



**HAL**  
open science

# COMMANDE NON LINEAIRE SANS CAPTEUR DE LA MACHINE ASYNCHRONE

Dramane Traore

► **To cite this version:**

Dramane Traore. COMMANDE NON LINEAIRE SANS CAPTEUR DE LA MACHINE ASYN-  
CHRONE. Automatique / Robotique. Ecole Centrale de Nantes (ECN), 2008. Français. NNT : .  
tel-00582690

**HAL Id: tel-00582690**

**<https://theses.hal.science/tel-00582690>**

Submitted on 3 Apr 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE CENTRALE DE NANTES

ÉCOLE DOCTORALE  
SCIENCES ET TECHNOLOGIES  
DE L'INFORMATION ET DE MATHÉMATIQUES

Année : 2008

N° B.U. :

THÈSE DE DOCTORAT

Diplôme délivré par L'École Centrale de Nantes

Spécialité : AUTOMATIQUE ET INFORMATIQUE APPLIQUÉE

Présentée et soutenue publiquement par :

**Dramane TRAORE**

le 19 Novembre 2008  
à l'École Centrale de Nantes

TITRE

COMMANDE NON LINEAIRE SANS CAPTEUR  
DE LA MACHINE ASYNCHRONE

JURY

Président	H. ABOU-KANDIL	<i>Professeur des Universités, SATIE, ENS Cachan</i>
Rapporteurs	J.P. BARBOT	<i>Professeur des Universités, ECS, ENSEA Cergy</i>
	E. LAROCHE	<i>Professeur des Universités, LSIT, U. Louis Pasteur, Strasbourg</i>
Examineurs	A. GLUMINEAU	<i>Professeur des Universités, IRCCyN, Ecole Centrale de Nantes</i>
	L. LORON	<i>Professeur des Universités, IREENA, Polytech Nantes</i>
Invités	F. TERRIEN	<i>Ingénieur, CONVERTEAM, France</i>
	M. TIENCHEU	<i>Chef de Projet, LEROY SOMER, Angoulême</i>

**Directeur de thèse : Alain GLUMINEAU**

Laboratoire : IRCCyN

Composante de rattachement du directeur de thèse : Ecole Centrale de Nantes

**Co-Directeur : Luc LORON**

Laboratoire : IREENA

Composante de rattachement du co-directeur : Université de Nantes



# Table des matières

Avant-propos	iii
Notations	v
<b>1 Introduction générale</b>	<b>1</b>
1.1 Introduction	1
1.2 Contexte, Objectifs et Etat de l'art	1
1.3 Organisation du rapport de thèse	3
<b>2 Modélisation et observabilité de la machine asynchrone sans capteur</b>	<b>7</b>
2.1 Introduction	7
2.2 Modèle de la machine asynchrone	7
2.2.1 Présentation de la machine	7
2.2.2 Transformation de Park-Blondel	8
2.2.3 Equations électriques généralisées de la machine asynchrone dans le repère de Park	10
2.3 Modèle d'état non linéaire	11
2.3.1 Modèle d'état dans le repère tournant généralisé $dq$	12
2.3.2 Modèle d'état dans le repère fixe $\alpha\beta$ lié au stator	13
2.3.3 Modèle d'état dans le repère tournant $dq$ lié au flux rotorique	14
2.4 Observabilité de la machine asynchrone sans capteur mécanique	14
2.4.1 Observabilité de la machine avec mesure de vitesse	15
2.4.2 Observabilité de la machine sans mesure de vitesse (Ghanes, 2005)	16
2.4.3 Cas 1 : $\dot{\Omega} = 0$	18
2.4.4 Cas 2 : $\omega_s = 0$	19
2.4.5 Cas 3 : $\dot{\phi}_{rd} = \dot{\phi}_{rq} = \omega_s = 0$	21
2.4.6 Cas 4 : $\dot{\phi}_{rd} = \dot{\phi}_{rq} = \omega_s = 0$ et $\dot{\Omega} = 0$	23
2.5 Droite d'inobservabilité	24
2.6 Benchmark "Observateur Sans Capteur Mécanique" et "Commande sans capteur Mécanique" (Ghanes, 2005)	25
2.6.1 Benchmark "Observateur Sans Capteur Mécanique"	25
2.6.2 Benchmark "Commande sans capteur Mécanique"	27
2.7 Essai d'un variateur industriel sur le benchmark commande	28
2.7.1 Essai en charge sur une référence de vitesse de type échelon	29
2.7.2 Test du variateur sur le benchmark commande	30
2.7.3 Essai à vide	30
2.7.4 Essai en charge	31

2.7.5	Essai en charge sans passer ou rester dans la zone inobservable . . .	36
2.8	Conclusion . . . . .	37
<b>3</b>	<b>Elaboration d'observateurs non linéaires pour la machine asynchrone sans capteur mécanique</b>	<b>39</b>
3.1	Introduction . . . . .	39
3.2	Observateur interconnecté à grand gain . . . . .	40
3.2.1	Principe et synthèse de l'observateur interconnecté . . . . .	40
3.2.2	Analyse de la stabilité de l'observateur interconnecté avec incertitudes paramétriques . . . . .	43
3.2.3	Résultats expérimentaux de l'observateur interconnecté . . . . .	47
3.2.4	Conclusion . . . . .	55
3.3	Stabilité pratique . . . . .	56
3.3.1	Critère de la stabilité pratique . . . . .	58
3.4	Observateur adaptatif interconnecté . . . . .	58
3.4.1	Synthèse de l'observateur adaptatif . . . . .	58
3.4.2	Analyse de la stabilité pratique de l'observateur adaptatif avec incertitudes paramétriques . . . . .	61
3.4.3	Résultats expérimentaux de l'observateur adaptatif interconnecté . . . . .	66
3.5	Comparaison des résultats des deux observateurs . . . . .	72
3.6	Conclusion . . . . .	73
<b>4</b>	<b>Synthèse des lois de commande non linéaires sans capteur mécanique</b>	<b>75</b>
4.1	Introduction . . . . .	75
4.2	Commande vectorielle basée sur la structure des régulateurs Proportionnel Intégral (PI) . . . . .	78
4.2.1	Introduction . . . . .	78
4.2.2	Conception de la commande Proportionnelle Intégrale (PI) . . . . .	79
4.2.3	Analyse de la stabilité en boucle fermée : "Observateur Interconnecté+Commande" . . . . .	82
4.2.4	Résultats expérimentaux . . . . .	84
4.3	Commande vectorielle basée sur les modes glissants d'ordre un . . . . .	97
4.3.1	Introduction . . . . .	97
4.3.2	Conception de la commande vectorielle par modes glissants . . . . .	98
4.3.3	Analyse de la stabilité en boucle fermée : "Observateur Interconnecté+Commande" . . . . .	101
4.3.4	Résultats expérimentaux . . . . .	103
4.4	Commande vectorielle de type Backstepping . . . . .	114
4.4.1	Introduction . . . . .	114
4.4.2	Conception de la commande de type Backstepping . . . . .	115
4.4.3	Analyse de la stabilité en boucle fermée : "Observateur Adaptatif+Commande" . . . . .	117
4.4.4	Résultats expérimentaux . . . . .	120
4.5	Commande vectorielle basée sur les modes glissants d'ordre supérieur à convergence en temps fini . . . . .	131
4.5.1	Introduction . . . . .	131
4.5.2	Idée de base . . . . .	133

4.5.3	Formulation du problème . . . . .	133
4.5.4	Synthèse de la commande par modes glissants d'ordre supérieur à trajectoire pré-calculée . . . . .	134
4.5.5	Application à la commande de la machine asynchrone . . . . .	139
4.5.6	Analyse de la stabilité en boucle fermée : "Observateur Adaptatif+Commande" . . . . .	143
4.5.7	Résultats expérimentaux . . . . .	145
4.6	Comparaison des performances des commandes synthétisées . . . . .	157
4.7	Comparaison des résultats obtenus avec ceux d'un variateur industriel . . . . .	158
4.8	Conclusion . . . . .	158
<b>5</b>	<b>Conclusion et discussion</b>	<b>161</b>
<b>A</b>	<b>Réglage des gains des observateurs</b>	<b>165</b>
A.1	Calcul des valeurs minimales de $\theta_1$ et $\theta_2$ . . . . .	165
A.1.1	Normes d'un vecteur et d'une matrice . . . . .	165
A.1.2	Observateur interconnecté . . . . .	167
A.1.3	Observateur adaptatif interconnecté . . . . .	171
<b>B</b>	<b>Stabilité et influence de la résistance statorique dans la zone inobservable</b>	<b>173</b>
B.1	Comportement des gains des observateurs . . . . .	173
B.2	Stabilité "Observateur+Commande" dans la zone inobservable . . . . .	176
B.2.1	Etude de l'observateur 1 ( $O_1$ ) . . . . .	177
B.2.2	Etude de l'observateur 2 ( $O_2$ ) . . . . .	179
B.3	Etude de la stabilité de l'estimateur de l'angle du repère tournant dq . . . . .	181
B.4	Preuve de $\hat{\phi}_{rd} \neq 0 \forall t > 0$ . . . . .	182
B.5	Influence de la résistance statorique à basse vitesse . . . . .	183
B.5.1	Flux statorique : commande scalaire . . . . .	183
B.5.2	Flux rotorique : commande vectorielle . . . . .	184
<b>C</b>	<b>Quelques données d'expérimentation et de simulation</b>	<b>187</b>
C.1	Résultats expérimentaux : Courants statoriques et vitesse de la machine . . . . .	187
C.2	Différents types de saturation . . . . .	193
C.2.1	Saturation des courants et tensions . . . . .	193
C.2.2	Saturation du terme intégral des régulateurs de type PI . . . . .	195
C.3	Quelques résultats de simulations montrant l'influence des saturations . . . . .	197
C.3.1	Régulateur de type PI . . . . .	197
C.3.2	Régulateur de type Backstepping . . . . .	198
C.3.3	Mode glissant d'ordre supérieur . . . . .	199
C.4	Résultats de simulation et expérimentation de l'estimation de $R_s$ . . . . .	201
C.5	Temps de calcul des différentes lois de commande . . . . .	203



# Avant-propos

Le travail présenté dans cette thèse a été effectué au sein de l'équipe commande de l'Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes (IRCCyN).

Le sujet traité est " Commande Non linéaire Sans Capteur de la Machine Asynchrone".

Je voudrais avant tout remercier Alain GLUMINEAU, Professeur à L'Ecole Centrale de Nantes et directeur de cette thèse, mon co-directeur de thèse Luc LORON, Professeur à l'Ecole Polytechnique de l'Université de Nantes. Pour avoir accompagné mon travail pendant ces trois années, en me laissant le champ libre nécessaire à l'innovation, avec tous les moyens scientifiques et matériels pour mener à bien une recherche fructueuse. Ils ont consacré à l'encadrement de ma thèse un temps et une disponibilité d'esprit considérables, auxquels j'ai été d'autant plus sensible que leurs emplois du temps sont très chargés. Ce mémoire n'aurait jamais vu le jour sans leur appui, car ils ont contribué de manière déterminante (propositions, conseils, critiques...) à l'aboutissement du travail qu'il représente. Ils ont aiguisé mon goût pour la recherche en guidant parfaitement mes premiers pas. Je leur adresse ma profonde reconnaissance.

Je tiens également à adresser ma sincère et profonde reconnaissance à Jesus DE LEON MORALES, Professeur à l'Université de Nuevo Leon au Mexique avec qui j'ai eu la chance de travailler en France et aussi au Mexique. Sa bonne connaissance dans les domaines étudiés dans ce mémoire a été très importante dans les résultats obtenus.

J'exprime ma profonde gratitude à "Hisham ABOU-KANDIL, Professeur à l'Université, SATIE, ENS Cachan", pour avoir accepté la présidence du jury malgré ses nombreuses responsabilités.

Je remercie "Jean-Pierre BARBOT, Professeur à l'Université, ECS, ENSEA Cergy" et "Edouard LAROCHE, Professeur à l'Université, LSIIT, Université Louis Pasteur, Strasbourg", pour leur lecture consciencieuse et minutieuse de ce travail. J'ai apprécié leur sens d'écoute durant nos échanges et leurs conseils qui ont permis d'améliorer ce manuscrit. Je leur exprime ma vive reconnaissance d'être les rapporteurs de ma thèse.

Je tiens à remercier "Mathias TIENTCHEU", chef de projet à Leroy Somer pour avoir accepté de participer à mon jury de thèse.

Je tiens à remercier "Franck TERRIEN", ingénieur à Convertteam pour avoir accepté de participer à mon jury de thèse.



Je remercie Michel MALABRE pour m'avoir accueilli au sein de son équipe.

Je remercie Robert BOISLIVEAU pour tous ses conseils lors de la phase expérimentale des algorithmes élaborés durant cette thèse.

Je voudrais remercier tous les membres de l'équipe Commande de l'IRCCyN, avec qui j'ai passé d'agréables moments ainsi que tout le personnel de l'IRCCyN. Je remercie tous les doctorants qui m'ont accompagnés durant ces aventures scientifiques et extra-scientifiques : Jamil, Alexis, Adama, Julien, Ayan, Marwa, Raza..., sans oublier personne.

Je remercie mon frère Yacou, sa femme Anick et ses enfants (Nah et Check) pour les beaux week-end à Rennes.

Avoir une relation avec des personnes ne s'achète pas, mais elle se trouve dans la confiance et le respect que ces personnes t'apportent. Je tiens à remercier mes familles Mexicaines SALAS et PAEZ pour le très bon accueil pendant mes séjours à Monterrey (Mexique).

Que serons-nous sans les amis sincères ? je suis sans réponse. A l'absence de ma famille en France vous avez su remplacer toutes les personnes chères qui pouvaient me manquer. Quand je dis vous, je parle de Christophe, Moustapha, Anouck, David, Marieme, Aminata, Laure, Celine, Dede, Marchial, Harouna, Kadre, Christelle, Larissa, Manue..., sans oublier les autres. En particulier, je dirai encore un grand merci à Christophe qui a su m'accompagner tout au long de ce travail et aussi pour sa participation à la relecture et à la correction de mes horribles fautes d'orthographe et de grammaire !. Je me dois donc de vous dédier personnellement ce travail.

Un grand merci à mon amie, ma soeur Delphine et à Julie pour les beaux week-end à Paris et nos conversations téléphoniques. Après le bruit des moteurs et les moments difficiles de réflexion sur la convergence des observateurs et des commandes, la dissipation de la chaleur du cerveau est facile quand on est accompagné par des personnes adorables. Je me dois donc de vous dédier personnellement ce travail.

Pour finir, je ne saurais oublier le soutien compréhensif de ma famille, et tout particulièrement de celle qui m'a encouragé, inspiré et soutenu durant toutes ces années de recherche. Je dédie donc ce travail à toute ma famille.

à la grande famille TRAORÉ

# Notations

$u_s = [u_{sa}, u_{sb}, u_{sc}]^T$  : tensions statoriques triphasées ;

$u_r = [u_{ra}, u_{rb}, u_{rc}]^T$  : tensions rotoriques triphasées ;

$i_s = [i_{sa}, i_{sb}, i_{sc}]^T$  : courants statoriques triphasés ;

$i_r = [i_{ra}, i_{rb}, i_{rc}]^T$  : courants rotoriques triphasés ;

$\phi_s = [\phi_{sa}, \phi_{sb}, \phi_{sc}]^T$  : flux magnétiques au stator ;

$\phi_r = [\phi_{ra}, \phi_{rb}, \phi_{rc}]^T$  : flux magnétiques au rotor ;

$u_{s\alpha,\beta} = [u_{s\alpha}, u_{s\beta}]^T$  : tensions statoriques diphasées dans le repère fixe  $(\alpha, \beta)$  ;

$i_{s\alpha,\beta} = [i_{s\alpha}, i_{s\beta}]^T$  : courants statoriques diphasés dans le repère fixe  $(\alpha, \beta)$  ;

$u_{r\alpha,\beta} = [u_{r\alpha}, u_{r\beta}]^T$  : tensions rotoriques diphasées dans le repère fixe  $(\alpha, \beta)$  ;

$i_{r\alpha,\beta} = [i_{r\alpha}, i_{r\beta}]^T$  : courants rotoriques diphasés dans le repère fixe  $(\alpha, \beta)$  ;

$\phi_{s\alpha,\beta} = [\phi_{s\alpha}, \phi_{s\beta}]^T$  : flux statoriques diphasés dans le repère fixe  $(\alpha, \beta)$  ;

$\phi_{r\alpha,\beta} = [\phi_{r\alpha}, \phi_{r\beta}]^T$  : flux rotoriques diphasés dans le repère fixe  $(\alpha, \beta)$  ;

$u_{sd,q} = [u_{sd}, u_{sq}]^T$  : tensions statoriques diphasées dans le repère tournant  $(d,q)$  ;

$i_{sd,q} = [i_{sd}, i_{sq}]^T$  : courants statoriques diphasés dans le repère tournant  $(d,q)$  ;

$u_{rd,q} = [u_{rd}, u_{rq}]^T$  : tensions rotoriques diphasées dans le repère tournant  $(d,q)$  ;

$i_{rd,q} = [i_{rd}, i_{rq}]^T$  : courants rotoriques diphasés dans le repère tournant  $(d,q)$  ;

$\phi_{sd,q} = [\phi_{sd}, \phi_{sq}]^T$  : flux statoriques diphasés dans le repère tournant  $(d,q)$  ;

$\phi_{rd,q} = [\phi_{rd}, \phi_{rq}]^T$  : flux rotoriques diphasés dans le repère tournant  $(d,q)$  ;

$\Lambda$  : matrice inductances ;

$L_{as}, L_{ar}$  : inductances statoriques et rotoriques propres ;

$M_{as}$  : mutuelle inductance entre deux phases stator ;

$M_{ar}$  : mutuelle inductance entre deux phases rotor ;

$R_s, R_r$  : résistances statorique et rotorique ;

$L_s = L_{as} - M_{as}$  : inductance statorique cyclique ;

$L_r = L_{ar} - M_{ar}$  : inductance rotorique cyclique ;

$M_{sr} = \frac{3}{2}M$  : mutuelle inductance cyclique stator et rotor ;

$R_s, R_r$  : matrices diagonales des résistances statoriques et rotoriques ;

$L_s, L_r$  : matrices des inductances statoriques et rotoriques ;

$L_{sr}$  : matrices des mutuelles inductances stator, rotor ;

$J$  : moment d'inertie (moteur asynchrone+charge) ;

$f_v$  : coefficient de frottements visqueux ;

$f_s$  : couple de frottements secs ;

$T_l$  : couple de charge ;

$p$  : nombre de paires de pôles ;

$\Omega$  : vitesse mécanique de rotation du rotor ;

$p\Omega$  : pulsation électrique correspondante à la vitesse de rotation  $\Omega$  ;

$\omega_r$  : pulsation des grandeurs électriques rotoriques ou pulsation de glissement ;

$\omega_s = \omega_r + p\Omega$  : pulsation des grandeurs électriques statoriques ;

$g = \frac{\omega_r}{\omega_s}$  : glissement ;

$\theta$  : position angulaire du rotor ;

$\theta_s = \rho$  : position angulaire du repère tournant (d,q) ;

$\theta_r$  : position angulaire du rotor par rapport au repère tournant (d,q) ;

$\sigma$  : coefficient de dispersion ou de Blondel ;

$C_{res}$  : couple résistant incluant les frottements et le couple de charges ;

$C_{em} = T_e$  : couple électromagnétique.

# Chapitre 1

## Introduction générale

### 1.1 Introduction

La machine asynchrone associée à un convertisseur statique constitue un variateur de vitesse dont l'utilisation industrielle ou grand public ne cesse de croître. La machine asynchrone a de nombreux avantages par rapport aux autres types de machines électriques tournantes, parmi lesquels nous pouvons citer : robustesse, faible coût, puissance nominale maximale, vitesse maximale supérieure, facilité d'entretien. Contrairement à la machine à courant continu, elle ne possède pas de collecteur mécanique. Cette absence de collecteur mécanique, fait d'elle la machine la plus présente dans de nombreux domaines comme la chimie, la médecine et l'aérospatiale.

Cependant, ces nombreux avantages ne sont pas sans inconvénient. La machine asynchrone est caractérisée par un couplage non linéaire entre le flux magnétique et le couple moteur, ce qui rend sa commande plus complexe par rapport à celle de la machine à courant continu. Pour atteindre des performances dynamiques, il faut donc élaborer des lois de commande robustes. Les progrès conjoints de l'électronique de puissance et l'électronique numérique (microcalculateurs) permettent aujourd'hui de mettre en oeuvre des lois de commande de plus en plus complexes à moindres coûts. Grâce à ces avancées technologiques la machine asynchrone est aujourd'hui, de plus en plus présente dans les applications industrielles où la haute précision de régulation et hautes performances, en couple sont requises. Il faut noter que la machine synchrone donne aussi des meilleurs performances en haute précision de régulation.

### 1.2 Contexte, Objectifs et Etat de l'art

Que ce soit la commande vectorielle, la commande scalaire ou la commande directe en couple, pour asservir la vitesse de la charge il faut mesurer celle-ci à l'aide d'un capteur. Le variateur de vitesse pour la machine asynchrone est un équipement électrique souvent mis en place dans un environnement déjà existant. La machine à contrôler n'est pas toujours accessible, ou la distance entre le variateur et la machine peut être grande. Dans ce cas, il semble peu pratique de câbler une ligne de faible ampérage pour le capteur de vitesse dans un environnement d'électronique de puissance. Aussi, le plus souvent il n'y a matériellement pas de place pour ajouter un capteur de vitesse sur l'axe du rotor du moteur déjà installé dans son environnement d'utilisation. De plus, le capteur de vitesse

est peu fiable car sensible aux perturbations extérieures. Sa présence engendre une augmentation du coût de la commande (coût de maintenance en cas de panne du capteur), la complexité de l'installation.

Pour des raisons économiques, pour la sûreté de fonctionnement ou pour une solution dégradée mais fonctionnelle aux applications avec capteurs en cas de panne de ceux-ci, la commande sans capteur mécanique requiert l'attention de nombreux industriels. C'est pourquoi, elle est devenue un centre d'intérêt pour la recherche ces dernières années. De ce point de vue, l'objectif principal de cette étude consiste à synthétiser des lois de commande non linéaires sans capteur mécanique pour la machine asynchrone. Dans un premier temps, une grande attention est donnée aux observateurs (capteur logiciel) permettant de palier l'absence du capteur mécanique en donnant l'information de la vitesse et du couple de charge à l'aide de l'unique mesure des courants. Ensuite des lois de commande sophistiquées (commande non linéaire) sont élaborées et associées aux observateurs pour réaliser la commande sans capteur mécanique de la machine asynchrone. Pour la commande, une attention particulière est donnée au fonctionnement en basse vitesse avec couple de charge nominal de la machine asynchrone.

Dans la littérature, il existe deux approches basiques pour synthétiser les observateurs. La première approche est l'approche sans modèle parmi lesquelles nous pouvons citer :

- L'approche heuristique proche de l'intelligence artificielle (réseau de neurones (Kuchar, 2004), (Rong, 2004), (Kwan, 2000));
- L'approche basée sur la géométrie de la machine (introduction des harmoniques fonctions de la vitesse de la machine, (Morand, 2005), (Ferrah, 1998), (Jansen, 1995) et (Holtz, 2000)). Dans (Holtz, 2000), cette méthode est utilisée pour éviter les difficultés d'estimation des variables d'état à basse vitesse.

La seconde approche est basée sur un modèle dynamique de la machine asynchrone. Cette approche utilise les outils d'automatique pour synthétiser des observateurs linéaires ou non linéaires. Il existe dans la littérature plusieurs catégories d'observateur utilisant cette approche :

- Les filtres de Kalman étendu ( (Morand, 2005), (Saheb, 2004), (Zein, 2000)) et les filtres de Luenberger étendu ( (Saheb, 2004), (Zein, 2000));
- Les observateurs adaptatifs ( (Maes, 2000), (Schauder, 1992), (Lubineau, 1999));
- Les observateurs de type modes glissants ( (Tursini, 2000), (Aurora, 2004), (Morand, 2005));
- Les observateurs cascades ( (Schreier, 2001), (Ghanes, 2005));
- Les observateurs à grand gain interconnectés ( (Besançon, 1996a), (Besançon, 1996b), (Ghanes, 2005), (Ghanes, 2006a)).

Les observateurs étudiés dans cette thèse sont de type observateur à grand gain interconnecté.

La commande sans capteur mécanique est aussi traitée dans la littérature. Il existe donc plusieurs types de commande parmi lesquels nous pouvons citer :

- La commande basée sur la technique de linéarisation au sens des entrées-sorties ( (Khalil, 2004), (Paul, 1996), (Chiasson, 1998), (Chiasson, 1995), (Bodson, 1994), (Chiasson, 1993), (Chiasson, 2005), (Marino, 1993));
- La commande adaptative ( (Kwan, 1996), (Yu-Chao, 2000), (Marino, 2005), (Soltani, 2004), (Marino, 2002), (Kubota, 1994));
- La commande basée sur les modes glissants (Barambones, 2004), (Lascu, 2003),

(Zhang, 2000), (Mehmet, 2005), (Arab, 2005), (Alenka, 1998), (Soltani, 2003), (Lascu, 2004), (Adnan, 2005), (Mihai, 2006), (Aurora, 2004), (Rashed, 2005), (Floquet, 2000));

- La commande de type Backstepping ( (Rasmussen, 2001), (Shieh, 1999), (Lin, 2000), (Rong, 2004), (Kwan, 2000)).

Dans la littérature, les lois de commande sans capteur mécanique sont testées généralement en haute vitesse et en basse vitesse ( (Gregor, 2006), (Lascu, 2003), (Montanari, 2006), (Ghanes, 2005), (Ghanes, 2006b)), cependant peu de travaux traitent les problèmes de l'inobservabilité de la machine asynchrone à très basse vitesse, excepté (Ghanes, 2005) et (Ghanes, 2006b). Dans ces derniers travaux l'ensemble "Observateur+Commande" est testé et évalué sur un Benchmark "Commande sans capteur mécanique" qui prend en compte le fonctionnement à très basse vitesse (zone d'inobservabilité) de la machine asynchrone. Malheureusement, lorsque le couple de charge est supérieur à 20% du couple de charge nominal, l'ensemble "Observateur+Commande" est instable malgré une preuve globale de la stabilité du système en boucle fermée. Une autre difficulté de la commande sans capteur mécanique est la preuve de stabilité de l'ensemble "Observateur+Commande" en boucle fermée. Dans la littérature peu de travaux ont proposé une démonstration globale en boucle fermée, excepté ( (Marino, 2004), (Feemster, 2001), (Ghanes, 2005)).

A l'heure actuelle, la reconstruction des grandeurs non mesurables de la machine asynchrone, avec expérimentaux sur un benchmark prenant en compte les problèmes de perte d'observabilité a été proposé par (Ghanes, 2005). Dans ces travaux plusieurs types d'observateurs interconnectés sont élaborés et validés. Nous avons pu constater dans cette étude que les observateurs proposés divergent dans la zone inobservable. Pour y remédier les auteurs proposent d'annuler les gains des observateurs au voisinage de cette zone, alors l'observateur est assimilé à un estimateur. Cette solution n'étant pas suffisante, il est donc nécessaire de concevoir des observateurs qui doivent être stables dans la zone inobservable.

D'où, l'intérêt, et la première motivation de la présente étude est d'améliorer la synthèse des observateurs interconnectés sans capteur. La seconde motivation de mes travaux de thèse consistent à concevoir des lois de commande non linéaires sans capteur mécanique permettant d'apporter une solution aux remarques ci-dessus.

## 1.3 Organisation du rapport de thèse

Le mémoire de thèse est organisé de la manière suivante :

Dans le chapitre 2, nous rappelons d'abord les différents modèles d'état de la machine asynchrone dans le repère de Concordia ( $\alpha\beta$ ) et dans le repère de Park ( $dq$ ). Ensuite nous nous intéressons plus spécifiquement au problème de l'observation de l'état de la machine asynchrone. Au travers de ces études, nous pourrions conclure que dans le cas où la vitesse est une grandeur mesurable, les propriétés d'observabilité de l'état de la machine sont vérifiées. En d'autres termes, il est possible de reconstruire les variables d'état électriques (flux et courant) et mécaniques (vitesse et couple de charge) de la machine mais la synthèse d'un observateur pour le système non linéaire est néanmoins un problème qu'il

reste à résoudre. Dans le cas contraire, lorsque la vitesse mécanique n'est pas mesurée (commande sans capteur mécanique), des études théoriques ont exposé les difficultés de l'étude de l'observabilité de la machine asynchrone. Plus précisément, l'étude de l'observabilité de la machine a permis de définir deux benchmarks (Ghanes, 2005) : "Observateur sans capteur mécanique" et "Commande sans capteur mécanique". Ces deux benchmarks permettent respectivement de tester et valider les performances des observateurs et des commandes sans capteur mécanique en particulier lorsque la machine fonctionne à basse vitesse.

A la fin de ce chapitre, afin de mieux montrer les difficultés de la commande sans capteur mécanique de la machine asynchrone et pour comparer avec un variateur industriel de type "sensorless", nous avons étudié et testé ce variateur industriel pouvant à priori faire de la commande sans capteur, sur le benchmark "Commande sans capteur mécanique".

Le chapitre 3 est entièrement consacré aux techniques de synthèse d'observateurs non linéaires sans capteur mécanique pour la machine asynchrone. Dans la littérature, il existe plusieurs techniques pour synthétiser un observateur. Nous nous sommes intéressé particulièrement aux observateurs interconnectés à grand gain et aux observateurs adaptatifs interconnectés. Une preuve de stabilité basée sur la théorie de Lyapunov de chaque observateur est donnée dans ce chapitre, en utilisant les propriétés de la stabilité pratique. Les résultats expérimentaux obtenus sur le benchmark "Observateur sans capteur" de chaque observateur synthétisé sont présentés. Enfin une comparaison des performances des différents observateurs est exposée.

Dans le chapitre 4, nous présentons les différentes lois de la commande non linéaire sans capteur mécanique de la machine asynchrone. Dans un premier temps, une commande avec les régulateurs classiques de type Proportionnel Intégral (PI) est présentée. Ensuite une commande par modes glissants d'ordre un est synthétisée. Enfin une commande de type backstepping et une commande par modes glissants d'ordre supérieur à trajectoires pré-calculées sont présentées. Dans ce chapitre tout d'abord, la conception de chaque loi de commande est faite en considérant la vitesse comme une grandeur mesurable. Une démonstration de convergence par la théorie de Lyapunov des différentes lois de commande est donnée. Ensuite, chaque loi de commande est associée à un observateur présenté dans le chapitre 3 pour réaliser la commande sans capteur mécanique de la machine asynchrone. Une démonstration de la convergence globale de l'ensemble "Observateur+Commande" est présentée. Les résultats expérimentaux obtenus sur le benchmark "Commande sans capteur mécanique" et une comparaison des performances des différentes lois de commande sont donnés. A la fin de ce chapitre pour montrer les performances des différentes lois de commande synthétisées, nous avons comparé les résultats obtenus sur le benchmark "Commande sans capteur mécanique" à ceux obtenus sur le même benchmark par un variateur industriel permettant de faire la commande sans capteur mécanique de la machine asynchrone.

Ces travaux ont fait l'objet de plusieurs publications.

### **PUBLICATION EN REVUES**

(Traoré, 2007) : D. Traoré, J. De Leon, A. Glumineau and L. Loron. *Speed Sensorless Field-Oriented Control of Induction Motor with Interconnected Observers : Experimental tests on low Frequencies Benchmark*, IET Control Theory Application, vol.1, No.6, pp. 1681-1692, November 2007.

(Traoré, 2008b) : D. Traoré, F. Plestan, A. Glumineau and J. De Leon. *Sensorless induction motor : high order sliding mode controller and adaptative interconnected observer*. IEEE Transactions on Industrial Electronics - Special Issue on "Sliding Mode Control in Industrial Applications", vol.55, No.11, pp. 3818-3827, November 2008.

(Traoré, 2008c) : D. Traoré, J. De Leon, A. Glumineau and L. Loron. *Adaptive Interconnected Observer-Based Backstepping Control Design For Sensorless Induction Motor : Experimental results*. Soumis à Control Engineering Practice.

(Traoré, 2008d) : D. Traoré, J. De Leon, A. Glumineau and L. Loron. *Adaptive Interconnected Observer for Sensorless Induction Motor*. Accepter à International Journal of Control, 2008.

### **PUBLICATIONS EN CONGRES INTERNATIONAUX**

(Traoré, 2006) : D. Traoré, J. De Leon, A. Glumineau and L. Loron. *Interconnected observers for sensorless induction motor in dq frame : Experimental tests*, IECON, Paris, France, pp. 5093-5100, November 7 - 10, 2006.

(Traoré, 2007) : D. Traoré, J. De Leon, A. Glumineau and L. Loron. *Sliding Mode Controller Design For Sensorless Induction Motor : Experimental tests on low Frequencies Benchmark*, IFAC Symposium On Nonlinear Control System Pretoria, South Africa, pp. 391-396, August 22-24, 2007.

(Traoré, 2008a) : D. Traoré, F. Plestan, A. Glumineau and J. De Leon. *High order sliding mode control of a sensorless induction motor*, IFAC World Congress, Seoul, Korea, pp. 391-396, July 6-11, 2008.

### **PUBLICATIONS EN CONGRES NATIONAUX**

(Traoré, 2007) : D. Traore, A. Glumineau et L. Loron. *Commande Vectorielle de la Machine Asynchrone Sans Capteur Mécanique : Test Expérimental à basse vitesse*, JDMACS, Reims, 9-11 juillet 2007.





# Chapitre 2

## Modélisation et observabilité de la machine asynchrone sans capteur

### 2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons dans un premier temps les différents modèles d'état non linéaires de la machine asynchrone. Ensuite, nous rappelons l'étude de l'observabilité de la machine asynchrone sans capteur mécanique. Cette étude a permis de définir deux benchmarks : "Benchmark Observateur sans capteur mécanique" et "Benchmark Commande sans capteur mécanique" (Ghanes, 2005). Ces deux benchmarks permettent respectivement de tester et valider les observateurs sans capteur mécanique et l'ensemble "Observateur+Commande" sans capteur mécanique. Sur ces benchmarks, une attention particulière est donnée au fonctionnement à très basse vitesse (zone d'inobservabilité) de la machine asynchrone.

### 2.2 Modèle de la machine asynchrone

#### 2.2.1 Présentation de la machine

Une machine asynchrone, connue également sous le terme "anglo-saxon" de machine à induction est constituée des principaux éléments suivants : le stator, le rotor et les organes mécaniques permettant la rotation et le maintien des différents sous ensembles. Le stator de forme cylindrique représente la partie statique de la machine. Il est constitué d'un bobinage, le plus souvent triphasé, logé dans des encoches et relié à la source d'alimentation. Le rotor est la partie tournante. Il peut prendre plusieurs aspects permettant de distinguer les différents types de machine asynchrone :

- Rotor bobiné, de forme cylindrique portant un enroulement bobiné à l'intérieur d'un circuit magnétique constitué de disques en tôles empilés sur l'arbre de la machine. Les enroulements bobinés sont généralement identiques à ceux du stator ;
- Rotor à cage d'écureuil, composé de barres métalliques en cuivre, en bronze ou en aluminium formant un cylindre et reliées entre elles à leurs extrémités par des anneaux.

## 2.2.2 Transformation de Park-Blondel

Les transformations de Park-Blondel ( (Lesenne, 1981), (Caron, 1995)), sont basées sur les hypothèses suivantes :

- Entrefer d'épaisseur uniforme et effet d'encoche négligé ;
- Répartition sinusoïdale de l'induction dans l'entrefer ;
- Caractéristique magnétique linéaire (saturation négligée) ;
- Effet de la température, effet de peau, hystérésis et courant de Foucault sont négligeables.

Les transformations de Concordia et de Park permettent de remplacer les équations électriques d'un moteur triphasé par ceux d'un moteur biphasé équivalent. L'avantage de ce modèle équivalent par phase est avant tout une simplification de la représentation électrique de la machine.

D'un système triphasé fixe de coordonnées  $abc$ , on passe à un système de coordonnées  $0\alpha\beta$  (Fig. 2.1).

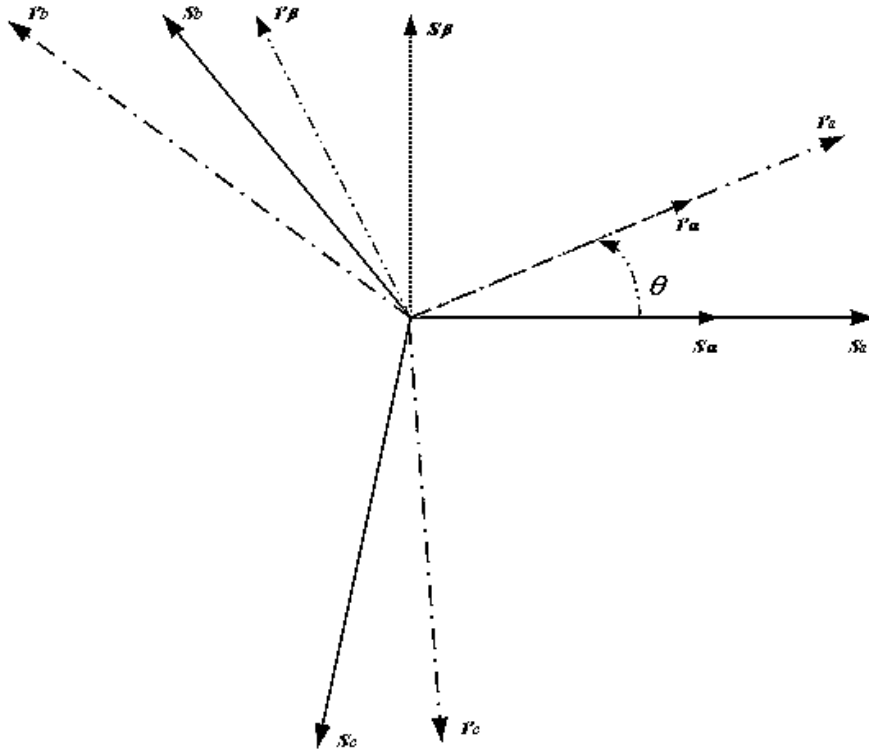


FIGURE 2.1: Transformation triphasé à diphasé (Transformation de Concordia).

La transformation est basée sur la mise sous forme normale des équations électriques par la diagonalisation des matrices d'inductances (Lesenne, 1981). Elle est réalisée à l'aide de la matrice de transformation  $T_3$ .

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = T_3^T \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\text{où } T_3 = \{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}.$$

Les composantes de  $T_3$  sont les valeurs propres  $(\lambda_i)_{i=1,2,3}$  de la matrice inductance. Ces valeurs propres sont définies de manière à normaliser la matrice de transformation  $T_3$ , c'est-à-dire  $\|\lambda_i\| = 1$ , ce qui correspond à l'invariance de la puissance lors de transformation.

Si l'alimentation est triphasée équilibrée alors  $\sum i = 0$ . L'équation (2.1) permet de vérifier facilement que  $i_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}(i_a + i_b + i_c) = 0$ . Le courant et donc le flux s'annulent sur l'axe homopolaire 0. Dans la suite, nous ne tenons plus compte de cet axe. La transformation triphasé en biphasé devient :

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = T_{32}^T \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\text{où } T_{32} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}.$$

La transformation inverse s'écrit directement  $x_{abc} = T_{32}x_{\alpha\beta}$  car  $T_3$  est une matrice orthogonale.

Après cette première transformation, il existe un décalage entre l'axe statorique et rotorique par l'angle mécanique  $\theta$  (Fig. 2.1). Afin d'exprimer toutes les grandeurs dans un seul repère d'axes, on utilise la transformation de Park. Cette transformation consiste à passer d'un repère biphasé fixe  $\alpha\beta$  (grandeurs sinusoïdales) à un repère tournant par rapport au stator. Ainsi, les grandeurs statoriques et rotoriques sont projetées dans un repère tournant généralisé  $dq$  qui est décalé d'un angle  $\theta_s$  par rapport au repère fixe  $\alpha\beta$  (Fig. 2.2). Sur cette figure l'indice "r" désigne les grandeurs rotoriques et l'indice "s" ceux du stator.

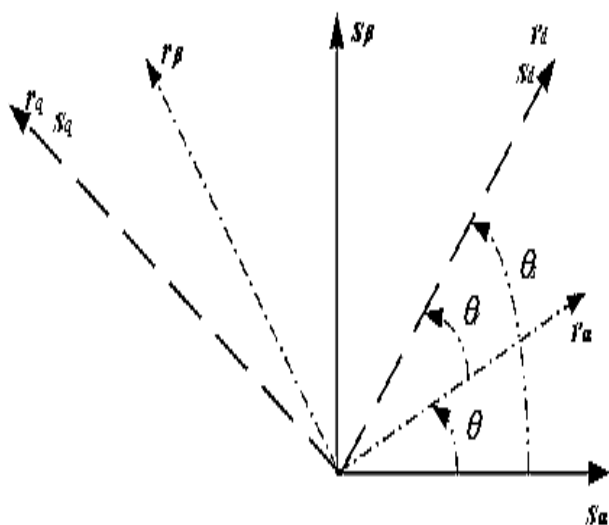


FIGURE 2.2: Transformation de Park.

Cette transformation non linéaire se fait à l'aide de la matrice de Park  $P$ .

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = P(-\xi) \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$\text{où } P(\xi) = \begin{bmatrix} \cos \xi & -\sin \xi \\ \sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix}.$$

Pour les grandeurs statoriques  $\xi = \theta_s$  et pour les grandeurs rotoriques  $\xi = \theta_s - \theta_r$ . La transformation inverse s'obtient facilement  $x_{\alpha\beta} = P(\xi)x_{dq}$  car  $P(-\xi) = P(\xi)^{-1} = P(\xi)^T$ .

### 2.2.3 Equations électriques généralisées de la machine asynchrone dans le repère de Park

Soit  $\Lambda$  la matrice d'inductance de la machine asynchrone.

$$\Lambda = \begin{bmatrix} L_s & L_{sr} \\ L_{sr}^T & L_r \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

avec

$$L_s = \begin{bmatrix} l_{as} & M_{as} & M_{as} \\ M_{as} & l_{as} & M_{as} \\ M_{as} & M_{as} & l_{as} \end{bmatrix}, \quad L_r = \begin{bmatrix} l_{ar} & M_{ar} & M_{ar} \\ M_{ar} & l_{ar} & M_{ar} \\ M_{ar} & M_{ar} & l_{ar} \end{bmatrix},$$

$$L_{sr} = \begin{bmatrix} M \cos \theta & M \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & M \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ M \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & M \cos \theta & M \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ M \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & M \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & M \cos \theta \end{bmatrix}.$$

Les matrices inductances vérifient les expressions suivantes :

$$T_3^{-1} L_s T_3 = \begin{bmatrix} l_{as} + 2M_{as} & 0 \\ 0 & (l_{as} - M_{as}) I_d \end{bmatrix}, \quad T_3^{-1} L_r T_3 = \begin{bmatrix} l_{ar} + 2M_{ar} & 0 \\ 0 & (l_{ar} - M_{ar}) I_d \end{bmatrix},$$

$$L_{sr} = M_{sr} T_{32} P(\theta) T_{32}^T$$

avec  $I_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  et  $M_{sr} = \frac{3}{2}M$ .

Les flux magnétiques sont donnés par l'équation matricielle suivante :

$$\begin{aligned} \phi_s &= L_s i_s + L_{sr} i_r \\ \phi_r &= L_{sr} i_s + L_r i_r \end{aligned} \quad (2.5)$$

Par application de la transformation de Concordia (2.2) aux équations du flux (2.5), on obtient :

$$\begin{aligned} \phi_{s\alpha\beta} &= L_s i_{s\alpha\beta} + M_{sr} P(\theta) i_{r\alpha\beta} \\ \phi_{r\alpha\beta} &= L_r i_{r\alpha\beta} + M_{sr} P(-\theta) i_{s\alpha\beta} \end{aligned} \quad (2.6)$$

avec  $L_s = l_{as} - M_{as}$  et  $L_r = l_{ar} - M_{ar}$ .

Les équations en tension de la machine asynchrone dans le repère diphasé sont :

$$\begin{aligned} v_{s\alpha\beta} &= R_s i_{s\alpha\beta} + \frac{d(\phi_{s\alpha\beta})}{dt} \\ v_{r\alpha\beta} &= R_r i_{r\alpha\beta} + \frac{d(\phi_{r\alpha\beta})}{dt} \end{aligned} \quad (2.7)$$

En appliquant la transformation de Park (2.3) aux équations (2.6) et (2.7), on obtient les équations d'une machine asynchrone à cage d'écureuil dans un repère  $dq$  généralisé

$$\begin{aligned}\phi_{sd} &= L_s \dot{i}_{sd} + M_{sr} \dot{i}_{rd} \\ \phi_{sq} &= L_s \dot{i}_{sq} + M_{sr} \dot{i}_{rq} \\ \phi_{rd} &= L_r \dot{i}_{rd} + M_{sr} \dot{i}_{sd} \\ \phi_{rq} &= L_r \dot{i}_{rq} + M_{sr} \dot{i}_{sq}\end{aligned}\quad (2.8)$$

et

$$\begin{aligned}v_{sd} &= R_s \dot{i}_{sd} + \dot{\phi}_{sd} - \dot{\theta}_s \phi_{sq} \\ v_{sq} &= R_s \dot{i}_{sq} + \dot{\phi}_{sq} + \dot{\theta}_s \phi_{sd} \\ v_{rd} &= 0 = R_r \dot{i}_{rd} + \dot{\phi}_{rd} - \dot{\theta}_r \phi_{rq} \\ v_{rq} &= 0 = R_r \dot{i}_{rq} + \dot{\phi}_{rq} + \dot{\theta}_r \phi_{rd}\end{aligned}\quad (2.9)$$

Pour simplifier les expressions, on note  $\begin{cases} \dot{\theta}_s = \omega_s \\ \dot{\theta} = p\Omega \\ \dot{\theta}_r = \omega_r = \omega_s - p\Omega \\ \sigma = 1 - (M_{sr}^2/L_s L_r) \end{cases}$ .

Les relations entre flux et courants sont :

$$\begin{aligned}\dot{i}_{sd} &= \frac{1}{\sigma L_s} \dot{\phi}_{sd} - \frac{1-\sigma}{\sigma M_{sr}} \dot{\phi}_{rd} \\ \dot{i}_{sq} &= \frac{1}{\sigma L_s} \dot{\phi}_{sq} - \frac{1-\sigma}{\sigma M_{sr}} \dot{\phi}_{rq} \\ \dot{i}_{rd} &= \frac{1}{\sigma L_r} \dot{\phi}_{rd} - \frac{1-\sigma}{\sigma M_{sr}} \dot{\phi}_{sd} \\ \dot{i}_{rq} &= \frac{1}{\sigma L_r} \dot{\phi}_{rq} - \frac{1-\sigma}{\sigma M_{sr}} \dot{\phi}_{sq}\end{aligned}\quad (2.10)$$

Le couple électromagnétique est :

$$T_e = \frac{pM_{sr}}{L_r} (\phi_{rd} \dot{i}_{sq} - \phi_{rq} \dot{i}_{sd}) \quad (2.11)$$

L'équation (2.11) montre que le couple est proportionnel à un produit vectoriel représentant une expression non linéaire.

Pour obtenir le modèle complet de la machine asynchrone, il faut ajouter l'équation mécanique :

$$\dot{\Omega} = \frac{T_e}{J} - \frac{T_l}{J} - \frac{f_v}{J} \Omega \quad (2.12)$$

## 2.3 Modèle d'état non linéaire

La représentation du modèle d'état consiste à définir le vecteur d'état  $x$ , le vecteur d'entrée  $u$  et le vecteur de sortie  $y$ . D'une manière générale, le flux de la machine asynchrone est difficilement accessible, alors on choisit comme vecteur de sortie mesuré les courants statoriques.

**Remarque 1** Dans le cas de la commande avec capteur de vitesse, la vitesse peut être considérée comme une sortie mesurée. Généralement, le couple de charge est considéré comme une entrée (souvent inconnue). Dans la suite de nos travaux il sera considéré comme une variable d'état pour pouvoir l'estimer.

Le vecteur d'entrée est composé des tensions statoriques. Le vecteur d'état est constitué des grandeurs électriques (courants), grandeurs magnétiques (flux) et grandeur mécanique (vitesse). Pour les grandeurs magnétiques, nous avons préféré les flux rotoriques aux flux statoriques, ce qui permet l'orientation du repère selon le champ rotorique.

### 2.3.1 Modèle d'état dans le repère tournant généralisé $dq$

Dans ce repère, le vecteur d'état  $x$ , le vecteur d'entrée  $u$  et le vecteur de sortie  $y$  sont respectivement :

$$x_{dq} = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \\ \Omega \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \\ T_l \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix}.$$

En remplaçant les courants rotoriques et les flux statoriques dans (2.9) par leurs expressions (2.10), et le couple électromagnétique dans l'équation (2.12) par son expression (2.11), on trouve les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{i}_{sd} &= -\gamma i_{sd} + \omega_s i_{sq} + ba\phi_{rd} + bp\Omega\phi_{rq} + m_1 v_{sd} \\ \dot{i}_{sq} &= -\omega_s i_{sd} - \gamma i_{sq} - bp\Omega\phi_{rd} + ba\phi_{rq} + m_1 v_{sq} \\ \dot{\phi}_{rd} &= aM_{sr}i_{sd} - a\phi_{rd} + (\omega_s - p\Omega)\phi_{rq} \\ \dot{\phi}_{rq} &= aM_{sr}i_{sq} - (\omega_s - p\Omega)\phi_{rd} - a\phi_{rq} \\ \dot{\Omega} &= m(\phi_{rd}i_{sq} - \phi_{rq}i_{sd}) - c\Omega - \frac{1}{J}T_l \end{aligned} \quad (2.13)$$

Les paramètres  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $\gamma$ ,  $\sigma$ ,  $m$  et  $m_1$  sont définis par :

$$\begin{aligned} a &= R_r/L_r, & b &= M_{sr}/\sigma L_s L_r, & c &= f_v/J \\ \gamma &= \frac{L_r^2 R_s + M_{sr}^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2}, & \sigma &= 1 - (M_{sr}^2/L_s L_r), \\ m &= pM_{sr}/JL_r, & m_1 &= 1/\sigma L_s. \end{aligned}$$

Le modèle non linéaire d'état de la machine asynchrone dans un repère tournant généralisé  $dq$  (Fig. 2.2) est :

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{sd} \\ \dot{i}_{sq} \\ \dot{\phi}_{rd} \\ \dot{\phi}_{rq} \\ \dot{\Omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma i_{sd} + \omega_s i_{sq} + ba\phi_{rd} + bp\Omega\phi_{rq} \\ -\omega_s i_{sd} - \gamma i_{sq} - bp\Omega\phi_{rd} + ba\phi_{rq} \\ aM_{sr}i_{sd} - a\phi_{rd} + (\omega_s - p\Omega)\phi_{rq} \\ aM_{sr}i_{sq} - (\omega_s - p\Omega)\phi_{rd} - a\phi_{rq} \\ m(\phi_{rd}i_{sq} - \phi_{rq}i_{sd}) - c\Omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \\ T_l \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Dans le modèle (2.14), le couple de charge  $T_l$  est considéré comme une perturbation. Dans le cas de la commande sans capteur mécanique, il est nécessaire d'estimer le couple de charge. Le vecteur d'état  $x$  est étendu en introduisant le couple de charge  $T_l$  comme variable d'état. Nous supposons que le couple charge varie lentement, l'équation différentielle correspondante est :

$$\frac{d(T_l)}{dt} = 0 \quad (2.15)$$

Le modèle d'état non linéaire étendu de la machine asynchrone dans le repère tournant généralisé  $dq$  est :

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{sd} \\ \dot{i}_{sq} \\ \dot{\phi}_{rd} \\ \dot{\phi}_{rq} \\ \dot{\Omega} \\ \dot{T}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma i_{sd} + \omega_s i_{sq} + ba\phi_{rd} + bp\Omega\phi_{rq} \\ -\omega_s i_{sd} - \gamma i_{sq} - bp\Omega\phi_{rd} + ba\phi_{rq} \\ aM_{sr}i_{sd} - a\phi_{rd} + (\omega_s - p\Omega)\phi_{rq} \\ aM_{sr}i_{sq} - (\omega_s - p\Omega)\phi_{rd} - a\phi_{rq} \\ m(\phi_{rd}\dot{i}_{sq} - \phi_{rq}\dot{i}_{sd}) - c\Omega - \frac{1}{J}T_l \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

avec  $x_{edq} = [i_{sd} \ i_{sq} \ \phi_{rd} \ \phi_{rq} \ \Omega \ T_l]^T$

### 2.3.2 Modèle d'état dans le repère fixe $\alpha\beta$ lié au stator

Le modèle d'état non linéaire dans le repère fixe  $\alpha\beta$  se déduit directement du modèle  $dq$  (2.14), en imposant l'angle de projection  $\theta_s$  ainsi que sa dérivée égaux à zéro ( $\theta_s = 0$  et  $\dot{\theta}_s = \omega_s = 0$ ). Le vecteur d'état  $x$ , le vecteur d'entrée  $u$  et le vecteur de sortie  $y$  pour ce repère sont respectivement :

$$x_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \phi_{r\alpha} \\ \phi_{r\beta} \\ \Omega \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix}.$$

Le modèle d'état est :

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{s\alpha} \\ \dot{i}_{s\beta} \\ \dot{\phi}_{r\alpha} \\ \dot{\phi}_{r\beta} \\ \dot{\Omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma i_{s\alpha} + ba\phi_{r\alpha} + bp\Omega\phi_{r\beta} \\ -\gamma i_{s\beta} - bp\Omega\phi_{r\alpha} + ba\phi_{r\beta} \\ aM_{sr}i_{s\alpha} - a\phi_{r\alpha} - p\Omega\phi_{r\beta} \\ aM_{sr}i_{s\beta} + p\Omega\phi_{r\alpha} - a\phi_{r\beta} \\ m(\phi_{r\alpha}\dot{i}_{s\beta} - \phi_{r\beta}\dot{i}_{s\alpha}) - c\Omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ T_l \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Le modèle d'état étendu (le couple de charge est une variable d'état) est :

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{s\alpha} \\ \dot{i}_{s\beta} \\ \dot{\phi}_{r\alpha} \\ \dot{\phi}_{r\beta} \\ \dot{\Omega} \\ \dot{T}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma i_{s\alpha} + ba\phi_{r\alpha} + bp\Omega\phi_{r\beta} \\ -\gamma i_{s\beta} - bp\Omega\phi_{r\alpha} + ba\phi_{r\beta} \\ aM_{sr}i_{s\alpha} - a\phi_{r\beta} - p\Omega\phi_{r\beta} \\ aM_{sr}i_{s\beta} + p\Omega\phi_{r\alpha} - a\phi_{r\beta} \\ m(\phi_{r\alpha}\dot{i}_{s\beta} - \phi_{r\beta}\dot{i}_{s\alpha}) - c\Omega - \frac{1}{J}T_l \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

avec  $x_{e\alpha\beta} = [i_{s\alpha} \ i_{s\beta} \ \phi_{r\alpha} \ \phi_{r\beta} \ \Omega \ T_l]^T$

**Remarque 2** Dans les modèles (2.17) et (2.18), nous avons exprimé les grandeurs statoriques et rotoriques dans le même système d'axes  $\alpha\beta$  (correspondant aux axes  $s_\alpha$  et  $s_\beta$  sur la figure (Fig. 2.1)) parce que ces modèles sont développés à partir du modèle généralisé  $dq$  ((2.14) et (2.16)).



### 2.3.3 Modèle d'état dans le repère tournant $dq$ lié au flux rotorique

Les modèles d'état (2.14) et (2.16) dans un repère  $dq$  généralisé dépendent de la pulsation statorique  $\omega_s$ . Cette pulsation peut être calculée en supposant une orientation parfaite du repère  $dq$  c'est-à-dire que l'axe  $d$  coïncide avec le vecteur flux rotorique, par conséquent, la composante du flux en quadrature, ainsi que sa dérivée s'annulent.

$$\phi_{rq} = \dot{\phi}_{rq} = 0 \quad (2.19)$$

de (2.14) et (2.19) on obtient :

$$\dot{\rho} = \omega_s = p\Omega + \frac{aM_{sr}}{\phi_{rd}}i_{sq} \quad (2.20)$$

L'équation du couple électromagnétique (2.11) devient :

$$T_e = \frac{pM_{sr}}{L_r}\phi_{rd}i_{sq} \quad (2.21)$$

Le modèle non linéaire de la machine asynchrone dans le repère tournant lié au champ rotorique découle directement du modèle généralisé (2.14), en remplaçant la pulsation statorique  $\omega_s$  et l'équation différentielle de  $\phi_{rq}$  par celle de l'angle du champ  $\rho$  obtenu par (2.20)

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{sd} \\ \dot{i}_{sq} \\ \dot{\phi}_{rd} \\ \dot{\rho} \\ \dot{\Omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma i_{sd} + ab\phi_{rd} + p\Omega i_{sq} + a\frac{M_{sr}}{\phi_{rd}}i_{sq}^2 \\ -\gamma i_{sq} - bp\Omega\phi_{rd} - p\Omega i_{sd} - a\frac{M_{sr}}{\phi_{rd}}i_{sd}i_{sq} \\ -a\phi_{rd} + aM_{sr}i_{sd} \\ p\Omega + a\frac{M_{sr}}{\phi_{rd}}i_{sq} \\ m\phi_{rd}i_{sq} - c\Omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \\ T_l \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

**Remarque 3** De l'équation (2.20), on a  $\omega_r = \omega_s - p\Omega$ , où  $\omega_r = \frac{aM_{sr}}{\phi_{rd}}i_{sq}$  est la pulsation de glissement. On retrouve bien une propriété physique de la machine asynchrone en régime permanent.

## 2.4 Observabilité de la machine asynchrone sans capteur mécanique

L'étude de l'observabilité de la machine asynchrone est traitée dans (Lubineau, 1999), (Canudas, 2000) (Ibarra, 2004), (Ghanes, 2005) et (Ghanes, 2006b). Dans la suite de ces travaux, plus particulièrement les travaux de (Ghanes, 2005) et (Ghanes, 2006b), nous allons donner des conditions suffisantes de perte d'observabilité de la machine asynchrone. Dans (Ghanes, 2005) et (Ghanes, 2006b) l'étude est effectuée en utilisant le modèle (2.18). Dans cette section nous effectuerons une étude similaire en utilisant le modèle (2.16) qui sera utilisé dans la suite de la thèse.

Le problème de l'observabilité des systèmes non linéaires est complexe car l'observabilité peut dépendre de l'entrée du système. Les critères généraux permettant d'affirmer qu'un système non linéaire est ou n'est pas observable sont délicats à mettre en oeuvre ( (Ghanes,

2005), (Herman, 1977), (Besançon, 1996b)). Nous allons utiliser, le critère de rang d'observabilité générique (Conte, 1999), (Ghanes, 2005)) dans nos études.

Soit le système non linéaire de la forme

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y = h(x(t)) \end{cases} \quad (2.23)$$

où  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  représente l'état,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  l'entrée et  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  la sortie.  $f(.,.)$  et  $h(.)$  sont des fonctions analytiques.

**Définition 1** *Espace d'observabilité générique, (Conte, 1999), (Ghanes, 2005)).*  
Soit le système (2.23). L'espace d'observabilité générique est défini par  $\mathcal{O} = \mathcal{X} \cap (\mathcal{Y} + \mathcal{U})$ , avec :

$$\begin{aligned} \mathcal{X} &= \text{Span}_K dx \\ \mathcal{U} &= \text{Span}_K du^{(v)}, v \geq 0 \\ \mathcal{Y} &= \text{Span}_K dy^{(w)}, w \geq 0 \end{aligned}$$

où  $K$  est l'ensemble des fonctions méromorphes.

Le système (2.23) est génériquement observable si et seulement si :

$$\dim \mathcal{O} = n. \quad (2.24)$$

Supposons que la condition de rang d'observabilité générique (2.24) soit satisfaite. On peut alors vérifier :

$$\text{rang} \mathcal{K} \begin{bmatrix} dy \\ d\dot{y} \dots \\ dy^{(n-1)} \end{bmatrix} = n.$$

Un critère seulement suffisant est :

$$\text{le jacobien de } \frac{\partial(y, \dots, y^{(n-1)})}{\partial(x_1, \dots, x_n)} \text{ est de rang plein.} \quad (2.25)$$

### 2.4.1 Observabilité de la machine avec mesure de vitesse

Considérons le modèle de la machine asynchrone (2.16) où la vitesse est mesurée (elle est donc considérée comme une sortie).

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (2.26)$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \\ \Omega \\ T_l \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix}, \quad h(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} bax_3 + bpx_5x_4 - \gamma x_1 + \omega_s x_2 \\ bax_4 - bpx_5x_3 - \gamma x_2 - \omega_s x_1 \\ -ax_3 + (\omega_s - px_5)x_4 + aM_{sr}x_1 \\ -ax_4 - (\omega_s - px_5)x_3 + aM_{sr}x_2 \\ m(x_3x_2 - x_4x_1) - cx_5 - \frac{1}{J}x_6 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Soit l'ensemble de fonctions  $C^\infty$   $P_0(x)$  obtenue à partir des mesures et leurs dérivées respectives de la façon suivante.

$$P_0(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_5 \\ \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_5 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix}.$$

Le jacobien  $J_0$  de  $P_0(x)$  par rapport à l'état  $x$  permet de caractériser l'observabilité du système (2.26) au sens du rang :

$$J_0(x) = \frac{\partial(P_0(x))}{\partial(x)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma & \omega_s & ba & bpx_5 & bpx_4 & 0 \\ -\omega_s & -\gamma & -bpx_5 & ba & -bpx_3 & 0 \\ -mx_4 & mx_3 & mx_2 & mx_1 & -c & -\frac{1}{J} \end{bmatrix}.$$

Le déterminant  $D_0$  de  $J_0(x)$  est :

$$D_0 = -\frac{b^2}{J}(a^2 + (px_5)^2)$$

Le déterminant  $D_0$  étant différent de zéro quelque soit la vitesse alors la matrice  $J_0(x)$  est de rang plein. La machine asynchrone avec mesure de vitesse et de courants est donc observable.

**Remarque 4** *Le déterminant  $D_0$  est indépendant de la pulsation statorique  $\omega_s$ . Ce qui nous donne un résultat identique à celui obtenu dans (Ghanes, 2005) à partir du modèle (2.18).*

## 2.4.2 Observabilité de la machine sans mesure de vitesse (Ghanes, 2005)

L'objectif principal de ces travaux est la commande sans capteur mécanique c'est-à-dire sans capteur de vitesse et sans capteur de couple. Dans la suite, l'étude de l'observabilité

sera faite en considérant la vitesse non mesurable.

Considérons le modèle de la machine asynchrone (2.16) où la vitesse n'est pas mesurée.

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (2.27)$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \\ \Omega \\ T_l \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix}, \quad h(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} bax_3 + bpx_5x_4 - \gamma x_1 + \omega_s x_2 \\ bax_4 - bpx_5x_3 - \gamma x_2 - \omega_s x_1 \\ -ax_3 + (\omega_s - px_5)x_4 + aM_{sr}x_1 \\ -ax_4 - (\omega_s - px_5)x_3 + aM_{sr}x_2 \\ m(x_3x_2 - x_4x_1) - cx_5 - \frac{1}{J}x_6 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Soit l'ensemble de fonctions  $C^\infty$   $P_1(x)$  généré à partir des mesures et leurs dérivées respectives de la façon suivante.

$$P_1(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ h_1^{(2)} \\ h_2^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ x_1^{(2)} \\ x_2^{(2)} \end{bmatrix}.$$

Le jacobien  $J_1$  de  $P_1(x)$  par rapport à l'état  $x$  permet de caractériser l'observabilité du système (2.27) au sens du rang :

$$J_1(x) = \frac{\partial(P_1(x))}{\partial(x)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\gamma & \omega_s & ba & bpx_5 & bpx_4 & 0 \\ -\omega_s & -\gamma & -bpx_5 & ba & -bpx_3 & 0 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 & b_6 \end{bmatrix}$$

où

$$\begin{aligned} a_1 &= \gamma^2 - bM_{sr}a^2 - bpmx_4^2 - \omega_s^2 \\ a_2 &= bpmx_3x_4 + bpaM_{sr}x_5 + \dot{\omega}_s - 2\gamma\omega_s \\ a_3 &= -ba^2 + bpmx_2x_4 + bp^2x_5^2 - \gamma ba - 2bpx_5\omega_s \\ a_4 &= -2bapx_5 + bp(mx_2x_3 - mx_4x_1 - cx_5 - \frac{x_6}{J}) - \gamma bpx_5 - bpmx_4x_1 - 2ba\omega_s \\ a_5 &= -bapx_4 - bpcx_4 + bp(-ax_4 + px_5x_3 + aM_{sr}x_2) - \gamma bpx_4 + bp^2x_5x_3 - 2bpx_3\omega_s \\ a_6 &= -\frac{bp}{J}x_4 \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
b_1 &= bpmx_3x_4 - bpaM_{sr}x_5 - \dot{\omega}_s + 2\gamma\omega_s \\
b_2 &= \gamma^2 + bM_{sr}a^2 - bpmx_3^2 - \omega_s^2 \\
b_3 &= 2bapx_5 - bp(mx_2x_3 - mx_4x_1 - cx_5 - \frac{x_6}{J}) + \gamma bpx_5 - bpmx_2x_3 - 2ba\omega_s \\
b_4 &= -ba^2 + bpmx_1x_3 + bp^2x_5^2 - \gamma ba - 2bpx_5\omega_s \\
b_5 &= bapx_3 + bpcx_3 - bp(-ax_3 - px_5x_3 + aM_{sr}x_1) - \gamma bpx_3 + bp^2x_5x_3 - 2bpx_4\omega_s \\
b_6 &= \frac{bp}{J}x_3
\end{aligned}$$

Le déterminant  $D_1$  de  $J_1(x)$  est :

$$\begin{aligned}
D_1 &= -\frac{b^3p^2}{J}[-(px_5x_3 + ax_4)(x_3a_3 + x_4b_3) \\
&\quad + (ax_3 - px_4x_5)(x_3a_4 + x_4b_4) + (\frac{a}{p^2} - px_5^2)(x_3a_5 + x_4b_5)]
\end{aligned}$$

Vu, les expressions de  $a_3$ ,  $a_4$ ,  $a_5$ ,  $b_3$ ,  $b_4$  et  $b_5$ , le déterminant  $D_1$  de la matrice  $J_1(x)$  est difficile à exploiter. Pour mieux étudier l'observabilité de la machine asynchrone sans capteur de vitesse, nous allons considérer les différents cas particuliers suivants :

### 2.4.3 Cas 1 : $\dot{\Omega} = 0$

Dans le cas où la vitesse de la machine asynchrone est constante, le modèle (2.16) devient :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned}
x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \\ \Omega \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix}, \quad h(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \\
f(x) &= \begin{bmatrix} bax_3 + bpx_5x_4 - \gamma x_1 + \omega_s x_2 \\ bax_4 - bpx_5x_3 - \gamma x_2 - \omega_s x_1 \\ -ax_3 + (\omega_s - px_5)x_4 + aM_{sr}x_1 \\ -ax_4 - (\omega_s - px_5)x_3 + aM_{sr}x_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

Soit les deux ensembles de fonctions  $C^\infty$   $P_2(x)$  et  $P_3(x)$  générés à partir des mesures et leurs dérivées respectives de la façon suivante.

$$P_2(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ \dot{h}_1 \\ h_1^{(2)} \\ h_2 \\ \dot{h}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \dot{x}_1 \\ x_1^{(2)} \\ x_2 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}, \quad P_3(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ \dot{h}_1 \\ h_2 \\ \dot{h}_2 \\ h_2^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \dot{x}_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_2 \\ x_2^{(2)} \end{bmatrix}$$

Les jacobiens  $J_2$  et  $J_3$  respectivement de  $P_2(x)$  et  $P_3(x)$  par rapport à l'état  $x$  permettent de caractériser l'observabilité du système (2.28) au sens du rang :

$$\begin{aligned}
J_2(x) &= \frac{\partial(P_2(x))}{\partial(x)} \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\gamma & \omega_s & ba & bpx_5 & bpx_4 \\ \gamma^2 + ba^2M_{sr} - \omega_s & bM_{sr}apx_5 - 2\omega_s\gamma & b_7 & b_8 & b_9 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_s & -\gamma & -bpx_5 & ba & -bpx_3 \end{bmatrix} \\
J_3(x) &= \frac{\partial(P_3(x))}{\partial(x)} \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\gamma & \omega_s & ba & bpx_5 & bpx_4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_s & -\gamma & -bpx_5 & ba & -bpx_3 \\ -bM_{sr}apx_5 + 2\omega_s\gamma & \gamma^2 + ba^2M_{sr} - \omega_s^2 & b_{10} & b_{11} & b_{12} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

où

$$\begin{aligned}
b_7 &= -ba^2 + bp^2x_5^2 - \gamma ba - 2bp\omega_sx_5 \\
b_8 &= -2bapx_5 - bp\gamma x_5 + 2ba\omega_s \\
b_9 &= -bpa x_4 + bp\dot{x}_4 + bp^2x_5x_3 - \gamma bpx_4 - bp\omega_sx_3 \\
b_{10} &= 2bapx_5 + bp\gamma x_5 - 2ba\omega_s \\
b_{11} &= -ba^2 + bp^2x_5^2 - \gamma ba - 2bp\omega_sx_5 \\
b_{12} &= bpa x_3 - bp\dot{x}_3 + bp^2x_5x_4 + \gamma bpx_3 - bp\omega_sx_4
\end{aligned}$$

Les déterminants respectifs sont alors :

$$D_2 = -b^3p^3(\dot{x}_4 + \omega_sx_3)\left(\frac{a^2}{p^2} + x_5^2\right)$$

$$D_3 = b^3p^3(\dot{x}_3 - \omega_sx_4)\left(\frac{a^2}{p^2} + x_5^2\right)$$

Les deux déterminants  $D_2$  et  $D_3$  montrent que le point  $\dot{x}_4 = -\omega_sx_3$ ,  $\dot{x}_3 = \omega_sx_4$  ou encore  $\dot{x}_4 = \dot{x}_3 = \omega_s = 0$ , apparaît comme une singularité d'observabilité (physique) du système. La condition suffisante de l'observabilité n'est pas satisfaite.

#### 2.4.4 Cas 2 : $\omega_s = 0$

Dans ce cas le modèle de la machine asynchrone (2.16) devient :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (2.29)$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \\ \Omega \\ T_l \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix}, \quad h(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} bax_3 + bpx_5x_4 - \gamma x_1 \\ bax_4 - bpx_5x_3 - \gamma x_2 \\ -ax_3 - px_5x_4 + aM_{sr}x_1 \\ -ax_4 + px_5x_3 + aM_{sr}x_2 \\ m(x_3x_2 - x_4x_1) - cx_5 - \frac{1}{J}x_6 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Soit la fonction  $C^\infty P_4(x)$  générée à partir des mesures et leurs dérivées respectives de la façon suivante.

$$P_4(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ h_1^{(2)} \\ h_1^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ x_1^{(2)} \\ x_2^{(2)} \end{bmatrix}.$$

Le jacobien  $J_4$  de  $P_4(x)$  par rapport à l'état  $x$  permet de caractériser l'observabilité du système (2.29) au sens du rang :

$$J_4(x) = \frac{\partial(P_4(x))}{\partial(x)}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\gamma & 0 & ba & bpx_5 & bpx_4 & 0 \\ 0 & -\gamma & -bpx_5 & ba & -bpx_3 & 0 \\ a_7 & bpx_3x_4 + bpM_{sr}ax_5 & a_8 & a_9 & a_{10} & \frac{-bpx_4}{J} \\ bpx_3x_4 - bpM_{sr}ax_5 & a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & \frac{bpx_3}{J} \end{bmatrix}$$

où

$$\begin{aligned} a_7 &= -bpmx_4^2 + \gamma^2 + bM_{sr}a^2 \\ a_8 &= bpx_4x_2 - \gamma ba - ba^2 + bp^2x_5^2 \\ a_9 &= bp\dot{x}_5 + bpx_4x_1 - \gamma bpx_5 - 2bpa_5 \\ a_{10} &= -bpcx_4 - bp\gamma x_4 - 2bpa_4 + bp^2x_5x_3 + bpaM_{sr}x_2 \\ a_{11} &= -bpmx_3^2 + \gamma^2 + bM_{sr}a^2 \\ a_{12} &= -bp\dot{x}_5 + bpx_3x_2 + \gamma bpx_5 + 2bapx_5 \\ a_{13} &= bpx_3x_1 + \gamma ba + bp^2x_5^2 - ba^2 \\ a_{14} &= bpcx_3 + \gamma bpx_3 + 2bpa_3 - bpM_{sr}ax_1 + 2bp^2x_4x_5 \end{aligned}$$

Le déterminant est alors :

$$D_4 = \frac{b^4 p^3 a}{J} \overbrace{(x_3^2 + x_4^2)}^{\phi_{rd}^2 + \phi_{rq}^2} \left( \dot{x}_5 + \frac{a}{bp} x_5 + \frac{p}{ba} x_5^3 \right) + \frac{b^3 p M_{sr} a^2}{m} \overbrace{m(x_3 x_2 - x_4 x_1)}^{T_e}$$

Le déterminant  $D_4$  est difficile à analyser mais nous pouvons remarquer que les points  $T_e = 0$  et  $\phi_{rd}^2 + \phi_{rq}^2 = 0$ , apparaît comme une singularité d'observabilité (physique) du système. Ce cas présente peu d'intérêt physique du fait que cela reviendrait à avoir un flux nul dans le rotor et le couple électromécanique nul.

### 2.4.5 Cas 3 : $\dot{\phi}_{rd} = \dot{\phi}_{rq} = \omega_s = 0$

Le modèle de la machine asynchrone (2.16) se résume comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (2.30)$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \\ \Omega \\ T_l \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix}, \quad h(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} bax_3 + bpx_5x_4 - \gamma x_1 \\ bax_4 - bpx_5x_3 - \gamma x_2 \\ 0 \\ 0 \\ m(x_3x_2 - x_4x_1) - cx_5 - \frac{1}{J}x_6 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Soit la fonction  $C^\infty P_5(x)$  générée à partir des mesures et leurs dérivées respectives de la façon suivante.

$$P_5(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ h_1^{(2)} \\ h_2^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ x_1^{(2)} \\ x_2^{(2)} \end{bmatrix}.$$



Le jacobien  $J_5$  de  $P_5(x)$  par rapport à l'état  $x$  permet de caractériser l'observabilité du système (2.30) au sens du rang :

$$J_5(x) = \frac{\partial(P_5(x))}{\partial(x)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\gamma & 0 & ba & bpx_5 & bpx_4 & 0 \\ 0 & -\gamma & -bpx_5 & ba & -bpx_3 & 0 \\ a'_7 & bpmx_3x_4 & a'_8 & a'_9 & a'_{10} & \frac{-bpx_4}{J} \\ bpmx_3x_4 & a'_{11} & a'_{12} & a'_{13} & a'_{14} & \frac{bpx_3}{J} \end{bmatrix}$$

où

$$\begin{aligned} a'_7 &= -bpmx_4^2 + \gamma^2 \\ a'_8 &= bpmx_4x_2 - \gamma ba \\ a'_9 &= bp\dot{x}_5 + bpmx_4x_1 - \gamma bpx_5 \\ a'_{10} &= -bpcx_4 - bp\gamma x_4 \\ a'_{11} &= -bpmx_3^2 + \gamma^2 \\ a'_{12} &= -bp\dot{x}_5 + bpmx_3x_2 + \gamma bpx_5 \\ a'_{13} &= bpmx_3x_1 + \gamma ba \\ a'_{14} &= bpcx_3 + \gamma bpx_3 \end{aligned}$$

Le déterminant est :

$$D_5 = \frac{b^4 p^3 a}{J} \overbrace{(x_3^2 + x_4^2)}^{\phi_{rd}^2 + \phi_{rq}^2} \dot{x}_5$$

Le déterminant  $D_5$  s'annule pour  $\phi_{rd}^2 + \phi_{rq}^2 = 0$  ou  $\dot{x}_5 = 0$ . Le cas  $\phi_{rd}^2 + \phi_{rq}^2 = 0$ , présente peu d'intérêt du fait que cela reviendrait à avoir un flux nul dans le rotor.  $\dot{x}_5 = 0$  implique que la vitesse est constante. Nous pouvons donc conclure que le déterminant s'annule si la vitesse est constante. Par conséquent l'observabilité du système (2.30) ne peut être établie en toute circonstance, en particulier les régimes permanents à vitesse constante, pulsation statorique ( $\omega_s$ ) nulle,  $\phi_{rd}$  et  $\phi_{rq}$  constants restent singuliers.

### Remarque 5

- *Le dernier point (cas 3) est très important pour la suite, en effet la commande par orientation de flux impose  $\phi_{rd}$  constant et  $\phi_{rq}$  nul. Alors l'observabilité du système (2.30) n'est plus vérifiée lorsque la vitesse est constante (régime permanent) et la pulsation statorique nulle.*
- *A partir du **Cas 1** et **Cas 3**, nous pouvons conclure qu'il n'est pas possible de vérifier l'observabilité de la machine asynchrone en utilisant seulement les mesures et leurs dérivées supérieures jusqu'à l'ordre 2.*

Nous allons essayer de savoir si, on peut retrouver ou pas l'observabilité de la machine asynchrone en utilisant les mesures (les courants statoriques) et leurs dérivées supérieures

à l'ordre 2 dans le cas où la vitesse de la machine est constante ( $\dot{\Omega} = 0$ ), les composantes du flux rotorique sont constantes ( $\dot{\phi}_{rd} = \dot{\phi}_{rq} = 0$ ) et la pulsation statorique nulle ( $\omega_s = 0$ ). Ce qui nous donne le cas suivant :

#### 2.4.6 Cas 4 : $\dot{\phi}_{rd} = \dot{\phi}_{rq} = \omega_s = 0$ et $\dot{\Omega} = 0$

Dans ce cas, le modèle de la machine asynchrone (2.16) devient :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (2.31)$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \\ \Omega \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix}, \quad h(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} bax_3 + bpx_5x_4 - \gamma x_1 \\ bax_4 - bpx_5x_3 - \gamma x_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Considérons la fonction suivante :  $C^\infty P_6(x)$  générée à partir des mesures et leurs dérivées respectives de la façon suivante.

$$P_6(x) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ h_1^{(2)} \\ h_2^{(2)} \\ h_1^{(3)} \\ h_2^{(3)} \\ h_1^{(4)} \\ h_2^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ x_1^{(2)} \\ x_2^{(2)} \\ x_1^{(3)} \\ x_2^{(3)} \\ x_1^{(4)} \\ x_2^{(4)} \end{bmatrix}.$$

Soit  $J_6$  le jacobien associé à  $P_6(x)$  par rapport à  $x$  dans l'espace d'observabilité permettant de caractériser l'observabilité au sens du rang :

$$J_5(x) = \frac{\partial(P_5(x))}{\partial(x)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\gamma & 0 & ba & bpx_5 & bpx_4 & 0 \\ 0 & -\gamma & -bpx_5 & ba & -bpx_3 & 0 \\ \gamma^2 & 0 & -\gamma ba & -\gamma bpx_5 & -\gamma bpx_4 & 0 \\ 0 & \gamma^2 & \gamma bpx_5 & -\gamma ba & \gamma bpx_3 & 0 \\ -\gamma^3 & 0 & \gamma^2 ba & \gamma^2 bpx_5 & \gamma^2 bpx_4 & 0 \\ 0 & -\gamma^3 & -\gamma^2 bpx_5 & \gamma^2 ba & -\gamma^2 bpx_3 & 0 \\ \gamma^4 & 0 & -\gamma^3 ba & -\gamma^3 bpx_5 & -\gamma^3 bpx_4 & 0 \\ 0 & \gamma^4 & \gamma^3 bpx_5 & -\gamma^3 ba & \gamma^3 bpx_3 & 0 \end{bmatrix}$$

On remarque que :

$\frac{\partial h_1^{(2)}}{\partial x} = -\gamma \frac{\partial h_1}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial h_2^{(2)}}{\partial x} = -\gamma \frac{\partial h_2}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial h_1^{(3)}}{\partial x} = \gamma^2 \frac{\partial h_1}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial h_2^{(3)}}{\partial x} = \gamma^2 \frac{\partial h_2}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial h_1^{(4)}}{\partial x} = -\gamma^3 \frac{\partial h_1}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial h_2^{(4)}}{\partial x} = \gamma^2 \frac{\partial h_2}{\partial x}$ . Par conséquent l'observabilité du système (2.31) ne peut être établie dans le cas particulier de fonctionnement de la machine où  $\phi_{rd}$ ,  $\phi_{rq}$  sont constants, **pulsation statorique nulle** et **la vitesse est constante** même en utilisant les dérivées d'ordre supérieur des mesures.

## 2.5 Droite d'inobservabilité

A partir de (2.21) la pulsation statorique (2.20) peut être écrite sous la forme suivante :

$$\omega_s = p\Omega + \frac{R_r T_e}{p\phi_{rd}^2} \quad (2.32)$$

$\omega_s = 0$  implique

$$T_e = -K\Omega \quad (2.33)$$

avec  $K = \frac{P^2 \phi_{rd}^2}{R_r}$ .

Si la vitesse de la machine est constante ( $\dot{\Omega} = 0$ ), l'équation dynamique (2.12) devient :

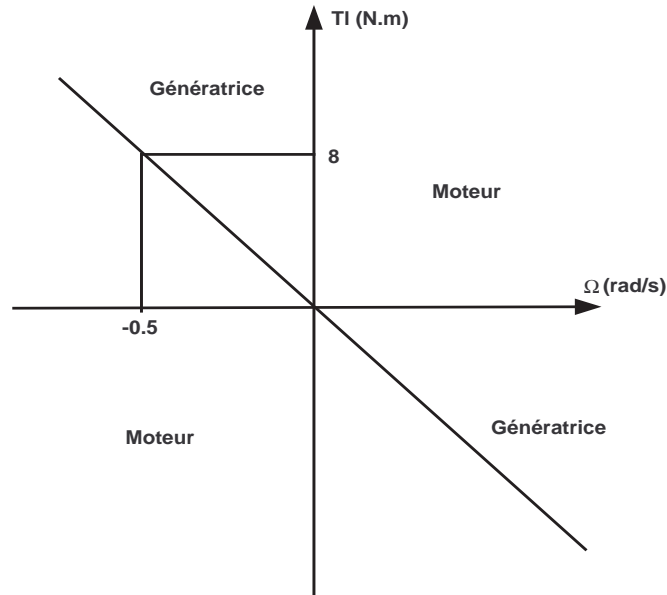
$$T_e = f_v \Omega + T_l. \quad (2.34)$$

De (2.33) et (2.34) on obtient une droite ( Fig. 2.3) dans le plan de couple de charge-vitesse mécanique ( $T_l, \Omega$ ) :

$$T_l = -M\Omega \quad (2.35)$$

avec  $M = \frac{P^2 \phi_{rd}^2}{R_r} + f_v$ .

Cette droite d'inobservabilité se situe dans le deuxième et le quatrième quadrants du plan ( $T_l, \Omega$ ) qui correspond au fonctionnement en génératrice (le couple de charge et la vitesse mécanique sont de signes opposés) comme le montre la figure (Fig. 2.3). Elle est utilisée dans le cahier des charges des variateurs industriels pour caractériser le comportement des régulateurs à basse vitesse.

FIGURE 2.3: Droite d'inobservabilité dans le plan  $(T_l, \Omega)$ .

## 2.6 Benchmark "Observateur Sans Capteur Mécanique" et "Commande sans capteur Mécanique" (Ghanes, 2005)

L'étude de l'observabilité de la machine asynchrone sans capteur de vitesse dans la section précédente, nous a permis de donner une condition suffisante de perte de l'observabilité. Nous avons vu qu'une condition suffisante de perte de l'observabilité de la machine correspond à avoir simultanément la vitesse mécanique constante et la pulsation statorique nulle. Pour cela deux benchmarks (Web, 2003) ont été définis. Le premier est le Benchmark "Observateur Sans Capteur Mécanique" et le second est le Benchmark "Commande Sans Capteur Mécanique". Ces Benchmarks permettent de tester et valider respectivement, les observateurs et les lois de commande sans capteur mécanique sur des trajectoires difficiles prenant en compte les problèmes de perte d'observabilité de la machine asynchrone à très basse vitesse.

### 2.6.1 Benchmark "Observateur Sans Capteur Mécanique"

Le Benchmark observateur sans capteur mécanique est présenté par la figure 2.4. Il permet de tester les observateurs lorsque la machine asynchrone est au voisinage de la zone inobservable (sur et autour de la droite d'inobservabilité (Fig. 2.3)). Les trajectoires de référence du benchmark sont définies de la manière suivante : les valeurs initiales de la

vitesse et de la pulsation statorique ( $\omega_s$ ) sont prises de telle manière que la machine soit dans des conditions observables. Ensuite, la pulsation statorique tend vers zéro tandis que la vitesse mécanique ( $\Omega$ ) reste constante, réalisant ainsi des zones inobservables entre 4 et 5 secondes puis entre 6 et 7 secondes. Entre 4 et 5 secondes, la machine fonctionne avec une accélération constante dans le but de vérifier la convergence des observateurs lorsque la machine est faiblement observable. A la fin de la trajectoire, la machine asynchrone est contrôlée en dehors de la zone inobservable. En pratique, la difficulté principale réside dans le contrôle simultané de la vitesse et de la pulsation statorique tel que la pulsation de glissement ( $\omega_r$ ) ne dépasse pas une valeur limite  $\omega_r = \frac{aM_{sr}}{\phi_{rd}} i_{sq}$ , qui correspond à la valeur maximale du courant statorique admissible. Pour respecter cette condition, il est nécessaire de contrôler la machine par une autre machine de charge qui permet d'imposer la trajectoire de la vitesse. En même temps la pulsation statorique d'alimentation appliquée au stator suit sa référence (Fig. 2.4.a). Des tests de robustesse par rapport à la variation des résistances et des inductances ont été définis dans le cadre de ce benchmark.

Ce benchmark est implanté sur la plate-forme d'essai située à l'IRCCyN. Cette plate-forme est constituée d'une machine asynchrone, d'une machine synchrone, d'un onduleur, d'un variateur industriel, d'un système de commande temps réel dSPACE DS1103 et d'une interface qui permet d'effectuer les mesures de position, de vitesse mécanique, des courants, des tensions et du couple de charge entre la machine testée et la machine de charge. Le logiciel MATLAB-Simulink est utilisé pour développer, simuler et expérimenter les algorithmes de commande ou d'observateur sur la carte de commande temps réel dSPACE. Le logiciel ControlDesk permet de visualiser les différents résultats.

La trajectoire de référence de la pulsation statorique ( $\omega_s$ ) du benchmark observateur est contrôlée par une loi de commande  $U/f$  classique via l'onduleur. Cette loi  $U/f$  est indépendante des mesures de la machine et des variables estimées. La trajectoire de référence de la vitesse mécanique ( $\Omega$ ) est imposée par la machine synchrone (machine de charge) via un variateur industriel utilisant la mesure de la vitesse.

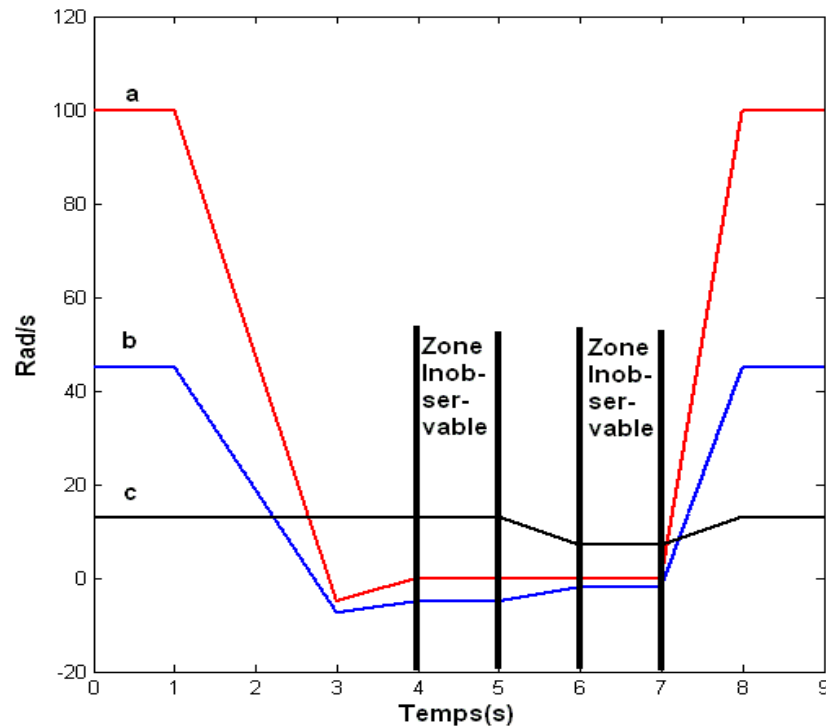


FIGURE 2.4: Trajectoires du Benchmark Observateur : a) pulsation statorique de référence ( $\omega_s$ ) (rad/s), b) vitesse de référence ( $\Omega$ ) (rad/s), c) pulsation de glissement de référence ( $\omega_r$ ) en fonction du temps (s).

### 2.6.2 Benchmark "Commande sans capteur Mécanique"

La motivation principale de ce "Benchmark Commande Sans Capteur Mécanique" (Fig. 2.5) est d'analyser les performances de l'ensemble "Observateur+Commande" sur des trajectoires prenant en compte les problèmes d'observabilité de la machine asynchrone à très basse vitesse. Plus précisément, les valeurs initiales de la vitesse mécanique et du couple de charge sont maintenues à zéro pour permettre au flux de s'établir dans la machine. A  $t = 0.75s$  la vitesse de la machine est portée à 20 rad/s et reste constante jusqu'à  $t = 3s$ . Puis, le couple de charge est appliqué entre 1.5s et 2.5s. Cette première phase permet de tester et d'évaluer les performances de loi de commande sans capteur en basse vitesse avec charge. On accélère, ensuite, la machine jusqu'à atteindre une vitesse haute (100 rad/s), puis, à  $t = 5s$ , on applique à nouveau le couple de charge. Cette deuxième phase a pour but de tester le comportement de la loi de commande sans capteur durant un grand transitoire de vitesse, ainsi que la robustesse en haute vitesse. Ensuite, tout en maintenant le couple de charge, on décélère rapidement la machine, pour atteindre à  $t = 7s$ , une vitesse faible négative qui reste constante jusqu'à  $t = 9s$ . Cette vitesse a été choisie pour obtenir une fréquence statorique nulle. Cette dernière phase permet de mettre en évidence le phénomène d'inobservabilité de la machine à fréquence statorique nulle et à vitesse faible constante. Enfin, les trajectoires amènent la machine en dehors des conditions inobservables.

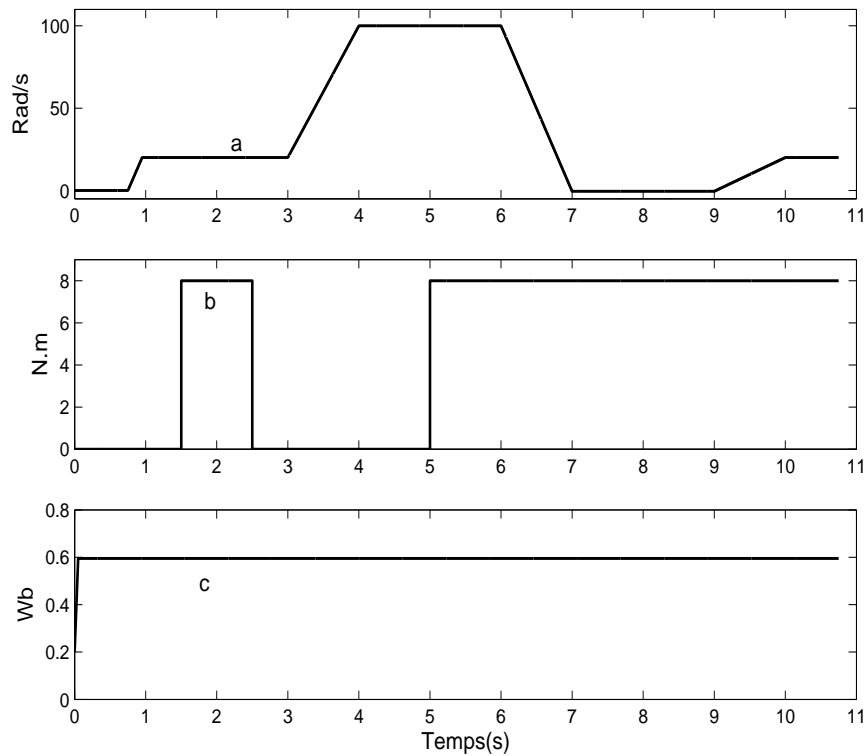


FIGURE 2.5: Trajectoires du benchmark commande : a- vitesse de référence :  $\Omega^*$  (rd/s), b- Couple de charge :  $T_l^*$  (N.m), c-Flux de référence :  $\phi^*$  (Wb).

