



**HAL**  
open science

# Modélisation et optimisation de l'émission THz par des oscillations de Bloch

Jairo Ricardo Cardenas Nieto

► **To cite this version:**

Jairo Ricardo Cardenas Nieto. Modélisation et optimisation de l'émission THz par des oscillations de Bloch. Matière Condensée [cond-mat]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2010. Français. NNT: . tel-00535975

**HAL Id: tel-00535975**

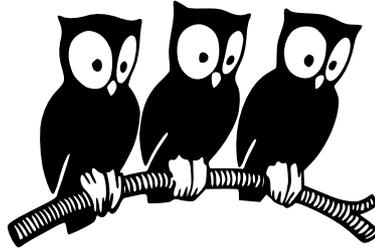
**<https://theses.hal.science/tel-00535975>**

Submitted on 14 Nov 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE  
DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE



THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS VI

Spécialité : Physique de la matière condensée

présentée par

**Jairo Ricardo CÁRDENAS NIETO**

pour obtenir le grade de DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PARIS VI

Sujet de la thèse:

**Modélisation et optimisation de l'émission THz par des  
oscillations de Bloch**

Soutenue le 3 Novembre 2010 devant le jury composé de :

M. Bernard Gil,	Rapporteur
M. Carlo Sirtori,	Examineur
M. François Julien,	Rapporteur
M. Jérôme Tignon,	Examineur
Mme. Juliette Mangeney,	Examinatrice
M. Kazuhiko Hirakawa,	Invité
M. Gérald Bastard,	Directeur de thèse
M. Robson Ferreira,	Co-directeur de thèse



# Résumé

Cette thèse présente une étude théorique des oscillations de courant et l'émission de lumière THz dans les super-réseaux de semi-conducteur polarisés soumis à une excitation optique pulsée. Ce travail a été fait en étroite collaboration avec des expérimentateurs. Ceci a permis de faire des comparaisons entre la théorie et l'expérience. Dans la dernière partie de cette thèse, nous poursuivons notre étude en incluant les effets sur les oscillations de courant d'un champ magnétique parallèle au champ électrique de polarisation.

Nous décrivons tout d'abord le système physique relié aux super-réseaux polarisés et toutes les caractéristiques qui définissent leurs propriétés électro-optiques, notamment l'échelle d'états de Wannier-Stark dans sa forme tridimensionnelle, qui représentent les états quantiques du quasi-continuum, et les états excitoniques qui sont formés lors d'une excitation optique.

Nous modélisons par une approche quantique la dynamique des porteurs de charge dans les super-réseaux lors d'une excitation optique femtosecondes au moyen des états de Wannier-Stark et excitoniques. Tous les paramètres mis en jeu dans le phénomène des oscillations de courant sont discutés. De même, nous donnons les éléments nécessaires à l'optimisation de l'émission THz. L'excellent accord entre les calculs et les résultats expérimentaux donne crédit à notre modélisation.

Finalement, nous incluons les effets sur l'amplitude du courant et de l'émission suite à l'application d'un champ magnétique intense appliqué parallèlement au champ de polarisation. Nous prédisons d'importantes modifications du spectre des oscillateurs, associées à la quantification additionnelle du quasi-continuum existant dans le plan perpendiculaire au champ électrique en l'absence du champ magnétique.

# Abstract

This thesis treats theoretically the current oscillations, and the subsequent THz emission in biased semiconductor superlattices after being shined by a near infrared femtosecond pulsed excitation. This work has been done in close collaboration with experimentalist. This has made possible the comparison between the theoretical and the experimental results. In the last part of this thesis, we improve our theoretical treatment by including the effects of a magnetic field on the current amplitude, when it is applied parallel to the bias field.

First of all, we describe the physical system related to biased superlattices, as well as the characteristics that define their opto-electronic properties. In particular, we define the Wannier-Stark ladder of states in a tridimensional form that takes account the quasi-continuous quantum states. Besides, we describe the excitonic states, which are always involved in interband optical transitions.

We use a quantum mechanical formalism in order to explain the dynamics of charge carriers inside the superlattices after being excited by an optical femtosecond pulse. We include in these calculations both, the Wannier-Stark and the excitonic states. All the parameters playing a role in the formation of the current oscillations are discussed. In the same way, we predict the optimal conditions to improve the THz emission. The excellent agreement between the theoretical and experimental results strongly supports our theoretical treatment.

Finally, we analyze the effects of a magnetic field applied parallel to the bias field on the amplitude of the THz current and emission. We predict the occurrence of significant modifications in the oscillator spectra. Those are associated to the higher transverse quantization of the quasi-continuum states that takes place when the magnetic field is applied.

# Remerciements

Je remercie tout d’abord Bernard Gil, Carlo Sirtori, François Julien, Jérôme Tignon et Juliette Mangeney d’avoir accepté de faire partie de mon jury.

Je tiens à remercier Gérald Bastard et Robson Ferreira, mes directeurs de thèse. Tout d’abord, pour m’avoir donné l’opportunité d’accomplir cette importante étape dans leur équipe. Ensuite, je les remercie pour leur encadrement et leur gentillesse le long de cette thèse. Un grand merci à Robson pour toute sa collaboration et le temps investi en démarches bureaucratiques, administratives, etc. Un grand merci à Gérald pour l’encouragement, la persistance, et sa patience à corriger l’écriture de cette thèse.

La collaboration de Toshiyuki Ihara et Kaz Hirakawa au Japon a été de particulière importance pour l’obtention de bons résultats dans ce travail. Je leur suis vraiment reconnaissant de leurs contributions toujours précises et adéquates.

Je remercie les permanents du laboratoire, notamment Jean-Marc Berroir, le directeur du laboratoire, Anne Matignon et Fabienne Renia pour leur aide surtout dans les aspects administratifs.

Un grand merci à Thomas Grange, son amitié et sa bonne humeur depuis le début ont servi à mieux gérer le commencement de cette thèse. Je souhaite remercier Sukhdeep Dhillon et Francesca Carosella pour leurs conseils et le soutien moral.

Merci à tous les gens que j’ai croisés au laboratoire au long de ces années et avec qui j’ai partagé des bons moments : Nok, David Taj, Nathan, Julien, Michele, Dimitri, ainsi que à ceux que j’oublie. En particulier je remercie Antoine Sterdiniak qui a rendu, avec sa bonne humeur, plus agréables les journées au laboratoire.

En dehors du laboratoire. Je remercie ceux qui m’ont accompagné depuis toujours, en particulier Carolina, Lilian, et Mauricio. Je remercie également Mélanie, Olivier, David, Claire, et les autres dont j’ai oublié le nom, qui ont été très amicaux avec moi. Ici, mon plus grand merci est pour Hélène, pour son amitié, sa compagnie et tous les bons moments.

Je remercie le “Departamento de Fisica de la Universidade Federal de Pernam-

## REMERCIEMENTS

---

buco” et son personnel, en particulier Rita Zorzenon et Flavio Aguiar, qui m’ont beaucoup aidé pour continuer ma carrière dans la physique.

D’un côté un peu plus personnel, je remercie mes parents : Jairo et Olga et mes soeurs : Sandra et Diana. Même en étant loin, leurs mots d’encouragement ont été essentiels pour m’aider à accomplir cet objectif.

Finalement à l’union européenne. Cette thèse à été fait avec le soutien du Programme Alban, Programme de Bourses de Haut Niveau de l’Union Européenne pour l’Amérique Latine, n° d’identification (E07D402676BR)

# Table des matières

Résumé . . . . .	iii
Abstract . . . . .	iv
Remerciements . . . . .	v
Table des matières . . . . .	vii
Table des figures . . . . .	ix
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Présentation : Oscillation de Bloch et super-réseaux</b>	<b>5</b>
1.1 Le domaine THz . . . . .	5
1.1.1 Exemples d'applications des THz . . . . .	6
1.1.2 Exemples de sources de THz . . . . .	7
1.2 Oscillations de Bloch . . . . .	8
1.3 Puits quantiques et super-réseaux de semi-conducteurs . . . . .	12
1.3.1 Les semi-conducteurs dans l'état massif . . . . .	12
1.3.2 Puits quantiques . . . . .	18
1.3.3 Super-réseaux . . . . .	20
1.4 Des expériences sur les oscillations de Bloch . . . . .	23
1.4.1 Résumé de la technique d'échantillonnage électro-optique . . .	24
1.5 Conclusion . . . . .	26
<b>2 Propriétés optiques et électroniques des super-réseaux de semiconducteurs</b>	<b>27</b>
2.1 Effet Stark dans les super-réseaux . . . . .	27
2.1.1 Échelle de Wannier-Stark . . . . .	28
2.1.2 Observation de l'échelle de Wannier-Stark . . . . .	32
2.2 Absorption optique . . . . .	33
2.2.1 Transitions inter-bande . . . . .	33
2.2.2 Excitons dans les super-réseaux . . . . .	37

---

2.3	Modélisation quantique du système . . . . .	39
2.3.1	Transitions bande-à-bande . . . . .	39
2.3.2	Transitions excitoniques . . . . .	45
2.4	Conclusion . . . . .	50
<b>3</b>	<b>Courants THz dans les super-réseaux de semi-conducteur</b>	<b>53</b>
3.1	Oscillations de courant . . . . .	53
3.1.1	Courant de Bloch . . . . .	56
3.1.2	Courants excitoniques . . . . .	61
3.1.3	Courants mixtes . . . . .	67
3.2	Émission de lumière . . . . .	70
3.2.1	Amplitude de l'émission . . . . .	70
3.2.2	Émission en temps . . . . .	76
3.3	Conclusion . . . . .	79
<b>4</b>	<b>Oscillations de Bloch sous champ magnétique</b>	<b>83</b>
4.1	Electrons sous champ magnétique . . . . .	83
4.1.1	Quantification de Landau . . . . .	83
4.1.2	Absorption optique sous champ magnétique . . . . .	85
4.1.3	Super-réseaux polarisés sous champ magnétique . . . . .	87
4.2	Oscillations de Bloch-Landau . . . . .	89
4.2.1	Oscillations de courant . . . . .	89
4.2.2	Amélioration de l'émission . . . . .	91
4.3	Conclusion . . . . .	94
	<b>Conclusion</b>	<b>97</b>
	<b>A Fonctions de Wannier-Stark</b>	<b>99</b>
A.1	Solution à une bande . . . . .	99
A.2	Solution à deux bandes . . . . .	101
	<b>Bibliographie</b>	<b>105</b>

# Table des figures

1.1	Le spectre électromagnétique. En gris, la zone THz située entre le domaine de l'électronique et le domaine de l'optique . . . . .	6
1.2	Diagrammes du mouvement de l'oscillateur de Bloch dans l'espace réciproque et dans l'espace de phase. a) Dans une première étape l'électron de Bloch est accéléré en obéissant la relation de dispersion. b) Lorsque l'électron franchit la frontière de la zone de Brillouin, il subit une réflexion de Bragg (flèche pointée) vers la frontière opposée. c) L'électron de Bloch continue son mouvement périodique. . . . .	11
1.3	Structure cristalline de la blende du zinc : a) Distribution spatiale des atomes dans le cas du GaAs. b) Première zone de Brillouin du réseau cubique centré de l'espace réciproque. . . . .	13
1.4	Structure de bandes d'énergie du GaAs. . . . .	16
1.5	Diagramme d'un puits quantique composé d'une couche semi-conductrice <b>A</b> entourée par un semi-conducteur différent <b>B</b> et son profil de potentiel le long de l'axe de croissance. . . . .	19
1.6	Diagramme d'un puits quantique de semi-conducteurs. a) Les fonctions d'onde de deux premiers états confinés pour la bande de conduction (B.C.) et la bande de valence (B.V.). b) Les relations de dispersion. . . . .	20
1.7	Diagramme d'un super-réseau formé par un empilement périodique <b>ABABAB</b> ... de matériaux semi-conducteurs et les deux configurations possibles (type I et II) de puits quantiques dans les bandes de valence et de conduction. . . . .	21
1.8	Schéma simplifié du montage expérimental utilisé dans l'équipe de K. Hirakawa pour une expérience d'échantillonnage électro-optique. . . . .	25

2.1	a) Mini-bandes d'énergie de valence ( $\Delta_v$ ) et de conduction ( $\Delta_c$ ) dans un super-réseau à champ électrique nul. b) formation des échelles de Wannier-Stark de valence (index $m$ ) et de conduction (index $n$ ) lors de l'application d'un champ électrique $F = F_z \neq 0$ . . . . .	31
2.2	Énergies de transition à différents champ électriques dans un super-réseau de GaAs/Ga <sub>0.65</sub> Al <sub>0.35</sub> As ( $d = 6\text{nm}$ ). Extrait d'Agulló-Rueda <i>et al.</i> . . . . .	33
2.3	Mesures de la photocourant faites sur l'échantillon S1. On y voir les différents pics de résonances de Wannier-Stark et leur écartement avec l'incrément de $F$ . . . . .	34
2.4	Transition (a) intra-bande et (b) inter-bande dans un super-réseau lors de l'interaction avec la lumière. . . . .	35
2.5	Absorption bande-à-bande dans un super-réseau infini ( $\Delta_{cv} = 10\text{meV}$ ). Le nombre de plateaux diminue lorsque $f_{cv}$ croît. Ceci indique que les fonctions d'onde sont de plus en plus localisées et que l'absorption s'approche du cas où il n'y a que l'absorption fondamentale. . . . .	36
2.6	Passage de (a) la représentation de particules dissociées à (b) la représentation excitonique. Les zones en gris schématisent les états du quasi-continuum. . . . .	38
2.7	a) état fondamental du système : tous les électrons se trouvent dans la bande de valence. b) Un état excité caractérisé par $p = 2$ : le pompage optique entraîne une transition bande-à-bande vers un puits décalé par deux niveaux de Wannier-Stark. . . . .	40
2.8	Évolution temporelle de la densité de porteurs dans le super-réseau. La région entre lignes pointillées a une durée égale à $\tau_L$ . . . . .	42
2.9	Absorption optique du super-réseau S1 ( $\Delta_{cv} = 57.6\text{ meV}$ , $d = 8\text{ nm}$ ) à différentes valeurs de $\tau_L$ et champ effectifs $f_{cv}$ . Sur les mêmes figures l'absorption due à une excitation continue $\alpha(\delta_L)$ est présentée (traits pleins). . . . .	43
2.10	Absorption optique du super-réseau S2 ( $\Delta_{cv} = 9.28\text{ meV}$ , $d = 14.3\text{ nm}$ ) à différentes valeurs de $\tau_L$ et champ effectifs $f_{cv}$ . Sur les mêmes figures l'absorption due à une excitation continue $\alpha(\delta_L)$ est présentée (traits pleins). . . . .	44
2.11	Distribution d'états d'énergie excitoniques le long du super-réseau. L'énergie de liaison devient de plus en plus petite pour les transitions loin de la transition centrale $\mathbf{p} = 0$ . . . . .	46

2.12	Énergies de liaison des transitions excitoniques centrales pour l'échantillon S1 à différents champs de polarisation $F$ . . . . .	49
2.13	Énergies de liaison des transitions excitoniques centrales pour l'échantillon S2 à différents champs de polarisation $F$ . . . . .	49
2.14	Variation de la force d'oscillateur en fonction du champ électrique appliqué pour l'échantillon S1. La figure insérée correspond à une ampliation des résultats pour $F$ entre 0 et 30 kV/cm . . . . .	51
2.15	Variation de la force d'oscillateur en fonction du champ électrique appliqué pour l'échantillon S2. Les transitions excitoniques qui interviennent les plus en l'absorption de la lumière sont ceux avec $\mathbf{p} \leq 0$ . . . . .	51
3.1	Amplitude $A_B$ du courant de Bloch pour SP (GaAs(6 nm)/Al <sub>x</sub> Ga <sub>1-x</sub> As(4 nm)). Les valeurs de $\Delta_{cv}$ sont exprimées en meV. L'énergie d'excitation a été fixée en $\delta_L = 0$ , et la durée de pulse optique est de 0.05 ps. . . . .	57
3.2	Variation de l'amplitude du courant de Bloch en fonction de la durée $\tau_L$ de l'excitation optique à différents champs de polarisation $F$ . Le type de ligne qui désigne les différentes valeurs de $f_{cv}$ indique aussi les courbes qui correspondent à celles présentées sur la figure (3.1). Pour (a), $\pi/\omega_B$ est située à 4.1 ps. L'énergie d'excitation a été fixée en $\delta_L = 0$ dans tous le cas. . . . .	58
3.3	Amplitude du courant en fonction de l'énergie d'excitation mesurée avec le paramètre d'ajustement $\delta_L$ . Le type de ligne qui désigne les différentes valeurs de $f_{cv}$ indique aussi les $\Delta_{cv}$ sur la figure (3.1). Pour chacune des courbes la valeur de $\delta_L^m$ est indiquée avec le même type de ligne. . . . .	60
3.4	Amplitude des courants excitoniques en fonction du paramètre d'ajustement $\delta_L$ . Chaque composante est maximale quand l'énergie d'excitation est égale à l'énergie moyenne entre les deux états excitoniques concernés. La valeur du champ électrique est de $F = 10$ kV/cm et la largeur de l'excitation $\tau_L = 0.05$ ps. . . . .	63
3.5	Fréquence des oscillations de courant pour les paires centrales. Lorsque la mini-bande se fait plus étroite, le régime de champ fort a lieu à des valeurs de $F$ plus faibles que dans le cas des mini-bandes larges. La largeur de l'excitation est $\tau_L = 0.05$ ps. Les largeurs $\Delta_{cv}$ sont en meV. . . . .	65

3.6 Courbes de  $A_{p,p+1}^X$  en fonction du champ électrique appliqué. Les courbes ne correspondent pas à la même énergie d'excitation, mais elles ont été évaluées à  $\bar{\delta}_{p,p+1} = 0$  chacune, qui est le point d'amplitude maximale par rapport à l'énergie d'excitation. Les résultats pour des mini-bandes plus étroites sont semblables mais toutes les variations auront lieu à des  $F$  plus faibles. . . . . 66

3.7 Effet de la largeur du pulse  $\tau_L$  sur l'amplitude des courants excitoniques. Les variations ne sont pas aussi uniformes que dans le cas de courants de Bloch (Fig. 3.1). Cependant, le produit  $\omega_{p,p}^X \tau_L$  doit jouer le même rôle. . . . . 68

3.8 . Parties réelle et imaginaire de l'amplitude de courants mixtes pour les composantes les plus importantes : a)  $A_{-1,-2}^m$ , b)  $A_{-1,0}^m$ , c)  $A_{0,-1}^m$ , d)  $A_{0,1}^m$ . Toutes les courbes ont été tracées à  $F = 10$  kV/cm. La variation de  $\delta_L$  a été choisie pour que sa valeur maximale soit égale à  $\bar{\delta}_{p,p} = 0$ , où les amplitudes présentent leur maximum. . . . . 71

3.9 a) L'amplitude effective de l'émission est prise proportionnelle à la séparation verticale entre le troisième et le deuxième pics du signal THz détecté. b) Émission THz de l'échantillon S1 à différentes énergies d'excitation. Le champ de polarisation a été fixé à 12 kV/cm, et le pulse optique a une durée de 0.05 ps. . . . . 72

3.10 Amplitude des différentes composantes de l'émission totale pour l'échantillon S1 en fonction de l'énergie d'excitation. . . . . 73

3.11 Comparaison entre l'amplitude de l'émission THz mesurée expérimentalement et l'amplitude totale théorique en fonction de l'énergie d'excitation pour l'échantillon S1. Sur la figure nous présentons aussi séparément l'émission de Bloch et l'émission excitonique totale, qui présente un mode de respiration près de  $\delta_L = 0$ . . . . . 74

3.12 Comparaison entre l'amplitude de l'émission THz mesurée expérimentalement et l'amplitude totale théorique en fonction de l'énergie d'excitation pour l'échantillon S2. Sur la figure nous présentons aussi séparément l'émission de Bloch et l'émission excitonique totale. Dans ce cas, la contribution excitonique est plus importante que l'émission de Bloch. . . . . 75

3.13	Comparaison entre le spectre d'émission de l'échantillon S2 calculé à partir de mesures expérimentales et de courbes théoriques pour différentes énergies d'excitation. Il y a un décalage entre le spectre théorique et le spectre expérimental à énergies d'excitation moyennes.	78
3.14	Comparaison entre l'émission de l'échantillon S2 calculé et mesurée à différentes énergies de Bloch ( $eFd$ ).	80
4.1	Effets du champ magnétique sur la structure de bandes d'un semi-conducteur massif. a) Absence de champ magnétique, le système admet un continuum d'états. b) La courbe à traits est la situation à $B = 0$ . Le champ magnétique conduit à la quantification de Landau dans le plan $(xy)$ , tandis que la dispersion en $k_z$ reste inaltérée.	85
4.2	Transition inter-bande dans un semi-conducteur non polarisé en : (a) Absence de champ magnétique, et (b) Entre niveaux de Landau, où les règles de sélection imposent que $n_c = n_v, k_{c,z} = k_{v,z}$ .	86
4.3	Quantification de Landau sous l'échelle de Wannier-Stark. Une transition électronique possible est signalée entre les états de Landau $n_c = n_v = 1$ séparés par $\nu = 2$ périodes dans l'échelle de Wannier-Stark. Pour le même état de Landau, la différence en énergie, lors d'une translation le long du super-réseau, continue à être l'énergie de Bloch $\hbar\omega_B$ . Les états à champ magnétique nul sont indiqués par les lignes à traits.	88
4.4	Simplification de la distribution d'états d'énergies du super-réseau polarisé sous champ magnétique. Cette simplification peut être faite car les transitions inter-bande interviennent uniquement entre états avec le même nombre de Landau.	90
4.5	Émission THz calculée en fonction du paramètre d'ajustement $\delta_L$ à différents champs magnétiques. De (a) à (c), les amplitudes liées aux différents niveaux de Landau sont montrées séparément. De (d) à (f), nous présentons les amplitudes totales correspondantes.	93
4.6	Amplitude de l'émission totale en fonction du champ magnétique et du paramètre d'ajustement $\delta_L$ . Le schéma à gauche représente le super-réseau sous un champ magnétique tel que $\hbar\omega_{cv} = 4\omega_B = 40$ meV, dont les modes de respiration sont signalés par les cercles pleins sur la figure de droite tandis que les modes intermédiaires, où le courant s'annule, sont indiqués par les diamants.	95



# Introduction

Les super-réseaux de semi-conducteurs sont des structures artificielles de dimensionnalité réduite basées sur le concept d'hétérostructure. Leurs propriétés physiques sont d'un grand intérêt grâce à leurs applications technologiques possibles ainsi qu'à leur contribution à des avancées importantes dans la recherche académique. Ce sont Esaki et Tsu [1], dans les années 70, qui ont proposé par la première fois l'utilisation de ces structures afin d'étudier la dynamique des porteurs de charge dans le type de système physique que les super-réseaux constituent.

Dans un solide cristallin, les noyaux atomiques placés aux noeuds du cristal forment un potentiel périodique à l'intérieur du solide. Dans ce milieu, en absence de processus dispersifs, les électrons devraient effectuer des oscillations lorsqu'un champ électrique constant est appliqué au solide. Ce phénomène a été prédit en 1928 par Bloch [2] et ultérieurement abordé par Zener [3] en 1934. Bloch, à l'aide d'arguments semi-classiques, a étudié la dynamique d'un paquet d'ondes électronique ayant une distribution étroite dans l'espace du vecteur d'onde. Ses résultats révèlent que le mouvement de charges devrait osciller à une fréquence proportionnelle au champ électrique appliqué. Ces oscillations sont connues sous le nom d'oscillations de Bloch.

Dans la pratique, les électrons dans les matériaux massifs subissent des collisions qui altèrent leur mouvement avant même qu'ils puissent compléter une oscillation. C'est donc sur ce point que repose l'importance de la proposition faite par Esaki et Tsu. Les super-réseaux de semi-conducteur, étant des structures artificielles, réalisent les conditions nécessaires pour obtenir des oscillations de Bloch, avec l'avantage, par rapport aux matériaux massifs, que leurs dimensions spatiales conduisent à des périodes d'oscillations comparables au temps de vie moyen du mouvement des électrons dans la structure. Ce qui permet que les oscillations de Bloch soient observées avant qu'elles ne soient amorties.

Au-delà des bénéfices que la réalisation des oscillations de Bloch dans les super-réseaux de semi-conducteur amène à la recherche académique, elles ont de l'intérêt

pratique relié à leur capacité potentielle d'émettre de la lumière dans la gamme des fréquences THz. Les applications de ce domaine de fréquences sont nombreuses et néanmoins peu exploitées à cause de l'absence d'émetteurs et de détecteurs efficaces à l'état solide. L'observation directe de l'émission THz des super-réseaux, possible grâce à la technique d'échantillonnage électro-optique, a contribué à relancer les efforts de recherche ces dernières années dans le but de réaliser des sources efficaces de lumière THz, ayant comme principe de fonctionnement les oscillations de Bloch dans les super-réseaux.

Dans cette thèse, nous nous intéressons à l'étude de la dynamique de porteurs de charge et de l'émission de lumière THz par les porteurs d'un super-réseau de semi-conducteur polarisé soumis à une excitation optique infrarouge pulsée. Nous proposons des modélisations dans le cadre d'une description quantique, qui expliquent les différents effets des caractéristiques structurales du super-réseau et du pompage optique sur le courant et l'émission de lumière THz. Nos résultats théoriques se comparent très favorablement à des résultats expérimentaux fournis par nos collaborateurs Toshiyuki Ihara et Kaz Hirakawa de l'*Institute of Industrial Science* à l'Université de Tokyo - Japon.

Ce travail a été divisé en quatre chapitres dont leur contenu est résumé ci-dessous :

**Chapitre 1 :** Nous ferons une introduction générale du domaine des THz. Nous présenterons un court résumé des différentes sources ou techniques de production de THz que l'on peut trouver actuellement. De même, nous ferons une courte description des applications potentielles de ce domaine de fréquences. Ensuite, nous exposerons les concepts de base de l'oscillateur de Bloch dans le formalisme semi-classique. Une description des structures de dimensionnalité réduite sera faite, partant des propriétés électroniques des matériaux de semi-conducteur massifs, passant à la formation d'un puits quantique, pour finir dans une description des super-réseaux de semi-conducteur. Finalement, nous commenterons sur les éléments concernés dans la technique d'échantillonnage électro-optique, et décrirons les super-réseaux utilisés dans l'équipe de Kaz Hirakawa.

**Chapitre 2 :** La distribution des états quantiques (les états de Wannier-Stark) du super-réseau polarisé ainsi que les fonctions d'onde correspondantes seront présentées. Cette description est fondamentale pour la suite de ce travail, car c'est à partir de ces états que nous formulerons notre approche théorique. On expliquera la formation des états de Wannier-Stark, la manière dont nous

les utilisons pour décrire l'état général du système étudié, et leurs propriétés optiques à l'aide de quelques résultats expérimentaux. Dans le même temps, nous décrirons les états excitoniques ; des états excités couplés par l'interaction coulombienne, toujours présents dans les expériences de pompage optique. Les premiers résultats théoriques concernant le processus d'injection de porteurs et le calcul des niveaux d'énergie excitoniques seront présentés.

**Chapitre 3 :** Nous utiliserons tous les états quantiques, de Wannier-Stark et excitoniques, définis dans le chapitre deux pour modéliser le courant électronique engendré par le pompage optique à l'intérieur du super-réseau. Les composantes principales au courant total seront calculées et étudiées séparément. Parallèlement, chacune de leurs dépendances seront expliquées en détail. Notre modèle théorique sera utilisé pour calculer l'émission THz des super-réseaux utilisés expérimentalement par l'équipe de Kaz Hirakawa. Des comparaisons seront faites entre l'émission mesurée et l'émission calculée. Nous montrerons ainsi la grande efficacité de notre procédure.

**Chapitre 4 :** Afin de poursuivre notre étude des oscillations de Bloch dans les super-réseaux polarisés soumis à une excitation optique pulsée, nous inclurons les effets d'un champ magnétique appliqué parallèlement au champ électrique de polarisation, et modéliserons le courant et l'émission dans cette nouvelle configuration. Dans ce cas, nous tiendrons compte de la quantification additionnelle des états qui est associée à l'application du champ magnétique ; la quantification de Landau. Nous montrerons que l'inclusion du champ magnétique conduit au changement de la nature dimensionnelle des oscillations de Bloch ainsi qu'à l'augmentation de l'amplitude des oscillations de courant et par conséquent à l'augmentation de l'intensité du signal THz émis



# Chapitre 1

## Présentation : Oscillation de Bloch et super-réseaux

Dans le cadre de la réalisation d'émetteurs de lumière à l'état solide, le domaine des fréquences *térahertz* (THz) reste peu développé par rapport aux autres régions du spectre électromagnétique. Les applications potentielles de ce domaine de fréquences sont nombreuses et c'est pour quoi des efforts ont été relancés dans les dernières années visant à la mise au point de sources efficaces de lumière THz. Une alternative prometteuse sont les oscillations de courant, où oscillations de Bloch, dans les super-réseaux de semi-conducteur. L'observation directe de ce phénomène est devenue possible grâce à la technique d'échantillonnage électro-optique.

### 1.1 Le domaine THz

Le domaine THz, défini de façon approximative, correspond à la bande de fréquences comprise entre 0.1 THz et 10 THz, soit des longueurs d'onde qui s'étendent de 3 mm à  $30\mu\text{m}$ . Cette région du spectre électromagnétique (Fig. 1.1) est délimitée par l'électronique (côté basses énergies) et l'optique (côté hautes énergies). Les applications de ces deux dernières parties du spectre électromagnétique comprennent du côté de l'électronique : la téléphonie mobile et le radar, qui utilisent respectivement les micro-ondes et les ondes radio. Côté hautes énergies on peut citer : la radiographie par rayons X et les communications sans fil par infrarouge. Les applications des THz, étant également nombreuses, n'ont pas été développées au même niveau à cause de l'absence d'émetteurs et détecteurs efficaces à l'état solide. Ce phénomène a été surnommé le "gap" THz [4].

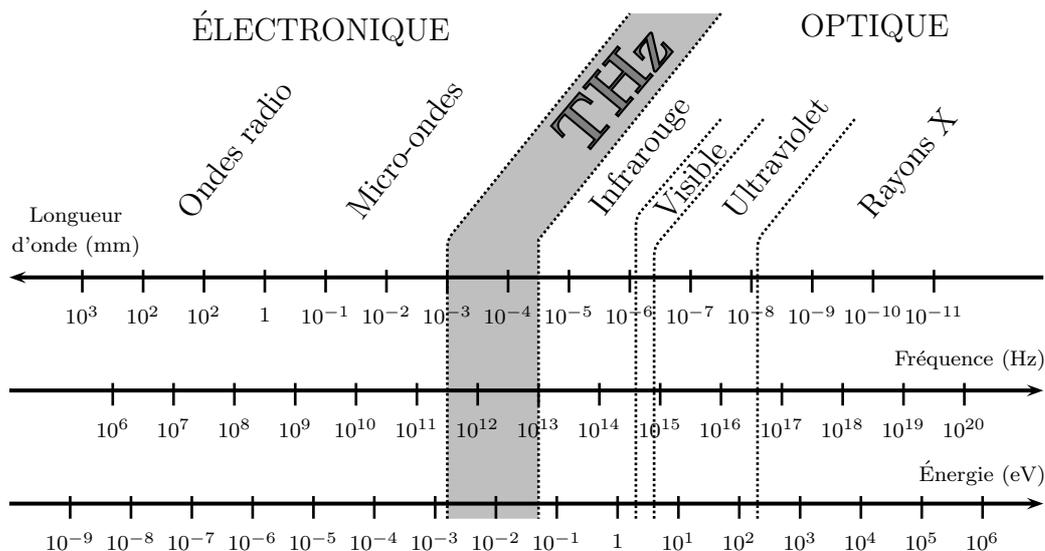


FIG. 1.1 – Le spectre électromagnétique. En gris, la zone THz située entre le domaine de l'électronique et le domaine de l'optique

### 1.1.1 Exemples d'applications des THz

Les rayons THz peuvent pénétrer avec de faibles atténuations dans une large gamme de matériaux (sauf dans l'eau et les métaux). De même, les THz sont des photons de faibles énergies ( $1 \text{ THz} = 4.1 \text{ meV}$ ) et n'occasionnent pas d'ionisation dans les tissus organiques. C'est dans l'ensemble de ces propriétés que les THz trouvent la plupart de leurs nombreuses applications [5–7] :

**Les applications médicales :** La radiation THz peut pénétrer plusieurs millimètres dans les tissus vivants à basse concentration d'eau pour ensuite être réfléchi sans présenter les effets destructifs par exemple des rayons X qui sont un million de fois plus énergétiques. De la même manière, la variation de l'absorption des THz selon la teneur en eau des tissus pourrait conduire à la détection de tissus cancéreux.

**Communications :** Il y a des applications possibles des THz dans les télécommunications si l'onde se déplace à altitudes supérieures à celle où la concentration de vapeur d'eau cause l'absorption des ondes transmises.

**Sécurité :** Les applications en sécurité sont, peut-être, celles qui attirent le plus l'intérêt actuellement. Les rayons THz peuvent être utilisés en surveillance pour découvrir à distance et de façon non invasive des armes cachées sous les vêtements ; le métal des armes à feu absorbe la lumière THz, de même, certains éléments explosifs et/ou chimiques possèdent des caractéristiques spectrales

dans la région des THz. Par contre, les vêtements sont typiquement transparents à la lumière THz.

**Contrôle qualité :** Diverses applications sont envisagées. L'idée centrale est de profiter des propriétés des THz pour inspecter en profondeur des produits ainsi que leurs emballages.

**Recherche scientifique :** Tout d'abord, la spectroscopie traditionnelle avec des rayons THz peut apporter des nouvelles informations dans le domaine de la biologie et de la chimie, ainsi que dans la science des matériaux. D'un autre côté, les ondes térahertz peuvent être utilisées de la même façon que les infrarouges en radioastronomie, radiométrie planétaire et le sondage météo. Les THz ont des applications aussi dans la spectroscopie résolue dans le temps, ce sont de mesures réalisées dans le domaine temporel qui autorisent l'observation des phénomènes dynamiques à l'aide d'impulsions THz.

### 1.1.2 Exemples de sources de THz

Il existe actuellement diverses techniques de production de THz. Ce sont en général des techniques déjà utilisées dans l'optique et l'électronique modifiées de façon à décaler leurs spectres d'émission vers la région THz. Ces techniques engendrent des rayonnements classés comme continus ou impulsionnels, chacun ayant des caractéristiques et des applications différentes. Toutefois, comme il a été déjà mentionné, indépendamment de la nature de ces rayonnements, l'efficacité de ces techniques chute à cause de la diminution en puissance de la lumière émise quand on s'approche à la zone THz. Dans la suite, on trouve un résumé de quelques sources de THz [8, 9].

**Corps noir :** L'émission de corps noir comprend la totalité du spectre électromagnétique. Ce mécanisme d'émission thermique a longtemps été la seule source d'infrarouges lointains et THz. Cependant, les rayonnements produits par les sources THz à corps noir restent peu puissants et incohérents.

**Diodes :** Ce sont des composants électroniques à semi-conducteurs qui fonctionnent de diverses manières, mais dont, de façon générale, l'émission est basée sur le phénomène de résistance différentielle négative. Ce phénomène consiste en la diminution du courant lors d'une augmentation de la tension de polarisation. L'inconvénient de ces dispositifs est que pour atteindre une émission dans la région THz, ils doivent avoir des dimensions physiques qui conduisent à des puissances d'émission très faibles.

**Carcinotrons :** Dans ces dispositifs, aussi appelés *backward wave oscillator* (BWO), un faisceau est produit au moyen d'un canon à électrons à l'intérieur d'un tube à vide. Ensuite, ce faisceau d'électrons est conduit à l'aide d'un champ magnétique à travers un champ électrique spatialement périodique. Durant leurs parcours, les électrons rayonnent une onde électromagnétique lorsqu'ils se déplacent dans le champ périodique.

**Lasers à électrons libres :** Les laser à électrons libres utilisent un faisceau d'électrons provenant d'un accélérateur de particules. Ce faisceau traverse une région à champ magnétique transverse périodique établi à l'aide d'aimants arrangés avec leurs polarités alternées. L'accélération d'électrons dans ces conditions occasionne l'émission de photons.

**Lasers moléculaires :** Ce sont des sources de rayonnement cohérent ou l'on met à profit le phénomène d'émission stimulée de radiation. En raison de leur principe de fonctionnement, les laser moléculaires reçoivent l'acronyme *maser*, de l'anglais *Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation*. Les milieux les plus utilisés, notamment sous forme gazeuse, sont le méthanol et l'acide formique.

**Lasers à cascade quantique :** Les lasers à cascade quantique (ou QCL) sont des lasers à semi-conducteurs qui émettent dans l'infrarouge moyen et lointain. Au contraire des lasers à semi-conducteurs typiques où l'émission est produite par des transitions interbandes, l'émission des QCLs est établie grâce à des transitions intersousbandes dans des hétérostructures à multiples puits quantiques.

## 1.2 Oscillations de Bloch

Dans un système unidimensionnel idéal où règne un potentiel périodique, la réponse des électrons à l'application d'un champ électrique externe constant  $\mathbf{F}$  consiste en des oscillations du courant connues sous le nom d'oscillations de Bloch. Ce phénomène a été prédit en 1928 par Bloch [2] et ultérieurement abordé par Zener [3] en 1934. Bloch, à l'aide d'arguments semi-classiques, a étudié la dynamique d'un paquet d'ondes électronique ayant une distribution étroite dans l'espace du vecteur d'onde  $\mathbf{k}$ . Ses résultats révèlent que le paquet d'ondes, sous un potentiel composé de la somme d'un terme périodique  $V(z)$  et d'un terme linéaire  $eFz$ , se propage à vitesse constante à travers l'espace  $\mathbf{k}$ . Dans l'espace réel la vitesse changera de signe lorsque le paquet d'ondes atteint la frontière de la première zone de Brillouin.

