



**HAL**  
open science

# Modélisation de l'encrassement en régime turbulent dans un échangeur de chaleur à plaques avec un revêtement fibreux sur les parois

Hamza Chérif Sadouk

► **To cite this version:**

Hamza Chérif Sadouk. Modélisation de l'encrassement en régime turbulent dans un échangeur de chaleur à plaques avec un revêtement fibreux sur les parois. Autre [cond-mat.other]. Université Paris-Est, 2009. Français. NNT : 2009PEST1001 . tel-00499251

**HAL Id: tel-00499251**

**<https://theses.hal.science/tel-00499251>**

Submitted on 9 Jul 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université de Paris-Est

THÈSE

pour obtenir le grade de  
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE PARIS - EST

Spécialité : Génie des Procédés

Ecole doctorale : Information, Communication, Modélisation, Simulations (ED n° 431)

Présentée et soutenue publiquement par  
Hamza Chérif SADOUK

le 15 Juin 2009

# Modélisation de l'encrassement en régime turbulent dans un échangeur de chaleur à plaques avec un revêtement fibreux sur les parois

Membres de Jury :

M.C. Charrier-Mojtabi	Professeur	Univ. Paul Sabatier	Rapporteur
S. Chikh	Professeur	USTHB	Co-directeur de thèse
D. Gobin	Dir. de Rech. CNRS	Univ. Paris-Sud 11	Examineur
B. Goyeau	Professeur	Ecole Centrale Paris	Rapporteur
G. Lauriat	Professeur	Univ. Paris Est MLV	Directeur de thèse
M. Ould-Rouiss	MCF, HDR	Univ. Paris Est MLV	Examineur
J.A. Ochoa Tapia	Professeur	UNAM Mexique	Examineur

---

---

## Remerciements



*Ce travail de recherche a été réalisé conjointement au sein du Laboratoire de Modélisation et Simulation Multi Echelle (MSME), à l'Université Paris-Est Marne-la-Vallée, et au Laboratoire Transports Polyphasiques et Milieu Poreux (LTPMP), de l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediène (USTHB) à Alger.*

*Je tiens à remercier tout d'abord Monsieur Guy Lauriat, professeur à l'université de Paris-Est Marne-la-vallée, pour m'avoir accueilli au sein de son laboratoire et d'avoir accepter de diriger ce travail de thèse. En plus de m'offrir des conditions d'accueil agréables, j'ai pu tout le long de mon travail bénéficier de son expertise et de ses points de vues très constructifs.*

*Je remercie vivement Monsieur Salah Chikh, professeur à la faculté de génie mécanique et génie des procédés de l'USTHB et membre du LTPMP, qui est d'ailleurs à l'origine de ce sujet de recherche, d'avoir accepté de co-encadrer ce travail. Il a aussi le mérite d'être à l'origine de mon gout à la recherche et de m'avoir inspiré lors de mon parcours universitaire. Sa disponibilité depuis le début de ce travail est très remarquable. J'ai eu l'honneur de le connaître d'avantage et de bénéficier de ses judicieux conseils mais aussi de ses encouragements auxquels j'avais vraiment besoin.*

*J'exprime toute ma gratitude à mes rapporteurs et examinateurs, Madame Marie-Catherine Charrier-Mojtabi, professeur à l'Université Paul Sabatier de Toulouse ; à Monsieur Benoît Goyeau, Professeur à l'Ecole Centrale Paris ; à Monsieur Dominique Gobin, directeur de recherche au CNRS et professeur à l'Université de Paris-Sud ; et à Madame Meryem Ould-Rouis, Maître de conférence à l'Université Paris-Est, pour le temps qu'ils ont consacré à l'évaluation de ce travail et pour l'intérêt qu'ils ont manifesté pour celui-ci. J'avoue qu'ils ont contribué à la qualité de ce manuscrit et à enrichir mes connaissances par leurs nombreuses suggestions..*

*Mes remerciements vont aussi à Monsieur J. Alberto Ochoa Tapia, professeur à l'UNAM au Mexique qui nous a honoré par sa présence, en tant que membre du jury, à la présentation orale de ce travail de thèse.*

*Je remercie chaleureusement Monsieur Xavier Nicolas, maître de conférence à l'université de Paris-Est et membre du laboratoire MSME, pour le temps qu'il m'a souvent consacré lors des discussions très riches qu'on à pu avoir au cours de cette thèse.*

*Je remercie aussi tous les doctorants et membres des laboratoires MSME et LTPMP pour les nombreux échanges d'informations.*

*Un grand merci à mon frère Saïd pour son soutien du début jusqu'à la fin de mon travail, de son aide et de sa présence avec moi dans les moments les plus difficiles.*

*Je ne peux manquer de souligner le support important et continu que j'ai toujours eu de la part de mes sœurs Fadila, Djamila, Soumya et Mounia. J'en suis très reconnaissant.*

*Si je garde à la fin mes très chers parents, Mohamed et Chérifa, c'est par manque de vocabulaire pour exprimer en cette occasion, au nom de leurs enfants, notre profonde gratitude et notre reconnaissance envers eux. Ils ont réussi à nous inculquer les meilleures des valeurs et surtout l'amour du savoir qui représente le plus noble et le plus durable des héritages. Mon doctorat n'est qu'un résultat parmi tant d'autres. Merci chers parents !*

*Enfin, je dédie ce travail à tous les membres de ma grande famille ainsi qu'à mes amis.*



## Résumé

---

---

### **Titre :**

Modélisation de l'encrassement en régime turbulent dans un échangeur de chaleur à plaques avec un revêtement fibreux sur les parois.

### **Résumé :**

Les transferts de chaleur par convection forcée turbulente dans une conduite plane partiellement remplie par un milieu poreux sont étudiés numériquement.

L'étude concerne l'analyse de l'encrassement dans un canal plan représentatif d'un échangeur de chaleur à plaques. Un fluide, ayant un fort pouvoir encrassant, est considéré en régime turbulent. L'objectif de cette étude est de proposer une technique qui repose sur l'utilisation de matériaux fibreux comme capteur de particules pouvant réduire les méfaits de l'encrassement. Cela consiste à essayer de réduire la résistance d'encrassement en agissant sur les propriétés thermiques du dépôt. L'étude de la cinétique de l'encrassement permet de déterminer la loi de variation de l'épaisseur du dépôt au cours du temps. Cette équation est couplée aux équations de conservation. Un modèle de conductivité thermique effective (fluide, dépôt, fibres poreuses) a été choisi et le phénomène de colmatage de la matrice poreuse est considéré. L'apport du milieu poreux sur les performances de l'échangeur est analysé.

### **Mots clés :**

Transfert de chaleur, écoulement turbulent, modèle  $\kappa$ - $\epsilon$ , canal plan, méthode des volumes finis, encrassement, échangeur de chaleur à plaque, milieu poreux.

## Résumé

---

---

### **Title :**

Numerical modeling of fouling induced by a turbulent flow in a plate heat exchanger with fibrous coating on the walls.

### **Abstract :**

A numerical study is carried out to investigate the forced convection heat transfer induced by a turbulent flow in a parallel plate channel partly filled with a porous or fibrous material. The study involves the analysis of fouling in a plate heat exchanger, represented by a parallel plate channel with a high fouling potential liquid flow in turbulent regime. The objective is to come out with a technical solution that relies on the use of fibrous materials capability to capture deposited particles, and therefore to reduce the fouling impacts within heat exchangers. This solution focuses on reducing the fouling resistance on wall surfaces by modifying the thermal properties of the deposit. The deposit thickness evolution is obtained through a kinetics model of fouling, which is coupled to the conservation equations. An effective thermal conduction model (liquid, deposit, porous material) is selected in order to account for fouling within the porous matrix. The benefits of porous material on heat exchanger performance are analyzed.

### **Key words :**

Heat transfert, turbulent flow,  $\kappa$ - $\epsilon$  model, channel plane, finite volume method, fouling, plate heat exchanger, porous medium.

## Table des matières

<b>Introduction générale</b> .....	1
 <b>CHAPITRE I : Introduction au phénomène d'encrassement dans les échangeurs de chaleur</b>	
<b>I. 1</b> <u>Introduction</u> .....	4
<b>I. 2</b> <u>Le problème industriel</u> .....	4
<b>I. 2. 1</b> <u>Notions sur l'encrassement des échangeurs</u> .....	4
<b>I. 2. 1. 1</b> <u>Aspect physique de l'encrassement</u> .....	4
<b>I. 2. 1. 2</b> <u>Aspect économique et environnemental de l'encrassement</u> .....	5
<b>I. 2. 2</b> <u>Catégories et types d'encrassement</u> .....	6
<b>I. 2. 2. 1</b> <u>La corrosion</u> .....	6
<b>I. 2. 2. 2</b> <u>L'encrassement biologique</u> .....	6
<b>I. 2. 2. 3</b> <u>L'encrassement par réaction chimique</u> .....	6
<b>I. 2. 2. 4</b> <u>L'entartrage</u> .....	7
<b>I. 2. 2. 5</b> <u>L'encrassement particulaire</u> .....	7
<b>I. 2. 3</b> <u>Nature du dépôt</u> .....	7
<b>I. 2. 3. 1</b> <u>Dépôt dur</u> .....	7
<b>I. 2. 3. 2</b> <u>Dépôt poreux</u> .....	7
<b>I. 2. 3. 3</b> <u>Dépôt mou</u> .....	7
<b>I. 2. 4</b> <u>Les processus fondamentaux de l'encrassement</u> .....	7
<b>I. 2. 4. 1</b> <u>L'initiation</u> .....	7
<b>I. 2. 4. 2</b> <u>Transport</u> .....	8
<b>I. 2. 4. 3</b> <u>Déposition</u> .....	8
<b>I. 2. 4. 4</b> <u>Le réentraînement (Enlèvement)</u> .....	8
<b>I. 2. 4. 5</b> <u>Le Vieillissement</u> .....	9
<b>I. 2. 5</b> <u>Méthodes d'évaluation de l'encrassement</u> .....	9
<b>I. 2. 5. 1</b> <u>Variation du coefficient d'échange global ou Résistance thermique</u> .....	9
<b>I. 2. 5. 2</b> <u>Efficacité ou température de sortie</u> .....	9
<b>I. 2. 6</b> <u>Cinétique de l'encrassement</u> .....	10
<b>I. 2. 7</b> <u>Modèles d'évolution de l'encrassement</u> .....	10
<b>I. 2. 8</b> <u>Les modèles de dépositions et de réentraînement</u> .....	12
<b>I. 2. 9</b> <u>Calcul du coefficient d'échange global en conditions propres et en conditions encrassantes</u> .....	15
<b>I. 3</b> <u>Conséquences pratiques</u> .....	16
<b>I. 3. 1</b> <u>Dimensionnement d'un échangeur et encrassement</u> .....	16
<b>I. 3. 2</b> <u>Fonctionnement de l'échangeur</u> .....	18
<b>I. 3. 3</b> <u>Prévention et maintenance</u> .....	19
<b>I. 3. 3. 1</b> <u>Au moment de la conception de l'échangeur</u> .....	19
<b>I. 3. 3. 2</b> <u>Au moment de la fabrication de l'échangeur et de sa mise en route</u> .....	19
<b>I. 3. 3. 3</b> <u>Au cours du fonctionnement de l'échangeur</u> .....	19
<b>I. 3. 3. 4</b> <u>Au moment de l'arrêt de l'échangeur</u> .....	20
<b>I. 3. 4</b> <u>Aspect économique liés à l'encrassement</u> .....	20
<b>I. 3. 4. 1</b> <u>Coûts liés à la conception de l'échangeur</u> .....	20
<b>I. 3. 4. 2</b> <u>Coûts liés au fonctionnement de l'échangeur</u> .....	20
<b>I. 3. 4. 3</b> <u>Coûts liés à l'arrêt de l'installation</u> .....	21

## Table des matières

I. 4	<u>Transferts de chaleur sous forme adimensionnelle</u> .....	21
I. 5	<u>Conclusion</u> .....	22

### CHAPITRE II : Analyse Bibliographique

II. 1	<u>Revue bibliographique sur l'encrassement par le lait</u> .....	24
II.1.1	<u>Introduction</u> .....	24
II.1.2	<u>Modèles et mécanismes d'encrassement par le lait</u> .....	25
II.1.3	<u>Encrassement par réaction chimique</u> .....	25
II.1.3.1	<u>Mécanismes essentiels</u> .....	25
II.1.3.2	<u>Points caractéristiques</u> .....	26
A	<u>En ce qui concerne la cinétique chimique</u> .....	26
B	<u>En ce qui concerne l'effet de la vitesse du fluide</u> .....	30
II.1.3.3	<u>Action de prévention - Remèdes</u> .....	30
II.1.4	<u>Paramètres physico-chimique du lait</u> .....	31
II. 2	<u>Recherche bibliographique sur l'encrassement et les écoulements turbulents en présence d'un milieu poreux</u> .....	32
II.2.1	<u>L'encrassement dans les échangeurs de chaleur</u> .....	32
II.2.2	<u>Les milieux poreux</u> .....	37
II.3	<u>Conclusion</u> .....	38

### CHAPITRE III : Formulation mathématique

III.	<u>Formulation mathématique du problème</u> .....	40
III.1	<u>Introduction</u> .....	40
III.2	<u>Position du problème physique</u> .....	40
III.3.	<u>Modélisation de la turbulence dans un milieu totalement fluide</u> .....	41
III.3.1	<u>Hypothèses</u> .....	41
III.3.2	<u>Equations de conservation</u> .....	41
III.3.2.1	<u>Equation de conservation de la masse</u> .....	41
III.3.2.2	<u>Equation de conservation de la quantité de mouvement</u> .....	41
III.3.2.3	<u>Equation de conservation de l'énergie</u> .....	41
III.3.3	<u>La décomposition de Reynolds</u> .....	42
III.3.4	<u>Equations de conservation moyenne</u> .....	42
III.3.4.1	<u>Equation de continuité</u> .....	42
III.3.4.2	<u>Dynamique du mouvement moyen-Equation de Reynolds</u> .....	42
III.3.4.3	<u>Equation de l'énergie</u> .....	43
III.3.5	<u>Fermeture des équations – Modèle <math>\kappa - \epsilon</math></u> .....	44
III.3.6	<u>Equation générale de l'énergie cinétique de turbulence (<math>\kappa</math>)</u> .....	44
III.3.7	<u>Equation de transport du taux de dissipation turbulent (<math>\epsilon</math>)</u> .....	46
III.4.	<u>Modélisation de la turbulence dans un milieu poreux</u> .....	48
III.4.1	<u>Etablissement des équations du mouvement et de l'énergie à l'échelle macroscopique</u> .....	48
III.4.1.1	<u>Conservation de la masse</u> .....	48
III.4.1.2	<u>Equation du mouvement</u> .....	48
III.4.1.3	<u>Equation d'énergie</u> .....	52
III.4.1.3.1	<u>Equation d'énergie de la phase fluide</u> .....	52
III.4.1.3.2	<u>Equation d'énergie de la phase solide</u> .....	52

## Table des matières

<u>III.4.2</u>	<u>Equations de conservation dans le milieu poreux</u> .....	53
<u>III.4.2.1</u>	<u>Equation de continuité</u> .....	54
<u>III.4.2.2</u>	<u>Equation de la dynamique</u> .....	54
<u>III.4.2.3</u>	<u>Equation d'énergie</u> .....	54
<u>III.4.3</u>	<u>Fermeture des équations – modèle <math>\kappa - \epsilon</math></u> .....	55
<u>III.4.3.1</u>	<u>Equation générale de l'énergie cinétique de turbulence <math>\kappa</math></u> .....	55
<u>III.4.3.2</u>	<u>Modèle de diffusion</u> .....	56
<u>III.4.3.3</u>	<u>Equation de transport du taux de dissipation turbulent (<math>\epsilon</math>)</u> .....	57
<u>III.5</u>	<u>Modèle générale</u> .....	60
<u>III.5.1</u>	<u>Equation de continuité</u> .....	60
<u>III.5.2</u>	<u>Equations du mouvement</u> .....	60
<u>III.5.3</u>	<u>Equation de l'énergie</u> .....	60
<u>III.5.4</u>	<u>Equation de l'énergie cinétique de turbulence (<math>\kappa</math>)</u> .....	60
<u>III.5.5</u>	<u>Equation de transport du taux de dissipation turbulent (<math>\epsilon</math>)</u> .....	61
<u>III.6</u>	<u>Conditions initiales et aux limites</u> .....	61
<u>III.6.1</u>	<u>Champ dynamique</u> .....	61
<u>III.6.2</u>	<u>Champ thermique</u> .....	61
<u>III.6.3</u>	<u>Energie cinétique turbulente et la dissipation turbulente</u> .....	61
<u>III.6.4</u>	<u>Conditions à l'interface fluide - poreux</u> .....	62
<u>III.7</u>	<u>Conclusion</u> .....	62

### CHAPITRE IV : Résolution numérique

<u>IV. 1</u>	<u>Introduction</u> .....	64
<u>IV. 2</u>	<u>Méthodes numérique</u> .....	64
<u>IV. 2. 1</u>	<u>Forme générale d'une équation de conservation</u> .....	64
<u>IV. 2. 1. 1</u>	<u>Cas d'un milieu totalement fluide</u> .....	65
<u>IV. 2. 1. 2</u>	<u>Cas d'un milieu totalement poreux</u> .....	66
<u>IV. 2. 2</u>	<u>Maillage</u> .....	67
<u>IV. 2. 3</u>	<u>Discretisation</u> .....	68
<u>IV. 2. 4</u>	<u>Linéarisation du terme source</u> .....	69
<u>IV. 2. 5</u>	<u>Estimation des différentes propriétés aux interfaces</u> .....	70
<u>IV. 2. 6</u>	<u>Schéma de discrétisation en convection-diffusion</u> .....	70
<u>IV. 2. 7</u>	<u>Traitement du couplage Vitesse-Pression</u> .....	71
<u>IV. 2. 8</u>	<u>Résolution du système d'équations algébriques</u> .....	72
<u>IV. 2. 9</u>	<u>Technique de sous relaxation</u> .....	73
<u>IV. 2. 10</u>	<u>Critère de convergence</u> .....	73
<u>IV. 2. 11</u>	<u>Modélisation des écoulements proches des parois</u> .....	74
<u>IV. 2. 12</u>	<u>Algorithme du code de calcul</u> .....	76
<u>IV. 3.</u>	<u>Sensibilité du code de calcul au maillage</u> .....	77

### CHAPITRE V : Modélisation de la variation temporelle des paramètres géométriques et thermophysiques d'un milieu poreux au cours de son encrassement

<u>V. 1</u>	<u>Introduction</u> .....	80
<u>V. 2</u>	<u>Validation du code de calcul</u> .....	80
<u>V. 2. 1</u>	<u>Etude dynamique</u> .....	80
<u>V. 2. 2</u>	<u>Etude thermique</u> .....	81



## Table des matières

V.2.2.1	<u>Écoulement en régime laminaire dans un canal totalement fluide et/ou totalement poreux</u> .....	81
V.2.2.2	<u>Écoulement en régime turbulent dans un canal totalement fluide</u> .....	82
V. 2. 3	<u>Conclusion</u> .....	82
V. 3	<u>Modélisation des paramètres temporels du milieu poreux</u> .....	83
V. 3. 1	<u>Choix du modèle de déposition</u> .....	83
V.3.1.1	<u>Modèle d’encrassement linéaire</u> .....	83
V.3.1.2	<u>Modèle d’encrassement asymptotique</u> .....	84
V. 3. 2	<u>Calcul de l’épaisseur optimale de la couche poreuse</u> .....	84
V. 3. 3	<u>Modélisation de la variation de la porosité dans le milieu poreux</u> .....	86
V.3.3.1	<u>Limite de validité</u> .....	87
V. 3. 4	<u>Calcul du temps nécessaire pour atteindre l’épaisseur asymptotique du dépôt</u> .....	87
V. 3. 5	<u>Calcul du temps nécessaire pour atteindre le colmatage de la matrice poreuse</u> .....	89
V. 3. 6	<u>Définition des paramètres de calcul</u> .....	90
V.3.6.1	<u>Calcul de l’efficacité de l’échangeur</u> .....	90
V.3.6.2	<u>Calcul de la résistance d’encrassement</u> .....	91
V.3.6.3	<u>Calcul du coefficient d’échange global</u> .....	91
V. 3. 7	<u>Variation des propriétés géométriques du milieu poreux</u> .....	91
V.3.7.1	<u>La perméabilité</u> .....	91
V. 3. 8	<u>Variation des propriétés thermo physiques du milieu poreux</u> .....	92
V.3.8.1	<u>La conductivité thermique effective</u> .....	92
V.3.8.2	<u>La viscosité dynamique effective</u> .....	92
V.3.8.3	<u>Le pouvoir calorifique effectif</u> .....	93
V. 3. 9	<u>Etude de la transition du régime dynamique laminaire au régime turbulent dans un milieu poreux</u> .....	94

### CHAPITRE VI : Analyse des transferts thermiques en régime turbulent entre deux plaques parallèles avec un revêtement poreux ou fibreux sur les parois

VI. 1	<u>Problématique industrielle de la pasteurisation du lait</u> .....	98
VI. 2	<u>Encrassement sans revêtement poreux sur les parois – cas de référence</u> .....	98
VI. 2. 1	<u>Etude dynamique de l’écoulement en présence de l’encrassement</u> .....	98
VI.2.1.1	<u>Profil de vitesse</u> .....	98
VI.2.1.2	<u>Profil de l’énergie cinétique turbulente</u> .....	101
VI.2.1.3	<u>Profil de la dissipation turbulente</u> .....	101
VI. 2. 2	<u>Etude thermique de l’écoulement en présence de l’encrassement</u> .....	104
VI.2.2.1	<u>Profil de température</u> .....	104
VI.2.2.2	<u>Variation de la température moyenne</u> .....	105
VI.2.2.3	<u>Variation du nombre de Nusselt</u> .....	106
VI.2.2.4	<u>Le coefficient d’échange global à l’état encrassé</u> .....	108
VI. 3	<u>Encrassement avec du revêtement poreux sur les parois</u> .....	109
VI. 3. 1	<u>Analyse dynamique de l’écoulement le long du canal</u> .....	109
VI.3.1.1	<u>Profil de la vitesse axiale</u> .....	109
VI.3.1.2	<u>Profil de l’énergie cinétique turbulente</u> .....	113
VI. 3. 2	<u>Analyse thermique de l’écoulement le long du canal</u> .....	116
VI.3.2.1	<u>Profil de température</u> .....	116
VI. 4	<u>Etude comparative des cas sans et avec revêtement poreux sur les parois</u> .....	119
VI. 4. 1	<u>Profil de vitesse dans la zone d’établissement</u> .....	119

## Table des matières

---

---

<u>VI. 4. 2</u>	<u>Profil de l'énergie cinétique turbulente dans la zone d'établissement</u> .....	119
<u>VI. 4. 3</u>	<u>Pertes de charge</u> .....	120
<u>VI. 4. 4</u>	<u>Contrainte de cisaillement à la paroi</u> .....	121
<u>VI. 4. 5</u>	<u>Profil de température dans la zone d'établissement</u> .....	121
<u>VI. 4. 6</u>	<u>Evolution de la température moyenne débitante le long du canal</u> .....	122
<u>VI. 4. 7</u>	<u>Evolution de la température moyenne de sortie au cours du temps</u> .....	123
<u>VI. 4. 8</u>	<u>Evolution du nombre de Nusselt moyenne au cours du temps</u> .....	124
<u>VI. 4. 9</u>	<u>Variation du coefficient de convection au cours du temps</u> .....	125
<u>VI. 4. 10</u>	<u>Evolution de la résistance globale au cours du temps</u> .....	125
<u>VI. 5</u>	<u>Conclusions</u> .....	127

<b>Conclusion générale et perspectives</b> .....	129
--	-----

### Annexe A: Modélisation de la turbulence

<u>A. 1</u>	<u>Modélisation statistique de la turbulence</u> .....	134
<u>A.1.1</u>	<u>Introduction</u> .....	134
<u>A.1.2</u>	<u>Écoulement turbulent</u> .....	134
<u>A.1.2.1</u>	<u>Propriétés</u> .....	135
<u>A.1.2.2</u>	<u>Outils pour la modélisation</u> .....	136
<u>A.1.2.2.1</u>	<u>Moyenne d'ensemble</u> .....	136
<u>A.1.2.2.2</u>	<u>Equations moyennées</u> .....	137
<u>A.1.2.3</u>	<u>Le problème de fermeture</u> .....	138
<u>A.1.2.3.1</u>	<u>Classification des modèles de turbulence</u> .....	138
<u>A.1.2.3.2</u>	<u>Hypothèse de Boussinesq</u> .....	139
<u>A.1.2.4</u>	<u>Les modèles de fermeture du premier ordre</u> .....	139
<u>A.1.2.4.1</u>	<u>Modèles algébriques ou à zéro équations de type longueur de mélange</u> .....	139
<u>A.1.2.4.2</u>	<u>Modèle à une équation de transport</u> .....	140
<u>A.1.2.4.3</u>	<u>Modèles à deux équations de transport</u> .....	140
<u>A.1.2.4.3.1</u>	<u>Modèle <math>\kappa - \epsilon</math> Standard</u> .....	140
<u>A.1.2.4.3.2</u>	<u>Modèle <math>\kappa - \epsilon</math> RNG</u> .....	141
<u>A.1.2.4.3.3</u>	<u>Modèle <math>\kappa - \epsilon</math> Realizable</u> .....	141
<u>A.1.2.4.3.4</u>	<u>Modèle <math>\kappa - \omega</math> Standard</u> .....	142
<u>A.1.2.4.3.5</u>	<u>Modèle <math>\kappa - \omega</math> SST</u> .....	142
<u>A.1.2.4.3.6</u>	<u>Modèle RSM</u> .....	142
<u>A.1.3</u>	<u>Forme du profil de vitesse moyenne – Couche limites</u> .....	143
<u>A.1.3.1</u>	<u>Couche interne</u> .....	144
<u>A.1.3.1.1</u>	<u>Sous couche visqueuse</u> .....	144
<u>A.1.3.1.2</u>	<u>Couche tampon</u> .....	145
<u>A.1.3.1.3</u>	<u>Couche de la loi Log</u> .....	145
<u>A.1.3.2</u>	<u>Couche externe</u> .....	146

### Annexe B : Prise de moyenne

<u>B.1</u>	<u>Prise de Moyenne et définitions de base</u> .....	148
<u>B.1.1</u>	<u>Définitions</u> .....	148
<u>B.1.2</u>	<u>Théorie de Gray</u> .....	148
<u>B.1.3</u>	<u>Théorèmes de base</u> .....	149
<u>B.1.3.1</u>	<u>Théorème de la moyenne</u> .....	149

## Table des matières

---

---

<u>B.1.3.2</u>	<u>Théorème modifié de la moyenne</u> .....	149
<u>B.1.3.3</u>	<u>Théorème de transport</u> .....	149
<u>B.1.4</u>	<u>L'équation générale de transport pour les quantités en moyenne</u> .....	149
 <b>Annexe C</b> : Présentation des champs de vitesse, de température, d'énergie cinétique turbulente et de la dissipation turbulente des cas d'encrassement sans et avec milieu poreux		
<u>C.1</u>	<u>Champs de vitesse</u> .....	152
<u>C.2</u>	<u>Champs de température</u> .....	154
<u>C.3</u>	<u>Champs d'énergie cinétique turbulente</u> .....	156
<u>C.4</u>	<u>Champs de dissipation turbulente</u> .....	158
<u>Bibliographie</u>	.....	161
<u>Publications</u>	.....	175

## Liste des figures

---

---

### Liste des figures

I. 1	<u>L'encrassement dans un échangeur tubulaire</u> .....	5
I. 2	<u>Evolution de la résistance d'encrassement en fonction du temps</u> .....	11
I. 3	<u>Représentation schématique de l'encrassement dans le cas d'un liquide</u> .....	13
I. 4	<u>Variation du taux de masse déposé, enlevée et totale en fonction du temps</u> .....	14
I. 5	<u>Schématisation du problème</u> .....	15
I. 6	<u>Excès de surface d'échange en fonction de la résistance d'encrassement <math>R_d</math></u> .....	18
I. 7	<u>Perte de flux de chaleur en fonction de la résistance d'encrassement <math>R_d</math></u> .....	18
II. 1	<u>La distribution des plaques, du fluide, du dépôt et de la température dans le canal</u> .....	27
II. 2	<u>Modèle de réactions des protéines du lait</u> .....	27
II. 3	<u>Les différentes couches d'encrassement</u> .....	30
II. 4	<u>La configuration de l'épaisseur de la couche encrassante</u> .....	34
II. 5	<u>La technique électronique pour lutter contre l'encrassement</u> .....	36
II. 6	<u>Echangeur de chaleur hélicoïdale</u> .....	36
II. 7	<u>Changement de forme et de configuration des tubes</u> .....	36
III. 1	<u>Ecoulement dans un canal à section rectangulaire</u> .....	40
III. 2	<u>Variation du terme transitoire au cours du temps</u> .....	51
IV. 1	<u>Volume de contrôle</u> .....	64
IV. 2	<u>Volume de contrôle pour les variables <math>u, v, p</math> et <math>\theta</math> (<math>T, \kappa, \varepsilon</math>)</u> .....	67
IV. 3	<u>Localisation de la variable <math>u</math> au point courant <math>P</math></u> .....	68
IV. 4	<u>Le volume de contrôle et quantités géométriques utilisées</u> .....	70
IV. 5	<u>La cellule adjacente à la paroi et la notation utilisée</u> .....	74
V. 1	<u>Le profil de vitesse adimensionnelle pour différents nombres de Reynolds</u> .....	81
V. 2	<u>Effet du nombre de Reynolds et du rapport des conductivités thermiques sur le profil de température en régime établi d'un canal totalement poreux <math>Da=10^2</math></u> .....	85
V. 3	<u>Influence de l'épaisseur des couches poreuses sur le nombre de Nusselt</u> .....	85
V. 4	<u>Evolution de la contrainte de cisaillement et de la constante de temps pour différents épaisseurs de la couche poreuse</u> .....	88
V. 5	<u>Evolution de l'épaisseur du dépôt au cours de temps</u> .....	88
V. 6	<u>Evolution de la résistance d'encrassement au cours du temps [Rosmaninho et al 2007]</u> .....	89
V. 7	<u>Evolution de l'épaisseur et du volume du dépôt au cours du temps</u> .....	90
V. 8	<u>Variation de la porosité du milieu poreux en fonction du temps</u> .....	90
V. 9	<u>Variation de la perméabilité en fonction du temps dans le milieu poreux</u> .....	91
V. 10	<u>Variation de la conductivité thermique effective au cours du temps dans le milieu poreux</u> .....	92
V. 11	<u>Variation de la viscosité effective au cours du temps dans le milieu poreux</u> .....	93
V. 12	<u>Variation du pouvoir calorifique effective au cours du temps dans le milieu poreux</u> .....	93
V. 13	<u>Variation rapport de pouvoir calorifique effective au cours du temps dans le milieu poreux</u> .....	93
V. 14	<u>Domaine physique d'application</u> .....	94
V. 15	<u>Courbe de transition au régime turbulent dans un milieu poreux</u> .....	95
VI. 1	<u>Variation du profil de la vitesse au cours de l'accumulation du dépôt sur les parois du canal dans la zone établie</u> .....	99
VI. 2	<u>Profil de la vitesse à l'interface fluide-poreux</u> .....	101

## Liste des figures

<u>VI. 3</u>	<u>Variation du profil de l'énergie cinétique turbulente au cours de l'accumulation du dépôt sur les parois du canal dans la zone établie</u> .....	102
<u>VI. 4</u>	<u>Variation du profil de la dissipation turbulente au cours de l'accumulation du dépôt sur les parois du canal dans la zone établie</u> .....	103
<u>VI. 5</u>	<u>Variation du profil de température au cours de l'accumulation du dépôt sur les parois du canal dans la zone établie</u> .....	105
<u>VI. 6</u>	<u>Profil de la température moyenne le long du canal à différents instants</u> .....	106
<u>VI. 7</u>	<u>Variation temporelle de la température moyenne en régime établi</u> .....	106
<u>VI. 8</u>	<u>La variation temporelle du nombre de Nusselt moyen en régime établi</u> .....	106
<u>VI. 9</u>	<u>Coefficient d'échange global en fonction du temps de déposition [Chiron et al. 1984]</u> . 107	
<u>VI. 10</u>	<u>Coefficient d'échange global en fonction du temps de déposition [Présente étude]</u> .....	107
<u>VI. 11</u>	<u>Variation de l'énergie cinétique turbulente moyenne à la section de sortie au cours du temps</u> .....	107
<u>VI. 12</u>	<u>La variation temporelle du coefficient d'échange global, des résistances de conduction et de convection</u> .....	108
<u>VI. 13</u>	<u>Le point de croisement des transferts par conduction et convection</u> .....	108
<u>VI. 14</u>	<u>Variation du profil de vitesse le long du canal durant la période d'induction</u> .....	110
<u>VI. 15</u>	<u>Variation du profil de vitesse le long du canal à t=10 h</u> .....	111
<u>VI. 16</u>	<u>Variation du profil de vitesse le long du canal à t=50 h</u> .....	112
<u>VI. 17</u>	<u>Variation du profil de l'énergie cinétique turbulente le long du canal durant la période d'induction</u> .....	113
<u>VI. 18</u>	<u>Variation du profil de l'énergie cinétique turbulente le long du canal à t=10 h</u> .....	114
<u>VI. 19</u>	<u>Variation du profil de l'énergie cinétique turbulente le long du canal à t=50 h</u> .....	115
<u>VI. 20</u>	<u>Variation du profil de la température le long du canal durant la période d'induction</u> ...	116
<u>VI. 21</u>	<u>Variation du profil de la température le long du canal à t=10 h</u> .....	117
<u>VI. 22</u>	<u>Variation du profil de la température le long du canal à t=50 h</u> .....	118
<u>VI. 23</u>	<u>Variation du profil de la vitesse à la section de sortie du canal à t=10 h et 50 h</u> .....	119
<u>VI. 24</u>	<u>Variation du profil de l'énergie cinétique turbulente à la section de sortie du canal à t=10 h et 50 h</u> .....	120
<u>VI. 25</u>	<u>Variation de la perte de charge au cours du temps de déposition</u> .....	120
<u>VI. 26</u>	<u>Variation de la contrainte de cisaillement pariétale au cours du temps de déposition et du colmatage du milieu poreux</u> .....	121
<u>VI. 27</u>	<u>Variation du profil de la température à la section de sortie au cours du temps</u> .....	122
<u>VI. 28</u>	<u>Variation de la température moyenne débitante le long du canal</u> .....	122
<u>VI. 29</u>	<u>Variation de la température moyenne de sortie au cours du temps de déposition</u> .....	123
<u>VI. 30</u>	<u>Variation de la température moyenne de sortie en fonction de la conductivité thermique du milieu poreux au cours du temps de déposition</u> .....	124
<u>VI. 31</u>	<u>Variation du nombre de Nusselt moyen au cours du temps de déposition</u> .....	124
<u>VI. 32</u>	<u>Variation du coefficient de convection au cours du temps de déposition</u> .....	125
<u>VI. 33</u>	<u>Evolution de la résistance d'encrassement globale au cours du temps</u> .....	126
<u>VI. 34</u>	<u>Evolution de la résistance de convection et de conduction au cours du temps de déposition</u> .....	127
<u>A. 1</u>	<u>Développement du profil de vitesse et chute de pression le long d'un canal</u> .....	143
<u>A. 2</u>	<u>Profil de la vitesse près de la paroi</u> .....	144
<u>A. 3</u>	<u>Vérification expérimentale de la subdivision de la région proche de la paroi</u> .....	146
<u>C.1</u>	<u>Champs de vitesse</u> .....	152
<u>C.2</u>	<u>Champs de température</u> .....	154
<u>C.3</u>	<u>Champs d'énergie cinétique turbulente</u> .....	156
<u>C.4</u>	<u>Champs de dissipation turbulente</u> .....	158

## Liste des tableaux

---

---

### Liste des tableaux

<u>I. 1</u>	<u>Quelques modèles de dépôt liés à l'encrassement particulaire</u> .....	14
<u>I. 2</u>	<u>Valeurs des résistances d'encrassement conseillées pour le dimensionnement des échangeurs sur fumées industrielles [TEMA 1988]</u> .....	17
<u>I. 3</u>	<u>Relations semi-empiriques exprimant le nombre de Nusselt global</u> .....	22
<u>II. 1</u>	<u>Les paramètres cinétiques pour les schémas des réactions</u> .....	29
<u>II. 2</u>	<u>Paramètres physico-chimique du lait</u> .....	31
<u>IV. 1</u>	<u>Forme générale des équations de conservation dans le cas d'un milieu fluide</u> .....	65
<u>IV. 2</u>	<u>Forme générale des équations de conservation dans le cas d'un milieu poreux</u> .....	66
<u>IV. 3</u>	<u>Forme du coefficient <math>a_p^0</math></u> .....	69
<u>IV. 4</u>	<u>Sensibilité du code de calcul au maillage</u> .....	77
<u>V. 1</u>	<u>Comparaison du nombre de Nusselt en régime thermiquement établi d'un écoulement laminaire en milieu fluide</u> .....	81
<u>V. 2</u>	<u>Comparaison du nombre de Nusselt en régime thermiquement établi d'un écoulement laminaire en milieu poreux</u> .....	82
<u>V. 3</u>	<u>Comparaison des résultats (Re=4×10<sup>4</sup>, Pr = 3,75)</u> .....	82
<u>V. 4</u>	<u>La contrainte de cisaillement et le temps de déposition de l'encrassement correspondant aux différentes épaisseurs testés</u> .....	88

## Liste des tableaux

---

*Page vide*

## Nomenclature

---

---

### Nomenclature

#### Lettres latines

$a$	Diffusivité thermique	$(m^2/s)$
$C$	La concentration	$(kg/m^3)$
$C_p$	La chaleur spécifique	$(J/kg K)$
$C_F$	Coefficient de Forchheimer	
$D$	Diamètre	$(m)$
$D_h$	Diamètre hydraulique	$(m)$
$d_p$	Diamètre des particules	$(m)$
$e$	Epaisseur	$(m)$
$eff$	efficacité	$(\%)$
$f$	fraction de la masse déposée qui pénètre dans le milieu poreux	$(\%)$
$H$	Hauteur du canal	$(m)$
$h$	Coefficient d'échange par convection	$(W/m^2/K)$
$K$	Perméabilité du milieu poreux	$(m^2)$
$L$	Longueur du canal	$(m)$
$m_d$	La masse déposée par unité de surface	$(kg/m^2)$
$p$	La pression	$(Pa)$
$R_d$	La résistance du dépôt encrassant	$(m^2K/W)$
$R_d^*$	La résistance asymptotique du dépôt encrassant	$(m^2K/W)$
$S$	Surface	$(m^2)$
$T$	La température	$(K)$
$T_p$	La température à la paroi	$(K)$
$T_{m-s}$	La température moyenne de sortie	$(K)$
$t$	temps	$(s)$
$u$	Vitesse longitudinale de l'écoulement	$(m/s)$
$U_0$	Coefficient d'échange global à l'état propre	$(W/m^2/K)$
$U_d$	Coefficient d'échange global à l'état encrassé (dépôt)	$(W/m^2/K)$
$V_f$	Volume du fluide	$(m^3)$
$V_t$	Volume total	$(m^3)$

#### Nombres adimensionnels

$Da$	Nombre de Darcy
$J$	Rapport des viscosités
$Nu$	Nombre de Nusselt
$P$	Nombre de Peclet
$Pr$	Nombre de Prandtl
$Re$	Nombre de Reynolds
$Rc$	Rapport de conductivités thermiques
$R_{cp}$	Rapport du pouvoir calorifique



## Nomenclature

---

---

### Symboles Grecs

$\rho$	La masse volumique	$(\text{kg}/\text{m}^3)$
$\lambda$	La conductivité thermique	$(\text{W}/\text{m}/\text{K})$
$\Omega$	La constante du temps	$(1/\text{s})$
$\mu$	La viscosité dynamique	$(\text{kg}/\text{m}/\text{s})$
$\nu$	La viscosité cinématique	$(\text{m}^2/\text{s})$
$\mu_t$	La viscosité turbulente	$(\text{Pa}\cdot\text{s})$
$\delta_t$	La couche limite thermique	$(\text{m})$
$\delta_p$	Epaisseur du milieu poreux	$(\text{m})$
$u_\tau$	Vitesse du frottement	$(\text{m}/\text{s})$
$\kappa$	Energie cinétique turbulente	$(\text{m}^2/\text{s}^2)$
$\varepsilon$	Dissipation turbulente	$(\text{m}^2/\text{s}^3)$
$\tau_p$	Contrainte de cisaillement à la paroi	$(\text{N}/\text{m}^2)$
$\phi$	La porosité	
$\dot{\phi}$	Densité du flux massique	$(\text{kg}/\text{m}^2/\text{s})$
$\Phi$	Flux massique	$(\text{m}^2 \text{ K}/\text{J})$

### Indices

<i>c e</i>	Chaud entrée
<i>f e</i>	Froid entrée
<i>c s</i>	Chaud sortie
<i>f s</i>	Froid sortie
<i>d</i>	Dépôt
<i>r</i>	Réentraînée
<i>f</i>	Fluide
<i>p</i>	Poreux
<i>eff</i>	Effective
<i>t</i>	Turbulente
<i>Cd</i>	Conduction
<i>Cv</i>	Convection
<i>s</i>	Sortie
<i>e</i>	Entrée
<i>moy</i>	Moyenne
<i>S.M.P</i>	Sans milieu poreux
<i>A.M.P</i>	Avec milieu poreux

# Introduction générale:

Depuis de nombreuses années, les échangeurs de chaleur à plaques sont utilisés dans le secteur agro-alimentaire, notamment dans le domaine de la fabrication de produits laitiers frais. Les raisons de ce choix sont dues aux nombreux avantages qu'ils présentent par rapport aux échangeurs tubulaires (COOPER, 1974; VINCONNEAU et CREVEL, 1976; LALANDE et al., 1979). Ils conduisent, en effet, à d'excellents rapports surface d'échange/volume qui limitent leur encombrement et simplifient leur intégration aux unités de production. La modification de leur configuration est aisée ce qui permet de les adapter facilement à un programme thermique différent de celui initialement prévu. L'évolution des produits laitiers frais (yaourts, crèmes dessert, laits gélifiés ...) sur le marché nécessite de telles modifications afin d'adapter les procédés de fabrication aux qualités demandées pour ces produits.

Trois causes principales, liées à la conception des échangeurs à plaques, expliquent qu'ils fournissent de meilleurs coefficients d'échange que les échangeurs tubulaires et, par conséquent, qu'ils exigent pour un programme thermique donné, des surfaces d'échange moindres (LALANDE et al., 1979). Il s'agit:

- des faibles valeurs de diamètre hydraulique nominal qui se situent entre 5 et 10 mm alors que des tubes de diamètre inférieur à 20 mm (3/4 de pouce) ne sont jamais utilisés industriellement ;
- de la faible épaisseur des parois d'échange que les techniques actuelles d'emboutissage permettent d'obtenir. Elles sont comprises entre 0,6 et 0,8 mm pour les plaques contre 1 à 1,5 mm pour les tubes ;
- de l'augmentation de turbulence, à débit constant, provoquée par la structure ondulée des plaques qui conduit à des coefficients de films améliorés.

Toutefois, leur utilisation de plus en plus répandue pour la réalisation des traitements thermiques pose des problèmes techniques difficiles à résoudre notamment dans l'industrie laitière. Les perturbations des régimes thermique et hydrodynamique dues aux propriétés encrassantes du lait (BURTON, 1968; LUND et BIXBY, 1975; LALANDE et al., 1979-a) et aux mélanges complexes tels que les préparations pour crèmes dessert (RENE, 1985) réduisent les temps de fonctionnement du matériel entre deux nettoyages et accroissent les coûts d'exploitation. Les opérations de nettoyage sont délicates à mettre au point et souvent coûteuses puisqu'elles conduisent au démontage des installations pour être terminées manuellement. Dans un souci d'amélioration de ces opérations, il s'avère nécessaire d'approfondir nos connaissances des phénomènes liés à l'encrassement des surfaces au contact des produits laitiers en cours de traitement thermique (LUND et BIXBY, 1975; LALANDE et al., 1984; LALANDE et al., 1985; ROIGNANT et al., 1986; HIDDINK et al., 1986) et de déterminer la nature et la composition des dépôts adhérant sur ces parois (LYSTER, 1965; TISSIER et al., 1984; MAAS et al., 1985). Une voie d'étude est dans des conditions réelles à l'échelle semi-industrielle ou pilote, permettant de connaître l'évolution des compositions ainsi que la répartition en masse des dépôts le long du chemin thermique suivi par le produit au cours de son traitement. Ces résultats permettent d'envisager la simulation du phénomène afin d'essayer d'introduire le critère d'encrassement d'une façon plus adéquate dans les calculs lors du dimensionnement du matériel.

Les dernières études et techniques utilisées dans le but de réduire la quantité de masse déposée sur les surfaces d'échange est d'introduire un revêtement métallique inoxydable non rugueux sur les surfaces d'échange (Rosmaninho et al., 2007). Le transfert de chaleur est amélioré mais les mêmes difficultés sont détectées lors de l'opération de nettoyage.

