



gipsa-lab

Grenoble | images | parole | signal | automatique | laboratoire

Adaptation de schémas de subdivision pour la reconstruction d'objet sans artefact

François Destelle

GIPSA-lab, Département Image et Signal, Grenoble

23 Juin 2010

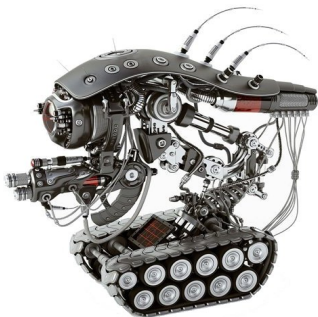
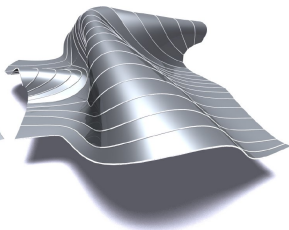
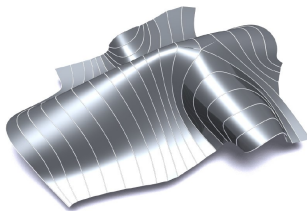
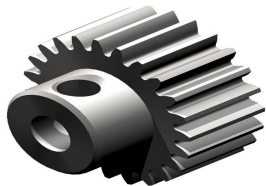
Annick Montanvert, Cédric Gérot

www.gipsa-lab.inpg.fr

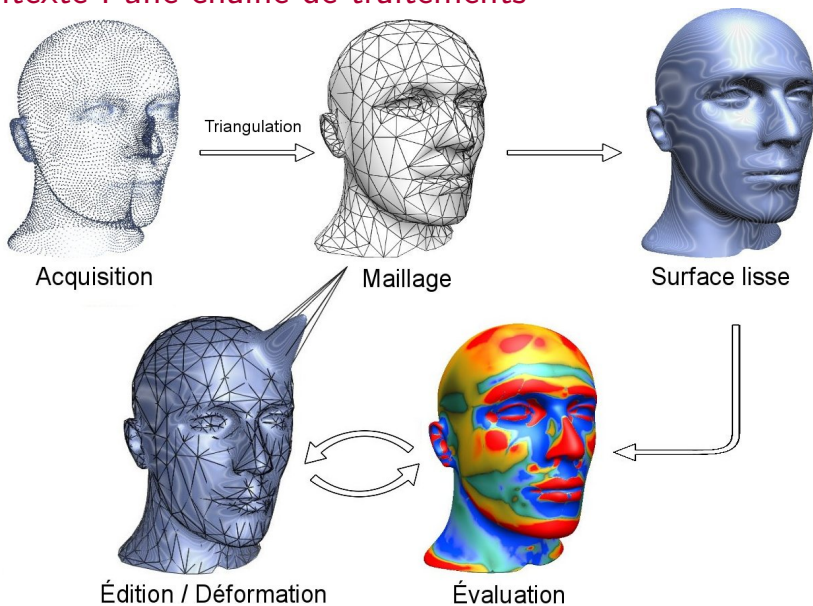
UMR 5216



Modélisation de surfaces lisses

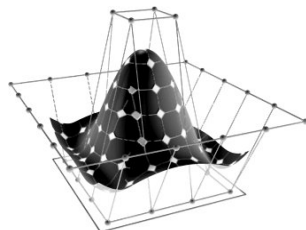
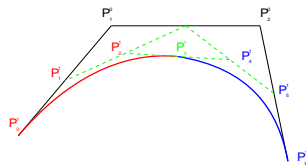


Contexte : une chaîne de traitements

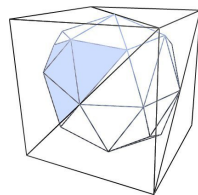
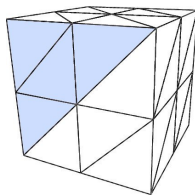
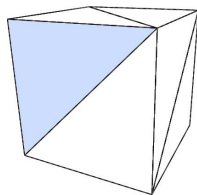


Historique de la CAO

- 1950 – Patches de Coons
- 1960 – Surfaces de Bézier
 - B-Splines, NURBS (De Boor)
- 1970 – Box-splines (di Guglielmo, Frederickson)
- 1978 – Surfaces de subdivision (Catmull et Clark, Doo et Sabin)
- 1997 – Pixar, Geri's Game

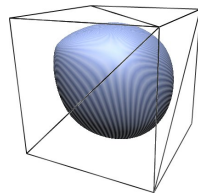
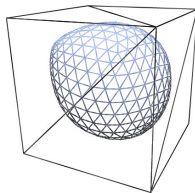
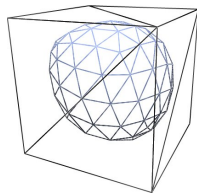


La surface de subdivision : principe

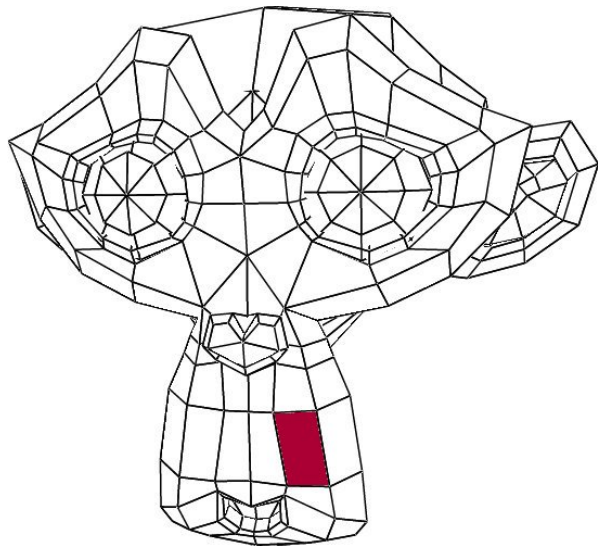


Subdivision **topologique**

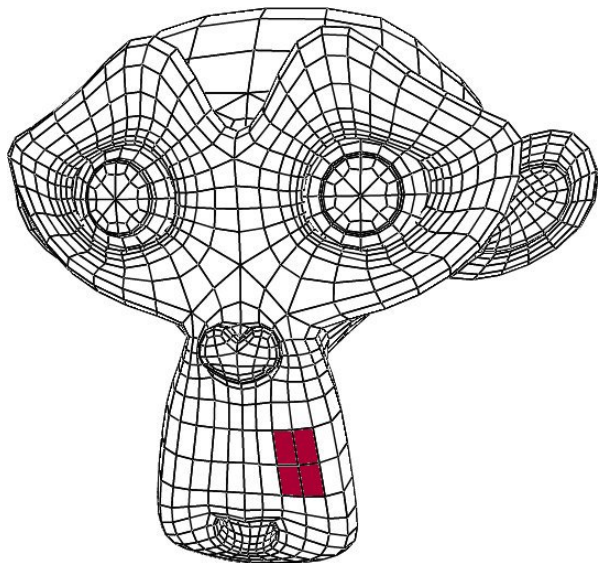
Lissage **géométrique**



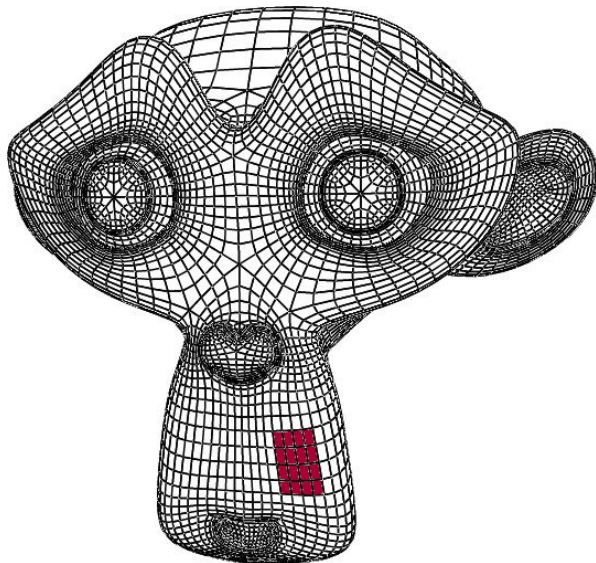
⇒ Le procédé est **récuratif**



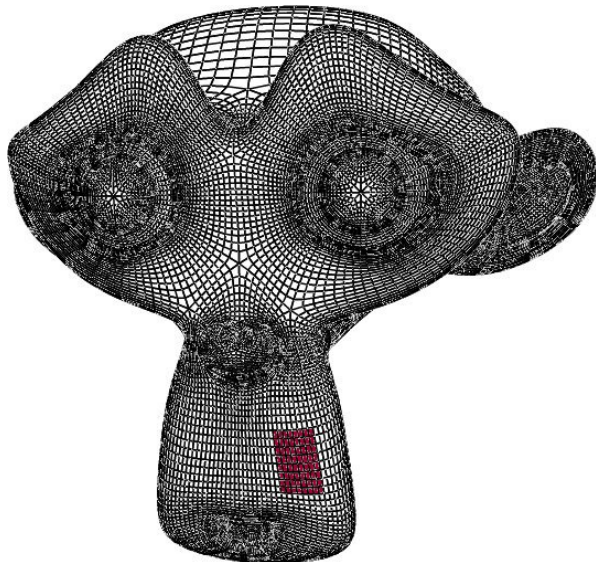
Maillage de contrôle



Une itération d'un schéma quadrangulaire



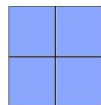
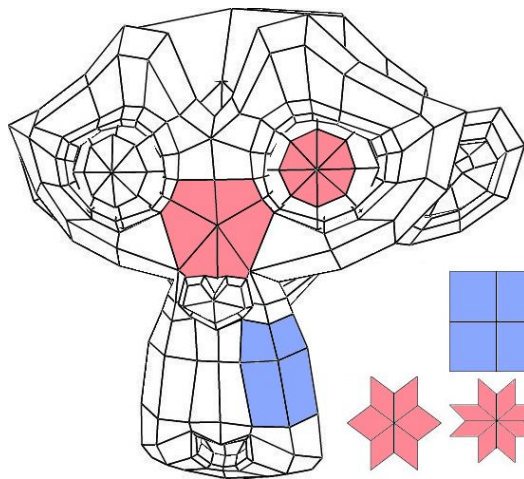
Deux itérations



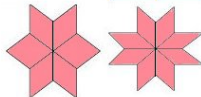
Trois itérations



Visualisation de la surface limite lisse



Sommet ordinaire

Sommets **extraordinaires**

{
 Quadrilatères : valence régulière 4
 Triangles : valence régulière 6
 Hexagones : valence régulière 3

La surface de subdivision : lissage de la géométrie

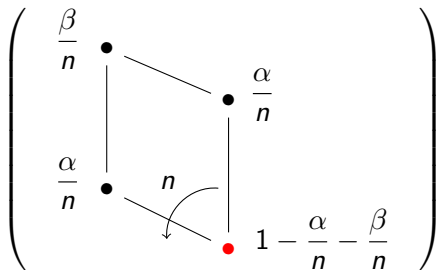
Les nouveaux sommets sont obtenus par **combinaison linéaire** des anciens.

