



**HAL**  
open science

# Transport quantique d'ondes atomiques ultrafroides : localisation d'Anderson et laser à atomes guidé.

Alain Bernard

► **To cite this version:**

Alain Bernard. Transport quantique d'ondes atomiques ultrafroides : localisation d'Anderson et laser à atomes guidé.. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2010. Français. NNT: . tel-00554880

**HAL Id: tel-00554880**

**<https://pastel.hal.science/tel-00554880>**

Submitted on 11 Jan 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Spécialité : Physique quantique  
École doctorale de physique de la région parisienne

présentée par

Alain BERNARD

pour obtenir le grade de Docteur en Sciences de l'Université Pierre et Marie Curie

---

## Transport quantique d'ondes atomiques ultrafroides

LOCALISATION D'ANDERSON  
LASER À ATOMES GUIDÉ

---

Thèse soutenue le 26 novembre 2010 devant le jury composé de :

M. Alain ASPECT	Directeur de thèse
M. Philippe BOUYER	Co-directeur de thèse
M. David GUÉRY-ODELIN	Rapporteur
M. Vincent JOSSE	Membre invité
M. Bruno LABURTHE-TOLRA	Examineur
M. Christophe SALOMON	Président
M. Peter SCHLAGHECK	Rapporteur



*(...) a great drama played with the electrons as actors (...) with the only difference that the scene as well as the actors may be a thousand billion times smaller than we are accustomed to from the Royal Opera. No scientist has seen the score of this musical of life itself, and no one will probably ever be able to see it in its entirety - only a few have been granted the privilege of seeing small fragments in the form of isolated ballets, often with a hero and sometimes with a ballerina.*

**Pr. Per-Olov Löwdin**

Discours de présentation du prix Nobel 1977.



---

# Remerciements

---

*Les travaux de thèse présentés dans ce manuscrit ont été réalisés au Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique. Je remercie ses directeurs successifs Pierre Chavel et Christian Chardonnet pour m'y avoir accueilli et pour l'intérêt qu'ils portent aux travaux de l'ensemble des doctorants.*

*J'ai eu la chance de pouvoir travailler dans le groupe d'Optique Atomique, sous la direction d'Alain Aspect qui a su me faire bénéficier tout au long de ma thèse de son expérience extrêmement enrichissante. Philippe Bouyer a co-dirigé ces travaux et je regrette que son exode à Stanford m'ai privé de discussions plus fréquentes avec lui tant les conseils qu'il peut donner, aussi bien au niveau scientifique que technique, sont pertinents.*

*Je remercie tout particulièrement Vincent Josse qui m'a encadré quotidiennement, avec une grande disponibilité malgré sa lourde charge d'enseignement. Son enthousiasme débordant (tout comme son bureau) a été un ingrédient essentiel de notre équipe. Plus spécifiquement, sa lecture attentive de mon manuscrit, alors même que ses nuits étaient excessivement courtes, m'aura permis d'améliorer grandement sa qualité.*

*J'aurais sans aucun doute passé le plus de temps au cours de ma thèse avec Patrick Cheinet. Il m'a transmis au cours de ces années une bonne part de son expérience et nous aura permis d'effectuer des choix des plus judicieux lors du montage du nouveau système expérimental. Les heures passées à assembler puis à pomper l'enceinte à vide (et aussi à saturer le labo d'hélium à la recherche des fuites) ou bien encore à monter et démonter le piège magnétique (si, si, Patrick, les piliers passent!) resteront longtemps gravées dans ma mémoire.*

*J'ai eu la chance de pouvoir commencer ma thèse au bâtiment 503, et de travailler avec Juliette Billy et Zhanchun Zuo sur une expérience qui a donné des résultats particulièrement excitants. Je garderai un excellent souvenir des longues soirées passées dans ce bâtiment fantôme à triturer les algorithmes de fit. Je remercie aussi Pierre, Ben, David et Laurent avec qui j'ai pu collaborer énormément au cours de cette intense période.*

*Fred Jendrzejewski nous a ensuite rejoint sur l'expérience. J'ai essayé de lui transmettre un maximum de connaissances quant à l'ensemble (incommensurable) de bugs qui peuvent survenir sur l'expérience, et je l'envie de pouvoir continuer à travailler avec (j'attends avec impatience les premières mesures de masse effective sur notre expérience!). Stephan Seidel a quant à lui passé la dernière année de ma thèse avec nous, et nous aura fait profiter de son expérience des expansions 0g. Je lui souhaite bonne chance pour la suite de sa thèse à la tour de Brême.*

*Je tiens par ailleurs à remercier cordialement David Guéry-Odelin ainsi que Peter Schlagheck qui ont tous deux acceptés d'être rapporteurs de ma thèse. Je remercie également Christophe Salomon et Bruno Laburthe-Tolra d'avoir fait partie de mon jury et d'avoir à cette occasion étudié avec beaucoup d'intérêt mes travaux de thèse.*

*La construction du système de lévitation magnétique aura occupé une part importante de ma thèse et je tiens à remercier Michel Lécrivain qui a conçu les bobines avec un savoir-faire extraordinaire. Si tous les éléments de ce système avaient pu être réalisés de la même manière, nul doute que ce système aurait pu marcher encore plus rapidement !*

*Je remercie aussi l'ensemble des membres du groupe d'Optique Atomique, à commencer par Martin avec qui nous nous sommes mutuellement motivés pour achever la rédaction de nos manuscrits respectifs, mais aussi JC, Vincent, Simon, Marie, Thomas, Julien, Baptiste, Antoine, Thibaut, Rémi, Ralf, Josselin, Karim, JP, David, Jeff, Diogo, William, Carlos, Seb, Rob, Andrea, Guillaume, Luca, Guthrie, Denis, Isabelle, Karen, Chris, Nathalie et bien sûr les électroniciens du groupe, Frédéric Moron et André Villing, qui m'auront été d'un grand secours dans des situations des plus désespérées. Pierre Fournet, André Guilbaud et Patrick Roth à l'atelier de mécanique auront eux aussi été particulièrement utiles lors du montage de l'expérience, et je les remercie chaleureusement pour leur efficacité. Au-delà, je remercie l'ensemble du personnel de l'Institut d'Optique, en particulier le service achat à qui j'aurais parfois rendu la tâche difficile ; ainsi que les services techniques : Jacky, Jean-Luc et Eric.*

*Au cours de ces trois années, j'ai aussi eu la chance de pouvoir enseigner à l'Institut d'Optique. Je remercie en particulier Lionel Jacobowicz, Thierry Avignon et Cédric Lejeune pour leur aide et leur conseil dans cette tâche, ainsi que pour les prêts qu'ils nous auront accordés pour l'expérience (et je m'excuse encore si certaines pièces n'ont pas été rendues !). Je remercie également Fabrice Krot et Sébastien de Rossi avec qui j'ai pu collaborer dans le cadre du projet d'ouverture à la Maison des Sciences de Châtenay-Malabry.*

*Cette thèse n'aurait par ailleurs pas pu être réalisée sans le soutien de la Direction Générale de l'Armement qui m'a financé durant ces trois années. J'ai par ailleurs eu la chance au cours de ces trois années d'assister à des conférences ou à des écoles d'été, parfois à l'autre bout du monde. Ce type d'événement est très enrichissant, et je garderai un excellent souvenir des moments passés à Florence, à Singapour, à Ourense (en particulier du voyage de retour !) ou encore à Cairns (merci à l'IFRAF!).*

*De manière plus personnelle, je souhaite remercier ma famille, pour leurs encouragements tout au long de mon parcours. Je remercie également Sébastien, Emeric et Florence ; même en Italie, la limoncello ne sera jamais aussi bonne que partagée avec eux !*

*Enfin, mon dernier mais non moindre remerciement est pour Aude qui m'a accompagné tout au long de ces années. Elle aura non seulement su supporter des horaires de travail extensibles, mais aussi su me soutenir lors des moments les plus difficiles.*







---

# Table des matières

---

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Production d'une source cohérente d'ondes de matière</b>	<b>9</b>
1.1 La condensation de Bose-Einstein . . . . .	10
1.1.1 Saturation des états excités . . . . .	10
1.1.2 Équation d'évolution d'un condensat de Bose-Einstein . .	11
1.1.3 Approximation de Thomas-Fermi . . . . .	12
1.1.4 Condensats dans le régime quasi-1D . . . . .	13
1.1.5 Expansion d'un condensat de Bose-Einstein . . . . .	14
1.2 Manipulation des atomes . . . . .	16
1.2.1 Potentiel magnétique . . . . .	16
1.2.2 Potentiel optique . . . . .	18
1.3 Vue d'ensemble de l'expérience . . . . .	18
1.3.1 Chambre à vide . . . . .	19
1.3.2 Dispositif optique de refroidissement . . . . .	21
1.3.3 Imagerie . . . . .	25
1.4 Cycle expérimental . . . . .	28
1.4.1 Condensation dans la première chambre de science . . . .	29
1.4.1.1 Ralentissement du jet atomique . . . . .	29
1.4.1.2 Piège magnéto-optique . . . . .	32
1.4.1.3 Piège magnétique . . . . .	34
1.4.1.4 Évaporation radio-fréquence . . . . .	36
1.4.1.5 Piège hybride opto-magnétique . . . . .	36
1.4.2 Condensation dans la seconde chambre de science . . . . .	42
1.4.2.1 Transport dans une pince optique . . . . .	42
1.4.2.2 Piège dipolaire croisé . . . . .	43
1.4.3 Lévitiation magnétique . . . . .	47
1.4.3.1 Principe . . . . .	48
1.4.3.2 Cas du champ fort . . . . .	50
1.4.3.3 Possibilités expérimentales . . . . .	50
1.4.3.4 Description du montage . . . . .	53
1.4.3.5 Caractérisation . . . . .	56
1.4.3.6 Expansion balistique . . . . .	58
1.4.3.7 Perspective d'optimisation . . . . .	58

<b>2</b>	<b>Localisation d'Anderson d'ondes de matière</b>	<b>61</b>
2.1	De la localisation faible à la localisation forte . . . . .	62
2.1.1	Effet de cohérence sur le transport quantique . . . . .	62
2.1.1.1	Probabilité de diffusion classique . . . . .	63
2.1.1.2	Correction quantique . . . . .	64
2.1.2	Théorie auto-cohérente de la localisation . . . . .	66
2.2	Localisation d'Anderson d'atomes froids dans un désordre corrélé	68
2.2.1	Génération d'un potentiel désordonné à l'aide d'une figure de speckle . . . . .	69
2.2.2	Seuil de percolation dans un speckle . . . . .	72
2.2.3	Calcul de la longueur de diffusion . . . . .	73
2.2.3.1	Condition de désordre faible . . . . .	73
2.2.3.2	Libre parcours moyen élastique . . . . .	74
2.2.3.3	Libre parcours moyen de transport . . . . .	75
2.2.3.4	Fonction spectrale . . . . .	78
2.3	Observation de la localisation d'Anderson à une dimension . . . . .	79
2.3.1	Localisation d'un condensat de Bose-Einstein en expansion	79
2.3.2	Seuil de mobilité effectif . . . . .	79
2.3.3	Mise en œuvre expérimentale . . . . .	80
2.3.3.1	Génération du potentiel désordonné 1D . . . . .	81
2.3.3.2	Obtention de la source atomique . . . . .	82
2.3.4	Résultats obtenus . . . . .	83
2.3.4.1	Observation du régime de localisation exponentiel	83
2.3.4.2	Observation du seuil de mobilité effectif . . . . .	84
2.4	Vers une observation directe de la transition d'Anderson à trois dimensions avec des atomes froids . . . . .	87
2.4.1	Localisation d'un condensat de Bose-Einstein en expansion	87
2.4.2	Réalisation d'un désordre tridimensionnel quasi-isotrope .	89
2.4.2.1	Fonction de corrélation tridimensionnelle . . . . .	90
2.4.2.2	Mise en œuvre expérimentale . . . . .	92
2.4.3	Vers une observation de la transition d'Anderson . . . . .	94
2.4.3.1	Ordres de grandeurs . . . . .	94
2.4.3.2	Premières observations de l'expansion dans le désordre	95
<b>3</b>	<b>Un laser à atomes guidé pour l'observation de phénomènes de transport quantique</b>	<b>99</b>
3.1	Le laser à atomes guidé : mode d'emploi . . . . .	100
3.1.1	Principe général . . . . .	100
3.1.2	Description des potentiels . . . . .	101
3.1.3	Mise en œuvre expérimentale . . . . .	103
3.1.3.1	Calibration de l'amplitude de couplage . . . . .	104
3.1.3.2	Stabilisation du biais magnétique . . . . .	105
3.2	Détermination du spectre de couplage radiofréquence . . . . .	105
3.2.1	Description d'un modèle théorique . . . . .	106
3.2.2	Approximation quasi-1D et fonction d'onde transverse . .	106

3.2.3	Calcul du spectre de couplage radiofréquence . . . . .	108
3.2.3.1	Calcul semi-classique . . . . .	108
3.2.3.2	Calcul complet . . . . .	109
3.2.3.3	Observation expérimentale . . . . .	110
3.3	Limites du régime de couplage faible . . . . .	112
3.3.1	Amplitude de couplage critique . . . . .	112
3.3.2	Observation de la saturation du flux au-delà du régime de couplage faible . . . . .	115
3.3.3	Effet des interactions . . . . .	116
3.4	Traversée d'une barrière de potentiel . . . . .	117
3.4.1	Description du montage . . . . .	117
3.4.2	Mesure de la largeur spectrale du laser à atomes . . . . .	118
3.4.2.1	Principe . . . . .	119
3.4.2.2	Résultats obtenus . . . . .	120
3.4.2.3	Interprétation . . . . .	121
3.5	Perspectives . . . . .	123
3.5.1	Cavité Fabry-Pérot atomique . . . . .	123
3.5.1.1	Régime de couplage fort . . . . .	123
3.5.1.2	Mise en œuvre expérimentale envisagée . . . . .	124
3.5.2	Localisation d'Anderson . . . . .	126
	<b>Conclusion</b>	<b>129</b>
	<b>A Calcul de l'intégrale de recouvrement du laser à atomes</b>	<b>131</b>
	<b>B Effet de la déplétion sur flux du laser à atomes</b>	<b>133</b>
	<b>C Simulation numérique du couplage et de la propagation</b>	<b>135</b>
	<b>D Publication</b>	<b>137</b>
	<b>E Annexe technique</b>	<b>143</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>147</b>



---

# Introduction

---

Conséquence de la théorie quantique développée par Albert Einstein en 1924, la *condensation de Bose-Einstein* [1,2] n'a pu être observée qu'en 1995 sur des gaz d'atomes alcalins dilués [3–5], notamment grâce au développement des méthodes de refroidissement laser [6–8] et d'évaporation [9]. Aujourd'hui, bien que les systèmes permettant de réaliser un condensat de Bose-Einstein soient toujours extrêmement complexes, ils offrent paradoxalement un contrôle très précis des paramètres expérimentaux :

- Le contrôle du potentiel auquel sont soumis les atomes permet de les faire évoluer dans différentes géométries. Ceci est particulièrement intéressant puisque la physique des basses énergies peut dépendre de façon critique de la dimensionnalité. Par exemple, à une dimension, il est possible d'observer avec un gaz de bosons le régime de *Tonks-Girardeau* [10,11] ; et à deux dimensions, la transition de *Berezinskii-Kosterlitz-Thouless* [12,13].
- Les interactions inter-atomiques sont contrôlables par le biais des résonances de *Fano-Feschbach*, qui peuvent être conduites par l'application d'un champ magnétique [14].
- La densité atomique peut être imagée directement, soit en mesurant l'absorption d'une onde à résonance à la traversée du nuage atomique, soit en mesurant la fluorescence émise par les atomes éclairés par une onde à résonance.

Il est ainsi possible de réaliser des systèmes idéaux, qui permettent de simuler des problèmes théoriques complexes de physique de la matière condensée [15,16]. Deux exemples emblématiques illustrent parfaitement cette possibilité : la réalisation expérimentale du modèle de *Bose-Hubbard* [17] (Fig. 1.a), qui décrit la compétition entre les interactions inter-atomiques et l'effet tunnel dans un réseau ; et l'observation de la transition vers le régime de *Bardeen-Cooper-Schrieffer* [18,19], à l'origine de la supra-conductivité (Fig. 1.b).

## Localisation d'Anderson

Les expériences décrites dans ce manuscrit s'intéressent en particulier à un phénomène spectaculaire de la théorie du transport quantique en matière condensée : la *localisation d'Anderson*. Initialement prédite pour des systèmes de spins électroniques en matière condensée, ce phénomène provient d'interférences entre les différents chemins de diffusion à l'intérieur du matériau. Il est à l'origine de la transition métal-isolant observée pour des matériaux semi-conducteurs désordonnés tels que le silicium dopé [22] ou certains mélanges AlGaAs [23] (Fig. 2.a). Du fait de la décohérence liée aux phonons thermiques présents dans

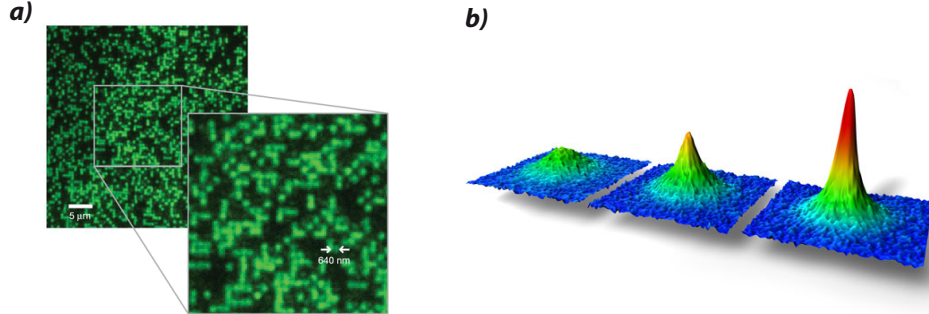


FIGURE 1: a) Image *in-situ* d'atomes froids chargés dans un réseau optique. Figure extraite de [20]. b) Condensation de Bose-Einstein du  $^{40}\text{K}$ , fermionique, après formation de molécules. Figure de M. Greiner [21].

ces systèmes, et aussi des interactions inévitables entre les électrons (qui rendent nécessaire une description physique plus complexe des systèmes), les mesures de conductivité et de susceptibilité diélectrique réalisées sur ces matériaux n'ont pas permis une étude très quantitative du phénomène [24].

Son origine étant liée au caractère ondulatoire de la matière, des expériences modèles ont pu être réalisées à partir des années 1990 avec des ondes classiques [25], notamment à partir d'ondes acoustiques [26] et électromagnétiques dans les domaines micro-ondes [27, 28] et optiques [29] (Fig. 2.b). Bien que facilement contrôlables et insensibles aux interactions, ces systèmes ont un inconvénient majeur : ils sont soumis à l'absorption, qui se traduit par des effets similaires sur la transmission des milieux. Afin de faire la différence entre ces deux phénomènes, on peut alors observer soit les fluctuations de la transmission [28], soit la dynamique de localisation [30–32]. Récemment, des expériences ont par ailleurs pu être réalisées dans des réseaux photoniques [33–35], avec lesquels il est à la fois possible d'expérimenter différents modèles de désordre et de contrôler les interactions par effet Kerr.

Ce n'est qu'assez récemment que les atomes froids ont été proposés pour étudier le phénomène de localisation [36]. Les premières expériences, réalisées en 2005 [37–40], à l'aide d'un désordre créé par une figure de tavelures optiques, n'ont toutefois pas été concluantes, en partie du fait d'interactions interatomiques trop importantes. Les travaux théoriques qui ont suivi [41–43] ont permis de mieux comprendre le régime dans lequel il était nécessaire de se placer, et en 2008, la localisation d'Anderson a pu être observée à une dimension dans notre équipe [44]. En parallèle, le groupe de Massimo Inguscio à Florence a quant à lui mis en évidence le phénomène dans un réseau bichromatique unidimensionnel, reproduisant le *modèle d'Aubry-André* [45], qui présente une transition vers un régime localisé [46].

Les atomes froids ont aussi été utilisés pour démontrer la localisation d'Anderson dans l'espace des impulsions à partir de systèmes appelés *rotateurs forcés* (*kicked-rotor*). Le hamiltonien qui décrit ces systèmes peut en effet être identifié

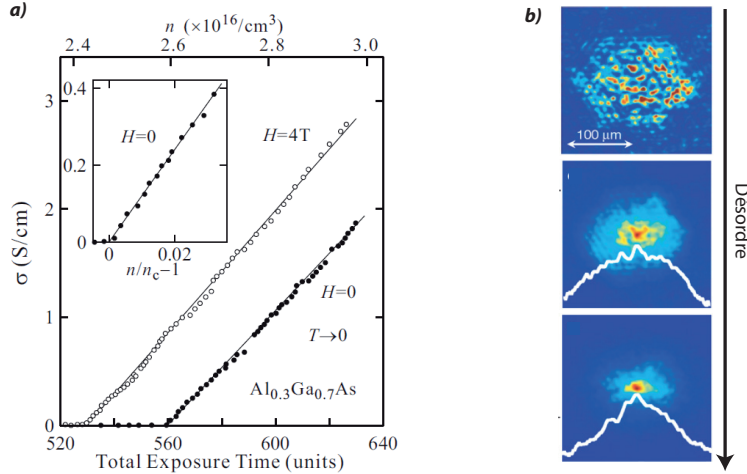


FIGURE 2: a) Conductivité électrique d'un échantillon de  $Al_{0,3}Ga_{0,7}As$  présentant une transition de type métal-isolant. Figure extraite de [23]. b) Propagation de la lumière dans un réseau photonique désordonné bi-dimensionnel. Avec l'augmentation du désordre, la distribution d'intensité tend vers une forme exponentielle. Figure extraite de [33].

au hamiltonien décrivant la localisation d'Anderson, en remplaçant les variables d'espace par les variables d'impulsion [47]. Il est par ailleurs possible d'explorer avec ces systèmes la localisation d'Anderson à différentes dimensions par l'ajout de fréquences de *kick*. Les expériences ont été réalisées à 1D [48], ainsi qu'à 3D dans l'équipe de Jean-Claude Garreau à Lille [49, 50], où elles ont permis de déterminer un *exposant critique* de la transition  $\nu = 1,4 \pm 0,3$  très proche de la valeur attendue [51, 52]. La détermination précise de ces exposants critiques est encore aujourd'hui un enjeu pour lequel les atomes froids pourraient être utilisés [53], et il s'agit d'un des objectifs de l'expérience décrite dans ce manuscrit.

Au-delà de ça, la compréhension de l'effet des interactions sur le phénomène de localisation serait particulièrement intéressante tant la question est complexe dans les systèmes condensés [24]. Ne serait-ce que dans un simple système bosonique, la description théorique de l'action réciproque entre la localisation d'Anderson et les interactions répulsives est l'objet d'un intense travail théorique [54–61]. Récemment, les premières réponses expérimentales ont pu être données pour des interactions faibles dans le cas unidimensionnel dans les groupes de Massimo Inguscio à Florence [62], et dans le groupe de Randall Hulet à Houston [63]. Le groupe de Brian DeMarco à Urbana a quant à lui développé un système expérimental permettant de réaliser le modèle de *Bose-Hubbard désordonné*, et de sonder ainsi le régime des interactions fortes [64]. Dans ces systèmes fortement corrélés, d'autres effets peuvent par ailleurs être observés, tels que l'abaissement de la température de condensation du fait du désordre [65–67], ou encore l'apparition d'une phase isolante appelée *verre de Bose*, dont les conditions exactes d'apparition restent controversées [68–72] et pour laquelle de récentes expériences commencent à apporter des réponses [64, 73].



### Laser à atomes guidé

Les expériences que nous avons jusqu'à présent réalisées pour observer la localisation d'Anderson consistent à faire évoluer des ondes de matière issues d'un condensat de Bose-Einstein en expansion sous l'effet des interactions interatomiques. Le paquet d'onde de matière ainsi réalisé contient un spectre large de longueurs d'onde de de Broglie. Afin d'obtenir une source atomique plus monochromatique, il est possible d'extraire de manière cohérente des ondes de matière d'un condensat, qui joue alors l'analogie d'une cavité optique de laser. De tels dispositifs, appelés *laser à atomes*, ont été réalisés peu après l'obtention des premiers condensats de Bose-Einstein (Fig. 3), en appliquant une impulsion radiofréquence à résonance sur une transition hyperfine entre les niveaux piégeant et non-piégeant ou anti-piégeant [74, 75]. D'autres méthodes ont plus tard été utilisées telles que la décroissance Landau-Zener du condensat dans un piège optique penché [76], ou plus récemment le transfert d'impulsion par *transition Raman* [77].

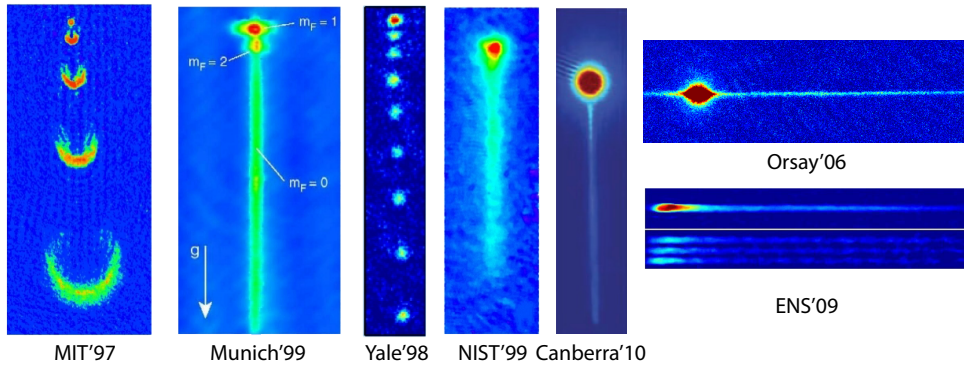


FIGURE 3: Sélection de différentes réalisations de laser à atomes.

Afin d'améliorer les performances de tels lasers, notamment en vue de leur applications éventuelles dans le domaine de l'*interférométrie atomique* et des *mesures de précision* [78, 79], des études ont été réalisées afin d'augmenter le flux [80], le taux de répétition [81], la qualité du front d'onde [80, 82, 83] ou encore de réduire les fluctuations atomiques sous le bruit de projection quantique (*squeezing*) [84]. Au-delà du couplage, le contrôle de la propagation du faisceau est une question importante puisque, les atomes étant soumis à l'accélération de gravité, leur propriétés spectrales, à savoir une grande longueur d'onde associée à la source froide et une faible dispersion spectrale, sont rapidement dégradées. La solution consiste alors à compenser cet effet soit en appliquant un gradient de champ magnétique adapté [85], soit en couplant le laser dans un guide d'onde [86–89]. L'outil dont on dispose alors est parfaitement adapté à l'étude de la propagation d'onde de matière en interaction dans des structures de potentiel créées optiquement.

## Travail de thèse

Le travail de thèse présenté dans ce manuscrit a été réalisé au sein du groupe d'optique atomique du Laboratoire Charles Fabry, dirigé par Alain Aspect. Mon travail a commencé à Orsay, au *bâtiment 503*, sur l'expérience *Pince*, dont la spécificité est la génération d'un condensat de rubidium 87 dans un piège hybride obtenu à l'intersection d'une pince optique et d'un piège magnétique. Jusqu'alors, le travail réalisé sur cette expérience s'était principalement concentré sur l'étude des lasers à atomes, d'abord gravitationnels, puis guidés. Suite à l'arrêt de l'expérience *BEC 1* en 2007, les thématiques de l'étude de l'expansion d'un condensat de Bose-Einstein dans un potentiel désordonné ont été transférées sur notre expérience au moment où j'ai rejoint l'équipe. J'ai ainsi pu participer à la première observation directe de la localisation d'Anderson sur un échantillon d'atomes froids [44]. L'excitation que cette expérience a suscité dans toute la communauté aidant, la décision fut prise d'étendre ce travail aux dimensions supérieures, et, en ce qui nous concerne, au cas tridimensionnel. Le projet étant techniquement ambitieux, nous avons profité du déménagement pour réaliser une profonde modernisation du système expérimental. La plupart du travail effectué dans cette thèse correspond par conséquent au montage de cette expérience. Au moment où j'écris ces lignes, l'expérience de localisation d'Anderson à 3D est menée et devrait sans aucun doute donner de nombreux résultats dans les mois qui viennent.

En parallèle, un travail important a été mené afin de comprendre le couplage du laser à atomes guidé réalisé auparavant dans l'équipe. Le couplage étant réalisé par une transition radiofréquence entre deux niveaux hyperfins, la stabilité du biais magnétique est une question fondamentale dans la détermination de sa largeur spectrale (bruit haute fréquence), ou dans la reproductibilité coup à coup du laser (bruit basse fréquence). Au-delà de ça, les effets d'interaction aussi bien que les effets de température finie conduisent à un élargissement spectral dont l'effet a été étudié numériquement. Ces études sont un préalable indispensable dans l'objectif de réaliser des expériences de transmission quantique (effet tunnel) avec un faisceau atomique quasi-monochromatique, que ce soit à travers une simple barrière, une cavité atomique ou une tranche de potentiel désordonné.

## Plan du mémoire

Ce manuscrit est organisé de la façon suivante :

- Dans le premier chapitre, je décris en détail le nouveau système expérimental. Les modifications apportées par rapport au système décrit dans les thèses précédentes étant importantes, je reprends ici point par point toutes les étapes menant à la condensation. J'y décris aussi la nouvelle chambre de science et son système de lévitation magnétique qui a été spécifiquement conçu pour permettre l'expérience de localisation d'Anderson à trois dimensions.
- Le deuxième chapitre est entièrement consacré aux expériences de localisation d'Anderson. Je commence par rappeler les résultats obtenus à Or-

say sur un système unidimensionnel, puis je présente les caractéristiques spécifiques du cas tridimensionnel, et donne des résultats expérimentaux préliminaires.

- Le troisième et dernier chapitre est quant à lui consacré à l'étude d'un outil qui pourrait se révéler particulièrement pertinent pour l'étude des phénomènes de propagation quantique unidimensionnels, à savoir le laser à atomes guidés. Je présente ici le domaine d'utilisation de cet outil et présente quelques expériences adaptés à son utilisation.





# Production d'une source cohérente d'ondes de matière

*Les pinces de notre esprit sont des pinces grossières ;  
en saisissant la vérité, elles la déforment toujours un peu.*

**Herbert George Wells**  
Choses premières et dernières

Ce chapitre est dévolu à la description du système expérimental construit durant cette thèse, et dont la spécificité réside dans la création d'un piège hybride, intersection d'un piège magnétique et d'un piège optique. Celui-ci est directement hérité de son ancêtre d'Orsay [90–93], avec lequel ont notamment été réalisées les premières expériences de localisation d'Anderson d'ondes de matière à une dimension (§ 2.3) et les premiers lasers à atomes guidés (§ 3.1). Ce dispositif nous permet en effet d'étudier des phénomènes de transport quantique à une dimension, le piège optique agissant comme un guide d'onde pour les atomes en expansion à partir d'un condensat de Bose-Einstein. Cette source atomique permet, outre sa cohérence, de travailler avec des longueurs d'onde de de Broglie  $\lambda_{dB}$  suffisamment grandes pour que les atomes exhibent un caractère quantique lors de leur diffusion sur des structures de potentiel créées optiquement (et dont les dimensions sont limitées par diffraction, cf. § 3.4.1).

L'évolution majeure par rapport à l'expérience d'Orsay est la possibilité de transporter les atomes dans le piège optique vers une seconde chambre de science, offrant un accès optique plus important. Celle-ci est équipée d'un piège dipolaire croisé permettant d'atteindre la condensation, ainsi que d'un système de lévitation magnétique qui nous permet désormais d'envisager des expériences de transport quantique à trois dimensions.

Dans ce chapitre, nous commençons par donner un bref rappel théorique sur la condensation de Bose-Einstein. Nous décrivons ensuite le dispositif expérimental, en commençant par l'enceinte à vide, puis le banc optique qui génère les lasers permettant le refroidissement des atomes (dans la première chambre de science), et enfin le dispositif d'imagerie. Nous détaillons ensuite l'ensemble du cycle expérimental permettant d'atteindre la dégénérescence dans la première chambre de science, puis dans la deuxième après un transport dans une pince optique. Nous décrivons enfin le système de lévitation magnétique, et montrons les premières expansions à trois dimensions observées sur ce système.

## 1.1 La condensation de Bose-Einstein

Dans cette première partie, nous allons donner le formalisme général régissant l'évolution des condensats de Bose-Einstein [94], avec lequel sont décrites les expériences présentées dans ce manuscrit. Nous rappellerons en particulier l'approximation dite de Thomas-Fermi qui donne une description fidèle des condensats obtenus expérimentalement, ainsi que l'approximation du régime quasi-1D adaptée à la propagation des ondes de matières dans un guide optique. Enfin, nous donnerons les lois d'échelle régissant l'expansion libre des condensats lorsque les potentiels de piègeage sont brusquement éteints.

### 1.1.1 Saturation des états excités

Le phénomène de condensation de Bose-Einstein est une conséquence directe du caractère bosonique des particules étudiées. Celles-ci sont alors décrites par la statistique quantique de Bose-Einstein, qui exprime le nombre d'occupation moyen des niveaux d'énergie  $\epsilon_i$  ( $\epsilon_0 = 0$ ) d'un piège à une température  $T$  donnée :

$$\langle N(\epsilon_i) \rangle = \frac{1}{z^{-1} e^{\frac{\epsilon_i}{k_B T}} - 1} \quad (1.1)$$

où  $z = e^{\frac{\mu}{k_B T}}$  est la fugacité du gaz définie à partir de son potentiel chimique  $\mu$ . Celui-ci étant nécessairement négatif ( $\langle N(\epsilon_0) \rangle \geq 0$ ), cette relation est à l'origine d'une saturation des états puisqu'un nombre maximal d'atomes dans un état d'énergie  $\epsilon_i$  à la température  $T$  est atteint pour  $z = 1$  [95]. Ainsi, pour un piège harmonique 3D isotrope, de fréquence  $\omega$ , la nombre maximal d'atomes dans l'ensemble des niveaux excités est donné par :

$$N'_{\max}(T) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{g_n}{e^{n \frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} \quad (1.2)$$

où  $g_n$  est la dégénérescence de l'état d'énergie  $\epsilon_n$  :  $g_n = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$ . On montre alors que [94] :

$$N'_{\max}(T) = \zeta(3) \left( \frac{k_B T}{\hbar\omega} \right)^3 \quad (1.3)$$

où la fonction  $\zeta$  correspond à une série de Riemann :  $\zeta(3) \approx 1,202$ .

La saturation des états excités intervient lorsque le nombre d'atomes piégés  $N$  est tel que :  $N > N'_{\max}(T)$ . Les atomes s'accumulent alors dans l'état fondamental du piège : c'est le phénomène de condensation de Bose-Einstein. À partir de la relation 1.3, la température critique de la transition est donnée par :

$$T_c = \frac{\hbar\omega}{k_B} \left( \frac{N}{1,202} \right)^{1/3} \quad (1.4)$$

On notera que le phénomène est particulièrement non trivial puisque  $k_B T_c \gg \hbar\omega$ . Qualitativement, il correspond à l'apparition d'effets quantiques sur la statistique du gaz. On peut en effet montrer que la transition correspond au recouvrement des paquets d'ondes individuels, c'est à dire à une densité dans l'espace des phases :

$$\mathcal{D} = n_0 \lambda_{\text{dB}}^3 \approx 1 \quad (1.5)$$

où  $n_0$  est la densité atomique au centre du piège et  $\lambda_{\text{dB}} = \frac{h}{2\pi m k_B T}$ , la longueur d'onde de de Broglie des atomes du gaz.

### 1.1.2 Équation d'évolution d'un condensat de Bose-Einstein

La description théorique d'un condensat de Bose-Einstein requiert la prise en compte des interactions inter-atomiques. Aux températures considérées, on peut se contenter d'une description en terme de diffusion dans l'onde  $s$ , caractérisée par un unique paramètre  $a$ , appelé longueur de diffusion [96] ( $a(^{87}\text{Rb}) = 5,3 \text{ nm}$  [97]), le signe positif de la longueur de diffusion indiquant le caractère répulsif des interactions. Les densités atomiques considérées ici, de l'ordre de  $n \sim 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ , restant très faibles ( $na^3 \ll 1$ ), le gaz est dit *dilué* et les interactions peuvent être traitées par une approximation de champ moyen.

Le potentiel correspondant s'écrit :  $V_{\text{coll}}(\mathbf{r}) = g_{\text{coll}} n(\mathbf{r})$  où  $g_{\text{coll}} = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m}$  est la constante de couplage due aux collisions et  $n(\mathbf{r}, t)$  est la distribution de densité atomique dans le condensat. L'évolution de la fonction d'onde  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  ( $|\Psi(\mathbf{r}, t)|^2 = n(\mathbf{r}, t)$ ) d'un condensat de Bose-Einstein soumis à un potentiel extérieur  $V_{\text{ext}}$  quelconque est alors décrite par l'équation de Gross-Pitaevskii :

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{\text{ext}} + g_{\text{coll}} |\Psi|^2 \right] \Psi \quad (1.6)$$

À l'équilibre, le condensat est décrit par la solution stationnaire :

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \Phi_0(\mathbf{r}) \exp\left(\frac{-i\mu t}{\hbar}\right) \text{ avec } \int d\mathbf{r} |\Phi_0(\mathbf{r})|^2 = N_0 \quad (1.7)$$

avec  $\mu$  le potentiel chimique du condensat. L'équation de Gross-Pitaevskii (Eq. 1.6) s'écrit alors sous une forme indépendante du temps :

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{\text{ext}} + g_{\text{coll}} |\Phi_0|^2 \right] \Phi_0 = \mu \Phi_0 \quad (1.8)$$

Le potentiel chimique  $\mu$  correspond donc à l'énergie nécessaire pour retirer un atome du condensat, *i.e.* à l'énergie par particule, augmentée de la contribution que la particule apporte à l'ensemble des autres particules :

$$\mu = \frac{E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}} + 2E_{\text{int}}}{N_0} \quad (1.9)$$



### 1.1.3 Approximation de Thomas-Fermi

Dans un piège harmonique, la taille du mode fondamental de l'oscillateur harmonique  $\sigma = \sqrt{\hbar/(m\bar{\omega})}$  nous donne une échelle de longueur à partir de laquelle on peut évaluer l'énergie cinétique et l'énergie d'interaction du condensat :

$$\begin{cases} E_{\text{cin}} \sim N_0 \frac{\hbar^2}{2m\sigma^2} \\ E_{\text{int}} \sim \frac{N_0^2}{2} g_{\text{coll}} \frac{1}{\frac{4}{3}\pi\sigma^3} \end{cases} \quad (1.10)$$

Si le nombre d'atomes est important ( $N_0 \gg \sigma/a$ ), on peut négliger l'énergie cinétique devant l'énergie d'interaction. L'équation de Gross-Pitaevskii indépendante du temps 1.8 prend alors une forme extrêmement simple :

$$V_{\text{ext}} + g_{\text{coll}} |\Phi_0|^2 = \mu \quad (1.11)$$

Cette équation admet pour solution une fonction d'onde qui reproduit les variations du potentiel de piégeage :

$$n(\mathbf{r}) = \max \left[ \frac{\mu - V_{\text{ext}}(\mathbf{r})}{g_{\text{coll}}}, 0 \right] \quad (1.12)$$

En particulier, dans le cas d'un piège harmonique 3D de fréquences  $\omega_i$  (avec  $i = x, y, z$ ), le profil de densité du condensat prend la forme d'une parabole inversée :

$$n(\mathbf{r}) = n_0 \max \left[ 1 - \left( \frac{x}{R_x} \right)^2 - \left( \frac{y}{R_y} \right)^2 - \left( \frac{z}{R_z} \right)^2, 0 \right] \quad (1.13)$$

avec  $n_0 = \mu/g_{\text{coll}} = 15N_0/8\pi R_x R_y R_z$ . Les paramètres  $R_i$  sont les rayons de Thomas-Fermi du condensat, définis par :

$$R_i = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_i^2}} \text{ pour } i = x, y, z. \quad (1.14)$$

Ceux-ci représentent l'extension spatiale du condensat dans les différentes directions de l'espace. On remarque en particulier que  $R_i \gg \sigma_i$ , du fait des interactions répulsives qui ont tendance à élargir la fonction d'onde  $\Phi_0$ .

En normalisant la fonction d'onde au nombre de particules, on obtient l'expression du potentiel chimique  $\mu$  du condensat :

$$\mu = \frac{\hbar\bar{\omega}}{2} \left( 15 \frac{aN_0}{\bar{\sigma}} \right)^{2/5} \quad (1.15)$$

où  $\bar{\sigma} = \sqrt{\hbar/m\bar{\omega}}$  est la taille du mode fondamental de l'oscillateur harmonique associée à la fréquence moyenne du piège  $\bar{\omega} = (\prod_i \omega_i)^{1/3}$ . La condition de validité de l'approximation peut alors être réécrite sous la forme  $\mu \gg \hbar\omega_i$  ( $i = x, y, z$ ).

L'approximation de Thomas-Fermi est en pratique vérifiée pour les condensats décrits dans ce manuscrit, sauf sur les bords du condensat où la densité s'annule [98], et dans le cas de pièges très anisotropes pour lesquels une description peut être faite dans le régime quasi-1D.

### 1.1.4 Condensats dans le régime quasi-1D

Dans le cas de pièges très anisotropes, pour lesquels la fréquence de piégeage transverse  $\omega_x = \omega_y = \omega_\perp$  est très supérieure à la fréquence longitudinale  $\omega_z = \omega_\parallel$ , les condensats peuvent être décrits dans le cadre de l'approximation du régime quasi-1D [99–103]. On traite alors adiabatiquement (en temps et en espace) la dynamique transverse du condensat au cours de son évolution longitudinale. On peut ainsi factoriser la fonction d'onde sous la forme :

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \psi_\perp(\boldsymbol{\rho}, z)\phi(z, t) \quad (1.16)$$

avec la normalisation  $\int d\boldsymbol{\rho} |\psi_\perp|^2 = 1$ , de telle sorte que :

$$\int d\boldsymbol{\rho} |\Psi|^2 = |\phi(z, t)|^2 = n_{1D}(z, t) \quad (1.17)$$

où  $n_{1D}$  est la densité linéique de probabilité.

L'équation de Gross-Pitaevskii 1.8 donne alors deux équations couplées :

$$\begin{cases} \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_\perp + V + g_{\text{coll}} n_{1D}(z) |\psi_\perp|^2 \right] \psi_\perp = \tilde{\mu}(z) \psi_\perp \\ i\hbar \frac{\partial \phi}{\partial t} = \left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \tilde{\mu}(z) \right] \phi \end{cases} \quad (1.18)$$

Le potentiel chimique effectif local  $\tilde{\mu}$  qui apparaît dans ces équations est donné par :

$$\tilde{\mu}(z) = \int d\boldsymbol{\rho} \left( \frac{\hbar^2}{2m} |\nabla_\perp \psi_\perp|^2 + V |\psi_\perp|^2 + g_{\text{coll}} n_{1D} |\psi_\perp|^4 \right) \quad (1.19)$$

Le potentiel chimique effectif est alors la somme de l'énergie cinétique transverse, de l'énergie potentielle, ainsi que de l'énergie d'interaction, qui dépend de  $n_{1D}(z)$ . Dans le cas d'un potentiel harmonique transverse, invariant par translation, donné par  $V(\boldsymbol{\rho}, z) = m\omega_\perp^2 \boldsymbol{\rho}^2/2$ , il se simplifie dans les deux cas limites des interactions faibles et fortes [99].

#### Cas des interactions faibles : régime perturbatif

Dans le cas où  $an_{1D} \ll 1$ , le potentiel chimique effectif s'écrit :

$$\tilde{\mu} = \hbar\omega_\perp (1 + 2an_{1D}) \quad (1.20)$$

Le profil de densité stationnaire est alors donné par :

$$n_{1D}(z) = \frac{\mu}{g_{1D}} \left( 1 - \left( \frac{z}{R_z} \right)^2 \right) \quad \text{avec } g_{1D} = 2a\hbar\omega_\perp \quad (1.21)$$

### Cas des interactions fortes : régime de Thomas-Fermi

Dans le cas où  $an_{1D} \gg 1$ , le potentiel chimique effectif s'écrit :

$$\tilde{\mu} = 2\hbar\omega_{\perp}\sqrt{an_{1D}} \quad (1.22)$$

Le profil de densité stationnaire est alors donné par :

$$n_{1D}(z) = \frac{15N}{16R_z} \left( 1 - \left( \frac{z}{R_z} \right)^2 \right)^2 \quad (1.23)$$

### Cas général

Le raccordement de ces deux régimes asymptotiques peut être dérivé dans le cadre de l'*approximation de Zubarev et Kim* [104]. Une autre manière simple de les raccorder est d'écrire le potentiel chimique effectif sous la forme phénoménologique [103, 105] :

$$\tilde{\mu} = \hbar\omega_{\perp}\sqrt{1 + 4an_{1D}} \quad (1.24)$$

#### 1.1.5 Expansion d'un condensat de Bose-Einstein

Les expériences présentées dans ce manuscrit utilisent un condensat de Bose-Einstein comme source d'ondes de matière pour étudier les phénomènes de transport quantique. Pour faire se propager ces ondes de matière, la méthode la plus simple consiste à couper de manière brutale le confinement du piège dans lequel le condensat est obtenu de sorte que l'énergie d'interaction du condensat soit transférée, après des temps longs devant les fréquences de confinement initiales, en énergie cinétique.

La dynamique du condensat peut alors être étudiée dans le cadre de l'équation de Gross-Pitaevskii dépendant du temps. On peut montrer que, dans l'approximation de Thomas-Fermi, les condensats sont soumis à une invariance d'échelle [106, 107], la densité atomique d'un condensat selon l'axe  $i$  évoluant selon :

$$n(r_i, t) = \frac{1}{\lambda_1(t)\lambda_2(t)\lambda_3(t)} n\left(\frac{r_i}{\lambda_i(t)}, 0\right) \quad (1.25)$$

où les *fonctions d'échelle*  $\lambda_i$  tiennent compte de la géométrie du piège initial et sont données par les équations :

$$\frac{d^2\lambda_j(t)}{dt^2} = \frac{\omega_j^2(0)}{\lambda_j(t)\lambda_1(t)\lambda_2(t)\lambda_3(t)} - \omega_j^2(t)\lambda_j(t) \quad (1.26)$$

avec les conditions initiales  $\lambda_j(0) = 1$  et  $\dot{\lambda}_j(0) = 0$ . Les rayons de Thomas-Fermi du condensat à l'instant  $t$  sont alors donnés par :  $R_j(t) = \lambda_j(t)R_j(0)$ . Nous décrivons dans la suite la solution de ces équations dans différents cas simples qui correspondent à des situations expérimentales que nous rencontrerons dans la suite de ce manuscrit.

### Expansion à partir d'un piège isotrope 3D

Dans le cas d'une expansion 3D purement isotrope (fréquence de piégeage initiale  $\omega$ ), la fonction d'échelle  $\lambda$  est donnée par l'équation simple :

$$\ddot{\lambda} = \frac{\omega^2}{\lambda^4} \quad (1.27)$$

Cette équation se réécrit sous la forme :

$$\frac{1}{2}\dot{\lambda}^2 = 1 - \frac{\omega^2}{3} \left( \frac{1}{\lambda^3} - 1 \right) \quad (1.28)$$

Pour des temps  $t \gg 1/\omega$ , on obtient  $\lambda \approx \sqrt{2/3}\omega t$ . L'énergie cinétique maximale associée à l'expansion balistique du condensat vaut donc :  $E_{\text{cin}}^{\text{max}} = 2\mu/3$ .

### Expansion à partir d'un piège anisotrope 3D

Dans le cas d'une coupure brutale d'un piège allongé de fréquence de piégeage  $\omega_{\perp}$  et  $\omega_z$  ( $\omega_z \ll \omega_{\perp}$ ), le système 1.26 s'écrit :

$$\ddot{\lambda}_{\perp} = \frac{\omega_{\perp}^2}{\lambda_{\perp}^3 \lambda_z} \quad \text{et} \quad \ddot{\lambda}_z = \frac{\omega_z^2}{\lambda_{\perp}^2 \lambda_z^2} \quad (1.29)$$

Ce système se résout sous la forme :

$$\begin{aligned} \lambda_{\perp}(t) &= \sqrt{1 + \omega_{\perp}^2 t^2} \quad \text{et} \\ \lambda_z(t) &\approx 1 + \left( \frac{\omega_z}{\omega_{\perp}} \right)^2 \left( \omega_{\perp} t \arctan(\omega_{\perp} t) - \ln \left( \sqrt{1 + \omega_{\perp}^2 t^2} \right) \right) \end{aligned} \quad (1.30)$$

En particulier, l'ellipticité du condensat  $\epsilon(t) = R_z(t)/R_{\perp}(t)$  évolue suivant :

$$\epsilon(t) = \frac{\lambda_z(t)R_z(0)}{\lambda_{\perp}(t)R_{\perp}(0)} \underset{t \rightarrow \infty}{\sim} \frac{\pi}{2} \left( \frac{\omega_z}{\omega_{\perp}} \right)^2 \frac{R_z(0)}{R_{\perp}(0)} \quad (1.31)$$

Le condensat étant allongé dans la direction  $z$  à l'instant initial ( $\epsilon(0) > 1$ ), on observe une inversion de l'ellipticité ( $\epsilon < 1$ ) au bout d'un temps de vol de l'ordre de  $1/\omega_{\perp}$  [3, 5]<sup>1</sup>.

### Expansion guidée 1D

On considère une expansion guidée réalisée à partir d'un piège allongé de fréquence de piégeage  $\omega_{\perp}$  et  $\omega_z$  ( $\omega_z \ll \omega_{\perp}$ ). À l'instant initial, le confinement de associé à la fréquence  $\omega_z$  est éteint. Dans le cas où  $(\mu - \hbar\omega_{\perp}) \ll \hbar\omega_{\perp}$  (*i.e.* régime *1D mean-field*), la fonction d'onde transverse est donnée par le mode fondamental gaussien. Les degrés de liberté transverses sont alors complètement

1. Notons qu'il ne s'agit pas d'une signature indiscutable de la condensation de Bose-Einstein [108].

gelés et l'expansion peut être décrite par une unique fonction d'échelle  $\lambda_z$ . Celle-ci est donnée par l'équation simple :

$$\ddot{\lambda}_z = \frac{\omega_z^2}{\lambda_z^2} \quad (1.32)$$

Pour des temps  $t \gg 1/\omega_z$ , on obtient  $\lambda_z(t) \approx \sqrt{2}\omega_z t$ , de telle sorte que  $E_{\text{cin}}^{\text{max}} = 2\mu$ .

### Expansion guidée 3D

Dans le cas où il n'est pas possible d'effectuer l'approximation précédente, l'expansion doit être décrite dans le cadre d'un système 3D allongé. Les équations 1.26 s'écrivent alors :

$$\ddot{\lambda}_\perp + \omega_\perp^2 \lambda_\perp = \frac{\omega_\perp^2}{\lambda_z \lambda_\perp^3} \text{ et } \ddot{\lambda}_z = \frac{\omega_z^2}{\lambda_\perp^2 \lambda_z^2} \quad (1.33)$$

L'expansion étant évidemment très anisotrope, on effectue une approximation adiabatique pour la variable transverse :

$$\lambda_\perp = \frac{1}{\lambda_z^{1/4}} \text{ et } \ddot{\lambda}_z = \frac{\omega_z^2}{\lambda_z^{3/2}} \quad (1.34)$$

Une seule fonction  $\lambda = \lambda_z$  suffit alors à décrire l'évolution du système :

$$\frac{1}{2} \dot{\lambda}^2 = -2\omega_z^2 \left( \frac{1}{\lambda^{1/2}} - 1 \right) \quad (1.35)$$

Pour des temps  $t \gg 1/\omega_z$ , on obtient  $\lambda \approx 2\omega_z t$ . L'expansion est balistique et l'énergie cinétique maximale vaut :  $E_{\text{cin}}^{\text{max}} = 4\mu$ . Ce supplément d'énergie par rapport au cas 1D pur correspond à l'énergie transverse du condensat, qui est convertie en énergie cinétique longitudinale pendant la phase initiale d'expansion. On notera que cette expression va forcément devenir fautive à temps long, la parabole inversée transverse du profil de Thomas-Fermi ne pouvant tendre vers zéro. La transition entre une description 1D et 3D est décrite dans [93].

## 1.2 Manipulation des atomes

Dans cette partie, nous allons décrire les deux moyens dont nous disposons pour interagir avec les atomes, à savoir les potentiels créés par les interactions magnétiques et optiques.

### 1.2.1 Potentiel magnétique

Un champ magnétique statique interagit avec le moment magnétique des atomes neutres sous la forme d'un potentiel :  $V_{\text{mag}}(\mathbf{r}) = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r})$ . On peut exprimer l'effet des forces magnétiques en terme de déplacement des niveaux

par effet Zeeman. Le décalage en énergie d'un niveau est donné par la formule de Breit-Rabi [109], qui s'écrit pour le niveau fondamental  $5^2S_{1/2}$  du  $^{87}\text{Rb}$  utilisé sur notre expérience :

$$\Delta E_{\pm}(m_F) \approx \pm \frac{h\Delta\nu_{\text{hf}}}{2} \sqrt{1 + m_F\xi + \xi^2} \text{ avec } \xi = 2\mu_B |\mathbf{B}(\mathbf{r})| / h\Delta\nu_{\text{hf}} \quad (1.36)$$

où  $\Delta\nu_{\text{hf}} = 6,835$  GHz est l'écart entre les niveaux hyperfins  $F = 1$  et  $F = 2$  et  $m_F$  est le nombre quantique correspondant à la projection du moment magnétique sur l'axe de quantification. Les déplacements des niveaux par effet Zeeman sont tracés Fig. 1.1.

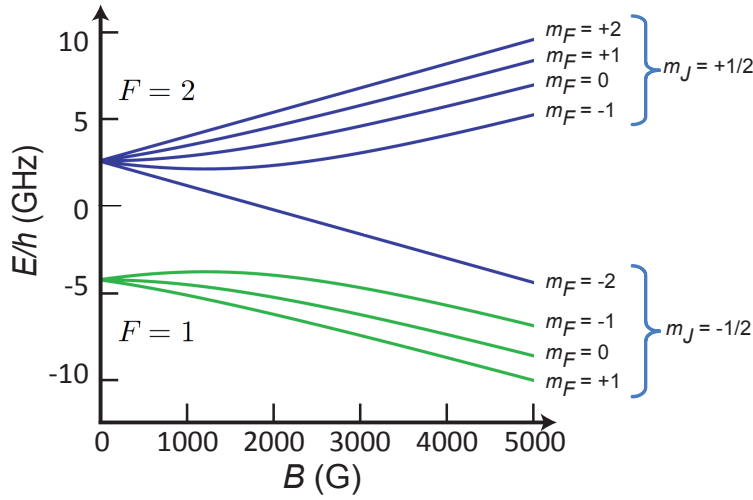


FIGURE 1.1: Déplacement des niveaux hyperfins de la raie fondamentale  $5^2S_{1/2}$  du  $^{87}\text{Rb}$  sous l'effet d'un champ magnétique, calculés via la formule de Breit-Rabi. Pour la lévitation magnétique (§ 1.4.3), les bobines permettent d'atteindre un champ magnétique de 2000 G, pour lequel le développement à l'ordre 1 de l'effet Zeeman n'est plus suffisant.

Pour des champs magnétiques faibles ( $B \ll h\Delta\nu_{\text{hf}}/\mu_B$ ), on peut développer l'expression 1.36 au premier ordre en  $\xi$ . On obtient des déplacements proportionnels au nombre quantique  $m_F$  caractérisant la structure hyperfine :

$$\Delta E_{\pm}(m_F) \approx \pm \left( \frac{h\Delta\nu_{\text{hf}}}{2} + \frac{1}{2}m_F\mu_B |\mathbf{B}(\mathbf{r})| \right) \quad (1.37)$$

Le potentiel magnétique créé sur chacun des niveaux hyperfins  $5^2S_{1/2}$  est alors simplement donné par :

$$V_{\text{mag}}(\mathbf{r}) \approx g_F m_F \mu_B |\mathbf{B}(\mathbf{r})| \quad (1.38)$$

où  $g_F$  est le facteur de Landé associé à l'état hyperfin  $F$  ( $g_{F=1} = -1/2$  et  $g_{F=2} = 1/2$ ). Étant donné l'impossibilité de créer un maximum de champ magnétique (théorème de Wing [110]), il est nécessaire d'avoir  $g_F m_F > 0$  pour réaliser un piège [111] (cf. § 1.4.1.3).

Pour des champs magnétiques forts ( $B \gg h\Delta\nu_{\text{hf}}/\mu_B$ ), le déplacement devient proportionnel au nombre quantique  $m_J$  caractérisant la structure fine de l'atome (cf. Fig. 1.1).

### 1.2.2 Potentiel optique

L'interaction entre la lumière et la matière peut être décomposée en deux contributions (qui correspondent aux termes réactifs et dissipatifs du déplacement lumineux [112]) :

- Une force dipolaire  $\mathbf{F}_{\text{dip}}$ , dérivant d'un potentiel et proportionnelle à l'intensité lumineuse à laquelle sont soumis les atomes [112]. Dans le cas simple d'un atome à deux niveaux, et pour une onde lumineuse de fréquence  $\omega_L/2\pi$  fortement désaccordée par rapport à la fréquence de la transition atomique  $\omega_0/2\pi$ , ce potentiel s'écrit [113] :

$$V_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = -\frac{3\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3 \tilde{\delta}} I(\mathbf{r}) \quad (1.39)$$

où  $\Gamma^{-1}$  est la durée de vie du niveau excité et  $\tilde{\delta}$  est le désaccord généralisé :

$$\tilde{\delta} = \left( \frac{1}{\omega_0 - \omega_L} + \frac{1}{\omega_0 + \omega_L} \right)^{-1} \quad (1.40)$$

Le potentiel  $V_{\text{dip}}$  peut donc être soit attractif si le faisceau est désaccordé vers le rouge de la transition atomique ( $\omega_L < \omega_0$ ), soit répulsif si le faisceau est désaccordé vers le bleu ( $\omega_L > \omega_0$ ).

- Une force de pression de radiation  $\mathbf{F}_{\text{rad}}$  correspondant aux processus d'absorption et d'émission spontanée de photons par les atomes. C'est cette force, non conservative, qui est utilisée pour le refroidissement laser (cf. § 1.4.1.2). Dans le cas d'un atome à deux niveaux, le taux d'émission spontanée, caractérisant l'intensité de cette force, s'écrit [113] :

$$\Gamma_{\text{sp}}(\mathbf{r}) = \frac{\Gamma}{\tilde{\delta}} \left( \frac{\omega_L}{\omega_0} \right)^3 \frac{V_{\text{dip}}(\mathbf{r})}{\hbar} \quad (1.41)$$

En particulier, à grand désaccord, la force de pression de radiation devient négligeable devant la force dipolaire.

Dans le cas de l'atome de rubidium, il est de plus nécessaire de prendre en compte sa structure multi-niveaux. Les décalages en fréquence associés à la structure hyperfine étant négligeables devant les désaccords utilisés en pratique, ils s'éliminent par sommation sur l'ensemble de leurs contributions. Par contre, la structure fine doit être prise en compte et conduit à des corrections par rapport à l'expression 1.39 : pour  $\lambda_L = 1070$  nm, la correction est de l'ordre de 2%. Il faut enfin prendre en compte la proximité des transitions vers les autres états : pour le potentiel décrit § 3.4.1, réalisé avec une longueur d'onde de 405 nm, la proximité des transitions vers les états  $6p^2P_{1/2,3/2}$  à 422 et 420 nm conduit à une correction de l'ordre de 10% [93].

## 1.3 Vue d'ensemble de l'expérience

Dans ce paragraphe, nous allons décrire les principaux éléments constitutifs de l'expérience. Nous nous focaliserons dans un premier temps sur l'enceinte à

vide dans laquelle les atomes évoluent, puis sur le dispositif optique à l'origine des faisceaux permettant le refroidissement. Enfin, nous décrirons les méthodes qui nous permettent d'imager les atomes.

### 1.3.1 Chambre à vide

Une des contraintes principales liées à l'utilisation de gaz d'atomes froids est la nécessité de travailler dans une enceinte poussée à un vide extrême afin de minimiser les pertes dues aux collisions inélastiques avec des atomes fortement énergétiques pendant le cycle expérimental, c'est à dire pendant environ une minute sur notre expérience<sup>2</sup>. Cela nous impose de travailler avec des pressions du gaz résiduel inférieures à  $10^{-11}$  mbar. De telles pressions nécessitent une attention particulière lors de la conception de l'enceinte à vide. Il faut en effet veiller à disposer d'une puissance de pompage suffisante pour palier au dégazage des parois et à la perméabilité des joints.

L'ensemble du système est présenté Fig. 1.2. Il se compose de deux parties séparées par une vanne et un long tube permettant de maintenir un différentiel de pression. D'un côté (à gauche sur la figure) se trouve le four duquel jaillissent les atomes en direction de la mélasse transverse puis du ralentisseur Zeeman. Cette partie est pompée par une pompe turbomoléculaire permettant d'atteindre des pressions inférieures à  $10^{-9}$  mbar. Une pompe ionique de 40 L/s (Varian *Starcell 40*) placée entre la vanne intermédiaire et le ralentisseur Zeeman permet d'assurer un pompage en amont du ralentisseur, en particulier lorsque la vanne intermédiaire est fermée (celle-ci servant de sécurité lorsque l'expérience est arrêtée).

De l'autre côté (à droite sur la figure) se trouvent la cellule du piège magnéto-optique et la chambre de science. Celles-ci sont pompées par une pompe à getter passive (SAES Getter *GP50*) et une pompe ionique de 60 L/s (Varian *Starcell 55*). Une vanne d'entrée permet de pomper indépendamment cette partie à l'aide d'un groupe de pompage lors de la mise sous vide, et un sublimateur de titane permet d'accélérer la descente en pression. La pression peut ici être mesurée par une jauge de type Bayard-Alpert (Varian *UHV-24p*); elle vaut typiquement  $2.10^{-12}$  mbar à cet endroit. Les atomes issus du ralentisseur Zeeman débouchent d'abord dans la cellule du piège magnéto-optique. Il s'agit d'une cellule en verre débouchante de dimensions extérieures  $10 \times 15 \times 50$  mm et d'épaisseur 0,5 mm.

À l'issue du refroidissement, les atomes peuvent être transportés dans la chambre de science. Il s'agit, là aussi, d'une cellule en verre (Hellma) de dimensions extérieures  $30 \times 30 \times 50$  mm et d'épaisseur 3 mm. Son centre est situé à 35 cm de celui de la première cellule. Entre les deux cellules, une vanne (VAT) permet d'isoler la chambre de science du reste de l'expérience, et un micromanipulateur supportant un miroir à  $45^\circ$  a été placé en prévision d'un chargement

---

2. Le temps de notre cycle expérimental est essentiellement limité par l'évaporation radiofréquence dans un piège magnétique de faible confinement. Ce temps est fortement réduit dans le cas où les fréquences de confinement pendant l'évaporation sont plus importantes, comme par exemple sur une puce atomique ou dans un piège optique. La contrainte sur le niveau de vide est alors moins forte.