Dans le modèle semi-classique, la dynamique d'un paquet d'ondes centré autour de la quasi-impulsion  $\hbar\mathbf{k}$  est déterminée par la relation de dispersion  $\varepsilon(\mathbf{k})$  et par le théorème d'accélération

$$\hbar \frac{d\vec{k}}{dt} = -|e|\vec{F}, \quad (1.1)$$

qui montre que, en absence de processus dissipatifs, la quasi-impulsion d'un électron de Bloch dans un champ électrique constant est uniformément accélérée le long d'une succession de zones de Brillouin. Autrement dit, le vecteur d'onde d'un électron de Bloch augmente jusqu'à atteindre la frontière de la zone de Brillouin, où il subit une réflexion de Bragg vers la frontière opposée. Par conséquent, il effectue son mouvement dans l'espace  $\mathbf{k}$  de façon périodique.

Les équations de mouvement dans le modèle semi-classique sont bien définies lorsque l'on utilise l'équation 1.1 conjointement à la définition de la vitesse pour un électron semi-classique

$$\vec{v} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \varepsilon(\vec{k})}{\partial \vec{k}}. \quad (1.2)$$

Avec une relation de dispersion de périodicité  $2\pi/d$  de largeur  $\Delta$  autour d'une énergie fondamentale  $\varepsilon_1$  de la forme

$$\varepsilon(\vec{k}) = \varepsilon_1 - \left(\frac{\Delta}{2}\right) \cos(kd), \quad (1.3)$$

on peut déterminer la dynamique d'un électron de Bloch en temps en substituant la solution de l'équation (1.1) dans l'équation précédente et au moyen de l'équation (1.2) trouver la vitesse de l'électron. Ensuite, il ne reste qu'à faire une intégration pour ainsi connaître la fonction de la position de l'électron dans l'espace réel en temps

$$\varepsilon(\vec{k}) \Rightarrow \varepsilon(t) = \varepsilon_1 - \left(\frac{\Delta}{2}\right) \cos[(k_0 - eFt/\hbar)d], \quad (1.4a)$$

$$v(t) = \left(\frac{\Delta d}{2\hbar}\right) \sin[(k_0 - eFt/\hbar)d], \quad (1.4b)$$

$$z(t) = z_0 + \left(\frac{\Delta}{2eF}\right) \cos[(k_0 - eFt/\hbar)d], \quad (1.4c)$$

où  $z_0$  et  $k_0$  sont des constantes d'intégration qui dépendent des conditions initiales. On peut donc voir que le mouvement périodique du vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  dans l'espace réciproque est transmis à l'espace réel.

L'ensemble d'équations (1.4) est l'oscillateur de Bloch qui, dans le cas spécifique

de la relation de dispersion choisie (Eq. 1.3), correspond à un oscillateur harmonique. Cependant, il faut remarquer que l'oscillateur de Bloch existera toujours indépendamment de la forme précise de la relation de dispersion et que la fréquence de Bloch sera toujours  $\omega_B = eFd/\hbar$ .

Sur la figure 1.2, des diagrammes du mouvement de l'oscillateur de Bloch sont présentés pour trois temps différents dans le cas d'une relation de dispersion harmonique. Dans une première étape, en considérant que à  $t_0$   $k_0 = 0$  et  $z_0 \neq 0$  (Eq. 1.4), l'électron gagne de la vitesse tandis que le vecteur d'onde croît uniformément (Fig. 1.2a). La vitesse passe par une valeur maximale et l'électron continue son mouvement vers la frontière de la zone de Brillouin où il subit une réflexion de Bragg (signalée par les flèches pointées sur la figure 1.2b) et le signe de la vitesse change. Finalement, le procédé est répété dans la direction opposée (Fig. 1.2c) et l'oscillation est ainsi complétée. En bas sur la même figure on voit le mouvement de l'électron dans l'espace réel. Il correspond à un mouvement oscillatoire périodique en temps.

Les conditions nécessaires pour obtenir des oscillations de Bloch sont réalisées dans différents systèmes physiques, et pas seulement par des électrons dans les solides. De fait, de l'évidence expérimentale des oscillations de Bloch temporelles a été montrée pour la première fois dans des atomes froids dans des réseaux optiques [10]. On retrouve l'oscillation de Bloch dans des condensats de Bose-Einstein [11] ou des photons dans des guides d'onde [12]. Les matériaux massifs possèdent des structures cristallines qui forment des potentiels périodiques où l'on pourrait, en principe, observer des oscillations de Bloch. Cependant, à cause des dimensions typiques des bandes d'énergies (autour de 2 eV) et des périodicités (de l'ordre de 6 Å), les porteurs de charge subissent des collisions avant même qu'ils puissent arriver à la frontière de la zone de Brillouin et les oscillations de Bloch ne peuvent pas être observées.

Avec l'objectif d'étudier les oscillations de Bloch, Esaki et Tsu [1] ont proposé, en 1970, une structure artificielle de semi-conducteurs ; les super-réseaux, composés d'une alternance de couches semi-conductrices ayant des bandes d'énergies interdites différentes. La périodicité  $d$  de ces structures, supérieure à celle des matériaux massifs, conduit à des oscillations de charge dans le domaine THz même avec des champs de polarisation faibles.

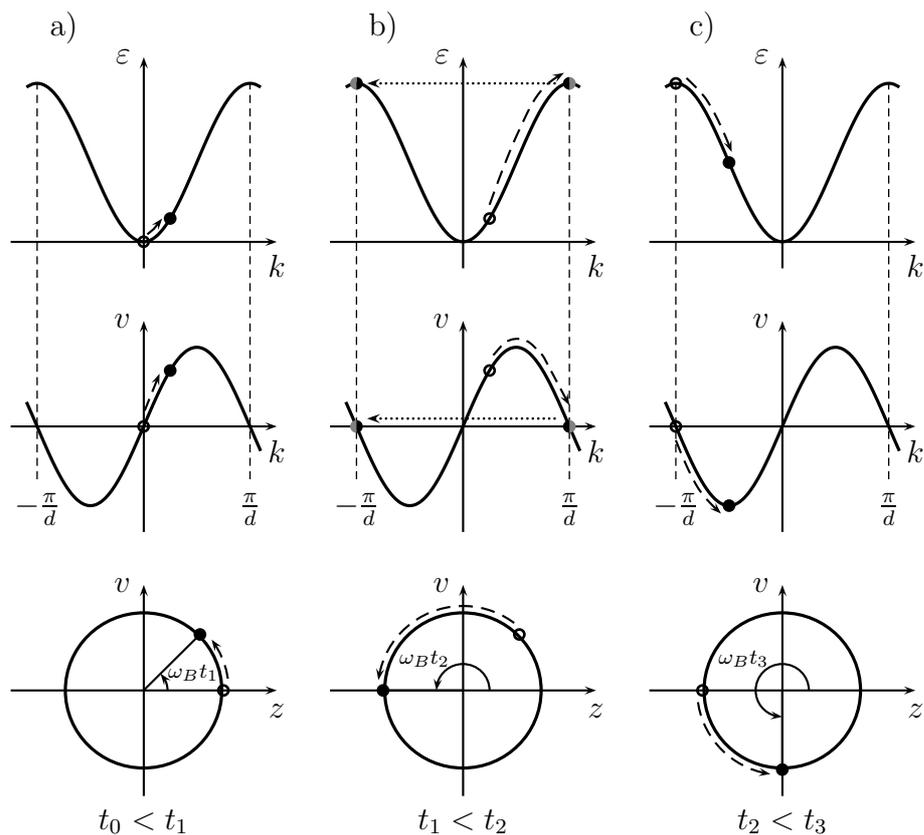


FIG. 1.2 – Diagrammes du mouvement de l'oscillateur de Bloch dans l'espace réciproque et dans l'espace de phase. a) Dans une première étape l'électron de Bloch est accéléré en obéissant la relation de dispersion. b) Lorsque l'électron franchit la frontière de la zone de Brillouin, il subit une réflexion de Bragg (flèche pointée) vers la frontière opposée. c) L'électron de Bloch continue son mouvement périodique.

## 1.3 Puits quantiques et super-réseaux de semi-conducteurs

Les semi-conducteurs, ayant des propriétés électriques entre les matériaux isolants et les conducteurs, se trouvent au coeur de tous les dispositifs électroniques actuels. On trouve, par exemple, des différents types de transistors, des cellules photovoltaïques, et des diodes qui sont fabriqués à base de semi-conducteurs. D'un autre côté, les structures artificielles de semi-conducteurs ont permis des avancées importantes dans la recherche académique ; citons par exemple le cas de l'effet Hall quantique et les différents phénomènes associés à l'interaction à N corps.

### 1.3.1 Les semi-conducteurs dans l'état massif

#### Structure cristalline

La plupart des semi-conducteurs d'intérêt, notamment les composants binaires III-V comme le GaAs et l'InAs, possèdent une structure cristalline blende de zinc. Cette structure est formée par la superposition de deux réseaux périodiques tridimensionnels du type cubique faces centrées (c.f.c.). Par exemple, pour le GaAs, les coordonnées de l'atome base du réseau c.f.c. de Ga sont (000) et celles du réseau c.f.c. de As sont décalées vers  $(\frac{a}{4}\frac{a}{4}\frac{a}{4})$  où  $a$  est l'arête du cube (Fig. 1.3a). Le réseau de Bravais du cristal est donc du type c.f.c. car la structure blende zinc contient deux atomes par cellule primitive et elle n'est donc pas un réseau de Bravais.

L'espace réciproque qui correspond à la structure cristalline blende zinc est caractérisé par un réseau cubique centré (c.c.) dont la première zone de Brillouin est un octaèdre tronqué. Sur la figure 1.3b on trouve un schéma de la première zone de Brillouin mentionnée plus haut ainsi que des différents points de symétries importants.

#### Structure de bandes d'énergies

L'énergie des électrons dans l'atome isolé ne peut prendre que des valeurs discrètes déterminées par les restrictions de la mécanique quantique. Dans les matériaux massifs, la proximité entre les atomes qui composent le solide entraîne des interactions qui modifient ces valeurs discrètes d'énergie. La dispersion des états possibles d'énergie que les électrons peuvent occuper et la haute densité atomique conduisent à la formation de bandes d'énergie permises dans lesquelles les électrons peuvent, sous certaines conditions, se propager comme s'il s'agissait d'électrons libres.

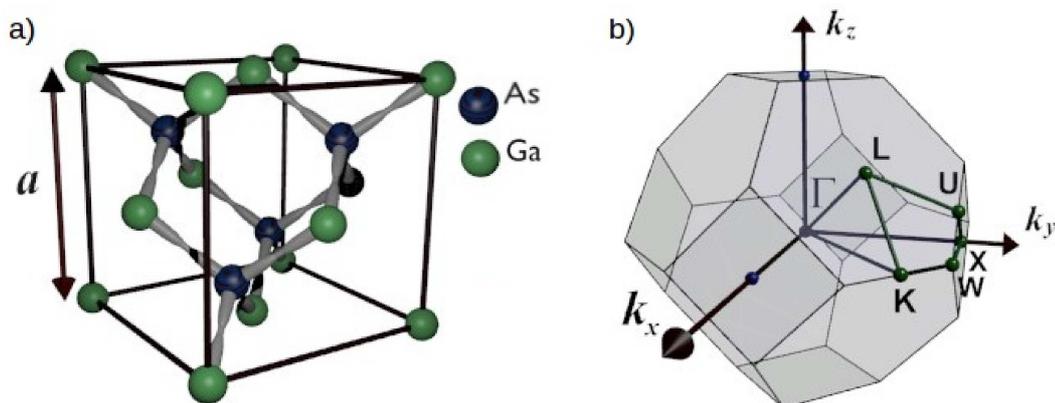


FIG. 1.3 – Structure cristalline de la blende du zinc : a) Distribution spatiale des atomes dans le cas du GaAs. b) Première zone de Brillouin du réseau cubique centré de l'espace réciproque.

Sans tenir compte du spin, l'hamiltonien qui décrit le cristal complet est donné par :

$$H_0 = \sum_i \frac{P_i^2}{2m_i} + \sum_j \frac{P_j^2}{2M_j} - \sum_{j,i} \frac{Z_j e^2}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}_i - \vec{R}_j|} + \frac{1}{2} \sum_{i \neq i'} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r}_i - \vec{r}_{i'}|} + \frac{1}{2} \sum_{j \neq j'} \frac{Z_j Z_{j'} e^2}{4\pi\epsilon_0 |\vec{R}_j - \vec{R}_{j'}|}, \quad (1.5)$$

ou  $\vec{r}_i$  dénote la position du  $i$ -ème électron,  $\vec{R}_j$  la position du  $j$ -ème noyau,  $Z$  est le numéro atomique du noyau et  $p_i$  et  $P_j$  sont les opérateurs impulsion pour l'électron et le noyau respectivement.

L'hamiltonien dans l'équation 1.5 doit être simplifié pour rendre possible le calcul de la structure de bandes d'énergie du matériau. On fait d'abord l'approximation de Born-Oppenheimer ou l'approximation adiabatique. Dans cette approximation l'énergie cinétique des noyaux est négligée et l'on considère que pour les électrons les noyaux sont statiques et qu'ils se trouvent donc sous l'effet d'un potentiel électrique moyenné en temps. La fréquence de réponse des électrons dans le semi-conducteur est au moins de deux ordres de grandeur supérieure à la fréquence de vibration des noyaux ( $10^{15} s^{-1}$  des électrons contre  $10^{17} s^{-1}$  des noyaux). Par conséquent, les électrons ont une réponse presque instantanée au mouvement des noyaux. De même, la position moyenne des noyaux correspond aux noeuds du réseau cristallin. Les noyaux créent un potentiel coulombien périodique statique à l'intérieur du semi-conducteur.

L'approximation de Born-Oppenheimer permet de supprimer la deuxième et la cinquième des sommes dans l'équation 1.5. La deuxième approximation à effectuer est connue sous le nom d'approximation du champ moyen, où l'on suppose que chaque électron dans le cristal est soumis au même potentiel moyen  $V(\mathbf{r})$ . Le système à plusieurs électrons est de cette façon remplacé par un système à un électron unique dont le mouvement est décrit par l'équation de Schrödinger

$$H\psi_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = \left( \frac{p^2}{2m} + V(\vec{r}) \right) \psi_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = \varepsilon_n(\vec{k})\psi_{n,\vec{k}}(\vec{r}), \quad (1.6)$$

où  $n$  est l'indice de la bande et  $\psi_{n,\vec{k}}(\vec{r})$  est la fonction d'onde de Bloch représentée par le produit d'une fonction enveloppe de particule libre et la fonction atomique  $u_{j,\vec{k}}(\vec{r})$ , qui garde l'identité périodique du cristal.

$$\psi_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) u_{j,\vec{k}}(\vec{r}). \quad (1.7)$$

Les valeurs propres de l'énergie ont donc une périodicité  $\mathbf{K}$  dans l'espace du vecteur d'onde  $\mathbf{k}$ . Autrement dit, pour une bande  $n$  on a toujours  $\varepsilon_n(\mathbf{k}) = \varepsilon_n(\mathbf{k} + \mathbf{K})$ , où toutes les différentes valeurs propres liées à la bande  $n$  se trouvent dans la première zone de Brillouin de l'espace réciproque.

La fonction d'onde atomique est directement liée aux caractéristiques de symétrie du cristal et doit décrire principalement les électrons des orbitales les plus externes (du type  $s$  et  $p$ ). Les électrons des orbitales plus internes sont sans intérêt pour les propriétés électroniques généralement étudiées. Dans le cas de composants III-V comme le GaAs il y a huit électrons dans les orbitales externes, dont deux occupent les états  $s$  qui sont plus liés, les six électrons qui restent remplissent totalement des orbitales  $p$  et forment ainsi trois bandes de valence. L'orbitale de plus basse énergie, normalement de type  $s$ , qui n'est pas remplie forme la bande de conduction.

Les trois bandes de valence sont dégénérées et la détermination adéquate de leurs énergies propres demande l'inclusion du couplage spin-orbite. Il faut donc ajouter à l'hamiltonien de l'équation 1.5 le terme

$$\begin{aligned} H_{so} &= \lambda \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}, \\ \langle \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \rangle &= \frac{1}{2} \langle \mathbf{J}^2 - \mathbf{L}^2 - \mathbf{S}^2 \rangle \\ &= \frac{\hbar^2}{2} [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)], \end{aligned} \quad (1.8)$$

où  $\lambda$  est une constante,  $\mathbf{L}$  représente l'opérateur de moment angulaire et  $\mathbf{S}$  l'opérateur de moment angulaire de spin,  $\mathbf{J}$  l'opérateur de moment angulaire total,  $l, s, j$  sont leurs trois nombres quantiques respectifs.

Pour la plupart des semi-conducteurs, le maximum de la bande de valence est situé au centre de la zone de Brillouin, soit le point  $\Gamma$ . En absence du couplage spin-orbite, le maximum de la bande de valence a une dégénérescence d'ordre six. Le couplage spin-orbite brise cette dégénérescence et donne lieu à une dégénérescence d'ordre quatre (le quadruplet  $j = 3/2$ ) et une d'ordre deux (le doublet  $j = 1/2$ ). Le quadruplet forme deux bandes identifiées par la projection de l'opérateur de moment angulaire total  $j_z = \pm\frac{1}{2}$  et  $j_z = \pm\frac{3}{2}$  correspondant respectivement aux trous légers (où *LH* de l'anglais *light hole*) et les trous lourds (où *HH* de l'anglais *heavy hole*). À une énergie plus basse, le doublet forme les bandes *split-off* (SO) avec les projections  $j_z = \pm\frac{1}{2}$ .

Un exemple de structure de bandes d'énergie est présenté sur la figure 1.4. Cette structure, extrait de [13], provient de l'application sur le GaAs d'une méthode  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  (ou de masse effective) modifiée. On y voit des différentes variations d'énergie le long de différentes directions dans l'espace réciproque et autour de quelques points de symétrie (cf. figure 1.3b). Pour le GaAs, il existe une bande d'énergie interdite  $E_G$  (Fig. 1.3) qui sépare les états de valence et de conduction d'environ 1.424 eV. Dans ce cas on parle d'une bande d'énergie interdite ou *gap* d'énergie direct car l'état d'énergie de conduction minimum et l'état d'énergie de valence maximum se trouvent sur le même point de symétrie  $\Gamma$  (Fig. 1.3). Autrement on parlerait d'un gap d'énergie indirect.

### La méthode $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ ou de masse effective

Différentes techniques sont employées pour calculer la structure de bandes des matériaux (pseudopotentiel, liaison forte, etc.). Elles partent généralement du résultat de l'approximation d'électron unique et permettent de faire une description de la distribution de bandes d'énergie d'un matériau cristallin. La méthode  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  est une des plus utilisées pour modéliser des semi-conducteurs dans l'état massif ainsi que des systèmes à dimensions réduites, tels que les puits et les boîtes quantiques, grâce à sa précision autour des extrêmes des bandes d'énergie.

La méthode  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$  est basée sur le résultat de la substitution explicite de la fonction

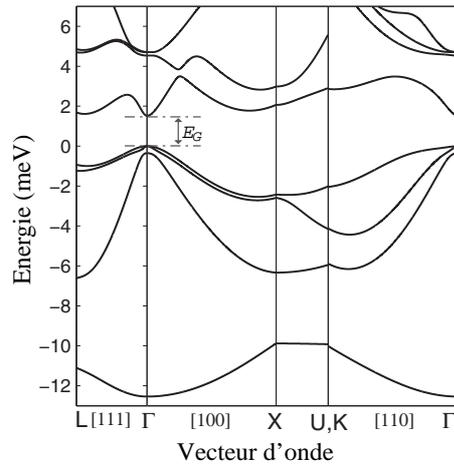


FIG. 1.4 – Structure de bandes d'énergie du GaAs.

d'onde de Bloch (Eq. 1.7) dans l'équation de Schrödinger à un électron (Eq. 1.6) :

$$\left( \frac{p^2}{2m} + \frac{\hbar \vec{k} \cdot \vec{p}}{m} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V(\vec{r}) \right) u_{j,\vec{k}}(\vec{r}) = E_n(\vec{k}) u_{j,\vec{k}}(\vec{r}). \quad (1.9)$$

L'hamiltonien dans l'équation 1.9, qui est une équation impliquant uniquement la fonction d'onde atomique, est divisé en trois parties et l'équation de Schrödinger est réécrite de la façon suivante :

$$(H_0 + H_1 + H_2) u_{j,\vec{k}}(\vec{r}) = \varepsilon_n(\vec{k}) u_{j,\vec{k}}(\vec{r}), \quad (1.10a)$$

$$H_0 = \frac{p^2}{2m} + V(\vec{r}), \quad (1.10b)$$

$$H_1 = \frac{\hbar \vec{k} \cdot \vec{p}}{m}, \quad (1.10c)$$

$$H_2 = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}. \quad (1.10d)$$

Pour résoudre l'équation 1.10, on trouve d'abord les valeurs et les états propres de  $H_0$  et ensuite les membres  $H_1$  et  $H_2$  sont considérés, respectivement, comme contributions au premier et deuxième ordre en perturbation. À l'ordre zéro nous

avons donc

$$\begin{aligned} u_{n,\vec{k}} &= u_{n,0} \\ E_{n,\vec{k}} &= E_n(0). \end{aligned} \quad (1.11)$$

Au premier ordre en perturbation

$$\begin{aligned} u_{n,\vec{k}} &= u_{n,0} + \frac{\hbar}{m} \sum_{n' \neq n} \frac{\vec{k} \cdot \langle n'_0 | \vec{p} | n_0 \rangle}{\varepsilon_n(0) - \varepsilon_{n'}(0)} u_{n'0} \\ \varepsilon_{n,\vec{k}} &= \varepsilon_n(0) + \frac{\hbar}{m} \vec{k} \cdot \langle n'_0 | \vec{p} | n_0 \rangle. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Finalement, l'énergie corrigée au deuxième ordre en perturbation s'écrit :

$$\varepsilon_{n,\vec{k}} = \varepsilon_n(0) + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{\hbar^2}{m^2} \sum_{n' \neq n} \frac{|\vec{k} \cdot \langle n'_0 | \vec{p} | n_0 \rangle|^2}{\varepsilon_n(0) - \varepsilon_{n'}(0)}. \quad (1.13)$$

L'expression finale de l'énergie (Eq. 1.13) peut être écrite en termes d'une masse effective  $m^*$

$$\varepsilon_{n,\vec{k}} = \varepsilon_n(0) + \sum_{i,j} \frac{\hbar^2}{m_{i,j}^*} k_i \cdot k_j, \quad (1.14)$$

ou

$$\frac{m}{m_{i,j}^*} = \delta_{i,j} + \frac{2}{m} \sum_{n' \neq n} \frac{\langle n_0 | p_i | n'_0 \rangle \langle n'_0 | p_j | n_0 \rangle}{E_n(0) - E_{n'}(0)}. \quad (1.15)$$

La masse effective  $m^*$  est donc un tenseur de second ordre qui est particulièrement importante lorsque l'on veut définir la relation de dispersion pour les différentes bandes.

Dans une approximation parabolique, où l'on ignore les termes linéaires en  $\mathbf{k}$ , les différentes relations de dispersion sont :

– Bande de conduction

$$\varepsilon_c = E_G + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c^*}, \quad (1.16)$$

– Trou lourd

$$\varepsilon_{hh} = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_{hh}^*}, \quad (1.17)$$

– Trou léger

$$\varepsilon_{lh} = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_{lh}^*}, \quad (1.18)$$

– Split-off

$$\varepsilon_{so} = -\Delta_0 - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_{so}^*}, \quad (1.19)$$

où  $\Delta_0$  est la séparation entre les bande HH et SO.

### 1.3.2 Puits quantiques

Un puits quantique carré est constitué par une région d'espace à potentiel constant  $V_w$  entourée par deux barrières de potentiel également constant mais égal à  $V_b$ . La description de la quantification de l'énergie dans ce système est traitée dans de nombreux ouvrages de mécanique quantique.

Dans le cas précis des semi-conducteurs, les puits quantiques sont fabriqués à partir d'une couche semi-conductrice de faible épaisseur ( $\approx 100\text{\AA}$ ) entourée par des semi-conducteurs avec des propriétés électroniques différentes (normalement à gap d'énergie  $E_G$  plus large), formant ainsi un puits de potentiel carré avec une barrière de hauteur finie (Fig. 1.5). L'existence d'une bande de conduction et plusieurs bandes de valence amène à la formation d'un système à multiples puits quantiques (de valence et de conduction). Comme résultat de cette structure, les électrons dans la couche du milieu ne peuvent plus se déplacer librement dans le cristal le long de l'axe de croissance ( $Oz$ ) du puits quantique. De même, leurs énergies prennent des valeurs discrètes grâce au confinement quantique. Les électrons peuvent cependant se déplacer librement dans le plan perpendiculaire à  $Oz$  et, en conclusion, un puits quantique de semi-conducteur est un système quasi-bidimensionnel.

La fonction d'onde d'un puits quantique, formé par une couche semi-conductrice **A** placée entre  $-L/2 \leq z \leq L/2$  et entourée par deux couches semi-conductrices **B** qui imposent des barrières de potentiel  $V_b$  (Fig. 1.5), décroît exponentiellement dans la barrière ( $|z| \geq L/2$ ) et admet une solution paire où impaire représentée à l'intérieur du puits par une fonction cosinus où sinus respectivement [14] :

$$\chi(z) \Big|_{|z| \leq L/2} = \begin{cases} \chi_{pair}(z) = \alpha \cos(k_A z), \\ \chi_{impair}(z) = \alpha \sin(k_A z), \end{cases}$$

$$\chi(z) \Big|_{|z| > L/2} = \beta \exp \left[ -k_B \left( |z| - \frac{L}{2} \right) \right], \quad (1.20)$$

Les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  sont déterminés par la continuité de la fonction d'onde à la frontière du puits quantique.  $k_A$  et  $k_B$  sont les mêmes que dans le problème du puits

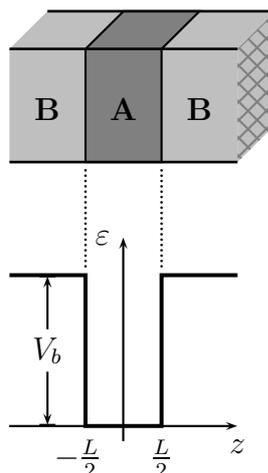


FIG. 1.5 – Diagramme d'un puits quantique composé d'une couche semi-conductrice **A** entourée par un semi-conducteur différent **B** et son profil de potentiel le long de l'axe de croissance.

quantique standard

$$k_A = \sqrt{\frac{2m_A^*}{\hbar^2} \varepsilon}, \quad (1.21a)$$

$$k_B = \sqrt{\frac{2m_B^*}{\hbar^2} (V_b - \varepsilon)}. \quad (1.21b)$$

Les valeurs de l'énergie  $E$  possibles sont celles qui satisfont aux relations

$$k_A \tan\left(\frac{k_A L}{2}\right) = k_B; \quad \chi(z) \Big|_{|z| \leq L/2} \text{ pair}, \quad (1.22a)$$

$$k_A \cot\left(\frac{k_A L}{2}\right) = -k_B; \quad \chi(z) \Big|_{|z| \leq L/2} \text{ impair}, \quad (1.22b)$$

Dans une description tridimensionnelle complète, on doit ajouter la dépendance dans le plan perpendiculaire à Oz de la relation de dispersion. Considérons, par exemple, les cas de la bande de conduction et la bande de valence pour de trous lourds (Eqs. 1.16 et 1.18), qui intervient en premier lieu dans des processus opto-électroniques.

– Bande de conduction

$$E_n^c(k_\perp) = E_G + E_n^c(0) + \frac{\hbar^2 k_\perp^2}{2m_c^*}, \quad (1.23)$$

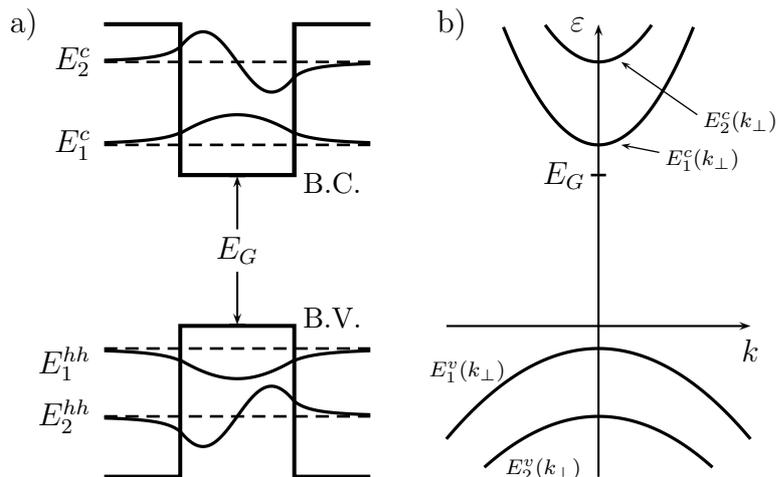


FIG. 1.6 – Diagramme d'un puits quantique de semi-conducteurs. a) Les fonctions d'onde de deux premiers états confinés pour la bande de conduction (B.C.) et la bande de valence (B.V.). b) Les relations de dispersion.

– Trou lourd

$$E_n^{hh}(k_{\perp}) = -E_n^{hh}(0) - \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m_{hh}^*}, \quad (1.24)$$

où l'index  $n$  a été ajouté pour différencier les états confinés.

Sur la figure 1.6 on voit une représentation d'un puits quantique et de ses états confinés avec une relation de dispersion parabolique en  $k_{\perp}$ . Il est important de mentionner que les états d'énergie de trous lourds sont en général beaucoup moins écartés en énergie que les états d'énergie des électrons dans la bande de conduction. De même, les fonctions d'onde dans la bande de valence sont plus localisées que celles dans la bande de conduction. Ceci est dû à la plus grande masse effective des ( $m_{hh}^*/m_c^* \approx 5$ ).

### 1.3.3 Super-réseaux

Les super-réseaux de semi-conducteur sont des structures artificielles composées d'une succession de puits quantiques identiques distribués de façon périodique le long d'un axe de croissance bien défini (Fig. 1.7). Cela nous laisse avec un empilement périodique **ABABAB**... de couches de deux matériaux semi-conducteurs **A** et **B** d'épaisseurs nanométriques. Comme présenté sur la figure (1.7), il y a deux types de super-réseaux qui peuvent être fabriqués avec des semi-conducteurs. Dans le type I, le gap d'énergie de l'un de matériaux, disons **A**, est totalement contenu en termes d'énergie dans le gap du matériau **B**. Par conséquent, dans les super-réseaux du type I l'électron et le trou sont confinés dans des puits quantiques de la même couche

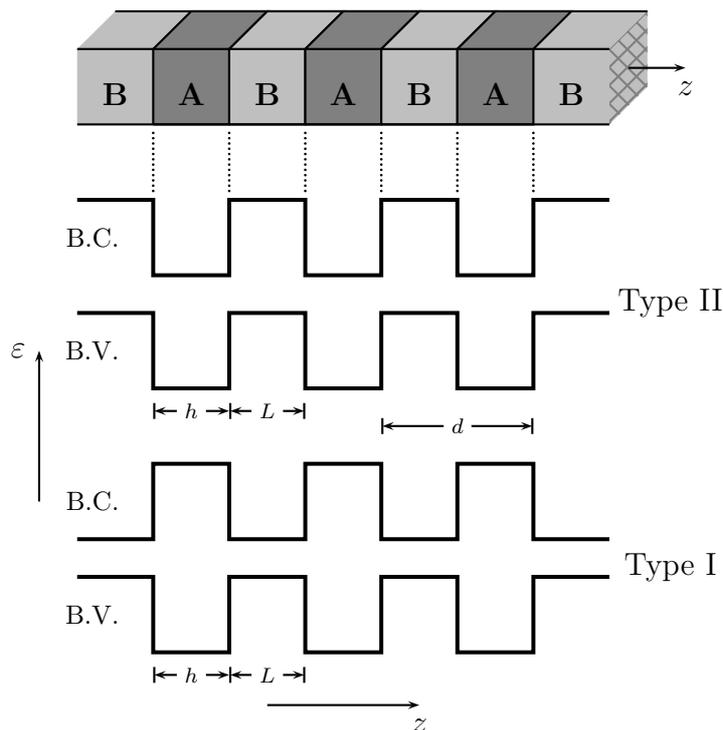


FIG. 1.7 – Diagramme d'un super-réseau formé par un empilement périodique **ABA-BAB...** de matériaux semi-conducteurs et les deux configurations possibles (type I et II) de puits quantiques dans les bandes de valence et de conduction.

semi-conductrice. Dans les super-réseaux du type II, les propriétés électroniques des semi-conducteurs **A** et **B** sont telles que les puits quantiques formés dans la bande de conduction sont situés dans des couches de semi-conducteur différentes des puits formés dans la bande de valence. Il en résulte que les électrons et les trous sont confinés de façon intercalée.

L'énergie potentielle  $V_b(z)$  dans ce nouveau cas est une fonction périodique en  $z$  de périodicité  $d$  égale à l'addition des épaisseurs  $L$  et  $h$  des couches semi-conductrices **AB** qui composent le super-réseau (Fig. 1.7) :

$$V_b(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_{PQ}(z - nd), \quad (1.25)$$

$$V_{PQ}(z - nd) = \begin{cases} -V_b, & \text{si } |z - nd| \leq \frac{L}{2}, \\ 0 & \text{si } |z - nd| > \frac{L}{2}. \end{cases}$$

La solution de l'équation de Schrödinger unidimensionnelle est connue pour chaque puits dans chaque couche et c'est une généralisation de la fonction d'onde

d'un puits quantique isolé (Eq. 1.20). De façon générale, on trouve deux groupes de solutions. Dans le premier groupe ( $|\varepsilon| > |V_b|$ ) les états correspondent à des combinaisons linéaires d'onde planes qui se propagent à travers toutes les couches, barrières ou puits. Dans le deuxième groupe, les énergies sont inférieures à  $|V_b|$  et les états dans chaque puits correspondent à l'assemblage des différents puits quantique isolés.

$$\chi(z) = \begin{cases} \alpha \exp [ik_A(z - nd)] + \beta \exp [-ik_A(z - nd)], & \text{si } |z - nd| \leq \frac{L}{2}, \\ \gamma \exp [k_B(z - nd - \frac{d}{2})] + \delta \exp [-k_B(z - nd - \frac{d}{2})], & \text{si } |z - nd - \frac{d}{2}| \leq \frac{h}{2} \end{cases} \quad (1.26)$$

où il a été supposé que le puits se trouve dans la couche **A** et la barrière dans la couche **B**, les paramètres  $k_A$  et  $k_B$  sont le mêmes que dans l'équation (1.21). Les constantes  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  et  $\delta$  sont déterminées par la continuité de la fonction d'onde à les interfaces des puits, sachant que, grâce a la symétrie du système,  $\chi(z)$  est à la fois une fonction propre de l'hamiltonien qui décrit le super-réseau et de l'opérateur translation  $T_d = \exp(ik_z d)$  [14]. La relation finale que les états permis doivent satisfaire est :

$$\cos(k_z d) = \cos(k_A L) \cosh(k_B h) - \frac{1}{2} \left[ \frac{k_A m_B^*}{k_B m_A^*} - \frac{k_B m_A^*}{k_A m_B^*} \right] \sin(k_A L) \sinh(k_B h) \quad (1.27)$$

Les valeurs possibles de l'énergies doivent être telles que la partie  $F(\varepsilon)$  à droite dans l'équation 1.27 soit toujours telle que  $|F(\varepsilon)| \leq 1$ . En conclusion, l'accouplement des états de puits quantiques isolés grâce à l'effet tunnel présent dans les barrières conduit à la formation de mini-bandes d'énergie qui se comportent dans l'espace réciproque comme  $\cos(k_z d)$  approximativement (Eq 1.27).

Des relations de dispersions de mini-bande plus claires et commodes peuvent être obtenues à l'aide du développement de  $F(\varepsilon)$  autour de la valeur d'énergie  $E_n$  du puits isolé.

$$\varepsilon_n(k_z) = E_n + s_n + 2t_n \cos(k_z d), \quad (1.28)$$

où

$$s_n = \frac{-F(E_n)}{F'(\varepsilon)|_{\varepsilon=E_n}},$$

$$2t_n = \frac{1}{F'(\varepsilon)|_{\varepsilon=E_n}}. \quad (1.29)$$

Une comparaison directe entre les équations (1.28) et (1.3) montre que les super-réseaux de semi-conducteurs fournissent les propriétés requises pour obtenir des

oscillations de Bloch. D'un autre côté, les dimensions typiques des super-réseaux ( $d \approx 10nm$ ) amènent des avantages concernant l'étude et les applications de telles oscillations grâce à la gamme de fréquences qui en résultent.

Avec un faible potentiel de polarisation ( $F \approx 10kV/cm$ ) appliqué au super-réseau la fréquence d'oscillation de Bloch  $\omega_B = eFd/h$  correspond au domaine THz. Cela constitue déjà un grand potentiel concernant les applications technologiques ; les oscillations de courant peuvent être utilisées pour en sortir de la lumière THz. Cela ferait des super-réseaux des sources de THz à la fois compacte et facilement ajustable de l'extérieur avec la variation du potentiel de polarisation. De même, les hautes fréquences facilitent l'observation des phénomènes de transport dans les matériaux car le temps requis pour accomplir une oscillation est comparable au temps de relaxation d'un électron dans le super-réseau. Pour observer les oscillations de Bloch il est nécessaire que le temps de décohérence soit au moins comparable à un quart du période de l'oscillation de Bloch ; c'est à ce moment (voir figure 1.2) que l'électron de Bloch commence à perdre sa vitesse conduisant ainsi à la création du phénomène de résistance différentielle négative.

L'introduction aux oscillations de Bloch fait dans la section (1.2) permet de prévoir l'occurrence d'oscillation de courant dans un super-réseau polarisé. Néanmoins, une description adéquate requiert l'utilisation d'arguments théoriques plus rigoureux. D'ailleurs, des travaux théoriques ont montré qu'une description semi-classique n'est pas adéquate pour décrire les oscillation de Bloch dans de super-réseaux [15, 16]. Une description satisfaisante doit pouvoir déterminer l'influence des différents paramètres mis en jeu : les différentes caractéristiques du processus d'injection de porteurs ainsi que leur condition initiale, la considération simultanée des bandes de conduction et de valence, la géométrie du système, etc. Tout cela est possible dans le cadre d'une modélisation quantique.