## Introduction générale

---

---

Le thème proposé concerne l'analyse de l'encrassement dans un canal plan représentant un échangeur de chaleur à plaques. Un fluide alimentaire tel que le lait, ayant un fort pouvoir encrassant, sera considéré en écoulement turbulent. L'objectif de notre travail est premièrement de déterminer les effets du dépôt encrassant formé sur l'échange thermique et d'évaluer la cinétique de déposition de la matière encrassante. En deuxième partie, de proposer une technique qui repose sur l'utilisation de matériaux fibreux comme capteur de particules implanté sur les surfaces d'échanges. Cela consiste à essayer de réduire la résistance d'encrassement en agissant sur les propriétés (conductivité thermique effective) du dépôt et du fibreux afin de réduire les méfaits de l'encrassement. Il s'agit de simuler numériquement et de résoudre en régime transitoire les équations de conservation en adoptant un modèle de turbulence à deux équations ( $\kappa - \varepsilon$ ) et de quantifier la résistance d'encrassement au cours du temps.

L'insertion d'une couche fibreuse à conductivité thermique élevée sur la paroi permettra en fonction de sa porosité, perméabilité et le diamètre moyen des pores de jouer sur la conductivité thermique effective du dépôt qui sera mélangé aux fibres métalliques. L'analyse se fera sur l'influence de cette couche fibreuse sur la déposition ainsi que l'entraînement des particules lors de l'encrassement. Le phénomène de colmatage de la matrice poreuse sera considéré. On pourra ainsi réduire la résistance d'encrassement en affectant les propriétés de l'encrassement et réduire la fréquence de maintenance des échangeurs. Le processus de nettoyage sera plus simple car il suffit d'enlever le fibreux encrassé et de le remplacer par un autre.

Pour cela, les enjeux scientifiques de ce travail se déclinent en plusieurs critères :

- simplicité de mise en œuvre de la technique proposée
- réduction de la résistance de l'encrassement en utilisant des matériaux métalliques à conductivité thermique élevée
- faible coût de maintenance et de nettoyage

Dans ce but, le mémoire est organisé de la façon suivante :

- Le premier chapitre présente le positionnement de la thèse en termes de problématique industrielle et scientifique en ce qui concerne les échangeurs de chaleur et leur encrassement.
- Le second chapitre présente une analyse bibliographique sur l'encrassement par le lait et résume un certain nombre de travaux antérieurs sur l'encrassement dans les échangeurs de chaleurs et les études traitant de la convection forcée en présence du milieu poreux.
- Le troisième chapitre est consacré au développement des équations régissant le problème d'un écoulement turbulent dans un canal plan en régime instationnaire. La présence d'un milieu poreux à propriétés variables au cours du temps est pris en compte
- Le quatrième chapitre est consacré à la modélisation numérique et le choix de la méthode utilisée. La méthode numérique des volumes finis est choisie pour la résolution. Le choix du maillage, la discrétisation des équations, ainsi que les étapes de résolution sont présentés
- Le cinquième chapitre porte sur le choix du modèle de variation temporelle des paramètres géométriques et thermo physiques du milieu poreux en présence de l'encrassement.
- Le cinquième chapitre porte sur la modélisation de la variation temporelle des paramètres géométriques et thermo physiques du milieu poreux en présence de l'encrassement et de déterminer la durée du colmatage de la matrice poreuse
- Le dernier chapitre est consacré à l'analyse de l'influence de la matrice poreuse en présence de l'encrassement en vue de décrire le cas le plus favorable à utilisé en milieux industriels. Une conclusion générale de notre étude et lui ouvrira de nouvelles perspectives.

# **CHAPITRE I**

## **Introduction au phénomène d'encrassement dans les échangeurs de chaleur**

### I.1 Introduction

Dans les sociétés industrielles, l'échangeur de chaleur est un élément essentiel de toute politique de maîtrise de l'énergie et donc, par voie de conséquence, de protection de l'environnement. Une grande part de l'énergie thermique (90% [Tech 1993]) utilisée dans les procédés industriels transite au moins une fois par un échangeur de chaleur, aussi bien dans les procédés eux-mêmes que dans les systèmes de récupération de l'énergie thermique de ces procédés. Ils sont utilisés principalement dans les secteurs de l'industrie (chimie, pétrochimie, sidérurgie, agro-alimentaire, production d'énergie, etc.), du transport (automobile, aéronautique), mais aussi dans le secteur résidentiel et tertiaire (chauffage, climatisation, etc.). Ils constituent donc un des dispositifs clé du thermicien, et sont un composant quasi inévitable dans la maîtrise de l'énergie [Finkbeiner et al. 1993]. Compte-tenu de leurs multiples utilisations, les difficultés rencontrées par les utilisateurs d'échangeurs de chaleur sont diverses et variées. Toutefois, un des principaux problèmes de fonctionnement auxquels ils se heurtent a trait aux phénomènes d'encrassement. En effet, l'encrassement reste encore, de nos jours, l'un des phénomènes le moins compris et le moins prédictible de l'industrie.

### I.2. Le problème industriel

Les principaux problèmes rencontrés par les utilisateurs d'échangeurs thermiques ont relation avec les phénomènes d'encrassement, de corrosion, de vibrations et de tenue mécanique. Malgré tout, un certain nombre d'études publiées [Bott 1992, Bott 1995, Goyhenetche 1991, Pritchard 1988] montre que l'encrassement reste au premier rang des préoccupations des industriels du secteur des équipements de transferts thermiques. Le couplage encrassement – dégradation des échanges thermiques a de fortes répercussions sur la rentabilité de l'opération. Les coûts liés à l'encrassement des échangeurs avoisinent les 700 millions d'euros par an [Sheikh et al. 2000]. Ces coûts intègrent les dépenses liées, d'une part, au dimensionnement (surdimensionnement de la surface d'échange à mettre en oeuvre, incorporation d'équipements de nettoyage) à hauteur de 20% et, d'autre part, au fonctionnement (perte de production, diminution du transfert, frais de maintenance et nettoyage) à hauteur de 80%. Malgré les efforts considérables déployés depuis les premiers travaux de Kern & Seaton [Kern et Seaton 1959] en 1959, l'encrassement demeure encore un phénomène bien mal compris où l'empirisme reste le moyen le plus couramment utilisé. En effet, la large gamme d'écoulements et la panoplie des conditions industrielles existantes contribuent grandement à la méconnaissance du phénomène.

Les recherches sont actuellement menées sur deux fronts, totalement différents mais néanmoins complémentaires. Le premier concerne la détection de l'encrassement, et le second, auquel nous souhaitons nous rallier concerne les produits et appareillages permettant le nettoyage de tels dépôts.

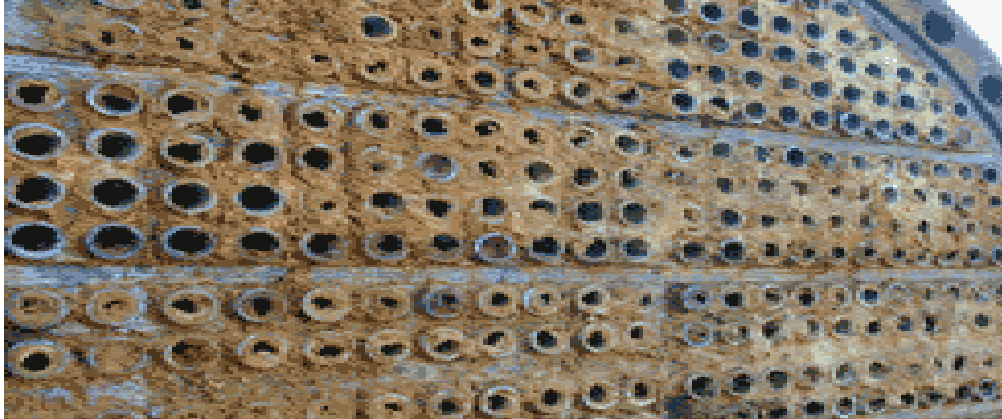
Nous travaillons plus particulièrement sur les produits ayant un fort pouvoir encrassant, dans notre cas le lait

#### I.2.1. Notions sur l'encrassement des échangeurs

##### I.2.1.1 Aspect physique de l'encrassement

L'encrassement qui, sous sa forme la plus générale, peut être défini comme l'accumulation d'éléments solides indésirables ou de substances non désirées sur une interface, affecte un grand nombre d'opérations industrielles (Figure I.1).

Ce dépôt qui évolue dans le temps, peut être constitué de cristaux, de sédiments, de résidus biologiques, des produits d'une réaction chimique ou bien encore être la combinaison de plusieurs de ces éléments.



**Figure I.1: L'encrassement dans un échangeur tubulaire**

Il est très important de considérer ce phénomène d'encrassement pour être en mesure de choisir un échangeur thermique qui ait les dimensions appropriées, car l'encrassement peut réduire considérablement la capacité de transmission de chaleur et d'augmenter la chute de pression. Un nettoyage et un entretien périodiques sont requis. Comme l'encrassement et les difficultés de maintenance augmentent avec le temps, les nettoyages doivent être fréquents. Il est souvent important de prévoir certains types de cloisons qui filtrent les impuretés de fluides caloporteurs avant son admission dans l'échangeur afin de réduire les risques d'encrassement.

Il a été démontré au cours des longues années passées dans la recherche de moyens de lutte contre l'encrassement, que ce dernier était lié aux conditions opératoires, aux propriétés physico-chimiques des fluides mis en jeu, à la géométrie du système ainsi qu'à la nature des surfaces [Mansoori 2001]. La connaissance de l'origine du phénomène est un facteur déterminant pour répondre aux variations de ces paramètres.

### **1.2.1.2 Aspect économique et environnemental de l'encrassement**

Des efforts considérables sont fournis pour analyser le phénomène d'encrassement. Durant le fonctionnement, l'échangeur de chaleur devient encrassé avec l'accumulation des dépôts d'une ou plusieurs espèces sur les surfaces de transfert de l'échangeur. En conséquence, la résistance thermique augmente, ceci fait baisser les performances de l'échangeur. La couche d'encrassement bloque le passage du fluide et augmente la surface rugueuse, est ainsi réduit le taux de transfert de chaleur.

L'ampleur de l'encrassement sur la surface d'échange thermique par un fluide donné, dépend du type de transfert de chaleur (ébullition, condensation), le type de fluide (liquide, gaz) ou la nature de la surface et le type du matériau utilisé.

Les inconvénients économiques de l'encrassement sont attribués à :

- De grosses pertes d'énergie provoquées par l'inefficacité thermique.
- Le coût élevé de maintenance pendant la période de nettoyage des échangeurs.
- De grosses pertes de production durant la période d'arrêt pour le nettoyage.

Aux Etats Unis d'Amérique, une étude effectuée sur le coût annuel de l'encrassement et de la corrosion dans l'industrie pétrolière [Van Nostrand 1981] annonce le chiffre de 10 millions de dollars par an pour une raffinerie, ce qui extrapolé à l'ensemble du monde occidental, atteint la somme de 4.500 millions de dollars.

Les dépenses relatives à toutes les causes d'encrassement, se traduisent par :

- Une surdimensionnement des appareils, en bureau d'études,
- Une dépense d'énergie supplémentaire,
- Le remplacement du matériel corrodé,
- Des coûts d'arrêt d'installation (nettoyage, démontage...).

### I.2.2. Catégories et types d'encrassement

Selon la classification établie en 1978 par Epstein [Epstein 1978], il existe cinq grands types d'encrassement différents : La corrosion; l'encrassement biologique; l'encrassement par réaction chimique; l'entartrage; l'encrassement particulaire.

Quel que soit le phénomène d'encrassement considéré, il est plus ou moins critique selon la nature des fluides employés et/ou la conception des échangeurs. Dans les situations réelles d'encrassement, il est bien évident que ces différents mécanismes interagissent ou se superposent de manière plus ou moins complexe.

#### I.2.2.1. La corrosion

L'encrassement par corrosion est le résultat d'une réaction chimique ou électrochimique entre la surface de transfert de chaleur et le fluide en écoulement [Laque et Copson 1963]. Les produits qui se forment et s'accumulent sur la surface créent l'encrassement.

Il existe différents types de corrosion :

- la corrosion uniforme caractérisée par une perte d'épaisseur régulière mais dont la vitesse n'est pas forcément proportionnelle au temps ;
- la corrosion par piqûres où l'attaque est limitée à des zones de très petites surfaces ;
- la corrosion fissurante à l'échelle microscopique intergranulaire ou transgranulaire ;
- la corrosion sélective où seul un élément d'un alliage subit une attaque sélective ;

#### I.2.2.2. L'encrassement biologique

L'encrassement biologique est dû au développement de micro-organismes qui créent un film encrassant au contact de la surface d'échange [Duffau et al. 1991]. Il peut être causé par trois grands types de micro-organismes :

- les bactéries dont le développement est dû à un apport nutritif de type hydrocarbures ;
- les algues dont le développement est dû à la présence d'énergie solaire avec photosynthèse;
- les champignons dont le développement est dû aux changements des conditions ambiantes telles que l'humidité, la température ou le *PH*.

#### I.2.2.3. L'encrassement par réaction chimique

L'encrassement par réaction chimique est dû à la présence d'une réaction chimique au voisinage d'une surface d'échange [Lund et Sandhu 1981-a]. Les produits solides ainsi formés s'y déposent. Il s'agit le plus souvent d'une réaction de polymérisation qui implique la formation d'un dépôt de haut poids moléculaire. Les vitesses de telles réactions chimiques dépendent fortement de la température, de la pression, de la concentration et de la présence d'éléments catalyseurs. Toutefois, la vitesse globale du mécanisme de dépôt dépend aussi de la dynamique des phénomènes de surface et de transfert. Il est rencontré dans les industries alimentaires, nucléaire et dans les procédés de raffinage du pétrole.

### I.2.2.4. L'entartrage

L'entartrage d'une surface d'échange est généralement associé à la production d'un solide cristallin à partir d'une solution liquide [Rodier 1971]. Il dépend donc fortement de la composition des eaux industrielles. L'entartrage se matérialise par une formation d'incrustations adhérentes et dures sur les surfaces d'échanges généralement métalliques.

Il est produit principalement par la dissipation des sels inorganiques dans le processus d'écoulement présente une super saturation durant l'échauffement ou le refroidissement

Pour qu'il y ait entartrage, deux conditions doivent être remplies :

- la limite de solubilité du sel contenu dans l'eau doit être dépassée ;
- la vitesse de dépôt doit être suffisamment rapide.

Ce type d'encrassement est conditionné par une grande vitesse de déposition et un excès de concentration par rapport à la limite de solubilité

### I.2.2.5. L'encrassement particulaire

Il s'agit du dépôt puis de l'accumulation, sur les surfaces d'échange, de particules transportées par l'écoulement de fluides industriels tels que :

- l'eau des chaudières contenant des produits de corrosion ;
- l'eau des tours de refroidissement ;
- les écoulements gazeux chargés de particules tels les résidus solides de combustion, ou les poussières résultant de l'incinération de déchets ménagers.

## I.2.3 Nature du dépôt

### I.2.3.1 Dépôt dur

Il s'agit d'une structure dense et renforcée qui ne s'atténue pas lors d'un simple jet d'eau ou de vapeur mais qui nécessite un traitement mécanique ou un nettoyage chimique approprié. C'est le cas de dépôt corrosif ou cristallin.

La résistance thermique d'un dépôt dur est directement proportionnelle à son épaisseur.

### I.2.3.2 Dépôt poreux

C'est le matériau d'un dépôt dur qui se présente en une structure moins dense, sous l'effet des conditions opératoires. Ce cas est plus sérieux que le précédent quand le fluide emprisonné dans les pores a une conductivité thermique plus faible que le matériau solide.

### I.2.3.3 Dépôt mou

C'est le cas de boues, poudres de coke ou de fibres végétales. La résistance dans ce cas est plutôt liée au fluide emprisonné qu'au matériau constituant la matrice.

Un simple soufflage peut donner des résultats satisfaisants lors du nettoyage.

## I.2.4. Les processus fondamentaux de l'encrassement

Phénoménologiquement, l'encrassement est un problème transitoire de chaleur et de masse qui nécessite l'action simultanée de plusieurs processus complexes. Epstein [Epstein 1983] a décomposé les mécanismes d'encrassement selon 5 événements séquentiels :

### I.2.4.1. L'initiation

L'initiation comme étant le temps nécessaire avant la formation du dépôt sur une surface propre. Il faut signaler que, dans la grande majorité des études expérimentales traitant de l'encrassement particulaire sur des tubes d'échangeurs [Glen et al. 1992, Grillot 1989, Grillot et Icart 1997], la phase d'initiation du processus d'encrassement n'est pas détectée.



Pendant l'initiation, la surface est conditionnée par l'encrassement qui aura lieu plus tard. La température de surface, le matériau et la rugosité influencent le retard initial (l'induction) ou la période d'incubation. Cette phase est associée au temps nécessaire avant de pouvoir observer la formation d'un dépôt encrassant sur la surface d'échange.

Beaucoup de travaux de recherche donnent de plus en plus l'importance à cette phase initiale avant la formation du noyau cristallin encrassant. Actuellement, l'un des principaux objectifs des chercheurs est de donner un modèle capable de décrire la phase d'initiation de l'encrassement. Parmi leurs objectifs : augmenter du temps d'induction (le plus long possible). L'utilisation de nouveaux matériaux de surface, tel que le DLC (Diamond-Like Carbon), permet de prolonger la phase d'induction [Bohnet et al. 2003].

La surface rugueuse tend à diminuer le délai de la période. Elle fournit une situation favorable pour la cristallisation pendant que les rainures fournissent des régions pour le dépôt des particules

### I.2.4.2. Transport

Pendant cette phase, les substances d'encrassements du volume de fluide sont transportées à la surface de transfert. Le transport est gouverné par un nombre de phénomènes y compris la diffusion, la sédimentation et la thermophorèse (thermophoresis). Une grande quantité d'information disponible pour chacun de ces phénomènes est appliquée pour étudier les mécanismes de transports pour les différentes catégories d'encrassement.

La thermophorèse est le mouvement de petites particules dans l'écoulement de fluide quand le gradient de température est présent. Les murs froids attirent les particules colloïdales pendant que les murs chauds repoussent ces particules. La thermophorèse est importante pour des particules autour de 5  $\mu\text{m}$  de diamètre et devient dominante autour de 0.1  $\mu\text{m}$ .

Un autre type de ces processus est électrophorèse (electrophoresis). L'impact inertiel et les tourbillons de turbulence peuvent être présentés. Le modèle théorique qui expose ce processus est disponible dans la littérature [Nishio et al. 1974].

### I.2.4.3. Déposition

Une partie de la matière encrassante transportée est attachée à la surface. Les forces agissantes des particules proches de la surface sont importantes à déterminer l'attachement. En plus, les propriétés du matériel tel que la densité, la viscosité et les conditions de surface sont importantes. L'adhésion des particules sous l'effet des forces de Van der Waals, des forces électrostatiques ou capillaires.

Les forces de London-Van der Waals sont dues aux interactions entre les moments dipolaires générés par le mouvement des électrons autour des noyaux d'atomes neutres voisins. Dans des fluides de phase unique, les forces résultant entre particules et entre les particules et la paroi sont toujours attractives. Pour  $d_p \leq 100 \mu\text{m}$ , les forces de Van Der Waals l'emportent sur les forces de gravité. [Rodliffe et Means 1979]

### I.2.4.4. Le réentraînement (Enlèvement)

Le réentraînement des particules déposées dû aux forces de cisaillement s'exerçant sur le dépôt, à l'érosion ou à l'écaillage. Une certaine proportion de la matière est enlevée de la surface immédiatement après leur dépôt et une autre est enlevée plus tard. En général, les forces de cisaillement à l'interface entre le fluide et la couche de dépôt encrassante sont responsables de cet enlèvement. Les forces de cisaillement dépendent du gradient de la vitesse à la surface, de la viscosité du fluide et de la rugosité de la surface.

### I.2.4.5. Le Vieillessement

Le vieillissement du dépôt caractérisé par un changement de texture et une usure dudit dépôt. Une fois le dépôt est posé sur la surface, le vieillissement commence. Les propriétés mécaniques de ce dépôt seront modifiées durant cette phase, à cause du changement de cristal ou de la structure chimique, par exemple, l'empoisonnement lent du micro-organisme causé par la corrosion à la surface affaiblira et appauvrira la couche du bio-encrassement. La réaction chimique attire la surface du dépôt pour modifier la composition chimique du dépôt, et de cette façon changer les propriétés mécaniques.

### I.2.5 Méthodes d'évaluation de l'encrassement

Pourquoi et comment apprécier l'encrassement ?

Le but est de prévoir, sans ouvrir un échangeur, la date à la quelle il sera nécessaire de le nettoyer, donc de l'arrêter.

Il est extrêmement difficile de prédire le comportement spécifique de l'encrassement dans plusieurs situations à cause du nombre élevé de variables qui peuvent essentiellement modifier le type d'encrassement et le taux de formation. Dans la littérature, les sources décrivant la résistance d'encrassement sont plutôt limitées, car il y a peu de travaux récents sur l'encrassement. Les tables standard sont établies par l'association de fabrication des échangeurs tubulaires (TEMA) [*TEMA 1988*]. Ces tables donnant le facteur d'encrassement pour différents types de fluides sont souvent les sources les plus utilisées comme référence dans le design des échangeurs de chaleur.

L'effet de l'encrassement est quantifié par la mesure de sa résistance au transfert de chaleur, définie comme étant la différence entre les inverses des coefficients globaux de transfert thermique entre l'état propre et sale (encrassé) de l'échangeur. L'évolution du coefficient globale de transfert de chaleur dans le temps est une réplique fidèle de l'évolution de l'état physique des surfaces d'échanges. Suivant la définition adoptée, la quantification de l'effet de l'encrassement se fait par différentes méthodes, entre autres :

#### I.2.5.1 Variation du coefficient d'échange global ou Résistance thermique

Le coefficient global d'échange thermique est l'inverse de la résistance globale qui, elle, est une combinaison des résistances partielles des différents domaines traversés par l'énergie transférée. Dans un échangeur à double-tube, le flux de chaleur traverse un premier fluide chaud, une paroi solide, puis un deuxième fluide froid, chaque domaine ayant sa propre résistance selon le mode de transfert y régnant (convection, conduction ou rayonnement). La différence entre les inverses des coefficients globaux de transfert thermique à l'état propre et sale (encrassé) représente la résistance de l'encrassement notée par  $R_d$  et définie par

$$R_d = \frac{1}{U_d} - \frac{1}{U_0} \quad (I.1)$$

$U_0$  et  $U_d$  ( $W/m^2/K$ ) étant les coefficients d'échange globaux, respectivement, à l'état propre et sale (dépôt encrassant) et  $R_d$  la résistance totale du dépôt encrassant ( $m^2 K/W$ ).

#### I.2.5.2 Efficacité ou température de sortie

En présence de dépôt, la performance de l'échangeur diminue et sa capacité d'échange est inférieure à l'objectif de son calcul. Le fluide froid sort moins chaud que prévu. On dit que l'efficacité a diminué.

Cette notion d'efficacité est exprimée par le rapport de la quantité de chaleur réellement échangée sur la quantité maximale pouvant être échangée dans le cas idéal correspondant à

un échangeur adiabatique de longueur infinie. En relation mathématique, elle peut être présentée comme :

$$eff = \frac{C_c(T_{ce} - T_{cs})}{C_{min}(T_{ce} - T_{fe})} \quad (I.2)$$

$C_c$  et  $C_{min}$  étant les capacités calorifiques respectivement du fluide chaud et la minimale entre les deux fluides.

$T_{ce}$  et  $T_{fe}$  étant les températures à l'entrée et  $T_{cs}$  et  $T_{fs}$  à la sortie des fluides chauds et froids.

### I.2.6 Cinétique de l'encrassement

L'étude de l'évolution de l'encrassement en fonction du temps peut être contrôlée par trois paramètres différents. Soit par la mesure de l'épaisseur du dépôt formé sur la plaque, soit par la masse du dépôt par unité de surface, soit par l'évolution de la température de la paroi. Ces paramètres font intervenir la résistance d'encrassement désigné par  $R_d$ .

On désigne par  $m_d$  la masse déposée par unité de surface, d'épaisseur  $e_d$ , de conductivité thermique  $\lambda_d$ , de masse volumique  $\rho_d$ .

L'épaisseur de la couche encrassante est calculée comme étant la masse totale déposée par unité de surface divisée par la densité de la couche encrassante [Bohnet et al. 2003].

$$e_d = m_d / \rho_d \quad (I.3)$$

Après que l'épaisseur totale a été déterminée et en supposant que la conductivité thermique est constante. La résistance d'encrassement peut être alors calculée comme suit:

$$R_d = \frac{m_d}{\rho_d \cdot \lambda_d} = \frac{e_d}{\lambda_d} \quad (I.4)$$

Le bilan de l'encrassement peut s'exprimer par la différence entre les densités de flux massiques de dépôt  $\dot{\phi}_d$  et de réentraînement  $\dot{\phi}_r$  [Kern et Seaton 1959], soit :

$$\frac{dm_d}{dt} = \dot{\phi}_d - \dot{\phi}_r = \frac{\rho_d \lambda_d dR_d}{dt} \quad (I.5)$$

La résistance d'encrassement est donnée par :

$$\frac{dR_d}{dt} = \frac{1}{\lambda_d \cdot \rho_d} (\dot{\phi}_d - \dot{\phi}_r) \quad (I.6)$$

### I.2.7 Modèles d'évolution de l'encrassement

L'évolution du dépôt encrassant est représenté par ça résistance (Equations I.4 et I.6). La résistance d'encrassement en fonction du temps présente différents types d'évolutions [Epstein 1988] comme le montre la Figure I.2.

Kern et Seaton [Kern et Seaton 1959] ont proposé un modèle simple décrivant l'évolution des résistances d'encrassement telle que :

$$\frac{dR_d}{dt} = \Phi_d - \Phi_r \quad (I.7)$$

où  $\Phi_d$  est le flux massique de dépôt considérée comme constante, et  $\Phi_r$  est le flux massique de réentraînement proportionnelle à  $R_d$ .

Pour certaines applications on peut observer la présence d'une période d'initiation ou temps d'induction «  $t_{\text{induction}}$  » avant que le dépôt apparaisse et évolue suivant une des courbes de la figure [Kern et Seaton 1959-a].

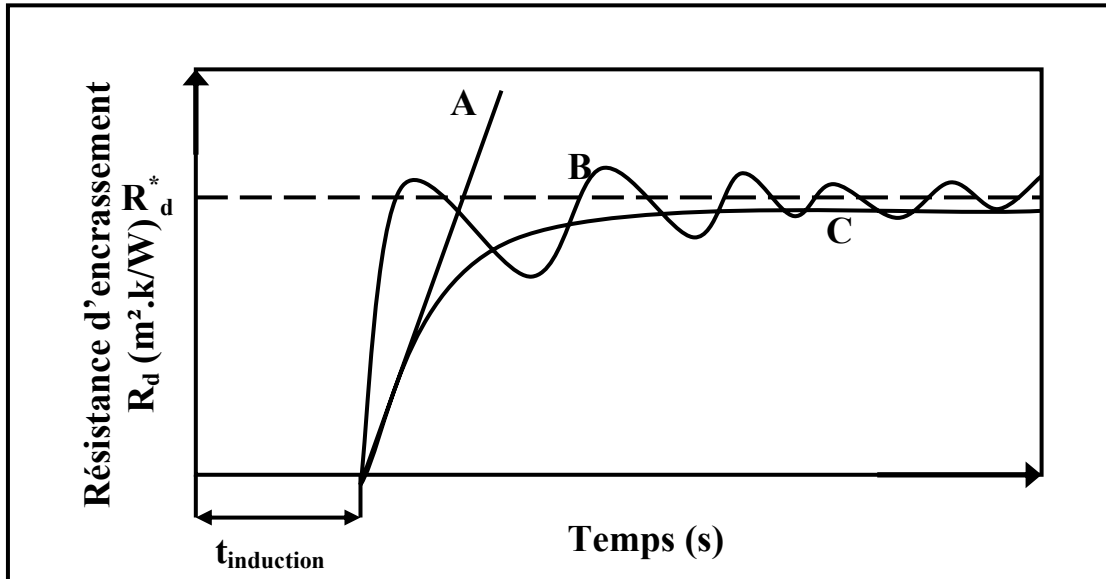


Figure I.2: Evolution de la résistance d'encrassement en fonction du temps<sup>1</sup>

### Évolution de la courbe A :

C'est le cas d'un encrassement linéaire, ou le dépôt encrassant évolue instantanément au cours du temps. Ce type d'évolution est obtenu après intégration de l'équation (I.7) en considérant que le taux de déposition est constant et le taux d'enlèvement est ignoré.

L'évolution A est une droite qui s'exprime sous la forme :

$$R_d = A.t \quad (I.8)$$

Où «  $A$  » représente le taux d'accroissement de la résistance d'encrassement  $R_d$ .

Cette relation est généralement caractéristique des dépôts durs et adhérents et indique que la vitesse de dépôt  $\dot{\phi}_d$  est constante et qu'il n'y a pas de réentraînement.

Elle peut être également observée lorsque la différence entre les densités de flux massiques de dépôt et de réentraînement ( $\dot{\phi}_d - \dot{\phi}_r$ ) est constante [Kern et Seaton 1959-a]. Cette équation est le premier développement fourni par Mc Cabe et Robinson [Mc Cabe et Robinson 1924]. Certains échangeurs possèdent une caractéristique d'encrassement de cette forme. C'est notamment le cas de certains évaporateurs.

### Évolution de la courbe B :

La courbe « B » illustre mieux le cas réel, le réentraînement d'une partie du dépôt modifie de manière très sensible l'évolution de la résistance d'encrassement en fonction du temps [Kern et Seaton 1959-a].

Dans la pratique, le réentraînement d'une partie du dépôt par « paquets » modifié de manière très sensible l'évolution de la résistance d'encrassement en fonction du temps. On obtient alors une évolution en « dents de scie » (courbe B de la Figure I.2).

<sup>1</sup> [Epstein 1988]

L'apparition de ce mode sous des conditions stables d'écoulement, de température et de concentration, implique un détachement répétitif correspondant à un affaiblissement périodique du dépôt au dessous d'une certaine valeur critique du flux net de déposition. Un tel affaiblissement peut être dû à un changement de structure cristalline, une dégradation chimique, un développement de contraintes thermiques ou un empoisonnement progressif des microorganismes dans un biofilm.

Le fait qu'une couche inférieure se conserve pendant que les couches supérieures de dépôt se détachent sous les forces de vitesse, revient peut être à la coexistence de deux types d'encrassement avec deux différents dépôts. C'est le cas de la formation, l'affaiblissement puis le détachement de biofilms au dessus d'une couche de dépôt de corrosion [Ritter et Suitor 1977].

L'enlèvement périodique peut être aussi causé par une perturbation accidentelle de particules partiellement déposées sur la paroi. C'est, par exemple, le cas de la corrosion en fissures [Hopkins et Epstein 1974], où la corrosion cesse une fois que la paroi est uniformément encrassée, plutôt qu'un enlèvement continu.

### Évolution de la courbe C :

La courbe d'encrassement « C » est de type asymptotique. Elle est obtenue si le taux de déposition est constant et que le taux d'enlèvement soit proportionnel à l'épaisseur de la couche d'encrassement. Il est suggéré que les forces de cisaillements de la couche diminuent ou bien d'autres mécanismes prennent place pour détériorer la stabilité de la couche.

De la même façon, la situation généralement se produit si le dépôt est mou. L'encrassement dans ce cas prend des valeurs asymptotiques.

L'évolution de la courbe C et après intégration de l'équation (I.7) entre la condition initiale ( $t=0, R_d = 0$ ) et n'importe quelle condition ( $t, R_d$ ), conduit à l'équation classique du modèle de [Kern et Seaton 1959] :

$$R_d = R_d^* (1 - e^{-\Omega t}) \quad (I.9)$$

Où  $R_d^*$  est la résistance d'encrassement asymptotique et  $\Omega$  une constante de temps qui est fonction des propriétés du système.

Ce type de comportement est caractéristique des dépôts fragiles « mou » s'écaillant facilement sous l'influence des forces de cisaillement provoquées par le passage du fluide. Le comportement asymptotique de cette résistance a été observé de nombreuses fois dans des situations d'encrassement particulière. Dans la pratique, les courbes expérimentales présentent une évolution en dents de scie due au réentraînement d'une partie du dépôt par paquets.

### **I.2.8 Les modèles de dépositions et de réentraînement**

De nombreux modèles de dépôt ont été proposés dans la littérature [Epstein 1981] et il est bien difficile de tous les citer car ils se rattachent chacun à des types différents d'encrassement.

Les phénomènes de dépôt et de réentraînement dans le cas d'un liquide peuvent être représentés selon le schéma de la Figure I.3.

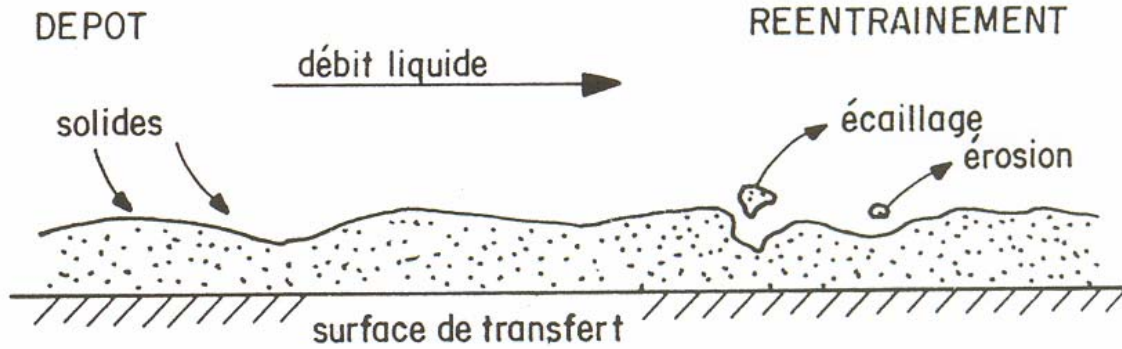


Figure I.3: Représentation schématique de l'encrassement dans le cas d'un liquide<sup>2</sup>

La densité de flux massique  $\dot{\phi}_d$  est reliée au mécanisme de transport des particules à la paroi mais il n'existe pas de formulation générale. Pour l'encrassement particulaire, on admet couramment que  $\dot{\phi}_d$  est proportionnelle à la vitesse moyenne de dépôt «  $V$  » et à la concentration moyenne des particules dans le fluide «  $C$  », soit :

$$\dot{\phi}_d = K_1 \cdot V \cdot C \quad (I.10)$$

Le mécanisme de réentraînement est un équilibre entre les forces de cisaillement à la paroi et les forces d'adhésion du dépôt sur la surface. Soit :

$$\dot{\phi}_r = K_2 \cdot \tau \cdot \frac{m_d}{\psi_d} \quad (I.11)$$

Avec :

- $\tau$  : contraintes de cisaillement à la paroi ( $N/m^2$ )
- $\psi_d$  : Coefficient de résistance au réentraînement du dépôt ( $N/m^2$ )
- $m_d$  : Masse déposée par unité de surface ( $kg/m^2$ )
- $K_2$  : Coefficient ( $s^{-1}$ )

Le bilan de l'encrassement s'exprimant par la différence entre les densités de flux massique de dépôt et de réentraînement [Kern et Seaton 1959] et on obtient l'expression suivante :

$$\frac{dm_d}{dt} = \dot{\phi}_d - \dot{\phi}_r = K_1 \cdot V \cdot C - K_2 \cdot \tau \cdot \frac{m_d}{\psi_d} \quad (I.12)$$

Cette expression après intégration donne l'évolution asymptotique (courbe C de la Figure I.2) de la résistance d'encrassement en fonction du temps.

$$m_d = (m_d)^* (1 - e^{-\Omega \cdot t}), \quad R_d = R_d^* (1 - e^{-\Omega \cdot t}), \quad \text{Avec } R_d = \frac{m_d}{\rho_d \cdot \lambda_d}$$

Un travail considérable a déjà été réalisé dans le domaine de la modélisation des phénomènes de dépôt. Le Tableau I.1 présente une liste chronologique, loin d'être exhaustive, des modèles de dépôt proposés dans la littérature pour l'encrassement particulaire.

Ces modèles laissent tous apparaître que le flux de dépôt est fonction de la concentration de particules dans l'écoulement. En revanche, beaucoup moins d'attention a été portée sur la détermination de méthodes prédictives de l'encrassement sur les surfaces d'échange. En effet, très peu d'équations existent pour prédire les résistances d'encrassement et les pertes de charge des échangeurs de chaleur sous conditions encrassantes.

<sup>2</sup> [Bohnet et al. 2003]

Tableau I.1: Quelques modèles de dépôt liés à l'encrassement particulaire

Référence	Densité de flux de dépôt
[Kern et Seaton 1959]	$\dot{\phi}_d = C_{ste} \cdot \bar{u} \cdot [C]$
[Watkinson et Epstein 1970]	$\dot{\phi}_d = C_{ste} \cdot k_m \cdot ([C] - C_{paroi})$
[Beal 1970]	$\dot{\phi}_d = \frac{ \bar{C} }{\frac{1}{k_m} - \frac{1}{u_{part}}}$
[Thomas et Grigg 1974]	$\dot{\phi}_d = \Phi_{d0} \cdot e^{(-C_{ste} \cdot m_d)}$
[Glen et Howarth 1988]	$\dot{\phi}_d = \eta_{tot} (\rho_g u_0 w_{part} S_{proj})$
[Bouris et Bergeles 1996]	$\dot{\phi}_d = m_d \bar{\omega} (1 - e^{(-C_{ste} \cdot \bar{\omega} t)})$

Le taux de transfert de la masse totale est calculé comme étant la différence entre le taux de masse déposé et enlevé. Les résultats de la simulation numérique donnée par Bohnet [Bohnet et al. 2003]. sont présentés dans la Figure I.4.

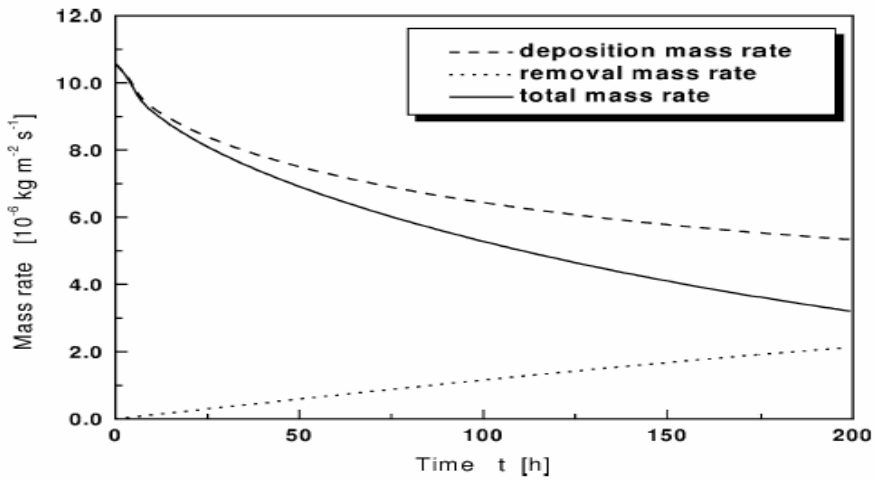


Figure I.4: Variation du taux de masse déposé, enlevée et totale en fonction du temps ( $V = 0.1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $q = 37 \text{ kW}/\text{m}^2$ ).

- La baisse du taux de masse déposé par unité de temps peut être expliquée par la baisse considérable de la température de la surface de la couche encrassante, c'est à dire: la super saturation à l'interface est réduite. Cela se produit à cause de l'augmentation de la vitesse de fluide.
- L'augmentation du coefficient de transfert de masse est due à la faible accélération d'écoulement et qui ne touche pas considérablement le calcul du taux de masse déposé.
- Le taux de masse enlevé augmente avec le temps. Cette augmentation peut être expliquée par l'augmentation considérable du taux de fluide et par la croissance de la couche du cristal autour de l'élément chauffant.
- L'augmentation du taux d'écoulement contribue à l'apparition de contraintes de cisaillement aux frontières. Pendant que la couche de cristal augmente, la contrainte thermique augmente avec la couche encrassante.

### I.2.9 Calcul du coefficient d'échange global en conditions propres et en conditions encrassées

Dans un échangeur classique constitué d'un fluide chaud et d'un fluide froid séparés par une paroi (Figure I.5), le transfert de chaleur du fluide chaud vers le fluide froid peut être décomposé comme suit :

- convection fluide chaud – paroi (coefficient d'échange convectif  $h_{ext}$  supposé constant)
- conduction à travers la paroi (de conductivité thermique  $\lambda$ , d'épaisseur  $e$ , et de surfaces externe et interne  $S_{ext}$  et  $S_{int}$ )
- convection paroi fluide froid (coefficient d'échange convectif  $h_{int}$  supposé constant)

Le flux de chaleur  $\phi_p$  transmis du fluide chaud au fluide froid s'écrit alors :

$$\phi_p = \frac{\Delta T}{\left( \frac{1}{h_{int} S_{int}} + \frac{e}{\lambda \bar{S}} + \frac{1}{h_{ext} S_{ext}} \right) S_{ext}} = (h_g)_p \cdot S_{ext} \cdot \Delta T \quad (I.13)$$

Où  $\Delta T$  est la différence moyenne de température entre les fluides chaud et froid.

Le coefficient d'échange global  $(h_g)_p$  en conditions propres rapporté à la surface extérieure est alors obtenu par :

$$\left( \frac{1}{h_g} \right)_p = \left( \frac{1}{h_{int} S_{int}} + \frac{e}{\lambda \bar{S}} + \frac{1}{h_{ext} S_{ext}} \right) S_{ext} = R_p \quad (I.14)$$

Ce coefficient d'échange global correspond à l'inverse d'une résistance thermique  $R_p$ .

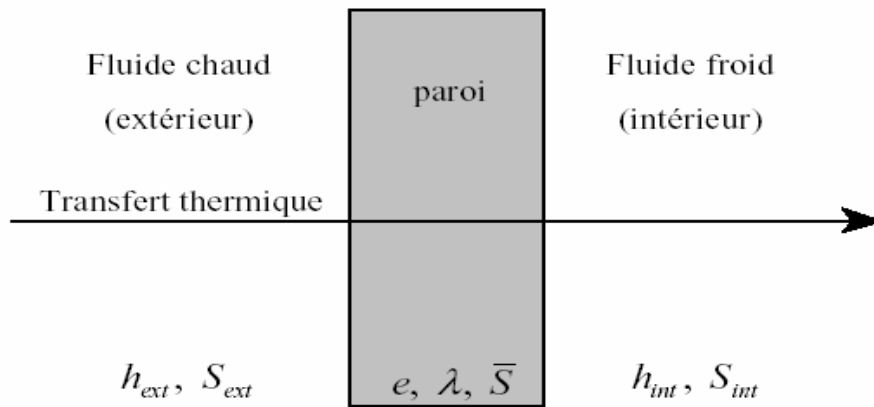


Figure I.5: Schématisation du problème

Au bout d'un certain temps de fonctionnement de l'échangeur, la paroi d'échange se recouvre d'un film d'encrassement. Ces dépôts ont une conductivité thermique faible et constituent des couches isolantes supplémentaires s'opposant à l'échange.

En considérant que le coefficient d'échange convectif  $(h_{ext})_p$  ne varie pas avec l'encrassement, le coefficient d'échange global  $(h_g)_d$ , ou en d'autres termes la conductance, en conditions encrassantes rapporté à la surface extérieure est alors obtenu par :

$$\left( \frac{1}{h_g} \right)_d = R_p + R_d = \left( \frac{1}{h_{int} S_{int}} + \frac{e}{\lambda \bar{S}} + \frac{1}{h_{ext} S_{ext}} \right) S_{ext} + R_d \quad (I.15)$$



En soustrayant les équations (I.14) et (I.15) il vient :

$$R_d = \left( \frac{1}{h_g} \right)_d - \left( \frac{1}{h_g} \right)_p \quad (\text{I.16})$$

Les effets de tels dépôts peuvent alors être déterminés en connaissant les valeurs de la résistance d'encrassement et du coefficient d'échange global  $(h_g)_p$ .

Dans le but de quantifier les effets de l'encrassement sur le transfert de chaleur, une approche alternative [Miller 1967] a été proposée. Elle consiste à définir un paramètre de dégradation des échanges «  $H$  » comme une fonction des coefficients d'échange globaux en conditions propres et en conditions encrassantes tel que:

$$H = \frac{(h_g)_d}{(h_g)_p} \quad (\text{I.17})$$

### I.3 Conséquences pratiques

Il existe actuellement dans l'industrie, différentes attitudes face aux problèmes d'encrassement des échangeurs. Pour certains, il s'agit d'un phénomène inévitable, que l'on compense par un surdimensionnement de l'échangeur, ou par la mise en place d'échangeurs supplémentaires pour éviter les phases d'arrêt des installations. Pour d'autres à l'inverse, il s'agit plus de recherche des méthodes de prévention en continu de l'encrassement.

Il n'est pas de parade idéale au problème de l'encrassement. L'attitude à adopter se détermine par des considérations techniques et économiques, mais dans tous les cas le projeteur et l'utilisateur doivent faire face au problème de l'encrassement, d'abord lors du dimensionnement de l'échangeur puis lors de son exploitation.

#### I.3.1 Dimensionnement d'un échangeur et encrassement

Le problème majeur est l'incapacité pour le projeteur de pouvoir prédire la valeur correcte des résistances d'encrassement. Celles-ci sont généralement fournies par l'utilisateur de l'échangeur, qui est guidé soit par sa propre expérience, soit par des valeurs empiriques extraites, par exemple, de tables TEMA [TEMA 1988].

Lors de la conception d'un échangeur de chaleur, il est nécessaire de connaître les valeurs des résistances d'encrassement dans les conditions d'utilisation souhaitées. Les valeurs de  $(h_g)_p$  et de  $(h_g)_d$  sont déterminées à partir de méthodes plus ou moins élaborées. Les résistances d'encrassement sont soit extraites de tables, soit issues de l'expérience même de l'utilisateur. Le Tableau I.2 rassemble des valeurs de résistances d'encrassement [Marner et Webb 1982] conseillées pour le dimensionnement des échangeurs sur fumées industrielles.