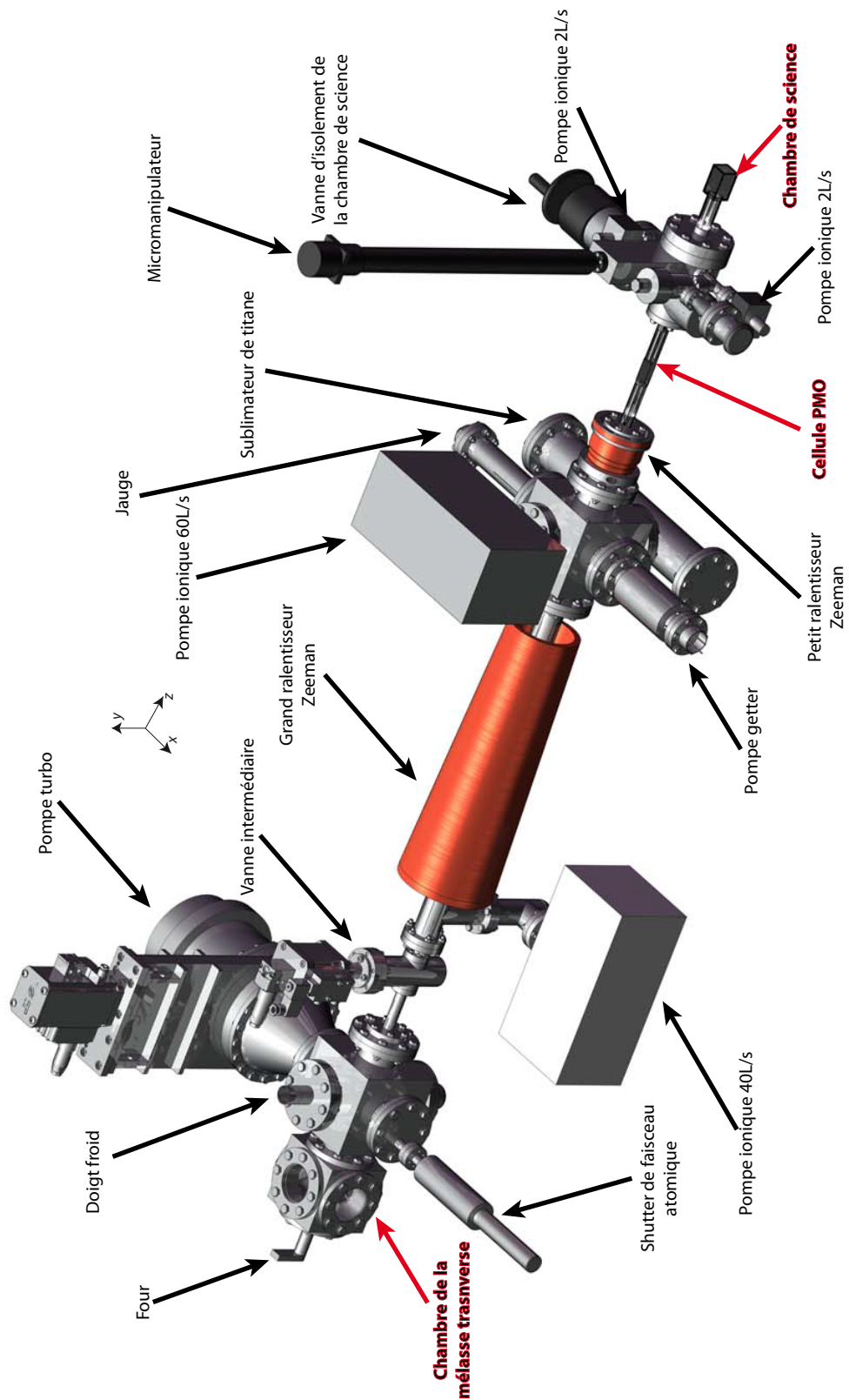


FIGURE 1.2: Vue d'ensemble de la chambre à vide. L'ensemble mesure environ 2 mètres de longueur.

continu du piège dans la chambre de science [114]. La fenêtre de la vanne est un hublot offrant une ouverture de 16 mm de diamètre dans l'axe  $z$ , permettant d'envoyer les faisceaux du ralentisseur (cf. § 1.4.1.1) et de la pince optique (cf. § 1.4.1.5) même dans une situation où la vanne serait fermée. Deux pompes ioniques de 2 L/s (Varian *VacIon*) assurent le pompage de cette zone, notamment en cas de fermeture prolongée de la vanne. Enfin, un accès est disponible pour brancher un groupe de pompage afin de réaliser la mise sous vide. Un des intérêts de cette configuration expérimentale est la possibilité de remplacer cette cellule sans engendrer un long arrêt de l'expérience au cas où la géométrie de la chambre de science ne serait pas adaptée à une expérience future.

### 1.3.2 Dispositif optique de refroidissement

Durant l'ensemble du cycle expérimental, nous utilisons des lasers pour manipuler et refroidir les atomes. La génération de ces faisceaux a été complètement renouvelée par rapport à l'expérience d'Orsay. Le banc optique est désormais monté sur une table séparée du reste de l'expérience, afin d'améliorer la stabilité du montage et les faisceaux, générés par des *lasers en cavité étendues* et amplifiés à travers des *amplificateurs optiques évasés*, sont amenés sur l'expérience par des fibres optiques.

#### Lasers en cavité étendues

Nos sources laser sont générées par des diodes lasers monomodes (Sharp *GH0781JA2C*) ayant pour application habituelle les équipements de lecteurs *CD-R(W)*. Celles-ci génèrent un faisceau d'une puissance d'environ 100 mW, à une longueur d'onde comprise entre 780 et 787 nm, avec une largeur de raie de l'ordre de 40 MHz, soit beaucoup plus importante que la largeur naturelle de la transition atomique  $\Gamma/2\pi = 6$  MHz correspondant à la raie  $D_2$  du  $^{87}\text{Rb}$ , utilisée sur notre expérience.

Pour affiner leur largeur spectrale, nous utilisons un montage dit de *laser en cavité étendue* (LCE) développé à l'Observatoire de Paris (*SYRTE*) [115]. Le principe du montage (Fig. 1.3) consiste à rétro-réfléchir une partie du faisceau à l'aide d'une lame séparatrice externe à la diode et à la réinjecter dans la diode. La face arrière de la diode laser et la séparatrice forment alors une cavité laser supplémentaire. Celle-ci est auto-alignée grâce à une configuration en œil de chat pour la séparatrice<sup>3</sup>. La sélection de la fréquence d'émission est réalisée par l'ajout d'un filtre interférentiel à l'intérieur de la cavité.

Comme la largeur spectrale d'un laser est liée à la durée de vie d'un photon dans la cavité, disposer d'une cavité externe permet de réduire la largeur de raie. Lorsque le bruit du laser est dominé par du bruit blanc de fréquence, la largeur de raie du laser monté en cavité étendue peut se déduire de celle de la diode

---

3. *i.e.* séparatrice dans le plan focal d'une lentille.

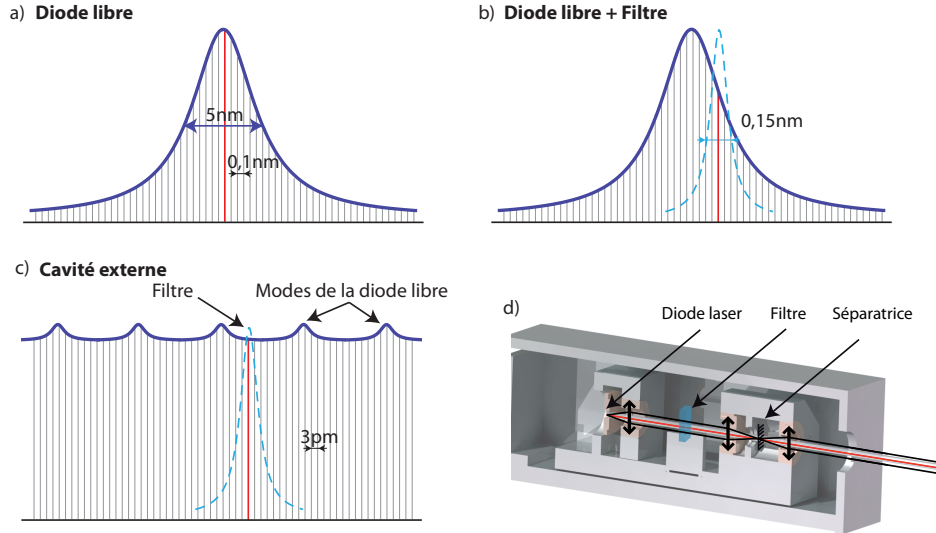


FIGURE 1.3: a) Courbe de gain d'une diode libre. La fréquence sélectionnée correspond au mode tracé en rouge. Sa largeur spectrale est de 40 MHz. b) En ajoutant un élément sélectif en fréquence tel qu'un filtre Fabry-Pérot, on peut choisir le mode laser dans la courbe de gain. c) En mettant la diode dans une cavité externe, la largeur spectrale du laser est réduite à  $\Delta\nu_{LCE} < 1$  MHz. d) Principe du montage des lasers en cavités étendues. La séparatrice est montée au cœur d'un montage en œil de chat, et est supportée par un actuateur piézo-électrique permettant de régler la longueur de la cavité.

laser à partir de la formule de Schawlow-Townes [116] :

$$\Delta\nu_{LCE} = \left( \frac{l_d}{l_{LCE}} \right)^2 \Delta\nu_d \quad (1.42)$$

où  $l_d$  est la longueur de la diode (typiquement de l'ordre du millimètre) et  $l_{LCE}$  est la longueur de la cavité externe (7 cm environ). La largeur spectrale est alors réduite d'un facteur proche de 100 grâce à la cavité externe.

De plus, la cavité externe impose une fréquence de fonctionnement correspondant au mode situé au voisinage du maximum de la courbe de gain. Cette fréquence peut être balayée continuellement sans saut de mode à l'aide de la cale piézo-électrique, dans la limite d'un intervalle spectral libre de la cavité, soit 1,5 GHz. Le point de fonctionnement du laser dépend également du courant et de la température de la diode. Celle-ci est asservie en deux points à l'aide de modules Peltier placés au niveau de la diode et au niveau de la cavité. Des isolateurs optiques sont placés à la sortie des LCE afin d'éviter toute perturbation liée à d'éventuelles réflexions parasites.

La puissance de sortie des LCE est d'environ 20 mW, ce qui est insuffisant pour générer l'ensemble des faisceaux nécessaires au cours du cycle expérimental. Par conséquent, nous avons recours à des amplificateurs optiques évasés (Eagleyard *EYP-TPA-0780-01000-3006-CMT03-0000*), qui permettent d'obtenir des puissances optiques supérieures à 800 mW en sortie pour une puissance

d'injection de quelques dizaines de milliwatts [117]. Ceux-ci sont également très sensibles aux réflexions parasites et nécessitent l'installation de puissants isolateurs optiques en aval (isolation  $> 60$  dB).

### Chaîne de fréquences

Notre banc laser est schématisé Fig. 1.4. Il est composé de trois lasers en cavité étendue permettant de générer l'ensemble des fréquences optiques nécessaires durant le cycle expérimental, aussi bien à partir de la raie  $F = 1$  que de la raie  $F = 2$  :

- Le premier laser (L1), appelé laser *sonde*, est asservi en fréquence sur le croisement  $F = 2 \rightarrow F' = 2 \times 3$  du rubidium par un système d'absorption saturée. On utilise un modulateur acousto-optique en double passage afin d'obtenir un faisceau de fréquence accordable autour de la résonance  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ , qui nous servira de sonde pour l'imagerie par absorption des atomes (§ 1.3.3). Enfin, il sert de référence de fréquence optique, et une partie de la puissance disponible sur cette ligne laser est utilisée pour réaliser les asservissements en fréquence par battement des deux autres lasers. Pour cela, les faisceaux sont combinés sur la surface d'un photoconducteur (Hamamatsu *G4176*), qui dispose d'une surface sensible relativement grande ( $200 \times 200 \mu\text{m}^2$ ) ainsi que d'une bande passante jusqu'à 10 GHz, permettant de mesurer le battement entre deux lasers accordés sur chacune des deux raies hyperfines de l'atome de rubidium ( $\Delta\nu_{\text{hf}} = 6,835$  GHz). Le signal mesuré est ensuite multiplié par une fréquence de consigne (entre 0 et 512 MHz), puis filtré et envoyé dans un convertisseur fréquence-tension qui fournit un signal d'erreur proportionnel au désaccord de fréquence (Fig. 1.6). Ce signal d'erreur commande l'actuateur piézo-électrique ajustant la longueur de la cavité externe du laser asservi (Fig. 1.3).
- Le deuxième laser (L2), appelé laser *repompeur*, est asservi par battement avec le laser L1 afin de pouvoir être résonnant sur les transitions issues de  $F = 1$ , nécessaires au recyclage des atomes dépompés vers cet état. Pour cela, un oscillateur local (de type *DRO*, *Dielectric Resonator Oscillator*) génère un signal hyperfréquence à 6,6 GHz, qui est mélangé au signal de battement. La consigne de cet asservissement est fixée à 220 MHz, de sorte que L2 se retrouve décalé de 130 MHz vers le rouge de la transition  $F = 1 \rightarrow F' = 2$ .
- La troisième laser (L3), appelé laser *piège*, est asservi en fréquence avec le laser L1 sur la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 2 \times 3$ , c'est à dire décalé de 130 MHz vers le rouge de la transition du piège  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ . Il est ensuite mélangé au laser L2, puis amplifié une première fois à travers un amplificateur optique évasé. Une partie de la puissance ( $\sim 80\%$ ) est prélevée à la sortie de l'amplificateur pour générer le faisceau du ralentisseur Zeeman ; les fréquences issues de  $F = 1$  et de  $F = 2$  étant toutes deux décalées de

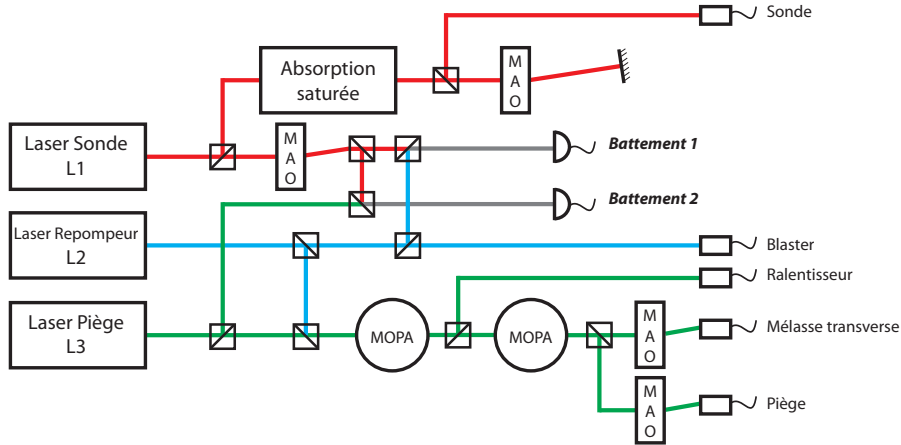


FIGURE 1.4: Schéma simplifié du banc optique (MAO : modulateur acousto-optique ; MOPA : amplificateur optique évasé). Le blaster peut être utilisé pour des procédures d'alignement. Un plan détaillé du banc optique est donné dans l'annexe A.

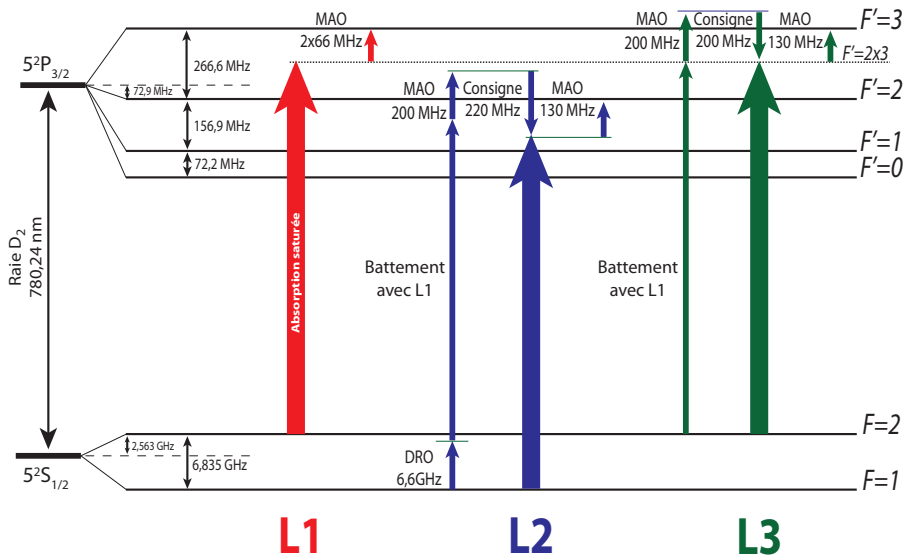


FIGURE 1.5: Chaînes de fréquences des faisceaux générés sur le banc optique. Les points de consigne représentés peuvent être variés continuellement entre 0 et 512 MHz.

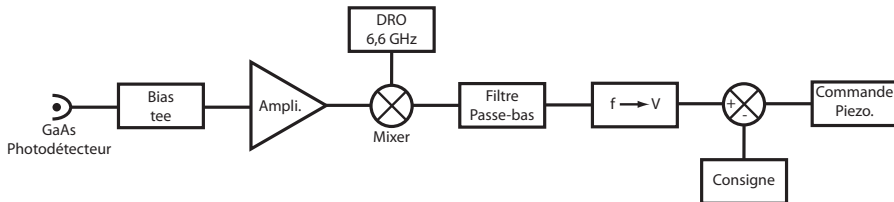


FIGURE 1.6: Principe de l'asservissement par battement utilisé pour verrouiller en fréquence le laser L2 sur le laser L1. Un montage similaire est utilisé pour l'asservissement de L3 sur L1, à ceci près que l'oscillateur local, ici un DRO (Dielectric Resonator Oscillator) accordé à 6,6 GHz, est remplacé par un VCO (Voltage Control Oscillator) accordé à 200 MHz.

130 MHz des résonances de piégeage et de repompe<sup>4</sup>. Le restant de la puissance est amplifié une seconde fois, puis séparé en deux pour alimenter la mélasse transverse et les faisceaux du piège magnéto-optique. Des modulateurs acousto-optiques à 130 MHz permettent d'allumer et d'éteindre ces faisceaux rapidement, tout en ramenant les fréquences sur les résonances atomiques.

### 1.3.3 Imagerie

Afin d'obtenir les données expérimentales, nous éteignons le piège et laissons les atomes tomber pendant un temps de vol limité par la taille de la cellule (*e.g.* pour un condensat réalisé dans la première cellule,  $t_{\text{vol}}^{\text{max}} \sim 26$  ms). À partir des images obtenues par temps de vol, on extrait directement les caractéristiques du condensat initial via les lois d'échelle (cf. § 1.1.5). Nous disposons de deux méthodes complémentaires pour imaginer les atomes : l'imagerie par absorption et l'imagerie par fluorescence.

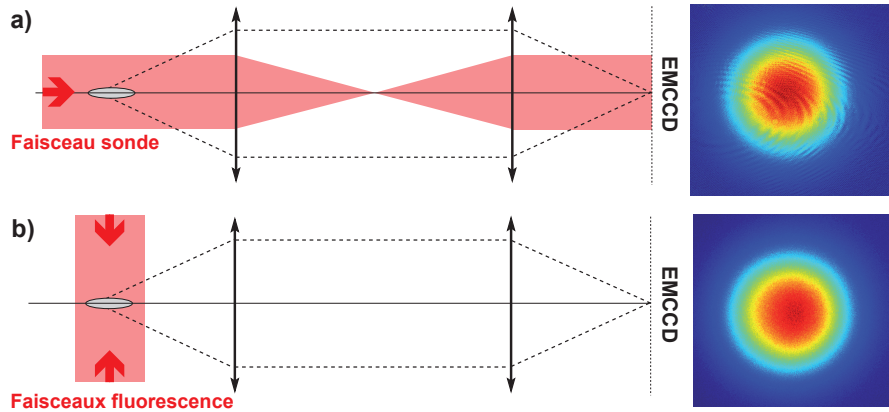


FIGURE 1.7: Méthodes d'imagerie du nuage atomique. a) Imagerie par absorption : le faisceau sonde est résonnant avec le nuage atomique. Un transport d'image permet de mesurer son absorption par le nuage. En divisant par une image de référence du faisceau, on obtient la densité optique du nuage. b) Imagerie par fluorescence : des faisceaux à résonance contra-propageants sont envoyés hors axe d'imagerie. Une fraction de l'émission de fluorescence des atomes est collectée par le dispositif de transport d'image.

#### Imagerie par absorption

Dans le cas de l'imagerie par absorption, les atomes sont éclairés (pendant un temps  $t = 50 \mu\text{s}$ ) dans l'axe de l'imagerie par le faisceau sonde collimaté, résonnant sur la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$  (cf. § 1.3.2). Un transport d'image permet d'imager le plan des atomes de sorte que l'on mesure l'ombre créée par leur absorption à résonance. L'intensité mesurée  $I(y, z)$  est alors liée à l'inten-

4. Comme nous le verrons au § 1.4.1.1, ce décalage est adapté à notre ralentisseur Zeeman.

sité  $I_0$  de l'onde incidente par la loi de Beer-Lambert :

$$I(y, z) = I_0(y, z) \exp(-\text{OD}(y, z)) \quad (1.43)$$

où  $\text{OD}(y, z) = \int n(x, y, z) \sigma(I_0, \delta) dx$  est la densité optique du nuage intégrée selon l'axe de l'imagerie, et  $\sigma(I_0, \delta)$  est la section efficace d'absorption des photons par le rubidium pour un désaccord  $\delta$  par rapport à la transition d'imagerie. Celle-ci est donnée par [118] :

$$\sigma(I_0, \delta) = \mathcal{C} \frac{3\lambda^2}{2\pi} \frac{1}{1 + \left(\frac{2\delta}{\Gamma}\right)^2 + \frac{I_0}{I_{\text{sat}}}} \quad (1.44)$$

$$= \mathcal{C} \frac{3\lambda^2}{2\pi} \frac{1}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2} \frac{1}{1 + s(\delta)} \quad (1.45)$$

où  $\mathcal{C}$  tient compte de la structure multi-niveaux de l'atome<sup>5</sup>, et  $s(\delta)$  est le paramètre de saturation :

$$s(\delta) = s_0 / (1 + 4\delta^2/\Gamma^2) \text{ avec } s_0 = I_0/I_{\text{sat}} \quad (1.46)$$

avec, pour le rubidium,  $I_{\text{sat}} = 1,67 \text{ mW/cm}^2$ .

En pratique, afin d'avoir un signal indépendant de l'intensité incidente  $I_0$ , on se place dans le régime de faible saturation ( $s_0 \ll 1$ ). On peut alors obtenir la densité colonne en divisant une image correspondant au signal atomique  $I_{\text{out}}^{\text{at}}$  à une image de référence sans les atomes  $I_{\text{out}}^{\text{ref}}$ , prise quelques dizaines de millisecondes plus tard :

$$n_{2\text{D}}(y, z) = \frac{1}{\sigma_0} \ln \left( \frac{I_{\text{out}}^{\text{ref}}(y, z)}{I_{\text{out}}^{\text{at}}(y, z)} \right) \quad (1.47)$$

La limite de sensibilité associée à cette méthode d'imagerie est liée aux fluctuations de l'intensité  $I_0$  du faisceau sonde. Celles-ci sont d'environ 5% (entre l'image des atomes et l'image de référence), ce qui correspond à une densité minimale détectable de  $0,4 \text{ at}/\mu\text{m}^2$ . De plus, les parois de la cellule créent un système de franges dans le faisceau sonde, qui peut ne pas disparaître lors de la division d'image à cause des vibrations mécaniques de la cellule (cf. Fig. 1.7).

### Imagerie par fluorescence

Dans le cas de l'imagerie par fluorescence, on éclaire les atomes (pendant une temps  $t = 50 \mu\text{s}$ ) par des faisceaux contra-propageants, hors axe d'imagerie, à résonance sur la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ . Les atomes peuvent alors absorber des photons et les réémettre par émission spontanée dans toutes les directions de l'espace. On collecte la fraction des photons qui entre dans le dispositif de transport d'image :

$$I_{\text{out}}(y, z) = \frac{\Omega}{4\pi} \frac{s(\delta)}{1 + s(\delta)} \Gamma \hbar \omega_0 n_{2\text{D}}(y, z) \quad (1.48)$$

5. En supposant que ceux-ci n'ont pas de polarisation privilégiée,  $\mathcal{C} \sim 7/15$  [91].

où  $\Omega$  est l'angle solide de collection des photons émis par fluorescence atomique, proportionnel à l'ouverture numérique O.N. du système optique de collection :

$$\frac{\Omega}{4\pi} \approx \frac{\text{O.N.}^2}{4} \quad (1.49)$$

Une seule image suffit ici pour obtenir la densité du nuage atomique<sup>6</sup>. Au contraire de l'absorption, il est intéressant ici de travailler à forte saturation ( $s_0 \gg 1$ ), afin que le signal soit à la fois indépendant de l'intensité incidente  $I_0$  et aussi plus intense. Par ailleurs, afin de collecter un maximum les photons émis, il est ici essentiel de travailler avec des ouvertures numériques importantes. Enfin, l'utilisation d'une caméra amplifiée permet de détecter un faible flux de photons, c'est à dire des densités atomiques très faibles [93]. En pratique, la densité minimale mesurable est limitée par la résolution spatiale du système d'imagerie, son ouverture numérique et le bruit d'obscurité de la caméra. Nous donnons ci-dessous une description précise des dispositifs d'imagerie dans chacune des deux chambres de science.

### Mise en œuvre expérimentale

Les caméras utilisées sont des caméras amplifiées EMCCD (Hamamatsu *C9102*) dont la matrice CCD est composée de  $1000 \times 1000$  pixels de  $8 \mu\text{m}$  de côté. Leur efficacité quantique est de 0,45 à 780 nm et le signal détecté par chaque pixel est amplifié avant la lecture d'un facteur pouvant être choisi entre 6 et 2000.

- Sur la **première cellule**, l'accès optique est limité par la monture du dipôle du piège magnétique (cf. § 1.4.1.3) : O.N. = 0,15. Le transport d'image est constitué de deux doublets (Clairauts), de focale  $f = 120$  mm montés en conjugaison  $f/2f/f$ , de manière à ce que le grandissement (ici de 1) soit robuste par rapport à la position du nuage relativement au foyer du premier objectif. La résolution théorique du système optique est alors de  $3 \mu\text{m}$ , néanmoins, la présence d'aberrations limite cette valeur. Nous mesurons expérimentalement une résolution de  $8 \mu\text{m}$  en absorption, soit la surface d'un pixel. La densité atomique minimale mesurable par fluorescence est alors d'environ  $0,03 \text{ at}/\mu\text{m}^2$  en fluorescence [93], c'est à dire une bien meilleure performance que la limite correspondant à l'absorption.
- Autour de la **deuxième cellule**, nous avons installé deux systèmes d'imagerie identiques, permettant d'imager simultanément dans les directions  $x$  et  $y$  (cf. Fig. 1.8). Pour chacun, le système optique est composé d'un premier transport d'image de grandissement 2,5. Il est constitué d'une première lentille asphérique de focale  $f_1 = 20$  mm, de diamètre 25,4 mm, et d'ouverture numérique théorique O.N.  $\sim 0,5$ ; et d'un doublet de focale  $f_2 = 50$  mm et de diamètre 22,4 mm. La très forte ouverture numérique

6. En pratique, il est nécessaire de calibrer le coefficient de proportionnalité entre l'amplitude mesurée et la densité atomique. Pour cela, nous comparons des images en fluorescence à des images en absorption pour des nuages de densités optiques différentes [93].



disponible permet ici de capturer au maximum les photons émis par fluorescence. Un deuxième transport d'image de grandissement 1 est ensuite réalisé avec deux lentilles de focale 35 mm ( $\varnothing 25,4$  mm). Les deux systèmes sont placés en conjugaison  $f_1/(f_1 + f_2)/f_2$  de sorte que le grandissement ne dépend quasiment pas de la position relative du nuage et du foyer du premier objectif. Un diaphragme est de plus placé au centre du deuxième transport d'image afin de limiter l'ouverture numérique du système d'imagerie. En effet, nous avons observé qu'à pleine ouverture, les aberrations liées à l'utilisation d'une lentille asphérique de grande ouverture limitent la résolution<sup>7</sup>. En limitant l'ouverture à 0,35, on mesure une résolution inférieure à  $2 \mu\text{m}$ , proche de la résolution théorique de  $1,4 \mu\text{m}$ <sup>8</sup>. La sensibilité théorique de notre imagerie doit *a priori* nous permettre de détecter un atome unique avec un rapport signal à bruit de 3. Notons enfin que la profondeur de champ est ici très faible ( $\sim 13 \mu\text{m}$ ).

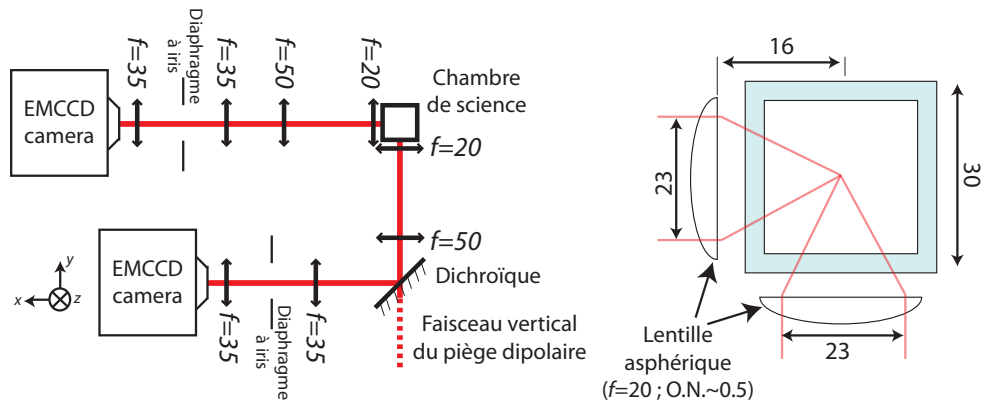


FIGURE 1.8: Schéma du montage permettant de réaliser l'imagerie dans la deuxième cellule, selon les directions  $x$  et  $y$ . À droite, détail de la géométrie de l'installation des deux lentilles asphériques autour de la chambre de science.

## 1.4 Cycle expérimental

Notre cycle expérimental commence par le chargement d'un piège magnéto-optique. Quelques secondes sont suffisantes pour saturer le piège avec le flux atomique provenant du ralentisseur Zeeman. À l'issue de cette étape, on effectue une courte phase de mélasse afin de refroidir au maximum les atomes piégés avant leur transfert dans un piège purement magnétique. Les atomes subissent alors une étape de compression adiabatique puis une étape d'évaporation radiofréquence. Cette dernière étape, qui peut prendre jusqu'à 30 secondes, conduit à

7. Il s'agit principalement d'aberration sphérique et de coma, particulièrement importantes si l'objet se trouve éloigné de l'axe optique

8. Pour comparaison, un objectif réalisé sur mesure (en collaboration avec Carl-Zeiss Laser Systems) et mis en place dans le groupe de M.K. Oberthaler atteint une résolution de  $1,1 \mu\text{m}$  [119].

l'obtention d'un condensat de Bose-Einstein (Fig. 1.9). Au seuil de condensation, on décomprime le nuage froid afin de le transférer dans un piège hybride, obtenu par la superposition du piège magnétique avec une pince optique. On peut alors soit condenser directement dans ce piège (§ 1.4.1), soit transporter le nuage froid avec la pince optique dans la seconde chambre de science (§ 1.4.2), où un système de lévitation magnétique permet de réaliser des expansions avec des temps de vol extrêmement longs.

L'ensemble du cycle, représenté Fig. 1.10, est synchronisé par un séquenceur dont l'exécution est commandée par un ordinateur avec une résolution temporelle est de  $1 \mu\text{s}$ . Son déclenchement est par ailleurs synchronisé avec un front montant de la tension du secteur (50 Hz). Toutes ces précautions garantissent une reproductibilité maximale lors du cyclage de l'expérience.

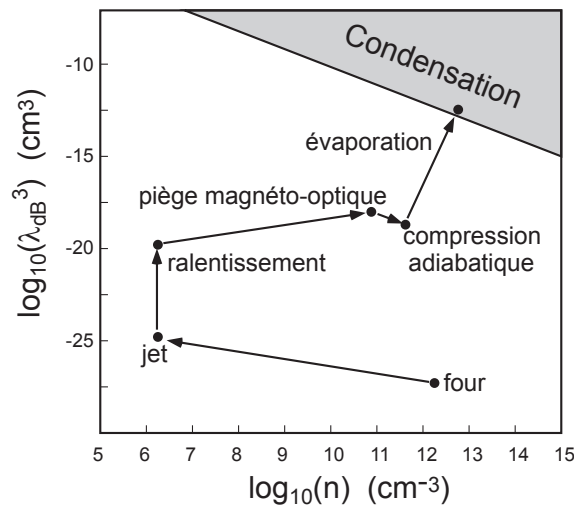


FIGURE 1.9: Représentation dans l'espace des phases des différentes étapes menant à la condensation de Bose-Einstein.

### 1.4.1 Condensation dans la première chambre de science

Dans cette partie, nous décrivons les étapes permettant d'obtenir la condensation dans la première cellule, où les atomes sont piégés à l'issue de leur passage dans le ralentisseur Zeeman. Nous nous intéressons en particulier aux étapes de piégeage magnéto-optique, au transfert dans le piège magnétique, à l'évaporation radiofréquence dans ce piège, et enfin au transfert et à la condensation dans le piège hybride.

#### 1.4.1.1 Ralentissement du jet atomique

Les atomes de rubidium sont initialement disposés à l'intérieur d'un four, constitué d'un tube ( $D = 5 \text{ mm}$ ;  $L = 100 \text{ mm}$ ) chauffé à  $120^\circ\text{C}$ . La pression de vapeur saturante est alors de  $10^{-4} \text{ mbar}$ , de sorte que certains de ces atomes

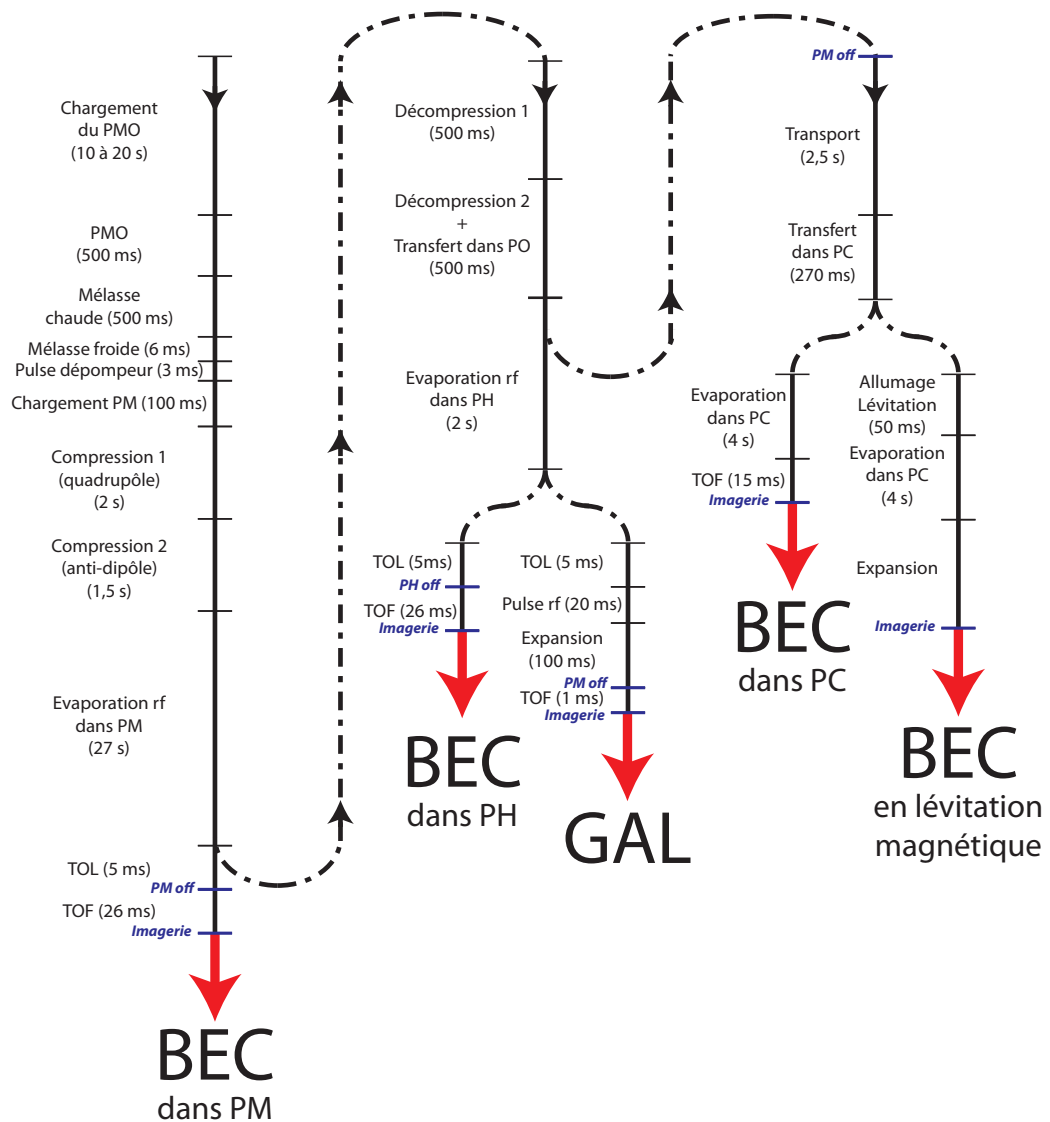


FIGURE 1.10: Ensemble des cycles expérimentaux standards réalisés sur l'expérience. PMO : piège magnéto-optique ; PM : piège magnétique ; PO : piège optique ; PH : piège hybride ; PC : piège dipolaire croisé ; GAL : laser à atomes guidé ; TOL : temps de repos après l'évaporation ; TOF : temps de vol.

s'échappent et forment un jet d'atomes évoluant à environ 360 m/s. La divergence du jet étant  $\theta = D/L \approx 0,05$  rad, seule une partie du flux de  $5 \cdot 10^{11}$  at/s issu du four pourra atteindre la cellule. Afin d'augmenter l'efficacité de chargement du piège, on améliore la collimation du jet à l'aide d'une mélasse transverse<sup>9</sup> (Fig. 1.11). Celle-ci est composée de deux faisceaux rétro-réfléchis, qui induisent une pression de radiation sur les atomes possédant une vitesse transverse. Le laser à l'origine de ces faisceaux est légèrement désaccordé vers le rouge de la transition résonnante  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ . Ainsi, par effet Doppler, un atome animé d'une vitesse transverse  $v_{\perp}$  voit le faisceau contra-propageant à son mouvement plus proche de résonance que celui co-propageant. La pression de radiation freine alors le mouvement transverse de l'atome ( $v_{\perp} \rightarrow 0$ ).

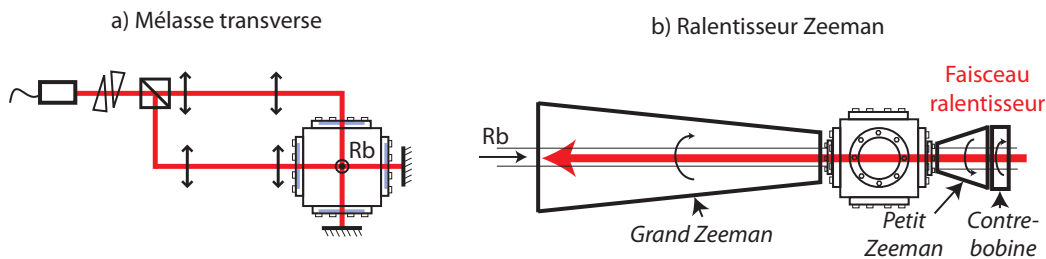


FIGURE 1.11: a) Schéma du dispositif de mélasse transverse. Les prismes en sortie de fibre permettent d'obtenir un faisceau avec un rapport d'ellipticité de 4, allongé dans le sens du jet atomique. Des télescopes sont ensuite mis en place afin que chaque faisceau remplisse entièrement l'ouverture du hublot. b) Schéma du ralentisseur Zeeman. Les flèches indiquent le sens de circulation du courant dans chaque bobine.

Le jet passe ensuite dans le ralentisseur Zeeman [120]. Celui-ci est constitué d'un faisceau laser contra-propageant au jet atomique. Le décalage de fréquence par effet Doppler dans cette direction, qui vaut initialement  $v/\lambda \approx 460$  MHz, décroît au fur et à mesure que les atomes ralentissent. Afin de maintenir les atomes en résonance avec le faisceau ralentisseur, on compense continuellement l'effet Doppler par l'effet Zeeman créé par un champ magnétique décroissant. La polarisation du faisceau ralentisseur doit par conséquent être circulaire. Elle contient à la fois les fréquences de pompe et de repompe afin de travailler sur une transition cyclante ( $F = 2 \rightarrow F' = 3$ ).

Pour que le faisceau ralentisseur ne perturbe pas le piège magnéto-optique, celui-ci est décalé de 133 MHz vers le rouge de la résonance atomique (cf. Fig. 1.5). Pour permettre aux atomes d'être à résonance avec le faisceau laser jusqu'à la sortie du ralentisseur, on ajoute à l'extrémité du dispositif un petit ralentisseur Zeeman qui crée un champ magnétique dans le sens opposé. Enfin, une petite contre-bobine est plaquée à l'extrémité de ce dernier afin de limiter l'impact du champ magnétique du ralentisseur sur le piège magnéto-optique.

9. Typiquement, un facteur 2 sur la vitesse de chargement est observé.

### 1.4.1.2 Piège magnéto-optique

La vitesse des atomes en sortie du ralentisseur est suffisamment faible ( $v < 20$  m/s) pour leur permettre d'être capturés dans le piège magnéto-optique [121]. Celui-ci se compose de 6 faisceaux contra-propageants dans les 3 directions de l'espace (Fig. 1.13). Ils sont obtenus à partir de la fibre *piège* issue du banc optique (Fig. 1.4), dont la puissance est séparée en 6 à l'aide d'un "cluster 1 × 6" (Schäfter+Kirchhoff, cf. Fig. 1.12). De la même manière que pour la mélasse transverse, le laser est légèrement désaccordé vers le rouge de la transition (Fig. 1.5), afin de freiner les atomes. La position du piège est assurée par des gradients de champ magnétique. Comme représenté sur la Fig. 1.13.c, ceux-ci induisent un déplacement des résonances atomiques par effet Zeeman. Les faisceaux du piège magnéto-optique sont polarisés circulairement, de sorte que la force de rappel qu'ils génèrent dépende de la distance au centre magnétique [121]. En pratique, ce champ magnétique est généré par deux circuits imprimés plaqués contre la cellule. Un courant de 2 A crée ainsi un gradient au centre de la cellule de 15 G/cm dans la direction verticale (et de moitié moins dans les directions horizontales).

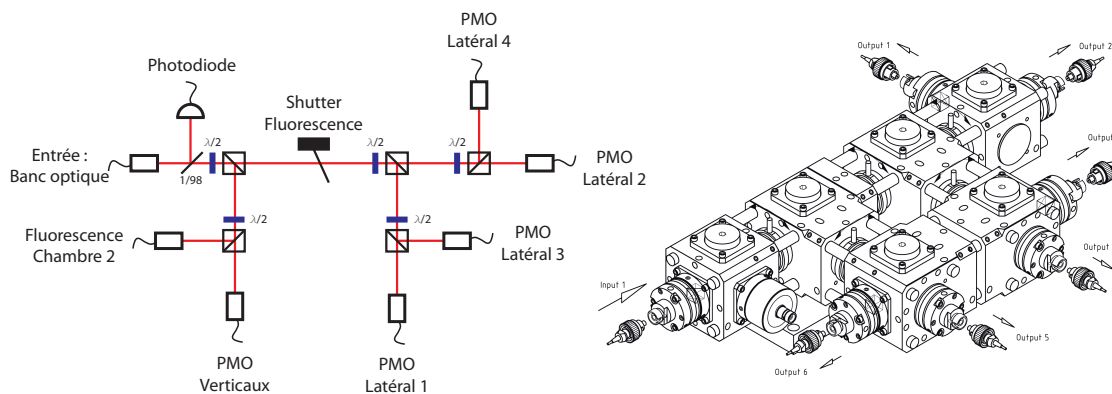


FIGURE 1.12: Schéma du dispositif de division de puissance Schäfter+Kirchhoff. Le réglage des lames  $\lambda/2$  permet d'ajuster l'équilibre des puissances entre les différents bras du piège magnéto-optique. Un shutter mécanique permet d'isoler les faisceaux verticaux pour la phase d'imagerie par fluorescence.

Les quatre faisceaux latéraux ont un diamètre de 18 mm et sont polarisés circulairement directement en sortie de fibre optique par les collimateurs (Schäfter+Kirchhoff 60FC-Q780-4-M100S-37) installés sur des montures 4 axes, puis renvoyés sur la cellule par un unique miroir. Le chemin optique depuis la sortie de ces collimateurs jusqu'aux atomes est de l'ordre de 12 cm seulement, permettant d'obtenir un réglage du piège d'une très grande stabilité.

Les faisceaux verticaux sont générés par un seul collimateur (Schäfter+Kirchhoff 60FC-T-4-M150-37) et ont un diamètre de 27 mm. Le faisceau est séparé en deux, puis renvoyé par des miroirs sur des cubes polarisés, insérés à l'intérieur du quadropôle (cf. Fig. 1.14). Une lame  $\lambda/4$  est collée sous ces cubes afin d'obtenir une polarisation circulaire sur les atomes [90].

Les six faisceaux ont un diamètre supérieur aux accès optiques dont ils disposent pour éclairer les atomes. Ceci permet d'obtenir une grande homogénéité de la puissance optique sur l'ensemble du volume de la cellule, et ainsi d'augmenter la zone de capture du piège. La puissance sur chacun des bras est de l'ordre de  $3 \text{ mW/cm}^2$  (soit environ  $2I_{\text{sat}}$ ).

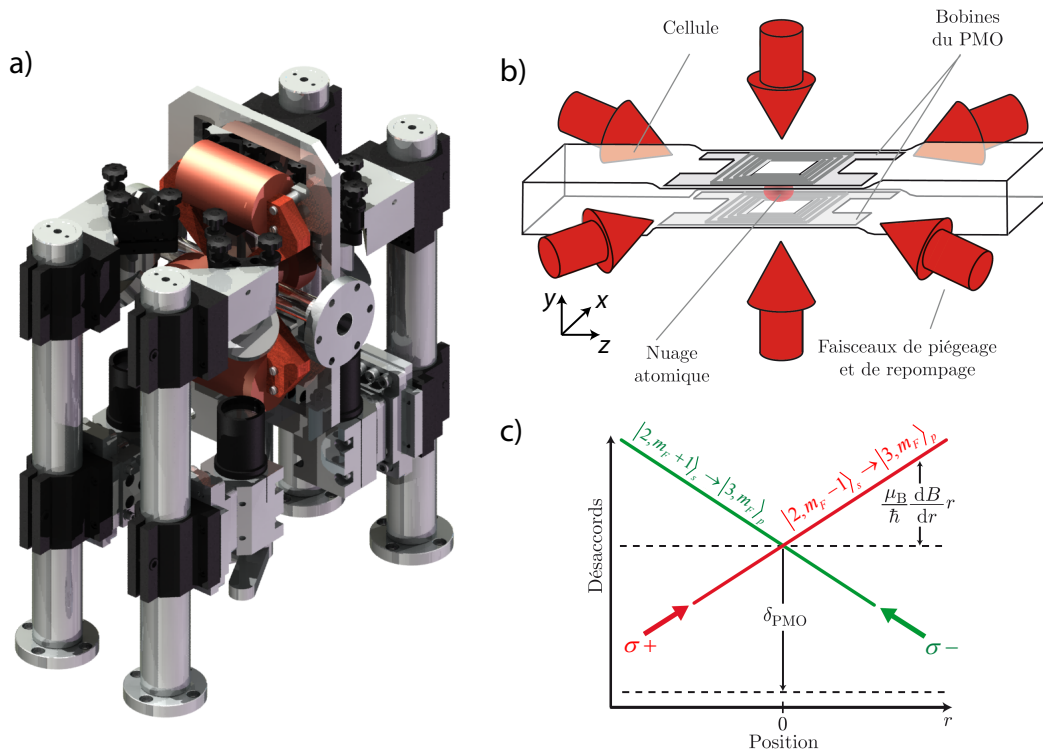


FIGURE 1.13: a) Le dispositif du piège magnéto-optique est installé autour de la cellule. Quatre piliers supportent les montures des collimateurs et des miroirs de renvoi des faisceaux latéraux; les faisceaux verticaux sont envoyés par un montage extérieur (non représenté) sur des cubes placés au sein de l'entrefer du quadrupole magnétique. La compacité du montage concourt à sa stabilité. b) Les six faisceaux du piège magnéto-optique se croisent dans la cellule autour de laquelle sont installés de petites bobines sous forme de circuit imprimé. c) Celles-ci génèrent un gradient magnétique qui permet de créer une force de rappel dépendant de la position.

Le nombre d'atomes pouvant être capturés dans le piège magnéto-optique est supérieur à  $10^9$  en une dizaine de secondes<sup>10</sup>. La température des atomes dans ce piège est de l'ordre de  $500 \mu\text{K}$ <sup>11</sup>. Cette température est largement réduite dans les phases de mélasse pendant lesquelles on désaccorde les faisceaux piège jusqu'à 100 MHz, d'abord en conservant le gradient magnétique ("mélasse chaude"), puis en l'éteignant ("mélasse froide"). Cette dernière étape a une durée suffisamment

10. Ce nombre est difficile à mesurer en pratique car il conduit à une saturation importante des images en absorption.

11. Cette température excède la température Doppler  $T_D = 146 \mu\text{K}$  théoriquement accessible du fait de processus collectifs engendrés par le grand nombre d'atomes piégés.

faible (6 ms) pour que les atomes ne puissent pas s'étendre sur un trop grand volume. Un mécanisme de refroidissement de type "Sysiphe" agit alors [122, 123] et permet de réduire la température jusqu'à quelques micro-kelvins. Les gradients de champ magnétique doivent dans cette étape être rigoureusement compensés afin de ne pas pousser les atomes dans une direction particulière de l'espace. Ceci est réalisé à l'aide de bobines de compensation placées autour du dispositif.

### 1.4.1.3 Piège magnétique

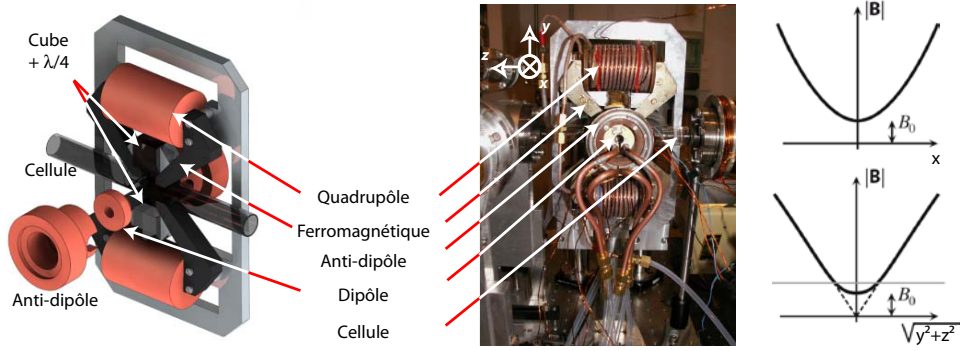


FIGURE 1.14: Installation des bobines générant le piège magnétique de type Ioffe-Pritchard. À droite, norme du champ magnétique (proportionnel au potentiel ressenti par les atomes) dans les trois directions de l'espace.

Nous réalisons ensuite un transfert dans un piège magnétique de type Ioffe-Pritchard [124] qui combine un champ quadrupolaire générant un gradient  $b'$ , et un champ dipolaire générant un biais  $B_0$  ainsi qu'une courbure  $b''$  dans la direction privilégiée  $x$  correspondant à l'axe d'imagerie. Le module du champ magnétique peut alors s'écrire sous la forme :

$$B(x, y, z) = \sqrt{\left(B_0 + \frac{b''x^2}{2}\right)^2 + \left(b'^2 - \frac{b''B_0}{2}\right)(y^2 + z^2)} \quad (1.50)$$

On peut approximer le potentiel magnétique  $V_{\text{mag}}$  créé au centre du piège par un développement harmonique :

$$V_{\text{mag}}(\mathbf{r}) \approx V_0 + \frac{1}{2}m(\omega_x^2 x^2 + \omega_{\perp}^2 \rho^2) \quad (1.51)$$

où  $\omega_i$  sont les fréquence du piège :

$$\begin{cases} \omega_x = \sqrt{\frac{g_F m_F \mu_B}{m} b''} \\ \omega_{y,z} = \sqrt{\frac{g_F m_F \mu_B}{m} \left(\frac{b'^2}{B_0} - \frac{b''}{2}\right)} \approx \sqrt{\frac{g_F m_F \mu_B}{m} \frac{b'^2}{B_0}} \end{cases} \quad (1.52)$$

Seuls les atomes dans les états pour lesquels  $g_F m_F > 0$  peuvent y être piégés (cf. § 1.2.1), *i.e.*  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ ,  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  et  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ . Nous

choisissons de ne piéger que dans l'état  $F = 1$  du niveau fondamental<sup>12</sup>. Nous dépompons par conséquent les atomes en appliquant une impulsion lumineuse avec les faisceaux du piège magnéto-optique. Pour cette impulsion, la composante de repompe est coupée et on ajuste la fréquence du laser sur la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 2$  (soit une consigne de 466 MHz sur l'asservissement par battement de L3, cf. § 1.3.2) de manière à ce que les atomes puissent se désexciter vers  $F = 1$ , qui est alors un état noir<sup>13</sup>.

Le dispositif permettant de créer les champs magnétiques est décrit en détail par M. Fauquembergue *et al.* [90,127]. Sa spécificité réside dans l'utilisation de quatre pôles ferromagnétiques qui guident et concentrent les lignes de champs du champ magnétique. Celui-ci est généré par deux bobines pouvant être parcourues par un courant de 60 A. On peut ainsi atteindre une fréquence de piégeage suffisamment élevée pour que le taux de collision garantisse une évaporation efficace. Les champs magnétiques rémanents, dus à l'utilisation d'un tel milieu, sont compensés au même titre que les gradients résiduels pour la phase de mélasse. De plus, une étape de démagnétisation est effectuée à la fin de chaque cycle et permet d'éviter une modification des courants de compensation à chaque nouvelle modification du cycle expérimental. Le champ dipolaire est quant à lui créé par deux bobines d'axe  $x$  parcourues par un courant de 15 A.

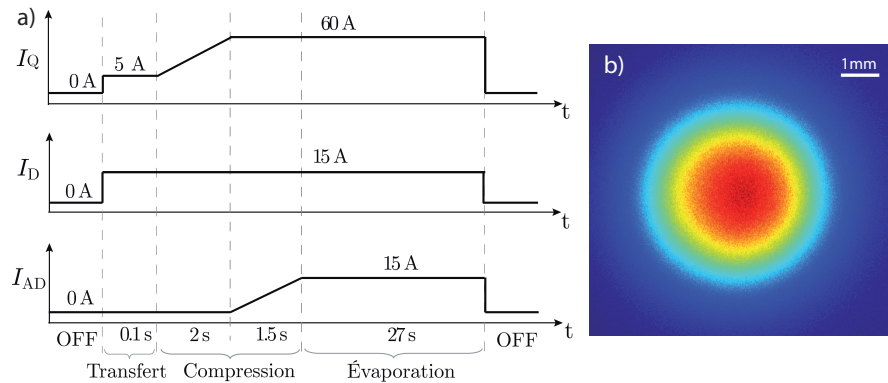


FIGURE 1.15: a) Chronogramme des commandes en courants des bobines du piège magnétique lors des différentes étapes du transfert et du refroidissement évaporatif. Durant la phase d'évaporation, les bobines dipôle et anti-dipôle sont en série afin de permettre une réjection de bruit [90,127]. b) Image du nuage atomique dans le piège magnétique comprimé, prise en fluorescence après un temps de vol de 7 ms.

Les étapes du transfert dans le piège magnétique sont résumées sur le chronogramme Fig. 1.15. On allume d'abord un piège magnétique décomprimé pour capturer un maximum d'atomes. Le piège est alors plus large que la taille de la cellule. On comprime ensuite le piège en deux étapes : on commence par aug-

12. Les pertes par relaxation dipolaire [125], ou par collisions à trois corps [126] sont plus importantes dans le cas  $F = 2$  que dans le cas  $F = 1$ .

13. Cette étape nous fait perdre en moyenne 2/3 des atomes, qui vont dans les états  $m_F = 0, +1$ . Si une étape de pompage optique permettrait de pallier à ce problème, le nombre d'atomes dans  $m_F = -1$  est en pratique suffisant.



menter au maximum le courant dans le quadrupôle, puis on diminue le biais en allumant des bobines dites *anti-dipôle*, qui créent un champ magnétique dans un sens opposé à celui généré par le dipôle sans modifier substantiellement la courbure suivant l'axe  $x$  [127]. Le biais vaut finalement  $B_0 = 7,1$  G, la courbure  $b'' = 82$  G/cm<sup>2</sup> et le gradient  $b' = 830$  G/cm dans la configuration comprimée. Les fréquences de piégeage correspondantes sont  $\omega_x/2\pi = 8,2$  Hz et  $\omega_{y,z} = 300$  Hz. On obtient ici typiquement des nuages contenant 3 à  $4.10^8$  atomes à 280  $\mu$ K (Fig. 1.15.b).

#### 1.4.1.4 Évaporation radio-fréquence

On réalise ensuite une étape de refroidissement évaporatif [128,129] en tronquant le piège magnétique à l'aide d'un couteau radiofréquence qui induit par un processus à deux photons une transition de l'état piégeant  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  à l'état anti-piégeant  $|F = 1, m_F = +1\rangle$  [130]. Les atomes les plus chauds sont ainsi évacués du piège, permettant une rethermalisation des atomes restants à une température plus faible, si tant est que le taux de collision est suffisamment élevé.

En pratique, la radiofréquence est émise par les bobines du piège magnéto-optique. En rampant progressivement et de plus en plus lentement la fréquence d'évaporation d'une valeur de 80 MHz à une valeur proche du biais (environ 7 G, *i.e.* 5 MHz), pendant une durée de 27 s adaptée à l'évolution de notre taux de collisions, on peut obtenir directement des condensats de Bose-Einstein contenant typiquement  $2.10^6$  atomes (Fig. 1.16).

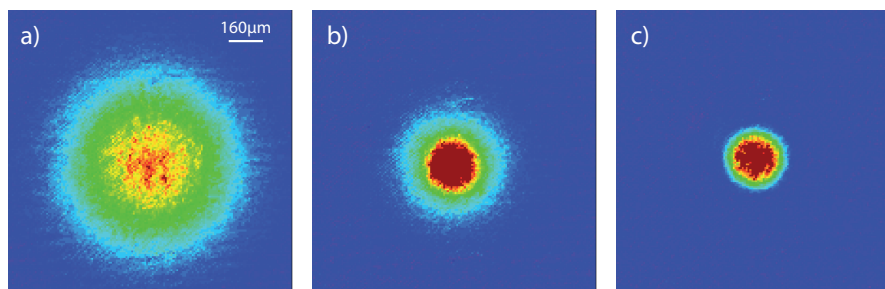


FIGURE 1.16: Transition vers la condensation. Les trois images (prises en imagerie par absorption) correspondent à des fréquences finales d'évaporation décroissantes. Elles sont prises après des temps de vol de 26 ms. Le condensat quasi-pur obtenu à l'issue du processus contient  $N_{at} = 2.10^6$  atomes.

#### 1.4.1.5 Piège hybride opto-magnétique

Afin de pouvoir effectuer des expansions unidimensionnelles, soit directement en relâchant un condensat de Bose-Einstein, soit en générant un laser à atomes guidé (cf. Chap. 3); mais aussi afin de transporter les atomes vers la deuxième chambre de science (§ 1.4.2), nous utilisons un piège optique que nous superpo-

sons au piège magnétique décrit précédemment (Fig. 1.17). Cette configuration permet d'obtenir des condensats allongés selon la direction de la pince.

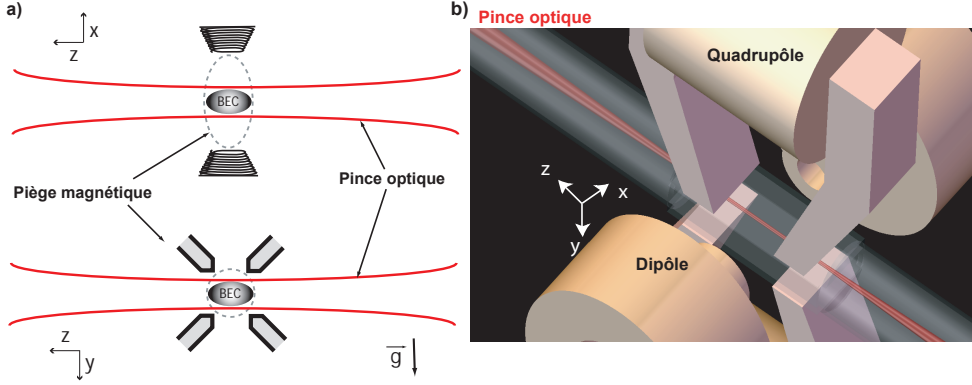


FIGURE 1.17: Géométrie du piège hybride.

**Principe** Notre piège optique est un faisceau gaussien dont la fonction d'intensité vaut :

$$I(x, y, z) = \frac{2P}{\pi w(z)^2} \exp\left(-2\frac{x^2 + y^2}{w(z)^2}\right) \text{ avec } w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \quad (1.53)$$

où  $w_0$  est le waist du faisceau,  $z_R = \pi w_0^2 / \lambda$  sa longueur de Rayleigh,  $P$  sa puissance et  $\lambda$  sa longueur d'onde. Le potentiel dipolaire s'écrit alors :

$$V_{\text{dip}}(x, y, z) = -\frac{U_0}{1 + (z/z_R)^2} \exp\left(-2\frac{x^2 + y^2}{w(z)^2}\right) \quad (1.54)$$

où  $U_0$  est l'amplitude du potentiel dipolaire.

De la même manière que pour le champ magnétique, le potentiel autour de l'origine est très bien approximé par son développement harmonique :

$$V_{\text{dip}}(\boldsymbol{\rho}, z) \approx \frac{1}{2}m \left( \omega_{\perp}^2 \boldsymbol{\rho}^2 + \omega_z^2 z^2 \right) \text{ avec } \begin{cases} \omega_{\perp} = \sqrt{\frac{4U_0}{mw_0^2}} \\ \omega_{\parallel} = \sqrt{\frac{2U_0}{mz_R^2}} \end{cases} \quad (1.55)$$

Le piège optique est aligné sur le piège magnétique. Dans les directions transverses (axes  $x$  et  $y$ ), c'est lui qui contribue principalement au confinement des atomes, alors que dans la direction longitudinale (axe  $z$ ), c'est le piège magnétique qui domine. Les fréquences du piège hybride sont alors données par :

$$\omega_x^{\text{PH}} = \omega_y^{\text{PH}} = \omega_{\perp}^{\text{PO}} \text{ et } \omega_z^{\text{PH}} = \omega_z^{\text{PM}} \quad (1.56)$$

où les exposants se réfèrent aux pièges magnétiques, optiques et hybrides. Dans la suite du manuscrit, on omettra ces exposants dans l'expression des fréquences, étant donné qu'il n'y a plus d'ambiguïté.

**Montage** L'ensemble du montage permettant la génération du piège optique est représenté Fig. 1.18. Le faisceau est issu d'une source laser Ytterbium continue (Keopsys) délivrant une puissance totale de 20 W à 1070 nm, mais seule une fraction (environ 2 W) de sa puissance est prélevée ici, le restant étant utilisé pour générer le faisceau vertical du piège dipolaire croisé décrit au § 1.4.2.2. Il passe par un modulateur acousto-optique (AA Optoelectronic *MTS80*) ayant une efficacité de diffraction dans le premier ordre supérieure à 90%, et qui permet d'allumer et d'éteindre le faisceau rapidement. Le faisceau est ensuite injecté dans une fibre optique à maintien de polarisation afin d'être acheminé vers le système optique de focalisation (réalisé par CVI-Melles Griot) placé sur une platine de translation utilisée pour le transport des atomes (§ 1.4.2.1). Celui-ci est composé de trois lentilles (Fig. 1.18) : un télescope ( $\times 5$ ) permet d'abord d'élargir le faisceau en sortie de fibre afin qu'il remplisse la totalité de l'ouverture disponible sur la troisième lentille ( $\varnothing 75$  mm,  $f = 1000$  mm) qui fait converger le faisceau sur les atomes. L'ouverture numérique maximale du système (0,03) est ajustable par un diaphragme placé au niveau de la dernière lentille, pupille du système. À pleine ouverture, le waist est de  $27 \mu\text{m}$ , limité par les aberrations (Fig. 1.19).

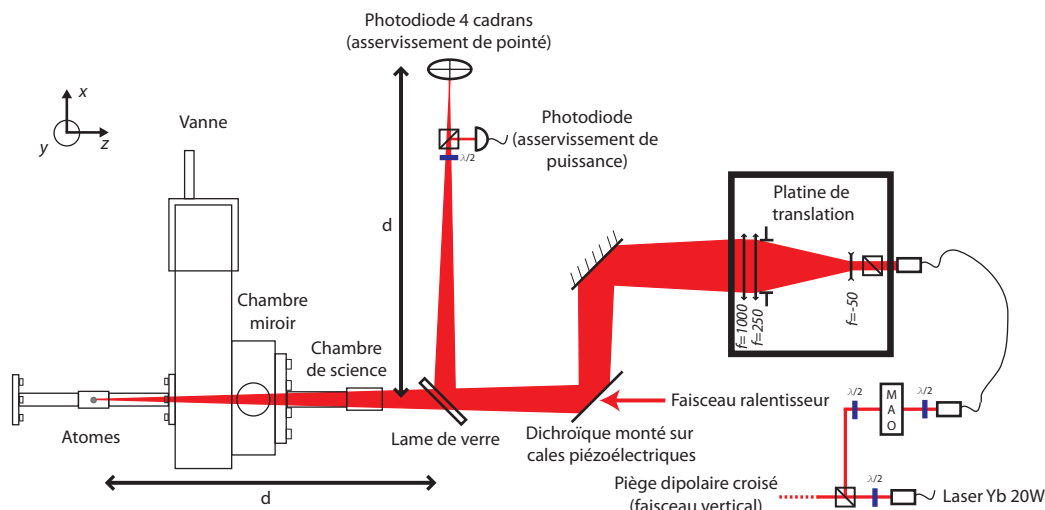


FIGURE 1.18: Montage de la pince optique.

