R_{hpi} - R_{ce})^2 + (X_{hpi} - X_{ce})^2 = r^2 \quad \Omega^2 \quad (2.1)$$

où

$$\begin{cases} R_{ce} = R_s/2 + R_e & \Omega & (2.2) \\ r = R_s/2 & \Omega & (2.3) \end{cases}$$

Figure 2.1

Représentation de l'impédance électrique théorique dans le plan complexe.



Les valeurs de R_e et de R_s se déduisent donc de la connaissance de R_{ce} et de r . L'estimation de l'ordonnée du centre du cercle X_{ce} doit être nulle dans le cadre de la modélisation employée; elle est néanmoins effectuée du fait du principe de la méthode proposée, et peut servir de vérification a posteriori.

L'estimation des paramètres du cercle s'effectue selon un critère des moindres carrés. La méthode de calcul a été utilisée au sein du laboratoire [HARDY 1985], et a également été publiée [MOURA & KITNEY 1991]. Elle consiste en la minimisation de la fonction d'erreur E_c définie par:

$$E_c = \sum_{i=1}^n [(R_{hpi} - R_{ce})^2 + (X_{hpi} - X_{ce})^2 - r^2]^2 \quad \Omega^2 \quad (2.4)$$

où n est le nombre de mesures effectuées. Cette minimisation passe par la résolution du système d'équations suivant:

$$\begin{cases} \partial E_c / \partial R_{ce} = 0 \\ \partial E_c / \partial X_{ce} = 0 \\ \partial E_c / \partial r = 0 \end{cases}$$

Nous obtenons ainsi trois expressions analytiques pour les paramètres du cercle, ce qui nous permet de calculer les valeurs des résistances R_e et R_s de manière directe.

2-1-2 Estimation de la fréquence de résonance et du facteur de qualité mécanique

Nous proposons dans ce paragraphe une extension de la méthode présentée ci-avant; elle consiste à utiliser une approche statistique similaire pour obtenir la valeur de la fréquence de résonance et du facteur de qualité mécanique. Notre méthode d'estimation devrait ainsi permettre de déterminer les quatre paramètres de l'impédance électrique à partir de relations analytiques simples utilisant les points de mesure désirés.

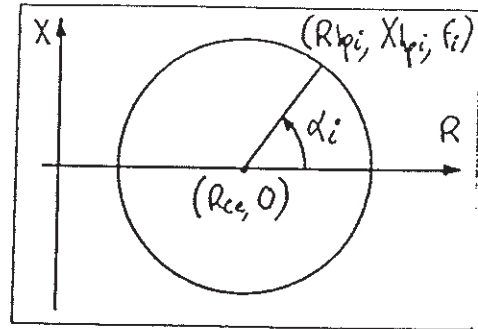
Son abscisse et son rayon étant maintenant connus, nous pouvons graduer le cercle en fréquence. Nous associons pour cela à la valeur de l'impédance mesurée à la fréquence f_1 , l'angle α_1 défini par (voir figure 2.2)

$$\alpha_1 = \arctan[X_{hpi} / (R_{hpi} - R_{ce})] \quad , \quad \text{rad} \quad (2.5)$$

l'ordonnée du centre du cercle étant supposée nulle conformément au modèle utilisé.

Figure 2.2

Repérage angulaire des données.



En remplaçant dans la relation 2.5 R_{hp_i} et X_{hp_i} par leurs expressions analytiques (obtenues d'après la relation 1.33), il vient:

$$\tan(\alpha_i/2) = \frac{Q_{ms}}{f_i f_s} [f_s^2 - f_i^2] . \quad (2.6)$$

Nous obtenons ainsi une graduation fréquentielle du cercle puisque connaissant la fréquence de résonance et le facteur de qualité mécanique, il est possible d'associer une fréquence à chaque point du cercle. Notons que la fréquence de résonance est liée à l'origine de la graduation (annulation de l'angle α_i), tandis que le facteur de qualité traduit la vitesse de rotation angulaire pour un pas fréquentiel donné.

Comme pour l'estimation des paramètres du cercle, nous formons une fonction d'erreur définie par:

$$E_f = \sum_{i=1}^n \left[\frac{Q_{ms}}{f_i f_s} (f_s^2 - f_i^2) - \tan(\alpha_i/2) \right]^2 . \quad (2.7)$$

Sa minimisation implique la résolution du système d'équations suivant

$$\begin{cases} \partial E_f / \partial f_s = 0 \\ \partial E_f / \partial Q_{ms} = 0 . \end{cases}$$

Nous pouvons ainsi établir deux expressions donnant les valeurs des paramètres f_s et Q_{ms} . Nous en déduisons alors l'inductance L_s et la capacité C_s du circuit électrique équivalent, qui sont de ce fait estimées analytiquement au même titre que les résistances R_e et R_s . Le nombre minimum de couples $\{\alpha_i, f_i\}$ nécessaires est de deux. Ces derniers pouvant être pris

parmi les points utilisés pour l'estimation des paramètres du cercle, la connaissance des quatre paramètres de l'impédance électrique requiert donc un nombre minimum de trois triplets $\{R_{hp1}, X_{hp1}, f_1\}$.

2-1-3 Optimisation de l'estimation des paramètres

Bien que MOURA & KITNEY [1991] aient testé la robustesse de l'estimation des paramètres du cercle, l'insuffisance des résultats présentés et l'absence des calculs de la fréquence de résonance et du facteur de qualité nous ont incité à effectuer par nous même une étude de la précision obtenue avec cette méthode d'estimation. Nous développons cette étude dans la deuxième partie de l'annexe A1.

Nous évaluons l'influence du nombre n de mesures et du secteur angulaire ϑ couvert par ces mesures sur la qualité de l'estimation des paramètres. Pour ce faire nous utilisons des simulations théoriques de la forme analytique étudiée, dans lesquelles les $3 \times n$ grandeurs R_{hp1} , X_{hp1} , et f_1 sont bruitées à l'aide d'une fonction aléatoire gaussienne dont l'écart type est choisi de même ordre de grandeur que la précision des appareils que nous utilisons lors d'une mesure réelle (il est pris comme le sixième de l'intervalle d'incertitude lié à ces appareils). Lorsque l'on applique cette méthode d'estimation à un grand nombre de simulations bruitées dont les caractéristiques (nombre de mesures, secteur angulaire) sont fixées, les valeurs obtenues pour chaque paramètre se répartissent selon une loi proche d'une loi normale. Il est ainsi possible d'associer à l'estimation de chaque paramètre un intervalle d'incertitude égal à six fois l'écart type de la loi normale associée.

Les résultats que nous avons obtenus par cette étude statistique sont présentés sur les figures 2.3 et 2.4 pour la fréquence de résonance et le facteur de qualité mécanique, en fonction du nombre de points et du secteur angulaire couvert par ces points sur le cercle (il est choisi centré sur la résonance).

Figure 2.3

Evolution de l'intervalle d'incertitude sur l'estimation de f_s avec le nombre de mesures pour différents secteurs angulaires ϑ

- ... $\vartheta = 90^\circ$
- $\vartheta = 180^\circ$
- $\vartheta = 270^\circ$
- $\vartheta = 300^\circ$.

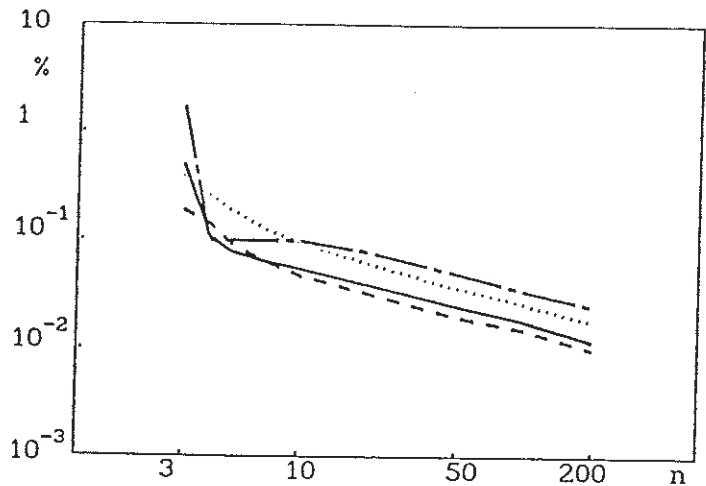
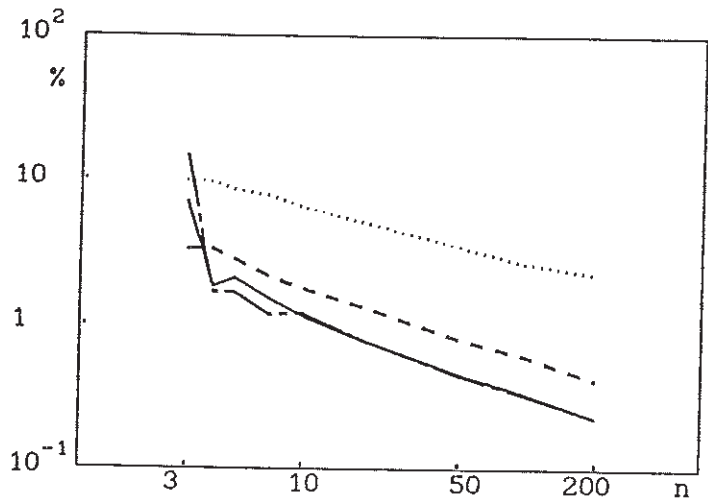


Figure 2.4

Evolution de l'intervalle d'incertitude sur l'estimation de Q_{ms} avec le nombre de mesures pour différents secteurs angulaires ϑ

- ... $\vartheta = 90^\circ$
- $\vartheta = 180^\circ$
- $\vartheta = 270^\circ$
- $\vartheta = 300^\circ$.



Si l'accroissement du nombre de données se traduit par une diminution de l'incertitude, il n'en est pas forcément de même de l'augmentation du secteur angulaire: l'inhomogénéité de la répartition des points sur le cercle, lorsque les mesures sont effectuées à pas fréquentiel constant (voir figure 2.5), accentue l'effet du bruit sur les estimations en exagérant le poids relatif des points situés loin de la résonance. Le paramètre le plus sensible à ce phénomène est la fréquence de résonance.

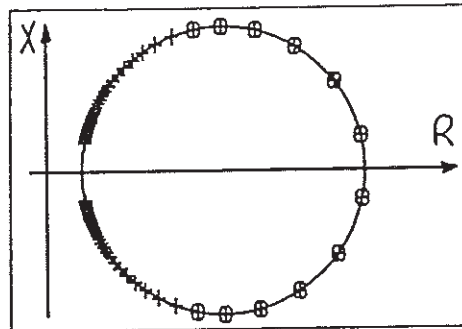
D'une façon générale, un bon compromis pour la mesure des haut-parleurs consiste à conserver une dizaine d'acquisitions réparties sur un peu plus d'un demi cercle approximativement centré sur la résonance (voir figure 2.5). Une telle condition est assurée avec des modules d'impédance supérieurs à

$(R_s+R_e)/\sqrt{2}$. Pour les appareils de mesures employés au laboratoire (l'intervalle d'incertitude est de 1% sur le module de l'impédance et de 0.01% sur la fréquence) l'étude statistique que nous avons effectuée prédit alors un intervalle d'incertitude inférieur à 0,1% sur la fréquence de résonance et de l'ordre de 1% sur le facteur de qualité mécanique (voir les figures 2.3 et 2.4). Cet intervalle est également de l'ordre de 1% pour la résistance R_s et atteint quelques % sur R_e (ce paramètre est le moins bien estimé car il correspond à un point du cercle diamétralement opposé à la résonance).

Figure 2.5

Représentation d'une impédance électrique dans le plan complexe

+++ mesures à pas fréquentiel constant
 @@@ mesures sélectionnées pour l'estimation des paramètres



2-2 APPLICATION A LA MESURE DES PARAMETRES ELECTRIQUES DES HAUT-PARLEURS

Les résultats exposés à la fin du paragraphe 2-1 correspondent à des estimations obtenues à partir de données simulées numériquement, en utilisant la forme analytique exacte de l'expression de l'impédance électrique associée au modèle électroacoustique. Les propos suivants concernent l'application de notre méthode à des impédances électriques réelles. Elles sont mesurées (voir Annexe C) au moyen d'un analyseur de spectre bicanal utilisant un signal sinusoïdal balayé, le haut-parleur étant excité à faible niveau (tension d'excitation inférieure à 1V) afin de minimiser les phénomènes non-linéaires.

Il s'est rapidement avéré que les résultats obtenus conduisaient à des écarts répétables entre les impédances mesurées et celles calculées à partir de la forme analytique théorique et des paramètres estimés; une première interprétation de ces écarts a conduit à suspecter un comportement viscoélastique des suspensions dont la modélisation fait l'objet du troisième chapitre. Pour bien des applications il est toutefois possible de négliger les

écarts constatés, ce qui nous permet quand même de chercher à évaluer le potentiel de cette méthode d'estimation dans le cas de la mesure des haut-parleur.

2-2-1 Constatation importante concernant la position du centre du cercle de Kennelly

Dans la modélisation utilisée, la partie imaginaire de l'impédance électrique du moteur X_e est supposée négligeable autour de la fréquence de résonance. Cette approximation est confirmée par la faible valeur de l'inductance équivalente, mesurée à une fréquence où l'impédance motionnelle est petite devant l'impédance électrique du moteur. En toute logique, l'ordonnée X_{ce} du centre du cercle estimé devrait être voisine de zéro, voire légèrement positive. Or pour plusieurs types de haut-parleur de différentes tailles, et bien que l'écart moyen des mesures au cercle estimé demeure faible (modèle apparemment correct), nous obtenons de façon répétable une ordonnée X_{ce} négative, alors que la valeur de X_e mesurée sur un haut-parleur bloqué est bien positive.

L'éventualité d'une erreur de phase introduite par la chaîne de mesure ayant été écartée, deux causes peuvent être a priori responsables du phénomène observé: soit le facteur de force B_l n'est pas parfaitement réel, soit le comportement mécanique de l'équipage mobile du haut-parleur est mal décrit par le modèle. Nous examinons ci-après ces deux éventualités.

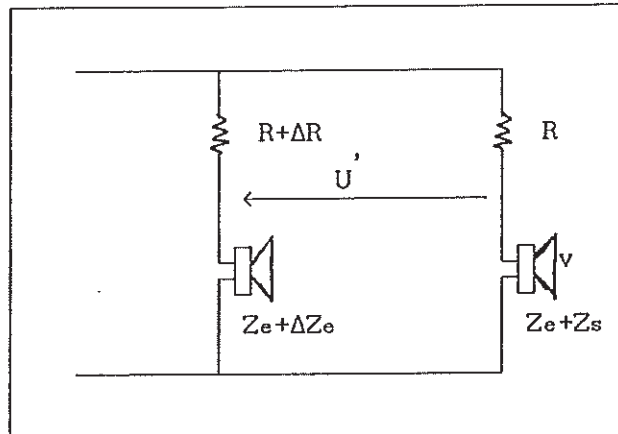
2-2-1-a Eventualité d'une valeur complexe du facteur de couplage

Les non-linéarités engendrent, pour des déplacements de membrane importants, un déphasage entre la f.c.e.m. induite U et la vitesse de la membrane v [Klippel 1992], ce qui se traduit par une valeur complexe du facteur de couplage B_l équivalent. Les valeurs estimées de X_{ce} correspondraient à un argument de quelques degrés de ce facteur B_l complexe. Bien que le phénomène semble négligeable compte tenu des faibles niveaux d'excitation que nous employons, nous avons cherché à mesurer l'argument de B_l .

Le pont de mesure représenté en figure 2.6 est utilisé pour mesurer la f.c.e.m.; il est constitué de deux haut-parleurs du même modèle et d'une même série de manière à ce que leurs impédances de blocage Z_e soient très voisines. L'un vibre librement (son impédance est Z_e+Z_s) et l'autre est bloqué par un film en plastique introduit dans l'entrefer entre la bobine et la pièce polaire intérieure (son impédance est $Z_e+\Delta Z_e$).

Figure 2.6

Dispositif en pont permettant la mesure de la f.e.m. induite.



La tension U' de la figure 2.6 s'exprime alors de la manière suivante:

$$U' = U \left[1 - \frac{\Delta Z_e}{Z_s} - Z_e \frac{(1 - (\Delta R + \Delta Z_e)/Z_s)}{R + Z_e} \right]. \quad (2.8)$$

Si $R \gg |Z_e|$ et ΔR petit alors $U' \approx U$ au voisinage de la fréquence de résonance du haut-parleur, car l'écart ΔZ_e entre les deux impédances de blocage y est nettement inférieur à l'impédance motionnelle Z_s .

La vitesse v est obtenue à partir d'un accéléromètre fixé sur le haut-parleur non bloqué.

L'étalonnage en phase de la chaîne accélérométrique n'ayant pas pu être effectué avec une précision suffisante compte tenu des faibles valeurs de l'argument de B_l cherché (quelques degrés), nous nous sommes limités à vérifier que la phase du rapport U/v était pratiquement indépendante du modèle de haut-parleur et du niveau d'excitation employé: les écarts observés se sont avérés nettement inférieurs au degré, alors que ces deux changements auraient dû occasionner des variations de phase de quelques degrés. Nous en avons

déduit que ce facteur B1 ne pouvait être à lui seul responsable des phénomènes constatés.

2-2-1-b Viscoélasticité des suspensions

Nous supposons donc que le phénomène observé est en grande partie lié au comportement de l'impédance motionnelle. En ne négligeant pas X_e , l'équation de la courbe représentant l'impédance électrique théorique d'un haut-parleur dans le plan complexe (relation 1.35) s'écrit:

$$\left[R_{hp1} - \frac{R_s}{2} - Re \right]^2 + \left[X_{hp1} - X_e \right]^2 = \frac{R_s^2}{4} \cdot \Omega^2 \quad (2.9)$$

Le fait que l'ordonnée du centre du cercle estimé puisse être inférieure à zéro peut résulter d'une légère augmentation de la résistance R_s (et donc du "rayon" du cercle) avec la fréquence (le cercle est parcouru dans le sens rétrograde). La variation de R_s déforme ainsi la courbe d'impédance, qui reste néanmoins proche d'un cercle, et biaise l'estimation des coordonnées du centre: si R_s croît avec la fréquence, l'ordonnée du centre du cercle obtenue est inférieure à X_e et peut être négative.

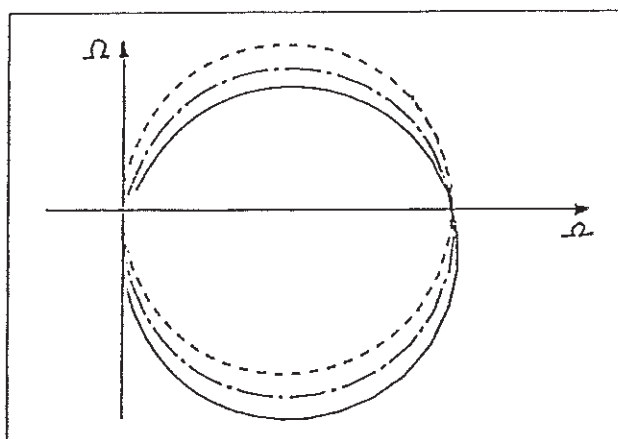
À fort niveau, lorsque l'excursion de la membrane diminue, la résistance R_s augmente (car le facteur B1 croît et les pertes mécaniques R_{ms} diminuent). Le fait que l'excursion évolue avec la fréquence comme un filtre passe bas du deuxième ordre pourrait donc entraîner une augmentation de R_s , mais les variations de la résistance n'apparaissent pas clairement à faible niveau. Le phénomène constaté ne peut donc être attribué aux non-linéarités de la partie mobile. Par contre, une modélisation de la viscoélasticité des suspensions proposée par M.H.KNUDSEN & al. [1990] provoque entre autres une augmentation de la résistance R_s avec la fréquence.

Nous avons constaté que l'application de notre méthode d'estimation à des simulations de l'impédance électrique incluant cette modélisation viscoélastique des suspensions (voir figure 2.7) conduit à des résultats similaires aux faits expérimentaux observés, ce qui semble expliquer le phénomène. Ceci est détaillé au troisième chapitre, tant sur le plan de la modélisation que d'un point de vue expérimental.

Figure 2.7

Simulations numériques montrant l'influence de la viscoélasticité des suspensions sur la géométrie de l'impédance motionnelle

- suspensions non viscoélastiques
- - - suspensions peu viscoélastiques
- suspensions fortement viscoélastiques



2-2-1-c Masquage partiel du phénomène

Les valeurs de X_e supposées négligeables auxquelles nous avons fait allusion au début du paragraphe 2-1-1 étaient calculées aux basses fréquences d'après une mesure de l'inductance équivalente vers 1kHz. Cette méthode pouvant s'avérer inexacte en raison de la simplicité de ce modèle de X_e [BRUNEAU A.M. & BRUNEAU M. 1980], [J.VANDERKOOY 1989], [WRIGHT 1990], il nous a paru intéressant de comparer les valeurs calculées et mesurées de X_e au voisinage de la fréquence de résonance, afin de mieux pouvoir cerner l'effet de la viscoélasticité de la suspension sur l'impédance motionnelle.

Pour cela, nous prenons deux haut-parleurs de 13cm de diamètre (AUDAX BMX403 et BMH403) dont la bobine est bloquée dans l'entrefer au moyen d'un film plastique, dans une position proche de la position au repos du système mobile; nous calculons par le modèle inductif la valeur de X_e pour quelques basses fréquences, l'inductance équivalente étant mesurée vers 1kHz, et nous relevons les valeurs de X_e à ces fréquences. Les résultats obtenus pour les deux haut-parleurs sont présentés dans le tableau 2.1.

La valeur mesurée de X_e y est supérieure à celle obtenue avec le modèle inductif. La différence peut être relativement importante (voir ici pour le BMH403) et, de façon générale, elle augmente en valeur relative quand la fréquence diminue. Ce résultat est en accord avec ceux relevés par BRUNEAU A.M. & BRUNEAU M. [1980].

	BMX403		BMH403	
	$X_e = \omega L_e$ (Ω)	mesurée (Ω)	$X_e = \omega L_e$ (Ω)	mesurée (Ω)
f=52 Hz	0.1	0.17	0.17	0.37
f=103Hz	0.2	0.3	0.34	0.62
f=197Hz	0.39	0.53	0.64	1.05
f=304Hz	0.6	0.78	0.99	1.49

Tableau 2.1

Comparaison entre des valeurs de X_e calculées pour quelques basses fréquences selon le modèle inductif et les valeurs mesurées, pour deux modèles de haut-parleurs.

L'effet attribué à la viscoélasticité des suspensions est donc partiellement masqué par l'existence d'une partie imaginaire non négligeable pour l'impédance électrique du moteur, terme dont l'évolution en fréquence contrarie celle de l'impédance motionnelle. De plus, cet effet est plus important qu'il ne peut paraître si l'on fait l'hypothèse que X_e est purement inductive (hypothèse pour laquelle la valeur de X_e est sous-évaluée).

De par son principe (représentation de l'impédance électrique dans le plan complexe), la méthode d'estimation que nous avons élaborée au paragraphe 2-1 fait ressortir ces effets; il est cependant possible de les ignorer pour bon nombre de haut-parleurs tout en aboutissant, comme nous le montrons au paragraphe suivant, à des résultats acceptables du fait que les phénomènes négligés (augmentation apparente de R_s avec la fréquence et valeur effective de X_e non nulle) se compensent partiellement.

2-2-2 Résultats expérimentaux

Comme nous l'avons rappelé au paragraphe 1-2-1, la mesure des paramètres de Thiele-Small est usuellement effectuée en quatre temps: mesure de l'impédance électrique du haut-parleur sur écran C.E.I. dont on déduit R_e , f_s , R_s et Q_{ms} , puis mesure de l'impédance du haut-parleur chargé qui permet le calcul de M_{ms} ou V_{as} , et enfin détermination des facteurs de couplage B_1 et

Sd. La précision et la résolution de la mesure de f_s est particulièrement critique puisque c'est le décalage de la résonance qui conditionne l'évaluation de M_{ms} ou de V_{as} .

Pour déterminer les paramètres de l'impédance électrique, la méthode dite "usuelle" se base sur la valeur du module de l'impédance pour quelques fréquences spécifiques (voire sur l'annulation de la phase), alors que la méthode que nous proposons utilise plusieurs valeurs complexes quelconques de l'impédance. Restant pour l'instant dans l'hypothèse où l'on néglige les deux phénomènes parasites évoqués au paragraphe précédent, nous cherchons dans la suite à montrer le gain de précision apporté par cette méthode d'estimation et à donner une idée de sa robustesse vis-à-vis de certains artefacts de mesure. Nous cherchons également à illustrer l'intérêt d'une méthode à haute résolution en prenant l'exemple du suivi du rodage du haut-parleur.

2-2-2-a Comparaison avec la méthode de mesure "usuelle"

Des comparaisons ont été effectuées en mesurant par les deux méthodes un grand nombre de haut-parleurs de types et de tailles très différents, couvrant une palette assez étendue des modèles utilisés dans la plupart des applications audio. Dans chaque cas, les mesures sont faites à tension d'excitation constante.

Généralement, les paramètres issus des deux méthodes diffèrent assez peu: la valeur estimée par notre méthode pour R_e est souvent supérieure à la valeur mesurée de R_{cc} (mais les écarts observés excèdent rarement 5%). Ceci semble dû à l'imprécision sur l'estimation de R_e (voir au paragraphe 2-1-3) ou aux conséquences de la viscoélasticité des suspensions (une variation de R_s avec la fréquence influe sur la position du centre du cercle et donc sur la valeur calculée de R_e), mais peut également provenir de la variation de R_e avec la fréquence. La valeur de R_s est quant à elle peu dépendante de la méthode employée. En effet comme les mesures sont généralement effectuées autour de la fréquence de résonance, le maximum du module de l'impédance électrique (égal à $R_e + R_s$) est bien estimé: les évaluations de R_s par les deux méthodes ne diffèrent que de " $R_e - R_{cc}$ ", d'où une erreur relative négligeable lorsque $R_s \gg R_e$ (ce qui est le plus souvent le cas).

Les écarts sont en général inférieurs à 1% sur la fréquence de résonance mais peuvent par contre atteindre 5% sur le facteur de qualité mécanique, bien que la valeur estimée pour R_s soit pratiquement égale d'une méthode de mesure à l'autre: c'est probablement le fait que le calcul du facteur de qualité par la méthode "usuelle" fait intervenir le module de l'impédance (relation 2.11) et est donc sensible à toute déformation de ce module, alors que dans notre méthode d'estimation, la phase est prise en compte (voir annexe A1).

Comme le montre la figure 2.8 qui présente à titre d'exemple l'impédance électrique d'un haut-parleur de 13 cm de diamètre (AUDAX BMH403) et les impédances théoriques calculées pour deux séries de paramètres, la méthode "usuelle" conduit pourtant dans certains cas à des estimations manifestement erronées de la fréquence de résonance (SMALL [1972] considère que les écarts peuvent atteindre 1Hz).

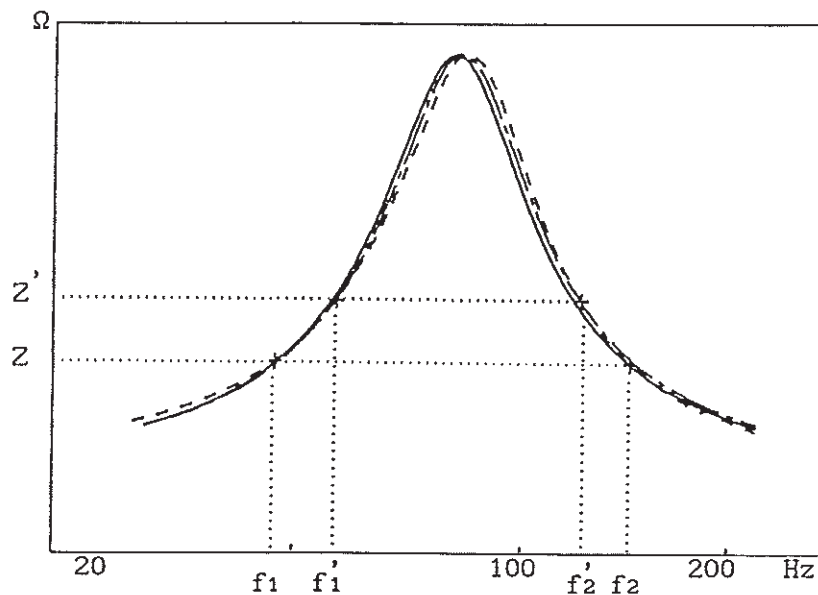


Figure 2.8

Résultats obtenus avec la méthode de mesure usuelle pour un haut-parleur de 13cm de diamètre (Audax BMH403):

- impédance électrique mesurée
- impédance théorique calculée avec les paramètres estimés d'après la mesure du module Z
- impédance théorique calculée avec les paramètres estimés d'après la mesure du module Z' .

Par cette méthode, la fréquence de résonance et le facteur de qualité mécanique se déduisent de la mesure des fréquences f_1 et f_2 (f_1' et f_2') correspondant à un même module d'impédance Z (Z') par les relations suivantes [SMALL 1972]

$$f_s = \sqrt{f_1 f_2} \quad \text{Hz} \quad (2.10)$$

$$Q_{ms} = \frac{f_s}{f_2 - f_1} \sqrt{\frac{(R_e + R_s)^2 - Z^2}{Z^2 - R_e^2}} \quad (2.11)$$

les modules Z et Z' étant pris proches de $\sqrt{R_e(R_e + R_s)}$, valeur préconisée par SMALL [1972] car elle assure une bonne précision sur les deux fréquences (elle permet également une simplification de l'expression 2.11).

Lorsque les mesures utilisées se rapprochent de la résonance, l'estimation de f_s semble plus conforme à la réalité, mais cet exemple montre que le résultat peut dépendre du choix effectué pour le module de l'impédance fixant f_1 et f_2 .

L'impédance électrique que nous calculons pour ce même haut-parleur avec les paramètres obtenus par notre méthode d'estimation est tracée sur la figure 2.9 (nous effectuons un fenêtrage des données autour de la fréquence de résonance: les mesures qui interviennent dans le calcul des paramètres sont représentées par des croix). La fréquence de résonance semble mieux estimée, sans doute du fait de la prise en compte plus globale des points de mesure.

Les valeurs des paramètres f_s et Q_{ms} issues des deux méthodes de mesure sont regroupées dans le tableau 2.2. On relève des écarts pouvant atteindre 2% sur l'estimation de la fréquence de résonance. Un tel écart n'est évidemment pas bien gênant en soi dans la plupart des cas, mais c'est son incidence sur le calcul de M_{ms} ou de V_{as} (qui fait intervenir la différence entre deux mesures de fréquences) qui nous incite à considérer ce phénomène avec une certaine attention.

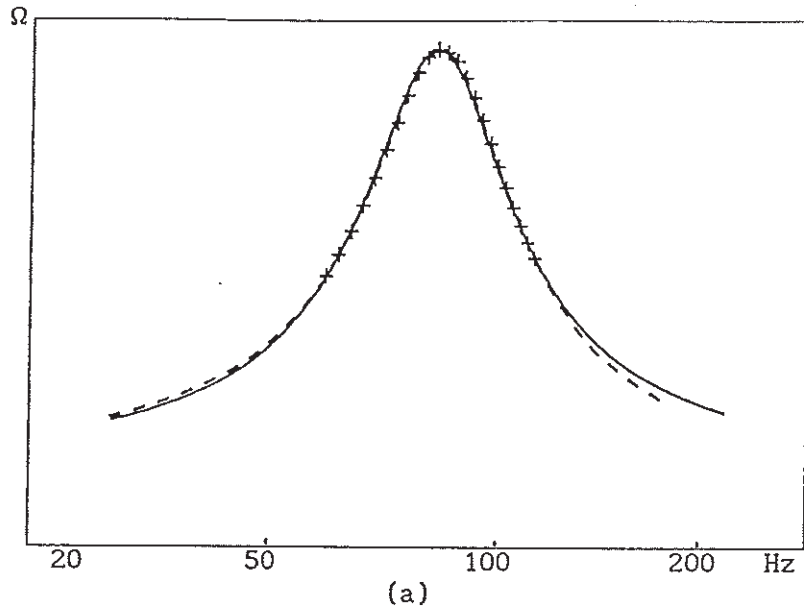
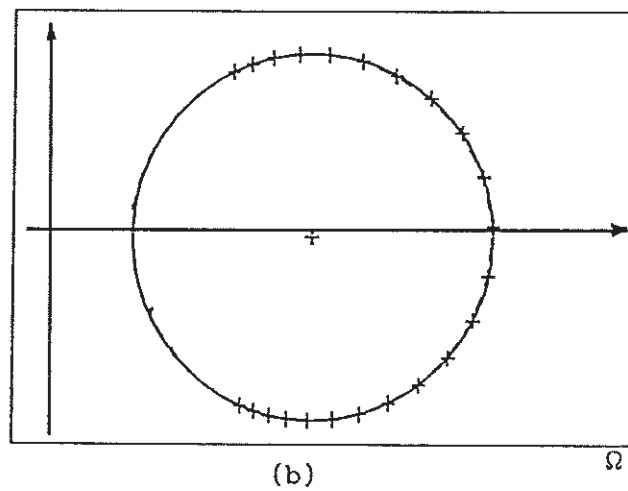


Figure 2.9

Résultats obtenus avec notre méthode d'estimation pour l'impédance électrique de la figure 2.8: module de l'impédance électrique (a) et représentation dans le plan complexe (b)

- impédance mesurée
- +++ mesures utilisées pour l'estimation des paramètres
- impédance calculée avec les paramètres estimés.



	méthode usuelle		méthode proposée
	81.7	83	83.7
fs(Hz)	81.7	83	83.7
Qms	2.46	2.45	2.45

Tableau 2.2

Paramètres obtenus par les deux méthodes de mesure pour un haut-parleur de 13cm de diamètre (Audax BMH403). Les mesures sont effectuées à tension d'excitation constante.

Au delà de la résonance, l'écart qui apparaît sur la figure 2.9a entre les impédances électriques mesurée et théorique provient du fait que l'évolution de l'impédance électrique du moteur avec la fréquence n'est pas prise en compte dans le tracé. Par contre, nous attribuons la légère dissymétrie qui existe au voisinage de la résonance à la viscoélasticité des suspensions (noter l'ordonnée négative du centre du cercle estimé sur la figure 2.9b). Ceci expliquerait les erreurs commises sur l'estimation de la fréquence de résonance lorsque la méthode de mesure "usuelle" est utilisée. En effet, la faible valeur du facteur de qualité mécanique entraîne un écart important entre les deux fréquences f_1 et f_2 utilisées, ce qui accentue la sensibilité de cette méthode à un défaut de modélisation; ceci semble confirmé par le fait que l'erreur commise est d'autant plus grande que les mesures sont éloignées de la fréquence de résonance.

2-2-2-b Robustesse de notre méthode d'estimation

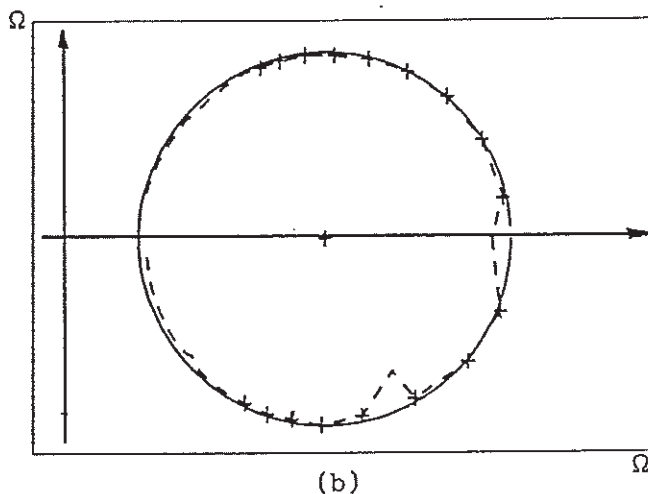
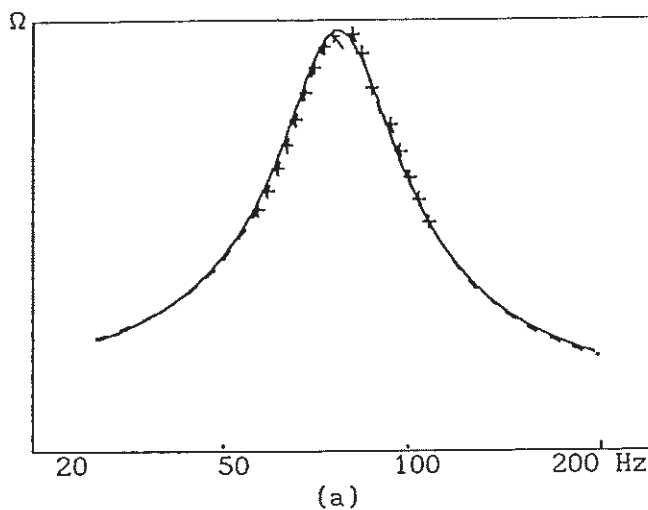
Sur les impédances électriques mesurées, apparaissent parfois des perturbations relativement importantes, très localisées en fréquence, qui proviennent entre autres de résonances mécaniques liées au haut-parleur ou à son support (écran par exemple). Nous avons constaté sur de nombreux exemples que, pour assurer une bonne estimation des paramètres de l'impédance électrique, il est alors préférable d'éliminer les points vraiment trop éloignés du cercle estimé: comme le facteur de qualité de ces perturbations est en général beaucoup plus élevé que le facteur de qualité mécanique du haut-parleur, la géométrie de la courbe d'impédance n'est que localement perturbée et les points adjacents sont peu modifiés et peuvent être utilisés tels quels. Le tri est effectué itérativement en procédant à une nouvelle estimation du cercle jusqu'à obtenir un écart moyen des points à la courbe théorique que l'on juge acceptable, ce qui ne pose pas de problème dans les conditions usuelles de mesure.

Un exemple où deux mesures apparemment douteuses sont éliminées est présenté en figure 2.10 (le haut-parleur utilisé est le même que celui des figures 2.8 et 2.9).

Figure 2.10

Effet de deux accidents proches de la fréquence de résonance sur l'estimation des paramètres de l'impédance électrique: module de l'impédance (a) et représentation dans le plan complexe (b).

--- impédance mesurée
 +++ mesures utilisées pour l'estimation des paramètres
 — impédance calculée avec les paramètres estimés.



Nous constatons que l'estimation des paramètres est apparemment peu affectée par la présence d'accidents, même proches de la fréquence de résonance, ce qui permet de penser que la graduation fréquentielle est relativement insensible à la perturbation.

Notre méthode d'estimation est donc relativement robuste lorsque des perturbations localisées en fréquences existent, le caractère statistique des calculs minimisant l'impact de ces perturbations.

2-2-2-c Application au suivi du rodage

L'évolution au cours du temps des paramètres mécaniques d'un haut-parleur est un phénomène connu et non négligeable. Peu d'études traitent cependant du sujet. Dans ses travaux, ZIMMERMANN [1969] présente une mesure de l'évolution

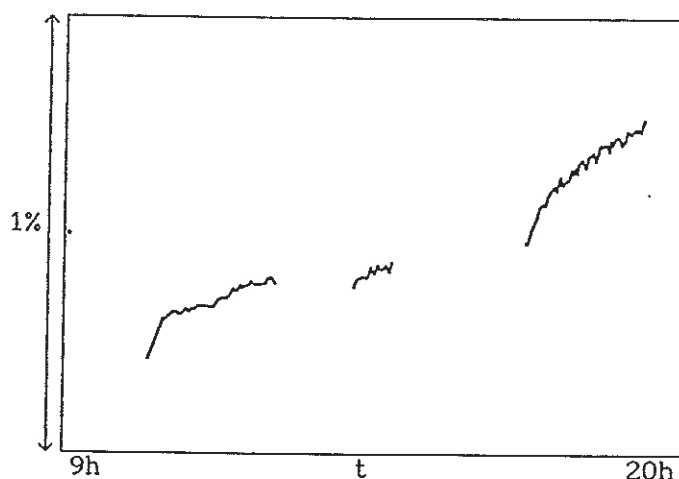
de la raideur modélisant les suspensions; elle est effectuée en excitant le haut-parleur par une source impulsionnelle.

Afin d'étudier l'aptitude de notre méthode d'estimation à assurer le suivi des évolutions des paramètres, nous avons effectué de nombreuses mesures consécutives (à un niveau de 60 mW) de l'impédance électrique d'un haut-parleur, la fixation de ce dernier n'étant pas modifiée au cours de l'expérience. Le temps de mesure d'une impédance était de vingt seconde et l'écart entre deux acquisitions de l'ordre de la minute, durée au cours de laquelle le haut-parleur demeurerait excité au niveau utilisé pour les mesures. Nous avons ensuite procédé à l'estimation des paramètres de chaque impédance.

Les variations de l'inductance L_s équivalente à la compliance mécanique C_{ms} n'apparaissent pas clairement car elles sont inférieures à l'intervalle d'incertitude sur l'estimation de ce paramètre. Aussi déduisons nous l'évolution de C_{ms} de celle du carré de la fréquence de résonance (relation 1.23), la masse mobile du haut-parleur étant supposée constante. Cette évolution est présentée en figure 2.11 pour un haut-parleur dont la suspension est en papier imprégné (AUDAX BMX403); les espaces libres correspondent à des périodes au cours desquelles le haut-parleur n'est pas mesuré et est excité à un niveau plus faible (quelques mW) que celui utilisé pour les mesures.

Figure 2.11

Relevé de l'évolution de C_{ms} avec le rodage sur un haut-parleur dont la suspension est en papier imprégné.



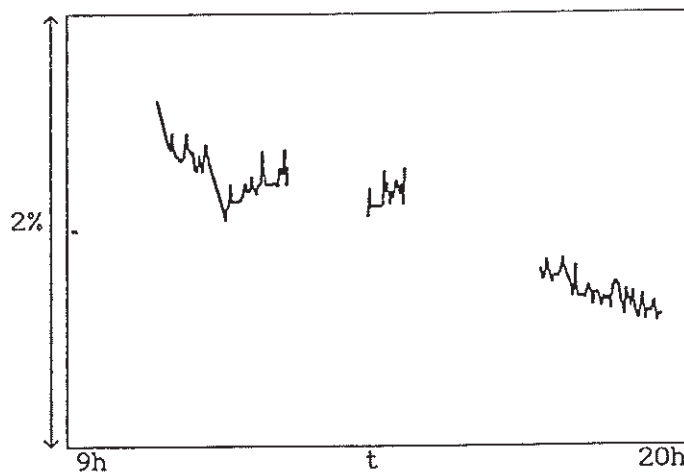
Les tendances que nous relevons rejoignent celles observées par ZIMMERMANN [1969]. On constate une croissance de la compliance durant la période d'étude, même lorsque qu'aucune mesure n'est effectuée. Après chaque

arrêt, il apparaît une augmentation rapide de la compliance: elle pourrait correspondre à une période de "chauffage" des suspensions. La courbe tend ensuite asymptotiquement vers le prolongement de la précédente.

La figure 2.12 représente l'évolution du terme R_{ms} modélisant les pertes mécaniques qui se déduit de la résistance électrique R_s (relation 1.17), le facteur de force B_l étant supposé constant. On observe également une dérive, mais cette fois apparemment sans le même phénomène, ce qui pourrait laisser supposer que la majeure partie des pertes ne provient pas des suspensions.

Figure 2.12

Relevé de l'évolution de R_{ms} avec le rodage sur un haut-parleur dont la suspension est en papier imprégné.



Ces mesures illustrent bien le type de résultats que l'on peut obtenir du fait du gain en résolution apporté sur la mesure des paramètres de l'impédance électrique. L'observation du rodage ne constitue bien sûr qu'un exemple: il est possible d'imaginer un suivi de l'évolution des paramètres avec la température ou avec l'humidité, etc..

2-2-3 Conclusion

Les résultats présentés au paragraphe 2-2-2 sont de nature à valider l'application de notre méthode d'estimation à la mesure des paramètres de l'impédance électrique des haut-parleurs. Cette méthode apparaît robuste aux accidents de mesure et aux défauts de modélisation. La résolution que nous atteignons étant de l'ordre de $2 \cdot 10^{-4}$ sur la fréquence de résonance et de

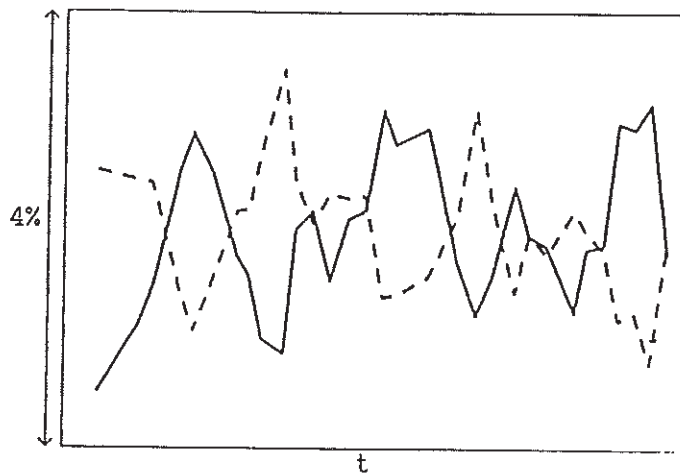
2.10^{-3} sur la résistance équivalente aux pertes mécaniques, il s'avère possible d'effectuer un suivi relativement fin des évolutions des paramètres mécaniques (comme nous l'avons fait pour l'influence du vieillissement), et ce uniquement à partir de mesures électriques. La méthode d'estimation que nous avons élaborée constitue ainsi un outil efficace pour étudier les haut-parleurs électrodynamiques et pour affiner la modélisation existante.

Cependant la grande résolution obtenue dans l'estimation des paramètres de la résonance ne doit pas occulter que ces derniers sont eux même sensibles aux variations des conditions de mesures. La figure 2.13 montre ainsi les estimations de la fréquence de résonance et de la résistance R_s effectuées sur différentes mesures de l'impédances électriques faites dans un laps de temps relativement court, le haut-parleur de 13 cm de diamètre utilisé (Audax BMX403, saladier en tôle emboutie) étant démonté de l'écran puis remonté entre chaque mesure.

Figure 2.13

Résultats d'estimation effectués sur plusieurs mesures de l'impédance électrique illustrant l'influence du montage du haut-parleur sur les paramètres

— variations de f_s
 --- variations de R_s .



La comparaison de plusieurs résultats d'estimations, comme nous sommes amenés à le faire ultérieurement, impose donc en général de ne pas modifier la fixation du transducteur et d'effectuer l'ensemble des mesures rapidement; ceci est particulièrement vrai pour la détermination de la masse mobile M_{ms} ou du volume équivalent V_{as} qui mettent en jeu deux estimations successives.

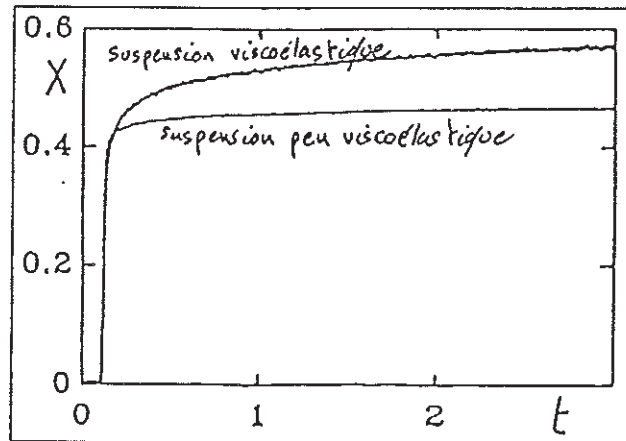
Ces remarques ne sont toutefois essentielles que pour des mesure en laboratoire destinées à des applications nécessitant cette haute résolution, la reproductibilité globale obtenue après montage et démontage étant suffisante pour la plupart des applications en contexte industriel.

CHAPITRE 3

ETUDE DE LA VISCOELASTICITE DES SUSPENSIONS

Dans le chapitre précédent, nous avons observé un écart entre le comportement de l'impédance électrique d'un haut-parleur et celui du circuit électrique équivalent. La conclusion du paragraphe 2-2-1 était que cet écart devait être dû à une modélisation imparfaite de l'équipage mobile, et résultait de la non prise en compte de la viscoélasticité des suspensions dans cette modélisation.

Nous abordons donc dans ce chapitre une étude visant à compléter la modélisation linéaire de la partie mécanique du haut-parleur en y incluant les effets liés à la viscoélasticité des suspensions. Ces effets semblent moins importants que ceux associés aux non-linéarités (que nous avons délibérément choisi d'écarter dans ce travail); ils nous ont néanmoins paru intéressants à étudier, ne serait-ce que parce qu'une amélioration du modèle "linéaire" nous semble pouvoir faciliter une analyse des effets liés aux non-linéarités. De plus, la viscoélasticité des suspensions paraît de nature à expliquer certaines différences constatées lors de la mesure des haut-parleurs par des méthodes différentes. Comme le montre la figure 3.1 [M.H. KNUDSEN & al. 1990], la prise en compte de ce phénomène paraît également indispensable pour assurer une bonne description du comportement du haut-parleur dans le domaine temporel.



Figures 3.1

Réponse en déplacement d'une suspension viscoélastique à une force échelon [M.H. KNUDSEN & al. 1990].

La viscoélasticité des suspensions se traduit par une variation de la compliance et des pertes mécaniques associées avec la fréquence. Si son effet sur l'impédance électrique du haut-parleur peut en première approximation être considéré comme négligeable (nous avons vu au paragraphe 2-2-1-c que la déformation de l'impédance motionnelle est partiellement compensée par

l'augmentation de la partie imaginaire de l'impédance électrique du moteur avec la fréquence), nous voyons dans ce chapitre que la prise en compte de ce phénomène est indispensable à une bonne restitution des caractéristiques linéaires de certains haut-parleurs (principalement ceux dont la suspension extérieure est en caoutchouc).

La modélisation que nous avons retenue pour décrire le phénomène n'ajoute qu'un seul paramètre au modèle basses fréquences précédemment décrit. Nous montrons qu'en ajoutant trois processus itératifs à la méthode d'estimation développée au chapitre précédent, il est possible d'estimer l'ensemble des paramètres du haut-parleur uniquement à partir de la mesure de son impédance électrique, c'est à dire sans avoir à effectuer de mesure autre que celles nécessaires à la connaissance des paramètres du modèle classique (exposé au chapitre 1). Cette modélisation a été préconisée pour la description du phénomène par KNUDSEN & al. [1990], [1993], et nous avons pu la relier à des études effectuées sur les matériaux viscoélastiques [MOSHREFI-THORBATI & HAMMOND 1993], [FAGES 1993].

La prise en compte de ces effets nécessite cependant de bien interpréter les écarts constatés entre les mesures et l'impédance électrique calculée selon la modélisation classique du haut-parleur. Nous présentons donc en préalable une analyse de cette impédance au voisinage de la fréquence de résonance, ce qui nous amènera à élaborer un procédé pour séparer l'impédance électrique du moteur de l'impédance électrique totale. Nous exposons ensuite la méthode que nous avons développée pour estimer les paramètres de la modélisation de l'impédance motionnelle incluant la viscoélasticité des suspensions. Nous présentons enfin quelques résultats expérimentaux de l'application de cette méthode aux haut-parleurs.

