Thèse préparée par :

Pascal MARQUET

pour obtenir le titre de

Docteur de l'université Paul Sabatier
de TOULOUSE

(arrêté ministériel du 30 mars 1992)

Spécialité : METEOROLOGIE

APPLICATIONS DU CONCEPT D'EXERGIE A L'ENERGETIQUE DE L'ATMOSPHERE. LES NOTIONS D'ENTHALPIES UTILISABLES SECHE ET HUMIDE

thèse préparée au sein de

l'U.F.R. : "ASTROPHYSIQUE – GEOPHYSIQUE et TECHNIQUES STATIALES

Soutenue le 10 juin 1994, devant le jury composé de :

- D. CADET Directeur de thèse
- R. SADOURNY Rapporteur
- R. P. PEARCE Rapporteur
- G. VEDRENNE
- J. F. GELEYN

LE PLAN DE L'EXPOSE

(1) INTRODUCTION
"Ce qu'est l'énergie utilisable"

(2) LES MOTIVATIONS DE LA THESE
et les résultats obtenus

(3) ETUDE D'UNE ONDE BAROCLINE

(4) L'EXERGIE HUMIDE

(5) LA "PSEUDO-ENERGIE"

(6) LA CONCLUSION

Les transparents de l'exposé oral de la thèse (présentée en juin 1994) sont reproduits dans les pages suivantes, après avoir été numérisés 13 ans plus tard, en juin 2007.   P. Marquet

---

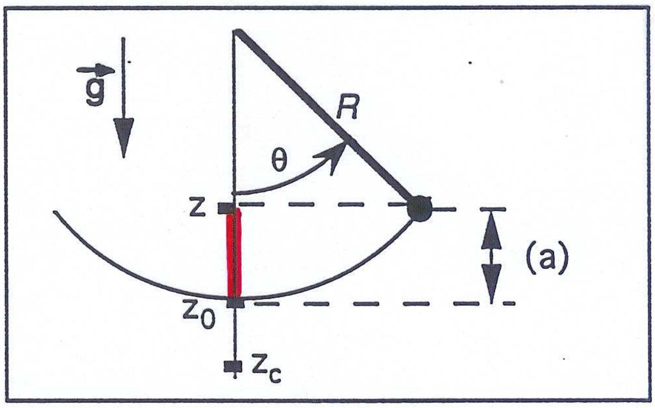
INTRODUCTION

L'énergie utilisable : c'est quoi ?

L'énergie utilisable : à quoi ça sert ?

L'énergie utilisable : quel est le lien avec l'énergie ?

(1) LE CAS DU PENDULE MECANIQUE.



$$E_p + E_c = C^{ste}$$

en posant $\boxed{A = E_p - (E_p)_0}$

on obtient $A + E_c = C^{ste}$

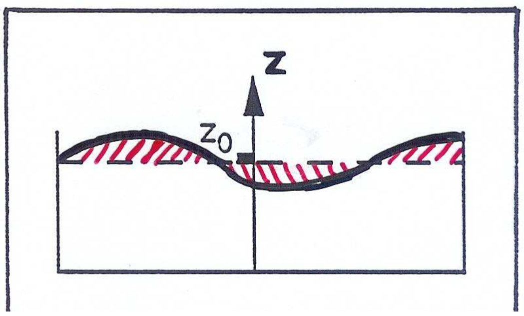
et $$A \;=\; m\,g\,\mathcal{R}\,[\,1 - \cos(\theta)\,] \;\approx\; m\,g\,\mathcal{R}\;\theta^2/2\,.$$

([redacted]) LE LIQUIDE INCOMPRESSIBLE.

$E_p + E_c = C^{ste}$ et $\boxed{A = E_p - (E_p)_0}$

avec $A + E_c = C^{ste}$

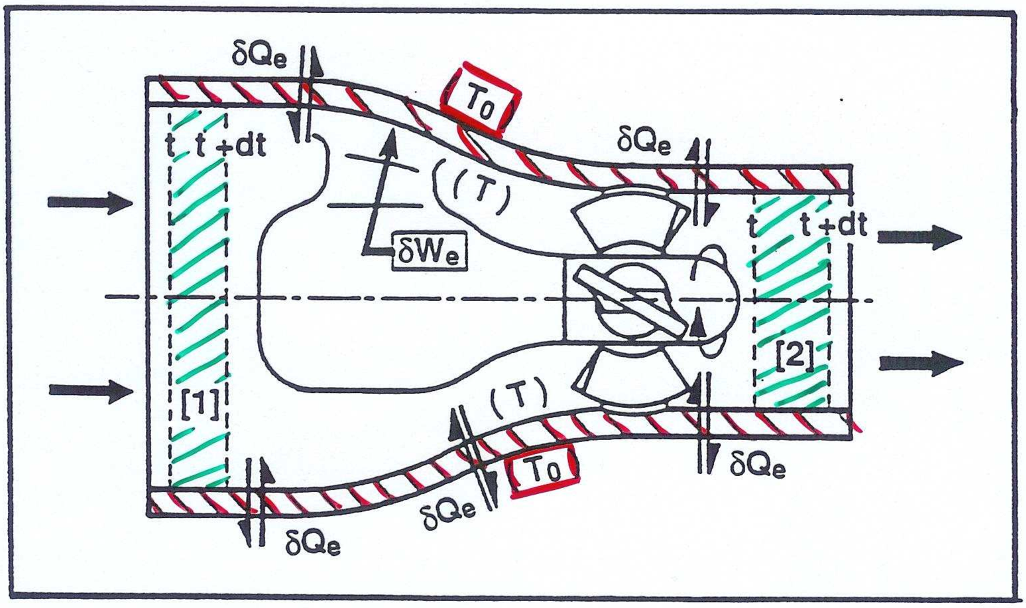
si $A = \frac{1}{2}\,\rho\,g \iint_S (z - z_0)^2\,dx\,dy \;\geq 0\,.$



EN THERMODYNAMIQUE (1)

LA TURBINE THERMOSTATEE.

(mouvements quasi-stationnaires, ex : usine marémotrice)



Question : quel est le travail maximum que cette turbine peut produire ?

Réponse (!) :
$$\boxed{\begin{aligned} W_{max} = &-[\,(H - T_0\,S\,)_2 - (H - T_0\,S\,)_1\,] \\ &-[\,(E_c)_2 - (E_c)_1\,]\,. \end{aligned}}$$

ATTENTION : $\boxed{H - T_0\,S} \neq \boxed{G = H - T\,S\,.}$

EN THERMODYNAMIQUE (2)

DENOMINATION GENERALE : l'EXERGIE.

Rant (1955)

" *ex* " signifie " *tiré de* "

" *erg* " signifie " *travail* "

$\Rightarrow$ "travail extractible"

Fonctions basées sur : $\boxed{e_i - T_0\, s}$ ou $\boxed{e_i + p_0\, \nu - T_0\, s}$

ou encore $\boxed{h - T_0\, s\,.}$

C'EST UNE NOTION NATURELLE, INTUITIVE.

"Puissance motrice" de Carnot en 1824 !

= énergie utilisable = exergie,

alors que l'énergie, l'entropie, l'enthalpie et même la température absolue ne sont pas inventés ...

EN THERMODYNAMIQUE (3)

W. Thomson (Kelvin) donne dès 1853 la formule de l'énergie utilisable pour un fluide incompressible possédant des hétérogénéités spatiales de température $T = T(x, y, z)$:

$$\boxed{W_{max} = C \; T_0 \iiint \left[\left(\frac{T}{T_0} - 1 \right) - \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \right] \, d\tau \geq 0}$$

$$\boxed{W_{max} \approx C \iiint \frac{(T - T_0)^2}{2\, T_0} \, d\tau \geq 0} \quad \boxed{\text{Quadratique}}$$

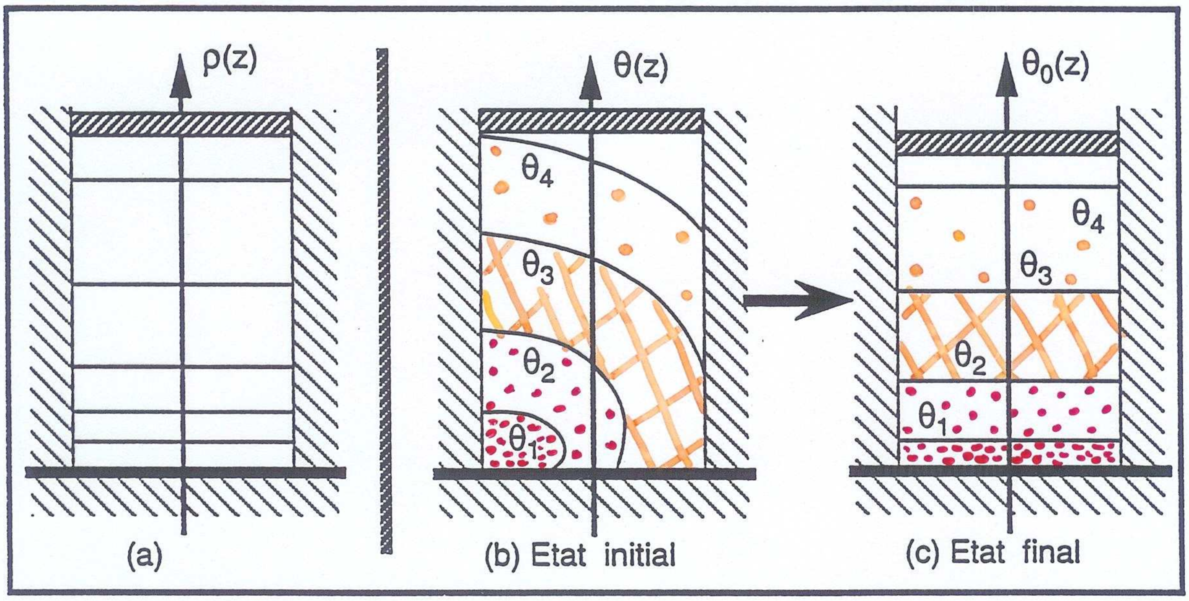
$$\boxed{W_{max} = C \iiint \left[(e_i - (e_i)_0) - T_0 \, (s - s_0) \right] d\tau}$$

+ longue suite de redécouvertes (Gibbs, Maxwell, Gouy, Stodola, ...)

EN METEOROLOGIE

LES COLONNES D'ATMOSPHERE

Margules (1903)



- $\boxed{EPT = E_i + E_p}$

  EPT : l'énergie potentielle totale de la colonne

- Une redistribution adiabatique de la masse

  $\Rightarrow \boxed{EPT_{min}}$ minimale.