## 2.7 Essai d'un variateur industriel sur le benchmark commande

Pour optimiser, améliorer les contrôles des procédés, les industriels s'équipent de plus en plus d'entraînements à vitesse variable par moteurs électriques. Il existe de nombreux types d'entraînements à vitesse variable qui se distinguent les uns des autres par les technologies mises en oeuvre, par le type de commande et le type de moteur contrôlé.

Aujourd'hui, on retrouve la machine asynchrone dans de nombreuses applications industrielles à cause de son faible coût par rapport au moteur à courant continu et au moteur synchrone. Cependant, ces avantages ont longtemps été inhibés par la complexité de sa commande. En effet, le couplage non linéaire existant entre le flux magnétique et le couple moteur rend la commande plus délicate. Pour obtenir de bons résultats, des commandes avancées doivent être mises en oeuvre. De plus, la présence des capteurs mécaniques (capteur de vitesse, capteur de couple) rendent la commande coûteuse à cause de leurs coûts d'installation et de leurs fragilités.

C'est pourquoi plusieurs industriels se sont intéressés à la commande sans capteur pour ce type de moteur. C'est ainsi que dans le cadre de ma thèse nous avons testé un variateur de vitesse, afin de mieux comprendre son fonctionnement et de montrer ses performances dans différentes zones de fonctionnement (benchmark commande sans capteur mécanique

Fig.2.5)<sup>1</sup>. Ces tests nous permettront de montrer dans un premier les difficultés de la commande de la machine asynchrone à très basse vitesse (zone inobservable) et dans un second de savoir si ce problème (commande à très basse vitesse) est résolu au niveau industriel. Il faut noter que ce variateur industriel est capable de faire la commande de la machine asynchrone avec ou sans capteur mécanique. Dans nos travaux, nous n'étudierons que la commande sans capteur mécanique en effectuant plusieurs tests.

### 2.7.1 Essai en charge sur une référence de vitesse de type échelon

La figure 2.6 montre le résultat de l'essai lorsque la référence de vitesse est de type échelon. Ce premier test a pour objectif de montrer les performances de la commande sans capteur du variateur en dehors de la zone inobservable et sur des trajectoires "faciles". En termes de suivi de trajectoire, la vitesse de la machine (Fig.2.6.c) suit correctement sa vitesse de référence (Fig.2.6.a). Cependant il existe un écart statique en haute vitesse (Fig.2.7).

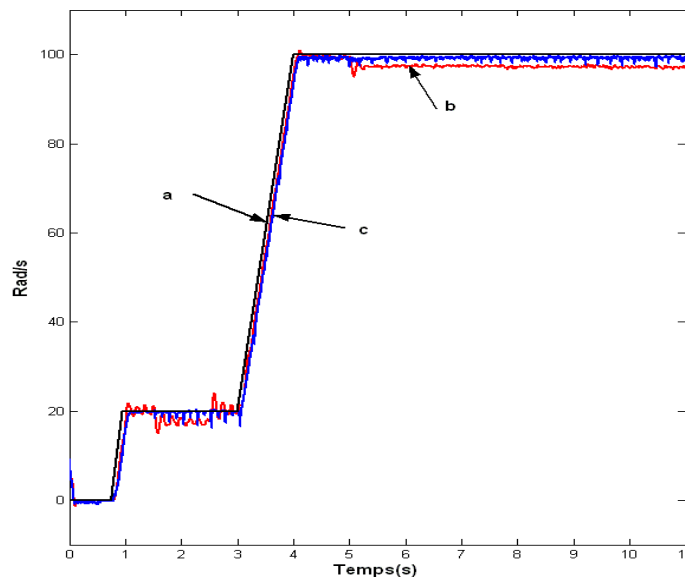


FIGURE 2.6: a) Vitesse de référence, b) Vitesse mesurée, c) Vitesse estimée.

1. [www.irccyn.ec-nantes.fr/hebergement/BancEssai/](http://www.irccyn.ec-nantes.fr/hebergement/BancEssai/)



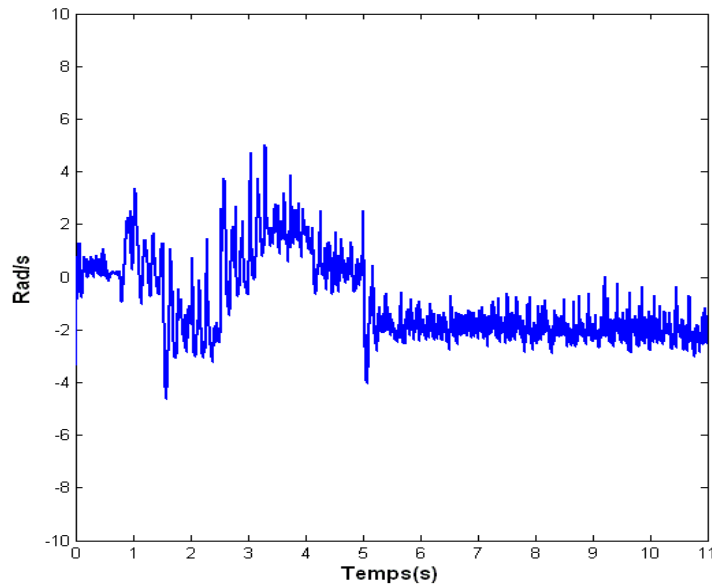


FIGURE 2.7: Erreur entre vitesse mesurée et vitesse estimée.

### 2.7.2 Test du variateur sur le benchmark commande

La motivation principale de cette expérience est de voir les performances du variateur sur le benchmark "Commande sans capteur mécanique" (Web, 2003) que nous avons utilisé pour tester les différentes lois de commande sans capteur mécanique synthétisées.

### 2.7.3 Essai à vide

La figure 2.8 montre le résultat de l'essai du variateur à vide (sans couple de charge). En termes de suivi de trajectoire, la vitesse de la machine (Fig.2.8.c) suit correctement sa vitesse de référence (Fig.2.8.a), même dans les conditions d'inobservabilité de la machine. Il apparaît tout de même une erreur de traînage figure 2.8.

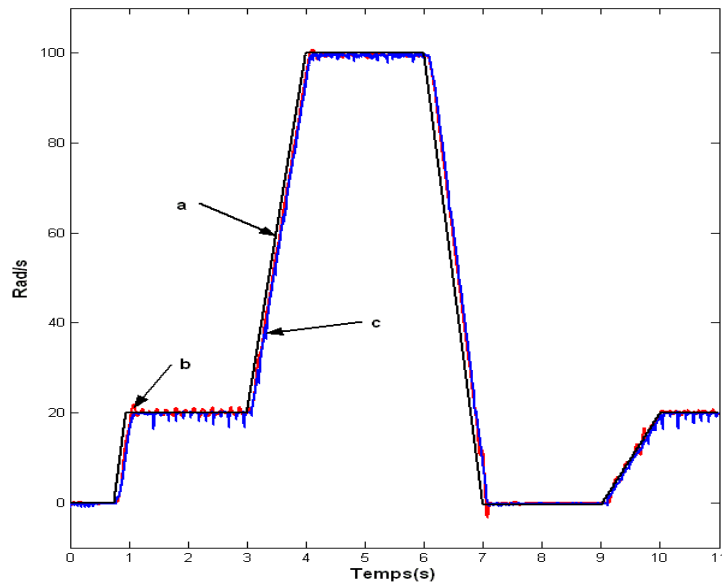


FIGURE 2.8: a) Vitesse de référence, b) Vitesse mesurée, c) Vitesse estimée.

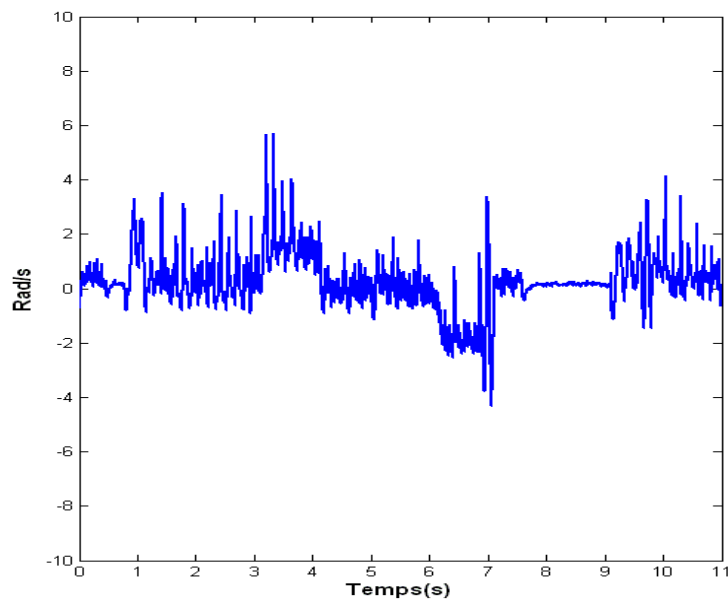


FIGURE 2.9: Erreur entre vitesse mesurée et vitesse estimée.

#### 2.7.4 Essai en charge

Des tests avec différentes valeurs de couple de charge sont effectués dans cette section. Les figures 2.10, 2.12, 2.14 et 2.16 montrent les résultats. De plus, nous avons tracé l'erreur entre la vitesse mesurée et la vitesse estimée pour chaque essai sur les figures 2.11, 2.13, 2.15 et 2.17.

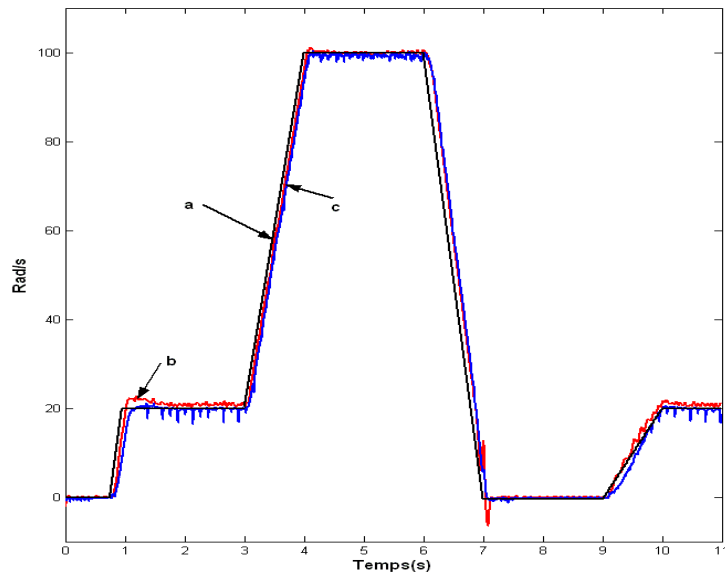


FIGURE 2.10:  $T_{lmax} \approx 1N.m$ , a) Vitesse de référence, b) Vitesse mesurée, c) Vitesse estimée.

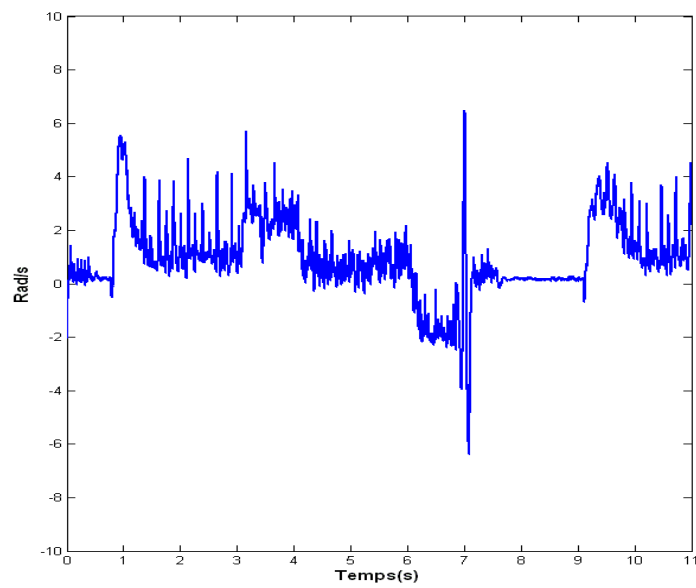


FIGURE 2.11:  $T_{lmax} \approx 1N.m$ , Erreur entre vitesse mesurée et vitesse estimée.

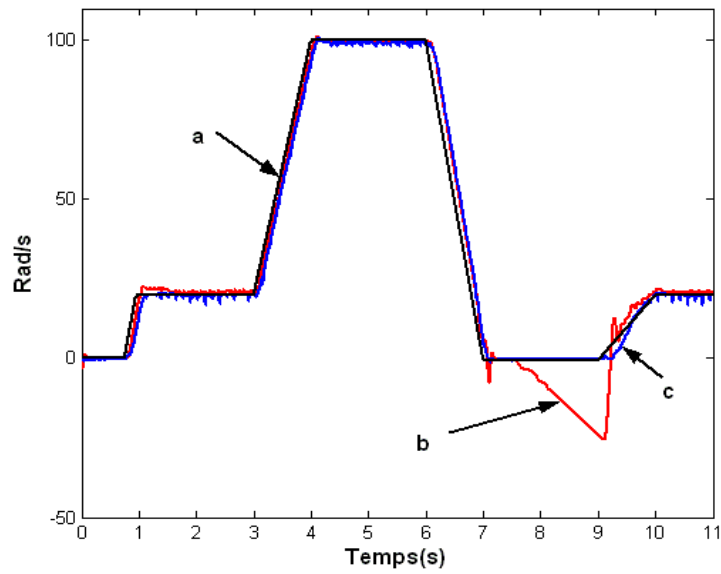


FIGURE 2.12:  $T_{lmax} \approx 2N.m$ , a) Vitesse de référence, b) Vitesse mesurée, c) Vitesse estimée.

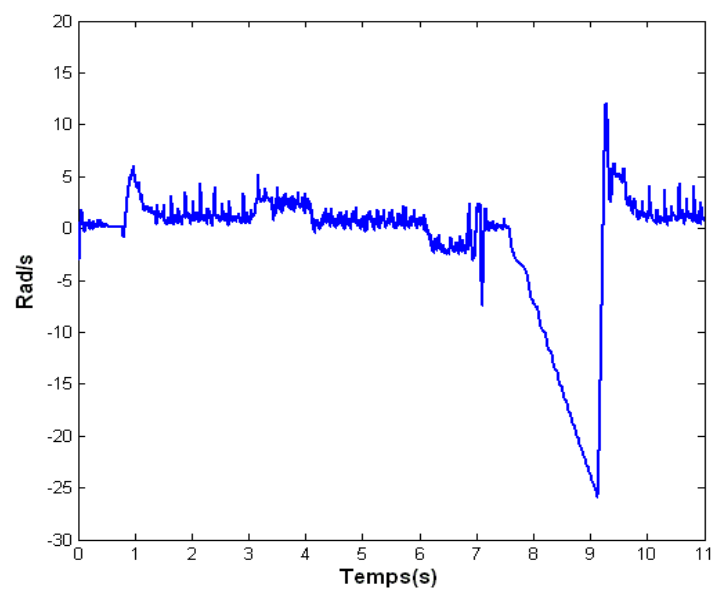


FIGURE 2.13:  $T_{lmax} \approx 2N.m$ , Erreur entre vitesse mesurée et vitesse estimée.

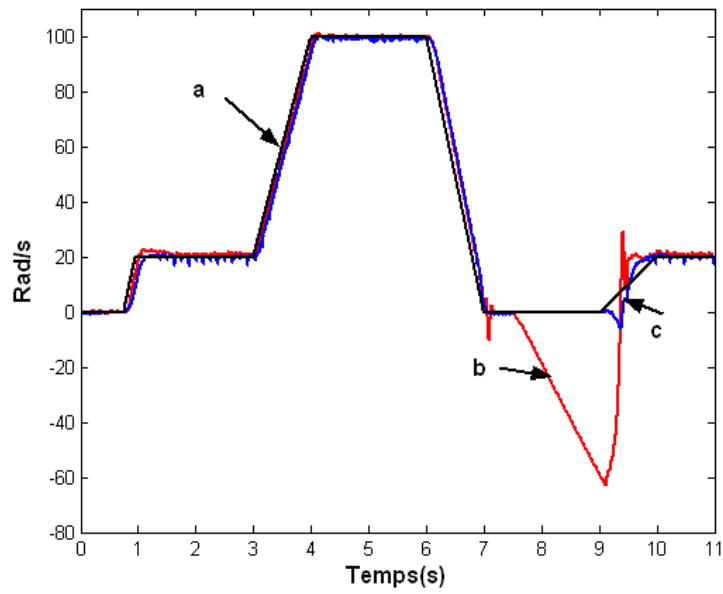


FIGURE 2.14:  $T_{lmax} \approx 3N.m$ , a) Vitesse de référence, b) Vitesse mesurée, c) Vitesse estimée.

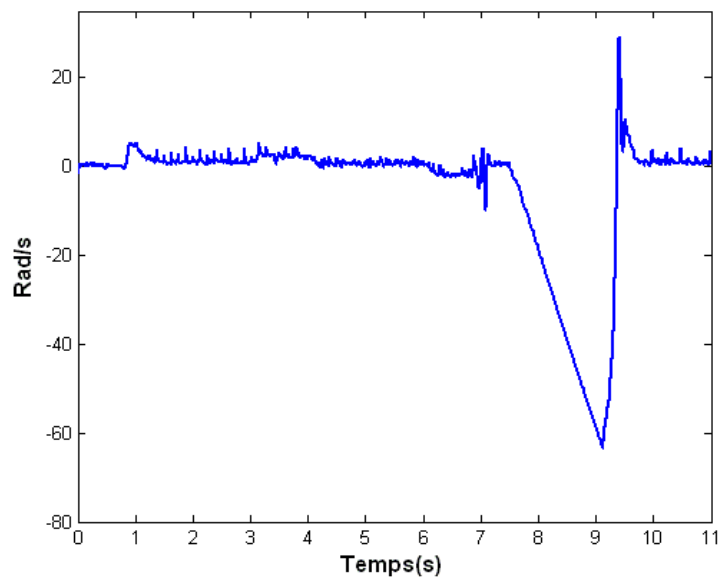


FIGURE 2.15:  $T_{lmax} \approx 3N.m$ , Erreur entre vitesse mesurée et vitesse estimée.

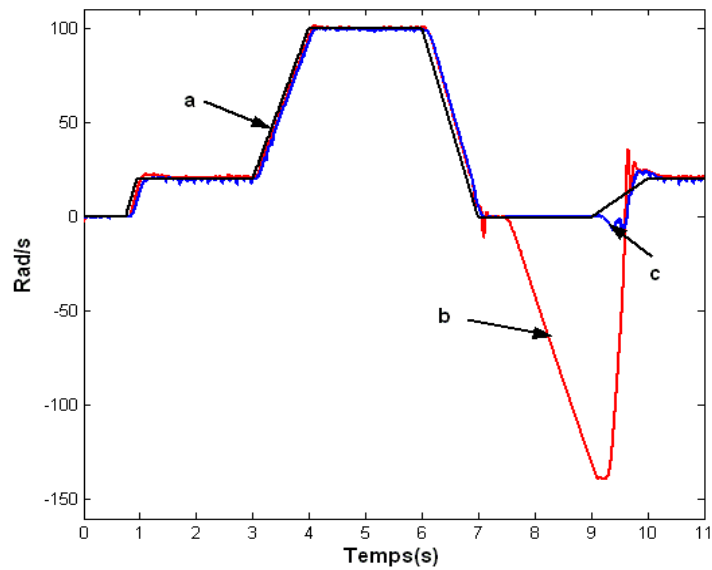


FIGURE 2.16:  $T_{lmax} \approx 5N.m$ , a) Vitesse de référence, b) Vitesse mesurée, c) Vitesse estimée.

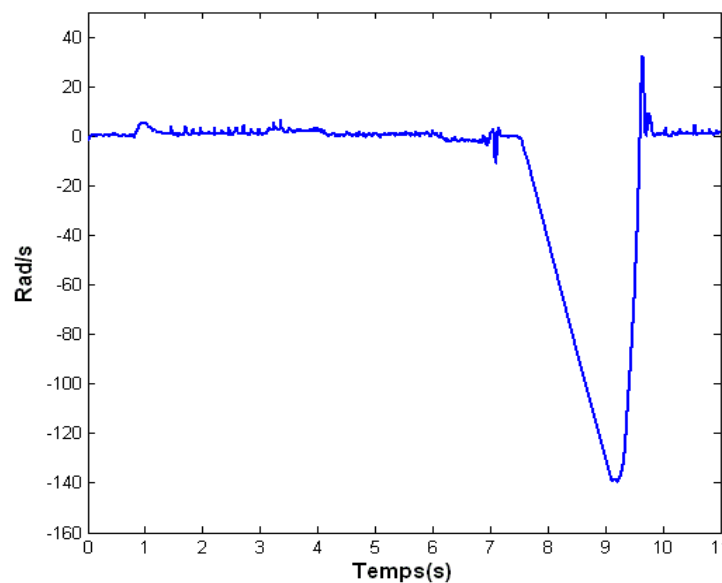


FIGURE 2.17:  $T_{lmax} \approx 5N.m$ , Erreur entre vitesse mesurée et vitesse estimée.

En termes de suivi de trajectoire, on a la même conclusion que pour l'essai à vide. On constate un bon rejet de perturbation en basse et en haute vitesse. Mais il existe un petit écart qui devient de plus en plus important quand le couple de charge augmente (c.f. Fig.2.11, 2.13, 2.15 et 2.17). On peut donc conclure que l'estimation de la vitesse de la machine est sensible au couple de charge. Quand la valeur du couple de charge augmente (Fig.2.16 et 2.17), on a une mauvaise estimation de la vitesse dans la zone

d'inobservabilité de la machine. La loi de commande utilise la vitesse estimée (erronée) pour le contrôle : la vitesse estimée suit la vitesse de référence, mais la vitesse réelle de la machine est très différente de sa référence. La droite d'inobservabilité (Fig. 2.3), se situe dans le deuxième et quatrième quadrant (fonctionnement en génératrice). Elle est utilisée dans le cahier des charges des variateurs industriels pour caractériser le comportement des régulateurs à basse vitesse. Les variateurs industriels peuvent traverser cette droite sans trop de problèmes si les paramètres sont suffisamment bien connus, mais il est souhaitable que ces variateurs puissent fonctionner au voisinage de cette droite.

### 2.7.5 Essai en charge sans passer ou rester dans la zone inobservable

Dans cette partie nous montrons les performances du variateur industriel lorsque le moteur ne passe ou ne reste pas dans la zone inobservable. Les figures 2.18 et 2.19, montrent les résultats. Une comparaison des figures 2.16, 2.18 et 2.19 montre bien que le variateur donne des résultats acceptables, lorsque le moteur est contrôlé en dehors de la zone inobservable.

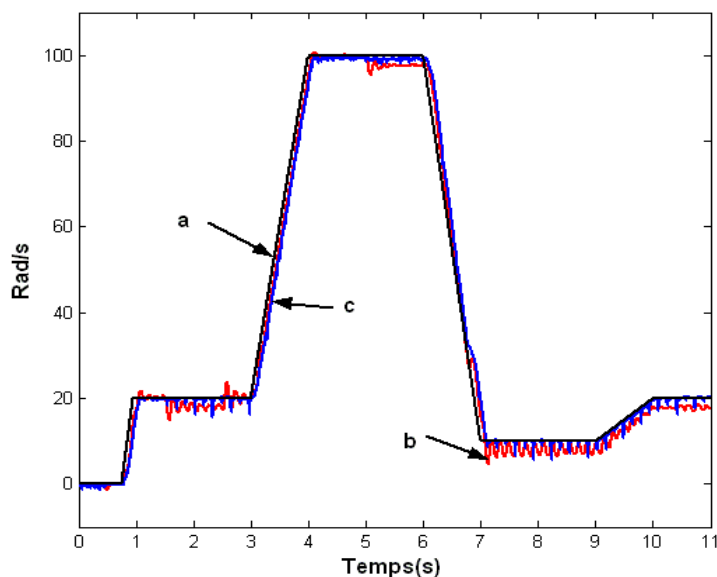


FIGURE 2.18:  $T_{lmax} \approx 5N.m$ , a) Vitesse de référence, b) Vitesse mesurée, c) Vitesse estimée.

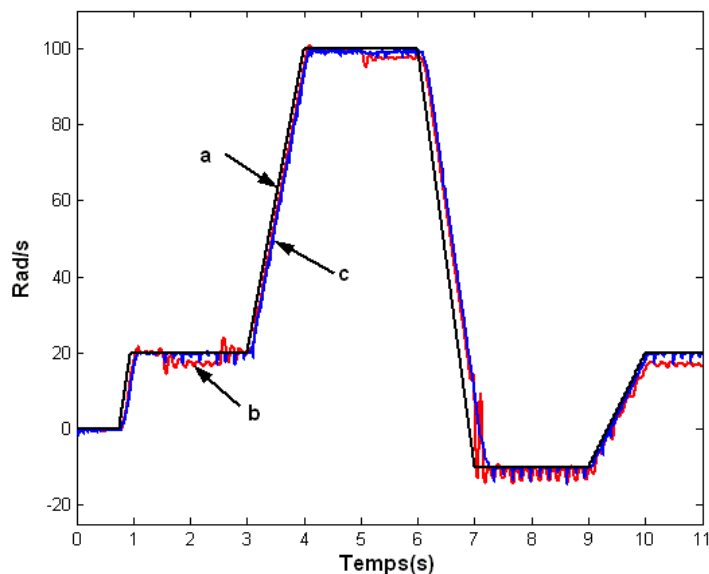


FIGURE 2.19:  $T_{lmax} \approx 5N.m$ , a) Vitesse de référence, b) Vitesse mesurée, c) Vitesse estimée

## 2.8 Conclusion

A travers ce chapitre, nous avons donné dans un premier temps les différents modèles d'état non linéaires de la machine asynchrone. Ensuite, nous avons mené l'étude de l'observabilité de la machine. Cette étude a été faite en utilisant le critère de rang d'observabilité générique. Cet espace est généré par les sorties et leurs dérivées successives.

Nous avons pu dégager deux conclusions :

- La machine asynchrone est observable lorsque la vitesse est mesurée,
- Lorsque la vitesse n'est pas mesurée, l'observabilité de la machine ne peut être établie dans le cas où la vitesse est constante ( $\dot{\Omega} = 0$ ) et la pulsation statorique est nulle ( $\omega_s = 0$ ).

L'étude de l'observabilité de la machine a permis de définir deux benchmarks (Ghanes, 2005). Le premier benchmark est le "Benchmark Observateur Sans Capteur Mécanique" et le second benchmark est le "Benchmark Commande Sans Capteur Mécanique". Les observateurs synthétisés dans le chapitre suivant seront testés et validés sur le premier benchmark et le second benchmark sera utilisé pour tester et valider l'ensemble "Observateur+Commande" dans le chapitre 4.

A la fin de ce chapitre, nous avons étudié un variateur industriel. Cette étude nous a permis de mieux comprendre le fonctionnement du variateur et d'analyser ses performances sur des trajectoires difficiles comme le benchmark "Commande sans capteur mécanique". Nous avons conclu après ces travaux que le variateur a un bon algorithme pour estimer la vitesse, sauf dans les conditions d'inobservabilité, dès que le couple de charge augmente. Le variateur possède aussi une bonne loi de commande car la vitesse estimée suit toujours la référence et il est performant tant que la machine ne reste pas dans la zone inobservable. Enfin nous pouvons conclure que dans un contexte industriel, les constructeurs des variateurs pour la commande sans capteur mécanique de la machine asynchrone doivent tenir



compte de la zone inobservable en améliorant les performances des observateurs. Dans le chapitre 4, nous allons comparer les résultats obtenus par nos lois de commande sur le benchmark "Commande sans capteur mécanique" à ceux obtenus sur le même benchmark par le variateur industriel.

# Chapitre 3

## Elaboration d'observateurs non linéaires pour la machine asynchrone sans capteur mécanique

### 3.1 Introduction

Motivés par la réduction du coût de mise en oeuvre, les industriels cherchent à minimiser le nombre de capteurs utilisés. En effet la présence des capteurs augmente la complexité et le coût de la commande (câblage, coût de maintenance...). La mise en oeuvre de la commande vectorielle ou la commande scalaire pour la machine asynchrone, nécessite non seulement la mesure des courants statoriques (éventuellement des tensions statoriques) mais aussi celle de la vitesse mécanique. Pour ces types de commande, la connaissance du couple de charge est aussi nécessaire afin de rendre la boucle de vitesse moins sensible à cette perturbation. Il faut noter que seule la commande directe en couple pour la machine asynchrone a été imaginée sans capteur de vitesse, dès le début de sa conception. L'utilisation d'un capteur pour mesurer tous ces grandeurs entraîne un surcoût de la commande. Il faut donc trouver d'autres moyens pour obtenir les variables difficilement mesurables comme le couple de charge ou les variables que l'on ne désire pas mesurer (vitesse mécanique, position, flux). La synthèse d'un observateur (capteur logiciel) est une solution à ce problème.

Il existe actuellement dans la littérature plusieurs techniques de synthèse d'un observateur non linéaire pour la machine asynchrone. Nous nous intéressons ici aux méthodes d'observation non linéaires basées sur le modèle de la machine. Un filtre de Kalman étendu et un observateur de Luenberger étendu sont proposés dans (Saheb, 2004) et (Zein, 2000) pour estimer la vitesse mécanique de la machine asynchrone. Ces travaux ont montré que l'observateur de Luenberger étendu diverge brutalement dans les zones à faible vitesse tandis le filtre de Kalman étendu reste exploitable lorsque les paramètres de la machine sont bien connus. Dans (Maes, 2000), (Schauder, 1992), (Kubota, 1993) et (Montanari, 2003) des observateurs adaptatifs sont proposés pour estimer la vitesse mécanique. Par exemple dans (Kubota, 1993), la vitesse estimée est obtenue par le produit croisé de l'erreur du vecteur courant et du vecteur flux. F. Morand dans ses travaux de thèse (Morand, 2005) propose un observateur de type mode glissant et un filtre de Kalman. Cette thèse montre que l'estimation de vitesse est relativement bonne en régime éloigné de la

zone de faible vitesse, mais un léger biais apparaît lorsque le couple de charge augmente. La convergence des observateurs est problématique dans les zones de faible vitesse. Les observateurs cascades ( (Schreier, 2001), (Ghanes, 2005)) peuvent aussi être utilisés pour estimer la vitesse mécanique. Dans (Ghanes, 2005) et (Ghanes, 2006a), un observateur interconnecté à grand gain est proposé pour reconstruire les grandeurs mécaniques (vitesse et couple de charge).

Les méthodes citées auparavant sont testées généralement en haute vitesse et basse vitesse. Mais, peu sont celles qui tiennent compte des problèmes d'inobservabilité dans leurs tests, exceptés ( (Holtz, 2000), (Ghanes, 2005), (Ghanes, 2006a)). Par exemple dans (Holtz, 2000), les auteurs proposent une injection d'un signal haute fréquence au niveau des tensions statoriques pour bien estimer les variables à très basse vitesse.

Dans le chapitre précédent, nous avons vu qu'une condition suffisante de perte de l'observabilité de la machine asynchrone est : vitesse constante et pulsation statorique nulle. Cette étude a abouti à la mise en place d'un "Benchmark Observateur Sans Capteur Mécanique". A notre connaissance dans la littérature seul les travaux de (Ghanes, 2005) et (Ghanes, 2006a) ont pris en considération ce type de benchmark lors des essais expérimentaux. Malheureusement, dans ces travaux, l'observateur diverge lorsque la machine est dans la zone inobservable. Pour palier ce mauvais comportement de l'observateur dans cette zone, les auteurs proposent de commuter alors celui-ci en mode estimateur. Cette commutation est réalisée par le calcul du déterminant  $D_1$  (voir chapitre 2) de la matrice d'observabilité. Lorsque le déterminant tend vers une valeur nulle les gains de l'observateur sont mis à zéro.

Pour l'observation de la machine asynchrone, nous proposons dans ce chapitre deux techniques de synthèse d'observateur non linéaire pour la machine asynchrone : un observateur interconnecté à grand gain et un observateur adaptatif interconnecté. Ces observateurs ont pour but de reconstruire les variables magnétiques (flux) et les variables mécaniques (vitesse et couple de charge) de la machine à partir de l'unique mesure des courants statoriques. Ils sont ensuite testés expérimentalement sur le "Benchmark Observateur Sans Capteur Mécanique" afin d'évaluer leur stabilité et leurs performances en particulier dans la zone inobservable.

Ce chapitre est organisé comme suit : nous présentons l'étude détaillée de la synthèse de l'observateur interconnecté dans un premier temps. Les résultats expérimentaux de cet observateur illustrent bien que la convergence asymptotique ne peut être garantie dans la zone inobservable car les entrées ne sont pas régulièrement persistantes. Ensuite, nous avons introduit la stabilité pratique qui a été utilisée pour prouver la convergence de l'observateur adaptatif interconnecté. Des résultats expérimentaux de ce deuxième observateur, ainsi que la comparaison des performances des deux observateurs sont présentés à fin de ce chapitre.

## 3.2 Observateur interconnecté à grand gain

### 3.2.1 Principe et synthèse de l'observateur interconnecté

**Principe :** Contrairement aux systèmes linéaires, il n'existe pas de méthodes systématiques pour la synthèse des observateurs pour les systèmes non linéaires. Cependant, quelques méthodes sont proposées dans la littérature telle que la méthode des systèmes

interconnectés ( (Besançon, 1996b), (Besançon, 1998), (Ghanes, 2005)). Si le système non linéaire considéré peut être vu comme une interconnection entre plusieurs sous- systèmes, satisfaisant chacun certaines conditions, alors un observateur peut être synthétisé (Besançon, 1998). L'idée de la synthèse de l'observateur interconnecté est alors de concevoir un observateur pour tout le système non linéaire considéré, à partir de la synthèse séparée d'observateurs pour chaque sous-système, en supposant que pour chacun, les variables d'état des autres sous-systèmes sont disponibles ( (Besançon, 1998), (Ghanes, 2005)).

### Synthèse d'un observateur interconnecté

(Traoré, 2006), (Traoré, 2007a), (Besançon, 1998), (Ghanes, 2005)

Dans cette partie, nous allons synthétiser un observateur interconnecté pour la machine asynchrone. Pour cela nous nous inspirons de la méthode utilisée dans (Ghanes, 2005) et (Ghanes, 2006b).

Le modèle de la machine (2.16), peut être réécrit sous la forme suivante :

$$\Sigma_{NL1} : \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (3.1)$$

où  $x = [i_{sd} \ i_{sq} \ \phi_{rd} \ \phi_{rq} \ \Omega \ T_l]^T$ ,  $u = [u_{sd} \ u_{sq}]^T$ ,  $y = [h_1 \ h_2]^T = [i_{sd} \ i_{sq}]^T$

$$f(x) = \begin{bmatrix} ba\phi_{rd} + bp\Omega\phi_{rq} - \gamma i_{sd} + \omega_s i_{sq} \\ ba\phi_{rq} - bp\Omega\phi_{rd} - \gamma i_{sq} - \omega_s i_{sd} \\ -a\phi_{rd} + (\omega_s - p\Omega)\phi_{rq} + aM_{sr}i_{sd} \\ -a\phi_{rq} - (\omega_s - p\Omega)\phi_{rd} + aM_{sr}i_{sq} \\ m(\phi_{rd}i_{sq} - \phi_{rq}i_{sd}) - c\Omega - \frac{1}{J}T_l \\ 0 \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ce modèle (3.1), peut être vu comme une interconnection entre deux sous-systèmes (3.2) et (3.3)

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{sd} \\ \dot{\Omega} \\ \dot{T}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & bp\phi_{rq} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ \Omega \\ T_l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\gamma i_{sd} + ab\phi_{rd} + m_1 u_{sd} + \omega_s i_{sq} \\ m(\phi_{rd}i_{sq} - \phi_{rq}i_{sd}) - c\Omega \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{sq} \\ \dot{\phi}_{rd} \\ \dot{\phi}_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma & -bp\Omega & ab \\ 0 & -a & -p\Omega \\ 0 & p\Omega & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\omega_s i_{sd} + m_1 u_{sq} \\ \omega_s \phi_{rq} + aM_{sr}i_{sd} \\ -\omega_s \phi_{rd} + aM_{sr}i_{sq} \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

Alors, il est possible de représenter les sous-systèmes (3.2) et (3.3) sous la forme compacte interconnectée suivante :

$$\Sigma_1 : \begin{cases} \dot{X}_1 = A_1(X_2)X_1 + g_1(u, y, X_2, X_1) \\ y_1 = C_1 X_1 \end{cases} \quad (3.4)$$

$$\Sigma_2 : \begin{cases} \dot{X}_2 = A_2(X_1)X_2 + g_2(u, y, X_1, X_2) \\ y_2 = C_2 X_2 \end{cases} \quad (3.5)$$

où

$$A_1(X_2) = \begin{bmatrix} 0 & bp\phi_{rq} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2(X_1) = \begin{bmatrix} -\gamma & -bp\Omega & ab \\ 0 & -a & -p\Omega \\ 0 & p\Omega & -a \end{bmatrix}$$

$$g_1(u, y, X_2, X_1) = \begin{bmatrix} -\gamma i_{sd} + ab\phi_{rd} + m_1 u_{sd} + \omega_s i_{sq} \\ m(\phi_{rd} i_{sq} - \phi_{rq} i_{sd}) - c\Omega \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$g_2(u, y, X_1, X_2) = \begin{bmatrix} -\omega_s i_{sd} + m_1 u_{sq} \\ \omega_s \phi_{rq} + aM_{sr} i_{sd} \\ -\omega_s \phi_{rd} + aM_{sr} i_{sq} \end{bmatrix}$$

et  $X_1 = [i_{sd} \ \Omega \ T_l]^T$ ,  $X_2 = [i_{sq} \ \phi_{rd} \ \phi_{rq}]^T$  sont les variables d'état,  $u = [u_{sd} \ u_{sq}]^T$  sont les entrées et  $y = [i_{sd} \ i_{sq}]^T$  sont les sorties.  $C_1 = C_2 = [1 \ 0 \ 0]$ .

**Remarque 6** *Le choix des variables de chaque sous-système a été fait dans le but de séparer les variables mécaniques  $(\Omega, T_l)$  des variables magnétiques  $(\phi_{rd}, \phi_{rq})$ . Il est clair que d'autres choix peuvent être considérés pour représenter le système, pourvu qu'un observateur puisse être conçu.*

**Objectif :** *Notre objectif est de construire un observateur pour le sous-système (3.2) pour estimer les variables mécaniques (vitesse et couple de charge) et un observateur pour le sous-système (3.3) pour reconstruire les variables magnétiques (flux).*

Maintenant, nous allons procéder à la synthèse séparée d'observateur pour chaque sous système satisfaisant certaines propriétés en particulier la propriété d'entrées régulièrement persistantes.

### Définition 2 *Entrée Régulièrement Persistante*

*Une entrée régulièrement persistante est une entrée qui excite suffisamment le système dans le but de garantir son observabilité (Besançon, 1996a).*

Avant de synthétiser les observateurs pour les sous-systèmes (3.2) et (3.3), nous posons les hypothèses suivantes :

#### Hypothèse 1

*Les signaux  $(u, X_2)$  et  $(u, X_1)$  sont des entrées régulièrement persistantes et connues pour  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$ , respectivement.*

#### Hypothèse 2

*$g_1(u, y, X_2, X_1)$  est globalement Lipschitz par rapport à  $X_2, X_1$ , uniformément par rapport à  $(u, y)$ .*

**Remarque 7** *On vérifie aisément que  $A_1(X_2)$  est globalement Lipschitz par rapport à  $X_2$ , que  $A_2(X_1)$  est globalement Lipschitz par rapport à  $X_1$  et que  $g_2(u, y, X_2, X_1)$  est globalement Lipschitz par rapport à  $X_2, X_1$ , uniformément par rapport à  $(u, y)$ .*

Sous les hypothèses 1 et 2, les observateurs pour les sous-systèmes "nominaux" (3.4) et (3.5) sont donnés par :

$$O_1 : \begin{cases} \dot{Z}_1 &= A_1(Z_2)Z_1 + g_1(u, y, Z_2, Z_1) + (\Gamma S_1^{-1} C_1^T + B_2(Z_2))(y_1 - \hat{y}_1) \\ &\quad + (B_1(Z_2) + K C_2^T)(y_2 - \hat{y}_2) \\ \dot{S}_1 &= -\theta_1 S_1 - A_1^T(Z_2)S_1 - S_1 A_1(Z_2) + C_1^T C_1 \\ \hat{y}_1 &= C_1 Z_1 \end{cases} \quad (3.6)$$

$$O_2 : \begin{cases} \dot{Z}_2 &= A_2(Z_1)Z_2 + g_2(u, y, Z_1, Z_2) + S_2^{-1} C_2^T (y_2 - \hat{y}_2) \\ \dot{S}_2 &= -\theta_2 S_2 - A_2^T(Z_1)S_2 - S_2 A_2(Z_1) + C_2^T C_2 \\ \hat{y}_2 &= C_2 Z_2 \end{cases} \quad (3.7)$$

où  $Z_1 = [\hat{i}_{sd} \ \hat{\Omega} \ \hat{T}_l]^T$ ,  $Z_2 = [\hat{i}_{sq} \ \hat{\phi}_{rd} \ \hat{\phi}_{rq}]^T$  sont les variables d'état estimées.  $\theta_1, \theta_2$  sont des constantes positives et  $S_1, S_2$  sont des matrices symétriques définies positives (Besançon, 1996a).

$$B_1(Z_2) = km\Lambda_1 \hat{\phi}_{rd}, \quad B_2(Z_2) = km\Lambda_2 \hat{\phi}_{rq}, \quad \Lambda_1 = [0 \ 0 \ 1]^T, \quad \Lambda_2 = [0 \ 0 \ -1]^T,$$

$$K = \begin{bmatrix} -k_{c1} & 0 & 0 \\ -k_{c2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix}$$

où  $k, k_{c1}, k_{c2}, \alpha$  sont des constantes positives.

Notant que  $(\Gamma S_1^{-1} C_1^T + B_2(Z_2))$ ,  $(B_1(Z_2) + K C_2^T)$  et  $S_2^{-1} C_2^T$  sont les gains des observateurs (3.6) et (3.7), respectivement.

Les matrices  $A_1(Z_2)$  et  $A_2(Z_1)$  ainsi que les champs de vecteurs  $g_1(u, y, Z_2, Z_1)$  et  $g_2(u, y, Z_1, Z_2)$  sont donnés par :

$$A_1(Z_2) = \begin{bmatrix} 0 & bp\hat{\phi}_{rq} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad g_1(u, y, Z_2, Z_1) = \begin{bmatrix} -\gamma \hat{i}_{sd} + ab\hat{\phi}_{rd} + m_1 u_{sd} + \omega_s \hat{i}_{sq} \\ m(\hat{\phi}_{rd} \hat{i}_{sq} - \hat{\phi}_{rq} \hat{i}_{sd}) - c\hat{\Omega} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$A_2(Z_1) = \begin{bmatrix} -\gamma & -bp\hat{\Omega} & ab \\ 0 & -a & -p\hat{\Omega} \\ 0 & p\hat{\Omega} & -a \end{bmatrix}, \quad g_2(u, y, Z_1, Z_2) = \begin{bmatrix} -\omega_s \hat{i}_{sd} + m_1 u_{sq} \\ \omega_s \hat{\phi}_{rq} + aM_{sr} \hat{i}_{sd} \\ -\omega_s \hat{\phi}_{rd} + aM_{sr} \hat{i}_{sq} \end{bmatrix}.$$

**Remarque 8** Dans l'équation (3.6), le terme  $B_1(Z_2)(y_2 - \hat{y}_2) + B_2(Z_2)(y_1 - \hat{y}_1)$ , peut être écrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} & B_1(Z_2)(y_2 - \hat{y}_2) + B_2(Z_2)(y_1 - \hat{y}_1) \\ & \equiv k[m(\hat{\phi}_{rd} \hat{i}_{sq} - \hat{\phi}_{rq} \hat{i}_{sd}) - m(\hat{\phi}_{rd} \hat{i}_{sq} - \hat{\phi}_{rq} \hat{i}_{sd})] \\ & \equiv k(T_e - \tilde{T}_e) \end{aligned}$$

où  $T_e$  et  $\tilde{T}_e$  sont respectivement les couples électromagnétiques "mesuré" et "estimé".

### 3.2.2 Analyse de la stabilité de l'observateur interconnecté avec incertitudes paramétriques

Dans cette section, nous allons prouver la stabilité de l'observateur en prenant en compte les incertitudes paramétriques de la machine asynchrone. Pour cela, nous définissons les erreurs d'estimations comme suit :

$$e_1 = X_1 - Z_1; \quad \text{et} \quad e_2 = X_2 - Z_2.$$

Les dynamiques de ces erreurs dans le cas nominal sont :

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 = & [A_1(Z_2) - \Gamma S_1^{-1} C_1^T C_1 - B_2(Z_2) C_1] e_1 + g_1(u, y, X_2, X_1) - g_1(u, y, Z_2, Z_1) \\ & + [A_1(X_2) - A_1(Z_2)] X_1 - (B_1(Z_2) C_2 + K C_2^T C_2) e_2 \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_2 = & [A_2(Z_1) - S_2^{-1} C_2^T C_2] e_2 + [A_2(X_1) - A_2(Z_1)] X_2 \\ & + [g_2(u, y, X_1, X_2) - g_2(u, y, Z_1, Z_2)]. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Maintenant, considérons que les paramètres de la machine sont connus avec des incertitudes. Alors les équations (3.8), (3.9) deviennent :

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 = & [A_1(Z_2) - \Gamma S_1^{-1} C_1^T C_1 - B_2 C_1] e_1 + g_1(u, y, X_2, X_1) + \Delta g_1(u, y, X_2, X_1) \\ & - g_1(u, y, Z_2, Z_1) + [A_1(X_2) + \Delta A_1(X_2) - A_1(Z_2)] X_1 \\ & - (B_1 C_2 + K C_2^T C_2) e_2 \\ \dot{e}_2 = & [A_2(Z_1) - S_2^{-1} C_2^T C_2] e_2 + [A_2(X_1) + \Delta A_2(X_1) - A_2(Z_1)] X_2 \\ & + g_2(u, y, X_1, X_2) + \Delta g_2(u, y, X_1, X_2) - g_2(u, y, Z_1, Z_2) \end{aligned} \quad (3.10)$$

où  $\Delta A_1(X_2)$ ,  $\Delta A_2(X_1)$ ,  $\Delta g_1(u, y, X_2, X_1)$  et  $\Delta g_2(u, y, X_1, X_2)$  sont les termes incertains de  $A_1(X_2)$ ,  $A_2(X_2)$ ,  $g_1(u, y, X_2, X_1)$ ,  $g_2(u, y, X_1, X_2)$  respectivement.

#### Hypothèse 3

On suppose que :

$$\begin{aligned} \|\Delta A_1(X_2)\| &\leq \rho_1, \quad \|\Delta A_2(X_1)\| \leq \rho_2, \\ \|\Delta g_1(u, y, X_2, X_1)\| &\leq \rho_3, \quad \|\Delta g_2(u, y, X_1, X_2)\| \leq \rho_4 \end{aligned}$$

pour  $\rho_i > 0$ , for  $i = 1, \dots, 4$ .

L'hypothèse 3 est justifiée d'une part, par le fait qu'il existe un domaine physique  $\mathcal{D}$  de fonctionnement de la machine défini par :

$$\mathcal{D} = \{X \in R^6 \mid |\phi_{rd}| \leq \Phi_d^{max}, \quad |\phi_{rq}| \leq \Phi_q^{max}, \\ |i_{sd}| \leq I_d^{max}, \quad |i_{sq}| \leq I_q^{max}, \quad |\Omega| \leq \Omega^{max}, \quad T_l \leq T_l^{max}\} \quad (3.11)$$

où  $X = (\phi_{rd}, \phi_{rq}, i_{sd}, i_{sq}, \Omega, T_l)$ ,  $\Phi_d^{max}$ ,  $\Phi_q^{max}$ ,  $I_d^{max}$ ,  $I_q^{max}$ ,  $\Omega^{max}$  et  $T_l^{max}$  sont les valeurs maximales du flux, du courant, de la vitesse et du couple de charge, respectivement et d'autre part, par le fait que les paramètres de la machine sont connus avec une certaine précision et sont bornés.

**Théorème 1** *Considérons le système (3.4)-(3.5), et supposons que les hypothèses 1, 2, 3 soient vérifiées. Alors le système (3.6)-(3.7) est un observateur exponentiel du système (3.4)-(3.5) pour  $\theta_1$  et  $\theta_2$  satisfaisant l'inégalité (3.15).*

**Preuve du théorème 1.**

Soit,  $V_o = V_1 + V_2$  une fonction de Lyapunov candidate, où  $V_1$  et  $V_2$  sont respectivement la fonction de Lyapunov candidate de chaque dynamique (3.8), (3.9), avec  $V_1 = e_1^T S_1 e_1$  et  $V_2 = e_2^T S_2 e_2$ . En calculant la dérivée temporelle de  $V_o$  et en utilisant les expressions (3.6), (3.7) et (3.10) on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{V}_o &= e_1^T \{-\theta_1 S_1 - (2S_1 \Gamma S_1^{-1} - 1)C_1^T C_1 - 2S_1 B'_1\} e_1 \\ &\quad + 2e_1^T S_1 \{A_1(X_2) - A_1(Z_2) + \Delta A_1(X_2)\} X_1 \\ &\quad + 2e_1^T S_1 \{g_1(u, y, X_2, X_1) - g_1(u, y, Z_2, Z_1) + \Delta g_1(u, y, X_2, X_1)\} \\ &\quad + e_2^T \{-\theta_2 S_2 - C_2^T C_2\} e_2 + 2e_2^T S_2 \{A_2(X_1) - A_2(Z_1) + \Delta A_2(X_1)\} X_2 \\ &\quad + 2e_2^T S_2 \{g_2(u, y, X_1, X_2) - g_2(u, y, Z_1, Z_2) + \Delta g_2(u, y, X_1, X_2)\} \\ &\quad - 2e_1^T S_1 (B'_1 + K') e_2 \end{aligned} \quad (3.12)$$

où  $B'_1 = B_1(Z_2)C_1$ ,  $B'_2 = B_2(Z_2)C_2$ ,  $K' = KC_2^T C_2$ .

En normant (3.12), on obtient

$$\begin{aligned} \dot{V}_o &\leq -(\theta_1 + 2 \|B'_2\|) e_1^T S_1 e_1 \\ &\quad + 2 \|e_1\| \|S_1\| \|\{A_1(X_2) - A_1(Z_2) + \Delta A_1(X_2)\}\| \|X_1\| \\ &\quad + 2 \|e_1\| \|S_1\| \|\{g_1(u, y, X_2, X_1) - g_1(u, y, Z_2, Z_1) + \Delta g_1(u, y, X_2, X_1)\}\| \\ &\quad - \theta_2 e_2^T S_2 e_2 + 2 \|e_2\| \|S_2\| \|\{A_2(X_1) - A_2(Z_1) + \Delta A_2(X_1)\}\| \|X_2\| \\ &\quad + 2 \|e_2\| \|S_2\| \|\{g_2(u, y, X_1, X_2) - g_2(u, y, Z_1, Z_2) + \Delta g_2(u, y, X_1, X_2)\}\| \\ &\quad - 2 \|e_1\| \|S_1\| \|(B'_1 + K')\| \|e_2\|. \end{aligned}$$

Des hypothèses 2 et 3 on a :

$$\begin{aligned} \|S_1\| &\leq k_1, \quad \|S_2\| \leq k_5, \quad \|X_1\| \leq k_3, \quad \|X_2\| \leq k_7 \\ \|\{g_1(u, y, X_2, X_1) - g_1(u, y, Z_2, Z_1)\}\| &\leq k_4 \|e_2\| + k_9 \|e_1\| \\ \|\{A_1(X_2) - A_1(Z_2)\}\| &\leq k_2 \|e_2\| \\ \|\{A_2(X_1) - A_2(Z_1)\}\| &\leq k_6 \|e_1\| \\ \|\{g_2(u, y, X_1, X_2) - g_2(u, y, Z_1, Z_2)\}\| &\leq k_8 \|e_1\| + k_{10} \|e_2\| \\ \|B'_1\| &\leq k_{B1}, \quad \|B'_2\| \leq k_{B2}, \quad \|K'\| \leq k_{k'}. \end{aligned}$$

En regroupant les termes communs de  $\|e_1\|$  et  $\|e_2\|$ , la dérivée temporelle de  $V_o$  peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{V}_o &\leq -(\theta_1 + 2k_{B2} - 2k_1 k_9) e_1^T S_1 e_1 + 2\mu_1 \|e_1\| \|e_2\| + 2\mu_2 \|e_1\| \|e_2\| \\ &\quad - (\theta_2 - 2k_{10} k_5) e_2^T S_2 e_2 + 2\mu_3 \|e_2\| \|e_1\| + 2\mu_4 \|e_2\| \|e_1\| \\ &\quad + \mu_5 \|e_1\| + \mu_6 \|e_2\| \end{aligned} \quad (3.13)$$

où  $\mu_1 = k_1 k_2 k_3 - k_{B1} k_1 - k_{k'} k_1$ ,  $\mu_2 = k_1 k_4$ ,  $\mu_3 = k_5 k_6 k_7$ ,  $\mu_4 = k_5 k_8$ ,  
 $\mu_5 = 2(k_1 k_3 \rho_1 + k_1 \rho_3)$ ,  $\mu_6 = 2(k_5 k_7 \rho_2 + k_5 \rho_4)$ .

Considérons maintenant que les inégalités suivantes soient vérifiées :

$$\lambda_{\min}(S_i) \|e_i\|^2 \leq \|e_i\|_{S_i}^2 \leq \lambda_{\max}(S_i) \|e_i\|^2, \quad i = 1, 2$$

où  $\lambda_{\min}(S_i)$  et  $\lambda_{\max}(S_i)$  sont les valeurs propres minimales et maximales de  $S_i$  indépendant de  $\theta$

$$\|e_i\|_{S_i}^2 = e_i^T S_i e_i, \quad i = 1, 2.$$



En écrivant l'inégalité (3.13) en fonction de  $V_1$  et  $V_2$ , il suit que :

$$\dot{V}_o \leq -(\theta_1 + 2k_{B1} - 2k_1k_9)V_1 - (\theta_2 - 2k_{10}k_5)V_2 + 2\tilde{\mu}\sqrt{V_1}\sqrt{V_2} + \mu_5 \|e_1\| + \mu_6 \|e_2\| \quad (3.14)$$

où

$$\tilde{\mu} = \sum_{i=0}^4 \tilde{\mu}_i, \quad \min(S) = \sqrt{\min(S_1)}\sqrt{\min(S_2)}, \quad \tilde{\mu}_i = \frac{\mu_i}{\sqrt{\min(S)}}, \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

En considérant l'inégalité suivante  $\sqrt{V_1}\sqrt{V_2} \leq \frac{\epsilon}{2}V_1 + \frac{1}{2\epsilon}V_2, \forall \epsilon \in ]0, 1[$ , on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{V}_o \leq & -(\theta_1 + 2k_{B1} - 2k_1k_9)V_1 + \tilde{\mu}\epsilon V_1 \\ & + \frac{\tilde{\mu}}{\epsilon}V_2 - (\theta_2 - 2k_{10}k_5)V_2 + \mu_5 \|e_1\| + \mu_6 \|e_2\|. \end{aligned}$$

Par conséquent :

$$\begin{aligned} \dot{V}_o \leq & -(\theta_1 + 2k_{B1} - 2k_1k_9 - \tilde{\mu}\epsilon)V_1 \\ & -(\theta_2 - 2k_{10}k_5 - \frac{\tilde{\mu}}{\epsilon})V_2 + \mu_5 \|e_1\| + \mu_6 \|e_2\| \end{aligned}$$

avec  $\delta = \min(\delta_1, \delta_2)$  et  $\mu = \max(\mu_5, \mu_6)$  où

$$\delta_1 = \theta_1 + 2k_{B2} - 2k_1k_9 - \tilde{\mu}\epsilon > 0, \quad \delta_2 = \theta_2 - 2k_{10}k_5 - \frac{\tilde{\mu}}{\epsilon} > 0$$

ainsi

$$\theta_1 > 2k_1k_9 + \tilde{\mu}\epsilon - 2k_{B2}, \quad \theta_2 > 2k_{10}k_5 + \frac{\tilde{\mu}}{\epsilon}, \quad (3.15)$$

il suit que

$$\begin{aligned} \dot{V}_o \leq & -\delta(V_1 + V_2) + \mu(\sqrt{V_1} + \sqrt{V_2}) \\ \leq & -\delta V_o + \mu\psi\sqrt{V_o}, \end{aligned} \quad (3.16)$$

où  $\psi > 0$ , tel que  $\psi\sqrt{V_1 + V_2} > \sqrt{V_1} + \sqrt{V_2}$ .

Pour analyser l'inégalité (3.16), nous pouvons considérer deux cas :

**Les paramètres de la machine sont connus i.e  $\mu = 0$  :**

alors on a  $\dot{V}_o \leq -\delta V_o$ . Pour affirmer que  $V_o$  est une fonction de Lyapunov il suffit de choisir  $\theta_1$  et  $\theta_2$  tels que l'inégalité (3.15) soit satisfaite. Alors la convergence asymptotique de l'erreur d'estimation est fixée arbitrairement par  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .

**Les paramètres de la machine varient i.e  $\mu \neq 0$  (Khalil, 1992) :**

L'inégalité (3.16) peut être réécrite :

$$\dot{V}_o \leq -(1 - \varsigma)\delta V_o - \varsigma V_o + \mu\psi \|e\|, \quad 1 > \varsigma > 0. \quad (3.17)$$

Finalement, on obtient

$$\dot{V}_o \leq -(1 - \varsigma)\delta V_o, \quad \forall \|e\| \geq \frac{\mu\psi}{\varsigma\delta}. \quad (3.18)$$

Pour que  $\dot{V}_o$  soit négative, il faut que l'erreur d'estimation (3.18) soit toujours supérieure à  $\frac{\mu\psi}{\varsigma\delta}$ . Cette erreur d'estimation sera stable à condition d'être toujours supérieure à  $\frac{\mu\psi}{\varsigma\delta}$ .  $\delta$  étant dépendant de  $\theta_1$  et  $\theta_2$  est théoriquement ajustable, donc on peut toujours le régler de manière que l'erreur soit toujours supérieure à  $\frac{\mu\psi}{\varsigma\delta}$ . C'est la précision minimale de l'estimation obtenue par l'observateur interconnecté.

**Remarque 9** L'inégalité (3.15) dépend des constantes de Lipschitz définies dans l'hypothèse 2. A partir de ces constantes de Lipschitz, nous calculons la valeur minimale de  $\theta_1$  et  $\theta_2$  (voir **Annexe A**). Ensuite on choisit les valeurs adéquates de  $\theta_1$  et  $\theta_2$  dans le but d'accélérer la convergence de l'observateur.

**Remarque 10** La convergence de l'observateur est une fonction de l'excitation. Donc la convergence asymptotique n'est prouvée que si les entrées sont régulièrement persistantes (Besançon, 1998). Dans le cas contraire, les erreurs d'estimation restent bornées.

### 3.2.3 Résultats expérimentaux de l'observateur interconnecté

Les résultats expérimentaux de l'observateur interconnecté sur le "Benchmark Observateur Sans Capteur Mécanique" sont donnés dans cette section. Le schéma expérimental de la plate-forme est donné par la figure 3.1.

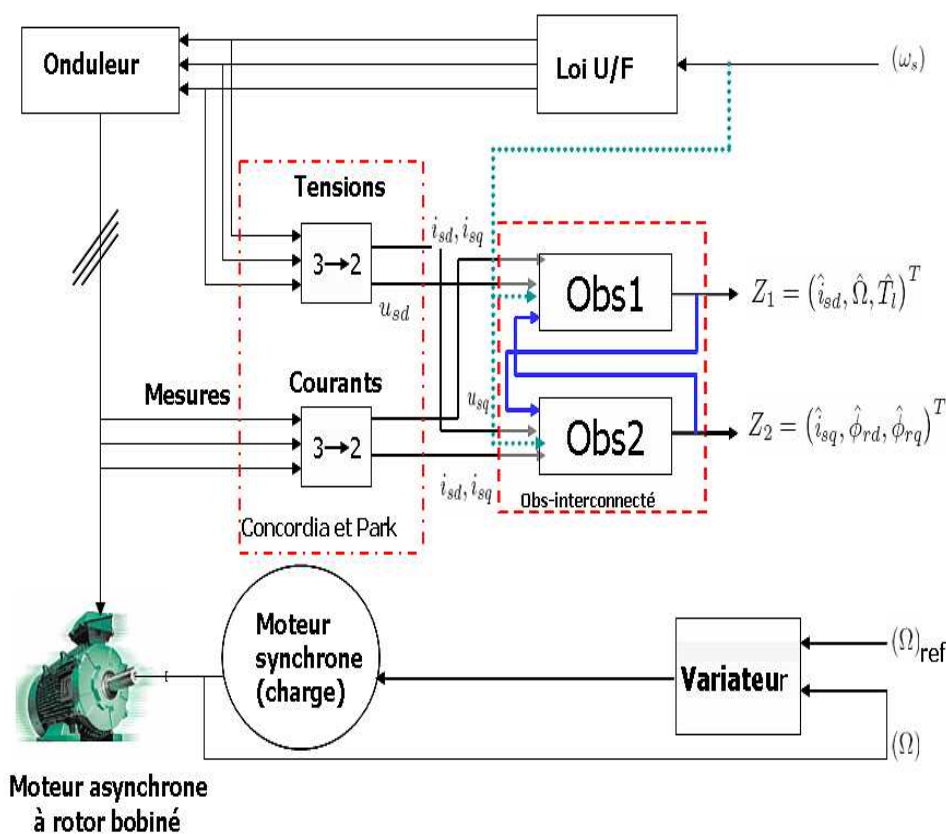


FIGURE 3.1: Structure de l'observateur implanté sur la plate-forme IRCCyN.

Sur la figure (Fig. 3.1), le bloc "obs-interconnecté" représente l'observateur interconnecté. Cet observateur utilise uniquement la mesure des courants statoriques, les tensions sont obtenues par la loi de commande  $U/f$ . Les grandeurs dans le repère tournant  $dq$  sont obtenues à partir de la transformation de Concordia et Park. L'angle de transformation est donné par l'intégration de la pulsation statorique de référence. Le bloc "Loi  $U/f$ " est une commande scalaire  $U/f$  classique. Cette commande est indépendante des mesures et

des variables estimées. Elle impose à la machine asynchrone le suivi de trajectoire de la pulsation statorique (voir Fig. 2.4 "Benchmark Observateur Sans Capteur Mécanique") via l'onduleur. Le suivi de trajectoire de la vitesse mécanique de la machine asynchrone est imposée par le moteur synchrone (moteur de charge) via un variateur industriel. La machine de test est une machine asynchrone à rotor bobiné. Ses caractéristiques sont :

Puissance nominale	1.5kW
Vitesse nominale	1430 rpm
Nombre de paires de pôles	2
Tension simple	220 V
Intensité nominale	7.5 A

Les paramètres identifiés "nominaux" de cette machine sont :

$R_s$	1.633 $\Omega$	$M_{sr}$	0.099H
$R_r$	0.93 $\Omega$	$J$	0.0111Kg.m <sup>2</sup>
$L_s$	0.142H	$f_v$	0.0018Nm.s/rad
$L_r$	0.076H		

Les paramètres de l'observateur sont choisis comme suit :  $\alpha = 0.01$ ,  $k = 0.012$ ,  $k_{c1} = 0.01$ ,  $k_{c2} = 0.01$ ,  $\theta_1 = 3200$ ,  $\theta_2 = 5300$  pour satisfaire les conditions de convergence (voir **Annexe A**).

La période d'échantillonnage  $T$  est égale à 200 $\mu$ s.

### Essai avec les paramètres "nominaux"

Pour cet essai nous considérons les paramètres identifiés comme paramètres "nominaux". Il est clair qu'en expérimentation ces paramètres dits "nominaux" ne sont pas les paramètres réels de la machine car les résultats de l'identification sont obtenus avec une certaine incertitude. De plus, les paramètres de la machine varient sensiblement avec la température (Holtz, 2002). Alors les conditions expérimentales réelles sont différentes des conditions d'identification.

Les résultats expérimentaux sont donnés par les figures 3.2 et 3.3 qui montrent bien les performances de l'observateur. La vitesse et le couple de charge estimés (Figs. 3.2b et 3.3b) convergent globalement vers leurs valeurs réelles (mesure de vitesse Fig. 3.2a et du couple de charge Fig. 3.3a) dans la zone observable et inobservable. Cependant, un écart statique apparaît entre la vitesse estimée (Fig. 3.2b) et la vitesse mesurée (Fig. 3.2a) dans la zone inobservable. Contrairement aux observateurs présentés dans (Ghanes, 2005) et (Ghanes, 2006a), nous remarquons, d'une part, une très bonne estimation de la vitesse et du couple de charge et, d'autre part, la stabilité de l'observateur dans la zone inobservable. A ce propos, voir la section sur le comportement des gains des observateurs **Annexe B.1**. Il n'est pas nécessaire d'adapter les gains de l'observateur i.e commuter l'observateur en mode estimateur dans la zone inobservable comme le propose les auteurs de (Ghanes, 2005) et (Ghanes, 2006a).

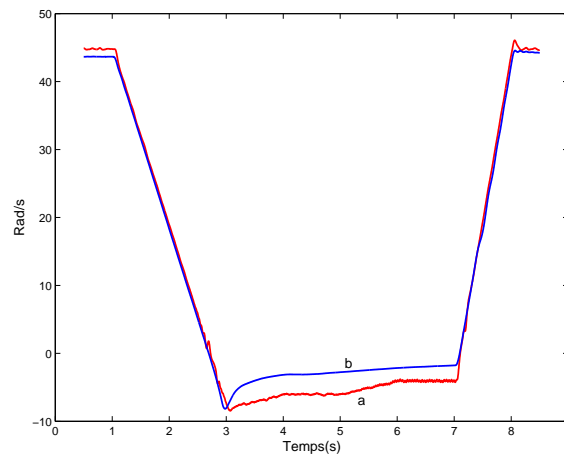


FIGURE 3.2: a) Vitesse mesurée (rad/s), b) Vitesse estimée (rad/s).

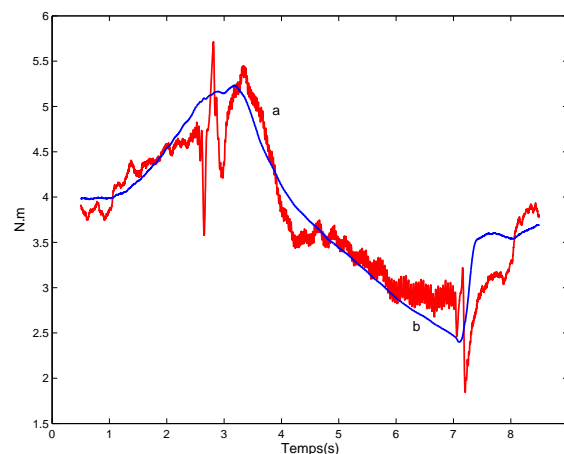


FIGURE 3.3: a) Couple de charge mesuré (N.m), b) Couple de charge estimé (N.m).

### Analyse de la robustesse

Pour ces essais, nous allons effectuer des variations paramétriques sur l'observateur par rapport aux valeurs identifiées. Ces variations définies dans le benchmark sont réalistes vis-à-vis des conditions réelles d'utilisation d'une machine asynchrone.

#### *Variation de +50% et -50% sur la valeur de la résistance rotorique ( $R_r$ )*

Les résultats expérimentaux sont donnés par les figures 3.4 et 3.5 pour une variation de +50% sur la valeur de  $R_r$  dans l'observateur et par les figures 3.6 et 3.7 pour une variation de -50% sur la valeur de  $R_r$  dans l'observateur.

Ces figures donnent un résultat similaire au cas "nominal" (Figs. 3.2 et 3.3). L'observateur reste toujours stable dans les conditions observable et inobservable. Cependant il apparaît un léger écart statique entre la vitesse mesurée (Fig. 3.4a et 3.6a) et la vitesse estimée (Fig. 3.4b et 3.6b) dans les conditions observable par rapport au cas "nominal". Contrairement

aux observateurs de (Ghanes, 2005) et (Ghanes, 2006a) on a toujours une très bonne estimation du couple de charge et de la vitesse. Ce qui montre bien la robustesse de l'observateur.

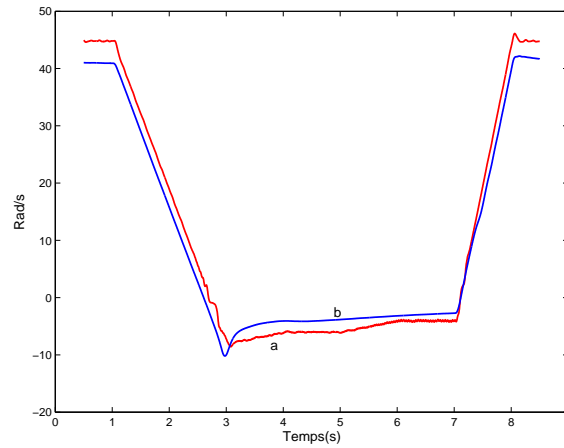


FIGURE 3.4: (+50% sur Rr) a) Vitesse mesurée (rad/s), b) Vitesse estimée (rad/s).

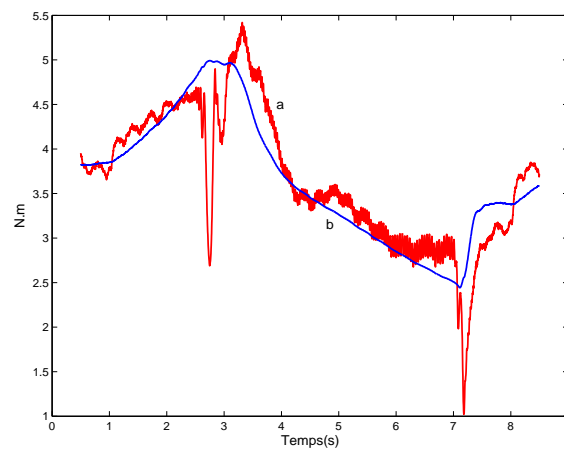


FIGURE 3.5: (+50% sur Rr) a) Couple de charge mesuré (N.m), b) Couple de charge estimé (N.m).

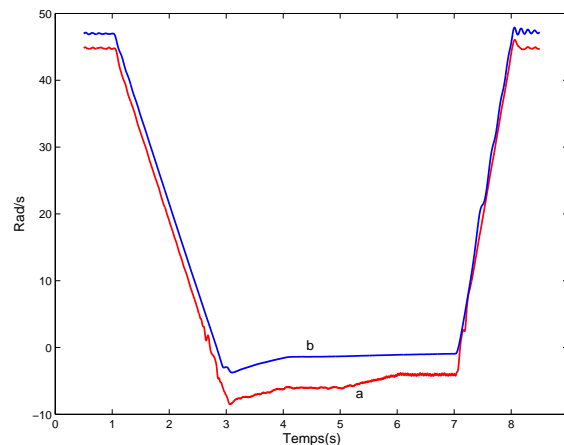


FIGURE 3.6: (-50% sur  $R_r$ ) a) Vitesse mesurée (rad/s), b) Vitesse estimée (rad/s).

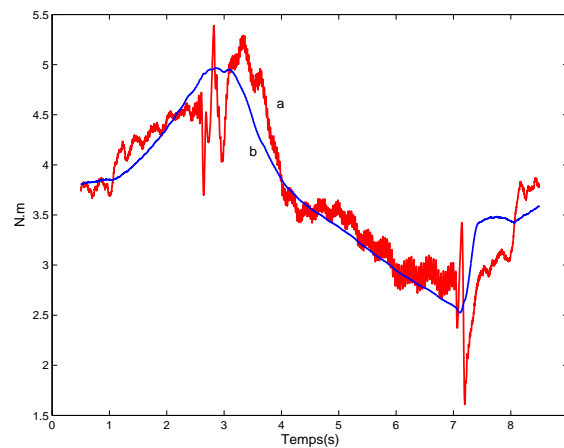


FIGURE 3.7: (-50% sur  $R_r$ ) a) Couple de charge mesuré (N.m), b) Couple de charge estimé (N.m).

***Variation de +20% sur la valeur de l'inductance rotorique ( $L_r$ ) et de l'inductance statorique ( $L_s$ )***

Les figures 3.8-3.9 et 3.10-3.11 montrent respectivement les résultats expérimentaux obtenus pour ces tests. Ces résultats montrent que l'observateur est peu sensible à une variation de +20% sur l'inductance rotorique dans la zone observable et inobservable par rapport au cas "nominal" (Figs. 3.2 et 3.3). Par contre, pour une variation de +20% sur l'inductance statorique, il existe un écart statique entre la vitesse mesurée (Fig. 3.10a) et la vitesse estimée (Fig. 3.10b). Ce qui montre que l'observateur est légèrement sensible à une variation de cette inductance ( $L_s$ ).

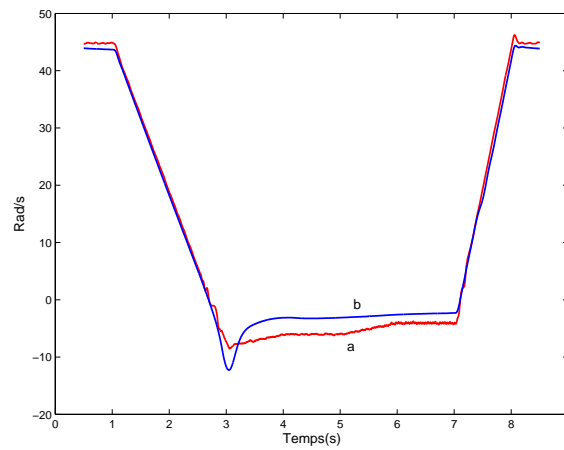


FIGURE 3.8: (+20% Lr) a) Vitesse mesurée (rad/s), b) Vitesse estimée (rad/s).

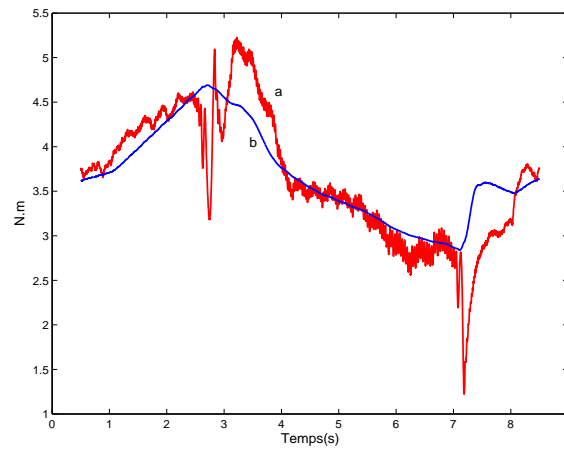


FIGURE 3.9: (+20% Lr) a) Couple de charge mesuré (N.m), b) Couple de charge estimé (N.m).

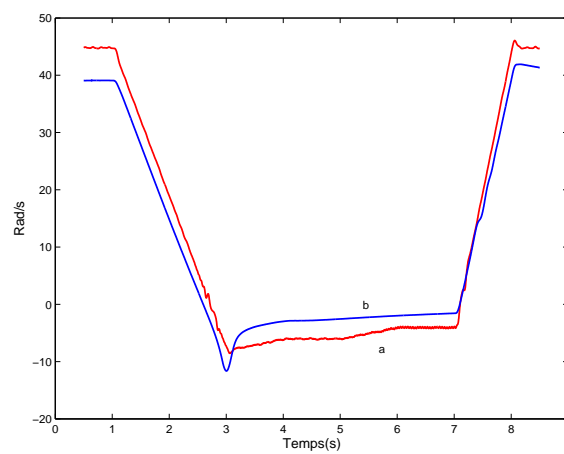


FIGURE 3.10: (+20% Ls) a) Vitesse mesurée (rad/s), b) Vitesse estimée (rad/s).

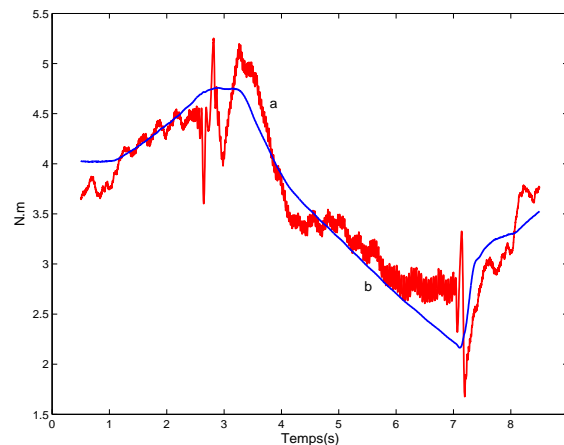


FIGURE 3.11: (+20%  $L_s$ ) a) Couple de charge mesuré (N.m), b) Couple de charge estimé (N.m).

### *Variation de $-20\%$ et $+20\%$ sur la valeur de la résistance statorique ( $R_s$ )*

Les figures 3.12-3.13 et 3.14-3.15 montrent la sensibilité paramétrique de l'observateur vis à vis de la résistance statorique.

Nous remarquons que l'estimation de la vitesse est pratiquement peu sensible (Figs. 3.12 et 3.14) à une variation de  $\pm 20\%$  sur la valeur de la résistance statorique. Par contre, l'estimation du couple de charge est très sensible à cette variation surtout dans la zone inobservable (Figs. 3.13 et 3.15). Nous pouvons conclure que la résistance statorique est un paramètre crucial à très basse vitesse pour la machine asynchrone ( (Holtz, 2002), (Montanari, 2006)). Une mauvaise identification de cette résistance ( $R_s$ ) influence les résultats de l'observateur et donc de la commande qui sera associée (voir **Annexe B.5**). Pour améliorer le comportement de l'observateur, une estimation de la résistance statorique sera mise en oeuvre par la suite.

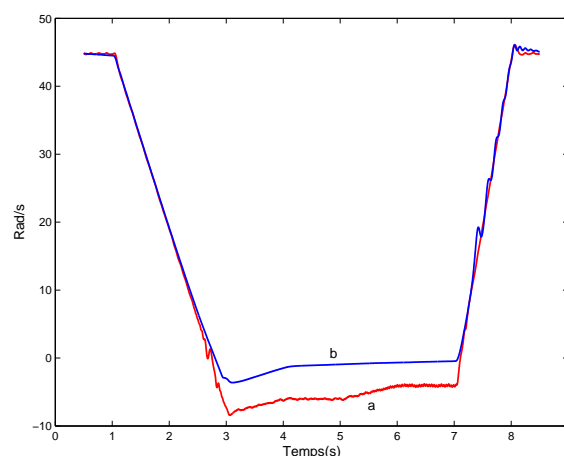


FIGURE 3.12: ( $-20\%$   $R_s$ ) a) Vitesse mesurée (rad/s), b) Vitesse estimée (rad/s).



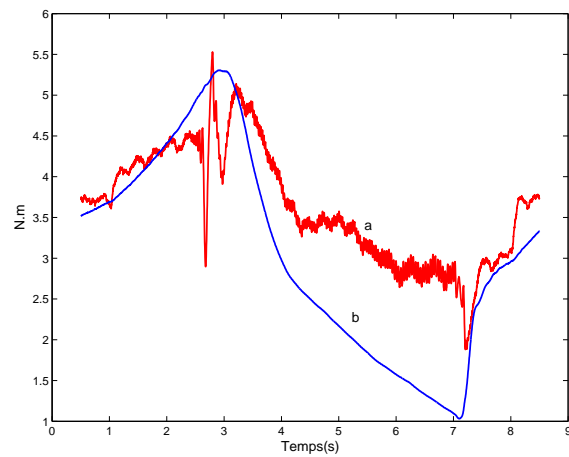


FIGURE 3.13: (-20%  $R_s$ ) a) Couple de charge mesuré (N.m), b) Couple de charge estimé (N.m).

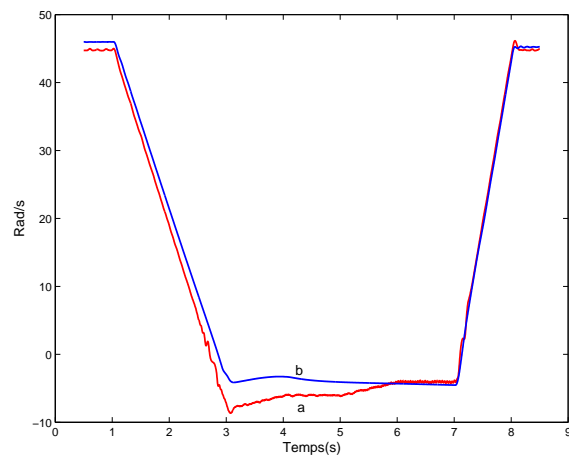


FIGURE 3.14: (+20%  $R_s$ ) a) Vitesse mesurée (rad/s), b) Vitesse estimée (rad/s).

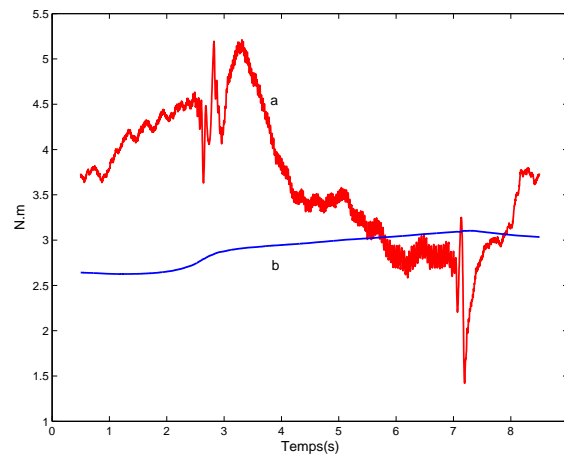


FIGURE 3.15: (+20%  $R_s$ ) a) Couple de charge mesuré (N.m), b) Couple de charge estimé (N.m).

### 3.2.4 Conclusion

Les résultats expérimentaux précédents montrent qu'il est très difficile d'avoir une convergence asymptotique de l'observateur dans la zone inobservable. En effet, La convergence de l'observateur est fonction de l'excitation (hypothèse 1). La convergence asymptotique n'est garantie que si les entrées sont régulièrement persistantes ce qui n'est pas le cas dans la zone inobservable. Il est donc nécessaire de définir un autre type de stabilité mieux adapté, telle que la **stabilité pratique**. En raison des conditions expérimentales (température) et des erreurs d'identification, les paramètres identifiés ne sont pas exactement les paramètres réels de la machine. Lorsque le fonctionnement en basse vitesse est requis, la résistance statorique joue un rôle important ( (Holtz, 2002), (Montanari, 2006), (Malrait, 2001)). La connaissance de la valeur exacte de cette résistance entraîne une bonne estimation de la vitesse et du couple de charge. En effet, lorsque la pulsation statorique ( $\omega_s$ ) est grande les erreurs dues à la variation de la résistance statorique sont négligeables, tandis que pour de faibles valeurs de la pulsation statorique, ces erreurs sont très significatives (voir **Annexe B.5**). Pour surmonter les difficultés dues aux variations de la résistance statorique à très basse vitesse, plusieurs méthodes sont proposées dans la littérature. Dans (Kubota, 1994) un modèle adaptatif est proposé pour estimer la valeur de la résistance statorique à partir des mesures. Une bonne estimation de  $R_s$  est obtenue lorsque le machine fonctionne en moteur. En mode générateur l'observateur est instable. L'estimation de la valeur de la résistance statorique est faite à partir d'un modèle basique de la machine dans (Luo, 2000). Des résultats expérimentaux sont présentés mais il n'existe pas de preuve de stabilité. Dans (Giuseppe, 2000), un algorithme de réglage en ligne est appliqué pour évaluer la valeur de la résistance statorique. Cet algorithme est défini pour des conditions de charge et de mode de fonctionnement (moteur, génératrice) de la machine. Une démonstration de la preuve de stabilité est faite dans cet article. Dans la lignée de ces travaux, nous allons proposer un observateur permettant d'estimer la valeur de la résistance statorique car la performance de toute commande non linéaire sans capteur dépend de la précision des variables d'état reconstituées qui peut dépendre de la qualité de l'estimation des paramètres.

### 3.3 Stabilité pratique

La théorie de la stabilité au sens de Lyapunov est largement utilisée dans les applications réelles. Pour ces applications, la preuve de la convergence asymptotique est très importante. L'une des particularités de ce type de stabilité est la connaissance du domaine de convergence dans lequel, on peut juger que le système étudié est suffisamment stable pour fonctionner correctement et s'il est possible d'améliorer sa stabilité.

En revanche, le système étudié sans être instable peut admettre des oscillations limitées près du domaine de convergence de telle sorte que ses performances soient acceptables (Lakshmikanthan, 1990). Ce point de vue est très intéressant pour la synthèse d'un observateur pour la machine asynchrone. Nous avons vu dans le chapitre 2 que la machine asynchrone est inobservable lorsque la vitesse mécanique est constante et la pulsation statorique nulle. Les résultats expérimentaux de l'observateur interconnecté montrent bien que la convergence asymptotique n'est pas garantie dans la zone inobservable. Nous pouvons donc conclure qu'il est très difficile de reconstruire l'état de la machine asynchrone avec une convergence asymptotiquement dans la zone à très basse vitesse à cause de la perte d'observabilité de la machine. Cependant dans cette zone, il est possible de synthétiser un observateur stable avec des performances acceptables même si la convergence asymptotique ne peut être garantie. Il est clair que pour des considérations pratiques, de nouvelles notions de stabilité telle que la **stabilité pratique** sont nécessaires.

Dans cette section, nous allons introduire d'une part la stabilité pratique et, d'autre part, nous allons rappeler quelques propriétés suffisantes de cette stabilité.

Soit le système :

$$\dot{e} = f(t, e), \quad e(t_0) = e_0 \quad t_0 \geq 0 \quad (3.19)$$

**Définition 3** (Lakshmikanthan, 1990)

Le système (3.19) est dit :

- **(PS1) : pratiquement stable** si, pour  $(\bar{h}_1, \bar{h}_2)$  donnés avec  $0 < \bar{h}_1 < \bar{h}_2$ , on a

$$\|e_0\| \leq \bar{h}_1 \Rightarrow \|e(t)\| \leq \bar{h}_2, \quad t \geq t_0, t_0 \in \mathbb{R}_+.$$

- **(PS2) : pratiquement uniformément stable** si **(PS1)** est vrai  $\forall t_0 \in \mathbb{R}_+$ .

- **(PS3) : pratiquement quasi stable** si, pour  $\bar{h}_1, \mathfrak{S}$  et  $T$  des constantes positives et  $t_0 \in \mathbb{R}_+$ , on a

$$\|e_0\| \leq \bar{h}_1 \Rightarrow \|e(t)\| \leq \mathfrak{S}, \quad t \geq t_0 + T.$$

- **(PS4) : pratiquement uniformément quasi stable** si **(PS3)** est vrai  $\forall t_0 \in \mathbb{R}_+$ .

- **(PS5) : pratiquement forcément stable** si **(PS1)** et **(PS3)** sont simultanément vrais.

- **(PS6) : pratiquement forcément uniformément stable** si **(PS2)** et **(PS4)** sont simultanément vraies.

- **(PS7) : pratiquement instable** si **(PS1)** n'est pas vérifié.

**Exemple 1** *Considérons le système d'équation*

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = n(t)y + m(t)x(x^2 + y^2), & x(t_0) = x_0 \\ \dot{y}(t) = -n(t)x + m(t)y(x^2 + y^2), & y(t_0) = y_0. \end{cases} \quad (3.20)$$

*La solution générale de (3.20) est :*

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{x_0 \cos(\int_{t_0}^t n(t)dt) + y_0 \sin(\int_{t_0}^t n(t)dt)}{\sqrt{1 - 2(x_0^2 + y_0^2) \int_{t_0}^t m(t)dt}} \\ y(t) &= \frac{y_0 \cos(\int_{t_0}^t n(t)dt) - x_0 \sin(\int_{t_0}^t n(t)dt)}{\sqrt{1 - 2(x_0^2 + y_0^2) \int_{t_0}^t m(t)dt}} \end{aligned}$$

*soit :*

$$r(t)^2 = x(t)^2 + y(t)^2 = \frac{r_0^2}{1 - 2r_0^2 \int_{t_0}^t m(t)dt}, \quad r_0^2 = x_0^2 + y_0^2.$$

*Soit  $h_2 = 2h_1$  et on suppose que  $\int_{t_0}^t m(t)dt = \beta > 0$*

$$\lim_{t \rightarrow \infty} r(t)^2 = \frac{r_0^2}{1 - 2r_0^2\beta}. \quad (3.21)$$

*De (3.21), le système (3.20) est pratiquement stable si  $\beta \leq \frac{3}{8h_1^2}$  et pratiquement instable si  $\beta > \frac{3}{8h_1^2}$ .*

**Exemple 2** *Considérons le système*

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -x - y + k(x - y)(x^2 + y^2), & x(t_0) = x_0 \\ \dot{y}(t) = x - y + k(x + y)(x^2 + y^2), & y(t_0) = y_0 \end{cases} \quad (3.22)$$

*avec  $k$  une constante positive. La solution générale de (3.22) est :*

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{1}{\sqrt{k\mu}}(x_0 \cos \theta - y_0 \sin \theta) \\ y(t) &= \frac{1}{\sqrt{k\mu}}(x_0 \sin \theta + y_0 \cos \theta) \end{aligned}$$

*avec  $\theta = 2(t - t_0) - \frac{1}{2} \ln \mu$ ,  $\mu = r_0^2 + (\frac{1}{k} - r_0^2) \exp(2(t - t_0))$  et  $r_0^2 = x_0^2 + y_0^2$  alors*

$$r(t)^2 = x(t)^2 + y(t)^2 = \frac{1}{k\mu} r_0^2.$$

*Si  $r_0^2 = x_0^2 + y_0^2 < \frac{1}{k}$  la solution triviale de (3.22) est asymptotiquement stable.*

*Soient  $h_1$  et  $h_2$  tel que  $\frac{1}{\sqrt{k}} < h_1 < h_2$ , alors pour des valeurs initiales  $(x_0, y_0)$  tel que*

$$\frac{1}{k} \leq r_0^2 < h_1^2$$

*le système (3.22) n'est pas pratiquement stable. Ceci montre que la stabilité pratique d'un système ne dépend pas de la stabilité asymptotique de ce système.*

### 3.3.1 Critère de la stabilité pratique

Avant de donner les différents critères, on définit la classe de fonction suivante  
 $\mathbf{W} = \{d_1 \in C[\mathbb{R}_+, \mathbb{R}_+] : d_1(l) \text{ une fonction strictement croissante et } d_1(l) \rightarrow \infty \text{ quand } l \rightarrow \infty\}$ .

soit  $B_r = \{e \in \mathbb{R}^n : \|e\| \leq r\}$  ( $B_r$  est une boule de rayon  $r$ ).

