



**HAL**  
open science

# Spectroscopie ultra haute résolution d'un ion unique de calcium

Cedric Zumsteg

► **To cite this version:**

Cedric Zumsteg. Spectroscopie ultra haute résolution d'un ion unique de calcium. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université de Provence - Aix-Marseille I, 2010. Français. NNT: . tel-00507487

**HAL Id: tel-00507487**

**<https://theses.hal.science/tel-00507487>**

Submitted on 30 Jul 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE DE DOCTORAT  
DE L'UNIVERSITE DE PROVENCE  
spécialité : Physique Quantique  
Présentée par

Cédric ZUMSTEG

pour obtenir le grade de Docteur de  
l'Université de Provence

Spectroscopie ultra haute résolution  
d'un ion unique de calcium

soutenue le lundi 17 mai 2010 devant le jury composé de

Ouali ACEF	examineur
Anne AMY - KLEIN	rapporteur
Martina KNOOP	directrice de thèse
François NEZ	rapporteur
Frédéric ROOMS	examineur
Fernande VEDEL	présidente

Laboratoire Physique des Interactions Ioniques et Moléculaires  
Université de Provence - Marseille



## *Remerciement*

Les premières pages de cette thèse sont pour moi l'occasion de remercier Fernande Vedel et Martina Knoop de m'avoir accueilli au sein de l'équipe CIML. J'ai pu travailler sur une expérience passionnante et mettre en pratique mes connaissances dans le domaine de la physique atomique et de la physique quantique. Je tiens aussi à remercier Ouali Acef, Anne Amy-Klein, Frédéric Rooms et François Nez d'avoir accepté de faire partie de mon jury de thèse malgré leur emploi du temps chargé. J'ai été très heureuse que Anne Amy-Klein et François Nez acceptent d'être les rapporteurs de cette thèse.

J'ai été très heureux de collaborer avec Frédéric Rooms sans qui le chapitre sur l'optique adaptative n'aurait vu le jour. Merci pour les nombreuses discussions que nous avons eu et pour les nombreuses heures passées en salle d'expérience à tenter de réduire le bruit de fond. Ces expériences ont grandement bénéficié de la grande compétence, disponibilité, bonne humeur de Pierre Bon. L'ensemble des discussions que nous avons eu et notre collaboration avec nous dans le but de caractériser les fronts d'ondes de nos faisceaux laser me fut très précieuse. Pierre Dubé fut un collaborateur venu du grand nord, visiteur de notre laboratoire durant quelques mois. Merci pour tous les conseils, toutes les discussions que nous avons pu avoir sur la stabilisation d'un laser.

C'est avec Caroline Champenois et Marie Houssin que j'ai partagé mon bureau durant les 3/4 de ma thèse. Je tiens à les remercier pour leur bonne humeur, leur optimisme et leur écoute. Merci à elles de m'avoir fait partager leur connaissance dans le domaine de la physique atomique, quantique et des lasers. Leur sens de la physique, leur pédagogie et leur disponibilité m'ont été d'une grande aide. Gaetan fut mon dernier compagnon de bureau mais surtout un expérimentateur hors pair qui m'a beaucoup appris sur la stabilisation des lasers. Merci pour nos échanges sur les asservissements de température, le bruit thermique... Merci aussi de m'avoir aidé dans l'écriture de ce manuscrit et d'avoir partagé de nombreuses connaissances. Je remercie aussi Joffre Pedregosa et Olivier Morizot, les deux derniers arrivés au sein de l'équipe CIML. Merci à Joffre pour les journées passées à la recherche d'un signal d'ion et pour les soirées salsa. Merci à Olivier pour l'aide précieuse qu'il m'a apporté dans la rédaction de ce manuscrit et pour avoir travaillé avec moi sur la stabilisation du laser et l'optique adaptative. Merci à Michel Vedel pour son aide en électronique et sa bonne humeur. Merci d'avoir été mon professeur en licence et en maîtrise et de m'avoir donné le goût de la physique.

Je tiens à remercier Didier Guyomarc'h et Vincent Long pour leur sympathie et leur disponibilité. Merci à Didier pour l'ensemble des simulations qu'il a réalisées sur les cavités optiques, et merci à Vincent pour la réalisation et le montage des cavités.

Martina Knoop et Fernande Vedel furent mes deux directrices de thèse. Elles m'ont apporté beaucoup d'aide durant ces quatre années. Merci pour les explications de physiques et les conseils que vous m'avez apportés tant sur le plan personnel que professionnel. Un grand merci aussi pour le soutien et la confiance que vous m'avez apportés pendant les moments difficiles.

Enfin je tiens à remercier tous mes amis et ma famille présents lors de ma soutenance et durant ces quatre années de thèse. Merci de m'avoir supporté, d'avoir trouvé les mots justes lorsque les temps étaient durs. Je tiens particulièrement à remercier ma mère Marion Decamps pour son soutien depuis mon enfance, ma petite soeur Carine Zumsteg et sa famille (Eric Esposito et ma petite nièce Carla) pour leur bonne humeur et les bons moments passés autour d'un barbecue,

mon père Christian Zumsteg et enfin mon meilleur ami Alexandre pour avoir été toujours là, tout simplement.

Mes dernières pensées iront vers les personnes qui n'ont malheureusement pas pu être là, ma grand-mère et mon grand-père. Je vous remercie d'avoir fait partie de ma vie et d'avoir été là dans les moments difficiles comme dans les moments de joie. Merci de m'avoir apporté la chaleur nécessaire à mon épanouissement. Cette thèse vous est bien entendu dédiée



# Table des matières

<b>I Introduction</b>	<b>9</b>
<b>II Les horloges optiques : état de l'art.</b>	<b>13</b>
II.1 Pourquoi une horloge optique ?	14
II.2 Les horloges à atomes neutres	15
II.3 Les horloges optiques à ions piégés	20
II.4 Les horloges à réseau optique.	27
<b>III Principe de fonctionnement</b>	<b>33</b>
III.1 Le contrôle de la référence atomique	33
III.1.1 Piège radiofréquence	33
III.1.2 Régime de Lamb-Dicke	37
III.1.3 Refroidissement laser	41
III.1.4 Contrôle des effets systématiques	42
III.2 Contrôle de l'oscillateur local	45
III.2.1 Outil de mesure d'un système asservi	46
III.2.2 Asservissement du système laser d'horloge	50
<b>IV Le montage expérimental</b>	<b>57</b>
IV.1 Les sources lasers	57
IV.1.1 Le laser de refroidissement à 397 nm	58
IV.1.2 Le laser repompeur à 866 nm	60
IV.1.3 Le laser à 854 nm	63
IV.1.4 Le laser d'horloge à 729 nm	63
IV.2 Premier dispositif expérimental	63
IV.2.1 Le piège de Paul	63
IV.2.2 La création des ions	65
IV.2.3 Enceinte à vide	68
IV.2.4 Injection des faisceaux lasers dans le piège	68
IV.2.5 Détection du signal ionique	69
IV.2.6 Protocole expérimental	72
IV.2.7 Résultat et limites de ce dispositif	74
IV.3 Deuxième dispositif expérimental	79
IV.3.1 Le nouveau piège	79
IV.3.2 Enceinte à vide	82
IV.3.3 Le système de détection	84
IV.3.4 Création des ions et photoionisation	84
<b>V Le laser d'horloge : description et performances</b>	<b>91</b>
V.1 Etat de l'art	91
V.1.1 Asservissement sur une cavité ULE de très grande finesse	91
V.1.2 Montage mécanique et thermique	92

V.2	Le laser Titane Saphir . . . . .	98
V.2.1	Caractéristiques du laser titane-saphir . . . . .	98
V.2.2	Sélection de la longueur d'onde de travail . . . . .	99
V.3	Premier étage de stabilisation . . . . .	101
V.3.1	Montage mécanique . . . . .	101
V.3.2	Description de l'asservissement . . . . .	104
V.3.3	Performances du premier étage de stabilisation . . . . .	106
V.3.4	Asservissement de la longueur de la cavité optique de référence sur une transition atomique . . . . .	112
V.4	Deuxième étage de stabilisation : cavité ULE . . . . .	115
V.4.1	La cavité ULE . . . . .	116
V.4.2	Le montage optique du laser TiSa . . . . .	126
V.5	Conclusion . . . . .	130
<b>VI</b>	<b>Optique adaptative dans le cadre d'une expérience de métrologie</b>	<b>133</b>
VI.1	Introduction . . . . .	133
VI.2	Introduction sur l'optique adaptative . . . . .	137
VI.2.1	Outils pour caractériser le front d'onde . . . . .	138
VI.2.2	Optique adaptative classique . . . . .	140
VI.3	Mesures expérimentales sur notre expérience d'ion unique de calcium . . . . .	148
VI.3.1	Insertion de l'optique adaptative dans l'expérience . . . . .	150
VI.3.2	Mesure des qualités optiques de notre faisceau avant l'optique adaptative . . . . .	150
VI.3.3	Expérience et perspectives . . . . .	155
<b>VII</b>	<b>Conclusion</b>	<b>157</b>
<b>A</b>	<b>L'ULE</b>	<b>159</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>161</b>



## Chapitre premier

# INTRODUCTION

Les mesures spectroscopiques sont perturbées par un grand ennemi : le mouvement des atomes. Dans le domaine des horloges atomiques, où l'on cherche à déterminer une fréquence de transition libre de toute perturbation, l'effet Doppler a d'ailleurs longtemps été un obstacle. C'est pour cette raison que le développement de deux méthodes permettant de s'affranchir de cet effet ont particulièrement été développées durant les 50 dernières années. Il s'agit du piégeage d'atomes, afin de contrôler leur mouvement, et du développement de techniques d'interrogations insensibles au mouvement des atomes.

La réalisation expérimentale de pièges pour particules chargées, piège de Paul [1] et pièges de Penning [2], a valu le prix Nobel à Wolfgang Paul et Hans Dehmelt en 1989. Ce prix a également été partagé avec Norman F. Ramsey pour le développement d'une méthode d'interrogation permettant de s'affranchir du mouvement des atomes [3]. Ces deux domaines sont tout à fait connexes puisque l'on sait depuis les années 50 que le confinement de particules sur une distance plus faible que la longueur d'onde d'interrogation, le régime de Lamb-Dicke [4], est également un moyen de s'affranchir du mouvement des atomes. Le développement du contrôle du mouvement des atomes fait appel à des méthodes de refroidissement, initialement développées pour les ions piégés, telles que le refroidissement par gaz tampon. Ces méthodes ont ensuite fait place au refroidissement par laser (refroidissement Doppler puis refroidissement par bandes latérales) fonctionnant tout aussi bien sur des atomes neutres. Ce travail sur le refroidissement et le piégeage de particules neutres par laser a d'ailleurs valu le Prix Nobel à Claude Cohen-Tannoudji [5], Steven Chu [6], et William D. Phillips [7] en 1997. Les méthodes d'interrogations ont également progressé, notamment avec le développement de l'interrogation de Ramsey-Bordé [8], qui permet d'adapter à une longueur d'onde optique la technique des franges de Ramsey.

La métrologie temps fréquence a directement profité de ces avancées. La définition de la seconde initialement définie par des données astronomiques (la durée d'un jour moyen, puis la période de rotation de la terre autour du soleil) fut changée en 1967 lors de la 13<sup>me</sup> Conférence Générale de Poids et Mesure [9] au profit des horloges atomiques à césium :

*la seconde est la durée de 9192631770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins  $F = 3$  et  $F = 4$  de l'état fondamental  $6S_{1/2}$  de l'atome de  $^{133}\text{Cs}$*

Un étalon de fréquence moderne (une horloge atomique) comprend trois éléments importants : un oscillateur local ayant une bonne stabilité à court terme, une référence atomique et un dispositif de traitement du signal permettant d'asservir l'oscillateur local sur la référence atomique. Un schéma de principe est présenté sur la figure I.1. Initialement réalisé à l'aide d'un jet atomique de césium traversant une cavité d'interrogation (interrogation de type Rabi), son fonctionnement a très rapidement évolué afin de tirer profit des avancées sur le refroidissement

laser, le piégeage d'atomes ainsi que la méthode d'interrogation à deux champs séparés de type Ramsey. Cette évolution a permis une amélioration notable des performances des horloges à Cs. Actuellement les meilleures horloges atomiques présentent une exactitude de l'ordre de  $10^{-16}$  [10], ce qui fait de la seconde l'unité physique déterminée avec le plus de précision. Par ailleurs, elles présentent une stabilité de l'ordre de  $10^{-14}\tau^{-1/2}$ , c'est-à-dire des fluctuations typiques de fréquence de  $10^{-14}$  en valeur relative après une seconde de mesure.

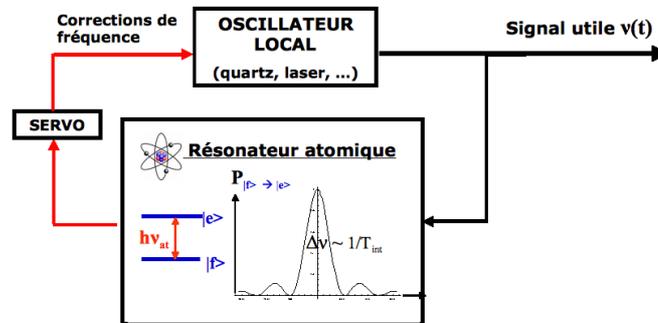


FIGURE I.1 : Représentation schématique d'un étalon de fréquence.

Les horloges atomiques sont utilisées à différentes fins, à la fois pour des applications techniques mais aussi pour effectuer des tests fondamentaux sur les théories physiques. Citons par exemple la synchronisation des réseaux de télécommunications ou encore de la constellation de satellites GPS. La résolution spatiale d'une mesure GPS est directement liée à la résolution temporelle de chaque horloge embarquée dans les satellites (dont la stabilité est de l'ordre de  $10^{-14}$  à 1 s) et à la synchronisation de chacune d'elle. Le projet européen GALILEO aura aussi besoin de ce type d'horloge pour fonctionner. Enfin les différents étalons primaires présents dans le monde participent à la définition du temps international (TAI : temps atomique international).

Les performances des étalons atomiques sont aussi mises à profit en physique fondamentale. En effet, la détermination de nombreuses constantes fondamentales repose sur des mesures de fréquences. Citons par exemple la mesure de la constante de Rydberg [11], du rapport entre la masse de l'électron et la masse du proton [12] et du rapport  $h/M_{Cs}$ ,  $h/M_{Rb}$  [13]. Par ailleurs, certaines théories prédisent une violation du principe d'équivalence d'Einstein impliquant une variation des constantes fondamentales [14]. Les horloges atomiques sont un formidable outil pour tester ces théories en laboratoire notamment à travers des tests sur les variations de la constante de structure fine [15]. Ce type de tests a longtemps été réalisé à l'aide de mesures astronomiques présentant une faible résolution de mesure sur de grandes échelles de temps. Des mesures datant de 2001 présentent d'ailleurs une dérive de la constante de structure fine  $\alpha$  de  $\Delta\alpha/\alpha \sim -0,72 \pm 0,18 \cdot 10^{-5}$  sur des échelles de temps cosmologiques [15], mais fut contredite en 2004 par des mesures du même type [16] ( $\Delta\alpha/\alpha \sim -0,06 \pm 0,06 \cdot 10^{-5}$ ) donnant lieu à une controverse. Avec les fontaines atomiques actuelles et des nouvelles horloges dans le domaine optique, on dispose maintenant de mesures de très grande résolution sur des échelles de temps plus courtes. En suivant l'évolution des fréquences d'horloge, basées sur les transitions de différents atomes au cours du temps (cette fréquence étant reliée aux constantes fondamentales), on peut effectuer le même genre de tests [17, 18, 19, 20].

Dans le but d'améliorer la précision de ces évaluations, l'utilisation d'horloges encore plus performantes pourrait permettre une meilleure résolution pour ce type de mesure. L'amélioration des fontaines atomiques atteint actuellement des limites fondamentales. En terme d'exactitude plusieurs effets systématiques commencent à devenir difficiles à contrôler, notamment les effets liés au mouvement des atomes (incertitude évaluée à  $3.10^{-16}$  sur l'horloge FO2 du SYRTE), et le déplacement de fréquence lié au rayonnement thermique ( $1, 3.10^{-16}$ ). Du point de vue de la stabilité, la mesure des meilleures fontaines est actuellement limitée par le bruit de projection quantique [21] qui est un bruit intrinsèque à toute mesure de système quantique. Pour améliorer la stabilité de fréquences de ces étalons on pourrait augmenter le nombre d'atomes interrogés (car le bruit de projection quantique est inversement proportionnel à la racine carrée du nombre d'atomes [21]). Cependant, ce gain s'effectuerait au détriment de l'exactitude de l'horloge à cause du déplacement de fréquence induit par les collisions entre les atomes [22]. Il serait également possible d'utiliser des états comprimés [21] mais aucune proposition réalisable n'a encore été faite. Enfin il serait possible d'augmenter le temps de vol de l'atome dans la fontaine, ce qui aurait pour effet d'augmenter le temps d'interrogation  $\tau$ . Cependant, cela nécessiterait des tailles de fontaines peu réalisables, du fait du gain en  $\sqrt{h}$ , où  $h$  est la hauteur de la fontaine.

Pour toutes ces raisons, la meilleure solution pour améliorer les performances des horloges actuelles est d'utiliser des transitions de plus haute fréquence. C'est pour cette raison que les horloges optiques, qui utilisent une transition de quatre à cinq ordres de grandeur plus élevés, sont aujourd'hui très largement étudiées. Le développement des horloges optiques s'est considérablement accéléré depuis les années 1990 grâce au développement des lasers femtosecondes et des peignes de fréquence (dont les principaux contributeurs, Theodor W. Hänsch et John L. Hall ont reçu le prix Nobel en 2005 [23]) qui permettent de comparer les différentes fréquences optiques aux micro-ondes, ou bien les fréquences optiques entre elle. On peut ainsi comparer et évaluer les différentes performances de chaque étalon de fréquence.

L'objet de mon travail de thèse a été de travailler sur le projet de réalisation d'un étalon de fréquence optique utilisant un ion unique de calcium.

Le second chapitre de ce manuscrit présente un état de l'art sur les horloges optiques actuellement développées dans le monde. Depuis les années 1980 deux grands types d'horloge ont été développées : d'une part les horloges à atomes neutres fonctionnant sur le même principe que les fontaines atomiques et d'autre part les horloges à ions piégés dont le principe permet d'atteindre un très bon contrôle des effets systématiques. Enfin un dernier type d'horloge, de concept plus récent, réunissant les avantages des deux techniques, les horloges à réseau optique, sera présenté.

Une approche théorique de l'horloge à ion unique de calcium est présentée au chapitre III. Le principe du piégeage d'un atome unique ainsi que les avantages d'utilisation d'une telle technique sera décrite. Ainsi le régime de Lamb-Dicke sera développé en détail, ainsi que les différents effets systématiques pouvant perturber ce type d'horloge (effet Stark, effet Doppler du second ordre...). Ce type d'horloge est caractérisé par différents outils du traitement du signal tels que la densité spectrale de puissance ou la variance d'Allan, dont une description sera faite.

Le chapitre IV est consacré à la présentation de la partie expérimentale du projet d'ion unique de calcium. La structure atomique de l'ion calcium est ainsi présentée, ainsi que les différents lasers permettant d'interagir avec les transitions de celui-ci. Une part importante de ce chapitre est consacrée au premier montage expérimental utilisé au début de cette thèse, ainsi

qu'aux résultats obtenus et aux limitations qui nous ont poussé à changer de montage expérimental. Enfin, une présentation du nouveau montage expérimental réalisé au cours de ma thèse ainsi que de la recherche de signal ionique sera faite.

Le chapitre V est consacré au laser d'horloge (point central du projet d'horloge optique) et à l'amélioration de ses performances au travers de différents étages de stabilisation. En effet, nous verrons qu'il existe différentes possibilités pour l'asservissement d'un laser (choix du nombre d'étages, choix de la cavité de stabilisation ...). Le premier étage de stabilisation sera présenté ainsi que les performances atteintes grâce à celui-ci. Enfin, l'utilisation de cavités optiques de grande finesse acquises récemment, nous permettra de décrire le second étage de stabilisation et de présenter les premiers signaux d'erreurs obtenus.

Enfin le chapitre VI sera consacré à l'optique adaptative dans le cadre de notre expérience de métrologie. Afin de réduire le bruit de fond et d'améliorer la stabilité de l'horloge atomique nous envisageons en effet d'utiliser un système d'optique adaptative pour l'injection du faisceau laser de détection dans le piège miniature. Une étude complète de la carte de phase de ce faisceau a ainsi été réalisée afin de déterminer les causes de dégradation du faisceau optique et de pouvoir les corriger à l'aide d'un système d'optique adaptative.

## Chapitre II

# LES HORLOGES OPTIQUES : ÉTAT DE L'ART.

Un étalon de fréquence atomique est constitué de trois composants : un oscillateur local ayant une bonne stabilité à court terme, une référence atomique pour le long terme et un dispositif de traitement du signal qui permet d'asservir l'oscillateur local sur la référence atomique. Un schéma de principe est représenté sur la figure I.1 [p.6].

Depuis les années 1967, la seconde est définie par la transition entre deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de  $^{133}\text{Cs}$  à 9,2 GHz. L'exactitude de ces horloges n'a cessé d'augmenter au cours de ces dernières années pour atteindre une incertitude relative de l'ordre de  $10^{-16}$  [10]. Ce qui fait de la seconde l'unité la plus précisément déterminée actuellement. Les performances des horloges atomiques sont caractérisées en terme de stabilité, reproductibilité et exactitude. La stabilité, ou plus rigoureusement l'instabilité, mesure la fluctuation de fréquence de l'étalon sur des périodes de temps  $\tau$ . Pour des temps d'interrogation courts, elle est donnée par la stabilité intrinsèque de l'oscillateur qui délivre la fréquence étalon. À moyen terme (temps de la rétroaction), elle est limitée par la largeur observée de la transition atomique et dépend de la qualité du signal d'interrogation. À long terme, Elle est communément caractérisée par une variance à deux échantillons, la variance d'Allan  $\sigma^2(\tau)$  [24]. Sa séquence de calcul est la suivante (voir le chapitre III.2.1 pour plus de détails) :

$$\sigma^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (y_{n+1} - y_n)^2 \rangle \quad (\text{II.1})$$

où les  $y_n$  sont les échantillons successifs d'écart de fréquence, et  $\tau$  le pas d'échantillonnage.

La reproductibilité est l'écart relatif entre les valeurs de fréquence données par deux étalons identiques. L'exactitude représente l'écart entre la fréquence intrinsèque de la transition atomique de la référence non perturbée et la fréquence effectivement délivrée par l'horloge (oscillateur local). Enfin la précision est la résolution de la mesure qui dépend de la largeur observée de la transition atomique, divisée par la fréquence de cette transition. La limite ultime est donnée par la largeur de raie naturelle de la transition sondée. La reproductibilité, l'exactitude et la stabilité d'une référence atomique peuvent être affectées par la sensibilité de la référence atomique aux perturbations environnementales (telles que le champ magnétique, électrique ....) et par la manière dont on contrôle ces perturbations. Dans le cas où le bruit de projection quantique domine tous les autres bruits techniques [25], l'instabilité d'un oscillateur asservi sur une référence atomique, de fréquence  $\nu_0$  et de largeur de raie  $\Delta\nu$ , est donnée par :

$$\sigma(\tau) = \frac{1}{\pi Q} \sqrt{\frac{T}{N\tau}} \quad (\text{II.2})$$

où  $Q$  est le facteur de qualité de l'horloge  $Q = \nu_0/\Delta\nu$ ,  $T$  est le temps du cycle de mesure,  $N$  le nombre d'atomes détectés durant la mesure. Cette expression s'applique généralement pour des temps  $\tau > T$  et pour un signal ayant un contraste de 100%. En pratique, elle est généralement limitée par le temps d'interrogation des atomes ou par des limites techniques comme le bruit de l'oscillateur d'interrogation.

## II.1 Pourquoi une horloge optique ?

Actuellement, le niveau de performance des meilleures horloges micro-ondes (les fontaines atomiques) atteint des valeurs proches de  $10^{-16}$  en terme d'exactitude et de quelques  $10^{-14}\tau^{-1/2}$  en stabilité [10]. Ces valeurs peuvent encore être améliorées, mais on approche des limites fondamentales de ce type d'horloge. Les fontaines ont presque atteint la limite où le bruit de projection quantique est le bruit dominant. Pour améliorer la stabilité dans une telle configuration, il faudrait augmenter le nombre d'atomes ou améliorer la finesse des résonances observées, actuellement de l'ordre du Hz. Cependant, avec une interrogation de type Ramsey, cette largeur de raie est limitée par la transformée de Fourier du temps de vol entre deux interrogations, lui-même limité par l'expansion transverse du nuage atomique. Les possibilités d'amélioration sont limitées à moins de passer en micro-gravité [26]. Il en va de même pour l'exactitude où les effets motionnels des atomes constituent la principale source d'incertitude. À ce niveau les perspectives de gain en termes d'exactitude et de stabilité de fréquence, ne résident plus dans l'amélioration des fontaines, mais plutôt dans le choix d'un nouveau type d'horloge.

L'idée la plus naturelle pour dépasser les horloges micro-ondes est de développer des horloges dans le domaine optique. En effet les effets systématiques sont pour la plupart indépendants de la fréquence de la transition utilisée et donc contrôlables en valeur relative à de bien meilleurs niveaux pour une transition optique (quelques centaines de THz) que pour une transition micro-onde (9,2 GHz pour le  $^{133}\text{Cs}$ ). Il en va de même pour la stabilité lorsqu'elle n'est plus limitée par le bruit de projection quantique. En revanche, ces considérations ne sont plus vraies en ce qui concerne les effets liés au mouvement de l'atome (effet Doppler et effet de recul) qui restent en valeur relative, du même ordre de grandeur. Afin de dépasser en terme d'exactitude la valeur de  $10^{-16}$  pour les performances d'une horloge optique, il est impératif de travailler dans le régime de Lamb-Dicke [4]. En effet, comme nous le verrons plus en détail au cours du chapitre III, dans le régime de Lamb-Dicke, l'effet Doppler du premier ordre est éliminé.

Des mesures de fréquences optiques ont été entreprises en même temps que le développement d'horloges à Cs, mais il a fallu attendre des développements relativement récents pour franchir les obstacles concernant ces horloges : le refroidissement et le piégeage d'une part et la mesure de la fréquence d'autre part. Si la première condition est réalisable depuis de nombreuses années pour les particules chargées [1, 2], les techniques de piégeage d'atomes neutres n'existent que depuis les années 1980 [5, 6, 7]. D'autre part, les mesures simples de fréquences optiques de très haute précision n'ont fait leur apparition que depuis le développement des peignes de fréquence à la fin des années 1990 [23]. En raison de ces limites, le développement des horloges optiques s'est réalisé selon deux axes.

Les horloges à atomes neutres piégés ayant un fonctionnement proche des horloges micro-ondes, où la fréquence de transition est mesurée à l'aide d'une interrogation de type Ramsey dans le champ de gravité (fontaine atomique dans le domaine optique). Ce type d'horloge a été

essentiellement développé sur deux alcalino-terreux (Ca et Mg) dont la structure électronique est propice au refroidissement et à l'interrogation laser. Ces horloges possèdent actuellement une exactitude limitée par l'effet Doppler du premier ordre à  $10^{-15}$  [27].

Les horloges à ions piégés, qui ont connu un développement plus précoce, ont le mérite d'être insensibles à cet effet limitant l'exactitude des horloges à atomes neutres. En effet, amener un ion piégé dans le régime de Lamb-Dicke constitue une opération bien connue depuis longtemps [4]. Toutefois, pour y parvenir il est nécessaire de travailler avec un ion unique, ou un nombre limité d'ions (chaîne d'ions) ce qui a pour effet de limiter la stabilité ultime de ce type d'horloge. La limite quantique à la stabilité est donc forcément moins compétitive que pour une horloge utilisant un grand nombre d'atomes. Les espèces étudiées se répartissent en deux catégories, les ions ayant un électron périphérique ( $\text{Ca}^+$ ,  $\text{Sr}^+$ ,  $\text{Yb}^+$  et  $\text{Hg}^+$ ) et les ions ayant deux électrons périphériques ( $\text{In}^+$  et  $\text{Al}^+$ ). Chacune possède des transitions atomiques utilisables pour le refroidissement et l'interrogation, mais le fonctionnement des horloges ainsi que les effets systématiques qui entrent en jeu, sont assez différents.

Le développement récent des techniques de piégeage laser pour les atomes neutres [28] a permis de combiner les avantages des deux techniques présentées plus haut. Les horloges à réseaux optiques utilisent une méthode permettant de combiner les performances des horloges à ions en termes d'exactitude et des horloges à atomes neutres en terme de stabilité. Il s'agit de piéger plusieurs atomes neutres dans un réseau optique, chaque atome étant localisé sur un site du réseau, leur permettant ainsi d'atteindre le régime de Lamb-Dicke. Initialement développé pour l'isotope  $^{87}\text{Sr}$  [29], le principe de ces horloges s'est maintenant répandu et fait l'objet de développements avec différents isotopes ayant une structure électronique semblable : Sr, Yb et Hg. Leurs caractéristiques permettent actuellement de viser une exactitude proche de  $10^{-18}$  ainsi qu'une stabilité dans la gamme des  $10^{-17}\tau^{-1/2}$  [30].

## II.2 Les horloges à atomes neutres

Les premières horloges à atomes neutres ont commencé à être développées durant les années 1980. Leur principe repose essentiellement sur le refroidissement d'un ensemble d'atomes par laser (à l'aide d'une mélasse optique ou d'un piège magnéto-optique) qui est ensuite libéré et dont on suit la chute dans le champ gravitationnel terrestre. Les vitesses des atomes étant relativement importantes, des techniques éliminant l'effet Doppler ont été utilisées [31], mais cet effet limite l'exactitude au niveau des  $10^{-16}$  [27, 32]. La grande quantité d'atomes piégés permet par contre d'atteindre de très bonnes stabilités en des temps relativement courts. Les résultats les plus poussés ont été obtenus par une horloge au  $^{40}\text{Ca}$  [33] mais le  $^{24}\text{Mg}$  est également un candidat pouvant fonctionner sur le même modèle [34, 35]

### 2.0.1 L'horloge à atome neutre de $^{40}\text{Ca}$

L'horloge à atomes neutres de  $^{40}\text{Ca}$  est celle dont le développement est le plus avancé. Deux équipes dans le monde s'occupent de son développement : la PTB dans l'équipe de F.Riehle (Allemagne) [31] et le NIST dans l'équipe de L.Hollberg (USA) [36, 27, 32]. C'est dans cette dernière équipe que le plus grand nombre de résultats significatifs ont été atteints, avec une exactitude de  $7,5 \cdot 10^{-15}$  et une stabilité de  $2 \cdot 10^{-16}$  en 2000 s [32].

## Structure atomique et séquence temporelle

Comme de nombreux alcalino-terreux et atomes ayant une structure semblable, le  $^{40}\text{Ca}$  présente certains avantages qui en font un bon candidat pour réaliser un étalon de fréquence dans le domaine optique. En effet il possède une transition atomique,  $4s^2\ ^1S_0 \rightarrow 4s4p\ ^1P_1$  à 423 nm, qui permet un refroidissement par piégeage magnéto-optique jusqu'à des températures de l'ordre du  $\mu\text{K}$  sans avoir à se préoccuper des fuites d'atomes dans un niveau intermédiaire. De plus, la transition  $4s^2\ ^1S_0 \rightarrow 4s4p\ ^3P_1$  à 657 nm, avec une largeur naturelle de 375 Hz, est suffisamment fine pour être utilisée comme référence de fréquence et espérer atteindre de bonnes performances en terme de stabilité. D'autre part une autre transition, associée à la transition d'horloge, est utilisée pour une seconde étape de refroidissement. C'est la transition  $4s4p\ ^3P_1 \rightarrow 5s5p\ ^1P_1$  à 552 nm au NIST, ou bien la transition  $4s4p\ ^3P_1 \rightarrow 4s4d\ ^1D_2$  à 453 nm à la PTB. Toutes ces transitions sont reportées sur la figure II.1.

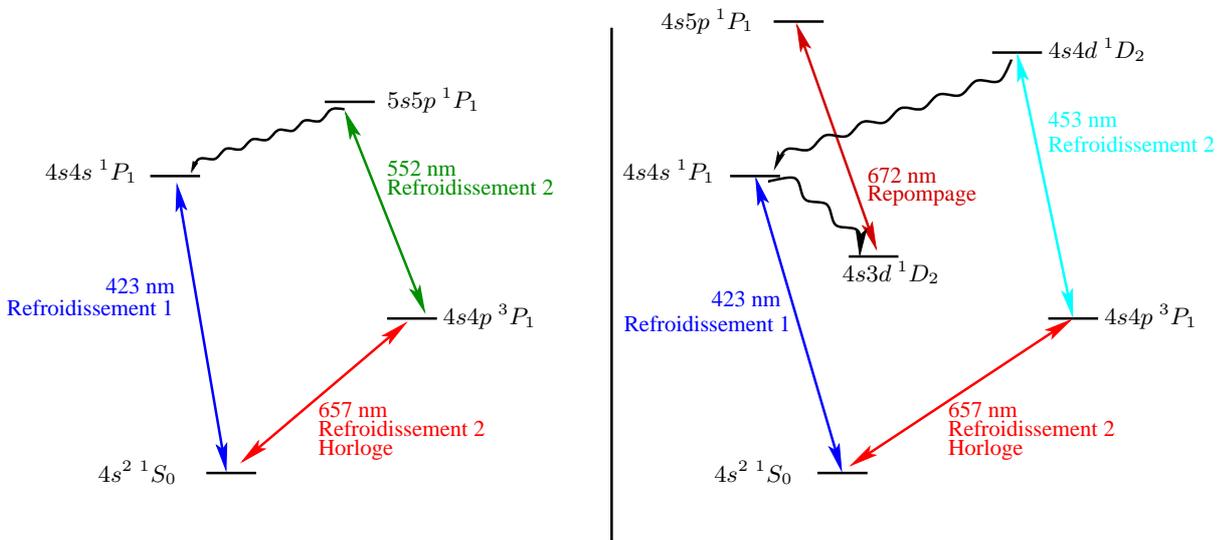


FIGURE II.1 : Schéma énergétique des transitions du  $^{40}\text{Ca}$ , utilisées par le NIST à gauche et par la PTB à droite.

Le cycle d'horloge est alors une succession de plusieurs étapes. La première est une phase de refroidissement de 15 ms, en utilisant la transition bleue à 423 nm. Le laser correspondant est fourni par un système oscillateur-amplificateur (MOPA) à 846 nm, dont la fréquence est ensuite doublée à l'aide d'un cristal non linéaire de  $\text{KNBO}_3$ . La puissance ainsi fournie est de 40 mW. Seuls les atomes les plus lents, provenant d'un jet atomique, rentrent dans le cycle de refroidissement du piège magnéto-optique (PMO). Le nombre d'atomes piégés est de  $5 \cdot 10^6$  à une température  $T = 2$  mK.

La seconde étape est aussi une étape de refroidissement qui intervient après le PMO. Elle repose sur la transition d'horloge à 657 nm couplée avec une autre transition. En effet la largeur de la transition d'horloge étant très faible, il est possible d'atteindre des limites Doppler très basses. Cependant, ce refroidissement est inutilisable en raison de la durée de vie du niveau  $4s4p\ ^3P_1$  qui ne permet pas d'émettre et absorber un grand nombre de photons. On diminue donc artificiellement la durée de vie du niveau en le couplant avec un autre niveau de durée de vie plus

petite. Cette seconde étape de refroidissement a d'abord été mise en place à la PTB en utilisant la transition  $4s4p\ ^3P_1 \rightarrow 4s4d\ ^1D_2$  à 453 nm, associée à la transition  $4s4d\ ^1D_2 \rightarrow 4s5p\ ^1P_1$  par un laser repompeur à 672 nm [37]. L'équipe du NIST utilise quant à elle la transition  $4s4p\ ^3P_1 \rightarrow 4s4p\ ^1P_1$  à 552 nm qui ne nécessite pas de laser repompeur supplémentaire. Il est ainsi possible d'atteindre en 8 ms une température de  $10\ \mu K$  pour 20 % des atomes [38].

Les atomes sont ensuite relâchés en chute libre et interrogés par la méthode de Ramsey-Bordé [8, 39] par le laser d'horloge à 657 nm. Cette méthode d'interrogation est équivalente dans le domaine optique à la technique des franges de Ramsey utilisée dans le domaine micro-onde. Contrairement à la méthode micro-onde qui repose sur deux impulsions  $\pi/2$  de même durée  $\tau$  séparées par un temps d'évolution  $T$  beaucoup plus grand, la méthode optique nécessite quatre interactions ; deux dans une direction (d'une durée  $\tau$  et séparées d'un temps  $T$ ), suivies immédiatement de deux autres dans la direction opposée. La raison de cette différence est la longueur d'onde optique : la séparation spatiale des paquets d'onde après absorption d'un photon optique rend toute interférence impossible. Une fois les deux premières impulsions réalisées il s'agit de refermer l'interféromètre pour pouvoir observer les franges d'interférences. En réalité grâce à cette méthode on crée deux interféromètres qui participent tous deux au signal. La figure II.2 montre l'évolution des états atomiques après chaque impulsion pour un atome à deux niveaux (où  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  représentent l'état fondamental et l'état excité et  $k$  représente le vecteur d'onde de l'impulsion laser). Le signal obtenu s'écrit alors sous la forme :

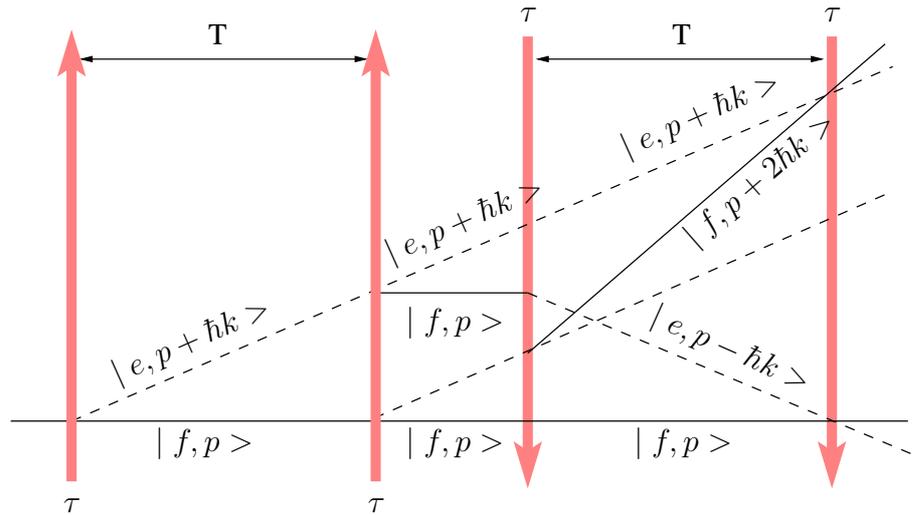


FIGURE II.2 : Principe de l'interféromètre de Ramsey-Bordé à quatre impulsions. On utilise deux paires d'impulsions successives dans des directions opposées. Les impulsions ont une durée  $\tau$ , et deux impulsions d'une même paire sont séparées d'une durée  $T \gg \tau$ .

$$P = \frac{1}{2} - \frac{1}{8} [\cos(2T(\delta + \omega_r)) + \cos(2T(\delta - \omega_r))] \quad (\text{II.3})$$

Où  $\delta = \omega_L - \omega_0$  et le désaccord entre la fréquence de la transition atomique et le laser,  $\omega_r = \hbar k_l^2 / 2m$  est la pulsation de recul associée à un photon laser. En pratique les oscillations sinusoidales se font dans une enveloppe en  $\text{sinc}^2(\delta\tau)$ , qui donnent la forme bien connue des franges de

Ramsey. La résolution de la mesure est alors limitée par la durée séparant deux impulsions. Il est possible d'augmenter cette durée de manière conséquente pour atteindre des franges de faible largeur. De plus, les classes de vitesses des atomes participant au signal dépendent de la transformée de Fourier d'une impulsion de durée  $\tau$ . Si l'on peut fournir une impulsion  $\pi/2$  de durée suffisamment courte, c'est-à-dire avoir une puissance dans le laser d'interrogation suffisamment grande, on peut faire participer tous les atomes au signal. Après préparation des atomes par la méthode de Ramsey-Bordé, les populations des deux niveaux sont mesurées. Celle du niveau fondamental par fluorescence avec le laser de refroidissement à 423 nm puis celle du niveau excité en rajoutant le laser à 552 nm. On peut alors estimer la probabilité de transition indépendamment du nombre d'atomes.

### Stabilité de l'horloge

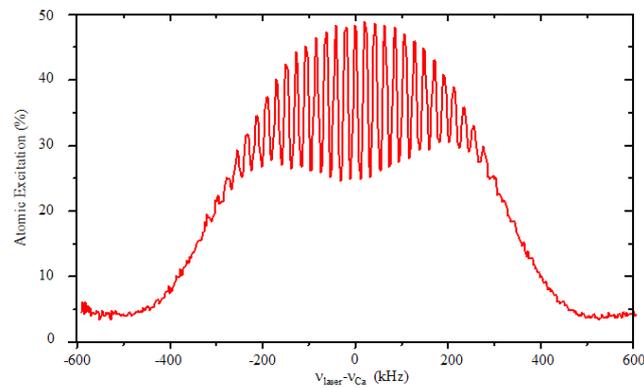


FIGURE II.3 : Allure des franges obtenues avec un interféromètre de Ramsey-Bordé à quatre impulsions [31].

En utilisant cette technique, les résultats les plus récents présentent des franges d'une largeur de 770 Hz. La figure II.3 correspond aux franges d'interférences obtenues. La largeur de l'enveloppe est limitée par la transformée de Fourier de la durée de l'impulsion ( $3 \mu\text{s}$ ) et ainsi tous les atomes contribuent au signal. La dissymétrie de l'enveloppe est caractéristique de l'effet de recul et a pour conséquence le déplacement latéral de la frange centrale d'une faible quantité prévisible [40]. La comparaison, qui a été faite au NIST, de l'horloge à Ca et de l'horloge utilisant un ion piégé de mercure  $\text{Hg}^+$  montre une stabilité à 1 s de l'ordre de  $5 \cdot 10^{-15}$ , ce qui correspond aux résultats attendus [41]. La comparaison a été effectuée grâce à un peigne de fréquence référencé sur l'horloge à ion  $\text{Hg}^+$ . L'écart type d'Allan descend jusqu'à une valeur de  $2 \cdot 10^{-16}$  à 2000 s, ce qui en fait une référence de fréquence plus stable que les étalons actuels.

### Exactitude et limite

Les effets techniques limitant les performances de l'horloge au  $^{40}\text{Ca}$  sont essentiellement dus aux vibrations synchronisées de la table optique avec les cycles de mesure d'une part et à la qualité des faisceaux réalisant l'interféromètre d'autre part. Ils se traduisent par des fluctuations de la phase laser vue par les atomes et entraînent un effet Doppler supplémentaire [27].

La vibration de la table optique, due en partie à l'allumage des bobines de champ magnétique pour le piégeage des atomes, a pour conséquence de déplacer la fréquence du laser d'horloge de quelques dizaines de Hz. Cet effet peut être ramené à 1,1 Hz si l'on suspend la chambre à vide au-dessus de la table optique. La qualité des faisceaux de l'interféromètre peut, quant à elle, induire des déplacements dus à un mauvais contrôle de la phase de l'interféromètre (déplacement des franges d'interférences). En effet les fronts d'onde laser doivent être plans et les quatre impulsions composant l'interféromètre doivent être rigoureusement identiques. Néanmoins, malgré les précautions prises cet effet est difficilement contrôlable à mieux que 1,3 Hz actuellement [27, 32].

L'effet Zeeman du premier ordre est nul et celui du second ordre est négligeable. Le déplacement qui est en résulte est contrôlé à quelques  $10^{-16}$ . Il en est de même pour l'effet Stark du second ordre causé par un éventuel champ électrique dans l'enceinte. Le contrôle de l'effet Doppler se fait au niveau du Hz, soit  $2,5 \cdot 10^{-15}$  en valeur relative. L'incertitude globale sur la mesure de fréquence revient alors à  $7,5 \cdot 10^{-15}$ . En améliorant toutes les imperfections du dispositif, l'exactitude de l'horloge serait encore limitée par l'effet Doppler et ne dépasserait pas les  $10^{-16}$ .

## 2.0.2 L'horloge à atomes neutres de $^{24}\text{Mg}$

L'atome de  $^{24}\text{Mg}$  est aussi un bon candidat pour réaliser une horloge à atomes neutres. Il est utilisé à l'université de Hanovre (Allemagne) [35] et au NBI (Danemark) [34]. Bien que moins avancée que le  $^{40}\text{Ca}$ , le principe de l'horloge est similaire. La transition  $^1S_0 \rightarrow 1P_1$  à 285 nm peut être utilisée pour une première étape de refroidissement, alors que la transition  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  à 457 nm, avec une largeur de raie de 30 Hz, convient pour une transition d'horloge. Les résultats les plus récents [35] font état d'une température des atomes de 3,8 mK et de franges d'interférences présentant une résolution optimale de 170 Hz. Le nombre d'atomes interrogés est de l'ordre de  $10^5$ . Contrairement au  $^{40}\text{Ca}$ , la détection ne se fait qu'en mesurant la population restée dans le niveau fondamental, une partie des atomes pouvant ainsi être recapturée d'un cycle à l'autre. Toutefois, cette méthode est sensible aux fluctuations du nombre d'atomes. De plus, la forte température des atomes limite la mesure par la méthode de Ramsey-Bordé. En effet, seulement 9% de la distribution de vitesse des atomes contribue réellement au signal avec des impulsions de 9  $\mu\text{s}$ . Afin d'améliorer ce facteur, un étage supplémentaire de refroidissement est envisagé. Deux pistes sont étudiées, la première utiliserait la transition  $3s3p^3P_1 \rightarrow 4s^2S_0$  plus large que la transition d'horloge et permettrait d'atteindre des températures de 10  $\mu\text{K}$ . La seconde consiste à considérer une configuration opposée, où la première transition est plus large que la seconde en prenant par exemple le système  $3s^2S_0 \rightarrow 3s3p^1P_1 \rightarrow 3s3d^1D_2$  [34]. La limite Doppler du refroidissement est alors déterminée par la durée de vie du niveau le plus excité. Les résultats actuels [35] affichent une stabilité de  $8 \cdot 10^{-14}$  à 1 s.

Les meilleures horloges optiques à fontaine atomique affichent des stabilités meilleures que  $10^{-14}$  à 1 s [32] et sont parmi les plus stables jamais réalisées. Des incertitudes dans la gamme des  $10^{-15}$  et potentiellement plus faibles les rendent comparables au niveau de l'exactitude atteinte avec les horloges à réseau optique [42]. Néanmoins, l'amélioration des performances de ce type d'horloge est plus délicat que dans d'autres configurations. L'effet Doppler est souvent le facteur limitant et il est difficile de descendre en dessous de  $10^{-16}$  sans piéger les atomes. Des mesures ont d'ailleurs été faites sur le  $^{40}\text{Ca}$  [43] en vue d'un possible passage vers les réseaux optiques.

## II.3 Les horloges optiques à ions piégés

Pour faire face à l'obstacle que représente l'effet Doppler dans le bilan d'incertitude d'une horloge optique, l'évolution logique consiste à passer à un type d'horloge où l'on peut s'affranchir de cet effet. Il existe une configuration de piégeage des atomes qui permet d'éliminer totalement cet effet (c'est-à-dire le ramener à un niveau bien en-deça de l'exactitude visée, typiquement  $10^{-18}$  pour une horloge optique) et de supprimer ainsi une grande partie des contraintes techniques propres aux horloges optiques à atomes neutres en chute libre. Cette configuration appelée régime de Lamb-Dicke [4], est connue depuis 1953 et est atteinte lorsque les atomes sont confinés sur des distances plus faibles que la longueur d'onde du laser d'interrogation divisée par  $2\pi$ . Les horloges à ions piégés tirent partie de ce principe pour améliorer leurs performances.

### 3.0.3 Principe

Le fonctionnement d'une horloge optique à ions piégés repose principalement sur le piégeage des ions. Piéger une particule chargée est une technique connue depuis les années 1950 (piège de Penning [2] et de Paul [1]). Ces techniques sont très avantageuses, car il est possible de piéger très efficacement des particules chargées avec de petits champs électromagnétiques, ce qui implique de faibles déplacements du niveau d'horloge et donc un bon contrôle de son exactitude. En revanche, la plupart des horloges fonctionnent avec un ion unique, limitant ainsi le rapport signal à bruit à un par cycle de mesure et donc la stabilité du système. Il est possible de piéger plusieurs ions, mais il faut alors tenir compte des interactions entre les ions. Des mesures ont été effectuées sur des nuages d'ions, mais dans le domaine micro-onde, notamment avec des ions  $\text{Hg}^+$  au JPL (USA) [44] et au NIST [45], et des ions  $\text{Yb}^+$  au CSIRO (Australie) [46].

Comme il est impossible de réaliser un piège à l'aide d'un seul potentiel électrostatique (la loi de Laplace impose au moins une direction de fuite), les pièges utilisés pour confiner des particules chargées sont de deux types : soit ils utilisent un potentiel électrostatique associé à un champ magnétique (piège de Penning [2]), soit ils utilisent un potentiel électrique oscillant (piège de Paul [1]). Dans les deux cas ces pièges introduisent des effets systématiques dégradant les performances des horloges. Pour des raisons d'exactitude, les pièges de type Penning ne sont pas utilisés car ils sont difficiles à mettre en œuvre et introduisent un effet Zeeman qui peut être difficile à contrôler. Le piège de Paul est donc le type de piège choisi pour toutes les horloges optiques de ce type. Le potentiel de confinement de ce type de piège est alors dans le cas idéal de la forme :

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \Phi_{rf}(\mathbf{r}, t) + \Phi_s(\mathbf{r}, t) \quad (\text{II.4})$$

où  $\Phi$  est le potentiel du piège que l'on décompose en un potentiel radiofréquence  $\Phi_{rf}$  et un potentiel statique  $\Phi_s$ . La partie oscillante peut s'écrire sous la forme :

$$\Phi_{rf}(\mathbf{r}, t) = A(x^2 + y^2 - 2z^2) \cos \Omega t \quad (\text{II.5})$$

$A$  est l'amplitude du champ radiofréquence et de fréquence  $\Omega/2\pi$ . Le mouvement de l'ion est alors régi par les équations de Mathieu. Il en résulte que le mouvement peut se décomposer en deux parties : le mouvement rapide, ou micromouvement à la fréquence de confinement  $\Omega/2\pi$ ,

et un mouvement lent, dit mouvement séculaire, à une fréquence de l'ordre de  $qQ/\Omega$ , où  $q$  est la charge de la particule et  $Q$  le gradient du champ quadrupolaire.

Une alternative au piège de Paul classique permet de piéger collectivement plusieurs particules chargées le long d'une chaîne. Il s'agit du piège de Paul linéaire dont le potentiel radial est de la forme :

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 - y^2) \cos \Omega t \quad (\text{II.6})$$

On peut alors créer une chaîne d'ions piégés, le piégeage longitudinal étant lui réalisé par un potentiel statique. Dans cette configuration le mouvement longitudinal des différents ions est couplé et possède donc des modes d'oscillations collectives. Cette technique est couramment utilisée en information quantique, où l'on peut, grâce à l'interaction coulombienne, transférer de l'information d'un ion à l'autre.

Les ions piégés sont ensuite refroidis par laser pour rester dans les niveaux d'énergie les plus bas du piège de Paul. Un ion peut alors rester piégé plusieurs jours sans être refroidi en permanence [47, 48]. Le refroidissement laser nous permet aussi d'atteindre le régime de Lamb-Dicke. En effet la condition pour atteindre ce régime est donnée par le paramètre de Lamb-Dicke  $\eta = k_L \Delta x < 1$  où  $k_L$  est le vecteur d'onde du laser et  $\Delta x$  l'extension spatiale de la particule. Dans l'approximation d'un piège harmonique présentant une fréquence d'oscillation de  $\omega/2\pi = 1$  MHz, on peut définir l'extension spatiale de la particule à partir du niveau d'occupation  $\langle n \rangle$  de l'ion dans le piège :

$$\Delta x = \Delta x_0 \sqrt{2 \langle n \rangle + 1}, \text{ où } \Delta x_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} \quad (\text{II.7})$$

Pour l'ion calcium par exemple, où l'extension du niveau fondamental du piège est de  $\Delta x_0 = 11$  nm, la longueur d'onde du laser est de  $\lambda_L = 729$  nm et la température limite des ions est de  $10 \mu\text{K}$  ce qui donne un facteur d'occupation  $\langle n \rangle = 1,3$  et un facteur de Lamb-Dicke  $\eta = 0,18$ . Le régime de Lamb-Dicke est donc atteint et l'effet Doppler du premier ordre ne sera plus limitant.

Les transitions de référence utilisées comme transitions d'horloges possèdent généralement des largeurs de raie de l'ordre du Hz, une technique de détection directe du nombre de photons provenant de l'émission spontanée n'est donc pas envisageable. On réalise la spectroscopie de la transition en utilisant la transition de refroidissement en guise de détecteur et en utilisant la méthode des sauts quantiques. En effet, puisque l'on travaille avec un ion unique si l'atome est resté dans le niveau fondamental après application d'une impulsion du laser d'horloge il y aura fluorescence. Dans le cas contraire, l'ion est dans le niveau excité métastable il y a absence de fluorescence. En réalisant plusieurs cycles pour chaque fréquence du laser d'horloge, on peut faire une moyenne et déterminer la probabilité de transition associée.

### 3.0.4 Les différents types d'horloges

Les espèces actuellement utilisées pour réaliser des références de fréquence peuvent être rangées en deux catégories : les ions présentant deux électrons périphériques, comme les ions  $\text{In}^+$  [49] et  $\text{Al}^+$  [50], qui utilisent une transition dipolaire électrique et les ions ayant un seul

électron périphériques ( $\text{Hg}^+$ ,  $\text{Yb}^+$ ,  $\text{Sr}^+$  et  $\text{Ca}^+$ ) qui font appel à une transition quadropolaire ou octupolaire électrique comme transition d'horloge.

L'ion  $^{115}\text{In}^+$

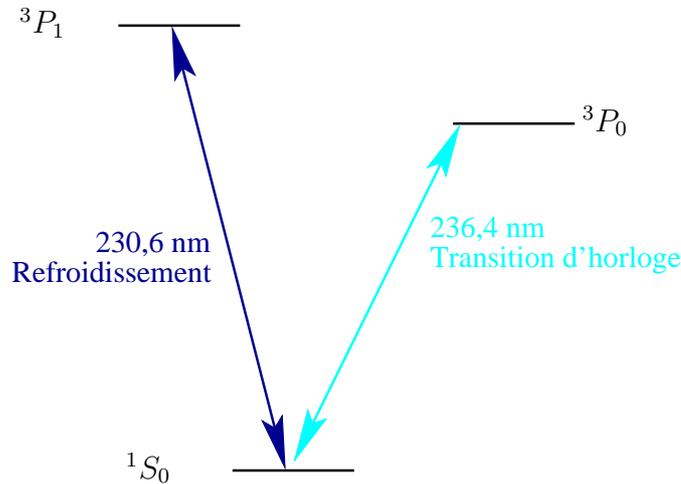


FIGURE II.4 : Schéma des niveaux d'énergie de l'ion  $^{115}\text{In}^+$

L'ion  $^{115}\text{In}^+$  présente une structure électronique de type alcalino-terreux représentée sur la figure II.4. Les longueurs d'ondes nécessaires pour exciter ces transitions atomiques sont dans le domaine ultra-violet, difficilement accessible avec des lasers commerciaux. La transition utilisée pour le refroidissement est la transition  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  à 231 nm. La longueur d'onde de la transition d'horloge est de 237 nm et s'effectue sur la transition dipolaire électrique  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$ . Ces deux longueurs d'onde sont obtenues à partir de deux lasers bleus doublés en fréquence dans un cristal de BBO ( $\beta$ -barium-borate), eux-mêmes obtenus par doublement de fréquence de lasers infrarouges. La longueur d'onde du laser d'horloge est particulièrement facile à atteindre puisqu'elle correspond à la quatrième harmonique d'un laser Nd-YAG à 946 nm.

Les derniers résultats [49] font état d'une résonance de 170 Hz de largeur (limitée par l'instabilité du laser d'horloge), correspondant à un facteur de qualité de la résonance  $Q = 10^{13}$ . Deux mesures absolues de la fréquence ont été effectuées en utilisant un peigne de fréquence issu d'un laser femtoseconde. L'exactitude obtenue était de  $1,3 \cdot 10^{-13}$  largement limitée par le dispositif de mesure. Un nouveau laser d'horloge a alors été développé pour améliorer la précision du dispositif. Une largeur de raie de 4 Hz a déjà été obtenue et devrait permettre d'améliorer la résolution de la mesure [49], la transition d'horloge ne présentant pas de moment quadropolaire électrique susceptible d'interagir avec le gradient de champ de piégeage et étant très peu sensible aux effets électriques et magnétiques. Par ailleurs, son exactitude devrait être limitée par le déplacement de fréquence lié au rayonnement du corps noir, qui vaut  $7 \cdot 10^{-17}$  à température ambiante [51]. Une stabilité de l'ordre de  $10^{-15}/\sqrt{\tau}$  semble possible.

L'ion  $^{27}\text{Al}^+$ 

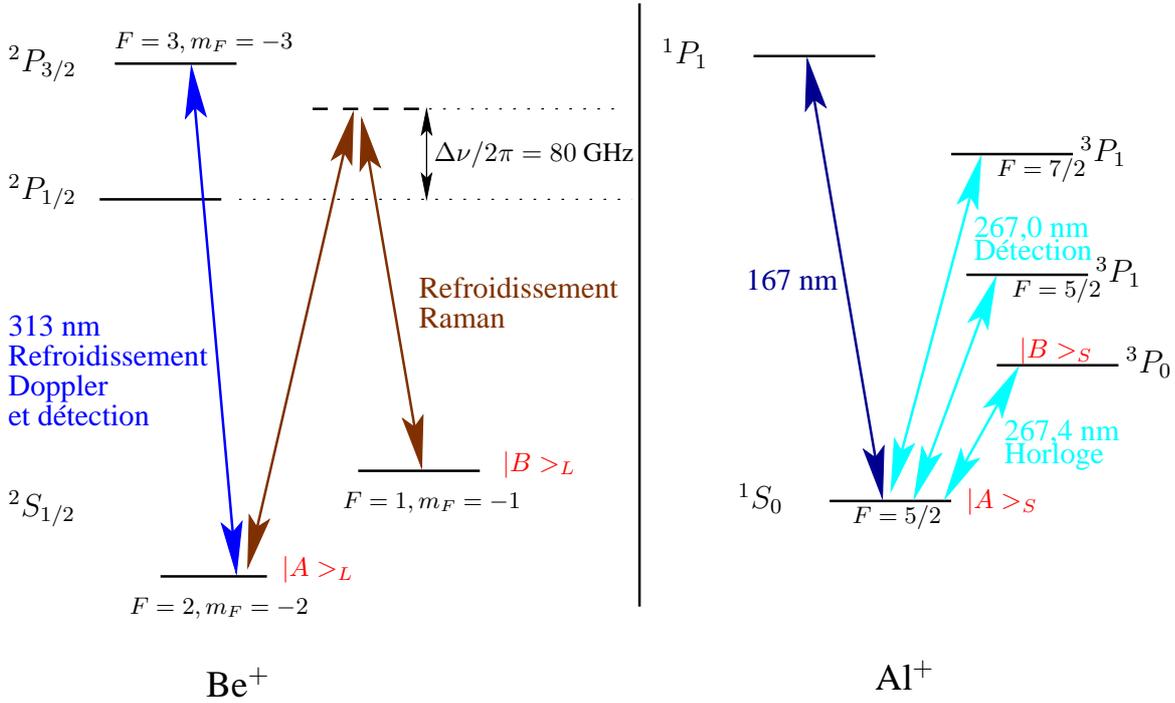
La réalisation d'une horloge fonctionnant avec l'ion  $^{27}\text{Al}^+$  est sensiblement différente de l'horloge précédente. Bien qu'ayant une structure électronique similaire, la longueur d'onde pour le refroidissement Doppler et la détection de l'ion, sur la transition  $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$  à 167 nm, n'est actuellement accessible par aucun laser commercial. De plus la transition  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  est trop fine pour être utilisée pour le refroidissement. Néanmoins, l'étude de la transition d'horloge  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$  de cet ion présente un grand intérêt car en plus des avantages reconnus de ce type de transition (absence de moment quadrupolaire, insensibilité aux perturbations extérieures), le déplacement de fréquence dû au rayonnement du corps noir à température ambiante a récemment été évalué à  $8(3) \cdot 10^{-18}$  [51] en valeur relative. Ce qui en fait un des meilleurs candidats pour la réalisation d'horloge optique.

La solution pour le refroidissement et la détection des ions provient directement de l'information quantique où il est courant de réaliser de chaînes d'ions piégés dans des pièges de Paul linéaires. Il s'agit du refroidissement sympathique [52], qui permet de refroidir l'ion  $^{27}\text{Al}^+$  dans son niveau vibrationnel le plus bas. En piégeant deux espèces ioniques dans une même chaîne d'ions il est possible de refroidir l'ion  $^{27}\text{Al}^+$  et de détecter son état interne par le biais de l'autre ion. Cette expérience a été réalisée dans l'équipe de D. J Wineland au NIST en associant dans le même piège un ion  $^{27}\text{Al}^+$  et un ion  $^9\text{Be}^+$  (l'ion logique). Ce dernier dispose de transitions accessibles pour refroidir les ions par laser, les préparer dans l'état vibrationnel le plus bas et réaliser la spectroscopie de la transition.

On peut alors définir une base commune d'oscillation du mouvement longitudinal grâce à l'interaction coulombienne couplant les ions [53]. Celui-ci sera noté comme un oscillateur harmonique avec des niveaux  $|n\rangle$ .

Les niveaux d'énergie intervenant dans la manipulation de l'ion  $\text{Be}^+$  et de l'ion  $\text{Al}^+$  sont reportés sur la figure II.5. Il y a deux phases de refroidissement. La première s'effectue sur le  $\text{Be}^+$  entre le niveau fondamental  $|^2S_{1/2}, F=2, m_F=-2\rangle$  et le niveau  $|^2P_{3/2}, F=3, m_F=-3\rangle$  à l'aide d'un laser à 313 nm polarisé circulaire négatif ( $\sigma^-$ ). Deux lasers repompeurs polarisés  $\sigma^-$  assurent par ailleurs que l'ion ne se désexcite pas dans des états noirs. La seconde étape est une étape de refroidissement par bandes latérales entre les niveaux  $|^2S_{1/2}, F=2, m_F=-2\rangle$  et  $|^2S_{1/2}, F=1, m_F=-1\rangle$ . Celui-ci est réalisé à l'aide d'une transition Raman utilisant un laser polarisé linéairement ( $\pi$ ) et d'un second laser polarisé  $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$  de manière à faire perdre systématiquement un niveau vibrationnel à l'atome. Le niveau virtuel intermédiaire est décalé de  $2\pi \times 80$  MHz par rapport au niveau  $^2P_{1/2}$ . L'atome dans le niveau  $|^2S_{1/2}, F=1, m_F=-1\rangle$  est immédiatement repompé vers le niveau fondamental. Ces étapes sont répétées plusieurs fois. Il est ainsi possible d'atteindre un nombre d'occupation moyen  $\langle n \rangle < 0,05$  pour une durée de refroidissement inférieure à 2 ms [54].

La technique de spectroscopie et de détection est commandée par une série d'impulsions appliquées à l'un des lasers de manière à intriquer les états de deux ions pour finalement transférer l'information contenue dans l'ion  $\text{Al}^+$  vers l'ion  $\text{Be}^+$ . L'état initial du système est  $|\Psi_i\rangle = |A\rangle_s |A\rangle_L |0\rangle$  où le dernier ket représente l'état vibrationnel collectif. On excite alors la transition d'horloge avec une impulsion à 267 nm proche de la résonance (impulsion  $\pi$ ) et le système se trouve dans l'état :

FIGURE II.5 : Niveaux d'énergie utilisés dans la réalisation de l'horloge à ions  $Al^+$ 

$$|\Psi_1\rangle = (\alpha|A\rangle_S + \beta|B\rangle_S)|A\rangle_L |0\rangle = (\alpha|A\rangle_S |0\rangle + \beta|B\rangle_S |0\rangle)|A\rangle_L \quad (\text{II.8})$$

On souhaite mesurer les probabilités de présence de l'ion dans les niveaux  $|A\rangle_S$  et  $|B\rangle_S$ , après une impulsion  $\pi$ , qui sont représentées par les valeurs  $\alpha$  et  $\beta$  vérifiant la relation  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ . L'étape suivante consiste à transférer l'état de superposition de l'ion de spectroscopie sur l'état vibrationnel commun aux deux ions. On utilise la transition  $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$  accordée sur la première bande latérale bleue. Après une impulsion  $\pi$ , le système se retrouve alors dans l'état

$$|\Psi_2\rangle = (\alpha|^3P_1\rangle_S |1\rangle + \beta|B\rangle_S |0\rangle)|A\rangle_L \quad (\text{II.9})$$

Il s'agit maintenant de transférer cet état sur l'état interne de l'ion logique. Cela est fait en utilisant une impulsion  $\pi$  accordée sur la première bande latérale rouge de la transition de l'ion logique qui n'a d'effet que sur l'état  $|A\rangle_L |1\rangle$ . On obtient alors

$$|\Psi_2\rangle = (\alpha|^3P_1\rangle_S |0\rangle |B\rangle_L + \beta|B\rangle_S |0\rangle |A\rangle_L) \quad (\text{II.10})$$

La détection se fait enfin sur la transition de refroidissement  $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$  du  $Be^+$  dont on peut détecter la présence ou non dans l'état excité par fluorescence. Après répartition de la mesure à la même fréquence du laser d'horloge on peut remonter aux paramètres  $|\alpha|^2$  et  $|\beta|^2$  en moyennant les observations.

Le laser d'horloge est un laser à fibre dont la fréquence est quadruplée et stabilisée. La largeur de raie de celui-ci est de 3 Hz. La mesure de la transition à  $1,1 \cdot 10^{15}$  Hz a pu être réalisée

avec une incertitude relative de  $6.10^{-15}$  grâce au peigne de fréquence référencé sur une fontaine à Cs. L'effet systématique le plus important dans ce dispositif étant l'effet Doppler du second ordre dû aux amplitudes de micromouvement des ions, évalué à  $3.10^{-17}$  en valeur relative. Afin de ne pas être limité par les performances de l'horloge à Cs sur laquelle les mesures sont effectuées, l'équipe du NIST a construit une seconde horloge  $\text{Al}^+$  et comparé les performances de ces deux horloges [55]. La seconde horloge utilise comme ion logique l'ion  $\text{Mg}^+$  qui est utilisé pour le refroidissement sympathique et la détection des sauts quantiques. La fréquence de la transition  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$  est ainsi comparée à celle de la précédente horloge avec une incertitude de mesure statistique de  $7,0.10^{-18}$ . Ces deux horloges ont une stabilité relative de  $2,8.10^{-15}\tau^{-1/2}$  et un écart en fréquence relatif de  $-1,8.10^{-17}$ . Ceci fait de l'horloge à ion  $\text{Al}^+$ , l'horloge la plus performante à l'heure actuelle.

### Horloges à ions piégés utilisant une transition quadrupolaire ou octupolaire électrique ( $\text{Mg}^+$ )

Les autres ions utilisés dans les expériences d'horloges optiques sont des ions positifs d'éléments de type alcalino-terreux :  $\text{Sr}^+$  [56, 57, 58, 59],  $\text{Yb}^+$  [47, 60],  $\text{Ca}^+$  [61, 62] et  $^{199}\text{Hg}^+$  [63]. Ils ont tous un électron périphérique et présentent une structure électronique proche de celle des alcalins (voir la figure II.6). La transition  $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{1/2}$  est dans tous les cas large et cyclante. Elle sera utilisée pour le refroidissement Doppler à l'aide d'un laser repompeur pour éviter que l'ion ne se désexcite dans un état noir. Il existe plusieurs transitions optiques disponibles comme transition d'horloge entre le niveau fondamental et les niveaux  $^2D_{3/2}$  et  $^2D_{5/2}$ . La transition  $^2S_{1/2} \rightarrow ^2D_{5/2}$  a été choisie pour les ions  $\text{Sr}^+$ ,  $\text{Ca}^+$ , et  $\text{Hg}^+$ , alors que la transition  $^2S_{1/2} \rightarrow ^2D_{3/2}$  a été choisie pour l'ion  $\text{Yb}^+$ . Ces transitions sont de type quadrupolaire électrique. Les niveaux excités sont métastables et leurs durées de vie correspondent à des largeurs de transition de quelques fractions de Hz.

Pour l'ion  $\text{Yb}^+$  il existe une transition optique supplémentaire  $^2S_{1/2} \rightarrow ^2F_{7/2}$ , spécifique à cette espèce car dans ce cas uniquement le niveau  $^2F_{7/2}$  est le premier niveau excité. La transition est alors de type octupolaire électrique et le niveau excité présente une durée de vie de l'ordre de 6 ans [47]. Cette transition a été observée pour l'isotope  $^{172}\text{Yb}^+$ , puis pour l'isotope  $^{171}\text{Yb}^+$  [64].

L'utilisation d'une transition quadrupolaire électrique est à l'origine d'un déplacement de fréquence propre à ce type d'horloge et qui peut être important (jusqu'à quelques dizaines de Hz [65]). Il vient du fait que l'état excité  $^2D_{5/2}$  ou  $^2D_{3/2}$  possède un moment quadrupolaire électrique  $\theta(D_{3/2})$  ou  $\theta(D_{5/2})$  qui interagit avec le gradient de champ électrique résiduel au niveau de l'atome. De par la forme quadrupolaire du champ de confinement, ce gradient n'est jamais nul et induit un déplacement quadrupolaire. Des méthodes d'annulation du déplacement quadrupolaire au niveau de 10 mHz ont été mises en place [58] afin de minimiser cet effet. Une discussion dans le chapitre III y sera consacré.

L'exactitude est un des points forts des horloges à ions piégés. Les résultats actuels présentent quelques disparités, mais le contrôle des effets systématiques est généralement excellent, l'exactitude étant souvent limitée par le processus de mesure, notamment par l'exactitude des dispositifs servant de référence.