## 1.4 Des expériences sur les oscillations de Bloch

Les premières évidences expérimentales des oscillations de Bloch dans des super-réseaux remontent à la fin des années 80 début des années 90. Premièrement, des mesures de caractéristiques courant-tension (I-V) sur différents types de super-réseaux ont mis en évidence un comportement de résistance différentielle négative (RDN) [17–20] à partir d'un certain potentiel de polarisation. Quelques années plus tard, l'occurrence du phénomène de RND a été vérifiée à l'aide des mesures I-V réalisées sous l'application continue de lumière THz sur l'échantillon [21, 22]. Dans ce

dernier cas, les courbes I-V présentent des pics de résonances dépendant de la fréquence THz appliquée. Du côté de la spectroscopie optique, la technique de mélange à quatre ondes (où *four-wave-mixing* en anglais) a été employée pour observer des oscillation de Bloch à partir de la détection cohérente de la lumière THz émise par le super-réseaux après avoir subi une excitation inter-bande [23, 24]. Finalement, les oscillation de Bloch ont été étudiées de façon plus directe à l'aide de la spectroscopie térahertz dans le domaine temporel [25, 26], qui permet la mesure de l'amplitude et de la phase du champ électrique émis par un échantillon excité optiquement.

Les évidences expérimentales sont donc assez nombreuses. Un facteur en commun que l'on peut trouver, peut-être, dans la totalité de ces articles expérimentaux est la mention de la nécessité d'une description théorique fondée sur des arguments quantiques (voir par exemple [20, 25]) pour pouvoir expliquer les différents phénomènes concernés dans le déclenchement des oscillations de Bloch dans les super-réseaux de semi-conducteur ainsi que de l'émission de lumière THz qui en résulte.

Pour comparer nos résultats théoriques à l'expérience, nous aurons recours aux mesures qui ont été faites avec la technique d'échantillonnage électro-optique à l'*Institute of Industrial Science* à l'Université de Tokyo - Japon, par T. Ihara dans l'équipe de Kaz Hirakawa. La technique d'échantillonnage électro-optique permet la caractérisation d'hyperfréquences à l'aide de l'utilisation d'un laser impulsionnel femtoseconde.

### 1.4.1 Résumé de la technique d'échantillonnage électro-optique

Le schéma du montage expérimental utilisé dans l'équipe de K. Hirakawa est présenté sur la figure (1.8). Dans une expérience typique d'échantillonnage électro-optique, un faisceau délivré par un laser impulsionnel est divisé par un miroir semi-réfléchissant. L'un de deux pulses identiques est utilisé pour exciter l'échantillon, l'autre pulse sera le signal de référence et servira à corrélérer le processus de lecture de la radiation émise par l'échantillon. Une ligne à retard optique permet de varier le décalage temporel entre émission et la détection, ce décalage constitue la caractéristique essentielle de la technique d'échantillonnage. Les rayonnements THz émis après l'excitation de l'échantillon sont mis en forme au moyen d'un dôme hémisphérique au voisinage des dispositifs émetteur et récepteur et ainsi le faisceau THz est pratiquement parallèle.

Le système de lecture reçoit de façon répétitive la somme du signal de référence et du signal à mesurer. Un cristal modifie la polarisation du signal THz proportion-

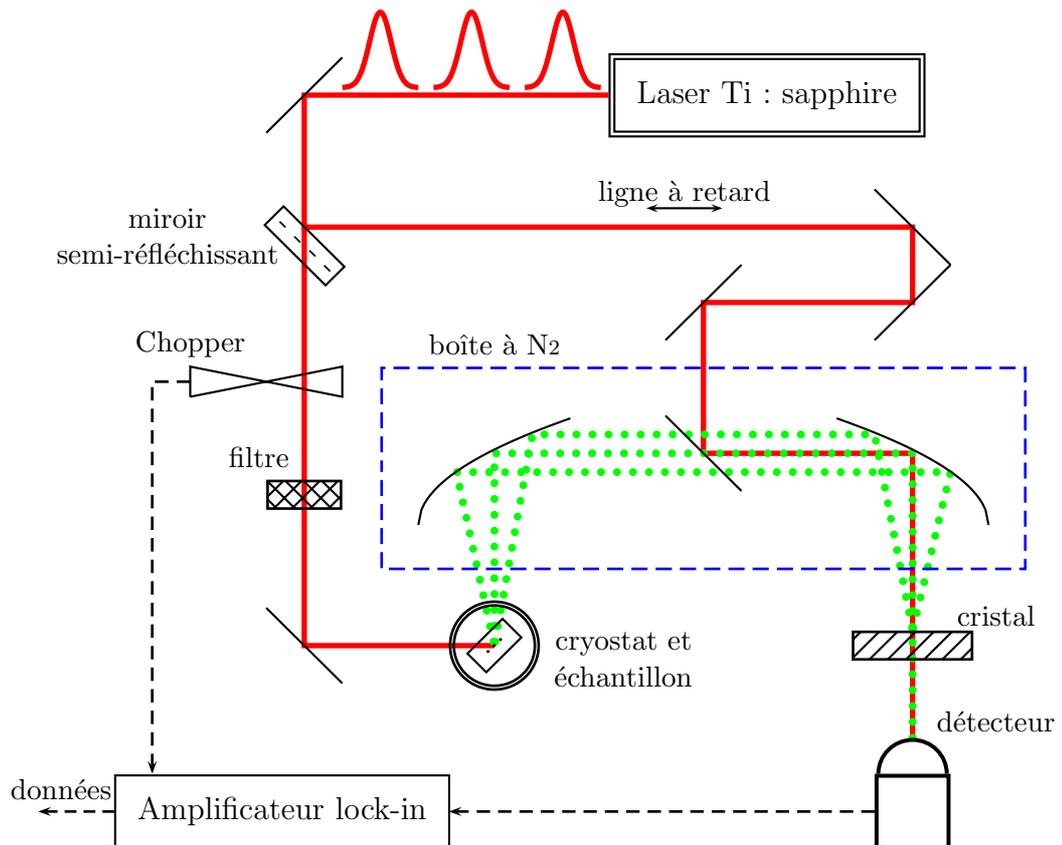


FIG. 1.8 – Schéma simplifié du montage expérimental utilisé dans l'équipe de K. Hirakawa pour une expérience d'échantillonnage électro-optique.

nellement à l'intensité du signal. Le système d'enregistrement, capable de détecter ces changements de polarisation, fait une moyenne d'un nombre élevé de mesures et détermine l'amplitude du champ détecté en un temps particulier. Le processus est donc répété à différents temps de corrélation entre signal de référence et signal à mesurer permettant ainsi de reconstruire l'émission THz par échantillonnage.

Les données fournies par l'équipe expérimentale correspondent à des expériences menées à basses températures (5 K) sur deux échantillons différents. Le premier (S1) est un super-réseau de 59 périodes de GaAs(7.5 nm)/AlAs(0.5 nm) dont les largeurs de mini-bandes fondamentales de conduction et de valence ont été calculées égales à  $\Delta_c = 53.3$  meV et  $\Delta_c = 4.3$  meV respectivement. Le deuxième échantillon (S2) est un super-réseau de 35 périodes de GaAs(11.8 nm)/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As(2.5 nm) avec des bandes plus étroites  $\Delta_c = 8.94$  meV et  $\Delta_c = 0.34$  meV.

## 1.5 Conclusion

Les applications technologiques des rayonnements THz sont déjà très nombreuses et englobent des champs de compétence très différents. Pour atteindre des résultats optimaux dans cette technologie ainsi que pour augmenter son champ d'applications implique qu'il existe des sources THz intenses qui puissent compenser le défaut actuellement existant. Une alternative potentielle est l'utilisation d'oscillations de Bloch dans des super-réseaux de semi-conducteur dont des nouvelles évidences ont été apportées les dernières années. Cependant, l'exploitation des oscillations de courant comme émetteur de THz demande une compréhension correcte du phénomène et donc une modélisation théorique adéquate.

# Chapitre 2

## Propriétés optiques et électroniques des super-réseaux de semiconducteurs

Les phénomènes mis en jeu dans une expérience d'excitation optique sur un super-réseau englobent des règles de sélection qui imposent des restrictions à l'interaction photon-électron. Lorsqu'un super-réseau est polarisé, la symétrie de sa structure de bandes est brisée et le système physique change. La modélisation de ce nouveau système est fait en termes des états de Wannier-Stark ; des niveaux d'énergie discrets périodiquement distribués le long des super-réseaux. De la même façon que l'énergie de la lumière doit être suffisante pour déclencher une transition électronique entre deux états quantiques, sa polarisation joue aussi un rôle fondamental pour que l'absorption du photon ait lieu.

### 2.1 Effet Stark dans les super-réseaux

Dans le chapitre 1, il a été montré que les dimensions réduites d'un puits quantique isolé donnent lieu à la quantification des ses états d'énergie dans la direction de l'axe de croissance du puits. Dans le cas des super-réseaux, l'effet tunnel présent dans les barrières qui séparent les puits quantiques occasionne une hybridation entre les fonctions d'onde et, tout comme dans un matériau massif, les états discrets se mélangent et forment des mini-bandes d'énergie qui permettent aux électrons de se déplacer librement à travers la structure selon des relations de dispersion périodiques. La superposition d'un champ électrique externe, nécessaire à l'occurrence des oscillations de Bloch, sur la structure de bandes d'un super-réseau occasionne des

changements dans les fonctions d'onde ainsi que dans la distribution d'états propres d'énergie : l'effet Stark. On a l'habitude de distinguer l'effet Stark se produisant dans un super-réseau en le nommant effet Wannier-Stark.

La seule polarisation que nous intéresse est celle parallèle à l'axe de croissance du super réseaux ( $\mathbf{F} \parallel z$ ). Établir des champs électriques à polarisations différentes est possible mais, néanmoins, plus difficile que dans le cas parallèle. De plus, à cause de la façon dont les contacts électriques doivent être placés, le champ électrique présente des inhomogénéités.

La présence du champ électrique externe supprime l'effet tunnel résonant entre puits consécutifs. Les puits quantiques se trouvent ainsi dans une situation de puits quantiques quasi-indépendants où l'on trouve des états confinés. La forte localisation des états propres occasionne un décalage vers le bleu par rapport à la transition bande-à-bande du super-réseau non polarisé [27–29] : dans le cas de champ électrique nul, la transition optique fondamentale se produit entre la valeur maximale d'énergie de la bande de valence et la valeur minimale de la bande de conduction. Étant donné que les bandes d'énergie s'étendent autour des niveaux de puits isolés, on comprend qu'il faille plus d'énergie pour déclencher une transition optique entre puits quasi-indépendants de valence et de conduction.

Wannier [30], dans les années 50, a abordé le problème de la localisation des états propres et a développé la version quantique de l'oscillateur de Bloch. Wannier a montré que les niveaux discrets d'énergie qui se substituent aux bandes existantes à  $F = 0$  forment une échelle (l'échelle de Wannier-Stark) de niveaux également espacés par  $eFd$ , où  $d$  est la période spatiale du super-réseau [31, 32].

### 2.1.1 Échelle de Wannier-Stark

#### Spectre d'énergie

Le champ électrique constant  $F$  est représenté par l'addition d'un terme linéaire en  $z$  au hamiltonien  $H_{SR}$  de super-réseau non polarisé. Le hamiltonien total s'écrit donc

$$H = H_{SR} + eFz, \quad (2.1)$$

$$H_{SR} = T + V_b(z), \quad (2.2)$$

où le potentiel  $V_b(z)$  a été défini dans l'équation (1.25).

L'opérateur translation permet de se déplacer d'un puits quantique à l'autre et il est utile si l'on veut déterminer la différence d'énergie entre deux états consécutifs. Pour une translation de  $j$  puits quantiques l'opérateur s'écrit :

$$\mathcal{T}_{jd} = \exp\left(i\frac{p_z j d}{\hbar}\right), \quad (2.3)$$

d'où l'on peut montrer que :

$$[\mathcal{T}_{jd}, H] = \mathcal{T}_{jd}H - H\mathcal{T}_{jd} = jeFd\mathcal{T}_{jd}, \quad (2.4)$$

$$[\mathcal{T}_{jd}, \mathcal{T}_{j'd}] = 0, \quad (2.5)$$

$$\mathcal{T}_{jd}^* = \mathcal{T}_{-jd}. \quad (2.6)$$

Dans un super-réseau infini où la distribution de puits quantiques est indexée par  $n := [-\infty, \infty]$ . Si  $\varepsilon_0$ , si l'énergie de l'état propre  $n = 0$  ( $H|\psi_0\rangle = \varepsilon_0|\psi_0\rangle$ ) la différence en énergie avec le puits  $n = -1$  peut être déterminée à l'aide d'une translation unitaire  $j = 1$  (Eq. 2.3) et de la relation présentée dans l'équation (2.4)

$$\mathcal{T}_d|\psi_0\rangle = |\psi_{-1}\rangle, \quad (2.7)$$

$$H|\psi_{-1}\rangle = H\mathcal{T}_d|\psi_0\rangle = (\varepsilon_0 - eFd)|\psi_{-1}\rangle. \quad (2.8)$$

L'état propre  $|\psi_{-1}\rangle$  a donc une énergie propre  $\varepsilon_{-1} = \varepsilon_0 - eFd$ . Cette procédure peut être répétée successivement pour se déplacer vers plus hautes ou plus basses énergies selon l'équation (2.6) et générer la totalité de l'échelle de Wannier-Stark :

$$\varepsilon_n = \varepsilon_0 + neFd, \quad (2.9)$$

dont l'espacement d'énergie est l'énergie de Bloch

$$E_B = \hbar\omega_B = eFd, \quad (2.10)$$

qui montre que la fréquence de Bloch  $\omega_B$  est retrouvée cette fois dans le cadre d'un raisonnement quantique.

Le spectre de  $H$  n'est pas totalement déterminé par l'équation (2.9) car, pour

cela,  $\varepsilon_0$  doit être bien spécifié. Dans sa dérivation, Wannier [30] a considéré une bande unique et il a montré que dans ce cas  $\varepsilon_0$  correspond à l'énergie moyenne de la bande considérée. De façon générale, l'effet tunnel à travers les barrières triangulaires formées grâce à l'application du champ extérieur a pour conséquence que le spectre de  $H$  est composé de résonances au lieu de niveaux discrets [33–35]. Cependant, les résonances sont très étroites et le spectre continu est bien approximé par la considération d'une bande unique et le spectre dans l'équation (2.9).

Le mouvement dans le plan perpendiculaire à  $Oz$  est totalement découplé de  $z$  et la dépendance tridimensionnelle de l'énergie peut être déterminée à partir des relations de dispersion des équations (1.16) et (1.17) pour les électrons et les trous lourds, qui sont ceux qui nous concernent le plus. Les résultats peuvent ensuite être comparés aux résultats à champ électrique nul (Eqs. 1.23 et 1.24 plus Eq. 1.28)

– Bande de conduction

$$\begin{aligned} F = 0 & \Rightarrow F = F_z \neq 0 \\ \varepsilon_c(\vec{k}) = \varepsilon_0^c - \frac{\Delta_c}{2} \cos(k_z d) + \frac{\hbar^2 k_\perp^2}{2m_c^*} & \Rightarrow \varepsilon_n(k_\perp) = \varepsilon_0^c + neFd + \frac{\hbar^2 k_\perp^2}{2m_c^*}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

– Bande de valence : trou lourd

$$\begin{aligned} F = 0 & \Rightarrow F = F_z \neq 0 \\ \varepsilon_v(\vec{k}) = \varepsilon_0^v + \frac{\Delta_v}{2} \cos(k_z d) - \frac{\hbar^2 k_\perp^2}{2m_v^*} & \Rightarrow \varepsilon_m(k_\perp) = \varepsilon_0^v + meFd - \frac{\hbar^2 k_\perp^2}{2m_v^*}, \end{aligned} \quad (2.12)$$

où les indices  $n$  et  $m$  ont été choisis pour dénoter la bande de conduction et valence respectivement. De même, dans le cas de  $F = 0$ , la notation a été changée pour rendre plus explicite l'apparition des largeurs de mini-bande de conduction ( $\Delta_c$ ) et de valence ( $\Delta_v$ ).

## Fonctions d'onde

Les fonction d'onde de Wannier-Stark qui représentent les états propres de  $H$  sont développées en termes des solutions  $\varphi_{loc}(z - \nu d)$  de puits quantique isolé des différents états  $\nu$  le long du super-réseau

$$\psi_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\nu} c_{n\nu} \varphi_{loc}(z - \nu d), \quad (2.13)$$

où  $N$  est la dimension du super-réseau en termes du nombre de périodes  $d$ . Dans l'annexe A, nous présentons le calcul pour trouver des constantes  $c_{n\nu}$ , qui s'avèrent

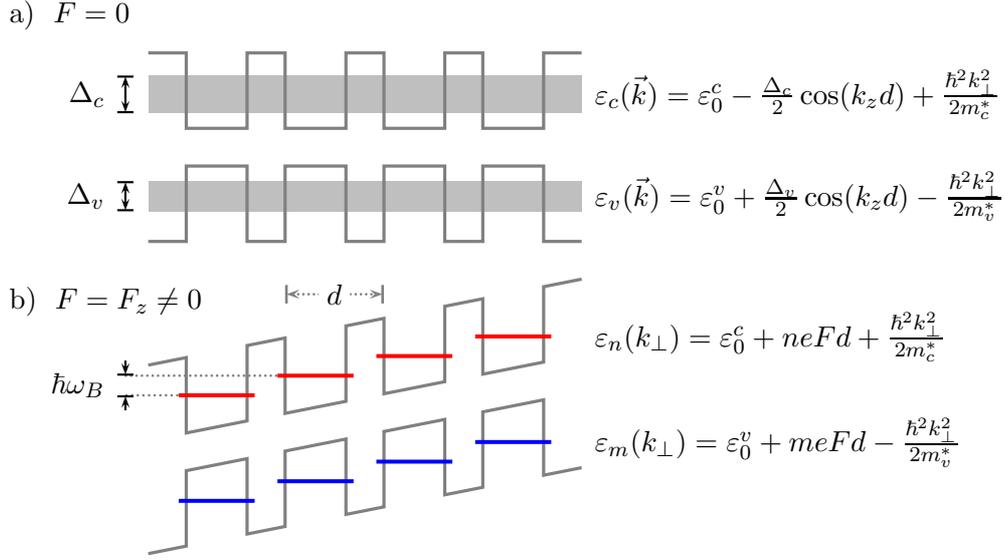


FIG. 2.1 – a) Mini-bandes d'énergie de valence ( $\Delta_v$ ) et de conduction ( $\Delta_c$ ) dans un super-réseau à champ électrique nul. b) formation des échelles de Wannier-Stark de valence (index  $m$ ) et de conduction (index  $n$ ) lors de l'application d'un champ électrique  $F = F_z \neq 0$ .

être les fonctions de Bessel

$$c_{n\nu} = J_{n-\nu} \left( -\frac{2}{f} \right) \quad ; \quad f = \frac{4eFd}{\Delta}, \quad (2.14)$$

où  $\Delta$  est la largeur de la mini-bande.

Les fonctions de Bessel  $J_\alpha(x)$  dans la limite  $0 < x \ll \sqrt{\alpha + 1}$  prennent la forme

$$J_\alpha(x) \approx \frac{1}{\Gamma(\alpha + 1)} \left( \frac{x}{2} \right)^\alpha, \quad (2.15)$$

C'est-à-dire que  $J_\alpha(x)$  décroît selon  $1/(\alpha!)$  et se localise plus rapidement qu'une fonction exponentielle. De la même manière, les fonctions propres  $\psi_n$  (Eq. 2.13) sont fortement localisées autour du puits quantique d'indice  $n$  et une mesure de la localisation peut être faite selon la grandeur du paramètre sans dimension  $f$  (Eq. 2.14) : les fonctions d'onde seront de plus en plus localisées avec l'augmentation du champ électrique. Dans la pratique, les fonctions d'onde s'étendent sur  $p = 2/f$  périodes des deux côtés autour du puits central  $n$ .

Dans les matériaux massifs les valeurs typiques des largeur de bande et période spatiale sont  $\Delta \approx 3$  eV et  $d = 0.5$  nm, avec un champ électrique  $F \approx 10^3$  V/cm on obtient  $f \approx 6.7 \cdot 10^{-5}$ . Dans un super-réseau  $\Delta_c \approx 30$  eV et  $d = 10$  nm et au

même champ électrique on obtient  $f \approx 0.13$ . La différence entre les arguments des fonctions de Bessel est de l'ordre de  $10^3$ . Les fonctions d'onde s'étendent donc le long de  $10^3$  périodes spatiales plus loin dans le semi-conducteur massif que dans les super-réseaux. La comparaison antérieure permet de voir pourquoi l'observation de l'échelle de Wannier-Stark est notablement plus difficile dans les matériaux massifs que dans les super-réseaux. De la même manière, on peut comparer la localisation des fonctions d'onde de Wannier-Stark dans la bande de valence et de conduction ; en général, la mini-bande de valence est beaucoup plus étroite ( $\Delta_c/\Delta_v \approx 10$ ) que la bande de conduction, et on peut conclure que les fonctions d'onde se localisent considérablement plus rapidement dans la bande de valence que dans la bande de conduction lors de l'accroissement du champ électrique appliqué.

### 2.1.2 Observation de l'échelle de Wannier-Stark

Les premières observations de l'échelle de Wannier-Stark remontent aux années 70 et correspondent à des expériences sur des matériaux massifs. Des mesures d'absorption optique [36] ont été menées sur GaAs quasi-isolant où l'on peut voir des caractéristiques d'absorption se rapportant à l'échelle de Wannier-Stark.

Dans des super-réseaux [29, 37–39], les premières évidences de la formation de l'échelle de Wannier-Stark ont été obtenues à partir de mesures du décalage vers le bleu de l'absorption optique fondamentale lors de l'application du champ électrique externe [38]. Agulló-Rueda *et al.* [37] ont fait des mesures de photocourant sur des super-réseaux et ont montré la présence de résonances qui correspondent à des transitions optiques de l'échelle de Wannier-Stark de valence vers celle de conduction. L'écartement (Fig. 2.2) des pics de ces résonances présente une relation linéaire avec le champ électrique appliqué en accord avec l'équation (2.9).

Sur la figure (2.3) nous présentons les résultats des mesures du photocourant faites sur l'échantillon S1 à différents champs électriques. Au début, les pics de résonance ne sont pas bien définis (jusqu'à 9 kV/cm approximativement) et la formation de l'échelle de Wannier-Stark ne devient évidente qu'à champs électriques plus élevés. De la même manière, les processus de transport dans le super-réseau dépendent de l'intensité du champ électrique appliqué [9, 40–42]. Dans un premier régime, le transport correspond à la formation de mini-bandes. Lorsque le champ électrique est augmenté, on passe au régime où la description des états de Wannier-Stark est valide et le transport doit donc être traité dans ce formalisme. Si le champ électrique continue à être augmenté, le transport sera dominé par l'effet tunnel entre les puits

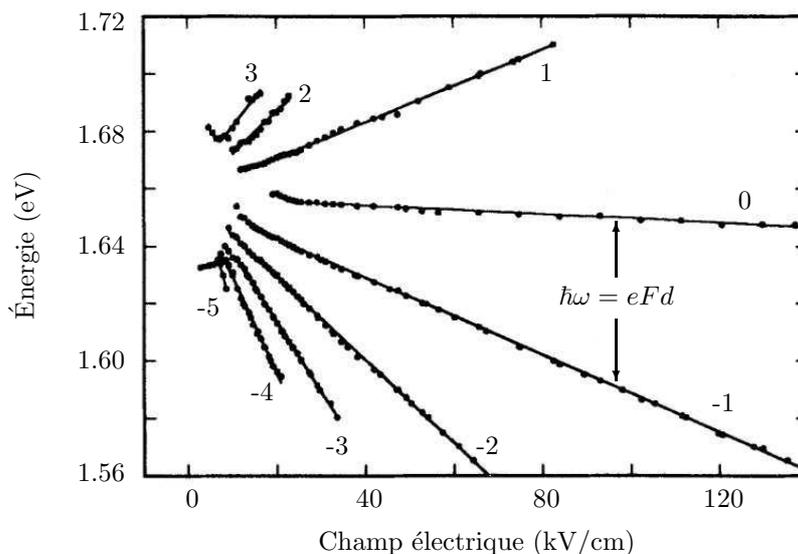


FIG. 2.2 – Énergies de transition à différents champ électrique dans un super-réseau de GaAs/Ga<sub>0.65</sub>Al<sub>0.35</sub>As ( $d = 6\text{nm}$ ). Extrait d’Agulló-Rueda *et al.*

quantiques du super-réseau en premiers voisins.

## 2.2 Absorption optique

L’absorption optique par les super-réseaux peut avoir lieu au moyen de transitions inter-bandes ou intra-bandes suivant l’énergie de la lumière (Fig 2.4). Les transitions intra-bandes ne sont pas d’intérêt pour notre étude car, dans d’un super-réseau infini idéal, l’absorption et l’émission de lumière sont exactement compensées [43]. Dans un super-réseau réel, il peut y avoir une échange d’énergie net différent de zéro grâce à la taille finie du super-réseau et à des imperfections dans les matériaux. Par contre, les transitions inter-bande, ou transition électroniques entre la bande de valence et la bande de conduction, sont d’un grand intérêt pour le contrôle des propriétés électro-optiques des super-réseaux.

### 2.2.1 Transitions inter-bande

Les transitions inter-bande ou bande-à-bande requièrent la conservation du vecteur d’onde. C’est-à-dire que les valeurs du vecteur d’onde du trou  $\mathbf{k}_v$  injecté dans la bande de valence et de l’électron  $\mathbf{k}_c$  injecté dans la bande de conduction doivent être identiques (cf. Fig. 2.6a). Ces transitions verticales sont donc caractérisées par

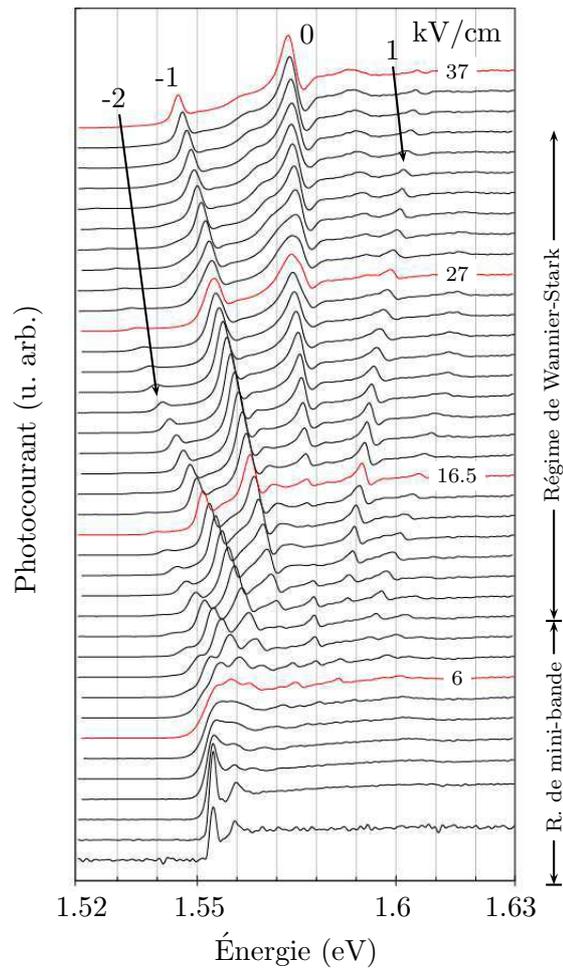


FIG. 2.3 – Mesures de la photocourant faites sur l'échantillon S1. On y voit les différents pics de résonances de Wannier-Stark et leur écartement avec l'incrément de  $F$

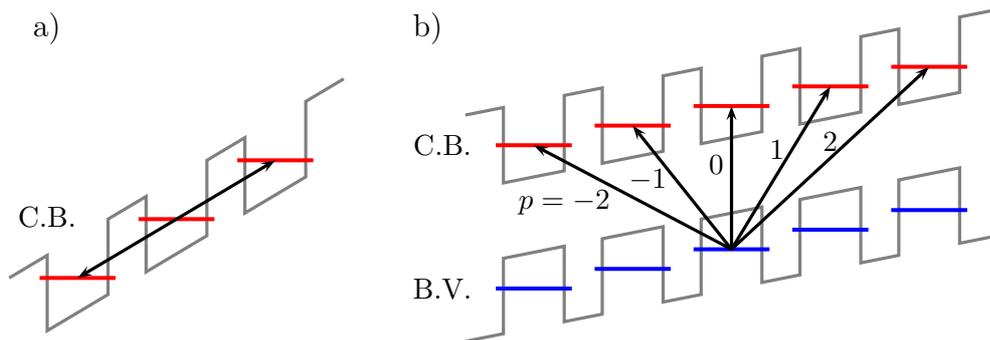


FIG. 2.4 – Transition (a) intra-bande et (b) inter-bande dans un super-réseau lors de l'interaction avec la lumière.

un vecteur d'onde unique ( $\mathbf{k}_v = \mathbf{k}_c = \mathbf{k}$ ) et l'élément de matrice inter-bande que caractérise le couplage entre la lumière et les électrons est

$$\langle u_v, \vec{k} | \varepsilon \cdot \vec{p} | u_c, \vec{k} \rangle \langle \psi_v | \psi_c \rangle, \quad (2.16)$$

ou  $u$  est la fonction d'onde atomique présenté dans la sous-section (1.3.1), et les fonctions  $\psi$  sont les fonctions enveloppe qui, dans notre cas, sont les fonction d'onde de l'échelle de Wannier-Stark de valence et de conduction.

L'expression analytique du coefficient d'absorption est [28] :

$$\alpha(\omega) = (2N + 1)\alpha_0 \sum_p \alpha_p, \quad (2.17)$$

$$\alpha_p = J_p^2 \left( \frac{2}{f_{cv}} \right) Y [\hbar\omega - (E_G + \varepsilon_0^c + \varepsilon_0^v + peFd)],$$

où  $2N + 1$  est le nombre de périodes du super-réseaux,  $\hbar\omega$  l'énergie de la lumière,  $f_{cv} = f_c + f_v$ ,  $Y(x)$  est la fonction échelon,  $p$  est un entier tel que  $-N \leq p \leq N$ , et  $\alpha_0$  est le coefficient d'absorption de la transition optique centrale  $\varepsilon_0^v \rightarrow \varepsilon_0^c$  ( $\alpha_0 \approx 0.6\%$  en puits quantiques III-V). L'absorption totale est donc composée de l'addition de plateaux d'absorption  $\alpha_p$  dont l'origine est située à des valeur d'énergie  $E_G + \varepsilon_0^c + \varepsilon_0^v + peFd$ . Ces transitions sont associées à des transitions obliques, dans l'espace réel, d'un électron depuis un état  $m$  dans la bande de valence vers un état  $n$  dans l'échelle de conduction tel que  $p = n - m$  comme le montre la figure 2.4b.

Le profil d'absorption est fortement modifié par l'intensité du champ électrique effectif  $f_{cv}$ . À champ électrique fort, les fonctions d'onde sont fortement localisées dans les puits quantiques correspondant à leur indice et la seule transition qui résulte

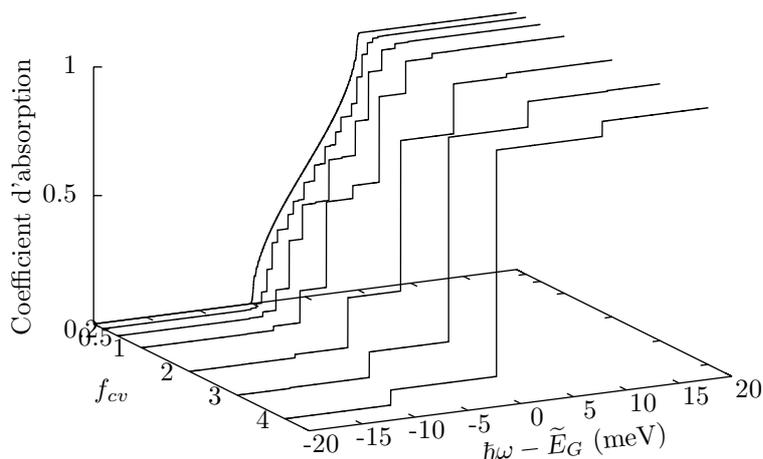


FIG. 2.5 – Absorption bande-à-bande dans un super-réseau infini ( $\Delta_{cv} = 10\text{meV}$ ). Le nombre de plateaux diminue lorsque  $f_{cv}$  croît. Ceci indique que les fonctions d'onde sont de plus en plus localisées et que l'absorption s'approche du cas où il n'y a que l'absorption fondamentale.

de cette situation est la transition verticale ( $p = 0$ ). Cette transition est la transition fondamentale et détermine l'énergie du gap effectif du super-réseau  $\tilde{E}_G = E_G + \varepsilon_0^c + \varepsilon_0^v$ . Les transitions à  $p \neq 0$  sont symétriquement distribuées autour de la transition centrale. Cependant, leur absorption décroît rapidement avec  $p$  car l'intégrale de recouvrement  $\langle \psi_v | \psi_c \rangle$  devient de plus en plus petite avec l'éloignement et la localisation des fonctions d'onde de Wannier-Stark.

La figure (2.5) est basée sur les résultats présentés en [28]. Ceux-ci correspondent à un super-réseau infini avec une largeur de mini-bande de  $\Delta_{cv} = 10 \text{ meV}$ . À champ électrique nul l'absorption présente le profil typique de l'absorption bande-à-bande d'un super-réseau non polarisé. Lorsque  $f_{cv}$  croît, les plateaux d'absorption des différentes transitions  $p$  deviennent évidents. À champ effectif élevé, le nombre de plateaux diminue à cause de la localisation des fonctions de Wannier-Stark, qui fait que moins d'états obliques ( $p \neq 0$ ) sont excités et que l'on s'approche du cas où il n'y existe plus que la transition fondamentale  $p = 0$ .

L'énergie  $\hbar\omega_p$  absorbée à chacune des transitions est égale à la somme des énergies de l'électron et du trou injectés dans le super-réseau lors de l'interaction avec la lumière :

$$\hbar\omega_p = \tilde{E}_G + peFd + \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2\mu^*}, \quad (2.18)$$

où  $\mu^*$  est la masse réduite du paire électron-trou ( $1/\mu^* = 1/m_c^* + 1/m_v^*$ ). Le spectre d'absorption d'un super-réseau idéal devrait suivre cette relation linéaire avec  $F$ .

Cependant, dans un cas réel, l'absorption de la lumière a lieu à des énergies de transition légèrement différentes. Par exemple, sur la figure (2.2) on voit clairement que la transition centrale forme une ligne qui est légèrement oblique quand elle devait être horizontale ( $p = 0$  dans l'équation 2.18). Ces variations sont causées par les excitons, qui sont toujours présents lors d'une excitation optique.

### 2.2.2 Excitons dans les super-réseaux

Les excitons sont le résultat de la corrélation entre l'électron et le trou injectés dans un système lors d'une transition optique. Dans le cas des super-réseaux, l'application d'un champ électrique longitudinal externe ne brise pas cette corrélation et cela a stimulé un grand nombre de publications [44–57].

Le mouvement des porteurs ne peut plus être considéré séparément. L'hamiltonien qui décrit les excitons dans les super-réseaux doit donc traiter les bandes de valence ( $H_{SR}^v$ ) et de conduction ( $H_{SR}^c$ ) simultanément et doit aussi tenir compte de l'interaction coulombienne, qui couple les mouvements en  $z$  avant indépendants. Dans l'approximation de la masse effective et dans l'approximation découplée, où l'on ne considère pas le couplage entre les trous lourds et les trous légers, cet hamiltonien s'écrit

$$H_{ex} = H_{SR}^c + H_{SR}^v + e(z_c - z_v)Fd - \frac{1}{\kappa} \frac{e^2}{|\vec{r}_c - \vec{r}_v|}, \quad (2.19)$$

où ( $\frac{1}{\kappa} \frac{e^2}{|\vec{r}_c - \vec{r}_v|}$ ) est l'interaction coulombienne,  $|\vec{r}_c - \vec{r}_v|$  est la distance entre l'électron et le trou et  $\kappa$  est la constante diélectrique relative de la structure.

Le problème d'un exciton peut être abordé de la même façon que le problème à deux corps. On sépare alors le mouvement de la paire électron-trou en deux parties : une qui décrit le mouvement relatif (coordonnée  $\mathbf{r}$ ) de la paire de particules, et une autre qui rend compte du mouvement du centre de masse du système électron-trou (coordonnée  $\mathbf{R}$ ).

$$\vec{r} = \vec{r}_c - \vec{r}_v, \quad (2.20a)$$

$$k_{\perp} = \frac{m_c^* \vec{k}_{c,\perp} + m_v^* \vec{k}_{v,\perp}}{m_c^* + m_v^*}, \quad (2.20b)$$

$$\vec{R} = \frac{m_c^* \vec{r}_c + m_v^* \vec{r}_v}{m_c^* + m_v^*}, \quad (2.20c)$$

$$\vec{K} = \vec{k}_{c,\perp} - \vec{k}_{v,\perp}. \quad (2.20d)$$

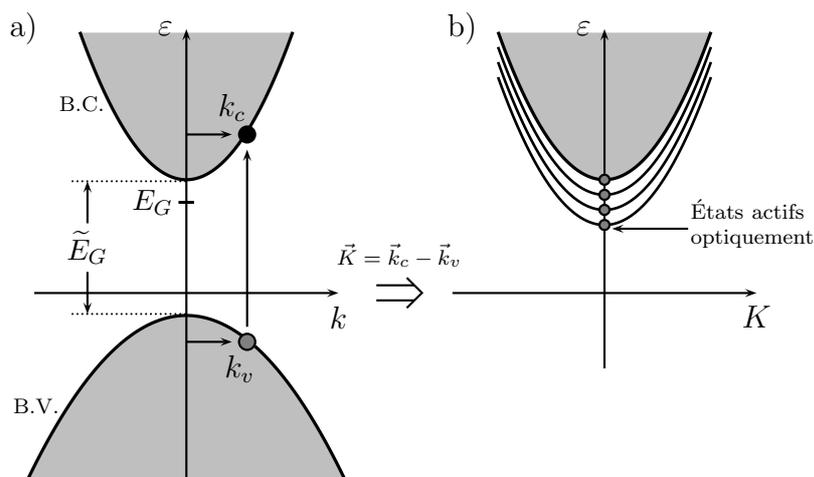


FIG. 2.6 – Passage de (a) la représentation de particules dissociées à (b) la représentation excitonique. Les zones en gris schématisent les états du quasi-continuum.