Ces valeurs font abstraction complète de l'influence des conditions de fonctionnement réelles et de la nature des surfaces d'échange :

- Alors que le processus d'encrassement est évidemment une fonction du temps, une valeur constante de la résistance d'encrassement est utilisée.
- Le fait qu'au temps  $t = 0$ , l'échangeur soit propre et qu'il fonctionne, par la suite, sous des conditions drastiques, est rarement pris en compte.
- Les tubes lisses ne subissent pas l'encrassement de la même façon que les tubes ailetés, pourtant la même valeur de la résistance d'encrassement leur est attribuée.
- Ces valeurs sont indépendantes des niveaux de températures de l'échangeur ainsi que des vitesses d'écoulement des fluides.

Tableau I.2: Valeurs des résistances d'encrassement conseillées pour le dimensionnement des échangeurs sur fumées industrielles [TEMA 1988]

Nature de l'effluent	Résistance d'encrassement ( $10^3 \text{m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$ )
<b>Gaz Propre</b>	
Gaz naturel	0,09 – 0,53
Propane	0,17 – 0,53
Butane	0,17 – 0,53
Turbine à gaz	0,17
<b>Gaz moyennement encrassant</b>	
Fuel n°2 (% soufre < 1 %)	0,35 – 0,70
Turbine à gaz	0,26
Moteur diesel	0,53
<b>Gaz fortement encrassant</b>	
Fuel n°6 (% soufre < 4 %)	0,53 – 1,23
Pétrole brut	0,70 – 2,64
Pétrole résiduel	0,90 – 3,52
charbon	0,90 – 8,80

Ainsi, la mauvaise connaissance de ces résistances conduit à un surdimensionnement des surfaces d'échange de l'échangeur par rapport à celui effectué en conditions propres.

L'affectation d'une valeur exagérément grande à la résistance d'encrassement ne garantit pas un temps plus long d'utilisation, bien au contraire. Dans la plupart des cas, cela peut même entraîner une détérioration plus rapide. De la même façon, la sous-estimation de la valeur de la résistance d'encrassement conduit à un trop faible échange thermique lorsque la surface est encrassée.

Le calcul d'un coefficient d'excès de surface  $C_s$  permet de vérifier que le surdimensionnement reste dans des limites acceptables :

- $C_s \cong 10$  % représente la valeur minimale de surdimensionnement pour la prise en compte de l'encrassement
- $15\% < C_s < 25\%$  représentent les valeurs usuelles pour un grand nombre de cas
- $30\% < C_s < 50\%$  représentent un surdimensionnement extrême à utiliser dans les cas sévères d'encrassement ou quand il y a risque de pénalités si l'échangeur ne réalise pas les performances escomptées.

Ce coefficient d'excès de surface est tel que :

$$C_s = \left( \frac{(h_g)_p}{(h_g)_d} - 1 \right) \cdot 100 \quad (\text{I.18})$$

En exprimant ce coefficient en fonction de la surface d'échange en conditions propres  $S_p$  et de la surface d'échange nécessaire en conditions encrassantes  $S_d$ , il vient :

$$\left( \frac{S_d}{S_p} - 1 \right) = (h_g)_p R_d \quad (\text{I.19})$$

Cette dernière équation est représentée graphiquement sur la Figure I.6, où l'on peut remarquer que l'influence de l'encrassement est d'autant plus important que le coefficient d'échange globale  $(h_g)_p$  est élevé.

Prenons l'exemple représenté sur la Figure I.6.

Pour une résistance d'encrassement  $R_d = 0,005 \text{ m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$  et pour un coefficient d'échange global en conditions propres  $(h_g)_p = 60 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ , le rapport de surface à prendre en compte

est de 1,3. Le coefficient d'excès de surface  $C_s$  est alors de 30 %. En aucun cas, ce coefficient ne doit excéder 50 %, sinon il faut envisager d'autres solutions pour pallier les conséquences de l'encrassement.

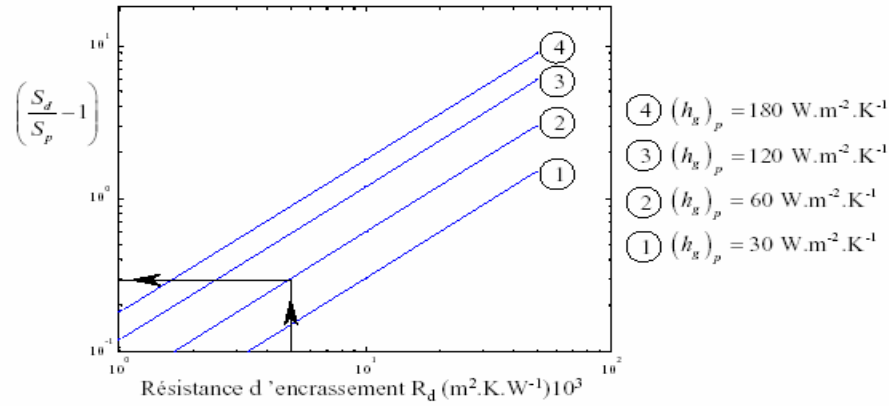


Figure I.6: Excès de surface d'échange en fonction de la résistance d'encrassement  $R_d$ <sup>3</sup>

### I.3.2 Fonctionnement de l'échangeur

Lorsque l'échangeur est construit puis mis en service, la surface d'échange est alors fixée. Si celui-ci fonctionne à charge constante, l'encrassement a pour effet d'augmenter le pincement suivant une relation de la forme :

$$\left(\frac{\Delta T_d}{\Delta T_p}\right) - 1 = (h_g)_p \cdot R_d \quad (\text{I.20})$$

De nombreux échangeurs fonctionnent avec une différence de température constante. Dans ces conditions, la diminution de la puissance due à l'encrassement s'exprime par la relation suivante :

$$1 - \left(\frac{P}{S}\right)_d / \left(\frac{P}{S}\right)_p = (h_g)_p \cdot R_d / \left(1 + (h_g)_p \cdot R_d\right) \quad (\text{I.21})$$

De la même façon, la perte de flux de chaleur due à l'encrassement au niveau de l'échangeur est représentée sur la Figure I.7.

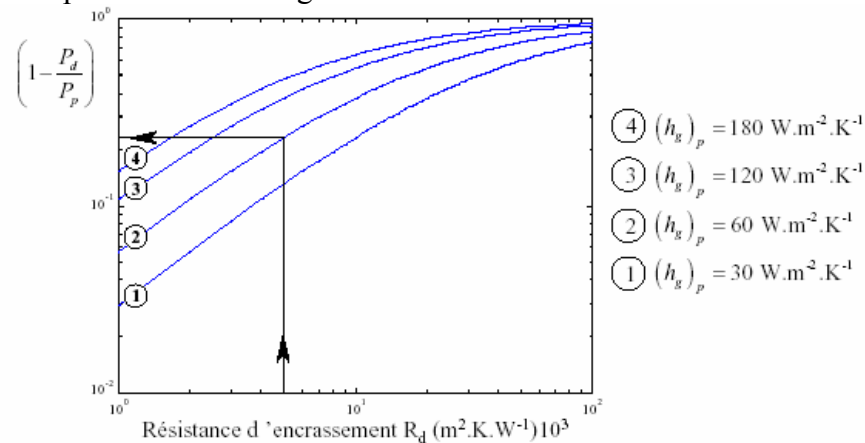


Figure I.7: Perte de flux de chaleur en fonction de la résistance d'encrassement  $R_d$ <sup>4</sup>

En reprenant l'exemple précédent on constate que le flux de chaleur va chuter d'environ 30% à cause de l'encrassement.

Le projeteur est donc face à un dilemme: il est confronté d'une part à des valeurs de résistances d'encrassement peu précises issues de tables, et, d'autre part à des modèles de dépôt sophistiqués mais peu exploitables.

<sup>3</sup> [Knudsen 1984]

<sup>4</sup> [Knudsen 1984]

### I.3.3 Prévention et maintenance

Face au problème de l'encrassement des échangeurs thermiques, pour lequel aucune solution miracle ne semble exister, il est néanmoins possible d'utiliser une ou plusieurs des nombreuses méthodes en vigueur [*Grillot et Icart 1997, Tech 1993*]. Le choix de l'une ou de plusieurs d'entre elles est conditionné par la nature de la surface d'échange et par le type d'encrassement auquel sera soumis l'échangeur.

#### I.3.3.1 Au moment de la conception de l'échangeur

Dans un premier temps, il faut choisir parmi les différents types d'échangeurs, leurs coûts, leurs encombrements et leurs niveaux de température et de pression, celui qui est le mieux adapté au problème posé. Dans ce choix, il ne faut pas négliger les échangeurs tels que ceux en graphite, en verre ou en plastique, qui possèdent des comportements avantageux vis-à-vis de certaines formes d'encrassement. Dans un second temps, il faut choisir des configurations et des modes de fonctionnement tels que la disparition des zones stagnantes, des points chauds ou froids, l'état des surfaces, l'optimisation des vitesses ou le choix des matériaux pour limiter au maximum les effets néfastes de l'encrassement. La prise en compte de techniques d'intensification des échanges thermiques par des actions simultanées sur les matériaux, ou sur l'hydrodynamique du système paraît essentielle lors de cette étape [*Luo et al. 2003*]. Pour finir, le choix de la résistance d'encrassement est primordial.

#### I.3.3.2 Au moment de la fabrication de l'échangeur et de sa mise en route

Dans cette phase, des précautions doivent être prises telle que la protection des surfaces d'échange de tout l'environnement favorisant le dépôt ou la corrosion. Lors de la mise en service de l'installation, compte-tenu de l'excès de surface attribuée pour tenir compte de l'encrassement, l'échangeur ne fonctionne pas dans des conditions optimales.

En effet, des vitesses de circulation plus lentes et des températures de surface plus importantes favorisent l'encrassement. Ainsi, des efforts doivent être faits au démarrage de l'installation pour atteindre les valeurs nominales de fonctionnement.

#### I.3.3.3 Au cours du fonctionnement de l'échangeur

Des opérations de maintenance et d'entretien sont utilisées pour prévenir la formation de dépôts encrassants dans l'échangeur. Elles permettent ainsi d'augmenter la durée de vie de l'appareil entre deux arrêts pour maintenance.

Suivant la nature de l'encrassement, différents procédés existent :

- Procédés mécaniques pour les liquides pour le nettoyage en continu de la surface interne d'échangeurs tubulaires : à boules, à ressorts, à brosses, etc...
- Procédés mécaniques pour des échangeurs fonctionnant avec des gaz encrassants tels que :
  - La projection de vapeur ou d'air comprimé,
  - Le nettoyage à l'eau,
  - Le grenailage,
  - Le soufflage acoustique,
  - Le nettoyage par chocs thermiques

En ce qui concerne les échangeurs à plaques, des systèmes analogues existent, toutefois, il est aussi possible d'utiliser : - des systèmes à inversion de débits, - des échangeurs à surface raclée, - un nettoyage par chocs thermiques.

De la même façon, des procédés mécaniques, chimiques, électriques ou magnétiques sont utilisés pour éviter ou minimiser les dépôts entartrants ou l'encrassement biologique.

Une autre solution consiste à introduire des filtres en amont des échangeurs.

### I.3.3.4 Au moment de l'arrêt de l'échangeur

Il est souvent nécessaire, malgré les procédés précédemment cités, de nettoyer complètement l'appareil. Le démontage de l'appareil permet des interventions comme le nettoyage mécanique où plusieurs techniques peuvent être mises en œuvre, le nettoyage hydraulique ou le nettoyage chimique.

### I.3.4 Aspect économique liés à l'encrassement

L'appréciation du coût supplémentaire que représente l'encrassement des échangeurs thermiques n'est pas facile à évaluer de manière directe [Sheikh *et al.* 2000]. Les différentes études réalisées sur le sujet [Bott 1992, Bott 1995, Goyhenetche 1991, Pritchard 1988] sont d'accord pour répartir les dépenses relatives à l'encrassement selon quatre grandes catégories :

- investissement supplémentaire en surface d'échange lors du dimensionnement (20%);
- coût de maintenance incluant les phases de nettoyage (18 %) ;
- non récupération d'énergie sur les effluents encrassants (41 %) ;
- coûts supplémentaires en énergie nécessités par l'encrassement pendant les phases de production (21 %).

#### I.3.4.1 Coûts liés à la conception de l'échangeur

Il s'agit surtout, dans cette phase, de surdimensionner les surfaces d'échange par l'affectation d'une valeur, le plus souvent empirique, de la résistance d'encrassement (cf paragraphe I.1.1). Dans de nombreux procédés industriels, l'utilisation d'échangeurs thermiques fonctionnant avec une efficacité continuellement proche d'une efficacité optimale est souvent requise. Dans ce cas, l'échangeur considéré est dupliqué. Ainsi, lorsque l'échangeur en place est encrassé, il est retiré de l'installation pour entretien, et remplacé par son duplicata. Le coût engendré par la nécessité d'avoir une réserve de répliques vient alors s'ajouter au surcoût lié au surdimensionnement des surfaces d'échange.

Le phénomène de corrosion est aussi pris en compte lors de la conception d'un échangeur. Un des moyens de le minimiser est d'utiliser des matériaux plus onéreux que l'acier, tel que le titane. Il faut donc s'attendre à ce que le coût d'un tel échangeur soit plusieurs fois plus élevé que celui d'un échangeur classique.

#### I.3.4.2 Coûts liés au fonctionnement de l'échangeur

Si le problème de l'encrassement n'est pas anticipé correctement lors de la phase de conception, des coûts supplémentaires dus aux arrêts intempestifs pour maintenance et entretien viennent s'ajouter. En effet, des arrêts non planifiés de l'installation peuvent mener à une perte complète de production qui représente à son tour un manque à gagner pour les industriels. Outre ces dépenses, les démontages et remontages répétés peuvent aboutir à une détérioration plus rapide du matériel, ainsi qu'à une réduction de la durée de vie des échangeurs.

L'encrassement des surfaces d'échange entraîne une perte d'énergie non négligeable due à la diminution du transfert de chaleur et à l'augmentation de la perte de charge. Généralement, cette perte d'énergie au niveau de l'échangeur doit être compensée par une utilisation accrue d'énergie primaire.

### I.3.4.3 Coûts liés à l'arrêt de l'installation

Le nettoyage des échangeurs thermiques entraîne des coûts de main d'œuvre supplémentaires et exige un équipement adéquat surtout si un traitement chimique est requis. Dans ce cas, un circuit complémentaire impliquant des pompes et des réservoirs peut être nécessaire. Les produits chimiques doivent être achetés et les effluents issus du processus de nettoyage doivent être traités. Les processus de nettoyage plus conventionnels, tels que la projection de vapeur ou d'air comprimé, ou la circulation de boules ou de ressorts dans l'installation, exigent des dépenses supplémentaires à celles liées à la main d'œuvre.

### I.4. Transferts de chaleur sous forme adimensionnelle

Lorsque le fluide est en écoulement forcé, l'écriture sous forme universelle des corrélations de convection fait intervenir 3 groupements adimensionnels:

- Le nombre de Nusselt qui représente le rapport entre les flux de chaleur transmis par convection et par conduction :

$$Nu = \frac{hL}{\lambda_{gaz}} = \frac{\Phi_{conv}}{\Phi_{cond}} \quad (I.22)$$

où  $L$  est la grandeur caractéristique du système,  $\lambda_{gaz}$  la conductivité thermique du gaz en présence et  $h$  le coefficient d'échange local ou global suivant les cas considérés.

- Le nombre de Reynolds qui traduit, d'une part, la compétition qui existe entre les forces d'inertie et de viscosité, et d'autre part, le type d'écoulement du fluide :

$$Re = \frac{Lu}{\nu} = \frac{\rho u L}{\mu} \quad (I.23)$$

où  $L$  et  $u$  représentent les longueur et vitesse caractéristiques de l'écoulement, et  $\rho$ ,  $\nu$ , et  $\mu$  représentent respectivement la masse volumique, la viscosité cinématique, et la viscosité dynamique du fluide.

- Le nombre de Prandtl qui caractérise l'importance relative des effets thermiques et visqueux d'un fluide dans un état donné :

$$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda} \quad (I.24)$$

Le coefficient de transfert de chaleur, traduit par le nombre de Nusselt, est généralement exprimé en fonction du nombre de Reynolds et du nombre de Prandtl :

$$Nu = f.(Re, Pr) \quad (I.25)$$

Quel que soit le régime d'écoulement, il existe, dans la littérature, une multitude de relations empiriques ou semi-empiriques permettant d'exprimer le nombre de Nusselt.

Le Tableau I.3 résume quelques relations exprimant le nombre de Nusselt global caractérisant l'écoulement d'un fluide en convection forcée interne pour des régimes d'écoulements turbulents.

Tableau I.3: Relations semi-empiriques exprimant le nombre de Nusselt global

Référence	Domaine de validité	$Nu$
[Dittus-Boelter 1930] Corrélation « A »	$L/D \geq 60$ $0,7 \leq Pr \leq 160$ $Re_D \geq 10^4$	$Nu_D = 0,023 Re_D^{4/5} \cdot Pr^n$ $n = 0,4$ fluide chauffé $n = 0,3$ fluide refroidi
[Sider et Tale 1936] Corrélation « B »	$L/D \geq 60$ $0,7 \leq Pr \leq 1670$ $Re_D \geq 10^4$	$Nu_D = 0,027 Re_D^{4/5} Pr^{1/3} \left[ \frac{\mu_{T_{moyenne}}}{\mu_{T_{paroi}}} \right]$
[Petukhov 1970] Corrélation « C »	$0,5 \leq Pr \leq 2000$ $10^4 \leq Re_D \leq 5 \times 10^6$	$Nu_D = \frac{(f/8) Re_D Pr}{1,07 + 12,7(f/8)^{1/2} (Pr^{1/3} - 1)}$ $f = (1,82 \log_{10} Re_D - 1,64)^{-2}$
[Gnielinski 1976] Corrélation « D »	$1,5 \leq Pr \leq 500$ $3 \times 10^3 \leq Re_D \leq 10^6$	$Nu_D = 0,012 (Re_D^{0,87} - 280) Pr^{0,4}$

## I.5 Conclusion

Ce premier chapitre constitue une étude bibliographique assez générale mais non exhaustive sur les différents types et mécanismes d'encrassement. Il met en évidence que la perspective de l'encrassement des surfaces d'échange est un frein non négligeable à la récupération d'énergie. Par le biais de notions sur le dimensionnement, l'évaluation de l'énergie récupérable et la conduite économique des échangeurs, il montre que les informations nécessaires aux choix de ces éléments sont peu nombreuses et relèvent souvent d'un certain empirisme lié à un savoir-faire.

Face à la problématique compliquée devant laquelle nous nous trouvons, il convient de restreindre cette étude à un cas particulier que constitue l'encrassement par réaction chimique des échangeurs de chaleur à plaque en utilisant le lait comme fluide de travail.

## **Chapitre II**

### **Analyse Bibliographique**



---

---

## II.1 Revue bibliographique sur l'encrassement par le lait

### II.1.1 Introduction

Au cours de leur transformation, les produits alimentaires subissent pratiquement toujours un traitement thermique dont le principe repose le plus souvent sur un transfert de chaleur au travers d'interfaces liquide-solide (cas des échangeurs de chaleur à chauffage indirect tubulaire, à plaques, spirales, à surface raclée, ...) afin de présenter des qualités organoleptiques bien ciblées et les plus constantes possibles. Parallèlement, il est indispensable d'assurer la sécurité microbiologique du produit.

Ces interfaces sont le lieu privilégié de réactions entre le matériau solide et les constituants du produit traité, ou entre les constituants eux-mêmes. Le résultat global est souvent un encrassement de la surface d'échange qui diminue les performances du matériel en opposant une résistance supplémentaire au transfert de chaleur [Burton 1968] et en augmentant les pertes de charges [Lalande et al. 1981]. En outre, il rend souvent plus difficiles et plus longues les opérations de nettoyage. Tous ces facteurs concourent à augmenter le coût de fonctionnement de l'installation.

Ces inconvénients ont justifié les études menées depuis de nombreuses années sur l'encrassement et sur les moyens de le limiter. Les revues bibliographiques de Burton [Burton 1968] et de Lund et Bixby [Lund et Bixby 1975] font le point complet de ces travaux dans le domaine laitier où l'influence de divers paramètres relatifs à la matière première lait, ou aux conditions de l'échange thermique a été mise en évidence.

Les équipementiers et les fabricants de produits alimentaires cherchent par conséquent à définir des procédés fournissant le produit visé dans des conditions économiques raisonnable tout en prenant en compte les modifications physiques, biochimiques, biologiques...etc. des matières premières ainsi que les phénomènes d'encrassement qui limitent les performances des appareils

Cependant, les études sur un matériel industriel (comme celles de Lyster [Lyster 1965] sur un échangeur à plaques pour traitement à ultra haute température, de Rota et Bottazzi [Rota et Bottazzi 1978], de Corrieu et Lalande [Corrieu et Lalande 1978] et de Lalande et al. [Lalande et al. 1981]), s'avèrent difficiles: possibilités limitées de variations des conditions de traitement, variabilité des caractéristiques des produits traités, nécessité de disposer de quantités importantes de matière première, répartition hétérogène de l'encrassement, lourdeur de manipulation du matériel et difficultés d'interprétation de mesures souvent globales. Des études ont été également menées sur des matériels de laboratoire (Burton [Burton 1961, 1965]; Bixby [Bixby 1974]; Lund et Bixby [Lund et Bixby 1975]; Thom [Thom 1975], Ling et Lund [Ling et Lund 1978]; Meyer et al. [Meyer et al. 1981]), dans des conditions expérimentales bien connues mais avec soit une absence de circulation, soit une recirculation du fluide encrassant.

D'une façon générale, l'ensemble des résultats acquis jusqu'à ces dernières années portait sur l'encrassement macroscopique. Or, les travaux exposés lors d'une manifestation sur le thème « Fundamentals and applications of surface phenomena associated with fouling and cleaning in food processing » (Suède, 1981), et parmi eux la revue bibliographique de Lund et Sandu [Lund et Sandu 1981], soulignent que seule l'acquisition de connaissances nouvelles sur les premières phases de l'encrassement paraît désormais en mesure de contribuer à la lutte contre celui-ci. Pour ce faire, la mise en œuvre de méthodes de caractérisation des surfaces et d'études des phénomènes se produisant à l'interface solide-liquide est nécessaire (Ivarsson et al. [Ivarsson et al. 1981]; Hegg et Larsson [Hegg et Larsson 1981]; Baier [Baier 1981]). Très fréquemment, ces méthodes ne s'appliquent qu'à des surfaces planes.

---

---

Compte tenu de l'impact économique de l'encrassement des échangeurs de chaleur dans le secteur du lait, il n'est pas surprenant qu'il existe une quantité considérable de la littérature disponible sur la modélisation du processus de l'encrassement. Il semble y avoir un accord que la dénaturation thermique des protéines de lactosérum  $\beta$ -lactoglobuline joue un rôle majeur dans le processus d'encrassement, certainement lorsque la température est inférieure à 90 ° C (De Jong [De Jong 1997] et Visser et al. [Visser et al. 1997]). Pour le lait liquide, Macchietto et Georgiadis [Macchietto et Georgiadis 2000] a présenté un modèle mathématique complexe pour les échangeurs de chaleur à plaque avec des arrangements de plaques parallèles pour la circulation du lait soumis à l'encrassement.

### II.1.2 Modèles et mécanismes d'encrassement par le lait

Pour le cas du lait, l'encrassement est provoqué par les réactions chimiques causées par les changements qui proviennent des transformations des protéines du lait sous l'effet de la température. Plusieurs auteurs se sont concentrés sur la cinétique de ces réactions.

D'après les travaux de recherche, l'encrassement est de nature très complexe. Ce phénomène ne peut pas être éliminé, mais essayer de le réduire reste toujours possible. C'est le cas de Fryer et Paterson [Fryer et al. 1993].

Le paramètre important dans le processus d'encrassement est la formation d'un dépôt de protéine de  $\beta$ -lactoglobuline ( $\beta$ lg). L'approche de De Jong et al. [De Jong et al. 1992] ainsi que Toyoda et al. [Toyoda et al. 1994] est basée sur la modélisation des réactions chimiques et microbiologiques. Le traitement thermique du lait interprète l'échangeur comme un réacteur chimique et les constituants du lait comme des réactifs.

Les constituants les plus importants provoquant des changements dans les protéines du lait [Toyoda et al. 1994] sont :

- $\beta$ -lactoglobuline qui représente presque 50% des changements thermiques induits que subit le lait.
- $\alpha$ -lactoalbumine qui représente près de 20% des protéines du lait, elle est riche en sulfure de caséine.

Quand le lait est chauffé à près de 65 C, la  $\beta$ -lactoglobuline devient instable thermiquement et il y a dénaturation des molécules exposant les groupements sulfhydriques réactifs et les polymérisent irréversiblement pour donner des particules insolubles dans les agrégations.

### II.1.3 Encrassement par réaction chimique

#### II.1.3.1 Mécanismes essentiels

On rencontre ce type d'encrassement quand une réaction chimique se produit près d'une surface d'échange de chaleur et que les produits solides de la réaction s'y déposent. Cette réaction est souvent une polymérisation et il en résulte la formation d'un dépôt de substances de haut poids moléculaire. Les exemples les plus fréquents se rencontrent dans les secteurs pétrochimique et alimentaire.

Les vitesses de réaction chimique dépendent fortement de la température, de la pression, de la concentration et de la présence d'éléments catalyseurs mais la vitesse globale du mécanisme de dépôt peut aussi dépendre de la dynamique des phénomènes de surface et de transfert.

Dans ces conditions, les paramètres suivants peuvent influencer ce type d'encrassement :

- La vitesse du fluide
- La pression

- La température moyenne du fluide et la température de surface
- La composition : à côté du constituant principale, les constituants secondaires même à l'état de traces, en particuliers, les oléfines, l'oxygène moléculaire et l'air, les composés oxygènes soufrés et azotés, les sels inorganiques, l'eau, les impuretés métalliques libres, les complexes organométalliques dissous, les produits de corrosion.
- L'état de surface du métal et du dépôt ainsi que la géométrie de l'écoulement qui affectent les distributions de vitesses, de températures et de concentrations près de la surface

Il faut d'autres part tenir compte d'une vaporisation éventuelle qui conduit souvent à de très forts degrés d'encrassement.

L'aspect physique des dépôts dépend de la température ; quand celle-ci est faible les dépôts sont pulvérulents et donc plus facilement réentraînés ; au contraire à plus forte température les dépôts sont durs et de croissance linéaire en fonction du temps.

### II.1.3.2 Points caractéristiques

Epstein [Epstein 1981, 1987] souligne les caractéristiques généraux suivants :

#### A- En ce qui concerne la cinétique chimique

1- La réaction principale est une polymérisation par auto-oxydation qui se propage comme une réaction en chaîne à radicaux libres ou l'oxygènes moléculaires joue un rôle prépondérant.

2- La vitesse d'encrassement augmente avec la température de surface selon une loi du type Arrhenius

$$k_R = k_{R_\infty} e^{-E/R.T_{f/d}} \quad (\text{II.1})$$

Où  $k_R$  est la constante de réaction

$E$  l'énergie d'activation (de 20 à 185 kJ/mole)

$R$  la constante universelle des gaz

$T_{f/d}$  la température à l'interface fluide/dépôt

Une variation brutale de la pente des courbes d'Arrhénius traduit habituellement une modification des réactions chimiques dominantes

3- Les vitesses d'encrassement augmentent d'une façon marquée avec la teneur en oxygène ou en air dissous.

En s'est référée à un modèle d'encrassement 2D présenté par Georgiadis et Macchietto [Macchietto et Georgiadis 2000] pour présenter le schéma réactionnel produit durant la formation de l'encrassement par le lait. Toutefois, De Jong et al. [De Jong et al. 1992], et Toyoda et Fryer's [Toyoda et Fryer's 1997] sont également invoqués, car ils mettent en évidence la formulation des réactions chimiques qui donnent lieu à des dépôts et de la mécanique des fluides associés au Transfert de chaleur et de matière.

Si l'on suppose que la surface de la plaque est plane et lisse (Figure II.1),

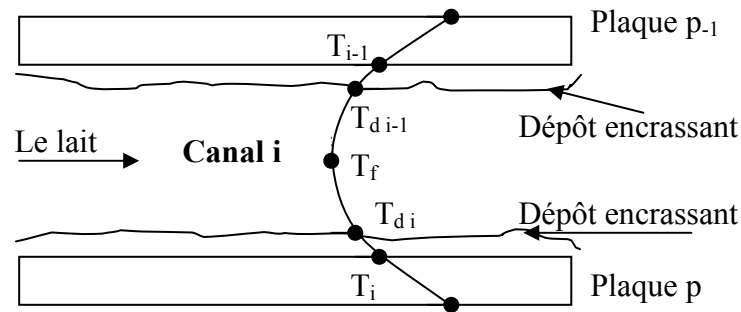


Figure II.1. La distribution des plaques, du fluide, du dépôt et de la température dans le canal<sup>1</sup>

Les hypothèses suivantes pour les bilans de matière sont considérées du point de vue de la modélisation de Macchietto et Georgiadis [Macchietto et Georgiadis 2000]:

- La variation des propriétés physiques du lait avec la température est négligée
- Pas de diffusion de matière à considérer dans la direction axiale.

Le schéma de réaction proposé (Figure II.2) est décrit par Georgiadis et Macchietto [Macchietto et Georgiadis 2000] et par Toyoda et Fryer [Toyoda et Fryer's 1994] est donnée comme suit:

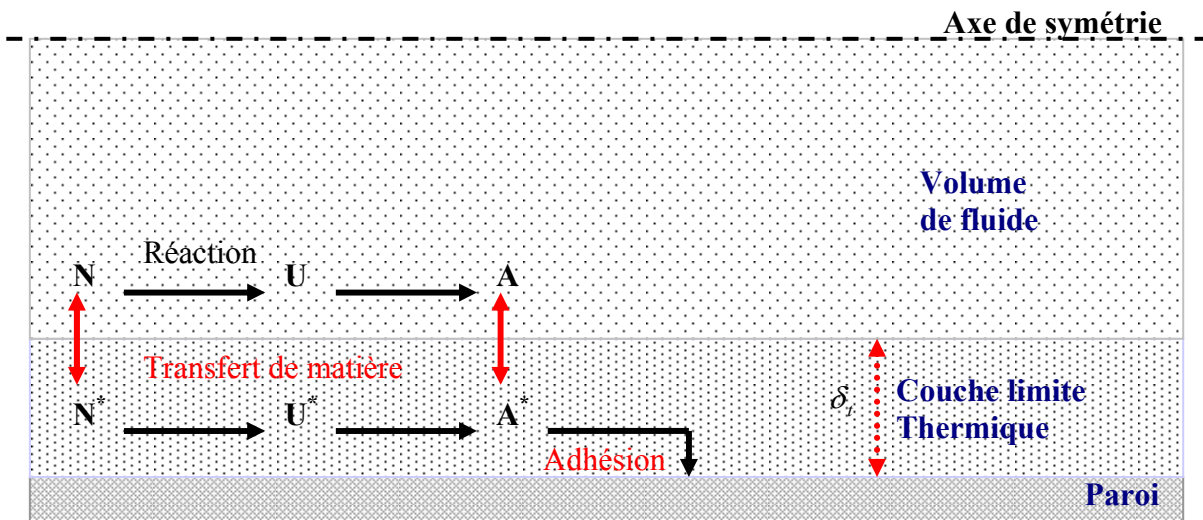


Figure II.2 : Modèle de réactions des protéines du lait

### Description du schéma

- 1- Les protéines réagissent dans le volume du fluide et aussi dans la couche limite du lait. Les protéines natives (N) transformées en protéines dénaturées (U), qui réagissent dans une réaction de premier ordre pour donner des protéines agrégats (A).
- 2- Un transfert de masse entre le volume du fluide et la couche limite thermique a lieu pour chaque protéine.
- 3- Seulement les protéines agrégées (A) sont déposées sur la paroi. Le taux de déposition est proportionnel à la concentration de la protéine agrégée dans la couche limite thermique.
- 4- La résistance d'encrassement est proportionnelle à l'épaisseur du dépôt.

<sup>1</sup> [Nema et Datta 2006]

➤ Le principe du schéma réactionnel est le suivant :

i). Les bilans de matières de protéines dans le volume du fluide :

▪ Les protéines Natives:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_{Ni}}{\partial t} + u \frac{\partial C_{Ni}}{\partial x} + v \frac{\partial C_{Ni}}{\partial y} = & -k_{N0} \exp\left(\frac{-E_N}{RT_i}\right) C_{Ni} + \frac{\partial}{\partial x} \left( D_N \frac{\partial C_{Ni}}{\partial x} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_N \frac{\partial C_{Ni}}{\partial y} \right) - \frac{k_{mN}}{\delta_T} (C_{Ni} - C_{Np}^*) \end{aligned} \quad (II.2)$$

▪ Les protéines Dénaturées:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_{Ui}}{\partial t} + u \frac{\partial C_{Ui}}{\partial x} + v \frac{\partial C_{Ui}}{\partial y} = & k_{N0} \exp\left(\frac{-E_N}{RT_i}\right) C_{Ni} - k_{U0} \exp\left(\frac{-E_U}{RT_i}\right) C_{Ui}^2 \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left( D_U \frac{\partial C_{Ui}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_U \frac{\partial C_{Ui}}{\partial y} \right) - \frac{k_{mU}}{\delta_T} (C_{Ui} - C_{Up}^*) \end{aligned} \quad (II.3)$$

▪ Les protéines Agrégats:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_{Ai}}{\partial t} + u \frac{\partial C_{Ai}}{\partial x} + v \frac{\partial C_{Ai}}{\partial y} = & k_{U0} \exp\left(\frac{-E_U}{RT_i}\right) C_{Ui}^2 + \frac{\partial}{\partial x} \left( D_A \frac{\partial C_{Ni}}{\partial x} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_A \frac{\partial C_{Ni}}{\partial y} \right) - \frac{k_{mA}}{\delta_T} (C_{Ai} - C_{Ap}^*) \end{aligned} \quad (II.4)$$

ii). Les bilans matières des protéines dans la couche limite thermique de surface de la plaque :

▪ Les protéines Natives:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_{Np}^*}{\partial t} + u \frac{\partial C_{Np}^*}{\partial x} + v \frac{\partial C_{Np}^*}{\partial y} = & -k_{N0} \exp\left(\frac{-E_N}{RT_p}\right) C_{Np}^* + \frac{\partial}{\partial x} \left( D_N \frac{\partial C_{Np}^*}{\partial x} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_N \frac{\partial C_{Np}^*}{\partial y} \right) - \frac{k_{mN}}{\delta_T} (C_{Np}^* - C_{Ni}) \end{aligned} \quad (II.5)$$

▪ Les protéines Dénaturées:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_{Up}^*}{\partial t} + u \frac{\partial C_{Up}^*}{\partial x} + v \frac{\partial C_{Up}^*}{\partial y} = & k_{N0} \exp\left(\frac{-E_N}{RT_p}\right) C_{Np}^* - k_{U0} \exp\left(\frac{-E_U}{RT_j}\right) C_{Up}^{*2} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left( D_U \frac{\partial C_{Up}^*}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_U \frac{\partial C_{Up}^*}{\partial y} \right) - \frac{k_{mU}}{\delta_T} (C_{Up}^* - C_{Ui}) \end{aligned} \quad (II.6)$$

▪ Les protéines Agrégats:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_{Ap}^*}{\partial t} + u \frac{\partial C_{Ap}^*}{\partial x} + v \frac{\partial C_{Ap}^*}{\partial y} = & k_{U0} \exp\left(\frac{-E_U}{RT_p}\right) C_{Up}^2 + \frac{\partial}{\partial x} \left( D_A \frac{\partial C_{Ap}^*}{\partial x} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_A \frac{\partial C_{Ap}^*}{\partial y} \right) - \frac{k_{mA}}{\delta_T} (C_{Ap}^* - C_{Ai}) - \frac{k_w}{\delta_T} C_{Ap}^* \end{aligned} \quad (II.7)$$

▪ La déposition des protéines:

$$\frac{\partial C_{Dp}^*}{\partial t} = \frac{k_w}{\delta_T} C_{Ap}^* \quad (II.8)$$

On note par :

«N» la protéine native (Native protein), «U» la protéine dénaturée (Unfolded protein), «A» la protéine agrégat (Aggregated protein) et «D» la déposition des protéines.

$C_{Ni}$ ,  $C_{Ui}$ , et  $C_{Ai}$  sont les concentrations des protéines dans le volume de fluide dans le canal  $i$ ,  $C_{Np}^*$ ,  $C_{Up}^*$  et  $C_{Ap}^*$  sont les concentration des protéines dans la couche limite thermique de la plaque  $p$ ,  $C_{Dp}^*$  est la concentration de la protéine déposé sur la surface de la plaque  $p$ ,  $\delta_T$  est l'épaisseur de la couche thermique,  $D_N$ ,  $D_U$ , et  $D_A$  sont les coefficients de diffusion,  $E_N$  et  $E_U$  sont les énergies d'activation,  $k_{mN}$ ,  $k_{mU}$  et  $k_{mA}$  sont les coefficients de transfert de masse de protéines,  $R$  est la constante des gaz.

Le taux de déposition est lié à la concentration des protéines agrégées dans la couche de paroi par le coefficient de transfert de masse (la constante de taux de réaction à la paroi)  $k_W$ .

Le taux de disparition et de formation de  $\beta$ -lactoglobuline est donnée par le modèle de Georgiadis, Rotstein, et Macchietto [Georgiadis, Rotstein et Macchietto 1998].

$$\begin{aligned}
 -r_N &= \frac{dC_N}{dt} = k_U \cdot C_N \\
 r_U &= \frac{dC_U}{dt} = k_U \cdot C_N - k_A \cdot C_U^2 \\
 r_A &= \frac{dC_A}{dt} = k_A \cdot C_U^2
 \end{aligned}
 \tag{II.9}$$

Avec :  $r_A$  : Taux de  $\beta$ -lactoglobuline total (A)

$r_U$  : Taux de  $\beta$ -lactoglobuline déployé (U)

$r_N$  : Taux de  $\beta$ -lactoglobuline original (N)

$C$  : La concentration ( $\text{kg/m}^3$ )

Les valeurs des paramètres d'Arrhenius sont déterminées par De Jong [De Jong 1996], donnés dans le tableau suivant:

**Tableau II.1 : Les paramètres cinétiques pour les schémas des réactions**

Réaction	T (C°)	$E_A$ (Kj/mol)	Ln ( $k_0$ )
Ségrégation	69,85-89,85	261,4	86,41
Agrégation	69,85-89,85	288,5+5,7	91,32+1,92
	89,85-149,85	54,7+0,5	13,99+0,15
Encrassement	84,85-114,85	45,1+4,5	-0,82+1,45

Le Processus d'encrassement est vérifié par les résultats de courbes expérimentales, donnant une réaction de l'ordre de 1,2 [De Jong 1996].

Les courbes expérimentales donnent pour le cas du lait un ordre de réaction de  $n=1.2$ , d'ou :

$$r_f = \frac{dC_F}{dt} = k_F \cdot C_U^{1.2}
 \tag{II.10}$$

L'épaisseur de la couche encrassante est formée après un temps de traitement du procédé autour de 100 s ou la température rapportée jusqu'à la température de l'UHT. A la fin du Processus (après 12 h de fonctionnement) la masse totale déposée est environ de 38g [Grijnspeerd et al. 2004]

La densité de la couche encrassante est une des quantités les plus importantes dans le calcul de la résistance d'encrassement. Elle n'est pas le seul paramètre pour calculer le taux de masse enlevé mais le calcul de l'épaisseur de la couche est aussi un paramètre important.

### B - En ce qui concerne l'effet de la vitesse du fluide

On s'accorde en générale à reconnaître que la vitesse d'encrassement diminue quand la vitesse moyenne  $\bar{U}$  du fluide augmente et on peut citer à titre d'exemple le résultat suivant obtenue par Watkinson et Epstein [Watkinson et Epstein 1969] qui indiquent que, pour un échangeur de chaleur réchauffant du gas-oil à flux de chaleur constant, la vitesse initiale de formation des dépôts est proportionnelle à :

$$\exp(-E/R_g T_{si}) / \bar{U}^{1.07} \quad (\text{II.11})$$

Avec  $T_{si}$  est la température initiale de la surface ( $419^\circ K < T_{si} < 478^\circ K$ ) et  $E = 121 \text{ kg / mole}$

#### II.1.3.3 Action de prévention - Remèdes

Il est peu probable d'arriver à éliminer complètement ce type d'encrassement, par contre, certaines actions peuvent être entreprises pour le minimiser :

- Eliminer les sels et les produits non organiques, l'oxygène, l'air, les composés soufrés et azotés, les hydrocarbures non saturés ;
- Eliminer les matériaux particuliers ;
- Prévenir la corrosion à l'aide d'inhibiteur ;
- Prévenir l'encrassement organique à l'aide d'antioxydants, d'agents désactivateurs du métal et autres anti-encrassants ;
- Contrôler les paramètres organiques en minimisant les températures de surface, en utilisant de fortes vitesses de circulation et en surveillant les températures et les pressions pour éviter la vaporisation du produit transporté.

Les remèdes utilisés sont habituels :

- Méthode purement mécanique,
- Méthode hydrodynamique (jet de liquide à grand vitesse avec ou sans matériaux abrasifs),
- Méthode chimique.

La couche encrassante n'est pas homogène. Dans la plupart des cas, 4 couches sont produites tel qu'illustré sur la Figure II.3 [Bohnet 2003].

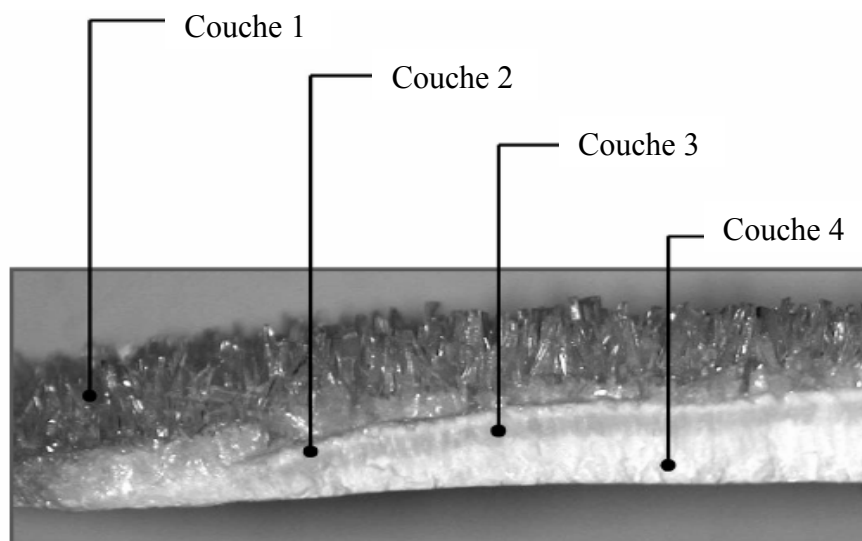


Figure II.3 : Les différentes couches d'encrassement

### II.1.4 Paramètres physico-chimiques du lait

Le lait est un mélange complexe constitué à 90% d'eau et qui comprend du sucre, des protéines solubles, des minéraux et des vitamines hydrosolubles.

Le pH du lait est proche de la neutralité, varie entre 6,6 et 6,8.

Les propriétés physiques et thermique du lait et celles du dépôt encrassant utilisées dans notre étude sont : la masse volumique ( $\rho$ ), la viscosité dynamique ( $\mu$ ), la conductivité thermique ( $\lambda$ ) et la chaleur spécifique ( $C_p$ ).

Les lois de variations de ces grandeurs en fonction de la température sont données dans le Tableau II.2. Elles sont tirées directement des travaux de Nema et Datta [*Nema et Datta 2005*] pour le lait et celles de Georgiadis et al. [*Georgiadis et al. 1998*]. La température est donnée en degré Celcius.

**Tableau II.2 Paramètres physico-chimique du lait**

Paramètres	Valeurs calculée	Source
Viscosité du lait [Pas]	$\mu = (-0.00445 \times T + 0.947) \times 10^{-3}$	Sahoo (2001)
Conductivité thermique du lait [W/m K]	$\lambda = 0.00133 \times T + 0.539911$	Sahoo (2001)
Densité du lait [kg/m <sup>3</sup> ]	$\rho = 1033.7 - 0.2308 \times T - 0.00246 \times T^2$	Sahoo (2001)
Chaleur spécifique du lait [J/kg K]	$C_p = 2.976 \times T + 3692$	Bertsch (1982)
Chaleur spécifique du lait écrémé [J/kg K]	$C_p = 2.814 \times T + 3824$	Bertsch (1982)
Densité du dépôt du lait [kg/m <sup>3</sup> ]	$\rho = 1030$	<i>Georgiadis et al (1998)</i>



---

---

## II.2 Recherche bibliographique sur l'encrassement et les écoulements turbulents en présence d'un milieu poreux

### II.2.1 L'encrassement dans les échangeurs de chaleur

En se référant aux travaux de Forster et Bohnet [*Forster et Bohnet 1999*], la formation de l'encrassement passe par deux périodes importantes :

- Une période d'induction ou d'initiation et une période de formation de l'encrassement.