Deux miroirs de renvoi de grande stabilité sont utilisés pour viser les atomes. L'un d'eux est réglable finement à l'aide de vis piézo-électriques. Celles-ci peuvent aussi servir à réaliser un asservissement de pointé du laser grâce à une photodiode quatre cadrans placée derrière une lame de verre, qui crée une image de la position du centre du piège magnétique<sup>14</sup>. Une photodiode est enfin utili-

14. Suite à l'amélioration de la stabilité des optiques de renvoi de la pince, nous n'avons pas pu observer d'amélioration notable avec cet asservissement. La photodiode à quatre cadrans est par contre utilisée pour garder une référence d'alignement de la pince. La procédure initiale d'alignement de celle-ci sur les atomes est décrite dans [92].

sée pour asservir la puissance du faisceau en rétroagissant sur la commande du modulateur acousto-optique.

**Caractérisation du piège hybride** La caractérisation du piège optique peut être réalisée de deux façons : soit en observant directement le faisceau laser avec une caméra CCD (Fig. 1.19), soit en mesurant les fréquences d'oscillations des atomes dans le piège (Fig. 1.20). La méthode pour déclencher ces oscillations est différente suivant la direction considérée :

- Suivant la direction transverse, le déclenchement des oscillations est réalisé en coupant le piège optique pendant environ 1 ms. Nous laissons alors évoluer le nuage pendant quelques millisecondes avant de mesurer sa position verticale après un temps de vol.
- Suivant la direction longitudinale, nous décalons le foyer de la pince optique par rapport au centre du piège magnétique de manière à ce que à la coupure du piège magnétique, le nuage soit excentré du centre du piège. Nous attendons ensuite que le nuage oscille ; les fréquences du piège optique sur cet axe étant très faibles, des temps d'oscillations de plusieurs centaines de millisecondes sont nécessaires. Nous mesurons alors, après un temps de vol, la position horizontale du nuage, qui reflète les oscillations de l'impulsion des atomes. Le piège étant à la fois peu confinant et peu harmonique dans cette direction, les oscillations sont rapidement amorties.

Les mesures trouvées sont en accord avec les mesures du waist et de la puissance du faisceau (Eq. 1.55).

D'autre part, on peut mesurer la fréquence de confinement du piège magnétique décomprimé. Pour cela, nous allumons pendant quelques millisecondes les bobines du piège magnéto-optique. Le gradient qu'elles génèrent déplace le nuage, ce qui déclenche des oscillations dans le piège hybride. De la même manière que pour le piège optique, nous laissons évoluer les atomes un temps  $t$  avant de mesurer, après temps de vol, la position horizontale du centre de masse du nuage (Fig. 1.21). La valeur de la fréquence obtenue est typiquement  $\omega_z/2\pi \sim 28$  Hz pour un courant de 2 A dans le quadrupôle.

**Chargement et condensation dans le piège hybride** Après une première étape d'évaporation dans le piège magnétique (§ 1.4.1.3), que nous poussons jusqu'au seuil de condensation ( $\sim 700$  nK), nous décomprimons le piège magnétique tout en allumant le faisceau dipolaire (Fig. 1.22.a). Il est nécessaire d'effectuer ces deux étapes simultanément afin que le nuage ne se trouve jamais trop comprimé dans le piège hybride, ce qui aurait pour conséquence une augmentation dramatique des pertes à trois corps [131]. En effet, si les pièges magnétiques et optiques réalisés sur notre expérience sont tous les deux en forme de cigare, ils sont allongés dans des directions perpendiculaires. Le recouvrement géométrique n'étant pas idéal, il est nécessaire de transférer un nuage le plus froid possible. De plus, cette méthode conduit à une augmentation naturelle de la densité dans l'espace des phases par effet *dimple* [132]. En chargeant dans la pince un nuage

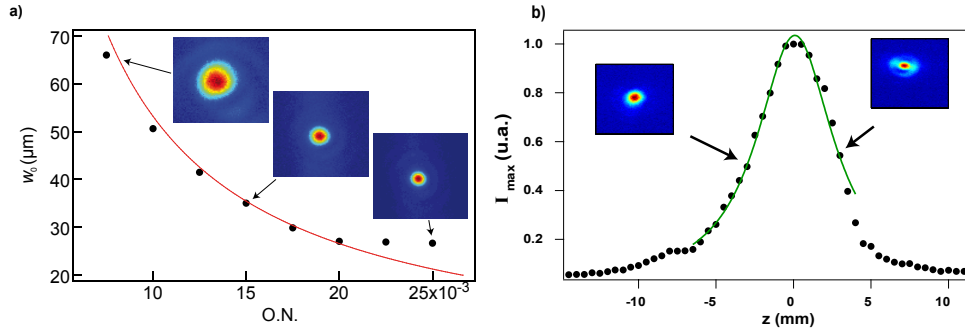


FIGURE 1.19: a) Évolution du waist  $w_0$  de la pince en fonction de l'ouverture numérique, variée à l'aide du diaphragme à iris placé au niveau de la pupille du système. Le minimum accessible à pleine ouverture est  $w_0 = 26,7 \mu\text{m}$ , limité par les aberrations résiduelles. b) Évolution de l'intensité maximum selon la direction de propagation du faisceau. Un ajustement par une lorentzienne permet de retrouver la valeur de la longueur de Rayleigh. Les écarts à cette lorentzienne sont dus aux aberrations optiques.

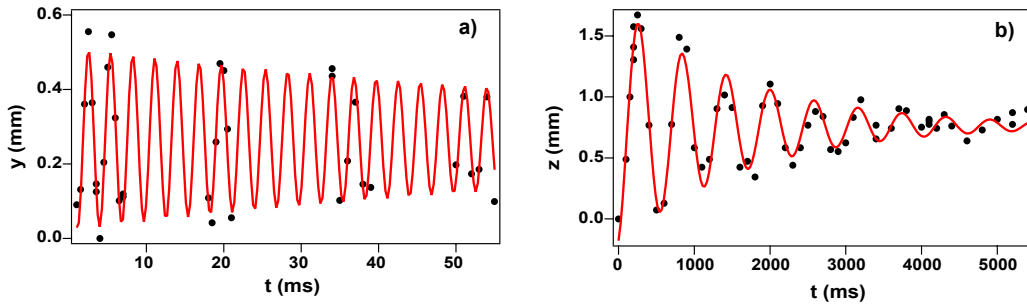


FIGURE 1.20: Mesure des fréquences d'oscillation transverse et longitudinale des atomes dans la pince pour une puissance  $P \approx 120 \text{ mW}$ . L'ajustement par des sinusoides amorties donne ici : a)  $\omega_{\perp}/2\pi = 349,7 \pm 0,6 \text{ Hz}$ ; b)  $\omega_{\parallel}/2\pi = 1,72 \pm 0,01 \text{ Hz}$ .

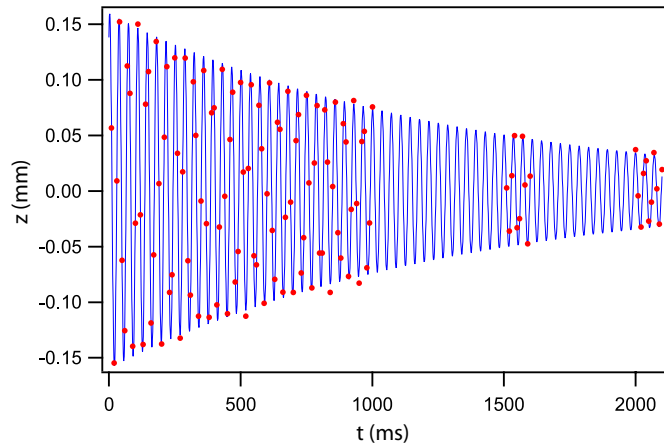


FIGURE 1.21: Mesure de la fréquence d'oscillation longitudinale des atomes dans le piège hybride, pour un courant de 2 A dans le quadrupôle. L'ajustement par une sinusoïde amortie donne  $\omega_z/2\pi = 28,05 \pm 0,01 \text{ Hz}$ .

initialement thermique très proche du seuil de condensation, la fraction condensée est de l'ordre de 10%.

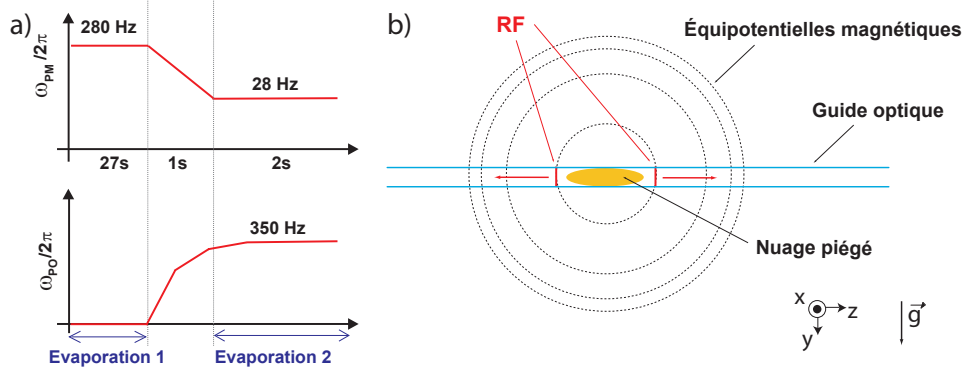


FIGURE 1.22: a) Chronogramme des fréquences des deux pièges durant la phase de transfert : piège magnétique selon  $z$  et piège optique selon les directions transverses  $x$  et  $y$ . b) Évaporation dans le piège hybride. Le confinement transverse du piège optique permet aux atomes de ne s'échapper qu'au niveau des équipotentielles magnétiques suivant la direction  $z$ .

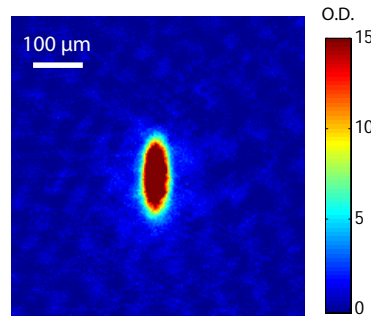


FIGURE 1.23: Condensat de Bose-Einstein créé dans le piège hybride après un temps de vol de 17 ms. Le condensat obtenu est quasi-pur et contient  $N_{BEC} = 1,5 \cdot 10^5$ .

Nous terminons ensuite l'évaporation radiofréquence dans le piège hybride. Notons que celle-ci est moins efficace que dans le piège magnétique pur, étant donné que les atomes (transférés dans les états  $m_F = 0, +1$ ) ne s'échappent qu'en deux points qui correspondent aux croisements des équipotentielles magnétiques avec le piège optique auquel ils restent soumis<sup>15</sup> (Fig. 1.22.b).

Les condensats obtenus contiennent typiquement  $2 \cdot 10^5$  atomes (cf. Fig. 1.23). Le piège étant allongé selon l'axe  $z$ , perpendiculaire à l'axe d'imagerie, on peut observer ici une inversion d'ellipticité pendant le temps de vol (§ 1.1.5).

15. C'est sur ce principe que sont d'ailleurs réalisées les expériences de laser à atomes guidé présentées au chapitre 3.

### 1.4.2 Condensation dans la seconde chambre de science

Le refroidissement des atomes jusqu'à la dégénérescence dans un piège magnétique requiert à la fois un accès optique important (6 axes occupés pour le piège magnéto-optique) ainsi qu'un fort encombrement lié à l'utilisation d'un piège magnétique comprimé pour l'évaporation. Dans la première cellule, il ne reste de fait qu'une seule ouverture permettant d'imager des structures de potentiel créées optiquement dans la direction perpendiculaire à l'axe de la pince optique. Si cette configuration est raisonnable pour étudier des phénomènes de transport quantique à une dimension, il n'est pas envisageable de réaliser une expérience de transport à deux ou à trois dimensions dans cette cellule. Afin de permettre ces études, nous allons transporter le nuage froid à l'aide de la pince optique jusqu'à une deuxième cellule, qui nous servira de "chambre de science". Le nuage froid y est ensuite refroidi jusqu'à la condensation dans un piège dipolaire croisé, via une étape d'évaporation tout-optique.

#### 1.4.2.1 Transport dans une pince optique

Le transport d'atomes froids est une méthode désormais utilisée dans de nombreux groupes, souvent pour maximiser les accès optiques. Diverses méthodes ont déjà été démontrées, telles que le déplacement de la position du minimum d'un champ magnétique, soit en modulant les courants [133–135], soit en déplaçant les bobines qui le génère [136, 137]; ou encore l'utilisation d'une pince optique dont le waist est déplacé [138, 139]. C'est cette dernière méthode que nous utilisons et que nous allons décrire ici.

Nous utilisons pour cela le piège optique du piège hybride, avec le waist minimum accessible ( $w_0 \sim 27 \mu\text{m}$ ) afin que sa fréquence de piégeage longitudinale  $\omega_{\parallel}/2\pi$  soit maximale. Une platine de translation (Aerotech *ABL80040*) permet de déplacer les optiques de focalisation sur une distance 35 cm à une vitesse maximale de  $2 \text{ m.s}^{-1}$  avec une répétabilité de  $\pm 0,2 \mu\text{m}$  sur les positions initiales et finales. Le plateau mobile est porté par un coussin d'air comprimé à 5,5 bars et mis en mouvement par un moteur linéaire commandé par une électronique de contrôle externe. L'ensemble de la platine est fixé à un plateau en granit de 250 kg, isolé de la table par des plots de sorbothane, afin d'éviter la transmission de vibrations au reste de l'expérience, particulièrement pendant les phases d'accélération et de décélération de la platine.

Le mouvement de la platine est programmé sur l'ordinateur et les informations sont envoyées à l'électronique de contrôle au début de chaque cycle. Celle-ci attend alors un signal de commande du séquenceur pour lancer le mouvement, permettant ainsi une synchronisation parfaite avec les autres éléments intervenant au cours du cycle expérimental.

Bien qu'il soit possible de transporter directement un condensat [138], nous avons choisi, pour plus de robustesse, de déplacer le nuage atomique froid directement après son transfert dans la pince optique, les atomes étant alors très proches du seuil de condensation. Afin de capturer un maximum d'atomes, la puissance de la pince est dans ce cas de 1 W ce qui correspond à un confine-

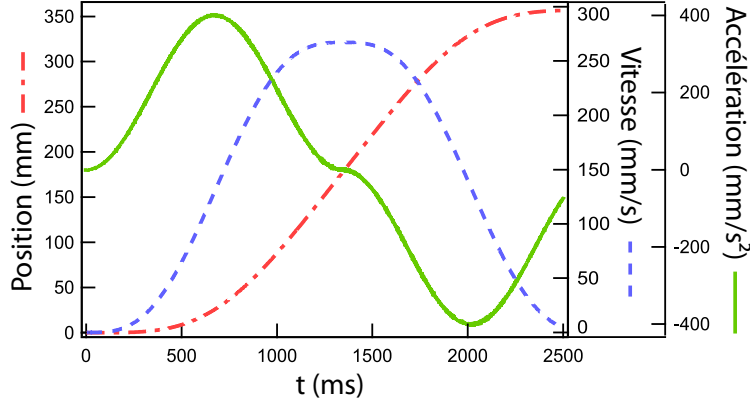


FIGURE 1.24: Mesure de la trajectoire de la platine de translation en position, en vitesse et en accélération pendant le transport dans la pince optique.

ment transverse d'environ 1,5 à 2 kHz et un confinement longitudinal d'environ 10 Hz. Le transport est effectué en 2,7 s, avec une trajectoire  $z(t)$  très lisse (Fig. 1.24), de manière à perdre le moins d'atomes possible et à ne pas exciter d'oscillations dipolaires [139]. Grâce à cette méthode, nous transportons quasiment l'intégralité des  $3.10^6$  atomes chargés dans la pince. Le transport conduit inévitablement à du chauffage, et la température du nuage à l'issue du transport est typiquement de quelques micro-kelvins.

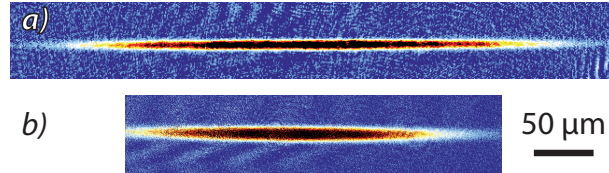


FIGURE 1.25: Image du nuage dans la pince optique avant (a) et après (b) le transport, après un temps de vol de 1 ms. Le nombre d'atomes initial est  $3,7.10^6$  et le nombre d'atomes final  $3,5.10^6$ , correspondant à une efficacité du transport de 95%.

#### 1.4.2.2 Piège dipolaire croisé

Afin d'arriver à la condensation de Bose-Einstein à partir du nuage transporté, nous le recomprimons dans un piège dipolaire croisé, puis nous y effectuons une *évaporation tout-optique* en baissant l'intensité de chacun des faisceaux jusqu'à obtention d'un condensat de Bose-Einstein (cf. *e.g.* [140]).

**Montage** Afin de recomprimer les atomes dans la direction de propagation de la pince (axe horizontal  $z$ ), nous utilisons un faisceau disposé selon l'axe vertical  $y$ , perpendiculaire à la pince. Le montage optique correspondant est représenté Fig. 1.26. Le faisceau est obtenu à partir du même laser Yb de longueur d'onde  $\lambda_L = 1070$  nm que celui utilisé pour la pince optique. Afin d'obtenir un condensat



le plus sphérique possible (et ainsi une expansion isotrope de celui-ci), le second bras est mis sous forme elliptique grâce à un télescope cylindrique. Ses waists au niveau des atomes dans les deux directions sont  $w_z = 105 \mu\text{m}$  et  $w_x = 210 \mu\text{m}$ . De la même manière que pour la pince optique, la puissance de ce faisceau est asservie à l'aide d'un modulateur acousto-optique (AA Optoelectronic *MTS80*) permettant une amplitude d'extinction de 50 dB<sup>16</sup>. En pratique, le croisement des deux faisceaux est réalisé directement sur le signal atomique en maximisant le nombre d'atomes capturés (ou condensés).

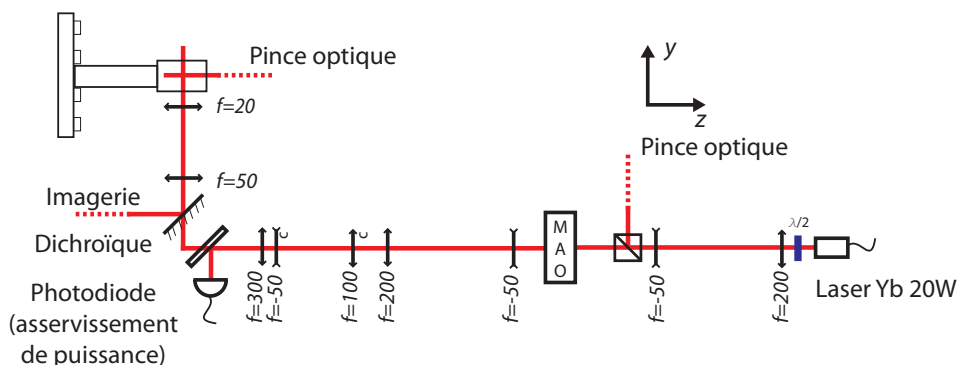


FIGURE 1.26: Montage optique du faisceau vertical du piège dipolaire croisé.

**Chargement dans le piège croisé** La première étape consiste à capturer les atomes dans le piège dipolaire croisé. Pour cela, on allume le faisceau vertical du piège dipolaire croisé à pleine puissance (environ 7 W sur les atomes, *i.e.*  $\omega_z^{\text{PC}}/2\pi \approx 200 \text{ Hz}$ ), en 1 ms. La profondeur du piège optique est alors de quelques dizaines de micro-kelvins. La quasi-totalité des atomes est ainsi piégée, conduisant à une augmentation de la densité dans l'espace des phases qui nous rapproche de la condensation : c'est l'effet *dimple* [132]. Nous attendons en pratique 500 ms à l'issue de cette étape afin que la thermalisation s'effectue (Fig. 1.29).

16. Cette dynamique est nécessaire afin de permettre une décompression maximale du piège dipolaire croisé, lorsque les atomes sont tenus par la lévitation magnétique. Une telle décompression permettra de générer des échantillons atomiques extrêmement froids pour les expériences de localisation d'Anderson à trois dimensions (§ 2.4).

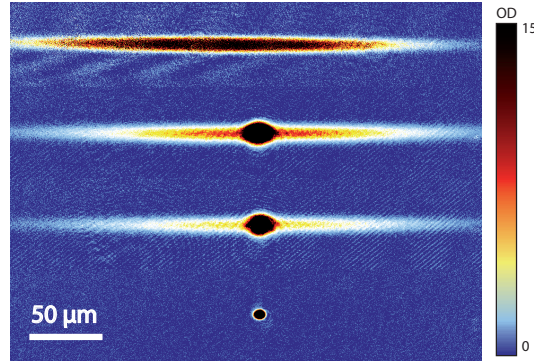


FIGURE 1.27: Images en absorption du transfert du nuage dans le piège dipolaire croisé après un temps de vol de 1 ms.

**Caractérisation** De la même manière que pour mesurer les fréquences du piège optique dans la première chambre de science (cf. § 1.4.1.5), on peut mesurer les fréquences du piégeage associées au faisceau vertical du piège croisé. Pour cela, on l'éteint pendant un court instant (typiquement 1 ms), puis on laisse évoluer les atomes dans le piège croisé, et on mesure la position du nuage après un temps de vol de 15 ms (*oscillations dipolaires*). On mesure par ailleurs la taille du nuage, dont la fréquence d'oscillation, pour une nuage thermique comme celui utilisé dans cette calibration, est le double de celle de piégeage (*oscillation quadrupolaires*). L'ensemble des résultats est présenté Fig. 1.28.

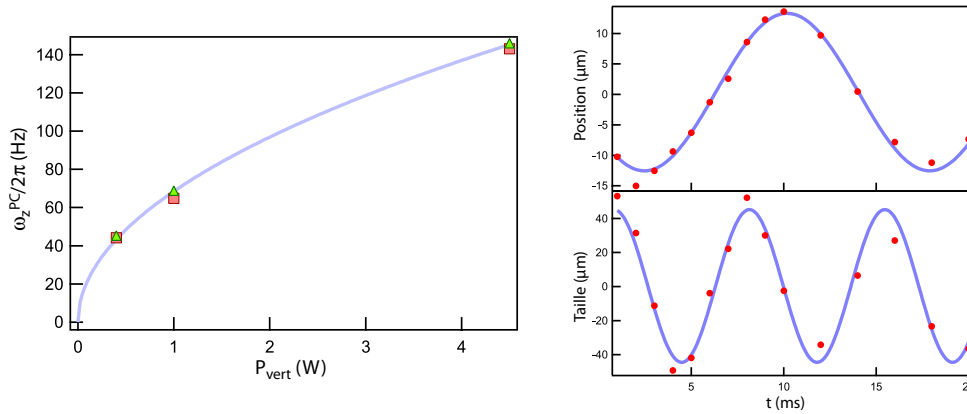


FIGURE 1.28: Fréquence de confinement du faisceau vertical du piège dipolaire croisé en fonction de la puissance optique, mesurée à partir des oscillation dipolaires (carrés rouges) et quadrupolaires (triangles verts) du nuage. L'ajustement donne  $\omega_z^{PC}/2\pi = 68,5P_{vert}^{1/2}$ , compatible avec la valeur du waist du faisceau  $w_z = 105 \mu\text{m}$ .

**Condensation tout-optique** Pour réaliser l'évaporation dans le piège optique, on diminue progressivement la puissance dans les faisceaux du piège croisé, de manière à déverser les atomes les plus chauds. Les conditions initiales sont dans ce cas particulièrement importantes puisque le confinement, et donc le taux de collisions, diminue en même temps que la profondeur du piège<sup>17</sup> [143]. En pratique, on commence par relâcher le confinement de la pince, puis simultanément diminue la puissance des deux faisceaux du piège croisé. La condensation est atteinte pour des fréquences de confinement de l'ordre de 100 à 150 Hz. Cette étape d'évaporation a une durée totale d'environ 4 s. Les condensats obtenus contiennent typiquement quelques  $10^4$  atomes (Fig. 1.29.b), ce qui correspond à un potentiel chimique de l'ordre de 1 kHz.

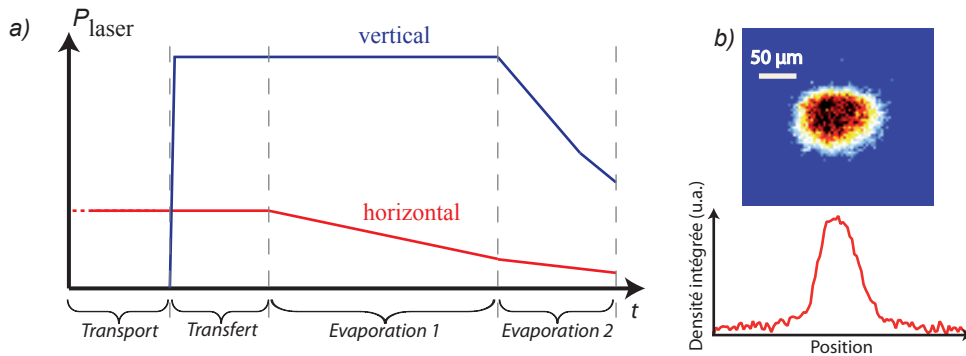


FIGURE 1.29: a) Chronogramme typique de l'évolution des puissances laser dans les deux bras du piège dipolaire croisé. b) Image en absorption du condensat de Bose-Einstein obtenue après 15 ms de temps de vol ( $N_{\text{BEC}} \sim 6.10^4$ )

**Ouverture adiabatique** Afin d'obtenir des condensats de Bose-Einstein encore plus froids, il est possible de décompresser très fortement le piège dipolaire croisé avant de relâcher les atomes dans le potentiel magnétique de lévitation. Afin d'éviter que le centre du piège ne soit déplacé vers le bas du fait de la gravité (*sag*), on compense celle-ci à l'aide d'un gradient de champ magnétique. Celui-ci est généré par les bobines du système de lévitation magnétique décrit dans la suite. On procède en deux étapes :

1. Afin de ne pas prolonger l'évaporation, on augmente la puissance du faisceau horizontal (*i.e* la pince), tout en augmentant son waist par un déplacement de la platine de translation. Typiquement, le waist est augmenté d'un facteur  $\sqrt{2}$  par un déplacement de la platine d'environ 4 mm ( $\sim z_R$ ), et la puissance est parallèlement augmentée d'un facteur 4 afin de conserver une courbure transverse du piège optique identique. Cette étape est réalisée en environ 500 ms.
2. Il nous est ensuite possible de décompresser le piège optique horizontal. Typiquement, on divise par deux la puissance du faisceau en environ 100 ms,

17. Une méthode alternative qui permet d'atteindre le régime d'emballement a été proposée dans notre groupe pour cela [141, 142].

afin de refroidir efficacement le condensat. Ceci nous permet de gagner un facteur 2 sur la température du nuage<sup>18</sup>, *i.e.* d'atteindre des températures inférieures à 10 nK.

Les résultats préliminaires semblent montrer que cette méthode est particulièrement robuste et pourra à l'avenir être poussée à l'extrême pour atteindre des températures de l'ordre ou inférieures au nano-kelvin, à l'instar de celles obtenues dans le groupe de W. Ketterle [144]. Elle est en particulier nécessaire pour observer la localisation d'Anderson à trois dimensions, comme nous le verrons au chapitre 2.

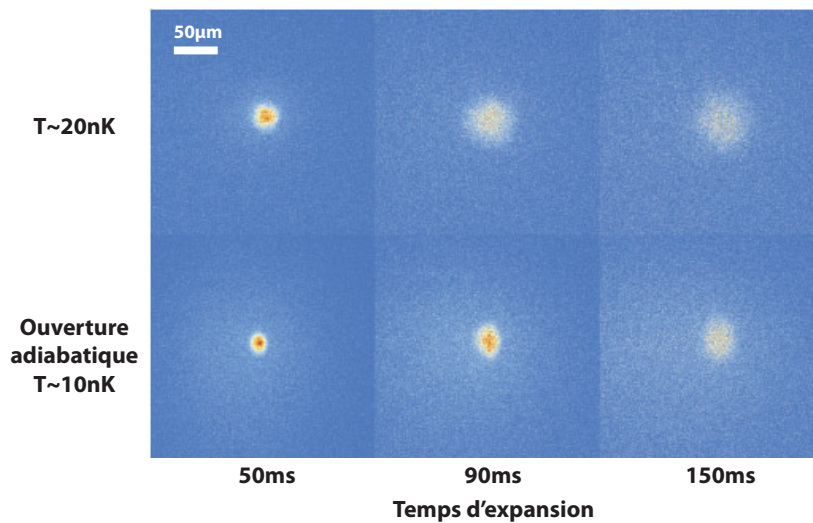


FIGURE 1.30: Expansion d'un condensat de Bose-Einstein dans le potentiel de lévitation magnétique, avec et sans l'étape de décompression adiabatique.

### 1.4.3 Lévitation magnétique

Une des clés de l'observation des phénomènes de transport quantique à trois dimensions va consister à être capable de réaliser des expansions du condensat de Bose-Einstein dans un potentiel "test" (*e.g.* le potentiel désordonné pour la localisation d'Anderson, cf. § 2.4), qui est fixe dans le référentiel du centre de masse du condensat. Ceci implique de compenser le potentiel de gravité auquel sont soumis les atomes. Pour cela on peut envisager différentes méthodes :

- Le potentiel "test" peut être généré dans le référentiel en chute libre du condensat. C'est le cas des expériences réalisées dans l'avion zéro-g [145], à la tour de Brême [146] ou prévues dans l'espace [147]. Ces expériences ont jusqu'à présent eu pour application directe l'interférométrie atomique car elles permettent de longs temps d'interrogation.

18. Les températures sont mesurées ici à partir d'un ajustement gaussien du nuage après des temps d'expansion d'environ 100 ms dans le potentiel de lévitation magnétique décrit § 1.4.3.

- On peut aussi maintenir le condensat contre la gravité par l'action d'une force extérieure. Ceci peut être réalisé à l'aide d'un système pulsé, un faisceau laser transférant périodiquement des quanta d'impulsion aux atomes [148, 149]. Ceci peut aussi être réalisé en appliquant un gradient de potentiel statique, qui vient compenser exactement le gradient de gravité. Avec les forces dipolaires, la puissance optique requise serait trop importante pour permettre de réaliser cette compensation sur des volumes raisonnables. Dans l'objectif de réaliser une lévitation sur un volume millimétrique, le recours aux forces magnétique est donc indispensable. Cependant, nous allons voir qu'il existe une limite ultime quant au minimum de confinement (ou d'anti-confinement) réalisable dans les trois directions de l'espace [150].

Nous avons donc choisi de réaliser un piège magnétique très décomprimé. Alors que dans la plupart des géométries de piège magnétiques, la décompression conduit à un décalage vertical de la position du fond du piège magnétique (*sag*), le piège magnétique réalisé sur notre expérience permet au contraire de garantir une position constante du nuage lors de la décompression. Jusqu'à présent, de tels pièges très décompressibles (dits *gravito-magnétiques* [144, 151]) ont été réalisés dans l'objectif de refroidir à l'extrême des atomes (jusqu'à  $T \sim 500$  pK) [144], mais jamais dans le but de réaliser des expériences de transport.

#### 1.4.3.1 Principe

Le potentiel de gravité peut être compensé par un gradient de champ magnétique selon l'axe  $y$  de la gravité. Celui-ci s'écrit :

$$\frac{dB}{dy} = \frac{mg}{m_F g_F \mu_B} \quad (1.57)$$

soit, pour l'état  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  du  $^{87}\text{Rb}$ ,  $B'_y(0) = 30$  G/cm.

Cependant, le champ magnétique étant à flux conservatif, il est impossible de réaliser un gradient magnétique dans une direction de l'espace sans créer de gradient sur une autre direction au moins. Cette constatation, à la base du théorème de Wing [110, 152], conduit, dans le cas où l'on impose la condition  $B'_y(0) = mg/m_F g_F \mu_B$ , à une contrainte sur les fréquences de confinement (ou d'anti-confinement)  $\omega_i$  minimum réalisables [150] :

$$\sum_{i=x,y,z} \omega_i^2 \geq \left| \frac{mg^2}{2m_F g_F \mu_B B_0} \right| \quad (1.58)$$

où  $B_0$  est le biais magnétique au centre du piège. Plus celui-ci est important, moins cette condition est contraignante. Ceci n'est pas surprenant étant donné que les atomes ne sont sensibles qu'à la norme du champ magnétique.

Une méthode permettant d'atteindre cette limite théorique consiste à créer un biais magnétique aligné avec la gravité comme représenté Fig. 1.31 [144,

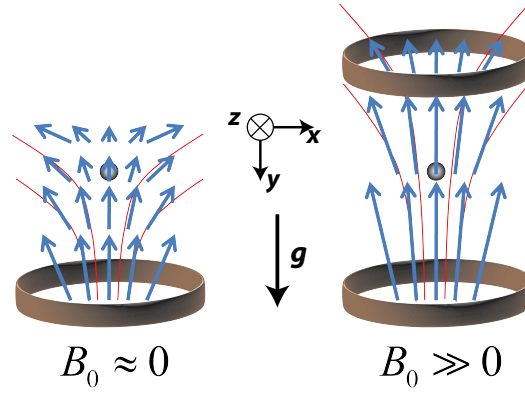


FIGURE 1.31: Principe de la lévitation magnétique. La génération d'un gradient de champ magnétique crée des courbures transverses qui peuvent être atténuées par l'ajout d'un biais magnétique important.

150]. Cette géométrie permet que le biais ne modifie pas le gradient magnétique vertical de sorte que le centre du piège reste fixe<sup>19</sup>. Ceci peut être réalisé à l'aide d'une paire de bobines parcourues par un courant de même sens, de sorte qu'elles génèrent à la fois un biais  $B_0$ , et une courbure  $b''$ . Le champ magnétique s'écrit alors :

$$\mathbf{B} = \left(\frac{b'}{2}xy\right) \mathbf{x} + \left[B_0 - b'y + b''\left(y^2 - \frac{x^2 + z^2}{2}\right)\right] \mathbf{y} + \left(\frac{b'}{2}zy\right) \mathbf{z} \quad (1.59)$$

où  $b' = mg/m_F g_F \mu_B$  est le gradient de champ magnétique suivant l'axe  $y$  permettant d'annuler la gravité (Eq. 1.57). Les atomes ne sont sensibles qu'à la norme du champ magnétique. Développée à l'ordre 2, elle s'écrit :

$$B = B_0 - b'y + b''y^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{b'^2}{4B_0} - b''\right) (x^2 + z^2) \quad (1.60)$$

Les fréquences de piégeage associées sont alors données par :

$$\omega_x^2 = \omega_z^2 = \left| \frac{m_F g_F \mu_B}{m} \left(\frac{b'^2}{4B_0} - b''\right) \right| \quad \text{et} \quad \omega_y^2 = \left| \frac{2m_F g_F \mu_B b''}{m} \right| \quad (1.61)$$

On vérifie ici exactement la condition donnée par l'équation 1.58. On remarque en particulier plusieurs configurations particulièrement intéressantes :

- Une configuration de type "Helmholtz" est possible. Celle-ci correspond à  $b'' = 0$ , de sorte qu'on a  $\omega_y = 0$ . Le confinement le long de cet axe est alors quartique et non plus quadratique.
- Une configuration planaire dans le cas où  $b'' = b'^2/4B_0$ , de sorte que  $\omega_x = \omega_z = 0$ . De la même manière, le confinement le long de ces axes est alors quartique.

19. Comme nous le verrons au § 1.4.3.2, ceci n'est valable qu'à condition que le biais soit faible ou que le déplacement Zeeman dépende linéairement du biais.

– Enfin, une configuration isotrope, obtenue à condition que :

$$b'' = \frac{b'^2}{12B_0} \quad (1.62)$$

Les fréquences sont alors égales :

$$\omega_x = \omega_y = \omega_z = \pm \sqrt{\left| \frac{mg^2}{6m_F g_F \mu_B B_0} \right|} \quad (1.63)$$

C'est cette configuration qui va nous intéresser tout particulièrement.

### 1.4.3.2 Cas du champ fort

Le dispositif que nous allons décrire par la suite permet la création d'un champ magnétique de biais allant jusqu'à 2000 G au niveau des atomes. Ceci permet d'avoir des fréquences de confinement ou d'anti-confinement résiduelles extrêmement faibles. Cependant, pour de tels champs magnétiques, l'expression du potentiel est donné par la formule de Breit-Rabi 1.36 (Fig. 1.1). Autour du champ de biais  $B_0$ , il faut donc remplacer, dans les expressions précédentes, le facteur de Landé  $g_F$  par un coefficient local :

$$\tilde{g}_{F,m_F}(B_0) = \frac{1}{m_F \mu_B} \frac{dE}{dB}(B_0) \quad (1.64)$$

En particulier, il est nécessaire d'adapter la valeur du gradient magnétique  $b'$  (Eq. 1.57) permettant de compenser la gravité en fonction du champ magnétique de biais  $B_0$  (cf. Fig. 1.32.a).

Qui plus est, afin de réaliser une configuration isotrope, la condition 1.62 doit être remplie. Ceci implique en particulier que la courbure  $b''$  doit pouvoir être modifiée indépendamment du biais  $B_0$ . Nous allons voir dans le paragraphe suivant comment ceci peut être réalisé expérimentalement. Les valeurs de courbure  $b''$  correspondant à une configuration isotrope, ainsi que les fréquences de confinement résiduelles associées sont tracées Fig. 1.32 en fonction du biais  $B_0$ , dans les états hyperfins  $|F = 1, m_F = \pm 1\rangle$ , et dans l'état  $|F = 2, m_F = -2\rangle$ . Ces états correspondent aux trois stratégies expérimentales décrites au paragraphe suivant.

### 1.4.3.3 Possibilités expérimentales

**Ajustement du champ magnétique** Les bobines de biais sont séparées en deux blocs de deux couches, alimentés par des circuits différents. Ainsi, si on représente l'ensemble des bobines générant le biais et la courbure magnétique par une simple paire de bobines, on peut, en mettant un déséquilibre de courant entre les couches les plus proches et les plus éloignées, régler l'écartement effectif entre ces bobines. On peut ainsi faire varier la courbure  $b''$  sans modifier substantiellement le biais (cf. Fig. 1.33). Ceci permet par exemple de réaliser les configurations où un ou deux axes ont une fréquence de confinement résiduelle

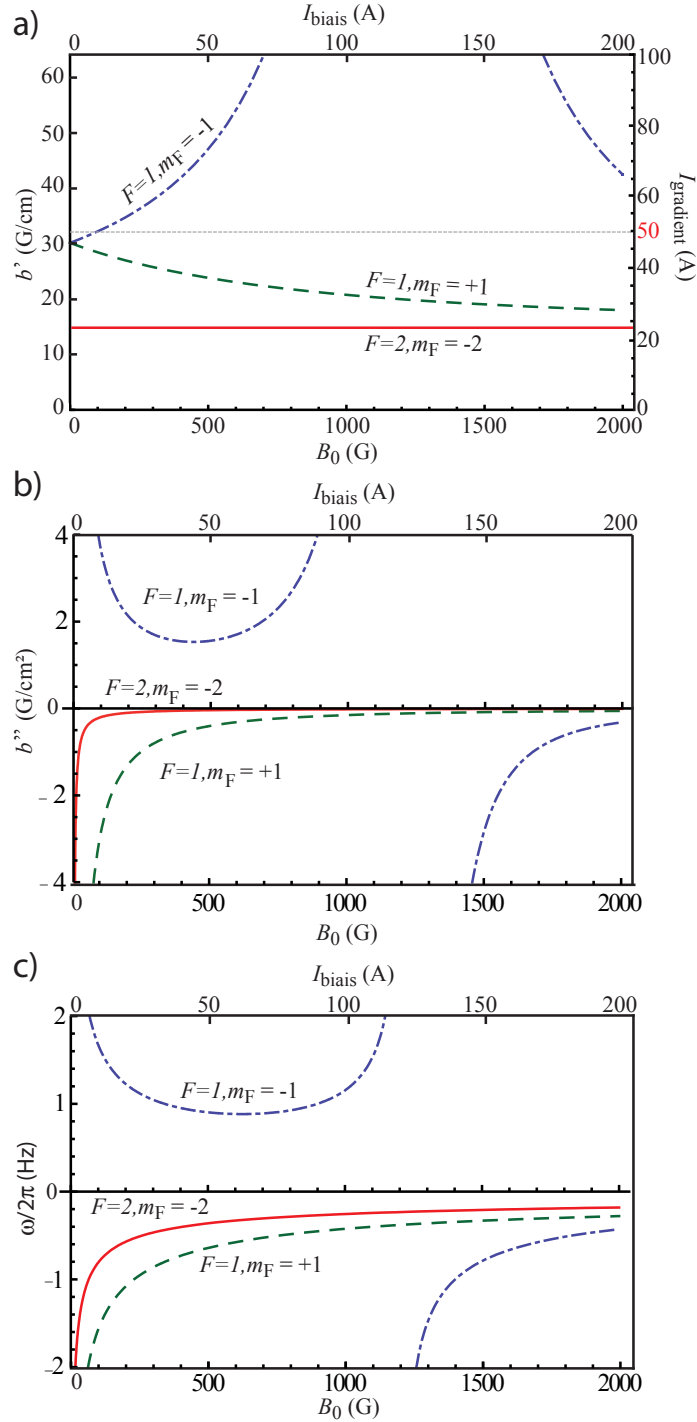


FIGURE 1.32: a) Gradient de champ magnétique selon  $y$  permettant de compenser la gravité en fonction du champs magnétique de biais  $B_0$  dans les états hyperfins  $|F = 1, m_F = \pm 1\rangle$ , et dans l'état  $|F = 2, m_F = -2\rangle$ . La limite  $I_{\text{gradient}} = 50$  A correspond au maximum disponible en sortie de notre alimentation pour les bobines gradient. b) Courbure requise pour réaliser un confinement ou un anti-confinement isotrope en fonction du biais  $B_0$  pour les mêmes états hyperfins. c) Fréquence de confinement ou d'anti-confinement résiduelle correspondant à la limite 1.58 pour les mêmes états hyperfins.



nulle, mais aussi d'obtenir des configurations de piégeage (ou d'anti-piégeage) isotropes quel que soit la valeur du biais magnétique. Les courants nécessaires dans chacune des bobines de biais pour réaliser une configuration isotrope sont tracés Fig. 1.34 pour les états hyperfins  $|F = 1, m_F = \pm 1\rangle$  et  $|F = 2, m_F = -2\rangle$ .

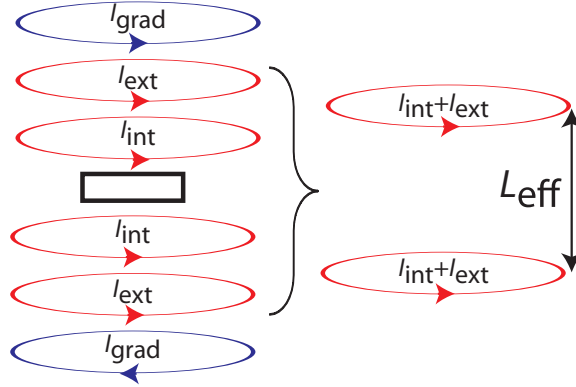


FIGURE 1.33: Principe de l'ajustement de la courbure  $b''$ . En modifiant le rapport des courants entre les deux bobines, on modifie l'écartement  $L_{eff}$  entre les deux bobines effectives équivalentes à l'ensemble des bobines de biais.

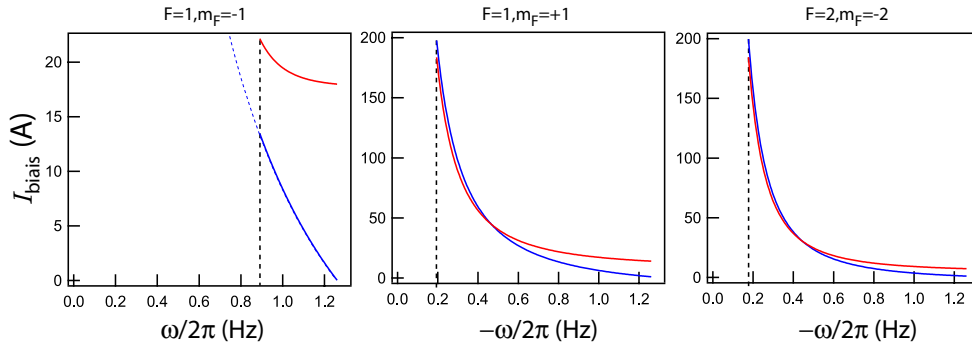


FIGURE 1.34: Courants  $I_{int}$  et  $I_{ext}$  nécessaires dans chacune des bobines de biais pour générer un confinement (cas  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ ) ou un anti-confinement (cas  $|F = 1, m_F = +1\rangle$  et cas  $|F = 2, m_F = -2\rangle$ ) isotrope de fréquence  $\omega/2\pi$  : en rouge, les bobines externes et en bleu les bobines internes. Dans l'état  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ , une décompression plus poussée nécessite un biais supérieur aux 50 A disponibles (cf. Fig. 1.32). La fréquence minimale atteinte dans l'état  $|F = 2, m_F = -2\rangle$  est  $\omega/2\pi \approx 0,18$  Hz.

**Stratégies de lévitation** Comme discuté précédemment, la valeur du gradient magnétique permettant de compenser la gravité varie avec l'amplitude du biais. En particulier, le courant nécessaire dans les bobines de gradient pour générer le potentiel de lévitation contre la gravité est donné Fig. 1.32. Le système étant conçu pour fonctionner avec un courant maximum de 50 A dans les bobines de gradient, plusieurs possibilités sont offertes :

- Rester dans l'état  $F = 1, m_F = -1$ , tout en se limitant à des biais inférieurs à environ 150 G, c'est à dire en restreignant les performances de notre système. La fréquence résiduelle de confinement dans le cas isotrope est alors d'environ 0,90 Hz.
- Passer dans l'état  $F = 1, m_F = +1$ . Ceci peut être réalisé par un balayage radiofréquence pour un faible champ magnétique de biais. Les courbures résiduelles sont alors anti-piégeantes et il est possible de monter le biais jusqu'à 2000 G. On peut alors réduire les fréquences résiduelles dans le cas isotrope à 0,20 Hz.
- Passer dans l'état  $F = 2, m_F = -2$ , de manière à s'affranchir de la dépendance en  $B_0$  de  $\tilde{g}_{F,m_F}$ . Ceci permet de pouvoir faire des rampes du biais sans avoir à adapter la valeur du gradient qui compense la gravité. Les fréquences résiduelles d'anti-confinement ultimement accessibles dans le cas isotrope sont alors inférieures à 0,18 Hz.

#### 1.4.3.4 Description du montage

**Montage** Le montage permettant la génération du champ magnétique de lévitation est représenté Fig. 1.36. Il est composé de plusieurs paires de bobines, ajustées pour s'insérer parfaitement dans des supports en aluminium servant de radiateurs et refroidis par une circulation d'eau. Ceux-ci sont assemblés l'un à l'autre autour de la cellule<sup>20</sup>. Ils sont par ailleurs fendus pour limiter l'effet des courants de Foucault à la coupure des champs magnétiques.

Les bobines ont été fabriquées par Michel Lécrivain au laboratoire *SATIE* de l'École Normale Supérieure de Cachan. Chacune d'elle est composée de plusieurs couches comportant chacune 34 tours. Elles sont réalisées à partir de l'enroulement en parallèle de deux fils en cuivre plat de large section ( $5 \times 1$  mm) de manière à réduire l'inductance du système, et par conséquent les temps de montée et de coupure (cf. § 1.4.3.5). Quatre couches sont dédiées à la génération du biais et deux à la génération du gradient. Les bobines de biais sont placées au plus près de la cellule pour générer le champ le plus intense. Elles sont alors dans une configuration proche de la géométrie de Helmholtz. Elles sont alimentées séparément par deux alimentations de courant ultrastables générant chacune un courant de 200 A (cf. Fig. 1.35). Les bobines de gradient sont quant à elles alimentées par une alimentation délivrant un courant de 50 A.

La réalisation de l'expansion dans le piège très décomprimé requiert par ailleurs un alignement parfait du gradient et du biais magnétique sur l'axe de la gravité. Pour cela, deux paires de bobines en configuration proche Helmholtz, d'axes  $x$  et  $z$  (axes horizontaux), ont été mises en place. Elles permettent de générer des champs de quelques Gauss dans les directions perpendiculaires à l'axe de la gravité.

---

<sup>20</sup>. La distance entre les bobines et les parois de la chambre de science est de 1 mm de part et d'autre.

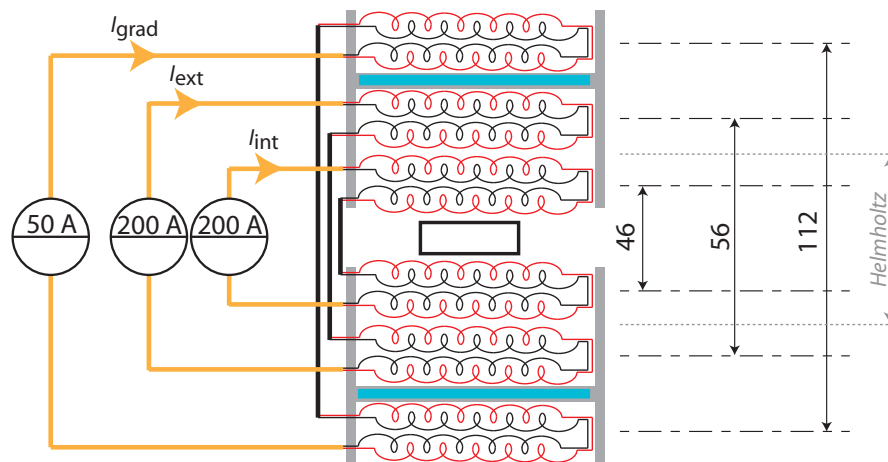


FIGURE 1.35: Schéma de branchement des différentes bobines constituant le système de lévitation magnétique.

**Accès optique** Le design du système a été étudié afin de garder un accès optique maximal autour de la cellule. Nous disposons finalement de :

- Deux accès optiques selon l'axe  $y$  (vertical), dans l'axe des bobines, de diamètre 50 mm. Un de ces accès est occupé par le faisceau vertical du piège dipolaire croisé (ainsi que l'imagerie dans le plan  $xz$ , cf. Fig. 1.26). Le second accès (par le haut) permet d'appliquer un speckle sur les atomes avec une ouverture numérique de 0,5 pour l'expérience de localisation d'Anderson décrite § 2.4.2.
- Deux autres accès optiques selon l'axe  $x$  (horizontal, perpendiculaire au faisceau de la pince optique). Ces accès permettent d'amener des optiques de diamètre 25 mm au plus près de la cellule, offrant ainsi une ouverture numérique de 0,5 pour l'imagerie dans le plan  $yz$  (cf. Fig. 1.8). Le second accès sert lui aussi à appliquer le speckle sur les atomes dans l'expérience de localisation d'Anderson à trois dimensions décrite § 2.4.2.
- Selon l'axe  $z$ , l'accès optique disponible est entièrement pris par la pince optique, dont le diamètre est d'environ 20 mm à cet endroit lorsqu'elle est focalisée dans la première cellule.
- Enfin, quatre passages sont prévus sur les diagonales à 45 degrés. Ils sont utilisés pour éclairer les atomes à résonance lors de l'imagerie par fluorescence.

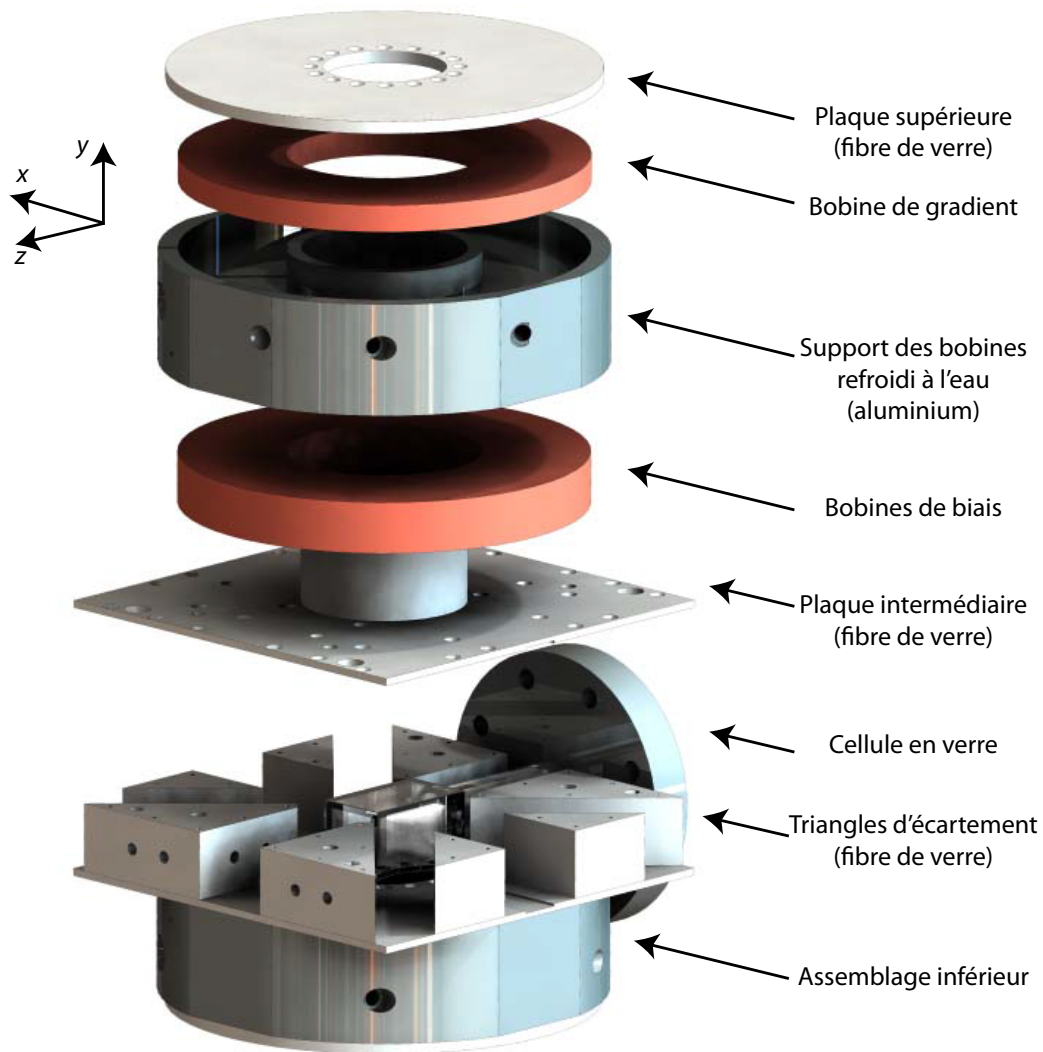


FIGURE 1.36: Vue en éclatée du montage des bobines de lévitation magnétique. Les bobines de biais sont constituées de  $2 \times 68$  tours, celles de gradient de 68 tours. Afin d'éviter toute perturbation du champ magnétique, l'ensemble est assemblé avec des vis en laiton. Le support des bobines en aluminium étant conducteur électrique, il est entièrement fendu afin de réduire le temps de coupure du champ magnétique lié aux courants de Foucault.

### 1.4.3.5 Caractérisation

**Caractérisation magnétique** Avant leur installation sur le système expérimental, les bobines ont été testées à bas champ, et la mesure de la variation spatiale des champs magnétiques a été effectuée. Les mesures pour les bobines de biais<sup>21</sup> sont données Fig 1.37. Celles-ci viennent conforter les calculs numériques effectués. Par ailleurs, la mesure nous sert de calibration fine des différentes dimensions de l'assemblage afin de pouvoir calculer numériquement le champ magnétique (cf. Fig. 1.34). L'étude à fort champ n'a pas encore été réalisée et sera effectuée directement sur les atomes.

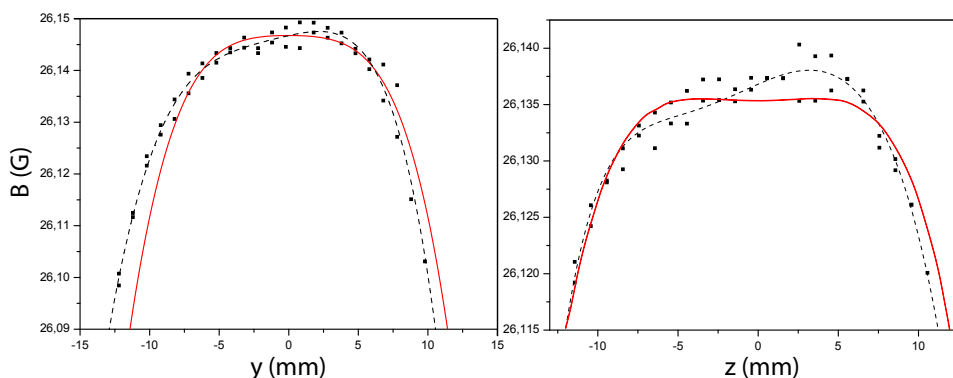


FIGURE 1.37: Mesure du champ magnétique généré par les bobines de biais dans les directions longitudinale  $y$  et radiale  $z$  pour un courant de 2,5 A. L'ajustement (pointillé noir) fait apparaître des très légères déviations par rapport au calcul numérique (courbe rouge), réalisés en ajustant les paramètres (dimensions des bobines) aux mesures.

Enfin, un circuit permettant l'allumage et l'extinction rapide des champ magnétiques par transfert de charge dans des condensateurs, similaire à celui utilisé pour le piège magnétique [90,127], a été mis en place. La décroissance du champ magnétique a par ailleurs été mesurée (Fig. 1.38). Celle-ci fait apparaître deux temps caractéristiques : le plus court, d'environ  $500 \mu\text{s}$  correspond au transfert de l'énergie dans le condensateur du circuit de coupure, réalisé en un quart de période propre du système oscillant ; le second, correspond à la présence de courants de Foucault, qui subsistent malgré le fait que le support des bobines en aluminium soit fendu. La constante de temps de l'amortissement exponentiel de ces courants de Foucault est de  $500 \mu\text{s}$ . En pratique, après 2 ms, il reste moins de 1% du champ magnétique initial (soit pour 2000 G, un champ résiduel de 20 G, correspondant à un décalage par effet Zeeman de la résonance d'imagerie de 14 MHz). Ce décalage, de valeur raisonnable, peut être tout à fait compensé par un décalage de la fréquence des faisceaux d'imagerie.

**Caractérisation thermique** Le montage décrit précédemment est destiné à la circulation d'un courant de 100 A par fil de cuivre (section  $5 \text{ mm}^2$ ). Cela

21. Les mesures effectuées sur les bobines de gradient ne montrent aucune déviation par rapport au calcul numérique.

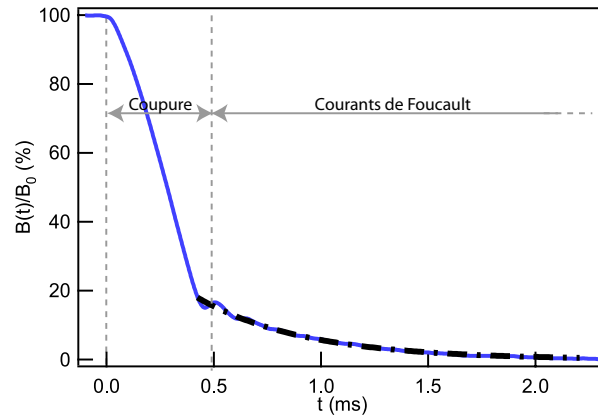


FIGURE 1.38: Mesure de la décroissance du champ magnétique au cœur du système de lévitation magnétique après l'arrêt à  $t = 0$  des alimentations. La décroissance a lieu en deux temps : d'abord une décroissance rapide liée au circuit de coupure, puis une décroissance plus lente liée au courants de Foucault (pointillés noirs).

conduit à une résistance de  $45 \text{ m}\Omega$  par paire de bobines. La puissance dissipée par les bobines de biais est donc  $P = 3,6 \text{ kW}$ , conduisant à une montée en température rapide du système (environ  $2^\circ/\text{s}$ ), qui n'est pas entièrement compensée par le refroidissement continu par circulation d'eau froide dans le support des bobines. En pratique, celles-ci ne sont pas allumées pendant plus de 10 secondes par cycle, et le temps total du cycle (environ une minute) permet de limiter la montée en température. Des tests thermiques ont été effectués en régime permanent avec un courant de l'ordre de  $80 \text{ A}$  dans les bobines de biais, équivalent au régime ciblé vis à vis de la puissance moyenne au cycle envisagé. La température atteinte au cœur des bobines est alors de l'ordre de  $140^\circ\text{C}$  (Fig. 1.39).

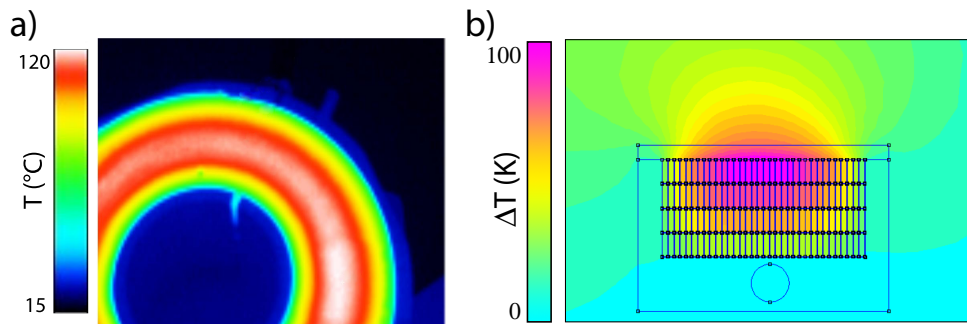


FIGURE 1.39: a) Image prise à la caméra thermique des bobines de biais traversées par un courant de  $70 \text{ A}$  permanent. b) Simulation numérique pour un courant de  $80 \text{ A}$  permanent, équivalent à  $200 \text{ A}$  pendant  $1/6$  du temps. L'élévation de température maximale au cœur est  $\Delta T_{max} = 125 \text{ K}$ . (Images M. Lécrivain)

Dans la perspective des expériences, il est important de vérifier que le chauffage des bobines ne vient pas perturber les faisceaux qui traversent les accès optiques. En particulier, pour l'expérience de localisation d'Anderson décrite

au chapitre suivant (§ 2.4.2), nous allons réaliser des interférences entre deux faisceaux empruntant des accès optiques distincts. Afin de quantifier les fluctuations induites par le chauffage du support, nous avons réalisé un interféromètre de Mach-Zender en faisant passer chacun des bras à l'intérieur des bobines. De manière à isoler ces faisceaux des fluctuations thermiques, ceux-ci circulent dans des tubes en aluminium de diamètre 25 mm (sans aucun contact avec le support des bobines). Avec ces précautions, nous avons pu mesurer une variation de phase inférieure à  $\delta\varphi < \pi/10$  pendant les 10 s où celles-ci doivent être allumées<sup>22</sup>.

#### 1.4.3.6 Expansion balistique

Les premières expériences de lévitation magnétique ont été réalisées très récemment<sup>23</sup>. Nous donnons ici quelques résultats préliminaires. Afin d'observer une expansion, nous allumons les champs magnétiques durant l'étape d'évaporation dans le piège dipolaire croisé, puis nous éteignons les faisceaux afin de laisser s'étendre les atomes dans le piège magnétique très décomprimé. La dynamique du condensat est alors donnée par les lois d'échelle Eq. 1.26, et est représentée Fig. 1.40.

Avec un courant de  $I_{\text{ext}} \approx 20$  A uniquement sur les bobines extérieures qui génèrent le biais (soit 100 G, ce qui permet de rester dans l'état  $m_F = -1$ ). On vérifie ainsi la condition pour un piégeage résiduel isotrope. L'expansion est balistique pendant un temps de l'ordre de 100 ms, puis on observe une respiration du condensat correspondant à une fréquence de piégeage transverse résiduelle  $\omega_y^{\text{Lev}} \approx \omega_z^{\text{Lev}} \approx 1,1$  Hz, qui correspond exactement à la valeur attendue. Les fréquences du piège dipolaire croisé initial sont ici  $\omega_y/2\pi \approx \omega_z/2\pi \approx 50$  et le nombre d'atomes initial est  $N_{\text{at}} \approx 2.10^4$ .

Ces résultats sont particulièrement encourageants puisqu'ils ont été obtenus pour un biais très faible devant les possibilités offertes par notre système. En particulier, nous avons pu mesurer des oscillations dans le piège gravito-magnétique pendant des temps supérieurs à 30 secondes, sans observer de dérive sur la position du centre du nuage. Qui plus est, l'accord avec le calcul numérique des fréquences de piégeage résiduelles est extrêmement bon. Ce travail se poursuit actuellement, avec notamment l'idée de passer à court terme dans l'état  $|F = 2, m_F = -2\rangle$ .