Les **stencils** ordinaires du schéma de Catmull et Clark sont issus des surfaces **B-splines cubiques** :

$$(1/64) \left(\begin{array}{ccc} \begin{array}{ccc} 16 & \text{---} & 16 \\ | & & | \\ & \bullet & \\ | & & | \\ 16 & \text{---} & 16 \end{array} & \begin{array}{ccc} 4 & \text{---} & 4 \\ | & & | \\ 24 & \text{---} \bullet \text{---} & 24 \\ | & & | \\ 4 & \text{---} & 4 \end{array} & \begin{array}{ccc} 1 & \text{---} & 6 & \text{---} & 1 \\ | & & | & & | \\ 6 & \text{---} & \mathbf{36} & \text{---} & 6 \\ | & & | & & | \\ 1 & \text{---} & 6 & \text{---} & 1 \end{array} \end{array} \right)$$

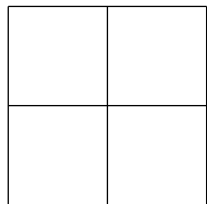
La surface de subdivision : lissage de la géométrie

Le stencil utilisé pour les sommets **extraordinaires**, de valence $n \neq 4$:

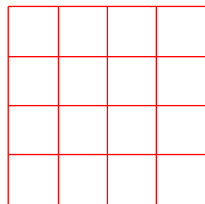


⇒ Généralisation des surfaces B-splines

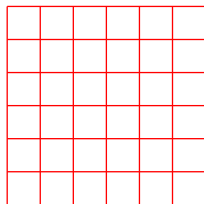
Les schémas de subdivision usuels



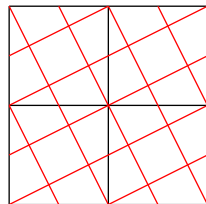
Quadrilatère



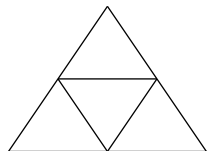
Catmull et Clark



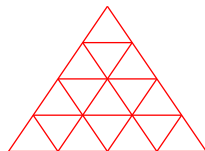
Ternaire



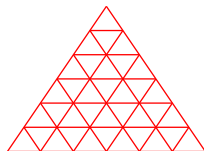
$\sqrt{5}$



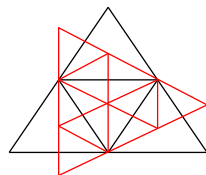
Triangles



Loop



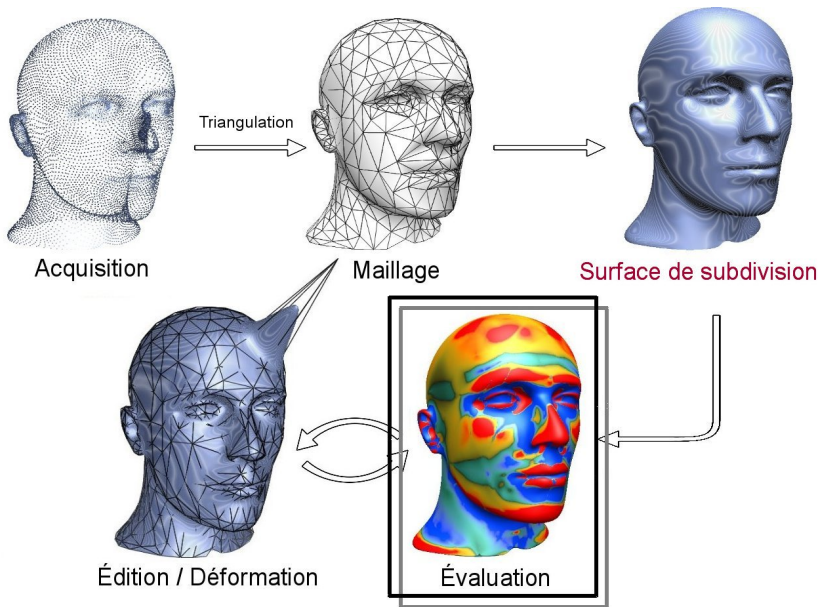
Ternaire



$\sqrt{3}$

Plan

1. Modélisation de surface lisse
- 2. Évaluation de la qualité d'une surface de subdivision**
3. Analyse spectrale de la géométrie des surfaces
4. Description de la phase de subdivision topologique d'un schéma



Visualisation pour l'analyse : mise en évidence des défauts de la géométrie d'une surface.

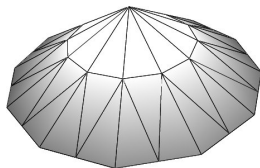
Une surface est de grande qualité si :

- Elle possède certaines propriétés mathématiques, entre autres le degré de continuité géométrique de la surface : G^1 , G^2 , G^3 ...
- Sa forme convient à son concepteur : pas de distorsions inutiles

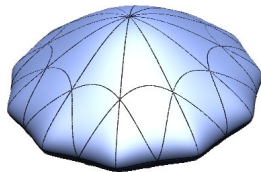
Surface de subdivision :

la qualité est altérée à l'endroit des sommets extraordinaires

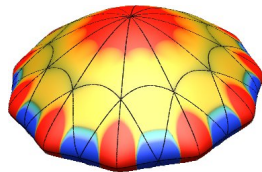
Les artefacts en subdivision



Maillage de contrôle



Surface limite

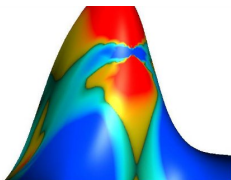
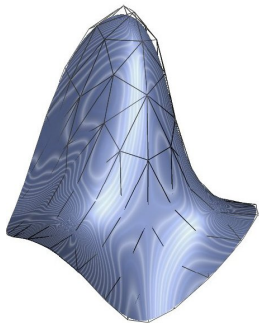


Courbure gaussienne

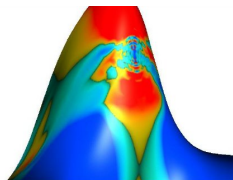
Un **artefact** est concrètement la différence entre ce qui est attendu d'une surface de subdivision et ce qui est effectivement produit.

Il en existe de plusieurs types, leurs **origines** sont diverses et, pour la plupart, **mal connues** (Sabin, Barthe 2003).

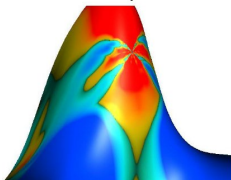
Le comportement des différents schémas



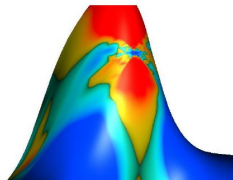
Loop



Barthe et Kobbelt



Barthe et Kobbelt polaire



Gérot et al.

Les schémas de subdivision produisent des artefacts très différents :
comment les comparer ?

Évaluation de la qualité d'une surface de subdivision

Problèmes :

- Comment définir la **qualité** globale d'une forme ?
- Les artefacts : difficiles à **identifier** et à **caractériser**
- Les **différents schémas** de subdivision ne génèrent pas les mêmes comportements géométriques

Objectifs :

- 1 - **Mettre en évidence** les distorsions géométriques au voisinage d'un sommet extraordinaire au moyen d'une **mesure numérique** de qualité
- 2 - Établir un **protocole d'évaluation** permettant de comparer le comportement de plusieurs schémas de subdivision

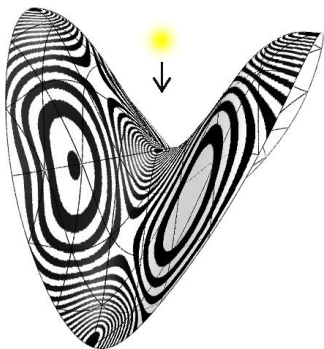
Les outils couramment utilisés en visualisation pour l'analyse

Il existe principalement trois types d'outils de visualisation :

- Les **isophotes**
- Les lignes de **réflexion**
- La visualisation d'une mesure de **courbure**

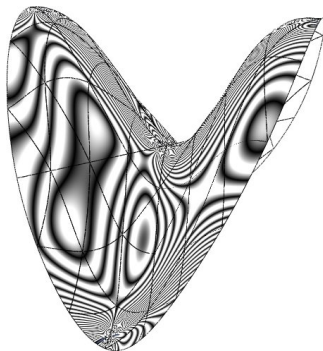
⇒ Nous proposons d'adapter les outils existants à **notre problématique**

Isophotes et lignes de réflexion



Isophotes :

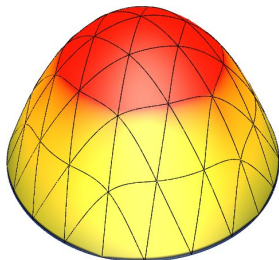
Mesure du champ d'intensité lumineuse
(Mueller et Kruppa 1936, Hagen et al.
1996)



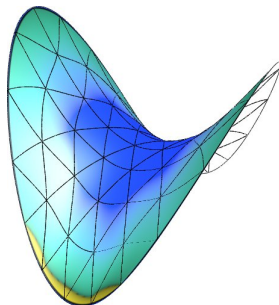
Lignes de réflexion :

Liées au degré de continuité de la
surface
(Klass 1980, Botsch 2008)