**Théorème 2** (*Lakshmikanthan, 1990*)

Supposons que :

- i)  $\bar{h}_1, \bar{h}_2$  sont connus tel que  $0 < \bar{h}_1 < \bar{h}_2$  ;
- ii)  $V \in C[\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n, \mathbb{R}_+]$  une fonction de Lyapunov,  $V(t, e)$  est Lipschitz par rapport  $e$  ;
- iii) pour  $(t, e) \in \mathbb{R}_+ \times B_{\bar{h}_2}$ ,  $d_1(\|e\|) \leq V(t, e) \leq d_2(\|e\|)$  et

$$\dot{V}(t, e) \leq \wp(t, V(t, e)) \quad (3.23)$$

ou  $d_1, d_2 \in \mathbf{W}$  et  $\wp \in C[\mathbb{R}_+^2, \mathbb{R}]$  ;

iv)  $d_2(\bar{h}_1) < d_1(\bar{h}_2)$  est vérifié.

Alors, les propriétés de la stabilité pratique de :

$$\dot{l} = \wp(t, l), \quad l(t_0) = l_0 \geq 0, \quad (3.24)$$

implique les propriétés de la stabilité pratique du système (3.19).

**Corollaire 1** (*Lakshmikanthan, 1990*)

Dans le théorème 2, si  $\wp(t, l) = -\alpha_1 l + \alpha_2$ , avec  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ , des constantes positives, cela implique la stabilité pratique fortement uniforme du système (3.19).

## 3.4 Observateur adaptatif interconnecté

### 3.4.1 Synthèse de l'observateur adaptatif

(Besançon, 2006), (Traoré, 2008d)

Le principe de la synthèse de l'observateur adaptatif interconnecté est similaire à celui de l'observateur interconnecté.

Réécrivons le modèle (2.16) de la machine asynchrone sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (3.25)$$

où  $x = [i_{sd} \ i_{sq} \ \phi_{rd} \ \phi_{rq} \ \Omega \ T_l \ R_s]^T$ ,  $u = [u_{sd} \ u_{sq}]^T$ ,  $y = [h_1 \ h_2]^T = [i_{sd} \ i_{sq}]^T$

$$f(x) = \begin{bmatrix} ba\phi_{rd} + bp\Omega\phi_{rq} - \gamma i_{sd} + \omega_s i_{sq} \\ ba\phi_{rq} - bp\Omega\phi_{rd} - \gamma i_{sq} - \omega_s i_{sd} \\ -a\phi_{rd} + (\omega_s - p\Omega)\phi_{rq} + aM_{sr}i_{sd} \\ -a\phi_{rq} - (\omega_s - p\Omega)\phi_{rd} + aM_{sr}i_{sq} \\ m(\phi_{rd}i_{sq} - \phi_{rq}i_{sd}) - c\Omega - \frac{1}{J}T_l \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad g(x) = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

On suppose que la résistance statorique est constante et inconnue. Le modèle (3.25), peut être vu comme une interconnection entre deux sous-systèmes

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{sd} \\ \dot{\Omega} \\ \dot{R}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & bp\phi_{rq} & -m_1 i_{sd} \\ -m\phi_{rq} & -c & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ \Omega \\ R_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix} T_l \quad (3.26)$$

$$+ \begin{bmatrix} -\gamma_1 i_{sd} + ab\phi_{rd} + m_1 u_{sd} + \omega_s i_{sq} \\ m\phi_{rd} i_{sq} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{sq} \\ \dot{\phi}_{rd} \\ \dot{\phi}_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma_1 & -bp\Omega & ab \\ 0 & -a & -p\Omega \\ 0 & p\Omega & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sq} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -m_1 R_s i_{sq} - \omega_s i_{sd} + m_1 u_{sq} \\ \omega_s \phi_{rq} + aM_{sr} i_{sd} \\ -\omega_s \phi_{rd} + aM_{sr} i_{sq} \end{bmatrix}. \quad (3.27)$$

Les sous-systèmes (3.26) et (3.27) sont représentés sous la forme compacte suivante :

$$\Sigma_{1a} \begin{cases} \dot{X}_1 &= A_1(X_2, y)X_1 + g_1(u, y, X_2, X_1) + \Phi T_l \\ y_1 &= C_1 X_1 \end{cases} \quad (3.28)$$

$$\Sigma_{2a} \begin{cases} \dot{X}_2 &= A_2(X_1)X_2 + g_2(u, y, X_1, X_2) \\ y_2 &= C_2 X_2 \end{cases} \quad (3.29)$$

où

$$A_1(X_2, y) = \begin{bmatrix} 0 & bp\phi_{rq} & -m_1 i_{sd} \\ -m\phi_{rq} & -c & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2(X_1) = \begin{bmatrix} -\gamma_1 & -bp\Omega & ab \\ 0 & -a & -p\Omega \\ 0 & p\Omega & -a \end{bmatrix},$$

$$g_1(u, y, X_2, X_1) = \begin{bmatrix} -\gamma_1 i_{sd} + ab\phi_{rd} + m_1 u_{sd} + \omega_s i_{sq} \\ m\phi_{rd} i_{sq} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$g_2(u, y, X_1, X_2) = \begin{bmatrix} -m_1 R_s i_{sq} - \omega_s i_{sd} + m_1 u_{sq} \\ \omega_s \phi_{rq} + aM_{sr} i_{sd} \\ -\omega_s \phi_{rd} + aM_{sr} i_{sq} \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \text{et } \gamma_1 = \frac{M_{sr}^2 R_r}{\sigma L_s L_r^2}.$$

$X_1 = [i_{sd} \ \Omega \ R_s]^T$ ,  $X_2 = [i_{sq} \ \phi_{rd} \ \phi_{rq}]^T$  et  $T_l$  sont les variables d'état,  $u = [u_{sd} \ u_{sq}]^T$  sont les entrées et  $y = [i_{sd} \ i_{sq}]^T$  sont les sorties de la machine asynchrone.  $C_1 = C_2 = [1 \ 0 \ 0]$ .

**Remarque 11** *Le modèle de la machine asynchrone a été écrit sous la forme deux sous systèmes interconnectés (3.28-3.29) dans le but d'obtenir une matrice  $\Phi$  connue et uniformément bornée pour synthétiser un observateur adaptatif ( (Besançon, 2006) et (Zhang, 2002)).*

**Objectif :** *Notre objectif est de construire d'une part un observateur pour le sous-système (3.28) pour estimer la vitesse mécanique, le couple de charge considéré comme une entrée inconnue et la résistance statorique, et d'autre part un observateur pour le sous-système (3.29) pour reconstruire les variables magnétiques (flux). Les deux observateurs seront interconnectés.*

Avant de synthétiser l'observateur adaptatif interconnecté pour les sous-systèmes (3.28), (3.29) nous posons les hypothèses suivantes :

#### Hypothèse 4

Supposons que les signaux  $(u, X_2)$  et  $(u, X_1)$  sont des entrées régulièrement persistantes et connues pour  $\Sigma_{1a}$  et  $\Sigma_{2a}$ , respectivement.

#### Hypothèse 5

$g_1(u, y, X_2, X_1)$  est globalement Lipschitz par rapport à  $X_2, X_1$ , uniformément par rapport à  $(u, y)$ .

**Remarque 12** On vérifie aisément que  $A_1(X_2)$  est globalement Lipschitz par rapport à  $X_2$ , que  $A_2(X_1)$  est globalement Lipschitz par rapport à  $X_1$  et que  $g_2(u, y, X_2, X_1)$  est globalement Lipschitz par rapport à  $X_2, X_1$ , uniformément par rapport à  $(u, y)$ .

Sous les hypothèses 4 et 5, les observateurs pour les sous-systèmes "nominaux" (3.28) et (3.29) sont donnés par :

$$\begin{aligned}
 \dot{Z}_1 &= A_1(Z_2, y)Z_1 + g_1(u, y, Z_2, Z_1) + KC_2^T(y_2 - \hat{y}_2) \\
 &\quad + (\varpi\Lambda S_3^{-1}\Lambda^T C_1^T + \Gamma S_1^{-1}C_1^T)(y_1 - \hat{y}_1) + \Phi\hat{T}_l \\
 \dot{\hat{T}}_l &= \varpi S_3^{-1}\Lambda^T C_1^T(y_1 - \hat{y}_1) + B_1(Z_2)(y_2 - \hat{y}_2) + B_2(Z_2)(y_1 - \hat{y}_1) \\
 \dot{S}_1 &= -\theta_1 S_1 - A_1^T(Z_2, y)S_1 - S_1 A_1(Z_2, y) + C_1^T C_1 \\
 \dot{S}_3 &= -\theta_3 S_3 + \Lambda^T C_1^T C_1 \Lambda \\
 \dot{\Lambda} &= (A_1(Z_2, y) - \Gamma S_1^{-1}C_1^T C_1)\Lambda + \Phi \\
 \dot{\hat{y}}_1 &= C_1 Z_1
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{Z}_2 &= A_2(Z_1)Z_2 + g_2(u, y, Z_1, Z_2) + S_2^{-1}C_2^T(y_2 - \hat{y}_2) \\
 \dot{S}_2 &= -\theta_2 S_2 - A_2^T(Z_1)S_2 - S_2 A_2(Z_1) + C_2^T C_2 \\
 \dot{\hat{y}}_2 &= C_2 Z_2
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

où  $Z_1 = [\hat{i}_{sd} \ \hat{\Omega} \ \hat{R}_s]^T$ ,  $Z_2 = [\hat{i}_{sq} \ \hat{\phi}_{rd} \ \hat{\phi}_{rq}]^T$  et  $T_l$  sont les variables d'état estimées.  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  sont des constantes positives,  $S_1, S_2$  sont des matrices définies positives (Besançon, 1996a),  $S_3(0) > 0$ ,  $\Lambda(0) > 0$ ,  $B_1(Z_2) = km\hat{\phi}_{rd}$ ,  $B_2(Z_2) = -km\hat{\phi}_{rq}$ . L'expression  $B_1(Z_2)(y_2 - \hat{y}_2) + B_2(Z_2)(y_1 - \hat{y}_1)$  est détaillée dans la remarque 8.

$$K = \begin{bmatrix} -k_{c1} & 0 & 0 \\ -k_{c2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix}$$

où  $k, k_{c1}, k_{c2}, \alpha$  et  $\varpi$  sont des constantes positives.

Les matrices  $A_1(Z_2, y)$  et  $A_1(Z_2)$  ainsi que les champs de vecteurs  $g_1(u, y, Z_2, Z_1)$  et  $g_2(u, y, Z_1, Z_2)$  sont donnés par :

$$A_1(Z_2) = \begin{bmatrix} 0 & bp\hat{\phi}_{rq} & -m_1\hat{i}_{sd} \\ m\hat{\phi}_{rq} & -c & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad g_1(u, y, Z_2, Z_1) = \begin{bmatrix} -\gamma_1\hat{i}_{sd} + ab\hat{\phi}_{rd} + m_1u_{sd} + \omega_s\hat{i}_{sq} \\ m\hat{\phi}_{rd}\hat{i}_{sq} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$A_2(Z_1) = \begin{bmatrix} -\gamma_1 & -bp\hat{\Omega} & ab \\ 0 & -a & -p\hat{\Omega} \\ 0 & p\hat{\Omega} & -a \end{bmatrix}, \quad g_2(u, y, Z_1, Z_2) = \begin{bmatrix} -m_1\hat{R}_s\hat{i}_{sq} - \omega_s\hat{i}_{sd} + m_1u_{sq} \\ \omega_s\hat{\phi}_{rq} + aM_{sr}\hat{i}_{sd} \\ -\omega_s\hat{\phi}_{rd} + aM_{sr}\hat{i}_{sq} \end{bmatrix}.$$

### 3.4.2 Analyse de la stabilité pratique de l'observateur adaptatif avec incertitudes paramétriques

Dans cette section, nous allons prouver la stabilité pratique de l'observateur adaptatif en considérant que les paramètres de la machine sont incertains. Soit les erreurs d'estimation suivantes :

$$\epsilon = X_1 - Z_1, \quad \epsilon_2 = X_2 - Z_2, \quad \epsilon_3 = T_l - \hat{T}_l \quad (3.32)$$

Les dynamiques de ces erreurs sont :

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} = & [A_1(Z_2, y) - \varpi \Lambda S_3^{-1} \Lambda^T C_1^T C_1 - \Gamma S_1^{-1} C_1^T C_1] \epsilon \\ & + \Phi \epsilon_3 - K C_2^T C_2 \epsilon_2 + [A_1(X_2, y) + \Delta A_1(X_2, y) - A_1(Z_2, y)] X_1 \\ & + g_1(u, y, X_2, X_1) + \Delta g_1(u, y, X_2, X_1) - g_1(u, y, Z_2, Z_1) \end{aligned} \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_2 = & [A_2(Z_1) - S_2^{-1} C_2^T C_2] \epsilon_2 + [A_2(X_1, y) + \Delta A_2(X_1, y) - A_2(Z_1, y)] X_2 \\ & + g_2(u, y, X_1, X_2) + \Delta g_2(u, y, X_1, X_2) - g_2(u, y, Z_1, Z_2) \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$\dot{\epsilon}_3 = -\varpi S_3^{-1} \Lambda^T C_1^T C_1 \epsilon - B_1(Z_2) C_2 \epsilon_2 - B_2(Z_2) C_1 \epsilon \quad (3.35)$$

où  $\Delta A_1(X_2, y)$ ,  $\Delta A_2(X_1)$ ,  $\Delta g_1(u, y, X_2, X_1)$  et  $\Delta g_2(u, y, X_1, X_2)$  sont les termes incertains de  $A_1(X_2, y)$ ,  $A_2(X_1)$ ,  $g_1(u, y, X_2, X_1)$ ,  $g_2(u, y, X_1, X_2)$  respectivement.

En nous inspirant de la méthode utilisée dans (Zhang, 2002) et en appliquant la transformation suivante  $\epsilon_1 = \epsilon - \Lambda \epsilon_3$ , cela implique

$$\dot{\epsilon}_1 = \dot{\epsilon} - \Lambda \dot{\epsilon}_3 - \dot{\Lambda} \epsilon_3.$$

Finalement la dynamique des erreurs d'estimation est :

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_1 = & [A_1(Z_2, y) - \Gamma S_1^{-1} C_1^T C_1 + B_{21}] \epsilon_1 + g_1(u, y, X_2, X_1) \\ & + \Delta g_1(u, y, X_2, X_1) - g_1(u, y, Z_2, Z_1) + (B_{12} - K') \epsilon_2 \\ & + B_{22} \epsilon_3 + [A_1(X_2, y) + \Delta A_1(X_2, y) - A_1(Z_2, y)] X_1 \\ \dot{\epsilon}_2 = & [A_2(Z_1) - S_2^{-1} C_2^T C_2] \epsilon_2 + [A_2(X_1) + \Delta A_2(X_1) - A_2(Z_1)] X_2 \\ & + g_2(u, y, X_1, X_2) - g_2(u, y, Z_1, Z_2) + \Delta g_2(u, y, X_1, X_2) \\ \dot{\epsilon}_3 = & -[\varpi S_3^{-1} \Lambda^T C_1^T C_1 \Lambda + B_2'] \epsilon_3 - [\varpi S_3^{-1} \Lambda^T C_1^T C_1 + B_2''] \epsilon_1 - B_1' \epsilon_2 \end{aligned} \quad (3.36)$$

où  $B_{21} = \Lambda B_2(Z_2) C_1$ ,  $B_{12} = \Lambda B_1(Z_2) C_2$ ,  $B_{22} = \Lambda B_2(Z_2) C_1 \Lambda$ ,  $B_2' = B_2(Z_2) C_1 \Lambda$ ,  $B_2'' = B_2(Z_2) C_1$ ,  $B_1' = B_1(Z_2) C_2$ ,  $K' = K C_2^T C_2$ .

#### Hypothèse 6

On suppose que :

$$\begin{aligned} \|\Delta A_1(X_2, y)\| &\leq \rho_1, \quad \|\Delta A_2(X_1)\| \leq \rho_2, \\ \|\Delta g_1(u, y, X_2, X_1)\| &\leq \rho_3, \quad \|\Delta g_2(u, y, X_1, X_2)\| \leq \rho_4 \end{aligned}$$

pour  $\rho_i > 0$ , for  $i = 1, \dots, 4$ .



**Lemme 1** (*Besançon, 1996b*)

Supposons que  $v$  est une entrée régulièrement persistante pour les systèmes affines en état (3.26)-(3.27), et considérons une équation différentielle de Lyapunov :

$$\dot{S}(t) = -\theta S(t) - A^T(v(t))S(t) - S(t)A(v(t)) + C^T C$$

avec  $S(0) > 0$ , alors

$$\exists \theta_0 > 0, \forall \theta \geq \theta_0, \exists \bar{\alpha} > 0, \bar{\beta} > 0, t_0 > 0 :$$

$$\forall t \geq t_0, \quad \bar{\alpha}I \leq S(t) \leq \bar{\beta}I,$$

où  $I$  est la matrice identité (voir preuve dans (*Besançon, 1996b*)).

Il est clair que pour le sous-système (3.26)  $v = (u, X_2)$  et  $S(t) = S_1$ , tandis que pour le sous-système (3.27),  $v = (u, X_1)$  et  $S(t) = S_2$ .

En considérant que  $(u, X_2)$  et  $(u, X_1)$  sont des entrées régulièrement persistantes pour les systèmes affines en état (3.26)-(3.27), respectivement et le lemme 1, alors il existe  $t_0 \geq 0$ ,  $\eta_{S_i}^{max}$  et  $\eta_{S_i}^{min}$  des constantes positives indépendantes de  $\theta_i$  tel que  $V(t, \epsilon_i) = \epsilon_i^T S_i \epsilon_i$  pour  $i = 1, 2, 3$  vérifie l'inégalité suivante (*Besançon, 1996a*) :

$$\forall t \geq t_0 \quad \eta_{S_i}^{min} \|\epsilon_i\|^2 \leq V(t, \epsilon_i) \leq \eta_{S_i}^{max} \|\epsilon_i\|^2 \quad (3.37)$$

**Théorème 3** *Considérons le système (3.28)-(3.29), et supposons que les hypothèses 4, 5, 6 sont vérifiées. En synthétisant un observateur adaptatif interconnecté (3.30)-(3.31) pour le système (3.28)-(3.29) alors, la dynamique (3.36) des erreurs d'estimation est pratiquement fortement uniformément stable.*

### Preuve du théorème 3.

Dans le but de prouver la convergence pratique des erreurs d'estimation, on définit  $V_o = V_1 + V_2 + V_3$  une fonction de Lyapunov candidate, où  $V_1 = \epsilon_1^T S_1 \epsilon_1$ ,  $V_2 = \epsilon_2^T S_2 \epsilon_2$  et  $V_3 = \epsilon_3^T S_3 \epsilon_3$ . Nous calculons la dérivée temporelle de  $V_o$  et en utilisant les expressions (3.30), (3.31) et (3.36) on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{V}_o = & \epsilon_1^T \{ -\theta_1 S_1 - (2S_1 \Gamma S_1^{-1} - 1) C_1^T C_1 + 2S_1 B_{21} \} \epsilon_1 \\ & + 2\epsilon_1^T S_1 \{ A_1(X_2, y) - A_1(Z_2, y) + \Delta A_1(X_2, y) \} X_1 \\ & + 2\epsilon_1^T S_1 \{ g_1(u, y, X_2, X_1) - g_1(u, y, Z_2, Z_1) + \Delta g_1(u, y, X_2, X_1) \} \\ & + \epsilon_3^T [ -\theta_3 S_3 - (2\varpi - 1) \Lambda^T C_1^T C_1 \Lambda - 2S_3 B_2' ] \epsilon_3 \\ & + \epsilon_2^T \{ -\theta_2 S_2 - C_2^T C_2 \} \epsilon_2 \quad (3.38) \\ & + 2\epsilon_2^T S_2 \{ A_2(X_1) - A_2(Z_1) + \Delta A_2(X_1) \} X_2 \\ & + 2\epsilon_2^T S_2 \{ g_2(u, y, X_1, X_2) - g_2(u, y, Z_1, Z_2) + \Delta g_2(u, y, X_1, X_2) \} \\ & + 2\epsilon_1^T S_1 (B_{12} - K') \epsilon_2 + 2\epsilon_1^T S_1 B_{22} \epsilon_3 \\ & - 2\epsilon_3^T (B_2'' + \varpi \Lambda^T C_1^T C_1) \epsilon_1 - 2\epsilon_3^T S_3 B_1' \epsilon_2. \end{aligned}$$

En normant (3.38) il vient :

$$\begin{aligned}
\dot{V}_o \leq & -(\theta_1 - 2 \|B_{21}\|) \epsilon_1^T S_1 \epsilon_1 + 2 \|\epsilon_1\| \|S_1\| \|\{A_1(X_2, y) - A_1(Z_2, y)\}\| \|X_1\| \\
& + 2 \|\epsilon_1\| \|S_1\| \|\{\Delta A_1(X_2, y)\}\| \|X_1\| \\
& + 2 \|\epsilon_1\| \|S_1\| \|\{g_1(u, y, X_2, X_1) - g_1(u, y, Z_2, Z_1)\}\| \\
& + 2 \|\epsilon_1\| \|S_1\| \|\{\Delta g_1(u, y, X_2, X_1)\}\| \\
& - (\theta_3 + 2 \|B'_2\|) \epsilon_3^T S_3 \epsilon_3 - \theta_2 \epsilon_2^T S_2 \epsilon_2 \\
& + 2 \|\epsilon_2\| \|S_2\| \|\{A_2(X_1) - A_2(Z_1)\}\| \|X_2\| \\
& + 2 \|\epsilon_2\| \|S_2\| \|\{\Delta A_2(X_1)\}\| \|X_2\| \\
& + 2 \|\epsilon_2\| \|S_2\| \|\{g_2(u, y, X_1, X_2) - g_2(u, y, Z_1, Z_2)\}\| \\
& + 2 \|\epsilon_2\| \|S_2\| \|\{\Delta g_2(u, y, X_1, X_2)\}\| \\
& + 2 \|\epsilon_1\| \|S_1\| (\|B_{12}\| - \|K'\|) \|\epsilon_2\| + 2 \|\epsilon_1\| \|S_1\| \|B_{22}\| \|\epsilon_3\| \\
& - 2 \|\epsilon_3\| (\|B''_2\| + \|\varpi \Lambda^T C_1^T C_1\|) \|\epsilon_1\| - \|2\epsilon_3\| \|S_3\| \|B'_1\| \|\epsilon_2\|.
\end{aligned} \tag{3.39}$$

De l'hypothèse 5 et 6 on a :

$$\begin{aligned}
\|S_1\| & \leq k_1, \quad \|S_2\| \leq k_5, \quad \|X_1\| \leq k_3, \quad \|X_2\| \leq k_7 \\
\|\{g_1(u, y, X_2, X_1) - g_1(u, y, Z_2, Z_1)\}\| & \leq k_4 \|\epsilon_2\| + k_{16} \|\epsilon_1\| \\
\|\{A_1(X_2, y) - A_1(Z_2, y)\}\| & \leq k_2 \|\epsilon_2\| \\
\|\{A_2(X_1) - A_2(Z_1)\}\| & \leq k_6 \|\epsilon_1\| + k_{20} \|\epsilon_3\| \\
\|\{g_2(u, y, X_1, X_2) - g_2(u, y, Z_1, Z_2)\}\| & \leq k_8 \|\epsilon_1\| + k_{17} \|\epsilon_2\| \\
\|B'_1\| & \leq k_9, \quad \|B'_2\| \leq k_{10}, \quad \|B''_2\| \leq k_{18}, \quad \|B_{12}\| \leq k_{11}, \\
\|B_{21}\| & \leq k_{12}, \quad \|B_{22}\| \leq k_{13}, \quad \|K'\| \leq k_{14} \\
\|\Lambda^T C_1^T C_1\| & \leq k_{19}, \quad \|S_3\| \leq k_{15}.
\end{aligned}$$

En regroupant les termes communs en  $\|\epsilon_1\|$ ,  $\|\epsilon_2\|$  et  $\|\epsilon_3\|$ , alors  $\dot{V}_o$  (3.39) devient :

$$\begin{aligned}
\dot{V}_o \leq & -(\theta_1 - 2k_{12} - 2k_1 k_{16}) \epsilon_1^T S_1 \epsilon_1 \\
& - (\theta_2 - 2k_5 k_{17}) \epsilon_2^T S_2 \epsilon_2 - (\theta_3 + 2k_{10}) \epsilon_3^T S_3 \epsilon_3 \\
& + 2(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 + \mu_5) \|\epsilon_1\| \|\epsilon_2\| \\
& + 2\mu_9 \|\epsilon_2\| \|\epsilon_3\| + 2\mu_8 \|\epsilon_1\| \|\epsilon_3\| + \mu_6 \|\epsilon_1\| + \mu_7 \|\epsilon_2\|
\end{aligned} \tag{3.40}$$

$$\begin{aligned}
\text{où } \mu_1 & = k_1 k_2 k_3, \quad \mu_2 = k_1 k_4, \quad \mu_3 = k_5 k_6 k_7, \quad \mu_4 = k_5 k_8, \\
\mu_5 & = k_1 (k_{11} - k_{14}), \quad \mu_6 = 2(k_1 k_3 \rho_1 + k_1 \rho_3), \\
\mu_7 & = 2(k_5 k_7 \rho_2 + k_5 \rho_4), \quad \mu_8 = k_1 k_{13} - (\varpi k_{19} + k_{18}), \quad \mu_9 = -k_{15} k_9 + k_5 k_{20} k_7
\end{aligned}$$

En écrivant l'inégalité (3.40) en fonction de  $V_1$ ,  $V_2$  et  $V_3$ , il suit que :

$$\begin{aligned}
\dot{V}_o \leq & -(\theta_1 - 2k_{12} - 2k_1 k_{16}) V_1 - (\theta_2 - 2k_5 k_{17}) V_2 - (\theta_3 + 2k_{10}) V_3 \\
& + 2\tilde{\mu} \sqrt{V_1} \sqrt{V_2} + \tilde{\mu}_7 \sqrt{V_2} + 2\tilde{\mu}_9 \sqrt{V_2} \sqrt{V_3} + \tilde{\mu}_6 \sqrt{V_1} + 2\tilde{\mu}_8 \sqrt{V_1} \sqrt{V_3}
\end{aligned} \tag{3.41}$$

$$\begin{aligned}
\text{où } \tilde{\mu} & = \sum_{j=0}^5 \tilde{\mu}_j, \quad \tilde{\mu}_j = \frac{\mu_j}{\sqrt{\eta_{S_1}^{min}} \sqrt{\eta_{S_2}^{min}}}, \quad j = 1, \dots, 5; \quad \tilde{\mu}_8 = \frac{\mu_8}{\sqrt{\eta_{S_1}^{min}} \sqrt{\eta_{S_3}^{min}}}, \quad \tilde{\mu}_9 = \frac{\mu_9}{\sqrt{\eta_{S_2}^{min}} \sqrt{\eta_{S_3}^{min}}}, \\
\tilde{\mu}_6 & = \frac{\mu_6}{\sqrt{\eta_{S_1}^{min}}}, \quad \tilde{\mu}_7 = \frac{\mu_7}{\sqrt{\eta_{S_2}^{min}}}.
\end{aligned}$$

Considérons les inégalités suivantes :

$$\begin{aligned}
\sqrt{V_1} \sqrt{V_2} & \leq \frac{\varphi_1}{2} V_1 + \frac{1}{2\varphi_1} V_2 \\
\sqrt{V_1} \sqrt{V_3} & \leq \frac{\varphi_2}{2} V_1 + \frac{1}{2\varphi_2} V_3 \\
\sqrt{V_2} \sqrt{V_3} & \leq \frac{\varphi_3}{2} V_2 + \frac{1}{2\varphi_3} V_3 \quad \forall \varphi_i (i = 1, 2, 3) \in ]0, 1[
\end{aligned}$$

on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{V}_o \leq & -(\theta_1 - 2k_{12} - 2k_1k_{16} - \tilde{\mu}\varphi_1 - \tilde{\mu}_8\varphi_2)V_1 - (\theta_2 - 2k_5k_{17} - \frac{\tilde{\mu}}{\varphi_2} - \tilde{\mu}_9\varphi_3)V_2 \\ & -(\theta_3 + 2k_{10} - \frac{\tilde{\mu}_8}{\varphi_2} - \frac{\tilde{\mu}_9}{\varphi_3})V_3 + \tilde{\mu}_6 \|\epsilon_1\| + \tilde{\mu}_7 \|\epsilon_2\|. \end{aligned}$$

En prenant  $\theta_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  suffisamment grand tel que :

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \theta_1 - 2k_{12} - 2k_1k_{16} - \tilde{\mu}\varphi_1 - \tilde{\mu}_8\varphi_2 > 0 \\ \delta_2 &= \theta_2 - 2k_5k_{17} - \frac{\tilde{\mu}}{\varphi_2} - \tilde{\mu}_9\varphi_3 > 0 \\ \delta_3 &= \theta_3 + 2k_{10} - \frac{\tilde{\mu}_8}{\varphi_2} - \frac{\tilde{\mu}_9}{\varphi_3} > 0 \end{aligned}$$

ainsi les valeurs minimales de  $\theta_i$  sont données par l'équation (3.42)

$$\begin{aligned} \theta_1 &> 2k_{12} + 2k_1k_{16} + \tilde{\mu}\varphi_1 + \tilde{\mu}_8\varphi_2 \\ \theta_2 &> 2k_5k_{17} + \frac{\tilde{\mu}}{\varphi_2} + \tilde{\mu}_9\varphi_3 \\ \theta_3 &> -2k_{10} + \frac{\tilde{\mu}_8}{\varphi_2} + \frac{\tilde{\mu}_9}{\varphi_3}. \end{aligned} \tag{3.42}$$

Pour  $\delta = \min(\delta_1 \ \delta_2 \ \delta_3)$ ,  $\mu = \max(\tilde{\mu}_6 \ \tilde{\mu}_7)$ , la dérivée temporelle de  $V_o$  devient :

$$\begin{aligned} \dot{V}_o &\leq -\delta(V_1 + V_2 + V_3) + \mu(\sqrt{V_1} + \sqrt{V_2}) \\ &\leq -\delta V_o + \mu\psi\sqrt{V_o}. \end{aligned} \tag{3.43}$$

où  $\psi\sqrt{V_1 + V_2 + V_3} > \sqrt{V_1} + \sqrt{V_2}$ , et  $\psi > 0$ .

Maintenant, considérons le changement de variable suivant  $v = 2\sqrt{V_o}$ , la dérivée temporelle de  $v$  satisfait :

$$\dot{v} \leq -\delta v + \psi\mu. \tag{3.44}$$

De (3.44) et le **théoreme 2** on a  $\wp(t, l) = -\delta l + \psi\mu$  :

$$\dot{l} = \wp(t, l), \quad l(t_0) = l_0 \geq 0. \tag{3.45}$$

L'ensemble des solutions de (3.45) est :

$$l(t) = l(t_0)e^{-\delta(t-t_0)} + \frac{\psi\mu}{\delta}(1 - e^{-\delta(t-t_0)}). \tag{3.46}$$

Notre objectif est de prouver que (3.45) est pratiquement uniformément fortement stable (voir **Corollaire 1**). Dans un premier temps nous, allons montrer d'abord que (3.45) est pratiquement uniformément stable :

Supposons que  $l(t_0) \leq \bar{h}_1$ , de (3.46) on obtient :

$$\begin{aligned} l(t) &\leq l(t_0) + \frac{\psi\mu}{\delta} \\ &\leq \bar{h}_1 + \frac{\psi\mu}{\delta} \leq \bar{h}_2. \end{aligned} \tag{3.47}$$

Alors

$$l(t_0) \leq \bar{h}_1 \Rightarrow l(t) \leq \bar{h}_2, \quad \forall t \geq t_0.$$

D'après la définition **PS2**, (3.45) est pratiquement uniformément stable.

Ensuite prouvons que (3.45) est pratiquement uniformément quasi stable. Supposons qu'il existe  $\hbar_1$ ,  $\mathfrak{S}$ ,  $T$  des constantes positives,  $l(t_0) \leq \hbar_1$  et  $t \geq t_0 + T$ . La solution (3.46) satisfait les inégalités suivantes :

$$\begin{aligned} l(t) &\leq l(t_0)e^{-\delta T} + \frac{\psi\mu}{\delta} \\ &\leq \hbar_1 e^{-\delta T} + \frac{\psi\mu}{\delta} \leq \mathfrak{S}. \end{aligned} \quad (3.48)$$

Alors

$$l(t_0) \leq \hbar_1 \Rightarrow l(t) \leq \mathfrak{S}, \quad \forall t \geq t_0 + T.$$

De la définition **PS4**, (3.45) est pratiquement uniformément quasi stable.

D'après la définition **PS6**, (3.45) est pratiquement fortement uniformément stable.

Dans le but de prouver que la dynamique (3.36) des erreurs d'estimation est pratiquement fortement uniformément stable, vérifions toutes les conditions du **théorème 2**.

De (3.47) et (3.48),  $\hbar_1 < \hbar_2$ ,  $\mathfrak{S} < \hbar_2$ , alors la condition **i**) du **théorème 2** est vérifiée.

En considérant l'inégalité (3.37), on obtient  $\eta^{min} \|e\|^2 \leq V_o(t, e) \leq \eta^{max} \|e\|^2$ , où  $\eta^{min} = \min\{\eta_{S_i}^{min}, i = 1, 2, 3\}$  et  $\eta^{max} = \max\{\eta_{S_i}^{max}, i = 1, 2, 3\}$ ,  $V_o(t, e)$  est une fonction de Lyapunov localement Lipschitz par rapport à  $e = (\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3)^T$ . Soient :

$$\begin{aligned} d_1(\|e\|) &= \eta^{min} \|e\|^2 \\ d_2(\|e\|) &= \eta^{max} \|e\|^2. \end{aligned}$$

Pour  $(t, e) \in \mathbb{R}_+ \times B_{\hbar_2}$

$$d_1(\|e\|) \leq V_o(t, e) \leq d_2(\|e\|)$$

et de (3.43)

$$\wp(t, V_o(t, e)) = -\delta V_o + \mu\psi\sqrt{V_o}.$$

Les conditions **ii**) et **iii**) du **théorème 2** sont donc vérifiées.

Maintenant, cherchons à vérifier la condition **iv**) du **théorème 2**. De (3.47), nous savons que :

$$v(t_0) \leq \hbar_1 \Rightarrow v(t) \leq \hbar_2, \quad \forall t \geq t_0.$$

Or  $V_o(t, e) = \frac{1}{4}v(t)^2$  donc, d'une part, on a :

$$\begin{aligned} v(t_0) \leq \hbar_1 &\Rightarrow \eta^{min} \|e_0\|^2 < \frac{1}{4}\hbar_1^2 \\ \|e_0\| &< \frac{1}{\sqrt{4\eta^{min}}}\hbar_1 \end{aligned}$$

d'autre part :

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}v(t)^2 &= V_o(t, e) \\ &= \eta^{max} \|e(t)\|^2 < \frac{1}{4}\hbar_2^2 \\ \|e(t)\| &< \frac{1}{\sqrt{4\eta^{max}}}\hbar_2. \end{aligned}$$

Par conséquent :

$$0 < \frac{1}{\sqrt{4\eta^{min}}} \hbar_1 < \frac{1}{\sqrt{4\eta^{max}}} \hbar_2$$

$$\eta^{max} \hbar_1^2 < \eta^{min} \hbar_2^2 \Rightarrow d_2(\hbar_1) < d_1(\hbar_2).$$

Ainsi, toutes les conditions du **théorème 2** sont vérifiées. Alors la dynamique (3.36) des erreurs d'estimation est pratiquement fortement uniformément stable dans la boule  $B_r$  de rayon  $r = \frac{\psi\mu}{\delta}$ . Par conséquent, les observateurs (3.30) et (3.31) sont des observateurs à convergence pratique.

### 3.4.3 Résultats expérimentaux de l'observateur adaptatif interconnecté

Les résultats expérimentaux de l'observateur adaptatif interconnecté sur le "Benchmark Observateur Sans Capteur Mécanique" sont présentés dans cette partie. Le schéma expérimental de la plate-forme est identique à celui de l'observateur interconnecté (Fig. 3.1).

Les paramètres de l'observateur sont choisis comme suit :  $\alpha = 0.01$ ,  $k = 0.012$ ,  $k_{c1} = 0.01$ ,  $k_{c2} = 0.01$ ,  $\varpi = 5$ ,  $\theta_1 = 2000$ ,  $\theta_2 = 3400$  et  $\theta_3 = 2$  pour satisfaire les conditions de convergence (3.42). En utilisant la méthode de l'**Annexe A**, nous calculons les valeurs minimales de  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  et  $\theta_3$ . Ensuite les valeurs adéquates sont choisies pour accélérer la convergence de l'observateur.

La période d'échantillonnage  $T$  est égale à  $200\mu s$ .

Pour les essais suivants, exceptés les tests de robustesses sur  $R_s$ , on prend comme valeur initiale de l'observateur (estimation de  $R_s$ )  $R_{s0} = R_s$ .

#### Essai avec les paramètres "nominaux"

La figure 3.16 montre que la vitesse et le couple charge estimés (Figs. 3.16b et 3.16d) convergent globalement vers leurs valeurs réelles (mesure de vitesse Fig. 3.16a et du couple de charge 3.16c) dans la zone observable et inobservable. La résistance statorique estimée Fig. 3.16e est constante. Cependant, il existe un léger biais entre la valeur estimée et la valeur identifiée ( $R_{s0} = 1.633\Omega$ ). En effet, la résistance statorique varie suivant les conditions expérimentales, donc la valeur identifiée n'est pas exactement la valeur réelle dans les conditions expérimentales actuelles. Il faut noter que cette courbe (Fig. 3.16e) est tracée lorsque l'observateur a déjà convergé. Néanmoins, un écart statique apparaît entre la vitesse estimée (Fig. 3.16b) et la vitesse mesurée (Fig. 3.16a) dans la zone inobservable. Ceci justifie la notion de stabilité pratique introduite dans ces travaux, car la convergence asymptotique n'est garantie que si les entrées sont régulièrement persistantes. Dans la zone inobservable, les entrées ne sont pas persistantes, mais l'observateur converge dans la boule de rayon  $r$ . Contrairement aux observateurs présentés dans (Ghanes, 2005) et (Ghanes, 2006a), nous remarquons, d'une part, une très bonne estimation de la vitesse et du couple de charge et, d'autre part, la stabilité de l'observateur dans la zone inobservable.

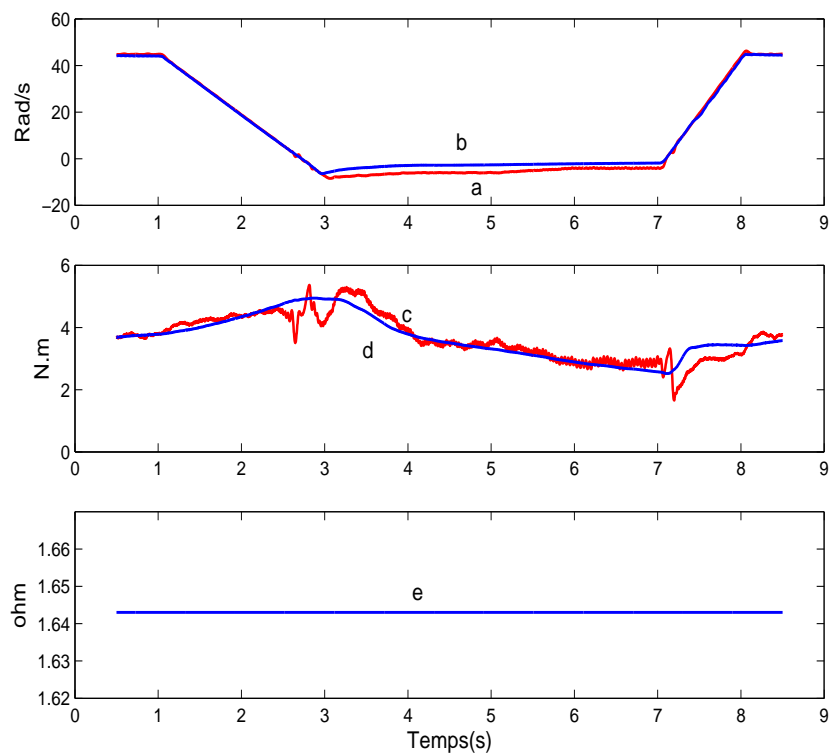


FIGURE 3.16: cas "nominal" : a, c) vitesse (rad/s) et couple de charge (N.m) mesurés, b, d, e) vitesse (rad/s), couple de charge (N.m) et résistance statorique (ohm) estimés.

### Analyse de la robustesse

Pour ces essais, nous allons effectuer des variations paramétriques sur l'observateur par rapport aux valeurs identifiées.

#### *Variation de +50% et -50% sur la valeur de la résistance rotorique ( $R_r$ )*

Les résultats expérimentaux sont donnés par la figure 3.17 pour une variation de +50% sur la valeur de  $R_r$  dans l'observateur et par la figure 3.18 pour une variation de -50% sur la valeur de  $R_r$  dans l'observateur.

Les résultats obtenus sont similaires au cas "nominal" (Fig. 3.16). L'observateur est toujours stable dans les conditions observable et inobservable. Comme pour l'observateur interconnecté, un léger écart statique apparaît entre la vitesse mesurée (Fig. 3.17a et 3.18 a) et la vitesse estimée (Fig. 3.17b et 3.18b) dans les conditions observable par rapport au cas "nominal". Par rapport aux observateurs de (Ghanes, 2005) et (Ghanes, 2006a), cet observateur donne une bonne estimation du couple de charge et de la vitesse. La résistance statorique estimée est constante (Fig. 3.17e et 3.18e). Comme dans le cas nominal, nous remarquons toujours un biais entre la valeur estimée et la valeur identifiée.

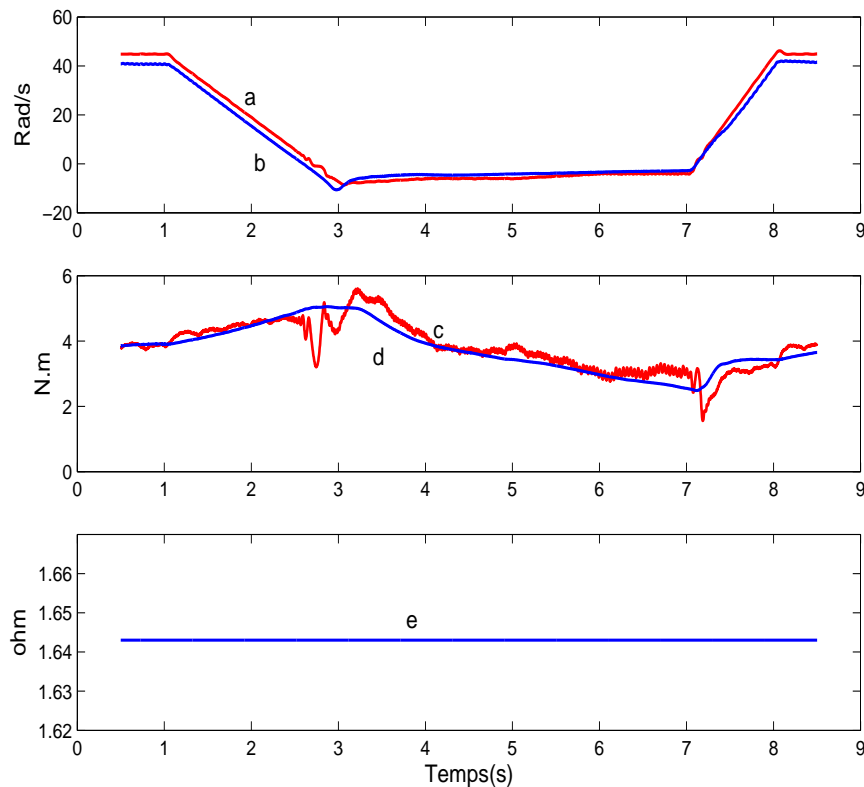


FIGURE 3.17: +50% sur  $R_r$  : a, c) vitesse (rad/s) et couple de charge (N.m) mesurés, b, d, e) vitesse (rad/s), couple de charge (N.m) et résistance statorique (ohm) estimés.

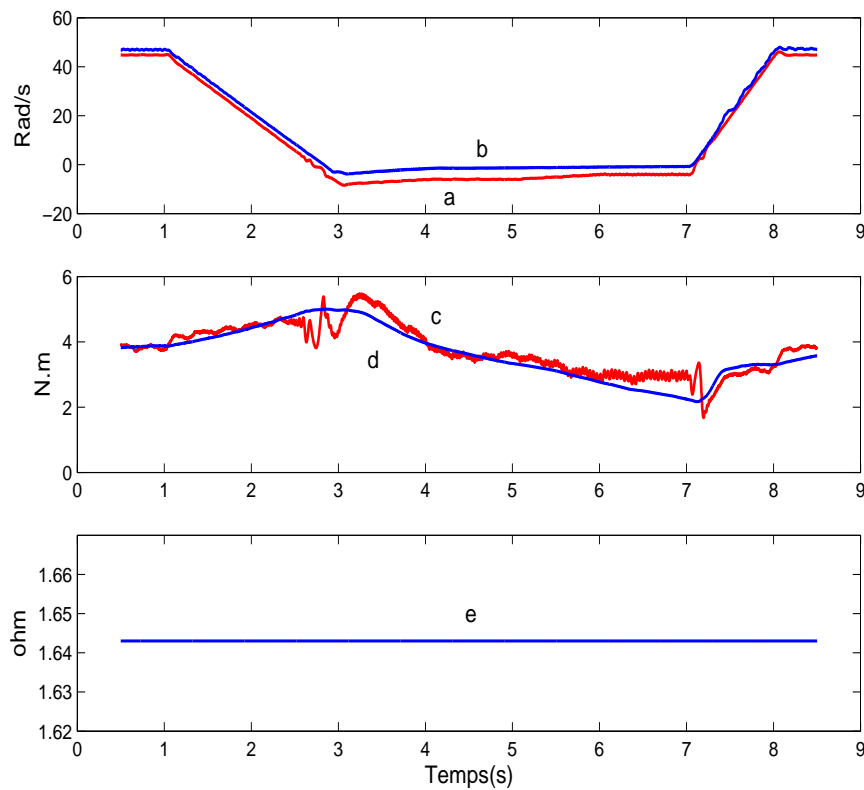


FIGURE 3.18:  $-50\%$  sur  $R_r$  : a, c) vitesse (rad/s) et couple de charge (N.m) mesurés, b, d, e) vitesse (rad/s), couple de charge (N.m) et résistance statorique (ohm) estimés.

### *Variation de $+20\%$ sur la valeur de l'inductance rotorique ( $L_r$ ) et inductance statorique ( $L_s$ )*

Les figures 3.19 et 3.20 montrent les résultats obtenus.

L'interprétation de la figure 3.19, nous montre que la vitesse estimée (Fig. 3.19b) converge vers la vitesse mesurée (Fig. 3.19a). Même conclusion pour le couple de charge (Figs. 3.19c et 3.19d). L'observateur adaptatif est donc peu sensible à une variation de  $+20\%$  sur la valeur de l'inductance rotorique par rapport au cas "nominal" dans la zone observable et inobservable (Fig. 3.16). Pour une variation de  $+20\%$  sur la valeur de l'inductance statorique les performances de l'observateur sont peu détériorées par rapport au cas nominal car il existe écart entre la vitesse mesurée (Fig. 3.20 a) et la vitesse estimée (Fig. 3.20 b). Pour ces différents tests de robustesse (Figs. 3.19e et 3.20e), nous remarquons une augmentation du biais entre la valeur de la résistance statorique estimée et la valeur identifiée par rapport au cas nominal (Fig. 3.16e). Nous pouvons donc conclure que l'estimation de  $R_s$  est peu sensible aux variations sur les inductances rotoriques et statoriques.



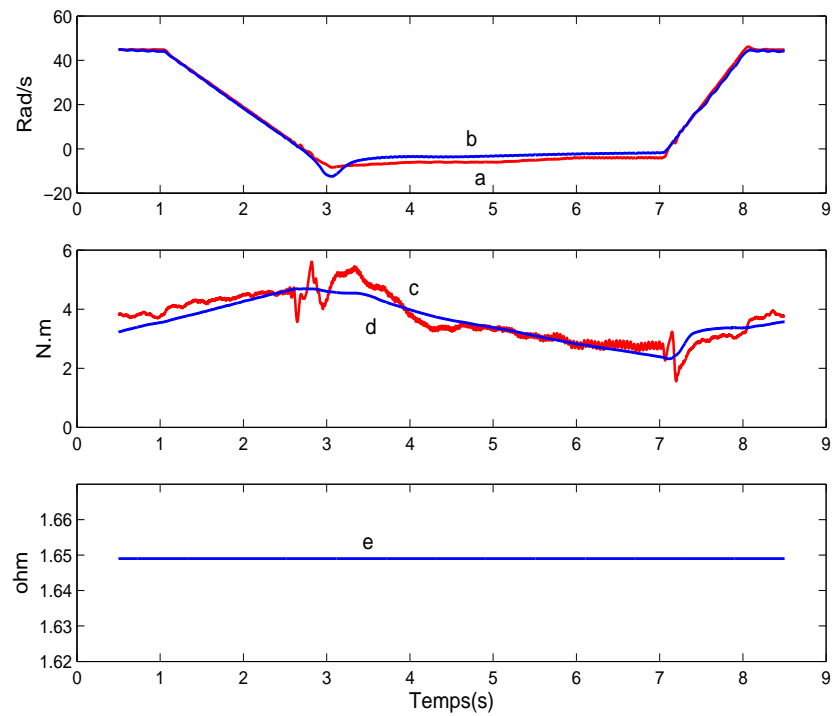


FIGURE 3.19: +20% sur  $L_r$  : a, c) vitesse (rad/s) et couple de charge (N.m) mesurés, b, d, e) vitesse (rad/s), couple de charge (N.m) et résistance statorique (ohm) estimés.

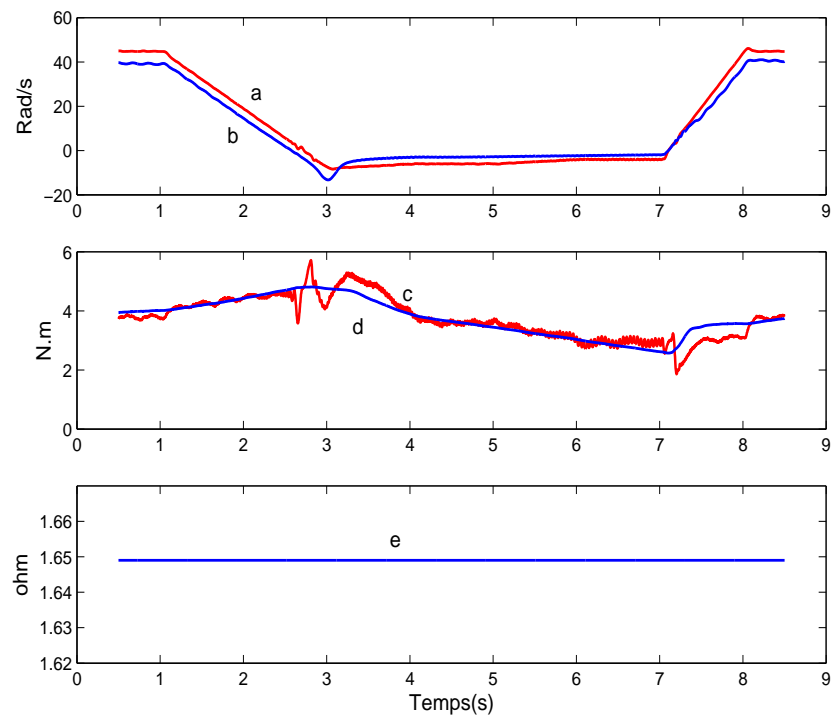


FIGURE 3.20: +20% sur  $L_s$  : a, c) vitesse (rad/s) et couple de charge (N.m) mesurés, b, d, e) vitesse (rad/s), couple de charge (N.m) et résistance statorique (ohm) estimés.

### Variation de +20% et -20% sur la valeur de la résistance statorique ( $R_s$ )

Les figures 3.21 et 3.22 montrent respectivement les performances de l'observateur adaptatif vis-à-vis d'une variation de résistance statorique. Ces tests sont effectués en changeant la valeur initiale de la résistance statorique dans les algorithmes de l'observateur.

L'analyse de ces résultats, nous montre que le couple charge estimé (Figs. 3.21d et 3.22 d) converge globalement vers le couple de charge mesuré (Figs. 3.21c et 3.22 c) dans la zone observable et inobservable. En comparant ces résultats avec ceux de l'observateur interconnecté (Figs. 3.13 et 3.15) pour les mêmes variations sur la valeur de la résistance statorique, nous pouvons conclure que l'observateur adaptatif est plus robuste que l'observateur interconnecté. La robustesse de l'observateur adaptatif est due à l'estimation de la valeur de  $R_s$  (Figs. 3.21e et 3.22 e). Il existe toujours un biais entre la valeur de  $R_s$  estimée et la valeur identifiée.

Pour la commande cette bonne évaluation de la valeur de  $R_s$  (paramètre crucial) est très importante dans les zones de faible vitesse (zone inobservable). Ces essais ont été effectués dans les mêmes condition que pour l'observateur interconnecté pour comparaison. Des bons résultats ont été obtenus avec une variation de  $\pm 50\%$  sur la condition initiale de l'observateur.

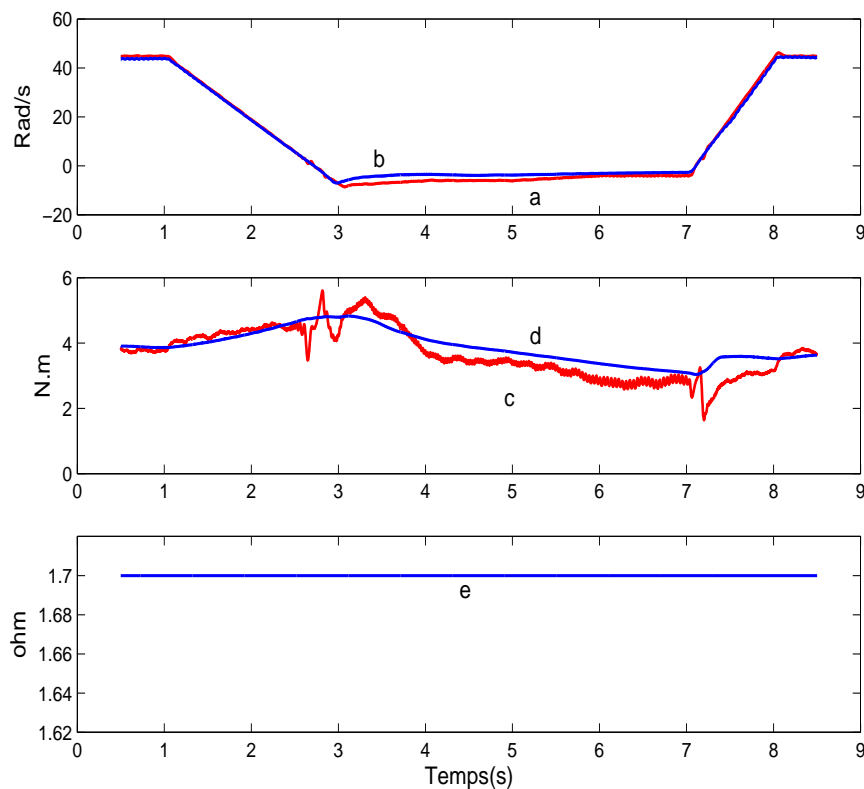


FIGURE 3.21: +20% sur  $R_s$  : a, c) vitesse (rad/s) et couple de charge (N.m) mesurés, b, d, e) vitesse (rad/s), couple de charge (N.m) et résistance statorique (ohm) estimés.

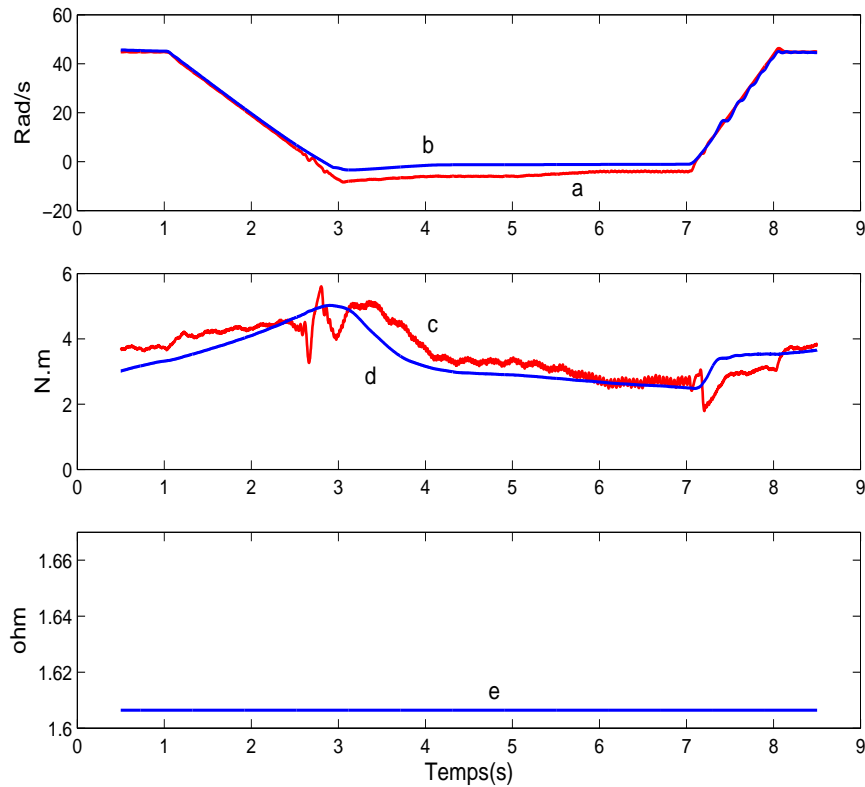


FIGURE 3.22:  $-20\%$  sur  $R_s$  : a, c) vitesse (rad/s) et couple de charge (N.m) mesurés, b, d, e) vitesse (rad/s), couple de charge (N.m) et résistance statorique (ohm) estimés.

### 3.5 Comparaison des résultats des deux observateurs

En comparant les résultats de l'observateur interconnecté et de l'observateur adaptatif, nous remarquons que :

- Vis à vis de la perte d'observabilité : les deux observateurs sont stables dans les zones observable et inobservable ;
- Dans le cas "nominal" : les deux observateurs convergent asymptotiquement dans la zone observable. Dans la zone inobservable, un faible biais apparaît entre les variables estimées et les mesures ;
- En terme de robustesse : les deux observateurs sont robustes à une variation de la résistance rotorique, des inductances rotoriques et statoriques. L'observateur adaptatif est plus robuste que l'observateur interconnecté lors d'une variation de la résistance statorique.

Le tableau suivant résume les performances des deux observateurs étudiés.

	Observateur	
	Interconnecté	Adaptatif Interconnecté
Zone observable	Stable	Stable
Zone inobservable	Stable	Stable
Cas "nominal"	Converge	Converge
$\pm 50\%$ sur $R_r$	Robuste	Robuste
$+20\%$ sur $L_r$	Robuste	Robuste
$+20\%$ sur $L_s$	Peu sensible	Peu sensible
$\pm 20\%$ sur $R_s$	Très sensible	Robuste

### 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons d'abord synthétisé un observateur interconnecté pour estimer les variables mécaniques (vitesse et couple de charge), les variables magnétiques (flux) de la machine asynchrone. Cet observateur a été testé et validé expérimentalement sur le "Benchmark Observateur Sans Capteur Mécanique" présenté dans le chapitre 2. Les résultats expérimentaux obtenus ont montré que l'observateur est stable dans les zones observable et inobservable. De plus, l'observateur converge asymptotiquement dans la zone observable. Les tests de robustesse vis-à-vis des variations paramétriques de la machine ont montrés que l'observateur interconnecté est robuste à une variation de la résistance rotorique, des inductances rotorique et statorique tandis qu'il est très sensible à une variation la résistance statorique.

Lors de la synthèse des observateurs nous avons supposé que les entrées sont régulièrement persistantes (définition 2). Dans la zone inobservable, cette hypothèse n'est pas vérifiée, alors la convergence asymptotique de l'observateur n'est pas garantie. Ce qui, nous a amené dans la suite à introduire la stabilité pratique qui garantit la convergence dans une boule de rayon  $r$ .

Enfin, nous avons synthétisé un observateur adaptatif interconnecté qui estime, en plus des variables mécaniques et magnétiques, la résistance statorique qui est variable et primordiale à très basse vitesse (Holtz, 2002). Les résultats expérimentaux ont montré les performances de l'observateur adaptatif interconnecté. D'une manière générale, nous avons remarqué que l'observation de  $R_s$  est biaisée (légère différence entre la valeur estimée et la valeur identifiée). Une explication possible est que la valeur de la résistance statorique identifiée n'est pas exactement égale à la valeur actuelle de cette résistance ( $R_s$  suivant les conditions expérimentales) ou l'estimateur  $R_s$  ne converge pas vers la valeur réelle. La première remarque semble plus probable car des résultats de simulation de l'observateur adaptatif interconnecté ont montré que la résistance statorique estimée converge vers la résistance du modèle (voir **Annexe C.4**).

Au cours du chapitre 4, nous allons associer ces observateurs à des lois de commande dans le but de réaliser des commandes non linéaires robustes sans capteur mécanique de la machine asynchrone.



# Chapitre 4

## Synthèse des lois de commande non linéaires sans capteur mécanique

### 4.1 Introduction

Dans le monde industriel la machine asynchrone occupe une place prépondérante dans le domaine de variation de vitesse à faible coût. La présence massive de cette machine dans ce domaine est due d'une part à l'évolution des microprocesseurs qui rendent sa commande plus facile à implanter, à ses nombreux avantages (faible coût, robustesse, forte puissance) par rapport aux autres machines électriques et, d'autre part, au principe d'orientation du champ introduit par Blaschke (Blaschke, 1972) qui donne de bonnes performances dynamiques. La recherche s'oriente maintenant vers l'amélioration de ce type de commande. Les premiers travaux ont d'abord porté sur la qualité et la robustesse de cette commande. Une difficulté supplémentaire de la commande vectorielle est la mesure de vitesse, c'est pourquoi les travaux actuels de la recherche sont centrés sur la suppression de ce capteur. En effet, l'utilisation des capteurs mécaniques tels que les génératrices tachymétriques, les codeurs incrémentaux et les résolveurs pour mesurer la vitesse mécanique réduisent la fiabilité et augmentent le coût de maintenance de la commande. Par conséquent, la commande vectorielle sans capteur mécanique occupe une part de plus en plus importante dans l'industrie et la recherche.

Dans la littérature, il existe plusieurs techniques de commande sans capteur mécanique de la machine asynchrone :

#### **Commande basée sur la technique de linéarisation au sens des entrées sorties**

Plusieurs articles sont consacrés à ce sujet ( (Chiasson, 1995), (Bodson, 1994), (Chiasson, 1998), (Chiasson, 2005)). Dans cette catégorie de commande, nous nous intéressons aux méthodes de commande basées sur un modèle linéaire autour d'un point d'équilibre ( (Khalil, 2004), (Faa, 1999)). Dans (Khalil, 2004) une structure de régulateurs Proportionnel Intégral (PI) est proposée pour l'asservissement de la vitesse et du flux de la machine asynchrone. La vitesse est estimée par un observateur à grand gain. Deux types d'observateurs sont proposés dans (Faa, 1999). Le premier observateur permet d'estimer la vitesse et le flux de la machine asynchrone. Ensuite pour augmenter les performances de la commande sans capteur mécanique les auteurs proposent un observateur adaptatif. Cet observateur est associé à une structure de régulateur Intégral Proportionnel (IP) per-

mettant d'asservir la vitesse.

### Commande adaptative

Cette technique de commande est proposée dans (Kwan, 1996), (Soltani, 2004), (Kubota, 1994) et (Marino, 2005). Dans (Kwan, 1996) une nouvelle technique de commande adaptative est proposée. Dans cet article le couple de charge, le flux et les résistances rotorique sont estimés tandis que la vitesse est supposée connue. Un observateur non linéaire adaptatif est présenté dans (Soltani, 2004) pour estimer la vitesse, le flux, la résistance rotorique et statorique. Cet observateur est ensuite incorporé dans un schéma de commande directe en couple. Les tensions de commande sont obtenues par linéarisation des entrées-sorties. Les résultats expérimentaux montrent les performances de l'ensemble "observateur+commande" en haute et basse vitesses. Dans (Kubota, 1994) les auteurs proposent un observateur de type Luenberger pour estimer le flux. La vitesse, la constante de temps rotorique et la résistance statorique de la machine sont obtenues en utilisant l'approche de Lyapunov. Les grandeurs estimées sont asservies par une commande de type PI. Dans cet article, l'ensemble "observateur+commande" est testé et validé uniquement en haute vitesse.

### Commande basée sur les modes glissants

Dans la littérature, ce type de commande est proposé dans (Aurora, 2004), (Barambones, 2004), (Lascu, 2003), (Zhang, 2000), (Soltani, 2003) et (Lascu, 2004). Dans (Aurora, 2004), deux observateurs sont proposés pour estimer le flux rotorique de la machine. L'estimation de la vitesse mécanique, ainsi qu'une estimation de la constante de temps rotorique de la machine sont obtenues en utilisant l'approche de Lyapunov. Un algorithme de commande vectorielle basé sur les modes glissants avec intégration de la surface de glissement est proposé dans (Barambones, 2004). L'estimation de la vitesse dans cet article est basée sur les équations de la tension statorique et du flux. Une analyse de la stabilité globale "observateur+commande" ainsi que les résultats de la simulation sont présentés. Dans (Lascu, 2003), un observateur de type modes glissants permettant d'estimer la vitesse mécanique, le flux et une commande directe en couple de type modes glissants sont proposés. Dans cet article, un algorithme d'adaptation de la résistance statorique est présenté. Les résultats expérimentaux montrent les performances de l'ensemble "observateur+commande" en haute et basse vitesses. Malheureusement, une preuve de la stabilité globale n'est pas abordée. Une commande et un observateur basés sur les modes glissants sont proposés dans (Zhang, 2000). L'algorithme de l'observateur et celui de la commande sont développés pour estimer le flux rotorique, la vitesse mécanique et assurer la commande en couple respectivement. Les résultats expérimentaux ont montrés que l'ensemble "observateur+commande" fonctionne correctement en haute vitesse tandis qu'en basse vitesse les performances sont dégradées. La combinaison d'une commande linéaire quadratique et d'une commande basée sur les modes glissants est proposée dans (Soltani, 2003). Une linéarisation partielle des variables d'état au sens des entrées-sorties est utilisée pour découpler les dynamiques des variables mécaniques (vitesse, couple de charge) et des variables magnétiques (flux). L'étude de la stabilité en utilisant l'approche de Lyapunov à permis d'obtenir l'estimation de la vitesse et du flux rotorique.

### Commande de type backstepping

La commande par backstepping est proposée dans (Rasmussen, 2001), (Lin, 2000) et (Peresada, 1999). Une commande par orientation de flux de type backstepping est proposée dans (Rasmussen, 2001). La synthèse de cette commande est scindée en deux étapes. La première consiste à synthétiser une première loi de commande stabilisante pour intégrer les erreurs de prédiction en utilisant une entrée virtuelle. La deuxième étape consiste à calculer la commande réelle. Un observateur non linéaire de type backstepping est proposé pour estimer les paramètres ainsi que la vitesse mécanique de la machine. Une Commande de type IP et un observateur adaptatif de type backstepping sont présentés dans (Lin, 2000). Bien que cette stratégie de commande ait de bonnes performances en termes de suivi de trajectoire, la bonne connaissance des paramètres du système est exigée dans sa conception. Dans (Peresada, 1999), une commande de type backstepping basée sur le principe d'orientation de flux est proposée. Cette commande permet d'obtenir un bon asservissement du flux et de la vitesse. Dans cet article, l'estimation du couple de charge et l'angle du repère tournant (d-q) sont obtenus à partir en utilisant l'approche de Lyapunov.

Après une analyse des méthodes de commande sans capteur mécanique proposées dans la littérature nous pouvons remarquer que :

1. Les méthodes proposées sont le plus souvent testées et validées en haute vitesse (Aurora, 2004), (Khalil, 2004), (Marino, 2002), (Peresada, 1999);
2. Peu de travaux ont été testés et validés en basse vitesse excepté ( (Lascu, 2003), (Gregor, 2006), (Montanari, 2006), (Ghanes, 2005), (Ghanes, 2006b)). Dans ces deux derniers travaux ( (Ghanes, 2005), (Ghanes, 2006b)) une commande vectorielle basée sur les modes glissants d'ordre un est proposée. Cette commande associée à un observateur interconnecté est testée sur le "Benchmark Commande Sans Capteur mécanique" (Fig. 2.5). Ce benchmark prend en compte les problèmes d'inobservabilité à très basse vitesse. A notre connaissance dans la littérature seuls ces travaux ont été testés et validés sur un benchmark significatif. Les résultats expérimentaux ont montrés que lorsque le couple de charge est supérieur à 20% du couple de charge nominal l'ensemble "observateur+commande" diverge;
3. Dans certaines méthodes de commande proposées dans la littérature, en plus des mesures des courants statoriques, soit la vitesse est mesurée ( (Peresada, 1999), (Marino, 1999)), soit le couple de charge est supposé connu ( (Feemster, 2001), (Barambones, 2004)), ce qui est rarement le cas en pratique;
4. La preuve de convergence globale "observateur+commande" est présentée dans peu de travaux, excepté ( (Feemster, 2001), (Ghanes, 2005), (Ghanes, 2006b)). Néanmoins, les travaux de (Feemster, 2001) présentent les inconvénients cités dans les points 1 et points 3 tandis que ceux de M. Ghanes présentent les inconvénients du points 2.

L'objectif de ce chapitre est de proposer des lois de commande non linéaires sans capteur mécanique de la machine asynchrone qui répondent aux différents problèmes cités ci-dessus en particulier ceux des travaux de (Ghanes, 2005) et (Ghanes, 2006b). En d'autres termes, les lois de commande sans capteur mécanique doivent fonctionner dans les zone observable et inobservable avec un couple de charge nominal.

Dans un premier temps, nous présentons une commande vectorielle classique. La synthèse



des régulateurs de flux et de vitesse est faite sur un modèle non linéaire de la machine asynchrone. Ensuite, une loi de commande vectorielle sans capteur mécanique basée sur les modes glissants d'ordre un est synthétisée. Pour continuer, une nouvelle loi de commande de type backstepping basée sur le principe d'orientation de flux est présentée. Enfin, une loi de commande vectorielle basée sur les modes glissants d'ordre supérieur à trajectoires pré-calculées avec une convergence en temps fini est proposée. Chaque loi de commande synthétisée est associée à l'observateur interconnecté ou l'observateur adaptatif pour réaliser la commande sans capteur mécanique de la machine asynchrone. Une preuve de la stabilité globale de l'ensemble "observateur+commande" pour chaque type de commande élaboré est donnée. Pour chaque loi de commande associée à un observateur, nous allons montrer les résultats expérimentaux obtenus sur le "Benchmark Commande Sans Capteur Mécanique" (Fig. 2.5)

## 4.2 Commande vectorielle basée sur la structure des régulateurs Proportionnel Intégral (PI)

### 4.2.1 Introduction

L'objectif de la commande par orientation du champ introduit par Blaschke (Blaschke, 1972) est d'avoir le couple électromagnétique proportionnel à la composante  $i_{sq}$  du courant statorique comme dans le cas de la machine à courant continu à flux constant. Alors le couple électromagnétique et par conséquent la vitesse est contrôlée à partir des courants qui sont généralement mesurables.

Nous allons présenter ici une commande sans capteur mécanique basée sur le principe d'orientation du flux (Blaschke, 1972). Pour cette commande les grandeurs régulées sont le flux et la vitesse mécanique de la machine asynchrone. Ces deux variables d'état sont estimées par l'observateur interconnecté présenté dans le chapitre 2. Le régulateur de flux est de type Proportionnel Intégral (PI) classique. Le critère de choix des gains est une compensation du pôle réel et son remplacement en pratique par un pôle plus rapide. Le régulateur de vitesse est synthétisé à partir du modèle réduit de la machine en supposant que le flux s'établit rapidement. Une attention particulière est faite à la synthèse du régulateur de vitesse. Notamment l'influence d'un à-coup de couple résistant sur le comportement de la vitesse a été prise en compte. Ainsi, un régulateur de type PI avec compensation du couple de charge est synthétisé. En pratique le régulateur PI de vitesse est remplacé par un régulateur Proportionnel Intégral dit "sans zéro" ou Intégral Proportionnel (IP), afin de supprimer l'effet du zéro de la fonction de transfert du système en boucle fermée et de diminuer les à-coups de couple en régime transitoire. Une preuve de la convergence globale "observateur+commande" et les résultats expérimentaux sont présentés.

### 4.2.2 Conception de la commande Proportionnelle Intégrale (PI)

(Traoré, 2007a)

Considérons le modèle non linéaire de la machine asynchrone dans le repère tournant lié au champ rotorique (2.22). Dans ce repère la composante du flux rotorique ( $\phi_{rq}$ ) en quadrature ainsi que sa dérivée sont supposées nulles. Dans ce cas, en maintenant le flux rotorique direct ( $\phi_{rd}$ ) constant, le couple électromagnétique (2.21) est proportionnel à la variable de commande ( $i_{sq}$ ). Dans le modèle (2.22), les équations dynamiques des courants  $i_{sd}$  et  $i_{sq}$  sont non linéaires. Pour compenser les non linéarités, une méthode possible est de réaliser une boucle de courant rapide (régulateur PI) (Chiasson, 1995), qui aura pour but de forcer les courants  $i_{sd}$  et  $i_{sq}$  à leurs valeurs de références  $i_{sd}^*$  et  $i_{sq}^*$  (voir **Annexe C.1**). La commande en tension ainsi obtenue est :

$$u_{sd} = K i_{ud} \int_0^t (i_{sd}^* - i_{sd}) dt + K p_{ud} (i_{sd}^* - i_{sd}) \quad (4.1)$$

$$u_{sq} = K i_{uq} \int_0^t (i_{sq}^* - i_{sq}) dt + K p_{uq} (i_{sq}^* - i_{sq}) \quad (4.2)$$

les équations de la machine après ce premier bouclage sont :

$$\begin{bmatrix} \dot{\Omega} \\ \dot{\phi}_{rd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m\phi_{rd}i_{sq}^* - c\Omega - \frac{T_l}{J} \\ -a\phi_{rd} + aM_{sr}i_{sd}^* \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

les **nouvelles entrées de commande** du système (4.3) sont  $i_{sd}^*$  et  $i_{sq}^*$ .

**Remarque 13** Lors de la synthèse des observateurs (chapitre 3), la pulsation statorique  $\omega_s$  est considérée comme une entrée. Par la suite, une estimation de cette variable est donnée à partir de la loi de commande. Nous savons qu'une condition de perte d'observabilité de la machine asynchrone est : pulsation statorique nulle et vitesse constante. Alors une estimation judicieuse de la pulsation statorique permettant de rendre l'ensemble "observateur+commande" stable dans la zone inobservable est nécessaire (voir **Annexe B.2**).

Avant de présenter les régulateurs de vitesse et du flux de type PI, nous donnons ici une estimation de la pulsation statorique ( $\omega_s$ ). Pour la commande par orientation de flux,  $\phi_{rq} \equiv 0$ , donc la pulsation statorique est :

$$\omega_s = p\Omega + a \frac{M_{sr}}{\phi_{rd}} i_{sq}.$$

Pour obtenir notre objectif ( $\phi_{rq} \equiv 0$ ), nous proposons d'estimer la pulsation statorique par

$$\tilde{\omega}_s = p\hat{\Omega} + a \frac{M_{sr}}{\hat{\phi}_{rd}} i_{sq} - \frac{(i_{sq} - \hat{i}_{sq})}{\beta_1 \hat{\phi}_{rd}} k_{\omega_s} \quad (4.4)$$

où  $\tilde{\omega}_s$  est l'estimation de  $\omega_s$ ,  $\beta_1 = \frac{M_{sr}}{\sigma L_s L_r}$  et  $k_{\omega_s}$  est une constante positive (voir **Annexe B.3** pour plus de détails).

### Synthèse du régulateur du flux

On définit la référence du courant de commande  $i_{sd}^*$  comme suit, pour forcer le  $\phi_{rd}$  à suivre sa référence  $\phi^*$ .

$$i_{sd}^* = K i_{\phi_{rd}} \int_0^t (\phi^* - \phi_{rd})(\tau) d\tau + K p_{\phi_{rd}} (\phi^* - \phi_{rd}) + \frac{1}{a M_{sr}} \dot{\phi}^* + \frac{1}{M_{sr}} \phi^* \quad (4.5)$$

l'erreur de poursuite du flux est donnée par :

$$e_\phi = \phi^* - \phi_{rd}.$$

Dans (4.3), on remplace  $i_{sd}^*$  par son expression (4.5), alors la dynamique de l'erreur du flux est donnée par :

$$\dot{e}_\phi = (-a - a M_{sr} K p_{\phi_{rd}}) e_\phi - a M_{sr} K i_{\phi_{rd}} \int_0^t e_\phi(\tau) d\tau. \quad (4.6)$$

Considérons le changement de coordonnées suivant :

$$\chi_\phi = T_\phi(e_\phi) = \left( \int_0^t e_\phi(\tau) d\tau, e_\phi \right)^T, \quad (4.7)$$

La dynamique de l'erreur de poursuite du flux (4.6) dans les nouvelles coordonnées est donnée par :

$$\dot{\chi}_\phi = \bar{A}_\phi \chi_\phi \quad (4.8)$$

où  $\bar{A}_\phi = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \alpha_{1\phi} & \alpha_{2\phi} \end{bmatrix}$  avec  $\alpha_{1\phi} = -a M_{sr} K i_{\phi_{rd}}$  et  $\alpha_{2\phi} = -a - M_{sr} K p_{\phi_{rd}}$ .

### Synthèse du régulateur de vitesse

Pour établir le flux rotorique dans la machine, on assure que la vitesse de la machine est nulle. Une fois que le machine est fluxée ( $\phi_{rd} = \phi^* = cste$ ), l'expression (2.21) du couple électromagnétique devient :

$$T_e = K_T i_{sq}^* \quad (4.9)$$

où  $K_T$  est une constante du couple électromagnétique définie par :  $K_T = \frac{p M_{sr}}{L_r} \phi_{rd}$ . Le couple est donc proportionnel à l'entrée de commande  $i_{sq}^*$ .

La référence du courant de commande  $i_{sq}^*$  est définie comme suit :

$$i_{sq}^*(t) = \frac{1}{K_T} [K i_\Omega \int_0^t (\Omega^* - \Omega)(\tau) d\tau + K p_\Omega (\Omega^* - \Omega)] + \frac{1}{m \phi_{rd}} [\dot{\Omega}^* + c \Omega + \frac{T_l}{J}], \quad (4.10)$$

l'erreur de poursuite de vitesse est définie par :

$$e_\Omega(t) = \Omega - \Omega^*.$$

Dans (4.3), on remplace  $i_{sq}^*$  par son expression (4.10), alors la dynamique de l'erreur de vitesse est donnée par :

$$\dot{e}_\Omega = -\frac{K p_\Omega}{J} e_\Omega - \frac{K i_\Omega}{J} \int_0^t e_\Omega(\tau) d\tau. \quad (4.11)$$

Considérons le changement de coordonnées suivant :

$$\chi_\Omega = T_\Omega(e_\Omega) = \left( \int_0^t e_\Omega(\tau) d\tau, e_\Omega \right)^T \quad (4.12)$$

La dynamique de l'erreur de poursuite de la vitesse (4.11) dans les nouvelles coordonnées est donnée par :

$$\dot{\chi}_\Omega = \bar{A}_\Omega \chi_\Omega \quad (4.13)$$

où  $\bar{A}_\Omega = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \alpha_{1\Omega} & \alpha_{2\Omega} \end{bmatrix}$  avec  $\alpha_{1\Omega} = -\frac{Ki_\Omega}{J}$  et  $\alpha_{2\Omega} = -\frac{Kp_\Omega}{J}$ .

**Remarque 14**  $[Ki_\Omega \int_0^t (\Omega^* - \Omega)(\tau) d\tau + Kp_\Omega(\Omega^* - \Omega)]$  est un régulateur de type PI. Afin de supprimer l'effet du zéro de la fonction de transfert du système en boucle fermée et diminuer les à-coups de vitesse en régime transitoire, ce régulateur est remplacé en simulation et en pratique (phase expérimentale) par un régulateur de type IP. Les coefficients  $\varphi_{max}$  et  $\omega_q$  (voir Section 4.2.4) du régulateur IP sont calculés par la méthode de l'optimum symétrique (Ané, 2006), (Voda, 1995).

**Lemme 2** Considérons le modèle réduit (4.3) de la machine asynchrone. Les régulateurs du flux et de la vitesse sont donnés respectivement par (4.5) et (4.10), alors ces commandes sont telles que le flux et la vitesse convergent vers leurs valeurs désirées. Plus précisément les erreurs de poursuite en flux et vitesse convergent asymptotiquement vers zéro.

### Preuve du lemme 2

Considérons une fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V_c = \chi_\phi^T P_\phi \chi_\phi + \chi_\Omega^T P_\Omega \chi_\Omega, \quad (4.14)$$

où  $P_\phi \bar{A}_\phi + \bar{A}_\phi^T P_\phi = -Q_\phi$  et  $P_\Omega \bar{A}_\Omega + \bar{A}_\Omega^T P_\Omega = -Q_\Omega$  avec  $P_\phi > 0$ ,  $Q_\phi > 0$ ,  $P_\Omega > 0$  et  $Q_\Omega > 0$ .

En considérant les équations (4.8) et (4.13), la dérivée de la fonction  $V_c$  est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V}_c &= \chi_\phi^T (P_\phi \bar{A}_\phi + \bar{A}_\phi^T P_\phi) \chi_\phi + \chi_\Omega^T (P_\Omega \bar{A}_\Omega + \bar{A}_\Omega^T P_\Omega) \chi_\Omega \\ &= -\chi_\phi^T Q_\phi \chi_\phi - \chi_\Omega^T Q_\Omega \chi_\Omega \end{aligned} \quad (4.15)$$

soient  $\eta_\phi = \frac{\lambda_{min} Q_\phi}{\lambda_{max} P_\phi}$  et  $\eta_\Omega = \frac{\lambda_{min} Q_\Omega}{\lambda_{max} P_\Omega}$ , alors l'équation (4.15) devient :

$$\dot{V}_c \leq -\eta_\phi \chi_\phi^T P_\phi \chi_\phi - \eta_\Omega \chi_\Omega^T P_\Omega \chi_\Omega.$$

En choisissant  $\delta_c = \min(\eta_\phi, \eta_\Omega)$ , il suit que :

$$\dot{V}_c \leq -\delta_c V_c.$$

Ce qui nous permet de confirmer que  $V_c$  est une fonction de Lyapunov. Les erreurs de poursuite du flux et de la vitesse convergent asymptotiquement.

Dans la suite nous allons présenter la démonstration de convergence de l'ensemble "observateur interconnecté+commande de type PI".

### 4.2.3 Analyse de la stabilité en boucle fermée : "Observateur Interconnecté+Commande"

Notre but est de réaliser une commande sans capteur mécanique. La vitesse, le flux et le couple de charge ne sont pas mesurés, donc nous remplaçons dans les régulateurs de flux et de vitesse définis par (4.5) et (4.10) respectivement, la mesure du flux, de la vitesse et du couple de charge par leurs estimées données par l'observateur interconnecté ((3.6)-(3.7)) présenté dans le chapitre 3. Ainsi, on obtient :

$$i_{sd}^* = Ki_{\phi_{rd}} \int_0^t (\phi^* - \hat{\phi}_{rd})(\tau) d\tau + Kp_{\phi_{rd}}(\phi^* - \hat{\phi}_{rd}) + \frac{1}{aM_{sr}} \dot{\phi}^* + \frac{1}{M_{sr}} \phi^* \quad (4.16)$$

et

$$i_{sq}^*(t) = \frac{1}{K_T} [Ki_{\Omega} \int_0^t (\Omega^* - \hat{\Omega})(\tau) d\tau + Kp_{\Omega}(\Omega^* - \hat{\Omega})] + \frac{1}{m\hat{\phi}_{rd}} [\dot{\Omega}^* + c\hat{\Omega} + \frac{T_l}{J}]. \quad (4.17)$$

Le modèle réduit de la machine à contrôler (4.3) en boucle fermée devient alors :

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\Omega}} \\ \dot{\hat{\phi}_{rd}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m\phi_{rd}i_{sq}^*(\hat{\Omega}, \hat{\phi}_{rd}) - c\hat{\Omega} - \frac{T_l}{J} \\ -a\hat{\phi}_{rd} + aM_{sr}i_{sd}^*(\hat{\phi}_{rd}) \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

ou :

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\Omega}} \\ \dot{\hat{\phi}_{rd}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m\phi_{rd}i_{sq}^*(\Omega, \phi_{rd}) - c\hat{\Omega} - \frac{T_l}{J} + m\phi_{rd}[i_{sq}^*(\hat{\Omega}, \hat{\phi}_{rd}) - i_{sq}^*(\Omega, \phi_{rd})] \\ -a\hat{\phi}_{rd} + aM_{sr}i_{sd}^*(\phi_{rd}) + aM_{sr}[i_{sd}^*(\hat{\phi}_{rd}) - i_{sd}^*(\phi_{rd})] \end{bmatrix}. \quad (4.19)$$

**Remarque 15** *Pour éviter les singularités dans la commande, nous initialisons l'observateur de sorte que le flux initial soit différent de zéro, ainsi le régulateur de vitesse (4.17) est défini. Cette condition est une condition physique de la machine asynchrone c-à-d si la machine n'est pas fluxée, alors il n'existe pas de couple électromagnétique. De plus, on fluxe la machine par l'intermédiaire du régulateur de flux (4.16). Pendant le temps de fluxage ( $\phi_{rd} = \phi^*$ ) de la machine, la vitesse de référence est nulle. Dans l'Annexe B.4, nous avons prouvé que  $\hat{\phi}_{rd} \neq 0$  quelque soit  $t \geq 0$ , ce qui nous permet de confirmer que la commande (4.17) est définie  $\forall t \geq 0$ .*

En considérant les équations (4.5),(4.10), (4.16),(4.17) et (4.19), (plus précisément,  $i_{sd}^*(\phi_{rd})$  et  $i_{sd}^*(\hat{\phi}_{rd})$  sont donnés respectivement par les équations (4.5) et (4.16),  $i_{sq}^*(\Omega, \phi_{rd})$  et  $i_{sq}^*(\hat{\Omega}, \hat{\phi}_{rd})$  sont donnés respectivement par les équations (4.10) et (4.17)). Les dynamiques des erreurs de poursuite en flux (4.6) et en vitesse (4.11) deviennent alors :

$$\begin{cases} \dot{e}_{\phi} &= (-a - aM_{sr}Kp_{\phi_{rd}})e_{\phi} - aM_{sr}Ki_{\phi_{rd}} \int_0^t e_{\phi}(\tau) d\tau \\ &\quad - aM_{sr}[Ki_{\phi_{rd}} \int_0^t \epsilon_{\phi}(\tau) d\tau + Kp_{\phi_{rd}}\epsilon_{\phi}] \\ \dot{e}_{\Omega} &= -\frac{Kp_{\Omega}}{J}(1 + \frac{\epsilon_{\phi}}{\hat{\phi}_{rd}})e_{\Omega} - \frac{Ki_{\Omega}}{J}(1 + \frac{\epsilon_{\phi}}{\hat{\phi}_{rd}}) \int_0^t e_{\Omega}(\tau) d\tau \\ &\quad + [\frac{Kp_{\Omega}}{J}(1 + \frac{\epsilon_{\phi}}{\hat{\phi}_{rd}}) - c]\epsilon_{\Omega} + \frac{Ki_{\Omega}}{J}(1 + \frac{\epsilon_{\phi}}{\hat{\phi}_{rd}}) \int_0^t \epsilon_{\Omega}(\tau) d\tau + \frac{\epsilon_{\phi}}{\hat{\phi}_{rd}}[\Omega^* + c\hat{\Omega} + \frac{\epsilon_{T_l}}{J}] \end{cases} \quad (4.20)$$

où  $\epsilon_\phi = \phi_{rd} - \hat{\phi}_{rd}$ ,  $\epsilon_\Omega = \Omega - \hat{\Omega}$  et  $\epsilon_T = T_l - \hat{T}_l$ .

En utilisant (4.8) et (4.13), l'équation (4.20) devient :

$$\begin{cases} \dot{\chi}_\phi &= \bar{A}_\phi \chi_\phi + B_\phi \Gamma_\phi(\epsilon_\phi) \\ \dot{\chi}_\Omega &= \bar{A}_\Omega \chi_\Omega + B_\Omega \Gamma_\Omega(\epsilon_\Omega) \end{cases} \quad (4.21)$$

où

$$\begin{aligned} \Gamma_\phi(\epsilon_\phi) &= -aM_{sr}[Kp_{\phi_{rd}}\epsilon_\phi + K_{I\phi} \int_0^t \epsilon_\phi(\tau) d\tau], \\ \Gamma_\Omega &= \Gamma_1(\epsilon_\Omega) + \Gamma_2(\epsilon_\phi) + \Gamma_3(\epsilon_\Omega, \epsilon_\phi), \\ \Gamma_1(\epsilon_\Omega) &= \frac{Ki_\Omega}{J} \int_0^t \epsilon_\Omega(\tau) d\tau + [\frac{Kp_\Omega}{J} - c]\epsilon_\Omega, \\ \Gamma_2(\epsilon_\phi) &= \frac{\epsilon_\phi}{\hat{\phi}_{rd}} [\Omega^* + c\hat{\Omega} + \frac{eT_l}{J}] - \frac{Kp_\Omega}{J} (\frac{\epsilon_\phi}{\hat{\phi}_{rd}}) e_\Omega - \frac{Ki_\Omega}{J} (\frac{\epsilon_\phi}{\hat{\phi}_{rd}}) \int_0^t e_\Omega(\tau) d\tau, \\ \Gamma_3(\epsilon_\Omega, \epsilon_\phi) &= \frac{\epsilon_\phi}{\hat{\phi}_{rd}} [\frac{Kp_\Omega}{J} \epsilon_\Omega + \frac{Ki_\Omega}{J} \int_0^t \epsilon_\Omega(\tau) d\tau], \\ B_\phi &= B_\Omega = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Les dynamiques des erreurs d'estimation (3.10) et des erreurs de poursuite de trajectoires (4.21) sont :

$$\begin{aligned} \dot{\chi}_\phi &= \bar{A}_\phi \chi_\phi + B_\phi \Gamma_\phi(\epsilon_\phi) \\ \dot{\chi}_\Omega &= \bar{A}_\Omega \chi_\Omega + B_\Omega \Gamma_\Omega(\epsilon_\Omega) \\ \dot{\epsilon}_1 &= [A_1(Z_2) - S_1^{-1} \Gamma C_1^T C_1 - B_1 C_1] \epsilon_1 \\ &\quad + g_1(u, y, X_2) + \Delta g_1(u, y, X_2, X_1) - g_1(u, y, Z_2, Z_1) \\ &\quad + [A_1(X_2) + \Delta A_1(X_2) - A_1(Z_2)] X_1 - (B_2 C_2 + K C_2^T C_2) \epsilon_2 \\ \dot{\epsilon}_2 &= [A_2(Z_1) - S_2^{-1} C_2^T C_2] \epsilon_2 + [A_2(X_1) + \Delta A_2(X_1) - A_2(Z_1)] X_2 \\ &\quad + g_2(u, y, X_1, X_2) + \Delta g_2(u, y, X_1, X_2) - g_2(u, y, Z_1, Z_2) \end{aligned} \quad (4.22)$$

**Lemme 3** *Supposons que les hypothèses 1-3 soient vérifiées, alors le système (3.6)-(3.7) est un observateur interconnecté pour le système (3.4)-(3.5). Considérons le modèle réduit (4.3) de la machine asynchrone. Si les régulateurs de flux et de vitesse utilisant les variables estimées (3.6)-(3.7) sont donnés respectivement par (4.16) et (4.17), alors les erreurs de poursuites en flux et en vitesse du système bouclé convergent asymptotiquement vers zéro.*

### Preuve du lemme 3

Considérons la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$\begin{aligned} V_{oc} &= V_o + V_c \\ &= \epsilon_1^T S_1 \epsilon_1 + \epsilon_2^T S_2 \epsilon_2 + \chi_\phi^T P_\phi \chi_\phi + \chi_\Omega^T P_\Omega \chi_\Omega \end{aligned} \quad (4.23)$$

$V_o = \epsilon_1^T S_1 \epsilon_1 + \epsilon_2^T S_2 \epsilon_2$  et  $V_c = \chi_\phi^T P_\phi \chi_\phi + \chi_\Omega^T P_\Omega \chi_\Omega$  sont des fonctions de Lyapunov associées respectivement à l'observateur interconnecté défini au chapitre 3 et à la commande définie ci-dessus. De l'inégalité (3.18), nous savons que  $\dot{V}_o \leq -(1 - \varsigma)\delta V_o \leq -\delta_o V_o$  avec  $\delta_o = (1 - \varsigma)\delta$  (voir section 3.2.2 du chapitre 3). La dérivée de  $V_{oc}$  (4.23) est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V}_{oc} &\leq -\delta_o V_o + \chi_\phi^T (P_\phi \bar{A}_\phi + \bar{A}_\phi^T P_\phi) \chi_\phi + 2\chi_\phi^T P_\phi B_\phi \Gamma_\phi(\epsilon_\phi) \\ &\quad + \chi_\Omega^T (P_\Omega \bar{A}_\Omega + \bar{A}_\Omega^T P_\Omega) \chi_\Omega + 2\chi_\Omega^T P_\Omega B_\Omega \Gamma_\Omega(\epsilon_\Omega) \end{aligned}$$

ou bien

$$\begin{aligned} \dot{V}_{oc} \leq & -\delta_o \|\epsilon\|_{S_\theta}^2 - \chi_\phi^T Q_\phi \chi_\phi + 2l_1 \|\chi_\phi\|_{P_\phi} \|\epsilon\|_{S_\theta} \\ & - \chi_\Omega^T Q_\Omega \chi_\Omega + 2l_2 \|\chi_\Omega\|_{P_\Omega} \|\epsilon\|_{S_\theta} \end{aligned}$$

avec  $\|\Gamma_\phi(\epsilon_\phi)\| \leq l_1 \|\epsilon\|_{S_\theta}$ ,  $\|\Gamma_\Omega(\epsilon_\Omega)\| \leq l_2 \|\epsilon\|_{S_\theta}$ ,  $l_1 > 0$ ,  $l_2 > 0$ .

