



**HAL**  
open science

# La modélisation de la maçonnerie armée par la méthode des éléments finis. Application aux maçonneries de petits éléments creux

Ghassan Mounajed

## ► To cite this version:

Ghassan Mounajed. La modélisation de la maçonnerie armée par la méthode des éléments finis. Application aux maçonneries de petits éléments creux. Mécanique [physics.med-ph]. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1992. Français. NNT: . tel-00529510

**HAL Id: tel-00529510**

**<https://pastel.hal.science/tel-00529510>**

Submitted on 26 Nov 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THESE**  
**PRESENTEE A**  
**L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES**

**PAR**  
**Ghassan MOUNAJED**  
**Ingénieur Civil (B.A. U.)**

Préparation pour obtenir le diplôme de doctorat  
de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées  
spécialité: Sciences et Techniques du Bâtiment

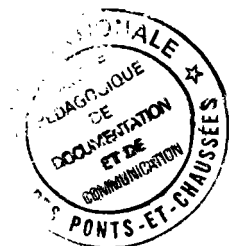
**SUJET**

**LA MODELISATION DE LA MACONNERIE ARMEE  
PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS  
APPLICATION AUX MACONNERIES DE PETITS ELEMENTS  
CREUX**

SOUTENUE LE 11 MAI 1992:

Composition du jury:

MM.  
J.M. REYNOUARD : Président  
D. BREYSSE : Rapporteur  
M. LORRAIN : Rapporteur  
J. RILLING : Examineur  
J.D. MERLET : Examineur  
R. COLAS : Examineur



79775

NS 16497

φ (T.1)(4)

REMERCIEMENT

Ce travail à été réalisé au service Parois et Structures Lourdes (P.S.L) au Centre Scientifique et Technique du Bâtiment (C.S.T.B.) à Marne-la-Vallée.

Monsieur J.M. REYNOUARD, Professeur et chef du département Génie Civil et Urbanisme à L'INSA de LYON, m'a fait l'honneur de diriger cette thèse et d'être président du jury, je le remercie pour l'aide qu'il m'a prodiguée.

J'exprime également mes remerciement à Monsieur M. LORRAIN, professeur à l'INSA de LYON, Monsieur D. BREYSSE professeur à L'ENS de CACHAN, pour l'honneur qu'ils me font en participant à ce jury et pour avoir bien voulu être rapporteurs de ce travail.

Je remercie également Monsieur J. RILLING, Directeur Scientifique du C.S.T.B., ainsi que Monsieur J.D. MERLET chef de service Parois et Structures Lourdes (P.S.L), pour m'avoir accueilli au CSTB et pour avoir examiné ce travail.

Je suis très reconnaissant à Monsieur R. COLAS, chef de division développement au C.B.C., pour avoir accepter de participer a ce jury.

Je m'adresse à mon collègue Bruno MESUREUR et j'exprime ma profonde reconnaissance pour l'aide logistique et le soutien moral qui m'a apporté durant ce travail.

Enfin, je tiens à témoigner de ma reconnaissax qui, sous divers formes, ont accordé leurs concours à la réalisation de ce travail.



## RESUME

Dans cette étude, les structures en maçonnerie armée des produits creux ont été étudiées. Les armatures sont noyées dans les joints horizontaux.

Une campagne expérimentale est mise au point dans le but d'identifier le comportement des composants de la maçonnerie armée.

Un essai original a été effectué sur un ensemble de blocs creux inclinés par rapport à la sollicitation pour déterminer les caractéristiques de cisaillement. Le comportement des joints de mortier est identifié en compression et en cisaillement. Un critère de frottement non linéaire est proposé pour l'interface bloc-joint, qui rend compte correctement des informations expérimentales.

La troisième partie est consacrée à la modélisation. Nous considérons la maçonnerie armée comme un matériau à deux composants : les joints de mortier (armés ou non armés) d'une part, et les éléments creux considérés comme homogènes d'autre part.

Un élément de contact spécifique a été développé, il possède une rigidité élastique dans le plan du joint. Les éléments de maçonnerie ont été modélisés comme un matériau orthotrope équivalent. Des équations mathématiques décrivant le comportement de chaque matériau ont été développées. La non linéarité apparente du comportement des éléments de maçonnerie est traitée dans le cadre du formalisme de l'élastoplasticité.

Enfin, une validation du modèle est menée en confrontant les résultats expérimentaux avec ceux du calcul numérique. Les résultats obtenus concordent qualitativement et quantitativement de manière satisfaisante avec l'expérimentation. Le modèle peut donc être utilisé comme un outil de prédiction et d'estimation des charges ultimes supportées par les structures.

### **MOTS CLES:**

Maçonnerie armée - modélisation - Eléments Finis - Expérimentation - Anisotropie - Plasticité - Contact - Fissuration.

## Abstract

This study deals with the reinforced masonry structures of hollow units with reinforcement embedded in the horizontal joints.

An experimental campaign is being finalized whose objective consists in identifying the behaviour of the materials which make up the reinforced masonry.

An original test to be performed on a set of blocks in inclined arrangement with regard to the stress is being perfected so as to determine the shearing characteristics ( $G_{12}$ ). The behaviour of the mortar joints is identified under compression and shear testing. A non-linear friction criterion for the block-joint interface is proposed, and reports the experimental information correctly.

The third part is devoted to modelling and to the integration of the model into the CESAR design code (LCPC). We regarded the masonry as a material made of two components: on the one hand, the mortar joints (the mortar being either reinforced or not reinforced), on the other hand the hollow units considered to be homogeneous.

A specific contact element was developed; it has an elastic rigidity with regard to the normal stresses located on the plane of the interface. The masonry units were modelled as an equivalent orthotropic material. The mathematical equations which describe the mechanical behaviour of each material were developed. The apparent non-linearity of the behaviour of the units is dealt with within the scope of the formalism of elastoplasticity.

Finally, the last part of this report provides us with a validation of the model proposed.

The results obtained satisfactorily conform to the experiments on a both qualitative and quantitative level. The model may then serve as a tool designed to predict and assess the ultimate loads carried by such structures.

### Keywords:

Reinforced masonry - Modelling - Finite elements - Experimentation - Anisotropy - Plasticity - Contact - Cracking -

## SYNTHESE

Dans cette étude nous avons traité les structures en maçonnerie armée des produits creux à armatures noyées dans les joints horizontaux. Durant cette recherche nous avons étudié l'aspect historique et technique aussi bien que l'aspect problématique et méthodologique, nous concluons à ce sujet que la maçonnerie armée est une nouvelle technique en expansion et ses avantages mécaniques et économiques sont évidents. Or le dimensionnement et la conception des structures en maçonnerie armée en France ont été jusqu'à présent gouvernés par l'empirisme ou par des règles de calcul inadaptées aux produits creux. Plusieurs études expérimentales menées en France, confirment les avantages de cette technique. Celles-ci semblent être cependant insuffisantes pour l'élaboration des règles de calcul.

L'étude bibliographique menée dans le cadre de cette recherche a montré que la plupart des études effectuées prennent en compte un comportement élastique linéaire et isotrope des éléments en maçonnerie et du mortier. En plus, souvent elles supposent une adhérence parfaite aux interfaces élément/mortier, or ceci est loin d'être vrai.

Ainsi l'ensemble des constatations tirées de l'étude bibliographique ont permis de mettre en évidence les points suivants :

a - le caractère anisotrope de la maçonnerie du, d'une part à la présence des joints de mortier et d'autre part à la structure interne des blocs creux et des briques creuses,

b - la nécessité de découpler le problème, c'est à dire de modéliser les éléments de maçonnerie et les joints séparément pour éviter des essais lourds, coûteux et pas toujours concluants,

c - la prise en compte des caractéristiques de déformabilité non linéaire des joints

d - la nécessité pour que le modèle soit capable de simuler les phénomènes de glissement, de frottement et de décollement qui se manifestent aux interfaces bloc/mortier, car ce sont eux qui se trouvent toujours à l'origine des désordres et de la rupture.

e - l'intégration des phénomènes de plastification et de fissuration locales qui se développent dans les éléments de maçonnerie après la rupture des joints de mortier : ceci devrait permettre de suivre l'évolution physique et mécanique de la structure jusqu'à la phase finale (ruine) tout en analysant les phases intermédiaires,

f - la prise en compte de la contribution des armatures noyées dans les joints horizontaux de façon à ne pas alourdir le modèle et le rendre inutilisable pour la maçonnerie.

Dans le deuxième chapitre nous avons mis au point une campagne expérimentale ayant comme but l'identification du comportement des matériaux constitutifs de la maçonnerie armée. Cette étude expérimentale d'identification nous a permis de montrer pour chacun des constituants:

\* Briques creuses de terre cuite

Le comportement linéaire fragile des briques creuses a été confirmé. Les caractéristiques mécaniques de la brique homogénéisée ont été déterminées par des essais de compression simple dans trois directions.

\* Blocs creux de béton :

Contrairement au cas des briques, le comportement des blocs creux du béton est sensiblement non-linéaire. Les différents essais envisagés sur les blocs ont permis de déterminer les différentes caractéristiques de déformabilité.

Notons que la résistance à la compression des deux types de maçonneries a été déterminée selon les trois chemins de chargement. Ceci devrait permettre la détermination des critères de rupture spécifiques à chaque matériau.

\* Joint de mortier :

Le traitement spécial des essais d'identification du comportement du joint a permis de déterminer la loi de comportement dans les directions perpendiculaire et parallèle à son plan.

Les résultats de ces essais ont montré que ce comportement en compression normale et en cisaillement est sensiblement non linéaire. Ainsi la rigidité du joint de mortier en compression est plus faible que celle de la maçonnerie et des éléments de maçonnerie ce qui est en contradiction avec les résultats des travaux de SHAAN [48]. Ceci peut être expliqué par le type des corps d'épreuves utilisés par SHAAN (cylindre 160 x 320 ou prisme 100 x 100 x 100) qui sont incapables de représenter le comportement du joint de mortier très mince.

D'autre part, les résultats des essais sur joint de mortier armé ont montré que l'influence des armatures sur la rigidité globale du joint dans la direction normale est très faible et peut être négliger sans erreur appréciable.

Ainsi le couplage des essais de cisaillement direct et de compression sur murets à joints inclinés nous a permis d'identifier un critère de frottement spécifique à l'interface bloc-mortier.

Notons que ce critère ne confirme pas les hypothèses de HENDRY [49] qui conduisent à envisager comme acceptable un critère de Coulomb limité en traction et en compression.

Dans le troisième chapitre nous avons modélisé le comportement mécanique de la maçonnerie armée par des équations mathématiques. Nous avons considéré la maçonnerie comme un matériau à deux constituants afin de surmonter les difficultés expérimentale que pose une modélisation basée sur l'homogénéisation de la maçonnerie toute entière.

Les équations constitutives qui décrivent le comportement mécanique de chaque matériau ont été développées dans ce chapitre. Le développement informatique et la mise au point du nouveau module (M.O.C.A) "Matériaux Orthotropes et Contact Armé" dans le code CESAR(LCPC) a fait l'objet d'un volume de travail important dans le cadre de cette recherche.

Le développement de ce module de calcul spécifique aux maçonneries armées se divise en deux parties :

- Développement d'un nouveau élément nommé "joint armé"
- Intégration des nouvelles lois de comportement de type élasto - plastique orthotrope à écrouissage positif et négatif traduisant respectivement la plastification et le comportement radoucissant de micro-fissuration.

Ainsi nous possédons un modèle de calcul spécifique pour les maçonneries armées et non armées, ce modèle permet de suivre l'évolution physique de la maçonnerie au cours de l'histoire de chargement et d'aller jusqu'à la ruine en passant par les étapes intermédiaires de micro fissuration. Il est capable de déterminer les charges ultimes appliquées aux structures, pour contribuer enfin à l'élaboration des règles de calcul simples pour leurs dimensionnement.

Enfin, dans la dernière partie de ce rapport, nous présentons une validation du modèle proposé . Cette dernière a été menée par confrontation avec les résultats expérimentaux et porte essentiellement sur des structures fléchies.

Les résultats obtenus concordent qualitativement et quantitativement du manière satisfaisante avec l'expérimentation. Le modèle peut donc être utilisé comme un outil de prédiction et d'estimation des charges ultimes supportées par de telles structures.



## NOTATIONS

$\{ \sigma \}$	:	Tenseur des contraintes
$\varphi$	:	Potentiel thermodynamique
$\{ \varepsilon^e \}$	:	Tenseur des déformations élastiques
$R$	:	Variable force dynamique
$\rho$	:	Masse volumique
$a$	:	Tenseur de 4ème ordre
$E$	:	Module de YOUNG
$G$	:	Module de cisaillement
$\nu$	:	Coefficient de POISSON
$\{ \varepsilon^T \}$	:	Tenseur des déformations totale
$\{ \varepsilon^p \}$	:	Tenseur des déformations plastiques
$f(\sigma)$	:	Fonction de charge
$\sigma_I, \sigma_{II}$	:	Contraintes Principales
$\tau_{ij}$	:	Contraintes de cisaillement
$\gamma_{ij}$	:	Déformations angulaires au cisaillement
$\sigma_s$	:	Contrainte seuil de plasticité
$\{U\}$	:	Vecteur de déplacements
$[K^e]$	:	Matrice de rigidité élémentaire
$\{ B \}$	:	Vecteur reliant les déformations aux déplacements
$\{ \sigma^l \}$	:	Vecteur de contraintes dans le repère local
$\{ \sigma^g \}$	:	Vecteur de contraintes dans le repère global
$\{ \varepsilon^l \}$	:	Vecteur des déformations dans le repère local
$\{ \varepsilon^g \}$	:	Vecteur des déformations dans le repère global
$\psi$	:	Angle de dilatance

## NOTATIONS

[ S ]	:	Matrice de souplesse
[ e ]	:	Tenseur de déformations
[ T ]	:	Matrice de transformation
[ D ]	:	Tenseur de déformations principales
C	:	Cohésion
$\varphi$	:	Angle de frottement interne
{ $\Delta\sigma$ }	:	Incrément du tenseur des contraintes
[ R ]	:	Matrice de transformation
$\delta w_{int}$	:	Travail virtuel des efforts intérieurs
$\delta w_{ext}$	:	Travail virtuel des efforts extérieurs
[ J ]	:	Matrice JACOBIENNE
X, $\xi$	:	Dérivé de Variable X par rapport à $\xi$
K	:	Paramètre d'écrouissage
$S_i(k)$	:	Seuil actuel de plasticité
$S_o(k)$	:	Seuil initial de plasticité
H	:	Module d'écrouissage
$d\lambda$	:	Multiplicateur plastique
Gf	:	Energie libérée pour créer une fissure de longueur unitaire
gf	:	L'aie sous la courbe $\sigma$ - $\epsilon$
$E^p$	:	Module de plasticité

# SOMMAIRE

## CHAPITRE I ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

I. INTRODUCTION GENERALE .....	(1)
I.1 GENERALITE SUR LA MACONNERIE ARMEE .....	(2)
I.1.1 ORIGINES .....	(3)
I.1.2 PREMIERS DEVELOPPEMENT .....	(3)
I.1.3 ETAT ACTUEL .....	(3)
I.2 LA MACONNERIE ARMEE ETUDIEE .....	(4)
I.2.1 MATERIAUX CONSTITUTIFS .....	(4)
I.2.2 TECHNIQUE DE CONSTRUCTION .....	(5)
I.2.3 AVANTAGES .....	(5)
I.2.4 CHAMPS D'APPLICATION .....	(6)
I.3 OBJET DE LA RECHERCHE .....	(7)
I.3.1 ORIGINE DU PROBLEME .....	(7)
I.3.2 POSITION DU PROBLEME .....	(8)
I.3.3 INTERET DU SUJET .....	(9)
I.3.4 METHODOLOGIE ET DEMARCHE .....	(9)
I.4 PREMIERE CONCLUSION .....	(11)
I.5 MODELISATION MATHEMATIQUE ET SCHEMATISATION DES SOLIDES .....	(12)
I.5.1 PRINCIPES FONDAMENTAUX DES LOIS DE COMPORTEMENT .....	(12)
I.5.2 METHODE DE L'ETAT LOCAL .....	(12)
I.5.3 MODELES SCHEMATIQUES DES SOLIDES .....	(14)
5.3.1 Introduction .....	(14)
5.3.2 L'élasticité .....	(14)
5.3.3 La plasticité .....	(15)
3.3.1 Comportement unidimensionnel .....	(16)
3.3.2 Critères de plasticité .....	(16)
3.3.3 Règle d'écoulement .....	(20)
I.6 MODELISATION DES PLANS DE DISCONTINUITE .....	(21)
I.6.1 POSITION DU PROBLEME .....	(22)
I.6.2 DEFINITION GENERALE DU CONTACT .....	(21)
6.2.1 Définition géométrique .....	(21)
6.2.2 Comportement mécanique .....	(22)
I.6.3 COMPORTEMENT DES JOINTS EN COMPRESSION .....	(24)
I.6.4 MODELISATION NUMERIQUE DES INTERFACES .....	(25)
6.4.1 Modèles de rigidité appropriée .....	(26)
6.4.2 Modèles contact .....	(31)
I.6.5 CONCLUSION SUR LA MODELISATION NUMERIQUE DES JOINTS .....	(33)
I.7 MODELISATION DES MACONNERIES ARMEES OU NON ARMEES .....	(35)
I.7.1 INTRODUCTION .....	(35)

I.7.2 PRESENTATION DES ETUDES EFFECTUEES.....	
POUR LA CARACTERISATION DE LA MACONNERIE .....	(36)
7.2.1 Modèle de STAFFORDD.....	(36)
7.2.2 Modèle de HENDRY .....	(37)
7.2.3 Modèle de SCHNIEDER .....	(38)
7.2.4 Modèle de SAMARISHING .....	(38)
7.2.5 Modèle de PAGE.....	(42)
7.2.6 Modèle de SHAAN .....	(46)
7.2.7 Modèle de HENDRY (2ème).....	(48)
7.2.8 Modèle de ANAND .....	(50)
7.2.9 Modèle de PAGE (2ème) .....	(51)
7.2.10 modèle de MAY.....	(53)
I.7.3 CONCLUSION SUR L'ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE.....	(56)
I.8 CONCLUSION DU CHAPITRE I .....	(58)
TABLEAUX RECAPITULATIFS.....	(58bis)

## CHAPITRE II

### ETUDE EXPERIMENTALE D'IDENTIFICATION

<u>II ETUDE EXPERIMENTALE D'IDENTIFICATION .....</u>	<u>(59)</u>
II.1 INTRODUCTION .....	(59)
II.2 APPAREILLAGE D'ESSAI .....	(60)
II.2.1 LES PRESSES .....	(60)
II.2.2 DISPOSITIFS DE MESURES .....	(60)
II.2.3 DISPOSITIFS D'ACQUISITION.....	(61)
II.3 ESSAIS ELEMENTAIRES SUR LES COMPOSANTS.....	
DE LA MACONNERIE ARMEE .....	(63)
II.3.1 BUT.....	(63)
II.3.2 STRATEGIE GLOBALE DE LA MODELISATION .....	(63)
3.2.1 Homogénéisation des éléments.....	(64)
3.2.2 Modélisation des joints de mortier.....	(65)
II.3.3 ESSAIS D'IDENTIFICATION DES BRIQUES.....	(65)
3.3.1 Définition .....	(65)
3.3.2 Essais de compression .....	(66)
3.3.3 Essais de traction directe.....	(70)
3.3.4 Essais de cisaillement .....	(72)
II.3.4 ESSAIS D'IDENTIFICATION DES BLOCS .....	(76)
3.4.1 Définition .....	(76)
3.4.2 Essais de compression transversale .....	(77)
3.4.3 Essais de compression latérale.....	(79)
3.4.4 Essais de cisaillement .....	(81)
II.3.5 IDENTIFICATION DU MATERIAU CONSTITUTIF .....	
DU BLOC DE BETON .....	(83)
II.3.6 IDENTIFICATION DU JOINT DE MORTIER.....	(83)
II.3.7 ESSAIS SUR DES MURETS A JOINTS INCLINES.....	(88)
3.7.1 Modalités des essais.....	(88)
3.7.2 Dispositifs de mesures .....	(89)
3.7.3 Calcul de la déformation .....	
au cisaillement.....	(89)
II.3.8 ESSAIS DE CISAILLEMENT DIRECT.....	(91)
3.8.1 Modalités des essais.....	(91)

3.8.2 Résultats .....	(92)
II.4 CONCLUSION SUR LA PARTIE EXPERIMENTALE .....	(96)

## CHAPITRE III

### MODELISATION ET DEVELOPPEMENT

<u>III MODELISATION DE LA MACONNERIE ARMEE</u> .....	(97)
III.1 INTRODUCTION .....	(97)
III.2 CODE DE CALCUL CESAR (LCPC) .....	(97)
III.3 MODELE PROPOSE .....	(99)
III.3.1 STRATEGIE GLOBALE DE LA MODELISATION .....	(99)
III.4 MODELISATION DES JOINTS DE MORTIER .....	(100)
III.4.1 ADAPTATION DE L'ELEMENT DE CONTACT EXISTANT DANS LE CODE CESAR .....	(100)
III.4.2 RELATION CONTRAINTE DEFORMATION .....	(101)
III.4.3 MATRICE DE RIGIDITE ELEMENTAIRE .....	(102)
III.4.4 PRISE EN COMPTE DES EFFORTS SUPPORTES PAR LES ARMATURES .....	(102)
III.4.5 CALCUL DES CONTRAINTES .....	(105)
III.4.6 PRISE EN COMPTE DE L'EPAISSEUR REELLE DU JOINT .....	(109)
III.4.7 INTEGRATION DU CRITERE DE FROTTEMENT SPECIFIQUE AUX JOINTS DE MORTIER .....	(110)
III.4.8 EXEMPLE DE VALIDATION NUMERIQUE .....	(112)
III.4.9 PLASTICITE NON ASSOCIEE ET PHENOMENE DE DILATANCE .....	(116)
4.9.1 Influence de l'angle PSI sur le schéma de correction des CONTRAINTES .....	(116)
4.9.2 Etude du sensibilité du paramètre .....	(118)
4.9.3 Exemple d'une poutre en M.A. ....	(117)
III.4.10 INTEGRATION DE LA NON LINEARITE APPARENTE DU COMPORTEMENT DES JOINTS .....	(122)
4.10.1 Critère d'endommagement d'un joint .....	(123)
4.10.2 Méthode de résolution numérique .....	(124)
4.10.3 Représentation graphique du schéma de résolution .....	(127)
III.5 MODELISATION DES ELEMENTS DE LA MACONNERIE ARMEE .....	(128)
III.5.1 LA PLASTICITE ANISOTROPE .....	(128)
III.5.2 CHOIX D'UN CRITERE .....	(129)
III.5.3 DETERMINATION DE LA LOI INCREMENTALE .....	(130)
III.5.4 CALCUL DE LA MATRICE ELASTO-PLASTIQUE .....	(131)
III.5.5 APPLICATION A LA MODELISATION DES BLOCS CREUX DE BETON .....	(131)
5.5.1 Comportement en traction .....	(134)
III.5.6 APPLICATION A LA MODELISATION DES BRIQUES CREUSES DE TERRE CUITE .....	(136)

5.6.1 Brique fissurée.....	(137)
5.6.2 Elément complètement fissuré.....	(139)
5.6.3 Rupture en compression .....	(140)
III.6 CONCLUSION SUR LA PARTIE MODELISATION .....	(141)

## CHAPITRE IV

### VALIDATION DU MODELE

<u>IV VALIDATION EXPERIMENTALE DU MODELE</u> .....	(142)
IV.1 INTRODUCTION.....	(142)
IV.2 CAS DES BRIQUES CREUSES.....	(142)
IV.2.1 POUTRE DE FAIBLE PORTEE PF-2A .....	(142)
2.1.1 Lois de comportement.....	(143)
2.1.2 Paramètres mécaniques .....	(143)
2.1.3 Résultats.....	(144)
IV.2.2 POUTRE DE FAIBLE PORTEE PF-2B .....	(148)
IV.2.3 POUTRE DE GRANDE PORTEE .....	(150)
IV.2.4 POUTRE PG-1A.....	(151)
IV.2.5 POUTRE PG-1C .....	(153)
IV.2.6 POUTRE PG-2A.....	(154)
IV.2.7 POUTRE PG-2C .....	(156)
IV.2.8 POUTRES VOILES .....	(156)
2.8.1 Poutre voile PV-1.....	(158)
2.8.2 Poutre voile PV-2.....	(162)
2.8.3 Poutre voile PV-3.....	(163)
IV.3 CAS DES BLOCS CREUX EN BETON .....	(164)
IV.3.1 CARACTERISTIQUES MECANQUES .....	(166)
3.1.1 Blocs.....	(166)
3.1.2 Joints de mortier .....	(166)
3.1.3 Contact.....	(167)
IV.3.2 POUTRES PF1 PF2 ET PF3 .....	(167)
3.2.1 Effet de armatures .....	(167)
3.2.2 Effet du glissement.....	(169)
3.2.3 Effet de la loi de frottement .....	(170)
IV.3.3 POUTRE VOILE PV-1 .....	(172)
IV.4 CONCLUSION SUR LA VALIDATION .....	(174)
<u>CONCLUSION GENERALE</u> .....	(176)
<u>BIBLIOGRAPHIE</u> .....	(180)
<u>ANNEXE</u> : Exemple de comparaison avec les règles de calcul	

# **CHAPITRE I**

## **ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE**

## INTRODUCTION GENERALE

La maçonnerie armée est une nouvelle technique de construction largement diffusée dans les pays anglo-saxons et récemment utilisée en France, sans pour autant avoir des règles de calculs spécifiques adaptées aux produits creux courants en France.

La maçonnerie armée est par définition un ouvrage en maçonnerie de petits éléments, hourdés au mortier, dans lequel on dispose des armatures métalliques dans les zones susceptibles d'être sollicitées en traction.

Ces armatures peuvent être placées dans des alvéoles des éléments à maçonner (cas des chaînages verticaux d'angle réalisés au moyen de blocs spéciaux) ou dans des espaces réservés au montage entre les blocs de maçonnerie, puis remplis de béton.

Nous allons nous intéresser plus particulièrement au cas où ces armatures sont disposées dans les lits horizontaux de mortier entre assises de maçonnerie. Ce dernier cas a l'avantage de ne pas provoquer de coupure de cadence par ferrailage et coulage de noyaux de béton. De ce fait le domaine d'emploi privilégié de la technique de la maçonnerie armée est sans conteste le franchissement d'ouvertures insérées dans les murs.

La maçonnerie armée à base des produits creux courants en France qui nous intéresse ici n'a pas fait jusqu'ici l'objet d'une modélisation par la méthode des éléments finis.

Notre recherche comporte outre l'étude bibliographique préalable, une étude basée sur deux volets principaux :

- Une étude numérique concernant la modélisation de la maçonnerie armée par la méthode des éléments finis
- Une étude expérimentale capable d'alimenter le modèle numérique par les données de caractéristiques mécaniques des matériaux constitutifs qui lui sont indispensables.

Dans la suite nous proposons un modèle numérique permettant de suivre l'évolution physique de la maçonnerie au cours de l'histoire du chargement et allant jusqu'à la ruine.

Ce modèle est capable de déterminer les charges ultimes appliquées aux structures afin d'établir des règles simples de calcul pour leur dimensionnement.



## **I-1 GENERALITES SUR LA MAÇONNERIE ARMEE**

La maçonnerie est reconnue partout dans le monde comme un excellent matériau au regard des sollicitations de compression.

Mais quand les maçonneries sont soumises à des efforts de traction, leurs performances sont très faibles d'où l'idée d'associer des armatures aux maçonneries.

Plusieurs types d'armatures pourront être utilisés pour combler ce défaut de résistance à la traction ; les barres d'acier peuvent être incorporées verticalement (dans les cavités) ou horizontalement (noyées dans les joints horizontaux) (voir fig.I.1 a et b).

Dans le cadre de ce travail, seules les maçonneries armées horizontalement, dénommées aussi maçonneries faiblement armées seront étudiées. Ce choix est justifié par la simple raison que c'est la technique la plus répandue en France.

### I-1-1 ORIGINES

L'idée d'armer une maçonnerie n'est pas récente; elle est née en 1770 avec SOUFFLOT [1], Architecte du Panthéon de Paris, et à cette époque, l'usage de la maçonnerie armée a été caractérisée par des applications basées sur l'expérience individuelle. Ce n'est qu'en 1835 que les premiers essais sur structures en maçonnerie ont été réalisés par l'ingénieur anglais Marc BRUNEL.

### I-1-2 PREMIERS DEVELOPPEMENTS

En 1923 en INDE, à partir d'une campagne d'essais portant sur 282 planchers, poutres, colonnes et arcs, une théorie rationnelle pour le dimensionnement de la maçonnerie armée a été formulée. Après cette étude considérée comme un point de départ du développement de la maçonnerie armée, plusieurs chercheurs dans le monde se sont penchés sur cette nouvelle technique pour approfondir leurs connaissances en se basant sur des études expérimentales et théoriques. Et ce n'est qu'en 1941 aux U.S.A. que l'on est arrivé à un stade des connaissances sur la maçonnerie armée où les principaux paramètres affectant la résistance de la maçonnerie ont pu être identifiés. Le Structural Clay Products Research Board publie la première esquisse de recommandations. Des règles d'utilisation et des méthodes de calcul sont proposées aux ingénieurs et constructeurs.

### I-1-3 ETAT ACTUEL

Aujourd'hui, les grands collectifs laissent place aux petits collectifs et surtout aux maisons individuelles et la maçonnerie apparaît comme un matériau qui présente plusieurs avantages par rapport à son concurrent utilisé dans les grandes constructions : le béton armé.

En fait ces avantages sont de plusieurs types (natures), on peut citer :

- les avantages économiques (matière première abondante, élimination de coffrage, main-d'oeuvre pas trop qualifiée, quantité de matériau plus faible, etc ...)
- les avantages architecturaux comme les variétés de l'aspect, coloris différents, son caractère traditionnel, largement répandu.

## I-2 LA MAÇONNERIE ARMÉE ETUDIÉE

### I-2-1 MATERIAUX CONSTITUTIFS :

#### a - Les éléments :

On utilise toute une gamme d'éléments dont la résistance varie de 4 à 100 MPa. Les éléments couramment utilisés en France et qui seront étudiés par la suite sont les briques creuses de terre cuite et les blocs de béton (voir fig.1.2).

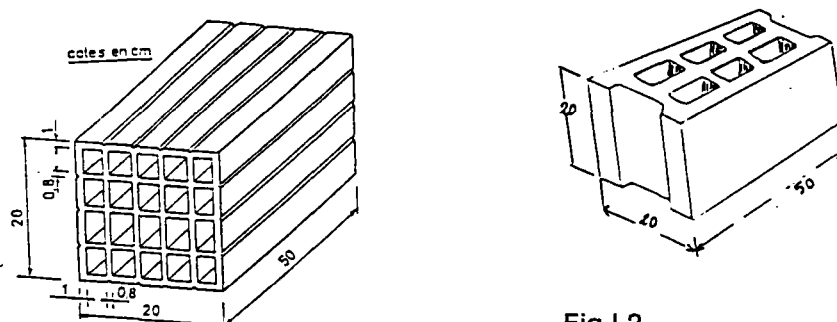


Fig.1.2

#### b - Le mortier :

Les mortiers généralement utilisés sont les mortiers ordinaires à base de ciment. En effet il est recommandé d'avoir recours à des mortiers de forte résistance, car l'adhérence augmente proportionnellement à la résistance du mortier. Dans le cas de la maçonnerie armée une bonne adhérence entre le mortier et les armatures est fondamentale.

#### c - Armatures :

Ce sont en majorité deux barres d'armatures de diamètre 4 ou 6 (mm) soudées en ZIGZAG et noyées dans les joints horizontaux. Ces armatures sont connues sous le nom : armature de type MURFOR (voir fig 1.3).

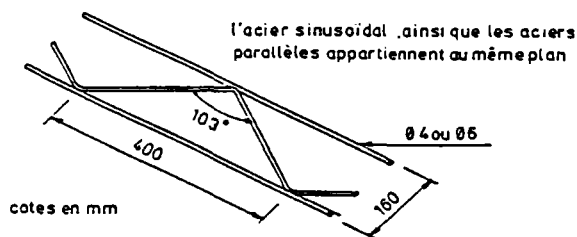


Fig. 13 : Forme d'armature employée.

### I-2-2 TECHNIQUE DE CONSTRUCTION

Dans le cas particulier de la maçonnerie armée, il n'y a presque pas de différence de construction par rapport à la maçonnerie traditionnelle. La seule différence étant la mise en place des armatures. Le maçon étale son mortier sur le lit de briques ; il place ensuite l'armature en l'enfonçant dans le mortier (voir fig.1.4).

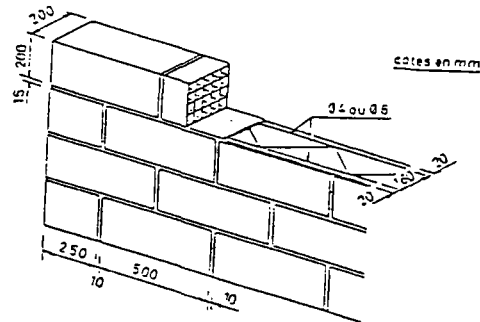


fig. (1.4) fabrication d'un mur en maçonnerie armée

### I-2-3 AVANTAGES :

Parmi les avantages de la maçonnerie armée on peut citer plus particulièrement :

- 1) Elimination quasi complète de coffrage et de bétonnage
- 2) L'amélioration des performances mécaniques ; résistance en traction directe et indirecte (traction par flexion) [6], [7]. Or l'existence de cette dernière généralement nulle pour la maçonnerie traditionnelle va augmenter d'une manière considérable dans le domaine d'emploi de cette nouvelle technique.
- 3) La ductilité améliorée des structures en maçonnerie armée améliore la sécurité de l'ouvrages en cas d'accidents (par exemple : les explosions, séismes, tassement différentiel, etc ...) tout en minimisant les risques de fissuration.
- 4) La maçonnerie armée peut jouer le rôle du chaînage traditionnel. Dans certains cas elle remplit aisément toutes les fonctions assurées par le chaînage en éliminant tous les problèmes d'hétérogénéité et de désordre dans les structures.
- 5) La maçonnerie armée peut remplacer les linteaux traditionnels, donc une continuité et une homogénéité des façades .
- 6) Vue sa capacité de résister à des efforts de traction et sa ductilité augmentée, la maçonnerie armé permet de réaliser des joints de dilatation plus espacés.

7) Intérêt de supprimer les chaînages massifs en béton armé. Ces derniers posent des problèmes pathologiques propres ( ponts thermiques, fissuration aux interfaces ... etc )

On a trouvé également à ces maçonneries armées des avantages de comportement meilleurs face aux sollicitations diverses dont elles sont le siège :

Sollicitations d'origine interne (variations dimensionnelles diverses, retrait, gonflement, etc ...) ou d'origine externe (température, effet de toiture, ...).

Notons que l'inconvénient majeur de cette technique est le problème d'enrobage des aciers et du phénomène de corrosion.

#### I-2-4 CHAMPS D'APPLICATION

Parmi les principales applications de la maçonnerie armée horizontalement, on peut citer les linteaux, les poutres, les poutres voiles, les murs de contreventement et de soubassement ou tout type de structures sollicitées essentiellement en flexion (voir fig.1.5).

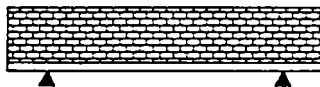


fig. (2-a) - Linteau

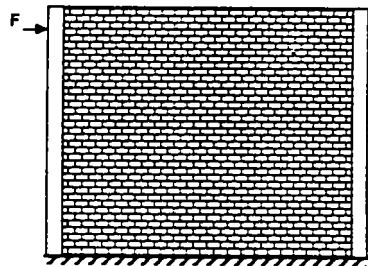


fig. (2-c) - mur de contreventement

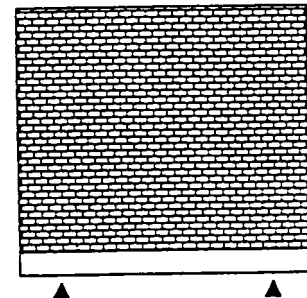


fig. (2-b) - Poutre-voile

fig. (1.5) types de structures en maçonnerie armée

En outre la maçonnerie armée se prête particulièrement à la réalisation des ouvrages situés en zones sismiques.

### I-3 OBJET DE LA RECHERCHE

#### I-3-1 ORIGINE DU PROBLEME : (LE CHAINAGE CLASSIQUE)

Un effort important a été engagé sur le plan théorique et sur le plan technique afin de mettre sur pied un ensemble cohérent de connaissances sur le comportement des maisons individuelles soumises à des efforts horizontaux et à des sollicitations d'origine thermique et hygrométrique.

Ceci devrait permettre aux concepteurs et aux réalisateurs de rationaliser leurs choix techniques dans le double but d'une meilleure économie de construction et d'un comportement mécanique plus satisfaisant.

Mais cet effort a jusqu'ici concerné principalement le domaine des constructions préfabriquées légères ou lourdes.

Son extension au domaine des maçonneries exige d'autres études spécifiques aux maisons et petits immeubles en maçonnerie.

L'importance de l'enjeu est évident : la part de la maçonnerie dans les techniques de réalisation de la construction de base en France reste considérable et les désordres qui l'affectent (fissurations, pénétrations d'eau) pèsent sur le coût social de cette catégorie de bâtiments.

Quant à ces désordres, il est bien connu que, faute de maîtriser la nature et le niveau des sollicitations à prévoir et en vue d'en corriger certains défauts, on réalise souvent dans les murs de maçonnerie une véritable ossature complète de béton armé qui est onéreuse sans pour autant résoudre beaucoup mieux les problèmes de comportement de l'ensemble de maçonnerie-béton armé (fissurations d'enduits, fissurations dues aux déformations thermiques différentielles, retraits différentiels, etc...) [2], [3].

On constate de même que, dans certains cas, cette ossature engendre, du fait même de l'hétérogénéité importante qu'elle constitue, des comportements pathologiques propres.

En fait, le problème n'est pas facile, car on se heurte à deux conditions opposées, d'une part on dit qu'il faut assurer un contact aussi intime que possible entre le chaînage et la maçonnerie pour assurer la cohésion de l'ensemble de la structure et renforcer l'adhérence mortier/élément et, d'autre part on voit que les désordres d'origine thermique ou d'origine interne (retrait, gonflement, ...) ne se manifestent que dans la mesure où l'on empêche la libre dilatation de la maçonnerie.

Donc, il s'agit ici de proposer une solution qui prend en compte ces deux phénomènes.

### Chaînage réparti (maçonnerie armée)

Du fait que le chaînage traditionnel, dans l'état actuel des connaissances, est incapable de résoudre les problèmes de la maçonnerie, il est même dans plusieurs cas une source de désordres engendrant des comportements pathologiques propres (fig.I.6 ), il semble que la solution la plus efficace consiste à répartir les armatures dans toutes la surface du mur, ce qui est en autre terme la maçonnerie armée.

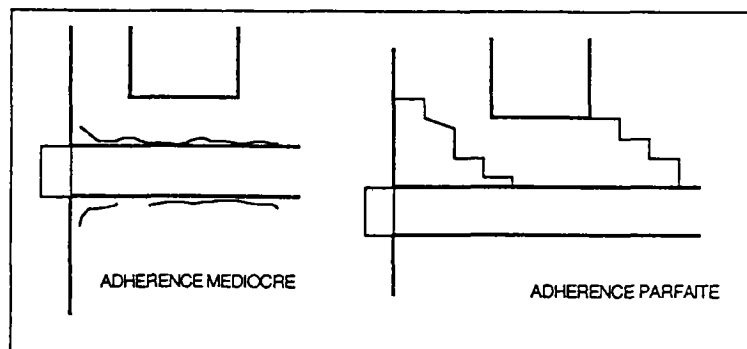


fig (I.6)

### I-3-2 POSITION DU PROBLEME :

D'après ce qui précède, la maçonnerie armée n'est pas une nouvelle technique, même si elle a été jusqu'à ces dernières années rarement appliquée en France. Par contre cette technique est largement diffusée dans les pays anglo-saxon tout en étant mal connue du point de vue théorique. Or un effort important a été engagé dans les pays européens sur le plan technique et théorique, afin de mettre sur pied un ensemble cohérent de connaissances [4] [5]. Ceci a comme objectif l'élaboration de règles de calcul plus rationnelles pour le dimensionnement. Les anglais ont été les premiers à proposer des règles. Bien qu'elles soient inadaptées aux produits français (blocs creux ou briques de terre cuite), elles sont largement utilisées en France.

Le C.S.T.B. depuis six ans est intervenu dans ce domaine. Un effort important a été engagé notamment sur le plan expérimental [6], [7]. Sur le plan de la conception du dimensionnement le C.S.T.B. a essayé comme première approche d'adapter les règles de calcul du B.A.E.L. à la maçonnerie armée [8]. Dans le cas des poutres fléchies en maçonnerie armée, l'application des règles de calcul du B.A.E.L. en adoptant un diagramme de contrainte déformation spécifique pour la maçonnerie (blocs de béton + joint de mortier) a donné des écarts avec les résultats expérimentaux de l'ordre de 5 à 6 %. selon [8] L'application des règles de calcul simplifiées de l'Eurocode 6 donne des résultats sensiblement plus proches des résultats d'essais, les écarts sont entre - 7 % et + 2 %. [8].

### I-3-3 INTERET DU SUJET ET OBJECTIF DE LA RECHERCHE

Notre recherche entre dans ce cadre de travail, en mettant l'accent surtout sur l'aspect de la modélisation. Cette modélisation servira ultérieurement pour l'élaboration des règles de calcul simplifiées et plus rationnelles. Afin de pouvoir prendre en compte tous les paramètres qui entrent en jeu et pour se rapprocher le plus possible des phénomènes réels, nous avons retenu comme objectif dans cette recherche l'élaboration d'un modèle de calcul aux éléments finis permettant de suivre l'évolution du comportement de la maçonnerie armée au cours du chargement. Ce modèle prendra en compte une évolution allant de la phase initiale (élasticité) jusqu'à la ruine en passant par les phénomènes de fissuration et de glissement.

### I-3-4 METHODOLOGIE ET DEMARCHE

Pour modéliser les phénomènes physiques de déformation et de rupture, il faut une méthode fondée sur les principes généraux gouvernant les variables représentatives de l'état du milieu matériel. Or l'état matériel dépend en général (sauf élasticité) de toute l'histoire de ses variables mécaniques. Son comportement peut se modéliser par des lois héréditaires ou intégrales.

La mécanique et la thermodynamique des milieux continus constituent les outils théoriques de base de la formulation des phénomènes physiques de déformation et de rupture. La méthode phénoménologique utilisée repose sur l'observation des résultats expérimentaux et la classification schématique qui en résulte, permet d'associer à chaque matériau une théorie des seuls phénomènes prépondérants.

Il existe en général trois grandes méthodes de formulation des lois de comportement des matériaux :

- 1) l'approche microscopique
- 2) l'approche thermodynamique
- 3) l'approche phénoménologique.



Aucune de ces trois approches ne permet des identifications directes, les variables microscopiques sont difficilement mesurables, leurs intégrations dans un code de calcul aux éléments finis est un problème difficile [9].

L'approche phénoménologique globale consiste à étudier l'élément de volume de matière à travers des relations de cause à effet existant entre les variables physiquement accessibles et qui constituent les entrées et les sorties des processus étudiés. L'effet d'échelle est très important dans ce type d'approche, un élément de volume au sens de la mécanique des solides, doit être suffisamment important par rapport aux hétérogénéités du matériau et suffisamment petit afin que les dérivées partielles des variables dans les équations de la mécanique aient une signification.

La classification qui découle de cette approche ne doit pas être considérée comme intrinsèque. Le comportement d'un matériau donné peut être représenté par plusieurs modèles schématiques et cela en fonction de l'utilisation, de la précision souhaitée et des sollicitations auxquelles ce matériau est soumis [9]. Par exemple, un matériau donné peut être étudié en élasticité linéaire, en viscoélasticité, en élastoplasticité, ...etc.

En admettant cette approche, l'étude expérimentale constitue un point de passage obligé pour une modélisation schématique réaliste, ainsi que pour une intégration correcte des lois de comportement dans des codes de calcul numérique.

Notre étude repose sur les deux axes de recherches classiques; l'expérimentation et la modélisation. Ces deux axes ne sont pas indépendants, l'étude expérimentale d'identification nous permet de choisir le modèle schématique capable d'alimenter le modèle numérique par les variables mécaniques qui lui sont nécessaires.

Le modèle théorique étant choisi et intégré dans un code de calcul aux éléments finis, seuls les essais de validation (confrontation : expérience - modèle) sont capables de juger de son aptitude à simuler les phénomènes réels. Une fois le modèle validé, plusieurs calculs de simulation peuvent être effectués sur plusieurs cas de charges et sur différents types de structures, pour déduire un comportement global de la maçonnerie armée. Une autre étude sur l'influence des paramètres (mécaniques et géométriques) mis en jeu est nécessaire pour l'élaboration des règles de calcul simplifiées de dimensionnement des structures en maçonnerie armée.

#### **I-4 PREMIERE CONCLUSION**

L'aspect historique et technique étant évoqué dans les paragraphes précédents, aussi bien que l'aspect problématique et méthodologique, les premières conclusions que l'on peut tirer de ce chapitre sont :

- la maçonnerie armée est une nouvelle technique en phase d'expansion,
- ses avantages mécaniques et économiques sont évidents,
- le dimensionnement et la conception des structures en maçonnerie armée en France ont été jusqu'à présent gouvernés par l'empirisme ou par des règles de calcul non adaptées aux produits creux,[ règles britanniques non homogènes ] voire exemple dans l'annexe.
- plusieurs études expérimentales menées en France (CSTB, CEBTP, CERIB, etc ...), confirment les avantages de cette technique. Celles ci semblent être cependant insuffisantes pour l'élaboration des règles de calcul.
- cette recherche mettant l'accent plus particulièrement sur l'aspect modélisation, a comme objectif l'élaboration d'un modèle de calcul aux éléments finis. Ce modèle va ultérieurement contribuer aux efforts et aux études en cours afin de proposer des règles de calcul simplifiées pour le dimensionnement des structures en maçonnerie armée.

## I.5 MODELISATION MATHEMATIQUE ET SCHEMATISATION DES SOLIDES

### GENERALITES

La démarche mathématique utilisée pour le traitement des problèmes des solides déformables est de les considérer comme des milieux continus. Un certain nombre d'équations générales sont fournies par la mécanique des milieux continus (conservation de la masse, égalité du tenseur dynamique, etc ...). Cependant ces équations sont insuffisantes pour la résolution des problèmes de la mécanique des milieux continus. Il est donc nécessaire de disposer d'équations supplémentaires ; ce sont les équations de comportement.

En associant ces équations générales de la mécanique à celles liées au matériau (équations de comportement) on dispose d'un système d'équations aux dérivées partielles permettant d'un point de vue mathématique de résoudre les problèmes de la mécanique des milieux déformables. Bien entendu, il faut pour cela définir en outre les conditions initiales et les conditions aux limites en nombre suffisant. Or, la résolution analytique n'est en général pas simple, d'où la nécessité de recourir à des méthodes numériques de résolution.

Etant donné que la résolution des problèmes aux limites de mécanique des solides déformables nécessite la connaissance des équations de comportements des matériaux, l'étude et la formulation de ces lois est l'objet de la rhéologie. Celles-ci doivent tenir compte des possibilités et des limites de l'expérimentation et doivent également être formulées, d'un point de vue mathématique avec rigueur pour pouvoir être prise en compte lors de la modélisation numérique.

### I.5.1 PRINCIPES FONDAMENTAUX DES LOIS DE COMPORTEMENT

La formulation des lois de comportement générales doit obéir à des principes fondamentaux :

- a) le principe de déterminisme des contraintes
- b) le principe de l'action locale
- c) le principe d'objectivité

### I.5.2 METHODE DE L'ETAT LOCAL ET VARIABLES D'ETAT

L'état thermomécanique d'un milieu matériel en un point  $(x)$  à un instant  $(t)$  est défini en connaissant les valeurs d'un certain nombre de variables à cet instant. Variables qui ne dépendent que du point considéré. C'est avec ces variables que l'on décrit les phénomènes physiques. Cette description est considérée plus fine, selon la nature et le nombre des variables utilisées; qui se divisent en deux parties :

- a - les variables observables comme la température  $T$  et la déformation totale  $\varepsilon^T$  (ou  $\varepsilon$  petites déformations) : dans le cas de l'élasticité, l'état d'un point matériel ne dépend que de ces variables.
- b - les variables internes sont utilisées pour des phénomènes dissipatifs où l'état actuel dépend aussi de l'histoire. Par exemple en plasticité il est nécessaire d'introduire des variables internes comme la déformation plastique  $\varepsilon^P$  et la déformation élastique ..., ainsi que d'autres variables de nature plus cachée représentant l'état interne du matériau considéré. Ces variables cachées serviront à la représentation de phénomènes tels que l'écroutissage, l'endommagement, etc ..., et peuvent être des variables scalaires ou tensorielles.

### Potentiel thermodynamique

Les variables d'état étant définies, le comportement thermodynamique est décrit à partir d'un potentiel thermodynamique  $\psi$ .

En élasticité l'on a :

$$\{\sigma\} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \{\varepsilon\}^e}$$

Pour les lois qui donnent la variable force dynamique  $R$  associée à l'écroutissage

$$R = \rho \frac{\partial \psi}{\partial P}$$

où  $\rho$  est la masse volumique.

Le potentiel  $\psi$  permet de lier les forces thermodynamiques aux variables internes, mais il est insuffisant pour décrire les processus dissipatifs et fournir les éléments nécessaires à caractériser l'évolution des variables internes. C'est le rôle complémentaire du potentiel de dissipation.

### Potentiel de dissipation

Pour définir les lois complémentaires relatifs aux processus dissipatifs, on postule l'existence d'un potentiel de dissipation  $\phi$  qui est une fonction scalaire continue et convexe par rapport aux variables  $\varepsilon^P$  et  $P$ . Ce potentiel va déterminer l'évolution des variables internes.

## I.5.3 MODELES MATHEMATIQUES ET SCHEMATISATION DES SOLIDES

### 5.3.1 INTRODUCTION

Nous savons que le comportement d'un solide peut être décrit par différents schémas. Ceci dépend de la précision souhaitée ainsi que des niveaux et de la nature de sollicitations ce solide est soumis. Parmi les schémas existants on trouve l'élasticité, la thermoélasticité, la viscoélasticité, la plasticité, l'endommagement, la fissuration, ...etc

Nous allons en détailler deux :

- l'élasticité
- la plasticité

### 5.3.2 L'ELASTICITE

La schématisation des solides élastiques suivant la méthode de l'état local ne fait intervenir qu'une seule variable d'état la déformation élastique  $\varepsilon^e$  égale à la déformation totale  $\varepsilon^T$ .

Le comportement est décrit en petites déformations où la configuration initiale est confondue avec la configuration finale.

Le potentiel thermodynamique s'écrit :

$$\psi = \frac{1}{2\rho} a : \varepsilon : \varepsilon$$

où a est un tenseur de 4ème ordre.

#### 5.3.2.1 Cas d'un matériau orthotrope:

Définition : on appelle matériau orthotrope un matériau élastique homogène portant en tout point deux symétries du comportement, chacune par rapport à un plan, les deux plans étant orthogonaux.

La loi de comportement exprimée dans les axes dits d'orthotropie, peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}/E_2 & -\nu_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ & 1/E_2 & -\nu_{32}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ & & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1/G_{32} & 0 & 0 \\ & & & & 1/G_{13} & 0 \\ & & & & & 1/G_{12} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{pmatrix}$$

Les coefficients indépendants sont :

- $E_1, E_2, E_3$  (Modules d'élasticité longitudinaux)
- $G_1, G_2, G_3$  (Modules de cisaillement)
- (Coefficients de Poisson)

Les coefficients  $\nu_{12}, \nu_{13}$ , et  $\nu_{23}$  se déduisent par la propriété de symétrie

### 5.3.2.2 Cas d'un matériau isotrope

Dans ce cas, toutes les directions et tous les plans sont élastiquement équivalents. Le nombre des coefficients élastiques est alors réduit à deux :  $E$  et  $\nu$   
avec  $G = E/2 (1 + \nu)$ .

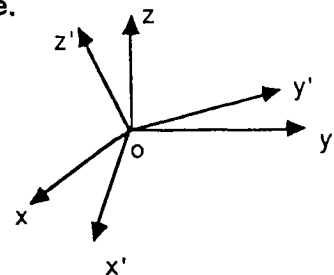
### 5.3.2.3 Transformation de la matrice (A) :

Dans le cas d'un matériau anisotrope, les caractéristiques élastiques de la matrice (A) dépendent de la direction des axes de coordonnées. Si cette direction change, la matrice (A) prend une autre valeur. Seul le matériau isotrope possède la même rigidité quelles que soient les axes de coordonnées choisies.

### 5.3.2.4 Matrice de transformation

Connaissant la matrice (A) d'un matériau dans un système d'axes XYZ, on peut calculer la matrice (A') dans un autre système  $x'y'z'$  obtenu par une rotation d'un système par rapport à l'autre.

$$\begin{cases} \{\varepsilon\} = [A] \{\sigma\} : (x,y,z) \\ \{\varepsilon\} = [A'] \{\sigma\} : (x',y',z') \end{cases}$$



## 5.3.3 LA PLASTICITE

C'est la propriété qu'ont les corps solides de se déformer de façon irréversible et indépendante du temps lorsqu'un certain niveau de contrainte, connu sous le nom de limite d'écoulement, a été atteint [10] [11]. Il n'existe plus de relation univoque entre les contraintes et les déformations. Dans le cas de la maçonnerie, ces déformations irréversibles sont essentiellement dues à des microfissurations; contrairement aux cas des métaux où il s'agit essentiellement

des mouvements de dislocations sans influence de phénomènes visqueux ni présence de décohésion endommageant la matière.

### 5.3.3.1 Comportement unidimensionnel

La courbe d'érouissage en traction-compression caractérise complètement le comportement unidimensionnel fig (1.7)

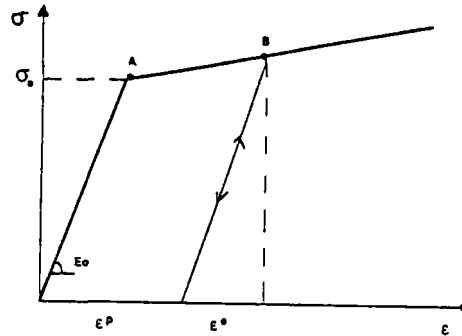


FIG ( 1.7) Comportement unidimensionnel

A tout instant, la déformation totale  $\varepsilon$  se décompose en deux termes :

- une déformation élastique  $\varepsilon^e = \frac{\sigma}{E}$
- une déformation plastique  $\varepsilon^P = \varepsilon^T - \varepsilon^e$

La contrainte au point A est dite contrainte d'écoulement, le point A correspond à la notion de seuil de plasticité ou bien limite élastique. Si cette limite élastique évolue en fonction de l'amplitude de déformation, on dit que le matériau est érouissable.

### 5.3.3.2 Critères de plasticité :

C'est en généralisant la notion de seuil de plasticité qu'on détermine le critère de plasticité. Il définit le domaine, dans l'espace de contraintes à six dimensions (cas le plus général) à l'intérieur duquel toute variation de contrainte n'engendre que des variations des déformations élastiques.

La modélisation mathématique de ces domaines et de leur évolution fait l'objet de nombreuses propositions, on peut les diviser en deux parties :

a) les critères isotropes :

L'équation de la frontière du domaine fait intervenir a priori toutes les composantes du tenseur des contraintes et la variable d'érouissage qui se réduit à une variable scalaire dans le cas d'un érouissage isotrope :

$$f(\sigma_{ij}, \sigma_{seuil}) = 0$$

Si la matière est isotrope, la frontière du domaine est invariante par changement de repère ; la fonction  $f$  ne dépend donc que des trois invariants du tenseur des contraintes  $\sigma$

$$f(\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}, \sigma_s) = 0$$

ou bien  $f(S_{II}, S_{III}, \sigma_s) = 0$  qui est l'expression générale des critères isotropes de la plasticité incompressible.

### 5.3.3.2.1 Exemple d'un critère isotrope

critère de von mises :

A titre d'exemple nous prenons le critère de Von MISES [12]. Ce critère est entièrement défini par un seul paramètre ( $\sigma_s$ ), son interprétation physique est : la plastification se produit quand l'énergie élastique de distorsion emmagasinée atteint une valeur critique, caractéristique du matériau à un instant donné, l'expression développée du critère Von Mises dans l'espace des contraintes à 6 dimensions est de la forme :

$$1/2 \left[ (\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{13}^2) - \sigma_s^2 \right] = 0$$

son expression dans l'espace des contraintes principales à 3 dimensions :

$$1/\sqrt{2} \left[ (\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2 \right] - \sigma_s^2 = 0$$

c'est l'équation d'un cylindre à base circulaire axé sur la trisectrice du repère  $(\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III})$  et de rayon  $R = (2/3)^{1/2} \sigma_s$



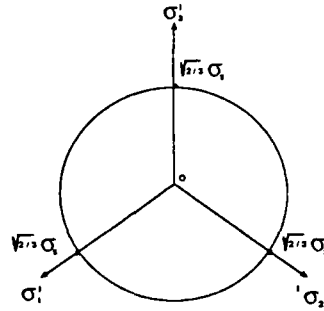


fig (1.8) représentation géométrique du critère de Von Mises dans le plan du déviateur

#### 5.3.3.2.2 Critères anisotropes :

Dans le cas le plus général, le critère de plasticité est défini par une relation

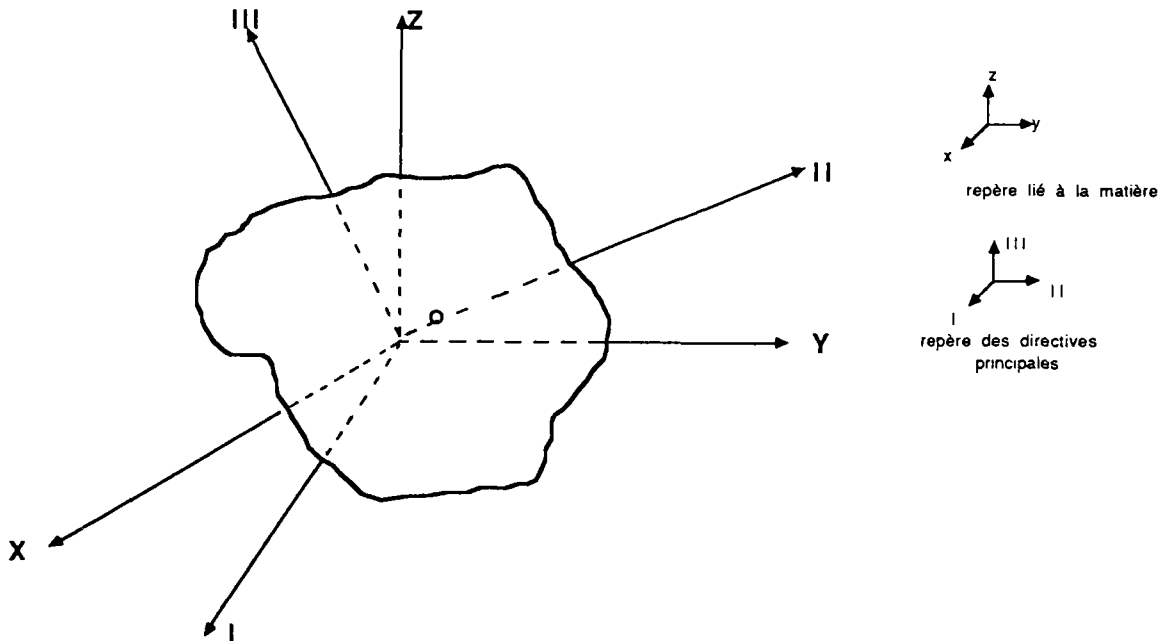
$$f(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}) = 0$$

que vérifie les composantes du tenseur des contraintes à l'apparition d'une déformation plastique.

La relation (x) peut aussi s'écrire :

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \alpha, \beta, \eta) = 0$$

où  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\eta$  décrivent l'orientation des directions principales par rapport à des axes  $x, y, z$ , liés à l'élément de matière considéré.



Nous constatons que dans ces types de critères, l'expression ne peut se réduire à une fonction des seuls invariants ; il convient de faire intervenir en outre, les directions privilégiées d'anisotropie.

On peut considérer ce type de critère comme une généralisation du critère de Von Mises et l'écrire sous la forme :

$$(C : \sigma) : \sigma = 1 \quad (x)$$

avec C : tenseur d'ordre 4 dépendant du matériau et respectant la symétrie

$$\Rightarrow C_{ijkl} = C_{klij} = C_{jikl} = C_{ijlk}$$

$$\text{et } C_{ijkk} = C_{iikl} = 0$$

HILL [13], pour tenir compte de l'anisotropie de certains métaux, a proposé un critère indépendant de la contrainte moyenne, ce critère se réduit à celui de Von Mises pour le cas d'isotropie. Il correspond à une anisotropie particulière qui conserve trois plans de symétrie (l'orthotropie).

Ce critère se déduit de l'expression générale (x) avec :

$$C_{1111} = F + H \quad C_{2222} = F + G \quad C_{3333} = G + H$$

$$C_{1122} = -F \quad C_{2233} = -G \quad C_{3311} = -H$$

$$C_{1212} = L/2 \quad C_{2323} = M/2 \quad C_{3131} = N/2$$

son expression finale après avoir pris en compte la symétrie est :

$$F(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + G(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + H(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 2(L\tau_{12}^2 + M\tau_{23}^2 + N\tau_{13}^2) = 1$$

D'autres auteurs ont proposé des critères anisotropes plus compliqués et permettant de prendre en compte l'effet Bauschinger (différence d'état d'érouissage en traction et compression).

Or, ces critères bien que plus généraux, présentent un handicap majeur, ils exigent en effet la détermination expérimentale d'un nombre plus grand de coefficients pour un matériau donné, ce qui est parfois délicat surtout dans le cas des matériaux envisagés ici (briques creuses de terre cuite, et blocs creux de béton).

Il convient enfin de signaler que l'écriture du critère de plasticité pour les matériaux anisotropes pose quelques problèmes, concernant le principe d'objectivité [14].

A remarquer toutefois que, malgré cette difficulté, les études théoriques de problèmes pratiques faites par HILL en utilisant le critère de plasticité d'expression (X) ont permis de rendre

compte de constatations expérimentales auparavant inexplicables [15].

### 5.3.3.3 La règle d'écoulement

Un comportement plastique se décompose schématiquement en deux parties principales :

- la notion de seuil ou critère de plasticité, qui nous indique s'il y a eu une déformation plastique

- la règle d'écoulement plastique qui nous indique comment la déformation plastique s'effectuera

soit  $f(\sigma, K) = 0$  le domaine d'élasticité actuel

où  $\sigma$  est le tenseur des contraintes dans l'espace  $\mathbb{R}^6$

et  $K$  un paramètre représentant l'état d'écrouissage

connaissant  $\sigma$  et  $K$  on peut déduire les deux possibilités ci-après :

- si  $\sigma$  est intérieur au domaine d'élasticité actuel, c'est-à-dire  $f(\sigma, K) < 0$ , alors la variation de déformation est purement élastique : point (1) sur la fig. (I.9).

- si  $\sigma$  est à la frontière du domaine d'élasticité actuel (point 2 sur la fig. I.9), on est conduit, pour pouvoir décrire le comportement, à définir les notions de charge et de décharge.

Les principes généraux décrivant la théorie de la plasticité étant ainsi évoqués, nous nous bornerons ultérieurement aux problèmes particuliers d'adaptation et de modélisation. Car seule l'étude expérimentale est capable de nous fournir les informations qualitatives et quantitatives indispensables pour le choix d'un modèle schématique adapté ainsi que pour alimenter ce modèle par les valeurs numériques des variables qui lui sont nécessaires.

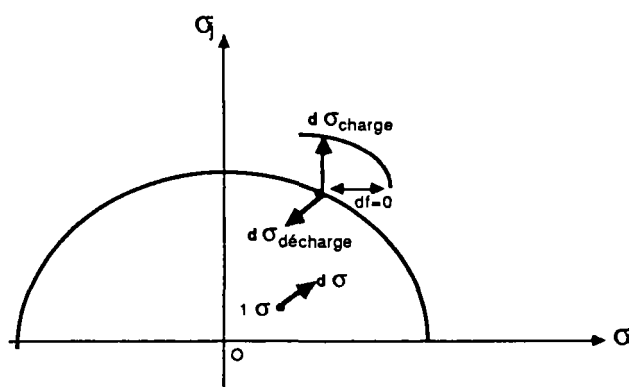


FIG (I.9)

## I.6 MODELISATION DES PLANS DE DISCONTINUITÉ

### I.6.1 Position du problème

Dans le domaine du bâtiment de nombreux éléments de structure présentent des plans de discontinuité qui peuvent jouer un rôle prépondérant dans leur comportement mécanique. Les ouvrages en maçonnerie en sont un exemple typique. Les phénomènes de rupture apparaissent souvent au niveau de l'interface mortier-élément et sont à l'origine du processus de ruine. En fait, le voisinage des zones de contact est généralement soumis à une forte concentration de contraintes, influençant sensiblement le comportement mécanique des matériaux constitutifs.

Dans cette partie, nous allons examiner les différentes approches existant dans la littérature pour la modélisation des interfaces. L'adaptation du modèle choisi aux problèmes spécifiques de la maçonnerie armée sera décrite ultérieurement. Elle dépend des résultats expérimentaux obtenus sur les joints de mortier.

### I.6.2 Définition générale du contact

#### 6.2.1 Définition géométrique :

La zone de contact est définie par la surface de contact entre deux milieux continus; cette surface est susceptible d'évoluer au cours du chargement : pour caractériser cette évolution on définit d'après [16] et [17] trois surfaces (fig.I.10).

$S_p$  : surface potentielle, c'est là où le contact peut se produire

$S_a$  : surface actuelle, c'est la surface effective de contact entre les deux milieux adjacents

$S_i$  : surface initiale de contact.

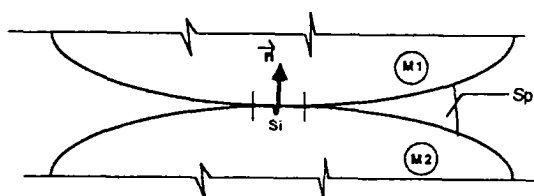


FIG (I.10) définition géométrique du contact

### 6.2.2 Comportement mécanique

En général, le comportement mécanique de plans de discontinuité est caractérisé par la vérification de certaines relations entre la contrainte normale et tangentielle au plan de contact désignées  $\sigma_n$  et  $\sigma_{nt}$  (fig.I.11) ; ces relations peuvent

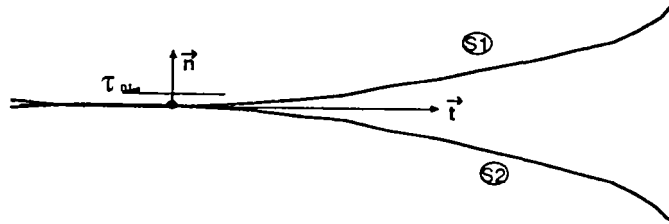


FIG (I.11)

être déterminés par des essais de cisaillement et de compression.

En ce qui concerne le comportement de l'interface au cisaillement, on peut distinguer deux types de comportement selon la nature du plan de contact.

1 - Les surfaces lisses ou planes qui sont caractérisées par une grande régularité et pour lesquelles la relation  $[\tau_{nt}, U_r]$  contrainte de cisaillement/déplacement relatif est linéaire jusqu'à l'apparition des déplacements relatifs. Ceci se produit lorsque la contrainte tangentielle du pic sera mobilisée (fig.I.12)

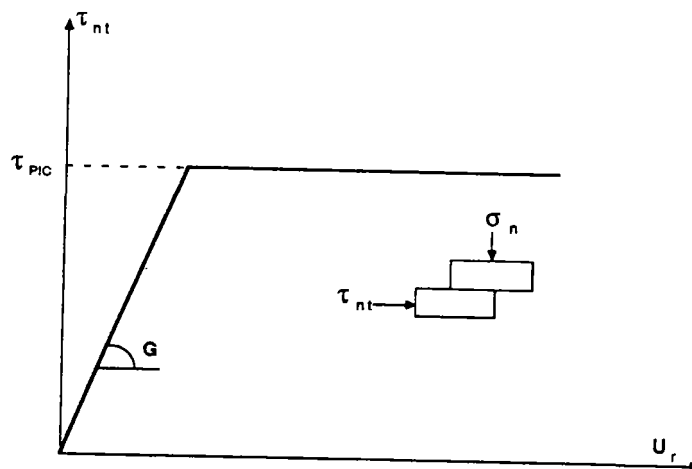


fig. (I.12) - Comportement au cisaillement pour les surfaces à faibles rugosité.

2 - Le comportement des surfaces rugueuses et irrégulières est différent; Le cisaillement est accompagné d'un déplacement normal au plan moyen de l'interface. Ce phénomène peut être assimilé à l'effet de Poisson, où une contrainte normale à une facette engendre un déplacement dans la deuxième direction (fig.1.13).