3-1 SEPARATION DE L'IMPEDANCE MOTIONNELLE DE L'IMPEDANCE ELECTRIQUE

3-1-1 Analyse de l'impédance électrique totale

La mise en évidence d'une anomalie lors de l'estimation du cercle de Kennelly nous a amené, au paragraphe 2-2-1, à mentionner l'existence de deux phénomènes non pris en compte dans le modèle électroacoustique classique: la

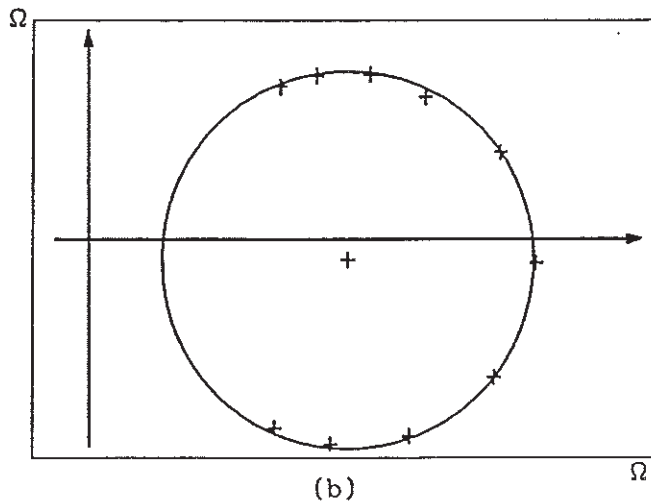
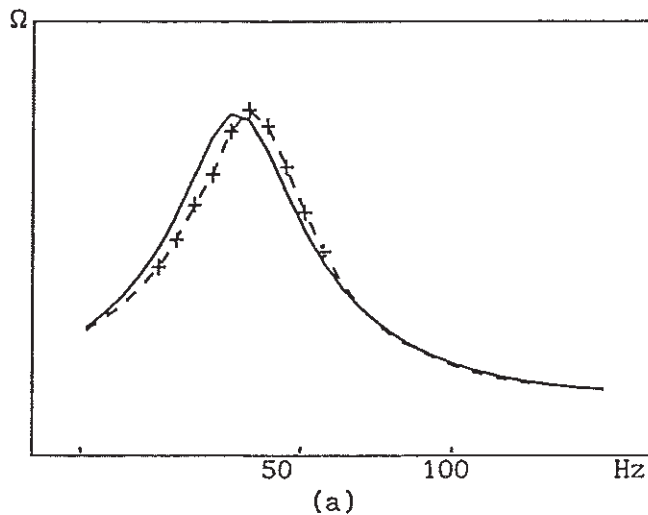
variation de l'impédance électrique du moteur et le comportement des suspensions. Le fait que les évolutions en fréquence de ces deux phénomènes influent de façon contraire sur l'impédance électrique (voir paragraphes 2-2-1-b et c) fait que le lieu de cette l'impédance dans le plan complexe reste extrêmement proche d'un cercle, même dans des cas où la viscoélasticité des suspensions est importante. La figure 3.2 illustre un tel cas correspondant à un haut-parleur de 13 cm de diamètre (KEF SP1057).

L'estimation des paramètres du modèle étant faite dans le plan complexe, le module de l'impédance calculé à partir de ces paramètres diffère notablement de celui mesuré, alors que l'accord avec le cercle estimé est excellent. La position anormale (voir paragraphe 2-2-1-b) du centre du cercle est cependant un bon indicateur de l'existence de suspensions viscoélastiques.

Figures 3.2

Impédance électrique d'un haut-parleur (KEF SP1057) dont les suspensions sont viscoélastiques: variation du module avec la fréquence (a) et représentation dans le plan complexe (b)

- impédance mesurée
- +++ mesures utilisées pour l'estimation des paramètres du modèle basses fréquences
- impédance calculée avec les paramètres estimés.



Afin de pouvoir compléter la procédure d'estimation des paramètres linéaires, nous sommes amenés à remettre en cause quelques propriétés du cercle correspondant au modèle de Thiele-Small. Ainsi, le centre du cercle ne doit plus être considéré comme situé sur l'axe des réels, ni même relié directement à la valeur de l'impédance électrique du moteur au voisinage de la fréquence de résonance; il perd ainsi tout lien avec les paramètres physiques du système. En fait, la courbe d'impédance ne peut être assimilée au cercle qu'au voisinage de la résonance, c'est-à-dire dans la zone du plan complexe correspondant à des abscisses de l'ordre de ou supérieures à celle du centre du cercle. Le reste du lieu de l'impédance est beaucoup plus gouverné par l'impédance électrique du moteur, et évolue donc de R_{cc} (à fréquence nulle) vers une tendance asymptotique qui n'est pas purement inductive (voir paragraphe 3-1-2).

La figure 3.3 schématise ce comportement; les écarts par rapport au cercle ont été exagérés pour plus de clarté.

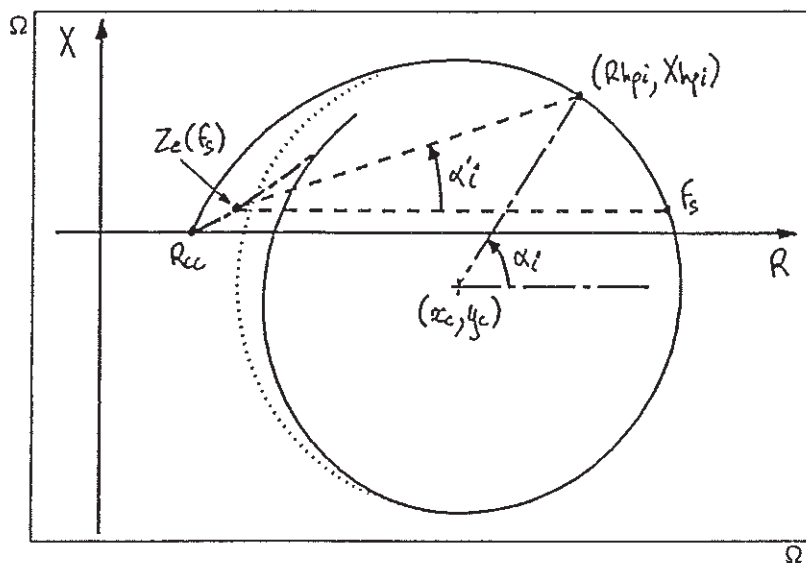


Figure 3.3

Allure de l'impédance électrique d'un haut-parleur dans le plan complexe dans laquelle les effets de la viscoélasticité des suspensions et de la variation de l'impédance électrique du moteur avec la fréquence sont exagérés.

- impédance électrique du haut-parleur
- ... cercle estimé
- impédance électrique du moteur

Cette figure 3.3 illustre le fait que le point de l'impédance électrique du moteur à la fréquence de résonance n'est plus situé sur un diamètre du cercle estimé, mais à une ordonnée positive correspondant à la valeur de Z_e à cette fréquence; l'ordonnée du centre du cercle est néanmoins négative à cause de l'évolution de certains paramètres de l'impédance motionnelle du fait de la viscoélasticité des suspensions.

Elle permet également de mettre en place un nouveau mode de graduation angulaire: l'angle α_i introduit au paragraphe 2-1-2 est remplacé par l'angle α'_i dont la définition ne fait plus appel au centre du cercle, mais au point représentant la valeur de l'impédance électrique du moteur, Z_e , à la résonance. Ces angles sont égaux en l'absence de viscoélasticité, et diffèrent peu en pratique; cette nouvelle définition permet également de considérer que la résonance a lieu pour $\alpha'_i=0$, et donc de garder le principe d'estimation présenté précédemment. Par ailleurs, l'impédance motionnelle est ainsi modélisable indépendamment de l'impédance électrique du moteur, avec toutefois comme hypothèse que cette dernière varie suffisamment peu pour être assimilée à $Z_e(f_s)$ pour tous les points qui servent à estimer les paramètres de l'impédance motionnelle; cette dernière hypothèse semble raisonnable vu la faible largeur de la bande de fréquences concernée.

Les relations de la graduation du cercle sont alors modifiées en remplaçant la relation 2.5 par:

$$\alpha'_i = 2 \arctan \left[\frac{(X_{hp1} - X_e(f_s))}{(R_{hp1} - R_e(f_s))} \right] \quad \text{rad} \quad (3.1)$$

où R_{hp1} et X_{hp1} sont les parties réelle et imaginaire de l'impédance électrique du haut-parleur à la fréquence f_1 .

Cette nouvelle relation implique donc la connaissance préalable de l'impédance électrique du moteur Z_e au voisinage de la fréquence de résonance. Généralement, la mesure de Z_e aux basses fréquences s'effectue sur un haut-parleur du même modèle que celui utilisé, mais dont la bobine est bloquée dans l'entrefer. L'inconvénient d'un tel procédé est qu'il nécessite de disposer de suffisamment de transducteurs pour pouvoir en sacrifier un, ce qui n'est pas toujours le cas. Aussi développons nous à l'aide d'une modélisation appropriée, un moyen d'évaluer la valeur de Z_e au voisinage de la fréquence de

résonance pour un haut-parleur quelconque, uniquement à partir d'une mesure large bande de son impédance électrique, et donc sans avoir à modifier en quoi que ce soit le transducteur.

3-1-2 Modélisation de l'impédance électrique du moteur

Si aux basses fréquences la résistance R_e peut être assimilée à R_{cc} , nous avons vu (au paragraphe 2-2-1-c) que la modélisation de X_e par une inductance s'avère inexacte. Une étude effectuée par VANDERKOOY [1989] propose une modélisation de l'impédance électrique du moteur du type:

$$Z_e = R_e + X_e = R_{cc} + Z_e' \quad \Omega \quad (3.2)$$

où Z_e' évoluerait aux basses fréquences comme une inductance puis tendrait vers une variation en $\sqrt{j\omega}$, mais la zone de transition entre ces deux comportements étant mal définie.

Nous préférons utiliser un modèle empirique proposé par WRIGHT [1990] qui possède une plus grande souplesse d'utilisation. Ce modèle introduit une impédance Z_e' de la forme:

$$Z_e' = Z_e - R_{cc} = K_r \omega^{x_r} + j K_i \omega^{x_i} \quad \Omega \quad (3.3)$$

Cette expression ne repose sur aucune étude physique du phénomène, toutefois l'auteur a constaté qu'en pratique le moteur d'un grand nombre de haut-parleurs pouvait être décrit ainsi. Bien que comportant probablement trop de degrés de libertés, ce modèle a en général un comportement similaire à celui de VANDERKOOY [1989] aux fréquences élevées. Pour estimer ces quatre paramètres (K_r , K_i , x_r et x_i), l'auteur utilise deux mesures de l'impédance électrique du haut-parleur à des fréquences supérieures à 7kHz (l'impédance électrique du haut-parleur est alors assimilable à Z_e) afin d'éviter les accidents de l'impédance motionnelle dus au comportement du diaphragme. Pour déterminer correctement Z_e aux basses fréquences, cette démarche est toutefois inadaptée et nous sommes amenés à estimer les quatre paramètres à des fréquences aussi basses que possible pour obtenir un résultat satisfaisant.

Nous mesurons tout d'abord l'impédance électrique Z_{hp} du haut-parleur étudié sur une large bande de fréquence (de 20Hz à 1kHz pour un haut-parleur résonnant vers 100Hz). Nous estimons ensuite les paramètres de son impédance motionnelle Z_s (f_s , Q_{ms} , R_s) d'après des mesures situées au voisinage de la fréquence de résonance, selon l'étude effectuée au paragraphe 2-1 mais en calculant les angles α_i d'après la relation 3.1, l'impédance du moteur étant assimilée dans ce premier temps à R_{cc} . Nous estimons ensuite la valeur de l'impédance Z_e' à chaque pulsation ω_1 avec:

$$Z_e'(\omega_1) = R_{e1} + jX_{e1} = Z_{hp}(\omega_1) - Z_s(\omega_1) - R_{cc} \quad \Omega \quad (3.4)$$

l'impédance motionnelle Z_s étant calculée à partir de ses paramètres estimés et des relations 1.33 et 1.34 pour chaque ω_1 .

Nous déterminons alors les paramètres K_r , K_i , x_r et x_i qui fournissent une impédance Z_e' théorique la plus proche possible de celle obtenue par la relation 3.4. Dans le but de minimiser l'influence des éventuelles résonances secondaires de l'impédance électrique, nous procédons à une estimation des quatre paramètres selon un critère des moindres carrés. Ainsi (comme effectué au paragraphe 2-1-2) nous minimisons la fonction d'erreur E_{ze} définie par:

$$E_{ze} = \sum_1 [\log(R_{e1}') - \log(K_r) - x_r \log(\omega_1)]^2 \quad (3.5)$$

Nous obtenons

$$\left\{ \begin{array}{l} \log(K_r) = \frac{LR\omega L\omega - LR L\omega^2}{L\omega^2 - nL\omega^2} \end{array} \right. \quad (3.6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_r = \frac{LR L\omega - nLR\omega}{L\omega^2 - nL\omega^2} \end{array} \right. \quad (3.7)$$

où nous avons posé

$$\left\{ \begin{array}{l} LR = \sum_1 \log R_{e1}' \end{array} \right. \quad (3.8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} L\omega = \sum_1 \log \omega_1 \end{array} \right. \quad (3.9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} LR\omega = \sum_1 \log R_{e1}' \log \omega_1 \end{array} \right. \quad (3.10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} L\omega^2 = \sum_1 (\log \omega_1)^2 \end{array} \right. \quad (3.11)$$

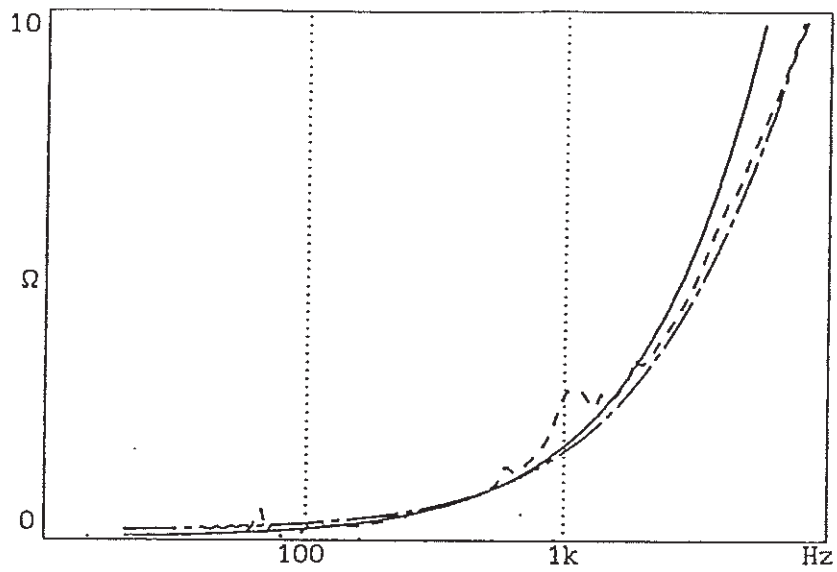
L'estimation de K_1 et de x_1 s'effectue de la même manière.

Pour améliorer l'estimation des paramètres de Z_e' , nous insérons le procédé que nous venons de décrire dans un processus itératif au cours duquel des estimations successives des paramètres de Z_e et de Z_s sont effectuées, l'origine pour le calcul des angles α_i étant alors fixée par les dernières valeurs de R_e et de X_e calculées (avec les dernières valeurs de K_r , K_1 , x_r et x_1) selon la relation 3.3 au voisinage de la fréquence de résonance; la stabilité de l'estimation est assurée au bout de 2 ou 3 itérations.

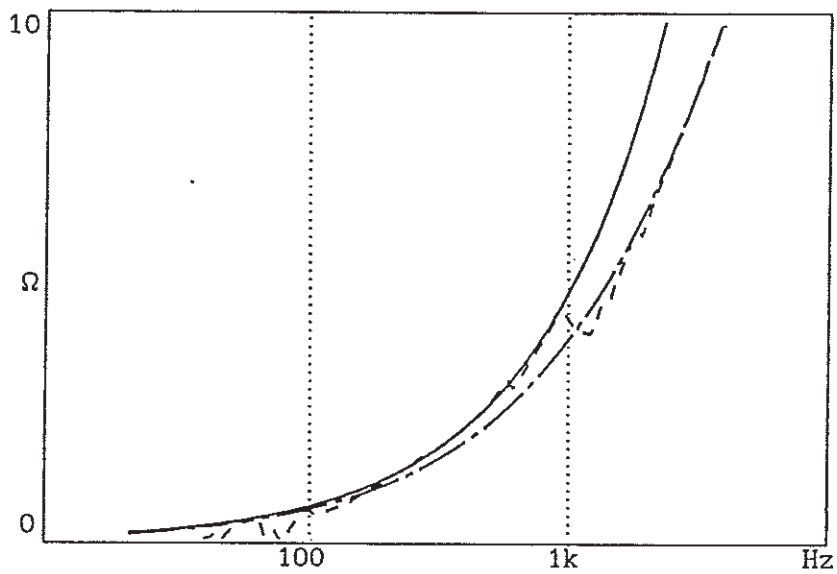
Le problème majeur qui apparaît pour calculer les quatre paramètres de Z_e' est que cette impédance décroît quand la fréquence diminue; nous sommes donc tenus de ne pas utiliser de valeurs correspondant à des fréquences trop basses dans la relation 3.4, pour limiter une erreur relative importante sur la valeur Z_e' due à l'inexactitude sur le calcul de l'impédance motionnelle. Ainsi pour une fréquence de résonance du haut-parleur de 100Hz, il est préférable de ne retenir pour calculer les paramètres de Z_e' que les mesures de l'impédance électrique situées à des fréquences supérieures à 200Hz. D'autre part, une limite haute fréquence est également imposée par les accidents de l'impédance électrique résultant du comportement du diaphragme. Pour l'exemple de la figure 3.4, nous ne retiendrons que les fréquences situées entre 200 et 500Hz.

Le tableau 3.1 présente les résultats de l'estimation des parties réelle et imaginaire de Z_e pour les deux haut-parleurs du paragraphe 2-2-1-c, et les valeurs mesurées (haut-parleur bloqué) et calculées par le modèle inductif. Les valeurs estimées sont calculées pour différentes fréquences par la relation 3.3 avec les paramètres K_r , K_1 , x_r et x_1 obtenus par le procédé que nous venons de décrire. Les bobines des deux haut-parleurs utilisés sont ensuite bloquées à l'aide d'un film plastique introduit dans l'entrefer afin de permettre la mesure directe de l'impédance Z_e . Nous rappelons également les valeurs que nous pouvons déduire avec modèle purement inductif, à partir d'une mesure de l'inductance équivalente à une fréquence proche de 1kHz.

Il apparaît que les évaluations de R_e et X_e que nous effectuons sont légèrement différentes des valeurs mesurées sur les haut-parleurs bloqués car, comme le montrent les tracés de $R_e(\omega)$ et de $X_e(\omega)$ présentés en figure 3.4 pour le BMX403 de Audax, l'estimation des paramètres de Z_e' est perturbée par la



(a)



(b)

Figure 3.4

Evolution de Z_e' avec la fréquence pour un haut-parleur de 13 cm (BHX403 Audax, exemple du tableau 3.1a): Re (a) et Xe (b)

- mesure de Z_e sur le haut-parleur bloqué puis $Z_e' = Z_e - R_{cc}$
- mesure de Z_{hp} sur le haut-parleur non bloqué puis $Z_e' = Z_{hp} - Z_s - R_{cc}$
- estimation des paramètres de Z_e' d'après la mesure de Z_{hp} sur le haut-parleur non bloqué puis $Z_e' = K_r \omega^{x_r} + jK_i \omega^{x_i}$

présence même lointaine d'un accident dû sans doute au comportement du diaphragme. Cet effet apparait clairement sur les résultats obtenus pour ce haut-parleur (tableau 3.1a) où la prédiction de X_e que nous proposons pour les deux plus hautes fréquences surestime largement la valeur réelle; l'estimation est apparemment meilleure pour le deuxième haut-parleur (tableau 3.1b). Par contre, pour les fréquences peu élevées, et pour les deux exemples présentés, l'écart semble acceptable et est inférieur à celui constaté entre la valeur mesurée de X_e et celle prédite par le modèle inductif. Nous voyons par la suite que la précision que nous obtenons est suffisante en pratique.

	mesurées (en blocage)		estimées ($Z_e' = K_r \omega^{X_r} + j K_i \omega^{X_i}$)		modèle inductif ($Z_e' = j \omega L_e$)	
	Re (Ω)	Xe (Ω)	Re (Ω)	Xe (Ω)	Re (Ω)	Xe (Ω)
f=52 Hz	6,98	0,17	6,85	0,23	6,85	0,10
f=103Hz	7,00	0,30	6,86	0,40	6,85	0,20
f=197Hz	7,05	0,53	6,95	1,67	6,85	0,39
f=304Hz	7,10	0,78	7,05	1,95	6,85	0,60

(a)

	mesurées (en blocage)		estimées ($Z_e' = K_r \omega^{X_r} + j K_i \omega^{X_i}$)		modèle inductif ($Z_e' = j \omega L_e$)	
	Re (Ω)	Xe (Ω)	Re (Ω)	Xe (Ω)	Re (Ω)	Xe (Ω)
f=52 Hz	6,59	0,37	6,40	0,36	6,35	0,17
f=103Hz	6,65	0,62	6,47	0,66	6,35	0,34
f=197Hz	6,78	1,05	6,62	1,16	6,35	0,64
f=304Hz	6,96	1,49	6,81	1,70	6,35	0,99

(b)

Tableau 3.1

Résultats de l'estimation de l'impédance électrique du moteur aux basses fréquences pour les deux haut-parleurs de 13cm utilisés au paragraphe 2-2-1-c (a:BMX403 et b:BMH403 de Audax), et comparaison avec les valeurs mesurées sur ces deux mêmes haut-parleurs bloqués et avec celles obtenues par le modèle inductif.

3-2 MODELISATION INCLUANT LA VISCOELASTICITE DES SUSPENSIONS

3-2-1 Modélisation d'une suspension viscoélastique

Une suspension viscoélastique peut être modélisée par une association de raideurs et d'amortisseurs comme le modèle de Poyting [BARBE 1983] présenté en figure 3.5 (en analogie force-vitesse) qui, selon ZIMMERMANN [1970], est adapté à la description du fonctionnement des haut-parleurs.

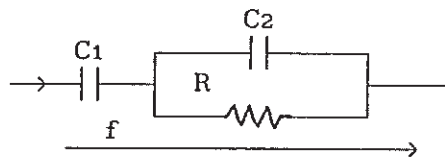


Figure 3.5
Schéma équivalent d'une suspension viscoélastique
(modèle de Poyting)

Une publication récente [KNUDSEN & JENSEN 1993] affirme cependant le contraire, et propose deux autres modélisations qui toutes deux semblent décrire correctement le phénomène. La première, empirique, donne une variation de la compliance en $\log(j\omega)$, tandis que la deuxième, issue de travaux sur les matériaux viscoélastiques, introduit une compliance complexe de la forme:

$$\tilde{C}_{ms}(\omega) = C_{mv}(j\omega)^{-\beta}. \quad \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^2 \quad (3.12)$$

C'est cette seconde modélisation que nous retenons car, outre son sens physique, elle présente l'avantage d'être facilement intégrable dans la méthode d'estimation que nous avons développée au chapitre précédent. En effet, cette modélisation modifie peu la relation traduisant la graduation fréquentielle de l'impédance motionnelle (relation 2.6), ce qui facilite l'estimation de l'ensemble des paramètres.

Le paramètre β est nul dans le cas d'une suspension non-viscoélastique (on retrouve alors la modélisation habituelle) et semble atteindre des valeurs de l'ordre de 0.2 dans le cas d'une suspension de haut-parleur [KNUDSEN & al. 1990]. Le paramètre C_{mv} est une constante qui coïncide avec C_{ms} dans le modèle non-viscoélastique, mais qui a une dimension différente dans le cas général. La grandeur électrique qui lui correspond est notée L_v par la suite.

D'après MOSHREFI-THORBATI & HAMMOND [1993] et FAGES [1993], l'introduction du facteur $(j\omega)^\beta$ dans la relation 3.12 correspond à une relation entre la force de rappel $f(t)$ et la dérivée fractionnaire d'ordre β du déplacement $\xi(t)$:

$$f(t) = \frac{1}{C_{mv}} \frac{d^\beta}{dt} \xi(t) \quad N \quad (3.13)$$

relation qui en régime harmonique conduit à:

$$f(t) = \frac{(j\omega)^\beta}{C_{mv}} \xi(t). \quad N \quad (3.14)$$

La "compliance" équivalente \tilde{C}_{ms} est ici définie par deux paramètres C_{mv} et β et est assimilée à une fonction de transfert dynamique (dépendant de la fréquence) entre $f(t)$ et $\xi(t)$. MOSHREFI-THORBATI et HAMMOND [1993] montrent que cette modélisation introduit un phénomène de mémoire dans l'évolution temporelle de l'excursion, ce qui expliquerait l'hystérésis observé sur certaines suspensions par ELLIOT [1978] et par BAGLEY & TORVIC [1979].

Bien que selon KNUDSEN & al. [1990] cette modélisation semble adaptée à la description du fonctionnement des haut-parleurs, elle n'en demeure pas moins incomplète. En effet, si l'association de deux suspensions non viscoélastiques (suspension extérieure et spider) peut être modélisée aux basses fréquences par une seule compliance, il n'en est pas de même de deux suspensions viscoélastiques de coefficients β a priori différents.

Le remplacement de la compliance classique C_{ms} par la fonction de transfert dynamique $\tilde{C}_{ms}(\omega)$ introduit un amortissement mécanique qui dépend de la fréquence. Nous désignons alors par R_{ms0} les pertes mécaniques autres que celles liées à la viscoélasticité des suspensions (ces pertes sont supposées constantes avec la fréquence) et par $R_{s0} = (Bl)^2 / R_{ms0}$ la résistance électrique correspondante. La modélisation de la masse mobile étant inchangée, l'expression de l'impédance motionnelle incluant la viscoélasticité des suspensions, que nous notons Z_{sv} , est ainsi:

$$Z_{sv} = \frac{1}{j\omega C_s + \frac{1}{R_{s0}} + \frac{1}{L_v (j\omega)^{1-\beta}}} \quad \Omega \quad (3.15)$$

Cette impédance comporte quatre paramètres: C_s , L_v , R_{s0} et β . Les éléments inductif et résistif du circuit RLC parallèle équivalent peuvent être exprimés sous la forme de deux grandeurs réelles dépendantes de ω :

$$L_s(\omega) = \frac{L_v}{\omega^\beta \cos(\pi\beta/2)} \quad \text{H} \quad (3.16)$$

$$R_s(\omega) = \frac{1}{\frac{1}{R_{s0}} + \frac{\sin(\pi\beta/2)}{L_v \omega^{1-\beta}}} \quad \Omega \quad (3.17)$$

La pulsation ω_{sv} correspondant au pôle de l'impédance motionnelle Z_{sv} est alors donnée par:

$$\omega_{sv} = \left[\frac{\cos(\pi\beta/2)}{C_s L_v} \right]^{\frac{1}{2-\beta}} \quad \text{rad.s}^{-1} \quad (3.18)$$

3-2-2 Méthode d'estimation des paramètres du modèle

Dans [M.H.KNUDSEN & J.G.JENSEN 1993], les paramètres mécaniques de la modélisation présentée ci-dessus sont estimés à partir de la mesure du déplacement de la membrane (avec un capteur optique). Pour obtenir un rapport signal/bruit suffisant, ce type de mesure implique des déplacements de membrane importants ce qui génère des non-linéarités qui biaisent l'estimation des paramètres du modèle linéaire. Les auteurs s'affranchissent partiellement du problème en maintenant l'amplitude du déplacement constante avec la fréquence.

Pour notre part, nous choisissons d'estimer ces paramètres à partir de la mesure de l'impédance électrique du haut-parleur. Cette mesure, qui peut être précise même à faible niveau d'excitation, conduit à une méthode expérimentale plus simple que celle utilisée par ces auteurs. Dans l'hypothèse où le facteur de force B_l est constant, les paramètres mécaniques (M_{ms} , C_{mv} et R_{ms0}) ont le même comportement que les paramètres électriques ainsi mesurés. Le terme β , qui traduit le degré de viscoélasticité des suspensions, est lui indépendant de l'analogie utilisée: la mesure précise de ce paramètre est donc facilitée par l'approche que nous proposons.

Nous exposons ci-après la méthode d'estimation que nous avons développée pour pouvoir déterminer les quatre paramètres de ce modèle. Cette méthode d'estimation s'inspire de celle que nous avons présentée au deuxième chapitre, mais fait intervenir deux processus itératifs.

3-2-2-a Graduation fréquentielle de l'impédance motionnelle lorsque β est connu

Comme précisé au paragraphe 3-1-1, nous effectuons maintenant le calcul des angles α'_i repérant les points de l'impédance électrique du haut-parleur dans le plan complexe à partir du point (R_e, X_e) représentant l'impédance électrique du moteur à la fréquence de résonance. Cette impédance est supposée connue avec une précision suffisante. En remplaçant dans l'expression 2.6 (avec les relations 1.23 et 1.25) la fréquence de résonance et le facteur de qualité mécanique par les éléments du circuit équivalent, et en négligeant l'effet des non-linéarités, la relation donnant la graduation fréquentielle de l'impédance motionnelle devient:

$$\tan(\alpha'_i/2) = [1 - \omega_i^2 C_s L_s(\omega_i)] R_s(\omega_i) / [\omega_i L_s(\omega_i)] \quad (3.19)$$

soit, d'après les relations 3.16 et 3.18

$$\tan(\alpha'_i/2) = (\omega_{sv}^{2-\beta} - \omega_i^{2-\beta}) C_s R_{si} / \omega_i^{1-\beta} \quad (3.20)$$

où nous avons noté R_{si} la valeur de la résistance $R_s(\omega_i)$ déduite (d'après la relation 2.9) de la mesure de l'impédance électrique à la pulsation ω_i :

$$R_{si} = (R_{hpi} - R_e) + \frac{(X_{hpi} - X_e)^2}{(R_{hpi} - R_e)} \quad \Omega \quad (3.21)$$

Nous obtenons avec la relation 3.20 une expression de la graduation fréquentielle de l'impédance motionnelle similaire à celle donnée par la relation 2.6. En supposant la valeur de β connue, la minimisation de la fonction d'erreur E_{ve} définie par:

$$E_{ve} = \sum_i \left[\tan(\alpha'_i/2) / R_{si} - (\omega_{sv}^{2-\beta} - \omega_i^{2-\beta}) C_s / \omega_i^{1-\beta} \right]^2 \quad (3.22)$$

conduit, de façon similaire à l'étude menée au paragraphe 2-1-2, à:

$$C_s = \frac{RTW\beta \cdot RW\beta - RTW \cdot RW2\beta}{RW2 \cdot RW2\beta - RW\beta^2} \quad \text{F} \quad (3.23)$$

$$\omega_{sv} = \left[\frac{RW2 \cdot RTW\beta - RW\beta \cdot RTW}{RW\beta \cdot RTW\beta - RW2\beta \cdot RTW} \right] \frac{1}{2-\beta} \quad \text{rad s}^{-1} \quad (3.24)$$

où nous avons posé

$$\left\{ \begin{array}{l} RTW = \sum R_{s1} \tan(\alpha'_i/2) \omega_i \quad (3.25) \\ RTW\beta = \sum R_{s1} \tan(\alpha'_i/2) \omega_i^{\beta-1} \quad (3.26) \\ RW2 = \sum R_{s1}^2 \omega_i^2 \quad (3.27) \\ RW2\beta = \sum R_{s1}^2 \omega_i^{2\beta-2} \quad (3.28) \\ RW\beta = \sum R_{s1}^2 \omega_i^\beta \quad (3.29) \end{array} \right.$$

Il s'ensuit que la connaissance de β permet un calcul analytique des paramètres ω_{sv} et C_s nécessaires à l'obtention de la graduation fréquentielle de l'impédance motionnelle. Si $\beta=0$ (modélisation basses fréquences classique), nous retrouvons les expressions données au paragraphe A1-1-2-b de l'annexe A.

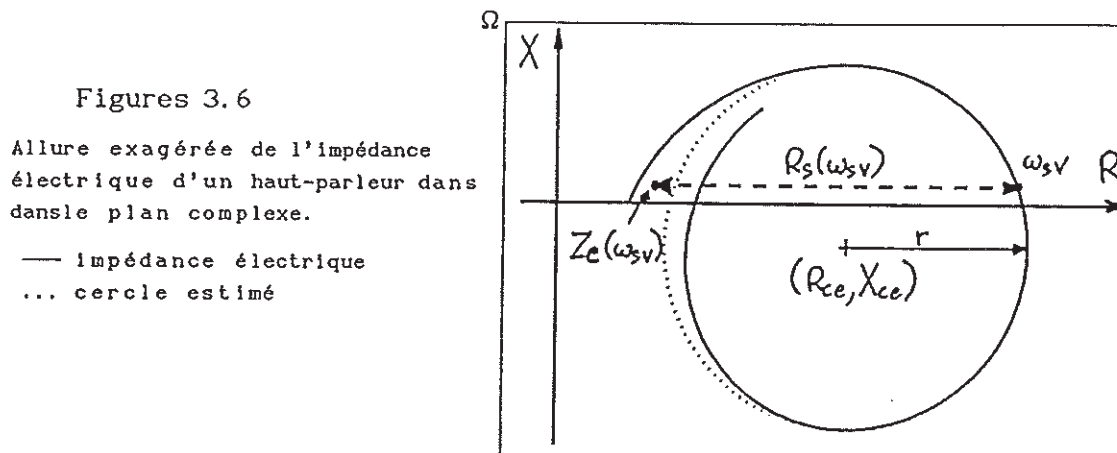
3-2-2-b Utilisation de processus itératifs

Le problème revient donc à déterminer le paramètre β (pour calculer ω_{sv} et C_s) et la résistance R_{s0} pour disposer de l'ensemble des paramètres de l'impédance motionnelle. La seule relation que nous n'ayons pas encore employée est la relation 3.17 qui donne l'expression théorique de la résistance $R_s(\omega)$. Nous allons nous servir de cette relation pour ajuster le paramètre β en comparant l'évolution théorique de $R_s(\omega)$ avec la pulsation ω (relation 3.17) et les valeurs calculées (par relation 3.24) de la résistance R_{s1} à chaque pulsation ω_i .

Comme nous le constatons sur le résultat d'estimation présenté en figure 3.2b, le lieu de l'impédance motionnelle d'un haut-parleur dont les suspensions sont viscoélastiques peut encore être correctement approximé par un arc de cercle au voisinage de la fréquence de résonance. Mais les valeurs

obtenues pour l'abscisse du centre R_{ce} et le rayon r du cercle ne peuvent plus être directement reliées aux résistances du circuit électrique équivalent. En particulier, comme le montre la figure 3.6, le point de la courbe d'impédance à ω_{sv} a une ordonnée différente de celle du centre du cercle estimé, et ne correspond ni au maximum de l'impédance électrique, ni à celui de l'impédance motionnelle. Cependant les abscisses de ces trois points sont peu différentes, ce qui nous permet de prendre l'hypothèse suivante (l'impédance motionnelle étant réelle à la résonance):

$$R_s(\omega_{sv}) \approx (R_{ce} + r - R_e) \quad \Omega \quad (3.30)$$



En pratique, cette approximation est d'autant plus valable que les suspensions sont peu viscoélastiques (β petit). L'erreur commise sur la valeur de $R_s(\omega_{sv})$, du fait de l'hypothèse que nous prenons avec la relation 3.30, s'ajoute à l'incertitude liée au calcul de $R_s(\omega_{sv})$ (qui provient des incertitudes sur R_{ce} , r et R_e); nous admettons qu'elle lui est suffisamment inférieure pour être négligée, ce qui semble vraisemblable pour les ordres de grandeur du paramètre β que nous avons rencontrés.

Nous utilisons ensuite le double processus itératif présenté en figure 3.7 pour évaluer, l'une en fonction de l'autre, les paires de paramètres β et R_{s0} d'une part, ω_{sv} et C_s d'autre part: l'estimation de β et de R_{s0} est faite d'après ω_{sv} et $L_s(\omega_{sv})$ (qui remplace C_s , voir relations 3.16-18), et sert à calculer les nouvelles valeurs des paramètres d'une itération à l'autre.

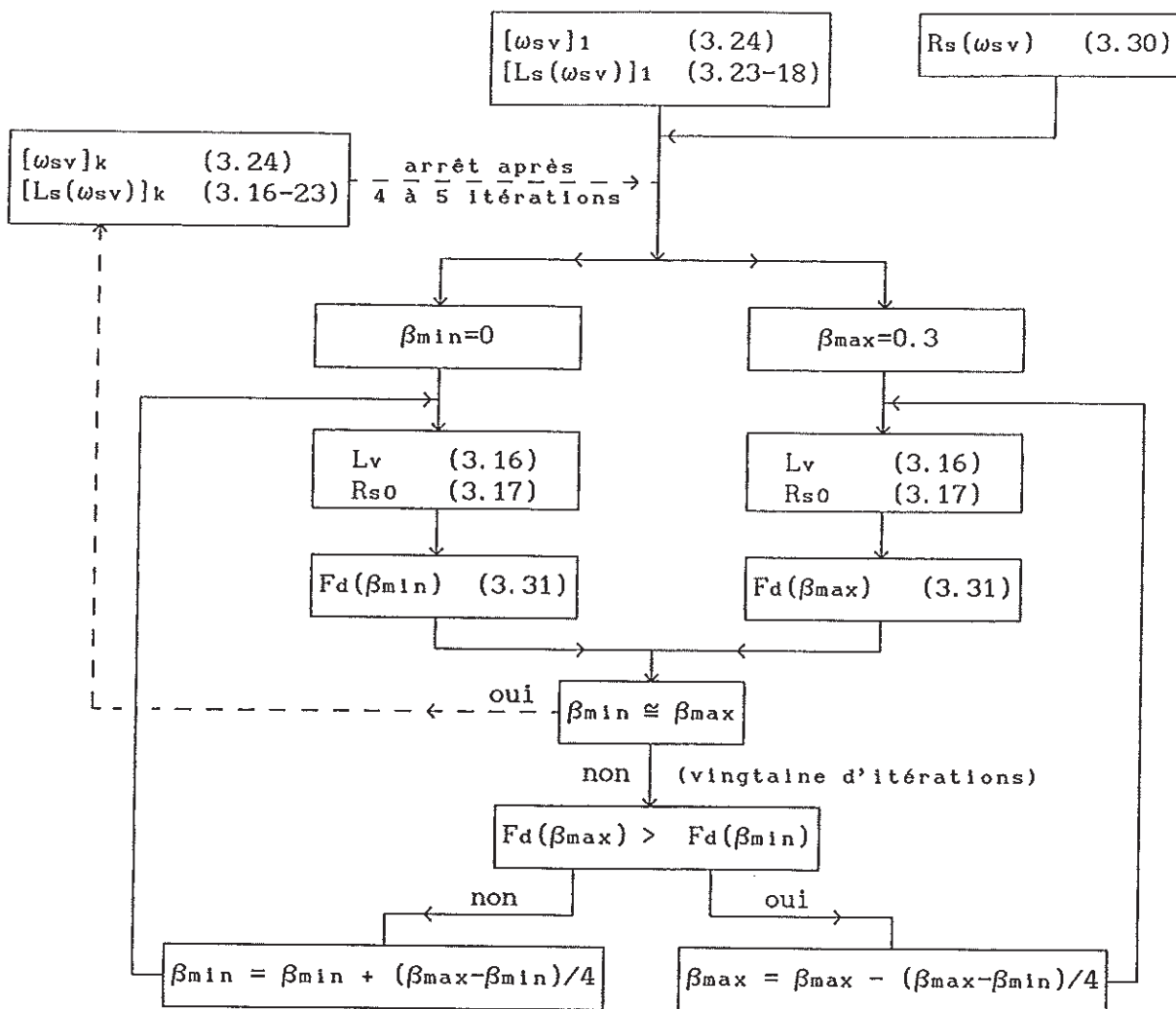


figure 3.7

Organigramme présentant le double processus itératif utilisé pour estimer les quatre paramètres de l'impédance motionnelle.

Ainsi, pour la $k^{\text{ème}}$ itération $[\omega_{sv}]_k$ et $[Ls(\omega_{sv})]_k$ sont supposés connus et nous recherchons la valeur de β qui minimise la fonction $F_d(\beta)$ définie par:

$$F_d(\beta) = \sum_i |R_s(\omega_i) - R_{s1}| \quad \Omega \quad (3.31)$$

Dans cette relation, $R_s(\omega_i)$ est donné par (3.17) pour chaque pulsation ω_i et R_{s1} par (3.21).

Cette valeur de β est obtenue par dichotomie à l'intérieur de l'intervalle $[0, 0,3]$ car la valeur la plus élevée que nous ayons relevée en pratique est inférieure à 0,2 (cet ordre de grandeur est confirmé par FAGES [1993]). Pour chacune des deux valeurs extrêmes de β , nous déterminons les paramètres L_v et R_{s0} correspondants, d'après $[\omega_{sv}]_k$, $[L_s(\omega_{sv})]_k$ et la relation 3.16 pour L_v , et d'après L_v , $[\omega_{sv}]_k$, $R_s(\omega_{sv})$ et la relation 3.17 pour R_{s0} (en effet $[\omega_{sv}]_k$ et $[L_s(\omega_{sv})]_k$ sont caractéristiques de la résonance tandis que R_{s0} et L_v dépendent de la valeur de β utilisée). Nous calculons ensuite F_d pour ces deux valeurs de β , et nous diminuons d'un quart l'intervalle encadrant β en modifiant la borne associée à la valeur de la fonction F_d la plus élevée. Les valeurs de β et de R_{s0} correspondant aux valeurs de $[\omega_{sv}]_k$, $[L_s(\omega_{sv})]_k$ sont alors stables au bout d'une vingtaine d'itérations.

La valeur de β ainsi déterminée permet alors de calculer les estimations de $[\omega_{sv}]_{k+1}$ et $[L_s(\omega_{sv})]_{k+1}$ à partir des relations 3.23, 3.24, 3.16 et 3.18 et ainsi de suite. La convergence de l'estimation des paramètres est assurée au bout de 4 à 5 itérations, ce que l'on constate au fait que les valeurs de β issues des recherches dichotomiques successives ne varient plus de manière significative (variations de l'ordre de 10^{-2}). Lors de la première itération, $[\omega_{sv}]_1$ et $[L_s(\omega_{sv})]_1$ sont les paramètres ω_s et L_s estimés pour une modélisation classique de l'impédance motionnelle; ils sont calculés d'après les relations 3.23-29 en imposant $\beta=0$. Les valeurs de ω_{sv} , C_s , R_{s0} sont enfin déterminées à partir de la dernière valeur obtenue pour β .

Deux principales sources d'erreur nuisent à une évaluation précise de β . La première, constatée en pratique, est liée à la validité de l'hypothèse permettant le calcul de $R_s(\omega_{s0})$ (relation 3.30). La deuxième résulte de l'utilisation d'une valeur erronée de X_e qui fausse l'estimation de la pulsation de résonance $[\omega_{sv}]_k$, et par conséquent biaise le calcul de R_{s0} et de L_v . L'effet sur l'estimation de β semble d'autant plus important que l'erreur sur X_e (ΔX_e), divisée par $R_s(\omega_{sv})$, est grande.

Les conséquences de ces deux causes d'erreur sur la valeur de β sont illustrées par le tableau 3.2. Il présente les résultats d'estimation du paramètre β effectués, par la méthode que nous venons de développer et pour différentes valeurs de $\Delta X_e/R_s(\omega_{sv})$, pour deux impédances électriques simulées de paramètre théorique β égal à 0,2 et à 0,1; les valeurs des paramètres que

nous prenons pour ces simulations sont comparables à celles obtenues expérimentalement.

$\Delta X_e/R_s(\omega_{sv})$	-6.10^{-3}	-4.10^{-3}	-2.10^{-3}	0	2.10^{-3}	4.10^{-3}	6.10^{-3}
$\beta=0.2$	0.177	0.182	0.188	0.193	0.199	0.205	0.210
$\beta=0.1$	0.081	0.087	0.093	0.098	0.104	0.110	0.116

Tableau 3.2

Estimations de β effectuées, en fonction de $\Delta X_e/R_s(\omega_{sv})$, sur des simulations d'impédance électrique correspondant à des valeurs théoriques de β égales à 0.2 et à 0.1.

On constate que, à β donné, l'erreur que nous commettons sur l'estimation de la valeur de β est d'autant plus importante que $|\Delta X_e/R_s(\omega_{sv})|$ est grand. Il apparait également une dissymétrie car la valeur théorique de β n'est pas obtenue lorsque $\Delta X_e=0$. Ceci résulte sans doute de l'hypothèse effectuée sur le calcul de $R_s(\omega_{sv})$; l'erreur est d'autant plus faible que β est petit.

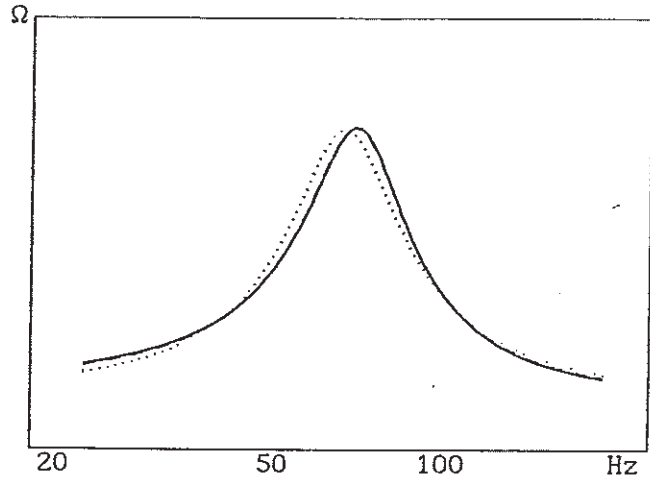
L'application de notre méthode d'estimation à une impédance électrique réelle nécessite donc de connaître, avec une précision suffisante, l'impédance électrique du moteur au voisinage de la fréquence de résonance (et plus particulièrement la partie imaginaire de cette impédance). Ceci semble être en partie assuré par le procédé que nous avons développé au paragraphe 3-1-2, avec lequel les valeurs obtenues de $\Delta X_e/R_s(\omega_{sv})$ sont inférieures en valeur absolue à 4.10^{-3} . Nous pouvons par conséquent supposer, d'après les résultats du tableau 3.2, que l'intervalle d'incertitude sur l'estimation de β est de l'ordre de 10^{-2} , ce qui s'avère suffisant.

En effet la valeur de β ne semble pas très critique car en pratique plusieurs triplets $\{\beta, L_v, R_{s0}\}$ peuvent conduire aux mêmes valeurs de $L_s(\omega_{sv})$ et de $R_s(\omega_{sv})$, tout en décrivant encore l'impédance motionnelle de façon satisfaisante; la combinaison optimale ne correspond donc en fait qu'à un extremum assez peu prononcé. Nous montrons ainsi à titre d'exemple sur la figure 3.8 une impédance électrique théorique correspondant à une valeur de β de 0.21, et deux impédances calculées après estimation des paramètres avec des

valeurs de β fixée à 0.18 et 0 (modèle classique de l'impédance motionnelle). Les paramètres théoriques et estimés sont donnés dans le tableau 3.3.

Figures 3.8
 Impédances électriques
 correspondant à différentes
 valeurs de β :

- impédance théorique
 ($\beta=0,21$)
- impédance calculée avec
 les paramètres estimés
 en fixant β à 0,18
- ... impédance calculée avec
 les paramètres estimés
 en fixant β à 0
 (modèle classique).



paramètre	C_s (F)	$L_s(\omega_{sv})$ (H)	$R_s(\omega_{sv})$ (Ω)	f_{sv} (Hz)
$\beta=0,21$	$2 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-2}$	30,1	65
$\beta=0,18$	$1,97 \cdot 10^{-4}$	$3,05 \cdot 10^{-2}$	30,1	65
$\beta=0$	$1,81 \cdot 10^{-4}$	$3,47 \cdot 10^{-2}$	30,2	63,5

Tableau 3.3

Paramètres correspondant aux différentes courbes de la figure 3.8. Les paramètres théoriques sont ceux correspondant à $\beta=0,21$, les autres sont estimés en fixant β à 0,18 et à 0.

Nous voyons effectivement que l'écart entre l'impédance calculée d'après les paramètres estimés et l'impédance théorique est faible lorsque β est fixé à 0,18, et que cet écart est nettement plus important lorsque β est pris égal à 0. Par ailleurs, la valeur de la capacité équivalente à la masse mobile C_s estimée en fixant β à 0.18 est pratiquement égale à la valeur théorique utilisée. D'un point de vue physique, cette constatation est satisfaisante d'autant que, compte tenu de la précision sur l'estimation de ce paramètre, une si faible fluctuation ne peut être décelée avec certitude.

3-3 APPLICATION AUX HAUT-PARLEURS

La méthode exposée ci-avant présentant de bonnes chances d'estimer, à partir de l'impédance électrique, les paramètres du modèle proposé au paragraphe 3-2-1 pour tenir compte de la viscoélasticité des suspensions, il nous faut à présent tenter d'appliquer cette méthode à la caractérisation des haut-parleurs. Ceci suppose cependant de connaître relativement bien l'impédance motionnelle pour pouvoir estimer l'impédance électrique du moteur et réciproquement; il est donc fait appel à un troisième processus itératif (celui mentionné au paragraphe 3-1-2) pour séparer les deux termes.

3-3-1 Procédure expérimentale

Ainsi, partant d'une valeur de Z_e égale à R_{cc} , nous estimons les paramètres de l'impédance motionnelle d'après l'étude menée au paragraphe 3-2-2. Ils permettent d'effectuer une première évaluation au voisinage de la fréquence de résonance de l'impédance électrique du moteur, selon le procédé présenté au paragraphe 3-1-2 (dans la relation 3.4, l'impédance motionnelle Z_s est remplacée par l'impédance motionnelle incluant la viscoélasticité des suspensions Z_{sv} dont l'expression analytique est donnée par la relation 3.15). Cette valeur de Z_e est ensuite utilisée comme référence (à la place de R_{cc}) pour effectuer une nouvelle estimation des paramètres de Z_{sv} , lesquels permettent un nouveau calcul de Z_e au voisinage de la fréquence de résonance et ainsi de suite.

Les paramètres (K_r , x_r , K_i , et x_i) utilisés pour modéliser l'impédance électrique du moteur au voisinage de la fréquence de résonance ne décrivant pas de façon correcte son comportement à des fréquences plus élevées (voir la figure 3.4), nous en faisons éventuellement une estimation. correspondant à une bande de fréquence plus large (pour l'exemple de la figure 3.4, nous retenons les fréquences comprises entre 200Hz et 2kHz). Ceci permet de prolonger la validité de la modélisation de l'impédance électrique du moteur aux plus hautes fréquences, son comportement au niveau de la fréquence de résonance du haut-parleur pouvant être modélisé plus grossièrement pour le tracé de l'impédance électrique totale (puisque $|Z_{sve}|$ est nettement supérieur à $|Z_e|$ dans cette partie du spectre).