- $EPT + E_c = C^{ste}$ et $\boxed{A = EPT - EPT_{min}}$

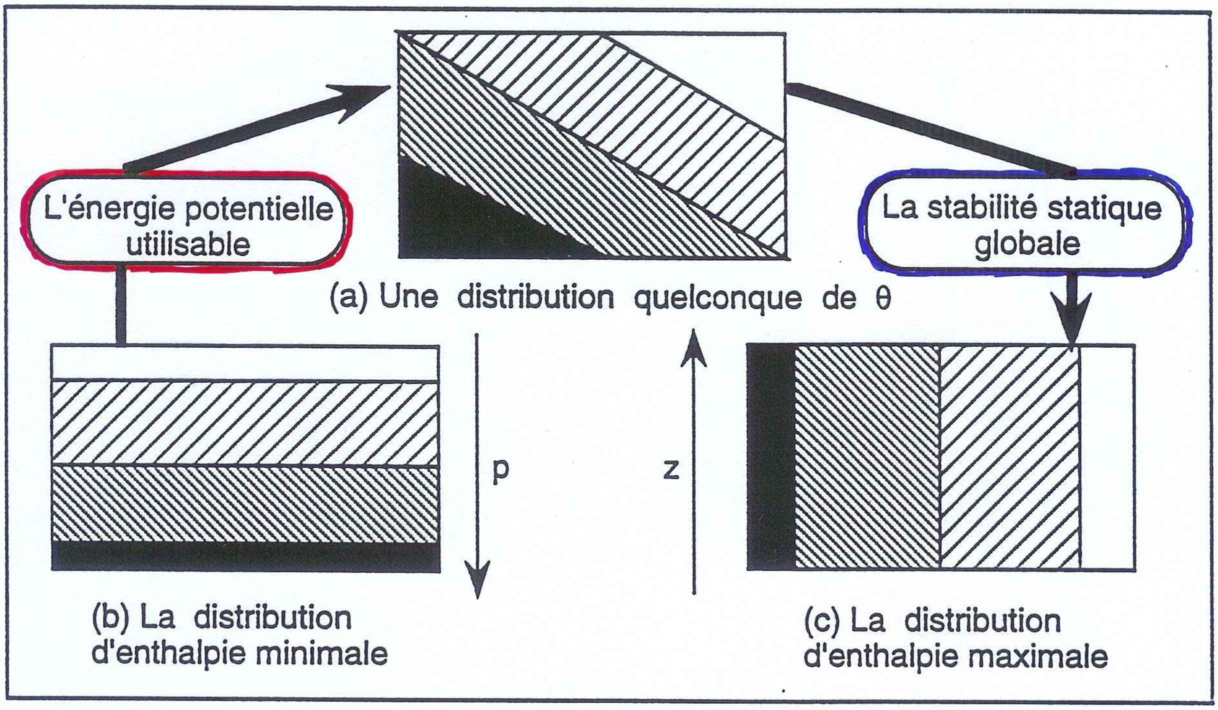
  implique : $A + E_c = C^{ste}$

- Mais : pas de référence aux résultats thermodynamiques antérieurs

EN METEOROLOGIE

L'ATMOSPHERE GLOBALE

Lorenz (1955)

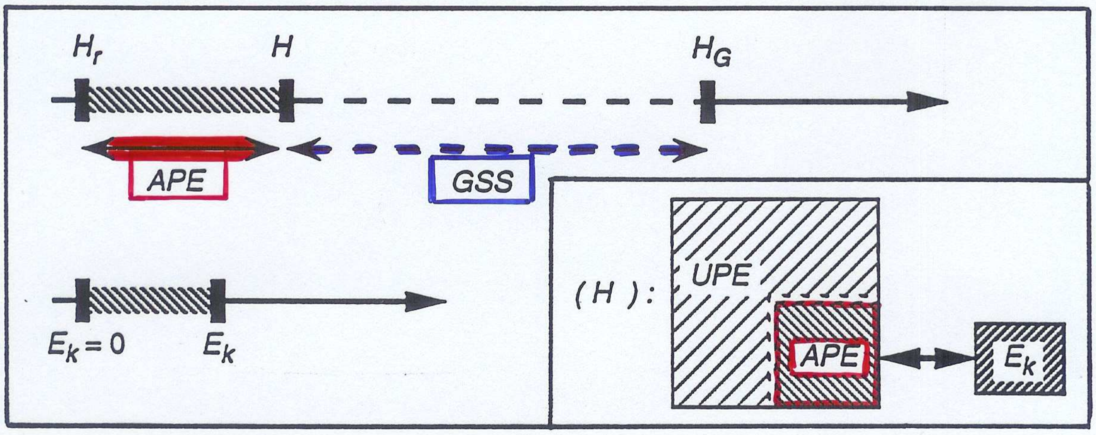


$$\boxed{A_L = EPT - EPT_{min}} \approx \boxed{\iiint_{\mathcal{M}} \frac{g\,(T-\overline{T})^2}{2\,\overline{\sigma}}\,dm \;\; \geq \; 0\,.}$$

- Mais : pas de la forme $\boxed{e_i - T_0\, s}$ ou $\boxed{h - T_0\, s}$ ...
- Mais : pas de référence aux résultats thermodynamiques antérieurs
- Pourtant : très pertinent pour comprendre les échanges d'énergie dans l'atmosphère.

LORENZ (1955)

ORDRES DE GRANDEUR



$\boxed{E_K \approx \Delta H/600}$ $\boxed{E_K \approx A_L/10}$ $GSS \approx \Delta H/3$

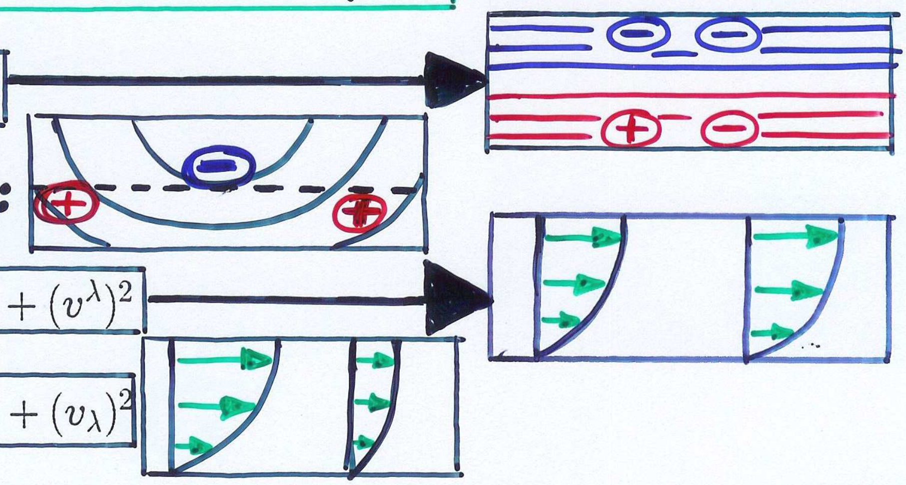
LES COMPOSANTES ENERGETIQUES

$(A_L)_Z \propto (T^{\lambda}_{\varphi})^2$

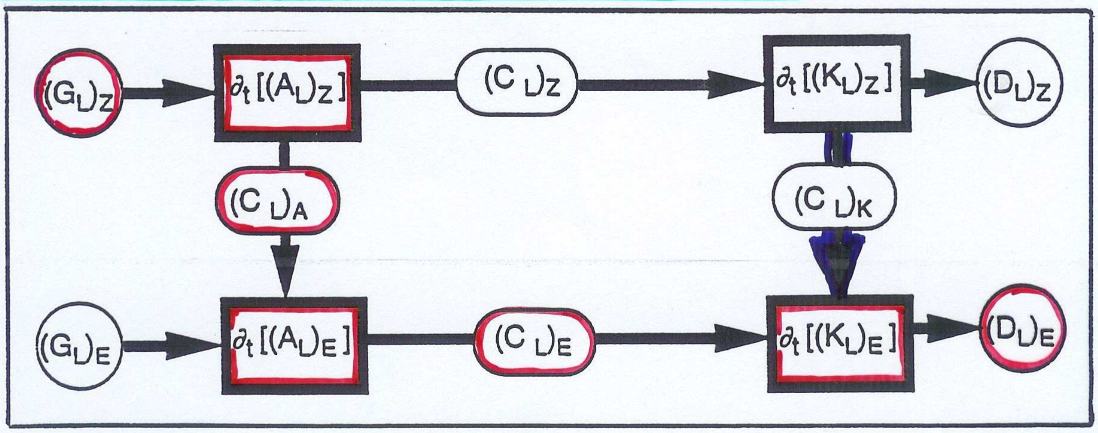
$(A_L)_E \propto (T_{\lambda})^2$:

$(K_L)_Z \propto (u^{\lambda})^2 + (v^{\lambda})^2$

$(K_L)_E \propto (u_{\lambda})^2 + (v_{\lambda})^2$



LE CYCLE DE LORENZ (approché, global)

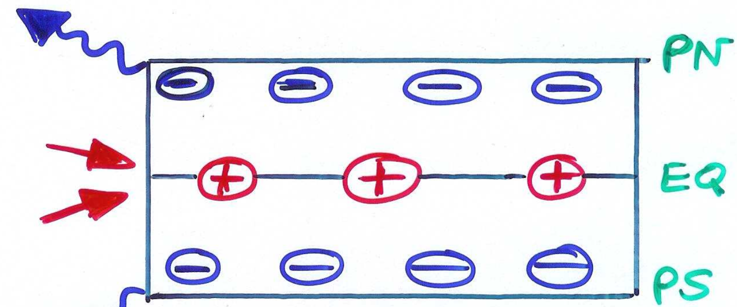


LORENZ (1955)

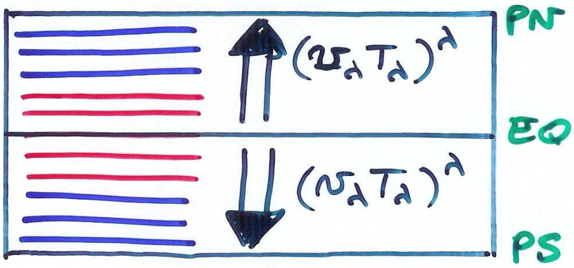
L'ENERGETIQUE DE L'ATMOSPHERE

LES CONVERSIONS BAROCLINES

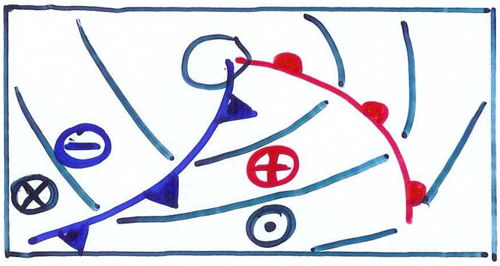
$$(G_L)_Z \propto \overline{(\dot{q})^\lambda_\varphi \, (T)^\lambda_\varphi}$$



$$(C_L)_A \propto -\overline{(v_\lambda \, T_\lambda)^\lambda \, \partial(T^\lambda)/\partial y}$$



$$(C_L)_E \propto -\overline{\omega_\lambda \, T_\lambda}$$



$\omega = dP/dt$	+	−
$T_\lambda = T - T^\lambda$	−	+

AUTRES APPROCHES EN METEOROLOGIE

Van Mieghem (1956), Dutton (1967, 1973), Pichler (1977), Pearce (1978), McHall (1990), Karlsson (1990), Shepherd (1993).

Dutton (1967, 1973), sous une forme cachée :

$$T_0\,\Sigma \;=\; \iiint_{\mathcal{M}} \left[\, e_i \;-\; (e_i)_0 \;-\; T_0\,(\, s \;-\; s_0\,)\,\right]\, dm\ .$$

Pearce (1978), explicitement :

$$\frac{d}{dt}(\,A\,) \;=\; \frac{d}{dt}(\,H\,) \;-\; T_m\,\frac{d}{dt}(\,S\,)\ .$$

Pour la première fois :

- on a des liens avec la thermodynamique générale
- avec des résultats proches de ceux de Lorenz

LES MOTIVATIONS DE LA THESE

- La recherche d'applications locales

  (moussons, ondes baroclines, domaines ouverts, ...)

- On ne veut qu'un minimum d'approximation

Lorenz : $\boxed{A \boxed{\approx} \iiint_{\mathcal{M}} \frac{g\,(T-\overline{T})^2}{2\,\overline{\sigma}}\,dm}$

Pearce : $\boxed{A = (H - T_0\,S) + \boxed{C^{ste}}}$

- On veut résoudre le problème posé par : $\boxed{\overline{\omega}}$

$$\boxed{\overline{\omega\,T} \;=\; \overline{\omega'\,T'} + \overline{\omega}\,\overline{T}}$$

- avec $\boxed{\overline{\omega} = 0}$ globalement,
- mais avec $\boxed{|\,\overline{\omega'\,T'}\,| \approx |\,\overline{\omega}\,\overline{T}\,|}$ localement.

- On ne veut plus donner autant d'importance à l'état de référence (il ne peut pas être atteint !)

L'APPROCHE DE LA THESE
L'ENTHALPIE UTILISABLE

J'ai proposé en 1989 d'étudier les propriétés météorologiques de la fonction *locale* suivante :

$$\boxed{a_h = (h - h_r) - T_r\,(s - s_r)}$$

C'est l'enthalpie utilisable spécifique.

$$\boxed{\begin{cases} h - h_r = c_p\,(T - T_r) \\ s - s_r = c_p\,\ln(T/T_r) - R\,\ln(p/p_r) \end{cases}}$$

où T_r et p_r sont deux constantes.

Une étude bibliographique a montré que :

- c'est une des formes de l'exergie en thermodynamique
- elle est reliée aux approches de Dutton, Pichler et Pearce en météorologie.

$$\boxed{\begin{cases} d(a_h)/dt \;=\; \dfrac{R}{p}\,\omega\,T + \boxed{\left(1 - \dfrac{T_r}{T}\right)}\,\dot{q} \\ d(e_k)/dt \;=\; -\dfrac{R}{p}\,\omega\,T \;-\; B(\Phi) \;-\; d_h \end{cases}}$$

où $\boxed{\eta_T = 1 - T_r/T}$ est le facteur de Carnot (ou d'efficacité).