En considérant les inégalités suivantes :

$$\begin{aligned} \|\epsilon\|_{S_\theta} \|\chi_\phi\|_{P_\phi} & \leq \frac{\xi_1}{2} \|\chi_\phi\|_{P_\phi}^2 + \frac{1}{2\xi_1} \|\epsilon\|_{S_\theta}^2, \\ \|\epsilon\|_{S_\theta} \|\chi_\Omega\|_{P_\Omega} & \leq \frac{\xi_2}{2} \|\chi_\Omega\|_{P_\Omega}^2 + \frac{1}{2\xi_2} \|\epsilon\|_{S_\theta}^2 \end{aligned}$$

$\forall \xi_1, \xi_2 \in ]0, 1[$ , on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{V}_{oc} \leq & -\delta_o \|\epsilon\|_{S_\theta}^2 - \eta_\phi \|\chi_\phi\|_{P_\phi}^2 + l_1 \xi_1 \|\chi_\phi\|_{P_\phi}^2 + \frac{l_1}{\xi_1} \|\epsilon\|_{S_\theta}^2 \\ & - \eta_\Omega \|\chi_\Omega\|_{P_\Omega}^2 + l_2 \xi_2 \|\chi_\Omega\|_{P_\Omega}^2 + \frac{l_2}{\xi_2} \|\epsilon\|_{S_\theta}^2 \end{aligned}$$

en regroupant les différents termes, on obtient :

$$\dot{V}_{oc} \leq -\left(\delta_o - \frac{l_1}{\xi_1} - \frac{l_2}{\xi_2}\right) \|\epsilon\|_{S_\theta}^2 - (\eta_\phi - l_1 \xi_1) \|\chi_\phi\|_{P_\phi}^2 - (\eta_\Omega - l_2 \xi_2) \|\chi_\Omega\|_{P_\Omega}^2.$$

Soit  $\vartheta = \min(\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3)$  avec

$$\vartheta_1 = (\eta_\phi - l_1 \xi_1), \quad \vartheta_2 = (\eta_\Omega - l_2 \xi_2), \quad \vartheta_3 = \left(\delta - \frac{l_1}{\xi_1} - \frac{l_2}{\xi_2}\right)$$

La dérivée de  $V_{oc}$  devient :

$$\dot{V}_{oc} \leq -\vartheta V_{oc}.$$

En choisissant  $\eta_\phi$ ,  $\eta_\Omega$  et  $\delta$  tels que  $\vartheta_1$ ,  $\vartheta_2$  et  $\vartheta_3$  soient supérieurs à zéro, alors  $V_{oc}$  est une fonction de Lyapunov. Par conséquent, les erreurs de poursuites en flux et en vitesse convergent asymptotiquement vers zéro.

**Remarque 16** *La performance de toute commande non linéaire dépend principalement de la précision des variables d'état reconstituées. Nous savons que la convergence de l'observateur est une fonction de l'excitation. Donc la convergence asymptotique de l'ensemble "observateur+commande" est garantie que si les entrées sont régulièrement persistantes. Ce qui n'est pas le cas dans la zone inobservable. Nous prouvons dans l'Annexe B.2 que l'ensemble "observateur+commande" reste stable dans la zone inobservable.*

Les résultats expérimentaux de la loi de commande associée à l'observateur interconnecté sont proposés dans la section suivante.

#### 4.2.4 Résultats expérimentaux

Dans cette section, nous allons présenter les résultats expérimentaux de la loi de commande associée à l'observateur interconnecté. Ces résultats ont été obtenus sur le benchmark "Commande Sans Capteur Mécanique" (Fig.2.5).

Le schéma de principe expérimental utilisé sur la plate-forme d'essai est donné par la figure 4.1.

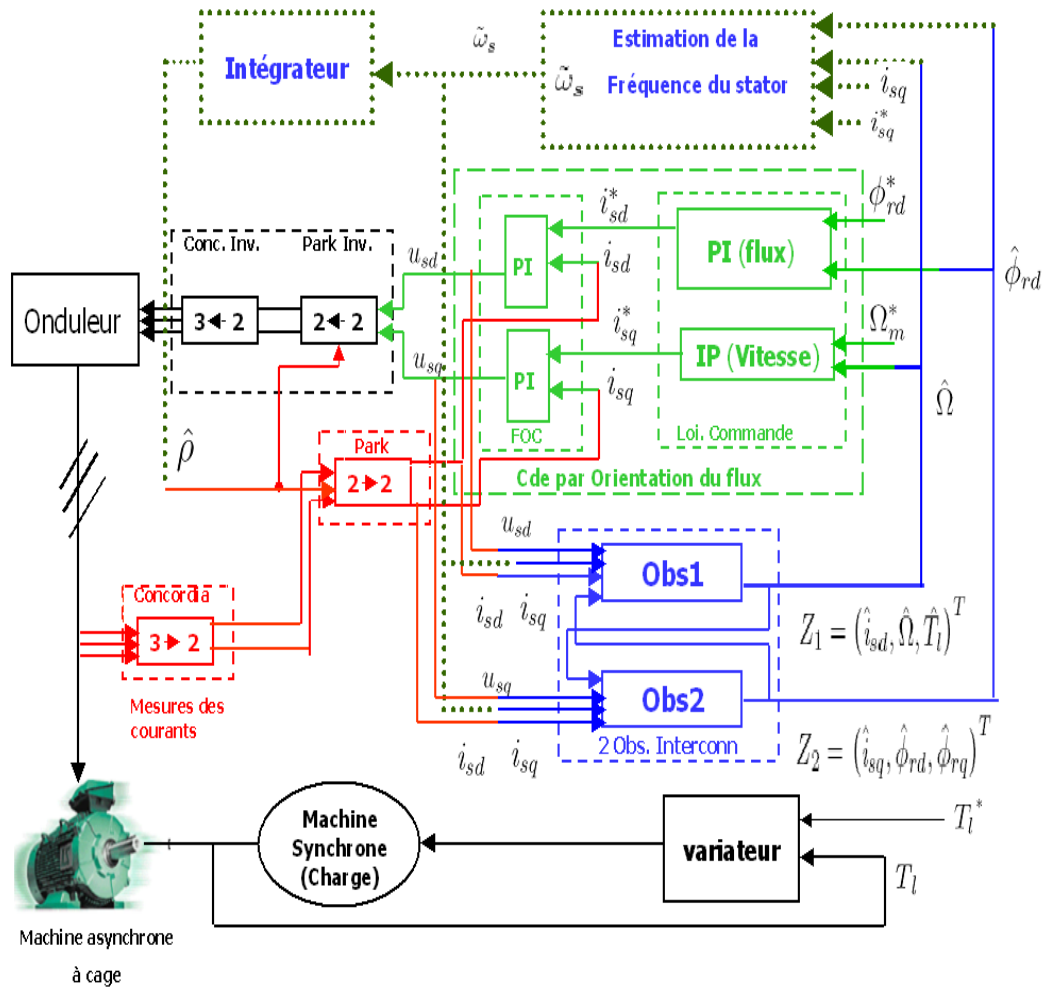


FIGURE 4.1: Structure de l'ensemble "observateur+commande" implanté sur la plateforme IRCCyN

Les entrées non mesurables (vitesse, flux) de la commande sont fournies par l'observateur interconnecté (bloc "2 Obs.Interconn") que nous avons proposé dans le chapitre 3. Cet observateur utilise seulement la mesure des courants, les tensions statoriques obtenues à partir de la commande dans le repère tournant  $(d - q)$  et la pulsation statorique donnée par le bloc "Estimation de la Fréquence du stator". L'angle du flux est obtenu après intégration de la pulsation statorique. Le bloc "Cde par Orientation du flux" représente la commande proposée. Cette commande utilise comme entrées les estimées de la vitesse, du flux données par le bloc "2 Obs.Interconn" et les mesures de courants après avoir utilisé les transformations de Concordia et Park. Les tensions triphasées permettant de commander l'onduleur triphasé sont obtenues par le bloc "Cde par Orientation du flux". Ces entrées de commande dans le repère triphasé fixe  $(a, b, c)$  sont obtenues par les transformation inverses de Park et Concordia. Ainsi la Modulation de Largeur d'Impulsion (MLI) générée permet d'imposer à la machine asynchrone le suivi des trajectoires de la vitesse et du flux définies par le "Benchmark Commande Sans Capteur Mécanique".

Le suivi de trajectoire du couple de charge est imposé à la machine asynchrone par un moteur synchrone (moteur de charge couplé à la machine asynchrone) via un variateur



industriel en boucle fermée. Le entrée de ce variateur est le couple de charge de référence défini par le "Benchmark Commande Sans Capteur Mécanique". Il faut noter que le variateur possède une loi de commande en couple.

La machine asynchrone utilisée pour les tests est une machine à cage. Ses caractéristiques sont les suivantes :

Puissance nominale	1.5kW
Vitesse nominale	1430 rpm
Nombre de paires de pôles	2
Tension simple	220 V
Intensité nominale	6.1 A
Couple nominal	10 Nm

Les paramètres identifiés "nominiaux" de la machine asynchrone utilisée sont :

$R_s$	$1.47\Omega$	$M_{sr}$	$0.094H$
$R_r$	$0.79\Omega$	$J$	$0.0077Nm.s^2/rad$
$L_s$	$0.105H$	$f_v$	$0.0029Nm.s/rad$
$L_r$	$0.094H$	$\phi^*$	$0.595Wb$

Les paramètres de l'observateur sont choisis comme suit :  $\alpha = 0.82$ ,  $k = 0.14$ ,  $k_{c1} = 300$ ,  $k_{c2} = 0.5$ ,  $\theta_1 = 3000$  et  $\theta_2 = 7000$  pour satisfaire les conditions de convergence.

Les paramètres de la commande sont choisis de la manière suivante :  $Kp_{\phi_{rd}} = 200$ ,  $Ki_{\phi_{rd}} = 0.12$ ,  $Ki_{vd} = 0.03$ ,  $Kp_{vd} = 15$ ,  $Ki_{vq} = 0.03$ ,  $Kp_{vq} = 10$ ,  $\varphi_{max} = \frac{\pi}{3}$ ,  $\omega_q = 950$  et  $K\omega_s = 200$ .

La période d'échantillonnage  $T$  est égale à  $200\mu s$ .

**Remarque 17** *Pour cet essai, nous considérons les paramètres identifiés comme paramètres "nominiaux". Il est clair qu'en expérimentation ces paramètres dits "nominiaux" ne sont pas les paramètres réels de la machine car les résultats de l'identification sont obtenus avec une certaine incertitude. De plus les paramètres de la machine varient considérablement avec la température (Holtz, 2002). Alors les conditions expérimentales réelles sont légèrement différentes des conditions d'identification.*

Pour tester les conditions de robustesse à chaud, nous prenons pour notre expérience  $R_s$  nominale +30% pour l'observateur.

**Remarque 18** *Les observateurs et les commandes sont synthétisés à partir du modèle de la machine asynchrone dans le repère dq. Le choix de repère implique la connaissance de l'angle de du flux ( $\rho$ ). Ce dernier est obtenu en intégrant la pulsation statorique estimée  $\tilde{\omega}_s$  (voir Figure 4.1). La valeur de l'angle ( $\rho$ ) est obtenue avec les erreurs d'intégrations. Ces erreurs ne sont pas préjudiciables au bon fonctionnement de la commande car le choix du repère lié au flux rotorique (commande pas orientation du flux) est arbitraire et peut donc varier en fonction des erreurs d'intégration, si les variations (glissements) du repère ne sont pas trop rapides d'une part et d'autre part du faite de la symétrie de la machine asynchrone par rapport à d'autre type de machine comme la machine synchrone à aimant intérieur. L'une des principales motivations du choix de ce repère est l'estimation de la pulsation statorique. Nous savons qu'une condition suffisante de la perte de la machine*

*asynchrone est : vitesse constante et pulsation statorique nulle. Un choix judicieux de l'estimateur de la pulsation statorique considérée comme une entrée l'observateur permet de rendre celui-ci stable dans la zone inobservable*

### Essai avec les paramètres "nominaux"

Les figures 4.2 et 4.3 montrent les résultats expérimentaux dans le cas dit "nominal" c'est à dire en utilisant les paramètres identifiés sur le banc (sauf la résistance statorique). Nous pouvons remarquer les bonnes performances de l'ensemble "observateur+commande" en boucle fermée, en suivi de trajectoire et en rejet de perturbation. En termes de suivi de trajectoire, la vitesse estimée (Fig. 4.2b) converge vers la vitesse mesurée (Fig. 4.2a) dans les conditions observables et inobservables (entre 7 et 9 s) de la machine. Même conclusion pour le flux estimé (Fig. 4.2f) et le flux de référence (Fig. 4.2e). Le couple de charge estimé (Fig. 4.2d) converge correctement vers le couple de charge mesuré (Fig. 4.2c) sauf dans la zone inobservable (entre 7 et 9 s). Néanmoins, un écart statique apparaît lorsque la vitesse de la machine augmente (voir Figs. 4.2d et 4.2c entre 3 et 6 s). Cet écart statique s'explique d'une part, par le faite que le couple-mètre ne mesure que le couple sur l'arbre. Il ne donne pas d'information sur la valeur du couple permettant d'accélérer ( $J \frac{d\Omega}{dt} \neq 0$ ) le rotor de la machine asynchrone et d'autre part, aux erreurs sur la valeur du coefficient de frottement visqueux ( $f_v$ ) en pratique (Figs. C.9 et C.10 **Annexe C**). En termes de rejet de perturbation nous remarquons que le couple est bien rejeté en basse vitesse comme en haute vitesse. Néanmoins il existe un petit écart aux instants d'application du couple (voir Figs. 4.3a<sup>1</sup> et 4.3c (erreur de poursuite du flux)<sup>2</sup> à 1.5s et 5s) et aux instants d'annulation (Voir Figs. 4.3a et 4.3c à 2.5s). L'erreur d'orientation du flux ( $\phi_{rq}$ ) est pratiquement nulle, sauf aux instants d'application du couple de charge (voir Fig. 4.3d<sup>3</sup>). Ce qui permet de confirmer la bonne performance de cette commande par orientation du flux.

Contrairement aux résultats obtenus dans (Ghanes, 2005) et (Ghanes, 2006b), nous avons une très bonne convergence de la vitesse, du flux et du couple de charge. De plus, l'ensemble "observateur+commande" est stable dans la zone inobservable même si on applique le couple de charge nominal ce qui n'est pas le cas dans (Ghanes, 2005) et (Ghanes, 2006b). Dans ces travaux, l'ensemble "observateur+commande" diverge lorsque le couple de charge est supérieur à 20% du couple de charge nominal.

---

1. L'erreur d'estimation de la vitesse est la différence entre la vitesse mesurée et la vitesse estimée ( $\hat{\Omega}$ ).  
 2. L'erreur de poursuite du flux est la différence entre le flux de référence ( $\phi^*$ ) et le flux estimé ( $\hat{\phi}_{rd}$ ).  
 3. L'erreur d'orientation du flux est  $\hat{\phi}_{rq}$ .

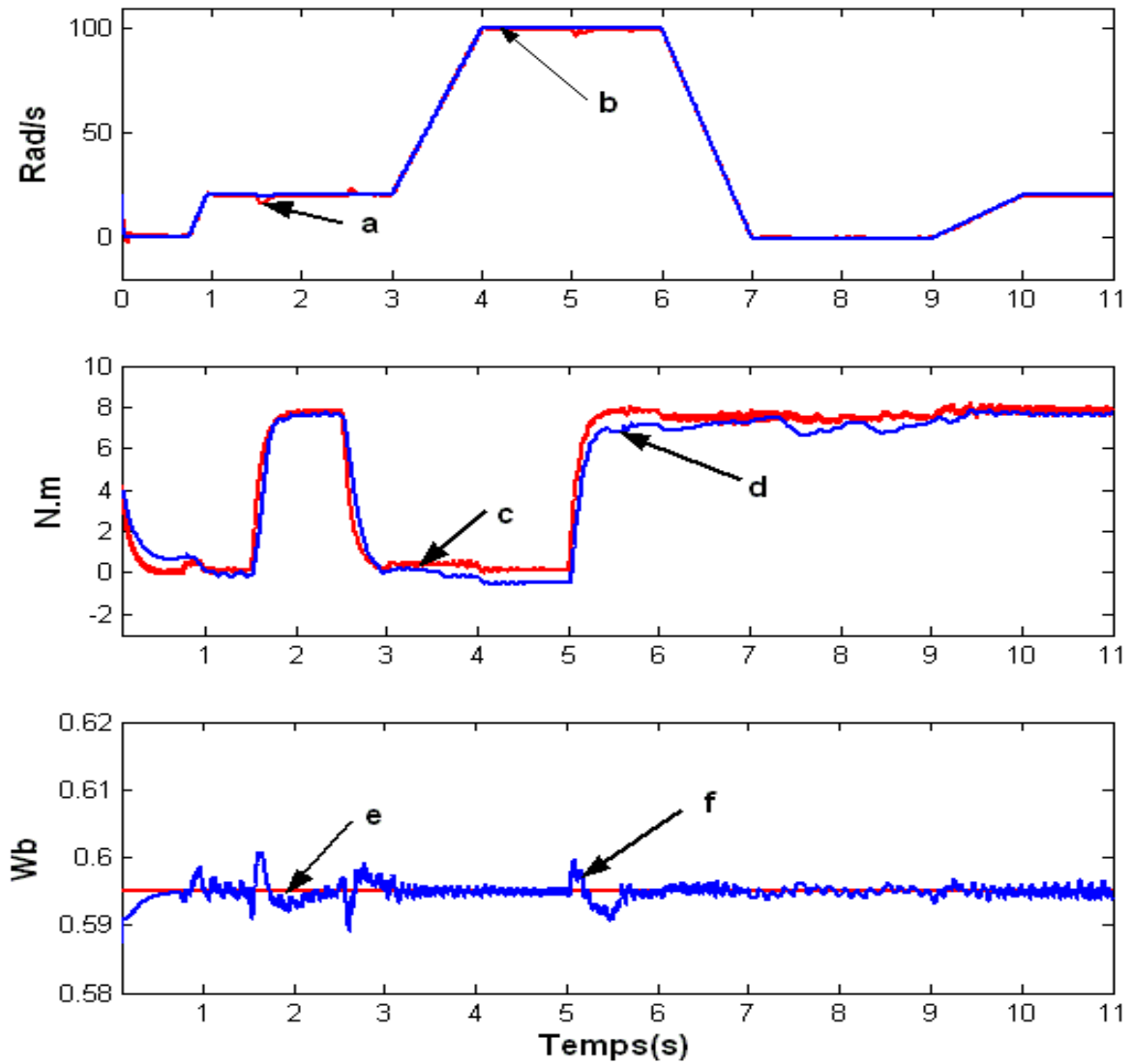


FIGURE 4.2: Résultat de l'expérience dans le cas nominal : a, c : vitesse et couple de charge mesurés, e : flux de référence, b, d, f : vitesse, couple et flux ( $\phi_{rd}$ ) estimés.

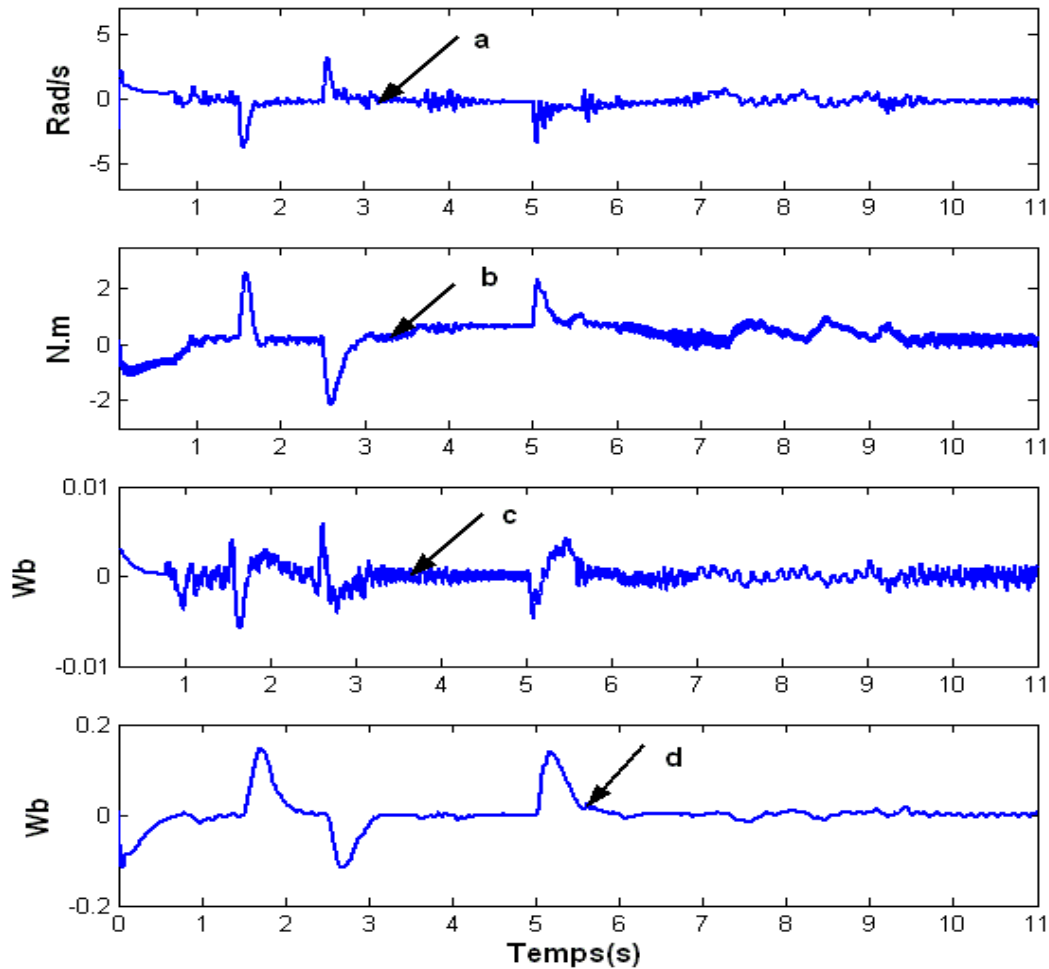


FIGURE 4.3: Résultat de l'expérience dans le cas nominal : a et b : erreurs d'estimation de la vitesse et du couple de charge, c et d : erreurs de poursuite ( $\phi_{rd}$ ) et d'orientation ( $\phi_{rq}$ ) du flux.

### Analyse de la robustesse

Pour ces tests de robustesse, nous allons effectuer des variations paramétriques sur l'observateur et la commande par rapport aux valeurs identifiées.

#### *Variation de +50% sur la valeur de la résistance rotorique ( $R_r$ )*

Les résultats expérimentaux sont donnés par les figures 4.4 et 4.5 pour une variation de +50% sur la valeur de  $R_r$  dans les paramètres de l'ensemble "observateur+commande". Ces figures montrent qu'une variation de +50% sur la résistance rotorique influe peu sur les performances de l'ensemble "observateur+commande" en termes de suivi de vitesse (Figs. 4.4a et b) par rapport au cas nominal (Figs. 4.2a et b) dans la zone observable. Mais pour une variation de +50% sur  $R_r$ , un écart statique apparaît dans la zone inob-

servable entre la vitesse estimée (Fig. 4.4b) et la vitesse mesurée (Fig. 4.4a). Le suivi de flux (Figs. 4.4e et f) et du couple de charge (Figs. 4.4c et d) reste quasiment le même par rapport au cas nominal (voir Figs. 4.2e, f, c et d). Cependant, en termes de rejet de perturbation, nous remarquons une légère augmentation de l'écart statique sur la vitesse de la machine aux instants d'application du couple de charge (voir Fig. 4.5a à 1.5s et 5s) et aux instants d'annulation du couple de charge (voir Fig. 4.5a à 2.5s). On peut remarquer aussi qu'une variation de +50% sur la résistance rotorique améliore le rejet du couple de charge (perturbation) à basse vitesse et haute vitesse du régulateur de flux (Fig. 4.5c). L'erreur d'orientation du flux ( $\phi_{rq}$ ) est pratiquement nulle (Fig. 4.5d) sauf aux instants d'application du couple de charge.

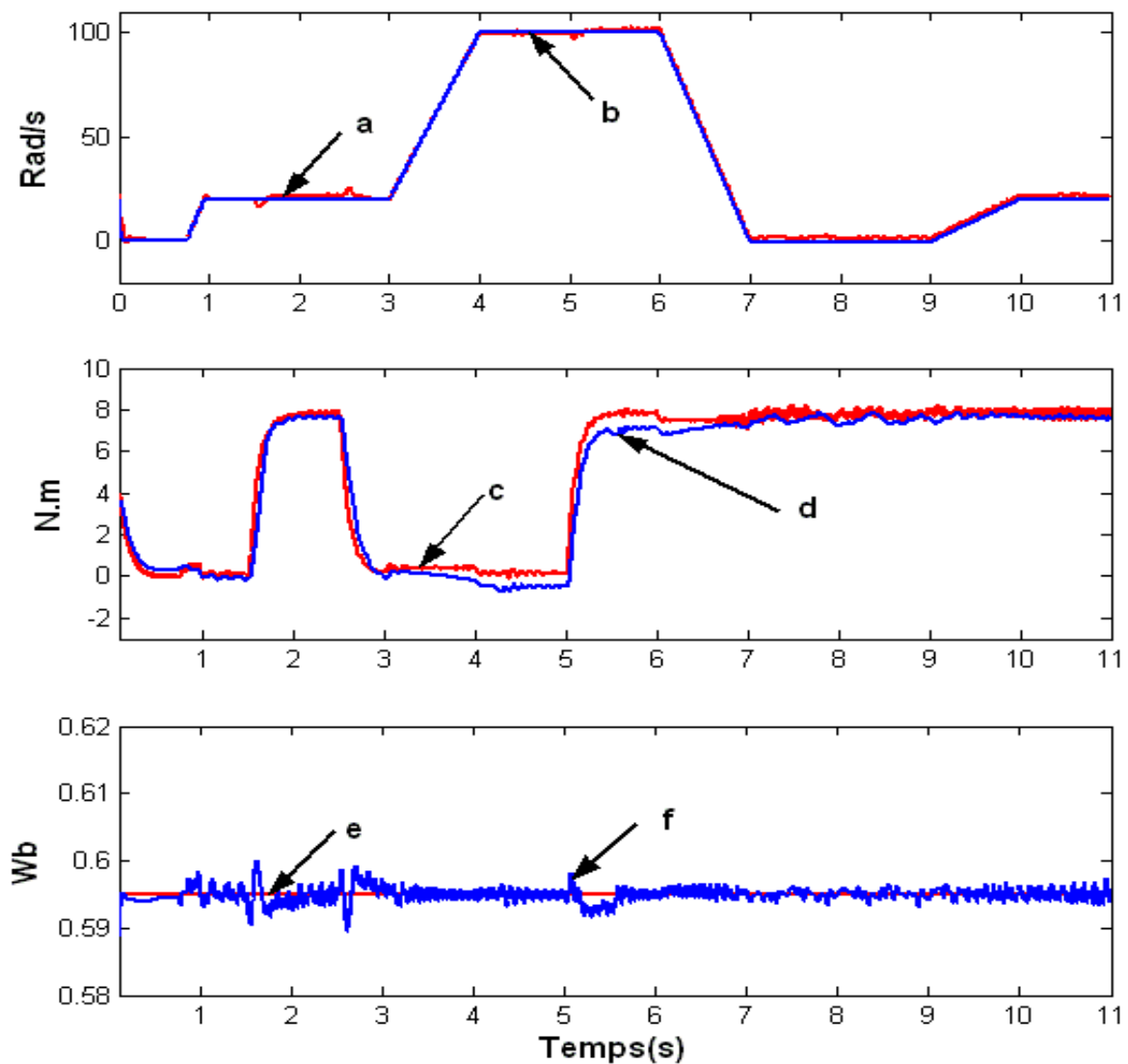


FIGURE 4.4: +50% sur  $R_r$  : a, c : vitesse et couple de charge mesurés, e : flux de référence, b, d, f : vitesse, couple et flux ( $\phi_{rd}$ ) estimés.

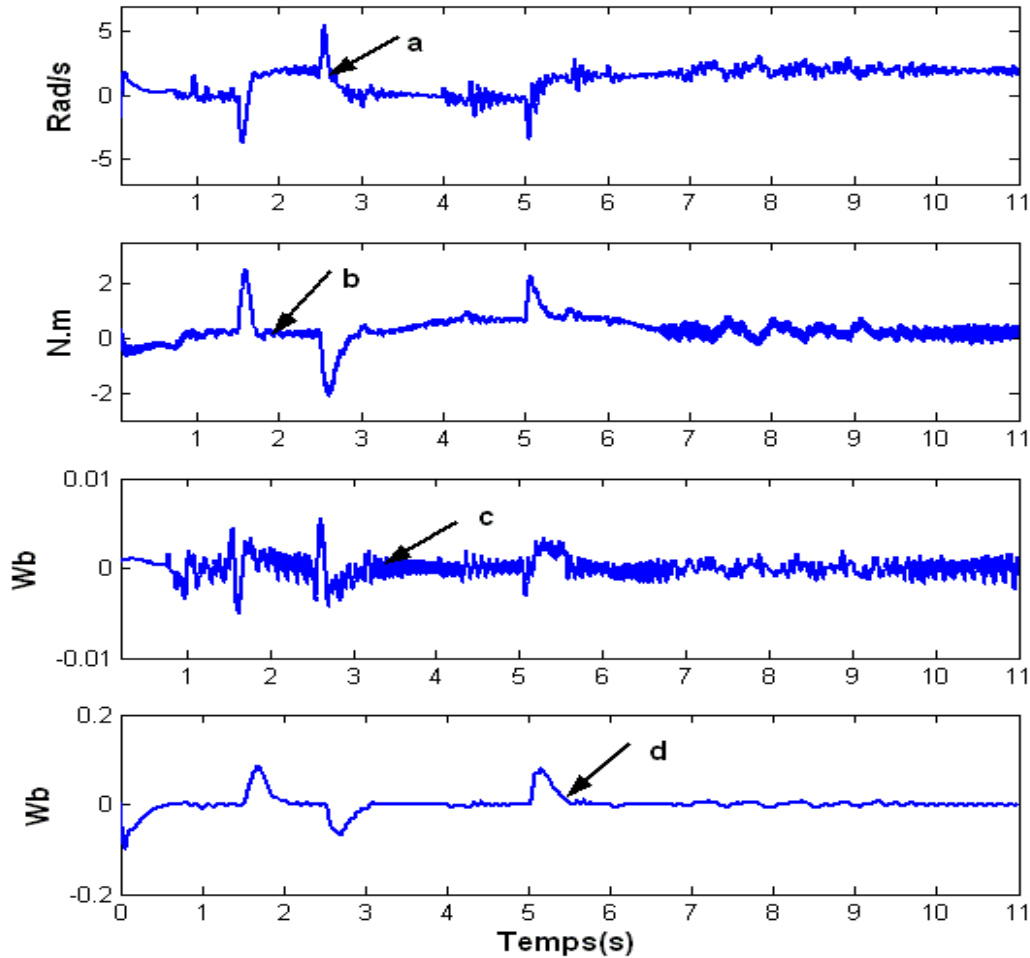


FIGURE 4.5: +50% sur  $R_r$  : a et b : erreurs d'estimation de la vitesse et du couple de charge, c et d : erreurs de poursuite ( $\phi_{rd}$ ) et d'orientation ( $\phi_{rq}$ ) du flux.

*Variation de -50% sur la valeur de la résistance rotorique ( $R_r$ )*

Les figures 4.6 et 4.7 montrent les résultats expérimentaux pour une variation de -50% sur la valeur de  $R_r$  dans les paramètres de l'ensemble "observateur+commande". En général, les résultats sont similaires à ceux obtenus pour une variation +50% sur la résistance rotorique. (Figs. 4.4 et 4.5). Pour ce test de robustesse, le rejet de perturbation (couple de charge) est moins bon sur le flux ( $\phi_{rd}$ ) estimé (Fig. 4.7c). De plus, aux instants d'application du couple de charge, l'erreur d'orientation du flux ( $\phi_{rq}$ ) augmente (Fig. 4.7d). Il est aussi intéressant de noter que pour une variation de -50% sur la valeur de  $R_r$ , la commande introduit du bruit. Ce qui est visible sur le couple de charge mesuré (Fig. 4.7c).

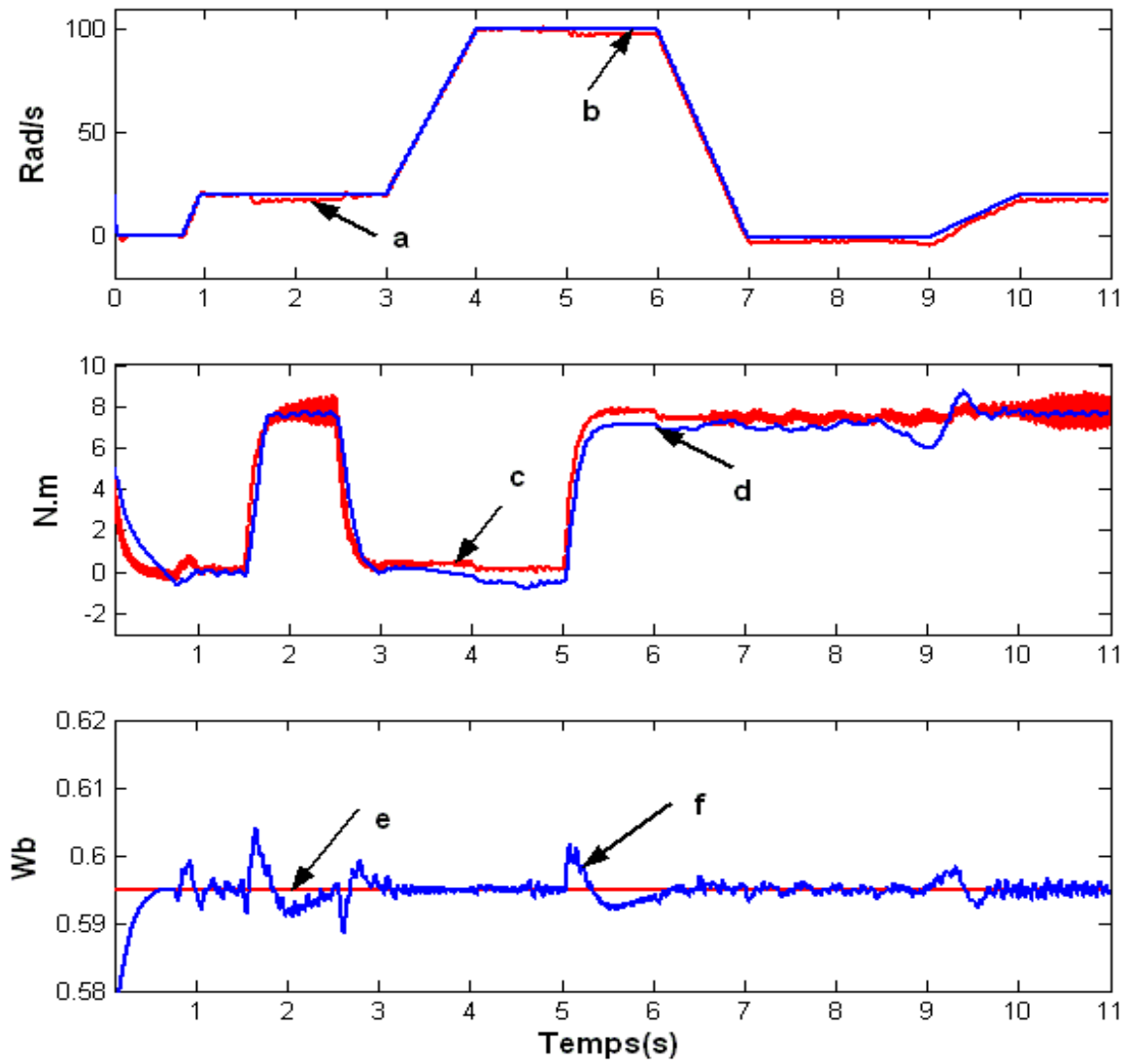


FIGURE 4.6:  $-50\%$  sur  $R_r$  : a, c : vitesse et couple de charge mesurés, e : flux de référence, b, d, f : vitesse, couple et flux ( $\phi_{rd}$ ) estimés.

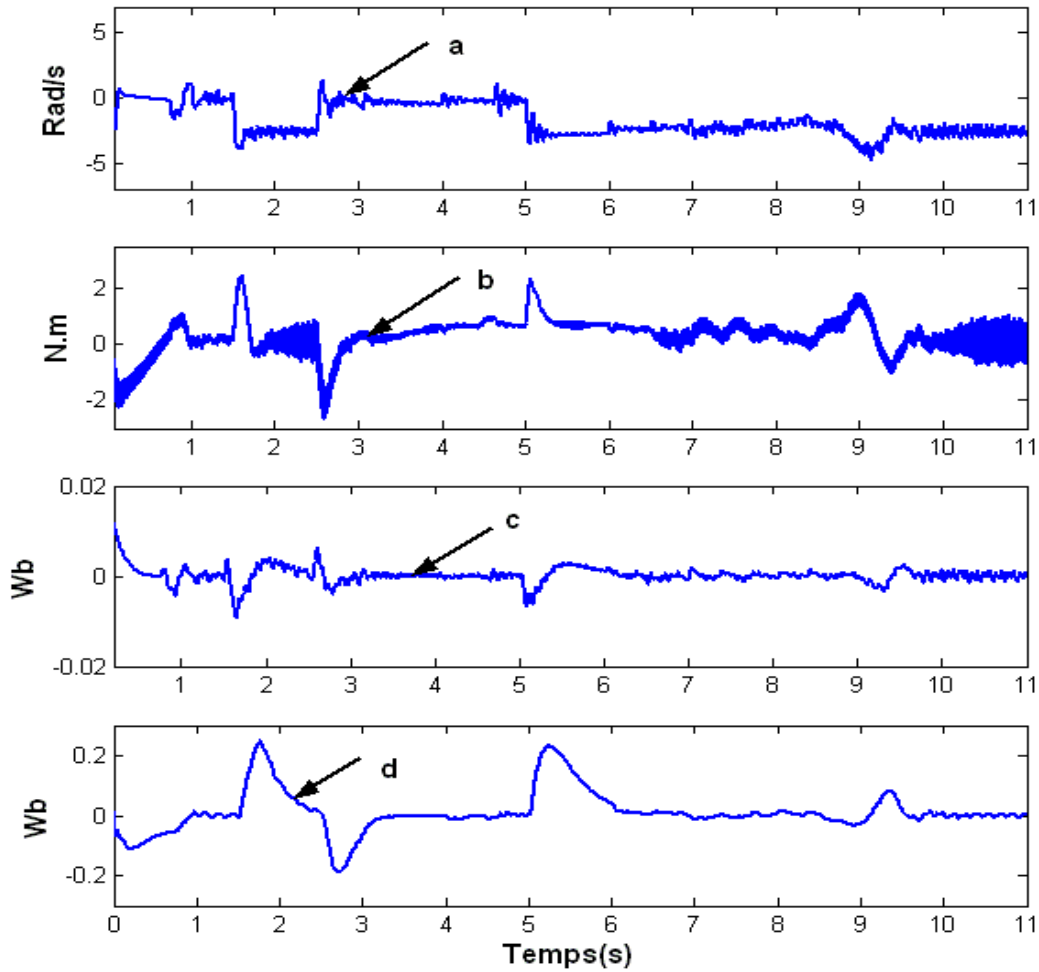


FIGURE 4.7:  $-50\%$  sur  $R_r$  : a et b : erreurs d'estimation de la vitesse et du couple de charge, c et d : erreurs de poursuite ( $\phi_{rd}$ ) et d'orientation ( $\phi_{rq}$ ) du flux.

*Variation de  $+10\%$  sur la valeur de l'inductance rotorique ( $L_r$ )*

Les résultats expérimentaux sont donnés par les figures 4.8 et 4.9 pour une variation  $+10\%$  sur la valeur de l'inductance rotorique dans les paramètres de la commande et de l'observateur. En analysant ces figures, nous pouvons remarquer qu'une variation sur la valeur de l'inductance rotorique n'influe presque pas sur les performances de l'ensemble "observateur+commande". Néanmoins des oscillations sont apparues que le régulateur PI. On ne peut pas les rejeter, même après nouveau réglage des gains. Celles-ci apparaissent en haute vitesse voir (Fig. 4.9a à 5 s) et ne sont donc pas dues à un défaut d'observabilité du système. De plus, le régulateur du flux rejette lentement le couple de charge (perturbation). Cela est dû au changement de la constante de temps rotorique lors d'une variation sur la valeur de l'inductance rotorique (voir (Fig. 4.9c à 1.5, 2.5 et 5 s). Aussi l'erreur d'orientation (Fig. 4.9d) du flux ( $\phi_{rq}$ ) augmente comme dans le cas d'une variation de  $-50\%$  sur la valeur de la résistance rotorique (Fig. 4.7d).



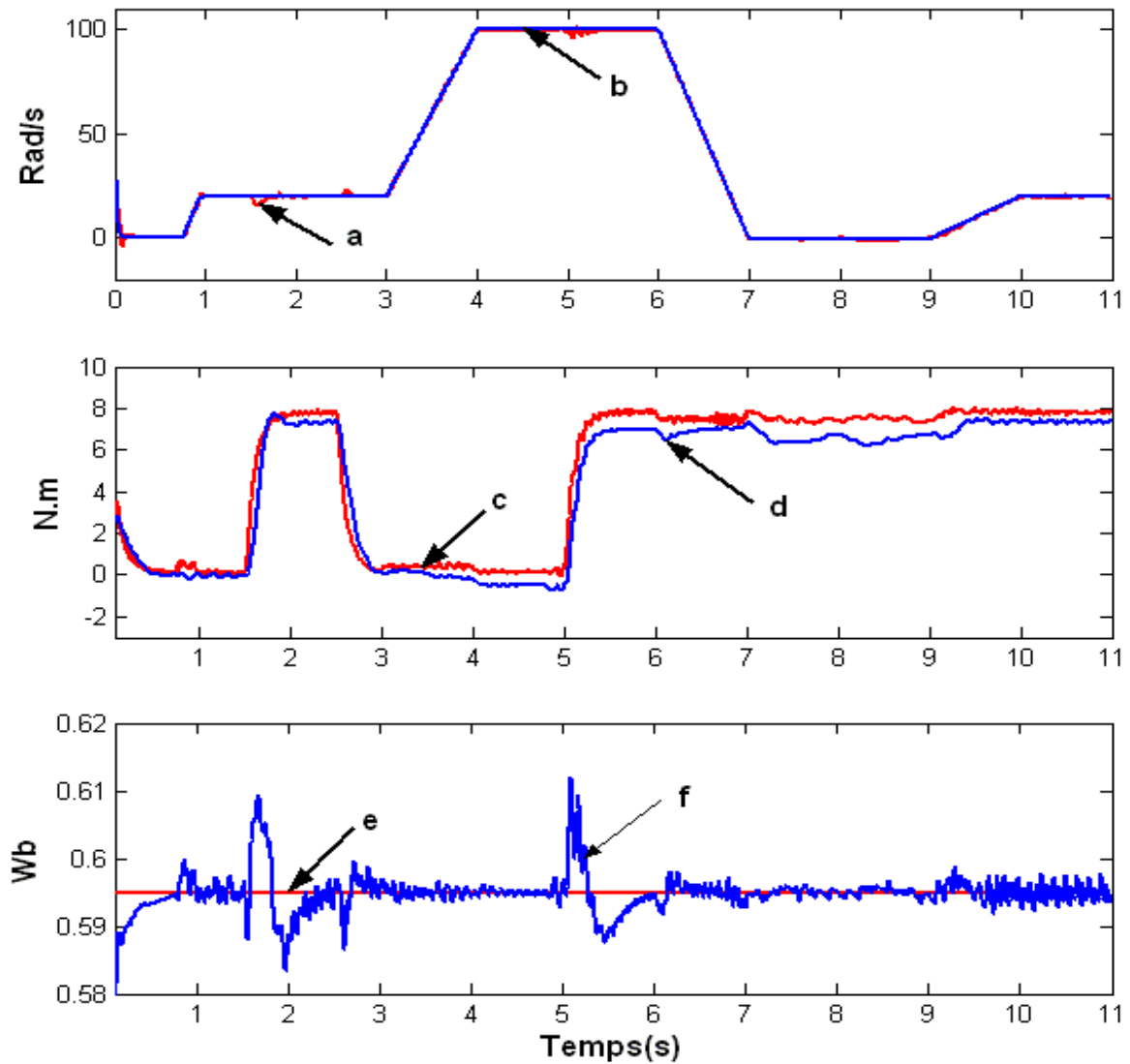


FIGURE 4.8: +10% sur  $L_r$  : a, c : vitesse et couple de charge mesurés, e : flux de référence, b, d, f : vitesse, couple et flux ( $\phi_{rd}$ ) estimés.

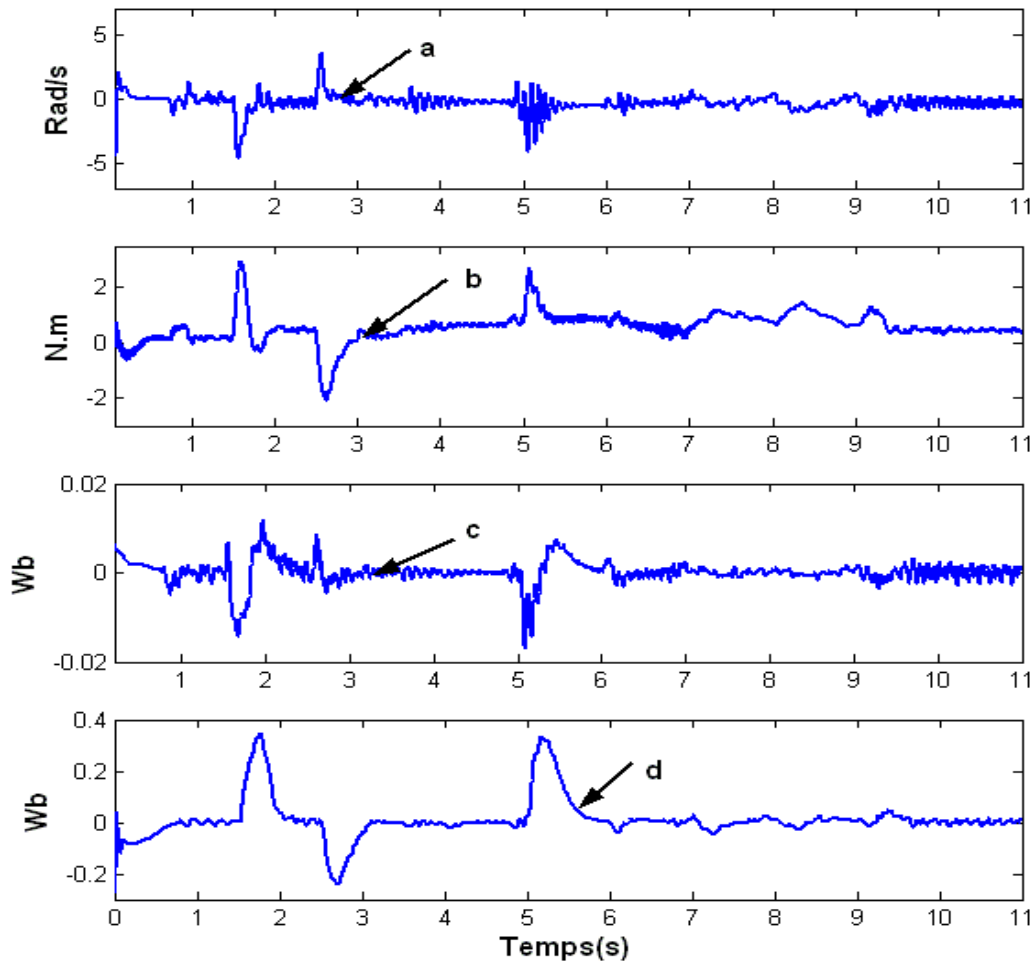


FIGURE 4.9: +10% sur  $L_r$  : a et b : erreurs d'estimation de la vitesse et du couple de charge, c et d : erreurs de poursuite ( $\phi_{rd}$ ) et d'orientation ( $\phi_{rq}$ ) du flux.

*Variation de +10% sur la valeur de l'inductance statorique ( $L_s$ )*

Les figures 4.10 et 4.11 montrent la sensibilité paramétrique de la commande associée à l'observateur vis à vis d'une variation +10% sur la valeur de l'inductance statorique. On peut remarquer qu'une variation sur l'inductance statorique entraîne des oscillations sur la vitesse de la machine asynchrone en haute vitesse (voir Fig. 4.11a à 5 s) lors des essais avec un régulateur de type PI. Les performances du régulateur de flux sont aussi dégradées (Fig. 4.11e et f). De plus, l'erreur d'orientation du flux ( $\phi_{rq}$ ) augmente considérablement aux instants d'application du couple de charge (Fig. 4.11d). Ce qui nous permet de confirmer qu'à ces instants, nous avons une mauvaise orientation du repère de flux. Un écart statique apparaît entre le couple de charge estimé (Fig. 4.10c) et le couple de charge mesuré (Fig. 4.10d) dans la zone inobservable.

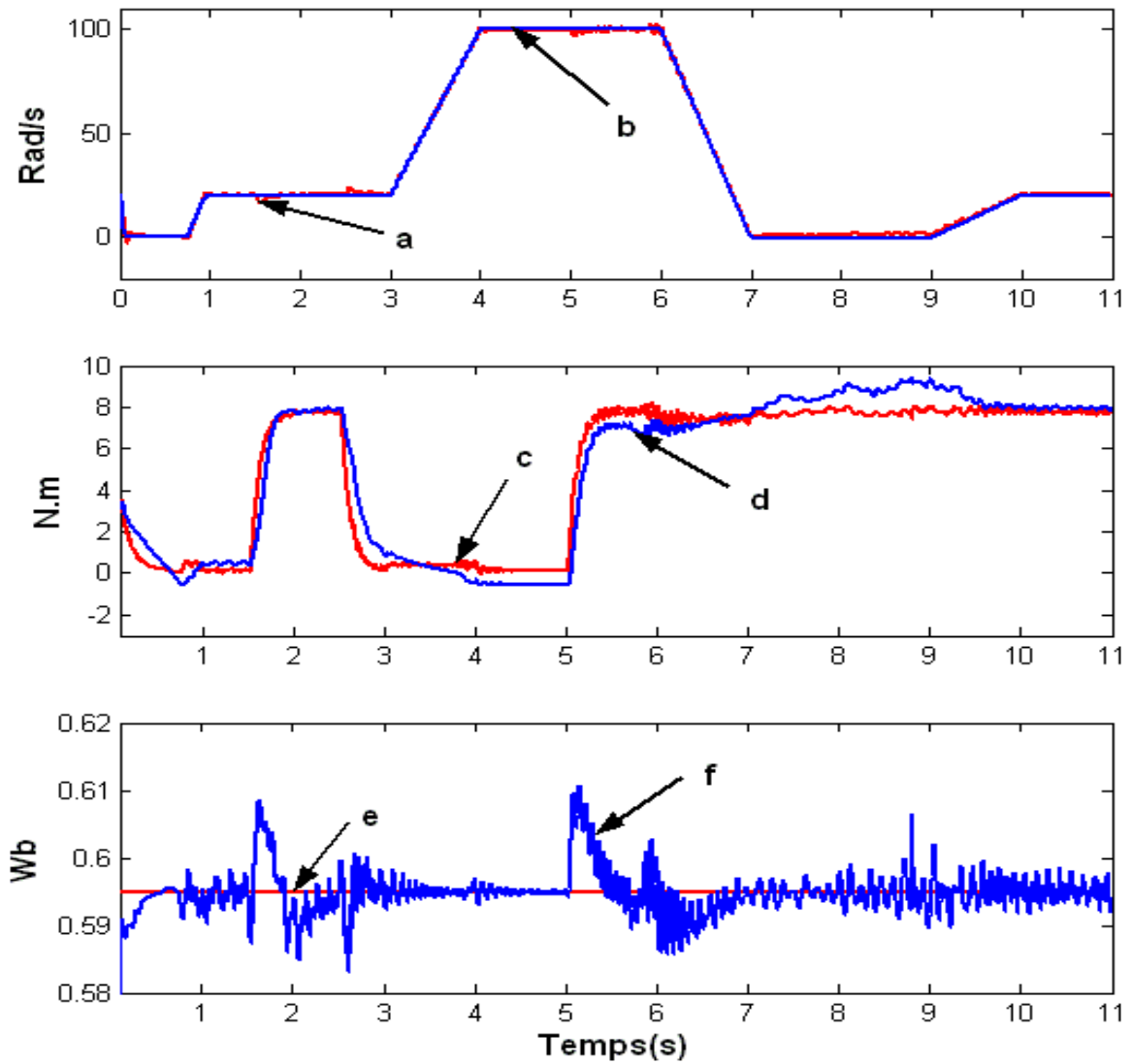


FIGURE 4.10: +10% sur  $L_s$  : a, c : vitesse et couple de charge mesurés, e : flux de référence, b, d, f : vitesse, couple et flux ( $\phi_{rd}$ ) estimés.

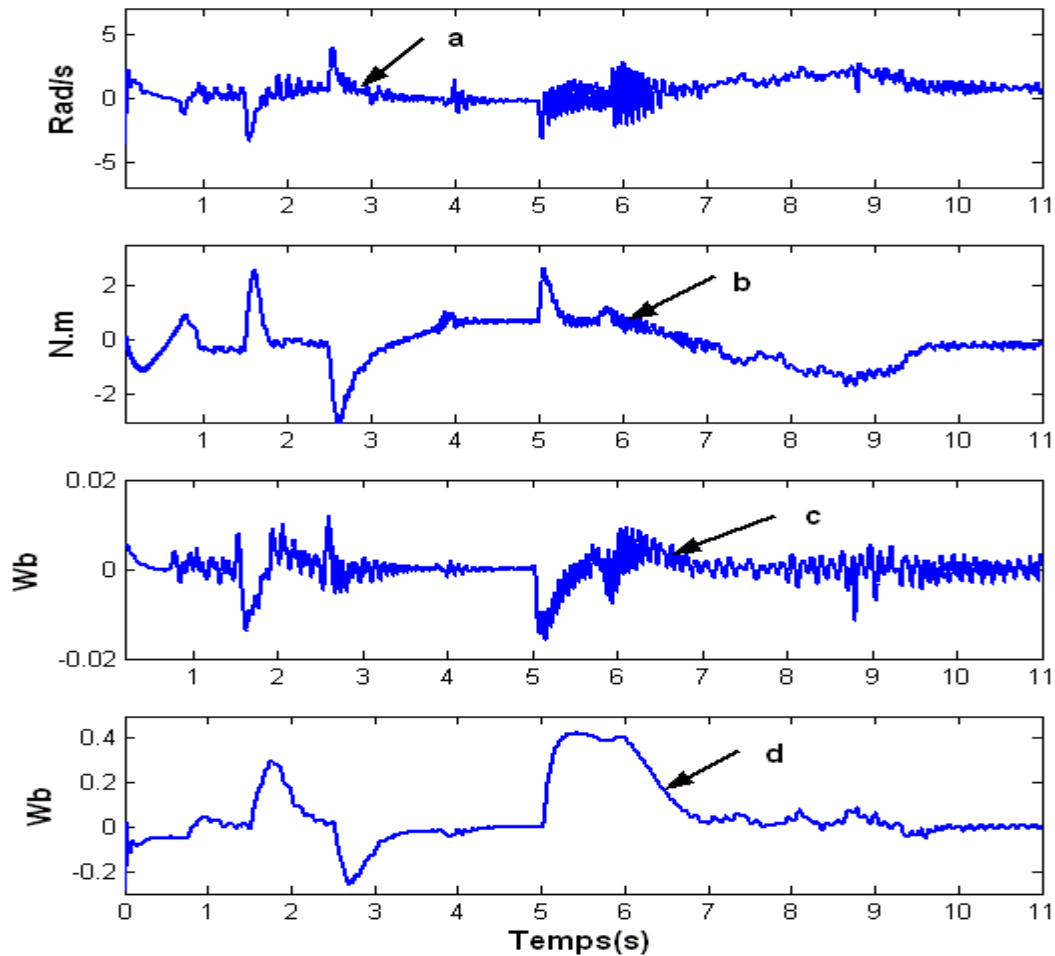


FIGURE 4.11: +10% sur  $L_s$  : a et b : erreurs d'estimation de la vitesse et du couple de charge, c et d : erreurs de poursuite ( $\phi_{rd}$ ) et d'orientation ( $\phi_{rq}$ ) du flux.

## 4.3 Commande vectorielle basée sur les modes glissants d'ordre un

### 4.3.1 Introduction

Une commande vectorielle sans capteur mécanique par modes glissants d'ordre un est présentée dans cette partie. Cette commande est une commande non linéaire. Son succès pour la commande des moteurs électriques est dû à sa robustesse, son implantation facile et sa capacité de rejeter les perturbations. Cette stratégie de commande a été appliquée à la machine asynchrone avec capteur de vitesse par (Sabanovic, 1981), (Soto, 1992), (Utkin, 1993) et (Utkin, 1999). L'idée de base de la commande par modes glissants est de forcer l'état du système, via une commande discontinue à évoluer en temps fini sur une surface dite de glissement. L'un des principaux inconvénients de ce type de commande est

le phénomène de "chattering" qui est caractérisé par des oscillations à haute fréquence autour de la surface de glissement. Ces effets de "chattering" sont limités grâce aux modes glissants d'ordre supérieur (Bartolini, 1998) et (Levant, 1993).

La commande vectorielle par modes glissants que nous allons présenter est basée sur le concept de la commande équivalente et la commande discontinue. La composante équivalente de la commande permet de forcer le mouvement de glissement idéal, c'est à dire dans le cas d'un système sans incertitudes. Elle est obtenue grâce aux *conditions d'invariance* de la surface de glissement ( $S$ ) donnée par :

$$S = 0 \quad \dot{S} = 0. \quad (4.24)$$

Afin de compenser les perturbations et les incertitudes du système qui ne permettraient pas un glissement idéal, un bouclage discontinu est utilisé dans le but d'assurer l'objectif de la commande  $S(x, t) = 0$ . Ce bouclage discontinu est la composante discontinue de la commande ainsi définie.

### 4.3.2 Conception de la commande vectorielle par modes glissants

(Traoré, 2007b)

La synthèse des régulateurs de vitesse et du flux sera faite à partir du modèle réduit (4.3) de la machine asynchrone. La commande en tension et la pulsation statorique sont données respectivement par (4.1)-(4.2) et (4.4).

#### Synthèse du régulateur de vitesse

Considérons le modèle réduit (4.3), alors l'équation dynamique de la mécanique de la machine asynchrone est :

$$\dot{\Omega} = \frac{K_T}{J} i_{sq} - c\Omega - \frac{T_l}{J}, \quad (4.25)$$

avec  $K_T = \frac{pM_{sr}}{L_r} \phi_{rd}$ . On écrit l'équation (4.25) sous la forme suivante :

$$\dot{\Omega} = \frac{K_T}{J} i_{sqtol} - c\Omega - \frac{T_l}{J} \quad (4.26)$$

où  $i_{sqtol}$  est une loi de commande virtuelle. Elle est composée de la composante équivalente  $i_{sqe}$  et la composante discontinue  $i_{sqd}$  :

$$i_{sqtol} = i_{sqe} + i_{sqd}. \quad (4.27)$$

La surface de glissement de la vitesse est définie comme suit :

$$S_\Omega(t) = e_\Omega + \beta_\Omega \int_0^t e_\Omega(t) dt \quad (4.28)$$

où  $e_\Omega = \Omega - \Omega^*$  et  $\beta_\Omega$  est une constante positive. La surface de glissement (4.28) représente un régulateur de type PI en terme d'erreur d'estimation. Ainsi la commande par modes glissant proposée est connue sous le nom de "Integral Sliding Mode (ISM)" (Utkin, 1996). Le choix de la surface de glissement avec un terme intégral permet de rendre la commande robuste vis-à-vis des perturbations et des erreurs paramétriques.

La dynamique de la surface de glissement (4.28) est donnée par :

$$\dot{S}_\Omega(t) = \dot{e}_\Omega + \beta_\Omega e_\Omega(t) \quad (4.29)$$

De l'équation (4.26), la dynamique de la surface de glissement devient :

$$\dot{S}_\Omega = \frac{K_T}{J} i_{sqtol} - c\Omega - \frac{T_l}{J} + \beta_\Omega e_\Omega - \dot{\Omega}^*. \quad (4.30)$$

En considérant les *conditions d'invariance* de la surface de glissement ( $\dot{S}_\Omega \equiv 0$ ), on obtient la composante équivalente ( $i_{sqe}$ ) de la commande :

$$i_{sqe} = \frac{1}{K_T} [f_v \Omega + T_l + J\dot{\Omega}^* - J\beta_\Omega e_\Omega]. \quad (4.31)$$

La composante discontinue de la commande est définie comme suit :

$$i_{sqd} = -\frac{J}{K_T} \zeta_\Omega \text{sign}(S) = -\frac{J}{K_T} \zeta_\Omega \frac{S_\Omega}{\|S_\Omega\|} \quad (4.32)$$

où  $\zeta_\Omega$  est une constante positive. La commande par modes glissants proposée est d'ordre un, alors la composante discontinue de la commande entraîne généralement le phénomène de "chattering" (des oscillations à haute fréquence autour de la surface de glissement). Pour limiter ces effets de "chattering", la composante discontinue de la commande est redéfinie par :

$$i_{sqd} = -\frac{J}{K_T} \zeta_\Omega \frac{S_\Omega}{\|S_\Omega\| + \delta_\Omega} \quad (4.33)$$

où  $\delta_\Omega \in ]0, 1[$ . On peut remarquer que si  $\delta_\Omega \rightarrow 0$ , alors on obtient la fonction  $\text{sign}(S)$ . Le paramètre  $\delta_\Omega$  est utilisé comme paramètre permettant d'assurer un bon compromis entre l'obtention d'une loi de commande continue et le maintien des propriétés de robustesse et de précision de la commande par modes glissants. La fonction "sign" est alors remplacée par la **fonction pseudo-signe**.

### Synthèse du régulateur de flux

Du modèle réduit (4.3) de la machine asynchrone, on a :

$$\dot{\phi}_{rd} = -a\phi_{rd} + aM_{sr}i_{sd} \quad (4.34)$$

En utilisant la même approche que la synthèse du régulateur de vitesse, l'équation (4.34) est réécrite sur la forme suivante :

$$\dot{\phi}_{rd} = -a\phi_{rd} + aM_{sr}i_{sdtol} \quad (4.35)$$

où  $i_{sdtol}$  est une loi de commande virtuelle. Elle est composée de la composante équivalente  $i_{sde}$  et la composante discontinue  $i_{sdd}$  :

$$i_{sdtol} = i_{sde} + i_{sdd}. \quad (4.36)$$

La surface de glissement du flux est définie par :

$$S_\phi(t) = e_\phi + \beta_\phi \int_0^t e_\phi(\tau) d\tau \quad (4.37)$$

où  $e_\phi = \phi^* - \phi_{rd}$  et  $\beta_\phi$  est une constante positive. La dynamique de la surface de glissement (4.37) est donnée par :

$$\dot{S}_\phi(t) = \dot{e}_\phi + \beta_\phi e_\phi(\tau). \quad (4.38)$$

De l'équation (4.35), la dynamique de la surface de glissement du flux devient :

$$\dot{S}_\phi = \dot{\phi}^* + a\phi_{rd} - aM_{sr}i_{sdtol} + \beta_\phi e_\phi \quad (4.39)$$

En considérant les *conditions d'invariance* de la surface de glissement ( $\dot{S}_\phi \equiv 0$ ), on obtient la composante équivalente ( $i_{sde}$ ) de la commande :

$$i_{sde} = \frac{1}{aM_{sr}}[\dot{\phi}^* + a\phi_{rd} + \beta_\phi e_\phi] \quad (4.40)$$

La composante discontinue de la commande en flux est définie comme suit :

$$i_{sdd} = \frac{1}{aM_{sr}}\zeta_\phi \text{sign}(S_\phi) = \frac{1}{aM_{sr}}\zeta_\phi \frac{S_\phi}{\|S_\phi\|} \quad (4.41)$$

où  $\zeta_\phi$  est une constante positive. Pour réduire les effets de "chattering", la composante discontinue de la commande en flux est redéfinie par :

$$i_{sdd} = \frac{1}{aM_{sr}}\zeta_\phi \frac{S_\phi}{\|S_\phi\| + \delta_\phi} \quad (4.42)$$

avec  $0 < \delta_\phi < 1$ .

**Lemme 4** *Considérons le modèle réduit (4.3) de la machine asynchrone. Les régulateurs de vitesse et du flux sont donnés respectivement par (4.31)-(4.33) et (4.40)-(4.42), alors ces commandes sont telles que le flux et la vitesse convergent asymptotiquement vers leurs valeurs désirées.*

#### Preuve du lemme 4

Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V_c = \frac{1}{2}S_\Omega^2 + \frac{1}{2}S_\phi^2 \quad (4.43)$$

En considérant les équations (4.27)-(4.33) et (4.36)-(4.42), la dérivée de la fonction  $V_c$  est donnée par :

$$\dot{V}_c \leq -(\zeta_\Omega \|S_\Omega\| + \zeta_\phi \|S_\phi\|), \quad (4.44)$$

ce qui nous permet de confirmer que  $V_c$  est une fonction de Lyapunov. Les erreurs de poursuite du flux et de la vitesse convergent asymptotiquement.

**Remarque 19** Bien que l'approximation de la fonction "sign" par des fonctions continues de la surface de glissement permette d'atténuer le phénomène de chattering, cette même approximation entraîne une altération des propriétés de robustesse d'invariance du régime glissant et de précision. En effet, le régime glissant résultant de ces approximations est confiné dans un  $\delta$ -voisinage de la surface de glissement où seule la commande équivalente agit. Ainsi, rien ne peut être dit à propos du comportement du système à l'intérieur de ce voisinage.

Maintenant, nous allons présenter la démonstration de convergence de l'ensemble "observateur interconnecté+commande par modes glissants".

### 4.3.3 Analyse de la stabilité en boucle fermée : "Observateur Interconnecté+Commande"

Notre but est de réaliser une commande sans capteur mécanique. La vitesse, le flux et le couple de charge ne sont pas mesurés, donc nous remplaçons dans les régulateurs de vitesse et de flux définis par (4.31)-(4.32) et (4.40)-(4.41) la mesure du flux, de la vitesse et le couple de charge par leurs estimées données par l'observateur interconnecté ((3.6)-(3.7)) présenté dans le chapitre 3. Ainsi, on obtient :

$$i_{sq}^* = \frac{1}{K_T} [f_v \hat{\Omega} + \hat{T}_l + J \dot{\Omega}^* - J \beta_\Omega (\hat{\Omega} - \Omega^*) - J \zeta_\Omega \text{sign}((\hat{\Omega} - \Omega) + \beta_\Omega \int_0^t (\hat{\Omega} - \Omega^*) d\tau)] \quad (4.45)$$

et

$$i_{sd}^* = \frac{1}{a M_{sr}} [\dot{\phi}^* + a \hat{\phi}_{rd} + \beta_\phi (\phi^* - \hat{\phi}_{rd}) + \zeta_\phi \text{sign}((\phi^* - \hat{\phi}_{rd}) + \beta_\phi \int_0^t (\phi^* - \hat{\phi}_{rd}) d\tau)]. \quad (4.46)$$

En considérant les équations (4.45), (4.46), et (4.19), les dynamiques des erreurs de poursuite en vitesse et en flux sont :

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_\Omega = -\beta_\Omega \epsilon_\Omega - \zeta_\Omega \text{sign}(S_\Omega) + (\beta_\Omega - c) \epsilon_\Omega + \Gamma_1(\epsilon_\Omega) + \Gamma_2(\epsilon_\phi) \\ \dot{\epsilon}_\phi = -\beta_\phi \epsilon_\phi - \zeta_\phi \text{sign}(S_\phi) - (\beta_\phi - a) \epsilon_\phi + \Gamma_3(\epsilon_\phi) \end{cases} \quad (4.47)$$

où  $\epsilon_\phi = \phi_{rd} - \hat{\phi}_{rd}$ ,  $\epsilon_\Omega = \Omega - \hat{\Omega}$ ,  $\epsilon_{T_l} = T_l - \hat{T}_l$  et

$$\begin{aligned} \Gamma_1(\epsilon_\Omega) &= \zeta_\Omega [\text{sign}(\Omega) - \text{sign}(\hat{\Omega})] \\ \Gamma_2(\epsilon_\phi) &= \frac{\epsilon_\phi}{\phi_{rd}} [\Omega^* + c \hat{\Omega} + \frac{\epsilon_{T_l}}{J} - \beta_\Omega (\hat{\Omega} - \Omega^*) - \zeta_\Omega \text{sign}((\hat{\Omega} - \Omega) + \beta_\Omega \int_0^t (\hat{\Omega} - \Omega^*) d\tau)] \\ \Gamma_3(\epsilon_\phi) &= \zeta_\phi [\text{sign}(\phi_{rd}) - \text{sign}(\hat{\phi}_{rd})] \end{aligned}$$

Les dynamiques des erreurs d'estimation (3.10) et des erreurs de poursuite de trajectoires (4.47) sont :

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_\Omega &= -\beta_\Omega \epsilon_\Omega - \zeta_\Omega \text{sign}(S_\Omega) + (\beta_\Omega - c) \epsilon_\Omega + \Gamma_1(\epsilon_\Omega) + \Gamma_2(\epsilon_\phi) \\ \dot{\epsilon}_\phi &= -\beta_\phi \epsilon_\phi - \zeta_\phi \text{sign}(S_\phi) - (\beta_\phi - a) \epsilon_\phi + \Gamma_3(\epsilon_\phi) \\ \dot{\epsilon}_1 &= [A_1(Z_2) - S_1^{-1} \Gamma C_1^T C_1 - B_1 C_1] \epsilon_1 \\ &\quad + g_1(u, y, X_2) + \Delta g_1(u, y, X_2, X_1) - g_1(u, y, Z_2, Z_1) \\ &\quad + [A_1(X_2) + \Delta A_1(X_2) - A_1(Z_2)] X_1 - (B_2 C_2 + K C_2^T C_2) \epsilon_2 \\ \dot{\epsilon}_2 &= [A_2(Z_1) - S_2^{-1} C_2^T C_2] \epsilon_2 + [A_2(X_1) + \Delta A_2(X_1) - A_2(Z_1)] X_2 \\ &\quad + g_2(u, y, X_1, X_2) + \Delta g_2(u, y, X_1, X_2) - g_2(u, y, Z_1, Z_2) \end{aligned} \quad (4.48)$$



**Lemme 5** *Supposons que les hypothèses 1-3 soient vérifiées, alors le système (3.6)-(3.7) est un observateur interconnecté pour le système (3.4)-(3.5). Considérons le modèle réduit (4.3) de la machine asynchrone. Si les régulateurs de flux et de vitesse utilisant les variables estimées (3.6)-(3.7) sont donnés respectivement par (4.45) et (4.46), alors la stabilité du système en boucle fermée (observateur+commande) peut être prouvée. Plus précisément les erreurs de poursuites en flux et en vitesse du système bouclé convergent asymptotiquement vers zéro.*

### Preuve du lemme 5

Considérons la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$\begin{aligned} V_{oc} &= V_o + V_c \\ &= \epsilon_1^T S_1 \epsilon_1 + \epsilon_2^T S_2 \epsilon_2 + \frac{1}{2} S_\Omega^2 + \frac{1}{2} S_\phi^2 \end{aligned} \quad (4.49)$$

$V_o = \epsilon_1^T S_1 \epsilon_1 + \epsilon_2^T S_2 \epsilon_2$  et  $V_c = \frac{1}{2} S_\Omega^2 + \frac{1}{2} S_\phi^2$  sont des fonctions de Lyapunov associées respectivement à l'observateur interconnecté définie au chapitre 3 et à la commande définie ci-dessus. De l'inégalité (3.18), nous savons que  $\dot{V}_o \leq -(1-\varsigma)\delta V_o \leq -\delta_o V_o$  avec  $\delta_o = (1-\varsigma)\delta$  (voir section 3.2.2 au chapitre 3). La dérivée de  $V_{oc}$  (4.49) est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V}_{oc} &\leq -\delta_o V_o - \zeta_\phi \|S_\phi\|^2 + \|S_\phi\| \Gamma_3(\epsilon_\phi) \\ &\quad - \zeta_\Omega \|S_\Omega\|^2 + \|S_\Omega\| (\Gamma_1(\epsilon_\Omega) + \Gamma_2(\epsilon_\phi)) \end{aligned} \quad (4.50)$$

considérons

$$\begin{aligned} \Gamma_1(\epsilon_\Omega) &\leq 2l_1 \|\epsilon_1\|_{S_{\theta_1}} \\ \Gamma_2(\epsilon_\phi) &\leq 2l_2 \|\epsilon_2\|_{S_{\theta_2}} \\ \Gamma_3(\epsilon_\phi) &\leq 2l_3 \|\epsilon_2\|_{S_{\theta_2}} \end{aligned}$$

alors, l'inégalité (4.50) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{V}_{oc} &\leq -\delta_o \|\epsilon_1\|_{S_{\theta_1}}^2 - \delta_o \|\epsilon_2\|_{S_{\theta_2}}^2 - \zeta_\phi \|S_\phi\|^2 - \zeta_\Omega \|S_\Omega\|^2 \\ &\quad + 2l_1 \|S_\Omega\| \|\epsilon_1\|_{S_{\theta_1}} + 2l_2 \|S_\Omega\| \|\epsilon_2\|_{S_{\theta_2}} + 2l_3 \|S_\phi\| \|\epsilon_2\|_{S_{\theta_2}} \end{aligned} \quad (4.51)$$

En considérant les inégalités suivantes :

$$\begin{aligned} \|S_\Omega\| \|\epsilon_1\|_{S_{\theta_1}} &\leq \frac{\xi_1}{2} \|\epsilon_1\|_{S_{\theta_1}}^2 + \frac{1}{2\xi_1} \|S_\Omega\|^2 \\ \|S_\Omega\| \|\epsilon_2\|_{S_{\theta_2}} &\leq \frac{\xi_2}{2} \|\epsilon_2\|_{S_{\theta_2}}^2 + \frac{1}{2\xi_2} \|S_\Omega\|^2 \\ \|S_\phi\| \|\epsilon_2\|_{S_{\theta_2}} &\leq \frac{\xi_3}{2} \|\epsilon_2\|_{S_{\theta_2}}^2 + \frac{1}{2\xi_3} \|S_\phi\|^2 \end{aligned}$$

$\forall \xi_1, \xi_2, \xi_3 \in ]0, 1[$ , on obtient

$$\begin{aligned} \dot{V}_{oc} &\leq -\left(\delta_o - \frac{l_1 \xi_1}{\lambda_{\min}(S_1)}\right) \|\epsilon_1\|_{S_{\theta_1}}^2 - \left(\delta_o - \frac{l_2 \xi_2}{\lambda_{\min}(S_2)} - \frac{l_3 \xi_3}{\lambda_{\min}(S_2)}\right) \|\epsilon_2\|_{S_{\theta_2}}^2 \\ &\quad - \left(\zeta_\phi - \frac{l_3}{\xi_3}\right) \|S_\phi\|^2 - \left(\zeta_\Omega - \frac{l_1}{\xi_1} - \frac{l_2}{2\xi_3}\right) \|S_\Omega\|^2. \end{aligned} \quad (4.52)$$

Finalement, en prenant  $\delta_o$ ,  $\zeta_\phi$  et  $\zeta_\Omega$  tels que :

$$\begin{aligned}\vartheta_1 &= \left(\delta_o - \frac{l_1 \xi_1}{\lambda_{\min}(S_1)}\right) > 0 \\ \vartheta_2 &= \left(\delta_o - \frac{l_2 \xi_2}{\lambda_{\min}(S_2)} - \frac{l_3 \xi_3}{\lambda_{\min}(S_2)}\right) > 0 \\ \vartheta_3 &= \left(\zeta_\phi - \frac{l_3}{\xi_3}\right) > 0 \\ \vartheta_4 &= \left(\zeta_\Omega - \frac{l_1}{\xi_1} - \frac{l_2}{2\xi_3}\right) > 0\end{aligned}$$

et  $\vartheta = \min(\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3, \vartheta_4)$ , alors l'inégalité (4.52) devient :

$$\dot{V}_{oc} \leq -\vartheta V_{oc}.$$

$V_{oc}$  est donc une fonction de Lyapunov. Par conséquent, les erreurs de poursuites en flux et en vitesse convergent asymptotiquement vers zéro.

**Remarque 20** *Dans la zone inobservable, en utilisant la même approche que les régulateurs de type PI (voir Annexe B.2), nous pouvons prouver que l'ensemble commande par modes glissants plus observateur interconnecté reste stable dans la zone inobservable.*

Les résultats expérimentaux de cette loi de commande associée à l'observateur interconnecté sont donnés dans la section suivante.

### 4.3.4 Résultats expérimentaux

Les résultats expérimentaux obtenus sur le benchmark "Commande Sans Capteur Mécanique" (Fig.2.5) de l'ensemble "commande par modes glissants + l'observateur interconnecté" sont présentés.

La structure utilisée pour effectuer les essais de l'ensemble "commande + observateur" est donné par la figure 4.1. Sur cette figure (4.1), les régulateurs IP de vitesse et PI du flux du bloc "Loi. Commande" sont remplacés par la commande par modes glissants proposée. Plus précisément le régulateur IP de vitesse est remplacé par (4.33)-(4.45) et le régulateur PI du flux est remplacé par (4.42)-(4.46).

La machine de test est une machine asynchrone à cage donc les caractéristiques sont données dans la section 4.2.4.

Les paramètres de l'observateur sont choisis comme suit :  $\alpha = 0.82$ ,  $k = 0.14$ ,  $k_{c1} = 350$ ,  $k_{c2} = 0.5$ ,  $\theta_1 = 3000$  et  $\theta_2 = 7000$  pour satisfaire les conditions de convergence.

Les paramètres de la commande sont choisis de la manière suivante :  $Ki_{vd} = 0.03$ ,  $Kp_{vd} = 15$ ,  $Ki_{vq} = 0.03$ ,  $Kp_{vq} = 10$ ,  $\beta_\Omega = 2000$ ,  $\zeta_\Omega = 100$ ,  $\delta_\Omega = 0.1$ ,  $\beta_\phi = 800$ ,  $\zeta_\phi = 0.001$ ,  $\delta_\phi = 0.1$  et  $K\omega_s = 200$ .

La période d'échantillonnage  $T$  est égale à  $200\mu s$ .

Pour tester les conditions de robustesse (voir remarque 17), nous prenons pour notre expérience  $R_s$  nominale +30% pour l'observateur.

### Essai avec les paramètres "nominaux"

A l'exception de la résistance statorique les résultats expérimentaux utilisant les paramètres identifiés sur le banc "cas nominal" sont présentés par les figures 4.12 et 4.13. Ces figures illustrent les bonnes performances de l'ensemble "observateur+commande" en boucle fermée en suivi de trajectoire et rejet de perturbation. Comme dans le cas d'une commande de type PI, la vitesse estimée (Fig. 4.12b) converge vers la vitesse mesurée (Fig. 4.12a) dans les conditions observables et inobservables (entre 7 et 9 s) de la machine. Même conclusion pour le couple de charge estimé (Fig. 4.12d) et le couple de charge mesuré (Fig. 4.12c). Cependant, il existe toujours un écart statique lorsque la vitesse de la machine augmente (voir Figs. 4.12d et 4.12c entre 3 et 6 s). La présence de cet écart ce justifie de la même manière que lors de la commande avec un régulateur de type PI (voir section 4.2.4 cas nominal). Nous remarquons aussi une bonne poursuite du flux de la machine car le flux estimé (Fig. 4.12f) suit bien sa référence (Fig. 4.12e). En termes de rejet de perturbation, nous remarquons que le couple est bien rejeté en basse vitesse comme en haute vitesse sauf aux instants d'application (voir Figs. 4.13a et 4.13c à 1.5s et 5s) et aux instants d'annulation (Voir Figs. 4.13a et 4.13c à 2.5s). L'erreur d'orientation du flux ( $\phi_{rq}$ ) est pratiquement nul sauf aux instants d'application du couple de charge (voir Fig. 4.13d). En comparant ces résultats à ceux obtenus dans la section 4.2.4, nous remarquons une bonne estimation du flux de la machine (voir Figs. 4.2 et 4.12). La figure 4.13c montre bien que l'erreur de poursuite de  $\phi_{rd}$  (flux sur l'axe **d**) est quasiment nulle. Ce qui nous permet de confirmer les bonnes performances d'une commande non linéaire par modes glissants, comparée à une commande linéaire. Cependant, nous pouvons observer le phénomène de "chattering" sur les figures 4.12c et 4.12d. Pour diminuer ces phénomènes, il serait intéressant de concevoir une commande par modes glissants d'ordre supérieur ( (Levant, 1993), (Bartolini, 1998)). Les résultats obtenus sont toujours satisfaisants par rapport aux résultats de (Ghanes, 2005) et (Ghanes, 2006b). L'ensemble "observateur+commande" est stable dans la zone inobservable même si on applique le couple de charge nominal.

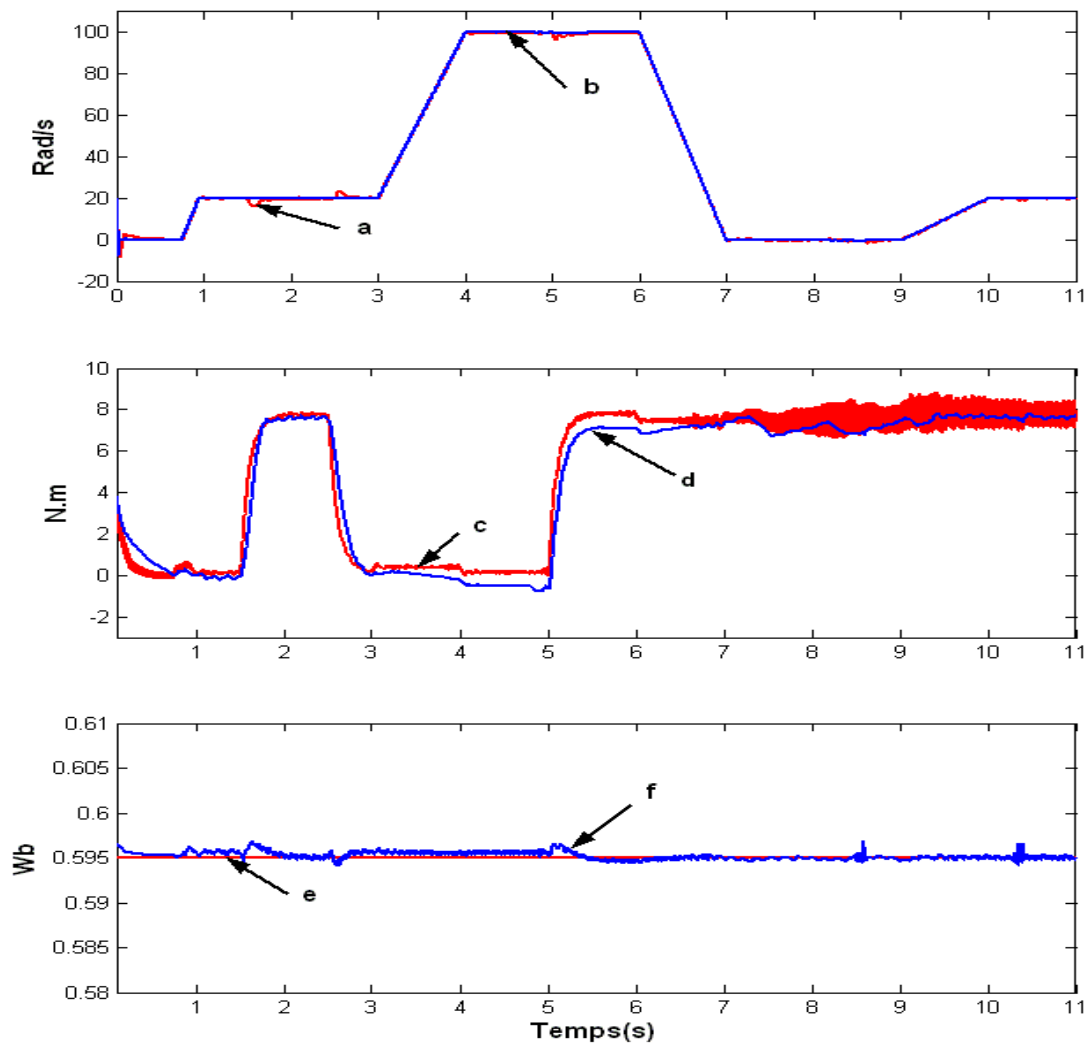


FIGURE 4.12: Résultat de l'expérience dans le cas nominal : a, c : vitesse et couple de charge mesurés, e : flux de référence, b, d, f : vitesse, couple et flux ( $\phi_{rd}$ ) estimés.

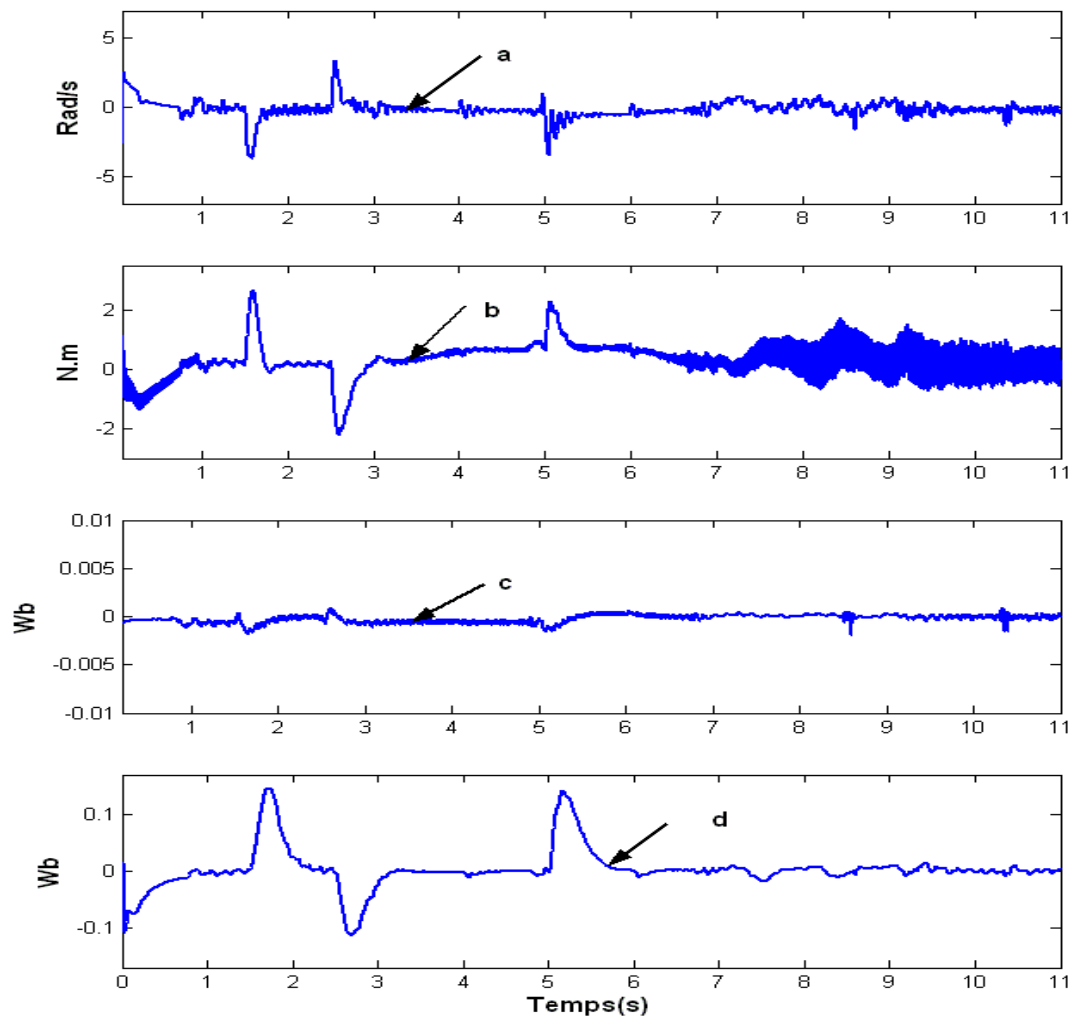


FIGURE 4.13: **Résultat de l'expérience dans le cas nominal** : a et b : erreurs d'estimation de la vitesse et du couple de charge, c et d : erreurs de poursuite ( $\phi_{rd}$ ) et d'orientation ( $\phi_{rq}$ ) du flux.

### Analyse de la robustesse

Les résultats suivants sont obtenus, en effectuant des variations paramétriques sur l'observateur et la commande par rapport aux valeurs identifiées.