Les résultats des deux équipes travaillant sur l'ion  $^{88}\text{Sr}^+$  sont en bon accord. L'équipe du NRC (Canada) a fait une mesure de fréquence de la transition à  $444.779.044.095.484(15)$

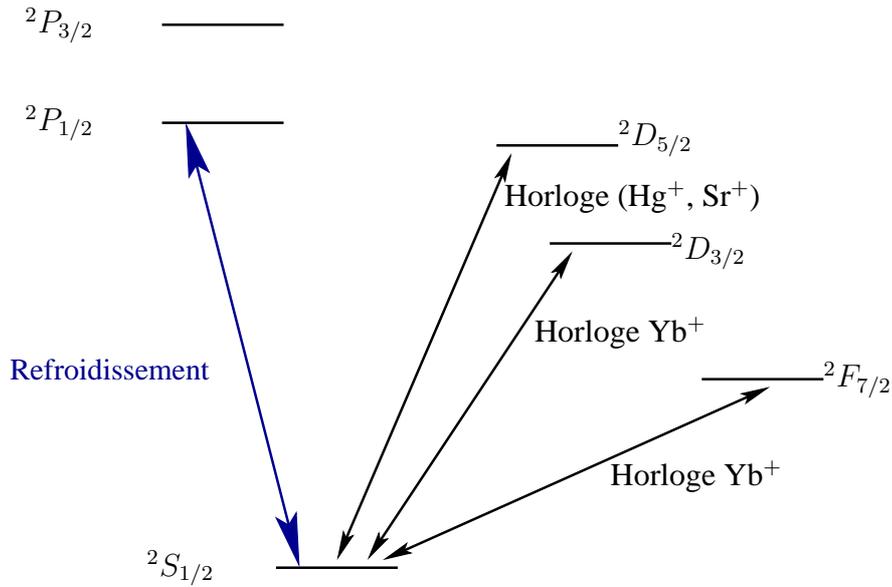


FIGURE II.6 : Structure atomique simplifiée des ions  $\text{Yb}^+$ ,  $\text{Hg}^+$  et  $\text{Sr}^+$ . La structure hyperfine (dans le cas de  $\text{Yb}^+$  et  $\text{Hg}^+$ ) n'apparaît pas sur le schéma. Les transitions  $^2S_{1/2} \rightarrow ^2D_{3/2,5/2}$  sont des transitions quadrupolaires électriques. La transition  $^2S_{1/2} \rightarrow ^2F_{7/2}$  est une transition octupolaire électrique.

Hz [58], soit une exactitude de  $3,4 \cdot 10^{-14}$  essentiellement limitée par l'incertitude sur la partie scalaire du déplacement Stark quadratique, ainsi que par l'incertitude sur la fréquence du maser ( $10^{-14}$ ). En comparaison l'équipe du NPL [57] affiche une incertitude dix fois plus faible, à  $3,4 \cdot 10^{-15}$ , les termes dominants étant un déplacement lumineux dû à une mauvaise extinction du laser de refroidissement à 422 nm (0,8 Hz) ainsi que l'incertitude sur la fréquence du maser (0,7 Hz). La fréquence mesurée est de 444.779.044.095.484,6(1,5) Hz.

L'équipe de la PTB travaillant sur l'ion  $^{171}\text{Yb}^+$  a réalisé une comparaison entre deux horloges identiques et indépendantes afin de s'affranchir des incertitudes liées à la mesure [60]. La différence de fréquences mesurée est de  $\Delta f = 0,26(42)$  Hz, soit une incertitude relative de  $3,8(6,1) \cdot 10^{-16}$ . Ces mesures ont été effectuées pour différentes orientations du champ magnétique de manière à supprimer efficacement les effets dus au moment quadrupolaire et à l'effet Stark du second ordre. L'incertitude dominant vient du manque de contrôle sur l'orientation des champs magnétiques.

L'horloge à ion  $^{199}\text{Hg}^+$  du NIST [63] a été évaluée au niveau de  $9,1 \cdot 10^{-16}$ , soit une précision au niveau du Hz, principalement dominée par l'incertitude de la fontaine servant de référence. En effet, les effets systématiques ont été évalués à  $7,2 \cdot 10^{-17}$ , un niveau bien meilleur que celui des fontaines atomiques actuelles, dominées principalement par l'effet du moment quadrupolaire électrique. Les autres contributions à l'incertitude proviennent de la fontaine NIST-F1 ayant servi de référence ( $4,1 \cdot 10^{-16}$ ) et de la chaîne femtoseconde de mesure ( $2,3 \cdot 10^{-16}$ ).

Actuellement la limite sur l'exactitude des horloges à ions piégés est due à l'étalon de fréquence auquel on les compare. Les effets systématiques sont dorénavant contrôlés à mieux que  $10^{-16}$ , et on estime pouvoir gagner encore un ordre de grandeur avant d'atteindre la limite de ces

horloges. En ce qui concerne la stabilité, les résultats sont pour le moment limités par différents paramètres, la largeur du laser d'horloge pouvant dégrader le facteur de qualité. Le principal inconvénient de ces horloges est l'utilisation d'une particule unique, qui limite le rapport signal sur bruit à 1. Il semble toutefois possible d'atteindre une stabilité dans la gamme des  $10^{-15}\tau^{-1/2}$ , une valeur beaucoup plus facile à atteindre dans les horloges à atomes neutres.

## II.4 Les horloges à réseau optique.

Il est tout naturel de vouloir combiner les atouts des deux types d'horloges présentés précédemment, c'est-à-dire piéger des atomes neutres pour obtenir des exactitudes similaires aux horloges à ions tout en profitant de la stabilité des horloges à atomes neutres. Le but de cette manœuvre serait d'obtenir des performances encore jamais atteintes au niveau de  $10^{-17}$  voir  $10^{-18}$  en terme d'exactitude et au niveau de  $10^{-16}\tau^{-1/2}$  en terme de stabilité. L'apparition dans les années 1980 de méthodes de piégeage pour atomes neutres ont permis de développer ce nouveau type d'horloge. Ces techniques de piégeage reposent sur l'utilisation de champs magnétiques et ou lumineux [28] et n'offrent pas toutes les mêmes possibilités. Les pièges de types magnéto-optiques [66] ou magnétiques ne permettent pas de faire de la métrologie en raison des forts gradients lumineux et des champs magnétiques utilisés, responsables de déplacements de fréquence importants dans le domaine optique. De plus il n'est pas possible d'atteindre le régime de Lamb-Dicke avec de tels pièges. En revanche, l'utilisation d'un piège de type dipolaire, basé sur un déplacement des niveaux énergétiques atomiques proportionnel à l'intensité lumineuse local et réalisé pour la première fois en 1986 [67], constitue le point de départ d'un nouveau concept d'horloge optique.

### 4.0.5 Principe

Le piège résulte de l'interaction du moment dipolaire électrique avec le gradient du champ électrique d'un laser. Ceci a pour effet de créer une force sur l'atome qui dépend du gradient d'intensité du laser de piégeage [68]. En ce plaçant dans le cas simple d'un système à deux niveaux  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  séparés par une énergie  $\hbar\omega_0$  on peut exprimer le potentiel dont dérive cette force. On note

$$\mathbf{E}_L(\mathbf{r}) = \varepsilon_L(\mathbf{r})\mathbf{e}_L \cos(\omega_L t + \phi(\mathbf{r})) \quad (\text{II.11})$$

le champ électrique du laser de confinement ( $E_L$  dépend de  $\mathbf{r}$ ), oscillant à la fréquence  $\omega_L/2\pi$  et de direction de polarisation  $\mathbf{e}_L$ . La pulsation de Rabi de la transition se note  $\hbar\Omega_R(\mathbf{r}) = -(\mathbf{d}\cdot\mathbf{e}_L)\varepsilon_L$  où  $\mathbf{d}$  est le moment dipolaire atomique. Dans l'approximation où le désaccord  $\delta = \omega_L - \omega_0$  et la largeur  $\Gamma$  du niveau excité vérifie  $\Gamma \ll |\delta| \ll \omega_L, \omega_0$  et où le paramètre de saturation est faible, le potentiel de piégeage s'écrit :

$$U(\mathbf{r}) = \frac{\hbar\Omega_R^2(\mathbf{r})}{4\delta} \quad (\text{II.12})$$

Le potentiel est donc créé par le déplacement lumineux du niveau fondamental. La force dipolaire  $\mathbf{F} = -\text{grad}U(\mathbf{r})$  issue de ce potentiel est proportionnelle au gradient d'intensité du laser. Deux configurations sont envisageables : le désaccord est négatif ( $\delta < 0$  où le laser est

décalé vers le rouge), les atomes sont alors attirés vers les régions d'intensité maximale, alors que dans le cas contraire ( $\delta > 0$ , décalage vers le bleu) ce sont les zones d'intensité minimale qui minimisent le potentiel. Si l'on prend un laser focalisé, décalé vers le rouge, les atomes seront piégés au niveau du col du faisceau gaussien.

A cause de la dimension du faisceau, même dans la direction transverse qui est la plus confinante il est difficile d'atteindre le régime de Lamb-Dicke. L'idée est alors d'utiliser une onde stationnaire, en rétro-réfléchissant le laser de piégeage, ce qui aura pour effet de créer un réseau optique composé de puits de potentiels espacés de  $\lambda_L/2$ , où  $\lambda_L$  est la longueur d'onde du laser de piégeage (voir la figure II.7). Il est alors possible de piéger les atomes dans la direction du faisceau optique sur des distances bien meilleures que le piège dipolaire sans rétro-reflexion et ainsi pouvoir atteindre le régime de Lamb-Dicke.

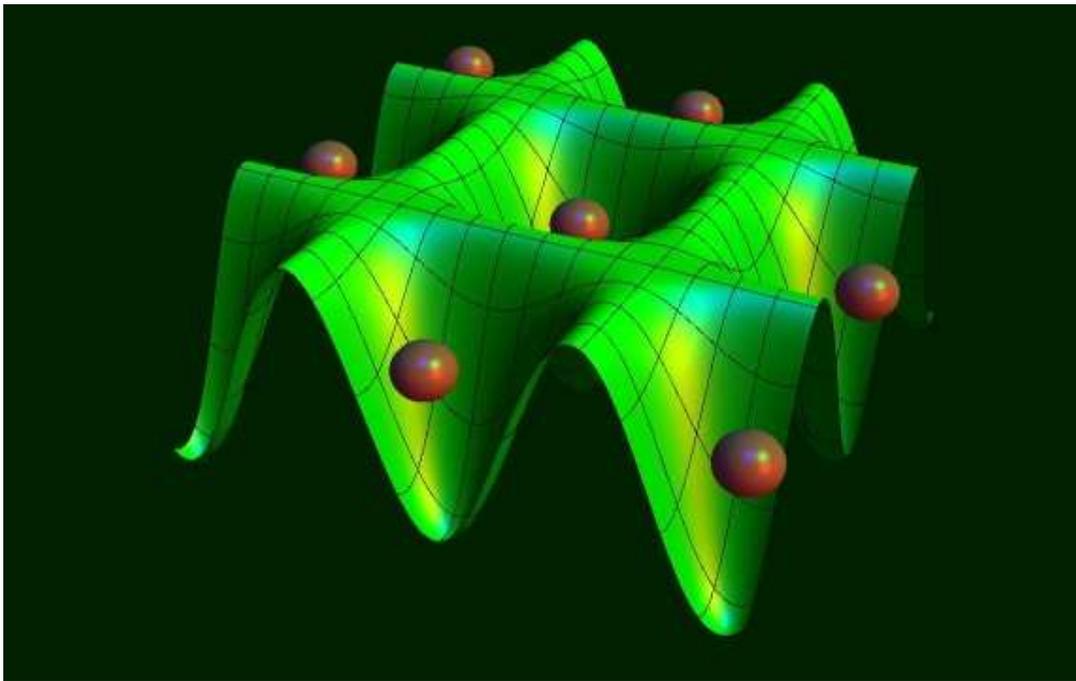


FIGURE II.7 : Représentations d'un réseau optique.

Une limite introduite par ces pièges est le déplacement lumineux induit par le champ laser du piège. En effet ce type de piège induit un déplacement lumineux beaucoup plus important que les pièges à ions par exemple, où les déplacements lumineux introduits par les lasers de refroidissement ou le laser d'horloge sont faibles. Même en utilisant un laser décalé vers le bleu, ce qui limite l'intensité laser requise, le déplacement lumineux n'est toujours pas compatible avec les mesures métrologiques [69]. Par exemple dans le cas du  $^{87}\text{Sr}$ , pour un laser à 813 nm, la profondeur de champ minimale pour atteindre le régime de Lamb-Dicke est de  $10 E_r$  ( $E_r = \hbar^2 k_p^2 / 2m$  est l'énergie de recul associée à l'absorption ou l'émission d'un photon du piège). Avec une telle profondeur de piège, les niveaux sont déplacés de 36 kHz [70], soit  $10^{-10}$  en valeur relative de la fréquence d'horloge. Pour contrôler ce déplacement lumineux au niveau de  $10^{-17}$  il faut donc contrôler l'intensité lumineuse au niveau de  $10^{-7}$ . Étant donné la difficulté

technique que cela représente, une proposition originale a permis de dépasser cette difficulté.

En effet le déplacement lumineux des niveaux d'horloge peut s'exprimer au premier ordre en fonction de la polarisabilité dynamique  $\alpha_{e,f}$  des niveaux considérés et s'écrit sous la forme :

$$\Delta E = -\frac{1}{4}\alpha_{e,f}(\omega_L, \mathbf{e}_L)\varepsilon_L^2 \quad (\text{II.13})$$

Ce déplacement dépend de trois paramètres : la direction de la polarisation  $\mathbf{e}_L$ , l'intensité laser  $I \propto \varepsilon_L^2$  et la fréquence  $\omega_l/2\pi$  du laser de piégeage. La dépendance à la polarisation peut être supprimée en utilisant deux niveaux ayant un moment cinétique électronique total  $J = 0$ . L'idée consiste donc à utiliser une transition  $J = 0 \rightarrow J = 0$ , transition faiblement permise par couplage hyperfin chez les espèces ayant un moment magnétique nucléaire non nul. Un exemple réside dans la transition  $1S_0 \rightarrow {}^3P_0$  utilisée pour les horloges à ion  $\text{Al}^+$  et  $\text{In}^+$ . On la retrouve également dans tous les isotopes fermioniques des alcalino-terreux (Mg, Ca, Sr) et des éléments ayant une structure semblable (Yb, Hg). La polarisabilité devient alors essentiellement scalaire (il existe encore des termes tensoriels correctifs) et l'on bénéficie de la finesse des transitions en raison du faible couplage hyperfin [71]. Le déplacement de fréquence s'écrit :

$$\Delta E = -\frac{1}{4}\Delta\alpha(\omega_L)\varepsilon_L^2 \quad (\text{II.14})$$

Pour s'affranchir de ce déplacement lumineux il faut trouver une fréquence, appelée longueur d'onde magique, pour lequel  $\Delta\alpha$  s'annule. L'existence de telles longueurs d'onde a été démontrée en 2001 par H. Katori [72]. Le contrôle de l'intensité est ainsi remplacé par le contrôle de la fréquence du laser de confinement, chose facilement réalisable pour atteindre des incertitudes de  $10^{-17}$ . Il est bien entendu vérifié expérimentalement que la dépendance aux ordres supérieurs (termes tensoriels correctifs) ne dégrade pas ces performances au-delà de l'exactitude visée. Pour l'horloge à  ${}^{87}\text{Sr}$ , des mesures expérimentales ont montré que ces termes ne contribuent qu'à hauteur de  $10^{-18}$  sur l'incertitude de la mesure.

#### 4.0.6 Les différents types d'horloges

Plusieurs projets à travers le monde ont démarré simultanément. L'atome principalement visé est l'isotope fermionique  ${}^{87}\text{Sr}$ , pour lequel la transition d'horloge est à 698 nm (largeur théorique 1 mHz) et la longueur d'onde magique à 813 nm. Les groupes travaillant dessus sont le NPL (Royaume-Uni), le SYRTE (Paris), le JILA (USA), l'équipe de H. Katori au Japon et la PTB (Allemagne). Le même type d'horloge est également en fonctionnement au NIST dans l'équipe de L. Hollberg, utilisant les isotopes fermioniques  ${}^{171}\text{Yb}$  et  ${}^{173}\text{Yb}$ . Elle est également en cours de développement dans d'autres laboratoires : le KRISS (Corée du Sud), l'INRIM (Italie)... La longueur d'onde de la transition d'horloge est de 578 nm, et la longueur d'onde magique est de 795 nm. Enfin des projets utilisant l'atome de mercure Hg, notamment au SYRTE et à l'université de Tokyo ont récemment démarré. Les longueurs d'onde sont situées dans le proche ultraviolet : la transition d'horloge est à 266 nm, et la longueur d'onde magique vers 360 nm.

Le fonctionnement des horloges à atomes piégés est sensiblement le même pour les différentes espèces étudiées. La transition cyclante  ${}^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$  est utilisée pour capturer un jet d'atomes dans un piège magnéto-optique et refroidir les atomes jusqu'à quelques mK. Un second étage de refroidissement est mis en place, utilisant la transition  ${}^1S_0 \rightarrow {}^3P_1$  couplée à la

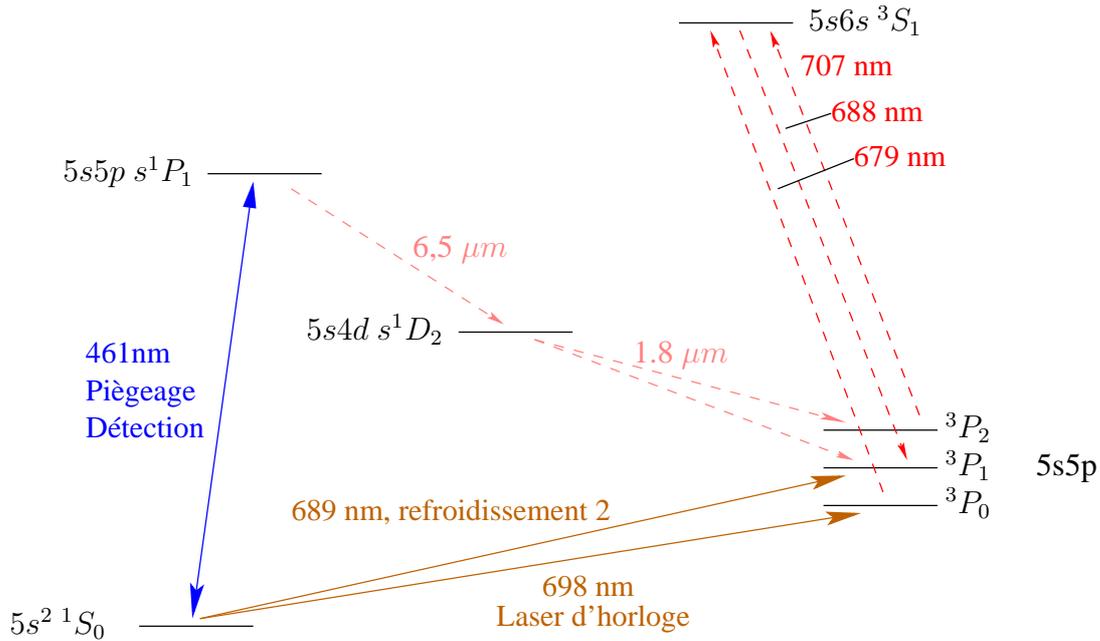


FIGURE II.8 : Schéma énergétique de l'atome de strontium.

transition  ${}^3P_1 \rightarrow {}^1P_1$ . On peut ainsi atteindre des températures de l'ordre de quelques  $\mu K$ . Le réseau optique est alors allumé à la longueur d'onde magique et le piège magnéto-optique est progressivement éteint. Une impulsion Rabi provenant du laser d'horloge est envoyée sur les atomes piégés. Le faisceau sonde du laser d'horloge et le laser du réseau optique sont superposés. La population de l'état  ${}^1S_0$  est mesurée en allumant le laser de la transition  ${}^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$  et en mesurant la fluorescence émise, puis la population de l'état  ${}^3P_0$  en repompant les atomes dans l'état fondamental à travers un état intermédiaire  ${}^3S_1$  et en mesurant les photons émis par la  ${}^1S_0 \rightarrow {}^1P_1$ . Ce processus est répété chaque fois que des atomes sont chargés dans le piège dipolaire et chaque fois que la fréquence du laser d'horloge est modifiée. Les différentes transitions utiles sont représentées sur la figure II.8

La fréquence absolue a une valeur de  $429.228.004.229.800$  Hz avec une incertitude de  $9.10^{-16}$  sur les dernières mesures effectuées au JILA [42]. Les deux effets dominant l'incertitude sont constitué du déplacement lumineux induit par le piège et du déplacement Zeeman induit par les fluctuations du champ magnétique résiduel, les deux niveaux d'horloges représentant 10 sous-niveaux Zeeman chacun. Suite à ce constat deux propositions ont été faites. La première consiste à utiliser des atomes polarisés en présence de champ magnétique afin de lever la dégénérescence des sous-niveaux et de ne sonder qu'une seule transition Zeeman particulière (technique utilisée au cours de la dernière mesure de la fréquence au Japon [73]). La deuxième proposition a été faite en considérant les avantages des isotopes bosoniques, pour lesquels la transition  $J = 0 \rightarrow J = 0$  est pure et le moment magnétique nucléaire nul. Les effets correctifs sur le déplacement lumineux sont donc annulés. Par contre, cette transition étant totalement interdite pour un processus à un photon, il faut ajouter un couplage supplémentaire pour la rendre possible.

En ce qui concerne les autres horloges à réseau optique, l'équipe du NIST a publié des mesures absolues de la fréquence de transition pour deux isotopes fermioniques de l'ytterbium,

$^{171}\text{Yb}$  et  $^{173}\text{Yb}$  avec une exactitude de  $2.10^{-12}$  [74]

Atome	Exactitude	Stabilité
$^{133}\text{Cs}$	$10^{-16}$	$10^{-14}\tau^{-1/2}$
$^{40}\text{Ca}$	$7,5.10^{-15}$	$2.10^{-16}$ en 2000 s
$\text{Mg}$	$10^{-15}$	$8.10^{-14}$ à 1 s
$\text{Al}^+$	$7.10^{-18}$	$2,8.10^{-15}\tau^{-1/2}$
$\text{Sr}^+$	$3,4.10^{-15}$	$\sim 10^{-15}\tau^{-1/2}$
$\text{Yb}^+$	$3,8.10^{-16}$	$\sim 10^{-15}\tau^{-1/2}$
$\text{Hg}^+$	$9,1.10^{-16}$	$\sim 10^{-15}\tau^{-1/2}$
$^{87}\text{Sr}$	$1,5.10^{-16}$	$\sim 10^{-16}\tau^{-1/2}$
$^{171,172}\text{Yb}$	$2.10^{-12}$	$\sim 10^{-16}\tau^{-1/2}$

TABLE II.1 : *Récapitulatif des différentes références de fréquence*

Le tableau II.1 est un récapitulatif des différentes performances de chaque étalon de fréquence. L'exactitude des étalons de fréquence optique basés sur les des ions piégés y est meilleur que celle des étalons de fréquence basés sur les réseaux optiques. L'espèce ionique qui possède les meilleures performances et d'ailleurs celle réalisée au NIST à partir de l'ion  $\text{Al}^+$  [55]. L'utilisation d'espèce ionique confinée dans un piège radiofréquence possède l'avantage de travailler en présence d'un ion unique et dans un environnement très propre. En effet les effets systématiques consécutif aux collisions, au champ magnétique et aux puissances lasers, y sont moins fort que dans les réseaux optiques pour lesquels ils constituent actuellement une limite. Les étalons de fréquence basés sur les espèces ioniques sont donc particulièrement prometteurs en terme d'exactitude. En revanche, puisque ces étalons fonctionnent avec un ion unique la stabilité de celle-ci est donc plus faible que pour les réseaux optiques. En effet comme on peut le voir sur le tableau II.1 la stabilité des étalons de fréquences basée sur les réseaux optiques est meilleure pour celle des ions. Les ions ont donc un grand intérêt en terme d'exactitude alors que les atomes neutres seront particulièrement intéressant en terme de stabilité.

Dans le cadre de notre expérience l'espèce ionique que nous avons choisi d'étudier et le  $^{40}\text{Ca}^+$  dont les niveaux atomiques sont représentés sur la figure suivante II.9. L'ion calcium est utilisé pour des expériences d'informations quantiques (comme à Innsbruck [?], à Arus [?] et Oxford [?]) mais aussi pour des expériences de métrologie optique (au Japon [?, 104, ?] et en France [62, ?]). La transition quadropolaire électrique  $4^2\text{S}_{1/2} \rightarrow 3^2\text{D}_{5/2}$  à 729 nm de facteur de qualité supérieure à  $10^{15}$  est une excellent candidat pour un étalon de fréquence optique. Elle pourra atteindre une exactitude de  $4.10^{-16}$  et une stabilité de  $2,5.10^{-15}/\sqrt{\tau}$  [62]. L'ion calcium possède aussi une transition dipolaire électrique à 397 nm permettant son refroidissement par laser. L'autre avantage de l'ion calcium est d'avoir des longueurs d'onde impliquées dans l'expérience qui peuvent être fournies par des diodes lasers ou des lasers à solide, ce qui permet d'envisager un montage d'horloge définitif compact et stable.

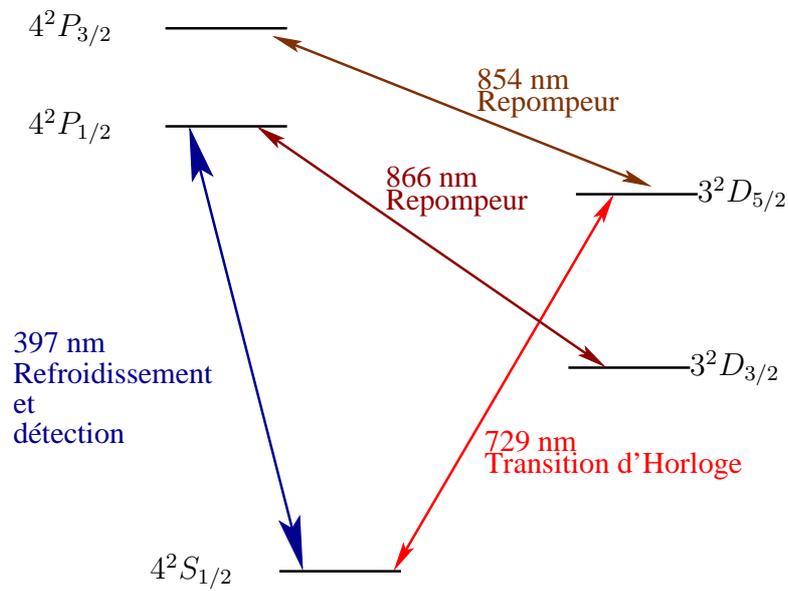


FIGURE II.9 : Schéma des premiers niveaux d'énergie de l'ion  $^{40}\text{Ca}^+$

## Chapitre III

# PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

Réaliser un étalon de fréquence optique à l'aide d'un ion unique de calcium nécessite l'utilisation d'un certain nombre de technique de confinement, de refroidissement et de stabilisation afin de bénéficier du bon facteur de qualité de la transition d'horloge :  $Q \sim 10^{15}$ . Au cours de ce chapitre ces techniques seront présentées de manière détaillée. Dans un premier temps nous parlerons du confinement d'une particule chargée, de son influence sur le spectre de l'ion, du régime de Lamb-Dicke et du refroidissement laser. Dans une seconde partie le contrôle des effets systématiques seront abordés. Enfin, le contrôle de l'oscillateur local (le laser d'horloge) qui réalisera l'interrogation de la transition atomique sera présenté.

### III.1 Le contrôle de la référence atomique

#### III.1.1 Piège radiofréquence

Afin de piéger une particule chargée, c'est-à-dire contraindre son mouvement à un volume restreint, on peut appliquer une force de rappel dans trois directions découplées de l'espace. À l'ordre le plus bas les potentiels confinants sont harmoniques [75, 76] :

$$\Phi(\mathbf{r}) = \Phi(x, y, z) = A(\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2) + \Phi_0 \quad (\text{III.1})$$

Toutefois, en raison de la loi de Laplace (dans un espace sans charge libre :  $\Delta\phi = 0$ ) il n'est pas possible de confiner une particule chargée dans les trois directions de l'espace avec un potentiel statique. Il y a nécessairement une direction de fuite pour la particule. Par exemple si par un jeu d'électrodes un potentiel confinant est créé dans le plan (x,y), la direction z ne sera pas confinante. Le potentiel suivant, vérifiant l'équation de Laplace, illustre bien ce phénomène :

$$\Phi(\mathbf{r}) = A(x^2 + y^2 - 2z^2) + \Phi_0 \quad (\text{III.2})$$

Il existe deux solutions pour remédier à ce problème. Soit utiliser une combinaison de champs électrique et magnétique (les pièges de Penning [2]), soit employer un potentiel oscillant, ou plus généralement une combinaison de potentiels oscillants et statiques (piège de Paul [1]) :

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \Phi_{rf}(\mathbf{r}, t) + \Phi_s(\mathbf{r}, t) \quad (\text{III.3})$$

avec par exemple :

$$\Phi_{rf}(\mathbf{r}, t) = A(x^2 + y^2 - 2z^2) \cos \Omega t \quad (\text{III.4})$$

Ce type de piège radiofréquence (piège de Paul) développé par Wolfgang Paul, lui a valu le prix Nobel de physique en 1989 avec Hans Dehmelt "pour le développement des techniques de piégeage d'ions" [1, 2].

La géométrie idéale pour la création d'un tel potentiel nécessite l'utilisation d'une électrode en anneau de rayon  $r_0$  et de deux autres en forme de chapeau placées en  $\pm z_0$  (cf figure III.1). Une différence de potentiel est appliquée entre l'anneau et les chapeaux de ce piège, le potentiel créé par les électrodes est alors donné par l'équation suivante :

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = (V_0 \cos \Omega t + V_s) \frac{(x^2 + y^2 - 2z^2)}{2d^2} \text{ où } d = \sqrt{\frac{1}{2}r_0^2 + z_0^2} \quad (\text{III.5})$$

où  $V_0$  est l'amplitude du potentiel oscillant et  $V_s$  l'amplitude du potentiel statique. Une telle répartition de tension nécessite des électrodes dont les surfaces coïncident avec les surfaces équipotentielles qui sont des hyperboloïdes de révolution ( $x^2 - 2z^2 = \text{constante}$  à  $y$  constant, cf figure III.1). Même si le piège épouse parfaitement cette géométrie, il y aura toujours une différence entre le cas réel d'un piège et les équations ci-dessus, ne serait-ce qu'à cause de la dimension finie du piège. Actuellement beaucoup d'expériences utilisent des géométries de pièges qui n'obéissent pas à la géométrie parfaite requise par les équations. Les pièges miniatures en sont un parfait exemple (voir la figure ??). Du moment que des principes de symétrie sont conservés au centre du piège, le potentiel créé par les électrodes peut être approché par l'équation III.5. En s'éloignant du centre du piège certains effets d'ordres plus élevés (anharmonicités...) deviennent non négligeables. Ceci est particulièrement important pour des expériences fonctionnant avec un grand nombre de particules chargées.

Dans la suite, concernant l'expérience de métrologie utilisant un ion unique de calcium, l'équation III.5 sera considéré comme une bonne approximation du potentiel. Dans ce cas particulier l'équation du mouvement de la particule chargée peut être résolue analytiquement sans aucune approximation. Les coordonnées spatiales sont découplées et chacune d'elle peut être étudiée séparément :

$$\frac{d^2u}{dt^2} = -\frac{Q}{m} \frac{d\Phi}{du} \quad (\text{III.6})$$

où  $u$  représente une coordonnée quelconque ( $u = x, y, z$ ),  $Q$  la charge de la particule,  $m$  sa masse. Si l'on introduit le temps réduit  $\tau = \Omega t/2$  et les paramètres  $a_u$  et  $q_u$  dépendant de la géométrie du piège,

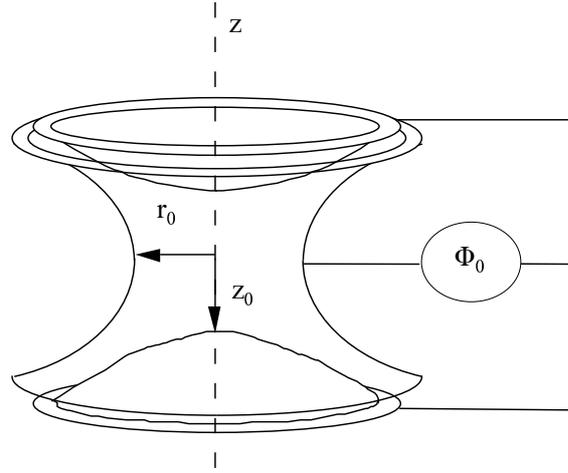
$$a_z = -2a_{x,y} = -\frac{8QV_{DC}}{md^2\Omega^2} \quad (\text{III.7})$$

$$q_z = -2q_{x,y} = \frac{4QV_{AC}}{md^2\Omega^2} \quad (\text{III.8})$$

L'équation de Mathieu est alors obtenue.

$$\frac{d^2u}{d\tau^2} + (a_u - 2q_u \cos 2\tau)u = 0 \quad (\text{III.9})$$

Ses solutions sont résolues analytiquement [75] et sont de la forme suivante :

FIGURE III.1 : Piège quadrupolaire à symétrie de révolution autour de l'axe  $z$ .

$$u(t) = Ae^{i\omega_u t} \sum_n C_{2n} e^{in\Omega t} + Be^{-i\omega_u t} \sum_n C_{2n} e^{-in\Omega t} \quad (\text{III.10})$$

où  $\omega_u = \beta_u \Omega / 2$  et  $\beta_u$  réel ne dépendent que de  $a_u$  et  $q_u$ . Ces solutions sont stables si  $0 \leq \beta_u \leq 1$ . Il est ainsi possible de définir des zones de stabilité dans le plan  $(a_u, q_u)$  [75]. En pratique, on choisit de travailler dans la première zone de stabilité (contenant le point (0,0), voir la figure III.2) pour des raisons techniques (tension de confinement faible ...).

Les solutions des équations de Mathieu peuvent être approchées par des expressions plus simples lorsque l'on se place dans le cas où  $a_u, q_u^2 \ll 1$  et  $\beta_u \ll 1$  [2]. Dans cette limite,

$$\beta_u \simeq \sqrt{a_u + \frac{q_u^2}{2}} \quad (\text{III.11})$$

le mouvement global de l'ion est régi par l'équation suivante [45] :

$$u(t) = R_u \cos \omega_u t \left( 1 + \frac{q_u}{2} \cos \Omega t \right) \quad (\text{III.12})$$

où  $R_u$  est l'amplitude du mouvement de l'ion. Celui-ci peut être décomposé en deux contributions : un mouvement lent ( $R_0(t) = R_u \cos \omega_u t$ ) à la fréquence  $\omega_u / 2\pi$  et d'amplitude  $R_u$  dans le puits de pseudo-potentiel, appelé mouvement séculaire ou macromouvement et un mouvement rapide, forcé par le champ oscillant à la fréquence  $\Omega / 2\pi$ , appelé micromouvement ( $R_1(t) = R_u \cos(\omega_u t) \frac{q_u}{2} \cos \Omega t$ ) et dont l'amplitude dépend de l'amplitude du macromouvement. À contrario du mouvement séculaire, qui peut être refroidi par des techniques lasers, le micromouvement ne peut être refroidi. Lorsque l'ion ne se trouve pas exactement au centre du piège, il possède alors un excès de micromouvement qui peut être caractérisé dans l'équation du mouvement par l'ajout du paramètre  $D_u$ .

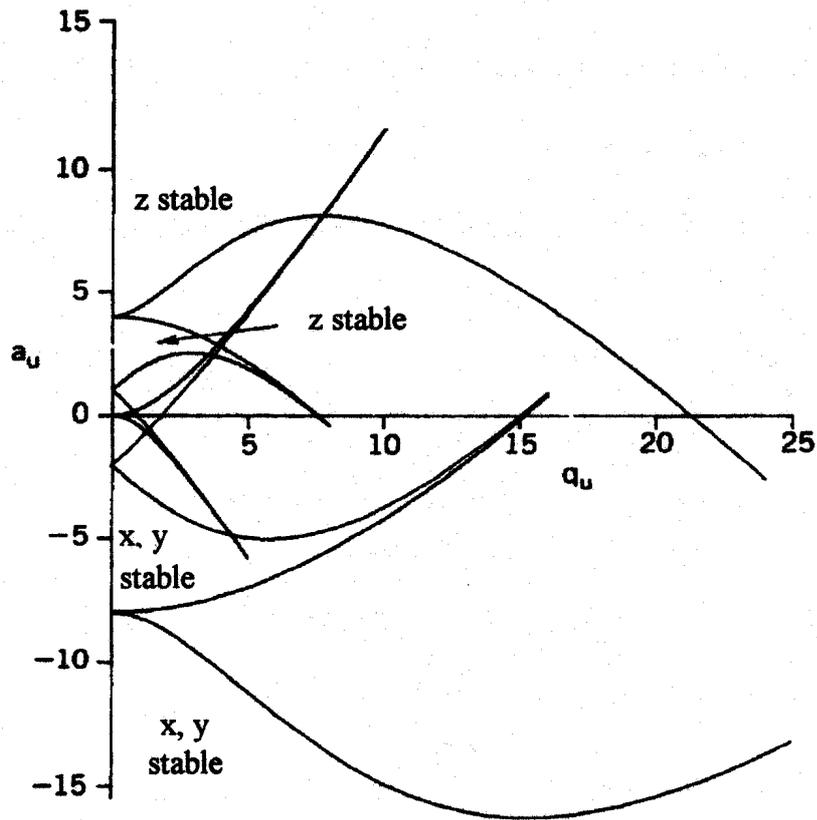


FIGURE III.2 : Diagramme de stabilité pour un piège de Paul extraite de [75].

$$u(t) = [D_u + R_u \cos \omega_u t] \left(1 + \frac{q_u}{2} \cos \Omega t\right) \quad (\text{III.13})$$

La figure III.3 illustre des exemples de trajectoires d'une particule chargée dans un piège de Paul en fonction de différents paramètres.

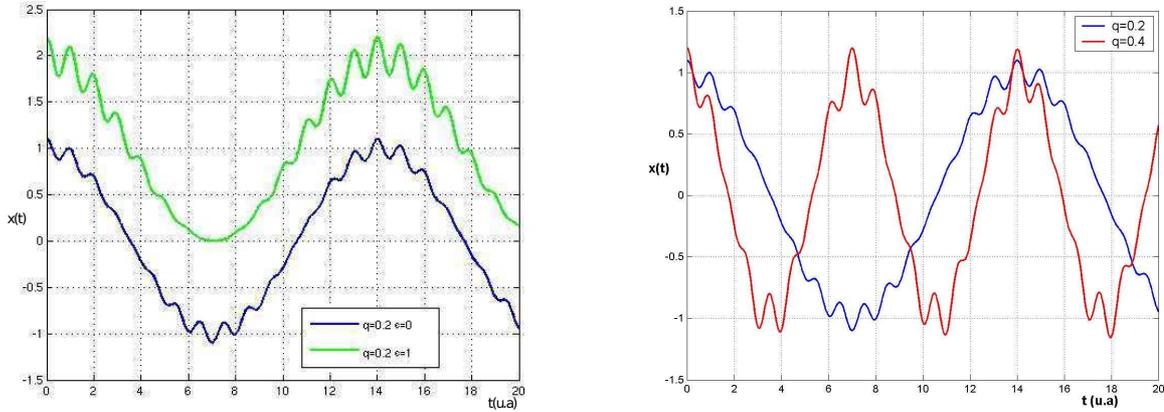


FIGURE III.3 : *Mouvement de l'ion à l'intérieur du piège de Paul. Plus l'ion s'éloigne du centre du piège plus l'amplitude du micromouvement est grande [77].*

Lorsqu'il y a plus d'une particule chargée dans le piège, les équations de Mathieu ne permettent plus de décrire le mouvement de l'ion, car elles ne tiennent pas compte de la répulsion coulombienne entre les ions. Les équations deviennent alors non linéaires et il y a couplage entre les trois équations, ce qui peut se manifester par une modification des trajectoires et du spectre de fréquence du mouvement des ions.

### III.1.2 Régime de Lamb-Dicke

Lorsqu'un grand nombre d'ions est présent dans le piège et que leurs mouvements ne peuvent pas être décrits par un oscillateur harmonique, l'interaction lumière-ion est très similaire à celle des atomes neutres (refroidissement Doppler ...). En revanche, lorsque nous travaillons avec un ion unique, ou une chaîne d'ions et si de plus le piège opère dans un régime où  $a_x, q_x^2 \ll 1$ , le mouvement de l'ion peut être décrit par un oscillateur harmonique. Il est alors possible de coupler de manière cohérente les degrés de liberté internes et externes de l'ion.

Dans cette partie nous considérons un ion unique dans un piège quadrupolaire où les fréquences du mouvement séculaire sont  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  et où l'ion sera traité comme un système à deux niveaux.

#### 1.2.1 Description classique du mouvement

L'ion est considéré comme un atome à deux niveaux où le niveau fondamental  $|g\rangle$  et le niveau excité  $|e\rangle$  sont séparés par l'énergie  $\hbar\omega_0 = E_e - E_g$ . L'hamiltonien de l'atome libre, de quantité de mouvement  $\mathbf{P}$  est :

$$\hat{H}_0 = \frac{\hbar\omega_0}{2}(|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|) + \frac{\mathbf{P}^2}{2m} \quad (\text{III.14})$$

En première approximation le mouvement est traité classiquement et l'hamiltonien d'interaction du champ laser avec l'atome peut s'écrire :

$$\hat{V} = \frac{\hbar\Omega_L}{2}(|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|)(e^{i(\omega_L t - k_L x - \varphi)} + H.C) \quad (\text{III.15})$$

où  $\Omega_L/2\pi$  est la fréquence de Rabi du couplage (qui n'est pas toujours dipolaire) et  $\omega_L$  la pulsation du laser. En adoptant le point de vue d'Heisenberg où  $\hat{V}^I = \hat{U}_0^\dagger(t)\hat{V}\hat{U}_0(t)$  (où  $\hat{U}_0(t)$  est l'opérateur d'évolution associé à  $\hat{H}_0$ ) on peut s'affranchir de l'évolution propre du système. Par conséquent l'hamiltonien de couplage  $\hat{V}^I$  inclut des termes comme  $e^{\pm i(\omega_0 + \omega_L)t}$  qui oscillent très rapidement et des termes quasi-résonants  $e^{\pm i(\omega_0 - \omega_L)t}$ . Nous ne tiendrons compte que des termes quasi-résonants et ferons l'approximation de l'onde tournante (RWA), pour laquelle les termes oscillants rapidement sont éliminés et seuls les termes quasi-statiques sont conservés. Ainsi [78, 68] :

$$\hat{V}^I = \frac{\hbar\Omega_L}{2}(|e\rangle\langle g|e^{-i\delta t}e^{i(k_L x + \varphi)} + |g\rangle\langle e|e^{i\delta t}e^{-i(k_L x + \varphi)}) \quad (\text{III.16})$$

Ceci est l'expression générale de l'interaction laser-atome où la position de l'atome dans l'onde laser est pertinente. Lorsque le mouvement de l'ion est oscillant  $x(t) = R_x \cos(\omega_x t)(1 + q_x/2 \cos(\Omega t))$ , si le champ laser ne se propage que selon la direction  $x$  ( $k_L \parallel O_x$ ) et si  $q \ll 1$ , alors  $x(t) \sim R_x \cos(\omega_x t)$ . La modulation de phase induite par le mouvement de l'ion, dans le couplage atome laser, est périodique donnant lieu à un effet analogue à la diffraction par un réseau mais dans le domaine temporelle. Ainsi,  $e^{ik_L x}$  peut se développer à l'aide des fonctions de Bessel [79].

$$e^{ik_L x} = e^{i(k_L R_x \cos(\omega_x t))} = J_0(k_L R_x) + iJ_1(k_L R_x)e^{\pm i\omega_x t} - J_2(k_L R_x)e^{\pm 2i\omega_x t} \dots \quad (\text{III.17})$$

où  $J_n$  sont les fonctions de Bessel. Tout se passe comme si l'atome était en interaction avec plusieurs lasers de fréquences  $\omega_L, \omega_L \pm \omega_x, \omega_L \pm 2\omega_x$  et d'intensités de couplage  $\Omega_L J_0(k_L R_x), \Omega_L J_1(k_L R_x), \Omega_L J_2(k_L R_x)$ . Le paramètre  $k_L R_x$  contrôle l'intensité relative de chaque excitation et le nombre de bandes latérales qu'il faudra prendre en compte. En effet  $J_n(u)$  devient négligeable lorsque  $u$  est comparable à  $n$ . Dans le cas où le champ laser est non saturant et où le déplacement lumineux peut être négligé, la probabilité d'excitation de la transition par ces multiples fréquences peut être résolue pour chaque bande indépendamment, ce qui donne pour un atome à deux niveaux :

$$P_e(\delta) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{1}{2} \frac{\Omega_L^2 J_n^2(k_L R_x)}{\Omega_L^2 J_n^2(k_L R_x) + 2(\delta - n\omega_x)^2 + \Gamma^2/2} \quad (\text{III.18})$$

Le spectre d'un tel système est représenté sur la figure III.4 pour différents paramètres. Si la largeur spectrale de la transition est grande ( $\Gamma \gg \omega_x$ ), l'oscillation du mouvement des ions n'a pas d'influence sur le spectre. Lorsque  $\Gamma \gg \omega_x$  l'ion peut être traité comme un ion libre (régime de couplage faible). En revanche, lorsque  $\Gamma \ll \omega_x$  (régime de couplage fort) le mouvement de l'ion

devient significatif pour décrire le spectre. Le spectre de bandes latérales devient même un outil pour quantifier le mouvement de l'ion, à partir du moment où il est possible de dénombrer les bandes latérales et d'identifier la bande centrale. L'amplitude et le nombre de bandes latérales suivent le refroidissement Doppler. Ainsi plus l'ion est chaud, plus son amplitude de mouvement est grande ( $k_L R_x$  "grand") et plus le nombre de bandes latérales sera grand (voir la figure III.4). Lorsque l'amplitude d'oscillation de l'ion devient très faible et que l'on se trouve dans le régime de couplage fort, une description classique du mouvement de l'ion n'est plus suffisante pour décrire le spectre observé.

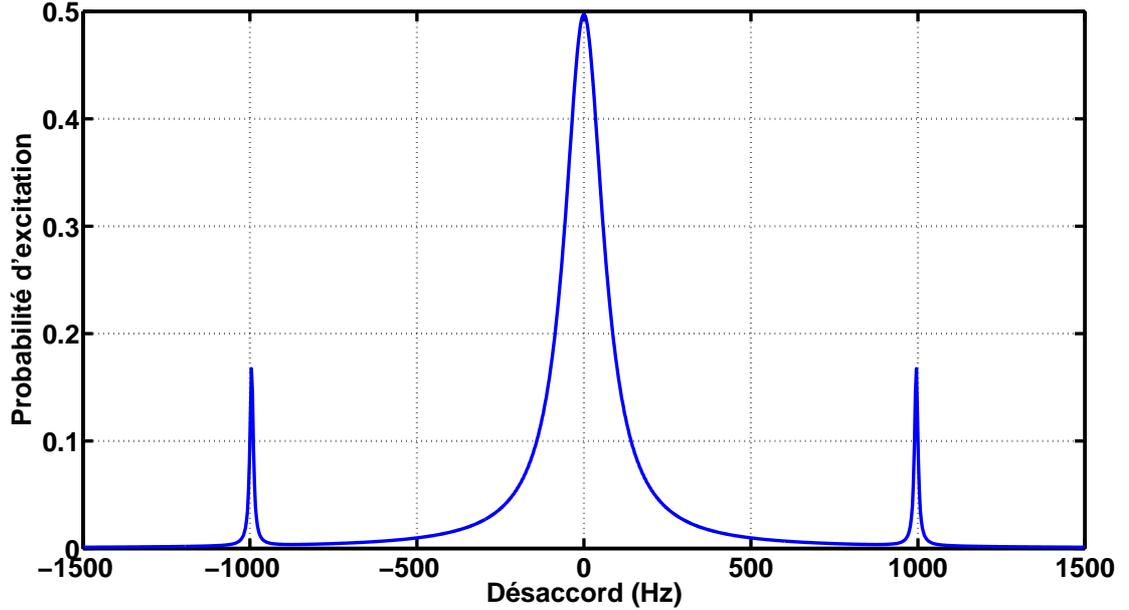


FIGURE III.4 : Représentation du spectre de bandes latérales pour  $\Omega_l = 100$ ,  $\eta = 0, 1$  et  $\omega_L/2\pi = 1000$  Hz. Ce spectre a été réalisé en utilisant la méthode de la matrice densité.

Dans la réalité, le laser ne se propage pas selon un axe de symétrie du piège et le mouvement peut inclure du micromouvement. Le même développement en fonctions de Bessel peut être fait avec beaucoup plus de fréquences ( $\omega_y$ ,  $\omega_z$  et  $\Omega$ ).

### 1.2.2 Description quantique et régime de Lamb-Dicke

Si le mouvement de l'ion selon chaque axe du piège peut être décrit par un oscillateur harmonique, on peut utiliser une description quantique du mouvement en particulier lorsque l'ion est suffisamment refroidi pour peupler en majorité les états vibrationnels les plus bas. L'énergie cinétique et le potentiel harmonique doivent alors être ajoutés à l'Hamiltonien :

$$H_0^m = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}\hat{x}^2 = \hbar\omega(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}) \quad (\text{III.19})$$

$$\hat{x} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}(\hat{a}^\dagger + \hat{a}) = x_0(\hat{a}^\dagger + \hat{a}) \quad (\text{III.20})$$

$$\hat{p} = i\sqrt{\frac{m\hbar\omega}{2}}(\hat{a}^\dagger - \hat{a}) \quad (\text{III.21})$$

en se plaçant du point de vue de l'interaction, l'Hamiltonien libre étant devenu  $\hat{H}_0 + \hat{H}_0^m - \frac{\hat{\mathbf{P}}^2}{2m}$

$$\hat{V}^I = \frac{\hbar\Omega_L}{2}(|e\rangle\langle g|e^{-i(\delta t - \varphi)}e^{i\hat{H}_0^m t/\hbar}e^{i(k_L\hat{x})}e^{-i\hat{H}_0^m t/\hbar} + H.C) \quad (\text{III.22})$$

avec  $\hat{x} = x_0(\hat{a}^\dagger + \hat{a})$ . En utilisant les relations

$$e^{\hat{A}+\hat{B}} = e^{\hat{A}}e^{\hat{B}}e^{-1/2[\hat{A},\hat{B}]} \text{si } [\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]] = [\hat{B}, [\hat{A}, \hat{B}]] = 0 \quad (\text{III.23})$$

$$\text{et } e^{\hat{A}} = \hat{1} + \hat{A} + \hat{A}^2/2 + \hat{A}^3/6 + \dots \quad (\text{III.24})$$

on peut facilement démontrer les relations suivantes :

$$\hat{a}^n e^{-i\omega\hat{a}^\dagger\hat{a}} = e^{-i\omega\hat{a}^\dagger\hat{a}} e^{-in\omega t} \hat{a}^n \quad (\text{III.25})$$

$$\hat{a}^{\dagger n} e^{-i\omega\hat{a}^\dagger\hat{a}} = e^{-i\omega\hat{a}^\dagger\hat{a}} e^{in\omega t} \hat{a}^{\dagger n} \quad (\text{III.26})$$

$$e^{i\eta(\hat{a}+\hat{a}^\dagger)} = e^{i\eta\hat{a}} e^{i\eta\hat{a}^\dagger} e^{-\eta/2} \quad (\text{III.27})$$

et obtenir ainsi :

$$\hat{V}^I = \frac{\hbar\Omega_L}{2}(|e\rangle\langle g|e^{-i(\delta t - \varphi)}e^{i\eta\hat{a}^\dagger}e^{i\omega t+i\eta\hat{a}}e^{-i\omega t} + H.C) \quad (\text{III.28})$$

avec  $\eta = k_L x_0$  le paramètre de Lamb-Dicke. Le Hamiltonien  $\hat{V}^I$  couple donc les états internes et externes de l'atome. Les états propres de l'hamiltonien non couplé  $\hat{H}_0 + \hat{H}_0^m$  sont maintenant :  $|g\rangle|n\rangle, |e\rangle|m\rangle$ . Pour chaque transition modifiant l'état vibrationnel de l'atome, une fréquence de Rabi peut être calculée par :

$$\Omega_{n,n+p} = \Omega_L |\langle n+p|e^{i\eta(\hat{a}+\hat{a}^\dagger)}|n\rangle| \quad (\text{III.29})$$

Le calcul exact peut-être mené en faisant intervenir les polynômes de Laguerre. Un développement en série de Taylor de  $\hat{V}^I$  au second ordre, nous donne un bon aperçu de ce qui se passe

$$\Omega_{n,n} = \Omega_L(1 - \eta^2 n) \quad (\text{III.30})$$

$$\Omega_{n,n+1} = \Omega_L \eta \sqrt{n+1} \quad (\text{III.31})$$

$$\Omega_{n,n-1} = \Omega_L \eta \sqrt{n} \quad (\text{III.32})$$

$$\Omega_{n,n+2} = \Omega_L \eta^2 / 2\sqrt{(n+1)(n+2)} \quad (\text{III.33})$$

$$\Omega_{n,n-2} = \Omega_L \eta^2 / 2\sqrt{n(n-1)} \quad (\text{III.34})$$

Ce développement montre que le couplage de la  $n^{\text{ème}}$  bande latérale est proportionnel à  $(\eta\sqrt{n})^n$ . Pour  $\eta\sqrt{n} \ll 1$  le taux d'excitation de la seconde bande latérale est négligeable. Ceci est appelé régime de Lamb-Dicke, régime pour lequel il est légitime de développer  $e^{ik_L \hat{x}}$  au premier ordre. Le spectre de résonance de l'ion est alors composé d'une porteuse centrale (transition  $n \rightarrow n$ ) et d'une paire de bandes latérales (transition  $n \rightarrow n \pm 1$ ). Toutes les autres bandes latérales sont négligeables. De plus, l'élargissement et le déplacement en fréquence n'est la conséquence que de l'effet Doppler du second ordre.

L'amplitude d'une bande dans le spectre est la somme de contributions provenant de tous les états vibrationnels peuplés. Le taux d'occupation des états vibrationnels de probabilité  $P(n)$  dépend de la manière dont on a préparé le mouvement de l'ion. Le refroidissement Doppler donne notamment une distribution thermique des états vibrationnels  $n$ . Pour atteindre le régime de Lamb-Dicke  $\eta\sqrt{n} \ll 1$  il sera nécessaire de refroidir l'ion et de disposer d'un paramètre de Lamb-Dicke  $\eta$  petit. Le paramètre  $\eta$  dépend des paramètres du piège et en particulier des fréquences de mouvement de l'ion :

$$\eta = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} \quad (\text{III.35})$$

Il est donc important de bien construire son piège afin de disposer de fréquences séculaires  $\omega$  les plus grandes possibles. Nous avons traité ici un problème à une dimension afin d'illustrer le régime de Lamb-Dicke. Ceci est facilement généralisable en trois dimensions, en introduisant  $n_x, n_y, n_z$  et les fréquences de mouvement respectives  $\omega_x, \omega_y$ , et  $\omega_z$ .

### III.1.3 Refroidissement laser

Le refroidissement laser aura une double utilité au cours de l'expérience. Refroidir l'ion afin d'atteindre le régime de Lamb-Dicke et réduire l'effet Doppler. D'autre part il permet d'augmenter la durée de vie de l'ion dans le piège [80]. Pour comprendre le principe du refroidissement laser, considérons le problème à une dimension, la généralisation à trois dimensions étant facile à réaliser.

Soit un ion de masse  $m$  se déplaçant dans la direction  $x$  avec une quantité de mouvement  $p_x = mv_x$  dans le référentiel du laboratoire. Un faisceau laser de nombre d'onde  $k_x = \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{u}_x$  ( $k = \omega/c$ ) est dirigé dans le sens opposé à la direction de l'ion. Lorsqu'un photon du laser est absorbé par l'ion, la quantité de mouvement de l'ion est réduite de  $\hbar k_x$ , valeur de l'impulsion du photon. Cela correspond à une vitesse de recul de  $v_{rec} = \hbar k_x / m$ . Pour l'ion calcium cette vitesse de recul est de  $2,3 \text{ cm.s}^{-1}$ . La quantité de mouvement de l'ion devient  $p_x = m(v_x - v_{rec})$ . L'ion se désexcite alors de manière spontanée, processus pour lequel la probabilité d'émission du photon est répartie de façon isotrope. Sur un grand nombre de cycles absorption-émission, sa valeur moyenne est nulle. Comme l'absorption se fait uniquement selon une direction, l'ion subit un net recul dans cette direction.

La température limite obtenue par cette méthode de refroidissement est définie par la largeur naturelle de la transition utilisée pour le refroidissement. Elle a pour expression [81]

$$T_{lim} = \frac{\hbar}{2k_B\tau_{nat}} \quad (\text{III.36})$$

où  $\tau_{nat}$  est la durée de vie de l'état excité par le photon et  $k_B$  la constante de Boltzmann. Pour l'ion  $^{40}\text{Ca}^+$  cette température limite est d'environ 0,55 mK ce qui correspond à une vitesse limite  $v_D = 0,3 \text{ m.s}^{-1}$ .

En conséquence de l'effet Doppler, l'ion qui se déplace parallèlement au faisceau laser voit une fréquence laser,  $\omega = \omega_l + k_x v_x$ , supérieure à celle mesurée dans le référentiel du laboratoire. Pour obtenir la condition de résonance nécessaire à un refroidissement efficace avec un laser antiparallèle, la fréquence du laser doit être accordée sur des fréquences plus faibles que la fréquence atomique  $\omega_a$  (dites rouges). Dans ces conditions, comme l'ion oscille, c'est à dire qu'il est autant de fois anticolinéaire (condition de refroidissement) que colinéaire (condition de chauffage) au faisceau, les photons contrapropageants ( $\omega_l + k_x v_x$ ) sont d'avantage en résonance que les photons copropageants ( $\omega_l - k_x v_x$ ). Et comme la probabilité de chauffage est plus faible le refroidissement est donc plus efficace lorsque la fréquence du laser est décalée vers le rouge. Le contraire favoriserait le chauffage. Pour refroidir dans les trois directions de l'espace un ion unique il suffit de choisir un vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  ayant des composantes non nulles dans les trois directions, car contrairement au cas des atomes neutres où les lasers de refroidissement assurent aussi le piégeage, ici le piège radiofréquence assure déjà un confinement fort des ions.

### III.1.4 Contrôle des effets systématiques

Une fois l'ion préparé pour l'interrogation de la transition d'horloge, la réalisation du signal d'horloge (la méthode d'interrogation sera décrite dans le chapitre IV.2.6) sera effectuée. Une fois le spectre de la transition réalisé le laser d'horloge sera asservi sur le pic de résonance de la transition. Afin de minimiser la largeur spectrale de la transition et d'évaluer les incertitudes de mesure sur la fréquence de transition il est important de mesurer les déplacements et élargissements de fréquence liés à l'environnement de l'atome (les effets systématiques). Pour un étalon de fréquence basé sur un ion piégé, les effets systématiques sont principalement dus au déplacement Zeeman, à l'effet quadrupolaire électrique, au déplacement Doppler du second ordre, à l'effet Stark consécutif au mouvement de l'ion et aux faisceaux lasers appliqués et au rayonnement du corps noir.

#### 1.4.1 Déplacement de fréquence par effet Zeeman

Le déplacement de fréquence par effet Zeeman peut être supprimé au premier ordre si l'on considère des transitions  $m_F = 0 \rightarrow m_F = 0$  de l'état fondamental vers l'état excité. De telles transitions existent pour les isotopes impairs des ions de type alcalin avec un spin nucléaire demi entier, tels que les ions  $^{199}\text{Hg}^+$  et  $^{171}\text{Yb}^+$ . Pour les autres étalons, comme  $^{88}\text{Sr}^+$  et  $^{40}\text{Ca}^+$ , le déplacement Zeeman du premier ordre ne peut être éliminé. En revanche, on peut le supprimer en interrogeant deux composantes Zeeman symétriques [82]. Une technique similaire est utilisée pour les étalons  $^{115}\text{In}^+$  et  $^{27}\text{Al}^+$  [50].

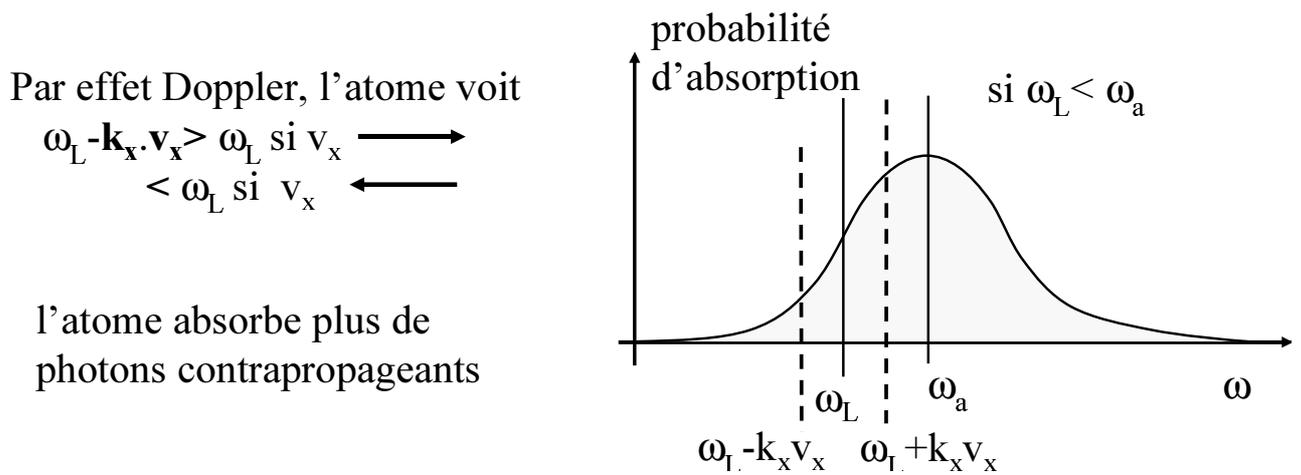
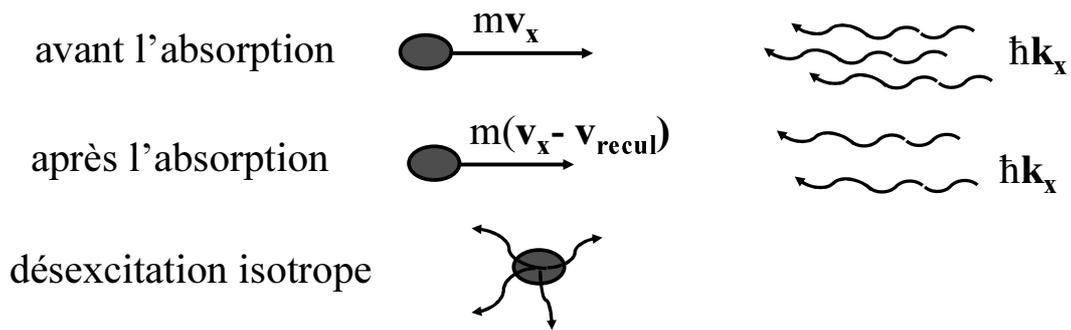


FIGURE III.5 : Schéma de principe du refroidissement laser

Cependant, même si l'effet Zeeman du premier ordre peut être éliminé, il subsiste toujours un effet Zeeman du second ordre qui peut être évalué avec une incertitude relative de  $10^{-17}$  à  $10^{-18}$  lorsque le champ magnétique est contrôlé au niveau du  $\mu T$ .

### 1.4.2 Effet quadrupolaire électrique

L'effet systématique dominant dans beaucoup d'expériences d'ions piégés est l'effet quadrupolaire électrique, consécutif à l'incertitude sur la mesure du moment quadrupolaire électrique. Il découle de l'interaction entre le moment quadrupolaire électrique des niveaux atomiques et le gradient de champ statique présent à la position de l'ion. Le déplacement de fréquence de cet effet dépend des espèces étudiées. Pour les transitions  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$  des ions  $^{115}In^+$  et  $^{27}Al^+$  ce déplacement de fréquence est nul car aucun des deux niveaux atomiques n'a de moment quadrupolaire. En revanche, pour les autres espèces, même si le niveau fondamental  $^2S_{1/2}$  ne possède pas de moment quadrupolaire, l'état excité lui en possède un. Le déplacement de fréquence est donc entièrement consécutif à celui-ci. Le déplacement de d'énergie  $h\Delta\nu_n$  d'un niveau  $n$  (au premier ordre) par cet effet est :

$$h\Delta\nu_n = \gamma Q_{dc} \Theta(n) [3m_F^2 - F(F+1)] [3\cos^2\beta - 1] \quad (\text{III.37})$$

Ici  $n$  est un indice regroupant tous les nombres quantiques permettant d'identifier un niveau d'énergie,  $\gamma$  un facteur numérique dépendant de la structure du niveau,  $\Theta(n)$  le moment quadrupolaire du niveau  $|n\rangle$ ,  $F$  le moment cinétique total,  $m_F$  la projection du moment cinétique sur l'axe de quantification (déterminé par le champ magnétique),  $\beta$  l'angle entre l'axe de quantification et l'axe de symétrie du piège et  $Q_{dc}$  le gradient du champ électrique vu par l'ion. Celui-ci déterminé en mesurant les fréquences de mouvement de l'ion dans le piège [65]. Des gradients de champ supplémentaires peuvent être créés par potentiel de contact sur la surface des électrodes après dépôt d'atomes lors de la phase de création des ions. Il est donc important de pouvoir minimiser ce phénomène (voir le chapitre VI.2.1).

Il est toutefois possible de minimiser cet effet en utilisant différentes techniques. La première approche, proposée par W.M. Itano [83], consiste à annuler la composante  $3\cos^2\beta - 1$ . Plutôt que de trouver un angle  $\beta$  qui annule ce terme, on effectue une mesure de la transition d'horloge pour trois directions orthogonales du champ magnétique (une colinéaire et deux autres orthogonales), la moyenne des trois mesures étant indépendante du déplacement quadrupolaire. L'inconvénient majeur de cette mesure est l'incertitude sur l'orientation exacte du champ magnétique (incertitude sur l'angle  $\beta$ ). Cette technique a par exemple été utilisée pour réduire l'incertitude relative sur le déplacement quadrupolaire de l'ion  $^{199}Hg^+$  au niveau de  $10^{-17}$ . Une solution alternative est d'annuler le terme  $3m_F^2 - F(F+1)$ . Elle a été proposée par P. Dubé [58]. On effectue une mesure de la fréquence absolue en fonction de  $m_F^2$  pour différents  $m_F$  de l'état final. Le déplacement étant linéaire en  $m_F^2$  on peut trouver une valeur de la fréquence non déplacée en ajustant les valeurs mesurées avec une droite et en regardant l'intersection de cette droite avec la valeur nulle. La seule contrainte de cette méthode repose sur la stabilité de l'angle  $\beta$  au cours du temps.

### 1.4.3 Déplacement de fréquence par effet Doppler

Le déplacement de fréquence par effet Doppler du premier ordre est éliminé par le refroidissement laser et le régime de Lamb-Dicke. Cependant, l'effet Doppler du second ordre existe toujours et modifie la fréquence d'horloge. Il peut être estimé, lorsqu'il est consécutif au mouvement thermique (macromouvement), par [84]

$$\frac{\Delta\nu_{Doppler}}{\nu} = -\frac{3k_B T}{2mc^2} \quad (\text{III.38})$$

où  $T$  est la température de l'ion,  $m$  sa masse et  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide. Lorsque l'ion est refroidi à la limite Doppler  $T = \hbar\gamma/2k_B$  alors le déplacement de fréquence par effet Doppler du second ordre pour le mouvement séculaire est en relatif de l'ordre de  $10^{-18}$ . Le déplacement de fréquence de l'effet Doppler du second ordre consécutif au micromouvement peut être supérieur si l'on ne minimise pas le micromouvement dans les trois directions à mieux que  $10^{-7}$ .

### 1.4.4 Déplacement par effet Stark

Le déplacement par effet Stark se manifeste dans deux cas : le rayonnement du corps noir et l'interaction avec un champ électrique oscillant (AC). Le champ rayonnant isotrope de l'enceinte considéré comme un corps noir a pour effet de déplacer les niveaux énergétiques de l'ion. Pour un piège opérant à température ambiante, l'effet Stark consécutif au rayonnement du corps noir est typiquement de l'ordre de 100–500 mHz (voir le tableau III.1). Enfin les différents champs lasers couplant les niveaux d'énergie ont pour effet de déplacer les niveaux énergétiques. Il est donc important de n'utiliser que le laser d'horloge lors de l'interrogation de la transition d'horloge afin d'éviter tout déplacement Stark dû à d'autres champs lasers. Ainsi seul le laser sonde contribuera à ce déplacement. Celui-ci est généralement très faible (de l'ordre de 6mHz pour l'ion calcium), sauf pour l'ion  $^{171}\text{Yb}^+$ . Ce déplacement dépendant linéairement de la puissance du laser sonde, il est possible de limiter son effet. La fréquence de transition doit par exemple être mesurée pour différentes valeurs de puissance du faisceau sonde. On pourra, ainsi, extrapoler sa valeur pour une puissance laser nulle et en conséquence pour un déplacement de fréquence minimal [85].

## III.2 Contrôle de l'oscillateur local

La lumière émise par un laser continu monomode possède dès le départ une largeur spectrale extrêmement étroite. Si l'on considère l'exemple de notre laser à 729 nm dont la fréquence est  $\nu = 411$  THz, une largeur de raie de  $\delta\nu = 500$  kHz correspond à un coefficient de surtension de  $Q = 8.10^7$ . Néanmoins, dans le cadre de cette thèse les performances de l'oscillateur doivent être bien supérieures à cela, la largeur de raie du laser devant atteindre par exemple le Hz. La stabilité de la phase ou de la fréquence de l'oscillateur doivent être assurée sur des échelles de temps de l'ordre de la seconde. En outre, un laser dit "libre" émet une fréquence moyenne imposée par la longueur optique de la cavité qui est susceptible de dériver de façon incontrôlée au cours du temps. Enfin dans notre cas, il est nécessaire de pouvoir contrôler de façon précise la fréquence du laser au cours du temps. Typiquement pour notre application, nous devons disposer

effet	conditions	effet [Hz] @ 300 K	@ 77 K
Zeeman 2 <sup>nd</sup> ordre	0,1 $\mu$ T	$-0,09 \pm 0,09$	$-0,09 \pm 0,09$
Stark DC	chp rayonné et compensations	$0,39 \pm 0,28$	$0,016 \pm 0,012$
quadropole	1 V/mm <sup>2</sup> ; 3 dir. perp.	$\pm 0,1$	$\pm 0,1$
Stark AC @ 729 nm	1,06 $\mu$ W/mm <sup>2</sup> ; 0,1 $\mu$ T	$\pm 0,006$	$\pm 0,006$
Doppler 2 <sup>nd</sup> ordre	Ion refroidi à la lim. Doppler	$-2.10^{-4}$	$-2.10^{-4}$
Décalage total		$0,3 \pm 0,4$	$-0,09 \pm 0,19$
Décalage relatif		$7(\pm 9).10^{-16}$	$-2(\pm 4).10^{-16}$

TABLE III.1 : Bilan d'exactitude systématique pour la transition  $|S_{1/2}, F = 4, m_F = 0\rangle \rightarrow |D_{5/2}, F = 6, m_F = 0\rangle$ . Le déplacement lumineux par effet Stark AC a été évalué pour une champ magnétique de 0,1  $\mu$ T afin de prendre en compte le couplage entre les autres sous-niveaux Zeeman de  $S_{1/2}$  et  $D_{1/2}$  par interaction quadropolaire

d'un oscillateur balayable sur quelques dizaines de MHz, dont le facteur de qualité doit atteindre  $Q = 10^{15}$ , et dont la stabilité en fréquence du laser doit être de l'ordre du Hz sur la seconde.