$\Rightarrow$ chauffages différentiels $\boxed{\sim \overline{(T)'\,(\dot{q})'}}$

$\Rightarrow$ l'essence des principes de Carnot et Kelvin :

l'exergie existe en présence d'hétérogénéités spatiales
l'exergie augmente si ces hétérogénéités sont accentuées

LES COMPOSANTES DE L'ENTHALPIE UTILISABLE (1)

$$\boxed{a_h(T,p) \;=\; a_T(T) \,+\, a_p(p)\,,}$$

avec $$\boxed{a_T \;=\; c_p\, T_r \left[\left(\frac{T}{T_r} - 1 \right) - \ln\left(\frac{T}{T_r} \right) \right],}$$

$$a_T \;=\; c_p\, T_r\, \mathcal{F}\,(T/T_r - 1)\;,$$

où $$\mathcal{F}(X) \;\equiv\; X - \ln(1+X) \;\approx\; \frac{X^2}{2}\,,$$

et $$\boxed{a_p \;=\; R\, T_r\, \ln\left(\frac{p}{p_r} \right)\;.}$$

LES DEFINITIONS DE T_r et de p_r :

- $\forall$ chauffage uniforme $\dot q$ on veut : $\boxed{d\,A_h/dt = 0}$

$$\Rightarrow \boxed{\iiint_{\mathcal{M}} \left(1 - \frac{T_r}{T} \right)\, dm \;=\; 0}$$

- On veut que $\boxed{A_h \geq 0}$

$$\Rightarrow\; A_p \;=\; \iiint_{\mathcal{M}} a_p\, dm \;=\; 0 \Rightarrow \boxed{\iiint_{\mathcal{M}} \ln\left(\frac{p}{p_r} \right)\; dm \;=\; 0}$$

$$\boxed{\frac{1}{T_r} \;=\; \text{moyenne spatio-temporelle de } \;\frac{1}{T}}$$

$$\boxed{\ln(p_r) \;=\; \text{moyenne spatio-temporelle de } \;\ln(p)}$$

LES COMPOSANTES DE L'ENTHALPIE UTILISABLE (2)

$$a_T = a_S + a_Z + a_E + a_{c(SB)} + a_{c(ZE)}$$
$$e_k = k_S + k_Z + k_E + k_{c(SB)} + k_{c(ZE)}$$

$$\mathcal{F}(X_1 + X_2 + X_1\,X_2) = \mathcal{F}(X_1) + \mathcal{F}(X_2) + X_1\,X_2$$
$$(x_1 + x_2)^2 = (x_1)^2 + (x_2)^2 + 2\,x_1\,x_2$$

$$T = \overline{T} + T_\varphi^\lambda + T_\lambda$$
$$u = \overline{u} + u_\varphi^\lambda + u_\lambda$$
$$v = \overline{v} + v_\varphi^\lambda + v_\lambda$$

S Z E

$\approx$ PEARCE

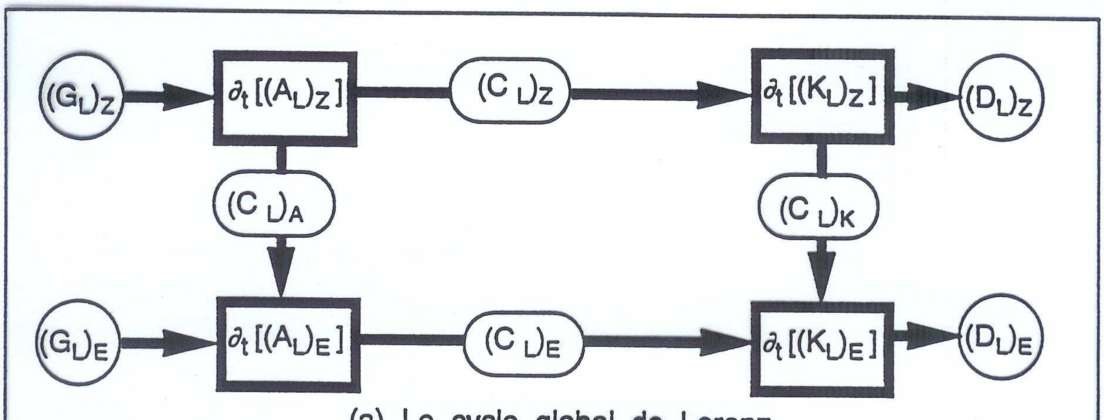
$$a_S = c_p\,T_r\,\mathcal{F}\left(\overline{T}/T_r - 1\right)$$
$$a_Z = c_p\,T_r\,\mathcal{F}\left(T_\varphi^\lambda/\overline{T}\right)$$
$$a_E = c_p\,T_r\,\mathcal{F}\left(T_\lambda/T^\lambda\right)$$

$$k_S = \tfrac{1}{2}\left[(\overline{u})^2 + (\overline{v})^2\right]$$
$$k_Z = \tfrac{1}{2}\left[(u_\varphi^\lambda)^2 + (v_\varphi^\lambda)^2\right]$$
$$k_E = \tfrac{1}{2}\left[(u_\lambda)^2 + (v_\lambda)^2\right]$$

$$a_{c(SB)} = c_p\,T_r\,\left(\overline{T}/T_r - 1\right)\left(T/\overline{T} - 1\right)$$
$$a_{c(ZE)} = c_p\,T_r\,\left(T^\lambda/\overline{T} - 1\right)\left(T/T^\lambda - 1\right)$$

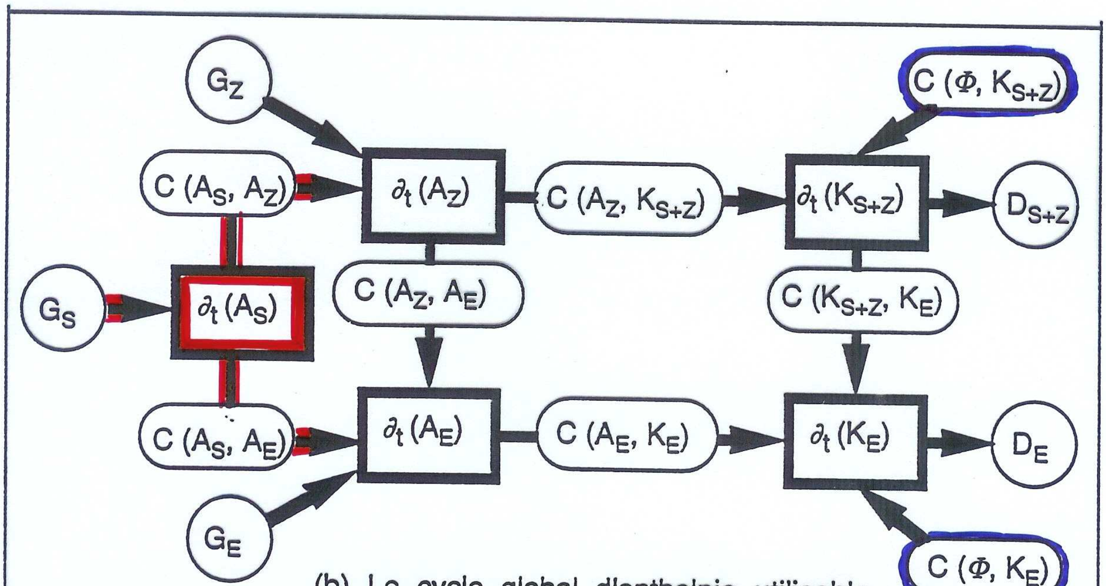
$$k_{c(SB)} = u'\,\overline{u} + v'\,\overline{v}$$
$$k_{c(ZE)} = u_\varphi^\lambda\,u_\lambda + v_\varphi^\lambda\,v_\lambda$$

LES CYCLES GLOBAUX DE L'ATMOSPHERE



(a) Le cycle global de Lorenz

LORENZ



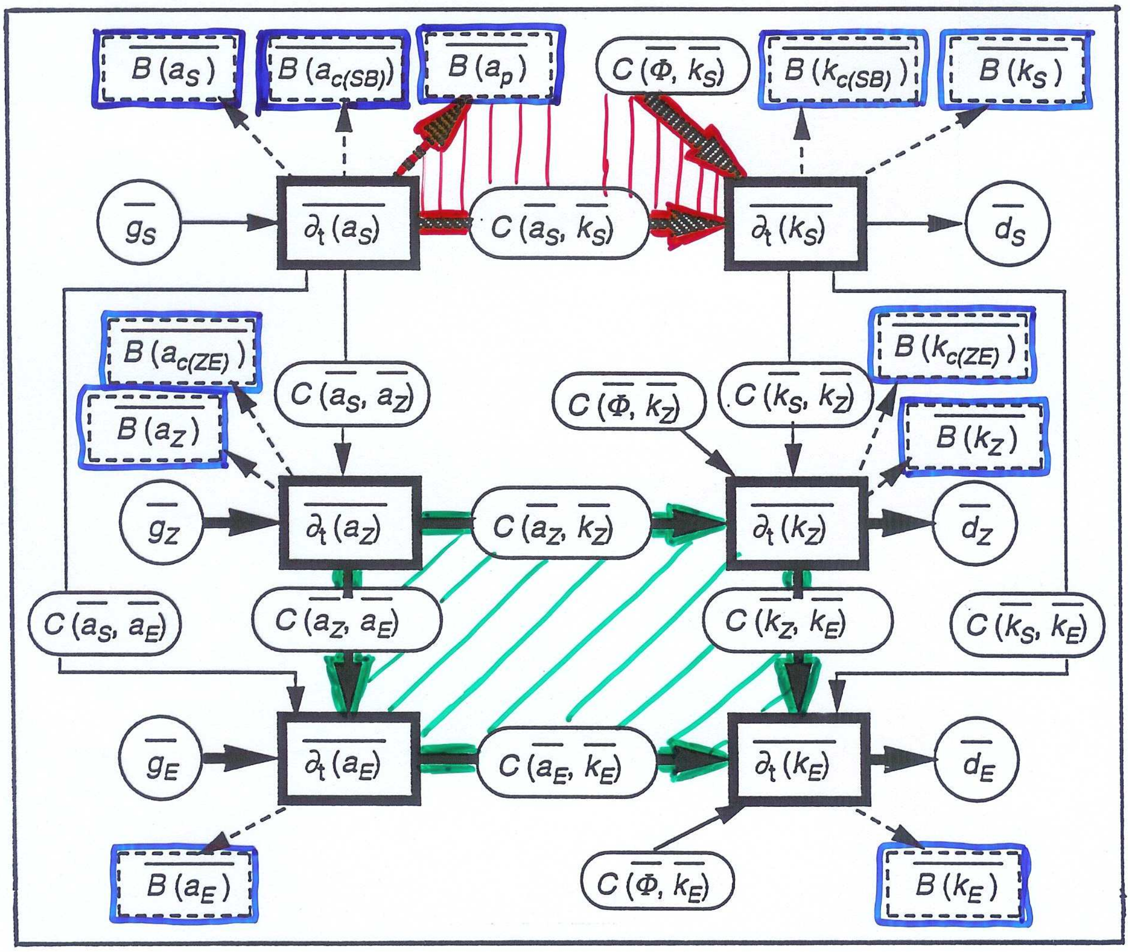
(b) Le cycle global d'enthalpie utilisable