L'impédance électrique du haut-parleur est donc déterminée par neuf paramètres, quatre pour l'impédance motionnelle (C_s , R_{s0} , L_v , et β) et cinq pour l'impédance électrique du moteur (R_{cc} et les quatre paramètres K_r , x_r , K_l et x_l du modèle de Wright, estimés sur une large bande de fréquence). Mais, pour obtenir l'ensemble de ces paramètres, nous n'avons besoin que d'une seule mesure large bande de l'impédance électrique du haut-parleur. Les différentes étapes de la procédure que nous utilisons sont regroupées dans l'organigramme de la figure 3.9.

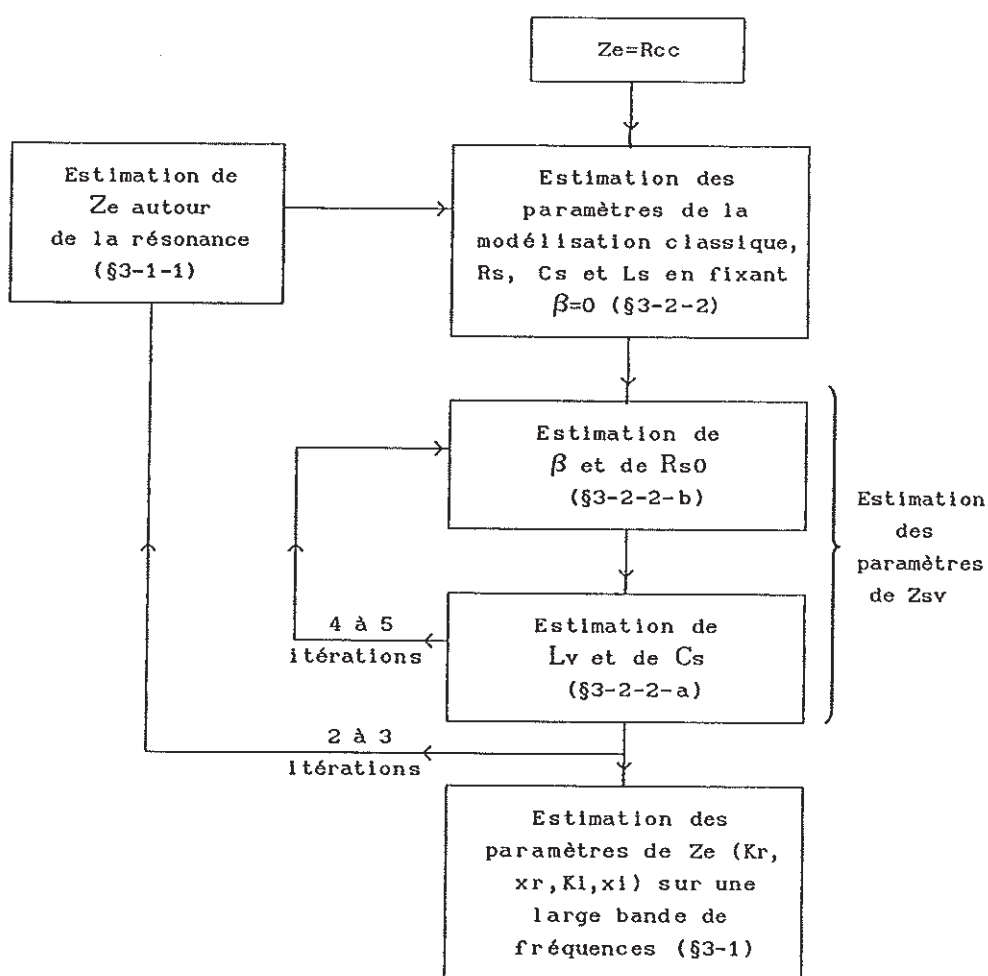


Figure 3.9

Organigramme de la méthode d'estimation utilisée indiquant les deux itérations effectuées.

3-3-2 Résultats d'estimation

Les impédances électriques de deux haut-parleurs de 13 cm de diamètre (KEF SP1057 et AUDAX BMH403) sont présentés en figures 3.10 et 3.11, avec les impédances calculées d'après les paramètres que nous estimons pour les deux modélisations employées (modèle classique où modèle incluant la viscoélasticité des suspensions). Les paramètres β obtenus sont respectivement de 0,17 et de 0,07 et la dispersion observée sur une dizaine de mesures est de l'ordre de $1 \cdot 10^{-2}$.

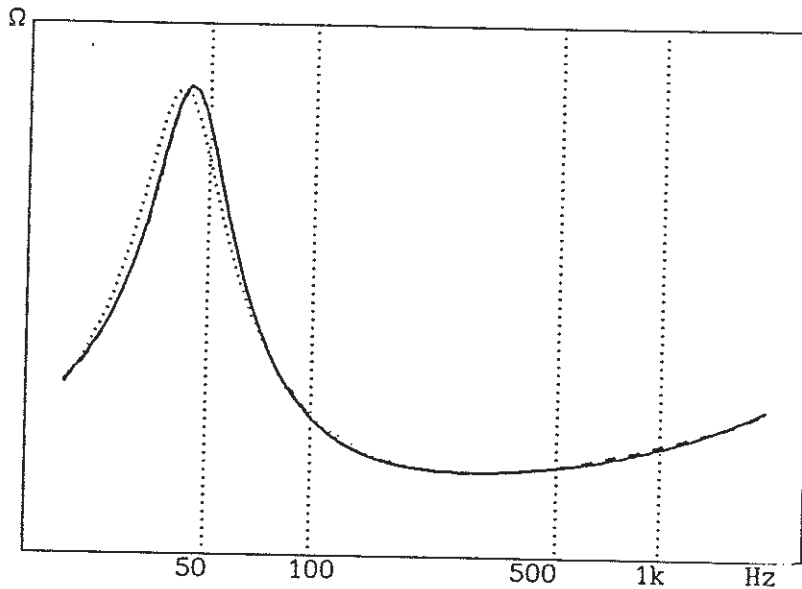
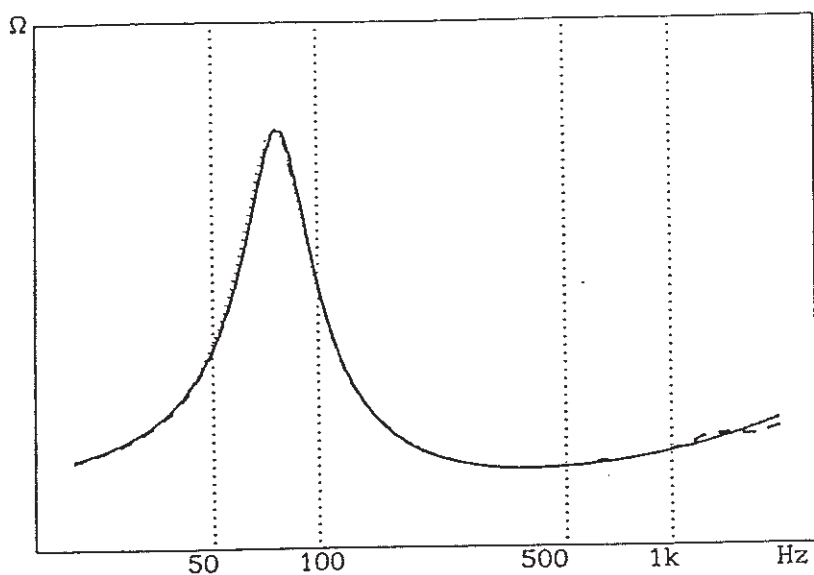


Figure 3.10

- Impédances électriques pour un haut-parleur de 13 cm de diamètre, de coefficient β égal à 0,17 (KEF SP1057)
- impédance mesurée
 - ... impédance calculée d'après les paramètres estimés selon la modélisation classique de l'impédance motionnelle ($\beta=0$)
 - impédance calculée d'après les paramètres estimés selon la modélisation de l'impédance motionnelle incluant la viscoélasticité des suspensions.



Figures 3.11

Impédances électriques pour un haut-parleur de 13 cm de diamètre, de coefficient β égal à 0.07 (AUDAX BMH403)

- impédance mesurée
- ... impédance calculée d'après les paramètres estimés selon la modélisation classique de l'impédance motionnelle ($\beta=0$)
- impédance calculée d'après les paramètres estimés selon la modélisation de l'impédance motionnelle incluant la viscoélasticité des suspensions.

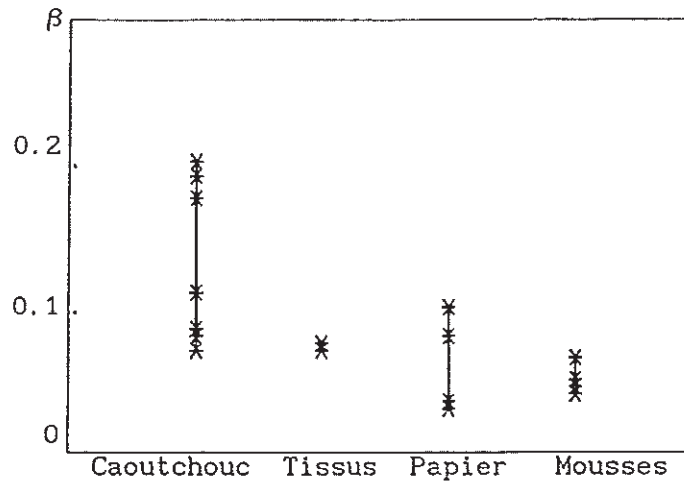
Nous constatons que la modélisation de la compliance proposée par KNUDSEN & JENSEN [1993] pour prendre en compte la viscoélasticité des suspensions semble bien adaptée, et qu'elle apporte dans certains cas un net progrès par rapport au modèle linéaire classique. Notre méthode d'estimation permet de déterminer un jeu de paramètres qui paraît décrire correctement le fonctionnement du haut-parleur.

La validité du modèle et de notre méthode d'estimation semble donc confirmée au vu de ces résultats. Nous avons procédé de même à l'évaluation du paramètre β pour quinze autres haut-parleurs; les résultats détaillés pour quelques uns (paramètres et impédance électrique calculée d'après ces paramètres) sont cependant reportés en annexe D pour éviter d'alourdir la présentation de ce rapport. Des tendances peuvent en être extraites en fonction des caractéristiques de la suspension extérieure, bien que le spider (suspension intérieure) intervienne dans la compliance mécanique totale. Les

résultats des différentes estimations du paramètre β sont présentés en figure 3.12 en fonction de la nature du matériau de la suspension extérieure.

Figure 3.12

Variation du paramètre β en fonction de la nature du matériau de la suspension extérieure.



D'une façon générale, nous observons que le paramètre β est le plus important pour les suspensions "caoutchouc", ce qui confirme les constatations effectuées par KNUDSEN & al. [1990]. Il semblerait également que ce paramètre β soit d'autant plus grand que la suspension extérieure est large. La dispersion observée sur les suspensions papier pourrait provenir des différents matériaux utilisés pour les imprégner. Les suspensions mousses paraissent, elles, relativement peu viscoélastiques. Ces remarques, exceptée la première, sont toutefois à considérer avec prudence compte tenu du faible nombre de haut-parleurs mesurés pour chaque type de suspension extérieure, et de ce que les dimensions respectives des compliances de la suspension et du spider, et la viscoélasticité propre à ce dernier, interviennent également dans la compliance totale.

Il n'en demeure pas moins que le modèle paraît adapté à la modélisation des haut-parleurs, quelles que soient les caractéristiques des différents éléments compliants. Il semble donc souhaitable, lorsque l'on désire reproduire fidèlement le comportement linéaire d'un haut-parleur, de prendre en compte la viscoélasticité des suspensions, d'autant que la méthode d'estimation que nous avons élaborée permet de déterminer l'ensemble des paramètres sans effectuer aucune autre mesure que celles nécessaires à l'estimation des paramètres du modèle classique.

3-3-3 Limites de validité

Le fait d'avoir ajouté un paramètre à la représentation des haut-parleurs n'est intéressant que si ce paramètre apporte une information complémentaire tout en restant compatible avec la simplicité et l'efficacité du modèle de Thiele-Small. Nous exposons ci-après des remarques tirées de l'expérience (encore toute fraîche!) que nous avons de l'utilisation de ce paramètre et de sa détermination.

3-3-3-a Robustesse de l'estimation

Nous n'avons pas eu le temps de refaire une étude similaire à celle de l'annexe A1 pour évaluer la robustesse de la méthode d'estimation exposée ci-avant, toutefois quelques points sont rapidement devenus évidents à l'usage. L'influence des accidents liés à des artefacts de mesure (voir paragraphe 2-2-2-b) sur l'estimation de β est manifeste, ce qui se traduit par une perte de robustesse par rapport à la méthode d'estimation exposée au deuxième chapitre. Ce phénomène n'a rien de surprenant car l'optimisation utilisée dans le cas viscoélastique met en jeu un simple processus itératif, avec de plus un nombre assez élevé de degrés de liberté (notamment pour estimer Z_e). A contrario, ceci nous semble montrer l'intérêt du calcul analytique des estimateurs quand cela est possible, comme au deuxième chapitre.

3-3-3-b Influence de l'excursion

Compte tenu de la nature de l'effet de mémoire associé à la viscoélasticité, il semble probable que le débattement de la membrane entraîne des fluctuations du paramètre β indépendamment des effets non-linéaires que l'on s'attend à rencontrer pour des elongations importantes. Nous avons donc tenté de voir si les paramètres estimés sur un haut-parleur présentant un comportement viscoélastique varient de manière sensible selon l'importance de l'excursion. Pour cela, il est nécessaire de pouvoir maintenir cette excursion constante lors de chaque mesure de l'impédance électrique, ce que nous avons réalisé en utilisant un compresseur de dynamique analogique dont le signal de commande était le déplacement de la membrane, obtenu à partir d'un accéléromètre.

L'excursion évoluant avec la fréquence comme un filtre passe bas du deuxième ordre, sa compression implique une modification importante de la tension d'excitation avec la fréquence, d'où une variation de l'impédance électrique du moteur Z_e par effet Joule. Or celle ci est l'origine que nous prenons pour calculer les angles intervenant dans la graduation fréquentielle de l'impédance motionnelle (relation 3.1 et figure 3.3) et doit par conséquent demeurer constante au cours de la mesure. Nous utilisons à nouveau le dispositif en pont présenté dans la figure 2.6 (qui donne directement accès à l'impédance motionnelle) en choisissant la résistance R selon un compromis entre l'équilibrage des deux branches du pont et la détérioration de l'amortissement des haut-parleurs (qui nuit à la qualité de la compression): une valeur assez peu élevée de R conduit, après compression, à des variations de ξ inférieures à 2% sur le demi-cercle situé autour de la résonance.

Nous effectuons alors une comparaison entre des résultats d'estimation issus de mesures effectuées pour une faible valeur de l'excursion maintenue constante, et d'autres correspondant à une tension d'excitation constante, les déplacements de membrane étant égaux à la résonance. Des différences de l'ordre de 7% apparaissent entre les estimations de la capacité équivalente à la masse mobile (dont la valeur est théoriquement constante), ce qui semble indiquer que la présence de non-linéarités, a priori faibles dans ces conditions, vient déjà perturber le processus de mesure. Les deux évaluations de β sont également différentes, mais les écarts peu significatifs compte tenu de l'incertitude (de l'ordre de 10%) sur l'estimation de ce paramètre.

Nous avons ensuite procédé à des mesures de l'impédance motionnelle pour différentes excursions maintenues constantes. Nous avons estimé à chaque fois le paramètre β et le paramètre électrique L_v équivalent à la compliance C_{mv} , qui est déduit de la valeur de la fréquence de résonance et de la capacité équivalente à la masse mobile par la relation 3.18 puisque le facteur de force B_l varie a priori avec l'excursion. Tous les haut-parleurs testés connaissent une décroissance de β et de C_{mv} avec l'amplitude du déplacement, ce qui indiquerait que ces deux paramètres dépendent effectivement de l'excursion. Ces constatations sont néanmoins sujettes à caution car la constance de ξ n'est que partiellement assurée: une variation de 2% à forte excursion peut modifier suffisamment la compliance mécanique pour fausser la graduation fréquentielle et donc l'estimation des paramètres.

Ce type d'étude devrait donc être prolongé en utilisant d'autres moyens d'investigation, comme ceux proposés par [KNUDSEN & JENSEN 1993] en mettant en œuvre des techniques de mesure directes du déplacement comme la vibrométrie laser.

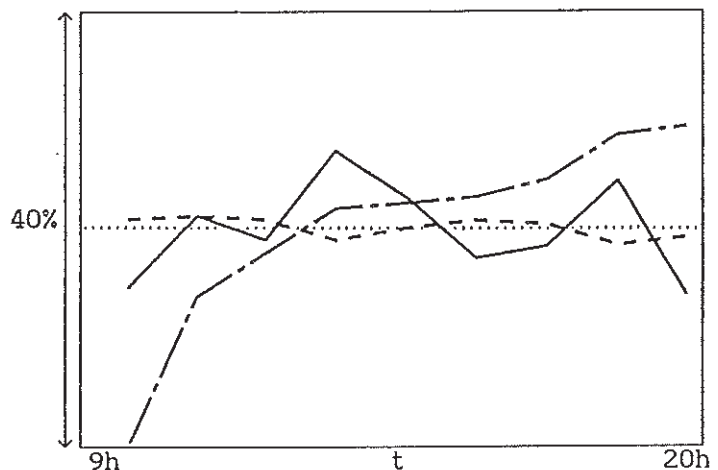
3-3-3-c Influence du rodage

Un autre aspect qui nous intéressait était de voir si le paramètre β pouvait être considéré comme un paramètre physique caractéristique du type de suspension, tout au moins dans des conditions de fonctionnement fixées. Nous avons donc essayé de surveiller son évolution au cours du rodage. Pour cela, un haut-parleur (AUDAX BMH405) à fort comportement viscoélastique ($\beta=0,17$) a été excité à niveau élevé durant une journée, et une mesure de son impédance électrique effectuée à chaque heure, après un repos de quelques minutes. Le facteur de force $B1$ étant supposé constant, nous déduisons l'évolution des grandeurs mécaniques de celle des paramètres électriques estimés.

Comme la valeur de C_{mv} dépend fortement de l'estimation de β , il nous a semblé plus intéressant de présenter les variations de la compliance mécanique équivalente à la résonance $C_{ms}(\omega_{sv})$ qui, compte tenu de la sensibilité de l'estimation de β à un éventuel accident de la courbe d'impédance, est plus caractéristique des phénomènes étudiés. Les résultats de l'évolution de trois des paramètres avec le rodage sont présentés en figure 3.13.

Figure 3.13
Evolution de trois des paramètres de l'impédance mécanique avec le rodage

- $C_{ms}(\omega_{sv})$
- β
- M_{ms}



Nous constatons que les estimations de β ne présentent apparemment aucune tendance particulière, tandis que la compliance mécanique à la résonance $C_{ms}(\omega_{sv})$ (et donc à priori C_{mv} puisque β semble être constant) croît lors du rodage du haut-parleur, comme cela était déjà observé au paragraphe 2-2-2-c.

La fluctuation sur la valeur de β est ici de l'ordre de 12% et diffère peu de celle constatée sur plusieurs mesures consécutives du même haut-parleur. Nous l'attribuons en partie à la présence d'une perturbation proche de la résonance, et dont la position sur la courbe d'impédance varie avec la modification de la fréquence de résonance. Cette hypothèse est confirmée par le fait que les variations de β sont presque toujours opposées à celles de la capacité équivalente à la masse mobile, cette dernière devant demeurer constante.

Ceci nous permet donc, en première approximation, de supposer que la viscoélasticité des suspensions varie peu avec le rodage du haut-parleur. Une évolution sur un temps de fonctionnement plus long n'est cependant évidemment pas à exclure, ce qui justifierait de pousser plus loin ce type de travail pour déterminer, par exemple, si le paramètre β est bien caractéristique d'un matériau.

CHAPITRE 4

METHODES DE MESURE MULTICHARGES

Les chapitres 2 et 3 présentent tous deux des méthodes d'estimation basées sur la mesure de l'impédance électrique d'un haut-parleur seul, avec des conditions de rayonnement normalisées (écran C.E.I). Ceci nous donne accès aux valeurs des paramètres de l'impédance électrique du moteur et à ceux de l'impédance motionnelle, mais ne permet pas de connaître les paramètres mécaniques ou acoustiques eux même, faute d'avoir accès aux facteurs de couplages B_1 et S_a .

L'objectif de ce chapitre est alors de compléter l'estimation des paramètres du haut-parleur. Pour cela, la charge acoustique du haut-parleur est modifiée afin que la variation des caractéristiques de l'impédance électrique permette de déduire la valeur d'un élément non électrique, qui donne un facteur de couplage par comparaison avec son équivalent électrique. La modification de charge peut être mécanique (ajout d'une masse) ou acoustique (mise en place d'une enceinte); elle conduit ainsi aux facteur de couplage électro-mécanique (B_1) ou électro-acoustique (S_a/B_1).

De ces deux procédés, l'utilisation d'une charge acoustique comme perturbation a l'avantage de correspondre au fonctionnement réel du haut-parleur; nous nous consacrons donc dans la suite à optimiser son usage dans le cas d'une modélisation classique ou viscoélastique. Nous proposons ensuite une méthode n'utilisant que des charges closes pour estimer l'ensemble des paramètres dans le cas d'un modèle non viscoélastique. Cette dernière méthode utilise les résultats obtenus au deuxième chapitre et permet, de part le faible encombrement qu'elle nécessite et grace à la possibilité d'effectuer une mesure rapide, d'envisager une application au contrôle en milieu industriel.

4-1 DETERMINATION DES FACTEURS DE COUPLAGE

Les facteurs de couplage (B_1 et S_a) relient entre elles les trois parties qui composent un haut-parleur électrodynamique. Lors du paragraphe 1-2-2 nous avons vu que la valeur de S_a se déduit de la géométrie du diaphragme, mais que la mesure précise de B_1 implique en général la possession d'un matériel onéreux (capteur optique ou vibromètre laser), où une modification irréversible du transducteur. Nous détaillons ici un procédé de mesure simple

et non destructif permettant d'estimer le rapport (S_d/B_l) en négligeant ou non les phénomènes viscoélastiques dans les suspensions. Nous validons ensuite expérimentalement la détermination usuelle de S_d par mesure géométrique, ce qui nous permet ainsi de déduire une valeur réaliste de B_l .

4-1-1 Rapport des facteurs de couplage

En appliquant la méthode d'estimation proposée au chapitre 2 à la mesure de l'impédance électrique du haut-parleur seul, puis de celle du transducteur chargé par une enceinte close, nous pouvons obtenir les valeurs de L_s et L_c , inductances équivalentes à la compliance totale de chaque système (voir paragraphe 1-1-2-b). D'après les relations 1.18, 1.19 et 1.20, et en notant V_b le volume de l'enceinte, nous pouvons écrire l'expression du rapport des facteurs de couplage en fonction de ces deux valeurs:

$$(S_d/B_l) = \sqrt{(1/L_c - 1/L_s)V_b/\rho c^2} \quad \text{S. I.} \quad (4.1)$$

Un tel calcul du rapport S_d/B_l est évidemment possible quelle que soit la méthode d'obtention des paramètres de l'impédance électrique, mais la valeur de (S_d/B_l) obtenue est entachée d'une incertitude importante si l'estimation des inductances L_s et L_c n'est pas suffisamment précise. C'est là l'intérêt d'utiliser la méthode d'estimation présentée au deuxième chapitre, dont la résolution et la robustesse permettent a priori une détermination relativement sûre du rapport des facteurs de couplage.

Le calcul du rapport (S_d/B_l) par la relation 4.1 n'est cependant plus possible si nous nous plaçons dans le cadre du modèle prenant en compte la viscoélasticité de la suspension, modèle qui est pourtant nécessaire à la bonne description du fonctionnement de certains haut-parleurs. En effet, rien ne permet de déterminer la nature de l'association d'une suspension viscoélastique (haut-parleur) avec une compliance "pure" (enceinte).

Dans le cas du haut-parleur, la compliance \tilde{C}_{ms} de la relation 3.12 représente l'association de la suspension extérieure et du spider, de caractéristiques a priori différentes. De même, ce modèle pourrait

probablement rendre compte du fonctionnement de l'ensemble haut-parleur + enceinte sur une bande de fréquence limitée, mais le paramètre β alors obtenu serait différent de celui estimé pour le haut-parleur seul, ce qui conduirait à un calcul beaucoup plus complexe que celui correspondant à la relation 4.1. Il est donc nécessaire d'élaborer un procédé permettant de calculer la valeur du rapport (S_d/B_l) dans le cas d'une suspension viscoélastique.

Pour ceci, nous avons recours une fois de plus à l'expression analytique de la graduation fréquentielle de l'impédance motionnelle. D'après le paragraphe 1-1-2-b et la relation 1.21, et en notant L_b l'inductance équivalente à la compliance acoustique du volume, nous déduisons de la relation 3.19 l'expression de la graduation fréquentielle de l'impédance motionnelle du haut-parleur chargé par l'enceinte:

$$\tan(\alpha_i'/2) = R_c(\omega_1) \left[\frac{1}{\omega_1 L_s(\omega_1)} + \frac{1}{\omega_1 L_b} - \omega_1 C_c \right] \quad (4.2)$$

où $R_c(\omega_1)$ représente la variation des pertes mécaniques et acoustiques avec la fréquence, et où C_c est la capacité équivalente à la masse mobile totale du haut-parleur chargé par l'enceinte. Tout comme dans le troisième chapitre, nous calculons les angles α_i' associés aux points de l'impédance électrique par la relation 3.1.

En remplaçant $L_s(\omega_1)$ et L_b par les relations 3.16 et 1.20 et en prenant pour $R_c(\omega_1)$ la valeur R_{e1} de la résistance équivalente déduite (par la relation 3.21) de la mesure de l'impédance électrique à la pulsation ω_1 , nous obtenons:

$$\tan(\alpha_i'/2) = R_{e1} \left[\frac{\cos(\pi\beta/2)\omega_1^{\beta-1}}{L_v} + \left(\frac{S_d}{B_l} \right)^2 \frac{\rho c^2}{\omega_1 V_b} - \omega_1 C_c \right]. \quad (4.3)$$

Les paramètres L_v et β étant préalablement déterminés selon l'étude menée au paragraphe 3-2-2 à partir de la mesure de l'impédance électrique du haut-parleur sur écran, seules les valeurs de $(S_d/B_l)^2$ et de C_c sont inconnues. Nous introduisons une grandeur G_i définie par:

$$G_i = \left(\frac{S_d}{B_l} \right)^2 \frac{\rho c^2}{\omega_1 V_b} - \omega_1 C_c \quad \Omega^{-1} \quad (4.4)$$

Cette grandeur peut être calculée pour chaque point mesuré par la relation:

$$G_1 = \frac{\tan(\alpha_1/2)}{R_{c1}} - \frac{\cos(\pi\beta/2)\omega_1^{\beta-1}}{L_v} \quad \Omega^{-1} \quad (4.5)$$

De manière similaire au paragraphe 2-1-2, nous effectuons une minimisation au sens des moindres carrés de la grandeur:

$$E_g = \sum_{i=1}^n \left[G_1 - \left(\frac{S_d}{Bl} \right)^2 \frac{\rho c^2}{\omega_1 V_b} + \omega_1 C_c \right]^2$$

où n est le nombre de mesures. En posant

$$\left\{ \begin{array}{l} W1 = \sum_{i=1}^n \omega_i^2 \\ W2 = \sum_{i=1}^n 1/\omega_i^2 \end{array} \right. \quad (4.6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} W2 = \sum_{i=1}^n 1/\omega_i^2 \\ K1 = \sum_{i=1}^n G_1 \omega_i \end{array} \right. \quad (4.7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K1 = \sum_{i=1}^n G_1 \omega_i \\ K2 = \sum_{i=1}^n G_1 / \omega_i \end{array} \right. \quad (4.8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K2 = \sum_{i=1}^n G_1 / \omega_i \end{array} \right. \quad (4.9)$$

nous obtenons les expressions de C_c et de S_d/Bl :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_c = \frac{K1W2 - nK2}{n^2 - W1W2} \end{array} \right. \quad F \quad (4.10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_d/Bl = \left[\frac{\rho c^2}{V_b} \frac{n^2 - W1W2}{nK1 - W1K2} \right]^{1/2} \end{array} \right. \quad S. I. \quad (4.11)$$

Ce procédé de calcul du rapport des facteurs de couplage est applicable à tous les modèles de haut-parleur, quel que soit le degré de viscoélasticité des suspensions. Il est cependant plus contraignant que celui utilisant la relation 4.1 car il nécessite l'estimation préalable des paramètres de l'impédance électrique du moteur aux basses fréquences (et donc une mesure large bande de l'impédance électrique du haut-parleur sans enceinte), afin de

disposer de la valeur de Z_e au voisinage de chaque fréquence de résonance (pour déterminer L_v et β et pour estimer S_d/B_l).

Il est également possible d'utiliser ce principe en imposant $\beta=0$ et $Z_e=R_{cc}$. Ceci permet, si l'on néglige la viscoélasticité des suspensions, d'obtenir le facteur (S_d/B_l) directement à partir de deux estimations utilisant la méthode du chapitre 2, et donc de façon a priori plus sûre qu'un utilisant le calcul supplémentaire imposé par la relation 4.1.

Le rapport des facteurs de couplage pouvant maintenant être calculé pour tous les modèles de haut-parleur, la méthode de mesure du paramètre B_l que nous proposons repose désormais sur la possibilité de déterminer simplement la surface S_d , ce qui fait l'objet du paragraphe suivant.

4-1-2 Surface effective du diaphragme

La surface effective du diaphragme est définie comme le rapport du débit acoustique généré par une face du haut-parleur à la vitesse v de la bobine mobile.

Pour mesurer le débit, il est possible de charger une des faces du haut-parleur par une enceinte close de compliance acoustique équivalente C_{ab} . La pression p_b à l'intérieur de la cavité est alors proportionnelle au débit et nous pouvons écrire:

$$S_d = \frac{p_b}{v} \omega C_{ab} \quad m^2 \quad (4.12)$$

Cette mesure de S_d n'est évidemment possible qu'aux basses fréquences lorsque les modes supérieurs de la cavité sont négligeables devant le mode fondamental (champ de pression uniforme). Le volume de l'enceinte est mesuré avec précision, et une correction est apportée pour tenir compte de la variation de volume liée à la présence du haut-parleur; la vitesse v est mesurée en fixant un accéléromètre sur le dôme du haut-parleur, et le relevé de la pression à l'intérieur de l'enceinte est fait avec un microphone dont la réponse en fréquence s'étend jusqu'aux très basses fréquences. Les deux capteurs sont étalonnés avant chaque série de mesures.

Le calcul d'incertitude effectué à partir de la relation 4.12 donne un majorant de l'intervalle d'incertitude de 10% sur la mesure de S_d , soit 5% sur le rayon effectif du diaphragme. La majeure partie provient de l'étalonnage du microphone qui est évalué à 6% près (l'intervalle d'incertitude sur le niveau de la source étalon étant de 0,6 dB).

En pratique, la détermination de S_d par une telle méthode n'est pas très commode; il est souvent nécessaire de modifier le haut-parleur pour y fixer correctement l'accéléromètre, et la précision obtenue ne semble pas justifier une telle complication.

Nous examinons ci-après la validité de la méthode usuelle de détermination de S_d d'après la géométrie du diaphragme. Nous avons pour cela mesuré deux haut-parleurs possédant une suspension extérieure de type "demi-rouleau" (AUDAX BMH403) et "à plis" (AUDAX BMX403). Comme précisé au paragraphe 1-2-2, la surface S_d est usuellement assimilée à la surface projetée du diaphragme prise jusqu'à mi-suspension. Les rayons correspondant mesurés sur ces haut-parleurs sont tous les deux de $5,1 \pm 0,05$ cm (la largeur de la suspension est de l'ordre du centimètre).

Les mesures du rapport p_b/v conduisent aux résultats suivants:

$$\begin{cases} \text{AUDAX BMX403: } r_d = 5,1 \cdot 10^{-2} & \text{m} \\ \text{AUDAX BMH403: } r_d = 5,15 \cdot 10^{-2} & \text{m} \end{cases}$$

Elles confirment la validité de l'estimation de la surface S_d d'après la géométrie du diaphragme pour les deux types de suspensions étudiés. Ce résultat est admis pour les autres haut-parleurs que nous utilisons par la suite, ce qui nous conduit à considérer la détermination usuelle de S_d comme la plus efficace en pratique.

Nous avons cherché à déceler une éventuelle évolution de la surface effective des diaphragmes avec la fréquence. Ceci n'a pas été concluant car les modes supérieurs dans l'enceinte perturbent rapidement la mesure. D'autre part aucune variation de S_d avec l'augmentation de l'excursion de la membrane n'a été décelée (elle aurait pu résulter de l'étirement de la suspension).

Nous nous sommes également intéressé à la comparaison des surfaces effectives avant et arrière qui sont en général supposées identiques. Les écarts observés sur les résultats obtenus avec le procédé décrit ci-avant n'étant pas significatifs au vu de l'intervalle d'incertitude sur ces mesures, nous avons cherché à mettre en œuvre une démarche plus adaptée. Deux enceintes sont équipées chacune d'un microphone dont la position est fixe. En chargeant chaque face du haut-parleur par une des enceintes, puis en les intervertissant, le rapport de la surface effective avant (S_{dav}) à la surface effective arrière (S_{dar}) se déduit de la relation:

$$\frac{S_{dav}}{S_{dar}} = \left[\left(\frac{U_{p1av}}{U_{p2ar}} \right) \left(\frac{U_{p2av}}{U_{p1ar}} \right) \frac{V_{b1av}V_{b2av}}{V_{b1ar}V_{b2ar}} \right]^{1/2} \quad (4.13)$$

où

$\left(\frac{U_{p1av}}{U_{pjar}} \right)$ correspond au rapport du signal du microphone "i" placé du côté de la face avant au signal du microphone "j" placé du côté de la face arrière,

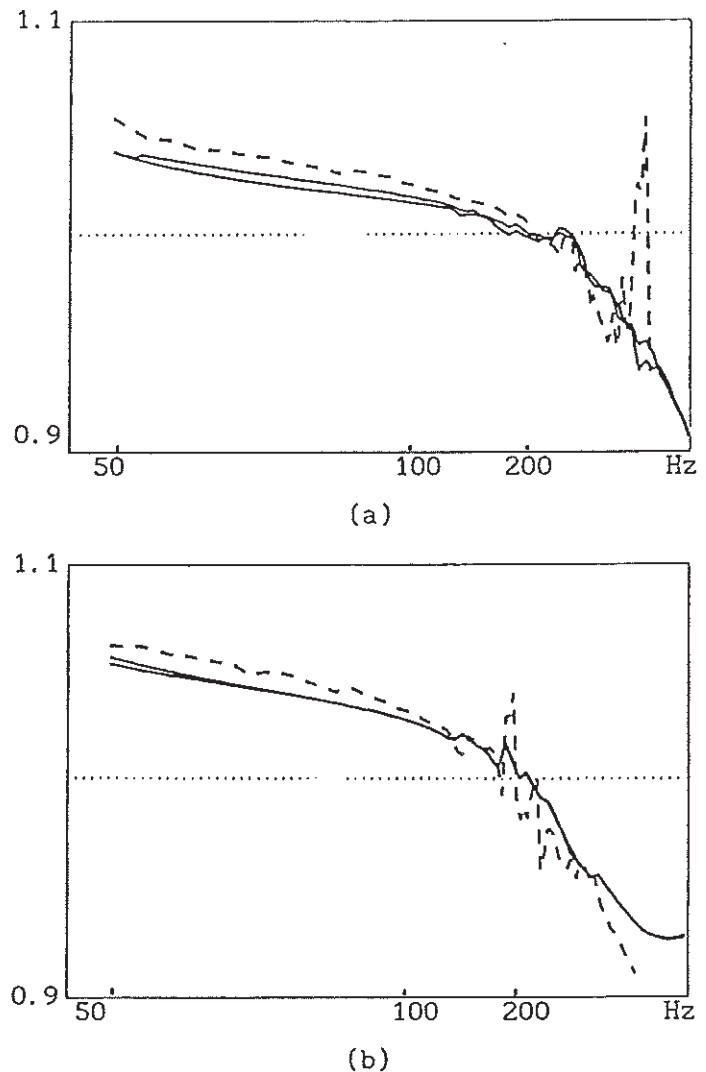
V_{b1av} et V_{b1ar} sont les volumes de la cavité selon que l'enceinte "i" charge la face avant ou la face arrière du transducteur, leur différence résultant de la non symétrie du montage du haut-parleur.

Ce procédé permet de s'affranchir de la mesure de la vitesse de la membrane et ne fait pas intervenir les fonctions de transfert des microphones qui peuvent alors être quelconques. L'incertitude sur la mesure du rapport S_{dav}/S_{dar} est évaluée à 5%. Pour plus de sûreté (des problèmes pouvant intervenir lors de l'interversion des enceintes), nous avons effectué deux séries de mesures; les résultats obtenus avec les deux haut-parleurs précédemment employés sont présentés sur la figure 4.1.

Nous constatons que dans les deux cas le rapport $S_{dav}/S_{dar} \approx 1.04$. L'approximation de la surface effective arrière par la surface projetée du diaphragme (prise jusqu'à mi-suspension) diminuée de celle occupée par la bobine conduit à un rapport d'environ 1.1 pour les deux haut-parleurs. L'ordre de grandeur est donc respecté, la différence avec les résultats obtenus par la mesure directe du rapport S_{dav}/S_{dar} pouvant résulter du mouvement du spider dont la contribution au rayonnement de la face arrière n'a pas été pris en compte. Nous vérifions également que malgré une incertitude plus importante

(le majorant est de 20%), le rapport des surfaces effectives avant et arrière issues de la mesure avec une seule enceinte (par la relation 4.12) est similaire à ceux obtenus ici.

Figure 4.1
 Mesures présentant l'évolution de S_{dav}/S_{dar} avec la fréquence pour le BMX 403 (a) et pour le BMH 403 (b)
 — mesures avec deux enceintes (eq.4.13) (2 courbes)
 --- rapport des mesures selon eq.4.12.



Lorsque la fréquence augmente, les mesures de S_{dav}/S_{dar} basées sur la relation 4.13 sont faussées par la non symétrie du montage du haut-parleur: la modification du volume de charge selon qu'une enceinte est placée sur l'une ou l'autre des faces du transducteur se traduit par un décalage de certaines résonances modales de la cavité. Nous ne pouvons par conséquent observer une éventuelle évolution du rapport des surfaces effectives avec la fréquence. Ce résultat n'aurait eu de toutes façons qu'un intérêt minime car, au delà de la

fréquence de résonance du système et excepté au voisinage des résonances acoustiques de la charge, le mouvement du diaphragme est pratiquement fixé par la masse de l'équipage mobile.

L'étude que nous avons effectuée nous a donc permis de vérifier la validité de l'estimation de la surface effective de la face avant du haut-parleur par la mesure de la surface projetée du diaphragme prise jusqu'à mi-suspension. Par contre, une légère différence semblant exister entre les surfaces effectives des deux faces du diaphragme, il sera préférable pour calculer le facteur de force d'après la valeur du rapport des facteurs de couplage, que la mesure de l'impédance électrique du haut-parleur chargé par une enceinte soit faite en plaçant l'enceinte du côté de la face avant.

Cette différence peut également avoir quelques conséquences en pratique: dans le cas d'une enceinte close chargeant la face arrière du haut-parleur, la fréquence de résonance est alors supérieure de quelques pourcents à celle calculée si S_a est mesuré sur la face avant ou si le volume V_{as} est estimé en chargeant la face avant du diaphragme.

4-1-3 Facteur de force

Après l'estimation du rapport S_a/B_l , puis l'évaluation de la surface S_a , nous déduisons le facteur B_l lui même. C'est en fait sur la valeur de ce dernier qu'il nous est possible de valider notre démarche, puisque ce facteur est accessible directement par d'autres méthodes. Ainsi avons nous mesuré dans un premier temps le paramètre B_l de plusieurs haut-parleurs en utilisant les trois procédés usuels décrits sommairement au paragraphe 1-2-2. Ceci nous a permis d'obtenir une valeur relativement sûre du B_l de chaque haut-parleur testé, autorisant par la même occasion une étude comparative des performances de ces différents procédés de mesure.

Par le procédé statique, la valeur du paramètre B_l se déduit directement de la relation 1.10. Pour les mesures dynamiques (reposant sur la relation 1.9), la précision maximum sur le calcul de la f.e.m. induite dans la bobine est obtenue au voisinage de la fréquence de résonance du haut-parleur, car l'erreur relative sur la mesure de l'impédance électrique y est la plus

faible. L'expression donnant Bl s'écrit alors:

$$Bl = \frac{U_{hp}}{v} \left[1 - \frac{Re}{Re+Rs} \right] \quad N. A^{-1} \quad (4.14)$$

où U_{hp} est la tension aux bornes de la bobine.

Nous déterminons la vitesse soit à partir d'un accéléromètre, soit en faisant varier la tension d'excitation pour trouver la valeur qui correspond au décollage d'une petite masse posée sur le diaphragme ("mesure du g"), la valeur efficace de la vitesse est alors:

$$v = g/(2\pi f_s)\sqrt{2} \quad m. s^{-1} \quad (4.15)$$

Le relevé de la tension d'excitation pour laquelle une accélération de 1g est atteinte s'effectue de préférence en faisant varier U_{hp} par valeurs décroissantes, afin de s'affranchir des phénomènes d'adhérence entre la masse additionnelle et le diaphragme. L'utilisation d'un microphone, placé près du haut-parleur pour visualiser sur oscilloscope les perturbations du champ de pression créées par le décollement de la masse, permet de déceler la stabilisation de celle-ci avec plus de précision.

Pour la mesure avec accéléromètre, l'intervalle d'incertitude peut être évalué à 6%. Par contre, l'incertitude sur les valeurs du facteur de force issues de la mesure statique et de la "mesure du g" sont difficiles à évaluer (influence de la masse sur le fonctionnement du haut-parleur, phénomène d'adhérence, influence du taux de distorsion sur la valeur efficace...). Nous avons donc effectué quatre à cinq relevés pour chaque haut-parleur avec des masses différentes et nous n'avons retenu pour chaque procédé que les deux valeurs extrêmes.

Nous comparons les résultats obtenus par ces trois procédés de mesures avec les estimations du facteur de force déduites du rapport S_d/Bl , la surface S_d étant mesurée pour chaque haut-parleur sur la face avant du diaphragme. Le calcul d'incertitude effectué à partir de la relation 4.1 s'écrit:

$$\frac{\Delta Bl}{Bl} = \frac{\Delta S_d}{S_d} + \frac{1}{2} \left[\frac{\Delta V_b}{V_b} + \left(1 + \frac{V_b}{V_{as}} \right) \frac{\Delta L_c}{L_c} + \frac{V_b}{V_{as}} \frac{\Delta L_s}{L_s} \right] \quad (4.16)$$

Il fournit un majorant de l'intervalle d'incertitude de l'ordre de 18% sur la valeur de B1 lorsque le volume utilisé est égal au volume V_{as} équivalent à la compliance mécanique du haut-parleur (les intervalles d'incertitude sur S_a et sur V_b sont évalués respectivement à 5% et 2%, et le majorant de l'intervalle d'incertitude sur les inductances L_s et L_c est de l'ordre de 8% lorsque l'estimation des paramètres de l'impédance électrique est optimisée). La diminution du volume de l'enceinte semble améliorer la précision, mais il y a un compromis à effectuer entre une meilleure précision théorique et le risque d'une modification des caractéristiques mécaniques du haut-parleur (dûe à l'accroissement de l'écart entre les deux domaines de fréquences sur lesquels le haut-parleur est mesuré).

La comparaison des résultats que nous avons obtenus avec les trois méthodes de mesure usuelles, présentés dans le tableau 4.1 pour quatre haut-parleur de 13 cm de diamètre, montre que la dispersion des valeurs est la plus importante avec la mesure statique, confortant ainsi les suppositions effectuées au paragraphe 1-2-2. Les deux autres méthodes, théoriquement plus précises et basées toutes deux sur une mesure dynamique, semblent effectivement en accord.

haut parleur	mesure statique *	"mesure du g" *	mesure directe de la vitesse	estimation d'après L_s, L_c
BMX403	de 4.2 à 4.9	de 4.5 à 4.8	4.65 ± 0.14	4.50 ± 0.4
BMH403	de 7.3 à 8.2	de 7.4 à 7.6	7.45 ± 0.22	7.45 ± 0.8
HP x	de 2 à 2.45	de 2.3 à 2.55	2.51 ± 0.07	2.60 ± 0.2
HP y	de 5.6 à 6.35	de 6.5 à 6.6	6.70 ± 0.20	6.90 ± 0.6

* les valeurs indiquées correspondent aux deux valeurs extrêmes obtenues

Tableau 4.1

Résultats des mesures du facteur de force B1 (NA^{-1}) par les
différentes méthodes pour quatre modèles de haut-parleurs

Compte tenu de ce que le majorant de l'intervalle d'incertitude est relativement pessimiste (la dispersion observée en pratique sur les estimations est plutôt de l'ordre de 5%), la méthode d'estimation du paramètre B1 à partir de $S_a/B1$ et de S_a donne des résultats satisfaisants.

Les estimations du rapport S_a/B_l obtenues en nous plaçant dans le cadre de la modélisation du haut-parleur incluant la viscoélasticité des suspensions (estimations effectuées d'après les relations 4.6-11) sont en général similaires à celles calculées par la relation 4.1. Il semble toutefois que dans le cas de suspensions fortement viscoélastiques, la prise en compte de ce phénomène conduise à une meilleure estimation du rapport des facteurs de couplage.

En effet, pour ce type de haut-parleur, les valeurs que nous avons obtenues en prenant différents volumes sont plus cohérentes d'une mesure à l'autre lorsque la modélisation incluant viscoélasticité des suspensions (relation 4.11) est utilisée à la place du simple calcul basé sur la relation 4.1. D'autre part, la valeur des capacités C_c équivalentes aux masses mobiles totales que nous obtenons par la relation 4.10 diminuent avec la taille de l'enceinte et sont inférieures à la valeur de la capacité C_s estimée pour le haut-parleur sur écran. Ceci est en accord avec le fait que la masse acoustique liée au rayonnement du haut-parleur dans l'enceinte diminue avec la surface de celle-ci située dans le plan du haut-parleur (voir les travaux de INGARD [1953]); le fait de négliger les phénomènes viscoélastiques dans l'estimation conduit en général au résultats contraire, ce qui n'a alors que peu de sens physique.

Nous constatons également que les prédictions de l'impédance électrique du haut-parleur fonctionnant avec différentes enceintes closes effectuées à partir des paramètres basses fréquences, correspondent bien aux impédances mesurées avec ces enceintes, l'accord étant légèrement meilleur lorsque la viscoélasticité des suspensions est prise en compte.

Les procédures d'estimations mises en jeu permettent donc apparemment d'accéder à une valeur réaliste du paramètre B_l et autorisent l'estimation de l'ensemble des paramètres basses fréquences du haut-parleur uniquement à partir de deux mesures de son impédance électrique, l'une sur écran, l'autre avec enceinte close.

4-2 UTILISATION DE MULTIPLES CHARGES CLOSES

L'esprit du travail décrit jusqu'à présent était essentiellement d'affiner soit la modélisation, soit la détermination des paramètres du haut-parleur, dans l'esprit de mesures effectuées dans les conditions standard, c'est à dire sur écran normalisé. En pratique, il est souvent délicat d'utiliser de telles méthodes du fait qu'un tel écran n'est pas disponible, ou difficile à mettre en œuvre (contrôle industriel); les mesures sont alors effectuées sur table ou dans des conditions non maîtrisées, rendant impossible l'évaluation de la qualité des résultats.

Si l'on néglige la viscoélasticité des suspensions, la méthode d'estimation présentée au chapitre 2 s'avère avoir une robustesse et une rapidité adaptée à un tel usage "quotidien", aussi nous a-t-il semblé intéressant d'en tirer une méthode d'évaluation de l'ensemble des paramètres de Thiele-Small ne mettant en œuvre que des charges closes, et donc facile à utiliser dans un contexte moins favorable que le laboratoire.

4-2-1 Principe de la méthode d'estimation

Lorsque le haut-parleur dont on désire déterminer les paramètres est chargé par une enceinte "k" de volume V_{bk} , la méthode d'estimation que nous avons développée au deuxième chapitre permet d'obtenir les quatre éléments du circuit électrique équivalent, que nous notons ici R_{ek} , R_{ck} , L_{ck} , C_{ck} . D'après les relations 1.18, 1.20 et 1.21 nous pouvons relier l'inductance L_{ck} et le volume V_{bk} à l'inductance équivalente à la compliance mécanique du haut-parleur L_s et au rapport des facteurs de couplage par la relation:

$$\frac{1}{L_{c1}} = \frac{1}{L_s} + \frac{\rho c^2 (S_d/B_1)^2}{V_{b1}} \quad H^{-1} \quad (4.17)$$

La somme et la différence terme à terme de la relation 4.17 appliquée à deux charges permet d'exprimer (S_d/B_1) et L_s à partir de deux mesures de l'impédance électrique, sous la forme:

$$(S_d/B_1)^2 = \frac{1}{\rho c^2} \frac{V_{b1}V_{b2}}{V_{b1}-V_{b2}} \frac{L_{c1}-L_{c2}}{L_{c1}L_{c2}} \quad S. I. \quad (4.18)$$

$$L_s = \frac{L_{c1}L_{c2}(V_{b1}-V_{b2})}{V_{b1}L_{c2} - V_{b2}L_{c1}} \quad H \quad (4.19)$$

La résistance R_e étant assimilée à la résistance R_{cc} de la bobine au courant continu (ou étant prise comme l'une des résistances R_{ek} obtenues), il ne reste que deux éléments à déterminer: la résistance R_s équivalente aux pertes mécaniques et la capacité C_s équivalente à la masse mobile du transducteur monté sur écran. Si V_{b1} est le plus grand volume utilisé (ce choix permet de s'éloigner le moins possible des conditions de fonctionnement sur écran), nous supposons:

$$\begin{cases} C_s \approx C_{c1} & F & (4.20) \\ R_s \approx R_{c1} & \Omega & (4.21) \end{cases}$$

Les paramètres de Small du haut-parleur peuvent alors être calculés à partir des quatre éléments R_e , L_s , R_s et C_s obtenus (voir paragraphe 1-1) et, pour le facteur de force Bl , d'après le rapport S_d/Bl et l'estimation de la surface effective déduite de la géométrie du diaphragme.