L'amélioration des propriétés spectrales du laser, ainsi que le contrôle de sa fréquence au cours du temps passe par une étape de stabilisation. La qualité de cette stabilisation dépend de trois paramètres :

- la référence de fréquence à laquelle le laser doit être comparé (soit un laser plus stable, soit une fréquence de résonance d'une cavité Fabry-Perot, soit une transition atomique ou moléculaire).
- le rapport signal sur bruit du discriminateur de phase ou de fréquence nécessaire à l'élaboration d'un signal d'erreur.
- la fonction de transfert de la ou des boucles d'asservissement, qui doivent notamment être adaptées au temps de réponse des transducteurs qui permettent la correction de la phase ou de la fréquence du laser.

Nous rappellerons dans un premier temps les grandeurs physiques adaptées à l'étude des propriétés spectrales d'un oscillateur et des méthodes pour y accéder. Ensuite nous présenterons les différentes techniques d'asservissement, leurs limitations, ainsi que la technique que nous utilisons. Dans un troisième temps, nous décrirons le système d'asservissement que nous utilisons ainsi que les résultats obtenus avec celui-ci. Enfin, nous exposerons les futures cavités de stabilisation que nous utiliserons et leurs performances attendues.

### III.2.1 Outil de mesure d'un système asservi

Le champ laser n'est qu'un exemple d'oscillateur. Les définitions, théorèmes et propriétés utilisés couramment en théorie du signal sont de ce fait directement opérationnels pour caractériser les propriétés spectrales du champ laser. Il existe deux types de descriptions en théorie du signal pour décrire les propriétés d'un oscillateur : la densité spectrale de puissance qui est une description du signal dans le domaine fréquentiel et la variance d'Allan qui est une description du signal dans le domaine temporel. Bien évidemment ces deux descriptions sont intimement

liées à travers le théorème de Cuttler.

### 2.1.1 La densité spectrale de puissance

Dans tout le reste de ce manuscrit nous utiliserons comme définition de la transformée de Fourier d'une fonction  $f$  :

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (\text{III.39})$$

La fonction d'autocorrélation sera par ailleurs définie ainsi :

$$C_f(\tau) = \langle f(t+\tau)f^*(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f(t+\tau)f^*(t) dt \quad (\text{III.40})$$

Selon le théorème de Wiener-Khintchine, la densité spectrale de puissance associée à la fonction  $f$  est la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation :

$$P_f(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} C_f(\tau)e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (\text{III.41})$$

La forme de raie laser est représentée par la densité spectrale de puissance associée à un champ laser  $E$  :

$$P_E(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} C_E(\tau)e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (\text{III.42})$$

où  $C_E$  représente la fonction d'autocorrélation de champ laser  $E$  définie comme suite :

$$E(t) = E_0(1 + V(t))e^{i(\omega_0 t + \phi(t))} \quad (\text{III.43})$$

$$C_E(\tau) = E_0^2 e^{i\omega_0 \tau} (1 + C_v(\tau)) e^{C_\phi(\tau) - C_\phi(0)} \quad (\text{III.44})$$

où  $C_v(\tau)$  et  $C_\phi(\tau)$  représentent respectivement la fonction d'autocorrélation du bruit d'amplitude et celle du bruit de phase [86].

Cette forme de raie constitue le signal qui serait obtenu avec un analyseur de spectre optique. En pratique un analyseur de spectre dans le domaine radio-fréquence permettra d'observer une densité spectrale de puissance associée au battement entre deux lasers de fréquences voisines. Ce battement reproduira les propriétés spectrales du laser le moins stable ou le plus bruyant. Si les deux systèmes lasers sont identiques, mais indépendants, les fluctuations de fréquences du battement résultent, à part égale, de celles de chaque laser qui peut ainsi être caractérisé. Cette méthode d'analyse, appelée spectre d'auto-corrélation sera utilisée pour caractériser la largeur de raie du laser.

### 2.1.2 La variance d'Allan

La description du champ laser donnée ci-dessus est effectuée dans le domaine fréquentiel. Une description équivalente dans le domaine temporel est bien entendu possible [87].

#### Définition

La fréquence laser instantanée est définie par :

$$\nu(t) = \nu_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} = \nu_0(1 + y(t)) \quad (\text{III.45})$$

La fonction  $y(t)$  est une grandeur sans dimension qui représente les fluctuations relatives à la fréquence du laser (ou d'une référence de fréquence). Expérimentalement on peut mesurer la fréquence d'un laser (ou le battement en fréquence de deux lasers) à l'aide d'un compteur sur un interval  $\tau$ . Une mesure peut être effectuée à interval régulier  $T$ . La  $k$ -ième mesure, effectuée au temps  $t_k$  sera alors :

$$\langle \nu(t) \rangle_{k,\tau} = \nu_0 + \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_k+\tau} \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} dt = \nu_0(1 + \bar{y}_{k,\tau}) \quad (\text{III.46})$$

On peut alors définir la variance de  $y(t)$  et  $N$  échantillons :

$$\sigma_y^2(N, T, \tau) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\bar{y}_{i,\tau} - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \bar{y}_{j,\tau})^2 \quad (\text{III.47})$$

La variance à 2 échantillons est telle que  $T = \tau$  joue un rôle particulier. Si l'on moyenne cette variance sur un très grand nombre d'échantillons, on obtient la variance d'Allan, soit :

$$\sigma_y^2(\tau) = \langle \sigma_y^2(2, T, \tau) \rangle = \frac{1}{2} \langle (\bar{y}_{2,\tau} - \bar{y}_{1,\tau})^2 \rangle \quad (\text{III.48})$$

En pratique le nombre de mesures est fini  $m$ , la variance d'Allan peut donc être approchée par :

$$\sigma_y^2(\tau) \approx \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{(\bar{y}_{i+1,\tau} - \bar{y}_{i,\tau})^2}{2} \quad (\text{III.49})$$

avec une précision :

$$\frac{\Delta\sigma^2}{\sigma^2} \approx \frac{1}{\sqrt{m}} \quad (\text{III.50})$$

Expérimentalement on accède à la variance d'Allan d'un laser en mesurant le battement avec un laser de référence beaucoup plus stable. Si l'on dispose de deux lasers identiques mais indépendants, une bonne estimation de la variance d'Allan de chaque laser est donnée par la variance du battement entre les deux lasers, divisée par deux.

Relation entre variance d'Allan et densité spectrale de puissance

D'après l'équation III.42 la densité spectrale de puissance associée au bruit de fréquence et à la fluctuation relative de fréquence  $y(t)$  sont reliées par :

$$P_f(\Omega) = \nu_0^2 P_y(\omega) \tag{III.51}$$

Les informations apportées par la variance d'Allan et par la densité spectrale de puissance sont équivalentes. Ceci est exprimé par le théorème de Cutler :

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega P_y^2(\Omega) \frac{\sin^4\left(\frac{\Omega\tau}{2}\right)}{\left(\frac{\Omega\tau}{2}\right)^2} \tag{III.52}$$

Expérimentalement, il existe différents types de bruits qui varient selon la puissance de la fréquence :

$$P_y^l(\Omega) = h_l (|\Omega|/2\pi)^l \tag{III.53}$$

La variance d'Allan est alors reliée à la densité spectrale de puissance dans les cas importants suivants :

$l$	$P_y^l(\Omega)$	$\sigma_y^2(\tau)$	Type de bruit
-2	$h_{-2} ( \Omega /2\pi)^{-2}$	$h_{-2} \frac{4\pi^2}{3} \tau$	Marche aléatoire de fréquence
-1	$h_{-1} ( \Omega /2\pi)^{-1}$	$h_{-1} \ln 2$	Bruit de Flicker
0	$h_0$	$h_0 \frac{1}{\tau}$	Bruit blanc de fréquence

TABLE III.2 : Relation entre densité spectrale de puissance et variance d'Allan pour différentes types de bruits

Dans le cas d'une dérive linéaire de la fréquence, la densité spectrale de puissance n'est pas définie. Par contre la variance d'Allan existe et une simple application des équations montre qu'elle est proportionnelle à  $\tau^2$ .

Le figure III.6 représente l'allure typique et schématique d'une variance d'Allan en présence de différents types de bruits :

- Le bruit blanc en fréquence, dominant à haute fréquence. Il se traduit par une pente -1/2 (pour une représentation logarithmique de  $\sigma_y(\tau)$ ). Les relations du tableau et les expressions A.1 et VI.2.1 montrent que la largeur de raie du laser  $\Delta\nu$  est reliée à la variance d'Allan par :

$$\Delta\nu = 2\pi\nu_0^2 \sigma^2(\tau) \tau, \text{ pour } \tau \ll \tau_0 \tag{III.54}$$

- A partir d'un temps  $\tau = \tau_0$ , il apparait un plancher dit "plancher de Flicker" qui correspond à un bruit basse fréquence en  $1/f (= 2\pi/\Omega)$ . Ce type de bruit est rencontré sur pratiquement tous les oscillateurs. Ce plancher joue un rôle important puisqu'il correspond à l'incertitude minimale avec laquelle la fréquence de l'oscillateur peut être connue, quel que soit le temps d'intégration de la mesure.

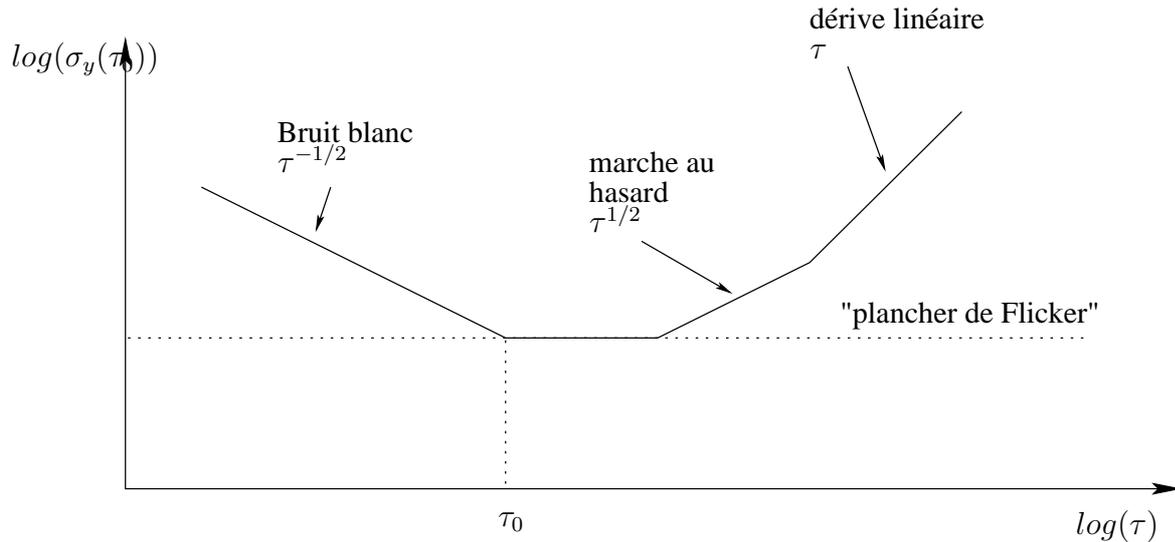


FIGURE III.6 : Variance d'Allan

- Sur des temps encore plus longs, des bruits de plus basse fréquence peuvent devenir dominants. Il peut s'agir de bruits tels que la fréquence évolue suivant un mouvement brownien (marche au hasard de pente 1/2), ou linéairement avec le temps (pente 1), etc.

## III.2.2 Asservissement du système laser d'horloge

### 2.2.1 Principe de l'asservissement

La stabilisation de phase ou de fréquence d'un oscillateur met en jeu plusieurs éléments :

- un oscillateur porteur d'un bruit de fréquence ou de phase dont la composante de Fourier à  $\Omega$  avant asservissement est  $\epsilon(\Omega)$
- une référence de fréquence ou de phase
- un comparateur qui a pour but de quantifier l'erreur par rapport à la référence.
- un transducteur qui permet d'appliquer le signal de correction élaboré à partir du signal d'erreur après amplification et filtrage (la fonction de transfert correspondante est  $G(\Omega)$ ).

La figure III.7 représente le principe du système d'asservissement :

Le signal d'erreur en boucle fermée ( $\epsilon_s(\omega)$ ), satisfait alors la relation suivante :

$$\epsilon_s(\Omega) = \epsilon(\omega) - G(\Omega)\epsilon_s(\Omega) \Rightarrow \epsilon_s(\Omega) = \frac{\epsilon(\Omega)}{1 + G(\Omega)} \quad (\text{III.55})$$

Sur le schéma de la figure III.7, le laser est situé à l'intérieur de la boucle d'asservissement.

Il est également possible d'utiliser un laser libre (ou stabilisé sur le long terme, premier étage de stabilisation par exemple) et d'effectuer des corrections directement sur le faisceau en sortie du laser à l'aide de transducteurs comme les modulateurs acousto-optique (AOM) et électro-optique (EOM). Cette deuxième méthode sera notamment utilisée dans notre cas pour le second étage de stabilisation.

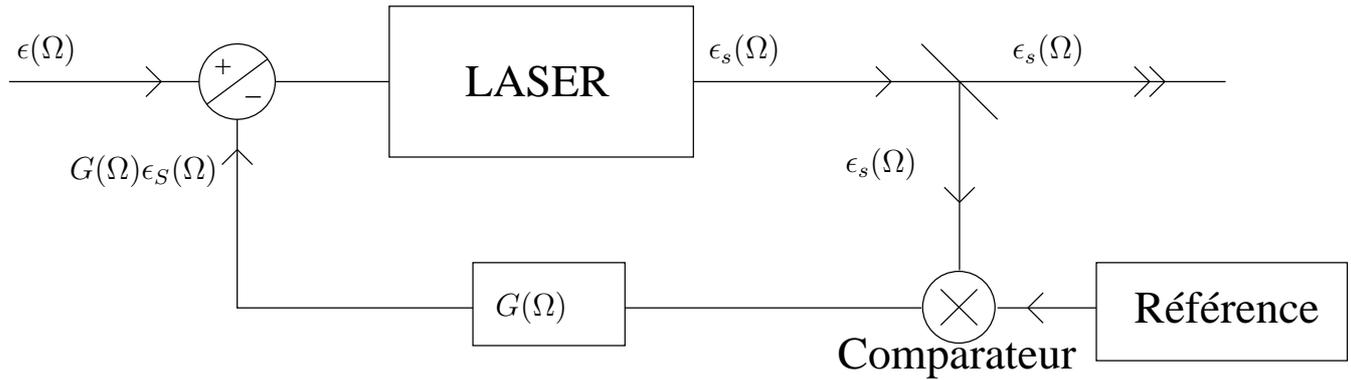


FIGURE III.7 : Représentation schématique d'un asservissement de fréquence

Comme le gain de l'asservissement à fréquence nulle  $G(0)$  est nécessairement fini, il en résulte une erreur statique résiduelle. Lors d'un asservissement de phase du laser, où l'on compare la phase de celui-ci avec une référence de phase (asservissement d'un laser esclave sur un laser maître, asservissement du battement entre deux lasers sur une référence radiofréquence), cette erreur résiduelle se traduira par une erreur statique de phase. Par contre il n'y aura pas d'erreur sur la fréquence moyenne contrairement à l'asservissement de fréquence où l'on effectue une comparaison de fréquences.

### 2.2.2 Les références de fréquence et leurs limitations

Les propriétés spectrales du laser à stabiliser ne pourront pas, en général, être meilleures que celles de la référence de fréquence utilisée pour l'asservissement.

#### résonance d'un interféromètre Fabry-Perot

Les résonateurs optiques, comme les cavités Fabry-Perot constituent de bonnes références de fréquence. En effet celles-ci présentent une série de fréquence de résonances,  $\nu_{lmn}$ , donnée par :

$$\nu_{lmn} = \frac{c}{2L} \left[ n + 1 + \frac{1}{\pi} (l + m + 1) \cos^{-1} \sqrt{\left(1 - \frac{L}{R_1}\right) \left(1 - \frac{L}{R_2}\right)} \right] \quad (\text{III.56})$$

où  $L$  désigne la longueur optique associée à la longueur de la cavité  $L_0$  ( $l = n_i L_0$  où  $n_i$  est l'indice optique du milieu) et  $R_{1,2}$  représentent les rayons de courbure des deux miroirs.

Une telle référence pose deux problèmes. Elle ne peut servir de calibration de fréquence car la longueur de la cavité n'est pas suffisamment bien connue. De plus, elle ne présente pas de caractère de stabilité intrinsèque car la longueur de la cavité dérive au cours du temps sous l'effet de l'environnement (dilatation thermique, bruit mécanique, bruit acoustique...). Il est néanmoins possible de prendre de très grandes précautions dans la réalisation et l'installation de la cavité et ainsi de pouvoir s'affranchir des principales causes de dérives. Des matériaux tels que l'ULE (Ultra-Low Expansion Glass [88]) permettent d'atteindre des dérives linéaires (donc prévisibles) de l'ordre du Hz/s dans le visible [89].

Le montage expérimental typique est le suivant III.8 :

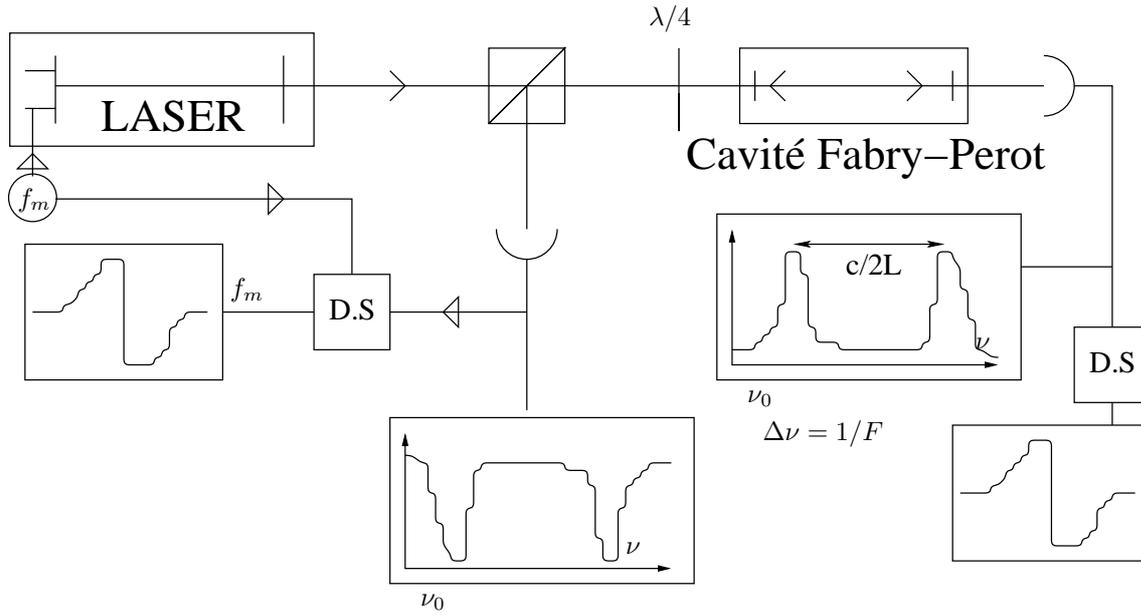


FIGURE III.8 : Asservissement de fréquence sur une cavité de référence.

Il est possible d'asservir la fréquence du laser sur le pic de transmission ou le pic de réflexion. Si nous considérons le bruit de photon comme dominant, on peut calculer la largeur de raie laser ultime pour un bruit blanc de fréquence. Soit  $P_l$  la puissance laser incidente sur la photo-diode (de l'asservissement PD1) de rendement quantique  $\eta$ ,  $i$  le photo-courant ainsi généré,  $i_s$  le courant associé au signal de saturation et  $i_{sn}$  le courant de bruit de photons dans la bande passante  $B$ . Nous avons alors les relations suivantes :

$$i = e\eta \frac{P_l}{\hbar\omega} = \rho P_l \quad (\text{III.57})$$

$$i_s = \rho C P_l \quad (\text{III.58})$$

$$i_{sn} = \sqrt{2eiB} \quad (\text{III.59})$$

où  $C$  représente le contraste du signal et  $e$  la charge de l'électron. Le courant de bruit de photons varie comme la racine carrée de la bande passante car c'est la puissance de bruit qui lui est proportionnelle dans le cas d'un bruit blanc. Le signal d'erreur dans le cas d'un bruit d'amplitude est représenté par la figure III.9 :

Le bruit de fréquence ramené par un asservissement parfait à cause du bruit d'amplitude est donné par :

$$f_{rms}^2 = \left( i_{sn} \frac{\delta\nu}{i_s} \right)^2 \quad (\text{III.60})$$

Ce bruit de fréquence reproduit les propriétés spectrales du bruit d'amplitude. Dans le cas d'un bruit blanc, la raie laser tendra vers une lorentzienne dont la largeur se déduit de l'équation III.60, soit :

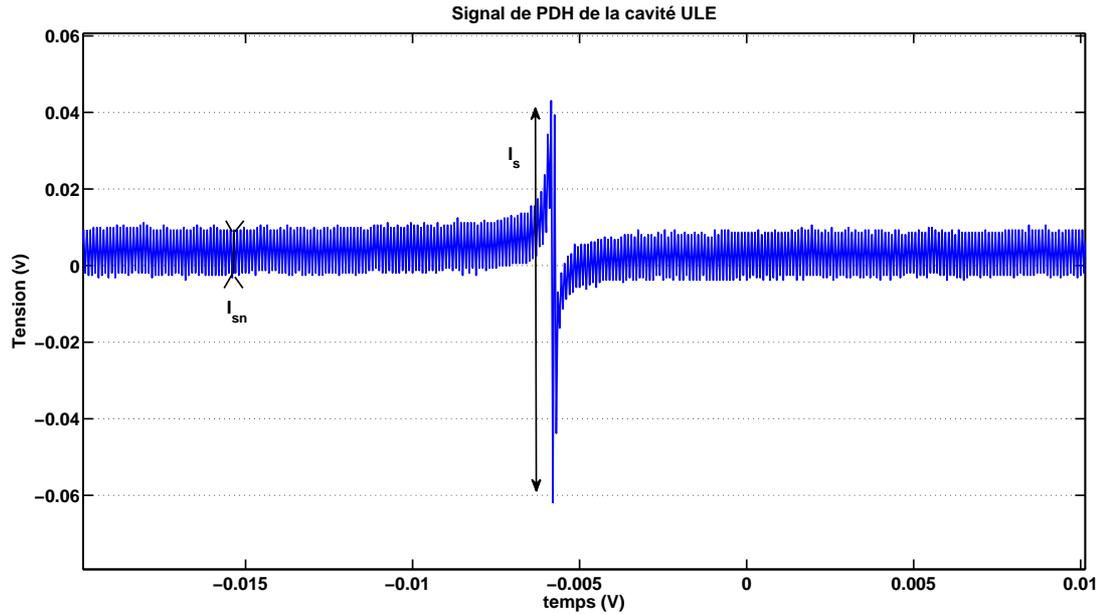


FIGURE III.9 : Signal d'erreur pour un asservissement de fréquence sur une cavité de référence.

$$\delta\nu = 2\pi \frac{(\Delta\nu)^2}{\eta P_l / \hbar\omega} \quad (\text{III.61})$$

Pour une puissance incidente de  $P_l = 1 \text{ mW}$ , une largeur de pic  $\Delta\nu = 500 \text{ kHz}$ , un rendement quantique de  $\eta = 0,5$  et une fréquence laser de  $\omega/2\pi = 411 \text{ THz}$  la largeur de raie laser ultime est de  $\delta\nu = 3,6 \mu\text{Hz}$ . La largeur de raie ultime peut donc être extrêmement étroite. En pratique elle est limitée par le gain et la bande passante de l'asservissement.

Si l'asservissement est réalisé sur le pic réfléchi, le bruit d'amplitude du laser est nul à la résonance car le signal tombe à zéro. Seul le bruit du détecteur est présent. Il s'agit d'un bruit blanc indépendant de la puissance laser.

### Transition atomique ou moléculaire

On peut considérer une fréquence de transition atomique ou moléculaire comme référence de fréquence, car elle ne dépend que de constantes fondamentales (masse, charge électrique...). Elle possède de plus une stabilité intrinsèque qui en fait un bon candidat pour une référence de fréquence.

L'étalon de fréquence basé sur une transition atomique ou moléculaire correspond à l'écart en fréquence entre deux niveaux d'énergie du système supposé isolé ou au repos. Toute réalisation pratique d'un tel étalon introduit des erreurs systématiques de la fréquence. Trois effets sont inévitablement présents :

- le déplacement lumineux consécutif à la présence du champ laser indispensable à la détection du signal.

- le déplacement énergétique consécutif à l'interaction des atomes (ou molécules) avec l'environnement (effet Stark, Zeeman ...),
- l'effet Doppler du second ordre,  $\Delta\omega = -\omega_0 \frac{V^2}{2c^2}$  qui déplace la résonance de l'atome en mouvement sondé par le laser (voir la partie précédente).

Ces erreurs systématiques doivent être minimisées car elles constituent une limite d'exactitude de la fréquence. Le type d'expériences effectuées pour élaborer le signal d'erreur peut introduire d'autres erreurs de nature expérimentale telles que la distorsion par modulation. La largeur de raie ultime du laser en présence d'un asservissement, dépend du rapport signal sur bruit avec lequel est obtenu le signal d'erreur.

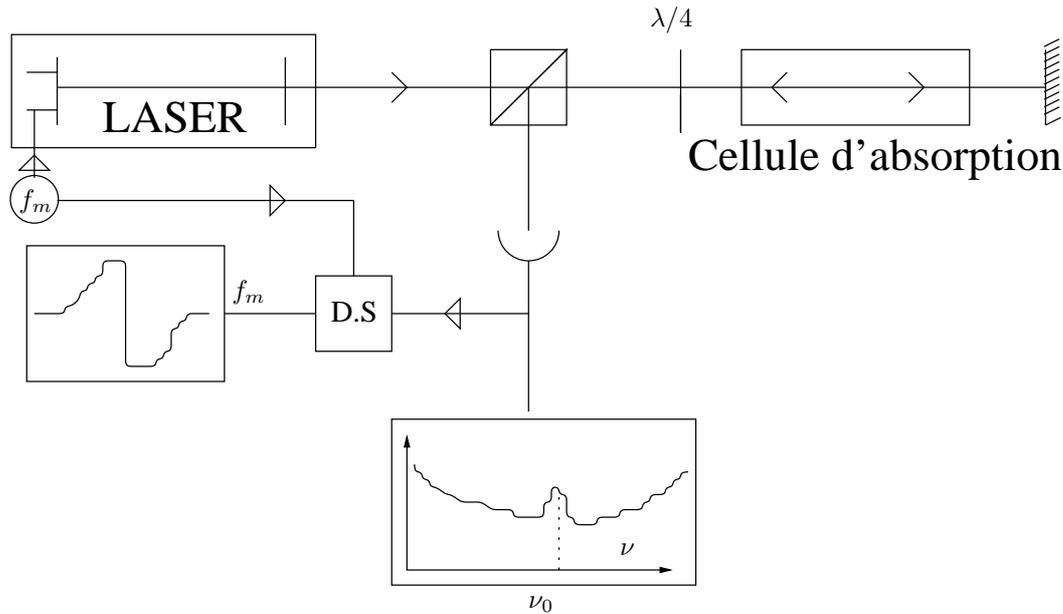


FIGURE III.10 : Schéma représentatif d'une expérience d'asservissement sur une transition atomique par absorption saturée.

Si nous considérons une expérience d'absorption saturée, la détection du signal à une harmonique impaire de la fréquence de modulation  $f_m$  donne lieu à un signal de symétrie impaire, ce qui constitue un bon discriminateur de fréquence. Le choix de la profondeur de modulation est gouverné par la largeur de raie. La figure III.10 représente le schéma d'une expérience d'absorption saturée. Tout comme pour la partie précédente on peut calculer la largeur de raie ultime, en utilisant les mêmes équations :

$$\delta\nu = 2\pi \frac{(\Delta\nu)^2}{C^2 \eta P_l / \hbar\omega} \quad (\text{III.62})$$

où  $C$  représente le contraste du signal. Pour une puissance incidente  $P_l = 1 \text{ mW}$ , une largeur de pic  $\Delta\nu = 500 \text{ kHz}$ , un rendement quantique de  $\eta = 0.5$ , un contraste de  $C = 5.10^{-3}$  et une fréquence laser de  $\omega/2\pi = 411 \text{ THz}$  la largeur de raie laser ultime est de  $\delta\nu = 70 \text{ } \mu\text{Hz}$ .

Les paramètres de puissance, contraste et largeur de raie sont interdépendants à cause des effets de saturation et dépendent eux-mêmes des paramètres atomiques ou moléculaires. La lar-

geur de raie laser dépend donc de façon sensible de la transition atomique ou moléculaire choisie. Par conséquent on préfère souvent ce type de référence pour augmenter la stabilité du laser sur le long terme. Les résonances des cavités optiques sont choisies quant à elles comme références pour la réduction de la largeur de raie du laser, car elles ne présentent pas ce type de limitation.

La boucle d'asservissement et ses limitations

Le bruit à basse fréquence joue un rôle dominant dans la largeur de raie du laser. C'est pourquoi un système d'asservissement, pour être efficace, devra présenter un gain très élevé dans ce domaine. Un intégrateur est le cas le plus simple que l'on puisse considérer. On ajoute un gain proportionnel qui corrigera également les bruits de plus hautes fréquences. La fonction de transfert d'une boucle d'asservissement constituée d'un intégrateur et d'un gain proportionnel est de la forme :

$$G(\Omega) = K_p + \frac{1}{i\Omega\tau_i} = K_p + \frac{\Omega_i}{i\Omega} \tag{III.63}$$

L'analogie électronique d'une telle fonction de transfert est donnée par un amplificateur opérationnel câblé comme celui représenté ci-dessous :

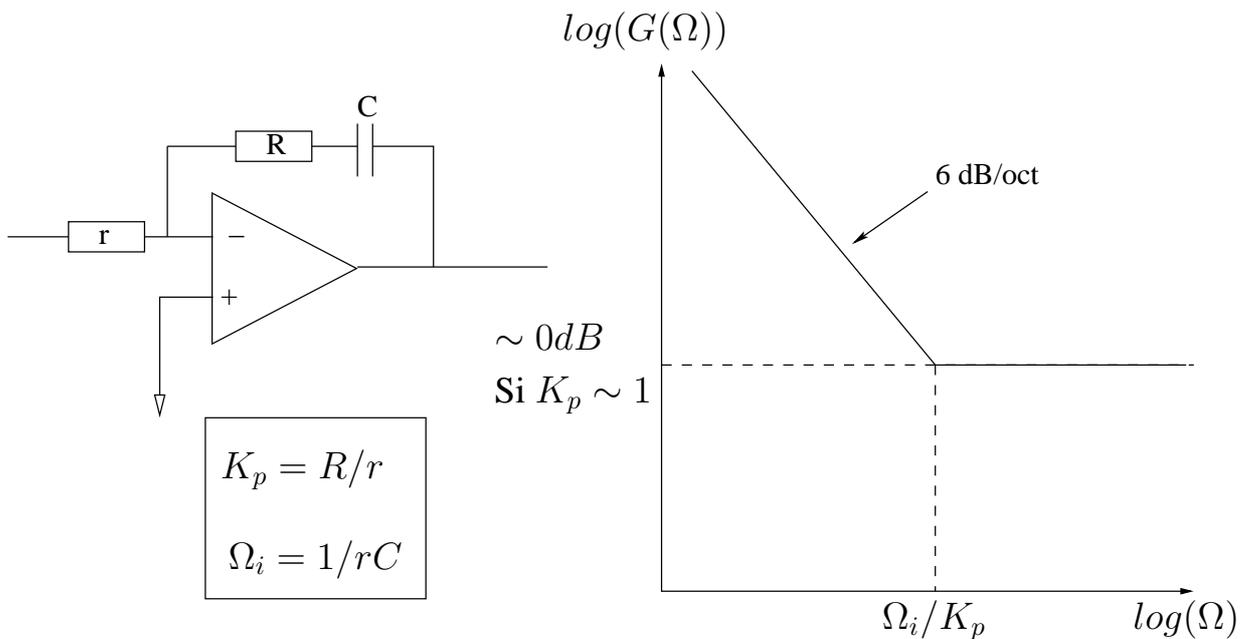


FIGURE III.11 : Schéma électronique de la fonction de transfert d'un asservissement laser typique.

En boucle fermée, la densité spectrale de puissance de bruit de fréquence devient selon l'équation VI.2.1 :

$$S_f^{stab}(\Omega) = \frac{S_f(\Omega)}{|1 + G(\Omega)|^2} = \frac{b}{2\Omega_i^2 + (K_p + 1)^2\Omega^2} \tag{III.64}$$

On utilise successivement les équations VI.2.1 et la réciproque de VI.2.1 pour obtenir :

$$C_\phi(0) - C_\phi(\tau) = b'(1 - e^{(-\frac{\Omega_i|\tau|}{K_p+1})}) \quad (\text{III.65})$$

où  $b' = \frac{B}{(K_p+1)\Omega_i}$ . La forme de raie du laser asservi se déduit alors de l'équation VI.2.1 en effectuant un développement en série de la fonction exponentielle :

$$S_E(\omega) = 2\pi E_0^2 e^{(-b')} \delta(\omega - \omega_0) + 2E_0^2 e^{(-b')} \sum_1^\infty \frac{b'^n}{n!} \frac{\frac{n\Omega_i}{K_p+1}}{(\omega - \omega_0)^2 + (\frac{n\Omega_i}{K_p+1})^2} \quad (\text{III.66})$$

Cette expression montre que c'est l'intégrateur qui permet de rapporter l'énergie dans la porteuse (si  $\Omega_i \neq 0$ ). En l'absence d'intégrateur, le niveau de bruit blanc en fréquence est simplement divisé par  $(K_p + 1)^2$ . Le gain de l'intégrateur réel sature nécessairement. Il en résulte une porteuse légèrement élargie par cette saturation.

La description ci-dessus suppose que la correction est appliquée de façon instantanée. Ceci n'est jamais vrai : il faut prendre en compte le temps de réponse des différents éléments de la chaîne de mesure et de correction. En dernier ressort le temps de propagation fini de la lumière le long du trajet optique utilisé pour l'élaboration du signal d'erreur constitue le délai minimum qu'il faut considérer. Il inclut par exemple le temps de stockage de la lumière dans la cavité optique si l'asservissement est réalisé sur le pic de transmission. Intuitivement on comprend qu'il ne sera pas possible de corriger des fluctuations de fréquences supérieures à  $1/\tau$  si  $\tau$  est ce délai. On peut ainsi montrer, dans le cas de l'intégrateur et du gain proportionnel, que le critère de stabilité de l'asservissement (cf annexe) sera :

$$\frac{\Omega_i \tau}{\sqrt{1 - K_p^2}} < \frac{\pi}{2} + \arcsin(K_p) \text{ et } 0 \leq K_p \leq 1 \quad (\text{III.67})$$

En pratique, il est préférable d'introduire dans la fonction de transfert une fréquence de coupure (filtre passe bas) inférieure à l'inverse de ce délai afin de pouvoir augmenter le gain proportionnel et de corriger de façon optimale le bruit de fréquence.

## Chapitre IV

# LE MONTAGE EXPÉRIMENTAL

Nous avons vu dans le chapitre précédent les deux points clefs pour la réalisation d'un étalon de fréquence dans le domaine optique : un contrôle quasi-parfait de la référence atomique (dans notre cas l'ion unique de calcium) et un contrôle de l'oscillateur (dans notre cas le laser d'horloge). Au cours de ce chapitre les différents éléments constitutifs de l'expérience seront décrits. Dans un premier temps une description des différents lasers présents dans l'expérience sera effectuée. Ensuite le premier dispositif expérimental (piège de Paul, enceinte à vide, système de détection, création des ions), ainsi que les premières expériences de spectroscopie haute résolution de l'ion calcium et de minimisation du micromouvement seront exposées. Enfin nous présenterons le nouveau dispositif expérimental et les bénéfices qu'il doit apporter.

### IV.1 Les sources lasers

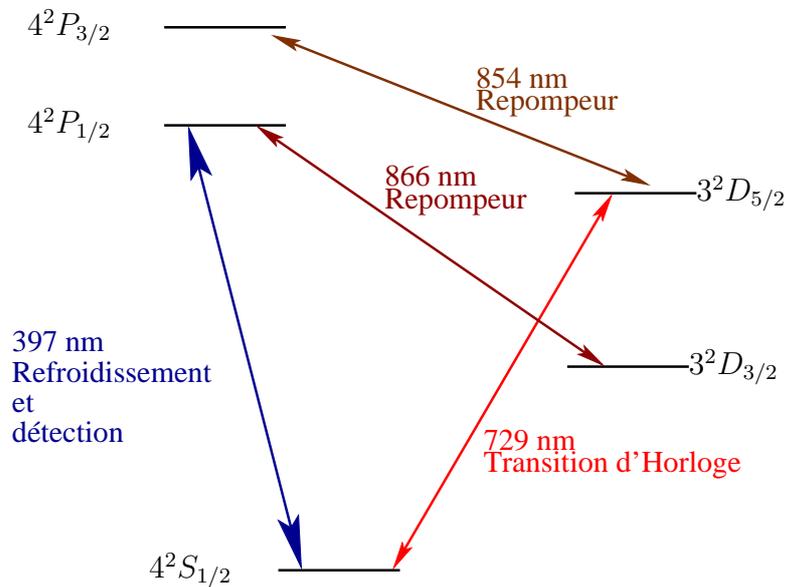


FIGURE IV.1 : Schéma des premiers niveaux d'énergie de l'ion  $^{40}\text{Ca}^+$

L'ion  $^{40}\text{Ca}^+$  appartient au groupe des alcalino-terreux dont la structure des premiers niveaux d'énergie est similaire à celles des alcalins avec en plus des niveaux  $D$  métastables [62].

L'ion calcium dispose de niveaux métastables  $3^2D_{3/2}$  et  $3^2D_{5/2}$  de durée de vie élevée, qui se désexcitent vers le niveau fondamental  $4S$  par une transition quadrupolaire électrique (voir figure IV.1). La transition qui relie le niveau fondamental  $4^2S_{1/2}$  au premier niveau excité  $4^2P_{1/2}$  est une transition dipolaire électrique, dont la durée de vie du niveau excité est de 7 ns [90], ce qui permet un très grand nombre de cycles de refroidissement ( $140 \times 10^6$  photons par seconde émis spontanément). Les photons émis seront collectés afin de détecter la présence de l'ion et de réaliser le spectre de transition de l'ion. Toutefois, il existe un inconvénient inhérent à la structure des niveaux d'énergie : la population du niveau  $4^2P_{1/2}$  possède une probabilité non négligeable de se désexciter dans le niveau métastable  $3^2D_{3/2}$ . Le taux de branchement est [91] :

$$\frac{A(4^2P_{1/2} \rightarrow 4^2S_{1/2})}{\sum_j A(4^2P \rightarrow 3^2D_j)} = 17,6 \pm 2 \quad (\text{IV.1})$$

Plus de 5% de la population du niveau P relaxe donc dans un état métastable. La durée de vie du niveau  $4^2P_{1/2}$  est très courte par rapport à la durée de vie des niveaux métastables (environ 1 s), le pompage optique vers le niveau  $3^2D_{3/2}$  est donc important. Pour un refroidissement laser adéquat et efficace il est donc primordial de recycler les ions dans le niveau  $4^2P_{1/2}$  à l'aide d'un laser.

Le refroidissement laser de l'ion calcium utilise une radiation à 397 nm pour la transition  $4^2S_{1/2}-4^2P_{1/2}$  (appelée transition bleue par la suite car située dans la partie proche UV du spectre) ainsi qu'une radiation à 866 nm pour la transition  $3^2D_{3/2}-4^2P_{1/2}$ , afin d'effectuer un repompage des ions (appelée transition rouge par la suite car située dans l'infrarouge). La transition d'horloge choisie est une transition quadrupolaire électrique (interdite en approximation dipolaire)  $4^2S_{1/2}-3^2D_{5/2}$  à 729 nm. Elle possède une largeur spectrale très fine ( $\simeq 200$  mHz). Enfin un dernier laser, à la longueur d'onde de 854 nm, sera utilisé pour coupler les niveaux  $3^2D_{3/2}$  et  $4^2P_{3/2}$ . Les longueurs d'ondes utilisées pour l'expérience se situent dans le visible ou le très proche ultraviolet et sont réalisables par des diodes laser. Ceci est l'un des avantages d'un étalon de fréquence basé sur l'ion calcium car on peut envisager un montage final d'horloge compacte. Les lasers utilisés pour notre horloge seront décrits dans la partie suivante.

### IV.1.1 Le laser de refroidissement à 397 nm

La source à 397 nm est un laser commercial *Coherent 899-21*. C'est un laser titane-saphir (Ti-Sa) en anneau doublé intra-cavité, pompé par un laser à argon d'une puissance maximale de 11 W (*Coherent Innova 310*). Le "Ti-Sa" émet dans une gamme de longueurs d'ondes variant de 700 à 1000 nm. Pour obtenir des longueurs d'onde dans le proche UV (autour de 397 nm) la fréquence fondamentale du laser Ti-Sa est doublée intra-cavité par un cristal non linéaire d'iodate de lithium ( $\text{LiIO}_3$ ). Cela permet d'obtenir plus de quelques mW de puissance de sortie à 397 nm. L'un des miroirs de la cavité laser est un coupleur de sortie à 794 nm. Une partie du faisceau fondamental est envoyée sur une cavité de référence (cavité Fabry-Perot de finesse  $F = 100$ ) stabilisée en température. La fréquence du laser est asservie sur un des modes de cette cavité via l'électronique commerciale *Coherent* fournie avec le laser. Grâce à cet asservissement, le laser à 397 nm a une largeur de raie de l'ordre de 1 MHz. De plus, en faisant varier la longueur de la cavité laser, il est possible de balayer la fréquence du laser sans saut de mode sur un intervalle de 40 GHz.

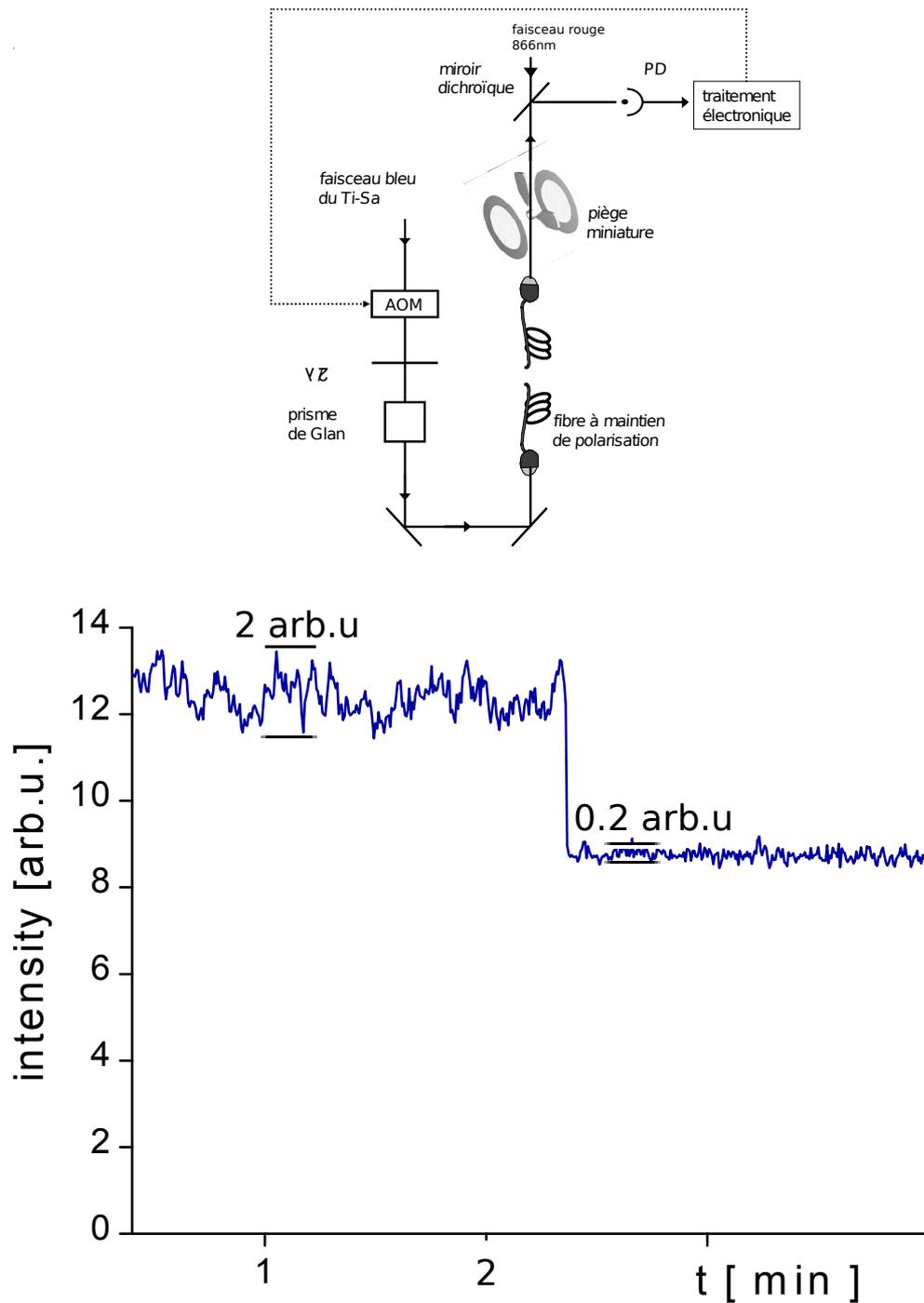


FIGURE IV.2 : En haut, schéma de montage du faisceau bleu du laser Ti-Sa avec son asservissement. AOM : modulateur acousto-optique, PD : photodiode. Les traits en pointillés représentent la retroaction électronique. En bas, puissance du laser en fonction du temps, laser asservi et laser non asservi. Les fluctuations de la puissance laser sont évaluées en mesurant la lumière diffusée par les bord du piège et collectée par un photomultiplicateur (voir le système de détection). Lorsque le laser est asservi les fluctuations du signal sont du au bruit de détection du photomultiplicateur.

Une variation lente de la température et de la pression dans le milieu amplificateur peut faire fluctuer l'intensité laser à 397nm. De plus, le passage au travers d'une fibre optique afin d'amener le faisceau laser vers les ions provoque d'importantes variations de l'intensité laser en sortie de fibre optique notamment à travers une fluctuation de la polarisation laser. En effet, le faisceau laser sera par la suite divisé en plusieurs bras à l'aide de cubes polariseurs, la fluctuation de polarisation est donc convertie en fluctuation d'intensité. La stabilisation de l'intensité du faisceau bleu s'effectue par le contrôle de l'intensité laser après le passage de l'enceinte à vide contenant le piège. Pour la contre réaction, le laser bleu passe à travers un modulateur acousto-optique (AOM<sup>a</sup>), avant d'entrer dans la fibre. On contrôle l'intensité du laser par le biais de l'amplitude de l'onde radiofréquence envoyé au cristal.

On utilise le faisceau d'ordre 0, qui traverse un prisme de Glan, avant d'être injecté dans une fibre optique à maintien de polarisation. En sortie de fibre le faisceau est focalisé au centre du piège puis dirigé vers une photodiode, ce qui permet d'avoir accès à une mesure de la puissance du faisceau bleu. Le signal délivré par la photodiode est traité par une électronique d'asservissement. Celui-ci permet d'agir sur l'AOM et d'envoyer une partie plus ou moins grande de la puissance lumineuse dans l'ordre 1 pour réguler la puissance sur l'ordre 0 grâce à un montage comprenant un comparateur et un intégrateur. Le montage est représenté sur la figure IV.2.

### IV.1.2 Le laser repompeur à 866 nm

Le laser repompeur utilisé dans notre dispositif expérimental est une diode laser (*SDL5402*) montée en cavité étendue réalisée au sein du laboratoire [92, 93, 94]. Les performances requises pour ce laser sont une largeur spectrale et une stabilité à long terme inférieures à la largeur naturelle de la transition  $4^2P_{1/2}-3^2D_{3/2}$ , qui est d'environ 1,7 MHz [90], afin de toujours rester en résonance avec l'ion. C'est pourquoi il est nécessaire de stabiliser la fréquence du laser.

La première étape pour l'asservissement de ce laser consiste à monter la diode en cavité étendue. En effet, un des inconvénients d'une diode laser est d'avoir une faible réflectivité de ses faces, ce qui entraîne une faible finesse de la cavité optique de la diode laser [95]. De plus la faible longueur de sa cavité interne implique un intervalle spectral libre important. Les deux effets combinés font que la diode a une largeur de raie importante (au minimum 10 MHz). Pour des raisons techniques on ne peut asservir directement la diode laser sur une cavité externe afin de réduire son intervalle spectral libre. On diminue donc une première fois l'intervalle spectral libre en utilisant un montage en cavité étendue. Cette méthode utilise la sensibilité de la diode au retour de la lumière ("feedback" optique). Dans notre cas nous utilisons un réseau de diffraction en configuration Littrow (voir la figure IV.3). L'ordre un diffracté est renvoyé sur la diode, tandis que l'ordre 0 est dirigé vers l'extérieur. La nouvelle cavité est formée par le réseau et la face arrière de la diode. La cavité optique étant plus longue nous obtenons un intervalle libre plus réduit et donc une largeur de raie plus fine.

L'angle  $\alpha$ , que fait le réseau avec le faisceau optique issu de la diode et la longueur de la cavité (modifiée grâce à une cale piézoélectrique) sont deux paramètres supplémentaires permettant de fixer la longueur d'onde d'émission de la diode. En cavité étendue, la largeur de raie typique d'une diode monomode est d'environ 1 MHz et la variation de fréquence peut s'effectuer

---

<sup>a</sup>. L'AOM utilisé est un modèle *AA.MT.110/A1.5@400nm* (Optoélectronique), travaillant à une fréquence de 110 MHz.

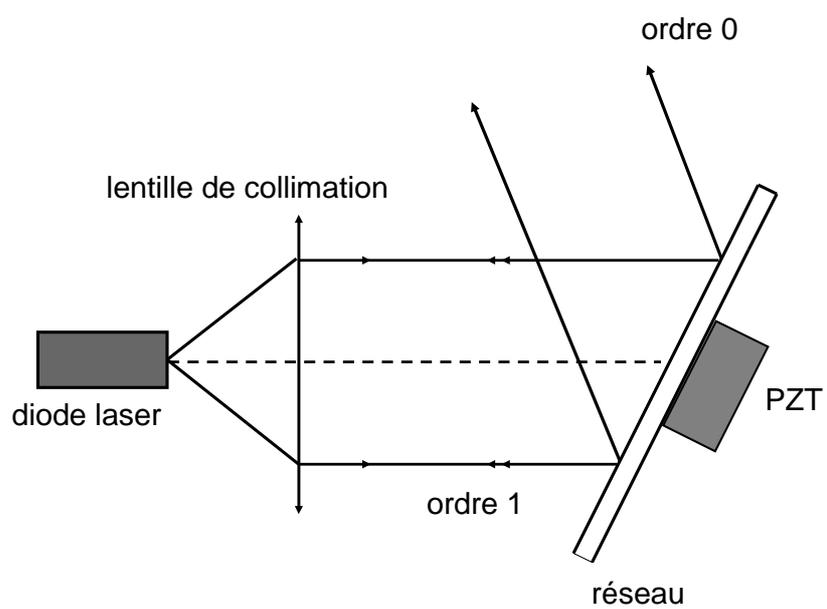


FIGURE IV.3 : Montage d'une diode en cavité étendue en configuration Littrow. PZT : piézoélectrique.

de manière continue sur plusieurs mégahertz. De plus, mettre une diode en cavité étendue permet de la rendre monomode si elle ne l'était pas. La longueur d'onde émise dépendant de l'énergie de gap, celle-ci est très sensible à la température, il faudra donc aussi la stabiliser en température.

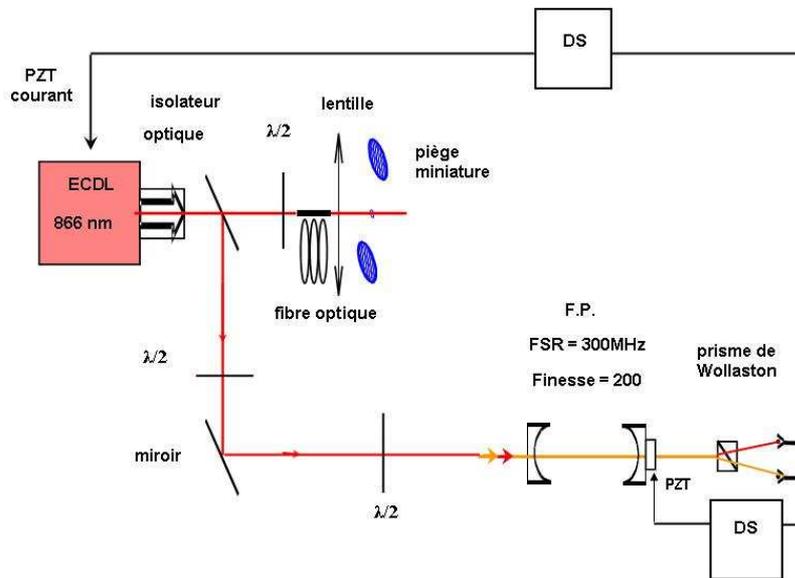


FIGURE IV.4 : Montage d'asservissement en fréquence du laser repompeur. CP : cube polariseur, DS : détection synchrone, PZT : piézoélectrique, FP : cavité Fabry-Perot. Trait plein : trajet optique, Trait pointillé : correction électronique.

La deuxième étape est la stabilisation de la diode laser montée en cavité étendue sur une cavité de référence Fabry-Pérot (voir le chapitre III). Le but de l'asservissement de fréquence d'un laser sur une cavité consiste à réduire les fluctuations de fréquences entre le laser et un mode de la cavité, ce qui aura pour effet de diminuer la largeur de raie du laser et de réduire sa dérive de fréquence au cours du temps. Le faisceau laser à 866 nm passe par un isolateur optique (isolation optique double étage : *Gsänger DLI-1*) qui est suivi d'une lame séparatrice (voir le schéma de la figure IV.4). Ce faisceau transmis est envoyé vers le piège via une fibre optique. Le faisceau réfléchi est envoyé à travers une cavité de référence dont la partie transmise est dirigée vers une photodiode. Le signal est alors modulé et filtré par une détection synchrone commerciale DS 2 (*Lec Airtonic*). La correction est scindée en une partie "basse-fréquence" envoyée vers la cale piézoélectrique de la cavité étendue de la diode à 866 nm, tandis que la partie "haute-fréquence" est envoyée vers l'entrée "modulation" d'intensité de la diode laser. Les fluctuations instantanées de fréquence du laser sont ainsi réduites à moins de 500 kHz (mesuré par autocorrélation [93]).

### IV.1.3 Le laser à 854 nm

Le laser repompeur à 854 nm est une diode laser montée au sein du laboratoire [92, 93, 94]. Tout comme le laser repompeur à 866 nm, elle possède deux étages d'asservissement afin de réduire la largeur spectrale du faisceau et bien définir sa fréquence. Elle est montée en cavité étendue et il y a deux étages de stabilisation thermique, un sur la plaque de base et un sur la diode elle-même. Les qualités spectrales requises pour ce laser étant du même ordre que celles du laser à 866 nm (largeur de la transition  $\sim 1,6$  MHz [95]), le laser est asservi sur la même cavité que pour l'asservissement du laser à 866 nm. À l'heure actuelle, l'efficacité de pompage du faisceau laser est telle que nous n'utilisons pas l'asservissement sur la cavité de référence.

### IV.1.4 Le laser d'horloge à 729 nm

Le laser d'horloge utilisé actuellement est un laser Ti-Sa (dont la cavité en anneau est dans un plan horizontal, assurant ainsi une stabilité mécanique) pompé par un laser Néodyme-YAG (Nd : YAG Verdi de Coherent) de classe 4, doublé en fréquence et délivrant une puissance de 5 W. Le laser a été réalisé au sein du laboratoire sur le modèle d'un autre laser Titane-saphir conçu par F. Biraben [96]. Nous verrons au cours de ce chapitre que ce laser nécessite de très nombreux asservissements afin de pouvoir sonder la transition d'horloge. Le laser ainsi que les asservissements feront l'objet d'un chapitre à part entière (voir le chapitre V).

## IV.2 Premier dispositif expérimental

Durant ma première année de thèse j'ai travaillé sur le dispositif expérimental qui était en place depuis plusieurs années [92]. Les premières spectres de l'ion calcium sur la transition  $4^2S_{1/2}-3^2D_{5/2}$  ont ainsi été réalisés. Toutefois, de nombreuses limites techniques, notamment l'obtention du régime de Lamb-Dicke, nous ont contraints à changer de dispositif expérimental. Cette partie est consacrée à la présentation du dispositif expérimental, au protocole d'interrogation utilisé pour la réalisation du spectre de l'ion ainsi qu'aux premiers résultats obtenus.

### IV.2.1 Le piège de Paul

Afin de pouvoir résoudre facilement le spectre de bandes latérales du mouvement de l'ion, il est important que les fréquences du mouvement  $\omega_u/2\pi$  soient aussi élevées que possible. Typiquement, les fréquences de mouvement que l'on cherche à atteindre sont de l'ordre du MHz. À cause de la grande capacité électrique du dispositif, une telle fréquence ne peut être appliquée qu'à une structure de petites dimensions (de l'ordre du millimètre), sachant que des amplitudes de plusieurs centaines de volts sont nécessaires pour le confinement stable des ions. Autour de ces dimensions il est difficile de donner des formes hyperboloïdes aux électrodes. De plus, des structures fermées telles que les pièges de Paul idéaux ne sont pas bien adaptées au passage des faisceaux laser. En tenant compte de ces différentes considérations il a été décidé d'utiliser le piège de Paul-Straubel qui présente une structure plus ouverte que le piège de Paul idéal (voir figure IV.5) [80].

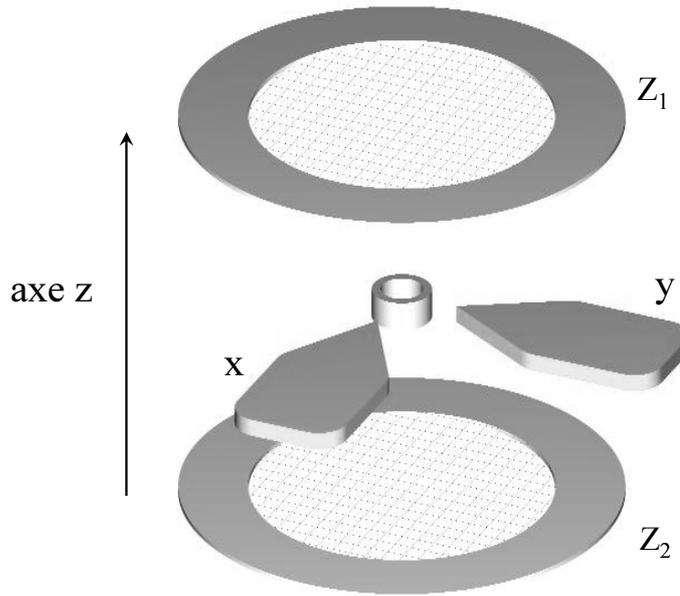


FIGURE IV.5 : Piège quadrupolaire à symétrie de révolution autour de l'axe  $z$  [92].

Ce piège se présente sous la forme d'un anneau cylindrique de rayon intérieur  $r_0 = 0,7$  mm, pour un rayon extérieur de 1 mm et de hauteur totale de 0,85 mm. Il est entouré de deux électrodes de compensation circulaires à une distance de 5,5 mm du centre du piège. Ces électrodes forment des anneaux plats 11 mm de diamètre intérieur, recouverts d'une grille métallique transmettant 86% de la lumière. Toutes les pièces sont en molybdène pour éviter d'éventuels effets engendrés par des champs magnétiques rémanents. Dans le plan de l'anneau deux électrodes de compensation en cuivre (appelées  $x$  et  $y$ ), pointant dans deux directions orthogonales, ont été ajoutées. Portées à des potentiels continus les quatre électrodes de compensation créent des champs électriques statiques qui permettent de déplacer le minimum du potentiel au centre géométrique du piège et déplacent ainsi l'ion. Les quatre électrodes ( $x$ ,  $y$ ,  $Z_1$  et  $Z_2$ ) permettent ainsi de localiser l'ion autour d'une position moyenne où l'amplitude de son mouvement est minimale (L'excès de micromouvement est nul,  $D_u=0$ , voir l'équation III.13). La tension de confinement est appliquée sur l'anneau. La tension alternative est créée par un générateur de fréquence (*Hewlett Packard HP33120A*). Il délivre quelques centaines de millivolts (typiquement  $40 \text{ mV}_{rms}$ ) qui sont amplifiés par un amplificateur de puissance. La sortie de celui-ci est appliquée au circuit primaire d'un transformateur dont le secondaire est accordé sur  $\Omega/2\pi = 11,57$  MHz, fréquence de confinement des ions. Afin de calibrer la tension du piège  $V_{AC}$  à la tension du générateur  $V_{HP}$ , la tension après un tour sur le circuit secondaire du transformateur est mesurée. En lui appliquant un facteur multiplicatif de 12 (nombre de spires du secondaire) on peut estimer la valeur de  $V_{AC}$ .

Le potentiel d'un tel piège est similaire à celui du piège idéal dans un volume restreint autour du centre de l'anneau. Afin de garder la définition des paramètres de stabilité  $a_u$  et  $q_u$  du

piège de Paul-Straubel compatible avec le piège idéal il faut introduire un facteur de perte dans les relations III.7 et III.8 :

$$a_u^{PS} = \frac{a_u^P}{L_u} \quad \text{et} \quad q_u^{PS} = \frac{q_u^P}{L_u} \quad (\text{IV.2})$$

où  $a_u^{PS}$  et  $q_u^{PS}$  sont les paramètres de stabilité pour le piège de Paul-Straubel et  $a_u^P$  et  $q_u^P$  les paramètres pour le piège de Paul idéal. Le piège de Paul utilisé a été caractérisé par l'équipe en 2001 [80] à une fréquence de confinement  $\Omega/2\pi = 11,57$  MHz. La première zone du diagramme de stabilité de notre piège a pu être caractérisée jusqu'à  $\beta_z = 1/2$ . Les facteurs de perte correspondant ont été mesurés [80] :  $L_z = 7,8 \pm 0,2$  et  $L_x = 7,05 \pm 0,05$ . Par exemple pour les valeurs actuelles de tension de confinement  $V_{AC} = 541$  V<sub>RMS</sub> et de fréquence  $\Omega/2\pi = 11,57$  MHz les fréquences séculaires ont été calculées et valent :

$$\frac{\omega_z}{2\pi} \simeq 1,24 \text{ MHz} \quad \frac{\omega_x}{2\pi} \simeq 0,65 \text{ MHz} \quad (\text{IV.3})$$

Pour quantifier expérimentalement la valeur de ces fréquences on a observé le spectre de mouvement des ions. Lorsqu'on applique une tension alternative de petites amplitudes à la fréquence de mouvement de l'ion, sur une électrode de compensation, l'ion peut absorber l'énergie de l'onde augmentant son énergie cinétique, entraînant une diminution de la densité du nuage et une augmentation de la largeur spectrale de la transition (augmentation de l'effet Doppler). Le laser n'est plus en résonance avec le maximum d'intensité de la transition atomique ce qui implique que le nombre de photons réémis par émission spontanée (signal de fluorescence) diminuera (voir la partie IV.9). Ce spectre est effectué sur un nuage de plusieurs ions. Les résultats obtenus sont représentés sur le graphique de la figure IV.6.

On peut voir que plusieurs fréquences interagissent avec le mouvement de l'ion. Il s'agit d'effets d'anharmonicité dus aux nombres d'ions présents dans le piège [80]. Les fréquences de mouvement que l'on trouve sont :

$$\frac{\omega_z}{2\pi} \simeq 1,1 \text{ MHz} \quad \frac{\omega_x}{2\pi} \simeq 0,70 \text{ MHz} \quad (\text{IV.4})$$

## IV.2.2 La création des ions

Les ions sont obtenus par ionisation d'atomes de calcium par bombardement électronique. Un four contenant du calcium est chauffé afin d'évaporer les atomes de calcium. Ce four est constitué d'un petit tube de tantale de 2 cm de long et de 3mm de diamètre, soudé au point sur un fil de tungstène, dans lequel on fait passer un courant pour chauffer le four (on observe une évaporation pour typiquement 4 W de puissance électrique traversant le filament). Un canon à électrons permet l'ionisation des atomes de calcium directement au centre de l'anneau. Il est constitué d'un filament de tungstène chauffé par un courant (typiquement 0,5 A) et polarisé à -10 V. Les circuits de chauffage du four et du canon à électrons sont commandés par des relais électromagnétiques.

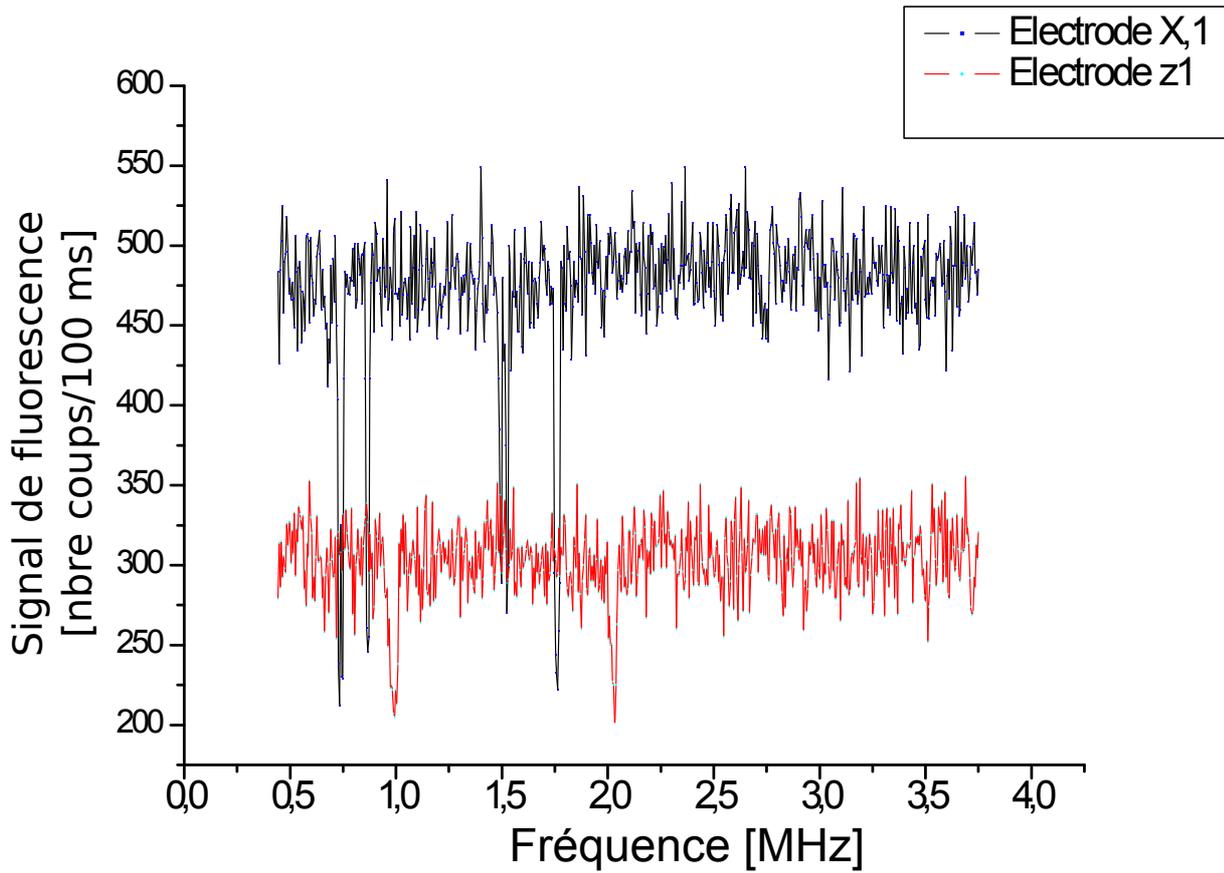


FIGURE IV.6 : Spectre de mouvement de l'ion. En rouge  $\omega_z$  (dessous) et en bleu  $\omega_x$  (dessus).

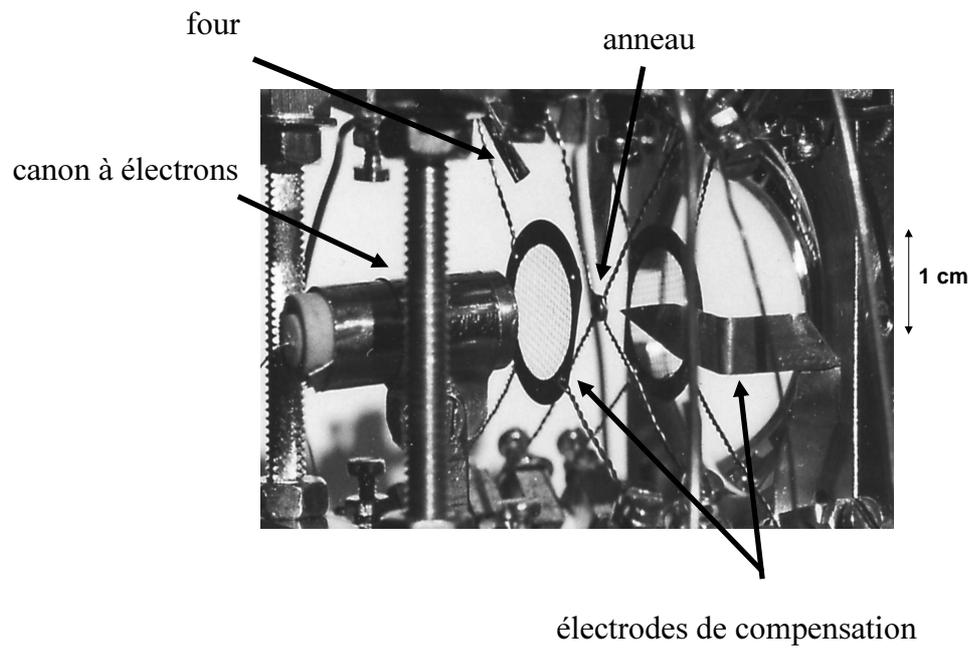


FIGURE IV.7 : Photo du piège, des électrodes de compensation, du canon à électrons et du four. Cette photo de l'intérieur de l'enceinte, montre les éléments renversés (haut en bas et bas en haut) par rapport à leur place dans l'enceinte à vide.