Le but est d'essayer de prolonger cette phase initiale le temps le plus long possible. A cet effet, ils ont développé un modèle de calcul en prenant toutes les étapes pour la formation de l'encrassement et en premier la phase d'induction. Cette phase importante qui dépend de la fréquence de formation des germes et des forces d'adhésion entre la couche cristalline et la surface d'échange. Les deux mécanismes de dépôt et d'enlèvement dépendent de l'énergie interfaciale entre la couche cristalline et la surface de transfert. Dans de nombreuses applications industrielles, la seule possibilité pour agir sur cette énergie interfaciale consiste à modifier les caractéristiques énergétiques de la surface d'échange. L'analyse faite sur le comportement de la surface d'échange lors d'une expérience d'encrassement avec une solution aqueuse de CaSO<sub>4</sub>, en utilisant de nouveaux matériaux de surface, tel que le diamond-like-carbon (DLC), permet de prolonger la phase d'induction.

L'encrassement du lait est le sujet d'études depuis plusieurs années. La composition de ce dépôt et les changements chimiques est assez connue. Lalande et al. [*Lalande et al. 1985*] sont les premiers à montrer que la composante clé provoquant l'encrassement dans le lait sont les protéines et spécialement le  $\beta$ -lactoglobuline ( $\beta$ lg), ils ont étudié l'effet de la dénaturation du  $\beta$ -lactoglobuline dans l'encrassement du lait après avoir atteint la température de 90 °C. Ils ont démontré que la dénaturation thermique de cette protéine gouverne la formation du dépôt sur les surfaces d'échange de chaleur.

De Jong et al. [*De Jong et al. 1992*] appliquent la cinétique des réactions du  $\beta$ -lactoglobuline et analyse l'encrassement dans les échangeurs à plaques et font des corrélations du taux de réactions des protéines sur la quantité du dépôt.

Petermeier et al. [*Petermeier et al. 2001*] ont étudié la formation de l'encrassement dans l'industrie laitière. Ils ont confirmé de nouveau que le paramètre important provoquant l'encrassement dans le lait est la formation d'un dépôt de protéine dominé par la déposition de  $\beta$ -lactoglobuline ( $\beta$ lg). Ils ont étudié et modélisé avec la méthode des volumes finis, en utilisant l'algorithme de simplifier avec un schéma hybride, les réactions chimiques et microbiologiques en calculant les taux des réactions des constituants du lait. Ce modèle est reporté par Georgiadis, Rotstein et Macchietto [*Georgiadis et al. 1998*]. Leurs approches concernent l'estimation du taux de déposition, en particulier l'influence de l'interaction entre les protéides du lait et le calcium.

Un nombre d'auteurs ont modélisé l'encrassement du lait dans l'échangeur à plaques (PHE) basé sur une simple représentation du Processus hydrodynamique. En effet, Delaplace et al. [*Delaplace et al. 1994*] ont réalisé un montage expérimental d'un échangeur de chaleur à plaque (PHE) avec un écoulement complexe et une disposition consistant 13 plaques. Le coefficient total de transfert de la chaleur et la chute de pression sont mesurés en fonction du temps. Basé sur le régime instationnaire dans la simulation, le profil de température pour chaque canal est déterminé. Ces profils permettent d'expliquer l'irrégularité du dépôt.

Delaplace et Leuliet [*Delaplace et Leuliet 1995*] ont étudié l'encrassement par le lait pour des échangeurs de chaleur à plaques (PHEs). Ils ont mesuré le coefficient du transfert et la masse sèche du dépôt. Ils ont développé un modèle empirique qui prédit le dépôt de masse sèche dans chaque plaque en calculant la dénaturation des protéines de  $\beta$ -lactoglobuline au cours du traitement thermique.

Delaplace, Leuliet et Bott [Delaplace, Leuliet et Bott 1995] ont proposé deux modèles empiriques pour prédire le dépôt de masse dans chaque plaque, ces modèles sont basés sur un profil de température donné et sur la cinétique des protéines pour un cas stationnaire.

Belmar-Being, Gotham, Peterson et Fryer [Fryer et al. 1993] se sont intéressés à l'effet de la température du fluide et du nombre de Reynolds sur la formation des protéines encrassantes. Réduire les effets de l'encrassement revient à réduire sa résistance. De là, David Butterworth [David Butterworth 2002] avait proposé une méthode analytique qui traite l'influence de la vitesse d'écoulement et de la température sur la formation de la couche encrassante. Il a par la suite développé une approche pour la conception des échangeurs de chaleur. Il utilise le modèle d'Ebert-Panchal [Ebert-Panchal 1995] exprimé par :

$$\frac{dR}{dt} = \alpha \cdot \text{Re}^{-0.88} \exp\left(-\frac{E}{R \cdot T_{film}}\right) - \gamma \cdot \tau_p \quad (\text{II.12})$$

Les constantes  $\alpha$  et  $\gamma$  du modèle sont déterminés par voie expérimentale.

$\tau_p$  étant la contrainte de cisaillement.

D'après le modèle d'Ebert-Panchal [Ebert-Panchal 1995], il peut y avoir des conditions pour assurer la non croissance de l'encrassement en posant :

$$dR / dt = 0 \quad (\text{II.13})$$

On obtient pour une température donnée, la limite supérieure de la vitesse d'écoulement optimale correspondant à l'initiation de l'encrassement, donnée comme suite :

$$U_T = \left[ \frac{\alpha \cdot \exp\left(-\frac{E}{R \cdot T_{film}}\right)}{0.0396 \cdot \gamma \cdot \rho \left(\frac{\rho \cdot D}{\mu}\right)^{0.63}} \right]^{0.38} \quad (\text{II.14})$$

Fryer et al. [Fryer et al. 1996] avaient développé un modèle statique de l'encrassement d'un échangeur à plaque où un nombre de facteurs seront quantifiées, ceci inclut le taux de réaction de  $\beta$ -lactoglobuline dans le processus de l'ultra haute température (UHT).

En se basant sur la détection du flux de chaleur, Davies et al. [Davies et al. 1997] se sont intéressés à la résistance thermique du dépôt sous les conditions d'ultra haute température.

Toyoda et Fryer [Toyoda et Fryer 1997] avaient présenté le modèle d'encrassement qui tient en compte le transfert de masse entre le volume du fluide et la couche encrassante. Ce travail a été suivi par le développement d'un modèle dynamique détaillé d'un échangeur de chaleur tubulaire sous conditions d'encrassement du lait ([Gerogiadis et al. 1998a]).

Sandu et Lund [Sandu et Lund 1982] avaient développé un modèle général sur la dynamique de l'encrassement pour un simple cas de l'inverse de solubilité du sel. Ils ont supposé que le dépôt est totalement contrôlé par le transfert de masse.

Sandu [Sandu 1989] avait présenté un travail considérable sur l'encrassement du lait dans un échangeur à plaques. Il avait développé un modèle physico-mathématique où la cinétique et la dynamique de l'encrassement sont basées sur des résultats expérimentaux.

Pour un échangeur de chaleur compact, Hesselgreaves [Hesselgreaves 2002] propose des approches analytiques et des critères pour déterminer le facteur d'encrassement.

#### **Critère sur les performances thermiques:**

La limite supérieure d'encrassement à la surface d'un échangeur compact atteint les 10%.

En appliquant cette approche à la résistance d'encrassement  $R_{f,h}$ , on peut écrire :

$$R_{f,h} \leq \frac{0.1}{U_0} \quad (\text{II.15})$$

Cela signifie qu'il y a une perte des performances thermiques de 10% par rapport aux conditions propres. En considérant de l'eau comme fluide de travail, la formation du calcaire avec un coefficient totale de transfert de  $3000 \text{ w/m}^2/\text{K}$ , donne une valeur de  $R_{f,h}$  de  $0,000033 \text{ m}^2\text{k/w}$ . D'après les résultats de Marriott [Marriott 1971],  $R_{f,h}$  est de  $0,000043 \text{ m}^2\text{k/w}$  pour le cas de l'eau. D'où le critère est conservé dans cette base.

**Critère sur la chute de pression:**

On supposant que l'épaisseur de la couche encrassante est uniforme. La surface de l'échangeur est caractérisée par son diamètre hydraulique  $d_h$  pour un tube, ou par son épaisseur  $b$  pour les plaques (Figure II.4).

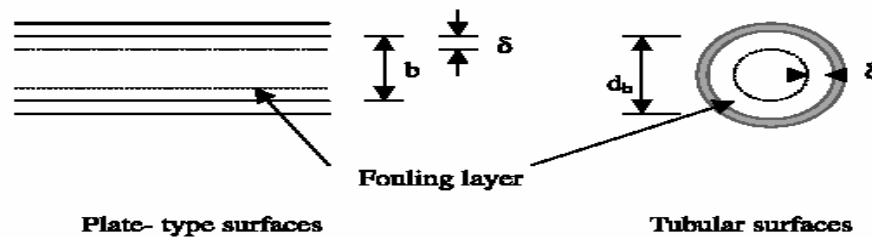


Figure II.4 La configuration de l'épaisseur de la couche encrassante

Si le critère de la limite supérieure de 10% est appliqué, on peut avoir :

$$4\delta/d_h \leq 0.1 \text{ Pour les plaques planes}$$

$$2\delta/d_h \leq 0.1 \text{ Pour les tubes ou canalisation circulaire.}$$

Pour un écoulement turbulent, on aura environs 20% de chute de pression de plus dans des conditions d'encrassement.

Dans la plus part des processus, la valeur de la conductivité thermique du dépôt est connue, le critère est exprimé avec le terme de  $R_{f,p}$ , d'où :

$$R_{f,p} \leq \frac{0.1 d_h}{4 \lambda_d} \quad (\text{II.16})$$

Dans la partie encrassante :  $Nu_{side} = \alpha_{side} d_h / \lambda_{side}$

Avec :  $Nu_{side}$  : Nombre de Nusselt dans le coté encrassant

$\lambda_{side}$  : Conductivité thermique du coté encrassant

$\alpha_{side}$  : Coefficient de transfert de chaleur du coté encrassant

D'où, on obtient la relation suivante :

$$R_{f,p} \leq 0.025 \frac{\lambda_{side} Nu_{side}}{\lambda_d \alpha_{side}} \quad (\text{II.17})$$

Avec :  $\lambda_d$  est la conductivité thermique du dépôt.

$\lambda_{side}$  est la conductivité thermique du fluide travaillant dans le coté encrassant.

Pour les liquides :  $\alpha_{side} = 2U_0$ , elle est de l'ordre de  $4000 \text{ w/m}^2/\text{K}$ .

Le Nusselt est de l'ordre de 100. Les valeurs de Nu,  $\alpha_{side}$  dépendent de la surface, le diamètre hydraulique et du nombre de Reynolds.

Les valeurs du facteur d'encrassement calculé par le critère basé sur la chute de pression concordent bien avec les valeurs données par TEMA [TEMA 1988] et celle recommandé par PHEs où l'eau et l'air sont deux exemples qui aboutissent cette concordance.

Grijpspeerdt et al. [Grijpspeerdt et al. 2003] présentent leur travail de simulation en utilisant le «Computational Fluid Dynamics» pour un écoulement entre deux plaques ondulées. Le lait était considéré comme fluide de travail. Le calcul en 2D montre l'influence de la formation des ondulations mais le calcul 3D reste indispensable pour estimer l'importance des orientations des ondulations. Les calculs peuvent aider à identifier les régions turbulentes et les régions de la plus haute température près du mur. Ces travaux ont été validés expérimentalement. Le simulateur CFD étaient considérés comme un assistant précieux pour un design optimal des échangeurs de chaleur à plaques.

La cinétique de l'encrassement a reçu une attention considérable dans la littérature. Il y a beaucoup de débats, mais le consensus sur la dénaturation de  $\beta$ lg des protéines du lait reste la clé du Processus de formation des composants d'encrassement à la petite température qui atteint les 90°C. L'originalité du travail à Grijpspeerdt et al. [Grijpspeerdt et al. 2003] réside dans l'utilisation des calculs avancés de l'hydrodynamique pour la simulation des échangeurs de chaleur pour le lait.

Grijpspeerdt et al. [Grijpspeerdt et al. 2004] ont réalisé des expériences sur des échangeurs tubulaires et à plaques utilisés dans l'industrie laitière. En reproduisant un modèle basé sur des réactions chimiques donnée par De Jong [De Jong 1996] et celui de Georgiadis et al. [Georgiadis et al. 1998 a et b]. Ils ont constaté que l'effet de la température est sur les propriétés chimiques, physiques et organoleptiques du produit. Ils ont conclu que les protéines du  $\beta$ lg jouent un rôle important dans la formation de l'encrassement. Les résultats expérimentaux donnent une résistance d'encrassement avec un ordre de réaction de 1.2, d'où :

$$R_f = \lambda_f \cdot C_U^{1,2} \quad (\text{II.18})$$

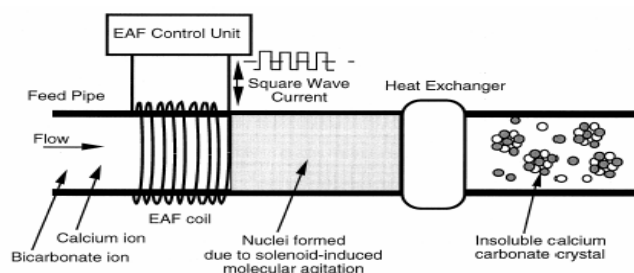
Avec :  $C_U$  est la concentration déployée du  $\beta$ lg

Ansari et al. [Ansari et al. 2003] ont développé un modèle pour calculer l'évolution de l'épaisseur de l'encrassement. Le modèle d'encrassement de base a été développé par Fryer et Slater [Fryer et Slater 1985] en tenant compte de la distribution de température dans les différentes sections de l'échangeur.

Bohnet et al. [Bohnet et al. 2003] ont développé une simulation CFD, avec l'utilisation du logiciel commercial Fluent, concernant le phénomène d'encrassement dans les échangeurs de chaleur. Les résultats de l'étude ont été appliqués pour la conception ainsi que pour la mise en service des échangeurs de chaleurs. Ce modèle permet de calculer les taux de déposition et d'enlèvement, il permet ainsi une distribution réaliste du flux de chaleur le long de la surface de transfert durant la simulation.

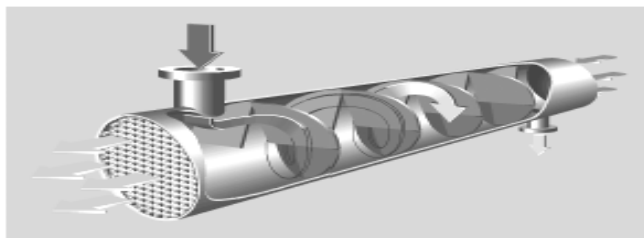
À l'origine, la pasteurisation consistait à porter la température d'un produit aux environs de 70 à 85°C pendant 15 secondes afin d'y détruire les microorganismes pathogènes tout en conservant la valeur nutritive du lait. Ensuite, on devait refroidir rapidement le produit. On rencontre aussi régulièrement l'inscription *UHT* sur les produits laitiers, qui signifie « Ultra Haute Température ». Ce procédé de stérilisation se déroule à 135/150°C pendant 2 à 3 secondes. Ce traitement rend le produit plus stérile et prolonge ainsi sa période de conservation. Notons que le traitement UHT est un procédé de stérilisation et non de pasteurisation.

La technologie électronique a prouvé ses capacités dans la lutte contre l'encrassement. Sous champ électrique, les ions dissous se chargent et se lient pour former des cristaux qui sont entraînés par l'écoulement loin de la surface (Figure II.5). D'après les résultats de Cho et Liu [Cho et Liu 1998], cette technique aurait gardé un niveau du coefficient global de transfert thermique de 90% du propre.



**Figure II.5 La technique électronique pour lutter contre l'encrassement**

Master et al. [Master et al. 2001] utilisations des chicanes de forme hélicoïdale du côté calandre dans les échangeurs de type Helix-changer dans des raffineries de pétrole, prises comme champ d'expérience. L'encrassement a diminué de moitié, la capacité d'échange augmenta de 50% et la fréquence de nettoyage a diminué de 2 à 3 fois. La forme des chicanes donna un écoulement assimilable à une configuration piston, des vitesses plus ou moins uniformes et des températures plus contrôlables (Figure II.6).

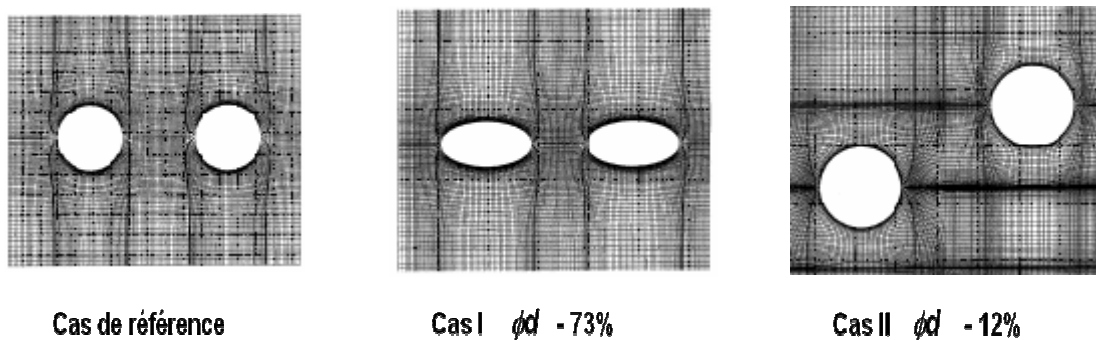


**Figure II.6 Échangeur de chaleur hélicoïdale**

Un travail intéressant présenté par Bouris et al. [Bouris et al. 2000] en vue de mettre en évidence l'influence de la géométrie du système sur l'encrassement. En prenant comme cas de référence un échangeur calandre-tube avec des tubes de section circulaire répartis en ligne, il a pu étudier, en gardant la même surface d'échange, les effets d'une section elliptique (cas I) et d'une disposition en quinconce (cas II), voir Figure II.7.

L'encrassement a diminué de 73% dans le cas I et de 12% dans le cas II. Par ailleurs, la perte de charge a diminué de 81% dans le premier cas mais a augmenté de 18% dans le deuxième.

En termes de capacité d'échange, le flux de chaleur augmente de peu dans le deuxième cas. Par contre, il diminue de 16% dans le premier cas où la turbulence est moins importante. Vu les faibles niveaux de déposition et de perte de charge dans le cas I, il paraît possible de battre cet inconvénient en condensant la configuration des tubes, une solution qui a pour effet secondaire d'augmenter la perte de charge du côté calandre.



**Cas de référence**

**Cas I  $\phi d$  - 73%**

**Cas II  $\phi d$  - 12%**

**Figure II.7 Changement de forme et de configuration des tubes**

## II.2.2 Les milieux poreux

Durant les dernières années, les études traitant de la convection forcée en présence de milieu poreux ont augmenté d'une manière significative. Cet intérêt est dû à la présence des milieux poreux dans beaucoup d'applications techniques, tels que, les échangeurs de chaleur, l'isolation thermique, les réacteurs chimiques,...etc.

Certains auteurs se sont penchés sur les écoulements internes : écoulements dans des conduites et entre deux plaques parallèles, d'autres se sont intéressés aux écoulements à surface libre tel que l'écoulement sur une plaque plane. Les études effectuées sont analysées soit par des méthodes numériques, ou par des approches analytiques ou encore par des procédés expérimentaux. Nous rapportons ici quelques travaux traitant de la convection forcée en présence de milieu poreux.

Une étude analytique de la convection forcée sur une plaque plane comportant une couche poreuse a été réalisée par Huang et Vafai [Huang et Vafai 1994]. L'influence de la couche poreuse sur l'écoulement et le transfert de chaleur a été déterminée.

Une analyse de la convection forcée dans un canal poreux chauffée d'une manière asymétrique a été effectuée par Chen et al. [Chen et al. 1988]. L'écoulement dans le canal est supposé étale et régi par l'équation de Darcy-Brinkman-Ergun. L'effet de porosité variable est pris en considération. Dans l'équation d'énergie, les effets de dispersion thermique et de conductivités thermiques stagnantes variables sont aussi pris en compte. La comparaison des résultats de distribution de la température avec les données expérimentales existantes a révélé la nécessité de prendre en considération les effets de paroi.

Lauriat et Vafai [Lauriat et Vafai 1991] ont présenté un travail sur les écoulements et transfert de chaleur pour deux géométries : Une plaque plane horizontale chargée de matière poreuse; ainsi qu'un canal entièrement puis partiellement poreux, formé par deux plans horizontaux infinis et soumis sur les deux faces à un flux ou à une température constante.

Dans le cas de la plaque poreuse, l'écoulement devient établi après une très faible distance d'entrée; cependant cette distance peut être importante dans le cas de grandes perméabilités ou de faibles viscosités. L'augmentation du coefficient de Forchheimer et/ou du nombre de Reynolds poreux ( $Re_p = U_0 \sqrt{K} / \nu$ ) diminue l'épaisseur de la couche limite dynamique.

L'effet Channeling causé par la variation de porosité près d'une paroi, diminue sensiblement lorsque  $Re_p$  augmente. La couche limite thermique diminue lorsque le nombre de Prandtl effectif ( $Pr_e = \mu C_p / \lambda_e$ ) et/ou  $Re_p$  augmente.

Ces auteurs présentent également les résultats de Kaviany [Kaviany 1992] qui détermina les différents régimes de transfert de chaleur sur une plaque poreuse en fonction du nombre de  $Pr_e$  et de la résistance totale à l'écoulement de fluide, due au milieu poreux.

Quand au canal entièrement poreux, le profil des vitesses s'établit après une courte distance à l'entrée. La longueur d'établissement est en générale fonction de la porosité et de la perméabilité ainsi que de la viscosité du fluide.

Les résultats numériques fournis par Kaviany [Kaviany 1992] pour de faibles nombres de Reynolds, montrent que la longueur d'établissement ( $Xe/2D$ ) diminue rapidement lorsque le groupement adimensionnel  $S = (\phi/Da)^{1/2}$  augmente. Une fois que les régimes thermiques et dynamiques sont établis, le nombre de Nusselt atteint la valeur de 12 au lieu de 8,23 d'un cas entièrement fluide dans une conduite et de 9.87 au lieu de 7.54 dans un canal plan.

Vafai et Kim [Vafai et Kim 1989] ont traité la convection forcée dans un canal rempli avec un milieu poreux. La solution développée est analytique pour un modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. Parmi les résultats établis, on relève notamment que :

---

---

Lorsque la perméabilité est importante, l'épaisseur de la couche limite dynamique dépend du nombre de Darcy et du paramètre inertiel. Pour de faibles valeurs de la perméabilité, l'épaisseur de la couche limite ne dépend pas du terme initial. L'influence du paramètre inertiel sur le profil des températures devient plus faible lorsque la perméabilité diminue.

La présence de deux régions de nature différente dans un même domaine physique, une région poreuse à travers laquelle s'écoule un fluide et une région complètement fluide (sans milieu poreux), nécessite l'introduction de la notion d'interface fluide / poreux pour définir les conditions aux limites associées.

Des résultats expérimentaux indiquent que, pour des écoulements parallèles à une direction longitudinale, la vitesse tangentielle à l'interface n'est pas du même ordre de grandeur que la vitesse Darcienne ; il en résulte alors une discontinuité dans la vitesse tangentielle [Beavers et Joseph 1967], [Kaviany 1995].

Un traitement des conditions aux limites à l'interface est fait par des méthodes semi-empiriques basées sur la vitesse de glissement. Certaines de ces méthodes utilisent la vitesse de glissement, d'autres exploitent la notion de viscosité effective, ou encore un écoulement à travers des surfaces comportant des rainures.

G. S. Beavers et D. D. Joseph [Beavers et Joseph 1967] ont considéré un écoulement établi dans la région fluide et un régime Darcien dans le milieu poreux. Leurs résultats expérimentaux ont abouti à une condition aux limites à l'interface. Ces résultats montrent que le coefficient de glissement augmente avec la perméabilité moyenne et avec la dimension moyenne des pores.

G. H. Neale et W. K. Nader [Neale et Nader 1974], en considérant un écoulement unidimensionnel, ont introduit la notion de viscosité effective et donc le terme de Brinkman adjoint à la loi de Darcy. Ils ont trouvé que le rapport entre la viscosité effective du fluide s'écoulant dans le milieu poreux et celle du fluide est égal au carré d'un paramètre appelé coefficient empirique de discontinuité.

En pratique, l'équation de D. D. Joseph et G. S. Beavers [Beavers et Joseph 1967] se révèle difficilement applicable. Enfin, signalons que quelques autres auteurs ont également estimé théoriquement le coefficient de glissement [S. Kim et W. B. Russell 1985], [J. A. Ochoa Tapia et S. Whitaker 1995]. Pour ces derniers, la condition de raccordement à l'interface se traduit par un saut de la contrainte tangentielle et par la continuité de la vitesse à l'interface, contrairement à la condition de glissement de D. D. Joseph et G. S. Beavers.

### II.3 Conclusion

Une revue bibliographique sur l'encrassement par le lait et les questions liées aux milieux poreux ont été traitées (définitions, propriétés thermo-physique,...). Dans une première partie, les mécanismes d'encrassement ont été présentés et donné les propriétés thermo-physiques d'un milieu poreux et les relations empiriques permettant de les calculer.

Une analyse des principaux résultats publiés sur le phénomène d'encrassement et de la convection forcée en milieux poreux termine ce chapitre.

Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer est souvent le plus utilisé. Les effets de porosité variable sont souvent pris en considération dans l'analyse dynamique et thermique. Cependant, il est à montrer que certains auteurs ont considéré un milieu poreux homogène et isotrope. Un résultat important donne une dépendance du nombre de Nusselt de l'épaisseur de la couche poreuse. La formulation du problème est explicitée dans le chapitre suivant. On décrit successivement la position du problème, les hypothèses, les équations de conservation et les conditions aux limites.

# **CHAPITRE III**

## **Formulation mathématique**



### III Formulation mathématique du problème

#### III.1 Introduction

Cette partie du travail est consacrée à la mise en équations du problème physique considéré, en utilisant les équations de conservation gouvernant les transferts de chaleur dans un canal plan 2D en régime turbulent. Le modèle de turbulence standard  $\kappa - \varepsilon$  est utilisé.

Une revue de la littérature comprenant des généralités et des définitions de base sur les écoulements turbulents, les lois de paroi, les modèles de fermeture des équations et leurs modélisations sont présentées dans l'annexe A.

La formulation mathématique est présentée dans ce chapitre en explicitant d'abord le problème physique et les principales hypothèses qui ont été introduites. La formulation proprement dite sera scindée en deux parties: Le modèle d'équation pour un écoulement turbulent en milieu fluide, et le modèle d'équation en présence d'un milieu poreux.

Dans les deux cas, les équations de conservation, le modèle de fermeture des équations en écoulements turbulents, les hypothèses de travail et les conditions aux limites sont présentées.

#### III.2 Position du problème physique

Cette étude porte sur l'analyse de l'encrassement dans un échangeur de chaleur à plaques. La géométrie considérée est un canal plan, entièrement remplie par un liquide ayant un fort pouvoir encrassant (le lait). Le transfert de chaleur peut affecter la composition chimique du fluide au cours du temps. Par conséquent, un dépôt minéral résultant de la transformation chimique des protéines du lait sous l'effet de la température, est formé sur les surfaces d'échanges du canal. C'est le phénomène d'encrassement.

Les simulations numériques sont basées sur la résolution des équations de transport modélisant des écoulements turbulents dans une conduite plane partiellement remplie par un milieu poreux au cours du temps. Les parois sont chauffées à une température uniforme et constante  $T_p$ . Le fluide entre dans la conduite avec une vitesse  $U_e$  et à une température uniforme en moyenne,  $T_e$ . L'intensité de turbulence à l'entrée a été fixée à  $I = 5\%$ . La longueur  $L$  du canal est choisie de sorte que l'écoulement soit dynamiquement et thermiquement établi dans la section de sortie pour les nombres de Reynolds considérés. Les propriétés thermo-physiques du fluide sont évaluées à la température moyenne  $(T_p + T_e)/2$ . L'écoulement est supposé instationnaire, incompressible et axisymétrique en moyenne et le milieu poreux homogène et isotrope

Le modèle physique choisi ainsi que le système de coordonnées utilisé est représenté sur la Figure III.1. La longueur et la hauteur du canal sont respectivement  $L$  et  $H$ . Vu la géométrie du problème, le système de coordonnées est cartésien  $(X, Y)$ .

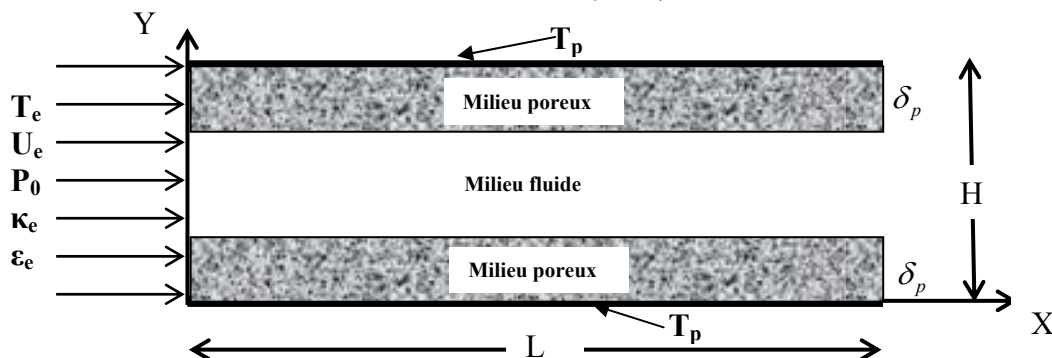


Figure III.1 Ecoulement dans un canal à section rectangulaire

### III.3 Modélisation de la turbulence dans un milieu totalement fluide

La formulation mathématique proposée dans ce chapitre permet de modéliser le phénomène physique en tenant compte des hypothèses qui ont été introduites. On définira, par la suite, les différentes grandeurs de référence pour le traitement de ces équations et des conditions aux limites correspondantes

#### III.3.1 Hypothèses

Afin de pouvoir résoudre le présent problème, nous avons adopté certaines hypothèses simplificatrices :

- Fluide Newtonien,
- Le régime d'écoulement est turbulent,
- L'écoulement est incompressible, bidimensionnel en régime instationnaire,
- On suppose que les propriétés physiques du fluide restent constantes et évaluées à une température moyenne de référence
- Les constantes physiques ne dépendent pas de la température,
- L'accélération due à la pesanteur est négligée,
- Pas de source interne de chaleur,
- Toute la chaleur générée par les plaques est cédée au fluide,
- La dissipation d'énergie par les forces visqueuses est négligée,
- Les termes de compressibilité  $(-p\nabla\cdot\vec{V})$  et de dissipation d'énergie par les forces visqueuses  $(\mu\phi)$  sont négligés devant les autres termes de l'équation d'énergie.

#### III.3.2 Equations de conservation

Les équations de base représentant la physique du problème sont celles de Navier-Stokes qu'on peut trouver par exemple dans Hinze [Hinze 1975-a].

##### III.3.2.1 Equation de conservation de la masse

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{U}) = 0 \quad (\text{III.1})$$

Où « $\rho$ » est la masse volumique du fluide et « $\vec{U}$ » sa vitesse.

En tenant compte des hypothèses précédentes, l'équation de continuité se réduit à:

$$\frac{\partial U_i}{\partial X_i} = 0 \quad (\text{III.2})$$

##### III.3.2.2 Equation de conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{D(\rho \vec{U})}{Dt} = -\nabla P + \vec{F} + \mu \nabla^2 \vec{U} \quad (\text{III.3})$$

$\frac{D}{Dt}$  Étant la dérivée particulaire définie par :  $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U_j \frac{\partial}{\partial X_j}$

En tenant compte des hypothèses précédentes, l'équation (III.3) se réduit à:

$$\rho \left( \frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \right) = -\frac{\partial P}{\partial X_i} + \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial X_j \partial X_j} \quad (\text{III.4})$$

##### III.3.2.3 Equation de conservation de l'énergie

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + q' + \beta T \frac{DP}{Dt} + \mu \zeta \quad (\text{III.5})$$

Où «  $q'$  » est la génération interne de chaleur par unité de volume et «  $\zeta$  » la fonction de dissipation visqueuse

En tenant compte des hypothèses précédentes, l'équation d'énergie se réduit à :

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + U_j \frac{\partial T}{\partial X_j} \right) = \frac{\partial}{\partial X_j} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial X_j} \right) \quad (\text{III.6})$$

### III.3.3 La décomposition de Reynolds

Lorsque l'écoulement devient turbulent, l'équation de Navier-Stokes s'applique encore mais devient moins précises car il n'est plus possible de suivre tous les détails de cet écoulement. Les écoulements turbulents sont caractérisés par les fluctuations irrégulières des grandeurs physiques dans le temps et l'espace. Celles-ci peuvent être représentées par des variables aléatoires centrées.

Pour cela on utilise la décomposition de Reynolds (1895) [*Reynolds 1895*] (voir annexe A). La vitesse, la pression et la température sont traitées comme des fonctions aléatoires de l'espace et du temps dont on décompose les valeurs instantanées en partie moyenne et une partie fluctuante :

$$U_i(X_j, t) = \overline{U}_i(X_j, t) + u_i(X_j, t) \quad (\text{III.7})$$

$$P(X_j, t) = \overline{P}(X_j, t) + p(X_j, t) \quad (\text{III.8})$$

$$T(X_j, t) = \overline{T}(X_j, t) + \theta(X_j, t) \quad (\text{III.9})$$

Le symbole  $\overline{(\quad)}$  représente l'opérateur de moyenne statique ou moyenne d'ensemble et les lettres en minuscules, les fluctuations ou écarts par rapport à ces moyennes.

Par définition, les fluctuations sont centrées, de sorte à avoir :  $\overline{u_i} = \overline{p} = \overline{\theta} = 0$

Cette statistique en un point conduit à la formation des équations en moyenne.

### III.3.4 Equations de conservation moyenne

#### III.3.4.1 Equation de continuité

Par raison de linéarité, on déduit immédiatement de (III.2) en introduisant (III.7) que :

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial X_i} = \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial X_i} = 0 \quad (\text{III.10})$$

L'opérateur de moyenne d'ensemble appliqué à cette équation fournit la relation suivante :

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial X_i} = 0 \quad (\text{III.11})$$

Par soustraction directe des deux équations précédentes, on a également :

$$\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial X_i} = 0 \quad (\text{III.12})$$

#### III.3.4.2 Dynamique du mouvement moyen – Equation de Reynolds

En introduisant (III.7) dans (III.4) on trouve l'équation (III.A) suivante :

$$\rho \left[ \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \overline{U}_j \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial X_j} + \overline{U}_j \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial X_j} + u_j \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial X_j} + u_j \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial X_j} \right] = - \frac{\partial \overline{P}}{\partial X_i} - \frac{\partial \overline{p}}{\partial X_i} \quad (\text{III.A})$$

$$+ \mu \frac{\partial^2 \overline{U}_i}{\partial X_j \partial X_j} + \mu \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial X_j \partial X_j}$$

L'équation de la vitesse moyenne est obtenue à partir de la moyenne de l'équation (III.A).

$$\rho \left[ \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} \right] = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial X_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial X_j \partial X_j} - \frac{\partial}{\partial X_j} (\rho \overline{u_i u_j}) \quad \text{(III.B)}$$

L'équation (III.B) est appelé Equation de Reynolds et  $R_{ij} = \overline{u_i u_j}$  le Tenseur de Reynolds

Les corrélations  $(-\rho \overline{u_i u_j})$  sont les contraintes de turbulence ou tensions de Reynolds.

Dans l'équation du mouvement moyen (III.B), le terme  $\frac{\partial (\overline{u_i u_j})}{\partial X_j}$  est une inconnue supplémentaire. Ce terme traduit l'interaction entre le mouvement moyen et le mouvement d'agitation. Il représente l'expression cinématique des contraintes turbulentes  $\overline{u_i u_j}$  désignées par tensions de Reynolds. De la même manière, on retrouve dans l'équation de conservation de l'énergie la corrélation double  $\overline{u_j \theta}$  qui représente, dans la direction  $j$ , la densité moyenne de flux de chaleur lié au mouvement d'agitation.

#### ▪ Effet pratiques des tensions de Reynolds

Comme toute force agissant sur le mouvement, ces contraintes peuvent être directement perçues à travers les effets qu'elles induisent sur l'écoulement moyen. Le phénomène de décollement est particulièrement illustratif à cet égard : une couche limite laminaire décolle d'un profil, en raison d'un gradient de pression défavorable peut, en devenant turbulent, recoller à la paroi sous l'action des contraintes de Reynolds. Ces corrélations mènent à un surplus d'inconnues que d'équations.

#### ▪ Equation de la vitesse fluctuante

Tout passage à la moyenne se traduit par une perte d'information. C'est le cas notamment entre les équations de mouvement instantanées (III.4) et du mouvement moyen (III.B).

L'équation de la vitesse fluctuante est obtenue par la différence des équations (III.A et B).

$$\rho \left[ \frac{\partial u_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + u_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \right] = -\frac{\partial p}{\partial X_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial X_j \partial X_j} + \frac{\partial}{\partial X_j} (\rho \overline{u_i u_j}) \quad \text{(III.C)}$$

### III.3.4.3 Equation de l'énergie

En introduisant (III.7) et (III.9) dans (III.6) et on utilisant l'opérateur de la moyenne on trouve :

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{T}}{\partial X_j} = a \frac{\partial}{\partial X_j} \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial X_j} \right) - \frac{\partial}{\partial X_j} (\overline{u_j \theta}) \quad \text{(III.13)}$$

Avec :  $a = \frac{\lambda}{\rho C_p}$  est la diffusivité thermique (m<sup>2</sup>/s).

D'où le système d'équation suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_i} = 0 \\ \rho \left[ \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} \right] = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial X_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial X_j \partial X_j} - \frac{\partial}{\partial X_j} (\rho \overline{u_i u_j}) \\ \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{T}}{\partial X_j} = a \frac{\partial}{\partial X_j} \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial X_j} \right) - \frac{\partial}{\partial X_j} (\overline{u_j \theta}) \end{array} \right. \quad \text{(I)}$$

### III.3.5 Fermeture des équations – Modèle $\kappa - \varepsilon$

La solution la plus simple consiste à relier les corrélations inconnues  $(-\overline{u_i u_j})$  et  $(-\overline{u_j \theta})$  aux champs moyens par l'intermédiaire d'un coefficient de viscosité  $\nu_t$  et de diffusivité  $\alpha_t$  équivalentes dues à la turbulence. Cette méthode est dite modèle du premier ordre.

La fermeture de l'équation de transport et de l'équation d'énergie pour le terme des contraintes de Reynolds  $(-\overline{u_i u_j})$ , et le flux de chaleur turbulent,  $(-\overline{u_j \theta})$  sont modélisés par P. A. Libby [Libby 1996] et par D. C. Wilcox [Wilcox 1994].

$$(-\overline{u_i u_j}) = \nu_t \left[ \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial X_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial X_i} \right] - \frac{2}{3} \kappa \delta_{ij} \quad (\text{III.14})$$

$$(-\overline{u_j \theta}) = \alpha_t \frac{\partial \overline{T}}{\partial X_j} \quad (\text{III.15})$$

Avec :  $\alpha_t = \frac{\nu_t}{\sigma_t}$  la diffusivité thermique de turbulence,  $\nu_t$  est la viscosité cinématique

turbulente,  $\sigma_t$  est le nombre de Prandtl turbulent et  $\delta_{ij}$  l'opérateur de Kronecker

D'après le système d'équation ( I ), on remarque que le nombre d'inconnues est supérieur au nombre d'équations. Cette situation oblige à trouver d'autres équations pour résoudre le système. Le choix de l'hypothèse de fermeture répond donc, en premier lieu, à une nécessité mathématique. Parmi les modèles de fermeture existants dans la littérature et déjà présentés dans l'annexe A, on choisit le modèle standard  $\kappa-\varepsilon$ .

Le modèle  $\kappa-\varepsilon$  a été largement testé et utilisé. Il est classé parmi les modèles les plus robustes, économiques et qui permet d'avoir une exactitude raisonnable. Pour cela, une large partie des industries le choisit. C'est un modèle semi empirique et la dérivation des équations du modèle relie les considérations phénoménologique et empirique.

Les avantages de ce modèle sont

- Utilisable pour des nombres de Reynolds élevés  $Re > 50000$ . Mais aussi pour les petites valeurs ainsi que dans la zone de transition  $2300 < Re < 10000$ .
- Le modèle  $\kappa-\varepsilon$  satisfait certaines contraintes mathématiques de la physique de la turbulence.
- Ce modèle est principalement valide au centre des écoulements turbulents (c.à.d: dans la région d'écoulement un peut loin des frontières).

### III.3.6 Equation générale de l'énergie cinétique de turbulence ( $\kappa$ )

Les propriétés énergétiques de l'écoulement d'un fluide incompressible s'expriment essentiellement à travers l'énergie cinétique.

L'énergie cinétique instantanée de la turbulence est donnée par :  $\kappa = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i}$

L'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente est obtenue par une simple contraction de l'équation de transport de la corrélation de  $\overline{u_i u_j}$ . L'approche la plus simple pour trouver l'équation de transport pour  $\overline{u_i u_j}$  est de résoudre l'équation suivante :

$$\overline{u_j \times \text{équation III.C}(u_i)} + \overline{u_i \times \text{équation III.C}(u_j)}$$

En utilisant l'indice muet <k> on trouve :

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + \overline{\rho U_k} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial X_k} + \overline{\rho u_k u_j} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_k} + \overline{\rho u_i u_k} \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial X_k} \\ + \overline{\rho u_k} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial X_k} = -u_j \frac{\partial \overline{p}}{\partial X_i} - u_i \frac{\partial \overline{p}}{\partial X_j} + \mu \frac{\partial}{\partial X_k} \left( \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial X_k} \right) - 2\mu \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \cdot \frac{\partial u_j}{\partial X_k} \end{aligned} \quad (\text{III.D})$$

En effectuant la contraction d'indice j=i et en multipliant l'équation par (1/2). On trouve:

$$\rho \frac{\partial \frac{1}{2} \overline{u_i u_i}}{\partial t} + \overline{\rho U_k} \frac{\partial \frac{1}{2} \overline{u_i u_i}}{\partial X_k} + \overline{\rho u_k u_i} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_k} + \frac{1}{2} \rho \frac{\partial \overline{u_i u_i u_k}}{\partial X_k} = -u_i \frac{\partial \overline{p}}{\partial X_i} + \mu \frac{\partial}{\partial X_k} \cdot \frac{\partial \frac{1}{2} \overline{u_i u_i}}{\partial X_k} - \mu \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial X_k}$$

D'après Hanjalic, K. et Launder [Hanjalic et Launder 1972], les termes de turbulence sont modélisés par l'hypothèse de gradient de transport

$$u_i \frac{\partial \overline{p}}{\partial X_i} = \frac{\partial}{\partial X_k} \overline{\rho u_i} \delta_{ik} \quad (\text{III.16})$$

$$\frac{1}{\rho} \overline{\rho u_i} \delta_{ik} + \frac{1}{2} \overline{u_i u_i u_k} = -\frac{\nu_t}{\sigma_k} \cdot \frac{\partial \kappa}{\partial X_k} \quad (\text{III.17})$$

La viscosité turbulente,  $\nu_t$  est fondée sur la relation de Kolmogorov-Prandtl [Kolmogorov 1968], [Prandtl 1945], elle est fonction de l'énergie cinétique turbulente,  $\kappa$ , et du taux de dissipation,  $\varepsilon$ , respectivement,

$$\nu_t = C_\mu \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \quad \kappa = \frac{\overline{u_m u_m}}{2} \quad \varepsilon = \nu \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \quad (\text{III.18})$$

La forme générale de l'équation de transport en régime turbulent qui s'applique à l'énergie cinétique de turbulence s'écrit [Schiestel 1998] :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + U_j \frac{\partial \Phi}{\partial X_j} = \text{Production} + \text{Diffusion} - \text{Dissipation} + \text{Sources Additionnelles}$$

L'équation d'énergie cinétique peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial \kappa}{\partial X_j} = \underbrace{-u_i u_k \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_k}}_P - \underbrace{\frac{\partial}{\partial X_k} \left( u_k \frac{u_i u_i}{2} \right)}_D - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial X_i} (\overline{u_i p})}_{\varepsilon} - \underbrace{\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \frac{\partial u_i}{\partial X_k}}_S + \nu \frac{\partial^2 \kappa}{\partial X_k \partial X_k} \quad (\text{III.19})$$

$P$  : représente la production d'énergie cinétique par action des gradients de vitesse moyenne

$D$  : est le transport par diffusion sous l'action des fluctuations de vitesse et de pression.

$\varepsilon$  : est le taux de dissipation visqueuse.

$S$  : étant un terme de sources additionnelles représente la diffusion visqueuse.

En utilisant le modèle de turbulence  $\kappa$ - $\varepsilon$  avec viscosité turbulente isotropique, l'équation ci-dessus peut être réécrite sous la forme :

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial \kappa}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial X_j} \right] + \nu_t \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_j} \left( \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial X_i} \right) - \varepsilon \quad (\text{III.20})$$

Avec :  $C_\mu$  et  $\sigma_k$  sont des constantes obtenue expérimentalement.