Les mouvement relatif et de centre de masse sont totalement découplés. D'ailleurs, la contribution du centre de masse à l'énergie est un terme constant  $\hbar^2 K^2/2M$ , où  $M$  est la masse totale du système. Le spectre du problème électron-trou doit présenter une relation de dispersion parabolique en  $\mathbf{K}$  avec une discrétisation de niveaux d'énergie typique de l'atome d'hydrogène à cause de la forme ( $\propto 1/|r|$ ) de l'interaction coulombienne. Sur la figure (2.6) le schéma de la transition de l'espace de porteurs indépendants à l'espace excitonique est présenté. On y voit les états excitoniques (de différents types : 1s, 2s, 2p, ...) liés qui sont placés à des énergies plus basses que celles correspondantes à les transitions bande-à-bande où l'interaction coulombienne est négligeable et donc les paires électron-trou ne sont pas liées.

Dans le cas d'une transition optique, les seuls états excitoniques optiquement actifs sont ceux avec vecteur d'onde de centre de masse nul tel que  $\mathbf{K} = k_{c,\perp} - k_{v,\perp} = 0$  et la dépendance avec  $K$  peut donc être supprimée du hamiltonien  $H_{ex}$  qui, dans les nouvelles coordonnées, s'écrit

$$H_{ex} = T_r + V_b^c(z_c) + V_b^v(z_v) + e(z_c - z_v)Fd - \frac{1}{\kappa} \left( \frac{e^2}{|r|} \right). \quad (2.21)$$

Il n'est pas possible de résoudre l'équation de Schrödinger avec l'hamiltonien  $H_{ex}$  de façon analytique et l'on peut utiliser des méthodes variationnelles (voir par exemple [54, 56]).

## 2.3 Modélisation quantique du système

Nous faisons une modélisation quantique des super-réseaux de semi-conducteur sous l'effet d'un champ électrique longitudinal et d'une excitation optique impulsionnelle. Nous traitons le système complet, c'est-à-dire que nous considérons simultanément les échelles de Wannier-Stark de valence et de conduction, où l'injection de porteurs est faite au moyen d'un pulse optique infrarouge de durée finie et fixée à quelques picosecondes en conformité avec ce qui est utilisé expérimentalement.

Nous traitons premièrement les transitions bande-à-bande où les paires électron-trous sont dissociées et se trouvent dans un quasi continuum grâce au mouvement libre dans le plan perpendiculaire à l'axe de croissance du super-réseau. Cette partie de la modélisation correspond donc à une modélisation tridimensionnelle. Ensuite, nous considérons les corrections excitoniques. Dans ce cas, le système est unidimensionnel car, à cause du couplage coulombien, les seuls états optiquement actifs sont ceux avec  $\mathbf{K} = 0$ , et une distribution de ces états, le long d'une direction unique, forme un arrangement unidimensionnel.

### 2.3.1 Transitions bande-à-bande

Avant excitation optique, nous considérons que tous les électrons se trouvent dans la bande de valence et que, évidemment, tous les états de l'échelle de conduction sont vides. Cet état est pris comme l'état fondamental  $|\emptyset\rangle$  du système (Fig. 2.7a). Cette considération est valide tant que les expériences sont menées à basse température, comme c'est le cas des expériences dont nous avons les résultats pour confronter avec notre modélisation théorique. Lors de l'excitation optique, plusieurs transitions inter-bande sont excitées par la lumière. Chacune de ces transitions est associée à un site  $m$  quelconque dans l'échelle de valence vers un état  $n$  dans l'échelle de conduction en constituant ainsi un état excité  $|n, m, k_{\perp}\rangle$  (Fig. 2.7b).

L'énergie de chacun de ces états excités est celle de l'équation (2.18) qui s'écrit en termes d'un seul indice  $p = n - m$ . De la même manière, toutes les transitions caractérisées par une valeur d'énergie indexée par le même entier  $p$  sont identiques grâce à l'homogénéité du système. De cette façon, la base qui décrit les transitions

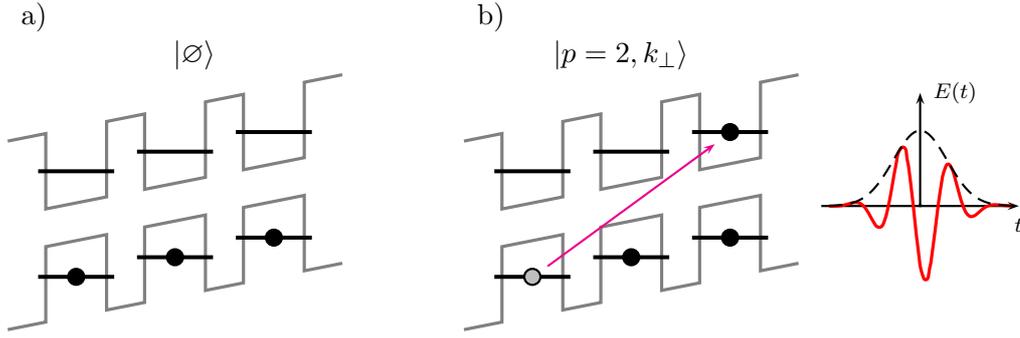


FIG. 2.7 – a) état fondamental du système : tous les électrons se trouvent dans la bande de valence. b) Un état excité caractérisé par  $p = 2$  : le pompage optique entraîne une transition bande-à-bande vers un puits décalé par deux niveaux de Wannier-Stark.

bande-à-bande s'écrit

$$H_0|\varnothing\rangle = \hbar\omega_\varnothing|\varnothing\rangle, \quad (2.22a)$$

$$\hbar\omega_\varnothing = 0,$$

$$H_0|p, k_\perp\rangle = \hbar\omega_{p, k_\perp}|p, k_\perp\rangle, \quad (2.22b)$$

$$\hbar\omega_{p, k_\perp} = \tilde{E}_G + peFd + \frac{\hbar^2 k_\perp^2}{2\mu^*},$$

où  $H_0 = H_{SR}^c + H_{SR}^v + e(z_c - z_v)Fd$ . En général, après l'excitation optique, le système doit se trouver dans un état composé de la superposition de ces états de base

$$|\Psi(t)\rangle = C_\varnothing(t)e^{-i\omega_\varnothing t}|\varnothing\rangle + N \sum_{p, k_\perp} C_{p, k_\perp}(t)e^{-i\omega_{p, k_\perp} t}|p, k_\perp\rangle, \quad (2.23)$$

où  $N$  est la dégénérescence des états excités qui est égale au nombre de puits quantique dans le super-réseaux. Pour la construction de  $|\Psi(t)\rangle$  on néglige les effets de bord.

Le pulse optique  $E(t)$  est considéré comme une perturbation à  $H_0$  et est défini par une fonction gaussienne

$$E(t) = E_0 \frac{1}{\sqrt{\tau_L} \sqrt{\pi}} \exp(-t^2/2\tau_L^2) \exp(-i\omega_L t) + c.c. \quad (2.24)$$

où  $\tau_L$  est la durée du pulse et  $\hbar\omega_L$  l'énergie centrale d'excitation.

Les coefficients  $C_{p, k_\perp}$  peuvent être calculés à premier ordre en perturbations en

termes des éléments de matrice du couplage dipolaire entre l'état initial  $|\emptyset\rangle$  et les états excités  $|p, k_\perp\rangle$

$$C_{p,k_\perp} \simeq \frac{-e\mathbb{P}_{cv}}{m_0E_G} J_p \left( -\frac{2}{f_{cv}} \right) \int_{-\infty}^t dt' E(t') \exp [i\omega_{p,k_\perp} t'], \quad (2.25)$$

où  $\mathbb{P}_{cv}$  est l'élément de matrice dipolaire entre les fonctions d'onde atomiques ( $\mathbb{P}_{cv} = \langle u_v | \varepsilon \cdot \vec{p} | u_c \rangle$ ), et  $f_{cv}$  est le champ effectif à deux bandes :

$$\frac{1}{f_{cv}} = \frac{1}{f_c} + \frac{1}{f_v} = \frac{\Delta_c + \Delta_v}{4eFd} = \frac{\Delta_{cv}}{4eFd}. \quad (2.26)$$

Les coefficients  $C_{p,k_\perp}$  gardent toutes les caractéristiques de l'excitation optique et permettent de déterminer l'état du système de porteurs dissociés dans le temps au moyen de l'état général (équation 2.23).

### Densité de porteurs

On peut calculer la densité de porteurs photo-excités à partir du produit vectoriel de  $|\Psi(t)\rangle$  avec lui même, mais en excluant l'état fondamental  $|\emptyset\rangle$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{cv}(t) &= \langle \Psi(t) | \Psi(t) \rangle \Big|_{\neq |\emptyset\rangle} = \sum_{p,k_\perp} \sum_{p',k'_\perp} C_{p',k'_\perp}^* C_{p,k_\perp} \langle p', k'_\perp | p, k_\perp \rangle, \\ &= \sum_{p,k_\perp} C_{p,k_\perp}^* C_{p,k_\perp} = \sum_{p,k_\perp} |C_{p,k_\perp}|^2, \end{aligned}$$

$$\mathcal{D}_{cv}(t) = \frac{\pi}{2} \mathcal{T}_0 \left( 1 + \frac{1}{\pi} \mathcal{D}_0(\omega_B, \omega_L, \tau_L, \Delta_{cv}) \right) \left[ \Phi \left( \frac{t}{\tau_L} \right) + 1 \right]. \quad (2.27)$$

où

$$\mathcal{T}_0 = \frac{S\mu_{cv}^*}{2\hbar} \left| \frac{eE_0}{m_0E_G} \mathbb{P}_{cv} \right|^2, \quad (2.28)$$

est une constante proportionnelle à la surface  $S$  de l'échantillon.

La dépendance de la densité de porteurs avec les caractéristiques du super-réseau et du pulse optique est groupée dans une seule fonction  $\mathcal{D}_0$  indépendante du temps. Le seul paramètre qui intervient dans l'évolution temporelle de l'injection de porteurs est la durée de l'excitation  $\tau_L$ . Sur la figure 2.8, on schématise l'évolution temporelle de l'injection de porteurs. De façon générale, la densité part donc de zéro et augmente dans le temps jusqu'à saturer selon la fonction d'erreur  $\Phi(t/\tau_L)$ . La région qui présente l'augmentation maximale de la densité est délimitée sur la figure 2.8 par les lignes pointées et a une durée égale à  $\tau_L$ .

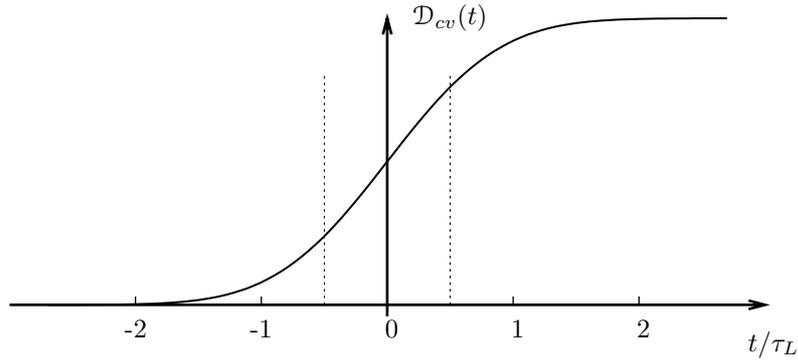


FIG. 2.8 – Évolution temporelle de la densité de porteurs dans le super-réseau. La région entre lignes pointillées a une durée égale à  $\tau_L$ .

Il est commode de redéfinir l'énergie d'excitation  $\hbar\omega_L$  à l'aide d'un paramètre d'ajustement  $\delta_L$ . Il mesure l'énergie d'excitation comptée à partir de la transition inter-bande fondamentale :

$$\delta_L = \hbar\omega_L - \tilde{E}_G. \quad (2.29)$$

Considérons maintenant la limite  $t \gg \tau_L$  quand l'injection de porteurs aura en pratique fin. L'expression dans l'équation (2.27) donne la densité totale de porteurs après le passage du pulse. Par rapport à  $\delta_L$ , la densité de porteur atteint la saturation  $\mathcal{D}_{sat}$  quand  $\delta_L \gg \hbar\omega_B$ .

$$\mathcal{D}_{sat} = \mathcal{D}_{cv}(t \gg \tau_L) \Big|_{\delta_L \gg \hbar\omega_B} = \mathcal{T}_0 [\pi + \mathcal{D}_0(\omega_B, \delta_L \gg \hbar\omega_B, \tau_L, \Delta_{cv})]. \quad (2.30)$$

De cette manière, on peut calculer la relation  $\mathcal{D}_{cv}(t \gg \tau_L)/\mathcal{D}_{sat}$  qui donne la densité de porteurs totale normalisée en fonction de  $\delta_L$  grâce à la fonction  $\mathcal{D}_0(\omega_B, \delta_L, \tau_L, \Delta_{cv})$  dans l'équation (2.27). Le résultat de cette opération dans le cas d'une excitation pulsée est l'équivalent du coefficient d'absorption optique du super-réseau en excitation continue.

Sur les figures (2.9) et (2.10), nous présentons une comparaison entre l'absorption totale du super-réseau à différents  $\tau_L$  pour les échantillons S1 et S2 respectivement. Les calculs sont faits à différentes valeurs du champ effectif  $f_{cv}$ . Sur les mêmes figures, nous présentons l'absorption sous excitation continue  $\alpha(\delta_L)$ , calculée avec l'expression de l'équation (2.17).

Dans la sous-section (2.1.1) on a mentionné que les fonction d'onde de Wannier-Stark s'étendent sur  $p = 2/f$  périodes de deux côtés autour du puits quantique central. Pour les deux échantillons, on a donc que à  $f_{cv} = 4$  les fonctions d'onde

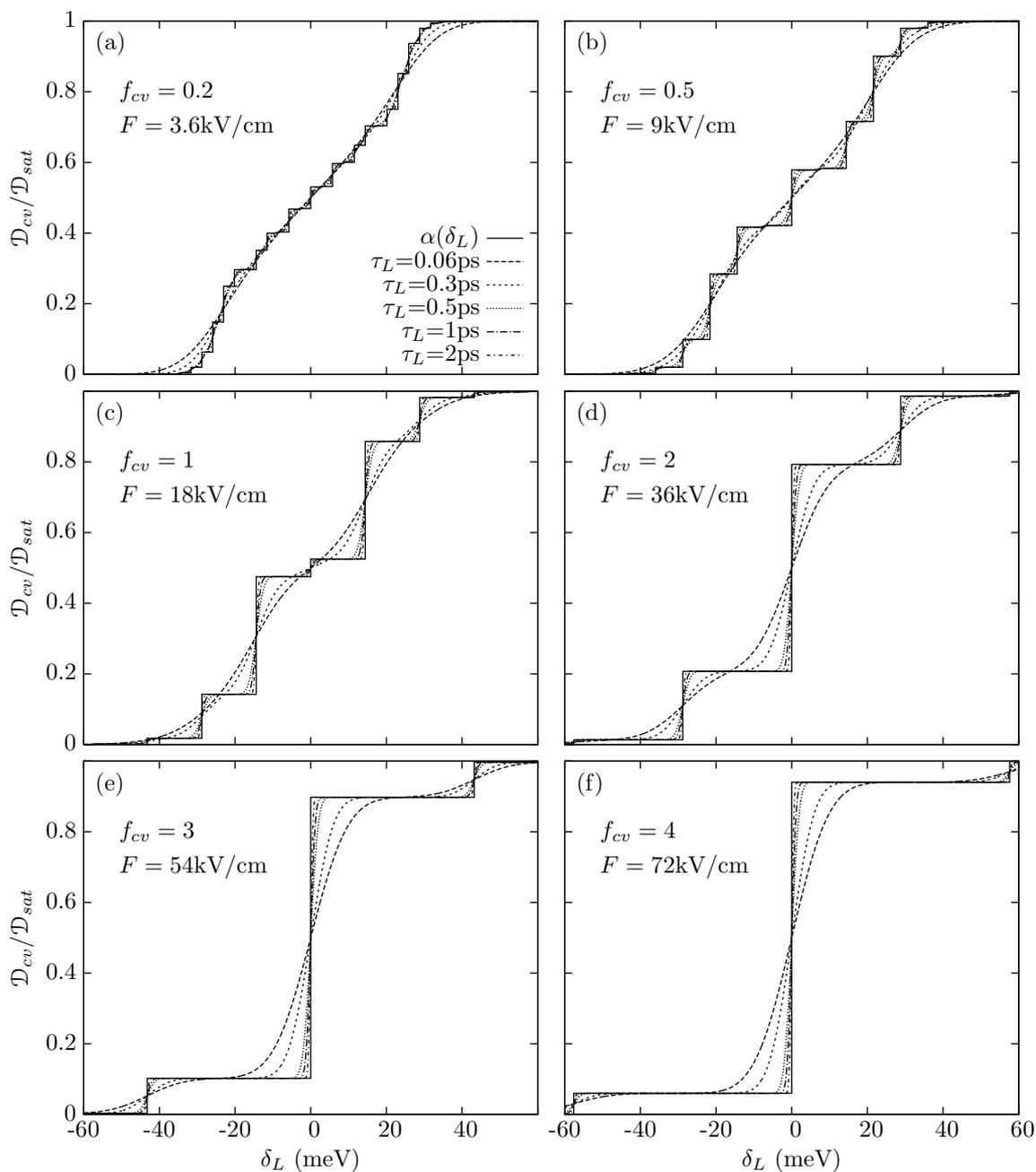


FIG. 2.9 – Absorption optique du super-réseau S1 ( $\Delta_{cv} = 57.6 \text{ meV}$ ,  $d = 8 \text{ nm}$ ) à différentes valeurs de  $\tau_L$  et champ effectifs  $f_{cv}$ . Sur les mêmes figures l'absorption due à une excitation continue  $\alpha(\delta_L)$  est présentée (traits pleins).

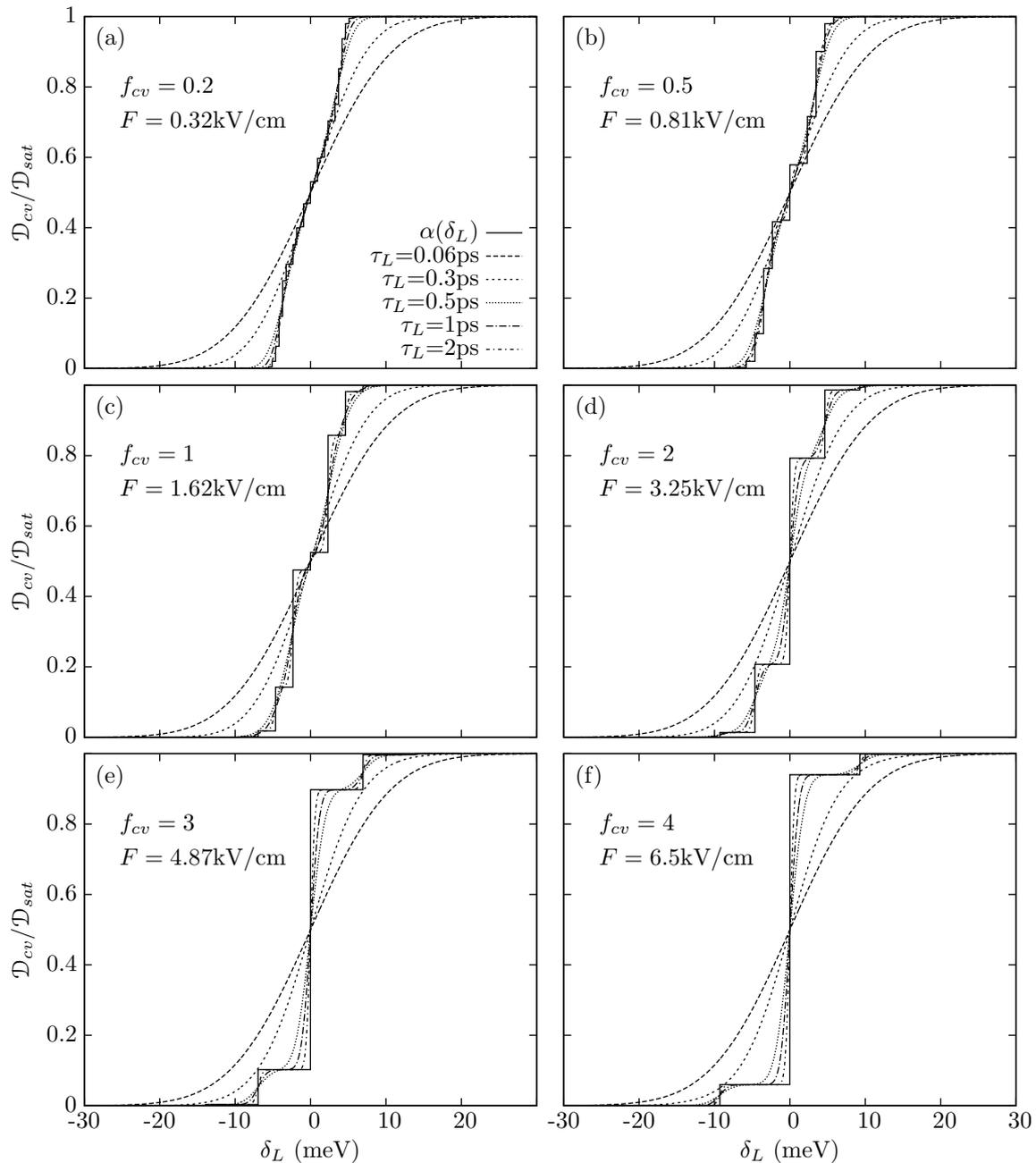


FIG. 2.10 – Absorption optique du super-réseau S2 ( $\Delta_{cv} = 9.28 \text{ meV}$ ,  $d = 14.3 \text{ nm}$ ) à différentes valeurs de  $\tau_L$  et champ effectifs  $f_{cv}$ . Sur les mêmes figures l'absorption due à une excitation continue  $\alpha(\delta_L)$  est présentée (traits pleins).

sont déjà suffisamment localisées pour que l'on puisse résoudre chacun des niveaux de Wannier-Stark. Cette conclusion est faite par le nombre de plateaux (Fig. 2.9f et 2.10f) et par leurs largeurs, qui égalent  $\Delta_{cv}$  dans le deux cas. Cependant, étant donné que le rapport  $\Delta_{cv}/d$  est notablement plus petit dans le cas de l'échantillon S2 ( $\approx 9\%$ ), la localisation des fonction d'onde sera plus rapide et la valeur  $f_{cv} = 4$  sera atteinte à un champ  $F$  plus faible que pour l'échantillon S1.

Concernant la durée  $\tau_L$ , si celle-ci est suffisamment grande, l'excitation s'approchera d'une onde monochromatique et l'absorption ressemblera plus au cas d'une excitation continue. Pour les deux échantillons, à  $\tau_L = 2\text{ps}$ , l'absorption est près de reproduire totalement la courbe d'absorption  $\alpha(\delta_L)$  dans tous les cas. Cette coïncidence décroît plus rapidement pour S2 car l'écartement entre niveaux d'énergie (l'énergie de Bloch) est moindre dans S2 que dans S1 à la même valeur de champ effectif ( $eFd = f_{cv}\Delta_{cv}/4$ ).

Dans la pratique, il est beaucoup plus facile de modifier le champ de polarisation  $F$  que la durée de l'excitation. Les valeurs de  $\tau_L$  sont limitées entre approximativement 0.05 et 0.1 ps par les sources expérimentales. Les résultats présentés sur les figures (2.9) et (2.10) sont donc des outils pour estimer des valeurs de  $F$  et pour optimiser l'observation des oscillations de Bloch. Si l'absorption s'approche trop de l'absorption à onde continue, l'excitation englobera un seul état, et pour avoir des oscillations, l'excitation de plusieurs états simultanément est nécessaire. Dans les cas de l'échantillon S1, il convient de rester en dessous de  $f_{cv} = 2$  (Fig. 2.9d) ou l'absorption présente encore des échelons aux valeurs de  $\tau_L$  mentionnées précédemment. Cependant, une comparaison avec la figure (2.3) montre qu'il ne faut pas baisser de 9 kV/cm. L'échantillon S2 présente moins des limitations, les courbes sont toujours continues entre  $\tau_L = 0.05$  et 0.1 ps.

### 2.3.2 Transitions excitoniques

Dans le cas des transitions excitoniques, il faut calculer les valeurs d'énergie de chacun des états excités. Cette fois-ci, on ne peut plus utiliser l'échelle de Wannier-Stark car le couplage coulombien abaisse l'énergie requise pour qu'une transition ait lieu à une valeur égale à l'énergie de liaison  $E_p^l$  de la transition concernée. Sur la figure 2.11 on montre les transitions excitoniques et l'effet du couplage excitonique sur l'énergie des états excités par rapport aux transitions bande-à-bande. L'énergie de liaison chute pour les transitions loin de la transition central  $\mathbf{p} = 0$  car l'interaction coulombienne devient de plus en plus faible avec la séparation entre les particule.

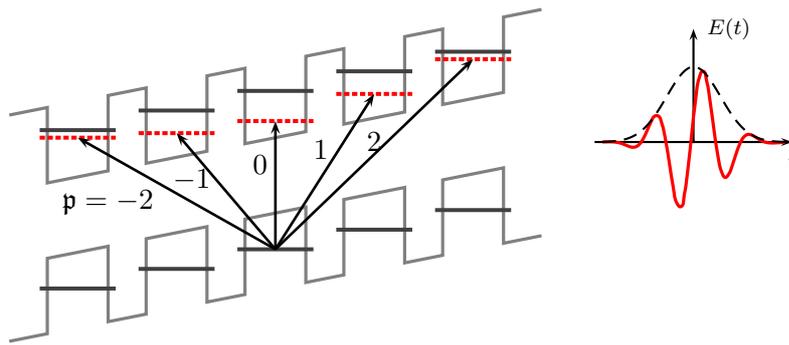


FIG. 2.11 – Distribution d'états d'énergie excitoniques le long du super-réseau. L'énergie de liaison devient de plus en plus petite pour les transitions loin de la transition centrale  $\mathbf{p} = 0$ .

L'état fondamental du système reste le même que dans le cas de porteurs pas liés (Fig. 2.7a). De même, les états excités peuvent être indexés par le nombre  $\mathbf{p}$  de périodes entre les puits quantiques de valence et de conduction qui interviennent dans la transition. Par contre, ils n'ont pas de mouvement planaire et doivent être écrits dans une représentation unidimensionnelle  $|\mathbf{p}\rangle$ . La base du système des transitions excitoniques s'écrit donc

$$\begin{aligned} H_{ex}|\emptyset\rangle &= \hbar\omega_{\emptyset}|\emptyset\rangle, \\ \hbar\omega_{\emptyset} &= 0, \end{aligned} \quad (2.31a)$$

$$\begin{aligned} H_{ex}|\mathbf{p}\rangle &= \hbar\omega_{\mathbf{p}}^X|\mathbf{p}\rangle, \\ \hbar\omega_{\mathbf{p}}^X &= \tilde{E}_G + \mathbf{p}eFd - E_{\mathbf{p}}^l, \end{aligned} \quad (2.31b)$$

ou  $H_{ex}$  a été défini dans l'équation (2.19) ou (2.21).

Les transitions se reproduisent de la même manière et aux mêmes énergies par chaque puits quantique dans la bande de valence et les états excités auront la même multiplicité  $N$  que dans le cas des transitions bande-à-bande. Un état excité général doit avoir donc la forme

$$|\chi(t)\rangle = C_{\emptyset}(t)e^{-i\omega_{\emptyset}t}|\emptyset\rangle + N \sum_{\mathbf{p}} C_{\mathbf{p}}^X(t)e^{-i\omega_{\mathbf{p}}^X t}|\mathbf{p}\rangle. \quad (2.32)$$

### Calcul de $|\mathbf{p}\rangle$ et $\hbar\omega_{\mathbf{p}}^X$

Il faut calculer les valeurs et états propres de  $H_{ex}$  pour pouvoir évaluer les paramètres  $C_{\mathbf{p}}^X(t)$  et ainsi déterminer l'état général (cf. équation 2.32). Pour cela, nous écrivons les états  $|\mathbf{p}\rangle$  en termes d'une superposition linéaire des états  $|p\rangle$  du problème des transitions bande-à-bande avec un terme de couplage qui est fonction de la coordonnée relative transversale  $\rho$  de la paire électron-trou et qui contient un paramètre de variation  $\lambda$ .

$$|\mathbf{p}\rangle = \sum_p \mathfrak{C}_{p,\mathbf{p}} |p \phi_p(\rho, \lambda_p)\rangle, \quad (2.33)$$

$$H_{ex}|\mathbf{p}\rangle = E_{\mathbf{p}}^X |\mathbf{p}\rangle. \quad (2.34)$$

Les excitons qui normalement montrent la plus grande force l'oscillateur sont ceux de symétrie 1S. Ce sont les seuls que nous incluons dans notre modélisation. Nous écrivons la fonction  $\phi_p(\rho)$  pour qu'elle décrive cet type de symétrie.

$$\phi_p(\rho) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\lambda_p} \exp\left(\frac{\rho}{2\lambda_p}\right). \quad (2.35)$$

$|p \phi_p(\rho)\rangle$  n'a pas aucune dépendance angulaire, et l'hamiltonien à utiliser devient donc

$$H_{ex} = -\frac{\hbar^2}{2\mu^*} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} + H_0(z_c, z_v) - \frac{1}{\kappa} \frac{e^2}{\sqrt{\rho^2 + |z_c - z_v|^2}}. \quad (2.36)$$

$H_0(z_c, z_v)$  est la partie longitudinale de l'hamiltonien des transitions bande-à-bande (cf. équation 2.22) dont les éléments de matrice sont diagonaux sur la base  $|p\rangle$  et s'écrivent  $\langle p' | H_0(z_c, z_v) | p \rangle = p \hbar \omega_B \delta_{p,p'}$ .

Les  $\lambda_p$  sont maintenant déterminés à partir de l'approximation diagonale où  $\mathfrak{C}_{p,\mathbf{p}} \equiv \delta_{p,\mathbf{p}}$ . Cette approximation correspond à la situation de champ électrique fort où chaque exciton est associé à une unique transition bande-à-bande et ne correspond plus à un état délocalisé le long du super-réseau

$$|\mathbf{p}\rangle \rightarrow |p \phi_p(\rho)\rangle. \quad (2.37)$$

Les valeurs d'énergie  $E_p^{diag}$  obtenues de la résolution de l'équation de Schrödinger dépendent chacune du paramètre de variation  $\lambda_p$ . Les paires  $(E_p^{diag}, \lambda_p)$  sont fixées au moyen de la variation de  $\lambda_p$  jusqu'à trouver la valeur minimale de  $E_p^{diag}$ . À ce stade du calcul, les énergies et les paramètres de variations sont distribués de façon

symétrique autour de  $p = 0$ .

Une fois l'ensemble de valeur  $\lambda_p$  a été déterminé à l'aide de l'approximation diagonale, nous calculons tous les éléments de matrice de  $H_{ex}$  dans la base de  $|p \phi_p(\rho)\rangle$  et ses valeurs propres  $E_p^X$  sont enfin obtenues par diagonalisation.

Sur les figures (2.12) et (2.13), on présente les énergies de liaison  $E_p^\ell$  les plus significatives pour les échantillons S1 et S2 respectivement. Ces valeurs sont déterminées à partir de la soustraction des énergies de l'échelle de Wannier-Stark  $\mathbf{p}\hbar\omega_B$  des valeurs propres de  $H_{ex}$  :

$$E_p^\ell = E_p^X - \mathbf{p}\hbar\omega_B. \quad (2.38)$$

Les énergies ne sont plus distribuées symétriquement autour de la transition fondamentale  $\mathbf{p} = 0$  comme c'était le cas de  $E_p^{diag}$  à l'approximation diagonale. Elles oscillent à champ électrique faible, quand les états excitoniques sont plus délocalisés et interagissent plus fortement entre eux. Lorsque le champ de polarisation est augmenté, les énergies convergent vers une valeur constante où l'approximation diagonale devient exacte. Cette convergence a lieu à des valeurs beaucoup plus faibles pour l'échantillon S2 dû à la différence du rapport  $\Delta_{cv}/d$  entre les deux échantillons, qui occasionne que la localisation des états, par rapport à  $F$ , soit plus rapide en S2 qu'en S1, tout comme il a été expliqué plus haut pour les transition bande-à-bande (cf. figures 2.9 et 2.10). À champ électrique intermédiaire, les excitons indexés par des valeurs négatives de  $\mathbf{p}$  sont plus liés et les énergies de liaison présentent une asymétrie typiquement excitonique. Le comportement que nous obtenons est donc comparable aussi bien quantitativement que qualitativement au comportement des transition excitoniques déjà rapportées dans la littérature (voir par exemple [53, 54, 56, 57]).

Ayant résolu le problème de valeurs propres de  $H_{ex}$ , on peut passer au calcul des coefficients dépendants du temps  $C_p^X(t)$ . On utilise, tout comme dans le cas des transitions bande-à-bande, l'approximation au premier ordre de la théorie des perturbations dépendante du temps, qui donne :

$$C_p^X \simeq \frac{-e\mathbb{P}_{cv}}{m_0 E_G} \left[ \sum_p \mathbf{e}_{p,\mathbf{p}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\lambda_p} J_p \left( -\frac{2}{f_{cv}} \right) \right] \int_{-\infty}^t dt' E(t') \exp [i\omega_p^X t'], \quad (2.39)$$

ou

$$\omega_p^X = \frac{E_p^X}{\hbar} \quad (2.40)$$

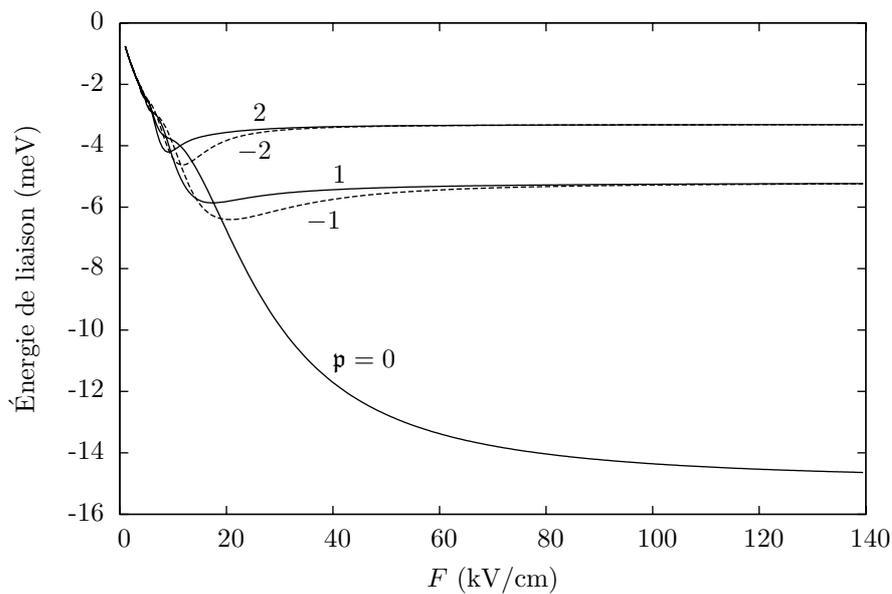


FIG. 2.12 – Énergies de liaison des transitions excitoniques centrales pour l'échantillon S1 à différents champs de polarisation  $F$ .

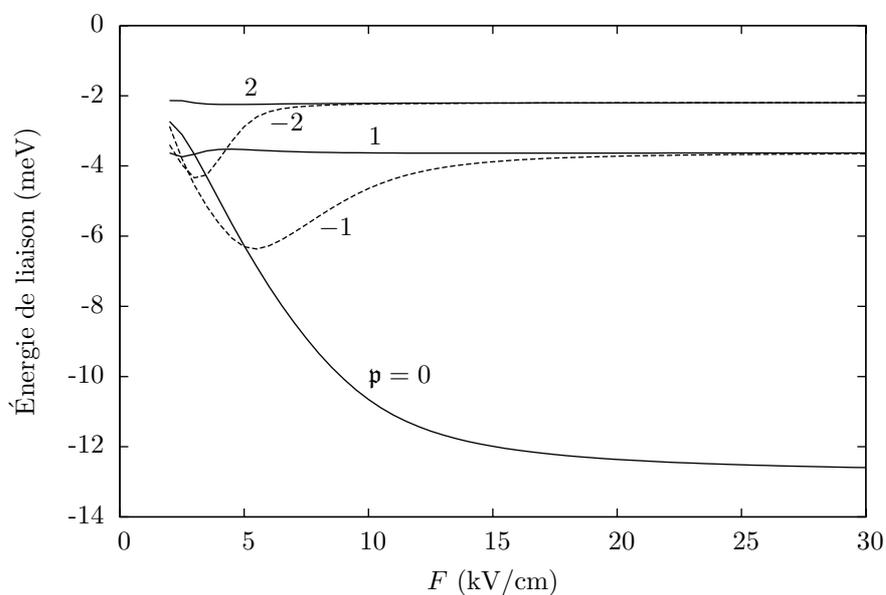


FIG. 2.13 – Énergies de liaison des transitions excitoniques centrales pour l'échantillon S2 à différents champs de polarisation  $F$ .

### Force d'oscillateur

L'élément de matrice qui détermine la transition entre l'état initial  $|\psi_i\rangle$  et un état excité  $|\psi_f\rangle$  s'écrit

$$p_{if} = \langle \psi_f | \varepsilon \cdot \vec{p} | \psi_i \rangle, \quad (2.41)$$

et la probabilité de la transition est normalement exprimée en termes d'un paramètre sans dimension connu sous le nom de force d'oscillateur

$$f_{if} \propto |p_{if}|^2. \quad (2.42)$$

Il est donc plus intéressant de représenter l'absorption due aux transitions excitoniques par la variation de la force d'oscillateur, en fonction du champ  $F$  appliqué, de chacune des transitions  $|\emptyset\rangle \rightarrow |\mathbf{p}\rangle$

$$\begin{aligned} f_{\emptyset\mathbf{p}} &\propto |\langle \emptyset | \varepsilon \cdot \vec{p} | \mathbf{p} \rangle|^2, \\ &= |\mathbb{P}_{cv}|^2 \left| \sum_p \mathbf{e}_{p,\mathbf{p}} \phi_{p'}(0) J_p \left( -\frac{2}{f_{cv}} \right) \right|^2. \end{aligned} \quad (2.43)$$

Les résultats des calculs de la force d'oscillateur sont présentés sur les figures (2.14) et (2.15) respectivement. Dans les deux cas, à fort champ électrique, la seule absorption qui reste est celle de la transition centrale, tandis qu'à champ électrique faible, l'absorption est distribuée entre les différentes transitions obliques. Pour l'échantillon S2 (Fig. 2.15), les transitions positives sont pratiquement négligeables pour toute la gamme de  $F$  que nous avons utilisée. Pour l'échantillon S1 (Fig. 2.14), la convergence de la force d'oscillateur a lieu, tout comme pour l'énergie de liaison, à champ électrique plus fort que dans le cas de S1. À champ électrique plus faibles, l'absorption de la lumière est plus répartie entre les transitions obliques, comme nous le montrons sur la figure insérée dans la figure (Fig. 2.14). De même, plus des transitions excitoniques interviendront dans les expériences de pompage optique.