#### 1.4.3.7 Perspective d'optimisation

Afin de pouvoir supprimer les courbures résiduelles sous un biais de 2000 G, nous envisageons d'aligner sur le centre magnétique un faisceau laser collimaté, désaccordé vers le bleu de la résonance du rubidium si le résidu de courbure est piégeant et vers le rouge si le résidu de courbure est anti-piégeant. En ajustant sa puissance et son waist, il est possible de supprimer les courbures résiduelles

22. Cette mesure correspond à une moyenne sur plus de 30 cycles consécutifs.

23. Les dispositifs permettant de réaliser des transitions rf et hf n'ayant pas encore été mis en place, on se restreint ici au cas d'une lévitation dans l'état  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ .

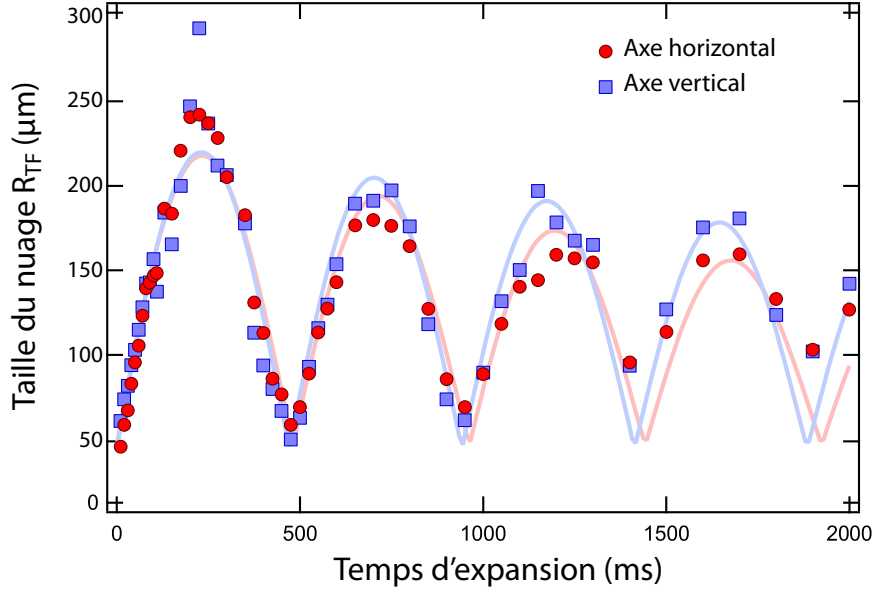


FIGURE 1.40: Évolution temporelle de la taille du condensat en expansion dans le piège magnétique de lévitation selon l'axe vertical  $y$  (ronds rouges) et horizontal  $z$  (carrés bleus), pour un courant de biais dans les bobines extérieures de  $I_{ext} = 20$  A. Les conditions initiales sont :  $\omega_y/2\pi \approx \omega_z/2\pi \approx 50$  Hz et  $N_{at} \approx 2.10^4$ . En ajustant l'évolution à partir des équations d'invariance d'échelle 1.26, on obtient les fréquences de confinement résiduelles du piège : a)  $\omega_z^{Lev} \approx \omega_y^{Lev} \approx 1,1$  Hz.

dans deux directions de l'espace, complétant ainsi l'effet du piège magnétique<sup>24</sup>. Le piège résultant ne comporte alors plus que des termes quartiques dans les trois directions de l'espace.

24. En pratique, le faisceau optique de compensation de courbure sera envoyé selon l'axe de la pince et permettra de compenser les courbures selon les axes  $x$  et  $y$ . Le champ magnétique créé par les bobines de lévitation sera réalisé dans une configuration isotrope. Une paire de bobine de compensation spécifique a été mise en place et aura alors pour rôle de transférer la courbure de l'axe  $z$  vers les axes  $x$  et  $y$ .





# Localisation d'Anderson d'ondes de matière

*Dans l'uniformité de circonstances identiques,  
chaque expérience prend une dimension singulière et tragique.*

**Madeleine Ouellette-Michalska**

Le Dôme

Dans un cristal parfait, la conduction électronique est assurée par un gaz d'électrons quasi-libres. La nature conductrice ou isolante du matériau dépend alors de sa structure de bande et de la position relative de son niveau de Fermi. Bien que cette théorie permette d'expliquer les propriétés électriques de la plupart des solides, elle présente quelques lacunes et d'autres théories sont nécessaires ; par exemple, la prise en compte des interactions conduit à la théorie des *isolants de Mott* [153], et la prise en compte des imperfections du cristal support, à la théorie de la *diffusion de Drude*. Cette dernière relie la conductivité du matériau au libre parcours moyen des électrons, c'est à dire à la distance moyenne qui sépare deux diffusions des électrons sur des défauts du cristal (*loi d'Ohm*).

Dans des milieux très désordonnés, cette longueur peut devenir plus petite que la longueur d'onde de de Broglie des électrons, et il faut recourir à un traitement quantique. En particulier, un électron peut exhiber des propriétés propres aux ondes, telles que des interférences, et la prise en compte de l'ensemble des chemins de diffusion est nécessaire. En 1958, Philip W. Anderson a montré qu'un tel développement pouvait conduire à une annulation de la conductivité du matériau : la *localisation d'Anderson* [154]. Si ce phénomène est commun à tous les types d'ondes [25, 155], il n'avait jusqu'alors jamais pu être observé directement avec des ondes de matière. En effet, dans les systèmes condensés, les interactions entre les électrons et la présence de phonons rendent difficile l'obtention de résultats quantitatifs.

Au cours de cette thèse, nous avons pu observer pour la première fois directement la localisation d'Anderson dans un système modèle unidimensionnel avec des ondes de matière issues d'un condensat de Bose-Einstein [44]. Un tel résultat a été simultanément obtenu dans l'équipe de Massimo Inguscio à Florence [46], dans un système sur réseau qui est une réalisation expérimentale du *modèle d'Aubry-André*. Ces deux expériences constituent sans aucun doute une preuve de principe quant à l'intérêt des atomes froids pour effectuer une étude fine du phénomène.

À la suite de ces travaux, la compétition entre les interactions répulsives et la localisation a pu être observée à Florence [62], puis dans le groupe de Randall Hulet à Houston [63], grâce à leur possibilité de régler les interactions à l'aide de *résonances de Feshbach*. La description théorique de ce problème est particulièrement complexe et a déjà été l'objet de nombreux travaux [54–61].

Pour des systèmes de dimension supérieure, la description théorique peut devenir si complexe que les expériences pourraient à l'avenir jouer un véritable rôle de *simulateur quantique*. C'est en particulier le cas des expériences menées dans le groupe de Brian DeMarco, dans un réseau optique désordonné (modèle de *Bose-Hubbard désordonné*) [64, 67]. Dans ces systèmes fortement corrélés, des effets particulièrement non triviaux pourraient être observés, tels que l'existence d'une phase isolante appelée *verre de Bose*, dont les conditions exactes d'apparition restent controversées [36, 68–73, 156, 157].

Dans ce chapitre, nous rappelons les principaux résultats théoriques permettant de décrire le régime de localisation d'Anderson en nous focalisant tout particulièrement sur les cas unidimensionnels et tridimensionnels. Nous décrivons en particulier la situation qui correspond aux expériences que nous réalisons, où le désordre est généré par une figure de *speckle*. Nous rappelons ensuite succinctement les résultats obtenus sur la localisation d'Anderson à une dimension, présentés en détails dans la thèse de J. Billy [93]. Enfin, nous présentons les premiers résultats de l'expérience de localisation à trois dimensions, qui est réalisée dans le système de lévitation magnétique présenté § 1.4.3.

## 2.1 De la localisation faible à la localisation forte

Dans cette première partie, nous donnons une description théorique de la localisation d'Anderson dans un milieu désordonné. Nous commençons par calculer les corrections (dites de *localisation faible*) qui apparaissent par rapport à la diffusion classique dans le cadre d'un modèle simple (directement inspiré des références [158–160]). Nous introduisons ensuite la *théorie auto-cohérente* de la localisation [158] qui, bien qu'approximative, permet de caractériser de manière intuitive le régime de *localisation forte* (*i.e.* localisation d'Anderson), en fonction de la dimension du milieu. En particulier, nous obtenons l'expression des longueurs de localisation pour des systèmes unidimensionnels et tridimensionnels, et nous montrons l'existence d'une transition dans ce dernier cas.

### 2.1.1 Effet de cohérence sur le transport quantique

Considérons un milieu de dimension  $d$  constitué de centres diffuseurs ponctuels et statiques, distribués aléatoirement dans l'espace. La distance moyenne qui les sépare définit le libre parcours moyen de l'onde de matière  $l_s$ . On s'intéresse à la dynamique diffusive d'une particule de masse  $m$  située à la position  $\mathbf{r}_0$  au temps  $t = 0$ . Les collisions sur les centres diffuseurs sont supposées élastiques, de telle sorte que l'on peut définir un vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  associé à l'onde de matière. Dans la limite de faible désordre ( $kl_s \gg 1$ ), l'onde de matière se propage de

diffuseur en diffuseur, du point source situé à la position  $\mathbf{r}_0$ , à une position finale  $\mathbf{r}$  à l'instant  $t$  (Fig. 2.1.a). Dans la suite, on indice par  $i$  les termes se référant à une trajectoire correspondant à une certaine série de collisions multiples.

La probabilité de diffusion quantique moyenne  $P(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t)$  permet de caractériser les propriétés de transport des milieux désordonnés [159]. Il s'agit de la probabilité qu'a la particule issue de  $\mathbf{r}_0$  d'être en  $\mathbf{r}$  à l'instant  $t$ . Elle s'exprime en fonction des amplitudes complexes  $a_i$  associées aux trajectoires de collisions multiples, appelées aussi propagateurs :

$$P(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t) \propto \overline{\sum_{i,j} a_i^*(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t) a_j(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t)} \quad (2.1)$$

où la somme sur les paires de trajectoires  $(i, j)$  est moyennée sur le désordre. Il est alors judicieux de séparer les termes correspondant à des trajectoires identiques pour lesquelles le déphasage relatif est nul :

$$P(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t) \propto \overline{\sum_i |a_i(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t)|^2} + \overline{\sum_{i \neq j} a_i^*(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t) a_j(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t)} \quad (2.2)$$

Les phases qui correspondent aux propagateurs qui apparaissent dans le premier terme s'annulant, celui-ci donne une contribution non nulle à la probabilité de diffusion quantique. Ce terme, appelé par ailleurs le *diffuson*, correspond à la diffusion classique  $P_{\text{cl}}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t)$ . Le second terme, qui correspond à des effets d'interférence, constitue une correction quantique à la diffusion et contient en particulier les effets de localisation. Nous allons décrire successivement chacun de ces deux termes.

### 2.1.1.1 Probabilité de diffusion classique

La dynamique classique d'une particule peut être obtenue en écrivant la loi de conservation de la matière, en absence de terme source, sous la forme :

$$\partial_t P_{\text{cl}}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t) + \nabla \cdot \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (2.3)$$

où  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$  est la densité de courant de probabilité associée à la densité de probabilité  $P_{\text{cl}}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t)$ . Dans le cadre d'une réponse linéaire du milieu, on peut écrire une loi de diffusion de Fick pour le courant de probabilité, qui indique qu'un milieu présentant un gradient de densité tend à revenir à l'équilibre :

$$\mathbf{j} = -D \nabla P_{\text{cl}} \quad (2.4)$$

La paramètre  $D$  qui apparaît dans cette équation est la constante de diffusion du milieu. Elle s'écrit, pour une onde de matière d'impulsion  $\hbar k$ , en fonction des paramètres microscopiques du milieu  $D = \hbar k l_{\text{B}} / m d$ , avec  $l_{\text{B}}$  le *libre parcours moyen de transport* (ou *longueur de Boltzmann*) ;  $l_{\text{B}}$  représente la distance après laquelle la direction de propagation n'est plus corrélée à la direction initiale du fait des diffusions dans le milieu. En combinant ces deux équations, on obtient l'*équation de diffusion* :

$$(\partial_t - D \nabla^2) P_{\text{cl}}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t) = 0 \quad (2.5)$$

Cette équation peut être résolue facilement dans le domaine de Fourier :

$$\Phi_0(\mathbf{q}, \omega) = \frac{1}{-i\omega + D\mathbf{q}^2} \quad (2.6)$$

Cette fonction s'écrit dans l'espace réel (en temps et en espace) sous la forme d'une gaussienne de largeur  $\sigma(t) = \sqrt{2Dt}$  :

$$P_{\text{cl}}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t) = \int \frac{d\omega}{2\pi} e^{-i\omega t} \int \frac{d^d \mathbf{q}}{(2\pi)^d} e^{i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)} \Phi_0(\mathbf{q}, \omega) \quad (2.7)$$

$$= \Theta(t) \frac{1}{(4\pi Dt)^{d/2}} \exp\left(-\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^2}{4Dt}\right) \quad (2.8)$$

En particulier, la probabilité  $P_{\text{cl}}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t)$  prend des valeurs non négligeables seulement dans un volume  $\Omega(t)$  tel que  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^2 \leq 4Dt$ , *i.e.* :

$$\Omega(t) \approx (Dt)^{d/2} \sim 1/P_{\text{cl}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, t) \quad (2.9)$$

où apparaît la probabilité de retour à l'origine après un temps de diffusion  $t$  dans le milieu :  $P_{\text{cl}}(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_0, t)$ . Nous allons voir dans le paragraphe suivant que celle-ci joue un rôle tout particulier dans le cadre d'une description quantique du transport dans le milieu.

### 2.1.1.2 Correction quantique

Dans le second terme de l'expression 2.2, la plupart des termes s'annulent du fait du moyennage sur le désordre. Les termes restants correspondent à des séquences de collisions particulières, où les phases peuvent s'annuler deux à deux bien que les trajectoires de collisions soient différentes. Un exemple de ce type de trajectoire est représenté Fig. 2.1.c. Il s'agit de trajectoires de type *diffuson*, habillées par des boucles fermées où les propagateurs sont orientés dans des sens opposés, appelées *coopérons*.

Chacun de ces termes donne lieu à une interférence constructive, ayant pour conséquence une réduction de la constante de diffusion du milieu :

$$D = D_0 - \delta D \quad (2.10)$$

Ce phénomène, appelée *localisation faible*, a été largement étudié expérimentalement (*e.g.* sur des films métalliques fins [161, 162], avec de la lumière [163–165], ou même, plus récemment, avec des ondes sismiques [166]).

Pour se faire une idée de la correction apportée à la constante de diffusion, nous évaluons le poids relatif de cette correction à partir de la probabilité de croisement de deux diffusons (qui donnent naissance à un coopéron), noté  $P_{\times}$ . On peut alors écrire qualitativement [158] :

$$\frac{\delta D}{D_0} \propto P_{\times} \quad (2.11)$$

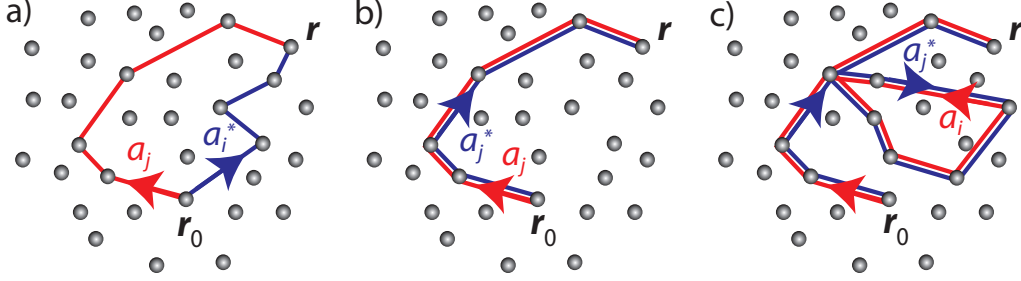


FIGURE 2.1: Trajectoires de diffusion à prendre en compte dans la caractérisation du transport quantique à l'échelle mésoscopique. a) Chemin de diffusion présentant un déphasage relatif non nul. Les termes de ce type s'annulent par moyennage sur le désordre. b) Chemin de diffusion de type diffuson contribuant à la description classique du transport. c) Chemin de diffusion comportant une boucle de type coopéron contribuant au phénomène de localisation.

Entre les instants  $t$  et  $t + dt$ , cette probabilité de croisement est de l'ordre du rapport entre le volume parcouru par un diffuson pendant la durée  $dt$  et le volume accessible à l'instant  $t$  :

$$dp_{\times} = \frac{V_{\text{diffuson}}(dt)}{\Omega(t)} \quad (2.12)$$

Si l'on considère que le diffuson est un objet effectif de diamètre  $\lambda_{\text{dB}}$ , *i.e.* de section  $\lambda_{\text{dB}}^{d-1}$ , qui parcourt en un temps  $dt$  une distance  $vdt$ , on peut alors écrire [158, 159] :

$$V_{\text{diffuson}}(dt) \approx \lambda_{\text{dB}}^{d-1} v dt \sim \frac{dt}{\hbar N_0} \quad (2.13)$$

où  $N_0$  est la densité d'état d'une particule libre en dimension  $d$  :  $N_0(E_k) = \frac{S_d}{(2\pi)^d} \frac{mk^{d-2}}{\hbar^2}$ ,  $S_d$  étant l'aire de la sphère unité en dimension  $d$ .

Finalement, la probabilité de croisement de deux diffusons s'écrit :

$$P_{\times} = \int dp_{\times} = \int_0^{+\infty} \frac{V_{\text{diffuson}}(dt)}{\Omega(t)} \quad (2.14)$$

$$\sim \frac{1}{\hbar N_0} \int_0^{+\infty} dt P_{\text{cl}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, t) \quad (2.15)$$

$$\sim \frac{1}{\hbar N_0} P_{\text{cl}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \omega = 0) \quad (2.16)$$

où  $P_{\text{cl}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \omega)$  est la transformée de Fourier temporelle de la probabilité de retour à l'origine après diffusion classique dans le milieu. En utilisant l'équation 2.7, on a :

$$\frac{\delta D}{D_0} \propto \frac{1}{\hbar N_0} \int \frac{d^d \mathbf{q}}{(2\pi)^d} e^{iq(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)} \frac{1}{-i0 + D_0 \mathbf{q}^2} \quad (2.17)$$

On peut ainsi interpréter la formule exacte suivante, donnant les corrections de localisation faible, au premier ordre de perturbation [158] :

$$D = D_0 - \frac{D_0}{\pi \hbar N_0} \int \frac{d^d \mathbf{q}}{(2\pi)^d} \frac{1}{-i0 + D_0 \mathbf{q}^2} \quad (2.18)$$

Cette correction correspond à l'état stationnaire ( $t \rightarrow \infty$ , *i.e.*  $\omega \rightarrow 0$ ). Elle peut être généralisée aux temps arbitraires en écrivant l'équation sous la forme fréquentielle :

$$D(\omega) = D_0 - \frac{D_0}{\pi \hbar N_0} \int \frac{d^d \mathbf{q}}{(2\pi)^d} \frac{1}{-i\omega + D_0 \mathbf{q}^2} \quad (2.19)$$

Aux temps courts, on retrouve ainsi la constante de diffusion classique :  $D(\omega \rightarrow \infty) = D_0$ .

### 2.1.2 Théorie auto-cohérente de la localisation

Dans le développement précédent, nous avons considéré que le transport au sein des boucles se faisait avec la constante de diffusion non perturbée  $D_0$ , *i.e.* qu'il n'y avait que des boucles simples. En réalité, la correction de localisation faible nécessite la prise en compte de l'ensemble des trajectoires qui donnent lieu à des interférences constructives.

La *théorie auto-cohérente* (ou *self-consistent*) consiste à resommer une partie de ces termes en habillant de boucles les boucles, *i.e.* à considérer l'ensemble des trajectoires comportant des boucles imbriquées les unes dans les autres. En pratique, cela revient à écrire l'équation 2.19 en remplaçant  $D_0$  par  $D(\omega)$  dans le terme correctif :

$$D(\omega) = D_0 - \frac{D(\omega)}{\pi \hbar N_0} \int \frac{d^d \mathbf{q}}{(2\pi)^d} \frac{1}{-i\omega + D(\omega) \mathbf{q}^2} \quad (2.20)$$

Cette expression n'est pas rigoureusement justifiée, mais elle rend compte de nombreux phénomènes prédits par d'autres théories, et observés aussi bien numériquement qu'expérimentalement.

En particulier, aux temps longs, l'expression 2.20 peut conduire à l'annulation du coefficient de diffusion  $D(\omega \rightarrow 0) = 0$ , de sorte que le milieu devienne isolant. Il s'agit du phénomène de *localisation forte*, aussi appelé *localisation d'Anderson*.

Le phénomène étant lié à l'existence de boucles fermées dans une marche aléatoire, le théorème de Pólya [167] s'applique et prédit une dimension critique  $d = 2$  au-delà de laquelle la diffusion n'est plus récurrente<sup>1</sup>. Il n'est donc pas surprenant que l'apparition de la localisation forte dépende de façon critique de la dimension du système. En particulier, à une dimension, nous allons voir que la localisation forte a lieu pour un désordre arbitrairement faible. À trois dimensions, au contraire, il y a un seuil à atteindre avant de pouvoir observer la localisation forte : ce seuil correspond à la *transition d'Anderson*.

**Cas  $d = 1$**  À une dimension, l'équation 2.20 s'écrit sous la forme :

$$D(\omega) = D_0 - \frac{\hbar}{2m} \sqrt{\frac{D(\omega)}{-i\omega}} \quad (2.21)$$

1. *i.e.* partant d'un point, on est sûr de revenir à ce point à un instant ultérieur.

Cette équation se résout facilement, et on obtient [168] :

$$\frac{D(\omega)}{D_0} = \frac{\sqrt{1 - 16i\omega l_B^2/D_0} - 1}{\sqrt{1 - 16i\omega l_B^2/D_0} + 1} \quad (2.22)$$

À la limite des temps longs, on a :  $D(\omega \rightarrow 0) \sim -4i\omega l_B^2$ . Le système est alors localisé et on peut écrire la probabilité de diffusion quantique sous la forme :

$$P(\mathbf{q}, \omega \rightarrow 0) = \frac{1}{-i\omega} \frac{1}{1 + 4l_B^2 q^2} \quad (2.23)$$

soit dans l'espace réel :

$$P(\mathbf{r}, t \rightarrow \infty) \propto \exp\left(-\frac{|\mathbf{r}|}{2l_B}\right) \quad (2.24)$$

ce qui correspond à une longueur de localisation<sup>2</sup>  $\xi_{1D} = 4l_B$ , directement proportionnelle au libre parcours moyen de transport<sup>3</sup>.

**Cas  $d = 3$**  Dans ce cas, l'équation 2.20 présente une divergence pour  $q \rightarrow \infty$ . Afin de la régulariser, on place une limite supérieure à l'intégrale :  $q_{\max} = 1/l_B$  [160]. Elle s'écrit alors sous la forme :

$$\frac{D(\omega)}{D_0} - \frac{3}{2(kl_B)^2} \sqrt{\frac{-i\omega l_B^2}{D(\omega)}} = 1 - \frac{3}{\pi(kl_B)^2} \quad (2.25)$$

Dans ce cas, la limite  $\omega \rightarrow 0$  (*i.e.*  $t \rightarrow \infty$ ) dépend du signe du terme de droite de l'équation 2.25 :

- Pour un désordre faible ( $kl_B > \sqrt{3/\pi}$ ), le système se comporte toujours de manière diffusive. La constante de diffusion est cependant réduite :

$$D = D_0 \left(1 - \frac{3}{\pi(kl_B)^2}\right) \quad (2.26)$$

- Pour un désordre fort ( $kl_B < \sqrt{3/\pi}$ ), on obtient  $D(\omega \rightarrow 0) = 0$ , ce qui correspond au régime localisé. L'équation 2.25 nous permet d'obtenir directement l'expression de la longueur de localisation :

$$\xi_{3D} = \frac{3l_B}{2(3/\pi - k^2 l_B^2)} \quad (2.27)$$

---

2. Dans ce manuscrit, on appelle longueur de localisation la longueur caractéristique de la décroissance de l'amplitude des fonctions d'ondes. Notons toutefois qu'il existe des définitions reposant sur la longueur caractéristique de la décroissance de la densité atomique  $n(\mathbf{r})$ , pouvant occasionner des différences d'un facteur 2 par rapport à certaines références.

3. Le résultat obtenu ici correspond bien au résultat exact pour la longueur de localisation [169], qui correspond à la **décroissance typique** de l'amplitude de la fonction d'onde. Il faut cependant noter qu'il s'agit ici d'une coïncidence [160], étant donné que la théorie auto-cohérente ne permet pas de décrire les fluctuations importantes du régime localisé, et décrit par conséquent la **décroissance moyenne** de l'amplitude de la fonction d'onde.



On retrouve ici le *critère de Ioffe-Regel*  $kl_B \sim 1$ , qui donne la position approximative du seuil de la transition d'Anderson (*mobility-edge*). On en déduit en particulier l'énergie critique associée à la transition d'Anderson :  $E_c \sim \hbar^2/2ml_B^2$ .

La divergence de la longueur de localisation à proximité du seuil de la transition est caractéristique d'une transition de phase du second ordre. On peut par conséquent définir des exposants critiques qui traduisent le comportement des paramètres physiques pertinents au voisinage de la transition, à savoir la constante de diffusion d'une part et la longueur de localisation d'autre part :

$$\begin{cases} D(E) \sim |E - E_c|^s \\ \xi_{3D}(E) \sim |E - E_c|^{-\nu} \end{cases} \quad (2.28)$$

D'après les expressions 2.26 et 2.27, la théorie auto-cohérente de la localisation prédit pour ces exposants  $\nu = s = 1$  [158]. Ce résultat est à mettre en balance avec d'une part les résultats numériques obtenus sur le modèle d'Anderson ( $\nu = 1,57 \pm 0,02$ ) [170], et d'autre part avec les expériences réalisées soit avec des ondes lumineuses ( $\nu = 0,45 \pm 0,10$ ) [171] soit avec des atomes froids via une mesure indirecte dans l'espace des impulsions ( $\nu = 1,4 \pm 0,3$ ) [49]. Par ailleurs, une théorie récente adaptée de la théorie auto-cohérente donne une valeur  $\nu = 1,5$  [52]. Celle-ci est en très bon accord avec à la fois les résultats numériques [51] et expérimentaux récents [49]. L'expérience en cours, et décrite dans ce manuscrit § 2.4, pourrait apporter un éclairage nouveau sur la question grâce à une observation directe du phénomène.

En conclusion, nous avons développé ici les résultats de la théorie auto-cohérente de la localisation. En particulier, nous avons obtenu les longueurs de localisation dans les cas  $d = 1$  et  $d = 3$ , en fonction d'une longueur caractéristique du problème : le libre parcours moyen de transport  $l_B$  (Eq. 2.27). La calcul de celui-ci requiert la connaissance des propriétés statistiques du potentiel désordonné dans lequel les atomes évoluent. C'est l'objectif de la partie qui suit.

## 2.2 Localisation d'Anderson d'atomes froids dans un désordre corrélé

Un des principaux intérêts de l'utilisation des atomes froids pour étudier la localisation d'Anderson tient au fait que le potentiel désordonné dans lequel évoluent les atomes peut être contrôlé. Plusieurs méthodes permettent de créer des potentiels de ce type :

- Un réseau peut être perturbé par la présence aléatoire d'atomes d'une autre espèce dans les différents puits [172, 173]. Ceux-ci jouent alors le rôle des lacunes dans les systèmes condensés et viennent perturber la conduction dans le réseau.
- L'utilisation de réseaux optiques bichromatiques, dont les fréquences sont choisies dans des proportions irrationnelles (*i.e.* incommensurables) de telle

- sorte que les atomes se propagent dans un réseau dont les profondeurs sont aléatoires d'un puits à l'autre. La dynamique des atomes dans ce *pseudo-désordre* est décrite par le modèle d'Aubry-André [45] et présente une transition de phase entre un régime diffusif et un régime localisé au sens d'Anderson, même dans le cas unidimensionnel. Celle-ci a pu être observée dans le groupe de Massimo Inguscio [46].
- L'utilisation d'une figure de *tavelures optiques* (ou encore *speckle*) [37–40]. Le potentiel obtenu est alors un *vrai désordre* dans le sens où il contient un spectre continu de fréquences spatiales. C'est cette méthode que nous utilisons et que nous allons décrire dans ce paragraphe.

### 2.2.1 Génération d'un potentiel désordonné à l'aide d'une figure de speckle

Un champ d'intensité aléatoire est obtenu en faisant traverser un milieu diffusant (*i.e.* une lame dont l'épaisseur varie aléatoirement) à un faisceau de lumière (Fig. 2.2). La diffraction des différentes ondes issues de ce diffuseur donne lieu à des interférences que l'on peut regarder à l'infini, dans le plan focal d'une lentille. L'ouverture numérique du système optique permettant d'obtenir le speckle est d'une importance capitale, puisqu'elle détermine le spectre des fréquences spatiales  $C(\mathbf{k})$  des variations d'intensité, c'est à dire des variations du potentiel auquel sont soumis les atomes. Nous verrons au § 2.2.3.3 que celui-ci intervient directement dans l'expression du libre parcours moyen de transport  $l_B$  des atomes qui diffusent dans le milieu et nous allons le calculer ici.

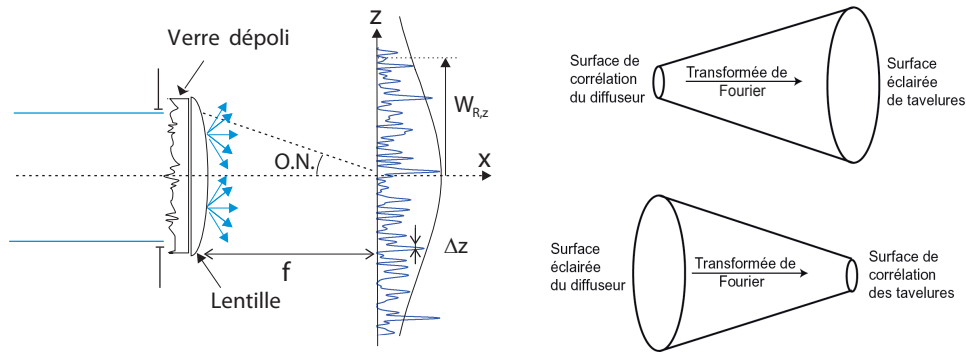


FIGURE 2.2: Principe d'obtention d'un champ de speckle par transmission à travers un verre dépoli. La figure de speckle est obtenue dans le régime de diffraction de Fraunhofer, *i.e.* dans le plan focal d'une lentille convergente. La taille minimale des grains de speckle obtenus dépend de l'ouverture numérique du système optique, et l'extension du champ de speckle, de l'angle de diffusion des diffuseurs.

**Modélisation** Considérons la diffusion d'une onde plane d'amplitude  $a_0$  à travers un verre dépoli d'épaisseur variable  $\delta e(\alpha, \beta)$ . L'amplitude juste après le

diffuseur est donnée par :

$$a(\alpha, \beta) = a_0 e^{i\delta\phi(\alpha, \beta)} \text{ avec } \delta\phi(\alpha, \beta) = \frac{2\pi}{\lambda} (n-1) \delta e(\alpha, \beta) \quad (2.29)$$

Afin d'obtenir une amplitude parfaitement aléatoire, la variable aléatoire  $\delta\phi(\alpha, \beta)$  doit pouvoir prendre ses valeurs dans l'ensemble  $[-\pi, \pi]$ . Cette condition, dite de *speckle pleinement développé*, requiert un diffuseur suffisamment rugueux. Les diffuseurs utilisés sur cette expérience satisfont ce critère.

La lumière diffusée est récoltée par une lentille convergente de focale  $f$ . L'amplitude obtenue au point  $(x = f, y, z)$  du plan focal de la lentille est alors donnée par l'intégrale de Fraunhofer [174] :

$$A(x = f, y, z) = \frac{e^{i\frac{k}{2f}(y^2+z^2)}}{\lambda f} \int d\alpha d\beta a(\alpha, \beta) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f}(y\alpha+z\beta)} \quad (2.30)$$

**Répartition d'intensité** Les verres dépolis utilisés pour générer les fluctuations de phase sont caractérisés par une fonction de corrélation  $C_{\text{diffuseur}}(\alpha, \beta) = \langle a(0, 0) a^*(\alpha, \beta) \rangle$ . Cette fonction a une largeur qui correspond au rayon de corrélation du diffuseur  $r_c$  (*i.e.* à la taille d'un grain de diffuseur). L'éclairement moyen dans le plan focal d'une lentille de focale  $f$  s'écrit alors :

$$\langle |A(x = f, y, z)|^2 \rangle \propto \int d\alpha d\beta C_{\text{diffuseur}}(\alpha, \beta) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda f}(y\alpha+z\beta)} \quad (2.31)$$

En pratique, les diffuseurs que nous utilisons dans la suite sont réalisés de manière à donner une répartition d'intensité gaussienne dans le plan focal d'une lentille, de largeur à mi-hauteur  $f\theta_{\text{FWHM}}$  (avec  $\theta_{\text{FWHM}} = \lambda/r_c$ ), ce qui correspond à un waist  $w = f\theta_{\text{FWHM}}/\sqrt{2\ln 2}$ .

**Distribution d'intensité** Il s'agit d'une somme continue de variables aléatoires pour laquelle le théorème de la limite centrale s'applique. On en déduit une loi de probabilité gaussienne pour l'amplitude. L'intensité de l'onde diffractée a par conséquent une distribution exponentielle [174] :

$$P(I) = \frac{1}{\langle I \rangle} e^{-\frac{I}{\langle I \rangle}} \quad (2.32)$$

avec  $\langle I \rangle = \sigma_I$ . En particulier, le contraste  $C = \sigma_I/\langle I \rangle = 1$  est toujours maximum. D'après l'équation 1.39, l'amplitude moyenne  $V_R$  du potentiel désordonné est directement liée à  $\langle I \rangle$  :

$$V_R = \frac{\hbar\Gamma^2\langle I \rangle}{8\tilde{\delta}I_{\text{sat}}} \quad (2.33)$$

**Corrélations spatiales** Au-delà de la détermination de cette intensité moyenne, il nous importe de pouvoir contrôler les propriétés statistiques spatiales du potentiel désordonné, c'est à dire de la répartition de puissance de la figure de

tavelures. À partir de l'expression 2.30, on peut déterminer sa fonction de corrélation en amplitude [174] :

$$\Gamma_A(\delta x, \delta y, \delta z) = \langle A(0, 0, 0)A^*(\delta x, \delta y, \delta z) \rangle \quad (2.34)$$

$$= \int d\alpha d\beta I(\alpha, \beta) \frac{f(f + \delta x)}{r^2 r'^2} \exp(-ik(r - r')) \quad (2.35)$$

avec  $r = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + f^2}$  et  $r' = \sqrt{(f + \delta x)^2 + (\alpha - \delta y)^2 + (\beta - \delta z)^2}$ . En particulier, dans le cadre de l'approximation paraxiale, on a les expressions simplifiées suivantes pour les fonctions de corrélation transverse et longitudinale :

$$\begin{cases} \Gamma_{A,\perp}(\delta y, \delta z) = \int d\alpha d\beta I(\alpha, \beta) e^{-i\frac{k}{f}(\alpha\delta y + \beta\delta z)} \\ \Gamma_{A,\parallel}(\delta x) = \int d\alpha d\beta I(\alpha, \beta) e^{i\frac{k\delta x}{2f^2}(\alpha^2 + \beta^2)} \end{cases} \quad (2.36)$$

Le potentiel dipolaire ne dépendant que de l'intensité optique, on s'intéresse particulièrement à la fonction de corrélation en intensité  $\Gamma_I(\delta\mathbf{r}) = \langle I(\mathbf{r})I(\mathbf{r} + \delta\mathbf{r}) \rangle$ . L'amplitude étant une variable aléatoire gaussienne, le théorème de Wick s'applique et donne :

$$\Gamma_{\delta I}(\delta\mathbf{r}) = \Gamma_I(\delta\mathbf{r}) - \Gamma_I(0) = \langle I \rangle^2 \left| \frac{\Gamma_A(\delta\mathbf{r})}{\Gamma_A(0)} \right|^2 \quad (2.37)$$

- Dans le cas d'une **ouverture rectangulaire**, de dimensions  $D_y$  et  $D_z$ , on a :

$$\begin{cases} \Gamma_{\delta I,\perp}(\delta y, \delta z) = \langle I \rangle^2 \text{sinc}^2\left(\frac{\pi D_y}{\lambda f} \delta y\right) \text{sinc}^2\left(\frac{\pi D_z}{\lambda f} \delta z\right) \\ \Gamma_{\delta I,\parallel}(\delta x) = \langle I \rangle^2 g\left(\frac{D_y^2}{\lambda f^2} \delta x\right) g\left(\frac{D_z^2}{\lambda f^2} \delta x\right) \end{cases} \quad (2.38)$$

où  $g(u) = \frac{2}{u} \left( C^2\left(\sqrt{\frac{u}{2}}\right) S^2\left(\sqrt{\frac{u}{2}}\right) \right)$  fait intervenir les fonctions cosinus intégral  $C$  et sinus intégral  $S$ .

- Dans le cas d'une **ouverture circulaire** de diamètre  $D$ , la fonction de corrélation en intensité est donnée par :

$$\begin{cases} \Gamma_{\delta I,\perp}(\delta y, \delta z) = \langle I \rangle^2 \left[ \left| \frac{2\lambda f}{\pi D \sqrt{\delta y^2 + \delta z^2}} J_1\left(\frac{\pi D \sqrt{\delta y^2 + \delta z^2}}{\lambda f}\right) \right|^2 \right] \\ \Gamma_{\delta I,\parallel}(\delta x) = \langle I \rangle^2 \text{sinc}^2\left(\frac{D^2 \delta x}{8\lambda f^2}\right) \end{cases} \quad (2.39)$$

où  $J_1$  est la fonction de Bessel de première espèce.

Dans les deux cas décrits précédemment, on peut définir une taille minimale transverse pour les *grains* de speckle, donnée par  $\Delta y = \Delta z = \lambda/2\text{O.N.}$ , et qui correspond à la limite de diffraction. Il s'agit du rayon d'autocorrélation du désordre (*i.e.* la *taille d'un grain* de speckle, cf. Fig. 2.3). Dans la direction longitudinale, on a  $\Delta x = 2\lambda/\text{O.N.}^2$ ; on retrouve naturellement la longueur de Rayleigh.

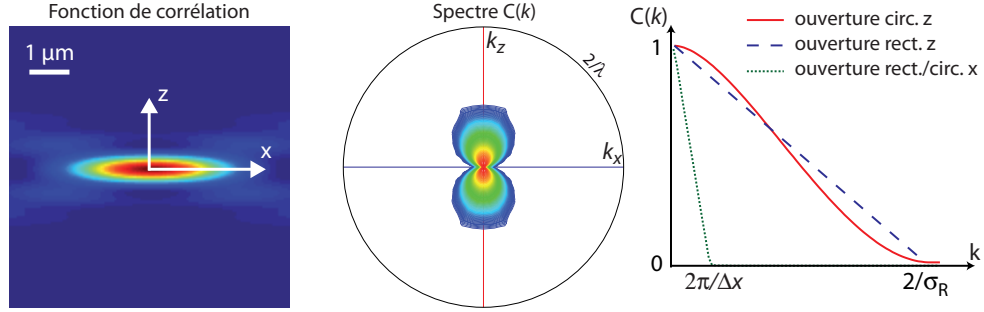


FIGURE 2.3: Fonction de corrélation en intensité  $\Gamma_I$  et spectre radial des fréquences spatiales pour une ouverture circulaire de  $O.N. = 0,5$ , dans le plan  $xz$ ,  $x$  étant l'axe de propagation du faisceau. La fréquence maximale accessible est  $2/\lambda$  pour deux faisceaux contra-propageants. À droite, spectre des fréquences spatiales  $C(k)$  du potentiel désordonné créé par une figure de tavelures selon l'axe transverse et l'axe de propagation, pour une ouverture circulaire  $\varnothing D$  et une ouverture carré, de dimension  $D_x = D_y = D$  (les spectres selon l'axe  $x$  sont pratiquement identiques).

**Spectre des fréquences spatiales du désordre** Le spectre du désordre dans une direction transverse à la direction de projection du speckle est alors donné par le théorème de Wiener-Khintchine. Par exemple, dans le cas d'une ouverture rectangulaire (telle qu'utilisée dans l'expérience à une dimension § 2.3), le spectre des fréquences dans la direction transverse s'écrit [174] :

$$C(k) = \langle I \rangle^2 \pi \sigma_R \left( 1 - \frac{k \sigma_R}{2} \right) \Theta \left( 1 - \frac{k \sigma_R}{2} \right) \quad (2.40)$$

où  $k_c = 2\sigma_R^{-1} = 2\pi/\Delta z$  est une fréquence de coupure qui correspond à la limite de diffraction. Si la détermination précise du spectre dépend de la forme de l'éclairement sur le dépoli, la fréquence de coupure est quant à elle très robuste et ne dépend que de l'ouverture numérique. En effet, au contraire d'un désordre idéal, une figure de tavelures ne peut contenir de fréquences spatiales qui ne sauraient être résolues optiquement, on parle alors de *désordre corrélé*.

Cette fréquence de coupure est particulièrement importante dans le cas de la localisation d'Anderson, et nous verrons au § 2.3.4.2 qu'à une dimension, elle donne naissance à des seuils de mobilité effectifs.

## 2.2.2 Seuil de percolation dans un speckle

Dans la suite, on considère une onde de matière qui diffuse dans un potentiel désordonné généré par une telle figure de speckle. Si l'amplitude du désordre est trop grande par rapport à l'énergie de l'onde de matière, celle-ci peut être piégée classiquement : on parle de *seuil de percolation*. Ce piégeage classique est évidemment à éviter pour observer la localisation d'Anderson. La position de ce seuil de percolation dépend à la fois du type de désordre considéré, et de la dimension du système. Pour un potentiel désordonné généré par une figure de speckle, les résultats sont les suivants :

- À une dimension, le piégeage classique par des barrières uniques du désordre générées par une figure de speckle est toujours possible [38–40,175–177]. La probabilité pour une barrière de potentiel d'avoir une amplitude  $V$  supérieure à  $E_k^{\max}$  est, d'après l'équation 2.32,  $p(V > E_k^{\max}) \sim \exp(-E_k^{\max}/V_R)$ . De manière à limiter cette possibilité, il est nécessaire que l'énergie des atomes soit très supérieure à l'amplitude du désordre, *i.e.* :  $V_R \ll E_k^{\max}$ .
- À deux dimensions, il est possible de se propager dans un potentiel même si certaines rugosités sont d'amplitude supérieure à l'énergie cinétique des atomes. Le seuil de percolation est calculé pour un potentiel généré par un speckle dans [178] :  $V_R \sim 0,5E_k^{\max}$ .
- À trois dimensions, et pour un speckle parfaitement isotrope, créé au centre d'une sphère diffusante, la condition s'écrit, d'après S. Pilati *et al.* [179] :  $E_k^{\max} \sim 0,0005V_R$ . Par conséquent, cette condition ne devrait pas poser de problème particulier en vue de notre réalisation expérimentale.

### 2.2.3 Calcul de la longueur de diffusion

Dans ce paragraphe, nous calculons les longueurs de Boltzmann  $l_B$  qui correspondent à la diffusion dans un potentiel désordonné corrélé et qui vont nous permettre d'exprimer les longueurs de localisation en fonction des propriétés statistiques du potentiel (cf. § 2.1.2). Nous allons utiliser la *règle d'or de Fermi* pour calculer la "décroissance" d'un état  $|k\rangle$  couplé à un continuum d'états  $|k'\rangle$  par le potentiel désordonné. Nous appliquerons ensuite ce résultat au cas d'un désordre généré par un speckle à une dimension et à trois dimensions.

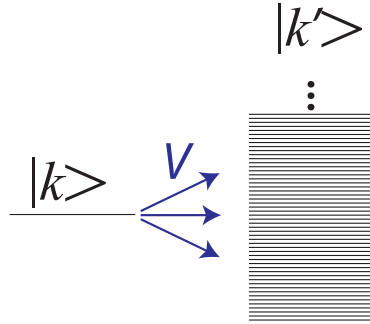


FIGURE 2.4: État  $|k\rangle$  couplé au continuum d'états  $|k'\rangle$  par l'intermédiaire du potentiel désordonné  $V$ .

#### 2.2.3.1 Condition de désordre faible

Les calculs perturbatifs sur lesquels s'appuient la plupart des prédictions théoriques présentées dans ce manuscrit nécessitent que la phase accumulée sur chacune des rugosités du potentiel (pendant un temps  $\Delta t$ , correspondant au parcours de la distance  $\Delta z$  à la vitesse  $v = \hbar k/m$ ) soit petite, *i.e.* :

$$\int_{\Delta t} dt \frac{V(\mathbf{r}(t))}{\hbar} \ll 1 \quad (2.41)$$

Cette condition quantique s'écrit pour une onde de matière d'énergie  $E_k = \hbar^2 k^2 / 2m$  sous la forme [180] :

$$\Delta = \frac{V_R^2}{E_R E_k} \ll 1 \text{ avec } E_R = \hbar^2 / m \sigma_R^2 \quad (2.42)$$

Un désordre respectant cette condition est appelé un *désordre faible*. Il est alors possible de réaliser un développement de perturbation en  $\Delta$  ou bien un développement dans le formalisme de phase [41, 181]. Dans la suite, nous présentons un développement permettant de retrouver l'essentiel des résultats qui nous seront utiles à partir de la règle d'or de Fermi.

### 2.2.3.2 Libre parcours moyen élastique

À partir de la règle d'or de Fermi, nous pouvons calculer le taux de collisions dans le potentiel désordonné, et donc le libre parcours moyen élastique  $l_s$  [160]. Pour une onde de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$ , on a :

$$l_s(k) = \frac{\hbar k}{m \Gamma_{\mathbf{k}}} \quad (2.43)$$

avec,

$$\Gamma_{\mathbf{k}} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\mathbf{k}'} |\langle \mathbf{k}' | V | \mathbf{k} \rangle|^2 \delta(E_{\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}'}) \quad (2.44)$$

• Le terme de conservation de l'énergie fait apparaître la densité d'état final  $N_0(E_{\mathbf{k}})$  :

$$\delta(E_{\mathbf{k}} - E_{\mathbf{k}'}) = N_0(E_{\mathbf{k}}) \delta(k - k') = \frac{S_d}{(2\pi)^d} \frac{m k^{d-2}}{\hbar^2} \delta(k - k') \quad (2.45)$$

où  $S_d$  représente la surface de la sphère unité en dimension  $d$ .

• Pour calculer le recouvrement des fonctions d'onde  $\langle \mathbf{k}' | V | \mathbf{k} \rangle$ , on considère une boîte de quantification de longueurs  $L$ , de volume  $L^d$ . Les fonctions d'ondes à l'intérieur de la boîte s'écrivent alors  $|\mathbf{k}_L\rangle = e^{i\mathbf{k}_L \cdot \mathbf{r}} / L^{d/2}$ , et les vecteurs d'ondes sont quantifiés :  $\mathbf{k}_L = \sum_{j=1,d} \frac{2\pi n_j}{L} \mathbf{e}_j$ . On a alors :

$$\Gamma_{\mathbf{k}} = \lim_{L \rightarrow +\infty} \left[ \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\mathbf{k}'_L} \frac{1}{L^{2d}} \left| \int_{|\mathbf{r}| \leq L} e^{i(\mathbf{k} - \mathbf{k}'_L) \cdot \mathbf{r}} V(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right|^2 N_0(E_{\mathbf{k}}) \delta(k - k') \right] \quad (2.46)$$

À la limite où  $L \rightarrow \infty$ , on peut écrire  $\sum_{\mathbf{k}'_L} = \frac{L^d}{(2\pi)^d} \int d\mathbf{k}'$  et faire ensuite passer la limite dans l'intégrale :

$$\Gamma_{\mathbf{k}} = \frac{2\pi}{\hbar} N_0(E_{\mathbf{k}}) \int \frac{d\mathbf{k}'}{(2\pi)^d} \left( \lim_{L \rightarrow +\infty} \frac{1}{L^d} \left| \int_{|\mathbf{r}| \leq L} e^{i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}} V(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right|^2 \right) \delta(k - k') \quad (2.47)$$

Or d'après le théorème de Wiener-Khintchine<sup>4</sup>, on a :

$$\lim_{L \rightarrow +\infty} \frac{1}{L^d} \left| \int_{|\mathbf{r}| \leq L} e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{r}} V(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \right|^2 = C(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \quad (2.48)$$

On obtient alors :

$$\Gamma_{\mathbf{k}} = \frac{S_d m k^{d-2}}{(2\pi)^{d-1} \hbar^3} \int \frac{d\mathbf{k}'}{(2\pi)^d} C(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \delta(k - k') \quad (2.49)$$

$$= \frac{m k^{d-2}}{(2\pi)^{d-1} \hbar^3} \int d\Omega C(2k \sin(\frac{\theta}{2})) \quad (2.50)$$

où l'intégrale porte sur l'ensemble de la sphère unité et  $\theta = \widehat{(\mathbf{k}, \mathbf{k}')}$  est l'angle de diffusion, représenté Fig. 2.5.

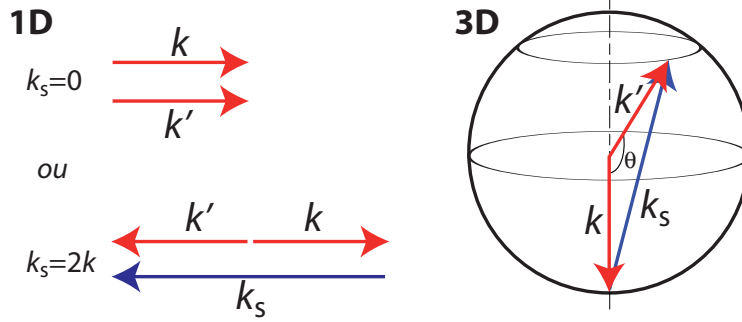


FIGURE 2.5: Schéma représentant la diffusion d'angle  $\theta$ , de  $\mathbf{k}$  vers  $\mathbf{k}'$  à une et trois dimensions. Le vecteur  $\mathbf{k}_s$  a une longueur  $k_s = 2k \sin(\theta/2)$  correspondant à une fréquence du potentiel désordonné (i.e. à une composante du spectre  $C(k_s)$ ). À une dimension,  $k_s \in \{0, 2k\}$ .

### 2.2.3.3 Libre parcours moyen de transport

Afin de quantifier l'anisotropie du transport dans le potentiel désordonné, on introduit le libre parcours moyen de transport, noté  $l_B$ . Pour cela, on prend en compte l'angle de diffusion  $\theta$ , de sorte que  $l_B$  représente la longueur caractéristique au-delà de laquelle la mémoire de la direction de propagation est perdue :

$$l_B(\mathbf{k}) = f(\mathbf{k}) l_s(\mathbf{k}) \quad (2.51)$$

avec  $f$ , le *facteur d'anisotropie*, définit par :

$$f(\mathbf{k}) = (1 - \langle \cos(\theta) \rangle)^{-1} \quad (2.52)$$

$$= \left( 1 - \frac{\int d\Omega \cos(\theta) C(2k \sin(\frac{\theta}{2}))}{\int d\Omega C(2k \sin(\frac{\theta}{2}))} \right)^{-1} \quad (2.53)$$

4. Les potentiels aléatoires utilisés ici ont la propriété d'être quasiment auto-moyennants [177].



En particulier, si la diffusion est isotrope, alors  $f(\mathbf{k}) = 1$  et  $l_B = l_s$ .

Nous allons désormais calculer ce libre parcours moyen dans le cas unidimensionnel, pour un speckle éclairé par une ouverture rectangulaire, et dans le cas tridimensionnel, pour un speckle isotrope généré au cœur d'une sphère diffusante.

**Cas  $d = 1$**  Dans le cas unidimensionnel, l'équation 2.50 s'écrit :

$$\Gamma_k = \frac{m}{\hbar^3 k} (C(2k) + C(0)) \quad (2.54)$$

On en déduit directement le libre parcours moyen élastique à partir de la relation 2.43 :

$$l_s(k) = \frac{\hbar^4 k^2}{m^2 (C(2k) + C(0))} \quad (2.55)$$

D'après l'équation 2.53, le facteur d'anisotropie vaut dans le cas  $d = 1$  :

$$f(\mathbf{k}) = \frac{C(2k) + C(0)}{2C(2k)} \quad (2.56)$$

On obtient alors :

$$l_B(k) = \frac{\hbar^4 k^2}{2m^2 C(2k)} \quad (2.57)$$

Enfin, la longueur de localisation à une dimension est telle que  $\xi_{1D} = 4l_B$  (cf. § 2.1.2). Elle s'écrit par conséquent :

$$\xi_{1D}(k) = \frac{2\hbar^4 k^2}{m^2 C(2k)} \quad (2.58)$$

Pour l'expérience réalisée à une dimension, on va considérer un speckle généré par un diffuseur éclairé avec une ouverture rectangulaire. Son spectre est donné par l'équation 2.40 :

$$C(k) = V_R^2 \pi \sigma_R \left(1 - \frac{k\sigma_R}{2}\right) \Theta\left(1 - \frac{k\sigma_R}{2}\right) \quad (2.59)$$

On a ainsi, pour  $k\sigma_R < 1$  :

$$\xi_{1D}(k) = \frac{2\hbar^4 k^2}{\pi m^2 V_R^2 \sigma_R (1 - k\sigma_R)} = \frac{4\sigma_R}{\pi \Delta (1 - k\sigma_R)} \quad (2.60)$$

On retrouve ainsi le calcul donné par L. Sanchez-Palencia *et al.* [41]. En particulier, quand  $k\sigma_R \rightarrow 1$ , la longueur de localisation tend vers l'infini, au premier ordre de perturbation. P. Lugan *et al.* [182] et Gurevich *et al.* [183] ont montré par un calcul des ordres de perturbations supérieurs qu'en réalité, les ondes sont toujours localisées, mais les longueurs de localisation sont augmentées de plusieurs ordres de grandeur. Elles excèdent alors la taille typique des systèmes expérimentaux, si bien qu'on peut considérer qu'il s'agit d'un *seuil de mobilité effectif*. Nous reviendrons sur ce point au § 2.3.2.

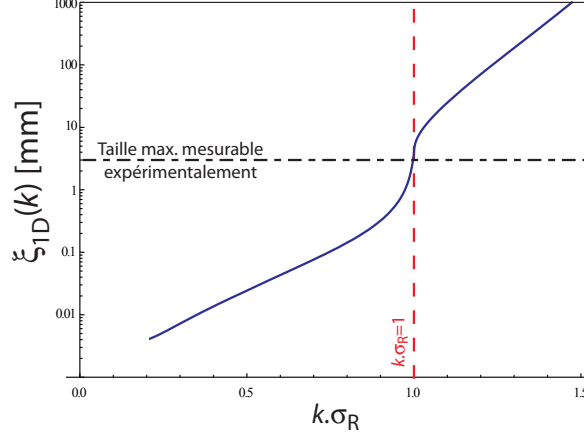


FIGURE 2.6: Évolution de la longueur de localisation  $\xi_{1D}(k)$  en fonction de  $k\sigma_R$ , pour  $\Delta = 0,09$  (correspondant aux expériences décrites au § 2.3.4), calculée par un développement au-delà de l'approximation de Born [182]. La ligne rouge pointillée indique la position d'un seuil de mobilité effectif.

**Cas  $d = 3$**  On considère que le désordre est généré par un speckle isotrope créé au centre d'une sphère diffusante. La fonction de corrélation de ce potentiel s'écrit alors [184] :

$$C(\mathbf{k}) = V_R^2 \frac{\pi^2 \sigma_R^2}{k} \Theta\left(1 - \frac{k\sigma_R}{2}\right) \quad (2.61)$$

L'équation 2.50 s'écrit, pour  $k\sigma_R < 1$  (de manière à pouvoir effectuer diffuser avec un angle  $\theta = \pi$ , cf. Fig. 2.5) :

$$\Gamma_{\mathbf{k}} = \frac{\pi V_R^2 m \sigma_R^2}{\hbar^3} \quad (2.62)$$

En utilisant la relation  $l_s = \hbar k / m \Gamma_{\mathbf{k}}$ , on obtient :

$$l_s(k) = \frac{\hbar^4 k}{\pi \sigma_R^2 V_R^2 m^2} = \frac{2}{\pi k \Delta} \quad (2.63)$$

Le facteur d'anisotropie associé à un tel potentiel, dans la situation où  $k\sigma_R < 1$ , vaut  $f(\mathbf{k}) = 2/3$  (cf. Eq. 2.53), de sorte que  $l_B = 3l_s/2$ .

On obtient alors :

$$l_B(k) = \frac{3}{\pi k \Delta} \quad (2.64)$$

En utilisant l'expression de la longueur de localisation 2.27, obtenue par la théorie auto-cohérente, on peut écrire :

$$\xi_{3D}(k) = \frac{1}{2k\Delta \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{\pi\Delta^2}\right)} \quad (2.65)$$

Dans le régime localisé,  $\Delta > \sqrt{3/\pi}$ , si bien que les longueurs de localisation sont de l'ordre de la longueur d'onde de de Broglie (cf. Fig. 2.7). Il faut cependant prendre ce résultat avec prudence étant donné que, puisque justement

$\Delta > 1$  dans le régime localisé, la condition de désordre faible<sup>5</sup> n'est donc plus vérifiée et le développement donné ici n'est *a priori* plus valable. Nous verrons au § 2.4.1 qu'un développement au delà de l'approximation de Born permet de mieux décrire le comportement attendu [185, 186].

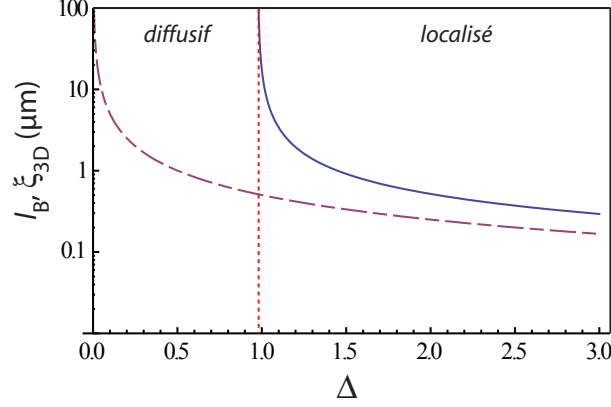


FIGURE 2.7: Évolution du libre parcours moyen de transport  $l_B$  (en trait semi-pointillé) et de la longueur de localisation  $\xi_{3D}$  (en trait continu) en fonction du paramètre de désordre  $\Delta$  pour une onde de matière d'énergie  $E_k/h = 200$  Hz.

### 2.2.3.4 Fonction spectrale

Le couplage entre le niveau  $|k\rangle$  et le continuum donne lieu à un élargissement  $\hbar\Gamma_k$  de la *fonction spectrale*  $A(k, \epsilon)$ , qui correspond à la probabilité de trouver un état d'énergie  $\epsilon$  parmi l'état d'impulsion  $\hbar k$ . Pour un désordre faible, celui-ci prend une forme de lorentzienne :

$$A(\mathbf{k}, \epsilon) = |\langle \epsilon | \mathbf{k} \rangle|^2 = \frac{\hbar\Gamma_k}{2\pi} \frac{1}{(\epsilon - E_k)^2 + (\frac{\hbar\Gamma_k}{2})^2} \quad (2.66)$$

**Cas  $d = 1$**  À une dimension, on peut observer la localisation forte même dans le cas d'un désordre faible ( $kl_s \gg 1$ ). On pratique, c'est même une nécessité afin d'éviter le piégeage classique (cf. § 2.2.2). Dans ce cas, l'élargissement spectral est négligeable :  $\hbar\Gamma_k \ll E_k$ . Dans la suite, on considérera par conséquent que :  $A_{1D}(k, \epsilon) = \delta(\epsilon - \hbar^2 k^2 / 2m)$ .

**Cas  $d = 3$**  À trois dimensions, au contraire, l'observation de la localisation d'Anderson requiert de se placer dans le régime de désordre fort. L'élargissement spectral ne peut alors plus être négligé, étant donné que  $\hbar\Gamma_k \sim E_c$ . Les conséquences de cet élargissement quant à la localisation d'un condensat de Bose-Einstein en expansion seront discutées au § 2.4. Nous verrons que cela change dramatiquement la physique de la localisation [186].

5. On remarquera que la condition de désordre faible  $\Delta \ll 1$  donnée ici correspond bien à la condition  $kl_s \gg 1$  donnée § 2.1, d'après l'équation 2.63.

## 2.3 Observation de la localisation d'Anderson à une dimension avec des atomes froids

Dans cette partie, nous décrivons l'expérience qui a permis la première observation directe de la localisation d'Anderson à une dimension (réalisée avant le déménagement au laboratoire de Palaiseau). Une description plus complète pourra être trouvée dans la thèse de J. Billy [93].

### 2.3.1 Localisation d'un condensat de Bose-Einstein en expansion

Jusqu'à présent, nous avons toujours considéré l'effet de la localisation sur une onde de matière d'énergie  $E_k$  fixée. En pratique, la source atomique que nous utilisons est un condensat de Bose-Einstein. Au cours des tous premiers instants de l'expansion, l'énergie d'interaction des atomes du condensat est convertie sous forme d'énergie cinétique (cf. § 1.1.5). La superposition d'ondes de matière qui en résulte est alors caractérisée par une distribution large d'impulsion en forme de parabole inversée [107], et dont le support est borné :

$$|\phi(k)|^2 = \frac{3N}{4k_{\max}} \left(1 - \left(\frac{k}{k_{\max}}\right)^2\right) \Theta\left(1 - \frac{k}{k_{\max}}\right) \quad (2.67)$$

L'énergie cinétique  $E_k^{\max} = \hbar^2 k_{\max}^2 / 2m$  correspondant à cette extremum reflète l'énergie d'interaction initiale du condensat<sup>6</sup> :  $E_k^{\max} = 2\mu$

De manière générale, on peut écrire la distribution de densité atomique stationnaire sous la forme :

$$n_{1D}(z) = \int_0^{+\infty} dk |\phi(k)|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} d\epsilon A_{1D}(k, \epsilon) P_\epsilon(z, t = \infty) \quad (2.68)$$

où  $P_\epsilon(z, t)$  est la probabilité de diffusion quantique pour un atome d'énergie  $\epsilon$ . À une dimension, toutes les fonctions d'ondes sont localisées, si bien qu'en régime stationnaire, la probabilité de diffusion quantique est donnée par la fonction de localisation exponentiellement décroissante. On a alors :

$$n_{1D}(z) = \int_0^{+\infty} dk |\phi(k)|^2 \exp(-2z/\xi(k)) \quad (2.69)$$

### 2.3.2 Seuil de mobilité effectif

Comme discuté précédemment (§ 2.2.3.3), l'expression de  $\xi_{1D}$  2.58 fait apparaître une impulsion critique  $1/\sigma_R$  au-delà de laquelle la longueur de localisation tend vers l'infini. Cette impulsion critique correspond en fait à une condition de Bragg : la diffusion d'un atome d'impulsion  $k$  requiert la présence d'une composante spectrale  $2k$  dans le désordre (cf. Fig. 2.8). La distribution d'impulsion

6. Le coefficient de proportionnalité entre  $E_k^{\max}$  et  $\mu_{\text{BEC}}$  peut en fait prendre des valeurs comprises entre 2 et 4 suivant la dimensionalité effective de l'expansion, comme discuté § 1.1.5 et dans [93].

d'un condensat en expansion étant bornée, la condition de Bragg se traduit par la condition globale  $k_{\max}\sigma_R < 1$ . La forme des profils de densité, calculée par l'Eq. 2.69, dépend alors de la valeur de  $k_{\max}\sigma_R$ .

**Cas  $k_{\max}\sigma_R < 1$**  Dans ce cas, l'intégrale 2.69 est bornée par  $k_{\max}$  :

$$n_{1D}(z) = \int_0^{k_{\max}} dk |\phi(k)|^2 \exp(-2z/\xi(k)) \approx \mathcal{N} \exp(-2z/\xi(k_{\max})) \quad (2.70)$$

On obtient alors une décroissance exponentielle avec une longueur caractéristique qui correspond à la longueur de localisation la plus grande, associée à l'onde de matière de plus haute énergie.

**Cas  $k_{\max}\sigma_R > 1$**  Dans ce cas, l'intégrale 2.69 est bornée par  $\sigma_R^{-1}$  :

$$n_{1D}(z) = \int_0^{\sigma_R^{-1}} dk |\phi(k)|^2 \exp(-2z/\xi(k)) \approx \frac{\mathcal{N}}{z^2} \quad (2.71)$$

La décroissance n'est, dans ce cas là, plus exponentielle mais algébrique<sup>7</sup>. Il est donc possible d'observer la présence de ce seuil de mobilité effectif en observant un changement de nature de la décroissance de la densité atomique sur les ailes de la distribution.

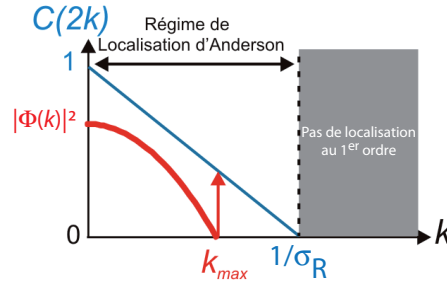


FIGURE 2.8: À gauche, spectre des fréquences spatiales du potentiel désordonné de speckle  $C(2k)$  (bleu) et distribution en impulsion des ondes de matière du condensat de Bose-Einstein en expansion  $|\phi(k)|^2$  (rouge).