### III.3.7 Equation de transport du taux de dissipation turbulent ( $\varepsilon$ )

Le modèle approprié du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente est discuté dans la littérature par Hanjalic & Launder [*Hanjalic et Launder 1972*] et par Anthole & Lage [*Anthole et Lage 1997*]. Utilisant les différentes approches, l'équation exacte pour  $\varepsilon$  est

déduite à partir de :  $2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \cdot \frac{\partial (\text{l'équation III.C}(u_i))}{\partial X_j}$

On obtient l'équation (III.E) suivante :

$$\begin{aligned} & 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \cdot \frac{\partial}{\partial X_j} \frac{\partial u_i}{\partial t} + 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \frac{\partial}{\partial X_j} \left( \overline{U_j \frac{\partial u_i}{\partial X_j}} \right) + 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \frac{\partial}{\partial X_j} u_j \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_j} + 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \frac{\partial}{\partial X_j} \left( u_j \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \right) = \\ & -2 \frac{\nu}{\rho} \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \frac{\partial}{\partial X_j} \frac{\partial p}{\partial X_i} + 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \left( \nu \frac{\partial}{\partial X_j} \frac{\partial^2 u_i}{\partial X_j \partial X_j} \right) + 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \cdot \frac{\partial}{\partial X_j} \frac{\partial}{\partial X_j} (\overline{u_i u_j}) \end{aligned}$$

Le calcul des différents termes de l'équation (III.E) donne:

$$2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \cdot \frac{\partial}{\partial X_j} \frac{\partial u_i}{\partial t} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$$

$$2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \cdot \frac{\partial}{\partial X_j} \left( \overline{U_j \frac{\partial u_i}{\partial X_j}} \right) = \overline{U_j} \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} + 2\nu \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial X_k} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \frac{\partial u_i}{\partial X_j}$$

$$2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \cdot \frac{\partial}{\partial X_j} \left( u_j \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_j} \right) = 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \cdot \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_k} + 2\nu u_k \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \cdot \frac{\partial^2 \overline{U_i}}{\partial X_j \partial X_k}$$

$$2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \cdot \frac{\partial}{\partial X_j} \left( u_j \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \right) = 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \frac{\partial u_k}{\partial X_j} + \nu u_j \frac{\partial}{\partial X_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \right)$$

$$2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \left[ \nu \frac{\partial}{\partial X_j} \frac{\partial^2 u_i}{\partial X_j \partial X_j} \right] = \nu \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial X_k \partial X_k} - 2\nu^2 \left( \frac{\partial^2 u_i}{\partial X_k \partial X_j} \right)^2$$

$$2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \cdot \frac{\partial}{\partial X_j} \frac{\partial}{\partial X_j} (\overline{u_i u_j}) = 0$$

L'équation (III.E) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} = & -2\nu \underbrace{\left[ \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \frac{\partial u_k}{\partial X_i} + \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \frac{\partial u_j}{\partial X_k} \right]}_{(a)} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_j} - \nu \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ \underbrace{\left[ u_k \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \right]}_{(b)} + \frac{2}{\rho} \left[ \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \frac{\partial p}{\partial X_j} \right] \right\} \\ & - 2\nu \underbrace{\left[ \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \right]}_{(c)} + \nu \underbrace{\left[ \frac{\partial^2 u_i}{\partial X_k \partial X_j} \frac{\partial^2 u_i}{\partial X_k \partial X_j} \right]}_{(d)} + \nu \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial X_k \partial X_k} - 2\nu \underbrace{\left[ u_k \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \right]}_{(e)} \frac{\partial^2 \overline{U_i}}{\partial X_j \partial X_k} \end{aligned}$$

D'après D. C. Wilcox [Wilcox 1994] ; K. Hanjalic et B. E. Launder [Hanjalic et Launder 1972]; B. E. Launder et al. [Launder et al. 1975] on à :

Le terme (b) représente la diffusion turbulente de  $\varepsilon$ , il est modélisé par l'hypothèse de

gradient de transport.  $(b) = \frac{\partial}{\partial X_i} \left( \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_i} \right)$

Le terme (d) est déterminé par la combinaison de l'échelle de temps et de longueur, donnée

par :  $(d) = C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{\kappa}$

Les termes (a), (c) et (e) sont modélisés par Hanjalic et Launder [Hanjalic et Launder 1972] en se basant sur la physique de la turbulence.

$(a) + (c) + (e) = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{\kappa} v_t \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial X_i} \right)$

La forme finale de l'équation du taux de dissipation est donnée par :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial X_j} \left[ \left( v + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} \right]}_{(1)} + \underbrace{C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{\kappa} v_t \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial X_i} \right)}_{(2)} - \underbrace{C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{\kappa}}_{(3)} \quad (\text{III.21})$$

Le terme (1) représente la diffusion turbulente due aux fluctuations de vitesse,

Le terme (2) représente la production,

Le terme (3) représente la dissipation par action de la viscosité.

$v_t = C_\mu \frac{\kappa^2}{\varepsilon}$  est la viscosité turbulente.

Les constantes  $C_\mu$ ,  $C_{\varepsilon 1}$ ,  $C_{\varepsilon 2}$ ,  $\sigma_k$  et  $\sigma_\varepsilon$  sont déterminées par les apports expérimentaux.

$C_\mu = 0.09$ ,  $C_{\varepsilon 1} = 1.44$ ,  $C_{\varepsilon 2} = 1.92$ ,  $\sigma_k = 1.0$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1.3$

D'après Schiestel [Schiestel 1998] et Launder et Spalding [Launder et Spalding 1972].

La forme finale des équations dans le milieu fluide sont données par le système **(II)** :

$$\text{(II)} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_i} = 0 \\ \rho \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial}{\partial X_j} \bar{U}_i = - \frac{\partial \bar{P}}{\partial X_i} + \frac{\partial}{\partial X_j} \left[ (\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} \right] + \frac{\partial}{\partial X_i} \mu_t \left[ \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial X_j} \right] \\ \rho \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial \bar{T}}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left( \frac{\mu}{\text{Pr}} + \frac{\mu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial X_j} \\ \rho \frac{\partial \kappa}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial \kappa}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial X_j} \right] + \mu_t \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial X_i} \right) - \rho \varepsilon \\ \rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{\kappa} \mu_t \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial X_i} \right) - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{\kappa} \end{array} \right.$$



### III.4 Modélisation de la turbulence dans un milieu poreux

Dans cette partie de travail, on présente la modélisation des transferts thermiques dans un écoulement en convection forcée à travers un milieu poreux à porosité variable dans le temps. Cette variation de la porosité est due à la déposition des particules solides encrassées sur le milieu poreux provenant de l'encrassement du fluide. Ces particules déposées au cours du temps provoquent un changement des propriétés physique du poreux. Le volume du fluide dans le poreux diminue au cours du temps et le volume du solide augmente jusqu'à saturation totale de la matrice poreuse. On parle ainsi du phénomène de colmatage dans le poreux. On se retrouve alors avec trois substances différentes dans le milieu poreux : le fluide, le solide qui constitue le milieu poreux et le dépôt encrassant.

Les équations classiques de conservation d'un écoulement fluide (Equations de Navier Stokes et de l'énergie) restent aussi valides pour les écoulements dans les milieux poreux. La complexité géométrique provoquée par l'existence de la phase fluide et solide au même temps rend impossible d'utiliser les équations microscopiques.

Par contre les équations macroscopiques prenant en compte les propriétés et caractéristique moyenne de l'écoulement sur un petit volume doivent être utilisées.

Ce passage de moyenne est utilisé pour l'intégration des équations de Navier-Stokes et de l'énergie sur un volume élémentaire représentative dans le milieu poreux. Cependant, la moyenne est inexacte, des relations empiriques sont introduites.

#### III.4.1 Etablissement des équations du mouvement et de l'énergie à l'échelle macroscopique

Les équations locales du mouvement et de l'énergie pour chacune des phases doivent être d'abord moyennées afin d'obtenir des équations valables dans les parties du volume élémentaires représentatif (VER) occupées par la matrice solide et le fluide. On rappelle ici que le VER a une longueur caractéristique bien supérieure à celle de la microstructure (pore) et très inférieure à celle du domaine d'étude. On applique au VER une technique de prise de moyenne sur le volume de la phase concernée. Les théorèmes de bases ainsi que les opérations sur les moyennes sont définis en annexe B.

Sachant que dans la phase solide l'équation de mouvement est nulle. Donc, on va écrire l'équation de mouvement que dans la phase fluide

##### III.4.1.1 Conservation de la masse

L'équation de continuité microscopique d'un fluide est :

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f U_f) = 0 \quad (\text{III.22})$$

Pour un fluide incompressible, la densité reste constante. La phase moyenne de l'équation de continuité est :

$$\nabla \cdot (U_f) = 0 \quad (\text{III.23})$$

##### III.4.1.2 Equation du mouvement

L'équation microscopique du mouvement de la phase fluide est :

$$\rho_f \left( \frac{\partial U_f}{\partial t} + \nabla \cdot (U_f U_f) \right) = \nabla \cdot \overline{t_f} + \rho_f F \quad (\text{III.24})$$

Avec «  $\overline{t_f}$  » est le tenseur des contraintes et «  $F$  » représente les forces gravitationnelles.

$$F = g = -\nabla \phi_f \quad (\text{III.25})$$

«  $g$  » est l'accélération gravitationnelle et «  $\phi$  » est la fonction du potentiel.

En utilisant le théorème de la moyenne modifié on à :

$$\langle g \rangle = -\langle \nabla \phi_f \rangle = -\phi \nabla \langle \phi_f \rangle^f - \frac{1}{V} \int_{S_{fs}} \phi'_f n_f dS \quad (\text{III.26})$$

On note que  $\langle \rangle^f$  représente une moyenne sur le volume  $V_f$  du VER occupé par le fluide (appelée moyenne intrinsèque de phase).  $S_{fs}$  est l'aire de l'interface entre les phases fluide et solide et la normale  $n_f$  est dirigée de la phase fluide vers la phase solide.

En coordonnées cartésienne, l'équation (III.26) s'écrit :

$$\langle g \rangle = -\phi g e_z - \frac{1}{V} \int_{S_{fs}} \phi'_f n_f dS \quad (\text{III.27})$$

Le tenseur de contraintes est donné par l'expression suivante :

$$\overline{\overline{t}}_f = -P_f \overline{\overline{\delta}} + \overline{\overline{\tau}}_f \quad (\text{III.28})$$

Avec «  $P_f$  » la pression, «  $\overline{\overline{\delta}}$  » le tenseur unité et «  $\overline{\overline{\tau}}_f$  » le tenseur des contraintes visqueuses.

La moyenne du divergent du tenseur des contraintes donne :

$$\langle \nabla \cdot \overline{\overline{\tau}}_f \rangle = \nabla \cdot \langle \overline{\overline{\tau}}_f \rangle + \frac{1}{V} \int_{S_{fs}} \overline{\overline{\tau}}_f n_f dS \quad (\text{III.29})$$

Pour un fluide newtonien incompressible de viscosité constante on à :

$$\langle \nabla \cdot \overline{\overline{\tau}}_f \rangle = \mu_f \nabla^2 \langle U_f \rangle + \frac{1}{V} \int_{S_{fs}} \overline{\overline{\tau}}_f n_f dS \quad (\text{III.30})$$

$$D'une manière similaire on trouve : \langle \nabla \cdot P_f \rangle = \phi \nabla \langle P_f \rangle^f + \frac{1}{V} \int_{S_{fs}} P'_f n_f dS \quad (\text{III.31})$$

Par conséquent, l'équation du mouvement macroscopique s'écrit :

$$\rho_f \left[ \frac{\partial}{\partial t} \langle U_f \rangle + \frac{1}{\phi} \nabla \cdot (\langle U_f \rangle \langle U_f \rangle) + \nabla \cdot \langle U'_f U'_f \rangle \right] = -\phi \nabla \langle P_f \rangle^f - \phi \rho_f g e_z + \mu_f \nabla^2 \langle U_f \rangle + \frac{1}{V} \int_{S_{fs}} \left[ \overline{\overline{\tau}}_f - (P'_f + \rho_f \phi'_f) \overline{\overline{\delta}} \right] n_f dS \quad (\text{III.32})$$

Le terme  $\rho_f \nabla \cdot \langle U'_f U'_f \rangle$  et le terme qui est dans l'intégrale représentent les forces de trainées entre la matrice solide et le fluide résultant des forces de pression et de viscosité à l'interface des pores. A faible nombre de Reynolds, ces forces de cisaillement seront proportionnelles à la viscosité du fluide et varie linéairement avec la vitesse (Loi de Darcy) [Darcy 1856]. Pour des nombres de Reynolds supérieures, les forces de trainées dépendent aussi de la densité et du carré de la vitesse (les fluctuations et les micro-recirculations).

Le terme de Darcy est donné par l'intégrale de surface suivant :

$$\frac{1}{V} \int_{S_{fs}} \left[ \overline{\overline{\tau}}_f - (P'_f + \rho_f \phi'_f) \overline{\overline{\delta}} \right] n_f dS \cong -\frac{\mu_f}{K} \phi \langle U_f \rangle \quad (\text{III.33})$$

Pour un milieu poreux isotropique, Irmay (1958) montre que :

$$\rho_f \left[ \nabla \cdot \langle U'_f U'_f \rangle \right] = \rho_f \frac{1}{V} \int_{S_{fs}} \langle U'_f U'_f \rangle n_f dS \cong \frac{B\phi}{K} \rho_f \langle U_f \rangle \langle U_f \rangle \quad (\text{III.34})$$

Avec « B » est une constante caractéristique de la microstructure du milieu poreux.

$$B = C_F K^{1/2} \quad (III.35)$$

Par conséquent, l'approximation de l'équation finale du mouvement est donnée sous la forme suivante :

$$\rho_f \left[ \frac{\partial}{\partial t} \langle U_f \rangle + \frac{1}{\phi} \nabla \cdot (\langle U_f \rangle \langle U_f \rangle) \right] = -\phi \nabla \langle P_f \rangle^f - \phi \rho_f g e_z + \mu_f \nabla^2 \langle U_f \rangle - \rho_f \phi \left[ \frac{v_f}{K} + \frac{B}{K} |\langle U_f \rangle| \right] \langle U_f \rangle \quad (III.36)$$

En introduisant la vitesse Darcienne  $U_D = \langle U_f \rangle$  (qui est une intégration de la vitesse sur tout le volume du VER) et en multipliant l'équation (III.36) par l'inverse de la porosité, on aura l'équation suivante:

$$\frac{1}{\phi} \frac{\partial U_D}{\partial t} + \frac{1}{\phi^2} \nabla \cdot (U_D U_D) = -\frac{1}{\rho_f} \nabla P_I - g e_z + \frac{v_f}{\phi} \nabla^2 U_D - \left[ \frac{v_f}{K} + \frac{B}{K} |U_D| \right] U_D \quad (III.37)$$

Dans l'équation ci-dessus, le deuxième terme à gauche représente la force d'inertie macroscopique (accélération du fluide). Dans le membre à droite, le premier terme représente le gradient de pression au niveau du pore, le seconde les forces de volume, le troisième terme représente la force visqueuse causé par les forces d'arrachement le long des frontières solides. Ce terme n'est généralement pas négligeable dans les régions pariétales [Vafai et Tien 1985]. Il a été introduit en premier par Brinkman [Brinkman 1947]. Dans le quatrième terme de droite, le premier terme dans l'accolade représente la résistance visqueuse due à la matrice poreuse : c'est le terme de Darcy (1856) et le dernier terme introduit par Forcheimer [Forcheimer 1901], modélise les forces d'inertie à l'échelle du pore et il est d'autant plus important que le débit est grand.

$P_I = \langle P_f \rangle^f$  est la moyenne de la pression intrinsèque sur le volume du fluide

La vitesse du pore est écrite en fonction de la vitesse Darcienne est donnée par :

$$U_p = \langle U_f \rangle^f = \frac{1}{\phi} \langle U_f \rangle = \frac{1}{\phi} U_D \quad (III.38)$$

En utilisant la vitesse du pore dans l'écriture de l'équation (III.36) et en tenant compte de la porosité variable dans le temps, on à l'équation suivante :

$$\frac{1}{\phi} \frac{\partial U_D}{\partial t} + \nabla \cdot (U_p U_p) = -\frac{1}{\rho_f} \nabla P_I - g e_z + v_f \nabla^2 U_p - \left[ \frac{v_f \phi}{K} + \frac{B \phi^2}{K} |U_p| \right] U_p \quad (III.39)$$

On remarque que tous les termes sont écrits en fonction de la vitesse du pore sauf le terme transitoire qui nécessite de le calculer en fonction de la vitesse du pore.

En utilisant l'équation (III.38), on à :

$$\frac{\partial U_p}{\partial t} = \frac{1}{\phi} \frac{\partial U_D}{\partial t} - \frac{1}{\phi^2} U_D \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (III.40)$$

$$\frac{1}{\phi} \frac{\partial U_D}{\partial t} = \frac{\partial U_p}{\partial t} + \frac{1}{\phi^2} U_D \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (III.41)$$

$$\frac{1}{\phi} \frac{\partial U_D}{\partial t} = \frac{\partial U_p}{\partial t} + \frac{1}{\phi} U_p \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (III.42)$$

En remplaçant l'équation (III.42) dans l'équation (III.39), on trouve :

$$\frac{\partial U_p}{\partial t} + \nabla \cdot (U_p U_p) = -\frac{1}{\rho_f} \nabla P_I - g e_z + v_f \nabla^2 U_p - \left[ \frac{v_f \phi}{K} + \frac{B \phi^2}{K} |U_p| + \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right] U_p \quad (III.43)$$

L'équation (III.43) est une équation finale écrite avec les vitesses des pores et en tenant en compte de la variation de la porosité dans le temps.

- **Evaluation de la grandeur du terme transitoire de la porosité dans l'équation du mouvement:**

En utilisant la loi de variation de la porosité citée dans le chapitre V (cf. équation (V.16)), on trace la variation du terme transitoire de la porosité  $(\partial\phi/\partial t)/\phi$  au cours du temps.

La loi de variation de la porosité est donnée par :  $\phi(t) = \phi_0 - A[1 - e^{-Bt}]$  (cf. chapitre V).

$$\text{D'où : } \left[ \frac{1}{\phi} \frac{\partial\phi}{\partial t} \right] = \frac{-ABe^{-Bt}}{\phi_0 - A[1 - e^{-Bt}]}$$

Avec :  $A = \frac{a}{e_{tot}} = 1$ ,  $B = b = 1.65539 \cdot 10^{-5}$  (cf. chapitre V)

La figure suivante donne la courbe d'évolution du terme  $(\partial\phi/\partial t)/\phi$  au cours du temps.

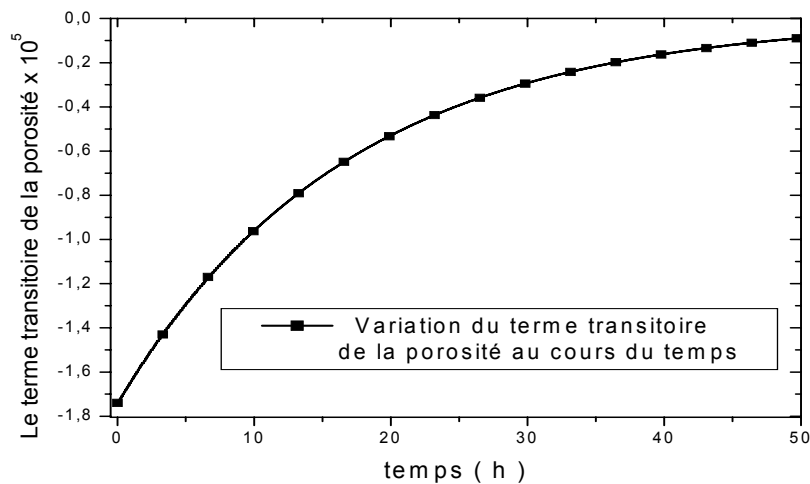


Figure III.2 Variation du terme transitoire au cours du temps

En remarque d'après la Figure III.2 que le terme  $(\partial\phi/\partial t)/\phi$  prend toujours des valeurs négatives et varie de  $(-1.74 \times 10^{-5})$  à  $(-8.74 \times 10^{-7})$  entre l'état initial à l'état finale. En le comparant avec les autres termes de l'équation (III.80), qui sont dans l'accolade, on trouve :

$$\left[ \frac{v_f \phi}{K} \right]_{\text{état initial}} = 0,1567, \quad \left[ \frac{v_f \phi}{K} \right]_{\text{état final}} = 2,91 \times 10^{+8},$$

$$\left[ \frac{B\phi^2}{K} |U_p| \right]_{\text{état initial}} = 8,95, \quad \left[ \frac{B\phi^2}{K} |U_p| \right]_{\text{état final}} = 2,183$$

Avec :  $B = C_F K^{1/2}$ ,  $C_F = 0.1$ ,  $|U_p| = 0,6035 \text{ m/s}$

On remarque d'après cette étude comparative que le terme  $(\partial\phi/\partial t)/\phi$  est nettement plus petit devant les autres termes.

Dans la suite de notre travail, on néglige le terme  $(\partial\phi/\partial t)/\phi$  dans la résolution de l'équation du mouvement et de sa discrétisation.

### III.4.1.3 Equation de l'énergie

De la même manière que dans l'équation de mouvement, on écrit l'équation de l'énergie pour chaque phase qui constitue le milieu poreux.

#### III.4.1.3.1 Equation d'énergie de la phase fluide

$$\rho_f C p_f \left( \frac{\partial T_f}{\partial t} + \nabla \cdot (U_f T_f) \right) = -\nabla \cdot q_f + w_f \quad (\text{III.44})$$

Où  $q_f$  est le vecteur du flux de chaleur et  $w_f$  est le taux de la génération interne de chaleur. en faisant les changement suivant :  $\psi_f = T_f$ ,  $Q_f = -q_f$  et  $S_f = w_f$  dans l'équation (B.23) de l'annexe B, on se retrouve avec l'équation de la moyenne intrinsèque de phase de l'équation de l'énergie dans la phase fluide.

$$\rho_f C p_f \left[ \frac{\partial}{\partial t} \langle T_f \rangle^f + \nabla \cdot (\langle T_f \rangle^f \langle U_f \rangle^f) + \nabla \cdot \langle T_f' U_f' \rangle^f \right] = -\nabla \cdot \langle q_f \rangle^f + \langle w_f \rangle^f - \frac{1}{V_f} \int_{S_{fs}} q_f \cdot n_f dS \quad (\text{III.45})$$

$$\text{En introduisant la loi de Fourier de conduction : } q_f = -\lambda_f \cdot \nabla T_f \quad (\text{III.46})$$

En introduisant la moyenne intrinsèque de phase sur  $q_f$  et d'après le théorème de Slattery :

$$\langle q_f \rangle^f = -\lambda_f \cdot \nabla \langle T_f \rangle^f - \frac{\lambda_f}{V_f} \int_{S_{fs}} T_f n_f dS \quad (\text{III.47})$$

La substitution de l'équation (III.47) dans l'équation (III.45) donne :

$$\begin{aligned} \rho_f C p_f \left[ \frac{\partial}{\partial t} \langle T_f \rangle^f + \nabla \cdot (\langle T_f \rangle^f \langle U_f \rangle^f) + \nabla \cdot \langle T_f' U_f' \rangle^f \right] &= \lambda_f \nabla^2 \langle T_f \rangle^f + \langle w_f \rangle^f \\ &+ \frac{\lambda_f}{V_f} \nabla \cdot \left( \int_{S_{fs}} T_f n_f dS \right) + \frac{\lambda_f}{V_f} \int_{S_{fs}} \nabla T_f \cdot n_f dS \end{aligned} \quad (\text{III.48})$$

#### III.4.1.3.2 Equation d'énergie de la phase solide

L'équation de conduction de la phase solide est :

$$\rho_s C p_s \left( \frac{\partial T_s}{\partial t} \right) = -\nabla \cdot q_s + w_s \quad (\text{III.49})$$

On considère la moyenne sur le volume  $V_s$  occupé par le solide. En introduisant la loi de Fourier, la moyenne intrinsèque de phase de l'équation de la chaleur s'écrit :

$$\rho_s C p_s \left[ \frac{\partial}{\partial t} \langle T_s \rangle^s \right] = \lambda_s \nabla^2 \langle T_s \rangle^s + \langle w_s \rangle^s + \frac{\lambda_s}{V_s} \nabla \cdot \left( \int_{S_{fs}} T_s n_s dS \right) + \frac{\lambda_s}{V_s} \int_{S_{fs}} \nabla T_s \cdot n_s dS \quad (\text{III.50})$$

Où la normale  $n_s$  est dirigée de la phase solide vers la phase fluide ( $n_s = -n_f$ )

Les équations (III.48) et (III.50) sont les équations intrinsèques d'énergie de la moyenne de phase de la phase fluide et solide.

On note que le changement d'échelle des équations décrivant le transfert de chaleur à l'échelle microscopique vers des équations décrivant le transfert de chaleur à l'échelle macroscopique fait apparaître des termes supplémentaires traduisant les échanges conductifs et convectifs entre phases ainsi que la dispersion thermique.

**Equilibre thermique local :**

L'hypothèse d'équilibre thermique local entre les phases fluide et solide conduit à écrire une seule équation de l'énergie moyennée sur tout le VER. L'hypothèse  $T_s = T_f = T$  en tout point du VER implique  $\langle T_s \rangle^s = \langle T_f \rangle^f = \langle T \rangle$

En écrivant les moyennes intrinsèque de phase de l'équation de l'énergie sur les phases fluide et solide et en les écrivant en fonction des moyennes de phases et en négligeant le terme de dispersion dans cette étude, Les équations de la phase fluide et solide simplifiées écrite en termes de vitesse Darcienne sont:

$$\text{Phase fluide : } \rho_f C p_f \left( \frac{\partial T_f}{\partial t} + U_D \frac{\partial T_f}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_f \frac{\partial T_f}{\partial y} \right) \quad (\text{III.51})$$

$$\text{Phase solide : } \rho_s C p_s \left( \frac{\partial T_s}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial y} \right) \quad (\text{III.52})$$

En multipliant l'équation (III.51) par  $\phi$  et l'équation (III.52) par  $(1-\phi)$  et en faisant l'addition des équations résultantes on aboutie à l'équation suivante :

$$\left[ \phi(\rho C p)_f + (1-\phi)(\rho C p)_s \right] \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho C p)_f U_D \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\phi \lambda_f + (1-\phi) \lambda_s) \frac{\partial T}{\partial y} \right] \quad (\text{III.53})$$

$$\text{Posons } (\rho C p)_{eff} = \phi(\rho C p)_f + (1-\phi)(\rho C p)_s \quad \text{et} \quad \lambda_{eff} = \phi \lambda_f + (1-\phi) \lambda_s$$

L'équation de l'énergie moyennée dans le cas de l'équilibre thermique local entre phase fluide et solide s'écrit en définitive :

$$(\rho C p)_{eff} \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho C p)_f U_D \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial y} \right] \quad (\text{III.54})$$

En utilisant la vitesse du pore on peut écrire l'équation précédente sous la forme :

$$(\rho C p)_{eff} \frac{\partial T}{\partial t} + \phi(\rho C p)_f U_p \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial y} \right] \quad (\text{III.55})$$

Avec  $U_D = \phi U_p$  représente la vitesse de filtration appelée aussi vitesse de Darcy.

Dans la suite de travail on écrit :  $U_p = U$  pour simplifier les écritures.

**III.4.2 Equations de conservation dans le milieu poreux**

Après que les équations fondamentales sont écrites sous la forme finale en passe à la modélisation de la turbulence dans le milieu poreux et tenant compte des hypothèses données dans la partie fluide et des hypothèses supplémentaires suivantes :

**Hypothèses supplémentaires**

- La formulation des phénomènes est effectuée sur une échelle macroscopique, où la taille du volume élémentaire représentatif (V.E.R) est très grande par rapport à celle des pores.
- Le mouvement du fluide dans la cloison poreuse est régi par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer alors que dans les compartiments fluides, il est décrit par les équations de Navier-Stokes.
- Le milieu poreux est considéré homogène, isotrope et saturé par le même fluide.
- Equilibre thermique local sur le V.E.R dans la région poreuse est admis (pas d'échange thermique entre le fluide et la matrice poreuse à l'échelle du V.E.R).
- La matrice poreuse est considérée comme un matériau de porosité et de perméabilité constante même près de la paroi.

- Les propriétés thermo physiques du solide et du fluide sont supposées constantes. En tenant compte des équations (III.23), (III.43) et (III.55), les équations de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie s'écrivent sous la forme indicielle d'après Getachew et al. [Getachew et al.. 2000] comme suit :

#### III.4.2.1 Equation de continuité

$$\frac{\partial U_i}{\partial X_i} = 0 \quad (III.56)$$

#### III.4.2.2 Equation de la dynamique

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial X_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_i} - \phi \frac{\nu}{K} U_i - \phi^2 \frac{C_F}{K^{3/2}} (U_j U_j)^{1/2} U_i + \nu J \frac{\partial^2 U_i}{\partial X_j \partial X_j} \quad (III.57)$$

#### III.4.2.3 Equation d'énergie

$$(\rho C_p)_{eff} \frac{\partial T}{\partial t} + \phi (\rho C_p)_f U_j \frac{\partial T}{\partial X_j} = \lambda_{eff} \frac{\partial^2 T}{\partial X_j \partial X_j} \quad (III.58)$$

On utilise la décomposition de Reynolds [Reynolds 1895] donnée par les équations (III.7), (III.8) et (III.9) et en introduisant l'opérateur de la moyenne on trouve :

- **Equation de continuité**

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_i} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial X_i} = 0 \quad (III.59)$$

- **Equation de mouvement**

En introduisant (III.7) dans (III.57) on trouve l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\overline{U_i + u_i}) + (\overline{U_j + u_j}) \frac{\partial}{\partial X_j} (\overline{U_i + u_i}) = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial X_i} (\overline{P + p}) + \nu J \frac{\partial^2}{\partial X_j \partial X_j} (\overline{U_i + u_i}) \\ & - \phi \frac{\nu}{K} (\overline{U_i + u_i}) - \phi^2 \frac{C_F}{K^{3/2}} \left[ \overline{(U_j + u_j)(U_j + u_j)} \right]^{1/2} (\overline{U_i + u_i}) \end{aligned} \quad (III.60)$$

En introduisant la moyenne à l'équation (III.60), et on supposant que  $U_j U_j \gg u_j u_j$ , le terme de Forchheimer peut être écrit de la forme suivante [Getachew, Minkowycz et Lage 2000]:

$$\left( \overline{[(U_j + u_j)(U_j + u_j)]^{1/2}} (\overline{U_i + u_i}) \right) \approx (\overline{U_j U_j})^{1/2} \bar{U}_i + \frac{\bar{U}_j}{(\overline{U_j U_j})^{1/2}} \overline{u_j u_i} \quad (III.61)$$

L'équation de Reynolds moyenne s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{U}_i) + (\bar{U}_j) \frac{\partial}{\partial X_j} (\bar{U}_i) = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial X_i} (\bar{P}) + \frac{\partial}{\partial X_j} (\nu J \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} - \overline{u_i u_j}) \\ & - \phi \frac{\nu}{K} (\bar{U}_i) - \phi^2 \frac{C_F}{K^{3/2}} \left[ (\overline{U_j U_j})^{1/2} \bar{U}_i + \frac{\bar{U}_j}{(\overline{U_j U_j})^{1/2}} \overline{u_j u_i} \right] \end{aligned} \quad (III.62)$$

L'équation de la vitesse fluctuante est obtenue par la différence des équations (III.60) et (III.62), qui donnent :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + u_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial X_j} - \overline{u_j \frac{\partial u_i}{\partial X_j}} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial X_i} + \frac{\partial}{\partial X_j} (\nu J \frac{\partial u_i}{\partial X_j}) - \phi \frac{\nu}{K} u_i \\ & - \phi^2 \frac{C_F}{K^{3/2}} \left[ (\overline{U_j U_j})^{1/2} u_i + \frac{U_j U_i u_i}{(\overline{U_j U_j})^{1/2}} + \frac{U_j u_j u_i}{(\overline{U_j U_j})^{1/2}} - \frac{U_j}{(\overline{U_j U_j})^{1/2}} \overline{u_j u_j} \right] \end{aligned} \quad (III.F)$$

▪ **Equation d'énergie**

$$(\rho.C_p)_{eff} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \phi.(\rho.C_p)_f \bar{U}_j \frac{\partial \bar{T}}{\partial X_j} = \lambda_{eff} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial X_j \partial X_j} - \phi.(\rho.C_p)_f \frac{\partial(\bar{u}_j \theta)}{\partial X_j} \quad (III.63)$$

D'après l'équation (III.15), on a :  $\bar{u}_j \theta = -\frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial \bar{T}}{\partial X_j}$

La forme finale de l'équation d'énergie est donnée par l'équation suivante :

$$\frac{(\rho.C_p)_{eff}}{(\rho.C_p)_f} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \phi \bar{U}_j \frac{\partial \bar{T}}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left[ \left( \frac{\lambda_{eff}}{(\rho.C_p)_f} + \phi \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial X_j} \right] \quad (III.64)$$

Pour le cas stationnaire, l'équation (III.64) s'écrit :

$$\rho \bar{U}_j \frac{\partial \bar{T}}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left[ \left( \frac{1}{\phi} \frac{R_c \mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial X_j} \right] \quad (III.65)$$

Avec :  $R_c = \frac{\lambda_{eff}}{\lambda}$  est le rapport de conductivité thermique

$$Pr = \frac{(\rho.C_p)_f \nu}{\lambda} \text{ est le nombre de Prandtl}$$

### III.4.3 Fermeture des équations - modèle $\kappa - \varepsilon$

#### III.4.3.1 Equation générale de l'énergie cinétique de turbulence $\kappa$

L'approche la plus simple pour trouver l'équation de transport pour  $\overline{u_i u_j}$  est de résoudre l'équation suivante :  $\overline{u_j \times \text{l'équation III.F}(u_i)} + u_i \times \text{l'équation III.F}(u_j)$

En posant  $i = j$  et en utilisant l'indice muet « k » on trouve après plusieurs calculs simplificateurs l'équation (III.66) suivante:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{u_i u_i}}{\partial t} + \overline{U_k} \frac{\partial \overline{u_i u_i}}{\partial X_k} &= -2 \overline{u_i u_i} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_k} - 2 \phi \frac{\nu}{K} \overline{u_i u_i} - \phi^2 \frac{C_F}{(\overline{U_k U_k})^{1/2} K^{1/2}} \left[ 2 \overline{u_i u_i} (\overline{U_k U_k}) + 2 \overline{u_i u_k} (\overline{U_i U_k}) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial X_k} \left[ \nu J \frac{\partial \overline{u_i u_i}}{\partial X_k} - \frac{2}{\rho_f} \delta_{ik} \overline{p u_i} - \overline{u_i u_i u_k} \right] + 2 \frac{\overline{p}}{\rho} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial X_i} - \phi^2 \frac{2 C_F U_k}{(\overline{U_k U_k})^{1/2} K^{1/2}} (\overline{u_i u_i u_k}) - 2 \nu J \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial X_k} \right)^2 \end{aligned}$$

Sachant que d'après Lage [Anthole et Lage 1997] et [Getachew et Lage 2000]:

$$\frac{1}{\rho} \delta_{ik} \overline{u_i p} + \frac{1}{2} \overline{u_i u_i u_k} = -\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial \kappa}{\partial X_k} \quad (III.67)$$

D'où l'équation (III.66) peut être écrite comme suite :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \kappa}{\partial t} + \overline{U_k} \frac{\partial \kappa}{\partial X_k} &= -\overline{u_i u_k} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_k} + \frac{\partial}{\partial X_k} \left[ \nu J \frac{\partial \kappa}{\partial X_k} + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial \kappa}{\partial X_k} \right] - 2 \frac{\phi \nu}{K} \kappa \\ &- \frac{\phi^2 C_F}{(\overline{U_k U_k})^{1/2} K^{1/2}} \left[ 2 \kappa (\overline{U_k U_k}) + \overline{u_k u_k} (\overline{U_i U_k}) \right] - J \varepsilon - \frac{\phi^2 C_F \overline{U_k}}{(\overline{U_k U_k})^{1/2} K^{1/2}} (\overline{u_i u_i u_k}) \end{aligned} \quad (III.68)$$



### III.4.3.2 Modèle de diffusion

Le terme  $\overline{u_i u_j u_k}$  représente le terme de transport par le mouvement fluctuant (Advection). Plusieurs auteurs ont donné une modélisation à ce terme pour qu'il soit plus simple.

- La proposition de Shir [Shir 1973] est la plus simple. Elle s'exprime par :

$$\overline{u_i u_j u_k} = -C'_s \mathcal{G} \kappa \frac{\partial}{\partial X_k} (\overline{u_i u_j}) \quad (\text{III.69})$$

Avec pour échelle de temps  $\mathcal{G} = \frac{\kappa}{\varepsilon}$ . La constante préconisée par l'auteur ( $C'_s = 0.04$ ) n'est pas reprise dans les travaux plus récents de Lien et Leschziner [Lien et Leschziner 1987] et Davidson [Davidson 1995], ou l'on adopté une valeur plus élevée ( $C'_s = 0.11$ )

- Le modèle de Daly et Harlow [Daly et Harlow 1970], parmi les plus populaires, s'écrit :

$$\overline{u_i u_j u_k} = -C'_s \frac{\kappa}{\varepsilon} \overline{u_k u_l} \frac{\partial}{\partial X_l} (\overline{u_i u_j}) \quad (\text{III.70})$$

Où  $C'_s$  est compris entre 0.22 et 0.25 selon la plus part des auteurs. A l'évidence, ce schéma ne respecte pas la symétrie tensorielle de la corrélation triple  $\overline{u_i u_j u_k}$ .

- Le schéma de C. Du P. Donaldson [Donaldson 1971] s'écrit :

$$\overline{u_i u_j u_k} = -L \sqrt{\kappa} \left( \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial X_k} + \frac{\partial \overline{u_j u_k}}{\partial X_i} + \frac{\partial \overline{u_i u_k}}{\partial X_j} \right) \quad (\text{III.71})$$

Où  $L$  est une macro-échelle de turbulence. C'est l'une des premières propositions à respecter la symétrie tensorielle sur la base du schéma de Shir. Elle n'est plus guère utilisée actuellement, au profit de la formulation suivante.

- Le schéma de Mellor et Herring [Mellor et Herring 1973] utilise lui aussi une diffusivité scalaire sous la forme :

$$\overline{u_i u_j u_k} = -\frac{2}{3} C_s \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \left[ \frac{\partial}{\partial X_k} \overline{u_i u_j} + \frac{\partial}{\partial X_i} \overline{u_j u_k} + \frac{\partial}{\partial X_j} \overline{u_i u_k} \right] \quad (\text{III.72})$$

- Le schéma d'Hanjalic et Launder [Hanjalic et Launder 1972, 1976] s'écrit :

$$\overline{u_i u_j u_k} = -C_s \frac{\kappa}{\varepsilon} \left[ \overline{u_k u_l} \frac{\partial}{\partial X_l} \overline{u_i u_j} + \overline{u_i u_l} \frac{\partial}{\partial X_l} \overline{u_j u_k} + \overline{u_j u_l} \frac{\partial}{\partial X_l} \overline{u_i u_k} \right] \quad (\text{III.73})$$

La valeur de la constante est  $C_s = 0.11$  par optimisation avec l'expérience

Dans notre cas d'étude on utilise le schéma de Mellor et Herring [Mellor et Herring 1973]. Selon Demuren et Sarkar [Demuren et Sarkar 1987], c'est le schéma qui conduit au meilleur accord avec l'expérience en écoulement de canal, avec  $C_s = 0.108$

La corrélation triple  $\overline{u_i u_j u_k}$  s'écrit alors :

$$\overline{u_i u_j u_k} = -\frac{2}{3} C_s \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \left[ \frac{\partial}{\partial X_k} \overline{u_i u_j} + 2 \frac{\partial}{\partial X_i} \overline{u_j u_k} \right] \quad (\text{III.74})$$

En remplaçant le terme des tensions de Reynolds dans le schéma de la corrélation triple on

$$\text{trouve : } \overline{u_i u_j u_k} = -\frac{4}{3} C_s \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \frac{\partial \kappa}{\partial X_k} + \frac{4}{3} C_s \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \nu_t \frac{\partial}{\partial X_i} \left( \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial X_k} + \frac{\partial \overline{U}_k}{\partial X_i} \right) \quad (\text{III.75})$$

En remplaçant la vitesse moyenne  $\bar{U}$  par  $U$ , la forme générale de l'équation de l'énergie cinétique turbulente sous écriture indicelle s'écrit :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \kappa}{\partial t} + U_k \frac{\partial \kappa}{\partial X_k} &= \nu_t \left[ \frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial U_k}{\partial X_i} \right] \frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial}{\partial X_k} \left[ \nu_t J + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right] \frac{\partial \kappa}{\partial X_k} - 2\phi \cdot \frac{\nu}{K} \kappa - J \cdot \varepsilon \\
&- \phi^2 \frac{C_F}{(U_k U_k)^{1/2} K^{1/2}} \left[ \frac{8}{3} \kappa (U_k U_k) - \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial U_k}{\partial X_i} \right) (U_i U_k) \right] \\
&- \phi^2 \frac{C_F}{(U_k U_k)^{1/2} K^{1/2}} \cdot \frac{5}{3} U_k \left( -\frac{4}{3} C_s \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \frac{\partial \kappa}{\partial X_k} \right) \\
&- \phi^2 \frac{C_F}{(U_k U_k)^{1/2} K^{1/2}} U_k \left( \frac{4}{3} C_s \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \nu_t \frac{\partial}{\partial X_i} \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial U_k}{\partial X_i} \right) \right) \tag{III.76}
\end{aligned}$$

**III.4.3.3 Equation de transport du taux de dissipation turbulent ( $\varepsilon$ )**

En utilisant les différentes approches, l'équation exacte pour  $\varepsilon$  est déduite à partir de :

$$2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \cdot \frac{\partial(l' \text{équation III.F}(u_i))}{\partial X_j}$$

On obtient l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} = & \underbrace{-2\nu \left[ \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \frac{\partial u_k}{\partial X_i} + \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \frac{\partial u_j}{\partial X_k} \right] \frac{\partial U_i}{\partial X_j}}_{(a)} \\ & - \underbrace{v \frac{\partial}{\partial X_k} \left[ u_k \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \right]}_{(b)} - \underbrace{v \frac{\partial}{\partial X_k} \frac{2}{\rho} \left[ \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \frac{\partial p}{\partial X_j} \right]}_{(c')} \\ & - 2\nu \underbrace{\left[ \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \frac{\partial u_k}{\partial X_j} + \nu J \left( \frac{\partial^2 u_i}{\partial X_k \partial X_j} \right)^2 \right]}_{(c)} \quad (III.77) \\ & \underbrace{+ \nu J \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial X_k \partial X_k}}_{(n)} - \underbrace{2\nu \left[ u_k \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \right] \frac{\partial^2 U_i}{\partial X_j \partial X_j}}_{(a')} \\ & - 2\phi \frac{\nu}{K} \varepsilon - 2\phi^2 \frac{C_F}{K^{1/2}} \left[ \underbrace{(U_k U_k)^{1/2} \varepsilon + \frac{\nu U_k}{(U_k U_k)^{1/2}} \left( u_k \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + u_i \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \frac{\partial u_k}{\partial X_j} + U_i \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \right)}_{(e)} \right. \\ & \quad \left. + \underbrace{\left( u_i \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \right) \nu \frac{\partial}{\partial X_j} (U_k U_k)^{1/2}}_{(f)} \right. \\ & \quad \left. + \underbrace{\left( u_k \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \right) \nu \frac{\partial}{\partial X_j} \left( \frac{U_k U_i}{(U_k U_k)^{1/2}} \right) + \left( u_k u_i \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \right) \nu \frac{\partial}{\partial X_j} \left( \frac{U_k}{(U_k U_k)^{1/2}} \right)}_{(g)} \right] \end{aligned}$$

**Hypothèses**

**1/ Termes en gradient :**

Le terme (b) représente la diffusion turbulente due aux fluctuations de vitesse, terme de forme  $(\varepsilon \cdot u_k)$ .

Le terme (c') représente la diffusion turbulente due aux fluctuations de pression.

Le terme (n) représente la diffusion moléculaire.

**2/ Termes sources et puits :**

Le terme (a) joue le rôle de la production complémentaire par action du mouvement moyen.

Le terme (a') est la production complémentaire par action du mouvement moyen en écoulement inhomogène.