L'ENTHALPIE UTILISABLE

PEARCE

LE CYCLE D'ENTHALPIE UTILISABLE

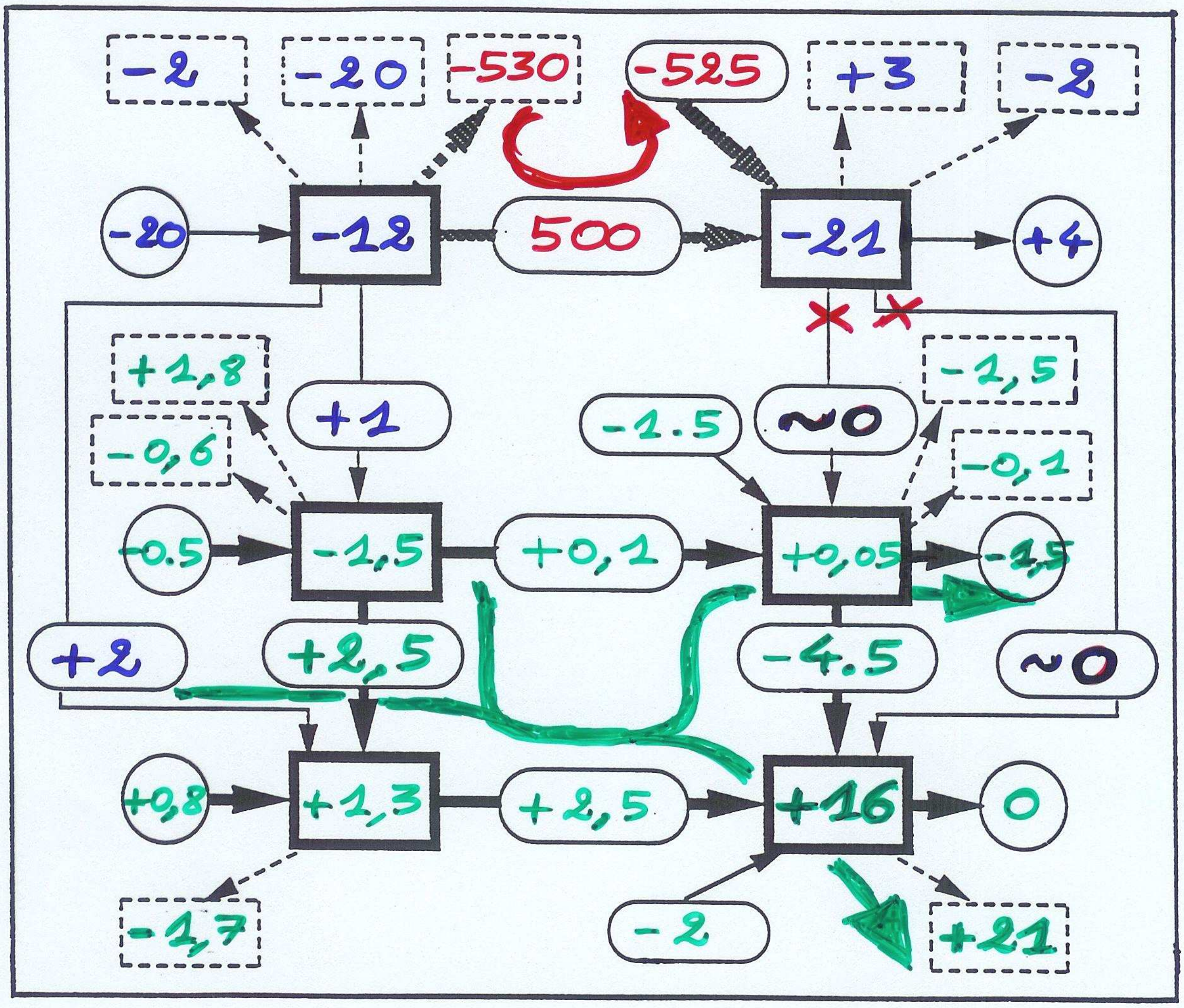
(POUR UNE COUCHE ISOBARE)



- Un cycle externe piloté par $\overline{\omega}$

  (idée du *chemin principal*, Marc Pontaud)
- Un cycle interne protégé, du type de celui de Lorenz
- Présence de flux aux frontières : $B(\ldots)$
- Absence d'approximation
- Applicable à une couche isobare quelconque
- Symétries entre $(a_S,\, a_Z,\, a_E)$ et $(k_S,\, k_Z,\, k_E)$.
- $\boxed{(C_Z,\, C_E,\, C_A)}$ = Lorenz et Pearce
- $\boxed{C_K}$ différent, mais proche en pratique.

LE CYCLE D'ENTHALPIE UTILISABLE



- 28 avril 1992 0^h
- Unités : $W\,m^{-2}$
- Cycle "global"

ETUDE D'UNE ONDE BAROCLINE

TEST SEVERE :

- Système météorologique :
  - ▷ de petite échelle
  - ▷ sur domaine limité
  - ▷ aux frontières ouvertes
- Echantillonnage de $6\,h$
- Postraitement en coordonnée pression

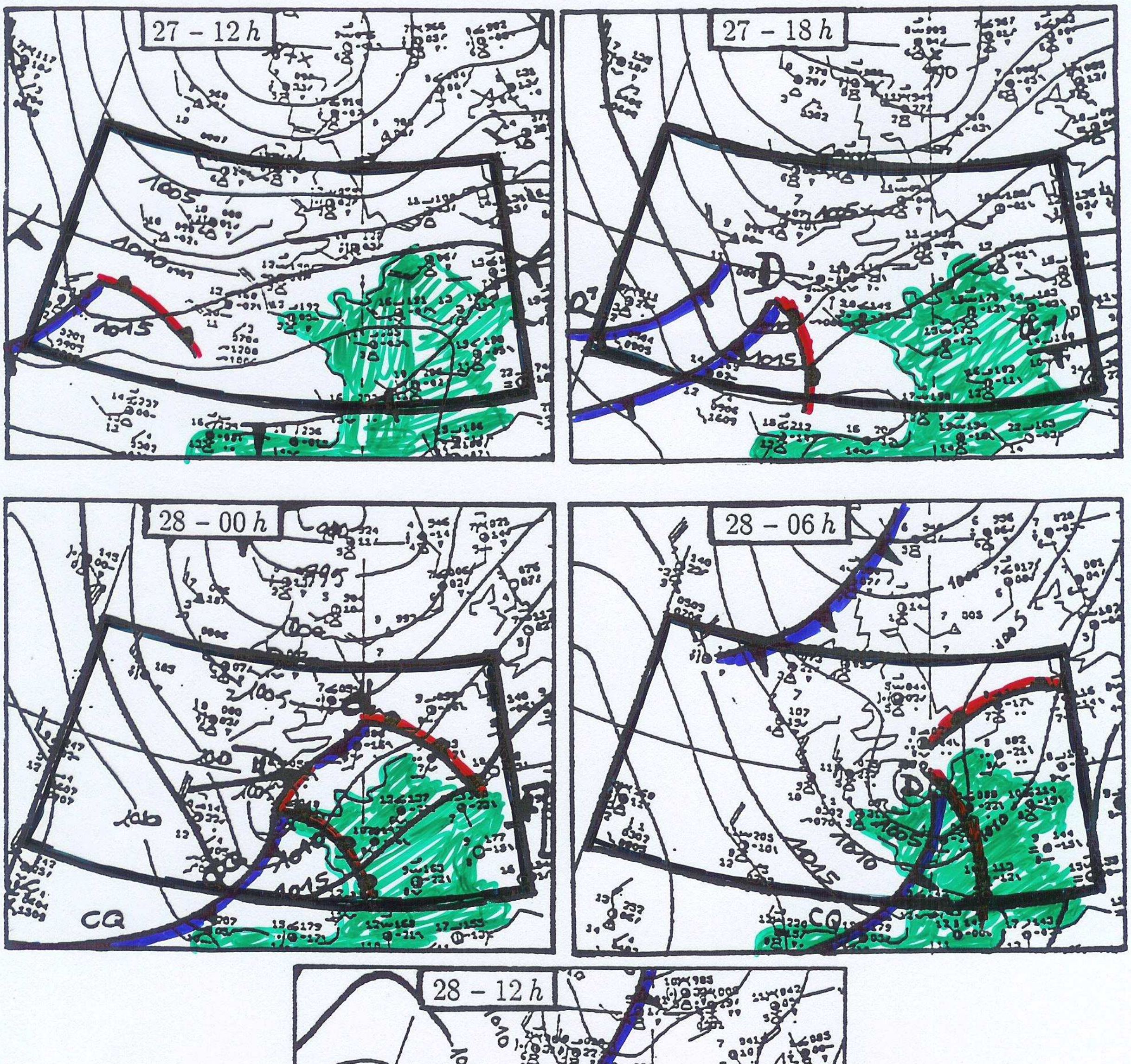
QUESTIONS :

▷ Une onde barocline secondaire induit-elle un signal énergétique visible ?

▷ L'échantillonnage de $6\,h$ est-il suffisant (c'est la valeur opérationnelle du cycle d'assimilation) ?

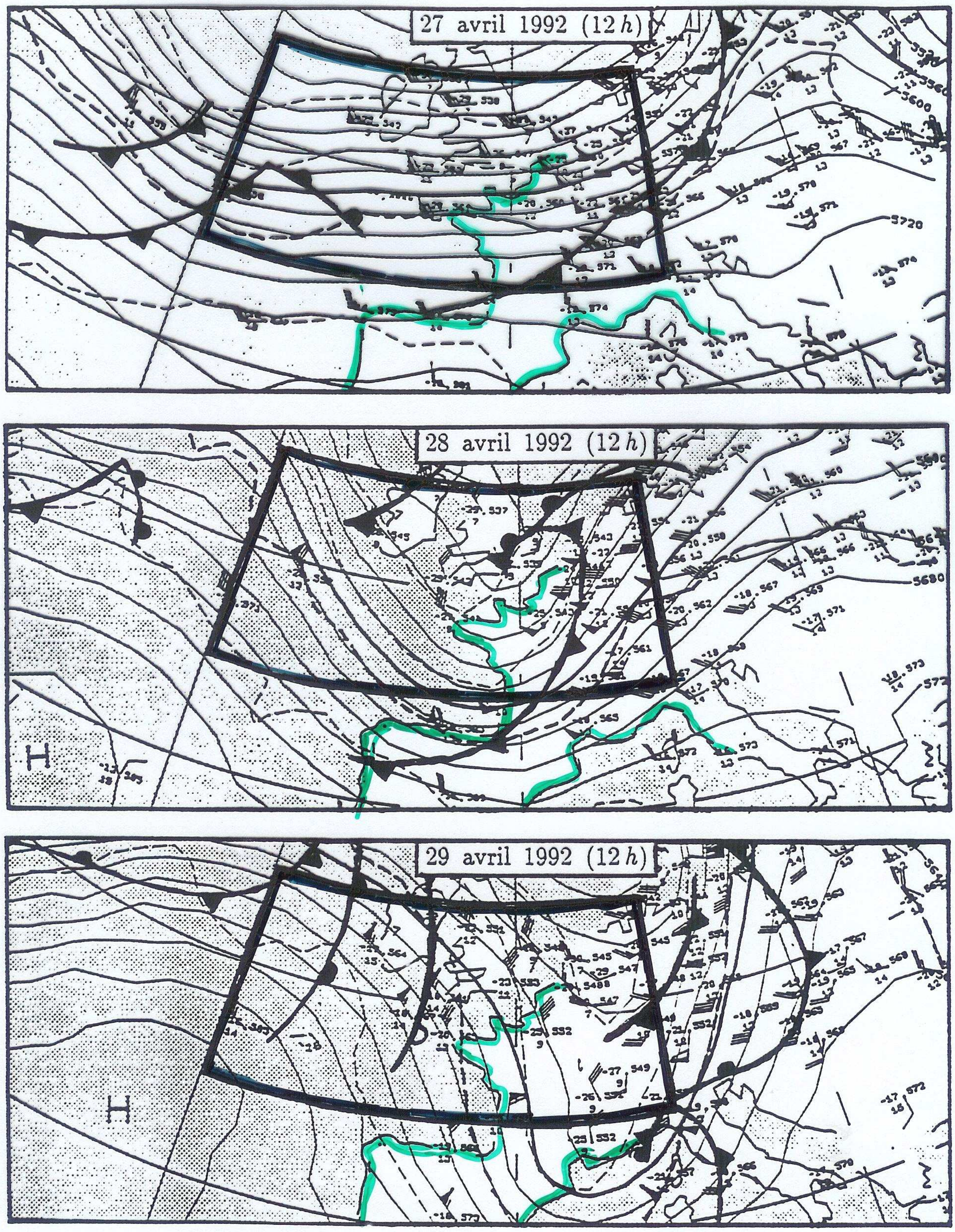
▷ Quelle est la nature des conversions d'énergie de l'onde barocline secondaire ?