### 2.3.3 Mise en œuvre expérimentale

Nous décrivons ici les deux points clés de la réalisation expérimentale, à savoir la génération d'un potentiel désordonné suffisamment fin pour satisfaire la condition  $k_{\max}\sigma_R < 1$  à l'aide d'une figure de speckle, et la caractérisation de l'expansion balistique d'un condensat de Bose-Einstein très dilué dans un guide d'onde.

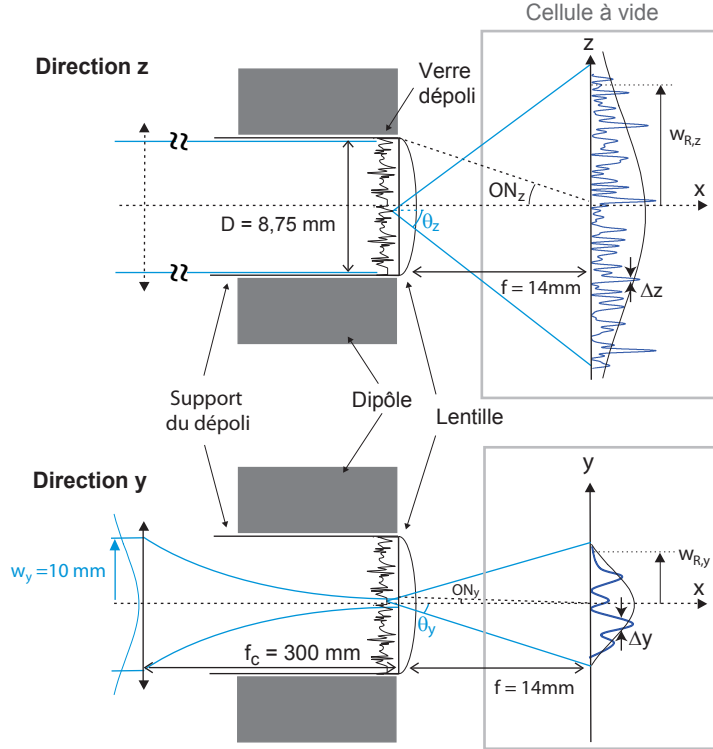


FIGURE 2.9: Schéma du dispositif permettant la génération d'un champ de tavelures anisotrope. Le faisceau est collimaté selon la direction  $z$  afin de prendre toute l'ouverture numérique accessible alors que selon l'axe  $y$ , transverse à l'axe du guide optique, le faisceau est focalisé afin que les modulations spatiales d'intensité soit faibles devant les dimensions transverses du condensat en expansion.

### 2.3.3.1 Génération du potentiel désordonné 1D

De manière à générer un potentiel désordonné unidimensionnel, on va chercher à faire des tailles de grain de speckle très grandes dans les directions perpendiculaires à l'axe de propagation des atomes. Pour cela, le diffuseur est éclairé avec une nappe de lumière allongée générée par un laser Argon de longueur d'onde  $\lambda = 514$  nm (cf. Fig. 2.10). Les ouvertures numériques correspondant aux directions courtes et longues de la tache d'éclairage sont alors différentes, et conduisent à des rayons d'autocorrélation du speckle différents (cf. Eq. 2.40). Afin d'augmenter la largeur de la bande de fréquence spatiale du désordre créé par le champ de tavelures, nous utilisons l'ouverture maximale disponible au niveau de la première cellule. Celle-ci est obtenue en insérant une lentille à l'intérieur du support d'une des bobines du dipôle du piège magnétique (cf. § 1.4.1.3), de manière à la rapprocher au maximum des atomes (Fig. 2.10). Une lentille convergente de focale  $f = 14$  mm est accolée au dépoli. Le diamètre de

7. Exactement à la condition de Bragg  $k_{\max}\sigma_R = 1$ , une décroissance de type  $1/z^3$  est prédite [41]. Toutefois, ce comportement marginal n'a pu être observé.

la lentille est alors limité à  $D = 8,75 \pm 0,50$  mm, correspondant à une ouverture : O.N. =  $D/2f = 0,3$ . En pratique, le faisceau laser est collimaté selon  $z$  et focalisé selon  $y$  par une lentille cylindrique de focale  $f_c = 300$  mm. La tâche de lumière sur le diffuseur est quasi-uniforme suivant l'axe  $z$  et a un waist d'environ  $5 \mu\text{m}$  suivant l'axe  $y$  (cf. Fig. 2.9). Au final, on a :

$$\Delta x = 10 \mu\text{m}, \Delta y = 97 \mu\text{m}, \Delta z = 0,82 \mu\text{m} \text{ i.e. } \sigma_R = 0,26 \pm 0,03 \mu\text{m} \quad (2.72)$$

En outre, nous choisissons un verre dépoli offrant des angles de diffusion différents selon les deux directions de l'espace, de façon à adapter la répartition lumineuse du speckle à l'extension spatiale du condensat. Deux diffuseurs ont été utilisés au cours de l'expérience :

- Un diffuseur d'angles de diffraction à mi-hauteur  $10^\circ \times 2^\circ$  qui génère un champ de speckle dans le plan image d'extension  $w_{R,z} = 1,8$  mm,  $w_{R,y} = 0,6$  mm,
- Un diffuseur d'angles de diffraction à mi-hauteur  $30^\circ \times 1^\circ$  qui génère un champ de speckle dans le plan image d'extension  $w_{R,z} = 5,3$  mm,  $w_{R,y} = 0,6$  mm<sup>8</sup>.

L'ensemble du montage optique est détaillé Fig. 2.10. Au final, nous disposons d'une puissance suffisante pour générer un désordre d'amplitude  $V_R \sim 100$  Hz avec le speckle le moins étendu, et  $V_R \sim 30$  Hz avec le speckle le plus étendu.

### 2.3.3.2 Obtention de la source atomique

La condition  $k_{\text{max}}\sigma_R < 1$  implique non seulement d'avoir un désordre fin, mais aussi de réaliser l'expansion d'un condensat suffisamment dilué (*i.e.* donnant lieu à de faibles vitesses d'expansion). Les condensats avec les potentiels chimiques les plus faibles ont pu être obtenus dans un piège de fréquences  $\omega_{\perp}/2\pi = 70$  Hz et  $\omega_{\parallel}/2\pi = 5,4$  Hz. Le nombre minimal d'atomes condensés est alors  $N = 1,7 \cdot 10^4$ , correspondant à un potentiel chimique  $\mu/h = 220$  Hz. Celui-ci permet de calculer l'énergie cinétique maximale des atomes relâchés dans le guide (§ 1.1.5), à condition de faire une hypothèse sur la dimensionnalité de l'expansion [93]. On peut s'affranchir de ce problème en observant l'expansion libre d'un condensat dans le guide (cf. Fig. 2.11), et en mesurant directement  $k_{\text{max}}$ . Cette mesure permet par ailleurs de vérifier que la courbure résiduelle du guide optique selon l'axe  $z$  est négligeable, de sorte qu'il est possible de réaliser une expansion balistique sur une distance de plusieurs millimètres. Ceci est particulièrement important dans la perspective de mesurer des longueurs de localisation de l'ordre du millimètre pour des amplitudes de désordre très faibles.

En variant le nombre d'atomes dans le condensat jusqu'à  $N = 2,8 \cdot 10^5$  (principalement en adaptant la rampe d'évaporation dans le piège hybride), nous avons pu accéder à des valeurs de  $k_{\text{max}}\sigma_R$  comprises entre 0,65 et 1,4 (*i.e.*  $2,5 < k_{\text{max}} < 5,5 \mu\text{m}^{-1}$ ).

8. L'extension spatiale selon  $y$  est dans ce cas supérieure à la valeur théorique (0,2 mm). Cependant, il faut noter que le rayon de corrélation du diffuseur ( $r_y \sim 11 \mu\text{m}$ ) est ici du même ordre que le waist du faisceau incident ( $w_y \sim 5 \mu\text{m}$ ).

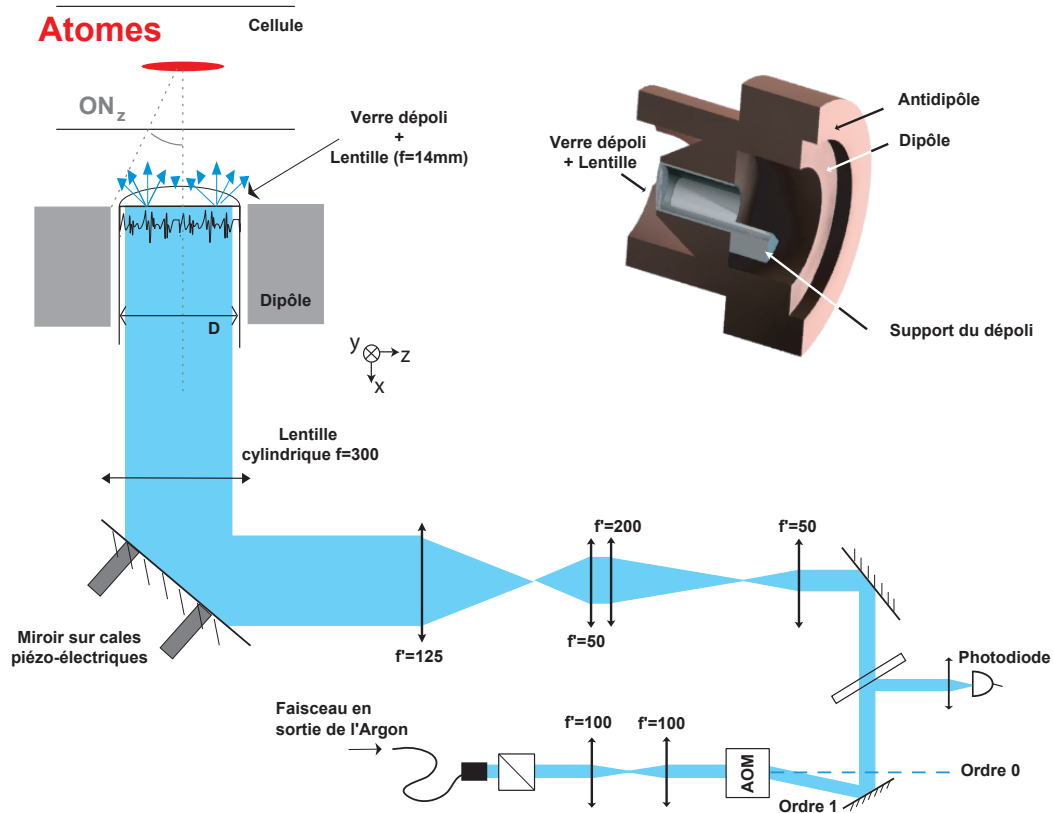


FIGURE 2.10: Schéma du montage optique du système d'imagerie du champ de tavelures. La source laser est un laser à Argon (514 nm) injectée dans une fibre optique. La puissance maximale en sortie de ce système est de 1,3 W, et peut être contrôlée au moyen d'une photodiode installée en amont. Le faisceau est ensuite mis en forme à travers deux télescopes permettant d'élargir le faisceau jusqu'à un waist de 10 mm environ. La position du faisceau sur le dépoli peut être finement ajustée à l'aide de cales piézo-électriques afin de permettre plusieurs réalisations de désordre. En haut à droite, dispositif permettant de maximiser l'ouverture numérique accessible malgré l'encombrement lié à la monture des bobines dipôle.

### 2.3.4 Résultats obtenus

Comme nous l'avons déjà expliqué, l'expérience doit être réalisée avec une amplitude du potentiel désordonné suffisamment faible pour que les atomes ne puissent pas être piégés classiquement. En pratique, nous nous plaçons dans un régime tel que  $V_R/\mu \sim 0,15 \ll 1$ .

#### 2.3.4.1 Observation du régime de localisation exponentiel

Nous nous plaçons ici dans la condition la plus favorable pour l'observation du régime de localisation exponentielle, à savoir  $k_{\max}\sigma_R = 0,65$ . Nous regardons alors les profils de densité atomique pour différents temps d'expansion et différentes amplitudes de potentiel désordonné (Fig. 2.12). En présence du potentiel



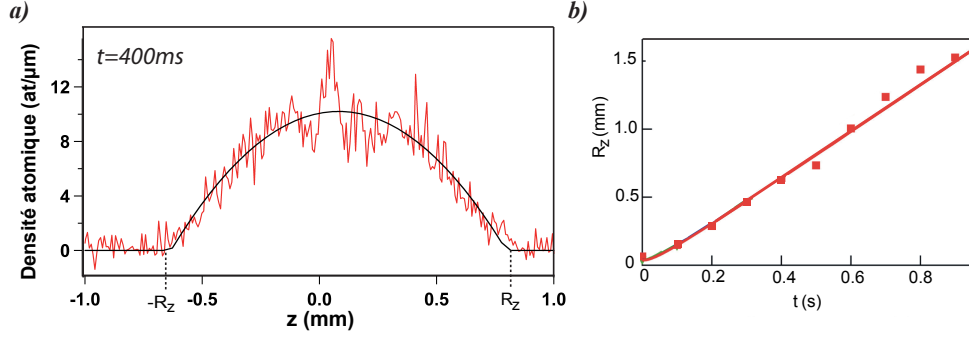


FIGURE 2.11: a) Profil de densité d'un condensat de Bose-Einstein après 400 ms d'expansion libre dans le guide optique. Le rayon  $R_z$  du condensat est mesuré par un ajustement du profil par une parabole inversée. b) Évolution du rayon de Thomas-Fermi du condensat en fonction du temps d'expansion; la courbure résiduelle est inférieure à 0,05 Hz. L'ajustement donne une mesure de la vitesse maximum des atomes extraits du condensat :  $v_{\max} \approx 1,7 \text{ mm/s}$ , i.e.,  $k_{\max} = 2,47 \pm 0,25 \mu\text{m}^{-1}$ .

désordonné, on observe un arrêt de l'expansion : la taille rms du nuage atomique sature après avoir atteint quelques centaines de microns. Le profil de densité atomique n'évolue alors plus et il est possible de réaliser un ajustement des ailes de la distribution par une fonction exponentiellement décroissante de type  $\exp(-2z/\xi_{\text{exp}})$  (cf. Eq. 2.70). Les longueurs de localisation obtenues peuvent alors être comparées à celle attendues, données par  $\xi(k_{\max})$  (Eq.2.58). Tous les paramètres ( $V_R$ ,  $\sigma_R$  et  $k_{\max}$ ) ayant été mesurés expérimentalement, cette comparaison est réalisée sans paramètre ajustable. Des déviations apparaissent pour les plus grandes longueurs de localisation. Elles sont notablement réduites lorsque l'expansion a lieu dans le champ de speckle plus étendu, démontrant l'influence de la taille finie du potentiel. Les déviations observées à grand  $V_R$  nécessiteraient quant à elles une étude plus approfondie. En particulier, elle pourraient provenir d'un écart à l'approximation de Born.

Notons par ailleurs que la densité atomique dans les ailes exponentielles est très faible, de l'ordre de quelques atomes par micron. Le paramètre  $an_{1D}$  qui caractérise les interactions est alors très faible :  $an_{1D} \sim 0,05$ , de sorte que l'on peut effectivement négliger leur effet. Au contraire, au centre de la distribution atomique, où sont regroupés les atomes de faible impulsions, la densité atomique atteint des valeurs de l'ordre de 50 at/ $\mu\text{m}$ , conduisant à  $an_{1D} \sim 0,25$ . Les interactions ne sont alors plus négligeables et une description plus complète, mêlant localisation, piégeage et interactions, serait ici nécessaire.

### 2.3.4.2 Observation du seuil de mobilité effectif

Pour observer le comportement de la localisation d'Anderson au passage du seuil de mobilité effectif, nous augmentons le nombre d'atomes afin d'atteindre le régime  $k_{\max}\sigma_R > 1$ . On s'attend alors à observer une décroissance algébrique de la densité atomique due à la longueur de corrélation finie du potentiel (cf.

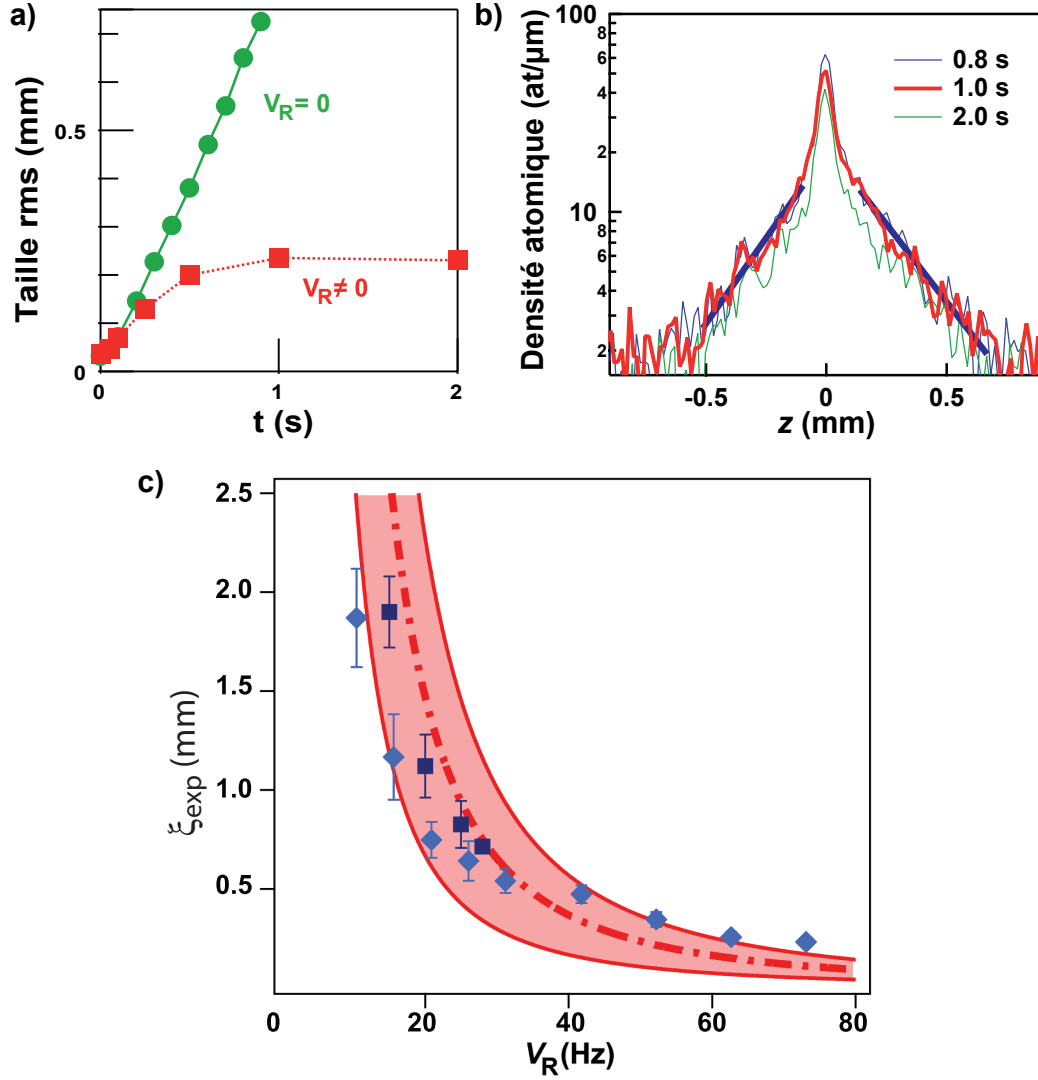


FIGURE 2.12: a) Taille rms du nuage atomique en fonction du temps d'expansion dans le guide. Sans le potentiel désordonné (vert), l'expansion est balistique sur plusieurs millimètres (i.e. pendant plus d'une seconde); avec une amplitude du potentiel désordonné  $V_R = 0,15\mu$  (rouge), l'expansion s'arrête après typiquement 1 s. b) Profil de densité moyenné sur 5 réalisations après une seconde d'expansion ( $V_R = 0,12\mu$ ), en échelle semi-logarithmique. Les droites bleues correspondent aux ajustements des ailes du profil par une décroissance exponentielle. Leur pente donne une mesure de la longueur de localisation (stationnaire dans le temps), ici  $\xi_{\text{exp}} = 530 \pm 80 \mu\text{m}$ . c) Évolution de la longueur de localisation en fonction de l'amplitude du potentiel désordonné. La zone rouge correspond aux valeurs théoriques attendues au vue des incertitudes liées à la mesure de  $V_R$ ,  $\sigma_R$  et  $k_{\text{max}}$ . En particulier, nous avons estimé une incertitude d'environ 30% sur l'amplitude  $V_R$  du potentiel. Les points expérimentaux correspondent à des mesures effectuées sur des figures de speckle d'extension  $w_{R,z} = 1,8 \text{ mm}$  (losanges clairs), et  $w_{R,z} = 5,3 \text{ mm}$  (carrés sombres).

Eq. 2.71). Une mesure de la densité atomique est représentée Fig. 2.13.a. L'ajustement par une fonction de la forme  $1/|z|^\beta$ , donne  $\beta = 1,96 \pm 0,06$ , très proche de la valeur théorique attendue  $\beta = 2$ .

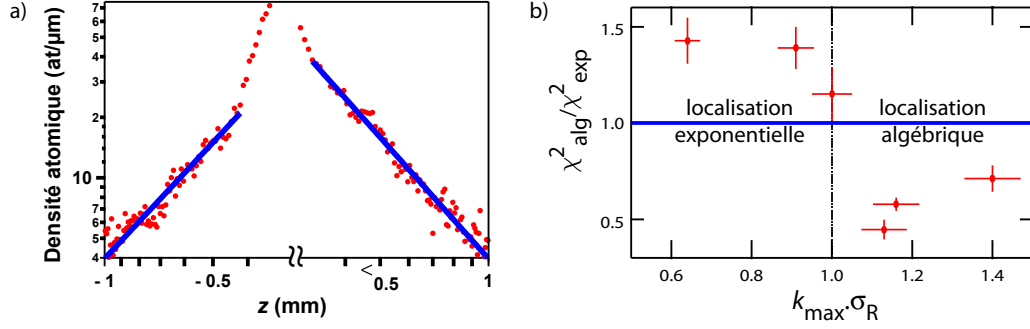


FIGURE 2.13: a) Profil de densité stationnaire obtenu pour  $k_{max}\sigma_R = 1,4$  et  $V_R = 0,15\mu$ , en échelle log-log, après deux secondes d'expansion. Les droites bleues correspondent à un ajustement par une fonction puissance  $1/|z|^\beta$ . On obtient ici  $\beta = 1,96 \pm 0,06$ , en accord avec les prévisions théoriques. b) Évolution du comportement de la décroissance des ailes de la distribution de densité atomique en fonction de  $k_{max}/k_c$ . Le rapport des moindres carrés permet de distinguer laquelle des deux décroissances correspond le mieux aux mesures. Un rapport  $\chi^2_{alg}/\chi^2_{exp} > 1$  (resp.  $< 1$ ) est la signature d'une décroissance exponentielle (resp. algébrique).

Toutefois, la discrimination entre les deux types de décroissance n'est pas toujours évidente, étant donné que notre régime d'observation est relativement limité (*i.e.* de l'ordre d'une décade). Le passage de la localisation exponentielle à la localisation algébrique a pu être mis en évidence de manière encore plus convaincante en comparant les moindres carrés associés aux deux types d'ajustement  $\chi^2_{alg}$  et  $\chi^2_{exp}$  pour chaque valeur de  $k_{max}\sigma_R$  (Fig. 2.13.b). Lorsque le rapport  $\chi^2_{alg}/\chi^2_{exp}$  est plus grand que 1, l'ajustement exponentiel est plus adapté, et inversement, lorsqu'il est inférieur à 1, l'ajustement par un profil en loi de puissance est plus adapté. Nous observons alors une signature très convaincante de l'apparition d'un seuil de mobilité effectif autour de  $k_{max}\sigma_R = 1$ .

Au final, nous avons montré qu'il était possible d'observer directement la localisation d'Anderson avec des atomes froids. Notre étude, réalisée à une dimension, présente un très bon accord avec les résultats théoriques. Nous avons par ailleurs pu mettre en évidence la présence d'un seuil de mobilité effectif propre au caractère corrélé du désordre utilisé. La poursuite de ce travail va désormais consister à réaliser une expérience analogue à trois dimensions, où une transition de phase est attendue.

## 2.4 Vers une observation directe de la transition d'Anderson à trois dimensions avec des atomes froids

Dans cette partie, nous décrivons la partie du système expérimental ayant pour objectif l'observation directe de la transition d'Anderson. L'expérience, en cours de réalisation, est l'analogie tridimensionnel de celle présentée dans la section précédente. Elle consiste à relâcher un condensat de Bose-Einstein créé dans le piège dipolaire croisé (cf. § 1.4.2.2) dans un potentiel désordonné généré par une figure de speckle (cf. § 2.2.1), tout en le maintenant en lévitation dans le piège gravito-magnétique (cf. § 1.4.3).

Nous commençons par donner les résultats attendus au niveau de la localisation à trois dimensions d'un condensat de Bose-Einstein en expansion, d'après les références [185, 186]. Comme nous l'avons déjà mentionné, la physique attendue à trois dimensions est très différente de celle observée à une dimension. En particulier, une transition de phase est attendue (cf. § 2.1.2), de sorte que le régime localisé n'est observable que pour un désordre fort ( $\Delta \sim 1$ ).

Nous détaillons ensuite la mise en œuvre expérimentale du potentiel désordonné autour du dispositif de lévitation magnétique décrit § 1.4.3. Enfin, nous présentons les toutes premières images d'expansion obtenues dans le désordre.

### 2.4.1 Localisation d'un condensat de Bose-Einstein en expansion

De la même manière que dans le cas unidimensionnel (cf. Eq. 2.68), la densité atomique s'écrit de manière générale sous la forme :

$$n_{3D}(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\epsilon \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} |\phi(\mathbf{k})|^2 A_{3D}(\mathbf{k}, \epsilon) P_\epsilon(\mathbf{r}, t) \quad (2.73)$$

où  $P_\epsilon(\mathbf{r}, t)$  est la probabilité de diffusion quantique (Eq. 2.7, avec la constante de diffusion comprenant les corrections quantiques).

Contrairement au cas  $d = 1$ , il n'est pas possible ici de simplifier la fonction spectrale  $A_{3D}(\mathbf{k}, \epsilon)$  pour décrire le comportement des atomes autour du seuil de la transition d'Anderson et dans l'état localisé, pour lequel le désordre est fort (cf. § 2.2.3.4). En effet, comme nous l'avons déjà mentionné au § 2.2.3.4, le désordre conduit ici à un élargissement spectral  $\hbar\Gamma_{\mathbf{k}} \sim E_c$  des états d'impulsion  $\mathbf{k}$ , si bien que la distribution en énergie des atomes issus du condensat n'est plus donnée par une parabole inversée bornée par un vecteur d'onde  $k_{\max}$  tel que  $E_k^{\max} = 2\mu/3$  (cf. § 1.1.5), mais est donnée par :

$$\mathcal{D}(\epsilon) = \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} |\phi(\mathbf{k})|^2 A_{3D}(\mathbf{k}, \epsilon) \quad (2.74)$$

Celle-ci a été calculée numériquement par A. Yedjour et B.A. van Tiggelen [186], et le résultat est donné Fig. 2.14.a pour une amplitude de désordre  $V_R =$

$E_R/2 = \hbar^2/2m\sigma_R^2$ , et pour des valeurs de potentiel chimique  $\mu$  proches du seuil de la transition<sup>9</sup>  $E_c = V_R^2/E_R$ .

**Fraction localisée** On remarque en particulier que même dans le cas où  $\mu < E_c$ , la redistribution d'énergie s'étend bien au-delà du seuil de la transition. Par conséquent, seule une fraction des atomes du condensat initial peut être localisée (cf. Fig. 2.14.b). Pour une amplitude  $V_R$  suffisamment élevée et un potentiel chimique du condensat initial faible, on peut obtenir une fraction localisée de l'ordre de 60%.

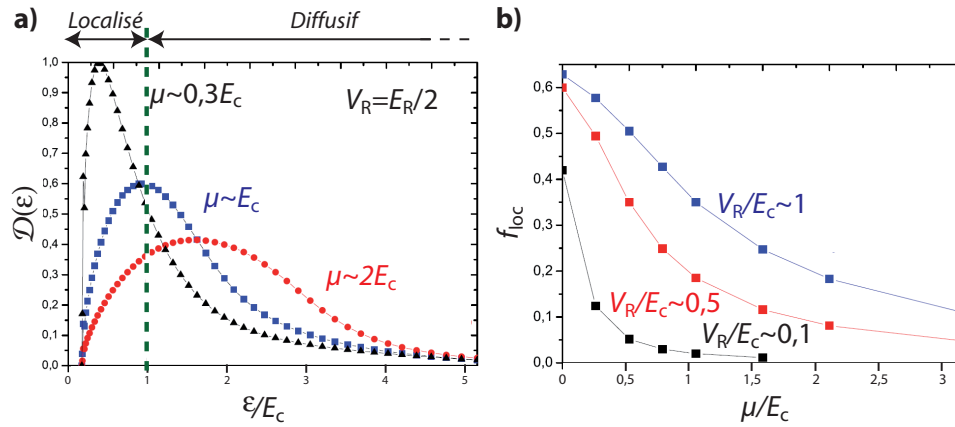


FIGURE 2.14: a) Distribution en énergie  $D(\epsilon)$  des atomes issus d'un condensat de Bose-Einstein de potentiel chimique  $\mu$  en expansion dans un potentiel de speckle d'amplitude  $V_R = E_R/2$ . Dans tous les cas, une fraction des atomes se retrouve au dessus du seuil de mobilité. b) Par conséquent, seule une fraction  $f_{loc}$  des atomes sont localisés même si l'énergie cinétique maximale du condensat en expansion libre est inférieure au seuil de mobilité. Figures extraites de A. Yedjour & B.A. van Tiggelen [186] (modifiées pour s'adapter aux notations de ce manuscrit).

**Profil de densité atomique** Indépendamment de la fraction localisée, il est intéressant de voir si l'on peut obtenir des signatures de la localisation à partir de la forme des profils et de la dynamique. Dans le cas d'un désordre tridimensionnel non corrélé, Skipetrov *et al.* [185] ont calculés analytiquement la dynamique d'expansion des profils de densités atomique. La densité atomique peut être décomposée en une composante stationnaire et une composante dynamique :

$$n(\mathbf{r}, t) = n(\mathbf{r}, \infty) + \delta n(\mathbf{r}, t) \quad (2.75)$$

9. Yedjour et al. [186] ont calculé numériquement des valeurs de cette énergie très proches de celles calculées au § 2.1.2 et données dans [180].

avec,

$$n(\mathbf{r}, \infty) \propto \frac{N}{r^3} \left( \frac{l_B^c}{r} \right)^{1/\nu} \quad (2.76)$$

$$\delta n(\mathbf{r}, t) \propto \frac{N}{r^3} \left( \frac{3mr^2}{\hbar t} \right)^{1/s} \quad (2.77)$$

où  $l_B^c$  correspond au libre parcours moyen de transport au niveau du seuil de mobilité :  $kl_B^c \sim \sqrt{3/\pi}$ .

Il est donc **en principe** possible de déterminer sur un seul profil d'expansion les deux exposants critiques  $s$  et  $\nu$ . Cependant, pour ce dernier, il est nécessaire d'atteindre un régime stationnaire. Notons par ailleurs que l'expansion est *a priori* très différente d'une simple diffusion pour laquelle  $n(\mathbf{r}, t) \propto 1/t^{3/2}$ .

**Temps de localisation** On peut définir un temps de localisation comme le temps  $t_{\text{loc}}$  tel que  $\delta \bar{n}(\mathbf{r}, t_{\text{loc}}) = \bar{n}(\mathbf{r}, \infty)$  :

$$t_{\text{loc}}(r) \sim \frac{\hbar}{E_c} \left( \frac{r}{l_B^c} \right)^{2+s/\nu} \quad (2.78)$$

À trois dimensions, la théorie auto-consistante de la localisation prédit que  $\nu = s$  (cf. § 2.1.2), de sorte que  $t_{\text{loc}}(r) \propto (r/l_B^c)^3$ . Le temps pour arriver à un profil de densité stationnaire diverge donc très rapidement avec la distance au point source. Le libre parcours moyen de transport étant en pratique de l'ordre du micron (cf. Fig. 2.7), on a  $t_{\text{loc}}(r = 10 \mu\text{m}) \sim 10\text{s}$ . C'est donc une difficulté majeure à laquelle il faudra se confronter pour observer la localisation expérimentalement !

### 2.4.2 Réalisation d'un désordre tridimensionnel quasi-isotrope

Afin de pouvoir donner des ordres de grandeur, il nous faut désormais décrire précisément le potentiel désordonné réalisé expérimentalement, et particulièrement sa longueur de corrélation  $\sigma_R$ . Jusqu'à présent, nous avons toujours considéré qu'à trois dimensions, le potentiel désordonné pouvait être obtenu au cœur d'une sphère diffusante. En pratique, les accès optiques sont limités, de sorte que cette solution n'est pas réalisable.

Une solution serait d'utiliser un speckle généré par un seul diffuseur plan. Toutefois, cette configuration donne un désordre très fortement anisotrope, la longueur de corrélation associée à la direction de propagation étant considérablement plus grande que celle associée à la direction transverse :

$$\sigma_{R,\perp} = \frac{\lambda}{2\pi \text{O.N.}} \quad \text{et} \quad \sigma_{R,\parallel} = \frac{2\lambda}{\pi \text{O.N.}^2} \gg \sigma_{R,\perp} \quad (2.79)$$

Avec l'ouverture numérique dont nous disposons autour de la chambre de science où est installé le système de lévitation magnétique (O.N.  $\sim 0,5$ ), l'anisotropie des grains de speckle qui seraient obtenus à l'aide d'un simple speckle est de l'ordre de  $\kappa = \sigma_{R,\perp}/\sigma_{R,\parallel} = 8$  (cf. Fig. 2.3).

Nous disposons toutefois de deux accès optiques dans des directions perpendiculaires (cf. Fig. 2.15). Celles-ci vont nous permettre de réduire à la fois l'anisotropie et la valeur minimale de  $\sigma_R$ . Nous décrivons ici les caractéristiques de ce potentiel, suivant que la superposition est cohérente ou non. Nous détaillons ensuite la mise en œuvre expérimentale du potentiel.

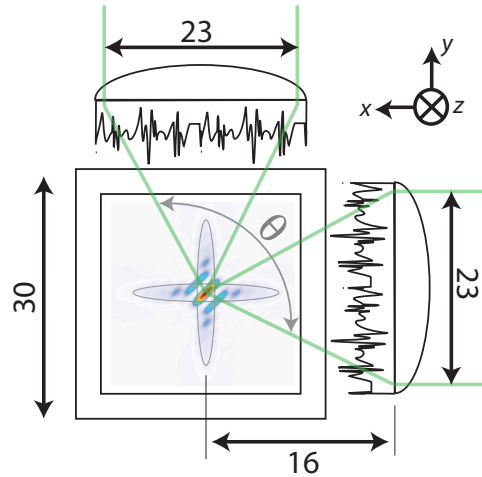


FIGURE 2.15: Géométrie de l'installation permettant de générer le potentiel désordonné autour de la chambre de science. Les lentilles utilisées pour la focalisation sont des lentilles asphériques, d'ouverture numérique théorique  $O.N. = 0,54$ . L'angle d'ouverture maximal est  $\theta = 160^\circ$ .

#### 2.4.2.1 Fonction de corrélation tridimensionnelle

Nous allons étudier ici les intérêts de chacune des deux configurations en s'intéressant à leur propriétés spectrales. En particulier, nous allons quantifier l'anisotropie du speckle par le coefficient  $\kappa = \nu_{\max}/\nu_{\min}$ , où  $\nu_{\min}$  et  $\nu_{\max}$  sont les fréquences de coupure minimales et maximales du spectre, lorsque l'on considère toutes les directions. Dans la suite, on note  $\varphi$  l'angle qui sépare une direction particulière de l'axe de propagation  $x$  dans le plan  $xz$ . Les applications numériques données ici correspondent à l'ouverture numérique  $O.N. = 0,54$  correspondant à l'expérience.

**Superposition incohérente** Le résultat d'une superposition incohérente est représenté Fig. 2.16.

- Dans les direction  $x$  ou  $y$ , on observe une double structure du spectre, associée aux fréquences de coupure transverses et longitudinales d'un speckle unique. La fréquence de coupure dans ces directions est  $\nu_x = \nu_y = \nu_{\perp} = 2O.N./\lambda$ .
- Dans les directions  $\varphi = \pm 45^\circ$ , la fréquence de coupure est donnée par la projection de la fréquence de coupure transverse sur la médiane entre les

deux axes de propagation :  $\nu_{45^\circ} = \nu_{\perp}/\sqrt{2} = \sqrt{2}O.N./\lambda$ . C'est la fréquence de coupure du spectre.

Au final, l'anisotropie du spectre est particulièrement bonne :  $\kappa = 1,4$ , la fréquence de coupure minimale étant très proche de celle correspondant à la dimension transverse d'un speckle unique.

Cependant, la statistique de répartition d'intensité n'est plus donnée par une loi exponentielle (cf. Eq. 2.32), mais suis la loi [174] :  $P(I) = \frac{I}{\langle I \rangle^2} \exp\left(-\frac{I}{\langle I \rangle}\right)$ . Le contraste ne vaut alors plus 1 mais est proche de  $C = \langle I \rangle/\sqrt{2} \sim 0,7$ <sup>10</sup>. En particulier, les résultats donnés quant au seuil de percolation [179] ne sont *a priori* plus valables étant donné que la statistique de répartition de l'intensité, en particulier des minima, est très fortement modifiée. Une étude spécifique serait par conséquent nécessaire pour estimer ce seuil.

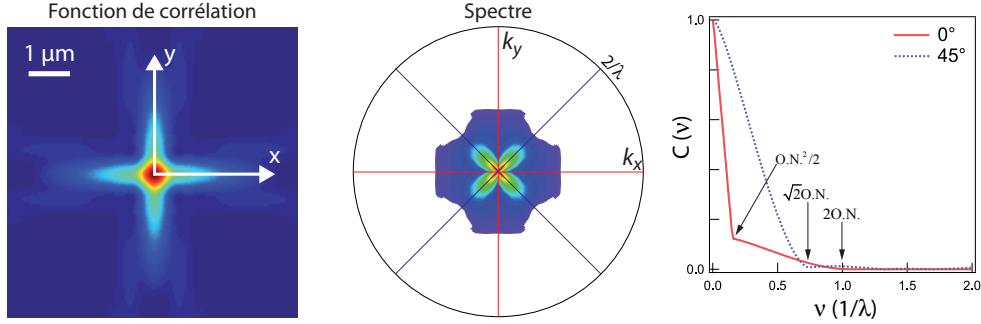


FIGURE 2.16: Fonction de corrélation du speckle réalisé par superposition incohérente entre deux figures de speckle dans le plan  $xy$  (dans les conditions de l'expérience, i.e.  $O.N. = 0,54$ ). La fréquence maximale accessible est  $2/\lambda$  pour deux faisceaux contra-propageants. Le spectre obtenu est continu, et l'anisotropie du spectre est  $\kappa \approx 1,4$ .

**Superposition cohérente** Le résultat d'une superposition cohérente est représenté Fig. 2.17. Comme attendu, les grains sont modulés avec une fréquence  $\nu_{\text{interf}} = \sqrt{2}/\lambda$  correspondant à des interférences créées par deux faisceaux parfaitement contra-propageants.

- Dans l'axe des interférences  $\varphi = -45^\circ$ , on observe une bande latérale dans le spectre du désordre. Celle-ci augmente la fréquence de coupure jusqu'à une valeur proche de  $\nu_{\text{max}} = 2/\lambda$ , correspondant aux deux faisceaux définissant l'angle d'ouverture maximal  $\theta \approx 160^\circ$  (cf. Fig. 2.15). On notera que les bandes centrales et latérales se recouvrent dès lors que  $3\nu_{\text{min}} > 2/\lambda$ , i.e.  $O.N. > 2/3\sqrt{2} = 0,47$ , conduisant à un spectre continu. C'est le cas de notre configuration expérimentale.
- Dans l'axe perpendiculaire aux interférences  $\varphi = +45^\circ$ , on a la fréquence de coupure minimale. De la même manière que dans le cas de la superposition incohérente, celle-ci correspond à une fréquence spatiale associée à

10. L'amplitude du potentiel désordonné est par conséquent diminuée d'un facteur  $\sqrt{2}$  par rapport au cas d'un speckle unique.



une taille de grain limitée par la diffraction selon  $x$  ou  $y$ , projeté sur cet axe :  $\nu_{\min} = \nu_{\perp}/\sqrt{2} = \sqrt{2}O.N./\lambda$ .

Au final, l'anisotropie résiduelle du désordre est  $\kappa = 2/\sqrt{2}O.N. \sim 2,8$ , mais, contrairement au cas de la superposition incohérente, les résultats concernant la percolation [179] restent *a priori* valables (le contraste étant préservé).

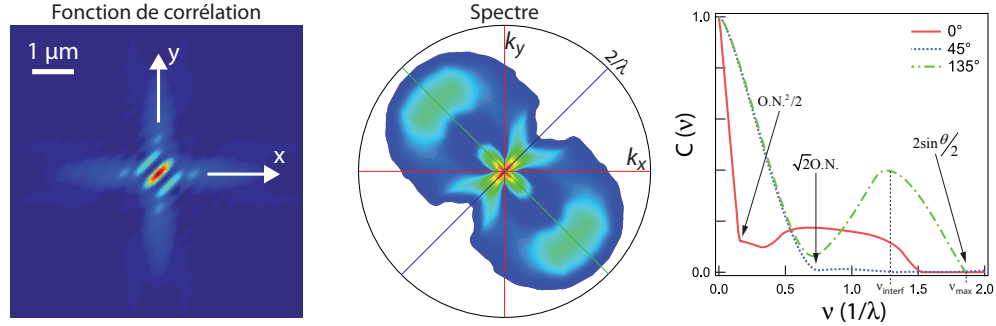


FIGURE 2.17: Fonction de corrélation du speckle réalisé par interférences entre deux figures de speckle cohérentes dans le plan  $xy$  (dans les conditions de l'expérience, i.e.  $O.N. = 0,54$ ). La fréquence maximale accessible est  $2/\lambda$  pour deux faisceaux contra-propageants. Le spectre obtenu est continu, et l'anisotropie du spectre est  $\kappa = 2,8$ .

Quel que soit la configuration choisie, la longueur de corrélation maximum du désordre (qui correspond à la plus petite fréquence de coupure) est  $\sigma_R \sim 0,24 \mu\text{m}$ . Elle vaut  $0,08$  dans la direction des interférences.

Enfin, on remarquera que les fonctions de corrélation obtenues sont assez différentes de celle correspondant à une sphère diffusante (Eq. 2.61). L'influence exacte de ce type de fonction de corrélation devra être étudié en détail.

#### 2.4.2.2 Mise en œuvre expérimentale

**Montage optique** L'expérience est réalisée dans la seconde chambre de science, équipée du système de lévitation magnétique (cf. § 1.4.3). Le montage expérimental est représenté Fig. 2.18. La source lumineuse est un laser continu délivrant une puissance maximale de  $18 \text{ W}$  à  $532 \text{ nm}$  (Coherent *Verdi V18*). Le faisceau passe d'abord dans un isolateur optique, puis dans un modulateur acousto-optique (AA Optoelectronic *AOTF.nC-VIS*) permettant d'ajuster sa puissance. L'efficacité de l'ensemble est supérieure à  $90\%$ . Un premier télescope permet d'élargir la taille du faisceau jusqu'à une taille intermédiaire, permettant son passage dans un cube polarisé qui sépare le faisceau en deux. Chacun des deux bras de l'interféromètre est ensuite constitué d'un télescope permettant de doubler la taille du faisceau de manière à ce que l'éclairement sur les diffuseurs soit le plus uniforme possible. Au final, le diamètre des faisceaux à  $1/e^2$  est de  $36 \text{ mm}$ , alors que le diamètre des diffuseurs est de  $23 \text{ mm}$ , de sorte que l'on perd  $60\%$  de la puissance incidente. La lumière est ensuite focalisée avec une lentille asphérique<sup>11</sup> de focale

11. Les lentilles utilisées ici sont identiques à celles utilisées pour l'imagerie (cf. Fig. 1.8).

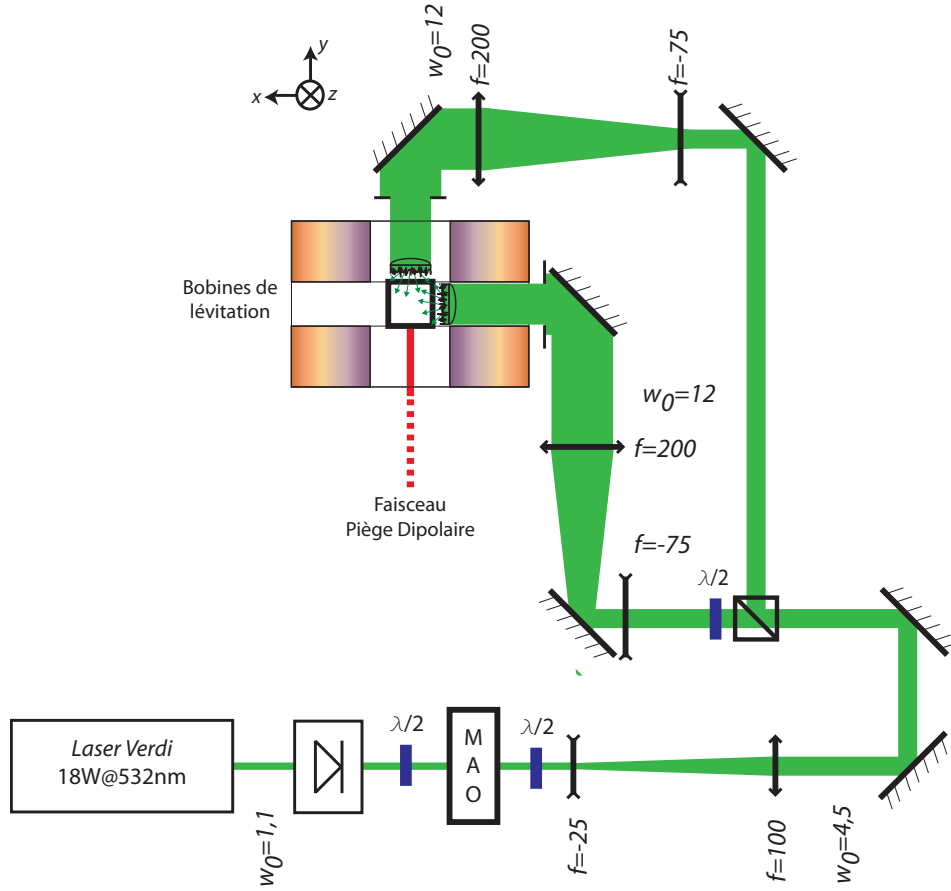


FIGURE 2.18: Montage optique permettant de générer le potentiel désordonné à trois dimensions dans la chambre de science, autour du système de lévitation magnétique.

$f = 20$  mm et de diamètre 25,4 mm ayant une ouverture numérique théorique de 0,54 (cf. Fig. 2.15), permettant de réaliser les deux configurations de désordre décrites précédemment. Notons enfin qu'une lame demi-onde est placée à la sortie du cube afin de faire tourner la polarisation transmise sur l'axe  $z$ . On peut ainsi l'ajuster de manière à réaliser une superposition cohérente ou incohérente.

**Extension spatiale du speckle** Le diffuseur utilisé est un diffuseur isotrope d'angle de diffraction à mi-hauteur<sup>12</sup>  $\theta_{\text{FWHM}} = 5^\circ$ . L'extension spatiale de chacun des speckles a été mesurée (Fig. 2.19). On obtient une gaussienne de waist  $w_R = 1,21 \pm 0,04$  mm, très proche de la valeur attendue de  $w_R^{\text{th}} = f\theta_{\text{FWHM}}/\sqrt{2\ln 2} = 1,25$  mm. Avec ce choix de diffuseur, l'intensité maximale que l'on peut obtenir au centre est de l'ordre de  $2,6 \text{ W/mm}^2$  (ce qui correspond à une intensité au niveau du waist de  $360 \text{ mW/mm}^2$ ), soit au-delà de la valeur attendue pour la transition d'Anderson (cf. Fig. 2.20). La valeur maxi-

12. On rappelle que les angles de diffraction à  $1/e^2$  sont reliés aux angles de diffraction à mi-hauteur par la relation :  $\theta_{1/e^2} = \theta_{\text{FWHM}}/\sqrt{2\ln 2}$

male de l'amplitude moyenne du désordre correspondant est  $V_{R,\max} = 4,7$  kHz (dans le cas d'une superposition cohérente des deux figures de speckle).

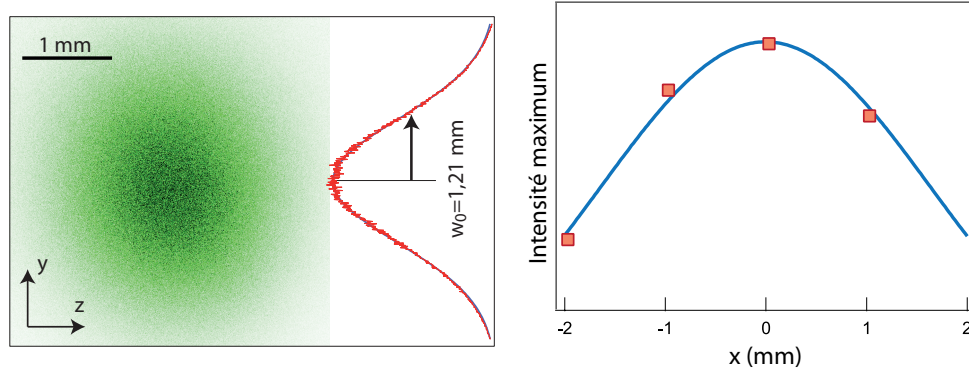


FIGURE 2.19: À gauche, mesure du waist du speckle dans le plan focal. L'ajustement par une gaussienne donne  $w_R = 1,21 \pm 0,04$  mm. À droite, mesure de la profondeur de champ du speckle, à partir de l'évolution de l'intensité maximum en fonction de l'écart par rapport au plan focal. La profondeur de champ mesurée est de l'ordre de 2 mm.

### 2.4.3 Vers une observation de la transition d'Anderson

Nous donnons ici quelques valeurs réalistes des différents paramètres clés de la localisation d'Anderson, calculés en fonction des caractéristiques de notre expérience, à savoir essentiellement une longueur de corrélation du potentiel désordonné  $\sigma_R = 0,24$   $\mu\text{m}$ . Nous présentons ensuite les premières observations d'expansion dans le désordre, réalisées très récemment.

#### 2.4.3.1 Ordres de grandeurs

- La première condition à valider afin de pouvoir observer la localisation d'Anderson est  $k_{\max}\sigma_R < 1$  (cf. § 2.1.2). Avec la valeur de  $\sigma_R$  qu'il est possible d'atteindre expérimentalement ( $\sigma_R = 0,24$   $\mu\text{m}$ ), cette condition impose  $\mu < 1,44$  kHz, soit un condensat à  $T < 66$  nK. Ceci est possible avec un condensat de  $N = 5.10^4$  atomes, dans un piège isotrope de fréquence 146 Hz. Un tel régime est aisément accessible sur notre expérience. Rappelons qu'il nous est possible de décompresser sur une très large gamme de fréquences notre piège dipolaire croisé étant donné que la *sag*  $y$  est compensé par le gradient magnétique du dispositif de lévitation (cf. § 1.4.2.2). Des valeurs de  $k_{\max}\sigma_R < 1$  très faibles vont donc pouvoir être atteintes.
- Le seuil de la transition a été calculé au § 2.1.2 par la théorie auto-cohérente de la localisation ( $\Delta \sim \sqrt{3/\pi}$ ). L'amplitude du potentiel désordonné  $V_R^c$  requise pour atteindre ce seuil est donnée par :

$$V_R^c \sim \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/4} \frac{\hbar^2 k}{m\sigma_R} \quad (2.80)$$

- Le résultat est donné Fig. 2.20 (en terme d'intensité optique  $I_c \propto V_R^c$ ), en fonction de la fréquence de coupure  $\sigma_R^{-1}$  du potentiel désordonné et du vecteur d'onde  $k_{\max}$  associé aux ondes de matière dont l'énergie cinétique est maximale (*i.e.*  $k_{\max} = \sqrt{4m\mu/3\hbar^2}$ ). La puissance disponible expérimentalement est *a priori* suffisante.
- Rappelons enfin que le paramètre le plus critique est certainement le temps de localisation (Eq. 2.78), puisque, avec nos paramètres expérimentaux, les atomes n'atteignent en 10 secondes que des points situés à quelques microns de la source. Il semble alors nécessaire de réaliser une étude des profils non stationnaires, suivant la proposition [185] (Eq. 2.76).

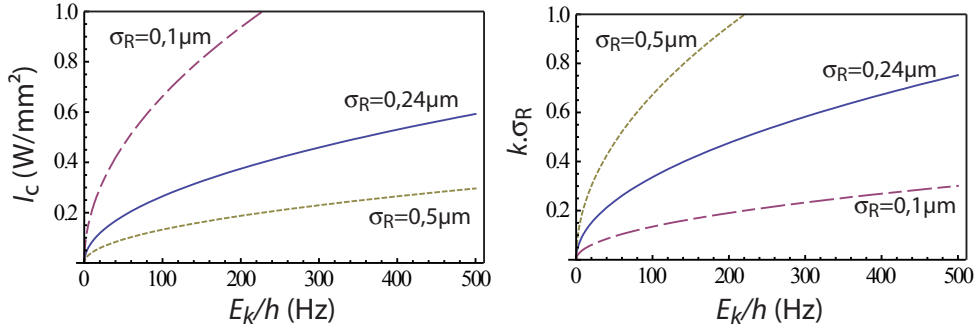


FIGURE 2.20: À gauche, intensité  $I_c$  nécessaire pour atteindre le seuil de la transition d'Anderson (en  $W/mm^2$ ), en fonction de  $E_k$ . À droite : valeurs de  $k\sigma_R$  en fonction de  $E_k$ . La courbe bleue continue correspond à la valeur expérimentale  $\sigma_R = 0,24 \mu m$ , la courbe jaune pointillée à  $\sigma_R = 0,5 \mu m$ , la courbe violette semi-pointillée à  $\sigma_R = 0,1 \mu m$ .

### 2.4.3.2 Premières observations de l'expansion dans le désordre

Les premières expansions dans le désordre ont pu être réalisées très récemment, et quelques résultats préliminaires sont donnés Fig. 2.21. Le condensat source a une température inférieure à 10 nK. Il est créé dans un piège dipolaire croisé isotrope de fréquence de confinement finale  $\omega/2\pi \approx 75$  Hz. Il peut être relâché dans le potentiel magnétique du système de lévitation, dont les fréquences résiduelles sont ici  $\omega_y^{Lev} \sim 1,1$  Hz et  $\omega_z^{Lev} \sim 1,4$  Hz, de sorte que l'expansion soit balistique pendant un temps de l'ordre de 150 ms (cf. § 1.4.3). En présence du désordre, obtenu par une superposition incohérente des deux figures de speckle, on observe aucune expansion du condensat pendant cette durée. Celle-ci n'est observable qu'après des temps beaucoup plus longs (de l'ordre d'une seconde), suggérant la présence d'un comportement diffusif. Ces résultats sont cependant très préliminaires et demandent à être confirmés prochainement.

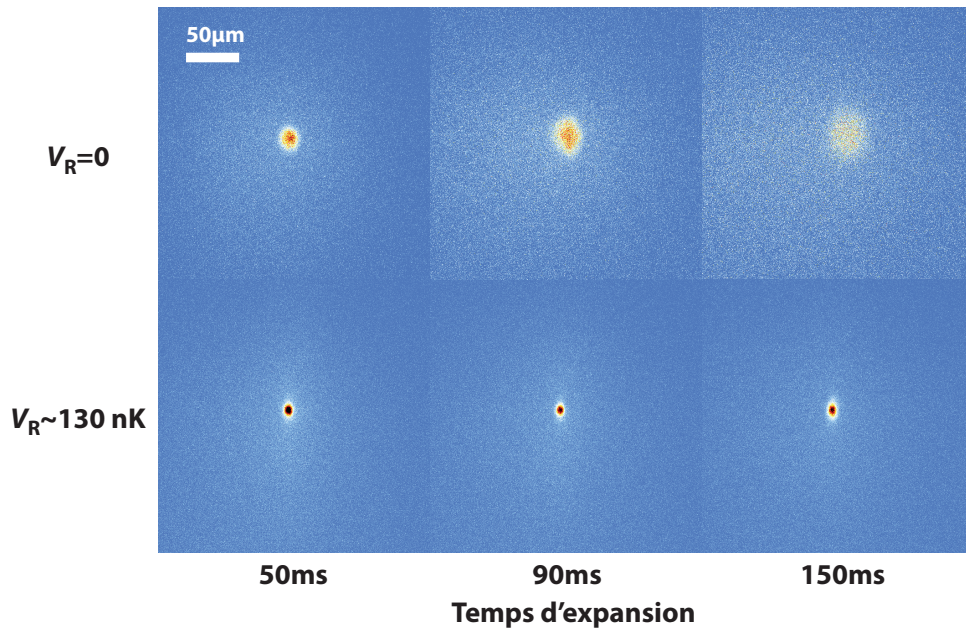


FIGURE 2.21: Images en fluorescence du condensat en expansion pour différents temps de vol dans le potentiel de lévitation magnétique. Ligne du haut : en l'absence de potentiel désordonné ; Ligne du bas : en présence du potentiel désordonné. Le confinement du piège dipolaire croisé initial est isotrope, de fréquence  $\omega/2\pi \approx 75$  Hz. Les atomes sont relâchés dans le potentiel de lévitation magnétique, de fréquence  $\omega_y^{Lev} \sim 1,1$  Hz et  $\omega_z^{Lev} \sim 1,4$  Hz.





# Un laser à atomes guidé pour l'observation de phénomènes de transport quantique

*Le bruit a un avantage.  
On ne peut pas y entendre les mots.*  
**Milan Kundera**  
L'insoutenable légèreté de l'être

Les expériences de localisation d'Anderson décrites précédemment utilisent l'intégralité du condensat de Bose-Einstein comme source d'ondes de matière. Ces expériences peuvent en effet être interprétées simplement malgré le fait que la source atomique délivre une superposition continue de longueurs d'onde de de Broglie différentes. Dans d'autres cas, tels que par exemple la transmission à travers une cavité qui présente des modes résonnants, la longueur d'onde de de Broglie des atomes incidents est un paramètre critique pour l'observation des phénomènes de transport quantique et il est nécessaire d'isoler une gamme de longueurs d'onde. Pour cela, le laser à atomes guidé démontré précédemment dans notre équipe est un outil prometteur [86]. En effet, les ondes de matière issues de ce laser à atomes ne sont pas accélérées, de sorte que sa finesse spectrale est conservée tout au long de la propagation. De plus, leurs longueurs d'onde de de Broglie, que l'on peut sélectionner par le processus de couplage, sont comparables à celles des atomes du condensat initial.

En outre, le recours à un laser à atomes permet de contrôler indépendamment de l'énergie des atomes extraits, le flux du laser, *i.e.* les interactions interatomiques au sein du laser. Ce contrôle permettrait non seulement de réaliser une étude fine de la localisation d'Anderson en présence d'interactions [55, 187], mais aussi d'observer des effets pour lesquels des propositions théoriques ont été publiées. Parmi celles-ci, citons la rupture de la superfluidité au passage d'un obstacle [188], le transport bistable [100, 189, 190] et le blocage atomique (analogue du blocage de Coulomb) [191, 192] à travers une cavité de type Fabry-Pérot ou encore le rayonnement d'Hawking [193, 194], pour lequel aucune démonstration expérimentale n'a encore pu être apportée.

Cependant, l'émission quasi-continue d'un tel laser impose de travailler dans un régime dit de *couplage faible*, qui fixe une limite sur le flux à même de restreindre les applications envisagées. Il a en effet été montré que le transfert d'impulsion dans le cas d'un laser couplé par transition Raman, ou bien la gra-



tivité dans le cas d'un laser gravitationnel couplé par radiofréquence jouent un rôle crucial dans la détermination du domaine de validité de ce régime [80]. La suppression de la plupart des forces facilitant l'extraction des atomes de la zone du condensat est donc de nature à amplifier ces limitations.

Dans ce chapitre, nous donnons une description détaillée du processus de couplage radiofréquence des atomes du condensat au laser à atomes. Nous mesurons en particulier le spectre de couplage radiofréquence du laser et nous étudions les limites de flux liées à notre configuration. Nous présentons ensuite une mesure de la largeur spectrale du laser à atomes par une méthode analogue au *Foucaultage* en optique. Enfin, nous présentons des expériences qui pourraient être menées à l'avenir à l'aide de ce laser à atomes.

### 3.1 Le laser à atomes guidé : mode d'emploi

Dans cette partie, nous reprenons les grandes lignes de la description de l'expérience de laser à atomes guidé telle que présentée dans [86] ainsi que dans la thèse de W. Guérin [92]. Nous effectuons par ailleurs une calibration précise de l'amplitude du couplage radiofréquence qui détermine le flux du laser, et nous montrons les améliorations apportées à l'expérience dans le but de stabiliser le bruit magnétique à l'origine d'un élargissement du spectre du laser, comme démontré dans la thèse de J. Billy [93].

#### 3.1.1 Principe général

La géométrie de notre piège hybride nous offre l'opportunité de réaliser aisément un laser à atomes guidé. En effet, celui-ci correspond à l'intersection de deux pièges de natures différentes : un piège magnétique dont l'effet est principalement limité aux atomes se trouvant dans l'état hyperfin  $|F = 1, m_F = -1\rangle$  ; et un piège optique généré par un laser dont la fréquence est très éloignée des résonances atomiques du rubidium, et est par conséquent insensible à l'état hyperfin des atomes. Le condensat étant réalisé au croisement de ces deux pièges, il ne correspond qu'à des atomes dans l'état hyperfin  $m_F = -1$ . Par conséquent, en appliquant un champ radiofréquence transverse  $\mathbf{B} = B_{\text{rf}} \cos(2\pi\nu_{\text{rf}}t) \mathbf{y}$  à résonance sur la transition hyperfine, on peut coupler des atomes vers l'état  $m_F = 0$  où ils sont expulsés de la zone du condensat du fait des interactions avec celui-ci<sup>1</sup>. Ils sont ensuite libres de se propager dans le piège optique dont le confinement longitudinal est négligeable (Fig. 3.1.a). Leur énergie est alors constante tout au long de la propagation, elle est donnée par la relation :

$$E = E_{\text{BEC}} - h\nu_{\text{rf}} = g_F \mu_B B_0 + \mu_{\text{BEC}} - h\nu_{\text{rf}} \quad (3.1)$$

1. Du fait de l'effet Zeeman quadratique, il est possible d'isoler une simple transition à deux niveaux [130] (cf. § 3.1.3).

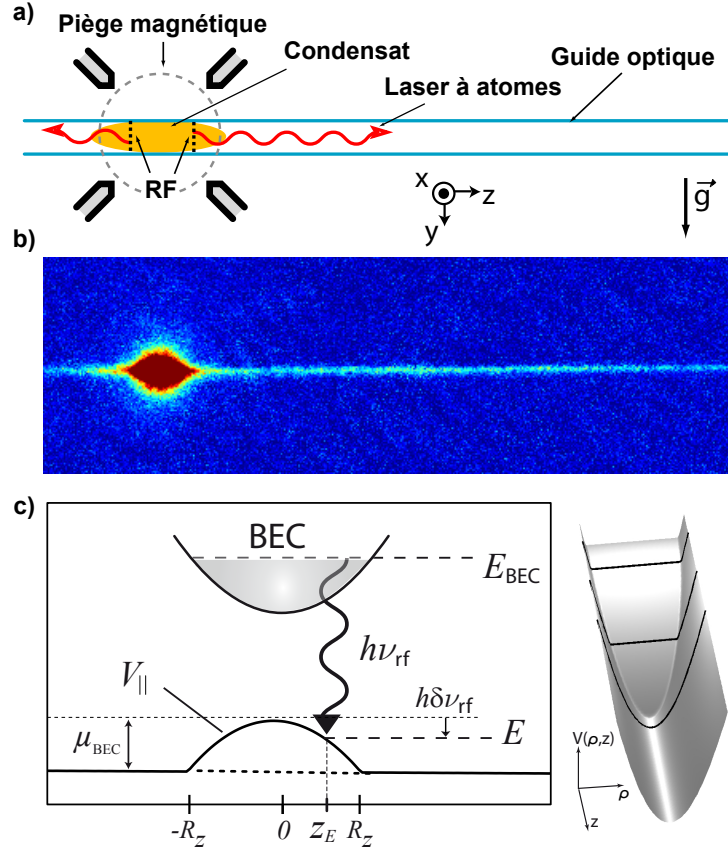


FIGURE 3.1: a) Schéma de principe de la génération d'un laser à atomes par couplage radiofréquence à partir du piège hybride opto-magnétique. b) Image par absorption d'un tel laser. c) Diagramme d'énergie le long de l'axe du guide et en représentation tridimensionnelle. Seul un côté du laser à atomes est représenté ici par souci de clarté. La fréquence du champ rf permet de sélectionner l'énergie du laser à atomes via la condition de résonance  $E = E_{\text{BEC}} - h\nu_{\text{rf}}$ . Le potentiel ressenti par les atomes du laser est noté  $V_{\parallel}(z) = V(0, z)$  et  $z_E$  correspond au point de rebroussement classique donné par l'équation 3.21.