### IV.2.3 Enceinte à vide

Le four, le piège et le canon à électrons sont placés dans une enceinte ultra-vide en inox de 2,5 l pompée en permanence par une pompe ionique de 100 l/s. Le pré-vidage est réalisé par une pompe turbo-moléculaire (*Varian Turbo-V70LP*) montée en série avec une pompe primaire à palettes (*Varian SD-40*). Une vanne d'isolation permet de séparer l'enceinte des pompes de pré-vidage et une vanne de fuite permet d'introduire du gaz tampon. La pression est mesurée par une jauge Bayard-Alpert (*Granville-Phillips GU21IR*) et un spectromètre de masse (*Balzers QMGO64*) permet de mesurer les pressions partielles des différents gaz. Le vide obtenu est de quelques  $10^{-10}$  mbar. La figure IV.7 montre l'intérieur de l'enceinte à vide. On y voit le piège, les électrodes de compensation, le four et le canon à électrons. Dans notre dispositif expérimental le champ magnétique local est contrôlé par trois paires de bobines de Helmholtz, orthogonales entre elles, qui entourent l'enceinte à vide. Les bobines ont été conçues afin de pouvoir réaliser un champ magnétique de 3 Gauss dans chaque direction de l'espace, avec une inhomogénéité de  $1 \mu\text{G}/\text{mm}$ .

### IV.2.4 Injection des faisceaux lasers dans le piège

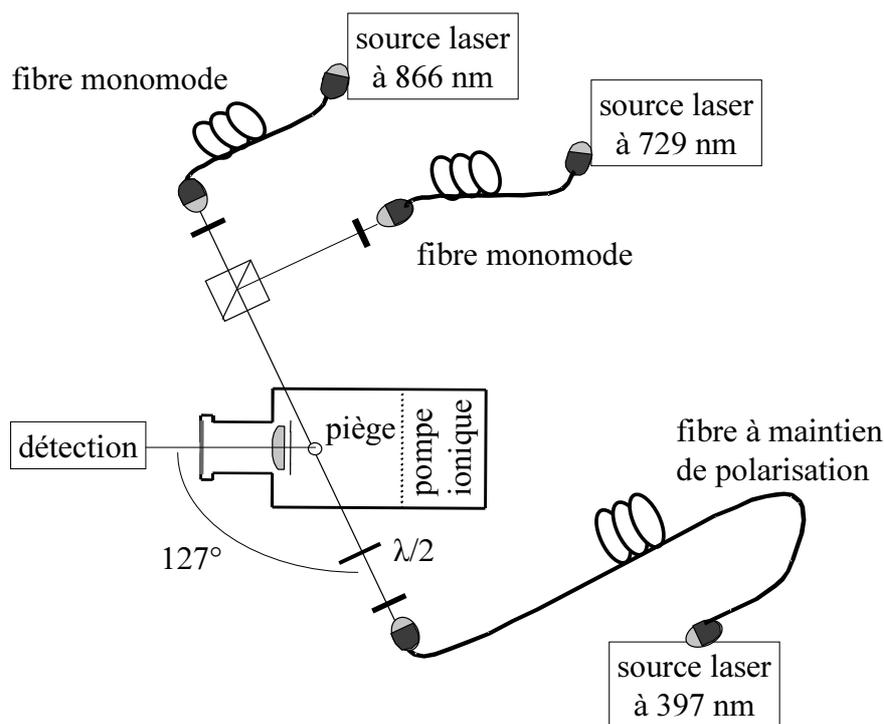


FIGURE IV.8 : Injection des faisceaux lasers dans le piège.

Les trois faisceaux lasers de l'expérience sont injectés dans des fibres optiques qui les amènent à l'entrée de l'enceinte à vide, ce qui permet d'avoir une très bonne stabilité de pointé des faisceaux dans le piège. Le montage est représenté sur la figure IV.18.

Le faisceau à 397 nm est injecté dans une fibre à maintien de polarisation de 10 m de longueur, dont la polarisation en sortie de fibre est verticale. Cette fibre "bleue" est montée sur une platine de translation permettant de modifier finement la direction et le point de focalisation dans le piège (avec une précision meilleure que le micron). En sortie de fibre, le faisceau traverse un objectif d'ouverture numérique 0,2, un achromat de focale  $f=50$  mm puis une lame  $\lambda/2$ . L'entrée dans l'enceinte se fait à travers une fenêtre en verre sous angle de Brewster pour la polarisation verticale. Le faisceau bleu arrive sur l'anneau sous un angle de  $53^\circ$  par rapport à l'axe z. Le faisceau bleu est focalisé dans le piège avec un waist de  $20 \mu\text{m}$  de diamètre. Malgré cela, le faisceau touche légèrement les bords de l'anneau ce qui induit de la lumière diffusée gênante pour la détection (voir la section IV.9).

Les faisceaux laser 866 nm, 854 nm et 729 nm sont injectés dans l'enceinte par le côté opposé. Les deux faisceaux lasers infrarouges (866 nm et 854 nm) arrivent dans le piège par la même fibre optique monomode à maintien de polarisation de 10 m de longueur. La sortie de fibre est montée sur un objectif réglable en position et en focalisation. Le faisceau passe à travers un cube polariseur (polarisation horizontale) puis est injecté dans le piège à travers une fenêtre en verre sous incidence de Brewster. Le laser d'horloge est quant à lui injecté dans une fibre monomode à maintien de polarisation de 10 m de long. Sa sortie est placée devant un objectif, le tout maintenu sur une platine de translation, permettant de régler la position et la focalisation du piège. Après réflexion sur le cube polariseur, le faisceau à 729 nm est injecté à travers la même fenêtre que les faisceaux infrarouges. Les trois faisceaux sont focalisés dans le piège avec un waist de  $40 \mu\text{m}$ .

Tous les faisceaux lasers sont réglés pour être superposés et focalisés au centre du piège miniature. Ces réglages sont très critiques puisqu'il faut superposer les trois waists à cette même position. Le réglage de l'injection des faisceaux de refroidissement (397 nm et 866 nm) peut être affiné en optimisant le rapport signal sur bruit de la fluorescence des ions, en jouant sur la position et la focalisation des faisceaux lasers correspondants. L'injection du faisceau à 729 nm est affinée en optimisant le pompage optique des ions vers le niveau  $D_{5/2}$ .

### IV.2.5 Détection du signal ionique

Le système de détection recueille la lumière de fluorescence émise par les ions lors du refroidissement laser. Il est représenté sur la figure IV.9 Une lentille asphérique ( $f=25$  mm,  $\Phi=32,5$  mm) est fixée derrière l'une des deux grilles (faisant office d'électrodes  $Z_1$ ) à l'intérieur de l'enceinte, pour collecter les photons de fluorescence, elle donne une image de l'anneau 50 mm à l'extérieur de l'enceinte. La lentille de collection est placée à l'intérieur de l'enceinte afin de réduire la distance lentille-piège et d'augmenter l'angle solide de collection des photons. L'image des ions, centrée sur l'image de l'anneau, est focalisée dans le plan focal d'une lentille de distance focale de 75 mm. À cet endroit est placé un interrupteur optique dont le diaphragme d'ouverture est réglé pour éliminer la lumière parasite diffusée par les bords de l'anneau et ne garder que la lumière émise par les ions. Un système séparateur réglable permet d'envoyer l'image ainsi obtenue sur deux bras différents. La figure IV.9 schématise le système de détection utilisé.

La lumière transmise par le séparateur est reprise par une lentille de focale  $f = 80$  mm, dont l'image est réduite par un diaphragme, puis filtrée (filtre bleu en verre : *Spindler & Hoyer GB14*). Ce filtre élimine 90% du rayonnement infrarouge et transmet 96% de lumière bleue.

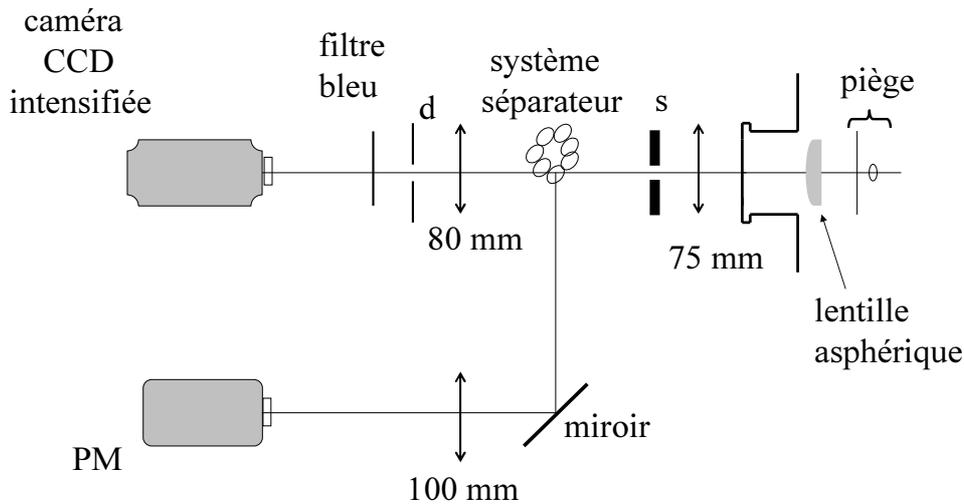


FIGURE IV.9 : Système de détection. *d* : diaphragme, *s* : shutter : interrupteur optique.

L'image obtenue est reformée sur une caméra CCD intensifiée (*Photonic Science Isis 4*) ce qui nous permet d'avoir un contrôle visuel sur les ions. Le rendement quantique de la caméra est maximal dans le bleu et la taille de la cellule photosensible est de  $6,9 \times 7,2 \text{ mm}^2$  pour une image de  $756 \times 581$  pixels. Le signal fourni est ensuite traité informatiquement par le logiciel *Photolite*. La figure IV.10 représente un nuage d'ions dans le piège lorsque le diaphragme de l'interrupteur optique est ouvert : on observe la lumière diffusée par les bords du piège. Le diaphragme est ensuite fermé afin d'obtenir une image nette du nuage (figure IV.10).

La lumière réfléchiée par la séparatrice est reprise par un miroir puis par une lentille de focale 100 mm. L'image des ions est ainsi formée sur un photomultiplicateur (PM *Hamamatsu H-4730*), utilisé en mode comptage de photons avec un rendement quantique de  $\eta = 0,2$ . Le signal fourni par le PM est envoyé vers un ordinateur équipé d'une carte d'acquisition (*NI PCI-MIO-16E-4*). Les données sont ensuite traitées à l'aide d'un logiciel développé en *Labview* qui compte le nombre d'impulsions TTL fournies par le photomultiplicateur (nombres de photons) pendant une durée fixe et contrôle l'ensemble des paramètres de l'expérience (fréquence du laser de refroidissement, fréquence du laser d'horloge, le four ...).

Le système séparateur qui divise la détection en deux parties possède trois positions différentes. La première position divise l'image de l'ion en deux parties de proportions identiques 50/50. Nous utilisons cette partie pour la création des ions, afin de disposer à la fois d'un contrôle visuel et d'un contrôle quantitatif sur le signal ionique. La deuxième position transmet 10% de la lumière et réfléchit 90% de la lumière. Enfin la dernière position, qui est un miroir, réfléchit 100% de la lumière. Cette dernière position est utilisée pour réaliser la plupart des expériences car elle nous permet d'obtenir le plus fort signal sur le PM. Lorsque toute la fluorescence est envoyée vers le photomultiplicateur, un signal de 10000 coups/s pour un ion unique est typique-

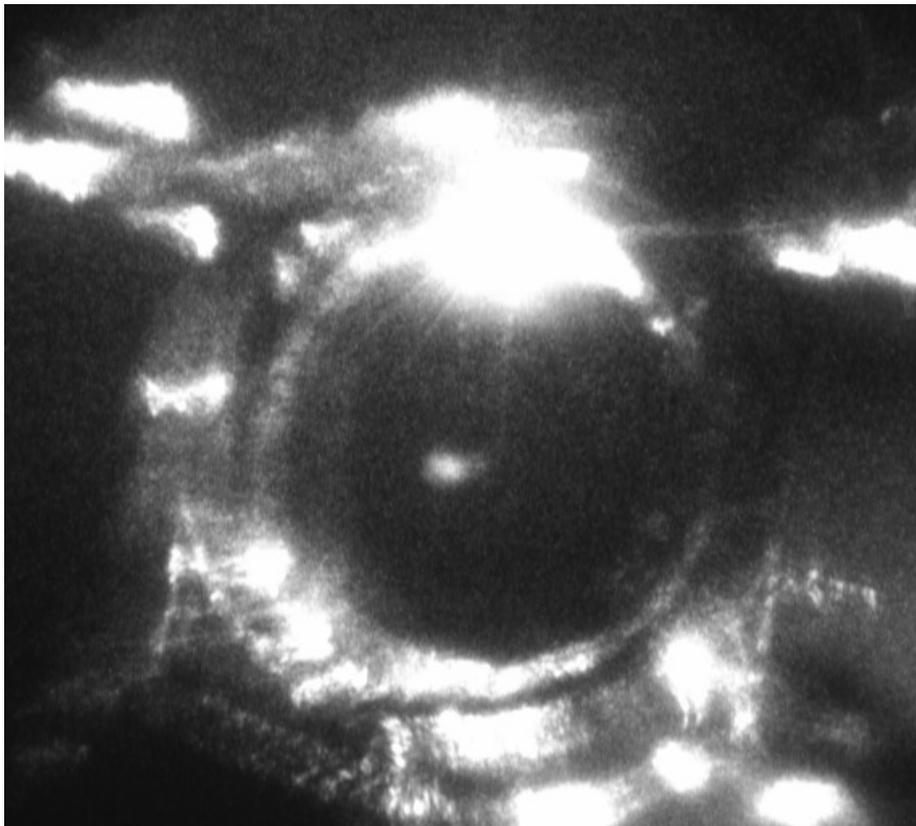


FIGURE IV.10 : Image du piège et du nuage d'ion réalisée par l'optique de détection.

ment obtenu. La lumière parasite (fond continu sans la présence des ions) possède un niveau typique de 1000 coups/s pour une puissance laser de  $10 \mu\text{W}$ .

La qualité du système de détection dépend fortement des propriétés optiques de la lentille de collection qui se trouve dans l'enceinte. Cette lentille possède l'avantage d'avoir un grand angle d'ouverture afin de collecter un maximum de signal de fluorescence. Mais elle a le désavantage d'être de qualité optique médiocre, ce qui limite la résolution de la détection spatiale sur la caméra. Nous verrons dans la suite de ce chapitre que nous avons changé la lentille de collection par un objectif de microscope dans le deuxième montage expérimental.

## IV.2.6 Protocole expérimental

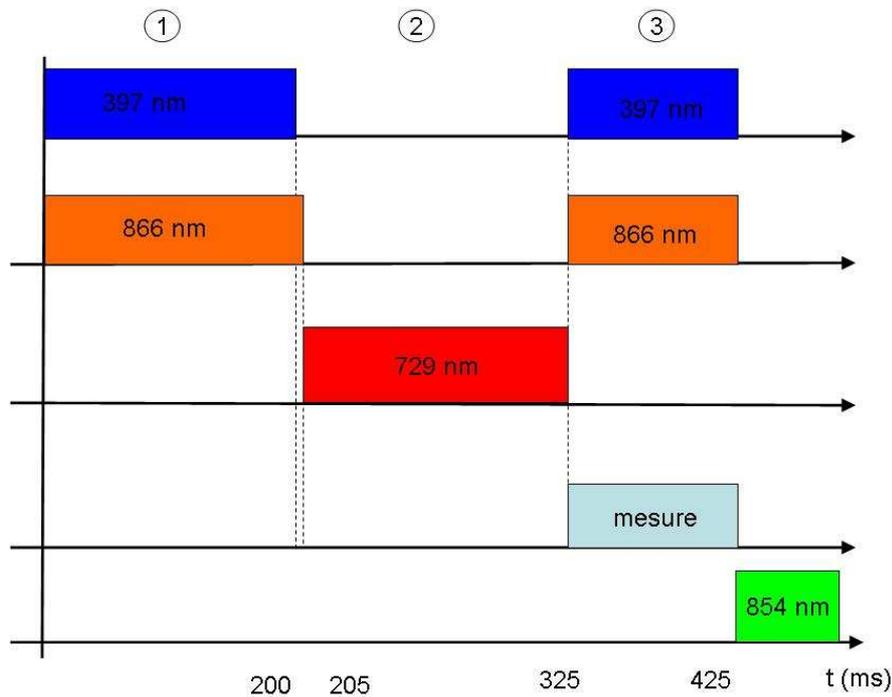


FIGURE IV.11 : Séquence de mesure du spectre de bandes latérales. Étape 1 refroidissement de l'ion et préparation dans l'état  $S_{1/2}$ . Étape 2 : interrogation de l'ion avec le laser d'horloge. Étape 3 mesure du signal de fluorescence. La dernière étape consiste à allumer le laser à 854 nm pour remettre l'ion dans l'état fondamental à travers l'état  $P_{3/2}$ .

Après avoir créé un nuage d'ions il est indispensable de les refroidir et d'en réduire le nombre afin d'éliminer toute interaction entre les ions pouvant élargir la transition d'horloge.

Pour réaliser le spectre de bandes latérales la technique des sauts quantiques est employée. Il s'agit de réaliser un histogramme du nombre de sauts quantiques en fonction de la fréquence du laser d'horloge. Si le laser d'horloge est en résonance avec l'ion unique, le signal de fluorescence devient binaire. Soit l'ion se trouve dans le cycle de refroidissement et émet des photons à 397

nm (état haut) soit l'ion est dans l'état  $3D_{5/2}$  et le signal de fluorescence est "bas". La statistique du nombre de sauts est liée au désaccord entre la fréquence du laser et la transition atomique. Afin de pouvoir compter ces sauts il faut pouvoir distinguer les niveaux "haut" et "bas" ce qui va définir le temps de mesure minimal de notre expérience.

Pour ne pas élargir le spectre de bandes latérales il faut éviter tout couplage du niveau métastable avec d'autres niveaux atomiques de l'ion. Pour cette raison l'interrogation de l'ion par le laser d'horloge sera faite en quatre étapes bien distinctes, de façon séquentielle. La figure IV.11 représente cette séquence.

Dans un premier temps on allume les lasers du cycle de refroidissement. On interrompt en premier le laser à 397 nm puis le laser à 866 nm afin de préparer l'ion dans l'état  $4s_{1/2}$ . La deuxième étape consiste à appliquer le laser d'horloge pour exciter l'ion dans le niveau  $3D_{5/2}$ . La troisième étape consiste à allumer de nouveau les lasers du cycle de refroidissement afin de mesurer le signal de fluorescence. La durée de cette étape est déterminante pour distinguer le niveau haut du niveau bas (voir plus haut) car elle détermine le taux de fluorescence détecté. Enfin la dernière étape consiste à allumer le laser à 854 nm afin de repomper l'ion dans le cycle de refroidissement et accélérer le temps de mesure. Le temps de mesure est la somme du temps de chaque étape multipliée par le nombre de mesures faites afin d'avoir une bonne statistique.

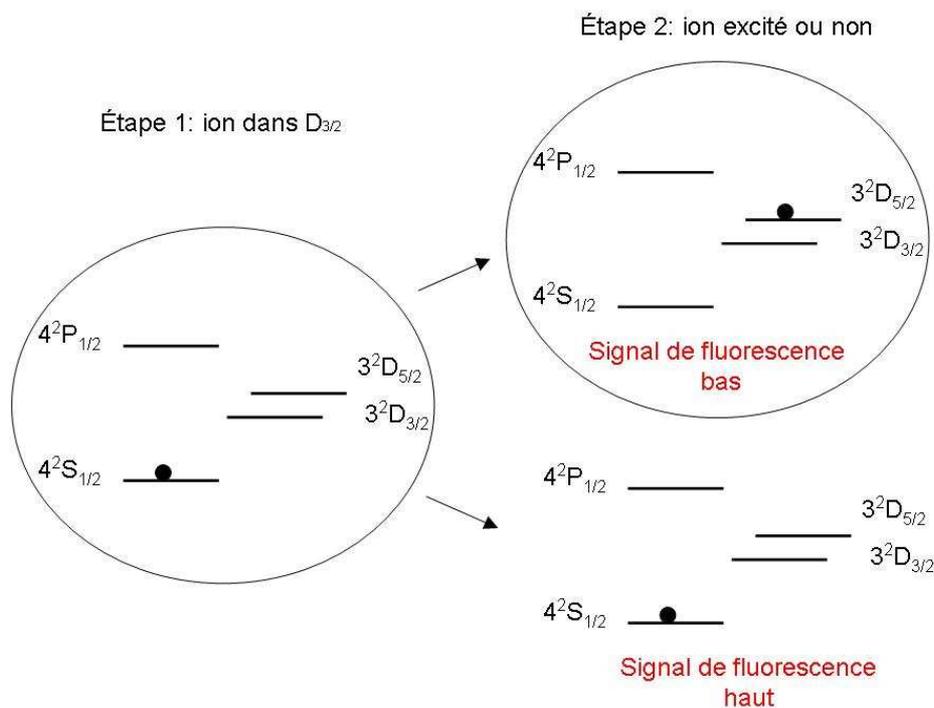


FIGURE IV.12 : Représentation schématique des deux possibilités du comportement de l'ion.

Expliquons à l'aide des schémas de la figure IV.12 le comportement de l'ion au cours de la séquence. Après l'étape 1 l'ion se trouve nécessairement dans l'état  $4s_{1/2}$ . Lorsque le laser d'horloge est appliqué l'ion peut soit passer dans l'état métastable  $3D_{5/2}$  soit rester dans l'état fondamental. Une fois le laser d'horloge éteint on effectue la mesure du signal de fluorescence.

Si l'ion est resté dans l'état fondamental le niveau de fluorescence sera "haut". Si l'ion est dans l'état métastable la fluorescence sera dans le niveau "bas" et on comptera +1 pour l'histogramme (correspond au cas entouré dans le schéma). De plus dans ce cas, pour réduire le temps du cycle d'interrogation on allume le laser à 854 nm afin de repomper l'ion dans le cycle de refroidissement et ne pas attendre qu'il se désexcite naturellement ( $\tau = 1s$ ). Nous pourrions ainsi reconstruire le spectre de la transition, en effectuant la statistique du nombre de sauts quantiques pour chaque point de fréquence.

La mesure d'un saut quantique nécessite 400 ms. Afin de faire la statistique de sauts quantiques pour une fréquence du laser d'horloge nous allons donc renouveler cette expérience 100 fois. Il est nécessaire que la fréquence du laser d'horloge soit stable durant le temps de mesure pour que l'expérience ne soit pas faussée. De plus la largeur de la transition atomique est de  $\Delta\nu = 200$  MHz, le laser d'horloge doit donc posséder une qualité spectrale au moins équivalente.

## IV.2.7 Résultat et limites de ce dispositif

Dans un premier temps nous avons effectué des mesures avec un pas sur la fréquence du laser de 1 MHz. On a effectué une statistique sur 100 interrogations pour chaque point de fréquence. Le désaccord du laser d'horloge avec la transition atomique a été balayé de  $-30$  MHz à 30 MHz. Le premier spectre obtenu est représenté sur le graphique de la figure IV.14.

Les courbes ont été ajustées avec des gaussiennes pour s'assurer qu'il s'agissait bien des bandes latérales du micromouvement. Nous trouvons alors pour les bandes latérales des fréquences de 10,5 MHz ce qui ne correspond pas à la fréquence de confinement de l'ion. On discutera des phénomènes pouvant expliquer ce problème dans la section suivante.

Un fois le premier spectre obtenu, on a souhaité réduire l'excès du micromouvement en utilisant les bandes latérales présumées résolues. En effet l'amplitude des bandes latérales est liée à l'amplitude du mouvement de l'ion dans le piège [45]. Notamment les "premières" bandes du micromouvement sont modulées en amplitude par  $J_{\pm 1}^2(k_L D_u)$ , où  $k_L$  est le vecteur d'onde du laser et  $D_u$  l'excès du micromouvement. La réduction de celui-ci en utilisant le spectre de bandes latérales s'effectue en deux étapes. Le spectre de bandes latérales étant symétrique, la première consiste à réaliser un demi spectre (coté droit du spectre par exemple) alors que la deuxième consiste à identifier les bandes latérales du micromouvement afin d'utiliser leurs amplitudes pour sonder l'excès de micromouvement. Nous allons utiliser au moins trois points de mesure afin de réaliser cette expérience. Le premier point correspond à la bande centrale, le deuxième à la première bande latérale du micromouvement, et les autres points sont intermédiaires entre les deux précédents. On trace alors le rapport entre les amplitudes des trois derniers points et l'amplitude de la bande centrale, en fonction des tensions de confinements. Les résultats obtenus sont illustrés sur les graphiques de la figure IV.13.

Pour avoir un micromouvement minimal il faut se placer sur une valeur de tension correspondant aux minima des différentes courbes, ici  $-17$  V pour l'électrode de compensation  $y$ . Le micromouvement réduit, on peut alors espérer atteindre le régime de Lamb-Dicke. Un spectre de refroidissement de l'ion est ensuite réalisé afin de mesurer la largeur Doppler de la transition et vérifier la réduction du mouvement de l'ion. Une amélioration de la largeur spectrale est ainsi constatée (on passe de  $\Delta\nu = 60$  MHz à  $\Delta\nu = 40$  MHz) confirmant notre hypothèse. Toutefois, la réalisation d'un nouveau spectre de bandes latérales, dont la largeur spectrale est aussi grande

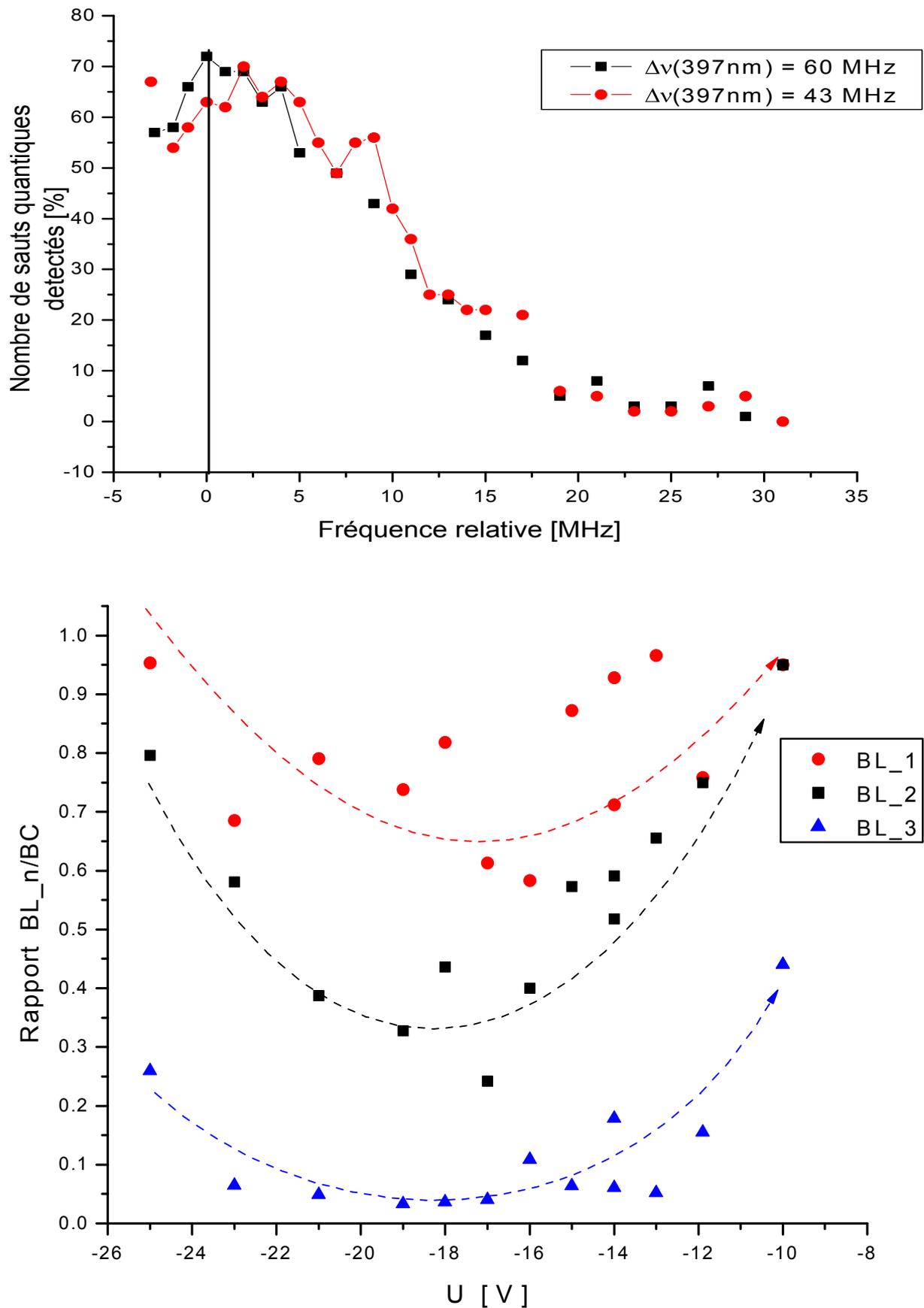


FIGURE IV.13 : En haut : demi spectre de bandes latérales. En bas : Rapport entre l'amplitude des bandes latérales et l'amplitude de la bande centrale en fonction de la tension de confinements de l'électrode y. Les courbes en pointillés sont là pour aider l'oeil à suivre la véritable courbe et n'ont aucune prétention d'ajustement.

que sur les premiers spectres réalisés, ne nous permet pas de dire que nous nous trouvons dans le régime de Lamb-Dicke.

En effet, d'autres séries de mesure sont réalisées, en augmentant la résolution de notre spectre afin de résoudre les bandes du macromouvement et voir si l'on a atteint le régime de Lamb-Dicke. Les spectres de bandes latérales sont réalisés avec un pas en fréquence sur l'ion de 200 kHz. Les résultats obtenus sont représentés sur la figure IV.14. Deux séries de mesures ont été faites, la première avec une puissance de laser d'horloge en sortie de piège de l'ordre de  $30 \mu\text{W}$  et la deuxième avec une puissance de l'ordre de  $2 \mu\text{W}$ . L'influence de la puissance du laser d'horloge sur le spectre de l'ion est ainsi mise en évidence, notamment à travers le phénomène de saturation. En effet il y a une diminution de la largeur du spectre de réponse de l'ion lorsque la puissance laser est réduite. Malgré la réduction de l'effet de saturation, le spectre réalisé ne permet pas une identification précise des bandes du micromouvement et macromouvement de l'ion. En effet le spectre possède une largeur de  $\Delta\nu \simeq 20 \text{ MHz}$ .

Les résultats obtenus et les résultats théoriques (ou les résultats obtenus par d'autres équipes sur le même ion [97]) sont différents. Nous ne sommes notamment pas capable de distinguer les bandes correspondant au macromouvement (de fréquence  $\omega_u$ ). L'une des premières hypothèses pouvant expliquer les spectres réalisés concerne la stabilité en fréquence des lasers et notamment du laser d'horloge. En effet, on utilise pour couper le faisceau du laser d'horloge un interrupteur optique mécanique, qui introduit lors de sa fermeture ou de son ouverture des bruits mécaniques influençant de manière néfaste les asservissements de fréquences, pouvant même aller jusqu'à une perte de l'asservissement. L'expérience doit alors être réinitialisée, et nécessite de pouvoir retrouver les mêmes paramètres de fonctionnement. En effet, la fréquence du laser d'horloge est asservie sur une cavité de référence dont la longueur est elle-même asservie sur une transition de l'atome de rubidium (voir le chapitre VI.2.1). Si les conditions de cet asservissement ont changé (le laser n'est plus asservi sur le même mode de la cavité) l'expérience est faussée. De plus, durant le temps où l'expérience n'a pu être suspendue, un certain nombre d'interrogations sont comptabilisées.

Le même phénomène est vrai pour les autres lasers pouvant entraîner une diminution du signal de fluorescence de l'ion si les lasers de refroidissement ne se trouvent plus en résonance avec les transitions atomiques. Afin de remédier à ce problème, les interrupteurs optiques mécaniques ont été remplacés par des modulateurs acousto optique (AOM). En recueillant l'ordre 1 de l'AOM, qui possède un taux d'extinction de 100%, et en contrôlant sa puissance par un signal TTL on peut utiliser un AOM comme obturateur de faisceau, le signal TTL modulant via un interrupteur radiofréquence le signal de contrôle de l'AOM. Lorsque le signal TTL vaut 0 l'amplitude du signal de contrôle est nul, et la puissance de l'ordre 1 est nulle. D'autre part l'utilisation de l'ordre 1 introduit un décalage en fréquence sur le laser. Il est donc indispensable d'avoir un signal de radiofréquence très stable, notamment plus stable que le laser dont il coupe le faisceau. Un avantage supplémentaire à l'utilisation d'un AOM est sa rapidité de réponse qui est de  $530 \mu\text{s}$ . En tout premier lieu l'interrupteur optique mécanique du laser d'horloge, dont l'asservissement est le plus critique pour nos expériences, a été remplacé. On utilise actuellement un synthétiseur de fréquence MARCONI pour générer le signal de contrôle de l'AOM.

L'effet Zeeman associé au phénomène de saturation peut aussi expliquer la largeur des spectres réalisés. En effet nous avons un champ magnétique de 2 gauss dirigé selon l'axe x. Le laser d'horloge étant polarisé selon la même direction, les règles de sélection pour une transition

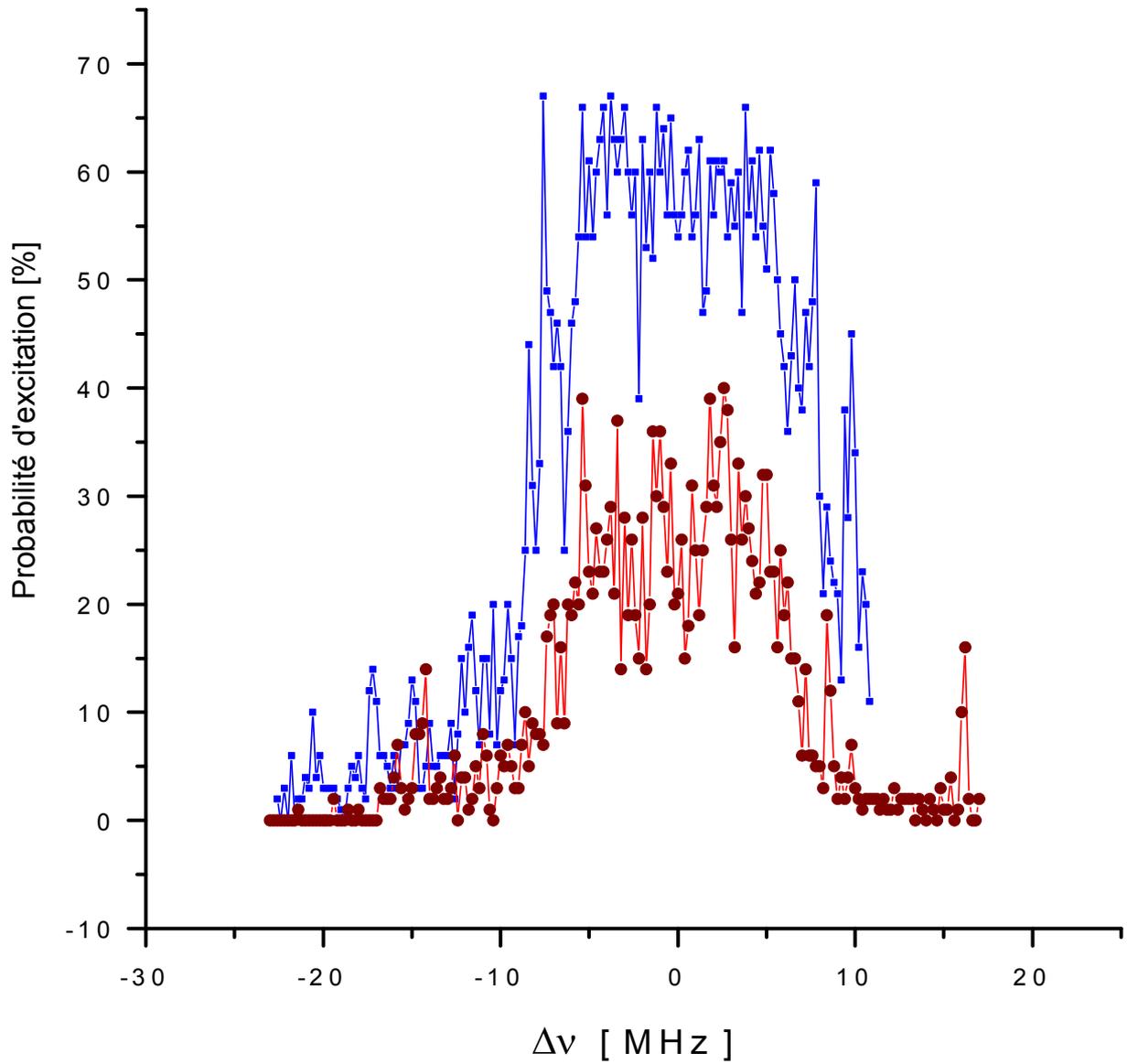


FIGURE IV.14 : Histogramme des événements obtenus en fonction du désaccord entre le laser d'horloge et la transition atomique de l'ion. En bleu avec une puissance du laser d'horloge de 30  $\mu$ W (dessus). En rouge une puissance de 2  $\mu$ W (dessous).

$\Omega/2\pi$	11,57 MHz
$\omega_z/2\pi$	1,24 MHz
Zeeman $\Delta m_j = 1$	2,4 MHz
Zeeman $\Delta m_j = -1$	4,5 MHz

TABLE IV.1 : différentes fréquences régissant notre expérience

quadrupolaire électrique sont les suivantes :  $\Delta m_j = \pm 1$ . Les transitions possibles sont représentées sur le schéma de la figure IV.15.

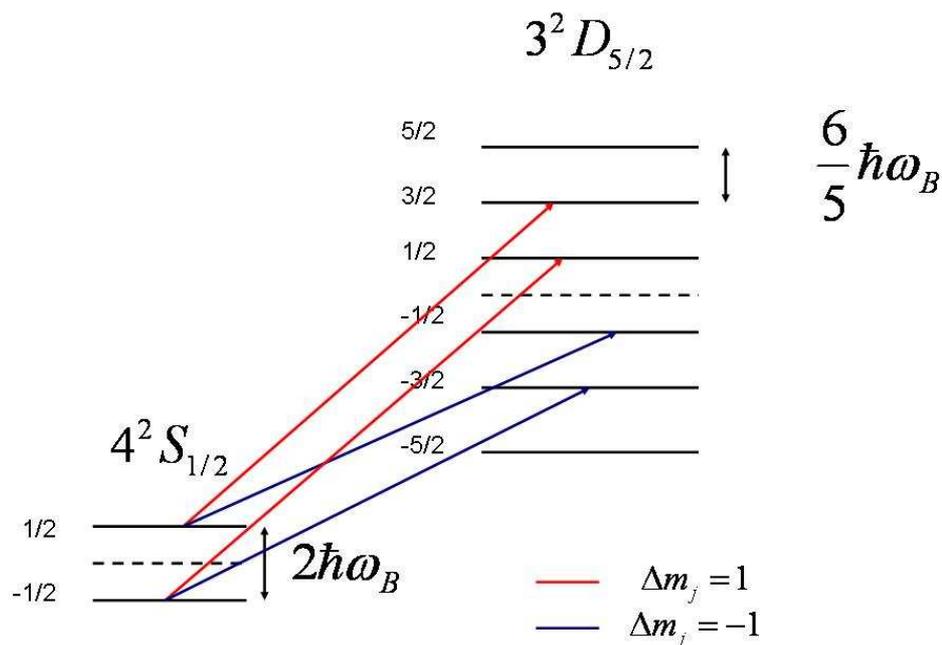


FIGURE IV.15 : Transition permise en présence d'effet Zeeman pour une polarisation laser parallèle au champ magnétique. Les traits en pointillés schématisent les niveaux en l'absence de champ magnétique.

Il y a quatre transitions permises, décalées de 1,2 MHz/gauss et 2,25 MHz/gauss de la transition sans effet Zeeman. Nous avons un champ magnétique de 2 gauss ce qui correspond à des fréquences décalées de 2,4 MHz et 4,5 MHz respectivement.

On voit alors aisément (voir le tableau IV.1) que les fréquences de natures différentes (macro-mouvement, micromouvement, effet Zeeman) sont du même ordre de grandeur. L'effet Zeeman va donc perturber le spectre. Des spectres théoriques (réalisés par Caroline Champenois [77]), utilisant la méthode de la matrice densité, ont été utilisés afin de reproduire les spectres expérimentaux et illustrer le phénomène. La figure IV.16 représente ces spectres. Ces spectres sont réalisés avec les mêmes conditions que l'expérience : champ magnétique de 2 G,  $\delta\nu = 100$  kHz,

puissance laser de  $2 \mu\text{W}$ ... Ainsi, une multitude de bandes latérales sont présentes, toutes élargies par l'effet de saturation. Il devient très difficile de distinguer les différentes composantes de ce spectre, à savoir les composantes consécutives au micromouvement de celles consécutives du macromouvement. Pour une exploitation plus fine du spectre il faudra réaliser un contrôle expérimental de ce phénomène et trouver une valeur de champ magnétique qui permette de résoudre le spectre en bandes latérales du macromouvement (une valeur pour laquelle les raies de l'effet Zeeman sont suffisamment écartées[97]), ainsi que de comparer les résultats avec la simulation numérique. Pour distinguer le macromouvement il faudrait par exemple des valeurs de champ magnétique proche de 15 gauss. À cette valeur, l'écart entre deux raies Zeeman est supérieur à la fréquence de confinement de l'ion. Toutefois, de tels champs magnétiques ne peuvent actuellement pas être créés dans notre enceinte. Il faudra trouver une valeur intermédiaire.

Enfin l'excès de micromouvement permet d'expliquer les résultats expérimentaux. En effet la réduction du micromouvement en utilisant le spectre de bandes latérales semble ne pas avoir produit d'effet, notamment sur la réduction de la largeur du spectre de la transition d'horloge. Deux raisons principales peuvent expliquer cela. La première est la saturation de la transition par le laser d'horloge. L'amplitude de la bande centrale ne dépend pas de la saturation contrairement à celles des bandes latérales. Or l'expérience de minimisation du micromouvement a été réalisée avec une puissance laser saturante. La fluctuation de l'amplitude des bandes latérales est donc sûrement due aux effets précédents et non à la réduction du micromouvement. La deuxième explication vient du fait qu'on ne tient pas compte dans notre raisonnement de toutes les bandes présentes. En effet, en plus des bandes du micromouvement  $\pm n\Omega$ , il y a les bandes du macromouvement  $\pm m\omega_u$  et le "couplage" entre les deux  $\pm n(\Omega \pm m\omega_u)$ . Or ces bandes élargissent le spectre et ne dépendent en aucune manière de l'excès de micromouvement, et par conséquent ne fluctuent pas avec les variations des tensions de compensation. Pour être certains que notre protocole expérimental soit efficace il faut pouvoir parfaitement identifier la bande à  $\pm\Omega$ . Dans les conditions expérimentales actuelles cela n'est pas possible.

## IV.3 Deuxième dispositif expérimental

Le piège existant ne permettait pas d'atteindre le régime de Lamb-Dicke à cause de l'excès de micromouvement. Un nouveau piège a donc été conçu, possédant plusieurs accès optiques afin d'améliorer le refroidissement, avec une fréquence de confinement plus élevée ( $\sim 24 \text{ MHz}$ ), un facteur de perte plus bas et un système de détection plus performant.

### IV.3.1 Le nouveau piège

Le paramètre de Lamb-Dicke  $\eta$  est inversement proportionnel à la racine carrée de la fréquence de mouvement des ions comme le montre l'équation III.35. Ainsi, un des moyens pour atteindre plus facilement le régime de Lamb-Dicke consiste à augmenter les fréquences du macromouvement. Afin de les augmenter par rapport au piège précédent nous avons modifié deux paramètres : la fréquence de confinement a été augmentée et la forme du piège retravaillée afin de se rapprocher d'un piège de Paul idéal et ainsi réduire le facteur de perte du piège.

Le nouveau piège se présente sous la forme d'un anneau cylindrique avec un rayon de  $r_0 = 0,7 \text{ mm}$  et de hauteur  $0,5 \text{ mm}$ . Il est entouré de deux "chapeaux" en forme de pointes à

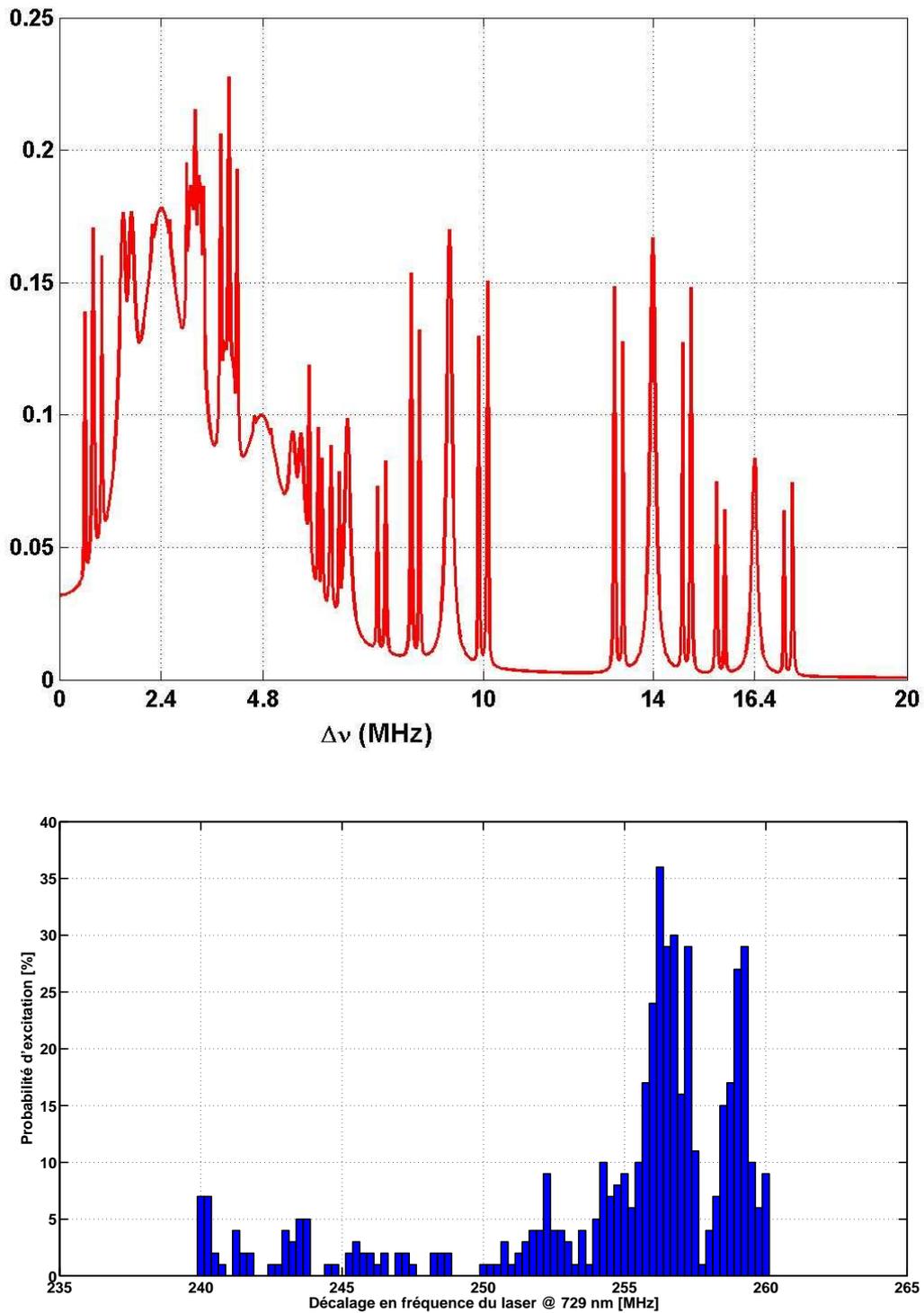


FIGURE IV.16 : En haut, spectre de bandes latérales simulé sur un atome à deux niveaux dans un champ magnétique de 2 G. En bas, spectre de bandes latérales de l'ion calcium dans un champ magnétique de 2 G.

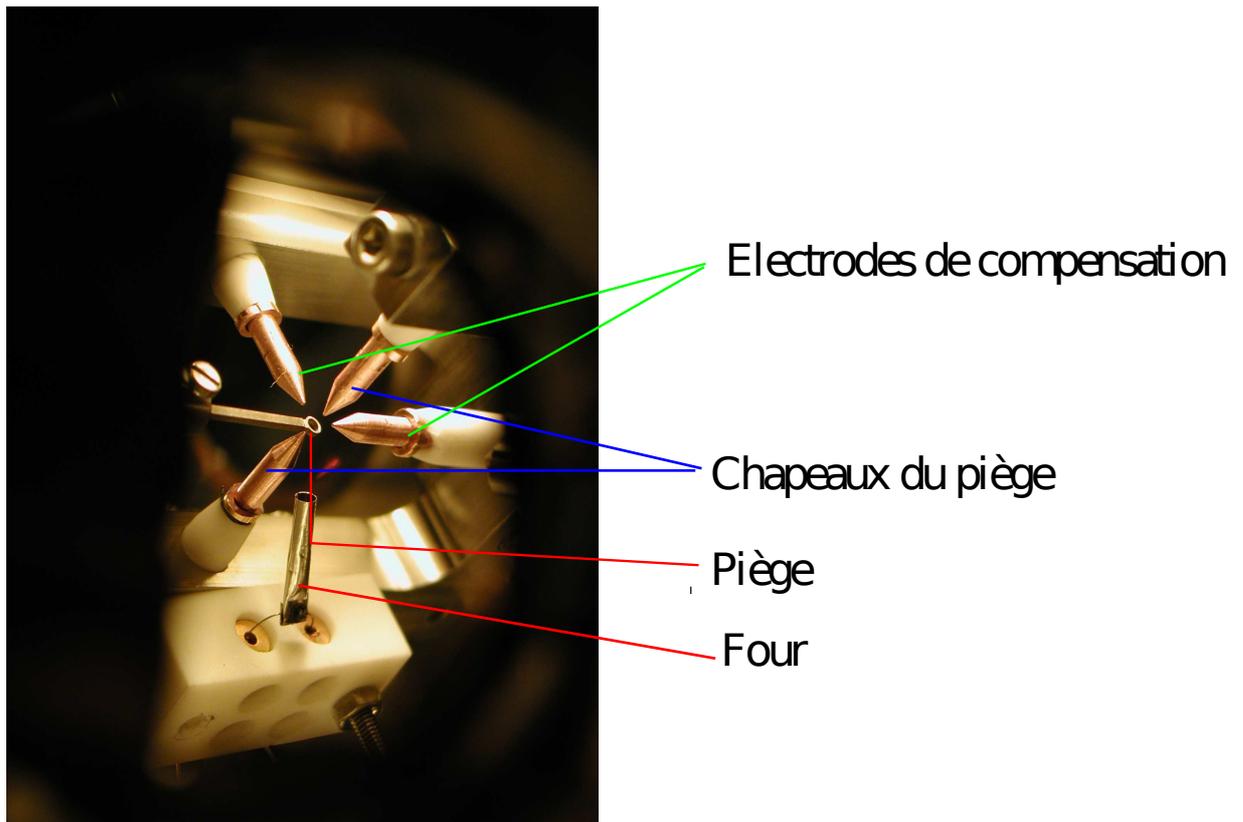


FIGURE IV.17 : Photo du piège vu à travers un hublot de l'enceinte à vide.

1,5 mm du centre de l'anneau. De plus deux électrodes de compensation en forme de pointes sont montées dans le plan du piège dans les directions  $x$  et  $y$ . Afin de maintenir le système en place l'anneau est maintenu et connecté à la tension RF par une tige en cuivre soudé sur un connecteur électrique et les électrodes de compensation sont maintenues par un étrier (voir figure IV.17).

Comme pour le montage précédent, la tension de confinement est appliquée entre le piège et la masse et les électrodes de compensation servent à corriger les imperfections du potentiel dans les directions  $x$ ,  $y$ , et  $z$ . La tension radiofréquence de confinement est créée par un générateur de fréquence (*Hewlett Packard HP33120A*). Il délivre quelques centaines de millivolts (typiquement  $800 \text{ mV}_{rms}$ ) qui sont amplifiés par un amplificateur de puissance. La sortie de celui-ci est appliquée au circuit primaire d'un transformateur dont le secondaire est accordé sur  $\Omega/2\pi = 25 \text{ MHz}$ , fréquence de confinement de l'ion. Afin d'obtenir la relation liant la tension du piège  $V_{AC}$  à la tension du générateur  $V_{HP}$ , la tension après un tour sur le circuit secondaire du transformateur est mesurée. En lui appliquant un facteur multiplicatif de 17 (nombre de spires du secondaire) on peut estimer la valeur de  $V_{AC}$ . Cette calibration est faite à petite tension par le metrix. La tension AC fournie par le système doit être la plus pure possible afin d'éviter de chauffer les ions. En effet tout bruit sur la tension RF de confinement se traduira par un excès de micromouvement et donc un chauffage de l'ion.

### IV.3.2 Enceinte à vide

Le piège, le four et le canon à électrons sont placés dans une enceinte ultra-vide en inox de 2,5 l pompée en permanence par une pompe ionique de 40 l/s. La photo de la figure IV.17 montre l'intérieur de l'enceinte ultra-vide. On y voit le piège, les électrodes de compensation, le four et le canon à électrons. Dans notre dispositif expérimental le champ magnétique local est contrôlé par trois paires de bobines de Helmholtz orthogonales entre elles, qui entourent l'enceinte ultra-vide. Deux paires de bobines sont formées par une armature carrée de 10 cm de côté, autour de laquelle un fil de cuivre de 5 mm de diamètre est enroulé 100 fois. Ces deux paires de bobines sont situées à l'extérieur de l'enceinte à une distance de 22 cm du piège, sur les voies Nord-Sud et Est-Ouest (voir la figure IV.18). Ceci permet de générer un champ magnétique de 5 G au centre du piège avec une inhomogénéité du champ de  $1 \mu\text{G}/\text{mm}$ .

Les trois faisceaux lasers de l'expérience sont injectés dans des fibres optiques qui les amènent sur la table optique sur laquelle est posé le piège. Le montage est représenté sur la figure IV.18. La fibre "bleue" (397 nm) est montée sur une platine de translation suivie d'un objectif de fibre, permettant d'obtenir un faisceau collimaté de waist  $w_0 = 6 \text{ mm}$  en sortie d'objectif. Le faisceau est ensuite divisé en trois parties à l'aide de plusieurs cubes polariseurs. Chaque faisceau ainsi créé est injecté dans le piège à travers une lentille de collimation de focale  $f = 200 \text{ mm}$  pour les voies Nord-Sud et Est-Ouest, et de focale  $f = 300 \text{ mm}$  pour la voie diagonale (cf schéma IV.18). Nous obtenons ainsi un waist de  $w_0 = 40 \mu\text{m}$  de diamètre pour les voies Nord-Sud et Est-Ouest et un waist de  $w_0 = 60 \mu\text{m}$  de diamètre pour la voie diagonale à l'intérieur du piège (mesure effectuée à l'analyseur de faisceau). Les lentilles sont montées sur des tables de translation afin de jouer sur la position du waist au centre du piège. Un système de miroir permet quant à lui de varier la position du waist dans les deux autres directions. L'utilisation d'un système optique plus complexe (un télescope plus une lentille de focalisation par exemple) afin de réduire la taille du waist a été testé. Toutefois, lorsque le waist est plus petit, une augmentation

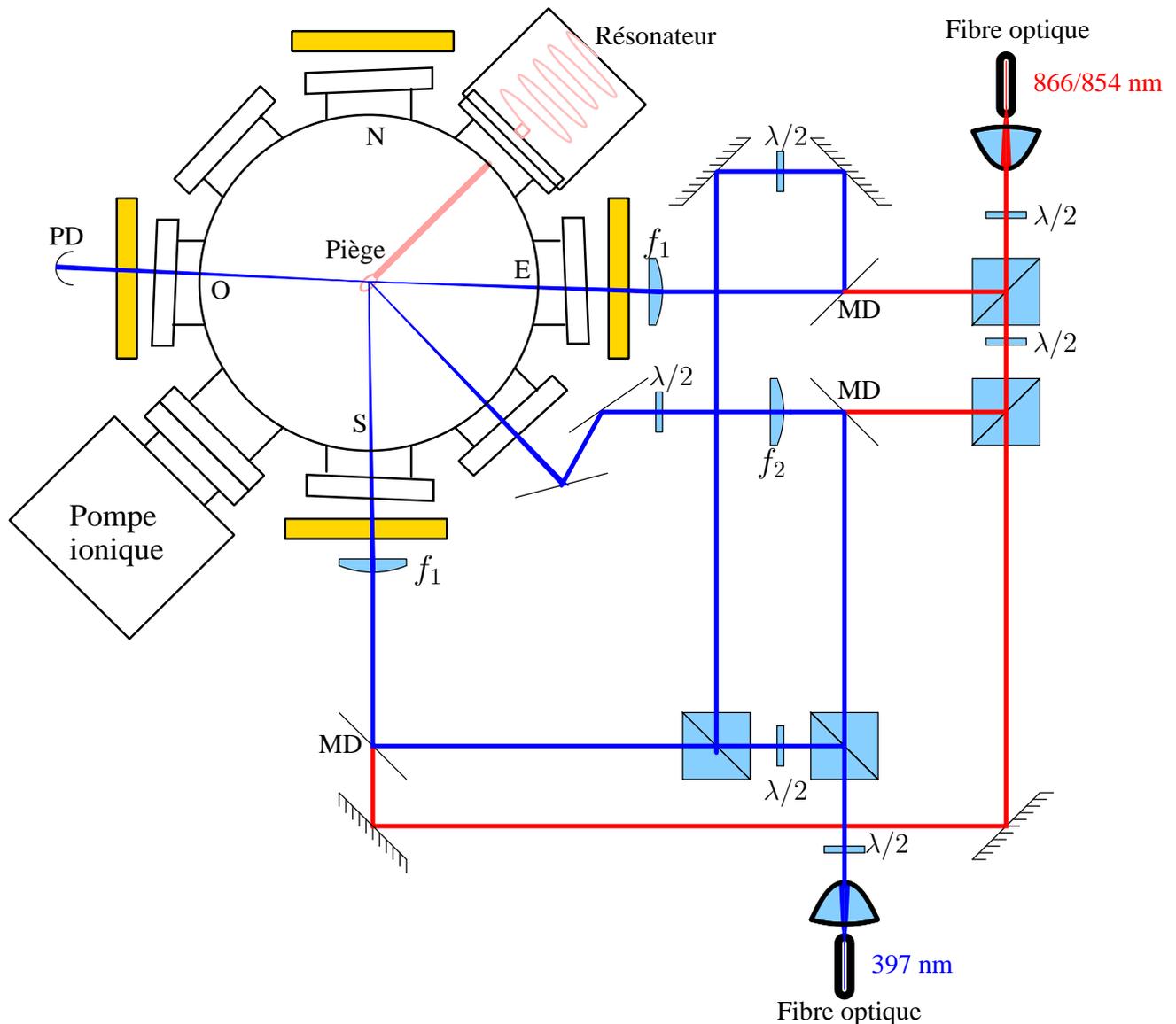


FIGURE IV.18 : Schéma représentatif de l'injection des faisceaux lasers dans le piège. A l'heure actuelle seuls les lasers à 397 nm, 866 nm et 854 nm sont injectés dans le piège. Le faisceaux bleu représente le laser à 397 nm, alors que le faisceau rouge représente les deux laser infrarouge (866 nm et 854 nm). Les rectangles jaunes représentent les bobines de champs magnétique. MD = miroir dichroïque,  $f_1 = 200$  mm et  $f_2 = 300$  mm. N, S, E, O représentent les quatre points cardinaux et nous permettent de distinguer les différents voies d'accès au piège.

du bruit de détection a été constatée. Il y a donc un compromis à trouver entre la taille du waist et la diffusion du faisceau optique par les bords du piège (voir le dernier chapitre pour plus de précision).

Le faisceau "rouge" (866 nm et 854 nm) est lui aussi séparé en trois parties, chacune d'elles se superposant aux faisceaux "bleus" grâce à des miroirs dichroïques (réfléchissant pour le bleu et non réfléchissant pour le rouge). Les mêmes lentilles de focalisation sont alors utilisées pour les faisceaux rouges donnant lieu à des waist de  $w_0 = 80 \mu\text{m}$  pour les voies Nord-Sud et Est-Ouest, et de  $w_0 = 120 \mu\text{m}$  pour la voie diagonale.

Le faisceau du laser d'horloge n'est pas encore installé sur la table optique du piège. Il suffira d'utiliser un cube polariseur qui transmettra les faisceaux rouges et réfléchira le faisceau du laser d'horloge afin de superposer les deux faisceaux et ainsi disposer de tous les lasers sur chaque accès optique du piège. Le passage à travers les fibres optiques des différents faisceaux laser entraîne des fluctuations de polarisation, qui se traduisent par des fluctuations de puissances après le passage des cubes polariseurs. Un système d'asservissement de puissance devra être mis en place, notamment pour le laser à 397 nm et pour le laser d'horloge.

### IV.3.3 Le système de détection

Le système de détection recueille la lumière de fluorescence émise par les ions lors du refroidissement laser. Il est représenté sur la figure IV.19. Un objectif de microscope (WD=48 mm,  $\Phi=32,5$  mm où WD représente la distance de travail) repose sur le hublot supérieure de l'enceinte à vide. L'image du piège est filtré par un diaphragme situé dans le plan image de l'objectif, puis repris par un système optique 2f-2f (constitué d'un achromat de 80 mm de focale). Un séparatrice permet de diviser le faisceau en deux parties afin de reformer l'image du piège sur un photomultiplicateur (*Hamamatsu H-4730*) ou une caméra CCD intensifiée (*Photonic Science Isis 4*). Les données sont ensuite traitées à l'aide d'un logiciel développé en *Labview*.

### IV.3.4 Création des ions et photoionisation

Comme pour le piège précédent les ions sont obtenus par ionisation d'atomes de calcium par bombardement électronique. Les systèmes four et canon à électrons sont identiques au piège précédent. Lorsque l'on a recours au bombardement électronique pour l'ionisation, du fait du faible taux de collision entre atomes et électrons, il est nécessaire de projeter un grand nombre d'atomes dans le faisceau électronique. De ce fait un grand nombre d'atomes de calcium se déposent dans l'enceinte et notamment sur le piège, ce qui a pour conséquence de modifier le potentiel créé par celui-ci en lui ajoutant des potentiels de contact. De façon similaire des potentiels statiques peuvent être créés par des dépôts de charges sur les parties isolées du pièges (support du piège, électrodes...) par le faisceau du canon à électron. Ces défauts entraînent une déformation du potentiel du piège, qui augmente le taux de chauffage des ions notamment à travers le micromouvement. Afin de mieux contrôler la création des ions, mais aussi le potentiel de confinement sur le long terme nous avons choisi d'ioniser les atomes de calcium en utilisant la photo-ionisation.

Différentes méthodes de photo-ionisation existent. Une méthode très efficace et sélective en isotope utilise un laser résonant à 272 nm [98, 99, 100]. Le problème principal de cette mé-

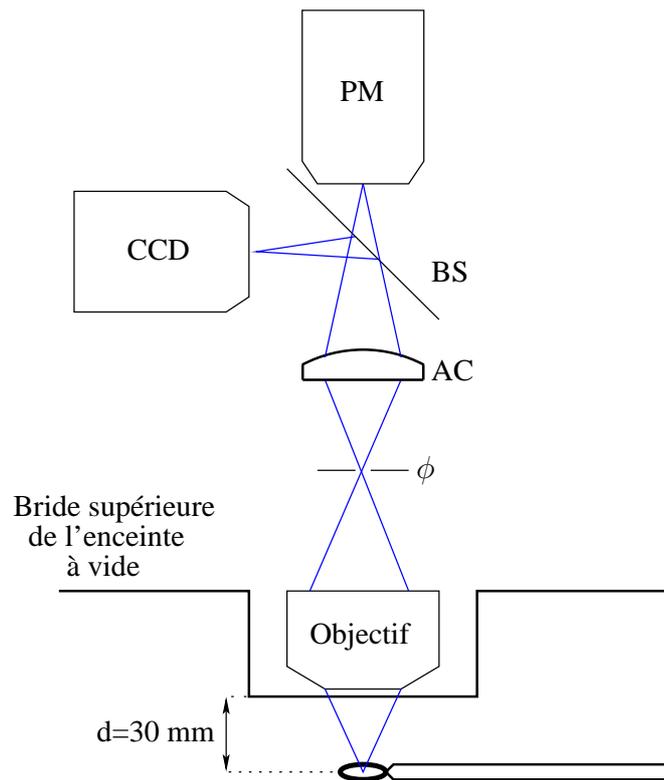


FIGURE IV.19 : Système de détection de la fluorescence de l'ion.  $\phi$  représente le diaphragme et AC l'achromat de focale 80 mm.

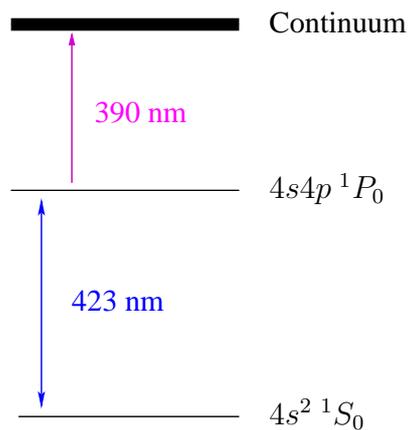


FIGURE IV.20 : Schéma du calcium pour la photoionisation

thode réside dans son coût financier ainsi que la complexité du système laser à utiliser. En effet, dans la référence suivante [99] un laser à colorant doublé en fréquence pompé par un laser Argon est utilisé. Ce système sera plus tard remplacé par un laser à fibre quadruplé en fréquence. Un système beaucoup plus économique, utilisant un schéma à deux photons résonants (voir la figure IV.20) avec des diodes comme sources lasers peut être utilisé [101, 102]. Dans l'expérience un faisceau d'atomes neutres de calcium provenant du four passe directement à travers le centre du piège, où il est superposé avec les faisceaux des lasers de refroidissement et de photo-ionisation. L'idée de la photo-ionisation à deux photons consiste à exciter le calcium neutre dans le faisceau d'atomes, de manière résonante avec la transition  $4s^2S_0 \rightarrow 4s4p^1P_1$ , et d'utiliser le second photons pour exciter l'atome dans l'un des états de Rydberg de haute énergie (comme on peut le voir sur la figure IV.20). Les atomes sont alors ionisés sous l'influence du fort champ radiofréquence présent au centre du piège [102].

La première étape utilise un laser à 423 nm en résonance avec la transition  $4s^1S_0 \rightarrow 4p^1P_1$ . La transition dipolaire S-P est suffisamment large pour pouvoir être facilement saturée avec un laser résonant. Cette transition est d'ailleurs utilisée dans les expériences de fontaines atomiques optiques utilisant des atomes de calcium [31, 36, 27, 32] (voir le chapitre II). Nous utilisons une diode laser en cavité étendue à 846 nm dont la fréquence est doublée par simple passage à travers un cristal non linéaire ppKTP dont le quasi accord de phase est optimisé pour la longueur d'onde de 422,6173 nm. La seconde étape utilise un laser à 390 nm. Il est possible d'utiliser pour cette transition une source lumineuse non cohérente telle qu'une diode électroluminescente (DEL). En effet il a été démontré que de bons taux de chargement d'atome de calcium dans le piège [103, 104] peuvent être obtenus en utilisant une DEL de puissance dont la longueur d'onde est centrée sur  $\lambda = 380$  nm. Le taux de chargement des ions dans le piège pour une méthode d'ionisation utilisant deux sources lumineuses UV, dépend de la température du four, du volume d'interaction, de la puissance des sources lumineuses et du désaccord entre la transition  $4s^1S_0 \rightarrow 4p^1P_1$  et la source laser à 423 nm. Des taux de chargement de 100 ions par seconde ont été observés [102] ce qui est largement suffisant pour une expérience d'ion unique de calcium et en fait une méthode d'ionisation cinq fois plus efficace que le bombardement électronique [101]. Ainsi le flux du faisceau d'atomes de calcium peut être réduit, minimisant l'apparition de charges statiques.

Le schéma expérimental est représenté sur la figure IV.21. Ainsi le faisceau bleu à 423 nm est focalisé au centre du piège par une lentille de focale 400 mm où la waist est de  $40 \mu\text{m}$ . La lumière émise par la DEL est focalisée dans un diaphragme (pour réaliser un filtrage spatial) par une lentille de focale 50 mm, dont l'image est dirigée à travers le centre du piège.