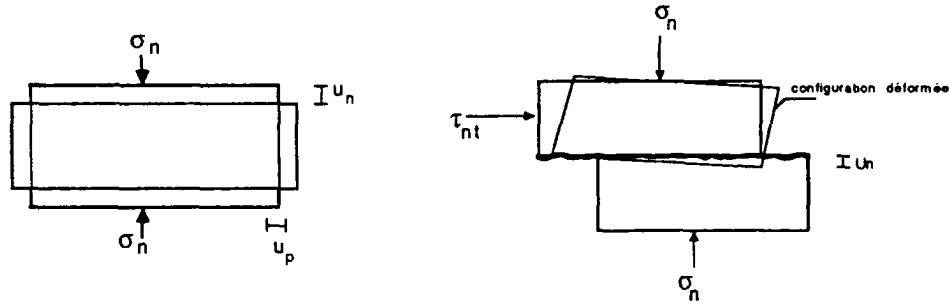


fig. (1.13) effet du Poisson ; déplacement normal dû au cisaillement

Notons que le coefficient de Poisson ( $\nu$ ) est une propriété élastique reliant les déformations dans les deux directions, alors que le déplacement normal que subissent les surfaces rugueuses est due essentiellement au changement des caractéristiques physiques du matériau [18], [19].

Ce phénomène propre aux surfaces rugueuses est appelé la dilatance, c'est en d'autre terme la déformation accompagnée d'un changement de volume [19]. Les courbes  $(\tau, U_p)$  et  $(V, U_p)$  illustrent ce comportement fig. (1.14) ; on constate que le déplacement relatif de pic,  $U_{PIC}$  est non nul et qu'après la rupture, la contrainte du pic décroît pour se stabiliser à une certaine valeur résiduelle  $\tau_{res}$ .

avec :

$V$  = déplacement dans la direction normale au plan du contact

$U_r$  = déplacement dans la direction parallèle au plan du contact.

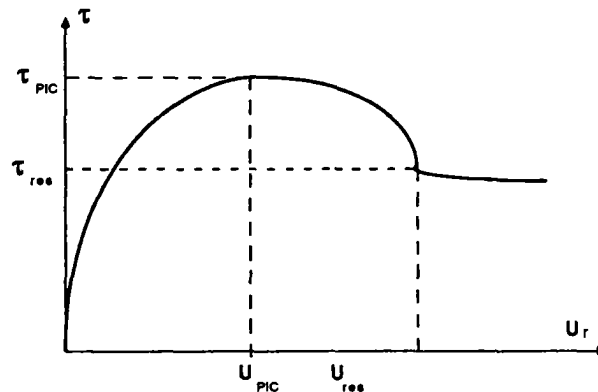


fig. (1.14) : courbe de cisaillement

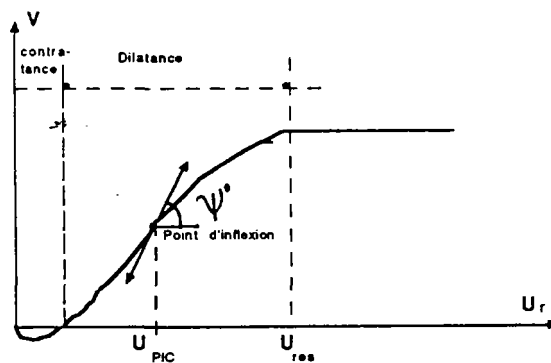


fig. (I.15) : courbe de dilatance

On constate de plus que la courbe de dilatance ( $V, U_r$ ) est caractérisée par deux phases :

- 1 : phase de contractance ou dilatance négative
- 2 : phase de dilatance où l'on constate un changement de concavité en un point correspondant à la contrainte tangentielle de pic. L'angle  $\psi$  en ce point est appelé angle de dilatance.

### I.6.3 Le comportement des interfaces (joints) en compression :

En général ce comportement se caractérise par une courbe reliant la contrainte normale  $\sigma_n$  et le déplacement relatif  $V_r$  obtenu lors d'un essai de compression, en enlevant au déplacement total le raccourcissement propre du matériau fig. (I.16).

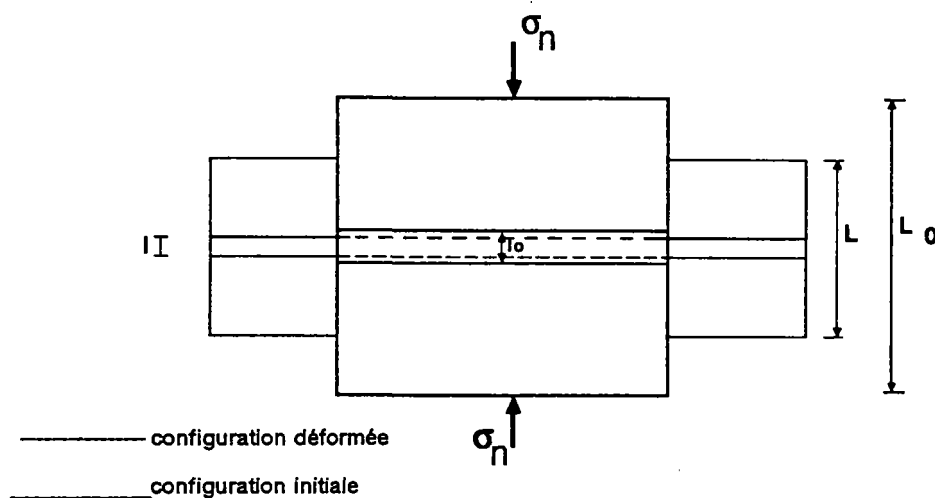
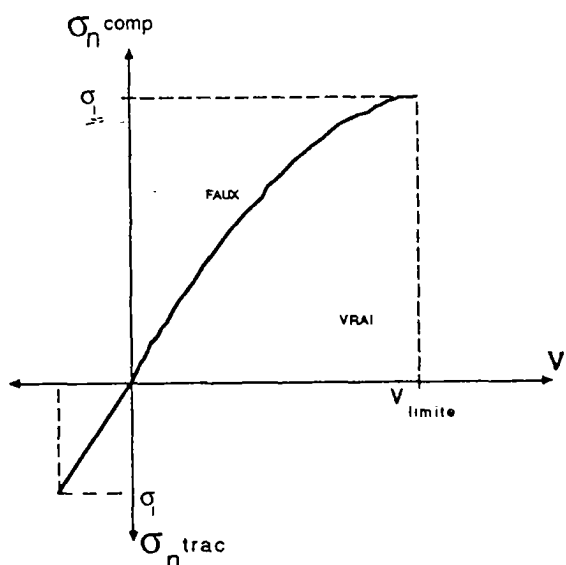


fig. (I.16) essai de compression :

$l - l_0 =$  déplacement relatif de l'Interface =  $V_r$

$L_t - L_0 =$  déplacement total

La figure (I.17) illustre l'allure générale de la courbe reliant  $r_n$  et  $V_r$  dans le cas où l'interface a une certaine résistance à la traction.



\* joint avec résistance à la traction

Le comportement général des interfaces étant évoqué, nous retenons de cette partie que pour formuler une loi de comportement général pour les plans de discontinuité, il est nécessaire de connaître les trois familles de courbes. Ceci nécessite une étude expérimentale propre à chaque type d'interface (essai de traction-compression-cisaillement-arrachement,...etc). Dans le cas de la maçonnerie, les joints de mortier sont des plans de discontinuité constituant des zones faibles auxquelles le comportement global du matériau "maçonnerie" est très sensible.

#### I.6.4 MODELISATION NUMERIQUE DES INTERFACES

Nous allons ici passer en revue les différents modèles successifs qui ont été proposés en les décrivant et en commentant leurs caractéristiques.

Les premiers travaux sur la mécanique du contact ont été réalisés par HERTZ [20] en 1882 et en 1885 par BOUSSINESQ [21]. HERTZ propose une solution analytique d'un contact entre deux milieux élastique semi-infini. Par la suite plusieurs auteurs s'intéresseront à la résolution analytique des problèmes de contact, comme HUBER [22], THOMAS et HORSCH [23] et TIMOSHENKO et GODDIER [24].

A noter que la résolution analytique de ce type de problème n'est envisageable que dans quelques configurations idéales qui ne correspondent pas en général à la réalité pratique. Plus récemment et grâce au développement des moyens de calcul



informatique, de nombreux chercheurs ont développé des méthodes numériques pour résoudre ce type de problème .

Nous récapitulons dans la suite de ce paragraphe les différentes approches adoptées pour la modélisation des interfaces.

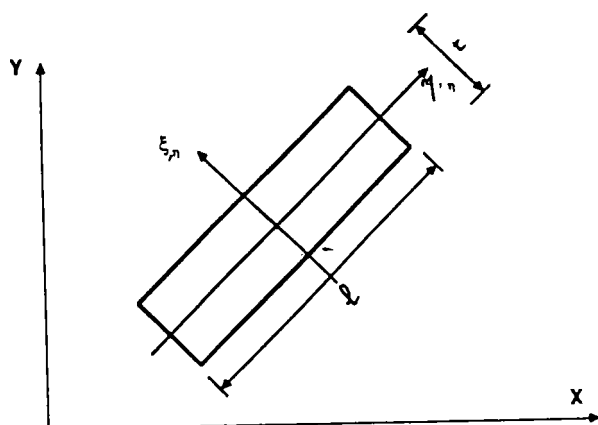
Les différentes études réalisées dans ce domaine montrent que l'on peut classer les différents modèles en deux grandes catégories.

1 - le modèle de rigidité appropriée, où le contact est modélisé comme un matériau fictif auquel on associe une certaine loi de comportement

2 - le modèle "contact" qui est basé sur l'analyse mécanique de l'état des contraintes à l'interface en introduisant les différentes conditions de l'état de contact.

#### 6.4.1 Modèles de rigidité appropriée :

Les premiers travaux développés dans le cadre de cette approche ont été réalisés en 1968 par GOODMAN et al [18]. Ils proposent une formulation d'un élément de joint à 4 noeuds d'épaisseur nulle (fig.1.18 ).



Y, X : coordonnées globales  
 $\zeta, \eta$  : coordonnées locaux liées à l'élément de joint.

fig. (1.18) Élément joint de goodman

Cet élément a été utilisé pour la modélisation des failles et des défauts dans les massifs rocheux. La loi de comportement de cet élément est formulée à partir des rigidités du joint par unité de longueur dans les deux directions normale et tangentielle  $K_{nn}$  et  $K_{tt}$

$$[K]^{elem} = \begin{bmatrix} k_{nn} & 0 \\ 0 & k_{tt} \end{bmatrix}$$

son énergie potentielle  $\omega$  s'écrit :

$$W = \frac{1}{2} \int_{-1/2}^{+1/2} \{B\}^T [K^e] \{B\} ds$$

où  $\{B\}$  représente le vecteur des déplacements relatifs

En 1972 GOODMAN et AL [25] ont amélioré cet élément en intégrant explicitement la rigidité de rotation dans sa formulation.

Par la suite de nombreux auteurs ont apporté des améliorations à cette formulation, en introduisant cette fois dans sa matrice de rigidité des termes de couplage entre les rigidités normales et tangentielles

$$[K]^e = \begin{bmatrix} k_{nn} & k_{nt} \\ k_{tn} & k_{tt} \end{bmatrix} ; \{\sigma\}^l = [K]^e \{\varepsilon\}^l$$

où  $\{\sigma\}^l$  : est le tenseur des contraintes locales lié à l'élément

$\{\varepsilon\}^l$  : tenseur des déformations locales lié à l'élément

L'intérêt de ce modèle est de pouvoir prendre en compte les phénomènes de dilatance qui se manifestent dans les surfaces rugueuses Ghaboussi et AL [26] présentent une formulation basée sur cette approche de couplage. La méthode consiste à représenter la dilatance du joint en définissant les propriétés de non-dilatance en fonction de  $\zeta$  et  $\eta$  coordonnées du repère local lié à l'élément fig(I.19).

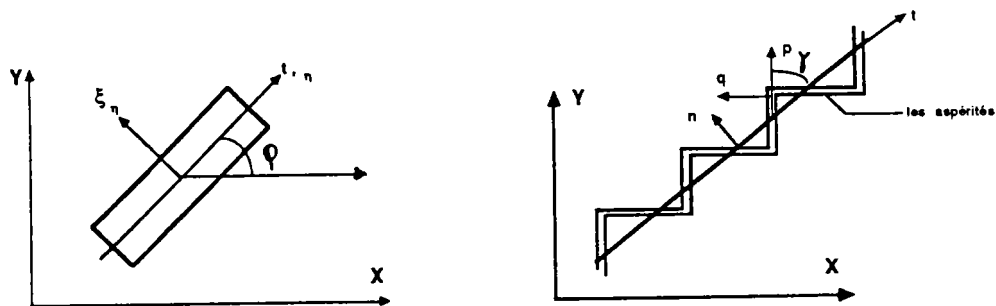


Fig. (I.19) modèle d'un joint dilatant

L'angle  $\gamma$  est supposé lié à l'angle physique des aspérités par rapport au plan du joint. Par transformation des coordonnées, les propriétés constitutives de la rigidité de l'élément s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_n \\ \sigma_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (K_{qq} C^2 + K_{pp} S^2) & (K_{qq} - K_{pp}) CS \\ (K_{qq} - K_{pp}) CS & (K_{qq} S^2 + K_{pp} C^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_n \\ \varepsilon_t \end{Bmatrix}$$

avec  $C = \cos(\gamma)$  et  $S = \sin(\gamma)$

$K_{qq}$  et  $K_{pp}$  étant respectivement les rigidités normales et tangentielles intrinsèques. Le niveau de dilatance dépend donc des propriétés intrinsèques  $K_{qq}$  et  $K_{pp}$ , de la géométrie des aspérités dans le joint, et de l'état de contrainte.

Plus récemment, Dimaggio et Sandler [27] ont développé une autre méthode pour intégrer la dilatance dans les joints ; ils adoptent dans cette nouvelle approche la théorie de plasticité avec écrouissage. En utilisant une surface d'écoulement parfaitement plastique pour limiter les contraintes de cisaillement et une courbe d'écrouissage des déformations "Stain Hardening Cap" pour contrôler la dilatance fig. (I.20).

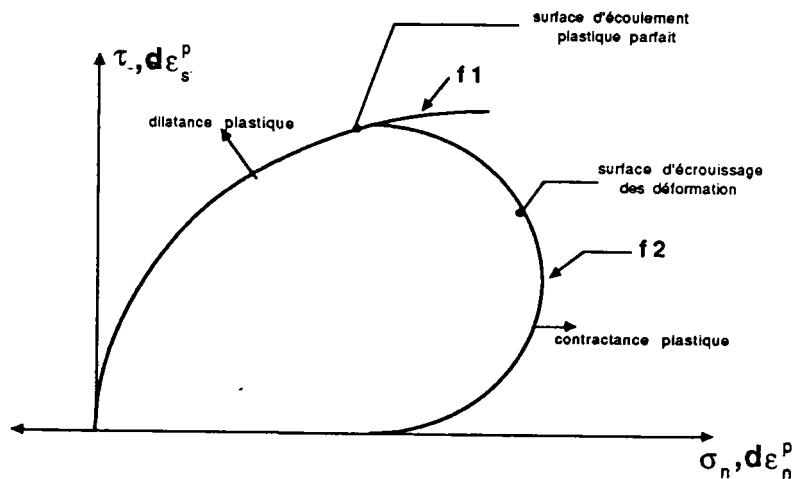


fig. (I.20) modèle "Stain Hardening Cap"

Les équations des deux courbes sont de la forme :

$$f1 = (\sigma_n, \sigma_s) = 0 ; \quad f2 = (\sigma_n, \sigma_s, K) = 0$$

- où  $f_1$  : fonction de charge fixe  
 $f_2$  : fonction de l'écroissage (le "CAP" courbe)  
 $K$  : paramètre d'écroissage

La différence fondamentale entre ce modèle (approche par la théorie de plasticité) et le modèle intrinsèque est que l'incrément du tenseur de déformation peut être séparé en deux parties ; une partie élastique et une partie plastique telles que :

$$\begin{aligned} d \varepsilon_n &= d \varepsilon_n^e + d \varepsilon_n^p \\ d \varepsilon_s &= d \varepsilon_s^e + d \varepsilon_s^p \end{aligned}$$

Les avantages pratiques de ce modèle par rapport au modèle précédent est qu'il suffit de peu de données expérimentales pour l'exploiter. En outre il assure la stabilité et l'unicité de la solution, ce qui n'est pas le cas pour le modèle intrinsèque.

ZIENKIEWICZ et AL [28] proposent un élément de faible épaisseur et imposent une déformation uniforme le long de l'épaisseur. Cet élément montre une bonne aptitude à la simulation du comportement d'interface. Or, des problèmes d'origine numériques sont observés dans le cas où le mode de rupture aura lieu par décollement ou séparation des deux noeuds superposés. Ceci est expliqué par un mauvais conditionnement de la matrice du système dû à la faible épaisseur de l'élément ( $t;0$ ) qui engendre une singularité de la matrice de rigidité élémentaire.

PANDE et SHARMA [29], montrent l'avantage de l'adoption des déplacements relatifs dans la formulation des éléments d'interfaces et donnent des explications aux problèmes numériques rencontrés dans le cas des éléments de faible épaisseur.

En résumé, on trouve dans le cadre de cette formulation des éléments joints que les valeurs adoptées pour la rigidité normale et tangentielle n'ont pas un sens physique en effet la rigidité normale  $K_{nn}$  est très grande pour éviter l'interpénétration entre les noeuds superposés de l'élément fig. (I.21).

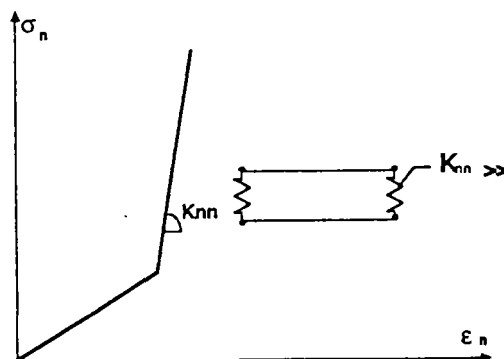
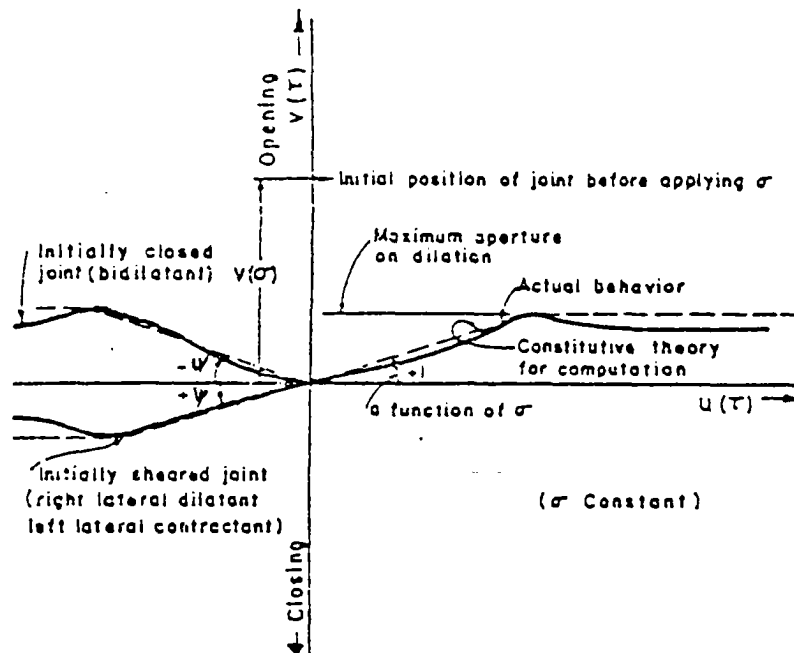


fig. (I.21) rigidité normale très grande

D'un autre côté on donne à la rigidité tangentielle  $K_{tt}$  une valeur très faible dans le cas de rupture par cisaillement, tant en gardant une valeur très élevée de la rigidité normale. Dans le cas de rupture par décollement les valeurs  $K_{nn}$  et  $K_{tt}$  sont très petites. Ceci a comme effet d'erroner les résultats du calcul des efforts à l'interface et pose souvent des difficultés d'ordre numérique.

DUBBOIS et Al. [19] proposent une modélisation de l'interface liée à la structure microscopique de l'élément et s'intéressent à l'aspect local des interfaces en intégrant l'effet de la dilataance qui est selon lui liée essentiellement à la géométrie des défauts, comme l'inclinaison et le taux d'imbrication des défauts (aspérités). fig (I.22).

Type	Example	Response to Right Lateral Shear	Dilatancy Angle for Right Lateral Shear	Response to Left Lateral Shear	Dilatancy Angle for Left Lateral Shear
Non-Dilatant Non-Contractant			0		0
Bi-Dilatant			$-\psi$		$-\psi$
Bi-contractant			$-\psi$		$-\psi$
Contractant Right Lateral Dilatant Left Lateral Contractant			$-\psi$		$-\psi$
Dilatant Left Lateral Dilatant Right Lateral Contractant			$-\psi$		$-\psi$



avec  $\psi = f(\sigma_n)$

fig. (I.22) types de dilataance selon la forme géométrique des aspérités

Le handicap de ce modèle est qu'il nécessite une étude expérimentale très poussée pour l'alimenter en valeurs numériques, ainsi que la stabilité et l'unicité de la solution ne sont pas toujours vérifiées.

#### 6.4.2 MODELES CONTACT :

Un autre type d'approche existant dans la littérature est celui de "contact". Dans cette approche on définit un certain nombre d'états figés, en général il existe quatre états ; adhérence ou fixe, glissement parfait, glissement avec frottement et décollement (séparation).

L'hypothèse de base est fondée sur des considérations cinématiques (déplacement relatif) et sur l'analyse de l'état de contraintes dans le plan de contact.

Les premiers travaux dans ce domaine sont dûs à CHAN et TUBA [30] : les auteurs proposent une méthode de résolution itérative appliquée aux problèmes de contact avec frottement; les expressions d'équilibre sont exprimées séparément pour chacun des solides en contact. La vérification de la condition cinématique de non interpénétration est vérifiée à chaque pas d'itération.

D'autres auteurs comme HERRMANN et AL [31] [32] ont proposé des éléments de contact à deux noeuds de type ressort, plus tard en 1982 FRANK [33] introduit des éléments similaires dans le code de calcul ROSALIE du L.C.P.C. Les noeuds sont dédoublés à l'interface et l'élément à deux noeuds est muni de deux ressorts fig. (I.23), le premier tangentiel de rigidité  $K_t$ , le deuxième est normal de rigidité  $K_n$ , la matrice de rigidité élémentaire exprimée dans le repère d'axes globaux est fonction de l'orientation de l'élément et des raideurs des ressorts insérés.

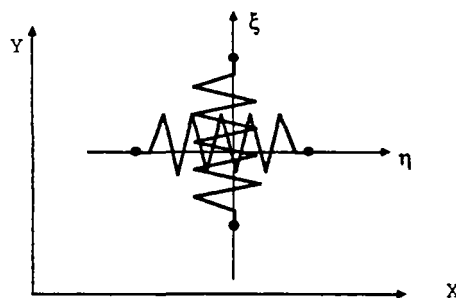


FIG (I.23) Contact par ressort

Stephan RICHER [34] développe un élément de contact bidimensionnel à six noeuds et deux éléments de contact tridimensionnels fig. (I.24).

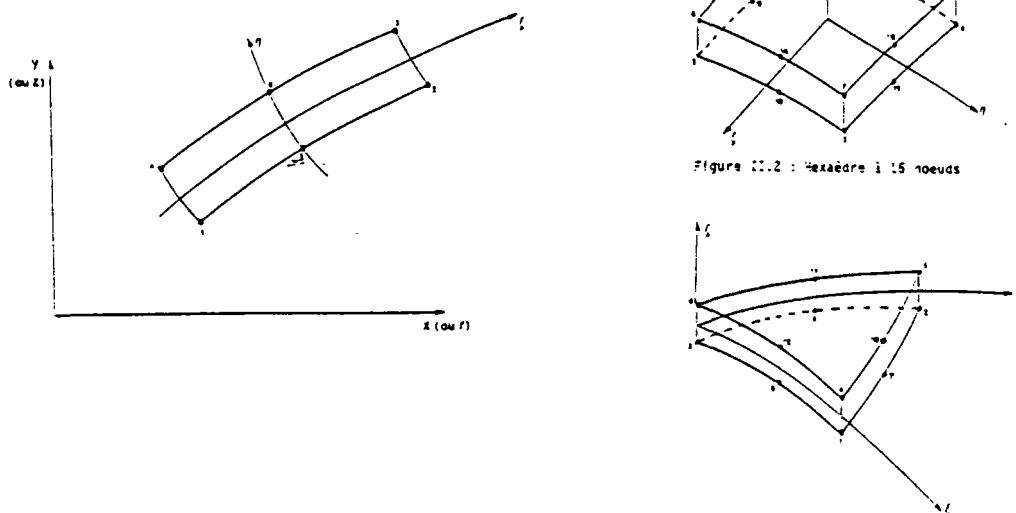


fig. (1.24) éléments développés par RICHER

Pour assurer la continuité des déplacements de part et d'autre de l'interface, RICHER [34] donne à ces éléments une épaisseur très faible mais non nulle de sorte qu'ils ne présentent pas de singularités numériques. La loi de frottement adoptée est celle de Mohr-Coulomb; elle intègre aussi l'effet de la dilatance en s'appuyant sur l'approche de la théorie de plasticité non associée; finalement, il propose une méthode de résolution incrémentale automatique de manière à suivre l'évolution de la surface de contact. Pour chaque incrément ainsi déterminé automatiquement, il procède à une résolution d'un système non-linéaire à l'aide d'un processus itératif. L'algorithme de résolution est développé pour résoudre les problèmes de contact entre solides élastiques et intégré dans le code de calcul CESAR (L.C.P.C.) [35] Plus tard le L.C.P.C. affine la modélisation par la prise en compte des nouvelles non-linéarités dûs aux comportements des solides inélastiques (plastiques) en contact.

REYNOUARD [36] a mis au point un modèle de calcul pour présenter le comportement d'un ensemble des solides; les surfaces de contact sont évolutives. Le traitement de l'interface consiste à analyser l'état de contraintes obtenu dans le plan du contact à partir des éléments servant à la modélisation des milieux continus. L'idée de base consiste à utiliser, d'une part, une technique de sous structuration en chaîne traduisant les conditions cinématiques et, d'autre part, un système de processus itératif qui traduit les conditions statiques. Le vecteur  $\{dV\}$  incrément des déplacements aux noeuds d'interfaces exprimés couple par couple dans le système local d'axes liés aux noeuds et décomposé en composantes maintenus et rompus.

$$\{d\dot{U}\} = \begin{bmatrix} [M^i] & [R^i] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\dot{U}_n \\ d\dot{U}_t \end{Bmatrix}$$

où  $[M^i]$  et  $[R^i]$  sont des matrices booléennes d'identification des degrés de liberté respectivement maintenus et rompus par suite au fur et à mesure du chargement l'interface initialement parfaite est sous structurée en chaîne suivant les degrés de libertés maintenus et rompus. Pour cette méthode trois situations sont possibles :

- liaison parfaite
- glissement
- décollement

BATHE [37] et OKAMOTO [38] et [36bis] présentent une nouvelle technique de modélisation des éléments de contact; qui consiste à utiliser la technique de multiplicateur de LAGRANGE, pour la prise en compte des conditions de contact. Ces conditions sont introduites pour les différents modes de déformation de l'interface (adhérence, glissement, décollement, recollement). Les efforts à l'interface sont les inconnus du problème. Il suffit de connaître le critère de cisaillement et celui d'adhésion (décollement) pour élaborer le modèle.

#### 1.6.5 CONCLUSION SUR LA MODELISATION NUMERIQUE DES JOINTS :

Il existe plusieurs types d'approches pour la modélisation et la formulation des plans de discontinuité (joint-interface). La quantité et la diversité des éléments de contact et des méthodes de résolution témoignent de l'absence actuelle de consensus entre les différents chercheurs dans ce domaine. Les difficultés majeures dans ces problèmes se présentent sous deux formes: d'une part l'aspect numérique dans le-quel il est nécessaire d'adopter une méthode générale, fiable et rapide, pour la résolution de ce type de problème. La difficulté essentielle résulte alors de l'indétermination a priori des conditions aux limites, d'autre part l'aspect expérimental indispensable pour élaborer une loi de comportement selon le type d'interface: en général, la détermination des paramètres de la loi, est alors une tâche compliquée et nécessite des expérimentations soignées dans le domaine considéré surtout lors de la détermination des propriétés dilatantes . Citons à titre d'exemple les travaux de GOODMAN et AL [19]

En ce qui concerne la maçonnerie armée, l'existence des joints de mortier armé constitue des plans de faiblesse et de discontinuité dans la structure, le choix de tel ou tel élément doit être fonction de sa capacité et de son aptitude à modéliser ce type des joints. Or, la présence des aciers noyés dans les joints horizontaux complique le problème et nécessite le développement d'un élément spécifique capable de reprendre des efforts dans la



direction parallèle à son plan ; les éléments de contact décrits dans cette étude n'ont pas cette aptitude .

A noter que l'étude expérimentale d'identification est un point de passage obligé pour l'élaboration ou l'adaptation d'un élément compatible.

## **I.7 MODELISATION DE LA MACONNERIE ARMEE OU NON ARMEE**

### **I.7.1 INTRODUCTION**

La maçonnerie en général et la maçonnerie armée plus spécialement ont un comportement mécanique très complexe, dû essentiellement à leur hétérogénéité. Son comportement est fonction des caractéristiques mécaniques des éléments de maçonnerie, du mortier qui la compose et éventuellement des armatures, ainsi que de l'interaction de ces trois constituants. De plus, le comportement mécanique de la maçonnerie est très influencé par la sollicitation appliquée et surtout par les conditions de mise en oeuvre. Les procédés de fabrication, les conditions de séchage et de cuisson (pour le cas des briques de terre cuite) et la composition granulométrique du béton (pour les blocs de béton) jouent un rôle dominant et engendrent un comportement aléatoire. Tous ces paramètres qui entrent en jeu rendent la modélisation et l'expérimentation délicates.

A cela s'ajoutent la complexité de la forme géométrique des produits et la diversité des produits creux en France, qui rendent la tâche encore plus difficile.

Une modélisation prenant en compte tous ces phénomènes est possible mais certainement peu pratique, en tous cas très lourde. Son intégration dans un code de calcul aux éléments finis est compliquée et elle exige, en outre une étude expérimentale très poussée et très étendue. Celle ci devrait prendre en compte la caractéristique aléatoire de la résistance de la maçonnerie et devrait donc être basée sur une étude probabiliste.

A noter que dans la littérature que la majorité des premières études sur la maçonnerie a été effectuée en élasticité linéaire et isotrope.

La maçonnerie était considérée comme un matériau homogène isotrope, en lui donnant des caractéristiques mécaniques moyennes. Une telle démarche ne prenait pas en compte les hétérogénéités de la structure induite par les joints de mortier d'ailleurs amplifiées et compliquées par la forme géométrique des blocs. En plus la dispersion des résultats obtenus par les chercheurs sur les briques [7], [39], et sur les blocs [40] complique la définition d'un critère de résistance de la maçonnerie .

Or pour décrire assez convenablement ce comportement, on doit tenir compte de plusieurs paramètres.

Nous présentons dans ce qui suit, l'étude bibliographique effectuée sur la modélisation de la maçonnerie. Cette étude a deux aspects :

- a) le premier aspect concerne la caractérisation du comportement mécanique, l'étude sur les modes et les mécanismes de rupture, la détermination des surfaces limites et la proposition des modèles (formules) empiriques.
- b) le second décrit les études dites de simulation numérique ou de modélisation par la méthode des éléments finis.

Notons que cette étude n'est certainement pas exhaustive, mais elle repose sur tous les documents bibliographiques en notre possession à l'heure actuelle.

### 1.7.2 Présentation des études effectuées pour la caractérisation de la maçonnerie:

#### 7.2.1 Modèle de STAFFORD (mécanismes de rupture et formule empirique)

S. STAFFORD et AL [41] en 1971, ont effectué une étude sur la maçonnerie à base des briques creuses de terre cuite. Leur objectif a été d'étudier le comportement mécanique global du "matériau maçonnerie" à partir d'un assemblage de trois briques et deux joints de mortier fig. (I.25). Une analyse par la méthode des éléments finis a permis de trouver la distribution des contraintes dans les joints, dans les cas de chargement perpendiculaire et parallèle au plan du joint.

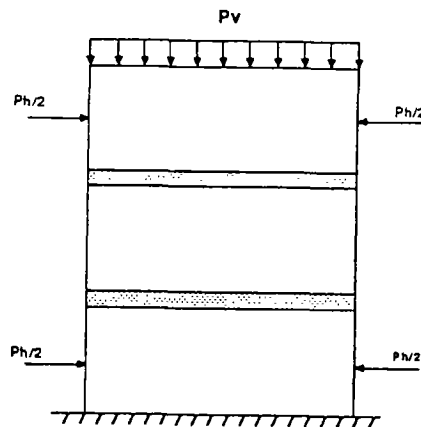


fig. (I.25) contrainte de cisaillement et de compression sur un assemblage des briques

Ils trouvent que la contrainte principale majeure  $\sigma_t$  induite par la combinaison de contrainte de compression et de cisaillement peut être calculée par l'équation suivante :

$$\sigma_t = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\frac{(\sigma_x + \sigma_y)^2}{4} + (\tau_{xy})^2}$$

Le calcul a été effectué avec les hypothèses suivantes :

- 1 La rupture aura lieu dans le mortier par traction (manque d'adhérence)
- 2 La brique et le mortier ont un comportement élastique isotrope et linéaire jusqu'à la rupture.

Critique:

L'expérience ne vérifie pas ces hypothèses. En fait, pour la première hypothèse, le mode de rupture du joint est variable et peut se produire de trois façons différentes :

- a - rupture par traction et décollement,
- b - rupture par glissement avec frottement,
- c - rupture par écrasement (plastification ou endommagement du joint).

En ce qui concerne la deuxième hypothèse (élasticité et linéarité du comportement), si l'on peut l'admettre pour les briques creuses de terre cuite, elle n'est pas du tout vérifiée pour le mortier. Car, comme tous les produits à base de liants hydrauliques, les joints de mortier présentent des caractéristiques de déformabilités non linéaires.

#### 7.2.2 Premier Modèle de HENDRY (surfaces limites et mécanismes de rupture):

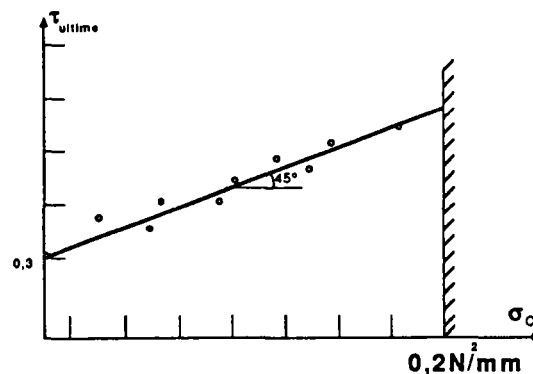
Plus tard, A.W. HENDRY en 1978 [42] s'est intéressé au critère de frottement pour les joints. Il effectue ses études sur des échantillons de maçonnerie de plusieurs dimensions à base des briques pleines. Ces échantillons sont soumis à une combinaison de contraintes (compression - cisaillement).

Ces essais ont permis de trouver une relation linéaire entre contrainte de cisaillement et celle de compression fig. (I.26).

La contrainte de rupture de cisaillement ( $\tau_{\text{ultime}}$ ) a été déterminée approximativement par l'équation suivante :

$$\tau_{\text{ultime}} = 0,3 + \sigma_c \quad (\text{N/mm}^2)$$

où  $\sigma_c$  :est la contrainte de pré-compression



FIG(I.26) Loi de frottement de HENDRY [42]

Notons que ce critère n'est valable que pour  $\sigma_e < 2\text{N/mm}^2$ . Au delà de cette valeur le mode de rupture ne s'effectue plus par glissement et frottement. En fait la rupture a lieu par une fissuration diagonale à travers les briques et le mortier par traction, ce critère est défini par la relation suivante :

$$\frac{\tau_f}{\sigma_c} = \sqrt{1 + \frac{\sigma_c}{\sigma_t}}$$

où  $\sigma_t$  = contrainte principale de traction à la rupture

$\sigma_c$  : contrainte de compression normale au plan de joint

$\tau_f$  : résistance de la maçonnerie au cisaillement calculé par l'équation suivante :

$$\tau_f = \sqrt{\tau_0^2 + 1,1\tau_0\sigma_c + 0,0053\sigma_c^2}$$

Critique:

Cette étude expérimentale a débouché sur des formules empiriques pour la caractérisation de la maçonnerie ; on a essayé d'homogénéiser la maçonnerie ou en d'autres termes de la considérer comme un pseudo-matériau. Cependant si ce critère n'est valable que pour le type de brique essayé; les formules proposées intègre à la fois la géométrie des briques et le comportement d'un interface spécifique brique-mortier.

### 7.2.3 Modèle de SCHNEIDER (comportement mécanique au cisaillement)

H. SCHNEIDER et W. SCHNELL [43], présentent une méthode d'essai de maçonnerie de blocs pleins silico-calcaires et de blocs creux de granulats légers, dans des conditions proches de la pratique. Les résultats d'essais obtenus sur des éléments de mur et sur des échantillons de taille réduite, montrent que la résistance au cisaillement de maçonneries dépend, dans une large mesure, de la taille de l'échantillon et du mode d'application de la charge. La figure (I.27) montre les modes divers opératoires utilisés pour les essais de résistance au cisaillement

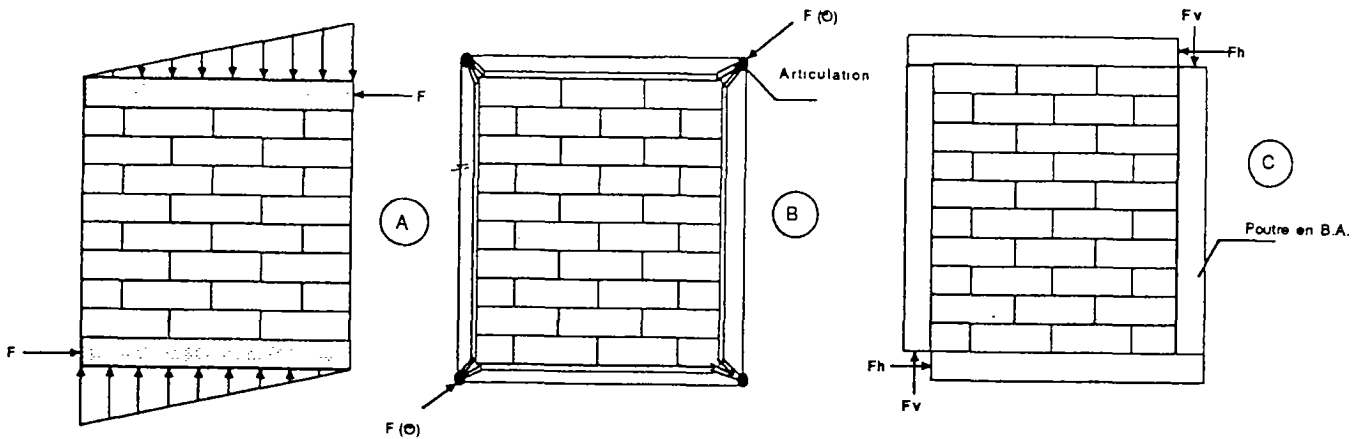


FIG (I.27) Modes opératoires d'essais

Critique:

les résultats de cette étude sont en contradiction avec ceux de HENDRY [42]. En fait les auteurs trouvent que la résistance au cisaillement de maçonneries est très dépendante de la taille de l'échantillon et du mode d'application de la charge. Ceci met en lumière la difficulté majeure que pose une telle approche basée sur l'"homogénéisation globale du matériau" maçonnerie".

#### 7.2.4 Modèle de SAMARISHING (surfaces limites expérimentation et numérique)

SAMARISHING et al [44], critiquent les critères basés sur la loi de Coulomb exprimés en fonction de l'adhérence entre les joints de mortier et les briques ainsi que de la contrainte moyenne normale au plan du joint dont la forme générale est :

$$\tau_{\text{ultime}} = \tau_0 + \mu \sigma_n$$

- $\tau_{\text{ultime}}$  : contrainte moyenne de cisaillement à la rupture
- $\tau_0$  : résistance initiale de cisaillement
- $\sigma_n$  : contrainte moyenne normale au plan du joint
- $\mu$  : coefficient de frottement

Selon l'auteur, ce type de critères néglige l'influence de la distribution des contraintes dans la structure sur la charge de rupture, en plus la contrainte moyenne normale ne doit pas dépasser  $2 \text{ N/mm}^2$ . Les auteurs proposent un critère plus général basé sur des essais biaxiaux de compression-traction fig. (I.28).

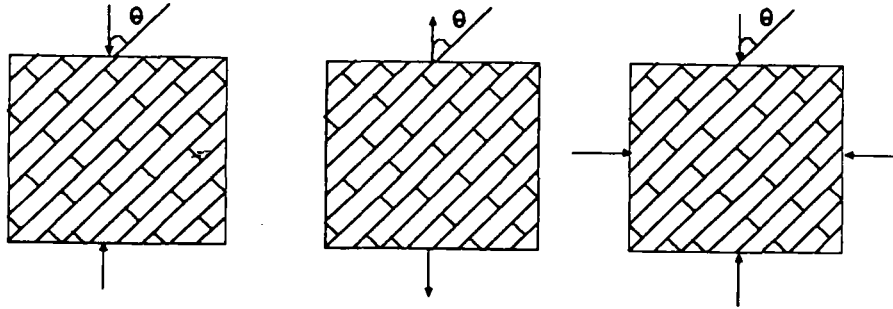


FIG (I.28) Essais biaxiaux de compression-traction

L'équation de ce critère est de la forme :

$$f^t = 0,7e^{-0,14f_c} - 1,34 \theta/\pi - 0,02$$

La figure (I.29) montre la forme de ce critère

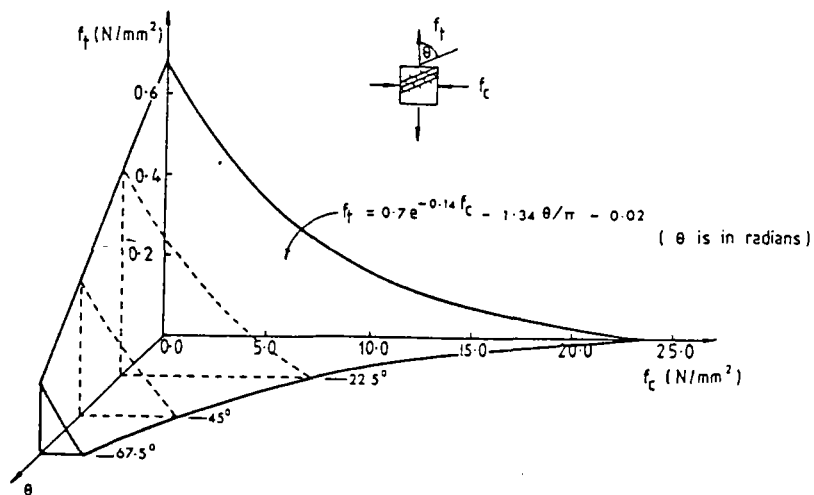


FIG (I.29) Forme du critère en traction-compression

Ce critère est ensuite intégré dans un code de calcul aux éléments finis, les résultats d'un calcul itératif sont comparés avec des essais établis sur des murs de cisaillement à échelle réelle fig. (I.30).

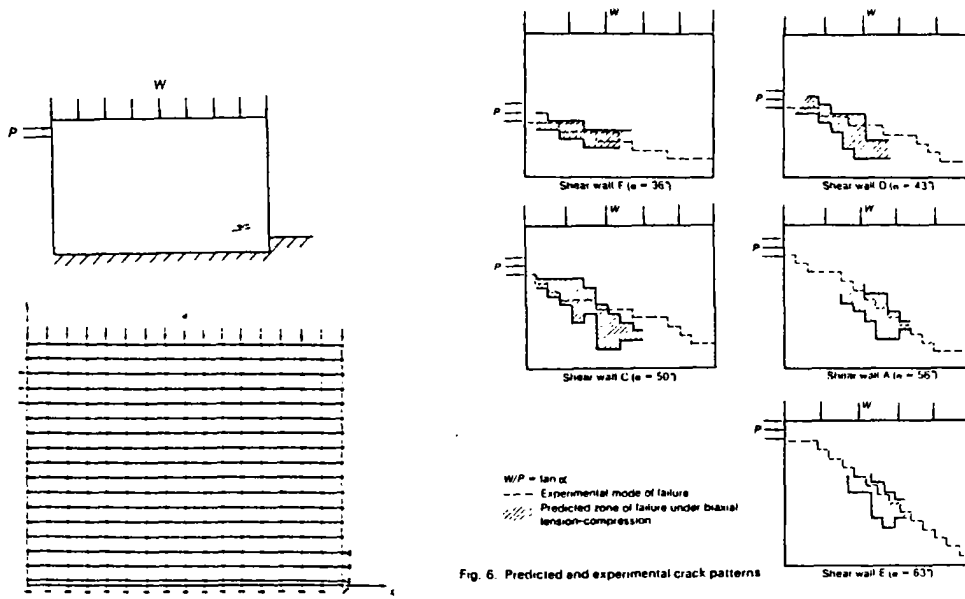


Fig. 6. Predicted and experimental crack patterns

FIG (I.30) Modes de rupture observés numériquement

La figure (I.31) montre les résultats du modèle comparés avec ceux des essais ainsi que ceux de HENDRY et SINHA [44 bis]

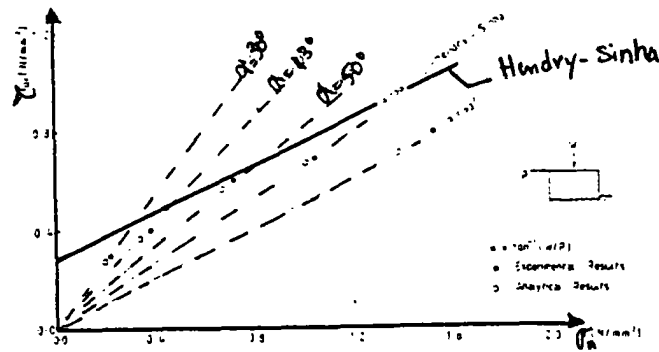


fig. (I.31) courbe enveloppe des contraintes normale/cisaillement



### 7.2.5 MODELE DE PAGE (Loi de comportement et Modélisation numérique)

A. W. PAGE [45] en 1978 a étudié le comportement des panneaux de maçonnerie en briques pleines sous des sollicitations dont une direction principale forme un angle  $\theta$  avec le plan du joint horizontal ( $\theta$  varie entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$ ).

Cette expérimentation a été réalisée à l'aide d'éprouvettes de  $500 \times 210 \times 45$  cm. Les résultats expérimentaux montrent que le comportement global de la maçonnerie est non-linéaire. D'après Page, cette non-linéarité vient essentiellement des joints de mortier qui constituent des plans de faiblesses dans la structure, ceci est dû d'une part aux phénomènes de glissement frottement et décollement qui se manifestent dans le joint et d'autre part aux caractéristiques de déformabilité non-linéaire des joints de mortier.

Les caractéristiques de déformabilité des joints sont déduits indirectement en retranchant à déformation globale du panneau en maçonnerie la partie concernant les briques considérées isolément fig. (I.32 a, b, c).

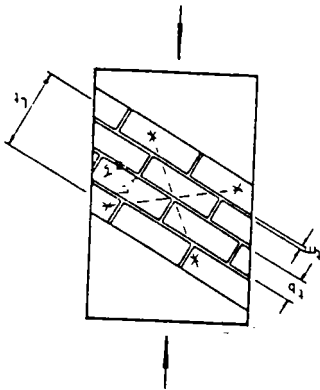


fig (I.32-a)- essais sur panneaux

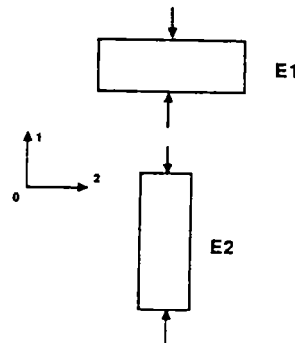


fig (I.32 -b) essais sur briques individuelles dans les deux directions

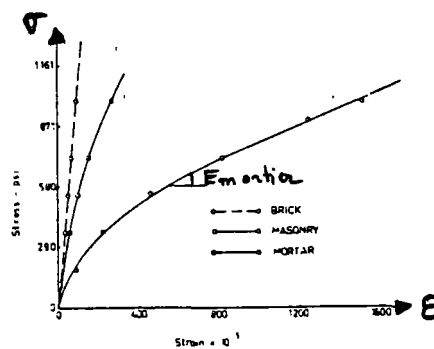


fig. (I.32 -c) courbe représentant la non-linéarité du comportement de la maçonnerie

$$\text{Si } \Delta L_t = \Delta L_m + \Delta L_b$$

L : longueur

(m : mortier ; b : brique ; t : totale)

on a alors

$$\varepsilon_m = \frac{\varepsilon_t L_t - (\sigma/E_b) \cdot L_b}{L_m}$$

Cette technique est aussi appliquée lorsque l'axe de chargement fait un angle  $\theta$  avec le plan du joint. Le comportement de la brique a été considéré comme homogène isotrope afin de calculer le module de cisaillement G, une valeur moyenne de module d'YOUNG.  $E_b$  est estimé par :

$$E_b \text{ moyenne} = \frac{E_{b11} + E_{b22}}{2}$$

Ceci implique que le module de cisaillement  $G_1$  peut être calculé par la formule classique utilisée pour les matériaux isotropes. A savoir :

$$G_1 = \frac{E_b \text{ moyenne}}{2(1 + \nu)}$$

si  $\gamma$  est la déformation au cisaillement (rotation),

on a :

$$\gamma_m = \frac{\gamma_t L_t - (\tau/G_b) \cdot L_b}{L_m}$$

Les mêmes essais sur les panneaux à joints inclinés ont permis de trouver un critère de frottement pour les joints de mortier.

Ce critère est semblable à celui de Coulomb, mais les paramètres varient avec le niveau de contrainte normale fig. (I.33). Ceci a permis d'aller au-delà de la valeur  $\sigma_n \leq 2$  (N.mm<sup>2</sup>) fixée par HENDRY. On distingue trois régions. Les équations sont de la forme :

$$\text{Région (1)} \quad \tau_{ult} = 0.66 \tau_{nu} + 0.19$$

$$\text{Région (2)} \quad \tau_{ult} = 0.87 \tau_{nu} + 0.19$$

$$\text{Région (3)} \quad \tau_{ult} = 0.11 \tau_{nu} + 1.91$$

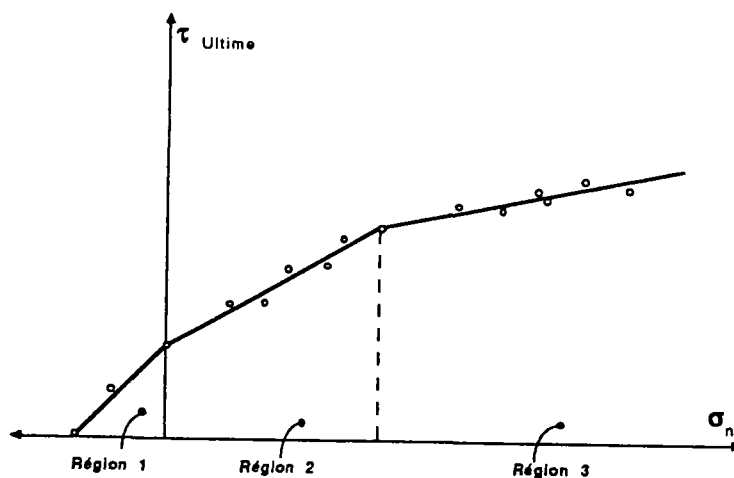


fig. (I.33) courbe enveloppe de frottement d'après PAGE [45]

Ce critère de rupture ainsi développé est intégré dans un code de calcul aux éléments finis. Les éléments de briques sont modélisés comme un matériau élastique isotrope avec des caractéristiques mécaniques moyennes, les joints de mortier de leur côté ont été assimilés à des plans de discontinuité et modélisés avec des éléments de contact à 4 noeuds fig. (I.34).

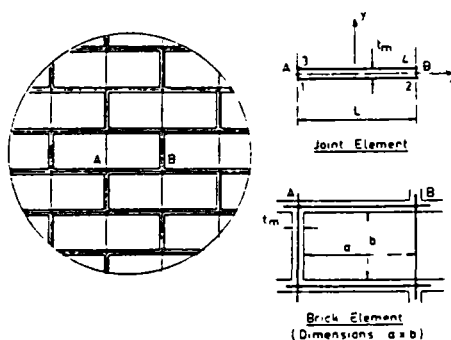


fig. (I.34) maillage adopté dans le modèle de PAGE

Le calcul est fait pour une poutre-voile en maçonnerie ; les rigidités non linéaires normales et tangentielles  $K_n$  et  $K_t$  du joint sont de la forme :

$$K_n = \frac{E'T}{t_m} \quad \text{et} \quad K_t = \frac{G'T}{t_m}$$

avec  $T$  épaisseur du mur ou de la poutre

$t_m$  épaisseur du joint de mortier

$E'$  et  $G'$  les valeurs instantanées des modules élastiques tangents respectivement dans la direction normale et tangentielle.

L'algorithme de résolution est incrémental itératif en utilisant la méthode de la contrainte initiale proposée par ZEINKIEWICZ et Al [46]. Ce modèle permet de simuler les phénomènes de frottement glissement qui se manifestent dans les joints. Il présente cependant un handicap majeur. En fait, l'hypothèse de l'isotropie du comportement des briques et celle de l'élasticité rendent ce modèle incapable de prévoir les charges ultimes appliquées à la structure.

Plus tard, en 1981 Page [47] a essayé d'étudier le comportement global de la maçonnerie en briques pleines par des essais sur panneaux soumis à une compression biaxiale. Le but était de déterminer un critère de rupture globale du "matériau maçonnerie", en compression biaxiale en faisant varier l'orientation du plan du joint de mortier par rapport à la contrainte principale majeure de compression ( $\sigma_1$ ) fig. (I.35).

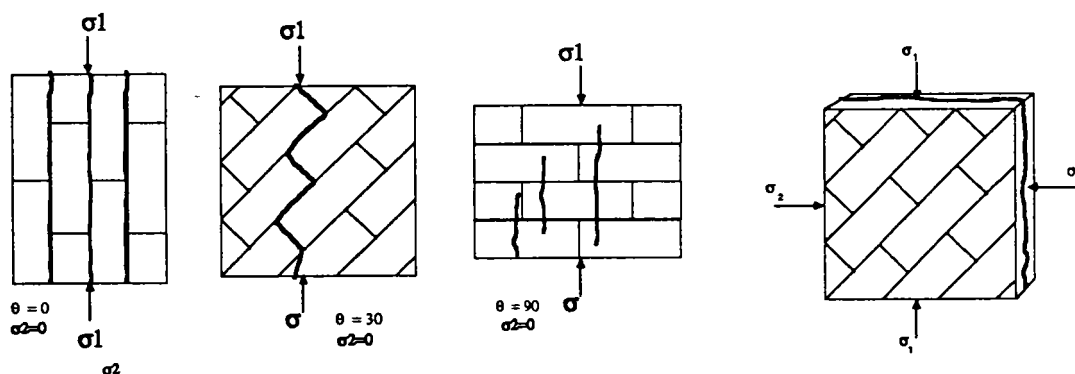


fig. (I.35) modes de rupture obtenu par PAGE [47]

Deux principaux modes de rupture ont été mis en évidence :

- 1) lorsque le rapport ( $\sigma_1/\sigma_2$ ) est petit la rupture se fait dans un plan parallèle à la surface libre du panneau.
- 2) lorsque l'une des contraintes ( $\sigma_1$  ou  $\sigma_2$ ) est plus grande que l'autre (environ 10 fois), la rupture se fait dans un plan normal à la surface libre du panneau.

notons que, d'après l'auteur, l'orientation du joint n'a pas un rôle significatif lorsque le chargement est biaxial.

La figure (I.36) montre l'enveloppe de rupture obtenue par Page et exprimée en fonction des contraintes principales et de l'angle d'orientation  $\theta$  en compression biaxiale.

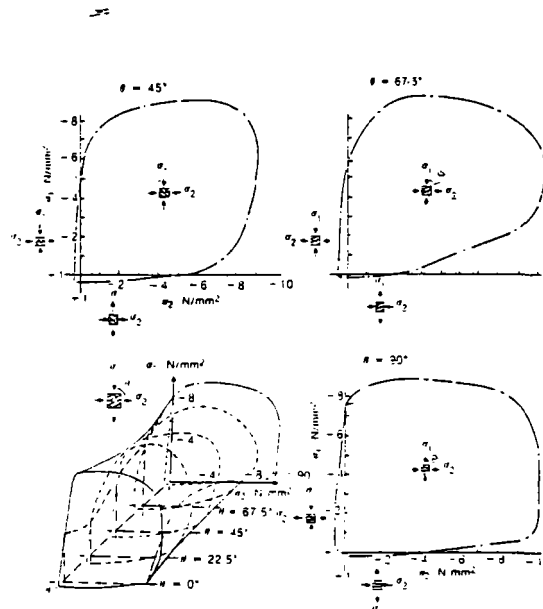


FIG (I.36) Enveloppes de rupture en compression biaxiale selon PAGE [47]

Ces résultats sont en contradiction avec les travaux antérieurs de Page [45], car ils montrent que le mode de rupture de la maçonnerie n'est pas influencé par les joints et supposent que la résistance à l'adhérence des joints du mortier n'exerce pas d'influence significative lorsque l'état des contraintes est fortement biaxial. Nous en concluons que la résistance de la maçonnerie varie avec le type de sollicitation, les modes opératoires utilisés pour les essais [43], la taille de l'échantillon, la géométrie interne des alvéoles dans les éléments creux et selon la fonction de l'élément de structure (murs porteurs, poutres-voiles, murs de cisaillement, ....etc).

#### 7.2.6 Modèle de SHAAN (mécanisme de rupture et modélisation numérique)

R. SHAAN en 1987 [48] a réalisé un travail similaire à celui de Page, mais cette fois avec des briques creuses de terre cuite. Différentes qualités et épaisseurs des joints de mortier ont été utilisées ainsi que différentes orientations du plan de joint par rapport au chargement. Contrairement aux résultats de PAGE [82], l'étude expérimentale montre que le comportement de la maçonnerie est très influencé par la présence des joints de mortier qui sont souvent à l'origine de la rupture.

Ainsi, il a trouvé trois principaux modes de rupture :

- 1) par fendage des joints de mortier lorsque la direction de la contrainte est parallèle au plan du joint
- 2) rupture par traction transversale, la fissuration étant parallèle au chargement et perpendiculaire à la surface libre du panneau lorsque la direction de la contrainte appliquée est normale au plan du joint
- 3) rupture par traction dans le plan du panneau et parallèle à la surface libre lorsque la contrainte biaxiale est appliquée fig. (I.37).

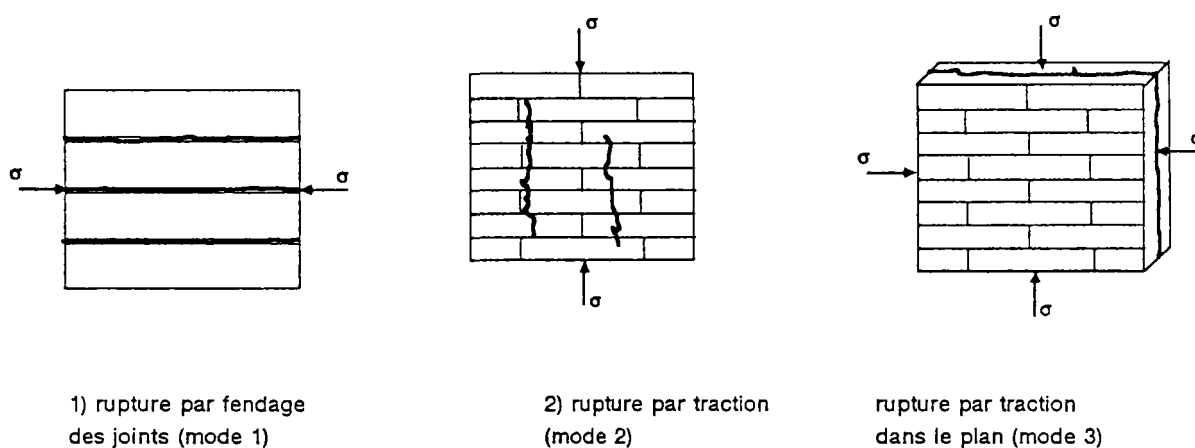


fig (I.37) modes de rupture observés par SHAAN [48]

Un calcul analytique en élasticité anisotrope a montré un accord qualitatif avec les résultats expérimentaux. Par contre, les relations contraintes- déformations calculées analytiquement semblent être assez éloignées des résultats expérimentaux, ceci en particulier dans le cas biaxial.

Enfin, R. SHAAN a effectué une simulation numérique par éléments finis. Ce calcul a été mené en prenant l'hypothèse de l'élasticité du comportement des briques et des joints de mortier. Les briques ont été modélisées comme un matériau orthotrope en contact parfait avec les éléments isotropes des joints de mortier.

Nous constatons que cette modélisation ne rend pas compte des caractéristiques anélastiques des briques (fissuration et écrasement) du fait qu'elle les considère comme matériau élastique. Ceci ne permet donc pas de profiter des critères de rupture ainsi trouvés expérimentalement.

En plus, l'hypothèse de l'adhérence parfaite entre les briques et les joints de mortier n'est pas réaliste. A cela s'ajoute enfin le fait que le modèle considéré ignore les caractéristiques de déformabilité non-linéaire propres aux joints de mortier.

Malgré cela, l'auteur trouve un certain accord qualitatif avec les résultats expérimentaux. Il trouve également que l'ensemble des résultats obtenus par son modèle numérique est plus proche en général des résultats expérimentaux que de son calcul analytique.

### 7.2.7 DEUXIEME MODELE DE HENDRY (surface limite pour la maçonnerie en compression simple )

HENDRY en 1981 [49] propose un modèle pour la maçonnerie en brique pleine basé sur une analyse élastique. Dans cette étude le comportement des briques et du mortier est supposé élastique-linéaire, les briques sont placées les unes sur les autres et entrecoupées par des joints de mortier. Cet ensemble subit une force de compression simple, normale au plan du joint horizontal fig (I.38).

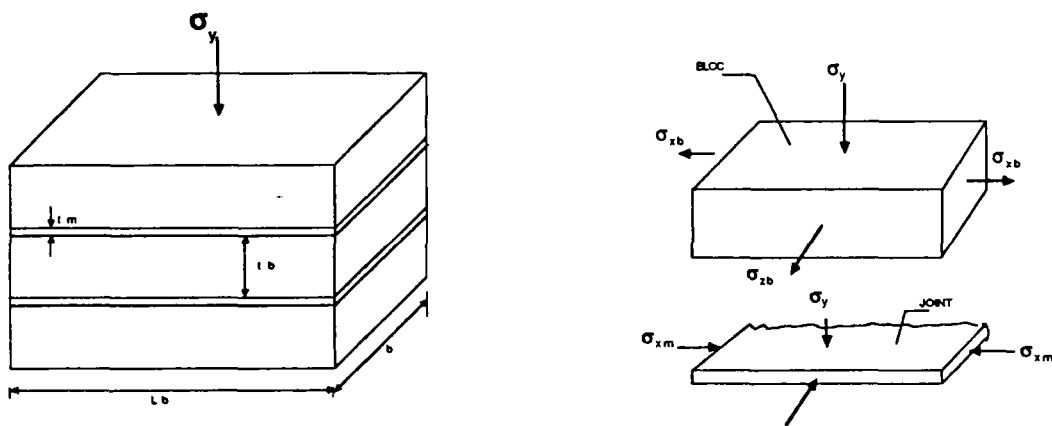


FIG (I.38) modèle proposé par HENDRY [49]

Selon HENDRY, le joint du mortier est dans un état de contrainte triaxial de compression . Ceci est dû d'une part à l'hypothèse de l'adhérence parfaite entre la brique et le joint et d'autre part à la différence existante entre les caractéristiques de déformabilité du joint et celle de la brique ( $E_b, \nu_b ; E_m, \nu_m$ ).

En fait la déformabilité du joint de mortier est plus grande que celle de la brique qui de son côté gêne la déformation libre du joint (adhérence parfaite). Il existe donc une compression dans le joint et une traction dans la brique. La contrainte transversale de traction dans la brique est :

$$\sigma_{xb} = \sigma_{zb.} = \frac{\sigma_y(\beta \cdot \gamma_m - \gamma_b.)}{1 + \alpha\beta - \gamma_b \gamma_m. \alpha\beta}$$

avec :

les indices m, b sont relatifs à la brique et au joint de mortier

$$\beta = E_b/E_m$$

$$\alpha = t_b/t_m$$

$\nu$  = coefficient de poisson

l'auteur suppose une relation linéaire entre la contrainte verticale de compression et celle de traction. La figure (I.39) montre l'enveloppe de rupture proposé par l'auteur.

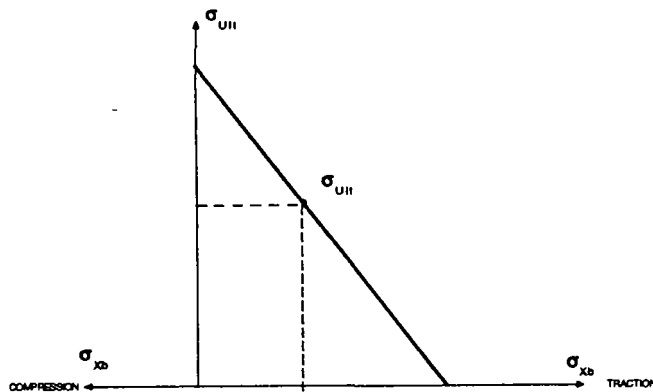


FIG (I.39) Enveloppe de rupture proposé par HENDRY [49]



### 7.2.8 MODELE DE ANAND (modèle numérique)

Le modèle aux éléments finis à deux dimensions, développé par ANAND [50], [51], [52], est capable de prévoir les contraintes de cisaillement interlaminaire entre une paroi de briques de terre cuite et une paroi de bloc en béton sans utiliser un modèle à trois dimensions. Ce modèle est proposé pour l'analyse des murs doubles de un ou plusieurs étages soumis à des charges verticales comme le montre la figure (I.40).

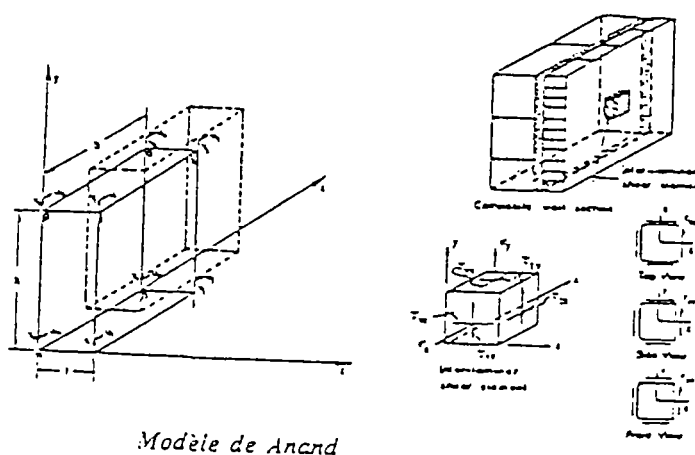


fig. (I.40) Modèle de ANAND [50, 51, 52]

Les trois origines majeures de contrainte de cisaillement entre deux parois doubles sont :

- 1) - les mouvements différentiels des parois en maçonnerie sous des effets thermiques et hygrométriques,
- 2) - les charges appliquées dans le plan sur une seule paroi, ou une charge différentielle sur les deux parois,
- 3) - la contrainte de flexion due aux charges hors du plan.

Dans ce modèle, ANAND prend les hypothèses suivantes :

- tous les matériaux sont considérés comme homogènes isotropes,
- les déplacements sont supposés linéaires entre les joints nodaux afin d'assurer la continuité des déplacements entre éléments,
- les efforts de flexion hors du plan sont négligés.

L'étude a été limitée au domaine élastique pour des assemblages non armés sans tenir compte des problèmes de fissuration et de rupture.

### 7.2.9 DEUXIEME MODELE DE PAGE (Modélisation numérique)

Une seconde approche de PAGE [53] en 1988 intègre cette fois l'analyse de la rupture des briques et des joints. Le modèle aux éléments finis proposé est capable de reproduire les caractéristiques non-linéaires de la maçonnerie provoquées d'une part par la non-linéarité matérielle (plastification) et d'autre part par la rupture progressive locale (fissuration). Les briques et le mortier sont modélisés séparément, l'algorithme de résolution étant incrémental, il permet de simuler le comportement des murs de la première fissuration jusqu'à la ruine. Par conséquent trois types de rupture pourront être envisagés dans ce modèle.