Il est encore possible d'améliorer l'estimation de L_s et de (S_d/Bl) en employant quelques charges supplémentaires et en utilisant une approche statistique. Ainsi, en effectuant N mesures ($N \geq 2$) de l'impédance électrique du haut-parleur chargé à chaque fois par un volume différent V_{bk} , et en procédant pour chaque mesure à l'estimation des paramètres R_{ek} , L_{ck} , C_{ck} et R_{ck} , une minimisation au sens des moindres carrés (similaire à celle effectuée au paragraphe 2-1-2) appliquée à la fonction E_{ch} définie par

$$E_{ch} = \sum_{k=1}^N \left[\frac{1}{L_{ck}} - \frac{1}{L_s} - \frac{\rho c^2 (S_d/Bl)^2}{V_{bk}} \right]^2,$$

permet de déterminer les expressions de L_s et de S_d/Bl :

$$\begin{cases} L_s = \frac{N_{21}L_2 - N_{11}N_{12}}{V_2L_2 - N_{11}^2} & H & (4.22) \\ (S_d/Bl)^2 = \frac{1}{\rho c^2} \frac{N_{21}N_{11} - N_{12}V_2}{N_{21}L_2 - N_{11}N_{12}} & S. I. & (4.23) \end{cases}$$

où nous posons:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_2 = \sum_{k=1}^N V_{bk}^2 \\ L_2 = \sum_{k=1}^N L_{ck}^2 \\ N_{11} = \sum_{k=1}^N V_{bk} L_{ck} \\ N_{12} = \sum_{k=1}^N V_{bk} L_{ck}^2 \\ N_{21} = \sum_{k=1}^N V_{bk}^2 L_{ck} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} m^6 \\ H^2 \\ m^3 H \\ m^3 H^2 \\ m^6 H \end{array} \quad \begin{array}{l} (4.24) \\ (4.25) \\ (4.26) \\ (4.27) \\ (4.28) \end{array}$$

Les deux approximations effectuées ci-dessus (relations 4.20 et 4.21) supposent que les paramètres C_s et R_s sont peu sensibles à la modification de la charge acoustique. L'écart entre les capacités C_s et C_{c1} est d'autant plus faible que le diaphragme du haut-parleur est petit et que l'équipage mobile est lourd. La variation de la résistance R_s est, elle, minimale si les pertes mécaniques du haut-parleur sont importantes (de toute façon, quelques pourcents d'erreur sur R_s ne modifient que légèrement la valeur du facteur de qualité total du haut-parleur qui fixe l'allure de la courbe de réponse en pression aux basses fréquences).

En fait, s'il est évident qu'une telle mesure ne fournit pas une évaluation extrêmement précise des paramètres du haut-parleur sur écran, il est intéressant de remarquer qu'elle correspond à une prédiction réaliste de ses performances avec une charge close.

4-2-2 Résultats expérimentaux

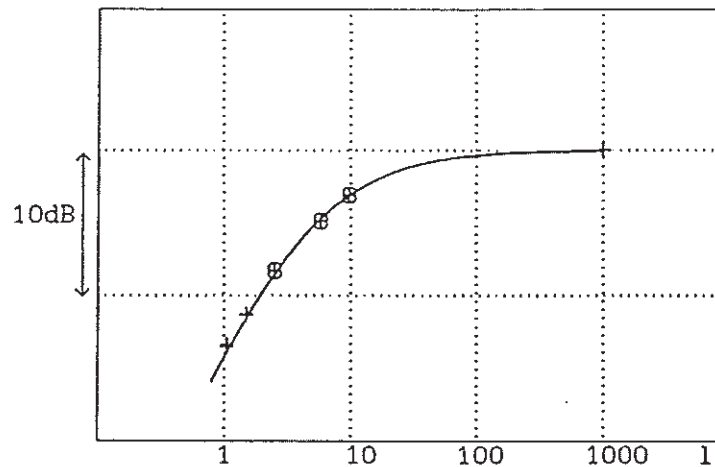
Nous avons appliqué la méthode d'estimation décrite au paragraphe précédent à une dizaine de haut-parleurs; la figure 4.2 présente le type de résultat que nous pouvons obtenir.

Pour ces deux modèles de 13cm (BMX 403, AUDAX) et de 10cm de diamètre (MHD 10P, AUDAX), nous avons procédé à des estimations sur écran C.E.I. et en utilisant cinq charges closes différentes. Pour chacune des six charges,

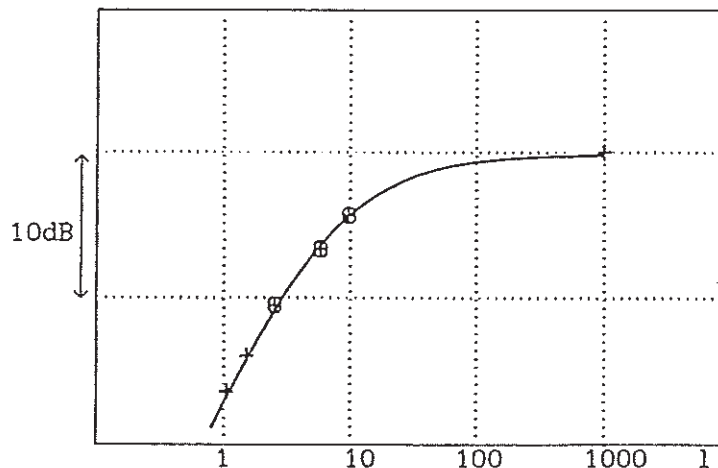
l'estimation de l'inductance L_{ck} obtenue d'après la mesure de l'impédance électrique du haut-parleur chargé par l'enceinte de volume V_{bk} est représentée par une croix (la mesure sur écran correspond au volume "infini"); les croix entourées correspondent aux couples $\{L_{ck}, V_{bk}\}$ qui sont utilisés pour calculer la valeur de L_s et de (S_d/B_l) . Ces valeurs permettent ensuite de calculer l'évolution théorique de L_c en fonction du volume V_b par la relation 4.17.

Figure 4.2
Tracés de L_c en fonction du volume pour les valeurs de L_s et de (S_d/B_l) obtenues selon les relations 4.22 et 4.23, pour deux modèles de haut-parleur: BMX403 (a) et MHD10P (b)

- calcul de L_c fonction du volume de l'enceinte selon la relation 4.17
- +++ estimations de L_{ci} (effectuées pour différents volumes)
- ⊗⊗⊗ estimations de L_{ci} servant au calcul de L_s et de (S_d/B_l) .



(a)



(b)

On constate que malgré une variation probable de la compliance mécanique du haut-parleur (avec la fréquence ou avec l'amplitude de l'excursion de la membrane), l'accord entre les estimations des inductances L_{ck} (représentées par des croix) et le tracé de L_c en fonction du volume V_b est globalement bon, même pour des enceintes relativement petites. Ceci semble indiquer que les

valeurs de L_s et de S_d/B_l que nous obtenons sont correctes. L'écart maximal constaté entre la valeur de L_s calculée d'après la relation 4.22 et celle estimée d'après la mesure de l'impédance électrique du haut-parleur sur écran est de l'ordre 5%, dans le cas d'une mesure assez bruitée; en général, l'écart que nous avons constaté entre les deux estimations de L_s excède rarement 2%.

Compte tenu de l'incertitude associée à chaque type d'estimation, les valeurs de (S_d/B_l) que nous avons trouvé ici sont en accord avec celles obtenues selon les procédés décrits au paragraphe 4-1-1: les différences relevées en pratique n'excèdent pas 5%.

Théoriquement, l'emploi d'un grand nombre de volumes les plus différents possibles garantit une meilleure précision sur le calcul de L_s et de (S_d/B_l) . Cependant en pratique la gamme de volume utilisable est vite limitée. En effet, une enceinte trop grande devient vite encombrante, tandis que la compliance d'un volume beaucoup plus petit que le volume V_{as} équivalent à la compliance du haut-parleur ne peut plus être considérée comme linéaire. Nous avons constaté qu'une bonne solution consiste à utiliser des volumes approximativement compris dans l'intervalle $[2V_{as}, V_{as}/2]$, dont le nombre est par conséquent réduit.

4-2-3 Correction des effets de la charge

Les estimations précédentes sont basées sur l'hypothèse que l'écart entre les parties inductive et résistive de la charge acoustique présentée par le plus grand volume utilisé, m_{ab1} et R_{ab1} , et celles correspondant à un rayonnement sur écran, m_{ar} et R_{ar} est suffisamment faible (comparativement aux autres éléments du circuit équivalent) pour pouvoir être négligé. Nous examinons ci-après les corrections que l'on peut apporter quand cette hypothèse n'est pas vérifiée.

L'estimation de la valeur de la capacité C_{ck} équivalente à la masse mobile du haut-parleur chargé par l'enceinte de volume V_{bk} est en général conforme à nos attentes: l'écart entre la valeur de C_s et celle des C_{ck} est peu important pour le haut-parleur de la figure 4.2b, où le rapport de la "masse acoustique" m_{ar} (calculée d'après le rayon du diaphragme r_d par la

relation 1.13) à l'une des masses mobiles totales en analogie acoustique Mack ($M_{ack} = C_{ck}(Bl/S_d)^2$) est de l'ordre de 5% (la valeur de la masse mobile totale est alors peu affectée par la modification de la charge acoustique). Cet écart est cependant plus important pour le haut-parleur de la figure 4.2a où la valeur de m_{ar}/M_{ack} est plus proche de 10%.

Lorsqu'une meilleure évaluation de la capacité C_s est nécessaire (par exemple pour estimer plus précisément la fréquence de résonance du haut-parleur sur écran), l'effet de la modification des conditions de rayonnement sur la masse mobile totale peut être corrigé, à condition que l'estimation de la capacité C_{ck} soit bonne. Cette correction peut être effectuée à l'aide de données expérimentales (mesure dans les configurations adéquates, sur écran normalisé et avec les enceintes employées, d'un ou de plusieurs haut-parleurs du même type que celui utilisé), ou peut être évaluée numériquement à partir de la relation 1.13 (qui permet de calculer la valeur de m_{ar}) et de l'expression de la masse acoustique m_{ab} d'un piston plan circulaire rayonnant dans une enceinte [voir INGARD 1953]. D'après les relations 1.15 et 1.22, l'expression 4.20 devient alors:

$$C_s \approx C_{c1} + (m_{ar} - m_{ab1})(S_d/Bl)^2 \quad F \quad (4.29)$$

Le tableau 4.2 présente les résultats que nous obtenons sur le calcul de la fréquence de résonance du haut-parleur de la figure 4.2a, lorsque nous appliquons cette correction sur les capacités C_{ck} . La valeur de f_s mesurée est de 117.4Hz. Cet exemple illustre l'intérêt d'une telle correction quand l'estimation des paramètres sur charge est de bonne qualité.

volume	9.7 l	5.8 l	2.5 l
f_s sans correction	119.4 Hz	119 Hz	121 Hz
f_s avec correction	117.7 Hz	117 HZ	118.1 Hz

Tableau 4.2

Influence de la correction permettant de tenir compte du changement de conditions de rayonnement sur le calcul de la fréquence de résonance sur écran f_s du haut-parleur de la figure 4.2a. La fréquence mesurée sur écran est de 117.4 Hz.

De la même manière, si l'approximation permettant de déduire la valeur de la résistance R_s de R_{ci} est acceptable pour des enceintes suffisamment grandes (de l'ordre du V_{as}), il n'en est pas toujours de même lorsque de petits volumes sont employés. Nous avons en effet constaté que dans ce cas, pour certains modèles de haut-parleurs peu amortis, il est possible d'observer une diminution de moitié de la résistance R_s , soit un doublement des pertes mécaniques et acoustiques du système; ceci est dû à la présence de fuites et de pertes dans l'enceinte.

Les fuites apparaissent lorsqu'il existe une différence de pression acoustique entre l'intérieur et l'extérieur du volume. Elles peuvent être liées à l'enceinte elle-même (construction défectueuse, matériaux poreux), mais résultent également de la présence du haut-parleur (mauvaise étanchéité au niveau de la fixation, membrane poreuse). Elles sont modélisées [SMALL 1972-73] par une résistance de fuites R_{al} en parallèle avec la compliance acoustique C_{ab} (voire figure 4.3), ce qui autorise l'existence d'un débit de fuites q_1 . La résistance R_{al} est d'autant plus faible que les fuites sont importantes.

A l'existence de fuites peuvent s'ajouter des pertes acoustiques traduisant l'amortissement dans l'enceinte (pertes par effets thermiques, résistances acoustiques,...). Elles sont modélisées (voir figure 4.3) par une résistance de perte R_{ab} en série avec la compliance C_{ab} . Cette résistance est d'autant plus grande que les pertes sont importantes. Excepté lorsque l'enceinte est garnie de matériaux absorbants cette résistance est généralement faible.

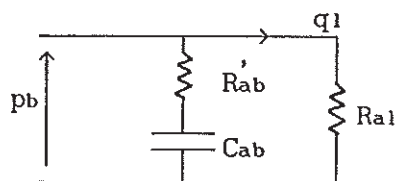


Figure 4.3

Modélisation d'une enceinte acoustique
incluant les pertes (R_{ab}) et les fuites (R_{al}).

La résistance R_{a1} est généralement supposée constante. Cependant une expression du débit de fuite basée sur des études en mécanique des fluides [SHERMAN & MODERA 1986], laisse présager une variation de R_{a1} avec la différence de pression Δp existant entre l'intérieur et l'extérieur de l'enceinte. L'expression analytique de cette résistance serait:

$$R_{a1} = \frac{R_{a0}}{\Delta p^{(n-1)}} \quad \text{m.}^{-4} \text{kg. s}^{-1} \quad (4.30)$$

avec $n=1$ ou $1/2$ selon que l'écoulement de l'air dans les fuites est considéré comme laminaire ou turbulent.

Nous avons tenté une validation expérimentale de cette modélisation de R_{a1} , basée sur l'utilisation d'enceintes de différents volumes, les résultats n'ont pas été convainquants. Cette approche n'est cependant pas à exclure car nous n'avons alors pas tenu compte de la viscoélasticité des suspensions qui provoque une variation d'une partie des pertes mécaniques avec la fréquence et, comme le constatent BLIND & al. [1985], l'étude du phénomène de fuites à partir de la mesure des paramètres électriques nécessite avant tout une bonne connaissance des pertes mécaniques du haut-parleur.

Lorsque les pertes et les fuites sont faibles, ces deux résistances sont regroupées (comme précisé au paragraphe 1-1-2-b) dans une résistance R_{ab} qui comprend également la partie réelle de l'impédance de rayonnement de la face du haut-parleur chargée par l'enceinte.

Lorsque ces phénomènes sont tous deux importants, ils peuvent cependant fausser l'estimation de L_s et de S_d/Bl . En effet, si nous mettons sous forme d'un circuit RC série le circuit de la figure 4.4, la compliance acoustique apparente C'_{ab} s'écrit:

$$C'_{ab} = C_{ab} \left[1 + 2 \frac{R_{ab}}{R_{a1}} + \frac{1}{(\omega C_{ab} R_{a1})^2} \right]. \quad \text{m.}^{-2} \text{kg.}^{-1} \text{s}^2 \quad (4.31)$$

Nous voyons (phénomène que nous avons constaté en pratique) que si les fuites ou les pertes, lorsqu'elles sont peu importantes, ont une influence minime sur le comportement de l'enceinte (la résistance R_{a1} est infinie si les fuites sont faibles et la résistance R_{ab} est nulle si les pertes sont peu

importantes), leur présence conjointe peut modifier la valeur de la compliance apparente.

4-2-4 Conclusion

Du fait d'un faible encombrement et d'une moindre sensibilité aux perturbations acoustiques environnantes que la mesure sur écran (montage sur enceinte plus rigide que le montage sur écran), la méthode de mesure exposée dans ce paragraphe 4-2 serait intéressante à appliquer en milieu industriel. Associée à un système d'acquisition rapide, elle pourrait par exemple être implantée comme moyen de contrôle dans une chaîne de fabrication. En effet la précision que nous obtenons ici sur les paramètres du haut-parleur paraît suffisante pour observer la dispersion sur la fabrication d'un produit et rejeter le cas échéant les éléments non conformes.

Le relevé des données pourrait par exemple s'effectuer à partir d'un P.C. muni d'une carte d'acquisition: l'estimation prendrait alors seulement quelques secondes. La majeure partie du temps de mesure serait cependant celui de la mise en place du haut-parleur, qui gagnerait donc à être automatisée afin également d'assurer une bonne répétabilité du positionnement des transducteurs.

Le choix des charges et des fréquences de mesures devrait cependant être fait avec soin pour assurer une bonne qualité de mesure; nous espérons que les résultats présentés ci-dessus constituent des éléments suffisants pour évaluer le potentiel d'une telle démarche.

4.3 BILAN DE LA MESURE DES PARAMETRES BASSES FREQUENCES

Trois méthodes d'estimation des paramètres basses fréquences d'un haut-parleur électrodynamique ont été élaborées au cours de l'étude que nous avons menée. Elles nécessitent toutes trois au moins deux mesures de l'impédance électrique du haut-parleur, ce dernier ayant une charge acoustique différente à chaque mesure. Ces méthodes d'estimations fournissent les paramètres de l'impédance électrique du haut-parleur et le rapport des facteur

de couplage; lorsque la connaissance du facteur de force est nécessaire, il peut être déduit de ce rapport et de l'estimation de la surface effective faite à partir de la géométrie du diaphragme.

Deux de ces méthodes d'estimation, celle validée en 2-2 et complétée en 4-1 et celle présentée en 4-2, reposent sur le procédé que nous avons présenté au paragraphe 2-1 (et dont l'étude est effectuée en annexe A). Il permet une estimation relativement simple mais néanmoins efficace des quatre paramètres du modèle classique de l'impédance électrique (nous avons notamment montré que ce procédé assurait une meilleure résolution sur l'estimation des paramètres de l'impédance motionnelle que le procédé de mesure usuel). Ces deux méthodes d'estimation se différencient par l'une des charges acoustiques employées (écran normalisé ou enceinte close), et par le degré de précision obtenu sur les paramètres, ce dernier étant toutefois suffisant pour les domaines d'applications différents auxquels elles sont destinées (mesure en laboratoire ou contrôle en milieu industriel).

Une troisième méthode d'estimation, élaborée au chapitre 3 et complétée en 4-1, ajoute deux processus itératifs au procédé présenté au paragraphe 2-1. Elle permet ainsi l'estimation d'un paramètre supplémentaire qui traduit la viscoélasticité des suspensions, ce qui conduit à une meilleure description de l'impédance électrique des haut-parleurs. L'utilisation de cette méthode d'estimation est moins immédiate que celle des deux précédentes car elle nécessite de connaître l'impédance électrique du moteur au voisinage de la fréquence de résonance de chaque impédance motionnelle. Ceci peut néanmoins être obtenu sans mesure supplémentaire si l'une des impédances électrique utilisées est mesurée sur une bande de fréquences suffisamment large.

CHAPITRE 5
ETUDE DE LA REponse EN PRESSION
D'UN HAUT-PARLEUR

Le travail décrit dans les chapitres précédents concernait principalement la modélisation basses fréquences du haut-parleur, et la détermination des paramètres nécessaires à cette modélisation; pour cela, nous avons essentiellement pris en considération son impédance électrique qu'il est relativement aisé de déterminer avec une bonne précision. Le but ultime d'une telle modélisation est cependant d'atteindre le champ acoustique généré par le haut-parleur, sa connaissance pouvant se ramener à celle du champ axial puisqu'aux basses fréquences nous considérons le rayonnement comme omnidirectionnel.

Le chapitre qui va suivre est donc consacré au calcul du champ de pression rayonné aux basses fréquences; nous y examinons ainsi la validité pratique des méthodes développées dans les trois chapitres précédents puisque (relations 1.29-31) le champ de pression est calculable à partir des paramètres de l'impédance électrique et du rapport des facteurs de couplage (d'ou l'intérêt d'une mesure directe de ce rapport). C'est sur le rayonnement qu'apparaît en premier la limitation en fréquence du modèle électroacoustique, ce qui nous conduit à compléter l'approximation du piston plan en cherchant à modéliser l'effet de la première résonance de la suspension périphérique; pour ce faire, nous essayons de prendre en compte le couplage acoustique entre les deux surfaces rayonnantes ainsi délimitées: la membrane et la suspension extérieure.

La validation des résultats théoriques obtenus pour le champ rayonné à partir de mesures pose des problèmes du fait que l'anéchoïcité nécessaire ne peut pas être réalisée, et que la géométrie effective de la membrane s'écarte sensiblement de celle du piston plan utilisé pour la modélisation.

5-1 CALCUL DE LA REPONSE EN PRESSION EN CHAMP PROCHE AUX BASSES FREQUENCES

L'objectif de ce paragraphe est de comparer, aux basses fréquences, les réponses en pression axiales calculée et mesurée d'un haut-parleur. Comme nous le mentionnons au paragraphe 1-3-2, il est difficile de mesurer correctement la réponse en pression axiale, en champ lointain, d'un haut-parleur rayonnant dans un espace semi-infini. Aussi cette dernière est-elle souvent évaluée à

partir de la réponse en pression en champ proche au centre du diaphragme, qui lui est proportionnelle sous certaines conditions, et dont la mesure est plus aisée. Nous nous limitons par conséquent dans ce paragraphe à la comparaison des champs proches.

Lorsqu'un haut-parleur, approximé par un piston plan circulaire, de rayon r_d , est placé dans un écran infini, la pression créée à une distance r du centre du piston est (voir par exemple BRUNEAU M. [1983]):

$$p(\vec{r}) = j\rho c k \int_{S_d} v(\vec{r}_0) \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}_0|}}{2\pi|\vec{r}-\vec{r}_0|} dS_0. \quad \text{Pa} \quad (5.1)$$

En prenant une répartition de vitesse v uniforme sur la surface du piston, l'expression du module du champ de pression dans l'axe du haut-parleur devient [KINSLER & FREY 1965]:

$$p(r) = 2\rho c v \sin\left[\frac{k}{2}\left(\sqrt{r^2 - r_d^2} - r\right)\right] \quad \text{Pa} \quad (5.2)$$

Aux basses fréquences ($kr_d \ll 1$), le module du champ proche p_p (en $r=0$) au centre du piston est ainsi donné par:

$$p_p = \rho c k v r_d. \quad \text{Pa} \quad (5.3)$$

D'après KEELE [1974], l'écart entre le sinus et l'angle est inférieur à 1dB jusqu'à la fréquence pour laquelle $r_d = 0.26\lambda$.

D'autre part, la grandeur p_p est reliée au champ lointain axial p_r à la distance r (avec $\lambda r \gg r_d^2$) par:

$$p_r = p_p \frac{r_d}{2r} \quad \text{Pa} \quad (5.4)$$

Aux basses fréquences, une bonne description du champ proche à partir des paramètres estimés doit donc permettre de prédire le champ lointain axial du haut-parleur rayonnant dans un espace semi-infini.

D'après le circuit équivalent du haut-parleur présenté en figure 5.1, nous écrivons l'expression analytique de la vitesse du diaphragme en fonction des éléments de l'impédance électrique et du facteur de force Bl:

$$v = \frac{1}{1+Z_e(\omega) [j\omega C_s + 1/R_s(\omega) + 1/j\omega L_s(\omega)]} \frac{U_{hp}}{Bl} \quad \text{m}^3 \quad (5.5)$$

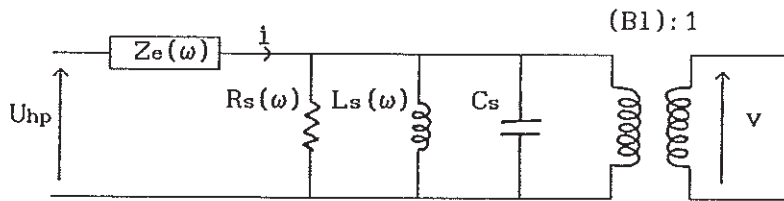


figure 5.1
Circuit électrique équivalent au haut-parleur aux basses fréquences

Cette relation nous permet de calculer la vitesse théorique du diaphragme à partir des paramètres basses fréquences, en négligeant ou non la viscoélasticité des suspensions. Dans l'expression 5.5, l'impédance électrique du moteur $Z_e(\omega)$ doit être calculée, par exemple selon le modèle empirique de WRIGHT [1990] (relation 3.3), sur toute la bande de fréquence sur laquelle nous calculons le champ proche. L'expression de ce dernier peut ainsi être donnée aux basses fréquences en combinant les relations 5.3 et 5.5:

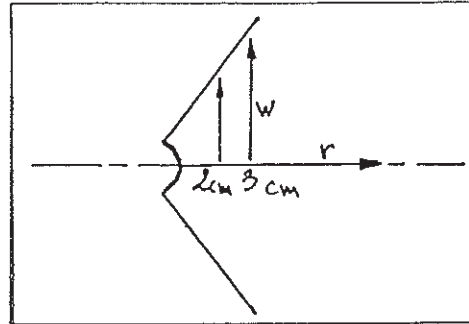
$$p_p = \frac{\rho c k}{1+Z_e(\omega) [j\omega C_s + 1/R_s(\omega) + 1/j\omega L_s(\omega)]} \frac{\Gamma_d}{Bl} U_{hp} \quad \text{m}^3$$

Du point de vue expérimental, la mesure du champ proche doit être effectuée le plus près possible du centre du piston: selon [KEELE 1974], un écart de niveau à la valeur théorique (donnée par la relation 5.3) inférieur à 1dB sera obtenu si la condition $r < 0.11ra$ est satisfaite, le niveau du champ proche diminuant avec la distance de mesure. Cette condition est délicate à assurer en pratique car le modèle du piston ignore la profondeur du cône: faut-il alors mesurer le champ proche au niveau du dôme ou dans le plan de l'écran? KEELE [1974] préconise d'effectuer la mesure du champ proche le plus près possible du dôme, donc à l'intérieur du cône.

Pour observer l'influence de la position du microphone sur la mesure du champ de pression au voisinage du dôme, nous avons procédé au relevé de la pression dans l'axe et le long de deux rayons w situés à 2 et à 3 cm du dôme (voir figure 5.2) sur un haut-parleur (PHILIPS AD8061) monté dans un écran fini. Les mesures sont effectuées à une fréquence de 100Hz, le rayon r_d est de 8,5cm et le demi angle au sommet de 60° .

Figure 5.2

Positions du microphone lors du relevé de la pression le long de deux rayons situés à 2 et à 3 cm du dôme.



Les résultats sont présentés sur les figures 5.3 et 5.4. A cette fréquence, la mesure du niveau de pression apparaît peu sensible à un mauvais placement radial du microphone: pour un écart à l'axe du haut-parleur de $r_d/2$, la valeur relevée n'est inférieure que de 0.3dB à celle mesurée au centre. En ce qui concerne la position axiale du microphone, un écart de 1dB à la valeur mesurée au voisinage du dôme est obtenu pour une distance de 1.3cm. Cet exemple indique qu'il est possible, au moins aux basses fréquences, de mesurer avec une bonne précision le champ de pression existant au voisinage du dôme.

Figure 5.3

Relevé du champ de pression sur un haut-parleur de 17 cm de diamètre le long de deux rayons situés

- à 2 cm du dôme
- à 3 cm du dôme.

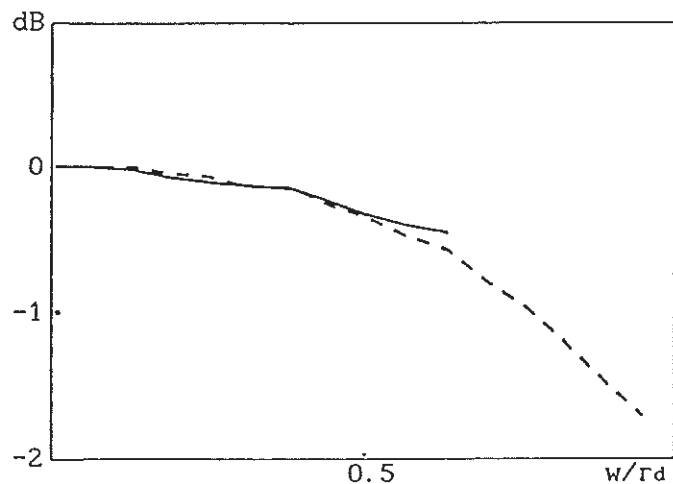
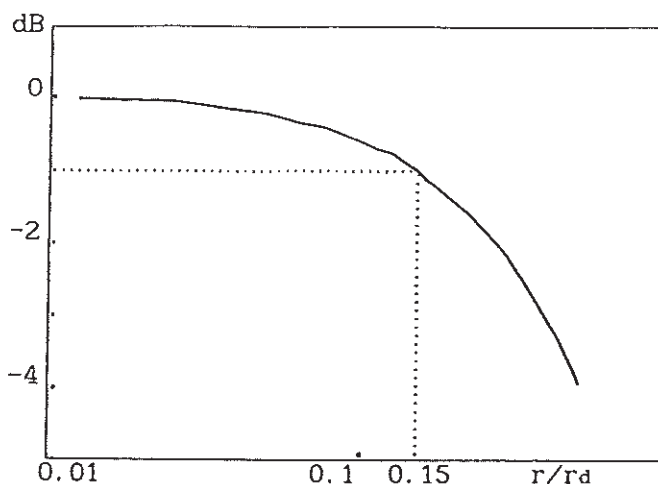


Figure 5.4

Relevé du champ de pression dans l'axe d'un haut-parleur de 17 cm de diamètre.



Une diminution de 1dB du niveau de pression par rapport à la valeur maximale (supposée atteinte) est obtenue pour une distance au dôme de 1.3cm, alors que la théorie développée dans le cas d'un piston plan (relation 5.2) prévoit pour ce haut-parleur une telle diminution pour une distance d'environ 0,9cm (0.11 r_d). Un tel effet était prévisible compte tenu de la différence de géométrie entre la membrane d'un haut-parleur et un piston plan, et il est remarquable que l'écart constaté en pratique soit si faible.

L'incertitude sur le point de mesure du champ proche du haut-parleur et sur le degré de validité de l'approximation par un piston plan empêche néanmoins de juger quantitativement la prédiction du niveau de pression qui est faite à partir des paramètres basses fréquences estimés. Nous constatons cependant en pratique (voir les résultats présentés en annexe D) que l'écart entre le niveau de pression mesuré au voisinage du dôme et celui calculé à partir des paramètres basses fréquences est de l'ordre de 1 dB, ce qui peut être imputé aussi bien au calcul qu'à la mesure.

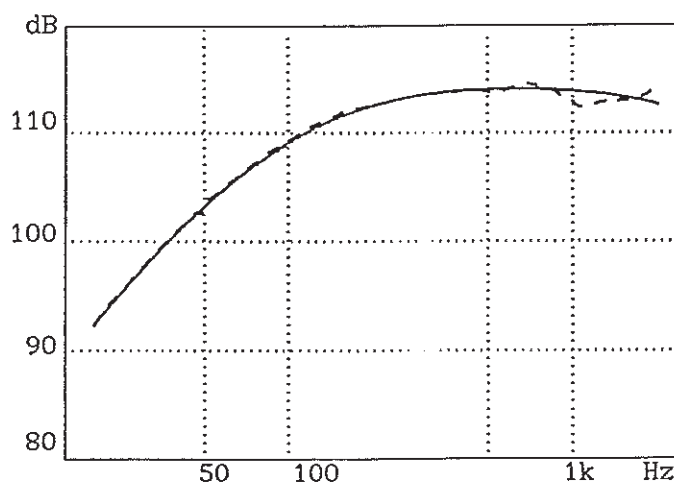
Nous observons par contre que la prédiction que nous effectuons sous-estime presque toujours le niveau de pression mesuré. Bien que l'incertitude sur la calibration du microphone et sur l'estimation des paramètres ne puisse apparemment pas permettre de déceler avec certitude un écart inférieur au dB, cette constatation semble quasi systématique; elle pourrait résulter du fait que la surface de la membrane est supérieure à celle de la base du cône ce qui entraîne, au voisinage du dôme, un niveau de pression plus élevé que celui créé par un piston de rayon r_d .

En ce qui concerne l'allure de la réponse en pression, nous constatons que celle calculée à partir des paramètres basses fréquences estimés concorde bien avec celle relevée au voisinage du dôme. La figure 5.5 présente les réponses en pression mesurées sur deux haut-parleurs de 13 cm de diamètre dont les coefficients β sont égaux à 0,07 (Audax BMH403) et à 0,17 (KEF SP1057), et les réponses en pression théoriques obtenues. Le relevé de la pression est effectué à l'aide d'un microphone B&K utilisé uniquement avec son préamplificateur et son alimentation (voir annexe C), afin d'assurer une fonction de transfert la plus plate possible aux basses fréquences. La réponse en pression théorique est calculée, pour les deux modélisations utilisées (prenant en compte ou non la viscoélasticité des suspensions), d'après les paramètres de l'impédance électrique que nous avons préalablement estimés; le niveau de pression est ensuite ajusté de façon à correspondre au niveau de pression mesuré à la fréquence de 500 Hz.

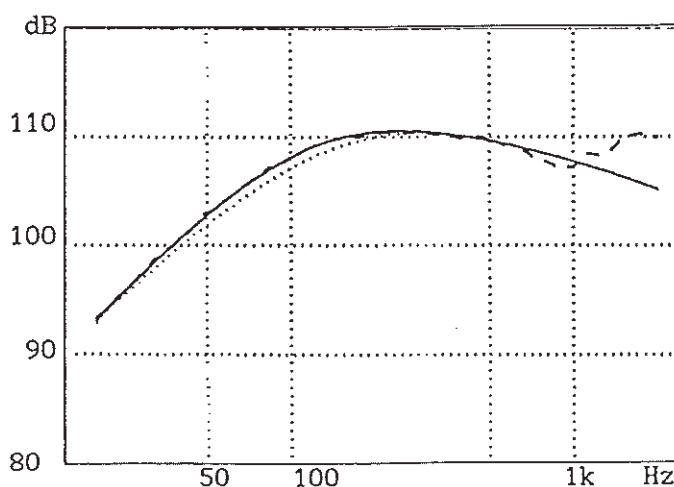
Figures 5.5

Réponses en pression en champ proche pour deux haut-parleurs de 13 cm de diamètre, de coefficient β égal à 0,07 (a) et à 0,17 (b)

--- mesurée
 ... théorique selon le modèle classique
 — théorique selon le modèle incluant la viscoélasticité des suspensions.



(a)



(b)

Nous notons que l'allure de la réponse en pression est bien décrite quelle que soit la modélisation employée pour le premier haut-parleur (de coefficient β égal à 0,07), mais pas pour le second (de coefficient β égal à 0,17). Dans ce second cas, le modèle incluant la viscoélasticité des suspensions apporte un progrès par rapport à la modélisation usuelle avec laquelle peuvent apparaître des écarts de 1dB par rapport au champ de pression mesuré, ce qui entraîne alors une prédiction de la fréquence de coupure à -3db supérieure de quelques hertz à la fréquence de coupure réelle.

Ces quelques expériences, qui n'ont pas été effectuées par KNUDSEN et JENSEN [1993], justifient donc la modélisation de la viscoélasticité des suspensions que nous avons retenue, et également la méthode d'estimation des paramètres que nous lui avons associée. Elles montrent qu'il est possible de prédire l'allure de la réponse en pression dans l'axe du haut-parleur aux basses fréquences uniquement à partir de deux mesures de l'impédance électriques du transducteur.

Au dessus de 500 Hz, il apparaît des divergences que nous attribuons au comportement du diaphragme à ces fréquences (résonance de la suspension extérieure). C'est ce domaine de fonctionnement du haut-parleur que nous abordons dans le paragraphe suivant.

5-2 MODELISATION DE LA RESONANCE DE LA SUSPENSION EXTERIEURE

Nous nous attachons maintenant à compléter la modélisation basses fréquences de la partie mécanique du haut-parleur (qui est jusqu'à présent représentée par un circuit équivalent de type RLC), afin de décrire l'accident qui peut être causé sur le champ de pression par la résonance de la suspension extérieure. Nous partons d'une modélisation proposée par ZIMMERMANN [1970] (figure 5.6) qui introduit un couplage compliant entre la membrane du haut-parleur et la suspension périphérique, ce qui permet à cette dernière d'entrer en résonance.

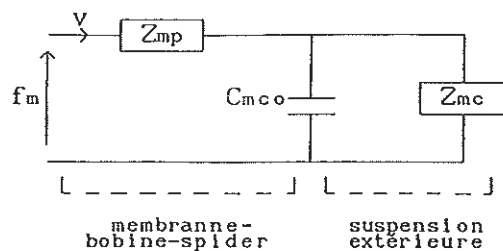


Figure 5.6
Modélisation du couplage mécanique entre
la membrane et la suspension extérieure.

Dans cette modélisation, l'ensemble membrane-bobine-spider (Z_{mp}) et la suspension périphérique (Z_{mc}) sont tous deux représentés par un circuit équivalent de type RLC. En comptant l'élément de couplage (C_{mco}), l'équipage mobile du transducteur est donc a priori défini par sept paramètres (si la viscoélasticité des suspensions est ignorée) au lieu de trois dans la modélisation traditionnelle. En fait, la résonance de la suspension a lieu à des fréquences nettement supérieures à la fréquence de résonance du haut-parleur, et sa description peut être faite comme un fractionnement de l'équipage mobile quand la fréquence augmente, où seuls interviennent directement le rapport des masses des deux parties et la compliance de la liaison; ceci permet de limiter à ces deux grandeurs le nombre de degrés de liberté supplémentaires à introduire.

Par contre, aux fréquences où la suspension ne fait pas corps avec la membrane, le couplage entre les deux éléments ne se résume pas à une liaison mécanique: le rayonnement des deux surfaces vibrantes est également couplé, ce qui doit être pris en compte à la fois dans la modélisation électroacoustique et dans le calcul du champ de pression; nous voyons dans la suite que ce complément permet dans certains cas d'améliorer la description du champ lointain sur l'axe.

5-2-1 Description du phénomène

Lorsque la fréquence augmente, la courbe de réponse en pression d'un haut-parleur est perturbée entre autres par deux phénomènes liés au comportement du diaphragme: la résonance de la suspension extérieure et les

déformations de la membrane.

Comme le montre [FRANKORT 1975-1, 1975-2], les modes propres de vibration de la membrane sont à l'origine de l'allure caractéristique de la réponse en pression d'un haut-parleur aux fréquences moyennes et hautes: une remontée brutale du niveau par rapport à celui prédit par le modèle basses fréquences (cette transition est appelée "break-up"), puis une zone relativement étendue et accidentée qui se termine à la coupure. Ces deux phénomènes se traduisent généralement par des accidents sur l'impédance du haut-parleur car ils correspondent à des zones de fréquence où la vitesse de la membrane peut être importante et donne lieu à une impédance motionnelle significative.

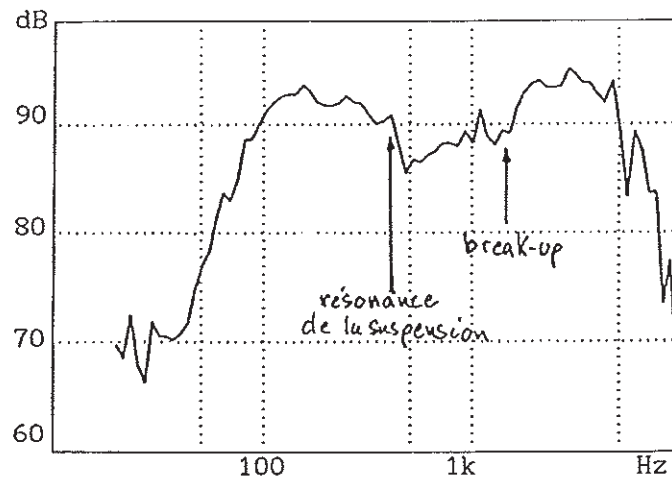
S'il est possible de donner ainsi l'allure générale de la réponse en pression d'un haut-parleur, une description plus fine en est délicate. Les particularités précédemment décrites dépendent en effet des caractéristiques de la membrane (COLLOMS [1991] et MLČÁK [1976] montrent qu'un profil de membrane adapté peut atténuer le break-up), mais également comme l'indiquent SHINDO & al. [1980] de la nature des autres éléments de l'équipage mobile tels que la suspension extérieure et la bobine. L'étude du comportement de la membrane aux hautes fréquences s'effectue généralement par analyse modale [STRUK 1990] ou numériquement [KAISER & LEEUWESTEIN 1987].

L'effet de la résonance de la suspension extérieure résulte lui du fait que autour d'une fréquence donnée, cet élément de l'équipage mobile vibre avec une amplitude supérieure à celle de la membrane, voire en opposition de phase avec cette dernière [SUZUKI & NOMOTO 1982]. Ce phénomène est étalé sur une bande de fréquences, car la suspension ne vibre pas d'un bloc: différentes sections angulaires ne résonnent pas à la même fréquence [ZIMMERMANN 1970]. La résonance de la suspension provoque une remontée puis une chute du niveau de pression rayonnée et occasionne souvent un accident sur l'impédance motionnelle du haut-parleur.

Ces phénomènes sont illustrés par la mesure de la réponse en pression en champ lointain axial d'un haut-parleur de 15cm de diamètre (AUDAX BMH405) présentée en figure 5.7, dans laquelle la résonance de la suspension apparaît vers 450Hz, le break-up se situant lui vers 1.5kHz.

Figure 5.7

Relevé d'une réponse en pression en champ lointain axial d'un haut-parleur de 17cm de diamètre.



Selon ZIMMERMANN [1970], la résonance de la suspension est située plus bas en fréquence que le break-up de la membrane; elle est comprise approximativement entre 400 et 1500 Hz, et correspond généralement au premier accident de l'impédance motionnelle du haut-parleur. Nous constatons cependant en pratique qu'il n'est pas toujours évident d'identifier les deux phénomènes avec certitude. Ils se traduisent en effet tous deux par un accident sur l'impédance motionnelle, mais il arrive que celui lié à la résonance de la suspension soit peu visible (par exemple dans le cas d'une suspension particulièrement compliant) ou qu'un accident supplémentaire apparaisse (vibration d'un support,...).

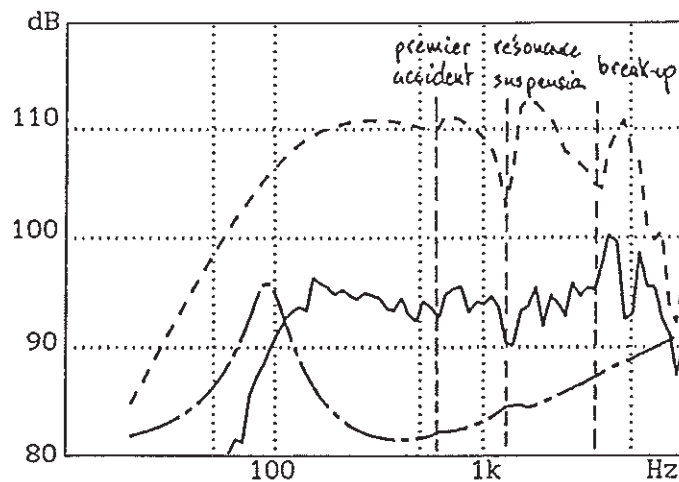
D'après ZIMMERMANN [1970], l'effet de la résonance de la suspension est plus prononcé en champ lointain qu'en champ proche mais notre expérience nous montre que cela n'est pas systématique, surtout que l'accident peut y être occulté par une singularité liée à la mesure. Par contre, le relevé du champ lointain permet généralement de situer le break-up de la membrane, ce qui n'est pas toujours possible sur la réponse en pression en champ proche.

La figure 5.8 qui présente le relevé de l'impédance électrique et de deux réponses en pression d'un haut-parleur de 13 cm de diamètre (AUDAX BMH403) illustre ces quelques remarques. Nous constatons en effet sur la mesure du champ lointain axial, que la résonance de la suspension correspond au deuxième accident de l'impédance électrique et du champ proche (vers 1500 Hz) et non au

premier, et que le break-up du diaphragme (qui se situe vers 5kHz) n'est pas aisément décelable sur la mesure en champ proche. Par la suite, pour chaque haut-parleur étudié, nous effectuons (en plus du relevé de l'impédance électrique qui permet de déterminer les paramètres basses fréquences) la mesure de la réponse en pression en champ proche et en champ lointain axial, afin d'assurer une bonne identification des phénomènes et de permettre une double vérification du modèle que nous employons.

Figure 5.8
Relevés de réponses en fréquence sur un haut-parleur de 13 cm de diamètre

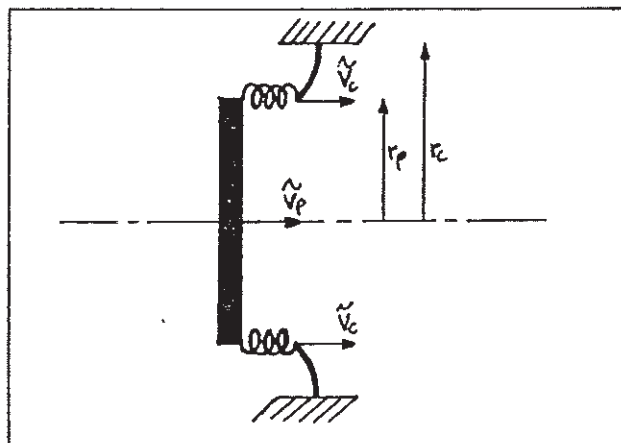
- champ proche
- champ lointain
- - - impédance électrique (référence arbitraire).



5-2-2 Modélisation mécanique

Pour décrire la résonance de la suspension périphérique, ZIMMERMANN [1970] modélise le diaphragme d'un haut-parleur par le système mécanique représenté en figure 5.9 (la bobine et le spider n'y figurent pas).

Figure 5.9
Modèle mécanique utilisé pour représenter le diaphragme d'un haut-parleur.



La membrane du haut-parleur est assimilée à un piston plan de rayon r_p (il correspond au rayon de la base de la membrane) et de vitesse \tilde{v}_p (nous notons ici \tilde{v} les vitesses pour tenir compte du déphasage entre les différents éléments du diaphragme). Il est couplé par une suspension sans masse (de compliance C_{mc0}) à une couronne concentrique vibrant en flexion (qui représente la suspension périphérique), de rayons intérieur r_p et extérieur r_c . La vitesse \tilde{v}_c est celle du bord intérieur de la couronne.

L'auteur lui associe le circuit à constantes localisées de la figure 5.10 et montre que celui-ci doit permettre une meilleure modélisation de l'impédance motionnelle du haut-parleur (ce circuit est présenté ici en analogie force-vitesse; il ne comporte que la partie mécanique du haut-parleur, la partie électrique demeurant inchangée).

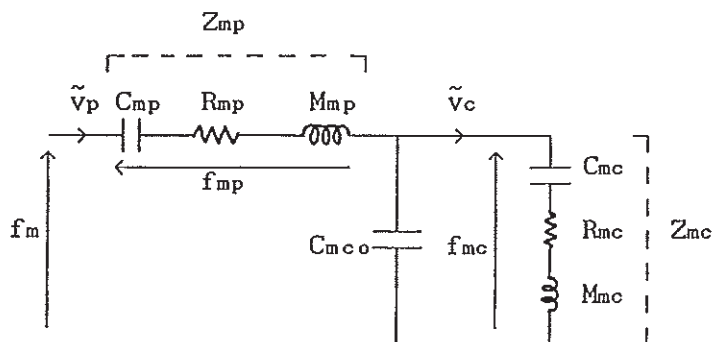


Figure 5.10

Modélisation du couplage mécanique entre la membrane et la suspension extérieure.

Les impédances Z_{mp} et Z_{mc} qui sont des circuits R-L-C séries représentent respectivement le système {membrane-bobine-spider} et la suspension extérieure; elles incluent les impédances de rayonnement des deux éléments de l'équipage mobile. Le couplage mécanique entre ces deux parties est assuré par une compliance C_{mc0} qui correspond à la flexion du bord extérieur de la membrane. La force f_m est la force d'origine électromagnétique appliquée à la bobine (voir figure 1.2) et f_{mp} et f_{mc} sont les forces de réaction résultant du mouvement de chaque élément.

Dans ce modèle, tous les paramètres ne sont pas indépendants, et certaines de leurs valeurs sont reliées à celles des éléments du circuit

basses fréquences. Nous essayons ci-après de dégager les relations les plus évidentes afin de réduire le nombre de degrés de liberté du système.

Ainsi, aux basses fréquences, le terme $1/\omega C_{mco}$ est très grand. Les vitesses v_p et v_c sont alors supposées identiques et correspondent à la vitesse v de la figure 1.2. L'impédance mécanique totale Z_{ms} à ces fréquences (relation 1.5) est l'association série de Z_{mp} et de Z_{mc} . Les éléments de Z_{mc} et Z_{mp} ont donc des valeurs telles que leur résultante soit la valeur des éléments correspondants de Z_{ms} . M_{mc} correspond à la masse de la couronne qui est notablement plus faible que celle du piston; usuellement M_{mc} est de l'ordre de 10% de M_{ms} , contre 90% pour M_{mp} (la proportion varie de 5 à 20% en général). Les deux compliances et leurs pertes associées correspondent essentiellement aux deux suspensions du haut-parleur: spider pour C_{mp} , et suspension extérieure pour C_{mc} . Leur rapport est variable selon le type de haut-parleur (boomer, large bande,...) mais reste voisin de l'unité. Par contre la compliance C_{mco} , propre à la membrane elle même, est beaucoup plus faible que C_{mp} ou C_{mc} ; le rapport C_{mco}/C_{mp} est couramment de l'ordre de 100.

La résonance de la suspension a ainsi lieu dans une zone de fréquences où l'impédance de la branche formée par C_{mco} devient inférieure à celle correspondant à Z_{mp} , du fait des variations contraires liées à M_{mp} et à C_{mco} ; le circuit de la figure 5.10 se ramène alors grossièrement à un résonateur R-L-C série formé de C_{mco} , R_{mc} et M_{mc} (C_{mc} joue alors un rôle négligeable). Toutefois, vu les ordres de grandeur de M_{mp} et M_{mc} , la branche correspondant à Z_{mp} n'est pas entièrement occultée par C_{mco} , et intervient dans la résonance avec un effet modérateur non négligeable.

L'analyse paramétrique de ce modèle, conjointe avec des confrontations expérimentales pour fixer des ordres de grandeur, permet de préciser le rôle de chaque élément. La valeur de M_{mc} s'exprime comme un pro-rata de la masse totale M_{ms} (qui est fixée); elle devrait intervenir directement dans la valeur de la fréquence de résonance de la suspension extérieure, mais ses variations s'assortissent de fluctuations de l'impédance Z_{mp} (à M_{ms} constante) dont l'effet est contraire. De ce fait, le rapport M_{mc}/M_{mp} joue plutôt un rôle sur l'amortissement de la résonance, en faisant varier une impédance en parallèle avec C_{mco} . Pour une masse totale de l'équipage donnée, la fréquence de résonance de la suspension extérieure est donc essentiellement donnée par

C_{mco} , qui occulte alors totalement C_{mp} et C_{mc} dont le rapport est peu significatif. L'amortissement est toujours contrôlé simultanément par R_{mp} et R_{mc} , dont le rapport joue lui aussi un rôle assez faible; ceci nous conduit à fixer arbitrairement les rapport C_{mp}/C_{mc} et R_{mp}/R_{mc} à l'unité, ne conservant ainsi que deux degrés de liberté supplémentaires pour décrire la résonance de la suspension: M_{mc}/M_{mp} et C_{mco} .

L'estimation des valeurs de C_{mco} et de M_{mc}/M_{mp} peut alors être effectuée par optimisation à partir de la comparaison entre la réponse en pression simulée et celle mesurée; la valeur de C_{mco} est essentiellement déterminée d'après la fréquence de résonance de la suspension extérieure et celle de M_{mc}/M_{mp} par son acuité.