La courbure gaussienne

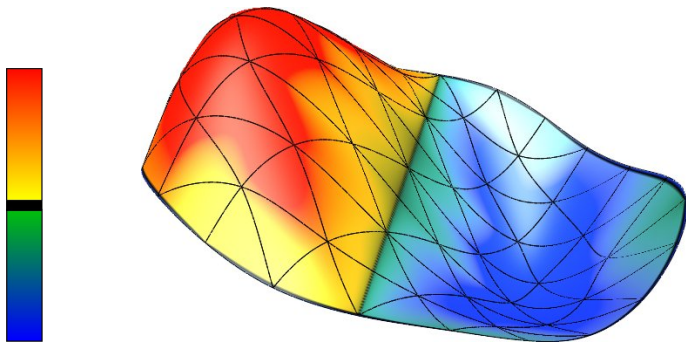


Parabolique
Courbure gaussienne **positive**



Hyperbolique
Courbure gaussienne **négative**

La courbure moyenne



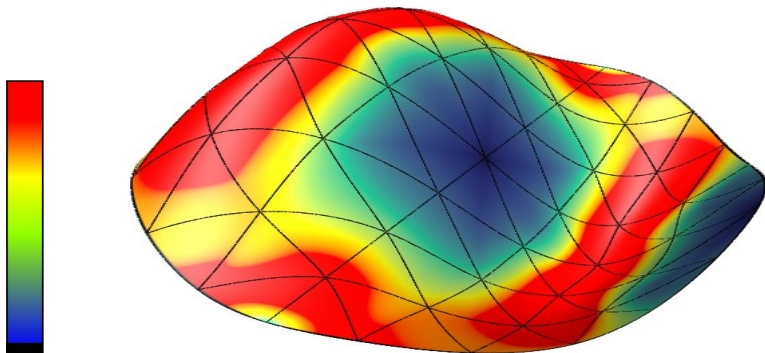
Convexe

Courbure moyenne **positive**

Concave

Courbure moyenne **négative**

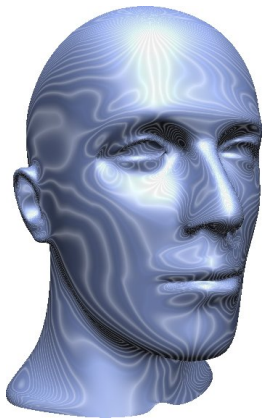
La courbure absolue



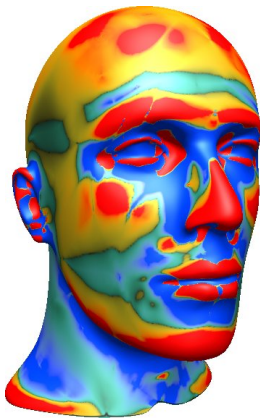
Courbure absolue

Courbure : mesure liée au **degré de continuité G^2**

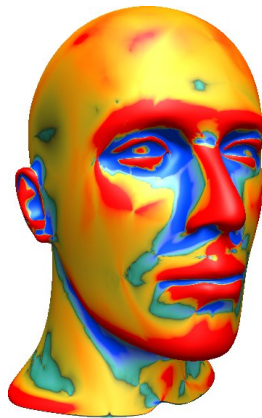
Évaluation de la qualité d'une surface de subdivision



Lignes de réflexion

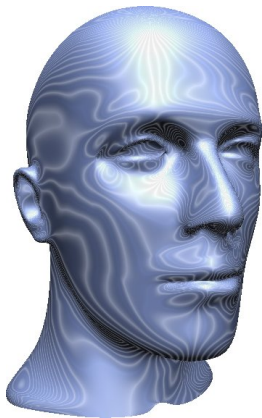


Courbure gaussienne

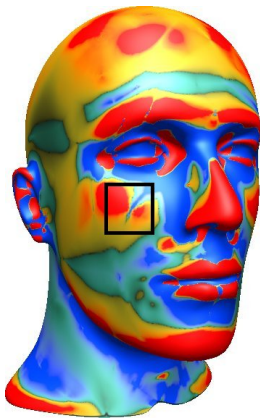


Courbure moyenne

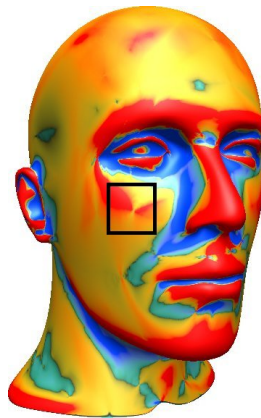
Évaluation de la qualité d'une surface de subdivision



Lignes de réflexion

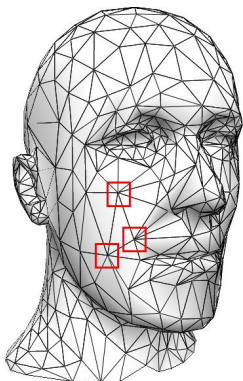


Courbure gaussienne

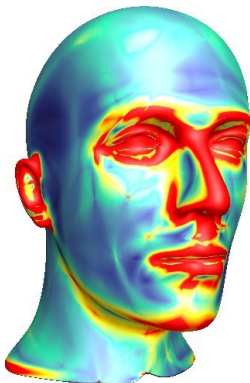


Courbure moyenne

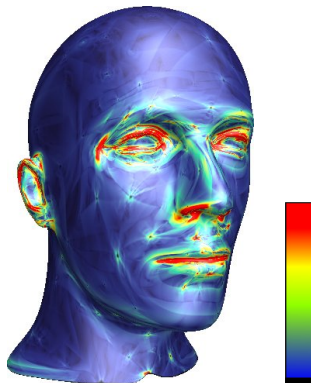
Une mesure adaptée à la mise en évidence des artefacts



Sommet extraordinaire



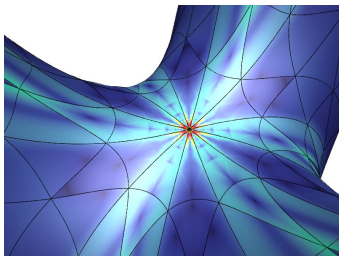
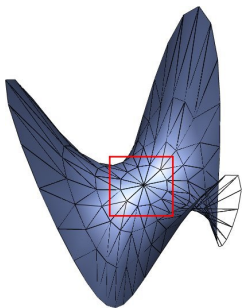
Courbure absolue



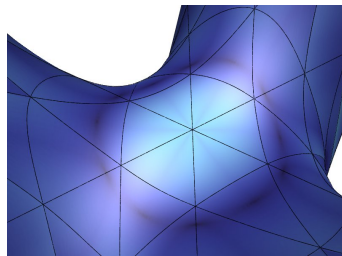
Gradient de courbure
absolue

Nous prenons en compte une mesure de qualité liée à la quantité de variation de courbure : le **gradient de courbure absolue**

Artefact dû à un sommet extraordinaire



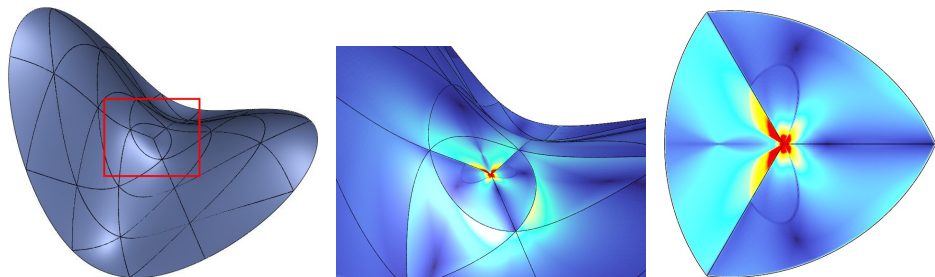
Valence extraordinaire 12



Valence ordinaire 6

⇒ Une mesure élevée uniquement au voisinage d'un sommet extraordinaire

Un espace de visualisation adapté



Mise en évidence d'un artefact induit par un sommet extraordinaire

Projection des données sur le **plan orthogonal à la normale** du sommet extraordinaire

Un espace de visualisation adapté

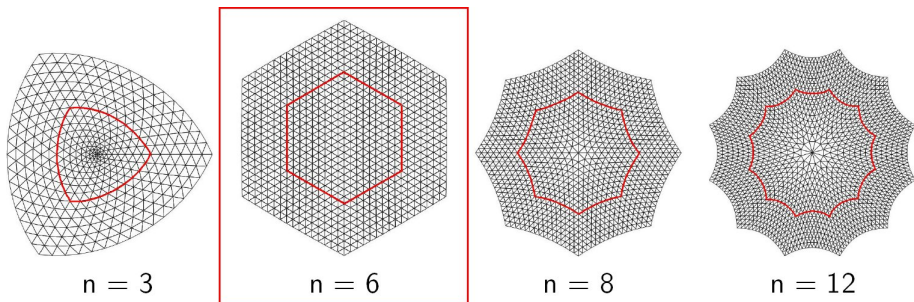
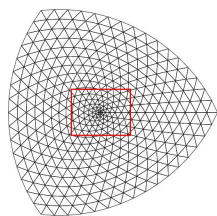


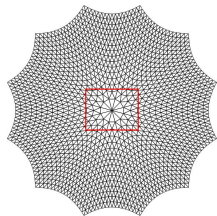
Schéma de Loop

Cet espace de visualisation dépend de la **valence** du sommet extraordinaire :
lié à la **carte caractéristique** du schéma