Les termes (c + d) jouent le rôle de la production par interactions tourbillonnaires (processus de cascade énergétique) et de l'action de la viscosité (destruction).

$$(b) + (c') = \frac{\partial}{\partial X_k} \left( \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_k} \right) = \overline{\varepsilon u_k} = - \frac{\partial}{\partial X_k} \left( \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_k} \right) \quad [\text{Anthole et Lage 1997}]$$

$$(a) + (a') + (c) = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{\kappa} \overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial X_j}$$

$$(d) = C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}$$

Le premier terme de (e) représente le transport turbulent de la dissipation, il est modélisé par l'hypothèse de diffusion en gradient.

$$v(u_k \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \frac{\partial u_i}{\partial X_j}) = \overline{u_k \varepsilon} = -C_{\varepsilon 3} \frac{\kappa}{\varepsilon} \overline{u_k u_j} \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j}$$

On néglige le deuxième terme de (e) devant le troisième car  $\overline{U_i} \gg u_i$ , d'où :

$$v \overline{U_i} \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \frac{\partial u_k}{\partial X_j} = \frac{1}{3} \overline{U_i \varepsilon} \delta_{ik}$$

Le terme (f) peut s'écrire comme suite :  $\overline{u_i \frac{\partial u_i}{\partial X_j}} = \frac{1}{2} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial X_j} = \frac{\partial \kappa}{\partial X_j}$

$$\text{Le terme (g)} = v \frac{\partial}{\partial X_j} \frac{\overline{U_k}}{(\overline{U_k U_k})^{1/2}} \left[ \overline{U_i u_k} \frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \overline{u_i u_k} \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \right] \approx v \frac{\partial}{\partial X_j} \frac{U_k}{(U_k U_k)^{1/2}} \left[ \overline{U_i u_k} \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \right]$$

$$\text{Le terme (g)} = v \frac{\partial}{\partial X_j} \frac{\overline{U_k}}{(\overline{U_k U_k})^{1/2}} \frac{1}{2} \frac{\partial \overline{u_i u_k}}{\partial X_j}$$

En remplaçant la vitesse moyenne  $\overline{U}$  par  $U$ , La forme finale de l'équation de la dissipation sous écriture indicielle s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_k \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_k} = & \frac{\partial}{\partial X_k} \left[ (v_t J + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon}) \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_k} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{\kappa} v_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} - J C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{\kappa} - 2\phi \frac{v}{K} \varepsilon \\ & \left[ \begin{aligned} & (\overline{U_k U_k})^{1/2} \varepsilon + v \left( \frac{\partial}{\partial X_j} (\overline{U_k U_k})^{1/2} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial X_j} + \frac{v}{3} \frac{\partial}{\partial X_j} \frac{(U_k U_i)}{(\overline{U_k U_k})^{1/2}} \frac{\partial \kappa}{\partial X_j} \\ & - 2\phi^2 \frac{C_F}{K^{1/2}} + \frac{U_k}{(\overline{U_k U_k})^{1/2}} C_{\varepsilon 3} v_t \frac{\kappa}{\varepsilon} \left( \frac{\partial U_k}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_k} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} + \frac{1}{3} \frac{(U_k U_i)}{(\overline{U_k U_k})^{1/2}} \varepsilon \delta_{ij} \\ & - \frac{v}{2} v_t \frac{\partial}{\partial X_j} \frac{(U_k U_i)}{(\overline{U_k U_i})^{1/2}} \left( \frac{\partial^2 U_i}{\partial X_j \partial X_k} + \frac{\partial^2 U_k}{\partial X_j \partial X_i} \right) - \left( \frac{U_k}{(\overline{U_k U_k})^{1/2}} C_{\varepsilon 3} \frac{\kappa}{\varepsilon} \frac{2}{3} \kappa \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} \end{aligned} \right] \quad (\text{III.78}) \end{aligned}$$

### III.5 Modèle générale

Afin de réduire considérablement la formulation mathématique, nous allons établir un seul système d'équations qui régit tout le domaine étudié (fluide et poreux) et cela en utilisant l'approche à un seul domaine.

a) milieu fluide :  $J=1$ ,  $R_c=1$ ,  $\phi = 1$ ,  $Da \rightarrow \infty$

b) milieu poreux :  $J \geq 1$ ,  $R_c \neq 1$ ,  $\phi < 1$ ,  $Da =$  valeur finie et très faible.

Les équations de continuité, de mouvement, d'énergie, d'énergie cinétique turbulente et de dissipation turbulente sont écrites sous forme indicelle dans le système d'équations (III) suivant:

#### III.5.1 Equation de continuité

$$\frac{\partial U_i}{\partial X_i} = 0 \quad (\text{III.79})$$

#### III.5.2 Equations du mouvement

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial}{\partial X_j} U_i = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{\partial}{\partial X_j} \left[ (\nu J + \nu_t) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \right] + \frac{\partial}{\partial X_i} \nu_t \left[ \frac{\partial U_j}{\partial X_j} \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial \kappa}{\partial X_j} \\ & - \phi \frac{\nu}{K} U_i - \phi^2 \frac{C_F}{K^{1/2}} \left[ (U_j U_j)^{1/2} U_i - \frac{U_j}{(U_j U_j)^{1/2}} \left( \nu_t \left\{ \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right\} - \frac{2}{3} \kappa \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{III.80})$$

#### III.5.3 Equation de l'énergie

$$\frac{(\rho \cdot C_p)_{eff}}{(\rho \cdot C_p)_f} \frac{\partial T}{\partial t} + \phi U_j \frac{\partial T}{\partial X_j} = \frac{\partial}{\partial X_j} \left[ \left( \frac{\lambda_{eff}}{(\rho \cdot C_p)_f} + \phi \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T}{\partial X_j} \right] \quad (\text{III.81})$$

#### III.5.4 Equation de l'énergie cinétique de turbulence ( $\kappa$ )

$$\begin{aligned} \frac{\partial \kappa}{\partial t} + U_k \frac{\partial \kappa}{\partial X_k} = & \nu_t \left[ \frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial U_k}{\partial X_i} \right] \frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial}{\partial X_k} \left[ \nu J + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right] \frac{\partial \kappa}{\partial X_k} - 2\phi \frac{\nu}{K} \kappa - J\varepsilon \\ & - \phi^2 \frac{C_F}{(U_k U_k)^{1/2} K^{1/2}} \left[ -\nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial U_k}{\partial X_i} \right) (U_k U_i) + \frac{8}{3} \kappa (U_k U_k) \right. \\ & \left. + \frac{5}{3} \left( -\frac{4}{3} C_s U_k \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \frac{\partial \kappa}{\partial X_k} \right) + \frac{4}{3} C_s U_k \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \nu_t \frac{\partial}{\partial X_i} \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial U_k}{\partial X_i} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{III.82})$$

### III.5.5 Equation de transport du taux de dissipation turbulent ( $\varepsilon$ )

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_k \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_k} = \frac{\partial}{\partial X_k} \left[ \left( \nu J + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_k} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{\kappa} \nu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} - J C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{\kappa} - 2\phi \frac{\nu}{K} \varepsilon$$

$$- 2\phi^2 \frac{C_F}{K^{1/2}} \left[ \begin{aligned} & \left( U_k U_k \right)^{1/2} \varepsilon + \nu \left( \frac{\partial}{\partial X_j} (U_k U_k)^{1/2} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial X_j} + \frac{\nu}{3} \frac{\partial}{\partial X_j} \frac{(U_k U_i)}{(U_k U_k)^{1/2}} \frac{\partial \kappa}{\partial X_j} \\ & + \frac{U_k}{(U_k U_k)^{1/2}} C_{\varepsilon 3} \nu_t \frac{\kappa}{\varepsilon} \left( \frac{\partial U_k}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_k} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} + \frac{1}{3} \frac{U_k U_i}{(U_k U_k)^{1/2}} \varepsilon \\ & - \frac{\nu}{2} \nu_t \frac{\partial}{\partial X_j} \frac{(U_k U_i)}{(U_k U_k)^{1/2}} \left( \frac{\partial^2 U_i}{\partial X_j \partial X_k} + \frac{\partial^2 U_k}{\partial X_j \partial X_i} \right) - \left( \frac{2}{3} \frac{U_k}{(U_k U_k)^{1/2}} C_{\varepsilon 3} \frac{\kappa}{\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} \end{aligned} \right] \quad (\text{III.83})$$

### III.6 Conditions initiales et aux limites

Les équations du système (III) sont soumises aux conditions suivantes :

#### III.6.1 Champ dynamique

- A l'entrée on suppose un profil de vitesse constant:  
 $x = 0 \quad u = u_e \quad v = 0 \quad (\text{III.84})$

- Condition d'adhérence à la paroi :  
 $y = 0 \quad \text{et} \quad y = H \quad u = v = 0 \quad (\text{III.85})$

- On impose à la sortie un régime dynamique établi:  
 $x = L \quad \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0, \quad v = 0 \quad (\text{III.86})$

#### III.6.2 Champ thermique

- Une température constante est imposée sur les parois :  
 $y = 0 \quad \text{et} \quad y = H \quad T = T_p = 400 \text{ K} \quad (\text{III.87})$

- Une température constante à l'entrée:  
 $x = 0 \quad T = T_e = 300 \text{ K} \quad (\text{III.88})$

- Diffusion axiale négligeable à la sortie:  
 $x = L \quad \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0 \quad (\text{III.89})$

#### III.6.3 Energie cinétique turbulente et la dissipation turbulente

- Condition d'adhérence à la paroi :  
 $y = 0 \quad \text{et} \quad y = H \quad \kappa = 0 \quad \text{et} \quad \varepsilon = \nu \frac{\partial^2 \kappa}{\partial y^2} \quad (\text{III.90})$

- A l'entrée :  $x = 0 \quad \kappa = \kappa_e = I u_e^2 \quad (\text{III.91})$

$$\text{et} \quad \varepsilon = \varepsilon_e = \frac{\kappa_e^{3/4}}{\alpha D_h} \quad (\text{III.92})$$

Avec :  $I$  le taux de turbulence, Varie entre 0.1% à 10% et  $\alpha = 0.33$

- On impose à la sortie un régime établi, soit :  $\frac{\partial \kappa}{\partial x} \Big|_{x=L} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0 \quad (\text{III.93})$

### III.6.4 Conditions à l'interface fluide - poreux

Dans notre travail, on a utilisé l'approche à un seul domaine dans la formulation des équations de conservation. Cette approche permet de décrire simultanément les écoulements et les transferts dans les deux domaines fluide et poreux.

Les conditions de raccordement à l'interface sont alors vérifiées de manière implicite.

Le passage du domaine fluide au milieu poreux se fait par une variation de la perméabilité et de la porosité.

Avec l'approche à un seul domaine, les valeurs limites suivantes des paramètres propres au milieu poreux permettent de définir le type du milieu modélisé:

i/ milieu fluide:  $J=1$ ,  $Rc=1$ ,  $\phi = 1$ ,  $K \rightarrow \infty$ ,

ii/ milieu poreux:  $J > 1$ ,  $Rc \neq 1$ ,  $\phi < 1$ ,  $K = \text{valeur finie}$

### III.7 Conclusion

Nous avons présenté les formulations mathématiques en régime instationnaire d'un écoulement turbulent d'un fluide entre deux plaques planes en présence d'un milieu poreux en utilisant le modèle de fermeture  $\kappa - \varepsilon$ . On a établie les équations de conservations et les conditions applicables pour la résolution numérique.

Le développement des équations ainsi que les hypothèses utilisées sont inspiré du modèle macroscopique de la turbulence en présence d'un milieu poreux donnée par Anthole et Lage [Anthole et Lage 1997] et de Getachew et Lage [Getachew et Lage 2000].

Il est à présent nécessaire de modéliser numériquement le problème de la turbulence dans le poreux. Pour cela, la méthode des volumes finis a été sélectionnée pour la modélisation numérique. Les questions relatives au choix de la méthode numérique, au traitement des interfaces ainsi qu'à la technique de résolution sont traitées dans le quatrième chapitre.

# **CHAPITRE IV**

## **Résolution numérique**



## IV.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la description de la méthode numérique utilisée pour la résolution des équations de conservation décrites dans le chapitre précédent. Il s'agit de décrire les grandes lignes de la procédure numérique et de détailler la technique utilisée pour la discrétisation des équations du système à résoudre. L'algorithme SIMPLE [Patankar 1980] est utilisé pour traiter le couplage vitesse pression. La résolution des équations algébriques, résultant de la discrétisation, est explicitée par la suite. On procède à la fin à des tests de sensibilité au maillage pour les cas d'un milieu totalement fluide et totalement poreux.

## IV.2 Méthode numérique

La résolution numérique d'un système d'équations aux dérivées partielles par une méthode discrète consiste à la transformer en systèmes d'équations algébriques de dimensions égales au nombre de points discrets. Cette étape est appelée « discrétisation ».

Dans cette étude, on utilise la méthode des volumes finis qui offre un bon compromis entre la souplesse de mise en œuvre, la précision des solutions et la puissance des moyens informatiques utilisés.

L'avantage de la méthode des volumes finis par rapport aux méthodes de différences finies et spectrales et la réduction de l'ordre de dérivation des équations. Par conséquent, le développement mathématique est moins laborieux et la mise en œuvre est plus facile.

La méthode des volumes finis consiste à découper le domaine de calcul en un certain nombre de volumes finis, appelés volumes de contrôle, et à intégrer les équations différentielles sur chacun de ces volumes de contrôle entourant un nœud P (Figure IV.1). Ce processus de discrétisation a un caractère plus physique que la technique des différences finies puisqu'il repose sur le principe de conservation des flux.

La méthode des volumes finis permet d'obtenir un système d'équations algébriques, ou système discrétisé, dont les inconnues sont les valeurs de la grandeur recherchée en un nombre fini de points du domaine d'étude. Cet ensemble de point constitue ainsi le maillage du domaine.

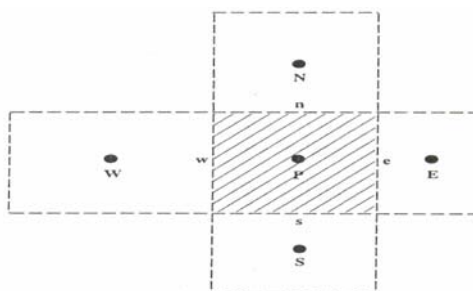


Figure IV.1 Volume de contrôle

### IV.2.1 Forme générale d'une équation de conservation

Notre système d'équations qui satisfait les conditions aux limites décrites dans le chapitre précédent est résolu par la méthode des volumes finis. Utilisant une formulation des équations en variables primitives (pression-vitesse), cette procédure a été élaborée par S. V. Patankar [Patankar 1980].

En désignant la variable dépendante par  $\Phi$ , les équations de conservation possèdent une forme commune donnée par la relation (IV.1) :

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t}}_I + \underbrace{\text{div}(\rho\vec{V}\Phi)}_{II} = \underbrace{\text{div}(\Gamma\overrightarrow{\text{grad}}\Phi)}_{III} + \underbrace{S_\Phi}_{IV} \quad (\text{IV.1})$$

Ou : (I) représente le terme de variation temporelle.  
 (II) exprime le terme de transport par l'écoulement.  
 (III) est le terme de diffusion.  
 (IV) le terme de source volumique

La variable dépendante  $\Phi$  peut correspondre à une variété de quantités physiques tel que la composante de la vitesse, la température, l'énergie cinétique turbulente... etc.

Le coefficient de diffusion  $\Gamma$  représente une propriété physique du fluide tel que la viscosité dans l'équation du mouvement, la conductivité thermique dans l'équation d'énergie. Pour les écoulements turbulents, le coefficient de diffusion  $\Gamma$  peut correspondre à la viscosité turbulente ou à la diffusivité turbulente.

La génération de chaleur interne dans un fluide, la production ou la consommation de l'espèce chimique dans les réactions chimiques ou les forces de volume sont des exemples de terme source.

Les expressions de  $\Gamma$  et  $S_\Phi$  sont différentes d'une équation à une autre et sont explicitées dans ce qui suit :

#### IV.2.1.1 Cas d'un milieu totalement fluide

Les différents coefficients  $\Phi$ ,  $\Gamma$  et  $S_\Phi$  de l'équation générale (IV.1) sont reportés dans le Tableau (IV.1) pour le cas d'un écoulement turbulent dans un canal totalement rempli par un milieu fluide en utilisant le modèle de turbulence  $\kappa - \varepsilon$ .

**Tableau IV.1 Forme générale des équations de conservation dans le cas d'un milieu fluide**

Equations	$\Phi$	$\Gamma$	$S_\Phi$
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement sur x et y	U et V	$(\mu + \mu_t)$	$-\frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{\partial}{\partial X_i} \mu_t \left[ \frac{\partial U_j}{\partial X_j} \right]$
Energie	T	$\left( \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{\sigma_t} \right)$	0
Energie cinétique turbulente	$\kappa$	$\left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\kappa} \right)$	$\mu_t \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} \left( \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial X_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial X_i} \right) - \rho \varepsilon$
Dissipation turbulente	$\varepsilon$	$\left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right)$	$C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \mu_t \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}$

**IV.2.1.2 Cas d'un milieu totalement poreux**

Les différents coefficients  $\Phi$ ,  $\Gamma$  et  $S_\phi$  de l'équation générale (IV.1) sont reportés dans le Tableau (IV.2) pour le cas d'un écoulement turbulent dans un canal totalement rempli par un milieu poreux en utilisant le modèle de turbulence  $\kappa - \varepsilon$ .

**Tableau IV.2 Forme générale des équations de conservation dans le cas d'un milieu poreux**

Equations	$\Phi$	$\Gamma$	$S_\phi$
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement sur x et y	U et V	$(\mu J + \mu_t)$	$-\frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{\partial}{\partial X_i} \mu_t \left[ \frac{\partial U_j}{\partial X_j} \right] - \frac{2}{3} \rho \frac{\partial k}{\partial X_j} - \phi \frac{\mu}{K} U_i$ $- \phi^2 \frac{C_F}{K^{1/2}} \left[ \frac{\rho (U_j U_j)^{1/2} U_i}{(U_j U_j)^{1/2}} \left( \mu_t \left\{ \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right\} - \frac{2}{3} \rho k \right) \right]$
Energie	T	$\left( \frac{\lambda_{eff}}{\lambda_f} \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_t} \right)$	0
Energie cinétique turbulente	$\kappa$	$\left( \mu J + \frac{\mu_t}{\sigma_\kappa} \right)$	$\mu_t \left[ \frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial U_k}{\partial X_i} \right] \frac{\partial U_i}{\partial X_k} + 2\phi \frac{\mu}{K} \kappa - J \rho \varepsilon$ $- \phi^2 \frac{C_F}{(U_k U_k)^{1/2} K^{1/2}} \left[ \begin{aligned} & - \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial U_k}{\partial X_i} \right) (U_k U_i) \\ & + \frac{8}{3} \rho \kappa (U_k U_k) \\ & + \frac{5}{3} \left( - \frac{4}{3} \rho C_s U_k \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \frac{\partial \kappa}{\partial X_k} \right) \\ & + \frac{4}{3} C_s U_k \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \mu_t \frac{\partial}{\partial X_i} \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_k} + \frac{\partial U_k}{\partial X_i} \right) \end{aligned} \right]$

<b>Dissipation turbulente</b>	$\varepsilon$	$\left( \mu J + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right)$	$C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{\kappa} \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial X_j} - J \rho C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{\kappa} - 2\phi \frac{\mu}{K} \varepsilon$ $- 2\phi^2 \frac{C_F}{K^{1/2}}$ $\left[ \begin{aligned} & (U_k U_k)^{1/2} \rho \varepsilon + \mu \left( \frac{\partial}{\partial X_j} (U_k U_k)^{1/2} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial X_j} \\ & + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial X_j} \frac{(U_k U_i)}{(U_k U_k)^{1/2}} \frac{\partial \kappa}{\partial X_j} \\ & + \frac{U_k}{(U_k U_k)^{1/2}} C_{\varepsilon 3} \mu_t \frac{\kappa}{\varepsilon} \left( \frac{\partial U_k}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_k} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} \\ & + \frac{1}{3} \frac{U_k U_i}{(U_k U_k)^{1/2}} \rho \varepsilon \\ & - \frac{\mu}{2\rho} \mu_t \frac{\partial}{\partial X_j} \frac{(U_k U_i)}{(U_k U_k)^{1/2}} \left( \frac{\partial^2 U_i}{\partial X_j \partial X_k} + \frac{\partial^2 U_k}{\partial X_j \partial X_i} \right) \\ & - \left( \frac{2}{3} \rho \frac{U_k}{(U_k U_k)^{1/2}} C_{\varepsilon 3} \frac{\kappa}{\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial X_j} \end{aligned} \right]$
-----------------------------------	---------------	---	--

### IV.2.2 Maillage

La résolution du système d'équations (IV.1) à plusieurs variables ( $u, v, p, T, \kappa$  et  $\varepsilon$ ) est effectuée sur plusieurs grilles décalées, où les composantes de vitesse sont portées sur les faces des volumes de contrôle. Toutes les autres variables  $\Phi$ , y compris la pression, sont calculées aux nœuds représentées par les points. L'utilisation de maillages décalés vise à éviter un découplage du champ de pression sur deux grilles distinctes entrelacées (phénomène de checkerboard) [Patankar 1980]. La Figure IV.2 montre les trois volumes de contrôle utilisés lors de la discrétisation des équations de conservation.

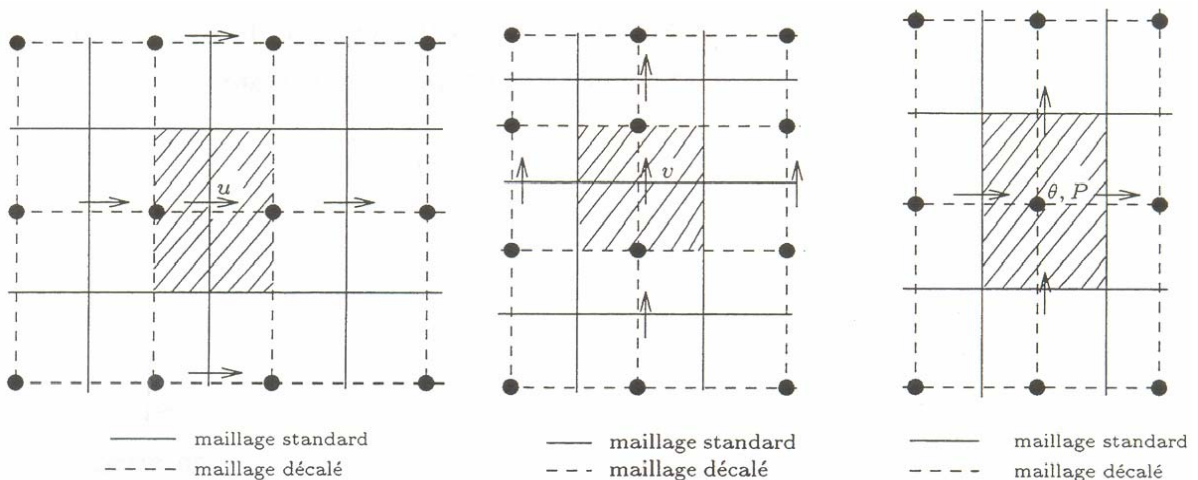


Figure IV.2 Volume de contrôle pour les variables  $u, v, p$  et  $\theta$  ( $T, \kappa, \varepsilon$ )

### IV.2.3 Discrétisation

L'équation générale (IV.1) est intégrée sur le volume de contrôle entourant le point P (Figure IV.1). Cependant, chaque type d'équation est intégré sur le maillage adéquat. La Figure IV.3 représente le volume de contrôle de la vitesse  $u$ , ses dimensions caractéristiques ainsi que le positionnement des maillages standard et décalé.

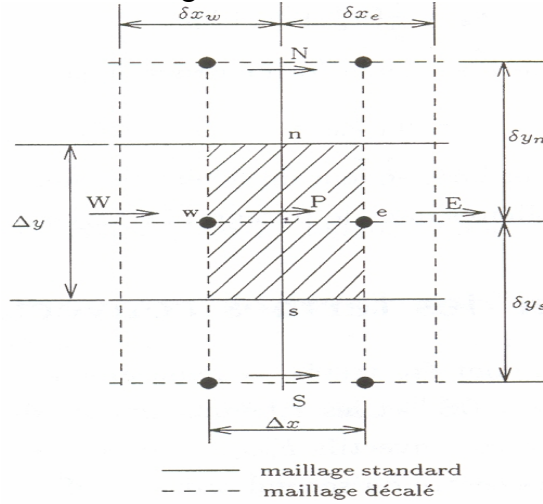


Figure IV.3 Localisation de la variable  $u$  au point courant P

On utilise une discrétisation générale telle que celle décrite par Patankar [Patankar 1980]. Ce type de discrétisation est basé sur la formulation de l'équation de conservation en termes de flux traversant le volume de contrôle. L'équation (IV.1) est écrite aussi sur cette forme:

$$\frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} + \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} = S_\Phi \quad (IV.2)$$

Où  $J_x$  et  $J_y$  sont les composantes axiales et transversale du flux total traversant les frontières d'un volume de contrôle. Ils sont exprimés comme suit :

$$J_x = \rho u \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (IV.3)$$

$$J_y = \rho v \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad (IV.4)$$

L'équation finale discrétisée est une relation algébrique entre les valeurs de la variable  $\Phi$ , au centre de la maille et celles aux nœuds voisins repérés aux points cardinaux E (Est), W(Ouest), S(Sud) et N (Nord). On aboutit à l'équation discrétisée suivante [Patankar 1980]:

$$a_p \Phi_p = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + b \quad (IV.5)$$

Les coefficients  $a_p, a_E, a_W, a_N, a_S$  s'expriment ainsi :

$$\begin{aligned} a_E &= D_e A(|P_e|) + [-F_e, 0] & a_W &= D_w A(|P_w|) + [F_w, 0] \\ a_N &= D_n A(|P_n|) + [-F_n, 0] & a_S &= D_s A(|P_s|) + [F_s, 0] \end{aligned} \quad (IV.6)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^0 - S_p \Delta x \Delta y \quad (IV.7)$$

$$b = S_c \Delta x \Delta y + a_p^0 \Phi_p^0 \quad (IV.8)$$

$$a_p^0 = \frac{\gamma \Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad (IV.9)$$

$$\begin{array}{l}
 D_e = \frac{\Gamma_e \Delta y}{\delta x_e} \\
 D_w = \frac{\Gamma_w \Delta y}{\delta x_w} \\
 D_n = \frac{\Gamma_n \Delta x}{\delta y_n} \\
 D_s = \frac{\Gamma_s \Delta x}{\delta y_s}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 F_e = (\rho U)_e \Delta y \\
 F_w = (\rho U)_w \Delta y \\
 F_n = (\rho U)_n \Delta y \\
 F_s = (\rho U)_s \Delta y
 \end{array}
 \quad
 \left. \begin{array}{l}
 P_e = \frac{F_e}{D_e} \\
 P_w = \frac{F_w}{D_w} \\
 P_n = \frac{F_n}{D_n} \\
 P_s = \frac{F_s}{D_s}
 \end{array} \right\} \text{(IV.10)}$$

$F_e, F_w, F_n$  et  $F_s$  sont les débits volumiques à travers les faces respectives du volume de contrôle.  $p_e, p_w, p_n$  et  $p_s$  sont les rapports du transfert par convection au transfert par diffusion.

L'équation généralisée peut être exprimée sous la forme :

$$a_p \Phi_p = \sum a_{nb} \Phi_{nb} + b \tag{IV.11}$$

L'indice «*nb*» définit les nœuds voisins de «*P*», et la sommation est faite à travers tous les nœuds voisins.

L'expression de la fonction «*A* (*|P*)» dépend du schéma de discrétisation des termes convectifs. L'opérateur [*A, B*] signifie la plus grande valeur entre *A* et *B*.

$\Phi^0$  étant la valeur de  $\Phi$  au pas de temps précédent.

Les coefficients  $a_p^0$  et  $\Phi_p^0$  sont les valeurs données au temps précédent. Le Tableau IV.3 résume les différentes formes de  $a_p^0$ .

Tableau IV.3 Forme du coefficient  $a_p^0$

Equations	Quantité de mouvement	Energie	Energie turbulente	Dissipation
$a_p^0$	$\rho^0 \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t}$	$\left( \frac{R_{cp} \rho}{\phi} \right)^0 \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t}$ $R_{cp} = \frac{(\rho C_p)_{eff}}{(\rho C_p)_f}$	$\rho^0 \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t}$	$\rho^0 \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t}$

L'intégration des équations discrétisées sur le temps est utilisée avec un schéma totalement implicite. C'est un schéma qui est toujours stable et pas sensible au pas de temps  $\Delta t$  utilisé.

#### IV.2.4 Linéarisation du terme source

Le terme source  $S$  dépend généralement de la variable  $\Phi$ . Certaines équations de conservation contiennent des termes sources non-linéaires. Ces termes sources nécessitent une linéarisation. La méthode de la tangente de S. V. Patankar [*Patankar 1980*] est recommandée pour la linéarisation du terme  $S$  sous la forme :  $S_\Phi = S_c + S_p \Phi$

Cette linéarisation consiste à écrire:

$$S = S^* + \left( \frac{\partial S}{\partial \Phi} \right)^* (\Phi_p - \Phi_p^*) \tag{IV.12}$$

L'exposant «\*» indique l'itération précédente.

**IV.2.5 Estimation des différentes propriétés aux interfaces**

A l'interface des cellules on utilise l'interpolation linéaire suivante :

$$\Phi_{I+\frac{1}{2},J} = \Phi_{I,J} + Fx(I)(\Phi_{I+1,J} - \Phi_{I,J}) \tag{IV.13}$$

$$\Phi_{I,J+\frac{1}{2}} = \Phi_{I,J} + Fy(J)(\Phi_{I,J+1} - \Phi_{I,J}) \tag{IV.14}$$

Les quantités géométriques  $Fx(I)$  et  $Fy(J)$  sont des fonctions d'interpolation linéaires utilisées pour évaluer la valeur de  $\Phi$  à l'interface. Elles sont définies par les rapports des distances à l'interface :

$$Fx(I) = \frac{UCVI(I)}{UXCV(I)} \tag{IV.15}$$

$$Fy(J) = \frac{VCVJ(J)}{VYCV(J)} \tag{IV.16}$$

La figure suivante présente les quantités  $Fx(I)$  et  $Fy(J)$  sur un volume de contrôle.

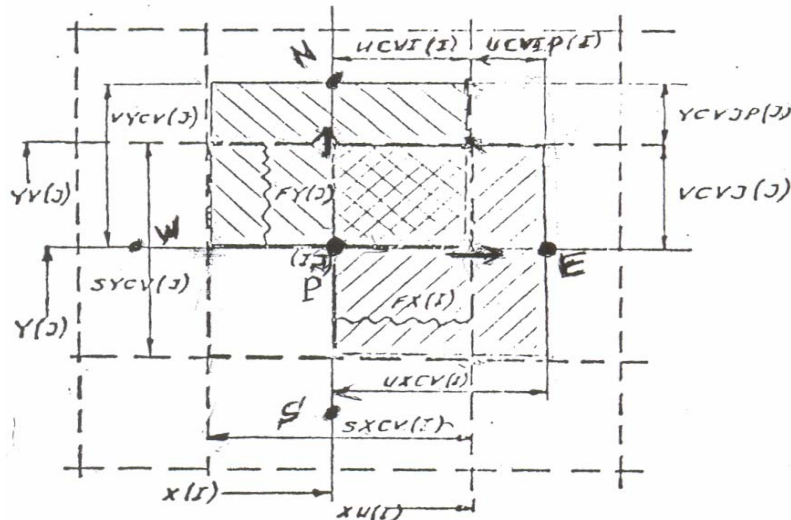


Figure IV.4 Le volume de contrôle et quantités géométriques utilisées

**IV.2.6 Schéma de discrétisation en convection-diffusion**

La discrétisation des termes convectifs nécessite l'évaluation des variables aux interfaces d'un volume de contrôle. On doit intervenir les valeurs de la variable  $\Phi$  sur les faces du volume de contrôle. Il est nécessaire d'avoir recours à une méthode d'interpolation pour se ramener à une équation où seule la valeur de la variable  $\Phi$  au centre du volume de contrôle intervient. Patankar [Patankar 1980] a proposé plusieurs schémas d'interpolations permettant d'approcher les termes de convection-diffusion.

Dans notre étude on utilise le schéma en puissance du premier ordre (Power Law Differencing Scheme).

Ce schéma est recommandé pour les problèmes de convection-diffusion [Patankar 1980]. Ce schéma s'avère très efficace puisqu'il approche beaucoup mieux la solution exacte. Il est important de noter que les termes diffusifs sont toujours discrétisés avec un schéma de différence centrée du second ordre.

Avec le schéma en puissance (PLDS), l'expression de  $A(|P|)$  est définie par :

$$A(|P|) = \left[ 0, (1 - 0.1(|P|))^5 \right] \tag{IV.17}$$

Le nombre adimensionnel «P» est le nombre de Peclet, qui est le rapport entre les forces de convection et de diffusion, donné par l'expression suivante :

$$P = \frac{F}{D} = \frac{\rho U}{\Gamma / \Delta x} \quad (\text{IV.18})$$

Pour un maillage uniforme et une vitesse U positive de l'ouest à l'est, l'interpolation de la variable  $\Phi$  sur les faces du volume de control s'effectue de la manière suivante :

$$\Phi_e = \Phi_p + \frac{\Phi_E - \Phi_P}{2} \frac{(1 - 0.1P)^5}{(1 - 0.05P)^5} \quad \text{pour} \quad 0 \leq P \leq 10 \quad (\text{IV.19})$$

$$\Phi_e = \Phi_p \quad \text{pour} \quad P > 10 \quad (\text{IV.20})$$

### IV.2.7 Traitement du couplage Vitesse-Pression

La résolution des problèmes d'écoulements des fluides incompressible en termes de variables primitives ( $U, V, P$ ), découle de l'absence des équations explicites qui gouverne la pression. En effet, les équations gouvernantes pour les composantes de vitesse u et v contiennent des gradients de pression qui sont des termes sources indépendant de toutes les variables. Cependant, la pression est explicitée à travers l'équation de continuité. Une méthode indirecte est alors suivie pour obtenir les champs de pression. A partir de la discrétisation de l'équation du mouvement, la pression devient alors un paramètre à ajuster de manière à réaliser la condition de continuité des flux massiques. En effet, le champ de vitesses obtenu par la résolution des équations du mouvement ne vérifie la conservation de la masse que si le champ de pression initial est correct. Pour cela, on utilise l'algorithme SIMPLE [Patankar 1980] qui, à partir de l'équation de continuité, permet de déterminer le terme de correction de pression et, ainsi, corriger la pression en tout point du domaine. La vitesse est par la suite corrigée. On procède ainsi jusqu'à convergence.

La discrétisation de l'équation de la vitesse U pour une géométrie en 2D s'écrit :

$$a_p U_p = \sum_{nb} a_{nb} U_{nb} + (P_w - P_e) \Delta y \quad (\text{IV.21})$$

Il est possible de résoudre les équations du mouvement pour un champ de pression  $P^*$ .

Notons par  $U^*$  le champ de vitesse ainsi obtenu, on aura alors

$$a_p U_p^* = \sum_{nb} a_{nb} U_{nb}^* + (P_w^* - P_e^*) \Delta y \quad (\text{IV.22})$$

Pour satisfaire l'équation de continuité, il est nécessaire d'introduire des corrections des vitesses et pression. Ces corrections sont données par :

$$U = U^* + U' \quad (\text{IV.23})$$

$$V = V^* + V' \quad (\text{IV.24})$$

$$P = P^* + P' \quad (\text{IV.25})$$

$U^*, V^*$  et  $P^*$  sont les vitesses et pressions initiales (ou à l'itération précédente).  $U', V'$  et  $P'$  sont les corrections des deux composantes de la vitesse et de la pression.

En remplaçant les équations (IV.13), (IV.24) et (IV.25) dans l'équation (IV.21) et en faisant une soustraction de l'équation (IV.22) de la nouvelle équation (IV.21), la correction de la vitesse  $U'$  s'écrit alors :

$$U_p' = \underbrace{\frac{\sum_{nb} a_{nb} U_{nb}'}{a_p}}_{(1)} + \frac{\Delta y}{a_p} (P_w' - P_e') \quad (\text{IV.26})$$



L'algorithme de SIMPLE considère que le terme (I) de l'équation (IV.26) est négligeable. C'est l'hypothèse la plus importante de cette méthode. L'omission de ce terme serait inacceptable si la solution ne satisfaisait pas l'équation du mouvement et l'équation de continuité, mais la solution donnée par l'algorithme SIMPLE ne contient aucune erreur résultant de l'omission de ce terme. La vitesse corrigée peut s'écrire alors :

$$U_p = U'_p + \frac{\Delta y}{a_p} (P'_w - P'_e) \quad (\text{IV.27})$$

L'équation de correction de pression s'écrit :

$$a_p P'_p = \sum_{nb} a_{nb} P'_{nb} + S \quad (\text{IV.28})$$

Cette équation est de la même forme que l'équation générale sous sa forme discrétisée. L'équation (IV.28) est résolue en calculons la correction de pression  $P'$  dans tous les points du domaine de calcul. Une fois la correction de pression est connue, il est possible de corriger la pression initiale  $P^*$ , de calculer la valeur correcte de P et de corriger la vitesse dans l'équation (IV.27).

On donne dans ce qui suit les différentes étapes de cet algorithme pour le calcul des champs de vitesse, de pression, de température, d'énergie cinétique turbulente et de la dissipation turbulente.

#### **Algorithme SIMPLE :**

1. Initialisation du champ de pression ( $P^*$ )
2. Résolution de l'équation du mouvement pour obtenir les vitesses  $U^*$  et  $V^*$
3. Résolution de l'équation de correction de pression pour obtenir  $P'$
4. Correction des vitesses
5. Résolution de l'équation de l'énergie cinétique turbulente et de la dissipation
6. Si le critère de convergence est satisfait, aller à la suite. Sinon prendre  $P^* = P$  et revenir à l'étape 2 jusqu'à convergence.
7. Résolution de l'équation de l'énergie

#### **IV.2.8 Résolution du système d'équations algébriques**

Après la discrétisation de toutes les équations de conservation, on aboutit à des équations algébriques de la forme :

$$a_{Pi,j} \Phi_{i,j} = a_{Ni,j} \Phi_{i,j+1} + a_{Si,j} \Phi_{i,j-1} + a_{Ei,j} \Phi_{i+1,j} + a_{Wi,j} \Phi_{i-1,j} + b_{i,j} \quad (\text{IV.29})$$

Pour résoudre ce système d'équations, on fait appel à des méthodes itératives. Cependant les méthodes itératives ont pour inconvénient de converger lentement. Afin d'améliorer la vitesse de convergence, on utilise une combinaison entre une méthode directe (TDMA : Tri-Diagonal Matrix Algorithme) et une méthode itérative (Gauss-Seidel). Cette combinaison est appelée méthode ligne par ligne. Elle consiste à utiliser une méthode directe (Algorithme de Thomas) dans une direction et la méthode itérative de Gauss-Seidel dans l'autre direction. Les équations discrétisées sont résolues successivement à chaque itération.

### IV.2.9 Technique de sous relaxation

La sous-relaxation est régulièrement utilisée dans les problèmes non linéaires pour éviter que le processus itératif ne diverge. Elle consiste à diminuer la variation de la grandeur physique  $\Phi$  d'une itération à une autre par l'introduction d'un coefficient de sous relaxation  $\alpha_\Phi$ . Soit  $\Phi^{old}$  la valeur de la variation  $\Phi$  à l'itération précédente et  $\Phi^{calc}$  la valeur calculée au cours de l'itération. La nouvelle valeur de la variable  $\Phi$  est calculée par :

$$\Phi_P^{new} = \alpha_\Phi \Phi_P^{calc} + (1 - \alpha_\Phi) \Phi_P^{old} \quad (IV.30)$$

En introduisant cette formulation dans la discrétisation de l'équation de transport (Equation IV.10) on trouve :

$$\frac{a_p}{\alpha_\Phi} \Phi_P^{new} = \sum_{nb} a_{nb} \Phi_{nb} + S + (1 - \alpha_\Phi) \frac{a_p}{\alpha_\Phi} \Phi_P^{old} \quad (IV.31)$$

En pratique, la sous relaxation implique les modifications du coefficient  $a_p$  et du terme source  $S$  :

$$(a_p)_{new} = \frac{a_p}{\alpha_\Phi} \quad (IV.32)$$

$$(S)_{new} = S + (1 - \alpha_\Phi) (a_p)_{new} \Phi_P^{old} \quad (IV.33)$$

Pour la pression, elle est mis à jour par la valeur de la correction de pression  $P'$ , écrite par la forme suivante :

$$P_P^{new} = P_P^* + \alpha_p P_P' \quad (IV.34)$$

Le coefficient de sous relaxation  $\alpha_\Phi$  étant choisi tel que  $0 < \alpha_\Phi < 1$ .

### IV.2.10 Critère de convergence

Pour que l'équation discrétisé (IV.10) soit correctement résolue pour toutes les variables ( $u, v, p, T, \kappa$  et  $\varepsilon$ ), on doit définir un indicateur de convergence qui permettra de donner l'erreur après chaque itération pour toutes les variables du système.

On dit qu'un processus itératif a atteint la convergence lorsque les itérations ne produisent aucun changement significatif dans les valeurs des variables dépendantes  $\Phi$ . Pratiquement, on exprime cette convergence par un test d'arrêt du processus itératif qui dépend de la nature du problème et des objectifs de calcul.

Le critère de convergence le plus répandu dans la littérature porte sur les résidus de quantité de mouvement, de la masse, de l'énergie, de l'énergie cinétique turbulente et de la dissipation turbulente. Il est fixé d'après Retiel et al. [Retiel et al. 1995] à  $10^{-3}$  et à  $10^{-5}$  d'après K. Khellaf et G. Lauriat [Khellaf et al. 1995].

Ces résidus sont définis par :

$$R_\Phi = a_p \Phi_P - \sum_{nb} a_{nb} \Phi_{nb} - S \quad (IV.35)$$

Dans notre cas d'étude, la convergence est assurée lorsque le maximum du résidu de toutes les variables atteint la valeur de  $10^{-4}$ .

**IV.2.11 Modélisation des écoulements proches des parois**

Les modèles de turbulence ne sont applicables en générale que dans des régions de turbulence pleinement développée, en dehors des couches limites, c'est-à-dire dans les zones où les forces d'inertie dominent les forces de viscosité moléculaire, ou encore là où le nombre de Reynolds local  $Re_y = \bar{u}y/\nu$ , basé sur la distance  $y$  à la paroi, est très grand devant 1. Un traitement spécial est donc nécessaire dans la région proche de la paroi, où la viscosité moléculaire  $\nu$  est dominante.

Pour un écoulement turbulent dans une plaque plane, les premiers 20% environs de la couche limite dynamique d'épaisseur  $\delta$  sont dominés par les effets de viscosité et constituent ce qu'on appelle la couche interne. Dans cette zone, l'expérience montre que la contrainte de cisaillement tangentielle,  $\tau$ , conserve à peu près une valeur constante égale à la contrainte de cisaillement à la paroi,  $\tau_p$ , et la dynamique de l'écoulement qui s'y développe ne dépend pas de l'écoulement turbulent libre loin de la paroi. Dans la couche interne, la vitesse moyenne  $\bar{u}$  ne dépend que de la distance  $y$  normale à la paroi, de la masse volumique  $\rho$ , de la viscosité  $\mu$  et de la contrainte  $\tau_p$ . Une analyse dimensionnelle permet d'écrire le profil de vitesse  $\bar{u}$  tangent à la paroi sous la forme :

$$u^+ = f(y^+) \quad \text{avec :} \quad \begin{cases} u^+ = \frac{\bar{u}}{u_\tau} \\ y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu} \\ u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}} \end{cases} \quad \text{(IV.36)}$$

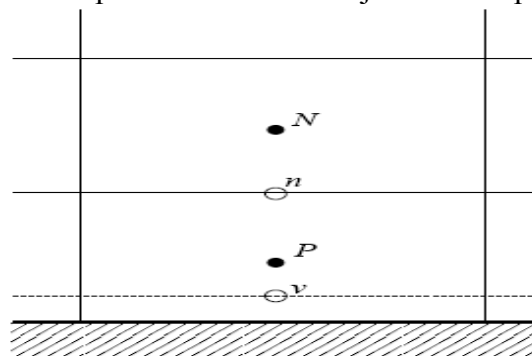
Où  $u_\tau$  est appelée la vitesse de frottement. La fonction « $f$ » qui intervient dans (IV.36) est appelée la loi de paroi. Une description détaillée de la loi de paroi ainsi les figures correspondant sont données en annexe A.

L'hypothèse, généralement retenue dans les couches limites, d'équilibre entre les termes de production et de dissipation de l'énergie cinétique turbulente implique l'égalité (IV.37) [Schiestel 1993]:

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}} = C_\mu^{1/4} \kappa_p^{1/2} \quad \text{(IV.37)}$$

L'indice « $P$ » fait référence au premier point du maillage.

La Figure IV.5 donne une description de la cellule adjacente à la paroi



**Figure IV.5 La cellule adjacente à la paroi et la notation utilisée**

$\kappa_p$  est déterminé par la résolution de l'équation complète de l'énergie cinétique turbulente, en imposant comme condition à la limite, une valeur nulle à la paroi. La loi de paroi de l'équation (A.34) de l'annexe A peut alors être utilisée pour le calcul de la vitesse au nœud du maillage le plus proche de la paroi, pourvu que celui-ci se situe dans la zone logarithmique de la couche limite. Dans notre code de calcul, la région interne de la couche limite turbulente est divisée comme suit :

La sous couche laminaire s'étend jusqu'à  $y^+ = 11.63$ , distance à laquelle débute la zone logarithmique (cf. Figure A.3 en annexe A).

Dans notre code de calcul, on a utilisé la fonction de loi de paroi standard de Launder & Spalding [Launder et Spalding 1974] défini par :

$$\frac{C_\mu^{1/4} \kappa_p^{1/2} u_p}{\tau_p / \rho} = \frac{1}{k} \ln \left( \frac{E C_\mu^{1/4} \kappa_p^{1/2} y_p}{\nu} \right) \quad y^+ > 11.63 \quad (\text{IV.38})$$

$$\tau_p = \frac{\rho C_\mu^{1/4} \kappa_p^{1/2} u_p}{u^+} \quad (\text{IV.39})$$

Où  $k = 0.4187$  est la constante de Von-Kármán,  $E = 9.793$  et  $C_\mu$  sont les constantes empiriques,  $p$  est le point adjacent à la paroi,  $u_p$  est la vitesse moyenne et  $\kappa_p$  l'énergie cinétique turbulente au premier point de calcul situé à une distance  $y_p$  de la paroi.

De plus, la condition d'équilibre entre production et dissipation de l'énergie cinétique turbulente entraîne l'égalité (IV.40) comme condition à la limite pour le taux de dissipation près de la paroi [Parneix 1995] :

$$\varepsilon_p = \frac{C_\mu^{3/4} \kappa_p^{3/2}}{k y_p} \quad (\text{IV.40})$$

Le taux de dissipation à la paroi  $\varepsilon_p$  est déduit de l'échelle de longueur qui est fonction de la distance à la paroi  $y_p$ .