5-2-3 Calcul du rayonnement

Nous assurons tout d'abord l'égalité du débit acoustique entre le modèle présenté en figure 5.9 et celui utilisé aux basses fréquences (piston de rayon r_d), en admettant pour la couronne un profil de vitesse $v(r)$ linéaire en fonction du rayon r (de $v=0$ en $r=r_c$ à $v=v_c$ en $r=r_p$). En effet, si aux basses fréquences les vitesses v_p et v_c sont égales (et ont une phase identique), le rayon effectif r_d calculé sur toute la surface vibrante par la relation

$$(\pi r_d^2) v_p = 2\pi \int_0^{r_p} v_p r dr + 2\pi \int_{r_p}^{r_c} v(r) r dr \quad m^3 \cdot s^{-1} \quad (5.6)$$

correspond pratiquement au rayon du diaphragme pris jusqu'à mi-suspension, si la largeur de cette dernière est petite devant le rayon r_p (ce qui est généralement le cas).

La suspension est par contre assimilée, pour calculer sa contribution au rayonnement du haut-parleur, à une couronne de vitesse uniforme \tilde{v}_c et de rayon extérieur r_d . Nous notons $S_c = \pi(r_d^2 - r_p^2)$ la surface de cette couronne (moitié de la surface réelle) et $S_p = \pi r_p^2$ celle du piston. Nous cherchons alors à calculer l'expression théorique du champ de pression axial qui serait créé par un système mécanique similaire à celui de la figure 5.9, placé dans un écran infini.

En première approximation, il semble possible de remplacer simplement dans la relation 5.1 la vitesse $v(\vec{r}_0)$ par la répartition de vitesse définie plus haut ($v(\vec{r}_0)=\tilde{v}_p$ pour $S_0=S_p$ et $v(\vec{r}_0)=\tilde{v}_c$ pour $S_0=S_c$) et de procéder comme au paragraphe 5-1; nous obtenons alors l'expression du module du champ proche p_p au centre du diaphragme

$$|p_p| = \rho c k \left| \tilde{v}_p r_p + \tilde{v}_c (r_d - r_p) \right| \quad , \quad \text{Pa} \quad (5.7)$$

et le module du champ lointain axial à la distance r , p_r

$$|p_r| = \frac{\rho c k}{2\pi r} \left| S_p \tilde{v}_p + S_c \tilde{v}_c \right| \quad \text{Pa} \quad (5.8)$$

Dans ces deux expressions, le déphasage résultant de la différence de marche entre les ondes acoustiques créées par le mouvement de la membrane et de la suspension extérieure n'est pas pris en compte, car négligeable devant celui existant entre les vitesses \tilde{v}_p et \tilde{v}_c au voisinage de la fréquence de la résonance de la suspension.

Ce calcul a l'avantage d'une grande simplicité, et présente des tendances asymptotiques identiques à celles d'un piston seul. Il permet de décrire grossièrement l'accident survenant sur la réponse en pression lorsque ce dernier est peu important. Il apparaît cependant que, lorsque l'effet de la résonance de la suspension est très marqué, la simulation effectuée à partir de ce calcul ne permet pas de reproduire correctement le comportement constaté dans les mesures: l'accident simulé a une amplitude trop faible par rapport à l'expérience, et le rapport des masses mobiles qui fournit les réponses en pression les plus proche de celles mesurées n'est manifestement pas en accord avec les caractéristiques des deux éléments du diaphragme. Il apparaît donc que ce calcul est incomplet, ce qui nous conduit à essayer de l'améliorer en décrivant mieux les phénomènes liés au rayonnement.

En effet, dans le circuit à constantes localisées présenté en figure 5.10, seul est pris en compte le couplage mécanique entre la membrane et la suspension; or, les deux surfaces mobiles étant adjacentes, l'existence d'un couplage acoustique est évidente: ce couplage correspond à l'action du champ de pression créé par la couronne sur le mouvement du piston et réciproquement. Nous allons dans ce qui suit l'ajouter à la modélisation présentée au

paragraphe précédent en introduisant une impédance mutuelle de rayonnement dans le schéma équivalent de la figure 5.10.

Pour calculer cette impédance mutuelle de rayonnement, nous nous plaçons comme précédemment dans le cas d'un haut-parleur monté sur écran infini. D'après la relation 5.1 et la répartition de vitesse que nous avons définie au paragraphe 5-2-2, nous écrivons l'expression de la force d'origine acoustique f_{ap} exercée sur une face du piston (en $r=0$) du fait du mouvement du diaphragme:

$$f_{ap} = j\rho c k \left[v_p \int_{S_p} dS \int_{S_p} \frac{e^{-jkro}}{2\pi r o} dS_o + v_c \int_{S_p} dS \int_{S_c} \frac{e^{-jkro}}{2\pi r o} dS_o \right] \quad N \quad (5.9)$$

Nous mettons cette relation sous la forme:

$$f_{ap} = Z_{mrp} v_p + Z_{mr\mu} v_c \quad N \quad (5.10)$$

où Z_{mrp} et $Z_{mr\mu}$ sont respectivement l'impédance de rayonnement du piston de rayon r_p et l'impédance mutuelle de rayonnement entre le piston et la couronne, le tout placé sur un écran infini. L'impédance Z_{mrp} , ici exprimée en analogie mécanique, se déduit de l'expression 1.13 (dans laquelle elle est donnée en analogie acoustique), via le facteur S_d .

De même, pour la force f_{ac} qui s'exerce sur une face de la couronne il vient en intégrant l'expression 5.1 sur la surface S_c :

$$f_{ac} = Z_{mr\mu} v_p + Z_{mrc} v_c \quad N \quad (5.11)$$

où Z_{mrc} est l'impédance de rayonnement de la couronne dans un écran infini.

Pour introduire le couplage acoustique dans le schéma équivalent de la figure 5.10, nous nous inspirons du procédé utilisé par SMALL [1973] et KERGOMARD [1984] pour modéliser le couplage acoustique existant entre le haut-parleur et l'évent dans une enceinte "bass-reflex".

Nous réécrivons les deux relations 5.10 et 5.11 sous la forme:

$$\begin{cases} f_{ap} = (Z_{mrp} + Z_{mr\mu})v_p + (-Z_{mr\mu})(v_p - v_c) & N & (5.12) \\ (-Z_{mr\mu})(v_p - v_c) = (Z_{mrc} + Z_{mr\mu})v_c - f_{ac} & N & (5.13) \end{cases}$$

Ces deux équations correspondent au quadripole en T de la figure 5.11.

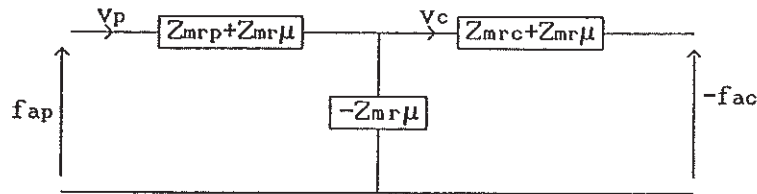


Figure 5.11

Quadripole en "T" modélisant le couplage acoustique entre la membrane et la suspension.

En prenant en compte l'effet du rayonnement sur les deux faces du diaphragme (supposées identiques), la force totale résultante sur le piston est alors

$$f'_m = f_m + 2f_{ap} \quad , \quad N \quad (5.14)$$

soit

$$f'_m = f_{mp} + f_{mc} + 2f_{ap} \quad ,$$

et celle qui s'exerce sur la couronne (avec la convention de signe prise sur la figure 5.11) est donnée par

$$f'_{mc} = f_{mc} - 2f_{ac} \quad . \quad N \quad (5.16)$$

Ces relations permettent d'établir le schéma équivalent final de l'équipage mobile présenté en figure 5.12.

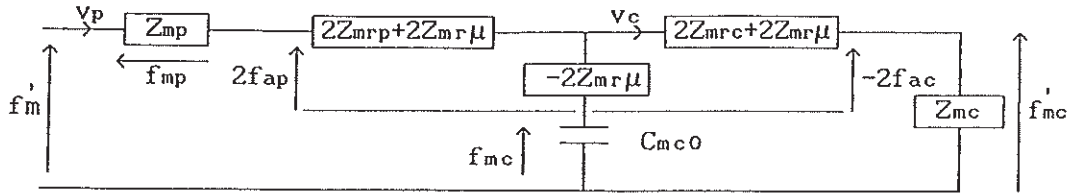


Figure 5.12

Modélisation du couplage total acoustique et mécanique) entre le diaphragme et la suspension extérieure.

Le schéma équivalent de l'équipage mobile incluant le couplage acoustique entre la membrane et la suspension étant maintenant établi, il nous reste à déterminer l'expression de l'impédance de rayonnement de la couronne Z_{mrc} et celle de l'impédance mutuelle $Z_{mr\mu}$. Nous remarquons que la forme intégrale de Z_{mrc} (qui se déduit d'une relation similaire à la relation 5.9):

$$Z_{mrc} = j\rho ck \int_{S_c} dS \int_{S_c} \frac{e^{-jkro}}{2\pi ro} dS_o \quad \text{kg. s}^{-1} \quad (5.17)$$

s'écrit également

$$Z_{mrc} = j\rho ck \left[\int_{S_d} dS \int_{S_d} \frac{e^{-jkro}}{2\pi ro} dS_o - \int_{S_p} dS \int_{S_p} \frac{e^{-jkro}}{2\pi ro} dS_o - 2 \int_{S_p} dS \int_{S_c} \frac{e^{-jkro}}{2\pi ro} dS_o \right] \quad \text{kg. s}^{-1} \quad (5.18)$$

Cette relation peut être exprimée sous la forme

$$Z_{mrc} = Z_{mrd} - Z_{mrp} - 2Z_{mr\mu} \quad \text{kg. s}^{-1} \quad (5.19)$$

où Z_{mrd} est l'impédance de rayonnement en analogie mécanique d'un piston de rayon r_a situé dans un écran infini (elle se déduit comme Z_{mrp} de l'expression 1.13).

Cette relation 5.19 nous permet de constater que dans le cas d'un couplage rigide ($v_p=v_c$), l'impédance de rayonnement de la partie mobile (voir

figure 5.12) est égale à $2Z_{mrd}$: nous retrouvons ainsi le modèle basses fréquences classique.

Il apparaît alors que seule l'expression analytique de l'impédance mutuelle de rayonnement reste à déterminer. Le calcul en est effectué en annexe B dans l'approximation basses fréquences $kr_d \ll 1$. Nous obtenons pour l'impédance $Z_{mr\mu}$:

$$Z_{mr\mu} = \rho c \left[\frac{\pi(r_d^2 - r_p^2)}{2} (kr_p)^2 + j \frac{4\pi r_d^2}{3} (kr_d) \left((1 + r_p^2/r_d^2) E(r_p/r_d) - 2r_p^3/r_d^3 - (1 - r_p^2/r_d^2) F(r_p/r_d) \right) \right] \quad \text{kg. s}^{-1} \quad (5.20)$$

où F et E sont respectivement des intégrales elliptiques complètes de première et de seconde espèce.

5-2-4 Validation du modèle incluant le couplage acoustique

Pour valider la modélisation l'équipage mobile que nous venons d'élaborer, nous calculons pour différents modèles de haut-parleurs les réponses en pression théoriques en champ proche et lointain selon les relations 5.7 et 5.8. Les expressions des vitesses \tilde{v}_p et \tilde{v}_c intervenant dans ces deux relations sont déterminées d'après le schéma équivalent de la figure 5.12. Nous comparons ensuite ces réponses en pression théoriques avec celles mesurées pour les haut-parleurs utilisés.

Afin d'éliminer les interférences entre les ondes avant et arrière du haut-parleur, nous effectuons les mesures des réponses en pression en chargeant la face arrière du transducteur par une enceinte garnie de matériau absorbant (pour limiter les résonances de la cavité). Son influence sur le fonctionnement du haut-parleur est considéré comme négligeable au delà des basses fréquences, et le couplage acoustique entre la membrane et la suspension sur la face arrière du diaphragme est supposé peu modifié par la présence de l'enceinte. Pour calculer l'impédance électrique du moteur (qui n'est pas représentée sur le schéma équivalent de la figure 5.12 mais qui intervient quand même dans l'expression analytique des vitesses \tilde{v}_p et \tilde{v}_c) nous

procédons de même qu'au paragraphe 5-1 (en utilisant le modèle empirique de WRIGHT [1990]).

Les impédances de rayonnement et l'impédance mutuelle sont déterminées par les rayons r_p et r_c mesurés sur le diaphragme du haut-parleur. Aux fréquences où se situe la résonance de la suspension, l'approximation basses fréquences dans laquelle l'expression de l'impédance mutuelle de rayonnement est calculée est à la limite de la validité (les valeurs relevées sont telles que $0,6 < k r a < 1$) mais doit encore s'appliquer.

Il ne nous reste à déterminer que la valeur des deux paramètres que nous ajoutons à la modélisation basses fréquences: le rapport des masses mobiles M_{mp}/M_{mc} et la compliance C_{mc0} . La mesure de ces paramètres étant impossible à effectuer sans destruction du haut-parleur, nous ajustons leur valeur de façon à faire correspondre au mieux les réponses en pression théoriques et expérimentales au voisinage de la fréquence de la résonance de la suspension.

Nous présentons en figure 5.13 les résultats que nous obtenons pour deux modèles de haut-parleur de 13 cm de diamètre (AUDAX BMX403) et de 15cm de diamètre (AUDAX BMH405), dont la résonance de la suspension provoque un accident relativement important sur la réponse en pression (d'autres exemples sont reportés en annexe D). Les courbes supérieures correspondent à la réponse en champ proche et les courbes inférieures au champ lointain axial à 1m du haut-parleur.

D'une façon générale, nous constatons que la prise en compte du couplage acoustique entre la membrane et la suspension extérieure accentue l'effet de la résonance de cette dernière sur la simulation du champ de pression. Pour ces deux modèles de haut-parleur, la reproduction de l'accident survenant sur le champ lointain axial est assez réaliste (l'écart qui survient aux plus hautes fréquences est normal puisqu'il correspond au break-up du cône qui n'est pas pris en compte dans le modèle). La modélisation incluant le couplage acoustique donne de meilleurs résultats que celle ne comprenant que le couplage mécanique, cette dernière ne parvenant pas à décrire de façon correcte l'amplitude de l'accident quel que soit le rapport des masses mobiles utilisé.

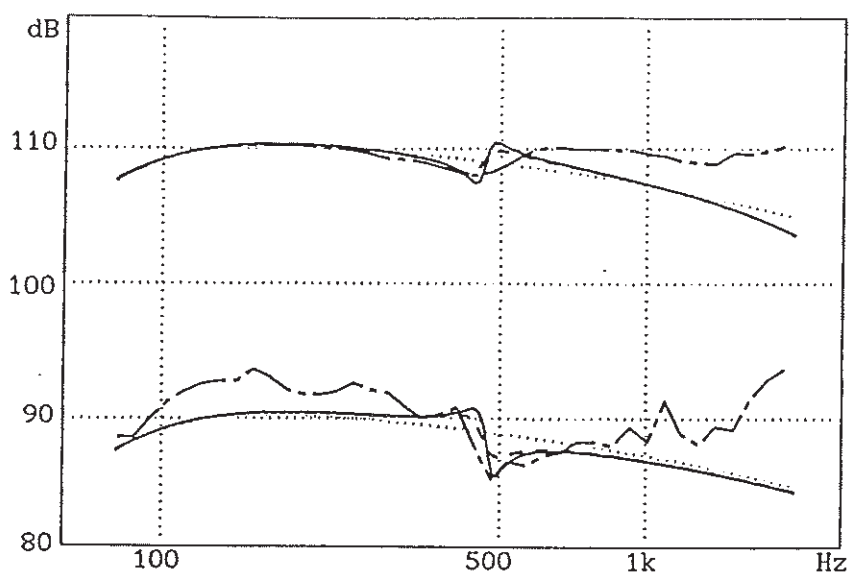


Figure 5.13a

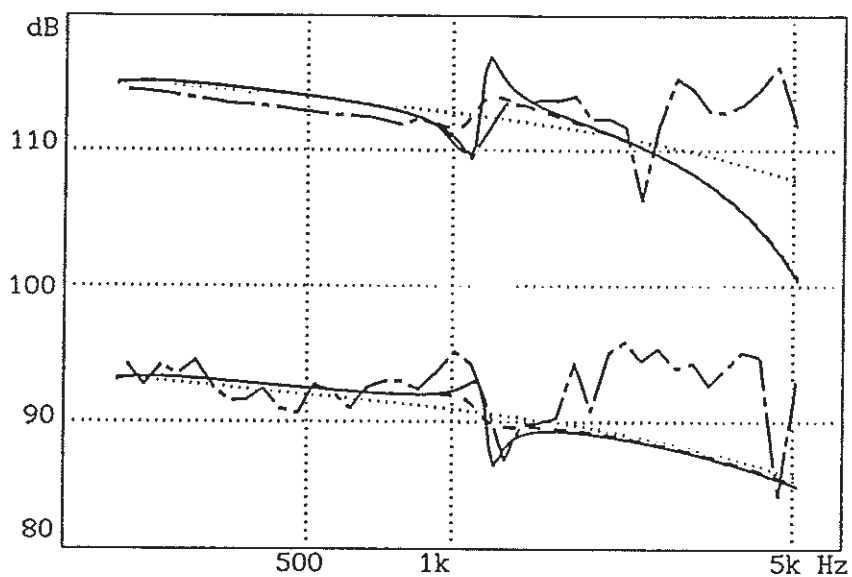


Figure 5.13b

Réponses en pression en champ proche (courbes supérieures) et en champ lointain (courbes inférieures) pour le BMH405 (a) et pour le BMH405 (b).

- mesurée
- ... modèle classique
- .- modèle avec couplage mécanique
- modèle avec couplage mécanique et acoustique.

Il est cependant délicat de tirer des conclusions générales d'après les quelques modèles de haut-parleurs mesurés, car l'allure accidentée des courbes de réponse en champ lointain nuit à une distinction nette de la singularité liée à la résonance de la suspension. D'autre part, il est possible que dans certains cas cette singularité soit partiellement atténuée par l'effet du "break-up" de la membrane qui survient généralement peu après. L'intérêt de la prise en compte du couplage acoustique pour la description du champ proche apparaît moins, mais ceci n'est pas surprenant compte tenu de la différence de géométrie entre la membrane d'un haut-parleur réel et le modèle utilisé. En effet le champ de pression créé par la suspension extérieure au voisinage du dôme peut être partiellement masqué par celui de la membrane.

Nous constatons par contre que le rapport des masses mobiles qui permet de décrire de façon satisfaisante l'accident du champ de pression dû à la résonance de la suspension (lorsque qu'il est important), est cette fois-ci en accord avec les caractéristiques respectives des deux éléments (les valeurs numériques sont données en annexe D). Il s'avère également que ce rapport peut être approximativement déduit de la géométrie du diaphragme, ce qui en facilite l'estimation et semble confirmer le bien fondé de l'introduction du couplage acoustique. Ce rapport est ainsi de l'ordre de celui obtenu en prenant le rapport de la surface projetée de la membrane (πr_p^2) au tiers de la surface de la suspension ($\pi(r_c^2 - r_p^2)/3$). Ce facteur 1/3 est introduit pour tenir compte du fait que la suspension vibre en flexion (elle est assimilée à une plaque en flexion dont la déformée varie linéairement avec la distance: la masse dynamique est alors le tiers de la masse totale). La valeur ainsi obtenue doit simplement être légèrement modulée en fonction de la masse de la bobine mobile et de la différence de masse volumique des divers éléments. D'autre part, les valeurs de C_{mco} obtenues sont similaires à celles trouvées par M. BRUNEAU [1975].

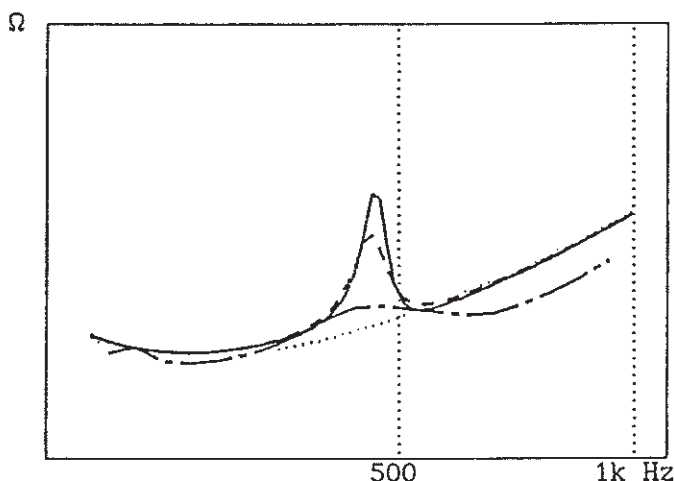
Par contre, une des limitations de la modélisation du diaphragme que nous présentons est qu'elle ne décrit pas de façon correcte l'accident que provoque la résonance de la suspension sur l'impédance électrique du haut-parleur. Nous voyons en effet sur la figure 5.14 que cet accident est plus accentué sur les impédances théoriques calculées d'après les modèles incluant le couplage mécanique et le couplage mécano-acoustique que sur les impédances mesurées. Nous pensons que ceci peut résulter du fait que la raideur propre de la

membrane n'est pas vraiment prise en compte dans le calcul du rayonnement lui-même (voir les travaux de M.BRUNEAU [1975] et A.M.BRUNEAU [1978]), mais également du fait du mouvement non uniforme de la suspension extérieure (dont la résonance s'étale en fait sur une bande de fréquence car différentes sections angulaires de la suspensions ne résonnent pas à la même fréquence). Sur un haut-parleur, le cône n'a donc pas la même vitesse en tout point et le déplacement au niveau de la bobine mobile peut alors être inférieur au déplacement local de la jonction membrane-suspension: l'influence de la résonance de la suspension sur l'impédance électrique serait ainsi atténuée. Ces suppositions semblent confirmées par les travaux effectués par A.M.BRUNEAU [1978]: l'observation du mouvement du diaphragme par holographie permet en effet de distinguer, au voisinage de la fréquence de résonance, une déformation locale de la membrane (avec une vitesse plus importante que celle de la bobine mobile) ne concernant qu'une partie de la suspension.

Figures 5.14

Impédances électriques au voisinage de fréquence de la résonance de la suspension pour le haut-parleur de la figure 5.10b

- mesurée
- ... modèle classique
- modèle avec couplage mécanique
- modèle avec couplages mécanique et acoustique.



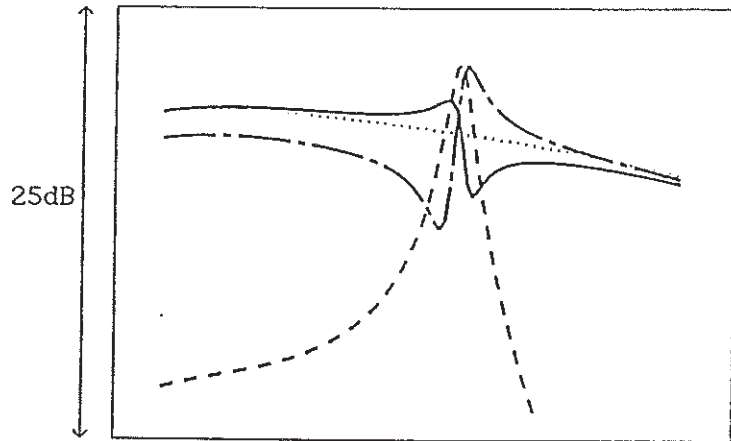
Nous constatons également que l'introduction du couplage mécano-acoustique entre la membrane et la suspension n'est pas sans conséquence aux basses fréquences contrairement à l'hypothèse prise au début du paragraphe 5-2. Les paramètres mécaniques du haut-parleur à ces fréquences sont en effet légèrement différents de ceux correspondant à la simple association série des deux impédances mécaniques Z_{mp} et Z_{mc} . Il serait donc nécessaire de corriger les paramètres attribués à la suspension pour compenser l'effet du couplage aux basses fréquences. Par contre, l'analyse de cette modélisation est en concordance avec les propos tenus par SUZUKI & NOMOTO

[1982]. Ainsi, la figure 5.15 présente pour un haut-parleur donné les réponses en pression théoriques en champ lointain du piston, de la couronne et du diaphragme.

Figures 5.15

Réponses en pression théoriques en champ lointain au voisinage de la résonance de la suspension

- ... piston de rayon r_d
(modèle BF classique)
- piston + couronne
- contribution de la couronne
- - - contribution du piston



Il y apparaît que la remontée du niveau de pression est créée par l'entrée en résonance de la suspension (dont la vitesse est alors nettement supérieure à celle du piston) et que la chute qui suit résulte d'un mouvement des deux éléments en opposition de phase (puisque les deux vitesses sont maximales); il paraît alors probable que, sur un cas réel, la position de cet accident sur la courbe de réponse fluctue légèrement avec l'endroit en lequel la pression est relevée en raison de la variation de la différence de marche entre les deux ondes acoustiques. Nous remarquons enfin que après la résonance, l'influence du mouvement en opposition de phase de la membrane disparaît car la vitesse de cette dernière est alors nettement inférieure à celle du piston: le diaphragme se limite alors simplement à la membrane, dont la surface et la masse sont réduites simultanément par rapport aux basses fréquences, ne conduisant qu'à une légère chute de niveau. En pratique ce dernier phénomène est souvent marqué par une remontée de niveau liée au break-up, qui n'est pas modélisé ici.

CONCLUSION

Le modèle électroacoustique proposé par Thiele et Small a comme principaux avantages une grande simplicité qui le rend facile à utiliser pour des simulations, le fait que ses paramètres soient obtenus par des mesures électriques relativement courantes, et enfin une assez bonne capacité à décrire un haut-parleur électrodynamique couplé aux charges utilisées habituellement. Nous avons essayé dans ce travail de conserver au maximum ce côté efficace tout en proposant quelques extensions au modèle et aux méthodes de mesure usuelles. Nous avons pour cela tenté d'utiliser le minimum possible de paramètres supplémentaires et de proposer pour chacun d'eux une méthode d'estimation aussi efficace que possible: nous avons ainsi cherché à valider notre approche sur un large éventail de modèles de haut-parleur et à partir d'un nombre significatif de mesures (près de deux mille cinq cents au total).

La détermination des paramètres de l'impédance électrique est obtenue à partir de l'expression analytique d'un estimateur statistique qui prend en compte un ensemble des mesures de l'impédance, effectuées via une instrumentation classique. Le gain en résolution (par rapport aux méthodes de mesure usuelles) obtenu autorise un suivi des fluctuations très lentes des paramètres, telles celles liées au rodage, à l'environnement, etc...

Utilisée avec plusieurs charges closes, cette méthode de détermination nous semble également intéressante pour obtenir très rapidement les paramètres classiques du haut-parleur dans un contexte industriel avec une précision correcte.

Ayant alors accès à une bonne estimation du comportement électrique du haut-parleur, nous avons cherché à mieux comprendre les écarts entre les courbes théoriques et mesurées, écarts que nous soupçonnions être à l'origine de différences entre les estimations de paramètres effectuées par diverses méthodes de mesure. Les fluctuations fréquentielles des valeurs de certains éléments nous ont conduits à modéliser la viscoélasticité de la suspension, en introduisant un paramètre supplémentaire dont la détermination est possible

par une approche similaire à celle utilisée pour les autres paramètres, et dont la valeur semble liée à la nature du matériau de la suspension périphérique. Bien que l'incidence sur la réponse en fréquence soit relativement faible, ce phénomène suppose une différence de comportement temporel dont la mise en évidence n'a pas pu être faite, mais qu'il serait peut-être intéressante de corrélérer à une évaluation subjective dans le cadre d'un usage pour la reproduction sonore.

Un autre problème lié à la suspension est la résonance de cette dernière qui introduit un accident caractéristique sur la courbe de réponse; là encore un modèle simple ne nécessitant que deux paramètres assez faciles à déterminer permet une modélisation efficace du phénomène, permettant de comprendre les facteurs mis en jeu, et en particulier le couplage mutuel entre le cône et la suspension du fait du rayonnement acoustique.

L'utilisation des haut-parleurs sur des charges complexes ou dans des applications qui s'éloignent de la reproduction sonore conduit à chercher une modélisation de plus en plus précise, ou à s'intéresser à des caractéristiques différentes de la réponse en amplitude. Pour cela, bien des aspects pouvaient être ainsi rajoutés au modèle de base, soit globalement, soit sélectivement. Nous avons constaté l'importance de l'étanchéité propre du haut-parleur, dont la modélisation n'est pas décrite dans ce travail, mais qui peut être mesurée à partir de la méthode proposée; de même, les calculs de rayonnement liés à l'interaction entre le cône et la suspension pourraient être généralisés pour prendre en compte le break-up et les premiers modes de flexion de la membrane, étendant ainsi la zone de fréquence décrite par un tel modèle. Il reste encore beaucoup de travail intéressant du point de vue théorique et pratique, sans même chercher à rentrer dans les aspects non linéaires qu'il est pourtant difficile d'ignorer; nous espérons surtout que de tels modèles sont assez efficaces pour mieux comprendre les phénomènes mis en jeu au sein de l'équipage mobile, et puissent, tout comme les méthodes de mesures associées, aider les concepteurs des haut-parleurs à les adapter aux demandes qui leurs sont faites.

BIBLIOGRAPHIE

ABRAMOWITZ M. & STEGUN I. (1972), " Handbook of Mathematical Functions", Dover Publications, INC., New York.

A.E.S (1984) recommended practice specification of loudspeaker components used in professional audio and sound reinforcement", J. Audio Eng. Soc., Vol.32, n°10.

AUDAX (1993), Catalogue.

BAGLEY R.L. & TORVIK P.J. (1979), "A generalized derivative model for an elastomer damper", Shock and vibration bulletin, n° 49 (2).

BARBE J. (1983), "Mécanique des structures", tome 2, Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, Nancy.

BENSON J.E. (1968-71-72), "Theory and Design of Loudspeaker Enclosures", A.W.A. Technical Review, Vol. 14, part.1, n°1, 1968; part.2, n°3, 1971; part3, n°4, 1972; republished (1993) by Synergetic Audio Concepts.

BERANEK L.L. (1954), "Acoustics", Mc Graw Hill.

BERKELEY (1972), "Cours de physique", volume 1, Armand Colin.

BIRT D. (1990), "Non linearities in moving-coil loudspeaker with overhung voice coils", 88th convention of the Audio Engineering Society, Montreux, preprint n°2904.

BLIND H., DORFSTATTER W., GEDDES E. (1985), "In pursuit of elusive loudspeaker parameters", 78th convention of the Audio Engineering Society, Anaheim, preprint n°2234.

BRUNEAU A.M. (1973), "Détermination de la pression acoustique crée par un disque ou un cône rayonnant par ses deux faces", ACUSTICA, Vol.28, n°4.

BRUNEAU A.M. (1978), Contribution à l'étude du rayonnement des surfaces vibrantes, influence de leurs caractéristiques physiques, et de leurs écrans et enceintes", Thèse, Université du Maine, LE MANS.

BRUNEAU A.M. (1979), "Rayonnement d'un disque, placé ou non dans un écran, à la surface duquel la distribution de vitesse est connue", ACUSTICA, vol.41, n°4.

- BRUNEAU A.M. et BRUNEAU M. (1980), "Sur la réponse en fréquences des haut-parleurs", ACUSTICA, vol. 44, n°4.
- BRUNEAU A.M. (1981), "Rayonnement d'un haut-parleur à diaphragme conique", ACUSTICA, vol.48, n°2.
- BRUNEAU M. (1975), "Contribution à l'étude de l'impédance motionnelle d'un haut-parleur chargé par un tuyau sonore", Thèse, Université du Maine, LE MANS.
- BRUNEAU M. (1976), "Méthode de mesure des impédances associées aux haut-parleurs électrodynamiques dans une analogie électrique", Rev. Acoust., n°39.
- BRUNEAU M. (1983), "Introduction aux théories de l'acoustique", Université du Maine, LE MANS.
- C.E.I. (1972), "Norme internationale C.E.I. 268-5".
- C.E.I. (1989), "Norme internationale C.E.I. 268-5".
- C.E.I. (1993), "Norme internationale C.E.I. 268-5", amendement.
- CHAPELLE P. (1976), "Etude de la non linéarité des suspensions de haut-parleurs. Incidence sur la fréquence de résonance", Rev. Acoust., n°39.
- CHRISTOPHOROU J. (1980), "Low-frequency loudspeaker measurements with an accelerometer", J. Audio Eng. Soc., Vol 28, n°11.
- COLLOMS M. (1991), "High performance loudspeakers", Pentech Press, London.
- COSNARD C. (1988), "La célérité du son dans les gaz: mesure précise en cavité résonante et interprétation", Thèse, Université du Maine, Le Mans.
- CUNINGHAM W.J. (1949), "Non-linear distortion in dynamic loudspeaker due to magnetic effects", J. Acoust. Soc. Am., Vol 21, n°3.
- DOBRUCKI A. & SZMAL C. (1986), "Non linear distortion of woofers in fundamental resonance region", 80th convention of the Audio Engineering Society, Montreux, preprint n°2344.
- DOBRUCKI A. (1988), "Constant component of the loudspeaker diaphragm displacement caused by non-linearities", 84th convention of the Audio Engineering Society, Paris, preprint n°2577.
- ELLIOTT B.J. (1977), "On the measurement of the low-frequency parameters of moving-coil piston transducers", 58th convention of the Audio Engineering Society, New-York, preprint n°1299.
- ELLIOTT B.J. (1978), "Accurate method for determining the low-frequency parameters of electro-mechanical-acoustic transducer with BII excitation, 61st convention of the Audio Engineering Society, New-York, preprint n°1432.

FAGES A. (1993), "Modélisation du comportement des matériaux viscoélastiques", Matériaux & Techniques, n°12.

FRANKORT F.J.M. (1975-1), "Vibration and sound radiation of loudspeakers cones", Thèse, Delft, The Netherlands.

FRANKORT F.J.M. (1975-2), "Vibration and sound radiation of loudspeaker cones", Philips Res.Rept.Suppl., n°2.

GANDER M.R. (1986), "Dynamic linearity and power compression in moving-coil loudspeaker", J. Audio Eng. Soc., Vol.34, n°9.

GRADSHTEYN I.S. & RYZHIK I.M. (1965), "Table of Integrals, Series and Products", Academic Press, New York and London.

HARDY J. (1985) communication privée.

INGARD U. (1953), "On the theory and design of acoustic resonators", J. Acoust.Soc. Am., Vol. 25, n°6.

JACOBSEN O. (1982), "Measuring loudspeakers constants by a transient method", J. Audio Eng. Soc., Vol 30, n°3.

KAISER A.J.M. (1987), "Modeling of the nonlinear response of an electrodynamic loudspeaker by a Volterra series expansion", J. Audio Eng. Soc., Vol.35, n°6.

KAISER A.J.M., LEEUWESTEIN A.D. (1988), "Calculation of the sound radiation of a nonrigid loudspeaker diaphragm using the finite-element method", J. Audio Eng. Soc., vol.36, n°7/8.

KEELE D.B. (1974), "Low-frequency loudspeaker assesment by nearfield sound-pressure measurement", J. Audio Eng. Soc., Vol.22, n°4.

KERGOMARD J. (1984), "On the response of a vented box loudspeaker system at very low frequencies", 75th convention of the Audio Engineering Society, Paris, preprint n°2060.

KING J. (1970), "Loudspeaker voice coils", J. Audio Eng. Soc., Vol.18, n°1.

KINSLER L.& FREY A. (1965), "Fundamentals of acoustics, Wiley.

KLIPPEL W. (1990), "Dynamic measurement and interpretation of the non linear parameters of electrodynamic loudspeakers", J. Audio Eng. Soc., Vol.38, n°12.

KLIPPEL W. (1992), "Non linear large-signal behavior of electrodynamic loudspeakers at low frequencies", J. Audio Eng. Soc., Vol 40, n°6.

KNUDSEN M.H., GRUE JENSEN J., JULSKJAER V., RUBAK P.(1989), "Determination of loudspeaker driver parameters using a system identification technic", J. Audio Eng. Soc., Vol 37, n°9.

- KNUDSEN M.H., HANSEN P., JENSEN J.G., (1990), "The significance of viscoelastic effects in loudspeaker parameter measurements", 88th convention of the Audio Engineering Society, Montreux, preprint n°2905.
- KNUDSEN M.H., JENSEN J.G. (1993), "Low frequency loudspeakers models that include suspension creep", J. Audio Eng. Soc., Vol.41, n°1-2.
- KREUTZ J.J.M., PANZER J. (1991), " Determination of the quality factor of loudspeakers by a statistical method ", 90th convention of the Audio Engineering Society, Paris, preprint n°3039.
- MARSHALL LEACH W. Jr., SCHAFER R.W., BARNWELL T.P. (1979), "Time domain measurement of loudspeaker driver parameters", I.E.E.E. Trans. Acoust. Speech. Signal Proc., Vol ASSP-27.
- MERHAUT J. (1982), "Low-frequency measurement of loudspeakers by the reciprocity method", J. Audio Eng. Soc., Vol 30, n°12.
- MLČÁK A. (1976), "Optimizing the mechanical properties of paper for loudspeaker cones", Tesla Electronics, Vol.9.
- MORENO J.N. (1991), "Measurement of loudspeaker parameters using a laser velocity transducer and two channel FFT analysis", J. Audio Eng. Soc., Vol 39, n°4.
- MOSHREFI-THORBATI M., HAMMOND J.K. (1993), "Time and frequency domain characteristics of systems involving fractional operators", Proceedings of the Institute of Acoustics, Vol.15, part. 3.
- MOURA L., KITNEY R. (1991), "A direct method for least-squares circle fitting", Computer Physics Communications 64, North-Holland.
- RAYLEIGH J.W.S. (1945), "The Theory of Sound", Vol.2, Dover Publication, New York.
- ROBERT P., PARATTES P.A. (1986), "Systèmes de mesure", Traité d'électricité Vol XVII, Presses Polytechniques Romandes.
- ROSSI M. (1986), "Electro-Acoustique", Traité d'électricité, vol.XXI, Presses Polytechniques Romandes.
- RUGGIERO C.M., HENRIQUEZ T.M. (1994), "An automated immittance measuring system for electroacoustic transducers" Memorandum Report 5384, Naval Research Laboratory, Washington D.C..
- SHERMAN M. & MODERA M. (1986), "low-frequency measurement of leakage in enclosures", Rev. Sci. Instrumentum, 57(7).
- SHINDO T., YASHIMA O.& SUZUKI H. (1980), "Effect of voice-coil and surround on vibration and sound pressure response of loudspeaker cones", J. Audio Eng. Soc., Vol.28, n°7-8.

SMALL R.H. (1972), "Direct-radiator loudspeaker system analysis", J. Audio Eng. Soc., Vol.20, n°6.

SMALL R.H. (1972-73), "Closed-box loudspeaker system", part.1, J. Audio Eng. Soc., Vol.20, n°12; part.2, J. Audio Eng. Soc., Vol.21, n°1-2.

SMALL R.H. (1973), "Vented-box loudspeaker system", part.1, part.2, part.3, part.4, J. Audio Eng. Soc., Vol.21.

SMALL R.H. (1984), "Loudspeaker large-signal limitations", Audio Engineering Society Australian Regional Convention, preprint n°2102.

STRUCK C.J. (1990), "Investigation of the nonrigid behavior of a loudspeaker diaphragm using modal analysis", J. Audio Eng. Soc., Vol.38, n°9.

SUZUKI K. & NOMOTO I. (1982), "Computerized analysis and observation of the vibration modes of a loudspeaker cone", J. Audio Eng. Soc., Vol.30, n°3.

TECHNIQUES DE L'INGENIEUR (****), volume R11, fascicule n°R285.

THIELE A.N. (1971), "Loudspeakers in vented-box", part.1, part.2, J. Audio Eng. Soc., Vol.19.

VANDERKOOY J. (1989), "A model of loudspeaker driver impedance incorporating eddy currents in the pole structure", J. Audio Eng. Soc., Vol.37, n°3.

WRIGHT J.R. (1990), "An empirical model for loudspeaker motor impedance", J. Audio Eng. Soc., Vol.38, n°10.

ZIMMERMANN S. (1969), "Contribution à une théorie électromécanique des haut-parleurs à conducteur mobile et à rayonnement direct", Thèse, Poitiers.

ZIMMERMANN S. (1970), "La courbe d'impédance motionnelle comme procédé d'étude des propriétés des haut-parleurs", Rev. Acoust., partie 1, n°11; partie 2, n°12; partie 3, n°14.

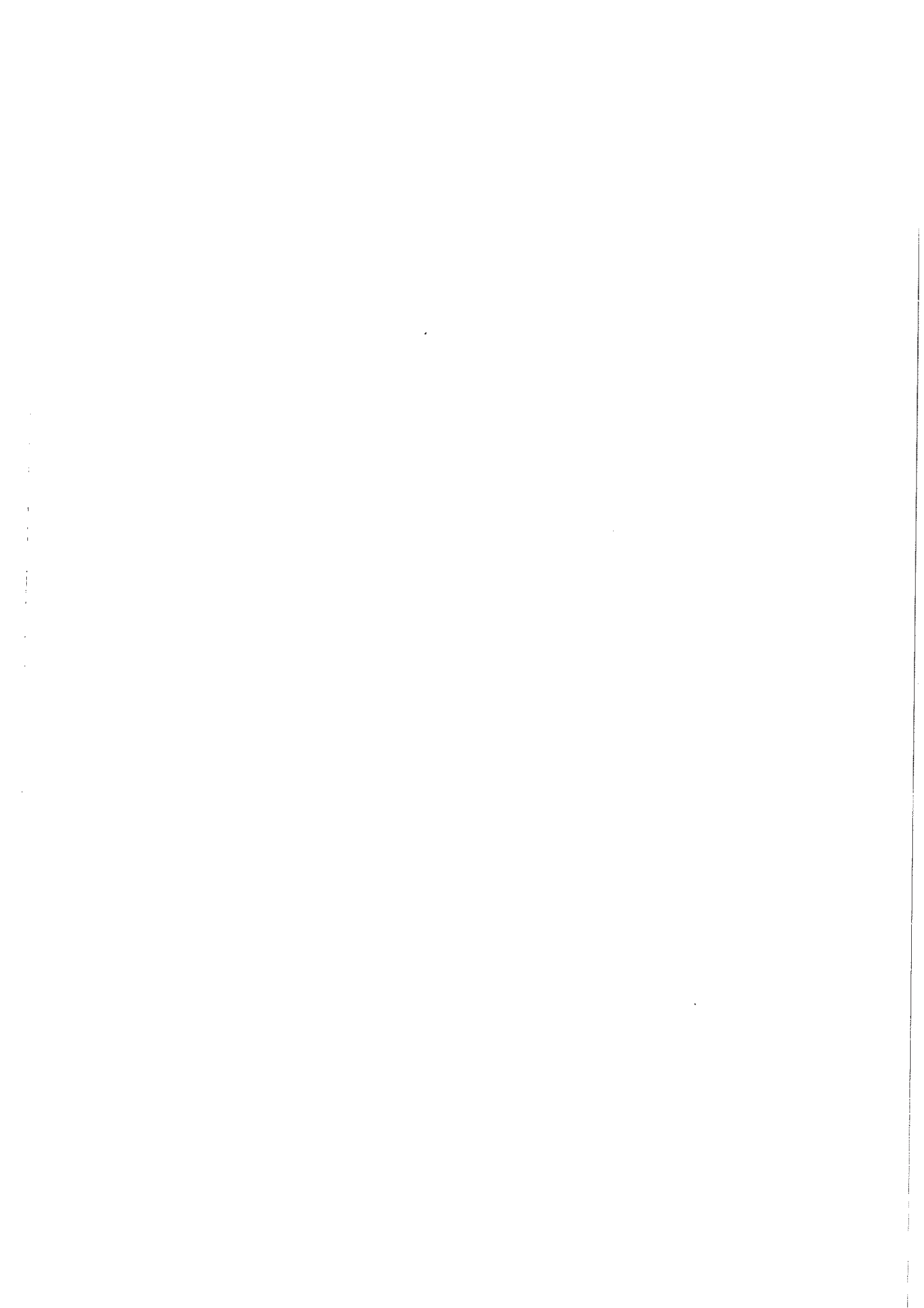
ZIMMERMANN S., BRUNEAU M., BRUNEAU A.M. (1976), "Sur les modèles de haut-parleurs à diaphragme conique", ACUSTICA, Vol.35, n°2.

LISTE DES SYMBOLES

Bl	Facteur de couplage électromécanique	$N \cdot A^{-1}$
Cab, Cas	Compliances acoustiques équivalentes à une enceinte close et aux suspensions d'un haut-parleur	$m^4 \cdot kg^{-1} \cdot s^2$
Cmco	Compliance mécanique correspondant à la flexion du bord extérieur de la membrane	$kg^{-1} \cdot s^2$
Cms	Compliance mécanique modélisant les suspensions d'un haut-parleur	$kg^{-1} \cdot s^2$
Cmv	Paramètre mécanique de la modélisation viscoélastique des suspensions d'un haut-parleur	S. I.
Cc, Cs	Capacités équivalentes à la masse mobile incluant les masses d'air liées au rayonnement pour un haut-parleur chargé par une enceinte close et pour un haut-parleur monté sur écran infini	F
fc, fs	Fréquences de résonance d'un haut-parleur chargé par une enceinte close et d'un haut-parleur monté sur écran infini	Hz
Kl, Kr	Paramètres de l'impédance électrique du moteur	Ω
Lb, Lc, Ls	Inductances équivalentes à la compliance acoustique d'une enceinte close, à la compliance totale d'un haut-parleur chargé par une enceinte close et à la compliance mécanique d'un haut-parleur	H
Le	Inductance modélisant la partie imaginaire l'impédance électrique du moteur	H
Lv	Paramètre électrique de la modélisation viscoélastique des suspensions d'un haut-parleur	S. I.
mab, mar	Masses acoustiques de l'impédance de rayonnement pour un haut-parleur rayonnant dans une enceinte close et pour un haut-parleur rayonnant sur un écran infini	$m^{-4} \cdot kg$
Mmc, Mms	Masses mobiles incluant les masses d'air liées au rayonnement pour haut-parleur chargé par une enceinte close et pour un haut-parleur monté sur écran infini	kg

m_{ms}	Masse mobile d'un haut-parleur ne comprenant pas les masses d'air liées au rayonnement	kg
p_r, p_p	Champs de pression axiaux d'un haut-parleur en champ lointain et en champ proche	Pa
q_d	Débit acoustique d'un haut-parleur	$m^3 \cdot s^{-1}$
Q_{ec}, Q_{es}	Facteurs de qualité électriques d'un haut-parleur chargé par une enceinte close et d'un haut-parleur monté sur écran infini	
Q_{ms}	Facteur de qualité mécanique d'un haut-parleur monté sur écran infini	
Q_{ts}	Facteur de qualité total d'un haut-parleur monté sur écran infini	
R_{ab}, R_{ar}	Résistances acoustiques de rayonnement pour un haut-parleur rayonnant dans une enceinte close et pour un haut-parleur rayonnant sur un écran infini	$m^{-4} \cdot kg \cdot s^{-1}$
R_{cc}	Résistance électrique de la bobine mobile au courant continu	Ω
r_c, r_d, r_p	Rayons du bord extérieur de la suspension périphérique, du diaphragme pris jusqu'à mi-suspension et de la base de la membrane	m
R_e, R_{hp}	Parties réelles de l'impédance électrique du moteur et de l'impédance électrique d'un haut-parleur	Ω
R_e'	Element de la partie réelle de l'impédance électrique du moteur variant avec la fréquence	Ω
R_{ms}	Résistance mécanique représentant les pertes mécaniques d'un haut-parleur	$kg \cdot s^{-1}$
R_{ms0}	Résistance mécanique représentant les pertes mécaniques d'un haut-parleur autres que celles liées à la viscoélasticité des suspensions	$kg \cdot s^{-1}$
R_c, R_s	Résistances électriques équivalentes aux pertes mécaniques d'un haut-parleur chargé par une enceinte close et d'un haut-parleur monté sur écran infini	Ω
R_{s0}	Résistance électrique équivalente aux pertes mécaniques du haut-parleur autres que celles liées à la viscoélasticité des suspensions	Ω
S_c, S_d, S_p	Surfaces de la suspension périphérique, du diaphragme et de la base de la membrane	m^2
S_{dav}, S_{dar}	Surfaces effectives avant et arrière du diaphragme du haut-parleur	m^2
U	Force contre électromotrice induite par le mouvement de la bobine dans l'entrefer	V

V_{as}	Volume d'air équivalent à la compliance mécanique d'un haut-parleur	m^3
$v, \tilde{v}_c, \tilde{v}_p$	Vitesses de la bobine mobile, du bord intérieur de la suspension périphérique et de la membrane	$m \cdot s^{-1}$
x_c, y_c, r	Paramètres du cercle de KENNELLY	Ω
x_e, x_{hp}	Parties imaginaires de l'impédance électrique du moteur et de l'impédance électrique d'un haut-parleur	Ω
x_l, x_r	Paramètres de l'impédance électrique du moteur	
Z_{ab}, Z_{ar}	Impédances de rayonnement en analogie acoustique pour un haut-parleur rayonnant dans une enceinte close et pour un haut-parleur rayonnant dans un écran infini	$m^{-4} \cdot kg \cdot s^{-1}$
Z_{aR}	Notation générale de l'impédance de rayonnement d'un haut-parleur en analogie acoustique	$m^{-4} \cdot kg \cdot s^{-1}$
Z_e, Z_{hp}	Impédances électrique du moteur et d'un haut-parleur	Ω
Z'_e	Partie de l'impédance électrique du moteur variant avec la fréquence	Ω
Z_{mc}, Z_{mp}	Impédances mécaniques de la membrane et de la suspension périphérique	$kg \cdot s^{-1}$
Z_{mrc}, Z_{mrd} Z_{mrp}	Impédances de rayonnement en analogie mécanique de la couronne, du diaphragme et du piston	$kg \cdot s^{-1}$
$Z_{mr\mu}$	Impédance mutuelle de rayonnement en analogie mécanique du piston et de la couronne	$kg \cdot s^{-1}$
Z_{ms}	Impédance mécanique d'un haut-parleur	$kg \cdot s^{-1}$
Z_s	Impédance motionnelle d'un haut-parleur	Ω
Z_{sv}	Impédance motionnelle d'un haut-parleur dans la modélisation incluant la viscoélasticité des suspensions	Ω
α_i, α'_i	Angles repérant les points de l'impédance électrique dans le plan complexe, calculés pour une origine en (x_c, y_c) ou en (R_e, X_e)	rad
β	Paramètre traduisant le caractère viscoélastique des suspensions	
η_0	Rendement de référence d'un haut-parleur	
ω_{sv}	Pulsation de résonance d'un haut-parleur dans la modélisation incluant la viscoélasticité des suspensions	$rad \cdot s^{-1}$
ξ	Excursion de la membrane	m



ANNEXE A1 CARACTERISATION D'UNE RESONANCE A SIX DEGRES DE LIBERTES
--

Le contenu de cette annexe détaille le calcul des paramètres de la résonance associée à un pôle complexe à partir d'un ensemble de valeurs de la réponse associée. Ce calcul a été initialement développé pour modéliser les résonances correspondant à un circuit R-L-C parallèle, telles celles décrivant l'impédance électrique d'un haut-parleur électrodynamique. Son champ d'application étant notablement plus vaste, nous l'appliquons ici à une forme analytique assez générale; le lien entre les notations employées dans cette annexe et celles relatives au cas particulier du haut-parleur sont précisées au paragraphe A1-1-1.