Ne disposant pas encore de signal ionique, nous avons utilisé le faisceau laser à 423 nm afin de réaliser le spectre de l'atome de calcium au centre du piège et ainsi valider le fonctionnement du four (voir la figure IV.22). L'efficacité de doublage du cristal ppKTP dépendant du quasi-accord de phase, donc de la longueur d'onde du laser incident, l'intensité du laser à 423 nm varie fortement avec la longueur d'onde. Afin de minimiser cet effet nous avons réalisé le spectre en deux étapes. La première étape consiste à réaliser un balayage de la fréquence du laser à 423 nm sans allumer le four, afin de mesurer la variation de signal sur notre système optique. Dans un second temps nous avons allumé le four et réalisé un ou plusieurs balayages. Les deux courbes sont ensuite soustraites afin de voir apparaître le spectre de fluorescence de l'atome de calcium. Nous avons pu ainsi valider le fonctionnement du piège, mais aussi de notre optique de détection,

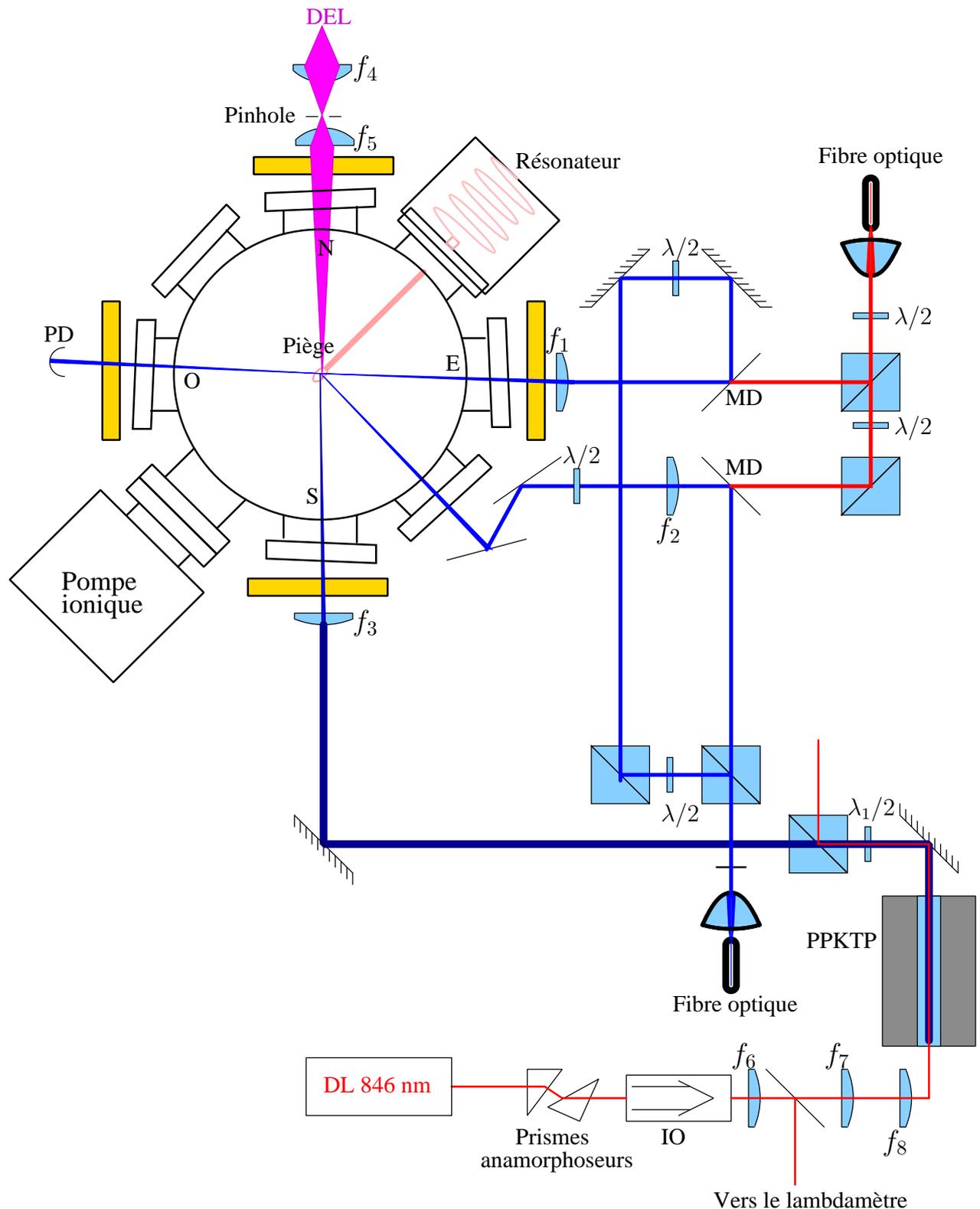
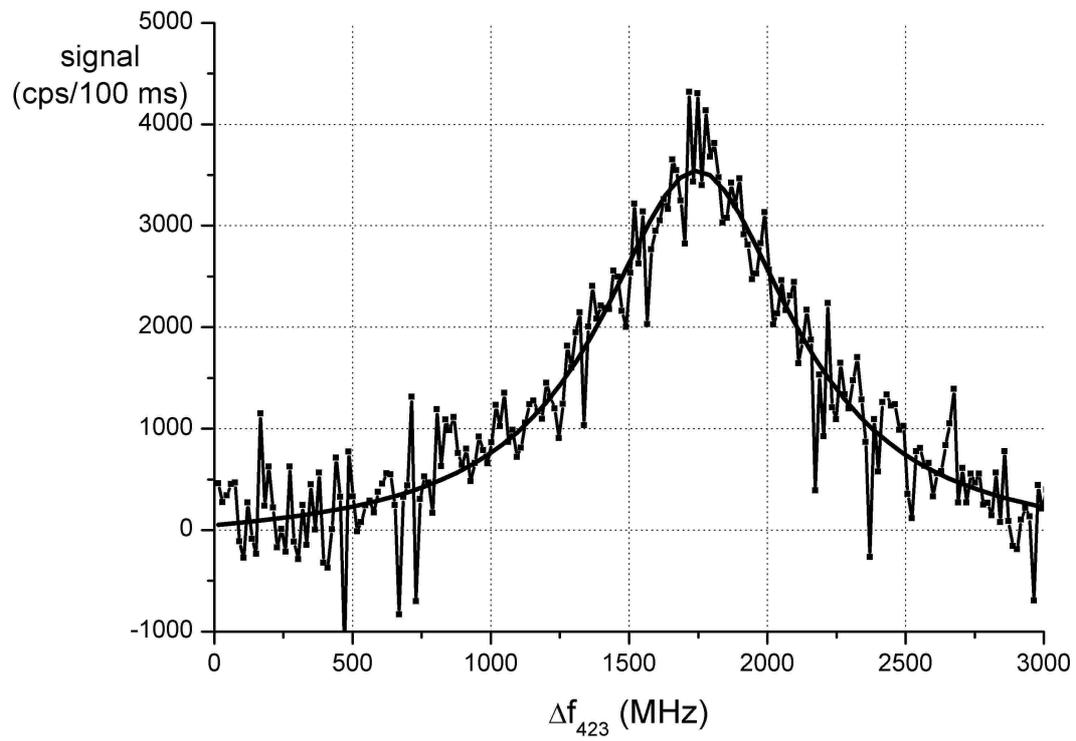


FIGURE IV.21 : Schéma expérimental du montage de photo-ionisation. Le cristal "ppKTP" est placé dans un four, dont la température est asservie. IO est un isolateur optique (Gsänger .....).  $f_7$  est une lentille sphérique de focale 250 mm. Les lentilles  $f_6$  et  $f_8$  sont utilisées pour réaliser une faisceau optique dont la longueur de Rayleigh est égale à la longueur du cristal ( $l_R \sim 1\text{cm}$ ) afin d'optimiser le doublage de fréquence.

FIGURE IV.22 : *Fluorescence de l'atome de Calcium*

du moins sa partie quantitative (le PM).

Le changement de piège n'a pour le moment pas fourni de résultat notamment sur la détection d'un signal ionique. Pour autant, l'ensemble des expériences que nous avons réalisées jusqu'à présent nous indique qu'il faut améliorer un certain nombre de paramètres dans notre expérience. Tout d'abord, il faut réduire le micro-mouvement et atteindre le régime de Lamb-Dicke. L'utilisation d'un nouveau piège et l'augmentation de la fréquence de confinement nous permettront d'y parvenir. En effet, comme nous avons pu le voir dans le chapitre précédent le paramètre de Lamb-Dicke  $\eta$  est inversement proportionnelle à la fréquence de confinement de l'ion. Plus la fréquence est grande, plus  $\eta$  est petit et plus il est facile d'atteindre le régime de Lamb-Dicke. Une fois le signal ionique trouvé dans la nouvelle enceinte à vide il faudra caractériser le piège afin de pouvoir calculer et mesurer les fréquences de confinement de l'ion, réaliser un spectre de bandes latérales et ainsi pouvoir valider le régime de Lamb-Dicke. De plus, la réalisation des premiers spectres de bandes latérales et la réalisation du protocole expérimental impliquent un certain nombre de contraintes sur le laser d'horloge. Ainsi celui-ci doit disposer d'une stabilité en fréquence meilleure que le Hz sur la seconde et d'une largeur spectrale inférieure à la largeur spectrale de la transition atomique afin de pouvoir profiter au maximum des bonnes qualités spectrales de la transition d'horloge.



## Chapitre V

# LE LASER D'HORLOGE : DESCRIPTION ET PERFORMANCES

La réalisation d'un étalon de fréquence optique à partir de la transition  $4S_{1/2} - 3D_{5/2}$  de l'ion calcium, nécessite la construction d'une source laser à 729 nm. Les limites fondamentales des performances de cet étalon, tel le bruit de projection quantique, ne peuvent être atteintes que si la source laser a une précision suffisamment bonne pour tirer partie du facteur de qualité de la transition d'horloge et si la fréquence du laser est suffisamment stable pour rester en résonance avec la transition durant la construction du signal d'erreur. Ainsi le facteur de qualité  $Q$  du laser d'horloge doit être égal ou supérieur à celui de la transition, ce qui implique une largeur spectrale de l'ordre du Hz. De plus le protocole de réalisation d'un signal d'erreur pour une horloge à ion unique (voir la partie VI.2.1) a une durée de l'ordre de la seconde lorsque celui-ci est optimisé, ce qui impose une stabilité pour le laser d'horloge du Hz sur la seconde, soit une stabilité relative de  $10^{-15}$  sur la seconde. Ce chapitre présente les différentes étapes de stabilisation réalisées sur le laser d'horloge afin de prendre en compte au mieux ces différentes contraintes, ainsi qu'un dispositif permettant de conserver la pureté spectrale lors du processus de mesure.

## V.1 Etat de l'art

Comme il a été écrit dans la partie III.2.2 il existe plusieurs types d'asservissements d'un oscillateur : asservissement sur une référence atomique ou asservissement sur une cavité optique. Le choix classiquement adopté pour atteindre des largeurs spectrales de l'ordre du Hz est l'utilisation d'une cavité optique de très grande finesse ( $F = \frac{LSR}{\delta\nu} \sim 100000$ ) comme référence de fréquence [105]. En effet, comme le montre l'équation III.61, il est possible d'atteindre une largeur spectrale très fine pour le laser asservi lorsque la largeur  $\Delta\nu$  du pic d'Airy de la cavité de référence est petite. Les limites d'exactitude et de stabilité du laser asservi sont alors fixées par les fluctuations de longueur de la cavité de référence, qui détermine ses fréquences de résonances.

### V.1.1 Asservissement sur une cavité ULE de très grande finesse

La stabilisation du laser d'horloge se fait sur une cavité de très grande finesse dont la longueur est fixée par une barre en verre (le "spacer"). Comme les limites d'exactitude et de stabilité du laser asservi sont fixées par les fluctuations de longueur de la cavité optique, il est important que celle-ci soit insensible aux sources de bruits responsables de ces variations de longueur (bruit mécanique, acoustique, thermique, variation de pression, dérive thermique etc.). Ainsi le

matériau utilisé pour réaliser la cale rigide séparant les deux miroirs de la cavité et définissant la longueur de la cavité est un verre fabriqué par *Corning* (l'ULE). L'ULE possède l'avantage d'avoir un coefficient de dilatation thermique qui s'annule pour une température  $T_c$  (voir la figure V.1), le rendant ainsi "insensible" aux fluctuations thermiques. Lorsque la température varie peu autour de  $T_c$ , il est possible de modéliser le coefficient de dilatation thermique  $\alpha$  par une fonction linéaire de la température :

$$\alpha = \frac{1}{L} \frac{\partial L}{\partial T} = \Theta(T - T_c) \quad (\text{V.1})$$

où  $\Theta \sim 10^{-9}/K^2$  est la pente du coefficient  $\alpha$  lorsque celui-ci change de signe,  $T$  la température et  $L$  la longueur de la cavité. Les variations de la fréquence de résonance de la cavité en fonction de la température se déduisent en combinant l'équation ci-dessus et  $f = nc/2L$

$$f \sim f_0(1 - \Theta(T - T_c)^2) \quad (\text{V.2})$$

où  $f_0$  est le mode de la cavité à la température  $T_c$ . Ainsi en asservissant la température autour de  $T_c$  il est possible de minimiser les fluctuations de fréquence du laser asservi sur la cavité ULE.

## V.1.2 Montage mécanique et thermique

### Aspect thermique

L'asservissement de la température de la cavité ULE autour de la température  $T_c$  permet de réduire les dérives thermiques de la cavité. Plusieurs techniques d'asservissement sont possibles.

- La plus facile à mettre en œuvre consiste à asservir la température de l'enceinte à vide contenant la cavité optique [106, 107, 89]. Les fluctuations de température de la cavité ULE sont alors de l'ordre du mK.
- asservir la température d'une boîte entourant l'enceinte à vide, réalisée dans un matériau qui soit un bon conducteur thermique tel que l'aluminium ou le cuivre [108].
- réaliser un double étage d'asservissement en contrôlant la température de la boîte externe et la température de l'enceinte à vide [109, 106], ou en contrôlant la température de deux écrans thermiques situés à l'intérieur de la cavité sous vide [110]. Ce genre de technique est généralement utilisé lorsque la température  $T_c$  de l'ULE est proche de zéro °C. En effet si l'on refroidit l'enceinte à vide à des températures proches du zéro il peut y avoir de la condensation sur les hublots. En refroidissant la boîte entourant le système à une température plus basse que  $T_c$  et en chauffant l'enceinte à vide on évite ce problème. Elle permet aussi dans le cas où l'on stabilise les boucliers thermiques de réduire à 1 mK le gradient de température qui règne entre deux points éloignés du système asservi [110]
- Réaliser une isolation thermique passive. Il faut ajouter des écrans thermiques passifs afin d'homogénéiser spatialement les échanges calorifiques et de réduire les fluctuations de température au cours du temps (de l'ordre du  $\mu K/s$  [111]). Dans le cadre de notre expérience nous avons choisis de réaliser une mixte entre la solution active et la solution passive. La cavité optique est entourée de trois écrans thermiques l'isolant thermiquement de la température externe contrôlée de manière active.

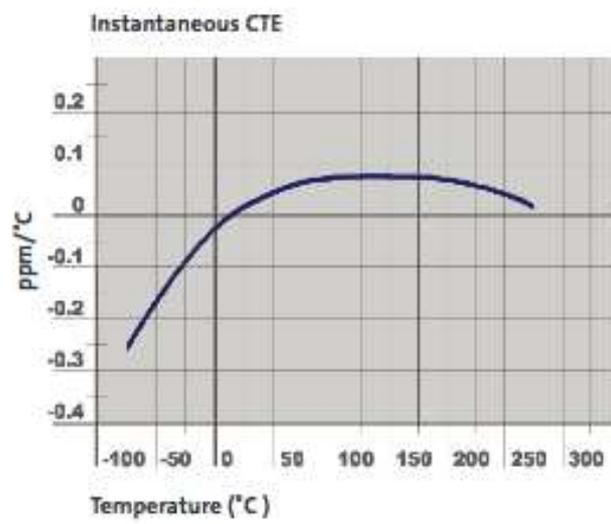


FIGURE V.1 : Variation du coefficient de dilatation thermique (CTE) de l'ULE en fonction de la température

## Aspect mécanique

Il y a deux façons de réduire les fluctuations de longueur induites par le bruit mécanique dont les effets limitent les performances des lasers [89]. La première consiste à optimiser la géométrie de la cavité afin de réduire sa sensibilité au bruit mécanique. La seconde consiste à isoler la cavité du bruit mécanique.

Le choix de la forme des cavités, du matériau de la cavité et des miroirs, ainsi que le choix de la manière de monter la cavité influencent grandement les performances du laser asservi sur cette référence, puisqu'ils permettent de limiter les effets des deux principaux bruits limitant la précision des lasers asservis sur ces cavités : le bruit mécanique et le bruit de fluctuation thermique.

Le bruit mécanique est dû à la sensibilité de la cavité aux vibrations mécaniques, dont les effets limitants ont été mis en évidence dans [89]. En effet, il est montré dans cette référence que la sensibilité de la cavité optique aux vibrations mécaniques verticales limitaient la précision du laser à  $\Delta\nu \sim 0,6$  Hz sur 32 secondes en moyenne. En alignant l'axe optique des cavités avec l'axe de vibration verticale il est possible de limiter cet effet. Lorsque la cavité est montée verticalement, la partie haute de la cavité se comprime pendant que la partie basse de la cavité s'allonge. Le miroir supérieur se rapproche donc du plan de support de la cavité alors que le miroir du bas s'en éloigne. Si la position du plan de support est bien choisie les deux effets se compensent donnant lieu à une variation de longueur nulle entre les deux miroirs [112].

Pour une cavité tenue horizontalement, il est aussi possible de réduire la sensibilité de la cavité aux vibrations mécaniques en choisissant correctement la position du support de la cavité horizontale. Il s'agit de placer ces supports aux points d'Airy de la cavité. En ces points de support, le déplacement des miroirs dû à la flexion de la cavité induite par les vibrations verticales est de l'ordre de  $2 \times 10^{-9}/m/s^2$  [113].

La forme de la cavité et la manière de la supporter ont donc une influence majeure sur la sensibilité aux vibrations mécaniques. De nombreuses analyses numériques ont été faites pour étudier les différentes formes de cavités [113, 114, 115, 116]. Il en résulte que les cavités verticales permettent d'atteindre des sensibilités aux vibrations verticales de  $10^{-11}/m/s^2$ , la sensibilité aux vibrations horizontales étant réduite d'un ordre de grandeur en utilisant une cavité en forme de ballon de rugby [113] ou en choisissant une cavité cylindrique dont le diamètre est grand [115]. De plus, le choix d'une longueur de cavité la plus courte possible réduit le bruit mécanique de la cavité. Enfin, pour la réalisation de leurs nouvelles cavités de référence le SYRTE [115] et le NPL [114] ont démontré des sensibilités de  $10^{-12}/m/s^2$  avec une cavité cylindrique de longueur  $l = 100$  mm montée horizontalement pour le SYRTE, et de  $3,7$  kHz/ $m/s^2$  avec une cavité en forme de champignon montée horizontalement pour le NPL.

Dans le but d'atteindre les performances requises pour un laser d'horloge il faut combiner l'optimisation de la géométrie de la cavité ULE, avec une isolation de celle-ci au bruit mécanique. Dans la plupart des cas, la cavité ULE repose sur une table optique qui est entourée d'une boîte contenant un isolant phonique et repose sur un système d'isolation des bruits mécaniques. Celui-ci peut être composé d'une table suspendue au plafond et dont les fréquences de mouvement pendulaire sont de l'ordre du Hz. Ceci permet d'amortir les mouvements mécaniques dont les fréquences sont supérieures au Hz. Toutefois, cette technique augmente le bruit mécanique à cette même fréquence, ce qui a pour conséquence de générer un pic de bruit sur la densité spectrale du laser. On peut aussi utiliser des tables d'isolation active (AVI) ou passive (PVI), pour lesquelles

le bruit mécanique décroît en  $1/\omega^2$  ( où  $\omega = 2\pi f$ ) à partir de fréquences de l'ordre de 1-2 Hz [117]. Les cavités ULE montées horizontalement reposent généralement sur des V-block, en aluminium ou en acier inoxydable avec des pièces en viton, situés aux points d'Airy de la cale rigide fixant la distance entre les miroirs de la cavité (spacer). Les points d'Airy sont les points d'équilibres du support de la cavité pour lesquels la sensibilité de la cavité aux bruits mécaniques est minimale ( $\Delta L/L \sim 10^{-11}/\text{m/s}^2$ ). La plate-forme V-block repose elle-même à l'aide de viton à l'intérieur d'une enceinte ou règne un vide de  $P \sim 10^{-6}$  Pa, limitant les fluctuations de chemin optique induites par fluctuation d'indice de l'air. La forme de la cavité peut être cylindrique [89], à section carrée [109] ou en forme de champignon [114]. Les cavités montées de façon verticale [113] reposent sur l'enceinte à vide par l'intermédiaire de tiges en Téflon ou en Macor [110, 108, 106].

Nous avons choisi de monter verticalement la cavité optique afin de s'affranchir du bruit mécanique. De plus nous avons réalisé une ensemble de simulation afin d'optimiser la forme de la cavité et de réduire au maximum la sensibilité de la cavité au bruit mécanique( l'ensemble de ses optimisations seront discutées dans le paragraphe V.4 [116]).

## Montage optique

Le laser est asservi sur la cavité de référence en utilisant la méthode de Pound Drever Hall (PDH) [118, 119], dont le montage typique est représenté sur la figure V.2. Il s'agit de moduler la phase du laser à l'aide d'un EOM (Modulateur électro optique), à des fréquences  $f_{mod}$  plus grandes que la largeur du pic d'Airy de la cavité. Les bandes latérales créées, non résonantes, sont comparées à la phase de la bande centrale résonante. Cette méthode permet d'avoir accès aux bruits haute fréquence du laser, en comparaison d'une méthode classique, où le signal en transmission de la cavité ne donne pas accès aux fluctuations rapides du laser, celles-ci étant filtrées par la cavité. Deux techniques d'asservissement sont alors possibles :

- asservir le laser sur une cascade de deux cavités Fabry-Pérot [89, 109] (voir le schéma du haut de la figure V.2). Cette technique permet d'utiliser un maximum de gain pour chaque étage de stabilisation. En effet la première cavité dont la largeur du pic de résonance est proche de la largeur spectrale du laser permet d'utiliser un maximum de gain dans une grande bande passante. Le laser ainsi stabilisé aura alors une largeur spectrale équivalente à la largeur du pic d'Airy de la nouvelle cavité de référence, permettant ainsi d'optimiser à nouveau le gain. La première cavité, pour la pré-stabilisation, est généralement une cavité en Invar dont la finesse est de l'ordre de 1000 et dont la longueur peut être ajustée en contrôlant la tension d'un élément piézo-électrique collé sur l'un des miroirs. Le signal d'erreur généré est traité par une électronique d'asservissement puis appliqué à différents éléments correcteurs à l'intérieur du laser. Généralement les corrections basses fréquences comprises entre le continu (DC) et quelques  $kHz$  sont appliquées sur un PZT de la cavité laser, alors que les corrections hautes fréquences comprises entre quelques  $kHz$  et quelques  $MHz$  sont appliquées sur le courant pour une diode laser ou sur un EOM intra-cavité pour un laser solide ou à colorant [120]. La seconde cavité est une cavité ULE de finesse généralement comprise entre 60000 [106] et 400000 [110]. Le signal d'erreur traité électriquement est appliqué sur le PZT de la cavité de pré-stabilisation pour la partie basse fréquence et sur un AOM pour la partie haute fréquence.

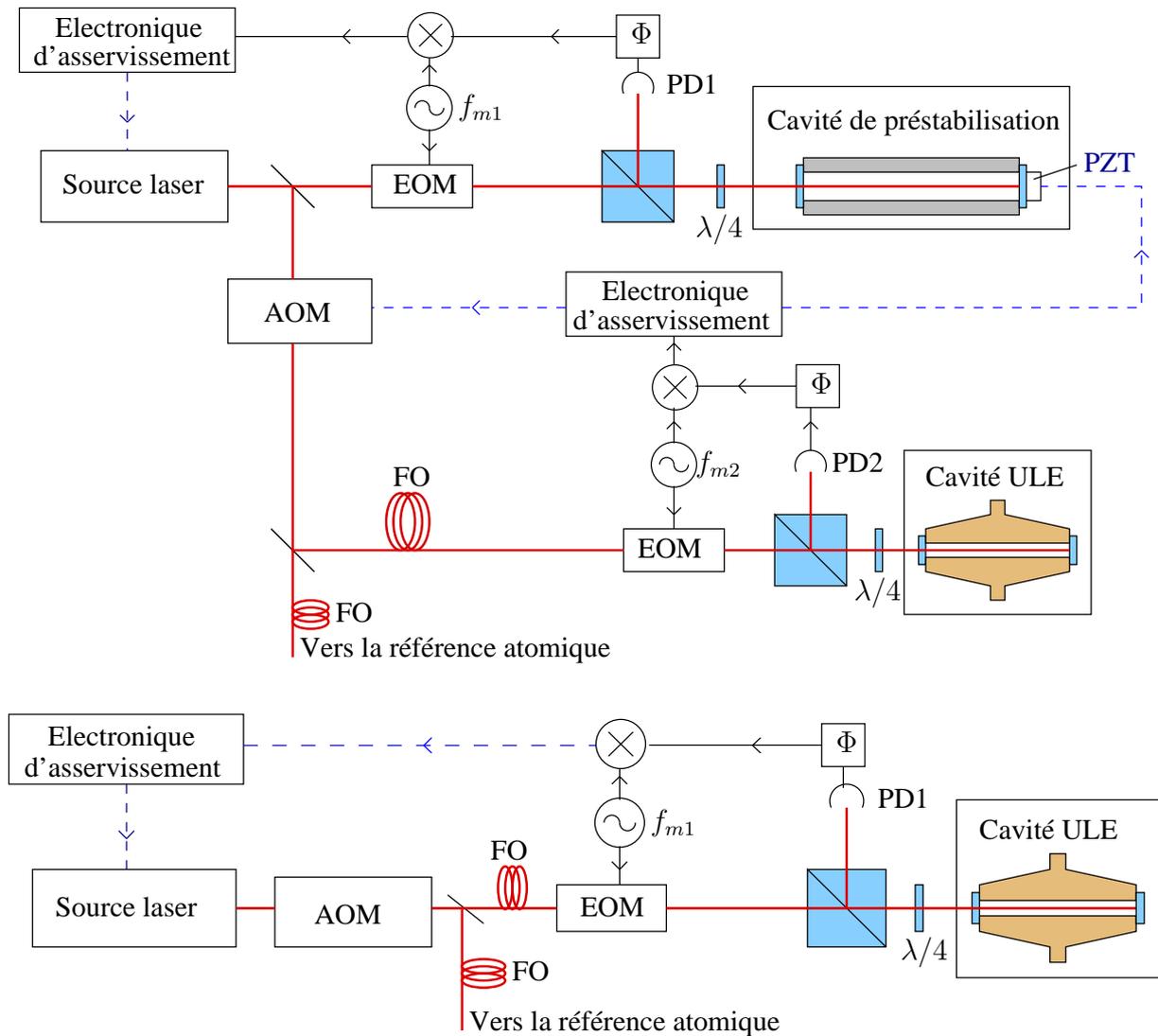


FIGURE V.2 : Représentation schématique d'un asservissement laser PDH sur une cavité de référence. En haut, système utilisant une cavité de pré-stabilisation. En bas, stabilisation du laser directement sur la cavité ULE.  $f_{m1}$  et  $f_{m2}$  sont les fréquences de modulation de l'EOM (Modulateur électro-optique), l'AOM est un modulateur acousto-optique utilisé pour mettre en résonance le laser avec la cavité, FO sont des fibres optiques,  $\lambda/4$  sont des lames quart d'onde et  $\Phi$  représente un déphaseur.

- asservir directement le laser sur la cavité ULE. Dans ce cas les corrections sont appliquées sur les éléments internes du laser (voir le schéma du bas de la figure V.2) ou sur des éléments externes à travers un AOM ou un EOM.

### Les performances

Les lasers asservis sur des cavités ULE "ultra" stabilisées ont typiquement une largeur spectrale de l'ordre du Hz et une instabilité inférieure ou égale à  $10^{-15}$  sur la seconde, avec une dérive de fréquence à court terme (due à la dérive thermique) de l'ordre de la dizaine de mHz/s, et une dérive long terme due à la relaxation mécanique de l'ULE du même ordre de grandeur. Par exemple l'équipe du NRC présente un laser à 674 nm avec une précision de 4,3 Hz, limitée par la transformée de Fourier de la spectroscopie de la transition d'horloge de l'ion  $^{88}\text{Sr}^+$ , une stabilité de  $5 \times 10^{-16}/3000$  s, une dérive à court terme de 23 mHz/s et une dérive à long terme de 13,9 mHz/s [109]. Les lasers les plus précis sont ceux du MPQ et du NIST avec des performances respectives de  $\Delta\nu \sim 0,5$  Hz [89] et  $\Delta\nu \sim 0,6$  Hz [110]. Ces mesures ont été réalisées en effectuant le battement de deux lasers asservis de même type et ne sont limitées que par la résolution de l'appareil de mesure et les performances, des étages de stabilisation ou d'isolation, des cavités de références. Les performances du laser du NIST sont par exemple limitées par le bruit mécanique de la cavité ULE [89].

Dans le but d'améliorer les performances du laser Titane-Saphir, le choix de stabiliser le laser via deux étages de stabilisation a été fait. Deux raisons principales nous ont conduit à ce choix, une raison technique et une raison historique. En effet, avant la construction du laser Titane-Saphir, la source lumineuse à 729 nm était une diode laser (*AOC 730-100-TO3 BAL*) à ruban large ( $100\mu\text{m} \times 1\mu\text{m}$ ) délivrant 100 mW à 1 A, dont la largeur spectrale nominale était de 2 nm [93]. Ce laser était asservi sur une cavité ULE de finesse  $\sim 10000$  et de longueur 10 cm (soit un intervalle spectral libre de 1,5 GHz). La largeur spectrale du laser a pu ainsi être réduite jusqu'à environ 20 kHz. Or avec une telle cavité la largeur spectrale du laser asservie devrait être de l'ordre de la centaine de Hz. Nous avons alors conclu que les caractéristiques de cette cavité ULE étaient détériorées et que celle-ci ne nous permettaient pas d'atteindre les performances requises pour le laser d'horloge. Dans un premier temps, nous avons fait construire deux nouvelles cavités ULE avec une finesse de l'ordre de 100.000. Dans un second temps, nous avons construit une cavité de pré-stabilisation en Invar avec une finesse de  $\sim 1000$  dont la longueur est ajustable. En effet, bien que la finesse de la cavité Invar soit plus faible, sa longueur étant plus grande ( $L = 30$  cm, soit un intervalle spectral libre de 500 MHz), la largeur du pic d'Airy est du même ordre de grandeur que les anciennes cavités ULE (150 kHz pour les anciennes cavités ULE, et 500 kHz pour la cavité Invar), ce qui permet d'atteindre des performances similaires (c'est à dire des largeurs de raie du laser asservie de l'ordre du kHz). En outre, un intervalle spectral libre de 500 MHz et une longueur de cavité ajustable permettent de trouver facilement l'accord entre les ions et les fréquences de résonances de la cavité. De plus, l'utilisation de deux étages d'asservissement permet de réduire les contraintes sur l'électronique de rétroaction pour chaque étage. Enfin, le laser asservi sur cette cavité de pré-stabilisation a des performances suffisantes pour réaliser les premiers spectres de bandes latérales de l'ion  $\text{Ca}^+$  (voir la partie VI.2.1).

Le second étage de stabilisation en fréquence sera fait sur une cavité de référence dont le spacer est en ULE, afin de minimiser les effets des dérives thermiques. De plus, nous avons fait le choix d'asservir en température la cavité, en contrôlant la température d'une boîte en aluminium entourant l'enceinte à vide, mais aussi de l'isoler thermiquement à l'aide de trois boucliers thermiques. Ceci permettra de réduire les fluctuations de température de la cavité à quelques  $\mu K$ . Dans le but de réduire la sensibilité de la cavité ULE aux bruits mécaniques elle sera montée verticalement. Plusieurs simulations numériques ont été faites afin d'étudier la géométrie optimale pour cette nouvelle cavité [116] (voir au paragraphe V.4).

## V.2 Le laser Titane Saphir

### V.2.1 Caractéristiques du laser titane-saphir

Le laser d'horloge utilisé est un laser Titane-saphir réalisé au sein du laboratoire, sur le modèle d'un autre laser titane-saphir conçu dans le groupe de François Biraben [96]. Le milieu amplificateur est un cristal titane-saphir de 15 mm de long, taillé à l'incidence de Brewster pour une radiation de 729 nm. La courbe de gain de ce milieu est très large, couvrant un domaine de longueurs d'onde allant de 690 nm à 1,1  $\mu m$ . Sa courbe d'absorption est centrée autour de 500 nm ce qui autorise un pompage optique par un laser de type Néodyme-YAG (Nd :YVO<sub>4</sub>) doublé ou un laser Argon. Le laser de pompe utilisé est un Néodyme-YAG doublé monomode (Verdi de Cohérent) délivrant une puissance de sortie de 5W.

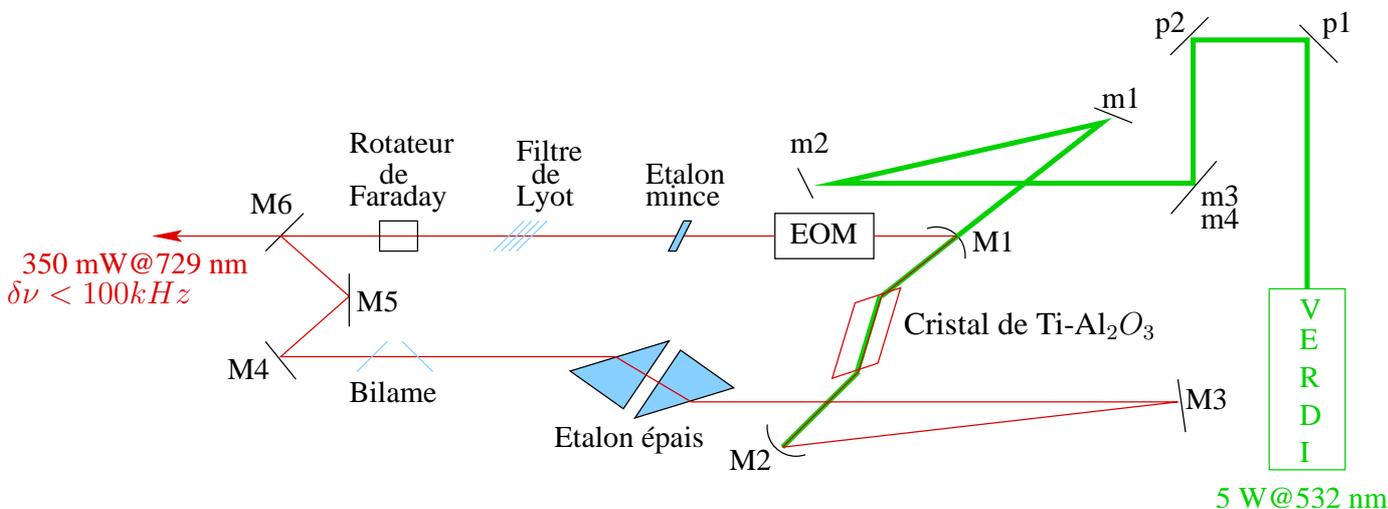


FIGURE V.3 : Schéma du laser Titane saphir (laser d'horloge). Les miroirs  $M_1$  et  $M_2$  sont des miroirs sphériques de rayon de courbure 15 cm. Le miroir  $M_6$  est le coupleur de sortie ( $T=4\%$ ). Les miroirs  $p_1$  et  $p_2$  sont des miroirs de pompe dont l'orientation est réglable.

La cavité laser est une cavité en anneau dans le plan horizontal, composée de 6 miroirs (voir la figure V.3). Deux miroirs sphériques ( $M_1$  et  $M_2$ ) de rayon de courbure de 15 cm entourent le cristal. Ces deux miroirs sont dichroïques (transmission maximale pour les raies du laser pompe

et réflexion maximale à la longueur d'onde du laser). Les quatre autres miroirs formant la cavité sont tous plans. Ils définissent une cavité de longueur 1,6 m ce qui correspond à un intervalle spectral libre de 185 MHz. Le coupleur de sortie est le miroir M6. La puissance de sortie du laser à la longueur d'onde de travail (729 nm) est ainsi de 250 mW pour une puissance du laser de pompe de 5 W.

Enfin les deux miroirs plans M3 et M4 sont collés chacun sur une cale piézo-électrique (respectivement un piézo-électrique haute tension et un basse tension, dont les résonances mécaniques sont autour du kHz), ceci afin de pouvoir apporter des modifications à la longueur de la cavité et de corriger ainsi la fréquence au laser.

Le laser TiSa contient une diode optique qui définit les sens de propagation du faisceau dans la cavité. Un système passif fait tourner le vecteur polarisation de l'onde d'un angle  $\pm\theta$  en fonction du sens de propagation, indépendamment de la longueur d'onde. Il est constitué du miroir M5, qui n'est pas dans le même plan horizontal que les autres miroirs et des miroirs M4 et M6 [96]. Un rotateur à effet Faraday, constitué d'une lame biréfringente (verre Hoya) à l'incidence de Brewster dans un champ magnétique intense (120 kG) permet de faire tourner le vecteur polarisation de l'onde d'un angle  $\theta$  quel que soit le sens de propagation. Dans un sens les rotations du vecteur polarisation se compensent et dans l'autre elles s'ajoutent, introduisant des pertes. Ce système astucieux sélectionne naturellement le sens de propagation ayant le moins de pertes.

## V.2.2 Sélection de la longueur d'onde de travail

Les modes de la cavité ainsi définis sont séparés de 187,5 MHz. Il est ensuite nécessaire de placer dans la cavité différents éléments sélecteurs de fréquence (voir le schéma V.4). Le moins sélectif est le filtre de Lyot. Il est constitué de quatre lames biréfringentes d'épaisseurs différentes (e, 2e, 4e, 16e, où e est l'épaisseur de la lame la plus fine), il a été assemblé au sein du laboratoire. En jouant sur l'orientation de l'axe optique de l'ensemble des lames on peut sélectionner une zone spectrale de 0,05 nm de large. Ce filtre est placé à l'incidence de Brewster afin de minimiser les pertes induites dans la cavité laser.

L'étalon mince (constitué d'une lame de silice de 0,7 mm d'épaisseur) fait office de Fabry-Pérot d'intervalle spectral libre égal à 150 GHz. L'orientation de la lame par rapport au faisceau fait varier l'épaisseur apparente du Fabry-Pérot, et donc la plage de fréquence sélectionnée.

L'étalon épais est constitué de deux prismes en regard distants de 8 mm définissant un Fabry-Pérot d'intervalle spectral libre de 19 GHz. Une cale piézo-électrique sur l'un des prismes permet en variant l'épaisseur de l'étalon, une excursion en fréquence de 400 GHz.

Enfin le bilame, constitué de deux lames de 10 mm d'épaisseur placées au voisinage de l'incidence de Brewster que l'on fait tourner symétriquement, permet de faire varier la longueur optique de la cavité du laser et donc sa longueur d'onde.

Le dernier élément constitutif de la cavité est un modulateur électro-optique (*EOM PM 25 de LINOS*) monté en modulateur de phase. Il est utilisé pour corriger les fluctuations de phase du laser à haute fréquence lors de l'asservissement.

Les orientations du filtre de Lyot et de l'étalon mince sont réglées pour maximiser la puissance de sortie du laser à la longueur d'onde de 729 nm.

Afin de rendre le laser monomode nous asservissons l'épaisseur de l'étalon épais au maxi-

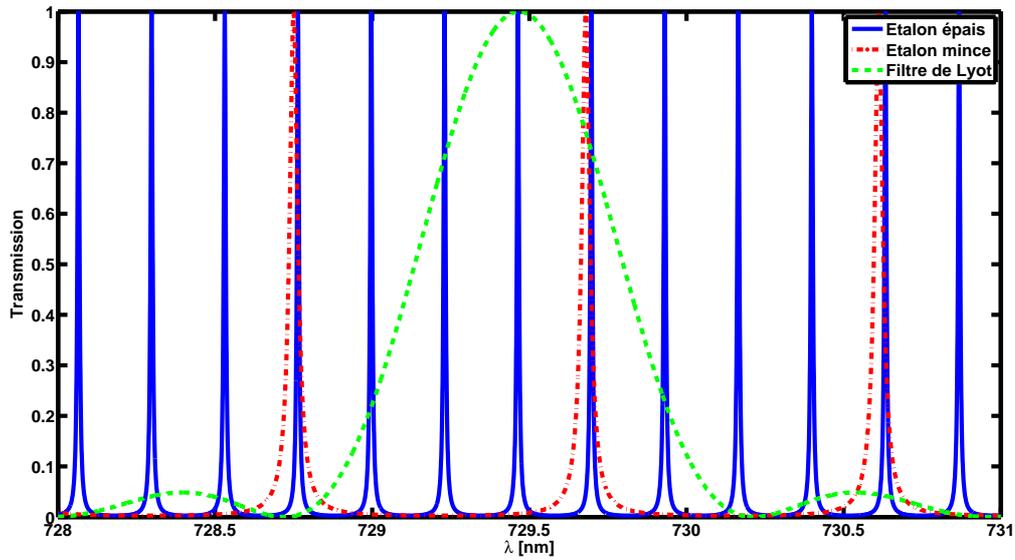


FIGURE V.4 : Schéma représentatif de la réponse en fréquence des différents éléments pouvant sélectionner la longueur d'onde du laser. On peut y voir la réponse du filtre de Lyot de l'étalon mince et de l'étalon épais. Pour rendre maximale la puissance de sortie du laser à la longueur d'onde de 729 nm il faut modifier les paramètres de chaque filtre pour faire coïncider les pics autour de la bonne longueur d'onde.

imum de l'intensité du laser. Ceci est réalisé en modulant la tension appliquée à la cale piézo-électrique de l'étalon épais (modulation à 3,6 kHz). La fluctuation d'amplitude qui en résulte est détectée par une photodiode puis traitée par une détection synchrone et un circuit d'asservissement (intégrateur pur). Le signal de rétroaction est ensuite appliqué sur la même cale piézo-électrique.

La puissance de sortie du laser est alors d'environ 250 mW, à la longueur d'onde de 729 nm, et avec une largeur spectrale inférieure à 100 kHz. Cette faible largeur de raie est due à une bonne stabilité mécanique. En effet le laser d'horloge est posé sur une plaque de marbre, elle-même posée sur une table optique (table optique montée sur des pieds à coussin d'air asservis), isolant respectivement de manière passive et active le laser des vibrations mécaniques. De plus, le laser est enfermé dans une boîte en plexiglass, placée sur la table optique, dans laquelle règne une légère surpression, isolant le laser des poussières extérieures.

## V.3 Premier étage de stabilisation

Le premier étage de stabilisation, qui sera décrit au cours des paragraphes qui suivent, assure une stabilisation en fréquence sur une cavité de pré-stabilisation. La cavité est constituée d'un miroir concave de rayon de courbure 2 m et d'un miroir plan, dont les coefficients de réflexion des miroirs définissent une finesse de l'ordre de 1000. La longueur de la cavité est définie par un barreau d'Invar de 30 cm, ce qui correspond à un intervalle spectral libre de 500 MHz. L'Invar possède l'avantage d'avoir un faible coefficient de dilatation thermique (de l'ordre de  $10^{-6}/\text{K}$ ), ce qui le rend moins sensible aux fluctuations de la température extérieure et donc améliore la stabilité en fréquence du laser qui est asservi dessus. Une cale piézo-électrique montée sur le miroir plan permet de modifier la longueur optique de la cavité, corrigeant d'éventuelles fluctuations de longueur. Ce premier étage de stabilisation a pour but de réduire au kHz la largeur de raie du laser afin de faciliter le second étage de stabilisation, mais aussi de construire les premiers spectres de bandes latérales de l'ion calcium. La longueur de la cavité de pré-stabilisation sera d'ailleurs asservie sur une référence atomique afin d'en augmenter la stabilité.

### V.3.1 Montage mécanique

La cavité est à l'intérieur d'une enceinte (où règne un vide secondaire, pression =  $10^{-7}$  –  $10^{-8}$  torr) posée sur un V-Bloc en acier inoxydable. L'enceinte repose elle-même sur la table optique par l'intermédiaire de V-Blocs. Des joints de découplage mécanique en viton ont été disposés entre chaque zone de contact (V-Bloc/enceinte, enceinte/V-Bloc, V-Bloc/cavité), le viton étant utilisé pour ses propriétés d'amortissement mécanique et de faible conductivité thermique. L'utilisation de ces différents matériaux et l'optimisation de leur surface de contact améliorent l'isolation acoustique, mécanique et thermique de la cavité d'un facteur 200 dans la plage de fréquence 1-500 Hz (Mesures réalisées avec un accéléromètre sismique piézo-électrique). Il en résulte une très bonne stabilité mécanique pour la cavité. Enfin, l'enceinte à vide est entourée d'un isolant thermique afin de réduire les fluctuations de température de la cavité optique.

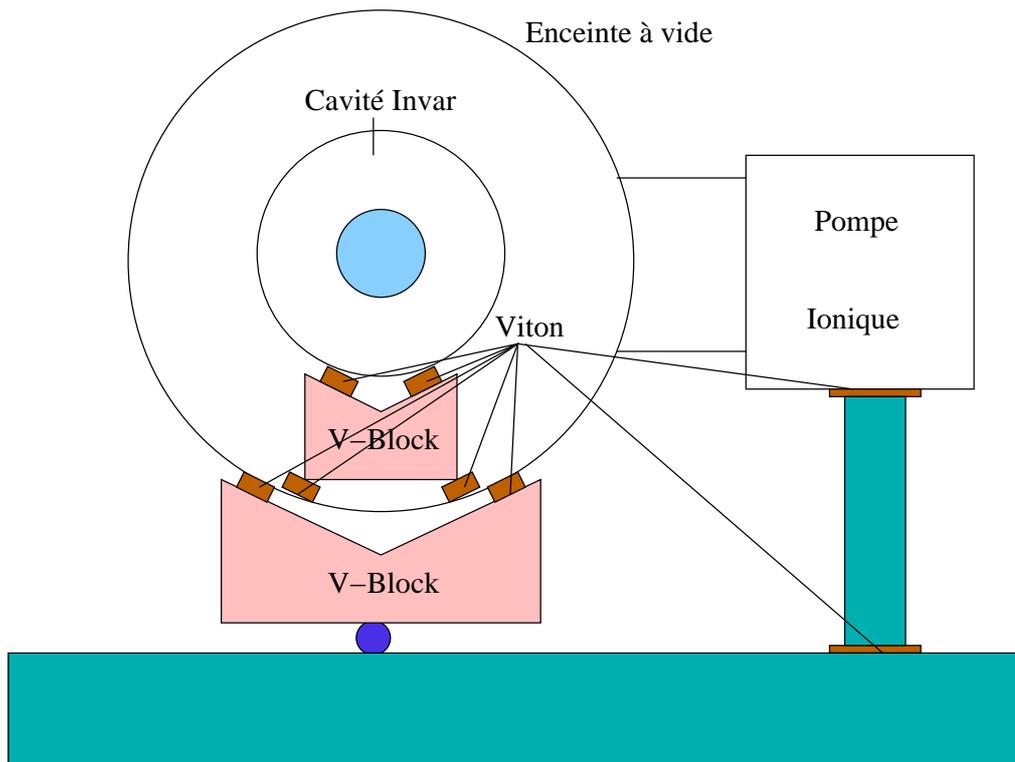


FIGURE V.5 : Schéma de montage de la cavité Invar.

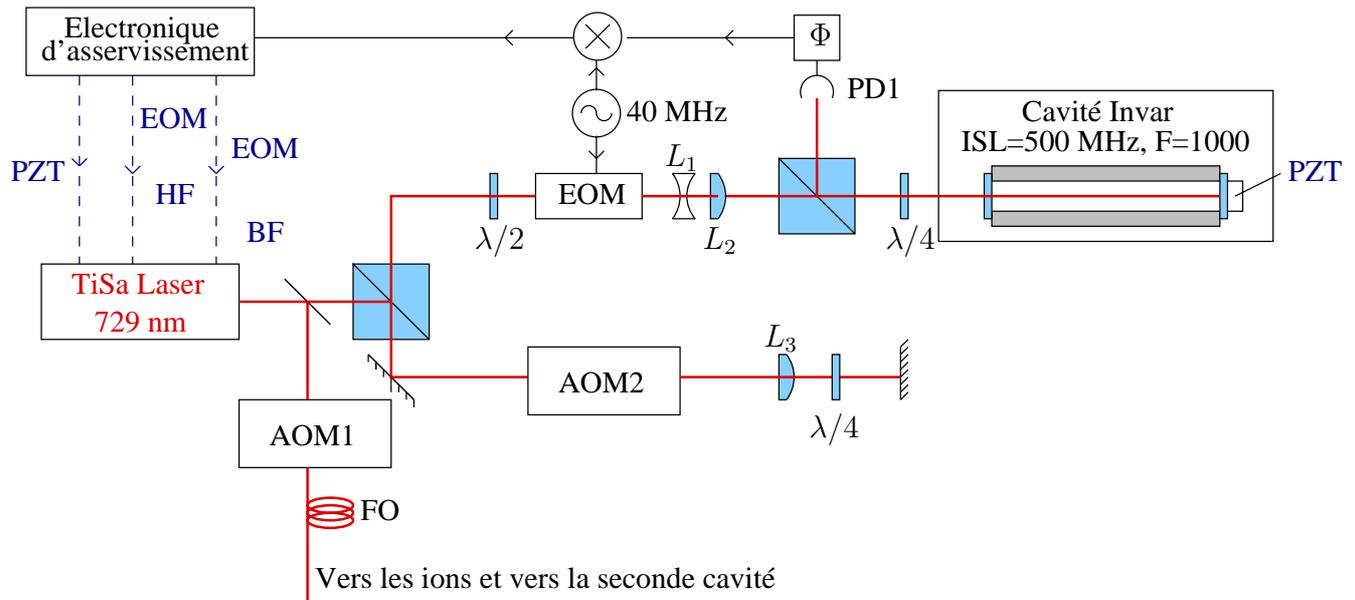


FIGURE V.6 : Schéma d'asservissement du laser TiSa. La fréquence du laser est asservie sur une cavité Invar ( $L = 30$  cm, finesse de l'ordre de 1000). Le faisceau optique passe à travers l'AOM2 (double passage) afin de trouver la résonance avec la cavité. Lorsque la boucle d'asservissement est fermée il permet aussi de modifier la fréquence du laser d'horloge et donc de scanner sa fréquence. Il est ensuite dirigé vers un EOM pour moduler en phase le faisceau laser et réaliser le signal d'erreur de PDH. Les lentilles  $L_1$  et  $L_2$  (de distances focales respectives -100 mm et 1000 mm) permettent d'adapter l'impédance entre le faisceau laser et la cavité optique. L'AOM1 est utilisé comme interrupteur optique pour le faisceau laser allant vers les ions.

### V.3.2 Description de l'asservissement

Le laser d'horloge est asservi sur la cavité Fabry-Pérot de pré-stabilisation en utilisant la méthode de Pound Drever Hall [119]. La figure V.13 montre le schéma optique de l'asservissement. Le faisceau laser est divisé en deux parties. La première est destinée à la construction du signal d'erreur pour la pré-stabilisation, tandis que la deuxième partie sera destinée à la fois au second étage d'asservissement, mais aussi à l'interrogation des ions. Le faisceau laser destiné à l'asservissement passe à travers un modulateur acousto-optique (AOM AA *optoelectronic MT 200*) monté en double passage. Il crée un écart de fréquence de  $2\nu_{AOM}$  entre le laser et la cavité de référence. Lorsque la boucle d'asservissement est fermée, on peut modifier la fréquence du laser d'horloge en faisant varier la fréquence de l'AOM. Le faisceau laser passe ensuite à travers un modulateur électro-optique qui module la phase du laser à la fréquence  $f_{mod} = 40$  MHz. Dans le but de limiter les modulations d'amplitude induites par l'EOM lorsque la polarisation du laser n'est pas alignée avec un des axes optiques du cristal, une lame demi onde est placée en amont de l'EOM afin de faire tourner la polarisation. L'onde laser modulée en phase s'écrit :

$$E(t) = E_0 \exp(i2\pi\nu t) \exp(im \sin(2\pi f_{mod} t)) \quad (\text{V.3})$$

où  $m$  est l'indice de modulation. Lorsque  $m \ll 1$ , l'onde lumineuse s'écrit alors comme la superposition d'une porteuse et de deux bandes latérales.

$$E(t) = E_0 \exp(i2\pi\nu t) \left( 1 + \frac{m}{2} \exp(i2\pi f_{mod} t) - \frac{m}{2} \exp(-i2\pi f_{mod} t) \right) \quad (\text{V.4})$$

En régime stationnaire, la cavité Fabry-Pérot est un système linéaire. L'onde réfléchie s'écrit alors :

$$E_{ref}(t) = E_0 \exp(i2\pi\nu t) \left( r(f) + r(f + f_{mod}) \frac{m}{2} \exp(i2\pi f_{mod} t) - r(f - f_{mod}) \frac{m}{2} \exp(-i2\pi f_{mod} t) \right) \quad (\text{V.5})$$

avec

$$r(f) = \frac{-r_1 + r_2(1 - P_1)e^{-\frac{4\pi f L}{c}}}{1 - r_1 r_2 e^{-\frac{4\pi f L}{c}}} \quad (\text{V.6})$$

Où  $f = \nu - \nu_0$  est le désaccord à la résonance de la porteuse,  $r(f)$  est la fonction de réflectance de la cavité Fabry-Pérot (cf. annexe),  $r_1$  et  $r_2$  sont les coefficients de réflexion des deux miroirs et  $P_1$  les pertes du premier miroir. La puissance réfléchie est recueillie par une photodiode d'efficacité quantique  $\eta$  (*New Focus 1801 FS*). Les photo-électrons sont convertis en tension par la transimpédance  $Z$ . La tension résultante est filtrée autour de ses composantes radiofréquences (signaux de la fréquence de modulation ou harmoniques), puis démodulée en phase par l'onde  $V_0 \sin(2\pi f_{mod} t)$ , pour constituer le signal de Pound-Drever-Hall :

$$S_{PDH}(t) = K_{ph} \frac{m}{2} P_0 \text{Im}[r(f)r^*(f - f_{mod}) - r^*(f)r(f + f_{mod})] \quad (\text{V.7})$$

avec

$$K_{ph} = \eta \frac{e}{h\nu} Z (2G_{mix}) \quad (\text{V.8})$$

où  $h$  est la constante de Planck,  $e$  la charge unitaire de l'électron,  $G_{mix}$  représente les pertes d'insertion du mélangeur, en tension, lorsque  $V_0$  est la tension nominale sur le port de l'oscillateur local du mélangeur ( $G_{mix} = 10^{pertes(dB)/20}$ ), ce facteur vaut généralement 1/2.  $\text{Im}()$  représente la partie imaginaire et  $*$  note le complexe conjugué.

La figure V.7 représente le signal en transmission de la cavité, ainsi que le signal d'erreur après filtrage puis démodulation, analysé sur un oscilloscope numérique, pour une puissance incidente laser de 1,6 mW sur la photodiode et une fréquence de balayage de la cavité de référence de 500 Hz. Le signal en transmission de la cavité montre l'apparition de bandes latérales à  $f_{mod} = 40$  MHz lorsqu'une tension de modulation est appliquée sur l'EOM. Le signal d'erreur possède une pente très raide autour de la fréquence centrale du pic sur lequel on veut s'asservir ( $f \sim 0$ ), et il est maximum pour  $f \sim \Delta\nu/2$ , où  $\Delta\nu$  représente la largeur à mi-hauteur du pic d'Airy de la cavité optique. Ceci constitue un signal d'erreur parfait pour notre asservissement qui sera divisé en trois étages.

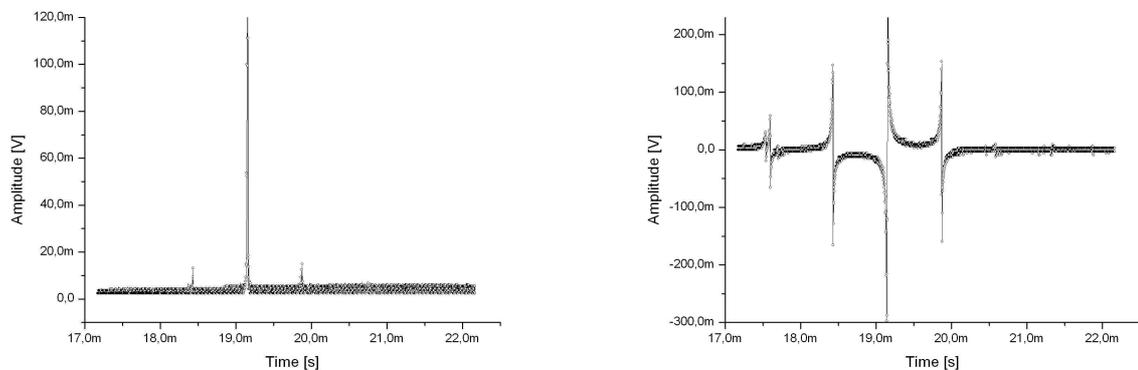


FIGURE V.7 : A gauche représentation du signal en transmission de la cavité Invar. A droite représentation du signal en réflexion de la cavité après démodulation : signal d'erreur de PDH

Le signal d'erreur est filtré à très basse fréquence (intégrateur pur) puis envoyé sur la cale piézo-électrique du miroir M5 afin d'effectuer des corrections basses fréquences sur la longueur de la cavité laser. Afin de fournir un maximum de gain basse fréquence, la bande passante de ce premier étage de stabilisation ne dépassera pas le kHz. En effet au-delà de cette fréquence la réponse du système "miroir plus élément piézo-électrique" se met à osciller à cause des résonances mécaniques de ce dernier.

Le signal d'erreur est ensuite envoyé directement sur une des électrodes de l'EOM intracavité sans filtrage préalable. La bande passante naturelle de l'EOM sert de filtre pour les corrections hautes fréquences ( $f_c \sim$  MHz). Une partie du signal est ensuite filtrée par un passe bas dont la fréquence de coupure est de l'ordre de 3 kHz, puis envoyée sur la seconde électrode de l'EOM à travers un ampli haute tension (TEGAM 2340) [121]. Le schéma de l'électronique d'asservissement est présenté sur la figure V.8. Autour de ces fréquences (moyenne fréquence et haute fréquence) le déphasage introduit par la longueur des câbles devient critique et peut entraîner une instabilité du système. Le déphasage introduit par le passage du signal d'erreur à travers des câbles électriques peut être de l'ordre de  $\pi$  et ainsi amplifier les bruits dans la boucle

d'asservissement. Afin de préserver les performances de l'électronique de correction la longueur des câbles est minimisée et ajustée.

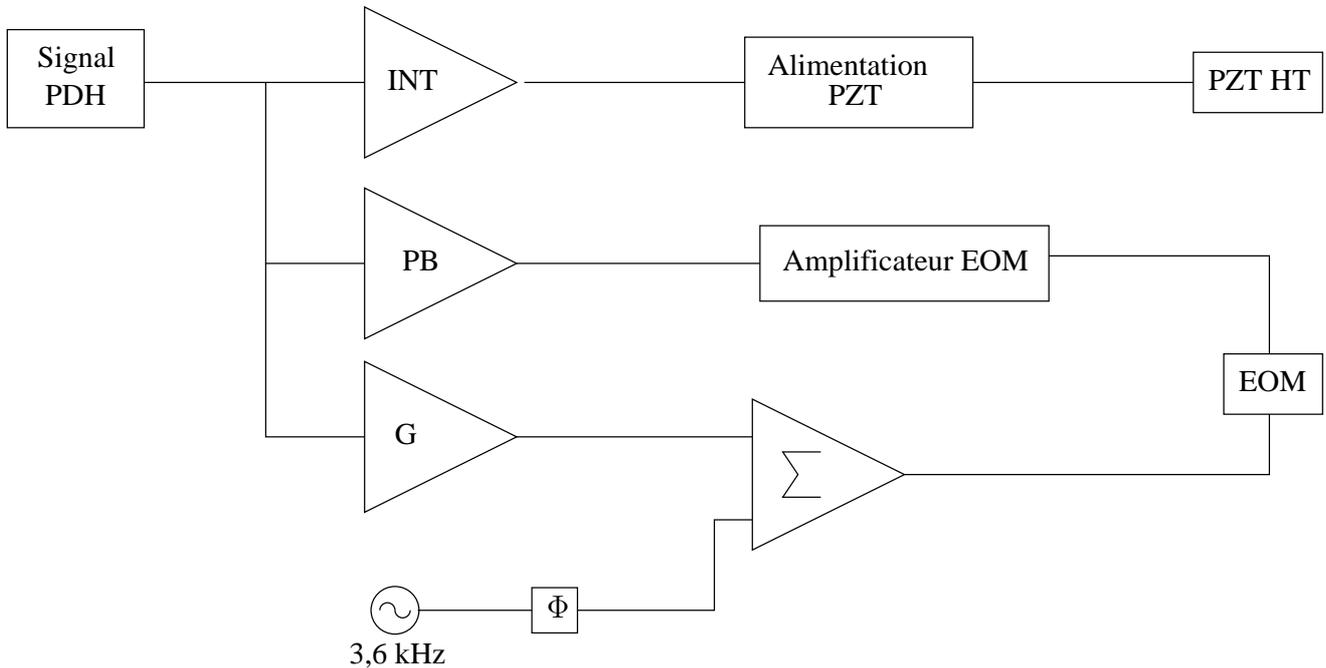


FIGURE V.8 : schéma de l'électronique d'asservissement du laser TiSa. INT est une intégrateur de fréquence de coupure 200 Hz, PB est un passe bas de fréquence de coupure 2,6 kHz et G est un amplificateur de gain 31. Le signal à 3,6 kHz est le signal modulant de l'asservissement monomode du laser TiSa[122]. L'amplificateur de L'EOM est un amplificateur 200V TEGAM 2340

### V.3.3 Performances du premier étage de stabilisation

#### 3.3.1 Analyse du spectre de bruit

Le signal d'erreur est directement utilisé comme moyen d'analyse. Un analyseur de spectre (FFT *Briuel & Kjaer*) permet de mesurer la densité spectrale de puissance du signal d'erreur. Dans un premier temps, l'analyseur de spectre doit être calibré afin de convertir le bruit en tension sur le signal d'erreur en bruit de fréquence. Pour y parvenir il faut mesurer la pente du discriminant fourni par le signal d'erreur en unités de V/Hz. Deux quantités sont nécessaires pour mesurer expérimentalement cette valeur. La tension  $V_{pp}$  entre les deux valeurs extrêmes du signal d'erreur. Cette quantité se mesure en enregistrant la forme du signal d'erreur avec un oscilloscope numérique tandis que la fréquence laser est balayée. La largeur de raie de la cavité est mesurée expérimentalement en utilisant un oscilloscope numérique et en mesurant la largeur à mi hauteur du pic après avoir converti l'échelle temporelle en échelle fréquentielle à l'aide de l'ISL.

La pente du discriminant est déduite en utilisant la formule suivante :  $Pente = V_{pp}/FWHM$  [123]. En utilisant le signal d'erreur de la figure V.7 et en sachant que les pics de la cavité Fabry-

Pérot ont une largeur de 500 kHz on peut déduire que la pente du discriminant est de  $5\mu\text{V/Hz}$ . Cette donnée est rentrée dans l'analyseur de spectre et la figure V.10 est obtenue. Il s'agit de la densité spectrale du signal d'erreur de l'asservissement lorsque le laser est asservi.

### 3.3.2 Limitation de la boucle d'asservissement

La bande passante et le gain des différentes voies d'asservissement (basses fréquences, moyennes fréquences et hautes fréquences) sont limités par l'apparition de résonances. En effet, aux alentours de ces fréquences l'amplitude du signal augmente, mais plus important, la phase tourne de  $\pi$  (voir la figure V.9), entraînant une modification de la phase du signal d'erreur de  $\pi$ . Celui-ci ne corrige alors plus le bruit mais l'amplifie. Il est donc primordial d'identifier ces fréquences de résonance, afin d'en limiter le gain sur l'électronique de correction.

En ce qui concerne les voies basses fréquences, les éléments piézo-électriques ont des résonances mécaniques autour de quelques kHz. La bande passante et le gain de l'asservissement basse fréquence sont donc limités par ces résonances sous peine de faire osciller le système et de détériorer les performances du laser. Ces fréquences de résonance sont inversement proportionnelles à la masse que doit déplacer le PZT, mais aussi à la nature du PZT. Nous avons envisagé deux solutions pour réduire cette limitation. Utiliser des PZT haute tension (HT) dont les fréquences de résonances sont plus élevées, ou réduire le poids des miroirs que nous devons déplacer pour effectuer les corrections. C'est la première solution qui a été appliquée. De plus, l'utilisation d'un PZT HT permet de limiter les bruits de fréquence induits par les bruits de tensions sur les câbles. En effet, la variation tension-longueur et donc tension-fréquence, induite par un PZT HT est plus faible que pour un PZT basse tension (BT). Ainsi le bruit de fréquence induit par le bruit de tension sera plus faible.

Le modulateur électro-optique possède lui aussi des fréquences de résonance, de l'ordre d'une centaine de kHz. Afin de déterminer leur nature et leur origine, une série de tests sur l'ensemble des éléments constitutifs de la boucle d'asservissement a été effectuée [121]. Un signal modulant est envoyé vers l'EOM à travers un amplificateur haute tension (*TEGAM 2340*). Lorsque la polarisation du laser qui traverse l'EOM n'est pas alignée avec l'un des axes principaux du cristal de l'EOM, le faisceau laser voit sa polarisation modulée, puis son intensité après la traversée d'un cube polariseur. Une photodiode rapide (*New Focus 1801, bas bruit, bande passante de 125 MHz*) détecte le signal modulé. La phase et l'amplitude des signaux modulés et modulant sont comparés, mettant en évidence des fréquences de résonance. Le tableau V.1 contient les différentes fréquences de résonance trouvées. L'intensité relative de ces résonances est indiquée en deuxième ligne (rapport de l'amplitude crête à crête du signal observé sur la photodiode, par rapport à l'amplitude crête à crête du signal modulant du générateur de fréquence). De plus pour chaque fréquence de résonance la phase du signal de la photodiode tourne de  $\pi$  sur quelques centaines de Hz. La figure V.9 illustre ce phénomène pour la fréquence de résonance à 60,7 kHz. Ainsi pour chaque fréquence de résonance le signal d'erreur amplifie le bruit déjà présent, entraînant une oscillation du système d'asservissement lorsque le gain de la boucle de correction est trop grand à ces fréquences. Ces tests ont été effectués dans deux configurations différentes (EOM intra-cavité et EOM extra-cavité). Les résultats sont identiques, bien que dans la configuration extra-cavité l'amplitude des pics de résonance soit moins intense. La finesse spectrale et la reproductibilité de ces résonances semblent caractéristiques de résonances mécaniques (piézo-électrique). Ce type de résonance ne pouvant être corrigé, la bande passante

ainsi que le gain de la boucle d'asservissement seront donc limités pour les parties moyennes fréquence (entre quelques centaines de Hz et quelques dizaines de kHz, MF) et haute fréquence (de quelques dizaines de kHz au MHz, HF).

Fréquence(kHz)	60,7	64,7	74	78,6	85,9	92,8	117	120,2	127,9	140,6	233	...
Intensité relative (Vout/Vin)	0,3	1,2	1,2	1,8	10	7,5	1	1,3	4,2	1	1,6	...

TABLE V.1 : fréquences de résonance en kHz. La tension de modulation de l'EOM est appliquée à travers un amplificateur haute tension TEGAM 2340 de gain 50.

### 3.3.3 Optimisation des paramètres d'asservissement et contrôle de la largeur de raie.

Au vu des limitations introduites pour chaque domaine de fréquence par les résonances mécaniques, les paramètres de la boucle d'asservissement doivent être optimisés (à savoir le gain et la bande passante de chaque étage). Différents paramètres ont été testés pour chaque boucle d'asservissement et nous avons quantifié la performance de chaque paramètre en comparant les spectres du signal d'erreur de l'asservissement. Le bruit intrinsèque du laser doit être minimisé (en augmentant le gain sur un étage par exemple) sans pour autant amplifier le bruit de l'électronique. Ceci se traduit par une réduction de l'amplitude du spectre du signal d'erreur. Ces tests sont effectués pour chaque voie de l'électronique d'asservissement en commençant par les voies de plus hautes fréquences. Le produit final de ces tests est l'électronique présentée sur la figure V.8, dont le spectre du signal d'erreur est représenté sur la figure V.10. Un gain d'un facteur 10 sur la densité spectrale du signal d'erreur entre le signal asservi uniquement avec les corrections basses fréquences et celui asservi avec toutes les corrections est observé. En effet l'ajout des corrections hautes fréquences, prend le relais pour corriger le bruit du laser autour des fréquences de résonance du PZT, permettant d'améliorer le gain dans la boucle basse fréquence (BF) et ainsi de corriger le bruit basse fréquence plus efficacement. De plus il y a deux pics de bruit sur le spectre du signal d'erreur. Le premier à la fréquence de 3,6 kHz correspond à la fréquence de modulation de l'étalon épais pour l'asservissement monomode. Le second à la fréquence de 8 kHz correspond aux fréquences de résonance mécanique de l'élément piézo-électrique de la cavité laser.

### 3.3.4 Spectre d'autocorrélation.

Les paramètres de l'asservissement étant optimisés, la largeur de raie du laser va être quantifiée en contrôlant ses fluctuations instantanées de fréquence. Pour y parvenir un spectre d'autocorrélation du laser est réalisé. Une partie de la lumière est envoyée à travers un AOM, dans une fibre optique de 10 km de long. L'onde en sortie de la fibre est décalée temporellement de  $\frac{nL}{C}$  ou  $n$  est l'indice de la fibre. On réalise alors le battement de fréquence entre les signaux d'entrée et de sortie de fibre optique. Il est identique à celui obtenu entre deux lasers indépendants, dans la mesure où le décalage temporel introduit par la fibre est supérieur au temps de cohérence du laser (voir dans le chapitre III.2.1). La fréquence de battement est de plus décalée de 80 MHz

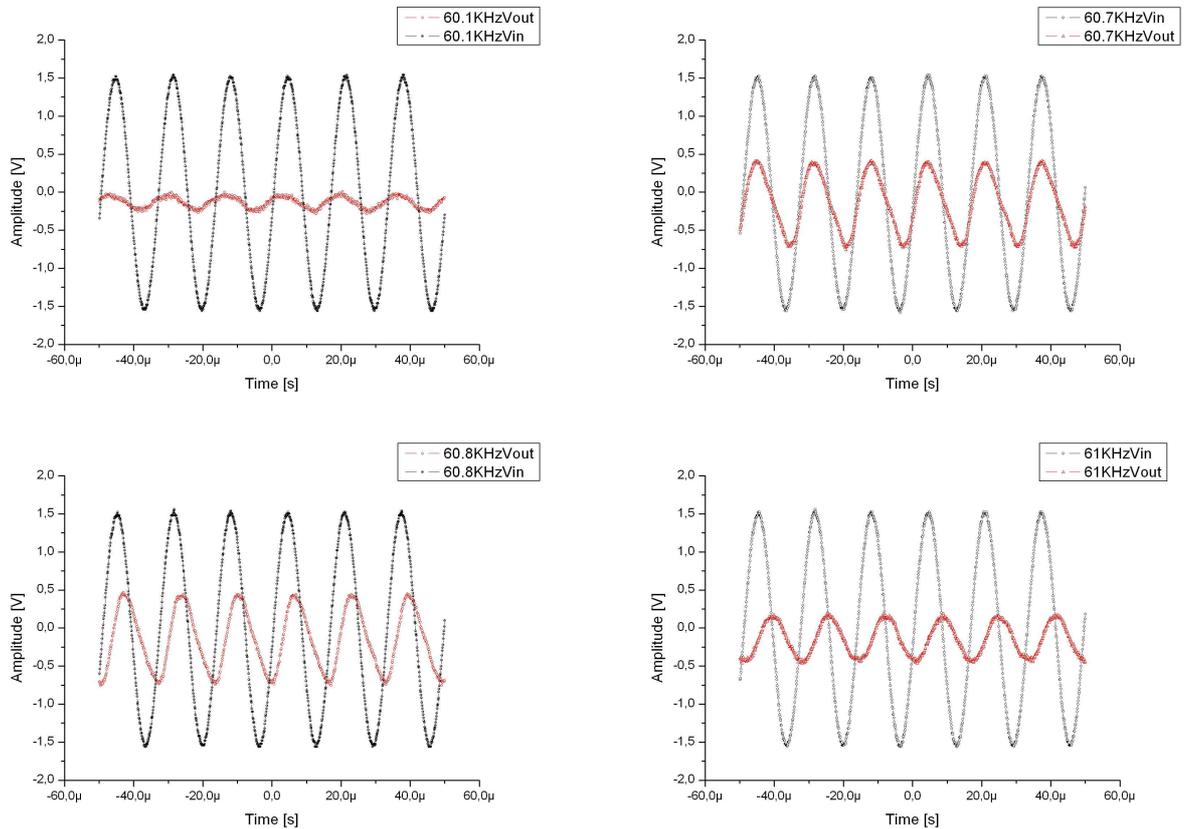


FIGURE V.9 : Comparaison entre le signal de modulation ( $V_{in}$ ) et le signal de la photodiode ( $V_{out}$ ). Figures enregistrées pour illustrer le phénomène de résonance à la fréquence de 60,7 kHz. Le déphasage entre les deux signaux apparaît ici clairement. En effet à la fréquence de 60,1 kHz les deux signaux sont en phase, puis sont en quadrature de phase pour la fréquence de 61 kHz.