Il est important de noter que  $\varepsilon_p$  représente la condition aux limites pour  $\varepsilon$  et non  $\varepsilon$  paroi. Afin d'utiliser la relation (4.40) on affecte aux termes sources de la dissipation :

$$Su_\varepsilon = 10^{30} \varepsilon_p \quad (\text{IV.41})$$

$$Sp_\varepsilon = -10^{30}$$

D'un point de vue thermique, des lois de parois de température peuvent être établies dans la couche limite à partir d'analogies entre transferts de chaleur et transferts de quantité de mouvement. On utilise la loi (IV.42) pour la région logarithmique, proposé par Launder & Spalding [Launder et Spalding 1974] :

$$T^+ = \frac{1}{k_h} \ln(y^+) + c_h \quad (\text{IV.42})$$

Qui peut être réarrangé pour donner :

$$T^+ = \sigma_t (u^+ + P) \quad (\text{IV.43})$$

Où  $P = \sigma / \sigma_t$  est la fonction de Jayatilleke [Jayatilleke 1969],  $\sigma_t$  est le nombre de Prandtl turbulent,  $k_h = k / \sigma_t$  est la constante de Von-Kármán pour la loi de température,  $c_h$  est la constante d'intégration et la température adimensionnelle,  $T^+$ , est donnée par :

$$T^+ = \frac{(T_{paroi} - T)}{T_\tau} \qquad T_\tau = \frac{q_{paroi}}{\rho C_p u_\tau} \qquad (IV.44)$$

La température à la paroi peut être écrite sous la forme suivante :

$$T_{paroi} = T_p + \frac{q_{paroi} \sigma_t (u^+ + P)}{\rho C_p C_\mu^{1/4} \kappa_p^{1/2}} \qquad (IV.45)$$

$T_p$  est définie comme la température du nœud près de la paroi.

Si le nœud près de la paroi est dans la région de la sous couche visqueuse où  $y^+ < 11.63$ , on applique la loi de Fourier de conduction au lieu de la loi logarithmique :

$$T^+ = \sigma y^+ \qquad (IV.46)$$

Et la température à la paroi peut être réécrite :

$$T_{paroi} = T + \frac{q_{paroi}}{\lambda} y \qquad (IV.47)$$

#### IV.2.12 Algorithme du code de calcul

Dans ce paragraphe, on donne l'algorithme du code de calcul utilisé dans notre étude.

- 1- Déclaration des variables, lectures des données, maillage et condition aux limites
- 2- Initialisation de  $U^*$ ,  $V^*$ ,  $P^*$ ,  $k^*$ ,  $\varepsilon^*$
- 3- Introduction de la boucle « temps », définir le pas de temps et le temps final
- 4- Calcul des coefficients de transport et le terme source de U, V

Calcul de U :

- Subroutine de calcul de U pour les équations du milieu fluide (partie fluide)
  - Calcul du terme convectif
  - Calcul du terme diffusif
  - Choix du schéma pour le calcul des coefficients de transport
  - Calcul du terme source
- Subroutine du terme source de U (les termes du milieu poreux)
  - Calcul des termes supplémentaires des équations du milieu poreux
  - Le traitement de la paroi
  - Spécifier la condition de sortie
- Assemblage des calculs U et Mod U pour résoudre l'équation générale du problème spécifié donnée par :  $a_p \Phi_p = \sum a_{nb} \Phi_{nb} + b$
- Utilisation de la sous relaxation
- Calcul d'erreur
- Résolution des équations algébriques par la méthode ligne par ligne

Calcul de V : (Suivre les mêmes étapes que le calcul de U)

- 5- Calcul de la correction de pression
- 6- Prendre P comme nouvelle valeur de  $P^*$  et corriger les vitesses
- 7- Prendre U, V, P comme nouvelle valeur de  $U^*$ ,  $V^*$ ,  $P^*$ .
- 8- Calculer les autres termes ( $k$ ,  $\varepsilon$ , T) d'une manière similaire au calcul de U et V.
- 9- Répéter l'étape (4) à (8) jusqu'à convergence
- 10- Conserver les résultats de cet instant et calculer pour le temps suivant en revenant à l'étape 3
- 11- Revenir à l'étape 4 pour calculer les variables. La boucle de temps se répète jusqu'à atteindre le temps final.

### IV.3 Sensibilité du code de calcul au maillage

L'une des principales caractéristiques des méthodes numériques est leur forte dépendance vis-à-vis du nombre de points de discrétisation. En d'autres termes, la solution d'un problème discret dépend du maillage utilisé. En effet, l'augmentation des points de calcul tend à augmenter la précision de la solution. Par contre, on ne peut augmenter indéfiniment le nombre de points sans être limité par la capacité de l'ordinateur. Par conséquent, le choix du maillage doit être judicieux. Il s'agit d'un compromis entre la précision et le coût des calculs.

Afin de permettre une comparaison entre les différentes valeurs trouvées, on définit l'écart relatif entre la première valeur et la suivante :

$$\text{Ecart relatif (\%)} = \frac{\varphi_{(1)} - \varphi_{(2)}}{\varphi_{(1)}} * 100$$

La sensibilité du code de calcul au maillage a été testée dans le cas d'une conduite de longueur  $L=6$  m, de hauteur  $H=0,02$  m. le fluide entre à une température de  $T_e=300$  K et avec un nombre de Reynolds de 40000 correspondant à une vitesse de 0,6035 m/s.

Dans le but de satisfaire la précision et le coût des calculs, on a testé plusieurs types de maillages dont le maillage uniforme, non uniforme et le maillage uniforme par zone.

Pour un maillage assez raffiné dans la direction verticale, le maillage uniforme donne satisfaction en termes de précision et temps de calcul. Le choix final du nombre de nœuds découle d'une optimisation basée sur la sensibilité des résultats (nombre de Nusselt et le rapport des vitesses) au maillage. Le Tableau IV.4 donne la valeur du nombre de Nusselt sur la paroi inférieure, le rapport de la vitesse dans la zone établie sur la vitesse d'entrée, le nombre d'itérations ainsi que les écarts relatifs par rapport à la solution choisie.

On remarque une très faible variation des différentes grandeurs physiques d'un maillage de  $80 \times 60$  à un maillage de  $80 \times 80$  dans la direction verticale et à un maillage de  $200 \times 60$  dans la direction horizontale. Cependant le temps de calcul étant beaucoup plus important (CPU multiplié par 2 et 3 respectivement). Il n'est donc pas nécessaire de prendre un maillage supérieur à  $80 \times 60$ . On note que dans la direction verticale, moins de 60 points ne permet pas au nœud adjacent à la paroi de se situer dans la zone de sous couches visqueuse.  $y^+ = 9,68$  avec un maillage de  $80 \times 60$ .

**Tableau IV.4 Sensibilité du code de calcul au maillage**

Maillage Nx - Ny	Vitesse maximale ( $U_{\max} / U_e$ )	Nombre de Nusselt	Erreur sur le Nusselt (%)	Nombre d'itérations
<b>80×60</b>	1,12878	195,6814	///	60.000
120×60	1,12878	195,6906	0,0047	80.000
200×60	1,12879	195,6986	0.0087	160.000
<b>80×30</b>	1,12861	196,1200	0,2241	20.000
<b>80×40</b>	1,12884	195,8217	0,07169	30.000
<b>80×50</b>	1,12883	195,7271	0,02335	40.000
<b>80×70</b>	1,12885	195,6805	0,00045	80.000
<b>80×80</b>	1,12886	195,6595	0,01119	120.000

---

---

En présence d'un milieu totalement poreux :

Maillage Nx - Ny	Vitesse maximale ( $U_{\max} / U_e$ )	Nombre de Nusselt	Erreur sur le Nusselt (%)	Nombre d'itérations
<b>80×60</b>	1,00396	60,7451	///	80.000
<b>120×60</b>	1,0013	60,6651	0,1316	100.000
<b>80×30</b>	1,0011	60,64489	0,1649	30.000
<b>80×40</b>	1,00004	60,74527	0,0000798	50.000
<b>80×50</b>	1,0003	60,71897	0,0043	60.000
<b>80×70</b>	1,0183	62,78052	3.3507	100.000
<b>80×80</b>	1,1025	62,83952	3.4478	150.000

## **CHAPITRE V**

# **Modélisation de la variation temporelle des paramètres géométriques et thermophysiques d'un milieu poreux au cours de son encrassement**



### V.1 Introduction

La convection forcée dans les conduites partiellement remplies par des milieux poreux a fait l'objet de relativement peu de recherches bien que le phénomène se rencontre dans de nombreuses applications industrielles tels que les échangeurs de chaleur, les caloducs, la filtration, etc. Comme l'a indiqué Hadim [Hadim 1994], l'utilisation d'une couche poreuse peut améliorer le transfert convectif dans un canal avec une réduction de la chute de pression par rapport au cas où le canal est entièrement rempli par un milieu poreux. Ce chapitre est consacré à la modélisation de la variation temporelle des paramètres géométriques et thermo physiques du milieu poreux. Dans un premier temps, on détermine le modèle d'encrassement approprié permettant de modéliser la loi de variation de la porosité. Il faut donc déterminer le temps nécessaire pour atteindre le colmatage de la matrice poreuse insérée sur les parois de l'échangeur. Le choix de l'épaisseur maximale de la couche poreuse à insérer est aussi sujet à discussion. Dans un deuxième temps, la transition du régime laminaire au régime turbulent d'un écoulement en présence d'un milieu poreux est étudiée.

Finalement, le modèle mathématique décrivant les phénomènes de l'encrassement, du transport et des échanges thermiques associés au modèle géométrique choisi est développé dans un code de calcul. La section 2 du présent chapitre est consacrée à la validation du code de calcul sur des cas pratiques disponibles dans la littérature.

### V.2 Validation du code de calcul

Cette section permet de démontrer la fiabilité du code de calcul sur des configurations géométriques similaires à la configuration développée dans notre travail.

Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer est utilisé pour décrire le phénomène physique associé à l'écoulement d'un fluide incompressible Newtonien au sein d'une matrice poreuse isotrope et homogène. Par référence au chapitre (III) on remarque, à travers les équations gouvernantes, qu'en prenant une porosité unitaire et une perméabilité qui tend vers l'infini, on retrouve les équations de Navier-Stokes. Pour cela, la performance du code numérique est testée pour des configurations totalement fluide et/ou poreuse afin de vérifier le degré de précision atteint par la méthode numérique adoptée, faisant l'objet de validation.

#### V.2.1 Etude dynamique

La configuration étudiée est un écoulement entre deux plaques parallèles. La hauteur entre les deux plaques est  $H = 2$  cm et la longueur est  $L = 4$  m.

On se limitera dans cette étude à suivre l'évolution du profil de la vitesse dans la zone pleinement développée du canal, pour différents nombres de Reynolds basés sur le diamètre hydraulique de la conduite. Le but est d'étudier l'effet de la variation du nombre de Reynolds sur le profil de vitesse et de démontrer que le code de calcul donne une bonne dynamique de l'écoulement afin d'entamer le phénomène thermique. Une comparaison est faite avec les travaux de Pinson et al. [Pinson et al. 2007]. Ces travaux modélisent les écoulements turbulents entre deux plaques parallèles en utilisant le modèle de fermeture  $k-\epsilon$ . Le fluide utilisé est de l'eau.

La Figure V.1 présente, pour différents nombres de Reynolds, les profils du rapport de la vitesse longitudinale à la vitesse d'entrée  $U_0$ .

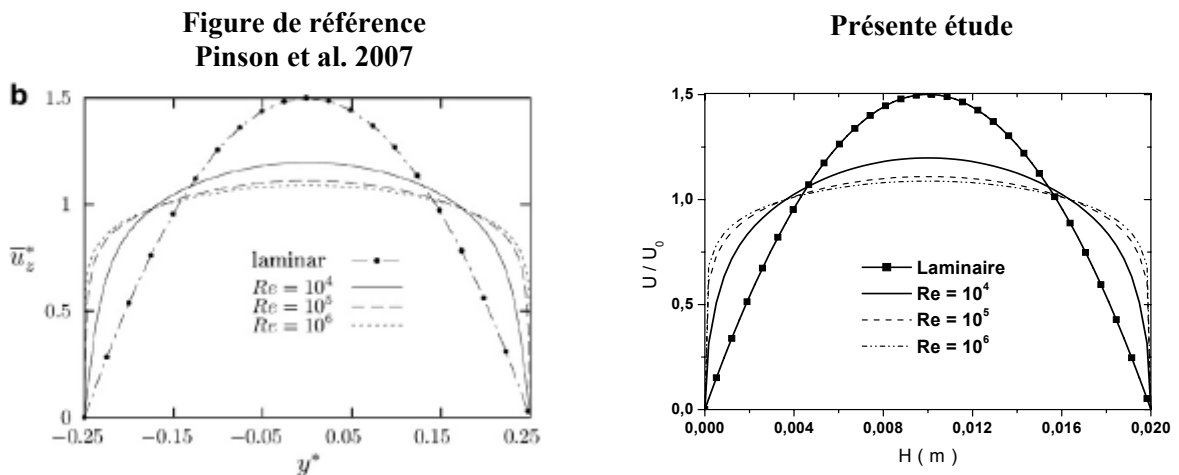


Figure V.1 : Le profil de vitesse adimensionnelle pour différents nombres de Reynolds

Une bonne concordance des résultats est obtenue sur la Figure V.1 pour le profil de vitesse longitudinal en régime dynamique établi. La variation adimensionnelle de la vitesse du fluide est le paramètre qui fait objet de la comparaison.

Pour les petits nombres de Reynolds, la couche limite turbulente affecte fortement le profil de vitesse au centre de l'écoulement. L'épaisseur de la couche limite au niveau des parois évolue de façon significative entre  $Re = 10^4$  et  $Re = 10^5$ , contrairement à des nombres de Reynolds  $Re > 10^5$ . Le profil de vitesse varie considérablement au niveau de la couche limite dans la région proche de la paroi.

## V.2.2 Étude thermique

On s'intéresse à l'écoulement du fluide entre deux plaques planes chauffées à température constante remplies par un fluide ou par un milieu poreux. Il s'agit d'un exemple classique de validation de codes de calcul dédiés aux écoulements internes en convection forcée. On s'intéresse principalement au calcul de la valeur du nombre de Nusselt en régime thermiquement établi. La longueur d'établissement thermique est définie comme étant la longueur entre le début de la zone chauffée et la position à partir de laquelle  $Nu_{D_h}(x) = Cste$ .

### V.2.2.1 Écoulement en régime laminaire dans un canal totalement fluide et/ou totalement poreux

En premier lieu, un écoulement d'un fluide en régime laminaire est considéré dans un canal de longueur  $L = 4$  m, d'une hauteur  $H = 2$  cm. Le fluide entre avec une vitesse constante correspondant à un nombre de Reynolds de 500.

Le tableau V.1 suivant donne des résultats des valeurs du nombre de Nusselt données par la littérature avec celles du présent travail pour des écoulements laminares, fluides, dynamiquement établis, entre deux plaques planes chauffées uniformément à une température constante.

Tableau V.1: Comparaison du nombre de Nusselt en régime thermiquement établi d'un écoulement laminaire en milieu fluide

Maillage	Nu - [présent travail]	Nu - Littérature Résultat de [Shah et al. 1978]	Erreur (%)
50 × 30	7,540	7,541	0,0132

## Chapitre V : Modélisation de la variation temporelle des paramètres géométriques et thermophysiques d'un milieu poreux au cours de son encrassement

---

En présence d'un milieu poreux saturant complètement le canal avec une perméabilité de  $10^{-10}$ , les résultats de la comparaison sont donnés par le Tableau V.2.

**Tableau V.2: Comparaison du nombre de Nusselt en régime thermiquement établi d'un écoulement laminaire en milieu poreux**

Maillage	Nu – [présent travail]	Nu - Littérature Résultat de [Rohsenow et al. 1973]	Erreur (%)
<b>50 × 30</b>	<b>9,882</b>	<b>9,869</b>	<b>0,1317</b>

Les Tableaux V.1 et V.2 montrent que les résultats de cette étude sont proches des résultats donnés par Shah et London [Shah and London 1978] et de Rohsenow et Hartnett [Rohsenow and Hartnett 1973], puisque l'écart est inférieur à 1%.

Les résultats de la littérature montrent que lorsque la perméabilité du milieu poreux est très faible ( $Da / \phi < 10^{-6}$ ), le profil de vitesse dans le canal devient plat et les transferts thermiques sont maximaux ( $Nu = 9,87$ ). Le contraire est observé, lorsque la perméabilité est élevée ( $Da / \phi > 1$ ), on retrouve le comportement du milieu fluide (profil de vitesse parabolique et  $Nu = 7,541$ ).

### V.2.2.2 Ecoulement en régime turbulent dans un canal totalement fluide

La longueur du canal  $L = 6$  m est choisie de sorte à atteindre une température moyenne de chauffe de  $80^\circ\text{C}$  dans la section de sortie pour  $Re = 4 \times 10^4$ .

La validation repose sur des corrélations trouvées dans la littérature pour des écoulements turbulents en conduites. Ces corrélations sont données dans le Tableau I.3. Elles sont valables pour un canal plan en remplaçant le diamètre de la conduite par le diamètre hydraulique.

Le tableau suivant montre une comparaison entre les valeurs du nombre de Nusselt calculées par les corrélations (cf. Tableau I.3) et celles trouvées dans la présente étude.

**Tableau V.3: Comparaison des résultats ( $Re=4 \times 10^4$ ,  $Pr = 3,75$ )**

Re	Nu <i>présent travail</i>	Nu [Dittus-Boelter] (1930) <i>Corrélation A</i> <i>Chapitre I</i>	Nu [Petukhov] (1970) <i>Corrélation C</i> <i>Chapitre I</i>	Nu [Gnielinski] (1976) <i>Corrélation D</i> <i>Chapitre I</i>
$4 \times 10^4$	195,66	187,49	205,35	199,69
Erreur %	///	4,35 %	4,71 %	2,01 %

Les différences relatives ne dépassent pas les 5%. On note, d'après la littérature, qu'un écart relatif allant jusqu'à 10% entre les différentes corrélations est considéré comme acceptable. Ces résultats sont donc en très bon accord avec les résultats des corrélations.

### V.2.3 Conclusion

Les tests de qualification du programme de calculs sont assez concluants après validation du code de calcul sur plusieurs configurations. On en conclut que le code de calcul peut être exploité pour modéliser les écoulements dans un canal en présence d'un milieu poreux sur les parois.

### **V.3 Modélisation des paramètres temporels du milieu poreux**

Un filtre poreux d'une épaisseur  $e_p$  (m) est inséré sur les parois inférieure et supérieure du canal. Toutes les propriétés du filtre sont constantes à l'instant initial. La formation d'un solide encrassant au cours du temps et sa déposition viendra obturer partiellement les pores et, par conséquent, altérer les propriétés des couches poreuses. La porosité, perméabilité, conductivité thermique et capacité calorifique des couches poreuses varient donc au cours du temps. Une étude de la variation des propriétés des couches poreuses est alors indispensable.

#### **V.3.1 Choix du modèle de déposition**

L'effet de l'encrassement est quantifié par la mesure de sa résistance au transfert de chaleur. L'évolution de l'encrassement en fonction du temps peut être contrôlée soit par la mesure de l'épaisseur du dépôt formé sur la surface chauffée, ou bien par l'évolution de la température de la paroi. Ces paramètres font intervenir la résistance d'encrassement désignée par  $R_d$ .

##### **V.3.1.1 Modèle d'encrassement linéaire**

Ce modèle est le plus souvent rencontré lorsque la déposition se fait à vitesse constante alors que l'enlèvement est négligeable. L'évolution de la résistance d'encrassement suit une loi linéaire de la forme :

$$R_d = A.t \quad \text{(cf. Equation I.8)}$$

Ebert-Panchal [Ebert-Panchal 1997] ont proposé un modèle de déposition qui varie linéairement au cours du temps :

$$\frac{dR_d}{dt} = \alpha \text{Re}^\beta e^{\left(\frac{E}{RT_{film}}\right)} - \gamma \tau_p \quad \text{(V.1)}$$

Ce modèle exprime la vitesse d'encrassement comme la somme d'un terme de déposition et d'un terme d'enlèvement de la masse du dépôt. Les deux font intervenir la température et la vitesse de l'écoulement. Les constantes  $\alpha$  et  $\gamma$  du modèle sont déterminées par voie expérimentale. On note que « $\tau_p$ » est la contrainte de cisaillement à la surface d'encrassement où à la paroi pour une surface propre,  $\tau_p = 0.0396.R_e^{-0.25}.\rho.u^2$  (Pa).

L'effet de la température est inclus dans le terme d'Arrhenius et dans la viscosité. Les zones les plus chauffées sont les plus favorables à l'encrassement.

On remarque d'après le modèle d'Ebert-Panchal [Ebert-Panchal 1997] qu'il pourrait y avoir des conditions pour que les termes de dépôt et de détachement se compensent. Il y a plus d'encrassement. En posant  $dR_d/dt=0$ , on obtient pour, une température donnée, la vitesse d'écoulement correspondant à l'initiation de l'encrassement. On doit donc opérer avec des vitesses supérieures à celle ci.

D'après Ebert-Panchal, l'augmentation linéaire de la résistance d'encrassement est un cas impossible car l'expérience montre qu'elle tend vers une valeur asymptotique. Pour cela, et d'après l'équation (V.1), quand le terme d'enlèvement annule le terme de déposition, la valeur asymptotique de la résistance d'encrassement est atteinte. Le modèle d'Ebert-Panchal fait ressortir la possibilité d'un fonctionnement indéfiniment propre lorsque les flux de déposition et de détachement d'entre-éliminent, mais ce n'est pas évident de pouvoir maintenir ces conditions.

Ce modèle d'encrassement ne reflète cependant pas la réalité physique de l'encrassement par réaction chimique provoqué par les protéines du lait sous l'effet de la température. Dans ce type d'encrassement, la masse déposée et celle ré-entraînée ne varient pas linéairement. Cette constatation est basée sur les travaux expérimentaux effectués par Rosmaninho et al. [Rosmaninho et al. 2007].

### V.3.1.2 Modèle d'encrassement asymptotique

Kern et Seaton [Kern et Seaton 1959] ont proposé un modèle du taux net de solide cumulé comme la différence entre le taux de solide déposé et de solide ré-entraîné. Les travaux expérimentaux de Rosmaninho et al. [Rosmaninho et al. 2007] montrent que le modèle le plus adapté à la réalité physique de notre problème est le modèle de Kern et Seaton. Ce modèle est utilisé dans la suite de notre travail.

L'effet de l'encrassement est quantifié par la mesure de sa résistance au transfert de chaleur. L'évolution de la résistance d'encrassement résultante est donnée par :

$$R_d = R_d^* (1 - e^{-\Omega(t-t_{ind})}) \quad (V.2)$$

$$\text{avec } \Omega = k_2 \tau_p / \rho_d \text{ (s}^{-1}\text{)} \quad (V.3)$$

$$\text{et } \tau_p = \mu_f \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0}, \text{ contrainte de cisaillement à la paroi (N/m}^2\text{)} \quad (V.4)$$

L'indice «\*» représente la situation asymptotique.  $k_2$  est une constante du modèle déterminée par voie empirique et  $t_{ind}$  est le temps mis avant la formation de l'encrassant sur les surfaces d'échanges.

La résistance à l'encrassement est calculée en fonction de l'épaisseur du dépôt et de sa conductivité thermique :

$$R_d = e_d / \lambda_d \quad (V.5)$$

En supposant que la masse déposée est uniforme sur toute la surface de la plaque, l'équation (V.2) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$e(t) = e_d^* [1 - e^{-\Omega(t-t_{ind})}] \quad (V.6)$$

Sachant que le volume occupé par le dépôt est donné par :  $V(t) = e(t) L l$  ( $\text{m}^3$ ). L'expression de la variation du volume de dépôt est donnée par :

$$V(t) = V_d^* [1 - e^{-\Omega(t-t_{ind})}] \quad (V.7)$$

On considère que toutes les simulations sont faites après la période d'induction, ce qui rend le temps  $t_{ind}$  négligeable pour la suite de notre étude.

### V.3.2 Calcul de l'épaisseur optimale de la couche poreuse

Dans le but d'avoir un meilleur transfert de chaleur au fluide, il est indispensable de déterminer l'épaisseur optimale du milieu poreux « $e_p$ » à insérer sur les parois du canal. La simulation numérique d'un écoulement turbulent dans une conduite plane partiellement et totalement remplie par un milieu poreux fait l'objet de cette étude [Sadouk et al. 2008].

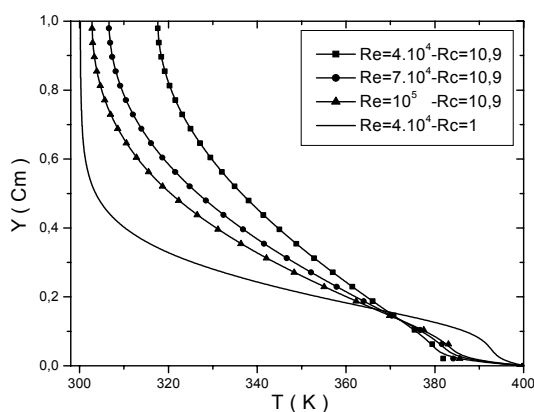
Les propriétés thermophysiques du fluide sont évaluées à la température moyenne  $(T_p + T_e)/2$ . L'écoulement est supposé stationnaire, incompressible et axisymétrique en moyenne et le milieu poreux homogène et isotrope.

Les grandeurs dimensionnelles retenues dans les calculs sont: conduite de longueur  $L = 4$  m et la distance entre les parois  $H = 0,02$  m,  $T_e = 300$  K,  $T_p = 400$  K,  $\mu_{eff} = \mu_f = 3,8 \cdot 10^{-4}$  kg/m.s,  $\lambda_f = 0,665$  W/m/K,  $Pr = 2,4$  (eau à 350 K),  $\lambda_s/\lambda_f = 100$ ,  $\lambda_{eff} = \phi \lambda_f + (1 - \phi) \lambda_s$ ,  $C_F = 0,1$ .

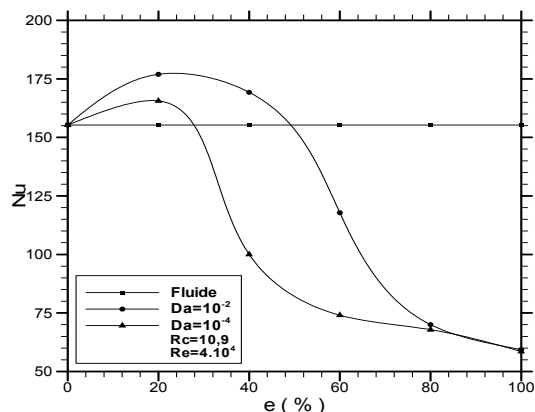
L'effet du nombre de Reynolds sur la distribution de température dans la section de sortie est représenté sur la Figure V.2. On remarque que, pour un même rapport de conductivité thermique ( $Rc = 10,9$ ), la température augmente quand le nombre de Reynolds diminue, ce qui était prévisible puisque la longueur d'établissement du régime thermique augmente avec le nombre de Reynolds. En comparant les courbes correspondant à  $Rc=1$  et à  $Rc=10,9$  pour  $Re=4.10^4$ , on observe que la température du fluide est beaucoup plus élevée lorsque la conductivité de la matrice poreuse est d'un ordre de grandeur supérieur à celle du fluide.

Les paramètres principaux de l'étude sont l'épaisseur  $e$  (%) des deux couches poreuses et le nombre de Darcy.

La Figures V.3 montre l'influence de l'épaisseur des couches poreuses sur le nombre de Nusselt et sur la température moyenne de sortie du fluide. On constate, sur la Figure V.3, qu'il existe une épaisseur critique des couches poreuses, proche de  $e_c = 20\%$ , pour laquelle le nombre de Nusselt, basé sur la conductivité effective, est maximum. Ce résultat, lié à la valeur de  $Rc$ , a déjà été établi en régime laminaire. Cette étude confirme donc l'existence d'un maximum en régime turbulent qui n'existe que si la conductivité effective du milieu poreux est très supérieure à celle du fluide. Le nombre de Nusselt diminue ensuite rapidement lorsque l'épaisseur augmente et devient inférieur à la valeur obtenue en régime établi pour une conduite sans couches poreuses. Sa valeur converge vers une valeur indépendante du nombre de Darcy. Ce résultat est en accord avec ceux présentés par Allouache et Chikh [Allouache et Chikh 2008] dans le cas d'un espace annulaire. Il faut cependant noter que cette diminution du nombre de Nusselt ne signifie pas que le coefficient d'échange soit inférieur à celui obtenu pour  $e = 0$ . En effet, le nombre de Nusselt est basé sur la conductivité effective du milieu poreux. Les calculs ont montré que l'insertion de couches poreuses sur les parois présente d'autant plus d'intérêt que leur conductivité effective est élevée. Ce résultat était donc attendu.



**Figure V.2 : Effet du nombre de Reynolds et du rapport des conductivités thermiques sur le profil de température en régime établi d'un canal totalement poreux-  $Da=10^{-2}$**



**Figure V.3 : Influence de l'épaisseur des couches poreuses sur le nombre de Nusselt**

Les résultats montrent qu'attacher des couches poreuses de perméabilité et de conductivité thermique effective élevées permet d'augmenter les transferts de chaleur fluide-parois en régime turbulent, à condition que l'épaisseur des couches poreuses soit relativement modérée ( $e \leq 20\%$ ). Dans la suite de notre travail, l'épaisseur des couches poreuses insérées dans le canal occuperont 20% de la hauteur totale du canal.

**V.3.3 Modélisation de la variation de la porosité dans le milieu poreux**

La porosité effective est définie par la fraction volumique de vide, c'est le rapport entre le volume des pores connectés au volume total du milieu poreux.

$$\phi(\%) = V_{\text{fluide}} / V_{\text{total}} \tag{V.8}$$

Si la matrice solide est déformable, la porosité change en présence d'un gradient de pression [Kaviany 1991]. Beaucoup de travaux ont été menés pour déterminer la variation de la porosité. La plupart des études dans ce domaine ont été basées sur une variation exponentielle de la porosité [Vortmeyer et Schuster 1983, Vafai 1984].

Dans notre étude la matrice solide est rigide. Ce qui fait changer la porosité initiale est la déposition des substances solides (dépôt d'encrassement du lait sous l'effet de la température) qui viennent occuper une partie du volume des pores de la matrice poreuse.

Le calcul de la variation de la fraction du vide est lié essentiellement à la détermination de la loi de déposition du solide au cours du temps.

On a initialement : 
$$\phi = \phi_0 = \frac{V_{\text{fluide}}}{V_{\text{tot}}} = \frac{V_{f0}}{V_{f0} + V_{s0}} \tag{V.9}$$

A l'instant  $t = t_0 + \Delta t$ , une quantité de solide déposée sur le filtre va pénétrer pour remplacer le fluide.

La masse totale déposée peut être représentée comme suit :

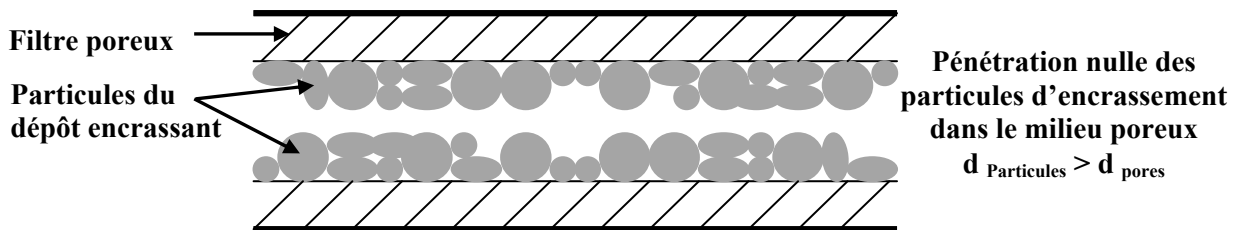
$$m_d = f m_a + (1 - f) m_s \tag{V.10}$$

- $(f)$  : représente la fraction de la masse déposée qui pénètre dans le filtre poreux.
- $(1 - f)$  : représente la fraction de la masse déposée qui reste au dessus du filtre.

Suivant la quantité de masse pénétrant dans le filtre et celle qui reste déposée à l'interface, trois cas de figures peuvent être envisagés :

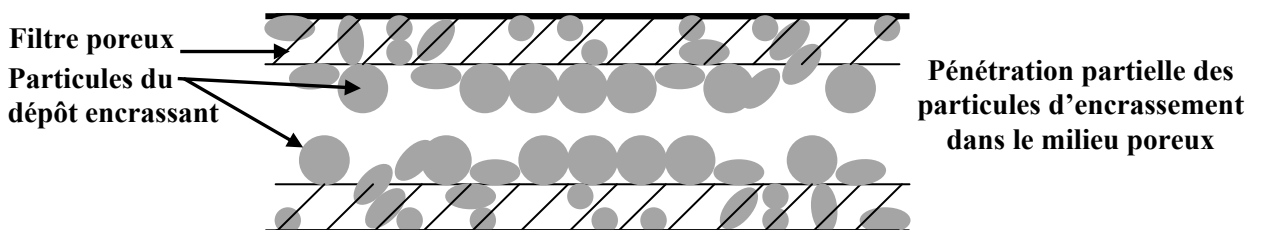
- **1<sup>er</sup> cas** :  $f = 0$  (aucune pénétration du dépôt)

Ce qui signifie que la masse déposée ne pénètre pas dans le filtre mais elle se dépose en dessus (à l'interface de la matrice poreuse et le fluide). Dans ce cas, le diamètre de toutes les particules solides est largement supérieur au diamètre des pores du fibreux. C'est un cas purement théorique.



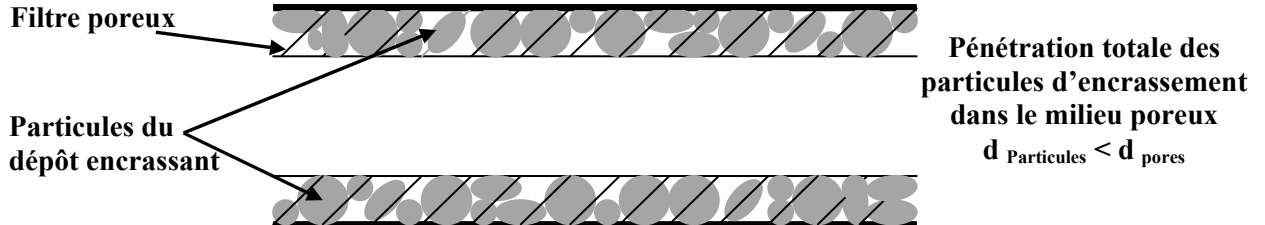
- **2<sup>ème</sup> cas** :  $0 < f < 1$  (pénétration partielle du dépôt)

C'est un cas intermédiaire, où une quantité de masse déposée pénètre dans le filtre et l'autre quantité se dépose sur sa surface.



- **3<sup>ème</sup> cas** :  $f = 1$  (pénétration totale du dépôt)

Ce qui signifie que toute la masse déposée pénètre dans le filtre poreux jusqu'au colmatage total de la matrice poreuse. Dans ce cas, le diamètre de toutes les particules solides est inférieur à la dimension caractéristique des pores.



Dans ces trois cas de figures, c'est la quantité «  $f.m_d$  » qui entraîne la variation de la masse déposée dans le fibreux.

Au cours du temps, la porosité peut s'écrire en fonction de la quantité de masse déposée comme suit :

$$\text{à } t = 0 \quad \phi(t) = \frac{V_{f0}}{V_{tot}} = \frac{V_{f0} - f.V_d(t_0)}{V_{f1} + V_{s1}} = \phi_0 \quad (\text{V.11})$$

$$\text{à } t_1 = \Delta t \quad \phi(t)_1 = \frac{V_{f1}}{V_{tot}} = \frac{V_{f0} - f.V_d(t_1)}{V_{f1} + V_{s1}} = \phi_0 - f \frac{V_d(t_1)}{V_{tot}} \quad (\text{V.12})$$

$$\text{à } t_2 = 2\Delta t \quad \phi(t) = \frac{V_{f2}}{V_{tot}} = \frac{V_{f0} - f.V_d(t_2)}{V_{f2} + V_{s2}} = \phi_0 - f \frac{V_d(t_2)}{V_{tot}} \quad (\text{V.13})$$

$$\text{à l'état final} \quad \phi(t) = \phi_0 - f \frac{V_d(t)}{V_{tot}} \quad (\text{V.14})$$

La variation temporelle de la porosité est fonction de la variation temporelle du volume du solide déposé, déduite du modèle de cinétique d'encrassement.

### V.3.3.1 Limite de validité

La loi de la variation de la porosité donnée par l'équation (V.14) reste valable quand le volume occupé par la masse qui pénètre dans le fibreux «  $f.m_d$  » est inférieur ou égal à la limite du volume initial du vide dans le fibreux.

Ce qui donne :

$$f.V_d \leq V_{f0} = \phi_0.V_{tot} \quad (\text{V.15})$$

### V.3.4 Calcul du temps nécessaire pour atteindre l'épaisseur asymptotique du dépôt

Les simulations sont basées sur la résolution des équations de transport modélisant des écoulements turbulents dans une conduite plane partiellement remplie par un milieu poreux. Afin d'atteindre un colmatage total dans le filtre poreux, la porosité du dépôt est de 0,05 pour satisfaire à la condition ( $\phi_p + \phi_d - 1 = 0$ ) et sa perméabilité est de  $10^{-12}$ .

Afin de déterminer le temps nécessaire pour atteindre l'épaisseur maximale du dépôt, on procède de la manière suivante :

Le paramètre de l'étude est la variation de l'épaisseur du dépôt de sorte à le faire varier de 0 à 19% de la hauteur totale du canal. Pour chaque épaisseur du dépôt, on détermine la



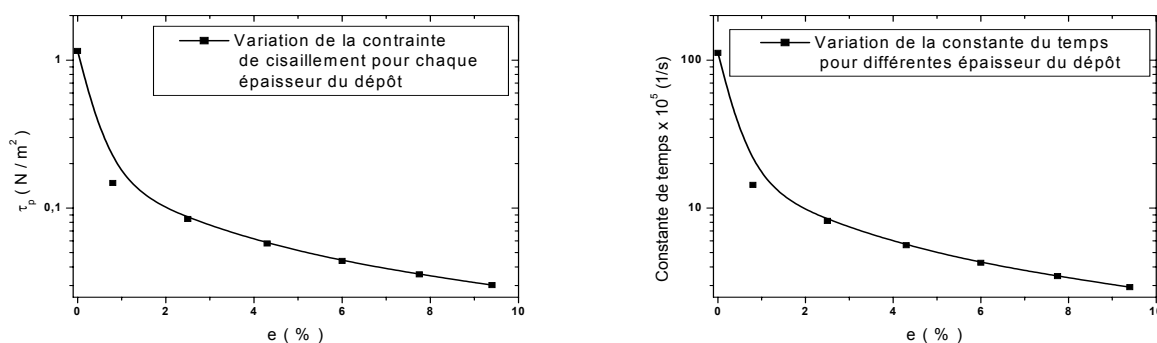
## Chapitre V : Modélisation de la variation temporelle des paramètres géométriques et thermophysiques d'un milieu poreux au cours de son encrassement

contrainte de cisaillement à la paroi « $\tau_p$ » et le coefficient « $\Omega$ ». Le Tableau V.4 résume les différents résultats obtenus par les simulations.

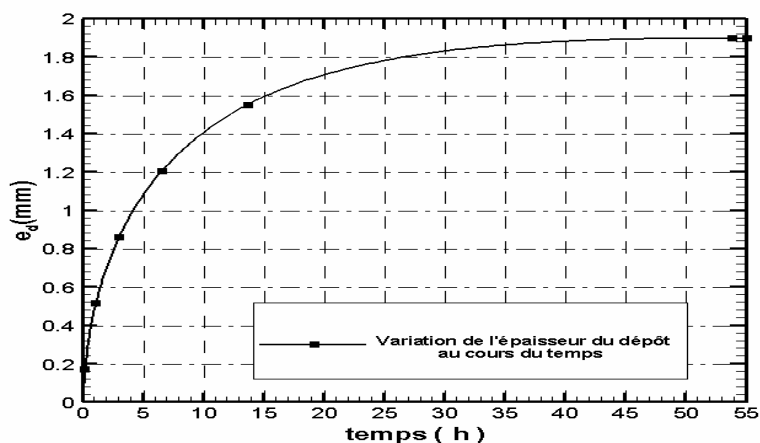
**Tableau V.4 : La contrainte de cisaillement et le temps de déposition de l'encrassement correspondant aux différentes épaisseurs testés.**

$e$ (m) x10 <sup>3</sup>	% $H$	$\tau_p$ (N/m <sup>2</sup> )	$\Omega$ (1/s) x 10 <sup>5</sup>	$t$ (s)
0,0000	0,0	1,15334	111,9700	0,00
0,1724	0,8	0,14779	14,3485	664,24
0,5172	2,5	0,08430	8,1840	3890,56
0,8621	4,3	0,05765	5,5976	10828,87
1,2069	6,0	0,04392	4,2644	23721,72
1,5517	7,7	0,03565	3,4600	49243,64
1,9000	9,4	0,03014	2,9200	193661,69

Pour différentes épaisseurs de la couche du dépôt insérées sur les parois du canal, les résultats de la simulation montrent que le cisaillement à la paroi est de plus en plus faible en présence d'une épaisseur du dépôt plus importante. Les évolutions de la contrainte de cisaillement et de la constante de temps sont représentées sur la Figure V.4. L'évolution temporelle de l'épaisseur dépôt au cours du temps est donnée par la Figure V.5.

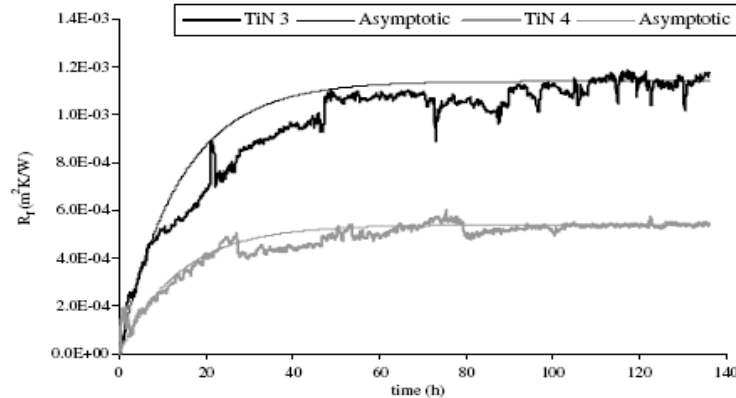


**Figure V.4 : Evolution de la contrainte de cisaillement et de la constante de temps pour différentes épaisseurs de la couche poreuse**



**Figure V.5 : Evolution de l'épaisseur du dépôt au cours de temps**

Le temps nécessaire pour atteindre un dépôt encrassant ayant une épaisseur de  $e_{\max} = 0,19 \text{ cm}$  est  $t_{\max} \approx 19,4 \times 10^4 \text{ s} \approx 53,8 \text{ h}$ . A partir de ce moment là, la zone asymptotique commence et l'épaisseur d'encrassement ne varie plus au cours du temps. Le temps de 53,8h mis pour saturer les 19% de la hauteur du canal est confirmé par des travaux expérimentaux de Rosmaninho et al. [Rosmaninho et al. 2007]. La Figure V.6 présente l'évolution de la résistance d'encrassement au cours du temps. Entre les temps 50h et 60h, la résistance d'encrassement atteint sa valeur asymptotique.



**Figure V.6 : Evolution de la résistance d'encrassement au cours du temps**  
[Rosmaninho et al. 2007]

### V.3.5 Calcul du temps nécessaire pour atteindre le colmatage total de la matrice poreuse

Le modèle de variation temporelle de la porosité est donnée par l'équation (V.16), sachant que  $V_d(t) = e_d(t)Ll$ .

$$\phi(t) = \phi_0 - f \frac{a}{e_{tot}} [1 - e^{-bt}] \quad (V.16)$$

L'épaisseur du milieu poreux inséré sur les plaques du canal est  $e_{tot} = 0,19 \text{ cm}$  et sa porosité initiale est  $\phi_0 = 0,95$ .

Les constantes  $a$  et  $b$  sont déterminées à partir de la Figure V.5 à l'aide des lissages de courbes en utilisant le logiciel Origine V.8.0. Cette courbe suit une loi de type exponentielle donnée par la forme suivante:

$$y = a(1 - e^{-bx}) \quad (V.17)$$

Avec :  $a=0,0019$ , qui représente l'épaisseur asymptotique du dépôt.  
 $b=1,65539 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ .

La loi de variation de l'épaisseur du dépôt est donnée en fonction des constantes  $a$  et  $b$  par l'équation suivante :

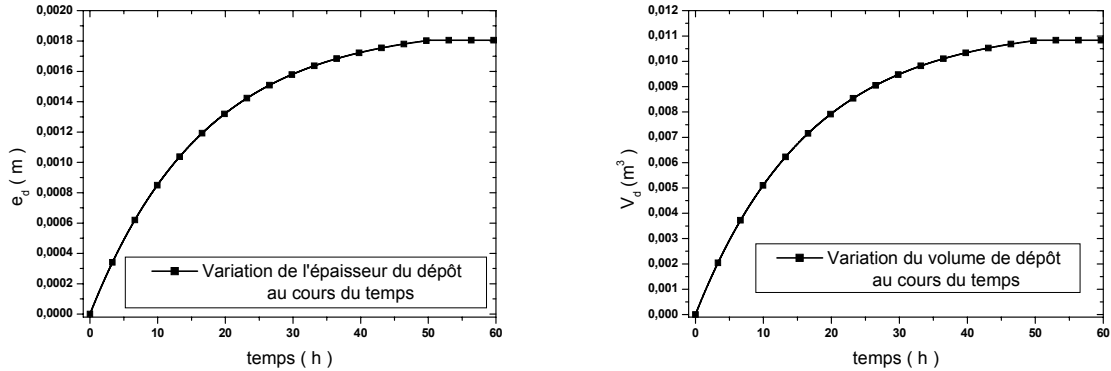
$$e(t) = a [1 - e^{-bt}] \quad (V.18)$$

D'après l'équation (V.16), le temps nécessaire pour atteindre un colmatage total de la matrice poreuse correspondant à une porosité quasiment nulle ( $\phi \approx 10^{-4}$ ) est de  $t_{\infty} \approx 18,09 \times 10^4 \text{ s} = 50,2 \text{ h}$ .