#### *Variation de +50% sur la valeur de la résistance rotorique ( $R_r$ )*

Les résultats expérimentaux lors d'une variation de +50% sur la valeur de  $R_r$  dans les paramètres de l'ensemble "observateur+commande" sont donnés par les figures 4.14 et 4.15. Ces figures montrent la robustesse l'ensemble "observateur interconnecté+commande par modes glissants" en termes de suivi de vitesse (Figs. 4.14a et b) par rapport au cas nominal (Figs. 4.12a et b) dans la zone observable. Dans la zone inobservable un écart statique apparaît entre la vitesse estimée (Fig. 4.14b) et la vitesse mesurée (Fig. 4.14a) comme lors

des même tests avec un régulateur de type PI. En effet, la convergence asymptotique ne peut être garantie dans la zone inobservable car les entrées ne sont pas persistantes. Nous remarquons toujours une bonne poursuite du flux (Figs. 4.14e et f) et une bonne estimation du couple de charge (Figs. 4.14c et d) comme dans le cas nominal (voir Figs. 4.12e, f, c et d). Le rejet de perturbation un peu dégradé car on observe une légère augmentation de l'écart statique sur la vitesse de la machine aux instants d'application du couple de charge (voir Fig. 4.15a à 1.5s et 5s) et aux instants d'annulation du couple de charge (voir Fig. 4.15a à 2.5s). Comme dans le cas nominal, nous remarquons que l'erreur de poursuite de la trajectoire du flux sur l'axe **d** ( $\phi_{rd}$ ) est faible et un bon rejet du couple de charge (perturbation) en basse vitesse et haute vitesse par le régulateur de flux (Fig. 4.15c). Aux instants d'application du couple de charge, nous remarquons que l'erreur d'orientation du flux ( $\phi_{rq}$ ) est différent de zéro (Fig. 4.15d).

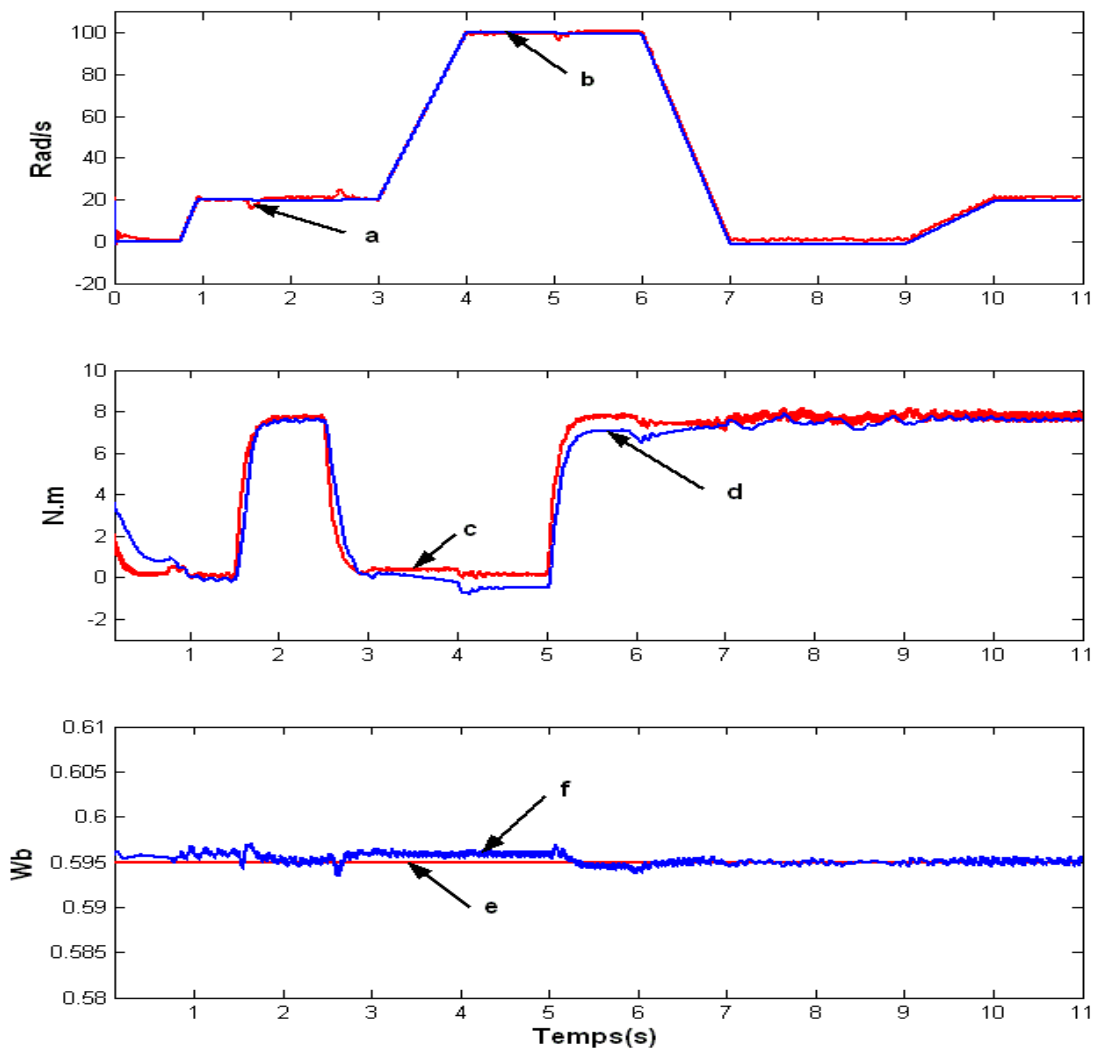


FIGURE 4.14: +50% sur  $R_r$  : a, c : vitesse et couple de charge mesurés, e : flux de référence, b, d, f : vitesse, couple et flux ( $\phi_{rd}$ ) estimés.

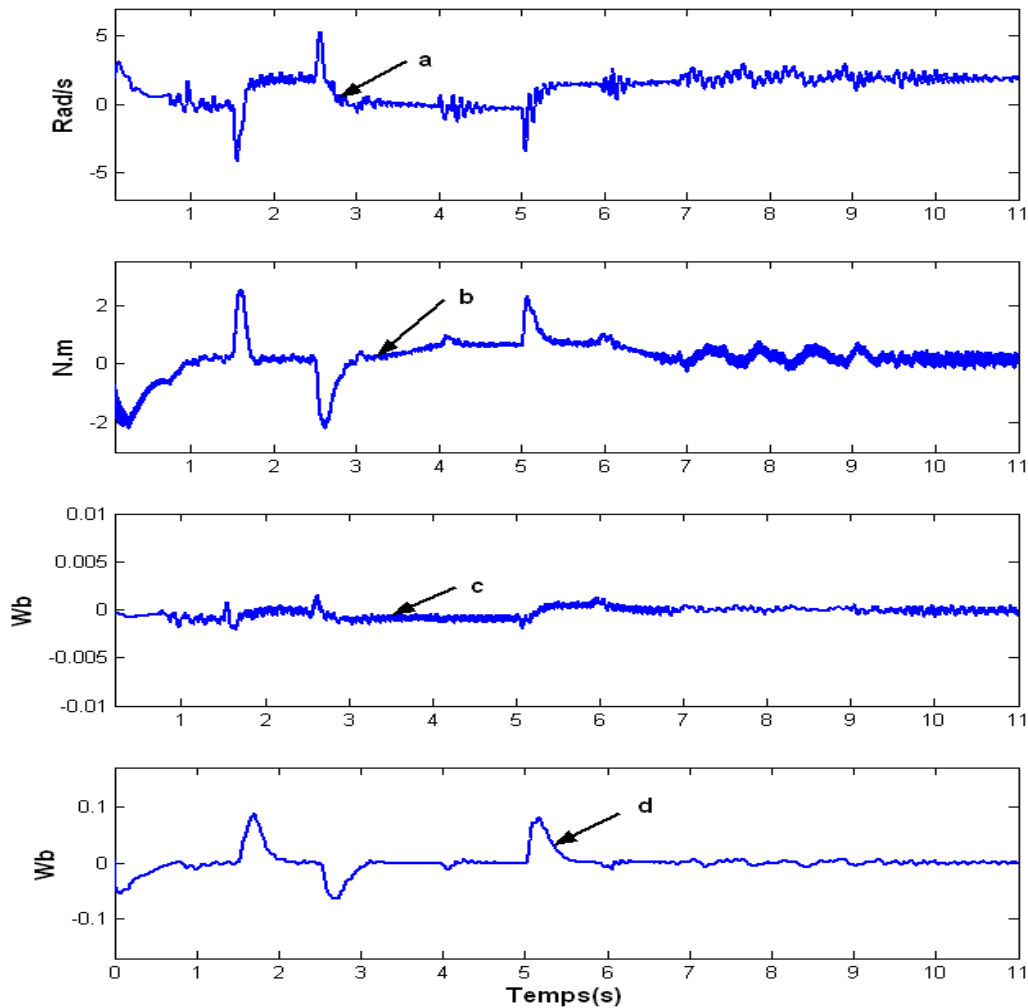


FIGURE 4.15: +50% sur  $R_r$  : a et b : erreurs d'estimation de la vitesse et du couple de charge, c et d : erreurs de poursuite ( $\phi_{rd}$ ) et d'orientation ( $\phi_{rq}$ ) du flux.

#### *Variation de $-50\%$ sur la valeur de la résistance rotorique ( $R_r$ )*

Les résultats obtenus (Figs. 4.16 et 4.17) lors d'une variation de  $-50\%$  sur la valeur de  $R_r$  dans les paramètres de l'ensemble "observateur+commande" sont similaires à ceux obtenus pour une variation  $+50\%$  sur la résistance rotorique (Figs. 4.14 et 4.15). Le régulateur de flux (Fig. 4.17c) donne un bon rejet de la perturbation (couple de charge) par rapport à la commande par PI (Fig. 4.7c). Ce qui confirme encore la robustesse d'une commande non linéaire par modes glissants par rapport à une commande linéaire classique de type PI. Cependant, on a une légère augmentation de l'erreur d'orientation du flux ( $\phi_{rq}$ ) (voir Fig. 4.17d) aux instants d'application du couple de charge, par rapport au cas nominal (Fig. 4.13d).

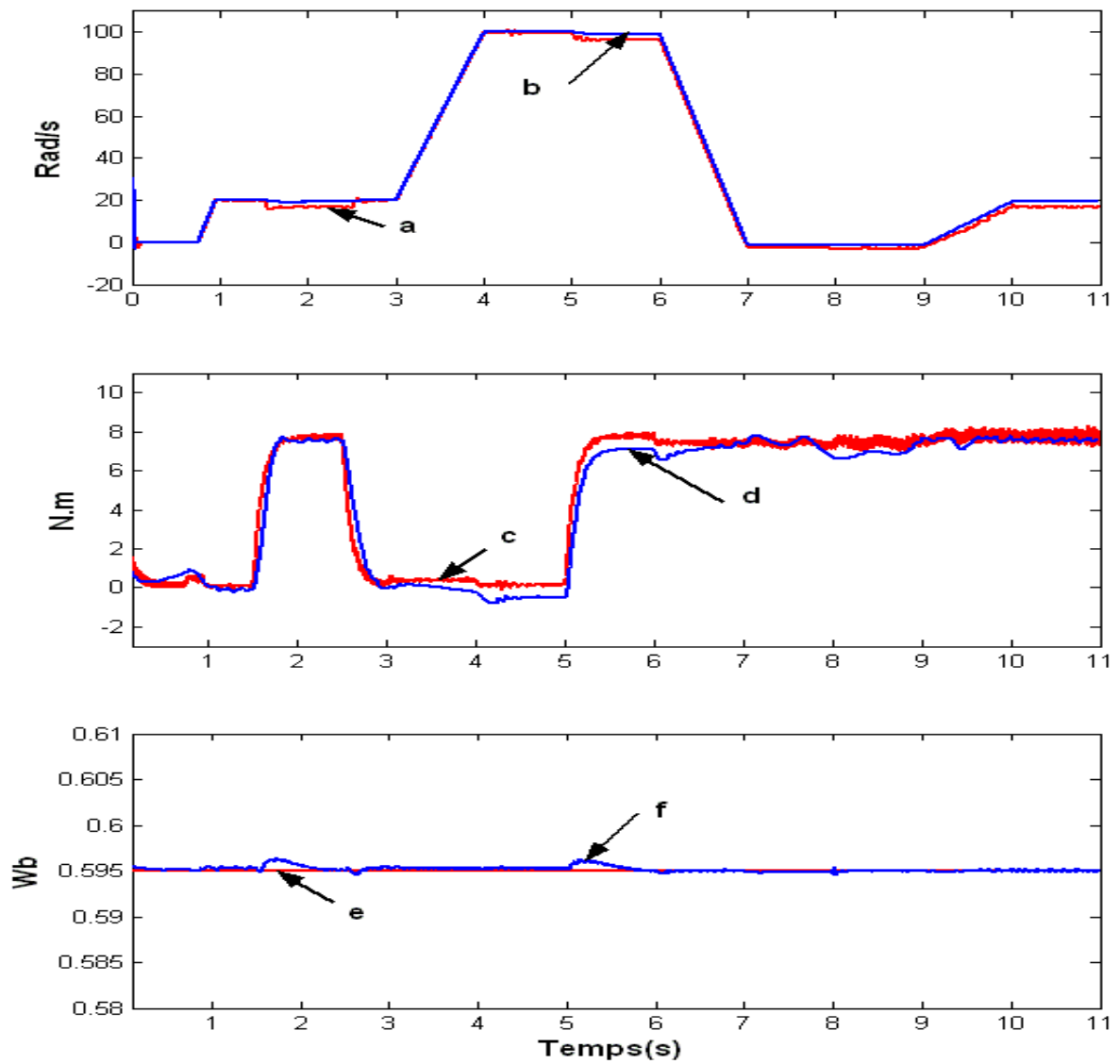


FIGURE 4.16:  $-50\%$  sur  $R_r$  : a, c : vitesse et couple de charge mesurés, e : flux de référence, b, d, f : vitesse, couple et flux ( $\phi_{rd}$ ) estimés.



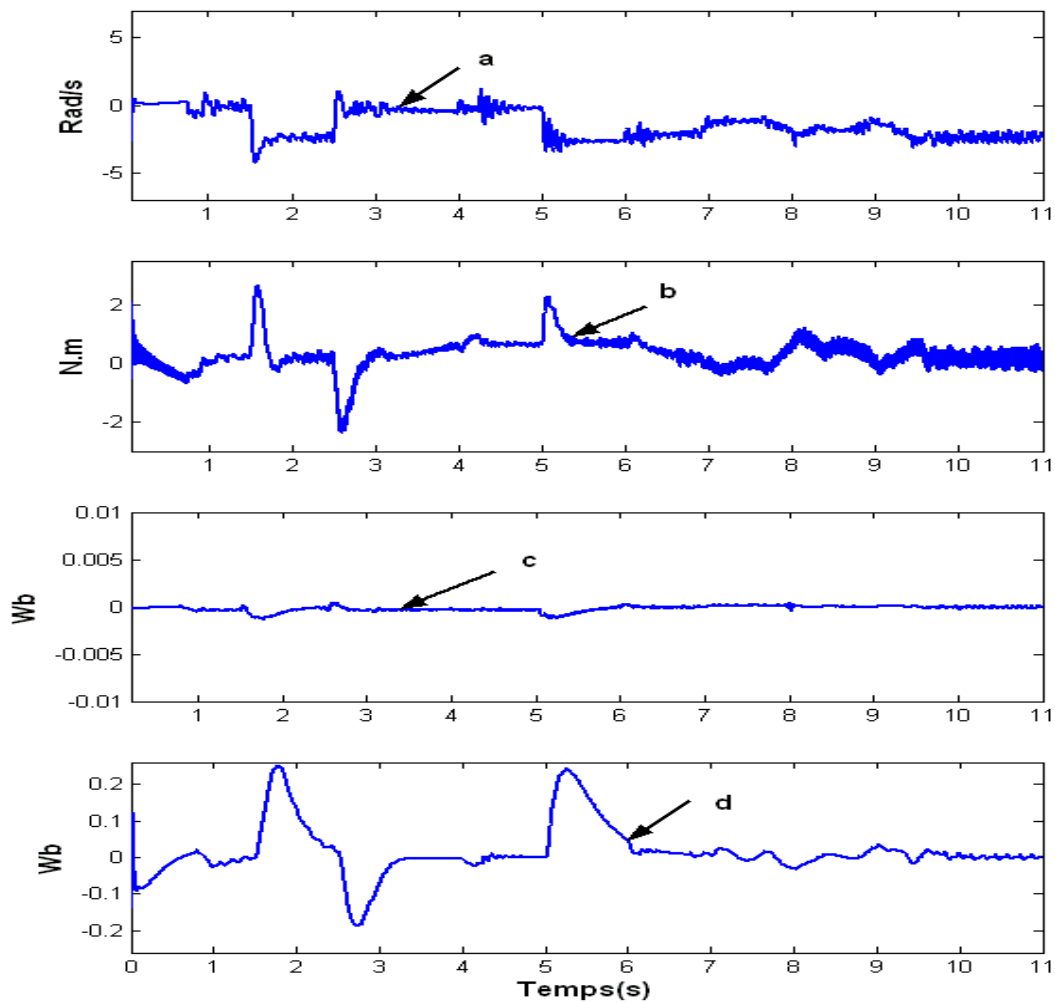


FIGURE 4.17:  $-50\%$  sur  $R_r$  : a et b : erreurs d'estimation de la vitesse et du couple de charge, c et d : erreurs de poursuite ( $\phi_{rd}$ ) et d'orientation ( $\phi_{rq}$ ) du flux.

#### *Variation de $+10\%$ sur la valeur de l'inductance rotorique ( $L_r$ )*

Une variation  $+10\%$  sur la valeur de l'inductance rotorique dans les paramètres de la commande et de l'observateur a été effectuée. Les résultats expérimentaux sont présentés par les figures 4.18 et 4.19. Dans le cas général, nous remarquons qu'une variation sur la valeur de l'inductance rotorique n'influe presque pas sur les robustesses de l'ensemble "observateur+commande" même s'il apparaît un légère oscillation en haute vitesse (Fig. 4.19a à 5 s). Le régulateur du flux de type modes glissants rejette bien la perturbation (voir Fig. 4.19c à 1.5, 2.5 et 5 s), de plus l'erreur de poursuite du flux de la machine est inférieure à celle obtenue lors des essais avec un régulateur de type PI pour le flux (voir Figs. 4.9c et 4.19c). Même conclusion pour l'erreur d'orientation du flux ( $\phi_{rq}$ ) (Figs. 4.9d et 4.19d)

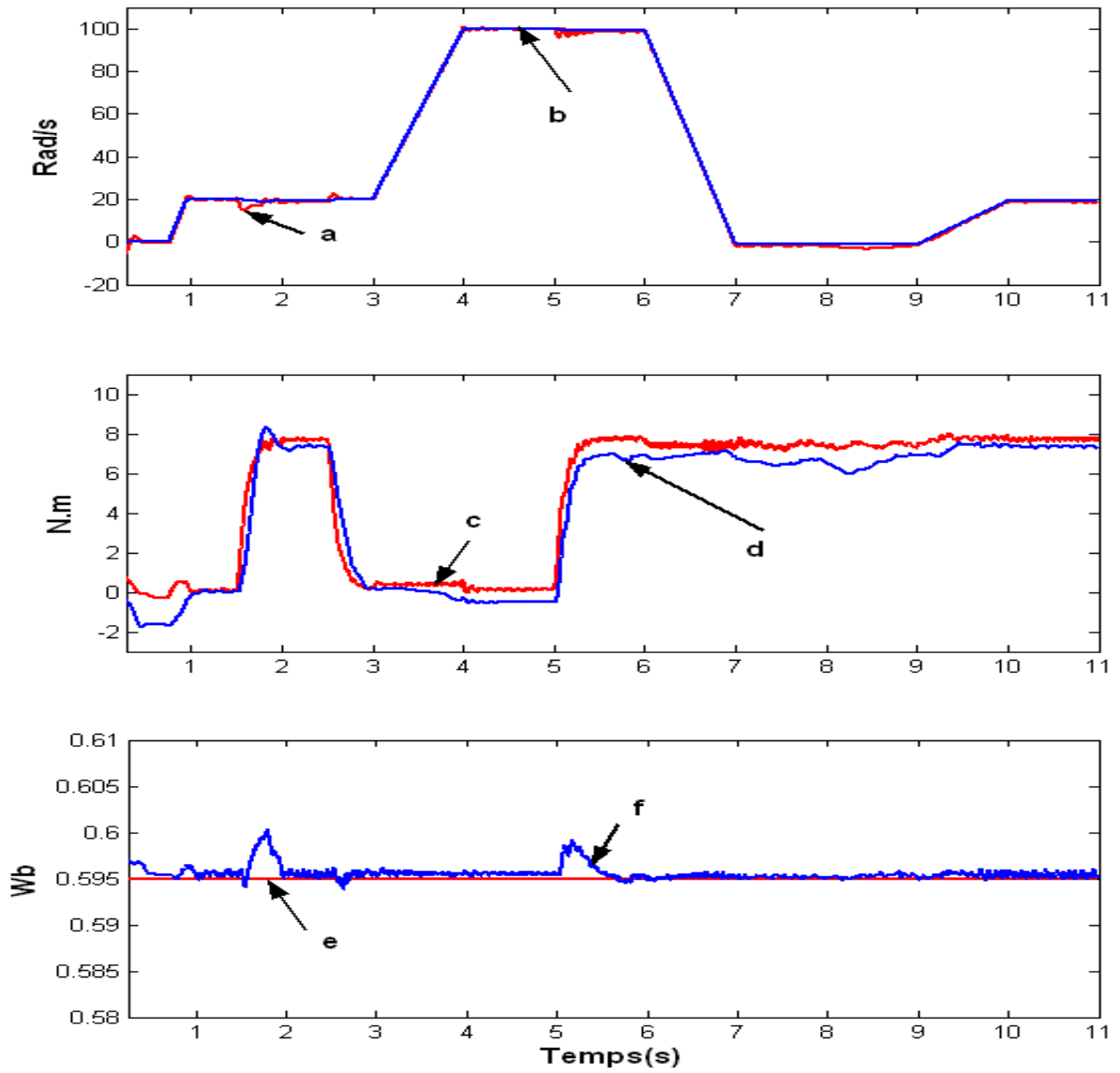


FIGURE 4.18: +10% sur  $L_r$  : a, c : vitesse et couple de charge mesurés, e : flux de référence, b, d, f : vitesse, couple et flux ( $\phi_{rd}$ ) estimés.

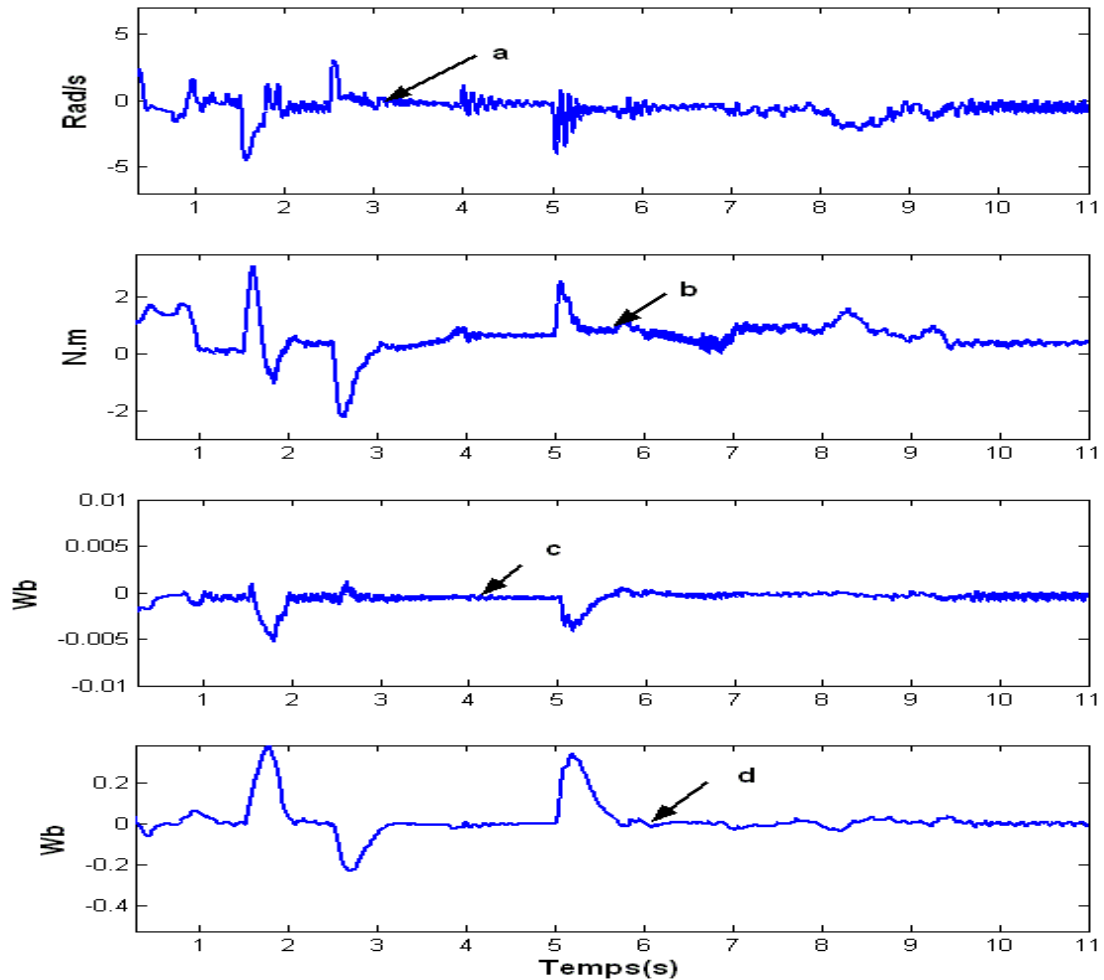


FIGURE 4.19: +10% sur  $L_r$  : a et b : erreurs d'estimation de la vitesse et du couple de charge, c et d : erreurs de poursuite ( $\phi_{rd}$ ) et d'orientation ( $\phi_{rq}$ ) du flux.

#### *Variation de +10% sur la valeur de l'inductance statorique ( $L_s$ )*

Les figures 4.20 et 4.21 montrent que l'association commande par modes glissants et l'observateur est peu sensible à une variation +10% sur la valeur de l'inductance statorique. Le couple de charge estimé (Fig. 4.20c) converge dans les zones observable et inobservable vers le couple de charge mesuré (Fig. 4.20d). On constate une légère diminution des oscillations sur la vitesse de la machine asynchrone en haute vitesse pour cet essai par rapport aux résultats obtenus avec un régulateur de type IP (voir Figs. 4.11a et 4.21a à 5 s). De plus, les performances du régulateur de flux de type modes glissants sont acceptables par rapport au régulateur de flux de type PI (voir Figs. 4.11c et 4.21c). Cependant, l'erreur d'orientation du flux ( $\phi_{rq}$ ) est identique à celle obtenue lors de la commande avec un régulateur classique de type PI (Fig. 4.21d).

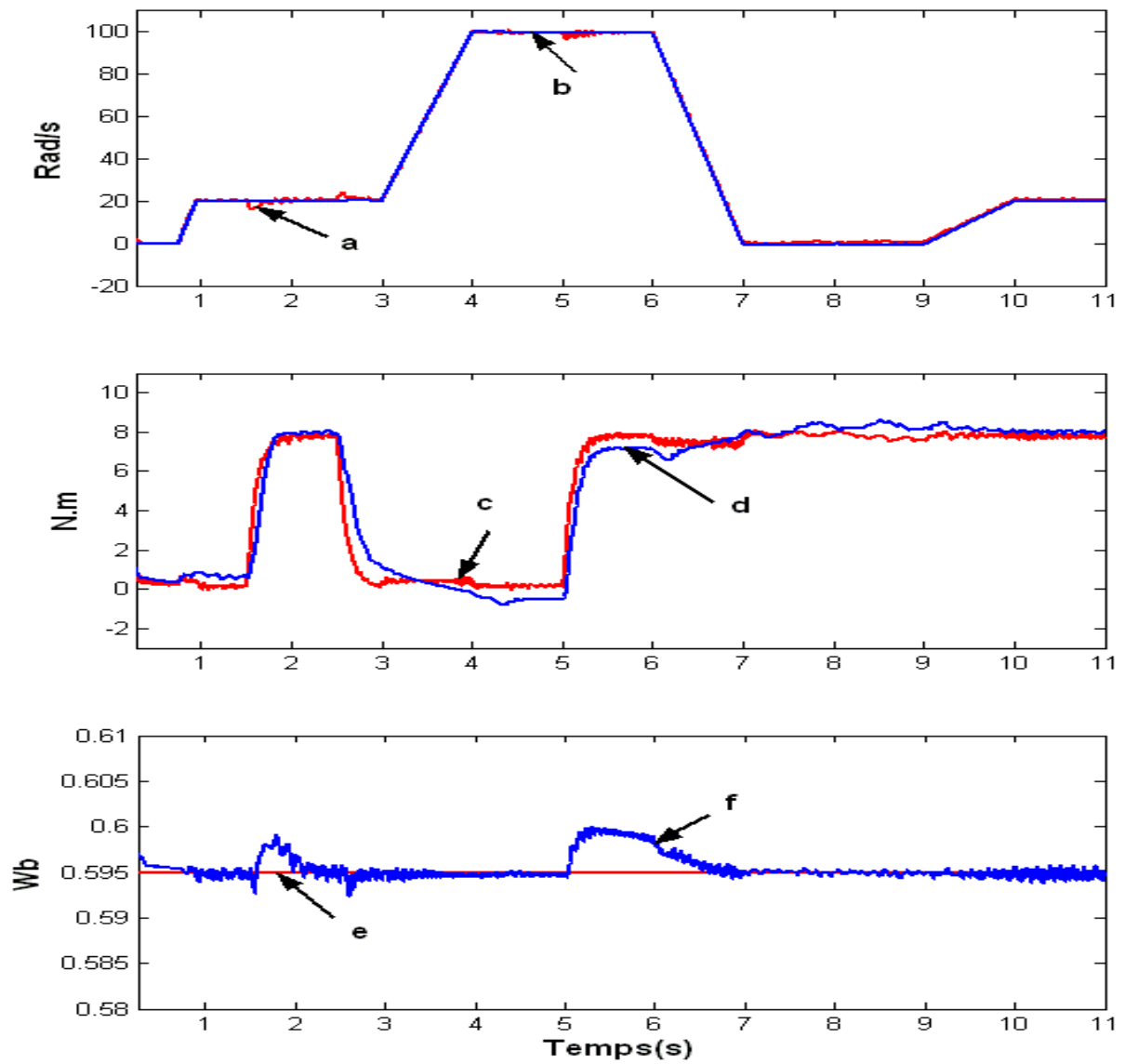


FIGURE 4.20: +10% sur  $L_s$  : a, c : vitesse et couple de charge mesurés, e : flux de référence, b, d, f : vitesse, couple et flux ( $\phi_{rd}$ ) estimés.

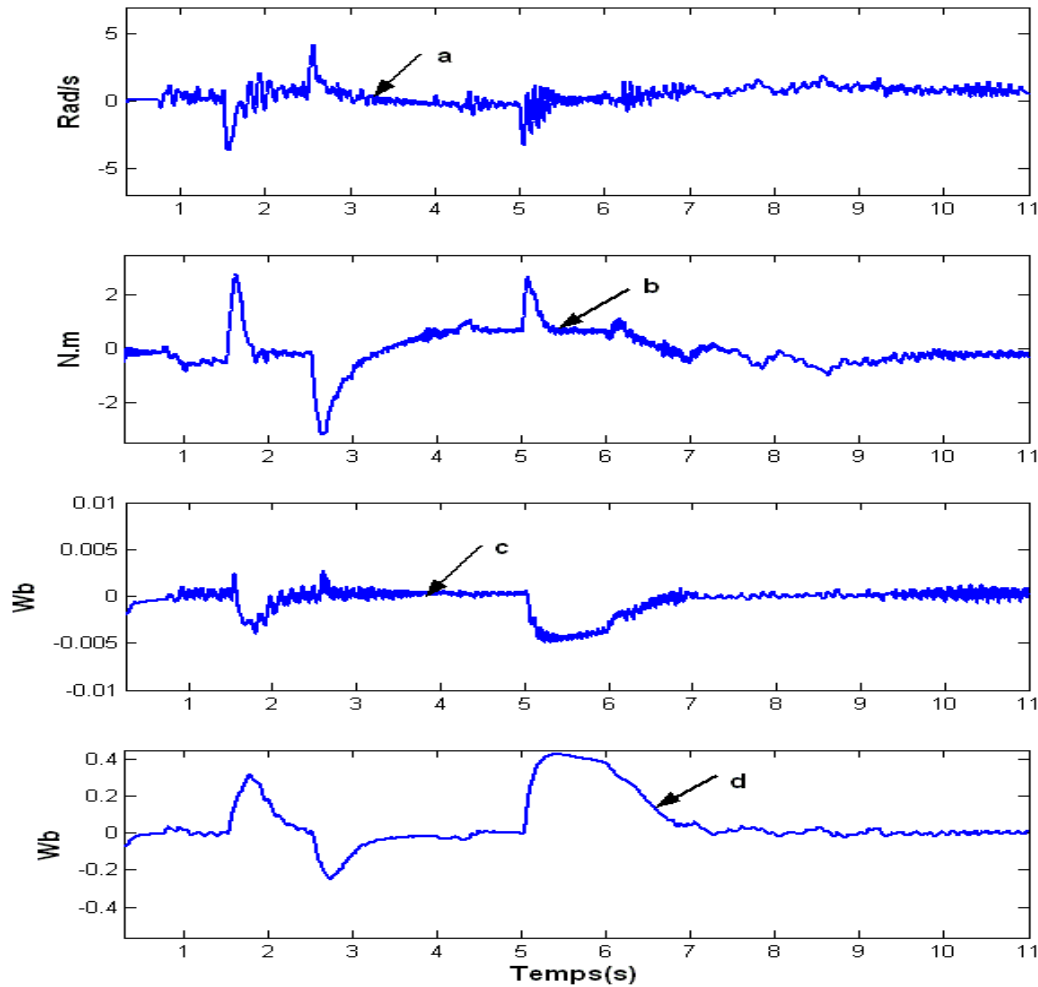


FIGURE 4.21: +10% sur  $L_s$  : a et b : erreurs d'estimation de la vitesse et du couple de charge, c et d : erreurs de poursuite ( $\phi_{rd}$ ) et d'orientation ( $\phi_{rq}$ ) du flux.

## 4.4 Commande vectorielle de type Backstepping

### 4.4.1 Introduction

Nous utilisons ici une technique de backstepping pour synthétiser une commande vectorielle sans capteur mécanique de la machine asynchrone. La technique de backstepping est une méthode systématique et récursive de synthèse de lois de commande non linéaires à partir des fonctions de Lyapunov qui assurent pas à pas la stabilisation de chaque étape de synthèse. A chaque étape du processus, une commande virtuelle est ainsi générée pour assurer la convergence du système vers son état d'équilibre. Cette technique permet la synthèse des lois de commande en tenant compte éventuellement des perturbations ou de la méconnaissance des paramètres du système.

L'idée de base de la commande par backstepping est de rendre les systèmes bouclés équivalents à des sous-systèmes d'ordre un en cascade stable au sens de Lyapunov, ce qui lui

confère des qualités de robustesse et une stabilité globale asymptotique.

L'objectif de la commande de type backstepping que nous allons synthétiser est de permettre l'asservissement des variables de sortie (flux, vitesse). Pour imposer à ces sorties une trajectoire, nous avons choisi comme variables intermédiaires les courants statoriques qui doivent suivre leurs valeurs de référence définies par la "commande virtuelle". Enfin on calcule les commandes en tension (tensions statoriques) nécessaire pour faire converger les "commandes virtuelles" vers les valeurs désirées tout en respectant à chaque étape la stabilité de la fonction de Lyapunov associée.

## 4.4.2 Conception de la commande de type Backstepping

(Traoré, 2008c)

La synthèse des régulateurs en utilisant la technique backstepping décrite dans cette section est divisée en deux grandes parties. Dans un premier temps, les boucles de vitesse et de flux sont synthétisées pour permettre l'asservissement de ces deux variables de sortie à leurs valeurs désirées  $\Omega^*$  et  $\phi^*$ , respectivement. Ensuite, la seconde étape est dédiée à la synthèse des boucles de courants.

La pulsation statorique est donnée par (4.4).

### Etape 1 Boucle de vitesse et de flux

Considérons le modèle réduit (4.3) de la machine asynchrone et supposons que la boucle de courant (seconde boucle définie plus tard) aux dynamiques rapides impose à  $i_{sd}$  et  $i_{sq}$  respectivement, de suivre leurs références  $i_{sd}^*$  et  $i_{sq}^*$ . A partir de ce résultat  $i_{sd}^*$  et  $i_{sq}^*$  peuvent être considérés comme les nouvelles entrées de commande du système (4.3). Dans le but de concevoir une loi de commande de type backstepping permettant d'assurer le suivi en vitesse et en flux pour la machine, on définit les erreurs de poursuite en vitesse et en flux :

$$\begin{aligned} z_{\Omega} &= \Omega^* - \Omega + K'_{\Omega} \int_0^t (\Omega^* - \Omega) dt \\ z_{\phi} &= \phi^* - \phi_{rd} + K'_{\phi} \int_0^t (\phi^* - \phi_{rd}) dt. \end{aligned}$$

où  $\Omega^*$  et  $\phi^*$  sont la vitesse et le flux de référence, respectivement.

Dans le système d'équation (4.3), nous remplaçons  $i_{sq}$  par  $i_{sq}^*$  et  $i_{sd}$  par  $i_{sd}^*$ , alors les dynamiques de  $z_{\Omega}$  et  $z_{\phi}$  sont :

$$\begin{cases} \dot{z}_{\Omega} = \dot{\Omega}^* - m\phi_{rd}i_{sq}^* + c\Omega + \frac{T_l}{J} + K'_{\Omega}(\Omega^* - \Omega) \\ \dot{z}_{\phi} = \dot{\phi}^* + a\phi_{rd} - aM_{sr}i_{sd}^* + K'_{\phi}(\phi^* - \phi_{rd}). \end{cases} \quad (4.53)$$

Nous supposons que  $\dot{z}_{\Omega} = -K_{\Omega}z_{\Omega}$  et  $\dot{z}_{\phi} = -K_{\phi}z_{\phi}$ , où  $K_{\Omega}$  et  $K_{\phi}$  sont des constantes positives. En considérant le système (4.53), les entrées virtuelles de la commande  $i_{sq}^*$  et  $i_{sd}^*$  sont :

$$\begin{cases} i_{sq}^* = \frac{1}{m\phi_{rd}} [\dot{\Omega}^* + c\Omega + \frac{T_l}{J} + K_{\Omega}z_{\Omega} + K'_{\Omega}(\Omega^* - \Omega)] \\ i_{sd}^* = \frac{1}{aM_{sr}} [\dot{\phi}^* + a\phi_{rd} + K_{\phi}z_{\phi} + K'_{\phi}(\phi^* - \phi_{rd})]. \end{cases} \quad (4.54)$$

---

4. Il sera montré en **Annexe C** comment des limitations de courant peuvent être introduites dans le schéma de commande

Considérons les fonctions candidates de Lyapunov suivantes :

$$\begin{cases} V_{z\Omega} = \frac{1}{2}z_{\Omega}^2 \\ V_{z\phi} = \frac{1}{2}z_{\phi}^2 \end{cases} \quad (4.55)$$

En considérant (4.53) et (4.54), les dérivées temporelles de ces fonctions (4.55) sont :

$$\begin{cases} \dot{V}_{z\Omega} = -K_{\Omega}z_{\Omega}^2 \\ \dot{V}_{z\phi} = -K_{\phi}z_{\phi}^2 \end{cases} \quad (4.56)$$

### Etape 2 Boucle des courants

Une fois les entrées virtuelles  $(i_{sq}^*, i_{sd}^*)$  calculées, on définit l'erreur sur les courants de la manière suivante :

$$\begin{aligned} z_{iq} &= i_{sq}^* - i_{sq} + z'_{iq} \\ z_{id} &= i_{sd}^* - i_{sd} + z'_{id} \\ z'_{iq} &= K''_{iq} \int_0^t (i_{sq}^* - i_{sq}) dt \\ z'_{id} &= K''_{id} \int_0^t (i_{sd}^* - i_{sd}) dt. \end{aligned} \quad (4.57)$$

où  $K''_{iq}$  et  $K''_{id}$  sont des constantes positives.

Considérons les fonctions candidates de Lyapunov suivantes :

$$\begin{cases} V_{z_{iq}} = V_{z\Omega} + \frac{1}{2}z_{iq}^2 + \frac{1}{2}z'^2_{iq} \\ V_{z_{id}} = V_{z\phi} + \frac{1}{2}z_{id}^2 + \frac{1}{2}z'^2_{id}. \end{cases} \quad (4.58)$$

Dans la première boucle, nous avons obtenu les courants de référence (entrées virtuelles). Maintenant, en considérant les entrées réelles  $(i_{sq}, i_{sd})$  dans les dynamique de  $z_{\Omega}, z_{\phi}$  (4.53), la dérivée temporelle de (4.55) devient :

$$\begin{cases} \dot{V}_{z\Omega} = z_{\Omega}[\dot{\Omega}^* - m\phi_{rd}i_{sq} + c\Omega + \frac{T_l}{J} + K'_{\Omega}(\Omega^* - \Omega)] \\ \dot{V}_{z\phi} = z_{\phi}[\dot{\phi}^* + a\phi_{rd} - aM_{sr}i_{sd} + K'_{\phi}(\phi^* - \phi_{rd})]. \end{cases} \quad (4.59)$$

Connaissant l'écart des courants (4.57), on a  $i_{sq} = -z_{iq} + z'_{iq} + i_{sq}^*$  et  $i_{sd} = -z_{id} + z'_{id} + i_{sd}^*$ . Ainsi (4.59) devient :

$$\begin{cases} \dot{V}_{z\Omega} = z_{\Omega}[\dot{\Omega}^* + m\phi_{rd}z_{iq} - m\phi_{rd}z'_{iq} - m\phi_{rd}i_{sq}^* + c\Omega + \frac{T_l}{J} + K'_{\Omega}(\Omega^* - \Omega)] \\ \dot{V}_{z\phi} = z_{\phi}[\dot{\phi}^* + a\phi_{rd} + aM_{sr}z_{id} - aM_{sr}z'_{id} - aM_{sr}i_{sd}^* + K'_{\phi}(\phi^* - \phi_{rd})]. \end{cases} \quad (4.60)$$

En remplaçant  $i_{sq}^*$  et  $i_{sd}^*$  par leur expression (4.54) dans (4.60), on obtient

$$\begin{cases} \dot{V}_{z\Omega} = -K_{\Omega}z_{\Omega}^2 + m\phi_{rd}z_{\Omega}z_{iq} - m\phi_{rd}z'_{iq}z_{\Omega} \\ \dot{V}_{z\phi} = -K_{\phi}z_{\phi}^2 + aM_{sr}z_{\phi}z_{id} - aM_{sr}z'_{id}z_{\phi}. \end{cases} \quad (4.61)$$

En considérant l'équation (4.61), les dynamiques de  $V_{z_{iq}}$  et  $V_{z_{id}}$  sont

$$\begin{cases} \dot{V}_{z_{iq}} = -K_{\Omega}z_{\Omega}^2 + z_{iq}(m\phi_{rd}z_{\Omega} + \dot{z}_{iq}) + z'_{iq}(-m\phi_{rd}z_{\Omega} + \dot{z}'_{iq}) \\ \dot{V}_{z_{id}} = -K_{\phi}z_{\phi}^2 + z_{id}(aM_{sr}z_{\phi} + \dot{z}_{id}) + z'_{id}(-aM_{sr}z_{\phi} + \dot{z}'_{id}). \end{cases} \quad (4.62)$$

Pour satisfaire la condition  $\dot{V}_{z_{iq}} \leq 0$  et  $\dot{V}_{z_{id}} \leq 0$ , une condition suffisante est de vérifier les égalités suivantes :

$$\begin{cases} m\phi_{rd}z_{\Omega} + \dot{z}_{iq} &= -K_{iq}z_{iq} \\ -m\phi_{rd}z_{\Omega} + \dot{z}'_{iq} &= -K'_{iq}z'_{iq} \\ aM_{sr}z_{\phi} + \dot{z}_{id} &= -K_{id}z_{id} \\ -aM_{sr}z_{\phi} + \dot{z}'_{id} &= -K'_{id}z'_{id} \end{cases} \quad (4.63)$$

où  $K_{iq}, K'_{iq}, K_{id}, K'_{id}$  sont des constantes positives avec  $K_{iq} > K'_{iq}$  et  $K_{id} > K'_{id}$ . Nous savons que

$$\begin{cases} \dot{z}_{iq} = \dot{i}_{sq}^* - \dot{i}_{sq} + \dot{z}'_{iq} \\ \dot{z}_{id} = \dot{i}_{sd}^* - \dot{i}_{sd} + \dot{z}'_{id}. \end{cases} \quad (4.64)$$

En substituant l'équation (4.63) dans l'équation (4.64) on a :

$$\begin{cases} \dot{z}_{iq} = \dot{i}_{sq}^* - \dot{i}_{sq} - K'_{iq}z'_{iq} + m\phi_{rd}z_{\Omega} \\ \dot{z}_{id} = \dot{i}_{sd}^* - \dot{i}_{sd} - K'_{id}z'_{id} + aM_{sr}z_{\phi}. \end{cases} \quad (4.65)$$

La stratégie de la commande par orientation de flux implique  $\phi_{rq} = 0$ , alors de (2.16), (4.63) et (4.65) les tensions de commande sont données par :

$$\begin{cases} u_{sq} &= \frac{1}{m_1}[K_{iq}z_{iq} - K'_{iq}z'_{iq} + 2m\phi_{rd}z_{\Omega} + bp\Omega\phi_{rd} + \gamma i_{sq} + \omega_s i_{sd} + \dot{i}_{sq}^*] \\ u_{sd} &= \frac{1}{m_1}[K_{id}z_{id} - K'_{id}z'_{id} + 2aM_{sr}z_{\phi} - ba\phi_{rd} + \gamma i_{sd} - \omega_s i_{sq} + \dot{i}_{sd}^*] \end{cases} \quad (4.66)$$

**Lemme 6** *Considérons le modèle réduit (4.3) de la machine asynchrone. Si les régulateurs de vitesse, du flux et de courants synthétisés par la méthode Backstepping sont donnés respectivement par (4.54) et (4.66), alors ces commandes sont telles que le flux et la vitesse convergent asymptotiquement vers leurs valeurs désirées.*

### Preuve du lemme 6

Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$\begin{aligned} V_c &= V_{z_{\Omega}} + V_{z_{\phi}} + V_{z_{iq}} + V_{z_{id}} \\ &= z_{\Omega}^2 + z_{\phi}^2 + \frac{1}{2}z_{iq}^2 + \frac{1}{2}z'_{iq}{}^2 + \frac{1}{2}z_{id}^2 + \frac{1}{2}z'_{id}{}^2. \end{aligned} \quad (4.67)$$

En considérant les équations (4.56), (4.62) et (4.63), sa dérivée est donnée par :

$$\dot{V}_c = -2K_{\Omega}z_{\Omega}^2 - 2K_{\phi}z_{\phi}^2 - K_{iq}z_{iq}^2 - K'_{iq}z'_{iq}{}^2 - K_{id}z_{id}^2 - K'_{id}z'_{id}{}^2 < 0.$$

Ce qui permet de confirmer que  $V_c$  est une fonction de Lyapunov. Les erreurs de poursuite du flux et de la vitesse convergent asymptotiquement vers zéro.

Dans la section suivante, nous allons présenter la démonstration de convergence de l'ensemble "observateur adaptatif interconnecté + commande de type backstepping".

### 4.4.3 Analyse de la stabilité en boucle fermée : "Observateur Adaptatif+Commande"

Dans le but de réaliser une commande sans capteur mécanique, la vitesse, le flux et le couple de charge sont remplacés dans les régulateurs de vitesse, de flux et de courants



définis par (4.54) et (4.66) par leur grandeurs estimées données par l'observateur adaptatif interconnecté ((3.30)-(3.31)) présenté dans le chapitre 3. Ainsi, on obtient :

$$\begin{cases} i_{sq}^* &= \frac{1}{m\hat{\phi}_{rd}}[\dot{\Omega}^* + c\hat{\Omega} + \frac{\hat{T}_i}{J} + (K_\Omega + K'_\Omega)(\Omega^* - \hat{\Omega}) + K_\Omega K'_\Omega \int_0^t (\Omega^* - \hat{\Omega}) dt] \\ i_{sd}^* &= \frac{1}{aM_{sr}}[\dot{\phi}^* + a\hat{\phi}_{rd} + (K_\phi + K'_\phi)(\phi^* - \hat{\phi}_{rd}) + K_\phi K'_\phi \int_0^t (\phi^* - \hat{\phi}_{rd}) dt] \end{cases} \quad (4.68)$$

$$\begin{cases} u_{sq} &= \frac{1}{m_1}[K_{iq}(i_{sq}^* - i_{sq}) + K''_{iq}(K_{iq} - K'_{iq}) \int_0^t (i_{sq}^* - i_{sq}) dt \\ &\quad + 2m\hat{\phi}_{rd}((\Omega^* - \hat{\Omega}) + K'_\Omega \int_0^t (\Omega^* - \hat{\Omega}) dt) + bp\hat{\Omega}\hat{\phi}_{rd} \\ &\quad + (\gamma_1 + m_1\hat{R}_s)i_{sq} + \tilde{\omega}_s i_{sd} + i_{sq}^*] \\ u_{sd} &= \frac{1}{m_1}[K_{id}(i_{sd}^* - i_{sd}) + K''_{id}(K_{id} - K'_{id}) \int_0^t (i_{sd}^* - i_{sd}) dt \\ &\quad + 2aM_{sr}((\phi^* - \hat{\phi}_{rd}) + K'_\phi \int_0^t (\phi^* - \hat{\phi}_{rd}) dt) \\ &\quad - ba\hat{\phi}_{rd} + (\gamma_1 + m_1\hat{R}_s)i_{sd} - \tilde{\omega}_s i_{sq} + i_{sd}^*] \end{cases} \quad (4.69)$$

**Remarque 21** Les singularités dans le régulateur de vitesse (4.68) sont évitées en initialisant l'observateur de sorte que le flux initial soit différent de zéro. En utilisant le même principe qu'en **Annexe B.4**, nous pouvons prouver que  $\hat{\phi}_{rd} \neq 0$  quelque soit  $t \geq 0$ , ce qui nous permet de confirmer que la commande (4.68) est définie  $\forall t \geq 0$ .

En considérant les équations (4.19) et (4.68), les dynamiques des erreurs de poursuite en vitesse et en flux (4.53) deviennent :

$$\begin{cases} \dot{z}_\Omega &= -K_\Omega z_\Omega - (K_\Omega + K'_\Omega - c)B_{\Omega_1}\epsilon_1 + \epsilon_2^T B_{\Omega_2}^T \Gamma(z_\Omega) + \frac{\epsilon_3}{J} - \Gamma(\epsilon_\Omega) \\ \dot{z}_\phi &= -K_\phi z_\phi - (K_\phi + K'_\phi - a)B_{\phi_2}\epsilon_2 - \Gamma(\epsilon_\phi) \end{cases} \quad (4.70)$$

où  $\Gamma(z_\Omega) = \frac{1}{\hat{\phi}_{rd}}[\dot{\Omega}^* + c\hat{\Omega} + \frac{\hat{T}_i}{J} + (K_\Omega + K'_\Omega)(\Omega^* - \hat{\Omega}) + K_\Omega K'_\Omega \int_0^t (\Omega^* - \hat{\Omega}) dt]$ ,

$$\Gamma(\epsilon_\Omega) = -K_\Omega K'_\Omega \int_0^t \epsilon_\Omega dt, \quad \Gamma(\epsilon_\phi) = -K_\phi K'_\phi \int_0^t \epsilon_\phi dt, \quad \epsilon_\Omega = \Omega - \hat{\Omega}, \quad \epsilon_\phi = \phi_{rd} - \hat{\phi}_{rd}$$

$$B_{\Omega_1} = B(\phi) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{\Omega_2} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

**Lemme 7** Supposons que les hypothèses 4-6 soient vérifiées, alors le système (3.30)-(3.31) est un observateur adaptatif interconnecté pour le système (3.28)-(3.29). Considérons le modèle réduit (4.3) de la machine asynchrone. Si les régulateurs de vitesse, de flux et de courant de type backstepping utilisant les variables estimées (3.30)-(3.31), sont donnés respectivement par (4.68) et (4.69), alors la stabilité pratique de la dynamique des erreurs de poursuites peut être prouvée. Plus précisément les erreurs de poursuites en flux et en vitesse du système bouclé convergent dans la boule ( $B_{\hat{h}_{oc}}$ ) de rayon  $\hat{h}_{oc}$  avec  $\hat{h}_{oc} = \frac{\psi\mu}{\eta}$ .

### Preuve du lemme 7

Considérons la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$\begin{aligned} V_{oc} &= V_o + V_c \\ &= \epsilon_1^T S_1 \epsilon_1 + \epsilon_2^T S_2 \epsilon_2 + \epsilon_3^T S_3 \epsilon_3 + \frac{1}{2} z_\Omega^2 + \frac{1}{2} z_\phi^2 + V_{z_{iq}} + V_{z_{id}} \end{aligned} \quad (4.71)$$

$V_o = \epsilon_1^T S_1 \epsilon_1 + \epsilon_2^T S_2 \epsilon_2 + \epsilon_3^T S_3 \epsilon_3$  et  $V_c = \frac{1}{2} z_\Omega^2 + \frac{1}{2} z_\phi^2 + V_{z_{iq}} + V_{z_{id}}$  sont des fonctions de Lyapunov associées respectivement à l'observateur adaptatif interconnecté définie au chapitre 3 et à la commande de type backstepping définie ci-dessus. De l'inégalité (3.43), nous savons que  $\dot{V}_o \leq -\delta V_o + \mu\psi\sqrt{V_o}$  (voir section 3.4.2 au chapitre 3). La dérivée par rapport au temps de  $V_{oc}$  (4.71) est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V}_{oc} &\leq -\delta V_o + \mu\psi\sqrt{V_o} - 2K_\Omega z_\Omega^2 \\ &\quad - (K_\Omega + K'_\Omega - c) z_\Omega B_{\Omega_1} \epsilon_1 + z_\Omega \epsilon_2^T B_{\Omega_2}^T \Gamma(z_\Omega) \\ &\quad + \frac{z_\Omega \epsilon_3}{J} - z_\Omega \Gamma(\epsilon_\Omega) - 2K_\phi z_\phi^2 \\ &\quad - (K_\phi + K'_\phi - a) z_\phi B_{z_\phi} \epsilon_2 - z_\phi \Gamma(\epsilon_\phi) \\ &\quad - K_{iq} z_{iq}^2 - K'_{iq} z_{iq}'^2 - K_{id} z_{id}^2 - K'_{id} z_{id}'^2. \end{aligned} \quad (4.72)$$

Considérons les inégalités suivantes

$$\begin{aligned} \|z_\Omega\| \|\epsilon_1\|_{S_{\theta_1}} &\leq \frac{\xi_1}{2} \|\epsilon_1\|_{S_{\theta_1}}^2 + \frac{1}{2\xi_1} \|z_\Omega\|^2 \\ \|z_\phi\| \|\epsilon_2\|_{S_{\theta_2}} &\leq \frac{\xi_2}{2} \|\epsilon_2\|_{S_{\theta_2}}^2 + \frac{1}{2\xi_2} \|z_\phi\|^2 \\ \|z_\Omega\| \|\epsilon_2\|_{S_{\theta_2}} &\leq \frac{\xi_3}{2} \|\epsilon_2\|_{S_{\theta_2}}^2 + \frac{1}{2\xi_3} \|z_\Omega\|^2 \\ \|z_\Omega\| \|\epsilon_3\|_{S_{\theta_3}} &\leq \frac{\xi_4}{2} \|\epsilon_3\|_{S_{\theta_3}}^2 + \frac{1}{2\xi_4} \|z_\Omega\|^2 \end{aligned}$$

et  $\|\Gamma(\epsilon_\Omega)\| \leq l_1 \|\epsilon_1\|$ ,  $\|\Gamma(\epsilon_\phi)\| \leq l_2 \|\epsilon_2\|$ ,  $\|\Gamma(z_\Omega)\| \leq l_3 \forall \xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4 \in ]0, 1[$ .

En regroupant les différents termes ( $\|\epsilon_1\|$ ,  $\|\epsilon_2\|$ ,  $\|z_\Omega\|$ ,  $\|z_\phi\|$ ) dans (4.72), on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{V}_{oc} &\leq -\delta V_o + \mu\psi\sqrt{V_o} - \vartheta_1 \|\epsilon_1\|_{S_{\theta_1}}^2 - \vartheta_2 \|\epsilon_2\|_{S_{\theta_2}}^2 \\ &\quad - \vartheta_3 \|\epsilon_3\|_{S_{\theta_3}}^2 - \vartheta_4 (\|z_\Omega\|^2) - \vartheta_5 (\|z_\phi\|^2) \\ &\quad - \vartheta_6 (\frac{1}{2} \|z_{iq}\|^2) - \vartheta_7 (\frac{1}{2} \|z_{iq}'\|^2) \\ &\quad - \vartheta_8 (\frac{1}{2} \|z_{id}\|^2) - \vartheta_9 (\frac{1}{2} \|z_{id}'\|^2) \end{aligned} \quad (4.73)$$

où  $\vartheta_1 = (K_\Omega + K'_\Omega - c + l_1) \frac{\xi_1}{2}$ ,  $\vartheta_2 = \frac{-l_3 \xi_3}{2} + (K_\phi + K'_\phi - a + l_2) \frac{\xi_2}{2}$ ,  $\vartheta_3 = \frac{-\xi_4}{2J}$ ,

$\vartheta_4 = (2K_\Omega + \frac{K_\Omega + K'_\Omega - c + l_1}{2\xi_1} - \frac{l_3}{2\xi_3} - \frac{1}{2J\xi_4})$ ,  $\vartheta_5 = (2K_\phi + \frac{K_\phi + K'_\phi - a + l_2}{2\xi_2})$

$\vartheta_6 = 2K_{iq}$ ,  $\vartheta_7 = 2K'_{iq}$ ,  $\vartheta_8 = 2K_{id}$ ,  $\vartheta_9 = 2K'_{id}$ .

On choisit  $\delta$ ,  $K_\Omega$ ,  $K'_\Omega$ ,  $K_\phi$ ,  $K'_\phi$ ,  $K_{iq}$ ,  $K'_{iq}$ ,  $K_{id}$  et  $K'_{id}$  tels que,  $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_4, \vartheta_5, \vartheta_6, \vartheta_7, \vartheta_8$  et  $\vartheta_9$  sont des constantes positives. En prenant  $\vartheta = \min(\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3)$ , et  $\vartheta' = \min(\vartheta_4, \vartheta_5, \vartheta_6, \vartheta_7, \vartheta_8, \vartheta_9)$ , alors l'inégalité (4.73) devient :

$$\begin{aligned} \dot{V}_{oc} &\leq -(\delta + \vartheta) V_o - \vartheta' (\|z_\Omega\|^2 + \|z_\phi\|^2 + \frac{1}{2} \|z_{iq}\|^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \|z_{iq}'\|^2 + \frac{1}{2} \|z_{id}\|^2 + \frac{1}{2} \|z_{id}'\|^2) + \mu\psi\sqrt{V_o} ; \end{aligned} \quad (4.74)$$

où

$$\dot{V}_{oc} \leq -\eta V_{oc} + \mu\psi\sqrt{V_{oc}}; \quad (4.75)$$

avec  $\eta = \min(\delta + \vartheta, \vartheta')$ .

Soit le changement de variable suivant  $v_{oc} = 2\sqrt{V_{oc}}$ . La dérivée temporelle de  $v_{oc}$  satisfait

$$\dot{v}_{oc} \leq -\eta v_{oc} + \psi\mu \quad (4.76)$$

De (4.76) et le **théoreme 2** on a  $\wp(t, l) = -\eta l + \psi\mu$  :

$$\dot{l} = \wp(t, l), \quad l(t_0) = l_0 \geq 0. \quad (4.77)$$

L'ensemble des solutions de (4.77) est :

$$l(t) = l(t_0)e^{-\eta(t-t_0)} + \frac{\psi\mu}{\eta}(1 - e^{-\eta(t-t_0)}) \quad (4.78)$$

En utilisant la même méthode que la preuve du **théoreme 3** (voir section 3.4.2 chapitre 3), nous prouvons que (4.77) est pratiquement uniformément fortement stable (voir **Corollaire 1**). Ainsi, les dynamiques des erreurs du système en boucle fermée (3.36)-(4.70) sont pratiquement fortement uniformément stables dans la boule  $B_{\tilde{h}_{oc}}$  de rayon  $\tilde{h}_{oc} = \frac{\psi\mu}{\eta}$ .

**Remarque 22** *En utilisant la même approche que pour les régulateurs de types PI (voir **Annexe B.2**), nous pouvons prouver que l'ensemble commande par backstepping plus observateur adaptatif interconnecté reste stable dans la zone inobservable.*

#### 4.4.4 Résultats expérimentaux

L'ensemble observateur adaptatif interconnecté (voir section 3.4 du chapitre 3) et la commande par backstepping est expérimenté sur le benchmark "Commande Sans Capteur Mécanique" (Fig.2.5).

Le schéma de test est donné par la figure 4.1 où, les régulateurs IP de vitesse et PI du flux du bloc "Loi. Commande" sont remplacés par la commande de type backstepping (4.68) proposée. Les deux régulateurs de type PI permettant d'obtenir les tensions de commande  $u_{sd}$  et  $u_{sq}$  sont aussi remplacés par la seconde boucle de la commande de type backstepping (4.69). Le bloc "2Obs. Interconn" est remplacé par l'observateur adaptatif interconnecté (3.30)-(3.31).

Les caractéristiques de la machine de test sont données dans la section 4.2.4.

Les paramètres de l'observateur adaptatif interconnecté sont choisis comme suit :  $\alpha = 50$ ,  $\varpi = 10$ ,  $k = 0.16$ ,  $k_{c1} = 450$ ,  $k_{c2} = 0.5$ ,  $\theta_1 = 5000$ ,  $\theta_2 = 7000$  et  $\theta_3 = 10^{-9}$  pour satisfaire les conditions de convergence.

Les paramètres de la commande sont choisis de la manière suivante :  $K_{\Omega} = 200$ ,  $K'_{\Omega} = 0.001$ ,  $K_{\phi} = 1100$ ,  $K'_{\phi} = 0.012$ ,  $K_{id} = 550$ ,  $K'_{id} = 20$ ,  $K''_{id} = 34$ ,  $K_{iq} = 1200$ ,  $K'_{iq} = 10$ ,  $K''_{iq} = 35$  et  $K_{\omega_s} = 90$ .

La période d'échantillonnage  $T$  est égale à  $200\mu s$ .

Contrairement à l'observateur interconnecté (voir section 3.2), l'observateur adaptatif interconnecté permet d'estimer la valeur de la résistance statorique. Nous prenons  $R_{s0} = 1.9\Omega$  comme condition initiale de l'observateur.

**Remarque 23** Dans l'*Annexe C.4*, nous donnons quelques résultats de simulation de l'estimation de la valeur de la résistance statorique.

### Essai avec les paramètres "nominaux"

Les figures 4.22 et 4.23 montrent les résultats expérimentaux obtenus en utilisant les paramètres identifiés sur le banc à l'exception de la résistance statorique.

Ces figures décrivent les bonnes performances du système en boucle fermée ("observateur+commande") en termes de suivi de trajectoire et de rejet de perturbation. Dans les zones observable et inobservable (entre 7 et 9 s), la vitesse estimée (Fig. 4.22b) converge vers la vitesse mesurée (Fig. 4.22a). Une bonne poursuite de la trajectoire du flux est aussi obtenue (voir Figs. 4.22f, 4.22e et 4.23c). Même conclusion pour le couple de charge estimé (Fig. 4.22d) et le couple de charge mesuré (Fig. 4.22c). Le rejet de perturbation, est très satisfaisante en basse vitesse comme en haute vitesse. Néanmoins, il existe un petit écart aux instants d'application du couple de charge (voir Figs. 4.23a et 4.23c à 1.5s et 5s) et aux instants d'annulation du couple de charge (Voir Figs. 4.23a et 4.23c à 2.5s). Une comparaison de ces résultats à ceux obtenus dans la section 4.2.4 et 4.3.4 lors des essais avec les paramètres nominaux, nous montre une bonne orientation du repère de flux car l'erreur d'orientation du flux ( $\phi_{rq}$ ) est quasiment nulle même aux instants d'application du couple de charge (voir Fig. 4.3d, Fig. 4.13d et Fig. 4.23d). Ces bonnes performances sont obtenues grâce à une bonne estimation de la valeur de la résistance statorique par l'observateur adaptatif. En effet, l'observateur est initialisé avec  $R_{s0} = 1.9\Omega$  (valeur initiale de la résistance statorique) mais il converge vers une valeur constante de  $R_s = 1.85\Omega$  Fig. 4.22g. En comparant aux résultats de la simulation (voir **Annexe C.4**), nous pouvons noter que  $R_s = 1.85\Omega$  est une valeur proche de la résistance statorique réelle de la machine ou plus précisément la valeur adéquate à nos conditions expérimentales. Ces résultats confirment aussi les performances d'une commande non linéaire de type backstepping par rapport à une commande linéaire de type PI.

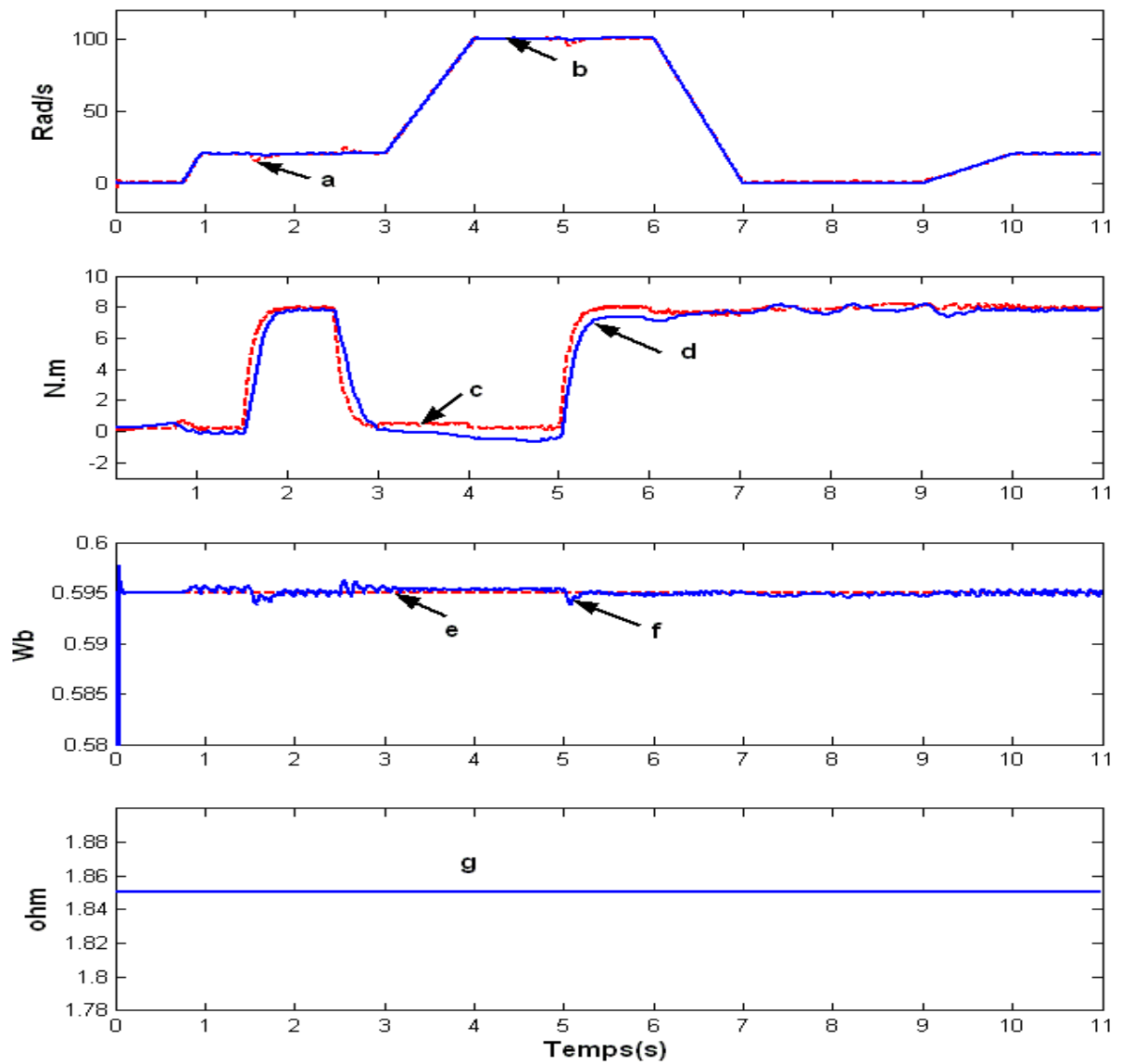


FIGURE 4.22: Résultat de l'expérience dans le cas nominal : a, c : vitesse et couple de charge mesurés, e : flux de référence, b, d, f, g : vitesse, couple, flux ( $\phi_{rd}$ ) et résistance statorique estimés.

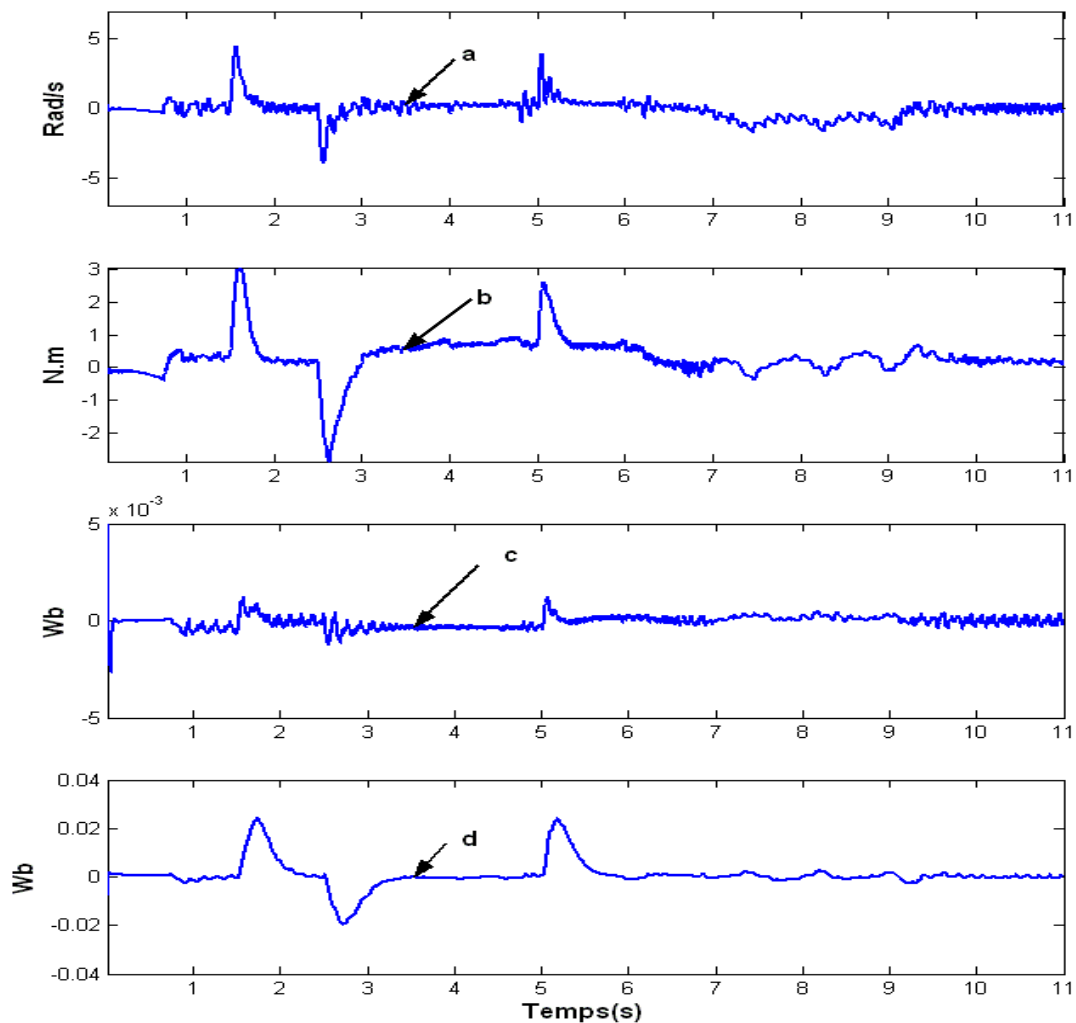


FIGURE 4.23: **Résultat de l'expérience dans le cas nominal** : a et b : erreurs d'estimation de la vitesse et du couple de charge, c et d : erreurs de poursuite ( $\phi_{rd}$ ) et d'orientation ( $\phi_{rq}$ ) du flux.

### Analyse de la robustesse

Ces essais ont pour but de vérifier la robustesse de l'ensemble "observateur+commande", en effectuant des variations paramétriques dans les algorithmes de l'observateur et la commande par rapport aux valeurs identifiées.

#### *Variation de +50% sur la valeur de la résistance rotorique ( $R_r$ )*

Les figures 4.24 et 4.25 montrent les résultats expérimentaux pour une variation de +50% sur la valeur de  $R_r$ . Ces résultats sont globalement identiques à ceux obtenus avec les paramètres nominaux (Fig. 4.22). On remarque que :

- la vitesse estimé (Fig. 4.24b) converge vers la vitesse mesurée (Fig. 4.24b),
- un bon suivi de flux (Figs. 4.24e et f) et du couple de charge (Figs. 4.24c et d),

- l'erreur d'orientation du flux ( $\phi_{rq}$ ) est quasiment nulle (Fig. 4.25d),
- l'estimation de la valeur de la résistance statorique de la machine est toujours bonne (Fig. 4.24g).

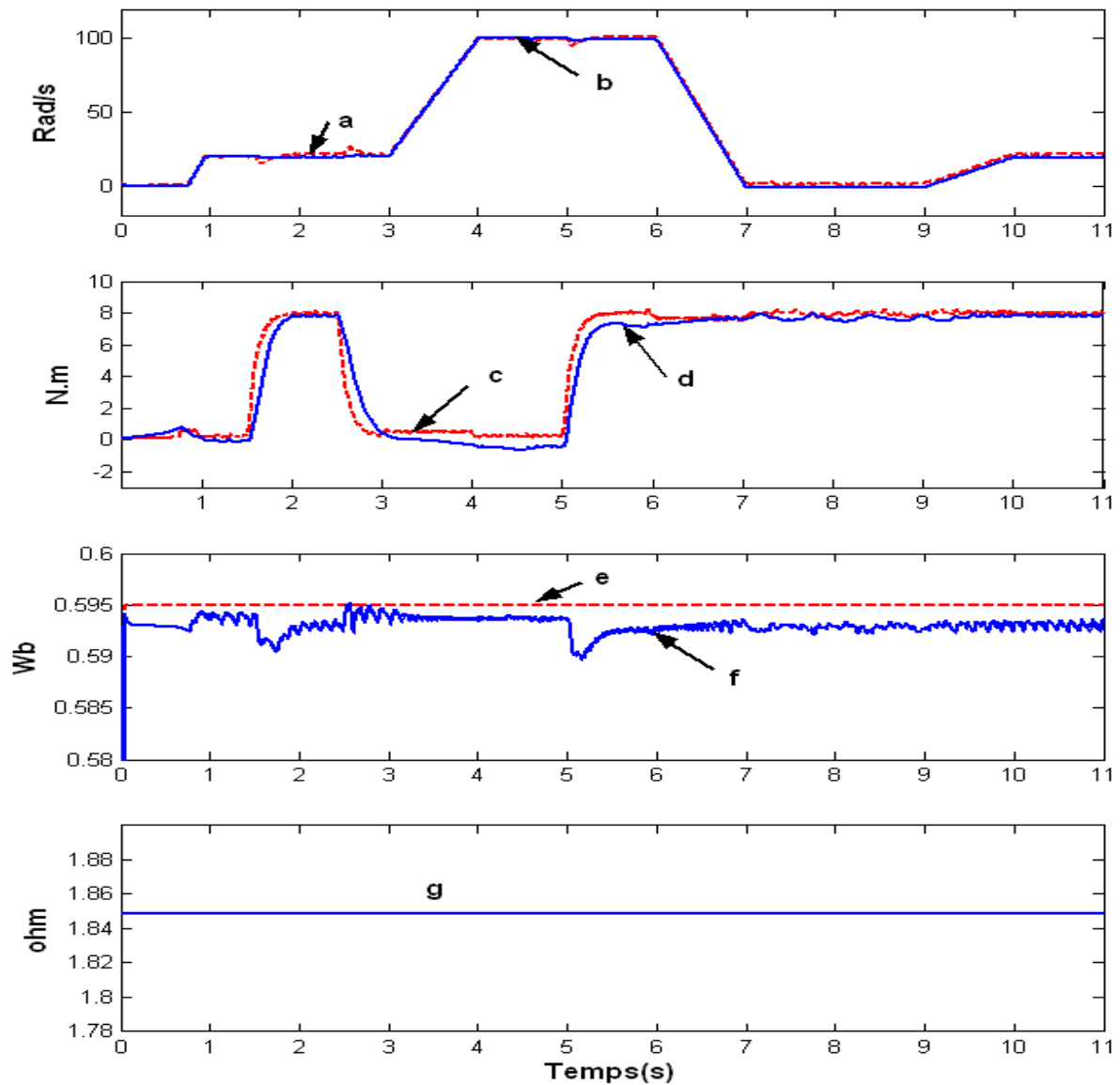


FIGURE 4.24: +50% sur  $R_r$  : a, c : vitesse et couple de charge mesurés, e : flux de référence, b, d, f, g : vitesse, couple, flux ( $\phi_{rd}$ ) et résistance statorique estimés.

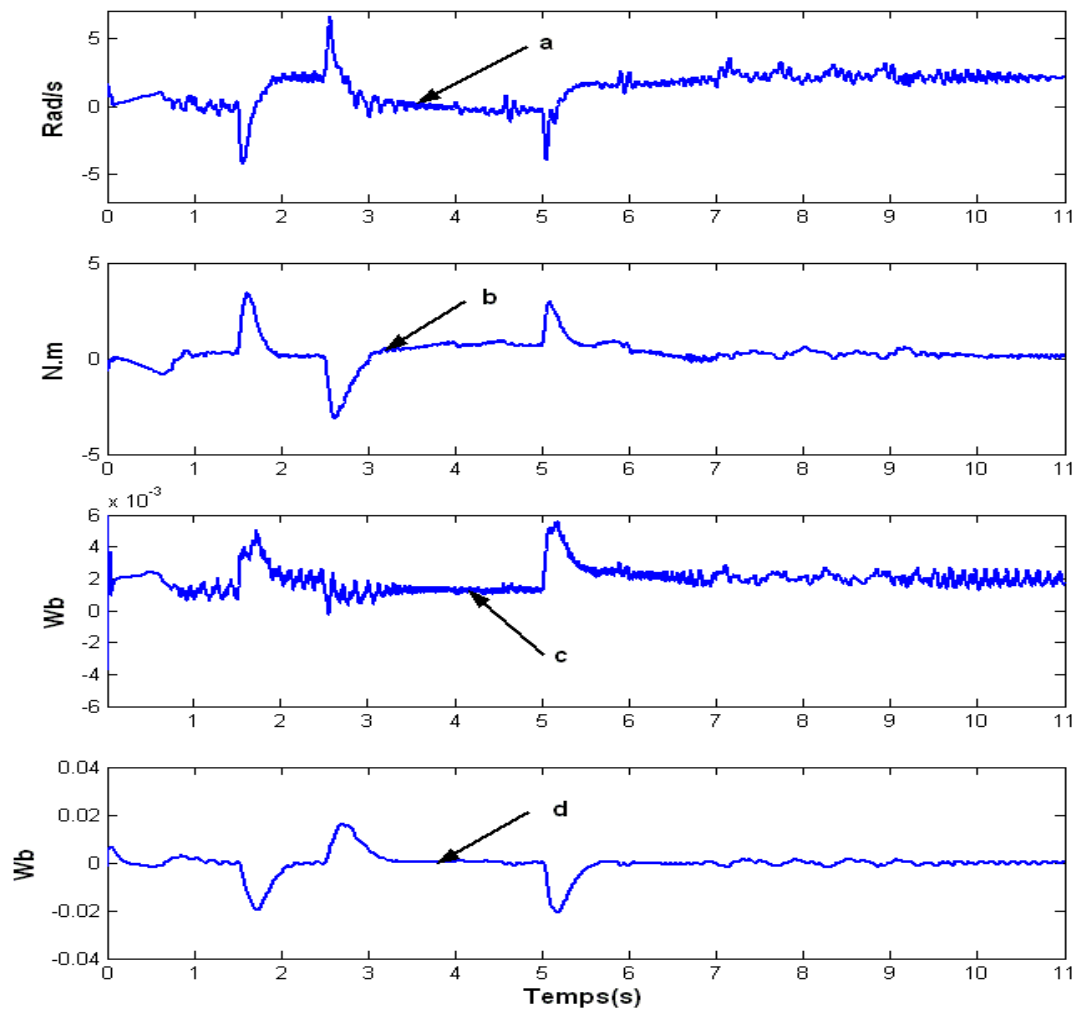


FIGURE 4.25: +50% sur  $R_r$  : a et b : erreurs d'estimation de la vitesse et du couple de charge, c et d : erreurs de poursuite ( $\phi_{rd}$ ) et d'orientation ( $\phi_{rq}$ ) du flux.

#### *Variation de $-50\%$ sur la valeur de la résistance rotorique ( $R_r$ )*

Un second test de robustesse, a été effectué pour une variation de  $-50\%$  sur la valeur de  $R_r$  dans les paramètres de l'ensemble "observateur+commande" (Figs. 4.26 et 4.27). Ces résultats sont similaires à ceux obtenus lors d'une variation  $+50\%$  sur la résistance rotorique (Figs. 4.24 et 4.25). On obtient toujours un bon rejet de perturbation (couple de charge) par le régulateur du flux ( $\phi_{rd}$ ) (voir Fig. 4.27c) par rapport à une commande linéaire classique type PI (Fig. 4.7c). Contrairement aux deux commandes précédentes (voir Figs. 4.7d et 4.17d), nous remarquons que l'erreur d'orientation du flux ( $\phi_{rq}$ ) (voir Fig. 4.27d) est quasiment nulle. Ce qui confirme encore la robustesse d'une commande non linéaire de type backstepping.



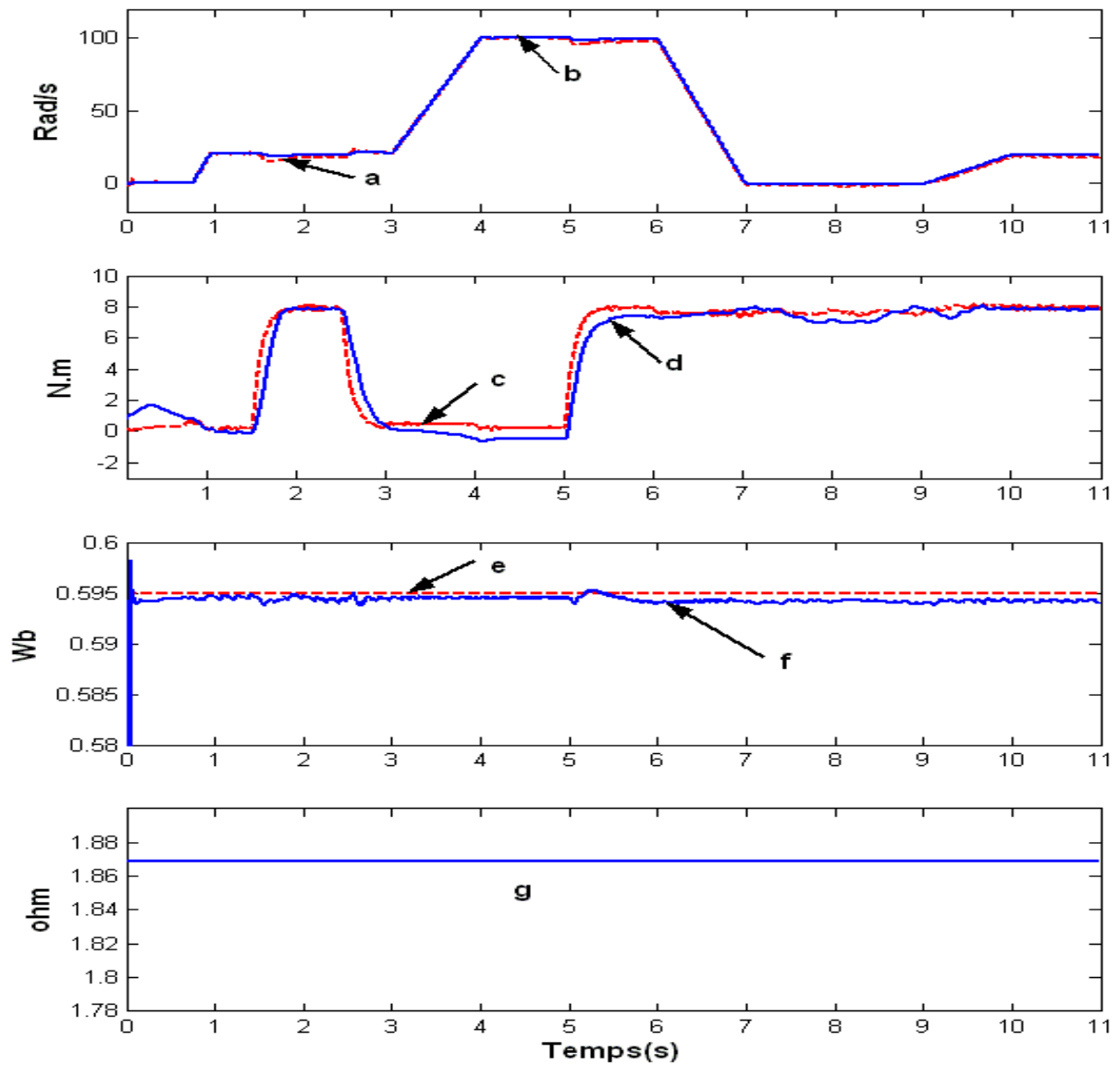


FIGURE 4.26:  $-50\%$  sur  $R_r$  : a, c : vitesse et couple de charge mesurés, e : flux de référence, b, d, f, g : vitesse, couple, flux ( $\phi_{rd}$ ) et résistance statorique estimés.

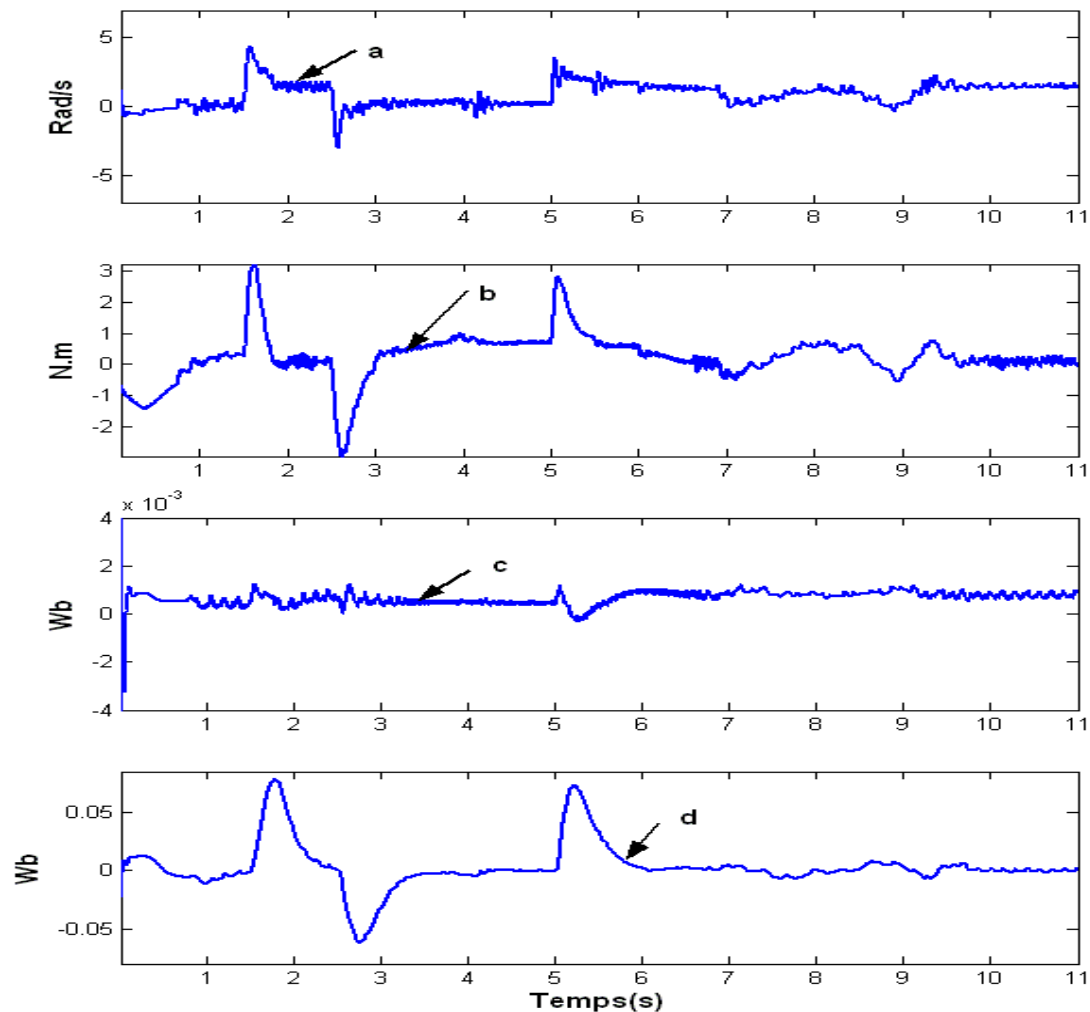


FIGURE 4.27:  $-50\%$  sur  $R_r$  : a et b : erreurs d'estimation de la vitesse et du couple de charge, c et d : erreurs de poursuite ( $\phi_{rd}$ ) et d'orientation ( $\phi_{rq}$ ) du flux.

#### *Variation de $+10\%$ sur la valeur de l'inductance rotorique ( $L_r$ )*

Les figures 4.28 et 4.29 détaillent les bonnes performances l'ensemble "commande de type backstepping+observateur adaptatif" pour une variation  $+10\%$  sur la valeur de l'inductance rotorique. Il en résulte de cet essai que le système en boucle fermée répond de façon assez satisfaisante en termes de suivi de trajectoire, rejet de perturbation et est assez robuste à une variation sur la valeur de l'inductance rotorique par rapport à une commande linéaire classique de type PI (Fig. 4.8) et à une commande par mode glissant d'ordre un (Fig. 4.18). On constate qu'il existe peu d'oscillations en haute vitesse par rapport aux commandes précédentes : voir (Figs. 4.9a, 4.19a et 4.29a à 5 s). Une comparaison des figures 4.9d, 4.19d et 4.29d, nous montre que l'erreur d'orientation du flux sur l'axe  $q$  ( $\phi_{rq}$ ) est quasiment nulle, même aux instants d'application du couple de charge pour l'ensemble "observateur adaptatif+commande par backstepping".