Quelques algorithmes contenus dans des logiciels d'analyse modale permettent déjà de caractériser rapidement des résonances à partir de quelques mesures, mais ils se limitent souvent à l'étude de systèmes dont le facteur de qualité est élevé, ce qui n'est pas le cas par exemple des haut-parleurs électrodynamiques. De plus ces algorithmes utilisent généralement un processus itératif: le résultat dépend alors d'un jeu de paramètres initial ce qui nuit à la répétabilité des résultats, et donc à la résolution de la méthode.

A partir d'une étude statistique utilisant deux minimisations successives effectuées au sens des moindres carrés, nous montrons que les paramètres d'une résonance particulière (résonance de type R-L-C) peuvent être calculés de façon directe, d'après une série de mesures de la grandeur étudiée effectuées au voisinage de la fréquence de résonance. Nous donnons également les conditions de l'application de cette méthode d'estimation à une forme analytique plus générale. Afin d'en orienter l'optimisation, nous procédons ensuite à une étude de l'incertitude associée à l'estimation des paramètres. Cette étude permet de mettre en évidence l'influence du nombre de mesures

utilisées et de leur disposition sur la courbe de résonance. Nous montrons enfin la possibilité d'une application de cette méthode à la caractérisation des résonances modales.

A1-1 ESTIMATION DES PARAMETRES D'UNE RESONANCE

A1-1-1 Forme analytique de la résonance

A1-1-1-a Forme générale à six paramètres

Le type de résonance que nous étudions peut être décrit par une équation de la forme:

$$\tilde{G}(f) = \tilde{G}_0 + \tilde{G}_1 \tilde{H}(f) \quad (A1.1)$$

où

\tilde{G}_0 et \tilde{G}_1 sont des quantités complexes ayant la dimension de la grandeur \tilde{G} étudiée. Elles sont supposées peu dépendantes de la fréquence sur l'intervalle de fréquence considéré, situé au voisinage de la résonance.

$\tilde{H}(f)$ est une fonction adimensionnelle, dont le module est une fonction de Lorentz [BERKELEY 1972], et qui s'écrit:

$$\tilde{H}(f) = \frac{j(f/f_r)Q^{-1}}{-(f/f_r)^2 + j(f/f_r)Q^{-1} + 1} \quad (A1.2)$$

où f_r est la fréquence du pôle de \tilde{H} (nous l'appelons pour la suite fréquence de résonance) et Q est le facteur de qualité de $|\tilde{H}|$.

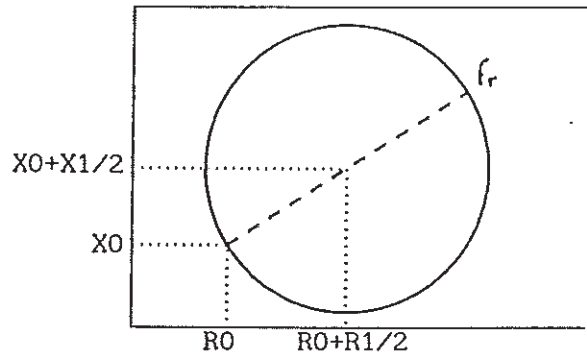
Nous posons:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{G} = R + jX \\ \tilde{G}_0 = R_0 + jX_0 \\ \tilde{G}_1 = R_1 + jX_1. \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (A1.3) \\ (A1.4) \\ (A1.5) \end{array}$$

La fonction $\tilde{G}(f)$ est ainsi définie par six paramètres: R_0 , X_0 , R_1 , X_1 , f_r

et Q . Son tracé dans le plan complexe (voir figure A1.1) est un cercle de rayon $r = (R_1^2 + X_1^2)^{1/2} / 2$ et centré en $(R_0 + R_1, X_0 + X_1)$.

Figure A1.1
Représentation de $\tilde{G}(f)$
dans le plan complexe.



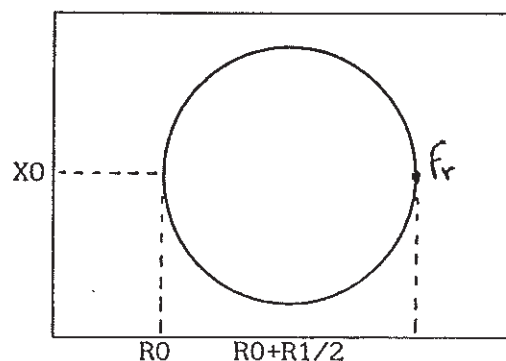
A1-1-1-b Forme réduite à cinq paramètres

La méthode d'estimation que nous développons impose de pouvoir déduire \tilde{G}_0 et \tilde{G}_1 , soit quatre valeurs réelles, de trois paramètres du cercle représentant $\tilde{G}(f)$ dans le plan complexe (coordonnées du centre et rayon). Il existe par conséquent une indétermination qui empêche le calcul de ces quatre paramètres de \tilde{G} , et nous sommes obligés de nous placer dans un cas particulier en supposant que l'un au moins des éléments de l'ensemble $\{R_0, X_0, R_1, X_1\}$ est connu. Pour appliquer l'étude que nous menons à la mesure des haut-parleurs électrodynamiques, nous prenons comme hypothèse:

$$X_1 = 0 \tag{A1.6}$$

Le tracé de la forme simplifiée dans le plan complexe est donné en figure A1.2.

Figure A1.2
Représentation de la forme
simplifiée de $G(f)$ dans le
plan complexe.



Pour d'autres systèmes physiques, le terme \tilde{G}_1 peut être complexe. Cette éventualité est abordée au paragraphe A1-1-3 en fonction de l'origine du phénomène.

La fonction \tilde{G} étudiée n'est plus définie que par cinq paramètres et elle correspond à l'impédance d'un circuit R-L-C parallèle en série avec une impédance \tilde{G}_0 (figure A1.3). Ce type de circuit est utilisé pour modéliser l'impédance électrique d'un haut-parleur, le lien entre les paramètres de \tilde{G} et ceux du transducteur (définis au chapitre 1) est alors le suivant:

\tilde{G}	haut-parleur sur écran infini	haut-parleur avec enceinte close
f_r	f_s	f_c
Q	Q_{ms}	Q_{mc}
R_1	R_s	R_c
\tilde{G}_0	$R_e + jX_e$	$R_e + jX_e$

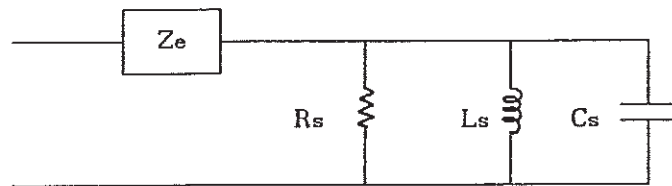


Figure A1.3

Circuit électrique dont l'impédance peut se mettre sous la forme de $\tilde{G}(f)$.

A1-1-1-c Méthode de mesure classique de la forme réduite

Dans le cas où le terme \tilde{G}_1 est considéré comme réel, la détermination des paramètres de \tilde{G} repose sur les propriétés du module de $\tilde{H}(f)$ qui sont:

$$|\tilde{H}(0)| = |\tilde{H}(\infty)| = 0 \tag{A1.7}$$

$$|\tilde{H}(f_r)| = 1 \tag{A1.8}$$

$$\tilde{H}(f_1) = \tilde{H}^*(f_2) \text{ pour } f_1/f_r = f_r/f_2, \tag{A1.9}$$

cette dernière relation permettant d'écrire, pour $H_+ = |\tilde{H}(f_1)| = |\tilde{H}(f_2)|$

$$Q = \frac{\sqrt{f_1 f_2}}{|f_1 - f_2|} \sqrt{\frac{1}{H_+^2} - 1} \quad (A1.10)$$

La connaissance de deux fréquences f_1 et f_2 correspondant à un même module H_+ de $|\tilde{G}(f) - \tilde{G}_0|$ permet ainsi de déterminer les paramètres f_r et Q . La valeur de R_1 se déduit ensuite de mesure de $\tilde{G}(f)$ à la fréquence de résonance.

Par cette méthode de mesure, l'obtention des paramètres de \tilde{G} implique donc de connaître la valeur de \tilde{G}_0 au voisinage de la fréquence de résonance f_r . Si ce terme ne dépend pas de la fréquence, il se déduit de la mesure de \tilde{G} à fréquence nulle (puisque $\tilde{H}(0)=0$), sinon il peut être évalué à une fréquence pour laquelle $|\tilde{G}_0| \gg R_1 |\tilde{H}|$.

L'un des inconvénient de cette méthode est qu'il est nécessaire de connaître la valeur de \tilde{G}_0 au voisinage de la fréquence de résonance, ce qui peut s'avérer difficile si le facteur de qualité est faible et si \tilde{G}_0 varie (lentement toutefois) avec la fréquence. Un autre inconvénient est que cette méthode requiert des mesures spécifiques (mesure des deux fréquences associées à un même module). On peut également ajouter la probable sensibilité au bruit du fait du peu de données utilisées pour calculer les paramètres.

A1-1-2 Méthode d'estimation des paramètres de la forme réduite

La méthode d'estimation que nous proposons permet de déterminer les cinq paramètres de la résonance d'après des mesures de la grandeur \tilde{G} effectuées à différentes fréquences quelconques proches de la fréquence de résonance. A partir d'une étude statistique consistant en deux minimisations effectuées selon un critère des moindres carrés et appliquées à deux relations caractéristiques de la forme de résonance étudiée, nous établissons une expression analytique pour chacun des paramètres. Ceci nous permet d'obtenir la solution exacte du problème compte tenu du critère d'optimisation choisi, assurant ainsi une estimation répétable de ces paramètres.

A1-1-2-a estimation de \tilde{G}_0 et R_1

En notant R_i et X_i les parties réelle et imaginaire de \tilde{G} à la fréquence f_i , tout point (R_i, X_i) satisfait théoriquement l'équation de cercle:

$$(R_i - R_1/2 - R_0)^2 + (X_i - X_0)^2 = R_1^2/4 \quad . \quad (A1.11)$$

Les coordonnées R_{ce} et X_{ce} du centre et le rayon r sont reliés au paramètres de \tilde{G} par les relations suivantes (voir figure A1.2):

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{ce} = R_1/2 + R_0 \\ X_{ce} = X_0 \\ r = R_1/2 \end{array} \right. \quad (A1.12)$$

$$(A1.13)$$

$$(A1.14)$$

Ainsi la connaissance de ce cercle (qui est déterminé par trois points distincts) peut permettre d'accéder à la valeur de \tilde{G}_0 et R_1 .

La méthode de calcul que nous utilisons pour estimer les paramètres du cercle provient de HARDY [1985] et a également été publiée par MOURA & KITNEY [1991]. Pour un nombre n de mesures de \tilde{G} , cette méthode consiste à minimiser la fonction d'erreur E_c définie par:

$$E_c = \sum_{i=1}^n [(R_i - R_{ce})^2 + (X_i - X_{ce})^2 - r^2]^2 \quad (A1.15)$$

Cette minimisation implique la résolution du système d'équations suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial E_c / \partial R_{ce} = 0 \\ \partial E_c / \partial X_{ce} = 0 \\ \partial E_c / \partial r = 0 \end{array} \right. .$$

Nous obtenons [HARDY 1985], [MOURA & KITNEY 1991]:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{ce} = (P_{21}P_{11} - P_{12}P_x) / D \\ X_{ce} = (P_{12}P_{11} - P_{21}P_r) / D \end{array} \right. \quad (A1.16)$$

$$(A1.17)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} r = [x_c^2 + y_c^2 - 2x_c P_{R1}/n - 2y_c P_{X1}/n + P_{R2}/n + P_{X2}/n]^{1/2} \end{array} \right. , \quad (A1.18)$$

où nous avons posé

$$\left\{ \begin{array}{l} PR_k = \sum_{i=1}^n R_i^k \\ PX_k = \sum_{i=1}^n X_i^k \\ PK_{jk} = \sum_{i=1}^n R_i^j X_i^k \end{array} \right. \quad , \quad (A1.19)$$

$$(A1.20)$$

$$(A1.21)$$

et

$$\left\{ \begin{array}{l} P_r = PR_1^2/n - PR_2 \\ P_x = PX_1^2/n - PX_2 \\ P_{z1} = PK_{21} + PX_3 - PR_2PX_1/n - PX_2PX_1/n \\ P_{12} = PK_{12} + PR_3 - PR_1PX_2/n - PR_1PR_2/n \\ P_{11} = PR_1PX_1/n - PK_{11} \\ D = 2(P_rP_x - P_{11}^2) \end{array} \right. \quad (A1.22)$$

$$(A1.23)$$

$$(A1.24)$$

$$(A1.25)$$

$$(A1.26)$$

$$(A1.27)$$

Des tests de robustesse effectués par MOURA & KITNEY [1991], basés sur l'introduction d'un bruit borné de densité de probabilité uniforme dans les trois termes de l'équation du cercle (relation A1.11), montrent que l'estimation de R_{ce} , X_{ce} et r est d'autant meilleure que les points sont bien répartis sur le cercle, et que l'amplitude du bruit est faible.

Par contre, il semble exister une stabilisation de l'erreur lorsque le nombre n de mesures augmente. Ceci paraît être en contradiction avec le caractère statistique du calcul des paramètres et provient probablement du type de distribution utilisée pour le bruit. Aussi une étude plus approfondie de l'incertitude sur l'estimation des paramètres du cercle est elle effectuée dans l'annexe A1-2.

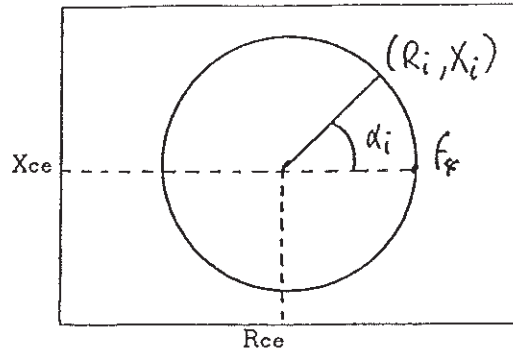
A1-1-2-b Estimation de f_r et de Q

Nous utilisons un même type d'approche statistique pour obtenir les deux autres paramètres de la résonance. En associant à chaque valeur de $\tilde{G}(f_i)$ l'angle α_i défini par (voir figure A1.4):

$$\alpha_i = \arctan[(X_i - X_{ce}) / (R_i - R_{ce})], \quad (A1.28)$$

Figure A1.4

Repérage angulaire des données.



nous définissons une graduation fréquentielle du cercle représentatif de $\tilde{G}(f)$:

$$\tan(\alpha_i/2) = \frac{Q}{f_i f_r} [f_r^2 - f_i^2] . \quad (\text{A1.29})$$

Cette graduation permet d'associer une fréquence à n'importe quel point du cercle défini par son angle α_i . La fréquence de résonance est liée à l'annulation de l'angle α_i et le facteur de qualité impose, pour un pas fréquentiel donné, les écarts angulaires entre les points successifs.

Pour estimer la fréquence de résonance f_r et le facteur de qualité Q à partir des n couples $\{\alpha_i, f_i\}$, nous prenons la fonction E_f définie par

$$E_f = \sum_{i=1}^n \left[\frac{Q}{f_i f_r} (f_r^2 - f_i^2) - \tan(\alpha_i/2) \right]^2 . \quad (\text{A1.30})$$

La minimisation de E_f implique la résolution du système d'équation suivant

$$\begin{cases} \partial E_f / \partial f_r = 0 \\ \partial E_f / \partial Q = 0 , \end{cases}$$

ce qui conduit à

$$\left\{ \begin{array}{l} f_r = \left[\frac{nT_1 - T_2F_1}{T_1F_2 - nT_2} \right]^{1/2} \quad \text{Hz} \quad (\text{A1.31}) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Q = \frac{[(nT_1 - T_2F_1)(T_1F_2 - nT_2)]^{1/2}}{n^2 - F_1F_2} , \quad (\text{A1.32}) \end{array} \right.$$

où nous avons posé

$$\left\{ \begin{array}{l} F_1 = \sum_{i=1}^n f_i^2 \\ F_2 = \sum_{i=1}^n (1/f_i)^2 \\ T_1 = \sum_{i=1}^n \tan(\alpha_i/2) f_i \\ T_2 = \sum_{i=1}^n \tan(\alpha_i/2) / f_i \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Hz}^2 \\ \text{Hz}^{-2} \\ \text{Hz} \\ \text{Hz}^{-1} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{(A1.33)} \\ \text{(A1.34)} \\ \text{(A1.35)} \\ \text{(A1.36)} \end{array}$$

Les paramètres f_r et Q , tout comme \tilde{G}_0 et R_1 , sont ainsi reliés analytiquement aux grandeurs mesurables (R_i, X_i, f_i) .

Le nombre minimum de couples $\{\alpha_i, f_i\}$ nécessaire à l'estimation de f_r et de Q est de deux. Ces derniers pouvant être issus des points de mesure utilisés pour l'estimation des paramètres du cercle, la connaissance des cinq paramètres de \tilde{G} requiert un nombre minimum de trois triplets $\{R_i, X_i, f_i\}$. L'estimation de ces paramètres ne nécessite pas d'effectuer des mesures à des fréquences particulières: il paraît ainsi possible d'employer un système d'acquisition rapide (mesure de la réponse impulsionnelle, acquisition par MLS, ...etc). Cette méthode d'estimation doit donc permettre de suivre l'évolution dans le temps des systèmes concernés, le calcul analytique des solutions statistiques devant permettre d'accéder à une résolution accrue par rapport à une approche itérative.

A1-1-3 Estimation des paramètres dans le cas général

Nous nous sommes jusqu'ici imposé \tilde{G}_1 réel afin de pouvoir notamment appliquer cette méthode d'estimation à la mesure des haut-parleurs électrodynamiques. Nous étudions maintenant les possibilités de son utilisation lorsque X_1 n'est pas nul.

Dans le cas général (voir figure A1.1), la courbe décrite par \tilde{G} dans le plan complexe est toujours un cercle. L'estimation du rayon et des coordonnées du centre selon l'étude menée au paragraphe A1-1-2-a demeure encore possible, mais l'existence d'un degré de liberté supplémentaire empêche de déduire la

valeur de \tilde{G}_0 et de \tilde{G}_1 des paramètres du cercle estimé. Dans l'approche que nous avons choisie, ce degré de liberté se traduit par l'apparition d'un argument α_0 non nul dans l'équation A1.29 qui devient alors:

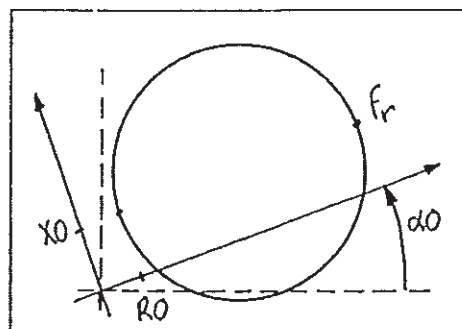
$$\tan[(\alpha_1 - \alpha_0)/2] = \frac{Q}{f_i f_r} (f_r^2 - f_i^2) \quad (A1.37)$$

Dans la relation A1.37, les paramètres f_r , Q et α_0 sont inconnus et nous ne pouvons procéder à une minimisation similaire à celle effectuée au paragraphe A1-1-2-b. Dans certains cas, l'estimation des paramètres de \tilde{G} peut cependant se faire par la méthode de mesure que nous proposons. Trois cas peuvent se présenter:

1°) X_1 est toujours nul mais l'argument α_0 provient de la fonction de transfert de la chaîne d'acquisition utilisée (microphone, accéléromètre,...). La mesure de cet argument permet de définir un nouveau repère (voir figure A1.5) et autorise le calcul de \tilde{G}_0 et de R_1 à partir des paramètres du cercle estimé. Si la phase de la fonction de transfert évolue avec la fréquence, elle pourra être considérée comme constante sur la bande de fréquence correspondant à l'étendue de la résonance à condition que le facteur de qualité du système étudié soit grand. Pour les systèmes plus amortis il sera par contre nécessaire de réduire le secteur angulaire pour limiter la variation de α_0 sur le domaine de fréquence utilisé. Nous voyons au paragraphe A1-2 l'effet d'une réduction du secteur angulaire sur l'estimation des paramètres.

Figure A1.5

Correction à apporter à la méthode d'estimation lorsque la chaîne d'acquisition introduit un argument de phase α_0 non nul.



2°) X_1 est non nul et/ou la phase de la chaîne d'acquisition ne peut être mesurée, mais $|\tilde{G}_1| \gg |\tilde{G}_0|$. L'argument α_0 est alors approximativement défini par (voir figure A1.6):

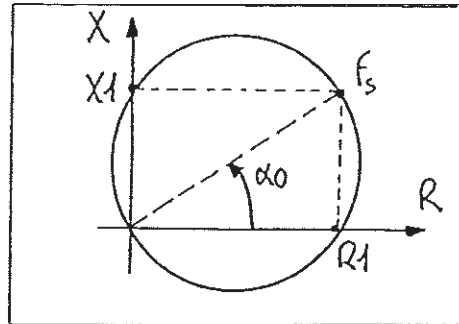
$$\alpha_0 = \arctan(X_1/R_1) .$$

(A1.38)

Figure A1.6

Correction à apporter à la méthode d'estimation lorsque

$$|\tilde{G}_1| \gg |\tilde{G}_0| .$$



3°) \tilde{G}_1 et \tilde{G}_0 sont tous deux complexes et de même ordre de grandeur. Cette configuration empêche l'utilisation de la méthode d'estimation sauf si \tilde{G}_0 est connu. La détermination de \tilde{G}_0 doit alors faire l'objet d'une méthode d'estimation appropriée (comme celle utilisée au paragraphe 3-1 dans le cas du haut-parleur électrodynamique).

A1-2 ETUDE DE L'INCERTITUDE ASSOCIEE

A1-2-1 Introduction

L'étude de robustesse présentée par MOURA & KITNEY [1991] pour la méthode d'estimation de cercle étant trop sommaire (voir paragraphe A1-1-2-a), et faute d'information sur le calcul de la fréquence de résonance et du facteur de qualité, nous avons jugé nécessaire d'effectuer une étude de la précision accessible avec notre méthode d'estimation.

Les estimations des paramètres s'effectuent d'après un ensemble de n mesures de \tilde{G} faites à des fréquences f_i différentes. Les paramètres de \tilde{G} sont ainsi fonction de $2n$ (n couples $\{R_i, X_i\}$) ou de $3n$ (n triplets $\{R_i, X_i, f_i\}$) variables V_i , $2n$ pour R_0 , X_0 et R_1 , $3n$ pour f_r et Q . Nous associons à chaque variable V_i un intervalle d'incertitude ΔV_i lié à la mesure de cette variable. Il paraît probable (suivant la façon dont la grandeur $\tilde{G}(f)$ est mesurée) que, pour une fréquence f_i donnée, R_i , X_i et f_i soient liées. Il peut également exister des relations entre les valeurs prises par \tilde{G} pour les différentes

fréquences f_i . Cependant, comme les caractéristiques de toutes ces liaisons nous sont inconnues, nous les supposons faibles et nous admettons que les $3n$ variables V_i sont indépendantes; ceci correspond assez bien à la pratique si l'instrumentation de mesure est choisie de manière adaptée (système d'acquisition bicanal), en particulier pour la mesure de la réponse complexe.

Dans un premier temps nous calculons un majorant de l'intervalle d'incertitude sur chacun des cinq paramètres en fonction des $2n$ ou des $3n$ intervalles d'incertitudes ΔV_i , afin de disposer à chaque estimation d'un ordre de grandeur de la précision obtenue. La complexité des expressions analytiques de ces majorants rendant leur étude difficile, nous nous contentons de donner les tendances de l'incertitude en fonction des caractéristiques de l'ensemble des mesures (nombre, secteur angulaire couvert). Pour cette étude, il n'est pas indispensable de disposer de données expérimentales. Nous remplaçons donc les mesures par des simulations théoriques de la fonction $\tilde{G}(f)$: pour un jeu de paramètres donnés, nous calculons la valeur de \tilde{G} pour différentes fréquences d'après les relations A1.1-6.

Certains des résultats que nous obtenons ne reflétant pas le caractère statistique sur lequel repose le calcul des paramètres, nous effectuons en complément une étude statistique de l'intervalle d'incertitude lié à la méthode d'estimation. Le nombre important de données nécessaires et la quasi certitude de voir le système étudié évoluer au cours des mesures nous amènent à nouveau à utiliser des simulations théoriques de $\tilde{G}(f)$ qui sont cette fois-ci bruitées par une fonction aléatoire gaussienne.

A1-2-2 Calcul de majorants d'incertitude

Pour calculer les majorants d'incertitude, nous utilisons la méthode habituelle des dérivées partielles. Pour le paramètre P_j nous écrivons:

$$dP_j = \sum_{i=1}^N \frac{\partial P_j}{\partial V_i} dV_i \quad (A1.39)$$

avec $N = 2n$ pour $P_j = R_0, X_0, G_1$ et $N = 3n$ pour $P_j = f_r, Q$. Nous obtenons par

exemple pour la fréquence de résonance:

$$df_r = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_r}{\partial f_i} df_i + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_r}{\partial R_i} dR_i + \sum_{i=1}^n \frac{\partial f_r}{\partial X_i} dX_i \quad (\text{A1.40})$$

où l'expression de f_r en fonction des V_i est donnée par les relations A1.28 et A1.31-35.

Nous pouvons ainsi calculer un majorant de l'intervalle d'incertitude sur chaque paramètre:

$$\Delta P_j = \sum_{i=1}^N \left| \frac{\partial P_j}{\partial V_i} \right| \Delta V_i \quad (\text{A1.41})$$

Il faut préciser que l'expression du paramètre P_j dépend du nombre N de données: les majorants d'incertitude ΔP_j n'augmentent donc pas forcément avec le nombre N comme peut le laisser croire la relation A1.41 (les calculs détaillés des majorants d'incertitude sont présentés en annexe A2).

Pour l'étude, nous prenons des intervalles d'incertitude sur les variables V_i qui sont de l'ordre de grandeur de ceux fournis par les constructeurs des appareils de mesures qui sont utilisés (voir Annexe C). Ainsi pour l'analyseur basses fréquences de type synchrone:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta R_i}{R_i} = \frac{\Delta X_i}{X_i} = 1\% \\ \frac{\Delta f_i}{f_i} = 0.01\% \end{array} \right. \quad (\text{A1.42})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta R_i}{R_i} = \frac{\Delta X_i}{X_i} = 1\% \\ \frac{\Delta f_i}{f_i} = 0.01\% \end{array} \right. \quad (\text{A1.43})$$

Comme précisé au paragraphe A1-2-1, l'étude des majorants d'incertitude est effectuée avec des simulations théoriques de la grandeur \tilde{G} . Pour un ensemble de paramètres fixé, les valeurs de $\tilde{G}(f)$ sont calculées (d'après les relations A1.1-2) avec un pas fréquentiel constant, pour un nombre n de points et un secteur angulaire ϑ couvert par ces points donnés. Pour ϑ fixé, la bande de fréquence correspondant aux paramètres f_r et Q utilisés se déduit de la relation A1.29. Ce secteur angulaire est pris centré sur la résonance car c'est la configuration expérimentale la plus courante, mais nous constatons qu'une légère disymétrie affecte peu les tendances observées.

Les figures A1.7 à A1.9 montrent l'évolution du majorant de l'intervalle d'incertitude relative calculé pour chacun des cinq paramètres de \tilde{G} et pour l'abscisse du centre du cercle estimé R_{ce} avec le secteur angulaire ϑ (les majorants d'incertitude relative sur l'ordonnée du centre et sur le rayon sont les mêmes que ceux sur X_0 et sur R_1). Les échelles d'incertitude ne sont fournies qu'à titre indicatif car elles dépendent de l'intervalle d'incertitude pris sur les variables V_i (relations A1.42-43). D'autre part, les incertitudes ΔP_j sur les paramètres R_0 , X_0 et R_1 sont fonction des valeurs relatives de ces différents paramètres. Pour l'exemple nous avons pris $R_1/R_0=4$ et $R_1/X_0=8$, mais nous avons pu constater que des rapports différents conduisent, pour des mêmes incertitudes sur les variables V_i , à des majorants d'incertitudes différents sur ces paramètres.

Figure A1.7

Majorant de l'intervalle d'incertitude sur la fréquence de résonance f_r calculé en fonction de l'étendue du secteur angulaire couvert par les données.

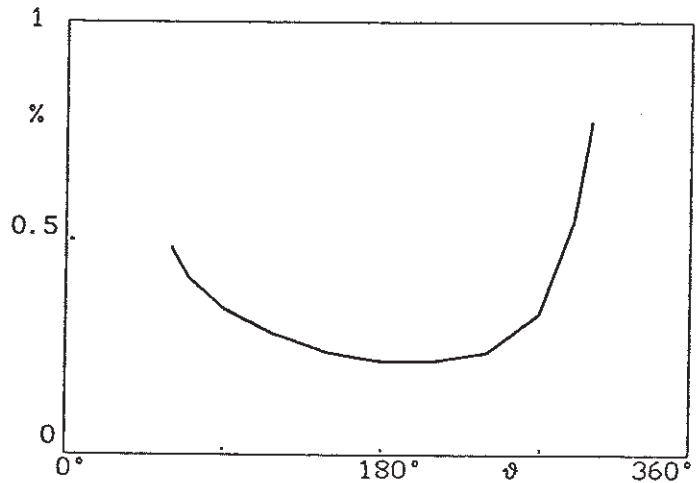


Figure A1.8

Majorants de l'intervalle d'incertitude calculé en fonction de l'étendue du secteur angulaire couvert par les données

— sur Q
 --- sur R_1 .

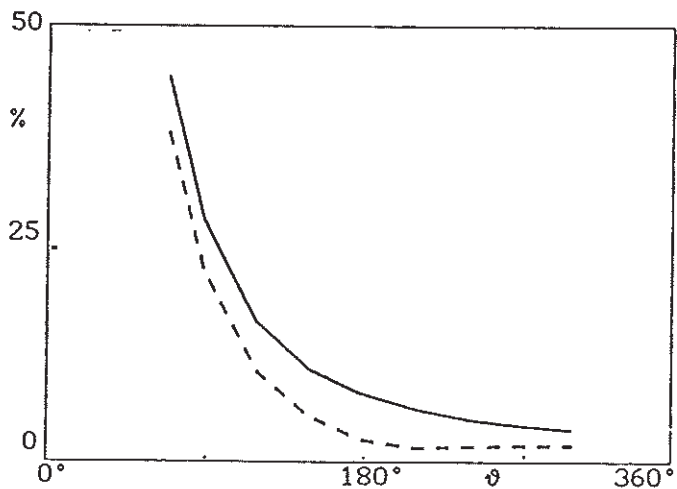
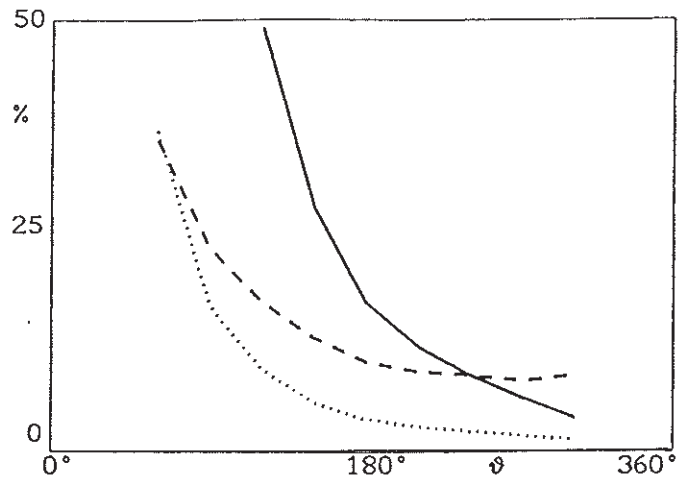


Figure A1.9

Majorants de l'intervalle d'incertitude calculé en fonction de l'étendue du secteur angulaire couvert par les données

- sur R_0
- - - sur X_0
- · · sur R_{ce}

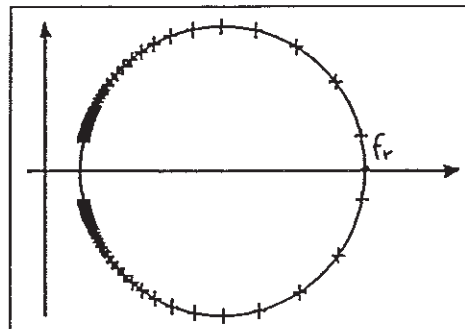


Il apparaît deux catégories de courbes caractérisées par des comportements et des échelles différentes.

Si l'incertitude sur R_0 , X_0 , R_1 et Q diminue toujours lorsque le secteur angulaire augmente, ce qui paraît logique, il n'en est pas de même pour la fréquence de résonance. En effet l'incertitude sur f_r décroît dans un premier temps, puis opère une brusque remontée. La valeur minimale relevée pour $\Delta f_r / f_r$ est de 0,2% pour un secteur angulaire d'environ 200° . Cette caractéristique provient du fait que, lorsque l'on s'éloigne de la fréquence de résonance à pas fréquentiel constant, l'espacement entre deux valeurs consécutives de \tilde{G} diminue (voir figure A1.10). La graduation fréquentielle y est alors plus sensible au bruit et le poids de ces valeurs est le même que celui des valeurs de \tilde{G} proches de la résonance. Ce phénomène n'a pas la même incidence sur le facteur de qualité pour lequel l'incertitude décroît régulièrement avec l'étendue du secteur angulaire. Pour un ϑ de l'ordre de 200° , le majorant d'incertitude est proche de sa valeur asymptotique ($\Delta Q / Q \approx 7\%$).

Figure A1.10

Répartition des points sur le cercle pour une mesure effectuée à pas fréquentiel constant.



Ainsi, faut-il veiller à limiter les données utilisées pour le calcul des paramètres f_r et Q à une bande de fréquence convenablement choisie, d'autres données plus éloignées de la résonance pouvant cependant être utiles pour le calcul des paramètres géométriques de \tilde{G} (R_0 , X_0 , R_1).

Nous notons également que l'incertitude sur R_1 tend assez rapidement vers une valeur limite: un secteur angulaire d'un demi-cercle est suffisant pour déterminer ce paramètre, ce qui est a priori prévisible puisque R_1 est égal au diamètre du cercle.

Pour un secteur de 200° on a $\Delta R_1/R_1 \approx 3\%$ avec les valeurs prises pour l'exemple. Pour les mêmes conditions, l'incertitude sur R_0 est plus élevée ($\Delta R_0/R_0 \approx 15\%$, avec $R_1=4R_0$). Ceci s'explique par le fait que la connaissance de R_0 nécessite une opération supplémentaire: ce paramètre n'est pas directement estimé mais se déduit de la différence entre l'abscisse du centre du cercle R_{ce} et le rayon r (relations A1.12 et A1.14).

Enfin, nous avons constaté que l'étendue du secteur angulaire est un facteur influant plus fortement sur les majorants d'incertitude que le nombre n de points utilisés qui est lui-même pratiquement sans conséquences sur la valeur des majorants. Cette constatation semble en contradiction avec la nature statistique du calcul des paramètres et pourrait résulter du fait que le nombre de termes intervenant dans l'expression des majorants augmente avec le nombre n de mesures (voir relation A1.41).

A1-2-3 Etude statistique

L'objectif de l'étude statistique faite dans ce paragraphe est donc de mettre en évidence l'influence du nombre de mesures utilisées pour estimer les paramètres. Nous y vérifions que l'intervalle d'incertitude obtenu est d'autant plus faible que n est grand et nous confirmons par cette étude l'importance qu'il faut accorder au choix de l'étendue du secteur angulaire.

Pour les raisons exposées au paragraphe A1-2-1 nous utilisons à nouveau des simulations de $\tilde{G}(f)$. Les cinq paramètres de \tilde{G} étant fixés, nous calculons (avec les relations A1.1-2) les parties réelle R_1 et imaginaire X_1 de \tilde{G}

correspondant à n fréquences f_i réparties à pas fréquentiel constant sur un secteur angulaire ϑ donné. Nous bruitons ensuite les $3n$ variables de cette simulation avec une fonction aléatoire gaussienne, dont l'écart type σ_i est relié à l'intervalle d'incertitude ΔV_i sur chaque variable V_i (relations A1.42 et A1.43) par:

$$\Delta V_i = 6\sigma_i. \quad (A1.44)$$

Cet écart-type correspond à une probabilité de 99.7% d'avoir la variable V_i comprise dans l'intervalle $[\bar{V}_i - 3\sigma_i, \bar{V}_i + 3\sigma_i]$, où \bar{V}_i est la valeur simulée de la variable. Cette probabilité est jugée suffisante, aucune norme bien définie n'existant sur le sujet [TECHNIQUES DE L'INGENIEUR].

Nous appliquons ensuite notre méthode d'estimation à chaque simulation bruitée de \tilde{G} . Nous obtenons ainsi, pour un nombre n et un secteur angulaire ϑ donné, plusieurs réalisations pour chaque paramètre. Elles sont distribuées selon une loi dont la connaissance doit nous permettre de déduire l'intervalle d'incertitude sur l'estimation de chaque paramètre.

La recherche de la loi de distribution d'une variable statistique peut se faire à l'aide de tests de validité tels que le test du χ^2 . Cependant le calcul des différents moments s'avère suffisant si cette variable est proche d'une gaussienne ce qui est probable pour de petits écarts. En notant m_k son moment non centré d'ordre k , on définit [ROBERT & PARATTE 1986]:

$$\text{le coefficient d'asymétrie} \quad ; \quad a_3 = m_3 / (m_2)^{3/2} \quad (A1.45)$$

$$\text{le coefficient d'aplatissement:} \quad a_4 = m_4 / m_2^2 - 3. \quad (A1.46)$$

Ces deux coefficients sont nuls si la loi de distribution de la variable statistique est une loi normale.

Nous avons calculé ces deux coefficients pour chaque paramètre à partir des estimations de ce paramètre faites sur les simulations bruitées de \tilde{G} (pour n et ϑ fixés), et pour la variable aléatoire. Lorsque le nombre de réalisations est important (de l'ordre de 5000), les valeurs absolues des coefficients a_3 et a_4 calculés pour chaque paramètre sont inférieures, respectivement, à 10^{-4} et 10^{-1} , alors qu'elles sont plus petites que $5 \cdot 10^{-2}$ et

10^{-1} pour la variable aléatoire gaussienne. Aucune tendance particulière n'ayant été relevée quant au signe de ces coefficients (pour les paramètres et pour la fonction aléatoire), il est permis d'attribuer leur écart à zéro à un nombre insuffisant de réalisations; nous supposons donc que pour des intervalles d'incertitude suffisamment faibles, les lois de distribution des paramètres peuvent être assimilées à des lois normales.

L'intervalle d'incertitude ΔP_j sur chaque paramètre P_j est déduit, d'après la relation A1.44, de la valeur de l'écart type σ_{P_j} calculé d'après les différentes réalisations de P_j . Si \bar{P}_j est la valeur moyenne du paramètre, on peut écrire:

$$P_j = \bar{P}_j \pm \frac{\Delta P_j}{2} . \quad (A1.47)$$

Nous pouvons ainsi procéder à l'étude statistique de l'incertitude sur l'estimation de chaque paramètre, en fonction du nombre de mesures et du secteur angulaire couvert par ces mesures. Les résultats sont présentés sur les figures A1.11 à A1.15.

Figure A1.11

Evolution de l'intervalle d'incertitude sur f_r avec le nombre de mesures pour différents secteurs angulaires

- $\vartheta = 90^\circ$
- $\vartheta = 180^\circ$
- $\vartheta = 270^\circ$
- - $\vartheta = 300^\circ$.

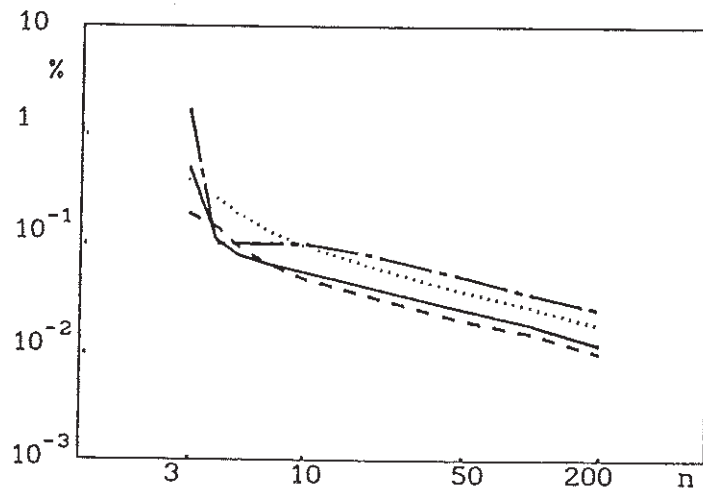


Figure A1.12

Evolution de l'intervalle d'incertitude sur Q avec le nombre de mesures pour différents secteurs angulaires

- $\vartheta = 90^\circ$
- $\vartheta = 180^\circ$
- $\vartheta = 270^\circ$
- - $\vartheta = 300^\circ$.

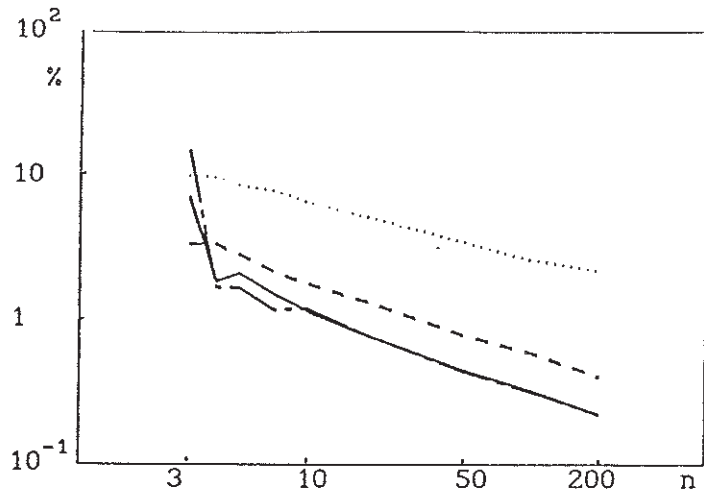


Figure A1.13

Evolution de l'intervalle d'incertitude sur R1 avec le nombre de mesures pour différents secteurs angulaires

- $\vartheta = 90^\circ$
- $\vartheta = 180^\circ$
- $\vartheta = 270^\circ$
- - $\vartheta = 300^\circ$.

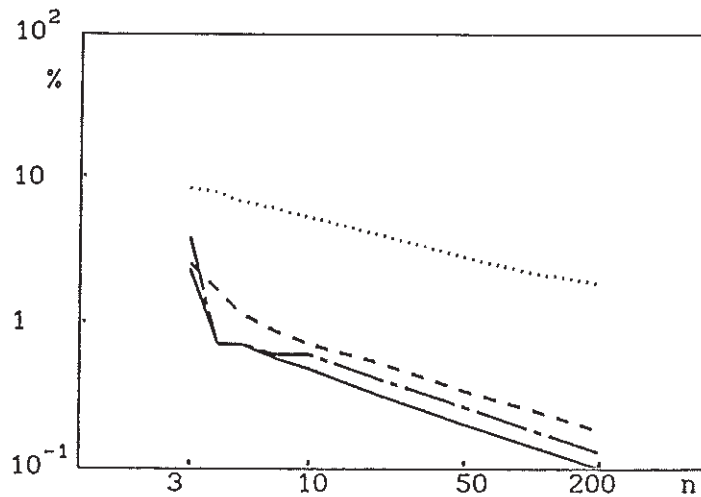


Figure A1.14

Evolution de l'intervalle d'incertitude sur R0 avec le nombre de mesures pour différents secteurs angulaires

- $\vartheta = 90^\circ$
- $\vartheta = 180^\circ$
- $\vartheta = 270^\circ$
- - $\vartheta = 300^\circ$.

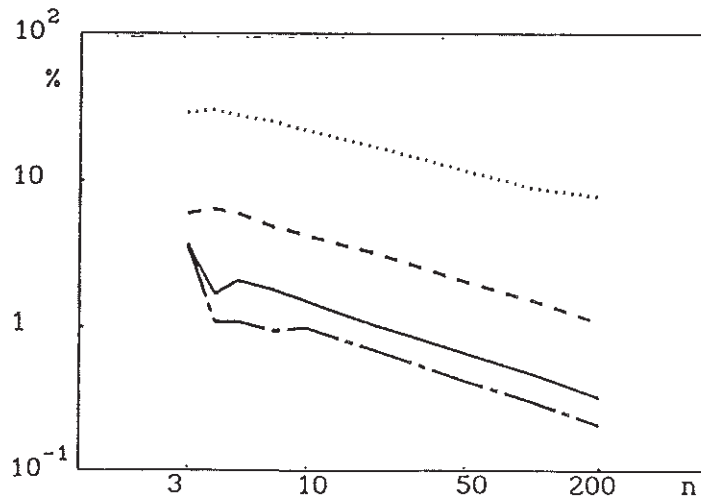
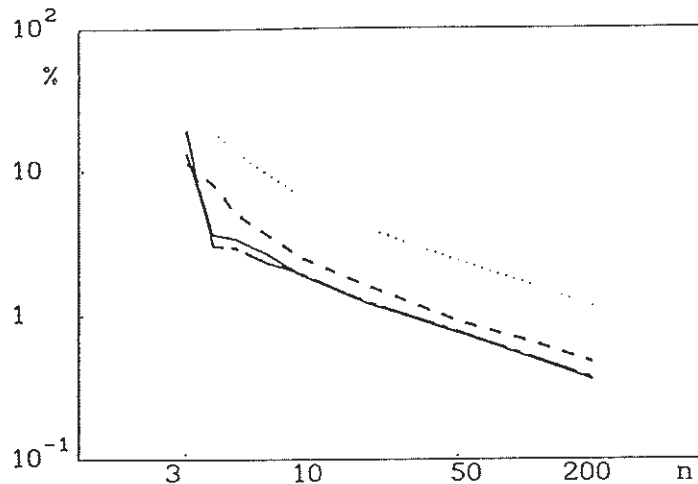


Figure A1.15

Evolution de l'intervalle d'incertitude sur X_0 avec le nombre de mesures pour différents secteurs angulaires

- $\vartheta = 90^\circ$
- $\vartheta = 180^\circ$
- $\vartheta = 270^\circ$
- - $\vartheta = 300^\circ$.



Nous notons que la précision est plus grande pour la fréquence de résonance que pour les autres paramètres, ce qui confirme les résultats apportés par les calculs de majorants d'incertitude effectués au paragraphe précédent.

Par contre cette étude statistique de l'incertitude met en évidence (contrairement à celle faite sur les majorants) l'influence du nombre n de mesures: dès que n est supérieur à 10 environ, l'intervalle d'incertitude sur chaque paramètre diminue approximativement en $1/\sqrt{n}$. On retrouve là un résultat identique à celui obtenu classiquement avec des méthodes basées sur une minimisation au sens des moindres carrés. Ce résultat ne semblait pas évident a priori pour deux raisons. La première est que les paramètres du cercle sont obtenus à partir d'une minimisation du carré de l'erreur quadratique et non de l'erreur quadratique elle-même. La deuxième est que l'estimation de certains paramètres de \tilde{G} (la fréquence de résonance et le facteur de qualité) est obtenue par deux minimisations en cascade.

L'accroissement du nombre de données n n'est cependant pas forcément judicieux car il augmente le temps d'acquisition, ce qui peut permettre au système étudié d'évoluer au cours de cette acquisition. Les résultats donnés en figures A1.11-15 montrent qu'une estimation relativement précise peut être obtenue à partir d'un nombre assez faible de données. Ainsi, pour les rapports $R1/R0$ et $R1/X0$ utilisés au paragraphe A1-2-2 et avec les intervalles d'incertitude sur les variables V_i donnés par les relations A1.42-43, nous

obtenons avec seulement cinq mesures réparties sur 180° les intervalles d'incertitude suivants:

$$\left| \begin{array}{l} \Delta f_r / f_r \approx 0,1\% \\ \Delta Q / Q \approx 3\% \\ \Delta G_1 / G_1 \approx 1\% \\ \Delta R_0 / R_0 \approx 6\% \\ \Delta X_0 / X_0 \approx 5\% \end{array} \right.$$

Nous notons également que l'augmentation de l'incertitude sur les mesures de \tilde{G} (R_1 , X_1) entraîne, de façon quasi linéaire, un accroissement de l'incertitude sur les paramètres estimés.

Ces différentes constatations permettent de prédire qu'un bon compromis entre un temps de mesure relativement court et une estimation efficace des paramètres est obtenu avec une dizaine de mesures réparties sur un peu plus d'un demi-cercle centré sur la résonance. Les extrémités d'un tel secteur angulaire correspondant à une valeur de $|\tilde{H}(f)|$ inférieure à son maximum d'au moins 3dB (relations A1.2 et A1.37), une estimation fiable des paramètres semble donc assurée par une mesure de $|\tilde{G}(f)|$ jusqu'à mi-hauteur de pic. Ceci ne concerne toutefois que le cas idéal, lorsque la fonction \tilde{G} modélise parfaitement le système étudié. Dans le cas contraire il est possible d'utiliser une pondération (ou un fenêtrage) des données autre, de manière à privilégier le domaine de fréquence où la modélisation est la plus proche du système étudié.

En conclusion, nous avons ici précisé l'importance du nombre de mesures et confirmé les résultats du paragraphe A1-2-2 en ce qui concerne le secteur angulaire à couvrir par ces mesures, validant ainsi une estimation de l'erreur par majoration. Les calculs de majorant peuvent ainsi être associés à l'estimation des paramètres pour fournir immédiatement une indication de la précision obtenue.

A1-2-4 Variante de la méthode de graduation fréquentielle

Lors du paragraphe A1-1-2-b (relation A1.28 et figure A1.4) les angles α_i sont calculés à partir des mesures de $\tilde{G}(f)$ et des coordonnées du centre du cercle estimé. Il est également possible (comme le font RUGGIERO & HENRIQUEZ [1984]) de calculer ces angles, que nous notons alors α'_i , à partir des coordonnées du point représentatif de \tilde{G}_0 par la relation:

$$\alpha'_i = 2 \arctan[(X_i - X_0)/(R_i - R_0)] \quad . \quad (A1.48)$$

Cette modification n'est intéressante que si R_0 et X_0 sont connus avec plus de précision que les coordonnées du centre du cercle R_{ce} et X_{ce} . La valeur de \tilde{G}_0 utilisée ne peut donc être celle qui est déduite des paramètres du cercle estimé (d'après les relations A1.12-14) car, comme nous le voyons sur la figure A1.9, l'intervalle d'incertitude sur R_0 est supérieur à celui sur R_{ce} ($R_{ce} = 3R_0$). Le remplacement de la relation A1.28 par la relation A1.48 implique donc de pouvoir déterminer \tilde{G}_0 d'une autre façon. Suivant les circonstances, la valeur de \tilde{G}_0 pourrait être obtenue par les procédés décrits au paragraphe A1-1-1-c, être fixée par les caractéristiques du système étudié (par exemple si la grandeur \tilde{G}_0 est théoriquement nulle), ou être estimée avec une méthode de mesure appropriée (telle celle utilisée au paragraphe 3-1 pour le cas d'un haut-parleur électrodynamique). Nous supposons pour la suite de ce paragraphe que \tilde{G}_0 est déterminée avec une précision suffisante.