Un espace de visualisation adapté

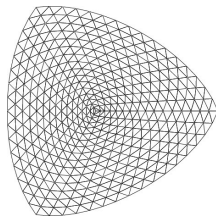


Valence 3

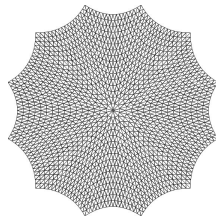


Valence 12

Loop



Valence 3



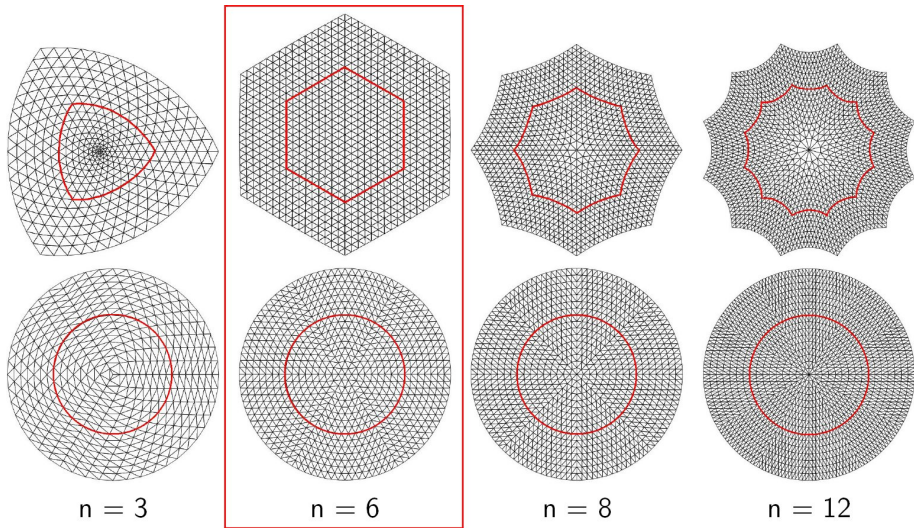
Valence 12

Barthe et Kobbelt Polaire

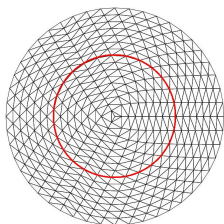
Les **cartes caractéristiques** des schémas sont différentes :
nous ne pouvons pas directement **comparer** les relevés de données

Solution : construire une carte de données polaire **uniforme**

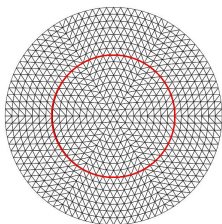
Carte de données polaire uniforme



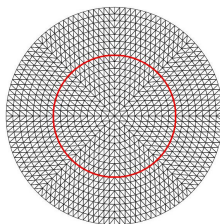
Un espace de visualisation adapté



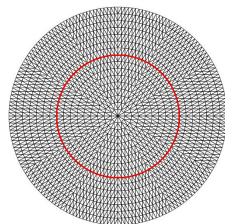
$n = 3$



$n = 6$



$n = 8$

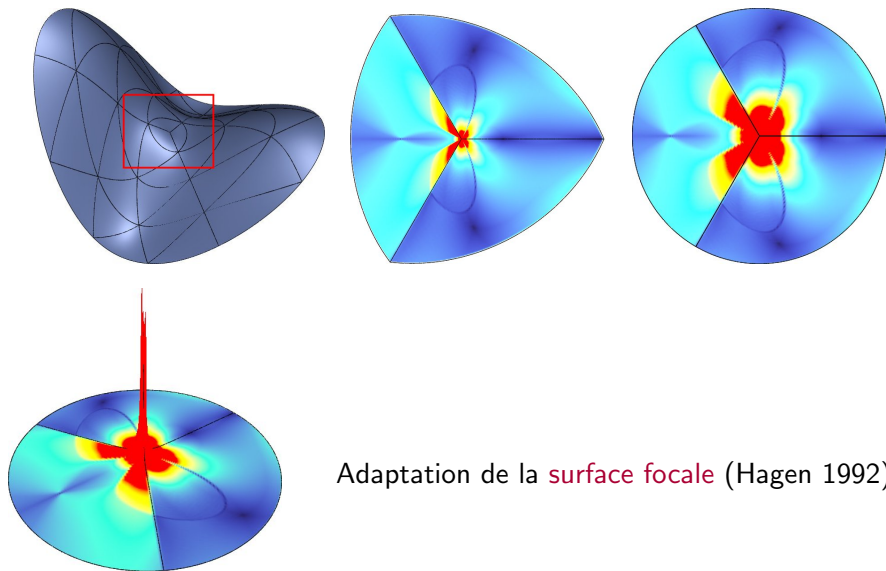


$n = 12$

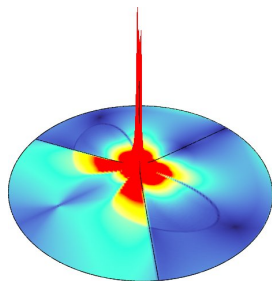
Ces relevés de données sont indépendants de la carte caractéristique des schémas de subdivision :

les comportements géométriques de différents schémas de subdivision peuvent être directement **comparés**

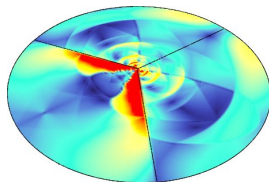
Protocole de comparaison des schémas de subdivision



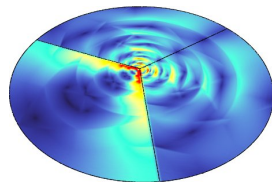
Comparaison du comportement de plusieurs schémas



Loop



Barthe et Kobbelt



Gérot et al.

Le comportement des schémas peut être comparé sur le même support

Synthèse

- Mise en évidence des **artefacts** en subdivision
- Protocole de **comparaison** du comportement géométrique des schémas de subdivision : la carte de données polaire normalisée

Autre application :

- Adaptation des techniques de **traitement d'images** classiques



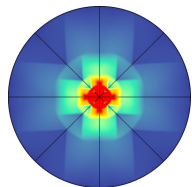
Exemple de filtre gradient radial et angulaire

Plan

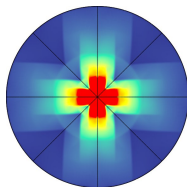
1. Modélisation de surface lisse
2. Évaluation de la qualité d'une surface de subdivision
- 3. Analyse spectrale de la géométrie des surfaces**
4. Description de la phase de subdivision topologique d'un schéma

Analyse spectrale de la géométrie des surfaces

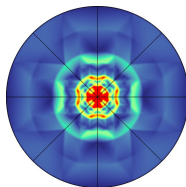
Différents relevés de gradient de courbure absolue sur le même modèle :



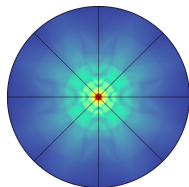
Loop



Prautzsch et
Umlauf, 2000



Barthe et
Kobbelt



Gérot et al.

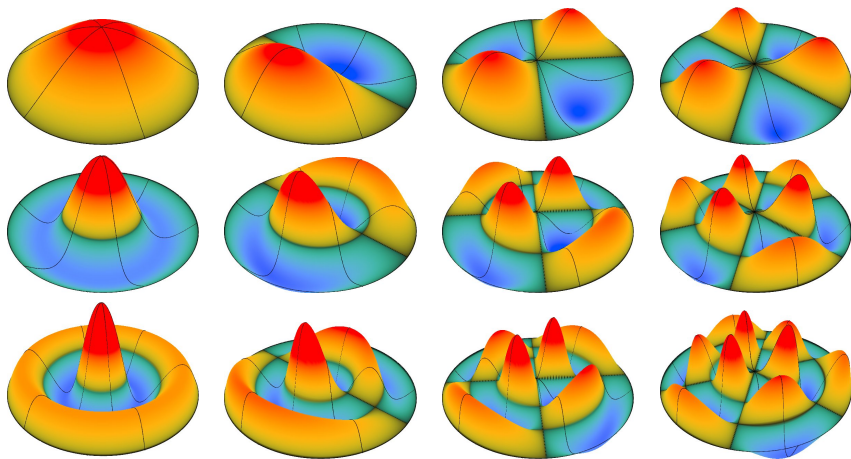
Ce que nous observons : des motifs périodiques **radiaux** et **angulaires**.

Objectif : Caractériser **quantitativement** la forme des artefacts.

Solution proposée :

Projeter nos données dans une base de fonctions polaires

Une base de fonctions polaires



Modes propres de vibration d'une membrane circulaire élastique à bord contraint

Une base de fonctions polaires

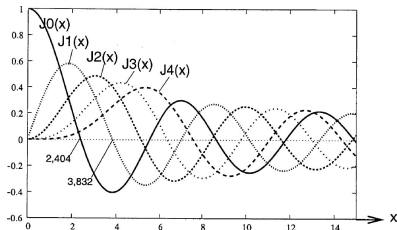
Les fonctions de modes \mathcal{G}_{mn} , angulaire en m et radiales en n :

$$\mathcal{G}_{mn}(r, \varphi) = \mathcal{J}_m(\sqrt{\lambda_{mn}}r)e^{-jm\varphi},$$

$$\text{avec } \lambda_{mn} = \left(\frac{s_{mn}}{\mathcal{R}}\right)^2,$$

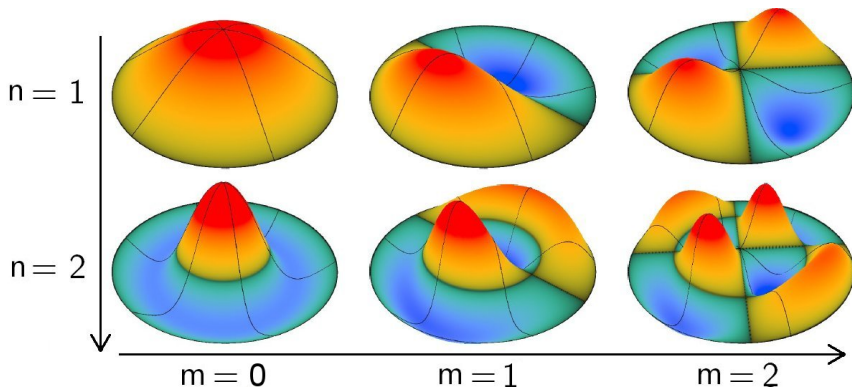
où \mathcal{J}_m est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre m .

$$\mathcal{J}_m(r) = \left(\frac{r}{2}\right)^m \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p}{2^{2p} p! (m+p)!} r^{2p},$$



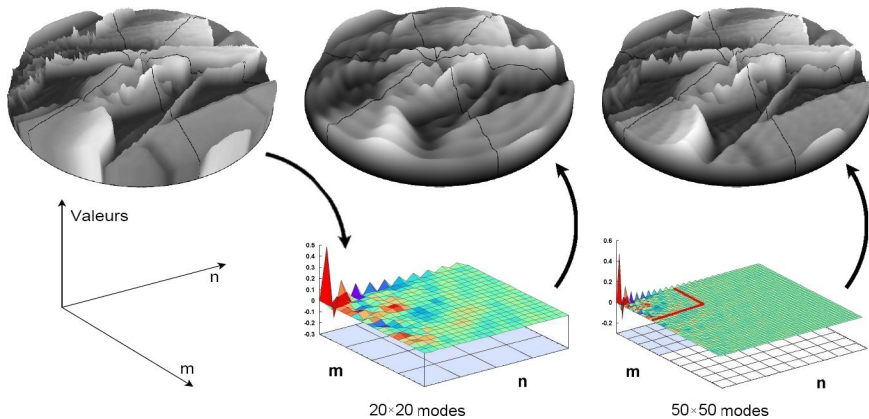
et s_{mn} est son n -ième zéro, \mathcal{R} étant le rayon de la membrane.