LA SITUATION METEOROLOGIQUE



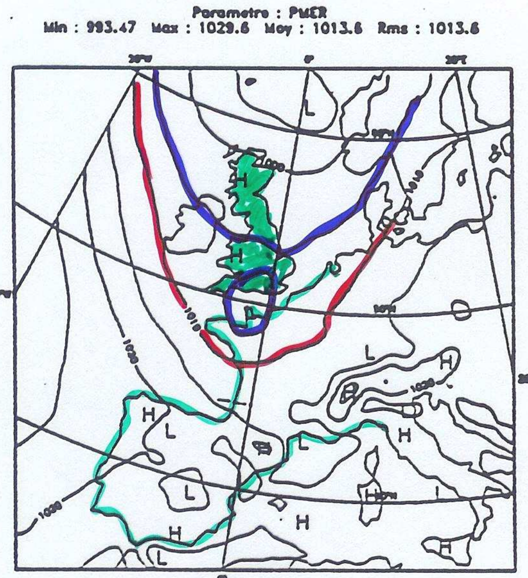
LA PRESSION REDUITE AU NIVEAU DE LA MER

LA SITUATION METEOROLOGIQUE

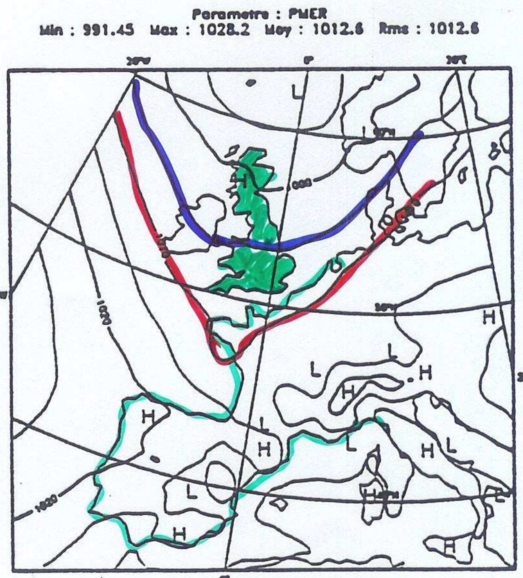


LE GEOPOTENTIEL A 500 hPa

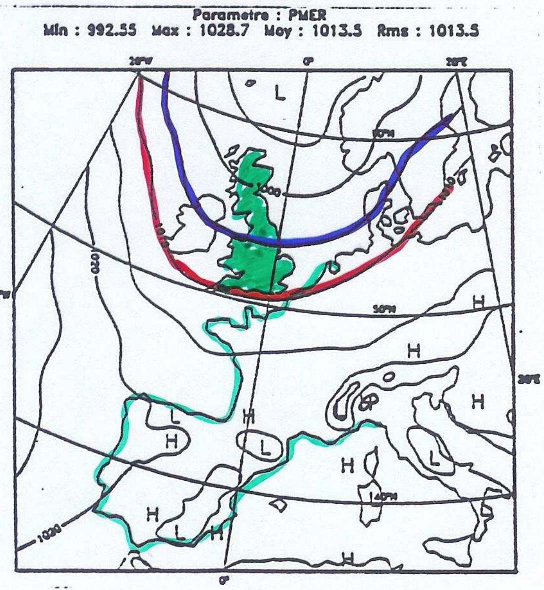
LES PREVISIONS (30 h)