- a) - Rupture par adhérence à l'interface brique-mortier : elle survient quand les contraintes normales à l'interface sont des contraintes traction (séparation des noeuds)
- b) - Rupture par traction dans les briques ou le mortier. Celle ci aura lieu quand l'état des contraintes dans le matériau considéré est de type tension biaxiale ou tension compression.
- c) - Rupture par écrasement des briques ou de mortier : ce type de rupture survient quand l'état de contrainte est de compression (uniaxiale ou biaxiale)

L'organigramme ci-dessous montre les différents types de rupture et la vérification sur les contraintes correspondant à ces divers cas.

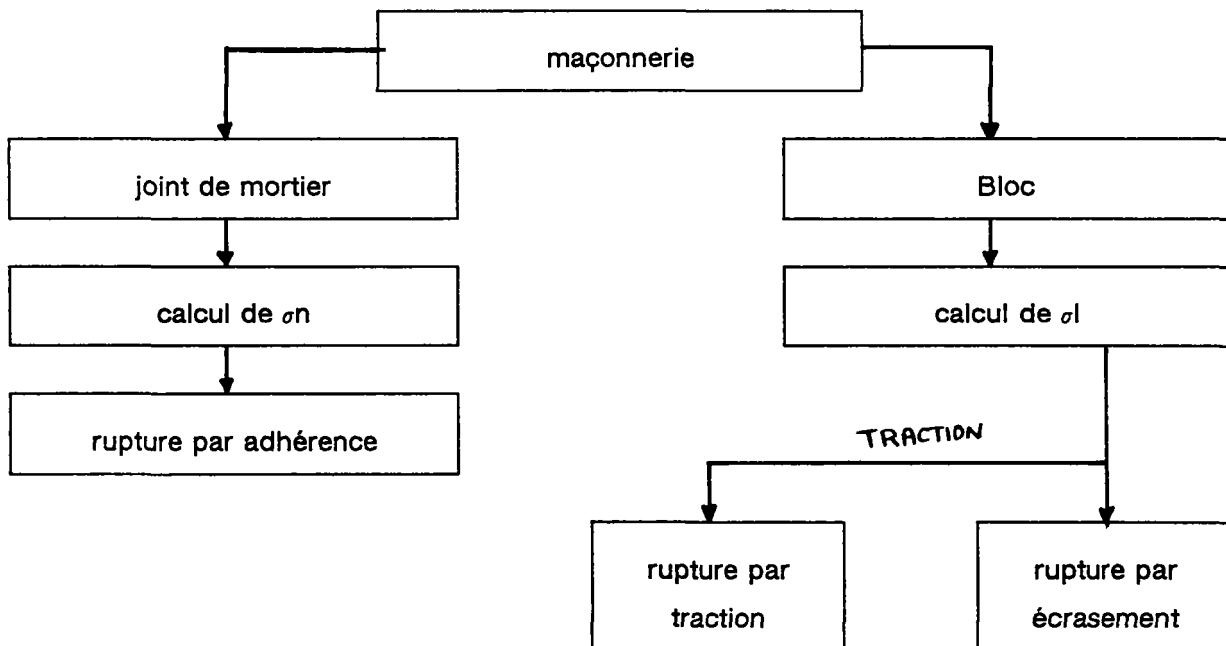


fig. (I.41) : organigramme de sélection du critère selon l'état de contrainte

Vu l'aptitude de ce modèle à modéliser l'effet local, l'auteur propose un modèle pour simuler le comportement de la maçonnerie dans les cas où le niveau des contraintes et le gradient des contraintes locales est élevé (charges concentrées sur un mur).

Pour prévoir la rupture par adhérence à l'interface brique/mortier, l'auteur utilise une surface de rupture tridimensionnelle écrite dans un système d'axes local (en terme de contrainte normale perpendiculaire et tangentielle à l'interface) fig.(I.42 ).

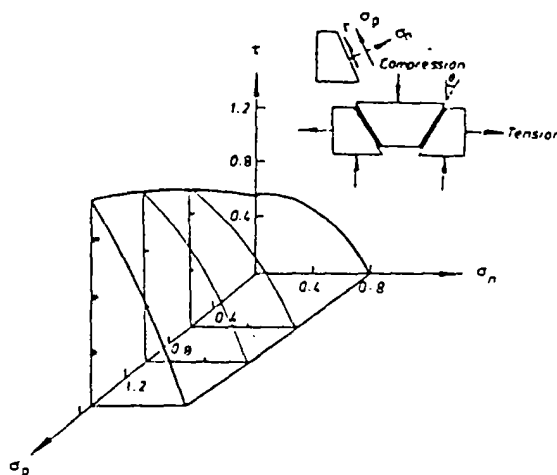
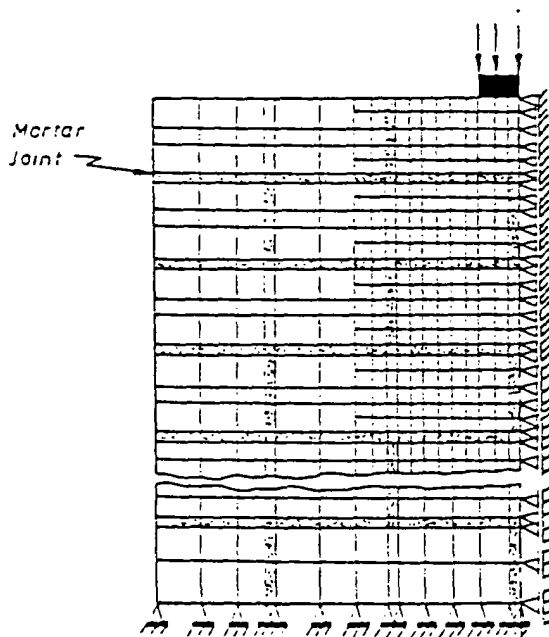


fig. (I.42) surface de rupture par adhérence pour les joints de mortier

Pour prévoir la rupture par écrasement des briques ou du mortier, le critère de rupture de Von-Mises exprimé en termes de déformation a été utilisé. Des simulations numériques sur des murs en maçonneries soumis à des charges ponctuelles ont été réalisées: La figure (I.43) montre le type de maillage adopté.



(I.43)  
fig. maillage adopté

Les premiers résultats numériques sont en concordance qualitative avec ceux obtenus par expérimentation fig. (I.44)

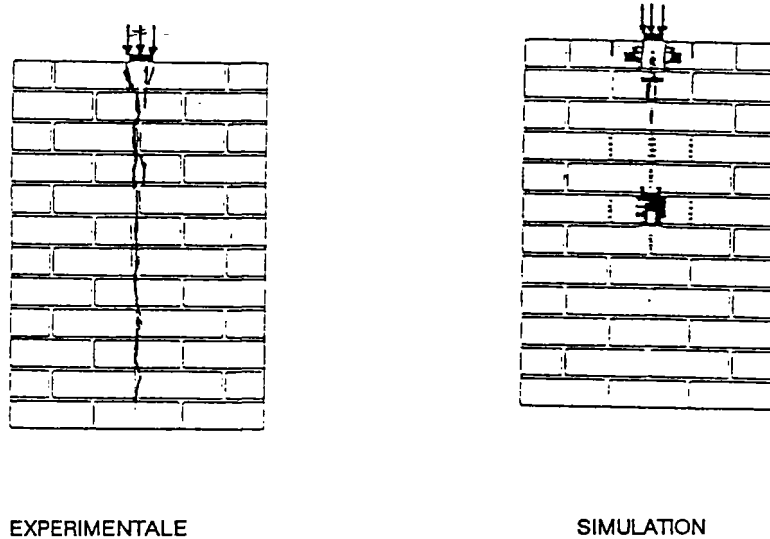


fig (I.44) comparaison entre la rupture observée expérimentalement et celle de simulée

Ces résultats nécessitent selon les auteurs, une campagne d'essais complémentaires pour déterminer le degré exact de validation de leur modèle.

#### 7.2.10 MODELE DE MAY ( modélisation numérique)

Enfin, M. MAY et Z. TELLETT [54] proposent un modèle aux éléments finis pour la simulation du comportement des structures en maçonnerie armée ou non armée. Les auteurs modélisent la maçonnerie comme un seul matériau homogène et isotrope mais en intégrant la non linéarité matérielle, le "matériau maçonnerie" est supposé avoir un comportement élastique fragile en traction et élasto parfaitement plastique en compression.

La figure (I.45) illustre le comportement uniaxial adopté pour la maçonnerie.

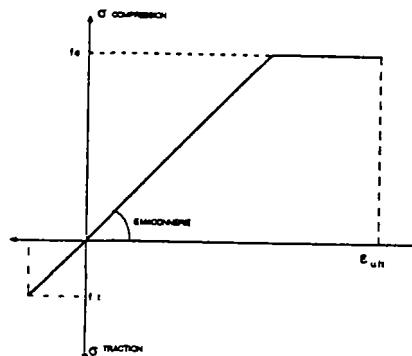


fig. (I.45) comportement uniaxial de la maçonnerie

Les armatures, sont modélisées à part comme matériau élasto-parfaitement-plastique en traction et en compression fig. (I.46).

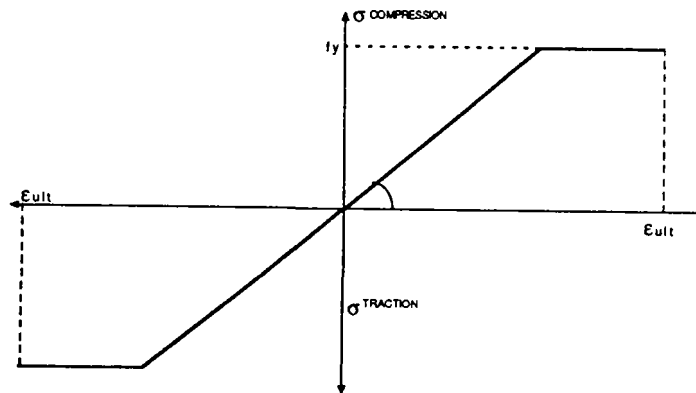
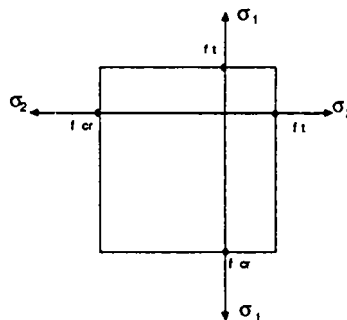


fig. (I.46) comportement uniaxial des armatures

Dans un état de contraintes complexe, l'auteur utilise le critère carré (Square yield criterion) pour la maçonnerie fig. (I.47).

fig (I.47) critère de rupture adapté pour la modélisation de la maçonnerie



Plusieurs simulations sur différents cas de figure ont montré une bonne concordance avec les résultats expérimentaux. Nous illustrons dans la figure (I.48) une comparaison entre le modèle numérique et l'expérimentation pour un mur en maçonnerie armée et non armée chargée latéralement. Nous constatons sur la figure (I.48 a et b) une meilleure aptitude de ce modèle à modéliser les structures en maçonneries non armées que les maçonneries armées.

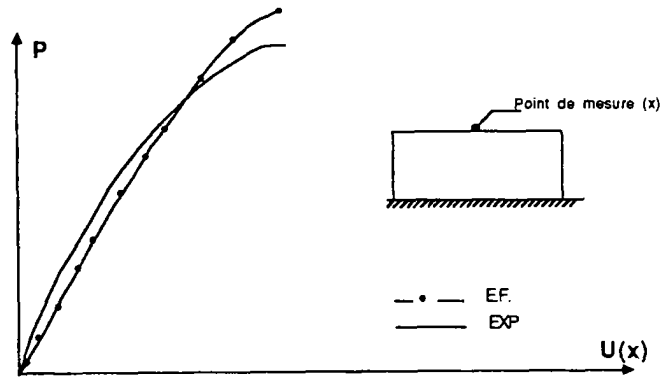


fig (I.48) a : panneau non renforcé : déplacement au centre supérieur du mur

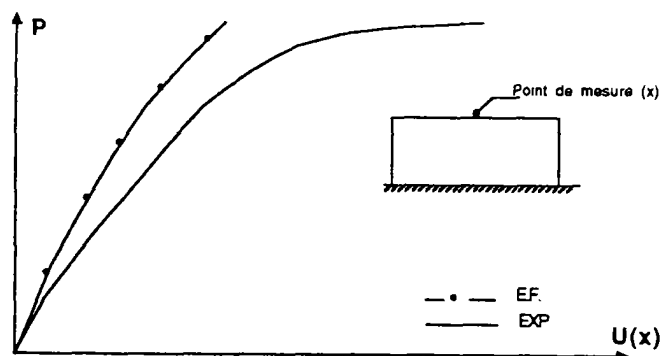


fig. (I.48) b : panneau renforcé : déplacement au centre supérieur du mur

### I.7.3 CONCLUSION SUR LA PARTIE BIBLIOGRAPHIQUE DE LA MODELISATION DE LA MACONNERIE

La plupart des études effectuées prennent en compte un comportement élastique linéaire et isotrope des éléments en maçonnerie et du mortier. De plus, elles supposent souvent une adhérence parfaite aux interfaces élément/mortier. Or cette hypothèse est peu réaliste: d'une part, si on admet la linéarité du comportement des briques de terre cuite, on ne peut pas l'admettre pour les blocs de béton, et d'autre part l'hypothèse de l'isotropie du comportement des éléments n'est pas vérifiée . En effet, la plupart du temps, les briques creuses ou blocs creux, présentent un comportement anisotrope. Les études les plus intéressantes sont celles effectuées par Page [45] [47] [53]. Il intègre la non linéarité matérielle dans son modèle ainsi que les phénomènes de décollement, glissement et frottement qui se manifestent dans les joints en modélisant chaque matériau à part. Il n'en est pas de même pour la plupart des études effectuées où l'on essaye d'homogénéiser le composite (bloc-mortier) considéré comme un seul matériau. Cette dernière approche rend la tâche expérimentale de caractérisation des matériaux maçonnerie très délicate et nécessite obligatoirement des essais biaxiaux sur des maquettes d'une dimension relativement grande dont le comportement est plus celui d'une structure étagée que d'un matériau homogène.

#### Paramètres à prendre en compte :

Ces constatations tirées de l'étude bibliographique ont permis de mettre en évidence les points suivants :

- a - l'anisotropie de la maçonnerie due, d'une part à la présence des joints de mortier et d'autre part à la structure interne des blocs creux et des briques creuses,
- b - la nécessité de découpler le problème, c'est à dire de modéliser les éléments de maçonnerie et les joints séparément pour éviter des essais lourds, coûteux et pas toujours concluants [43],
- c - la prise en compte des caractéristiques de déformabilité non linéaire des joints
- d - le modèle doit être capable de simuler les phénomènes de glissement, de frottement et de décollement qui se manifestent aux interfaces bloc/mortier, car ce sont eux qui se trouvent toujours à l'origine des désordres et de la rupture.
- e - l'intégration des phénomènes de plastification et de fissuration locales qui se développent dans les éléments de maçonnerie après la rupture des joints de mortier : ceci devrait permettre de suivre l'évolution physique et mécanique de la structure jusqu'à la phase finale (ruine) tout en analysant les phases intermédiaires,

f - la prise en compte de la contribution des armatures noyées dans les joints horizontaux de façon à ne pas alourdir le modèle et le rendre inutilisable pour la maçonnerie.

Il est utile à ce propos de rappeler que la phase expérimentale d'analyse des caractéristiques mécaniques et de définition des lois de comportement adaptées aux matériaux considérés est une étape primordiale.

Notons enfin que, pour la plupart, les études consacrées à la modélisation par la méthode des éléments finis n'ont jusqu'ici concerné que la modélisation de la maçonnerie non armée.



### I.8 CONCLUSION :

Nous concluons que la modélisation doit être suffisamment fine pour décrire les phénomènes importants dans le cadre de l'application envisagée, et suffisamment simple pour être utilisable dans les codes classiques de calcul aux éléments finis.

La première partie de cette étude bibliographique nous a montré que pour caractériser et modéliser le comportement des matériaux, on fait appel à des méthodologies complémentaires telles que les expériences de laboratoire sur éprouvettes et la méthode phénoménologique qui traite le matériau comme s'il était macroscopiquement homogène. Dans la deuxième partie, nous avons décrit deux schématisations différentes d'un solide ; le comportement élastique isotrope et anisotrope qui est le plus simple et qui correspond à une relation biunivoque entre la déformation et la contrainte ; le comportement plastique (indépendant du temps) qui intervient au-delà d'un certain seuil (limite d'élasticité) et où la déformation plastique est définie comme la partie irréversible de la déformation totale . Ces deux approches ont été décrites dans le cadre de la modélisation des milieux continus. Dans la troisième partie, nous avons décrit les différentes approches concernant la modélisation des plans de discontinuité, elles concernent en fait la modélisation des joints de mortier qui constituent des plans de discontinuité et de faiblesse dans la structure. Finalement, dans la quatrième partie, nous récapitulons les différents modèles utilisables pour la simulation de la maçonnerie, qui avec l'amélioration des modèles numériques et l'accroissement de la puissance des ordinateurs, devient de plus en plus envisageable. Nous avons constaté que la méthode des éléments finis constitue le support numérique le plus adapté pour modéliser la maçonnerie. L'entreprise de la modélisation par cette méthode n'est possible que si l'on dispose d'un modèle représentatif de ce matériau. La dernière partie de l'étude bibliographique montre que la modélisation de la maçonnerie est en phase de développement, elle fait apparaître qu'il n'y a à ce jour que très peu de modèles concernant la maçonnerie armée. En revanche, elle nous a permis de dégager des principes très importants à appliquer dans la modélisation envisagée, et par ailleurs a mis en évidence la nécessité de l'étude expérimentale de caractérisation des matériaux constitutifs. Elle représente un guide précieux pour le choix d'un modèle bien adapté.

Le tableau suivant récapitule l'ensemble des études effectuées sur la maçonnerie et citées dans ce chapitre.

Réf	TYPE DE LETUDE	TYPE DE L'ECHANTILLON	TYPE DE CHARGE	RESULTATSS	TYPE DE MAONNERIE
STAFFORD (41) 1971	Etude expérimentale et analyse par élément finis en élasticité linéaire	Un triplet de brique (trois briques entrecoupées par deux joints de mortier)  - Joint ciment/sable.	Parallèle et perpendiculaire au plan du joint	- La rupture se produit dans le mortier par traction -Un comportement élastique linéaire à été supposé pour l'ensemble.	MAONNERIE NON ARMEE
HENDRY (42) 1978	Etude théorique basée sur plusieurs expérimentations sur des maçonneries en briques pleines.	-Différents types de panneaux -Joint de mortier de composition : 1 ciment, 0,25 chaux, 3 sable.	Contrainte de compression et de cisaillement	- La rupture intervient par fissuration diagonale à travers les briques et le mortier. -Une formule empirique est proposée pour la résistance au cisaillement	MAONNERIE NON ARMEE
SCHNEIDER (43) 1978	Etude expérimentale sur la résistance au cisaillement de maçonneries	-Eléments de murs - Echantillons de taille réduite.	Chargement normale et horizontale appliqué selon plusieurs types de modes opératoires.	- La résistance au cisaillement de la maçonnerie dépend dans une large mesure de l'échantillon et du mode d'application de la charge	MAONNERIE NON ARMEE
SAMARICHING (44) 1980	Etude expérimentale et analyse par la méthode des éléments finis d'un panneau de maçonnerie soumis à une compression et une contrainte de traction	-Panneau avec différents élargissements H/L : -Joint de mortier 1 ciment 0,25 chaux 3 sable -Briques pleines	Précompression et contrainte de cisaillement	- Une surface limite plus générale que celui de MOHR-COULOMB -L'analyse E.F. avec ce critère montre que la rupture intervient au centre du panneau dans une zone de traction-compression	MAONNERIE NON ARMEE

Réf	TYPE DE L'ETUDE	TYPE DE L'ECHANTILLON	TYPE DE CHARGE	RESULTATISS	TYPE DE MAONNERIE
PAGE (45) 1978	Etude expérimentale et analyse par élément finis -comportement des briques -loi de frottement -influence de l'orientation	Panneaux de dimensions : 500 x 500 x 54 mm Couplet de 2 briques et 1 joint de mortier	Compression simple avec différents orientations Compression biaxiale	-La rupture se produit par traction dans un plan normale à la surface libre du panneau -Des surface limites ont été mises en évidence (fonction des contraintes majeures et de l'orientation -Numériquement la rupture Intervient au niveau de l'interface brique-mortier	MAONNERIE NON ARMEE
SHAAN (48) 1987	Etude expérimentale sur : * Briques individuelles * Panneaux en briques creusées de terre cuite Analyse et modélisation par E.F. en élasticité linéaire orthotrope	-Différents types de panneaux avec plusieurs orientations, et plusieurs rapports H/L -Joint de mortier de plusieurs composition .	Contrainte de compression selon différents orientations Contrainte de compression biaxial	On observe 3 principaux modes de ruptures: 1) par tendage 2) par traction normale au plan du panneau 3) par traction parallèle au plan du panneau. Numériquement le calcul est effectué en élasticité; aucun modes de rupture ne peut intervenir	MAONNERIE NON ARMEE
HENDRY (49) 1981	Analyse théorique basé sur un comportement élastique linéaire et isotrope de maçonnerie en briques pleins	Briques pleins superposées entrecoupées par des joints de mortier	Compression simple normale au plan du joint	- Supposition d'une relation linéaire entre la résistance à la traction et la résistance à la compression. -Un critère de rupture a été proposé par l'auteur.	MAONNERIE NON ARMEE
ANAND (50,51,52,53) 1982-1986	Analyse numérique par E.F. : hypothèses: la maçonnerie est considérée comme homogène, élastique et isotrope.	Une paroi en brique de terre cuite et une autre en blocs de béton	Chargement vertical	- Identification de la source engendrant la contrainte de cisaillement entre les deux parois.	MAONNERIE NON ARMEE

Réf	TYPE DE L'ETUDE	TYPE DE L'ECHANTILLON	TYPE DE CHARGE	RESULTATS	TYPE DE MAÇONNERIE
PAGE (53) 1988	Etude et modélisation par E.F. cette étude est basée sur plusieurs études expérimentales. Ont intégré l'analyse de la rupture des briques et des joints. 3 modes de ruptures peuvent être envisagés	Panneaux de dimensions : 500 x 500 x 54 mm Couplet de 2 briques et 1 joint de mortier	Compression simple avec différents orientations Compression biaxiale	-La rupture se produit par traction dans un plan normale à la surface libre du panneau -Des surface limites ont été mises en évidence (fonction des contraintes majeures et de l'orientation -Numériquement la rupture intervient au niveau de l'interface brique-mortier	MAÇONNERIE NON ARMÉE  NON ARMÉE
MAY (54)	Analyse numérique par E.F. Hypothèses : *maçonnerie homogène isotrope comportement élasto-plastique en compression élastique fragile en traction *Acier, élasto parfaitement plastique *critère de rupture, (square yield criterion)	Panneaux en maçonnerie armée et non armée.	Chargement horizontal avec précompression.	Une bonne concordance avec l'expérimentation pour les maçonnerie non armées. Une concordance médiocre dans les cas des maçonnerie armées. Critique L'hypothèse de l'isotropie est très simplificatrice.	MAÇONNERIE NON ARMÉE et MAÇONNERIE ARMÉE

## **CHAPITRE II**

### **ETUDE EXPERIMENTALE D'IDENTIFICATION**

<b>ETUDE EXPERIMENTALE D'IDENTIFICATION DES MATERIAUX CONSTITUTIFS</b>
--

## II-1 INTRODUCTION

Les calculs des déformations des structures et de durée de vie à la rupture impliquent une description précise de la résistance du matériau, ainsi que la connaissance de la loi de comportement du matériau envisagé. Cette loi de comportement est constituée d'un ensemble de relations entre les sollicitations appliquées à l'élément de matière, d'où il découle un certain nombre de variables qui décrivent l'état interne du matériau. Pour caractériser et modéliser le comportement des matériaux, on utilise des méthodes complémentaires telles que les expériences en laboratoire sur éprouvettes et la méthode phénoménologique qui traite le matériau comme s'il était macroscopiquement homogène. L'étude bibliographique nous a montré l'importance et la nécessité de l'expérimentation pour la connaissance des lois de comportement des matériaux constitutifs de la maçonnerie armée.

Les connaissances acquises par le C.S.T.B. concernant la maçonnerie armée et non armée d'une part et l'étude bibliographique d'autre part ont facilité l'établissement d'un programme d'essais.

Rappelons qu'une des difficultés mises en lumière par les études antérieures menées au C.S.T.B. a été la dispersion des résultats [6], [7], [8]. Les origines de cette dispersion sont entre autre l'influence de la mise en oeuvre, l'hétérogénéité de la maçonnerie, et la variation importante de résistance des matériaux constitutifs (briques, blocs, mortier) [7],[8]. Pour surmonter cette difficulté on aurait dû effectuer une large campagne d'essais permettant de tirer des lois probabilistes de la résistance des matériaux envisagés. Ces lois pourraient alors être injectées dans le modèle de calcul et permettraient de rendre compte du caractère aléatoire de la résistance de la maçonnerie. Or, ceci sort du cadre de cette recherche ainsi que des objectifs fixés au départ, tout en étant envisageable dans des recherches ultérieures.

Une deuxième difficulté rencontrée au cours de cette étude expérimentale a été le manque des moyens de mesure plus sophistiqués permettant d'aller plus loin dans les mesures des déplacements (contrôle des déplacements). En fin l'absence des essais biaxiaux indispensables pour étudier la réponse du matériau à des chemins de contraintes variés et indépendants.

Pour réduire ces causes de dispersion bien connues mais difficilement quantifiables, des précautions simples ont été prises.

Les essais effectués sur maçonnerie pour cette étude peuvent être classés en deux catégories :

- a - Les essais d'identification du matériau maçonnerie. Ils concernent d'une part les essais portant sur la détermination des caractéristiques mécaniques des éléments de la maçonnerie armée (briques, blocs et assemblages avec joints de mortier) et d'autre part les essais d'identification des interactions entre ces assemblages (loi de frottement pour interfaces).
- b - Les essais antérieurs menés au C.S.T.B. sur corps d'épreuve en maçonnerie en vraie grandeur: (essais simulant des ouvrages de maçonnerie que l'on peut rencontrer dans les constructions ). Ces essais serviront ultérieurement pour la validation du modèle.

## **II-2 APPAREILLAGE D'ESSAI**

### **2.1 Les presses :**

Plusieurs appareillages d'essais ont été utilisés en fonction des essais à réaliser.

La résistance à la traction par flexion et la résistance à la compression simple des éprouvettes de mortier ont été déterminées à l'aide d'une presse M+F+L de 250 KN de capacité.

La résistance à la compression des blocs a été déterminée à l'aide d'une presse Losenhausen série A6 de 3000 KN.

Les essais sur maquettes de maçonnerie (essais de compression uniaxiale sur murets à joints de mortier inclinés) ont été réalisés dans une presse à trumeaux Lausenhausen série AG de 5000 KN.

### **2.2 Les dispositifs de mesure**

a - Mesure des déplacements :

La mesure des déplacements a été effectuée à l'aide de capteurs de déplacement linéaire à transformateur différentiel TNC de  $\pm 0.25$  mm à  $\pm 10$  mm d'étendue de mesure . L'erreur maximale de mesure de déplacement est inférieure à  $\pm 0.2$  % de l'étendue de mesure à 20°C.

b - Mesure des déformations

La mesure des déformations a été effectuée, soit à l'aide des capteurs TNC décrits ci-dessus, soit à l'aide des jauges d'extensométrie VIS MAY MICROMESURE.

Les caractéristiques principales des jauges sont :

- une longueur importante (60 mm) pour avoir une base de mesure supérieure à l'échelle microstructurale (la dimension maximale des granulats de béton des parois du bloc),
- une résistance de  $120 \pm 0,3$

### 2.3 Dispositif d'acquisition et de traitement des données :

Le signal électrique, proportionnel à la valeur du déplacement ou de l'intensité de la charge ou de la pression, fourni par les capteurs est reçu par une centrale d'acquisition de données type "HP 3597 A 100 voies" et assurant sur ordre de micro-ordinateur la lecture des différents capteurs.

Pour la lecture du signal électrique des jauges de déformation, une carte à pont de wheatstone est incorporée. Pour les lectures provenant des capteurs de déplacement, il est nécessaire d'avoir, entre les capteurs et la centrale d'acquisition, des modules qui permettent de transposer les sorties capteurs en données exploitables par la centrale.

Le traitement des données est assuré par un micro-ordinateur qui permet :

- la commande de la centrale d'acquisition
- la réception des données lues par cette centrale et leur traitement aboutissant aux valeurs des paramètres mesurés (déplacement, rotation, etc ...),
- le stockage, l'impression de l'enregistrement sur disquette 3.5' en vue de l'exploitation ultérieure des paramètres mesurés et calculés,
- la commande de la table traçante donnant l'évolution des paramètres de pilotage de l'essai,
- le tracé et l'impression des résultats après essais en fonction des paramètres choisis (déformation, déplacement, etc ...).

Ce dispositif d'acquisition et de traitement des données est donné dans le schéma de la figure (II.1) et la vue de l'ensemble dans la photo (II.2).



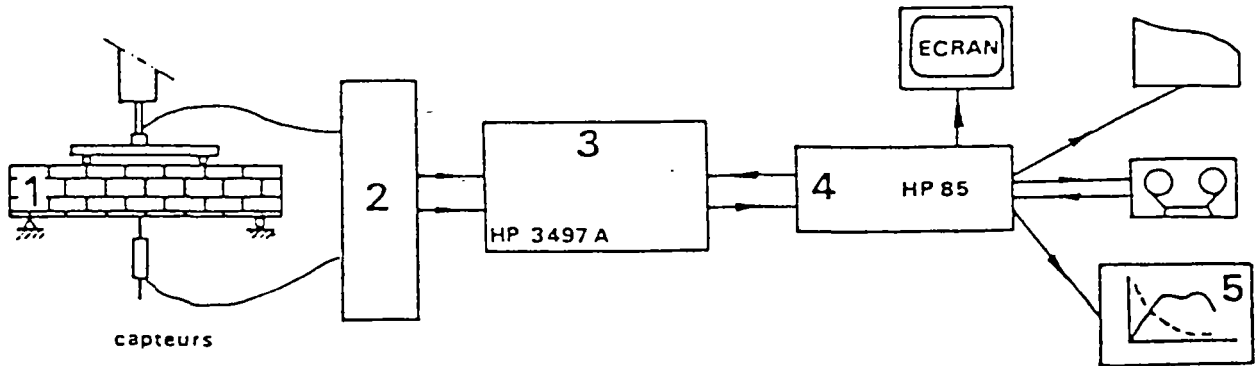


fig. (II.1) schéma du système d'acquisition et de traitement des données



fig (II.2) photographie du système d'acquisition et de traitement des données

## II - 3 ESSAIS SUR LES COMPOSANTS DE LA MACONNERIE ARMEE

### 3.1 BUT

Le but de ces essais est, d'une part, de déterminer les caractéristiques mécaniques des composants de la maçonnerie armée notamment les éléments (blocs, briques) le mortier et les armatures est d'autre part d'apprécier leurs interactions. Ce programme d'essais été défini en fonction de la stratégie globale de la modélisation prévue de telle façon que les résultats trouvés expérimentalement soient compatibles et facilement introduits dans le calcul comme données numériques .

### 3.2 STRATEGIE GLOBALE DE LA MODELISATION

La stratégie globale de la modélisation est abordée ici afin de mieux comprendre le but de ces essais. Le développement et la justification des choix de cette modélisation seront évoqués dans le chapitre suivant concernant la modélisation. La diversité des maçonneries de produits creux utilisées en France, l'hétérogénéité de la structure interne des éléments due d'une part à une hétérogénéité microscopique et d'autre part à la présence des alvéoles et à leurs formes géométriques qui varie selon le type de l'élément rendent la modélisation délicate. A cela s'ajoute la présence du joint de mortier armé ou non ainsi que les interactions entre ces composants, c'est pourquoi on se propose de modéliser ici la maçonnerie comme étant un matériau constitué de deux phases, c'est à dire à partir des deux éléments de base suivants: les éléments de maçonnerie (blocs, briques) d'une part et les joints de mortier (armé ou non) d'autre part figure (II.3).

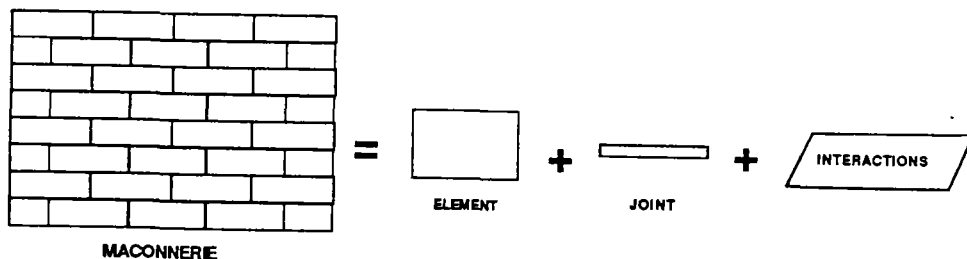


FIG (II.3) Maçonnerie modélisée comme un matériau à deux constituants

Nous sommes donc amenés à déterminer des critères de rupture et des lois de comportement spécifiques pour chacun d'entre eux ainsi que des lois de comportement de frottement-glissement des interfaces.

### 3.2.1 Homogénéisation des blocs

Une modélisation fiable des éléments creux de maçonnerie doit prendre en compte l'effet géométrique de ces éléments. C'est à dire qu'elle doit intégrer explicitement dans un modèle aux éléments finis la géométrie des parois et des alvéoles. Seul un modèle en trois dimensions le permet, ce qui présente plusieurs inconvénients : notamment l'importance du temps et du volume de calcul. Ainsi un tel modèle perdra sa généralité dans la mesure où on sera amené à intégrer au coup par coup les caractéristiques géométriques pour chaque type d'élément de maçonnerie. Or la plupart des structures réalisées en maçonnerie armée sont en général des structures minces (à faible épaisseur) et sollicitées dans leurs plans. Ceci laisse entrevoir la possibilité d'une modélisation adoptant l'hypothèse de l'état plan de contrainte ; en conséquence, l'effet de Poisson dans la direction normale au plan de la structure peut être négligé sans erreur appréciable. Or, ce gain en temps et en volume du calcul ne peut être obtenu qu'au prix d'un certain nombre d'hypothèses restrictives mais susceptibles d'intégrer explicitement cet effet géométrique : des essais [numériques et expérimentaux] préliminaires nous ont permis de considérer comme réaliste la modélisation d'un bloc creux en béton ou d'une brique creuse en terre cuite sous forme d'un élément plein homogène. Cet élément a un comportement initialement orthotrope et possède des caractéristiques mécaniques apparentes tirées d'essais relativement simples. Ces caractéristiques mécaniques apparentes seront ensuite considérées comme une propriété intrinsèque du pseudo matériau "BLOC ORTHOTROPE" fig(II.4).

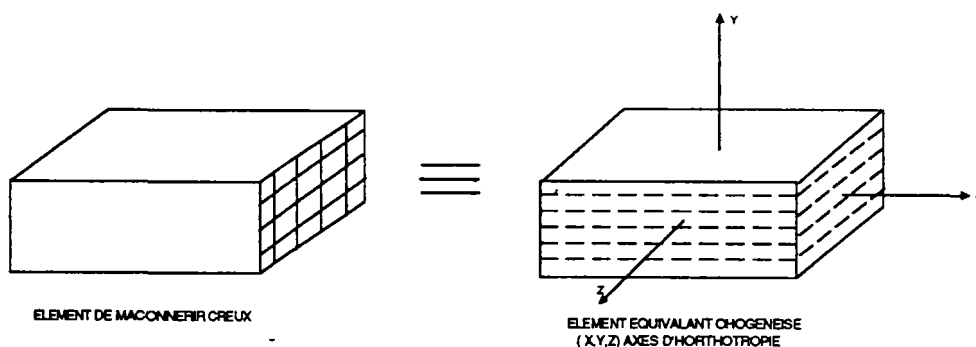


FIG (II.4) Element équivalent anisotrope

Cette hypothèse bien que très simplificatrice présente l'avantage appréciable de pouvoir être appliquée à toute sorte d'élément creux de maçonnerie existant en France après avoir effectué les essais d'identification élémentaires.

### 3.2.2 Modélisation du joint de mortier

Vu la faible épaisseur du joint, et dans le souci de minimiser le temps de calcul, nous allons considérer le composite "joint + acier + interfaces" (voir fig II.5) comme un seul élément de discontinuité en intégrant à la fois les effets de leurs interactions en un seul élément, hypothèse inspirée des travaux de PAGE 78 [39].

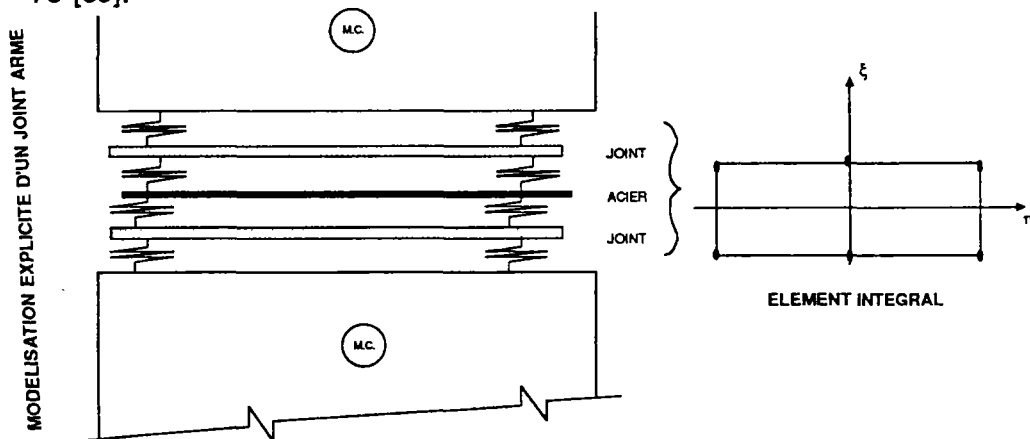


FIG (II.5) Modélisation explicite et implicite d'un joint armé

## 3.3 ESSAIS D'IDENTIFICATION DES BRIQUES CREUSES

### 3.3.1 Définition

La brique essayée est une brique creuse traditionnelle à parois orthogonales comportant des alvéoles horizontales dans le sens de la longueur.

Ce choix découle de l'objectif final de la recherche qui est l'adaptation et la formulation des règles de calcul simplifiées pour la maçonnerie armée utilisant les produits creux traditionnels d'usage courant en France.

Les dimensions sont données sur la fig. (II.6) Les alvéoles représentent 58 % de la section totale.

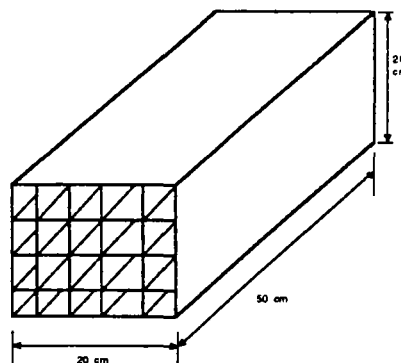


fig. (II.6) : brique creuse utilisée pour la recherche

Des essais mécaniques réalisés auparavant ont présenté une forte dispersion ; il a été jugé utile, pour réduire autant que possible cette dispersion, d'opérer un tri de briques permettant d'éliminer a priori les éléments défectueux (fissurés, épaufrés, ...etc).

### 3.3.2 Essais de compression

Des essais de compression uniaxiale simple ont été effectués suivant les directions parallèles et perpendiculaires aux alvéoles. Les briques ont été surfacées au soufre.

Les essais de compression ont été effectués sur une presse hydraulique (type BP3000 KN) de charge statique maximum (200) KN. Au cours des essais, les déplacements ont été mesurés dans les directions parallèle et perpendiculaire au chargement par des capteurs de déplacement linéaire, afin de déduire les coefficients de Poisson et le module élastique de la brique voir figure (II.7).

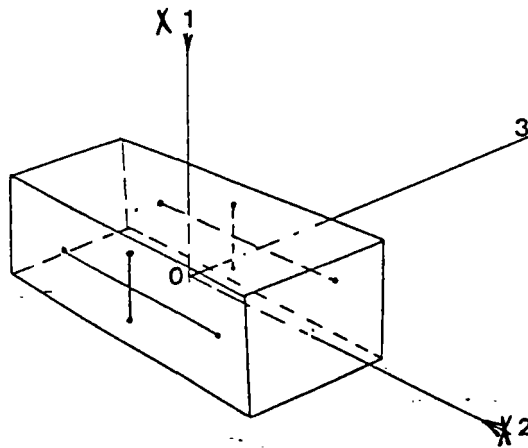


fig (II.7) sens du chargement x1, ou

Quatre capteurs de déplacement de 2mm d'étendue de mesure ont été fixés sur les faces A et B de la brique pour minimiser l'effet de l'excentricité éventuel du chargement. Une base de mesure relativement étendue a été choisie pour mieux représenter l'état global du pseudo matériau "brique".

La courbe type contrainte-déformations axiale sont représentées sur la figure (II.8); celles-ci représentent les deux types de tests de compression simple lors d'une contrainte parallèle et perpendiculaire aux alvéoles. Notons que dans les

les deux cas, la contrainte dans la brique est calculée en fonction de la surface brute.

Des essais cycliques (charge - décharge) servant à évaluer la réversibilité du comportement mécanique des briques ont été un moment envisagés mais n'ont pas été effectués. Ceci est justifié par le comportement quasi-linéaire de la brique observé lors des essais de compression simple ainsi que sa fragilité à la rupture.

La courbe de la figure (II.9) montre la relation contrainte-déformation pour le deuxième type d'essai.

Un nombre limité de corps d'épreuve (7 pour chaque type) a été choisi.

Les résultats expérimentaux ainsi obtenus ont montré une grande homogénéité. L'homogénéité relative des résultats obtenus pour chaque type d'essai justifie le nombre limité des corps d'épreuves fixé auparavant à 7 par type d'élément.

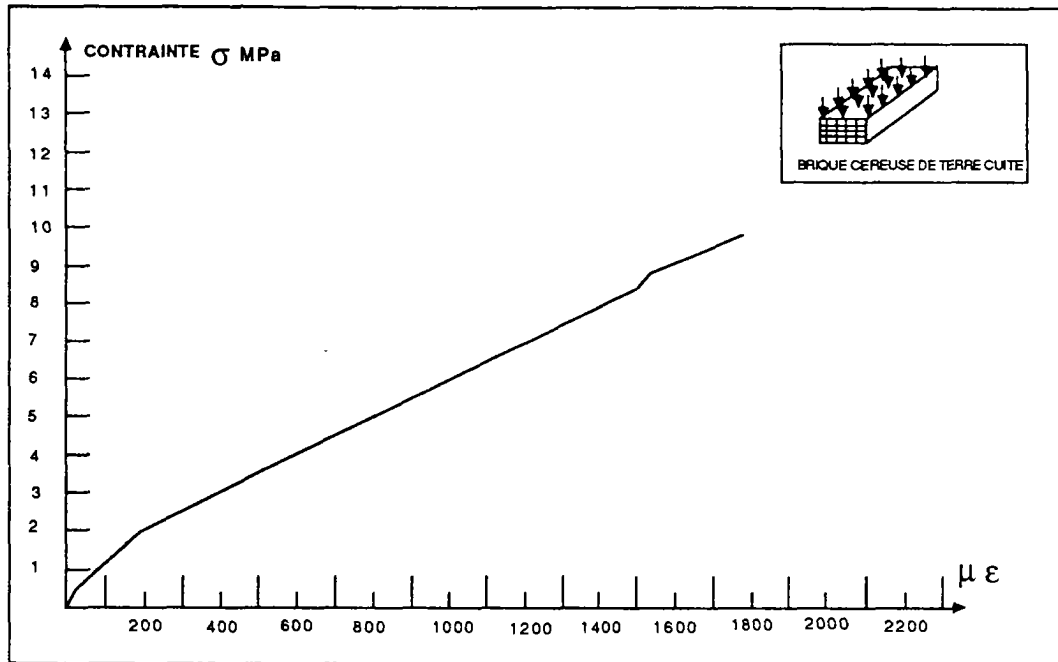


fig (II.8) courbe contrainte - déformation : essai de compression dans la direction perpendiculaire aux alvéoles

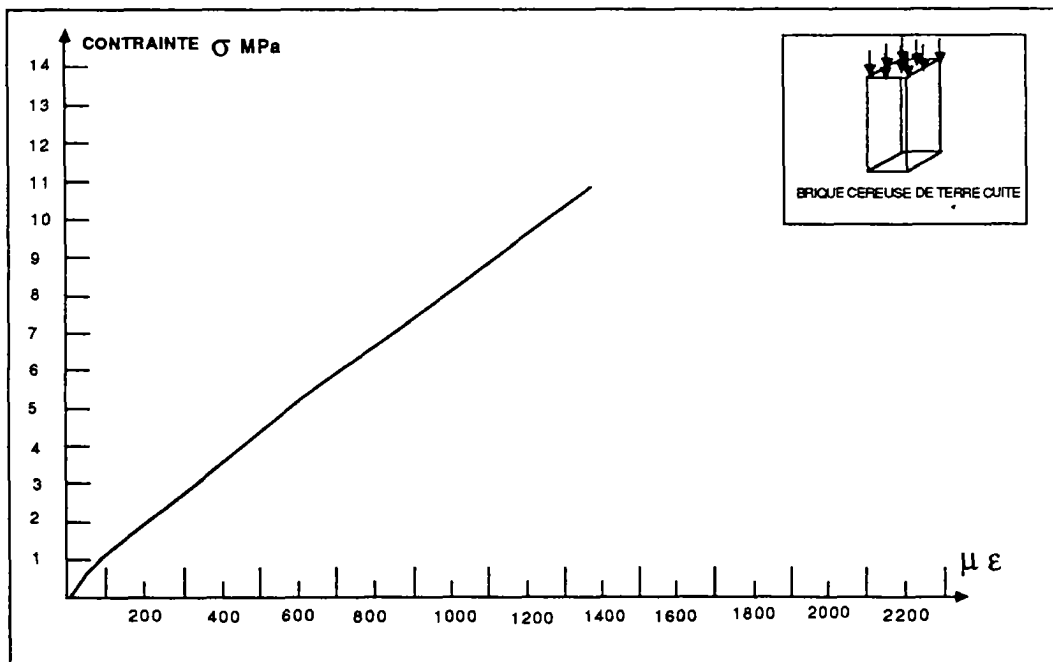


fig (II.9) courbe contrainte-déformation : essai de compression dans la direction parallèle aux alvéoles.

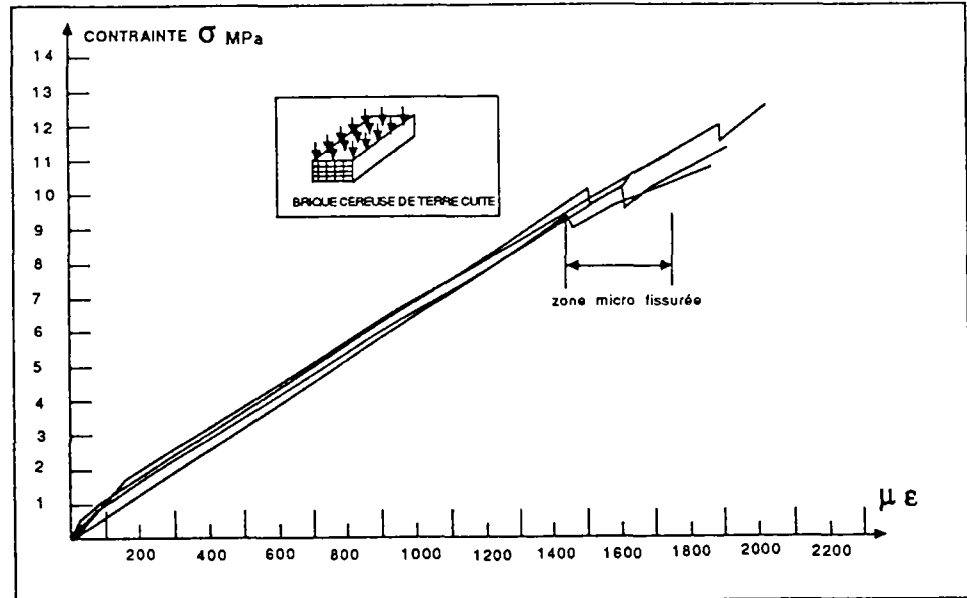
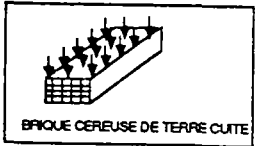


fig (II.10) courbes contrainte - déformation

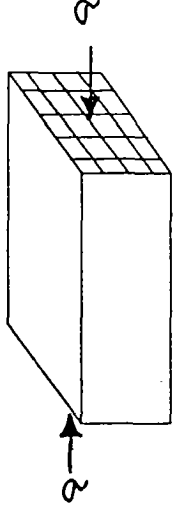
Nous constatons sur la figure (II.10) une discontinuité qui se manifeste à un certain niveau de contrainte. Cette discontinuité annonce en fait le début du phénomène de micro-fissuration qui varie entre 3,5 et 4,5 MPa. Ce phénomène étant assez brutal, la mesure de la progression de cette micro-fissure est quasiment impossible d'autant plus que les moyens expérimentaux utilisés ne le permettaient pas.

L'ensemble des valeurs moyennes des résultats obtenus à partir des essais appliqués ci-avant est illustré sur les tableaux (II.1).et (II.2)

Caractéristique mécanique	valeur moyenne $\bar{x}$	écart type $\sigma$	
Contrainte de compression à la rupture	10,6 MPa	0,7	
Module pseudo élastique $E_t$	5200 MPa	400	
Coefficient de Poisson $\nu_{lt}$	0,156	0,009	
Contrainte de compression à la première micro-fissuration	5,5	0,5	
Déformation axiale à la première micro-fissuration	$\mu\epsilon = 1000$	-	

tab : (II.1) : tableau des essais sur la brique avec un chargement perpendiculaire aux alvéoles



Caractéristique mécanique	valeur moyenne $\bar{x}$	écart type	
Contrainte de compression à la rupture	17,85 MPa	1,5	
Module pseudo élastique	9800 MPa	250	
Coefficient de Poisson $\nu_{tl}$	0,1	0,009	
Contrainte de compression à la première micro-fissuration	-	-	
Déformation axiale à la première micro-fissuration	-	-	

tab : (II.2) : tableau des essais sur la brique avec un chargement parallèle aux alvéoles

### 3.3.3 Essais de traction directe

Le but de ces essais est de déterminer la résistance à la traction directe du matériau "brique".

Des essais de traction directe uniaxiale ont été réalisés sur des barrettes de terre cuite découpées dans les cloisons (Essais impossibles à réaliser sur brique entière).

Les deux plaques d'appuis sont reliées à la presse par des rotules permettant d'éliminer l'excentricité. Cette presse permet de fixer les deux extrémités de la brique et les deux plaques d'appuis à l'aide d'une colle à haute résistance (Résine époxy). Le dispositif d'essai est décrit sur la figure (II.11).

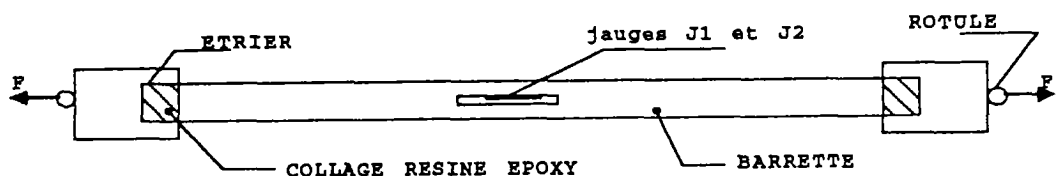



fig. (II.11) dispositif d'essai sur barrettes de terre cuite prélevées dans des briques.

Le tableau (II.3) récapitule les résultats expérimentaux. Notons que l'allure des courbes contrainte - déformation est quasiment linéaire jusqu'à la rupture fragile (voir figure (II.12)).

Barrette N°	Equipée	Résistance à la traction	Module de YOUNG	
1	oui	9,17 MPa	28500 MPa	
2	"	8,8 MPa	27500 MPa	
3	"	7,5 MPa	27150 MPa	
4	"	6,9 MPa	25370 MPa	
5	non	9,29 MPa	-	
6	"	8,45 MPa	-	
7	"	10,01 MPa	-	
8	"	7,8 MPa	-	
9	"	7,8 MPa	-	
10	"	9,17 MPa	-	
valeur moyenne		8,5	27160	
écart type		0,8942	1150	

TAB (II.3) : résultats des essais sur des barrettes prélevées dans des briques

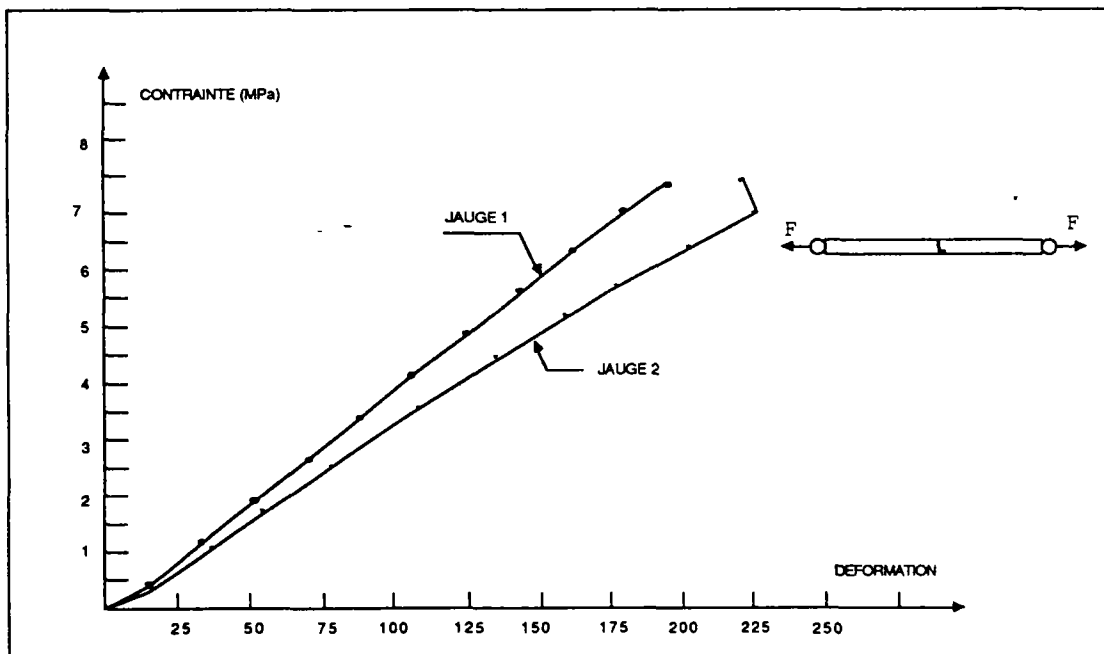


fig. (II.12) courbe : contrainte - déformation d'une Barrette

La résistance à la traction directe d'une section nette étant connue, nous pouvons essayer de trouver une corrélation avec la résistance à la compression dans la direction longitudinale pour une surface brute.

Soit ( $S_b$ ) la section brute dans la direction de chargement, ( $S_n$ ) la section nette telle que ( $S_n=32\%(S_b)$ ). Soit encore ( $R_{cb}$ )= $18.7\text{MPa}$ , la résistance à la compression de la brique rapportée à la section brute et ( $R_{cn}$ ) la résistance rapportée à la section nette. Moyennant un calcul simple, on trouve ( $R_{cn}$ )= $55,78\text{MPa}$ . La résistance à la traction directe étant de l'ordre de  $8,5\text{MPa}$ ; cette valeur correspond à un rapport de  $15.2\%$  ( $R_t = 15,2\% R_{cn}$ ). Or les mesures des déplacements, lors d'essais sur brique intègrent à la fois la rigidité du matériau ainsi que les effets de second ordre (le flambement local des cloisons de faible épaisseur, les concentrations des contraintes au croisement des cloisons...etc). Ceci laisse penser que le rapport trouvé ( $15,2\%$ ) est surestimé, d'où l'idée de minorer ce dernier et d'admettre comme plus réaliste un rapport de  $10\%$  .

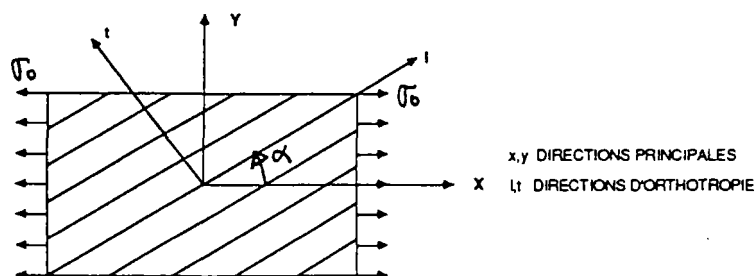
### 3.3.4 Essais de cisaillement sur les briques

Les essais réalisés et décrits ci-dessus ont permis de déterminer les modules de YOUNG  $E_l$  et  $E_t$  dans les deux directions ainsi que les coefficients de Poisson  $\nu_{lt}$  et  $\nu_{tl}$ . Or, ces coefficients ne sont pas suffisants pour déterminer la loi de comportement de matériaux orthotrope-élastiques, le module de cisaillement  $G$  doit être déterminé expérimentalement puisqu'il s'agit d'un coefficient indépendant.

Un essai de cisaillement direct sur l'élément "brique" apparaît très difficilement réalisable, vu la dimension et la géométrie de la brique. Pour surmonter cette difficulté nous allons adopter une méthode d'expérimentation utilisée fréquemment pour l'identification des caractéristiques mécaniques des matériaux composites. La base théorique est la suivante :

soit  $\Sigma$  le tenseur des contraintes dans le repère d'anisotropie du matériau  $l, t, z$ , et faisant un angle  $\theta$  avec les directions principales.

$$[\Sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_0 \cos^2(\alpha) & -\sigma_0 \cos(\alpha)\sin(\alpha) & 0 \\ -\sigma_0 \cos(\alpha)\sin(\alpha) & \sigma_0 \sin^2(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



pour un matériau à isotropie transverse, la matrice de souplesse [S] s'écrit :

$$[S] = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{ul}/E_t & -\nu_{ul}/E_t \\ -\nu_{lt}/E_1 & 1/E_t & -\nu_{zt}/E_t \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1/G_{tz} & 0 & 0 \\ 0 & 1/G_{tz} & 0 \\ 0 & 0 & 1/G_{lt} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

A partir du tenseur des contraintes  $[\Sigma]$  et la matrice [S] on peut obtenir le tenseur des déformations  $[\varepsilon]$  :

$$[\varepsilon] = \sigma_0 \begin{bmatrix} (1/E_1)C^2 - (\nu_{ul}S^2/E_t) & -(1/2G_{lt})CS & 0 \\ -(1/2G_{lt})CS & -(\nu_{ul}/E_1)C^2 + (1/E_t)S^2 & 0 \\ 0 & 0 & +(\nu_{ul}/E_1)C^2 - (\nu_{zt}/E_t)S^2 \end{bmatrix}$$

par un nouveau changement de repère on peut obtenir le tenseur des déformations dans le repère  $\{o, x, y, z\}$

$$\varepsilon_{(x,y,z)}^{ij} = T_k^i T_m^j \varepsilon_{(l,t,z)}^{km}$$

$$\text{avec } [T] = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

le vecteur des déformations dans le repère  $(x, y, z)$  est :

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{(x,y,z)}^{11} &= \left[ \frac{1}{E_1}C^4 - \frac{\nu_{ul}}{E_t}S^2C^2 + \frac{1}{G_{lt}}C^2S^2 + \frac{1}{E_t}S^4 - \frac{\nu_{lt}}{E_1}C^2S^2 \right] \sigma_0 \\ \varepsilon_{(x,y,z)}^{22} &= \left[ -\frac{\nu_{lt}}{E_1}C^4 + \frac{1}{E_t}S^2C^2 - \frac{1}{G_{lt}}C^2S^2 + \frac{1}{E_1}S^2C^2 - \frac{\nu_{ul}}{E_t}S^4 \right] = 0 \\ \varepsilon_{(x,y,z)}^{12} &= \left[ \frac{1}{E_1}C^3S - \frac{\nu_{ul}}{E_t}S^3C + \frac{\nu_{lt}}{E_1}C^3S - \frac{1}{E_t}S^3C - (C^2 - S^2)\frac{1}{2G_{lt}}CS \right] \sigma_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (I)$$

En conséquence il est possible de déterminer le module de cisaillement  $G_{lt}$  indirectement en faisant un essai simple de compression uniaxiale dans une direction faisant un angle  $\alpha$  avec la direction longitudinale (l); voir figure (II.13).

La mesure du déplacement dans la direction (y) permet d'obtenir  $G_{lt}$  par l'intermédiaire de l'équation (I) qui indique :

$$\varepsilon_y = \sigma_y \left[ \frac{S^4}{E_l} + \frac{C^4}{E_t} + \frac{C^2 S^2}{G_{lt}} - \frac{2\nu_{lt} C^2 S^2}{E_t} \right] \dots\dots\dots (II)$$

équation dans laquelle la seule inconnue est le coefficient  $G_{lt}$ .

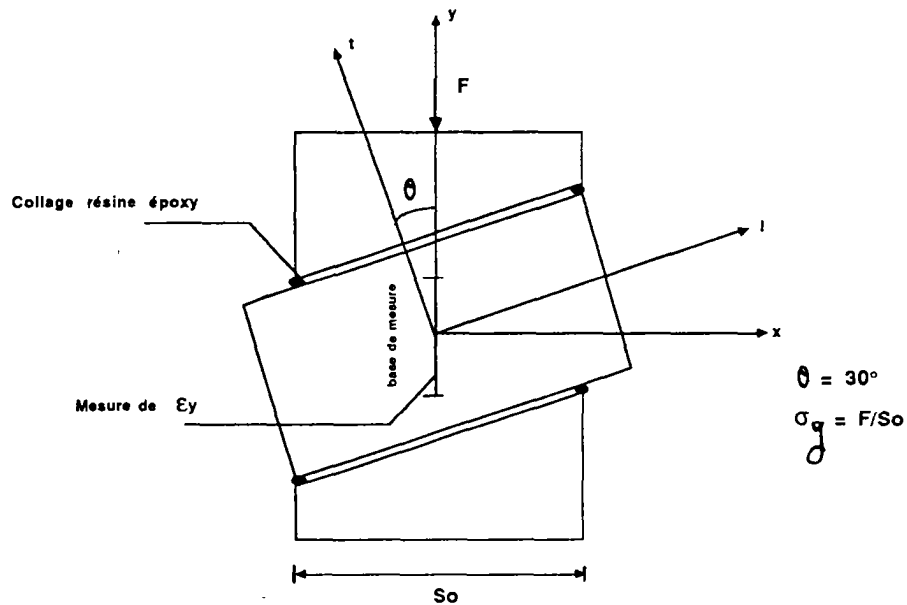


fig. (II.13) essai d'identification du module de cisaillement  $G_{lt}$

La mesure des déformations a été effectuée par un déformètre à billes. Les points de mesures sont situés sur les latérales de la brique. Les zones d'appuis sont constitués par un prisme de béton moulé en forme et collé sur la brique par une résine époxy pour empêcher le glissement au cours du chargement.

Sept briques ont été instrumentées et testées jusqu'à la rupture qui s'est manifestée généralement par une fissure faisant un angle dans la direction du chargement. Voir la photo FIG (II.14).



FIG (II.14) Photo du mode de rupture observé lors des essais sur briques inclinées.

La figure (II.15) montre l'allure de la courbe contrainte  $\sigma_y$ -déformation  $G_y$ . Notons que les résultats ont montré une certaine dispersion en terme de mesure de déformabilité mais relativement homogène en terme de résistance.

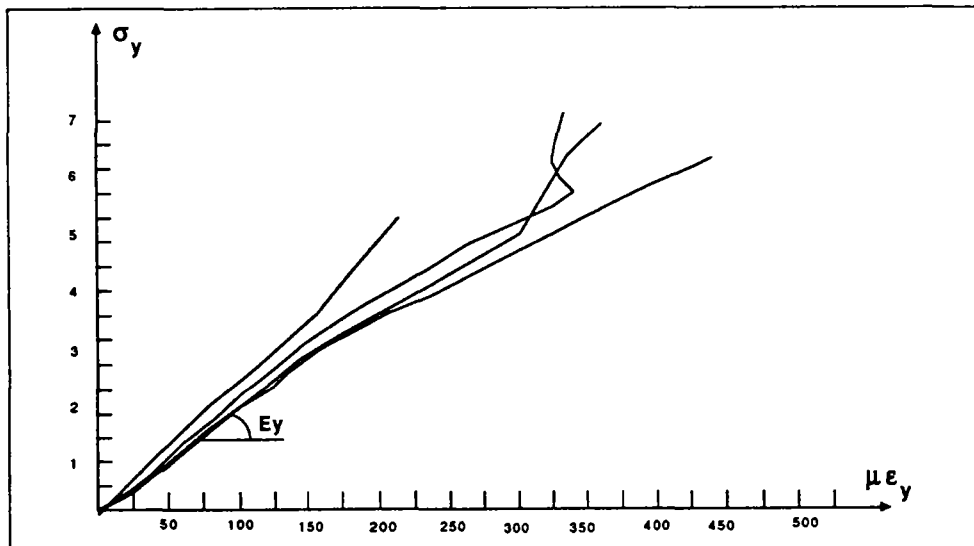


fig. (II.15) courbe contrainte déformation, essai sur une brique inclinée

Ey étant le module de rigidité dans le sens du chargement nous pouvons calculer le module Glt en appliquant l'équation (II). Le tableau (II.4) récapitule les résultats expérimentaux de ce type d'essai.

Essai n°	Ey MPa	Glt MPa	$\sigma_y$ ultime MPa	$\tau_{lt}$ ultime = $CS\sigma_y$ ultime
1	7100	5530	7,71	3,385 MPa
2	6800	4680	7,01	3,035 MPa
3	6500	4000	6,87	2,9748 MPa
4	7300	6300	5,61	2,43 MPa
5	6900	4930	6,73	2,915 MPa
6	7000	5230	5,61	2,43 MPa
valeur moyenne		5120		2,8616 MPa
écart type		713		0,339

TAB (II.4) Essais de cisaillement

### 3.4 ESSAIS SUR BLOCS CREUX DE BETON

#### 3.4.1 Définition du bloc

Les blocs utilisés pour cette partie d'étude expérimentale sont des blocs creux en béton. Notre choix s'est porté sur les blocs 20 x 20 x 50 six trous, provenant d'une usine bénéficiant de la marque NF de conformité à la norme NF P 14-301, car ce sont les blocs creux en béton les plus couramment utilisés sur les chantiers de maçonnerie. Tous les blocs ont été commandés à la même unité de production qui offre une très bonne régularité.

Le schéma de la figure (II.15) donne les caractéristiques dimensionnelles d'un bloc

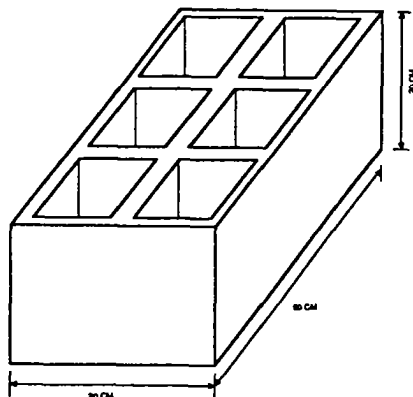


fig. (II.15) : schéma du bloc de béton creux

### Essais d'identification des blocs creux

Les blocs creux ont été assés selon les même modalités d'essai que les briques creuses.

#### 3.4.2 Essai de compression direction transversale

Une étude préliminaire a montré que les résultats expérimentaux étaient plus dispersés dans le cas de blocs que dans celui de la brique. Certains résultats peuvent paraitre aberrants (contraintes de traction) si l'on considère le bloc comme un matériau homogène, mais cohérents si l'on analyse le problème plus finement et que l'on considère le bloc comme une structure tridimensionnelle. FIG(II.16)

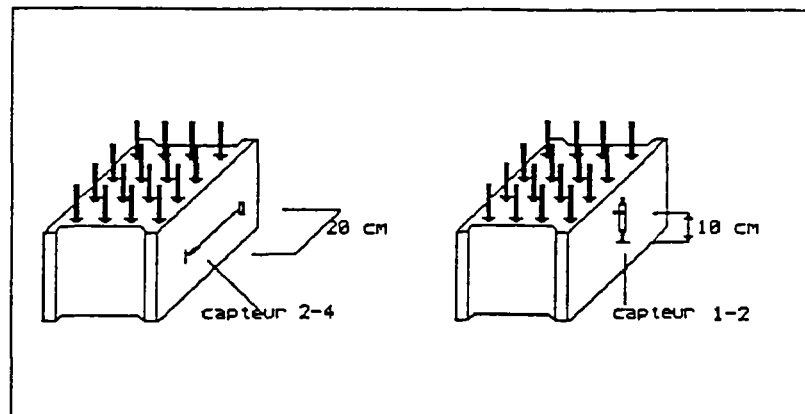


fig. (II.16) Essais de compression simple dans la direction transversale

Contrairement aux cas des briques creuses de terre cuite, on remarque sur les courbes fig. (II.17) la non-linéarité du comportement des blocs dans la direction transversale. Cette non-linéarité est due à des phénomènes de plastification et d'endommagement du béton constitutif en certains points.