Une base de fonctions polaires



- Notre analyse prend en compte la configuration **topologique** des cartes de données polaires uniformes
- Elles sont **adaptées** aux comportements que nous souhaitons analyser

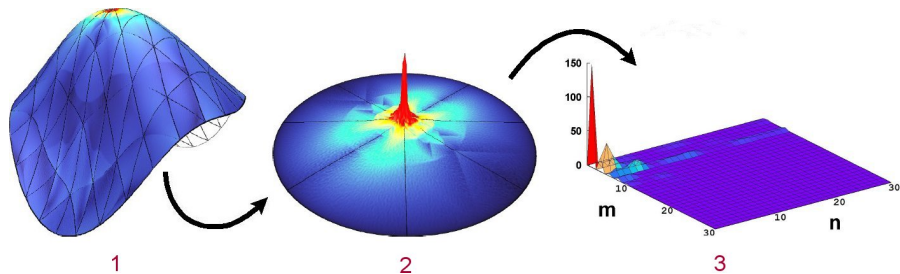
Plongement des données dans la base de fonctions



Nous projetons nos données dans la base de fonctions :

Nous obtenons un spectre complexe **radial en m** et **angulaire en n**

Analyse fréquentielle des artefacts

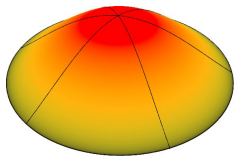


Notre protocole d'analyse :

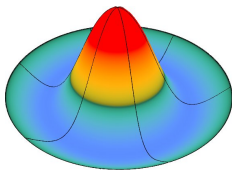
1. Analyse du gradient de courbure absolue
2. Construction de la carte de données polaire
3. Projection des données dans la base de fonctions

⇒ Analyse du spectre (m, n)

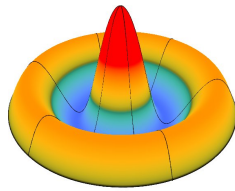
Les modes radiaux $m = 0$



$n = 1$

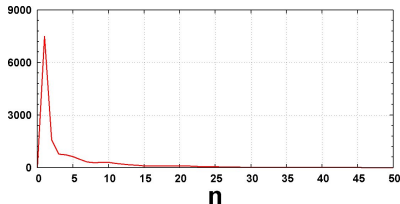
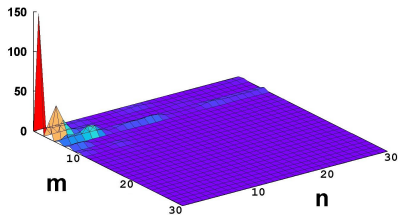


$n = 2$



$n = 3$

Dans notre contexte, les mesures liées aux modes $(0, n)$ ont un ordre de grandeur **très supérieur** aux autres



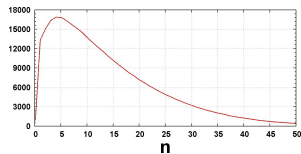
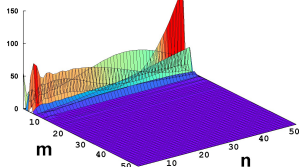
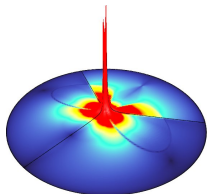


Schéma de Loop

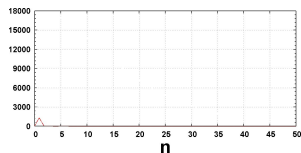
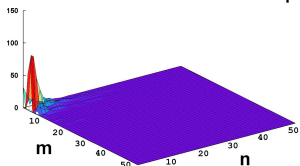
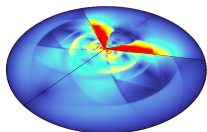


Schéma de Barthe et Kobbelt

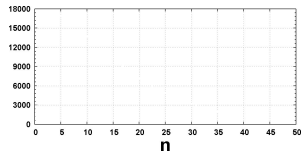
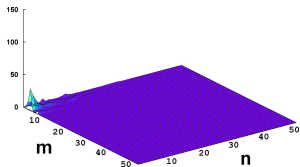
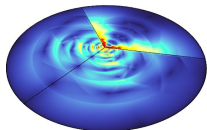


Schéma de Gérot et al.

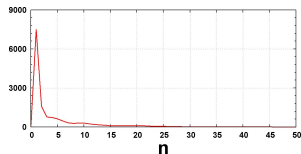
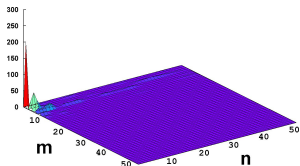
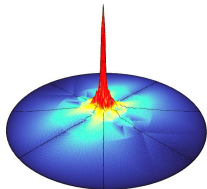


Schéma de Loop

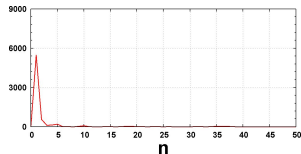
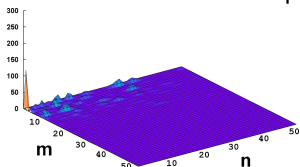
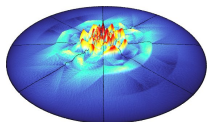


Schéma de Barthe et Kobbelt

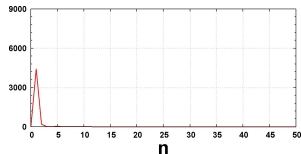
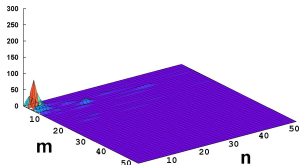
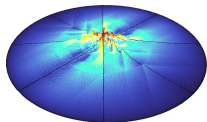


Schéma de Gérot et al.

Synthèse

- Caractérisation **radiale** et **angulaire** de la perturbation basée sur la configuration **topologique** des sommets
- Prise en compte **globale** de la forme des artefacts
- Analyse **quantitative** du comportement de différents schémas pour une géométrie donnée, permettant leur **comparaison**

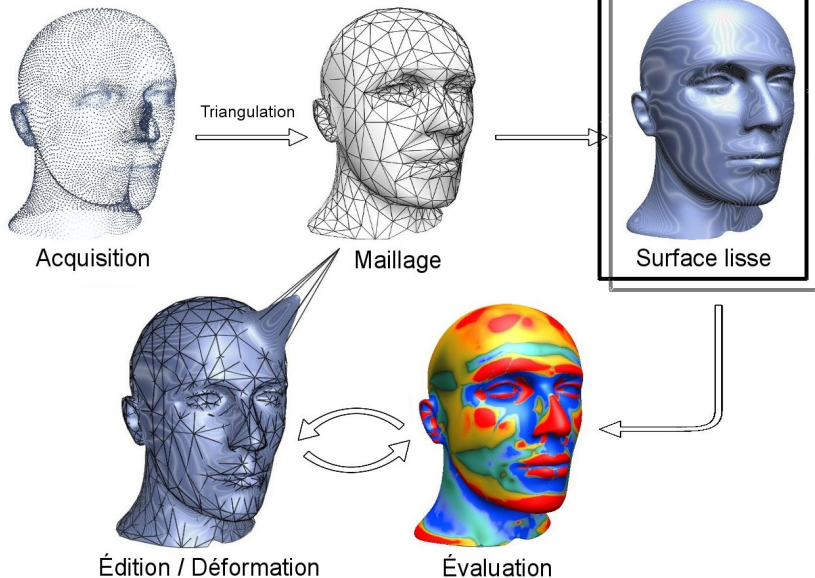
Une **limite** de ce système :

- Ne permet pas de caractériser les différents **types d'artefacts** : artefact latéral, *saddle-effect* etc.

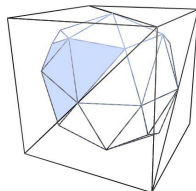
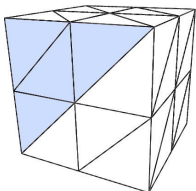
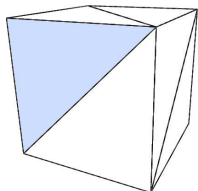
Plan

1. Modélisation de surface lisse
2. Évaluation de la qualité d'une surface de subdivision
3. Analyse spectrale de la géométrie des surfaces
4. Description de la phase de subdivision topologique d'un schéma

Contexte : une chaîne de traitements



La phase de subdivision topologique d'un schéma



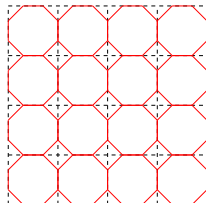
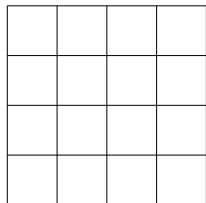
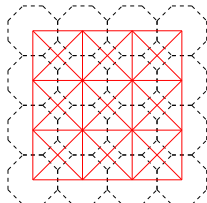
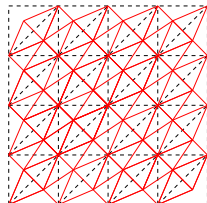
Subdivision **topologique**

Lissage **géométrique**

Un schéma de subdivision décrit un procédé en deux phases : la subdivision **topologique** des faces et le **lissage** de la nouvelle géométrie.

La **subdivision topologique** : de nouveaux sommets et de nouvelles arêtes forment le maillage subdivisé.