### 3.1.2 Description des potentiels

Plus précisément, les atomes du laser à atomes guidé sont soumis aux potentiels suivants :

- Le **potentiel dipolaire** créé par le guide optique  $V_{\text{PO}}$ . Comme présenté § 1.4.1.5, il s'agit d'un potentiel harmonique allongé de fréquence longitudinale  $\omega_{\parallel}$  et de fréquence transverse  $\omega_{\perp}$ , avec  $\omega_{\perp} \gg \omega_{\parallel}$ .
- Le **piège magnétique** restant allumé tout au long du processus, les atomes du laser, dans l'état  $|F = 1, m_F = 0\rangle$ , sont soumis à l'effet Zeeman quadratique  $V_{\text{ZQ}}$ . À partir de la formule de Breit-Rabi (Eq. 1.36), développée cette fois-ci à l'ordre 2, on obtient l'expression du potentiel magnétique  $V_{\text{ZQ}}$  ressenti par les atomes dans l'état  $m_F = 0$ . Celui-ci est répulsif dans

les trois directions de l'espace, avec des fréquences d'anti-piégeage données par la relation :

$$\omega_{ZQ,i} = 2\omega_i \sqrt{\frac{\mu_B B_0}{h\Delta\nu_{\text{hf}}}}, i = x, y, z \quad (3.2)$$

où  $\omega_i$  sont les fréquences du piège magnétique dans lequel les atomes dans le niveau  $m_F = -1$  sont piégés, et  $\Delta\nu_{\text{hf}} = 6,835$  GHz est l'écart entre les niveaux hyperfins  $F = 1$  et  $F = 2$  du rubidium. Le biais magnétique étant de l'ordre de quelques Gauss et les fréquences du piège magnétique de l'ordre de quelques dizaines de Hertz, les fréquences associées à l'effet Zeeman quadratique sont de l'ordre de quelques Hertz.

- Le **potentiel de champ moyen**  $V_{\text{CM}}$  qui permet de prendre en compte les interactions entre les atomes du laser et les atomes du condensat. Celui-ci n'est évidemment présent que dans la zone de recouvrement avec le condensat ( $-R_z < z < R_z$ ). Le condensat pouvant être décrit dans l'approximation de Thomas-Fermi, le potentiel de champ moyen est une parabole inversée de courbure transverse  $\omega_{\perp}$ , de courbure longitudinale  $\omega_z$ , et d'amplitude  $\mu_{\text{BEC}} = g_{\text{coll}} n_{\text{1D}}^{\text{BEC}}(0)$ , où  $g_{\text{coll}} = 4\pi\hbar^2 a/m$  est la constante d'interaction, quasi-indépendante du sous-état magnétique  $m_F$  dans le cas du rubidium 87 [195].
- Le **potentiel de gravité**. Celui-ci peut être incorporé au potentiel dipolaire créé par le guide optique. Il conduit alors à un décalage (appelé aussi *sag*)  $\delta y = g/\omega_{\perp}^2$  entre le minimum de potentiel dans la direction verticale et le centre géométrique du guide optique. Pour les fréquences de confinement du guide considérées dans ce chapitre,  $\delta y$  est négligeable ( $\delta y \sim 1 \mu\text{m}$ ).

Étant donné que la symétrie du problème est essentiellement déterminée par le guide optique, nous décomposons le potentiel  $V_{\text{laser}}$  sur les directions longitudinales et transverse du guide :

$$V_{\text{laser}}(\rho, z) = V_{\text{PO}}(\rho, z) + V_{\text{ZQ}}(\rho, z) + V_{\text{CM}}(\rho, z) = V_{\parallel}(z) + V_{\perp}(\rho, z) \quad (3.3)$$

où  $V_{\parallel}(z) = V_{\text{laser}}(0, z)$  est le potentiel longitudinal. L'expression de ces deux termes diffère suivant que l'on se trouve dans la zone de recouvrement avec le condensat initial ou pas.

**Hors de la zone de recouvrement :** Le confinement transverse est largement dominé par celui imposé par le guide optique. Du fait de sa divergence, la fréquence  $\omega_{\perp}$  du piège optique décroît lorsque les atomes s'éloignent de la zone de couplage. En pratique, nous restreignons nos observations à des distances de l'ordre de  $z_{\text{R}}/2 \sim 1,5$  mm de sorte que l'on peut négliger cette variation. On peut alors écrire le potentiel transverse sous la forme :

$$V_{\perp}(\rho, z) = \frac{1}{2}m\omega_{\perp}^2\rho^2 \quad (3.4)$$

Le potentiel longitudinal s'écrit quant à lui de façon générale sous la forme :

$$V_{\parallel}(z) = V_{\text{laser}}(0, z) = -\frac{1}{2}m\omega_{\text{ZQ}}^2 z^2 + \frac{1}{2}m\omega_{\parallel}^2(z - z_0)^2 \quad (3.5)$$

où  $z_0$  désigne le décalage éventuel entre le waist du faisceau générant le piège optique et le centre du piège magnétique. En ajustant finement la puissance de la pince optique de manière à ce que  $\omega_{\parallel} = \omega_{zQ}$ , il est possible de supprimer les courbures de ce potentiel. Celui-ci est alors linéaire, et sa pente  $m\omega_{\parallel}^2 z_0$  est réglable précisément étant donné que les optiques de focalisation du faisceau générant le piège dipolaire sont placées sur une platine de translation. En particulier, un potentiel strictement constant est réalisable en superposant exactement les deux pièges<sup>2</sup> [86]. Les atomes extraits du condensat dans le laser à atomes ne sont alors plus soumis à aucune accélération au cours de leur propagation dans le guide optique. Leur énergie, et donc leur longueur d'onde de de Broglie, est constante au cours de la propagation.

**Dans la zone de recouvrement :** Le potentiel de champ moyen rajoute une "bosse" d'amplitude  $\mu_{\text{BEC}}$  au potentiel longitudinal et modifie la forme du confinement transverse. La constante d'interaction étant indépendante du sous-état hyperfin [195], dans l'approximation de Thomas-Fermi, le potentiel de champ moyen vient exactement remplir le fond du piège optique. Ainsi, le potentiel est plat au fond du puits de potentiel harmonique dipolaire sur une largeur correspondant au rayon de Thomas-Fermi du condensat (Fig. 3.1) :

$$R_{\perp}(z) = \sqrt{\frac{2\mu_{\text{BEC}}}{m\omega_{\perp}^2} \left(1 - \frac{z^2}{R_z^2}\right)} \quad (3.6)$$

**Bilan :** Le potentiel dans lequel est couplé et se propage le laser à atomes est représenté Fig. 3.1.c. Il est donné par les expressions suivantes :

$$V_{\parallel}(z) = \begin{cases} \mu_{\text{BEC}} - \frac{1}{2}m\omega_z^2 z^2 & \text{pour } |z| < R_z \\ 0 & \text{pour } |z| \geq R_z \end{cases} \quad (3.7)$$

$$V_{\perp}(\rho, z) = \begin{cases} \max\left[\frac{1}{2}m\omega_{\perp}^2 (\rho^2 - R_{\perp}(z)^2), 0\right] & \text{pour } |z| < R_z \\ \frac{1}{2}m\omega_{\perp}^2 \rho^2 & \text{pour } |z| \geq R_z \end{cases} \quad (3.8)$$

### 3.1.3 Mise en œuvre expérimentale

Les condensats que nous réalisons sur notre expérience dans le piège hybride contiennent en général autour de  $N_{\text{BEC}} = 2 \times 10^5$  atomes de  $^{87}\text{Rb}$  dans l'état piégeant  $|F = 1, m_F = -1\rangle$ . La fréquence du piège optique transverse est typiquement  $\omega_{\perp}/2\pi = 330$  Hz et la fréquence du confinement magnétique longitudinal est typiquement  $\omega_z/2\pi = 27$  Hz, résultant en un potentiel chimique  $\mu_{\text{BEC}}/h = 3,6$  kHz. Les fréquences de piégeage peuvent évidemment varier suivant les configurations expérimentales (les chiffres donnés ici correspondent à la configuration de l'expérience présentée § 3.3). Le champ magnétique de biais de notre

2. Si la pince n'est pas rigoureusement horizontale, la gravité peut conduire à un gradient de potentiel le long de l'axe de la pince. Celui-ci peut être compensé par un décalage  $\delta z$  entre le centre du piège optique et le centre du piège magnétique.

piège magnétique Ioffe-Pritchard ( $B_0 \approx 7$  G) correspond à un déplacement du niveau par effet Zeeman de  $E_0/h \approx 5$  MHz. L'effet Zeeman quadratique est alors suffisamment important pour que l'on puisse adresser par une transition radiofréquence indépendamment les niveaux hyperfins  $m_F = 0$  et  $m_F = +1$  [130].

Le champ radiofréquence est émis par les bobines du piège magnéto-optique, utilisées par ailleurs pour l'évaporation dans le piège magnétique. Il est généré par un synthétiseur à technologie DDS (*Direct Digital Synthesis*), contrôlé numériquement par l'ordinateur. Sa stabilité aussi bien en fréquence qu'en amplitude est largement au-delà des exigences expérimentales. Ces deux paramètres sont particulièrement critiques car ils déterminent respectivement l'énergie et le flux du laser à atomes. Nous donnons dans la suite une calibration précise de l'amplitude du champ rf à partir d'un signal atomique, puis nous décrivons les améliorations apportées à l'expérience pour stabiliser au mieux le biais magnétique.

### 3.1.3.1 Calibration de l'amplitude de couplage

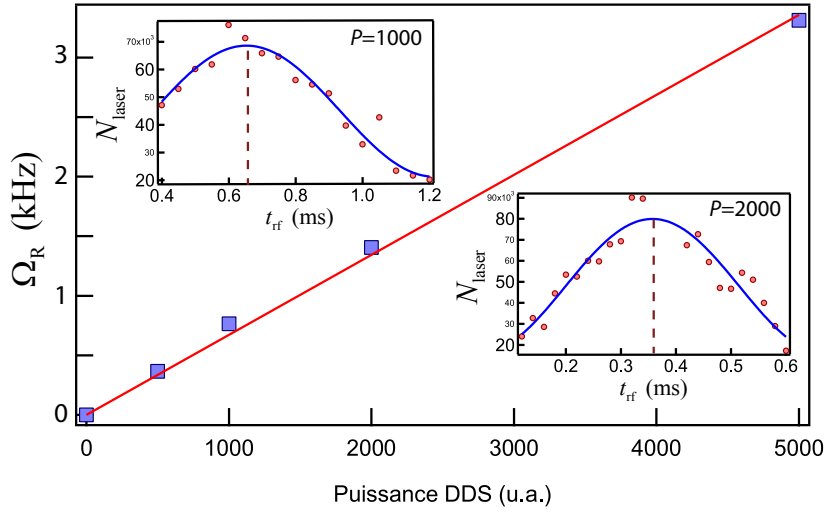


FIGURE 3.2: Calibration de l'amplitude de couplage à l'aide d'impulsions de radiofréquence courtes (de l'ordre de la milliseconde) générant des oscillations de Rabi.

Afin de calibrer précisément l'amplitude du champ ressenti par les atomes, nous nous plaçons dans un régime où le temps de couplage  $t_{rf}$  est tel que  $t_{rf} \ll \hbar/\mu_{BEC}$  de façon ce que la largeur spectrale de l'impulsion permette de coupler l'intégralité du condensat<sup>3</sup>. Le système se comporte alors comme un système à deux niveaux. Il est alors possible de mesurer la fréquence d'oscillation de Rabi  $\Omega_R$  entre les états hyperfins qui correspond, dans le cas d'un système à deux

3. Comme nous le verrons par la suite (§ 3.2.3), la forme du spectre est très piquée (Fig. 3.4) de sorte que cette condition est beaucoup moins stricte :  $t_{rf} \ll 1/\omega_z$  est suffisant pour coupler un nombre significatif d'atomes.

niveaux, à l'amplitude du couplage  $\Omega_{\text{rf}}$  :

$$\hbar\Omega_{\text{rf}} = \frac{g_F\mu_B B_{\text{rf}}}{\sqrt{2}} \quad (3.9)$$

Il est cependant nécessaire de travailler ici avec des amplitudes de couplage importantes pour qu'on l'on puisse effectuer au moins une demi-oscillation pendant la durée de l'impulsion ( $t_{\text{rf}} > 1/2\Omega_{\text{R}}$ ). Nous extrapolons ensuite la calibration aux faibles amplitudes de couplage qui correspondent au régime de fonctionnement normal du laser à atomes.

### 3.1.3.2 Stabilisation du biais magnétique

Dans cette expérience, l'aspect technique le plus crucial consiste à stabiliser au mieux le champ magnétique de biais. En effet, d'après la relation de conservation de l'énergie 3.1, toute fluctuation du biais  $B_0$  pendant le temps de couplage est directement reproduite sur l'énergie des atomes extraits. On peut considérer ces fluctuations en fonction de leur fréquence : les fluctuations haute fréquence  $f > 2\pi/t_{\text{rf}}$  participent à l'élargissement spectral du laser à atomes (par exemple, une fluctuation du biais de  $\Delta B_0 = 1$  mG soit  $\Delta B_0/B_0 = 140$  p.p.m. correspond à un élargissement spectral de  $\Delta\nu = 740$  Hz  $\approx \mu_{\text{BEC}}/5$ ) ; et les fluctuations basse fréquence  $f < 2\pi/t_{\text{rf}}$  gênent des variations coup à coup de l'énergie du laser à atomes et peuvent ainsi rendre les expériences inexploitable.

Ces fluctuations peuvent provenir :

- Soit du bruit ambiant lié à la quantité importante d'appareils électriques en fonctionnement autour de l'expérience. Pour limiter leur impact, nous avons installé autour de la première chambre de science un blindage en mu-métal permettant d'atténuer les rayonnements électromagnétiques extérieurs au système. Les appareils électroniques, sources de bruits, ont de plus été physiquement éloignés au maximum de l'enceinte.
- Soit directement de fluctuations du courant qui circule dans les bobines générant le biais magnétique. Pour les réduire, nous avons mis en place un asservissement de l'alimentation du dipôle. La mesure du courant est réalisée à l'aide d'un capteur fonctionnant sur la technologie *DCCT* [196], dont la précision annoncée est de l'ordre de la fraction de p.p.m. Au final, le bruit mesuré sur le courant asservi est inférieur à 180  $\mu\text{A}$  rms (sur une commande de 15 A).

## 3.2 Détermination du spectre de couplage radiofréquence

Dans cette partie, nous étudions en détail le couplage radiofréquence et déterminons le spectre de couplage du laser, *i.e.* le flux du laser à atomes en fonction de la position du couplage. Nous développons un modèle théorique dans le cadre de l'approximation quasi-1D et montrons que les efforts réalisés au niveau

de la stabilisation du biais magnétique nous permettent désormais de résoudre l'essentiel du spectre calculé.

### 3.2.1 Description d'un modèle théorique

Afin de donner une description théorique simple du couplage, on fait les hypothèses suivantes :

1. On suppose que la constante d'interaction  $g_{\text{coll}} = 4\pi\hbar^2 a/m$  est indépendante du sous état hyperfin considéré [195]. Cette hypothèse est indispensable à la description quasi-1D dans laquelle nous effectuons nos calculs.
2. Pour le calcul du spectre de couplage radiofréquence, on néglige les interactions entre les atomes du laser à atomes ( $an_{1D} \ll 1$ ) [101]. Notez bien que cela n'empêche pas ces interactions de jouer un rôle important pendant la propagation de l'onde de matière dans le guide optique (cf. § 3.4.2).
3. On suppose que le condensat évolue adiabatiquement durant le processus de couplage.
4. On néglige la fréquence de confinement ou d'anti-confinement résiduelle du laser selon l'axe  $z$ , *i.e.* on suppose une compensation parfaite entre les effets du guide optique et du champ magnétique.

### 3.2.2 Approximation quasi-1D et fonction d'onde transverse

La géométrie très allongée du piège optique suggère le recours à l'approximation quasi-1D décrite § 1.1.4. Celle-ci consiste à écrire la fonction d'onde du laser à atomes sous la forme séparable :

$$\Psi_E(\mathbf{r}) = \phi_E(z)\psi_{\perp}(\boldsymbol{\rho}, z) \quad (3.10)$$

avec la condition de normalisation  $\int |\psi_{\perp}|^2 \boldsymbol{\rho} d\boldsymbol{\rho} = 1$ . Pour effectuer cette approximation, il faut supposer que les états propres transverses du guide évoluent lentement de sorte que la fonction d'onde transverse puisse les suivre adiabatiquement. L'équation (Eq. 1.18) régissant l'évolution de la fonction d'onde longitudinale du laser à atomes  $\phi_E$  s'écrit alors :

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + V_{\text{eff}}(z) \right] \phi_E(z) = E\phi_E(z) \quad (3.11)$$

où le potentiel effectif  $V_{\text{eff}}$  prend en compte l'énergie du mode transverse (on rappelle qu'on néglige les interactions) :

$$V_{\text{eff}}(z) = \int d\boldsymbol{\rho} \left( \frac{\hbar^2}{2m} |\nabla_{\perp} \psi_{\perp}|^2 + V(\boldsymbol{\rho}, z) |\psi_{\perp}|^2 \right) \quad (3.12)$$

Un élément essentiel de notre configuration tient au fait que le potentiel transverse ressenti par un atome du laser est le même que celui ressenti par un atome du condensat. Par conséquent, leur état fondamental transverse doit

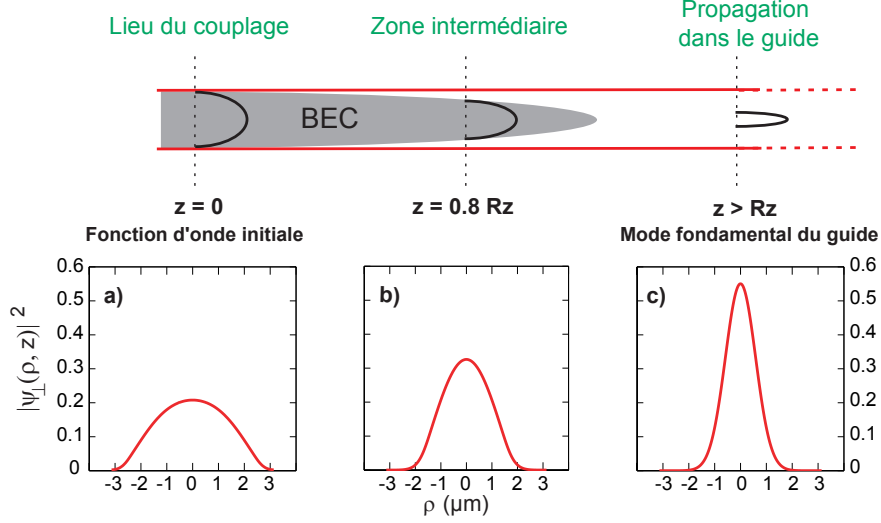


FIGURE 3.3: Évolution de la fonction d'onde transverse  $\psi_{\perp}$  du laser à atomes au cours de son extraction hors de la zone de recouvrement avec le condensat.

être identique dans la zone de couplage. En supposant que la fonction d'onde transverse du laser à atomes  $\psi_{\perp}$  suit adiabatiquement le mode fondamentale du piège transverse lors de sa propagation (cf. Fig.3.3), on connaît son expression partout :

$$\psi_{\perp}(\rho, z) = \left[ \frac{2}{\pi R_{\perp}(z)^2} \max \left( 1 - \frac{\rho^2}{R_{\perp}(z)^2}, 0 \right) \right]^{1/2} \text{ pour } |z| < R_z \quad (3.13)$$

$$\psi_{\perp}(\rho, z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma_{\perp}} e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma_{\perp}^2}} \text{ pour } |z| > R_z \quad (3.14)$$

où  $\sigma_{\perp} = (\hbar/m\omega_{\perp})^{1/2}$  correspond au mode fondamental transverse dans le guide<sup>4 5 6</sup>

Dans l'équation 3.11, le potentiel chimique effectif  $V_{\text{eff}}$  s'écrit alors :

$$\begin{cases} V_{\text{eff}}(z) = V_{\parallel}(z) \text{ pour } |z| < R_z \\ V_{\text{eff}}(z) = \hbar\omega_{\perp} \text{ pour } |z| > R_z \end{cases} \quad (3.15)$$

En pratique, dans le cas où on peut négliger l'énergie transverse  $\hbar\omega_{\perp}$ , l'équation 3.11 s'écrit sous la forme d'une simple équation de Schrödinger :

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + V_{\parallel}(z) \right] \phi_E(z) = E\phi_E(z) \quad (3.16)$$

4. On remarquera que cette image est aussi valide dans le cas où l'on prend en compte les interactions, tant que  $an_{1D} < 1$ .

5. Cette hypothèse n'est en pratique pas vérifiée, et le faisceau atomique est multimode transverse (cf. § 3.4.2).

6. Dans la zone intermédiaire, qui correspond au bord du condensat  $z \sim R_z$ , comme nous le verrons, le taux de couplage est quasiment nul et il n'est pas nécessaire de donner une description plus fidèle de la fonction d'onde transverse.



### 3.2.3 Calcul du spectre de couplage radiofréquence

Le potentiel longitudinal étant diffusif, on peut décrire le couplage par un état initial couplé à un continuum d'états finaux. Dans le régime de couplage faible (cf. § 3.3), le couplage est bien décrit par la règle d'or de Fermi [103,197]. Pour une intensité de couplage  $\Omega_{\text{rf}}$ , le taux de couplage est alors donné par :

$$\Gamma(E) = \frac{2\pi}{\hbar} \left( \frac{\hbar\Omega_{\text{rf}}}{2} \right)^2 \eta(E) \frac{1}{N_{\text{BEC}}} \left| \int \Psi_{\text{BEC}} \Psi_E^* d\rho dz \right|^2 \quad (3.17)$$

où l'énergie  $E$  du laser à atomes correspond à la condition de résonance  $E = E_{\text{BEC}} - \hbar\nu_{\text{rf}}$  et  $\eta(E)$  la densité d'états du continuum à l'énergie  $E$ . La détermination du spectre de couplage radiofréquence tient alors principalement dans le calcul de l'intégrale de recouvrement tridimensionnelle entre la fonction d'onde du condensat et la fonction d'onde du laser à atomes à l'énergie  $E$  :

$$\mathcal{I}(E) = \int \Psi_{\text{BEC}} \Psi_E^* d\rho dz \quad (3.18)$$

Dans l'approximation quasi-1D discutée précédemment, l'intégrale sur les coordonnées transverses est triviale et le recouvrement se réduit à :

$$\mathcal{I}(E) = \int \sqrt{n_{\text{1D}}^{\text{BEC}}(z)} \phi_E(z) dz \quad (3.19)$$

où  $n_{\text{1D}}^{\text{BEC}}(z) = \int d\rho |\Psi_{\text{BEC}}(\rho, z)|^2$  est la densité linéique du condensat. Celle-ci est donnée dans l'approximation de Thomas-Fermi par l'équation 1.23 :

$$n_{\text{1D}}^{\text{BEC}}(z) = \frac{15N_{\text{BEC}}}{16R_z} \left[ \max \left( 1 - \frac{z^2}{R_z^2}, 0 \right) \right]^2 \quad (3.20)$$

Si le calcul exact de l'intégrale de recouvrement  $\mathcal{I}$  nécessite la détermination de la fonction d'onde longitudinale (cf. Annexe A), une approche semi-classique est suffisante dans la plupart des cas.

#### 3.2.3.1 Calcul semi-classique

Pour cela, on considère que le couplage est localisé au point de rebroussement classique (*principe de Franck-Condon*) [198]. Dans le cas du couplage radiofréquence, l'impulsion transmise aux atomes est négligeable. Les points de rebroussement  $z_E$  sont alors solutions de l'équation  $V(z_E) = E$ . On obtient ainsi deux positions symétriques :

$$z_E = \pm \sqrt{\frac{2\hbar \delta\nu_{\text{rf}}}{m\omega_z^2}} \quad (3.21)$$

où  $\hbar\delta\nu_{\text{rf}} = \mu_{\text{BEC}} - E$  est le désaccord de fréquence par rapport à un couplage au centre du condensat. Cette approche revient formellement à remplacer la

fonction d'onde longitudinale  $\phi_E(z)$  par une distribution de Dirac centrée en  $z = z_E$  :

$$\Gamma(E) = \frac{\pi \hbar \Omega_{\text{rf}}^2}{2} \eta(E) \frac{1}{N_{\text{BEC}}} \int dz n_{1\text{D}}^{\text{BEC}}(z) \delta(z - z_E) \quad (3.22)$$

Finalement, étant donné que  $\eta(E) = 1/(m\omega_z^2 z_E)$ , le taux de couplage correspondant à un côté du laser à atomes est donné par :

$$\Gamma(E) = \frac{\pi \hbar \Omega_{\text{rf}}^2}{2m\omega_z^2 z_E} \frac{n_{1\text{D}}^{\text{BEC}}(z_E)}{N_{\text{BEC}}} \quad (3.23)$$

ou encore en fonction des paramètres expérimentaux contrôlables  $\{\delta\nu_{\text{rf}}, \Omega_{\text{rf}}\}$  :

$$\Gamma(\delta\nu_{\text{rf}}) = \frac{15\pi}{64} \frac{\hbar \Omega_{\text{rf}}^2}{\mu_{\text{BEC}}^{5/2}} \frac{(\mu_{\text{BEC}} - \hbar \delta\nu_{\text{rf}})^2}{\sqrt{\hbar \delta\nu_{\text{rf}}}} \quad (3.24)$$

On remarque que l'expression 3.23 est analogue à celle s'appliquant à un laser gravitationnel [197], en remplaçant l'accélération de la gravité  $g$  par l'accélération locale  $g_{\text{eff}} = \omega_z^2 z_E$  du potentiel  $V_{\parallel}$  à la position  $z_E$ . Cependant, la forme du spectre obtenu est très différente (cf. Fig. 3.4) du fait que  $g_{\text{eff}}$  varie fortement avec la position de couplage. Qui plus est, la largeur du spectre est plus petite de quasiment un ordre de grandeur<sup>7</sup>, et le spectre diverge autour de  $\delta\nu_{\text{rf}} = 0$  (couplage au centre du condensat). Une étude complète de l'intégrale de recouvrement est alors nécessaire.

### 3.2.3.2 Calcul complet

Le taux de couplage obtenu par le calcul complet des fonctions d'onde  $\phi_E(z)$  donné en annexe A est tracé Fig. 3.4. Il peut être décomposé qualitativement en deux domaines qui correspondent à deux continus de largeurs différentes :

- Sur le côté, la largeur correspond au potentiel chimique du condensat  $\mu_{\text{BEC}}$ .
- Au centre, la largeur est donnée par la fréquence de piégeage  $\hbar\omega_z$ . On observe en particulier que le taux de couplage est maximal pour  $\delta = \hbar\omega_z/4$  :

$$\Gamma(\hbar\delta \sim \frac{\hbar\omega_z}{4}) \approx \frac{\Omega_{\text{rf}}^2}{2\omega_z} \Pi_{\sigma_z} \approx \frac{\Omega_{\text{R}}^2}{2\omega_z} \quad (3.25)$$

où  $\Pi_{\sigma_z} = \sqrt{2}\pi\sigma_z n_{1\text{D}}^{\text{BEC}}(0)/N_{\text{BEC}}$  représente la proportion d'atomes contenue dans la région de couplage d'extension spatiale  $\sqrt{2}\pi\sigma_z$ . Ceci est cohérent avec le résultat correspondant au couplage à un continuum de largeur finie  $\hbar\omega_z$ , la fréquence d'oscillation de Rabi étant liée à l'amplitude de couplage par  $\Omega_{\text{R}} \sim \Omega_{\text{rf}} \sqrt{\Pi_{\sigma_z}}$  [199].

Étant donné que le condensat est bien décrit dans le régime de Thomas-Fermi 3D ( $\mu_{\text{BEC}} \gg \hbar\omega_{\perp} \gg \hbar\omega_z$ ), le spectre de couplage est nécessairement très piqué. Cette spécificité liée à notre configuration rend la mesure précise du

7. Dans le cas d'un laser gravitationnel, la largeur du spectre est typiquement de l'ordre de  $\Delta \sim mgR_z/\hbar \sim 10$  kHz [91, 103].

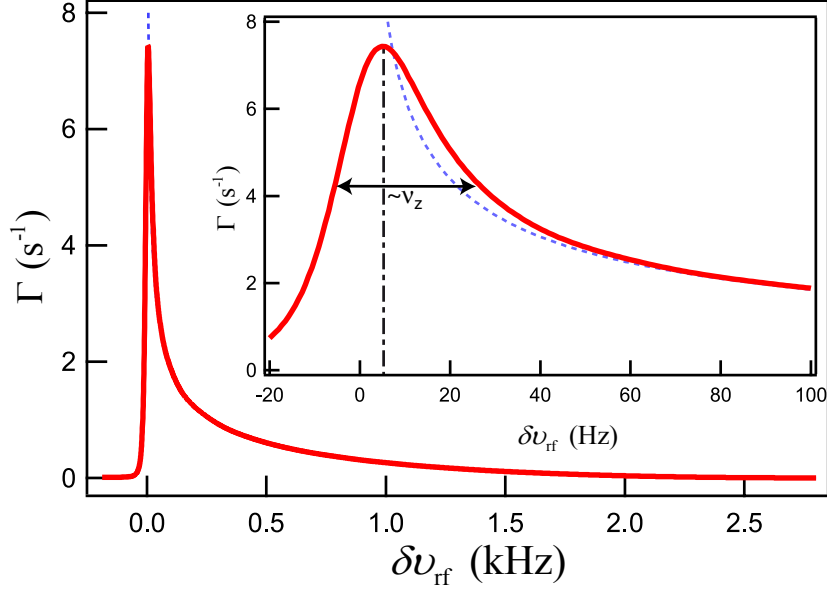


FIGURE 3.4: Taux de couplage  $\Gamma$  en fonction du désaccord en fréquence, pour une amplitude de couplage  $\Omega_{rf}/2\pi = 15,1$  Hz et un potentiel chimique  $\mu_{BEC}/h = 2,8$  kHz. La ligne continue rouge correspond au calcul complet de l'intégrale de recouvrement des fonctions d'onde, celle en pointillés bleus, au calcul réalisé dans l'approximation semi-classique (Eq. 3.23). L'insert met en valeur le couplage au centre du condensat pour lequel l'approximation semi-classique n'est plus valide. La largeur typique du sommet correspond à la fréquence longitudinale  $\omega_z/2\pi = 27$  Hz.

spectre particulièrement délicate à cause des fluctuations du champ magnétique. Celles-ci induisent un élargissement du spectre lié à sa convolution par le bruit magnétique. La mesure réalisée à Orsay et présentée dans la thèse de J. Billy [93] correspondait par exemple à un bruit magnétique de largeur  $\sigma = 440$  Hz, soit une fraction non négligeable de la largeur totale du spectre! La résolution expérimentale du spectre présentée dans le paragraphe suivant est directement liée aux efforts réalisés pour stabiliser le biais.

### 3.2.3.3 Observation expérimentale

Le taux de couplage  $\Gamma$  est mesuré en appliquant un champ radiofréquence de faible puissance pendant une durée de  $t_{rf} = 100$  ms. Le nombre total d'atomes couplés dans le laser  $N_{laser}$  est ensuite mesuré par imagerie par fluorescence, en tenant compte des deux côtés du laser. Comme une faible fraction des atomes du condensat est extraite, on peut négliger les effets de déplétion (voir Annexe D). Le taux de couplage  $\Gamma$  est alors simplement donné par :

$$\Gamma = \frac{N_{laser}}{N_{BEC}t_{rf}} \quad (3.26)$$

où  $N_{BEC}$  est le nombre d'atomes initial du condensat.

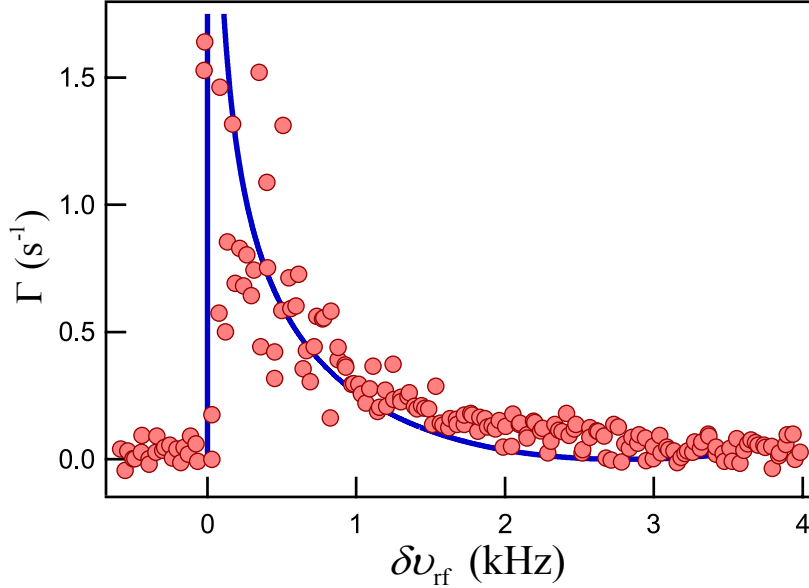


FIGURE 3.5: Taux de couplage  $\Gamma$  en fonction du désaccord  $\delta\nu_{\text{rf}}$  pour une intensité de couplage  $\Omega_{\text{rf}}/2\pi = 15,1 \pm 1$  Hz. Le potentiel chimique du condensat source est ici  $\mu_{\text{BEC}}/h = 2,8$  kHz. Le temps de couplage est  $t_{\text{rf}} = 100$  ms. La courbe continue correspond au calcul théorique.

Les résultats expérimentaux sont montrés Fig. 3.5 pour une intensité de couplage  $\Omega_{\text{rf}}/2\pi = 15,1 \pm 1$  Hz. Le spectre a une extension totale qui correspond au potentiel chimique  $\mu_{\text{BEC}}$  et on retrouve la forme très piquée ainsi que la coupure très rapide autour de  $\delta\nu_{\text{rf}} = 0$  (Fig.3.4), caractéristique de notre configuration guidée. Cette montée brusque du couplage nous permet de calibrer de façon absolue le désaccord en fréquence  $\delta\nu_{\text{rf}}$ . En dehors de cela, l'accord entre les prédictions théoriques et les résultats expérimentaux est obtenu sans aucun paramètre libre (l'amplitude de couplage ayant été calibrée indépendamment). Les légères déviations autour de  $\delta\nu_{\text{rf}} \sim \mu_{\text{BEC}}/h$  correspondent à la présence d'un résidu d'atomes thermiques.

Au centre du condensat, le taux de couplage mesuré sature autour de  $\Gamma \approx 3 \text{ s}^{-1}$ , conduisant à d'importantes déviations par rapport aux prévisions théoriques. Un tel effet s'explique en partie par la présence de fluctuations coup à coup de la position de couplage d'environ 150 Hz rms qui viennent brouiller la détermination expérimentale du spectre de couplage, et qui empêchent en particulier une étude plus précise du couplage au centre du condensat. Celles-ci ont pour origine des fluctuations lentes du biais de l'ordre de 0,2 mG rms. Une dérive long terme, de l'ordre de 0,4 mG/h (300 Hz/h), a quant à elle été mesurée et corrigée dans les données présentées Fig.3.5. Notons enfin que la montée brusque autour de  $\delta\nu_{\text{rf}} = 0$  suggère une borne supérieure aux fluctuations du champ magnétique dans la gamme de fréquences supérieures à 20 Hz de 70  $\mu\text{G}$  rms.

Par ailleurs, au centre du condensat, la force d'extraction des atomes est

quasiment nulle, de sorte que les atomes passent plus de temps dans une zone où ils peuvent être recouplés dans le condensat. Le développement effectué jusqu'à présent n'est alors plus valide. Dans la prochaine partie, nous déterminons les limites de ce développement, correspondant au régime de *couplage faible*.

### 3.3 Limites du régime de couplage faible

Les calculs présentés précédemment sont basés sur la règle d'or de Fermi. Celle-ci repose sur l'approximation de Born-Markov : le processus de couplage doit être irréversible. Dans ce régime, le temps de mémoire associé au continuum de largeur  $\Delta$ ,  $t_m \sim \hbar/\Delta$ , *i.e.* le temps de corrélation de la fonction d'onde d'une particule libre, doit être suffisamment court pour que les atomes ne puissent pas être recouplés dans le condensat :  $\Gamma t_m \ll 1$ , *i.e.*  $\Gamma \ll \Delta$ . Pour notre configuration guidée, nous avons qualitativement deux largeurs de continuum, de sorte que cette condition s'exprime sous la forme  $\Gamma \ll 1/\omega_z$  au centre du condensat et  $\Gamma \ll \hbar/\mu_{\text{BEC}}$  sur le bord du condensat.

Cette vision peut cependant être perturbée par la présence d'états liés dans la base des états habillés par le champ radiofréquence (Fig.3.6) [200,201], comme cela a déjà été observé dans le groupe de John D. Close à Canberra, dans le cas d'un laser gravitationnel [80,202,203].

#### 3.3.1 Amplitude de couplage critique

Nous donnons ici deux approches équivalentes qui permettent d'obtenir l'amplitude du couplage critique au-delà de laquelle le régime de couplage faible n'est plus valide du fait de l'apparition d'états liés dans la base des états habillés par le champ radiofréquence. Les niveaux d'énergie associés à ces états habillés sont représentés Fig. 3.6.

**Analyse cinétique** Dans la base des états habillés, les niveaux  $m_F = -1$  et  $m_F = 0$  donnent lieu à anti-croisement. La nature de la transition dépend de son caractère plus ou moins adiabatique. Pour un couplage radiofréquence, aucune impulsion n'est transférée aux atomes, et les atomes sont accélérés à l'issue du processus de couplage par la pente locale du potentiel :  $\frac{dV_{\text{laser}}}{dz}(z_E) = mg_{\text{eff}}$ , avec  $g_{\text{eff}} = \omega_z^2 z_E$ . La probabilité de passage adiabatique à travers la zone de croisement, de largeur  $\Delta z_{\Omega_{\text{rf}}} = \hbar\Omega_{\text{rf}}/mg_{\text{eff}}$ , peut alors être approximée par la formule de Landau-Zener<sup>8</sup> [204], à partir du temps de passage dans la zone de

8. Contrairement aux conditions usuelles d'application de la formule de Landau-Zener, les atomes ne traversent pas la zone de couplage à vitesse constante mais y sont accélérés.

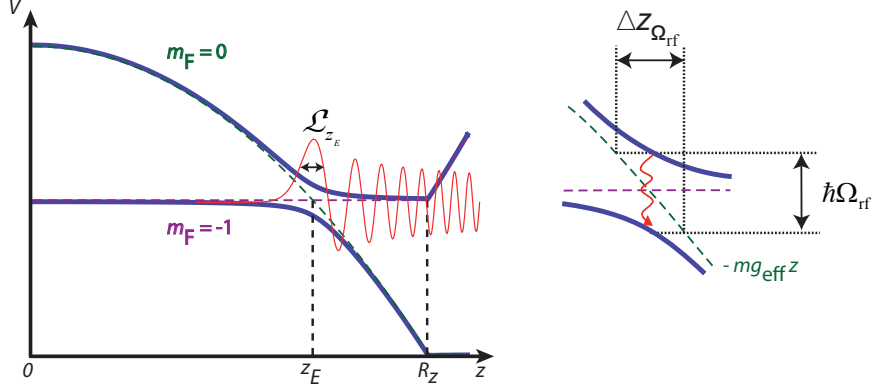


FIGURE 3.6: Anti-croisement des niveaux dans la base des états habillés pour une intensité de couplage  $\Omega_{\text{rf}}$ . En pointillés : potentiels ressentis pour les niveaux du condensat ( $m_F = -1$ ) et du laser ( $m_F = 0$ ). En trait plein : potentiels habillés. En trait fin rouge : fonction d'onde du laser à atomes  $\phi_E$  à l'énergie  $E$ . Autour de la position  $z_E$ , celle-ci peut être approximée par une fonction d'Airy. La taille du premier lobe de cette fonction est notée  $\mathcal{L}_{z_E}$ . À droite, zoom sur l'anti-croisement des niveaux habillés autour de la zone de couplage, de largeur spatiale  $\Delta z_{\Omega}$ .

couplage  $\tau_{\text{passage}}$  et du temps de couplage  $\tau_{\text{flip}}$  :

$$P_{\text{transfert}} \approx \exp\left(-2\pi \frac{\tau_{\text{passage}}}{\tau_{\text{flip}}}\right) \text{ avec } \begin{cases} \tau_{\text{passage}} = \sqrt{2 \frac{\Delta z_{\Omega_{\text{rf}}}}{g_{\text{eff}}}} = \sqrt{2 \frac{\hbar \Omega_{\text{rf}}}{m g_{\text{eff}}^2}} \\ \tau_{\text{flip}} = \frac{1}{\Omega_{\text{rf}}} \end{cases} \quad (3.27)$$

En particulier, on peut réécrire l'équation 3.27 uniquement à partir d'un rapport de fréquences de couplage :

$$P_{\text{transfert}} = \exp\left[\left(\frac{\Omega_{\text{rf}}}{\Omega_{\text{rf}}^c}\right)^{3/2}\right] \text{ avec } \Omega_{\text{rf}}^c = \left(\frac{2m g_{\text{eff}}^2}{\pi^2 \hbar}\right)^{1/3} \quad (3.28)$$

La fréquence  $\Omega_{\text{rf}}^c$  correspond ici à la fréquence de couplage critique au-delà de laquelle la transition la plus probable est adiabatique. On retrouve la condition d'adiabaticité donnée par O. Zobay et B.M. Garraway pour décrire l'évolution d'un condensat dans des potentiels habillés par un champ radiofréquence [205]. Les atomes extraits peuvent en effet être piégés dans les états liés présents dans la base des états habillés si bien qu'une description du couplage dans le régime de couplage faible n'est plus valable.

On remarque par ailleurs que la taille de la zone de couplage  $\Delta z_{\Omega}$  associée à cette limite correspond à la largeur du premier lobe de la fonction d'Airy du

laser à atomes extrait <sup>9</sup> :

$$\Delta z_{\Omega_{\text{rf}}^c} = \left( \frac{\hbar^2}{2m^2 g_{\text{eff}}} \right)^{1/3} = \mathcal{L}_{z_E} \quad (3.29)$$

**Analyse énergétique** Il n'est pas surprenant de retrouver ici cette taille caractéristique. On peut en effet retrouver la condition 3.28 à partir de considérations purement énergétiques impliquant la pression quantique au point de rebroussement classique :  $E_k(z_E) \sim \hbar^2/2m\mathcal{L}_{z_E}^2$ . Pour un couplage radiofréquence, aucune impulsion n'est transférée aux atomes et l'énergie cinétique des atomes extraits se réduit à cette contribution.

Des états liés peuvent apparaître lorsque l'amplitude de couplage  $\hbar\Omega_{\text{rf}}$  excède l'énergie cinétique des atomes extraits :  $E_k(z_E) \ll \hbar\Omega_{\text{rf}}$ . Cette limite correspond à une amplitude de couplage critique équivalente à celle obtenue Eq. 3.28 [205, 206] :

$$\Omega_{\text{rf}}^c \sim \left( \frac{4}{\pi^2} \right)^{1/3} \left( \omega_z^2 2\pi\delta\nu_{\text{rf}} \right)^{1/3} = \left( \frac{2mg_{\text{eff}}^2}{\pi^2\hbar} \right)^{1/3} \quad (3.30)$$

Au centre du condensat,  $\mathcal{L}_{z_E}$  correspond à la taille de l'oscillateur harmonique  $\sigma_z$ , et la limite s'écrit plus simplement :  $\Omega_{\text{rf}}^c \sim \omega_z/(2\pi^2)^{1/3}$ . On peut alors écrire un critère pour l'intégralité du spectre (cf. Fig. 3.7) :

$$\Omega_{\text{rf}}^c \sim \left( \frac{1}{2\pi^2} \right)^{1/3} \omega_z \left( 1 + 64 \left( \frac{2\pi\delta\nu_{\text{rf}}}{\omega_z} \right)^2 \right)^{1/6} \quad (3.31)$$

**Taux de couplage maximal** En combinant cette limite avec l'expression du taux de couplage (Eq.3.23), on obtient l'expression du taux de couplage maximal dans le régime de couplage faible :

$$\Gamma_{\text{max}} \equiv \max_{\delta\nu_{\text{rf}}} [\Gamma(\Omega_{\text{rf}}^c(\delta\nu_{\text{rf}}), \delta\nu_{\text{rf}})] \sim 0,45 \frac{\omega_z}{(\mu_{\text{BEC}}/\hbar\omega_z)^{1/3}} \quad (3.32)$$

correspondant à une position de couplage légèrement décalée vers le côté du condensat ( $\hbar\delta\nu_{\text{rf}} \sim \mu_{\text{BEC}}/13$ , cf. Fig. 3.7). Comme  $\mu_{\text{BEC}} \gg \hbar\omega_z$ , l'expression 3.32 conduit nécessairement à  $\Gamma_{\text{max}} \ll \omega_z$ <sup>10</sup>. Avec  $\omega_z/2\pi = 27$  Hz, correspondant aux figures 3.4 et 3.5, on obtient  $\Gamma_{\text{max}} \sim 8$  s<sup>-1</sup>.

Comparé aux autres schémas de lasers à atomes, notamment par rapport à ceux réalisés par une extraction des atomes à l'aide d'une transition Raman [80, 202, 203], le flux maximal réalisable (en régime d'émission quasi-continue) est ici inférieur de un à deux ordres de grandeur.

9. Pour un couplage sur le bord du condensat, la fonction d'onde du laser à atomes est proche d'une fonction d'Airy (cf. Annexe A).

10. En plus de ces considérations, la validité de l'hypothèse de suivi adiabatique du condensat durant le processus de couplage impose des conditions supplémentaires sur le taux de couplage [197, 207, 208]. Néanmoins, la condition donnée par l'équation 3.32 implique  $\Gamma \ll \omega_z$ , alors que l'énergie typique des premiers modes excités du condensat (*modes de Bogolyubov*) est  $\hbar\omega_z$ . On s'attend alors à ce que ces conditions soient *a priori* moins contraignantes.

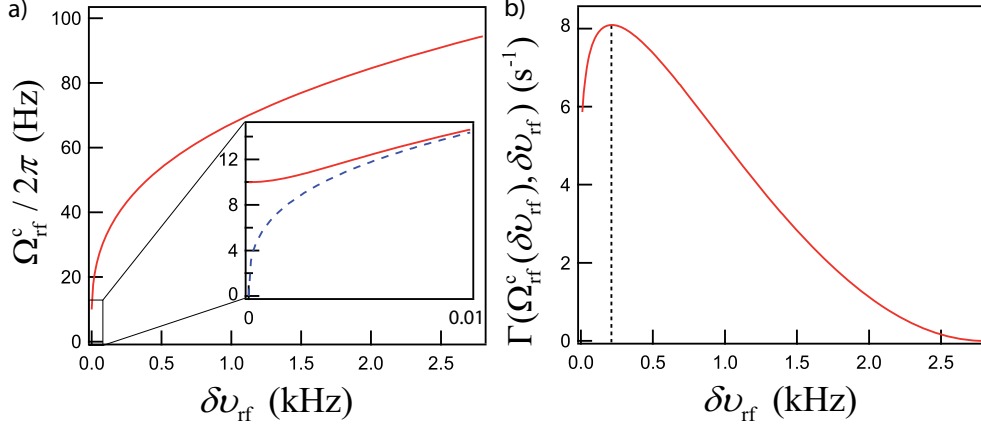


FIGURE 3.7: Intensité de couplage critique  $\Omega_c(\delta\nu_{rf})$  (Eq. 3.31 en trait continu rouge et Eq. 3.30 en trait pointillé bleu) et taux de couplage maximum  $\Gamma_{max}$  pour un condensat de potentiel chimique  $\mu_{BEC}/h = 2,8$  kHz et pour  $\omega_z/2\pi = 27$  Hz.

### 3.3.2 Observation de la saturation du flux au-delà du régime de couplage faible

Afin d'étudier les performances au niveau du flux accessible à notre laser à atomes, nous augmentons l'intensité du couplage radiofréquence  $\Omega_{rf}$  à désaccord  $\delta\nu_{rf}$  fixé. Afin de minimiser les effets de déplétion du condensat pour de fortes intensités de couplage, nous nous limitons ici à des temps de couplage de  $t_{rf} = 20$  ms. Enfin, pour pouvoir décrire les effets de déplétion, nous nous intéressons ici directement à  $N_{laser}$  plutôt qu'à  $\Gamma$ .

L'évolution du nombre d'atomes  $N_{laser}$  est représentée Fig. 3.8 pour trois désaccords de fréquence :  $\delta\nu_{rf} = 0, 60 ; 1, 29$  et  $2, 25$  kHz. Toutes ces valeurs correspondent à des positions de couplage sur le côté du condensat, moins sensibles aux fluctuations coup à coup.

Comme attendu, l'évolution de  $N_{laser}$  suit bien la formule semi-classique 3.24 pour des intensités de couplage faibles. Lorsque l'on augmente  $\Omega_{rf}$  au-delà de la limite imposée par les conditions de couplage faible (zone grisée), on observe une déviation par rapport au calcul semi-classique, puis une saturation du flux du laser à atomes. Un calcul analytique du taux de couplage, prenant en compte l'effet de la déplétion du condensat est donné dans l'annexe D. Il consiste à résoudre l'équation :

$$\frac{dN}{dt} = -\Gamma(N)N \quad (3.33)$$

Bien que cela puisse expliquer une partie de cette déviation (courbe en pointillés), on constate que la correction reste insuffisante.

Au contraire, une résolution numérique des équations de Gross-Pitaevskii 1D couplées (cf. Annexe C) reproduit particulièrement bien les résultats observés. On observe en particulier que les résultats obtenus par celle-ci s'écartent significativement des résultats prédits par le calcul réalisé dans le régime de couplage faible précisément au niveau où  $\Omega_{rf} \sim \Omega_{rf}^c$ . La limite de couplage faible semble



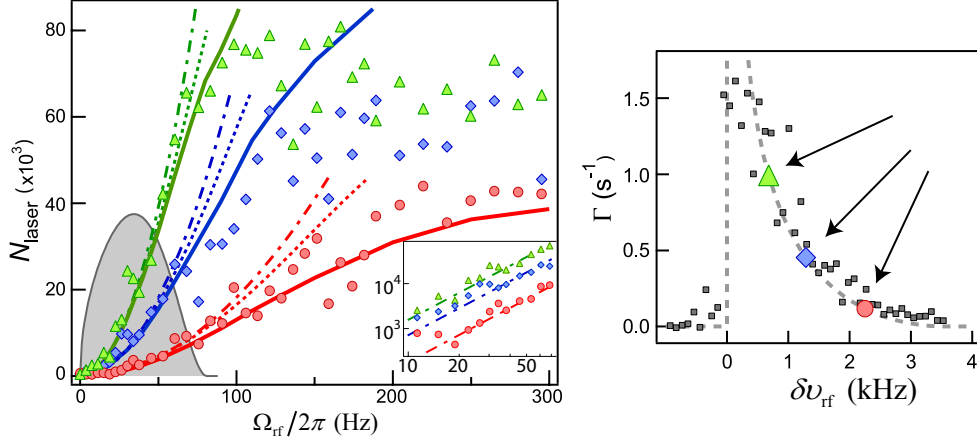


FIGURE 3.8: Nombre d'atomes extraits du condensat en fonction de l'intensité de couplage  $\Omega_{\text{rf}}$  aux positions de couplage représentées sur la courbe de couplage à droite (mesurée pour  $\Omega_{\text{rf}}/2\pi = 22,6 \pm 1$  Hz) :  $\Delta$  (vert)  $\delta\nu_{\text{rf}} = 0,60 \pm 0,05$  kHz;  $\diamond$  (bleu)  $\delta\nu_{\text{rf}} = 1,29 \pm 0,05$  kHz;  $\circ$  (rouge)  $\delta\nu_{\text{rf}} = 2,25 \pm 0,05$  kHz. Le potentiel chimique du condensat est  $\mu_{\text{BEC}} = 3,6$  kHz. Le temps de couplage est  $t_{\text{rf}} = 20$  ms. Les courbes en traits tiret-pointillés correspondent au calcul semi-classique (Eq.3.23). Les courbes en pointillés tiennent compte de la déplétion du condensat. Les courbes en traits pleins sont obtenues par résolution numérique des équations de Gross-Pitaevskii 1D couplées (cf. Annexe C). La zone grisée correspond au domaine de validité du régime de couplage faible. Dans cette zone, les données sont reproduites en échelle log-log dans l'insert.

donc particulièrement bien rendue par la condition 3.28.

Pour un couplage au centre du condensat (triangles verts), on observe par ailleurs une saturation vers  $N_{\text{laser}} \sim 60 \cdot 10^3$ . La vitesse d'extraction de ces atomes étant  $v \sim (2\mu_{\text{BEC}}/m)^{1/2} = 5$  mm.s<sup>-1</sup>, la densité atomique dans le laser à atomes est  $n_{1\text{D}} \sim 400$  at. $\mu\text{m}^{-1}$ , i.e.  $an_{1\text{D}} \sim 2$ . Dans ce régime, l'approximation quasi-1D n'est plus justifiée et la description du couplage nécessiterait la prise en compte des interactions intra-laser.

### 3.3.3 Effet des interactions

Jusqu'à présent, nous avons négligé les interactions intra-laser. Celles-ci peuvent cependant être traitées perturbativement, en supposant qu'elles n'influencent pas la fonction d'onde transverse [99]. Dans ce cas, l'équation de Schrödinger longitudinale (Eq. 3.11) peut être remplacée par l'équation de Gross-Pitaevskii 1D (Eq. 1.18) :

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + V_{\parallel}(z) + \tilde{\mu}_{\text{int}}(z) \right] \phi_E(z) = E\phi_E(z) \quad (3.34)$$

où  $\tilde{\mu}_{\text{int}}(z)$  prend en compte les interactions :

$$\tilde{\mu}_{\text{int}}(z) = g_{\text{coll}} n_{1\text{D}}^{\text{laser}} \int |\psi_{\perp}(\boldsymbol{\rho}, z)|^4 \boldsymbol{\rho} d\boldsymbol{\rho} \quad (3.35)$$

Celui-ci dépend de la fonction d'onde transverse du laser à atomes, qui évolue au cours de sa propagation à partir du point de couplage dans la zone de recouvrement avec le condensat. On obtient alors :

$$\tilde{\mu}_{\text{int}}(z) = \frac{2\hbar\omega_{\perp} an_{\text{1D}}^{\text{laser}}(z)}{3\pi (an_{\text{1D}}^{\text{BEC}}(z))^{1/2}} \text{ pour } |z| < R_z \quad (3.36)$$

$$\tilde{\mu}_{\text{int}}(z) = 2\hbar\omega_{\perp} an_{\text{1D}}^{\text{laser}} \text{ pour } |z| > R_z \quad (3.37)$$

Comme  $an_{\text{1D}}^{\text{BEC}} \gg 1$ ,  $\tilde{\mu}$  est beaucoup plus petit dans la zone de recouvrement avec le condensat que dans le guide, et l'effet des interactions devrait donc être faible dans la zone de couplage dès lors que  $n_{\text{1D}}^{\text{laser}} \ll n_{\text{1D}}^{\text{BEC}}$ . Ceci vient du fait que l'extension transverse du laser est plus grande dans cette région, et donc le faisceau plus dilué<sup>11</sup> (cf. § 3.2.2). Le fait de négliger les interactions au cours du processus de couplage et non au cours de sa propagation peut donc être justifié. Ceci est confirmé par l'accord entre l'expérience et la simulation montré sur la Fig. 3.8 (qui prend en compte les interactions, cf. Annexe C).

### 3.4 Traversée d'une barrière de potentiel

La première expérience de transport qui ait été réalisée avec ce laser à atomes consiste à faire évoluer le laser au travers d'une barrière de potentiel. En faisant varier la largeur de cette barrière, on peut en principe observer une transition d'un comportement classique, pour une barrière épaisse  $w_z \gg \lambda_{\text{dB}}$ , à un comportement quantique, pour une barrière fine  $w_z \sim \lambda_{\text{dB}}$ . L'étude que nous présentons ici est une méthode permettant de mesurer la largeur spectrale du laser à l'aide de la barrière épaisse. Il s'agit d'une première étape vers l'observation de l'effet tunnel.

#### 3.4.1 Description du montage

La mise en place d'une barrière de potentiel fine avait été réalisée sur l'expérience d'Orsay et celle-ci est décrite dans la thèse de J. Billy [93]. Le système a été adapté pour être réinstallé sur la nouvelle expérience, comme représenté Fig. 3.9. La source utilisée est une diode laser fibrée à 405 nm, délivrant une puissance maximale de 30 mW. Des prismes anamorphoseurs disposés en sortie de fibre ainsi qu'un agrandisseur cylindrique permettent d'obtenir un faisceau avec un rapport d'anisotropie de 40 ( $w_z = 20$  mm,  $w_y = 0,5$  mm), s'étalant bien au-delà de l'ouverture d'un triplet de focalisation ( $\text{Ø}30$  mm,  $f' = 90$  mm) constitué d'un doublet achromatique et d'un ménisque<sup>12</sup>. L'ouverture numérique maximale est de 0,14, ce qui correspond à un waist de  $1,36 \mu\text{m}$ , soit une barrière particulièrement fine. L'ouverture numérique peut être réduite pour créer

11. L'augmentation de densité liée au fait que les atomes sont extraits avec une vitesse quasi-nulle est en pratique assez faible (cf. Annexe A).

12. Une ouverture numérique plus importante n'est pas possible à cause du support des bobines créant le biais magnétique dans la première chambre de science.

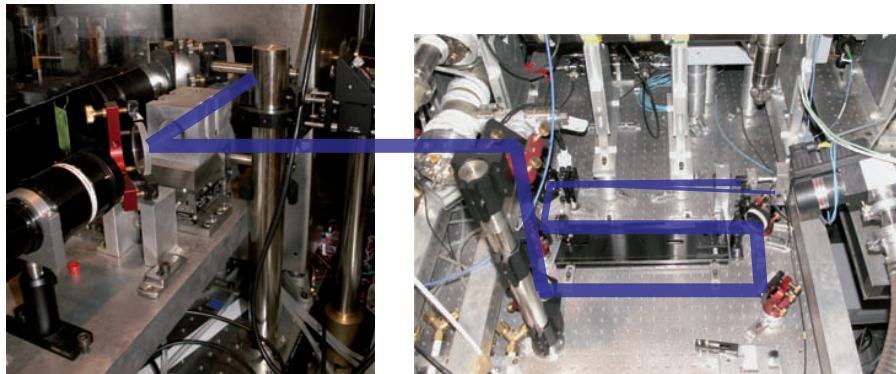
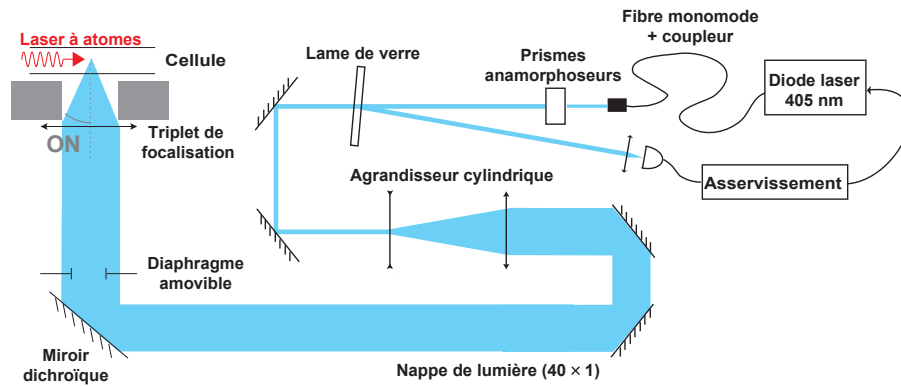


FIGURE 3.9: Montage permettant la focalisation de la barrière bleue sur le laser à atomes. L'objectif de focalisation est placé sur une platine de translation trois axes permettant son positionnement précis sur la trajectoire du laser à atomes. Un diaphragme amovible de diamètre 7 mm permet de passer d'une configuration où la barrière est large et l'effet tunnel négligeable à une configuration où la barrière est suffisamment fine pour permettre l'observation de l'effet tunnel avec les paramètres de notre laser à atomes.

une barrière plus épaisse à l'aide d'un diaphragme amovible de diamètre 7 mm. L'ensemble est placé sur une platine de translation trois axes de précision de manière à ajuster la position de la barrière sur la trajectoire du laser à atomes. La puissance du faisceau est par ailleurs asservie de sorte que sa stabilité en puissance soit meilleure que 1%. La caractérisation précise de la barrière ainsi que sa calibration en amplitude est décrite dans la thèse de J. Billy [93]. Les résultats sont rappelés dans le tableau 3.1.

### 3.4.2 Mesure de la largeur spectrale du laser à atomes

Des mesures de largeur spectrales ont déjà été effectuées avec des lasers à atomes gravitationnels dans le groupe de T. Esslinger en 2001 [209] à partir de la mesure de l'onde stationnaire générée à la réflexion d'un laser à atomes sur une pente de potentiel très raide. Une autre méthode, particulièrement adaptée à notre configuration guidée, consiste à mesurer l'expansion longitudinale en

	Barrière fine	Barrière épaisse
O.N.	0,14	0,04
$w_z$ ( $\mu\text{m}$ )	1,36	3,8
$w_y$ ( $\mu\text{m}$ )	23	24
$z_R$ ( $\mu\text{m}$ )	18	330
$V/P$ (kHz/mW)	11,9	4,2

TABLE 3.1: Récapitulatif des mesures de calibration des deux configurations de barrières bleues utilisées : à pleine ouverture et avec un diaphragme de diamètre 7 mm.

temps de vol du laser à atomes [210]. Nous décrivons ici une méthode originale basée sur la transmission classique du laser à atomes à travers une barrière de potentiel.

### 3.4.2.1 Principe

Pour cette étude, nous nous plaçons dans la configuration où la barrière est très large ( $w_z \gg \lambda_{dB}$ ). La méthode consiste alors à mesurer la proportion d'atomes qui traversent classiquement la barrière, qui agit à la manière d'un *couteau de Foucault* utilisé en optique pour la mesure des waists (Fig. 3.10). La fonction de transmission en fonction de l'amplitude  $U_0$  de la barrière, pour un laser à atomes d'énergie moyenne  $E$  est donnée par :

$$T(U_0) = \frac{\int_0^\infty \Theta(E - U_0) \rho(E) dE}{\int_0^\infty \rho(E) dE} \quad (3.38)$$

Pour un laser caractérisé par un bruit gaussien de largeur spectrale  $\sigma$ , la transmission s'écrit :

$$T(U_0) = \text{erfc} \left( \frac{U_0 - E_{\text{GAL}}}{\sqrt{2}\sigma} \right) / \text{erfc} \left( \frac{-E_{\text{GAL}}}{\sqrt{2}\sigma} \right) \quad (3.39)$$

avec  $\text{erfc}(x) = 1 - \text{erf}(x) = (2/\sqrt{\pi}) \int_0^\infty e^{-t^2} dt$ , la fonction erreur complémentaire.

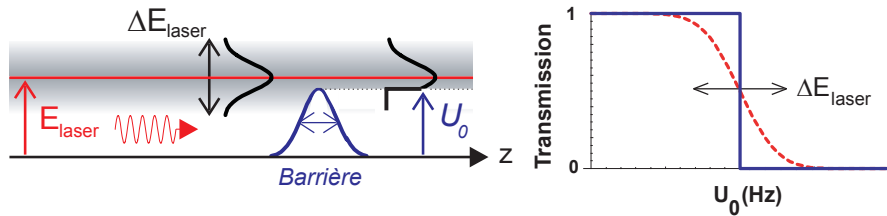


FIGURE 3.10: Principe de la mesure de la largeur spectrale du laser à atomes par "Foucaultage" en énergie et transmission de la barrière en fonction de son amplitude dans le cas d'un laser à atomes idéalement monochromatique (bleu), et d'un laser à atomes réel de largeur spectrale  $\Delta E_{\text{laser}}$  (pointillés rouges).