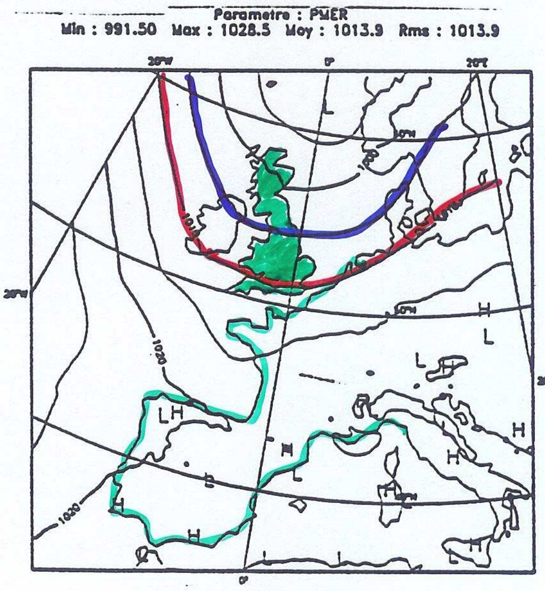
L'analyse initialisée AS



Le modèle ARS



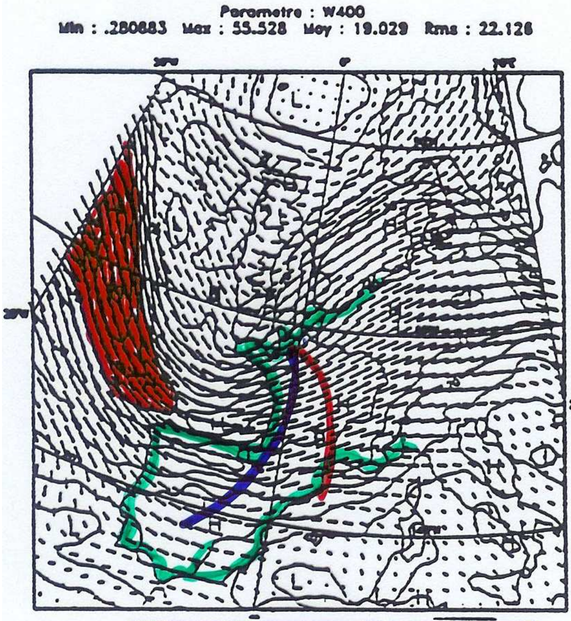
Le modèle ARP



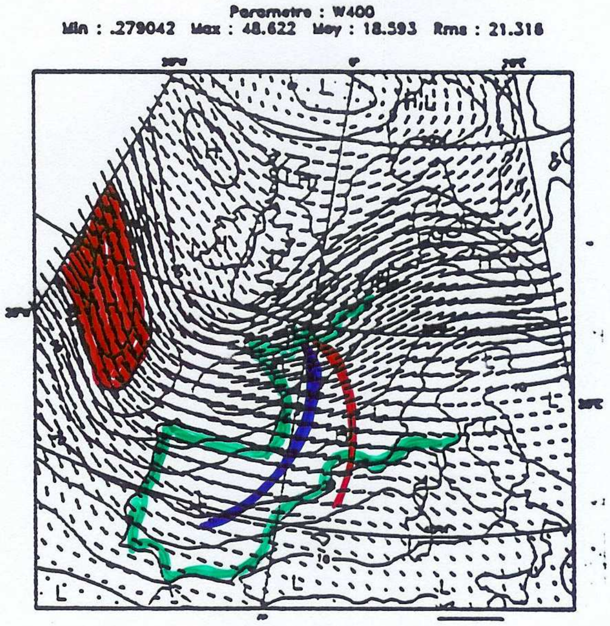
Le modèle PER

LA PRESSION REDUITE AU NIVEAU DE LA MER

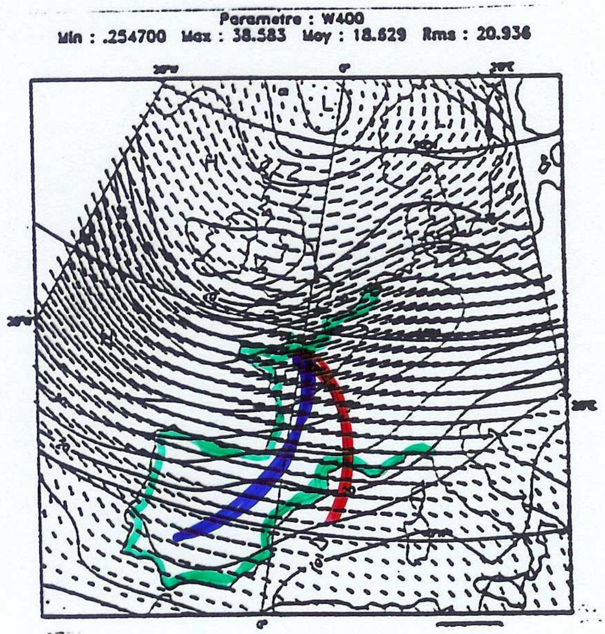
LES PREVISIONS



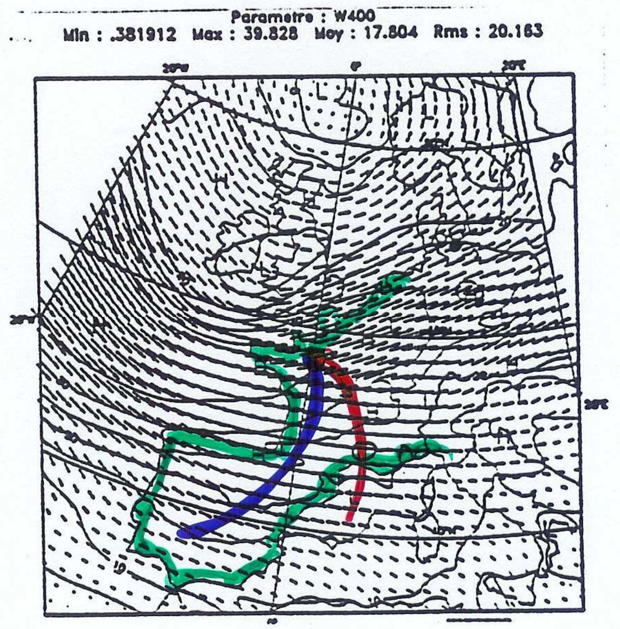
L'analyse initialisée AS



Le modèle ARS



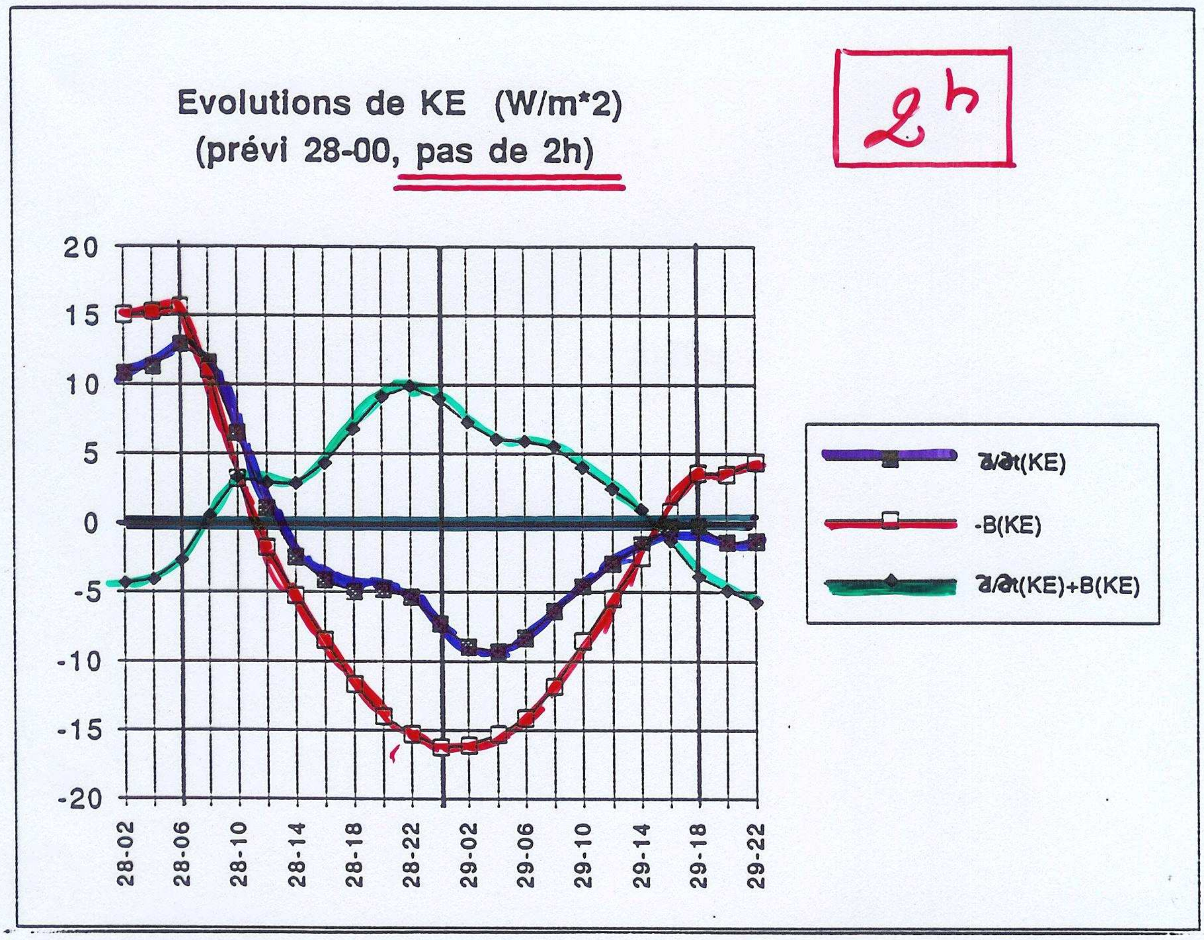
Le modèle ARP

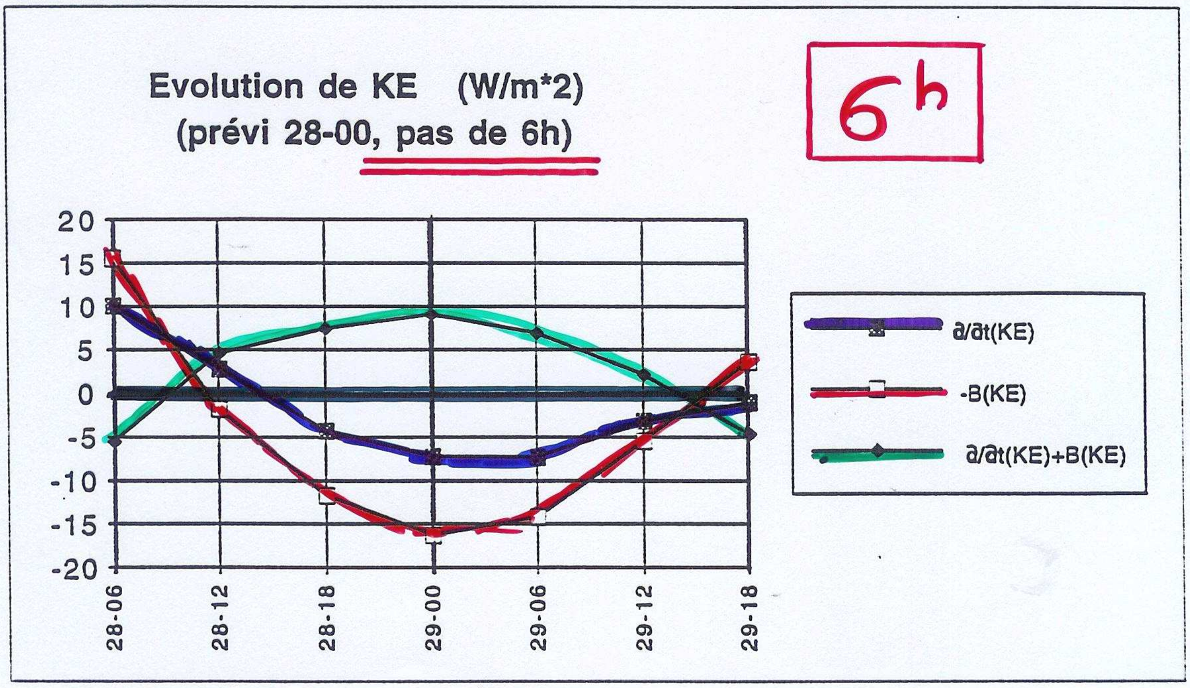


Le modèle PER

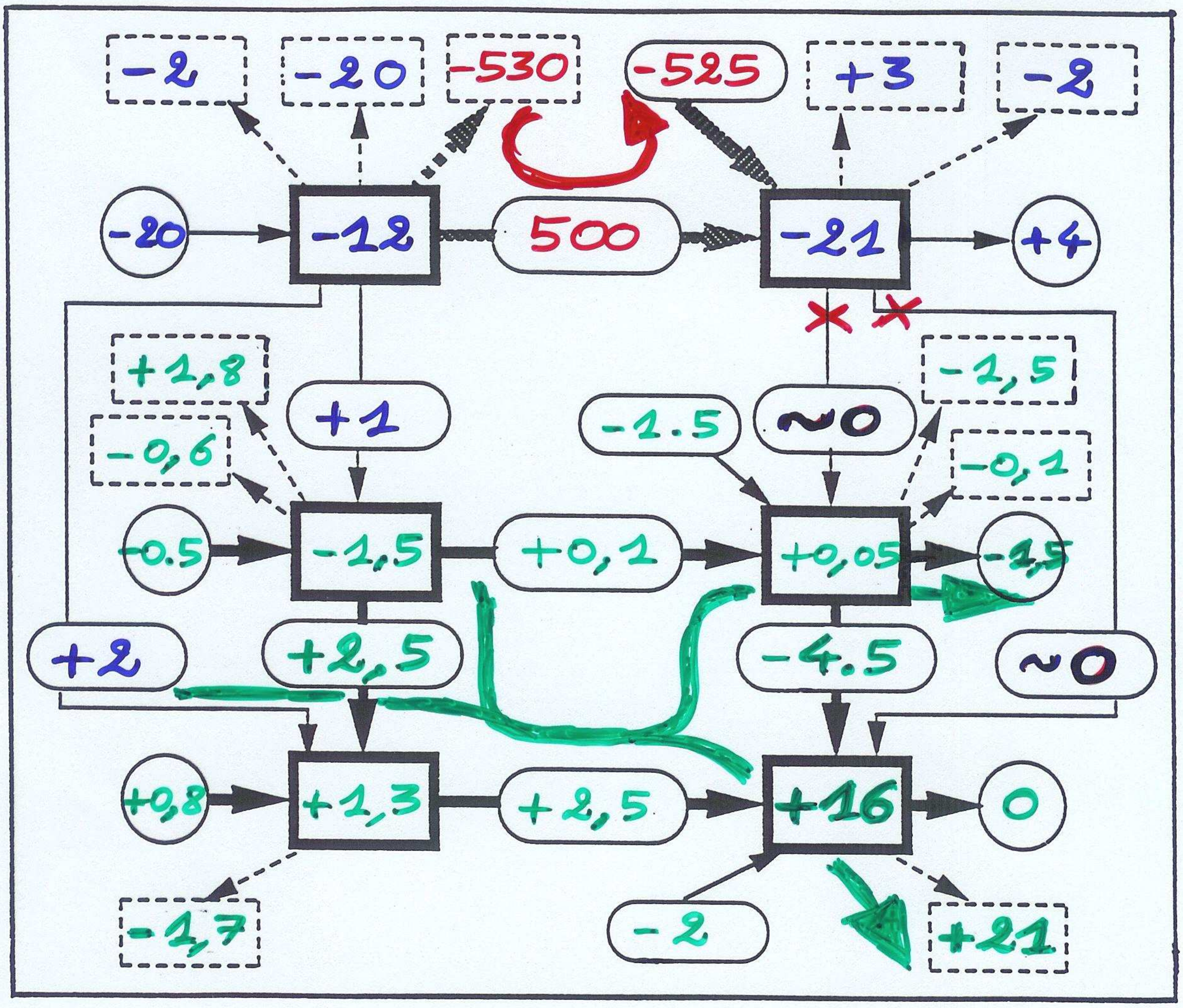
LE VENT A 400 hPa

L'ECHANTILLONNAGE TEMPOREL



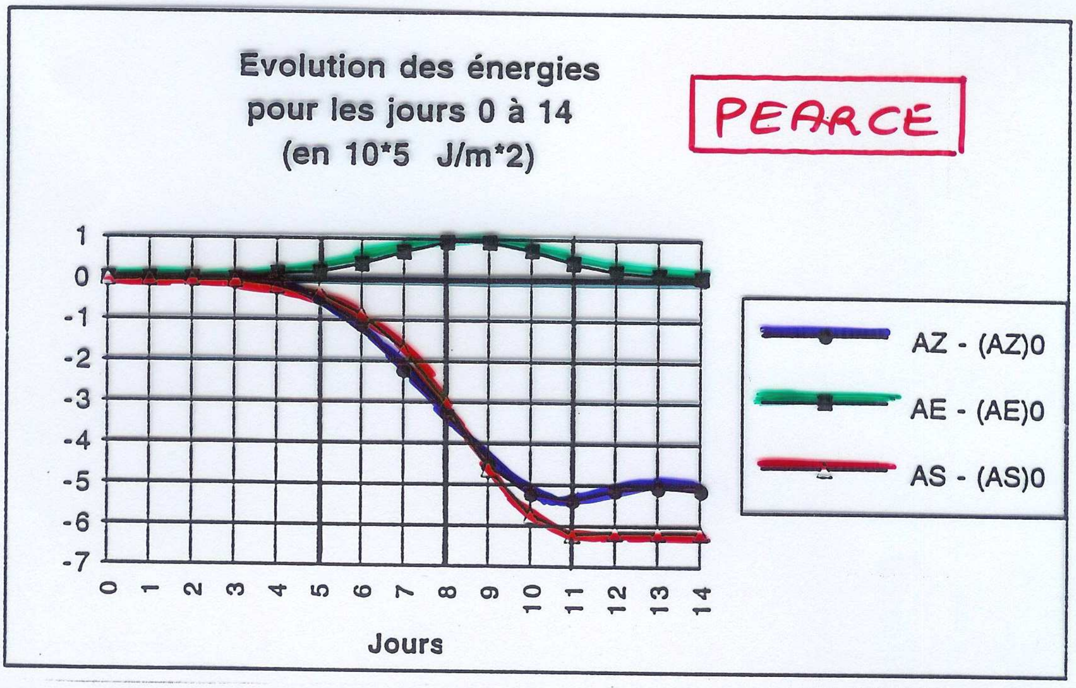


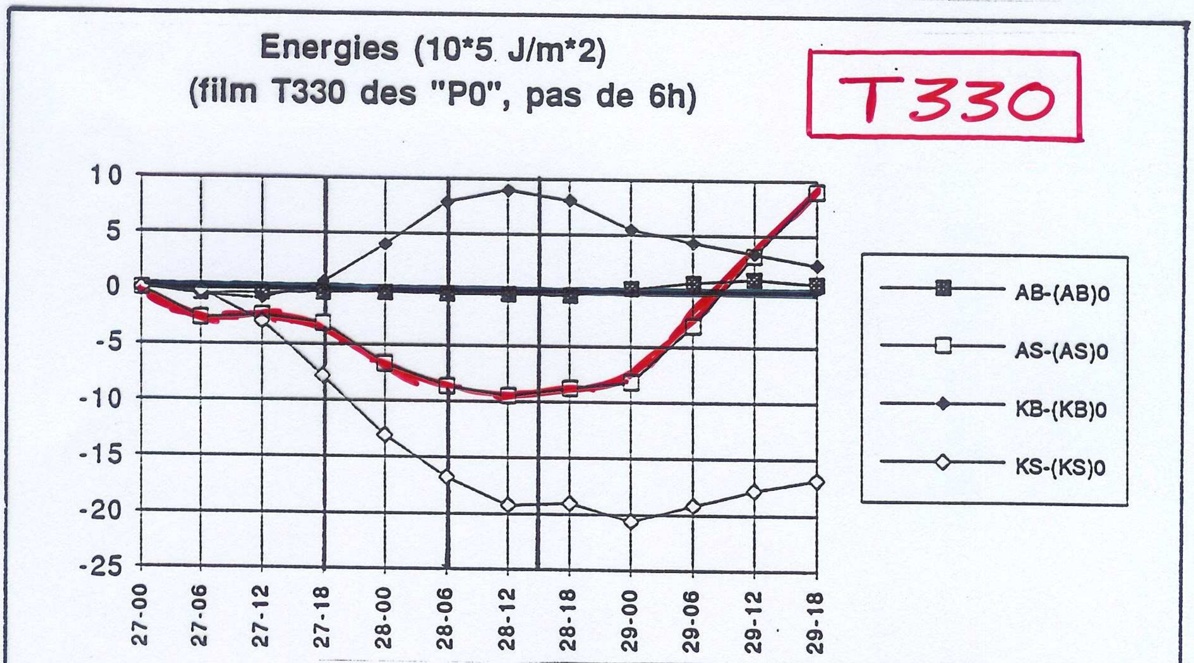
LE CYCLE D'ENTHALPIE UTILISABLE

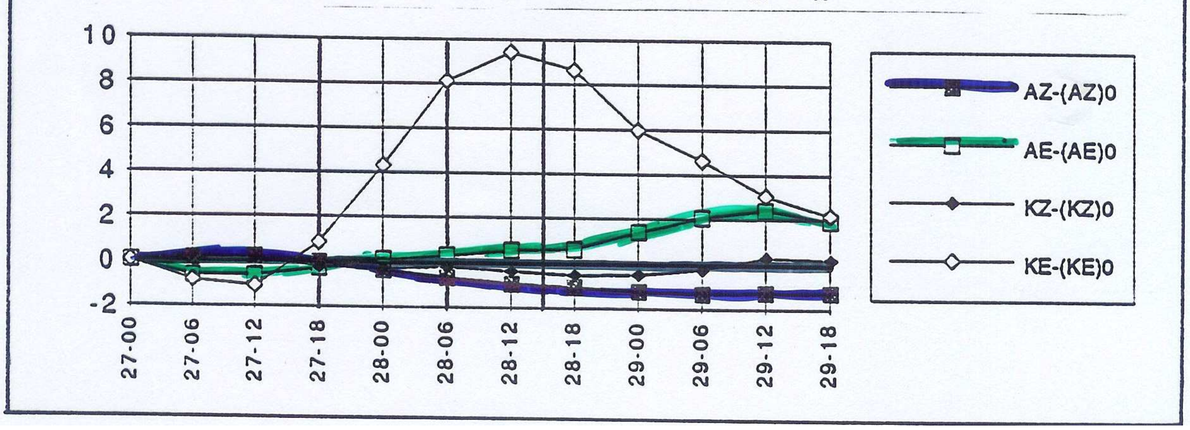


- 28 avril 1992 0^h
- Unités : $W\,m^{-2}$
- Cycle "global"