Des essais de compression cycliques (charge - décharge) pourront être effectués ultérieurement pour confirmer l'irréversibilité du comportement mécanique des blocs.



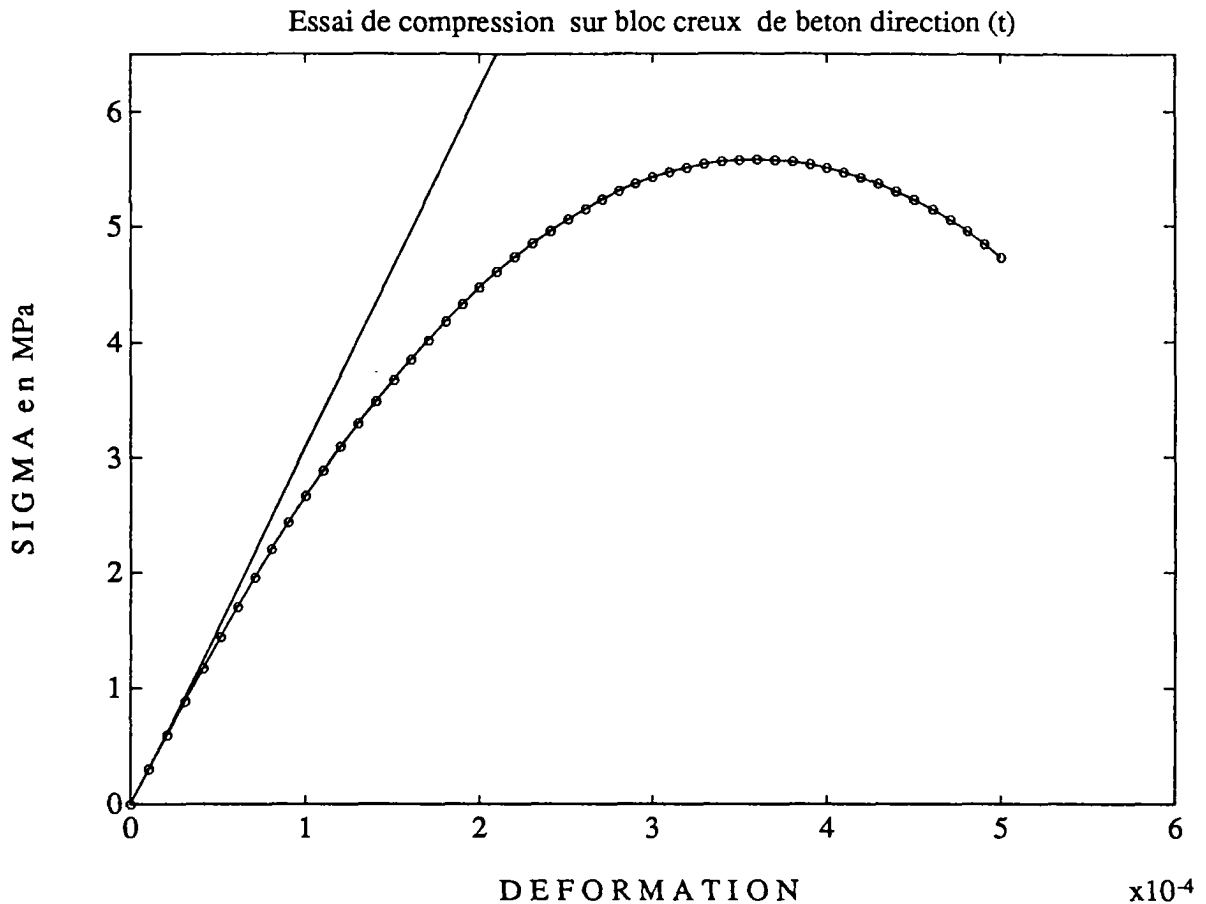


figure (II.17) : courbe contrainte - déformation dans la direction transversale

par analogie avec la loi de comportement adoptée pour le béton en compression simple, nous avons modélisé la courbe contrainte-déformation dans la direction transversale du bloc par une fonction parabolique de la forme :

$$\sigma_t = a \varepsilon_t - b \varepsilon_t^2$$

où  $a$  est la tangente initiale de la courbe =  $E_{0t}$

$b$  peut être traité de la même façon que le béton c'est à dire  $b = \frac{(E_0)^2}{4 \sigma_{trup}}$  : avec  $\sigma_{trup}$  résistance du bloc

Un programme de régression utilisant la méthode des "moindres carrés" développé à ce sujet nous a permis de trouver les coefficients  $a$  et  $b$  pour la moyenne des courbes expérimentales.

avec  $a = E_{0t} = 31000 \text{ MPa} \dots\dots\dots (1)$

$$b = \frac{(E_0)^2}{4 \sigma_{trup}} = 0.44 \times 10^8 \dots\dots\dots (2)$$

$$4 \sigma_{trup}$$

en calculant  $\sigma_{trup}$  de l'éq (2) on trouve :

$$\sigma_{trup} = 5,46 \text{ MPa}$$

valeur compatible avec la résistance des blocs tirée des essais voir tableau (II.5)

Caractéristiques mécaniques	Essai n°						Valeur moyenne
	1	2	3	4	5	6	
Contrainte de compression à la rupture MPa	5,49	4,21	4,85	6,13	6,22	6,28	5,53
Module d'élasticité initiale	33000	32100	41000	30000	30500	38000	35600
Coefficient de Poisson $\nu + 1$	0,191	0,172	0,183	0,195	0,163	0,178	0,18

TABLEAU (II.5) Résultats des essais de compression simple sur les blocs dans la direction transversale

### 3.4.3 Essais sur blocs dans la direction latérale

Ces essais sont effectués suivant le même principe, la figure (II.18) montre les positions des mesures

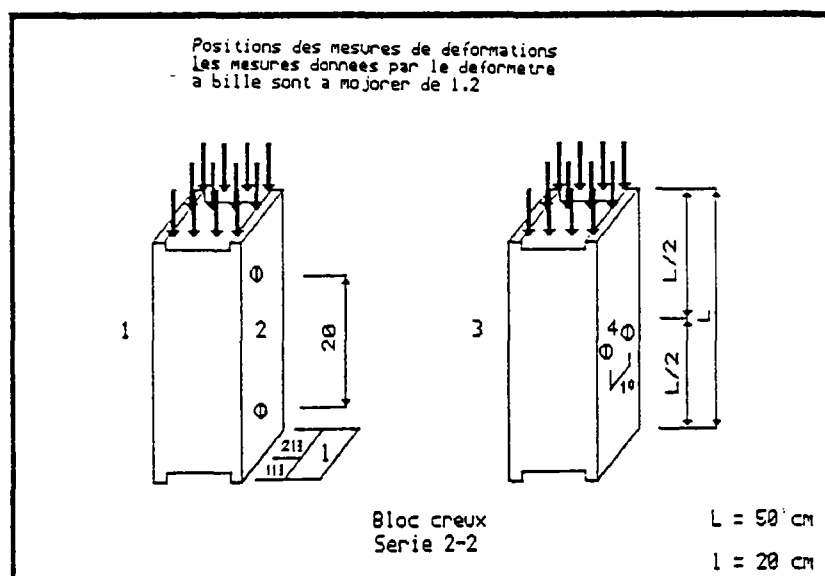


FIG (II.18) Positions des mesures de déformations

Notons que les positions et le mode de mesure est différent : pour les points 1 et 2 il s'agit d'un déformètre à bille d'une base de 20 cm ; pour les points 3 et 4 il s'agit d'un pied à coulisse d'une base de 10 cm.

De même que pour le comportement du bloc dans la direction transversale, on remarque sur les courbes, figure (II.19) la non-linéarité du comportement du bloc dans la direction latérale.

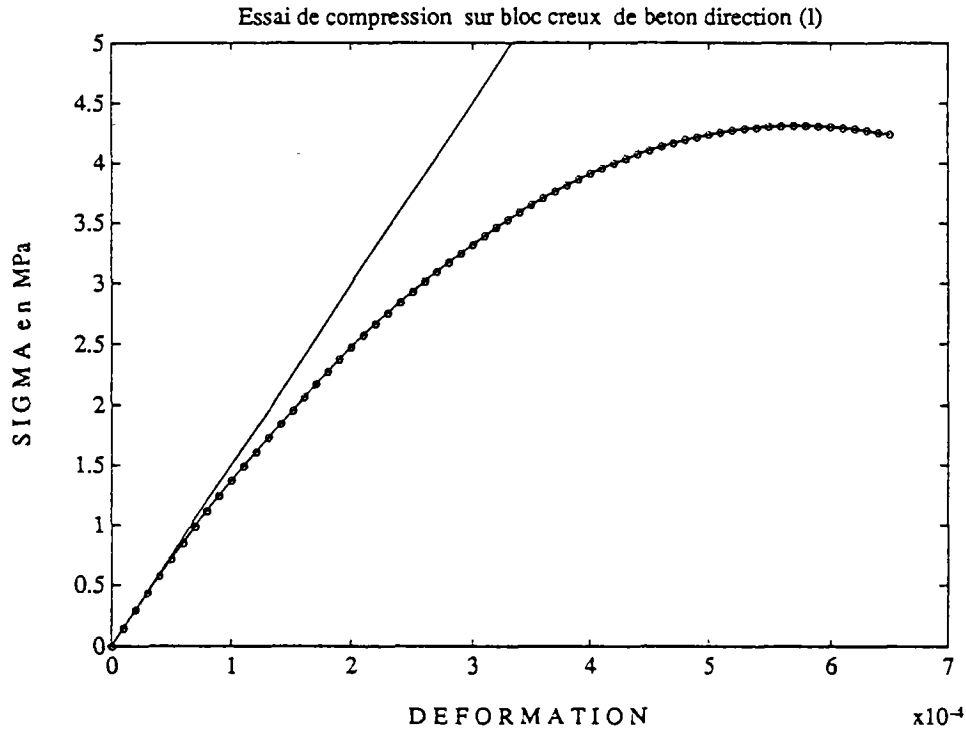


figure (II.19) courbe contrainte-déformation essai de compression dans la direction latérale

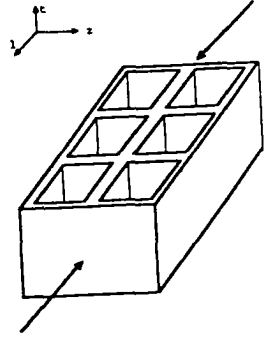
Les moyennes des points de mesure pour les différents essais sont lissées par un fonction parabolique :  $\sigma_1 = a \varepsilon_1 - b \varepsilon_1^2$

$$a = E_{01} = 15000 \quad (\text{MPa}) \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$b = \frac{(E_{01})^2}{4\sigma_{1\text{Rup}}} = 0,1305 \times 10^8 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\sigma_{1\text{Rup}} = 4,310 \quad (\text{MPa})$$

le tableau (II.6) montre les résultats de cet essai :

caractéristiques mécaniques	Nombre des corps d'épreuve	Valeur moyenne	
contrainte de compression à la rupture $\sigma_{rup}$	14	4.5 MPa	
Module élastique initiale : $E_{0l}$	7	16500	
Coefficient de POISSON $\nu_{lt}$	7	0,09	

TAB (II.6) Essais de compression dans la direction latérale

### 3.4.4 Essais d'identification du module de cisaillement

Le même principe d'essai établi pour les briques est adopté pour l'identification du module de cisaillement du bloc.

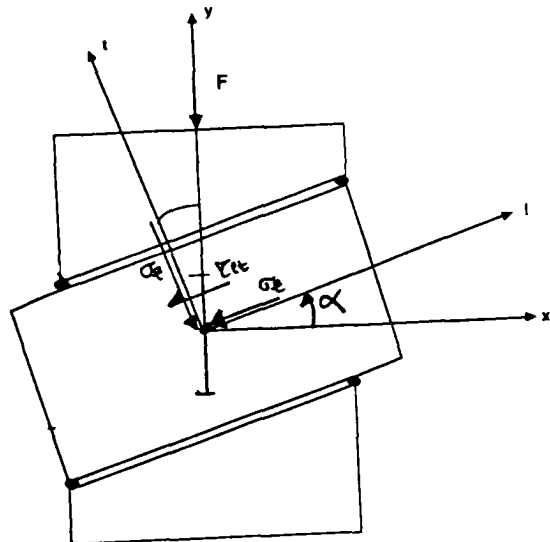
Il s'agit d'un essai de compression simple dont le sens du chargement fait un angle  $\alpha$  avec les directions d'orthotropie. On peut déduire le module de cisaillement en utilisant les équations classiques de l'élasticité anisotrope.

L'équation utilisée est de la forme :

$$\varepsilon_y = \sigma_y \left[ \frac{S^4}{E_l} + \frac{C^4}{E_t} + \frac{C^2 S^2}{G_{lt}} - \frac{2\nu_{lt}}{E_t} C^2 S^2 \right] \quad (0)$$

L'état des contraintes exprimées dans le repère d'orthotropie est :

$$\begin{aligned} \sigma_l &= \sin^2(\alpha) \sigma_y \\ \sigma_t &= \cos^2(\alpha) \sigma_y \\ \tau_{lt} &= \sin(\alpha) \cos(\alpha) \sigma_y \end{aligned}$$



Etant donné que  $E_l$  et  $E_t$  sont des fonctions non-linéaires ;  $E_t = f(E_{0t}, \sigma_t, \sigma_{rup})$  et  $E_l = f(E_{0l}, \sigma_l, \sigma_{rup})$  et en admettant que les coefficients de POISSON dans les deux directions sont constants l'équation (0) sera de la forme :

$$\varepsilon_y = \sigma_y \left[ \frac{S^4}{f(E_{\alpha}, \sigma_l, \sigma_{lRup})} + \frac{C^4}{f(E_{\alpha}, \sigma_t, \sigma_{tRup})} + \frac{C^2 S^2}{G_{lt}} - \frac{2\nu_{lt} C^2 S^2}{f(E_{\alpha}, \sigma_t, \sigma_{tRup})} \right]$$

où  $G_{lt}$  est le module instantané à chaque niveau de contrainte. Nous traçons la courbe  $\tau_{lt} - \gamma_{lt}$  calculée pour les moyennes des essais FIG (II.20).

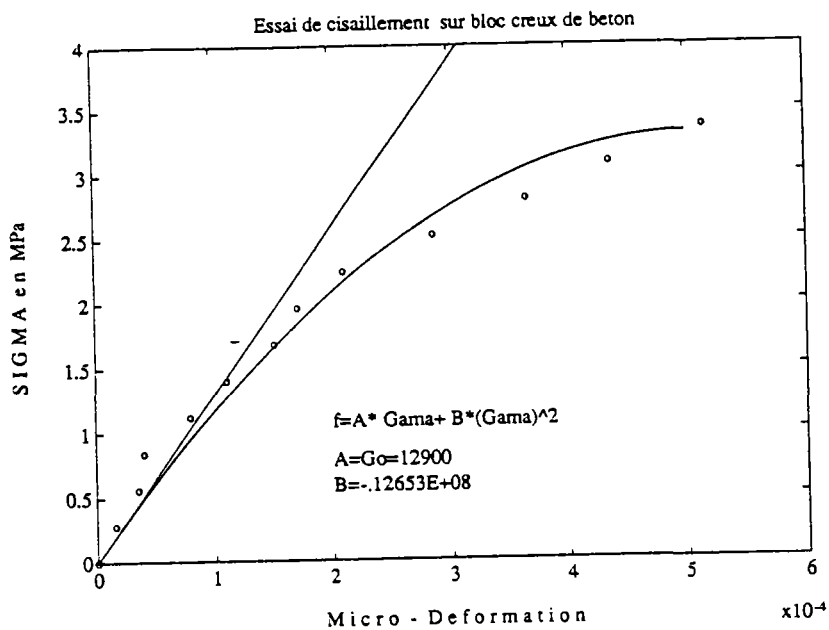


FIG (II.20)

le tableau (II.7) les résultats expérimentaux :

Caractéristique mécanique	Valeur moyenne				Ecart type
	$\tau_{lt}$	$\sigma_l$	$\sigma_t$	$\sigma_y$	
Etat de contrainte à la rupture	1,65	0,952	2,85	3,8	0,6
Module de cisaillement initiale $G_{lt}$	12900 MPa				1300

Tableau (II.7) : résultats des essais sur blocs inclinés

### 3.5 IDENTIFICATION DU MATERIAU CONSTITUTIF DU BLOC DE BETON

- essais flexion-compression

Il s'agit d'essais de flexion/compression réalisés sur des prismes de 7 x 7 x 200 découpés dans 7 blocs pleins fabriqués avec le même béton et dans la même unité..

Les résultats de ces essais sont donnés sur le tableau (II.8) :

N° éprouvette	mva kg/m <sup>3</sup>	Résistance en flexion fl (MPa)	Résistance en compression fc (MPa)	Schéma d'essai
1	2200 - 2170	1,26	35,6 - 33,3	
2	2280 - 2160	1,17	50,6 - 38,6	
3	2180 - 2170	1,13	52,8 - 46,1	
4	2150 - 2170	1,12	52,2 - 48,5	
5	2130 - 2150	1,20	48,3 - 43,9	
6	2240 - 2340	1,22	37,3 - 25,9	
7	2170 - 2080	1,11	42,10 - 41,9	
moyenne	2190	1,17	42.64	

TABLEAU (II.8) :

### 3.6 IDENTIFICATION DU JOINT DE MORTIER

- Objectif :

Il s'agit de déterminer la loi de comportement du joint de mortier dans la direction normale et tangentielle à son plan majeur, ainsi que sa loi de frottement. L'expérience montre que les caractéristiques de déformabilité du joint sont très influencées par leurs conditions aux limites dans la structure et par leur faible épaisseur PAGE [39]. Ainsi, les mesures directes de la déformabilité du mortier (essais sur prisme normalisé) donnent des résultats peu représentatifs du comportement du mortier in situ.

- Comportement du joint de mortier en compression :

Pour étudier le comportement du joint en compression, nous avons adopté l'approche proposée par PAGE [39]. Ceci consiste à déduire indirectement les caractéristiques de déformabilité du joint de mortier à partir des essais sur éléments de maçonnerie individuels et sur des assemblages de blocs/mortier (couplets).

Les résultats d'essais sur blocs creux ont montré une dispersion relativement importante; nous avons donc choisi d'effectuer les essais sur éléments de maçonnerie avec des blocs de béton pleins fabriqués avec le même béton que les blocs creux utilisés pour les essais.

La figure (II.21) montre les courbes contrainte-déformation d'un bloc plein pour les sept corps d'épreuves testés. Nous constatons que les résultats sont relativement homogènes et que la relation contrainte-déformation est non-linéaire.

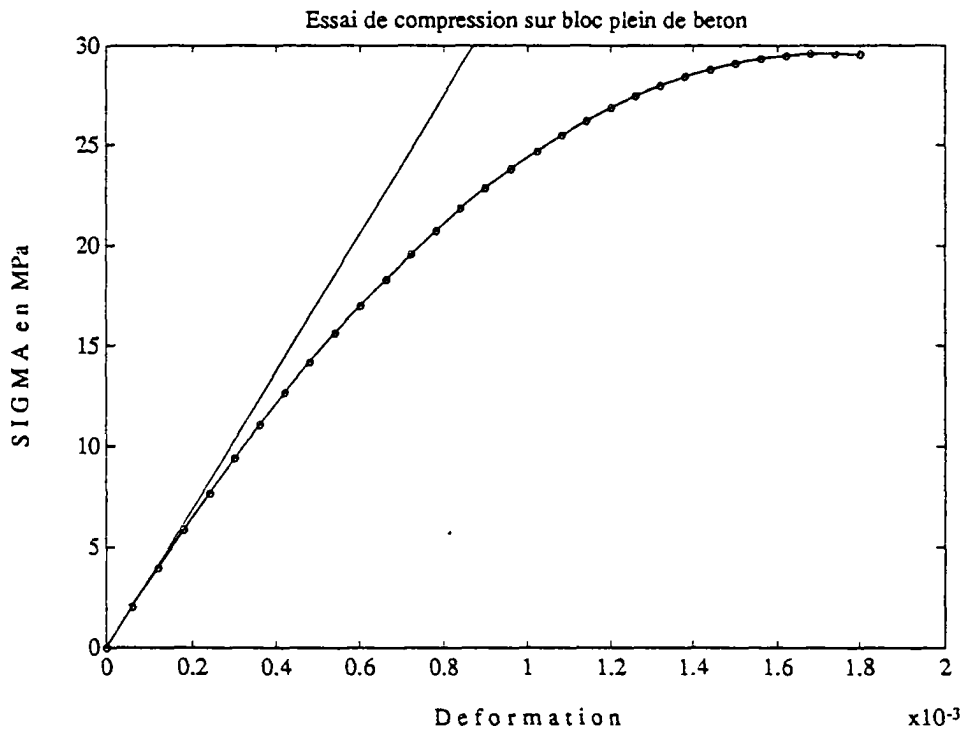


figure (II.21) : courbes contrainte-déformation pour un bloc de béton plein

Le tableau (II.9) montre les résultats d'essais sur les blocs pleins.

ESSAI N°	Contrainte à la rupture (MPa)	Module de Young initiale E <sub>0</sub> (MPa)	Schéma d'essai
1	37,7	35 350	
2	36,1	32 000	
3	35,4	30 180	
4	37,8	33 500	
5	33,3	34 300	
6	30,7	32 400	
7	35,00	33 900	
moyenne	35,15	33 090 MPa	

TABLEAU (II.9) : essais de compression simple sur bloc plein

Identiquement aux cas précédents nous avons modéliser la relation-déformation du bloc plein par une forme parabolique d'équation :

$$\sigma = b\varepsilon^2 + a\varepsilon \quad ; \text{ avec } b = -0,92761 \times 10^7 \text{ et } a = E_0 = 34800 \text{ MPa}$$

avec E<sub>0</sub> = 34 380 MPa

- Essais sur assemblage :

Il s'agit de déterminer la rigidité apparente de la maçonnerie (élément + joint de mortier). Le tableau (II.10) donne le programme d'essai ainsi défini.

N° essai	type de mortier	âge du mortier	TYPE DE JOINT	
			armé	non armé
1	CPJ 45	7 jours	-	3
	M 30	28 jours	3	3
2	Chaux	7 jours	-	3
	M5	28 jours	3	3

TABLEAU (II.10)



Dispositif de mesure :

Les essais ont été réalisés à l'aide d'un déformètre à bille de base de 200 mm voir figure (II.22). L'erreur maximale de lecture de l'instrument de mesure est de  $\pm 1\text{mm}$  à  $20^\circ\text{C}$ .

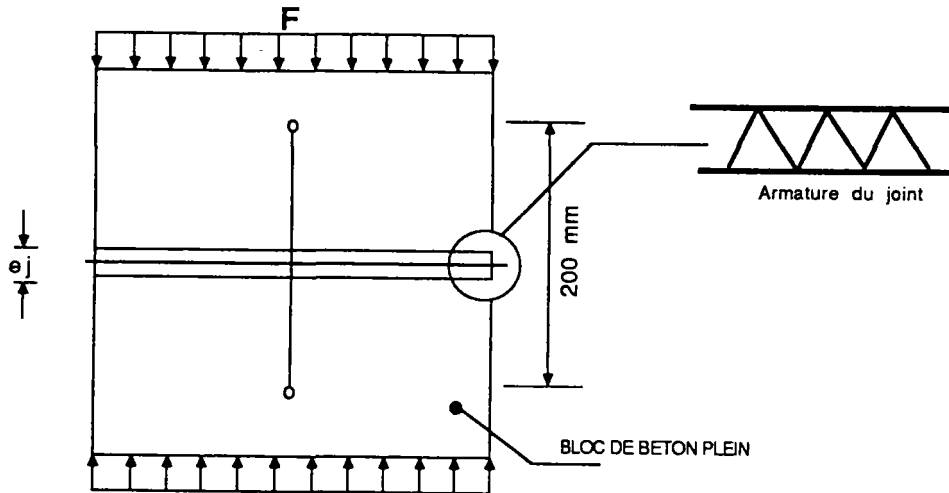


figure (II.22) : dispositif de mesure pour un essai d'assemblage

On constate en premier, l'influence de la qualité du joint de mortier sur la rigidité globale de la maçonnerie. La figure (II.23) montre la différence de déformabilité globale de l'assemblage pour des essais effectués avec mortier M5 et M30

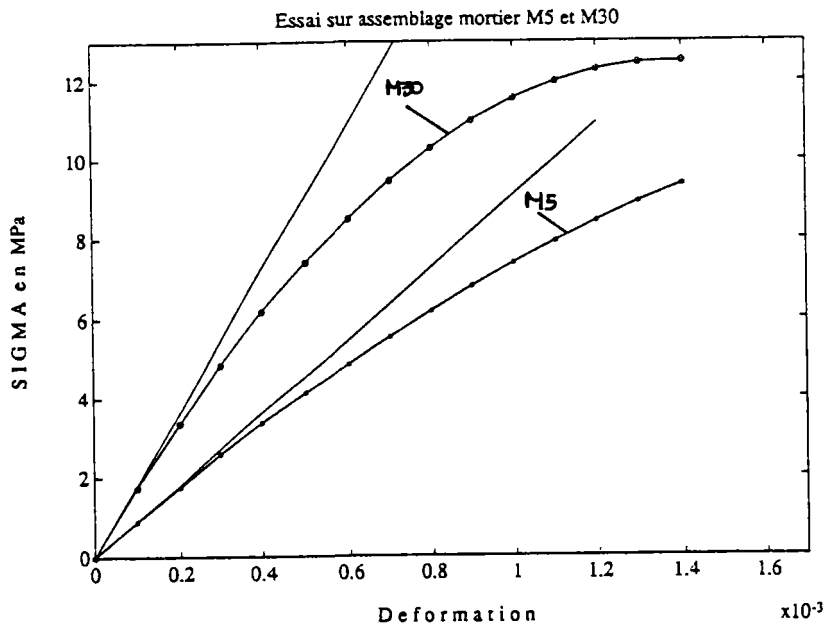


figure (II.23) : influence de la qualité du joint sur la déformabilité globale de l'ensemble

Nous avons approché les deux courbes par deux fonctions paraboliques :

M30 :  $\sigma = (0.2501 \times 10^5) \varepsilon - (0.65895 \times 10^7) \varepsilon^2$  (MPa)

M5 :  $\sigma = (0.1835 \times 10^5) \varepsilon - (0.3128 \times 10^7) \varepsilon^2$  (MPa)

-  $E_0(M30) = 25010$  (MPa)

-  $E_0(M5) = 18350$  (MPa)

où  $E_0$  est le module apparent initial de l'assemblage (bloc - joint)

Connaissant le comportement d'un bloc individuel ainsi que le comportement apparent de l'assemblage, on peut calculer la déformabilité du joint de mortier en supposant que le déplacement total de l'assemblage est égal à la somme des déplacements de ses composants :

$$\Delta U_{total} = \Delta U_{bloc} + \Delta U_{joint} \dots(1)$$

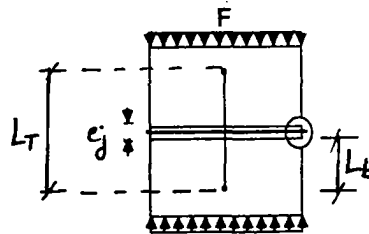
si  $L_t$  = longueur totale de la base de mesure tel que  $L_t = 2L_b + e_j$

$L_b$  = longueur des blocs

$e_j$  = épaisseur du joint

de l'équation (1)

$$\varepsilon_T L_T = 2\varepsilon_b L_b + \varepsilon_j e_j \Rightarrow \varepsilon_j = \frac{\varepsilon_T L_T - 2\varepsilon_b L_b}{e_j} \dots\dots\dots(2)$$



La figure (II.24) montre la courbe contrainte-déformation du joint de mortier comparée avec celle de l'assemblage et d'un bloc individuel.

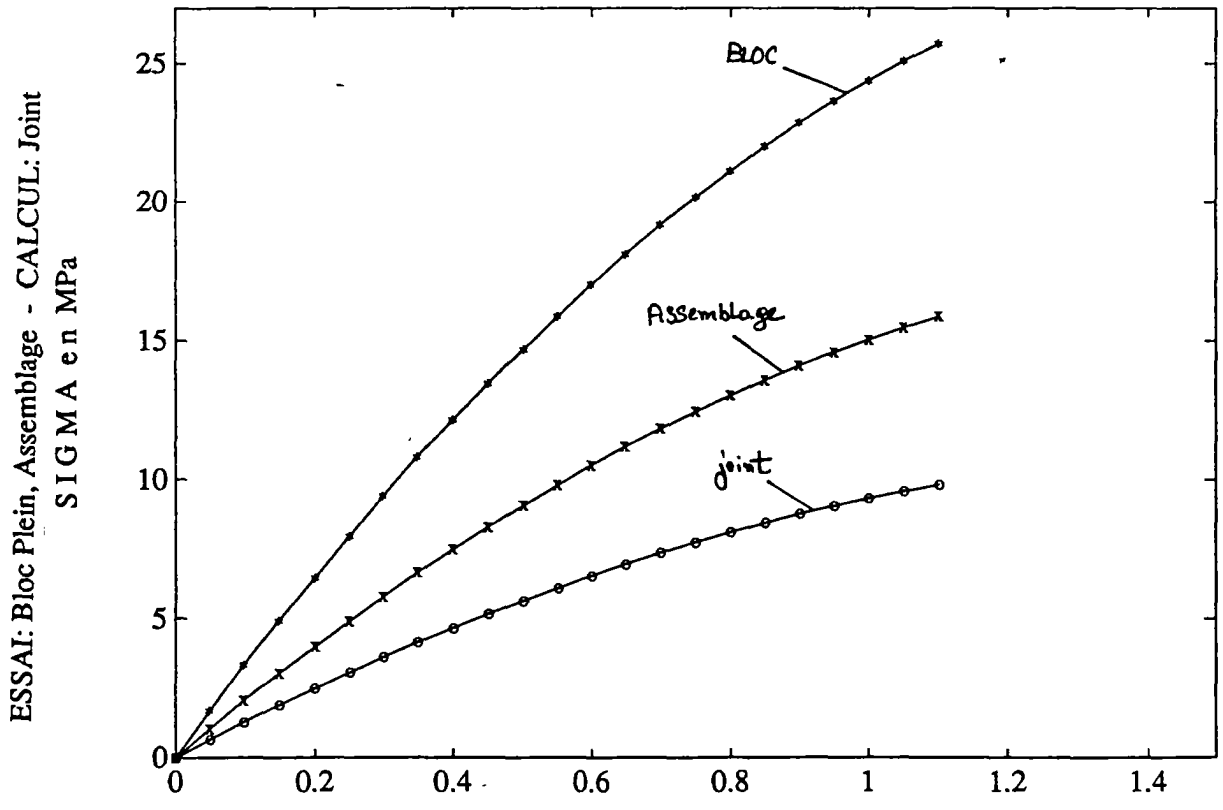


figure (II.24) : comportement du joint de mortier calculé

x10<sup>-3</sup>  
deformation

Le comportement du joint (M30) en compression est de la forme :

$$\sigma_n = E_{oj} \varepsilon_n + a \varepsilon^2$$

avec  $E_{oj} = 10480 \text{ MPa}$

$$a = - 0.1738 \times 10^7$$

Notons que les essais sur des assemblages avec joint armé et ceux sur assemblages non armés ont donnés des résultats similaires.

Nous concluons que l'influence des armatures sur les caractéristiques de déformabilité du joint dans la direction normale peut être négligée. Ainsi l'équation (3) reste valable pour les deux types de joint.

### 3.7 ESSAIS SUR MURET A JOINTS INCLINES NON ARMES

La technique utilisée pour caractériser le comportement du joint dans la direction normale est aussi appliquée lorsque le chargement fait un angle  $\theta$  avec le plan du joint. Le programme des essais est présenté dans le tableau (II.11).

Essais n°	Nature du corps d'épreuve	Inclinaison des lits : $\theta$	Schéma
1	blocs	30°	
2	béton	45°	
3	20 x 20 x 50	45°	
4	cm	45°	
5	à 6 trous	60°	

TABLEAU (II.11)

#### 3.7.1 Modalités des essais :

Les essais sont réalisés dans une presse à colonnes LOSENHAUSEN de 5000 KN. Le corps d'épreuve est mis en place directement entre les plateaux supérieur et inférieur de la presse et la ligne d'application de l'effort de compression coïncide avec l'axe géométrique du corps d'épreuve. Avant essai, on réalise 5 cycles de chargement/déchargement avec une contrainte principale  $\sigma_1$  variant de 0 et 0,1 MPa.

Après le dernier cycle de chargement la rotule sphérique bloquée et la contrainte  $\sigma_1$  est augmentée par paliers de 0,2 MPa. Chaque palier de chargement est maintenu pendant 10 minutes, temps nécessaire à l'enregistrement des mesures de déformation.

### 3.7.2 Dispositif de mesure :

Les mesures de déformation de la maçonnerie sont réalisées à l'aide d'un déformètre à bille numérique de résolution  $+1\mu\text{m}$ . La position des points de mesure formant une "rosette" à 4 axes est indiquée sur les figures (II.25) (II.26).

### 3.7.3 Calcul de la déformation au cisaillement :

Connaissant ( $e_1$ ,  $e_2$ ,  $e_3$ ) valeurs des déformations mesurées dans les 3 directions :

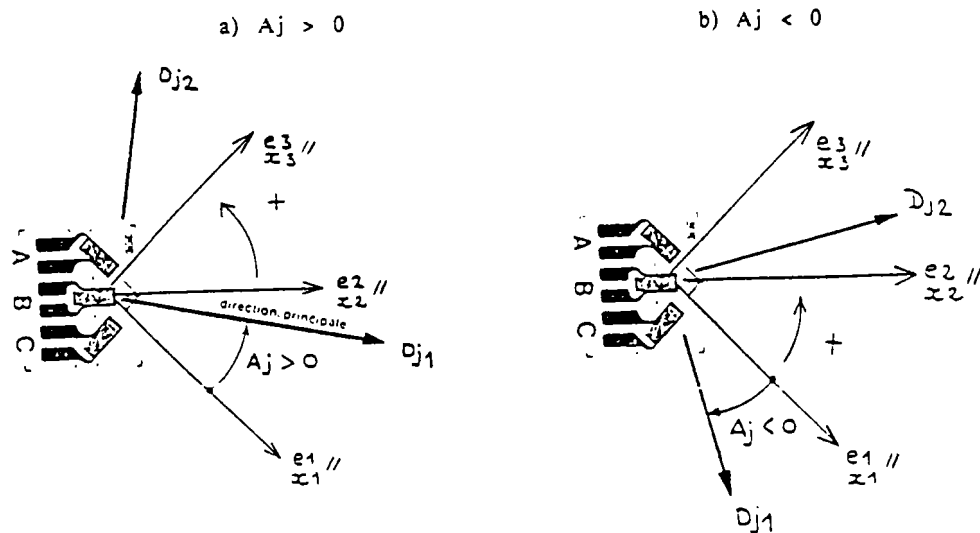


FIG ( II.25)

nous pouvons calculer les composantes du tenseur des déformations principales ( $D_j$ ) au point défini par la rosette n° j par la formule suivante :

$$D_{j_2}^i = \sqrt{e_{j_1} + e_{j_3} \pm \left[ (e_{j_1} - e_{j_3})^2 + 2(e_{j_2} - e_{j_1} - e_{j_3})^2 \right]}$$

Il s'agit des deux déformations principales majeure et mineure au point j. L'angle par rapport à la direction principale est donné, pour la rosette j, par la formule :

$$A_j = 1/2 \operatorname{Arctg} \left( \frac{2e_{j_2} - e_{j_1} - e_{j_3}}{e_{j_1} - e_{j_3}} \right)$$

Le tenseur des déformations principales et l'angle de rotation étant connus, on peut calculer la déformation au cisaillement par :

$$\gamma_{12} = (D_{j1} - D_{j2}) \sin(A_j) \cos(A_j)$$

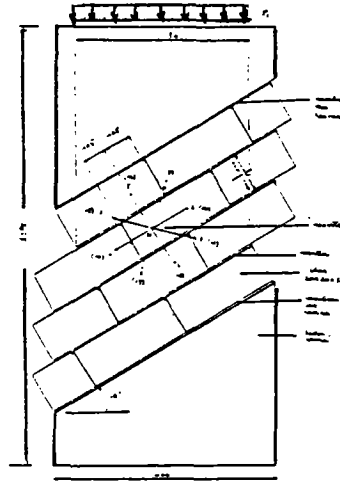


figure (II.26) : schéma d'essais à joints inclinés.

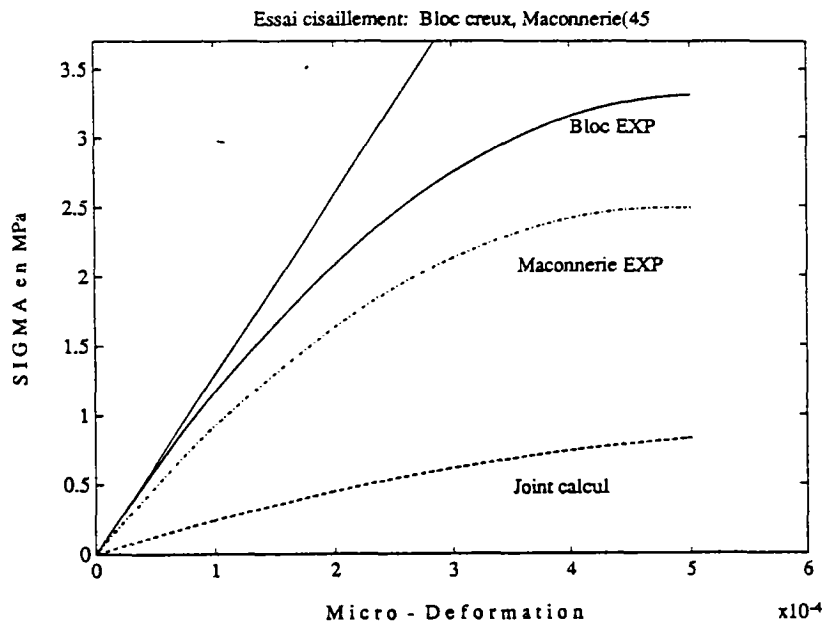


figure (II.27) : courbes contrainte - déformation tangentielle (bloc ; maçonnerie ; joint)

En appliquant la même technique de calcul utilisée pour l'identification du comportement du joint en compression, on a pu déduire le comportement du joint de mortier en cisaillement.

La figure (II.27) montre le comportement apparent de la maçonnerie en cisaillement comparé avec ceux du bloc creux individuel et du joint de mortier. Notons que le mode de rupture observé au cours des essais était essentiellement par cisaillement du joint médian, le tableau (II.12) montre les résultats de ces essais.

N° essai	inclinaison $\theta$	charge à la rupture (KN)	ETAT DES CONTRAINTES			MODE DE RUPTURE
			$\sigma_n$ (MPa)	$\sigma_t$ (MPa)	$\tau_{nt}$ (MPa)	
1	30°	648	2,7613	0,92	1,6	cisaillement et compression du joint ; fissuration verticale des blocs
2	45°	465	1,4	1,4	1,4	cisaillement joint médian
3	45°	550	1,6566	1,6566	1,6566	cisaillement joint médian
4	45°	481	1,45	1,45	1,45	cisaillement joint médian
5	60°	285	0,51	1,53	0,8815	cisaillement joint médian

TABLEAU (II.12)

## 7.8 ESSAIS DE CISAILLEMENT DIRECT (BLOC - MORTIER) :

### 7.8.1 Modalités des essais :

Les maquettes décrites dans le tableau n° 13 ont été confectionnées. La pose des 3 rangs de blocs a été réalisée à l'horizontale avec un mortier dont les caractéristiques sont identiques à celles utilisées pour les murets à joints inclinés. Les dimensions du corps d'épreuve sont données sur la figure (II.28). Le corps d'épreuve est mis en place dans un portique d'essai des fixations et les charges verticale et horizontale sont transmises à l'aide de vérins hydrauliques.

Le chargement est effectué selon les indications du tableau (II.13) :

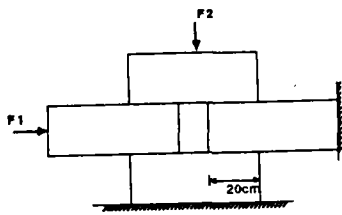
N° essai	contrainte $\sigma_2$ (sous charge F2) MPa	contrainte $\sigma_1$ (sous charge F1) MPa	Schéma d'essai
1	0,0375	AUGMENTATION jusqu'à obtention d'un cisaillement du joint	
2	0,0625		
3	0,1		
4	0,125		
5	0,3		
6	0,4 0,5		

TABLEAU : (II.13)

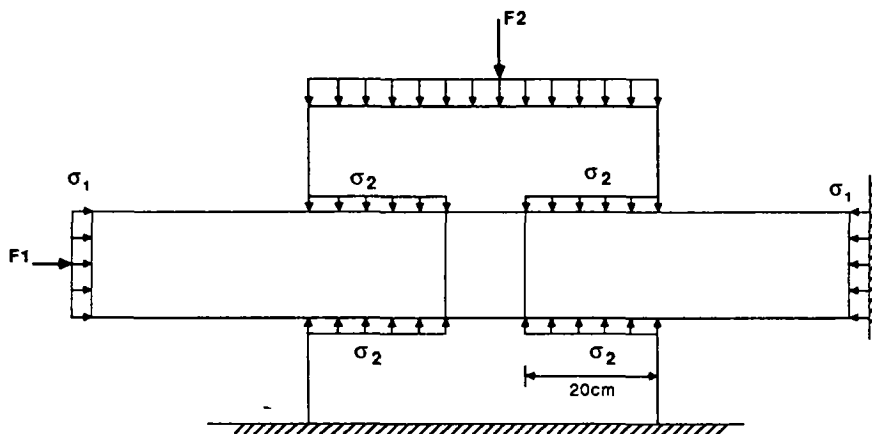


figure (II.28) : schéma d'essai de cisaillement

- Dispositif de mesure :

Il est constitué de :

- deux capteurs de forces
- deux capteurs de déplacement linéaire

### 3.8.2 Résultats des essais :

Les résultats des essais sont consignés sur le tableau () donnant les charges et les modes de rupture pour chaque essai. La contrainte de cisaillement est calculée en supposant qu'elle est répartie uniformément à l'interface (bloc-mortier).

essai	$\sigma_n$	$\tau_{ultime}$	Mode de rupture
1	0,0375	0,2368	Glissement à l'interface joint - bloc
2	0,0625	0,3118	
3	0,1	0,4276	
4	0,125	0,4513	
5	0,3	0,565	
6	0,3	0,592	
7	0,5	0,776	

La figure (II.29) montre la courbe enveloppe ( $\tau$ ,  $\sigma_n$ ) du joint de mortier (interface : bloc - joint). On constate que pour des faibles valeurs de contrainte normale ( $\sigma_n$ ) on peut représenter cette courbe par une fonction bilinéaire d'équation :

$\tau_{ult} = 0,13 + 2,75 \sigma_n$  : pour  $\sigma_n \leq \sigma_n \text{ critique}$   
 $\tau_{ult} = 0,36 + 0,487 \sigma_n$  : pour  $\sigma_n > \sigma_n \text{ critique}$   
avec  $\sigma_n \text{ critique} = 0,1 \text{ MPa}$

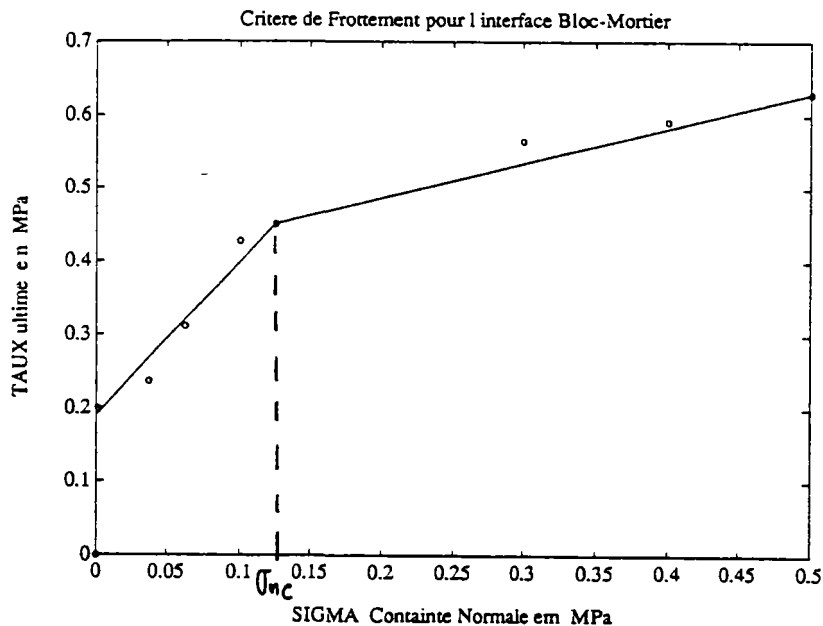


fig. (II.29) variation de la contrainte ultime de cisaillement en fonction de la contrainte normale de compression.



Notons que cette forme bilinéaire du comportement de l'interface bloc-mortier n'est valable que pour des valeurs de contrainte normale inférieures ou égale à 0,4 MPa. Or nous avons constaté lors des essais sur murets à joints inclinés que le mode de rupture a eu lieu par glissement du joint médian. Ceci nous a permis de combiner les résultats des deux essais afin de déterminer l'évolution du comportement de l'interface pour des valeurs de contrainte normale supérieures à 0,4 MPa. On constate, sur la figure (II.29), que la courbe enveloppe ne peut plus être assimilée à une forme bilinéaire. Nous avons modélisé ce comportement moyennant un lissage des points de mesures par une fonction continue de la forme

$$f(X) = a(X-c)^b$$

D'où la nouvelle équation de la courbe enveloppe

$$\tau_{\text{ultime}} = 0,93729 (\sigma_n + 0,2)^{0,75414} \quad (\text{MPa})$$

La figure (II.30) montre la forme de la courbe enveloppe comparée avec les points de mesures

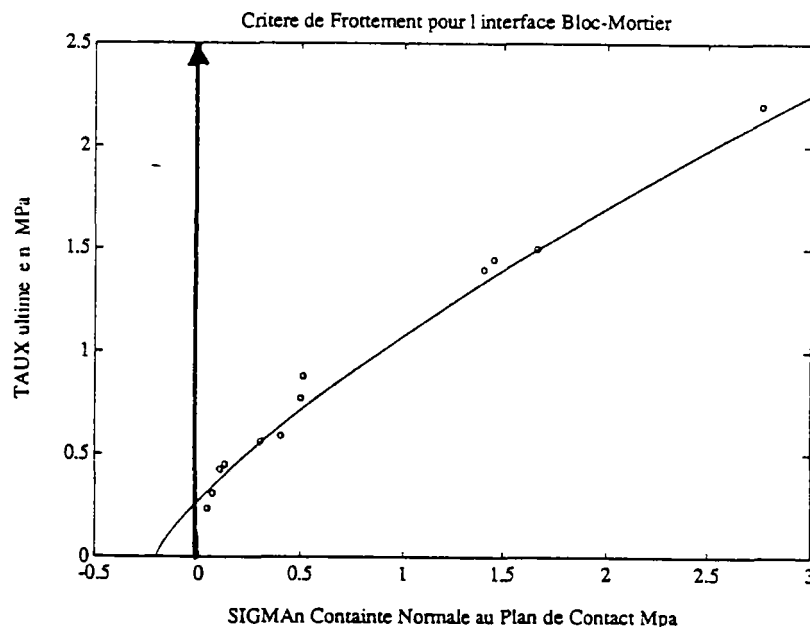


Figure (II.30) Nouvelle forme de la courbe enveloppe

Notons que cette loi de frottement n'est valable que pour la maçonnerie constituée en blocs pleins de béton ; pour la maçonnerie à base de blocs creux une autre loi de frottement doit être déterminée expérimentalement.

Ceci est du en fait, à la nature différente de surface de contact ( surface relativement lisse pour la brique et rugueuse pour le bloc de béton). Voir figure (III.31)

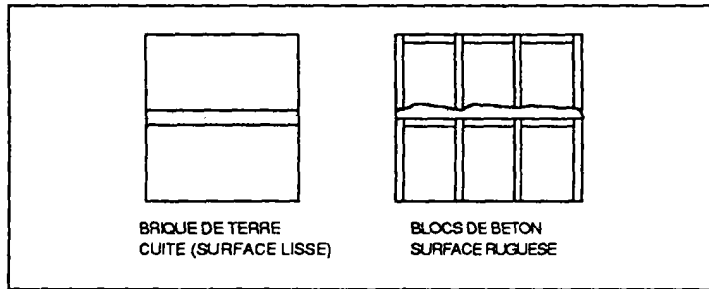


FIG (II.31)

### 3.9 CONCLUSION SUR LA PARTIE EXPERIMENTALE

Cette étude expérimentale d'identification nous a permis de déterminer ce qui suit :

\* briques :

- le comportement linéaire fragile des briques creuses a été confirmé. Les caractéristiques mécaniques de la brique homogénéisée ont été déterminées par des essais de compression simple dans trois directions.

\* blocs :

- Contrairement au cas des briques, le comportement des blocs creux du béton est sensiblement non-linéaire. Les différents essais envisagés sur les blocs ont permis de déterminer les différentes caractéristiques de déformabilité.

Notons que la résistance à la compression des deux types de maçonneries a été déterminée selon les trois chemins de chargement. Ceci devrait permettre la détermination des critères de rupture spécifiques à chaque matériau.

\* joint de mortier :

- Le traitement spécial des essais d'identification du comportement du joint a permis de déterminer la loi de comportement dans les directions perpendiculaire et parallèle à son plan.

Les résultats de ces essais ont montré que ce comportement en compression normale et en cisaillement est sensiblement non linéaire. Ainsi la rigidité du joint de mortier en compression est plus faible que celle de la maçonnerie et des éléments de maçonnerie ce qui est en contradiction avec les résultats des travaux de SHAAN [48]. Ceci peut être expliqué par le type des corps d'épreuves utilisés par SHAAN (cylindre 160 x 320 ou prisme 100 x 100 x 100) qui sont incapables de représenter le comportement du joint de mortier très mince.

D'autre part, les résultats des essais sur joint de mortier armé ont montré que l'influence des armatures sur la rigidité globale du joint dans la direction normale est très faible et peut être négligée sans erreur appréciable.

Ainsi le couplage des essais de cisaillement direct et de compression sur murets à joints inclinés nous a permis d'identifier un critère de frottement spécifique à l'interface bloc-mortier. Notons que ce critère ne confirme pas les hypothèses de HENDRY [42] qui conduisent à envisager comme acceptable un critère de Coulomb limité en traction et en compression.

## **CHAPITRE III**

### **MODELISATION ET DEVELOPPEMENT**

<p style="text-align: center;"><b>CHAPITRE III</b> <b>MODELISATION DE LA MAÇONNERIE</b> <b>ARMEE</b></p>
--

### III - 1 INTRODUCTION

L'étude expérimentale d'identification étant effectuée, nous consacrerons ce chapitre à la modélisation proprement dite de la maçonnerie armée par la méthode des éléments finis. En effet, le développement rapide de l'informatique a donné un nouvel élan à la recherche en mécanique des solides. Or, pendant longtemps, l'élasticité linéaire, faute de moyens de calcul insuffisants, a été retenue pour le dimensionnement des structures en général et en particulier des structures composées en maçonnerie de petits éléments, bien que la non linéarité du comportement des structures en maçonnerie soit reconnue. Ceci a été mis en évidence dans la partie expérimentale de cette étude : La non linéarité du comportement global de la maçonnerie est due d'une part, aux phénomènes de glissement et du frottement ainsi qu'au comportement également non linéaire des joints de mortier, et d'autre part aux phénomènes de fissuration et de plastification des éléments de maçonnerie qui se manifestent généralement après la rupture du joint.

Nous proposons dans ce chapitre un modèle de calcul aux éléments finis permettant de suivre l'évolution physique de la maçonnerie au cours de l'histoire du chargement et allant jusqu'à la ruine.

Ce modèle sera capable de déterminer les charges ultimes appliquées aux structures afin d'établir des règles de calcul pour leur dimensionnement.

Dans ce chapitre nous présenterons succinctement le code de calcul CESAR (LCPC) choisi pour le développement du modèle puis nous aborderons les problèmes posés par la modélisation du comportement des joints de mortier et ceux relatifs aux comportements des éléments de maçonnerie.

### III - 2 LE CODE DE CALCUL CESAR (LCPC)

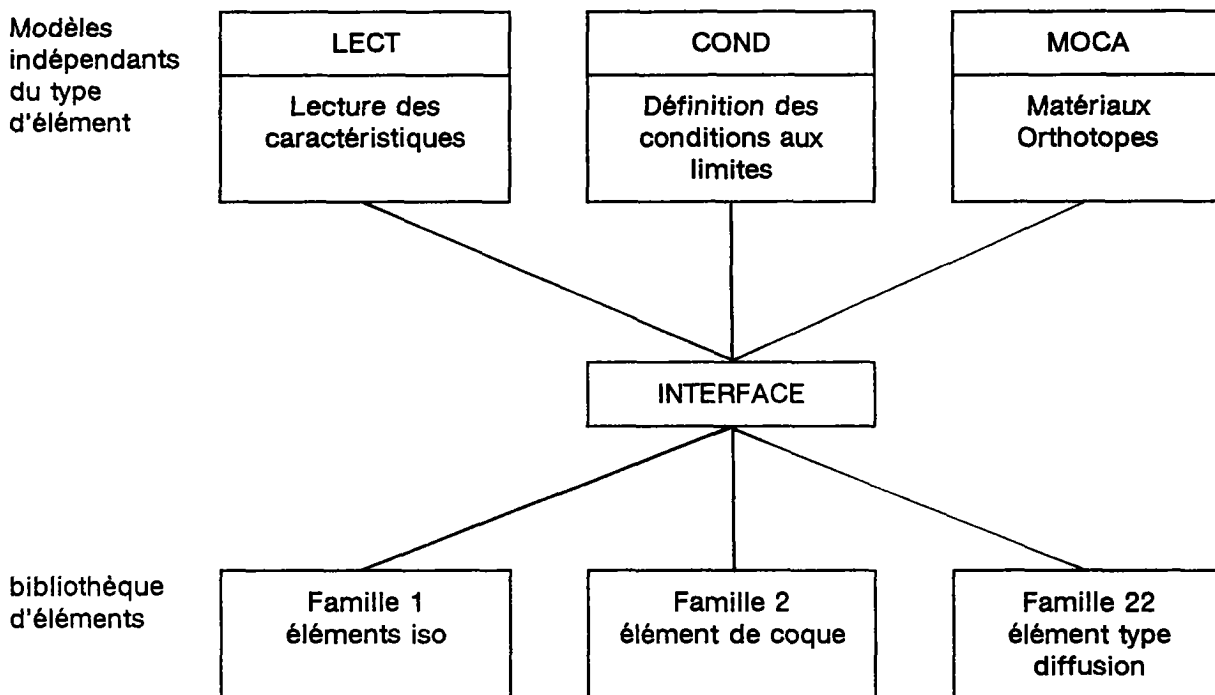
CESAR est un programme de calcul par éléments finis développé au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées : il est essentiellement destiné à traiter les problèmes de mécanique ainsi que les problèmes thermiques et hydrauliques.

Sa structure modulaire utilisant la notion des blocs fonctionnels proposée par G. DHAT et G. TOUZOT [54] permet aisément l'introduction de nouvelles possibilités.

Le programme comporte un ensemble de modèles indépendants du type d'élément fini considéré. Chacun des ces modules a une fonction caractérisée le plus souvent pour le type de problème à résoudre (recherche de modes propres, résolution des problèmes d'élasticité et d'élastoplasticité, etc...).

Par ailleurs, le programme comporte une bibliothèque d'éléments. Ces éléments sont regroupés par familles en fonction du type de modélisation qu'ils permettent.

Nous donnons ci-dessous une présentation schématique du code.



Nous avons été amenés dans le cadre de cette étude à développer essentiellement trois modules :

- a - le module TACT :                   destiné à traiter les problèmes de contact entre solides élastiques
- b - le module COPL:                   pour le traitement des problèmes de contact entre solides anélastiques
- c - le module PLAS:                   pour le traitement des problèmes d'élastoplasticité

ainsi que dans la famille 06, un élément de contact à six noeuds

### III - 3 MODELE PROPOSE

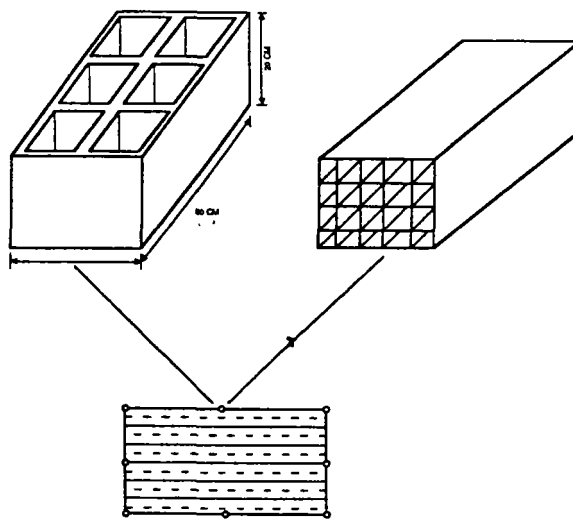
#### 3.1 STRATEGIE GLOBALE DE LA MODELISATION

La diversité des maçonneries creuses utilisées en France, l'hétérogénéité de la structure interne des éléments et du composite mortier-acier rendent délicate la modélisation de la maçonnerie considérée comme un seul matériau composite ; ceci nécessite en effet du point de vue pratique une étude expérimentale relativement poussée [44] [47] [48] indispensable pour homogénéiser le matériau "MACONNERIE ARMEE".

D'autre part, une modélisation fine de la maçonnerie armée intégrant chaque composant à part (les éléments et leurs structures internes, les joints de mortier, les armatures et le contact entre chacun de ces composants) impose un passage à un modèle tridimensionnel très lourd en temps de calcul et volumineux en taille, par suite probablement inexploitable. Dans l'état actuel de développement technologique des moyens informatiques cette approche n'est pas possible.

Nous avons choisi de nous placer à mi chemin entre ces deux approches et de modéliser la maçonnerie armée considérée comme un matériau à deux composants : d'une part les éléments creux et d'autre part les joints de mortier (armé ou non).

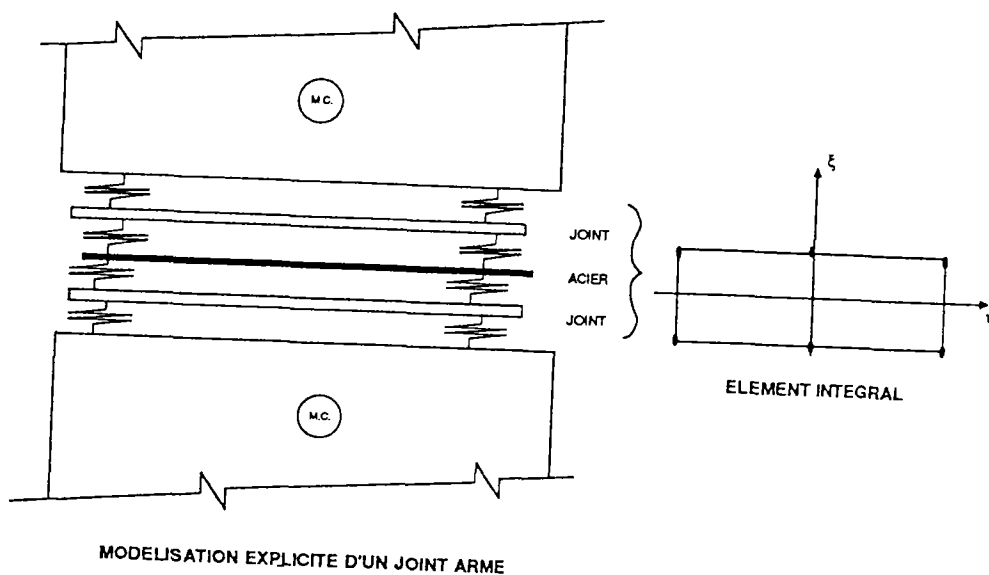
Nous surmontons la difficulté de la modélisation tridimensionnelle qu'impose la structure interne des éléments creux en supposant qu'ils se comportent comme des matériaux anisotropes. Ceci permet d'adopter une modélisation en 2D et d'intégrer à la fois l'effet de la structure interne des blocs. Cette hypothèse permet ainsi de traiter les divers produits existant en France sans aucun changement dans le modèle.



élément bidimensionnel  
anisotrope équivalent

D'autre part, nous modélisons le composite joint-armé ainsi que les phénomènes de contact entre les blocs et le mortier par un seul élément.

Cet élément présente des caractéristiques de déformabilité différentes dans les directions normale, parallèle au plan du contact et dans la direction de cisaillement, et intègre à la fois les phénomènes de glissement, frottement et décollement qui se présentent dans le joint de mortier.



### III - 4 MODELISATION DU COMPORTEMENT DES JOINTS DE MORTIER

#### 4.1 "ADAPTATION DE L'ELEMENT DE CONTACT EXISTANT DANS LE CODE CESAR"

Nous avons choisi de modéliser le comportement intégral du joint de mortier armé ou non armé par un élément de contact existant dans le code CESAR et présenté dans le chapitre II (6.4.2).

En effet, cet élément était conçu pour modéliser des surfaces ou des plans de contact, il a nécessité quelques développements pour être adapté à la modélisation des joints de mortier. Nous allons présenter sommairement le schéma général de sa formulation et nous nous bornerons par la suite aux différentes étapes d'adaptation.



#### 4.2 RELATION CONTRAINTE-DEFORMATION DE L'ELEMENT DE CONTACT

Pour calculer l'incrément du tenseur des contraintes, on associe à chaque élément une loi de comportement permettant de prendre en compte les différentes lois de comportement reliant les contraintes aux déformations :

$$\{\Delta\sigma\}^{\text{local}} = [E]^{\text{local}} \{\Delta\varepsilon\}^{\text{local}} \dots\dots\dots(1)$$

dans le cas d'un problème plan :

$$\{\Delta\sigma\}^{\text{local}} = \begin{Bmatrix} \Delta\sigma_p \\ \Delta\sigma_n \\ \Delta\sigma_{np} \end{Bmatrix} ; \quad \text{et} \quad \{\Delta\varepsilon\}^{\text{local}} = \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_p \\ \Delta\varepsilon_n \\ 2\Delta\varepsilon_{np} \end{Bmatrix}$$

Les différentes lois de comportement qui peuvent être envisagées sont :

- a) - glissement parfait
- b) - adhérence
- c) frottement de Coulomb

A chaque loi, on associe une matrice de comportement [E]. Dans le cas du joint de mortier la nature du contact est de type frottement ; on se limite dans la suite au cas des éléments de type frottement, et au problème plan.

L'expression de la matrice de comportement dans le repère local est :

$$[E]^{\text{local}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_n & 0 \\ 0 & 0 & G_{np} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2)$$

où E et G représentent la rigidité normale et tangentielle au plan de contact respectivement.

L'expression de la matrice [E] dans le repère global est établi à l'aide de la matrice de passage [R] définie ci-dessous :

$$\{\sigma\}^{\text{global}} = [R] \{\sigma\}^{\text{local}} ; \quad \text{et} \quad \{\varepsilon\}^{\text{local}} = [R]^T \{\varepsilon\}^{\text{global}}$$

les exposants g et l correspondent respectivement aux repères global et local.

#### 4.3 CALCUL DE LA MATRICE DE RIGIDITE ELEMENTAIRE :

Le calcul de la matrice de rigidité est effectué en admettant le principe des travaux virtuels si  $\delta\omega_{int}$  et  $\delta\omega_{ext}$  le travail virtuel des efforts intérieurs et extérieurs on a :

$\delta\omega_{int} + \delta\omega_{ext} = 0$  pour tout champ de déplacement cinématiquement admissible.

$$\text{avec } \delta\omega_{int} = \int_{\text{volume}} \sigma_{ij} \delta\varepsilon_{ij} dV \quad (3)$$

soit finalement

$$\delta w_{int} = - \langle U^e \rangle \int_{\text{volume}} [B]^T [E] [B] dv : \{dU^e\} \dots\dots(4)$$

avec [B] : la matrice reliant les déformations aux déplacements nodaux de l'élément

$$\{\varepsilon\}^g = [B] \{U^e\}$$

l'équation (4) s'écrit sous la forme :

$$\delta w_{int} = - \langle U^e \rangle [K^e] \{\delta V^e\}$$

[K<sup>e</sup>] étant la matrice de rigidité élémentaire telle que :

$$[K^e] = \int_V [B]^T [E] [B] dV$$

#### PRISE EN COMPTE DES EFFORTS SUPPORTES PAR LES ARMATURES :

La formulation telle qu'elle est proposée ne permet pas de modéliser le comportement d'un joint de mortier armé ; en effet étant donnée la loi de comportement qui lui est associée, seuls des efforts normaux et tangentiels au plan du contact peuvent être équilibrés.

Ceci implique que la contrainte parallèle au plan du contact  $\sigma_p$  est toujours nulle. Dans le cas du plan, la schématisation du comportement de cet élément de calcul à six noeuds peut être représentée par un triplet de ressorts reliant deux à deux les noeuds en vis-à-vis (voir fig. (III.1)).

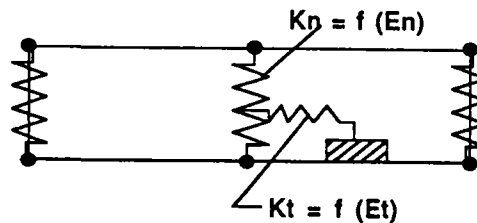


Fig (III.1) schéma du comportement de l'élément de contact existant dans le code CESAR

$K_n$  et  $K_T$  : rigidités dans la direction normale et tangentielle.

Or, vu le dispositif de renforcement des joints de mortier (armatures posées à l'horizontale et noyées dans le mortier), les armatures travaillent essentiellement dans la direction parallèle au plan du contact (P).

Pour résoudre ce problème nous avons été amenés à ajouter une nouvelle possibilité de la loi de comportement.

Il convient pour cela de définir dans le repère local une nouvelle matrice de la loi de comportement  $[E^1]$ . Cette matrice sert à calculer, d'une part, l'incrément du tenseur des contraintes  $\{\Delta\sigma\}$  et d'autre part à établir la matrice de rigidité élémentaire  $[KE]$ . Notons que les contraintes ainsi que la matrice élémentaire  $[Ke]$  sont calculées aux trois points d'intégration de Newton-cotes. Voir figure (III.2).

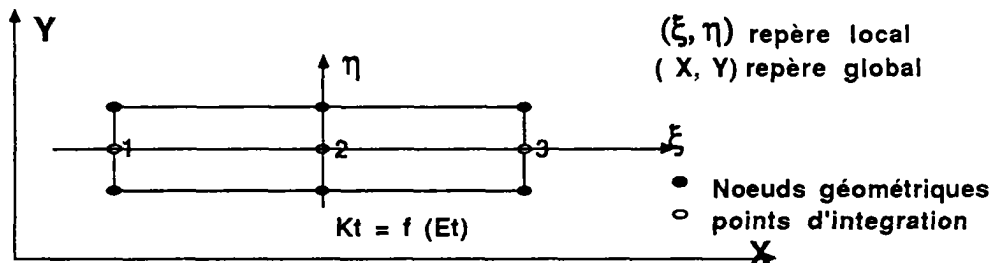


fig. (III.2) position des points d'intégration de Newton-Cotes

on définit donc la matrice  $[E^1]$  :

$$[E^1] = \begin{bmatrix} E_P & 0 & 0 \\ 0 & E_N & 0 \\ 0 & 0 & G_{NP} \end{bmatrix}$$

$$\text{D'où : } \begin{Bmatrix} \Delta\sigma_P \\ \Delta\sigma_N \\ \Delta\sigma_{NP} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_P & 0 & 0 \\ 0 & E_N & 0 \\ 0 & 0 & G_{NP} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_P \\ \Delta\varepsilon_N \\ \Delta\varepsilon_{NP} \end{Bmatrix}$$

Moyennant cette procédure, les armatures sont induites implicitement dans le calcul pour le module  $E_p$  qui représente la rigidité du joint armé dans le plan parallèle;  $E_p$  peut être le module équivalent résultant de celui des armatures et du joint [56], [57]. Or, l'étude expérimentale nous a montrée que la rigidité du mortier seul est très faible par rapport à celle des aciers, donc seule la rigidité des armatures sera prise en compte dans le coefficient  $E_p$ . En revanche, en adoptant cette approche les armatures seront considérées comme distribuées dans tout le volume de l'élément fini (voir fig. (III.3)) et par conséquent :

$E_p$  est le module de YOUNG dans la direction parallèle au plan du joint.

$$E_p = \frac{E_{\text{acier}} \times S}{2 \times e \times l}$$

avec :  $E_{\text{acier}}$  est le module de YOUNG des armatures  
 $2xe$  : est l'épaisseur totale de l'élément  
 $l$  : est la longueur de l'élément  
 $S$  : est la section totale des armatures

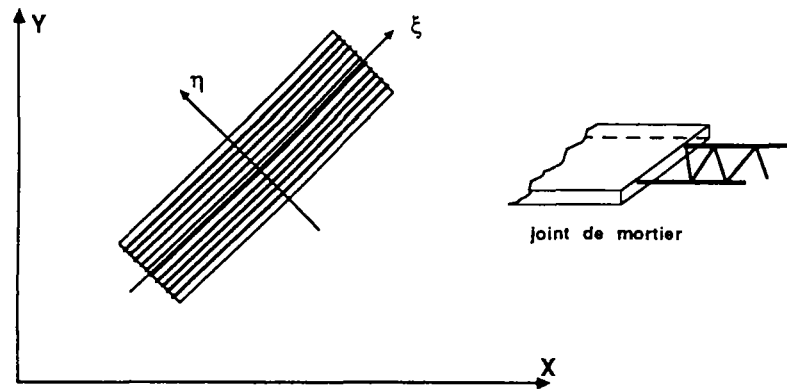


Figure (III.3) : armature modélisée implicitement et considérée comme distribuée dans l'élément de Contact

$E_n$ , module de YOUNG dans la direction normale au plan du joint, peut être considéré comme la résultante de la rigidité du mortier et des armatures. Or les essais effectués sur des assemblages de deux blocs et un lit de mortier armé et non armé ont montré la faible influence des armatures sur la rigidité globale du mortier dans la direction considérée. Donc on considère que seul le mortier travaille dans cette direction.