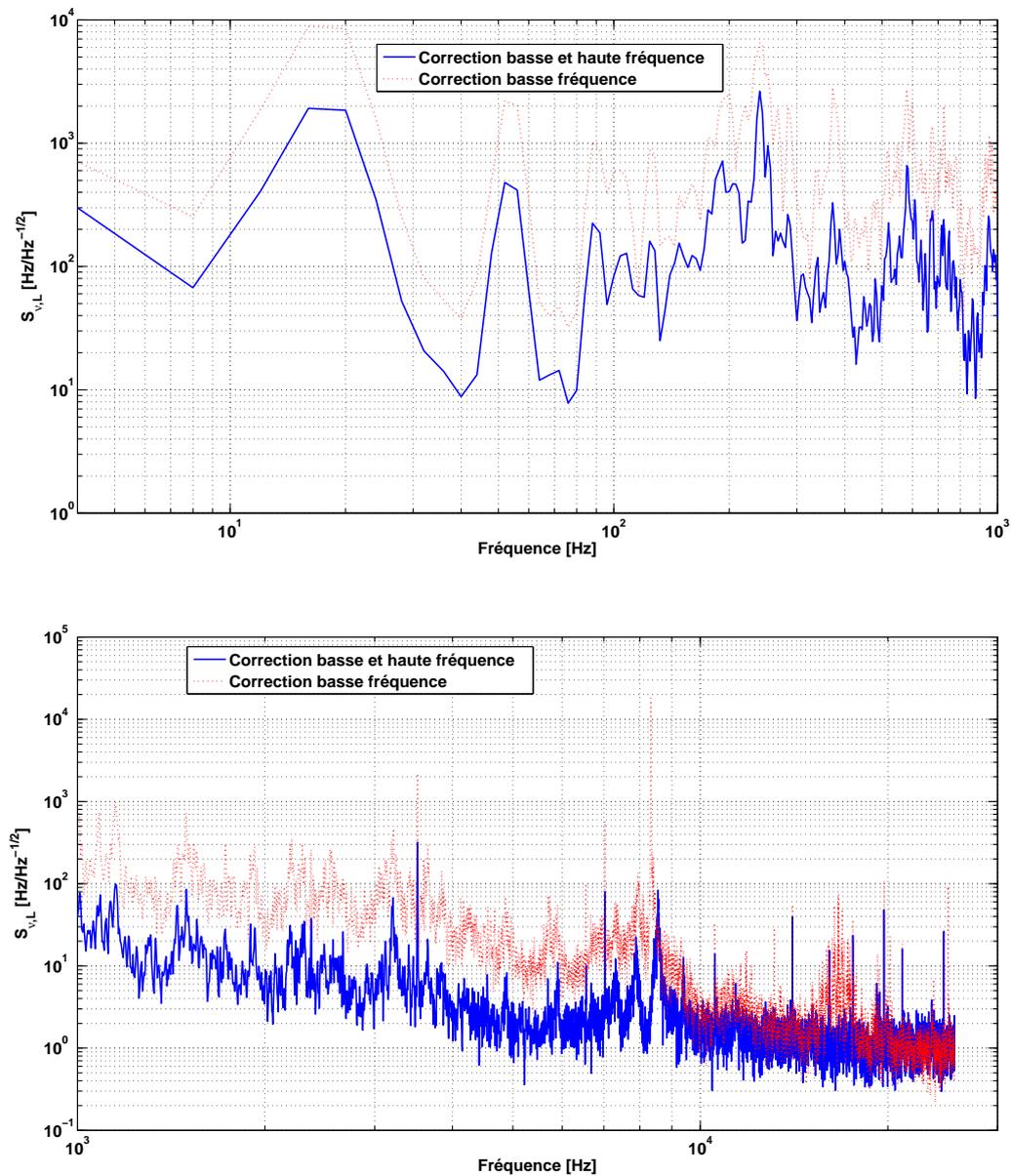


FIGURE V.10 : Spectre du signal d'erreur de l'asservissement. La courbe rouge (trait en pointillés) représente le spectre de l'asservissement lorsque seule la voie basse fréquence est active. La courbe bleue (trait plein) représente le spectre pour l'asservissement au complet

à l'aide de l'AOM, ceci afin d'éviter le pic de bruit en  $1/f$  de l'analyseur de spectre qui nous empêcherait d'observer le battement. La largeur du spectre observée est, à un facteur  $\sqrt{2}$  près, égale à la largeur de raie du laser, si les deux bras du laser sont décorrélés [86, 124]. La figure V.11 présente la réduction de la largeur de raie du laser lorsque la boucle d'asservissement est fermée. En effet elle passe de plusieurs centaines de kHz à quelques kHz.

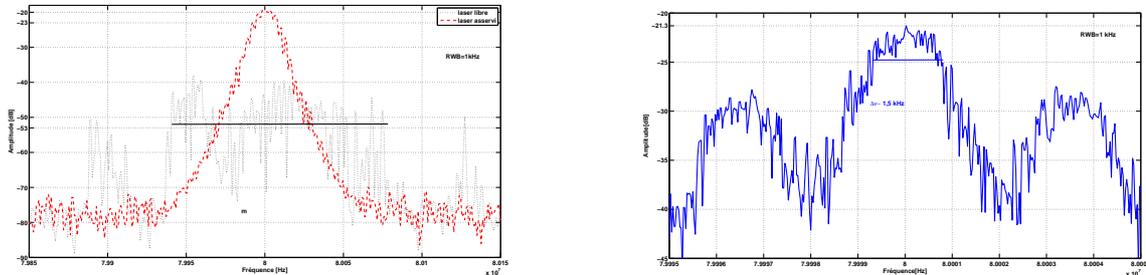


FIGURE V.11 : Spectre d'autocorrélation du laser. A gauche, spectre réalisé avec asservissement (courbe noire, tirets) et sans asservissement (courbe rouge, en pointillés). A droite, spectre réalisé avec asservissement mais avec une résolution plus grande.

La figure V.11 réalisée avec une résolution plus fine met en évidence des bandes latérales à la fréquence de 3,6 kHz. Le spectre du signal d'erreur présentait déjà un pic de bruit pour cette même composante fréquentielle (voir la figure V.10). Elle est induite par la modulation d'amplitude de l'asservissement monomode à 3,6 kHz. En effet la modulation de la longueur optique du Fabry-Pérot interne induit une modulation d'amplitude du laser, mais aussi une modulation de fréquence. Pour éliminer cette modulation, la fréquence du laser est modulée avec un signal à 3,6 kHz de même amplitude mais en opposition de phase par rapport au signal modulant de l'asservissement monomode. Pour y parvenir le signal modulant de l'asservissement monomode est déphasé de  $\pi$  avant d'être ajouté au signal de correction du laser par l'intermédiaire de la correction haute fréquence sur la seconde électrode de l'EOM [122] (voir le schéma électronique de l'asservissement V.8). Les bandes latérales disparaissent alors du spectre d'autocorrélation (voir figure V.12) et l'amplitude du pic de bruit à 3,6 kHz diminue sur le spectre du signal d'erreur.

La largeur de raie du spectre d'autocorrélation est estimée en ajustant la courbe de la figure V.12 avec une gaussienne après être repassé en échelle non logarithmique. La mesure donne une largeur de raie de 1 kHz limitée par la résolution de l'analyseur de spectre (RWB=1 kHz). La longueur de cohérence (longueur parcourue par l'onde durant le temps de cohérence) pour une telle largeur de raie est de 300 km. Or nous avons utilisé une longueur de fibre de 10 km ce qui correspondrait à une largeur spectrale pour le laser de 20 kHz. Comme la mesure du spectre d'autocorrélation est limitée par la résolution de l'appareil de mesure, et que cette résolution maximale est inférieure à 20 kHz, nous en déduisons que le laser en sortie de fibre optique n'est donc que partiellement décorrélé. Il en résulte que la largeur du laser asservi sur le premier étage d'asservissement est inférieure à 20 kHz. La mesure effectuée par le spectre d'autocorrélation ne constitue qu'une limite inférieure de la largeur de raie.

Afin de confirmer ces résultats et d'augmenter la précision de nos mesures, les moyennes des fluctuations de tensions résiduelles du signal d'erreur ont été estimées à l'aide de l'analyseur

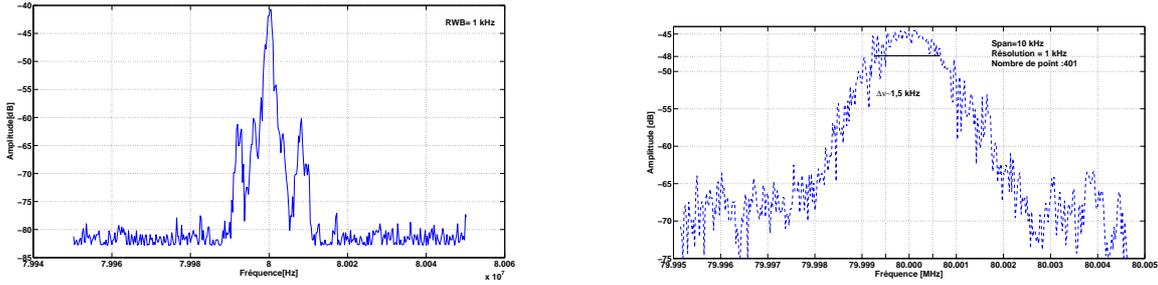


FIGURE V.12 : Spectre d'autocorrélation du laser. A gauche, spectre réalisé avec une excursion de 120 kHz et une résolution de l'analyseur de spectre de 1 kHz. A droite même spectre, mais avec une fenêtre de 10 kHz de large. L'ajustement gaussien de la courbe donne une largeur de raie de 1 kHz à -3 dB.

de spectre numérique (FFT). Lorsque le laser est asservi, la partie utile du signal d'erreur est linéaire et la transformation tension fréquence est donnée par la relation suivante :

$$\delta V = \frac{V_{pp}}{\Delta\nu_c} \delta\nu \quad (\text{V.9})$$

où  $\delta\nu$  est la fluctuation de fréquence,  $V_{pp}$  la tension crête à crête du signal d'erreur et  $\Delta\nu_c$  la largeur à mi-hauteur du pic de la cavité Fabry-Pérot. Les fluctuations de fréquence en fonction du temps sont analysées, après avoir calibré le FFT. En calculant la moyenne et l'écart type on trouve une largeur de raie de  $\delta\nu = 600$  Hz. Cette valeur est en parfait accord avec les résultats obtenus sur l'analyseur de spectre. Néanmoins, les fluctuations mesurées avec cette méthode sont les fluctuations du laser d'horloge par rapport à la cavité de référence. Il en résulte que toutes les fluctuations de la longueur de la cavité (généralement dérive thermique de la longueur optique) entraînant un élargissement du spectre du laser, ne sont pas détectables.

### V.3.4 Asservissement de la longueur de la cavité optique de référence sur une transition atomique

La longueur de la cavité Invar de pré-stabilisation peut fluctuer. Une variation de température de la cavité de 1 mK entraîne un déplacement de fréquence de 8.2 MHz, ce qui est inacceptable pour notre expérience. Il faut stabiliser la longueur de cette cavité sur une référence stable. En attendant la fabrication des cavités ultra haute résolution (cavités ULE) nous avons choisi de stabiliser la longueur de la cavité de pré-stabilisation sur une référence atomique : le rubidium. Il s'agit d'asservir la fréquence d'une diode laser sur la transition atomique du rubidium (transition  $5S_{1/2} - 5P_{3/2}$  du  $^{87}\text{Rb}$ ) et ensuite d'asservir la longueur de la cavité sur ce laser.

La technique d'asservissement que nous avons choisie de mettre en place est la technique FMFS (Fréquence Modulation Transfer Spectroscopy [125, 126, 127, 128]). Il s'agit d'une technique de spectroscopie d'absorption saturée, qui utilise la modulation en fréquence d'un des bras afin d'augmenter les performances. On peut comparer cette technique à une technique de PDH appliquée à la spectroscopie atomique. Un autre avantage est de supprimer les offsets introduits

dans les techniques classiques d'absorption saturée.

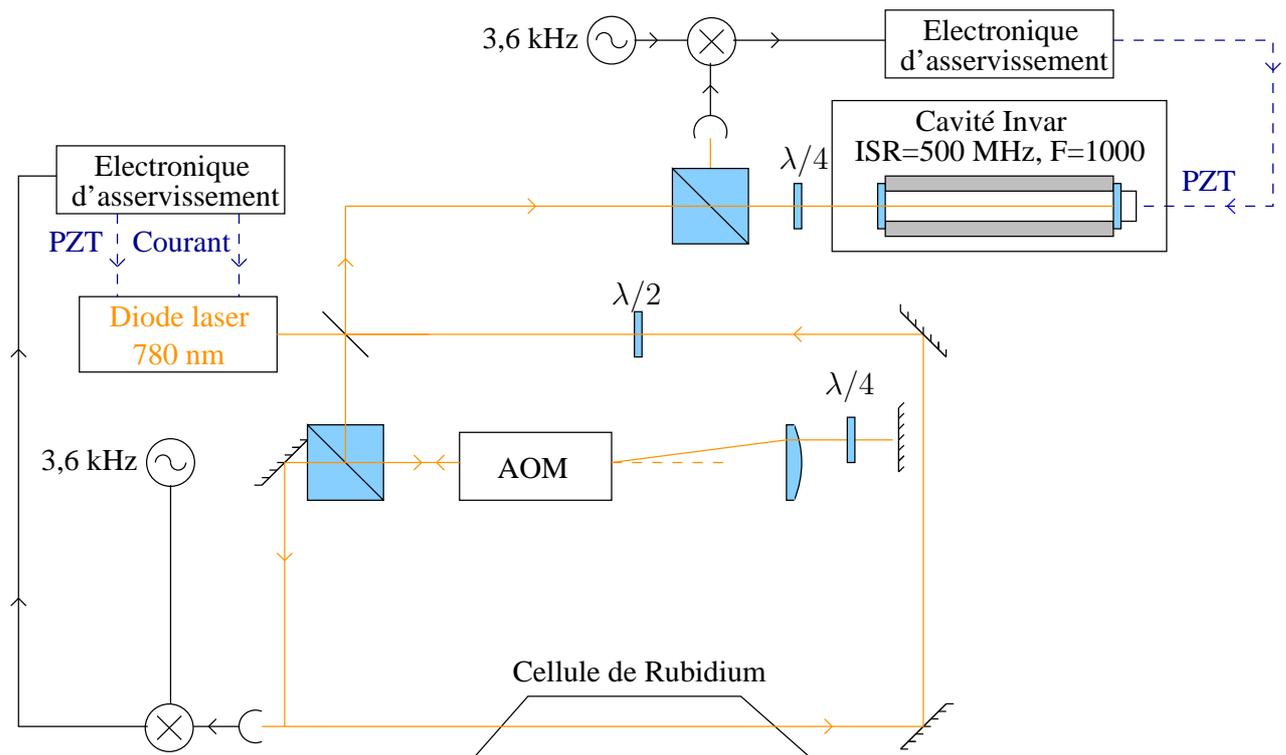


FIGURE V.13 : Schéma de l'asservissement de la cavité Invar sur le rubidium. Le faisceau issu de la diode laser est utilisé à la fois pour la réalisation du signal d'erreur par la méthode FMFS et pour la construction du signal d'erreur de l'asservissement de la cavité Invar sur la transition atomique..

Le schéma de l'asservissement est représenté sur la figure V.13. Le faisceau d'une diode laser à 780 nm est divisé en deux parties, le faisceau sonde et le faisceau pompe. La sonde est modulé en fréquence à l'aide d'un AOM, monté en double passage, à une fréquence de 3,6 kHz. Le faisceau passe ensuite dans une cellule de rubidium, puis est dirigé vers la cavité de pré-stabilisation, où le signal en réflexion de la cavité sera utilisée pour l'asservissement de longueur de la cavité. Comme le faisceau pompe est modulé à la fréquence de 3,6 kHz nous utiliserons cette modulation pour la réalisation du signal d'erreur. Le faisceau sonde quant à lui passe par la cellule de rubidium puis est envoyé vers une photodiode où le signal est alors traité par une électronique d'asservissement (détection synchrone). Si l'interaction entre les deux faisceaux opposés est suffisamment non linéaire, une modulation à 3,6 kHz apparaît sur le faisceau non modulé (faisceau sonde). Ce phénomène de transfert a été décrit comme un mélange à quatre ondes [127]. Le faisceau ainsi modulé en fréquence est convertie en modulation d'amplitude du fait de l'absorption atomique spectralement sélective, puis en signal électrique par la photodiode. Ce signal est ensuite traité par une détection synchrone afin de réaliser un signal d'erreur pour l'asservissement du laser sur l'absorption saturée du rubidium, dont le spectre est représenté sur la figure V.14.

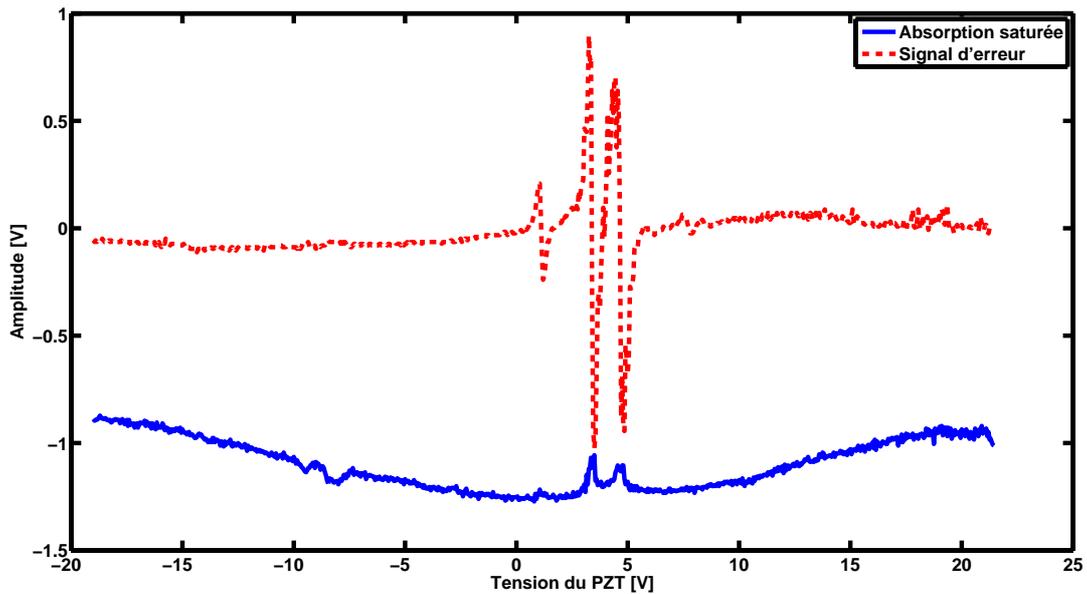


FIGURE V.14 : Signal d'absorption saturée du rubidium (raie  $D_2$  du  $^{87}\text{Rb}$ ) en pointillés, et signal d'erreur correspondant en trait plein.

Après ce premier étage d'asservissement nous disposons d'un laser dont la largeur est de l'ordre du kHz. Sur le spectre du signal d'erreur on peut constater que le bruit principal provient de la partie basse fréquence notamment la gamme 100 Hz-10 kHz. De plus aux alentours de la fréquence de 8 kHz VI.2.1 il y a un pic de bruit qui correspond aux fréquences de résonance des PZT. Les performances de ce premier étage sont donc limitées par ces deux bruits. Un moyen d'augmenter les performances de ce premier étage serait d'utiliser une électronique PID pour l'asservissement (une partie intégrateur, une partie proportionnelle et une partie différentielle). Ce type de circuit électronique permettrait d'augmenter la bande passante de l'asservissement basse fréquence et par la même de réduire le bruit à 8 kHz. L'asservissement de la longueur de la cavité quant à elle nous permet d'obtenir une stabilité inférieure au MHz/s. Toutefois, ces performances sont pour le moment suffisantes pour réaliser les premiers spectres de bandes latérales de l'ion calcium, dont l'objectif est de réduire l'excès de micromouvement, en réduisant l'amplitude des bandes latérales associées. De plus l'utilisation du second étage d'asservissement nous permettra de fortement améliorer les performances du laser en terme de largeur spectrale, mais aussi d'augmenter la stabilité du laser grâce à la stabilité de la longueur optique de la cavité ULE.

## V.4 Deuxième étage de stabilisation : cavité ULE

La seconde étape de stabilisation de notre laser consiste à asservir sa fréquence sur une cavité ultrastable de haute finesse. En effet, comme nous l'avons vu dans la section V.1, les lasers les plus stables réalisés actuellement utilisent des cavités ULE de très grande finesse comme discriminateur de fréquence, rendant la stabilisation du laser sur cette référence de fréquence possible. Ainsi les limites sur la largeur spectrale et la stabilité du laser sont données par les fluctuations de longueur de la cavité. Trois paramètres sont particulièrement importants et vont influencer la façon dont la cavité sera réalisée et montée :

- La sensibilité de la cavité au bruit mécanique. La référence [89] montre clairement la limite imposée par ce bruit sur la largeur spectrale du laser asservi.
- Sur des échelles de temps de l'ordre de la seconde et plus, les dérives thermiques de la longueur de la cavité limitent la stabilité du laser
- Le bruit thermique, imposé par le mouvement brownien des particules constituant le matériau à une température donnée, est une autre limite fondamentale dans le bruit du laser [129]. Ce bruit dépend des trois composants réalisant la cavité : le spacer, les miroirs et le traitement des miroirs. Il est généralement dominé par le bruit thermique des miroirs qui est de l'ordre de  $10^{-17} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$  pour un substrat de miroir en ULE [129]. Afin de réduire ce bruit, une solution envisageable est d'utiliser des miroirs en silice [115], pour laquelle l'influence du mouvement brownien est plus faible à la même température (voir le paragraphe V.4.1). On gagne ainsi un ordre de grandeur sur le bruit [116]. Toutefois, le coefficient de dilatation thermique (CTE : Coefficient Thermal Expansion) de l'ULE et de la silice fondue étant différents, le CTE de la cavité sera donc modifié, induisant une modification de la température  $T_c$  où ce coefficient s'annule. Généralement cette température, qui est proche de la température ambiante, diminue et se rapproche de  $0^\circ\text{C}$  [130], ce qui rend l'asservissement de température plus compliqué. Afin de compenser cet effet il est possible de rajouter des anneaux d'ULE à l'arrière des miroirs et de faire ainsi remonter la température  $T_c$  [131].

Au laboratoire, la cavité de grande finesse est réalisée avec une entretoise en ULE et deux miroirs de grande réflectivité contactés optiquement au spacer. La longueur de la cavité est définie par la longueur du spacer qui est de 15 cm ce qui correspond à un intervalle spectral libre de 1 GHz. Le choix de la longueur de la cavité est un compromis entre la réduction du bruit mécanique et le désaccord entre une fréquence de résonance de la cavité et la transition atomique de l'ion. En effet, une réduction de la longueur de la cavité aurait pour conséquence une diminution de la sensibilité au bruit mécanique. A contrario, cela augmenterait l'intervalle spectral libre (ISL) et donc le désaccord entre la transition atomique de l'ion et une fréquence de résonance de la cavité. Les miroirs de la cavité sont formés d'un miroir plan et d'un miroir concave de rayon de courbure 1 m. Les modes transverses de la cavité sont ainsi non dégénérés et séparés de 126,6 MHz. Leur coefficients de réflexion sont tels que la finesse de la cavité peut être estimée à 100000. Une mesure précise de la finesse de la cavité sera présentée dans les paragraphes suivants. L'ensemble des ces paramètres nous permet d'estimer la demi largeur à mi-hauteur du pic d'Airy (ou le pôle de la cavité, défini par la formule :  $f_p = ISL/2F$ , où  $F$  est la finesse de la cavité et  $ISL$  son intervalle spectral libre) qui est égal à 5 kHz. Enfin, la cavité est montée verticalement autour de son centre de masse dans le but de réduire l'influence du bruit mécanique sur la longueur de la

cavité [116] et les substrats des miroirs sont en silice fondue afin de réduire le bruit thermique de la cavité [115]. Dans le but de choisir les paramètres de la cavité optiques, nous avons estimé les différentes sources de bruits, de la manière décrite au paragraphe suivant.

## V.4.1 La cavité ULE

### 4.1.1 a) Les différentes sources de bruit d'une cavité ULE rigide

#### Le bruit de fluctuation de pression

Des variations de pression intra-cavité peuvent faire varier l'indice du milieu et donc la longueur d'onde du chemin optique. Un vide meilleur que  $10^{-6}$  mbar donne une densité spectrale de bruit meilleur que  $10^{-23}$  m/ $\sqrt{\text{Hz}}$ , ce qui représente une densité spectrale de bruit de 27,4 nHz/ $\sqrt{\text{Hz}}$  pour une source laser à 729 nm et une cavité de 15 cm de long.

#### Le bruit sismique

Une cavité dont la distance entre les deux miroirs est définie par un barreau de longueur  $L$  se déforme lorsque son support est soumis à des accélérations ou des rotations. Le bruit d'accélération produit un changement de longueur  $\Delta L/L \sim a\rho_m L/E$ , où  $a$  est l'accélération,  $\rho_m$  la densité du matériaux et  $E$  son module d'Young.

Il est possible de réduire la sensibilité de la cavité au bruit sismique en choisissant de manière pertinente la géométrie de la cavité. Nous avons ainsi fait le choix de réaliser une cavité verticale non cylindrique avec un angle  $\alpha/2$  égal à 14 degrés et d'une longueur de 15 cm (cf figure V.15). Un miroir de la cavité est plan alors que le second est concave avec comme rayon de courbure  $r = 1$  m. Le trou central de la cavité a un diamètre de 10 mm, laissant place au mode  $TEM_{00}$  dont le waist est de 0,5 mm. L'intervalle spectrale libre de la cavité est de 1 GHz, et les différents modes transverses de la cavité sont séparés de 127 MHz. Enfin il y a trois trous d'évacuation d'air sur la partie supérieure de la cavité. La cavité est montée verticalement sur trois colonnes en Macor qui supportent l'épaulement réalisé sur la cavité. Afin de minimiser la sensibilité de la cavité aux vibrations mécaniques et d'optimiser la géométrie de la cavité, nous avons réalisé des simulations numériques à l'aide du logiciel Solidworks [116], en utilisant la méthode des éléments finis. Les simulations ont été faites en deux étapes. Dans un premier temps une simulation de la géométrie a été faite afin de déterminer la forme optimale pour une cavité de longueur 150 mm. En utilisant les paramètres trouvés par la simulation, nous avons fait construire la cavité par l'entreprise *Winlight optics* située à Pertuis en France. Cette même entreprise a réalisé une mesure précise de l'ensemble des caractéristiques de la cavité à l'aide d'une méthode interférométrique (précision du micromètre). Les données recueillies sont ensuite réinjectées dans le logiciel afin de trouver précisément le plan d'équilibre de la cavité, minimisant la sensibilité aux vibrations verticales. En raison de la symétrie de rotation de la cavité optique (invariance par rotation de  $2\pi/3$  selon un axe verticale) les simulations ont été réalisées sur un tiers de la cavité, en lui appliquant une accélération verticale de 1  $g$ . Cette accélération est constante et uniforme dans la gamme de fréquences allant du continu jusqu'à 10 kHz. Une grille de points de mesures est placée sur la surface des miroirs afin d'estimer les variations de longueur de la cavité optique. Avec une telle configuration nous pouvons obtenir une fluctuation simulée de longueur inférieure à  $\sim 10^{-12}/g$  ( $\sim 30$  kHz/ $g$  à 729 nm).

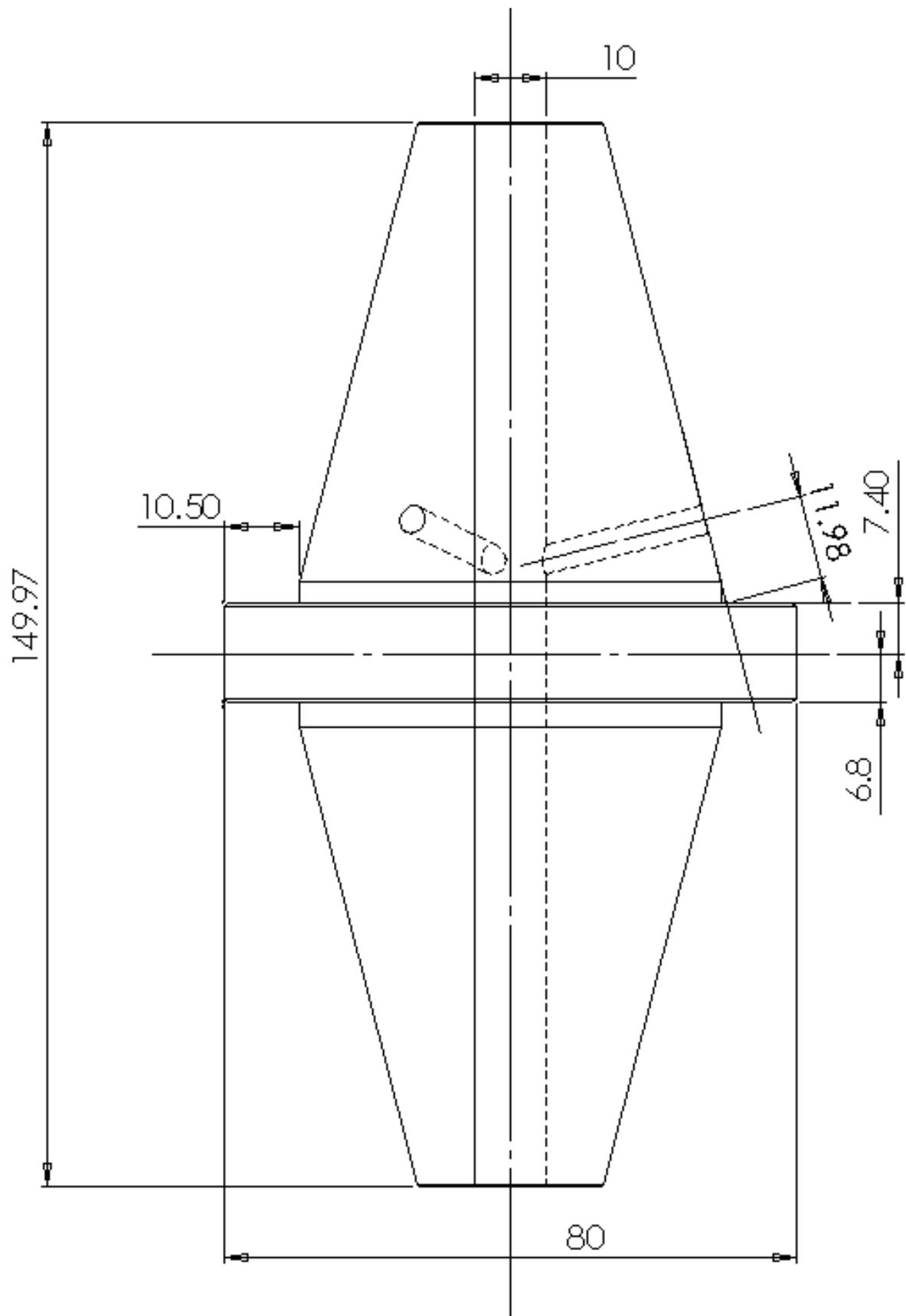


FIGURE V.15 : Schéma représentatif du barreau en ULE. Un miroir en silice fondue est contacté optiquement à chaque extrémité, complétant ainsi la cavité optique.

## Le bruit thermique

Les calculs du bruit thermique qui sont exposés ici, suivent la philosophie de l'article [129]. En adaptant les calculs à la géométrie de notre cavité et aux matériaux que nous utilisons, nous sommes en mesure de réaliser une estimation du bruit thermique de notre cavité optique. Cette estimation nous permet de vérifier que le bruit thermique est bien le bruit limitant les performances de notre cavité en tant que référence de fréquence. Si l'on souhaite améliorer les performances de la cavité et identifier de manière plus précise les sources de bruit afin de trouver des solutions pour y palier il faut faire appel à des modèles de calculs numériques [132] qui permettent d'effectuer ces calculs avec plus de précision.

Les fluctuations thermiques sont dues aux déformations induites sur la surface du miroir, sur le traitement des miroirs et sur le barreau, par le mouvement brownien des atomes [133]. Ce déplacement induit des variations de longueur de la cavité optique ce qui induit des variations de phase du champ laser dans la cavité. Les fluctuations thermiques limitent de manière fondamentale la stabilité du laser. Pour en faire une estimation il faut faire appel au théorème de fluctuation dissipation (FDT : Fluctuation Dissipation Theorem) [129] qui évalue ce bruit en fonction des phénomènes de relaxation dans les matériaux :

$$G_x(f) = -\frac{4k_B T}{\omega} \text{Im}[H(\omega)] \quad (\text{V.10})$$

où  $G_x(f)$  est le spectre de puissance du déplacement selon la direction  $x$  à la fréquence  $f$ ,  $H(\omega)$  est la fonction de transfert de la force  $\psi(t)$  appliquée au point (ou surface) d'observation dont le déplacement est  $x(t)$  tel que :

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{\Psi(\omega)} \quad (\text{V.11})$$

où  $X(\omega)$  et  $\Psi(\omega)$  sont les transformées de Fourier respectives de  $x(t)$  et  $\psi(t)$ ,  $\text{Im}[H(\omega)]$  est proportionnelle aux pertes du système.

En ne considérant que les basses fréquences de  $H(\omega)$ , les fluctuations de longueur de la cavité peuvent s'écrire en utilisant les pertes du système ( $\Phi$ ). De plus en considérant les miroirs comme une extension de la cale d'épaisseur  $L$  (spacer), nous pouvons évaluer la contribution au bruit provenant du spacer [129] :

$$G_{\text{spacer}}(f) = -\frac{4k_B T}{\omega} \frac{L}{3\pi R^2 E} \Phi_{\text{spacer}} \quad (\text{V.12})$$

où  $R$  est le rayon du spacer,  $L$  sa longueur,  $\Phi_{\text{spacer}}$  est le coefficient de perte mécanique du barreau d'ULE et  $E$  son module d'Young. Lorsque  $T = 300\text{K}$ ,  $R = 3\text{ cm}$ ,  $L = 15\text{ cm}$ ,  $\Phi_{\text{spacer}} = 1/(6 \times 10^4)$ , et  $E = 6,8 \times 10^{10}\text{ Pa}$ , la contribution due au spacer est de  $\sqrt{G_{\text{spacer}}} = 3,36 \times 10^{-18}\text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$  à 1 Hz. Il s'agit ici d'une estimation du bruit thermique due au barreau qui ne tient pas compte de sa forme non cylindrique et qui est basée sur l'estimation du coefficient de perte  $\Phi_{\text{spacer}}$ . Pour réaliser un calcul plus rigoureux il faut calculer numériquement la valeur du bruit [133]. Si nous considérons maintenant que le miroir est une surface infinie (approximation valable lorsque la taille du miroir est très grande devant la taille du faisceau) on peut estimer les fluctuations venant du miroir dues à la pression de radiation d'un faisceau gaussien :

$$G_{miroir1}(f) = -\frac{4K_B T}{\omega} \frac{1 - \sigma^2}{\sqrt{\pi} E w_0} \Phi_{substrat} \quad (V.13)$$

Où  $\sigma$  est le ratio de Poisson,  $w_0$  le waist du faisceau et  $\Phi_{sub}$  les pertes dues au substrat du miroir. Pour des valeurs de  $w_0=240 \mu\text{m}$  and  $\sigma = 0,17$  nous obtenons  $\sqrt{G_{miroir1}} = 8,9 \times 10^{-18} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$  à 1 Hz, pour un miroir en silice fondue. En réalité, puisque les couches réfléchissantes rajoutent des pertes, il faut ajouter un facteur correctif au bruit provenant des miroirs de sorte que  $G_{miroir}$  soit égal à :

$$G_{miroir}(f) = G_{miroir1} \times \left(1 + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1 - 2\sigma}{1 - \sigma} \frac{\Phi_{coating}}{\Phi_{substrat}} \frac{d}{w_0}\right) \quad (V.14)$$

où  $\Phi_{coating}$  représente les pertes dues aux couches réfléchissantes et  $d$  l'épaisseur des ces mêmes couches. Comme nos miroirs ont été achetés il nous est impossible de connaître la valeur exacte de  $\Phi_{coating}$ . Nous nous basons donc sur une estimations standard de facteur de perte  $\Phi_{coating} = 4 \times 10^{-4}$ . Afin de réaliser une estimation plus précise il faudrait connaître la nature des couches réfléchissantes et réaliser des simulations numériques pour estimer sont facteur de perte. En utilisant un  $\Phi_{coating}$  standard la contribution des miroirs au bruit est alors de  $\sqrt{G_{miroir}} = 17,4 \times 10^{-18} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$  à 1 Hz. La contribution des surfaces réfléchissantes et donc loin d'être négligeable. Des études sont en cours [134] afin de concevoir des surfaces réfléchissantes ayant un coefficient de réflexion très élevé mais aussi un facteur de perte mécanique faible réduisant ainsi le bruit thermique. Si nous additionnons les contributions de chaque miroir et celle de chaque moitié de spacer, en s'assurant que tout est décorrélé, les fluctuations de longueur de la cavité ( $\sqrt{G_L}$ ) dues au bruit thermique deviennent égales à  $24,2 \times 10^{-18} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Ce qui correspond à des fluctuations de fréquence de  $68 \text{ mHz}/\sqrt{\text{Hz}}$  pour une longueur d'onde de  $729 \text{ nm}$ .

### Bruit de photons

Quand une puissance lumineuse incidente continue  $P_0$  arrive sur une photodiode, le flux de photo-électrons détectés est  $N = \epsilon_q P_0 / h\nu$ . La statistique d'arrivée des photo-électrons suivant une loi de Poisson et les arrivées n'étant pas corrélées, la densité spectrale linéaire du courant de bruit détecté sur la voie continue vaut :

$$\delta I_{DC} = \sqrt{2I_{DC}e} = \sqrt{2e^2 N} = \frac{e}{h\nu} \sqrt{\epsilon_q P_0 h\nu} \quad (V.15)$$

la densité spectrale linéaire du signal modulé est est alors :

$$\delta V_{demod} = ZG_{mix} \delta I_{DC} = K_{ph} P_0 \sqrt{\frac{h\nu}{2\epsilon_q P_0}} \quad (V.16)$$

La densité spectrale de bruit se calcule en divisant  $\delta V_{demod}$  par la fonction de transfert du signal PDH [135] ce qui en  $\text{Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$  vaut,

$$\rho(f) = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_q n_{ph}}} \frac{f_p}{2} \sqrt{1 + (f/f_p)^2} \quad (V.17)$$

où  $n_{ph}$  est le nombre de photons par seconde incidents sur la cavité et  $f_p$  le pôle de la cavité. Une densité de bruit minimale implique donc une forte puissance lumineuse, une bonne efficacité quantique et un pôle de cavité le plus petit possible. Par exemple, avec  $P_0 = 1$  mW,  $f_p = 5$  kHz,  $\epsilon_q \sim 0,9$ , la densité spectrale de bruit pour des fréquences plus petites que 5 kHz vaut  $8,32 \times 10^{-5} \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

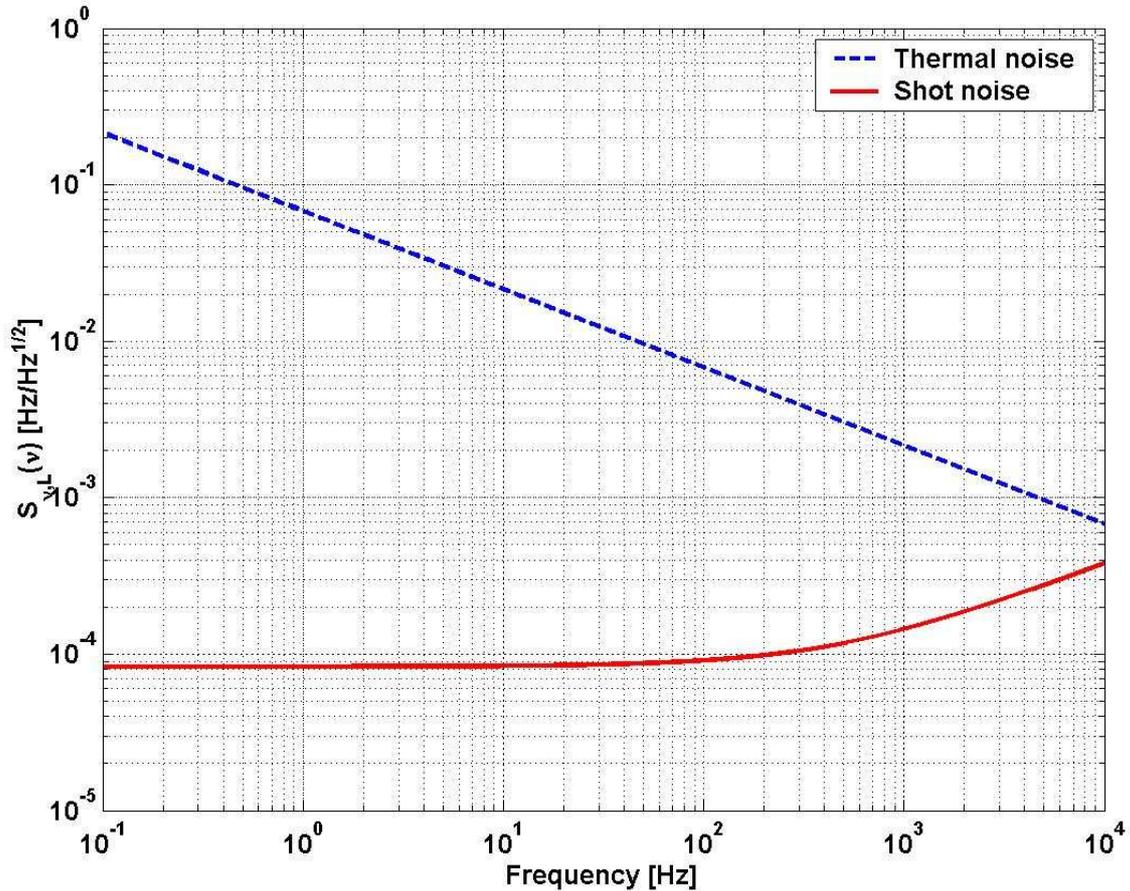


FIGURE V.16 : Densité spectrale du bruit de photon et du bruit thermique dans la gamme de fréquence allant du mHz à 10 kHz.

La figure V.16 représente les deux bruits principaux dans la gamme de fréquence 1 mHz-10kHz, le bruit de fluctuation de pression étant négligeable. Dans cette gamme de fréquences le bruit dominant est le bruit de fluctuation thermique. Il limitera les performances du laser asservi. On peut alors évaluer la précision du laser asservi sur la cavité en utilisant la formule [136] à partir d'une densité spectrale de bruit  $G_{total}$  :

$$\int_{\Delta\nu/2}^{+\infty} \frac{G_{total}(f)}{f^2} df = 2/\pi \quad (\text{V.18})$$

Cette formule est valable tant que la fonction  $G_{total}$  est de carré intégrable. Il s'agit d'une définition de l'estimation de la largeur de raie d'un laser à partir de sa densité spectrale de bruit [136]. Avec les valeurs citées ci-dessus nous obtenons une largeur de raie limite de 120 mHz. Ceci constitue la limite ultime que la largeur spectrale du laser peut atteindre à condition que les paramètres électroniques et techniques soient parfaitement contrôlés.

#### 4.1.2 Montage mécanique de la cavité ULE

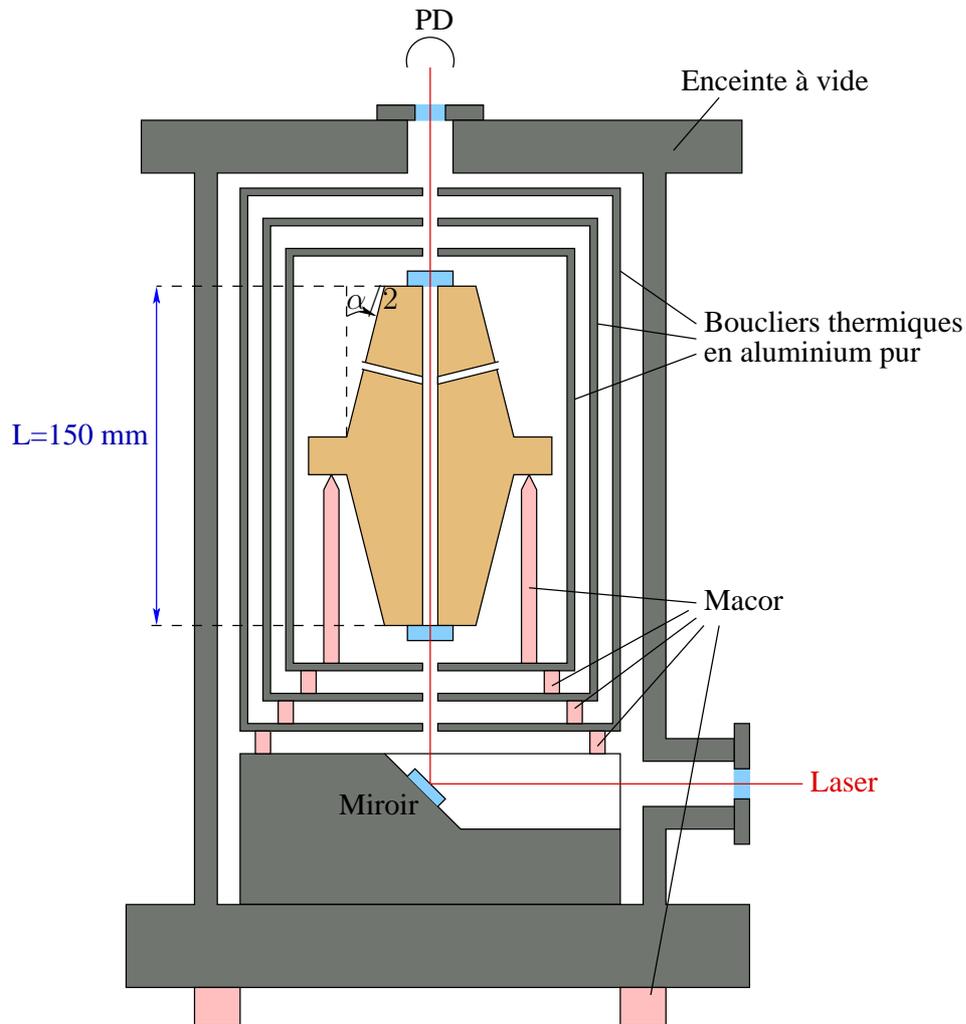


FIGURE V.17 : Schéma représentatif du montage de la cavité ULE à l'intérieur de l'enceinte à vide. On reconnaît au centre la cavité supportée par des pieds en Macor en son plan médian. Autour, les trois boucliers thermiques et enfin l'enceinte à vide.

Construire un laser de fine largeur spectrale nécessite une cavité de référence présentant une grande stabilité mécanique. Il est possible de réduire la sensibilité de la cavité au bruit mécanique en choisissant de manière pertinente la géométrie de la cavité. Il faut aussi réduire les bruits mécaniques et acoustiques perçus par la cavité en utilisant un montage mécanique adéquat. Pour

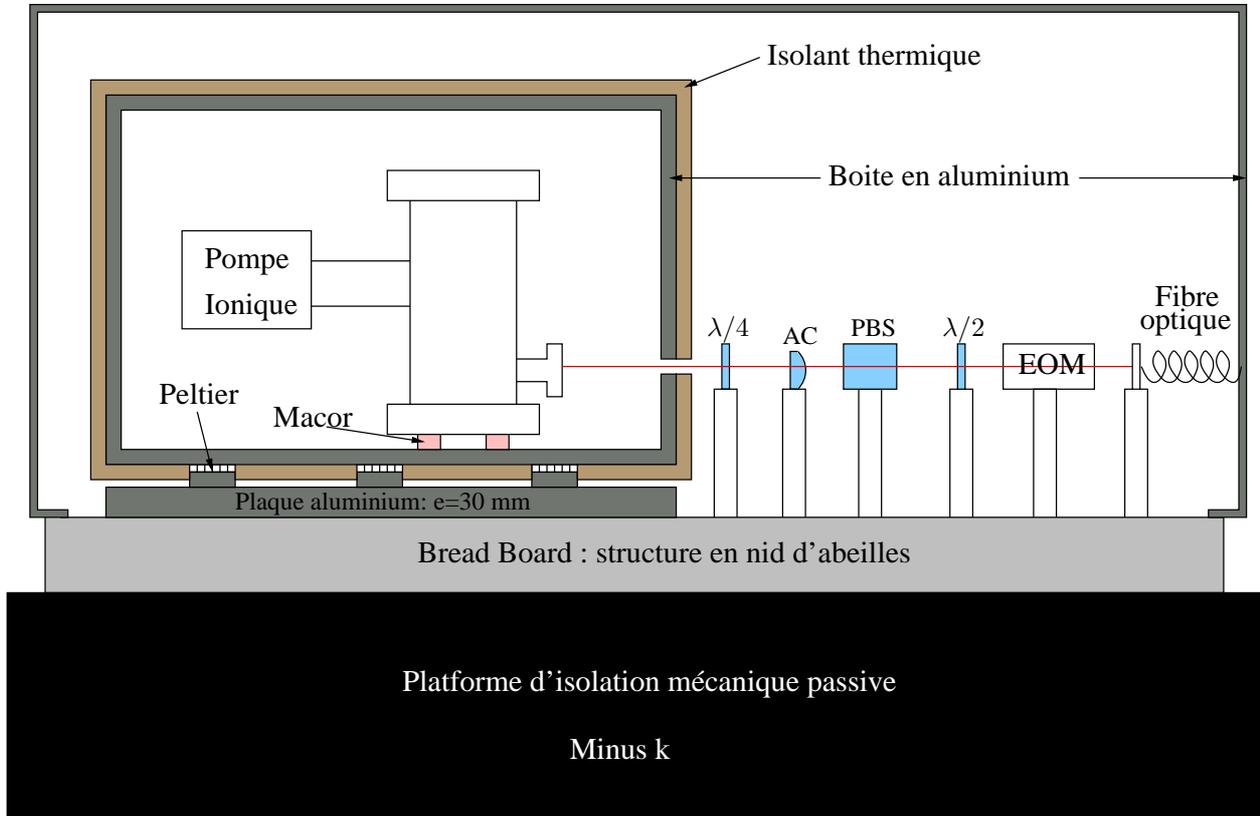


FIGURE V.18 : Schéma représentatif du montage de la cavité ULE et de l'enceinte à vide. L'enceinte à vide repose à l'intérieur d'une boîte en aluminium de 20 mm d'épaisseur, asservie en température à l'aide de cinq Peltiers. Une plaque en aluminium de 30 mm d'épaisseur ainsi que le Bread Bord servent de réservoir de chaleur. Le faisceau laser est amené sur la table optique à l'aide d'une fibre optique. Le tout est entouré par une autre boîte en aluminium. Le Breadboard repose sur une plate-forme d'isolation mécanique passive (Minus K .....). Enfin l'ensemble sera entouré d'une boîte en bois entourée elle-même d'un isolant phonique.  $\lambda/4$  et  $\lambda/2$  sont des lames quart d'onde et demi onde. AC est un achromat de focale 500 mm pour réaliser l'adaptation d'impédance entre le mode laser et le mode  $TEM_{00}$  de la cavité. Enfin, PBS est un cube polariseur nécessaire à l'asservissement de PDH.

cette raison, la cavité ULE est montée verticalement. Le plan médian de la cavité repose sur des pieds en macor, eux-même posés sur des boucliers thermique. L'ensemble repose à l'intérieure d'une enceinte à vide par l'intermédiaire de joint en macor qui elle-même repose sur une paque en alumium.

La table optique qui supporte l'ensemble du système est montée sur des pieds d'isolations passive aux bruits mécaniques (PVI, *Minus K*). La cavité ULE est ainsi parfaitement isolée des fluctuations mécaniques, acoustiques et thermiques. La table optique sur laquelle la cavité est posée, sera entourée par une boîte en bois, fabriquée au laboratoire, entourée de barson, pour l'isolation acoustique, afin de limiter les fluctuations thermiques et les fluctuations de courant d'air extérieur. Les figures V.17 et V.18 montrent les schémas de montage de la cavité.

### 4.1.3 Montage thermique de la cavité ULE

La cavité ULE est entourée par trois boucliers thermiques en aluminium poli, emboîtés l'un dans l'autre (telles des poupées russes) et repose sur des "joints" en Macor afin d'éviter tout contact thermique. De même le dernier bouclier repose dans l'enceinte sous vide, où règne un vide de  $10^{-7}$  mbar, à l'aide de pieds en macor. L'aluminium poli a été choisi en raison de sa grande conductivité thermique, ce qui permet d'homogénéiser la température du bouclier, et de sa faible émissivité, ce qui permet de réduire les échanges thermiques entre chaque boucliers et la cavité. L'enceinte à vide repose, par l'intermédiaire d'anneaux en Macor, à l'intérieur d'une boîte en aluminium de 20 mm d'épaisseur dont la température sera asservie. La boîte en aluminium repose sur une plaque en aluminium de 30 mm d'épaisseur par l'intermédiaire de cinq modules Peltiers (TEC) répartis de manière uniforme sur l'ensemble de la surface. Afin de fournir un bon contact thermique entre les modules Peltiers, la plaque d'aluminium et la boîte une couche de feuille de graphite est disposée entre chaque éléments.

Dans le but de limiter les dérives thermiques de la longueur de cavité, il faut asservir la température de la cavité autour de la température  $T_c$ . La température de la cavité sera alors donnée par la formule  $T = T_c + \Delta T$  où  $\Delta T$  représente les fluctuations de température autour de  $T_c$ . Les dérives de fréquence du laser asservie sur la cavité ULE seront alors données par :

$$\delta f \sim -f_0 \Theta \Delta T^2 \quad (\text{V.19})$$

où  $f_0$  est la fréquence du mode de la cavité pour la température  $T_c$  et  $\Theta \sim 10^{-9}/k^2$  le coefficient de dilatation thermique pour l'ULE.

L'asservissement de température contrôlera la température de la boîte en aluminium de 20 mm d'épaisseur, entourant l'enceinte sous vide, à l'aide de cinq modules Peltier. La table optique sera utilisée comme dissipateur thermique pour les modules Peltiers (TEC) supportant le poids de la boîte en aluminium. Afin de fournir un bon contact thermique entre les modules Peltier et la table optique, une plaque en aluminium, de 30 mm d'épaisseur, est disposée entre les deux. La mesure de la température qui fournira un signal d'erreur pour l'asservissement sera faite sur l'enceinte à vide.

Avec un tel système nous espérons réduire les fluctuations de température de l'enceinte au niveau du mK/s, pour des fluctuations de température au jour le jour de  $\pm 1^\circ\text{C}$  dans la pièce. Nous disposons aussi de trois boucliers thermiques (cylindres en aluminium poli, afin de maximiser

l'émissivité du matériau) autour de la cavité ULE afin de réduire encore ces fluctuations au niveau du  $\mu\text{K/s}$  autour de la cavité optique [111].

#### 4.1.4 Le montage optique de la cavité ULE

Afin d'injecter le faisceau laser dans la cavité ULE et de fabriquer le signal d'erreur de Pound Drever Hall, un certain nombre d'éléments optiques sont présents sur la table optique de la cavité ULE (voir la figure V.18). Le coupleur de sortie de la fibre optique et l'achromat de 500 mm sont optimisés pour l'adaptation entre le mode du faisceau laser incident et le mode  $\text{TEM}_{00}$  de la cavité ULE. La fibre optique est une fibre à maintien de polarisation. La polarisation du laser en entrée de fibre est telle que la polarisation du faisceau optique devant l'EOM est alignée avec l'un des axes optiques de l'EOM, minimisant ainsi tout effet de modulation d'amplitude qui pourrait limiter les performances de l'asservissement.

Une fréquence de 40 MHz est appliquée sur un modulateur électro-optique (*Newfocus modèle 4001*, EOM résonant à 40 MHz) à travers un ampli de gain 32 dB. Le faisceau laser est ensuite envoyé vers la cavité optique en passant à travers un cube polariseur et une lame quart d'onde. La réflexion sur l'entrée de la cavité optique est déviée par le cube, du fait de la lame quart d'onde, puis dirigée vers une photodiode rapide (*Newfocus modèle 1801*). Le signal AC de la photodiode après filtrage est démodulé et il est utilisé pour l'asservissement de fréquence du laser sur la cavité. Le signal DC sera lui utilisé pour l'asservissement de puissance du faisceau laser. En effet, la température des miroirs change en fonction de la quantité de lumière présente dans la cavité. Ceci est dû à l'absorption des miroirs. De plus la pression de radiation sur les miroirs de la cavité est proportionnelle à l'intensité du champ laser. Ceci implique que l'intensité du laser induit un changement sur la longueur de la cavité. Ainsi toute modification de l'intensité laser induira un changement sur la longueur de la cavité optique. Enfin une photodiode est placée au-dessus de l'enceinte à vide pour récupérer le signal en transmission de la cavité ULE. Le schéma de la figure V.19 représente le signal en transmission de la cavité ULE ainsi que le signal d'erreur de PDH. La fréquence du laser est asservie sur le premier étage de stabilisation et la cavité de pré-stabilisation est balayée afin de faire varier la fréquence du laser asservi.

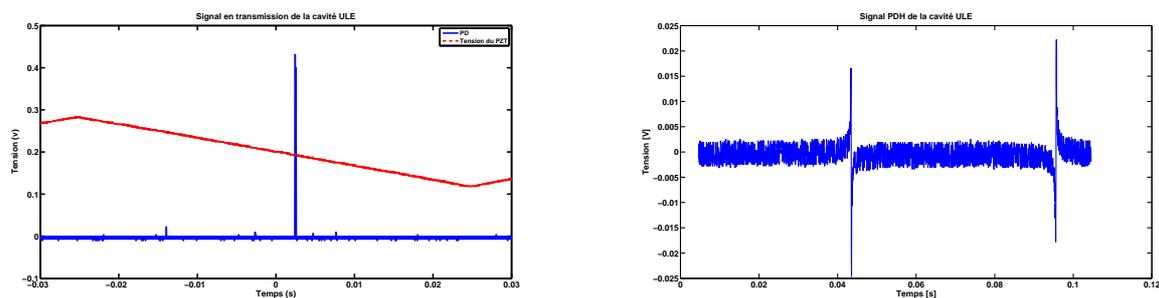


FIGURE V.19 : A gauche représentation du signal en transmission de la cavité ULE. A droite représentation du signal en réflexion de la cavité après démodulation : signal d'erreur de PDH

#### 4.1.5 Mesure de la finesse de la cavité

La finesse  $F$  de la cavité est déterminée en mesurant le temps de vie  $\tau$  des photons dans la cavité ( $F = \tau c \pi / L$ , où  $c$  est la vitesse de la lumière et  $L$  la longueur de la cavité) lorsque le laser est mis en résonance avec la cavité ULE. Pour effectuer la mesure, le faisceau laser est modulé en amplitude à quelques kHz par un signal TTL l'allumant ou l'éteignant (l'extinction du faisceau est réalisé à l'aide de l'AOM utilisé dans la correction du bruit de fibre). Lorsque le laser entre en résonance avec la cavité ULE, le signal sur la photodiode en transmission de la cavité augmente. Quand celui-ci atteint un certain niveau le signal de la photodiode est enregistré sur un oscilloscope numérique. L'extinction du faisceau par l'AOM étant plus rapide que le temps de vie des photons dans la cavité, ceci permet de réaliser la mesure de  $\tau$ , la décroissance du signal sur la photodiode étant dominée par ce temps  $\tau$ . La figure V.20 représente le signal mesuré par la photodiode sur l'oscilloscope. Le signal est ajusté par une courbe exponentielle décroissante afin de mesurer le temps de vie  $\tau$ .

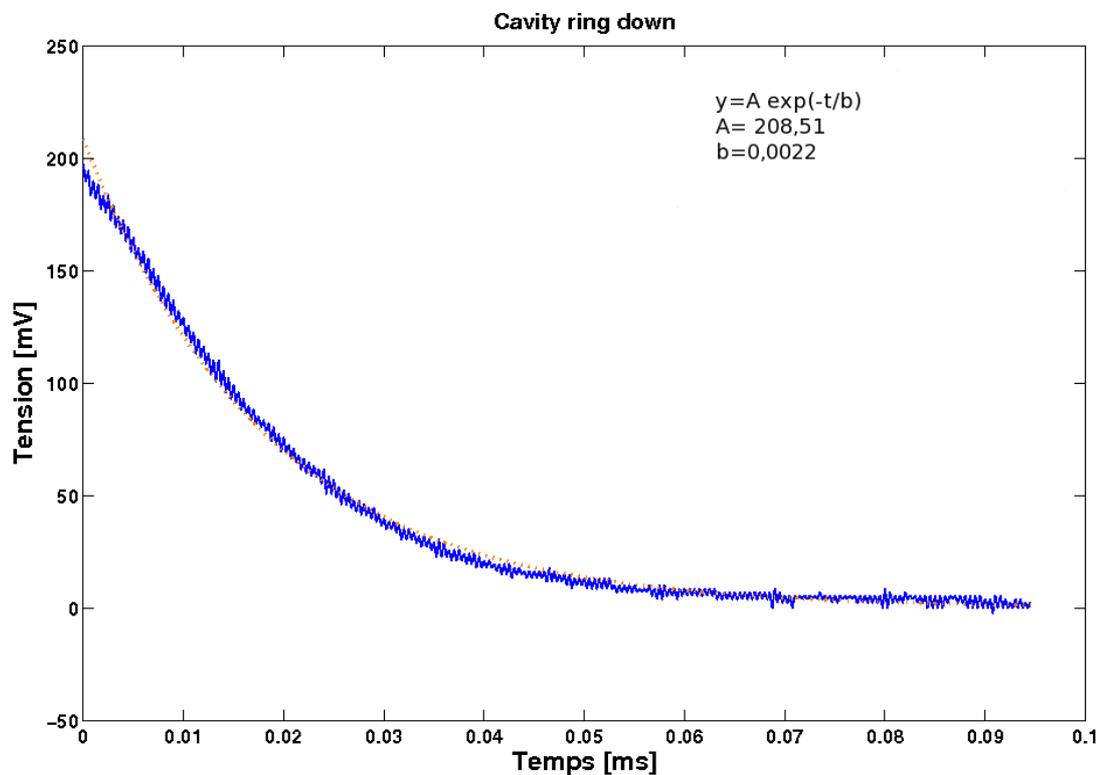


FIGURE V.20 : Intensité du champ laser transmis par la cavité. Le signal est ajusté par une exponentielle décroissante afin de mesurer le temps de vie des photons  $\tau$

Le temps de vie  $\tau$  est ainsi estimé à  $(22 \pm 0,2) \mu\text{s}$ , ce qui donne une finesse de  $F = 139300 \pm 1200$ . Cette mesure a été faite avec le laser asservi sur la cavité de pré-stabilisation. Connaissant la finesse et l'intervalle spectral libre de la cavité, la largeur du pic d'Airy a été évaluée :

$$\Delta\nu = 7,17 \pm 0,06 \text{ kHz}$$

(V.20)

### V.4.2 Le montage optique du laser TiSa

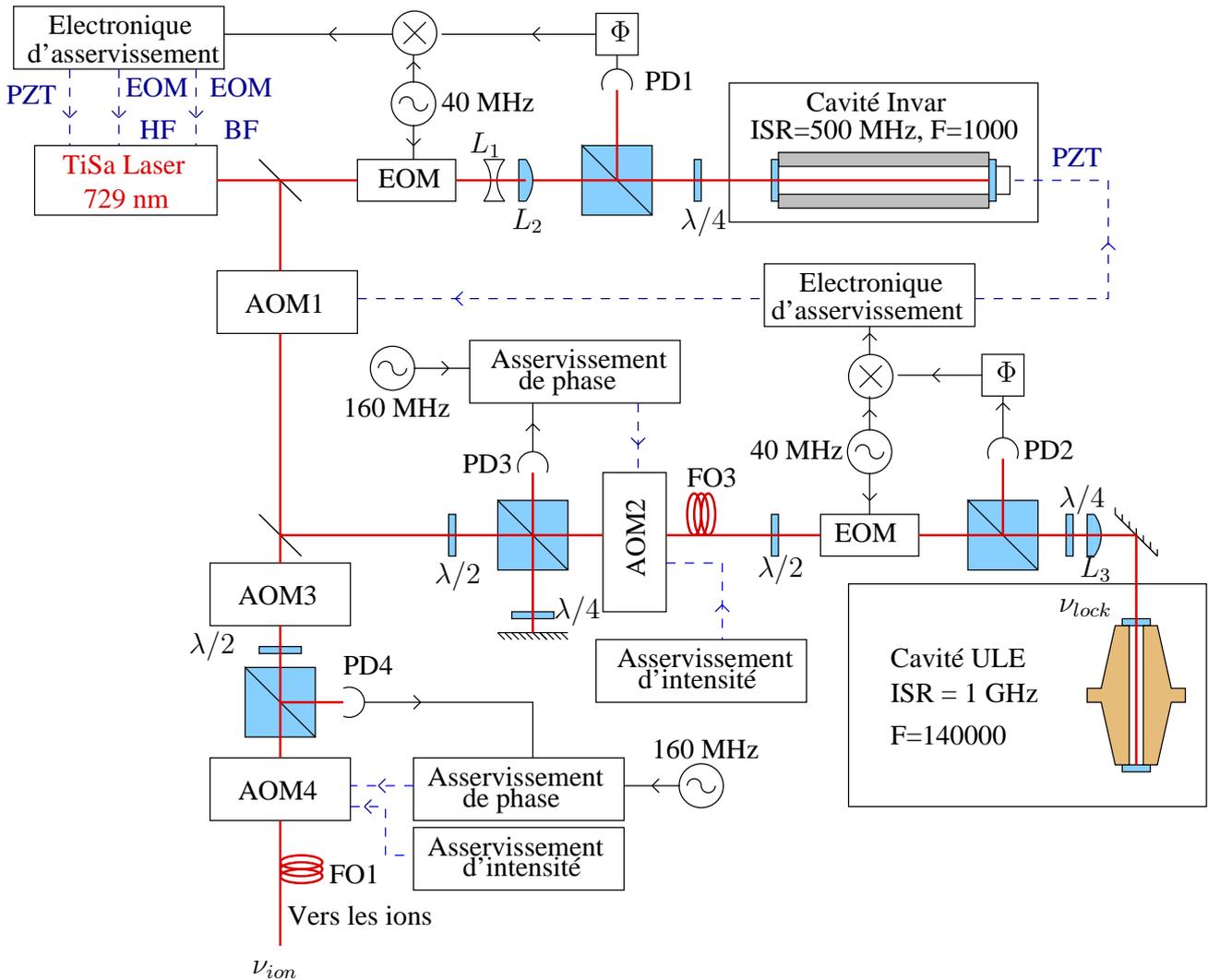


FIGURE V.21 : Schéma des asservissements du laser TiSa.

La figure V.21 représente le système optique de l'ensemble des asservissements du laser TiSa. Le montage optique peut être séparé en trois parties :

- Le montage optique pour la pré-stabilisation du laser. Quelques modifications ont été apportées par rapport au système optique de la figure V.13. En effet le faisceau laser utilisé pour la réalisation du signal d'erreur de la pré-stabilisation ne passe plus par un AOM. Afin de mettre en résonance la cavité avec le faisceau laser, la longueur de la cavité optique sera modifiée.

- Le montage optique pour le second étage de stabilisation. Celui-ci comprend l’AOM1 (AA optoélectronique MT200) monté en double passage et utilisé afin de trouver l’accord entre la fréquence du laser et la fréquence de la cavité ULE. Il sera aussi utilisé comme transducteur afin d’appliquer des corrections hautes fréquences (de quelques centaines de Hz à quelques MHz) à la fréquence du faisceau laser. Le faisceau laser est réfléchi par une lame séparatrice, passe par une lame demi-onde, par un cube polariseur puis par l’AOM2 avant d’être injecté dans la fibre optique dirigeant le faisceau laser vers la cavité ULE. L’AOM2 sera utilisé pour réaliser l’asservissement de puissance de l’onde laser sur la cavité ULE et pour l’asservissement du bruit de la fibre optique. Ces deux asservissements seront détaillés au paragraphe suivant. Sur la table optique de la cavité ULE le signal d’erreur de PDH est obtenu à l’aide du schéma optique décrit plus haut. Les corrections sont envoyées sur le PZT de la cavité de pré-stabilisation pour la partie basse fréquence (du continu à quelques dizaines de Hz), et vers l’AOM1 pour la partie haute fréquence.
- Le montage optique pour les ions. Le faisceau laser passe à travers l’AOM3 (double passage) qui permet de trouver l’accord entre le laser asservi et les ions. Enfin le faisceau laser passe par un système de correction du bruit de fibre (qui sera développé dans la paragraphe suivant) et d’asservissement de l’intensité laser identique à ceux utilisés pour la cavité ULE. Pour les ions la puissance laser sera contrôlée à l’aide d’une photodiode située à la sortie de l’enceinte à vide du piège ionique.

La lumière entrant dans les différentes fibres a pour fréquence :

$$\text{En entrée de la fibre FO1 } \nu_{ion} = \nu_{laser} + 2\nu_{AOM1} + 2\nu_{AOM3} + \nu_{AOM4} \quad (\text{V.21})$$

$$\text{En entrée de la fibre FO1 } \nu_{ion} = \nu_{lock} - \nu_{AOM2} + 2\nu_{AOM3} + \nu_{AOM4} \quad (\text{V.22})$$

$$\text{En entrée de la fibre FO3 } \nu_{lock} = \nu_{laser} + 2\nu_{AOM1} + \nu_{AOM2} \quad (\text{V.23})$$

où  $\nu_{ion}$  est la fréquence du faisceau laser se dirigeant vers les ions et  $\nu_{lock}$  la fréquence du laser qui doit être en accord avec la fréquence de la cavité ULE pour l’asservissement.

#### 4.2.1 Asservissement de l’intensité du laser

La puissance de sortie du laser TiSa peut varier au cours du temps à cause des changements de température, des vibrations acoustiques et mécaniques, du réglage des miroirs de la cavité laser et des variations de polarisation (notamment induites par les fibres optiques) converties en variations d’amplitude. Il y a aussi la modulation d’amplitude produite par l’asservissement monomode du laser. L’intensité du faisceau laser doit rester constante pour les raisons suivantes :

- Le faisceau laser est utilisé pour interroger de manière cohérente une transition atomique et la fréquence de Rabi dépend linéairement de l’intensité du champ électrique laser.
- Pour un asservissement stable du laser sur la cavité, l’intensité du laser doit rester constante car la pente du signal d’erreur dépend de la puissance laser.
- Les fluctuations d’intensité induisent des fluctuations de longueur de la cavité ULE.