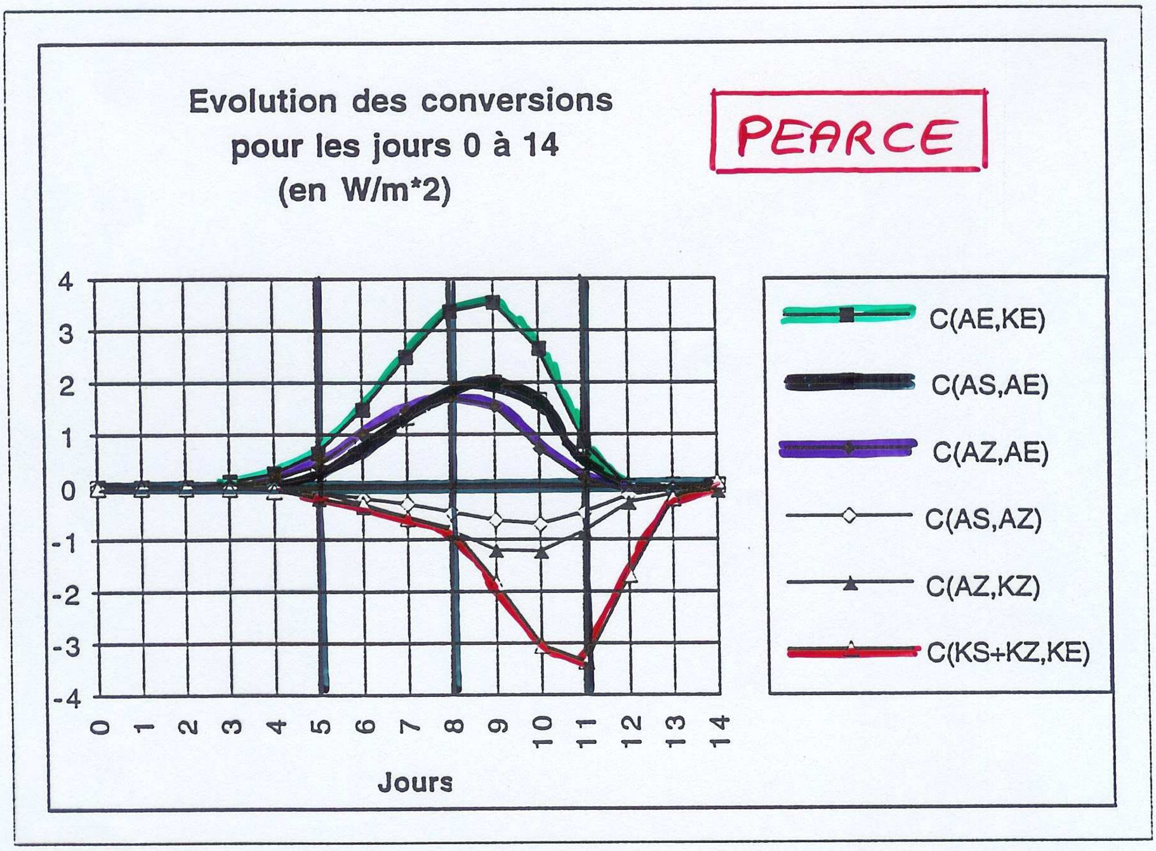
COMPARAISONS AVEC PEARCE (1978)