#### 4.5 CALCUL DES CONTRAINTES DANS L'ELEMENT POUR LA NOUVELLE LOI DE COMPORTEMENT

Nous allons examiner l'effet de la nouvelle matrice de comportement sur le schéma de calcul du tenseur de contrainte. En effet, compte tenu du caractère non linéaire du problème, les contraintes seront calculées d'une manière incrémentale.

En un point quelconque (x) de l'élément, l'incrément du tenseur des contraintes  $\{\Delta\sigma\}$  est relié à l'incrément du tenseur de déformation  $\{\Delta\varepsilon\}$  par la relation :

$$\{\Delta\sigma\} = [E] \{\Delta\varepsilon\}$$

soit encore dans le repère local au point (x)

$$\{\Delta\sigma\}^l = [E]^l [R^T] \{\Delta\varepsilon\} \quad \dots\dots(1)$$

On obtient l'incrément du tenseur de déformation dans le repère global par l'équation

$$\{\Delta\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_{xx} \\ \Delta\varepsilon_{yy} \\ \Delta\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \Delta U_{,x} \\ \Delta U_{,y} \\ \Delta V_{,x} \\ \Delta V_{,y} \end{Bmatrix}$$

$$\text{soit : } \{\Delta\varepsilon\} = [A] \{\Delta U_{,x}\} \quad \dots\dots\dots(2)$$

Pour exprimer l'incrément des déformations en fonction des déplacements dans le repère local  $\{U_{,\xi}\}$  on définit la matrice [J] telle que

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J^{-1}] \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{Bmatrix}$$

[J] est donc la matrice Jacobienne, elle sera calculée à chaque point d'intégration de l'élément

$$[J] = \begin{bmatrix} x_{,\xi} & y_{,\eta} \\ x_{,\eta} & y_{,\xi} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(3)$$

avec :  $x,y$  coordonnées cartésiennes dans le repère global  
 $\xi,\eta$  coordonnées intrinsèques du point considéré.

on peut donc écrire :

$$\begin{aligned} \{\Delta\varepsilon\} &= [A] \times \begin{bmatrix} [J^{-1}] & [0] \\ [0] & [J^{-1}] \end{bmatrix} \times \{U_{,\xi}\} \\ \Rightarrow \{\Delta\varepsilon\} &= [A] [T] \{U_{,\xi}\} \end{aligned}$$

or, on peut exprimer  $\{U, \xi\}$  en fonction des déplacements nodaux en définissant la matrice  $[L]$  dont les composants  $(H^i)_{\xi}$  sont les dérivés partielles par rapport à  $\xi$  et  $\eta$  des fonctions d'interpolation  $(N_i, \xi)$

$$\{U, \xi\} = [L] \{U^e\}$$

soit finalement

$$\{\Delta \varepsilon\} = [A] [\Gamma] [L] \{U^e\} \quad (4)$$

en exprimant  $\{\Delta \varepsilon\}$  par sa valeur dans (1) on obtient l'incrément de contrainte en fonction des déplacements par la relation

$$\{\Delta \sigma\}^l = [E]^l [R^T] [A] [\Gamma] [L] \{\Delta U^e\} \quad (5)$$

Cherchons à calculer l'expression (5) pour un point donné défini dans un élément considéré. Supposons que les axes des coordonnées intrinsèques coïncident avec les axes globaux fig. (III.4).

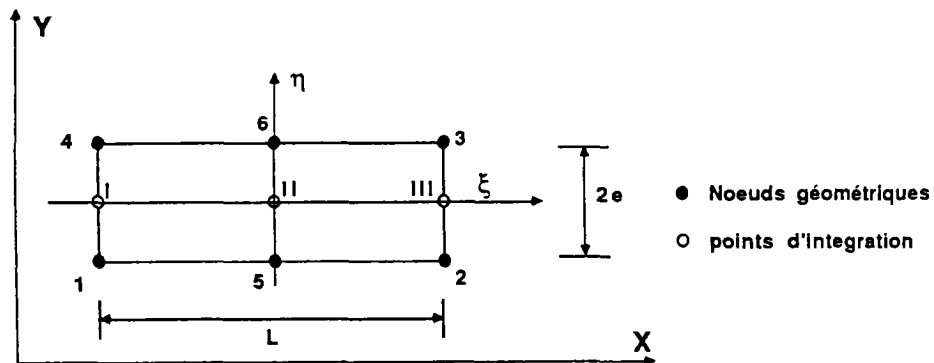


fig. (III.4) exemple de calcul choisi

Les fonctions d'interpolation  $\langle Ni \rangle$   $i = 1, 6$  sont quadratiques en  $\xi$  et linéaires en  $\eta$  ; leur expression est :

$$N1 = -\frac{1}{4} \xi (1 - \xi) (1 - \eta) ;$$

$$N2 = +\frac{1}{4} \xi (1 - \xi) (1 - \eta) ;$$

$$N3 = +\frac{1}{4} \xi (1 - \xi) (1 + \eta) ;$$

$$N4 = -\frac{1}{4} \xi (1 - \xi) (1 + \eta) ;$$

$$N5 = +\frac{1}{2} (1 - \xi) (1 - \eta) ;$$

$$N6 = +\frac{1}{2} (1 - \xi) (1 + \eta) ;$$

$H_{i,\xi}$  et  $H_{i,\eta}$  sont les dérivées de  $\langle Ni \rangle$  par rapport à  $\xi$  et  $\eta$  respectivement.

Prenons le point d'intégration intermédiaire n° 2 pour développer le calcul :

on a :

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; [E^1] = \begin{bmatrix} E_p & 0 & 0 \\ 0 & E_N & 0 \\ 0 & 0 & G_{NP} \end{bmatrix} ; [A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

sachant que  $[T] = \begin{bmatrix} [J]^{-1} & 0 \\ 0 & [J]^{-1} \end{bmatrix}$  et  $[J]_{(2)} = \begin{bmatrix} \langle N_{,\xi} \rangle \\ \langle N_{,\eta} \rangle \end{bmatrix} \times [\{X\} \{Y\}]$

$$\Rightarrow [J]_{(2)} = \begin{bmatrix} N1_{,\xi} & N2_{,\xi} & \dots & N6_{,\xi} \\ N1_{,\eta} & N2_{,\eta} & \dots & N6_{,\eta} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X1 & Y1 \\ X2 & Y2 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ X6 & Y6 \end{bmatrix} = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & L/e \end{bmatrix}$$

$$\text{DONC } [T]_{(2)} = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L/e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L/e \end{bmatrix}$$

soit encore  $[1]_{(2)}$  précédemment défini :

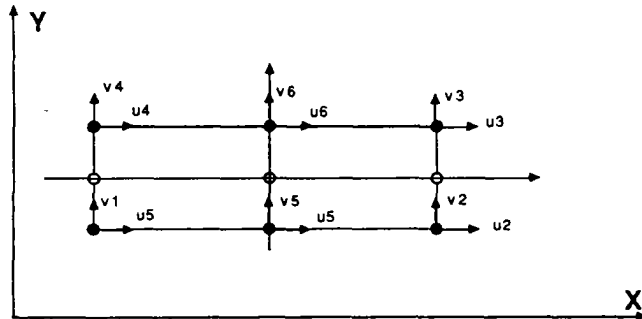
$$[1]_{(2)} = \begin{bmatrix} -1/4 & 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 & -1/4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & -1/4 & 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 & -1/4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$$

si on pose  $[C] = [E^1] [R]^T [A] [T] [L]$

$$[C] = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} -E^p/4 & 0 & E^p/4 & 0 & E^p/4 & 0 & -E^p/4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(E_n L/2e) & 0 & (E_n L/2e) \\ 0 & -G/4 & 0 & G/4 & 0 & G/4 & 0 & -G/4 & -\frac{GL}{2e} & 0 & \frac{GL}{2e} & 0 \end{bmatrix}$$

Les expressions des différentes matrices étant connues au point d'intégration intermédiaire de l'élément on peut donc trouver l'incrément du tenseur des contraintes en ce point  $\{\Delta\sigma\}_{(i)} = [C]_{(i)} \{U^e\}$

$$\text{donc } \left\{ \begin{array}{l} \Delta\sigma_p = \sum_{i=1}^{12} C_{1,i} \times U_i^e = \frac{1}{L} \left[ \frac{E_p}{4} (U_2 - U_1) + \frac{E_p}{4} (U_3 - U_4) \right] \\ \Delta\sigma_N = \sum_{i=1}^{12} C_{2,i} \times U_i^e = \frac{1}{L} \left[ \frac{E_N}{2e} (V_5 - V_6) \right] \\ \Delta\sigma_{NP} = \sum_{i=1}^{12} C_{3,i} \times U_i^e = \left[ \frac{G}{4L} (V_2 - V_1 + V_3 - V_4) + \frac{G}{2e} (U_6 - U_5) \right] \end{array} \right\} \dots\dots\dots(7)$$



L'équation 7.1 implique que la contrainte parallèle au plan du joint au point d'intégration (2) est calculée en fonction des déplacements nodaux dans la même direction des quatre points adjacents.

La figure (III.6) schématise le comportement de l'élément "joint armé" dans la direction parallèle au plan du contact pour un état de déplacement donné.



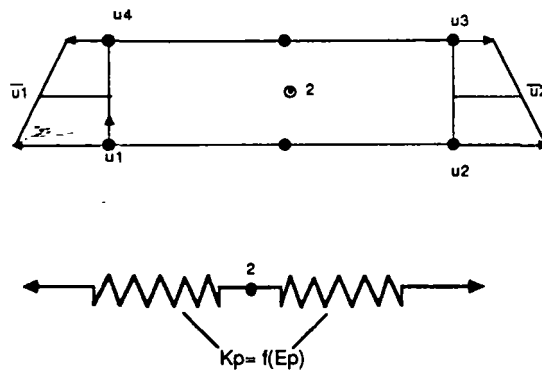


figure (III.6) : schéma du comportement de l'élément joint-armé considéré comme un ressort reliant les quatre noeuds adjacents

#### 4.6 PRISE EN COMPTE DE L'ÉPAISSEUR REELLE DU JOINT DANS LE CALCUL DE LA MATRICE DE RIGIDITE ELEMENTAIRE

L'élément existant dans le code CESAR est conçu initialement pour modéliser une surface de contact : par conséquent son épaisseur doit être nulle. Or, ceci conduit à une singularité du comportement de l'élément. Pour éviter dans le calcul numérique cette singularité l'épaisseur nulle est remplacée par une valeur  $e$  très petite mais non nulle. Elle est calculée en fonction d'une grandeur caractéristique du maillage multipliée par un coefficient de pénalisation [34].

$$e = L \times 10^{-n}$$

Or, on constate que ce coefficient de pénalisation ( $10^{-n}$ ) a une influence sensible sur le conditionnement de la matrice de rigidité [Stéphan], et pose parfois des problèmes d'ordre numérique.

Dans le cas de la modélisation envisagée, nous cherchons à modéliser un joint de mortier qui est en réalité un élément continu mais ayant une faible épaisseur. Par conséquent le problème numérique de conditionnement de la matrice de rigidité ne se pose plus. En effet, l'épaisseur de l'élément fini doit être celle du joint de mortier (1,5 à 2 cm). Notons que cette épaisseur ( $e$ ) va servir pour le calcul de la matrice de rigidité élémentaire sans qu'elle soit intégrée dans le calcul des coordonnées globales des noeuds de la structure étudiée.

Ceci a permis de stabiliser la solution et d'empêcher le risque de divergence du calcul.

#### 4.7 INTEGRATION DE CRITERE DE FROTTEMENT SPECIFIQUE AUX JOINTS DE MORTIER :

L'élément de contact existant dans le code CESAR utilise le critère de Mohr-Coulomb comme critère de frottement dont la contrainte ultime de cisaillement ( $\tau_{ult}$ ) varie linéairement en fonction de la contrainte normale ( $\sigma_n$ ) au plan du joint.

Il est de la forme :

$$f = |\tau_{ultime}| - C + \sigma_n \operatorname{tg}(\phi) \leq 0 \quad (1)$$

avec

- f : fonction de charge
- C : cohésion
- $\phi$  : angle de frottement

Or, l'étude expérimentale effectuée sur le joint de mortier voir () a montré que la variation de la contrainte ultime de cisaillement en fonction de la contrainte normale n'est plus linéaire. Le couplage des résultats expérimentaux des essais de cisaillement direct et de ceux établis sur des murets à joints inclinés a permis de déterminer la forme de la surface de charge (f) pour les différents niveaux de contraintes normales. Nous avons pu modéliser ce comportement moyennant un lissage des points de mesure expérimentaux dont la nouvelle équation de la courbe enveloppe est:

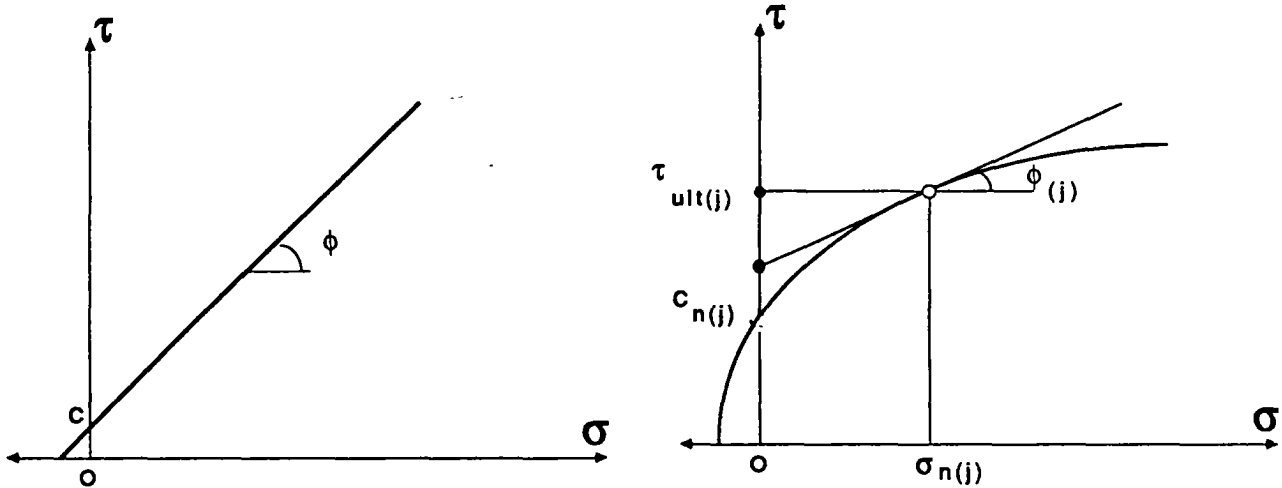
$$f = |\tau_{ultime}| - a (\sigma_n - b)^n \leq 0 \quad (2)$$

avec

- a = 0.93724
- b = 0,2 (MPa)
- n = 0,75414

Ce critère spécifique aux interfaces "blocs de béton-joint de mortier" est intégré ensuite dans le code CESAR tout en utilisant le même algorithme développé pour le critère de Mohr-Coulomb.

En pratique, à chaque niveau (j) de contrainte normale ( $\sigma_n$ ) on détermine la tangente de l'angle de frottement interne  $\phi_j$  qui n'est autre que la dérivée de l'équation (2) par rapport à  $\sigma_n$  ; ensuite on détermine la cohésion C(j) qui est le point d'intersection de la droite tangente à ce niveau de contrainte avec l'axe des ordonnées ( $\tau$ ). La figure (III.7) montre cette procédure



a - critère de Mohr-Coulomb

b - critère spécifique

L'équation de la droite tangente à la courbe enveloppe est de la forme :

$$(\tau) - \operatorname{tg} \phi_{(j)} \sigma_{n(j)} + C_{(j)} \quad (1)$$

$$\text{où : } \operatorname{tg}(\phi)_{(j)} = - \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_n} \right)_{(j)} = n a (\sigma_n - b)^{n-1}$$

$$\text{et } C_{(j)} = \tau_{\text{ultime}} - \frac{\partial f}{\partial \sigma_n} \sigma_{n(j)}$$

$$\text{soit finalement : } \tau = \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_n} \right)_{(j)} \sigma_n + \left[ \tau_{\text{ultime}(j)} - \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_n} \right)_{(j)} \sigma_{n(j)} \right]$$

Le comportement du joint de mortier est considéré donc comme un matériau élastique parfaitement plastique obéissant à ce critère.

Ce critère doit être vérifié à tous les points d'intégration actif de l'élément du joint. Si à un point d'intégration ce critère n'est pas vérifié, on procède donc à une correction du tenseur de contraintes  $\{\Delta\sigma_{ic}\}$  de telle sorte que :

$$f(\{\sigma_i + \Delta\sigma_{ic}\}) = 0$$

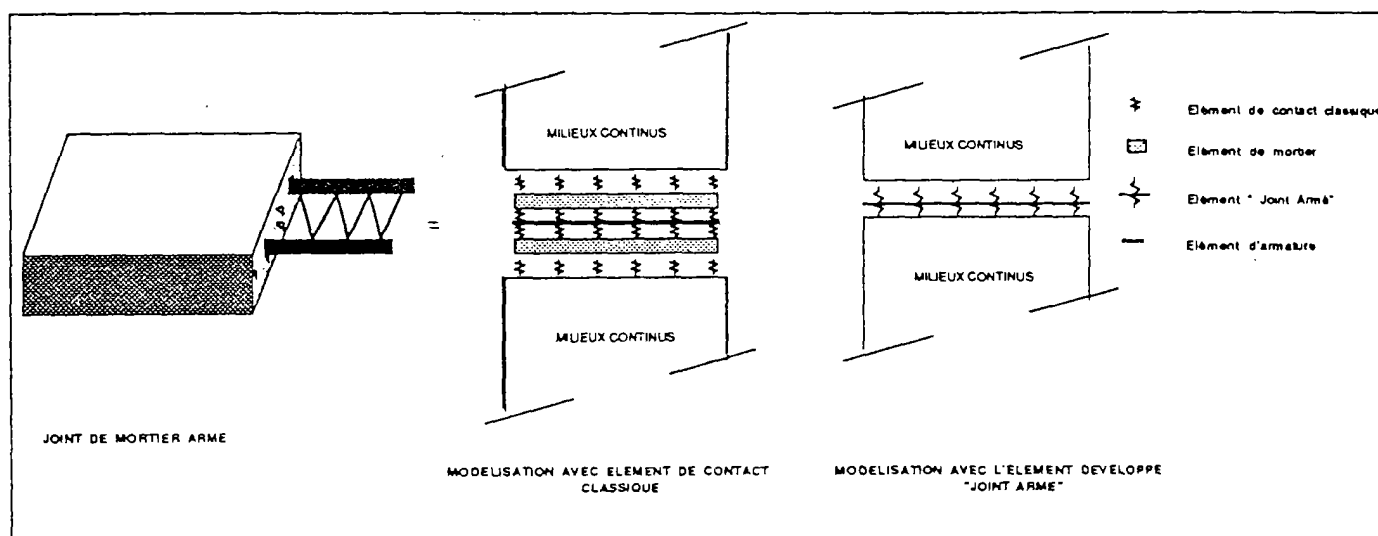
La fonction  $f$  étant exprimée linéairement en fonction du tenseur des contraintes, on peut écrire l'égalité suivante :

$$f(\{\sigma_i + \Delta\sigma_{ic}\}) = f \left( \{\sigma_i\} + \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T \times \{\Delta\sigma_{ic}\} \right)$$

Par la suite la procédure de correction des contraintes pour cette nouvelle loi est semblable à celle de la loi de Mohr-Coulomb dans [34].

#### 4.8 EXEMPLE DE VALIDATION NUMERIQUE

On dispose donc d'un élément intégral "joint armé" capable de modéliser le comportement du mortier et des armatures noyées dans le joint tout en intégrant les phénomènes propres au contact (glissement, frottement et décollement). Notons que cette modélisation permet de diminuer considérablement le volume et le temps de résolution du calcul par rapport à une modélisation classique [8] qui intègre tous les éléments explicitement en associant entre les milieux adjacents un élément de contact classique. La figure (III.7) schématise l'avantage de ce type d'approche.



comparaison entre l'élément classique et l'élément développé " joint-armé "

FIG (III.7) Elément classique et élément développé

L'élément étant développé, c'est par validation numérique que l'on peut juger son aptitude à simuler le joint de mortier armé.

Pour cela nous allons présenter un exemple de calcul sur une structure type en maçonnerie armée.

Deux types de calcul ont été menés :

- dans le premier nous utilisons l'élément de contact classique, et nous modélisons les armatures et le joint de mortier par des éléments continus, le second calcul est traité avec l'élément modifié modélisant l'intégralité du joint armé et le contact.

La structure étudiée est une poutre en maçonnerie armée reposant sur deux appuis simples et uniformément chargée. Elle est composée de trois rangées de blocs creux de béton et de trois lits de mortier armé (voir figure (III.8)).

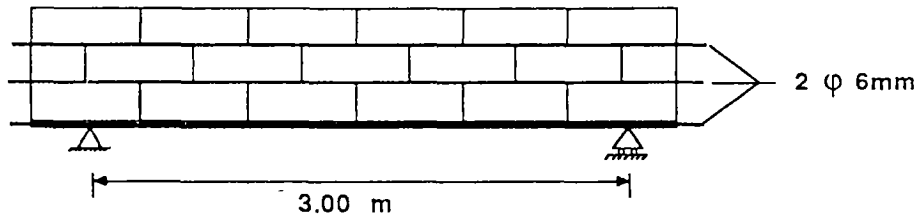
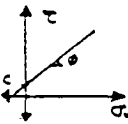


Fig. (III.8) structure étudiée

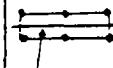
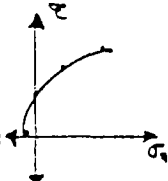
Les tableaux (I) et (II) représentent les caractéristiques de deux calculs.

TABLEAU N° I

N°	ELEMENT	LOI DE COMPORTEMENT	CRITERE DE RUPTURE
1	Bloc creux	Elasticité-linéaire orthotrope	-
2	joint de mortier	Elasticité linéaire isotrope	-
3	armatures	Elasticité linéaire isotrope	-
	contact classique	Discontinuité à non linéarité géométrique et matérielle	Loi de COULOMB 

Caractéristiques du premier calcul

TABLEAU N° II

N°	ELEMENT	LOI DE COMPORTEMENT	CRITERE DE RUPTURE
1	Bloc	Elasticité-linéaire orthotrope	
2	joint armé  armature	anisotrope à non linéarité géométrique et matérielle	 spécifique aux joints

Caractéristiques du second calcul

Nous prenons comme critère physique de comparaison entre les deux calculs le déplacement vertical à mi-portée de la poutre et le mode de rupture observé. Sur le plan numérique nous avons pris comme critère le temps de résolution du problème. Le tableau suivant présente les avantages de la modélisation envisagée.

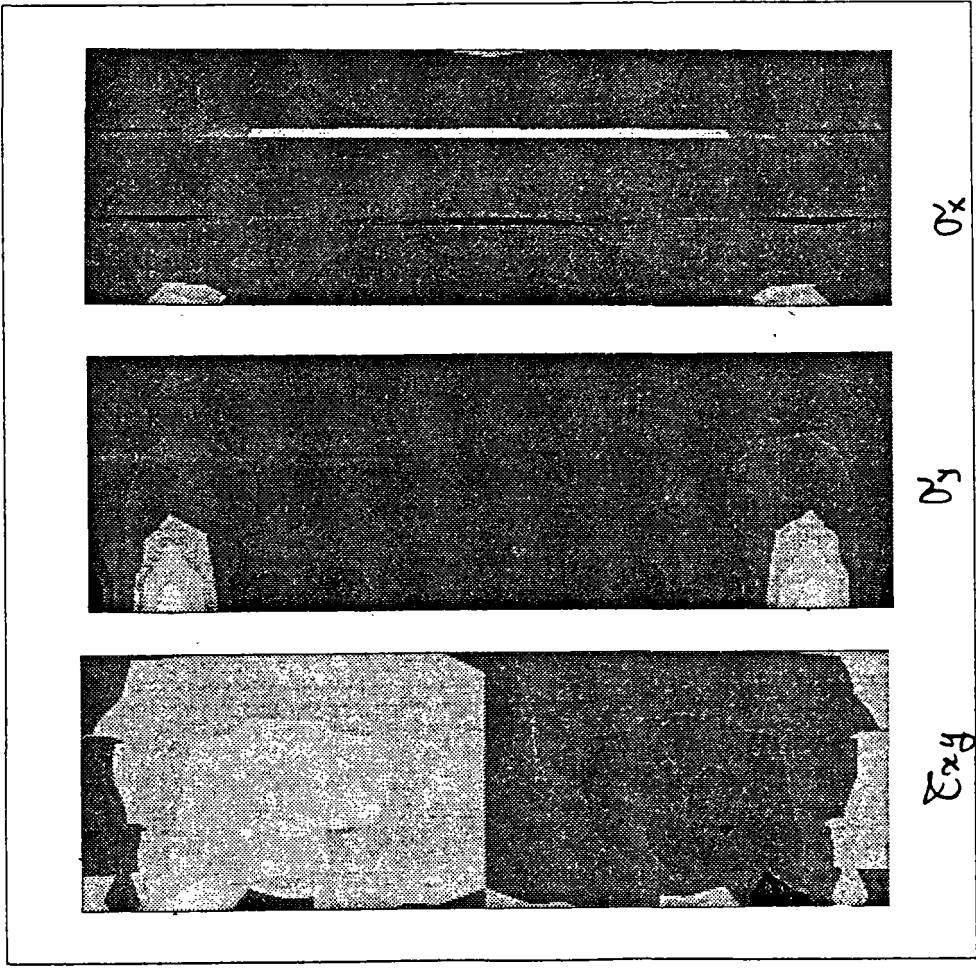
Le tableau suivant récapitule les avantages de l'élément développé.

	CALCUL N° 1 Elément classique	CALCUL N° 2 Elément de joint armé	DIFFERENCE %
Nombre total de noeuds	98 noeuds	54 noeuds	44,8 %
Temps de résolution	17,5 secondes	10,1 secondes	42,28 %
Mode de rupture	glissement dans le 1er lit des joints	idem	-
Flèche à mi-portée m.m	1.0937 m.m	1.1078 m.m	1,27 %

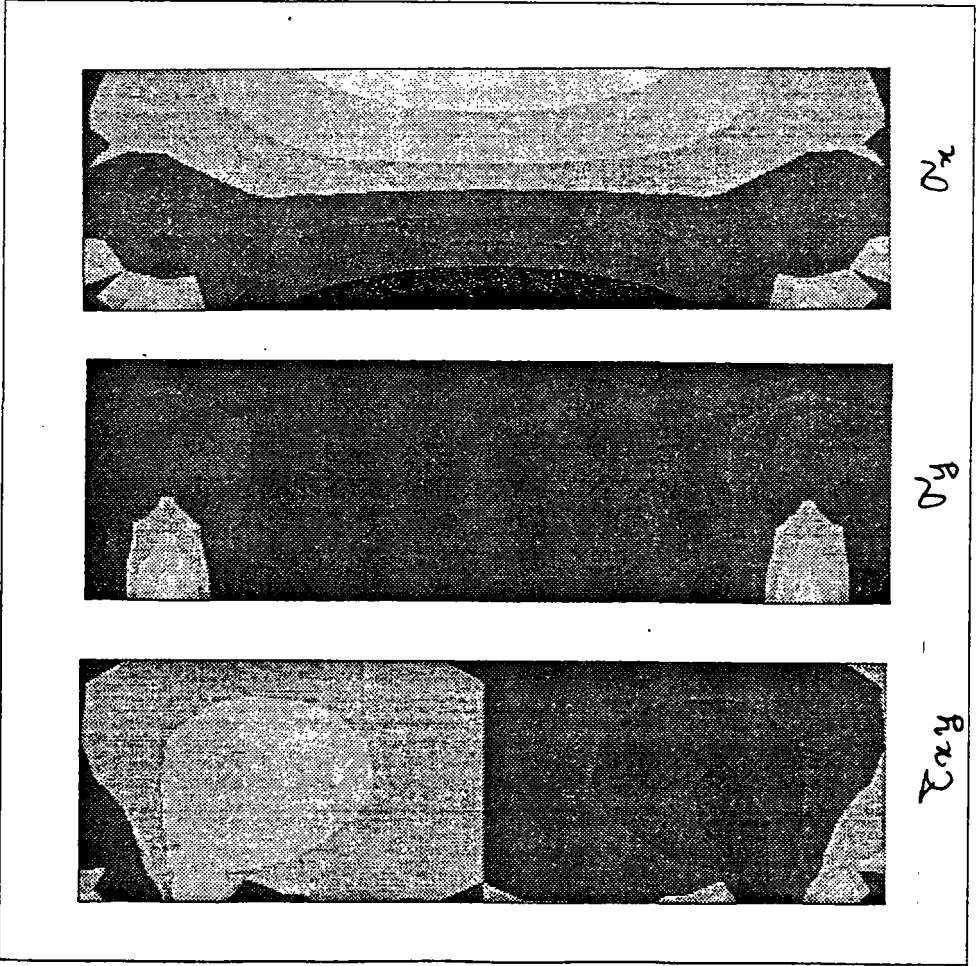
Les courbes d'isocontraintes (voir figures ci-dessous) montrent également une similitude de comportement entre les deux modèles, bien que les allures diffèrent assez sensiblement au niveau des joints horizontaux. En fait, les discontinuités apparaissant au niveau des interfaces bloc-mortier pour le modèle classique existent également pour l'autre modèle mais n'apparaissent pas sur la figure correspondante, l'élément de joint armé n'étant pas visualisé.

L'exemple de calcul ci-dessus laisse donc présager que l'élément modifié joint-armé associé au type de modélisation retenue permettra de traiter avec efficacité les problèmes spécifiques liés à la maçonnerie armée. Or, c'est la validation du modèle par confrontation avec les résultats expérimentaux qui permettra de juger de son aptitude réelle. Ceci sera l'objet du chapitre IV.

Joint Clastique



Joint armé "élément développé"



#### 4.9 PLASTICITE NON-ASSOCIEE ET PHENOMENE DE DILATANCE :

On a vu au chapitre I (I.6.4) que la dilatance est une caractéristique spécifique des surfaces rugueuses et irrégulières. Le cas du joint de mortier n'échappe pas à ce phénomène puisque la nature de la zone de contact entre le mortier et l'élément de maçonnerie est essentiellement irrégulière. En fait la modélisation de ce phénomène peut être entreprise selon deux types d'approches [19]. La première est une approche microscopique ou intrinsèque [19], et la deuxième est celle qui entre dans le cadre de la plasticité non-associée où on postule l'existence d'un potentiel de dissipation plastique  $g$  : la connaissance de ce potentiel fournit alors les lois d'évolution de la déformation plastique et des variables internes [9]. Cette dernière nécessite l'emploi d'une surface potentielle  $g = \text{cte}$  qui donne la direction de l'écoulement plastique. Notons que la deuxième approche améliore la simulation mais au prix d'un plus gros effort de calcul puisqu'elle génère une matrice de rigidité non symétrique [19].

La formulation de l'élément de contact dans CESAR est effectuée selon l'hypothèse de la plasticité non-associée. Elle permet donc de prendre en compte ce phénomène. On associe à la fonction  $f$  le potentiel  $g$  tel que :  $g = \tau + \sigma_n \text{tg } \varphi$ .

En revanche, ceci nécessite la détermination expérimentale de l'angle de dilatance  $\varphi$ . Nous avons vu au § (I.6.4) que la détermination expérimentale de l'angle de dilatance  $\varphi$  est un problème ardu, car elle exige une expérimentation très fine ainsi que des moyens expérimentaux adaptés. Ceci est toujours possible, mais sort du cadre de cette recherche.

Il paraît donc raisonnable avant de nous pencher sur cette expérimentation de regarder de près l'influence de ce paramètre sur le schéma de résolution ainsi que sur le comportement global des structures.

##### 4.9.1 Influence de l'angle $\varphi$ sur le schéma de correction des contraintes :

Pour simplifier le développement nous allons prendre le critère de Coulomb comme critère de rupture. On dispose donc de deux fonctions :

$$f = (\tau) - (C + \sigma_n \text{tg } \phi) < 0 \quad (1)$$

$$g = (\tau) - \sigma_n \text{tg } \varphi \quad (2)$$

si à un point d'intégration  $f(\{\sigma\}) > 0$  on procède à une correction de contrainte

$\{\Delta\sigma_{ic}\}$  telle que  $f(\{\sigma_i + \Delta\sigma_{ic}\}) = 0$

où  $\{\Delta\sigma_{ic}\}$  est choisi de la forme

$$\{\Delta\sigma_{ic}\} = \Delta\lambda [E] \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{avec } \Delta\lambda = \frac{-f(\{\sigma_i\})}{\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [E] \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\}}$$



soit finalement :  $\{\Delta\sigma_{ic}\} = \frac{-f(\{\sigma_i\}) [E] \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\}}{\left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}^T [E'] \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\}} \dots\dots\dots(4)$

avec :  $[E'] = \begin{bmatrix} E_p & 0 & 0 \\ 0 & E_n & 0 \\ 0 & 0 & G_{NP} \end{bmatrix}$

pour la fonction de charge  $\tilde{\sigma}$  et le potentiel on obtient après calcul

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\sigma_{p. \text{ correction}} = 0 \\ \Delta\sigma_{N. \text{ correction}} = \frac{-f(\{\sigma_i\})}{G_{NP} + E_N \operatorname{tg}(\phi) \operatorname{tg}(\psi)} \times E_N \operatorname{tg}(\psi) \\ \Delta\tau_{NP \text{ correction}} = \frac{-f(\{\sigma_i\})}{G_{NP} + E_N \operatorname{tg}(\phi) \operatorname{tg}(\psi)} \times (\pm G_{NP}) \end{array} \right\} \dots\dots\dots(5)$$

Examinons les valeurs limites de l'angle  $\psi$  :

D'après les équations (5), lorsque l'angle de dilatance  $\psi$  est égal à zéro on a :

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{N. \text{ correction}} &= \text{zéro} \\ \Delta\tau_{N P. \text{ correction}} &= \pm f(\{\sigma_i\}) \end{aligned}$$

Ceci implique que seule la contrainte d'équilibre  $\tau_{NP}$  est corrigée d'une valeur égale à celle de la fonction de charge. En revanche si l'angle  $\psi$  prend une certaine valeur non nulle les deux composants du vecteur de contraintes seront corrigés de telle sorte que  $f(\{\sigma_i + \Delta\sigma_{ic}\}) = 0$ . L'influence de l'angle de dilatance  $\psi$  sur la procédure de correction des contraintes est schématisée sur la figure (III.8).

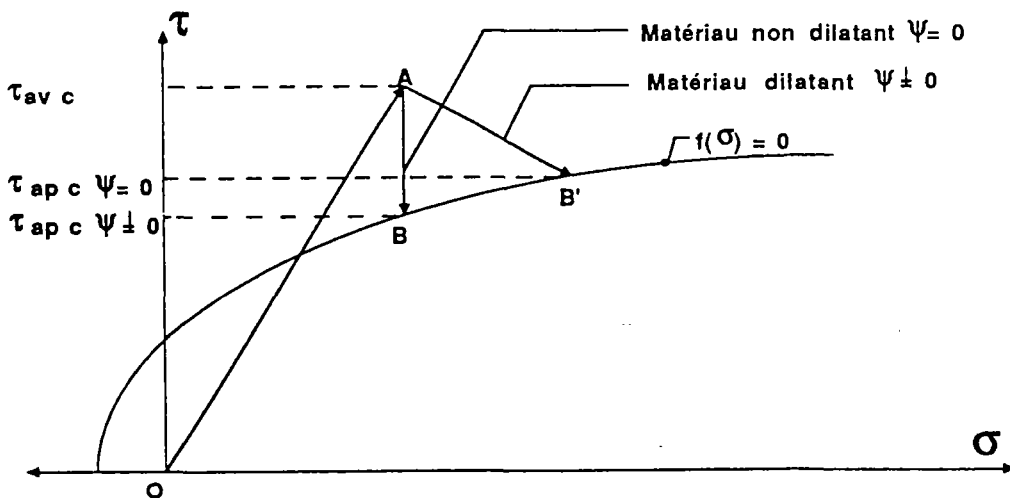


figure (III.8) : schéma de l'influence de  $\psi$  sur la correction des contraintes

- OA : état de contraintes à l'équilibre non corrigé
- AB : vecteur de corrections pour  $\psi=0^\circ$
- AB' : vecteur de correction pour  $\psi>0^\circ$

#### 4.9.2 Etude de sensibilité du paramètre $\psi$ :

L'influence du paramètre  $\psi$  sur le schéma de correction des contraintes étant effectuée, essayons d'étudier maintenant son influence sur le comportement global des structures en maçonnerie armée à partir d'une structure type. Nous supposons que le comportement des éléments de maçonnerie est de type élastique isotrope. Ceci a pour but d'empêcher la perturbation des résultats engendrée d'une part par l'apparition éventuelle des déformations anélastiques et d'autre part par l'anisotropie initiale induite dans les éléments de maçonnerie.

#### 4.9.3 Exemple d'une poutre en maçonnerie armée :

La structure étudiée est une poutre en maçonnerie armée composée de trois rangées de blocs creux en béton et de trois lits de mortier armé horizontalement (fig.III.9). Cette poutre repose sur deux appuis simples, et est chargée uniformément dans son plan.

Plusieurs calculs ont été menés en faisant varier à chaque fois l'angle  $\psi$ . Deux aspects ont été examinés :

- a - le mode de rupture
- b - la rigidité globale de la structure étudiée.

Pour le deuxième aspect, on a pris comme critère de rigidité globale la flèche de la poutre à mi-portée.

##### a - Caractéristiques du maillage

Le maillage de la structure est effectué par des éléments isoparamétriques à 8 noeuds et 4 points d'intégration. On compte 1164 noeuds correspondant à 390 éléments dont 90 éléments de joints.

##### b - Caractéristiques mécaniques :

Les caractéristiques mécaniques introduites pour les différents calculs sont données ci-dessous pour chaque type d'élément.

$$1) \text{ Élément bloc : } E = \frac{E_1 + E_2}{2} = 7000 \text{ MPa}$$

$$\nu = \frac{\nu_{12} + \nu_{21}}{2} = 0,3$$

2) Elément joint armé :

Eacier = (le module de YOUNG des armatures) = 250 000 MPa

Emortier = 15 000 MPa

Sacier =( section des armatures (2  $\varnothing$  6) ) : = 29 mm<sup>2</sup>

section du joint de mortier = 15 x 200 = 3 000 mm<sup>2</sup>

module de YOUNG dans la direction parallèle au plan du joint :

$$E_p = \frac{E_{acier} \times S_{acier}}{S_{mortier}} = 2416 \text{ MPa}$$

$$E_N = E_{mortier} = 15\,000 \text{ MPa}$$

$$G_{NP} = \frac{E_p + E_N}{4} = 8708 \text{ MPa}$$

- Critère de frottement choisi : Moh-Coulomb

Cohésion : C = 0,7 MPa

Angle de frottement :  $\varphi = 41^\circ$

- Résistance à la traction du joint = 0,8 MPa

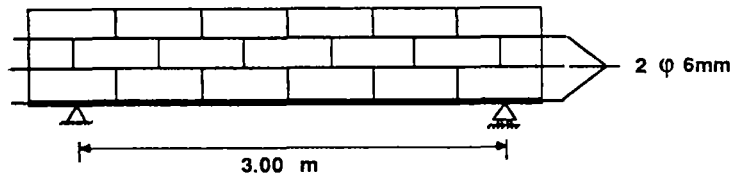


fig. (III.9) --a) poutre en maçonnerie armée étudiée

164	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180	182	184	186	190	192	194	196	200	202	204
159	161	163	165	167	169	171	173	175	177	179	181	183	185	189	191	193	195	199	201	203
90	92	94	96	98	100	104	106	108	110	114	116	118	120	124	126	128	130	134	136	138
89	91	93	95	97	99	103	105	107	109	113	115	117	119	123	125	127	129	133	135	137
22	24	26	28	30	32	34	36	40	42	44	46	48	52	54	56	60	62	64	66	68
21	23	25	27	29	31	33	35	39	41	43	45	47	51	53	55	59	61	63	65	67

fig (III.b) - b) maillage adopté pour le calcul

six calculs ont été menés en faisant varier l'angle de dilatance  $\psi$  (0°, 10°, 20°, 30°, 40° et 50°)

Les différents calculs ont montré que la structure est peu sensible à la variation de l'angle de dilatance. En effet, si nous considérons les deux cas extrêmes de calculs ( $\psi = 0^\circ$  et  $\psi = 50^\circ$ ), on constate que la différence de déplacement à mi-portée de la poutre ne dépasse pas 8 % au dernier incrément de charge. La figure (III.10) montre le comportement global de la structure pour les différents calculs. Le même mode de rupture dans les différents calculs "glissement des joints horizontaux" a été obtenu. Elle se produit initialement dans le lit inférieur et se propage dans les lits supérieurs avec l'augmentation du chargement fig. (III.11).

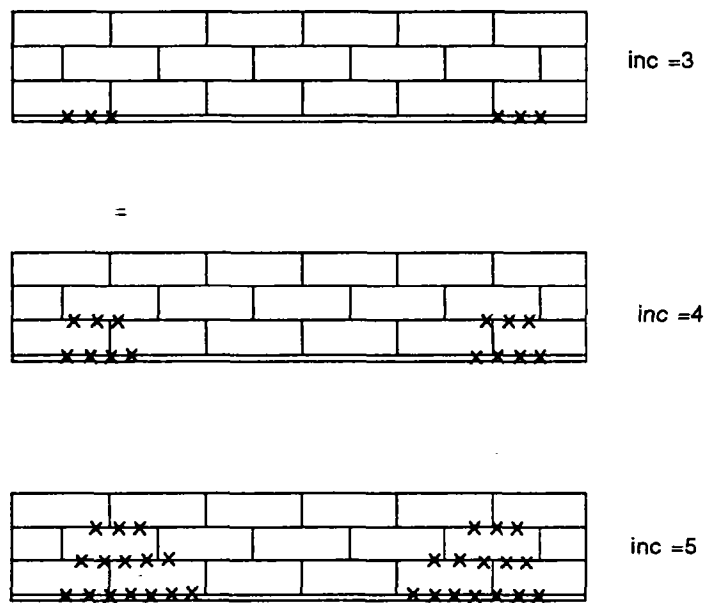


figure (III.10) : Mode de rupture observé pour les différents calculs (x) représente un point glissant

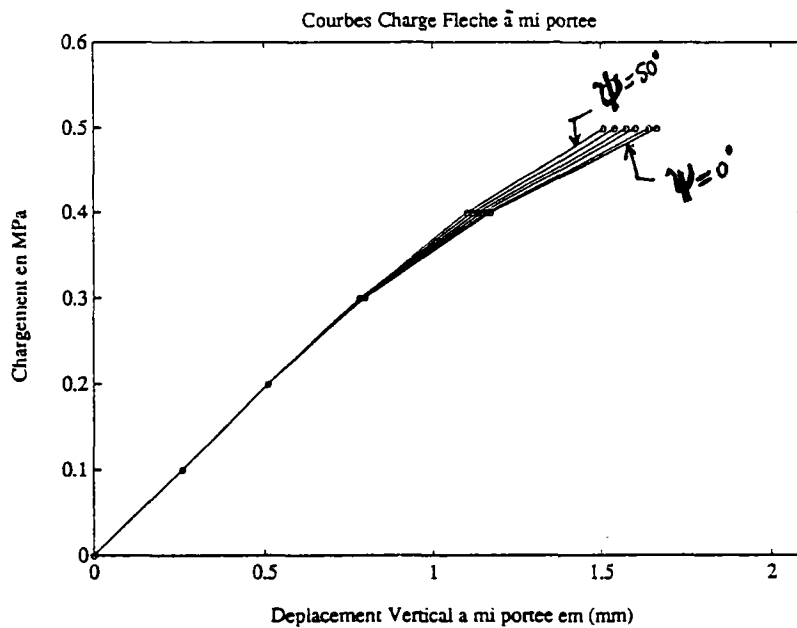


figure (III.11) courbes charges déplacement à mi-portée

Le tableau suivant récapitule les résultats pour les différents essais.

Incrément n°	Points glissants	Flèche à mi-porté (mm)	$\psi^\circ$	
1	0	0,2549	0°	
2	3	0,5099	0°	
3	23	0,794	0°	
4	36	1,171	0°	
5	52	1,66	0°	
1	0	0,2549	10°	
2	3	0,5099	10°	
3	23	0,7906	10°	
4	35	1,161	10°	
5	51	1,643	10°	
1	0	0,2549	20°	
2	3	0,5099	20°	
3	23	0,7873	20°	
4	35	1,1467	20°	
5	51	1,604	20°	
1	0	0,2549	30°	
2	3	0,5099	30°	
3	23	0,7844	30°	
4	34	1,132	30°	
5	49	1,578	30°	
1	0	0,2549	40°	
2	3	0,5099	40°	
3	23	0,782	40°	
4	34	1,121	40°	
5	48	1,56	40°	
1	0	0,2549	50°	
2	3	0,5099	50°	
3	22	0,7782	50°	
4	32	1,108	50°	
5	47	1,531	50°	

TABLEAU : résultats des différents calculs  
(III.3)

Ces résultats diffèrent sensiblement de ceux trouvés dans le domaine de la mécanique des sols (roches) où ce paramètre est prépondérant. Nous pouvons expliquer cette différence par le fait que, en mécanique de sol, on considère le joint comme une discontinuité séparant deux milieux rigides et indéformables, contrairement au cas considéré ici où les milieux adjacents sont déformables. Ceci permet de se dispenser du problème d'identification expérimentale de ce paramètre en le considérant comme négligeable dans la suite de l'étude.

#### 4.10 INTEGRATION DE LA NON-LINEARITE APPARENTE DU COMPORTEMENT DU JOINT

Nous avons vu au chapitre III que les essais d'identification du comportement du joint (essais sur assemblages de 2 blocs et 1 lit de joint) ont montré que ces caractéristiques de déformabilité dans la direction normale et tangentielle ne sont pas linéaires. Nous avons pu établir une équation approchée des courbes contraintes - déformations moyennant un lissage des point de mesures. Par analogie avec le béton nous avons choisi ces équations de type parabole de la forme :

$$\sigma_n = E_{oj} \varepsilon_n + a \varepsilon_n^2 \quad (1)$$

où  $\sigma_n$  = contrainte normale

$E_{oj}$  : la pente de la courbe à l'origine

$\varepsilon_n$  : déformation normale

avec  $a = -0,1738 \times 10^7$  MPa et  $E_{oj} = 10480$  MPa

et

$$\tau_{np} = G_{oj} \varepsilon_{np} + a \varepsilon_{np}^2 \quad (2)$$

où  $\tau_{np}$  = contrainte tangentielle

$G_{oj}$  = la pente de la courbe à l'origine

$\varepsilon_{np}$  = déformation tangentielle

avec  $a = 0,1234 \times 10^6$  et  $G_{oj} = 3120$  MPa

Or jusqu'à présent  $E_n$  et  $G_{np}$  étaient considérés constants dans l'algorithme de résolution. Nous avons donc intégré cette possibilité (rigidité non-linéaire) dans le module FAM06, les lois de comportement (1 et 2) dans le module TACT et COPL du programme CESAR. Ceci nous a amené à modifier l'algorithme de résolution de TACT et COPL puisque du point de vue de la résolution numérique, les états de rigidité normale et tangentielle de l'élément du joint ne sont pas connus auparavant. C'est un problème de non-linéarité matérielle qui vient s'ajouter à la non-linéarité due aux phénomènes de glissement et du décollement des éléments du joint. Nous avons traité cette non-linéarité apparente du comportement du joint en utilisant la méthode des contraintes initiales proposée par ZIENKIEWICZ et AL [20 - REV].



Ceci consiste à considérer la loi incrémentale du comportement du joint sous la forme :

$$\{\Delta\sigma\} = [E] \{\Delta\varepsilon\} + \Delta\sigma_0$$

où  $[E]$  est la matrice élastique du matériau dont les composants sont les pentes des équations (1) et (2) à l'origine :

$$\{\Delta\sigma_0\} = \{\Delta\sigma\} - [E] \{\Delta\varepsilon\} = f(\{\Delta\varepsilon\}) - [E] \{\Delta\varepsilon\}$$

$\{\Delta\sigma_0\}$  est donc un terme supplémentaire dans l'équation de l'équilibre qui peut être considéré comme un système de charges nodales additionnelles  $\{\Delta F\}_{\sigma_0}$

L'équation d'équilibre devient :

$$[K] \{\Delta U\} + \{\Delta F\}_{\sigma_0} = \{\Delta F\}$$

#### 4.10.1 Critère d'endommagement du joint de mortier en compression

Le comportement du joint de mortier tel qu'il est décrit par l'équation (1) est incomplet, la déformation normale ne peut pas croître jusqu'à l'infini. Un critère de limitation des accroissements des déformations est choisi de telle sorte que dès que la déformation totale atteint une valeur élevée, la rigidité de l'élément en ce point augmente brusquement. Ceci est réalisé numériquement en multipliant le module d'élasticité initiale par un coefficient de pénalisation très grand. La figure (III.12) schématise ce comportement.

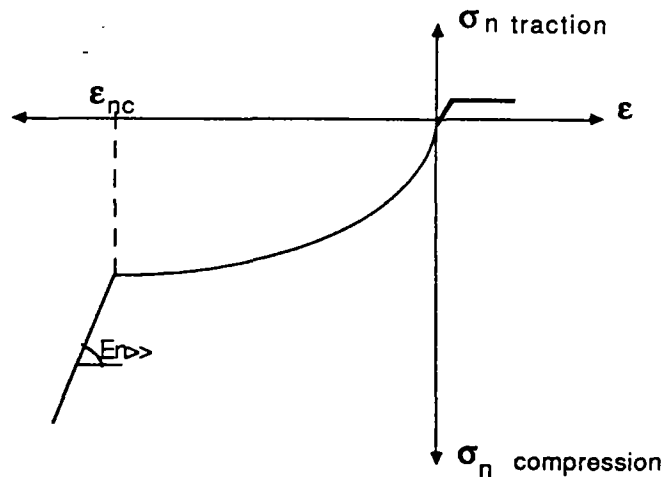


Fig (III.12) : schéma du comportement du joint dans la direction normale

Notons que ce schéma de comportement est inspiré des travaux de JAMSHID [19].

Sur le plan physique, ceci correspond à l'endommagement de la matière du joint constaté au cours des essais. Après le dépassement de ce critère, l'élément du joint se réduit en une surface de contact entre les deux solides adjacents en assurant la continuité des déplacements (voir figure (III.13)). Enfin, pour les point d'intégration où le critère limite en compression n'est pas respecté, on modifie localement la matrice de relation contrainte-déformation en remplaçant le module de rigidité normale par une valeur très grande et le module de cisaillement instantané  $G$  par la valeur zéro. Ceci autorise alors un déplacement relatif (glissement) des solides en contact.

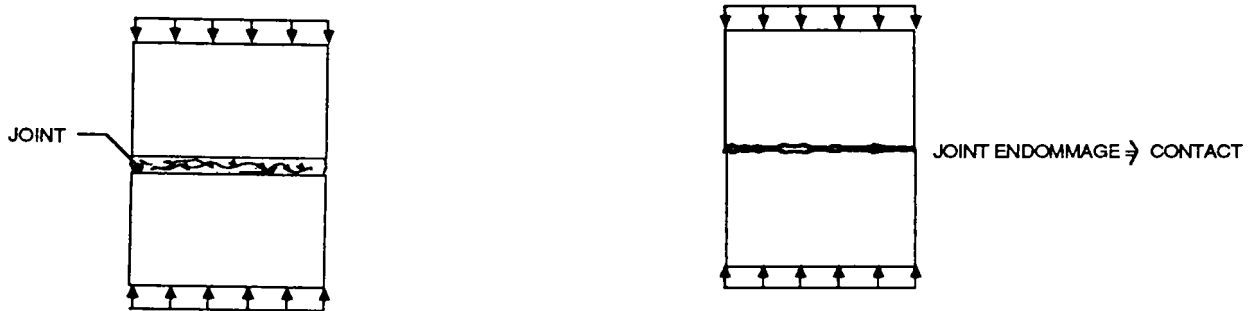


FIG (III.13)

a - joint endommagé  
en compression

b - élément de joint transformé  
en un élément de contact

#### 4.10.2 Méthode de résolution numérique :

Nous avons choisi la méthode incrémentale itérative, car elle s'adapte bien à la résolution de ce type de problèmes. La méthode incrémentale itérative consiste à découper le vecteur de chargement  $\{P\}$  en une suite de  $n$  étapes de chargement  $\{\Delta P\}_j$ ,  $j = 1, n$  telle que

$$\{P\} = \sum \{\Delta P\}_j$$

La résolution de l'équation

$$[K(U)] \{U\} = \{P\}$$

est remplacée par la résolution, pour chaque incrément  $j$ , de l'équation :

$$[K(U)_j] \{\Delta U\}_j = \{\Delta P\}_j$$

avec  $\{U\} = \sum \{\Delta U\}_k$ ;  $k=1, j$

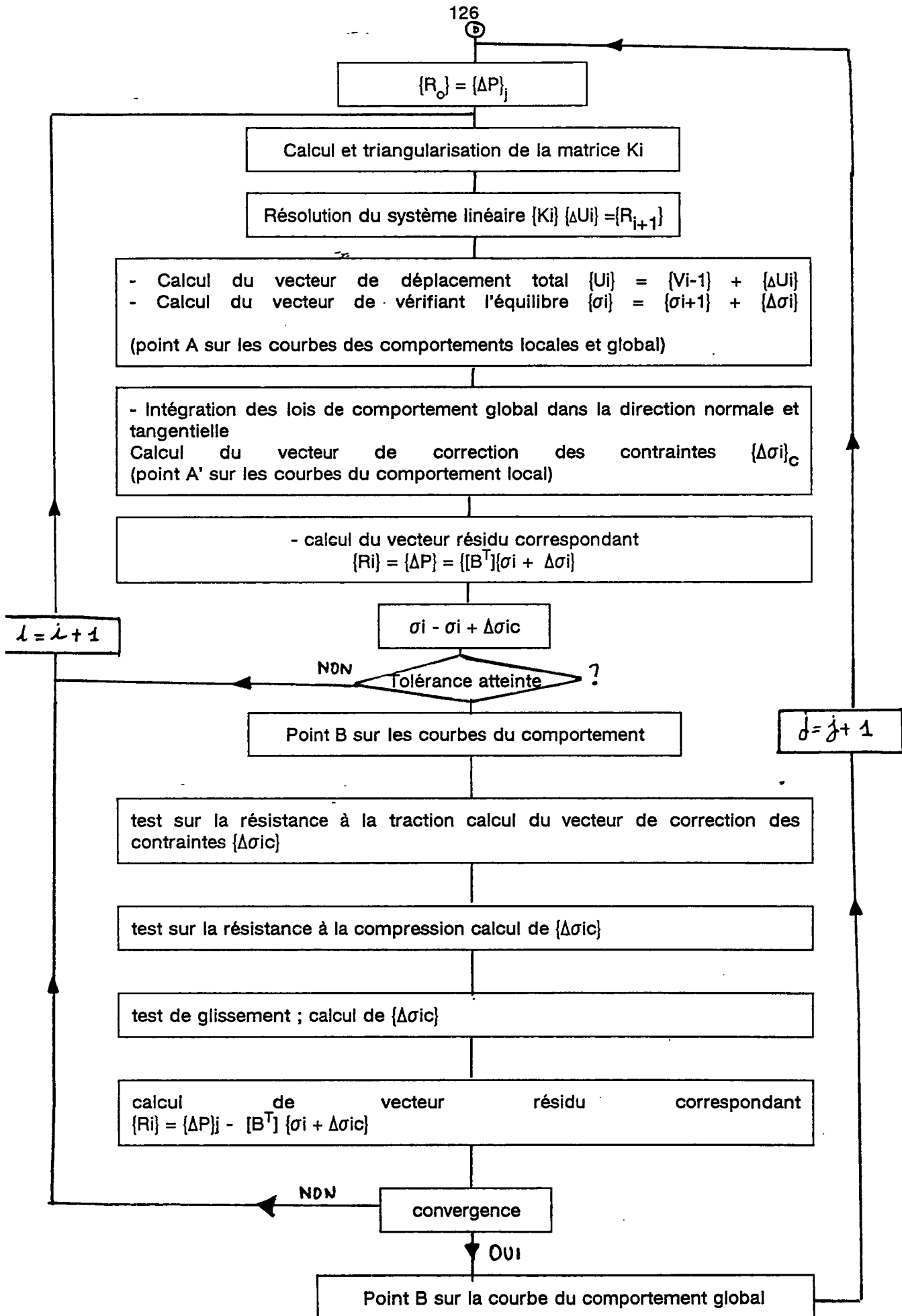


Par la suite, chaque incrément est considéré comme un problème non linéaire que l'on résout à l'aide d'une des méthodes itératives classiques (Newton-Raphson, substitution etc, ...).

On choisit comme solution initiale de l'incrément  $j$  la solution finale obtenue à l'incrément  $j-1$

$$\{U_0\}_j = \{U_n\}_{j-1}$$

Nous présentons dans la suite le schéma de l'algorithme de résolution global.



4.10.3 Représentation graphique de la résolution :

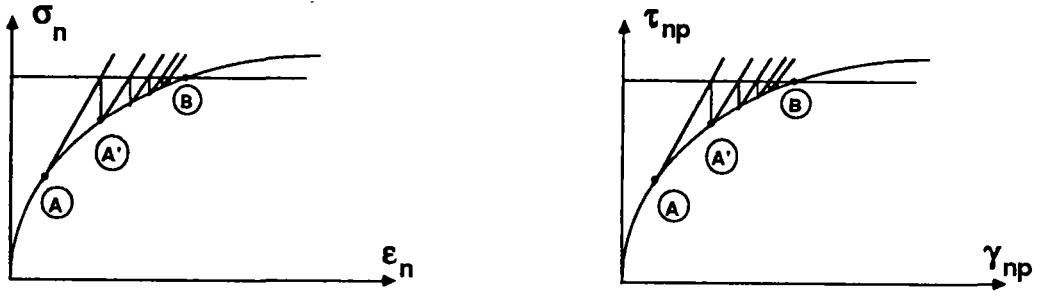


FIG (III.14) Courbes du comportement local du joint

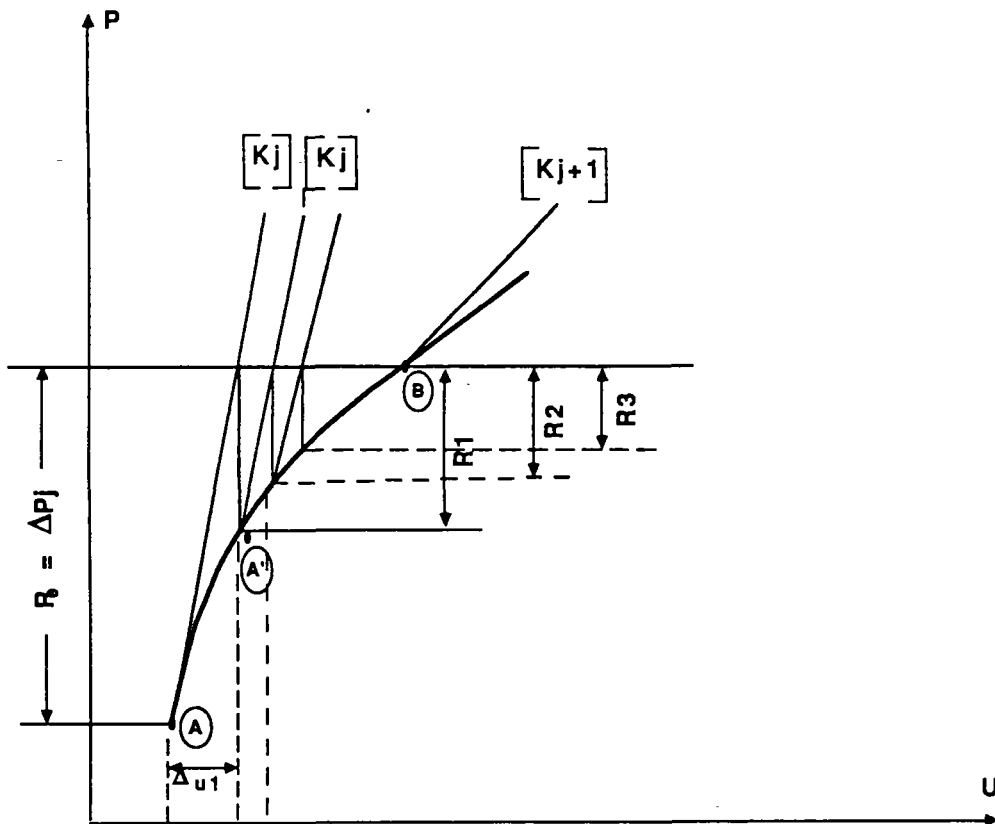


FIG (III.5) Schéma de comportement et de résolution globale

### **III.5 MODELISATION DES ELEMENTS DE LA MACONNERIE**

Dans cette partie seront étudiés seulement les éléments de maçonnerie creux (blocs de béton et brique de terre cuite). Nous avons constaté que chacun de ces éléments présente certaines particularités de comportement, à savoir la fragilité du comportement des briques et le comportement légèrement ductile des éléments de béton. Nous verrons plus loin que la modélisation envisagée sera adaptée à chaque type d'éléments en lui associant sa propre loi d'écoulement.

#### **III.5.1 LA PLASTICITE ANISOTROPE :**

Nous avons choisi de traiter le problème de la modélisation des éléments de maçonnerie dans le cadre de la plasticité anisotrope. Puisque les éléments de maçonnerie présentent généralement une anisotropie de structure, dont les causes sont diverses (anisotropie de la forme des constituants, anisotropie de la répartition et des orientations des alvéoles). Cette anisotropie a comme conséquence une anisotropie des propriétés mécaniques. Il est généralement admis que ces éléments présentent une anisotropie mécanique de type orthotrope.

Dans le cadre de cette approche, plusieurs auteurs ont proposé des lois constitutives pour les milieux anisotropes. Ces lois ont été présentées en majorité pour la modélisation des sols anisotropes.

Dans le cas du modèle de NOVA et SACCHI [58] le comportement des milieux anisotropes est du type rigide parfaitement plastique avec écrouissage soit positif soit négatif. Ce modèle est bien adapté pour la simulation du comportement des matériaux rigides telles que les roches.

BOEHLER et SAWCZUK [59] [60] proposent une formulation d'une loi de comportement plastique pour les sols anisotropes. La formulation de la loi constitutive ne tient pas en compte de l'écrouissage.

D. ALLIROT et JP BOEHLER [61] proposent un modèle destiné cette fois à l'étude du comportement des solides à isotropie transverse: le critère utilisé est proposé en utilisant une représentation des fonctions tensorielles.

Plus récemment JP BOEHLER et RACLIN [62] [63] ont proposé un modèle permettant de prendre en compte la plasticité avec écrouissage anisotrope pour des matériaux orthotropes prédéformés: la loi est développée dans le cadre des représentations des fonctions tensorielles anisotropes. Ceci dans le but d'étudier l'évolution des coefficients d'anisotropie plastique avec le taux de prédéformation imposée.

### 8.5.2 Choix d'un critère :

Un des problèmes de la plasticité anisotrope, c'est le choix d'un critère de plasticité représentant la limite élastique dans un état complexe de contraintes. Ce critère doit être lui aussi anisotrope, son expression ne peut se réduire à une fonction des seuls invariants [9]. Or, les directions intrinsèques du matériau interviennent dans son écriture. Il existe dans la littérature plusieurs critères dont chacun peut représenter des avantages par rapport à l'autre et peuvent parfois avoir une forme complexe, qui représente éventuellement mieux l'état du matériau mais au prix d'une expérimentation délicate. Nous pouvons citer parmi eux, le critère de TSAI, le critère de NOVA généralisé pour les matériaux orthotropes, etc ...

Par raison de simplicité de forme et pour limiter le nombre d'expérimentation nécessaire pour identifier les coefficients plastiques, nous avons choisi le critère de Hill [13] pour le développement du modèle. Ce critère constitue une généralisation du critère de Von-Mises [64]. Dans le cas particulier d'orthotropie ce critère, écrit dans les axes intrinsèques du matériau, est de la forme :

$$F(\sigma) = F(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + G(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + H(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 2L\tau_{12}^2 + 2M\tau_{23}^2 + 2N\tau_{13}^2 = 1 \quad (1)$$

Les indices 1, 2 et 3 correspondent aux axes d'orthotropie, et F, G, H, L, M, N sont des paramètres scalaires caractérisant l'état d'écrouissage anisotrope.

On se limite dans la suite à l'état plan de contrainte. Dans ce cas l'équation (1) se réduit à :

$$F(\sigma) = \frac{\sigma_{11}^2}{S_{01}^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{S_{02}^2} - \frac{\sigma_{11} \times \sigma_{22}}{S_{01} \times S_{02}} + \frac{\tau_{12}^2}{S_{012}^2} = 1 \quad (2)$$

où  $S_{01}$ ,  $S_{02}$  et  $S_{012}$  sont les seuils de plasticité initiale du matériau. On peut les déterminer à l'aide de deux expériences de compression simple et une expérience de cisaillement. Ceci dans le cas d'un matériau ayant un comportement symétrique en traction et en compression. Or les deux types de matériaux envisagés n'ont pas cette caractéristique et les contraintes de limite élastique sont différentes en traction et en compression. Ceci nécessite deux expérimentations supplémentaires pour déterminer les limites élastiques en traction.

En raison de la difficulté pratique d'établir des essais de traction directe pour les matériaux envisagés, on propose d'utiliser les valeurs des limites élastiques en traction comme pourcentage de celles de compression. Un calcul simplifié, établi au chapitre II, nous a permis de déterminer approximativement ce pourcentage :

$$SO1 \text{ (traction)} = 10 \% SO1 \text{ (compression)}$$

$$SO2 \text{ (traction)} = 10 \% SO2 \text{ (compression)}$$

Il convient donc de placer au dénominateur de chacun des trois premiers termes de l'expression (2) les valeurs de seuil correspondant à la nature des sollicitations.

Les limites élastiques SO1 et SO2 sont déterminées directement par les essais décrits au chapitre II, en revanche SO12 ne peut pas être déterminé directement par les essais établis sur des éléments inclinés puisque l'état de contrainte ne correspond pas à un état de cisaillement pur. En pratique l'état de contrainte  $\sigma_1, \sigma_2, \tau_{12}$  sera donc déterminé à l'aide de l'équation (2) où tous ces termes sont connus.

### III.5.3 DETERMINATION DE LA LOI INCREMENTALE :

Nous traitons le problème dans le cadre de la plasticité incrémentale associée. Notons pour la deuxième fois que l'hypothèse de l'irréversibilité de la déformation n'a pas été validée. En revanche ce choix peut être justifié par le fait que nous ne traitons pas dans cette étude les problèmes de fatigue ; les charges sont toujours croissantes et monotones.

Donc pour faire jouer à la fonction F de la relation (2), le rôle d'une "fonction potentielle", l'incrément de déformation qui est donné par la loi du potentiel plastique, selon laquelle chaque composante de la déformation est obtenue par dérivation du potentiel plastique F :

$$\{d\varepsilon^{PL}\} = d\lambda \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

C'est la loi de normalité où  $d\lambda$  est le multiplicateur plastique.