Description de la subdivision topologique

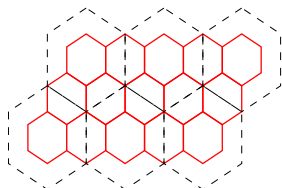
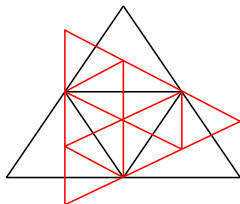
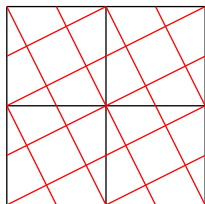

 $(0, 2, 0)$

 $(0, 0, 1)$

 $(1, 0, 1)$

Nous proposons un **descripteur** de la phase de subdivision topologique d'un schéma.

Description du maillage résultant d'une phase de subdivision

Les descripteurs de maillages réguliers

Les maillages composés de **quadrilatères**, **triangles** et **hexagones**



“Refinement operators for triangle meshes”,

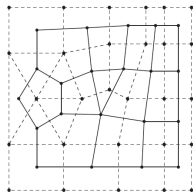
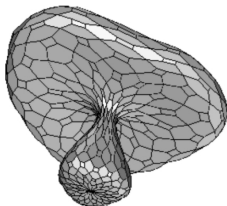
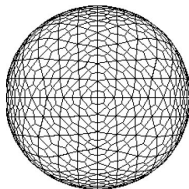
Marc Alexa, 2002.

“A generative classification of mesh refinement rules with lattice transformations”,

Ioannis Ivrissimtzis, Neil Dodgson and Malcolm Sabin, 2004.

Les descripteurs de maillages irréguliers : les méta-schémas

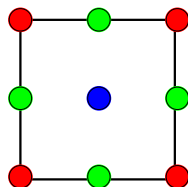
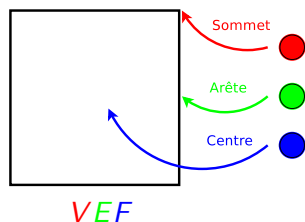
Plus de **flexibilité** : tous les types de faces.



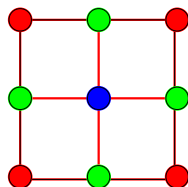
“A Meta Scheme for Iterative Refinement of Meshes”,
Markus Kohler, 1998.

“Another Metascheme of Subdivision Surfaces”,
Heinrich Müller and Markus Rips, 2003.

Principe des méta-schémas existants



Insertion



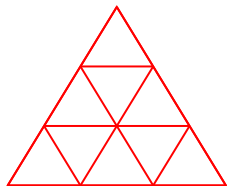
Connexion

Les méta-schémas existants sont fondés sur l'**insertion de sommets**.

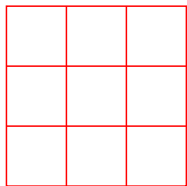
Ils sont de **trois types** : sommets, arêtes et centre

Avantages :

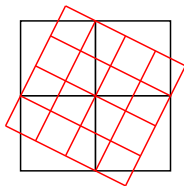
- Les méta-schémas peuvent décrire des maillages **irréguliers**
- Ils sont appliqués **localement** : n'importe quel type de face



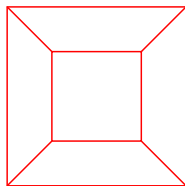
Loop
ternaire



Catmull et Clark
ternaire



$\sqrt{5}$



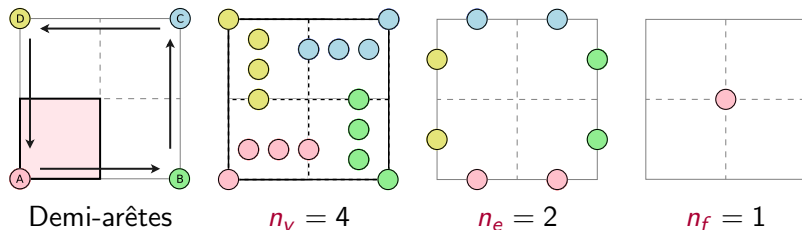
Non décrit

Limitations des méta-schémas existants :

- De nombreux maillages **réguliers** ne peuvent être décrits
- Ils ne peuvent pas décrire un grand nombre de maillages **irréguliers**

Notre système

Notre système est basé sur ce principe : **Insertion** puis **Connexion**.

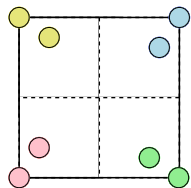


Les sommets e sont ordonnés uniformément dans le sens de chacune.

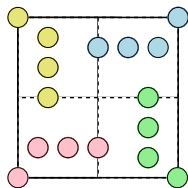
Les sommets v sont répartis par rapport à **chaque demi-arête** de la face.

⇒ Chaque opération est répétée par rapport à toutes les demi-arêtes

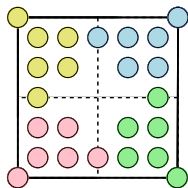
Descripteur d'insertion \mathcal{I}



$$n_v = 2$$



$$n_v = 4$$



$$n_v = 6$$

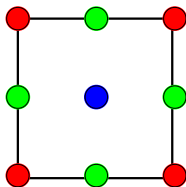
Notre descripteur \mathcal{I} est composé de trois entiers : (n_v, n_e, n_f)

$$\begin{cases} n_v \in \mathbb{N}^+ \\ n_e \in \mathbb{N}^+ \\ n_f \in \{0, 1\} \end{cases}$$

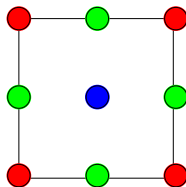
⇒ Généralisation des méta-schémas

Descripteur de connectivité \mathcal{C}

Le descripteur \mathcal{C} définit les nouvelles arêtes qui lient les sommets insérés.



$\mathcal{I} : (1, 1, 1)$



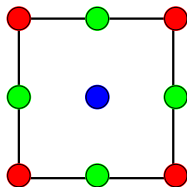
Connexion

Il est basé sur des relations d'**adjacence** entre les différents éléments.
Cet exemple est :

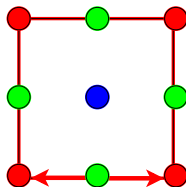
$$\mathcal{C} : ev \longleftrightarrow ef \uparrow$$

Descripteur de connectivité \mathcal{C}

Le descripteur \mathcal{C} définit les nouvelles arêtes qui lient les sommets insérés.



$$\mathcal{I} : (1, 1, 1)$$



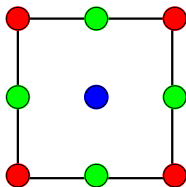
$$\mathcal{C} : ev \longleftrightarrow$$

Il est basé sur des relations d'**adjacence** entre les différents éléments.
Cet exemple est :

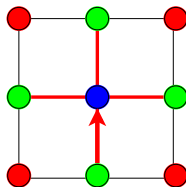
$$\mathcal{C} : ev \longleftrightarrow ef \uparrow$$

Descripteur de connectivité \mathcal{C}

Le descripteur \mathcal{C} définit les nouvelles arêtes qui lient les sommets insérés.



$$\mathcal{I} : (1, 1, 1)$$



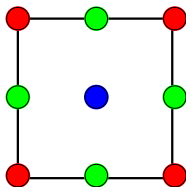
$$\mathcal{C} : ef \uparrow$$

Il est basé sur des relations d'adjacence entre les différents éléments.
Cet exemple est :

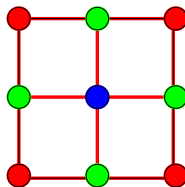
$$\mathcal{C} : ev \longleftrightarrow ef \uparrow$$

Descripteur de connectivité \mathcal{C}

Le descripteur \mathcal{C} définit les nouvelles arêtes qui lient les sommets insérés.



$$\mathcal{I} : (1, 1, 1)$$

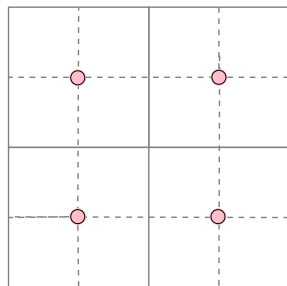


Connexion

Il est basé sur des relations d'**adjacence** entre les différents éléments.
Cet exemple est :

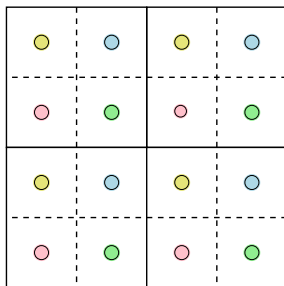
$$\mathcal{C} : ev \longleftrightarrow ef \uparrow$$

Descripteur de connectivité \mathcal{C}



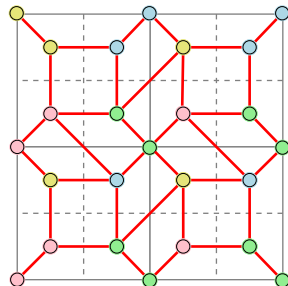
$(0, 0, 1)$ $\mathbf{f} \downarrow$

Maillage dual



$(2, 0, 0)$ $\mathbf{v} \rightarrow \downarrow$

Schéma de Doo et Sabin
(1978)

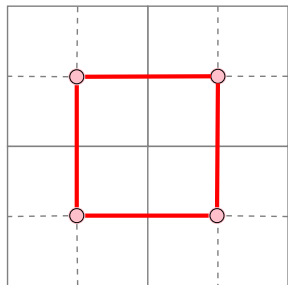


$(2, 0, 0)$ $\mathbf{v} \nearrow \rightarrow \searrow$

Schéma $\sqrt{5}$
(Ivrissimtzis, 2004)

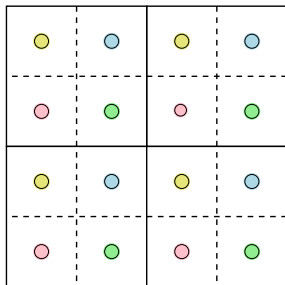
Nous définissons également une connectivité **inter-faces**

Descripteur de connectivité \mathcal{C}



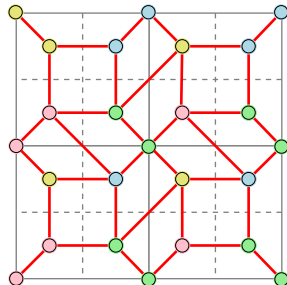
$(0, 0, 1)$ $\mathbf{f} \downarrow$

Maillage dual



$(2, 0, 0)$ $\mathbf{v} \rightarrow \downarrow$

Schéma de Doo et Sabin
(1978)