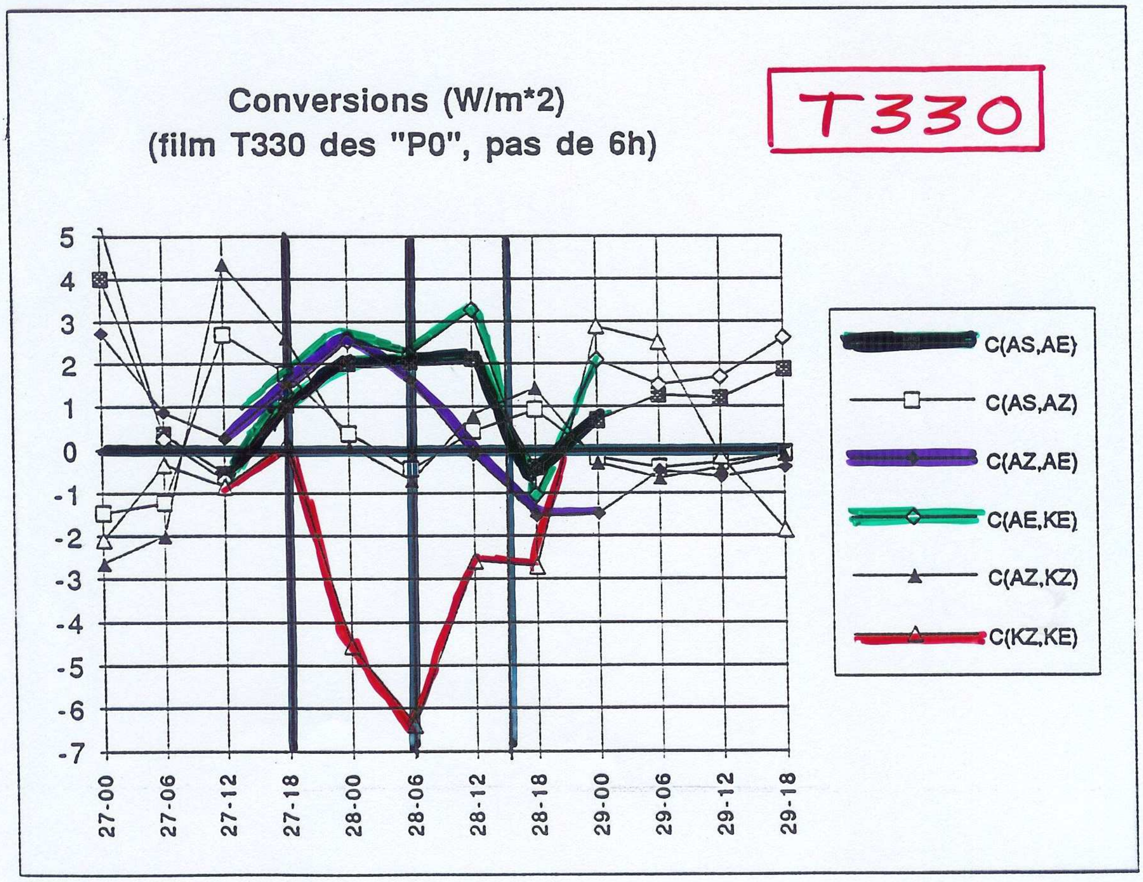




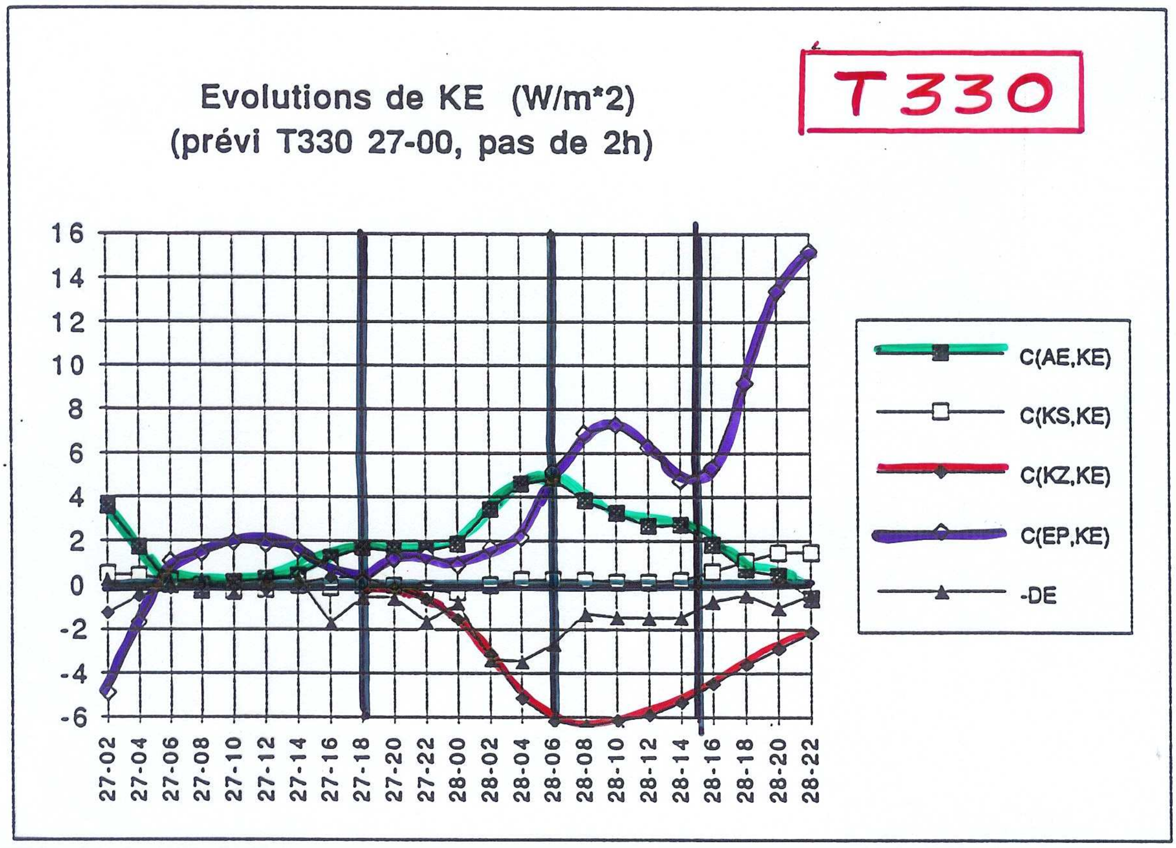


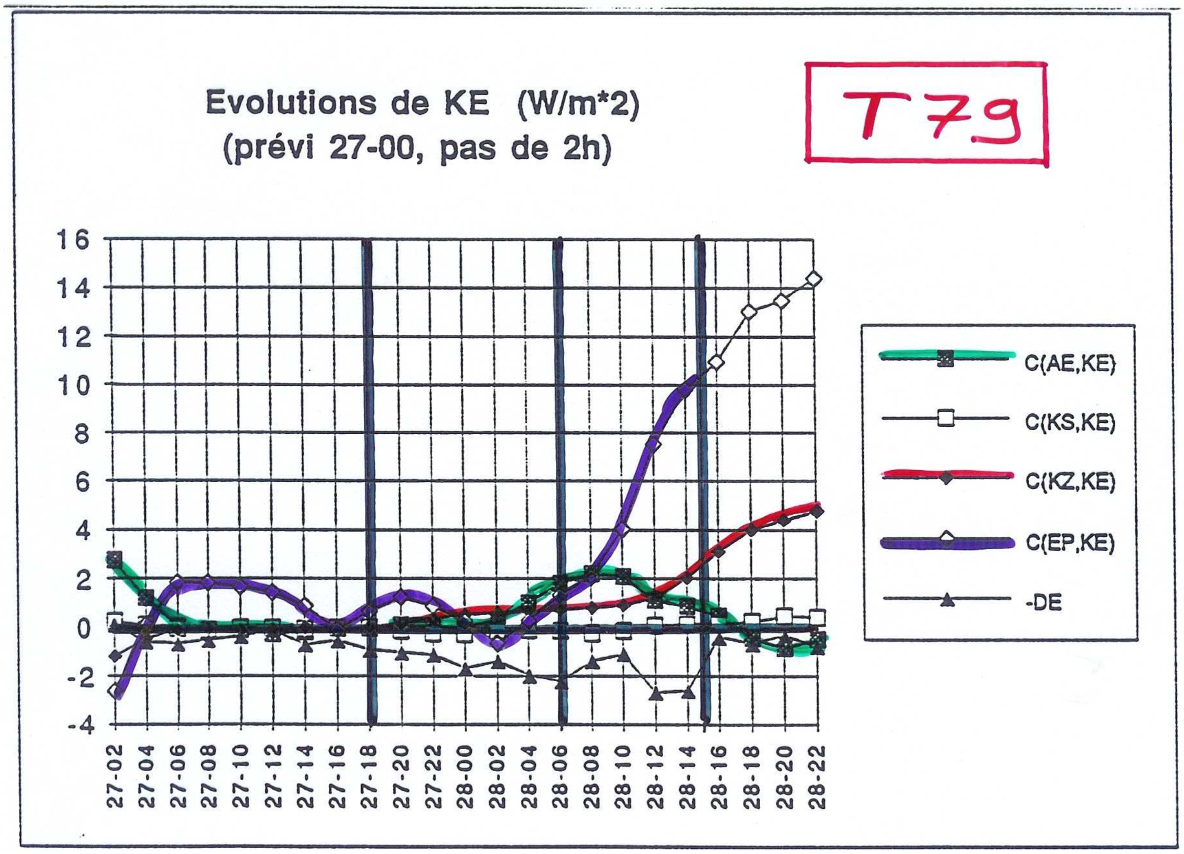
COMPARAISONS AVEC PEARCE (1978)





PREVISIONS $T79$ % $T330$





CONCLUSION

PARADOXE :

Flux aux frontières importants !

MAIS

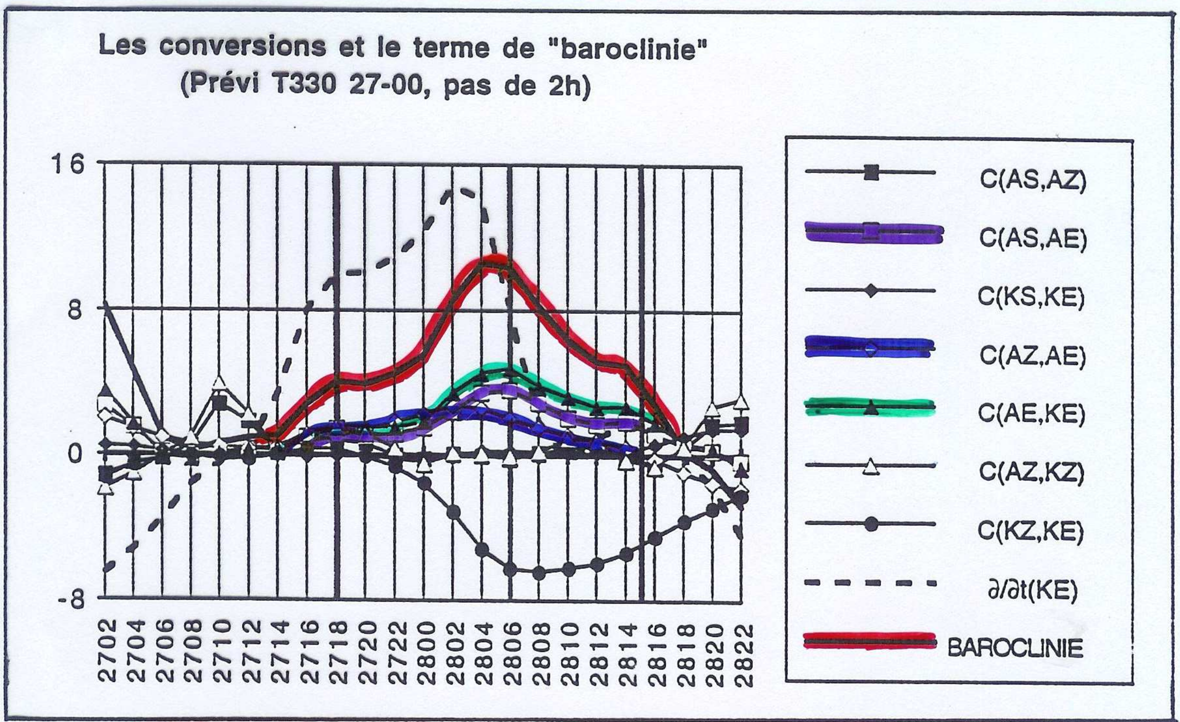
Conversions pertinentes !

$\Rightarrow$ en venir a Plumb (1983) ?

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \overline{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)(\overline{a_S}) = \sum_i C_i + \overline{g_S}$$

$$\frac{\partial\,\overline{a_B}}{\partial t} = \sum_j C_j + \overline{g_B}$$

PROPOSITION TRIVIALE : Traceur d'activité barocline :



$$\mathcal{B} = C(A_S, A_E) + C(A_Z, A_E) + C(A_E, K_E)$$

L'EXERGIE HUMIDE

- LE BUT : la prise en compte *explicite* des effets thermodynamiques de l'eau atmosphérique.

- DEJA DE NOMBREUSES GENERALISATIONS

  EN METEOROLOGIE : Lorenz, Dutton, McHall, Karlsson

  EN THERMODYNAMIQUE : Szargut, Evans, Karlsson

- $a_h \mapsto a_m$, COMMENT ?

$$
\begin{aligned}
a_m \; &= \sum_k m^k \left[(h^k - h_r^k) \; - \; T_r \, (s^k - s_r^k) \right] \\
&\quad + \sum_j (\mu^j - \mu_r) \, \boldsymbol{m^j}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
a_m \; &= \; a_T \; + \; a_p \; + \; a_l \\
a_l \; &= \; - \, (m^w \, L_v \; + \; m^i \, L_s) \left(1 - \frac{T_r}{T} \right)
\end{aligned}
$$

- UTILISATION DANS "ARPEGE" : $a_m \; \longleftrightarrow$

$$
\theta^* \; = \; T \; \left(\frac{p^d}{p_{00}} \right)^{-R^d / c_p^*} \; \left(\frac{p^v}{p_{00}} \right)^{-r^t \, R^v / c_p^*} \; \exp \left(- \, \frac{r^w \, L_v \; + \; r^i \, L_s}{c_p^* \, T} \right)
$$

▷ formulation analytique simple pour a_m

▷ fonction locale

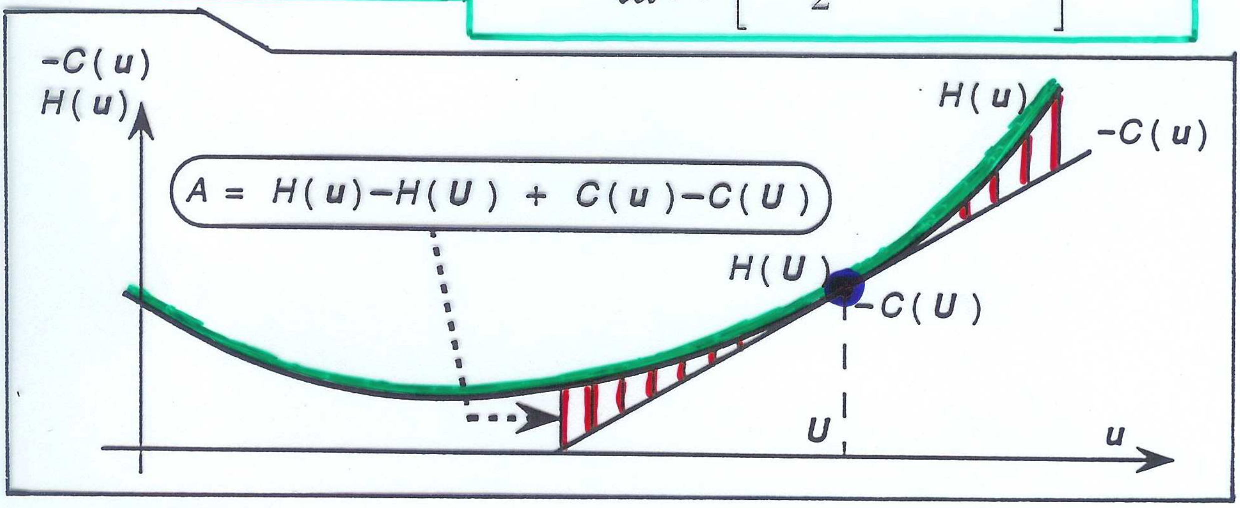
▷ loi de Bernoulli pour $a_m + e_k + e_p$

▷ loi de conservation globale pour $A_m \; + \; E_k$

LA PSEUDO-ENERGIE DE SHEPHERD

- Une série d'articles de synthèse, théoriques (1987 à 1993)
- Shepherd propose la notion de "pseudo-énergie" en montrant que la théorie de Lorenz en est un cas particulier.
- J'ai pu montrer, au cours de la rédaction du mémoire de thèse, que les autres théories sont également des cas particuliers de la pseudo-énergie (article soumis).

Hamiltonien : $\mathcal{H} \equiv \iiint_{\mathcal{M}} \left[\frac{(\vec{u}_h)^2}{2} + c_p\, T \right] dm$



- $\boxed{\mathcal{H} - \mathcal{H}_0} \propto (\vec{u}_h)^2/2 + c_p\,(T - T_0)$ *linéaire* en $(T - T_0)$
- La "pseudo-énergie" est *quadratique* en $(T - T_0)$:

$$\mathcal{A} = (\mathcal{H} - \mathcal{H}_0) + (\mathcal{C} - \mathcal{C}_0) = E_k + \mathbf{A}$$

- Les invariants de Casimir, notés $\mathcal{C}$, décrivent le plan tangent au point d'équilibre stationnaire du système.

LA PSEUDO-ENERGIE DE SHEPHERD

$$\mathcal{A} = (\mathcal{H} - \mathcal{H}_0) + (\mathcal{C} - \mathcal{C}_0)$$
$$\mathcal{A} = E_k + \mathbf{A}$$

$\mathcal{A}$: "pseudo-énergie"

$\mathcal{H}$: Hamiltonien

$\mathcal{C}$: Invariant de Casimir

E_k : Energie cinétique

$\mathbf{A}$: "Energie utilisable"

On obtient :

$$\mathbf{A} = \iiint_{\mathcal{M}} \left[c_p\,(T - T_0) \;-\; c_p \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{T_0(\theta')}{\theta'}\, d\theta' \right] dm$$

- $\theta_0 \;=\; \overline{\theta}(p) \;\longrightarrow$ Lorenz (1955)
- $\theta_0 \;=\; T_r\,(p_{00}/p)^{\kappa} \longrightarrow$ Thomson (1853)

  $a_T \;=\; c_p\, T_r\, \mathcal{F}(T/T_r - 1)$
- $\theta_0 \;=\; C^{ste} \;=\; T_r\,(p_{00}/p_r)^{\kappa} \longrightarrow$ Enthalpie utilisable

  $a_h \;=\; (h - h_r) - T_r\,(s - s_r)$

  Dutton, Pearce, Marquet

CONCLUSION

De l'énergétique de la mousson africaine ...
à l'exergie (87 / 90 $\rightarrow$ 94)

MONTRER L'IMPORTANCE DE a_h

L'enthalpie utilisable

- ▷ Comparaisons avec la thermodynamique
- ▷ Comparaisons avec Lorenz et Pearce
- ▷ Liens avec Shepherd

NOUVEAUTES

- ▷ Applications locales : flux importants
- ▷ Mais en "terrain connu"
  (conversions et réservoirs baroclines)
- ▷ Absence d'approximation

PERSPECTIVES

- ▷ Applications opérationnelles
  "scores dynamiques", $\Delta t = 6\,h$
- ▷ Développer la partie humide