## 2.4 Conclusion

Nous avons modélisé le processus d'injection optique de porteurs dans un super-réseau de semi-conducteur. Pour cela, nous considérons que dans l'état initial tous les électrons se trouvent dans la bande de valence. Pour les états excités, nous consi-

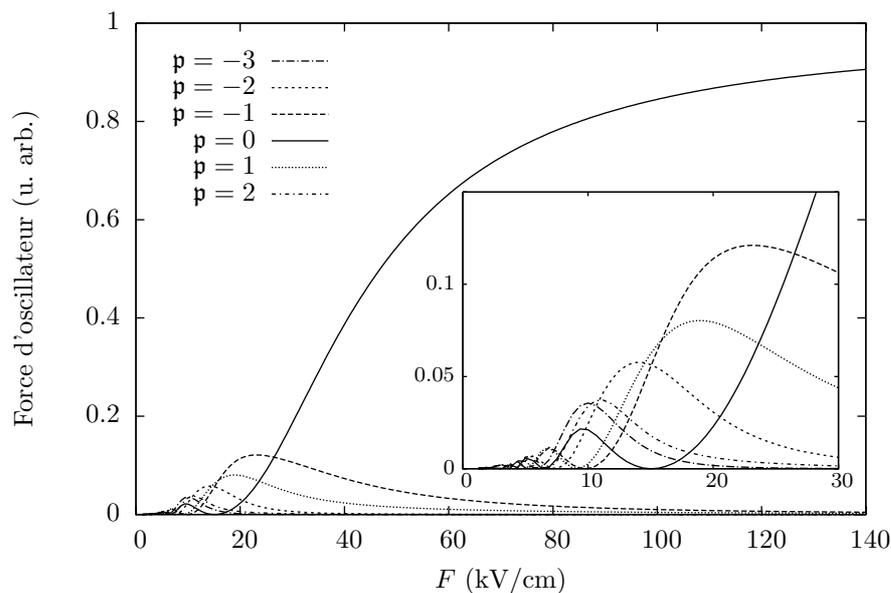


FIG. 2.14 – Variation de la force d'oscillateur en fonction du champ électrique appliqué pour l'échantillon S1. La figure insérée correspond à une amplification des résultats pour  $F$  entre 0 et 30 kV/cm

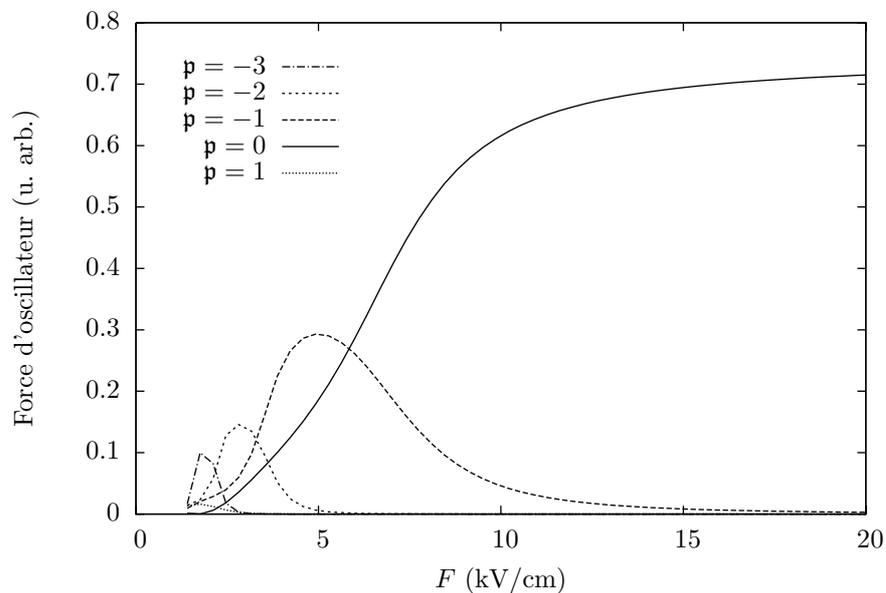


FIG. 2.15 – Variation de la force d'oscillateur en fonction du champ électrique appliqué pour l'échantillon S2. Les transitions excitoniques qui interviennent les plus en l'absorption de la lumière sont ceux avec  $p \leq 0$ .

dérons toutes les paires électron-trous, créées au moyen d'une excitation optique pulsée. Ces paires peuvent bien être liées ou dissociées. Dans le cas des paires dissociées, l'absorption est modélisée dans un espace tridimensionnel qui tient compte de l'aspect quasi-continuum des ces transition bande-à-bande. Dans le cas de paires liées, l'interaction coulombien oblige à modéliser le système dans un espace unidimensionnelle. Nous avons appliqué le modèle à deux structures réelles et les résultats numériques montrent des comportements réalistes.

# Chapitre 3

## Courants THz dans les super-réseaux de semi-conducteur

Le courant électronique moyen dans les super-réseaux peut être calculé à l'aide de la valeur moyenne de l'opérateur impulsion. Pour une excitation optique pulsée, le courant présente des composantes oscillatoires en temps dont une est liée aux oscillations de Bloch. Concernant l'émission associée au mouvement des porteurs, celle-ci est liée à la dérivée temporelle du courant. La transformée de Fourier de la dérivée temporelle correspond donc au spectre de la lumière émise par le super-réseau. Ces opérations sont possibles une fois que l'état général du système a été déterminé.

### 3.1 Oscillations de courant

Le courant dû à l'impulsion optique à l'intérieur du super-réseau est associé à la valeur moyenne de l'opérateur impulsion  $\hat{p}_z$  :

$$j_z(t) = -\frac{e}{m_o} \langle \hat{p}_z \rangle. \quad (3.1)$$

Pour le calcul de  $j_z$ , nous utilisons simultanément l'état général des transitions bande-à-bande et excitonique (cf. sous-sections 2.3.1 et 2.3.2) pour ainsi former l'état général complet :

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle = & C_0(t)e^{-i\omega_0 t} |\emptyset\rangle + N \sum_{p, k_\perp} C_{p, k_\perp}(t) e^{-i\omega_{p, k_\perp} t} |p, k_\perp\rangle \\ & + N \sum_{\mathbf{p}} C_{\mathbf{p}}^X(t) e^{-i\omega_{\mathbf{p}}^X t} |\mathbf{p}\rangle, \end{aligned} \quad (3.2)$$

qui aurait pu également être écrit en termes d'un seul indice  $n$  et une constante  $C_n$ , laquelle serait égale à  $\sum_{k_\perp} C_{n,k_\perp}(t)e^{-i\omega_{k_\perp} t}$  où  $C_n^X(t)$  dépendent si l'état excité est bande-à-bande ou excitonique, respectivement.

Le calcul de  $j_z(t)$ , avec les constantes définies par les équations (2.25) et (2.39), donne comme résultat trois types de courant différents : Un lié aux transitions inter-bandes, que nous ignorons car sa fréquence d'oscillation correspond à l'infrarouge et son émission n'est donc pas détectée dans les expériences de THz. Les deux autres composantes sont des courants intra-bande, un dans la bande de conduction et l'autre dans la bande de valence. Étant donné que les fonctions d'onde dans la bande de valence sont beaucoup plus localisées que les fonctions d'onde dans la bande de conduction, le courant dans la bande de valence est négligeable par rapport au courant dans la bande de conduction. Pour cette raison, nous ne garderons que le courant intra-bande dans la bande de conduction.

L'état général  $|\Psi(t)\rangle$  est la somme de deux ensembles d'états excités (de Wannier-Stark où excitoniques); cela implique que  $j_z(t)$  soit composé de trois termes dont deux liés uniquement à chacun des ensembles d'états. Nous désignons ces courants sous les noms de courant excitonique  $j_X(t)$  et courant de Bloch  $j_{Bloch}(t)$  pour la composante qui englobe seulement les états de Wannier-Stark. Le dernier terme mélange tous les états excités et contribue par un courant mixte  $j_M(t)$  au courant total qui oscille entre les états liés et les états dissociés.

$$j_z(t) = j_{Bloch}(t) + j_X(t) + j_M(t). \quad (3.3)$$

Les constantes  $C_{p,k_\perp}(t)$  et  $C_p^X(t)$  gardent les informations du processus d'injection de porteurs, en particulier les caractéristiques du pompage optique. Cependant, elles prennent une valeur asymptotique une fois que le processus d'injection est fini. Pour une durée  $\tau_L$  typique d'injection optique, le temps de convergence  $t \gg \tau_L$  (cf. figure 2.8) est de toute façon plus petit que la période des oscillation de courant ( $\approx 05ps$ ). Nous utilisons donc ces constantes dans leurs formes asymptotiques  $C_{p,k_\perp}(t \gg \tau_L)$  et  $C_p^X(t \gg \tau_L)$  pour faire le calcul de  $j_z$ .

Nous pouvons conclure à ce point que les oscillations de charge ne dépendent pas uniquement des propriétés structurelles du super-réseau, mais qu'elles dépendent aussi fortement de la façon dont la densité de porteurs est générée. Dans le cas d'excitation optique, les caractéristiques du pulse dominant fortement la dynamique de porteurs surtout pour les temps comparables au passage du pulse. De plus, l'excitation optique rend nécessaire l'inclusion dans les modélisations de la bande de valence

TAB. 3.1 – Largeurs de mini-bande du super-réseau de test GaAs(6 nm)/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As(4 nm) pour différentes valeurs de x.

$x$	$\Delta_c$ (meV)	$\Delta_v$ (meV)	$\Delta_{cv}$ (meV)
0.1	31.47	2.50	33.97
0.2	23.50	0.83	24.33
0.3	16.27	0.33	16.60
1	11.32	0.01	11.33

et du couplage coulombien résultant entre les particules photo-crées.

Les oscillations de courant ne sont donc pas monochromatiques, comme nous le montrerons explicitement ci-dessous, car elles englobent différents types d'états excités dont les valeurs d'énergies (cf. Fig. 2.12 et 2.13) conduisent à différentes fréquences d'oscillation. Tout cela fait qu'une description semi-classique [58–61] demeure incapable de rendre compte de tous les facteurs qui influent sur la dynamique du courant dans les super-réseaux.

Les effets excitoniques ont été déjà mentionnés dans quelques publications expérimentales [23–26, 62, 63]. Du côté théorique, les oscillations de courant ont été traitées en considérant simultanément les états excitoniques et les états non liés [64, 65]. Nous proposons ici une méthode plus claire qui traite simultanément les états liés et les états du continuum dans une base tridimensionnelle. De plus, notre modélisation permet d'étudier séparément les différentes dépendances qui modifient les oscillations de courant de Bloch et excitoniques sans faire appel à des procédures numériques trop lourdes.

Afin d'étudier le comportement de  $j_z$  selon les différents paramètres qui le définissent, nous avons modélisé un super-réseau test (ST) composé de couches GaAs(6 nm)/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As(4 nm). Les résultats expérimentaux des échantillons S1 et S2 seront utilisés plus tard pour faire des comparaisons entre l'émission mesurée et l'émission calculée. La périodicité spatiale du super-réseau test a été choisie pour faciliter la conversion entre l'énergie de Bloch et le champ appliqué (la valeur numérique de l'énergie de Bloch en meV sera la même valeur numérique du champ  $F$  en kV/cm) et pour obtenir des largeurs de mini-bande assez variées. Dans le tableau (3.1) nous listons, pour des différentes valeurs de x, les largeurs de mini-bande qui nous utiliserons.

### 3.1.1 Courant de Bloch

La composante de courant qui englobe uniquement les états de Wannier-Stark correspond aux oscillations de Bloch. Ce courant ( $j_{Bloch}(t)$ ) oscille à la fréquence de Bloch  $\omega_B = eFd/\hbar$  et s'écrit dans la limite des temps longs :

$$j_{Bloch}(t) = A_B \sin(\omega_B t), \quad (3.4)$$

$$A_B = A_0 e^{-\left(\frac{1}{2}\omega_B \tau_L\right)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\tau}{\tau} \exp\left[-\left(\frac{\tau}{2\tau_L}\right)^2\right] \cos\left(\frac{\delta_L}{\hbar}\tau\right) J_1\left[2Z_{cv} \sin\left(\frac{1}{2}\omega_B \tau\right)\right],$$

où  $Z_{cv} = -2/f_{cv}$  et  $A_0$  est une constante proportionnelle à  $\mathcal{T}_0$  (cf. équation 2.28) et à  $\langle \varphi_{loc}(z) | \hat{p}_z | \varphi_{loc}(z-d) \rangle$ . L'amplitude des oscillations de Bloch  $A_B$  dépend des différents paramètres de l'excitation et du super-réseau ( $\tau_L, \delta_L, \omega_B, f_{cv}$ ).

#### Dépendance en $\omega_B$ et $f_{cv}$

La fréquence d'oscillation dépend de manière linéaire du champ appliqué ( $\hbar\omega_B = eFd$ ). Une variation de  $\omega_B$  implique donc une variation proportionnelle de l'intensité de  $F$ . Le champ effectif  $f_{cv}$  a le même type de dépendance que  $\omega_B$ , mais modulé par la somme des largeurs de mini-bande ( $f_{cv} = 4\omega_B/\Delta_{cv}$ ). On note que la périodicité  $d$  affecte la fréquence de Bloch et  $\Delta_{cv}$  affecte le champ effectif; ces deux paramètres sont caractéristiques de la géométrie du super-réseau et ne peuvent pas être altérés.

Une fréquence de Bloch élevée conduit à un fort champ effectif. Dans ces conditions, les fonctions d'onde seront fortement localisées et l'intégrale de recouvrement entre états excités prendra des valeurs petites. Le courant se verra ainsi fortement amorti par la limitation du couplage entre états excités. Sur la figure (3.1), on montre l'occurrence de ce phénomène pour le super-réseau test dans deux régions différentes. D'un côté, l'amplitude du courant décroît lorsque  $\omega_B$  ( $F$ ) augmente. D'un autre côté,  $A_B$  est d'autant plus petite que les mini-bandes sont étroites, ce qui conduit à des variations plus rapides de  $f_{cv}$  en fonction du champ appliqué.

Le maximum de la courbe de l'amplitude se trouve à  $\omega_B = 0$ . Cependant, quand  $\omega_B$  tend vers zéro,  $\sin(\omega_B t)$  tend vers  $\omega_B t$  et le courant perd ainsi son caractère oscillatoire et devient

$$\lim_{\omega_B \rightarrow 0} j_{Bloch}(t) = A_B \cdot \omega_B t. \quad (3.5)$$

Dans la pratique, les oscillations de courant ne peuvent être observées, comme il a été mentionné dans le chapitre (1), que lorsque  $\pi/\omega_B$  est comparable au temps de

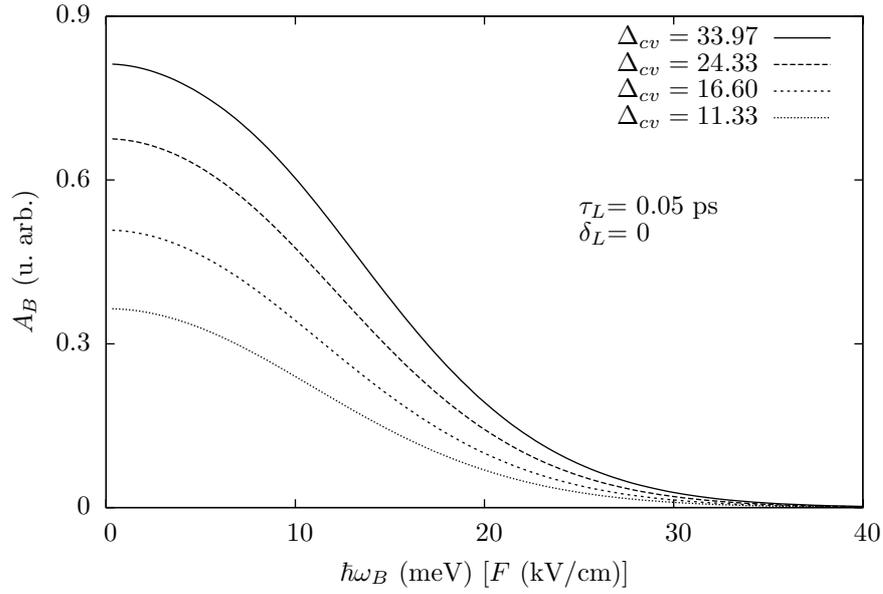


FIG. 3.1 – Amplitude  $A_B$  du courant de Bloch pour SP (GaAs(6 nm)/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As(4 nm)). Les valeurs de  $\Delta_{cv}$  sont exprimées en meV. L'énergie d'excitation a été fixée en  $\delta_L = 0$ , et la durée de pulse optique est de 0.05 ps.

décohérence du super-réseau, typiquement de l'ordre de 3 ps soit  $\hbar\omega_B$  de l'ordre de 1.4 meV sur la figure (3.1).

### Dépendance en la durée ( $\tau_L$ ) de l'excitation

Sur la figure (3.2) nous présentons le comportement de  $A_B$  en fonction de la durée de l'impulsion optique  $\tau_L$  pour ST à trois champs différents. Le type de ligne de chacune de courbes a été choisi en accord avec les courbes de la figure (3.1). Le comportement général est le même dans tous les cas : La courbe de l'amplitude croît de façon linéaire près de  $\tau_L = 0$ , ensuite sa croissance se réduit jusqu'à que la courbe atteigne un maximum et finalement elle décroît lentement en regard de la dynamique de sa croissance. Les courbes convergent vers zéro autour de la même valeur de  $\tau_L$  pour chaque champ électrique (0.15 ps pour la figure 3.2b et 0.3 ps pour la figure 3.2c).

On voit bien sur la figure (3.2) les effets de  $f_{cv}$  sur l'amplitude qui ont été expliqués dans la sous-section précédente. Cependant, on peut y noter qu'il existe un rapport additionnel entre  $\tau_L$  et  $F$  (où  $\hbar\omega_B$ ) qui est d'une certaine manière indépendant de  $f_{cv}$ . Lorsque le champ électrique augmente, les courbes deviennent de plus en plus étroites et leur amplitude diminue. La diminution de l'amplitude est en accord

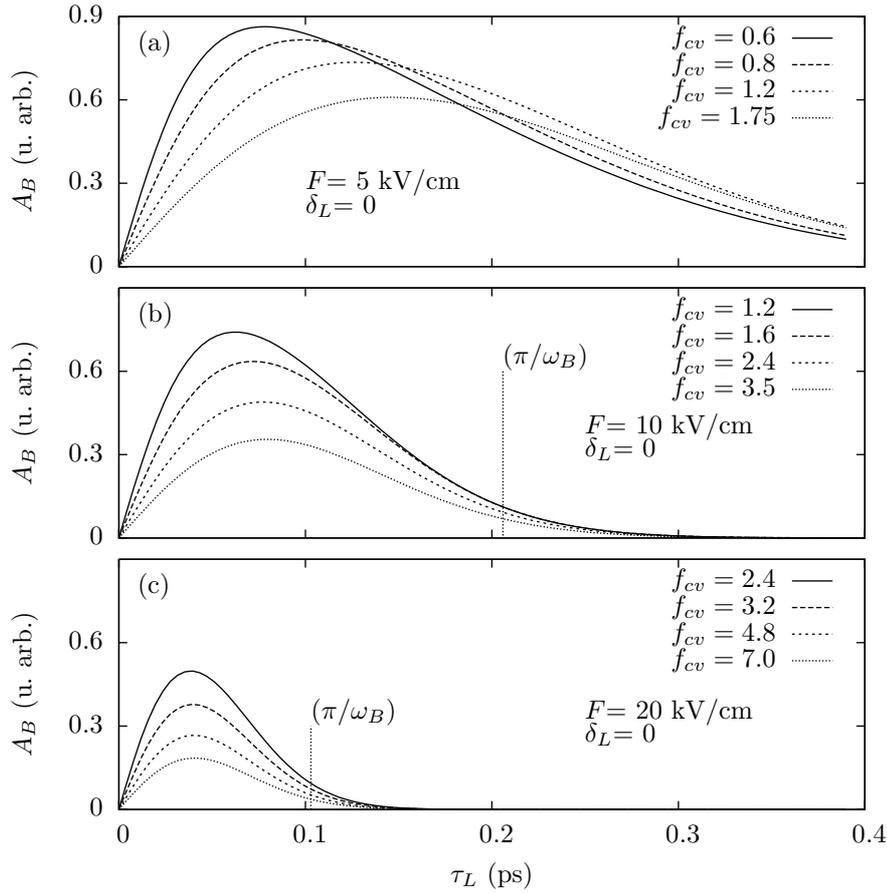


FIG. 3.2 – Variation de l’amplitude du courant de Bloch en fonction de la durée  $\tau_L$  de l’excitation optique à différents champs de polarisation  $F$ . Le type de ligne qui désigne les différentes valeurs de  $f_{cv}$  indique aussi les courbes qui correspondent à celles présentées sur la figure (3.1). Pour (a),  $\pi/\omega_B$  est située à 4.1 ps. L’énergie d’excitation a été fixée en  $\delta_L = 0$  dans tous le cas.

avec la variation de  $f_{cv}$ , car à plus grand champ électrique,  $f_{cv}$  sera aussi plus grand et l'amplitude doit diminuer. Par contre, à  $F = 5$  kV/cm et à  $F = 10$  kV/cm on trouve des courbes à  $f_{cv} = 1.2$  dans le deux cas (courbes à traits courts et continu sur les figs. 3.2a et 3.2b respectivement), mais la courbe à  $F = 10$  kV/cm est plus étroite. Le même effet est observé entre les résultats à  $F = 10$  kV/cm et  $F = 20$  kV/cm (fig. 3.2c) pour  $f_{cv} = 2.4$ . La raison de ce comportement est que l'injection de porteurs est faite pendant toute la durée de l'excitation (cf. fig. 2.8), et si la fréquence d'oscillation est assez élevée pour qu'une partie de la densité de porteurs accomplisse un demi-cycle avant la fin de l'excitation, il y aura des contributions au courant avec des phases opposées entre les porteur injectés au debut et à la fin de l'excitation. On a indiqué sur les figures (3.2a) et (3.2b) la durée correspondante d'un demi-cycle ( $\pi/\omega_B$ ), pour la figure (3.2b) cela a lieu à 4.1 ps.

La durée du pulse optique limite aussi le courant de Bloch.  $\tau_L$  doit être tel que l'excitation simultanée de plusieurs états se fasse de façon efficace. Si  $\tau_L$  est trop grand, on se rapprochera du régime continu pour lequel les oscillations de charge sont très limitées car on peut exciter qu'un état à la fois.

### Dépendance en $\delta_L$

L'amplitude du courant décrit une courbe symétrique avec un maximum en  $\delta_L = 0$  (Fig. 3.3). Ce comportement contraste avec celui de la densité de porteurs (cf. figures 2.9 et 2.10), qui augmente lorsque l'énergie d'excitation croît. L'augmentation de la population de porteurs conduit à une augmentation du courant seulement si l'énergie d'excitation est au-dessous de la transition centrale. Lorsque l'énergie d'excitation se rapproche et dépasse  $\delta_L = 0$ , la densité de porteurs augmente, mais leur contribution au courant est faite en anti-phase par rapport au courant déjà établi, ce qui a pour résultat l'occurrence d'interférences destructives qui conduisent à un amortissement du courant moyen.

Il y a deux facteurs qui définissent la largeur de la courbe de l'amplitude en fonction de  $\delta_L$ . Le premier est que les fonctions d'onde s'étendent jusqu'à  $2/f_{cv}$  périodes du site que lui corresponde. D'un autre côté, on a l'extension de l'excitation en énergie  $\hbar/\tau_L$ , qui porte donc  $(\hbar/\tau_L)/\hbar\omega_B$  états de chaque côté du centre de l'excitation. En conclusion, avec une excitation pulsée de durée  $\tau_L$ , on peut atteindre des états

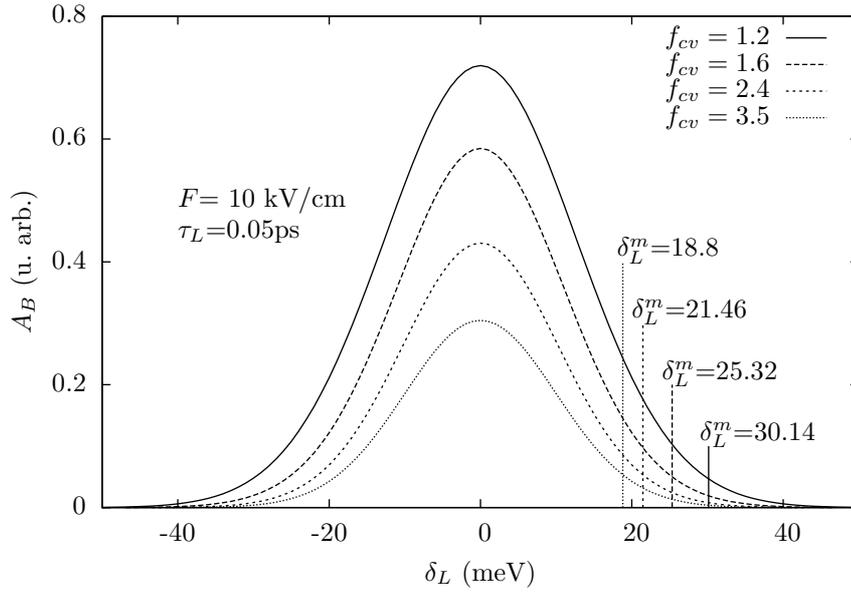


FIG. 3.3 – Amplitude du courant en fonction de l'énergie d'excitation mesurée avec le paramètre d'ajustement  $\delta_L$ . Le type de ligne qui désigne les différentes valeurs de  $f_{cv}$  indique aussi les  $\Delta_{cv}$  sur la figure (3.1). Pour chacune des courbes la valeur de  $\delta_L^m$  est indiquée avec le même type de ligne.

jusqu'à un maximum d'énergie  $\delta_L^m$ , mesurée de l'excitation centrale, donnée par :

$$\begin{aligned}
 \delta_L^m &= \left( \frac{2}{f_{cv}} + \frac{\hbar/\tau_L}{\hbar\omega_B} \right) \hbar\omega_B, \\
 &= \left( \frac{\Delta_{cv}}{2\hbar\omega_B} + \frac{1}{\tau_L\omega_B} \right) \hbar\omega_B, \\
 &= \frac{\Delta_{cv}}{2} + \frac{\hbar}{\tau_L}.
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Sur la figure (3.3), on a indiqué la position de chaque  $\delta_L^m$  avec le même type de ligne que la courbe qui lui correspond. Si l'énergie centrale de l'excitation correspond à un  $\delta_L$  inférieur à  $-\delta_L^m$ , aucun état excité ne sera atteint et il n'y aura pas d'injection de porteurs. Par contre, si le paramètre d'ajustement dépasse  $\delta_L^m$  tous les états excitables seront déjà atteints et les interférences destructives entre les composantes au courant total sera maximale.

Une dernière caractéristique à remarquer ici est l'importance de l'inclusion de la nature tridimensionnelle des états du continuum. Si l'on considère les états de Wannier-Stark comme une distribution périodique d'états arrangés le long d'une dimension sans tenir compte du mouvement perpendiculaire, la dynamique des por-

teurs serait décrite par une courbe en S qui s'annule à  $\delta_L = 0$ . En  $\delta_L = 0$  le courant s'annule à cause de l'excitation d'un mode de respiration (*Breathing modes*) pour lequel tous les courants s'annulent simultanément [64].

### 3.1.2 Courants excitoniques

La contribution au courant des états excitoniques  $j_X(t)$  est constituée de la somme de oscillations de charge ( $j_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^X(t)$ ) entre chacune des paires d'excitons que l'on peut former entre les différents états excités liés. La fréquence de chacune de ces oscillations de charge est différente et correspond à la différence d'énergie entre les excitons qui forment la paire :

$$\begin{aligned} j_X(t) &= \sum_{\mathbf{p},\mathbf{p}'>\mathbf{p}} j_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^X(t), \\ &= \sum_{\mathbf{p},\mathbf{p}'>\mathbf{p}} A_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^X \cdot \sin(\omega_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^X t), \end{aligned} \quad (3.7)$$

où (cf. Eq. 2.31)

$$\hbar\omega_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^X = \hbar(\omega_{\mathbf{p}}^X - \omega_{\mathbf{p}'}^X), \quad (3.8)$$

Le coefficient  $A_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^X$  dans la limite asymptotique  $t \gg \tau_L$  s'écrit :

$$A_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^X = -A_0 \frac{2\hbar\tau_L\pi^{\frac{5}{2}}}{\mu_{cv}^*} \mathfrak{R}_{\mathbf{p},\mathbf{p}'} \mathfrak{N}_{\mathbf{p},\mathbf{p}'} \exp\left[-\left(\frac{1}{2}\omega_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^X\tau_L\right)^2\right] \exp\left[-\left(\frac{1}{\hbar}\bar{\delta}_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}\tau_L\right)^2\right], \quad (3.9)$$

où  $A_0$  est la même constante qui apparaît dans l'équation (3.4) et

$$\mathfrak{R}_{\mathbf{p},\mathbf{p}'} = \sum_{\mathbf{p}} \left[ \mathbf{e}_{\mathbf{p}\mathbf{p}} \phi_{\mathbf{p}}(0) J_{\mathbf{p}} \left( -\frac{2}{f_{cv}} \right) \right] \sum_{\mathbf{p}'} \left[ \mathbf{e}_{\mathbf{p}'\mathbf{p}'} \phi_{\mathbf{p}'}(0) J_{\mathbf{p}'} \left( -\frac{2}{f_{cv}} \right) \right]^*, \quad (3.10)$$

$$\mathfrak{N}_{\mathbf{p},\mathbf{p}'} = \sum_{\mathbf{p}} [\mathbf{e}_{\mathbf{p}+1\mathbf{p}'} \mathbf{e}_{\mathbf{p}\mathbf{p}}^* - \mathbf{e}_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} \mathbf{e}_{\mathbf{p}+1\mathbf{p}}^*] \frac{4\phi_{\mathbf{p}+1}(0)\phi_{\mathbf{p}}(0)}{(\phi_{\mathbf{p}+1}(0) + \phi_{\mathbf{p}}(0))^2}, \quad (3.11)$$

$$\bar{\delta}_{\mathbf{p},\mathbf{p}'} = \frac{\hbar}{2} [\omega_{\mathbf{p}}^X + \omega_{\mathbf{p}'}^X] - \delta_L. \quad (3.12)$$

On trouve donc que le coefficient  $A_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^X$  dépend des mêmes facteurs que l'amplitude des oscillations de Bloch.

Il faut remarquer que chaque contribution au courant porte sur le couplage entre deux états excitoniques différents et non sur le mouvement relatif entre l'électron et le trou qui forment un exciton unique où le mouvement de leur centre de masse.

D'ailleurs, la densité de charge positive de tous les excitons dans le super-réseau est fortement localisée autour d'un seul puits quantique dans la bande de valence, par contre, la densité de charge négative est délocalisée et peut s'étendre le long de plusieurs puits dans la bande de conduction. C'est donc le recouvrement entre ces distributions électroniques dans la bande de conduction qui engendre les oscillations de courant excitonique qui nous présentons.

### Dépendance en $\delta_L$

L'effet de l'énergie d'excitation est plus clair que dans le cas des oscillations de Bloch. Elle rentre dans  $A_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^X$  au moyen de  $\delta_L$  corrigé par le paramètre  $\bar{\delta}_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}$ , comme l'indique l'équation (3.12).  $\bar{\delta}_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}$  est équivalent à une nouvelle mesure de l'énergie d'excitation, cette fois-ci, à partir de l'énergie moyenne entre les deux états excitoniques  $\mathbf{p}$  et  $\mathbf{p}'$  concernés dans  $A_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^X$ .

La partie de l'équation (3.9) qui concerne  $\bar{\delta}_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}$  est une fonction gaussienne. L'amplitude de chacun des courants excitoniques  $j_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^X$  est donc maximale quand l'énergie d'excitation est égale à l'énergie moyenne entre les états  $\mathbf{p}$  et  $\mathbf{p}'$ , tel que  $\bar{\delta}_{\mathbf{p},\mathbf{p}'} = 0$  (cf. Eq. 3.12).

Sur la figure (3.4), nous présentons la variation de l'amplitude du courant en fonction de  $\delta_L$  à  $F = 10$  kV/cm, où nous avons limité les calculs au couplage entre premiers voisins ( $\mathbf{p}, \mathbf{p} + 1$ ). Le couplage entre états excités plus éloignés sont possibles, mais néanmoins moins importants. Les maximums d'amplitude sont tous à des énergies différentes, comme attendu, et ils se trouvent surtout à des valeurs négatives de  $\delta_L$  car les états liés ont des énergies plus basses que les transitions bande-à-bande. Les contributions excitoniques sont plus nombreuses en situation de mini-bandes étroites car, dans ce cas, le super-réseau se trouve plus proche du régime de champ fort où la seule absorption excitonique qui reste est l'absorption fondamentale. Ce résultat est en accord avec la description faite sur la force d'oscillateur dans la sous-section (2.3.2), où l'on a montré que pour l'échantillon S2 les valeurs de force d'oscillateur convergent plus rapidement que pour l'échantillon S1 lors de l'augmentation du champ appliqué.

L'amplitude sur la figure (3.4) a été calculée avec la même constante  $A_0$  que l'amplitude de Bloch. On peut donc faire une comparaison directe entre elles. Par rapport à la figure (3.3), on y voit que l'amplitude des contributions excitoniques est plus grande que celle du courant Bloch dans le cas de mini-bandes étroites. La différence entre les amplitudes excitoniques et de Bloch est moindre dans le cas de mini-bandes larges.

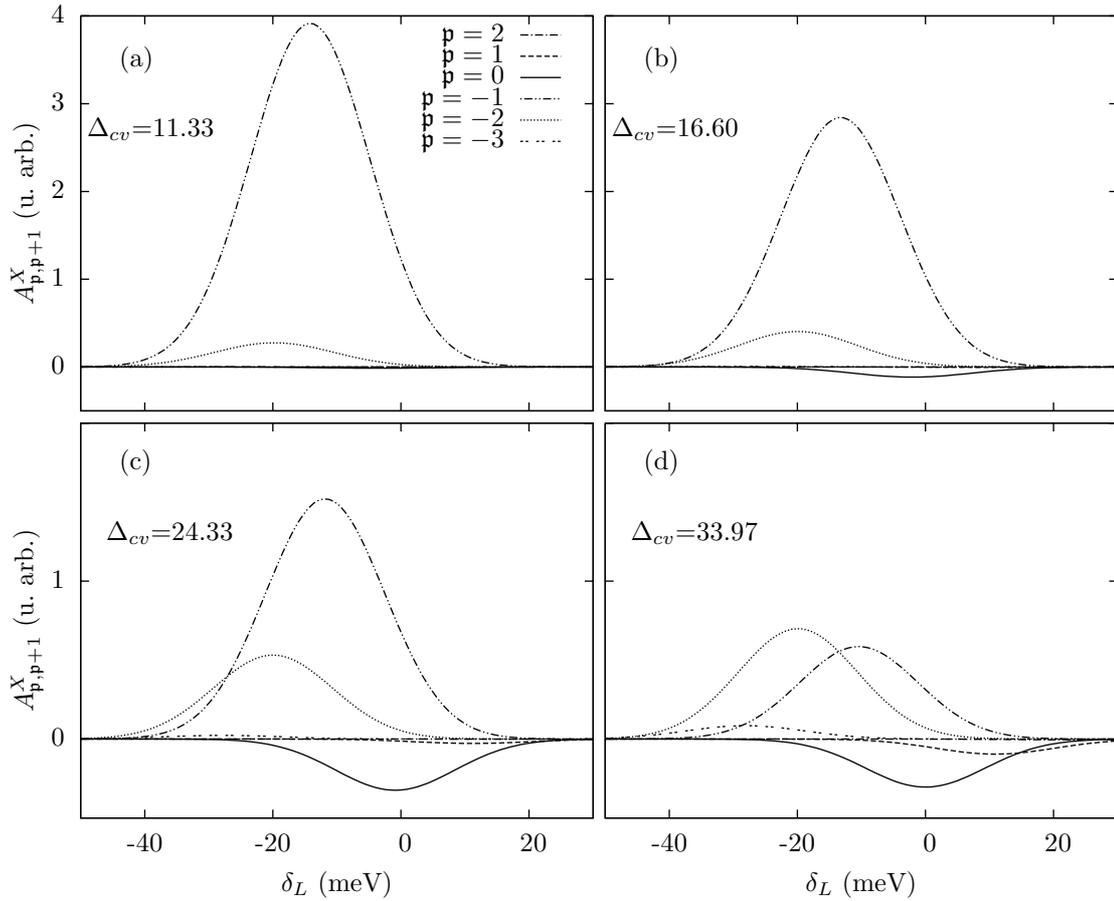


FIG. 3.4 – Amplitude des courants excitoniques en fonction du paramètre d’ajuste-  
ment  $\delta_L$ . Chaque composante est maximale quand l’énergie d’excitation est égale à  
l’énergie moyenne entre les deux états excitoniques concernés. La valeur du champ  
électrique est de  $F = 10$  kV/cm et la largeur de l’excitation  $\tau_L = 0.05$  ps.