Le système d’asservissement de l’intensité laser pour le faisceau laser de la cavité ULE est décrit par la figure V.21. Les variations d’intensité du laser sont détectées par la photodiode PD2. Le signal de rétro-contrôle est envoyé après filtrage (utilisation d’un PI) vers l’AOM2. Le

contrôleur PI modifie l'intensité radiofréquence appliquée sur l'AOM2. Lorsque l'intensité laser sur la photodiode PD2 augmente, la puissance RF appliquée sur l'AOM2 diminue. L'intensité lumineuse présente dans l'ordre 1 de l'AOM diminue au profit de l'intensité lumineuse de l'ordre 0. On stabilise ainsi l'intensité de la lumière présente dans l'ordre 1 de l'AOM2.

#### 4.2.2 Asservissement du bruit de fibre

Un laser passant à travers une fibre optique est élargi spectralement. Ce phénomène est consécutif aux changements de la longueur optique de la fibre en fonction du bruit acoustique et mécanique, du changement de pression et de température. Ces effets induisent un élargissement du spectre du laser de l'ordre du kHz, ce qui pose de multiples problèmes :

- Une mesure de la fréquence de battement entre deux lasers ultra-stables, lorsque l'un ou les deux passent à travers une fibre optique, sera dominée par l'élargissement induit par la fibre. Les propriétés spectrales (largeur spectrale et stabilité) du laser ne peuvent pas être évaluées.
- La largeur spectrale du laser interrogeant les ions sera dominée par le bruit de fibre du laser.
- La lumière envoyée vers la cavité ULE passe par une fibre optique. Ceci implique que la fréquence  $\nu_{lock}$  du laser devant la cavité contient le bruit de fibre ( $\nu_{lock} = \nu_{laser} + 2\nu_{AOM1} + \nu_{AOM2} + \nu_{fibre}$ , où  $\nu_{fibre}$  est le bruit de fréquence introduit par la fibre optique). Or la fréquence du laser sur les ions  $\nu_{ion} = \nu_{lock} - \nu_{AOM2} + 2\nu_{AOM3} + \nu_{AOM4}$  dépend de la fréquence  $\nu_{lock}$  lorsque le laser est asservi. Le bruit de fibre sera donc transféré à la fréquence du laser asservi se dirigeant vers les ions.

Afin de compenser cet effet de bruit de fibre, un système d'asservissement a été mis en place. Le principe a été proposé par L.S. Ma [137]. Il s'agit de stabiliser de manière interférométrique la longueur optique de la fibre, en comparant la phase du faisceau laser ne passant pas par la fibre optique avec la phase du faisceau laser passant par la fibre optique.

#### Principe du dispositif

Il existe différents montages pour l'asservissement du bruit de fibre [137, 138] mais le principe reste toujours le même. Le laser passe à travers un AOM avant d'être injecté dans la fibre optique. Une partie de la lumière réfléchi en sortie de fibre passe à nouveau par celle-ci et par l'AOM. De cette manière nous avons un système en double passage où le battement entre la lumière non modulée (une partie du faisceau ne passant pas par la fibre) et la lumière passant deux fois par l'AOM peut être détecté sur une photodiode rapide. Si le temps de passage des photons dans la fibre optique est suffisamment rapide on peut considérer que le bruit de phase introduit par la fibre lors d'un aller-retour est égal à deux fois le bruit introduit par l'aller. Le signal de battement est alors démodulé à l'aide d'une référence de fréquence ultra-stable dont la fréquence est égale à deux fois la fréquence de l'AOM ( $\nu_{ref} = 2\nu_{AOM}$ ). La différence de phase entre la référence et le signal de battement est alors filtrée puis envoyée sur le VCO (Voltage Controlled Oscillator) qui contrôle la fréquence de l'AOM. Ce système d'asservissement, communément appelé PLL (Phase Lock Loop : boucle à verrouillage de phase) tente d'annuler la différence de phase  $\Phi_{ref} - 2\Phi_{fibre}$  et ainsi de compenser le bruit de phase de la fibre optique.

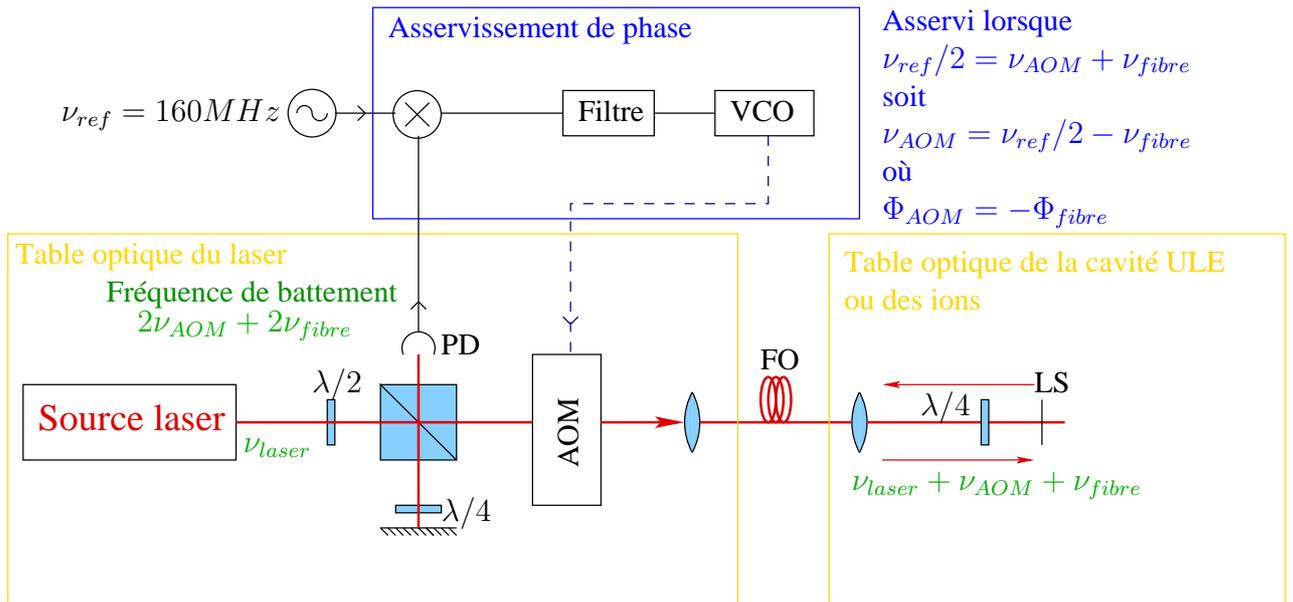


FIGURE V.22 : Dispositif d'annulation du bruit de phase de la fibre. VCO : voltage controlled oscillator, FO : fibre optique et LS est une lame semi-réfléchissante.  $\nu_{fibre}$  est le bruit de fréquence de la fibre qui peut s'exprimer par :  $\nu_{fibre} = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi_{fibre}}{dt}$  où  $\Phi_{fibre}$  est le bruit de phase de la fibre.  $\nu_{AOM}$  est la fréquence instantanée de l'AOM et s'exprime selon la formule :  $\nu_{AOM} = \frac{\omega_{AOM}}{2\pi} + \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi_{AOM}}{dt}$  où  $\Phi_{AOM}$  est la phase de l'AOM.

Le schéma de ce dispositif est montré sur la figure V.22. Le faisceau initial provient du laser Ti-Sa asservi. Une lame quart d'onde associée à un cube polariseur permet de prélever une partie du faisceau qui servira de référence pour le battement, l'autre partie traverse un AOM (AA.MV 20 de AA Opto-Electronic) de fréquence centrée autour de 80 MHz contrôlé par un VCO, et dont l'ordre 1 est couplé dans la fibre. Le VCO est référencé à partir d'un signal à 160 MHz fourni à l'heure actuelle par un synthétiseur de fréquence. La fibre utilisée est une fibre à maintien de polarisation, la polarisation du faisceau incident étant parallèle à l'un des axes propres de la fibre. En sortie de fibre une lame quart d'onde et une lame semi réfléchissante permettant de réinjecter une partie du faisceau lumineux selon le deuxième axe propre de la fibre<sup>a</sup>. Ce faisceau repasse alors par l'AOM, dont l'ordre 1 est ensuite superposé au faisceau initial sur une photodiode rapide (New Focus model 1801, bande passante : 125 MHz) afin de constituer le signal de battement. Le signal fourni est ensuite traité par une électronique d'asservissement de phase afin que le signal fourni par le VCO soit égal à :  $\nu_{fibre} + \nu_{AOM} = \nu_{ref}/2$ .

### Test de l'asservissement

Avant la mise en place du dispositif, un montage auxiliaire a été utilisé pour tester et régler l'asservissement [139]. Pour cela la source laser utilisée est un laser He-Ne, et des bruits mécaniques ont été ajoutés afin de perturber la fibre et d'augmenter le bruit de phase. Le signal de battement provenant de la photodiode est analysé avec un analyseur de spectre numérique après avoir été multiplié par un signal de fréquence très proche (159,99 MHz). Le schéma de la figure V.23 illustre les résultats obtenus. Sur la figure de gauche on peut voir le spectre du signal lorsque la boucle d'asservissement n'est pas fermée et sur la figure de droite on peut voir le spectre du signal asservi. Le spectre du signal asservi présente alors un gain de 20 à 30 dB dans la gamme de 0 à 10 kHz par rapport au laser libre.

## V.5 Conclusion

Au cours de ce chapitre nous avons présenté les différents systèmes d'asservissement utilisés pour le laser d'horloge. Le premier étage d'asservissement de fréquence qui est actuellement en place nous a permis de réaliser les premiers spectres de bandes latérales. En effet, après avoir optimisé l'ensemble des paramètres de l'asservissement nous disposons d'une source laser dont la largeur spectrale est de l'ordre de 600 Hz et possède une stabilité identique à l'absorption saturée sur le rubidium. Cette valeur a été confirmée en mesurant les variations temporelles de l'amplitude du signal d'erreur du laser sur la cavité ULE. Ainsi la largeur spectrale de 600 Hz mesure les fluctuations de fréquence du laser par rapport à la cavité ULE. Aucune variation de fréquence de la cavité ULE induite par des variations de longueur n'a été détecté. De plus, l'asservissement de la cavité de pré-stabilisation sur une référence atomique confère une stabilité au laser d'horloge supérieure au MHz/s. Ces mesures sont compatibles pour la réalisation des premiers spectres de bandes latérales (présentées au chapitre IV.2.6) dont le but était d'identifier les bandes de micromouvement ( $\Omega/2\pi = 11,7$  MHz) afin d'en réduire l'amplitude.

---

<sup>a</sup>. Dans l'asservissement du bruit de phase introduit par la fibre de la cavité ULE, une partie du signal réfléchi sur le miroir d'entrée de la cavité ULE est réinjecté selon le deuxième axe propre de la fibre optique.

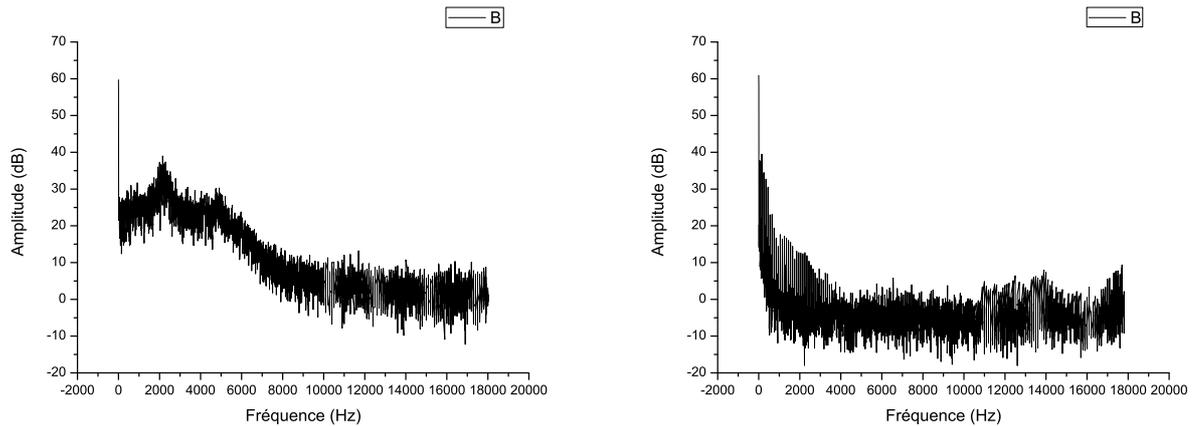


FIGURE V.23 : *Spectre du signal de battement de la photodiode. Sur la gauche il s'agit du spectre sans asservissement du bruit de fibre et sur la droite après asservissement du bruit de fibre. Le signal est analysé à l'aide d'un FFT numérique Brüel & Kjaer.*

Le second étage de la stabilisation en fréquence du laser, effectué sur une cavité ULE, vient tout juste d'être mis en place. En effet, après avoir étudié les différentes configurations possibles pour la construction de la cavité ULE, nous avons fait le choix de monter verticalement une cavité ULE non cylindrique. Une étude des différents bruits de la cavité ULE a été menée afin d'optimiser l'asservissement. Ainsi nous avons choisi d'utiliser des miroirs dont les substrats sont en silice fondue afin de réduire le bruit thermique. Le plan de support de la cavité ULE a été optimisé à l'aide de simulations numériques afin de réduire la sensibilité de la cavité au bruit mécanique. Une fois le montage de la cavité réalisé nous avons injecté le faisceau optique, construit le signal d'erreur de PDH et mesuré la finesse de la cavité.

Il nous faut maintenant asservir le laser sur cette nouvelle référence et caractériser les performances du laser asservi. Pour y parvenir nous allons construire un deuxième système d'asservissement sur une cavité ULE identique au premier. Cette deuxième cavité ULE sera à la fois utilisée comme un outil d'analyse (en mesurant le spectre du signal d'erreur du laser sur cette cavité), et comme référence de fréquence pour réaliser une autre source laser ultra-stable. En effectuant le battement entre ces deux sources lasers nous pourrions ainsi mesurer la largeur spectrale des lasers asservis. De plus, afin d'augmenter la stabilité du laser d'horloge, il faudra trouver la température  $T_c$  pour laquelle les dérives thermiques de longueur de la cavité optique seront minimales et asservir la température de la cavité autour de  $T_c$ . Il nous faudra alors caractériser l'asservissement en température en évaluant les dérives thermiques de la fréquence du laser. Enfin, il nous faudra mesurer les dérives à long terme de la longueur de la cavité, induites par le vieillissement de l'ULE.

Pour terminer, l'ensemble des asservissements (fréquence, intensité, bruit de fibre) devront être mis en place afin de pouvoir réaliser le spectre de l'ion calcium et de construire un signal d'erreur pour la stabilisation long terme du laser sur les ions.



## Chapitre VI

# OPTIQUE ADAPTATIVE DANS LE CADRE D'UNE EXPÉRIENCE DE MÉTROLOGIE

### VI.1 Introduction

Nous avons étudié le laser d'horloge au cours du chapitre V et notamment les performances indispensables qu'il faut atteindre pour ne pas dégrader le signal d'horloge. En effet, la largeur de raie du laser va directement influencer les performances de notre étalon de fréquence optique, notamment à travers l'incertitude de celui-ci. De plus, la stabilité du laser conditionnera la réalisation du spectre de la transition d'horloge de l'ion calcium. Une fois les performances requises pour le laser atteintes, une dernière source de bruit limitera encore les performances de l'horloge optique et notamment sa stabilité. Cette source de bruit provient du système de détection et plus spécifiquement de la diffusion du faisceau laser de refroidissement sur les bords du piège radiofréquence miniature. En effet, dans le chapitre IV nous avons vu que la détection du signal d'horloge se fait par la méthode des sauts quantiques dont l'état bas, correspondant à l'absence de fluorescence de l'ion, n'est pas un état où le nombre de photons collectés par l'optique de détection est négligeable. En effet, une partie de la lumière utilisée pour exciter la transition dipolaire de refroidissement est diffusée par le piège puis collectée par le système de détection. Ce signal correspond à un bruit de notre montage mais n'influencera pas directement la stabilité du système. En effet, dans le cas où le bruit de projection quantique est dominant, la stabilité d'un étalon peut s'écrire [25] :

$$\sigma(\tau) = \frac{1}{Q * S/B} \sqrt{\frac{T_c}{\tau}} \quad (\text{VI.1})$$

où  $Q = \nu_0/\delta\nu$  est le facteur de qualité de l'horloge,  $S$  le signal d'horloge (probabilité d'excitation de l'ion) et  $B$  le bruit du système mesuré sur un temps de cycle  $T_c$ . Le rapport signal sur bruit de cette équation ne correspond pas au rapport signal sur bruit de la détection. En effet, puisque nous construisons le spectre de la transition atomique à l'aide de la méthode des sauts quantiques, le signal est réalisé en effectuant une statistique sur le nombre de sauts quantiques pour chaque point de fréquence. À partir du moment où nous sommes capables de distinguer sans erreur les deux états des sauts quantiques le bruit du signal de détection n'influence pas directement la stabilité de l'étalon, le bruit principal étant le bruit de projection quantique. Toutefois, puisque nous utilisons un protocole d'interrogation de type séquentiel, le temps de préparation de l'ion, le temps d'interrogation de l'ion et le temps de repompage de l'ion vont directement influencer le temps de mesure  $T_c$ .

En effet, comme on peut le voir sur la figure VI.1, les différentes étapes du protocole d'interrogation de la transition atomique vont influencer le temps de cycle  $T_c$ . La principale limite pour la réduction de ce temps de cycle étant la distinction des deux états de fluorescence. Si l'on veut réduire ce temps et par conséquent améliorer la stabilité de l'horloge il est indispensable de trouver un moyen de réduire le bruit de l'optique de détection.

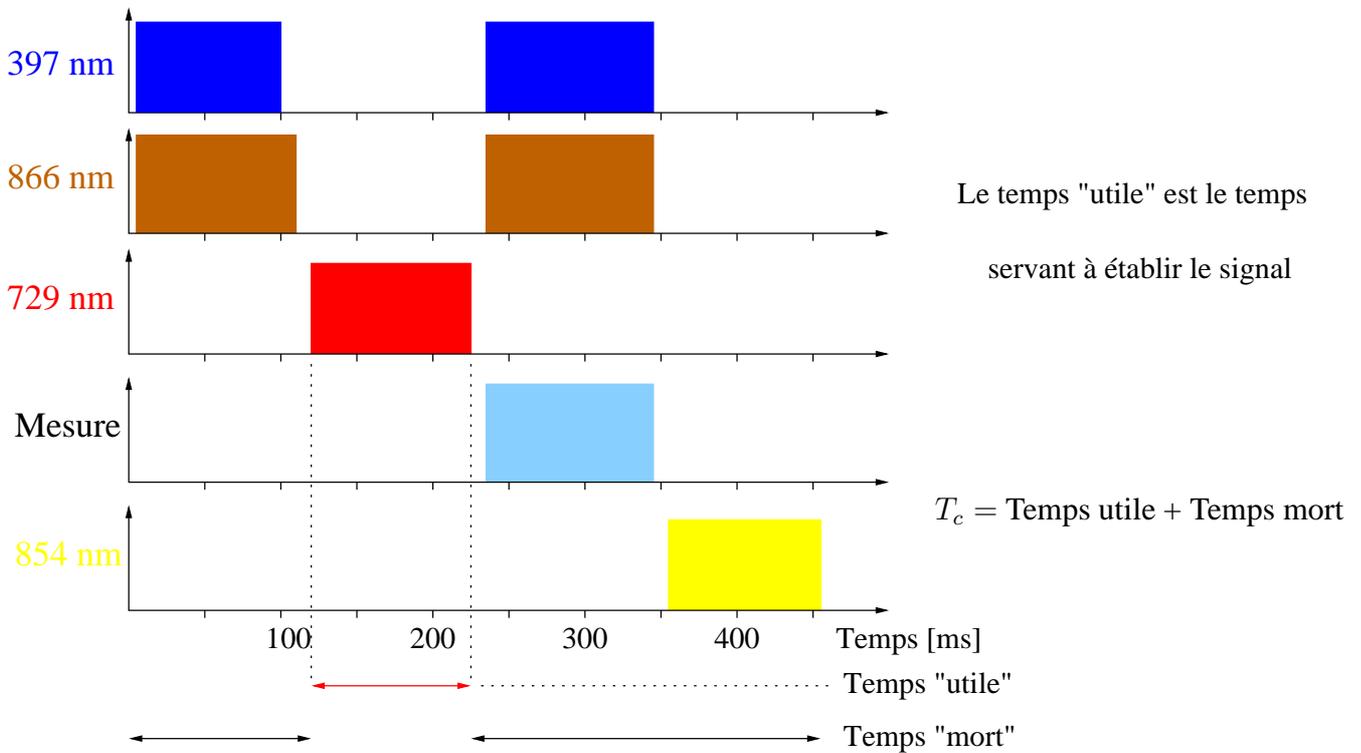


FIGURE VI.1 : Influence du protocole d'interrogation sur le temps de mesure  $T_c$ . Ici le temps de cycle correspond au temps de cycle pour une mesure d'un seul point de fréquence. Pour obtenir une statistique sur 100 de ces points il faut effectuer 100 mesures et donc multiplier ce temps de cycle  $T_c$  par 100.

La cause principale de ce bruit est la diffusion du faisceau optique sur les bords du piège radiofréquence en raison des aberrations optiques introduites par la traversées des optiques du faisceau laser à 397 nm (voir le chapitre IV.3). En effet, le bruit de fond sur l'optique de détection pour un faisceau laser incident, dont la puissance est de  $100 \mu\text{W}$ , est d'environ 850.000 coups/s sur le PM. Ceci correspond au bruit de fond lorsque le faisceau laser passe à travers l'anneau par la voie Nord-Sud de l'enceinte à vide et pour un waist de  $20 \mu\text{m}$  de rayon. Or la puissance laser contenue dans les ailes de la gaussienne pour un faisceau laser idéal (mode gaussien  $\text{TEM}_{00}$ ) à la distance  $a$  est de  $P_0 e^{-2a^2/w_0^2}$  (où  $w_0$  est le waist du laser). Pour une distance  $a = 12w_0$ , ce qui correspond à l'ouverture du piège radiofréquence pour la voie Nord-Sud, la puissance laser est égale à  $P_0 e^{-288}$ , soit une puissance nulle (un coups/s détecté sur le PM, correspond a une puissance de  $P_0 e^{-35}$ ). La lumière bleue diffusée par le piège devrait ainsi être nulle. Le bruit de fond que nous récoltons sur l'optique de détection nous paraît donc surprenant.

Nous avons émis plusieurs hypothèses pour expliquer ce bruit :

- Pour commencer, la diffusion du faisceau bleu à travers les différentes optiques. Cependant nous avons effectué une mesure du bruit de fond lorsque le faisceau laser ne passe pas à travers l’anneau afin d’estimer ce bruit et celui-ci est de 1000 coups/s. Ce bruit est donc bien inférieur au bruit de fond dans l’anneau. De plus, nous avons rajouté un filtrage spatial du faisceau laser afin de réduire ce bruit.
- La seconde tache en réflexion provenant des hublots. En effet, le faisceau laser passe à travers le hublot avec un angle d’incidence de  $7^\circ$ , donnant lieu à une seconde tache se dirigeant vers le piège décalé de  $600 \mu\text{m}$ . Cette tache provient de la double réflexion entre la seconde face du hublot plus la première. Nous avons évalué son effet sur le bruit de fond du système de détection, en bloquant cette tache mécaniquement, à 100.000 coups/s pour un coefficient de réflexion des hublots de 4%. Les hublots ont alors été changé par des hublots ayant un coefficient de réflexion dans le bleu (à 397 nm) de 0,2% ce qui correspondrait à un bruit de 250 coups/s.
- Les aberrations optiques introduites par les optiques traversées par le faisceau laser. Ces aberrations auront pour conséquence de dégrader le front d’onde et d’augmenter la puissance laser contenue dans les ailes de la Gaussienne et donc d’augmenter la lumière bleue diffusée par le piège (la figure VI.2 montre la diffusion du faisceau bleu par le piège).

Des méthodes classiques utilisant le filtrage spatial ainsi qu’une adaptation du faisceau incident ou alors une amélioration sur l’optique de détection permettent soit de contrôler le front d’onde et ainsi de réduire le bruit soit de filtrer le signal reçu en ne gardant que la partie utile (voir plus haut). Toutefois nous avons évalué les sources d’aberrations sur notre faisceau à l’aide d’un analyseur de front d’onde (voir le paragraphe VI.3) et plus précisément leur dépendance vis-à-vis positionnement du faisceau sur les lentilles. Il s’avère très difficile d’effectuer un réglage précis du positionnement des lentilles afin d’éliminer ces aberrations. L’optimisation du front d’onde nécessite en effet souvent un réajustement de la position des lentilles imprévisible ou imperceptible à l’oeil nu. Seule l’utilisation d’un outil analysant le front d’onde et d’un miroir déformable pour les corriger (soit un système d’optique adaptative) nous permettrait de faire cette correction à la perfection. De plus, nous souhaitons pouvoir modifier l’angle d’injection du faisceau laser bleu dans le piège. Ce qui aura pour conséquence de modifier la position du faisceau sur les lentilles et donc d’introduire de nouvelles aberrations. L’utilisation de l’optique adaptative nous permettra de modifier l’angle d’injection tout en corrigeant le front d’onde, minimisant ainsi les aberrations. Cette liberté s’avérerait d’ailleurs extrêmement intéressante dans des expériences d’optique quantique en piège linéaire où il est crucial que chaque ion soit adressé successivement par un faisceau au front d’onde toujours identique [140].

Initialement développé pour augmenter la résolution angulaire des télescopes terrestres, l’optique adaptative est de plus en plus utilisée pour des applications laser, comme sur le laser mégajoule [141] [142] où celle-ci permet de contrôler le front d’onde afin d’améliorer l’intensité lumineuse sur cible, la reproductibilité de la tache focale d’un tir à l’autre et la cadence des tirs. Pourtant, de tels éléments de contrôle du front d’onde n’ont pas encore fait leur apparition dans le domaine de la physique atomique. Motivés à la fois par l’envie de réduire le bruit de notre expérience, mais aussi pour démontrer l’intérêt très probable de l’optique adaptative pour de nombreuses expériences de physique atomique, nous avons décidé d’intégrer un système

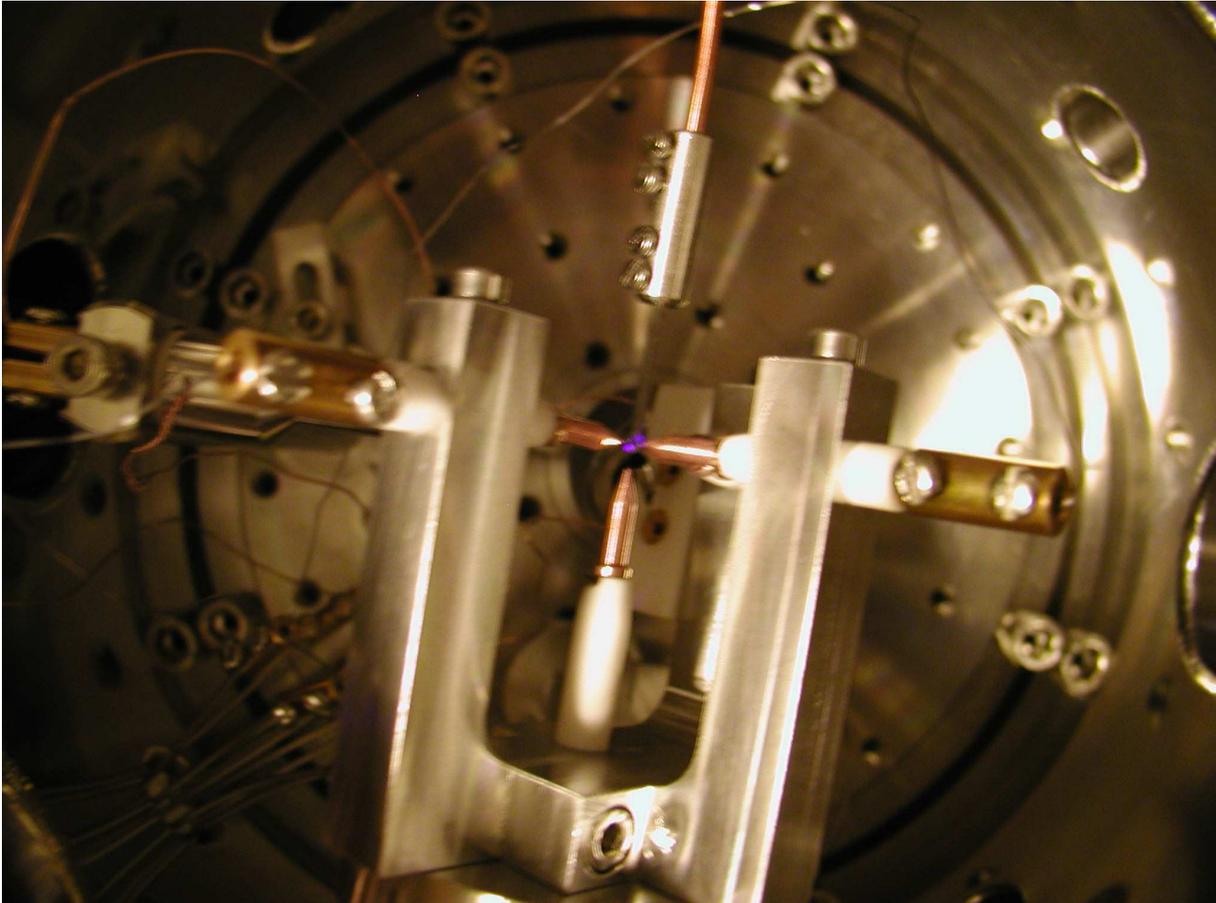


FIGURE VI.2 : Photo du piège miniature lorsque le faisceau laser à 397 nm passe à travers. La photo est prise selon l'axe verticale de l'enceinte à vide qui correspond à l'axe de la détection du signal ionique. On peut voir la diffusion du faisceau bleu par le piège.

d'optique adaptative et de mesurer le gain qu'un tel système peut apporter. Dans ce chapitre nous allons donc dans un premier temps rappeler les fondements de l'optique adaptative, puis présenter les mesures expérimentales effectuées sur notre faisceau optique afin de caractériser les défauts du front d'onde. Enfin une expérience visant à valider le concept et la faisabilité de l'interaction entre l'optique adaptative et la métrologie de l'ion calcium sera présentée.

## VI.2 Introduction sur l'optique adaptative

Comme nous l'avons dit, l'optique adaptative est traditionnellement utilisée pour augmenter la résolution angulaire des télescopes terrestres, laquelle est souvent limitée par la turbulence atmosphérique qui déforme le front d'onde incident et dégrade l'image. L'optique adaptative a connu ses débuts dans les années cinquante [143] puis fut reprise dans les années soixante-dix [144]. La technique consiste à corriger en temps réel le front d'onde incident en utilisant les données provenant d'un instrument de mesure de la phase (analyseur de front d'onde) placé derrière le miroir et qui mesure donc le résidu non corrigé à chaque instant (cf le schéma VI.3). Dans le cadre de notre expérience, l'origine des défauts du front d'onde proviennent de l'optique d'injection des faisceaux laser dans le piège de Paul. C'est notamment le passage à travers les lentilles de focalisation ou le hublot de l'enceinte à vide que nous soupçonnons de déformer le plus le front d'onde du faisceau laser. Afin de caractériser les défauts du front d'onde, celui-ci sera décomposé sur une base modale orthogonale appelée base des polynômes de Zernike. Nous utiliserons par ailleurs le rapport de Strehl pour caractériser l'intensité lumineuse du faisceau optique au sommet du pic de diffraction d'Airy. Une fois le faisceau décomposé en modes de Zernike à l'aide d'un analyseur de front d'onde il suffit d'appliquer une matrice de tension de correction sur le miroir déformable pour corriger et redresser le front d'onde incident.

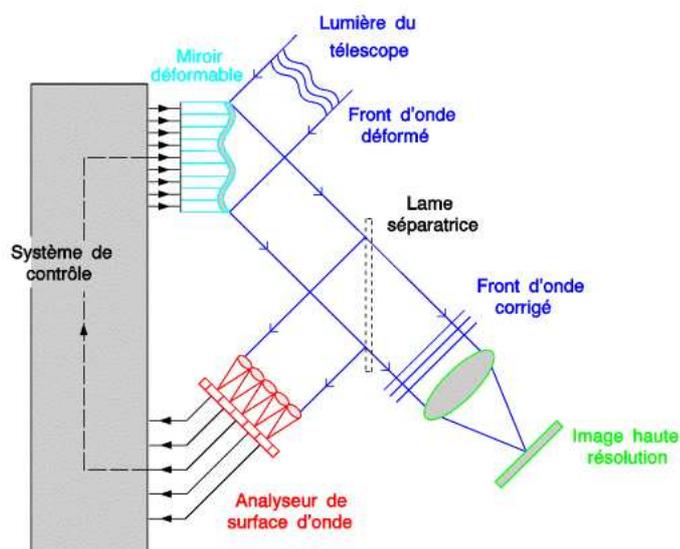


FIGURE VI.3 : Le système d'optique adaptative classique boucle fermée. L'analyseur de surface de front d'onde est placé derrière le miroir et donne des mesures de phase résiduelle à partir desquelles on détermine les nouveaux paramètres de contrôle.

## VI.2.1 Outils pour caractériser le front d'onde

### 2.1.1 Les polynômes de Zernike

Les polynômes de Zernike permettent de décrire les aberrations optiques, en décomposant la phase du faisceau optique sur une base de modes discrète et orthonormée. Proposés par Zernike en 1934, les polynômes de Zernike sont définis pour une pupille circulaire et s'expriment en fonction d'un ordre radial  $n$  et d'un ordre azimutal  $m$  avec  $0 \leq m \leq n$  :

$$\text{si } m \neq 0, Z_{n,m=\text{pair}}(r, \theta) = \sqrt{n+1} R_n^m(r) \sqrt{2} \cos m\theta \quad Z_{n,m=\text{impair}}(r, \theta) = \sqrt{n+1} R_n^m(r) \sqrt{2} \sin m\theta \quad (\text{VI.2})$$

$$\text{pour } m = 0, Z_i(r, \theta) = \sqrt{n+1} R_n^0(r) \sqrt{2} \quad (\text{VI.3})$$

où  $(r, \theta)$  sont les coordonnées polaires et où :

$$R_n^m(r) = \sum_{s=0}^{(m-n)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! ((n+m)/2 - s)! ((n-m)/2 - s)!} r^{n-2s} \quad (\text{VI.4})$$

Les polynômes forment une base orthonormée, c'est à dire que :

$$\frac{1}{S} \int_S Z_n^*(r) Z_m(r) d(r) = \delta_{n,m} \quad (\text{VI.5})$$

avec  $S$  la surface sur laquelle on définit les polynômes de Zernike, et  $\delta_{i,j} = 0, \forall i \neq j$  et  $\delta_i, i = 1, \forall i$ . La figure VI.4 présente les premiers coefficients de Zernike. Les polynômes d'indices  $m = 0$  décrivent les déformations dites sphériques. En effet, dans ce cas il n'y a qu'un polynôme et il est invariant par rotation. Le premier terme correspond à la mise au point (ou focalisation) et le second est l'aberration de sphéricité qui caractérise la déformation de la sphère en ellipse, parabole ou hyperbole. Le tableau VI.5 reprend les premiers termes de ce polynôme.

Il est alors possible de décomposer le front d'onde  $W(r, \theta)$  selon :

$$W(r, \theta) = \sum_{i,j} C_{n,m} Z_{n,m} \quad (\text{VI.6})$$

où les  $C_i$  sont les coefficients de Zernike qui peuvent s'exprimer selon :

$$C_{n,m} = \frac{1}{S} \int_S W(r, \theta) Z_{n,m}(r) dr \quad (\text{VI.7})$$

Cette famille de polynômes représente des aberrations optiques indépendantes les unes des autres. Le coefficient ( $C_1$ ) devant le polynôme  $Z_1$  représente une inclinaison sur l'axe des X qui est indépendant du coefficient ( $C_2$ ) devant  $Z_2$  qui représente une inclinaison sur l'axe des Y, le coefficient  $C_3$  devant  $Z_3$  représente la défocalisation qui est indépendante de  $C_1$  et  $C_2$ . On peut donc séparer les aberrations les unes des autres. On appelle cette reconstruction du front d'onde par polynômes de Zernike la méthode de reconstruction modale.

L'équation suivante donne l'expression générale de l'écart type pour une pupille circulaire selon tous les coefficients de la décomposition de Zernike. L'écart-type est relatif à la meilleure onde sphérique. La formule dérive de celle donnant la variance qui est :

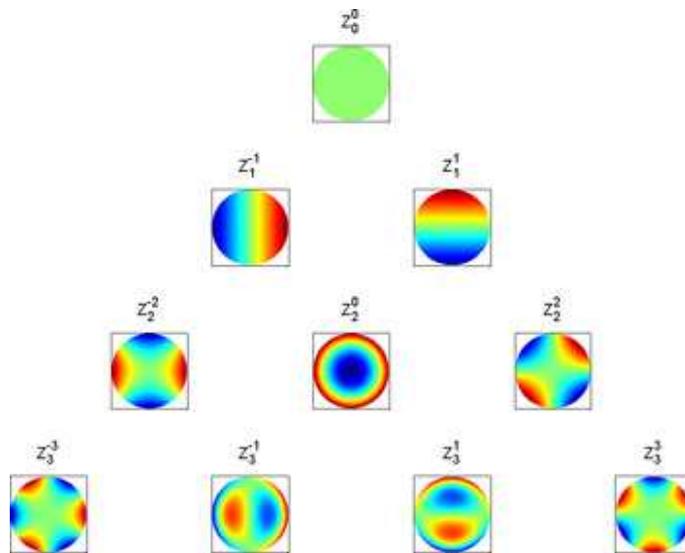


FIGURE VI.4 : Représentation de la phase des polynômes de Zernike.

Numéro	n	m	Polynôme	Appellation usuelle
0	0	0	1	Piston
1	1	1	$\rho \cos[\theta]$	Inclinaison sur X ou tilt X
2	1	1	$\rho \sin[\theta]$	Inclinaison sur Y ou tilt Y
3	1	0	$-1 + 2 \rho^2$	Mise au point ou focalisation
4	2	2	$\rho^2 \cos[2 \theta]$	Astigmatisme à 0° ou sur X
5	2	2	$\rho^2 \sin[2 \theta]$	Astigmatisme à 45° ou sur Y
6	2	1	$\rho (-2 + 3 \rho^2) \cos[\theta]$	Coma sur X
7	2	1	$\rho (-2 + 3 \rho^2) \sin[\theta]$	Coma sur Y
8	2	0	$1 - 6 \rho^2 + 6 \rho^4$	Aberration de sphéricité

FIGURE VI.5 : Table des premières valeurs de  $m$  et  $n$  avec les polynômes et leur appellation.

$$\sigma^2 = \sum_{n=1}^{max} \left( \frac{A_n^2}{2n+1} + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^n \frac{B_{n,m}^2 + C_{n,m}^2}{2n+1-m} \right) \quad (\text{VI.8})$$

où les  $A_n$  sont les coefficients de Zernike pour  $m = 0$  (aberrations sphériques),  $B_{n,m}$  les coefficients pour les polynômes pairs et  $C_{n,m}$  pour les impairs. L'écart-type (racine carrée de la variance détaillée ci-dessus) se calcule donc par une somme quadratique des coefficients de Zernike avec pondération.

### 2.1.2 Le rapport de Strehl

Le rapport de Strehl est le rapport entre l'intensité lumineuse effective et l'intensité lumineuse théorique sans aberration (c'est-à-dire au sommet de la fonction d'Airy). Il se calcule selon la formule

$$R_{Strehl} = \frac{1}{\pi^2} \left| \int_0^{2\pi} \int_0^1 r e^{i2\pi W(r,\theta)} dr d\theta \right|^2 \quad (\text{VI.9})$$

avec  $W$  l'écart à l'onde parfaite exprimée en fraction d'onde. Pour un front d'onde sans aberrations, le rapport de Strehl est égal à 1. Il existe une expression simplifiée du rapport de Strehl dans le cas où les défauts sont assez petits qui se développe en polynôme de la variance citée ci-dessus :

$$R_{Strehl} \sim 1 - (2\pi\sigma)^2 + (2\pi\sigma)^4 + \dots \quad (\text{VI.10})$$

Le critère de Maréchal stipule qu'un système optique est bien corrigé si le rapport de Strehl est supérieur à 0,8 ce qui correspond à un écart-type de l'onde de  $\lambda/4$  par rapport à un front d'onde plan. L'intérêt des polynômes de Zernike réside dans le fait que chaque terme minimise l'écart-type par lui-même. Ainsi le fait de retirer les termes d'inclinaison et de mise au point correspond à un déplacement du point focal qui majore le rapport de Strehl.

## VI.2.2 Optique adaptative classique

L'objet initial de l'optique adaptative consiste à rendre à un télescope terrestre une résolution la plus proche possible de sa résolution théorique en corrigeant directement la forme du front d'onde incident affecté par l'atmosphère. Cela peut se faire à l'aide d'un miroir déformable qui compense en temps réel les avances et retards de phase ou d'un modulateur de phase à cristaux liquides (SLM : Spatial Light Modulator). Par ailleurs, un système d'optique adaptative comporte aussi très souvent un analyseur de front d'onde qui mesure la phase résiduelle du front d'onde. On pointe le système sur une source de référence, dont on connaît le front d'onde, généralement une étoile guide à l'infini dont le front d'onde est plan. L'écart à la planéité du front d'onde mesuré correspond alors à la perturbation à corriger. L'objectif est d'annuler la variance spatiale de la phase résiduelle. À partir des mesures de l'analyseur, on détermine les nouvelles positions du miroir tel que la variance de phase résiduelle soit minimale. La figure VI.6 représente l'ensemble du système d'optique adaptative classique.

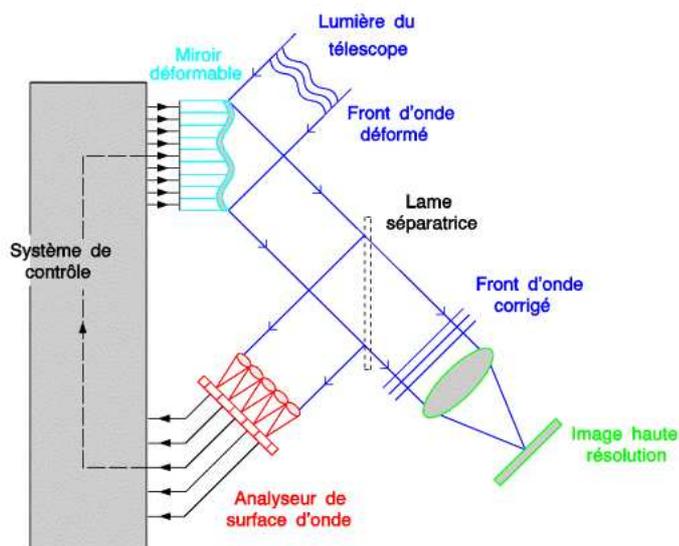


FIGURE VI.6 : Le système d'optique adaptative classique boucle fermée. L'analyseur de surface d'onde est placé derrière les miroirs et donne des mesures de phase résiduelle à partir desquels on détermine les nouvelles tensions.

### 2.2.1 Les corrections du front d'onde

Il existe deux systèmes majeurs de correction du front d'onde (miroir déformable et SLM) qui seront brièvement décrits ci-dessous.

Il existe différents types de miroirs déformables, notamment deux grandes catégories dont nous allons donner le fonctionnement : les miroirs de type SAM (Stacked Actuators Mirror) et les miroirs bimorphes. Dans les deux cas le miroir déformable est constitué d'une fine couche flexible et réfléchissante déformée par des actionneurs accolés derrière elle, que l'on excite en leur appliquant des tensions électriques.

Dans les miroirs de type SAM, les actionneurs sont des piézoélectriques qui poussent ou tirent sur la surface du miroir suivant une direction normale à la surface, comme des pistons. On les utilise généralement avec un analyseur de type Shack Hartmann, présenté en paragraphe VI.2.2.

Dans les miroirs bimorphes, les actionneurs agissent parallèlement à la surface du miroir et la courbent localement. Ils sont généralement utilisés avec des analyseurs de courbure.

#### Propriétés

On caractérise spatialement un miroir déformable (MD) par le nombre et la position des actionneurs, ainsi que par la forme que ces derniers donnent au MD lorsqu'ils sont actionnés, c'est-à-dire leur fonction d'influence. La fréquence spatiale maximale qu'un miroir déformable est capable de corriger peut être approchée par  $f_{MD,max} = 1/d_{act}$ , avec  $d_{act}$  la distance entre deux actionneurs.

La fonction d'influence d'un actionneur est définie comme la phase optique créée par la déformation de cet actionneur lorsqu'on lui applique une tension d'une unité. La figure VI.7

représente la fonction d'influence de l'actionneur numéro 40 du miroir déformable SAM du banc d'optique adaptative de l'ONERA, mesuré à l'aide d'un interféromètre de type Zygo.

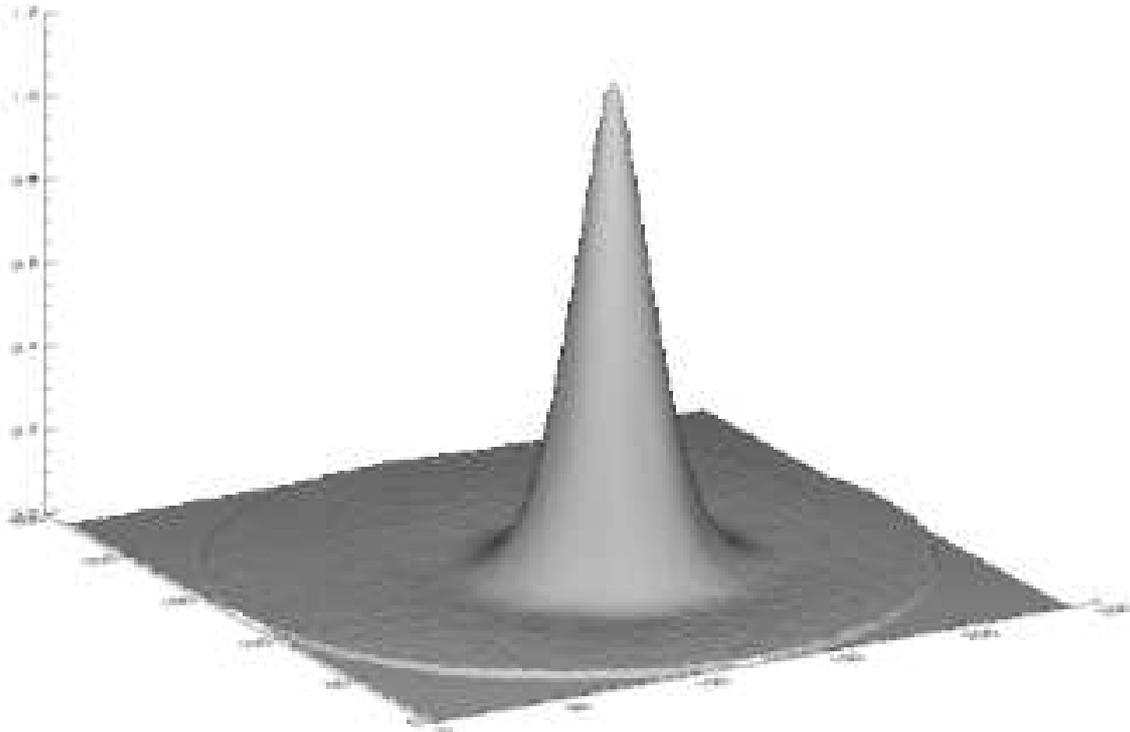


FIGURE VI.7 : *Fonction d'influence de l'actionneur numéro 40 du miroir SAM du banc d'optique Adaptative de l'ONERA*

Si l'on considère souvent théoriquement que la fonction d'influence est la même pour tous les actionneurs, il faut en pratique, pour caractériser un miroir, mesurer expérimentalement les fonctions d'influence de chaque actionneur et le faire régulièrement. En effet, celles-ci évoluent en fonction de nombreux paramètres, dont par exemple la température et l'âge.

Ces fonctions d'influence donnent une correspondance entre l'espace des phases et l'espace des tensions  $\mathbf{u}$ . On symbolise cette relation par la matrice  $\mathbf{N}$ . Cette matrice est de taille égale au nombre de modes de décomposition de la phase  $\times$  nombre d'actionneurs. Elle contient sur chaque colonne la fonction d'influence d'un actionneur décomposée dans une base de modes, quelle qu'elle soit. La phase  $\Phi$  produite par un miroir auquel on applique une tension  $\mathbf{u}$  est ainsi donnée par :

$$\Phi = \mathbf{N}\mathbf{u} \quad (\text{VI.11})$$

D'un point de vue temporel, la dynamique d'un MD est caractérisée par ses fréquences de résonance. La fréquence de résonance la plus basse d'un MD est généralement de l'ordre de la dizaine de kHz.

## SLM

Les miroirs SLM (Spatial Light Modulator) sont basés sur la technologie LCOS (Liquid Cristal On Silicon), technologie pour laquelle les cristaux liquides sont contrôlés par une tension précise et peuvent moduler la phase du front d'onde incident [145]. Le cristal liquide nématique est aligné parallèlement avec la surface des CMOS. Sous l'application d'une tension sur un des CMOS l'orientation du cristal liquide change et a pour conséquence de moduler la phase du faisceau sans en moduler l'intensité et la polarisation. La variation de phase est en relation directe avec la variation d'alignement du cristal liquide (CL). Le contrôle pixel par pixel de la phase du laser se fait grâce à une puce CMOS, placée à l'arrière du CL (voir la figure VI.8).

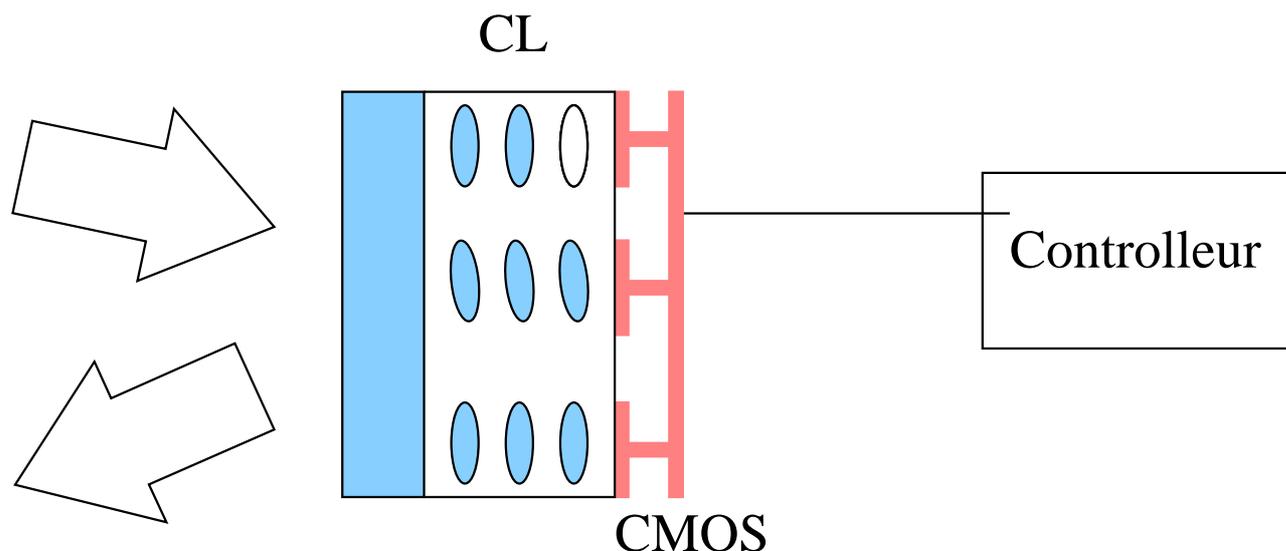


FIGURE VI.8 : Représentation schématique du miroir *slm* de Hamamatsu (LCOS-SLM x10468 series). CL : cristaux liquides.

Les tests actuels sur notre montage sont effectués avec un miroir déformable et il est fort probable qu'à terme ce soit un tel système (plutôt qu'un SLM) qui soit installé à demeure sur notre banc optique, notamment en raison d'une meilleure résolution spatiale.

### 2.2.2 L'analyse de surface d'onde.

Les tensions que l'on doit appliquer au miroir sont déterminées à partir d'un analyseur de surface d'onde de façon à minimiser la phase résiduelle. Il existe plusieurs types d'analyseurs dont les plus classiques sont l'analyseur de Shack-Hartmann, l'analyseur à pyramide, l'analyseur de courbure. Une présentation rapide de ces différents analyseurs et de leurs caractéristiques est réalisée ci-dessous :

#### Analyseur de Shack-Hartmann

L'analyseur de Shack-Hartmann est un analyseur plan pupille. Il est constitué d'une matrice de micro-lentilles et d'une caméra placée au foyer des micro-lentilles. Le fonctionnement de cet analyseur est représenté sur la figure VI.10 [146]. Le front d'onde plan qui arrive sur la

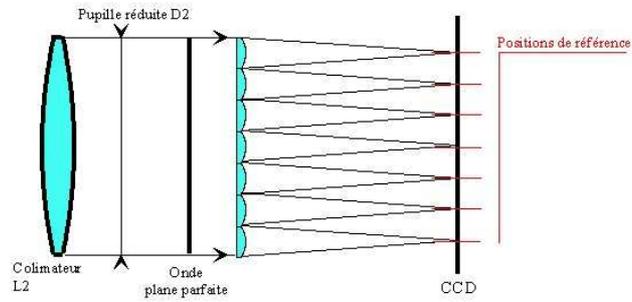


FIGURE VI.9 : Schéma de l'analyseur de Shack-Hartmann, lorsque le front d'onde est plan

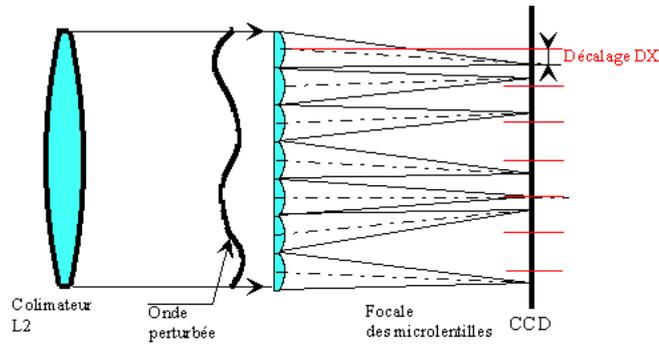


FIGURE VI.10 : Schéma de l'analyseur de Shack-Hartmann, lorsque le front d'onde n'est pas plan

matrice de micro-lentilles est focalisé localement par chaque lentille sur la caméra au centre de chaque sous-pupille. Si le front d'onde est localement incliné par rapport aux micro-lentilles, la tache lumineuse sur la caméra est déplacée. Plus le front d'onde est localement incliné et plus la tache lumineuse est éloignée du centre de la sous-pupille. Comme l'image sur la caméra est généralement une tache et pas un point, on caractérise sa position par le centre géométrique de la tache. On note  $c_x$  la position du centre géométrique selon  $x$  et  $c_y$  sa position selon  $y$ .

$$c_x = \frac{\sum_{i,j} x_{i,j} I_{i,j}}{\sum_{i,j} I_{i,j}} \quad (\text{VI.12})$$

$$c_y = \frac{\sum_{i,j} y_{i,j} I_{i,j}}{\sum_{i,j} I_{i,j}} \quad (\text{VI.13})$$

où  $I_{i,j}$  et  $(x_{i,j}, y_{i,j})$  constituent l'intensité lumineuse et la position du pixel  $(i,j)$ . On peut remonter à partir de  $c_x$  et  $c_y$  à la pente moyenne  $\alpha$  du front d'onde sur la sous-pupille [147]. En effet :

$$\alpha_x = \frac{\lambda}{2\pi S_{ml}} \int_{ml} \frac{d\Phi}{dx} dx dy = \frac{c_x}{fM} \quad (\text{VI.14})$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde,  $S_{ml}$  la surface de la microlentille,  $\int_{ml}$  symbolise l'intégration sur toute la surface de la microlentille,  $f$  est la focale de la microlentille,  $M$  son grossissement et  $\Phi$  la phase dans sa pupille. De façon similaire on obtient la pente moyenne selon  $y$ . Généralement pour diminuer le bruit sur la mesure, on ne calcule pas le centre directement. On peut soit seuiller l'image obtenue par la caméra, soit la fenêtrer (ne calculer le barycentre qu'à l'intérieur d'une fenêtre), soit les deux. Le calcul du barycentre obtenu alors est moins bruité. Une étude détaillée de ces techniques est fournie dans [148]. On peut également estimer le déplacement de la tache sur la caméra avec une approche par auto-corrélation [149]. Cette technique est plus souvent utilisée pour l'analyse de front d'onde sur sources étendues (observation du Soleil par exemple).

L'analyseur de Shack-Hartmann (SH) est généralement utilisé avec un miroir de type SAM. En dimensionnant le système, on choisit généralement d'égaliser la distance inter-actionneurs du miroir et la taille des sous-pupilles. Ainsi, la fréquence spatiale maximale que le miroir peut corriger  $f_{max,MD}$  est égale à la fréquence maximale mesurée par l'analyseur  $f_{max,SH}$  lorsque celle-ci est considérée inverse à la taille de la sous-pupille  $d_{sp}$  :  $f_{max,SH} = 1/d_{sp}$ .

Pour les mesures de petites phases, l'analyseur est linéaire. En revanche, quand les variations du front d'onde sont grandes, il y a des risques que la tache sur la caméra sorte en partie de la sous-pupille. Il présente donc des risques de non linéarité. Dans le domaine de linéarité du SH on peut définir la matrice  $\mathbf{D}$  qui contient sur chaque colonne la réponse du SH à un mode turbulent :

$$\mathbf{p} = \mathbf{D}\phi \quad (\text{VI.15})$$

où  $\Phi$  est une phase exprimée sur une base de modes et  $\mathbf{p}$  les pentes mesurées par l'analyseur. La matrice d'interaction  $\mathbf{D}_{int}$  caractérise la correspondance entre les mesures du SH et les tensions appliquées au miroir. On la détermine en appliquant sur chaque actionneur une tension  $\mathbf{u}$  donnée et en mesurant la réponse de l'analyseur. Chaque colonne de  $\mathbf{D}_{int}$  correspond à la réponse de l'analyseur à la déformation induite par un actionneur. Ainsi les tensions  $\mathbf{u}$  sont reliées aux pentes  $\mathbf{p}$  mesurées par l'analyseur :

$$\mathbf{p} = \mathbf{D}_{\text{int}} \mathbf{u} \quad (\text{VI.16})$$

Connaissant  $\mathbf{D}_{\text{int}}$ , à partir des mesures de pentes  $\mathbf{p}$ , on peut reconstruire les tensions correspondantes qu'il faut soustraire pour annuler la phase résiduelle, en appliquant l'inverse généralisé de  $\mathbf{D}_{\text{int}}$  à  $\mathbf{p}$  :

$$\mathbf{u} = \mathbf{D}_{\text{int}}^+ \mathbf{p} = (\mathbf{D}_{\text{int}}^T \mathbf{D}_{\text{int}})^{-1} \mathbf{D}_{\text{int}}^T \mathbf{p} \quad (\text{VI.17})$$

### Analyseur à pyramide

L'analyseur à pyramide a été proposé en 1996 par R. Ragazzoni [150]. C'est un analyseur plan focal dont la mesure dépend de la phase. La pyramide agit en fait comme quatre "couteaux de Foucault". Le faisceau lumineux qui arrive au sommet de la pyramide produit après elle quatre images de la pupille sur un plan d'observation. La dérivée de la phase selon  $x$  est reliée à la différence d'intensité dans les cadrans  $x > 0$  et  $x < 0$  (voir la figure VI.11), de même, la dérivée selon  $y$  est reliée à la différence d'intensité dans les cadrans  $y > 0$  et  $y < 0$ .

La pyramide décrit un cercle dans le plan focal. Du rayon  $r$  de cette modulation dépend la sensibilité de l'analyseur à pyramide. Plus  $r$  est grand, plus la pyramide est sensible aux hautes fréquences spatiales. Ragazzoni a proposé récemment de remplacer la modulation par une surface diffusante placée dans un plan intermédiaire et qui permettrait d'avoir accès aux hautes fréquences spatiales sans moduler [151].

### L'analyseur de courbure

L'analyseur de courbure a été proposé par Roddier en 1988 [152]. Il donne accès directement au rayon de courbure du front d'onde. Il consiste à mesurer l'intensité  $I_1$  dans un plan  $P_1$  à une distance  $l$  du plan focal et l'intensité  $I_2$  dans le plan  $P_2$  situé la même distance de l'autre côté du plan focal. On peut alors montrer, sous certaines conditions que la différence relative

$$\beta = \frac{I_1(\mathbf{r}) - I_2(-\mathbf{r})}{I_1(\mathbf{r}) + I_2(-\mathbf{r})} \quad (\text{VI.18})$$

donne accès à la dérivée seconde de la phase dans la pupille ainsi que sa dérivée première aux bords de la pupille.

### QWLSI [153] : Quadriwave Latéral Shearing Interferometry

Les QWLSI sont des analyseurs de front d'onde fonctionnant sur le principe de l'interférométrie. Le front d'onde incident est dupliqué en quatre fronts d'ondes identiques, mais décalés à l'aide d'un réseau d'interférence 2D spécifique. Après propagation, leurs interférences mutuels sont enregistrés sur une caméra CCD. À partir des déformations des franges d'interférences, on remonte au gradient de phase (aux déformations du front d'onde) en effectuant une déconvolution de Fourier autour de la fréquence des franges d'interférences. Dans le cas du QWLSI, deux gradients selon deux directions perpendiculaires sont mesurés et intégrés pour déterminer l'intensité du champ et sa phase [154].

L'amplitude complexe du champ incident s'écrit :

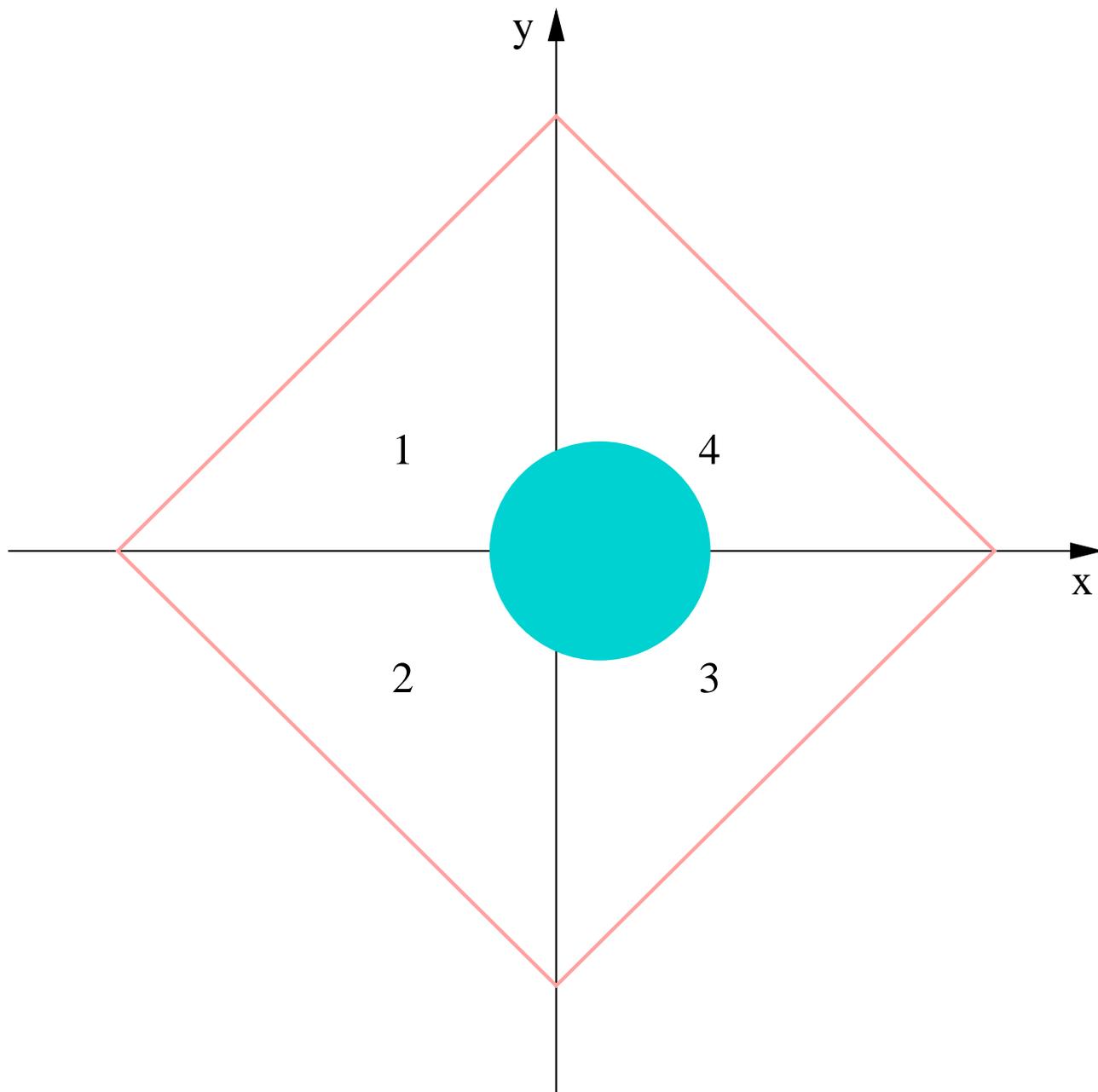


FIGURE VI.11 : Schéma de fonctionnement de l'analyseur à pyramide. La zone grisée correspond à la tache lumineuse. La dérivée de la phase selon  $x$  peut être reliée à la différence d'intensité dans les demies pyramides de droite (quartiers 3 et 4) et de gauche (quartiers 1 et 2)

$$A(\mathbf{r}) = \sqrt{I(\mathbf{r})} \exp(i[\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \phi(\mathbf{r})]) \quad (\text{VI.19})$$

où  $\mathbf{r}$  est le vecteur position,  $\mathbf{k}$  le vecteur d'onde,  $I$  l'intensité du champ et  $\phi$  la phase du champ.

Un réseau de diffraction duplique le faisceau incident. Dans le cas du QWLSI le réseau de diffraction est un masque d'Hartmann modifié (MHM : Modified Hartmann Mask [154]). Il est constitué de la superposition d'un masque d'Hartmann (réseau d'amplitude de période  $p$ ) et d'un réseau de phase de période  $2.p$ . Il a été optimisé pour diffracté plus de 90% de l'énergie lumineuse dans les quatre premiers ordres de diffraction. La transmittance du MHM, si seulement les quatre premiers ordre sont considéré est donnée par :

$$t(x, y) = \cos(\pi x/p) \cdot \cos(\pi y/p) \quad (\text{VI.20})$$

Chaque ordre diffracté se propage selon son propre vecteur d'onde. Après une longueur de propagation  $z$ , l'intensité est donnée par [153] :

$$I(\mathbf{r}, z) = I_0 \left\{ 1 + \left[ \cos\left(\frac{2\pi}{p}x + \frac{2\pi}{p}z\frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{p}y + \frac{2\pi}{p}z\frac{\partial\phi}{\partial y}\right) \right] + \frac{1}{2} \left[ \cos\left(\frac{2\pi}{p}(x+y) + \frac{2\pi}{p}z\frac{\partial\phi}{\partial(x+y)}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{p}(x-y) + \frac{2\pi}{p}z\frac{\partial\phi}{\partial(x-y)}\right) \right] \right\}$$

où  $I_0$  est l'intensité maximale des interférences pour  $z = 0$ .

La sensibilité de l'interféromètre est déterminée par le rapport  $p/z$ , ce qui signifie que la sensibilité peut être ajustée en éloignant le masque d'interférence de la caméra CCD. L'interférogramme est ensuite démodulé autour de sa fréquence spécifique. Il en résulte le gradient de la phase du front d'onde, qui est ensuite intégré pour remonter à la phase du front d'onde.

Le MHM peut aussi être interprété comme une grille de trou, ce qui permet une interprétation classique comme l'analyseur SH [155]. Le champ incident est échantillonné par la grille de trou et nous enregistrons la projection des trous sur la caméra CCD. En fonction du front d'onde local, la projection est déviée de sa position originale par rapport à un front d'onde plan.

### VI.3 Mesures expérimentales sur notre expérience d'ion unique de calcium

Après avoir décrit les outils nécessaires à l'utilisation de l'optique adaptative, il faut caractériser le faisceau optique que nous souhaitons corriger et corriger ses défauts. Contrairement à l'utilisation de l'optique adaptative pour les télescopes, où la turbulence induit une modification dynamique du front d'onde, dans notre expérience les imperfections du front d'onde sont principalement dues aux composants optiques de mise en forme du faisceau et seront donc statiques. L'aspect dynamique reste cependant un point fort du système dans la mesure où nous souhaitons avoir la possibilité de changer des paramètres à l'injection du faisceau dans le piège (comme par exemple l'angle d'injection du faisceau optique dans la chambre à vide).

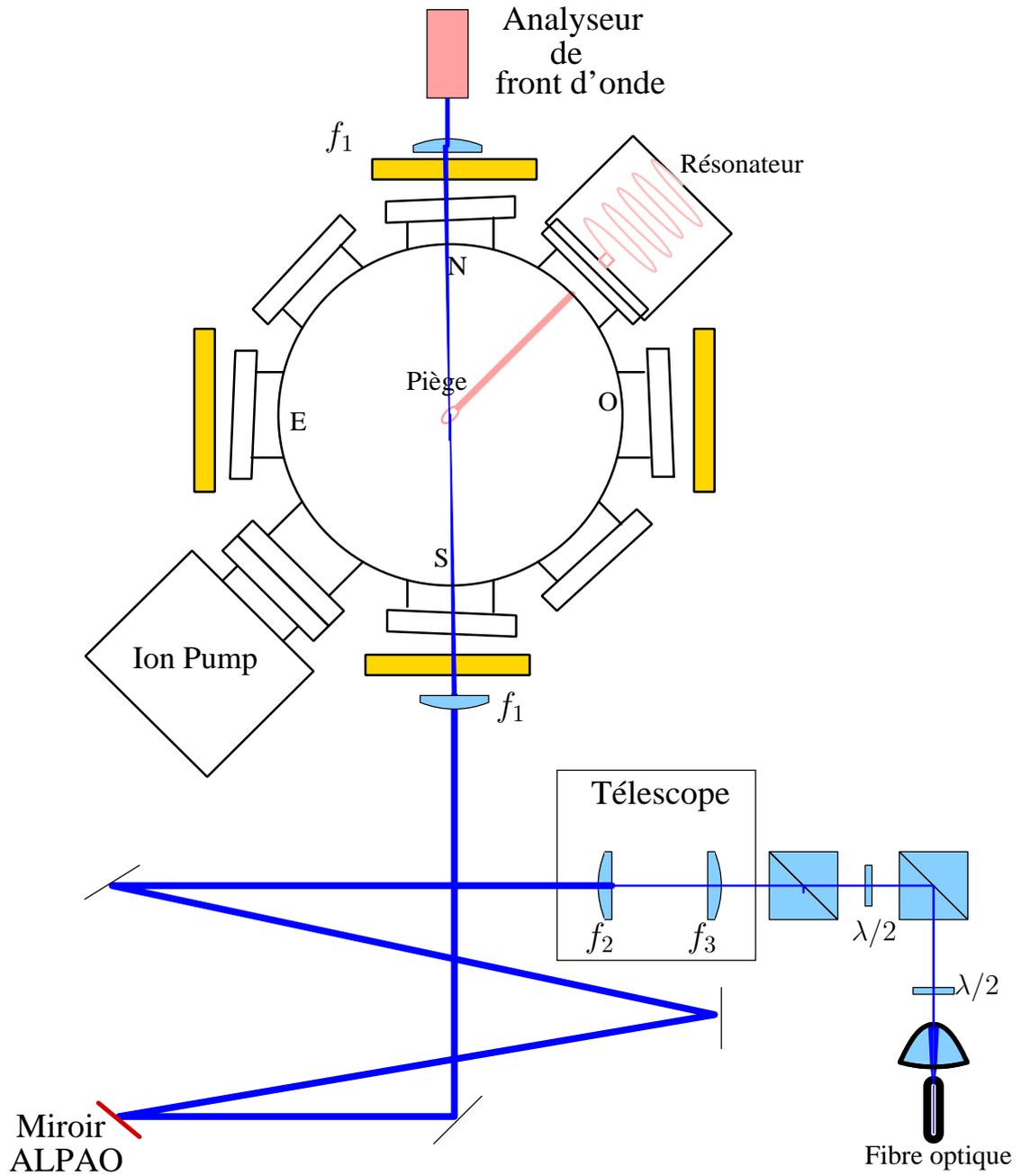


FIGURE VI.12 : Schéma de principe de l'optique adaptative pour l'expérience d'ion unique de calcium.