La plasticité classique impose la décomposition de la déformation totale en deux parties : élastique et plastique telle que,

$$\{d\varepsilon\} = \{d\varepsilon^{el}\} + \{d\varepsilon^{pl}\}$$

Les incréments de déformation élastique sont liés aux incréments de contrainte par la matrice de la loi de comportement élastique

$$\{d\sigma\} = [E] \{d\varepsilon^{el}\}$$

et les incréments de déformation plastique sont liés aux contraintes par la loi de normalité (équation (3))

$$d'où \quad \{d\varepsilon\} = [E] \{d\sigma\} + d\lambda \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

III.5.4 CALCUL DE LA MATRICE ELASTOPLASTIQUE :

Bien que le critère soit anisotrope, nous prenons l'hypothèse de l'isotropie d'écroutissage. Cette hypothèse impose que la surface de charge soit gouvernée par une seule variable scalaire soit la déformation plastique cumulée telle que :

$$K = \int d\varepsilon^P$$

soit la quantité du travail plastique absorbée par unité de volume, il vient :

$$dK = \sigma_x d\varepsilon_x^{PL} + \sigma_y d\varepsilon_y^{PL} + \dots + \tau_{xz} d\gamma_{xz}^{PL}$$

nous prenons cette dernière équation comme définition, il vient :

$$F = F(\sigma, K)$$

les conditions de consistance impose que  $dF = 0$

soit :

$$\left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\} \{d\sigma\} + \frac{\partial F}{\partial K} dK = 0$$

$$H = \frac{\partial F}{\partial K} \frac{dK}{d\lambda} \dots (5)$$

si on pose :

$$\Rightarrow \text{de (5)} : \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}^T \{d\sigma\} + H d\lambda = 0 \dots (6)$$

On en déduit l'expression finale du multiplicateur plastique  $d\lambda$  :

$$d\lambda = \frac{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}^T [E] \{d\varepsilon\}}{-H + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}^T [E] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}}$$

en rapportant cette valeur dans (4)

$$\{d\sigma\} = [E] \{d\varepsilon\} - \frac{[E] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}^T [E]}{-H + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}^T [E] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}} \{d\varepsilon\} \dots (7)$$

$$\Leftrightarrow \{d\sigma\} = [E]^{EP} \{d\varepsilon\} \dots (8)$$

Le paramètre H figurant dans la matrice élastoplastique  $[E^P]$  est appelé module d'écroutissage, il est lui-même fonction du paramètre K.

III.5.5 APPLICATION A LA MODELISATION DES BLOCS DE BETON :

Nous avons constaté lors des essais de compression sur les éléments de blocs un comportement ductile après le dépassement de la phase élastique qui se traduit par un segment de courbe. Pour modéliser ce comportement nous traitons cette non linéarité apparente de comportement en compression comme étant un phénomène d'écroutissage, il vient :

$$F(\sigma, k) = \frac{\sigma_1^2}{S1^2(k)} + \frac{\sigma_2^2}{S2^2(k)} - \frac{\sigma_1 \times \sigma_2}{S1(k) \times S2(k)} + \frac{\tau_{12}^2}{S12(k)^2} - 1 = 0 \dots (9)$$

où  $S1(K)$ ,  $S2(K)$ ,  $S12(K)$  sont les seuils de plasticité elle-même fonction du paramètre  $(K)$ .

Cette fonction est écrite dans les axes d'orthotropie du matériau. Pour alléger le développement dans la suite de ce paragraphe, nous allons considérer que les axes d'orthotropie du matériau coïncident avec les axes principaux de la structure. Notons que le développement du modèle est générale et ne tient pas en compte de cette hypothèse.

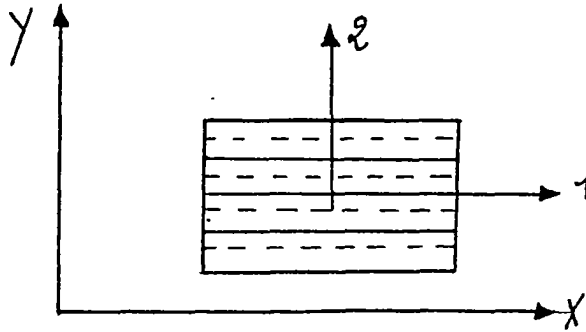


figure (III.16) : axes intrinsèques en coïncidence avec les axes globaux

si nous admettons l'hypothèse de l'isotropie de l'érouissage il vient :

$$dK = \sigma_1 d\epsilon_1^{PL} + \sigma_2 d\epsilon_2^{PL} + \dots + \tau_{12} d\gamma_{12}^{PL}$$

ou sous la forme matricielle  $dK = \{\sigma\}^T \{d\epsilon^{PL}\}$ .....(10)

en remplaçant  $\{d\epsilon^{PL}\}$  par sa valeur dans l'équation (3)

$$dK = d\lambda \{\sigma\}^T \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

Or nous avons <sup>posé</sup> que le module d'érouissage H est de la forme:

$$H = \frac{\partial F}{\partial K} \frac{dK}{d\lambda}$$

Voyons quelle est la nature de ce paramètre qui règle la manière dont la surface d'écoulement se transforme au cours du chargement.

$$\text{de (11) : } \frac{dK}{d\lambda} = \{\sigma\}^T \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\} = \langle \sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \tau_{12} \rangle \begin{Bmatrix} 2 \frac{\sigma_1}{S1_{(K)}^2} - \frac{\sigma_2}{S1_{(K)} S2_{(K)}} \\ 2 \frac{\sigma_2}{S2_{(K)}^2} - \frac{\sigma_1}{S1_{(K)} S2_{(K)}} \\ 2 \frac{\tau_{12}}{S12_{(K)}^2} \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \frac{dK}{d\lambda} = 2 \left[ \frac{\sigma_1^2}{S1_{(K)}^2} + \frac{\sigma_2^2}{S2_{(K)}^2} + \frac{\sigma_1 \times \sigma_2}{S1_{(K)} \times S2_{(K)}} + \frac{\tau_{12}^2}{S12_{(K)}^2} \right]$$

Or si le point est sur la surface d'écoulement on a :

$$\frac{\sigma_1^2}{S1_{(K)}^2} + \frac{\sigma_2^2}{S2_{(K)}^2} + \frac{\sigma_1 \times \sigma_2}{S1_{(K)} \times S2_{(K)}} + \frac{\tau_{12}^2}{S12_{(K)}^2} = 1$$

et par suite :

$$\frac{dK}{d\lambda} = 2 \quad (12)$$



Cherchons maintenant le deuxième terme . de l'équation (6) :

$$\frac{\partial F}{\partial K} = \sigma_1^2 \frac{\partial}{\partial K} \left( \frac{1}{s1_{(k)}^2} \right) + \sigma_2^2 \frac{\partial}{\partial K} \left( \frac{1}{s2_{(k)}^2} \right) - \sigma_1 \sigma_2 \frac{\partial}{\partial K} \left( \frac{1}{s1_{(k)} s2_{(k)}} \right) + \tau_{12}^2 \frac{\partial}{\partial K} \left( \frac{1}{s12_{(k)}^2} \right)$$

$$\frac{\partial F}{\partial K} = - \left[ \frac{2\sigma_1^2}{s1_{(k)}^3} \left( \frac{\partial s1_{(k)}}{\partial K} \right) + \frac{2\sigma_2^2}{s2_{(k)}^3} \left( \frac{\partial s2_{(k)}}{\partial K} \right) + \frac{2\tau_{12}^2}{s12_{(k)}^3} \left( \frac{\partial s12_{(k)}}{\partial K} \right) - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{s1_{(k)} s2_{(k)}} \left( \frac{\partial s1_{(k)}}{\partial K} \right) + \frac{\sigma_1 \sigma_2}{s2_{(k)} s1_{(k)}} \left( \frac{\partial s2_{(k)}}{\partial K} \right) \right]$$

en multipliant le numérateur et le dénominateur de chaque terme de cette équation par la déformation plastique correspondante il vient :

soit  $S_{i(K)} = S_i$

$$\frac{\partial F}{\partial K} = - \left[ \frac{2\sigma_1^2}{s1^3} \times \frac{\partial s1}{\varepsilon_1^{PL}} \frac{\partial \varepsilon_1^{PL}}{\partial K} + \frac{2\sigma_2^2}{s2^3} \times \frac{\partial s2}{\varepsilon_2^{PL}} \frac{\partial \varepsilon_2^{PL}}{\partial K} + \frac{2\tau_{12}^2}{s12^3} \times \frac{\partial s12}{\gamma_{12}^{PL}} \frac{\partial \gamma_{12}^{PL}}{\partial K} \right] -$$

$$\left[ - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{s1^2 s2} \times \frac{\partial s1}{\varepsilon_1^{PL}} \frac{\partial \varepsilon_1^{PL}}{\partial K} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{s2^2 s1} \times \frac{\partial s2}{\varepsilon_2^{PL}} \frac{\partial \varepsilon_2^{PL}}{\partial K} \right]$$

Or  $\frac{\partial s_{i(k)}}{\varepsilon_i^{PL}}$  n'est autre que la pente de la courbe d'érouissage

D'autre part, d'après l'équation (10)

$$\frac{\partial \varepsilon_i^{PL}}{\partial K} = \frac{1}{\sigma_i}$$

en posant pour simplifier l'écriture

il vient :

$$\frac{\partial F}{\partial K} = - \left[ \sum_{i=1}^3 \frac{2\sigma_i^2}{s_i^3} \times E_i^{Pl} - \left( \frac{\sigma_2^2}{s1_{(k)}^2 s2_{(k)}} \times E_1^{Pl} + \frac{\sigma_1^2}{s2_{(k)}^2 s1_{(k)}} \times E_2^{Pl} \right) \right]$$

soit finalement

$$H = -2 \left[ \sum_{i=1}^3 \frac{2\sigma_i^2}{s_i^3} \times E_i^{Pl} - \left( \frac{\sigma_2^2}{s1_{(k)}^2 s2_{(k)}} \times E_1^{Pl} + \frac{\sigma_1^2}{s2_{(k)}^2 s1_{(k)}} \times E_2^{Pl} \right) \right] \quad (13)$$

En pratique pour trouver les valeurs de seuils de plasticité actuelle on pose  $F(\{\sigma\}, S_i(K)) = 0$ , la copropriété de l'homothétie de la variation de la surface d'écoulement permet d'écrire l'équation de la surface d'écoulement sous la forme

$$F(\{\sigma\}, S_{i(k)}) = \frac{1}{\alpha^2(k)} \left[ \frac{\sigma_1^2}{S01^2} + \frac{\sigma_2^2}{S02^2} - \frac{\sigma_1 \times \sigma_2}{S01 \times S02} + \frac{\tau_{12}^2}{S012^2} - 1 \right] = 0 \quad (14)$$

où  $\alpha(K)$  est un coefficient multiplicateur tel que

$\alpha(K) \geq 1$  dans le cas de l'écroutissement positif et défini par :

$$S1(K) = \alpha(K) S01$$

$$S2(K) = \alpha(K) S02$$

$$S12(K) = \alpha(K) S012$$

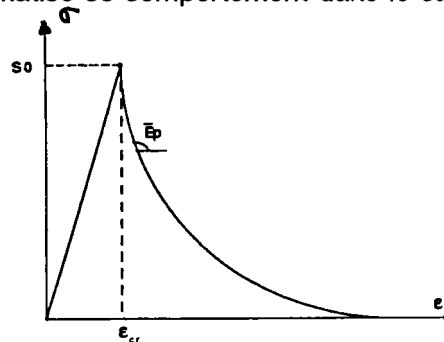
et par suite :

$$\alpha(k) = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{S01^2} + \frac{\sigma_2^2}{S02^2} - \frac{\sigma_1 \times \sigma_2}{S01 \times S02} + \frac{\tau_{12}^2}{S012^2}}$$

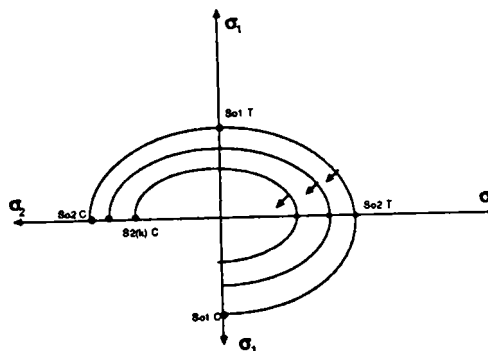
### 5.5.1 Comportement en traction des blocs

Nous avons écrit les équations permettant de modéliser le comportement des blocs en compression comme étant un matériau élastoplastique à écroutissement positif. Or lorsque une au moins des composantes du vecteur de contrainte est une traction, le comportement de l'élément de la matière change et devient fragile.

Nous traitons cette fragilité de comportement comme étant un phénomène d'écroutissement négatif. Ceci traduit la perte progressive de la résistance du matériau au fur et à mesure que les déformations plastiques augmentent. La figure (III.17) schématise ce comportement dans le cas uniaxial.



Dans l'espace de contrainte, ceci se traduit par une contraction de la surface d'écoulement.



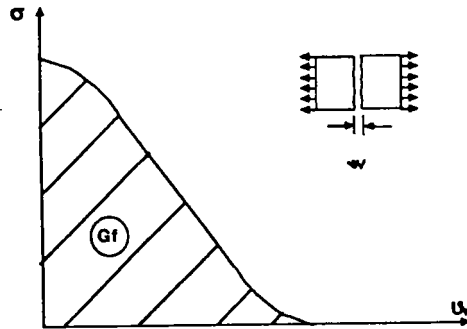
Cette approche implique que les équations établies pour le comportement en compression restent valables pour le comportement en traction.

Il suffit donc de donner un module tangent  $E^{PL}$  de valeur négative.

Or cette valeur est inconnue pour nous, elle dépend en fait de l'énergie ( $G_f$ ) libérée pour créer une fissure de longueur unitaire[65]. Sa détermination expérimentale est délicate.

Dans une représentation discrète de la fissuration  $G_f$  est la surface sous la courbe contrainte déplacement :

$$G_f = \int \sigma \, dW$$

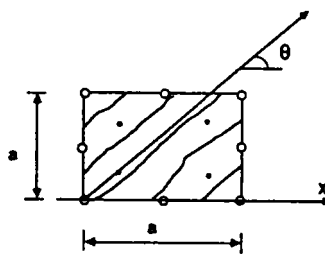


Sur le plan numérique l'énergie libérée pour créer une fissure  $\delta_f$  dépend des caractéristiques géométriques du maillage telle que  $g_f = \frac{G_f}{h}$  (1)

où  $h$  est la longueur caractéristique de l'élément fini.

L'utilisation du concept de la longueur caractéristique ( $h$ ) permet d'obtenir l'objectivité de réponse du matériau vis-à-vis du maillage [65]. On calcule ( $h$ ) selon la définition de Ottosen et Bazant [66] :  $h$  est la plus grande longueur mesurée dans l'élément fini dans la direction normale à la fissure. Pour un élément fini, carré de surface  $A_0$  complètement fissuré  $h = \frac{(A_0)^{1/2}}{\cos(\theta)}$

$\theta$  étant l'angle entre la direction de fissure et l'axe  $Ox$ .



Si  $G_f$  est une propriété intrinsèque du matériau, il faut maintenant ajuster la valeur de l'aire  $g_f$  sous la courbe ( $\sigma - \varepsilon$ ) ci-dessous pour que l'équation (1) soit vérifiée.

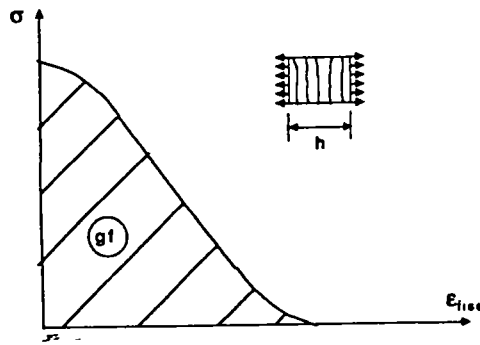
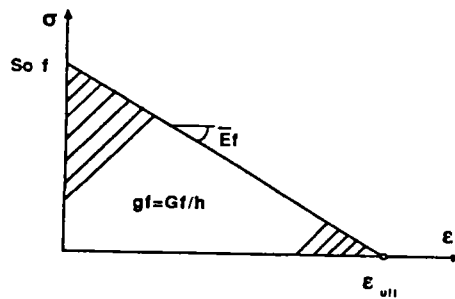


figure (III.17) : relation contrainte-déformation de fissure

Si on admet comme première approche un radoucissement linéaire, on peut à partir de (I) calculer la pente négative de la courbe  $E_f$

$$\epsilon_{ult} = \frac{2Gf}{S^f_0 \times h}$$



$$E_f = 0,5(S^f_0)^2 \times \frac{Gf}{h} \quad (2)$$

$\epsilon_{ult}$  est la déformation pour laquelle la résistance à la traction est nulle (fissure ouverte).

Le traitement du radoucissement dans le cadre de la plasticité à écrouissage négatif, permet d'utiliser les mêmes équations établies plus haut pour la plasticité à écrouissage positif. La seule différence est dans la valeur du module plastique  $E^{Pl}$  qui prend une valeur négative constante mais dépendant des caractéristiques du maillage.

### III.5.6 APPLICATION A LA MODELISATION DES BRIQUES EN TERRE CUITE :

Le comportement des éléments de briques de terre cuite est en fait différent de celui des blocs du béton, ceci est mis en évidence pour le mode de rupture fragile constaté lors des essais. Par conséquent, la loi d'écoulement doit être adaptée à ce type de comportement.

En effet, le phénomène d'écrouissage n'apparaît pas dans la formulation. Par contre nous pouvons admettre le schéma classique de type "Cut-off" pour simuler cette fragilité de comportement observée dans l'étude expérimentale.

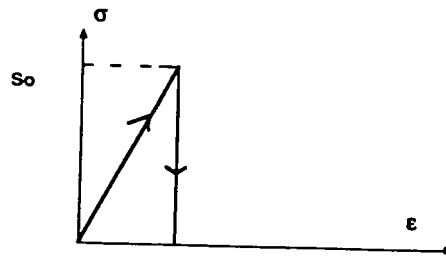


fig. (III.18) : schéma du comportement uniaxial type "CUT-OFF"

Ce comportement uniaxial schématisé dans la fig. (III.19) se traduit par une équation (F) fonction des contraintes par un état biaxial, il vient :

$$F(\{\sigma\}) = \frac{\sigma_1^2}{S_{01}^2} + \frac{\sigma_2^2}{S_{02}^2} + \frac{\sigma_1 \times \sigma_2}{S_{01} \times S_{02}} + \frac{\tau_{12}^2}{S_{012}^2} - 1 = 0 \quad (1)$$

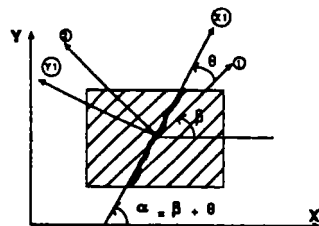
Cette équation définit dans l'espace des contraintes une surface à l'intérieur de laquelle le matériau "Brique" se comporte élastiquement. Dans le cadre de cette approche nous distinguons deux modes de rupture différents :

- 1) fissuration
- 2) écrasement

### 5.6.1 Brique fissurée

En traction biaxiale et en traction compression, la brique se comporte élastiquement jusqu'à fissuration. Celle-ci se produit si l'une des contraintes principales est une traction et si la courbe de fissuration caractérisée par l'équation (1) est atteinte. Il convient dans ce cas d'introduire les seuils correspondants aux types de sollicitation dans l'équation (2).

Dans ce cas une fissure se produit, de direction perpendiculaire à la direction de la contrainte majeure de traction. Par conséquent l'élément ne transmet plus de contrainte dans la direction normale à la fissure, et nous considérons donc que l'élément se comporte uniaxialement dans la direction de la fissure (figure (III.20)).



- y, x : coordonnées globales
- 1, 2 : coordonnées locales liées à l'élément
- xI, xII : axes des contraintes principales.

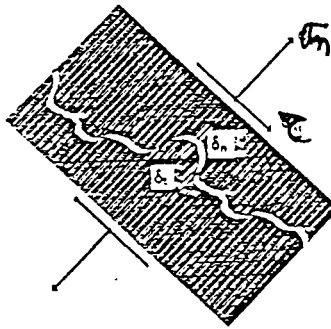
fig.(III.20) : comportement d'un élément fissuré selon une direction

Le comportement dans la direction  $\theta$  se déduit de la loi uniaxiale telle que

$$\sigma = E(\theta) \varepsilon$$

$$E(\theta) = \cos^4(\theta) \frac{E1}{1 - \nu_{21}\nu_{12}} + \sin^4(\theta) \frac{E2}{1 - \nu_{21}\nu_{12}} + 2 \cos^2(\theta) \times \sin^2(\theta) \left( \nu_{21} \frac{E1}{1 - \nu_{21}\nu_{12}} + 2G_{12} \right)$$

Bien que l'élément fissuré ne transmette plus de contrainte dans la direction normale à la fissure, nous admettons qu'une certaine partie du cisaillement est transmis par les lèvres de la fissure qui ne sont pas lisses fig. (III.21).



Nous supposons l'existence d'un certain coefficient .. appelé "facteur de transfert de cisaillement" traduisant la proportion du cisaillement transmis par la fissuration.

$$G(\theta)^{\text{fissuré}} = \gamma G(\theta) = \left[ C^2 S^2 \frac{E2}{1 - \nu_{21}\nu_{12}} + \frac{E1}{1 - \nu_{21}\nu_{12}} - 2\nu_{21} \left( \frac{E1}{1 - \nu_{21}\nu_{12}} \right) + (C^2 - S^2) G_{12} \right]$$

Dans le cas du béton certains auteurs [67] conseillent de prendre  $\gamma$  égal à 40 %, pour les éléments de maçonnerie en brique de terre cuite pleins S. ALI et Z.N PAGE 1987 [53] proposent une valeur égale à 10 %. Dans le cas envisagé la valeur de ce paramètre est inconnue, nous admettrons comme première approche la valeur de 10 % dans le calcul.

La matrice de la loi de comportement d'un élément fissuré selon une direction revient donc dans un repère d'axes  $x, y$ , lié à la fissure :

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_{x_1} \\ \Delta\sigma_{y_1} \\ \Delta\tau_{x_1y_1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma G(\theta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_{x_1} \\ \Delta\varepsilon_{y_1} \\ \Delta\gamma_{x_1y_1} \end{Bmatrix}$$

ou

$$\{\Delta\sigma\}_{x_1} = [E]^{fiss} \times \{\Delta\varepsilon\}_{x_1}$$

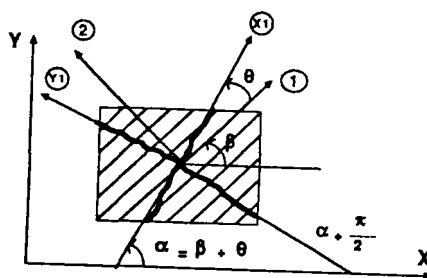
Nous connaissons la loi dans le repère  $x, y$ , son expression dans les axes généraux de la structure faisant un angle  $\alpha = \theta + \beta$  est

$$\{\Delta\sigma\} = [R^{-1}] [E]^{fiss} \times [R^{-1}]^T \{\Delta\varepsilon\}$$

telle que  $R(\theta) = \begin{bmatrix} C^2(\theta) & S^2(\theta) & S(2\theta) \\ S^2(\theta) & C^2(\theta) & -S(2\theta) \\ -0,5S(2\theta) & 0,5S(2\theta) & C(2\theta) \end{bmatrix}$

### 5.6.2 Élément complètement fissuré :

Si à la suite d'une deuxième itération ou incrément de charge l'élément déjà fissuré dans une direction est à nouveau sollicité en traction et que sa résistance à la traction est atteinte dans cette direction, un deuxième système de fissure se produit et l'élément sera complètement fissuré.



Ceci se traduit par l'équation :

$$\sigma_{x_1} = \frac{c^4}{S_{01}^2} + \frac{S^4}{S_{02}^2} + C^2 S^2 \times \left( \frac{1}{S_{01}} + \frac{1}{S_{02}} \right) - 1 = 0$$

Une fois l'élément complètement fissuré, il ne peut plus supporter d'accroissements de charge, et les contraintes totales sont nulles d'où :

$$\{\Delta\sigma\} = 0 \text{ et } \{\sigma\} = 0$$

sa loi de comportement devient :

$$[E]^{fissurée} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### 5.6.3 Rupture en compression (écrasement)

Si l'état des contraintes dans l'élément est de compression biaxiale et l'équation (I) n'est pas vérifiée : c'est à dire  $F(\{\sigma\}) > 0$ , on considère qu'on a ici une rupture par écrasement. Dans ce cas l'élément perd brutalement toute sa résistance et ne supporte plus d'accroissements des contraintes. Le schéma est adopté par ALI et PAGE [47] dans leur analyse numérique des briques pleines. Il est jugé satisfaisant fig. (III.22).

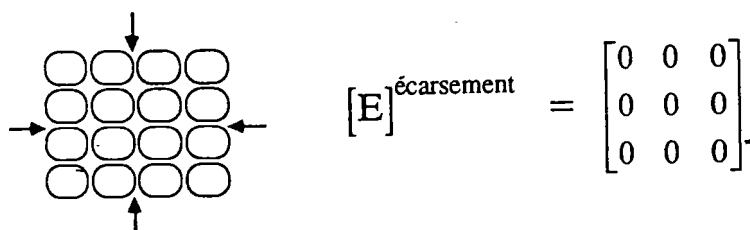


Fig. (III.22) schéma d'une rupture par écrasement et matrice de loi de comportement associée.

Ce schéma de rupture brutale est choisi pour simuler le comportement fragile des éléments de briques creuses observé lors des essais de compression simple dans les deux directions. Notons que ce modèle doit être traité avec un soin particulier lors des simulations numériques. Les incréments du chargement doivent être très petits pour minimiser le risque de divergence ainsi que le phénomène numérique de localisation de rupture.

Ces deux modèles sont ensuite intégrés dans le code CESAR (LCPC) dans le module PLAS, destiné au traitement des problèmes d'élastoplasticité.



La méthode de résolution numérique choisie est celle des "contraintes initiales" proposée par [46]. Le schéma d'intégration numérique des lois de comportement et le schéma explicite décrit dans le manuel théorique du Code CESAR.

Les deux modèles étant décrits et développés, nous allons passer dans le chapitre suivant à leur validation par confrontation avec des essais effectués sur des structures en maçonnerie armée à échelle réelle.

### **III.6 CONCLUSION SUR LA PARTIE MODELISATION:**

Dans ce chapitre nous avons modélisé le comportement mécanique de la maçonnerie armée par des équations mathématiques. Nous avons considéré la maçonnerie comme un matériau à deux constituants afin de surmonter les difficultés expérimentales que pose une modélisation basée sur l'homogénéisation de la maçonnerie toute entière.

Les équations constitutives qui décrivent le comportement mécanique de chaque matériau ont été développées dans ce chapitre. Le développement informatique et la mise au point de ces nouvelles possibilités dans le code CESAR(LCPC) ont fait l'objet d'un volume de travail important dans le cadre de cette recherche.

Ainsi nous possédons un modèle de calcul spécifique pour les maçonneries armées et non armées . Nous avons regroupé l'ensemble des travaux de développement informatique (Trois modules :le contact armé, la plasticité avec écrouissage, et le modèle type CUT-OFF) dans un seul module spécifique dans le code CESAR. Ce module est indépendant des modules TACT et COPL, Il est nommé **MOCA** comme **Matériaux Orthotropes et Contact Armé**. ce modèle permet de suivre l'évolution physique de la maçonnerie au cours de l'histoire de chargement et d'aller jusqu'à la ruine en passant par les étapes intermédiaires de micro fissuration. Il est capable de déterminer les charges ultimes appliquées aux structures, pour contribuer enfin à l'élaboration des règles de calcul simples pour leurs dimensionnement.

Or le modèle proposé est basé sur des hypothèses simplificatrices, par conséquent, seules les confrontations avec les résultats expérimentaux peuvent les justifier. Ceci fera l'objet du chapitre IV, consacré à la validation du modèle.

## **CHAPITRE IV**

### **VALIDATION DU MODELE**

## **CHAPITRE IV VALIDATION EXPERIMENTALE DU MODELE**

### **IV-1 INTRODUCTION :**

L'analyse développée dans les chapitres précédents ainsi que l'implantation des modèles dans le code de calcul CESAR (LCPC) permet d'étudier le comportement des structures en maçonnerie armée soumises à un état biaxial de contrainte. Le modèle proposé est basé sur un certain nombre d'hypothèses concernant aussi bien les lois de comportement des matériaux constitutifs de la M.A et la fissuration que la modélisation mathématique de la structure, par conséquent, seules les confrontations avec des résultats expérimentaux peuvent les justifier.

Nous allons utiliser dans cette partie les résultats expérimentaux des essais effectués dans le laboratoire du CSTB. Ces essais sont effectués sur des maquettes à échelle 1/1 et essentiellement sur des structures fléchies. Cette limitation est justifiée par la simple raison que ce cas constitue le domaine privilégié d'utilisation pratique de la maçonnerie armée en France.

Nous allons étudier les deux types d'éléments de maçonnerie les plus utilisés, à savoir les blocs creux de béton (20 x 20 x 50) et les briques creuses de terre cuite (20x20x40). Pour chaque type d'élément nous étudierons deux types de structures : les poutres et les poutres voile.

### **IV-2 CAS DE BRIQUES DE TERRE CUITE :**

Dans cette partie seront utilisés les résultats expérimentaux d'une large campagne d'étude expérimentale, et qui ont été le sujet d'une thèse effectuée au CSTB par M. DA SILVA [6] [7]. Nous nous bornerons au début aux structures en poutres armées. Ces dernières se divisent en deux parties :

- 1) Les poutres de faible portée nommées PF
- 2) Les poutres de grande portée nommées PG.

#### **IV.2 .1 POUTRE DE FAIBLE PORTEE PF-2A**

La structure étudiée est une poutre en M.A. constituée de trois rangées de 5 briques. Les armatures sont noyées dans les deux joints horizontaux inférieurs de la poutre. Deux charges concentrées sont appliquées à une distance de 70 cm des appuis. Cette poutre est posée, d'un côté sur un appui libre autorisant la rotation et la translation ( $v=0$ ), et de l'autre côté sur un appui simple ( $v=0, u=0$ ) (rotation) voir figure (IV.1).

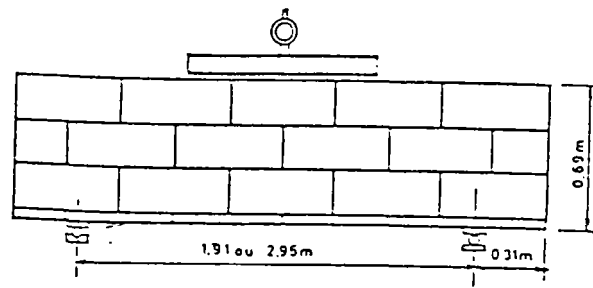


figure (IV.1) Poutre étudiée

Notons que la section d'armature est de  $2,359 \text{ cm}^2$ , constituée de 2 barres  $\varnothing 6 \text{ mm}$  soudées en zigzag dans chacun des deux joints.

Pour modéliser cette structure nous avons utilisé des éléments isoparamétriques de type déplacement à 8 noeuds géométriques et 4 points d'intégration compatibles avec les éléments de joint armé modélisant le comportement du joint et des armatures.

La figure (IV.2) montre le type de maillage adopté.

160	162	164	166	168	170	172	174	176	178	180	182	184	186	188	190	192	194	196	200	202	204
159	161	163	165	167	169	171	173	175	177	179	181	183	185	187	189	191	193	195	199	201	203
90	92	94	96	98	100	104	106	108	110	114	116	118	120	124	126	128	130	134	136		
89	91	93	95	97	99	103	105	107	109	113	115	117	119	123	125	127	129	133	135		
22	24	26	28	30	32	34	36	40	42	44	46	50	52	54	56	60	62	64	66		
21	23	25	27	29	31	33	35	39	41	43	45	49	51	53	55	59	61	63	65		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22

figure (IV.2) maillage adopté

#### IV.2.1.3 Lois de comportement :

- 1) brique : En compression-compression : comportement orthotrope élastoplastique à écrouissage positive.  
En traction-traction ou traction-compression comportement orthotrope élastoplastique à écrouissage négative (fissuration).
- 2) mortier : La loi de comportement non linéaire déduit expérimentalement dans la direction normale au plan du joint.
- 3) armatures : Comportement isotrope élastique.
- 4) contact : Loi de Mohr-Coulomb.

#### IV.2.1.4 Données mécaniques : paramètres du modèle

brique (voire essais chapII):

$$E_{01} = 9800 \text{ (MPa)}$$

$$E_{02} = 5200 \text{ (MPa)}$$

$$\nu_{12} = 0.15$$

$$\nu_{21} = 0.1$$

$$G_{12} = 5120 \text{ (Mpa)}$$

$$S_{01} \text{ compression} = 17.85 \text{ (MPa)}$$

$$S_{01} \text{ traction} = 10\% \times S_{01} \text{ comp} = 1.785 \text{ (MPa)}$$

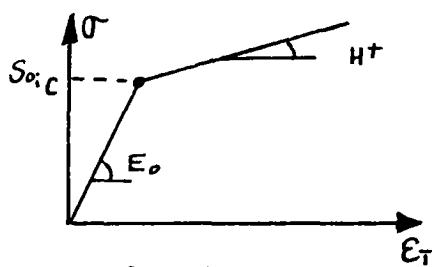
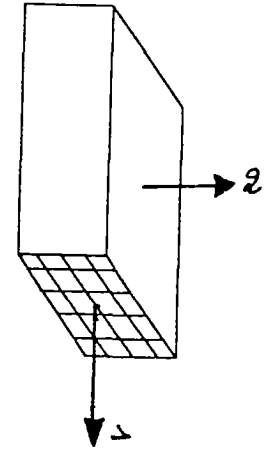
$$S_{02} \text{ compression} = 10.6 \text{ (MPa)}$$

$$S_{02} \text{ traction} = 10\% \times S_{02} \text{ comp} = 1.06 \text{ (MPa)}$$

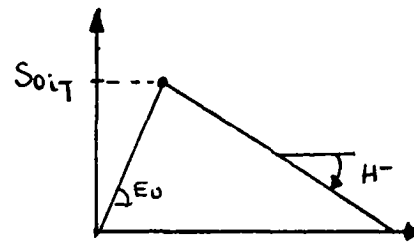
$$s_{012} \text{ cisaillement} = 2.86 \text{ (MPa)}$$

$$H^+ = E_0/10 \text{ pente positive en bi-compression}$$

$$H^- = -E_0/4 \text{ pente négative}$$



Comportement en  
compression



Comportement en  
traction

Joint de mortier :

dans la direction normale

$$\sigma_n = E_{0j} \varepsilon_n + A \varepsilon_n^2$$

avec  $A = -0.1738 \times 10^7$  ; et  $E_{0j} = 10480 \text{ (MPa)}$

en cisaillement (tangentielle)  $(E_p + E_n)/2$

dans la direction parallèle :  $E_p = 0$  si joint non armé

$E_p = E_{acier}$  si joint armé

Contact :

Critère de frottement de Coulomb

avec  $C = 0,5 \text{ (MPa)}$

$$\varphi = 41^\circ$$

$$\psi = 0^\circ$$

### 2.1.5 Résultats

L'étude expérimentale montre que le comportement global de la structure est non-linéaire, en se basant sur la courbe charge-flèche à mi-portée de la poutre.

La figure (IV.3) illustre les courbes charge-flèche obtenue expérimentalement d'une part et par le modèle proposé d'autre part.

Nous constatons une bonne concordance entre ces deux courbes.

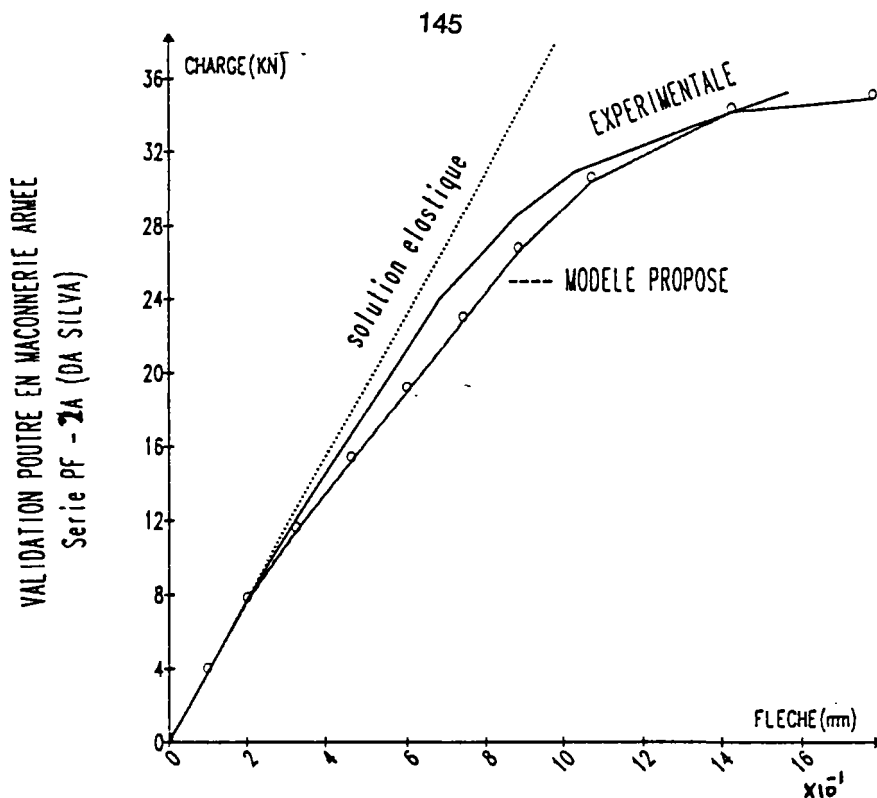


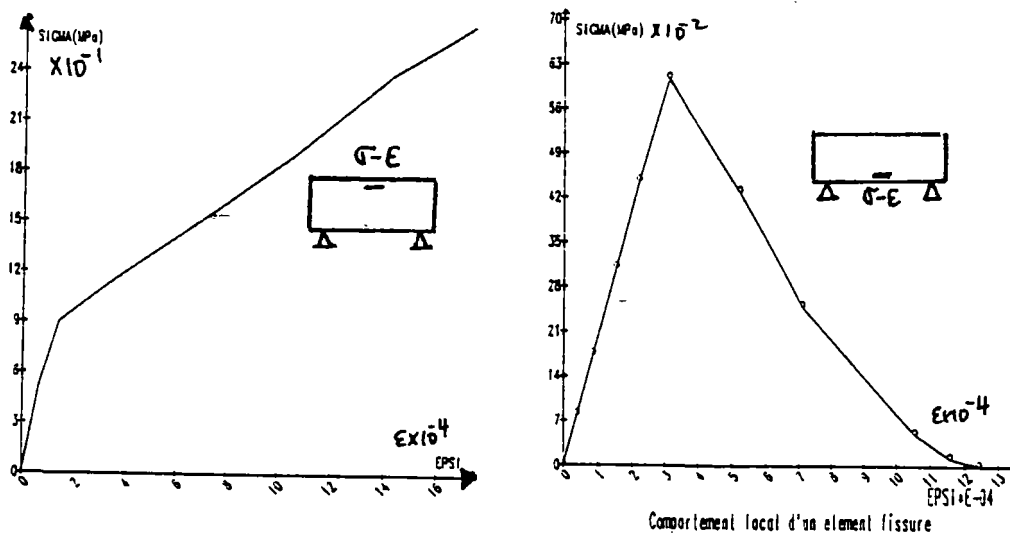
FIG (IV.3)

Sur le plan local nous avons étudié le comportement local ( $\sigma$ - $\epsilon$ ) des deux points d'intégration. La première se plastifiant en bi-compression ; la seconde en traction. La figure () montre ce comportement, où nous constatons la perte progressive de la résistance du point fissuré en même temps que l'augmentation des déformations plastiques (ceci correspond à une ouverture de fissure). Dans l'autre cas nous constatons le gain en résistance et en même temps que la perte progressive en rigidité.

Du point de vue mode de rupture, nous trouvons expérimentalement deux modes combinés nommés :

- rupture par effort tranchant
- rupture par poinçonnement.

pour le premier, il s'agit d'une rupture à  $\pm 45^\circ$  due à l'effort tranchant, la deuxième est due à l'écrasement des briques qui se trouvent en dessus des deux appuis.



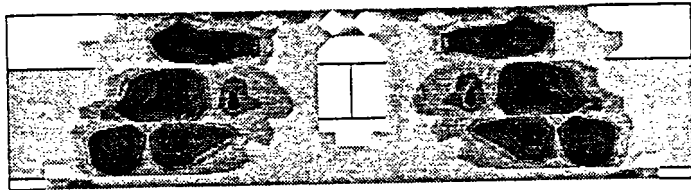
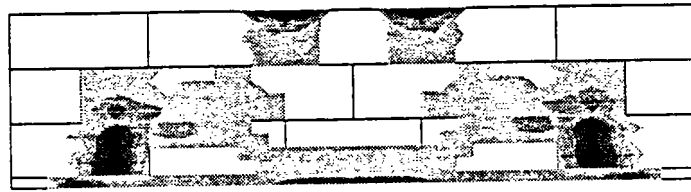
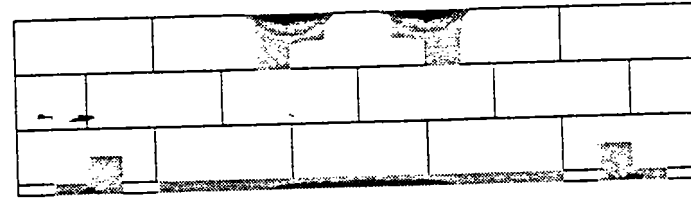
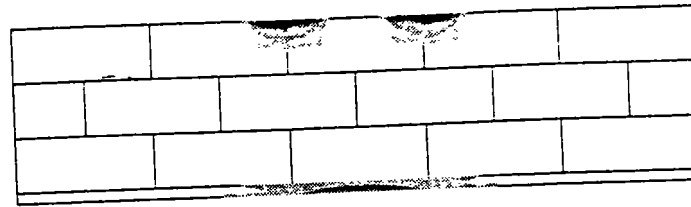
La figure (IV.5) montre la photo du mode de rupture observé expérimentalement.

Par le calcul nous avons approché ces deux modes de rupture. Or nous avons constaté la zone de fissuration par traction générée par le modèle est plus petite que celle observée expérimentalement.. La figure (IV.6) montre la progression des points rompus en fonction des incréments de charge.

En ce qui concerne les joints de mortier, les résultats du modèle concordent parfaitement avec les observations expérimentales (aucun joint de mortier n'a fait l'objet d'une rupture par glissement). Ceci est dû à la bonne adhérence entre le mortier et la brique d'une part et à la fragilité du comportement des briques d'autre part. Ces derniers se fissurent et s'endommagent bien avant l'apparition du glissement.

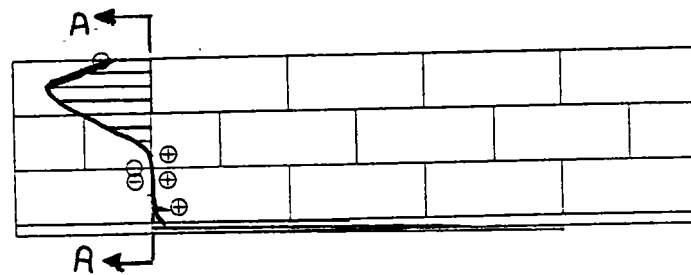


FIG (IV.5)

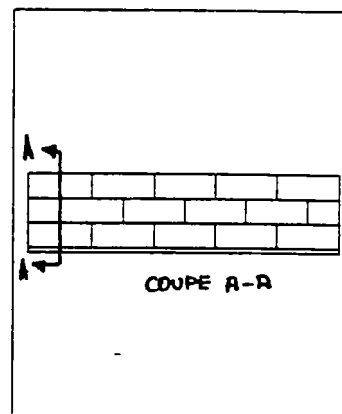


DEFORMATION ELASTIQUE

DE	.110E-01	*	.788E-03
DE	.788E-03	*	.157E-02
DE	.157E-02	*	.234E-02
DE	.234E-02	*	.312E-02
DE	.312E-02	*	.390E-02
DE	.390E-02	*	.467E-02
DE	.467E-02	*	.545E-02
DE	.545E-02	*	.623E-02
DE	.623E-02	*	.700E-02
DE	.700E-02	*	.778E-02



CESAR-LCPC : module COPL	
Etude :	pfl
Calcul :	22a
INCREMENT NO : 20	
SIGMA X	
PROFIL DE PARAMETRE CONTRAINTES SX	
echelle	.900E+00



FIG(IV.6)



Notons que la charge produisant la première fissuration est de l'ordre de 21 KN expérimentalement et de 8 KN par le calcul. La charge ultime trouvée expérimentalement est de 58 KN, le calcul est arrêté à la valeur de 40 KN. L'explication de cette différence est double:

-La première qui concerne l'estimation de la charge à la première fissuration; il s'agit ici de deux notions différentes. En fait la charge à la première fissuration annonce une macro-fissure expérimentalement et une micro-fissure numériquement invisible à l'oeil nu.

- La deuxième explication concernant l'estimation de la charge ultime est due à un aspect numérique ; l'algorithme de résolution n'étant pas pour le moment optimisé, le calcul diverge quand la rigidité de la structure devient très faible par rapport à sa valeur initiale . D'où l'arrêt de calcul avant la phase finale de ruine.

#### IV.2.2 POUTRE DE FAIBLE PORTEE PF-2B

Ce deuxième calcul concerne la même structure que précédemment mais chargée différemment; une seule charge concentrée est appliquée au milieu de la poutre. Les données géométriques, mécaniques ainsi que les conditions aux limites sont identiques. La figure (IV.7) montre les résultats du calcul comparés à l'expérimentation où nous constatons une très bonne concordance

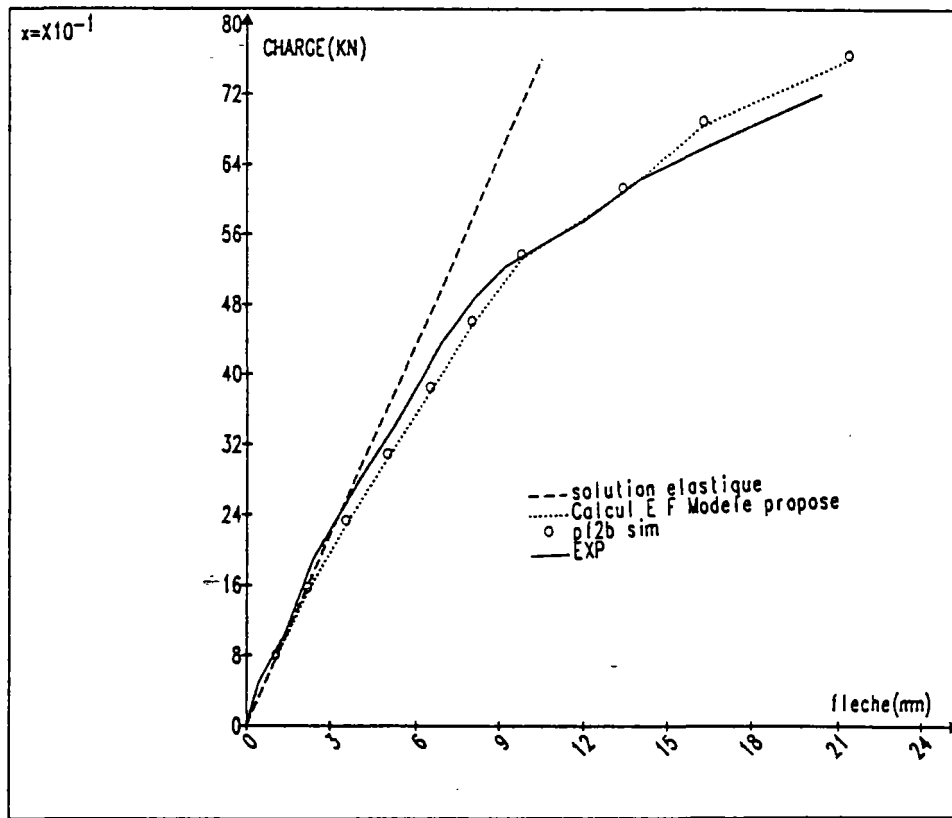


FIG (IV.7)

Le mode de rupture observé expérimentalement, effort tranchant, poinçonnement) est identique à celui qu'on a trouvé par calcul, la figure (IV.8) illustre la progression des points fissurés et plastifiés en fonction des incréments de charge.

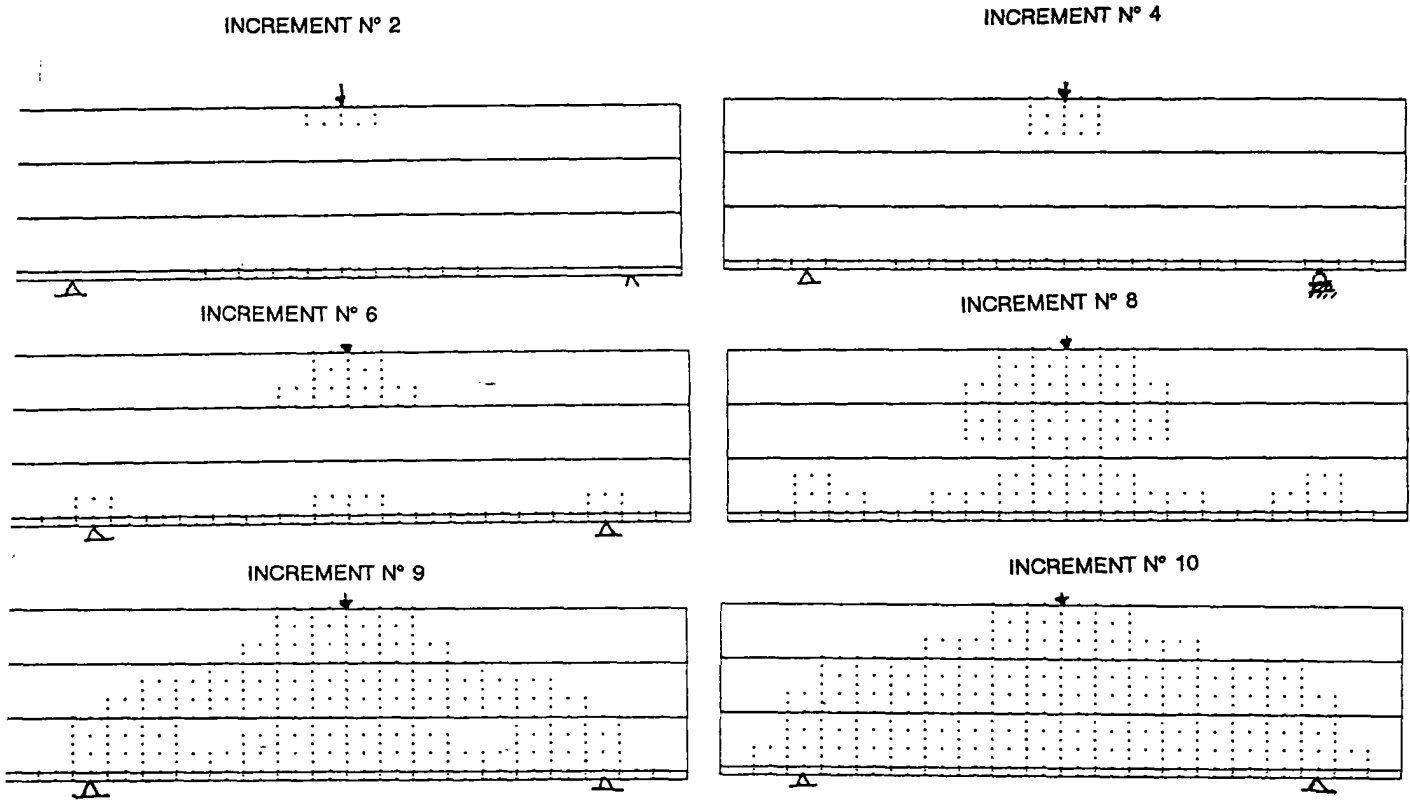
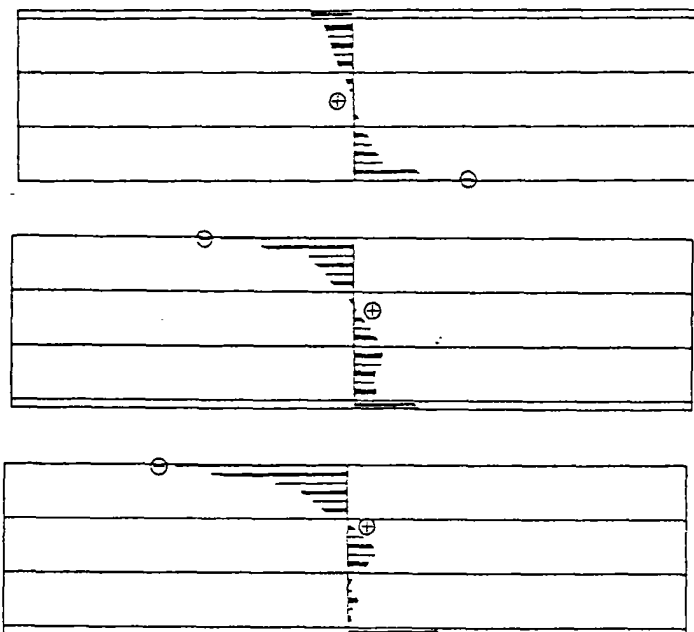


figure (IV.8) progression des points plastifiés et fissurés en fonction de l'augmentation du chargement



CESAR-LCPC : module COPL		
Etude	:	pf
Calcul	:	2b
INCREMENT NO : 8, 9 et 10		
PROFIL DE PARAMETRE CONTRAINTS SX		
echelle	:	.590E+01
$\sigma_x$		

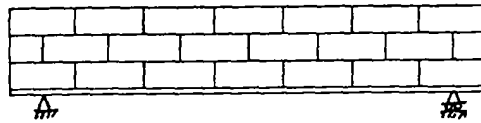
PROFONDEUR DE LA FISSURE

En ce qui concerne l'estimation des niveaux critiques de charge, l'expérimentation donne une valeur de 60 KN de valeur de charge à la première micro-fissuration contre 20 KN pour le calcul numérique, la charge à rupture étant de 105 KN expérimentalement, la valeur de 80 KN correspond à l'arrêt du calcul suite à un divergence numérique.

**IV.2.3 POUTRE PG**

Nous passons maintenant aux poutres de longues portées nommées PG. Quatre poutres ont été validées, la configuration géométrique est la même pour les quatre structures à savoir :

- largeur de la poutre = 2,5 m
- portée utile = 2,0 m
- conditions aux limites : appui simple (gauche)  
appui libre (droite)



224	226	228	230	232	234	236	238	242	244	246	248	252	254	256	258	262	264	266	268	272	274	276	278	282	284	286	288
223	225	227	229	231	233	235	237	241	243	245	247	251	253	255	257	261	263	265	267	271	273	275	277	281	283	285	287
126	128	130	132	134	136	140	142	144	146	150	152	154	156	160	162	164	166	170	172	174	176	180	182	184	186	190	192
125	127	129	131	133	135	139	141	143	145	149	151	153	155	159	161	163	165	169	171	173	175	179	181	183	185	189	191
30	32	34	36	38	40	42	44	48	50	52	54	58	60	62	64	68	70	72	74	78	80	82	84	88	90	92	94
29	31	33	35	37	39	41	43	47	49	51	53	57	59	61	63	67	69	71	73	77	79	81	83	87	89	91	93

MAILLAGE ADOPTE POUR LE CALCUL

La seule différence est dans le mode du chargement ainsi que dans le pourcentage d'armatures dans les joints horizontaux.

#### IV.2.4 POUTRE GP-1A :

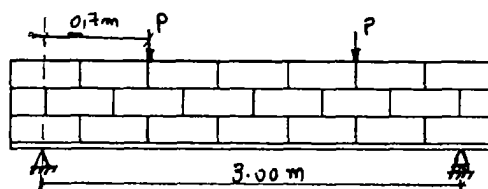
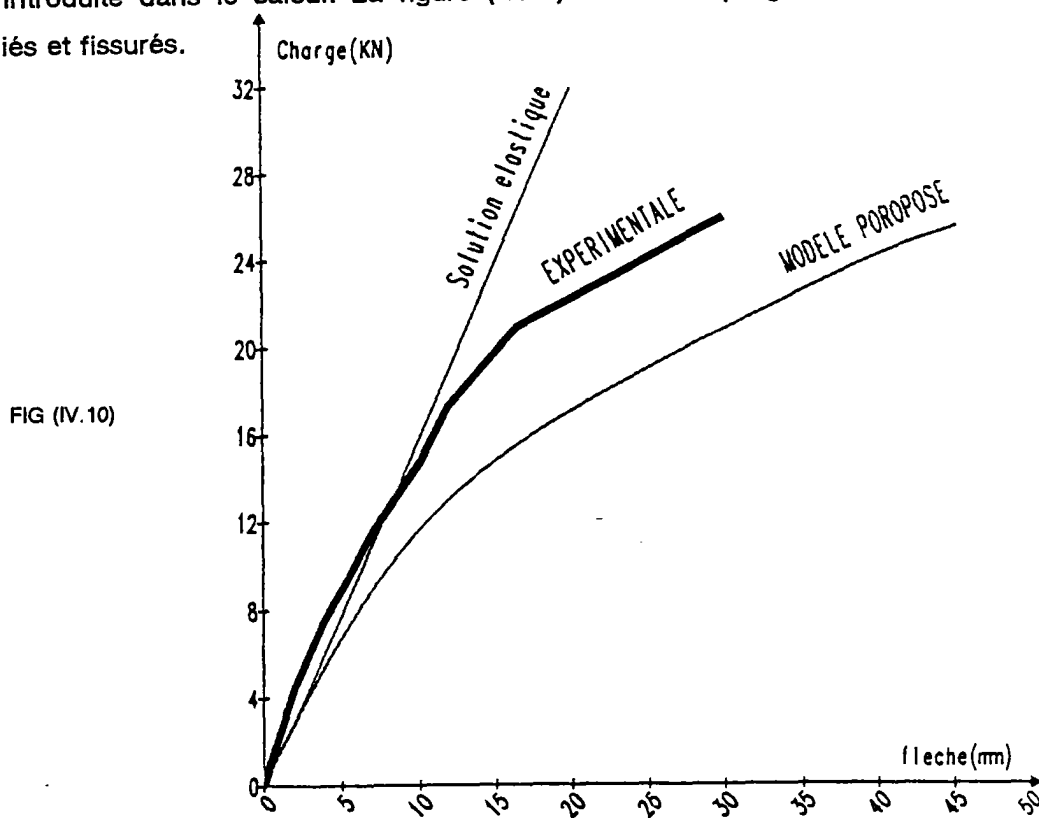


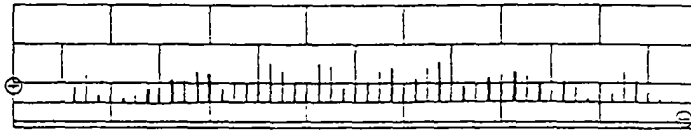
figure (IV.9) poutre PG -1A

Les valeurs mécaniques sont toujours celles qui sont données pour les deux calculs précédents.

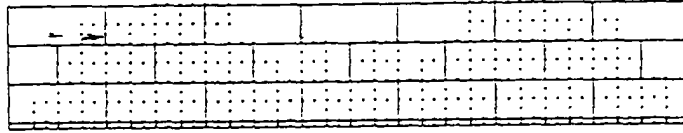
La figure (IV.10) montre une comparaison avec les résultats expérimentaux (courbes flèche-charge). Nous constatons une moyenne concordance avec les résultats expérimentaux. Or on peut peut-être expliquer cette différence par la sous-estimation de la rigidité initiale de la structure (différence au départ des deux pentes élastiques). La charge à la première micro-fissuration est de l'ordre de 20 KN contre 9 KN trouvée numériquement, la charge à la ruine est de l'ordre de 30 KN expérimentalement contre 27 KN numériquement.

Notons que le mode de rupture observé expérimentalement est légèrement différent que celui qu'on a trouvé par simulation ([flexion] pour l'expérimentation / combinaison [flexion + tranchant] numériquement). Cette différence de modes de rupture entre l'expérimentation et le calcul est du à une sous-estimation de la limite de cisaillement S012 introduite dans le calcul. La figure (IV.11) montre la progression des points plastifiés et fissurés.

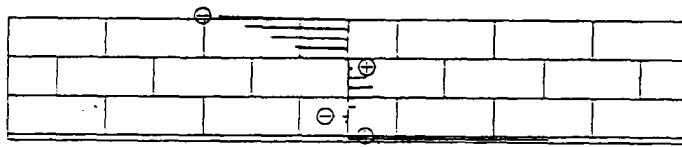




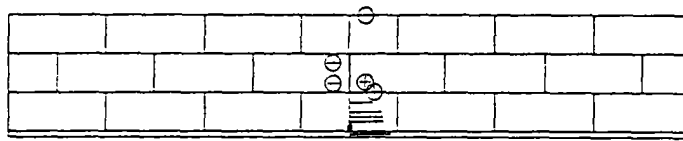
a) Répartition des déformations plastiques



b) Mode de rupture généré par le modèle



c) Profondeur de la fissure dans une coupe médiane



d) Profile de la déformation plastique dans une coupe

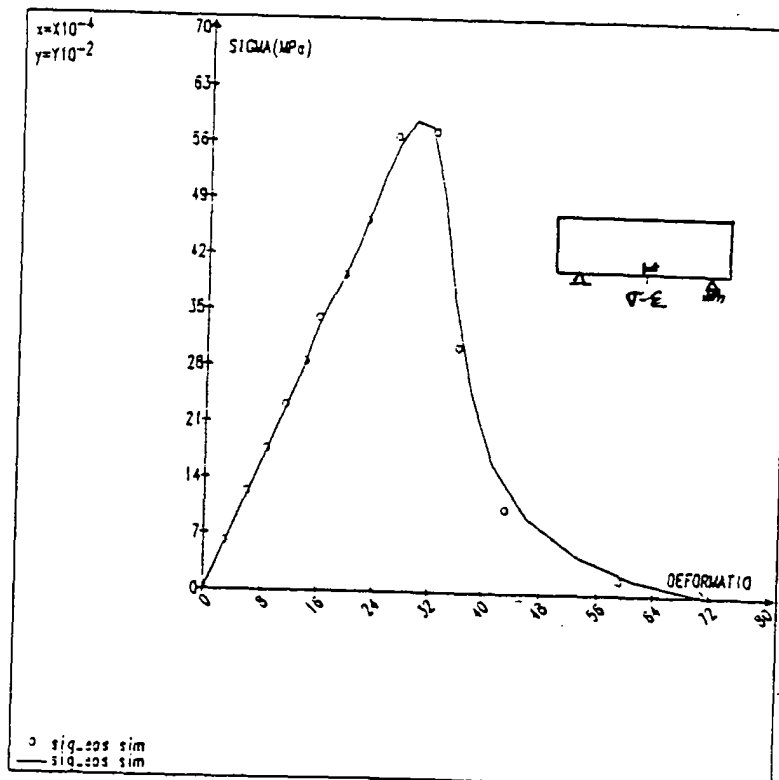
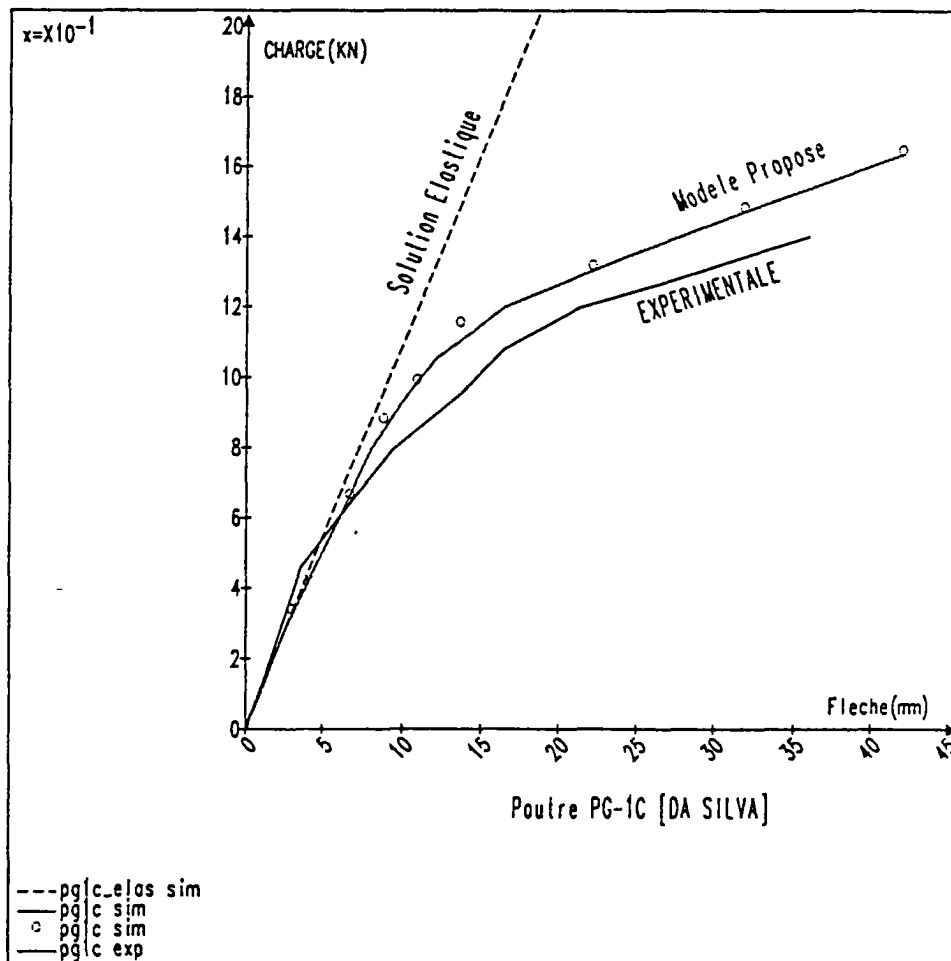


FIG (IV.11) Poutre PG - 1A

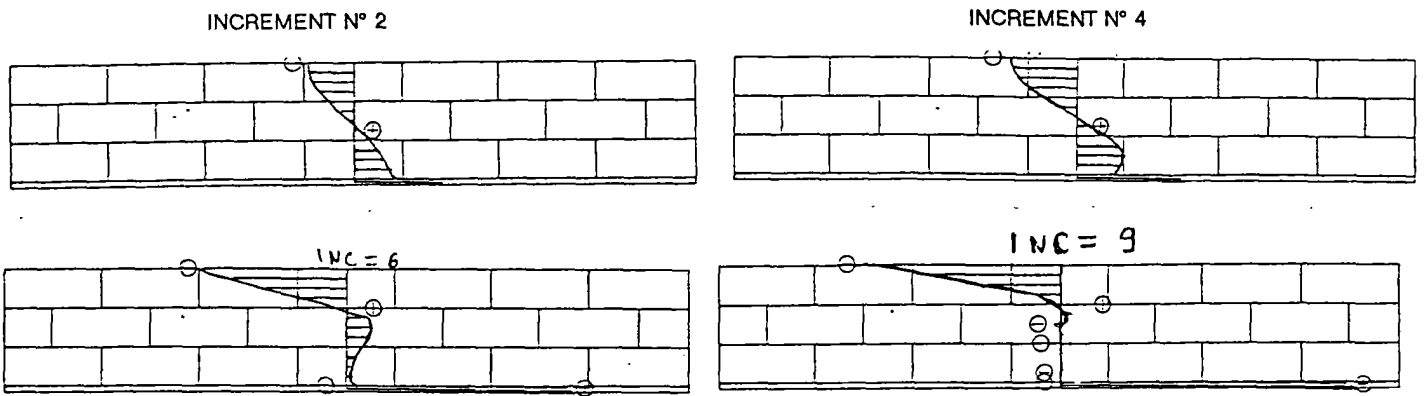
IV.2.5 POUTRE PG - 1C :L'essai sur la poutre PG-1C diffère des autres essais par les points d'application de la charge. Il s'agit de deux charges concentrées situées à une distance de 1,2 m des appuis.

Nous constatons cette fois sur la figure (IV.12) une meilleure concordance avec les résultats expérimentaux. Ceci est dû essentiellement à une meilleure estimation de la rigidité initiale de la structure. Le mode de rupture observé expérimentalement est le même généré numériquement (flexion/effort tranchant). La charge à la première fissuration est de 11 KN contre 4 KN par simulation. Les charges à la rupture sont de l'ordre de 16,75 EXP et de 17 KN par simulation.

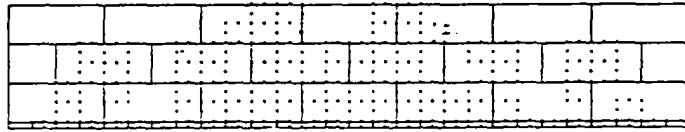


FIG(IV.12)

La figure (IV.13) montre la valeur de la contrainte  $\sigma_x$  dans la section médiane de la poutre pour des différents incréments de charge. Nous constatons la perte progressive de résistance et des contraintes supportées pour des éléments fissurés.



FIG(IV.13) Contraintes  $\sigma_x$  dans une coupe



MODE DE RUPTURE GENERE

#### IV.2.6 PG - 2A

La poutre PG-2A, se distingue de la poutre PG-1A par le pourcentage d'armature . (0,171 % correspondant à  $(3 \times 2\phi 6)$  contre  $(3 \times 2\phi 4)$ ). La figure (IV.14) montre les courbes flèche-charge trouvées expérimentalement et numériquement. On compare ces résultats avec la solution élastique. Nous constatons une très bonne similitude entre essais et modèle, ainsi l'inaptitude de la solution élastique à simuler le comportement de ces structures pour des valeurs de charge dépassant la limite élastique des matériaux constitutifs.