Compte tenu du cas particulier étudié ($\tilde{G}_1 = R_1$), si l'on considère que le cercle estimé passe par la résonance (en $R_{ce} + r$) la connaissance de \tilde{G}_0 permet également de déduire R_1 de la relation:

$$R_1 = (R_{ce} + r - R_0) \quad (A1.49)$$

Du fait que le secteur angulaire couvert par les données est grossièrement centré sur la résonance, les valeurs de l'ordonnée du centre du cercle et de la fréquence de résonance sont généralement bien estimées. L'intérêt d'utiliser les relations A1.48 et A1.49 se limite ici au gain apporté sur la détermination des paramètres R_1 et Q par le remplacement de R_{ce} par R_0 . Nous présentons ce gain dans les figures A1.16 et A1.17.

Figure A1.16

Intervalle d'incertitude sur l'estimation du facteur de qualité Q en fonction du secteur angulaire ϑ et de l'origine du repérage angulaire des mesures:

— origine en (R_0, X_0)
 --- origine en (R_{ce}, X_{ce})

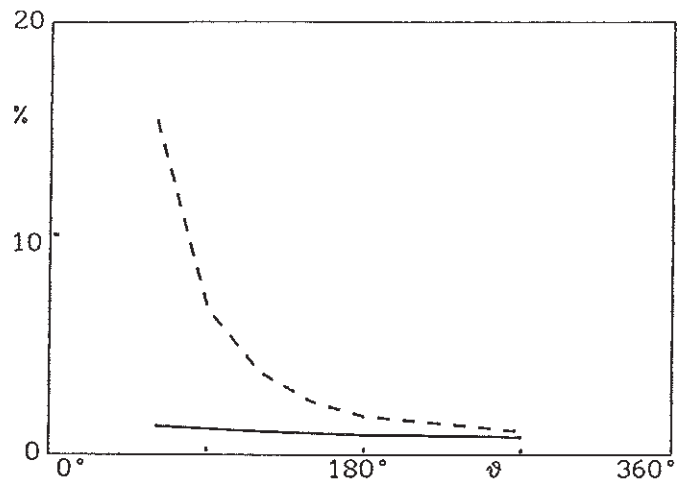
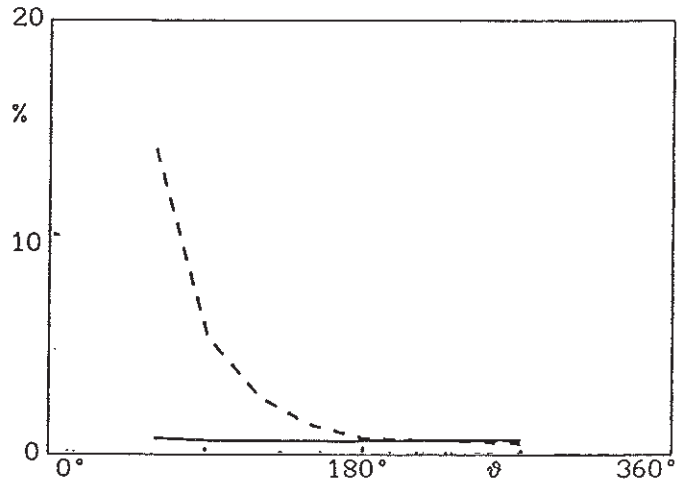


Figure A1.17

Intervalle d'incertitude sur l'estimation du paramètre R_1 en fonction du secteur angulaire ϑ et de l'origine du repérage angulaire des mesures:

— origine en (R_0, X_0)
 --- origine en (R_{ce}, X_{ce}) .



Dans les deux cas, on constate que le changement de point pour calculer les angles α_i n'est bénéfique que lorsque de faibles secteurs angulaires sont employés (ϑ à peu près inférieur à 180°). Cette option peut par conséquent s'avérer intéressante si l'on ne désire (ou si l'on ne peut) utiliser que quelques mesures proches de la résonance pour estimer les paramètres.

A1-3 APPLICATION AUX RESONANCES MODALES

L'étude des résonances acoustiques dans les cavités possède des applications dans de nombreux domaines de l'acoustique, notamment pour l'étude de l'amortissement dans les couches limites et pour celle des dégénérescences de mode [C.COSNARD 1988], mais également pour l'acoustique musicale. Nous montrons ici que, sous certaines conditions, la méthode d'estimation que nous avons élaborée dans les deux paragraphes précédents est applicable à l'étude des résonances modales.

A1-3-1 Expression analytique d'une décomposition modale

La décomposition modale d'une fonction est souvent utilisée pour décrire les variations de différentes grandeurs physiques. Nous pouvons par exemple exprimer la valeur théorique de la pression en un point quelconque d'une cavité ou d'un guide par:

$$\tilde{p}(k) = \sum_{n,s} \tilde{p}_{ns}(k) = \sum_{n,s} \tilde{A}_{ns} \frac{j\tilde{k}}{\tilde{k}_{ns}^2 - \tilde{k}^2}, \quad \text{Pa} \quad (\text{A1-50})$$

avec

$$\tilde{k}_{ns}^2 = k_{ns}^2 (1 + j\mu) \quad \text{m}^{-2} \quad (\text{A1-51})$$

$$\tilde{k}^2 = k^2 (1 - j\varepsilon) \quad \text{m}^{-2} \quad (\text{A1-52})$$

et où

\tilde{k}_{ns} sont les valeurs propres du problème avec pertes,

μ est un facteur traduisant les pertes aux parois (pertes visco-thermiques par exemple),

\tilde{k} est le nombre d'onde incluant une éventuelle dissipation,

ε est un facteur traduisant l'influence des processus dissipatifs dans le gaz (relaxation moléculaire, viscosité de volume et de cisaillement,

conduction thermique, ...).

\tilde{A}_{ns} est un coefficient complexe dépendant entre autres du point en lequel la pression est prise, et de la dissipation dans le gaz.

Le tracé de du module de $\tilde{p}(k)$ en fonction de la fréquence représente une série de pics, correspondant chacun à un ou plusieurs couples (n, s) .

A1-3-2 Approximations au voisinage d'une fréquence de résonance

Au voisinage de la fréquence de résonance f_{ns} du mode ns , nous posons

$$k/k_{ns} = f/f_{ns} \quad (A1.53)$$

$$\tilde{G}_1 = \frac{\tilde{A}_{ns}(1-j\varepsilon)^{1/2}}{k_{ns}^2(\mu+\varepsilon)} \quad \text{Pa} \quad (A1.54)$$

$$\tilde{G}_0 = \sum_{i,j} p_{ij}(k) \quad \forall i \neq n, j \neq s \quad \text{Pa} \quad (A1.55)$$

L'expression de $\tilde{p}(k)$, autour de cette fréquence f_{ns} prend alors la forme:

$$\tilde{p}(k) = \tilde{G}_0 + \tilde{G}_1 \frac{j(f/f_{ns})(\mu+\varepsilon)}{1 - (f/f_{ns})^2 + j(\mu+\varepsilon)(f/f_{ns})^2} \quad \text{Pa} \quad (A1.56)$$

Si le système est peu amorti ($\mu, \varepsilon \ll 1$), nous pouvons également écrire:

$$(f/f_{ns})^2 = (1+(f-f_{ns})/f_{ns})^2 \approx 2f/f_{ns} - 1 \quad (A1.57)$$

et

$$\varepsilon(f/f_{ns})^2 \approx \varepsilon. \quad (A1.58)$$

En posant pour le facteur de qualité de la résonance

$$Q = 1/(\mu+\varepsilon) \quad , \quad (A1.59)$$

l'expression de $\tilde{p}(k)$ autour de la fréquence f_{ns} devient alors:

$$\tilde{p}(k) \approx \tilde{G}_0 + \frac{\tilde{G}_1}{1 + 2jQ(f/f_{ns}-1)} \quad (A1.60)$$

La représentation de $\tilde{p}(k)$ dans le plan complexe est un cercle, tout comme pour la fonction $\tilde{G}(f)$ présentée au paragraphe A1-1-1-a (voir figure A1.1) et la graduation fréquentielle correspondante qui s'écrit:

$$\tan[(\alpha_1 - \alpha_0)/2] = 2Q(1 - f_1/f_{ns}) \quad (A1.61)$$

s'obtient également en prenant la limite de la relation A1.37, au voisinage de la fréquence de résonance, lorsque le facteur de qualité est élevé.

A condition que l'un au moins des paramètres de \tilde{G}_0 ou de \tilde{G}_1 soit connu (voir les configurations possibles présentés au paragraphe A1-1-3), la méthode d'estimation que nous avons développée est applicable à l'étude des résonances modales possédant un facteur de qualité élevé. Le secteur angulaire du cercle sur lequel l'expression A1.60 modélise correctement le système étudié est d'autant plus étendu de part et d'autre de la résonance que Q est grand.

Des comportements propres au système étudié peuvent cependant perturber l'estimation des paramètres. En effet, les pertes ne sont pas constantes: pour un mode "n,s" donné ε et μ augmentent avec la fréquence. La courbe décrivant \tilde{G} dans le plan complexe autour de f_{ns} est en fait une légère spirale car $|\tilde{G}_1|$ décroît avec la fréquence. Ce phénomène est accentué sur les premiers modes car ε et μ sont d'autant plus importants que l'ordre "n,s" de la résonance est petit. Pour les systèmes relativement amortis, il y a donc un compromis à effectuer entre l'utilisation d'un secteur angulaire important, synonyme d'une bonne estimation du cercle, et une bande de fréquence réduite assurant une faible variation de $|\tilde{G}_1|$ et Q .

Un autre problème, pour appliquer notre méthode d'estimation à une telle étude est l'évolution de \tilde{G}_0 avec la fréquence (le terme \tilde{G}_0 est constitué des "trainées" des pics de résonance autres que celui étudié). Généralement $|\tilde{G}_0| \ll |\tilde{G}_1|$: la variation de \tilde{G}_0 sur l'intervalle de fréquence nécessaire à l'estimation des paramètres de la résonance "n,s" est négligeable. Mais,

lorsque deux pics sont très proches, la variation de \tilde{G}_0 peut fortement perturber l'estimation des paramètres de la résonance étudiée.

Pour vérifier la validité des approximations effectuées aux relations A1.57-58, nous avons calculé la valeur de $\tilde{p}(k)$ selon la relation A1.56 pour différentes fréquences proches d'une fréquence de résonance f_{ns} , les paramètres f_{ns} , ε , μ et \tilde{G}_1 étant fixés, \tilde{G}_0 étant pris égal à zéro. Nous avons ensuite appliqué notre méthode d'estimation à ces valeurs de $\tilde{p}(k)$. Nous avons constaté que avec un secteur angulaire de l'ordre du demi-cercle centré sur la résonance, les erreurs d'estimation sur la fréquence f_{ns} et sur le facteur de qualité Q ($Q^{-1} = \varepsilon + \mu$) dues aux approximations effectuées pour $f \approx f_{ns}$ sont respectivement inférieures à 0.1% et 0.25% si le facteur de qualité est égal à 10, et diminuent lorsque Q augmente. Ce résultat semble donc ouvrir un domaine d'application très large à notre méthode d'estimation.

<p>ANNEXE A2</p> <p>CALCULS DE MAJORANTS D'INCERTITUDE</p>
--

Nous présentons dans cette annexe les calculs de majorants d'incertitude relatifs à l'étude effectuée dans l'annexe A1 (paragraphe A1-2-2). Les expressions des majorants sont établies pour les cinq paramètres de la résonance (R_0 , X_0 , R_1 , Q , f_r) en fonction des grandeurs mesurables (R_1 , X_1 , f_1). L'expression analytique étudiée correspondant à l'impédance d'un circuit résonant de type R-L-C parallèle, nous établissons également les majorants d'incertitude pour les éléments du circuit équivalent.

Dans l'annexe A1, nous avons proposé une variante de la méthode d'estimation utilisant une valeur préalablement déterminée de R_0 et de X_0 (paragraphe A1-2-4). Nous établissons également pour cette variante les expressions des majorants d'incertitudes sur R_1 , Q et f_r .

A2-1 Variations des paramètres du cercle

Les paramètres du cercle (R_{ce} , X_{ce} , r) s'expriment en fonction des parties réelle R_1 et imaginaire X_1 de la grandeur mesurée aux n fréquences f_1 . On peut donc relier les variations de ces paramètres à celles des $2n$ variables V_1 (R_1 , X_1) à l'aide des dérivées partielles de ces paramètres par rapport aux V_1 . Ces variations s'écrivent:

$$dR_{ce} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial R_{ce}}{\partial R_1} dR_1 + \sum_{i=1}^n \frac{\partial R_{ce}}{\partial X_1} dX_1 \quad (A2.1)$$

$$dX_{ce} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial y_{ce}}{\partial R_1} dR_1 + \sum_{i=1}^n \frac{\partial y_{ce}}{\partial X_1} dX_1 \quad (A2.2)$$

$$dr = \sum_{i=1}^n \frac{\partial r}{\partial R_1} dR_1 + \sum_{i=1}^n \frac{\partial r}{\partial X_1} dX_1. \quad (A2.3)$$

Les relations A1.16-17 et A1.19-27 qui donnent l'expression des coordonnées du centre du cercle estimé en fonction des $2n$ V_i permettent d'écrire:

$$\frac{\partial R_{ce}}{\partial R_1} = F(R_1, X_1, PR_1, PX_1, P_r, P_x, P_{21}, P_{12}) \quad (A2.4)$$

$$\frac{\partial R_{ce}}{\partial X_1} = G(R_1, X_1, PR_1, PX_1, P_r, P_x, P_{21}, P_{12}) \quad (A2.5)$$

$$\frac{\partial X_{ce}}{\partial R_1} = G(X_1, R_1, PX_1, PR_1, P_x, P_r, P_{12}, P_{21}) \quad (A2.6)$$

$$\frac{\partial X_{ce}}{\partial X_1} = F(X_1, R_1, PX_1, PR_1, P_x, P_r, P_{12}, P_{21}) \quad , \quad (A2.7)$$

où

$$\begin{aligned} F(R_1, X_1, PR_1, PX_1, P_r, P_x, P_{21}, P_{12}) = & [(PX_1/n - X_1) \\ & (P_{21} - 2R_1P_{11}) - (3R_1^2 + X_1^2 - 2R_1PR_1/n - PR_2/n - PX_2/n)P_x] / D \\ & - 4(P_{21}P_{11} - P_{12}P_x) [(PR_1/n - R_1)P_x - (PX_1/n - X_1)P_{11}] / D^2 \end{aligned} \quad (A2.8)$$

et

$$\begin{aligned} G(R_1, X_1, PR_1, PX_1, P_r, P_x, P_{21}, P_{12}) = & [(PR_1/n - R_1)(P_{21} + 2X_1P_x) - 2P_{12}(PX_1/n - X_1) \\ & + (R_1^2 + 3X_1^2 - 2X_1PX_1/n - PR_2/n - PX_2/n)P_{11}] / D \\ & - 4(P_{21}P_{11} - P_{12}P_x) [(PX_1/n - X_1)P_r - (PR_1/n - R_1)P_{11}] / D^2 . \end{aligned} \quad (A2.9)$$

D'après la relation A1.19, nous en déduisons l'expression des dérivées partielles du rayon r par rapport aux $2n$ V_i :

$$\frac{\partial r}{\partial R_1} = [(R_{ce} - PR_1/n) \frac{\partial R_{ce}}{\partial R_1} + (X_{ce} - PX_1/n) \frac{\partial X_{ce}}{\partial R_1} + (R_1 - R_{ce})/n] / r \quad (A2.10)$$

$$\frac{\partial r}{\partial X_1} = [(R_{ce} - PR_1/n) \frac{\partial R_{ce}}{\partial X_1} + (X_{ce} - PX_1/n) \frac{\partial X_{ce}}{\partial X_1} + (X_1 - X_{ce})/n] / r. \quad (A2.11)$$

A2-2 Majorants d'incertitude sur les paramètres de la résonance

Les majorants d'incertitude sur R_0 , X_0 et R_1 se déduisent directement, à partir de leur expression en fonction des quantités R_{ce} , X_{ce} et r (relations

A1.12-14), des dérivées partielles des paramètres du cercle par rapport aux $2n$ V_i . Nous obtenons ainsi:

$$\Delta R_0 = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial R_{ce}}{\partial R_i} - \frac{\partial r}{\partial R_i} \right| \Delta R_i + \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial R_{ce}}{\partial X_i} - \frac{\partial r}{\partial X_i} \right| \Delta X_i \quad (A2.12)$$

$$\Delta X_0 = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial X_{ce}}{\partial R_i} \right| \Delta R_i + \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial X_{ce}}{\partial X_i} \right| \Delta X_i \quad (A2.13)$$

$$\Delta R_1 = 2 \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial r}{\partial R_i} \right| \Delta R_i + 2 \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial r}{\partial X_i} \right| \Delta X_i \quad , \quad (A2.14)$$

où ΔR_i et ΔX_i sont les majorants d'incertitude sur la mesure de R_i et X_i .

Il est plus complexe d'exprimer les majorants d'incertitude sur la fréquence de résonance et sur le facteur de qualité (f_r et Q sont obtenus selon le procédé du paragraphe A1-1-2-b). Ces deux paramètres sont calculés (relations A1.31-36) d'après les m fréquences f_i et les m angles α_i qui leur sont associés (le nombre n de mesures utilisées pour calculer les paramètres du cercle pouvant être différent du nombre m de mesures servant à estimer f_r et Q). Mais chaque angle α_i dépend (voir relation A1.28) des coordonnées R_i et X_i du point correspondant à la grandeur mesurée à la fréquence f_i , mais également des coordonnées du centre du cercle dont la valeur est calculée d'après les n R_i et les n X_i . La dérivée partielle de f_r et de Q par rapport à l'angle α_i dépend donc des n R_i et des n X_i .

Les majorants d'incertitude sur la fréquence de résonance et sur le facteur de qualité, exprimés en fonction des incertitudes sur les grandeurs mesurables (R_i, X_i, f_i) s'écrivent ainsi:

$$\Delta f_r = \sum_{i=1}^m \left| \frac{\partial f_r}{\partial f_i} \right| \Delta f_i + \sum_{i=1}^n \left| \sum_{j=1}^m \frac{\partial f_r}{\partial \alpha_j} \frac{\partial \alpha_j}{\partial R_i} \right| \Delta R_i + \sum_{i=1}^n \left| \sum_{j=1}^m \frac{\partial f_r}{\partial \alpha_j} \frac{\partial \alpha_j}{\partial X_i} \right| \Delta X_i \quad (A2.15)$$

$$\Delta Q = \sum_{i=1}^m \left| \frac{\partial Q}{\partial f_i} \right| \Delta f_i + \sum_{i=1}^n \left| \sum_{j=1}^m \frac{\partial Q}{\partial \alpha_j} \frac{\partial \alpha_j}{\partial R_i} \right| \Delta R_i + \sum_{i=1}^n \left| \sum_{j=1}^m \frac{\partial Q}{\partial \alpha_j} \frac{\partial \alpha_j}{\partial X_i} \right| \Delta X_i \quad (A2.16)$$

avec, compte tenu des relations A1.31-36 reliant les paramètres f_r et Q aux m_{f_i} et aux m_{α_j} :

$$\frac{\partial f_r}{\partial f_1} = \left[\left(n \tan(\alpha_1/2) + \tan(\alpha_1/2) F_1 / f_1^2 - 2T_2 f_1 \right) - \left(\tan(\alpha_1/2) F_2 - 2T_1 / f_1^3 + n \tan(\alpha_1/2) / f_1^2 \right) f_r^2 \right] / 2(T_1 F_2 - n T_2) f_r \quad (\text{A2.17})$$

$$\frac{\partial f_r}{\partial \alpha_j} = \left[(n f_j^2 - F_1) - (f_j^2 F_2 - n) f_r^2 \right] / 4 f_j (T_1 F_2 - n T_2) f_r \cos^2(\alpha_j/2) \quad (\text{A2.18})$$

$$\frac{\partial Q}{\partial f_1} = \left[\left(n \tan(\alpha_1/2) + \tan(\alpha_1/2) F_1 / f_1^2 - 2T_2 f_1 \right) (n T_2 - F_2 T_1) - (n T_1 - F_1 T_2) \left(\tan(\alpha_1/2) F_2 - 2T_1 / f_1^3 + n \tan(\alpha_1/2) / f_1^2 \right) \right] / 2Q (F_1 F_2 - n^2) - 2Q (f_1 F_2 - F_1 / f_1^3) / (F_1 F_2 - n^2) \quad (\text{A2.19})$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \alpha_j} = \left[(n f_j^2 - F_1) (n T_2 - T_1 F_2) + (n - f_j^2 F_2) (n T_1 - F_1 T_2) \right] / 4 f_j Q (F_1 F_2 - n^2)^2 \cos^2(\alpha_j/2). \quad (\text{A2.20})$$

Les dérivées partielles des angles α_j par rapport aux R_i et X_i sont données par (d'après la relation A1.28):

$$\frac{\partial \alpha_j}{\partial R_i} = \left[S_j \frac{\partial R_{ce}}{\partial R_i} - \frac{\partial X_{ce}}{\partial R_i} - \delta_{ij} S_j \right] T_j / (1 - S_j^2) \quad (\text{A2.21})$$

$$\frac{\partial \alpha_j}{\partial X_i} = \left[S_j \frac{\partial R_{ce}}{\partial X_i} - \frac{\partial X_{ce}}{\partial X_i} + \delta_{ij} \right] T_j / (1 - S_j^2) \quad (\text{A2.22})$$

où

$$S_j = (X_j - X_{ce}) / (R_j - R_{ce}) \quad (\text{A2.23})$$

$$T_j = 1 / (R_j - R_{ce}) \quad (\text{A2.24})$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i=j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (\text{A2.25})$$

A2-3 Majorants d'incertitude sur les éléments du circuit équivalent

La forme analytique de la résonance définie au paragraphe A1-1-1 correspondant à l'impédance d'un circuit résonant de type R-L-C en série avec une impédance \tilde{G}_0 (voir figure A1.2), nous donnons les expressions des

majorants d'incertitude sur les éléments de ce circuit. La résistance étant égale au paramètre R_1 , l'expression du majorant d'incertitude associé est donc donnée par la relation A2.14. Les éléments inductif et capacitif du circuit se déduisent des paramètres f_r , Q et R_1 par les relations suivantes (voir chapitre 1):

$$C = Q/2\pi f_r R_1 \quad (A2.26)$$

$$L = R_1/2\pi f_r Q \quad (A2.27)$$

Nous en déduisons les expressions des majorants d'incertitude sur ces deux éléments:

$$\begin{aligned} \Delta C = \frac{C}{2\pi} & \left[\sum_{i=1}^m \left| -\frac{1}{f_r} \frac{\partial f_r}{\partial f_i} + \frac{1}{Q} \frac{\partial Q}{\partial f_i} \right| \Delta f_i \right. \\ & + \sum_{i=1}^n \left| -\frac{1}{f_r} \frac{\partial f_r}{\partial R_i} + \frac{1}{Q} \frac{\partial Q}{\partial R_i} - \frac{1}{R_1} \frac{\partial R_1}{\partial R_i} \right| \Delta R_i \\ & \left. + \sum_{i=1}^n \left| -\frac{1}{f_r} \frac{\partial f_r}{\partial X_i} + \frac{1}{Q} \frac{\partial Q}{\partial X_i} - \frac{1}{R_1} \frac{\partial R_1}{\partial X_i} \right| \Delta X_i \right] \quad (A2.28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta L = \frac{L}{2\pi} & \left[\sum_{i=1}^m \left| -\frac{1}{f_r} \frac{\partial f_r}{\partial f_i} - \frac{1}{Q} \frac{\partial Q}{\partial f_i} \right| \Delta f_i \right. \\ & + \sum_{i=1}^n \left| -\frac{1}{f_r} \frac{\partial f_r}{\partial R_i} - \frac{1}{Q} \frac{\partial Q}{\partial R_i} + \frac{1}{R_1} \frac{\partial R_1}{\partial R_i} \right| \Delta R_i \\ & \left. + \sum_{i=1}^n \left| -\frac{1}{f_r} \frac{\partial f_r}{\partial X_i} - \frac{1}{Q} \frac{\partial Q}{\partial X_i} + \frac{1}{R_1} \frac{\partial R_1}{\partial X_i} \right| \Delta X_i \right] \quad (A2.29) \end{aligned}$$

Dans ces relations, les dérivées partielles de la fréquence de résonance et du facteur de qualité par rapport aux R_i et aux X_i se déduisent des expressions A2.15 et A2.16.

A2-4 Expressions des majorants d'incertitude pour la variante

Cette partie s'applique à l'étude menée au paragraphe A1-2-4. L'introduction d'une valeur connue de \tilde{G}_0 (à laquelle sont associés les majorants d'incertitude ΔR_0 et ΔX_0) comme origine pour le calcul du repérage angulaire change le calcul des autres paramètres de la résonance. Pour R_1 dont la valeur s'obtient par la relation A1.49, l'expression du majorant d'incertitude devient:

$$\Delta R_1 = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial r}{\partial R_1} + \frac{\partial R_{ce}}{\partial R_1} \right| \Delta R_1 + \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial r}{\partial X_1} + \frac{\partial R_{ce}}{\partial X_1} \right| \Delta X_1 + \Delta R_0 \quad (A2.30)$$

Pour les autres paramètres, l'utilisation d'une valeur connue de \tilde{G}_0 modifie l'expression utilisée pour le calcul de l'angle associé à chaque point (R_1, X_1) . Nous notons ici α_i la fonction donnant cet angle en fonction des V_i (pour la différentier de la fonction α_i précédemment utilisée). L'angle α_i (relation A1.48) ne dépend que de R_1 , de X_1 et de \tilde{G}_0 . Les expressions des majorants d'incertitude sur la fréquence de résonance et sur le facteur de qualité deviennent:

$$\begin{aligned} \Delta f_r = & \sum_{i=1}^m \left| \frac{\partial f_r}{\partial f_1} \right| \Delta f_1 + \sum_{i=1}^m \left| \frac{\partial f_r}{\partial \alpha_i} \frac{\partial \alpha_i'}{\partial R_1} \right| \Delta R_1 + \sum_{i=1}^m \left| \frac{\partial f_r}{\partial \alpha_i} \frac{\partial \alpha_i'}{\partial X_1} \right| \Delta X_1 \\ & + \left| -\sum_{i=1}^m \frac{\partial f_r}{\partial \alpha_i} \frac{\partial \alpha_i'}{\partial R_0} \right| \Delta R_0 + \left| -\sum_{i=1}^m \frac{\partial f_r}{\partial \alpha_i} \frac{\partial \alpha_i'}{\partial X_0} \right| \Delta X_0 \end{aligned} \quad (A2.31)$$

$$\begin{aligned} \Delta Q = & \sum_{i=1}^m \left| \frac{\partial Q}{\partial f_1} \right| \Delta f_1 + \sum_{i=1}^m \left| \frac{\partial Q}{\partial \alpha_i} \frac{\partial \alpha_i'}{\partial R_1} \right| \Delta R_1 + \sum_{i=1}^m \left| \frac{\partial Q}{\partial \alpha_i} \frac{\partial \alpha_i'}{\partial X_1} \right| \Delta X_1 \\ & + \left| -\sum_{i=1}^m \frac{\partial Q}{\partial \alpha_i} \frac{\partial \alpha_i'}{\partial R_0} \right| \Delta R_0 + \left| -\sum_{i=1}^m \frac{\partial Q}{\partial \alpha_i} \frac{\partial \alpha_i'}{\partial X_0} \right| \Delta X_0 \end{aligned} \quad (A2.32)$$

Nous avons posé

$$\frac{\partial \alpha_i'}{\partial R_1} = -2S_i' T_i' / (1 - (S_i')^2) = -\frac{\partial \alpha_i'}{\partial R_0} \quad (A2.33)$$

$$\frac{\partial \alpha_i'}{\partial X_1} = 2T_i' / (1 - (S_i')^2) = -\frac{\partial \alpha_i'}{\partial X_0} \quad (A2.34)$$

avec

$$S_1' = (X_1 - X_0) / (R_1 - R_0) \quad (A2.35)$$

$$T_1' = 1 / (R_1 - R_0) \quad (A2.36)$$

et où les dérivées partielles de f_r et de Q par rapport aux angles α_i sont données par les relations A2.18 et A2.20.

Pour calculer les majorants d'incertitude sur les valeurs des éléments L et C , on doit ajouter aux expressions A2.28 et A2.29 les termes correspondant aux incertitude sur R_0 et sur X_0 . Ils sont donnés par les relations suivantes:

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial C}{\partial R_0} \right| \Delta R_0 + \left| \frac{\partial C}{\partial X_0} \right| \Delta X_0 &= \frac{C}{2\pi} \left[-\frac{1}{f_r} \frac{\partial f_r}{\partial R_0} + \frac{1}{Q} \frac{\partial Q}{\partial R_0} - \frac{1}{R_1} \frac{\partial R_1}{\partial R_0} \right] \Delta R_0 \\ &+ \frac{C}{2\pi} \left[-\frac{1}{f_r} \frac{\partial f_r}{\partial X_0} + \frac{1}{Q} \frac{\partial Q}{\partial X_0} \right] \Delta X_0 \end{aligned} \quad (A2.37)$$

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial L}{\partial R_0} \right| \Delta R_0 + \left| \frac{\partial L}{\partial X_0} \right| \Delta X_0 &= \frac{L}{2\pi} \left[-\frac{1}{f_r} \frac{\partial f_r}{\partial R_0} - \frac{1}{Q} \frac{\partial Q}{\partial R_0} + \frac{1}{R_1} \frac{\partial R_1}{\partial R_0} \right] \Delta R_0 \\ &+ \frac{L}{2\pi} \left[-\frac{1}{f_r} \frac{\partial f_r}{\partial X_0} - \frac{1}{Q} \frac{\partial Q}{\partial X_0} \right] \Delta X_0 \end{aligned} \quad (A2.38)$$

l'ensemble des dérivées partielles étant calculées de la même manière que dans les relations A2.31 et A2.32.

ANNEXE B

CALCUL DE L'IMPEDANCE MUTUELLE DE RAYONNEMENT
D'UN PISTON ET D'UNE COURONNE CONCENTRIQUE

Nous présentons dans cette annexe le calcul de l'impédance mutuelle de rayonnement d'un piston et d'une couronne concentrique situés dans un écran infini, configuration que nous avons retenue pour modéliser le cône et la suspension extérieure d'un haut-parleur électrodynamique placé dans un écran (chapitre 5). Cette impédance traduit le couplage acoustique existant entre les deux surfaces vibrantes.

B-1 POSITION DU PROBLEME

Le couplage acoustique entre un piston (indice p) et une couronne (indice c) de vitesses uniformes v_p et v_c peut être défini par les relations suivantes:

$$\begin{cases} f_{ap} = Z_{mrp}v_p + Z_{mr\mu}v_c & N & (B.1) \\ f_{ac} = Z_{mr\mu}v_p + Z_{mrc}v_c & N & (B.2) \end{cases}$$

où

f_{ap} et f_{ac} sont les forces moyennes d'origine acoustique qui s'appliquent sur les deux surfaces vibrantes,

Z_{mrp} et Z_{mrc} sont les impédances de rayonnement du piston et de la couronne (exprimées en analogie mécanique),

$Z_{mr\mu}$ est l'impédance mutuelle de rayonnement.

Comme nous l'avons précisé au chapitre 5, seule l'expression de l'impédance mutuelle nous est inconnue dans les impédances qui interviennent dans ces deux relations, l'impédance de rayonnement de la couronne (donnée par la relation 5.19) s'exprimant en fonction de $Z_{mr\mu}$ et de deux impédances de rayonnement de piston (ces dernières sont données, dans la cas de l'écran infini, par la relation 1.13). Nous montrons au paragraphe 5-2-3 que pour les approximations effectuées lors de la modélisation du diaphragme, la formulation intégrale de l'impédance mutuelle s'écrit:

$$Z_{mr\mu} = j\rho c k \int_{S_p} dS \int_{S_c} \frac{e^{-jkro}}{2\pi r o} dS_o \quad \text{kg. s}^{-1} \quad (\text{B.3})$$

où

S_p et S_c sont les surfaces du piston (de rayon r_p) et de la couronne (de rayon intérieur r_p et extérieur r_d).

Nous choisissons de calculer d'abord l'expression de la force créée sur le disque par la surface dS_o entourant le point P situé sur la couronne en (σ, ϕ) (voir figure B.1), puis d'intégrer cette expression sur la surface de la couronne. Il nous faut pour cela exprimer les bornes de l'intégration sur la surface du piston en fonction de la position du point P sur la couronne. Cette intégration s'effectue (voir figure B.1) de $r_1=PM$ à $r_2=PN$, et pour des angles compris entre $-\vartheta_1$ et ϑ_1 . Nous relierons ces bornes aux coordonnées du point P en posant:

$$\begin{cases} MN = r_2 - r_1 = 2\sqrt{r_p^2 - \sigma^2 \sin^2(\vartheta)} & \text{m} & (\text{B.4}) \\ PH = (r_2 + r_1)/2 = \sigma \cos\vartheta & \text{m} & (\text{B.5}) \end{cases}$$

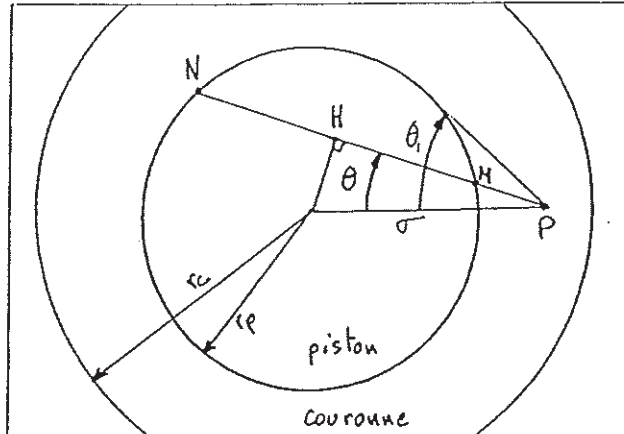
Nous obtenons

$$\begin{cases} r_2 = \sigma \cos\vartheta + \sqrt{r_p^2 - \sigma^2 \sin^2(\vartheta)} & \text{m} & (\text{B.6}) \\ r_1 = \sigma \cos\vartheta - \sqrt{r_p^2 - \sigma^2 \sin^2(\vartheta)} & \text{m} & (\text{B.7}) \end{cases}$$

et

$$\vartheta_1 = \arcsin(r_p/\sigma). \quad \text{rad} \quad (\text{B.8})$$

Figure B.1



L'expression B.3 devient ainsi:

$$Z_{r\mu} = \frac{j\rho ck}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_{r_p}^{r_d} \sigma d\sigma \int_{-\vartheta_1}^{\vartheta_1} d\vartheta \int_{r_1}^{r_2} e^{-jk r_0} dr_0 . \quad \text{kg. s}^{-1} \quad (\text{B.9})$$

Nous allons dans un premier temps calculer l'intégrale I_p définie par:

$$I_p = \int_{-\vartheta_1}^{\vartheta_1} d\vartheta \int_{r_1}^{r_2} e^{-jk r_0} dr_0 . \quad \text{m} \quad (\text{B.10})$$

B-2 CALCUL DE L'INTEGRALE I_p AUX BASSES FREQUENCES

En tenant compte des expressions des distances r_1 et r_2 (relations B.6 et B.7), l'intégration sur r_0 permet d'écrire I_p sous la forme:

$$I_p = \frac{2}{k} \int_{-\vartheta_1}^{\vartheta_1} \left[e^{-jk\sigma\cos\vartheta} \sin \left(k\sqrt{r_p^2 - \sigma^2 \sin^2(\vartheta)} \right) \right] d\vartheta \quad \text{m} \quad (\text{B.11})$$

Afin d'obtenir $Z_{r\mu}$ sous une forme analytique, nous nous restreignons à l'approximation basses fréquences $k\sigma \ll 1$ pour le calcul de I_p . Le développement limité de l'expression B.11, effectué au premier ordre en $(k\sigma)$, conduit à

l'expression suivante:

$$I_p = 2r_p \int_{-\vartheta_1}^{\vartheta_1} \sqrt{1 - (\sigma/r_p)^2 \sin^2(\vartheta)} (1 - jk\sigma \cos\vartheta) d\vartheta \quad m \quad (B.12)$$

D'après [GRADSHTEYN & RYZHIK 1965, relations 2.585], cette expression se met sous la forme:

$$I_p = 2r_p \left[E(\vartheta, \sigma/r_p) - jk\sigma \left(\sqrt{1 - (\sigma/r_p)^2 \sin^2(\vartheta)} \frac{\sin\vartheta}{2} + \frac{r_p}{2\sigma} \arcsin(\sin\vartheta \sigma/r_p) \right) \right]_{-\vartheta_1}^{\vartheta_1} \quad m \quad (B.13)$$

où $E(\vartheta, \sigma/r_p)$ est une intégrale elliptique de seconde espèce. Cette intégrale satisfait à la relation [GRADSHTEYN & RYZHIK 1965 relations 8.121]:

$$E(-\vartheta, \sigma/r_p) = -E(\vartheta, \sigma/r_p) \quad (B.14)$$

ce qui permet d'obtenir

$$I_p = 4r_p E(\vartheta_1, \sigma/r_p) - j\pi k r_p^2 \quad m \quad (B.15)$$

Il nous reste maintenant à intégrer cette expression sur la surface de la couronne.

B-3 CALCUL DE L'IMPEDANCE MUTUELLE AUX BASSES FREQUENCES

Pour obtenir l'expression analytique de l'impédance mutuelle aux basses fréquences, nous reportons la relation B.15 dans la relation B.9. Après l'intégration sur l'angle ϕ , l'expression de $Z_{r\mu}$ devient:

$$Z_{r\mu} = j\rho c k \int_{r_p}^{r_d} [4r_p E(\vartheta_1, \sigma/r_p) - j\pi k r_p^2] \sigma d\sigma \quad \text{kg. s}^{-1} \quad (B.16)$$

Ceci conduit directement pour la partie réelle, $Rr\mu$, de $Zr\mu$ à :

$$Rr\mu = \rho c \pi \frac{(r_d^2 - r_p^2)}{2} (kr_p)^2 \quad \text{kg. s}^{-1} \quad (\text{B.17})$$

Le calcul de la partie imaginaire est moins immédiat. Nous exprimons tout d'abord l'intégrale elliptique $E(\vartheta_1, \sigma/r_p)$ en fonction d'intégrales elliptiques complètes, correspondant à un angle $\vartheta_1 = \pi/2$. Puisque :

$$\begin{cases} \sigma/r_p = 1/(r_p/\sigma) & (\text{B.18}) \\ \sin\vartheta_1 = r_p/\sigma = (r_p/\sigma)\sin(\pi/2) & (\text{B.19}) \end{cases}$$

nous pouvons écrire [GRADSHTEYN & RYZHIK 1965, relations 8.127] :

$$E(\vartheta_1, \sigma/r_p) = \sigma/r_p [E(r_p/\sigma) - (1 - r_p^2/\sigma^2) F(r_p/\sigma)]. \quad (\text{B.20})$$

où $F(r_p/\sigma)$ et $E(r_p/\sigma)$ sont des intégrales elliptiques complètes de première et seconde espèce (l'angle ϑ qui est égal à $\pi/2$ n'est pas précisé). La partie imaginaire de $Zr\mu$, $Xr\mu$, s'écrit alors :

$$Xr\mu = 4\rho c k \left[\int_{r_p}^{r_d} E(r_p/\sigma) \sigma^2 d\sigma - \int_{r_p}^{r_d} F(r_p/\sigma) \sigma^2 d\sigma + r_p^2 \int_{r_p}^{r_d} F(r_p/\sigma) d\sigma \right] \quad \text{kg. s}^{-1} \quad (\text{B.21})$$

Le calcul des trois intégrales faisant intervenir les intégrales elliptiques complètes est alors immédiat [GRADSHTEYN & RYZHIK 1965, relations 5.112]. Ainsi, en posant $p = r_p/\sigma$, il vient :

$$\int_{r_p}^{r_d} E(r_p/\sigma) \sigma^2 d\sigma = \left[\frac{r_p^3}{9p^3} [2(p^2-2)E(p) + (1-p^2)F(p)] \right]_{r_p/r_d}^1 \quad m^{-3} \quad (\text{B.22})$$

$$\int_{r_p}^{r_d} F(r_p/\sigma) \sigma^2 d\sigma = - \left[\frac{r_p^3}{9p^3} [(4p^2+1)E(p) + 2(1-p^2)F(p)] \right]_{r_p/r_d}^1 m^{-3} \quad (B.23)$$

$$r_p^2 \int_{r_p}^{r_d} F(r_p/\sigma) d\sigma = -r_p^3 \left[E(p)/p \right]_{r_p/r_d}^1 m^{-3} \quad (B.24)$$

d'où

$$X_{r\mu} = \frac{4}{3} \rho c k r_p^3 \left[\frac{1}{p^3} [(1-p^2)F(p) - (1+p^2)E(p)] \right]_{r_p/r_d}^1 \text{ kg. s}^{-1} \quad (B.25)$$

Il demeure une incertitude pour la borne $p=1$ car, si $E(1)=1$, $F(1)$ est infinie: le terme $(1-p^2)F(p)$ est donc indéterminé pour cette valeur de p . Mais une approximation polynomiale de $F(p)$ nous donne, pour $0 \leq p < 1$ (l'erreur à la valeur réelle est inférieure à 2×10^{-8}) [ABRAMOWITZ & STEGUN 1972, relation 17.3.34]

$$F(p) = [a_0 + a_1(1-p^2) + \dots + a_4(1-p^2)^4] + [b_1 + b_2(1-p^2) + \dots + b_4(1-p^2)^4] \ln(1/(1-p^2)) \quad (B.26)$$

Nous obtenons alors:

$$\lim_{p \rightarrow 1} [(1-p^2)F(p)] = -\lim_{(1-p^2) \rightarrow 0} \left[\sum_{i=0}^4 b_i (1-p^2)^{i+1} \ln(1-p^2) \right] = 0 \quad (B.27)$$

L'expression de $Z_{r\mu}$ s'écrit ainsi finalement:

$$Z_{r\mu} = \rho c \left[\pi \frac{(r_d^2 - r_p^2)}{2} (k r_p)^2 + j \frac{4(\pi r_d)^2}{3\pi} (k r_d) \left(\left(1 + \frac{r_p^2}{r_d^2}\right) E(r_p/r_d) - 2 \frac{r_p^3}{r_d^3} - \left(1 - \frac{r_p^2}{r_d^2}\right) F(r_p/r_d) \right) \right] \text{ kg. s}^{-1} \quad (B.28)$$

Nous constatons que l'impédance $Z_{r\mu}$ est nulle lorsque $r_p=0$ (car $E(0)=F(0)=\pi/2$) et lorsque $r_p=r_d$ ($E(1)=1$), ce qui semble logique.

ANNEXE C
DISPOSITIFS EXPERIMENTAUX

C-1 MESURES D'IMPEDANCE ELECTRIQUE

Le schéma du câblage utilisé pour les mesures est présenté en figure C.1.

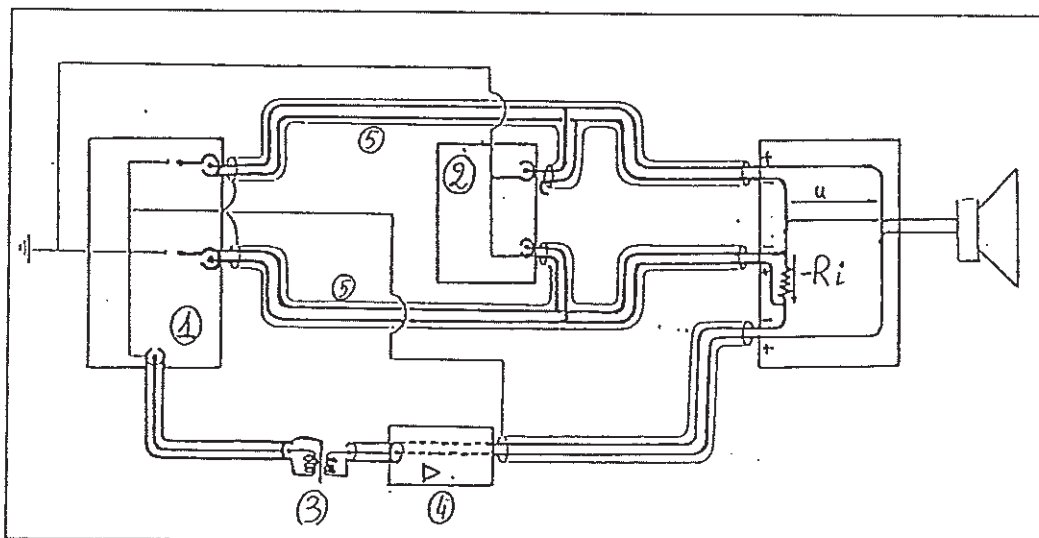


Figure C.1

Schéma du câblage utilisé lors des mesures
d'impédance électrique

La mesure de l'impédance électrique s'effectue avec un analyseur de spectre bi-canal HP3562A (1) piloté par ordinateur. La documentation fournie par les constructeurs donne une précision de 1% pour chaque canal d'acquisition et de 0,01% sur la fréquence du signal d'excitation.

L'accès au courant qui parcourt la bobine du haut-parleur est obtenu par le biais d'une résistance R de 0.12Ω ; cette faible valeur permet de mesurer le

haut-parleur dans des conditions de fonctionnement proche de son fonctionnement normal (facteur de qualité total peu modifié). Elle est constituée de plusieurs résistances en parallèle ce qui permet d'obtenir une tenue en puissance suffisante.

Le choix de mesurer $-R_i$ au lieu de R_i permet d'avoir une masse commune avec la tension u au bornes du haut-parleur; au niveau de l'oscilloscope (2), il est alors nécessaire de ne pas raccorder l'une des deux références de façon à éviter une boucle de masse. Pour la même raison, le raccordement des deux signaux à l'analyseur est de type flottant.

L'utilisation d'un transformateur (3) est nécessaire de façon à isoler la borne négative de l'alimentation et la borne positive de $-R_i$. Son emplacement est fixé par deux impératifs: ne pas apporter un déphasage inconnu entre les deux grandeurs mesurées et être parcouru par des signaux faibles. Il est donc placé entre l'analyseur et l'amplificateur de puissance (4).

Les signaux sont véhiculés en liaisons symétriques (5): ils sont ainsi mieux isolés des perturbations extérieures et peuvent être transportés sur les distances nécessaires. Les blindages des liaisons symétriques sont reliés entre eux, en étoile, au niveau de l'analyseur.

C-2 MESURE DE REPONSE EN PRESSION

Les réponses en pression sont mesurées avec un microphone champ libre B&K 1/4 de pouce (type 4136), utilisé uniquement avec son alimentation (type 2801) de façon à obtenir une fonction de transfert plate jusqu'aux basses fréquences.

ANNEXE D

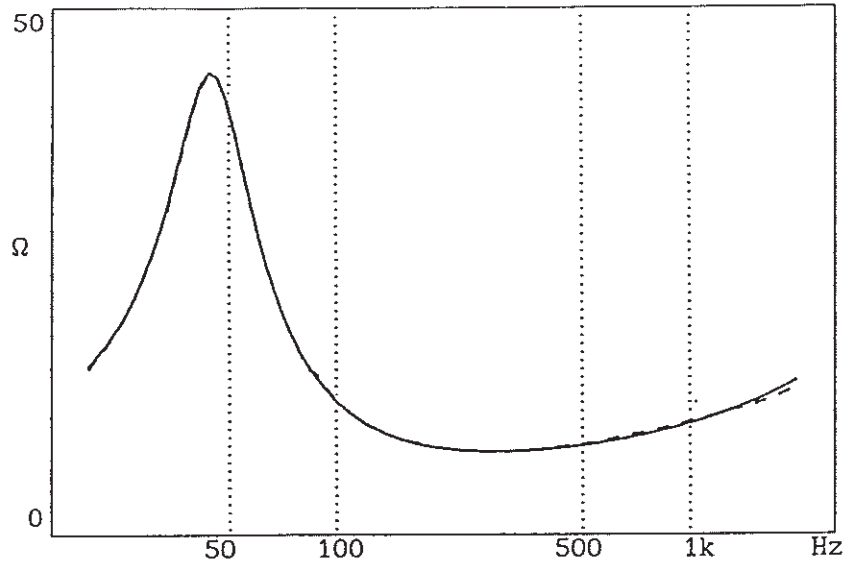
RESULTATS EXPERIMENTAUX

Nous présentons dans cette annexe quelques exemples représentatifs des résultats que nous avons obtenus pour la mesure de différents haut-parleur. Ils concernent la modélisation basses fréquences (impédance électrique et réponse en pression en champ proche) et la description de l'effet de la résonance de la suspension sur la réponse en pression dans l'axe.

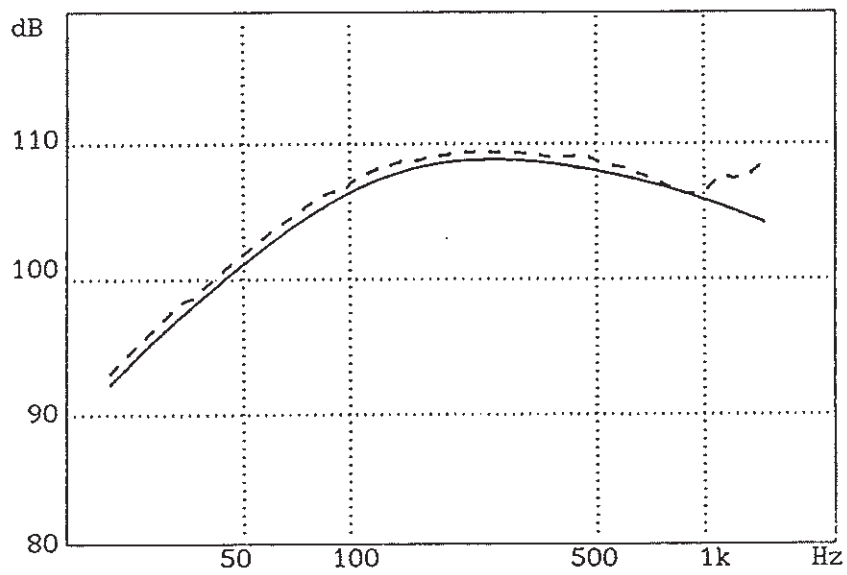
Pour le comportement basses fréquences, nous donnons les courbes expérimentales et celles calculées, dans le cas de la modélisation incluant la viscoélasticité des suspensions, à partir des paramètres estimés. L'impédance électrique du moteur est décrite par le modèle empirique de la relation 3.3. Nous donnons également les paramètres de Thiele-Small à la résonance et le facteur β traduisant la viscoélasticité des suspensions. Le facteur de qualité total (Q_{tsv}) et le volume équivalent (V_{asv}) se déduisent des éléments du circuit électrique équivalent à la résonance, $L_s(\omega_{sv})$ et $R_s(\omega_{sv})$, et des relations 1.24, 1.27 et 1.11.