### VI.3.1 Insertion de l'optique adaptative dans l'expérience

L'insertion de l'optique adaptative est faite sur une voie d'injection du faisceau optique dans le piège, plus précisément sur la voie Nord-Sud (voir le chapitre IV), ceci afin de pouvoir comparer le gain de ce système avec une voie similaire (la voie Est-Ouest). Le système optique que nous avons mis en place est représenté sur la figure VI.12. Le faisceau optique bleu a un waist de 3 mm après collimation en sortie de fibre optique. Afin de tirer pleinement partie du miroir déformable *ALPAO Hi-speed dm97* (que la compagnie nous a gracieusement prêté), qui fait 13,5 mm de diamètre, le faisceau bleu passe à travers un télescope augmentant la taille du waist jusqu'à 12 mm. Le faisceau passe ensuite par le MD pour ensuite se diriger vers le piège à travers une lentille de focale 500 mm. Celle-ci permet d'obtenir un waist de 40  $\mu\text{m}$  au centre du piège, mais aussi de réaliser un télescope avec une deuxième lentille de focale 200 mm afin d'obtenir un waist de 5 mm sur l'analyseur de front d'onde.

L'angle d'incidence  $\alpha$  entre le MD et le faisceau laser est minimisé afin d'utiliser pleinement la surface du MD. Le diamètre apparent d'un miroir de 13,5 cm de diamètre est de 12 mm dans le plan horizontal pour un angle d'inclinaison  $\alpha$  de  $30^\circ$ . Ainsi notre faisceau laser dont le waist est de 12 mm utilisera entièrement l'ensemble des actuateurs du MD dans le plan horizontal.

Dans une version ultérieure de l'expérience, on utilise un cube polariseur, précédé d'une lame demi onde en sortie du télescope. On s'arrange pour que toute la lumière soit transmise et arrive sur une lame quart d'onde suivi du MD attaqué en incidence normale. Le front d'onde corrigé revient donc sur ses pas, est réfléchi par le cube et enfin réinjecté dans le piège. Ainsi la surface du miroir est pleinement mise à profit (voir la figure VI.15).

### VI.3.2 Mesure des qualités optiques de notre faisceau avant l'optique adaptative

La première mesure que nous avons effectuée est la mesure du front d'onde du faisceau optique avant le passage de la lentille de focale 500 mm et après le passage de l'enceinte à vide ainsi que de la lentille de focale 200 mm. Ainsi nous pouvons caractériser les propriétés optiques du faisceau et identifier les sources de déformations. Le faisceau optique est analysé avec l'analyseur de front d'onde Phasics avec la collaboration de Pierre Bon, Institut Fresnel. C'est un analyseur de front d'onde achromatique utilisant une technique d'interférométrie à quatre ondes (Quadriwave Latéral Shearing Interferometry, QWLSI [153]). Les QWLSI ont la possibilité d'échantillonner l'intensité et la phase de l'image avec une meilleure résolution que les analyseurs de front d'onde SH.

L'analyse du faisceau optique avant à l'entrée du montage soit avant le télescope est représenté sur les figures VI.14 et VI.15. La figure VI.14 représente l'analyse de faisceau en intensité et en phase, ainsi que la décomposition sur les premiers polynômes de Zernike du front d'onde du faisceau. La déformation de la phase du faisceau optique est mesurée en fraction de la longueur d'onde  $\lambda$ . La PTV (Peak To Valley) qui représente la déformation crête à crête en fraction de longueur d'onde sera utilisée comme unité de mesure pour les coefficients de Zernike. Dans le cadre de cette mesure la PTV vaut 0,550 ce qui représente une variation de phase de 218 nm pour le faisceau. Le faisceau est ainsi décomposé sur les polynômes de Zernike et l'on peut constater

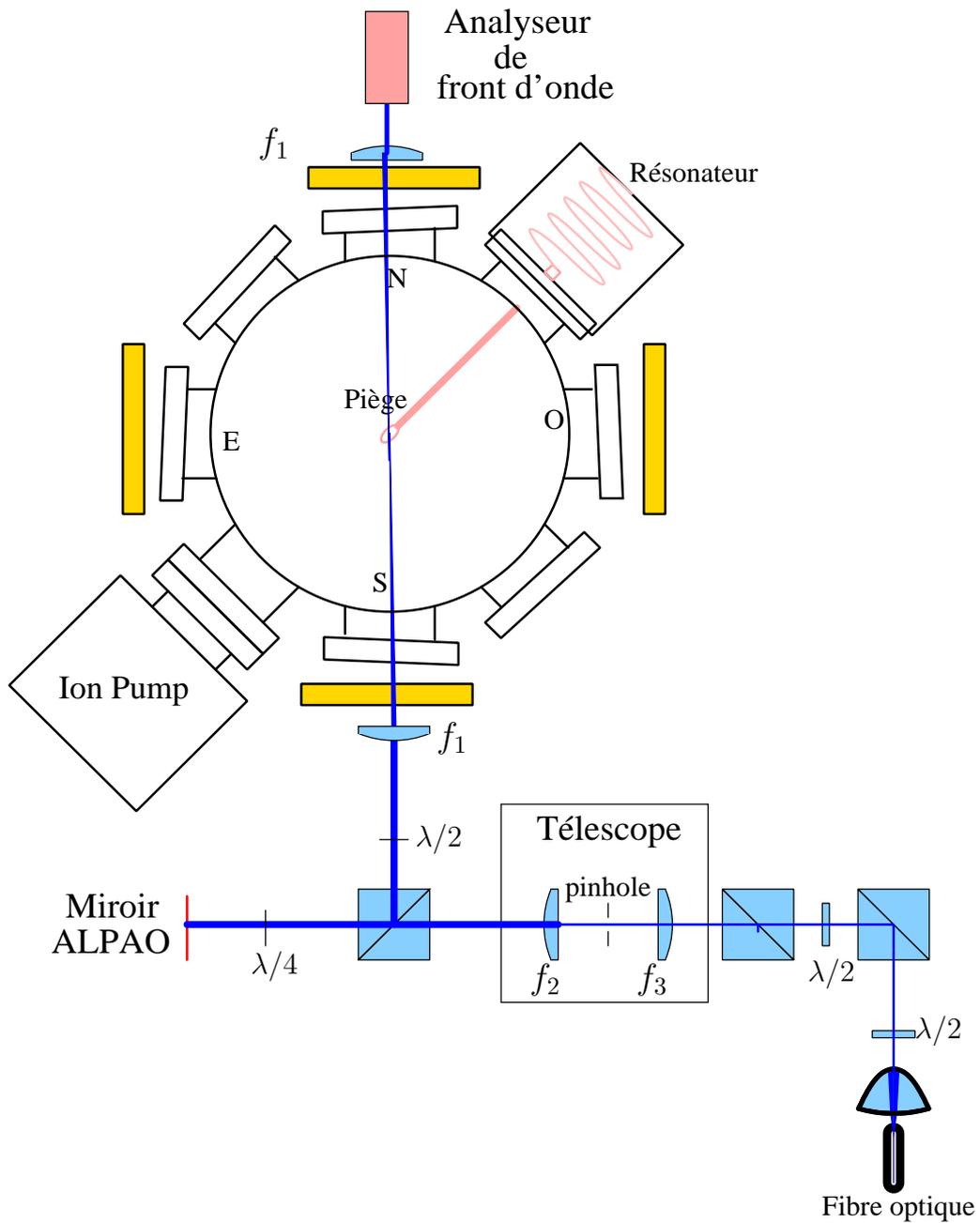


FIGURE VI.13 : Schéma de principe de l'optique adaptative pour l'expérience d'ion unique de calcium (version ultérieure).

que cette décomposition sur les premiers polynômes est faible. En effet, la plus grande contribution provient d'aberrations de type coma est ne dépasse pas  $-4,60 \times 10^{-2}$  PTV. De plus sur la figure VI.15, qui représente la réponse impulsionnelle (PSF) ainsi que le calcul du rapport de Strehl, donne un rapport de Strehl de 0,94 ce qui est un rapport excellent. Le faisceau optique qui arrive donc sur le télescope dispose de qualités optiques excellentes puisque seulement 6% de la lumière n'est pas utile et que la plupart des aberrations optiques sont faibles.



FIGURE VI.14 : Mesure des déformations du front d'onde de notre faisceau avant le passage du télescope. Coefficients de Zernike.

La même analyse est effectuée sur le faisceau en sortie de l'enceinte à vide après la lentille  $f_2$ . Les résultats sont représentés sur les figures VI.16 et VI.17. On constate alors que la PTV de la phase a augmenté et passe de 0,550 à 0,858 soit une augmentation de 56%. De plus, lors de la décomposition sur les polynômes de Zernike, les aberrations optiques deviennent plus importantes. En effet, l'astigmatisme 0, qui est l'aberration la plus importante dans cette analyse, a une valeur de  $-2,5 \times 10^{-1}$  PTV soit une valeur de 0,21 en fraction de longueur d'onde. Le faisceau optique avant le passage à travers l'enceinte à vide et le télescope avait une valeur pour l'astigmatisme 0 de 0,022 en fraction de longueur d'onde soit un facteur 10 entre les deux. De plus, l'analyse de la PSF et le rapport de Strehl confirment cette dégradation du faisceau. En effet le rapport de Strehl est cette fois-ci de 0,66 ce qui représente une baisse des performances de près de 30%. Ces mesures ne nous donnent pas d'information précises sur la nature du front d'onde au centre du piège, mais nous permettent de supposer que celui-ci est fortement dégradé après le passage d'un hublot de l'enceinte à vide et du système de lentilles. Nous supposons qu'une partie de l'énergie perdue consécutive aux aberrations diffuse à travers le piège générant ainsi le bruit que nous retrouvons sur le PM.

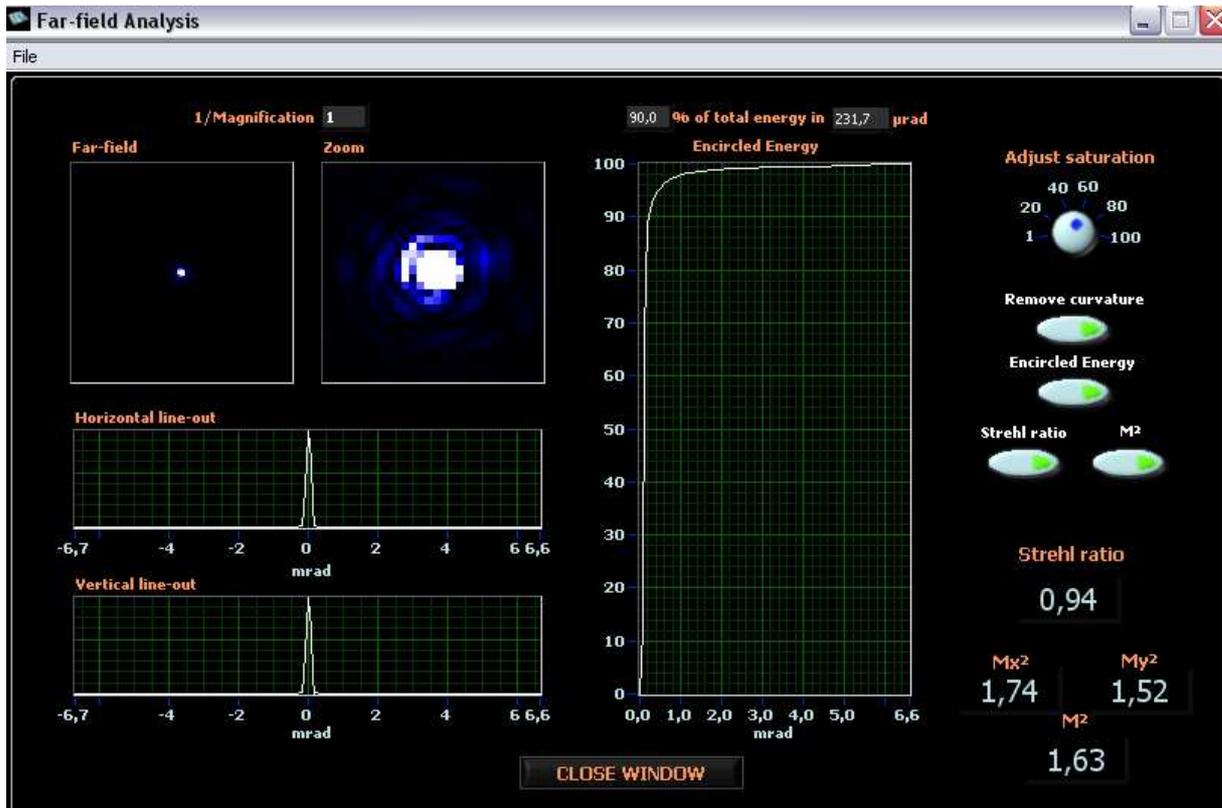


FIGURE VI.15 : Mesure des déformations du front d'onde de notre faisceau avant le passage du télescope. PSF et rapport de Strehl.

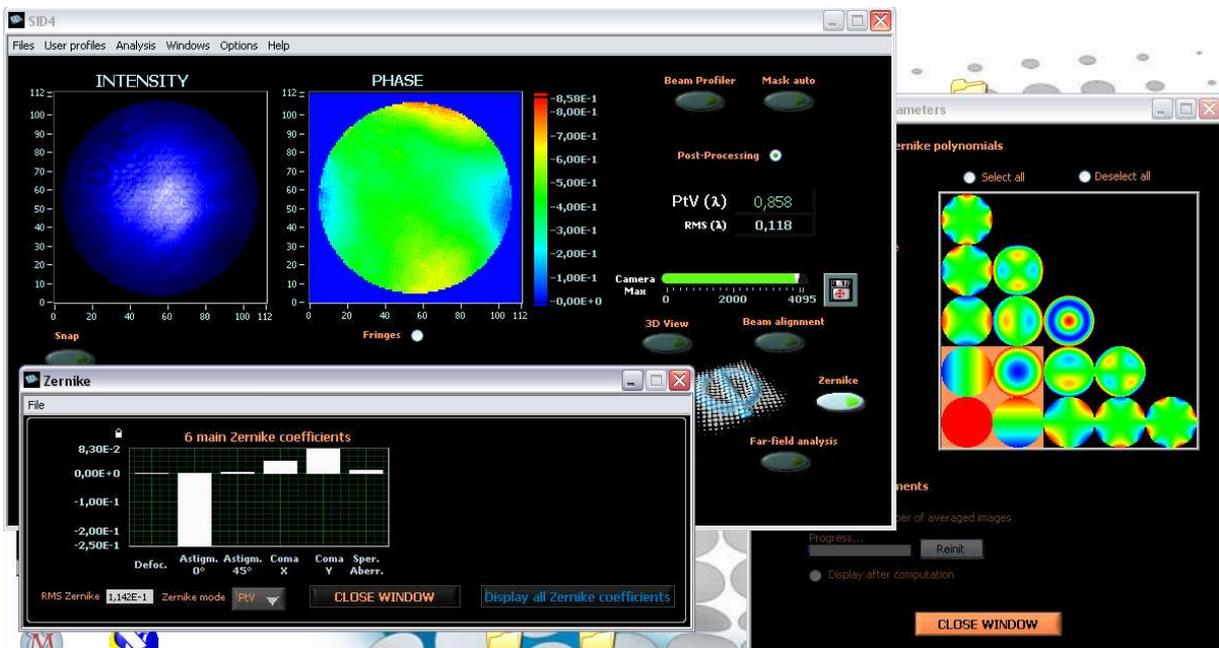


FIGURE VI.16 : Mesure des déformations du front d'onde de notre faisceau après le passage de la lentille de focale 200 mm. Coefficients de Zernike.

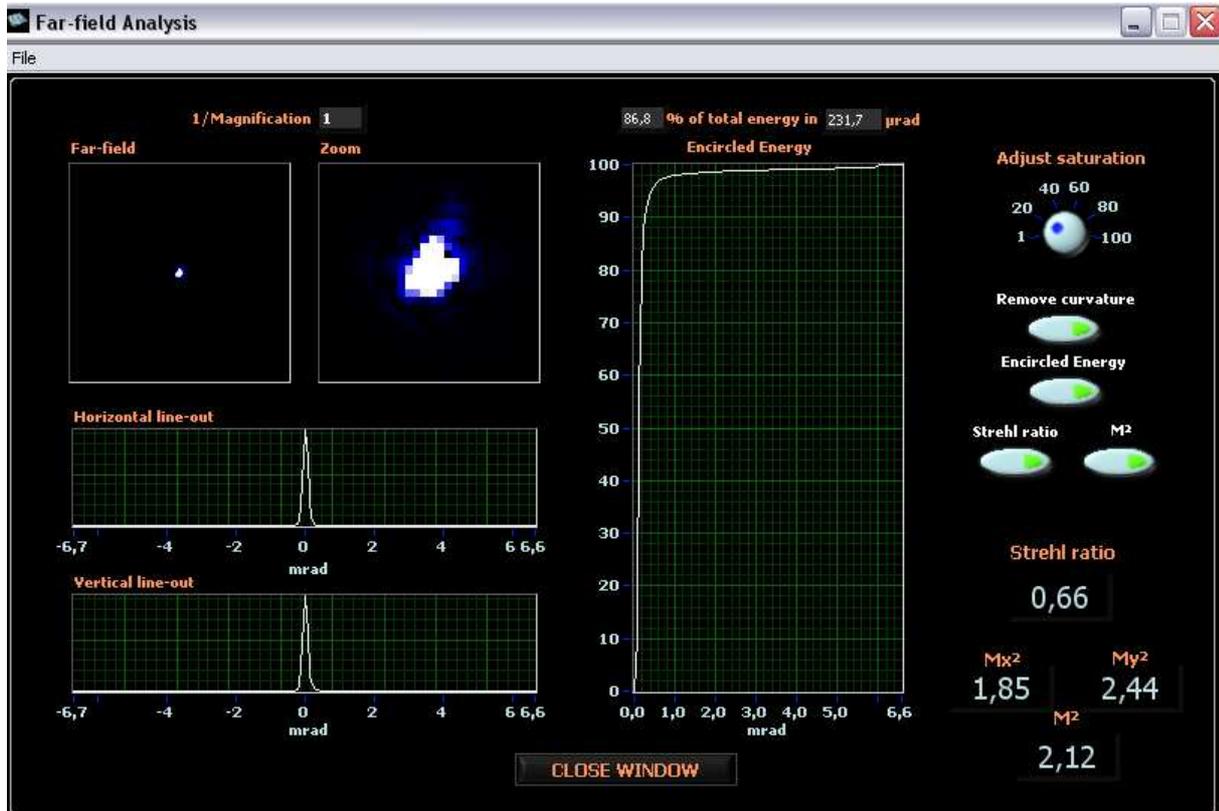


FIGURE VI.17 : Mesure des déformations du front d'onde de notre faisceau après le passage de la lentille de focale 200 mm. PSF et rapport de Strehl.

### VI.3.3 Expérience et perspectives

Afin de démontrer la dégradation du faisceau optique par les hublots, ainsi que l'intérêt de l'optique adaptative dans le cadre de notre expérience d'ion unique de calcium, nous avons mis en place un miroir d'optique adaptative et corrigé le front d'onde afin de minimiser le bruit de fond. Nous avons utilisé le même schéma expérimental que la figure VI.12. Cependant, nous n'avons pas utilisé de boucle de correction car l'analyse de front ne pouvait pas se faire au niveau du piège radiofréquence. Le système en boucle fermée aurait donc optimisé le front d'onde après l'enceinte à vide ce qui n'aurait pas forcément optimisé le bruit de fond de notre expérience. La solution est d'utiliser le signal du PM afin de réaliser les corrections sur le MD. Il s'agit donc de réaliser une correction sur un système à  $N$  dimensions (où  $N$  représente le nombre d'actionneur du miroir) avec deux signaux d'erreurs (le signal ionique et le bruit de fond). Pour cette raison nous avons entamé une collaboration avec l'entreprise ALPAO qui a déjà réalisé ce type de correction pour un système de télécommunications utilisant des fibres optiques.

Une première série d'expériences a été réalisée afin de démontrer la faisabilité de ce projet. Au cours de celle-ci nous avons interagi avec le miroir déformable en lui ajoutant des aberrations optiques inverses de celles que nous avons mesuré sur le front d'onde en sortie de l'enceinte à vide et mesuré la réponse du PM afin de voir si l'optique adaptative avait bien un effet dans ce type de système. Une diminution du bruit fut alors observée pour certaines configurations du MD. Ceci tend à prouver que l'optique adaptative influence bien notre système et qu'il est effectivement possible de l'utiliser afin de réduire le bruit.

L'ensemble des données que nous avons recueilli indique que l'optique adaptative peut notablement améliorer notre montage expérimental. En effet, la dégradation du front d'onde du faisceau optique à travers l'enceinte à vide ainsi que l'amélioration du niveau de bruit de fond récolté par l'optique de détection nous incite à penser que le front d'onde au niveau du piège est détérioré et que celui-ci est en grande partie la cause du bruit de fond récolté sur le PM. Une autre étude effectuée sans MD et mesurant exactement le front d'onde après chaque optique à partir de la première lentille afin d'identifier précisément les causes de la dégradation de celui-ci, montre elle aussi la difficulté d'avoir un front d'onde propre au niveau du piège sans instrument de mesure ou de correction de ce front d'onde. Injecter les mesures obtenues dans un logiciel calculant la PSF du signal au niveau du piège afin de comprendre l'origine de l'interaction qu'il peut y avoir entre le bruit de fond et les déformations du front d'onde. Nous pourrions ainsi essayer d'évaluer le gain que l'optique adaptative peut nous apporter dans le cadre de notre expérience. Il sera intéressant de tester différents types de systèmes d'optique adaptative (avec ou sans système de mesure de front d'onde, différents types de miroirs, différents types d'analyseur de front d'onde) et de mesurer le gain de chacun afin de trouver le système le plus performant et d'identifier les paramètres importants pour une expérience d'optique adaptative dans une expérience de physique atomique.



## Chapitre VII

# CONCLUSION

Ce manuscrit avait pour but de présenter les dernières réalisations concernant le projet étalon optique à ion unique de calcium de l'équipe CIML. Lors de mon arrivée au sein de l'équipe aucun spectre de bande latérale n'avait encore été réalisé. Après quelques semaines passées à réduire le micromouvement de l'ion et à modifier le logiciel de contrôle de la manipulation et d'acquisition des données, les premiers spectres sont apparus. On a alors constaté que le micromouvement était bien trop fort et qu'il serait difficile, avec le piège actuel, d'atteindre le régime de Lamb-Dicke indispensable à la réalisation d'un étalon de fréquence. De plus le laser d'horloge ne disposait que de la partie basse fréquence du premier étage d'asservissement, ce qui ne permet pas de descendre en dessous de quelques kHz de large pour la largeur de raie.

Nous avons alors changé complètement d'enceinte à vide, ce qui nous a permis d'augmenter le nombre d'accès optique afin d'améliorer le contrôle sur l'atome en compensant parfaitement les champs parasites extérieurs à l'enceinte et de mesurer le moment quadrupolaire. Nous avons d'ailleurs déménagé intégralement l'expérience vers une salle mieux isolée sismiquement en prévoyance de problèmes de fluctuations que nous pourrions rencontrer à moyen terme. Nous avons aussi pu augmenter la fréquence de confinement de l'ion afin d'atteindre plus aisément le régime de Lamb-Dicke, en changeant l'allure du piège lui-même et le résonateur pour la fréquence RF. De plus la photo-ionisation a été ajoutée afin d'améliorer le chargement des ions dans le piège. Malgré l'absence de signal ionique le premier étage de photo-ionisation nous a permis de mettre en évidence la présence d'un flux atomique de calcium passant à travers le piège.

Nous avons évalué les performances du laser d'horloge après avoir ajouté une correction moyenne et basse fréquence au premier étage d'asservissement. Le spectre d'autocorrélation bien que limité par la résolution de l'analyseur de spectre, donne une largeur de raie inférieure au kHz. Cette évaluation a été confirmée en mesurant les fluctuations instantanées de fréquence par rapport à la nouvelle cavité ULE que nous avons reçue récemment, qui sont de l'ordre de 600 Hz. De plus nous avons évalué les caractéristiques de la nouvelle cavité ULE dont la finesse est de  $F = 140000$ . Nous avons pris un soin tout particulier dans la conception et la réalisation de la cavité ainsi que des éléments l'entourant (enceinte à vide, bouclier thermique, système d'asservissement en température, isolation mécanique et acoustique...) afin de réduire au maximum les fluctuations de longueur de cavité dues aux éléments extérieurs. Ainsi nous espérons obtenir des fluctuations de fréquence du laser asservi de 1 Hz à 1 s pour des fluctuations de température de 1 mK à 1 s. Avec une finesse de 100.000, une longueur de cavité de 15 cm et une puissance laser incidente de 1 mW asservie au  $\mu W$ , nous avons estimé les différentes sources de bruits influençant sur la longueur de la cavité et sur la fréquence du laser asservi. Ainsi la bruit limitant les performances de notre laser est le bruit de fluctuation thermique estimé à  $4 \times 10^{-5} \text{ Hz}/\sqrt{Hz}$ .

Nous avons aussi présenté au cours de cette thèse les limitations engendrées par le bruit de fond du système de détection sur la stabilité de l'horloge. Ainsi nous avons mis en évidence à travers une première série de mesures du front d'onde du faisceau laser, les deux principales sources de dégradation du front d'onde causant une augmentation du bruit sur le PM : le hublot d'entrée de l'enceinte à vide contenant le piège radiofréquence, et l'ensemble des lentilles de focalisation du faisceau dans le piège. L'utilisation de l'optique adaptative nous permettrait très probablement de corriger ces aberrations de front d'onde, et donc de réduire le niveau de bruit, tout en gardant la possibilité de modifier l'angle d'injection du faisceau dans le piège pour des applications extérieures.

## Annexe premier

### L'ULE

L'ULE (corning code 7972, Ultra Low Expansion Glass) est un verre de titane et de silice avec des caractéristique unique qui en font un matériau de choix pour les cavité optique. En effet il possède une Coefficient de dilatation thermique (CTE) qui s'annule pour une température  $T_c$ . Le CTE peut être de  $0 \pm 30$  ppb/ $^{\circ}\text{C}$  entre  $5^{\circ}\text{C}$  et  $35^{\circ}\text{C}$ . Les différentes propriétés de l'ULE sont regroupé dans les tableaux suivant.

Coefficient de dilatation thermique entre $5^{\circ}\text{C}$ et $35^{\circ}\text{C}$	$0 \pm 30.10^{-9}/\text{K}$ $0 \pm 30$ ppb/ $^{\circ}\text{C}$	capacité calorifique ( $C_p$ )	$767 \text{ J}/(\text{Kg}.\text{^{\circ}\text{C}})$ $0,183 \text{ cal}/(\text{g}.\text{^{\circ}\text{C}})$
Conductivité thermique	$1,31 \text{ W}/(\text{m}.\text{^{\circ}\text{C}})$	Strain point	$890 \text{ }^{\circ}\text{C}$
Diffusion thermique	$0,0079 \text{ cm}^2/\text{s}$	Annealing point	$1000 \text{ }^{\circ}\text{C}$
Résistivité à $200 \text{ }^{\circ}\text{C}$	$10^{11,6} \Omega.\text{cm}$		
Ration de poisson ( $\sigma$ )	$0,17$	Module d'Young (E)	$6,8.10^{10} \text{ Pa}$
Densité ( $\rho$ )	$2,21 \text{ g}/\text{cm}^3$	Module de cisaillement	$29,0 \text{ Gpa}$
Nombre d'Abbe	$53,1$		
Indice de réfraction	$n(486 \text{ nm}) 1,4892$ $n(589 \text{ nm}) 1,4828$ $n(656 \text{ nm}) 1,4801$	dn/dT	$20\text{-}40 \text{ }^{\circ}\text{C} 10,68.10^{-6}/\text{^{\circ}\text{C}}$ $40\text{-}60 \text{ }^{\circ}\text{C} 11,24.10^{-6}/\text{^{\circ}\text{C}}$

TABLE A.1 : Propriétés thermique, mécanique et optique de l'ULE



## Bibliographie

- [1] Wolfgang Paul. Electromagnetic traps for charged and neutral particles. *Rev. Mod. Phys.*, 62(3) :531–540, Jul 1990.
- [2] H.G. Dehmelt. Radiofrequency spectroscopy of stored ions I : storage. *Advances in Atomic and Molecular Physics*, 3 :53–72, 1967.
- [3] Norman F. Ramsey. A molecular beam resonance method with separated oscillating fields. *Phys. Rev.*, 78(6) :695–699, Jun 1950.
- [4] R. H. Dicke. The effect of collisions upon the Doppler width of spectral lines. *Phys. Rev.*, 89 :472, 1953.
- [5] Claude N. Cohen-Tannoudji. Nobel lecture : Manipulating atoms with photons. *Rev. Mod. Phys.*, 70(3) :707–719, Jul 1998.
- [6] Steven Chu. Nobel lecture : The manipulation of neutral particles. *Rev. Mod. Phys.*, 70(3) :685–706, Jul 1998.
- [7] William D. Phillips. Nobel lecture : Laser cooling and trapping of neutral atoms. *Rev. Mod. Phys.*, 70(3) :721–741, Jul 1998.
- [8] Ch. J. Bordé, Ch. Salomon, S. Avrillier, A. van Lerberghe, Ch. Bréant, D. Bassi, and G. Scoles. Optical Ramsey fringes with traveling waves. *Phys. Rev. A*, 30(4) :1836–1848, Oct 1984.
- [9] *13<sup>ème</sup> Conférence Générale des Poids et Mesures*. 1967.
- [10] S. Bize, P. Laurent, M. Abgrall, H. Marion, I. Maksimovic, L. Cacciapuoti, J. Grünert, C. Vian, F. Pereira dos Santos, P. Rosenbusch, P. Lemonde, G. Santarelli, P. Wolf, A. Clairon, A. Luiten, M. Tobar, and C. Salomon. Advances in atomic fountains. *C. R. Physique*, 5 :829, 2004.
- [11] C. Schwob, L. Jozefowski, B. de Beauvoir, L. Hilico, F. Nez, L. Julien, F. Biraben, O. Acaf, J.-J. Zondy, and A. Clairon. Optical frequency measurement of the  $2s - 12d$  transitions in hydrogen and deuterium : Rydberg constant and lamb shift determinations. *Phys. Rev. Lett.*, 82(25) :4960–4963, Jun 1999.
- [12] Dean L. Farnham, Robert S. Van Dyck, and Paul B. Schwinberg. Determination of the electron's atomic mass and the proton/electron mass ratio via Penning trap mass spectroscopy. *Phys. Rev. Lett.*, 75(20) :3598–3601, Nov 1995.
- [13] R. Battesti, P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, C. Schwob, B. Grémaud, F. Nez, L. Julien, and F. Biraben. Bloch oscillations of ultracold atoms : A tool for a metrological determination of  $h/m_{Rb}$ . *Phys. Rev. Lett.*, 92(25) :253001, Jun 2004.
- [14] C. Audoin and B. Guinot. *Les fondements de la mesure du temps*. Masson, 1998.

- [15] J. K. Webb, M. T. Murphy, V. V. Flambaum, V. A. Dzuba, J. D. Barrow, C. W. Churchill, J. X. Prochaska, and A. M. Wolfe. Further evidence for cosmological evolution of the fine structure constant. *Phys. Rev. Lett.*, 87(9) :091301, Aug 2001.
- [16] R. Srianand, H. Chand, P. Petitjean, and B. Aracil. Limits on the time variation of the electromagnetic fine-structure constant in the low energy limit from absorption lines in the spectra of distant quasars. *Phys. Rev. Lett.*, 92(12) :121302, Mar 2004.
- [17] H. Marion, F. Pereira Dos Santos, M. Abgrall, S. Zhang, Y. Sortais, S. Bize, I. Maksimovic, D. Calonico, J. Grünert, C. Mandache, P. Lemonde, G. Santarelli, Ph. Laurent, A. Clairon, and C. Salomon. Search for variations of fundamental constants using atomic fountain clocks. *Phys. Rev. Lett.*, 90(15) :150801, Apr 2003.
- [18] E. Peik, B. Lipphardt, H. Schnatz, T. Schneider, Chr. Tamm, and S. G. Karshenboim. Limit on the present temporal variation of the fine structure constant. *Phys. Rev. Lett.*, 93(17) :170801, Oct 2004.
- [19] M. Fischer, N. Kolachevsky, M. Zimmermann, R. Holzwarth, Th. Udem, T. W. Hänsch, M. Abgrall, J. Grünert, I. Maksimovic, S. Bize, H. Marion, F. Pereira Dos Santos, P. Lemonde, G. Santarelli, P. Laurent, A. Clairon, C. Salomon, M. Haas, U. D. Jentschura, and C. H. Keitel. New limits on the drift of fundamental constants from laboratory measurements. *Phys. Rev. Lett.*, 92(23) :230802, Jun 2004.
- [20] T. M. Fortier, N. Ashby, J. C. Bergquist, M. J. Delaney, S. A. Diddams, T. P. Heavner, L. Hollberg, W. M. Itano, S. R. Jefferts, K. Kim, F. Levi, L. Lorini, W. H. Oskay, T. E. Parker, J. Shirley, and J. E. Stalnaker. Precision atomic spectroscopy for improved limits on variation of the fine structure constant and local position invariance. *Phys. Rev. Lett.*, 98(7) :070801, Feb 2007.
- [21] G. Santarelli, Ph. Laurent, P. Lemonde, A. Clairon, A. G. Mann, S. Chang, A. N. Luiten, and C. Salomon. Quantum projection noise in an atomic fountain : A high stability cesium frequency standard. *Phys. Rev. Lett.*, 82 :4619, 1999.
- [22] Y. Sortais, S. Bize, C. Nicolas, A. Clairon, C. Salomon, and C. Williams. Cold collision frequency shifts in a  $^{87}\text{Rb}$  atomic fountain. *Phys. Rev. Lett.*, 85(15) :3117–3120, Oct 2000.
- [23] R. Holzwarth, Th. Udem, T. W. Hänsch, J. C. Knight, W. J. Wadsworth, and P. St. J. Russell. Optical frequency synthesizer for precision spectroscopy. *Phys. Rev. Lett.*, 85(11) :2264–2267, Sep 2000.
- [24] D. W. Allan. Statistics of Atomic Frequency Standards. *Proc. of the IEEE*, 54 :221–230, 1966.
- [25] W. M. Itano, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, J. M. Gilligan, D. J. Heinzen, F. L. Moore, M. G. Raizen, and D. J. Wineland. Quantum projection noise : Population fluctuations in two-level systems. *Phys. Rev. A*, 47 :3554–3570, 1993.
- [26] Ph. Laurent, M. Abgrall, Ch. Jentsch, P. Lemonde, G. Santarelli, A. Clairon, I. Maksimovic, S. Bize, Ch. Salomon, D. Blonde, J.F. Veg, O. Grosjean, F. Picard, M. Saccoccio, M. Chaubet, N. Ladiette, L. Guillet, I. Zenone, Ch. Delaroche, and Ch. Sirmain. Design of the cold atom pharao space clock and initial test results. *Applied Physics B*, 2006.
- [27] G. Wilpers, C. W. Oates, and L. Hollberg. Improved uncertainty budget for optical frequency measurement with microkelvin neutral atoms : Results for a high-stability  $^{40}\text{Ca}$  optical frequency standar. *Appl. Phys. B*, 85 :31–44, 2006.

- [28] H. Metcalf and P. van der Straten. *Laser cooling and trapping*. Springer Verlag, New York, 1999.
- [29] H. Katori, M. Takamoto, V.G. Pal'chikov, and V.D. Ovsiannikov. Ultrastable Optical Clock in an engineered Light Shift Trap. *Phys. Rev. Lett.*, 91 :173005, 2003.
- [30] A. D. Ludlow, T. Zelevinsky, G. K. Campbell, S. Blatt, M. M. Boyd, M. H. G. de Miranda, M. J. Martin, J. W. Thomsen, S. M. Foreman, Jun Ye, T. M. Fortier, J. E. Stalnaker, S. A. Diddams, Y. Le Coq, Z. W. Barber, Poli, N. D. Lemke, K. M. Beck, and C. W. Oates. Sr lattice clock at  $1 \times 10^{-16}$  fractional uncertainty by remote optical evaluation with a Ca clock. *science*, 2008.
- [31] G. Wilpers, T. Binnewies, C. Degenhardt, U. Sterr, J. Helmcke, and F. Riehle. Optical clock with ultracold neutral atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 89(23) :230801, Nov 2002.
- [32] G. Wilpers, C. W. Oates, S. A. Diddams, A. Bartels, T. M. Fortier, W. H. Oskay, J. C. Bergquist, S. R. Jefferts, T. P. Heavner, T. E. Parker, and L. Hollberg. Absolute frequency measurement of the neutral  $^{40}\text{Ca}$  optical frequency standard at 657 nm based on microkelvin atoms. *Metrologia*, 44 :146–151, 2007.
- [33] C. Degenhardt, H. Stoehr, C. Lisdat, G. Wilpers, H. Schnatz, B. Lipphardt, T. Nazarova, P. Pottie, U. Sterr, J. Helmcke, and F. Riehle. Calcium optical frequency standard with ultracold atoms : Approaching  $10^{-15}$  relative uncertainty. *Phys. Rev. A*, 72(6) :062111, Dec 2005.
- [34] N. Malossi, S. Damkjær, P. L. Hansen, L. B. Jacobsen, L. Kindt, S. Sauge, J. W. Thomsen, F. C. Cruz, M. Allegrini, and E. Arimondo. Two-photon cooling of magnesium atoms. *Phys. Rev. A*, 72(5) :051403, Nov 2005.
- [35] J. Keupp, A. Douillet, T. E. Mehlstäubler, N. Rehbein, E. M. Rasel, and W. Ertmer. A high resolution Ramsey-Bordé spectrometer for optical clocks based on cold Mg atoms. *Eur. Phys. J. D*, 36 :289–294, 2005.
- [36] C. W. Oates, E. A. Curtis, and L. Hollberg. Improved short-term stability of optical frequency standards : approaching 1 Hz in 1 s with the Ca standard at 657 nm. *Opt. Lett.*, 25(21) :1603–1605, 2000.
- [37] T. Binnewies, G. Wilpers, U. Sterr, F. Riehle, J. Helmcke, T. E. Mehlstäubler, E. M. Rasel, and W. Ertmer. Doppler cooling and trapping on forbidden transitions. *Phys. Rev. Lett.*, 87(12) :123002, Aug 2001.
- [38] E. A. Curtis, C. W. Oates, and L. Hollberg. Quenched narrow-line second and third-stage laser cooling of  $^{40}\text{Ca}$ . *J. Opt. Soc. Am. B*, 20 :977–984, 2003.
- [39] F. Riehle, Th. Kisters, A. Witte, J. Helmcke, and Ch. J. Bordé. Optical Ramsey spectroscopy in a rotating frame : Sagnac effect in a matter-wave interferometer. *Phys. Rev. Lett.*, 67(2) :177–180, Jul 1991.
- [40] C. W. Oates, G. Wilpers, and L. Hollberg. Observation of large atomic-recoil-induced asymmetries in cold atom spectroscopy. *Phys. Rev. A*, 71(2) :023404, Feb 2005.
- [41] Th. Udem, S. A. Diddams, K. R. Vogel, C. W. Oates, E. A. Curtis, W. D. Lee, W. M. Itano, R. E. Drullinger, J. C. Bergquist, and L. Hollberg. Absolute frequency measurements of the  $\text{Hg}^+$  and Ca optical clock transitions with a femtosecond laser. *Phys. Rev. Lett.*, 86(22) :4996–4999, May 2001.

- [42] M. M. Boyd, A. D. Ludlow, S. Blatt, S. M. Foreman, T. Ido, T. Zelevinsky, and J. Ye.  $^{87}\text{Sr}$  lattice clock with inaccuracy below  $10^{-15}$ . *Phys. Rev. Lett.*, 98 :083002, 2007.
- [43] Carsten Degenhardt, Hardo Stoehr, Uwe Sterr, Fritz Riehle, and Christian Lisdat. Wavelength-dependent AC Stark shift of the  $^1S_0 - ^3P_1$  transition at  $657\text{nm}$  in ca. *Phys. Rev. A*, 70(2) :023414, Aug 2004.
- [44] E.A. Burt, W.A. Diener, and R.L. Tjoelker. Improvements to JPL's compensated multipole linear ion trap standard and long-term measurements at the  $10^{-16}$  level. *In Proc. IEEE*, 2007.
- [45] D.J. Berkeland, J.D. Miller, J.C. Bergquist, W.M. Itano, and D.J. Wineland. Minimization of ion micromotion in a Paul trap. *J. Appl. Phys.*, 83 :5025, 1998.
- [46] P.T.H. Fisk. Trapped-ion and trapped-atom microwave frequency standards. *Rep. Prog. Phys.*, 60 :761–817, 1997.
- [47] P.J. Blythe, S.A. Webster, H.S. Margolis, S.N. Lea, G. Huang, S.-K. Choi, W.R.C. Rowley, P. Gill, and R.S. Windeler. Subkilohertz absolute-frequency measurement of the 467-nm electric octupole transition in  $^{171}\text{Yb}^+$ . *Phys. Rev. A*, 67 :020501(R), 2003.
- [48] C. Lisowski, M. Knoop, C. Champenois, G. Hagel, M. Vedel, and F. Vedel. Dark resonances as a probe for the motional state of a single ion. *Appl. Phys. B*, 81 :5–12, 2005.
- [49] M. Eichenseer, A. Yu. Nevsky, Ch. Schwedes, J. von Zanthier, and H. Walther. Towards an indium single-ion optical frequency standard. *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.*, 36 :553–559, 2003.
- [50] T. Rosenband, P.O. Schmidt, D.B. Hume, W.M. Itano, T.M. Fortier, J.E. Stalnaker, K. Kim, S.A. Diddams, J.C.J. Koelemeij, J.C. Bergquist, and D.J. Wineland. Observation of the  $^1S_0 \rightarrow ^3P_0$  clock transition in  $^{27}\text{Al}^+$ . *Phys. Rev. Lett.*, 98 :220801, 2007.
- [51] T. Rosenband, W.M. Itano, P.O. Schmidt, D.B. Hume, J.C.J. Koelemeij, J.C. Bergquist, and D.J. Wineland. Blackbody radiation shift of the  $^{27}\text{Al}^+ \ ^1S_0 \rightarrow ^3P_0$  transition. *arXiv :physics/0611125*.
- [52] D.J. Larson, J.C. Bergquist, J.J. Bollinger, W.M. Itano, and D.J. Wineland. Sympathetic cooling of trapped ions : A laser-cooled two-species nonneutral ion plasma. *Phys. Rev. Lett.*, 57 :70, 1986.
- [53] G. Morigi and H. Walther. Two-species coulomb chains for quantum information. *Eur. Phys. J. D*, 13 :261–269, 2001.
- [54] M.D. Barrett, B. DeMarco, T. Schaetz, D. Leibfried, J. Britton, J. Chiaverini, W.M. Itano, B. Jelenković, J.D. Jost, C. Langer, T. Rosenband, and D.J. Wineland. Sympathetic cooling of  $^9\text{Be}^+$  and  $^{24}\text{Mg}^+$  for quantum logic. *Physical Review A*, 68 :042302, 2003.
- [55] C. W. Chou, D. B. Hume, J. C. J. Koelemeij, D. J. Wineland, and T. Rosenband. Frequency comparison of two high-accuracy  $\text{Al}^+$  optical clocks. *Phys. Rev. Lett.*, 104(7) :070802, Feb 2010.
- [56] H.S. Margolis, G. Huang, G.P. Barwood, S.N. Lea, H.A. Klein, W.R.C. Rowley, P. Gill, and R.S. Windeler. Absolute frequency measurement of the 674-nm  $^{88}\text{Sr}^+$  clock transition using a femtosecond optical frequency comb. *Phys. Rev. A*, 67 :032501, 2003.
- [57] H. S. Margolis, G. P. Barwood, G. Huang, H. A. Klein, S. N. Lea, K. Szymaniec, and P. Gill. Hertz-Level Measurement of the Optical Clock Frequency in a Single  $^{88}\text{Sr}^+$  Ion. *Science*, 306 :1355–1358, 2004.

- [58] P. Dubé, A. A. Madej, J. E. Bernard, L. Marmet, J.-S. Boulanger, and S. Cundy. Electric quadrupole shift cancellation in single-ion optical frequency standards. *Phys. Rev. Lett.*, 95 :033001, 2005.
- [59] V. Letchumanan, G. Wilpers, M. Brownmutt, P. Gill, and A.G. Sinclair. Zero-point cooling and heating-rate measurement of a single  $^{88}\text{Sr}^+$  ion. *Phys. Rev. A*, 75 :063425, 2007.
- [60] T. Schneider, E. Peik, and Chr. Tamm. Sub-hertz optical frequency comparisons between two trapped  $^{171}\text{Yb}^+$  ions. *Phys. Rev. Lett.*, 94(23) :230801, Jun 2005.
- [61] A. Kreuter, C. Becher, G. P. T. Lancaster, A. B. Mundt, C. Russo, H. Häffner, C. Roos, W. Hänsel, F. Schmidt-Kaler, R. Blatt, and M. S. Safronova. Experimental and theoretical study of the  $3d^2D$ -level lifetimes of  $^{40}\text{Ca}^+$ . *Phys. Rev. A*, 71(3) :032504, Mar 2005.
- [62] C. Champenois, M. Houssin, C. Lisowski, G. Hagel, M. Knoop, M. Vedel, and F. Vedel. Evaluation of the ultimate performances of a  $\text{Ca}^+$  single-ion frequency standard. *Phys. Lett. A*, 331 :298–311, 2004.
- [63] W.H. Oskay, S.A. Diddams, E.A. Donley, T.M. Fortier, T.P. Heavner, L. Hollberg, W.M. Itano, S.R. Jefferts, M.J Delaney, K. Kim, F. Levi, T.E Parker, and J.C Bergquist. Single-atom optical clock with high accuracy. *Phys. Rev. Lett.*, 97 :020801, 2006.
- [64] M. Roberts, P. Taylor, G. P. Barwood, W. R. C. Rowley, and P. Gill. Observation of the  $^2S_{1/2} - ^2F_{7/2}$  Electric Octupole Transition in a Single  $^{171}\text{Yb}$  Ion. *Phys. Rev. A*, 62 :020501(R), 2000.
- [65] G.P. Barwood, H.S. Margolis, G. Huang, P. Gill, and H.A. Klein. Measurement of the Electric Quadrupole Moment of the  $4d^2D_{5/2}$  Level in  $^{88}\text{Sr}^+$ . *Phys. Rev. Lett.*, 93 :133001, 2004.
- [66] E. L. Raab, M. Prentiss, Alex Cable, Steven Chu, and D. E. Pritchard. Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 59(23) :2631–2634, Dec 1987.
- [67] S. Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin, and A. Cable. Experimental observation of optically trapped atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 57(3) :314–317, Jul 1986.
- [68] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg. *Atom-Photon Interactions*. John Wiley and Sons New York, 1992.
- [69] N. Davidson, H. Jin Lee, C. Adams, M. Kasevich, and S. Chu. Long atomic coherence times in an optical dipole trap. *Phys. Rev. Lett.*, 74(8) :1311–1314, Feb 1995.
- [70] P. Lemonde and P. Wolf. Optical lattice clock with atoms confined in a shallow trap. *Phys. Rev. A*, 72(3) :033409, Sep 2005.
- [71] S. G. Porsev, M. G. Kozlov, Yu. G. Rakhlina, and A. Derevianko. Many-body calculations of electric-dipole amplitudes for transitions between low-lying levels of Mg, Ca, and Sr. *Phys. Rev. A*, 64(1) :012508, Jun 2001.
- [72] H. Katori. Spectroscopy of strontium atoms in the Lamb-Dicke confinement. *Sixth Symposium on frequency standards and metrology*, 2002.
- [73] M. Takamoto, F.L. Hong, R. Higashi, Y. Fujii, M. Imae, and H. Katori. Improved frequency measurement of a one-dimensional optical lattice clock with a spin-polarized fermionic  $^{87}\text{Sr}$  isotope. *J. Phys. Soc. Jpn*, 75 :104302, 2006.
- [74] C. W. Hoyt, Z. W. Barber, C. W. Oates, T. M. Fortier, S. A. Diddams, and L. Hollberg. Observation and absolute frequency measurements of the  $^1S_0 - ^3P_0$  optical clock transition in neutral ytterbium. *Phys. Rev. Lett.*, 95(8) :083003, Aug 2005.

- [75] R.E. March and R.J. Hughes. *Quadrupole Storage Mass Spectrometry*, volume 102 of *Chemical analysis*. John Wiley and Sons, New York, 1989.
- [76] R.E. March and J.F.J. Todd, editors. *Practical Aspects of Ion Trap Mass Spectrometry*, volume 1,2,3 of *Modern Mass Spectrometry*. CRC Press, New York, 1995.
- [77] C. Champenois, 2008.
- [78] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg. *Photons and Atoms*. Wiley, 1989.
- [79] C. Cohen-Tannoudji. Ions piégés, refroidissement radiatif et applications. *Leçons du Collège de France*, pages 33–38, 1985-1986.
- [80] C. Champenois, M. Knoop, M. Herbane, M. Houssin, T. Kaing, M. Vedel, and F. Vedel. Characterization of a miniature Paul-Straubel trap. *Eur. Phys. J. D*, 15 :105, 2001.
- [81] D. J. Wineland, W. M. Itano, J. C. Berquist, and R. G. Hulet. Laser-cooling limits and single-ion spectroscopy. *Phys. Rev. A*, 36 :2220–2232, 1985.
- [82] A.A. Madej and J.E. Bernard. *Single Ion Optical Frequency Standards and Measurements of their Absolute Optical Frequency*. Topics in Applied Physics. Springer Verlag, New York, 2000.
- [83] W. M. Itano. External-Field Shifts of the  $^{199}\text{Hg}^+$  Optical Frequency Standard. *J. Res. Natl. Stand. Technol.*, 105 :829–837, 2000.
- [84] A.A. Madej, J.E. Bernard, P. Dubé, L. Marmet, and R.S. Windeler. Absolute frequency of the  $^{88}\text{Sr}^+ 5s^2S_{1/2}-4d^2D_{5/2}$  reference transition at 445 THz and evaluation of systematic shifts. *Phys. Rev. A*, 70 :012507, 2004.
- [85] H S Margolis. Frequency metrology and clocks. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 42(15) :154017, 2009.
- [86] D. S. Elliott, Rajarshi Roy, and S. J. Smith. Extracavity laser band-shape and bandwidth modification. *Phys. Rev. A*, 26(1) :12–18, Jul 1982.
- [87] F. Hartmann and F. Stoeckel. Stabilité de fréquence et pureté spectrale des lasers. *J. Phys. Colloques*, 39 :c32–c36, 1978.
- [88] Corning : Ultra Low Expansion Glass. [www.corning.com/assets/0/965/989/1081/D20FD2EA-7264-43DD-B544-E1CA042B486A.pdf](http://www.corning.com/assets/0/965/989/1081/D20FD2EA-7264-43DD-B544-E1CA042B486A.pdf).
- [89] B. C. Young, F. C. Cruz, W. M. Itano, and J. C. Bergquist. Visible lasers with subhertz linewidths. *Phys. Rev. Lett.*, 83 :3799, 1999.
- [90] R. N. Gosselin, E. H. Pinnington, and W. Ansbacher. Measurement of the lifetimes of the 4p levels in ca II using laser excitation of a fast beam. *Phys. Rev. A*, 38(9) :4887–4890, Nov 1988.
- [91] A. Gallagher. Oscillator strengths of Ca II, Sr II, and Ba II. *Phys. Rev.*, 157(1) :24–30, May 1967.
- [92] Martina Knoop. *Confinement d'un ion unique de  $\text{Ca}^+$  pour la métrologie des fréquences optiques*. Habilitation à diriger des recherches, Université de Provence, Marseille, mars 2005.
- [93] Caroline Lisowski. *Un ion unique de  $\text{Ca}^+$  pour un étalon de fréquence optique*. Thèse de doctorat, Université de Provence, Marseille, 2005.
- [94] M. S. Herbane. *Piégeage et refroidissement laser d'ions calcium pour un étalon de fréquence optique*. Thèse de doctorat, Université de Provence, Marseille, 2002.

- [95] R. W. Fox, C. W. Oates, and L. W. Hollberg. Stabilizing diode lasers to high-finesse cavities. *Experimental methods in the physical sciences (trouvé sur le site du NIST à l'adresse suivante : <http://www.boulder.nist.gov/cgi-bin/showspubs.pl>)*, 40 :4887, 2001.
- [96] F. Nez. *Chaîne de Fréquence optique pour mesurer les transitions  $2S-8S/8D$  dans l'atome d'hydrogène , Mesure de la constante de Rydberg en unité de fréquence*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 1993.
- [97] S. Urabe, M. Watanabe, H. Imajo, K. Hayasaka, U. Tanaka, and R. Ohmukai. Observation of Doppler sidebands of a laser-cooled Ca<sup>+</sup> ion by using a low-temperature-operated laser diode. *Appl. Phys. B*, 1998.
- [98] A. Mortensen, J. J. T. Lindballe, I. S. Jensen, P. Staunum, D. Voigt, and M. Drewsen. Isotope shifts of the  $4s^2\ ^1S_0 \rightarrow 4s5p\ ^1P_1$  transition and hyperfine splitting of the  $4s5p\ ^1P_1$  state in calcium. *Phys. Rev. A*, 69(4) :042502, Apr 2004.
- [99] N. Kjærgaard, L. Hornekær, A.M. Thommesen, Z. Videsen, and M. Drewsen. Isotope selective loading of an ion trap using resonance-enhanced two-photon ionization. *Appl. Phys. B*, 71 :207–210, 2000.
- [100] R.J. Hendricks, D.M. Grant, A. Dantan P.F. Herskind, and M. Drewsen. An all-optical ion-loading technique for scalable microtrap architectures. *Appl. Phys. B.*, 88 :507, 2007.
- [101] S. Gulde, D. Rotter, P. Barton, F. Schmidt-Kaler, R. Blatt, and W. Hogervorst. Simple and efficient photo-ionization loading of ions for precision ion-trapping experiments. *Appl. Phys. B*, 73(8) :861, 2001.
- [102] D. M. Lucas, A. Ramos, J. P. Home, M. J. McDonnell, S. Nakayama, J.-P. Stacey, S. C. Webster, D. N. Stacey, and A. M. Steane. Isotope-selective photoionization for calcium ion trapping. *Phys. Rev. A*, 69(1) :012711, Jan 2004.
- [103] U. Tanaka, H. Matsunishi, I. Morita, and S. Urabe. Isotope-selective trapping of rare calcium ions using high-power incoherent light sources for the second step of photo-ionization. *Appl. Phys. B*, 81 :795–799, 2005.
- [104] U. Tanaka, I. Morita, and S. Urabe. Selective loading and laser cooling of rare calcium isotope  $^{43}\text{Ca}^+$ . *Appl. Phys. B*, 89 :195–200, 2007.
- [105] Ch. Salomon, D. Hills, and J.L. Hall. Laser stabilization at the millihertz level. *J. Opt. Soc. Am. B*, 5 :1576, 1988.
- [106] Y. LI, S. Nagano, K. Matsubara, H. Ito, M. Kajita, and M. Hosokawa. Narrow-line and frequency tunable diode laser system for S-D transition of Ca<sup>+</sup> ions. *Japanese Journal of Applied Physics*, 47 :6327–6332, 2008.
- [107] Stephen A. Webster, Mark Oxborrow, and Patrick Gill. Subhertz-linewidth Nd :YAG laser. *Opt. Lett.*, 29(13) :1497–1499, 2004.
- [108] H. Stoehr, F. Mensing, J. Helmcke, and U. Sterr. Diode laser with 1 Hz linewidth. *Opt. Lett.*, 31(6) :736–738, 2006.
- [109] P. Dubé, A. A. Madej, J. E. Bernard, L. Marmet, and A. D. Shiner. A narrow linewidth and frequency-stable probe laser source for the  $^{88}\text{Sr}^+$  single ion optical frequency standard. *Appl. Phys. B*, 2009.
- [110] J. Alnis, A. Matveev, N. Kolachevsky, Th. Udem, and T. W. Hänsch. Subhertz linewidth diode lasers by stabilization to vibrationally and thermally compensated ultralow-expansion glass Fabry-Perot cavities. *Physical Review A*, 77(5) :053809, 2008.

- [111] Linda Mondin. *Stabilisation de fréquence de laser Nd :YAG pour applications spatiales*. PhD thesis, Université de Nice-Sophia-Antipolis, 2007.
- [112] M. Notcutt, L.S. Ma, J. Ye, and J.L. Hall. Simple and compact 1-Hz laser system via an improved mounting configuration of a reference cavity. *Opt. Lett.*, 30 :1815–1817, 2005.
- [113] L. Chen, J.L. Hall, J. Ye, T. Yang, E. Zang, and T. Li. Vibration-induced elastic deformation of Fabry-Perot cavities. *Phys. Rev. A*, 74 :053801, 2006.
- [114] S.A. Webster, M. Oxborrow, and P. Gill. Vibration insensitive optical cavity. *Phys. Rev. A*, 75 :011801(R), 2007.
- [115] J. Millo, D. V. Magalhães, C. Mandache, Y. Le Coq, E. M. L. English, P. G. Westergaard, J. Lodewyck, S. Bize, P. Lemonde, and G. Santarelli. Ultrastable lasers based on vibration insensitive cavities. *Phys. Rev. A*, 79(5) :053829, May 2009.
- [116] D. Guyomarc'h, G. Hagel, C. Zumsteg, and M. Knoop. Some aspects of simulation and realization of an optical reference cavity. *Phys. Rev. A*, 80(6) :063802, 2009.
- [117] N. Yu, A. Nevsky, M. Eichenseer, J. Von. Zanthier, and H. Walther. A nd :yag laser with short-term frequency stability at the hertz-level. *Optics communications*, 210 :91–100, 2002.
- [118] R.V. Pound. Electronic frequency stabilization of microwave oscillators. *Rev. Sci. Instr.*, 17 :490, 1946.
- [119] R.W.P. Drever, J.L. Hall, F.V. Kowalski, J. Hough, G.M. Ford, A.J. Munley, and H.W. Ward. Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator. *Appl. Phys. B*, 31 :97, 1983.
- [120] G. Kirchmair. *Frequency stabilization of a Titanium-Sapphire laser for precision spectroscopy on Calcium ions*. Diploma thesis, University of Innsbruck, Innsbruck, November 2006.
- [121] C. Zumsteg, G. Hagel, C. Champenois, D. Guyomarc'h, M. Houssin, M. Knoop, M. Vedel, F. Vedel, and P. Dubé. Jitter reduction of the 729 nm clock laser for a Ca<sup>+</sup> optical frequency standard. In *Frequency Control Symposium, 2007 Joint with the 21st European Frequency and Time Forum*. IEEE International, 2007.
- [122] Y. Hadjar. *Etude du couplage optomécanique dans une cavité de grande finesse. Observation du mouvement Brownien d'un miroir*. Phd, Université de Paris 4, 1998.
- [123] Marie Houssin. *Etude d'une transition à deux photons de l'ion Mercure piégé dans une trappe radiofréquence. Stabilisation du laser d'excitation*. PhD thesis, Université Paris 6, 9 fevrier 1989.
- [124] C. Fabre and J. P. Pocholle. *Les lasers et leurs applications scientifiques et médicales*. SFO, 1994.
- [125] J. L. Hall, L. Hollberg, T. Baer, and H. G. Robinson. Optical heterodyne saturation spectroscopy. *Applied Physics Letters*, 39(9) :680–682, 1981.
- [126] G. C. Bjorklund and M. D. Levenson. Sub-doppler frequency-modulation spectroscopy of I<sub>2</sub>. *Phys. Rev. A*, 24(1) :166–169, Jul 1981.
- [127] Jon H. Shirley. Modulation transfer processes in optical heterodyne saturation spectroscopy. *Opt. Lett.*, 7(11) :537–539, 1982.

- [128] M. Ducloy and D. Bloch. Theory of degenerate four-wave mixing in resonant Doppler-broadened media. II doppler-free heterodyne spectroscopy via collinear four-wave mixing in two and three-level systems. *J. Physique*, 43 :365, 1982.
- [129] Kenji Numata, Amy Kemery, and Jordan Camp. Thermal-noise limit in the frequency stabilization of lasers with rigid cavities. *Phys. Rev. Lett.*, 93(25) :250602, Dec 2004.
- [130] Eng K. Wong, Mark Notcutt, Colin T. Taylor, Anthony G. Mann, and David G. Blair. Temperature-compensated cryogenic fabry-perot cavity. *Appl. Opt.*, 36(33) :8563–8566, 1997.
- [131] Thomas Legero, Thomas Kessler, and Uwe Sterr. Tuning the thermal expansion properties of optical reference cavities with fused silica mirrors. *J. Opt. Soc. Am. B*, 27(5) :914–919, 2010.
- [132] N. Nakagawa, A. M. Gretarsson, E. K. Gustafson, and M. M. Fejer. Thermal noise in half-infinite mirrors with nonuniform loss : A slab of excess loss in a half-infinite mirror. *Phys. Rev. D*, 65(10) :102001, Apr 2002.
- [133] Pierre-François Cohadon. *Bruit thermique et effets de la pression de radiation dans une cavité optique de grande finesse*. thèse de doctorat, Université de Paris 6, 2000.
- [134] Steven D Penn, Peter H Sneddon, Helena Armandula, Joseph C Betzwieser, Gianpietro Cagnoli, Jordan Camp, D R M Crooks, Martin M Fejer, Andri M Gretarsson, Gregory M Harry, Jim Hough, Scott E Kittelberger, Michael J Mortonson, Roger Route, Sheila Rowan, and Christophoros C Vassiliou. Mechanical loss in tantala/silica dielectric mirror coatings. *Classical and Quantum Gravity*, 20(13) :2917, 2003.
- [135] François Bondu. *l'interféromètre Virgo : propriétés optiques, stabilisation en fréquence du laser*. Habilitation à diriger des recherches, Université de nice Sophia-Antipolis, Nice, juin 2008.
- [136] D. Halford. Infrared microwave frequency synthesis design, some relevant conceptual noise aspects. In *frequency Standards Metrology Seminar*, pages 431–466, 1971.
- [137] Long-Sheng Ma, Peter Jungner, Jun Ye, and John L. Hall. Delivering the same optical frequency at two places : accurate cancellation of phase noise introduced by an optical fiber or other time-varying path. *Opt. Lett.*, 19(21) :1777–1779, 1994.
- [138] J. C. Bergquist, W. M. Itano, and D. J. Wineland. Frontiers in laser spectroscopy. In T. W. Hänsch and M. Inguscio, editors, *International School of Physics "Enrico Fermi", Course CXX*, volume 120, page 359, Amsterdam, 1996. Proc. of the Int. School of Physics, North Holland.
- [139] Laurent Spinelli. *Correction du bruit de phase introduit par une fibre optique sur un faisceau laser, stage*. stage iut, Université de Provence, 2007.
- [140] H. C. Nägerl, D. Leibfried, H. Rohde, G. Thalhammer, J. Eschner, F. Schmidt-Kaler, and R. Blatt. Laser addressing of individual ions in a linear ion trap. *Phys. Rev. A*, 60(1) :145–148, Jul 1999.
- [141] B. Wattellier, J. Fuchs, J. P. Zou, J. C. Chanteloup, H. Bandulet, P. Michel, C. Labaune, S. Depierreux, A. Kudryashov, and A. Aleksandrov. Generation of a single hot spot by use of a deformable mirror and study of its propagation in an underdense plasma. *J. Opt. Soc. Am. B*, 20(8) :1632–1642, 2003.

- [142] J. P. Zou, A. M. Sautivet, J. Fils, L. Martin, K. Abdeli, C. Sauteret, and B. Wattellier. Optimization of the dynamic wavefront control of a pulsed kilojoule/nanosecond-petawatt laser facility. *Appl. Opt.*, 47(5) :704–710, 2008.
- [143] H.W. Babcock. The probability of compensating astronomical seeing. *Astronomy and Astrophysic*, 65(1) :229, 1953.
- [144] J. W. Hardy, Lefevbre, and Koliopoulos. Real time atmospheric compensation. *J. Opt. Soc. Am. A*, 67(3) :360–369, 1977.
- [145] hamamatsu. [http://jp.hamamatsu.com/products/other/1013/X10468/index\\_en.html](http://jp.hamamatsu.com/products/other/1013/X10468/index_en.html).
- [146] T. Fusco. *Correction partielle et anisoplanetisme en Optique Adaptative : traitements a posteriori et Optique Adaptative Multiconjuguée*. thèse de doctorat, Université de Nice Sophia-Antipolis, 2000.
- [147] G. Rousset. *Adaptive Optics in Astronomy. Chapitre 5 : Wave-front sensors*. Cambridge University Press, Cambridge, 1999.
- [148] T. Noel. *Caractérisation spatiale et temporelle de la turbulence atmosphérique par analyse de front d’onde*. thèse de doctorat, Université de Paris 6, 1997.
- [149] V. Michau, G. Rousset, and J. C. Fontanella. *Wavefront sensing from extended sources*. 1992.
- [150] R. Ragazzoni. Pupil plane wavefront sensing with an oscillating prism. *J. Mod. Opt.*, 43 :289, 1996.
- [151] R. Ragazzoni, E. Diolaiti, and E. Vernet. A pyramid wavefront sensor with no dynamic modulation. *Optics Com.*, 208 :51–60, 2002.
- [152] F. Roddier. Curvature sensing and compensation : a new concept in adaptive optics. *Applied Optics*, 27 :1223, 1988.
- [153] Pierre Bon, Guillaume Maucort, Benoit Wattellier, and Serge Monneret. Quadriwave lateral shearing interferometry for quantitative phase microscopy of living cells. *Opt. Express*, 17(15) :13080–13094, 2009.
- [154] J. Primot and N. Guérineau. Extended Hartmann Test Based on the Pseudoguiding Property of a Hartmann Mask Completed by a phase chessboard. *Appl. Opt.*, 39 :5715–5720, 2000.
- [155] R. V. Schack and B. C. Platt. Production and use of a lenticular hartmann screen. *J. Opt. Soc. Am.*, 7(61) :656, 1971.

## Résumé

Cette thèse s'inscrit dans un projet visant à réaliser un étalon de fréquence optique à ion unique de calcium confiné dans un piège de Paul. Après avoir passé en revue les différents types d'étalons de fréquence dans le domaine optique actuellement développés (atomes neutres en piège magnéto-optique, atomes neutres dans un réseau optique et ions piégés), l'accent est mis sur le concept d'horloge à ion unique confiné dans une piège radiofréquence. Les notions de piégeage des ions, de refroidissement laser, d'effet systématique et les techniques d'asservissement laser y sont étudiées en détail. Les aspects expérimentaux sont ensuite présentés, en insistant particulièrement sur les deux pièges utilisés au cours des expériences ainsi que sur le protocole expérimental qui détermine le cahier des charges du laser d'horloge. Afin de réaliser un étalon de fréquence optique il faut posséder une source laser dont les propriétés spectrales soient meilleures ou identiques à celle de la transition atomique afin de tirer pleinement profit du facteur de qualité de la transition atomique. L'ensemble des systèmes d'asservissement du laser, lui permettant d'atteindre ces performances, sont décrits. Dans une première partie, l'asservissement du laser sur une cavité Invar de pré-stabilisation est présenté. On peut ainsi atteindre une largeur de raie du laser de l'ordre de 1 kHz. Dans une seconde partie la réalisation et le montage de l'asservissement sur une cavité ULE de haute finesse est détaillé. En utilisant ce dernier étage nous avons estimé la largeur de raie du laser à 120 mHz. Enfin le dernier chapitre est consacré à l'utilisation d'une technique d'optique adaptative afin d'améliorer la qualité des faisceaux laser et ainsi réduire le bruit de fond du système de détection des ions, qui a pour conséquence de dégrader la stabilité du système.

**Mots clefs :** ion unique de calcium, étalon de fréquence optique, piège de Paul, régime de Lamb-Dicke, laser ultra-stable, cavité ULE, optique adaptative

## Abstract

This thesis is part of a project aiming at the realization of an optical frequency standard based on a single calcium ion confined in a Paul trap. Having reviewed the various types of optical frequency standards being developed (trapped neutral atoms, atoms in an optical lattice and trapped ions), emphasis is placed on the concept of a single ion confined in a radiofrequency trap. The concepts of ion trapping, laser cooling, systematic effects and laser servo techniques are studied in detail. The experimental aspect is then presented with particular emphasis on the two traps used in the experiments and the experimental protocol that is determines the specifications of the clock laser. To achieve an optical frequency standard we must have a laser source whose spectral properties are better or identical to that of the atomic transition in order to take full advantage of the quality factor of the atomic transition. All feedback systems of the laser, allowing to reach these performances are presented. In the first part, the pre-stabilization stage on an Invar cavity is presented. We can thus achieve a linewidth of arrowed 1 kHz laser. In a second part, the implementation and the installation of the second stabilization stage of the laser on a high finesse ULE cavity is detailed. Using this last stage we estimate the linewidth of the laser to be 120 MHz. The final chapter is devoted to the use of adaptive optics technology to improve the quality of laser beams and thus reduce the background noise of the ion detection system, which results in degradation of the clock stability.

**Key words :** Calcium ion, optical frequency standard, Paul trap, Lamb-Dicke regime, ultra-stable laser, ULE cavity, adaptive optics