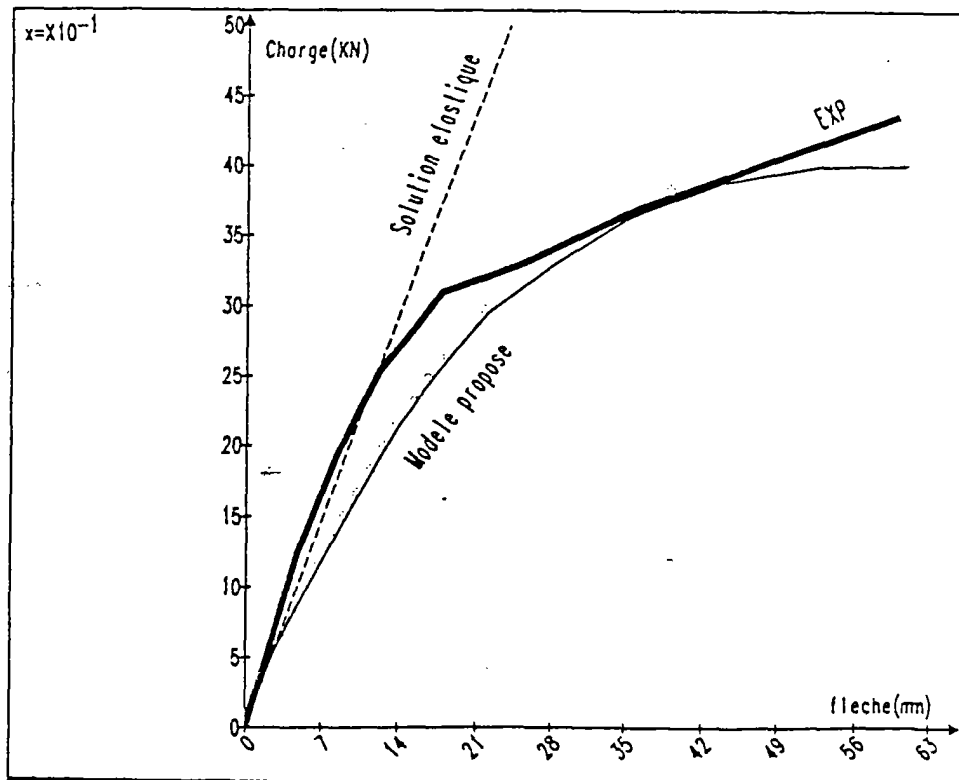
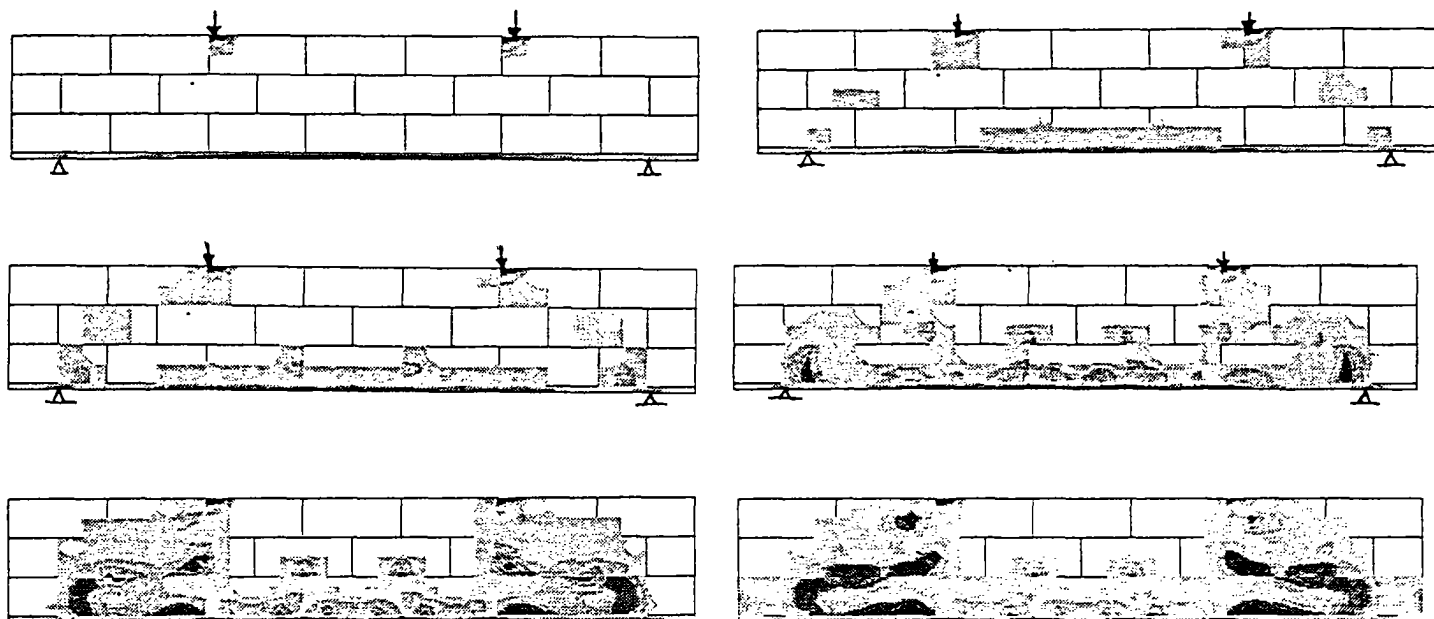
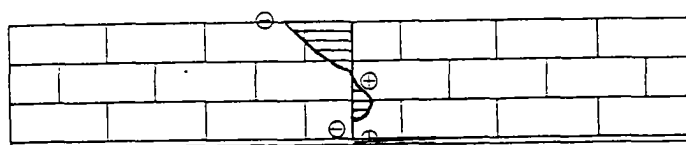


FIG (IV. 14)

Le mode de rupture observé en cours d'essai était par effort tranchant (une bande de fissures à  $\pm 45^\circ$  et passant par les appuis et les points d'application des charges concentrées. Ce même mode de rupture est régénéré numériquement, à noter que le début du processus de fissuration a commencé par une plastification des deux points d'application des charges et qui ensuite se développe vers les appuis. La figure IV.15 montre les isovaleurs des déformations plastiques en fonction des incréments de charge.



FIG(IV.15) Isovaleurs des déformations plastiques



$d$  profondeur de la fissure à mi portée

CESAR-LCPC : module COPL		
Etude	:	pg
Calcul	:	2a
INCREMENT NO : 19		
PROFIL DE PARAMETRE CONTRAINTS SX		
echelle	_____	
	.180E+01	



#### IV.2.7 POUTRE PG-2C :

La poutre PG-2C est identique à la précédente. Seuls les points d'applications des charges sont différents. Les charges sont appliquées à une distance de 1,2 m des deux appuis. La figure (IV.16) montre une comparaison entre les résultats d'essai avec les résultats du calcul.

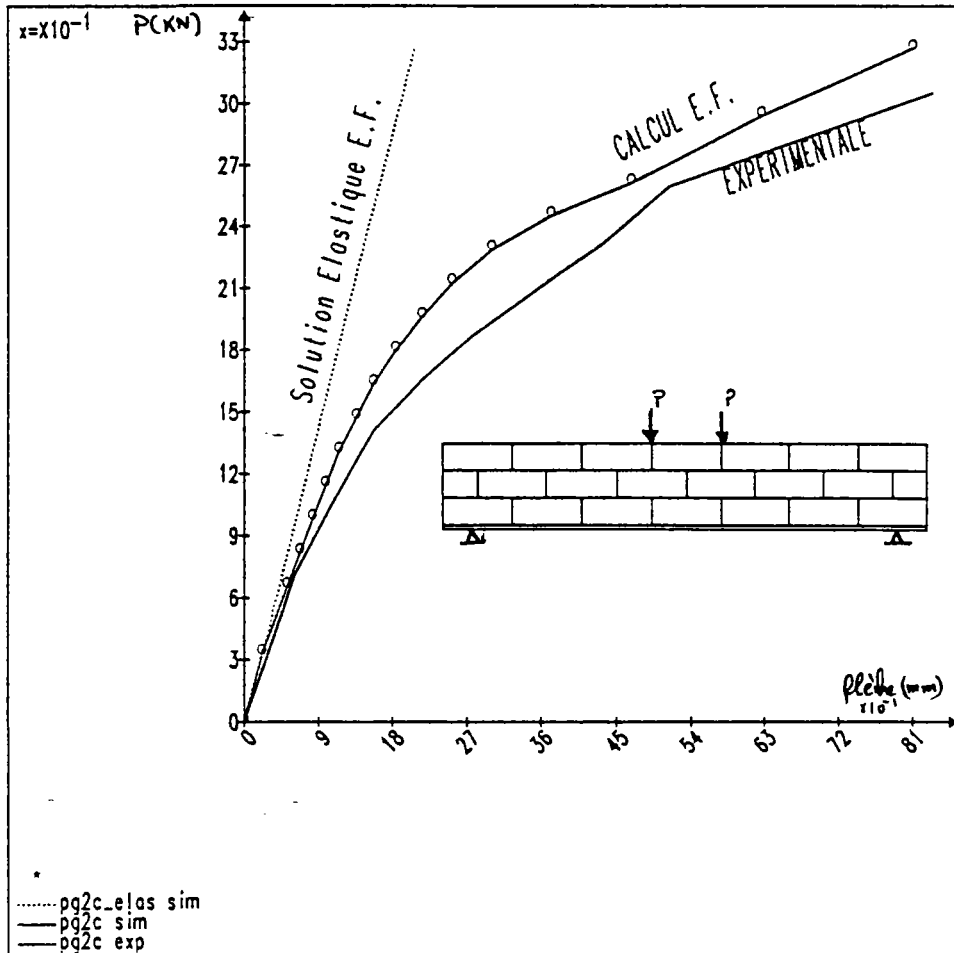


FIG (IV.16)

#### IV.2.8 POUTRES VOILES :

Dans cette partie, nous validons le modèle avec des essais expérimentaux réalisés sur des poutres-voiles en maçonnerie armée. Ce choix est justifié par le fait que les poutres-voiles ne peuvent pas être assimilées à des poutres classiques. Le rapport élevé entre la portée et la hauteur modifie la répartition des contraintes, dont la conséquence majeure est une déformation gauche des sections à l'origine planes. Elles ne peuvent pas non plus être considérées comme des murs car en s'appuyant sur des appuis isolés, elles sont soumises à un moment de flexion.

Dans les poutres-voiles, la répartition des contraintes et leur direction sont influencées de façon importante, d'une part par la manière dont la poutre-voile reçoit les charges, et d'autre part par le type d'appui. Il doit en être tenu compte dans le dimensionnement de l'armature [32 -DA SILVA].

Dans le cas envisagé, cette validation porte sur des parties chargées sur la partie supérieure et appuyées directement sur des appuis inférieurs simples.

Le programme de validation porte sur 3 poutres-voiles armées constituées par des éléments de briques creuses de terre cuite :

- la première comportait à sa base une semelle en béton armé faisant office de tirant,
- la deuxième a été une récupération en sous-oeuvre de la première poutre-voile qui, compte tenu d'une rupture très localisée sur un appui, a été récupérée après enlèvement des deux lits inférieurs de brique et de la semelle en béton.
- la troisième poutre-voile avait des dimensions identiques à la première mais ne comportaient pas de semelle en béton armé.

La figure (IV.17) montre le schéma de ces essais sur des poutres voiles.

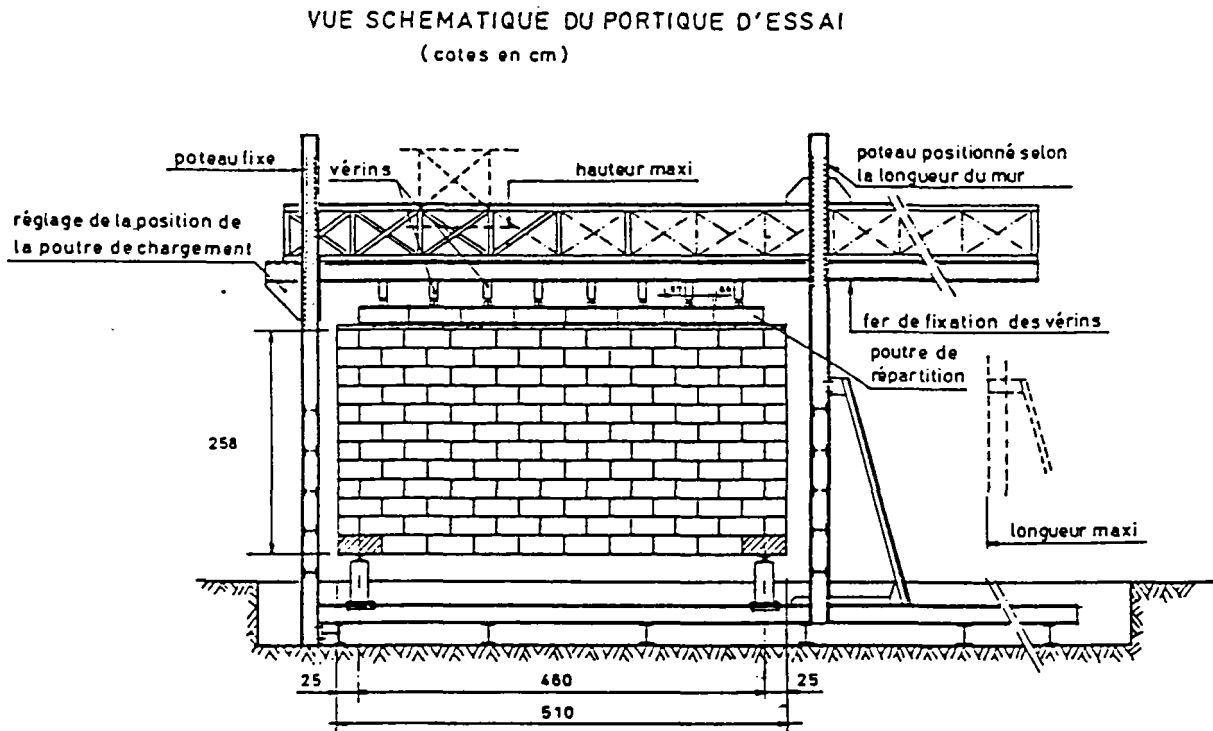


FIG (IV.17) Vue schématique du portique

Les principaux résultats expérimentaux sont donnés dans le tableau (IV.1).

Tableau 12 - Principaux résultats des essais de flexion des poutres-voiles. (Voir également Annexe E)

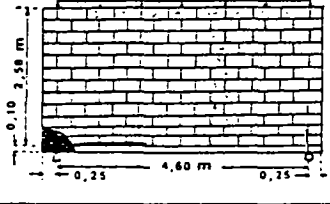
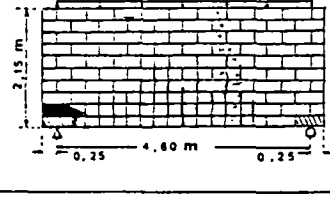
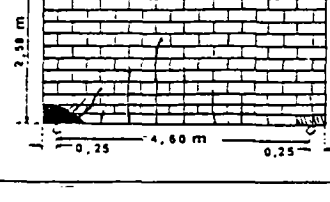
REFERENCE	TYPE DE MAQUETTE ET FISSURATION / RUPTURE	ARMATURES (2)		CHARGE (KN/M) (4) lère FISSURE ULTIME (5)	FLECHE A LA lère FISSURE (mm)	
		As (cm <sup>2</sup> )	e (%)			
PV-1		12,51	0,233	56 ( poinçon- nement)	82	1,1
PV-2		7,86	0,183	52 (flexion)	104	2,0
PV-3		4,19	0,081	35 (flexion)	92	0,8

Tableau (IV.1) récapitulatif des résultats EXP

### 2.8.1 Poutre-voile PV-1 :

En ce qui concerne la modélisation, nous avons essayé de nous rapprocher le plus de la réalité des essais en intégrant les plateaux de la presse dans le modèle. Deux calculs ont été effectués, l'un avec un maillage grossier (536 éléments), l'autre avec un maillage plus fin (776 éléments). Ceci dans le but de tester l'objectivité du modèle vis-à-vis du maillage. La figure () montre les

résultats des deux calculs (courbes flèche à mi-portée/charge). L'écart entre les deux courbes n'est pas significatif.

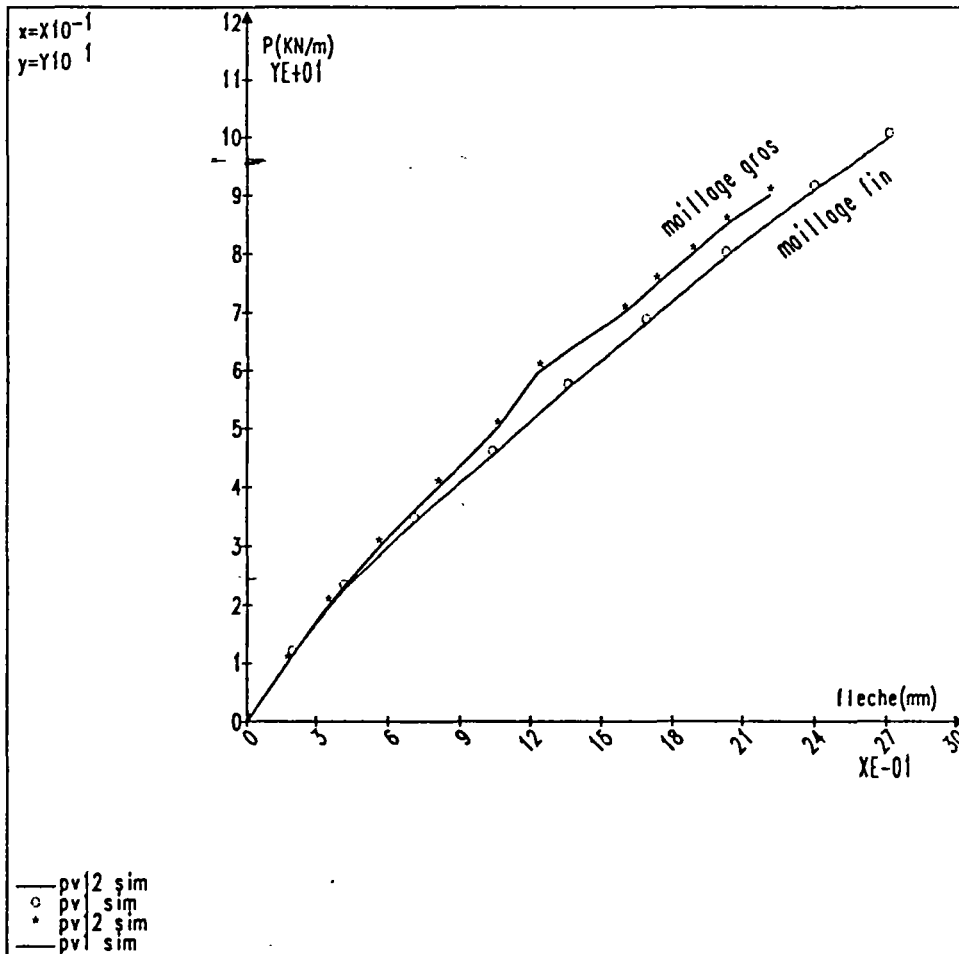


FIG (IV.18)

On constate sur la figure (IV.19) que la courbe expérimentale se situe à l'intérieur du domaine défini par les deux courbes calculées.

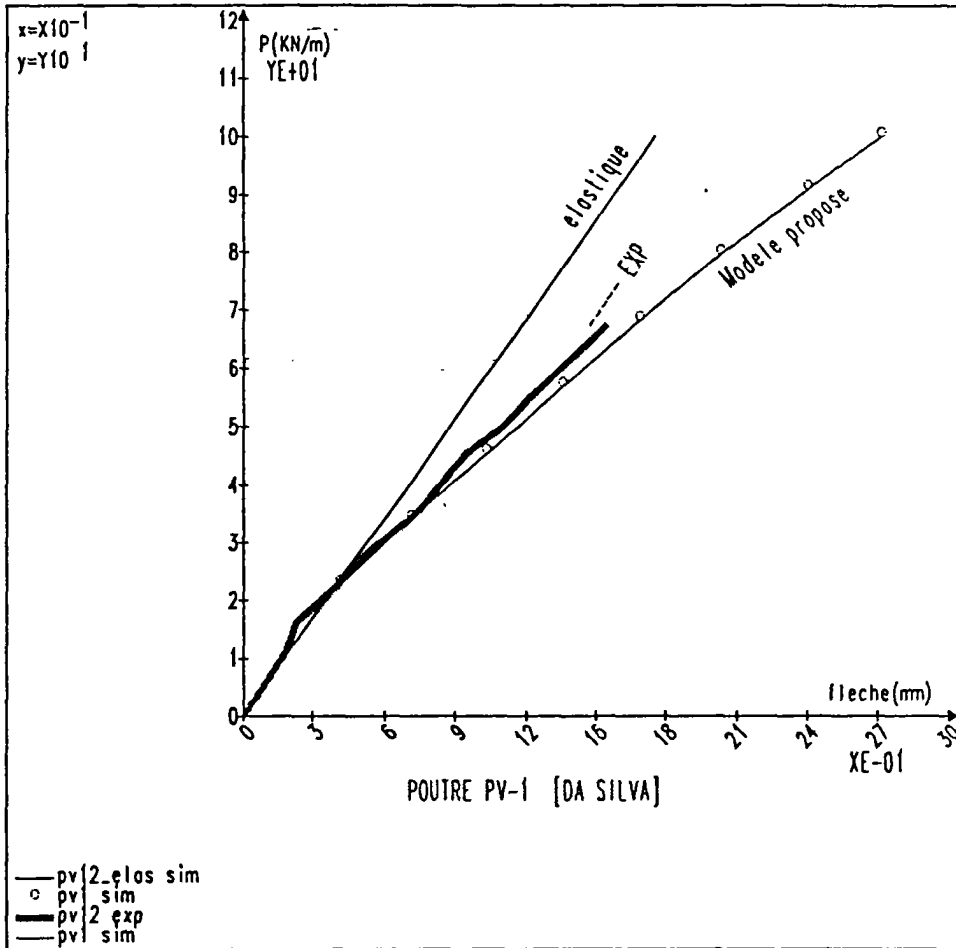
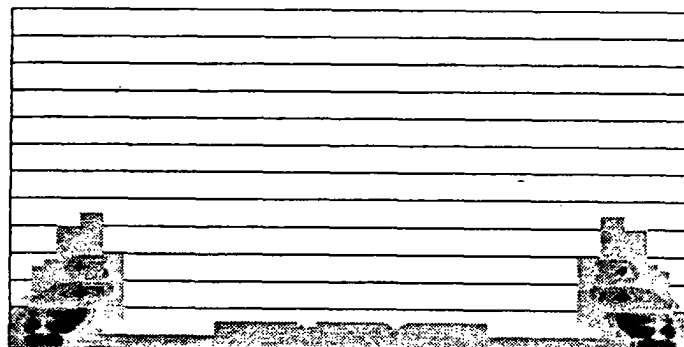
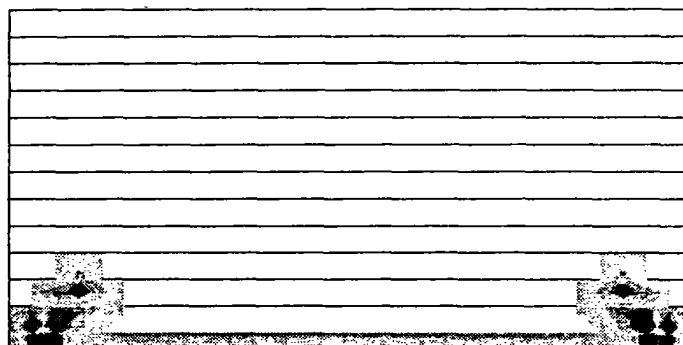
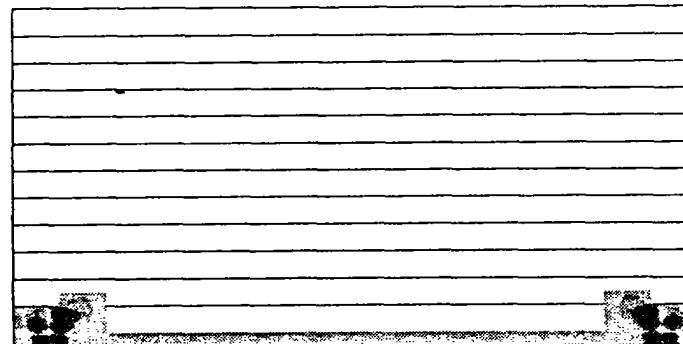
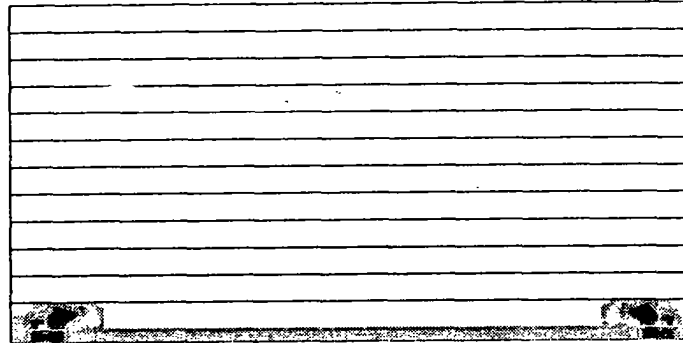


FIG (IV.19)

Le mode de rupture généré numériquement sensiblement proche de l'expérimentation (écrasement des briques au dessus de deux appuis. La figure (IV.20) montre la progression de l'écrasement des briques en fonction des incréments de charge.

FIG (IV.20) Poutre PV-1



### 2.8.2 Poutre-voile PV-2

Dans le cas de la poutre-voile PV-2, la comparaison entre calcul et résultats expérimentaux montre une concordance médiocre. Ceci peut être expliqué par le fait que la poutre-voile PV-2 est a été reconstruite à partir de la poutre PV-1, qui, apparemment, n'avait été endommagée que localement, au droit des appuis. Cependant, la poutre-voile PV-1 était probablement micro endommagée par le préchargement qu'elle a subi au cours du premier essai. Notons que le calcul numérique a montré une certaine instabilité qui se traduit par une branche ascendante après la première fissuration voir figure (IV.21).

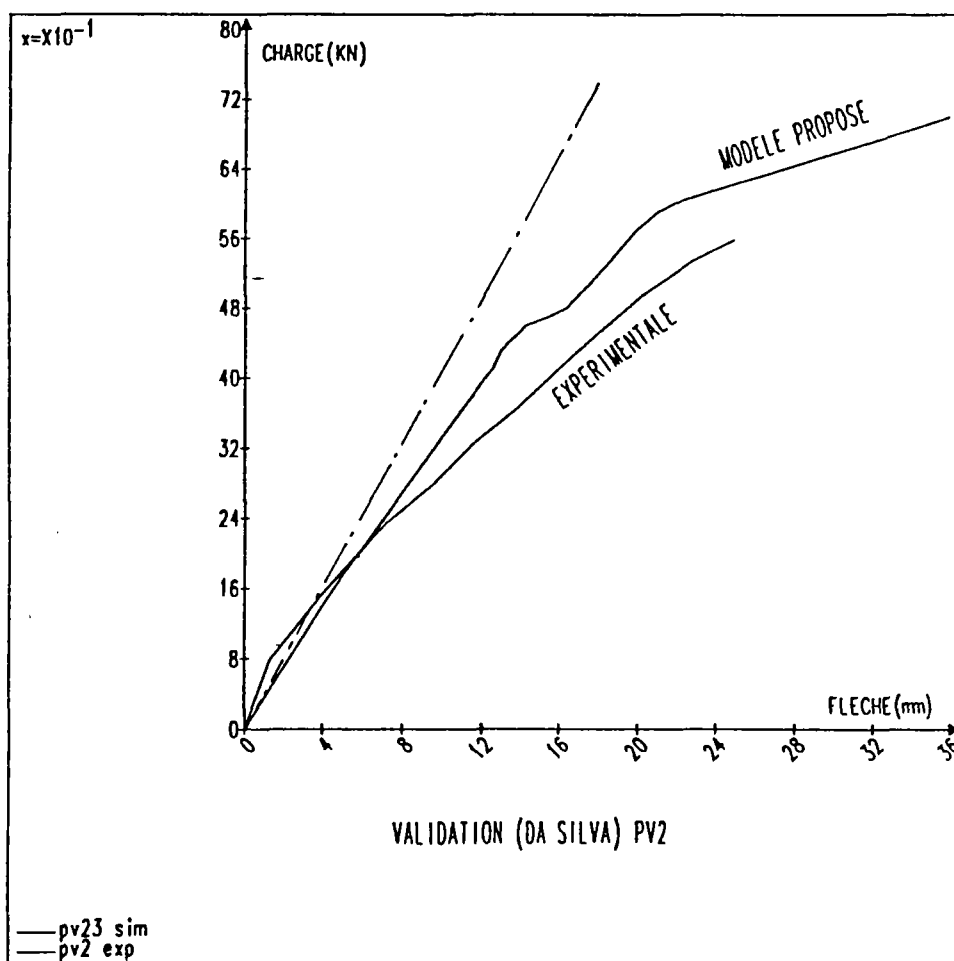


FIG (IV.21)

La figure (IV.22) montre le mode de rupture observé au dernier incrément de charge sachant que le début du processus de fissuration a commencé par un écrasement des briques au-dessus des appuis.

### 2.8.3 Poutre-voile PV-3 :

La figure (IV.23) montre la comparaison entre les résultats du modèle et l'expérimentation pour la poutre-voile PV-3 décrite précédemment. Nous constatons dans ce cas une meilleure concordance par rapport au calcul précédent. Le mode de rupture observé expérimentalement et numériquement est identique (écrasement au droit des appuis/fissuration par flexion en partie médiane).

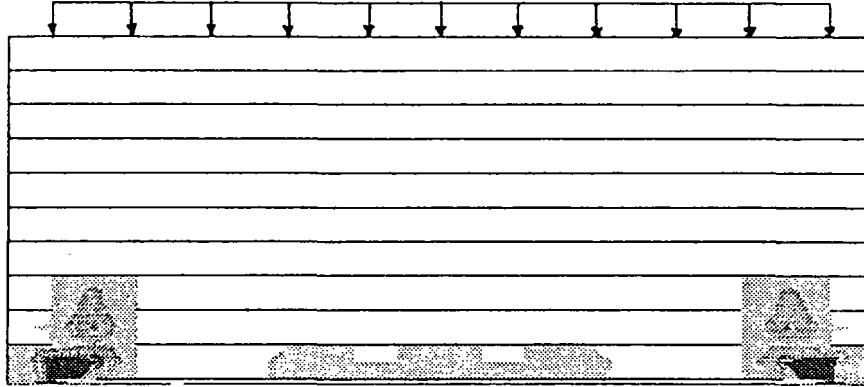


FIG (IV.22) Poutre-voile PV-2  
Mode de rupture observé

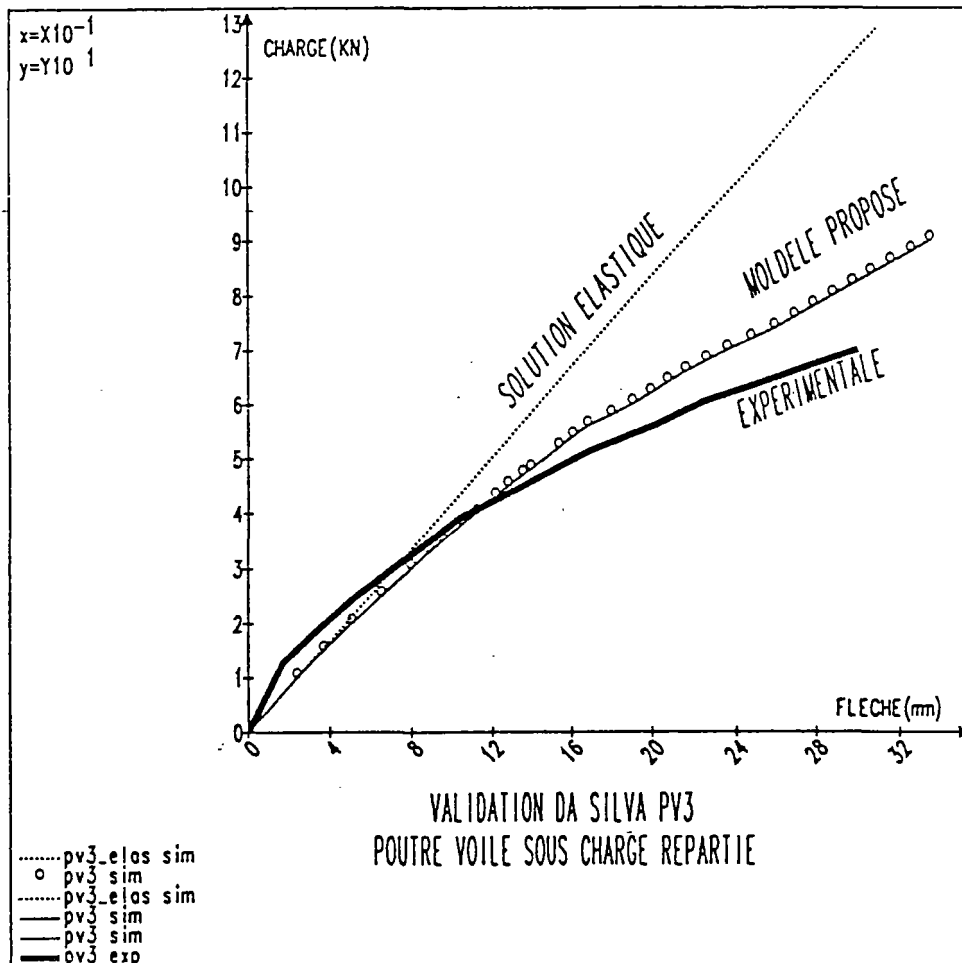
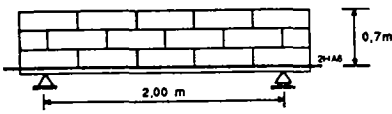
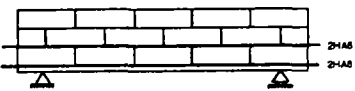
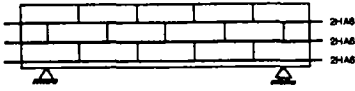
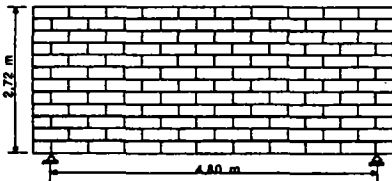


FIG (IV.23)



### V-3 CAS DES BLOCS CREUX DE BETON

La validation du modèle proposé étant terminée pour les maçonneries de briques creuses, nous abordons dans cette deuxième partie les blocs creux du béton. Nous allons nous limiter dans la suite à quatre types d'essais. Le tableau suivant récapitule les caractéristiques principales :

EF.	TYPE D'ESSAI	Armatures		Moment (KN.m)		Mode de rupture
		A <sub>Sc</sub> m <sup>2</sup>	e%	1 <sup>ère</sup> fiss	ULTIME	
F-1		0,565 m <sup>2</sup>		11,38 KN.mm	20,65	flexion
F-2		1,131 m <sup>2</sup>		14,9 KN.mm	30,8	flexion
F-3		1,7 m <sup>2</sup>		17,62	28,0	flexion + effort tranchant
V-1	<p>TOUS LES JOINTS HORIZONTAUX SONT ARMES : (2HA 6)</p> 	6,8 m <sup>2</sup>	0,125	107,1 (KN.m)	moment = 302 (KN.m)	écrasement poinçon- nement + glissement

La figure (IV.24) montre le mode de rupture finale observé pour la poutre-voile PV-1.

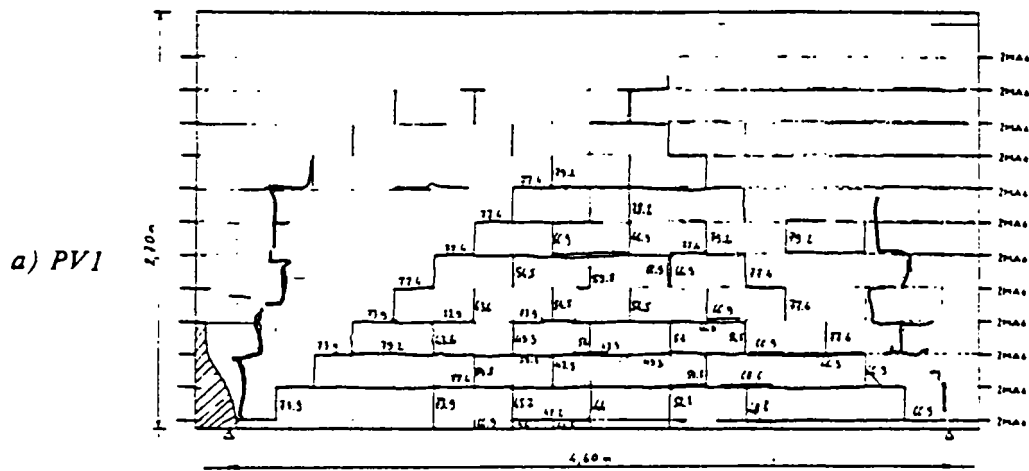


fig. (IV.24) PV-1 (bloc de béton)  
mode de rupture observé expérimentalement

### 3.1 CARACTERISTIQUES MECANQUES ( VOIR CHAP II)

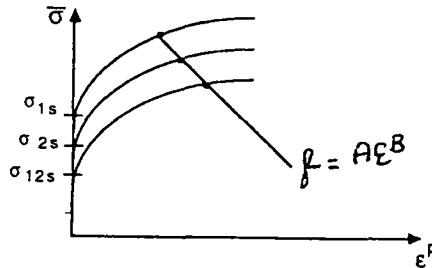
Les données du calcul numériques sont présentées ci après:

#### 3.1.1 Blocs :

- $E_{10} = 31000 \text{ MPa}$
- $E_{20} = 15000 \text{ MPa}$
- $\nu_{12} = 0,18$
- $\nu_{21} = 0,1$
- $G_{12} = 13\ 000 \text{ MPa}$
- $\sigma_1$  seuil compression = 4,5 MPa
- $\sigma_1$  seuil traction = 0,45 MPa
- $\sigma_2$  seuil compression = 5,46 MPa
- $\sigma_1$  seuil traction = 0,546 MPa
- $\sigma_{12}$  seuil cisaillement = 1,855 MPa

La courbe d'écroutissement étant la même dans les trois directions où c'est une fraction de type puissance en cas de bicompression :

$$\sigma = A \varepsilon^B \quad \text{avec } A=1346 \text{ et } B=0.69$$



en traction-traction ou traction-compression

C'est une pente de valeur négative traduisant la perte progressive de rigidité avec l'augmentation des déformations.

$$H^- = - E_{0\text{moy}}/4 = - (E_{01} + E_{02})/8$$

#### 3.1.2 Joint de mortier :

- Dans la direction normale :

$$\sigma_n = A' \varepsilon + B' \varepsilon^2$$

avec  $A' = E_0 = 10480 \text{ MPa}$  et  $B' = 1.738 \times 10^{-4}$

la pente instantanée est :

$$E_n = d\sigma_n / d\varepsilon_n = 2B' \varepsilon_n + A'$$

- Dans la direction tangentielle :  $G_0 = (E_p + E_n)/2$

- Dans la direction parallèle :

$$E_p = 0 \text{ si joint non armé}$$

$$E_p = E_{\text{acier}} \text{ si joint armé}$$

### 3.1.3 Contact :

- Critère de frottement de Coulomb
- Critère spécifique trouvé expérimentalement selon le cas

Coulomb :-

$$\tau = C + \sigma \operatorname{tg} \phi; \quad \phi = 41^\circ$$

$$\psi = 0^\circ$$

$$C = 0,25 \text{ MPa}$$

Spécifique :

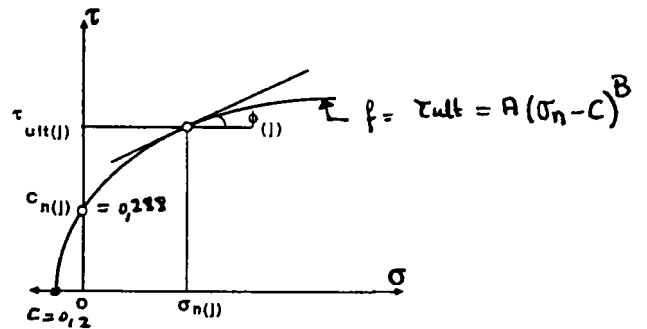
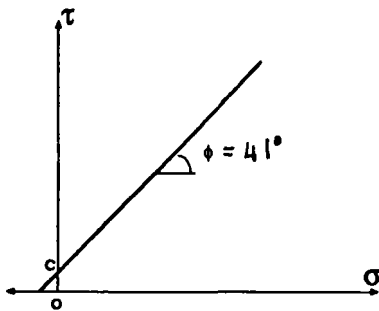
$$\tau = f(\sigma_n, A, B, C)$$

A,B,C paramètre du modèle tel que

$$A = 0,932$$

$$B = 0,94$$

$$C = 0,2 \text{ MPa}$$



### 3.2 POUTRES PF1 ; PF2 ET PF3 :

Dans cette phase de validation, nous avons essayé d'étudier le comportement global de la structure, la sensibilité du modèle vis-à-vis de quelques paramètres tels que :

- 1) L'effet des armatures sur la rigidité globale
- 2) L'effet du glissement des joints du mortier
- 3) L'effet de la loi du frottement (Mohr-Coulomb/loi spécifique)

#### 3.2.1 Effet des armatures :

Les trois poutres étudiées ont la même géométrie. La seule différence entre elles réside dans le pourcentage des armatures. Trois calculs ont été menés en faisant varier la quantité des armatures comme dans l'expérimentation. La figure (IV.25) montre l'effet des armatures noyées dans les joints horizontaux sur la rigidité globale de la structure. On peut constater que :

- 1) L'effet des armatures sur la rigidité globale est plus nette en phase plastique. Ceci s'explique par la reprise des efforts libérés dans les parties fissurées par les armatures. Les armatures travaillent moins en partie supérieure de la poutre.

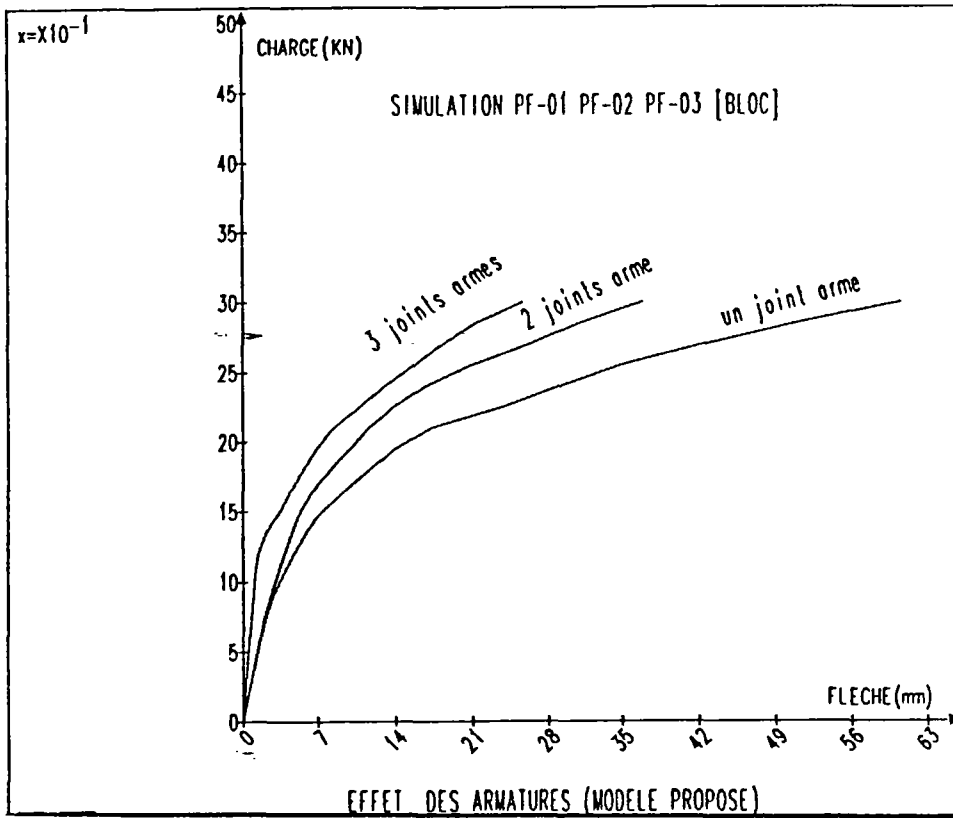


fig. (IV.25) influence des armatures sur la rigidité globale de la structure  
simulation-poutre en M.A (bloc en béton)

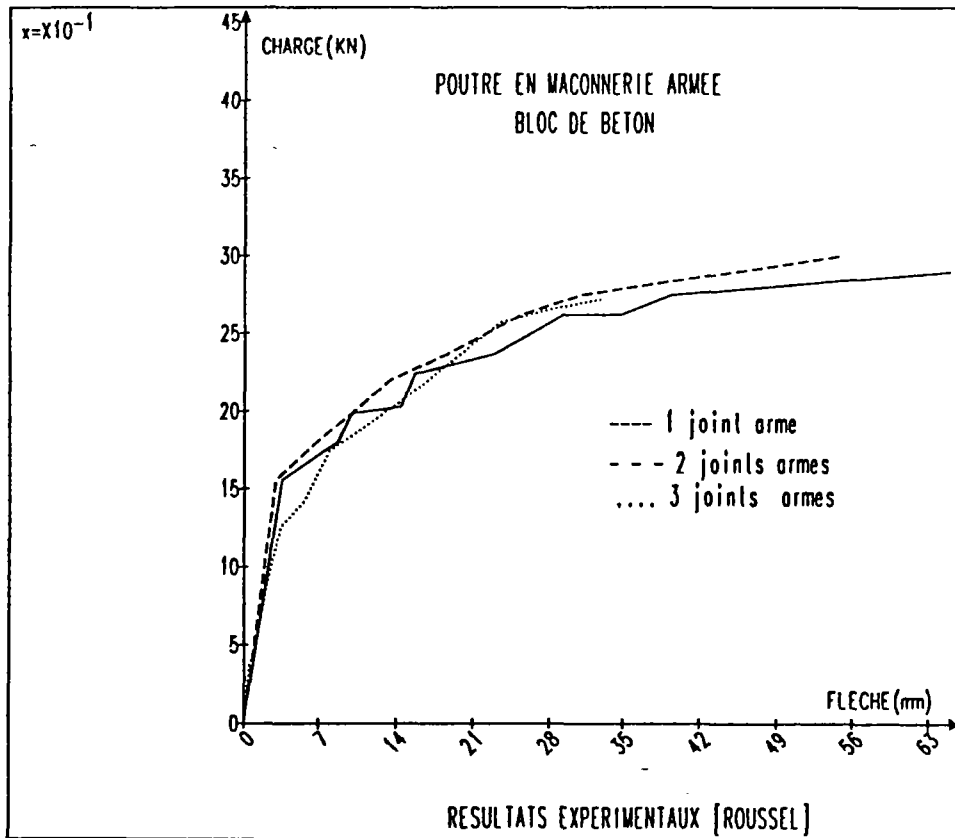


FIG (IV.25 b) effet des armatures : EXPERIMENTALE

### 3.2.23 Effet du glissement des joints :

Deux calculs ont été menés pour étudier l'effet du glissement des joints. Dans le premier calcul nous supposons qu'on a un contact parfait entre le mortier et les blocs ; dans le second nous supposons que les joints sont soumis à la loi de frottement de Mohr-Coulomb.

La figure (IV.26) montre que l'effet du glissement des joints est prépondérant, le calcul avec l'hypothèse du contact parfait donne une surestimation de la rigidité de la structure.

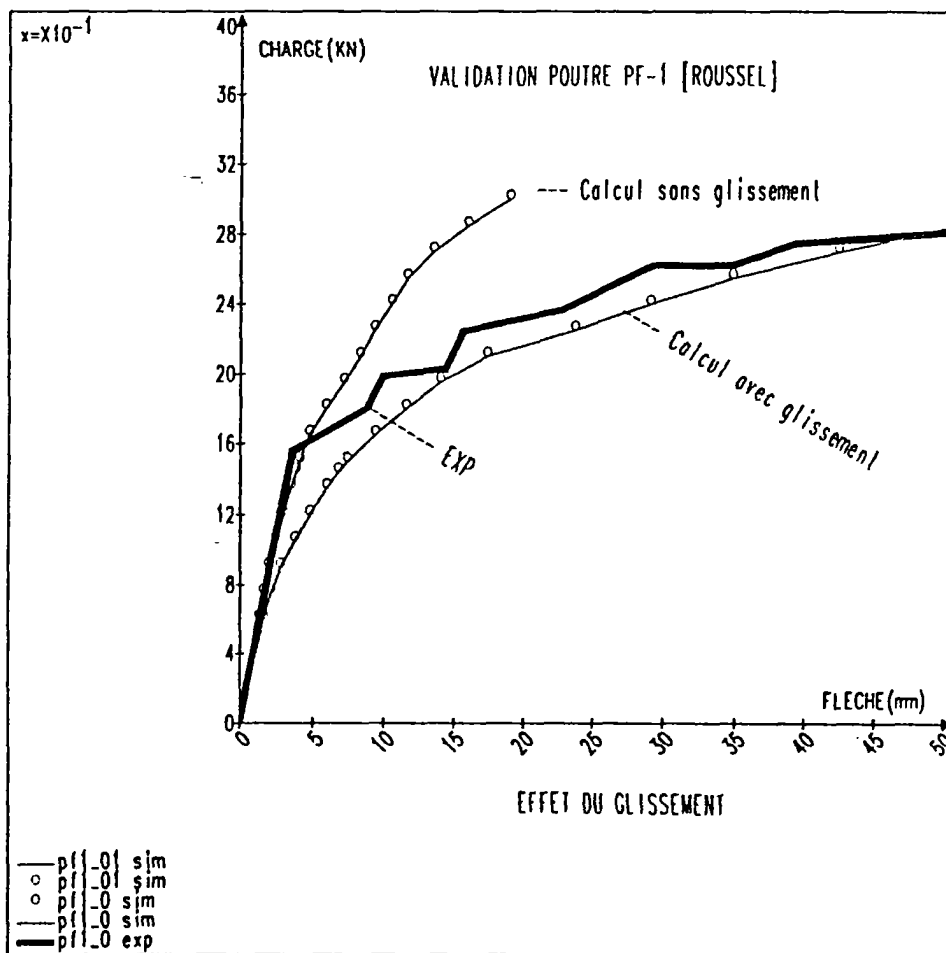


fig. (IV.26) effet du glissement par la rigidité globale

### 3.2.3 Effet de la loi de frottement

Nous étudions maintenant l'effet de la loi de frottement. Nous avons identifié expérimentalement (Voir chapitre II) une loi de frottement spécifique au contact entre mortier et bloc du béton. Cette loi a été modélisée par une fonction dont les paramètres sont donnés précédemment. L'avantage de cette loi par rapport à celle de Mohr-Coulomb réside dans sa capacité à donner une estimation de la contrainte tangentielle ultime même pour des niveaux élevés de contrainte normale. Le calcul précédent sur la poutre PF-1 avec la loi de Mohr-Coulomb est comparé avec un autre calcul où on introduit la loi spécifique. La figure (IV.27) montre une comparaison entre ces deux calculs. Nous constatons que la réponse de la structure au niveau globale est similaire au comportement local du joint. En effet, dans la première phase plastique le calcul avec la loi spécifique donne une estimation plus élevée de la rigidité, et plus faible dans la seconde phase.

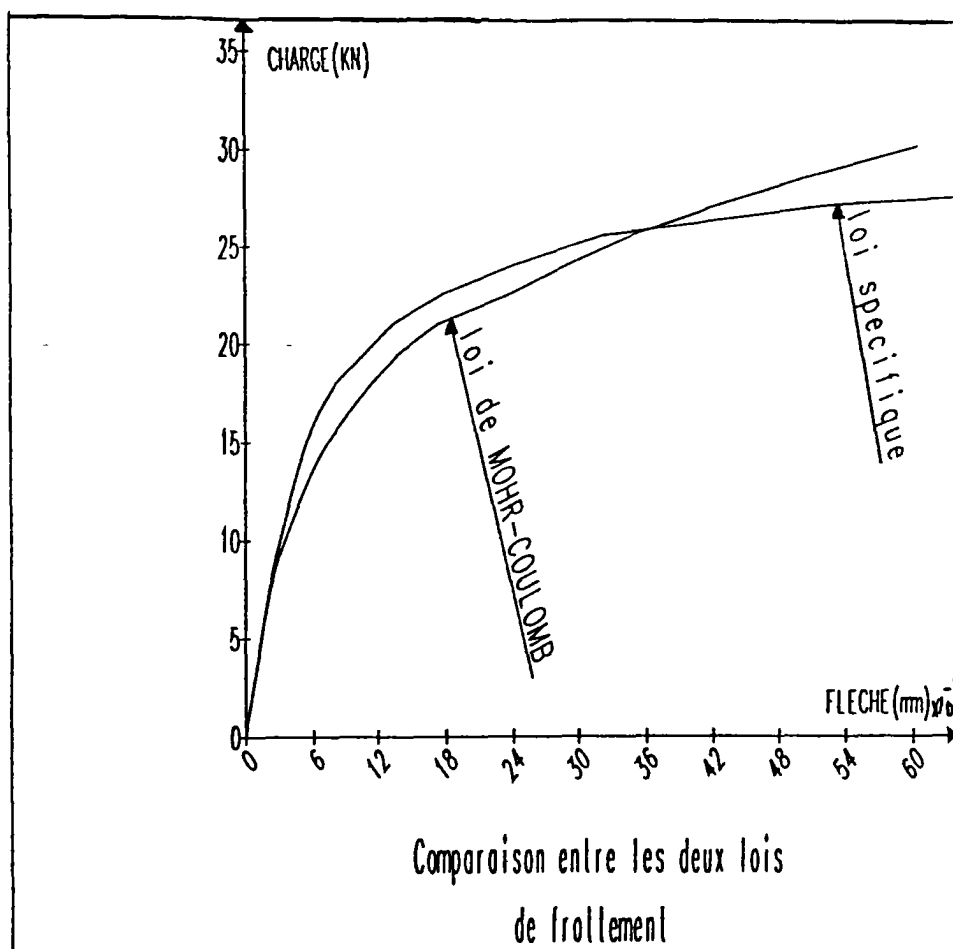
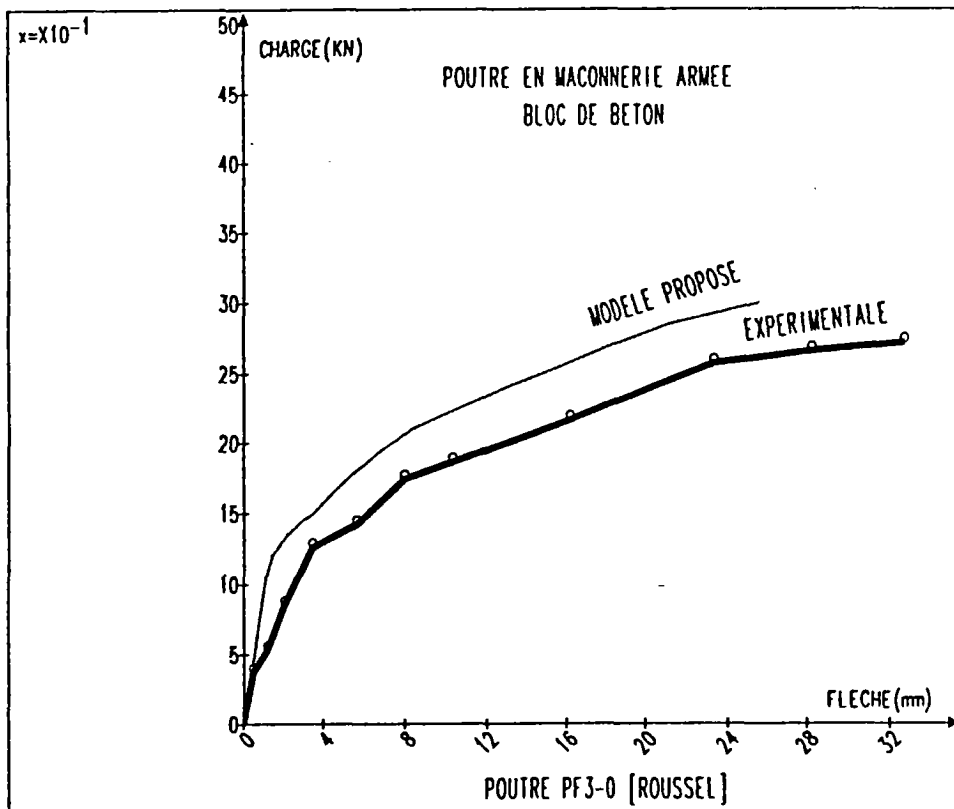
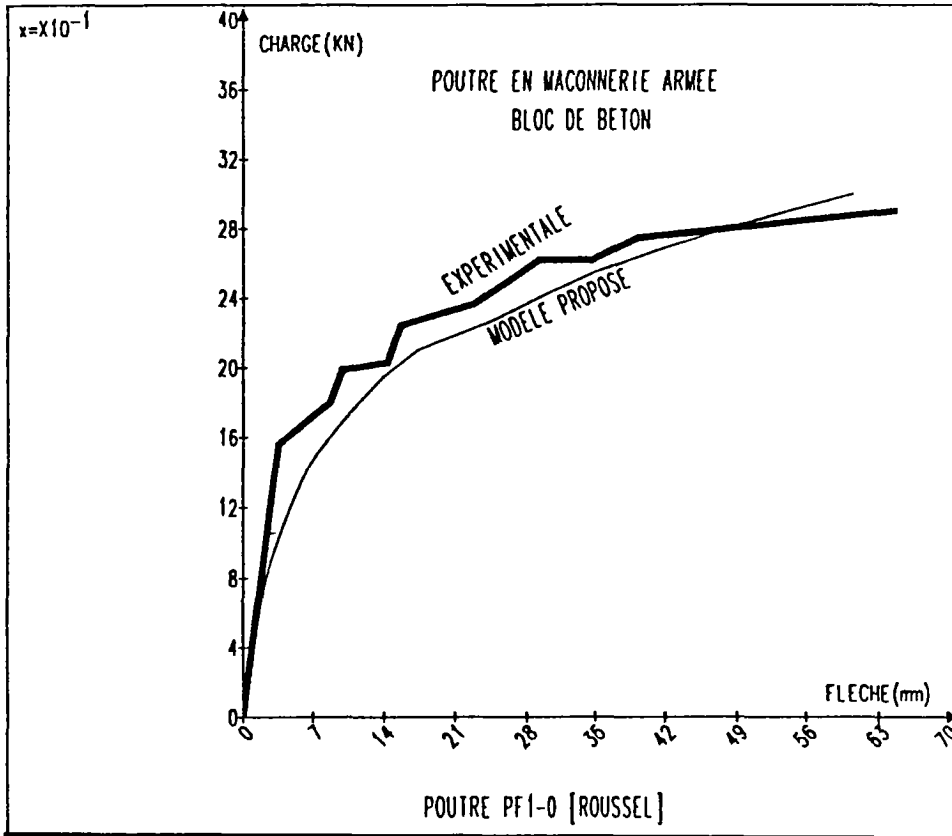


figure (IV.27) comparaison entre deux lois de frottement

La figure (IV.28) montre la comparaison entre l'expérimentation et le calcul numérique pour la poutre PF-1 et PF-3.





Le mode de rupture observé a pu être reproduit numériquement (flexion/effort tranchant). La figure (IV.29) illustre les différents schémas de rupture pour les trois poutres.

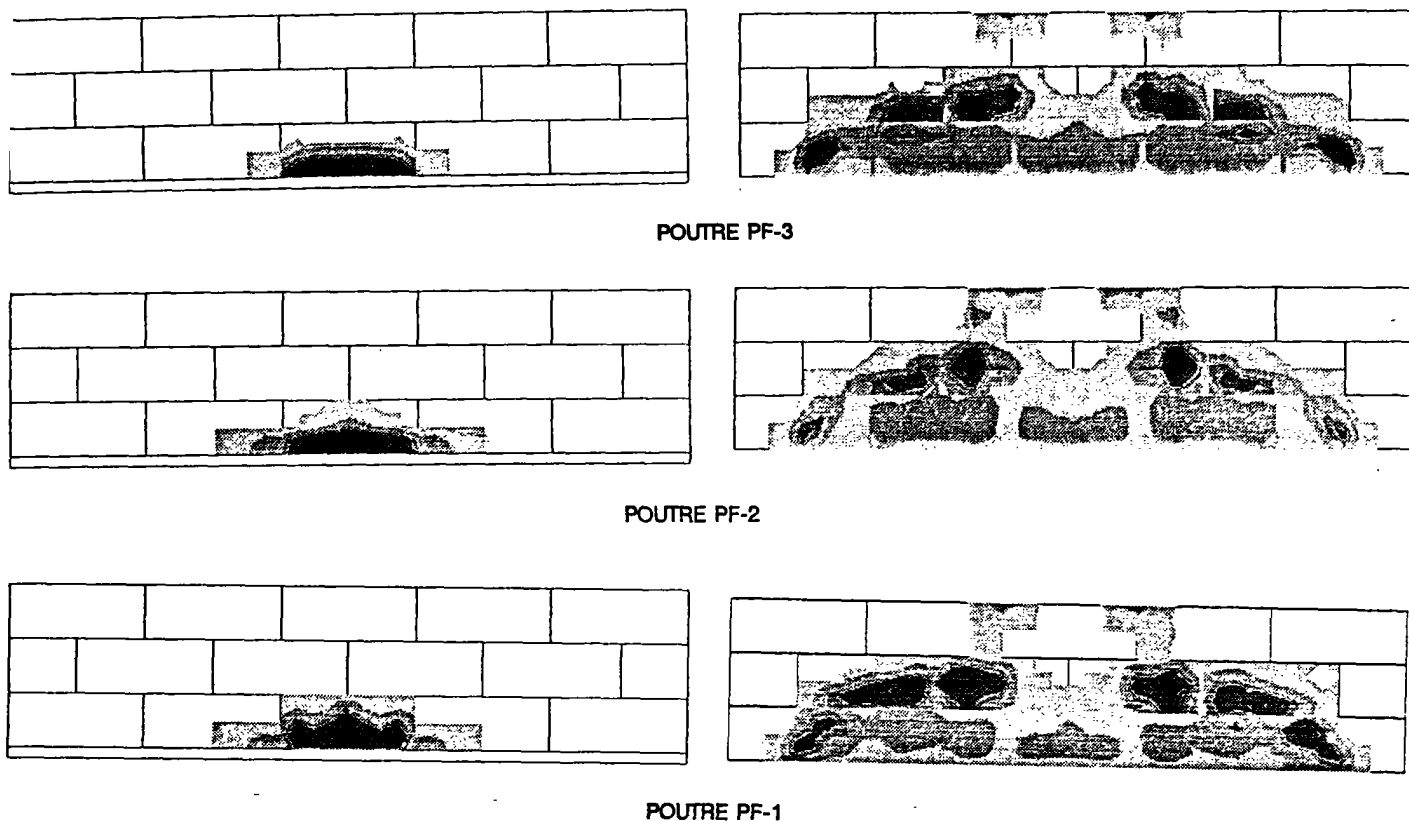
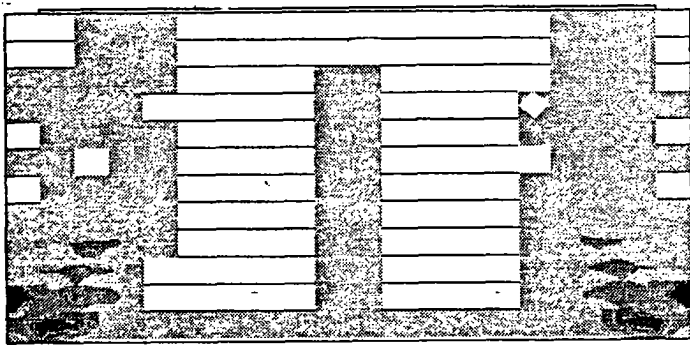
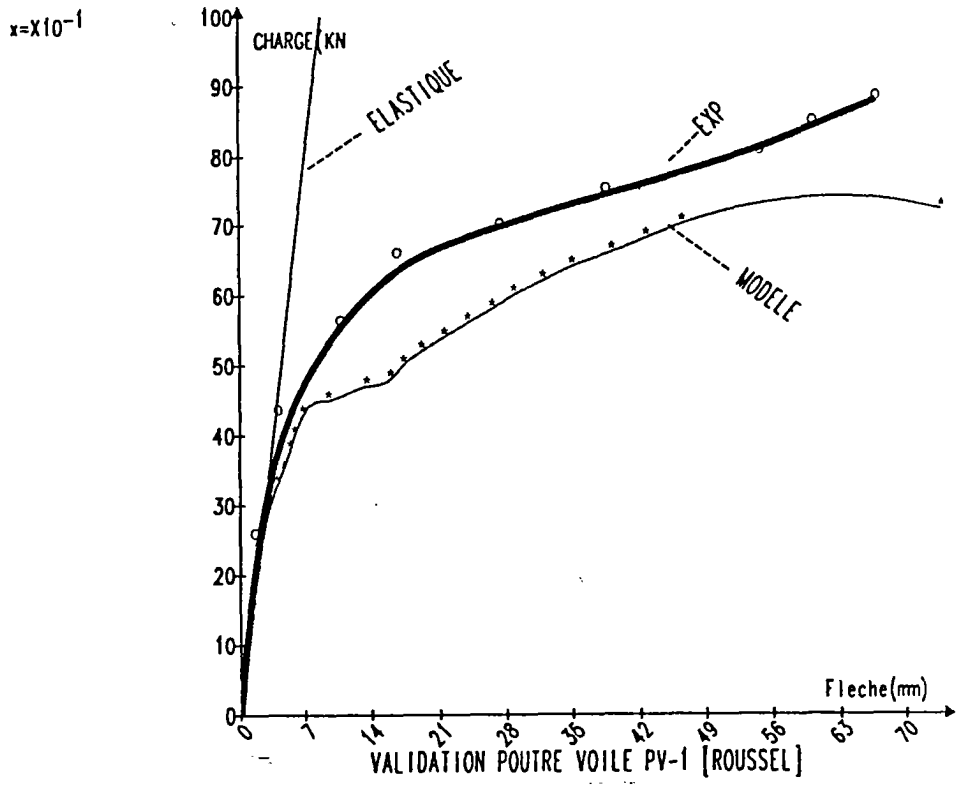


fig. (IV.29) : modes de ruptures observés numériquement

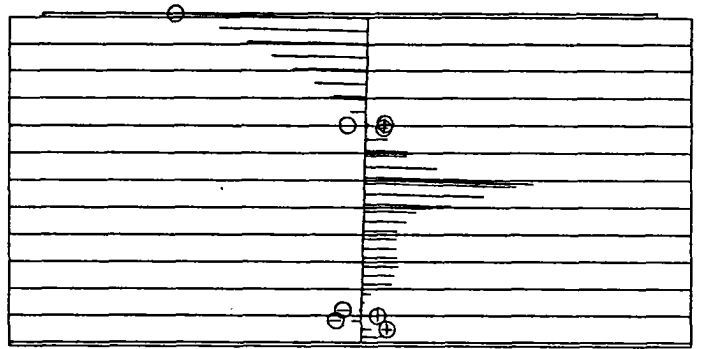
### 3.3 POUTRE-VOILE PV-1

Enfin nous présentons les résultats du calcul sur la poutre-voile PV-1. On constate sur la figure (IV.30) une concordance qualitative entre les résultats numériques et expérimentaux. Quantitativement les résultats sont différents; -15% en terme d'estimation de la charge ultime. La figure (IV.31) montre quelques coupes dans cette poutre-voile où on constate la diminution progressive des contraintes dans les parties fissurées, ainsi qu'une représentation des joints glissés au cours du chargement.

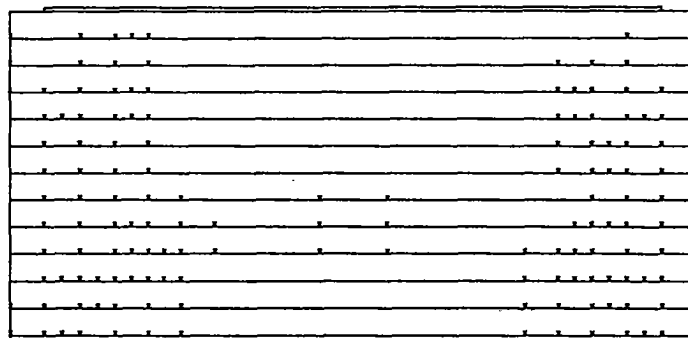
fig. (IV.30) : poutre PV-1 [ROUSSEL]



a) Déformation plastique



b) Contrainte  $\sigma_x$  dans une coupe.



c) Points glissant à la charge ultime.

fig. (IV.31) : résultats du calcul sur la poutre-voile PV-1

#### **IV-4 CONCLUSION DU CHAPITRE IV (VALIDATION)**

Cette première étude de validation du modèle a donné des résultats satisfaisants. En effet le modèle proposé a montré son aptitude à simuler le comportement des structures en maçonnerie armée ; la plupart des comparaisons entre les résultats expérimentaux et numériques montrent une bonne concordance qualitative et quantitative (la différence varie entre 5% et 20% de la charge ultime). Le modèle peut donc être utilisé comme un outil de prédiction et d'estimation des charges ultimes supportées par de telles structures.