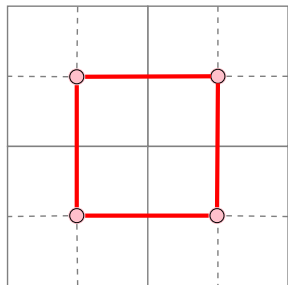


$(2, 0, 0)$ $\mathbf{v} \nearrow \rightarrow \searrow$

Schéma $\sqrt{5}$
(Ivrissimtzis, 2004)

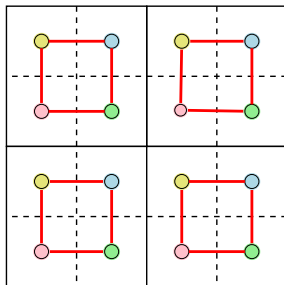
Nous définissons également une connectivité **inter-faces**

Descripteur de connectivité \mathcal{C}



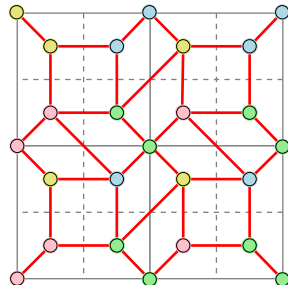
$(0, 0, 1)$ $\mathbf{f} \downarrow$

Maillage dual



$(2, 0, 0)$ $\mathbf{v} \rightarrow \downarrow$

Schéma de Doo et Sabin
(1978)

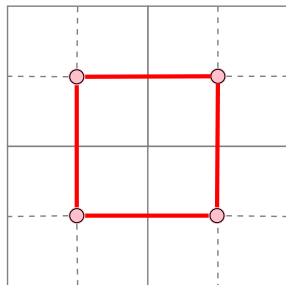


$(2, 0, 0)$ $\mathbf{v} \nearrow \rightarrow \searrow$

Schéma $\sqrt{5}$
(Ivrissimtzis, 2004)

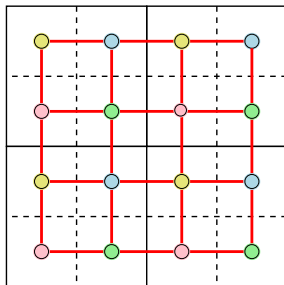
Nous définissons également une connectivité **inter-faces**

Descripteur de connectivité \mathcal{C}



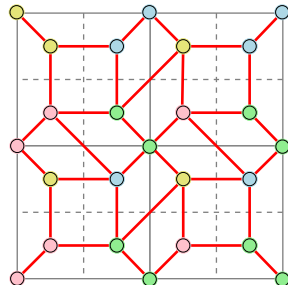
$(0, 0, 1)$ $\mathbf{f} \downarrow$

Maillage dual



$(2, 0, 0)$ $\mathbf{v} \rightarrow \downarrow$

Schéma de Doo et Sabin
(1978)



$(2, 0, 0)$ $\mathbf{v} \nearrow \rightarrow \searrow$

Schéma $\sqrt{5}$
(Ivrissimtzis, 2004)

Nous définissons également une connectivité **inter-faces**

Résultats

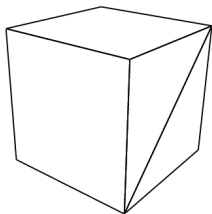
Possibilités de description :

- L'ensemble des subdivisions topologiques utilisées en **subdivision**
- Un grand nombre de subdivisions topologiques **régulières** :

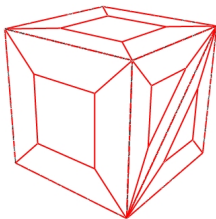
$$(I_Q, C_Q) \text{ et } (I_T, C_T)$$

- L'ensemble des **irrégulières** décrites par les méta-schémas :
généralisation
- Un très grand nombre de descriptions **inaccessibles** aux deux autres systèmes de description

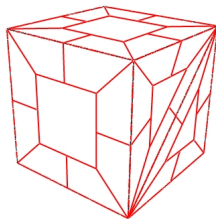
Quelques exemples qui ne peuvent être décrits par les formalismes existants



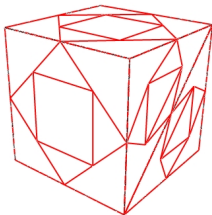
Maillage initial



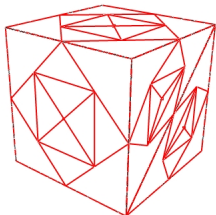
$\mathcal{I} : (2, 0, 0)$



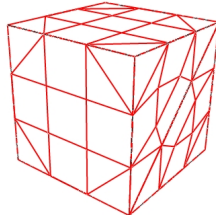
$\mathcal{I} : (3, 1, 0)$



$\mathcal{I} : (2, 1, 0)$



$\mathcal{I} : (2, 1, 1)$

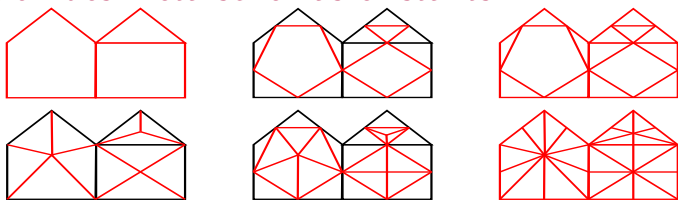


$\mathcal{I} : (2, 2, 0)$

Intégration des subdivisions topologiques régulières

Descripteur régulier (Ivrissimtzis, 2004)	Nom du schéma	Insertion \mathcal{I}	Connexion \mathcal{C}
QP(1, 1)	4 – 8	(1, 0, 1)	$vf \uparrow$
QP(2, 0)	Catmull-Clark	(1, 1, 1)	$ve \longleftrightarrow, ef \uparrow$
QP(2, 1)	$\sqrt{5}$	(2, 0, 0)	$v_0 \nearrow, v \uparrow, \mathbf{v} \swarrow$
QP(3, 0)	ternaire	$\mathcal{I}_Q : (2, 2, 0)$	\mathcal{C}_Q
QP(4, 0)	quaternaire	$\mathcal{I}_Q (3, 3, 1)$	\mathcal{C}_Q
TP(1, 1)	$\sqrt{3}$	(1, 0, 1)	$vf \uparrow, \mathbf{f} \downarrow$
TP(2, 0)	Loop	(1, 1, 0)	$ev \longleftrightarrow, e \uparrow$
TP(2, 1)	$\sqrt{7}$	(2, 0, 0)	$v_0 \nearrow, v \uparrow, \mathbf{v} \swarrow \downarrow$
TP(3, 0)	Loop ternaire	$\mathcal{I}_T : (1, 2, 1)$	\mathcal{C}_T
TP(4, 0)	Loop quaternaire	$\mathcal{I}_T : (2, 3, 0)$	\mathcal{C}_T
Non décrit	–	(2, 3, 1)	n'importe quel \mathcal{C}

Intégration des méta-schémas existants



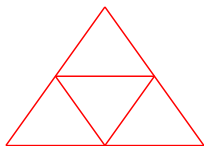
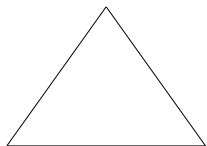
Méta-schémas		Notre descripteur	
(Köhler, 1998)	(Mueller, 2002)	Insertion	Connexion
9	$V : (VV)$	(1, 0, 0)	$v \rightarrow$
8	$E : (EE)$	(0, 1, 0)	$e \uparrow$
7	$VE : (VE, EE)$	(1, 1, 0)	$ve \leftarrow \rightarrow e \uparrow$
5	$VF : (VF)$	(1, 0, 1)	$fv \uparrow$
2	$EF : (EF, EE)$	(0, 1, 1)	$e \uparrow fe \uparrow$
1	$VEF : (VE, EF, VF)$	(1, 1, 1)	$ve \leftarrow \rightarrow fv \uparrow fe \uparrow$
...			

Pour aller plus loin

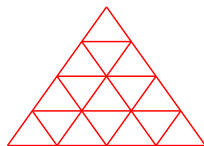
Nous enrichissons les possibilités :

- Nous considérons le résultat de la **concaténation** de deux descripteurs : un très grand nombre de possibilités dont les maillages duaux
- Nous fixons des **contraintes topologiques** liées à la planarité locale du graphe issu de la subdivision
- Nous proposons une phase de **lissage** générale à toutes les topologies

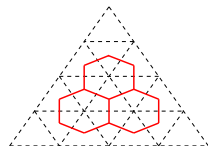
Concaténation de descripteurs



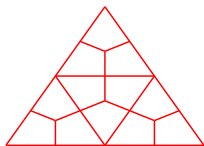
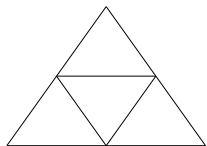
$$(1, 1, 0)$$



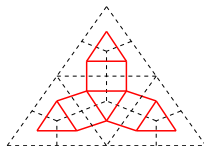
$$(2, 3, 0) = \\ (1, 1, 0) \oplus (1, 1, 0)$$