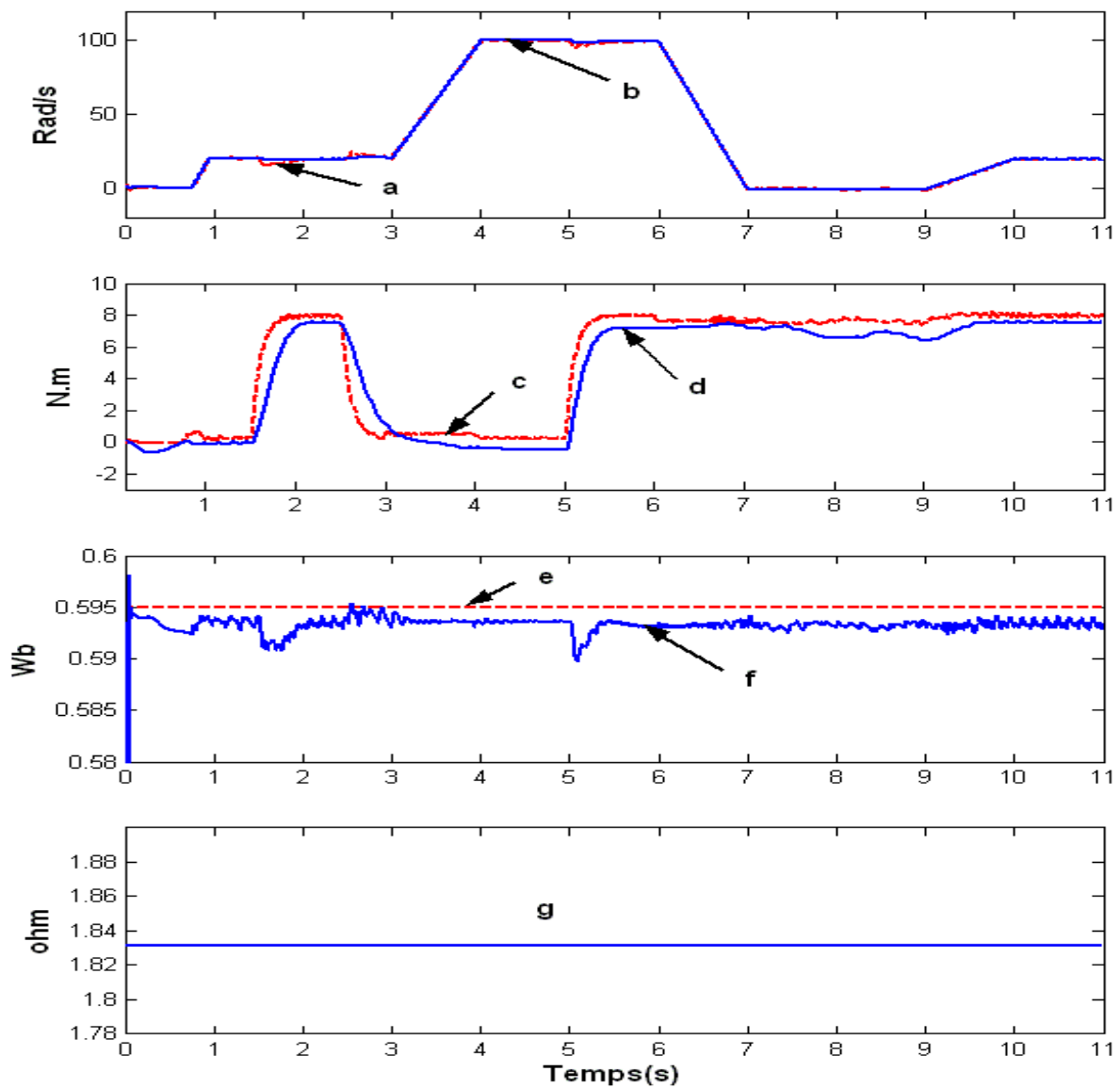


FIGURE 4.28: +10% sur  $L_r$  : a, c : vitesse et couple de charge mesurés, e : flux de référence, b, d, f, g : vitesse, couple, flux ( $\phi_{rd}$ ) et résistance statorique estimés.

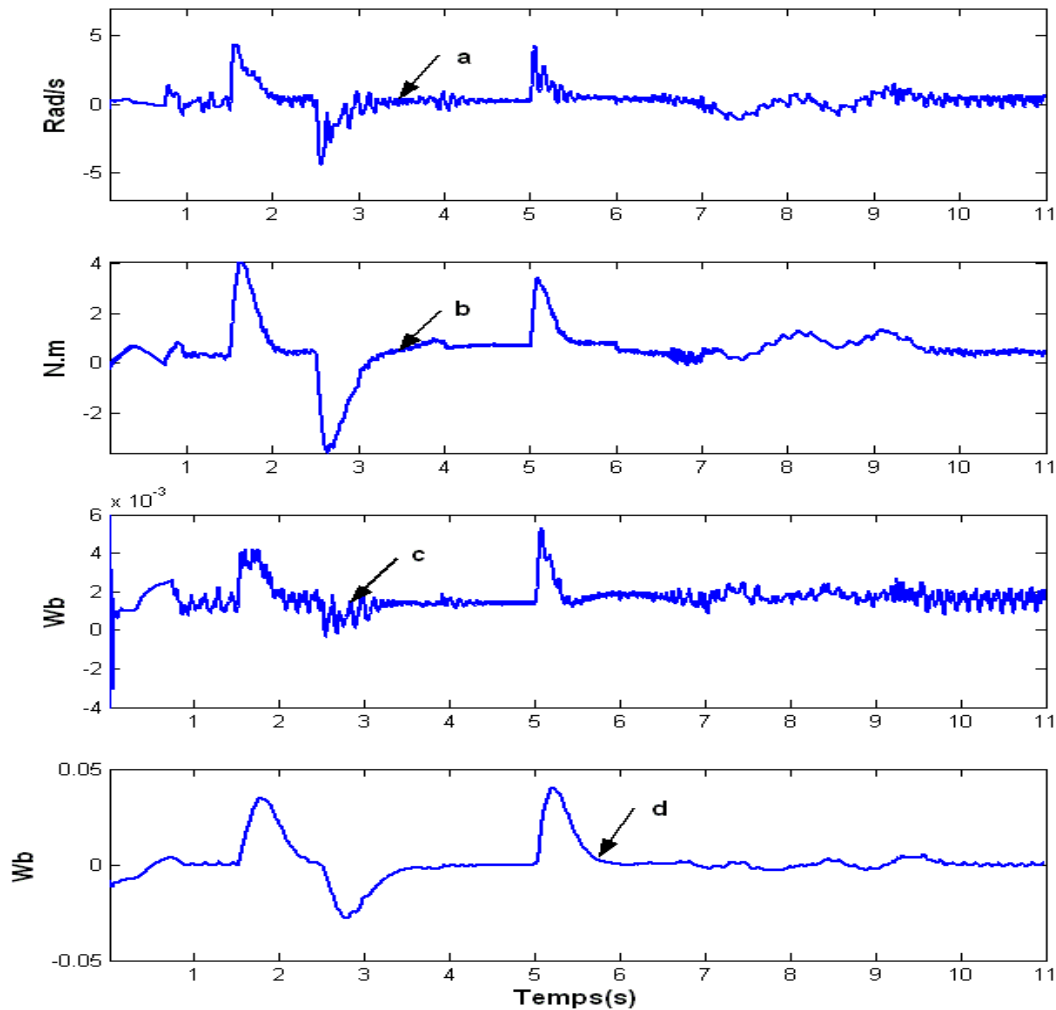


FIGURE 4.29: +10% sur  $L_r$  : a et b : erreurs d'estimation de la vitesse et du couple de charge, c et d : erreurs de poursuite ( $\phi_{rd}$ ) et d'orientation ( $\phi_{rq}$ ) du flux.

#### *Variation de +10% sur la valeur de l'inductance statorique ( $L_s$ )*

Le dernier test de robustesse est obtenu en faisant une variation +10% sur la valeur de l'inductance statorique les dans paramètres de la commande et de l'observateur (Figs. 4.30 et 4.31). Sur ces figures, on observe que le couple de charge estimé (Fig. 4.30c) converge dans les zones observable et inobservable vers le couple de charge mesuré (Fig. 4.30d). Nous notons d'une part, une grande diminution des oscillations sur la vitesse de la machine asynchrone en haute vitesse (Fig. 4.31a à 5 s) et d'autre part, une bonne d'orientation du repère de flux car l'erreur d'orientation (Fig. 4.31d) du flux ( $\phi_{rq}$ ) est pratiquement nulle par rapport aux résultats obtenus avec un régulateur classique de type IP et une commande par modes glissants d'ordre un (voir Figs. 4.11a, 4.21a à 5 s, 4.11d et 4.21d). Cependant des oscillations sont apparues sur la vitesse et le flux à l'instant d'annulation du couple de charge à basse vitesse (Figs. 4.30a et f à 2.5 s). On a une bonne estimation de la valeur de la résistance statorique (Fig. 4.30g). Il apparaît clairement la robustesse d'une commande non linéaire de type backstepping et aussi les bonnes performances de

l'observateur adaptatif interconnecté.

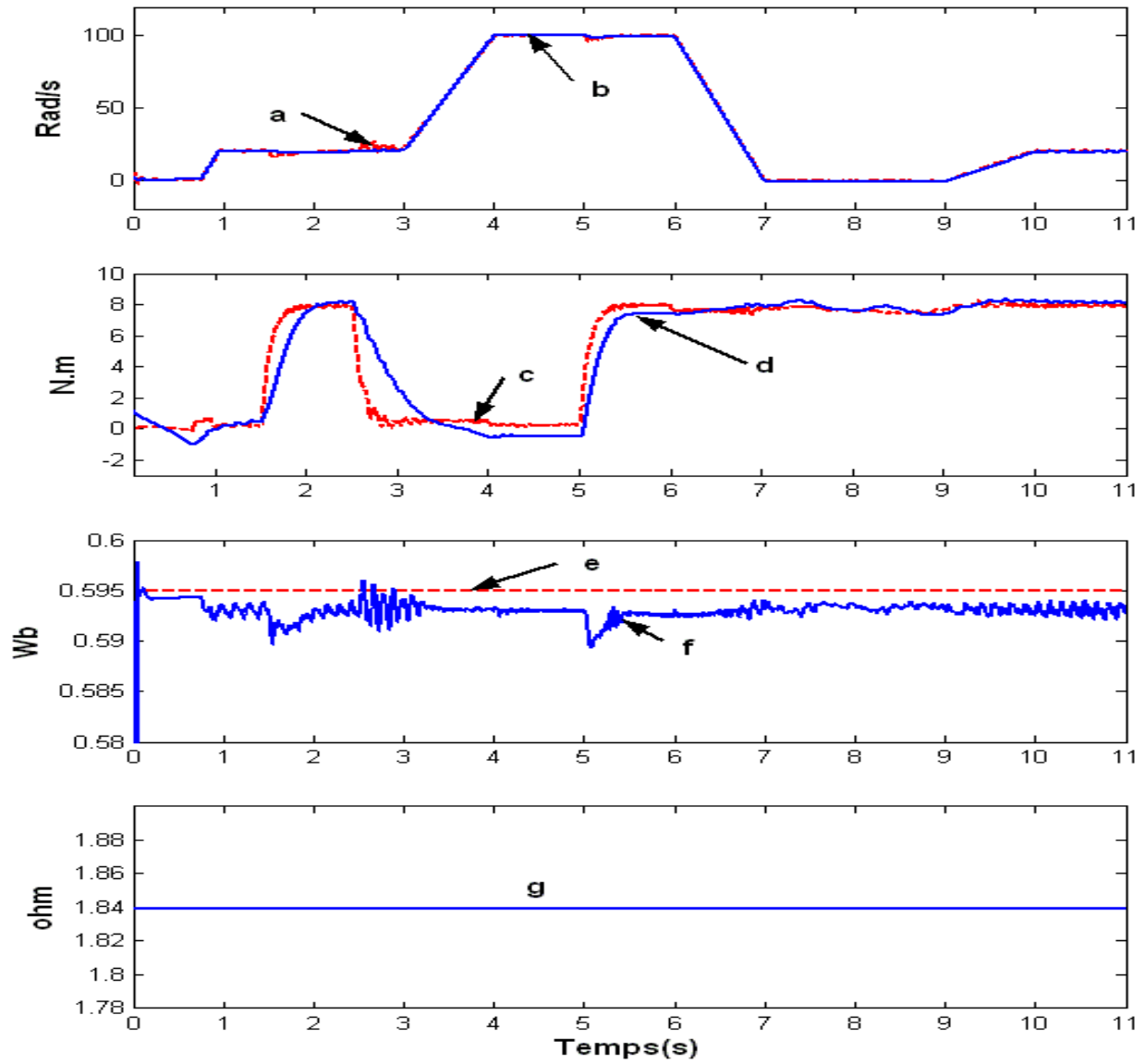


FIGURE 4.30: +10% sur  $L_s$  : a, c : vitesse et couple de charge mesurés, e : flux de référence, b, d, f, g : vitesse, couple, flux ( $\phi_{rd}$ ) et résistance statorique estimés.

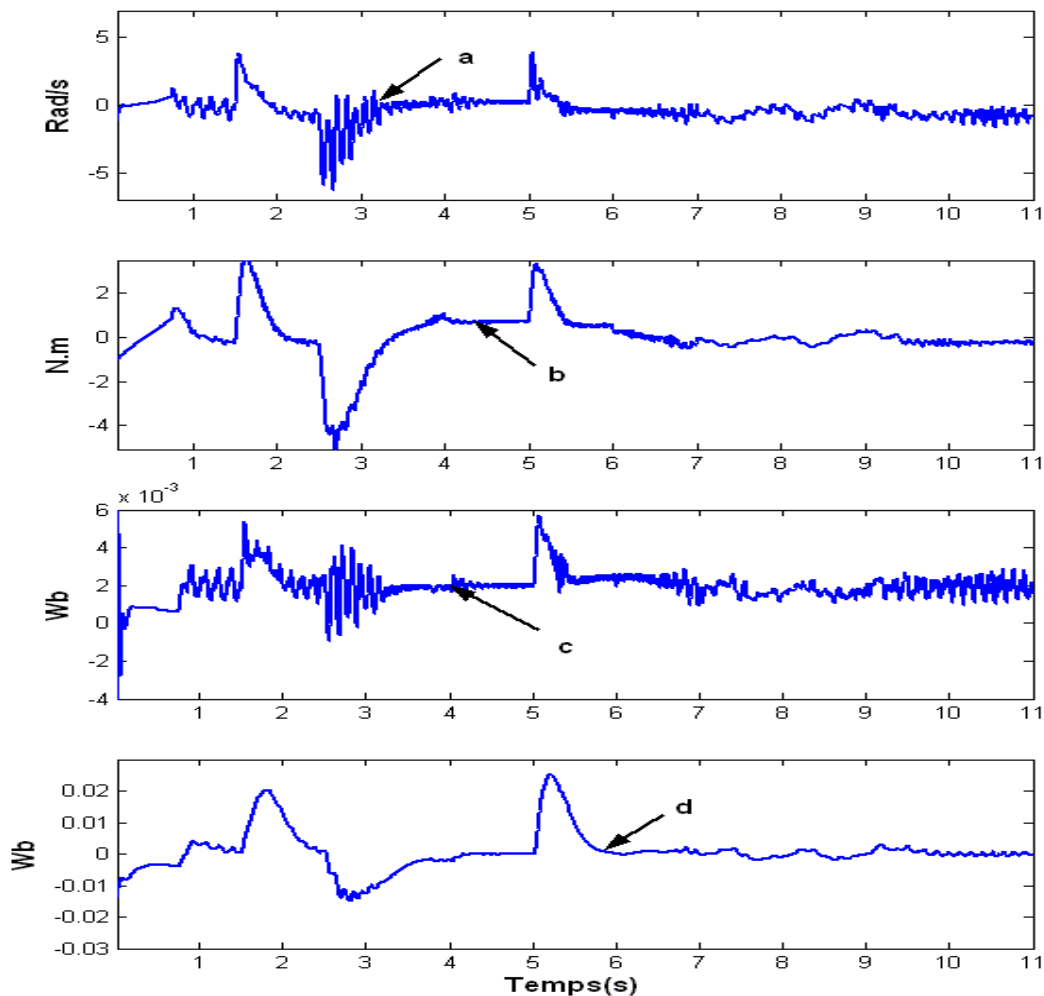


FIGURE 4.31: +10% sur  $L_s$  : a et b : erreurs d'estimation de la vitesse et du couple de charge, c et d : erreurs de poursuite ( $\phi_{rd}$ ) et d'orientation ( $\phi_{rq}$ ) du flux.

## 4.5 Commande vectorielle basée sur les modes glissants d'ordre supérieur à convergence en temps fini

### 4.5.1 Introduction

Une commande par modes glissants d'ordre un a été présentée dans la section 4.3 pour assurer l'asservissement de la vitesse et du flux de la machine asynchrone. Cette stratégie de commande fait partie des commandes à structure variable. Le but principal de ce type de commande est de forcer la dynamique du système à correspondre avec celle définie par l'équation de la surface. Pour atteindre cet objectif, une commande discontinue est utilisée pour assurer le maintien de la dynamique de l'état sur la surface de glissement définie, malgré les incertitudes paramétriques et les perturbations; le système étudié est alors en régime glissant. Si les conditions de maintien du régime glissant sont assurées

alors les dynamiques du systèmes sont insensibles aux variations paramétriques et aux perturbations extérieures.

La stratégie de la commande par orientation du flux impose une poursuite de la trajectoire du flux avec une grande précision en dépit des incertitudes et des perturbations. Cela implique l'utilisation d'une commande précise et robuste, comme la commande par modes glissants. En pratique les paramètres réels de la machine asynchrone ne sont pas parfaitement connus à cause des erreurs d'identification, de la variation des résistances avec la température et des non linéarités magnétiques,.... De plus les capteurs de courants utilisés lors de la commande de la machine introduisent des bruits de mesure dans les lois de commande. Pour ces différents raisons (perturbations, variation paramétrique), le système en boucle fermée ne glisse pas parfaitement sur la surface de glissement ; il quitte celle-ci mais la commande discontinue l'y ramène. Il existe alors un phénomène de commutation autour de la surface de glissement. Ces commutations ou oscillations connues sous le nom de "chattering" sont l'un des inconvénients majeurs de la commande par mode glissant d'ordre un. En effet, la présence de ces oscillations dégrade la qualité de la poursuite de trajectoire et sollicite de manière énergétique les actionneurs. Pour réduire ce phénomène, une première solution est l'augmentation de la fréquence de commutation pour assurer une commutation progressive (Necsulescu, 1993). Mais, en pratique, la fréquence de commutation est limitée par le "temps de commutation de l'actionneur" (échantillonnage). Une seconde solution est l'utilisation de méthodes comme celle de la couche limite (*boundary layer*) qui consiste à remplacer la fonction "sign" de la loi de commande par une approximation continue, de type grand gain dans un proche voisinage de la surface (Utkin, 1992). Ainsi, le régime glissant résultant n'est plus confiné sur la surface mais au voisinage de celle-ci. Dans ce cas, le système est dit en régime pseudo-glissant (Utkin, 1992). Une autre solution possible est l'utilisation d'une commande par modes glissants d'ordre supérieur (Bartolini, 1998), (Levant, 1993), (Levant, 2005) et (Emelyanov, 1993) qui est une généralisation des modes glissants classique ordre un. Dans le cas des modes glissants d'ordre supérieur, la commande discontinue agit sur les dérivées d'ordres supérieurs de la surface de glissement.

Dans cette section, une commande par modes glissants d'ordre supérieur est synthétisée dans un contexte multivariable pour assurer un suivi de la vitesse et du flux de la machine asynchrone. La stratégie de cette commande est basée sur la poursuite d'une trajectoire pré-calculée permettant la convergence en temps fini (Levant, 2001), (Laghrouche, 2004a), (Laghrouche, 2006) et (Plestan, 2008). Ces principaux avantages sont :

- connaissance à priori du temps de convergence et le réglage de la loi de commande est indépendant de ce temps,
- établissement du mode glissant dès l'instant initial, ce qui confère à la loi de commande un comportement robuste durant toute la réponse du système,
- la stratégie de commande est applicable quelque soit l'ordre des modes glissants (supérieur ou égal au degré relatif du système),
- une simplification du réglage des paramètres de la commande,
- la génération de la trajectoire permettant la convergence en temps fini.

**Remarque 24** Cette loi de commande peut être synthétisée dans un contexte monovariable ( (Levant, 2001), (Plestan, 2008)) ou bien dans un contexte multivariable ( (Laghrouche, 2004b), (Plestan, 2008)).

### 4.5.2 Idée de base

L'idée de la commande par modes glissants d'ordre supérieur à trajectoire pré-calculées consiste à choisir une surface de glissement de telle sorte que le système, dès sa position initiale, est déjà sur cette surface et la commande le contraint à y évoluer de manière à assurer la convergence en temps fini.

La synthèse de la loi de commande se présente en deux étapes. Dans un premier temps, une trajectoire est pré-calculée en fonction des conditions initiales du système. Cette trajectoire permet de modifier la surface de glissement de telle sorte que les trajectoires du système évoluent sur la surface pour tout  $t \geq 0$ . Ensuite, une commande discontinue est élaborée pour assurer que le système évolue sur la surface de glissement, en dépit de la présence d'une certaine classe d'incertitudes et de perturbations.

### 4.5.3 Formulation du problème

Considérons un système non linéaire incertain

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \tag{4.79}$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est l'état,  $u \in \mathbb{R}$  est l'entrée de commande et  $h(x) \in \mathbb{R}$  est une sortie définie pour satisfaire les objectifs du contrôle.  $f(x)$  et  $g(x)$  sont des fonctions incertaines lisses. Considérons l'écart de poursuite représenté par la variable de glissement  $s(x, t) = h(x) - h_d(t)$  où  $h_d(t)$  est une trajectoire de référence suffisamment dérivable. Supposons que

#### Hypothèse 7

*Le degré relatif  $r$  de (4.79) par rapport à  $s(x, t)$  est supposé connu et constant. Les dynamiques de zéros associées sont stables.*

L'objectif est de déterminer une commande qui contraint  $s(x, t)$  et ses  $r - 1$  premières dérivées à zéro en temps fini.

#### Définition 4 (Levant, 2003)

*Considérons le système non linéaire (4.79), bouclé par une commande discontinue. Alors, si<sup>5</sup>  $s, \dot{s}, \dots, s^{(r-1)}$  sont des fonctions continues, l'ensemble*

$$\mathbf{S}^r = \{x \mid s(x, t) = \dot{s}(x, t) = \dots = s^{(r-1)}(x, t) = 0\},$$

*appelé ensemble glissant d'ordre " $r$ ", est non vide et est localement un ensemble intégral dans le sens de Filippov (Filippov, 1988); les trajectoires sur  $\mathbf{S}^r$  sont appelées "mode glissant d'ordre  $r$ " par rapport à la variable de glissement " $s$ ".*

La commande par modes glissants d'ordre  $r$  permet la stabilisation à zéro en temps fini de la variable de glissement  $s$  et de ses  $r-1$  premières dérivées temporelles d'ordre " $r$ " en définissant une fonction de commande discontinue convenable. D'après (Plestan, 2008),

---

5.  $s(\cdot)^{(k)}$  ( $k \in \mathbb{N}$ ) notent la  $k^{ieme}$  dérivée temporelle de la fonction  $s(\cdot)$ . Cette notation sera aussi utilisée pour tout autre fonction.



il existe le vecteur  $\varphi_1$  et la matrice  $\varphi_2$  tels que

$$s^{(r)} = \varphi_1(x, t) + \varphi_2(x)u \quad (4.80)$$

où<sup>6</sup>  $\varphi_2(x) = L_g L_f^{r-1} s$ ,  $\varphi_1(x) = L_f^r s$ .

### Hypothèse 8

L'équation (4.80) est supposée admettre des solutions au sens de Filippov (Filippov, 1988) sur l'ensemble de glissement  $\mathbf{S}^r$  et les trajectoires du système sont supposées extensibles infiniment en temps pour toute entrée bornée mesurable (Levant, 1993).

### Hypothèse 9

Les fonctions  $\varphi_1(x, t)$  et  $\varphi_2$  sont des fonctions incertaines bornées et, sans perte de généralité, supposons que le signe du terme  $\varphi_2$  soit constant et strictement positif. Alors, il existe  $K_m \in \mathbb{R}^{+*}$ ,  $K_M \in \mathbb{R}^{+*}$ ,  $C_0 \in \mathbb{R}^+$  tels que

$$0 < K_m < \varphi_2 < K_M \quad |\varphi_1(x, t)| \leq C_0. \quad (4.81)$$

Pour  $x \in \mathbf{X} \subset \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{X}$  étant un ouvert borné de  $\mathbb{R}^n$  dans lequel sont les trajectoires du système. De plus l'entrée de commande  $u$  est bornée.

Le problème de la stabilisation en temps fini du système (4.79) avec une commande par modes glissant d'ordre  $r$  est équivalent à la stabilisation en temps fini de (4.82) (Plestan, 2008) qui satisfait les conditions de bornitudes globales (4.81)

$$\begin{aligned} \dot{Z}_1 &= A_{11}Z_1 + A_{12}Z_2 \\ \dot{Z}_2 &= \varphi_1 + \varphi_2 u \end{aligned} \quad (4.82)$$

où  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  sont définies par (4.80),  $Z_1 = [Z_1^0 \ Z_1^1 \ \dots \ Z_1^{r-2}]^T := [s \ \dot{s} \ \dots \ s^{(r-2)}]^T$  et  $Z_2 = s^{(r-1)}$ .  $A_{11}$  et  $A_{12}$  sont définies par

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 & \dots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & \ddots & \ddots & \dots & 1 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \end{bmatrix}_{(r-1) \times (r-1)} \quad A_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{(r-1) \times 1}. \quad (4.83)$$

## 4.5.4 Synthèse de la commande par modes glissants d'ordre supérieur à trajectoire pré-calculée

La synthèse d'une commande par modes glissants d'ordre supérieur pour le système (4.82) repose sur l'idée suivante : la variable de glissement est définie pour que le système évolue, dès  $t = 0$ , sur une surface de glissement. En outre, la variable de glissement et ses dérivées temporelles atteignent l'origine en un temps fini, malgré les incertitudes grâce à une commande discontinue. La conception du contrôleur se réalise en deux étapes :

6. Considérons  $a(x)$  une fonction de valeurs réelles et  $b(x)$  un vecteur tel que  $a(x)$  et  $b(x)$  soient définis sur  $X \subset \mathbb{R}^n$ . On note alors  $L_b a$  la dérivée de Lie définie par  $L_b a = \frac{\partial a}{\partial x} b(x)$ .

- une loi de commande linéaire à convergence en temps fini est utilisée pour générer les trajectoires de référence du système (4.82). Ces trajectoires induisent la définition d'une surface de glissement sur laquelle le système évolue,
- conception d'une loi de commande discontinue  $\nu$  maintenant les trajectoires du système sur la surface glissante qui assurera l'établissement d'un mode de glissement d'ordre  $r$  à  $t = t_f$  malgré les incertitudes.

### Génération d'une trajectoire par une commande linéaire à convergence en temps fini (Plestan, 2008)

Considérons le système linéaire :

$$\dot{\zeta} = A_{11}\zeta + A_{12}w \quad (4.84)$$

avec  $\zeta := [\zeta_1 \cdots \zeta_{r-1}]^T \in \mathbb{R}^{r-1}$  ( $r > 1$ ) le vecteur d'état,  $w \in \mathbb{R}$  l'entrée de la commande et  $A_{11}$ ,  $A_{12}$  définies par l'équation (4.82).

**Hypothèse 10** *Il existe un entier  $j$  tel que  $1 \leq j \leq r - 1$  et  $\zeta_{r-j}(0) \neq 0$  borné.*

Dans (Plestan, 2008), une commande permettant la convergence en temps fini du système (4.84) est donnée par

$$w = KF^{r-1}e^{Ft}T\zeta_{r-j}(0) \quad (4.85)$$

avec  $F$  une matrice de dimension  $2r \times 2r$  et  $T$  un vecteur de dimension  $2r \times 1$ . Le vecteur gain  $K$  de dimension  $1 \times 2r$  est calculé de manière à ce que le système (4.84) atteigne l'origine en un temps fini  $t_f$ . En effet, par analogie au principe développé dans (Engel, 2002),  $K$  permet de fixer les conditions finales de  $\zeta_i$  ( $1 \leq i \leq r - 1$ ) et les conditions initiales et finales de  $w$ . Considérons que le système (4.84) est commandé par (4.85). Une solution est (avec  $1 \leq j \leq r - 1$ )

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= Ke^{Ft}T\zeta_{r-j}(0) \\ \zeta_2 &= KF e^{Ft}T\zeta_{r-j}(0) \\ &\vdots \\ \zeta_{r-2} &= KF^{r-3}e^{Ft}T\zeta_{r-j}(0) \\ \zeta_{r-1} &= KF^{r-2}e^{Ft}T\zeta_{r-j}(0) \end{aligned} \quad (4.86)$$

Le gain  $K$  permet de fixer arbitrairement

1. Les conditions finales de  $\zeta$  à l'instant  $t = t_f$ ,  $\zeta_f := \zeta(t_f)$ , à condition de connaître les conditions initiales  $\zeta(0)$ . Dans notre cas, la condition finale à atteindre est  $\zeta_f = 0$ .
2. Les conditions initiales et finales de la loi de commande  $w$ . Dans le cas présent, l'objectif est de stabiliser le système (4.84) à  $\zeta_f = 0$  en temps fini  $t = t_f$ . On a alors  $w_f := w(t_f) = 0$ .

Le problème revient donc à résoudre  $2r$  équation en  $K$ , correspondant aux conditions initiales et finales de chacune des  $r$  variables d'état et entrée de commande.

$$\begin{aligned}
\text{(a)} \quad w(0) &= KF^{r-1}T\zeta_{r-j}(0) && \rightarrow KF^{r-1}T\zeta_{r-j}(0) = w(0) \\
\text{(b)} \quad w(t_f) &= KF^{r-1}e^{Ft_f}T\zeta_{r-j}(0) && \rightarrow KF^{r-1}e^{Ft_f}T = 0 \\
\text{(c)} \quad \zeta_{r-1}(0) &= KF^{r-2}T\zeta_{r-j}(0) && \rightarrow KF^{r-2}T\zeta_{r-j}(0) = \zeta_{r-1}(0) \\
\text{(d)} \quad \zeta_{r-1}(t_f) &= KF^{r-2}e^{Ft_f}T\zeta_{r-j}(0) && \rightarrow KF^{r-2}e^{Ft_f}T = 0 \\
&&& \vdots \\
\zeta_1(0) &= KT\zeta_{r-j}(0) && \rightarrow KT\zeta_{r-j}(0) = \zeta_1(0) \\
\zeta_1(t_f) &= Ke^{Ft_f}T\zeta_{r-j}(0) && \rightarrow Ke^{Ft_f}T = 0
\end{aligned} \tag{4.87}$$

Le système de  $2r$  équations ainsi formé permet de trouver les  $2r$  valeurs du gain  $K$ .

**Lemme 8** *Il existe une matrice stable  $F$  (ses valeurs propres sont à parties réelles négatives) et une matrice  $T$  telles que la matrice  $\mathcal{K}$  définie par*

$$\mathcal{K} = [F^{r-1}T\zeta_{r-j}(0) \mid F^{r-1}e^{Ft_f}T \mid F^{r-2}T\zeta_{r-j}(0) \mid F^{r-2}e^{Ft_f}T \mid \cdots \mid T\zeta_{r-j}(0) \mid e^{Ft_f}T] \tag{4.88}$$

soit inversible.

A partir du lemme 8, le système (4.87) composé de  $2r$  équations linéaires admet une seule solution  $K$  qui est

$$K = [w(0) \ 0 \ \zeta_{r-1}(0) \ 0 \ \cdots \ \zeta_1(0) \ 0] \cdot \mathcal{K}^{-1} \tag{4.89}$$

**Lemme 9** (Plestan, 2008) *Considérons le système linéaire (4.84) avec l'hypothèse 10 vérifiée. La loi de commande*

$$w = \begin{cases} KF^{r-1}e^{Ft}T\zeta_{r-j}(0) & \text{for } 0 \leq t \leq t_f \\ 0 & t > t_f \end{cases} \tag{4.90}$$

avec  $F$  une matrice de dimension  $2r \times 2r$ ,  $T$  un vecteur de dimension  $2r \times 1$  satisfaisant le lemme 8,  $0 < t_f < \infty$  et le vecteur  $K$  de dimension  $1 \times 2r$  solution de (4.89), assure que le système (4.84) rejoint l'origine en un temps fini  $t_f$ .

### Remarque 25

*L'hypothèse 10 n'est pas restrictive. En effet, s'il existe au moins une variable d'état dont la valeur initiale n'est pas égale à 0, l'hypothèse est vérifiée. Sinon, cela implique que le vecteur d'état est égal à 0 : dans ce cas, cela signifie que le système (4.84) est déjà à l'origine ;  $w = 0$  maintient donc le système dans cette position.*

### Remarque 26

*Le choix d'une matrice  $F$  stable et d'un instant  $t_f$  borné implique que  $K$  est borné. Il existe alors une valeur  $\Theta_0 > 0$  telle que*

$$|KF^{r-1}e^{Ft}T\zeta_{r-j}(0)| < \Theta_0. \tag{4.91}$$

### Calcul de la variable et la surface de glissement

Dans la section précédente, la génération d'une trajectoire par la commande linéaire est présentée. Cette commande permet de calculer les trajectoires de référence permettant de faire converger un système non linéaire en temps fini. Considérons la première partie du système (4.84) avec  $Z_1 = [Z_1^0 \ Z_1^1 \ \dots \ Z_1^{r-2}]^T := [s \ \dot{s} \ \dots \ s^{(r-2)}]^T$  ( $r > 1$ ),

$$\dot{Z}_1 = A_{11}Z_1 + A_{12}Z_2. \quad (4.92)$$

L'état  $Z_2$  est considéré comme l'entrée du système (4.92). Supposons que

**Hypothèse 11** *Il existe un entier  $j$  tel que  $1 \leq j \leq r$  et  $Z_1^{r-j}(0) \neq 0$  borné.*

A partir des lemmes 8 et 9, la loi de commande  $Z_2$  ( $Z_2 = s^{(r-1)}$ ) assurant  $Z_1(t_f) = Z_2(t_f) = 0$ , s'écrit

$$\begin{aligned} Z_2(t) = & KF^{r-1}e^{Ft}TZ_1^{r-j}(0) - \lambda_{r-2}[Z_1^{(r-2)} - KTF^{(r-2)}e^{Ft}Z_1^{(r-j)}(0)] \\ & - \dots - \lambda_0[Z_1^0 - KTe^{Ft}Z_1^{(r-j)}(0)] \end{aligned} \quad (4.93)$$

avec  $F$  une matrice stable de dimension  $2r \times 2r$  et  $T$  un vecteur de dimension  $2r \times 1$ .  $K$  est une matrice de gain défini tel que le système (4.92) soit stabilisé à l'origine en un temps fini  $t_f$ .  $\lambda_{r-2}, \dots, \lambda_0$  sont définis tel que  $P(z) = z^{(r-1)} + \lambda_{r-2}z^{(r-2)} + \dots + \lambda_0$  soit un polynôme d'Hurwitz en la variable  $z$ . Le gain  $K$  est défini comme suite

$$K = [Z_2(0) \ 0 \ Z_1^{r-2}(0) \ 0 \ \dots \ Z_1^0(0) \ 0] \cdot \mathcal{K}^{-1}. \quad (4.94)$$

**Hypothèse 12** *Il existe une constante  $\Theta > 0$  tel que, pour  $0 \leq t \leq t_f$ ,*

$$\begin{aligned} & | -KTF^r e^{Ft}Z_1^{(r-j)}(0) + \lambda_{r-2}[Z_1^{(r-1)} - KTF^{r-1}e^{Ft}Z_1^{(r-j)}(0)] \\ & + \dots + \lambda_0[Z_1^1 - KTFe^{Ft}Z_1^{(r-j)}(0)] | < \Theta \end{aligned} \quad (4.95)$$

Soit  $\sigma(Z, t)$  la surface de glissement définie par

$$\begin{aligned} \sigma(Z, t) = & Z_2 - KTF^{r-1}e^{Ft}Z_1^{(r-j)}(0) + \lambda_{r-2}[Z_1^{(r-2)} - KTF^{r-2}e^{Ft}Z_1^{(r-j)}(0)] \\ & + \dots + \lambda_0[Z_1^0 - KTe^{Ft}Z_1^{(r-j)}(0)]. \end{aligned}$$

La commande linéaire du système (4.82) est utilisée pour générer la trajectoire désirée de  $Z_2$ . La dynamique permettant d'obtenir la stabilisation en temps fini du vecteur  $[Z_1^T \ Z_2]^T$  en zéro est donnée par l'équation  $\sigma(Z, t) = 0$ . La surface de glissement sur laquelle le système (4.79) va évoluer via une commande discontinue  $\nu$  est définie par

$$\mathcal{S} = \{Z \mid \sigma(Z, t) = 0\}. \quad (4.96)$$

En considérant l'équation (4.87-a), on obtient  $\sigma(Z, 0) = 0$  à l'instant initial, le système évolue continuellement sur la surface de glissement.

### Synthèse de la commande

Après le calcul de la surface de glissement permettant une convergence vers l'origine en temps fini du système, une attention particulière est donnée à la synthèse de la loi de commande discontinue  $\nu$  qui force les trajectoires d'état du système à évoluer sur  $\mathcal{S}$ . Une fois la convergence établie, la loi de commande maintient le système sur la trajectoire de référence.

**Théorème 4** (Plestan, 2008) Soit le système (4.79) possédant un degré relatif par rapport à  $s(x, t)$ . Supposons que les hypothèses 7, 8, 9, 10 et 12 soient vérifiées. L'ordre de glissement est fixé à  $r$  et le temps de convergence, fixé a priori, est tel que  $(0 < t_f < \infty)$ . Soit  $S \in \mathbb{R}$  une fonction définie par

$$S = \begin{cases} s^{(r-1)} - KTF^{r-1}e^{Ft}s^{(r-j)}(0) + \lambda_{r-2}[s^{(r-2)} - KTF^{r-2}e^{Ft}s^{(r-j)}(0)] \\ + \dots + \lambda_0[s(x, t) - KTe^{Ft}s^{(r-j)}(0)] & \text{pour } 0 \leq t \leq t_f \\ s^{(r-1)} + \lambda_{r-2}s^{(r-2)} + \dots + \lambda_0s(x, t) & \text{pour } t > t_f \end{cases} \quad (4.97)$$

avec  $K$  l'unique solution de l'équation (4.94)  $F$  une matrice stable de dimension  $2r \times 2r$  et  $T$  un vecteur de dimension  $2r \times 1$  tel que le Lemme 8 soit vrai. Alors, la loi de commande  $\nu$  définie par

$$\nu = -\alpha \text{sign}(S) \quad (4.98)$$

avec

$$\alpha \geq \frac{C_0 + \Theta + \eta}{K_m}, \quad (4.99)$$

où  $C_0$ ,  $K_m$  définis par l'hypothèse 9 (4.81),  $\Theta$  défini par (4.95) et  $\eta$  condition de  $\eta$ -attractivité (Utkin, 1992) assure l'établissement d'un régime glissant d'ordre  $r$  par rapport à  $s$ . Le temps de convergence est fixé a priori à la valeur  $t_f$ .

#### Preuve du théorème 4

La stabilisation en zéro et en temps fini de  $[s \ \dot{s} \ \dots \ s^{(r-1)}]^T$  est réalisé par glissement sur la surface définie par

$$S = \{x \in \mathcal{X} | S = 0\}. \quad (4.100)$$

La loi de commande discontinue assurant le glissement sur la surface  $S$  pour tout  $t \geq 0$ , satisfait la condition

$$\dot{S} \cdot S < -\eta |S| \quad (4.101)$$

où  $\eta > 0$  est une valeur réelle positive. Considérons maintenant deux cas

$$- 0 \leq t \leq t_f$$

$$\dot{S} = \varphi_1 + \varphi_2 \cdot \nu - KTF^r e^{Ft}s^{(r-j)}(0) + \lambda_{r-2}[s^{(r-1)} - KTF^{r-1}e^{Ft}s^{(r-j)}(0)] + \dots + \lambda_0[\dot{s} - KTFe^{Ft}s^{(r-j)}(0)]. \quad (4.102)$$

Supposons que  $S > 0$ . On obtient alors

$$\varphi_1 - \varphi_2 \cdot \alpha - KTF^r e^{Ft}s^{(r-j)}(0) + \lambda_{r-2}[s^{(r-1)} - KTF^{r-1}e^{Ft}s^{(r-j)}(0)] + \dots + \lambda_0[\dot{s} - KTFe^{Ft}s^{(r-j)}(0)] < -\eta. \quad (4.103)$$

sachant que  $0 < K_m < \varphi_2 < K_M$   $|\varphi_1| \leq C_0$  et de l'hypothèse 12, l'équation (4.103) donne

$$\alpha > \frac{C_0 + \Theta + \eta}{K_m}. \quad (4.104)$$

Supposons que  $S < 0$ . On obtient alors

$$\begin{aligned} \varphi_1 - \varphi_2 \cdot \alpha - KTF^r e^{Ft} s^{(r-j)}(0) + \lambda_{r-2} [s^{(r-1)} - KTF^{r-1} e^{Ft} s^{(r-j)}(0)] \\ + \dots + \lambda_0 [\dot{s} - KTF e^{Ft} s^{(r-j)}(0)] < \eta, \end{aligned} \quad (4.105)$$

sachant que  $0 < K_m < \varphi_2 < K_M$   $|\varphi_1| \leq C_0$  et de l'hypothèse 12, l'équation (4.105) donne

$$\alpha > \frac{C_0 + \Theta + \eta}{K_m}. \quad (4.106)$$

–  $t > t_f$

$$\dot{S} = \varphi_1 + \varphi_2 \cdot \nu + \lambda_{r-2} s^{(r-1)} + \dots + \lambda_0 \dot{s}. \quad (4.107)$$

Supposons que  $S > 0$ . On obtient alors

$$\varphi_1 - \varphi_2 \cdot \alpha + \lambda_{r-2} s^{(r-1)} + \dots + \lambda_0 \dot{s} < -\eta. \quad (4.108)$$

sachant que  $0 < K_m < \varphi_2 < K_M$   $|\varphi_1| \leq C_0$  et de l'hypothèse 12, l'équation (4.108) donne

$$\alpha > \frac{C_0 + \Theta + \eta}{K_m}. \quad (4.109)$$

Supposons que  $S < 0$ . On obtient alors

$$\varphi_1 - \varphi_2 \cdot \alpha + \lambda_{r-2} s^{(r-1)} + \dots + \lambda_0 \dot{s} < \eta, \quad (4.110)$$

sachant que  $0 < K_m < \varphi_2 < K_M$   $|\varphi_1| \leq C_0$  et de l'hypothèse 12, l'équation (4.110) donne la condition suffisante suivante

$$\alpha > \frac{C_0 + \Theta + \eta}{K_m}. \quad (4.111)$$

En utilisant la loi de commande  $\nu = -\alpha \text{sign}(S)$  et en respectant l'inéquation de gain  $\alpha > \frac{C_0 + \Theta + \eta}{K_m}$ , la condition (4.101) est validée.

### Implémentation de la loi de commande

La loi de la commande discontinue  $\nu$  s'écrit

- pour  $0 \leq t \leq t_f$ ,  $\nu = -\alpha \cdot \text{sign}(S)$ . A l'instant  $t = t_f$ , le système satisfait  $s = \dot{s} = \ddot{s} = \dots = s^{(r-1)} = 0$ . Un régime de mode glissant d'ordre  $r$  est ainsi établi.
- Pour  $t > t_f$ , l'objectif consiste simplement à maintenir le système dans l'état  $s = \dot{s} = \ddot{s} = \dots = s^{(r-1)} = 0$ , ce qui est assuré par la commande discontinue  $\nu = -\alpha \cdot \text{sign}(s^{(r-1)} + \lambda_{r-2} s^{(r-2)} + \dots + \lambda_0 s)$

### 4.5.5 Application à la commande de la machine asynchrone

(Traoré, 2008a), (Traoré, 2008b)

Le but est de concevoir une commande par modes glissants d'ordre supérieur à trajectoire pré-calculée qui garantit une performance robuste en présence des variations paramétriques et du couple de charge. L'objectif du contrôle est de permettre à la vitesse ( $\Omega$ )

et au flux ( $\phi$ ) de la machine asynchrone de suivre leurs trajectoires de référence définies par le benchmark commande sans capteur mécanique (Figure 2.5). Soient  $\sigma_\phi$  et  $\sigma_\Omega$  les variables de glissement définies par

$$\begin{aligned}\sigma_\phi &= \phi_{rd} - \phi^* \\ \sigma_\Omega &= \Omega - \Omega^*\end{aligned}\quad (4.112)$$

A partir de l'équation (2.16), on déduit que le degré relatif de  $\sigma_\phi$  et  $\sigma_\Omega$  par rapport à l'entrée  $u$  est égal à deux ( $r = 2$ ). Ce qui implique la synthèse d'une commande par modes glissants d'ordre au minimum égal à 2. Pour éviter les commutations sur l'entrée du système, l'ordre de glissement est alors choisi à  $r = 3$  pour que les discontinuités agissent sur les dérivées premières des entrées contrôlant la vitesse ( $\Omega$ ) et le flux ( $\phi_{rd}$ ). Ainsi, les effets de "chattering" diminuent dans les entrées de la commande.

De (2.16), les dérivées secondes du flux et de la vitesse s'écrivent

$$\begin{bmatrix} \phi_{rd}^{(2)} \\ \Omega^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{\alpha_1} \\ \varphi_{\alpha_2} \end{bmatrix} + \varphi_\beta \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix}\quad (4.113)$$

avec

$$\begin{aligned}\varphi_{\alpha_1} &= -a\dot{\phi}_{rd} + (\omega_s - p\Omega)\dot{\phi}_{rq} + \frac{aM_{sr}[(ba\phi_{rq} - bp\Omega\phi_{rd} - \gamma i_{sq} - \omega_s i_{sd})\phi_{rd} - i_{sq}\dot{\phi}_{rd}]}{\phi_{rd}^2}\phi_{rq} \\ &\quad + aM_{sr}(ba\phi_{rd} + bp\Omega\phi_{rq} - \gamma i_{sd} + \omega_s i_{sq}) \\ \varphi_{\alpha_2} &= m[\dot{\phi}_{rd}i_{sq} + \phi_{rd}(ba\phi_{rq} - bp\Omega\phi_{rd} - \gamma i_{sq} - \omega_s i_{sd}) \\ &\quad - \dot{\phi}_{rq}i_{sd} - \phi_{rq}(ba\phi_{rd} + bp\Omega\phi_{rq} - \gamma i_{sd} + \omega_s i_{sq})] - c\dot{\Omega} - \frac{\dot{I}_l}{J}\end{aligned}\quad (4.114)$$

$$\varphi_\beta = \begin{bmatrix} aM_{sr}m_1 & aM_{sr}m_1\frac{\phi_{rq}}{\phi_{rd}} \\ -mm_1\phi_{rq} & mm_1\phi_{rd} \end{bmatrix}.\quad (4.115)$$

Pour la commande par orientation du flux  $\phi_{rq} = 0$ , alors  $\varphi_{\alpha_1}$ ,  $\varphi_{\alpha_2}$  et  $\varphi_\beta$  s'écrivent

$$\begin{aligned}\varphi_{\alpha_1} &= -a\dot{\phi}_{rd} + aM_{sr}(ba\phi_{rd} - \gamma i_{sd} + \omega_s i_{sq}) \\ \varphi_{\alpha_2} &= m[\dot{\phi}_{rd}i_{sq} + \phi_{rd}(-bp\Omega\phi_{rd} - \gamma i_{sq} - \omega_s i_{sd})] - c\dot{\Omega} - \frac{\dot{I}_l}{J}\end{aligned}$$

$$\varphi_\beta = \begin{bmatrix} aM_{sr}m_1 & 0 \\ 0 & mm_1\phi_{rd} \end{bmatrix}.$$

Les paramètres de la machine asynchrone varient par rapport à leurs valeurs nominales. Les valeurs de  $\varphi_{\alpha_1}$ ,  $\varphi_{\alpha_2}$  et  $\varphi_\beta$  dépendent donc des valeurs nominales et des incertitudes des paramètres. La formulation de ces variations dans les expressions précédentes permet d'écrire

$$\begin{aligned}\varphi_{\alpha_1} &= \varphi_{\alpha_1}^{Nom} + \Delta\varphi_{\alpha_1} \\ \varphi_{\alpha_2} &= \varphi_{\alpha_2}^{Nom} + \Delta\varphi_{\alpha_2} \\ \varphi_\beta &= \varphi_\beta^{Nom} + \Delta\varphi_\beta\end{aligned}\quad (4.116)$$

avec  $\varphi_{\alpha_1}^{Nom}$ ,  $\varphi_{\alpha_2}^{Nom}$  et  $\varphi_\beta^{Nom}$  les valeurs nominales bien connues et  $\Delta\varphi_{\alpha_1}$ ,  $\Delta\varphi_{\alpha_2}$  et  $\Delta\varphi_\beta$  l'ensemble des incertitudes dues aux variations paramétriques et aux perturbations. Supposons que ces incertitudes soient bornées.

La loi de commande  $u$  définie à partir des valeurs nominales  $\varphi_{\alpha_1}^{Nom}$ ,  $\varphi_{\alpha_2}^{Nom}$  et  $\varphi_{\beta}^{Nom}$  qui sont les grandeurs  $\varphi_{\alpha_1}$ ,  $\varphi_{\alpha_2}$  et  $\varphi_{\beta}$  sans incertitude, et appliquée à la machine asynchrone peut s'écrire

$$\begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix} = \varphi_{\beta}^{Nom-1} \left[ - \begin{bmatrix} \varphi_{\alpha_1}^{Nom} \\ \varphi_{\alpha_2}^{Nom} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \nu_{sd} \\ \nu_{sq} \end{bmatrix} \right]. \quad (4.117)$$

La matrice  $\varphi_{\beta}^{Nom}$  est inversible dans l'espace de travail ( $\phi_{rd} \neq 0$ ).

L'intérêt du prébouclage dépendant de  $\varphi_{\alpha_1}^{Nom}$ ,  $\varphi_{\alpha_2}^{Nom}$  et  $\varphi_{\beta}^{Nom}$  et pour la classe d'incertitudes considérée, est de diminuer le gain de la commande discontinue (Castro, 2004), ce qui introduira alors des commutations de la commande plus faible.

A partir de (4.113-4.117), la dynamique des variables de commutation s'écrit

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \phi_{rd}^{(2)} \\ \Omega^{(2)} \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta\varphi_{\alpha_1} \\ \Delta\varphi_{\alpha_2} \end{bmatrix} - \Delta\varphi_{\beta} \cdot \varphi_{\beta}^{Nom-1} \begin{bmatrix} \varphi_{\alpha_1}^{Nom} \\ \varphi_{\alpha_2}^{Nom} \end{bmatrix}}_{\Psi_{\alpha}} \\ &+ \underbrace{\left[ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \Delta\varphi_{\beta} \cdot \varphi_{\beta}^{Nom-1} \right]}_{\Psi_{\beta}} \begin{bmatrix} \nu_{sd} \\ \nu_{sq} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \phi_{rd}^{(2)} \\ \Omega^{(2)} \end{bmatrix} &= \Psi_{\alpha} + \Psi_{\beta} \begin{bmatrix} \nu_{sd} \\ \nu_{sq} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

$\varphi_{\alpha_1}^{Nom}$ ,  $\varphi_{\alpha_2}^{Nom}$  et  $\varphi_{\beta}^{Nom}$  sont des fonctions de classe  $C^1$  bornées dans le domaine d'opération  $\mathcal{D}$  (3.11) de la machine asynchrone, alors  $\Psi_{\alpha}$  et  $\Psi_{\beta}$  sont aussi des fonctions de classe  $C^1$  bornées. On obtient alors

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \sigma_{\phi}^{(3)} \\ \sigma_{\Omega}^{(3)} \end{bmatrix} &= \underbrace{\dot{\Psi}_{\alpha} + \dot{\Psi}_{\beta} \begin{bmatrix} \nu_{sd} \\ \nu_{sq} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \phi^{*(3)} \\ \Omega^{*(3)} \end{bmatrix}}_{\varphi_1} + \underbrace{\Psi_{\beta}}_{\varphi_2} \begin{bmatrix} \dot{\nu}_{sd} \\ \dot{\nu}_{sq} \end{bmatrix} \\ &= \varphi_1 + \varphi_2 \cdot \dot{\nu} \end{aligned} \quad (4.118)$$

Le calcul de la commande se déroule en deux étapes. Dans un premier temps on calcule la surface de glissement et ensuite la commande discontinue.

### Choix de la variable de commutation

Pour des raisons pratiques, une surface de commutation composée d'un polynôme en position, vitesse et accélération a été choisie. En appliquant, cette correction de trajectoire, la surface de glissement s'écrit :

– Pour  $t \leq t_f$ .

$$\begin{aligned} S_{\phi} &= \sigma_{\phi}^{(2)} - \chi_{\phi} \\ S_{\Omega} &= \sigma_{\Omega}^{(2)} - \chi_{\Omega} \end{aligned}$$

où

$$\begin{cases} \chi_{\phi} &= K_{\phi} F^2 e^{Ft} T \sigma_{\phi}(0) - 2\zeta_{\phi} \omega_{n\phi} [\dot{\sigma}_{\phi} - K_{\phi} F e^{Ft} T \sigma_{\phi}(0)] - \omega_{n\phi}^2 [\sigma_{\phi} - K_{\phi} e^{Ft} T \sigma_{\phi}(0)] \\ \chi_{\Omega} &= K_{\Omega} F^2 e^{Ft} T \sigma_{\Omega}(0) - 2\zeta_{\Omega} \omega_{n\Omega} [\dot{\sigma}_{\Omega} - K_{\Omega} F e^{Ft} T \sigma_{\Omega}(0)] - \omega_{n\Omega}^2 [\sigma_{\Omega} - K_{\Omega} e^{Ft} T \sigma_{\Omega}(0)] \end{cases}$$



– Pour  $t > t_f$ .

$$\begin{aligned} S_\phi &= \sigma_\phi^{(2)} + 2\zeta_\phi\omega_{n\phi}\dot{\sigma}_\phi + \omega_{n\phi}^2\sigma_\phi \\ S_\Omega &= \sigma_\Omega^{(2)} + 2\zeta_\Omega\omega_{n\Omega}\dot{\sigma}_\Omega + \omega_{n\Omega}^2\sigma_\Omega \end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned} K_\phi &= \begin{bmatrix} \sigma_\phi^{(2)}(0) & 0 & \dot{\sigma}_\phi(0) & 0 & \sigma_\phi(0) & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathcal{K}_\phi^{-1} \\ K_\Omega &= \begin{bmatrix} \sigma_\Omega^{(2)}(0) & 0 & \dot{\sigma}_\Omega(0) & 0 & \sigma_\Omega(0) & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathcal{K}_\Omega^{-1} \\ \mathcal{K}_\phi &= \begin{bmatrix} F^2T\sigma_\phi(0) & F^2e^{Ft_f}T & FT\sigma_\phi(0) & Fe^{Ft_f}T & T\sigma_\phi(0) & e^{Ft_f}T \end{bmatrix}, \\ \mathcal{K}_\Omega &= \begin{bmatrix} F^2T\sigma_\Omega(0) & F^2e^{Ft_f}T & FT\sigma_\Omega(0) & Fe^{Ft_f}T & T\sigma_\Omega(0) & e^{Ft_f}T \end{bmatrix} \end{aligned}$$

où le vecteur  $T$  est de la forme

$$T = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}_{6 \times 1}$$

et la matrice  $F$  de dimension  $2r \times 2r$  est une matrice diagonale (non identité) dont les termes sont négatifs et les valeurs proches les unes des autres pour symétriser les trajectoires. Ces termes ne doivent pas être identiques car, dans ce cas, le système d'équations (4.87) serait sous déterminé.

$$F = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.5 \end{bmatrix}_{6 \times 6}$$

### Commande discontinue

La commande discontinue est de la forme

$$\begin{bmatrix} \dot{\nu}_{sd} \\ \dot{\nu}_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha_\phi \cdot \text{sign}(S_\phi) \\ -\alpha_\Omega \cdot \text{sign}(S_\Omega) \end{bmatrix} \quad (4.119)$$

### Preuve de la convergence de la commande

A partir de (4.118), la dérivée de la surface de glissement s'écrit

$$\begin{bmatrix} \dot{S}_\phi \\ \dot{S}_\Omega \end{bmatrix} = \varphi_1 + \varphi_2 \cdot \dot{\nu} - \begin{bmatrix} \bar{\chi}_\phi \\ \bar{\chi}_\Omega \end{bmatrix} \quad (4.120)$$

avec

$$\begin{cases} \bar{\chi}_\phi &= K_\phi F^3 e^{Ft} T \sigma_\phi(0) - 2\zeta_\phi \omega_{n\phi} [\ddot{\sigma}_\phi - K_\phi F^2 e^{Ft} T \sigma_\phi(0)] - \omega_{n\phi}^2 [\dot{\sigma}_\phi - K_\phi F e^{Ft} T \sigma_\phi(0)] \\ \bar{\chi}_\Omega &= K_\Omega F^3 e^{Ft} T \sigma_\Omega(0) - 2\zeta_\Omega \omega_{n\Omega} [\ddot{\sigma}_\Omega - K_\Omega F^2 e^{Ft} T \sigma_\Omega(0)] - \omega_{n\Omega}^2 [\dot{\sigma}_\Omega - K_\Omega F e^{Ft} T \sigma_\Omega(0)] \end{cases}$$

En utilisant la même méthode que le théorème 4, alors il existe des gains  $\alpha_\phi$  et  $\alpha_\Omega$  tels que

$$\begin{aligned} \dot{S}_\phi S_\phi &\leq -\eta_\phi |S_\phi| \\ \dot{S}_\Omega S_\Omega &\leq -\eta_\Omega |S_\Omega|, \end{aligned}$$

ce qui implique la convergence des trajectoires vers les références.

### 4.5.6 Analyse de la stabilité en boucle fermée : "Observateur Adaptatif+Commande"

Notre objectif est la commande sans capteur mécanique de la machine asynchrone. Alors, la vitesse, le flux et le couple de charge ne sont pas mesurés. Nous remplaçons dans la loi de commande la vitesse, le flux et le couple de charge par leur valeurs estimées données par l'observateur adaptatif interconnecté ((3.30)-(3.31)) présenté dans le chapitre 3. La pulsation statorique est donnée par (4.4). Les variables de glissement deviennent

$$\sigma_{\hat{\phi}} = \hat{\phi}_{rd} - \phi^* \quad \sigma_{\hat{\Omega}} = \hat{\Omega} - \Omega^*.$$

Les équations (4.114-4.115) deviennent

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}_{\alpha_1} &= -a\dot{\hat{\phi}}_{rd} + aM_{sr}[ba\hat{\phi}_{rd} - (\gamma_1 + m_1\hat{R}_s)i_{sd} + \tilde{\omega}_s i_{sq}] + (\tilde{\omega}_s - p\hat{\Omega})\dot{\hat{\phi}}_{rq} + aM_{sr}bp\hat{\Omega}\hat{\phi}_{rq} \\ &\quad + \frac{aM_{sr}[(ba\hat{\phi}_{rq} - bp\hat{\Omega}\hat{\phi}_{rd} - (\gamma_1 + m_1\hat{R}_s)i_{sq} - \tilde{\omega}_s i_{sd})\hat{\phi}_{rd} - i_{sq}\dot{\hat{\phi}}_{rd}]}{\hat{\phi}_{rd}^2}\hat{\phi}_{rq} \\ \hat{\varphi}_{\alpha_2} &= m[\dot{\hat{\phi}}_{rd}i_{sq} + \hat{\phi}_{rd}(-bp\hat{\Omega}\hat{\phi}_{rd} - (\gamma_1 + m_1\hat{R}_s)i_{sq} - \tilde{\omega}_s i_{sd})] - c\dot{\hat{\Omega}} - \frac{\dot{T}_l}{J} \\ &\quad + m[\dot{\hat{\phi}}_{rq}i_{sd} - \hat{\phi}_{rq}(bp\hat{\Omega}\hat{\phi}_{rq} - (\gamma_1 + m_1\hat{R}_s)i_{sd} + \tilde{\omega}_s i_{sq})] \\ \hat{\varphi}_{\beta} &= \begin{bmatrix} aM_{sr}m_1 & aM_{sr}m_1\frac{\hat{\phi}_{rq}}{\hat{\phi}_{rd}} \\ -mm_1\hat{\phi}_{rq} & mm_1\hat{\phi}_{rd} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Soient les erreurs d'estimation suivantes :

$$\begin{aligned} \epsilon_{\phi_{rd}} &= \phi_{rd} - \hat{\phi}_{rd} & \epsilon_{\Omega} &= \Omega - \hat{\Omega} \\ \epsilon_{T_l} &= T_l - \hat{T}_l & -\hat{\phi}_{rq} &= \epsilon_{\phi_{rq}} \\ \epsilon_{R_s} &= R_s - \hat{R}_s & \epsilon_{\omega_s} &= \omega_s - \tilde{\omega}_s \end{aligned} \quad (4.121)$$

De (4.121),  $\hat{\varphi}_{\alpha_1}$ ,  $\hat{\varphi}_{\alpha_2}$ ,  $\hat{\varphi}_{\beta}$  deviennent :

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}_{\alpha_1} &= \underbrace{-a\dot{\hat{\phi}}_{rd} + aM_{sr}(ba\hat{\phi}_{rd} - \gamma i_{sd} + \omega_s i_{sq})}_{\varphi_{\alpha_1}} \\ &\quad + a\dot{\epsilon}_{\phi_{rd}} + aM_{sr}[-ba\epsilon_{\phi_{rd}} + m_1 i_{sd}\epsilon_{R_s} - i_{sq}\epsilon_{\omega_s}] \\ &\quad + (\tilde{\omega}_s - p\hat{\Omega})\dot{\epsilon}_{\phi_{rq}} + aM_{sr}bp\hat{\Omega}\epsilon_{\phi_{rq}} \\ &\quad + \frac{aM_{sr}[(ba\epsilon_{\phi_{rq}} - bp\hat{\Omega}\hat{\phi}_{rd} - (\gamma_1 + m_1\hat{R}_s)i_{sq} - \tilde{\omega}_s i_{sd})\hat{\phi}_{rd} - i_{sq}\dot{\hat{\phi}}_{rd}]}{\hat{\phi}_{rd}^2}\epsilon_{\phi_{rq}} \\ \hat{\varphi}_{\alpha_2} &= \underbrace{m[\dot{\hat{\phi}}_{rd}i_{sq} + \hat{\phi}_{rd}(-bp\hat{\Omega}\hat{\phi}_{rd} - \gamma i_{sq} - \omega_s i_{sd})]}_{\varphi_{\alpha_2}} - c\dot{\hat{\Omega}} - \frac{\dot{T}_l}{J} \\ &\quad + m[-i_{sq}\dot{\epsilon}_{\phi_{rd}} - \epsilon_{\phi_{rd}}(-bp\hat{\Omega}\hat{\phi}_{rd} - (\gamma_1 + m_1\hat{R}_s)i_{sq} - \tilde{\omega}_s i_{sd})] - c\dot{\epsilon}_{\Omega} - \frac{\dot{T}_l}{J} \\ &\quad + m[i_{sd}\dot{\epsilon}_{\phi_{rq}} - \epsilon_{\phi_{rq}}(bp\hat{\Omega}\hat{\phi}_{rq} - (\gamma_1 + m_1\hat{R}_s)i_{sd} + \tilde{\omega}_s i_{sq})] \\ &\quad + \hat{\phi}_{rd}[bp\hat{\Omega}\epsilon_{\phi_{rd}} + bp\hat{\phi}_{rd}\epsilon_{\Omega} - bp\epsilon_{\phi_{rd}}\epsilon_{\Omega} + m_1 i_{sq}\epsilon_{R_s} + i_{sq}\epsilon_{\omega_s}] \\ \hat{\varphi}_{\beta} &= \underbrace{\begin{bmatrix} aM_{sr}m_1 & 0 \\ 0 & mm_1\hat{\phi}_{rd} \end{bmatrix}}_{\varphi_{\beta}} + \begin{bmatrix} 0 & aM_{sr}m_1\frac{\epsilon_{\phi_{rq}}}{\hat{\phi}_{rd}} \\ -mm_1\epsilon_{\phi_{rq}} & -mm_1\epsilon_{\phi_{rd}} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

ou encore

$$\begin{aligned}\hat{\varphi}_{\alpha 1} &= \varphi_{\alpha 1} + \Delta\hat{\varphi}_{\alpha 1} \\ \hat{\varphi}_{\alpha 2} &= \varphi_{\alpha 2} + \Delta\hat{\varphi}_{\alpha 2} \\ \hat{\varphi}_{\beta} &= \varphi_{\beta} + \Delta\hat{\varphi}_{\beta}\end{aligned}\quad (4.122)$$

où  $\Delta\hat{\varphi}_{\alpha 1}$ ,  $\Delta\hat{\varphi}_{\alpha 2}$  et  $\Delta\hat{\varphi}_{\beta}$  représentent les incertitudes paramétriques, les perturbations (bruit de mesure) et les erreurs d'estimation.

En utilisant le même principe qu'en **Annexe B.4**, nous pouvons prouver que  $\hat{\phi}_{rd} \neq 0$  quelque soit  $t \geq 0$ , ce qui nous montre que la matrice  $\hat{\varphi}_{\beta}$  est inversible. La loi de commande  $u$  s'écrit

$$\begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{bmatrix} = \hat{\varphi}_{\beta}^{Nom^{-1}} \left[ - \begin{bmatrix} \hat{\varphi}_{\alpha 1}^{Nom} \\ \hat{\varphi}_{\alpha 2}^{Nom} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \nu_{sd} \\ \nu_{sq} \end{bmatrix} \right] \quad (4.123)$$

$\hat{\varphi}_{\alpha 1}^{Nom}$ ,  $\hat{\varphi}_{\alpha 2}^{Nom}$  et  $\hat{\varphi}_{\beta}^{Nom}$  qui sont les valeurs estimées de  $\varphi_{\beta}$ ,  $\varphi_{\alpha 1}^{Nom}$  et  $\varphi_{\alpha 2}^{Nom}$ . Dans ce cas on obtient

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \phi_{rd}^{(2)} \\ \Omega^{(2)} \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta\hat{\varphi}_{\alpha 1} \\ \Delta\hat{\varphi}_{\alpha 2} \end{bmatrix} - \Delta\hat{\varphi}_{\beta} \cdot \hat{\varphi}_{\beta}^{Nom^{-1}} \begin{bmatrix} \hat{\varphi}_{\alpha 1}^{Nom} \\ \hat{\varphi}_{\alpha 2}^{Nom} \end{bmatrix}}_{\hat{\Psi}_{\alpha}} \\ &+ \underbrace{\left[ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \Delta\hat{\varphi}_{\beta} \cdot \hat{\varphi}_{\beta}^{Nom^{-1}} \right]}_{\hat{\Psi}_{\beta}} \begin{bmatrix} \nu_{sd} \\ \nu_{sq} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

En utilisant la méthode décrite lors de la synthèse de la loi de commande (4.113-4.117), la dynamique des variables de glissement s'écrit

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \sigma_{\hat{\phi}}^{(3)} \\ \sigma_{\hat{\Omega}}^{(3)} \end{bmatrix} &= \underbrace{\hat{\Psi}_{\alpha} + \hat{\Psi}_{\beta} \begin{bmatrix} \nu_{sd} \\ \nu_{sq} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \phi^{*(3)} \\ \Omega^{*(3)} \end{bmatrix}}_{\hat{\varphi}_1} + \underbrace{\hat{\Psi}_{\beta}}_{\hat{\varphi}_2} \begin{bmatrix} \dot{\nu}_{sd} \\ \dot{\nu}_{sq} \end{bmatrix} \\ &= \hat{\varphi}_1 + \hat{\varphi}_2 \cdot \dot{\nu}\end{aligned}\quad (4.124)$$

avec

$$\begin{bmatrix} \dot{\nu}_{sd} \\ \dot{\nu}_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha_{\phi} \cdot \text{sign}(S_{\hat{\phi}}) \\ -\alpha_{\Omega} \cdot \text{sign}(S_{\hat{\Omega}}) \end{bmatrix}.$$

A partir de (4.124) et de la définition de la surface de glissement on obtient

$$\begin{bmatrix} \dot{S}_{\hat{\phi}} \\ \dot{S}_{\hat{\Omega}} \end{bmatrix} = \hat{\varphi}_1 + \hat{\varphi}_2 \cdot \dot{\nu} - \begin{bmatrix} \chi_{\hat{\phi}} \\ \chi_{\hat{\Omega}} \end{bmatrix} \quad (4.125)$$

En utilisant la même méthode que le théorème 4, alors il existe des gains  $\alpha_{\phi}$  et  $\alpha_{\Omega}$  tels que

$$\begin{aligned}\dot{S}_{\hat{\phi}} S_{\hat{\phi}} &\leq -\eta_{\hat{\phi}} |S_{\hat{\phi}}| \\ \dot{S}_{\hat{\Omega}} S_{\hat{\Omega}} &\leq -\eta_{\hat{\Omega}} |S_{\hat{\Omega}}|.\end{aligned}\quad (4.126)$$

Ce qui implique la convergence asymptotique des erreurs de poursuite du système en boucle fermée.

Dans la section suivante, les résultats expérimentaux de la commande par modes glissant d'ordre supérieur à trajectoires pré-calculées, associée à l'observateur adaptatif interconnecté ((3.30)-(3.31)) présenté dans le chapitre 3 sont proposés.

### 4.5.7 Résultats expérimentaux

Les résultats expérimentaux sont obtenus sur le benchmark "Commande Sans Capteur Mécanique" (Fig.2.5).

Le schéma de principe sur la plate-forme d'essai est identique à celui du régulateur PI. Cependant, sur cette figure (4.1), les régulateurs IP de vitesse et PI du flux du bloc "Loi Commande" et les deux régulateurs de type PI permettant d'obtenir les tensions de commande  $u_{sd}$  et  $u_{sq}$  sont remplacés par la commande par modes glissants d'ordre supérieur à trajectoires pré-calculées. Pour implémenter cette loi, des calculs hors ligne sont effectués. Ces calculs consistent à résoudre l'équation (4.94) qui permet de déterminer les  $2r$  valeurs du vecteurs  $K$  ( $K_\Omega$  pour la vitesse et  $K_\phi$  pour le flux). Pour déterminer les  $2r$  valeurs il faut  $2r$  équations, et donc pour une commande par modes glissants d'ordre 3, les conditions initiales et finales de position, vitesse et accélération donnent les 6 équations nécessaire à la résolution de  $K$ .

Le bloc "2Obs. Interconn" est remplacé par l'observateur adaptatif interconnecté (3.30)-(3.31).

Les différents tests sont effectués sur une machine asynchrone à cage donc les caractéristiques sont données dans la section 4.2.4.

Les paramètres choisis pour satisfaire les conditions de convergence de l'observateur adaptatif interconnecté sont :  $\alpha = 50$ ,  $\varpi = 10$ ,  $k = 0.16$ ,  $k_{c1} = 250$ ,  $k_{c2} = 0.5$ ,  $K_{\omega_s} = 60$ ,  $\theta_1 = 5000$ ,  $\theta_2 = 7000$  et  $\theta_3 = 10^{-12}$ .

Dans le but d'optimiser le comportement et les performances de la machine et pour des raisons pratiques, deux jeux de paramètres de la commande par modes glissants d'ordre supérieur ont été choisis. Le premier choix des paramètres de la commande permet d'établir le flux de la machine asynchrone, tandis que le second choix permet de rejeter les perturbations, dont le couple de charge, et d'assurer les bonnes performances en termes de poursuite de trajectoires. Les paramètres de la commande sont choisis de la manière suivante :

$t_f = 0.3$  s et

- $t \leq 5$  s.  $\zeta_\phi = 0.35$ ,  $\omega_{n\phi} = 316$  rad/s,  $\alpha_\phi = 6.10^4$ ,  
 $\zeta_\Omega = 1.56$ ,  $\omega_{n\Omega} = 32$  rad/s,  $\alpha_\Omega = 8.10^4$ ,
- $t > 5$  s.  $\zeta_\phi = 0.35$ ,  $\omega_{n\phi} = 447$  rad/s,  $\alpha_\phi = 15.10^4$ ,  
 $\zeta_\Omega = 0.7$ ,  $\omega_{n\Omega} = 200$  rad/s,  $\alpha_\Omega = 8.10^6$

La période d'échantillonnage  $T$  est égale à  $200\mu s$ .

La condition initiale de l'estimateur de la résistance statorique est  $R_{s0} = 1.9\Omega$ .

#### Essai montrant le temps de convergence

L'objectif de cet essai (Fig. 4.32) est de montrer le temps de convergence pré-défini lorsque le flux s'établit dans la machine. A l'instant initial ( $t = 0$ ), la valeur de référence du flux est égal à la valeur nominale du flux de la machine ( $\phi^* = 0.595$  Wb). La valeur initiale de la vitesse est de  $0.1$  rad/s. Pour éviter les singularités dans la commande, l'observateur est initialisé de sorte que le flux initial soit différent de zéro ( $\hat{\phi}(t_0) = 0.01$  Wb). Le flux observé converge vers le flux de référence à  $t = 0.3$  s (temps de convergence fixé a priori) et l'erreur de poursuite est égale à zéro (Fig. 4.32 **Erreur du flux**). La vitesse observée

converge aussi vers la vitesse mesurée. On obtient le temps de convergence fixé à priori à  $t_f = 0.3$  s et on remarque que les phénomènes de "chattering" sont réduits.

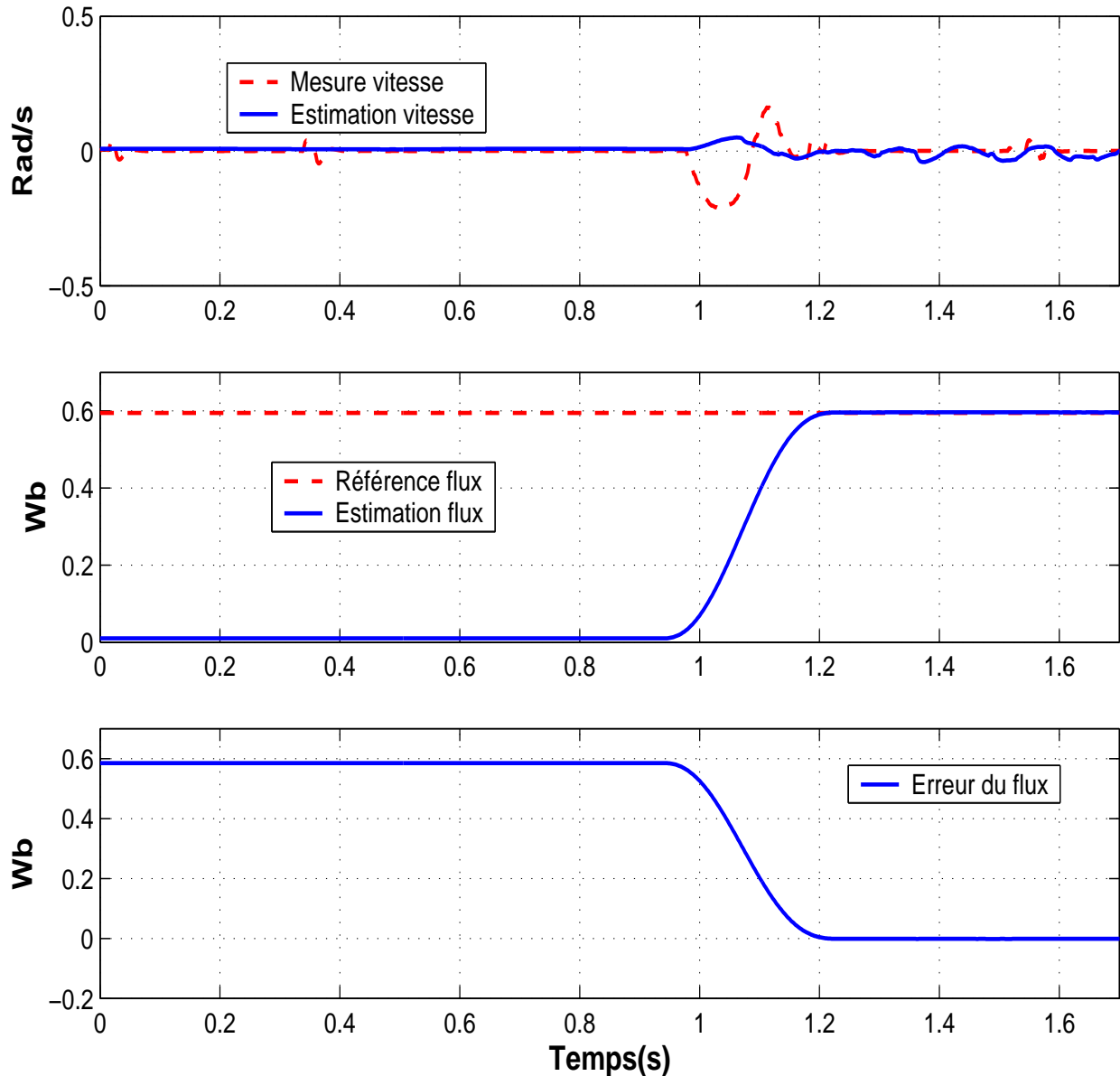


FIGURE 4.32: Convergence de la commande

### Essai avec les paramètres "nominaux"

Les performances de l'ensemble "observateur+commande" en suivi de trajectoire et rejet de perturbation sont présentées par les figures 4.33 et 4.34. Dans le cas du suivi de trajectoire, on remarque que la vitesse estimée (Fig. 4.33b) converge vers la vitesse mesurée (Fig. 4.33a) dans les conditions observables et inobservables (entre 7 et 9 s) de la machine. On conclut identiquement que le flux estimé (Fig. 4.33f) converge vers le flux de référence (Fig. 4.33e). De même, le couple de charge estimé (Fig. 4.33d) converge vers le

couple de charge mesuré (Fig. 4.33c) dans les zones observable et inobservable (entre 7 et 9 s) sauf pendant la phase d'accélération et haute vitesse de la machine (voir Figs. 4.33d et 4.33c entre 3 et 6 s) où un écart statique apparaît entre grandeurs estimé et mesuré. Le rejet de perturbation (couple de charge) est très satisfaisant en basse vitesse comme en haute vitesse. Néanmoins, il existe un petit écart pendant les instants transitoires du couple de charge (Figs. 4.34a et 4.34c à 1.5s et 5s) et ( Figs. 4.34a et 4.34c à 2.5s). En comparant ces résultats à ceux obtenus avec la commande par modes glissants d'ordre un présentée dans la section 4.3.4 (lors des essais avec les paramètres nominaux), on note que les phénomènes de "chattering" sont atténués. De plus, l'erreur d'orientation du flux ( $\phi_{rq}$ ) est quasiment nulle ce qui implique une bonne orientation du repère de flux (voir Fig. 4.34d, et Fig. 4.13d). La figure 4.34c montre que l'erreur de poursuite du flux ( $\phi_{rd}$ ) est presque nulle. Nous pouvons conclure qu'une bonne estimation de la valeur de résistance statorique par l'observateur adaptatif et la commande par modes glissants d'ordre supérieur à trajectoires pré-calculées permet d'obtenir des bonnes performances. En effet, en initialisant l'observateur avec une valeur de résistance statorique de  $1.9\Omega$  ( $R_{s0} = 1.9\Omega$ ) on remarque qu'il converge vers une valeur constante de  $R_s = 1.85\Omega$  (Fig. 4.33g). Dans la zone inobservable avec couple de charge nominal, l'ensemble "observateur+commande" est stable contrairement aux résultats obtenus dans (Ghanes, 2005) et (Ghanes, 2006b).

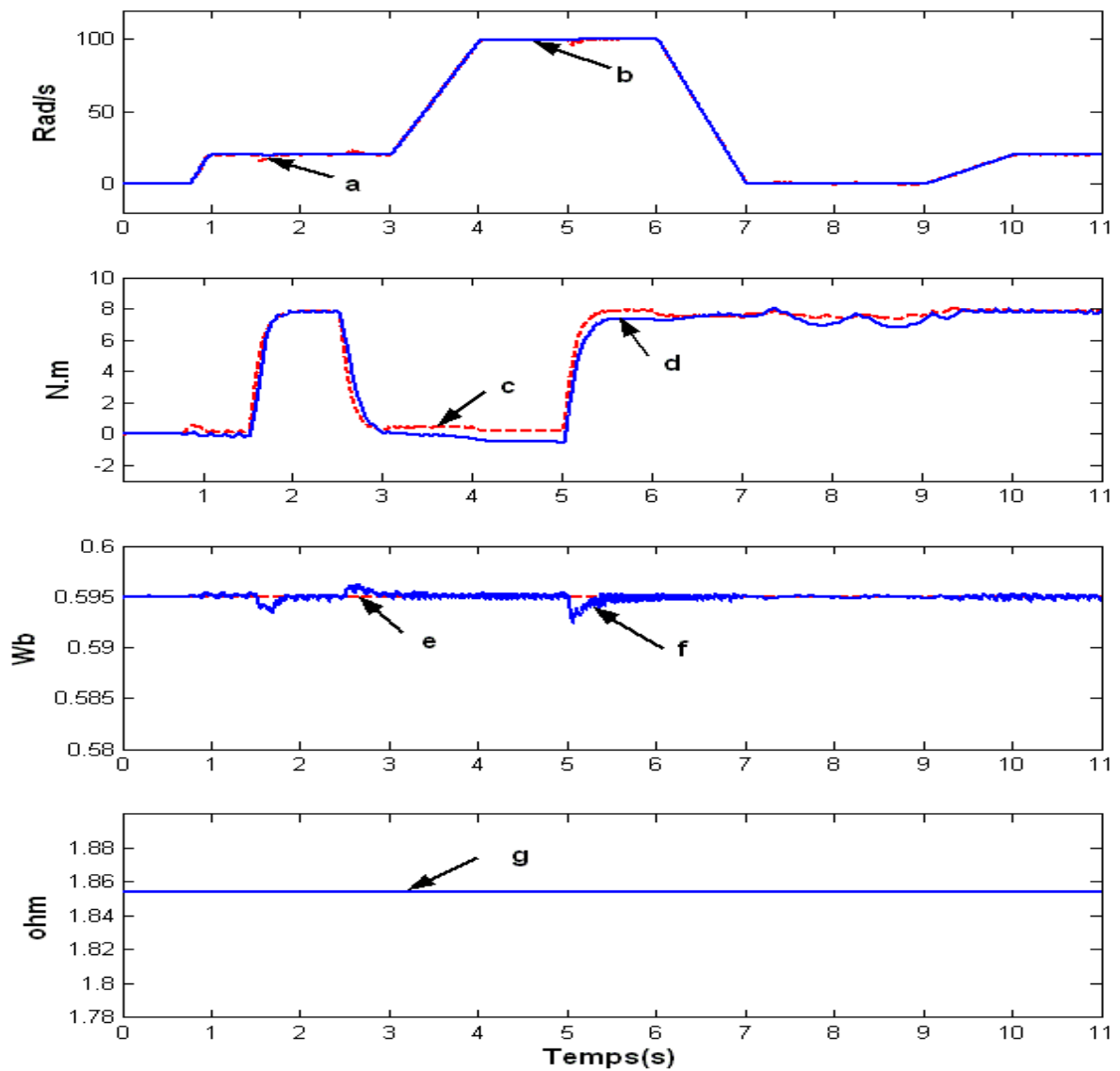


FIGURE 4.33: Résultat de l'expérience dans le cas nominal : a, c : vitesse et couple de charge mesurés, e : flux de référence, b, d, f, g : vitesse, couple, flux ( $\phi_{rd}$ ) et résistance statorique estimés.

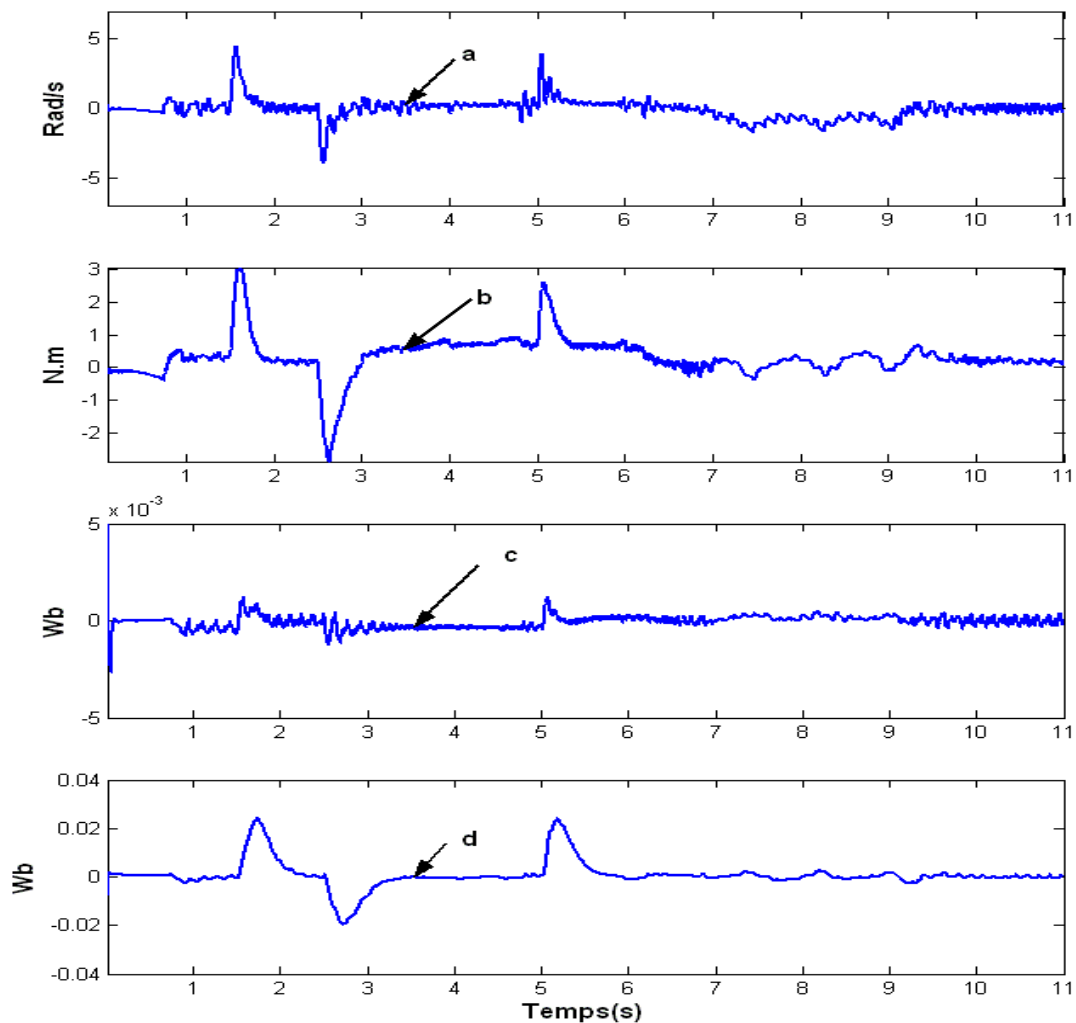


FIGURE 4.34: **Résultat de l'expérience dans le cas nominal** : a et b : erreurs d'estimation de la vitesse et du couple de charge, c et d : erreurs de poursuite ( $\phi_{rd}$ ) et d'orientation ( $\phi_{rq}$ ) du flux.

### Analyse de la robustesse

Par analogie aux différentes lois de commande synthétisées, des variations paramétriques sur l'observateur et la commande par rapport aux valeurs identifiées sont effectuées pour réaliser des essais de robustesse de la commande par modes glissants d'ordre supérieur à trajectoire pré-calculée.

#### *Variation de +50% sur la valeur de la résistance rotorique ( $R_r$ )*

Pour tester la robustesse de l'ensemble "commande+ observateur vis-à-vis de la résistance rotorique, une variation de +50% a été effectuée sur la valeur de cette résistance ( $R_r$ ) dans les paramètres de la commande et de l'observateur. Les figures 4.35 et 4.36 confirment la robustesse du système en boucle fermée dans les cas suivants :



– **Cas 1 : suivi de trajectoire**

En termes de suivi de trajectoire on observe que la vitesse estimée (Fig. 4.35b) converge vers sa mesure (Fig. 4.35a),

– **Cas 2 : poursuite du flux**

Comme dans le cas nominal ( Figs. 4.33e, f), on obtient toujours un bon suivi de la trajectoire du flux (Figs. 4.35e et f),

– **Cas 3 : rejet de perturbation et orientation du repère de flux**

Les figures 4.36c et 4.36d montrent respectivement, un bon rejet du couple de charge (perturbation) en basse vitesse et haute vitesse par le régulateur du flux ( $\phi_{rd}$ ) et une bonne orientation du repère de flux,

– **Cas 4 : estimation de la résistance statorique et couple de charge**

D'une manière générale, le couple de charge estimé converge vers sa mesure (Figs. 4.35c et d). La valeur de la résistance statorique estimée est constante et proche de la valeur obtenue lors de l'essai avec les paramètres nominaux (Fig. 4.35g).

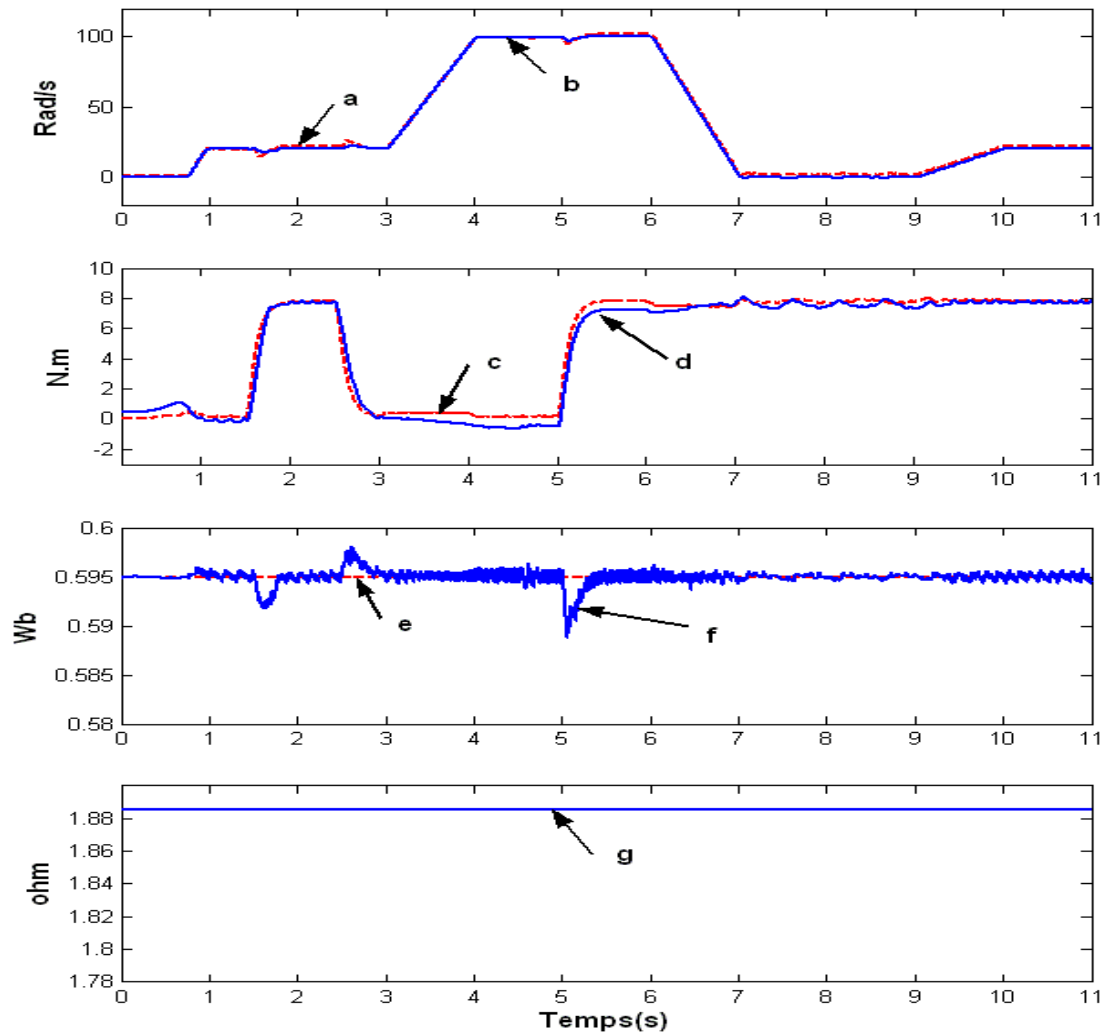


FIGURE 4.35: +50% sur  $R_r$  : a, c : vitesse et couple de charge mesurés, e : flux de référence, b, d, f, g : vitesse, couple, flux ( $\phi_{rd}$ ) et résistance statorique estimés.