En ce qui concerne les structures en briques de terre cuite, nous avons constaté que dans la majorité des cas, la rupture s'amorce et progresse dans les éléments de maçonnerie. Ainsi la non-linéarité et le phénomène de plastification des joints de mortier sont très peu significatifs. La sensibilité des résultats vis-à-vis de ce paramètre est très faible et peut être négligée.

Nous pouvons expliquer cette insensibilité de la façon suivante: d'une part la résistance des éléments en brique est faible par rapport à celle du mortier, et d'autre part à cause du caractère fragile du comportement; les fissures s'amorcent et progressent dans les éléments de brique avant même que les critères de plastification ou de glissement ne soient atteints.

L'analyse est donc différente pour des structures en maçonnerie à base de blocs de béton : , contrairement au cas des briques creuses de terre cuite, la résistance de ces éléments est plus grande que celle du joint de mortier. Nous avons constaté que la plastification et le glissement s'amorcent tout d'abord dans les joints et progressent ensuite dans les éléments du béton. Nous pouvons conclure à ce sujet que le glissement ainsi que la non-linéarité du comportement local des joints sont prépondérants.

En ce qui concerne toutefois le mode de rupture des poutres en brique de terre cuite, le modèle a tendance à générer la rupture dans un mode combiné (fissuration à la fois par traction et par effort tranchant). Or les observations expérimentales montrent la prépondérance de l'un ou de l'autre des deux modes de rupture selon le pourcentage d'armatures:

- 1) pour les poutres faiblement armées, c'est le mode de rupture par traction
- 2) pour les poutres fortement armées, c'est le mode combiné avec une dominance de rupture par effort tranchant qui apparaît.

Cet écart entre l'expérimentation et la modélisation semble dû à une sous-estimation de la valeur ultime de la contrainte tangentielle. Le défaut d'estimation provient en partie de la difficulté à déterminer cette valeur avec un intervalle de confiance suffisamment étroit, compte tenu de la grande dispersion des résultats expérimentaux. La même remarque est valable pour les poutres en blocs de béton. Dans le cas des poutres-voiles (blocs de béton, ou brique de terre cuite) les modes de rupture générés numériquement approchent

correctement ceux constatés lors de l'expérimentation. La rupture se produit généralement par écrasement des éléments situés aux appuis.

Sur le plan numérique nous avons constaté que pour des faibles valeurs de radoucissement, la solution ne converge pas toujours. Ceci est en effet la raison pour laquelle nous n'avons pas présenté les résultats du modèle dit "CUT-OFF" dans le présent mémoire. Notons que cette difficulté est d'ordre numérique. Elle peut en fait être surmontée en changeant l'algorithme de résolution (méthode de l'arc constant, etc ...). Ceci ne présente pas une difficulté en soi, le code de calcul CESAR possède plusieurs algorithmes plus performants, mais ces derniers nécessiteraient le développement du modèle selon un schéma d'intégration implicite et qui pourrait faire l'objet d'un travail ultérieur.

<b>CONCLUSION GENERALE DE LA THESE</b>
--

Cette étude a traité les structures en maçonnerie armée constituées de produits creux à armatures noyées dans les joints horizontaux. Au cours de cette recherche, nous avons étudié l'aspect historique et technique aussi bien que l'aspect problématique et méthodologique. Nous concluons à ce sujet que la maçonnerie armée est une nouvelle technique en expansion et ses avantages mécaniques et économiques sont évidentes. Or le dimensionnement et la conception des structures en maçonnerie armée en France ont été jusqu'à présent gouvernés par l'empirisme ou par des règles de calcul non adaptées aux produits creux. Plusieurs études expérimentales menées en France confirment les avantages de cette technique; Celles-ci semblent être cependant insuffisantes pour l'élaboration des règles de calcul.

L'étude bibliographique menée dans le cadre de cette recherche a montré que la plupart des études effectuées prennent en compte un comportement élastique linéaire et isotrope des éléments en maçonnerie et du mortier. En plus, souvent elles supposent une adhérence parfaite aux interfaces élément/mortier, or ceci est loin d'être vrai.

Ainsi l'ensemble des constatations tirées de l'étude bibliographique ont permis de mettre en évidence les points suivants :

- a - le caractère anisotrope de la maçonnerie due, d'une part à la présence des joints de mortier et d'autre part à la structure interne des blocs creux et des briques creuses,
- b - la nécessité de séparer les problèmes, c'est à dire de modéliser les éléments de maçonnerie et les joints séparément pour éviter des essais lourds, coûteux et pas toujours concluants,
- c - la prise en compte des caractéristiques de déformabilité non linéaire des joints
- d - le modèle doit être capable de simuler les phénomènes de glissement, de frottement et éventuellement le décollement qui se manifestent aux interfaces blocs de béton/mortier, car dans ce cas ce sont eux qui se trouvent toujours à l'origine des désordres et de la rupture.
- e - l'intégration des phénomènes de plastification et de fissuration locales qui se développent dans les éléments de maçonnerie après la rupture des joints de mortier : ceci devrait permettre de suivre l'évolution physique et mécanique de la structure jusqu'à la phase finale (ruine) tout en analysant les phases intermédiaires,

f - la prise en compte de la contribution des armatures noyées dans les joints horizontaux de façon à ne pas alourdir le modèle et le rendre inutilisable pour la maçonnerie.

Dans le deuxième chapitre, nous avons mis au point une campagne expérimentale ayant comme but l'identification du comportement des matériaux constitutifs de la maçonnerie armée. Cette étude expérimentale d'identification nous a permis de déterminer ce qui suit :

\* Briques creuses de terre cuite

- le comportement linéaire fragile des briques creuses a été confirmé. Les caractéristiques mécaniques de la brique homogénéisée ont été déterminées par des essais de compression simple dans trois directions.

\* Blocs creux de béton :

- Contrairement au cas des briques, le comportement des blocs creux du béton est sensiblement non-linéaire. Les différents essais envisagés sur les blocs ont permis de déterminer les différentes caractéristiques de déformabilité.

Notons que la résistance à la compression des deux types de maçonneries a été déterminée selon les trois chemins de chargement. Ceci devrait permettre la détermination des critères de rupture spécifiques à chaque matériau.

\* Joint de mortier :

- Le traitement spécial des essais d'identification du comportement du joint a permis de déterminer la loi de comportement dans les directions perpendiculaire et parallèle à son plan.

Les résultats de ces essais ont montré que ce comportement en compression normale et en cisaillement est sensiblement non linéaire. Ainsi, la rigidité du joint de mortier en compression est plus faible que celle de la maçonnerie et des éléments de maçonnerie. Ce qui est en contradiction avec les résultats des travaux de SHAAN [48]. Ceci peut être expliqué par le type des corps d'épreuves utilisés par SHAAN (cylindre 160 x 320 ou prisme 100 x 100 x 100) qui sont incapables de représenter le comportement du joint de mortier très mince.

D'autre part, les résultats des essais sur joint de mortier armé ont montré que l'influence des armatures sur la rigidité globale du joint dans la direction normale est très faible et peut être négligée sans erreur appréciable.

Ainsi, le couplage des essais de cisaillement direct et de compression sur murets à joints inclinés nous a permis d'identifier un critère de frottement spécifique à l'interface bloc-mortier. Notons que ce critère ne confirme pas les hypothèses de HENDRY [49] qui conduisent à envisager comme acceptable un critère de Coulomb limité en traction et en compression.

Dans le troisième chapitre nous avons modélisé le comportement mécanique de la maçonnerie armée par des équations mathématiques. Nous avons considéré la maçonnerie comme un matériau à deux constituants afin de surmonter les difficultés expérimental que pose une modélisation basée sur l'homogénéisation de la maçonnerie toute entière.

Les équations constitutives qui décrivent le comportement mécanique de chaque matériau ont été développées dans ce chapitre. Le développement informatique et la mise au point de ces nouvelles possibilités dans le code CESAR(LCPC) a fait l'objet d'un volume de travail important dans le cadre de cette recherche.

Ainsi nous disposons d'un modèle de calcul spécifique pour les maçonneries armées et non armées. Ce modèle permet de suivre l'évolution physique de la maçonnerie au cours de l'histoire de chargement et d'aller jusqu'à la ruine en passant par les étapes intermédiaires de micro fissuration. Il est capable de déterminer les charges ultimes appliquées aux structures, pour contribuer *in fine* à l'élaboration des règles de calcul simples pour leurs dimensionnement.

La validation du modèle proposé a été menée par confrontation avec les résultats expérimentaux. Elle a porté uniquement sur des structures fléchies.

Cette première étude de validation du modèle a donné des résultats satisfaisants. En effet, le modèle proposé a montré son aptitude à simuler le comportement des structures en maçonnerie armée ; la plupart des comparaisons entre les résultats expérimentaux et numériques montrent une bonne concordance qualitative et quantitative. Le modèle peut donc être utilisé comme un outil de prédiction et d'estimation des charges ultimes supportées par de telles structures.

Ceci nous a permis de dégager les conclusions suivantes :

- 1) la nécessité de tenir compte des phénomènes de fissuration et de plastification des éléments de la maçonnerie (la solution élastique étant très loin de la réalité).
- 2) les caractéristiques de déformabilité non linéaires du joint sont prépondérantes dans le cas des structures en blocs creux de béton. En revanche dans le cas des briques creuses celles-ci ne sont pas primordiales puisque la rupture se produit essentiellement dans les briques.
- 3) Pour les structures fléchies à base de blocs de béton le phénomène de glissement doit être pris en compte. Le critère de frottement doit être identifié pour chaque type d'interface.
- 4) Pour les structures en brique de terre cuite la rupture des éléments intervient bien avant le glissement des joints.

-5) Les armatures jouent un rôle important et participent à la rigidité globale de la structure, leur rôle est d'autant plus important en phase de fissuration. Elles permettent d'équilibrer les efforts libérés par les parties fissurées de la structure.

## PERSPECTIVES

Les modules de calcul développés sont actuellement au point mais il est encore nécessaire pour bien connaître leur possibilité et leurs limites de confronter les résultats avec ceux d'autres études expérimentales.

Afin qu'il soit possible d'améliorer le modèle, il faut mener des recherches basées sur la connaissance précise des lois de comportement des matériaux notamment dans la détermination des caractéristiques anélastiques des éléments creux de béton. Nous proposons aussi d'étudier plus finement les comportements locaux au droit des fissures et de le relier à un critère basé sur des lois énergétiques afin d'assurer une meilleure stabilité de la solution. Un autre aspect important pourrait être intégré dans le modèle, ceci concerne notamment le développement des lois de comportement probabilistes afin de rendre compte du caractère aléatoire observé expérimentalement. Notons que ceci ne pose pas de difficulté en soi mais nécessite une large campagne expérimentale afin que les lois trouvées soient objectives. En deuxième priorité, nous pouvons affiner la modélisation des joints armés en intégrant la vraie loi de comportement des aciers c'est à dire la loi de comportement qui va au delà de la phase élastique et d'étudier plus finement la nature du contact entre les armatures et le mortier de pose.

Sur le plan numérique, nous proposons d'améliorer l'algorithme de résolution en intégrant les lois de comportement ainsi développées selon un schéma implicite. Ceci devrait nous permettre d'utiliser des algorithmes plus performants pour accélérer la convergence.



**REFERENCES  
BIBLIOGRAPHIQUES**

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] RONDELET J. - *Traité théorique et pratique de l'art de bâtir* -GOURY- PARIS, 1808.
- [2] MOUNAJED G., - *Analyse et modélisation du chaînage associé à la maçonnerie de petits éléments* - C.S.T.B. mémoire DEA de l'ENPC, juillet 1988.
- [3] MERLET J.D., MOUNAJED G., DELMOTTE P., - *Contreventement et chaînage des maisons en maçonnerie* -, compte rendu d'activité du CSTB 1989.
- [4] PFEFFERMAN O., - *Maçonnerie armée* -, compte rendu d'étude et de recherche, N° 26, 1981.
- [5] *Compte rendu du symposium international sur la maçonnerie armée et pré-contrainte à EDIMBOURG, du 26 au 28 août, 1985.*
- [6] CHANDELIER J., DA SILVA P.R., - *Maçonneries et produits creux armés* -, C.R. d'activité du CSTB, 1982.
- [7] DA SILVA P.R., - *Maçonneries armées: cas des maçonneries de produits creux sollicités parallèlement à leur plan* -, Thèse de l'ENPC, Paris 9 mai, 1985.
- [8] MERLET J.D., ROUSSEL B., - *La maçonnerie armée: cas des maçonnerie de blocs creux en béton sollicitées en flexion* -, C.R. d'activité du CSTB, 1987.
- [9] LEMAITRE J., CHABOCHE J.L., - *Mécanique des matériaux solides* -, Ed DUNOD, Paris, 1988.
- [10] TRESCA H., - *Mémoire sur l'écoulement des corps solides soumis à une forte pression* -, C.R. académie des sciences de paris, 1864.
- [11] LEVY M., - *Mémoire sur les équations générales des mouvements des corps solides ductiles au-delà des limites où l'élasticité pourrait les ramener à leur état initial* -, 1870.
- [12] VON MISES R., - *Mechanik der festen koerper in plastisch deformablen zustant* -, 1913.

- [13] HILL R., - *The mathematical theory of plasticity* -, Oxford university press, london, 1950.
- [14] MANDEL J.L., - *Mécaniques des milieux continus* -, Vol II, GAUTHIER-VILLARDS, paris 1966.
- [15] HALPHEN, HUET, SALENCON, - *Cours des matériaux de construction* -, tome I Ed ENPC, Paris, 1982.
- [16] KANG S., - *Utilisation d'éléments de contact pour le traitement par éléments finis, du contact avec frottement* -, Thèse de L'Université de Technologie de Compiègne, 1979.
- [17] NSAGOU T., - *Résolution par éléments finis de problème de contact tridimensionnels avec frottement* -, Thèse de L'U.T.C., 1981.
- [18] GOODMAN R.E., TAYLOR R.L., BREKKE L., - *A model for the mechanics of jointed rock* -, Journal of the soil mech. & fond. div., pp 637-659, mai, 1968.
- [19] RICHARD E., GOODMAN M., DUBOIS J. , - *duplication of dilatancy in analysis of jointed rocks* -, J. of soil Mech. & Fond. Div., pp 399-422, Avril, 1972.
- [20] HERTZ H., - *Ueber die berührung fester elastischer Korper* -, J. fur die reine und angewanted mathematik, vol 92, pp 156-171., 1882.
- [21] BOUSSINESQ J. - *Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques* -, Gauthier-Villards, paris, 1969.
- [22] HUBERT M.T., - *Zur theorie des berührung fester elastischer korper* -, Ann. Phys. Lpz., Vol 14 pp 153-163, 1904.
- [23] THOMAS H., HORESCH V., - *Stresses due to pressure of one elastic body upon another* -, Uni of Illinois, Bulletin vol 27, n° 46, bull 212, 1930.
- [24] TIMOSCHENKO S.P., GOODIER J.N., - *theory of elasticity* -, New-york, London, :Ed Mc Graw-Hill, 3ème Ed, 1970.
- [25] GOODMAN R.E., St JHON C., - *finite element analysis for discontinuos roks* -, Num. Meth. in Geotech. Eng., Ed Mc Graw-Hill, pp 148-175, 1977.

[26] GHABOUSSI et All, - *Finite element for rock joints and interfaces* -, J. of soil Mech. & div. Fond., pp 833-848, oct 1973.

[27] DAMAGGIO F.L., SANDLER I., - *Material model granular soils* -, J. of ENG; Mech. Div., ASCE, vol 97, n° EM3, pp 935-950, juin 1971.

[28] ZIENKIEWICZ O.C., KELLY D.W., - *Finite element and boundary integrales* -, Ed clowinski chap; 5, pp 81-105, 1974.

[29] PAND D.R.J., HINTON E., - *Finite elements in plasticity, theory and practice* -, Pineridge Press. Swansea, P.594 U.K., 1980.

[30] CHAN S.K., TUBA I.S., - *Finite element methode for contact problemes of solid bodies* -, Part I theory and validation, int. J. of mech. Scien., Vol.13, pp 615-625, 1971.

[31] FRANK R., GUONET A., HUMBERT P., - *Etude par éléments finis de quelques critères de plasticité orientés* -, Proc. 2nd Int. Cong. Num. Meth. Eng., GAMNI2, Ed DUNOD, France, Vol.2, pp.765-775, 1980.

[32] HERRMAN L.R., - *Finite element analysis for contact problems* -, J. of the Eng. Mech. Div., ASCE., Vol.104, EMS, pp.1043-1057. 1982

[33] FRANK R., BARBAS A., - *Utilisation de la méthode des éléments finis en mécanique des sols* -, Rapport de recherche du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, N° 116, Paris, 1982.

[34] RICHER S. - *Résolution des problèmes de contact entre solides élastiques par la méthode des éléments finis* -, thèse de L'ENPC, 16-Dec, 1985.

[35] LCPC, - *Code de calcul CESAR* -, Manuel théorique, 2ème Ed., Paris, 1988.

[36] REYNOUARD J.M. - *Modèle numérique de l'interaction entre plusieurs structures en contact* -, thèse de docteur ès sciences, INSA de LYON, p.225, 1979.

[36 bis] EL HAJJAR Z. - *Contribution à la modélisation numérique des phénomènes de couplage entre milieux élastiques ou elastoplastiques* -, thèse spécialité Génie Civil, INSA de LYON, p.235, 1988.

- [37] BÄTHE K.J., CHAUDHARY A., - *A solution method for planar and axisymmetric contact problems* -, Int. J. Num. Meth. in Eng., Vol.21, pp.65-88, 1985.
- [38] OKAMOTO N., NAKAZAWA M., - *Finite element incremental analysis for contact problems* -, Int. J. Num. Meth. in Eng., Vol.14, pp.337-357, 1979.
- [39] PAGE A.W., - *Finite element model for masonry* -, J. of Stru. Div., ASCE, Vol.104, n° ST8, 1978.
- [40] HAMID A.A., et All - *Tensiel strenght of concret masonry* -, J.of Stru. Div., ASCE, Vol.105, n° ST7, 1981.
- [41] STAFFORD S.B., RAHMAN K.M.K., - *The variation of strength of brickwork in vertically loaded brick walls* -, Poc. of the Inst; of civil Eng., Vol.43, n°.689, pp.689-700, London 1972.
- [42] HENDRY A.W., - *Anote of the strength of brickwork in Combined cracking shear and compression* -, Poc. Brit. Ceram. Soc.27, 1978.
- [43] SCHNEIDER H. , SCHNELL W. - *VERSURCHE UEBER DIE SHUBTRAGFAEHIGKEIT VON MAUERWERK - BETONWERK FERTIGTEIL-TECH. VOL. 44, No. 7, pp. 369-375, 1978*
- [44] SAMARISHING et All, - *The strength of brickwork under biaxial tension-comp* -, Poc. 7th Int. Symp., London 1980.
- [44 bis] HENDRY A.W., SINHA B.P. - *Shear test on full-scale single-storey brickwork structures subjected to compression* - Civil Eng. & Pub. works Review, 66, No. 785, 1971.
- [45] PAGE A.W., - *Finite element model for masonry* -, J. of Struc. Div., ST8, Août 1978.
- [46] ZIENKIEWICZ et All, - *Elastic plastic soluton of engeneering problems (initial stress) finite element approch* -, Int. J. for Num. Meth. in Eng, Vol.1, pp.75-100, 1969.
- [47] PAGE A.W. et All, - *The biaxial compressive strength for brick masonry* -, Poc. Civil Eng., part II, sept, 1981

- [48] SHAAN R., - *Etude du comportement mécanique de la maçonnerie en briques* -,  
Thèse de L'Univ. de LILLE / ENTPE, 1987.
- [49] HENRY A.W., - *Structural brickwork* -, Ed Macmillan press. ltd., London, 1983.
- [50] ANAND C.S. et All, - *Finite element for composite masonry walls* -, J. of the Struc. Div.,  
ASCE, Vol.108, n°.ST12, 1982.
- [51] ANAND C.S. - *Shear stresses in composite masonry walls* -, Proc. of Cong. 85,  
Chicago7, 1985.
- [52] ANAND C.S., RAHMAN M.A., - *Stresses in composite masonry shear walls* -, Proc. 4th  
Canadian masonry symp., 1986.
- [53] PAGE A.W., All S., - *Non linear finite element analysis of masonry subjected to  
concentrated loads* -, Proc. Inst. civil Eng., Vol.83, 1987.
- [54] MAY M., TELLET J. - *A non-linear finite element analysis for pocket-type retaining  
walls and implication for design* - Masonry International, No. 5, pp. 28-37, Jui 1985.
- [55] DAHAT G., TOZOT.G., -une présentation de *La méthode des éléments finis* -, 2ème  
édition, Ed MALOIN S.A., 1984.
- [56] MERLET J.D., MOUNAJED G. - *Modélisation de la maçonnerie armée* -, compte rendu  
d'activité du CSTB 1990.
- [57] MOUNAJED G. - *Etude expérimentale et développement d'un élément 'joint armé* -,  
rapport d'avancement, CSTB., 20 mars, 1990.
- [58] NOVA R., SACCHI G., - *A model for the stress-strain relationship of orthotropic  
geological media* -, J; de Méca. théo. et Appl., Vol.1, N°.6, pp.927-949, 1982.
- [59] BOEHLER J.P. et All, - *Analyse géométrique des critères d'écoulement anisotrope* -,  
Sympo. Fravco-Polonais, rhéologie et mécanique des sols, Nice 1974.

[60] BOEHLER J.P. et All, - *Lois de comportement anisotrope des milieux continus* -, J. de Méca., Vol. 17, N°2., 1978.

[61] ALLIROT D., BOEHLER J.P., - *Yielding and failure of transversely isotropic solids* -, part I, experiment, Res. Mech., Ed Applied Science Publishers Ltd, England, 1982.

[62] BOEHLER J.P., RACLIN J., - *Anisotropic hardening of orthotropic prestrained materials* -, J. des Méca. Théo; et Appli., N° spécial, pp.23-44, 1982.

[63] BOEHLER J.P., RACLIN J., - *On the experimental testing methods for anisotropic materials* -, Res Mecha, Ed Elsevier Applied Science Ltd, England, 1987.

[64] GAY D., - *Matériaux composites* -, Ed HERMES, Paris, 1987.

[65] ROTS J.G., et all, - *Smearred crack approche and facture localisation in concret* -, HERON, Vol.30., N°1, 1985.

[66] BAZANT Z.P., OTTOSEN B.H. - *Crack band theory for facture of concrete - Matiriel & Structures, RILEM, Vol. 16, No. 94, pp.155, 1983.*

[67] HAND F.R., PECKNOLD D.A., SCHNOBRICH W.C. - *A layered finite element analysis of reinforced concrete plates and shells* - Civil Eng. St. Structural research, No. 389, University of Illinois, Aug., 1972.

**ANNEXE I  
EXEMPLE DE COMPARAISON AVEC  
LES REGLES DE CALCUL**





79775

NS 16497

∅ (T.2)(3)

ANNEXE I  
EXEMPLE DE COMPARAISON AVEC  
LES REGLES DE CALCUL

Un des débouchés immédiats de cette recherche est en fait, la validation et l'adaptation des règles de calcul existant pour la maçonnerie armée. L'enjeu économique et technique est considérable, puisque, du point de vue réglementaire, on se trouve confronté à des règles de calcul énoncées par les anglo-saxons ( Projet EC6 [1]). Ces dernières sont de ce fait pas du tout adaptées aux cas des produits creux français. En effet, les principales observations formulées résultent principalement du fait que les éléments de maçonnerie utilisés en France mais aussi dans la plupart des pays de la moitié sud de l'Europe ne sont pas pris en compte. Les règles de calcul proposées qui sont semblables à celles définies dans l'EC2 pour le béton armé, ne prennent pas en compte de façon satisfaisante le comportement en oeuvre de cette famille d'éléments. Ces derniers sont souvent de grandes dimensions et présentent une structure interne largement alvéolée: ceci entraîne des ruptures fragiles, comportement d'autant plus différents que d'un produit à l'autre les structures internes sont extrêmement diverses.

D'autre part, les maçonneries armées utilisant ce type d'éléments, sont le plus souvent des maçonneries faiblement armées par disposition d'armature uniquement dans les joints horizontaux, qui supposent une analyse et un traitement différents..

La position française dans la discussion de L'EC6 devra tenir compte de la particularité des produits creux utilisés en France. Il y a donc besoin d'une analyse théorique assez fine afin que cette position puisse être convenablement justifiée et acceptée, d'où l'intérêt de cette recherche.

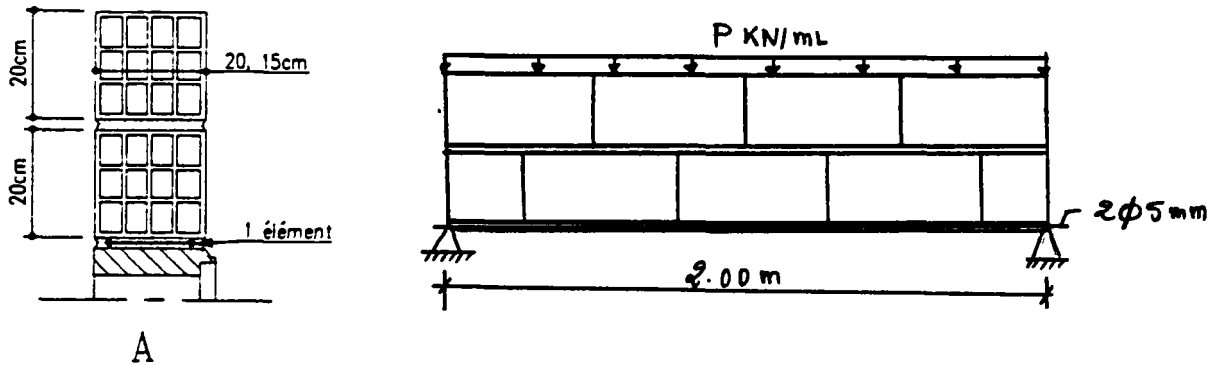
La fédération française des entreprises du bâtiment , pour sa part, a proposé des Règles Professionnelles simplifiées [2] , lesquelles constituent un recueil de recettes par adaptation des méthodes dérivées du projet de l'EC6 .

Il est à noter que le handicap majeur de ces règles, c'est qu'elles ont une base essentiellement empirique : les formules proposées sont pour l'essentiel des courbes enveloppes tracées à partir des résultats expérimentaux disponibles sur un certain nombre de maçonnerie, comme déjà dit en usage seulement dans quelques pays de l'Europe



A titre de comparaison avec ces règles, nous allons étudier un linteau en maçonnerie armée à base d'éléments de brique de terre cuite.

La figure suivante montre le cas de structure étudiée.



## I CALCUL AVEC LES REGLES PROFESSIONNELLES SIMPLIFIEES I

VALEURS DE BASE:

-1) Résistance caractéristique de la maçonnerie ( $f_k$ ) :

La résistance caractéristique de la maçonnerie ( $f_k$ ) est calculée avec une formule empirique tenant en compte la résistance des éléments et celle du mortier

$$f_k = K \cdot f_{bk} \cdot \left[ \frac{f_{mk}}{f_{mk} + f_{bk}} \right]^\alpha$$

Où :

$f_{bk}$  = résistance caractéristique des briques ou blocs  
 $f_{mk}$  = résistance caractéristique du mortier  
 $K = k_0 \cdot \beta \cdot \delta \cdot \eta$

$k_0$  = fonction de la nature du matériau des éléments, du pourcentage et de la répartition des vides

$\beta$  = facteur correctif tenant compte de l'état d'humidité des éléments au moment de l'essai de détermination de  $f_k$

$\delta$  = coefficient de forme des éléments

$\eta$  = coefficient qui tient compte de l'âge des éléments

$\alpha$  = coefficient qui tient compte du type des éléments

**-2) Résistance caractéristique de la maçonnerie en compression parallèle au joint de pose ( $f_{km}$ ):**

$$f_{km} = c \cdot f_k \quad (\text{II})$$

$c$  = 0,6 pour les blocs en béton  
 = 1 pour les briques creuses à perforations horizontales  
 = 0,4 pour les briques creuses à perforations verticales  
 = 0,3 pour les briques à pleines ou perforées et blocs perforés (maxibriques)

**-3) Résistance caractéristique en cisaillement ( $f_{vk}$ ) :**

ÉLÉMENTS A MAÇONNER	MORTIER	$f_{vk}$ (N/mm <sup>2</sup> )
Blocs de béton alvéolés creux et évidés	M10, M15, M20	0,4
Briques silico-calcaires	M10, M15, M20	0,3
Briques de terre cuite pour lesquelles $f_b \leq 15$ N/mm <sup>2</sup>	M10, M15, M20	0,5
Briques de terre cuite pour lesquelles $f_b > 15$ N/mm <sup>2</sup>	M10, M15, M20	0,75

**APPLICATION NUMERIQUE :**

Dimensions : longueur 50 cm; largeur 20 cm; hauteur 19 cm. —  
 poids spécifique = 20 kg/m<sup>3</sup>

Résistance caractéristique de la maçonnerie :

$$f_{bk} = 3.2 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{mk} = 12 \text{ N/mm}^2$$

$$f_k = k f_{bk} \left[ \frac{f_{mk}}{f_{mk} + f_{bk}} \right]^\alpha$$

avec

$$K = k_0 \beta \delta \eta$$

où:

$$k_0 = 0,4$$

$$\beta = 1,1$$

$$\delta = 1,0$$

$$\eta = 1$$

$$\alpha = 0,5$$

soit finalement  $K = 0.44$ .

$$f_k = 1.2510 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{km} = c f_k = 1.2510 \text{ N/mm}^2$$

Coefficients de sécurité :

Coefficient de sécurité de la charge =  $F = 1.45$

Coefficient de sécurité des aciers =  $S = 1.15$

Coefficient de sécurité de la maçonnerie =  $M = 3.00$

Si  $l_i$  est la portée du linteau = 2.00 m, on calcule  $l_r$  tel que

$$l_r = 1.15 l_i = 2.35 \text{ m}$$

Calcul du moment ultime dû à la compression dans la maçonnerie:

nous avons  $f_{mk} \geq \frac{\gamma_M \gamma_F M_k}{0,4 b h \text{ m}^2}$  (2)

**REMARQUE** : La valeur de 0.4 est un coefficient choisi empiriquement sans justification dans les règles.

de l'équation 2 on peut écrire :

$$Mk_{ultime} = \frac{kfm}{\delta F \delta M} b H_{min}^2$$

D'où :

$$Mk_{ultime} = 3.322 \text{ KN m}$$

DONC

$$P_{ultime} = \frac{8 \times Mk_{ultime}}{L^2} = 6.644 \text{ KN/ml}$$

Contrôle des risques de fissuration :

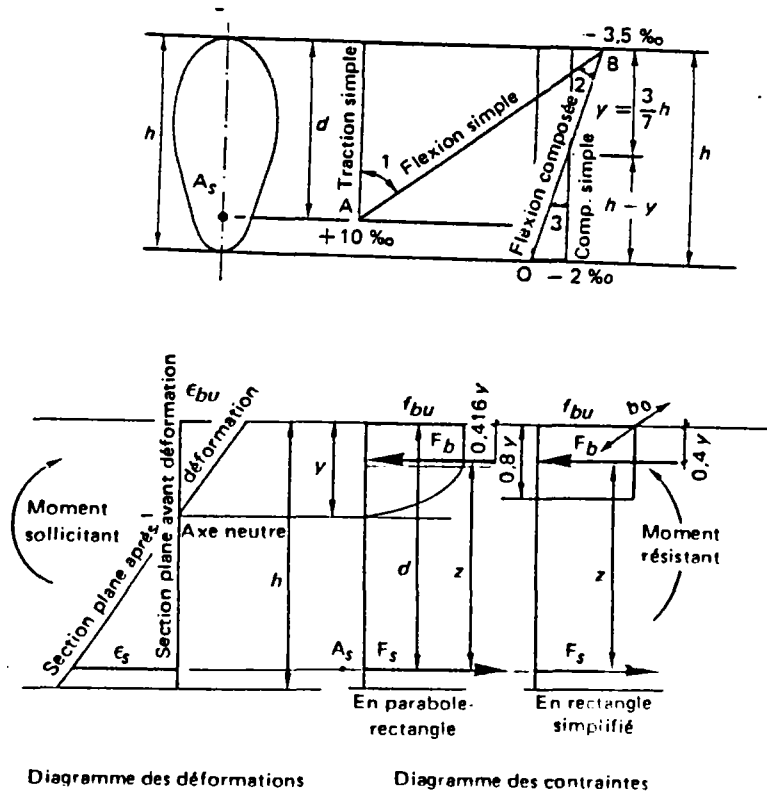
$$fk > \frac{M}{0.33} \times \frac{F Mk}{b H_{tot}}$$

$$Mk_{fissuration} = 0.641 \text{ KN m}$$

$$P_{fissuration} = 1.4 \text{ KN/ml}$$

## II CALCUL SELON LE PROJET D'EC6 (oct 1989)

Dans ce modèle, le calcul se fait selon les mêmes principes de l'EC2 pour les éléments en béton armé : loi de comportement de type parabole-rectangle et règle des trois pivots. Le diagramme suivant montre le principe de calcul adopté :



le calcul se fait selon les hypothèses suivantes:

- 1) conservation de la section
- 2) résistance de la maçonnerie à la traction est nulle
- 3) pas de glissement relatif
- 4) allongement ultime des armatures (1%)
- 5) les diagrammes linéaire de déformation passent obligatoirement par l'un des pivots A, B, ou C

SUPPOSITIONS :

La maçonnerie a atteint  $f_{Mu} = 0.85 f_k$

où,  $f_k$  est la résistance caractéristiques de la maçonnerie calculée selon la formule proposée dans le projet d'EC6 :

$$f_k = K f_b^{0.65} f_m^{0.25} \quad (V)$$

K= 0.55 pour les blocs creux en béton

Aucune valeur du coefficient K n'est proposée pour les briques creuses de terre cuite. Par analogie nous allons prendre la même valeur du Coefficient K proposé pour les bloc creux en béton.

D'où

$$f_k = 2.1802 \text{ N/mm}^2$$

et

$$f_{Mu} = 0.85 f_k = 1.8532$$

l'acier atteint sa valeur ultime :

$$f_{su} = 500 \text{ N/mm}^2$$

L'équation de l'équilibre des forces donne :

$$F_{maçonnerie} = F_{acier}$$

$$\Leftrightarrow 0.8 y b f_{Mu} = A_s f_{su}$$

D'où  $y = 66 \text{ mm}$

L'équation de compatibilité donne :

$$\frac{\epsilon_s}{\epsilon_{Mu}} = \frac{d - y}{d} = 0.826$$

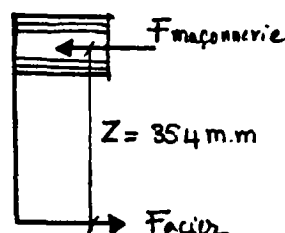
$$\epsilon_s = 0.0029 < \epsilon_{su}$$

Il y a donc compatibilité ( $\sigma - \epsilon$ )

Nous pouvons donc calculer le moment résistant ultime  $M_{ru}$ :

$$M_{ru} = F_{acier} \times Z$$

$$\text{avec } F_{acier} = f_{su} \times A_s = 19.75 \text{ Kn}$$



et finalement :

$$\begin{aligned} M_{ru} &= 7 \text{ KN m} \\ \text{donc} \\ P_{ult} &= 13.98 \text{ KN/ml} \end{aligned}$$

Il est à noter toutefois qu'un allongement des aciers de 10% paraît illusoire dans la maçonnerie armée, et pour ce type d'élément en particulier.



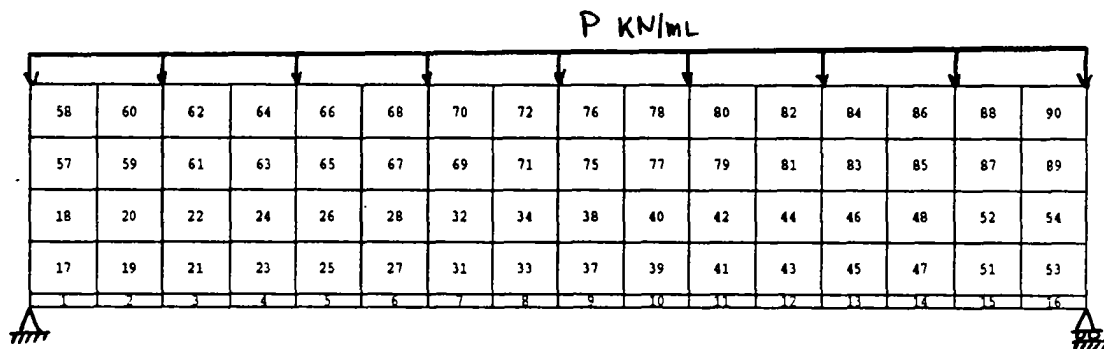
et finalement :

$$\begin{aligned} M_{ru} &= 7 \text{ KN m} \\ \text{donc} \\ P_{ult} &= 13.98 \text{ KN/ml} \end{aligned}$$

Il y a a noté que les hypothèses de ce modèle peuvent être contestables du fait qu'un allongement des aciers de 10% parait illusoire dans la maçonnerie armée.

### III' CALCUL AVEC LE MODELE MOCA

Ce calcul est mené à titre de comparaison avec les règles de calcul réglementaires. Les hypothèses de base et les valeurs des paramètres mécanique prises dans ce cas, sont identiques à celles citées au chapitre III et IV concernant les briques de terre cuite. La figure suivante montre le maillage adopté pour le calcul ainsi que le type de chargement appliqué à la structure.



Maillage adopté pour le calcul

#### Résultats du modèle MOCA :

les résultats du modèle montrent que le mode de rupture généré numériquement est une combinaison d'une rupture par flexion-traction et une rupture par cisaillement. Les figures suivantes montrent l'ensemble des résultats obtenus par le calcul.

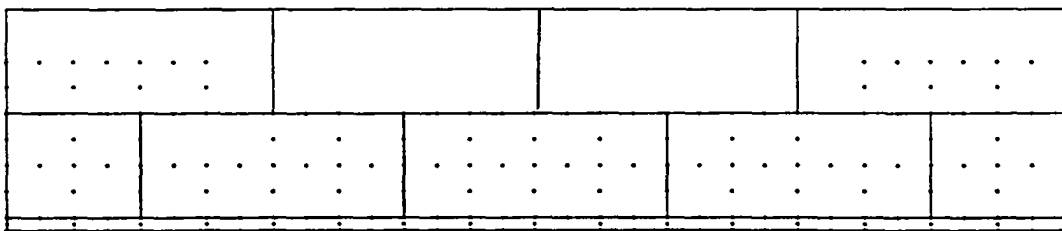
CESAR-LCPC

Etude : 21inf  
Calcul : 1

INCREMENT NO : 20



DESSIN DES POINTS PLASTIQUES

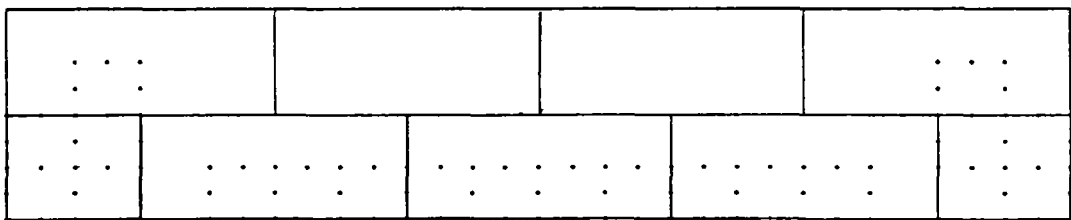


CESAR-LCPC

Etude : 2linf  
Calcul : CALCU

INCREMENT NO : 14

DESSIN DES POINTS PLASTIQUES  
-----



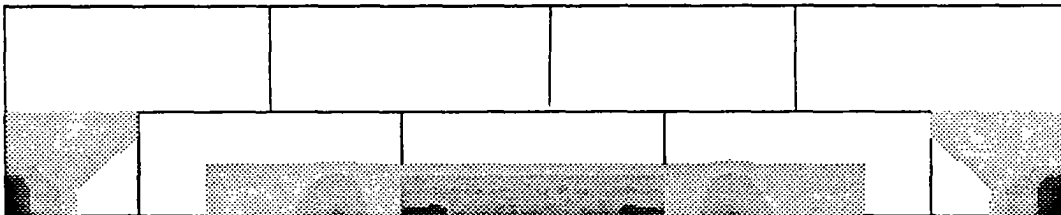
CESAR-LCPC

Etude : 2linf  
Calcul : CALCU

INCREMENT NO : 14

DEFORMATION PLASTIQUE

▨ de .620E-06 a .492E-04	■ de .389E-03 a .438E-03
▨ de .492E-04 a .978E-04	■ de .438E-03 a .486E-03
▨ de .978E-04 a .146E-03	
▨ de .146E-03 a .195E-03	
▨ de .195E-03 a .244E-03	
▨ de .244E-03 a .292E-03	
▨ de .292E-03 a .341E-03	
▨ de .341E-03 a .389E-03	



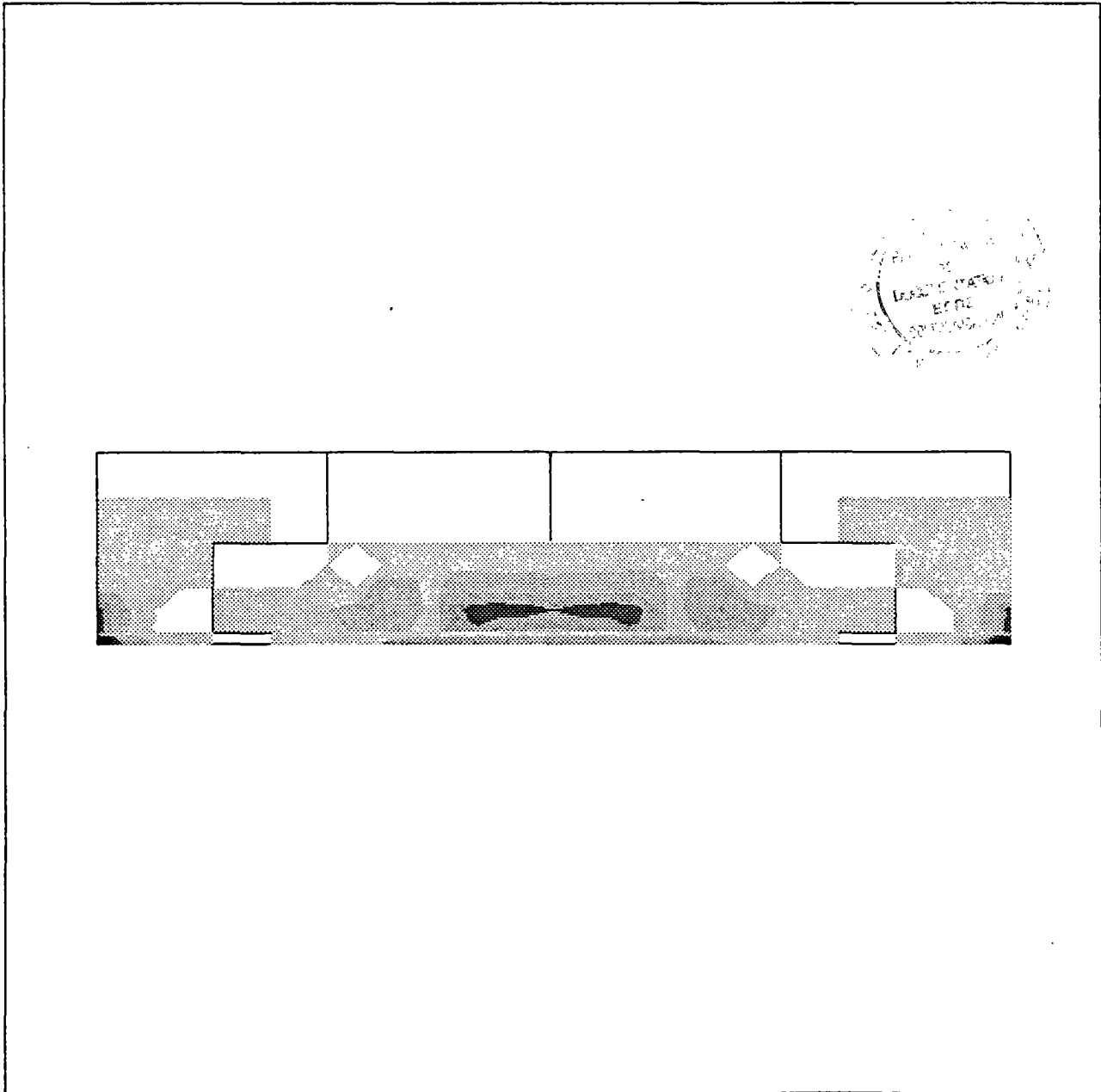
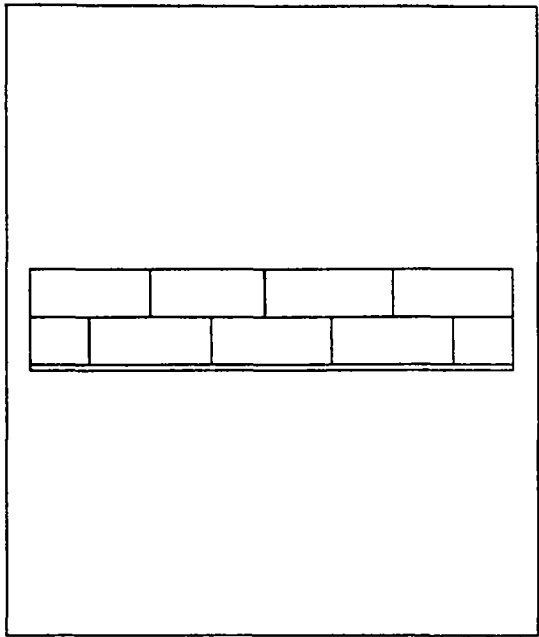
CESAR-LCPC :

Etude : 2linf  
 Calcul : 1

INCREMENT NO : 20

DEFORMATION PLASTIQUE

▨ de .167E-05 a .160E-03	■ de .127E-02 a .142E-02
▨ de .160E-03 a .318E-03	■ de .142E-02 a .158E-02
▨ de .318E-03 a .476E-03	
▨ de .476E-03 a .634E-03	
▨ de .634E-03 a .792E-03	
▨ de .792E-03 a .950E-03	
▨ de .950E-03 a .111E-02	
▨ de .111E-02 a .127E-02	



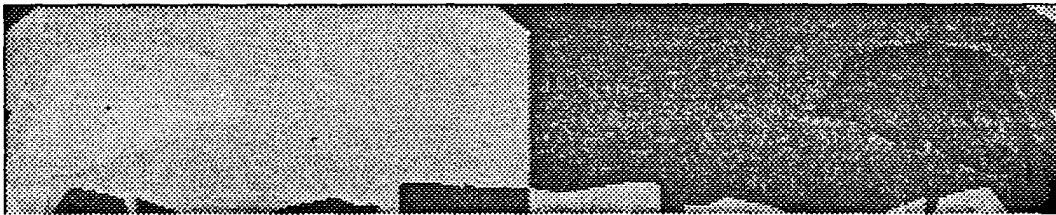
CESAR-LCPC

Etude : 2linf  
Calcul : CALCU

INCREMENT NO : 14

CISAILLEMENT SXY

▨ de -.776E+00 a -.621E+00	■ de .466E+00 a .621E+00
▨ de -.621E+00 a -.466E+00	■ de .621E+00 a .776E+00
▨ de -.466E+00 a -.311E+00	
▨ de -.311E+00 a -.155E+00	
▨ de -.155E+00 a .000E+00	
▨ de .000E+00 a .155E+00	
■ de .155E+00 a .311E+00	
■ de .311E+00 a .466E+00	

CESAR-LCPC :

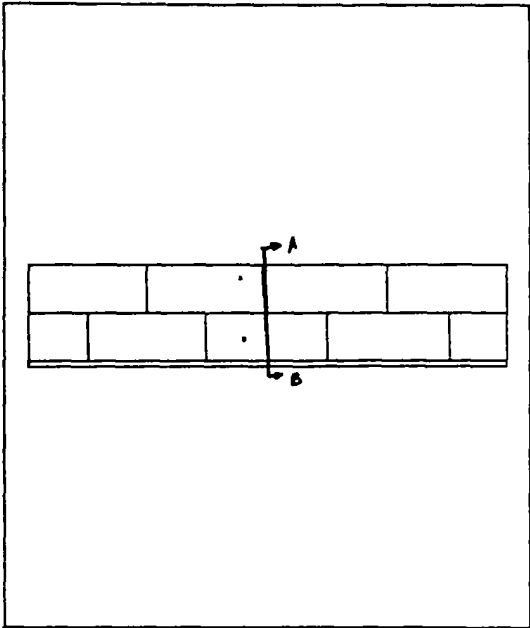
Etude : 2linf

Calcul : 1

INCREMENT NO : 1

CONTRAINTE EN PHASE

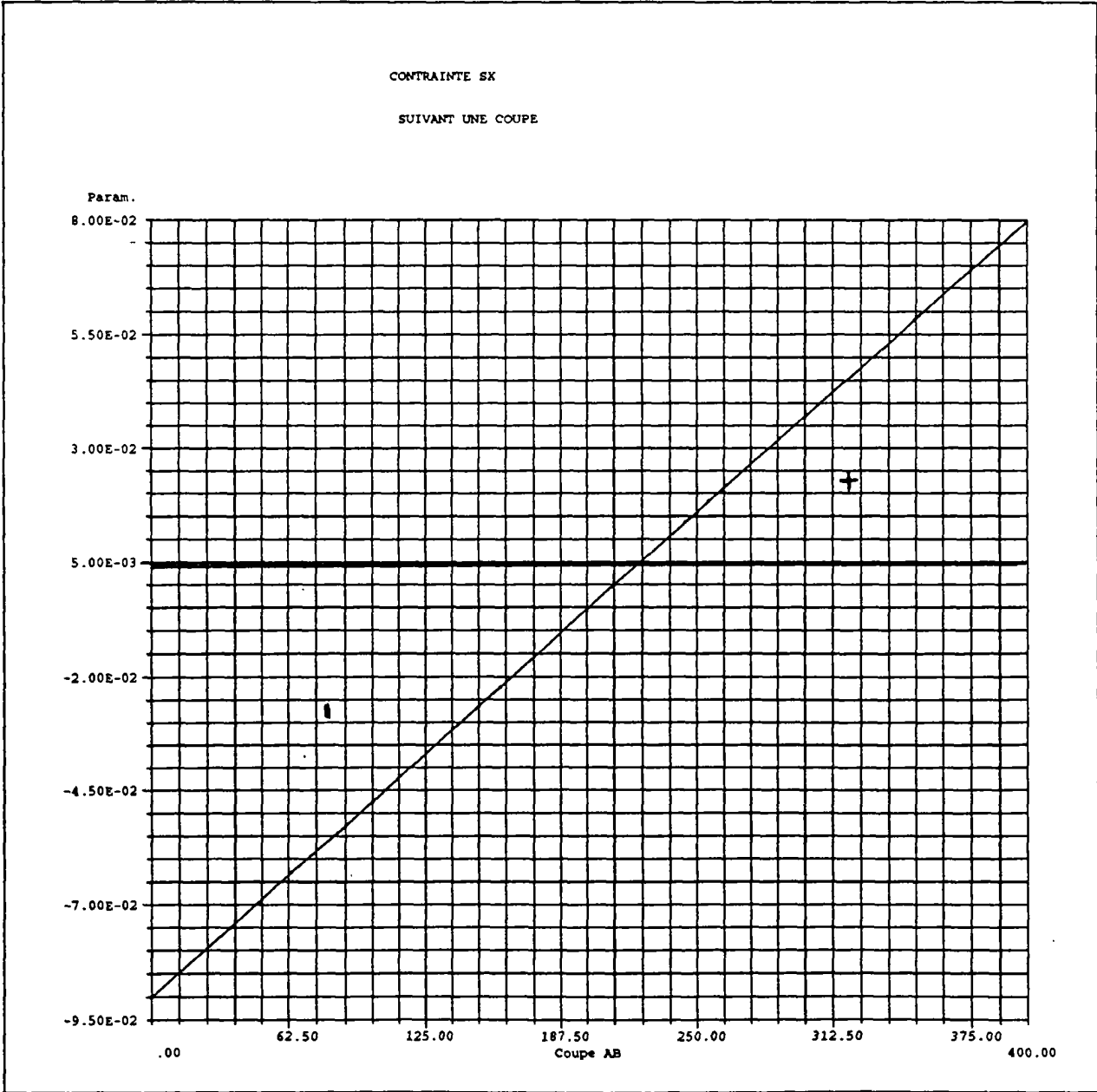
ELASTIQUE



COURBES DE VARIATION

X : Abscisse curviligne le long de la coupe

Y : Valeur du parametre





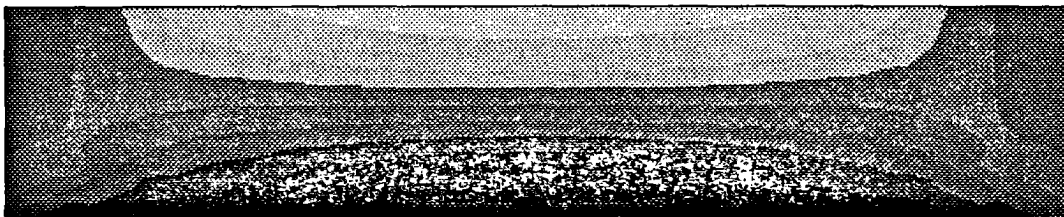
CESAR-LCPC

Etude : 2linf  
Calcul : CALCU

INCREMENT NO : 14

CONTRAINTE SX

▨ de $-1.139 \times 10^1$ a $-1.117 \times 10^1$	■ de $.317 \times 10^0$ a $.530 \times 10^0$
▨ de $-1.117 \times 10^1$ a $-.961 \times 10^0$	■ de $.530 \times 10^0$ a $.743 \times 10^0$
▨ de $-.961 \times 10^0$ a $-.748 \times 10^0$	
▨ de $-.748 \times 10^0$ a $-.535 \times 10^0$	
▨ de $-.535 \times 10^0$ a $-.322 \times 10^0$	
▨ de $-.322 \times 10^0$ a $-.109 \times 10^0$	
■ de $-.109 \times 10^0$ a $.104 \times 10^0$	
■ de $.104 \times 10^0$ a $.317 \times 10^0$	

CESAR-LCPC :

Etude : 2linf

Calcul : 1

INCREMENT NO : 15

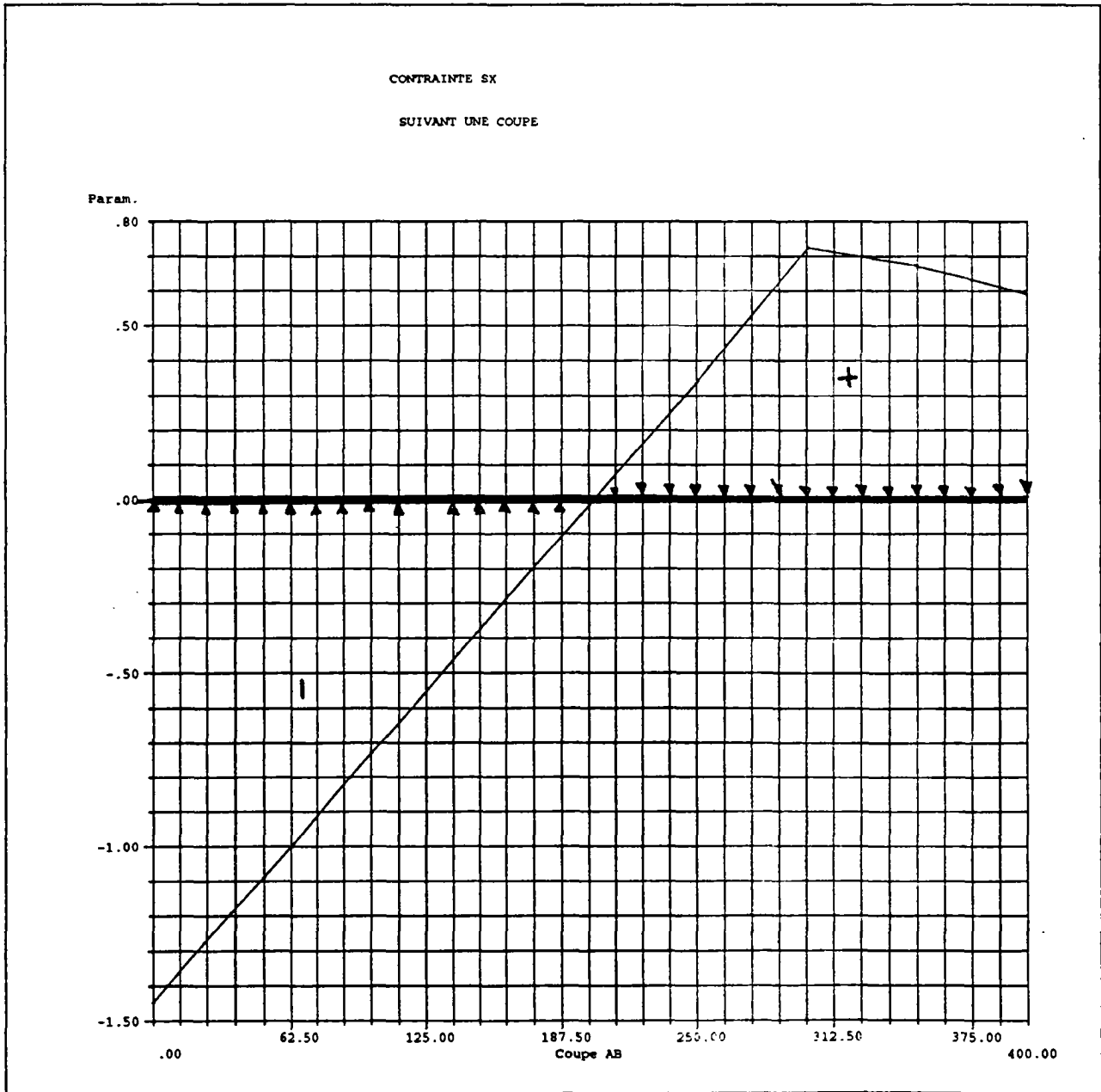
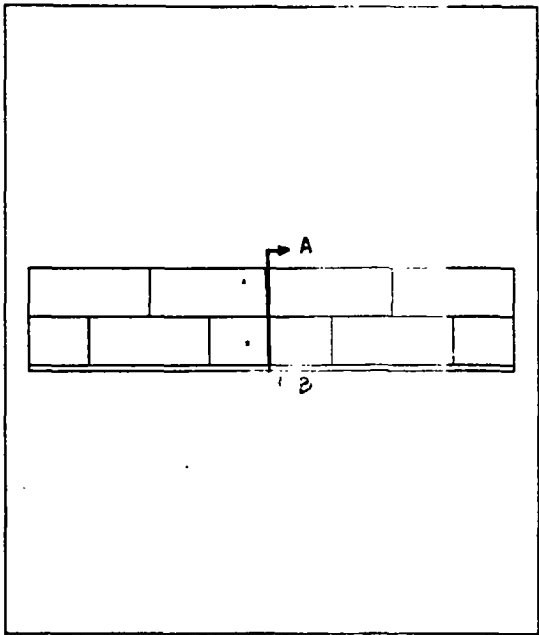
DEBUT DE FISSURATION

---

COURBES DE VARIATION

X : Abscisse curviligne le long de la coupe

Y : Valeur du parametre



La valeur de la charge ultime calculée est de 20.52 KN/ml, la charge à la première fissuration est de 9.72 KN/ml.

La courbe suivante récapitule et compare l'ensemble des résultats obtenus par les règles simplifiées et le calcul numérique

Nous montrons que l'ensemble des résultats obtenus par les règles citées, sous estime la charge ultime :

Règles professionnelles  $P_{ult} = 6,644 \text{ KN/ml} = 32\% P_{ult} \text{ MOCA}$

Règles EC6  $P_{ult} = 13,98 \text{ KN/ml} = 68\% P_{ult} \text{ MOCA}$

L'ensemble des règles simplifiées propose un seul mode de rupture ( écrasement par compression dans la maçonnerie). le mode de rupture généré par le modèle est différent ( traction en partie médiane inférieure et cisaillement dans les angles).

Notons que les résultats des essais expérimentaux menés au CSTB confirment et mettent en évidence le mode de rupture généré par le modèle ( aucune rupture par compression n'est observée expérimentalement)..

**COMPARAISON ENTRE MODELE (MOCA)**

**ET**

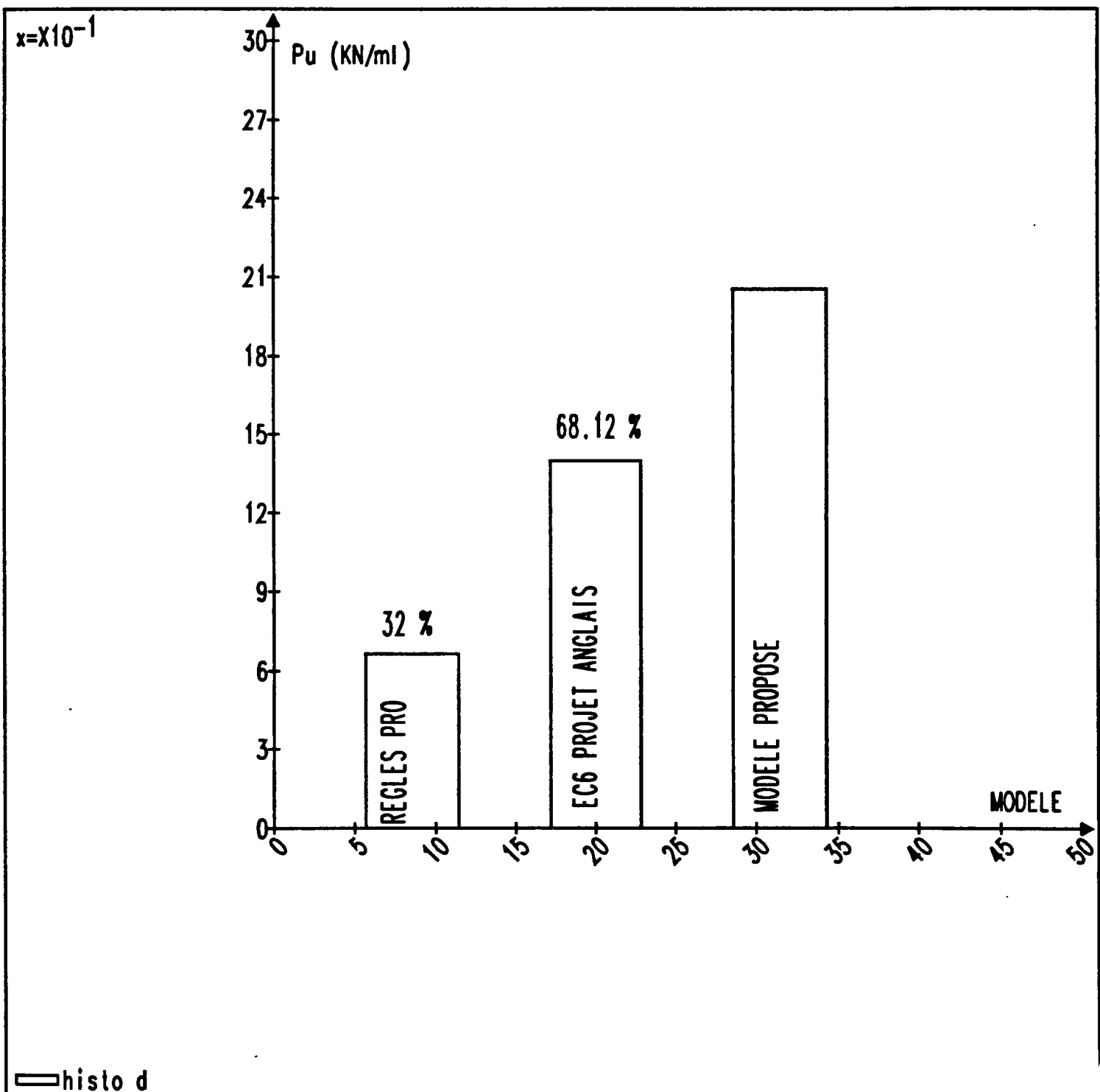
**REGLES DE CALCUL**

**COMPARAISON ENTRE MODELE (MOCA)  
ET  
REGLES DE CALCUL**

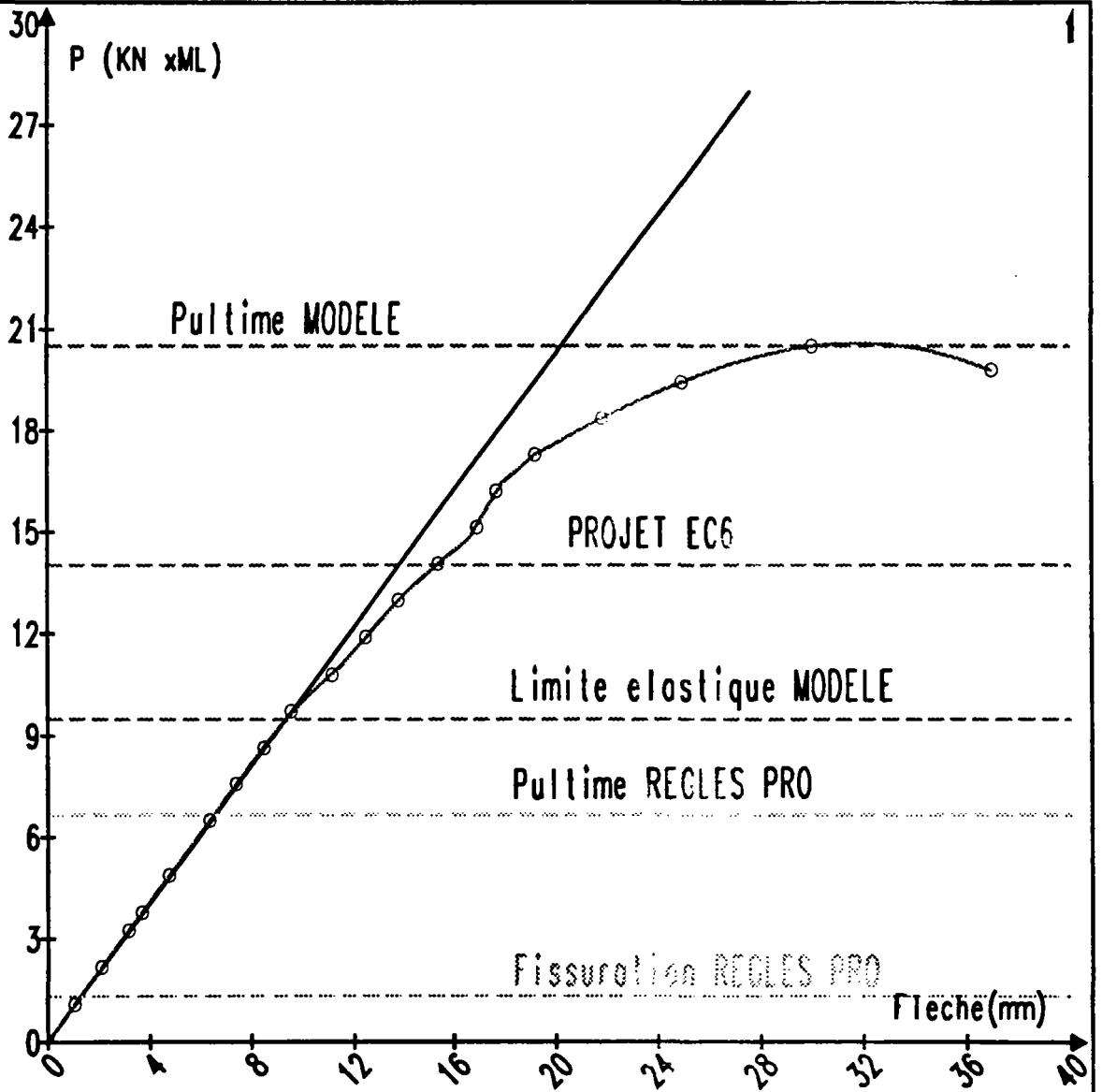
## REFERENCES

[1] COMMISSION DES COMMUNAUTÉS EUROPÉENNES EURO CODE 6 '*Règles unifiées communes pour les structures en maçonnerie armée EC6*. OCT 1989.

[2] Règles professionnelles simplifiées '*Maçonneries armées dans les joints horizontaux*'  
FEDERATION NATIONALE DU BATIMENT  
Union Nationale de la Maçonnerie; JUILLET 1991



$x = X10^{-1}$



- EC6ANG d
- 2linf d
- RPFISS d
- FISS d
- RFull d
- lin d
- 2linf d
- Pullsim d
- lin d