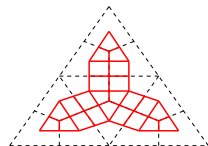
$$(2, 3, 0) \oplus (0, 0, 1)$$



$$(1, 1, 1)$$

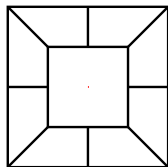


$$(1, 1, 1) \oplus (0, 0, 1)$$

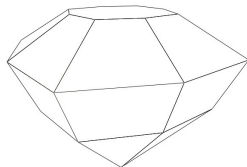


$$(1, 1, 1) \oplus (0, 0, 1) \\ \oplus (1, 1, 1)$$

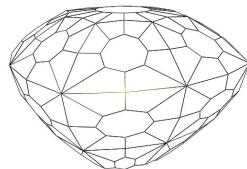
Lissage de la géométrie



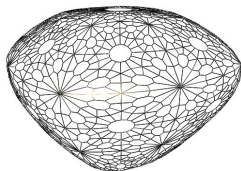
$\mathcal{I} : (3, 1, 0)$



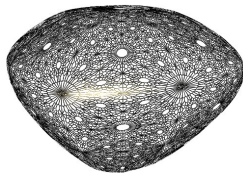
Maillage initial



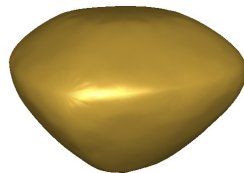
Une itération



Deux itérations



Trois itérations



Surface limite

Conclusion et perspectives

Évaluation et comparaison du comportement des schémas de subdivision

- Adaptation des outils existants en visualisation pour l'**analyse des artefacts** en subdivision
- Mise en place d'un **espace normalisé lié à la topologie** semi-régulière des sommets au voisinage d'un sommet extraordinaire
- Nous avons rendu possible l'application des méthodes classiques en **traitement d'images** sur cet espace
- Mise en place d'une **analyse fréquentielle polaire** des perturbations de courbure dues à un sommet extraordinaire

Classification des transformations topologiques des schémas

- Conception d'un **formalisme de description** de la subdivision topologique d'un maillage
- Description des schémas **existants**
- Introduction de **nouvelles subdivisions** topologiques
- Ouverture de perspectives concernant une phase de **lissage géométrique** générale

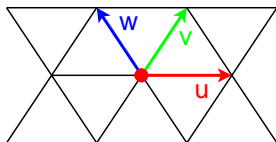
Perspectives

- **Évaluation** des schémas de subdivision existants par rapport aux données fréquentielles établies sur un espace de formes
- **Filtrage** de la géométrie des surfaces pour l'atténuation des artefacts
- **Tuning** des coefficients d'un schéma guidé par ces mesures
- Lier les maillages issus de la subdivision topologique aux **classifications de pavages** classiques
- Aller plus loin dans les règles de **lissage** de la géométrie des surfaces subdivisées

Merci

Une mesure adaptée à la mise en évidence des artefacts

Évaluation de son gradient



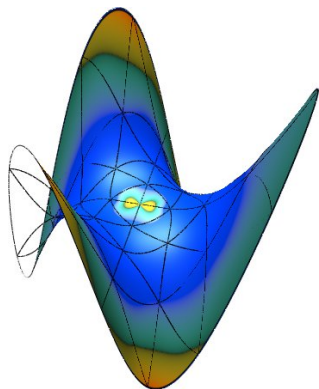
En prenant en compte les trois directions d'un maillage triangulaire régulier,

$$|\nabla \mathcal{C}(u, v, w)| = \sqrt{\left| \frac{\partial \mathcal{C}(u, v, w)}{\partial u} \right|^2 + \left| \frac{\partial \mathcal{C}(u, v, w)}{\partial v} \right|^2 + \left| \frac{\partial \mathcal{C}(u, v, w)}{\partial w} \right|^2}$$

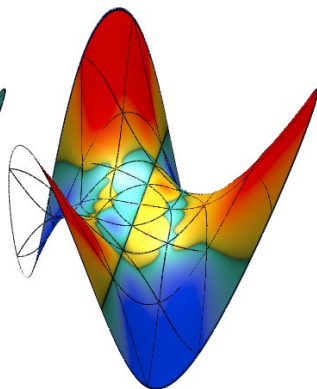
Cette mesure représente la **quantité de variation** de la norme des deux directions de courbure principales au 1-voisinage d'un sommet régulier.

Outils d'analyse spécifiques aux artefacts en subdivision

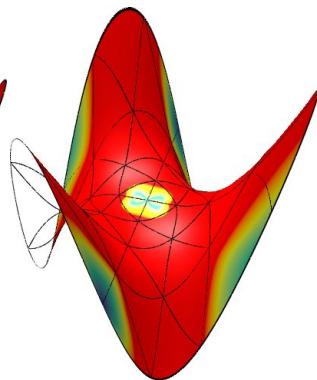
La mesure du gradient de courbure absolue



Gaussienne



Moyenne

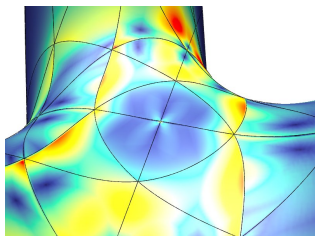


Absolue

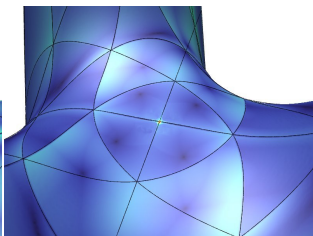
Différentes mesures de courbure

Outils d'analyse spécifiques aux artefacts en subdivision

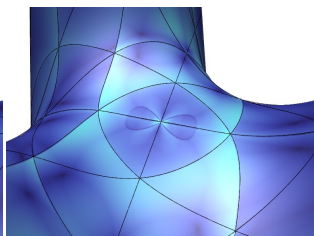
La mesure du gradient de courbure absolue



Courbure gaussienne



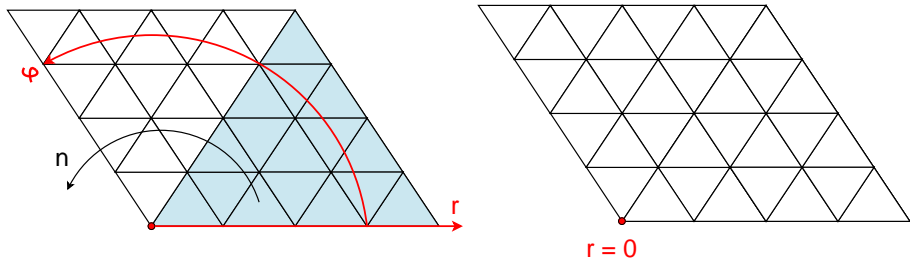
Courbure moyenne



Courbure absolue

Visualisation de la **quantité de variation** de ces mesures

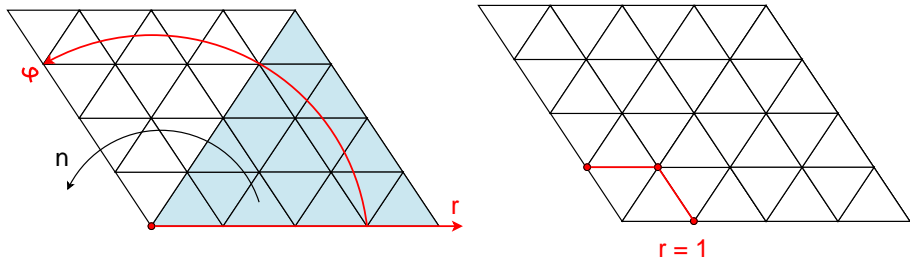
Carte de données polaire uniforme



La configuration des sommets ordinaires est **semi-régulière**

Nous proposons de prendre en compte leur **distance topologique** : ils sont placés uniformément sur le repère polaire (r, φ) .

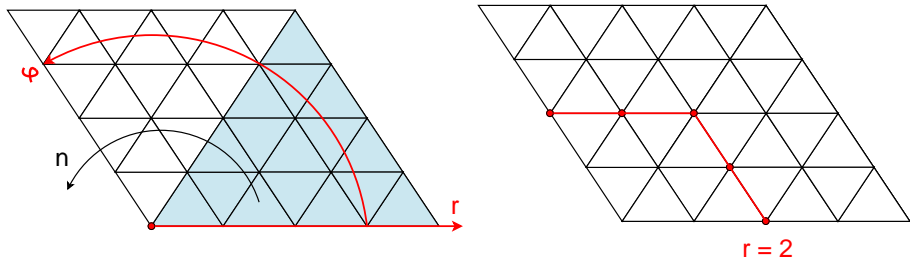
Carte de données polaire uniforme



La configuration des sommets ordinaires est **semi-régulière**

Nous proposons de prendre en compte leur **distance topologique** : ils sont placés uniformément sur le repère polaire (r, φ) .

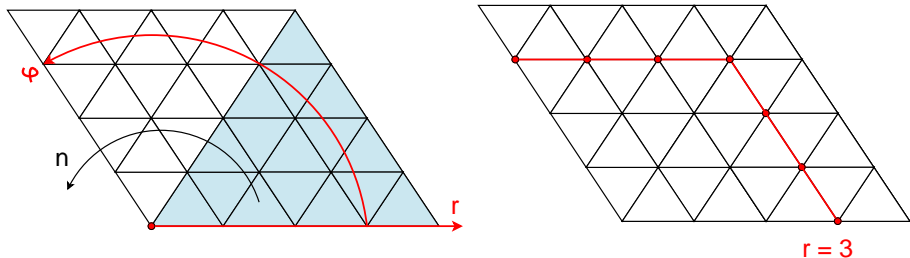
Carte de données polaire uniforme



La configuration des sommets ordinaires est **semi-régulière**

Nous proposons de prendre en compte leur **distance topologique** : ils sont placés uniformément sur le repère polaire (r, φ) .

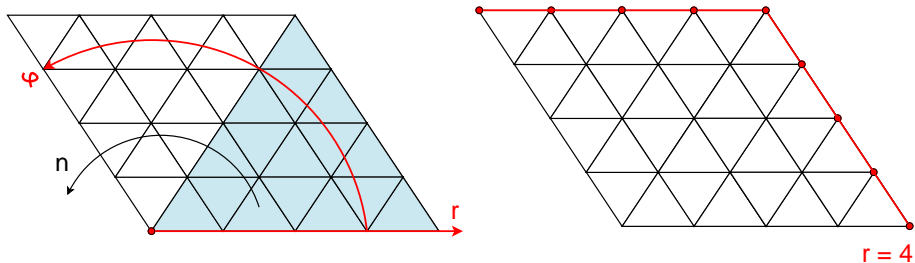
Carte de données polaire uniforme



La configuration des sommets ordinaires est **semi-régulière**

Nous proposons de prendre en compte leur **distance topologique** : ils sont placés uniformément sur le repère polaire (r, φ) .

Carte de données polaire uniforme



La configuration des sommets ordinaires est **semi-régulière**

Nous proposons de prendre en compte leur **distance topologique** : ils sont placés uniformément sur le repère polaire (r, φ) .