La présence de courant négatifs appuie l'affirmation que l'on a faite dans la section des oscillations de Bloch concernant les interférences destructives de courant qui finissent par amortir totalement le courant. On voit, principalement, sur les figures (3.4c) et (3.4d) que les courants qui viennent des paires  $[\mathbf{p}, \mathbf{p} + 1]$  où  $\mathbf{p} \geq 0$  sont négatifs, tandis que pour  $\mathbf{p} \leq 0$  les courants sont positifs. La différence entre le courant de Bloch et les courants excitoniques est que pour une énergie d'excitation donnée, tous les états du bande-à-bande en-dessous de cette énergie seront atteints grâce à la dispersion dans le plan. Par contre, dans le cas des excitons, seules les transitions verticales sont permises, et l'on peut donc obtenir éventuellement un courant excitonique net négatif ou positif. Par exemple, sur la figure (3.4d), à  $\delta_L = -30$  meV on aura clairement un courant positif, tandis qu'à  $\delta_L = 15$  meV le courant sera du signe opposé. Ce changement de phase du courant peut devenir un paramètre important du fonctionnement des super-réseaux comme amplificateur ou émetteur de lumière THz.

### Dépendance en $F$

Le premier aspect qu'il faut remarquer concernant la dépendance en champ électrique est que la fréquence d'oscillation ne suit plus une relation linéaire avec le champ appliqué, comme c'était le cas de la fréquence de Bloch. La fréquence des oscillations excitoniques correspond à la différence en énergie de chaque paire d'excitons. Elle doit pour cela présenter des variations liées aux fluctuations de l'énergie de liaison de chacun des états excitoniques (cf. Fig. 2.12 et 2.13).

Sur la figure (3.5), nous présentons la variation de la fréquence d'oscillation pour les paires d'excitons centrales. Au début, les valeurs de fréquence oscillent à cause de la variation des différentes énergies de liaison. Lorsque le champ électrique augmente et que l'on passe en régime de champ fort, les énergies de liaison deviennent constantes et, de même, les fréquences d'oscillation prennent une variation linéaire avec le champ appliqué, car elles suivent, comme la fréquence de Bloch, l'écartement en énergie des états de Wannier-Stark. On voit aussi que le régime de champ fort commence à des valeurs de champ appliqué de plus en plus faibles lorsque les mini-bandes deviennent de plus en plus étroites.

Sur la figure (3.6), nous présentons l'amplitude des courants excitoniques en fonction du champ électrique appliqué pour  $\Delta_{cv} = 33.97$  meV. Ces résultats correspondent à la variation de la valeur maximale de l'amplitude pour chacun des courants  $j_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^X$ , par rapport à l'énergie d'excitation. C'est-à-dire que les  $A_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}^X$  ont été évaluées à  $\delta_{\mathbf{p},\mathbf{p}'} = 0$ , qui sont obtenus à différentes énergies d'excitation. On peut

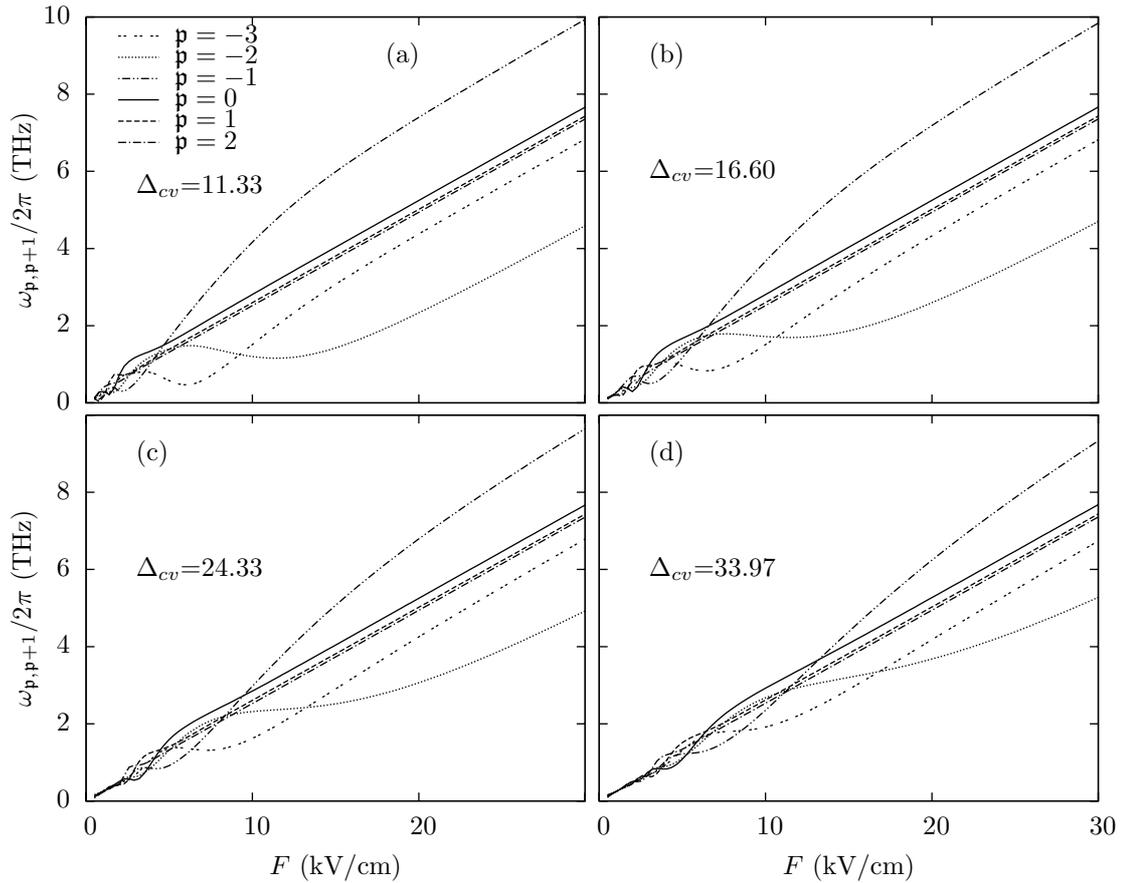


FIG. 3.5 – Fréquence des oscillations de courant pour les paires centrales. Lorsque la mini-bande se fait plus étroite, le régime de champ fort a lieu à des valeurs de  $F$  plus faibles que dans le cas des mini-bandes larges. La largeur de l'excitation est  $\tau_L = 0.05$  ps. Les largeurs  $\Delta_{cv}$  sont en meV.

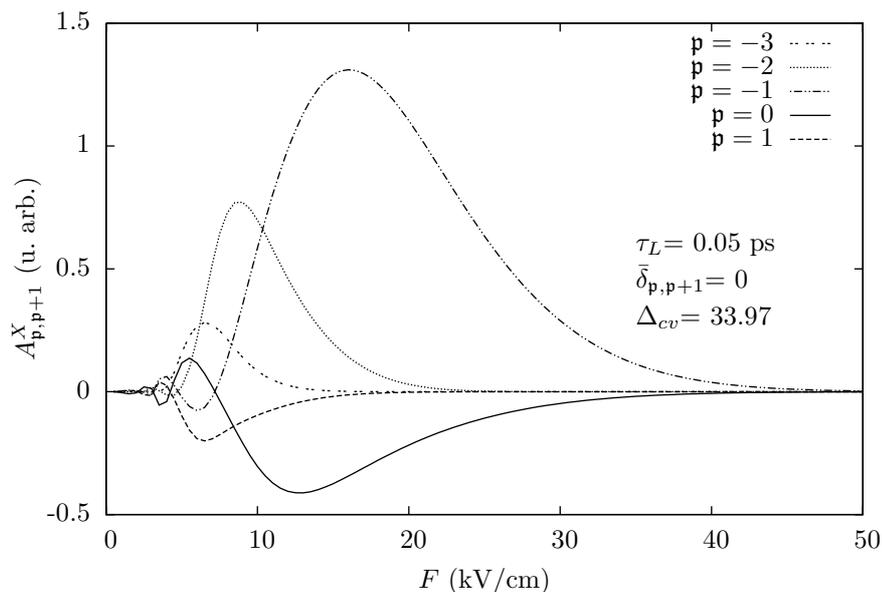


FIG. 3.6 – Courbes de  $A_{p,p+1}^X$  en fonction du champ électrique appliqué. Les courbes ne correspondent pas à la même énergie d’excitation, mais elles ont été évaluées à  $\bar{\delta}_{p,p+1} = 0$  chacune, qui est le point d’amplitude maximale par rapport à l’énergie d’excitation. Les résultats pour des mini-bandes plus étroites sont semblables mais toutes les variations auront lieu à des  $F$  plus faibles.

conclure par comparaison avec les résultats déjà exposés que le comportement pour les mini-bandes plus étroites est similaire sauf que les différentes variations ont lieu à champ de polarisation plus faible.

L’amplitude des composantes excitoniques contraste fortement avec l’amplitude du courant de Bloch à champ électrique faible (cf. Fig. 3.1). La différence provient du fait qu’à champ faible les états excitoniques sont totalement délocalisés tout le long du super-réseau, l’énergie absorbée sera uniformément distribuée entre tous les états excités, et un transfert de densité de charge entre ces états ne donne pas lieu à des oscillations cohérentes de courant. Lorsque le champ électrique augmente, les états excitoniques se concentrent de plus en plus autour des puits quantiques du super-réseau et le comportement de l’amplitude des courants excitoniques doit rassembler plus au comportement de l’amplitude du courant de Bloch.

La différence relative entre les amplitudes est liée à la force d’oscillateur. Sur les figures (2.14) et (2.15) on voit que lorsqu’on s’approche de la région de champ fort, les excitons qui présentent la plus grande force d’oscillateur sont ceux avec les indices  $p = 0$  et  $p = -1$ , respectivement. On doit donc attendre qu’à champ fort le courant qui les réunit soit supérieur aux autres. Ensuite viendront les paires

$[\mathbf{p} = 0, \mathbf{p} = 1], [\mathbf{p} = -2, \mathbf{p} = -1]$ , etc., comme on peut le voir sur la figure (3.6). De la même manière, à champ électrique plus faible, la force d'oscillateur de chacun des excitons qui composent la paire définit l'importance relative de chacun des courants excitoniques. C'est pourquoi les courbes présentent des fluctuations sur la figure (3.6) à champ moyen.

Sur la figure (3.4), dans tous les cas, les courants sont positifs si  $\mathbf{p} \geq 0$  et vice-versa. Sur la figure (3.6) on voit qu'en fait la phase du courant peut changer suivant la valeur du champ électrique appliqué : Autour de 7 kV/cm,  $A_{0,1}^X$  est positive tandis que  $A_{-1,0}^X$  est positif.

### Dépendance en la durée ( $\tau_L$ ) de l'excitation

L'effet de la durée du pulse sur l'amplitude du courant est similaire au cas du courant de Bloch. Cependant, étant donné que la fréquence d'oscillation des courants excitoniques ne suit pas une relation linéaire avec le champ électrique, l'équivalent de la figure (3.1) dans le cas des excitons n'aurait pas une variation si systématique lors de la variation du champ électrique.

Sur la figure (3.7), nous présentons ces variations pour les mêmes valeurs de  $F$ . On y voit, par exemple, qu'à  $F = 5\text{kV/cm}$  (Fig. 3.7a) l'amplitude du courant avec  $\mathbf{p} = 0$  présente une variation beaucoup plus grande en fonction de  $\tau_L$  que celle avec  $\mathbf{p} = -3$ . D'un autre côté, on peut noter sur la figure (3.5d) qu'à  $F = 5\text{kV/cm}$  la fréquence d'oscillation de  $j_{0,1}^X$  est plus petite que la fréquence de  $j_{-3,-2}^X$ . Ce rapport entre les fréquences et la largeur de l'amplitude du courant en fonction de  $\tau_L$  est en accord avec la conclusion faite dans la section précédente, qu'une fréquence plus haute conduit à l'augmentation de la décohérence dans le processus d'injection des porteurs et, en conséquence, à la diminution de l'amplitude du courant.

Il faut souligner à ce stade de notre étude que le produit  $\omega_{\mathbf{p},\mathbf{p}}^X \tau_L$  affecte la largeur des courbes sur la figure (3.7) en accélérant leurs décroissances. Par exemple, sur la même figure (3.7a),  $A_{-1,0}^X$  (ligne à traits courts) a un maximum plus petit que  $A_{2,1}^X$  (ligne à traits larges). Cependant, à  $\tau_L \approx 1.6\text{ps}$ , les deux lignes se croisent, montrant que la décroissance est plus importante pour  $A_{2,1}^X$  en raison de sa fréquence d'oscillation.

### 3.1.3 Courants mixtes

La contribution au courant total qui est produite par l'échange des densités de charge entre les états liés et les états continus est aussi une somme de courants

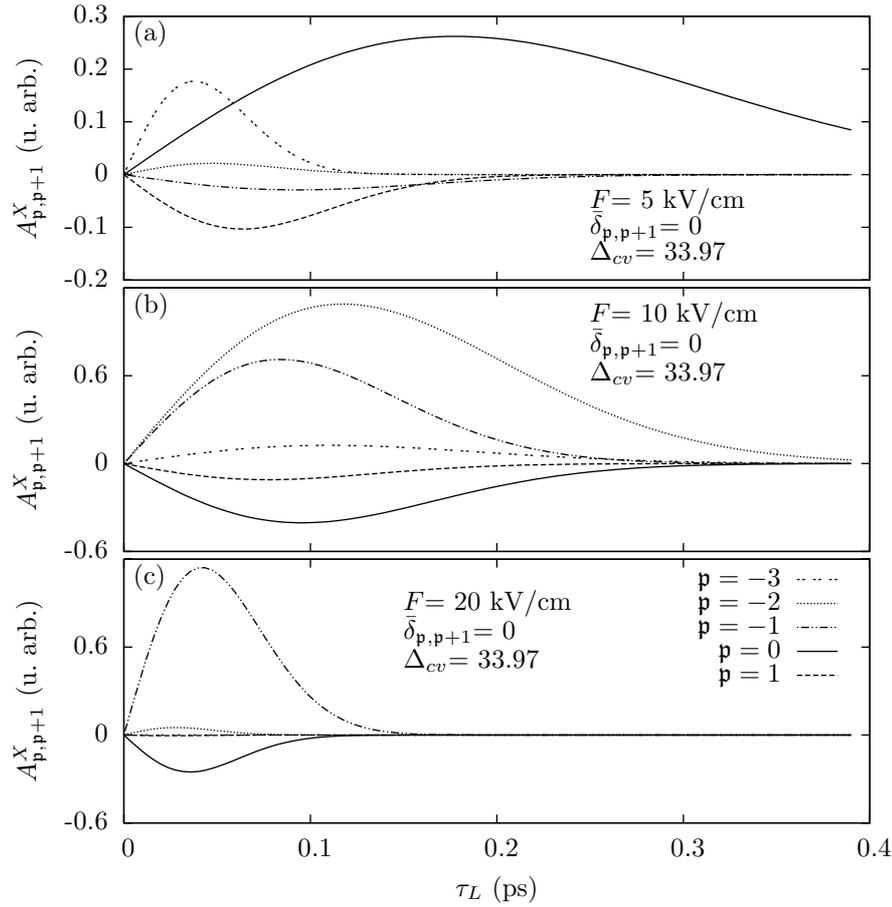


FIG. 3.7 – Effet de la largeur du pulse  $\tau_L$  sur l'amplitude des courants excitoniques. Les variations ne sont pas aussi uniformes que dans le cas de courants de Bloch (Fig. 3.1). Cependant, le produit  $\omega_{p,p}^X \tau_L$  doit jouer le même rôle.

$j_{\mathbf{p},p}^m$  qui couplent chacune un exciton  $\mathbf{p}$  et un état de Wannier-Stark  $p$ . Dans ce cas, la fréquence d'oscillation de chaque contribution correspond à la différence en énergie entre un état lié  $\mathbf{p}$  et un état de Wannier-Stark  $p$ , tel que  $p \neq \mathbf{p}$ .

$$\begin{aligned} j_M(t) &= \sum_{\mathbf{p}, p \neq \mathbf{p}} j_{\mathbf{p},p}^m(t), \\ &= \sum_{\mathbf{p}, p \neq \mathbf{p}} \text{Im} [A_{\mathbf{p},p}^m(t) \cdot \exp(i\omega_{\mathbf{p},p}^m t)], \end{aligned} \quad (3.13)$$

où

$$\hbar\omega_{\mathbf{p},p}^m = peFd - \hbar\omega_{\mathbf{p}}^X, \quad (3.14)$$

peut être négative ou positive suivant les indices  $\mathbf{p}$  et  $p$ .

Les amplitudes  $A_{\mathbf{p},p}^m(t)$ , en contraste avec les oscillations de Bloch et les courants excitoniques, ne tendent pas vers des constantes dans la limite asymptotique. Par contre, elles varient dans le temps selon la fonction intégrale que nous présentons ci-dessous :

$$A_{\mathbf{p},p}^m = A_0 \left( \frac{\hbar}{\mu_{cv}^*} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{\pi\tau_L}{4} \mathfrak{R}_{\mathbf{p},p} \mathfrak{N}_{\mathbf{p},p} \exp \left[ - \left( \frac{1}{2} \omega_{\mathbf{p},p}^m \tau_L \right)^2 \right] \exp \left[ - \left( \frac{1}{\hbar} \bar{\delta}_{\mathbf{p},p} \tau_L \right)^2 \right] \cdot I(t), \quad (3.15)$$

où  $A_0$  est la même constante qui apparaît dans l'équation (3.4) et

$$I(t) = \int_0^\infty d\omega_k \frac{\exp[-i\omega_k t]}{(a + \omega_k)^{3/2}} \exp \left[ -\frac{1}{2} (\omega_k - \omega_{\mathbf{p},p}^m + \frac{2}{\hbar} \bar{\delta}_{\mathbf{p},p}) \omega_k \tau_L^2 \right], \quad (3.16)$$

$$a = \frac{1}{4} \left( \frac{\pi\hbar}{\mu_{cv}^*} \right) \phi_p^2(0), \quad (3.17)$$

$$\mathfrak{R}_{\mathbf{p},p} = J_p \left( -\frac{2}{f_{cv}} \right) \sum_p \mathfrak{C}_{p\mathbf{p}} \phi_p(0) J_p, \quad (3.18)$$

$$\mathfrak{N}_{\mathbf{p},p} = [\mathfrak{C}_{p+1\mathbf{p}} - \mathfrak{C}_{p-1\mathbf{p}}] \phi_p^2(0), \quad (3.19)$$

$$\bar{\delta}_{\mathbf{p},p} = \frac{\hbar}{2} [peFd + \omega_{\mathbf{p}}^X] - \delta_L. \quad (3.20)$$

La comparaison des équations (3.9) et (3.15) montre que l'amplitude des courants excitoniques et mixtes ont la même dépendance avec la fréquence d'oscillation et l'énergie d'excitation. Cependant, l'amplitude des termes mixtes sera modulée dans le temps par l'intégrale  $I(t)$  de l'équation (3.16).

Sur la figure (3.8), nous présentons la variation en temps des parties réelle et imaginaire de l'amplitude des courants mixtes. Il faut remarquer d'abord que ces contributions sont en général moindres que les courants excitoniques ou de Bloch. Cela nous permet d'ignorer ces contributions dans la suite, car leurs émissions seront à peine détectées dans les expériences. De plus, elles décroissent naturellement dans le temps et finissent par disparaître [66]. Le spectre d'émission de chacune de ces oscillations, qui sera petit par rapport au spectre des autres types d'émissions, doit avoir un pic de résonance entouré par un spectre large provenant de la fonction enveloppe qui décrit l'apparition et l'amortissement de ces courants.

## 3.2 Émission de lumière

L'émission THz qui résulte du mouvement de porteurs dans le super-réseau est associée à la dérivée temporelle du courant. Dans le cas asymptotique ( $t \gg \tau_L$ ), il suffit de multiplier chaque composante de courant par sa fréquence pour obtenir celle de l'émission. Par contre, si l'on veut faire une étude des oscillations en temps qui comprenne l'origine ainsi que l'amortissement de l'émission, on peut faire une dérivation numérique du courant. Dans ce dernier cas, il est cependant nécessaire d'inclure les facteurs de décohérence. Une façon de le faire est au moyen de la matrice densité.

Sur la figure (3.9b), nous présentons l'émission THz de l'échantillon S1 mesurée à  $F = 12$  kV/cm et différentes énergies d'excitation  $\hbar\omega_L$ , la durée du pulse est de 0.05 ps. On peut y noter que l'amplitude passe par un maximum lorsque l'énergie d'excitation est augmentée. Ce comportement est en accord avec le comportement du courant que nous avons exposé ci-dessus.

### 3.2.1 Amplitude de l'émission

Expérimentalement, l'amplitude de l'émission s'avère proportionnelle à la séparation verticale entre le troisième et deuxième pics du signal THz détecté, comme nous le montrons sur la figure (3.9a). Cette façon de mesurer l'amplitude nous assure que, simultanément, que le courant sera déjà dans une situation où l'approximation asymptotique est valide, et que l'amplitude ne sera pas encore fortement amortie par les processus de décohérence.

Dans la limite asymptotique, nous pouvons écrire l'émission totale théorique

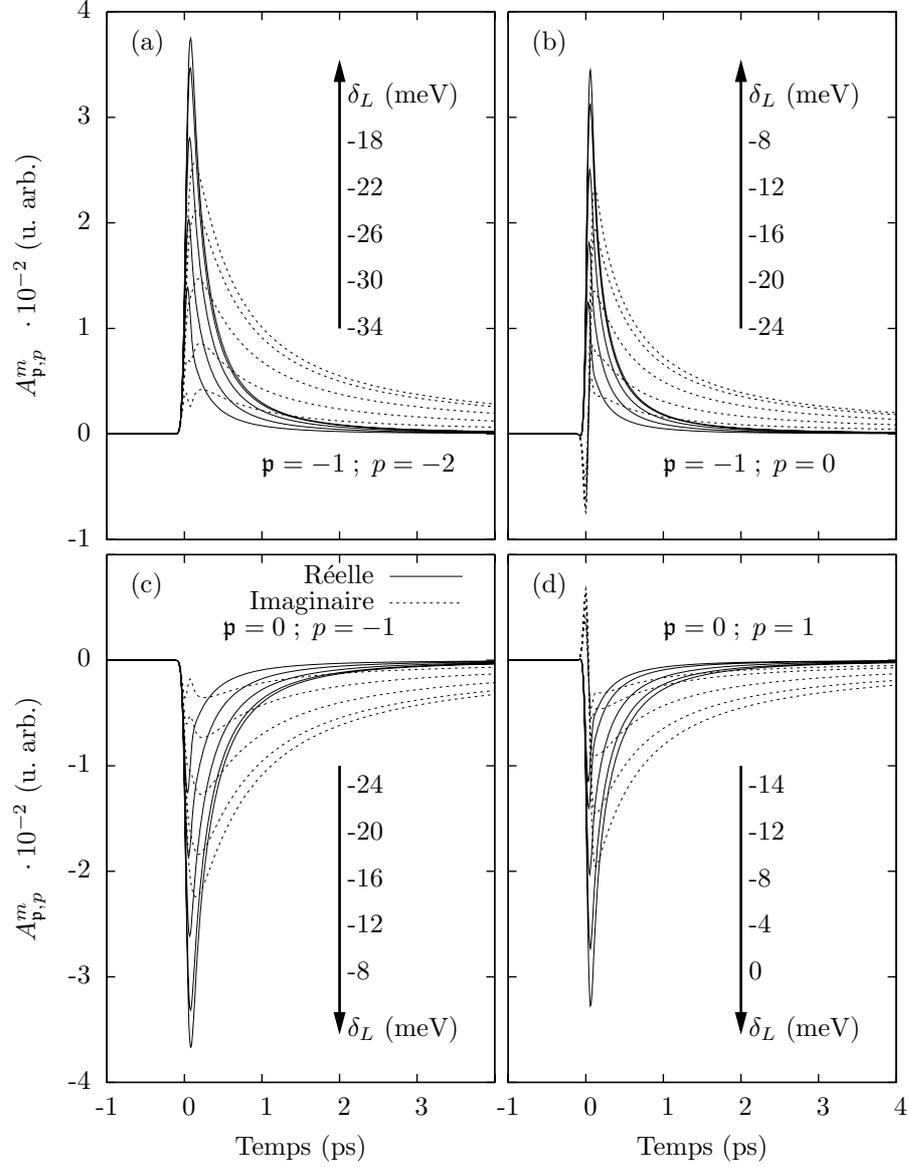


FIG. 3.8 – . Parties réelle et imaginaire de l’amplitude de courants mixtes pour les composantes les plus importantes : a)  $A_{-1,-2}^m$ , b)  $A_{-1,0}^m$ , c)  $A_{0,-1}^m$ , d)  $A_{0,1}^m$ . Toutes les courbes ont été tracées à  $F = 10$  kV/cm. La variation de  $\delta_L$  a été choisie pour que sa valeur maximale soit égale à  $\bar{\delta}_{p,p} = 0$ , où les amplitudes présentent leur maximum.

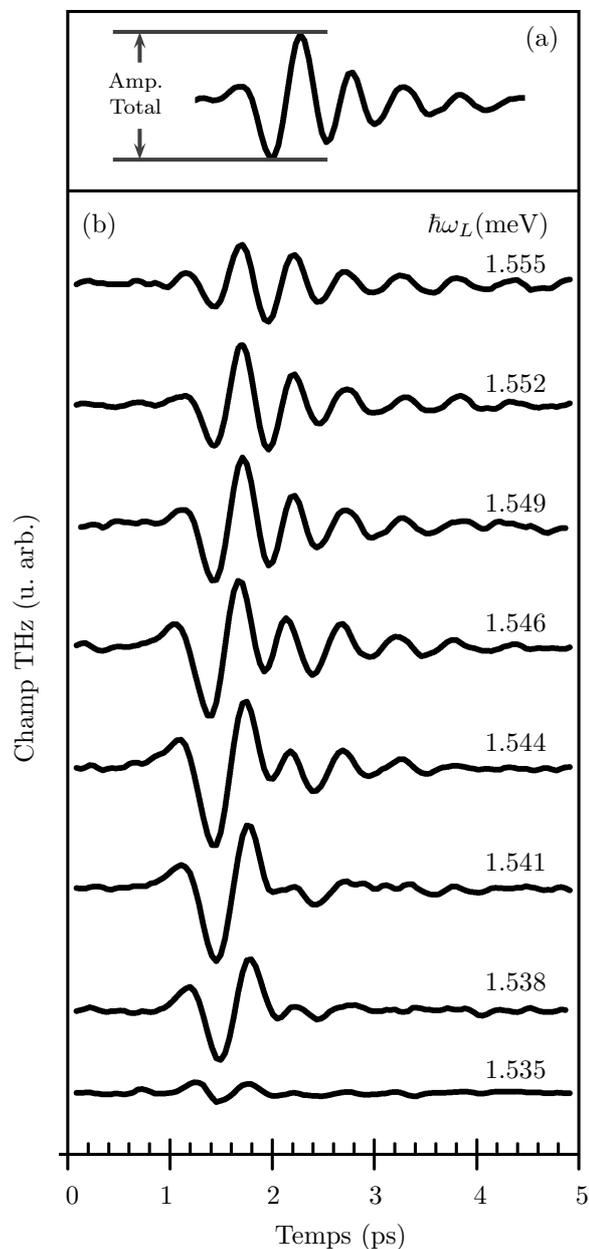


FIG. 3.9 – a) L’amplitude effective de l’émission est prise proportionnelle à la séparation verticale entre le troisième et le deuxième pics du signal THz détecté. b) Émission THz de l’échantillon S1 à différentes énergies d’excitation. Le champ de polarisation a été fixé à 12 kV/cm, et le pulse optique a une durée de 0.05 ps.

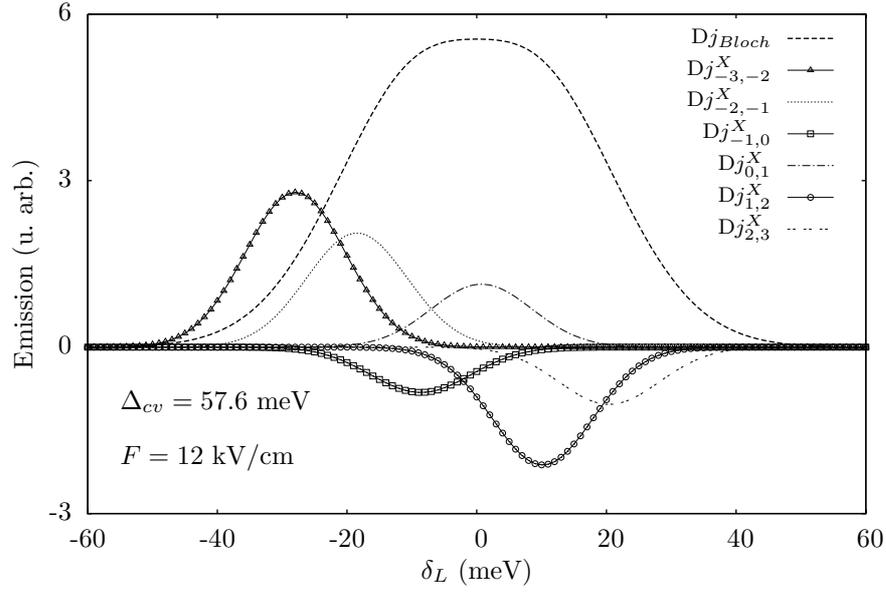


FIG. 3.10 – Amplitude des différentes composantes de l'émission totale pour l'échantillon S1 en fonction de l'énergie d'excitation.

comme :

$$\begin{aligned}
 E_{THz}(t) &= \frac{d}{dt} j_{Bloch}(t) + \frac{d}{dt} j_X(t), \\
 &= \omega_B j_{Bloch}(t) + \sum_{p,p' > p} \omega_{p,p'}^X j_{p,p'}^X(t),
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

où nous avons ignoré les contributions des courants mixtes.

Théoriquement, nous ne considérons pas les effets d'amortissement. L'amplitude totale est donc la somme des émissions à fréquences différentes et d'amplitudes constantes. Sur la figure (3.10), nous présentons la variation de ces amplitudes en fonction de l'énergie d'excitation pour l'échantillon S1, où nous avons employé la notation  $Dj_{p,p+1}^X = \omega_{p,p+1}^X A_{p,p+1}^X$  et  $Dj_{Bloch} = \omega_B A_B$  pour nommer l'amplitude des émissions excitonique et de Bloch respectivement.

Le nombre des contributions excitoniques qui apparaissent sur la figure (3.10) suit la tendance de la figure (3.4). L'échantillon S1 a une mini-bande plus large, et en conséquence la quantité d'états excitoniques qui contribuent de façon significative à l'émission totale est plus importante car ils ont une plus grande force d'oscillateur. Concernant l'émission de Bloch, elle présente une émission plus importante que celles des états excitoniques. Cette différence peut, cependant, être inversée dans

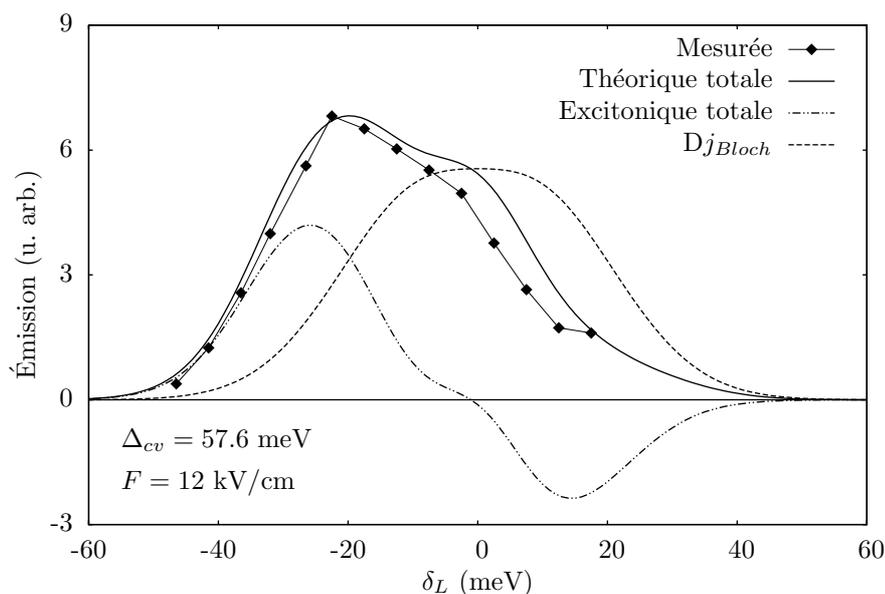


FIG. 3.11 – Comparaison entre l’amplitude de l’émission THz mesurée expérimentalement et l’amplitude totale théorique en fonction de l’énergie d’excitation pour l’échantillon S1. Sur la figure nous présentons aussi séparément l’émission de Bloch et l’émission excitonique totale, qui présente un mode de respiration près de  $\delta_L = 0$ .

le cas d’un échantillon de mini-bande plus étroite. Soulignons que la largeur de la courbe que décrit l’amplitude de l’émission de Bloch est bien rendue par la relation (3.6).

La comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux est présentée sur les figures (3.11) et (3.12). Les conditions expérimentales de l’échantillon S1 sont les mêmes que sur la figure (3.10). Pour l’échantillon S2, le champ électrique a été fixé à 3 kV/cm et le pulse optique a été réglé à une durée de 0.05 ps.

Un très bon accord entre les résultats théoriques et expérimentaux est trouvé dans les deux cas. Ceci démontre l’importance d’inclure tous les états simultanément. Par exemple, si l’on prend uniquement les oscillations de Bloch, la courbe d’émission doit être symétrique avec un maximum à  $\delta_L = 0$ , tandis que l’amplitude mesurée n’est pas symétrique et présente un maximum à une énergie d’excitation située en-dessous de la transition centrale. La courbe de l’amplitude de l’échantillon S2 exhibe moins de variations car les contributions excitoniques, bien que plus importantes que les contributions bande-a-bande, sont moindres que dans l’échantillon S1. Cependant, nous notons que l’amplitude présente également un maximum à une énergie correspondant à  $\delta_L$  négatif.

Dans le cas de l’échantillon S1, les excitons présentent un mode de respiration à

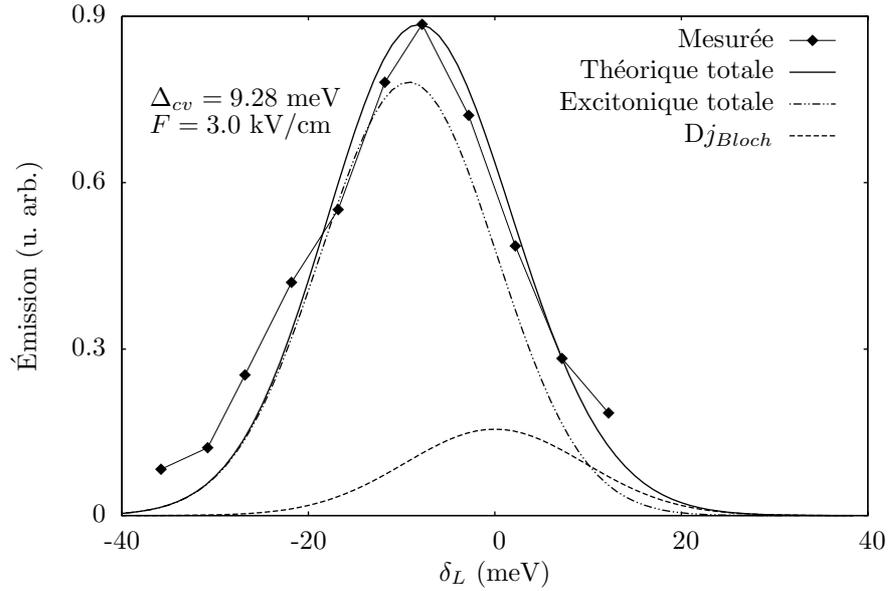


FIG. 3.12 – Comparaison entre l’amplitude de l’émission THz mesurée expérimentalement et l’amplitude totale théorique en fonction de l’énergie d’excitation pour l’échantillon S2. Sur la figure nous présentons aussi séparément l’émission de Bloch et l’émission excitonique totale. Dans ce cas, la contribution excitonique est plus importante que l’émission de Bloch.

une énergie d’excitation près de  $\delta_L = 0$ . Ce comportement est typique d’un système unidimensionnel. Par contre, l’amplitude de l’émission de Bloch ne change pas de signe. Cela met en évidence l’importance de tenir compte du mouvement planaire des états de Wannier-Stark et de faire une modélisation tridimensionnelle pour ces états. Si les états de Wannier-Stark étaient modélisés comme un système unidimensionnel, le résultat ressemblerait à celui de l’émission excitonique.

Les échelles verticales sur les figures (3.11) et (3.12) ont été calculées à une même constante arbitraire près. Elles peuvent donc être comparées. L’émission de l’échantillon S1 est notablement plus intense. Cette différence contraste avec ce qu’a été exposé dans la section précédente. La raison de cette divergence provient de la différence dimensionnelle entre les super-réseaux S1 et S2, qui affecte le facteur  $\langle \varphi_{loc}(z) | \hat{p}_z | \varphi_{loc}(z-d) \rangle$ , qui multiplie les amplitudes et est contenu dans la constante  $A_0$  (cf. Eq 3.4). Ce paramètre est d’un ordre de grandeur supérieur pour S1 que pour S2.

### 3.2.2 Émission en temps

Dans la pratique, l'émission de lumière THz a une durée de quelques picosecondes (cf. Fig. 3.9b). Les effets de décohérence finissent toujours pour amortir les oscillations de courant au point de supprimer totalement l'émission. Nous utilisons le formalisme de la matrice densité pour tenir compte de tels effets au moyen de l'inclusion de termes dissipatifs.

#### Le courant en termes de la matrice densité

De la même manière que précédemment, nous relierons le courant à la valeur moyenne de l'opérateur impulsion, qui en termes de la matrice densité s'écrit

$$\begin{aligned} \langle \hat{p}_z \rangle &= \text{Tr}[\rho \cdot \hat{p}_z], \\ &= \sum_{i,j} \rho_j^i (p_z)_i^j, \end{aligned} \quad (3.22)$$

où  $\rho$  représente la matrice densité. Les éléments de matrice  $(p_z)_i^j$  qui représentent l'opérateur impulsion sont développés au moyen de l'état complet utilisé dans la section précédente (Eq. 3.2).