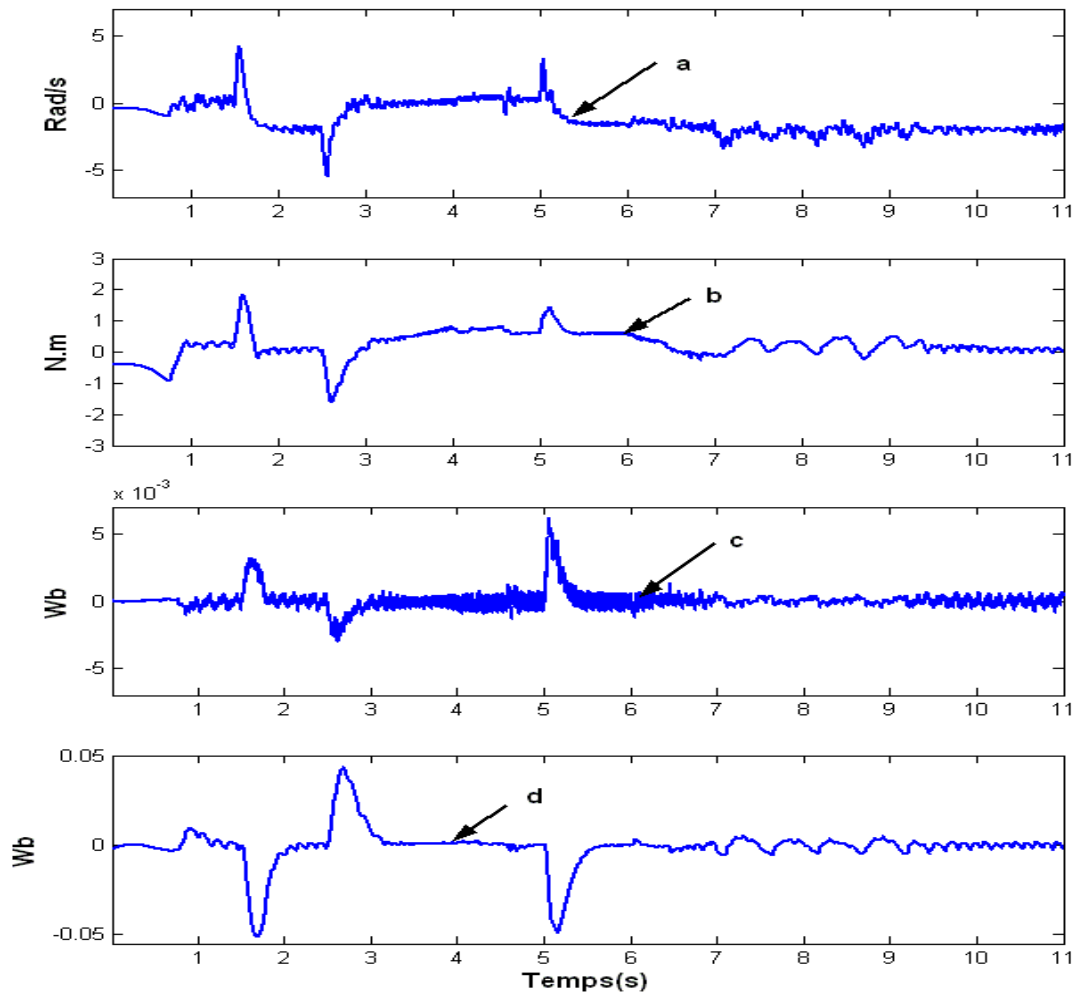


FIGURE 4.36: +50% sur  $R_r$  : a et b : erreurs d'estimation de la vitesse et du couple de charge, c et d : erreurs de poursuite ( $\phi_{rd}$ ) et d'orientation ( $\phi_{rq}$ ) du flux.

#### *Variation de $-50\%$ sur la valeur de la résistance rotorique ( $R_r$ )*

Lors d'une variation de  $-50\%$  sur la valeur de  $R_r$  (Figs. 4.37 et 4.38) dans les paramètres de l'ensemble "observateur+commande" on remarque, une légère augmentation de l'écart statique entre la vitesse estimée (Fig. 4.37b) et la vitesse mesurée (Fig. 4.37a) dans la zone inobservable et à basse vitesse. Dans la zone observable, on obtient des résultats similaires à ceux obtenus pour une variation de  $+50\%$  sur la résistance rotorique (Figs. 4.35 et 4.36). On remarque que les phénomènes de "chattering" sont toujours atténués, ce qui confirme encore la qualité d'une commande non linéaire par modes glissants d'ordre supérieur à trajectoires pré-calculées par rapport à une commande par modes glissants d'ordre un. De plus, l'erreur d'orientation du flux ( $\phi_{rq}$ ) (Fig. 4.38d) est quasiment nulle, contrairement à la commande par modes glissants d'ordre un (Fig. 4.17d).

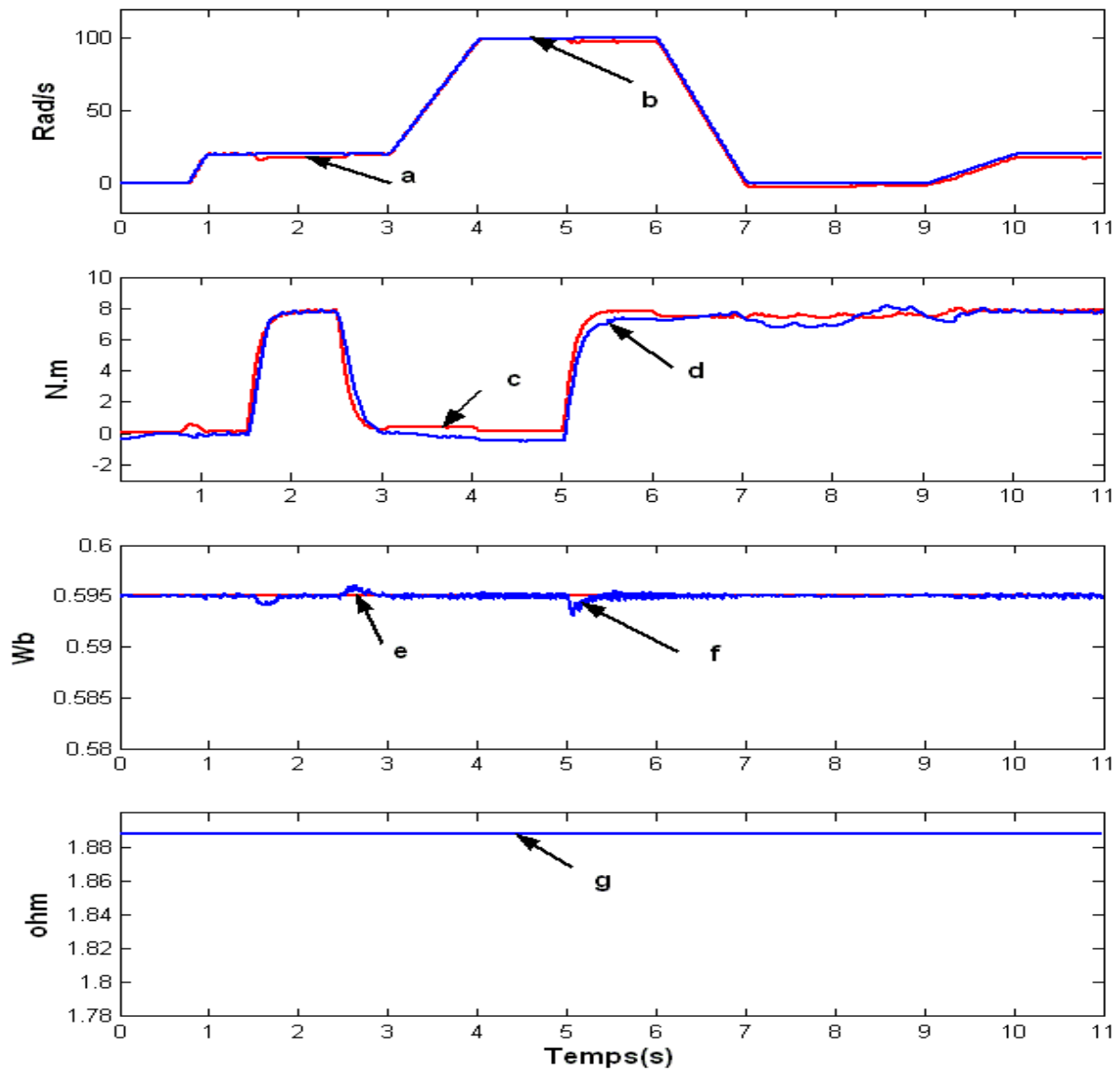


FIGURE 4.37:  $-50\%$  sur  $R_r$  : a, c : vitesse et couple de charge mesurés, e : flux de référence, b, d, f, g : vitesse, couple, flux ( $\phi_{rd}$ ) et résistance statorique estimés.

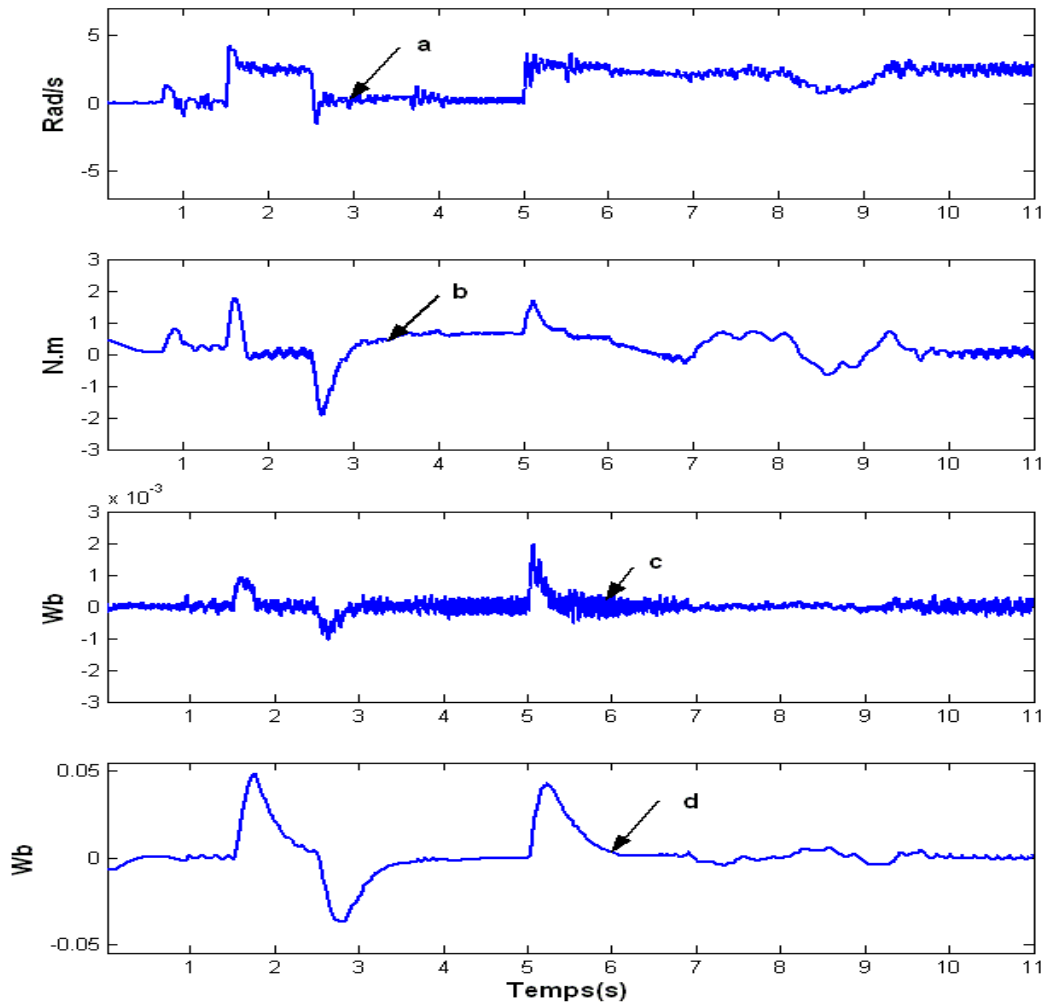


FIGURE 4.38:  $-50\%$  sur  $R_r$  : a et b : erreurs d'estimation de la vitesse et du couple de charge, c et d : erreurs de poursuite ( $\phi_{rd}$ ) et d'orientation ( $\phi_{rq}$ ) du flux.

*Variation de  $+10\%$  sur la valeur de l'inductance rotorique ( $L_r$ )*

Les figures détaillent 4.39 et 4.40 dans le cas d'une variation de  $+10\%$  sur la valeur de l'inductance rotorique les bonnes performances de l'ensemble "observateur + commande" sur la poursuite de flux, de vitesse, et de couple de charge par rapport aux estimées. Ces essais montrent que le système en boucle fermée répond de façon assez satisfaisante en suivi de trajectoire et rejet de perturbation. La commande est assez robuste à une variation sur la valeur de l'inductance rotorique par rapport à une commande linéaire classique de type PI (Fig. 4.8) et à une commande par modes glissants d'ordre un (Fig. 4.18). On constate que les oscillations en haute vitesse par rapport aux commandes précédentes (Figs. 4.9a, 4.19a et 4.29a à 5 s) sont très faibles. Lors de cet essai, nous remarquons que l'erreur d'orientation du flux ( $\phi_{rq}$ ) (Fig. 4.40d) est presque nulle.

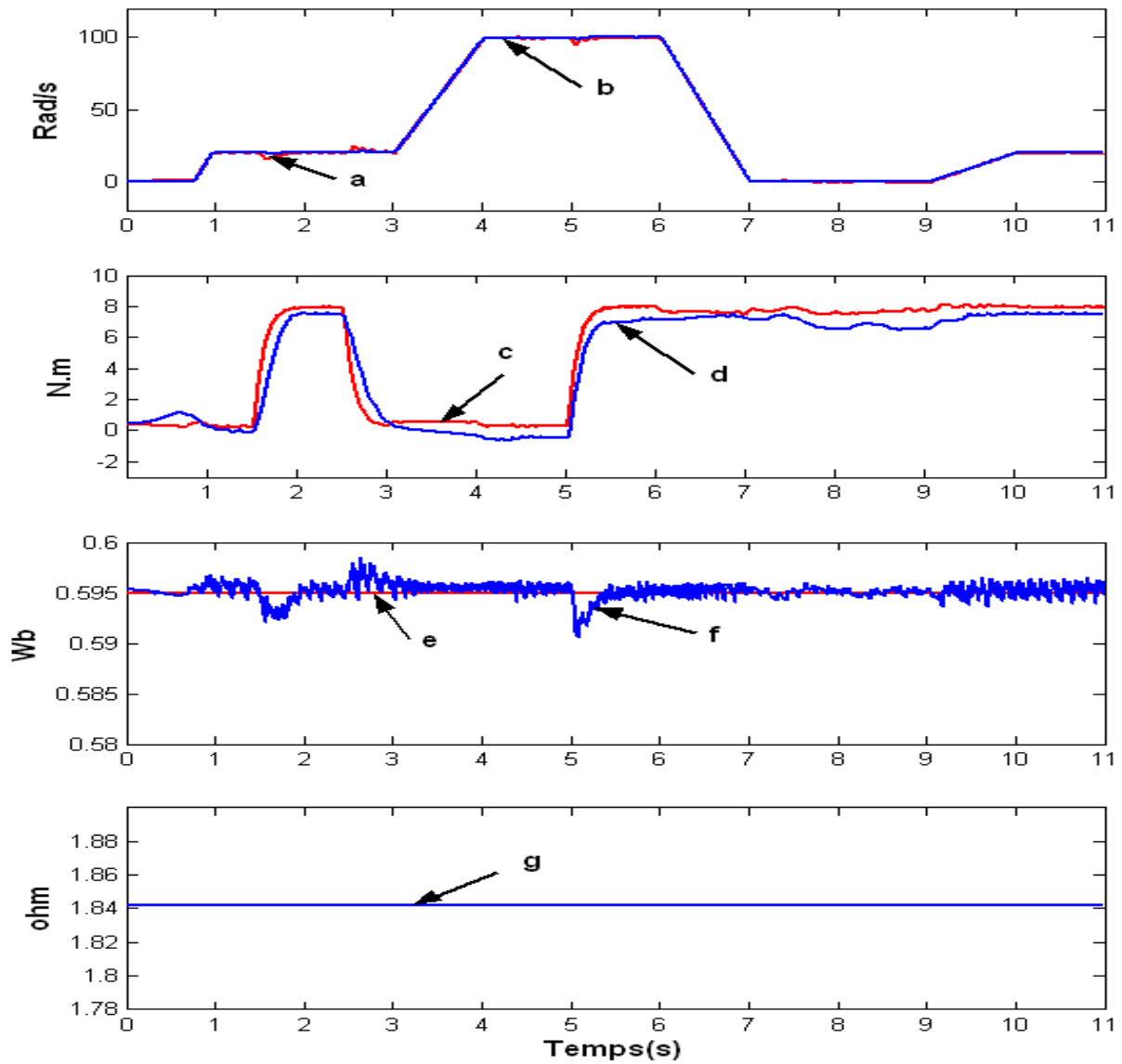


FIGURE 4.39: +10% sur  $L_r$  : a, c : vitesse et couple de charge mesurés, e : flux de référence, b, d, f, g : vitesse, couple, flux ( $\phi_{rd}$ ) et résistance statorique estimés.

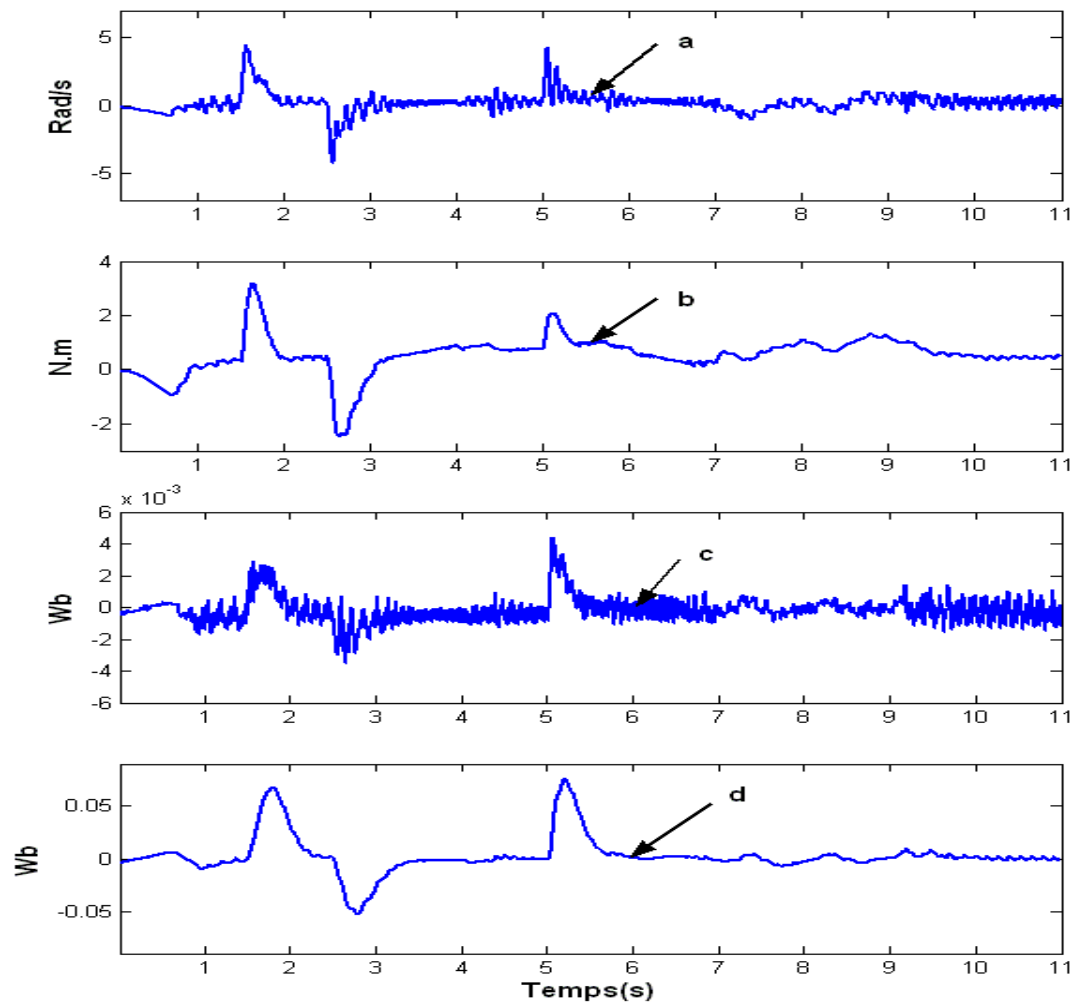


FIGURE 4.40: +10% sur  $L_r$  : a et b : erreurs d'estimation de la vitesse et du couple de charge, c et d : erreurs de poursuite ( $\phi_{rd}$ ) et d'orientation ( $\phi_{rq}$ ) du flux.

#### Variation de +10% sur la valeur de l'inductance statorique ( $L_s$ )

L'association commande par modes glissants d'ordre supérieur et l'observateur adaptatif est testée lors d'une variation +10% sur la valeur de l'inductance statorique. Les résultats obtenus sont présentés par les figures 4.41 et 4.42. Sur ces figures, on observe que le couple de charge estimé (Fig. 4.41c) converge dans la zone observable et inobservable vers le couple de charge mesuré (Fig. 4.41d) comme dans le cas nominal. Nous notons aussi d'une part, que les oscillations sur la vitesse de la machine asynchrone en haute vitesse (Fig. 4.42a à 5 s) sont très faibles par rapport aux résultats obtenus avec un régulateur classique de type IP, une commande par modes glissants d'ordre un et la commande par backstepping (voir Figs. 4.11a, 4.21a et 4.31a à 5 s) et d'autre part, que l'erreur d'orientation du flux ( $\phi_{rq}$ ) est quasiment nulle même aux instants d'application du couple de charge (Fig. 4.42d). On obtient une bonne estimation de la valeur de la résistance statorique (Fig. 4.41g).

Il apparaît clairement la robustesse d'une commande non linéaire de type modes glissants

d'ordre supérieur et les bonnes performances de l'observateur adaptatif interconnecté.

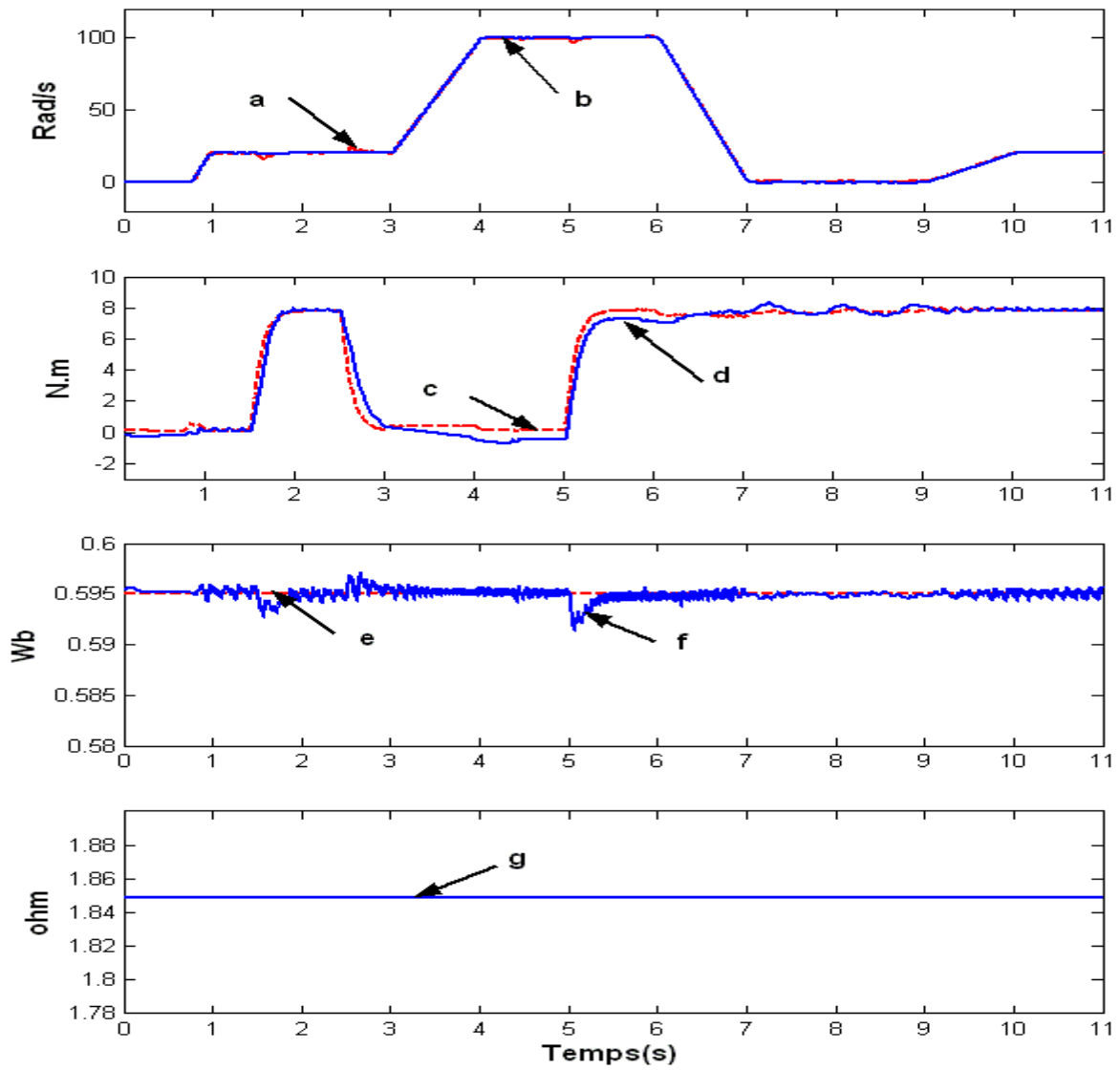


FIGURE 4.41: +10% sur  $L_s$  : a, c : vitesse et couple de charge mesurés, e : flux de référence, b, d, f, g : vitesse, couple, flux ( $\phi_{rd}$ ) et résistance statorique estimés.

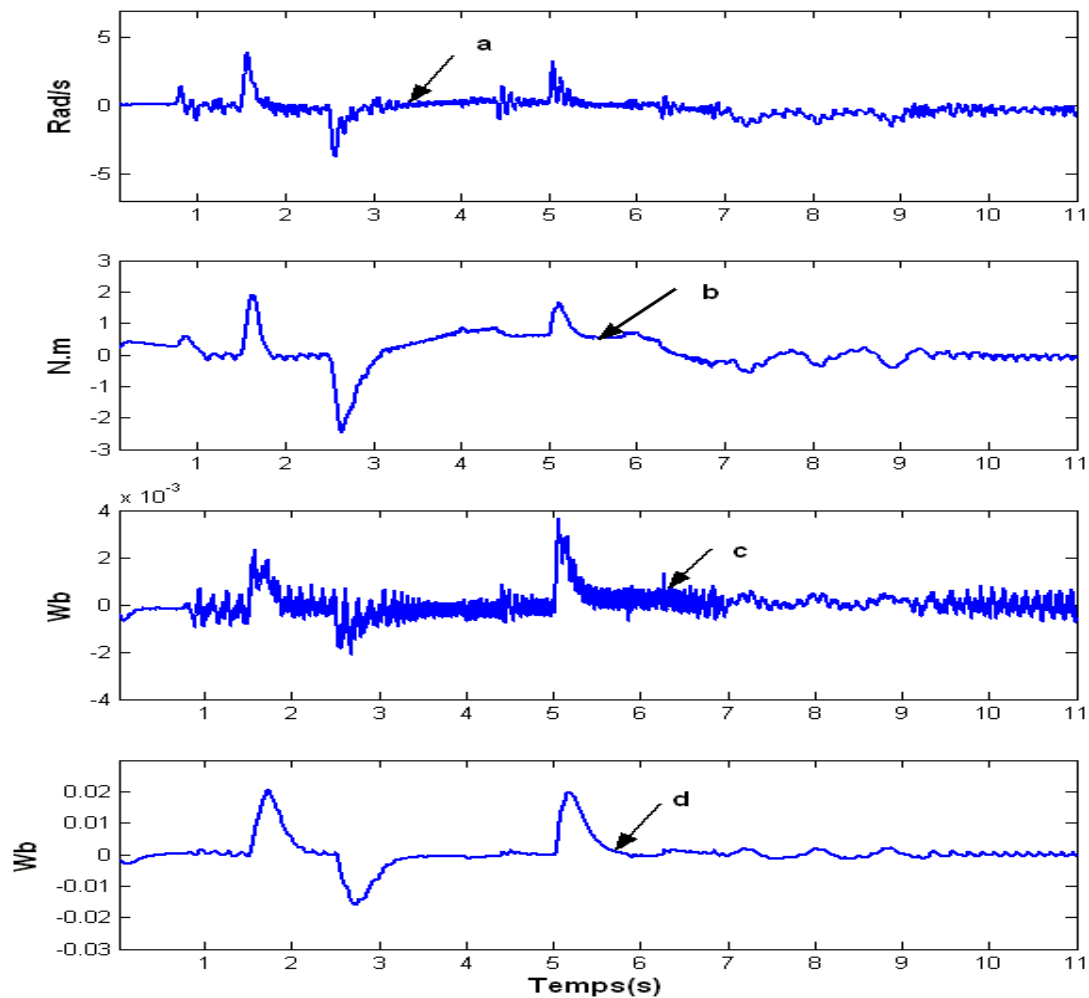


FIGURE 4.42: +10% sur  $L_s$  : a et b : erreurs d'estimation de la vitesse et du couple de charge, c et d : erreurs de poursuite ( $\phi_{rd}$ ) et d'orientation ( $\phi_{rq}$ ) du flux.

## 4.6 Comparaison des performances des commandes synthétisées

En comparant les résultats des différentes loi de commande élaborées, nous remarquons que :

- Vis à vis de la perte d'observabilité :  
toutes les lois sont stables dans la zone observable et inobservable ;
- Cas "nominal" :  
toutes les commandes convergent asymptotiquement dans la zone observable.
- En terme de robustesse :  
toutes les commandes sont robustes à une variation sur la valeur de la résistance rotorique. Cependant, les commandes de type backstepping et modes glissants d'ordre supérieur à trajectoires pré-calculée sont plus robustes que les commandes par modes



glissants d'ordre un et de type PI lors des tests de robustesses sur les valeurs des inductances rotorique et statorique.

Le tableau suivant résume les performances des différentes lois de commande synthétisées.

	Observateur+Commande			
	Régulateur PI	M.G d'ordre 1	Backstepping	M.G d'ordre 3
Zone observable	Stable	Stable	Stable	Stable
Zone inobservable	Stable	Stable	Stable	Stable
Cas "nominale"	Converge	Converge	Converge	Converge
$\pm 50\%$ sur $R_r$	Robuste	Robuste	Robuste	Robuste
$+10\%$ sur $L_r$	un peu robuste	un peu robuste	Robuste	Robuste
$+10\%$ sur $L_s$	un peu sensible	un peu sensible	Robuste	Robuste

## 4.7 Comparaison des résultats obtenus avec ceux d'un variateur industriel

Dans cette partie, afin de mieux montrer l'intérêt et la motivation de nos travaux de prendre en compte les conditions d'inobservabilité de la machine asynchrone, nous allons comparer les résultats obtenus avec le variateur industriel (voir chapitre 2 section 2.7) et ceux obtenus par les différentes lois de commande que nous avons synthétisées (figures 4.2, 4.12, 4.22 et 4.33) sur le benchmark commande sans capteur mécanique. Nous pouvons remarquer que nos lois de commandes sont stables dans les zones observable et inobservable avec couple de charge nominal de  $10Nm$  tandis que les algorithmes de commande du variateur divergent dans cette zone dès que le couple charge augmente. De plus, en termes de rejet de perturbation et de suivi de trajectoire nos lois de commande donnent des résultats satisfaisants par rapport au variateur industriel. En effet, lors de la commande sans capteur mécanique, l'amélioration des performances du contrôle dépend principalement de la précision des variables d'état reconstituées. Ainsi une solution est la synthèse d'observateurs qui restent stables dans la zone inobservable (pulsation statorique nulle et vitesse constante) même si la convergence asymptotique ne peut être garantie.

## 4.8 Conclusion

Dans ce chapitre, sont présentées les différentes lois de commande non linéaire sans capteur mécanique de la machine asynchrone et l'étude d'un variateur industriel. Dans la première partie, une commande de type PI est présentée et discutée en détail, par rapport à sa convergence et à sa robustesse. L'ensemble commande de type PI et observateur interconnecté a été testé et validé sur le benchmark "Commande sans capteur mécanique". A travers cette première expérimentation, nous avons pu constater que ce type de commande est un peu sensible à une variation des inductances rotoriques et statoriques. Après avoir présenté une commande classique de type PI, nous avons synthétisé une commande par modes glissants d'ordre un. Cette commande associée à l'observateur interconnecté donne des résultats plus performants que les régulateurs de type PI. Cependant, la présence des phénomènes de "chattering" est un inconvénient majeur de ce type de commande. Dans la suite de ce chapitre une commande de type backstepping et une commande par modes

---

glissant à trajectoires pré-calculées d'ordre supérieur sont présentées. L'association de chacune de ces commandes avec l'observateur adaptatif interconnecté permettant d'estimer la résistance statorique donne des résultats très satisfaisants en termes de suivi de trajectoire, rejet de perturbation et de robustesse. De plus, la commande par modes glissants d'ordre supérieur a permis de réduire les phénomènes de "chattering" contrairement à la commande par modes glissants d'ordre un. A la fin de ce chapitre, nous avons comparé les résultats obtenus par nos différentes lois de commande sur le benchmark "Commande sans capteur" à ceux obtenus par un variateur industriel. Cette comparaison nous a permis de conclure que l'ensemble "Commande + observateur" du variateur industriel diverge dans la zone inobservable dès que le couple de charge augmente, contrairement aux différentes lois de commande que nous avons synthétisées (figures 4.2, 4.12, 4.22 et 4.33). Nos lois de commandes sont stables dans la zone inobservable avec couple de charge nominal.



# Chapitre 5

## Conclusion et discussion

La machine asynchrone est un actionneur électrique d'un grand intérêt industriel à cause de sa robustesse et de ses coûts d'investissements et de maintenance réduits. Sa structure caractérisée par un couplage non linéaire entre le flux magnétique et le couple moteur rend sa commande plus complexe par rapport aux autres types de machines électriques.

Cette complexité de commande conduit l'automaticien à utiliser des modèles de commande non linéaires et multivariables susceptibles de fournir de bonnes performances. Ainsi, que ce soit dans le milieu industriel ou dans un laboratoire, une commande de la machine asynchrone doit répondre aux objectifs suivants :

- obtenir de bonnes performances dynamiques sur des plages de fonctionnement très larges (très basse vitesse, basse vitesse, haute vitesse avec ou sans couple de charge, fonctionnement en moteur et en générateur),
- maîtriser la consommation d'énergie, les grandeurs internes (courants) de la machine,
- réduire au maximum les coûts de mise en oeuvre de la commande et sa maintenance en réduisant le nombre de capteurs. Par exemple la présence d'un capteur mécanique (capteur de vitesse ou de couple) dans une loi de commande rend son installation complexe et entraîne un surcoût lors de la maintenance. Ainsi, la suppression de ce type de capteur est une nécessité industrielle qui s'impose aujourd'hui.
- élaborer des lois de commande prenant en compte les contraintes matérielles (puissance des processeurs, temps de calcul (**Annexe C.5**), fréquence de modulation vectorielle).

Nos travaux ont eu pour but de proposer des lois de commande qui répondent impérativement aux objectifs précédents, surtout la suppression des capteurs mécaniques. Chaque loi de commande élaborée doit être validée sur le plan expérimental par un benchmark industriel, prenant en compte les problèmes de la machine asynchrone à très basse vitesse.

Nous avons mené à bien une étude sur les conditions d'observabilité de la machine asynchrone à partir d'un modèle dans le repère tournant  $dq$  (repère de Park). Cette étude nous a permis de conclure que si la vitesse est considérée comme une sortie mesurée alors la machine asynchrone est observable. Dans le cas où la mesure de la vitesse n'est pas disponible (commande sans capteur mécanique) l'étude de l'observabilité a montré que la machine asynchrone est inobservable à très basse vitesse en particulier lorsque la pulsation statorique est nulle et la vitesse est constante. A partir des résultats de l'étude d'obser-

vabilité deux benchmarks ont été définis (Ghanes, 2005) : le Benchmark "Observateur sans capteur mécanique" et le Benchmark "Commande sans capteur mécanique". Sur le plan expérimental, ces deux benchmarks permettent de tester et valider les performances des observateurs et des commandes de la machine asynchrone sans capteur mécanique en prenant en compte les problèmes d'observabilité de celle-ci en très basse vitesse.

La synthèse des observateurs non linéaires pour la machine asynchrone sans capteur mécanique a été une des contributions principale de nos travaux. Dans un premier temps un observateur interconnecté à grand gain a été conçu pour reconstruire les variables mécaniques (vitesse, couple de charge) et les variables magnétiques (flux) de la machine asynchrone en ayant comme entrées disponibles les courants et tensions statoriques. Une démonstration de la stabilité avec la théorie de Lyapunov est donnée. Cet observateur a été testé sur le benchmark "Observateur sans capteur mécanique". Les résultats expérimentaux obtenus ont montré que l'observateur est stable dans la zone observable et inobservable. Cependant, ses performances sont dégradées en basse vitesse lorsque la résistance statorique (paramètre crucial en basse vitesse) est mal connu. La convergence asymptotique est garantie dans la zone observable (entrées persistantes) tandis que dans la zone inobservable (entrées non persistantes) un écart apparaît entre les grandeurs mesurées et estimées. Pour cela, dans la lignée de ces travaux, nous avons introduit le principe de la stabilité pratique qui garantit la convergence des erreurs d'estimation dans une boule de rayon " $r$ " ( $B_r$ ). Dans un second temps un observateur adaptatif interconnecté a été synthétisé. Cet observateur permet d'estimer la résistance statorique en plus des variables mécaniques et magnétiques de la machine. Une démonstration de la stabilité pratique basée sur la théorie de Lyapunov est donnée. Les résultats ont montré une nette amélioration des performances vis-à-vis des variations paramétriques de la machine comparativement à l'observateur interconnecté.

La conception des commandes non linéaires sans capteur mécanique pour la machine asynchrone est largement abordée et constitue la contribution majeure de nos travaux. Soulignons que lors de la synthèse des algorithmes de commande, notre problème était de mettre en oeuvre des lois de commandes qui répondent aux objectifs énumérés plus haut, démontrer la stabilité globale de l'ensemble "Commande+Observateur" et le valider expérimentalement sur le benchmark "Commande sans capteur mécanique".

Sur cette base, une première loi de commande de type PI avec des termes non linéaires est proposée. Cette commande combinée avec l'observateur interconnecté à grand gain est validée sur le benchmark "Commande sans capteur mécanique". Les résultats obtenus avec des tests de robustesse vis-à-vis des variations paramétriques (résistance rotorique, inductance rotorique) ont montré les performances de l'ensemble "Commande+Observateur" en basse vitesse et haute vitesse avec couple de charge nominal. Cependant, lors d'une variation de la valeur de l'inductance statorique les performances de la commande sont dégradées. Dans la suite, nous avons proposé une loi de commande basée sur les modes glissants d'ordre un. L'association de cette commande avec l'observateur interconnecté nous a permis d'obtenir les performances souhaitées vis-à-vis des variations paramétriques de la machine comparativement à la commande de type PI. Néanmoins, nous avons remarqué les phénomènes de "chattering" qui sont des inconvénients de ce type de commande. Afin d'obtenir de bonnes performances dynamiques, des commandes de types backstepping et

---

modes glissants d'ordre supérieur à trajectoires pré-calculées sont proposées. Nous avons testé et validé expérimentalement ces deux lois de commande en les associant à l'observateur adaptatif interconnecté. Les résultats expérimentaux avec des tests de robustesse ont montré les bonnes performances des lois de commande associées à l'observateur adaptatif tant en basse vitesse qu'en haute vitesse. Nous avons observé qu'une commande par modes glissants d'ordre supérieur à trajectoires pré-calculées permet de réduire les phénomènes de "chattering". Enfin, pour valider les performances des différentes lois de commande proposées nous avons comparé les résultats obtenus à ceux d'un variateur industriel permettant de faire la commande sans capteur de la machine asynchrone sur le benchmark "Commande sans capteur mécanique". Les résultats obtenus nous ont permis de conclure que le variateur fonctionne bien dans la zone observable tandis que dans la zone inobservable la commande est instable contrairement à nos lois de commande proposées.

Comme nous l'avons signalé plus haut, les lois de commande de la machine asynchrone doivent répondre à des objectifs précis. Les algorithmes de commande que nous avons proposés remplissent de manière satisfaisante ces différents objectifs. Au regards de ces résultats obtenus, les suites envisageable à donner à ces travaux que soit du point de vue synthèse des observateurs ou des lois de commande non linéaire sont :

- la discrétisation des lois de commande et des algorithmes des observateurs,
- l'implantation des lois de commande et observateur dans un variateur industriel pour la commande sans capteur mécanique de la machine asynchrone,
- modification des observateurs de la commande pour inclure du diagnostic en ligne. Cette technique permettra donc de prendre en compte les défauts possibles de la machine lors de sa commande,
- affiner la méthodologie de la commande par mode glissant d'ordre supérieur pour faciliter sa mise oeuvre dans un contexte industriel.



# Annexe A

## Réglage des gains des observateurs

Dans cette annexe, nous allons détailler la méthode qui a été utilisée pour déterminer les valeurs minimales de  $\theta_1$  et  $\theta_2$  permettant d'assurer la condition de stabilité de l'observateur interconnecté présenté dans le chapitre 3.

### A.1 Calcul des valeurs minimales de $\theta_1$ et $\theta_2$

Avant de déterminer les valeurs minimales de  $\theta_1$  et  $\theta_2$ , nous rappelons d'abord quelques préliminaires mathématiques.

#### A.1.1 Normes d'un vecteur et d'une matrice

(Khalil, 1992)

Considérons l'espace euclidien  $\mathcal{R}^n$  de dimension  $n$ . Soit le vecteur  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  appartenant à l'espace euclidien  $\mathcal{R}^n$  de dimension  $n$ , où  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  sont des nombres réels.

On appelle produit intérieur de deux vecteurs  $x$  et  $y$  le vecteur donné par :

$$x^T y = \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

#### Norme vectorielle

**Définition 5** Une application  $\|\cdot\| : x \rightarrow \mathbb{R}$  est dite une norme vectorielle si elle respecte les propriétés suivantes :

1.  $\|x\| \geq 0$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}^n$  et  $\|x\| = 0 \Leftrightarrow x = 0$ .
2.  $\|\alpha x\| = |\alpha| \|x\|$ ,  $\forall \alpha \in \mathbb{R}$  et  $\forall x \in \mathbb{R}^n$ .
3.  $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{R}^n$ .

En se limitant aux normes définies sur  $\mathbb{R}^n$ , on trouve les normes  $p$ , dites naturelles, d'un vecteur  $x$ . Celles-ci se calculent de la manière suivante :

$$\|x\|_p = \left( \sum_{i=1}^n \|x_i^p\| \right)^{\frac{1}{p}}$$



Lorsque  $p = 2$ , on obtient la norme euclidienne :

$$\|x\|_2 = (\|x_1\|^2 + \dots + \|x_n\|^2)^{\frac{1}{2}}$$

Il y a également la norme dite infini qui se définit comme suit :

$$\|x\|_\infty = \max_i |x_i|$$

### Norme matricielle

**Définition 6** Soient  $A, B \in M_{n \times n}$ , ensemble des matrices réelles de dimension  $m \times n$ . Alors, l'application  $\|\cdot\| : M_{n \times n} \rightarrow \mathbb{R}$  est une norme matricielle si elle satisfait les propriétés suivantes :

1.  $\|A\| \geq 0, \forall x \in M_{n \times n}$  et  $\|A\| = 0 \Leftrightarrow A = 0$ .
2.  $\|\alpha A\| = |\alpha| \|A\|, \forall \alpha \in \mathbb{R}$  et  $\forall A \in M_{n \times n}$ .
3.  $\|A + B\| \leq \|A\| + \|B\|, \forall A, B \in M_{n \times n}$ .

La norme  $p$  de la matrice  $A$  est définie par :

$$\|A\|_p = \sup \frac{\|Ax\|_p}{\|x\|_p}$$

Pour  $p = 1, 2, \infty$ , la norme de  $A$  est donnée par :

$$\begin{aligned} \|A\|_1 &= \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n \|a_{ij}\| \\ \|A\|_2 &= \sqrt{\rho(A^T A)} \\ \|A\|_\infty &= \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \end{aligned}$$

$\rho(A) = \max |\lambda_i|$  est le rayon spectral de  $A$  où  $\lambda_i$  sont les valeurs propres de  $A$ .

**Exemple 3** Trouvons les normes matricielles 1, 2 et 3 de la matrice  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

Les normes 1 et infinie sont

$$\begin{aligned} \|A\|_1 &= \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n \|a_{ij}\| = \max \{5, 5, 5\} = 5 \\ \|A\|_\infty &= \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}| = \max \{4, 7, 4\} = 7. \end{aligned}$$

Pour ce qui est de la norme 2, nous devons tout d'abord calculer les valeurs propres de  $A^T A$ . On a

$$\begin{aligned} \det(A^T A - \lambda I) &= \begin{vmatrix} 9 - \lambda & 9 & 8 \\ 9 & 11 - \lambda & 9 \\ 8 & 9 & 9 - \lambda \end{vmatrix} \\ \det(A^T A - \lambda I) &= 0 = 25 - 53\lambda + 29\lambda^2 - \lambda^3 \end{aligned}$$

En résolvant cette équation, les valeurs propres de  $A^T A$  sont  $\{1, 14 + 3\sqrt{9}, 14 - 3\sqrt{9}\}$ . Ainsi ,

$$\begin{aligned}\|A\|_2 &= \sqrt{\max\{1, 14 + 3\sqrt{9}, 14 - 3\sqrt{9}\}} \\ \|A\|_2 &= \sqrt{14 + 3\sqrt{9}}\end{aligned}$$

### A.1.2 Observateur interconnecté

Dans le chapitre 3, lors de l'analyse de la stabilité de l'observateur interconnecté (cf. section 3.2.2), nous avons vu que la condition sur les gains  $\theta_1$  et  $\theta_2$  pour assurer la stabilité est :

$$\begin{aligned}\theta_1 &> 2k_1k_9 + (\tilde{\mu}_1 + \tilde{\mu}_2 + \tilde{\mu}_3 + \tilde{\mu}_4)\epsilon - 2k_{B2} \\ \theta_2 &> 2k_{10}k_5 + \frac{\tilde{\mu}_1 + \tilde{\mu}_2 + \tilde{\mu}_3 + \tilde{\mu}_4}{\epsilon}\end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}\tilde{\mu}_1 &= \frac{\mu_1}{\sqrt{\sqrt{\min(S_1)}\sqrt{\min(S_2)}}} \\ \tilde{\mu}_2 &= \frac{\mu_2}{\sqrt{\sqrt{\min(S_1)}\sqrt{\min(S_2)}}} \\ \tilde{\mu}_3 &= \frac{\mu_3}{\sqrt{\sqrt{\min(S_1)}\sqrt{\min(S_2)}}} \\ \tilde{\mu}_4 &= \frac{\mu_4}{\sqrt{\sqrt{\min(S_1)}\sqrt{\min(S_2)}}}\end{aligned}$$

$\epsilon \in ]0, 1[$ ,  $\mu_1 = k_1k_2k_3 - k_{B1}k_1 - k_{k'}k_1$ ,  $\mu_2 = k_1k_4$ ,  $\mu_3 = k_5k_6k_7$ ,  $\mu_4 = k_5k_8$ .

**Calcul des constantes**  $k_i$ ,  $i = 1, \dots, 10$ ,  $k_{B1}$ ,  $k_{B2}$  et  $k_{k'}$ .

Nous rappelons ici les conditions sur ces constantes

$$\begin{aligned}\|S_1\| &\leq k_1, \quad \|S_2\| \leq k_5, \quad \|X_1\| \leq k_3, \quad \|X_2\| \leq k_7 \\ \|\{g_1(u, y, X_2, X_1) - g_1(u, y, Z_2, Z_1)\}\| &\leq k_4 \|e_2\| + k_9 \|e_1\| \\ \|\{A_1(X_2) - A_1(Z_2)\}\| &\leq k_2 \|e_2\| \\ \|\{A_2(X_1) - A_2(Z_1)\}\| &\leq k_6 \|e_1\| \\ \|\{g_2(u, y, X_1, X_2) - g_2(u, y, Z_1, Z_2)\}\| &\leq k_8 \|e_1\| + k_{10} \|e_2\| \\ \|B'_1\| &\leq k_{B1}, \quad \|B'_2\| \leq k_{B2}, \quad \|K'\| \leq k_{k'}\end{aligned}$$

#### Calcul de $k_3$ et $k_7$

Les valeurs de  $k_3$  et  $k_7$  sont obtenues en calculant les normes euclidiennes de chacun des vecteurs d'état  $X_1$  et  $X_2$ . Cette norme est évaluée à partir des valeurs maximales des variables d'état. Par définition, les normes euclidiennes de  $X_1$  et  $X_2$  sont :

$$\begin{aligned}\|X_1\| &= \sqrt{i_{sd}^2 + \Omega^2 + T_l^2} \\ \|X_2\| &= \sqrt{i_{sq}^2 + \phi_{rd}^2 + \phi_{rq}^2}\end{aligned}$$

En évaluant les norme de  $X_1$  et  $X_2$  pour les valeurs maximales de  $i_{sd}$ ,  $i_{sq}$ ,  $\Omega$ ,  $\phi_{rd}$ ,  $\phi_{rq}$  et  $T_l$ . On a  $\max(i_{sd}) = \sqrt{3} \times I_n \times 1.2 = 15 A$ ,  $\max(i_{sq}) = \max(i_{sd})$ ,  $\max(\Omega) = 157 \text{ rad/s}$ ,

$\max(T_i) = 14 \text{ N.m}$ ,  $\max(\phi_{rd}) = \max(\phi_{rq}) = 2 \text{ Wb}$ . Ceci nous permet donc de déduire  $k_3 = 158$  et  $k_7 = 15$ .

### Calcul de $k_2$ et $k_6$

Pour calculer ces deux constantes, il suffit de calculer les constantes de Lipschitz associées à  $A_1(X_2)$  et  $A_2(X_1)$ .

$$\begin{aligned} A_1(X_2) &= \begin{bmatrix} 0 & bp\phi_{rq} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{j} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A_2(X_1) &= \begin{bmatrix} -\gamma & -bp\Omega & ab \\ 0 & -a & -p\Omega \\ 0 & p\Omega & -a \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

La norme du jacobien de  $A_1(X_2)$  évaluée en  $X_2$  et celle de  $A_2(X_1)$  évaluée en  $X_1$  (voir calcul de la norme euclidienne d'une matrice), nous permet de déduire  $k_2 = bp$  et  $k_6 = p\sqrt{b^2 + 1}$ .

### Calcul de $k_4$ , $k_9$ , $k_8$ et $k_{10}$

Pour calculer  $k_4$  et  $k_9$ , il suffit de calculer la constante de Lipschitz associée à  $g_1(u, y, X_2, X_1)$ . De même, en calculant la constante de Lipschitz associée à  $g_2(u, y, X_2, X_1)$  on obtient  $k_8$  et  $k_{10}$ . Les expressions de ces deux vecteurs ( $g_1(\cdot)$ ,  $g_2(\cdot)$ ) sont :

$$\begin{aligned} g_1(u, y, X_2, X_1) &= \begin{bmatrix} -\gamma i_{sd} + ab\phi_{rd} + m_1 u_{sd} + \omega_s i_{sq} \\ m(\phi_{rd} i_{sq} - \phi_{rq} i_{sd}) - c\Omega \\ 0 \end{bmatrix}, \\ g_2(u, y, X_1, X_2) &= \begin{bmatrix} -\omega_s i_{sd} + m_1 u_{sq} \\ \omega_s \phi_{rq} + a M_{sr} i_{sd} \\ -\omega_s \phi_{rd} + a M_{sr} i_{sq} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

La norme du jacobien de  $g_1(u, y, X_2, X_1)$  évaluée en  $X_2$  nous permet de déduire  $k_4$ . La constante  $k_9$  est obtenue en évaluant la norme du jacobien de  $g_1(u, y, X_2, X_1)$  par rapport à  $X_1$ . On obtient alors,  $k_4 = \sqrt{\gamma^2 + (m \cdot \max(\phi_{rq}) + c)^2}$  et

$$k_9 = \sqrt{(ab + \max(\omega_s))^2 + m^2(\max(\phi_{rd}) + \max(i_{sq}) - \max(i_{sd}))^2}.$$

En appliquant la même méthode à  $g_2(u, y, X_2, X_1)$ , on déduit  $k_8 = \sqrt{(\max(\omega_s))^2 + (a \cdot M_{sr})^2}$  et  $k_{10} = \sqrt{\max(\omega_s)^2 + (a \cdot M_{sr} - \max(\omega_s))^2}$ .

### Calcul de $k_{B1}$ , $k_{B2}$ et $k_{k'}$

Pour calculer  $k_{B1}$ ,  $k_{B2}$  et  $k_{k'}$ , il suffit de calculer la norme euclidienne des matrices  $B'_1 = B_1(X_2)C_1$ ,  $B'_2 = B_2(X_2)C_2$  et  $K' = KC_2^T C_2$ , avec  $B_1(X_2) = km\Lambda_1\phi_{rd}$ ,  $B_2(X_2) =$

$$km\Lambda_2\phi_{rq}, \quad \Lambda_1 = [0 \ 0 \ 1]^T, \quad \Lambda_2 = [0 \ 0 \ -1]^T, \quad C_1 = C_2 = [1 \ 0 \ 0] \text{ et } K = \begin{bmatrix} -k_{c1} & 0 & 0 \\ -k_{c2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Par définition de la norme euclidienne d'une matrice on obtient  $k_{B1} = km \cdot \max(\phi_{rd})$ ,  $k_{B2} = km \cdot \max(\phi_{rq})$  et  $k_{k'} = \sqrt{(k_{c1}^2 + k_{c2}^2)}$ .

### Calcul de $k_1$ et $k_5$

Pour calculer  $k_1$  et  $k_5$ , il suffit de calculer la borne supérieure de chacune des normes  $\|S_1\|$

et  $\|S_2\|$ . Or, les dynamiques des fonctions  $S_1$  et  $S_2$  dépendent de  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . Ceci a rendu difficile le choix de  $k_1$  et  $k_5$ . Les informations en notre possession sont que  $S_1$  et  $S_2$  sont des matrices définies positives, alors  $\lambda_{\min}(S_1) > 0$  et  $\lambda_{\min}(S_2) > 0$  de plus ces valeurs propres minimales sont indépendantes de  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . L'observateur (3.6) permet d'estimer les variables mécaniques (variables à dynamique lente de la machine). Si nous nous fixons un temps de réponse minimum  $T_{O_1} = 0.01$  s alors on a  $\min(S_1) = \lambda_{\min}(S_1) = 100$ . L'observateur (3.7) permet d'estimer les variables magnétiques de la machine (variables à dynamique rapide de la machine). En prenant  $T_{O_2} = 0.001$  s, comme temps de réponse alors on a  $\min(S_2) = \lambda_{\min}(S_2) = 1000$ .

Nous nous intéressons maintenant à la détermination des valeurs de  $k_1$  et  $k_5$ . Considérons la matrice  $A_1(X_2)$  (A.1) de l'observateur (3.6) et soit  $T_{\theta_1}$  la matrice de transformation suivante :

$$T_{\theta_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & bp\phi_{rq} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{bp\phi_{rq}}{J} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

Soit  $\bar{A}_1$  la matrice donnée par

$$\bar{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.3})$$

alors on a

$$A_1(X_2) = T_{\theta_1}^{-1} \bar{A}_1 T_{\theta_1}. \quad (\text{A.4})$$

Considérons maintenant la matrice symétrique définie positive  $\bar{S}_{1\theta_1}$  l'unique solution de l'équation algébrique de Lyapunov suivante :

$$\bar{\theta}_1 \bar{S}_{1\theta_1} + \bar{A}_1^T \bar{S}_{1\theta_1} + \bar{S}_{1\theta_1} \bar{A}_1 - C_1^T C_1 = 0, \quad (\text{A.5})$$

avec  $\bar{\theta}_1 > 0$ . De (Krishnakumar, 1996), la solution de (A.5) est

$$\bar{S}_{1\theta_1}(i, j) = \frac{(-1)^{i+j} C_{i+j-2}^{j-1}}{\bar{\theta}_1^{i+j-1}}, \quad (\text{A.6})$$

avec  $C_n^p = \frac{n!}{(n-p)!p!}$  pour  $i = j = 1, 2, 3$ .

Nous pouvons remarquer que si  $\bar{\theta}_1 \rightarrow 0$  alors  $\bar{S}_{1\theta_1} \rightarrow \infty$ , de même si  $\bar{\theta}_1 \rightarrow \infty$  on a  $\bar{S}_{1\theta_1} \rightarrow 0$ . Pour cela nous considérons  $\bar{\theta}_1$  comme suite :

$$\bar{\theta}_0 \leq \bar{\theta}_1 \leq \bar{\theta}_{max}, \text{ avec } \bar{\theta}_0 \geq 1. \quad (\text{A.7})$$

La matrice définie positive ( $S_1$ ) l'unique solution de l'équation algébrique de Lyapunov de l'observateur (3.6) est donc

$$S_1 = T_{\theta_1}^T \bar{S}_{1\theta_1} T_{\theta_1}. \quad (\text{A.8})$$

Etant donné, une valeur de  $\bar{\theta}_1$  suffisamment grande permettant une convergence rapide de l'équation de Lyapunov suivante

$$\dot{\bar{S}}_{1\theta_1} = -\bar{\theta}_1 \bar{S}_{1\theta_1} - \bar{A}_1^T \bar{S}_{1\theta_1} - \bar{S}_{1\theta_1} \bar{A}_1 + C_1^T C_1,$$

les solutions de (A.6) sont faibles, alors la norme de la matrice associée aussi. Ainsi, la constance  $k_1$  chercher à une valeur faible. Nous prenons  $k_1 = 0.1$ .

Dans la suite, nous intéressons à l'observateur (3.7). La matrice  $A_2(X_1)$ , peut être décomposée comme suite

$$A_2(X_1) = \begin{bmatrix} 0 & -bp\Omega & ab \\ 0 & -a & -p\Omega \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \bar{\Delta}, \quad (\text{A.9})$$

avec  $\bar{\Delta} = \begin{bmatrix} -\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & p\Omega & -a \end{bmatrix}$ . Il faut noter que  $\bar{\Delta}$  n'influence pas les propriétés d'observabilité de l'observateur (3.7).

Considérons la matrice  $\bar{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -bp\Omega & ab \\ 0 & -a & -p\Omega \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  et  $T_{\theta_2}$  la matrice de transformation suivante :

$$T_{\theta_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & F_1 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.10})$$

avec  $F_1 = \begin{bmatrix} -bp\Omega & ab \\ -a & -p\Omega \end{bmatrix}$ . Soit  $\bar{A}_2$  la matrice donnée par

$$\bar{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & M_{I_2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.11})$$

où  $M_{I_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ , alors on a

$$A_2(X_1) = T_{\theta_2}^{-1} \bar{A}_2 T_{\theta_2}. \quad (\text{A.12})$$

Considérons maintenant la matrice symétrique définie positive  $\bar{S}_{2\theta_2}$  l'unique solution de l'équation algébrique de Lyapunov suivante :

$$\bar{\theta}_2 \bar{S}_{2\theta_2} + \bar{A}_2^T \bar{S}_{2\theta_2} + \bar{S}_{2\theta_2} \bar{A}_2 - C_2^T C_2 = 0, \quad (\text{A.13})$$

avec  $\bar{\theta}_2 > 0$ . L'ensemble des solutions de (A.13) est donné par (A.6).

La matrice définie positive ( $S_2$ ) l'unique solution de l'équation algébrique de Lyapunov de l'observateur (3.7) est donc

$$S_2 = T_{\theta_2}^T \bar{S}_{2\theta_2} T_{\theta_2}. \quad (\text{A.14})$$

Comme dans le cas l'observateur (3.6), nous pouvons remarquer que pour une valeur de  $\bar{\theta}_2$  suffisamment grande permettant une convergence rapide de l'équation de Lyapunov suivante

$$\dot{\bar{S}}_{2\theta_2} = -\bar{\theta}_2 \bar{S}_{2\theta_2} - \bar{A}_2^T \bar{S}_{2\theta_2} - \bar{S}_{2\theta_2} \bar{A}_2 + C_2^T C_2,$$

la norme de  $S_2$  est faible. Sachant que l'observateur (3.7) doit converger plus vite que l'observateur (3.6) alors nous prenons  $k_5 = 0.05$ .

En choisissant par exemple  $k = 0.1$ ,  $k_{c1} = 50$  et  $k_{c2} = 100$ , les valeurs minimales de  $\theta_1$  et  $\theta_2$  sont

$$\begin{aligned}\theta_1 &> 160 \\ \theta_2 &> 1800.\end{aligned}$$

### A.1.3 Observateur adaptatif interconnecté

La même méthode que pour l'observateur interconnecté nous permet de déterminer les valeurs minimales des gains  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  et  $\theta_3$  permettant d'assurer la stabilité de l'observateur adaptatif interconnecté.



# Annexe B

## Stabilité et influence de la résistance statorique dans la zone inobservable

### B.1 Comportement des gains des observateurs

Dans cette section, nous étudions le comportement des gains des observateurs présentés dans le chapitre 3. Des résultats de simulation sont donnés pour illustrer que les gains des observateurs sont stables dans la zone observable et inobservable.

Considérons, l'observateur  $O_1$  (3.6) présenté dans le chapitre 3. Le gain de cet observateur dépend de  $S_1^{-1}$  où  $S_1$  est la solution de l'équation de Lyapunov suivante :

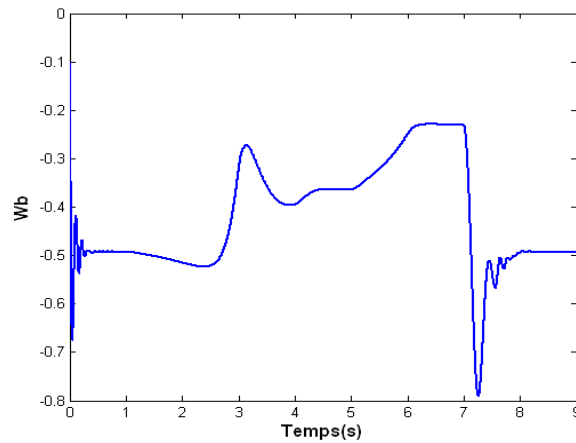
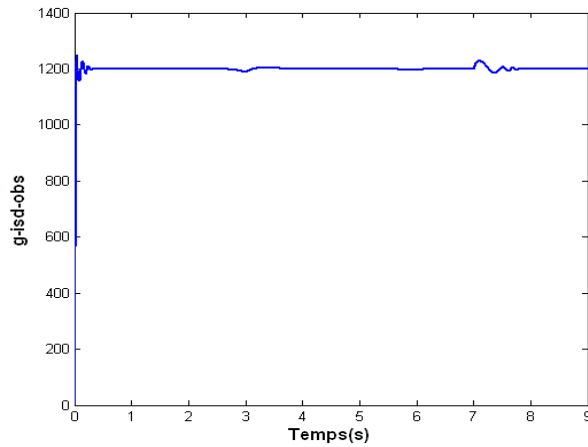
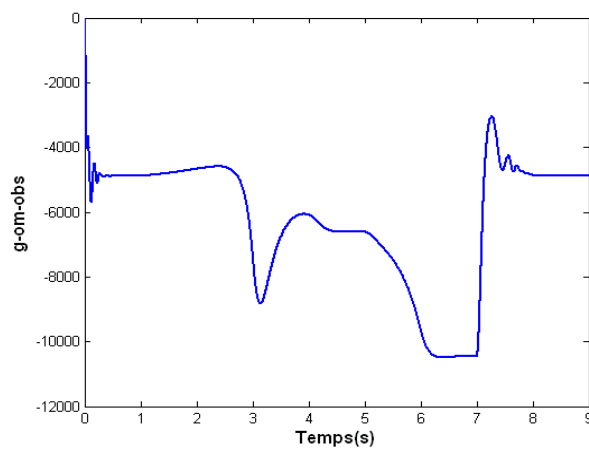
$$\dot{S}_1 = -\theta_1 S_1 - A_1^T(Z_2)S_1 - S_1 A_1(Z_2) + C_1^T C_1 \quad (\text{B.1})$$

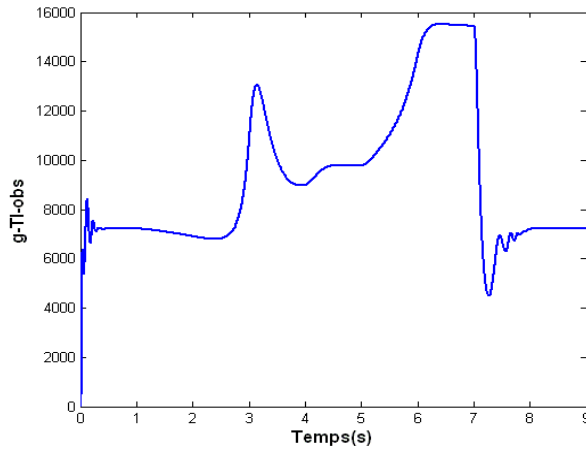
avec  $A_1(Z_2) = \begin{pmatrix} 0 & bp\hat{\phi}_{rq} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $C_1 = [1 \ 0 \ 0]$  et  $S_1$  est une matrice définie positive. En développant l'équation (B.1) on obtient :

$$\begin{cases} \dot{S}_{11} = -\theta_1 S_{11} + 1 \\ \dot{S}_{12} = -\theta_1 S_{12} - bp\hat{\phi}_{rq} S_{11} \\ \dot{S}_{13} = -\theta_1 S_{13} + \frac{S_{12}}{J} \\ \dot{S}_{22} = -\theta_1 S_{22} - bp\hat{\phi}_{rq} S_{12} \\ \dot{S}_{23} = -\theta_1 S_{23} + \frac{S_{22}}{J} - bp\hat{\phi}_{rq} S_{13} \\ \dot{S}_{33} = -\theta_1 S_{33} + 2\frac{S_{23}}{J} \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

Bien que  $\theta_1$  soit supérieur à zéro, de (B.2)  $S_{11}$  ne tend pas vers zéro. Dans la zone observable et inobservable la composante du flux sur l'axe  $\mathbf{q}$  est différente de zéro (voir Figure B.1). Par conséquent la solution  $S_{12}$  n'est pas nulle. Ce qui implique  $S_{13}$ ,  $S_{22}$ ,  $S_{23}$  et  $S_{33}$  ne tendent pas vers zéro. Le gain  $S_1^{-1}$  existe car le déterminant de  $S_1$  ( $\det(S_1) = S_{11}(S_{22}S_{33} - S_{23}^2) + 2S_{12}S_{13}S_{23} - S_{12}^2S_{33} - S_{13}^2S_{22}$ ) n'est pas nul. Contrairement aux observateurs présentés dans (Ghanes, 2005), les gains de l'observateur ( $O_1$ ) (voir Figures B.2, B.3 et B.4) proposés n'entraînent pas l'instabilité dans la zone inobservable.



FIGURE B.1: Composante du flux rotorique sur l'axe  $\mathbf{q}$  ( $\hat{\phi}_{rq}$ ).FIGURE B.2: Gain du courant statorique sur l'axe  $\mathbf{d}$  ( $i_{sd}$ ).FIGURE B.3: Gain de la vitesse ( $\Omega$ ).

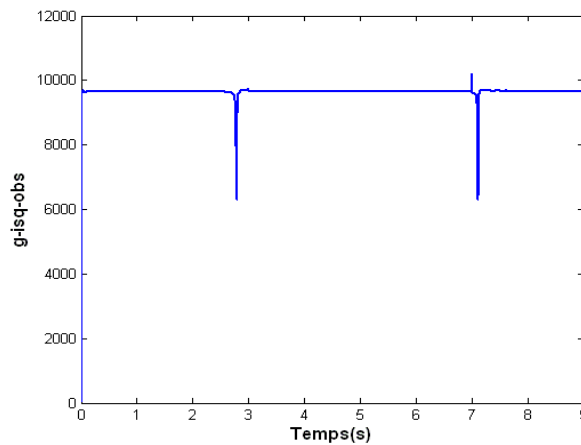
FIGURE B.4: Gain du couple de charge ( $T_l$ ).

Considérons maintenant l'observateur  $O_2$  (3.7) présenté dans le chapitre 3. Le gain de cet observateur dépend de  $S_2^{-1}$  où  $S_2$  est la solution de l'équation de Lyapunov suivante :

$$\dot{S}_2 = -\theta_1 S_2 - A_2^T(Z_1)S_2 - S_2 A_2(Z_1) + C_2^T C_2 \quad (\text{B.3})$$

avec,  $A_2(Z_1) = \begin{pmatrix} -\gamma & -bp\hat{\Omega} & ab \\ 0 & -a & -p\hat{\Omega} \\ 0 & p\hat{\Omega} & -a \end{pmatrix}$ ,  $C_2 = [1 \ 0 \ 0]$  et  $S_2$  est une matrice définie positive.

La matrice  $A_2(Z_1)$  et  $S_2$  dépendent de la vitesse estimée. Les solutions de (B.3) ne tendent pas vers zéro car la vitesse estimée est différente de zéro, elle passe par zéro rapidement mais ne reste pas à zéro. Le déterminant de la matrice  $S_2$  n'est pas nul, ce qui explique que les gains de l'observateur ( $O_2$ ) (voir Figures B.5, B.6 et B.7) sont différents de zéro. Le cas stationnaire  $\Omega = 0$  n'est pas réellement intéressant car il implique que la somme des couples est nulle.

FIGURE B.5: Gain du courant statorique sur l'axe  $\mathbf{q}$  ( $i_{sq}$ ).

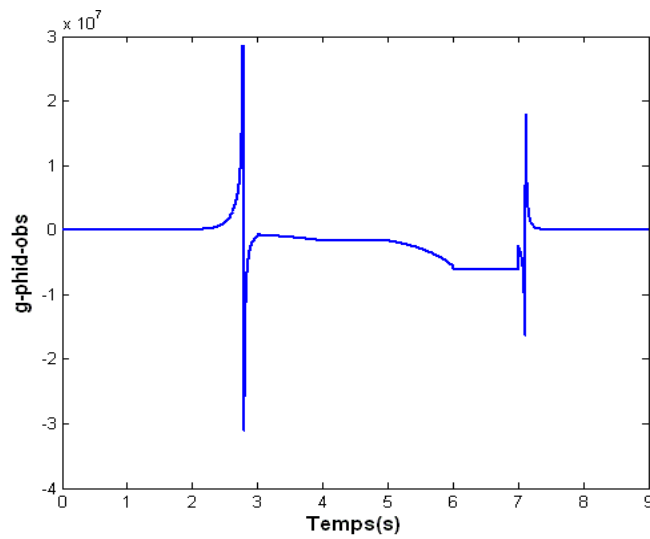


FIGURE B.6: Gain de la composante du flux rotorique sur l'axe  $\mathbf{d}$  ( $\phi_{rd}$ ).

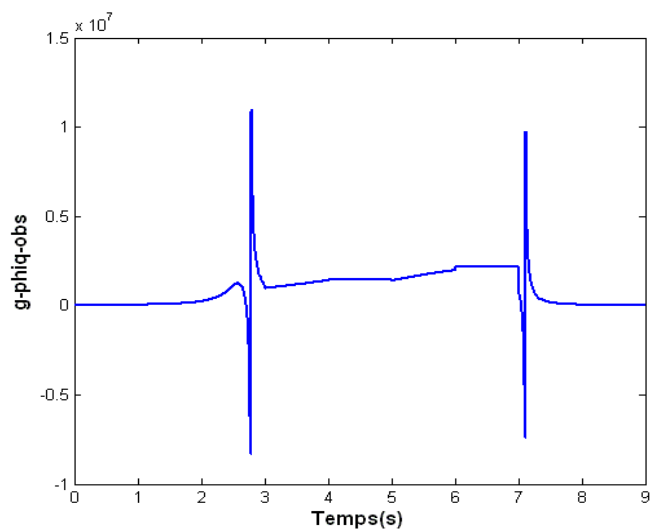


FIGURE B.7: Gain de la composante du flux rotorique sur l'axe  $\mathbf{q}$  ( $\phi_{rq}$ ).

## B.2 Stabilité "Observateur+Commande" dans la zone inobservable

Cette étude a pour but de montrer la stabilité de l'observateur+commande dans la zone inobservable. Dans cette partie, nous allons détailler la stabilité de l'ensemble observateur interconnecté (voir section 3.2 chapitre 3) et commande de type PI (voir section 4.2.2 chapitre 4).

Les équations de l'observateur interconnecté sont données par (3.6 et 3.7) au chapitre 3.

### B.2.1 Etude de l'observateur 1 ( $O_1$ )

Rappelons les équations de cet observateur

$$O_1 : \begin{cases} \dot{Z}_1 &= A_1(Z_2)Z_1 + g_1(u, y, Z_2, Z_1) + (\Gamma S_1^{-1} C_1^T + B_2(Z_2))(y_1 - \hat{y}_1) \\ &\quad + (B_1(Z_2) + K C_2^T)(y_2 - \hat{y}_2) \\ \dot{S}_1 &= -\theta_1 S_1 - A_1^T(Z_2)S_1 - S_1 A_1(Z_2) + C_1^T C_1 \\ \hat{y}_1 &= C_1 Z_1 \end{cases} \quad (B.4)$$

$$\text{avec } A_1(Z_2) = \begin{pmatrix} 0 & bp\hat{\phi}_{rq} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, g_1(u, y, Z_2, Z_1) = \begin{pmatrix} -\gamma i_{sd} + ab\hat{\phi}_{rd} + m_1 u_{sd} + \tilde{\omega}_s i_{sq} \\ m(\hat{\phi}_{rd} i_{sq} - \hat{\phi}_{rq} i_{sd}) - c\hat{\Omega} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

L'erreur d'estimation de cet observateur est donnée par

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_1 &= [A_1(Z_2) - S_1^{-1} \Gamma C_1^T C_1 - B_2(Z_2) C_1] e_1 + g_1(u, y, X_2, X_1) - g_1(u, y, Z_2, Z_1) \\ &+ [A_1(X_2) - A_1(Z_2)] X_1 - (B_1(Z_2) C_2 + K C_2^T C_2) e_2. \end{cases} \quad (B.5)$$

Pour la commande par orientation de flux, on a  $\phi_{rq} = 0$ , si on définit  $\epsilon_{2\phi_{rq}} = \phi_{rq} - \hat{\phi}_{rq} \Rightarrow$

$$\hat{\phi}_{rq} = -\epsilon_{2\phi_{rq}} \text{ d'où la matrice } A_1(Z_2) = \begin{pmatrix} 0 & -bp\epsilon_{2\phi_{rq}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \text{ Soit } \epsilon_{2\phi_{rd}} = \phi_{rd} - \hat{\phi}_{rd} \Rightarrow$$

$\phi_{rd} = \epsilon_{2\phi_{rd}} + \hat{\phi}_{rd}$ . De même  $\tilde{\omega}_s = -\epsilon_{\omega_s} + \omega_s$ ,  $B_1(Z_2) = km\Lambda_1 \hat{\phi}_{rd}$ ,  $B_2(Z_2) = -km\Lambda_2 \epsilon_{2\phi_{rq}}$ ,  $\Lambda_1 = (0, 0, 1)^T$ ,  $\Lambda_2 = (0, 0, -1)^T$ . Par conséquent l'équation (B.5) devient :

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_{1i_{sd}} &= -\gamma \epsilon_{1i_{sd}} - \frac{a_1}{\det(S_1)} \epsilon_{1i_{sd}} + k_{c1} \epsilon_{2i_{sq}} + ab\epsilon_{2\phi_{rd}} + \omega_s \epsilon_{2i_{sq}} + \epsilon_{\omega_s} i_{sq} + bp\Omega \epsilon_{2\phi_{rq}} \\ \dot{\epsilon}_{1\Omega} &= -c\epsilon_{1\Omega} - \frac{d_1}{\det(S_1)} \epsilon_{1i_{sd}} - \frac{1}{J} \epsilon_{1Tl} + k_{c1} \epsilon_{2i_{sq}} + m\epsilon_{2\phi_{rd}} i_{sq} + m\hat{\phi}_{rd} \epsilon_{2i_{sq}} + m\epsilon_{2\phi_{rq}} i_{sd} \\ \dot{\epsilon}_{1Tl} &= -\frac{g_1 \alpha}{\det(S_1)} \epsilon_{1i_{sd}} - km\hat{\phi}_{rd} \epsilon_{2i_{sq}} - km\epsilon_{2\phi_{rq}} \epsilon_{1i_{sd}} \end{cases} \quad (B.6)$$

où les coefficients  $a_1$ ,  $d_1$  et  $g_1$  seront définis après.

Calculons les coefficients de l'équation de Riccati  $S_1$  (B.4) définie par :

$$\dot{S}_1 = -\theta_1 S_1 - A_1^T(Z_2) S_1 - S_1 A_1(Z_2) + C_1^T C_1.$$

$$\begin{cases} \dot{S}_{11} &= -\theta_1 S_{11} + 1 \\ \dot{S}_{12} &= -\theta_1 S_{12} - bp\hat{\phi}_{rq} S_{11} \\ \dot{S}_{13} &= -\theta_1 S_{13} + \frac{S_{12}}{J} \\ \dot{S}_{22} &= -\theta_1 S_{22} - bp\hat{\phi}_{rq} S_{12} \\ \dot{S}_{23} &= -\theta_1 S_{23} + \frac{S_{22}}{J} - bp\hat{\phi}_{rq} S_{13} \\ \dot{S}_{33} &= -\theta_1 S_{33} + 2\frac{S_{23}}{J} \end{cases} \quad (B.7)$$

Comme  $\hat{\phi}_{rq} = -\epsilon_{2\phi_{rq}}$ , on obtient :

$$\begin{cases} \dot{S}_{11} &= -\theta_1 S_{11} + 1 \\ \dot{S}_{12} &= -\theta_1 S_{12} + bp\epsilon_{2\phi_{rq}} S_{11} \\ \dot{S}_{13} &= -\theta_1 S_{13} + \frac{S_{12}}{J} \\ \dot{S}_{22} &= -\theta_1 S_{22} + bp\epsilon_{2\phi_{rq}} S_{12} \\ \dot{S}_{23} &= -\theta_1 S_{23} + \frac{S_{22}}{J} + bp\epsilon_{2\phi_{rq}} S_{13} \\ \dot{S}_{33} &= -\theta_1 S_{33} + 2\frac{S_{23}}{J} \end{cases} \quad (B.8)$$

Les coefficients  $a_1, d_1, g_1$  sont

$$\begin{cases} a_1 = S_{22}S_{33} - S_{23}^2 \\ d_1 = S_{13}S_{23} - S_{12}S_{33} \\ g_1 = S_{12}S_{23} - S_{13}S_{22} \end{cases} \quad (\text{B.9})$$

et le déterminant de  $S_1$  est :  $\det(S_1) = S_{11} * a_1 + S_{12} * d_1 + S_{13} * g_1$ .

Bien que  $\theta_1$  soit supérieur à zéro, de (B.8)  $S_{11}$  ne tend pas vers zéro. Nous pouvons voir que les autres coefficients  $S_{ij}$  (B.8) sont très faibles car ils dépendent de  $\epsilon_{2\phi_{rq}}$ .

Donc (B.6) devient :

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_{1i_{sd}} = -\gamma\epsilon_{1i_{sd}} + k_{c1}\epsilon_{2i_{sq}} + ab\epsilon_{2\phi_{rd}} + \omega_s\epsilon_{2i_{sq}} + \epsilon_{\omega_s}i_{sq} + bp\Omega\epsilon_{2\phi_{rq}} \\ \dot{\epsilon}_{1\Omega} = -c\epsilon_{1\Omega} - \frac{1}{J}\epsilon_{1T_l} + k_{c1}\epsilon_{2i_{sq}} + m\epsilon_{2\phi_{rd}}i_{sq} + m\hat{\phi}_{rd}\epsilon_{2i_{sq}} + m\epsilon_{2\phi_{rq}}i_{sd} \\ \dot{\epsilon}_{1T_l} = -km\hat{\phi}_{rd}\epsilon_{2i_{sq}} - km\epsilon_{2\phi_{rq}}\epsilon_{1i_{sd}} \end{cases} \quad (\text{B.10})$$

Dans la zone inobservable  $\omega_s = 0$  alors l'observateur (B.4) se comporte comme un estimateur de manière naturelle (voir Figure B.8 entre 7 et 9 secondes) contrairement à l'observateur présenté dans (Ghanes, 2006a). Pour prouver la stabilité des dynamiques des erreurs (B.10), notons de plus que la vitesse est constante dans la zone inobservable ( $\Omega := k_\Omega$ ) d'où l'équation mécanique de la machine asynchrone s'écrit :

$$C_{em} = f_v k_\Omega + T_l, \quad (\text{B.11})$$

avec  $C_{em} = Jm\phi_{rd}i_{sq} = Jm(\hat{\phi}_{rd} + \epsilon_{2\phi_{rd}})i_{sq}$  car  $\phi_{rq} = 0$ .

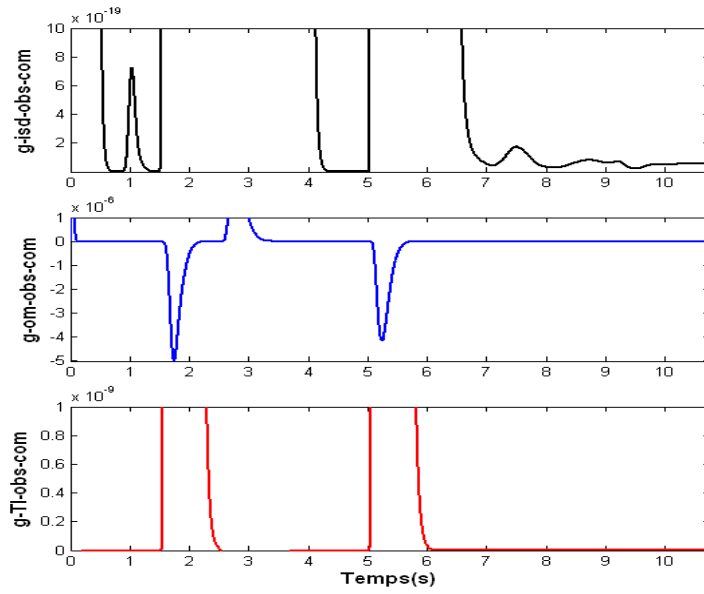
On définit  $\epsilon_{1T_l} = T_l - \hat{T}_l$  par conséquent

$$m\hat{\phi}_{rd} = \frac{f_v k_\Omega + \hat{T}_l}{Ji_{sq}} - m\epsilon_{2\phi_{rd}} + \frac{\epsilon_{1T_l}}{Ji_{sq}} \quad (\text{B.12})$$

l'équation (B.10) devient :

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_{1i_{sd}} = -\gamma\epsilon_{1i_{sd}} + k_{c1}\epsilon_{2i_{sq}} + ab\epsilon_{2\phi_{rd}} + \epsilon_{\omega_s}i_{sq} + bpk_\Omega\epsilon_{2\phi_{rq}} \\ \dot{\epsilon}_{1\Omega} = -c\epsilon_{1\Omega} - \frac{1}{J}\epsilon_{1T_l} + k_{c1}\epsilon_{2i_{sq}} + m\epsilon_{2\phi_{rd}}i_{sq} + m\hat{\phi}_{rd}\epsilon_{2i_{sq}} + m\epsilon_{2\phi_{rq}}i_{sd} \\ \dot{\epsilon}_{1T_l} = -\frac{k\epsilon_{2i_{sq}}}{Ji_{sq}}\epsilon_{1T_l} - \frac{k\epsilon_{2i_{sq}}}{Ji_{sq}}(f_v k_\Omega + \hat{T}_l) + km(\epsilon_{2i_{sq}}\epsilon_{2\phi_{rd}} - \epsilon_{2\phi_{rq}}\epsilon_{1i_{sd}}) \end{cases} \quad (\text{B.13})$$

L'équation (B.13) montre que les dynamiques des erreurs d'estimation sont des systèmes du premier ordre dont les linéaires tangentes sont stables avec des termes non linéaires considérés comme perturbation. Ces termes impliquent une convergence avec des biais faibles.


 FIGURE B.8: Zoom des gains de l'observateur  $O_1$ .

### B.2.2 Etude de l'observateur 2 ( $O_2$ )

L'observateur 2 est défini par :

$$O_2 : \begin{cases} \dot{Z}_2 = A_2(Z_1)Z_2 + g_2(u, y, Z_1, Z_2) + S_2^{-1}C_2^T(y_2 - \hat{y}_2) \\ \dot{S}_2 = -\theta_2 S_2 - A_2^T(Z_1)S_2 - S_2 A_2(Z_1) + C_2^T C_2 \\ \hat{y}_2 = C_2 Z_2 \end{cases} \quad (B.14)$$

$$\text{avec, } A_2(Z_1) = \begin{pmatrix} -\gamma & -bp\hat{\Omega} & ab \\ 0 & -a & -p\hat{\Omega} \\ 0 & p\hat{\Omega} & -a \end{pmatrix}, \quad g_2(u, y, Z_1, Z_2) = \begin{pmatrix} -\tilde{\omega}_s i_{sd} + m_1 u_{sq} \\ \tilde{\omega}_s \hat{\phi}_{rq} + a M_{sr} i_{sd} \\ -\tilde{\omega}_s \hat{\phi}_{rd} + a M_{sr} i_{sq} \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\omega}_s = p\hat{\Omega} + a \frac{M_{sr}}{\hat{\phi}_{rd}} i_{sq} - \frac{(i_{sq} - \hat{i}_{sq})}{\beta_1 \hat{\phi}_{rd}} k_{\omega_s} \quad (B.15)$$

avec  $\beta_1 = \frac{M_{sr}}{\sigma L_s L_r}$  et  $k_{\omega_s}$  une constante positive.

Calculons les coefficients de l'équation de Riccati  $S_2$  défini par :

$\dot{S}_2 = -\theta_2 S_1 - A_2^T(Z_1)S_1 - S_1 A_1(Z_1) + C_1^T C_1$  soit :

$$\begin{cases} \dot{S}_{11} = (2\gamma - \theta_2)S_{11} + 1 \\ \dot{S}_{12} = (\gamma + a - \theta_2)S_{12} - bp\hat{\Omega}S_{11} - p\hat{\Omega}S_{13} \\ \dot{S}_{13} = (\gamma + a - \theta_2)S_{13} + abS_{11} + p\hat{\Omega}S_{12} \\ \dot{S}_{22} = (2a - \theta_2)S_{22} + 2bp\hat{\Omega}S_{12} - 2p\hat{\Omega}S_{23} \\ \dot{S}_{23} = (2a - \theta_2)S_{23} + bp\hat{\Omega}S_{13} - p\hat{\Omega}S_{33} + p\hat{\Omega}S_{22} - abS_{12} \\ \dot{S}_{33} = (2a - \theta_2)S_{33} - 2abS_{13} + 2p\hat{\Omega}S_{23} \end{cases} \quad (B.16)$$

Les gains de l'observateurs 2 sont alors :

$$\begin{cases} h_1 &= S_{22}S_{33} - S_{23}^2 \\ i_1 &= S_{13}S_{23} - S_{12}S_{33} \\ j_1 &= S_{12}S_{23} - S_{13}S_{22}. \end{cases} \quad (\text{B.17})$$

Dans la zone inobservable  $\Omega$  est constant et différent de zéro de même pour  $\hat{\Omega}$ , donc les coefficients sont définis. La matrice  $A_2(Z_1)$  est alors constante d'où l'équation de Riccati admet une solution. L'observateur (B.14) est bien stable (voir Figure B.9 entre 7 et 9 seconds) dans la zone inobservable mais il ne convergera asymptotiquement vers zéro que si les entrées sont persistantes.

Si dans la zone inobservable  $\Omega = 0$  alors on :  $\hat{\Omega} = -\epsilon_{1\Omega}$  d'où l'équation (B.16) devient

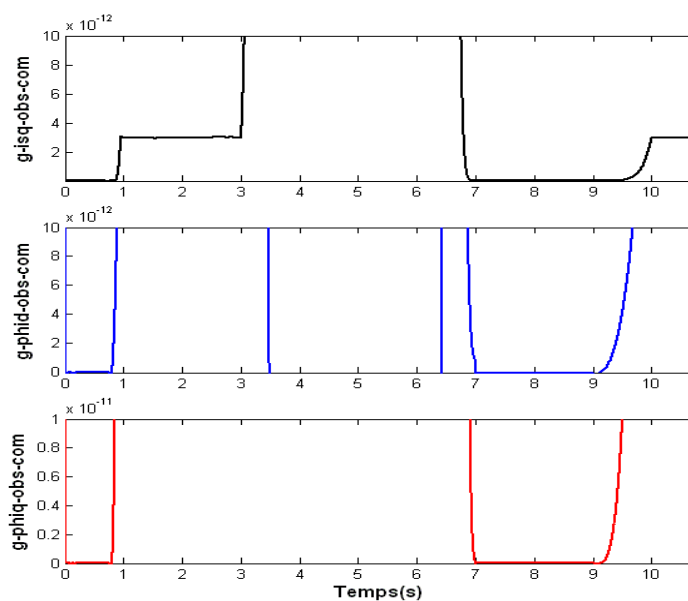
$$\begin{cases} \dot{S}_{11} &= (2\gamma - \theta_2)S_{11} + 1 \\ \dot{S}_{12} &= (\gamma + a - \theta_2)S_{12} - bp\epsilon_{1\Omega}S_{11} - p\epsilon_{1\Omega}S_{13} \\ \dot{S}_{13} &= (\gamma + a - \theta_2)S_{13} + abS_{11} + p\epsilon_{1\Omega}S_{12} \\ \dot{S}_{22} &= (2a - \theta_2)S_{22} + 2bp\epsilon_{1\Omega}S_{12} - 2p\epsilon_{1\Omega}S_{23} \\ \dot{S}_{23} &= (2a - \theta_2)S_{23} + bp\epsilon_{1\Omega}S_{13} - p\epsilon_{1\Omega}S_{33} + p\epsilon_{1\Omega}S_{22} - abS_{12} \\ \dot{S}_{33} &= (2a - \theta_2)S_{33} - 2abS_{13} + 2p\epsilon_{1\Omega}S_{23}. \end{cases} \quad (\text{B.18})$$

De la même manière que pour l'observateur (B.4) on montre que les gains resteront faibles (en supposant que les observateurs ont convergé avant de rentrer dans la zone inobservable).

De plus l'équation (B.15) devient :

$$\tilde{\omega}_s = -p\epsilon_{1\Omega} + a \frac{M_{sr}}{\hat{\phi}_{rd}} i_{sq} - \frac{\epsilon_{2i_{sq}}}{\beta_1 \hat{\phi}_{rd}} k_{\omega_s}. \quad (\text{B.19})$$

Il suffit de prendre  $\frac{k_{\omega_s}}{\beta_1}$  tel que  $\tilde{\omega}_s$  défini dans (B.19) soit différent de zéro pour que l'observateur 2 ( $O_2$ ) soit toujours stable.

FIGURE B.9: Zoom des gains de l'observateur  $O_2$ .

**Remarque 27** Le point  $\Omega = 0$  dans la zone inobservable correspond à une application à couple nul et donc sans intérêt pratique ; il n'est donc pas inclus dans notre Benchmark.

**Remarque 28** En utilisant la même méthode, nous pouvons prouver la stabilité de l'ensemble observateur adaptatif associé à une commande backstepping ou une commande par modes glissants d'ordre supérieur.