Pour la modélisation de la résonance de la suspension extérieure, nous donnons les courbes expérimentales mesurées en champ proche (courbes supérieures) et en champ lointain (courbes inférieures) et les réponses en pression calculées pour trois modélisations: la modélisation traditionnelle, celle comportant le couplage mécanique et celle comportant le couplage mécano-acoustique. Nous donnons également les dimensions du diaphragme (rayon extérieur de la couronne, r_c , et rayon de la membrane, r_p), sa masse ainsi que les deux nouveaux paramètres: le rapport des masses mobiles, m_p/m_c (qui est pris comme le tiers du rapport des surfaces projetées des deux éléments) et la valeur de l'élément de couplage C_{mco} . Les courbes de réponses sont ajustées en amplitude aux basses fréquences.

K. E. F. SP1057



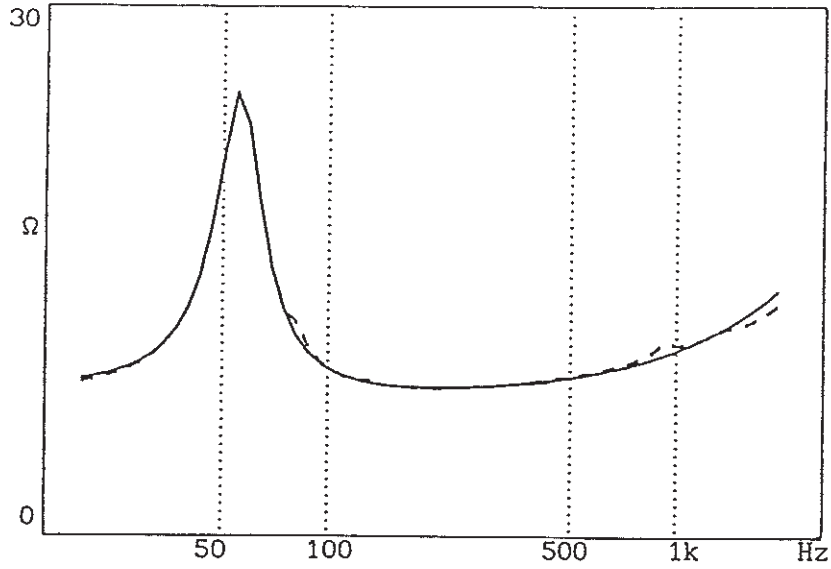
Impédances électriques mesurée(--) et théorique(—).



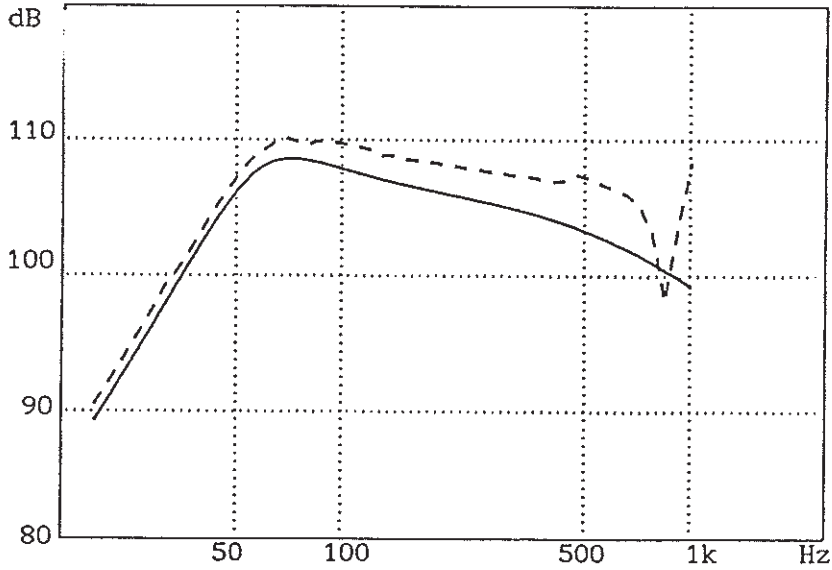
Réponses en pression en champ proche mesurée(--) et théorique(—).

f_{sv} (Hz)	Q_{tsv}	V_{asv} (l)	R_{cc} (Ω)	B_l (N/A)	S_{d_2} (cm^2)	β	K_r	X_r	K_i	X_i
43.6	0,33	12,2	7,15	7,1	81,7	0,17	$2,5 \cdot 10^{-4}$	1,05	$1,4 \cdot 10^{-2}$	0,68

PHILLIPS AD8061



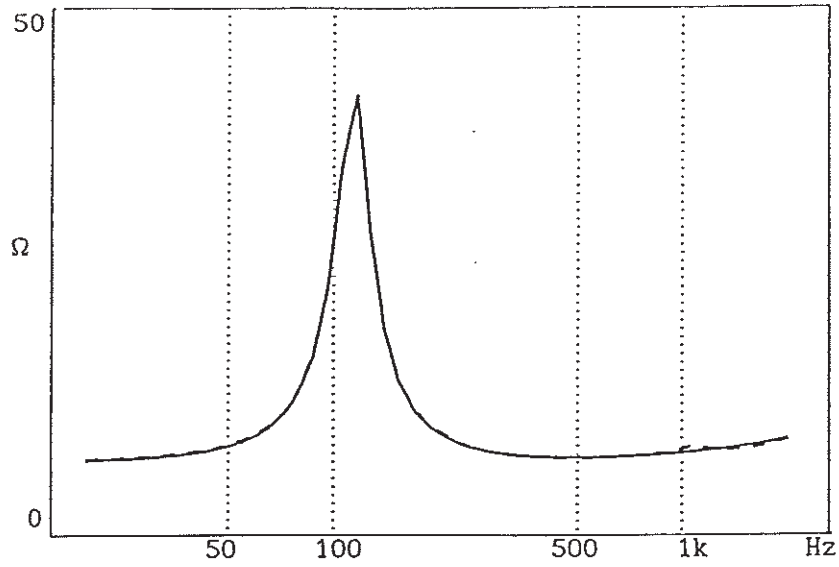
Impédances électriques mesurée(--) et théorique(—).



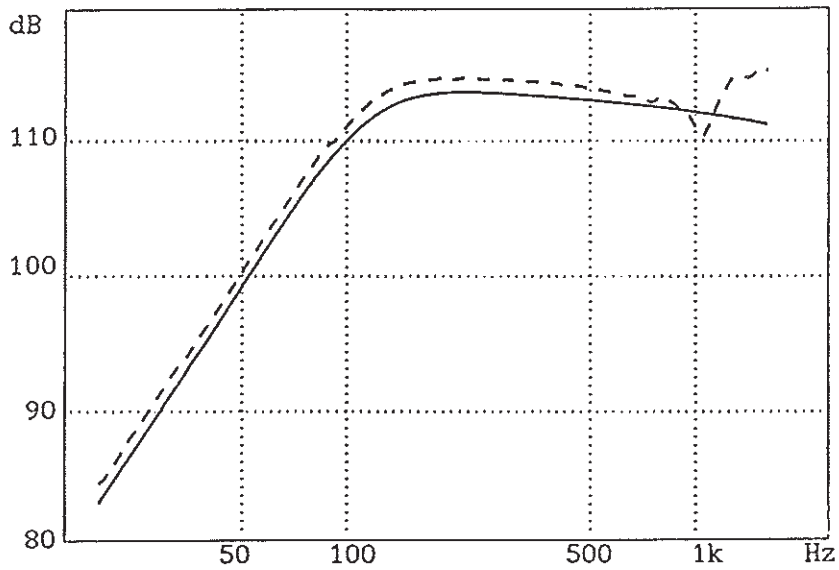
Réponses en pression en champ proche mesurée(--) et théorique(—).

f_{sv} (Hz)	Q_{tsv}	V_{asv} (l)	R_{cc} (Ω)	Bl (N/A)	S_d (cm^2)	β	K_r	X_r	K_l	X_l
55,7	1,15	38,3	8,15	5,1	227	0,05	$8 \cdot 10^{-6}$	1,4	$6,5 \cdot 10^{-3}$	0,73

AUDAX BMX403



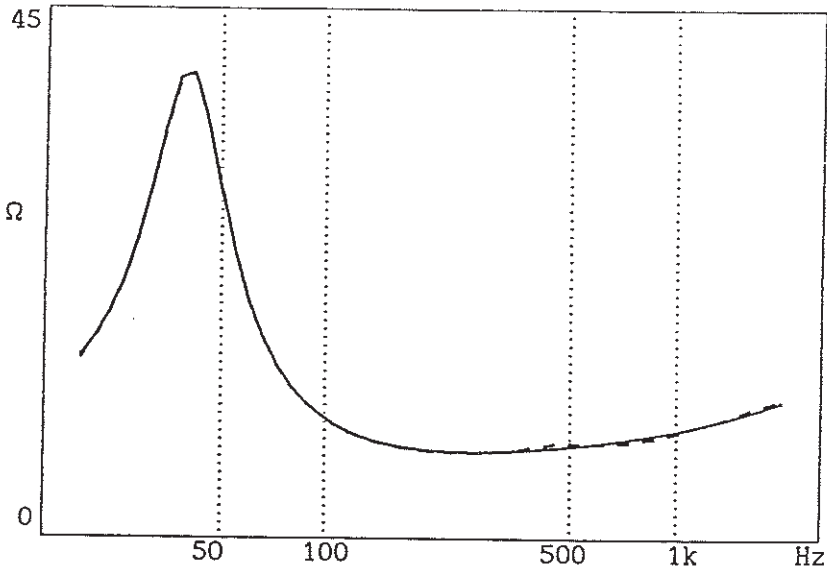
Impédances électriques mesurée(--) et théorique(—).



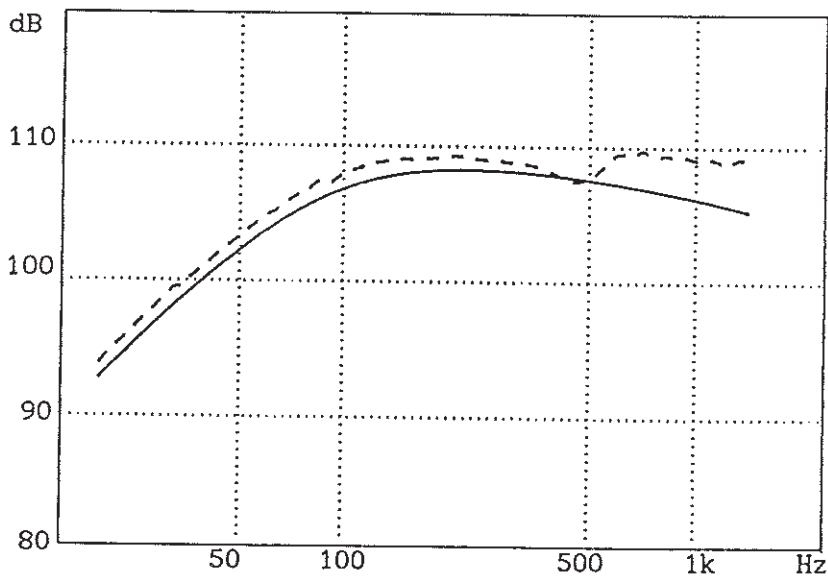
Réponses en pression en champ proche mesurée(--) et théorique(—).

f_{sv} (Hz)	Q_{tsv}	V_{asve} (l)	R_{cc} (Ω)	Bl (N/A)	S_{d2} (cm^2)	β	K_r	X_r	K_i	X_i
114	0,77	4,1	6,85	4,9	81,7	0	$5,6 \cdot 10^{-4}$	0,86	$9,9 \cdot 10^{-4}$	0,68

AUDAX BMH405



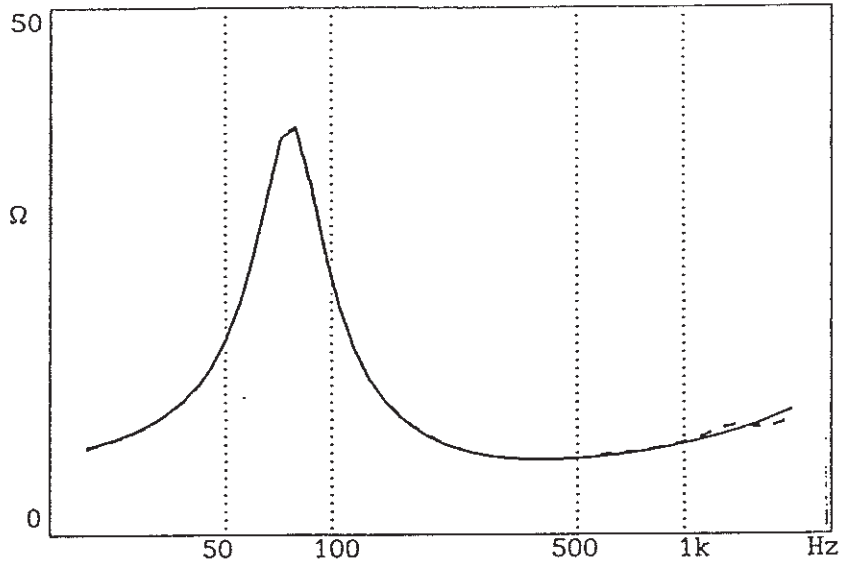
Impédances électriques mesurée(--) et théorique(—).



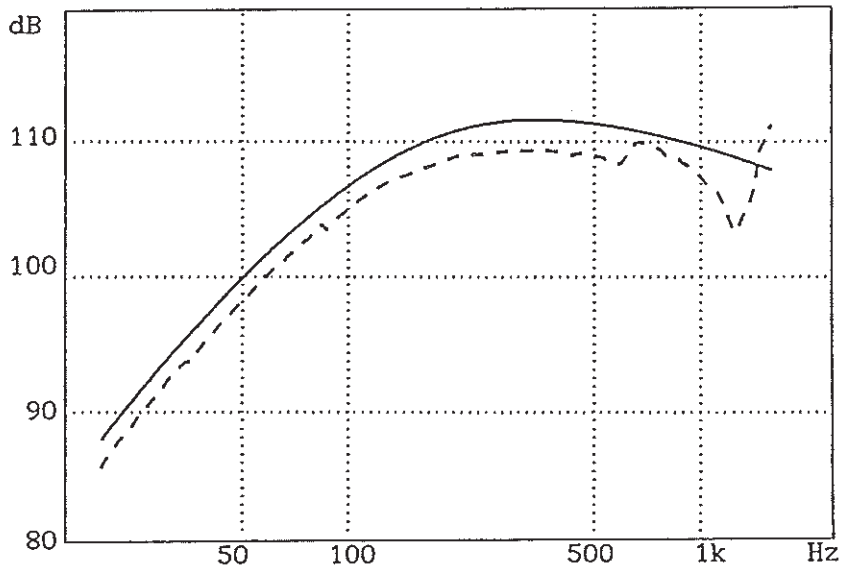
Réponses en pression en champ proche mesurée(--) et théorique(—).

f_{sve} (Hz)	Q_{tsv}	V_{asv} (l)	R_{cc} (Ω)	B_l (N/A)	S_d (cm^2)	β	K_r	X_r	K_l	X_l
39,3	0,36	23,4	6,5	7,9	129	0,18	$3 \cdot 10^{-3}$	0,74	$9,2 \cdot 10^{-3}$	0,69

AUDAX BMH403



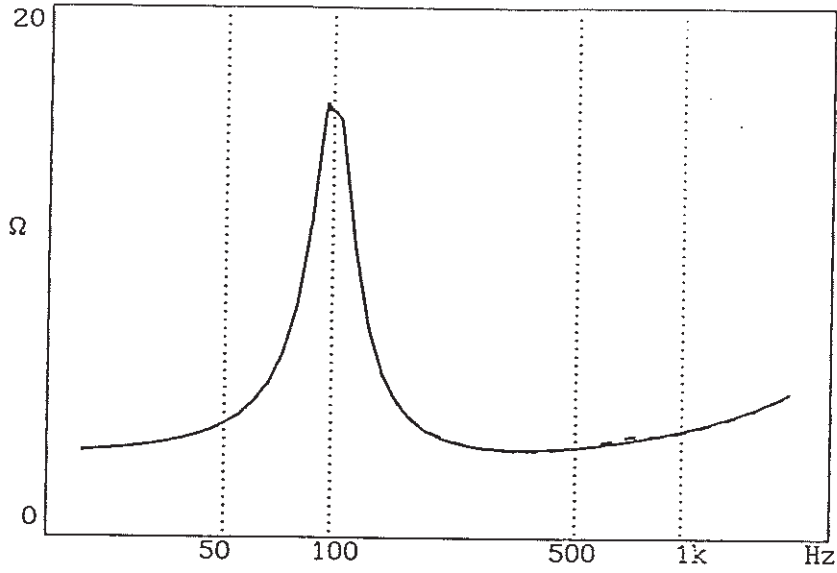
Impédances électriques mesurée(--) et théorique(—).



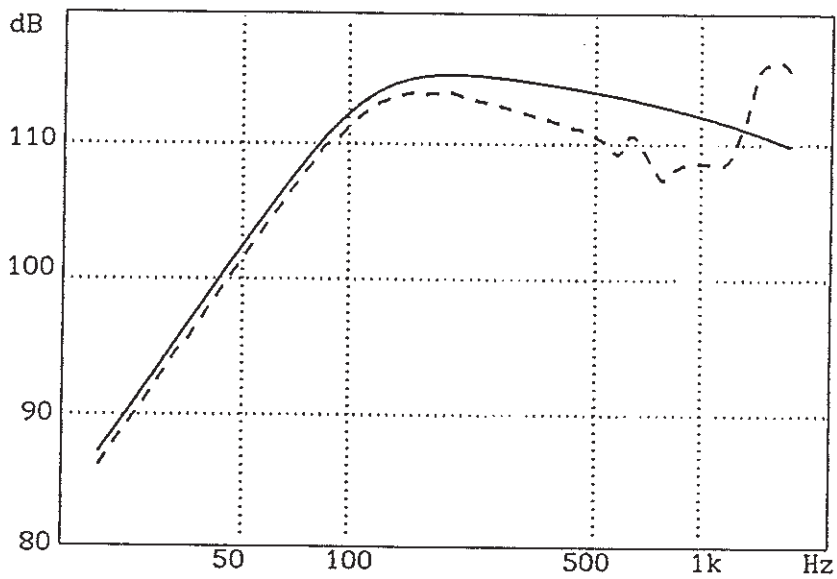
Réponses en pression en champ proche mesurée(--) et théorique(—).

f_{sv} (Hz)	Q_{tsv}	V_{asv} (l)	R_{cc} (Ω)	B_l (N/A)	S_{d_2} (cm^2)	β	K_r	X_r	K_i	X_i
76,5	0,40	4,7	6,35	7,8	85,7	0,06	$8,1 \cdot 10^{-5}$	1,15	$9,2 \cdot 10^{-3}$	0,69

TRIANGLE



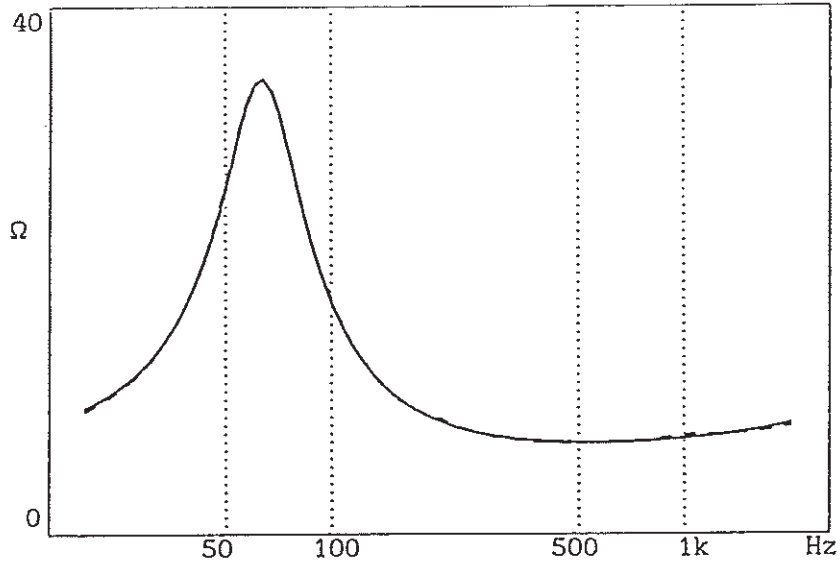
Impédances électriques mesurée(--) et théorique(—).



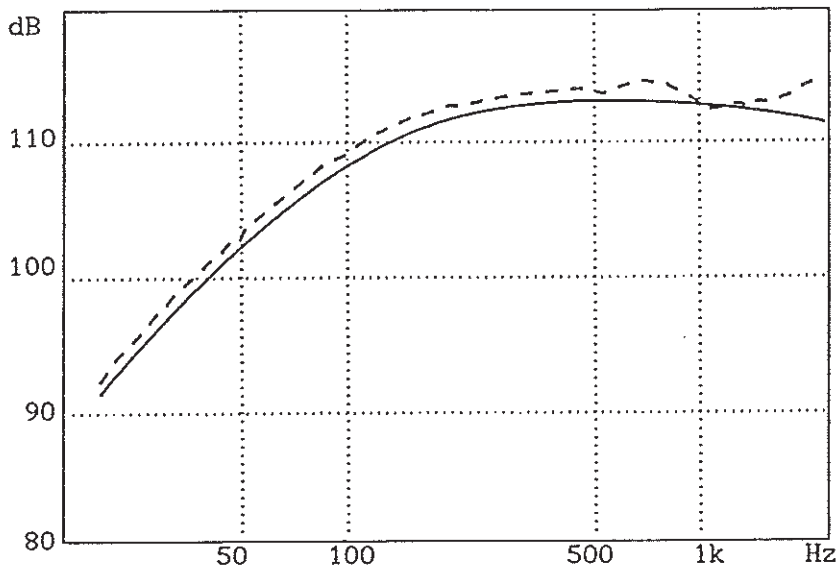
Réponses en pression en champ proche mesurée(--) et théorique(—).

f_{sv} (Hz)	Q_{tsv}	V_{asv} (l)	R_{cc} (Ω)	B_1 (N/A)	S_{d_2} (cm^2)	β	K_r	X_r	K_1	X_1
99,8	0,76	3,3	3,05	3,75	78,5	0,06	$3 \cdot 10^{-4}$	0,89	$1,5 \cdot 10^{-3}$	0,83

AUDAX MHD10P



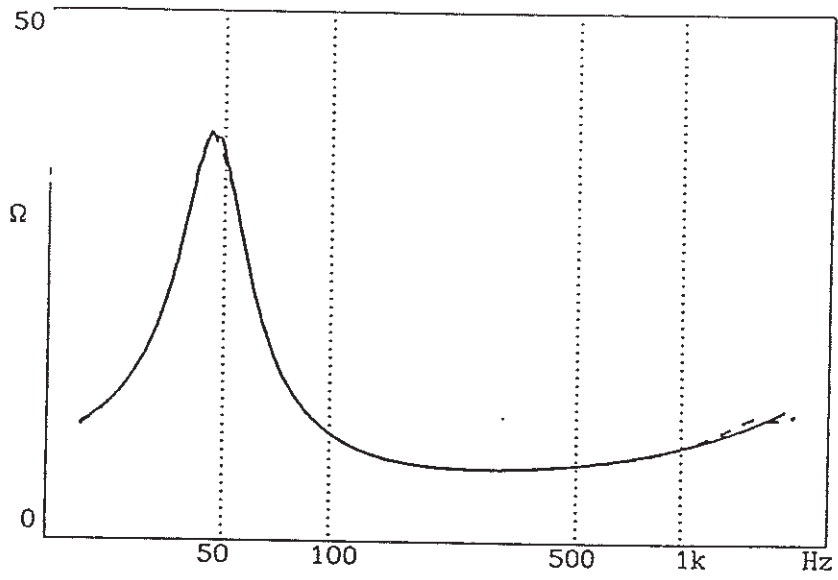
Impédances électriques mesurée(--) et théorique(—).



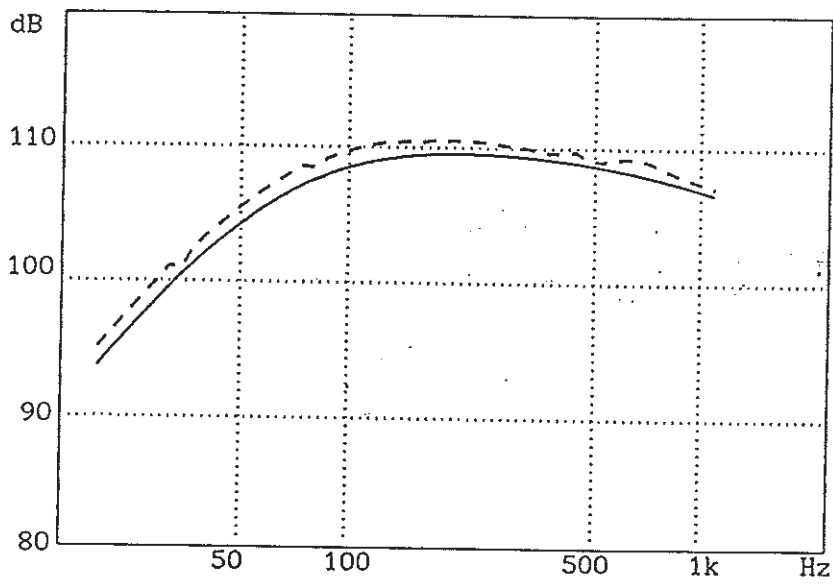
Réponses en pression en champ proche mesurée(--) et théorique(—).

f_{sve} (Hz)	Q_{tsve}	V_{asve} (l)	R_{cc} (Ω)	Bl (N/A)	S_{d2} (cm^2)	β	K_r	X_r	K_i	X_i
63	0,37	5,9	6,4	4,6	50,2	0,07	$5,4 \cdot 10^{-5}$	1	$1,5 \cdot 10^{-3}$	0,82

FOCAL 7C04



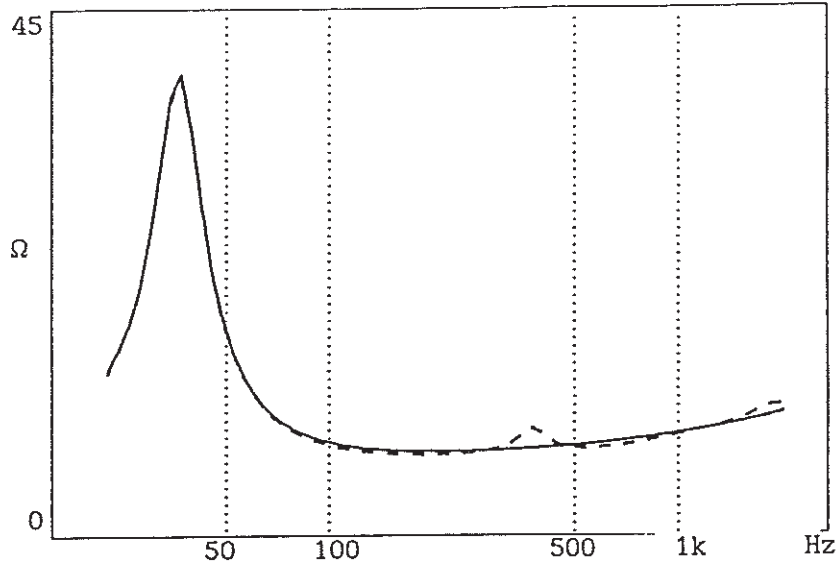
Impédances électriques mesurée(--) et théorique(—).



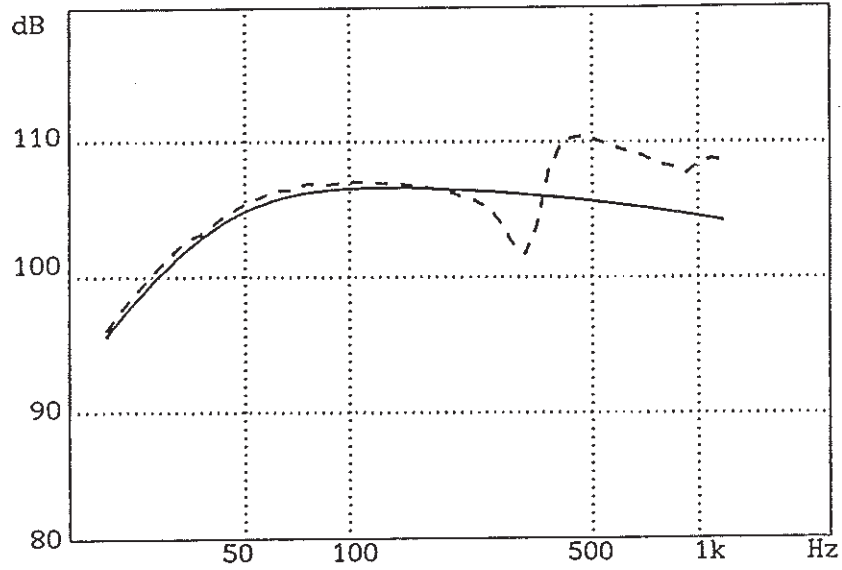
Réponses en pression en champ proche mesurée(--) et théorique(—).

f_{sv} (Hz)	Q_{tsv}	V_{asv} (l)	R_{cc} (Ω)	B_l (N/A)	S_{d_2} (cm^2)	β	K_r	X_r	K_l	X_l
46,4	0,44	30,7	6,5	8,6	196	0,11	$4,8 \cdot 10^{-5}$	1,2	$5,5 \cdot 10^{-3}$	0,76

AUDAX HD20B



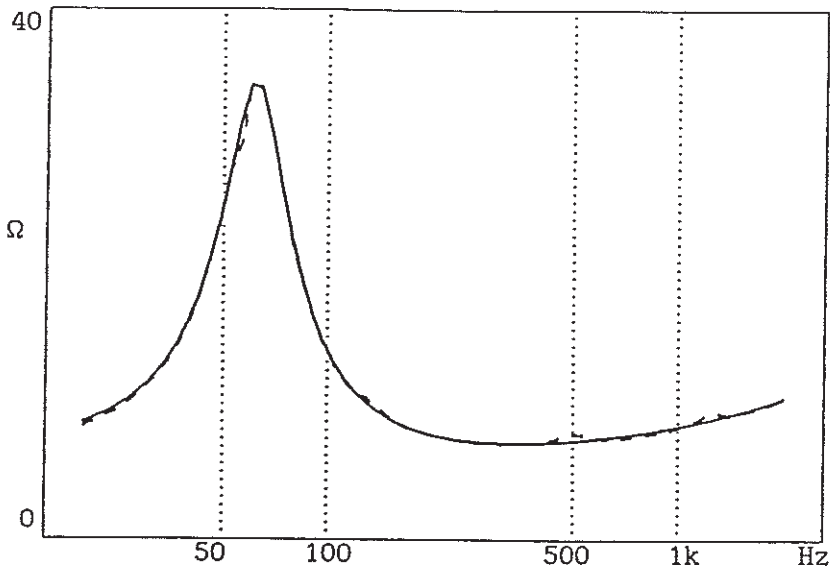
Impédances électriques mesurée(--) et théorique(—).



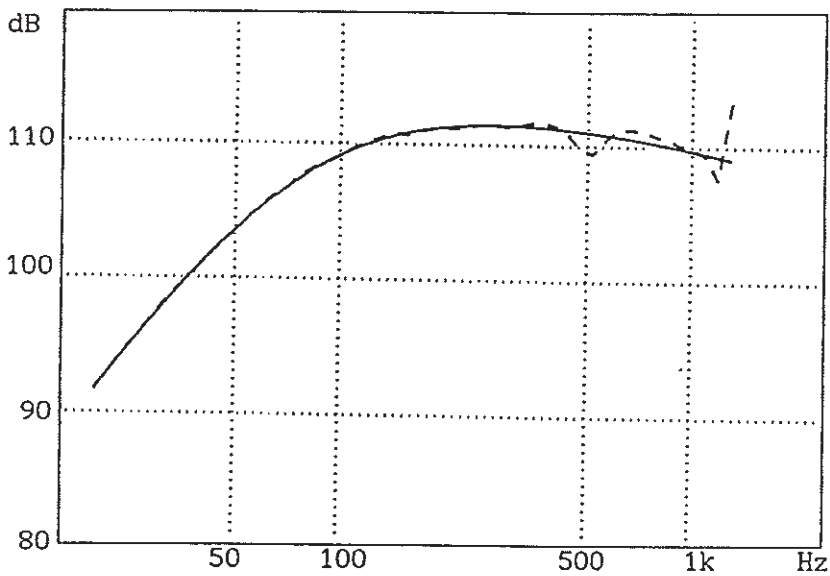
Réponses en pression en champ proche mesurée(--) et théorique(—).

f_{sv} (Hz)	Q_{tsv}	V_{asv} (l)	R_{cc} (Ω)	B_l (N/A)	S_{d_2} (cm^2)	β	K_r	X_r	K_i	X_i
36,4	0,59	51,1	6,7	6,65	196	0,07	$6,7 \cdot 10^{-3}$	0,63	$1 \cdot 10^{-2}$	0,67

AUDAX MHD17P



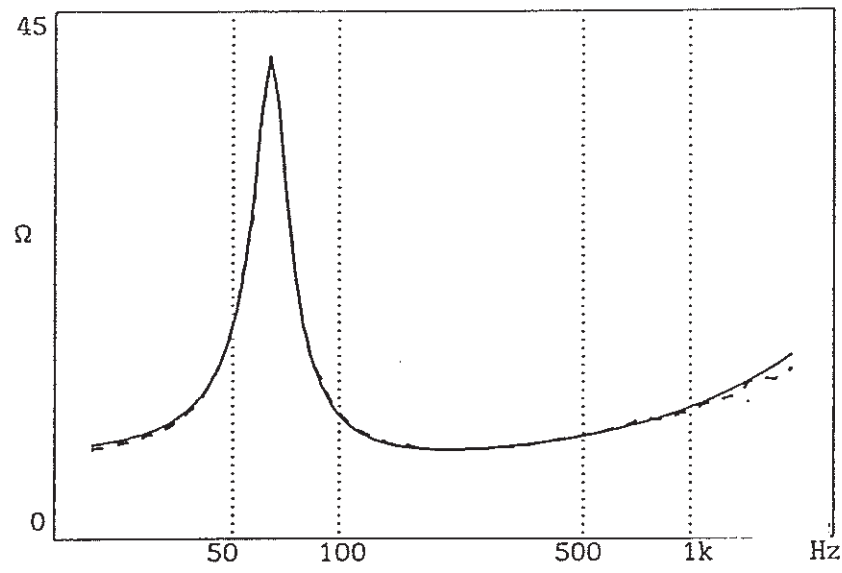
Impédances électriques mesurée(--) et théorique(—).



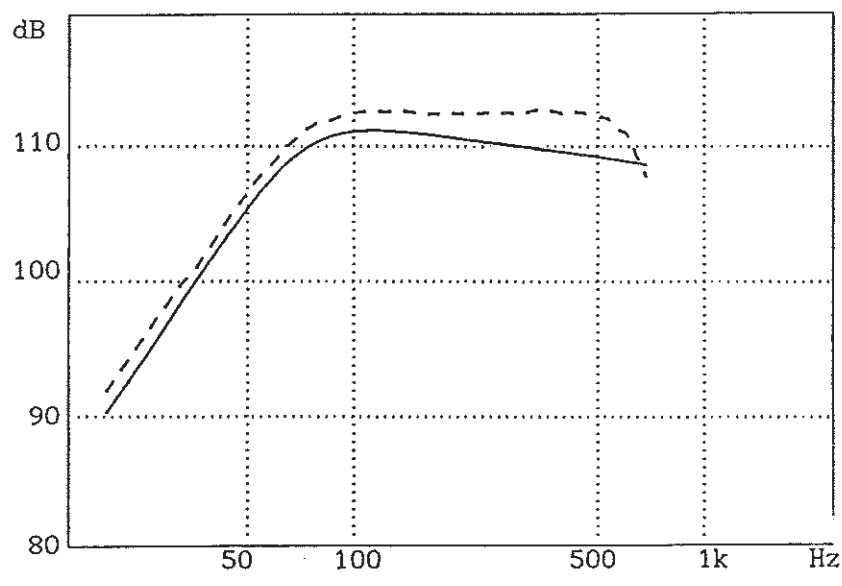
Réponses en pression en champ proche mesurée(--) et théorique(—).

f_{sv} (Hz)	Q_{tsv}	V_{asv} (l)	R_{cc} (Ω)	B_l (N/A)	S_{d_2} (cm^2)	β	K_r	X_r	K_l	X_l
61,6	0,45	17,9	6,35	6,6	137	0,06	$1,1 \cdot 10^{-3}$	0,83	$8,3 \cdot 10^{-3}$	0,69

ROLAND



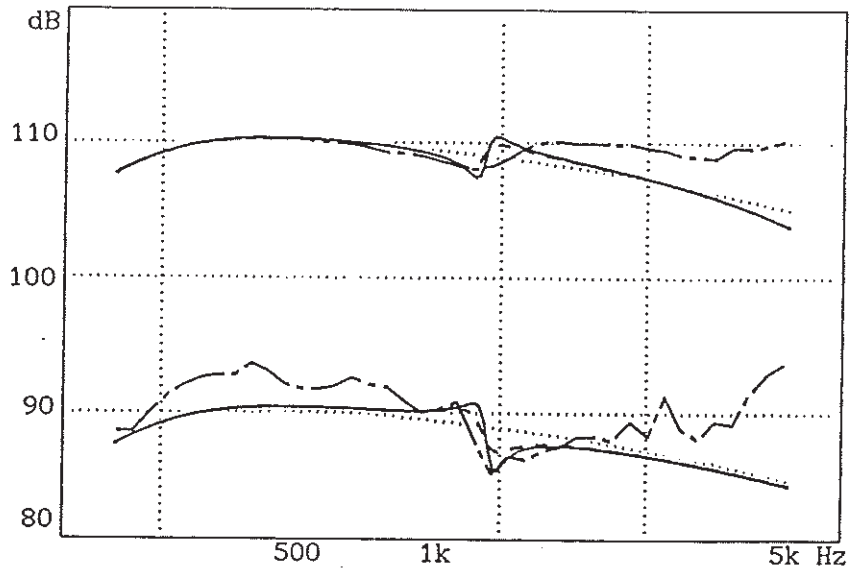
Impédances électriques mesurée(--) et théorique(—).



Réponses en pression en champ proche mesurée(--) et théorique (—) prise pour une référence arbitraire, le rapport des facteurs de couplage n'ayant pu être déterminé faute de disposer d'une charge adaptée (volume suffisamment grand).

f_{sv} (Hz)	Q_{tsv}	V_{asv} (l)	R_{cc} (Ω)	B_l (N/A)	S_d (cm^2)	β	K_r	X_r	K_i	X_i
63,9	0,87	/	7,3	/	572	0,04	0	/	$2 \cdot 10^{-2}$	0,65

AUDAX BMH405

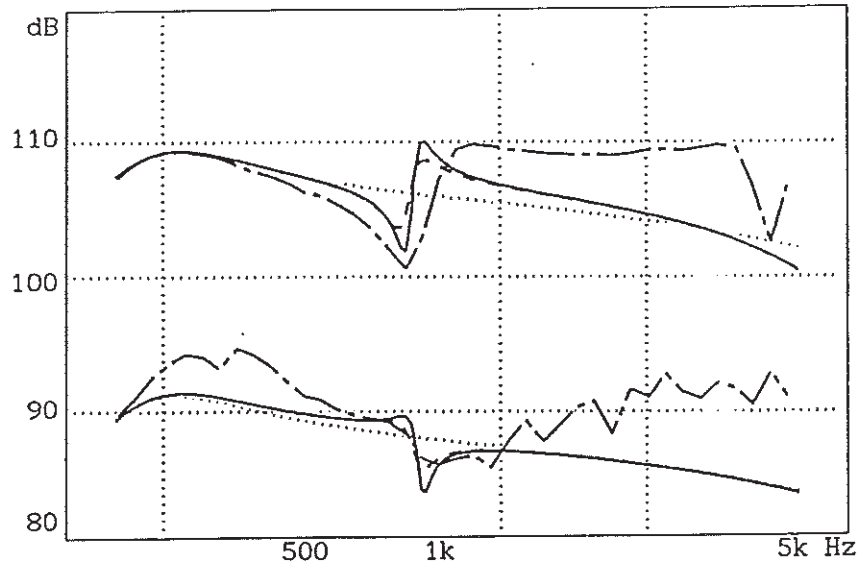


Réponses en pression en champ proche (courbe supérieures)
et en champ lointain (courbes inférieures).

- mesurée
- ... modèle classique
- .- modèle avec couplage mécanique
- modèle avec couplage mécano-acoustique.

Mms (g)	Γ_p (cm)	Γ_c (cm)	m_c/m_p	C_{mco} (s ² /kg)
16,4	5,8	6,8	0,11	$8,2 \cdot 10^{-5}$

AUDAX HD20B

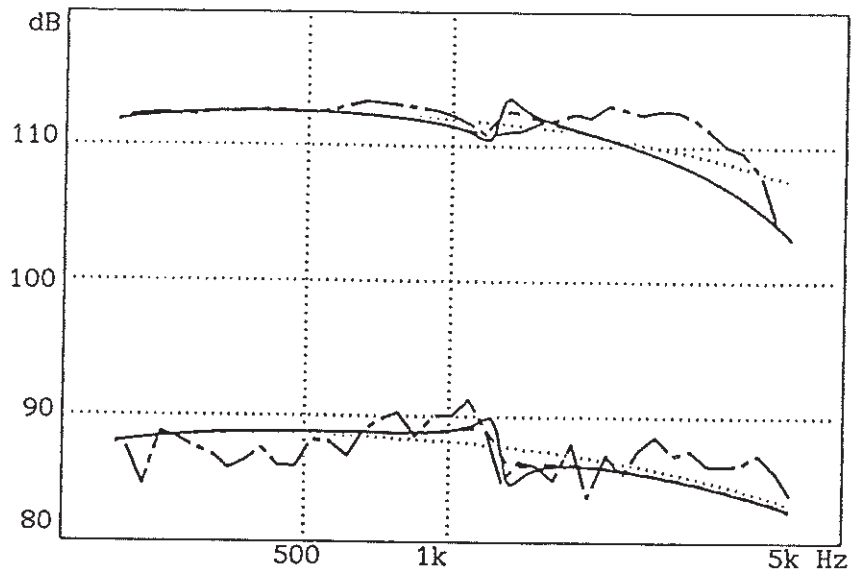


Réponses en pression en champ proche (courbe supérieures)
et en champ lointain (courbes inférieures).

- mesurée
- ... modèle classique
- .- modèle avec couplage mécanique
- modèle avec couplage mécano-acoustique.

M_{ms} (g)	Γ_p (cm)	Γ_c (cm)	m_c/m_p	C_{mco}^2 (s ² /kg)
22	7	8,8	0,2	$7,9 \cdot 10^{-5}$

AUDAX MHD10P

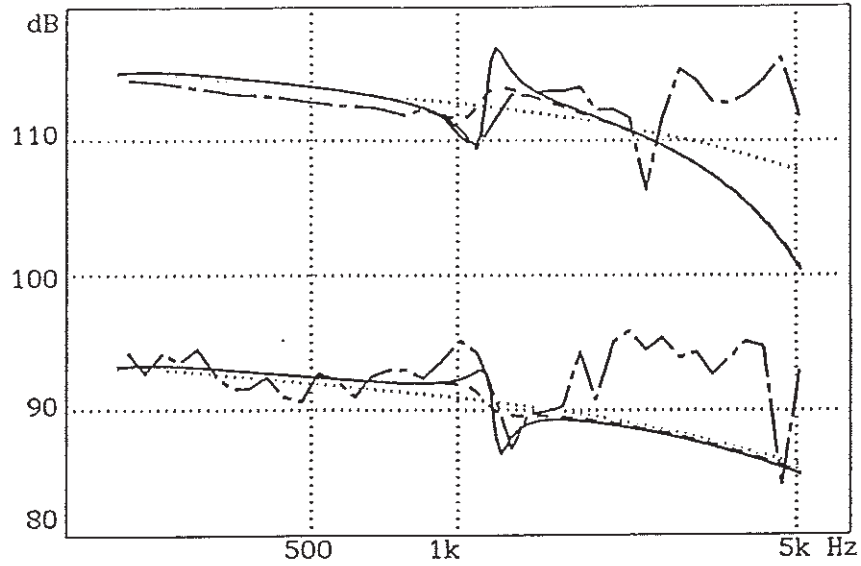


Réponses en pression en champ proche (courbe supérieures)
et en champ lointain (courbes inférieures).

- mesurée
- ... modèle classique
- .- modèle avec couplage mécanique
- modèle avec couplage mécano-acoustique.

Mms (g)	Γ_p (cm)	Γ_c (cm)	m_c/m_p	C_{mco} (s ² /kg)
4	3,7	4,4	0,12	$4 \cdot 10^{-5}$

AUDAX BMX403

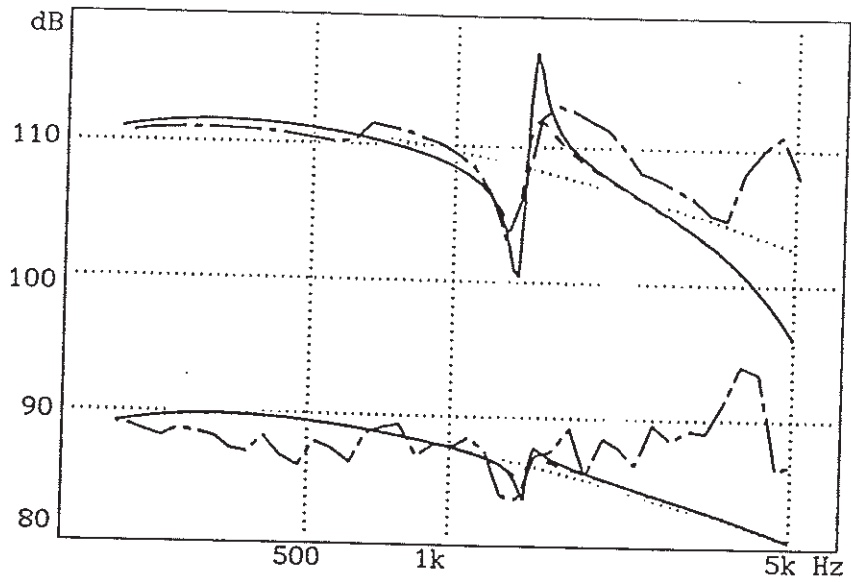


Réponses en pression en champ proche (courbe supérieures)
et en champ lointain (courbes inférieures).

- - mesurée
- ... modèle classique
- · - modèle avec couplage mécanique
- modèle avec couplage mécano-acoustique.

M_{ms} (g)	Γ_p (cm)	Γ_c (cm)	m_c/m_p	C_{mco} (s ² /kg) ⁻⁵
4,5	4,5	5,7	0,18	$3,3 \cdot 10^{-5}$

AUDAX BMH403

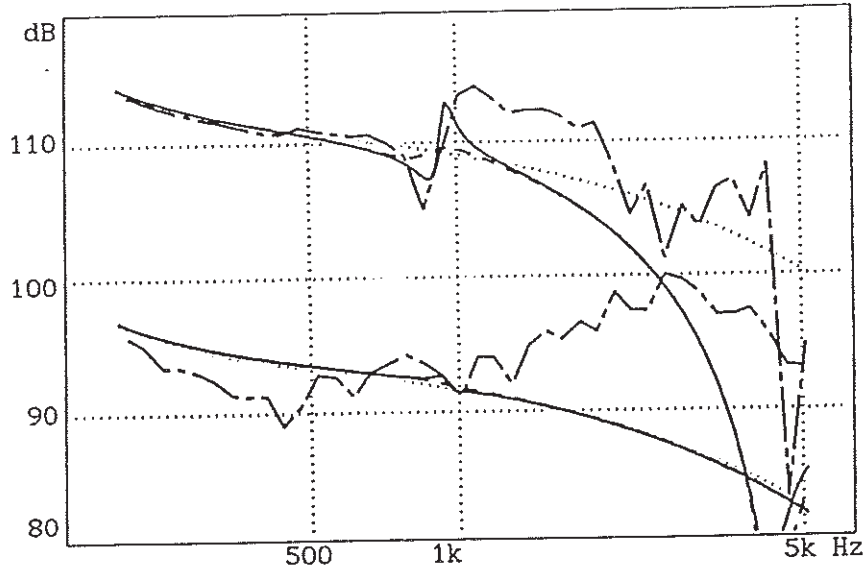


Réponses en pression en champ proche et en champ lointain

- mesurée
- ... modèle classique
- .- modèle avec couplage mécanique.
- modèle avec couplage mécano-acoustique.

Mms (g)	Γ_p (cm)	r_c (cm)	m_c/m_p	C_{mco} (s ² /kg)
8,9	4,6	5,6	0,18	$1,2 \cdot 10^{-5}$

PHILLIPS AD8061



Réponses en pression en champ proche (courbe supérieures)
et en champ lointain (courbes inférieures).

- mesurée
- ... modèle classique
- .- modèle avec couplage mécanique
- modèle avec couplage mécano-acoustique.

Mms (g)	Γ_p (cm)	Γ_c (cm)	m_c/m_p	C_{mco}^2 (s ² /kg)
15,7	9	8	0,1	$2,1 \cdot 10^{-5}$

RESUME:

Le fonctionnement d'un haut-parleur électrodynamique aux basses fréquences est usuellement décrit à partir d'un circuit électrique équivalent dont les paramètres, supposés constants, dépendent en fait de la fréquence, fluctuent avec les conditions de fonctionnement du transducteur et évoluent avec son vieillissement.

De manière à accéder aux variations de ces paramètres, une méthode améliorant la résolution de leur estimation est développée. Elle est issue d'un calcul statistique basé sur deux relations caractéristiques de la forme analytique de l'impédance électrique, assurant une estimation rapide et répétable des paramètres, ce qui devrait permettre d'améliorer la modélisation ou le contrôle industriel des haut-parleurs.

La viscoélasticité des suspensions est ensuite prise en considération par l'introduction et la mesure d'un paramètre supplémentaire conduisant à une meilleure description du fonctionnement linéaire du haut-parleur. Enfin, le domaine de validité du modèle est étendu vers les moyennes fréquences par l'introduction de deux autres paramètres permettant de décrire la résonance de la suspension extérieure.

MOTS-CLES:

Haut-parleur - Paramètre - Estimation - Viscoélasticité - Suspension - Rayonnement

SUMMARY:

At low frequencies, the electrodynamic loudspeaker is usually described using an equivalent electric circuit. Although the values of its elements are considered constant, they are actually frequency dependent and are a function of the environment of the device and its aging.

As all these aspects can be extracted from the measurement of the electric impedance of the driver, we developed a high-resolution method based on a statistic identification of its impedance in the complex plane, leading to an efficient and accurate determination of the driver parameters. This should permit improvement of some aspects of the model, but also implementation of quality controls in factories.

Some aspects of the viscoelasticity of the cone suspensions are then taken into account, using one more parameter, and leading to a better description of the linear behavior of the unit. The frequency domain of validity is also extended toward mid-frequencies by a description of the rim resonance using two more parameters.

KEY-WORDS:

Loudspeaker - Parameter - Estimation - Viscoelasticity - Suspension - Radiation