En réalité, même la barrière large peut donner lieu à de l'effet tunnel. Ce phénomène contribue à l'élargissement de la fonction de transmission. Les deux

effets (largeur spectrale et transmission tunnel) s'additionnent (en première approximation) :

$$\Delta E \sim \sqrt{\Delta E_{\text{laser}}^2 + \Delta E_{\text{tunnel}}^2} \quad (3.40)$$

où  $\Delta E_{\text{tunnel}} \sim \sqrt{2}\lambda_{\text{dB}}/\pi w_z$  est l'élargissement spectral correspondant à l'effet tunnel. Il est tracé Fig. 3.11 pour les deux largeurs de barrière utilisées.

Avec la barrière épaisse, l'élargissement est de  $\Delta E_{\text{tunnel}}/h \sim 140$  Hz, ce qui signifie que l'on peut mesurer avec cette barrière des largeurs spectrales jusqu'à cette valeur.

Avec la barrière la plus fine, l'effet n'est que de  $\Delta E_{\text{tunnel}}/h \sim 400$  Hz. Par conséquent, une observation claire de l'effet tunnel nécessite de travailler avec un laser à atomes extrêmement monochromatique ( $\Delta E_{\text{laser}} \ll \Delta E_{\text{tunnel}}$ ). Dans la deuxième chambre de science, il serait envisageable de générer des barrières plus fines, dont le waist serait de l'ordre de  $0,5 \mu\text{m}$ . L'élargissement spectral vaut alors  $\Delta E_{\text{tunnel}}/h \sim 1100$  Hz.

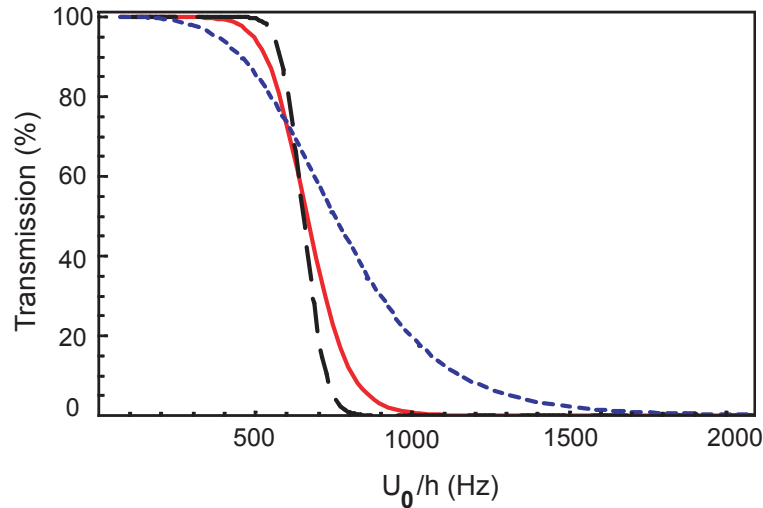


FIGURE 3.11: Courbes de transmission d'un laser à atomes d'énergie moyenne  $E_0/h = 650$  Hz et de largeur spectrale  $\sigma = 50$  Hz à travers des barrières de waists :  $3,8 \mu\text{m}$  (tiret noir),  $1,36 \mu\text{m}$  (plein rouge) et  $0,5 \mu\text{m}$  (pointillé bleu).

### 3.4.2.2 Résultats obtenus

En pratique, on observe que les lasers obtenus ne se séparent pas beaucoup du condensat, même après des temps de propagation de plusieurs millisecondes. Ceci est une indication claire de la présence d'atomes très lents dans la distribution d'impulsion du laser *i.e.* d'une grande largeur spectrale. Afin qu'un maximum d'atomes contribuent à la mesure, la barrière épaisse est donc placée à quelques dizaines de microns d'une extrémité du condensat (typiquement  $25 \mu\text{m}$ ). Le laser à atomes extrait de l'autre côté du condensat nous sert de référence et nous permet de contrôler les fluctuations de l'énergie du laser, qui induisent des

variations du nombre d'atomes extraits, et ainsi de supprimer certaines mesures aberrantes.

Le condensat est réalisé pour cette expérience dans une configuration de piège hybride plus décomprimée que pour les expériences présentées précédemment afin de diminuer l'effet des interactions. Les fréquences du piège sont  $\omega_{\perp} = 165$  Hz et  $\omega_{\parallel} = 16$  Hz. Le nombre d'atomes du condensat est  $N_{\text{BEC}} = 3 \cdot 10^5$ . Son potentiel chimique, qui peut-être mesuré par la largeur de la courbe de couplage, correspond à la valeur attendue avec ces paramètres :  $\mu_{\text{BEC}}/h = 2,0 \pm 0,2$  kHz. Le couplage vers le laser à atomes est réalisé avec un décalage par rapport au centre du condensat  $\delta\nu_{\text{rf}} = 1,0 \pm 0,2$  kHz. L'amplitude du couplage correspond à  $\Omega_{\text{rf}}/2\pi = 33,5$  Hz, soit bien dans la limite de couplage faible ( $\Omega_{\text{rf}}^c/2\pi = 67$  Hz, cf. § 3.3).

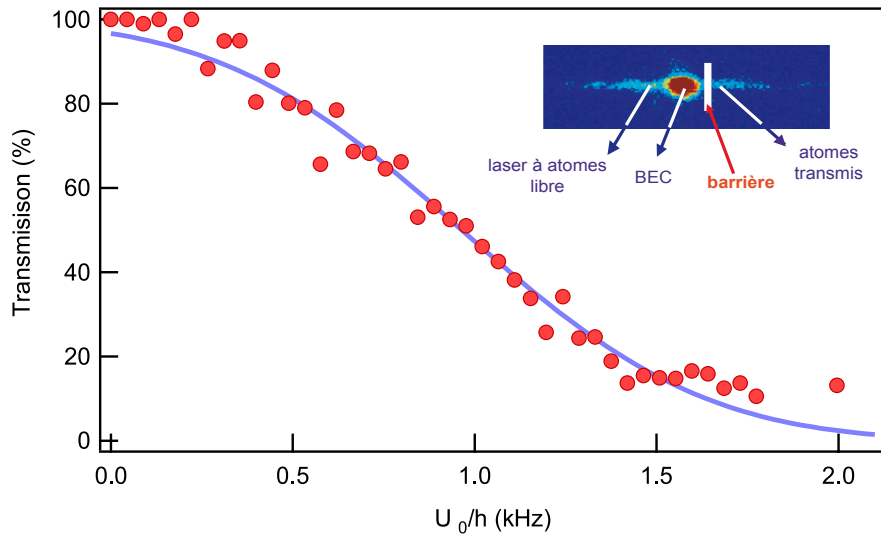


FIGURE 3.12: Transmission du laser à atomes généré à partir d'un condensat de potentiel chimique  $\mu_{\text{BEC}}/h = 2,0 \pm 0,2$  kHz avec un décalage par rapport au centre  $\delta = 1,0 \pm 0,2$  kHz et une amplitude de couplage  $\Omega_{\text{rf}}/2\pi = 33,5$  Hz. L'ajustement (courbe continue bleue) donne une largeur spectrale de  $\sigma = 525 \pm 25$  Hz et une énergie moyenne de  $965 \pm 20$  Hz.

La largeur spectrale mesurée (Fig. 3.12) est  $\sigma = 525 \pm 25$  Hz. Elle est du même ordre de grandeur que celle mesurée précédemment sur l'expérience d'Orsay [93], et ce malgré les efforts réalisés pour réduire les fluctuations magnétiques. En particulier, la mesure donne un résultat incompatible avec celui suggéré par la courbe de couplage, à savoir une largeur spectrale de l'ordre de  $\sigma \sim 50$  Hz.

### 3.4.2.3 Interprétation

Différentes hypothèses peuvent être considérées pour expliquer l'élargissement :

1. Les interactions intra-laser peuvent être à l'origine d'un élargissement spectral. En particulier, la simulation numérique présentée dans l'annexe C

semble indiquer que l'effet est du même ordre de grandeur que celui observé. Il s'agit toutefois d'un résultat préliminaire qui demande à être confirmé.

2. On a pu montrer que notre laser à atomes n'était pas dans l'état fondamental transverse du piège en mesurant son expansion transverse durant un temps de vol (cf. Fig. 3.13). À partir du théorème du Viriel, on peut obtenir le nombre d'excitations transverses moyen :

$$\langle E_y^{\text{cin}} \rangle = \frac{1}{2} m \Delta v_y^2 = \frac{1}{2} \langle E_y^{\text{tot}} \rangle = \frac{\hbar \omega_{\perp}}{2} \left( \langle n \rangle + \frac{1}{2} \right) \quad (3.41)$$

La mesure donne  $\langle n \rangle = 2,3$ , de sorte que la fraction d'atomes condensés dans le laser est assez faible (la fraction d'atomes dans l'état fondamental transverse est  $n_0 \sim 0,35$ ) [210]. L'élargissement spectral pourrait alors être de l'ordre de  $\Delta E \sim \hbar \omega_{\perp} \sigma_n \sim 300$  Hz. Afin de mieux caractériser ce défaut, une analyse entropique, telle que celle réalisée dans le groupe de D. Guéry-Odelin à Toulouse, pourrait être réalisée [88]. La diffusion sur la barrière de potentiel peut par ailleurs conduire à un couplage complexe entre les degrés de liberté transverse et longitudinaux [211].

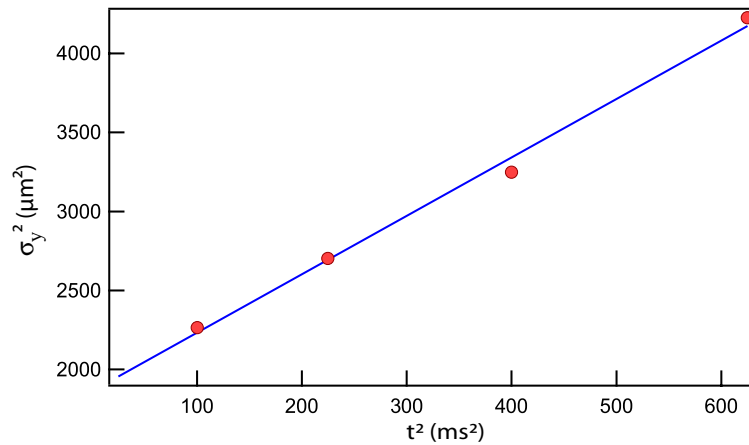


FIGURE 3.13: Mesure de la dispersion en vitesse transverse  $\Delta v_y$  du laser à atomes à partir de son élargissement au cours du temps de vol :  $\sigma_y^2 = \sigma_{y,0}^2 + \Delta v_y^2 t^2$ . Celle-ci permet de remonter au nombre moyen de modes transverses  $\langle n \rangle \approx 2,3$ . Les résultats trouvés ici sont similaires à ceux obtenus à Orsay [86].

3. Enfin, les effets de température finie du condensat source pourraient expliquer au moins une partie de l'élargissement observé. Une collaboration est en cours avec G. Lee de l'université de Brisbane pour effectuer une étude numérique détaillée du phénomène.

Ces trois hypothèses conduisent à des ordres de grandeur similaires de sorte qu'il est probable qu'elles contribuent chacune au phénomène observé. La poursuite du travail sur le laser à atomes passe sans aucun doute par une étude plus approfondie de chacune de ces sources d'élargissement spectral.

## 3.5 Perspectives

Dans cette partie, nous présentons quelques-unes des applications pour lesquelles le laser à atomes guidé étudié précédemment pourrait être utilisé. Dans un premier temps, nous étudions la possibilité de créer une cavité atomique permettant d'observer des effets de transmission fortement non-linéaires. Une étude a été réalisée dans le but de mettre en place un tel dispositif dans la chambre de science qui dispose d'un large accès optique. Ensuite, nous discutons des possibilités offertes par le laser à atomes pour l'étude de la localisation d'Anderson.

### 3.5.1 Cavité Fabry-Pérot atomique

Du fait de l'effet tunnel, une barrière de potentiel suffisamment fine se comporte de façon analogue à un miroir partiellement réfléchissant en optique. En suivant cette idée, on peut concevoir une cavité Fabry-Pérot atomique à partir de deux barrières fines [191,212]. Celle-ci présente alors des résonances associées à la présence de niveaux discrets : quand l'énergie du laser à atomes incidents correspond à un de ces niveaux, la transmission de la cavité est maximale. Cependant, à la différence d'une cavité optique, les atomes sont soumis à des interactions qui induisent des non-linéarités. La dynamique est donc similaire à une cavité Fabry-Pérot optique, dans laquelle se trouve un milieu de type Kerr. Cette cavité atomique est donc de nature à exhiber des effets purement quantiques tels que ceux observés pour les photons, à savoir de l'*anti-bunching* [213–215] et du *squeezing* [216–219].

#### 3.5.1.1 Régime de couplage fort

Si la dispersion en énergie du laser à atomes est inférieure à l'écart d'énergie entre deux modes de la cavité, on peut ne considérer qu'un seul mode dans l'étude de la dynamique du système couplé. On note  $\hat{a}$  l'opérateur de création d'un atome dans ce mode de la cavité, associé à la fonction d'onde  $\Phi_{\text{cav}}$ . Le Hamiltonien du système s'écrit alors :

$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{cavité}} + \hat{H}_{\text{couplage}} + \hat{H}_{\text{interaction}} \quad (3.42)$$

$$\text{avec, } \begin{cases} \hat{H}_{\text{cavité}} = \hbar\omega_{\text{cav}}\hat{a}^\dagger\hat{a} \\ \hat{H}_{\text{couplage}} = i\hbar\frac{\Omega}{2} \left( \hat{a}^\dagger e^{-i\frac{E_{\text{laser}}t}{\hbar}} - \hat{a} e^{i\frac{E_{\text{laser}}t}{\hbar}} \right) \\ \hat{H}_{\text{interaction}} = \hbar\omega_{\text{nl}}\hat{a}^\dagger\hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{a} \end{cases} \quad (3.43)$$

avec  $\omega_{\text{cav}}$ , la fréquence de confinement longitudinale de la cavité,  $\Omega$ , la fréquence de Rabi associée au couplage avec le champ atomique incident, et  $\omega_{\text{nl}}$  la fréquence associée aux interactions des atomes dans la cavité, donnée par :

$$\hbar\omega_{\text{nl}} = \frac{U_0}{2} \int d\mathbf{r} |\Phi_{\text{cav}}(\mathbf{r})|^4 = \frac{2\pi\hbar a}{m} \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \sigma_{\text{cav}} \sigma_{\perp}^2} \quad (3.44)$$

où  $\sigma_{\perp} = \sqrt{\hbar/m\omega_{\perp}}$  et  $\sigma_{\text{cav}} = \sqrt{\hbar/m\omega_{\text{cav}}}$  sont les extensions spatiales du mode fondamental de la cavité dans les directions transverses et longitudinale.



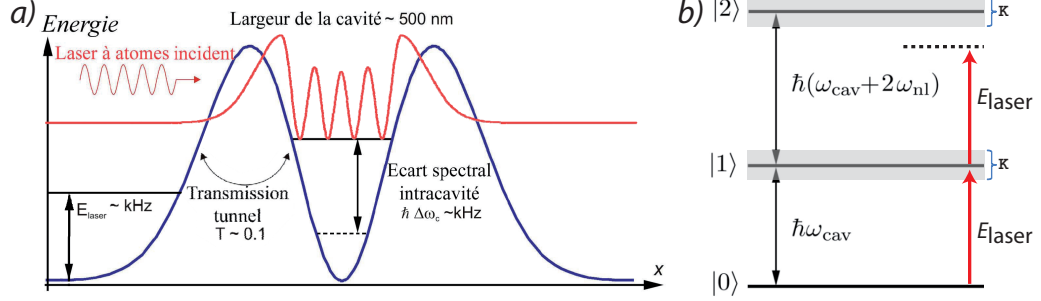


FIGURE 3.14: a) Principe de la cavité Fabry-Pérot atomique. Les niveaux d'énergie internes à la cavité donnent lieu à des résonances de transmission quand l'énergie du laser à atomes correspond. b) Niveaux d'énergie de la cavité atomique habillée par le laser à atomes incident.

Si le flux du laser à atomes incident est suffisamment faible ( $\Omega \ll \kappa$ , où  $\kappa$  est la durée de vie d'un atome dans la cavité), on peut négliger la dégénérescence de Rabi associée au couplage de la cavité avec le champ atomique incident. L'échelle des niveaux d'énergie est alors représentée Fig. 3.14.b. Du fait des non-linéarités liées aux interactions inter-atomiques au sein de la cavité, celle-ci est irrégulière. En particulier, si les non-linéarités sont suffisantes ( $N_0 = \kappa/2\omega_{nl} < 1$ ), un laser à atomes incident résonnant sur la transition  $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$  n'est pas à résonance sur la transition  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$  permettant d'introduire un second atome. Le système se comporte alors comme un système à deux niveaux, et en particulier, un seul atome peut être dans la cavité à tout instant. Cet effet appelé *blocage atomique* est l'analogie du blocage de Coulomb permettant, dans des structures électroniques de basse dimensionnalité, de contrôler le passage des porteurs de charge à l'unité.

### 3.5.1.2 Mise en œuvre expérimentale envisagée

Afin de réaliser une telle structure de potentiel, nous envisageons de générer une structure proche d'un mode  $TEM_{01}$  à l'aide d'une lame de phase, placée dans le trajet optique du montage permettant d'imager la barrière de potentiel (§ 3.4.1). La fréquence de piégeage associée à ce type de configuration est donnée par [220] :

$$\omega_{cav} = \sqrt{\frac{24c^2\Gamma P}{\pi m\omega_0^3 w_z^3 w_y \Delta}} \quad (3.45)$$

où  $w_y$  et  $w_z$  sont les waists de la barrière décrite précédemment.

La finesse de la cavité atomique est liée au taux de pertes de la cavité  $\kappa$  et à son intervalle spectral libre  $\hbar\omega_{cav}$  par la relation usuelle :

$$\mathcal{F} = 2\pi\kappa^{-1}\omega_{cav} = \frac{\pi}{T} \quad (3.46)$$

où  $T$  est la transmission d'une barrière de potentiel. Celle-ci est réglable via l'amplitude  $U_0$  des barrières de potentiel. Avec ces paramètres, le coefficient de

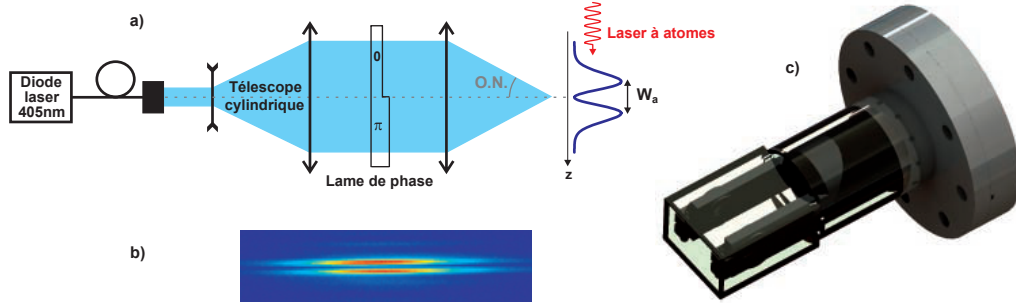


FIGURE 3.15: a) Adaptation du montage optique représenté Fig. 3.9 servant à réaliser une double barrière. b) Image obtenue en plaçant la lame de phase dans la configuration de barrière fine. L'espacement entre les deux barrières est alors  $W_a = 3 \mu\text{m}$ . c) Installation prévue dans la deuxième chambre de science avec des lentilles mises sous vide permettant d'obtenir une ouverture numérique importante ( $O.N. > 0,5$ ) et ainsi d'atteindre le régime de couplage fort.

non-linéarité  $N_0$  reste supérieur à 1 si l'expérience est réalisée dans la première chambre de science, empêchant l'obtention du blocage atomique. Par contre, avec l'ouverture numérique disponible autour de la seconde chambre de science, le régime de couplage fort peut *a priori* être atteint, à condition de profiter au maximum de l'ouverture numérique disponible. Une proposition de mise en place est représentée Fig. 3.15.c<sup>13</sup>. À la limite de diffraction, ce système permettrait de descendre à des valeurs du coefficient de non-linéarité  $N_0 \sim 1$ .

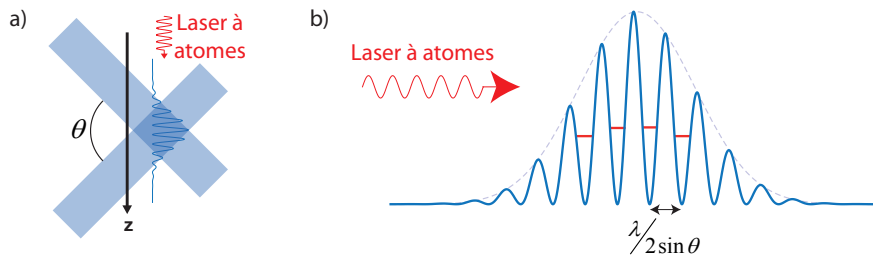


FIGURE 3.16: a) Montage à réaliser pour réaliser une cavité Fabry-Pérot multiple, suivant la proposition de I. Carusotto et al. [221]. b) Potentiel ressenti par les atomes lors de la traversée du Fabry-Pérot multiple. Plus l'angle  $\theta$  est important, plus le confinement  $\omega_{cav}$  de chacun des puits est important.

Une méthode alternative, représentée Fig. 3.16, consisterait à faire interférer deux faisceaux avec un angle d'ouverture  $\theta$  [221,222]. La taille des barrières n'est alors plus donnée par la limite de diffraction mais dépend de l'angle d'ouverture  $\theta$  entre les deux faisceaux. En particulier, des fréquences  $\omega_{cav}$  importantes peuvent

13. Ce système prévoit la mise en place de lentilles placées sous vide, dans la chambre de science, de manière à ce que la traversée de l'épaisseur de la cellule puisse se faire avec un faisceau collimaté, moins sensible aux défauts de planéité. Le montage a été conçu au cours de ma thèse et pourrait être mis en place sur l'expérience à l'avenir.

être atteintes, ce qui permettrait de réaliser l'expérience avec un faisceau d'énergie plus importante, par exemple avec un laser à atomes généré par transition Raman, moins sensible aux conditions de couplage faible. Il serait aussi possible de générer des solitons brillants, habituellement générés par des interactions attractives [221] et de contrôler la dispersion du faisceau [223].

Enfin, remarquons que ces systèmes peuvent être injectés par un condensat en expansion comme dans l'expérience de localisation d'Anderson à une dimension. Ils servent alors de filtre de fréquence [224] et l'onde de matière transmise est monochromatique. Il pourrait s'agir d'une alternative au laser à atomes guidé pour la génération d'un faisceau atomique de longueur d'onde définie.

### 3.5.2 Localisation d'Anderson

Une autre application envisageable pour notre laser à atomes est l'étude de la localisation d'Anderson. Celle-ci permettrait d'être plus quantitatif sur l'effet des interactions répulsives [62, 63], qui sont dans ce cas contrôlables via le flux du laser. L'expérience consiste alors à mesurer la transmission du laser à atomes à travers une tranche de potentiel désordonné de largeur  $L$ . Elle est analogue aux expériences de conductivité effectuées en matière condensée.

Le paramètre important permettant de caractériser les interactions dans un faisceau atomique est la vitesse du son  $c = \sqrt{2a\hbar\omega_{\perp}n_{1D}^{\text{laser}}/m}$  :

- Si  $v \gg c$ , l'écoulement est supersonique. L'énergie d'interaction est négligeable devant l'énergie cinétique et la localisation d'Anderson prédit alors une décroissance exponentielle de la transmission avec  $L$ .
- Si  $v \ll c$ , l'écoulement est subsonique. Les interactions rendent le système superfluide de sorte que l'onde de matière est transmise à travers le potentiel désordonné. Il a toutefois été montré que ce régime ne pouvait pas être atteint avec un laser à atomes comme le notre [187].

Dans le domaine  $v \sim c$ , l'écoulement est dans un régime non stationnaire complexe [55]. Plus la taille de la tranche de désordre traversée augmente, plus l'étendue de ce régime augmente, pouvant aller jusqu'à empêcher la mise en place de la localisation d'Anderson (Fig. 3.17). Pour notre potentiel désordonné corrélé de type speckle, il est en particulier prédit que l'observation de la localisation d'Anderson ne puisse être possible que pour  $v/c > 8$  [60]. Si on prend les paramètres du désordre correspondant à l'expérience de localisation unidimensionnelle réalisée à Orsay, et pour une vitesse d'extraction des atomes  $v = 2$  mm/s (*i.e.*  $E/h \approx 500$  Hz)<sup>14</sup>, la densité critique est  $n_{1D} \sim 10$  at. $\mu\text{m}^{-1}$ . Cette valeur est raisonnablement accessible malgré les limitations imposées par le régime de couplage faible.

D'autre part, il est possible d'étudier des configurations de désordre exotiques donnant lieu à des phénomènes non-intuitifs. Un exemple est le cas d'un potentiel dont le spectre de fréquence spatiale présente deux bandes de fréquences distinctes, obtenu par exemple en faisant interférer deux figures de spe-

14. L'énergie du laser doit être inférieure au seuil de mobilité effectif correspondant à  $E_c/h = 900$  Hz (avec les paramètres de [44]).

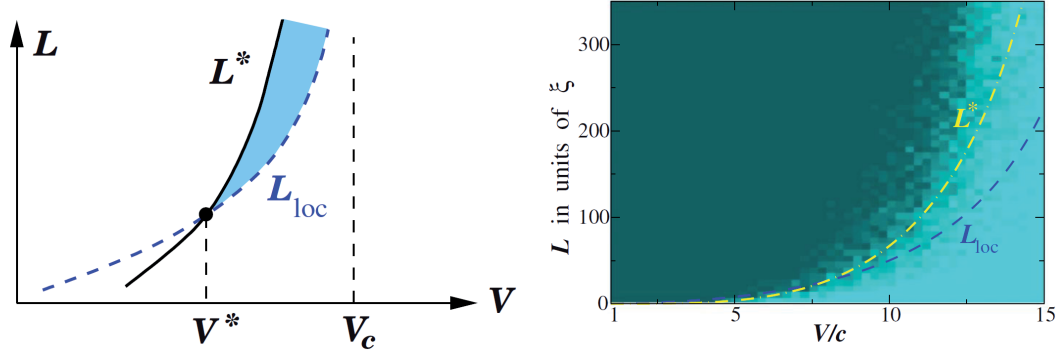


FIGURE 3.17: À gauche, diagramme de phase montrant la région de paramètres permettant l'observation de la localisation d'Anderson du laser à atomes de vitesse de propagation  $v$  à travers une tranche de potentiel désordonné de largeur  $L$ .  $L^*$  correspond à la limite au-delà de laquelle l'écoulement n'atteint pas d'état stationnaire.  $L_{loc}$  est la longueur de localisation. Celle-ci n'est observable qu'à condition que  $L_{loc} < L^*$  (zone bleue). À droite, résultats de simulation correspondant au cas du speckle. Les densités représentent la proportion de trajectoires stationnaires obtenues, et permettent de délimiter le régime stationnaire (courbe semi-pointillée  $L^*$ ). La transition  $L_{loc} = L^*$  intervient pour  $v/c \approx 7,95$ . Figures extraites de T. Paul et al. [60].

ckles (cf. § 2.4.2.1). Dans ce cas, on peut observer le phénomène contre-intuitif suivant : une augmentation du désordre peut engendrer une augmentation de la longueur de localisation. Une étude théorique est en cours dans l'équipe de Laurent Sanchez-Palencia.



---

# Conclusion

---

Au cours de ce travail de thèse, nous nous sommes intéressés aux problématiques de la propagation quantique d'ondes de matières. Un des phénomènes emblématiques de la théorie du transport quantique, la localisation d'Anderson en présence de désordre, a été démontrée expérimentalement dans une configuration unidimensionnelle à Orsay. Le succès de cette expérience a servi de preuve de principe quant à l'intérêt d'utiliser un système d'atomes froids pour observer finement le phénomène et à l'issue de ce travail, d'autres groupes ont profité de leur possibilité de contrôler les interactions avec des résonances de Fano-Feshbach pour répondre à la problématique de la compétition entre interactions répulsives et localisation [62, 63].

À deux dimensions, une équipe du groupe d'Optique Atomique a d'ores et déjà pu observer un régime sub-diffusif [225]. Une étude de la localisation d'Anderson dans cette situation serait d'un intérêt tout particulier car il s'agit de la dimension critique vis-à-vis de l'existence d'une transition de phase. De notre côté, l'expérience a été grandement modifiée lors du déménagement pour permettre d'y adapter une chambre de science proposant un accès optique suffisamment important pour l'étude tridimensionnelle. Cette expérience est particulièrement ambitieuse, notamment parce qu'elle nécessite de compenser l'accélération de gravité afin d'effectuer des expansions sur des temps longs comparés à la plupart des expériences impliquant des atomes froids. Nous avons récemment obtenu des résultats extrêmement encourageants et nul doute que l'analyse de ceux-ci permettra de révéler une physique extrêmement riche. Outre l'observation d'une transition d'un régime diffusif à un régime localisé, la mesure des exposants critiques soit via la variation de la longueur de localisation en fonction de l'amplitude du désordre, soit via la dynamique de localisation [185] semble être à portée de main. À plus long terme, l'ajout contrôlé d'interactions ouvrirait la porte à une véritable *simulation quantique* de la transition d'Anderson.

En parallèle, nous avons cherché à développer au cours de cette thèse le laser à atomes guidé, démontré précédemment [86]. Nous avons en particulier réussi à améliorer la stabilité du biais magnétique, qui était jusqu'alors un obstacle à la réalisation d'un laser à atomes de grande finesse spectrale. Ceci nous a permis de résoudre le spectre de couplage du laser. Cependant, les premières expériences de transport réalisées avec ce laser semblent indiquer que d'autres phénomènes pourraient être à l'origine d'un élargissement spectral. La poursuite de ces travaux passe donc par la compréhension de l'origine de cet effet.



# Calcul de l'intégrale de recouvrement du laser à atomes

L'application de la règle d'or de Fermi nécessite de calculer le recouvrement  $\mathcal{I}(E)$  entre les fonctions d'ondes du condensat et du laser à atomes. Dans cette annexe, nous donnons le calcul complet de cette intégrale qui nécessite en particulier de déterminer la fonction d'onde longitudinale du laser à atomes. Celle-ci est une solution stationnaire de l'équation de Schrödinger unidimensionnelle 3.11 décrivant l'évolution des atomes dans le potentiel  $V_{\parallel}(z)$  donné par l'équation 3.5. Elle s'écrit sous forme adimensionnée :

$$\left[ \frac{d^2}{d\tilde{z}^2} + \tilde{z}^2 - \epsilon \right] \phi_{\epsilon}(\tilde{z}) = 0 \text{ avec } \begin{cases} \tilde{z} = z/\sigma_z \\ \epsilon = \tilde{\mu}_{\text{BEC}} - \tilde{E} \\ \tilde{E} = 2E/\hbar\omega_z \\ \tilde{\mu}_{\text{BEC}} = 2\mu_{\text{BEC}}/\hbar\omega_z \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Avec ces notations,  $\epsilon$  correspond au désaccord radiofréquence en unités réduites :  $\epsilon = 4\pi\delta\nu_{\text{rf}}/\omega_z$ . Les solutions paires et impaires de cette équation sont mathématiquement connues [226, 227] :

$$\phi_{\text{pair},\epsilon}(\tilde{z}) = e^{-i\tilde{z}^2/2} \text{F}\left(\frac{1-i\epsilon}{4} \mid \frac{1}{2} \mid i\tilde{z}^2\right), \quad (\text{A.2})$$

$$\phi_{\text{impair},\epsilon}(\tilde{z}) = \tilde{z}e^{-i\tilde{z}^2/2} \text{F}\left(\frac{3-i\epsilon}{4} \mid \frac{3}{2} \mid i\tilde{z}^2\right), \quad (\text{A.3})$$

où  $\text{F}(a|b|x)$  sont les fonctions hypergéométriques confluentes [228]. La fonction d'onde du condensat étant paire, seules les fonctions  $\phi_{\text{pair},\epsilon}$  contribuent à l'intégrale de recouvrement  $\mathcal{I}$ . Sur le bord du condensat, la fonction d'onde doit être raccordée à une onde plane stationnaire. Si on introduit une boîte de quantification de taille  $L$ , celle ci prend la forme :

$$\phi(\tilde{z} > \tilde{R}_z) = \frac{\sin(\kappa\tilde{z} + \varphi)}{\sqrt{L}} \quad (\text{A.4})$$

où l'on a introduit le rayon de Thomas-Fermi adimensionné :  $\tilde{R}_z = R_z/\sigma_z = \tilde{\mu}_{\text{BEC}}^{1/2}$  et le vecteur d'onde adimensionné  $\kappa = \tilde{E}^{1/2}$ . On recolle les deux solutions



en  $\tilde{z} = \tilde{R}_z$  en utilisant la continuité de la fonction d'onde et de sa dérivée :

$$\begin{cases} \phi(\tilde{z} < \tilde{R}_z) = \frac{\sin(\kappa\tilde{R}_z + \varphi)}{\sqrt{L}} \frac{e^{-i\tilde{z}^2/2} \text{F}(\alpha|1/2|i\tilde{z}^2)}{e^{-i\tilde{R}_z^2/2} \text{F}(\alpha|1/2|i\tilde{R}_z^2)} \\ \varphi = -\kappa\tilde{R}_z + \arctan \left[ \frac{i\kappa/\tilde{R}_z}{1 - 4\alpha \frac{\text{F}(\alpha+1|3/2|i\tilde{R}_z^2)}{\text{F}(\alpha|1/2|i\tilde{R}_z^2)}} \right] \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

avec  $\alpha = (1 - i\varepsilon)/4$ .

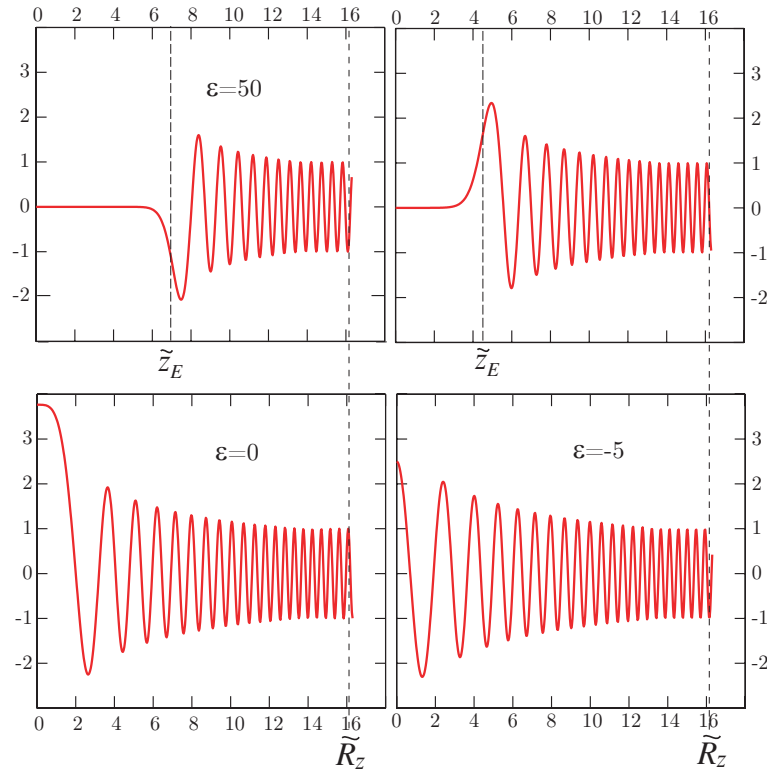


FIGURE A.1: Fonction d'onde longitudinale  $\phi_\varepsilon(z)$  calculée à différents désaccords ( $\varepsilon = 50, 20, 0$  et  $-5$ ) et pour  $\tilde{\mu} = 260$ ,  $\tilde{R}_z = 16$ . La position de couplage  $\tilde{z}_\varepsilon = \sqrt{\varepsilon}$  est exprimée en unité normalisée.

## Effet de la déplétion sur flux du laser à atomes

Dans cette partie, je décris l'effet de la taille finie du réservoir source du laser à atomes guidé sur le taux de couplage et le flux du laser. En particulier, je décris le calcul des courbes présentées sur la Fig. 3.8. Comme expliqué Fig. B.1, on remarquera que la fréquence de couplage  $\nu_{\text{rf}}$  définit ici uniquement la position de couplage et non plus l'énergie du laser. Par abus de notation, on continuera de noter  $z_E$  cette position bien que  $E$  varie au cours du couplage.

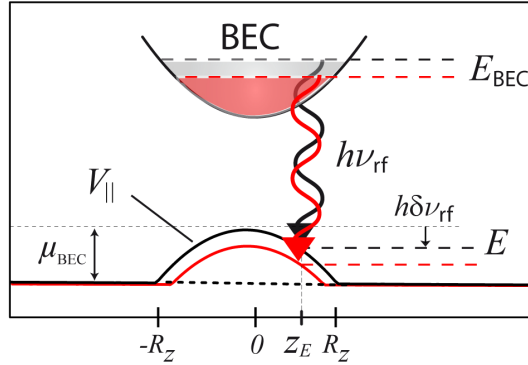


FIGURE B.1: Effet de la déplétion du condensat du le diagramme énergétique (en noir, situation initiale, en rouge, situation au cours du couplage). On note que la position  $z_E$  de couplage ne varie pas alors que l'énergie du laser à atomes décroît.

Afin de prendre en compte l'effet de la déplétion du condensat dans l'évolution du taux de couplage, on écrit le taux de couplage obtenu à partir du calcul semi-classique en fonction du nombre d'atomes dans le condensat, qui est désormais une fonction du temps  $t$  :

$$\Gamma(t) = \Gamma_{\text{SC}}(N_{\text{BEC}}(t)) \propto \frac{n_{1\text{D}}^{\text{BEC}}(z_E)}{z_E N_{\text{BEC}}} \quad (\text{B.1})$$

$$\propto \frac{1}{N_{\text{BEC}}^{1/5}} \left( 1 - \left( \frac{N_{\text{BEC}}^{\infty}}{N_{\text{BEC}}} \right)^{2/5} \right)^2 \quad (\text{B.2})$$

Le nombre  $N_{\text{BEC}}^{\infty}$  est défini par la relation  $R_z(N_{\text{BEC}}^{\infty}) = z_E$ . Il correspond au nombre d'atomes restant dans le condensat après un temps de couplage infini, lorsque la déplétion du condensat met le condensat hors résonance. On peut

alors écrire la relation :

$$\left(\frac{z_E}{R_z}\right) = \left(\frac{N_{\text{BEC}}^\infty}{N_{\text{BEC}}}\right)^{1/5} \quad (\text{B.3})$$

On définit les variables réduites :  $x = \frac{N_{\text{BEC}}}{N_{\text{BEC}}^{(0)}}$ ,  $\tau = \Gamma_{\text{SC}}(N_{\text{BEC}}^{(0)})t$ ,  $\beta = \frac{N_{\text{BEC}}^\infty}{N_{\text{BEC}}^{(0)}}$ .

L'équation cinétique  $\frac{dN_{\text{BEC}}}{dt} = -\Gamma(t)N_{\text{BEC}}(t)$  s'écrit alors :

$$\frac{dx}{d\tau} = -\frac{(x^{2/5} - \beta^{2/5})^2}{(1 - \beta^{2/5})^2} \quad (\text{B.4})$$

d'où on peut obtenir :

$$\tau = \int_1^x dx \left[ -\frac{(1 - \beta^{2/5})^2}{(x^{2/5} - \beta^{2/5})^2} \right] \quad (\text{B.5})$$

Cette intégrale est calculable numériquement (fonction hypergéométrique). La déplétion du condensat en fonction du temps de couplage est tracée Fig. B.2. L'évolution du nombre d'atomes dans le laser en fonction de l'amplitude de couplage correspond aux courbes tracées Fig. 3.8. On remarque en particulier que l'augmentation du nombre d'atomes dans le laser n'est plus en  $\Omega_{\text{rf}}^2$  à partir de  $\Omega_{\text{rf}} \sim \omega_z$ .

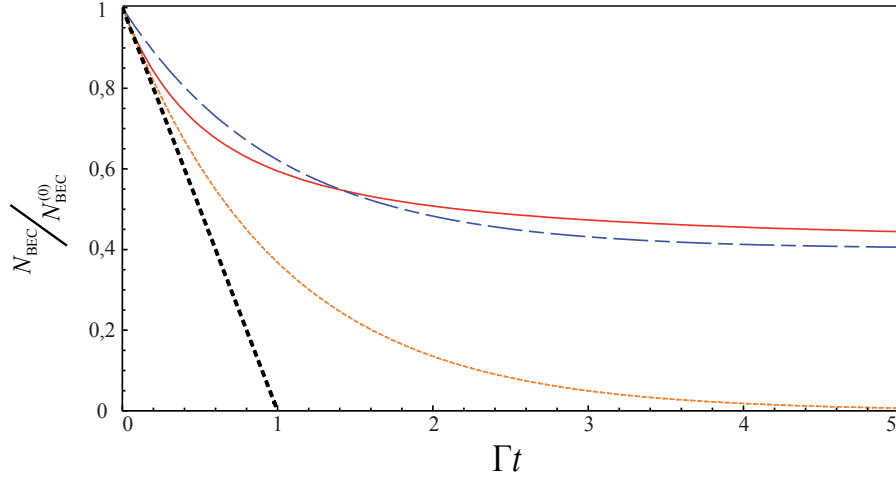


FIGURE B.2: Évolution du nombre d'atomes  $N/N_0$  en fonction du temps  $\Gamma t$  : en rouge (plein), le calcul exact ; en jaune (points), le résultat sans tenir compte de la déplétion ; en bleu (semi-pointillé), la déplétion est prise en compte par un effet de saturation simple.

# Simulation numérique du couplage et de la propagation

De manière à isoler les effets des interactions et du couplage dans le mécanisme du laser à atomes, nous avons réalisé une simulation numérique 1D du problème. Afin de résoudre les équations de Gross-Pitaevskii 1D couplées, nous utilisons l'opérateur d'évolution  $\hat{U}$  défini par :

$$\Phi(z, t) = \hat{U}(t, t_0) \Phi(z, t_0) \quad (\text{C.1})$$

où  $\Phi(z, t) = \begin{pmatrix} \varphi_{\text{BEC}}(z, t) \\ \varphi_{\text{GAL}}(z, t) \end{pmatrix}$  est le vecteur contenant les deux fonctions d'ondes à faire évoluer. La résolution numérique est alors réalisée en faisant évoluer les fonctions d'onde sur des pas de temps  $\delta t$  suffisamment courts, de sorte que l'on puisse séparer les contributions cinétiques et potentielles :

$$\begin{aligned} \hat{U}(t_0 + (k+1)\delta t, t_0 + k\delta t) &= \exp\left(-i(\hat{T} + \hat{V})\delta t\right) \\ &= \exp\left(-i\hat{T}\delta t\right) \exp\left(-i\hat{V}\delta t\right) \exp\left(\mathcal{O}_{\delta t \rightarrow 0}(\delta t^2)\right) \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

On peut alors faire évoluer le vecteur  $\Phi$  à chaque pas de temps indépendamment sous l'effet du terme potentiel  $\hat{V}$  et sous l'effet du terme cinétique  $\hat{T}$ . L'intérêt réside dans le fait qu'il est facile de calculer l'exponentielle de la matrice associée au terme potentiel (il s'agit d'une matrice  $2 \times 2$  imaginaire pour laquelle une méthode mathématique systématique existe), mais aussi l'exponentielle de la matrice associée au terme cinétique, à condition de se placer dans l'espace des impulsions :

$$\begin{cases} \hat{T} = \begin{pmatrix} -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dz^2} & 0 \\ 0 & -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dz^2} \end{pmatrix}_{\{z\}} = \begin{pmatrix} \exp\left(-i\delta t \frac{\hbar k^2}{2m}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(-i\delta t \frac{\hbar k^2}{2m}\right) \end{pmatrix}_{\{k\}} \\ \hat{V} = \begin{pmatrix} U_{\text{BEC}} - \hbar\delta + \hbar\omega_{\perp} \sqrt{1 + 4a|\Phi|^2} & \frac{\hbar\Omega_{\text{rf}}}{2} \\ \frac{\hbar\Omega_{\text{rf}}}{2} & \hbar\omega_{\perp} \sqrt{1 + 4a|\Phi|^2} \end{pmatrix}_{\{z\}} \end{cases} \quad (\text{C.3})$$

L'algorithme se résume alors à des multiplications de matrices ainsi qu'à des transformées de Fourier.

La simulation numérique réalisée sur le logiciel *Matlab* nous permet non seulement d'obtenir le nombre d'atomes extraits du condensat (Fig. 3.8) mais

aussi la forme du paquet d'onde à la fois dans l'espace réel et dans l'espace des impulsions. Cette dernière possibilité nous permet de caractériser les limites en terme de largeur spectrale liées à notre configuration (§ 3.4.2).

## Publication

• J. Billy, V. Josse, Z. Zuo, A. Bernard, B. Hambrecht, P. Lugan, D. Clément, L. Sanchez-Palencia, P. Bouyer and A. Aspect, *Direct observation of Anderson localization of matter waves in a controlled disorder*, Nature **453**, 891 (2008).

# Direct observation of Anderson localization of matter waves in a controlled disorder

Juliette Billy<sup>1</sup>, Vincent Josse<sup>1</sup>, Zhanchun Zuo<sup>1</sup>, Alain Bernard<sup>1</sup>, Ben Hambrecht<sup>1</sup>, Pierre Lujan<sup>1</sup>, David Clément<sup>1</sup>, Laurent Sanchez-Palencia<sup>1</sup>, Philippe Bouyer<sup>1</sup> & Alain Aspect<sup>1</sup>

In 1958, Anderson predicted the localization<sup>1</sup> of electronic wavefunctions in disordered crystals and the resulting absence of diffusion. It is now recognized that Anderson localization is ubiquitous in wave physics<sup>2</sup> because it originates from the interference between multiple scattering paths. Experimentally, localization has been reported for light waves<sup>3–7</sup>, microwaves<sup>8,9</sup>, sound waves<sup>10</sup> and electron gases<sup>11</sup>. However, there has been no direct observation of exponential spatial localization of matter waves of any type. Here we observe exponential localization of a Bose–Einstein condensate released into a one-dimensional waveguide in the presence of a controlled disorder created by laser speckle<sup>12</sup>. We operate in a regime of pure Anderson localization, that is, with weak disorder—such that localization results from many quantum reflections of low amplitude—and an atomic density low enough to render interactions negligible. We directly image the atomic density profiles as a function of time, and find that weak disorder can stop the expansion and lead to the formation of a stationary, exponentially localized wavefunction—a direct signature of Anderson localization. We extract the localization length by fitting the exponential wings of the profiles, and compare it to theoretical calculations. The power spectrum of the one-dimensional speckle potentials has a high spatial frequency cutoff, causing exponential localization to occur only when the de Broglie wavelengths of the atoms in the expanding condensate are greater than an effective mobility edge corresponding to that cutoff. In the opposite case, we find that the density profiles decay algebraically, as predicted in ref. 13. The method presented here can be extended to localization of atomic quantum gases in higher dimensions, and with controlled interactions.

The transport of quantum particles in non-ideal material media (for example the conduction of electrons in an imperfect crystal) is strongly affected by scattering from the impurities in the medium. Even for weak disorder, semiclassical theories, such as those based on the Boltzmann equation for matter waves scattering from the impurities, often fail to describe transport properties<sup>2</sup>, and fully quantum approaches are necessary. For example, Anderson localization<sup>1</sup>, which predicts metal–insulator transitions, is based on interference between multiple scattering paths, leading to localized wavefunctions with exponentially decaying profiles. While Anderson's theory applies to non-interacting particles in static (quenched) disordered potentials<sup>1</sup>, both thermal phonons and repulsive interparticle interactions significantly affect Anderson localization<sup>14,15</sup>. To our knowledge, no direct observation of exponentially localized wavefunctions in space has been reported in condensed matter.

Degenerate atomic quantum gases can be used to study a number of basic models in condensed matter theory experimentally, with unprecedented control and measurement possibilities (see refs 16, 17 and references therein). In investigating the behaviour of matter

waves in disordered potentials<sup>18</sup>, key advantages of atomic quantum gases are the possibility to implement systems in any dimension; the control of the interatomic interactions, either by density control or by Feshbach resonances; the possibility to design perfectly controlled and phonon-free disordered potentials; and the opportunity to measure *in situ* atomic density profiles via direct imaging. The quest for evidence of Anderson localization of Bose–Einstein condensates (BECs) in optical disordered potentials has thus attracted considerable attention in recent years<sup>19–22</sup>. Experiments using ultracold atoms have shown evidence of dynamical localization associated with a kicked rotor<sup>23,24</sup>, which can be considered as a mapping onto momentum space of the Anderson localization phenomenon. Suppression of one-dimensional transport of BECs has been observed<sup>19,20</sup>, but this occurred in a regime of strong disorder and strong interactions where localization is due to classical reflections from large peaks of the disordered potential. Here we report direct observation in real space of one-dimensional localization of a BEC in the regime of Anderson localization, that is, with weak disorder and negligible interatomic interactions.

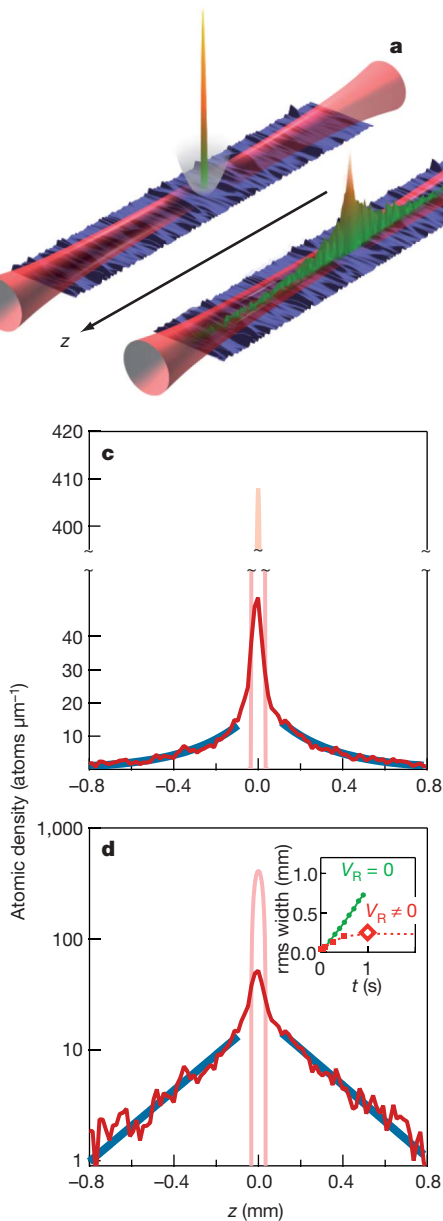
Our experiment (sketched in Fig. 1a, b), starts with a small, elongated BEC ( $1.7 \times 10^4$  atoms of rubidium-87, with transverse and longitudinal radii of 3  $\mu\text{m}$  and 35  $\mu\text{m}$ , respectively, corresponding to the trapping frequencies given below, and a chemical potential of  $\mu_{\text{in}}/h = 219$  Hz, where  $h$  is Planck's constant). The BEC is produced in an anisotropic opto-magnetic hybrid trap. A far-off-resonance laser beam (wavelength 1.06  $\mu\text{m}$ , to be compared with the resonant wavelength of rubidium, 0.78  $\mu\text{m}$ ) creates an optical waveguide along the horizontal  $z$  axis<sup>25</sup>, with a transverse harmonic confinement of frequency  $\omega_{\perp}/2\pi = 70$  Hz. A shallow magnetic trap confines the BEC in the longitudinal direction ( $\omega_{\parallel}/2\pi = 5.4$  Hz).

The longitudinal confinement is switched off at  $t = 0$ , and the BEC starts to expand in the guide along the  $z$  direction under the effect of the initial repulsive interaction energy. A weakly anti-trapping magnetic field compensates the residual longitudinal trapping of the optical waveguide, so that the atoms can freely expand along the  $z$  direction over several millimetres. The expanding BEC can be imaged at any chosen time  $t$  after release by switching off the optical guide and irradiating the atoms with a resonant probe of duration 50  $\mu\text{s}$ . An ultrasensitive electron-multiplying charge-coupled-device camera allows us to make an image of the fluorescing atoms with a resolution of 15  $\mu\text{m}$  and a one-dimensional atomic density sensitivity of close to one atom per micrometre.

A disordered potential is applied to the expanding BEC using an optical speckle field produced by passing a laser beam (wavelength 0.514  $\mu\text{m}$ ) through a diffusing plate<sup>22</sup>. The detuning from the atomic frequency is great enough, and the intensity low enough, that spontaneous photon scattering on the atoms is negligible during the expansion, and we have a purely conservative disordered potential,

<sup>1</sup>Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, CNRS and Univ. Paris-Sud, Campus Polytechnique, RD 128, F-91127 Palaiseau cedex, France.

which extends 4 mm along the  $z$  direction. The three-dimensional autocorrelation of the disordered potential—that is, of the light intensity—is determined by diffraction from the diffusive plate onto the atoms' location<sup>22</sup>.



**Figure 1 | Observation of exponential localization.** **a**, A small BEC ( $1.7 \times 10^4$  atoms) is formed in a hybrid trap that is the combination of a horizontal optical waveguide, ensuring a strong transverse confinement, and a loose magnetic longitudinal trap. A weak disordered optical potential, transversely invariant over the atomic cloud, is superimposed (disorder amplitude  $V_R$  low in comparison with the chemical potential  $\mu_{\text{in}}$  of the initial BEC). **b**, When the longitudinal trap is switched off, the BEC starts expanding and then localizes, as observed by direct imaging of the fluorescence of the atoms irradiated by a resonant probe. In **a** and **b**, false-colour images and sketched profiles are for illustration purposes; they are not exactly to scale. **c**, **d**, Density profiles (red) of the localized BEC one second after release, in linear (**c**) and semi-log (**d**) coordinates. In the inset in **d** we display the root-mean-square (rms) width of the profile versus time  $t$ , with ( $V_R \neq 0$ ) and without ( $V_R = 0$ ) disordered potential. This shows that the stationary regime is reached after 0.5 s. The diamond at  $t = 1$  s corresponds to the data shown in **c** and the main panel of **d**. Blue lines in **c** are exponential fits to the wings, and correspond to the straight blue lines in **d**. The narrow central profiles (pink) represent the trapped condensate before release ( $t = 0$  s).

Transversely, the correlation function (an ellipse with semi-axis lengths of  $97 \mu\text{m}$  and  $10 \mu\text{m}$ ) is much wider than the atomic matter wave, and we can therefore consider the disorder as being one-dimensional for the BEC expanding along the  $z$  direction. Along this direction, the correlation function of the disordered potential is  $V_R^2 (\sin(z/\sigma_R)/(z/\sigma_R))^2$ , where the correlation length  $\sigma_R = 0.26 \pm 0.03 \mu\text{m}$  ( $\pm 1$  s.e.m.) is calculated knowing the numerical aperture of the optics, and  $V_R$  is the amplitude of the disorder. The corresponding speckle grain size is  $\pi\sigma_R = 0.82 \mu\text{m}$ . The power spectrum of this speckle potential is non-zero only for  $\mathbf{k}$ -vectors lower in magnitude than a cutoff of  $2/\sigma_R$ . The amplitude of the disorder is directly proportional to the laser intensity<sup>22</sup>. The calibration factor is calculated knowing the geometry of the optical system and the properties of the rubidium-87 atoms.

When we switch off the longitudinal trapping in the presence of weak disorder, the BEC starts expanding, but the expansion rapidly stops, in stark contrast with the free expansion case (Fig. 1d inset, showing the evolution of the root-mean-square width of the observed profiles). Plots of the density profile in linear (Fig. 1c) and semi-log (Fig. 1d) coordinates then show clear exponential wings, a signature of Anderson localization. Our observations are made in a regime allowing Anderson localization, unlike in the experiments in refs 19 and 20. First, the disorder is weak enough ( $V_R/\mu_{\text{in}} = 0.12$ ) that the initial interaction energy per atom is rapidly converted into a kinetic energy of the order of  $\mu_{\text{in}}$  for atoms in the wings. This value is much greater than the amplitude of the disordered potential, so there is no possibility of a classical reflection from a potential barrier. Second, the atomic density in the wings is low enough (two orders of magnitude less than in the initial BEC) that the interaction energy is negligible in comparison with the atom kinetic energy. Last, we fulfil the criterion, emphasized in ref. 13, that the atomic matter wave  $\mathbf{k}$ -vector distribution be bounded, with a maximum magnitude  $k_{\text{max}}$  of less than half the cutoff in the power spectrum of the speckle disordered potential used here, that is,  $k_{\text{max}}\sigma_R < 1$ . The value of  $k_{\text{max}}$  is measured directly by observing the free expansion of the BEC in the waveguide in the absence of disorder (see Methods). For the runs corresponding to Figs 1c, 1d, 2, and 3, we have  $k_{\text{max}}\sigma_R = 0.65 \pm 0.09$  ( $\pm 2$  s.e.m.).

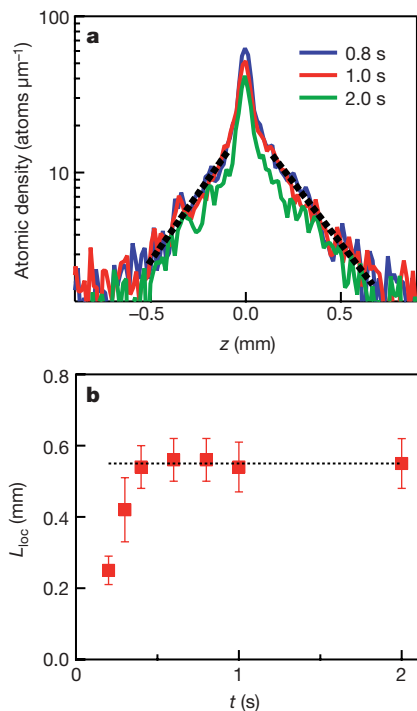
An exponential fit to the wings of the density profiles yields the localization length  $L_{\text{loc}}$ , which we can compare to the theoretical value<sup>13</sup>

$$L_{\text{loc}} = \frac{2\hbar^4 k_{\text{max}}^2}{\pi m^2 V_R^2 \sigma_R (1 - k_{\text{max}}\sigma_R)} \quad (1)$$

valid only for  $k_{\text{max}}\sigma_R < 1$  ( $m$  is the atomic mass). To ensure that the comparison is meaningful, we first check that we have reached a stationary situation, in which the fitted value of  $L_{\text{loc}}$  no longer evolves, as shown in Fig. 2. In Fig. 3, we plot the variation of  $L_{\text{loc}}$  with the disorder amplitude  $V_R$ , for the same number of atoms, that is, the same  $k_{\text{max}}$ . The dash-dot line is a plot of equation (1) for the values of  $k_{\text{max}}$  and  $\sigma_R$  determined as explained above. It shows quite a good agreement between our measurements and the theoretical predictions: with no adjustable parameters we obtain the correct magnitude and general shape. The shaded area reflects the envelope of the dash-dot line when we take into account the uncertainties in  $\sigma_R$  and  $k_{\text{max}}$ . The uncertainty in the calibration of  $V_R$  does not appear in Fig. 3. We estimate it to be no greater than 30%, which does not affect the agreement between theory and experiment.

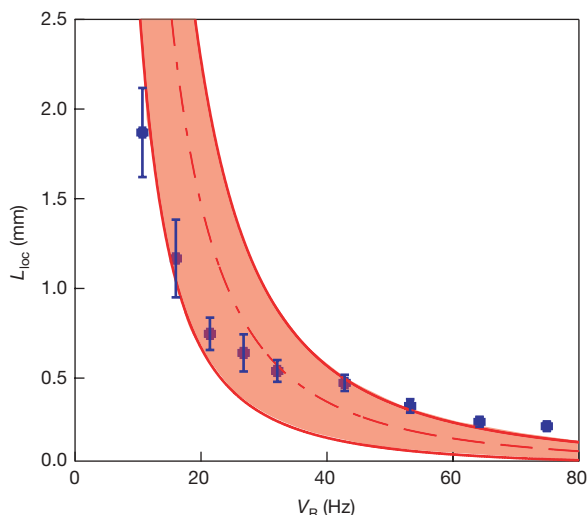
An intriguing result of ref. 13 is the prediction of density profiles with algebraic wings when  $k_{\text{max}}\sigma_R > 1$ , that is, when the initial interaction energy is great enough that a fraction of the atoms have a  $\mathbf{k}$ -vector greater in magnitude than  $1/\sigma_R$ , which plays the role of an effective mobility edge. We investigate this regime by repeating the experiment with a BEC containing more atoms ( $1.7 \times 10^5$  atoms,  $\mu_{\text{in}}/h = 519$  Hz), for  $V_R/\mu_{\text{in}} = 0.15$ . Figure 4a shows the observed density profile in such a situation ( $k_{\text{max}}\sigma_R = 1.16 \pm 0.14$  ( $\pm 2$  s.e.m.)), and a log-log plot suggests a power-law decrease in the wings, with an



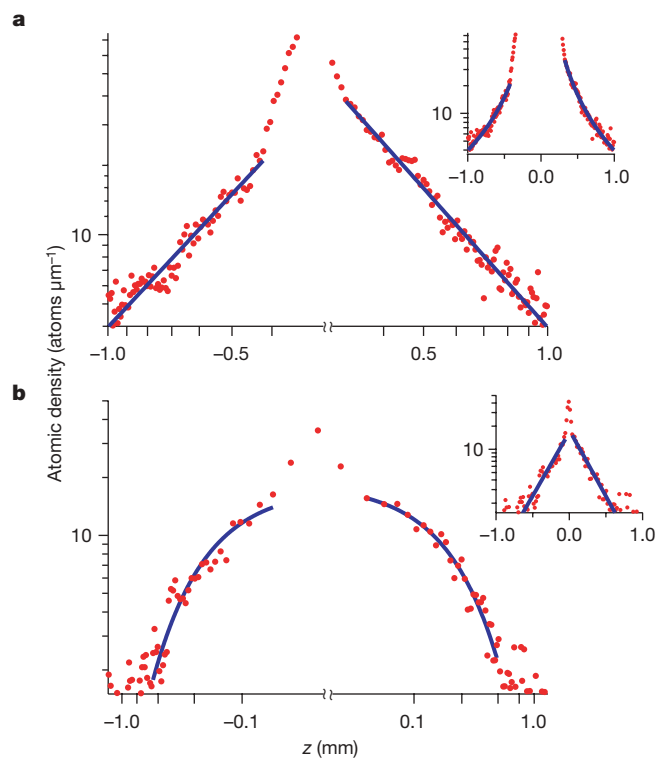


**Figure 2 | Stationarity of the localized profile.** **a**, Three successive density profiles, from which the localization length  $L_{\text{loc}}$  is extracted by fitting an exponential,  $\exp(-2|z|/L_{\text{loc}})$  (dotted black lines), to the atomic density in the wings. **b**, Localization length  $L_{\text{loc}}$  versus expansion time  $t$ . Error bars, 95% confidence intervals for the fitted values ( $\pm 2$  s.e.m.).

exponent of  $1.95 \pm 0.10$  ( $\pm 2$  s.e.m.), in agreement with the theoretical prediction that density decreases like  $1/z^2$  in the wings. The semi-log plot (inset) confirms that an exponential would not work as well. For comparison, we present in Fig. 4b a log–log plot and a semi-log plot (inset) for the case with  $k_{\text{max}}\sigma_{\text{R}} = 0.65$  and  $V_{\text{R}}/\mu_{\text{in}} = 0.15$ , where we conclude in favour of exponential rather than algebraic tails. These data support the existence of a crossover from an exponential to an algebraic regime in our speckle potential.



**Figure 3 | Localization length versus amplitude of the disordered potential.**  $L_{\text{loc}}$  is obtained by an exponential fit to the wings of the stationary localized density profiles, as shown in Fig. 2. Error bars, 95% confidence intervals for the fitted values ( $\pm 2$  s.e.m.);  $1.7 \times 10^4$  atoms;  $\mu_{\text{in}} = 219$  Hz. The dash-dot line is plotted using equation (1), where  $k_{\text{max}}$  is determined from the observed free expansion of the condensate (see Methods). The shaded area represents uncertainty associated with the evaluations of  $k_{\text{max}}$  and  $\sigma_{\text{R}}$ . We note that the limited extension of the disordered potential (4 mm) allows us to measure values of  $L_{\text{loc}}$  up to about 2 mm.



**Figure 4 | Algebraic and exponential regimes in a one-dimensional speckle potential.** Log–log and semi-log plots of the stationary atomic density profiles, showing the difference between the algebraic ( $k_{\text{max}}\sigma_{\text{R}} > 1$ ) and exponential ( $k_{\text{max}}\sigma_{\text{R}} < 1$ ) regimes. **a**, Density profile for  $V_{\text{R}}/\mu_{\text{in}} = 0.15$  and  $k_{\text{max}}\sigma_{\text{R}} = 1.16 \pm 0.14$  ( $\pm 2$  s.e.m.). The momentum distribution of the released BEC has components beyond the effective mobility edge  $1/\sigma_{\text{R}}$ . The fit to the wings with a power-law decay  $1/|z|^\beta$  yields  $\beta = 1.92 \pm 0.06$  ( $\pm 2$  s.e.m.) for the left-hand wing and  $\beta = 2.01 \pm 0.03$  ( $\pm 2$  s.e.m.) for the right-hand wing. The inset shows the same data in a semi-log plot, and confirms the non-exponential decay. **b**, For comparison, a similar set of plots (log–log and semi-log) in the exponential regime for the same  $V_{\text{R}}/\mu_{\text{in}} = 0.15$  and  $k_{\text{max}}\sigma_{\text{R}} = 0.65 \pm 0.09$  ( $\pm 2$  s.e.m.).