## B.3 Etude de la stabilité de l'estimateur de l'angle du repère tournant dq

Lors de la transformation des grandeurs triphasées aux grandeurs diphasées dans le repère tournant  $dq$ , la connaissance de l'angle ( $\rho$ ) est nécessaire. La dynamique de cet angle est obtenue à partir de la pulsation statorique.

$$\dot{\rho} = \omega_s = p\Omega + a \frac{M_{sr}}{\phi_{rd}} i_{sq}. \quad (\text{B.20})$$

Soit  $\tilde{\rho}$  l'estimation de l'angle relatif entre le repère triphasé ( $abc$ ) et le repère diphasé ( $dq$ ), on a

$$\dot{\tilde{\rho}} = \tilde{\omega}_s = p\hat{\Omega} + a \frac{M_{sr}}{\hat{\phi}_{rd}} i_{sq} - \frac{(i_{sq} - \hat{i}_{sq})}{\beta_1 \hat{\phi}_{rd}} k_{\omega_s}. \quad (\text{B.21})$$

La dynamique de l'erreur d'estimation de l'angle est donnée par

$$\dot{\epsilon}_\rho = p\epsilon_\Omega - \frac{aM_{sr}\hat{i}_{sq}}{\phi_{rd}\hat{\phi}_{rd}} \epsilon_{\phi_{rd}} + \frac{\epsilon_{i_{sq}}}{\beta_1 \hat{\phi}_{rd}} k_{\omega_s} \quad (\text{B.22})$$



avec  $\epsilon_\rho = \rho - \tilde{\rho}$ ,  $\epsilon_\Omega = \Omega - \hat{\Omega}$ ,  $\epsilon_{\phi_{rd}} = \phi_{rd} - \hat{\phi}_{rd}$  et  $\epsilon_{i_{sq}} = i_{sq} - \hat{i}_{sq}$ . La dynamique de l'erreur d'estimation est stable si et seulement si  $\dot{\epsilon}_\rho < 0$ , ce qui implique

$$k_{\omega_s} < \frac{\left\| -p(\phi_{rd} - \epsilon_{\phi_{rd}})\epsilon_\Omega + \frac{aM_{sr}i_{sq}}{\phi_{rd}}\epsilon_{\phi_{rd}} \right\|}{\|\epsilon_{i_{sq}}\|} \beta_1. \quad (\text{B.23})$$

En fixant par exemple les objectifs de l'ensemble "observateur+commande" de la manière suivante

$$\begin{aligned} \epsilon_{\phi_{rd}} &= 1\% \text{ à } 10\% \text{ de } \phi_{rd_{max}} \\ \epsilon_\Omega &= 1\% \text{ à } 10\% \text{ de } \Omega_{max} \\ \epsilon_{i_{sq}} &= 1\% \text{ à } 10\% \text{ de } i_{sq_{max}} \end{aligned}$$

on obtient une valeur maximale de  $k_{\omega_s}$ .

Considérons l'équation (B.21), avec  $a = \frac{R_r}{L_r}$  et  $\beta_1 = \frac{M_{sr}}{\sigma L_s L_r}$ . Le choix de  $\beta_1$  (associée à la constante  $k_{\omega_s}$ ), nous permet d'une part, de compenser l'influence des erreurs dues aux variations de la résistance rotorique dans l'estimateur de la pulsation statorique et d'autre part, de rendre les observateurs stables dans la zone inobservable. En effet, en tenant compte des variations de la résistance rotorique ( $R_r = R_{nom} + \Delta R_r$ ,  $R_{nom}$  est la valeur nominale de la résistance rotorique et  $\Delta R_r$  les variations), l'équation (B.21) devient :

$$\tilde{\omega}_s = p\hat{\Omega} + \frac{(R_{nom} + \Delta R_r)M_{sr}}{L_r \hat{\phi}_{rd}} i_{sq} - \frac{\sigma L_s L_r (i_{sq} - \hat{i}_{sq})}{M_{sr} \hat{\phi}_{rd}} k_{\omega_s}, \quad (\text{B.24})$$

où encore

$$\tilde{\omega}_s = p\hat{\Omega} + M_{sr} \frac{R_{nom}}{L_r \hat{\phi}_{rd}} i_{sq} + \underbrace{M_{sr} \left[ \frac{\Delta R_r}{L_r \hat{\phi}_{rd}} i_{sq} + \frac{(i_{sq} - \hat{i}_{sq})}{\hat{\phi}_{rd}} k_{\omega_s} \right]}_{\Pi_1} - \underbrace{\frac{L_s L_r (i_{sq} - \hat{i}_{sq})}{M_{sr} \hat{\phi}_{rd}} k_{\omega_s}}_{\Pi_2}. \quad (\text{B.25})$$

Dans l'équation (B.25), le terme  $\Pi_1$  permet de compenser les variations de la résistance rotorique tandis que le terme  $\Pi_2$  permet de rendre les observateurs stables dans la zone inobservable. En d'autres termes, le terme ( $\Pi_2$ ) permet d'avoir ( $\tilde{\omega}_s \neq 0$ ) dans la zone inobservable.

## B.4 Preuve de $\hat{\phi}_{rd} \neq 0 \forall t > 0$

Notre objectif dans cette partie est de montrer que  $\hat{\phi}_{rd} \neq 0$ . Définissons les erreurs suivantes :

$$\epsilon_{com_\phi} = \phi^* - \phi_{rd} \Rightarrow \phi_{rd} = \phi^* - \epsilon_{com_\phi},$$

$$\epsilon_{obs_\phi} = \phi_{rd} - \hat{\phi}_{rd} \Rightarrow \hat{\phi}_{rd} = \phi_{rd} - \epsilon_{obs_\phi}$$

$$\hat{\phi}_{rd} = \phi^* - (\epsilon_{com_\phi} + \epsilon_{obs_\phi})$$

où  $\epsilon_{com_\phi}$  et  $\epsilon_{obs_\phi}$  sont respectivement les erreurs de poursuite et d'estimation. L'équation  $\hat{\phi}_{rd} = 0$  implique

$$\phi^* = \epsilon_{com_\phi} + \epsilon_{obs_\phi}. \quad (\text{B.26})$$

Considérons la commande de type PI définie dans le chapitre 4 section 4.2.2. La dynamique des erreurs de poursuite est donnée par (4.13), en choisissant  $Kp_{\phi_{rd}}$  et  $Ki_{\phi_{rd}}$  de tel sorte que  $\bar{A}_\phi$  soit une matrice d'Hurwitz alors  $\epsilon_{com_\phi} \rightarrow 0$  lorsque  $t \rightarrow \infty$ .

Considérons maintenant l'inégalité (3.16) et le changement de variable suivant  $v = 2\sqrt{V_o}$ , la dérivée temporelle de  $v$  satisfait :

$$\dot{v} \leq -\delta v + \psi\mu. \quad (\text{B.27})$$

L'ensemble des solutions de (B.27) est :

$$v(t) = v(t_0)e^{-\delta(t-t_0)} + \frac{\psi\mu}{\delta}(1 - e^{-\delta(t-t_0)}). \quad (\text{B.28})$$

En tenant compte que le flux de référence de la machine est  $\phi^* = 0.595Wb$ , si l'erreur d'estimation du flux est différent de cette valeur de référence ( $\epsilon_{obs_\phi} \neq 0.595$ ) alors  $\hat{\phi}_{rd} \neq 0 \forall t > 0$ . La même conclusion est donnée pour toutes les différentes lois de commande synthétisées.

## B.5 Influence de la résistance statorique à basse vitesse

Dans cette section, nous nous intéressons aux influences de la résistance statorique sur les performances statiques et dynamiques en basse vitesse de la commande de la machine asynchrone. Il faut garder à l'esprit que dans cette annexe, nous allons montrer l'influence de la résistance à partir des équations de la machine, ce qui permettra aux lecteurs de mieux comprendre les effets de cette résistance. Dans la littérature (Malrait, 2001), (Montanari, 2006) et (Holtz, 2002) des études ont montré l'importance d'identifier cette résistance afin d'améliorer les performances de la commande sans capteur mécanique. Que ce soit pour la commande scalaire ( $U/f$ ) ou pour la commande vectorielle de la machine asynchrone la connaissance de la résistance statorique est importante. En général le flux n'est pas mesuré et son estimation dépend des paramètres de la machine. Une variation paramétrique en particulier une variation de la résistance statorique entraîne une dégradation de l'estimation du flux à très basse vitesse.

### B.5.1 Flux statorique : commande scalaire

Considérons les équations en tension (2.7) de la machine asynchrone dans le repère diphasé  $\alpha\beta$ , les flux statoriques sont donnés par

$$\begin{aligned} \frac{d(\phi_{s\alpha})}{dt} &= v_{s\alpha} - R_s i_{s\alpha} \\ \frac{d(\phi_{s\beta})}{dt} &= v_{s\beta} - R_s i_{s\beta} \end{aligned} \quad (\text{B.29})$$

de (B.29), il est évident que les flux statoriques dépendent de la valeur de la résistance statorique. Définissons les références des flux statoriques par

$$\begin{aligned} \frac{d(\phi_{s\alpha}^*)}{dt} &= v_{s\alpha}^* - R_s^* i_{s\alpha}^* \\ \frac{d(\phi_{s\beta}^*)}{dt} &= v_{s\beta}^* - R_s^* i_{s\beta}^* \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

où  $v_{s\alpha}^*$ ,  $v_{s\beta}^*$ ,  $i_{s\alpha}^*$ ,  $i_{s\beta}^*$  et  $R_s^*$  sont respectivement les valeurs de références des tensions, courants statoriques dans le repère  $\alpha\beta$  et de la résistance statorique. Nous supposons que les tensions et courants statoriques sont mesurés alors  $v_{s\alpha\beta} = v_{s\alpha\beta}^*$  et  $i_{s\alpha\beta} = i_{s\alpha\beta}^*$ . Soient

$$\begin{aligned} e_{s\alpha} &= \phi_{s\alpha}^* - \phi_{s\alpha} \\ e_{s\beta} &= \phi_{s\beta}^* - \phi_{s\beta} \\ \Delta R_s &= R_s^* - R_s \end{aligned}$$

les erreurs de flux et de la résistance statorique. De (B.29) et (B.30) les dynamiques des erreurs du flux sont

$$\begin{aligned} \frac{d(e_{s\alpha})}{dt} &= -\Delta R_s i_{s\alpha} \\ \frac{d(e_{s\beta})}{dt} &= -\Delta R_s i_{s\beta}. \end{aligned} \quad (\text{B.31})$$

Supposons que

$$\begin{aligned} i_{s\alpha} &= |i_s| \cos(\omega_s t - \varphi) \\ i_{s\beta} &= |i_s| \sin(\omega_s t - \varphi) \end{aligned}$$

où  $|i_s|$  est la valeur maximale du courant statorique,  $\varphi$  est le déphasage tension-courant et  $\omega_s$  la pulsation statorique. En intégrant l'équation (B.31) on obtient

$$\begin{aligned} e_{s\alpha} &= -\frac{\Delta R_s}{\omega_s} i_{s\beta} \\ e_{s\beta} &= \frac{\Delta R_s}{\omega_s} i_{s\alpha} \end{aligned} \quad (\text{B.32})$$

De l'équation (B.32), nous pouvons conclure que si la pulsation statorique est grande alors les erreurs dues à la variation de la résistance statorique sont négligeables tandis que, lorsque  $\omega_s \rightarrow 0$  (dans la zone inobservable) une erreur sur la valeur de la résistance statorique entraîne une dégradation de la régulation du flux.

## B.5.2 Flux rotorique : commande vectorielle

Considérons les équations de la machine asynchrone (2.8) dans le repère généralisé  $dq$ . Les flux rotoriques en fonction des variables du stator sont donnés par

$$\begin{aligned} \frac{d(\phi_{rd})}{dt} &= -\frac{L_\sigma}{\nu_r} \cdot \frac{d(i_{sd})}{dt} + \frac{1}{\nu_r} \cdot \frac{d(\phi_{sd})}{dt} \\ \frac{d(\phi_{rq})}{dt} &= -\frac{L_\sigma}{\nu_r} \cdot \frac{d(i_{sq})}{dt} + \frac{1}{\nu_r} \cdot \frac{d(\phi_{sq})}{dt} \end{aligned} \quad (\text{B.33})$$

où  $L_\sigma = \frac{M_{sr}^2}{L_s L_r} - 1$  et  $\nu_r = \frac{M_{sr}}{L_r}$ .

Maintenant considérons l'équation (2.9) et supposons que l'axe  $\mathbf{d}$  coïncide avec l'axe de la première phase du stator alors  $\dot{\theta}_s = 0$  d'où

$$\begin{aligned} v_{sd} &= R_s i_{sd} + \dot{\phi}_{sd} \\ v_{sq} &= R_s i_{sq} + \dot{\phi}_{sq}. \end{aligned} \quad (\text{B.34})$$

Définissons les références des flux rotoriques par

$$\begin{aligned} \frac{d(\phi_{rd}^*)}{dt} &= -\frac{L_\sigma}{\nu_r} \cdot \frac{d(i_{sd}^*)}{dt} + \frac{1}{\nu_r} (v_{sd}^* - R_s^* i_{sd}^*) \\ \frac{d(\phi_{rq}^*)}{dt} &= -\frac{L_\sigma}{\nu_r} \cdot \frac{d(i_{sq}^*)}{dt} + \frac{1}{\nu_r} (v_{sq}^* - R_s^* i_{sq}^*) \end{aligned} \quad (\text{B.35})$$

Soient

$$\begin{aligned} e_{rd} &= \phi_{rd}^* - \phi_{rd} \\ e_{rq} &= \phi_{rq}^* - \phi_{rq} \\ \Delta R_s &= R_s^* - R_s \end{aligned}$$

les erreurs de flux rotoriques et de la résistance statorique respectivement.

**Remarque 29** Dans le cas  $\dot{\theta}_s = 0$  les équations (B.29) et (B.34) sont identiques, car l'axe  $\mathbf{d}$  coïncide avec la première phase du stator.

Nous supposons que les tensions et courants statoriques sont mesurés alors  $v_{sdq} = v_{sdq}^*$  et  $i_{sdq} = i_{sdq}^*$ . De (B.33) et (B.35) les dynamiques des erreurs du flux sont

$$\begin{aligned} \frac{d(e_{rd})}{dt} &= -\frac{1}{\nu_r} \cdot \Delta R_s i_{s\alpha} \\ \frac{d(e_{rq})}{dt} &= -\frac{1}{\nu_r} \cdot \Delta R_s i_{s\beta}. \end{aligned} \quad (\text{B.36})$$

En intégrant l'équation (B.36) on obtient

$$\begin{aligned} e_{rd} &= -\frac{\Delta R_s}{\nu_r \cdot \omega_s} i_{s\beta} \\ e_{rq} &= \frac{\Delta R_s}{\nu_r \cdot \omega_s} i_{s\alpha} \end{aligned} \quad (\text{B.37})$$

De l'équation (B.37), nous pouvons conclure que si la pulsation statorique est grande alors les erreurs dues à la variation de la résistance statorique sont négligeables lors de la commande par orientation de flux tandis que, lorsque  $\omega_s \rightarrow 0$  (dans la zone inobservable) une erreur sur la valeur de la résistance statorique implique une mauvaise orientation du flux donc une dégradation des performances de la commande.



# Annexe C

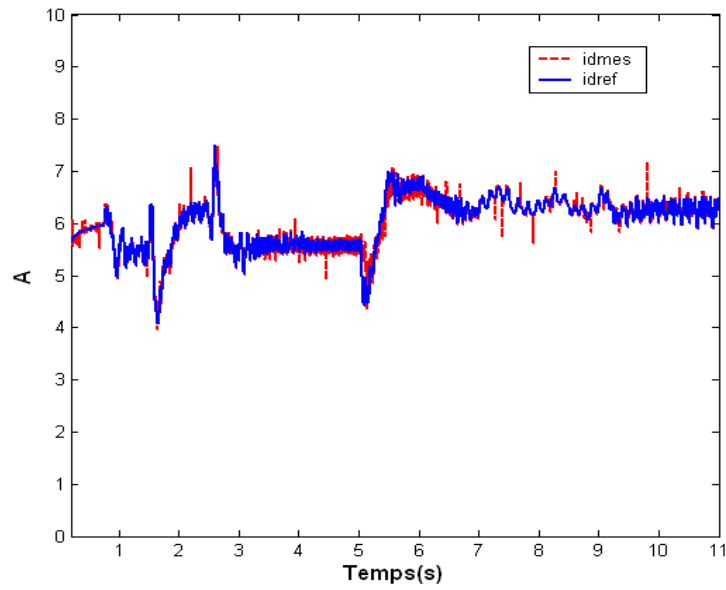
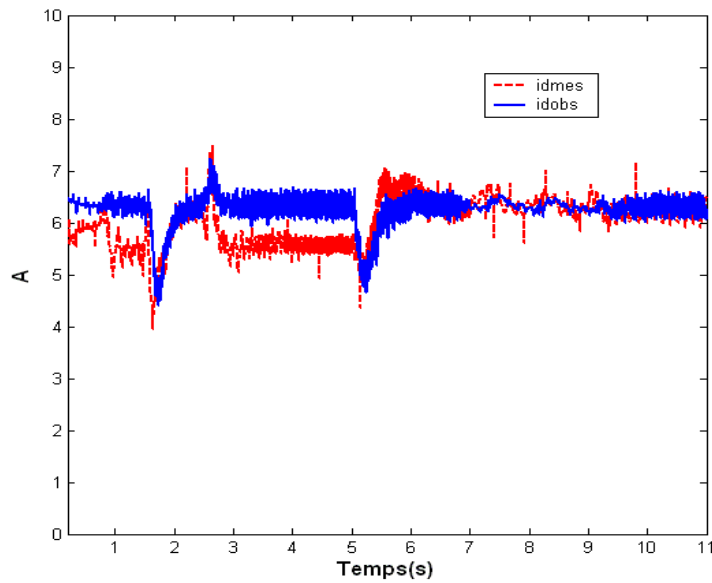
## Quelques données d'expérimentation et de simulation

Le but de ces annexes est de fournir quelques résultats d'expérimentation des courants et de la vitesse de la machine et des résultats de simulation sur l'influence des saturations et l'estimation de la résistance statorique.

### C.1 Résultats expérimentaux : Courants statoriques et vitesse de la machine

Les différentes lois de commande de type PI, modes glissants d'ordre un et backstepping ont été synthétisées à partir du modèle réduit de la machine asynchrone (4.3). Ce modèle est obtenu en rejetant l'influence des non linéarités des courants dans le système (2.22). Pour atteindre cet objectif, des boucles de courant, aux dynamiques rapides sont réalisées. L'objectif de ces régulateurs est de forcer les courants  $i_{sd}$  et  $i_{sq}$  à leurs valeurs de références  $i_{sd}^*$  et  $i_{sq}^*$ . Dans cette partie, nous ne donnerons que les résultats expérimentaux des régulateurs PI (4.1-4.2). Les régulateurs de type modes glissants d'ordre un ou backstepping donnent des résultats similaires avec une bonne régulation des courants.

Les figures C.1 et C.3 montrent les performances des régulateurs PI. Sur ces figures nous remarquons que les courants mesurés  $i_{sd}$  et  $i_{sq}$  suivent respectivement leurs références  $i_{sd}^*$  et  $i_{sq}^*$ . Pendant cet essai, l'observateur interconnecté est utilisé pour estimer les courants statoriques. Les figures C.2 et C.4 détaillent les performances de cet observateur. Les courants statoriques estimés  $\hat{i}_{sd}$  et  $\hat{i}_{sq}$  suivent respectivement leurs mesures  $i_{sd}$  et  $i_{sq}$  d'une manière générale, malgré la présence de la perturbation (couple de charge). Les vitesses mesurée et estimée convergent vers la vitesse de référence (Figs. C.5 et C.6). Sur la figure C.6, nous remarquons que les perturbations sont bien rejetées car le régulateur de vitesse utilise la vitesse estimée dans la boucle de contrôle. Les figures C.7 et C.8 montrent les courants ( $i_{s\alpha\beta}$ ) dans le repère fixe. Nous pouvons remarquer que la méthode utilisée (B.25) pour estimer la pulsation statorique ( $\tilde{\omega}_s$ ) permet de rendre les observateurs stables dans la zone inobservable car la fréquence des grandeurs statoriques est faible ( $f \approx 1Hz$ ) mais différent de zéro (Fig. C.8).

FIGURE C.1: Courant statorique de référence et mesuré sur l'axe **d**.FIGURE C.2: Courant statorique mesuré et estimé sur l'axe **d**.

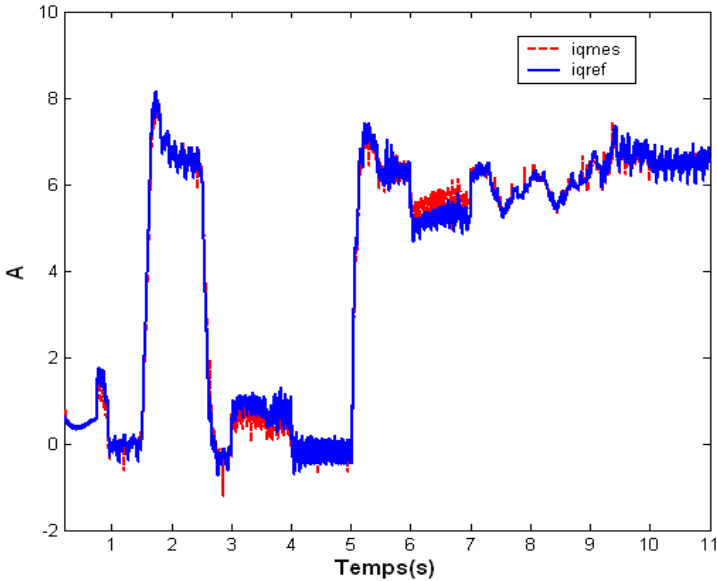


FIGURE C.3: Courant statorique de référence et mesuré sur l'axe  $q$ .

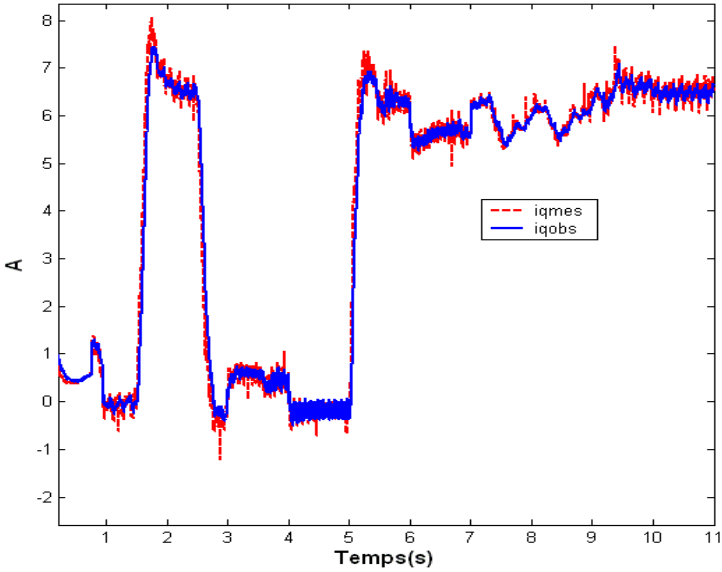


FIGURE C.4: Courant statorique mesuré et estimé sur l'axe  $q$ .



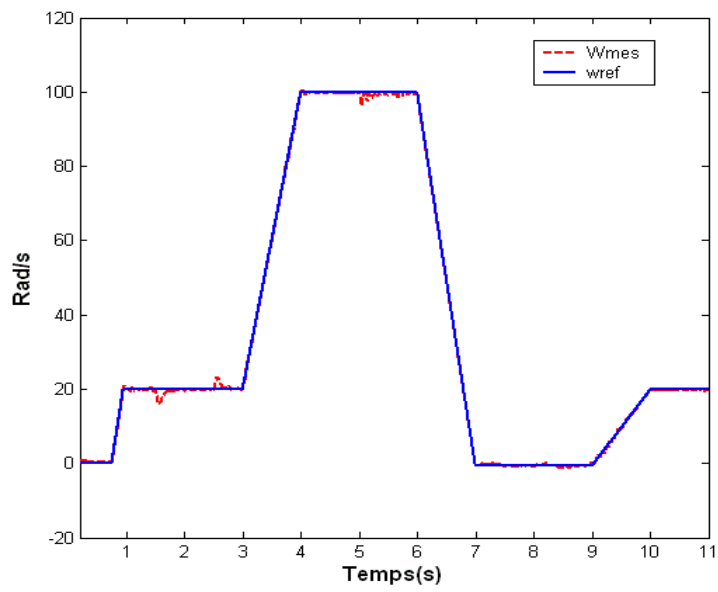


FIGURE C.5: Vitesse de référence et mesurée.

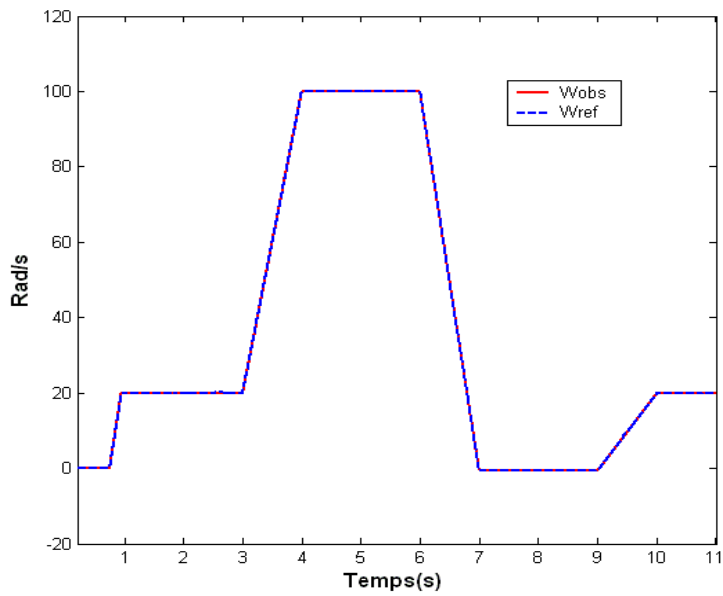


FIGURE C.6: Vitesse de référence et estimée.

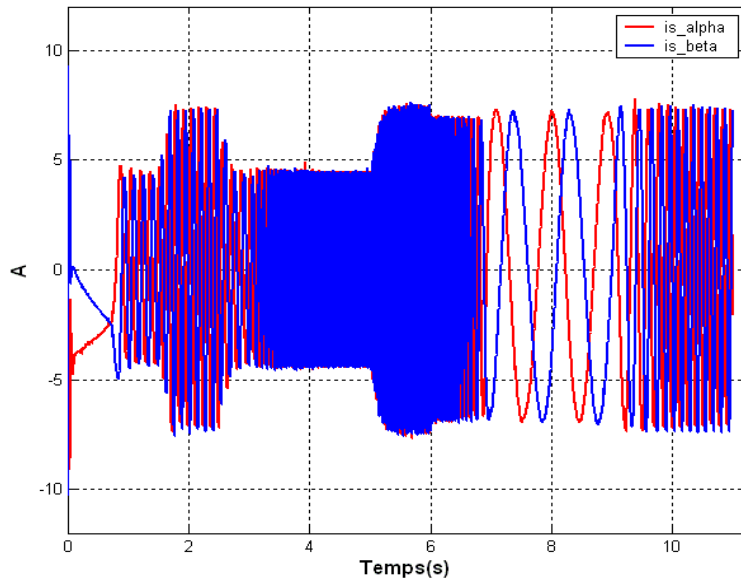


FIGURE C.7: Courants statoriques ( $i_{s\alpha\beta}$ ) dans le repère fixe ( $\alpha\beta$ ).

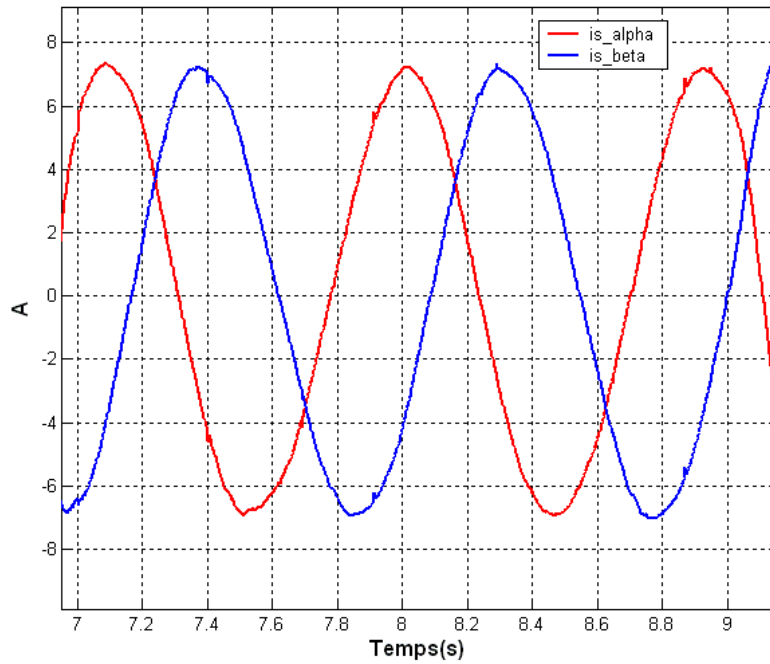


FIGURE C.8: Zoom sur les courants statoriques ( $i_{s\alpha\beta}$ ) dans la zone inobservable.

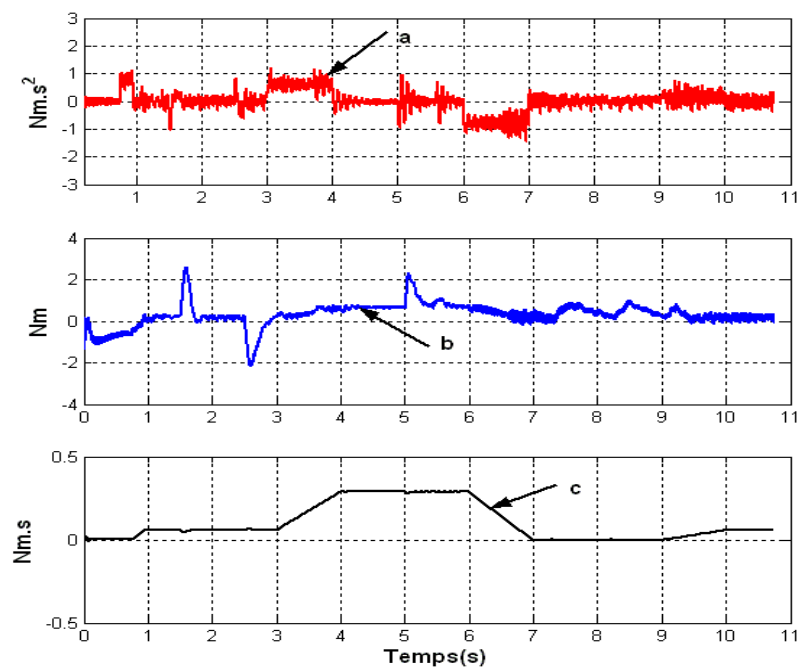


FIGURE C.9: a :  $J \frac{d\Omega}{dt}$ , b :  $T_l - \hat{T}_l$  et c :  $f_v \Omega$ .

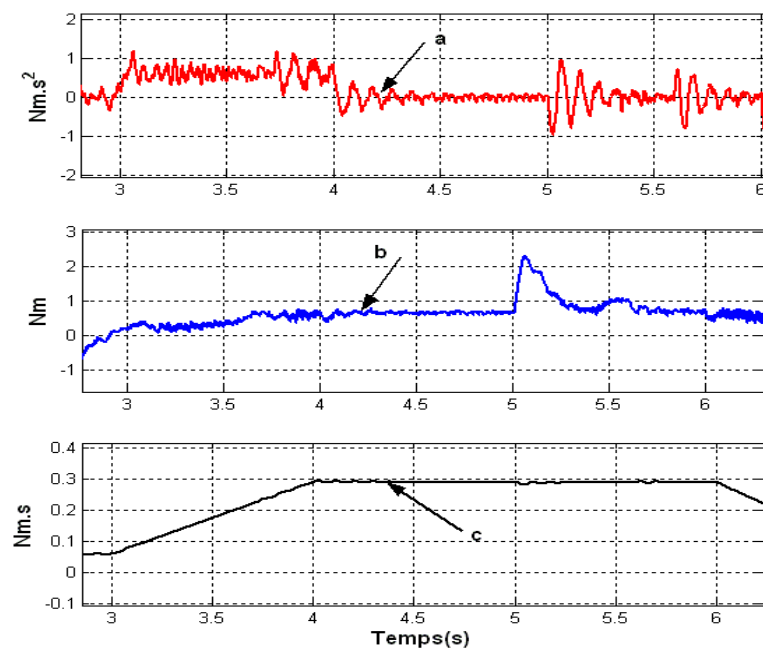


FIGURE C.10: Zoom dans la zone 3s à 6s.

## C.2 Différents types de saturation

Les boucles de flux et de vitesse comprennent des éléments limitant les sorties des régulateurs, notamment les courants et les tensions. En simulation l'introduction ou pas des limitations n'est pas un enjeu important car la machine est remplacée par son modèle. Mais il nous permet de voir des pics de certaines variables (courants, tensions) qui seront dangereuses pour la machine. Il est donc nécessaire d'introduire des limitations en courant et tension lors des expériences sur la machine. Généralement les lois de commande sont synthétisées sans tenir compte de la caractéristique non linéaire de la limitation. Cette caractéristique non linéaire introduite par la présence des saturateurs dans la boucle des régulateurs ne permet plus l'application de la théorie linéaire afin d'analyser précisément le comportement dynamique dès que la sortie des régulateurs sature.

Nous proposons ici les limitations utilisées dans les boucles de régulation lors de la phase expérimentale.

### C.2.1 Saturation des courants et tensions

Soient  $i_{si}$  le courant scalaire de la phase  $i$ , et  $I_s$  le vecteur courant statorique. La relation entre les repères triphasé et diphasé s'exprime de la façon suivante :

$$|I_{sdq}| = |I_{s\alpha\beta}| = \sqrt{\frac{2}{3}} |I_{s1-3}|.$$

En sachant que

$$|I_{s1-3}|_{max} = \frac{3}{2} i_{si_{max}}, \quad i = 1..3 \text{ phases}$$

nous déduisons la relation entre le vecteur courant maximal dans le repère diphasé et le courant maximal par phase  $i$  :

$$\begin{aligned} |I_{sdq}|_{max} &= \sqrt{\frac{3}{2}} i_{si_{max}} \\ &= \sqrt{3} I_{eff} \end{aligned}$$

où  $I_{eff}$  est la valeur efficace du courant.

De la même façon, le vecteur tension dans le repère diphasé est limité à :

$$\begin{aligned} |V_{sdq}|_{max} &= \sqrt{\frac{3}{2}} v_{si_{max}} \\ &= \sqrt{3} V_{eff}. \end{aligned}$$

où  $V_{eff}$  est la valeur efficace de la tension.

Les boucles de courants sont limitées par :

$$I_{sd_{max}} = I_{sq_{max}} = 1.3 \cdot \sqrt{3} I_n.$$

où  $I_n$  est la valeur nominale du courant.

La tension de commande est appliquée sur la machine, sa valeur maximale par phase est limitée par l'onduleur triphasé (Modulation en Largeur d'Impulsion). Pour une bonne protection de la machine, attention particulière est donnée à cette limitation. Les valeurs

maximales des vecteurs de la tension étant données, il faut limiter les tensions sur les axes  $\mathbf{d}$  et  $\mathbf{q}$  de manière à respecter

$$\begin{aligned} v_{sd}^2 + v_{sq}^2 &\leq |V_{sdq}|_{max}^2 \\ &\leq 3V_n^2. \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

où  $V_n$  est la valeur nominale de la tension.

**Règle :** *il faut que le point de fonctionnement de la machine ne soit pas à l'extérieur du cercle de rayon  $\sqrt{3}V_n$ .*

Afin d'assurer la stationnarité du flux, la régulation sur l'axe  $\mathbf{d}$  est prioritaire. Ainsi  $v_{sdmax}$  est donnée par :

$$v_{sdmax} = \sqrt{3}V_n. \quad (\text{C.2})$$

Après le réglage de l'axe  $\mathbf{d}$ , nous calculons la valeur maximale de la tension sur l'axe  $\mathbf{q}$  afin de respecter la limitation des vecteurs tensions. De l'équation (C.1) on obtient :

$$v_{sqmax} = \sqrt{3V_n^2 - v_{sd}^2}. \quad (\text{C.3})$$

Dans un variateur de vitesse industriel, la tension du bus continu ( $E$ ) de l'onduleur est obtenue par un redresseur triphasé. Lors de l'expérimentation des lois de commande avec le système dSPACE, la MLI est obtenue par l'intersection de tensions sinusoïdales (fournie par la commande) et un signal triangulaire de haute fréquence (la porteuse). En considérant que l'onduleur est de gain unité, la valeur maximale de la tension carrée obtenue est  $V_{max} = \frac{E}{2}$ , sa valeur efficace est :

$$V_{effmax} = \frac{E}{2\sqrt{2}} = 0.35E. \quad (\text{C.4})$$

La limitation des tensions dans le repère de PARK en fonction de la valeur du bus continu est

$$V_{dqmax} = 0.35\sqrt{3} \cdot E. \quad (\text{C.5})$$

La figure C.11 montre le bloc simulink de limitation des tensions de commande.

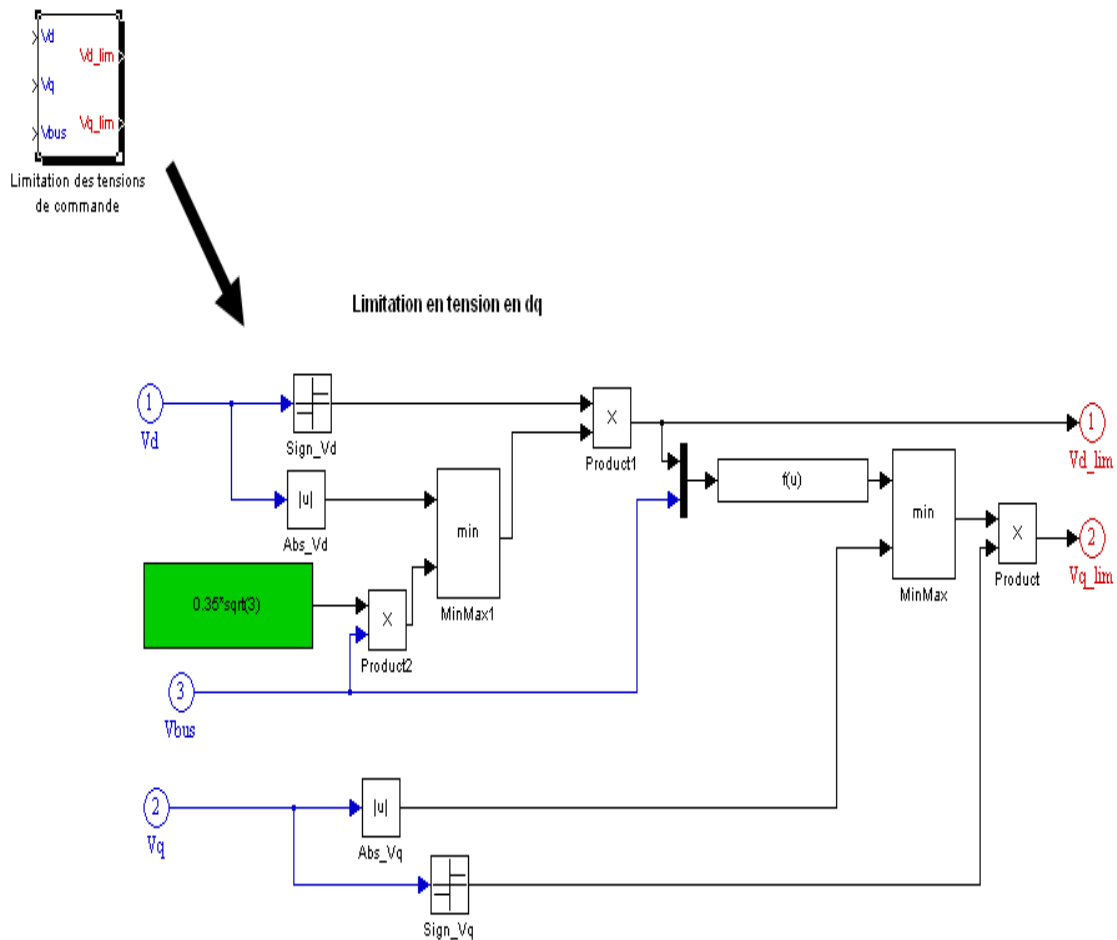


FIGURE C.11: Bloc simulink de limitation des tensions de commande.

### C.2.2 Saturation du terme intégral des régulateurs de type PI

L'introduction des saturations dans la boucle de commande perturbe le fonctionnement des régulateurs comportant une action intégrale. Pour optimiser le comportement des régulateurs, nous allons introduire une limitation sur le terme intégral. La difficulté est que cette limitation doit être en fonction de la saturation à la sortie du régulateur. Lors de l'introduction d'une saturation sur un asservissement PI, l'action intégrale pose des problèmes. En effet, quand la commande est en saturation et que l'erreur entre la consigne et la mesure n'est pas nulle, l'action intégrale continue à croître, ce qui se traduit par une augmentation de la sortie de cette action. Lorsque l'erreur redevient nulle, la sortie reste saturée encore pendant un temps important. Le délai nécessaire pour réduire la composante intégrale excédentaire. Dès lors nous ne contrôlons plus les grandeurs désirées. L'idée est de maintenir la sortie de l'action intégrale constante dès que la commande est en saturation (anti wind up).

Le schéma de principe d'un régulateur PI, avec le bloc de saturation est donné par la figure C.12

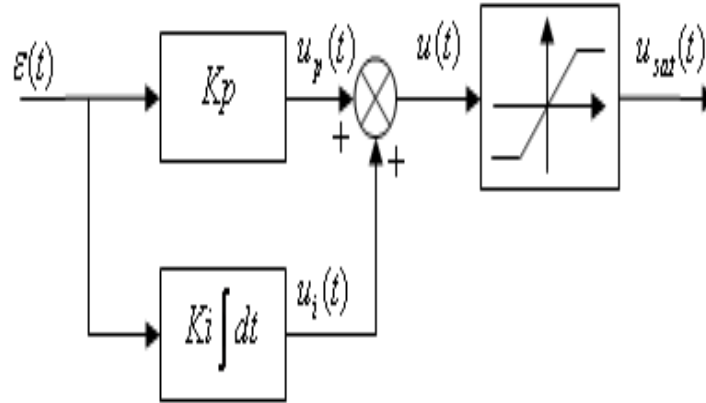


FIGURE C.12: Schéma de principe d'un régulateur PI avec le bloc de saturation.

Le signal de commande s'écrit :

$$u(t) = K_p \epsilon(t) + K_i \int \epsilon_L(t). \quad (\text{C.6})$$

où  $\epsilon_L(t)$  est égal à  $\epsilon(t)$  s'il n'y a pas de saturation.

Si la tension de commande n'est pas saturée pas on a :

$$u(p) = \frac{K_p p + K_i}{p} \epsilon(p)$$

ou

$$\epsilon(p) = \frac{p}{K_p p + K_i} U(p)$$

avec  $p$  est l'opérateur de Laplace. En choisissant  $\epsilon_L$  tel que :

$$\epsilon_L(p) = \frac{p}{K_p p + K_i} U_{sat}(p).$$

En effet à l'absence de la saturation, on a  $U_{sat}$  est égal à  $u(t)$ , donc  $\epsilon_L(t)$  sera identique à  $\epsilon(t)$ . Lorsque la tension de commande est saturée alors  $\epsilon_L(t)$  va tendre vers 0. Le schéma de principe du régulateur de type PI devient (Fig. C.13).

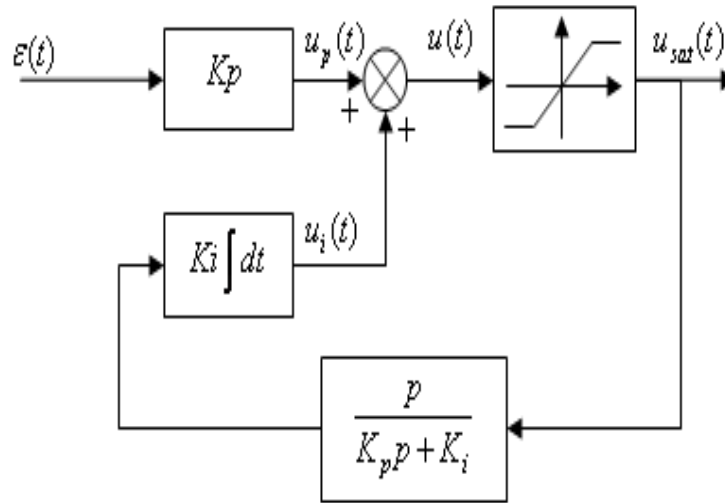


FIGURE C.13: Nouveau schéma de principe d'un régulateur PI avec le bloc de saturation.

### C.3 Quelques résultats de simulations montrant l'influence des saturations

La motivation principale de ces simulations est d'analyser les performances de l'ensemble "Commande+Observateur" sur des trajectoires de type échelon avec saturation des régulateurs. Plus précisément, la vitesse de la machine est portée à 100 rad/s entre  $t = 2.5s$  et  $t = 9s$ . Puis, le couple de charge est appliqué entre  $t = 4s$  et  $t = 7s$ . Les valeurs maximales des courants sont choisies de telle sorte que les régulateurs entrent en saturation lorsque les références de vitesse et de couple de charge sont appliquées.

Les valeurs maximales des courants sur les axes **d** et **q** pour ces essais sont choisies de la façon suivante :

$$I_{sd_{max}} = I_{sq_{max}} = 0.67 \cdot \sqrt{3}I_n.$$

#### C.3.1 Régulateur de type PI

La figure C.14 détaille les résultats de simulation avec un régulateur de type PI. Nous pouvons remarquer que à l'instant  $t = 0s$ , le courant sur l'axe **d** est saturé et le flux s'établit lentement dans la machine. A  $t = 2.5s$ , lorsque l'on applique une vitesse de type échelon le courant sur l'axe **q** est saturé. Même conclusion lorsque la vitesse s'annule ( $t = 9s$ ). Lorsqu'on applique le couple de charge à  $t = 4s$ , les régulateurs de flux et de vitesse sont saturés. Cependant le régulateur de flux rejette vite la perturbation. En effet suivant le principe de la saturation de la tension décrite dans la section C.2.1, la tension sur l'axe **d** évolue librement, ce qui rend le régulateur de flux plus performant par rapport au régulateur de vitesse. La saturation du courant sur l'axe **q** en présence du couple de charge réduit les performances du régulateur de vitesse.



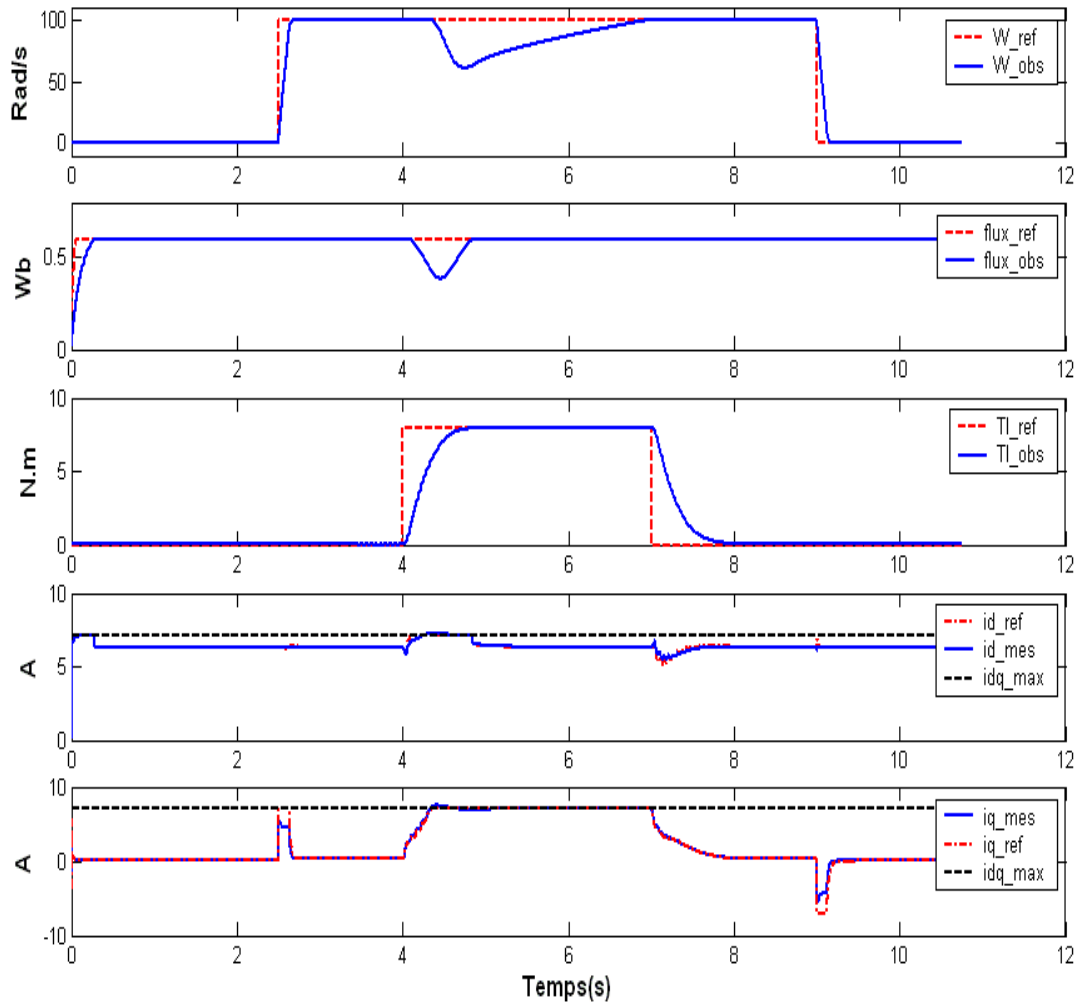


FIGURE C.14: Contrôle vectoriel avec régulateur PI et limitation : Réponses de la vitesse, du flux, du couple de charge et des courants.

### C.3.2 Régulateur de type Backstepping

Les résultats de simulation avec un régulateur de type backstepping sont donnés par la figure C.15. En comparant ces résultats à ceux du régulateur de type PI, nous remarquons les mêmes phénomènes. Cependant le régulateur de vitesse de type backstepping rejette plus vite la perturbation. Le courant sur l'axe  $d$  est saturé lorsque le flux s'établit dans la machine et pendant l'instant d'application du couple de charge. Le courant sur l'axe  $q$  est saturé aux instants d'application de la vitesse et du couple de charge. Même conclusion lorsque la vitesse de la machine s'annule.

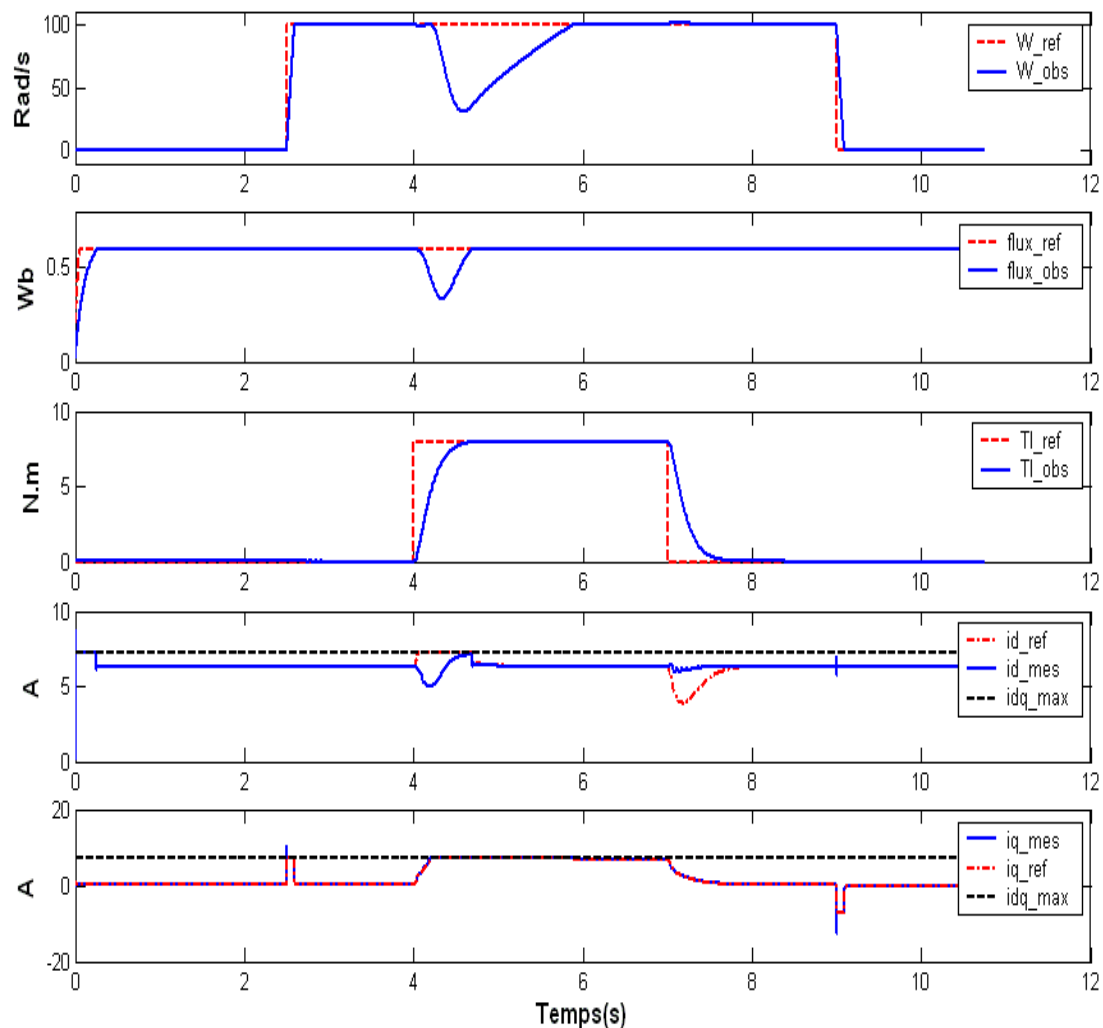


FIGURE C.15: Contrôle vectoriel avec régulateur Backstepping et limitation : Réponses de la vitesse, du flux, du couple de charge et des courants.

### C.3.3 Mode glissant d'ordre supérieur

Lors de la synthèse des commandes de types PI et backstepping, les boucles de flux et de vitesse permettent d'obtenir respectivement les courants de référence sur les axes  $\mathbf{d}$  et  $\mathbf{q}$ . Les tensions de commande sont données par les boucles de courants. Contrairement à ces deux types de commande, la commande par modes glissants d'ordre supérieur à trajectoires pré-calculées permet d'obtenir directement les tensions de commande. Pour ce type de commande, la saturation possible est la limitation des tensions de commande donc les valeurs maximales sont imposées par la MLI. Selon le principe de saturation des tension, la valeur de la tension du bus continu est utilisée pour saturer les tensions de commande. La figure C.16 montre les résultats de la simulation avec une tension du bus continu de 200V. En analysant cette figure, nous remarquons que le régulateur de flux rejette bien la perturbation. En effet, le principe de saturation de la tension impose la valeur maximale possible à la tension sur l'axe  $\mathbf{d}$ , c'est ce qui explique les bonnes perfor-

mances du régulateur de flux. Tandis que, le reste de la tension sert à contrôler la vitesse du moteur. Pour une tension du bus continu de 200V, les performances du régulateurs de vitesse sont dégradées en présence ou pas de la perturbation(couple de charge). La vitesse du moteur ne converge pas vers la vitesse de référence. Nous pouvons conclure que si la tension du bus continu est choisie de manière adéquate, la vitesse du moteur n'excède pas sa valeur nominale, alors le courant sur l'axe  $q$  est limité indirectement.

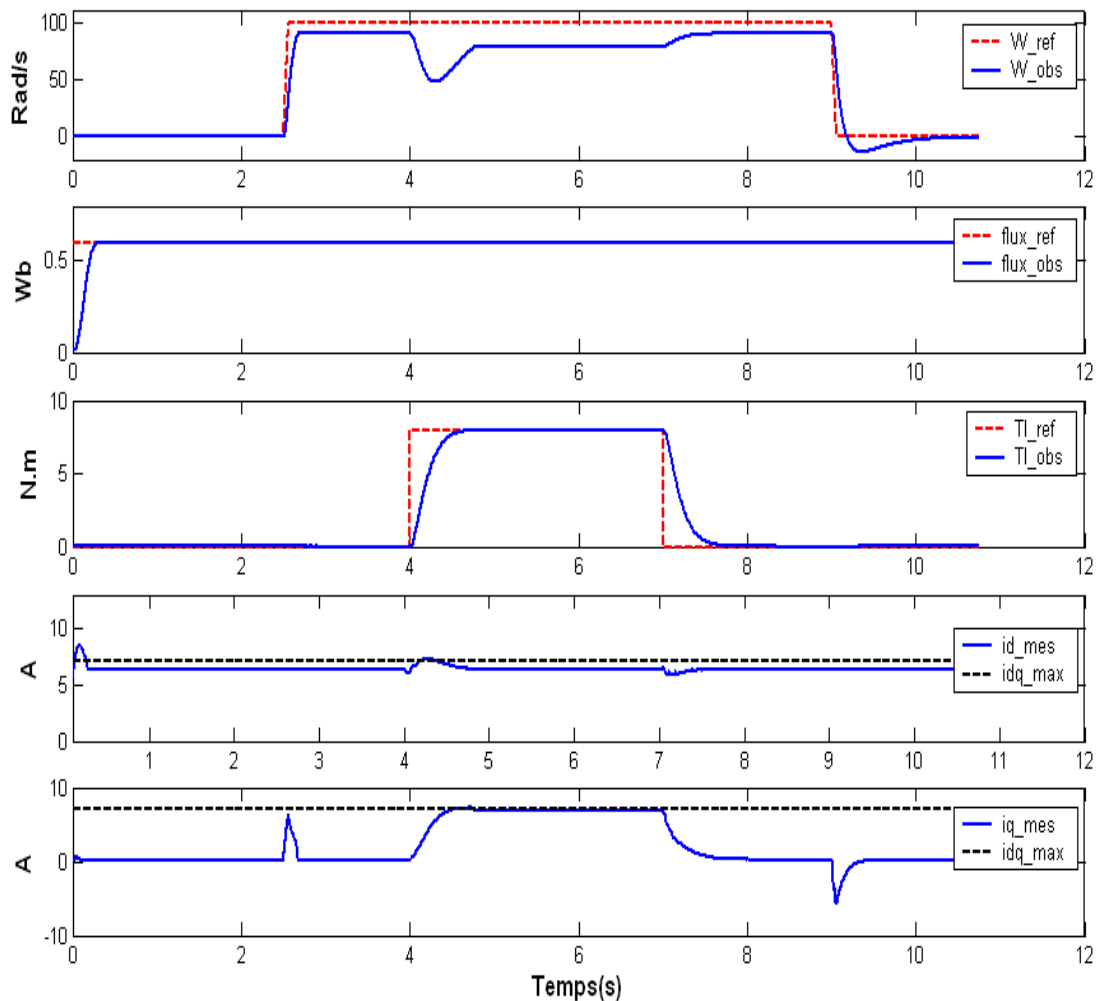


FIGURE C.16: Contrôle vectoriel avec régulateur Modes Glissants et limitation : Réponses de la vitesse, du flux, du couple de charge et des courants.

## C.4 Résultats de simulation et expérimentation de l'estimation de $R_s$

Lors de la phase expérimentale seul les paramètres identifiés sont disponibles. Il est clair qu'en expérimentation ces paramètres dits "nominaux" ne sont pas les paramètres réels de la machine car les résultats de l'identification sont obtenus avec une certaine incertitude. De plus certains paramètres (résistances statorique et rotorique) de la machine varient considérablement avec la température (Holtz, 2002). Alors les conditions expérimentales actuelles sont légèrement différentes des conditions d'identification. Une des difficultés que nous avons rencontré est de comparer la valeur de la résistance statorique estimée à sa valeur d'identification pendant la phase expérimentale. Pour mieux montrer les performances de l'estimation de la valeur de la résistance statorique, nous allons donner ici quelques résultats de simulation. Dans un premier temps l'estimateur de la résistance statorique est initialisé avec une valeur identique à celui du modèle de la machine. La figure C.17 détaille les résultats pour  $R_s = 1.47\Omega$ . On obtient une bonne convergence de la résistance estimée vers celle du modèle de la machine. L'erreur d'estimation est presque nulle. Dans un second temps, nous initialisons l'estimateur de la résistance statorique à  $\pm 50\%$  par rapport à la valeur de la résistance du modèle ( $R_s = 1.47\Omega$ ). Les figures C.18, C.19, C.20 et C.21 montrent les résultats expérimentaux. D'une manière générale, la résistance statorique estimée converge vers celle du modèle malgré une valeur initiale différente. Lors de la phase expérimentale nous avons initialisé l'estimateur de la résistance statorique à  $R_{s0} = 1.9\Omega$  et la valeur estimée converge généralement vers  $R_s = 1.85\Omega$  suivant les commandes (voir Fig. C.22). Nous pouvons conclure que pendant ces conditions d'expérimentations la valeur de réelle de la résistance statorique du moteur doit être proche de la grandeur estimée.

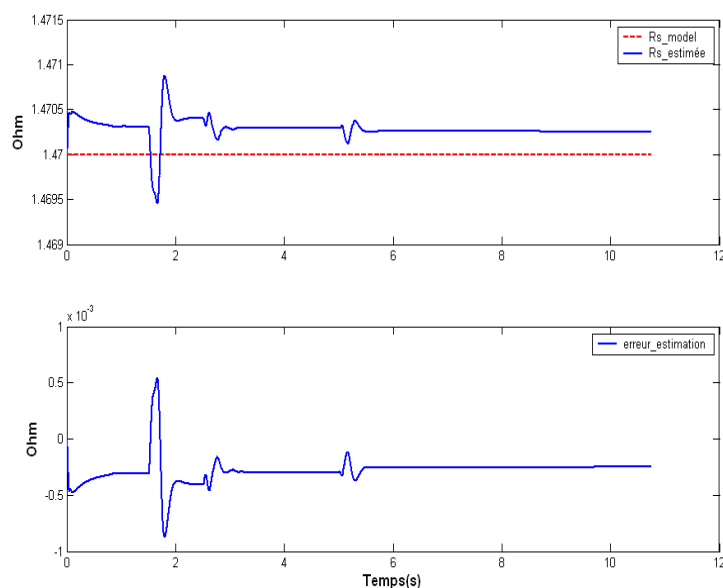


FIGURE C.17: Valeur initiale d'estimation de la résistance statorique identique à celle du modèle

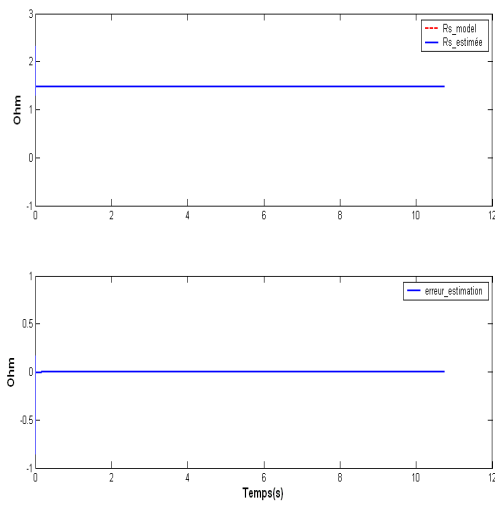


FIGURE C.18: +50% sur la valeur initiale d'estimation de la résistance statorique.

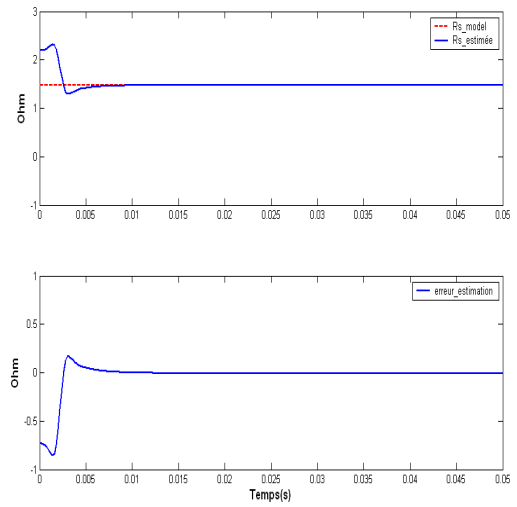


FIGURE C.19: Zoom sur l'instant de convergence de la résistance statorique.

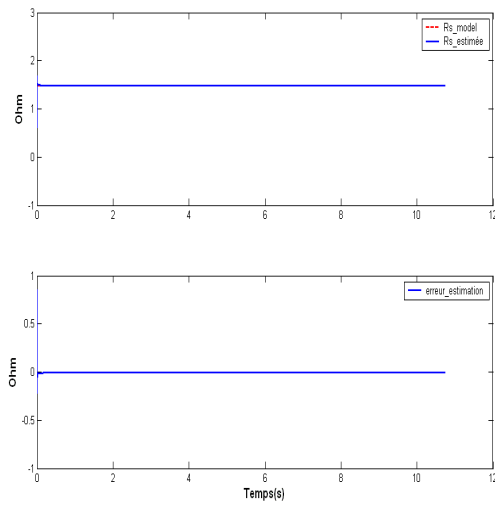


FIGURE C.20: -50% sur la valeur initiale d'estimation de la résistance statorique.

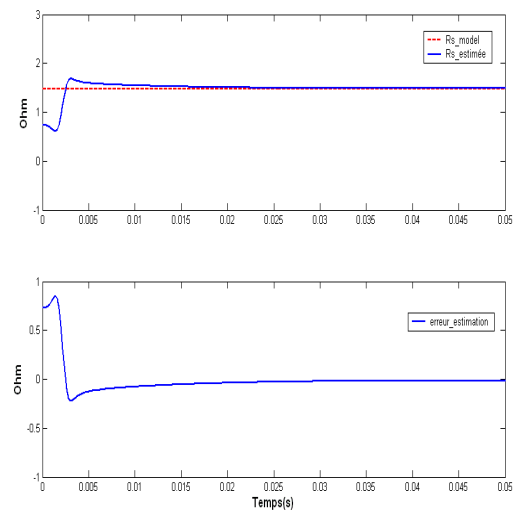


FIGURE C.21: Zoom sur l'instant de convergence de la résistance statorique.

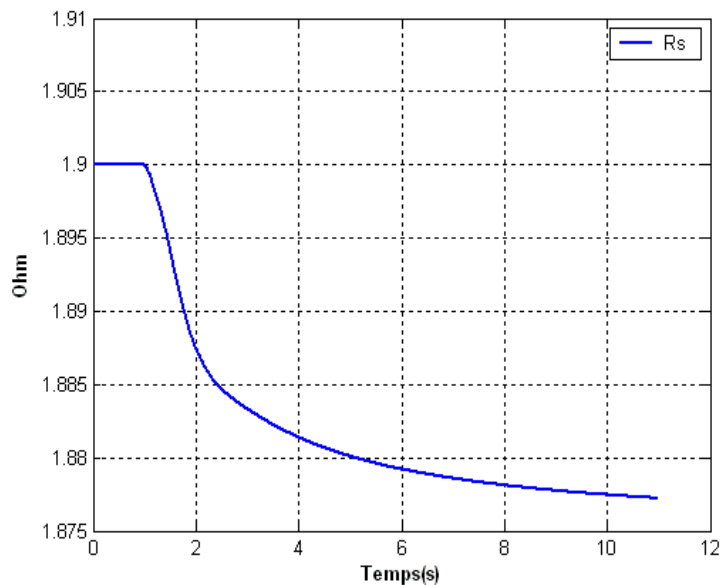


FIGURE C.22: Résultat expérimental montrant la convergence de la résistance statorique  $R_s$  estimée.

## C.5 Temps de calcul des différentes lois de commande

Dans cette partie nous allons donner le temps de calcul (coût de mise en oeuvre) des différentes lois de commande synthétisées. Ces temps obtenus à l'aide du système **dSPACE/ControlDesk** sont résumés dans le tableau suivant.

- la colonne "**Total**" donne le temps de calcul des algorithmes de commande et d'observateur, la génération des trajectoires de références (vitesse, flux, couple de charge), des différents blocs d'acquisitions des mesures (courants, vitesse, couple de charge,...) et du bloc de génération de la MLI, c'est le temps minimal d'échantillonnage possible de la carte dSPACE,
- la colonne "**Commande+Observateur**" représente le temps de calcul des algorithmes de commande et d'observateur,
- la colonne "**Commande**" donne le temps de calcul des algorithmes de commande,
- la colonne "**Observateur**" correspond au temps de calcul des algorithmes d'observateur.

	Temps de calcul en $\mu s$			
	Total	Commande+Observateur	Commande	Observateur
Régulateur PI	86	29	10	20*
M.G d'ordre 1	88	27	11	20
Backstepping	95	40	12	34**
M.G d'ordre 3	110	62	35	34

\* temps de calcul de l'observateur interconnecté,

\*\* temps de calcul de l'observateur adaptatif interconnecté.



# Bibliographie

- (Adnan, 2005) D. Adnan. *Speed-Sensorless Control of Induction Motors Using a Continuous Control Approach of Sliding-Mode and flux Observer*, IEEE Transactions on Industry Electronics, Vol.52, No.4, pp.1170-1176, August 2005.
- (Alenka, 1998) H. Alenka and J. Karel. *Robust Sliding Mode Control of Induction Motor (IM) Drive Without Speed Sensor*, IEEE International Conference on Control Applications, Triste, Italy, pp.1021-1025, 1-4 september 1998.
- (Ané, 2006) T. Ané and L. Loron. *Essay and efficient tuning of PI controller for electrical drives*, IECON, Paris, France, pp. 5131-5136, November 7 - 10, 2006.
- (Arab, 2005) G.R. Arab Markadeh, J. Soltani and N.R. Abjadi. *Sliding-mode Control for Speed sensorless Induction Machine Drive using an Adaptive Nonlinear Rotor Flux Observer*, IEEE PEDS, 2005.
- (Aurora, 2004) C. Aurora and A. Ferrari. *Speed regulation of induction motors : An adaptive sensorless sliding mode control scheme*, IEEE ACC'04, Boston, USA, 30 june-2 july 2004.
- (Barambones, 2004) O. Barambones and A.J. Garrido. *A sensorless variable structure control of induction motor drives*, Electric Power System research, Vol.72, Issue 1, pp.21-32, November 2004.
- (Bartolini , 1998) G. Bartolini, A. Ferrara, and E. Usai. *Chattering avoidance by second-order sliding mode control*, IEEE Trans. Autom. Control, vol.43, no.2, pp.241-246, 1998.
- (Besançon, 1996a) G. Besançon, G. Bornand and H. Hammouri. *Observer Synthesis for a class of Nonlinear Control Systems*, European Journal of Control, vol.2, No.3, pp. 176-192, 1996.
- (Besançon, 1996b) G. Besançon. *Contributions à l'étude et à l'Observation des Systèmes Non Linéaires avec recours au Calcul Formel*, thèse de doctorat, INPG, Novembre 1996.
- (Besançon, 1998) G. Besançon and H. Hammouri. *On Observer Design for Interconnected Systems*, Journal of Mathematical Systems, Estimation and Control, vol.8, No.4, 1998.
- (Besançon, 2006) G. Besançon, J. De Leon and O. Huerta-Guevara. *On Adaptive observers for State Affine Systems*, International journal of Control, vol.79, No.6, 2006.



- (Blaschke, 1972) F. Blaschke. *The principle of field orientation applied to the new trans-vector closed-loop control system for rotating field machine*, Siemens-Rev., 93, pp. 217-220, 1972.
- (Bodson, 1994) M. Bodson and J. Chiasson. *High-performance induction motor control via input- output linearization*, IEEE, Control system, vol.14, No.4, pp.25-33, August 1994.
- (Canudas, 2000) C. Canudas de Wit, A. Youssef, J.P. Barbot, Ph. Martin and F. Malrait. *Observability Conditions of Induction Motors at low frequencies*, IEEE Conference on Decision and Control, Sydney, December 2000.
- (Caron, 1995) J.P. Caron and J.P. Hautier. *Modélisation et commande la machine asynchrone*, Edition Technip, 1995.
- (Castro, 2004) R. Castro-Linarès, S. Laghrouche, A. Glumineau and F. Plestan. *Higher order sliding mode observer-based control*, 2nd IFAC Symposium on System, Structure and Control, Oaxaca, Mexico, 2004.
- (Chiasson, 1993) J. Chiasson. *Dynamic feedback linearization of induction motor*, IEEE Transaction On Automatic Control, Vol.38, No.10, pp.1587-1594, 1993.
- (Chiasson, 1995) J. Chiasson. *Non Linear Controllers For Induction Motors*, IFAC Conference System Structure and Control, Nantes, France, July 1995.
- (Chiasson, 1998) J. Chiasson. *A new approach to dynamic feedback linearization control of an induction motor*, IEEE Transaction On Automatic Control, Vol.43, No.3, pp.391-397, 1998.
- (Chiasson, 2005) J. Chiasson. *Modeling and High-Performance Control of Electric Machines*, WILEY-INTERSCIENCE A JOHN WILEY & SONS, INC., PUBLICATION 2005.
- (Conte, 1999) G. Conte, C.H Moog and A.M. Perdon. *Nonlinear Control System-An Algebraic Setting*, Springer-Verlag, London, 1999.
- (Emelyanov, 1993) S.V. Emelyanov, S.K. Korovin, and A. Levant. *Higher-order sliding modes in control systems*, Differential Equations, vol.29, no.11, pp.1627-1647, 1993.
- (Engel, 2002) R. Engel and G. Kreisselmeier. *A continuous-time observer which converges in finite times*, IEEE Trans. Autom. Control, Vol.47, No.7, pp.1202-1204, 2002.
- (Faa, 1999) J.L. Faa, J.W. Rong and C.L. Pao. *Robust Speed sensorless Induction Motor Drive*, IEEE Transactions on aerospace and electronic systems, Vol.35, No.2, pp.566-578, April, 1999.
- (Feemster, 2001) M. Feemster, P. Aquino, D.M. Dawson and A. Behal. *Sensorless Rotor velocity tracking control for induction motors*, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol.9, No.4, pp.645-653, July 2001.

- (Ferrah, 1998) A. Ferrah, K.J. Bradley and P.J. et al. Hogben-Laing. *Speed identifier for induction motor drives using real time adaptive digital filtering* IEEE Trans. On Industry Application Vol.34, No.1, pp.156-162, Jan/feb 1998.
- (Filippov, 1988) A.F. Filippov. *Differential Equations with Discontinuous Right-Hand Side*, Kluwer, Dordrecht, The Netherlands, 1988.
- (Floquet, 2000) T. Floquet, J.P. Barbot and W. Perruquetti. *Second-order sliding-mode control for induction motor*, CDC Sydney, Australia, December, 2000.
- (Ghanes, 2005) M. Ghanes. *Observation et Commande de la Machine Asynchrone sans Capteur Mécanique*, thèse de doctorat, IRCCyN (Ecole Centrale de Nantes), Novembre 2005.
- (Ghanes, 2006a) M. Ghanes, J. De Leon and A. Glumineau. *Observability Study and Observer-Based Interconnected From for sensorless Induction Motor*, CDC, San Diego, pp.1240-1244, December 13-15, 2006.
- (Ghanes, 2006b) M. Ghanes, J. De Leon and A. Glumineau. *Novel Controller for Induction motor without mechanical Sensor and Experimental Validation* CDC, San Diego California USA, pp.4008-4013, December 13-15, 2006.
- (Giuseppe, 2000) G. Giuseppe and U. Hidetoshi. *A Novel Stator Resistance Estimation Method for Speed-Sensorless Induction Motor Drives* IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.36, No.6, pp.1619-1627, November/December 2000.
- (Gregor, 2006) E. Gregor and J. Karel. *Low-speed Sensorless Control of Induction Machine*, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.53, No.1, pp.120-128, February 2006.
- (Herman, 1977) R. Herman and A.J. Krener. *Nonlinear controllability and observability* IEEE Trans. on Automatic Control, vol.22, pp.728-740, 1977.
- (Holtz, 2000) J. Holtz. *Is Sensorless Position Control of Standard Induction Motors a Feasible Technology*, Proceeding of the Power Electronics and Motion Conference, IEEE, Beijing, China, August, 2000.
- (Holtz, 2002) J. Holtz. *Sensorless control induction motor drives* Proceedings of the IEEE 90(8) pp.1359-1394, Aug 2002.
- (Ibarra, 2004) S. Ibarra-Rojas, J. Moreno and G. Espinosa. *Global observability analysis of sensorless induction motor*, Automatica, Vol.40, Issue : 6, pp. 1079-1085, June 2004.
- (Jansen, 1995) P.L. Jansen and R.D. Lorenz. *Transducerless position and velocity estimation in induction and salient AC machines*, IEEE Trans. Industry Application, Vol.31, No.2, pp.240-247, Mar/Apr 1995.
- (Khalil, 1992) H.K. Khalil. *Nonlinear system*, Mac Millan publishing company, ISBN0-02-363541-X, 1992.

- (Khalil, 2004) H.K. Khalil and G.S. Elias. *Sensorless Speed Control of Induction Motors*, Proceeding of the 2004 America Control Conference Boston, pp.1127-1131, June 30./July 2, 2004.
- (Kubota, 1993) H. Kubota , K. Matsuse and T. Nakono. *DSP-Based Speed Adaptive Flux Observer of Induction Motor* Transactions on Industry Applications, Vol.29, No.2, pp.344-348, Mar./Apr. 1993.
- (Kubota, 1994) H. Kubota. *Speed sensorless field-oriented control of induction motor with rotor resistance adaptation*, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.30, No.5, pp.1219-1224, Sep./Oct. 1994.
- (Kuchar, 2004) M. Kuchar, P. Brandstetter and M. Kaduch. *Sensorless Induction motor drive with neural network* PESC, Aachen Germany, pp. 3301-3305, 2004.
- (Krishnakumar, 1996) B. Krishnakumar. *Sur les observateurs des systèmes non-linéaires et le principe de séparation*, thèse de doctorat, Université Claude Benard de Lyon I,1996.
- (Kwan, 1996) C.M. Kwan, F.L. Lewis and K.S. Yeung. *Adaptive control of induction motors without flux measurements*, Automatica, Vol.32, No.6, pp.903-908, 1996.
- (Kwan, 2000) C.M. Kwan and F.L. Lewis. *Robust backstepping Control of Induction Motors using neural networks*, IEEE Trans Neural Networks, Vol.11, pp.1178-1187, 2000.
- (Laghrouche, 2004a) S. Laghrouche, F. Plestan, and A. Glumineau. *Higher order sliding mode control based on optimal linear quadratic control and integral sliding mode*, IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems NOLCOS'04, Stuttgart, Germany, 2004.
- (Laghrouche, 2004b) S. Laghrouche, F. Plestan, and A. Glumineau. *A higher order sliding mode controller for a class of MIMO nonlinear systems : application to PM synchronous motor control*, American Control Conference ACC'04, Boston, Massachusetts, 2004.
- (Laghrouche, 2006) S. Laghrouche, F. Plestan, and A. Glumineau. *Practical higher order sliding mode control : optimal control based approach and application to electromechanical systems*, *Advances in Variable Structure and Sliding Mode Control* Lecture Notes in Control and Information Sciences, Springer-Verlag, Eds. Edwards C., Fossas Colet E., Fridman L., vol.334, 2006.
- (Lakshmikanthan, 1990) V. Laskhmikanthan, S. Leela and A.A. Martynyuk. *Practical stability of nonlinear systems* Word Scientific, 1990.
- (Lascu, 2003) C. Lascu, I. Boldea and F. Blaabbjerg. *Very low-speed Sensorless Variable Structure Control of Induction Machine Drives Without Signal Injection* IEEE Transactions on Industry Applications, pp.1395-1401, 2003.
- (Lascu, 2004) C. Lascu, I. Boldea and F. Blaabbjerg. *Direct Torque Control of Sensorless Induction Motors Drives : A Sliding-Mode Approach*, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.40, No.2, pp.582-590, March/April 2004.

- (Lesenne, 1981) J. Lesenne, F. Notelet and G. Séguier. *Introduction à l'électrotechnique approfondie* Technique et Documentation, Paris, 1981.
- (Levant, 1993) A. Levant. *Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control*, International Journal of Control, vol.58, no.6, pp.1247-1263, 1993.
- (Levant, 2001) A. Levant. *Universal SISO sliding-mode controllers with finite-time convergence*, IEEE Trans. Autom. Control, vol.49, no.9, pp.1447-1451, 2001.
- (Levant, 2003) A. Levant. *Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control*, International Journal of Control, vol.76, no.9/10, pp.924-941, 2003.
- (Levant, 2005) A. Levant. *Homogeneity approach to high-order sliding mode design*, Automatica vol.41, pp.823-830, 2005.
- (Lin, 2000) F.J. Lin and C.C. Lee. *Adaptive backstepping control for linear induction motor drive to track periodic references*, Elect.Power Appl, Vol.147, No.6, pp.449-458, 2000.
- (Lubineau, 1999) D. Lubineau. *Commande non linéaire de moteurs asynchrones avec observateurs*, thèse de doctorat, INPG, 1999.
- (Luo, 2000) Y.C. Luo. and C.H. Liu. *Adaptative stator resistance estimation and low speed torque ripple minimization for a sensorless direct torque control Induction Motor drive* in Conf.Rec.IPEC-Tokyo, pp.1087-1092, Tokyo, 2000.
- (Maes, 2000) J. Maes, J. Melkebeek. *Speed sensorless Direct Torque control of Induction Motor using adaptive flux observer*, IEEE Trans. Industry Application, Vol.36, no.3, pp.778-7785 May/June 2000.
- (Malrait, 2001) F. Malrait. *Problèmes d'identification et d'observabilité du moteur à induction pour la variation de vitesse industrielle "sans capteur"*, thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, Février 2001.
- (Marino, 1993) R. Marino, S. Peresada and P. Valigi. *Adaptive Input-output linearizing control of induction motors*, IEEE Transaction On Automatic Control, Vol.38, No.2, pp.208-220, 1993.
- (Marino, 1999) R. Marino, P. Sergei and P. Tomei. *Global Adaptive Output Feedback Control of Induction Motors with Uncertain Rotor Resistance*, IEEE Transactions On Automatic Control, Vol.44, No.5 pp. 967-983, 1999.
- (Marino, 2002) R. Marino, P. Tomei and C.M. Verelli. *Adaptive control of sensorless induction motors with uncertain rotor resistance* CDC Las Vegas, December 2002.
- (Marino, 2004) R. Marino, P. Tomei and C.M. Verelli. *A global tracking control for speed sensorless induction motrs* Automatica Vol. 40, Issue 6, pp.1071-1077, June 2004 .
- (Marino, 2005) R. Marino, P. Tomei and C.M. Verelli. *Adaptive control for speed-sensorless induction motors with uncertain load torque and rotor resistance* International Journal of Adaptive control and Signal Processing, 2005.

- (Mehmet, 2005) D. Mehmet. *Sensorless Sliding Mode Direct Torque Control (DTC) of Induction Motor* IEEE ISIE, pp.911-915, Dubrovnik, Croatia, June 20-23, 2005,
- (Mihai, 2006) C. Mihai and X. Longya. *Sliding-Mode MRAS Speed Estimators for Sensorless Vector Control of Induction Machine*, IEEE Transactions on Industry Electronics, Vol.53, No.1, pp.146-152, February 2006.
- (Montanari, 2003) M. Montanari, S. Peresada and A. Tilli. *Sensorless Indirect Field Oriented Control of Induction Motor Via Adaptive speed Observer*, IEEE, Proceedings of American Control Conference Denver, Colorado June 4-6, 2003.
- (Montanari, 2006) M. Montanari and A. Tilli. *Sensorless Control of Induction Motors based on High-gain Speed Estimation and One-line Stator Resistance Adaptation*, IECON, Paris, France, pp. 1263-1268, November 7 - 10, 2006.
- (Morand, 2005) F. Morand. *Techniques d'observation sans capteur de vitesse en vue de la commande des machines asynchrones*, thèse de doctorat, INSAL, 2005.
- (Necsulescu, 1993) D.S. Necsulescu, J.M. Skovvronski, and H. Shaban-Zanjani. *Low speed motion control of a mechanical system*, Dynamics and control, Vol.4, pp.307-322, 1993.
- (Paul, 1996) A.S. Paul De wit, R. Ortega and I. Mareels. *Indirect field-oriented control of induction motors is robustly globally stable*, Automatica, Vol.32, No.10, pp.1393-1402, 1996.
- (Peresada, 1999) S. Peresada, A. Tilli and R. Morici. *High performance indirect field oriented output feedback control of induction motors*, Automatica, Vol.35, Issue.6, pp.1033-1047, June, 1999.
- (Plestan, 2008) F. Plestan, A. Glumineau and S. Laghrouche. *A new algorithm for high order sliding mode control*, International Journal of Robust and Nonlinear Control, Vol. 18, No. 4-5, pp. 441-453, 2008.
- (Rashed, 2005) M. Rashed, K.B. Goh, M.W. Dunnigan, P.F.A. MacConnell A. F. Stornach and B.W. Williams. *Sensorless second-order sliding-mode speed control of a voltage-fed induction-motor drive using state feedback*, IEE Proc-Electr. Power Appl. Vol.152, No.5, September 2005.
- (Rasmussen, 2001) H. Rasmussen, P. Vadstrup and H. Borsting. *Full adaptive backstepping design of a speed sensorless field oriented controller for an induction Motor*, IEEE Trans on Indus Appl, pp. 2601-2606, 2001.
- (Rong, 2004) W.J. Rong. *Backstepping Wavelet Neural network Control for Indirect Field-Oriented Induction Motor Drive*, IEEE Trans On Neural Networks, Vol.15, No.2, pp.367-381, March 2004.
- (Sabanovic, 1981) A. Sabanovic and D.B. Izozimov. *Application of sliding modes to induction motor control*, IEEE Trans. Ind. Applic. IA-17, pp.41-49, 1981.
- (Saheb, 2004) T. Saheb. *Commande Sans Capteur Mécanique de la Machine Asynchrone* thèse de doctorat, Université de Nantes, IREENA, Octobre 2004.

- (Schauder, 1992) C. Schauder. *Adaptative Speed Identification for Vector Control of Induction Motors without Rotational transducers*, IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 28, No.5, pp. 1054-1061, Sept./Oct. 1992.
- (Schreier, 2001) G. Schreier, J. De Leon, A. Glumineau and R.Boisliveau. *Cascade Nonlinear Observers : Application to an Experimental Induction Motor Benchmark*, IEE Proceeding-Control Theory and Applications, Vol. 148, No.6, pp. 509-515, Novembre 2001.
- (Shieh, 1999) H.J. Shieh and K.K. Shyu. *Nonlinear sliding-mode torque control with adaptive backstepping approach for Induction Motor Drive*, IEEE Transactions on Industry Electron, Vol.46, pp.380-389, Apr 1999.
- (Soltani, 2003) J. Soltani and G.R.A. Markadeh. *A Current -Based Output Feedback Sliding Mode Control for Speed sensorless Induction Machine Drive using an Adaptive Sliding Mode Flux Observer* IEEE, 2003.
- (Soltani, 2004) J.Soltani, G.R. Arab Makadeh and S.H. Hosseiny. *A New Adaptive Direct Torque Control (DTC) Scheme Based-on SVW for Adjustable Speed Sensorless Induction Motor Drive*, The 30th Annual Conference of the IEEE Industrial Electric Society, pp.1111-1115, November 2004.
- (Soto, 1992) R. Soto and K.S. Yeung. *Sliding-modes control of an induction motor without flux measurement*, In Proc. 27th Annual Meeting IEEE Ind. Applic. Society, Houston, TX, pp.201-207, 1992.
- (Traoré, 2006) D. Traoré, J. De Leon, A. Glumineau and L. Loron. *Interconnected observers for sensorless induction motor in dq frame : Experimental tests*, IECON, Paris, France, pp. 5093-5100, November 7 - 10, 2006.
- (Traoré, 2007a) D. Traoré, J. De Leon, A. Glumineau and L. Loron. *Speed Sensorless Field-Oriented Control of Induction Motor with Interconnected Observers : Experimental tests on low Frequencies Benchmark*, IET Control Theory Application, vol.1, No.6, pp. 1681-1692, November 2007.
- (Traoré, 2007b) D. Traoré, J. De Leon, A. Glumineau and L. Loron. *Sliding Mode Controller Design For Sensorless Induction Motor : Experimental tests on low Frequencies Benchmark*, 7<sup>th</sup> IFAC Symposium On Nonlinear Control Systems, Pretoria, South Africa, pp. 391-396, August 22-24, 2007.
- (Traoré, 2008a) D. Traoré, F. Plestan, A. Glumineau and J. De Leon. *High order sliding mode control of a sensorless induction motor*, 17<sup>th</sup> IFAC World Congress, Seoul, Korea, pp. 391-396, July 6-11, 2008.
- (Traoré, 2008b) D. Traoré, F. Plestan, A. Glumineau and J. De Leon. *Sensorless induction motor : high order sliding mode controller and adaptative interconnected observer*, IEEE Transactions on Industrial Electronics - Special Issue on "Sliding Mode Control in Industrial Applications", Vol.55, No.11, pp. 3818-3827, November 2008.

- (Traoré, 2008c) D. Traoré, J. De Leon, A. Glumineau and L. Loron. *Adaptive Interconnected Observer-Based Backstepping Control Design For Sensorless Induction Motor : Experimental results*, Submit to Control Engineering Practice.
- (Traoré, 2008d) D. Traoré, J. De Leon, A. Glumineau and L. Loron. *Adaptive Interconnected Observer for Sensorless Induction Motor*. Accepted to International Journal of Control, 2008.
- (Tursini, 2000) M. Tursini, R. Petrella and F. Parasiliti. *Adaptive Sliding mode Observer for speed sensorless control of induction motors*, IEEE Trans. Industry Application, Vol.36, no.5, pp.1380-1387 sept/Oct. 2000.
- (Utkin, 1992) V.I. Utkin. *Sliding mode in control and optimization*, Springer-Verlag, Berlin, 1992.
- (Utkin, 1993) V.I. Utkin. *Sliding mode control design principles and applications to electrical drives* IEEE Transactions on Industry Electronics, Vol.40, No.1, pp.23-36, February 1993.
- (Utkin, 1996) V.I. Utkin and J.J. Shi. *Integral Sliding Mode in Systems Operating Under Uncertainty Conditions*, Proceedings of the 35th IEEE CDC, Kobe, Japan, pp.4591-4596, 1996.
- (Utkin, 1999) V.I. Utkin, J.G. Gluldner and J.J. Shi, *Sliding mode control in electro-mechanical systems* New York, Taylor & Francis, 1999.
- (Voda, 1995) A.A. Voda and I.D. Landau. *A Method for the Auto-calibration of PID Controllers*, Automatica, Vol.31, No.1, pp.41-53, 1995.
- (Web, 2003) [www.irccyn.ec-nantes.fr/hebergement/BancEssai/](http://www.irccyn.ec-nantes.fr/hebergement/BancEssai/)
- (Yu-Chao, 2000) L. Yu-Chao, F. Li-Chen and T. Chin-Yu. *Non-linear sensorless indirect adaptive speed control of induction motor with unknown rotor resistance and load* International Journal of Adaptive control and Signal Processing, pp. 109-140, 2000.
- (Zein, 2000) I. Zein. *Application du filtre de kalman et du filtre de Luenberger à la commande et à la surveillance de la machine asynchrone* thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, Septembre 2000.
- (Zhang, 2000) Y. Zhang, J. Changxi and V.I. Utkin, *Sensorless Sliding-Mode Control of induction Motors*, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.47, No.6, pp. 1286-1297, December 2000.
- (Zhang, 2002) Q. Zhang. *Adaptive observers for MIMO linear time-varying systems*, IEEE Transactions On Automatic Control, Vol.47, No.3 pp. 525-529, 2002.