L'évolution temporelle du système est déterminée cette fois-ci par les solutions de l'équation de mouvement des éléments de la matrice densité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} [\rho \cdot H] + \frac{\partial \rho}{\partial t} \Big|_{coll}, \quad (3.23)$$

où le dernier terme est une contribution collisionnelle qui servira à simuler les effets d'amortissement du courant.

L'hamiltonien  $H$  est composé de l'hamiltonien du super-réseau polarisé  $H_0$  plus l'excitation optique en tant que perturbation  $\hat{V}$ . On peut écrire donc :

$$\rho = e^{-iH_0 t/\hbar} \sigma e^{iH_0 t/\hbar}, \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma}{\partial t} &= \frac{i}{\hbar} \left[ \sigma \cdot e^{-iH_0 t/\hbar} \hat{V} e^{iH_0 t/\hbar} \right], \\ &= \frac{i}{\hbar} \left[ \sigma \cdot \hat{V}_H \right]. \end{aligned} \quad (3.25)$$

La matrice  $\hat{V}_H$  peut être représentée dans la base qui développe l'état général total (Eq. 3.2). Ensuite, on peut retrouver  $\rho$  et résoudre l'équation (3.23) avec les termes collisionnels écrits de la façon suivante :

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} \rho_n^\emptyset \right)_{coll} = -\gamma_1 \rho_n^\emptyset, \quad (3.26)$$

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} \rho_n^{n'} \right)_{coll} = -\gamma_2 \rho_n^{n'}, \quad (3.27)$$

où  $\emptyset$  et  $n$  sont l'état fondamental et un état excité quelconque.

Avec la solution des éléments de matrice densité jusqu'au premier ordre en perturbation et les éléments de matrice de l'opérateur impulsion, on peut reprendre la somme de l'équation (3.22) et trouver l'évolution de  $\hat{p}_z$  et ainsi le courant dans le super-réseau. Le résultat final cette procédure est un courant composé de trois termes qui dans la limite où il n'y a pas d'amortissement ( $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ ) convergent vers les courants de Bloch, excitoniques et mixtes que l'on a déjà exposés. L'émission en temps peut ensuite être calculée au moyen d'une dérivation numérique des oscillations de charge.

### Spectre d'émission

Nous avons employé la modélisation avec la matrice densité pour simuler les échantillons S1 et S2. Sur la figure (3.13), nous présentons simultanément les résultats de la transformée de Fourier de l'émission mesurée et calculée pour l'échantillon S2. Les pics représentent les différentes fréquences d'oscillation. Étant donné qu'il s'agit d'un super-réseau de mini-bande étroite, on peut reconnaître la présence de seulement deux pics d'émission forte, Le premier provient de l'émission excitonique  $Dj_{-1,0}^X$  autour de 0.5 THz, qui est celle qui concerne les états excitoniques avec la plus grande force d'oscillateur (cf. par exemple Fig. 3.4). Le deuxième pic, le plus important, est situé autour de 1 THz ( $= eFd/2\pi\hbar$ ) et celui-ci correspond aux oscillations de Bloch.

La raison pour laquelle, malgré sa moindre amplitude, le pic du courant de Bloch est plus notable que le pic d'émission excitonique est que la fréquence d'oscillation excitonique est très petite et l'émission peut à peine compléter une oscillation avant d'être amortie totalement. Par contre, le courant de Bloch oscille plus rapidement et, de même, son spectre doit présenter un pic de résonance plus important.

On peut noter sur la figure (3.13) qu'il y a un décalage entre la position de

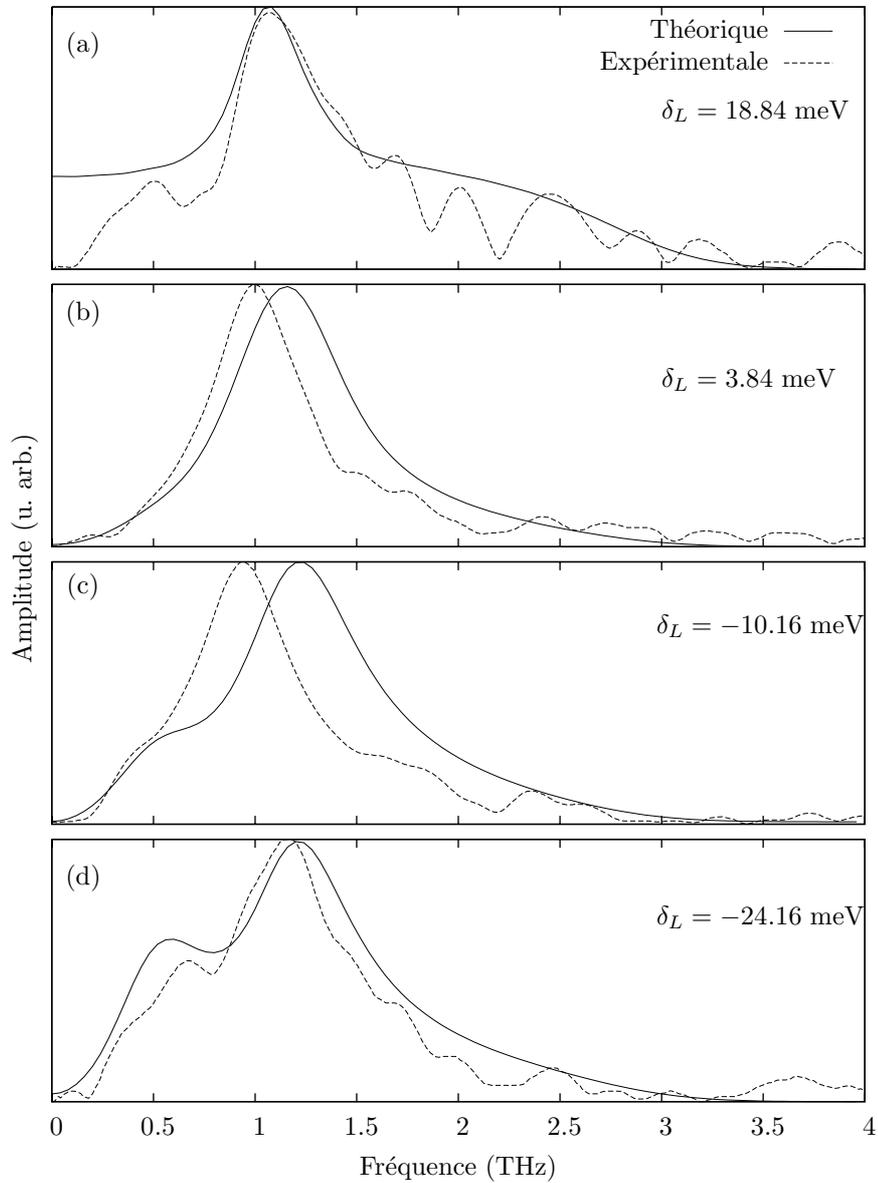


FIG. 3.13 – Comparaison entre le spectre d'émission de l'échantillon S2 calculé à partir de mesures expérimentales et de courbes théoriques pour différentes énergies d'excitation. Il y a un décalage entre le spectre théorique et le spectre expérimental à énergies d'excitation moyennes.

pics du spectre mesuré et du spectre calculé. Ce décalage est plus fort pour les énergies d'excitation centrales (Fig. 3.13b et 3.13c, respectivement). Ce phénomène peut provenir de l'accumulation de charge dans le super-réseau qui conduirait à la polarisation de ce dernier et, en même temps, à la modification du champ électrique effectif sur les super-réseau [67, 68].

### Trace d'émission en temps

Une fois le décalage entre la fréquence d'émission réelle et la fréquence calculée est déterminé, on peut utiliser la modélisation pour calculer l'émission en temps et la comparer à l'émission mesurée. Sur la figure (3.14), nous présentons une telle comparaison entre quelques résultats théoriques et expérimentaux.

Nous pouvons reproduire assez bien théoriquement l'émission des super-réseaux, surtout pour les temps longs après le passage du pulse. La dynamique des porteurs, au moment de l'injection optique, doit dépendre des mécanismes d'injection et de distribution de charges [67, 68] que ne sont pas considérés dans notre modélisation et doivent dominer l'émission à temps courts.

## 3.3 Conclusion

Nous avons modélisé la dynamique des oscillations de charge dans les super-réseaux lors d'une excitation optique pulsée. Pour cela, nous avons développé l'état quantique général du système dans une base formée par les états excitoniques avec symétrie 1S et les états du continuum. Dans une première étape, nous avons étudié l'amplitude des oscillations de courant THz à l'aide d'un super-réseau test qui nous a permis d'analyser les différents facteurs qui affectent la dynamique des porteurs de charge. Dans une deuxième étape, nous avons appliqué la modélisation à deux super-réseaux réels et comparé l'amplitude de l'émission déterminée théoriquement à partir du calcul du courant et l'amplitude mesurée expérimentalement. Finalement, nous avons tenu compte des effets de décohérence en utilisant le formalisme de la matrice densité avec des termes dissipatifs.

Nos résultats montrent que la dynamique de porteurs de charge est fortement affectée par le processus d'injection et que la dynamique des oscillations de courant n'est pas un phénomène intrinsèque au super-réseau. De même, le couplage optique demande que la bande de valence soit incluse dans la modélisation ainsi que les états liés par le couplage coulombien, car une modélisation avec seulement les états du continuum ne suffit pas pour décrire l'émission de lumière. L'importance

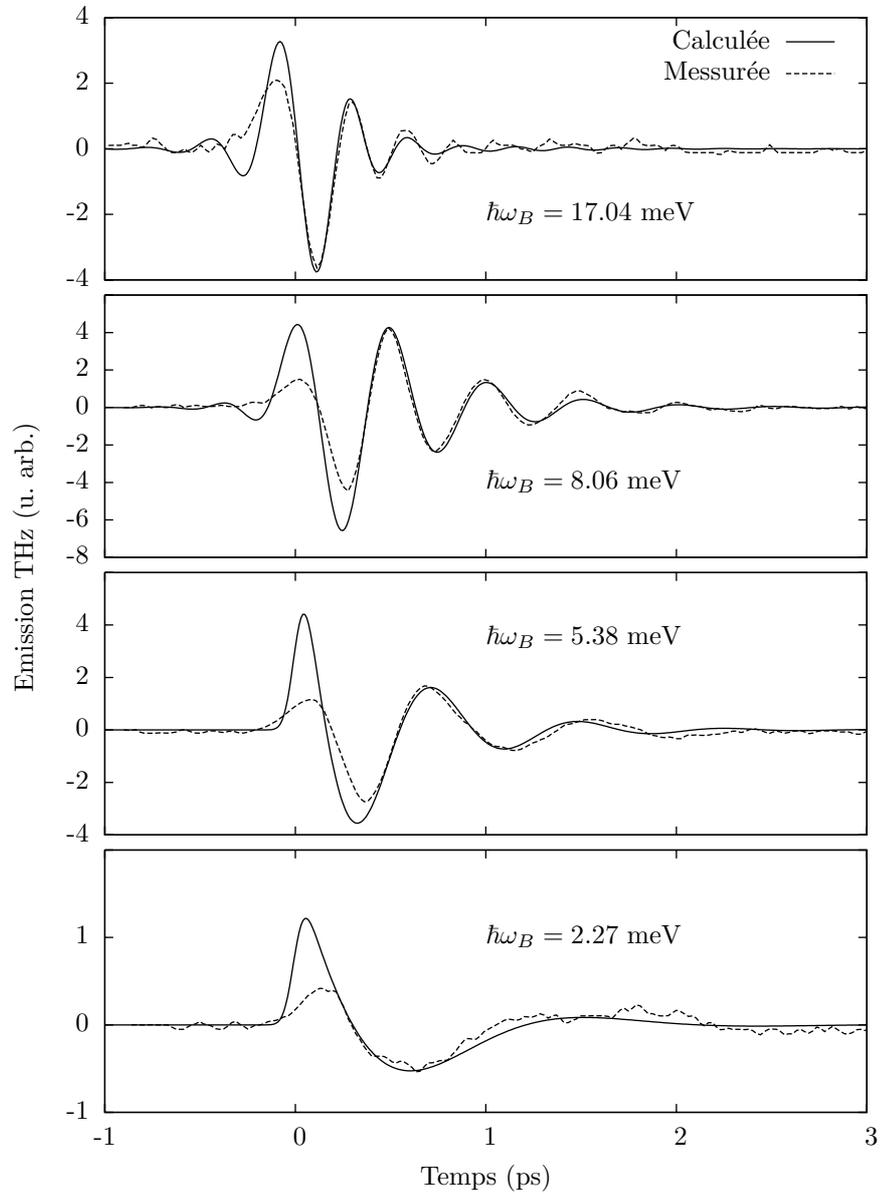


FIG. 3.14 – Comparaison entre l'émission de l'échantillon S2 calculé et mesurée à différentes énergies de Bloch ( $eFd$ ).

de considérer les états de Wannier-Stark dans leur forme tridimensionnelle est aussi à souligner ; si ces états étaient considérés comme un système unidimensionnel, leur contribution au courant total montrerait un mode de respiration au lieu d'un maximum de courant (où d'émission) dont l'existence est une évidence expérimentale indiscutable.

La comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux montre un très bon accord dans tous le cas. Nous arrivons, surtout, à bien décrire la courbe de l'amplitude de l'émission, avec la localisation du maximum de l'émission par rapport à l'énergie d'excitation ainsi que du spectre d'excitation. On met, en même temps, en évidence que l'émission THz des super-réseaux n'est pas monochromatique, mais qu'elle correspond à une somme de différentes contributions produites par les oscillations de charge entre une variété d'états d'énergie différentes.

Une partie des résultats présentés dans ce chapitre ont fait l'objet d'une publication dans le journal "Physical Review B", dans la section de "Rapid Communications". De plus, cet article a été sélectionné comme "Editors' Suggestion" :

**Excitation spectra of terahertz Bloch emission in semiconductor superlattices**, J. R. Cárdenas, T. Ihara, R. Ferreira, K. Hirakawa, and G. Bastard, *Phys. Rev. B* **82**, 041310(R) (2010)



# Chapitre 4

## Oscillations de Bloch sous champ magnétique

L'application d'un champ magnétique affecte la nature des états électroniques d'un super réseau et les phénomènes physiques peuvent être considérablement altérés suivant l'intensité du champ magnétique. Si le champ magnétique appliqué est faible, une description semi-classique suffit pour décrire la dynamique des porteurs à l'intérieur du super-réseau. Cependant, lorsque le champ magnétique devient intense, une approche quantique est nécessaire. Les fonctions d'onde électroniques ne sont plus des ondes planes et des nouveaux niveaux d'énergie apparaissent. Il en résulte des modifications des propriétés électro-optiques du super-réseau, ce qui affectera les oscillations de Bloch.

### 4.1 Electrons sous champ magnétique

Les particules chargées sous un champ magnétique sont confinées en orbites cyclotron quantifiées. Ceci conduit à une discrétisation des énergies possibles. Ces niveaux d'énergie et le processus de quantification du mouvement sont connus sous le nom de quantification de Landau.

#### 4.1.1 Quantification de Landau

Dans le cadre de l'approximation de la masse effective, l'équation de Schrödinger pour un électron, en général, s'écrit :

$$\frac{1}{2m^*} (\vec{p} + e\vec{A})^2 \psi = E\psi, \quad (4.1)$$

où  $\mathbf{A}$  est le potentiel vecteur qui nous permet d'inclure la contribution du champ magnétique appliqué à l'hamiltonien l'électron. Pour un champ magnétique dans la direction  $(B\hat{z})$ , le potentiel vecteur s'écrit, selon la jauge de Landau :

$$\vec{A} = (0, Bx, 0), \quad (4.2)$$

L'équation (4.1) devient donc

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \left( -i \frac{\partial}{\partial y} + \frac{eBx}{\hbar} \right)^2 \psi + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{2m^*}{\hbar^2} E \psi = 0. \quad (4.3)$$

L'hamiltonien de l'équation (4.3) ne fait pas appel aux variables  $z$  et  $y$ . De plus, le mouvement en  $z$  (le long du champ magnétique) est totalement découplé du mouvement dans le plan. La fonction d'onde de Landau s'écrit donc

$$\psi(x, y, z) = \exp [i (k_y y + k_z z)] u(x). \quad (4.4)$$

La contribution de  $k_z$  à l'énergie a la forme typique parabolique des particules libres, et l'on peut la séparer de l'énergie totale et réécrire :

$$E_c = E - \frac{\hbar^2}{2m^*} k_z^2, \quad (4.5)$$

où  $E_c$  est l'énergie cyclotron. Après séparation des variables, il reste une équation pour  $u(x)$ , qui coïncide avec l'équation de l'oscillateur harmonique unidimensionnel

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 u(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{2} m^* \left( \frac{eB}{m^*} x + \frac{\hbar k_y}{m^*} \right)^2 u(x) = E_c u(x), \quad (4.6)$$

dont la solution correspond à une fréquence d'oscillation  $\omega_c = eB/m^*$  et est centrée au point

$$x_0 = -\frac{1}{\omega_c} \frac{\hbar k_y}{m^*}. \quad (4.7)$$

On note que le centre de l'orbite  $x_0$  est indépendant de la masse du porteur.

L'énergie cyclotron admet donc les solutions

$$E_c = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c, \quad (4.8)$$

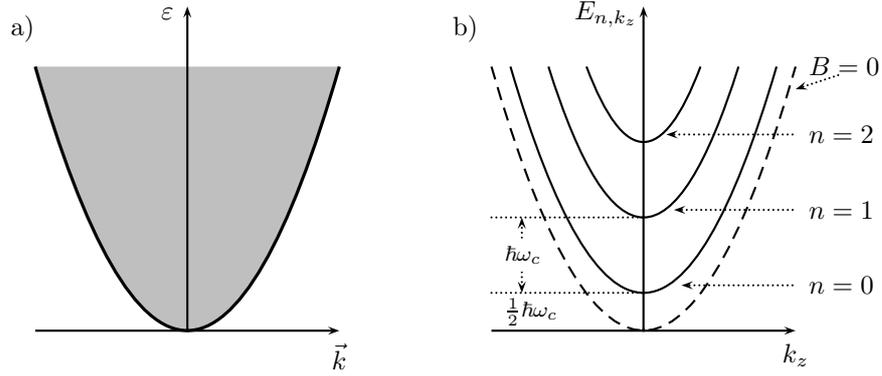


FIG. 4.1 – Effets du champ magnétique sur la structure de bandes d'un semi-conducteur massif. a) Absence de champ magnétique, le système admet un continuum d'états. b) La courbe à traits est la situation à  $B = 0$ . Le champ magnétique conduit à la quantification de Landau dans le plan  $(xy)$ , tandis que la dispersion en  $k_z$  reste inaltérée.

et l'énergie totale de l'électron est

$$E = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_c + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*}. \quad (4.9)$$

L'énergie de l'électron est donc quantifiée dans le plan  $(xy)$ . Ces niveaux d'énergie, indexés par le nombre quantique  $n$ , sont connus sous le nom de niveaux de Landau.

Sur la figure (4.1), nous schématisons la transformation de la structure de bandes d'un semi-conducteur, dans l'approximation parabolique, lors de l'application du champ magnétique. Remarquons que l'énergie permise la plus basse est augmentée proportionnellement à l'énergie cyclotron.

### 4.1.2 Absorption optique sous champ magnétique

Dans un semi-conducteur, des transitions optiques peuvent avoir lieu entre les différents niveaux de Landau. Si l'énergie d'excitation coïncide avec  $\hbar\omega_c$ , typiquement de l'ordre des meV, les transitions sont intra-bande. Par contre, si l'énergie d'excitation atteint les électron-volts, les transitions sont inter-bande et impliquent les niveaux de Landau de la bande de conduction et valence simultanément.

Nous présentons les effets de la quantification de Landau dans la bande de valence et de conduction sur la figure (4.2). Les niveaux des électrons et des trous sont écartés proportionnellement au champ magnétique appliqué. Les énergies dans chacune des

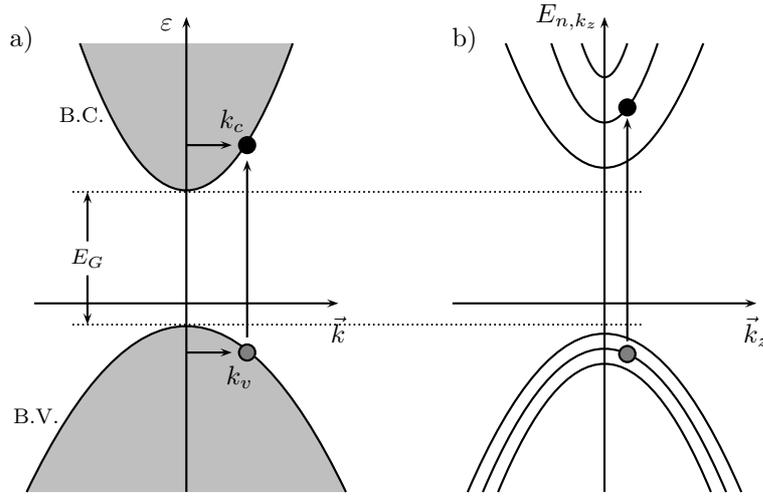


FIG. 4.2 – Transition inter-bande dans un semi-conducteur non polarisé en : (a) Absence de champ magnétique, et (b) Entre niveaux de Landau, où les règles de sélection imposent que  $n_c = n_v$ ,  $k_{c,z} = k_{v,z}$ .

bandes sont données par :

$$E_c = \varepsilon_c + \hbar\omega_c \left( n_c + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar^2 k_{c,z}^2}{2m_c^*}, \quad (4.10)$$

$$E_v = \varepsilon_v - \hbar\omega_v \left( n_v + \frac{1}{2} \right) - \frac{\hbar^2 k_{v,z}^2}{2m_v^*}, \quad (4.11)$$

où  $\omega_c$  et  $\omega_v$  sont les fréquences de cyclotron dans la bande de conduction et valence respectivement.

L'invariance par translation dans le plan perpendiculaire au champ implique que les transitions inter-bande doivent respecter les règles de sélection  $n_c = n_v$ ,  $k_{c,z} = k_{v,z}$ . On peut donc utiliser un seul indice  $n$  pour indexer les transitions entre les états de Landau  $n = n_c = n_v$  et une seule notation pour le vecteur d'onde  $k_z$ . L'énergie  $\varepsilon_{n,k_z}$  d'une transition optique est donc :

$$\varepsilon_{n,k_z} = E_G + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2\mu^*} + \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_{cv}, \quad (4.12)$$

où  $E_g$  est l'énergie de la bande interdite du semi-conducteur,  $\mu^*$  est la masse réduite de la paire électron-trou, et  $\omega_{cv}$  combine les fréquences cyclotron de conduction et valence :

$$\omega_{cv} = \frac{eB}{\mu^*}. \quad (4.13)$$

### 4.1.3 Super-réseaux polarisés sous champ magnétique

Nous utilisons maintenant l'approximation de la masse effective pour décrire les états d'un super-réseau sous l'effet conjugué d'un champ électrique  $F$  et d'un champ magnétique  $B$ , tous deux appliqués le long de l'axe de croissance du super-réseau. Dans ces conditions, l'hamiltonien pour un électron dans la bande de conduction s'écrit

$$H_{f\parallel B} = \frac{1}{2m_c^*} \left( \vec{p} + e\vec{A} \right)^2 + eFz_c + V_{SL}(z_c). \quad (4.14)$$

La présence du potentiel de super-réseau  $V_{SL}(z_c)$  et du champ électrique  $eFz_c$  augmentent la quantification des états et, en conséquence, détruisent la dépendance parabolique en  $k_z$  pour un électron libre ou la dispersion en  $\cos(k_z d)$  pour un super-réseau. Par rapport à l'équation (4.10), les niveaux d'énergie du super-réseau polarisé en présence d'un champ magnétique deviennent

$$E_{c,\nu} = \varepsilon_c + \hbar\omega_c \left( n_c + \frac{1}{2} \right) + \nu eFd, \quad (4.15)$$

où le terme  $\nu eFd$  décrit l'échelle de Wannier-Stark étudiée dans les chapitres précédents. Cette fois-ci, nous utilisons  $\nu$  pour indiquer les états de Wannier-Stark pour une meilleure différenciation avec l'indice de la quantification de Landau  $n_c$ .

Les fonctions d'onde sont construites à partir de la combinaison des fonctions de Wannier-Stark et de Landau (cf. Eqs. 2.13 et 4.4)

$$\Psi_{n,\nu,k_y}(x, y, z) = \frac{e^{ik_y y}}{\sqrt{L_y}} \psi_\nu(z_c) \Phi_n(x). \quad (4.16)$$

La même description est applicable à la bande de valence (cf. Eqs. 4.10 et 4.11). Une transition optique peut entraîner des transitions électroniques de la bande de valence vers la bande de conduction, pourvu que le nombre quantique de Landau soit le même. Toutefois, les transitions électroniques ne sont pas restreintes en ce qui concerne les indices de l'échelle de Wannier-Stark [69, 70]. Elles peuvent être représentées par un seul indice  $\nu$  qui équivaut au nombre de périodes qui séparent les états concernés dans l'excitation.  $\nu$  définit aussi la fonction d'onde en  $z$  à deux bandes comme nous le montrons dans l'annexe (A).

Sur la figure (4.3) nous schématisons une des transitions électroniques possibles qui peuvent avoir lieu lors d'une excitation optique. L'énergie d'un tel état excité est égale à la somme des énergies de deux particules photo-crées (cf. Eq. 4.12). De même, l'état quantique doit s'écrire en termes des états de Wannier-Stark et de

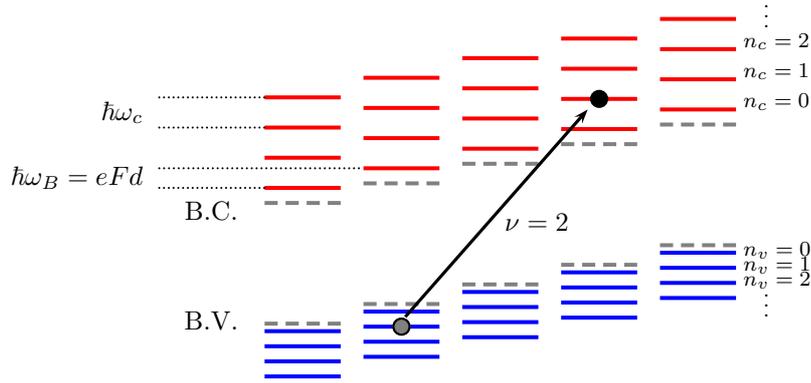


FIG. 4.3 – Quantification de Landau sous l'échelle de Wannier-Stark. Une transition électronique possible est signalée entre les états de Landau  $n_c = n_v = 1$  séparés par  $\nu = 2$  périodes dans l'échelle de Wannier-Stark. Pour le même état de Landau, la différence en énergie, lors d'une translation le long du super-réseau, continue à être l'énergie de Bloch  $\hbar\omega_B$ . Les états à champ magnétique nul sont indiqués par les lignes à traits.

Landau des deux bandes. Si  $H_0 = H_{f\parallel B}^c + H_{f\parallel B}^v$  est l'hamiltonien du système à deux bandes, on a donc que les états quantiques possibles du super-réseau sous champ magnétique et électrique s'écrivent

$$H_0|n, \nu, k_y\rangle = \hbar\omega_{n,\nu}|n, \nu, k_y\rangle, \quad (4.17)$$

$$\hbar\omega_{n,\nu} = E_G + \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_{cv} + \nu eFd,$$

$$H_0|\emptyset\rangle = \hbar\omega_\emptyset|\emptyset\rangle, \quad (4.18)$$

$$\hbar\omega_\emptyset = 0,$$

où  $|\emptyset\rangle$  est l'état fondamental qui représente le système avant toute excitation où la bande de conduction est totalement vide.

Après excitation optique, le système se trouve dans un état général  $|\Psi(t)\rangle$  développé en termes des états de la base (4.17) :

$$|\Psi(t)\rangle = C_\emptyset(t)e^{-i\omega_\emptyset t}|\emptyset\rangle + \sum_{n,\nu,k_y} C_{n,\nu,k_y}(t)e^{-i\omega_{n,\nu,k_y}t}|n, \nu, k_y\rangle. \quad (4.19)$$

On peut procéder de la même façon que dans les cas des oscillations de Bloch et

déterminer les coefficients de la somme au premier ordre en perturbations par rapport au couplage avec le pulse optique  $E(t)$  (Eq. 2.24). Le résultat de cette procédure est :

$$C_{n,\nu,k_y}(t) \simeq \frac{-e\mathbb{P}_{cv}}{m_0 E_G} J_p \left( -\frac{2}{f_{cv}} \right) \int_{-\infty}^t dt' E(t') \exp [i\omega_{n,\nu,k_y} t']. \quad (4.20)$$

Ce résultat ressemble notablement à celui des coefficients de développement des transitions bande-à-bande en l'absence de champ magnétique (Eq. 2.25), sauf que si  $B \neq 0$ , nous avons un ordre de quantification supérieur selon la transformation  $\nu, k_{\perp} \rightarrow n, \nu, k_y$ , qui nous suggère déjà une différence par rapport à la nature tridimensionnelle des oscillations de Bloch à champ magnétique nul.

## 4.2 Oscillations de Bloch-Landau

Des publications [71, 72] sur l'observation de la dynamique de porteurs dans des super-réseaux sous l'application conjointe d'un champ magnétique et d'un champ électrique montrent qu'il existe une modification de l'amplitude de l'émission de lumière en fonction du champ magnétique appliqué. Du côté théorique [71–73], des approches semi-classiques ont été faites pour décrire ce phénomène. Cependant, il n'existe pas de description systématique qui permette de comprendre l'influence des différents paramètres mis en jeu dans l'augmentation du signal émis. Nous montrerons ci-dessous que les variations de l'amplitude de l'émission ne dépendent pas seulement du champ magnétique appliqué, mais aussi des caractéristiques du pompage optique utilisé pour injecter des porteurs dans le système.

### 4.2.1 Oscillations de courant

Une fois les constantes de développement de l'état général du système calculées, nous modélisons le courant dans le super-réseau, suite à une excitation optique pulsée, à l'aide de la valeur moyenne de l'opérateur impulsion

$$j_z(t) = -\frac{e}{m_o} \langle \hat{p}_z \rangle. \quad (4.21)$$

De la même manière que dans le cas des oscillations de Bloch en l'absence de champ magnétique, nous trouvons cette fois-ci trois composantes de courant ; une inter-bande et deux intra-bande. Nous garderons le courant intra-bande dans la bande de conduction. Comme il avait été argumenté, les courants inter-bande ne seront pas détectés dans les expériences de THz, et le courant dans la bande de

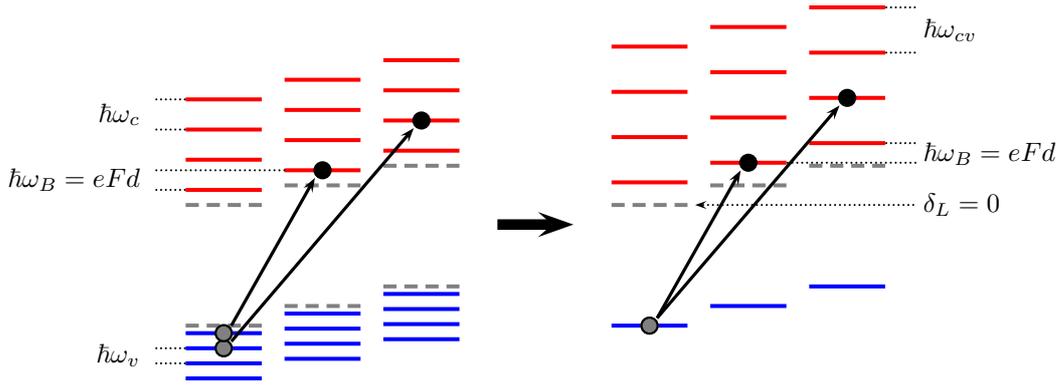


FIG. 4.4 – Simplification de la distribution d'états d'énergies du super-réseau polarisé sous champ magnétique. Cette simplification peut être faite car les transitions inter-bande interviennent uniquement entre états avec le même nombre de Landau.

valence est négligeable par rapport à celui dans la bande de conduction.

Dans la limite asymptotique  $t \gg \tau_L$ , le courant total est la somme d'oscillations de courant qui proviennent des chacune de échelles de Wannier-Stark indexées par les nombres quantiques de Landau  $n$ . La fréquence d'oscillation de toutes les composantes sera donc toujours égale à la fréquence de Bloch  $\omega_B = eFd/\hbar$ .

$$j_z(t \gg \tau_L) = -\frac{1}{4}A_0\omega_{cv} \left[ \sum_n A_n(\delta_L, \tau_L, \omega_{cv}, f_{cv}) \right] \sin(\omega_B t), \quad (4.22)$$

$$A_n = e^{-(\frac{1}{2}\omega_B\tau_L)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\tau}{\tau} \exp \left[ -\left( \frac{\tau}{2\tau_L} \right)^2 \right] J_1 \left[ 2Z_{cv} \sin \left( \frac{1}{2}\omega_B\tau \right) \right] \sin \left( \frac{\tau}{\hbar} \delta_{L,n} \right), \quad (4.23)$$

$$\delta_{L,n} = \delta_L - \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_{cv}, \quad (4.24)$$

où  $Z_{cv} = -2/f_{cv}$ ,  $J_1$  la fonction de Bessel à premier ordre, et  $A_0$  est la même constante qui multiplie l'amplitude des oscillations de Bloch à  $B = 0$  (cf. Eq. 3.4).

L'énergie d'excitation affecte l'amplitude du courant au moyen du paramètre d'ajustement  $\delta_L = \hbar\omega_L - E_G$  dans l'équation (4.24). Pour mieux comprendre la variation de l'amplitude en  $\delta_L$ , on peut utiliser une image simplifiée de la distribution d'états d'énergie, comme nous les montrons sur la figure (4.4). Nous mettons tous les états de la bande de valence au même niveau de l'échelle de Wannier-Stark de valence en absence de champ magnétique (ligne à traits sur la Fig. 4.24). De cette

façon, l'écartement entre les états de la bande de conduction correspond à  $\hbar\omega_{cv}$  (Eq. 4.24). Cette nouvelle distribution d'états n'affecte pas les échelles de Wannier-Stark, dont la différence d'énergie entre deux états consécutifs continue d'être l'énergie de Bloch, et nous permet de mesurer les excitations inter-bande toujours depuis le même niveau (celui à  $B = 0$ ). Cette simplification peut être faite car dans les transitions inter-bande interviennent uniquement les états ayant le même nombre de Landau.

Dans la limite asymptotique, l'amplitude du courant et l'amplitude de l'émission suivent les mêmes dépendances, à une constante multiplicative près ; la fréquence de Bloch. De ce point de vue, on peut analyser directement l'émission THz, sachant que l'amplitude du courant a les mêmes caractéristiques.

### 4.2.2 Amélioration de l'émission

Pour obtenir l'émission à partir de l'expression du courant dans la limite asymptotique, il suffit de multiplier l'équation (4.22) par la fréquence de Bloch. Ce procédé nous donne directement la dérivée du courant  $Dj_z(t \gg \tau_L)$ .

$$E_{THz}(t) = Dj_z(t \gg \tau_L) = -\frac{1}{4}A_0\omega_B\omega_{cv} \left[ \sum_n A_n \right] \sin(\omega_B t). \quad (4.25)$$

L'effet du champ magnétique sur l'amplitude se voit d'abord en tant que constante multiplicative du courant (émission). C'est-à-dire, l'émission THz qui résulte lors d'une excitation optique, se verra augmentée en présence d'un champ magnétique fort. D'un autre côté, le champ magnétique affecte l'amplitude au moyen du facteur  $\delta_{L,n}$  (cf. Eqs. 4.23 et 4.24). On voit sur l'équation (4.23) que quand l'énergie d'excitation est suffisante pour atteindre un niveau de Landau  $n$  quelconque (soit quand  $\delta_{L,n} = 0$ ), l'amplitude qui correspond à ce niveau de Landau s'annule, un comportement typique de mode de respiration des systèmes unidimensionnels.

Le champ magnétique quantifie le mouvement transversal, mais les fonctions d'onde le long du champ électrique restent inaltérées. De cette façon, la définition de  $\delta_L^m$  (Eq. 3.6) que nous avons faite pour déterminer la portée maximale de l'excitation optique reste valable, pourvu que nous identifions l'énergie centrale d'excitation à chacun des modes de respiration des différentes échelles. En conclusion,  $A_n$  s'étend, en fonction de l'énergie d'excitation, jusqu'à  $\delta_L^m$  des deux côtés autour du mode de respiration correspondant. D'un autre côté, nous notons que la valeur d'énergie requise pour changer du mode de respiration d'une échelle ( $n$ ) à celui de l'échelle suivante ( $n + 1$ ) est égale à l'énergie cyclotron  $\hbar\omega_{cv}$ . Tout cela nous indique qu'à

champ magnétique fort il sera plus facile de résoudre chacune de composantes  $A_n$  car leurs centres seront plus écartés.

Sur la figure (4.5), nous présentons les résultats des calculs de l'émission pour le super-réseau test à  $\Delta_{cv} = 33.97$  meV,  $F = 10$  kV/cm, et  $\tau_L = 0.1$  ps. On y voit que chacune des  $A_n$  est décrite par une courbe antisymétrique en S autour des modes de respiration (Fig. 4.5a-c), et que la largeur de ces courbes, qui ne change pas lors de l'augmentation de  $B$ , est bien définie par  $2\delta_L^m$ . Par contre, on voit clairement que l'amplitude croît lors de l'augmentation du champ magnétique (passage de la Fig. 4.5a à b et c successivement) et, de plus, que les positions des modes de respiration sont de plus en plus écartées.

Il est important de remarquer la nature différente des points où chaque  $A_n$  est nulle. Si l'énergie d'excitation s'éloigne au delà de  $\delta_L^m$  du mode de respiration, le courant sera zéro à cause de l'excitation inefficace des différents états. Par contre, si le mode de respiration est excité exactement, il y aura des courants engendrés, mais ils s'annuleront simultanément à cause des interférences destructives qui donnent lieu aux modes de respiration.