Direct imaging of atomic quantum gases in controlled, optical disordered potentials is a promising technique to investigate a variety of open questions on disordered quantum systems. First, as in other problems of condensed matter simulated using ultracold atoms, direct imaging of atomic matter waves offers unprecedented possibilities to measure important properties, such as localization lengths. Second, our experiment can be extended to quantum gases with controlled interactions where localization of quasi-particles<sup>26,27</sup>, Bose glass<sup>14,15,28</sup> and Lifshits glass<sup>29</sup> are expected, as well as to Fermi gases and to Bose–Fermi mixtures where rich phase diagrams have been predicted<sup>30</sup>. The reasonable quantitative agreement between our measurements and the theory of one-dimensional Anderson localization in a speckle potential demonstrates the high degree of control in our set-up. We thus anticipate that it can be used as a quantum simulator for investigating Anderson localization in higher dimensions<sup>31,32</sup>, first to look for the mobility edge of the Anderson transition, and then to measure important features at the Anderson transition that are still under theoretical investigation, such as critical exponents. It will also become possible to investigate the effect of controlled interactions on Anderson localization.

**METHODS SUMMARY**

**Momentum distribution of the expanding BEC.** To compare measured localization lengths with those calculated from equation (1), we need to know  $k_{\text{max}}$ , the maximum amplitude of the  $k$ -vector distribution of the atoms, at the beginning of the expansion in the disordered potential. We measure  $k_{\text{max}}$  by releasing a BEC with the same number of atoms in the waveguide without disorder, and observing the density profiles at various times  $t$ . Density profiles are readily

converted into  $\mathbf{k}$ -vector distributions ( $|\mathbf{k}| = \hbar^{-1} m dz/dt$ ). The key step in obtaining  $k_{\max}$  is accurately determining the position  $z_{\max}$  of the front edge of the profile. To do this, we fit the whole profile to an inverted parabola, which is the expected shape for the one-dimensional expansion of a BEC in the fundamental transverse mode of the waveguide. Actually, the BEC has an initial transverse profile that is slightly enlarged owing to interactions between atoms, but its density rapidly decreases during the expansion, and a numerical calculation using our experimental parameters shows that for expansion times greater than  $t = 0.2$  s, an inverted parabola correctly approximates the atomic density profile and allows accurate determination of the front edge position. Using this procedure, we measure  $z_{\max}$  every 0.1 s from  $t = 0$  to  $t = 1$  s, and find it to be proportional to  $t$  for  $t > 0.2$  s. We estimate the uncertainty in  $k_{\max}$  to about 6% and 9% for  $1.7 \times 10^5$  atoms and  $1.7 \times 10^4$  atoms, respectively.

Received 14 March; accepted 9 April 2008.

- Anderson, P. W. Absence of diffusion in certain random lattices. *Phys. Rev.* **109**, 1492–1505 (1958).
- Van Tiggelen, B. in *Wave Diffusion in Complex Media 1998* (ed. Fouque, J. P.) 1–60 (Kluwer, Dordrecht, 1999).
- Wiersma, D. S., Bartolini, P., Lagendijk, A. & Righini, R. Localization of light in a disordered medium. *Nature* **390**, 671–673 (1997).
- Scheffold, F., Lenke, R., Tweer, R. & Maret, G. Localization or classical diffusion of light? *Nature* **398**, 206–270 (1999).
- Störzer, M., Gross, P., Aegerter, C. M. & Maret, G. Observation of the critical regime near Anderson localization of light. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 063904 (2006).
- Schwartz, T., Bartal, G., Fishman, S. & Segev, M. Transport and Anderson localization in disordered two-dimensional photonic lattices. *Nature* **446**, 52–55 (2007).
- Lahini, Y. *et al.* Anderson localization and nonlinearity in one-dimensional disordered photonic lattices. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 013906 (2008).
- Dalichaouch, R., Armstrong, J. P., Schultz, S., Platzman, P. M. & McCall, S. L. Microwave localization by two-dimensional random scattering. *Nature* **354**, 53–55 (1991).
- Chabanov, A. A., Stoytchev, M. & Genack, A. Z. Statistical signatures of photon localization. *Nature* **404**, 850–853 (2000).
- Weaver, R. L. Anderson localization of ultrasound. *Wave Motion* **12**, 129–142 (1990).
- Akkermans, E. & Montambaux, G. *Mesoscopic Physics of Electrons and Photons* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK, 2006).
- Goodman, J. W. *Speckle Phenomena in Optics* (Roberts, Greenwood Village, Colorado, 2007).
- Sanchez-Palencia, L. *et al.* Anderson localization of expanding Bose-Einstein condensates in random potentials. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 210401 (2007).
- Giamarchi, T. & Schulz, H. J. Anderson localization and interactions in one-dimensional metals. *Phys. Rev. B* **37**, 325–340 (1988).
- Fisher, M. P. A., Weichman, P. B., Grinstein, G. & Fisher, D. S. Boson localization and the superfluid-insulator transition. *Phys. Rev. B* **40**, 546–570 (1989).
- Bloch, I., Dalibard, J. & Zwerger, W. Many-body physics with ultracold atoms. *Rev. Mod. Phys.* (in the press); preprint at (<http://arxiv.org/abs/0704.3011>) (2007).
- Lewenstein, M. *et al.* Ultracold atomic gases in optical lattices: mimicking condensed matter physics and beyond. *Adv. Phys.* **56**, 243–379 (2007).
- Damski, B., Zakrzewski, J., Santos, L., Zoller, P. & Lewenstein, M. Atomic Bose and Anderson glasses in optical lattices. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 080403 (2003).
- Clément, D. *et al.* Suppression of transport of an interacting elongated Bose-Einstein condensate in a random potential. *Phys. Rev. Lett.* **95**, 170409 (2005).
- Fort, C. *et al.* Effect of optical disorder and single defects on the expansion of a Bose-Einstein condensate in a one-dimensional waveguide. *Phys. Rev. Lett.* **95**, 170410 (2005).
- Schulte, T. *et al.* Routes towards Anderson-like localization of Bose-Einstein condensates in disordered optical lattices. *Phys. Rev. Lett.* **95**, 170411 (2005).
- Clément, D. *et al.* Experimental study of the transport of coherent interacting matter-waves in a 1D random potential induced by laser speckle. *N. J. Phys.* **8**, 165, doi:10.1088/1367-2630/8/8/165 (2006).
- Moore, J. L., Robinson, J. C., Bharucha, C., Williams, P. E. & Raizen, M. G. Observation of dynamical localization in atomic momentum transfer: A new testing ground for quantum chaos. *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2974–2977 (1994).
- Chabé, J. *et al.* Experimental observation of the Anderson transition with atomic matter waves. Preprint available at (<http://arxiv.org/abs/0709.4320>) (2007).
- Guerin, W. *et al.* Guided quasicontinuous atom laser. *Phys. Rev. Lett.* **97**, 200402 (2006).
- Bilas, N. & Pavloff, N. Anderson localization of elementary excitations in a one-dimensional Bose-Einstein condensate. *Eur. Phys. J. D* **40**, 387–397 (2006).
- Lugan, P., Clément, D., Bouyer, P., Aspect, A. & Sanchez-Palencia, L. Anderson localization of Bogolyubov quasiparticles in interacting Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.* **99**, 180402 (2007).
- Fallani, L., Lye, J. E., Guarrera, V., Fort, C. & Inguscio, M. Ultracold atoms in a disordered crystal of light: towards a Bose glass. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 130404 (2007).
- Lugan, P. *et al.* Ultracold Bose gases in 1D-disorder: from Lifshits glass to Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 170403 (2007).
- Sanpera, A., Kantian, A., Sanchez-Palencia, L., Zakrzewski, J. & Lewenstein, M. Atomic Fermi-Bose mixtures in inhomogeneous and random optical lattices: from Fermi glass to quantum spin glass and quantum percolation. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 040401 (2004).
- Kuhn, R. C., Miniatura, C., Delande, D., Sigwarth, O. & Müller, C. A. Localization of matter waves in two-dimensional disordered optical potentials. *Phys. Rev. Lett.* **95**, 250403 (2005).
- Skipetrov, S. E., Minguzzi, A., van Tiggelen, B. A. & Shapiro, B. Anderson localization of a Bose-Einstein condensate in a 3D random potential. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 165301 (2008).

**Acknowledgements:** The authors are indebted to P. Chavel, T. Giamarchi, M. Lewenstein and G. Shlyapnikov for many discussions, to P. Georges and G. Roger for assistance with the laser, and to F. Moron, A. Villing and G. Colas for technical assistance on the experimental apparatus. This research was supported by the Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS), the Délégation Générale de l'Armement (DGA), the Ministère de l'Éducation Nationale, de la Recherche et de la Technologie (MENRT), the Agence Nationale de la Recherche (ANR), the Institut Francilien de Recherche sur les Atomes Froids (IFRAF) and IXSEA; by the STREP programme FINAQS of the European Union; and by the programme QUDEDIS of the European Science Foundation (ESF).

**Author Information** Reprints and permissions information is available at [www.nature.com/reprints](http://www.nature.com/reprints). Correspondence and requests for materials should be addressed to P.B. ([philippe.bouyer@institutoptique.fr](mailto:philippe.bouyer@institutoptique.fr)).



# Annexe technique

- Figure E.1 : Schéma du banc optique de refroidissement.
- Figure E.2 : Plan de fabrication de la cellule servant de chambre de science.

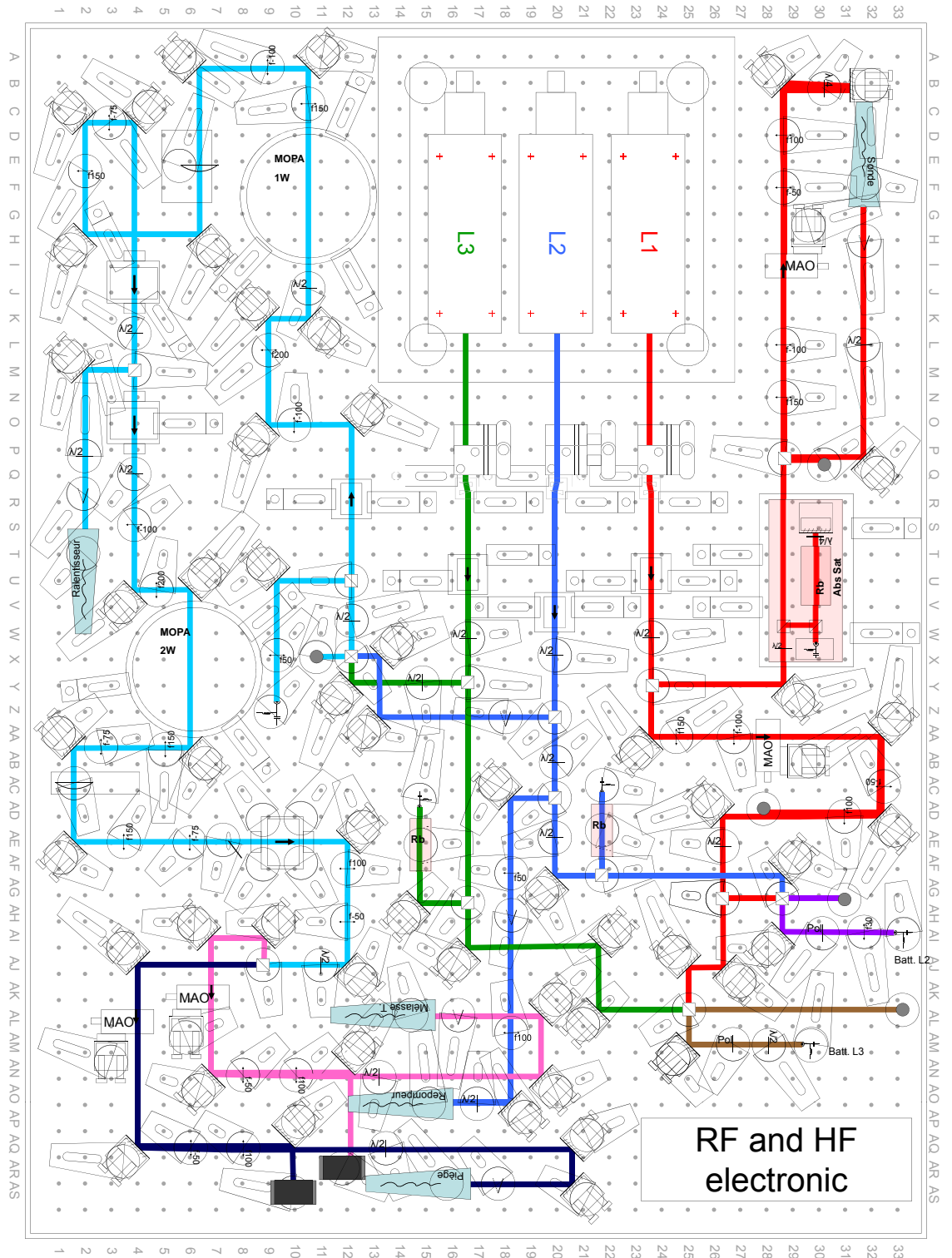


FIGURE E.1: Schéma du banc laser à partir duquel sont obtenus tous les faisceaux nécessaires à l'obtention et à l'observation d'atomes dans un piège magnétique.





---

# Bibliographie

---

- [1] A. EINSTEIN, “Quantentheorie des einatomigen idealen Gases”, *Sitzber. Ber. Preuss. Akad. Wiss.* **22**, 261 (1924).
- [2] A. EINSTEIN, “Quantentheorie des einatomigen idealen Gases”, *Sitzber. Ber. Preuss. Akad. Wiss.* **23**, 3 (1925).
- [3] M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER, M. R. MATTHEWS, C. E. WIEMAN, ET E. A. CORNELL, “Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor”, *Science* **269**, 198 (1995).
- [4] C. C. BRADLEY, C. A. SACKETT, J. J. TOLLETT, ET R. G. HULET, “Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions”, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).
- [5] K. B. DAVIS, M. O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. VAN DRUTEN, D. S. DURFEE, D. M. KURN, ET W. KETTERLE, “Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).
- [6] S. CHU, “Nobel Lecture : The manipulation of neutral particles”, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 685 (1998).
- [7] C. N. COHEN-TANNOUDJI, “Nobel Lecture : Manipulating atoms with photons”, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 707 (1998).
- [8] W. D. PHILLIPS, “Nobel Lecture : Laser cooling and trapping of neutral atoms”, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 721 (1998).
- [9] H. F. HESS, “Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen”, *Phys. Rev. B* **34**, 3476 (1986).
- [10] B. PAREDES, A. WIDERA, V. MURG, O. MANDEL, S. FÖLLING, I. CIRAC, G. V. SHLYAPNIKOV, T. W. HÄNSCH, ET I. BLOCH, “Tonks-Girardeau gas of ultracold atoms in an optical lattice”, *Nature* **429**, 277 (2004).
- [11] T. KINOSHITA, T. WENGER, ET D. S. WEISS, “Observation of a one dimensional Tonks-Girardeau gas”, *Science* **305**, 1125 (2004).
- [12] Z. HADZIBABIC, P. KRÜGER, M. CHENEAU, B. BATTELIER, ET J. DALIBARD, “Berezinskii-Kosterlitz-Thouless crossover in a trapped atomic gas”, *Nature* **441**, 1118 (2006).
- [13] P. CLADÉ, C. RYU, A. RAMANATHAN, K. HELMERSON, ET W. D. PHILLIPS, “Observation of a 2D Bose Gas : From Thermal to Quasicondensate to Superfluid”, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 170401 (2009).
- [14] C. CHIN, R. GRIMM, P. JULIENNE, ET E. TIESINGA, “Feshbach resonances in ultracold gases”, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 1225 (2010).



- [15] M. LEWENSTEIN, A. SANPERA, V. AHUNFINGER, B. DAMSKI, A. SEN, ET U. SEN, “Ultracold atomic gases in optical lattices : Mimicking condensed matter physics and beyond”, *Adv. in Physics* **56**, 243 (2007).
- [16] I. BLOCH, J. DALIBARD, ET W. ZWERGER, “Many-body physics with ultracold gases”, *Rev. Mod. Phys.* **80**, 885 (2008).
- [17] M. GREINER, O. MANDEL, T. ESSLINGER, T. W. HÄNSCH, ET I. BLOCH, “Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms”, *Nature* **415**, 39 (2002).
- [18] M. GREINER, C. A. REGAL, ET D. S. JIN, “Emergence of a molecular Bose-Einstein condensate from a Fermi gas”, *Nature* **426**, 537 (2003).
- [19] T. BOURDEL, L. KHAYKOVICH, J. CUBIZOLLES, J. ZHANG, F. CHEVY, M. TEICHMANN, L. TARRUELL, S. J. J. M. F. KOKKELMANS, ET C. SALOMON, “Experimental Study of the BEC-BCS Crossover Region in Lithium 6”, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 050401 (2004).
- [20] W. S. BAKR, J. I. GILLEN, A. PENG, S. FOLLING, ET M. GREINER, “A quantum gas microscope for detecting single atoms in a Hubbard-regime optical lattice”, *Nature* **462**, 74 (2009).
- [21] C. A. REGAL, M. GREINER, ET D. S. JIN, “Observation of Resonance Condensation of Fermionic Atom Pairs”, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 040403 (2004).
- [22] T. F. ROSENBAUM, R. F. MILLIGAN, M. A. PAALANEN, G. A. THOMAS, R. N. BHATT, ET W. LIN, “Metal-insulator transition in a doped semiconductor”, *Phys. Rev. B* **27**, 7509 (1983).
- [23] S. KATSUMOTO, F. KOMORI, N. SANO, ET S. KOBAYASHI, “Fine Tuning of Metal-Insulator Transition in  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  using Persistent Photoconductivity”, *Journal of the Physical Society of Japan* **56**, 2259 (1987).
- [24] B. KRAMER ET A. MACKINNON, “Localization : theory and experiment”, *Reports on Progress in Physics* **56**, 1469 (1993).
- [25] A. LAGENDIJK, B. A. VAN TIGGELEN, ET D. S. WIERSMA, “50 years of Anderson Localization”, *Physics Today* **62**, 24 (2009).
- [26] R. L. WEAVER, “Anderson localization of ultrasound”, *Wave Motion* **12**, 129 (1990).
- [27] R. DALICHAOUCH, J. P. ARMSTRONG, S. SCHULTZ, P. M. PLATZMAN, ET S. L. MCCALL, “Microwave localization by two-dimensional random scattering”, *Nature* **354**, 53 (1991).
- [28] A. CHABANOV, Z. Q. ZHANG, ET A. Z. GENACK, “Statistical signatures of photon localization”, *Nature* **404**, 850 (2000).
- [29] D. S. WIERSMA, P. BARTOLINI, A. LAGENDIJK, ET R. RIGHINI, “Localization of light in a disordered medium”, *Nature* **390**, 671 (1997).
- [30] A. A. CHABANOV, Z. Q. ZHANG, ET A. Z. GENACK, “Breakdown of Diffusion in Dynamics of Extended Waves in Mesoscopic Media”, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 203903 (2003).

- [31] M. STÖRZER, P. GROSS, C. M. AEGERTER, ET G. MARET, “Observation of the Critical Regime Near Anderson Localization of Light”, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 063904 (2006).
- [32] H. HU, A. STRYBULEVYCH, J. H. PAGE, S. E. SKIPETROV, ET B. A. VAN TIGGELEN, “Localization of ultrasound in a three dimensional elastic network”, *Nature Physics* **4**, 945 (2008).
- [33] T. SCHWARTZ, G. BARTAL, S. FISHMAN, ET M. SEGEV, “Transport and Anderson localization in disordered two-dimensional photonic lattices”, *Nature* **446**, 52 (2007).
- [34] Y. LAHINI, A. AVIDAN, F. POZZI, M. SOREL, R. MORANDOTTI, D. N. CHRISTODOULIDES, ET Y. SILBERBERG, “Anderson Localization and Non-linearity in One-Dimensional Disordered Photonic Lattices”, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 013906 (2008).
- [35] Y. LAHINI, R. PUGATCH, F. POZZI, M. SOREL, R. MORANDOTTI, N. DAVIDSON, ET Y. SILBERBERG, “Observation of a Localization Transition in Quasiperiodic Photonic Lattices”, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 013901 (2009).
- [36] B. DAMSKI, J. ZAKRZEWSKI, L. SANTOS, P. ZOLLER, ET M. LEWENSTEIN, “Atomic Bose and Anderson Glasses in Optical Lattices”, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 080403 (2003).
- [37] J. E. LYE, L. FALLANI, M. MODUGNO, D. S. WIERSMA, C. FORT, ET M. INGUSCIO, “Bose-Einstein Condensate in a Random Potential”, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 070401 (2005).
- [38] D. CLÉMENT, A. F. VARON, M. HUGBART, J. A. RETTER, P. BOUYER, L. SANCHEZ-PALENCIA, D. M. GANGARDT, G. V. SHLYAPNIKOV, ET A. ASPECT, “Suppression of Transport of an Interacting Elongated Bose-Einstein Condensate in a Random Potential”, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 170409 (2005).
- [39] C. FORT, L. FALLANI, V. GUARRERA, J. E. LYE, M. MODUGNO, D. S. WIERSMA, ET M. INGUSCIO, “Effect of Optical Disorder and Single Defects on the Expansion of a Bose-Einstein Condensate in a One-Dimensional Waveguide”, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 170410 (2005).
- [40] T. SCHULTE, S. DRENKELFORTH, J. KRUSE, W. ERTMER, J. ARLT, K. SACHA, J. ZAKRZEWSKI, ET M. LEWENSTEIN, “Routes Towards Anderson-Like Localization of Bose-Einstein Condensates in Disordered Optical Lattices”, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 170411 (2005).
- [41] L. SANCHEZ-PALENCIA, D. CLÉMENT, P. LUGAN, P. BOUYER, G. V. SHLYAPNIKOV, ET A. ASPECT, “Anderson Localization of Expanding Bose-Einstein Condensates in Random Potentials”, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 210401 (2007).
- [42] L. FALLANI, C. FORT, ET M. INGUSCIO, “Bose-Einstein condensates in disordered potentials”, *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **56**, 119 (2008).

- [43] L. SANCHEZ-PALENCIA, D. CLÉMENT, P. LUGAN, P. BOUYER, ET A. ASPECT, “Disorder-induced trapping versus Anderson localization in Bose-Einstein condensates expanding in disordered potentials”, *New Journal of Physics* **10**, 045019 (2008).
- [44] J. BILLY, V. JOSSE, Z. ZUO, A. BERNARD, B. HAMBRECHT, P. LUGAN, D. CLÉMENT, L. SANCHEZ-PALENCIA, P. BOUYER, ET A. ASPECT, “Direct Observation of Anderson localization of matter-waves in a controlled disorder”, *Nature* **453**, 891 (2008).
- [45] S. AUBRY ET G. ANDRÉ, “Analicity breaking and Anderson localization in incommensurate lattices”, *Ann. Israel. Phys. Soc.* **3**, 133 (1980).
- [46] G. ROATI, C. D. ERRICO, L. FALLANI, M. FATTORI, C. FORT, M. ZACCANTI, G. MODUGNO, M. MODUGNO, ET M. INGUSCIO, “Anderson localization of a non-interacting Bose-Einstein Condensate”, *Nature* **453**, 895 (2008).
- [47] G. CASATI, I. GUARNERI, ET D. L. SHEPELYANSKY, “Anderson Transition in a One-Dimensional System with Three Incommensurate Frequencies”, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 345 (1989).
- [48] F. L. MOORE, J. C. ROBINSON, C. BHARUCHA, P. E. WILLIAMS, ET M. G. RAIZEN, “Observation of Dynamical Localization in Atomic Momentum Transfer : A New Testing Ground for Quantum Chaos”, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2974 (1994).
- [49] J. CHABÉ, G. LEMARIÉ, B. GRÉMAUD, D. DELANDE, P. SZRIFTGISER, ET J. C. GARREAU, “Experimental Observation of the Anderson Metal-Insulator Transition with Atomic Matter Waves”, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 255702 (2008).
- [50] G. LEMARIÉ, H. LIGNIER, D. DELANDE, P. SZRIFTGISER, ET J. C. GARREAU, “Critical State of the Anderson Transition : Between a Metal and an Insulator”, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 090601 (2010).
- [51] A. MACKINNON ET B. KRAMER, “One-Parameter Scaling of Localization Length and Conductance in Disordered Systems”, *Phys. Rev. Lett.* **47**, 1546 (1981).
- [52] A. M. GARCÍA-GARCÍA, “Semiclassical Theory of the Anderson Transition”, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 076404 (2008).
- [53] L. SANCHEZ-PALENCIA ET M. LEWENSTEIN, “Disordered quantum gases under control”, *Nature Physics* **6**, 87 (2010).
- [54] P. LUGAN, D. CLÉMENT, P. BOUYER, A. ASPECT, M. LEWENSTEIN, ET L. SANCHEZ-PALENCIA, “Ultracold Bose Gases in 1D Disorder : From Lifshits Glass to Bose-Einstein Condensate”, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 170403 (2007).
- [55] T. PAUL, P. SCHLAGHECK, P. LEBOEUF, ET N. PAVLOFF, “Superfluidity versus Anderson Localization in a Dilute Bose Gas”, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 210602 (2007).

- [56] A. S. PIKOVSKY ET D. L. SHEPELYANSKY, “Destruction of Anderson Localization by a Weak Nonlinearity”, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 094101 (2008).
- [57] S. PALPACELLI ET S. SUCCI, “Quantum lattice Boltzmann simulation of expanding Bose-Einstein condensates in random potentials”, *Phys. Rev. E* **77**, 066708 (2008).
- [58] G. KOPIDAKIS, S. KOMINEAS, S. FLACH, ET S. AUBRY, “Absence of Wave Packet Diffusion in Disordered Nonlinear Systems”, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 084103 (2008).
- [59] G. M. FALCO, T. NATTERMANN, ET V. L. POKROVSKY, “Localized states and interaction-induced delocalization in Bose gases with quenched disorder”, *Europhys. Lett.* **85**, 30002 (2009).
- [60] T. PAUL, M. ALBERT, P. SCHLAGHECK, P. LEBOEUF, ET N. PAVLOFF, “Anderson localization of a weakly interacting one-dimensional Bose gas”, *Phys. Rev. A* **80**, 033615 (2009).
- [61] N. CHERRORET ET S. E. SKIPETROV, “Effect of interactions on the diffusive expansion of a Bose-Einstein condensate in a three-dimensional random potential”, *Phys. Rev. A* **79**, 063604 (2009).
- [62] B. DEISSLER, M. ZACCANTI, G. ROATI, C. D’ERRICO, M. FATTORI, M. MODUGNO, G. MODUGNO, ET M. INGUSCIO, “Delocalization of a disordered bosonic system by repulsive interactions”, *Nature Physics* **6**, 354 (2010).
- [63] D. DRIES, S. E. POLLACK, J. M. HITCHCOCK, ET R. G. HULET, “Dissipative transport of a Bose-Einstein condensate”, *Phys. Rev. A* **82**, 033603 (2010).
- [64] M. PASIENSKI, D. MCKAY, M. WHITE, ET B. DEMARCO, “Disordered insulator in an optical lattice”, *Nature Physics* **6**, 677 (2010).
- [65] A. V. LOPATIN ET V. M. VINOKUR, “Thermodynamics of the Superfluid Dilute Bose Gas with Disorder”, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 235503 (2002).
- [66] S. PILATI, S. GIORGINI, ET N. PROKOF’EV, “Superfluid Transition in a Bose Gas with Correlated Disorder”, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 150402 (2009).
- [67] M. WHITE, M. PASIENSKI, D. MCKAY, S. Q. ZHOU, D. CEPERLEY, ET B. DEMARCO, “Strongly Interacting Bosons in a Disordered Optical Lattice”, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 055301 (2009).
- [68] M. P. A. FISHER, P. B. WEICHMAN, G. GRINSTEIN, ET D. S. FISHER, “Boson localization and the superfluid-insulator transition”, *Phys. Rev. B* **40**, 546 (1989).
- [69] G. ROUX, T. BARTHEL, I. P. MCCULLOCH, C. KOLLATH, U. SCHOLLWÖCK, ET T. GIAMARCHI, “Quasiperiodic Bose-Hubbard model and localization in one-dimensional cold atomic gases”, *Phys. Rev. A* **78**, 023628 (2008).
- [70] T. ROSCILDE, “Bosons in one-dimensional incommensurate superlattices”, *Phys. Rev. A* **77**, 063605 (2008).

- [71] V. GURARIE, L. POLLET, N. V. PROKOF'EV, B. V. SVISTUNOV, ET M. TROYER, "Phase diagram of the disordered Bose-Hubbard model", *Phys. Rev. B* **80**, 214519 (2009).
- [72] L. POLLET, N. V. PROKOF'EV, B. V. SVISTUNOV, ET M. TROYER, "Absence of a Direct Superfluid to Mott Insulator Transition in Disordered Bose Systems", *Phys. Rev. Lett.* **103**, 140402 (2009).
- [73] L. FALLANI, J. E. LYE, V. GUARRERA, C. FORT, ET M. INGUSCIO, "Ultracold Atoms in a Disordered Crystal of Light : Towards a Bose Glass", *Phys. Rev. Lett.* **98**, 130404 (2007).
- [74] M.-O. MEWES, M. R. ANDREWS, D. M. KURN, D. S. DURFEE, C. G. TOWNSEND, ET W. KETTERLE, "Output Coupler for Bose-Einstein Condensed Atoms", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 582 (1997).
- [75] I. BLOCH, T. W. HÄNSCH, ET T. ESSLINGER, "Atom Laser with a cw Output Coupler", *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3008 (1999).
- [76] E. W. HAGLEY, L. DENG, M. KOZUMA, J. WEN, K. HELMERSON, S. L. ROLSTON, ET W. D. PHILLIPS, "A well-collimated quasi-continuous atom laser", *Science* **283**, 1706 (1999).
- [77] G. CENNINI, G. RITT, C. GECKELER, ET M. WEITZ, "All-Optical Realization of an Atom Laser", *Phys. Rev. Lett.* **91**, 240408 (2003).
- [78] M. KASEVICH, "Coherence with Atoms", *Science* **298**, 1363 (2002).
- [79] D. DÖRING, G. R. DENNIS, N. P. ROBINS, M. JEPPESEN, C. FIGL, J. J. HOPE, ET J. D. CLOSE, "Pulsed pumping of a Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. A* **79**, 063630 (2009).
- [80] J. E. DEBS, D. DÖRING, P. A. ALTIN, C. FIGL, J. DUGUÉ, M. JEPPESEN, J. T. SCHULTZ, N. P. ROBINS, ET J. D. CLOSE, "Experimental comparison of Raman and rf outcouplers for high-flux atom lasers", *Phys. Rev. A* **81**, 013618 (2010).
- [81] N. ROBINS, C. FIGL, M. JEPPESEN, G. DENNIS, ET J. CLOSE, "A pumped atom laser", *Nature Physics* **4**, 731 (2008).
- [82] J.-F. RIOU, W. GUERIN, Y. L. COQ, M. FAUQUEMBERGUE, V. JOSSE, P. BOUYER, ET A. ASPECT, "Beam Quality of a Nonideal Atom Laser", *Phys. Rev. Lett.* **96**, 070404 (2006).
- [83] M. JEPPESEN, J. DUGUÉ, G. R. DENNIS, M. T. JOHNSON, C. FIGL, N. P. ROBINS, ET J. D. CLOSE, "Approaching the Heisenberg limit in an atom laser", *Phys. Rev. A* **77**, 063618 (2008).
- [84] D. DÖRING, G. McDONALD, J. E. DEBS, C. FIGL, P. A. ALTIN, H.-A. BACHOR, N. P. ROBINS, ET J. D. CLOSE, "Quantum-projection-noise-limited interferometry with coherent atoms in a Ramsey-type setup", *Phys. Rev. A* **81**, 043633 (2010).
- [85] G. KLEINE BÜNING, J. WILL, W. ERTMER, C. KLEMPT, ET J. ARLT, "A slow gravity compensated atom laser", *Appl. Phys. B* **100**, 117 (2010).

- [86] W. GUERIN, J.-F. RIOU, J. P. GAEBLER, V. JOSSE, P. BOUYER, ET A. ASPECT, “Guided Quasicontinuous Atom Laser”, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 200402 (2006).
- [87] A. COUVERT, M. JEPPESEN, T. KAWALEC, G. REINAUDI, R. MATHEVET, ET D. GUÉRY-ODELIN, “A quasi-monomode guided atom-laser from an all-optical Bose-Einstein condensate”, *Europhys. Lett.* **83**, 50001 (2008), and *Europhys. Lett.* **85**, 19901 (2009).
- [88] G. L. GATTOBIGIO, A. COUVERT, M. JEPPESEN, R. MATHEVET, ET D. GUÉRY-ODELIN, “Multimode-to-monomode guided-atom lasers : An entropic analysis”, *Phys. Rev. A* **80**, 041605 (2009).
- [89] R. G. DALL, S. S. HODGMAN, M. T. JOHNSON, K. G. H. BALDWIN, ET A. G. TRUSCOTT, “Transverse mode imaging of guided matter waves”, *Phys. Rev. A* **81**, 011602 (2010).
- [90] M. FAUQUEMBERGUE, *Réalisation d’un dispositif de condensation et de transport d’un échantillon cohérent d’atomes*, Thèse de Doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l’Institut d’Optique, Université Paris Sud, 2004.
- [91] J.-F. RIOU, *Étude des propriétés de propagation d’un laser à atomes*, Thèse de Doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l’Institut d’Optique, Université Paris Sud, 2006.
- [92] W. GUÉRIN, *Source atomique cohérente dans des pièges optique et magnétique : réalisation d’un laser à atomes guidé*, Thèse de Doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l’Institut d’Optique, Université Paris Sud, 2007.
- [93] J. BILLY, *Propagation quantique d’ondes de matière guidées : laser à atomes et localisation d’Anderson*, Thèse de Doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l’Institut d’Optique, Université Paris Sud, 2010.
- [94] F. DALFOVO, S. GIORGINI, L. P. PITAEVSKII, ET S. STRINGARI, “Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases”, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1999).
- [95] F. LONDON, “On the Bose-Einstein Condensation”, *Phys. Rev.* **54**, 947 (1938).
- [96] C. COHEN-TANNOUDJI, B. DIU, ET F. LALOË, *Mécanique Quantique, tome II*, 2<sup>ème</sup> éd. (Hermann, Editeur des sciences et des arts, 1973).
- [97] E. G. M. VAN KEMPEN, S. J. J. M. F. KOKKELMANS, D. J. HEINZEN, ET B. J. VERHAAR, “Interisotope Determination of Ultracold Rubidium Interactions from Three High-Precision Experiments”, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 093201 (2002).
- [98] F. DALFOVO, L. PITAEVSKII, ET S. STRINGARI, “Order parameter at the boundary of a trapped Bose gas”, *Phys. Rev. A* **54**, 4213 (1996).
- [99] A. D. JACKSON, G. M. KAVOULAKIS, ET C. J. PETHICK, “Solitary waves in clouds of Bose-Einstein condensed atoms”, *Phys. Rev. A* **58**, 2417 (1998).

- [100] P. LEBOEUF ET N. PAVLOFF, “Bose-Einstein beams : Coherent propagation through a guide”, *Phys. Rev. A* **64**, 033602 (2001).
- [101] C. MENOTTI ET S. STRINGARI, “Collective oscillations of a one-dimensional trapped Bose-Einstein gas”, *Phys. Rev. A* **66**, 043610 (2002).
- [102] T. LAHAYE, P. CREN, C. ROOS, ET D. GUÉRY-ODELIN, “Propagation of guided cold atoms”, *Commun. Nonlin. Sci. Num. Simul.* **8**, 315 (2003).
- [103] F. GERBIER, “Quasi-1D Bose-Einstein condensates in the dimensionnal crossover regime”, *Europhys. Lett.* **66**, 771777 (2004).
- [104] A. L. ZUBAREV ET Y. E. KIM, “Approximation for nonlinear dynamics of trapped Bose-Einstein condensates”, *Phys. Rev. A* **65**, 035601 (2002).
- [105] J. N. FUCHS, X. LEYRONAS, ET R. COMBESCOT, “Hydrodynamic modes of a one-dimensional trapped Bose gas”, *Phys. Rev. A* **68**, 043610 (2003).
- [106] Y. KAGAN, E. L. SURKOV, ET G. V. SHLYAPNIKOV, “Evolution of a Bose-condensed gas under variations of the confining potential”, *Phys. Rev. A* **54**, R1753 (1996).
- [107] Y. CASTIN ET R. DUM, “Bose-Einstein Condensates in Time Dependent Traps”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996).
- [108] I. SHVARCHUCK, C. BUGGLE, D. S. PETROV, M. KEMMANN, W. VON KLITZING, G. V. SHLYAPNIKOV, ET J. T. M. WALRAVEN, “Hydrodynamic behavior in expanding thermal clouds of  $^{87}\text{Rb}$ ”, *Phys. Rev. A* **68**, 063603 (2003).
- [109] G. BREIT ET I. I. RABI, “Measurement of Nuclear Spin”, *Phys. Rev.* **38**, 2082 (1931).
- [110] W. WING, “On neutral particle trapping in quasistatic electromagnetic fields”, *Prog. Quant. Electr.* **8**, 181 (1984).
- [111] A. L. MIGDALL, J. V. PRODAN, W. D. PHILLIPS, T. H. BERGEMAN, ET H. J. METCALF, “First Observation of Magnetically Trapped Neutral Atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2596 (1985).
- [112] C. Cohen-Tannoudji, Forces exercées par des photons sur des atomes, Cours au Collège de France, 1982-1983, disponible sur <http://www.phys.ens.fr/cours/college-de-france>.
- [113] R. GRIMM, M. WEIDEMÜLLER, ET Y. OVCHINNIKOV, “Optical dipole traps for neutral atoms”, *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **42**, 95 (2000).
- [114] A. P. CHIKKATUR, Y. SHIN, A. E. LEANHARDT, D. KIELPINSKI, E. TSIKATA, T. L. GUSTAVSON, D. E. PRITCHARD, ET W. KETTERLE, “A Continuous Source of Bose-Einstein Condensed Atoms”, *Science* **296**, 2193 (2002).
- [115] F. ALLARD, I. MAKSIMOVIC, M. ABGRALL, ET P. LAURENT, “Automatic system to control the operation of an extended cavity diode laser”, *Rev. Sci. Instr.* **75**, 54 (2004).
- [116] A. L. SCHAWLOW ET C. H. TOWNES, “Infrared and Optical Masers”, *Phys. Rev.* **112**, 1940 (1958).

- [117] A. C. WILSON, J. C. SHARPE, C. R. MCKENZIE, P. J. MANSON, ET D. M. WARRINGTON, “Narrow-Linewidth Master-Oscillator Power Amplifier Based on a Semiconductor Tapered Amplifier”, *Appl. Opt.* **37**, 4871 (1998).
- [118] D. A. Steck, Rubidium 87 D Line data, <http://george.ph.utexas.edu/~dsteck/alkalidata/rubidium87numbers.pdf>, 2006, disponible sur le site internet <http://steck.us/alkalidata>.
- [119] T. B. Ottenstein, A new objective for high resolution imaging of Bose-Einstein condensates, 2006, diploma thesis, Kirchhoff Institute of Physics.
- [120] W. D. PHILLIPS ET H. METCALF, “Laser Deceleration of an Atomic Beam”, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 596 (1982).
- [121] E. L. RAAB, M. PRENTISS, A. CABLE, S. CHU, ET D. E. PRITCHARD, “Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure”, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987).
- [122] P. D. LETT, R. N. WATTS, C. I. WESTBROOK, W. D. PHILLIPS, P. L. GOULD, ET H. J. METCALF, “Observation of Atoms Laser Cooled below the Doppler Limit”, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 169 (1988).
- [123] J. DALIBARD ET C. COHEN-TANNOUJDI, “Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients : simple theoretical models”, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2023 (1989).
- [124] D. E. PRITCHARD, “Cooling Neutral Atoms in a Magnetic Trap for Precision Spectroscopy”, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1336 (1983).
- [125] H. M. J. M. BOESTEN, A. J. MOERDIJK, ET B. J. VERHAAR, “Dipolar decay in two recent Bose-Einstein condensation experiments”, *Phys. Rev. A* **54**, R29 (1996).
- [126] J. SÖDING, D. GUÉRY-ODELIN, P. DESBIOLLES, F. CHEVY, H. INAMORI, ET J. DALIBARD, “Three-body decay of a rubidium Bose-Einstein condensate”, *Appl. Phys. B* **69**, 257 (1999).
- [127] M. FAUQUEMBERGUE, J.-F. RIOU, W. GUERIN, S. RANGWALA, F. MORON, A. VILLING, Y. LE COQ, P. BOUYER, A. ASPECT, ET M. LÉCRIVAIN, “Partially ferromagnetic electromagnet for trapping and cooling neutral atoms to quantum degeneracy”, *Rev. Sci. Instrum.* **76**, 103104 (2005).
- [128] N. MASUHARA, J. M. DOYLE, J. C. SANDBERG, D. KLEPPNER, T. J. GREYTAK, H. F. HESS, ET G. P. KOCHANSKI, “Evaporative Cooling of Spin-Polarized Atomic Hydrogen”, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 935 (1988).
- [129] K. B. DAVIS, M.-O. MEWES, M. A. JOFFE, M. R. ANDREWS, ET W. KETTERLE, “Evaporative Cooling of Sodium Atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 5202 (1995).
- [130] B. DESRUELLE, V. BOYER, S. G. MURDOCH, G. DELANNOY, P. BOUYER, A. ASPECT, ET M. LÉCRIVAIN, “Interrupted evaporative cooling of  $^{87}\text{Rb}$  atoms trapped in a high magnetic field”, *Phys. Rev. A* **60**, R1759 (1999).



- [131] P. O. FEDICHEV, M. W. REYNOLDS, ET G. V. SHLYAPNIKOV, “Three-Body Recombination of Ultracold Atoms to a Weakly Bound  $s$  Level”, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2921 (1996).
- [132] D. M. STAMPER-KURN, M. R. ANDREWS, A. P. CHIKKATUR, S. INOUE, H.-J. MIESNER, J. STENGER, ET W. KETTERLE, “Optical Confinement of a Bose-Einstein Condensate”, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 2027 (1998).
- [133] M. GREINER, I. BLOCH, T. W. HÄNSCH, ET T. ESSLINGER, “Magnetic transport of trapped cold atoms over a large distance”, *Phys. Rev. A* **63**, 031401 (2001).
- [134] W. HÄNSEL, J. REICHEL, P. HOMMELHOFF, ET T. W. HÄNSCH, “Magnetic Conveyor Belt for Transporting and Merging Trapped Atom Clouds”, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 608 (2001).
- [135] A. GÜNTHER, M. KEMMLER, S. KRAFT, C. J. VALE, C. ZIMMERMANN, ET J. FORTÁGH, “Combined chips for atom optics”, *Phys. Rev. A* **71**, 063619 (2005).
- [136] H. J. LEWANDOWSKI, D. M. HARBER, D. L. WHITAKER, ET E. A. CORNELL, “Simplified System for Creating a Bose-Einstein Condensate”, *J. Low Tem. Phys.* **132**, 309 (2003).
- [137] K. NAKAGAWA, Y. SUZUKI, M. HORIKOSHI, ET J. KIM, “Simple and efficient magnetic transport of cold atoms using moving coils for the production of Bose-Einstein condensation”, *Appl. Phys. B* **81**, 791 (2005).
- [138] T. L. GUSTAVSON, A. P. CHIKKATUR, A. E. LEANHARDT, A. GÖRLITZ, S. GUPTA, D. E. PRITCHARD, ET W. KETTERLE, “Transport of Bose-Einstein Condensates with Optical Tweezers”, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 020401 (2001).
- [139] A. COUVERT, T. KAWALEC, G. REINAUDI, ET D. GUÉRY-ODELIN, “Optimal transport of ultracold atoms in the non-adiabatic regime”, *Europhys. Lett.* **83**, 13001 (2008).
- [140] M. D. BARRETT, J. A. SAUER, ET M. S. CHAPMAN, “All-Optical Formation of an Atomic Bose-Einstein Condensate”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 010404 (2001).
- [141] J.-F. CLÉMENT, J.-P. BRANTUT, M. ROBERT-DE SAINT-VINCENT, R. A. NYMAN, A. ASPECT, T. BOURDEL, ET P. BOUYER, “All-optical runaway evaporation to Bose-Einstein condensation”, *Phys. Rev. A* **79**, 061406 (2009).
- [142] J.-P. BRANTUT, *Manipulation d’atomes froids dans des potentiels lumineux*, Thèse de Doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l’Institut d’Optique, Université Paris Sud, 2009.
- [143] K. M. O’HARA, M. E. GEHM, S. R. GRANADE, ET J. E. THOMAS, “Scaling laws for evaporative cooling in time-dependent optical traps”, *Phys. Rev. A* **64**, 051403 (2001).

- [144] A. E. LEANHARDT, T. A. PASQUINI, M. SABA, A. SCHIROTZEK, Y. SHIN, D. KIELPINSKI, D. E. PRITCHARD, ET W. KETTERLE, “Cooling Bose-Einstein condensates below 500 picokelvin”, *Science* **301**, 1513 (2003).
- [145] G. STERN *et al.*, “Light-pulse atom interferometry in microgravity”, *Eur. Phys. J. D* **53**, 353 (2009).
- [146] T. VAN ZOEST *et al.*, “Bose-Einstein Condensation in Microgravity”, *Science* **328**, 1540 (2010).
- [147] P. LAURENT *et al.*, “Design of the cold atom PHARAO space clock and initial test results”, *Appl. Phys. B* **84**, 683 (2006).
- [148] K. J. HUGHES, J. H. T. BURKE, ET C. A. SACKETT, “Suspension of Atoms Using Optical Pulses, and Application to Gravimetry”, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 150403 (2009).
- [149] M. ROBERT-DE SAINT-VINCENT, J.-P. BRANTUT, C. J. BORDÉ, A. ASPECT, T. BOURDEL, ET P. BOUYER, “A quantum trampoline for ultra-cold atoms”, *Europhys. Lett.* **89**, 10002 (2010).
- [150] C. A. SACKETT, “Limits on weak magnetic confinement of neutral atoms”, *Phys. Rev. A* **73**, 013626 (2006).
- [151] A. BERTOLDI ET L. RICCI, “Gravito-magnetic trapping of  $^{87}\text{Rb}$ ”, *J. Opt. Soc. Am. B* **41**, 155301 (2008).
- [152] W. KETTERLE ET D. E. PRITCHARD, “Trapping and focusing ground state atoms with static fields”, *Appl. Phys. B* **54**, 403 (1992).
- [153] N. F. MOTT, *Metal-Insulator Transitions* (Taylor and Francis, London, 1990).
- [154] P. W. ANDERSON, “Absence of Diffusion in Certain Random Lattices”, *Phys. Rev.* **109**, 1492 (1958).
- [155] S. JOHN, “Electromagnetic Absorption in a Disordered Medium near a Photon Mobility Edge”, *Phys. Rev. Lett.* **53**, 2169 (1984).
- [156] J. ZAKRZEWSKI ET D. DELANDE, “Breakdown of adiabaticity when loading ultra-cold atoms in optical lattices”, *arXiv* 0902.1117 (2009).
- [157] D. DELANDE ET J. ZAKRZEWSKI, “Compression as a Tool to Detect Bose Glass in a Cold Atomic Gas”, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 085301 (2009).
- [158] D. VOLLHARDT ET P. WÖLFLE, dans *Self-Consistent Theory of Anderson Localization*, ÉDITÉ PAR W. HANKE ET K. V. (Elsevier, Amsterdam, 1992).
- [159] E. AKKERMANS ET G. MONTAMBAUX, *Physique mésoscopique des électrons et des photons* (EDP Sciences, CNRS Editions, 2004).
- [160] C. A. MÜLLER ET D. DELANDE, “Disorder and interference : localization phenomena”, *Proc. Ecole de Physique des Houches, Session XCI* (2009).
- [161] D. Y. SHARVIN ET Y. V. SHARVIN, “Magnetic-flux quantization in a cylindrical film of normal metal”, *JETP Lett.* **34**, 272 (1981).

- [162] G. BERGMANN, “Weak localization in thin films”, *Phys. Rep.* **1**, 107 (1984).
- [163] P.-E. WOLF ET G. MARET, “Weak Localization and Coherent Backscattering of Photons in Disordered Media”, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 2696 (1985).
- [164] D. S. WIERSMA, M. P. VAN ALBADA, B. A. VAN TIGGELEN, ET A. LAGENDIJK, “Experimental Evidence for Recurrent Multiple Scattering Events of Light in Disordered Media”, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4193 (1995).
- [165] T. OKAMOTO ET T. ASAKURA, “Enhanced backscattering of partially coherent light”, *Opt. Lett.* **21**, 369 (1996).
- [166] E. LAROSE, L. MARGERIN, B. A. VAN TIGGELEN, ET M. CAMPILLO, “Weak Localization of Seismic Waves”, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 048501 (2004).
- [167] G. PÓLYA, “Über eine Aufgabe der Wahrscheinlichkeitsrechnung betreffend die Irrfahrt im Straßennetz”, *Mathematische Annalen* **83**, 149 (1921).
- [168] O. I. LOBKIS ET R. L. WEAVER, “Self-consistent transport dynamics for localized waves”, *Phys. Rev. E* **71**, 011112 (2005).
- [169] D. J. THOULESS, “Localization distance and mean free path in one-dimensional disordered systems”, *Journal of Physics C : Solid State Physics* **6**, L49 (1973).
- [170] K. SLEVIN ET T. OHTSUKI, “Corrections to Scaling at the Anderson Transition”, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 382 (1999).
- [171] C. M. AEGERTER, M. STÖRZER, ET G. MARET, “Experimental determination of critical exponents in Anderson localisation of light”, *Europhys. Lett.* **75**, 526 (2006).
- [172] U. GAVISH ET Y. CASTIN, “Matter-Wave Localization in Disordered Cold Atom Lattices”, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 020401 (2005).
- [173] P. MASSIGNAN ET Y. CASTIN, “Three-dimensional strong localization of matter waves by scattering from atoms in a lattice with a confinement-induced resonance”, *Phys. Rev. A* **74**, 013616 (2006).
- [174] J. W. GOODMAN, *Speckle Phenomena in Optics : Theory and Applications* (Roberts and Co., 2007).
- [175] M. MODUGNO, “Collective dynamics and expansion of a Bose-Einstein condensate in a random potential”, *Phys. Rev. A* **73**, 013606 (2006).
- [176] D. CLÉMENT, A. VARON, J. RETTER, L. SANCHEZ-PALENCIA, A. ASPECT, ET P. BOUYER, “Experimental study of the transport of coherent interacting matter-waves in a 1D random potential induced by laser speckle”, *New Journal of Physics* **8**, 165 (2006).
- [177] D. CLÉMENT, *Propriétés statiques et dynamiques d’un condensat de Bose-Einstein dans un potentiel aléatoire*, Thèse de Doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l’Institut d’Optique, Université Pierre et Marie Curie, 2007.
- [178] A. WEINRIB, “Percolation threshold of a two-dimensional continuum system”, *Phys. Rev. B* **26**, 1352 (1982).

- [179] S. PILATI, S. GIORGINI, M. MODUGNO, ET N. PROKOF'EV, "Dilute Bose gas with correlated disorder : A Path Integral Monte Carlo study", *arXiv* 1002 :3704v1 (2010).
- [180] R. C. KUHN, O. SIGWARTH, C. MINIATURA, D. DELANDE, ET C. A. MÜLLER, "Coherent matter wave transport in speckle potentials", *New Journal of Physics* **9**, 161 (2007).
- [181] I. M. LIFSHITS, *Introduction to the Theory of Disordered Systems* (Wiley, New York, 1988).
- [182] P. LUGAN, A. ASPECT, L. SANCHEZ-PALENCIA, D. DELANDE, B. GRÉMAUD, C. A. MÜLLER, ET C. MINIATURA, "One-dimensional Anderson localization in certain correlated random potentials", *Phys. Rev. A* **80**, 023605 (2009).
- [183] E. GUREVICH ET O. KENNETH, "Lyapunov exponent for the laser speckle potential : A weak disorder expansion", *Phys. Rev. A* **79**, 063617 (2009).
- [184] R. C. KUHN, *Coherent transport of matter waves in disordered optical potentials*, Thèse de Doctorat, Université de Nice Sophia-Antipolis, 2007.
- [185] S. E. SKIPETROV, A. MINGUZZI, B. A. VAN TIGGELEN, ET B. SHAPIRO, "Anderson Localization of a Bose-Einstein Condensate in a 3D Random Potential", *Phys. Rev. Lett.* **100**, 165301 (2008).
- [186] A. YEDJOUR ET B. A. VAN TIGGELEN, "Diffusion and localization of cold atoms in 3D optical speckle", *Eur. Phys. J. D* **59**, 249 (2010).
- [187] T. PAUL, P. LEBOEUF, N. PAVLOFF, K. RICHTER, ET P. SCHLAGHECK, "Nonlinear transport of Bose-Einstein condensates through waveguides with disorder", *Phys. Rev. A* **72**, 063621 (2005).
- [188] N. PAVLOFF, "Breakdown of superfluidity of an atom laser past an obstacle", *Phys. Rev. A* **66**, 013610 (2002).
- [189] T. PAUL, M. HARTUNG, K. RICHTER, ET P. SCHLAGHECK, "Nonlinear transport of Bose-Einstein condensates through mesoscopic waveguides", *Phys. Rev. A* **76**, 063605 (2007).
- [190] T. ERNST, T. PAUL, ET P. SCHLAGHECK, "Transport of ultracold Bose gases beyond the Gross-Pitaevskii description", *Phys. Rev. A* **81**, 013631 (2010).
- [191] I. CARUSOTTO, "Nonlinear atomic Fabry-Perot interferometer : From the mean-field theory to the atom blockade effect", *Phys. Rev. A* **63**, 023610 (2001).
- [192] T. PAUL, K. RICHTER, ET P. SCHLAGHECK, "Nonlinear Resonant Transport of Bose-Einstein Condensates", *Phys. Rev. Lett.* **94**, 020404 (2005).
- [193] R. BALBINOT, A. FABBRI, S. FAGNOCCHI, A. RECATI, ET I. CARUSOTTO, "Nonlocal density correlations as a signature of Hawking radiation from acoustic black holes", *Phys. Rev. A* **78**, 021603 (2008).

- [194] I. CARUSOTTO, S. FAGNOCCHI, A. RECATI, R. BALBINOT, ET A. FABRI, “Numerical observation of Hawking radiation from acoustic black holes in atomic Bose-Einstein condensates”, *New Journal of Physics* **10**, 103001 (2008).
- [195] J. P. BURKE, J. L. BOHN, B. D. ESRY, ET C. H. GREENE, “Impact of the Rb<sup>87</sup> singlet scattering length on suppressing inelastic collisions”, *Phys. Rev. A* **55**, R2511 (1997).
- [196] P. ODIER, “DCCT Technology Review”, *Proc. CARE-Conf-2004-023-HHH* (2004).
- [197] F. GERBIER, P. BOUYER, ET A. ASPECT, “Quasicontinuous Atom Laser in the Presence of Gravity”, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4729 (2001).
- [198] Y. B. BAND, P. S. JULIENNE, ET M. TRIPPENBACH, “Radio-frequency output coupling of the Bose-Einstein condensate for atom lasers”, *Phys. Rev. A* **59**, 3823 (1999).
- [199] C. COHEN-TANNOUDJI, J. DUPONT-ROC, ET G. GRYNBERG, *Processus d’interaction entre photons et atomes* (EDP Sciences, CNRS Editions, 1988).
- [200] J. J. HOPE, G. M. MOY, M. J. COLLETT, ET C. M. SAVAGE, “Steady-state quantum statistics of a non-Markovian atom laser”, *Phys. Rev. A* **61**, 023603 (2000).
- [201] J. JEFFERS, P. HORAK, S. M. BARNETT, ET P. M. RADMORE, “Bound mode of an atom laser”, *Phys. Rev. A* **62**, 043602 (2000).
- [202] N. P. ROBINS, A. K. MORRISON, J. J. HOPE, ET J. D. CLOSE, “Limits to the flux of a continuous atom laser”, *Phys. Rev. A* **72**, 031606 (2005).
- [203] N. P. ROBINS, C. FIGL, S. A. HAINE, A. K. MORRISON, M. JEPPESEN, J. J. HOPE, ET J. D. CLOSE, “Achieving Peak Brightness in an Atom Laser”, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 140403 (2006).
- [204] C. ZENER, “Non-adiabatic crossing of energy levels”, *Proceedings of the Royal Society of London, Series A* **137**, 692 (1932).
- [205] O. ZOBAY ET B. M. GARRAWAY, “Atom trapping and two-dimensional Bose-Einstein condensates in field-induced adiabatic potentials”, *Phys. Rev. A* **69**, 023605 (2004).
- [206] A. PALOVIITA, K.-A. SUOMINEN, ET S. STENHOLM, “Weisskopf-Wigner model for wavepacket excitation”, *J. Phys. B* **30**, 2623 (1997).
- [207] G. M. MOY, J. J. HOPE, ET C. M. SAVAGE, “Born and Markov approximations for atom lasers”, *Phys. Rev. A* **59**, 667 (1999).
- [208] M. W. JACK, M. NARASCHEWSKI, M. J. COLLETT, ET D. F. WALLS, “Markov approximation for the atomic output coupler”, *Phys. Rev. A* **59**, 2962 (1999).
- [209] M. KÖHL, T. W. HÄNSCH, ET T. ESSLINGER, “Measuring the Temporal Coherence of an Atom Laser Beam”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 160404 (2001).

- [210] A. COUVERT, *Production et étude de lasers à atomes guidés, et de leur interaction avec des défauts contrôlés*, Thèse de Doctorat, Laboratoire Kastler-Brossel, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, 2009.
- [211] G. L. GATTOBIGIO, A. COUVERT, B. GEORGEOT, ET D. GUÉRY-ODELIN, “Interaction of a propagating guided matter wave with a localized potential”, *New Journal of Physics* **12**, 085013 (2010).
- [212] M. WILKENS, E. GOLDSTEIN, B. TAYLOR, ET P. MEYSTRE, “Fabry-Pérot interferometer for atoms”, *Phys. Rev. A* **47**, 2366 (1993).
- [213] L. TIAN ET H. J. CARMICHAEL, “Quantum trajectory simulations of two-state behavior in an optical cavity containing one atom”, *Phys. Rev. A* **46**, R6801 (1992).
- [214] A. IMAMOĞLU, H. SCHMIDT, G. WOODS, ET M. DEUTSCH, “Strongly Interacting Photons in a Nonlinear Cavity”, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 1467 (1997).
- [215] K. M. BIRNBAUM, A. BOCA, R. MILLER, A. D. BOOZER, T. E. NOTHUP, ET H. J. KIMBLE, “Photon blockade in an optical cavity with one trapped atom”, *Nature* **438**, 87 (2005).
- [216] M. J. COLLETT ET C. W. GARDINER, “Squeezing of intracavity and traveling-wave light fields produced in parametric amplification”, *Phys. Rev. A* **30**, 1386 (1984).
- [217] S. REYNAUD, C. FABRE, E. GIACOBINO, ET A. HEIDMANN, “Photon noise reduction by passive optical bistable systems”, *Phys. Rev. A* **40**, 1440 (1989).
- [218] M. G. RAIZEN, L. A. OROZCO, M. XIAO, T. L. BOYD, ET H. J. KIMBLE, “Squeezed-state generation by the normal modes of a coupled system”, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 198 (1987).
- [219] A. LAMBRECHT, T. COUDREAU, A. M. STEINBERG, ET E. GIACOBINO, “Squeezing with cold atoms”, *Europhys. Lett.* **36**, 93 (1996).
- [220] N. L. SMITH, W. H. HEATHCOTE, G. HECHBLAIKNER, E. NUGENT, ET C. FOOT, “Quasi-2D confinement of a BEC in a combined optical and magnetic potential”, *J. Phys. B* **38**, 223 (2005).
- [221] I. CARUSOTTO, D. EMBRIACO, ET G. C. LA ROCCA, “Nonlinear atom optics and bright-gap-soliton generation in finite optical lattices”, *Phys. Rev. A* **65**, 053611 (2002).
- [222] I. CARUSOTTO, M. ARTONI, ET G. C. LA ROCCA, “Atom-laser coherence length and atomic standing waves”, *Phys. Rev. A* **62**, 063606 (2000).
- [223] B. EIERMANN, P. TREUTLEIN, T. ANKER, M. ALBIEZ, M. TAGLIEBER, K.-P. MARZLIN, ET M. K. OBERTHALER, “Dispersion Management for Atomic Matter Waves”, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 060402 (2003).
- [224] A. RUSCHHAUPT, F. DELGADO, ET J. G. MUGA, “Velocity selection of ultra-cold atoms with Fabry-Pérot laser devices : improvements and limits”, *J. Phys. B* **38**, 2665 (2005).

- 
- [225] M. ROBERT-DE SAINT-VINCENT, J.-P. BRANTUT, B. ALLARD, T. PLISSON, L. PEZZÉ, L. SANCHEZ-PALENCIA, A. ASPECT, T. BOURDEL, ET P. BOUYER, “Anisotropic 2D diffusive expansion of ultra-cold atoms in a disordered potential”, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 220602 (2010).
- [226] P. M. MORSE ET H. FESHBACH, *Methods of Theoretical Physics* (McGraw-Hill, New York, 1953).
- [227] H. A. FERTIG ET B. I. HALPERIN, “Transmission coefficient of an electron through a saddle-point potential in a magnetic field”, *Phys. Rev. B* **36**, 7969 (1987).
- [228] M. ABRAMOWITZ ET I. A. STEGUN, dans *Handbook of Mathematical Functions*, ÉDITÉ PAR DOVER (PUBLISHER, New York, 1972).





## RÉSUMÉ

Cette thèse s'intéresse à la problématique de l'étude expérimentale du transport quantique d'ondes de matière avec des atomes froids. Ceux-ci étant facilement contrôlables, ils offrent la possibilité de créer des systèmes d'étude idéaux, notamment pour tester des théories de matière condensée. L'ensemble du système expérimental utilisé pour cela est décrit en détail dans le manuscrit. Il permet de réaliser des expériences aussi bien à une dimension qu'à trois dimensions, à partir de l'expansion cohérente d'ondes de matières issues d'un condensat de Bose-Einstein.

Nous nous intéressons en particulier au problème du transport quantique dans les milieux désordonnés, qui conduit au phénomène de localisation d'Anderson. Nous rappelons ici les résultats récemment obtenus à une dimension, qui ont permis d'observer directement le phénomène avec des ondes de matière. Nous présentons ensuite les premières étapes d'une expérience ayant pour objectif l'observation directe de la transition d'Anderson, qui apparaît dans les systèmes tridimensionnels.

Enfin, nous présentons une étude détaillée d'un laser à atomes guidés, qui pourrait se révéler être un outil particulièrement adapté à l'étude des phénomènes de transport quantique d'ondes de matière. Il permet en effet de contrôler de façon indépendante l'énergie des ondes de matière extraites, ainsi que le flux atomique à l'origine des interactions. Les limites d'un tel outil, liées à sa génération par une transition radiofréquence, aussi bien qu'à sa propagation dans un guide d'onde, sont données.

**MOTS CLÉS : ATOMES FROIDS - ONDE DE MATIÈRE - CONDENSAT DE BOSE-EINSTEIN - TRANSPORT QUANTIQUE - GUIDE OPTIQUE - DÉSORDRE - LOCALISATION D'ANDERSON - LASER À ATOMES**

---

## ABSTRACT

This thesis deals with the issue of the experimental study of quantum transport of matterwaves with ultracold atoms. Being easily controllable, they offer the opportunity to create ideal toy systems, particularly in view of testing condensed-matter theories. The full experimental apparatus is described in detail in the thesis. It enables us to carry out both 1D and 3D experiments, from the expansion of coherent matterwaves out of a Bose-Einstein condensate.

We focus on the issue of quantum transport in disordered media, which leads to Anderson localisation. We cast back here the recent results in 1D, which allowed us to directly observe the phenomenon with matterwaves. Then, we show the first steps towards the direct observation of the Anderson transition which occurs in 3D systems.

Finally, we present a study about a guided atom laser, which could be particularly suited to the study of quantum transport of matterwaves, since it allows independent control of the energy of the matterwaves and of the atomic flux, from which interactions are originating. The limits of such a tool are given, linked to both the generation of the beam with a radiofrequency pulse, and its propagation in a waveguide.

**KEY WORDS : COLD ATOMS - MATTER WAVES - BOSE-EINSTEIN CONDENSATE - QUANTUM TRANSPORT - OPTICAL GUIDE - DISORDER - ANDERSON LOCALIZATION - ATOM LASER**