L'amplitude totale de l'émission, présentée également sur la figure (4.5), présente des variations en fonction de  $\delta_L$  conforme à la superposition des  $A_n$  de tous les états de Landau qui sont excités simultanément. À champ magnétique faible (4.5d), les courbes en S sont fortement agglomérées, et l'amplitude totale décrit donc une courbe toujours positive dont le centre s'approche de plus en plus de  $\delta_L = 0$ , car la partie négative de chaque  $A_n$  est compensée par les contributions positives des  $A_n$  des états de Landau supérieurs. Lors de l'augmentation du champ magnétique (Fig. 4.5e), les différentes échelles sont de plus en plus écartées et les états de Landau excités simultanément seront moins nombreux. En même temps, la contribution négative d'un état de Landau particulier ne sera pas compensée totalement par les contributions positives des états supérieurs. Ce qui conduit au résultat que l'amplitude totale présente des oscillations à hautes énergies d'excitation. À champ magnétique fort, les courbes en S sont mieux résolues en énergie, et l'amplitude totale acquiert une forme périodique en fonction de l'énergie d'excitation (Fig. 4.5c,f).

La résolution en énergie des différentes composantes à l'amplitude totale commence à avoir lieu dès que  $\hbar\omega_{cv}$  devient comparable à  $\delta_L^m$ . En conséquence, la valeur de champ magnétique à laquelle les oscillations de l'amplitude totale apparaissent (Fig. 4.5e) et la résolution de différentes composantes (Fig. 4.5f) a lieu dépend tant de  $\Delta_{cv}$  que de  $\tau_L$  (cf. Eq. 3.6).

Lorsque  $\hbar\omega_{cv}$  dépasse  $\delta_L^m$ , l'amplitude s'annule à chaque fois que l'énergie d'exci-

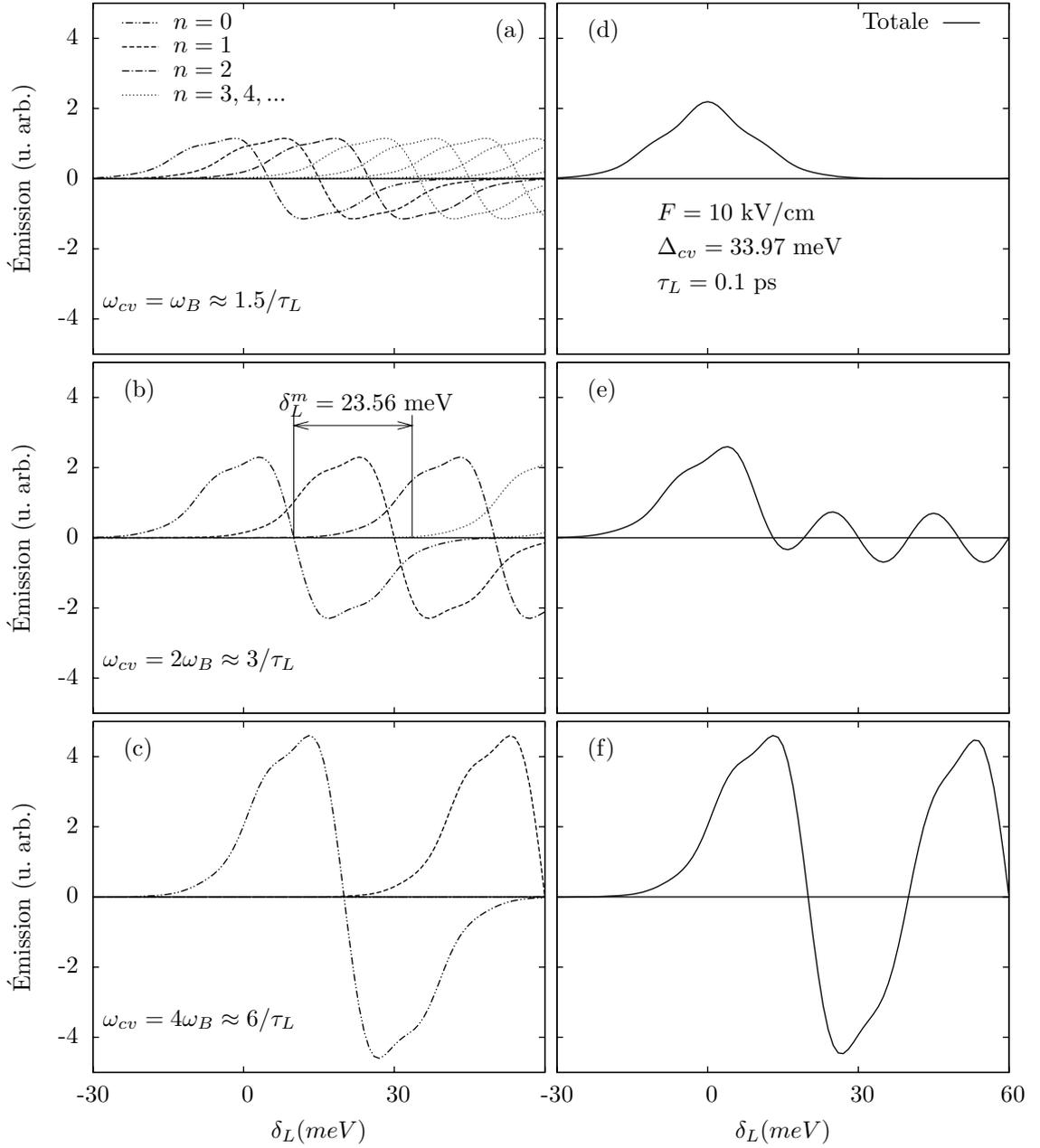


FIG. 4.5 – Émission THz calculée en fonction du paramètre d’ajustement  $\delta_L$  à différents champs magnétiques. De (a) à (c), les amplitudes liées aux différents niveaux de Landau sont montrées séparément. De (d) à (f), nous présentons les amplitudes totales correspondantes.

tation atteint un mode de respiration ( $\delta_L = (n+1/2)\hbar\omega_{cv}$ ). Cependant, la séparation entre les différents niveaux de Landau entraîne l'apparition de zéros de courant pour des énergies d'excitation entre les états  $n$  et  $n+1$ . Si la séparation des amplitudes n'est pas totale, comme c'est le cas de la figure (4.5f), le courant s'annule à cause d'un mode de respiration engendré par l'interférence destructive entre les courants de signe opposé des deux échelles ( $n$  et  $n+1$ ) excitées en égale proportion. À champ magnétique plus intense, le courant s'annule pour une excitation entre les états  $n$  et  $n+1$  à cause de l'inefficacité de l'excitation qui n'engendrera aucun courant. Dans ce dernier cas, les courbes en S de chaque niveau de Landau se verront séparées par des plateaux de courant zéro qui seront d'autant plus larges que le champ magnétique est élevé.

Sur la figure (4.6), nous présentons la variation de l'amplitude, en échelle de gris, en fonction de la variation du champ magnétique et de l'énergie d'excitation. Comme sur la figure (4.5), nous avons utilisé  $\Delta_{cv} = 33.97$  meV,  $F = 10$  kV/cm, et  $\tau_L = 0.1$  ps. On y voit que lorsque  $B \rightarrow 0$  l'amplitude totale est décrite par une courbe symétrique qui ne dépasse pas  $|\delta_L| = 30$  meV. Lorsque le champ magnétique croît, la valeur maximale de l'amplitude augmente, et les oscillations de l'amplitude apparaissent et deviennent de plus en plus évidentes grâce à leur écartement croissant.

À gauche, sur la même figure (4.6), nous avons schématisé le super-réseau polarisé sous un champ magnétique tel que  $\hbar\omega_{cv} = 4\omega_B = 40$  meV. Cette valeur est également utilisée dans les figures (4.5c,f). Les cercles pleins à  $\hbar\omega_{cv}/\omega_B = 4$  signalent les mode de respiration ( $\delta_L = (n+1/2)\hbar\omega_{cv}$ ), tandis que les diamants indiquent les énergies d'excitation intermédiaires ( $\delta_L = (n+1)\hbar\omega_{cv}$ ) pour lesquelles le courant s'annule également. Les flèches, du côté du schéma du super-réseau, représentent  $\delta_L$  pour les excitations du premier mode de respiration (flèche à traits), et du premier mode intermédiaire (flèche pointée).

### 4.3 Conclusion

Nous avons poursuivi notre étude des oscillations de Bloch dans les super-réseaux polarisés soumis à une excitation optique pulsée. Cette fois-ci, nous avons modélisé quantiquement la dynamique des oscillations de courant lorsque le super-réseau est soumis à un champ magnétique parallèle au champ électrique de polarisation. Pour développer l'état général du système nous considérons les états de Wannier-Stark le long de super-réseau et des états discrets de Landau pour le mouvement transversal.

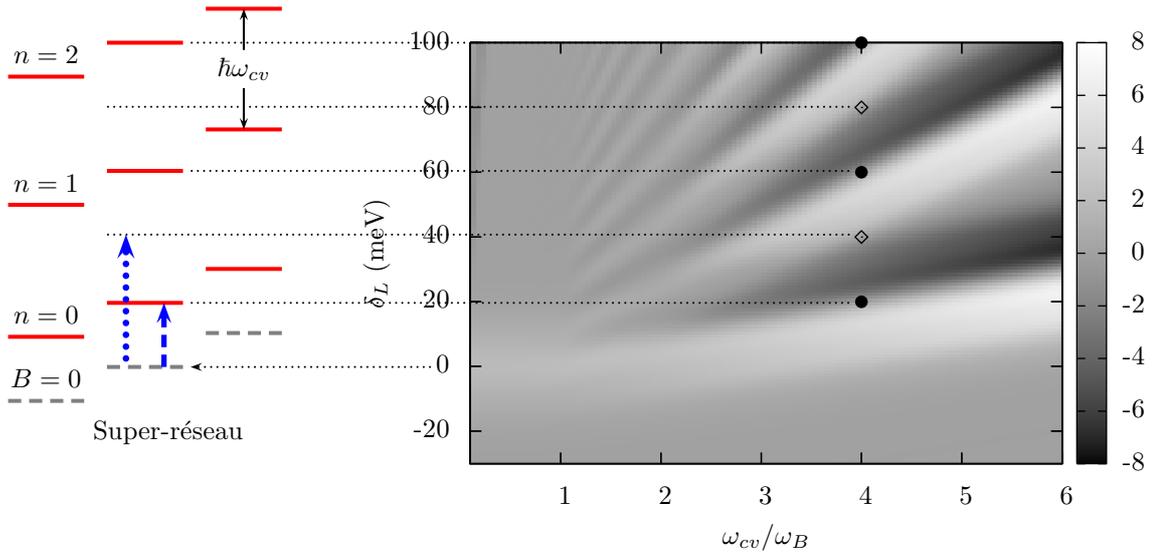


FIG. 4.6 – Amplitude de l’émission totale en fonction du champ magnétique et du paramètre d’ajustement  $\delta_L$ . Le schéma à gauche représente le super-réseau sous un champ magnétique tel que  $\hbar\omega_{cv} = 4\omega_B = 40$  meV, dont les modes de respiration sont signalés par les cercles pleins sur la figure de droite tandis que les modes intermédiaires, où le courant s’annule, sont indiqués par les diamants.

Nous avons montré que, grâce à la quantification du mouvement transversal, le courant total (et en conséquence l’émission totale) provient de la somme de différents oscillateurs de Bloch unidimensionnels indexés par les nombres quantiques de Landau. Si le champ magnétique est faible, ces contributions de courant se superposent enchaînant l’occurrence d’interférences. Il en résulte une amplitude d’émission totale symétrique qui se rapproche de plus en plus à l’émission à champ magnétique nul. Lorsque le champ magnétique augmente, les oscillations de Bloch unidimensionnelles deviennent plus intenses et écartées. L’observation des modes de respirations devient possible et, de même, l’amplitude totale de l’émission devient oscillatoire.

Les résultats présentés dans ce chapitre ont été l’objet d’une publication dans le journal “Applied Physics Express” (APEX) :

**Quantum Mechanical Improvement of Terahertz Generation by Bloch Oscillators in a Biased Superlattice under a Strong Magnetic Field**, Jairo Ricardo Cardenas, Robson Ferreira, and Gérald Bastard , *Appl. Phys. Express* **3**, (2010) 082002



# Conclusion

Nous avons discuté dans ce mémoire du grand potentiel technologique et académique des rayonnements THz. Dans ce domaine, il existe actuellement un défaut en ce qui concerne les sources THz intenses qui permettraient d'optimiser les résultats optimaux de cette technologie et d'augmenter son champ d'application. Les oscillations de courant, où oscillations de Bloch, dans les super-réseaux de semi-conducteur constituent une alternative potentielle.

Nous avons modélisé la dynamique de charges et le processus d'injection de porteurs dans les super-réseaux polarisés. Pour cela, nous considérons que dans l'état initial tous les électrons se trouvent dans la bande de valence. Pour les états excités, nous considérons toutes les paires électron-trous, créées au moyen d'une excitation optique pulsée. Ces paires peuvent bien être liées ou dissociées. Dans le cas des paires dissociées, le modèle doit tenir compte de l'aspect tridimensionnel de la création des paires du continuum bande-à-bande. Dans le cas de paires liées, l'interaction coulombienne rend le modèle de création unidimensionnel puisque le mouvement relatif est discret. Nous avons tenu compte seulement des états liés avec symétrie 1S. Nous avons appliqué le modèle à deux structures réelles et les résultats numériques montrent des comportements réalistes aussi bien pour les transitions bande-à-bande que pour les transitions excitoniques.

Dans une première étape, nous avons étudié les variations de la densité de porteurs dans le cas de transitions bande-à-bande. Cela nous a permis de définir des bons paramètres d'excitation pour focaliser nos calculs. Dans le cas de transitions excitoniques, nous avons calculé la force d'oscillateur et les énergies de liaison excitons dans le des super-réseaux utilisés expérimentalement, nous obtenons des résultats assez réalistes en accord avec les publications. Nous avons réalisé que la largeur de mini-bande constitue un paramètre fondamental qui définit l'importance des états liés par rapport aux états du quasi-continuum.

Nos résultats montrent que la dynamique de porteurs de charge est fortement affectée par le processus d'injection et que la dynamique des oscillations de cou-

rant n'est pas un phénomène intrinsèque au super-réseau. De même, le couplage optique demande que la bande de valence soit incluse dans la modélisation ainsi que les états liés par le couplage coulombien, car une modélisation avec seulement les états du continuum ne suffit pas pour décrire l'émission de lumière. L'importance de considérer les états de Wannier-Stark dans leur forme tridimensionnelle est aussi à souligner ; si ces états étaient considérés comme un système unidimensionnel, leur contribution au courant total montrerait un mode de respiration au lieu d'un maximum de courant (où d'émission) dont l'existence est une évidence expérimentale indiscutable.

Le modèle théorique que nous proposons arrive à bien déterminer la localisation du maximum de l'émission par rapport à l'énergie d'excitation. Nous pouvons donc prédire les paramètres requis pour optimiser l'émission THz. Nous mettons également, en évidence que l'émission THz des super-réseaux n'est pas monochromatique, mais qu'elle correspond à une somme de différentes contributions produites par les oscillations de charge entre une variété d'états d'énergie différentes : Les états de l'échelle de Wannier-Stark et les états excitoniques.

Finalement, nous avons modélisé quantiquement la dynamique des oscillations de courant lorsque le super-réseau est soumis à un champ magnétique parallèle au champ électrique de polarisation. Ici, nous avons montré que, grâce à la quantification du mouvement transversal, le courant total (et en conséquence l'émission totale) provient de la somme de différents oscillateurs de Bloch unidimensionnels indexés par les nombres quantiques de Landau. Si le champ magnétique est faible, ces contributions de courant se superposent conduisant à l'existence d'interférences. Il en résulte une amplitude d'émission totale symétrique qui se rapproche de plus en plus de l'émission à champ magnétique nul. Lorsque le champ magnétique augmente, les oscillations de Bloch unidimensionnelles deviennent plus intenses et écartées. L'observation des modes de respiration devient possible et, de même, l'amplitude totale de l'émission devient oscillatoire.

# Annexe A

## Fonctions de Wannier-Stark

### A.1 Solution à une bande

#### Bande de conduction

L'équation de Schrödinger unidimensionnelle pour la bande de conduction est

$$[H_{SR}^c + eFz] \psi_\nu = E_\nu^c \psi_\nu \quad (\text{A.1})$$

ou

$$H_{SR}^c = -\frac{\hbar^2}{2m_c^*} \frac{d^2}{dz^2} + V_c(z), \quad (\text{A.2})$$

$$E_\nu^c = E_0^c + \nu eFd, \quad (\text{A.3})$$

$$V_c(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_{PQ}^c(z - pd),$$
$$V_{PQ}^c(z - pd) = \begin{cases} -V_c, & \text{si } |z - pd| \leq \frac{L}{2}, \\ 0 & \text{si } |z - pd| > \frac{L}{2}. \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

où  $L$  est la largeur d'un puit quantique.

L'équation de Schrödinger pour le  $p$ ème puits quantique s'écrit

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m_c^*} \frac{d^2}{dz^2} + V_{PQ}(z - pd) \right] \varphi_{loc}(z - pd) = E_0 \varphi_{loc}(z - pd), \quad (\text{A.5})$$

Sachant que  $\psi_\nu = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_p c_{\nu p} \varphi_{loc}(z - pd)$  on peut développer le produit

$$\langle \varphi_{loc}(z - pd) | [H_{SR}^c + eFz] | \psi_\nu \rangle = E_\nu \langle \varphi_{loc}(z - pd) | \psi_\nu \rangle \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (E_0 - E_\nu) C_{\nu p} &+ \langle \varphi_{loc}(z - pd) | V_{PQ}(z - (p+1)d) | \varphi_{loc}(z - (p+1)d) \rangle C_{\nu(p+1)} \\ &+ \langle \varphi_{loc}(z - pd) | V_{PQ}(z - (p-1)d) | \varphi_{loc}(z - (p-1)d) \rangle C_{\nu(p-1)} \\ &+ eF \sum_{p'} \langle \varphi_{loc}(z - pd) | z | \varphi_{loc}(z - p'd) \rangle C_{\nu p'} = 0 \end{aligned}$$

On fait la translation  $z \rightarrow z + pd$  et en considérant l'approximation des liaisons fortes  $\langle \varphi_{loc}(z - pd) | \varphi_{loc}(z - p'd) \rangle \equiv \delta_{pp'}$ . De même, on ignore tous les termes  $\langle \varphi_{loc}(z) | z | \varphi_{loc}(z - (p' - p)d) \rangle$ .

$$\Rightarrow (E_0 - E_\nu + peFd) C_{\nu p} - \frac{\Delta_c}{4} (C_{\nu(p+1)} + C_{\nu(p-1)}) \approx 0, \quad (\text{A.7})$$

où

$$\langle \varphi_{loc}(z) | V_{PQ}(z - d) | \varphi_{loc}(z - d) \rangle = -\langle \varphi_{loc}(z) | V_{PQ}(z + d) | \varphi_{loc}(z + d) \rangle \equiv -\frac{\Delta_c}{4}. \quad (\text{A.8})$$

On substitue  $E_\nu$  de l'équation (A.13)

$$\Rightarrow (\nu - p) C_{\nu p} = -\frac{\Delta_c}{4eFd} (C_{\nu(p+1)} + C_{\nu(p-1)}). \quad (\text{A.9})$$

L'équation (A.9) est identique à l'une des relations de récurrence des fonctions de Bessel dont l'argument sera  $\frac{\Delta_c}{2eFd}$ . On peut finalement écrire :

$$C_{\nu p} = J_{p-\nu} \left( -\frac{\Delta_c}{2eFd} \right). \quad (\text{A.10})$$

## Bande de valence

La procédure pour la bande de valence est identique à celle de la bande de conduction. Cependant, il faut considérer que les puits quantiques sont inversés

$$[H_{SR}^v - eFz] \chi_\nu = E_\nu^v \chi_\nu \quad (\text{A.11})$$

$$H_{SR}^v = -\frac{\hbar^2}{2m_c^*} \frac{d^2}{dz^2} + V_v(z), \quad (\text{A.12})$$

$$E_\nu^v = -(E_0^v + \nu eFd), \quad (\text{A.13})$$

$$V_v(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_{PQ}^v(z - pd),$$

$$V_{PQ}(z - pd)^v = \begin{cases} -V_v, & \text{si } |z - pd| \leq \frac{L}{2}, \\ 0 & \text{si } |z - pd| > \frac{L}{2}. \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

Dans ce cas, la relation de récurrence pour les coefficients  $C_{\nu p}$  est

$$\Rightarrow (\nu - p)C_{\nu p} = \frac{\Delta_v}{4eFd} (C_{\nu(p+1)} + C_{\nu(p-1)}), \quad (\text{A.15})$$

qui est satisfaite par les fonctions de Bessel telles que

$$C_{\nu p} = J_{p-\nu} \left( \frac{\Delta_c}{2eFd} \right). \quad (\text{A.16})$$

## A.2 Solution à deux bandes

On peut également traiter le problème avec la bande de valence et la bande de conduction simultanément, sachant qu'un électron se trouve dans le site  $n$  de la bande de conduction et un trou se trouve dans le site  $m$  de la bande de valence. Si l'on écrit la séparation entre la paire de particules comme  $p = m - n$  l'équation de Schrödinger pour le mouvement le long du super-réseau s'écrit

$$[H_v + H_c] \Psi_p = E_p \Psi_p \quad (\text{A.17})$$

ou

$$H_c = H_{SR}^c + eFz_c \quad (\text{A.18})$$

$$H_v = H_{SR}^v - eFz_v \quad (\text{A.19})$$

$$E_p = \tilde{E}_G + peFd. \quad (\text{A.20})$$

On propose donc une solution composée donnée par :

$$\Psi_p = \sum_{m,n} C_{m,n,p} \varphi_{loc}(z_c - nd) \chi_{loc}(z_c - md), \quad (\text{A.21})$$

où les fonctions  $\varphi_{loc}(z_c - nd)$  et  $\chi_{loc}(z_c - md)$  sont les fonctions d'onde de puits isolé dans la bande de conduction et de valence tel que

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m_c^*} \frac{d^2}{dz^2} + V_{PQ}^c(z_c - nd) \right] \varphi_{loc}(z_c - nd) = E_0^c \varphi_{loc}(z_c - nd) \quad (\text{A.22})$$

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m_v^*} \frac{d^2}{dz^2} + V_{PQ}^v(z_v - md) \right] \chi_{loc}(z_v - md) = -E_0^v \chi_{loc}(z_v - md). \quad (\text{A.23})$$

On peut maintenant développer le produit

$$\langle \varphi_{loc}(z - nd) \chi_{loc}(z_v - md) | [H_v + H_c] | \Psi_p \rangle = E_\nu \langle \varphi_{loc}(z - nd) \chi_{loc}(z_v - md) | \Psi_p \rangle, \quad (\text{A.24})$$

d'où l'on trouve

$$\begin{aligned} \Rightarrow (E_0^c - E_0^v - E_p) C_{m,n,p} + (n - m) e F d C_{m,n,p} - \frac{\Delta_v}{4} (C_{n,m+1,p} + C_{n,m-1,p}) \\ - \frac{\Delta_c}{4} (C_{n+1,m,p} + C_{n-1,m,p}) \approx 0, \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow [(n - m) - p] e F d C_{m,n,p} - \frac{\Delta_v}{4} (C_{n,m+1,p} + C_{n,m-1,p}) \\ - \frac{\Delta_c}{4} (C_{n+1,m,p} + C_{n-1,m,p}) \approx 0. \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

On utilise la relation de récurrence des fonction de Bessel  $Z_\nu(z)$

$$z [Z_{\nu-1}(z) + Z_{\nu+1}(z)] = 2\nu Z_\nu(z) \quad (\text{A.27})$$

qui avec  $z = t + r$  devient

$$(t + r) [Z_{\nu-1}(t + r) + Z_{\nu+1}(t + r)] = 2\nu Z_\nu(t + r),$$

$$t [Z_{\nu-1}(t + r) + Z_{\nu+1}(t + r)] + r [Z_{\nu-1}(t + r) + Z_{\nu+1}(t + r)] = 2\nu Z_\nu(t + r) \quad (\text{A.28})$$

et par comparaison directe avec l'équation (A.26) on trouve que :

$$C_{n,m,p} = Z_{p-(n-m)} \left( -\frac{\Delta_c + \Delta_v}{2eFd} \right) \quad (\text{A.29})$$

où l'on a noté

$$t = -\frac{\Delta_c}{2eFd}$$

$$r = -\frac{\Delta_v}{2eFd}$$

$$\nu = p - (n - m) \quad (\text{A.30})$$



# Bibliographie

- [1] L. Esaki and R. Tsu, *Superlattice and negative differential conductivity in semiconductors*, IBM J. Res. Dev. **14**, 61 (1970).
- [2] F. Bloch, *Über die quantenmechanik der elektronen in kristallgittern*, Z. Phys. **52**, 555 (1928).
- [3] C. Zener, *A theory of the electrical breakdown of solid dielectrics*, Proc. R. Soc. London, Ser. A **145**, 523 (1934).
- [4] G. P. Williams, *Filling the thz gap - high power sources and applications*, Rep. Prog. Phys. **69**, 301 (2006).
- [5] M. Tonouchi, *Cutting-edge terahertz technology*, Nature Photonics **1**, 97 (2007).
- [6] M. Cooke, *Filling the thz gap with new applications*, Semiconductor Today **2**, 39 (2007).
- [7] E. R. Mueller, *Terahertz radiation : Applications and sources*, The Industrial Physicist **9**, 27 (2003).
- [8] J.-L. Coutaz, *Optoélectronique térahertz* (EDP Sciences, France, 2008).
- [9] S. D. Ganichev and W. Prettl, *Intense Terahertz Excitation of Semiconductors* (Oxford University Press Inc., New York, 2006).
- [10] R. M. G., S. C., and N. Q., Phys. Today **50**, 30 (1997).
- [11] A. B. P. and K. M.A., Science **282**, 1686 (1998).
- [12] U. Peschel, T. Pertsch, and F. Lederer, Opt. Lett. **23**, 1701 (1998).
- [13] I. Saïdi, B. Radhia, and K. Boujdaria, J. Appl. Phys. **103**, 043701 (2010).
- [14] G. Bastard, *Wave mechanics applied to semiconductor heterostructures* (Les édition de physique, France, 1996).

- [15] J. B. Krieger and G. J. Iafrate, *Time evolution of bloch electrons in a homogeneous electric field*, Phys. Rev. B **33**, 5494 (1986).
- [16] A. M. Bouchard and M. Luban, *Semiconductor superlattices as terahertz generators*, Phys. Rev. B **47**, 6815 (1993).
- [17] A. Sibille, J. F. Palmier, C. Minot, and F. Mollot, *High-field perpendicular conduction in gaas/alas superlattices*, Appl. Phys. Lett. **54**, 165 (1989).
- [18] A. Sibille, J. F. Palmier, H. Wang, and F. Mollot, *Observation of esaki-tsu negative differential velocity in gaas/alas superlattices*, Phys. Rev. Lett. **64**, 52 (1990).
- [19] F. Beltram, F. Capasso, D. L. Sivco, A. L. Hutchinson, S.-N. G. Chu, and A. Y. Cho, *Scattering-controlled transmission resonances and negative differential conductance by field-induced localization in superlattices*, Phys. Rev. Lett. **64**, 3167 (1990).
- [20] A. Sibille, J. F. Palmier, and F. Mollot, *Coexistence of wannier–stark localization and negative differential velocity in superlattices*, Appl. Phys. Lett. **60**, 457 (1992).
- [21] K. Unterrainer, B. J. Keay, M. C. Wanke, S. J. Allen, D. Leonard, G. Medeiros-Ribeiro, U. Bhattacharya, and M. J. W. Rodwell, *Inverse bloch oscillator : Strong terahertz-photocurrent resonances at the bloch frequency*, Phys. Rev. Lett. **76**, 2973 (1996).
- [22] S. Winnerl, E. Schomburg, J. Grenzer, H.-J. Regl, A. A. Ignatov, A. D. Semenov, K. F. Renk, D. G. Pavel'ev, Y. Koschurinov, B. Melzer, et al., *Quasistatic and dynamic interaction of high-frequency fields with miniband electrons in semiconductor superlattices*, Phys. Rev. B **56**, 10303 (1997).
- [23] J. Feldmann, K. Leo, J. Shah, D. A. B. Miller, J. E. Cunningham, T. Meier, G. von Plessen, A. Schulze, P. Thomas, and S. Schmitt-Rink, *Optical investigation of bloch oscillations in a semiconductor superlattice*, Phys. Rev. B **46**, 7252 (1992).
- [24] K. Leo, P. H. Bolivar, F. Bruggemann, R. Schwedler, and K. Kohler, *Observation of bloch oscillations in a semiconductor superlattice*, Solid State Commun. **84**, 943 (1992).

- 
- [25] C. Waschke, H. G. Roskos, R. Schwedler, K. Leo, H. Kurz, and K. Köhler, *Coherent submillimeter-wave emission from bloch oscillations in a semiconductor superlattice*, Phys. Rev. Lett. **70**, 3319 (1993).
- [26] N. Sekine and K. Hirakawa, *Dispersive terahertz gain of a nonclassical oscillator : Bloch oscillation in semiconductor superlattices*, Phys. Rev. Lett. **94**, 057408 (2005).
- [27] D. Emin and C. F. Hart, *Existence of wannier-stark localization*, Phys. Rev. B **36**, 7353 (1987).
- [28] J. Bleuse, G. Bastard, and P. Voisin, *Electric-field-induced localization and oscillatory electro-optical properties of semiconductor superlattices*, Phys. Rev. Lett. **60**, 220 (1988).
- [29] E. E. Mendez, F. Agulló-Rueda, and J. M. Hong, *Stark localization in gaas-gaalas superlattices under an electric field*, Phys. Rev. Lett. **60**, 2426 (1988).
- [30] G. H. Wannier, *Dynamics of band electrons in electric and magnetic fields*, Rev. Mod. Phys. **34**, 645 (1962).
- [31] G. Bastard, J. A. Brum, and R. Ferreira, *SOLID STATE PHYSICS : Advances in Research and Applications* (Academic Press, Inc., 1991).
- [32] P. Voisin, *Quantum coherence in semiconductor superlattices*, Ann. Phys. Fr. **22**, 681 (1997).
- [33] G. Nenciu, *Dynamics of band electrons in electric and magnetic fields : rigorous justification of the effective hamiltonians*, Rev. Mod. Phys. **63**, 91 (1991).
- [34] A. Di Carlo, P. Vogl, and W. Pötz, *Theory of zener tunneling and wannier-stark states in semiconductors*, Phys. Rev. B **50**, 8358 (1994).
- [35] M. Glück, A. R. Kolovsky, H. J. Korsch, and F. Zimmer, *Wannier-stark resonances in semiconductor superlattices*, Phys. Rev. B **65**, 115302 (2002).
- [36] R. W. Koss and L. M. Lambert, *Experimental observation of wannier levels in semi-insulating gallium arsenide*, Phys. Rev. B **5**, 1479 (1972).
- [37] F. Agulló-Rueda, E. E. Mendez, and J. M. Hong, *Quantum coherence in semiconductor superlattices*, Phys. Rev. B **40**, 1357 (1989).

- [38] P. Voisin, J. Bleuse, C. Bouche, S. Gaillard, C. Alibert, and A. Regreny, *Observation of the wannier-stark quantization in a semiconductor superlattice*, Phys. Rev. Lett. **61**, 1639 (1988).
- [39] M. Kast, C. Pacher, G. Strasser, E. Gornik, and W. S. M. Werner, *Wannier-stark states in finite superlattices*, Phys. Rev. Lett. **89**, 136803 (2002).
- [40] A. Y. Shik, Sov. Phys. Semicond. **8**, 1195 (1975).
- [41] R. Tsu and L. Esaki, *Stark quantization in superlattices*, Phys. Rev. B **43**, 5204 (1991).
- [42] A. Wacker and A.-P. Jauho, *Quantum transport : The link between standard approaches in superlattices*, Phys. Rev. Lett. **80**, 369 (1998).
- [43] G. Bastard and R. Ferreira, C. R : Acad. Sci. Paris. **Serie II**, 971 (1991).
- [44] G. Bastard, E. E. Mendez, L. L. Chang, and L. Esaki, *Exciton binding energy in quantum wells*, Phys. Rev. B **26**, 1974 (1982).
- [45] R. L. Greene, K. K. Bajaj, and D. E. Phelps, *Energy levels of wannier excitons in  $gaas - ga_{1-x}al_x$  quantum-well structures*, Phys. Rev. B **29**, 1807 (1984).
- [46] J. A. Brum and G. Bastard, *Excitons formed between excited sub-bands in  $gaas - ga_{1-x}al_x$  quantum wells*, Journal of Physics C : Solid State Physics **18**, L789 (1985).
- [47] A. Chomette, B. Lambert, B. Deveaud, F. Clerot, A. Regreny, and G. Bastard, *Exciton binding energy in small-period  $gaas/ga_{1-x}al_x$  superlattices*, Europhys. Lett. **4**, 461 (1987).
- [48] T. F. Jiang, Solid State Commun. **50**, 589 (1984).
- [49] C. Priester, G. Allan, and M. Lannoo, *Wannier excitons in  $gaas - ga_{1-x}al_x$  quantum-well structures : Influence of the effective-mass mismatch*, Phys. Rev. B **30**, 7302 (1984).
- [50] U. Ekenberg and M. Altarelli, *Exciton binding energy in a quantum well with inclusion of valence-band coupling and nonparabolicity*, Phys. Rev. B **35**, 7585 (1987).
- [51] B. Zhu and K. Huang, *Effect of valence-band hybridization on the exciton spectra in  $gaas - ga_{1-x}al_x$  quantum wells*, Phys. Rev. B **36**, 8102 (1987).

- 
- [52] L. C. Andreani and A. Pasquarello, *Effect of subband coupling on exciton binding energies and oscillator strengths in gaas-ga 1- x al x as quantum wells*, Europhys. Lett. **6**, 259 (1988).
- [53] M. M. Dignam and J. E. Sipe, *Exciton stark ladder in gaas/ga1 - xalxas superlattices*, Phys. Rev. Lett. **64**, 1797 (1990).
- [54] J. A. Brum, F. Laruelle, and L. A. Coldren, Surf. Sci. **229**, 472 (1990).
- [55] M. M. Dignam and J. E. Sipe, *Exciton states in type-i and type-ii gaas/ga1 - xalxas superlattices*, Phys. Rev. B **41**, 2865 (1990).
- [56] M. M. Dignam and J. E. Sipe, *Exciton stark ladder in semiconductor superlattices*, Phys. Rev. B **43**, 4097 (1991).
- [57] N. Linder, *Excitons in superlattices : Absorption asymmetry, dimensionality transition, and exciton localization*, Phys. Rev. B **55**, 13664 (1997).
- [58] S. A. Ktitorov, G. S. Simin, and V. Y. Sindalov, *Bragg reflections and high-frequency conductivity of an electronic solid-state plasma*, Sov. Phys. Solid State **13**, 1872 (1972).
- [59] S. A. Ktitorov, G. S. Simin, and V. Y. Sindalov, *Transient response theory of semiconductor superlattices : Connection with bloch oscillations*, Mod. Phys. Lett. B **5**, 1087 (1991).
- [60] K. Leo, *High Field Transport in Semiconductor Superlattices* (Springer Tracts in Modern Physics 187. Berlin, 2003).
- [61] R. Ferreira, T. Unama, K. Hirakawa, and G. Bastard, Appl. Phys. Exp. **2**, 062101 (2009).
- [62] V. G. Lyssenko, G. Valušis, F. Löser, T. Hasche, K. Leo, M. M. Dignam, and K. Köhler, *Direct measurement of the spatial displacement of bloch-oscillating electrons in semiconductor superlattices*, Phys. Rev. Lett. **79**, 301 (1997).
- [63] P. Leisching, P. Haring Bolivar, W. Beck, Y. Dhaibi, F. Brüggemann, R. Schwedler, H. Kurz, K. Leo, and K. Köhler, *Bloch oscillations of excitonic wave packets in semiconductor superlattices*, Phys. Rev. B **50**, 14389 (1994).
- [64] M. Dignam, J. E. Sipe, and J. Shah, *Coherent excitations in the stark ladder : Excitonic bloch oscillations*, Phys. Rev. B **49**, 10502 (1994).

- [65] L. Yang, B. Rosam, J.-M. Lachaine, K. Leo, and M. M. Dignam, *Intraband polarization and terahertz emission in biased semiconductor superlattices with full excitonic basis*, Phys. Rev. B **69**, 165310 (2004).
- [66] U. Fano, *Effects of configuration interaction on intensities and phase shifts*, Phys. Rev. **124**, 1866 (1961).
- [67] A. Lisauskas, C. Blöser, R. Sachs, H. G. Roskos, A. Juozapavičius, G. Valušis, and K. Köhler, *Time-resolved photocurrent spectroscopy of the evolution of the electric field in optically excited superlattices and the prospects for bloch gain*, App. Phys. Lett. **86**, 102103 (pages 3) (2005).
- [68] A. Lisauskas, C. Blöser, A. B. Hummel, R. Sachs, H. G. Roskos, A. Juozapavičius, G. Valušis, and K. Köhler, Phys. Stat. Sol. (c) **2**, 3055 (2005).
- [69] R. Ferreira, B. Soucail, P. Voisin, and G. Bastard, *Dimensionality effects on the interband magneto-electroabsorption of semiconductor superlattices*, Phys. Rev. B **42**, 11404 (1990).
- [70] A. B. Hummel, T. Bauer, H. G. Roskos, S. Glutsch, and K. Köhler, *Influence of a strong magnetic field on the wannier-stark states of an electrically biased gaas/alxga1 – xas superlattice*, Phys. Rev. B **67**, 045319 (2003).
- [71] Y. A. Kosevich, A. B. Hummel, H. G. Roskos, and K. Köhler, *Ultrafast fiske effect in semiconductor superlattices*, Phys. Rev. Lett. **96**, 137403 (2006).
- [72] Y. A. Kosevich, A. B. Hummel, H. G. Roskos, and K. Köhler, *Generation of a dc fiske current by coupling of bloch and in-plane cyclotron oscillations in a semiconductor*, phy. stat. sol. (b) **243**, 12405 (2006).
- [73] Y. A. Kosevich, *Anomalous hall velocity, transient weak supercurrent, and coherent meissner effect in semiconductor superlattices*, Phys. Rev. B **63**, 205313 (2001).