Pour la suite du travail, le temps utilisé dans les différentes simulations est :  $t_{\max} = 18,08 \times 10^4 \text{ s} \approx 50 \text{ h}$ . Choisir un temps inférieur à 50.2 h permet d'éviter le cas de surcolmatage de la matrice poreuse. C'est la situation où le dépôt encrassant commence à se

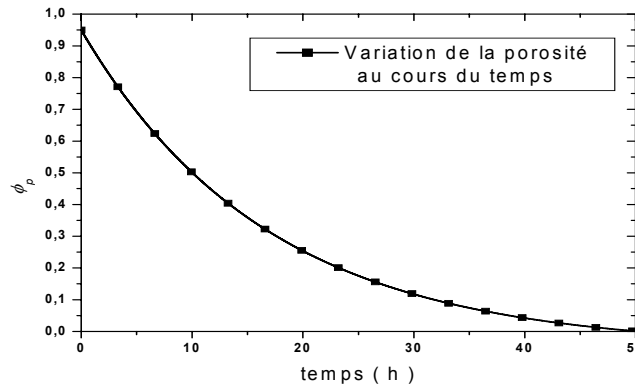
déposer sur la surface du filtre. Cette situation peut nécessiter un arrêt des opérations et un nettoyage des surfaces. La quantité du dépôt nécessaire pour remplir les pores correspond à une épaisseur de  $1,804 \text{ mm}$  pour un temps de  $50 \text{ h}$  avec  $b=1,65 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ .

La courbe de variation de l'épaisseur de la masse déposée ainsi que la courbe de variation du volume sont obtenues à partir de l'équation (V.18). Elles sont illustrées sur la Figure V.7.



**Figure V.7 : Evolution de l'épaisseur et du volume du dépôt au cours du temps**

A partir de l'équation (V.16), la courbe de variation temporelle de la porosité de la matrice poreuse est donnée par la Figure V.8. On note que la valeur initiale de la porosité de la matrice poreuse est  $0,95$  et atteint une valeur finale de  $0,00014$  à la fin du processus de déposition.



**Figure V.8 : Variation de la porosité du milieu poreux en fonction du temps**

### V.3.6 Définition des paramètres de calcul

#### V.3.6.1 Calcul de l'efficacité de l'échangeur

L'efficacité de l'échangeur est définie par :

$$eff = \frac{\text{Quantité de chaleur réellement échangée}}{\text{Quantité maximale qui peut être échangée (échangeur idéal)}}$$

Dans un échangeur idéal (longueur infinie), le fluide froid sortirait à une température moyenne de sortie  $T_{m-s}$  égale à celle de la paroi,  $T_p$ .

$$eff = \frac{(T_{m-s} - T_{m-e})}{(T_p - T_{m-e})} = T_{m-s} \tag{V.19}$$

### V.3.6.2 Calcul de la résistance d'encrassement

Par définition, la résistance d'encrassement est la différence entre les inverses du coefficient global d'échange entre l'état propre et l'état encrassé.

$$(R_d)_g = \frac{1}{U_d} - \frac{1}{U_0} \quad (\text{V.20})$$

### V.3.6.3 Calcul du coefficient d'échange global

L'existence d'une phase solide près des parois, que ce soit du dépôt ou du milieu poreux, implique l'introduction du coefficient global d'échange thermique « $U_g$ » entre les parois et le fluide réchauffé.

En présence d'un dépôt sur les parois, la résistance thermique globale  $R_d$ , l'inverse de  $U_d$ , est égale à la résultante des résistances partielles, de conduction ( $R_{cd}$ ) dans la couche du dépôt, et de convection ( $R_{cv}$ ) entre la surface du dépôt et le fluide en écoulement, agissant en série.

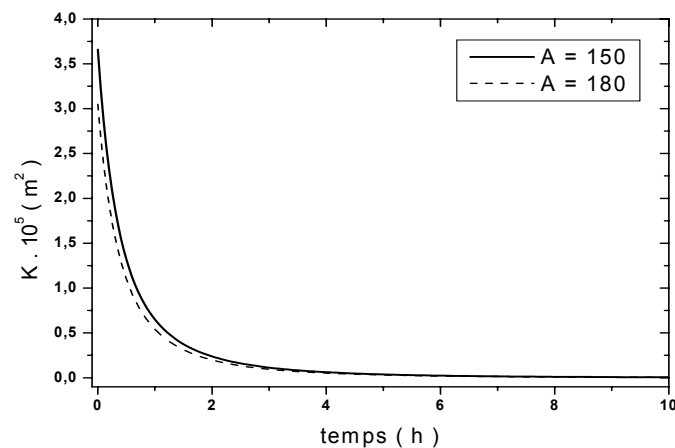
$$\frac{1}{U_d} = R_d = R_{cd} + R_{cv} = \frac{e_d}{\lambda_{eff}} + \frac{1}{h} \quad (\text{V.21})$$

## V.3.7 Variation des propriétés géométriques du milieu poreux

### V.3.7.1 La Perméabilité

D'après le modèle empirique de Carman-Kozeny [*Carman et Kozeny 1937*], la perméabilité dépend essentiellement de la porosité et du diamètre des particules. La variation de la porosité entraîne une variation de la perméabilité du milieu poreux. On fixe un diamètre des particules de 4 mm de sorte à favoriser la situation d'une pénétration totale du dépôt encrassant.

L'évolution de la perméabilité au cours du temps est donnée par la Figure V.9 pour deux valeurs différentes de la constante empirique « $A$ ».



**Figure V.9 : Variation de la perméabilité en fonction du temps dans le milieu poreux**

L'influence de la constante « $A$ » sur la courbe de la variation de la perméabilité est remarquée au cours des deux premières heures. Au delà, les deux courbes se confondent. Une valeur de « $A$ » de 150 a été choisie. Elle permet de donner une grande perméabilité initiale à la matrice poreuse.

### V.3.8 Variation des propriétés thermo physiques du milieu poreux

#### V.3.8.1 La conductivité thermique effective

En présence de trois phases constituant le milieu poreux (le fluide, la matrice poreuse et le dépôt solide encrassant) la conductivité thermique effective s'écrit:

- Pour un arrangement en parallèle

$$\lambda_{eff} = \phi(t)\lambda_f + (1 - \phi_0)\lambda_p + (\phi_0 - \phi(t))\lambda_d \quad (V.22)$$

- Pour un arrangement en série

$$\frac{1}{\lambda_{eff}} = \frac{\phi(t)}{\lambda_f} + \frac{(1 - \phi_0)}{\lambda_p} + \frac{(\phi_0 - \phi(t))}{\lambda_d} \quad (V.23)$$

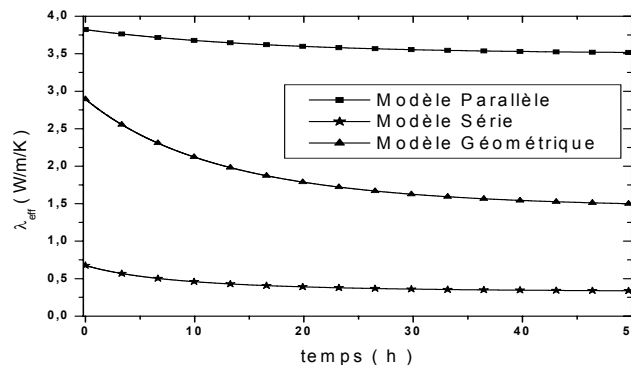
- Pour un arrangement suivant la loi de Nield [*Nield 1991b*] (modèle géométrique)

$$\lambda_{eff} = \lambda_f^{\phi(t)} \lambda_p^{(1-\phi_0)} \lambda_d^{(\phi_0-\phi(t))} \quad (V.24)$$

Le rapport de conductivité thermique est défini par :

$$Rc = \frac{\lambda_{eff}}{\lambda_f} \quad (V.25)$$

La variation de la conductivité thermique effective est donnée par la Figure V.10



**Figure V.10: Variation de la conductivité thermique effective au cours du temps dans le milieu poreux**

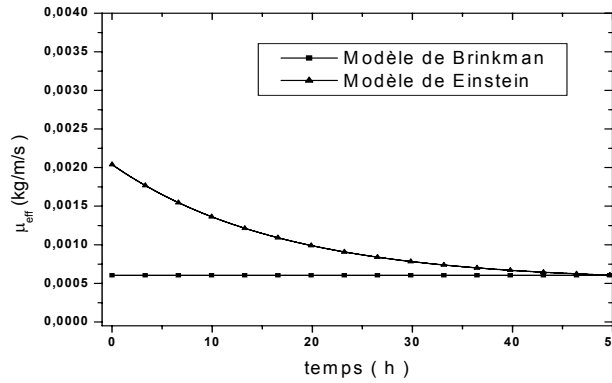
Avec le modèle parallèle,  $\lambda_{eff}$  est majorée par rapport à la réalité physique. Le modèle série minore la valeur de  $\lambda_{eff}$  (Figure V.10). Le modèle parallèle est utilisé dans les simulations.

#### V.3.8.2 La viscosité dynamique effective

Afin d'exprimer la condition de continuité entre les régions poreuse et fluide, la notion de viscosité dynamique effective est introduite. Brinkman [*Brinkman 1947*] a considéré la viscosité dynamique effective égale à la viscosité dynamique du fluide considéré. Lundgren [*Lundgren 1972*] a aussi montré que la viscosité effective dépend de la viscosité du fluide et de la porosité du milieu poreux. La notion de viscosité effective a été aussi utilisée pour exprimer les conditions aux limites à l'interface fluide / poreux (cas des conduites partiellement poreuses).

La figure suivante donne la variation de la viscosité effective du modèle de Brinkman et de celui d'Einstein ( $\mu_{eff} / \mu_f = 1 + 2.5 \times \phi$ ). La limite de validité du modèle d'Einstein est pour une porosité qui tend vers zéro. On remarque, d'après la Figure V.11, qu'en allant vers le temps final de 50 heures, les deux courbes se rapprochent car le colmatage est total.

A cause de la variation temporelle de la porosité, on ne peut retenir que les modèles empiriques données par la littérature applicables pour des cas bien spécifiques de porosité. La notion de viscosité constante est donc retenue dans la suite de cette étude ( $\mu_{eff} / \mu_f = 1$ ).



**Figure V.11 : Variation de la viscosité effective au cours du temps dans le milieu poreux**

### V.3.8.3 Le pouvoir calorifique effectif $(\rho C_p)_{eff}$

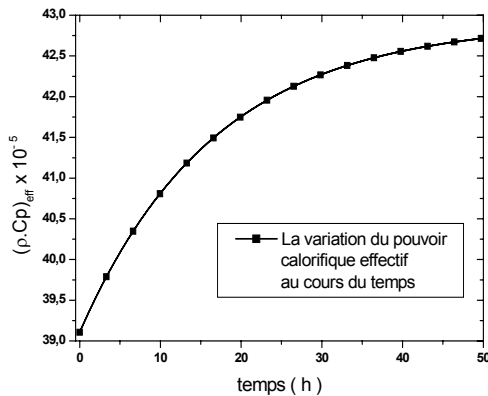
Dans le terme transitoire de l'équation d'énergie, le pouvoir calorifique  $(\rho C_p)_{eff}$  intervient. En faisant introduire les trois phases qui constituent le milieu poreux (le fluide, la matrice poreuse et le dépôt solide) et pour un arrangement en parallèle déjà retenu pour le calcul de la conductivité thermique effective, on peut écrire que :

$$(\rho C_p)_{eff} = \phi(t)(\rho C_p)_f + (1 - \phi_0)(\rho C_p)_p + (\phi_0 - \phi(t))(\rho C_p)_d \quad (V.26)$$

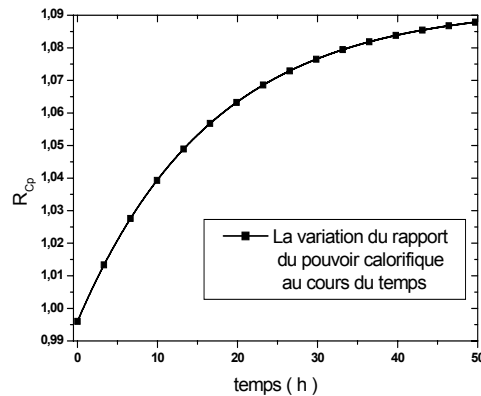
Le rapport du pouvoir calorifique est donné par l'expression suivante :

$$R_{Cp} = \frac{(\rho C_p)_{eff}}{(\rho C_p)_f} \quad (V.27)$$

Les Figures V.12 et V.13 représentent respectivement la variation au cours du temps du pouvoir calorifique effectif  $(\rho C_p)_{eff}$  et du rapport du pouvoir calorifique effectif ( $R_{Cp}$ ). On remarque que  $(\rho C_p)_{eff}$  et ( $R_{Cp}$ ) suivent une loi de variation exponentielle.



**Figure V.12 : Variation du pouvoir calorifique effective au cours du temps dans le milieu poreux**



**Figure V.13 : Variation rapport de pouvoir calorifique effective au cours du temps dans le milieu poreux**

**V.3.9 Etude de la transition du régime dynamique laminaire au régime turbulent dans un milieu poreux**

Si  $S_0$  est la section plane de la veine fluide perpendiculaire à la direction générale de l'écoulement, le débit a pour expression :

$$q_m = \int_{S_0} \rho \cdot \vec{V} \cdot \vec{n} \cdot dS = \int_{S_0} \rho \cdot U \cdot dS \quad (\text{kg/s}) \quad (\text{V.28})$$

On introduit une vitesse moyenne sur la section  $S_0$  :

$$U_m = \frac{q_v}{S_0} = \frac{q_m}{\rho \cdot S_0} \quad (\text{V.29})$$

C'est cette vitesse débitante qui est choisie comme vitesse de référence  $V$  dans le nombre de Reynolds.

Dans les milieux poreux, le problème physique est complètement différent en raison de la complexité géométrique de l'espace des pores.

La vitesse de l'écoulement est donnée par la loi de Darcy (1856) [Darcy 1856], qui s'écrit

$$u = -\frac{K}{\mu} \frac{dp}{dx} = \text{constante} = u_D \quad (\text{V.30})$$

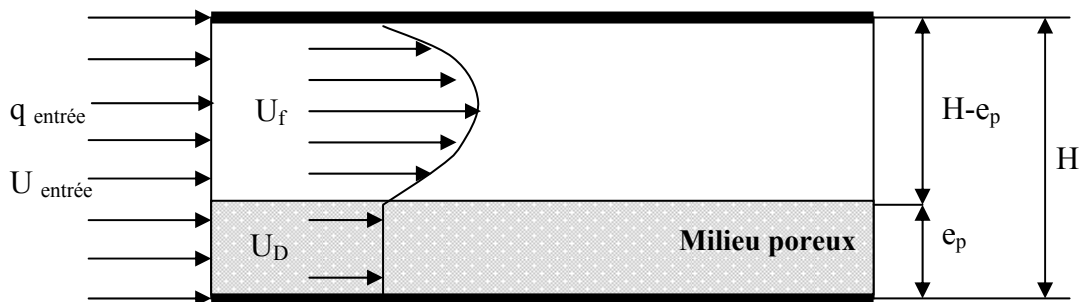
Le nombre de Reynolds est déterminé à une échelle de pore. En prenant la racine carrée de la perméabilité comme longueur de référence, le nombre de Reynolds défini à l'échelle du pore s'écrit :

$$\text{Re}_p = \frac{\rho \cdot u_D \cdot K^{1/2}}{\mu} \quad (\text{V.31})$$

La transition laminaire – turbulent dans un milieu poreux est donnée pour un nombre de Reynolds de pore de l'ordre de 300 d'après De Lemos [De Lemos 2001] et Kaviany [Kaviany 1991].

➤ **Relation régissant la transition laminaire-turbulent dans un canal partiellement ou totalement rempli par un milieu poreux**

Le domaine physique est un canal plan partiellement poreux donné par la Figure V.14



**Figure V.14 Domaine physique d'application**

En utilisant le principe de conservation de débit pour un canal partiellement rempli par un milieu poreux on peut écrire :

$$q_e = q_{\text{fluide}} + q_{\text{poreux}} \quad (\text{V.32})$$

$$U_e \times S_e = U_{\text{fluide}} \times S_{\text{fluide}} + U_{\text{poreux}} \times S_{\text{poreux}} \quad (\text{V.33})$$

Sachant que la section du canal  $S = H \cdot l$

## Chapitre V : Modélisation de la variation temporelle des paramètres géométriques et thermophysiques d'un milieu poreux au cours de son encrassement

La vitesse dans la zone fluide en fonction du nombre de Reynolds s'écrit :

$$U_{\text{fluide}} = \frac{\mu_{\text{fluide}} \cdot \text{Re}_{Dh}}{\rho \cdot D_h} \quad (\text{V.34})$$

La vitesse dans la zone poreuse en fonction du nombre de Reynolds de pore s'écrit :

$$U_{\text{poreux}} = U_D = \frac{\mu_{\text{eff}} \cdot \text{Re}_{\text{poreux}}}{\rho \cdot \sqrt{Da} \cdot D_{h\text{-poreux}}} \quad (\text{V.35})$$

D'après les équations (33), (34) et (35), on peut écrire :

$$\frac{\mu_{\text{fluide}} \cdot \text{Re}_e}{\rho \cdot D_{h\text{-entree}}} \cdot H \cdot L = \frac{\mu_{\text{fluide}} \text{Re}_{\text{fluide}}}{\rho \cdot D_{h\text{-fluide}}} \cdot (H - e_p) L + \frac{\mu_{\text{eff}} \cdot \text{Re}_{\text{poreux}}}{\rho \cdot \sqrt{Da} \cdot D_{h\text{-poreux}}} \cdot (e_p) L \quad (\text{V.36})$$

Le nombre de Reynolds à l'entrée en fonction des nombres de Reynolds du fluide et du poreux s'écrit alors :

$$\text{Re}_e = \text{Re}_{\text{fluide}} + \frac{\text{Re}_{\text{poreux}}}{\sqrt{Da}} \cdot \frac{\mu_{\text{eff}}}{\mu_{\text{fluide}}} \quad (\text{V.37})$$

On prend pour la transition à la turbulence, les valeurs critiques suivantes :

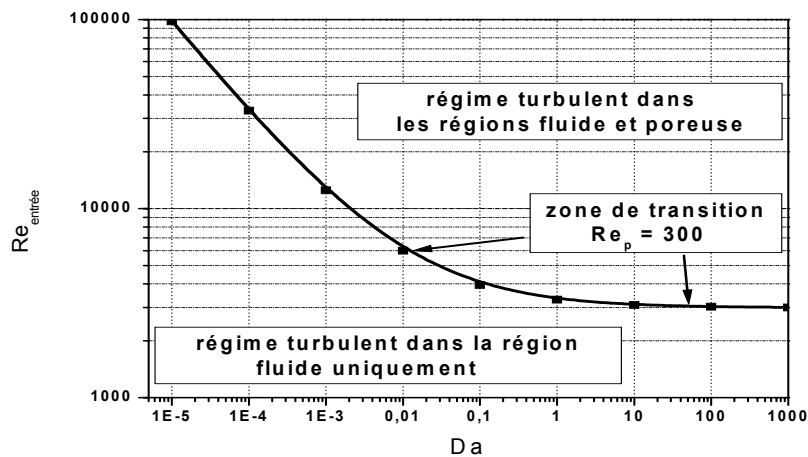
$$\text{Re}_{f\text{-critique}} = 3000 \text{ dans la partie fluide}$$

$$\text{Re}_{p\text{-critique}} = 300 \text{ dans le poreux.}$$

D'après l'équation (V.37) on aboutit l'équation simplifiée suivante :

$$\text{Re}_e = 3000 + \frac{300}{\sqrt{Da}} \cdot \frac{\mu_{\text{eff}}}{\mu_{\text{fluide}}} \quad (\text{V.38})$$

En considère le cas d'une viscosité constante ( $\mu_{\text{eff}} = \mu_f$ ), la relation (V.38) nous permet de tracer la courbe transition laminaire – turbulent dans un milieu poreux pour différentes valeurs de sa perméabilité. Deux zones d'écoulements sont distinguées d'après la Figure V.15.



**Figure V.15** Courbe de transition au régime turbulent dans un milieu poreux

Au dessus de la courbe, l'écoulement est turbulent dans les deux régions. En dessous, l'écoulement est laminaire dans la région poreuse.



## Chapitre V : Modélisation de la variation temporelle des paramètres géométriques et thermophysiques d'un milieu poreux au cours de son encrassement

---

### ➤ Valeurs retenues dans les calculs numériques

Les valeurs suivantes ont été utilisées lors de la résolution numérique

Dimensions du canal :  $H = 2 \text{ cm}$ ,  $L = 6 \text{ m}$ ,  $l = 1 \text{ m}$

Le fluide circulant dans le canal est du lait dont la température, la vitesse d'entrée et les caractéristiques physiques sont les suivantes :

Température d'entrée  $T_e = 300 \text{ K}$ , vitesse d'entrée  $U_e = 0,6035 \text{ m/s}$ .

Sachant que la température des parois est de  $400 \text{ K}$ , les propriétés du fluide sont données à la température moyenne de  $350 \text{ K}$ .

$$\begin{aligned} \lambda_f &= 0,642 \text{ W/m/K}, & \mu_f &= 6,043 \times 10^{-4} \text{ kg/m/s}, & \rho_f &= 1001,34 \text{ kg/m}^3, \\ C_{p_f} &= 3,921 \text{ kJ/kgK}, & \nu_f &= 6,035 \times 10^{-7} \text{ kg/m/s} \end{aligned}$$

Les caractéristiques physiques de la matrice poreuse sont les suivantes :

Porosité initiale du milieu poreux:  $\phi_{0p} = 0,95$

Perméabilité initiale du milieu poreux:  $K_{0p} = 3,65 \times 10^{-5} \text{ m}^2$

La matrice poreuse est en acier, dont les propriétés sont :

$$\rho_p = 7850 \text{ kg/m}^3, C_{p_p} = 3,92 \text{ kJ/kgK}, \lambda_p = 64 \text{ W/m/K}$$

Les propriétés du dépôt encrassant sont :

$$\rho_d = 1030 \text{ kg/m}^3, C_{p_d} = 4,18 \text{ kJ/kgK}$$

$$\phi_d = 0,05, K_d = 16 \times 10^{-12} \text{ m}^2, Da_d = 10^{-6}$$

Epaisseur de la matrice poreuse:

$$e_p = 9,4\% \times H = 1,896 \text{ mm}$$

Rapport des conductivités thermiques :

$$\lambda_p = 100 \times \lambda_f, \lambda_d = \frac{1}{2} \times \lambda_f$$

Constante empirique du modèle de Kern et Seaton :  $k_2 = 1$

Ainsi, le diamètre hydraulique du canal, le nombre de Darcy, le nombre de Reynolds, le nombre de Prandtl du fluide, la conductivité thermique équivalente et le nombre de Prandtl équivalent pour ce problème sont :

$$D_h = 2H = 4 \text{ cm} \quad \text{Pr}_f = \frac{\mu C_p}{\lambda_f} = 3,75 \quad \text{Re}_{D_h} = \frac{U D_h}{\nu} = 4 \times 10^4$$

$$Da = K/D_h^2 \quad \text{Pr}_{\text{eff}} = \frac{\mu C_p}{\lambda_{\text{eff}}} \quad \lambda_{\text{eff}} = \phi \lambda_f + (1 - \phi) \lambda_s$$

## **CHAPITRE VI**

### **Analyse des transferts thermiques en régime turbulent entre deux plaques parallèles avec un revêtement poreux ou fibreux sur les parois**

## **VI.1. Problématique industrielle de la pasteurisation du lait**

Le traitement thermique du lait dans un échangeur de chaleur passe par un procédé de pasteurisation ou de stérilisation. La pasteurisation consiste à porter la température d'un produit aux environs de  $70$  à  $85^{\circ}\text{C}$  pendant 15 secondes afin d'y détruire les micro-organismes pathogènes et à tuer les bactéries tout en conservant la valeur nutritive du lait. Après la destruction des bactéries pathogènes par la pasteurisation, il est important de réfrigérer les aliments pasteurisés autour de  $3$  à  $4^{\circ}\text{C}$  afin de prévenir la multiplication des bactéries qui n'ont pas été détruites. La température est le paramètre le plus important intervenant pour contrôler le procédé de pasteurisation ou de stérilisation d'un produit agro-alimentaire. La sous-pasteurisation est due soit à une température trop basse ou à un temps de séjour du fluide trop court durant son passage dans l'échangeur. Le risque majeur de la sous-pasteurisation est de ne pas détruire toute la flore pathogène et les bactéries qui sont néfastes, ce qui peut provoquer des maladies chez les humains.

Dans l'industrie laitière, la formation de l'encrassement sur les surfaces d'échange d'un pasteurisateur provoque une chute considérable de la température au cours du temps et réduit considérablement le temps de fonctionnement des équipements. Le pasteurisateur est un échangeur de chaleur qui sert à réchauffer en continu un produit pompable

Dans le but d'analyser les performances de la machine en présence de l'encrassement et de déterminer le taux de dégradation causé sur son rendement, la simulation numérique d'un écoulement turbulent entre deux plaques planes avec formation d'un dépôt encrassant au cours du temps fait l'objet de cette étude. L'échangeur de chaleur est réduit à un écoulement entre deux plaques planes chauffées à température constante.

## **VI.2. Encrassement sans revêtement poreux sur les parois (S.M.P) - cas de référence**

Dans cette partie de travail, un fluide alimentaire ayant un fort pouvoir encrassant est utilisé dans la simulation. Les plaques sont chauffées à une température uniforme  $T_p = 400\text{ K}$  et le fluide rentre avec une température  $T_e = 300\text{ K}$ . Les grandeurs adimensionnelles retenues dans les calculs sont données au chapitre V.

Afin de satisfaire la condition de pasteurisation, la longueur de la conduite de  $6\text{ m}$  est choisie de telle sorte à atteindre une température de sortie entre  $343\text{ K}$  et  $358\text{ K}$ . L'établissement thermique est atteint à une distance de  $1,33\text{ m}$  de l'entrée correspondant à  $1,05 \times Nu(x)_{\text{asymptotique}}$ . A une distance de  $4,34\text{ m}$  de l'entrée, la température moyenne du fluide atteint la valeur de  $343\text{ K}$ . L'encrassement se forme et se dépose sur les parois de l'échangeur au cours du temps. Ce dépôt est supposée uniforme et suit une loi de variation exponentielle donnée par le modèle de Kern et Seaton [Kern et Seaton 1959]. Le dépôt atteint son épaisseur asymptotique après 50 heures de fonctionnement et occupera un taux global de 19 % en hauteur de l'espace entre les plaques. Il est à noter que le débit d'alimentation influe considérablement sur la vitesse de déposition.

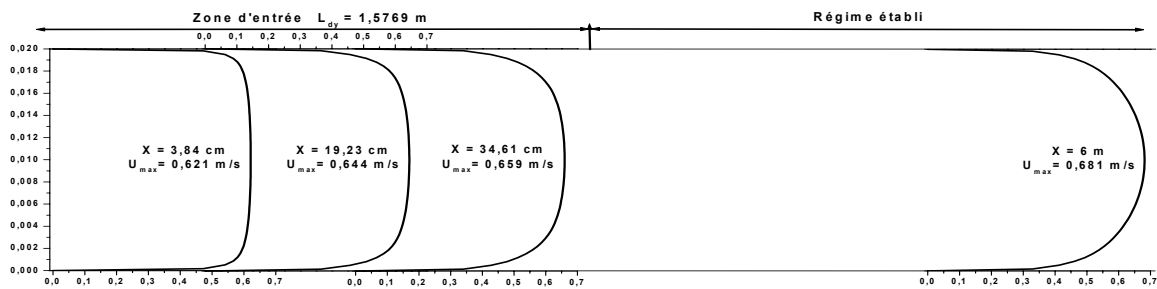
### **VI.2.1. Etude dynamique de l'écoulement en présence de l'encrassement**

#### **VI.2.1.1. Profil de vitesse**

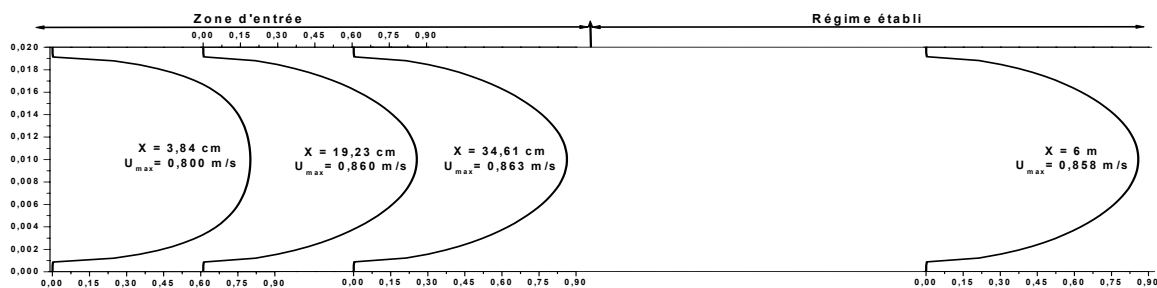
Les équations appliquées pour résoudre le système sont les équations de Navier Stokes dans la partie fluide avec le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer dans la partie poreuse. Les variations des profils de vitesse pour différents temps de déposition, avant et après l'établissement dynamique de l'écoulement, sont représentées sur la figure VI.1 à  $t = 0, 10$  et 50 heures.

## Chapitre VI : Analyse des transferts thermiques en régime turbulent entre deux plaques parallèles avec un revêtement poreux ou fibreux sur les parois

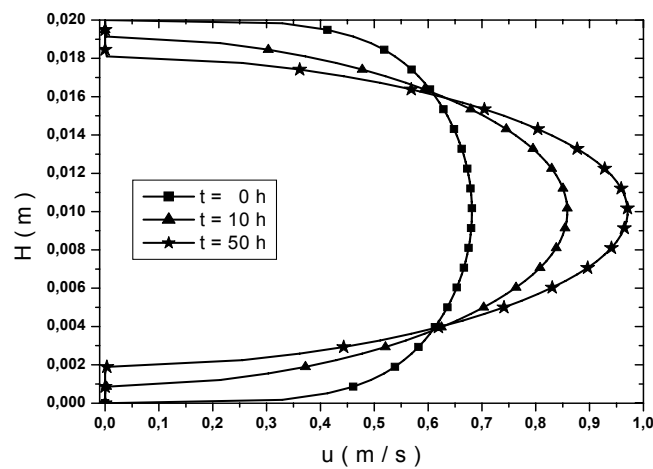
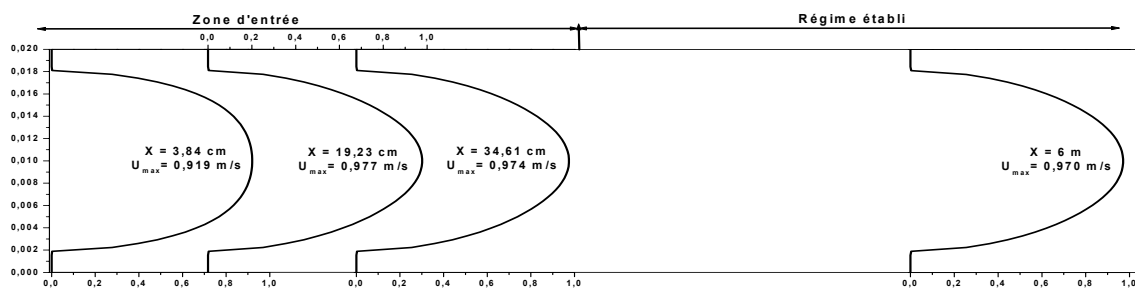
**Temps = 0 h** (correspond à la période d'induction),  $e_d = 0 \text{ mm}$



**Temps = 10 h**,  $e_d = 0,856 \text{ mm}$



**Temps = 50 h**,  $e_d = 1,804 \text{ mm}$



**Figure VI.1: Variation du profil de la vitesse au cours de l'accumulation du dépôt sur les parois du canal dans la zone établie**

## Chapitre VI : Analyse des transferts thermiques en régime turbulent entre deux plaques parallèles avec un revêtement poreux ou fibreux sur les parois

---

---

Initialement, le canal est propre et la déposition n'a pas encore débutée. La vitesse axiale augmente progressivement le long du canal et atteint au centre du canal une valeur maximale de  $0,681 \text{ m/s}$  à l'établissement.

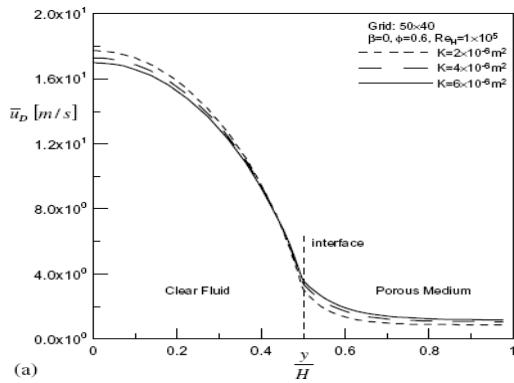
Après 10 heures de fonctionnement, une épaisseur de  $0,856 \text{ mm}$  de dépôt est formée sur les parois, couvrant ainsi un taux de  $4,5 \%$  de la hauteur du canal. La vitesse de l'écoulement dans le dépôt est quasiment nulle à cause de la faible perméabilité du dépôt. Ceci explique la forme plate du profil de vitesse. Dans la partie fluide, le profil de vitesse s'établit et atteint son maximum au centre du canal.

Après 50 heures de fonctionnement, le dépôt atteint son épaisseur asymptotique couvrant ainsi  $19 \%$  de la hauteur du canal. Le profil de vitesse reste aplati dans la couche du dépôt et la réduction de la section de passage du fluide provoque une accélération de la vitesse dans la partie centrale du canal. Elle atteint une augmentation de  $70\%$ . En outre, quelque soit la position sur le canal, on s'aperçoit que la vitesse maximum augmente lorsque l'épaisseur de milieu poreux augmente.

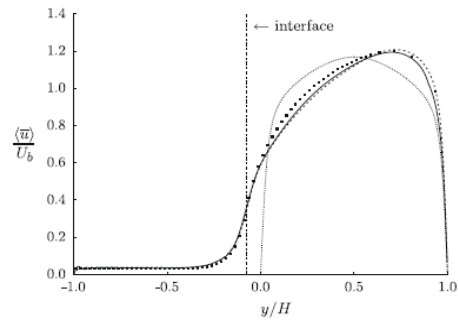
Dans les écoulements turbulents à grands nombres de Reynolds, les couches limites pariétales sont le siège de forts gradients de vitesse. Les modèles de turbulence, de type  $\kappa - \varepsilon$ , doivent être adaptés aux écoulements proches des parois. Les fonctions standards aux parois ont été utilisées pour le calcul de l'écoulement à proximité des parois.

On remarque que, dans le cas d'un canal avec un dépôt poreux sur les parois, la forme du profil de vitesse est à faible gradient au niveau des couches limites pariétales. Le rapport de la vitesse maximale sur la vitesse moyenne est de  $1,28$ , caractérisant un écoulement turbulent. La forme du profil de vitesse de l'écoulement est due à la non-existence de lois de parois au niveau de l'interface fluide-poreux. En effet, les travaux de Silva et de Lemos [*Silva et de Lemos, 2003*] s'appuient sur cette considération. A l'interface fluide-poreux, les lois de paroi ne sont pas adaptées pour modéliser l'écoulement. La condition de non glissement de la vitesse n'est pas vérifiée. Dans le même contexte et d'après Silva et de Lemos [*Silva et de Lemos, 2003*], les valeurs finales de vitesses à proximité de l'interface seront fonction non seulement de l'inertie et des effets visqueux, mais aussi des termes de résistance de Darcy-Brinkman-Forchheimer. Par contre, seules les conditions de continuité sont retenues au niveau de l'interface fluide-poreux. Par conséquent, la forme des profils de vitesses sont obtenus par l'auteur.

Chandesris et Jamet [Chandesris et Jamet 2009] ont modélisé les profils de la vitesse en écoulement turbulent à l'interface fluide-poreux. Le modèle  $\kappa - \varepsilon$  et la méthode de simulation numérique directe (Direct Numerical Simulation, DNS) ont été utilisés. Contrairement à l'interface fluide-paroi, les profils de vitesses observés au niveau de l'interface fluide-poreux sont à faible gradient (Figure VI.2). Ces résultats sont très proches de ce que nous proposons (Figure VI.1) et viennent renforcer qualitativement nos calculs.



*Résultat de Silva et de Lemos 2003*



**Fig. 5.** Streamwise velocity profile, normalized by the bulk velocity  $U_b$ . —, DNS with cubes; - - -, DNS with continuum; ···, DNS with solid walls; symbol ■, present macroscopic  $k - \epsilon$  model.

*Résultat de Chandresris et Jamet 2009*

**Figure VI.2: Profil de la vitesse à l'interface fluide-poreux**

### VI.2.1.2. Profil de l'énergie cinétique turbulente

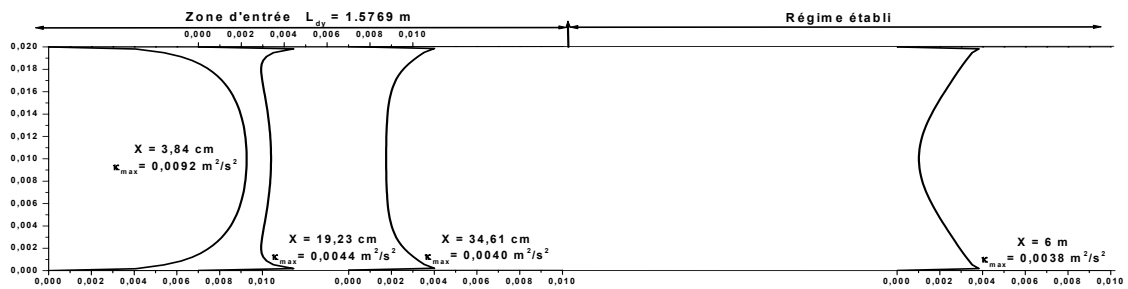
L'évolution de l'énergie cinétique turbulente le long du canal est représentée sur la figure VI.3. Il apparaît que l'énergie cinétique turbulente atteint sa valeur maximale à l'interface fluide-paroi et/ou fluide-dépôt. La réduction de la section de passage du fluide au cours du temps et la nature de l'interface de contact (fluide-dépôt) provoque le pic d'énergie turbulente. A cette interface, en plus de la résistance due aux forces visqueuses et d'inertie, une résistance supplémentaire plus importante est due aux termes de Darcy et Forchheimer. Ce qui produit une accélération plus importante dans cette zone. En allant vers le centre du canal l'énergie cinétique turbulente décroît progressivement et atteint son minimum dans la section centrale du canal. La réduction de la section de passage du fluide fait augmenter l'énergie cinétique. On remarque que l'énergie cinétique est quasiment nulle dans la zone du dépôt.

### VI.2.1.3 Profil de la dissipation turbulente

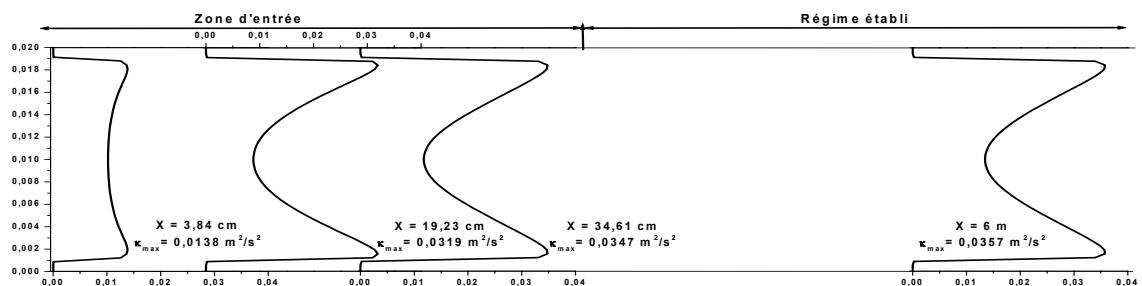
La figure VI.4 illustre la distribution du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente sur la longueur du canal. Les profils de l'énergie cinétique turbulente et de la dissipation turbulente varient de la même façon. Un maximum du taux de dissipation est observé initialement au niveau de l'interface fluide-paroi et il est beaucoup plus important à l'interface fluide-dépôt. Dans la zone du dépôt, le profil de la dissipation est aplati, ce qui revient à confirmer que l'écoulement dans cette zone est quasiment nul.

## Chapitre VI : Analyse des transferts thermiques en régime turbulent entre deux plaques parallèles avec un revêtement poreux ou fibreux sur les parois

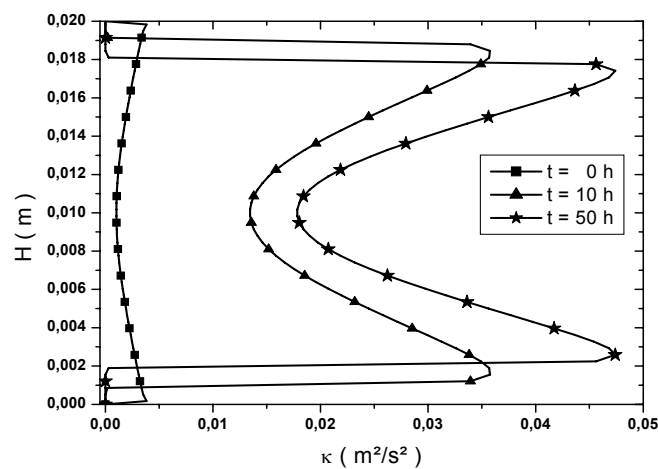
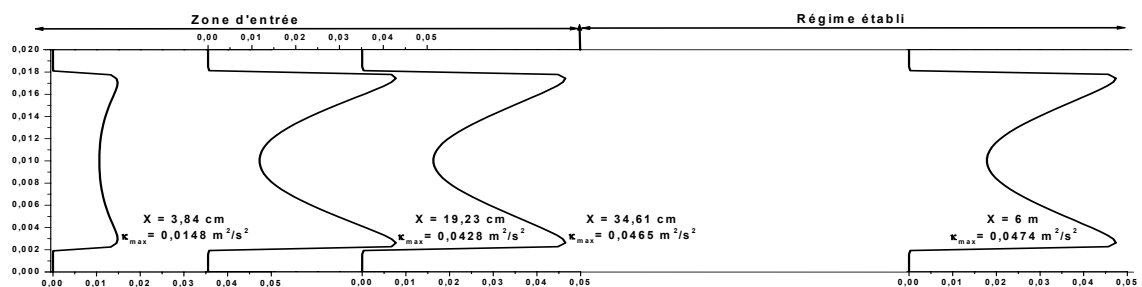
**Temps = 0 h** (correspond à la période d'induction),  $e_d = 0 \text{ mm}$



**Temps = 10 h**,  $e_d = 0,856 \text{ mm}$



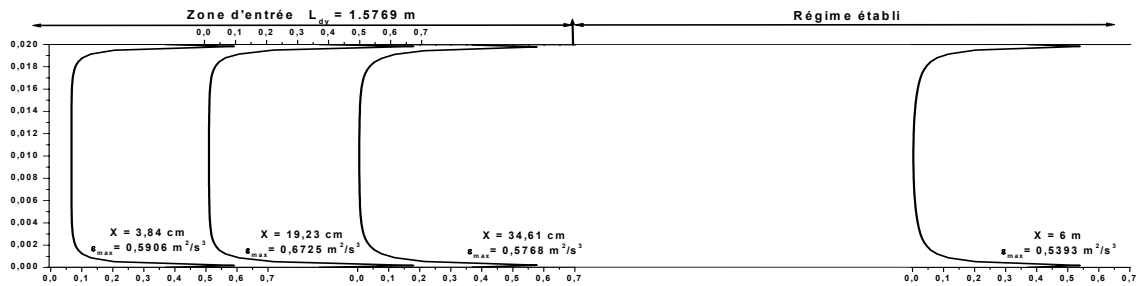
**Temps = 50 h**,  $e_d = 1,804 \text{ mm}$



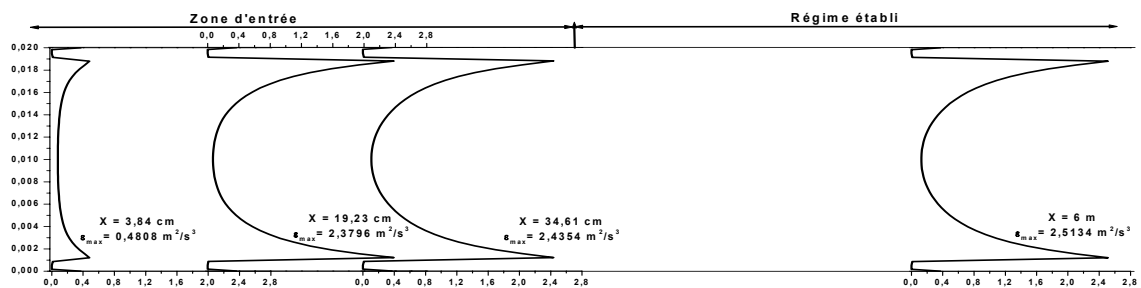
**Figure VI.3:** Variation du profil de l'énergie cinétique turbulente au cours de l'accumulation du dépôt sur les parois du canal dans la zone établie

## Chapitre VI : Analyse des transferts thermiques en régime turbulent entre deux plaques parallèles avec un revêtement poreux ou fibreux sur les parois

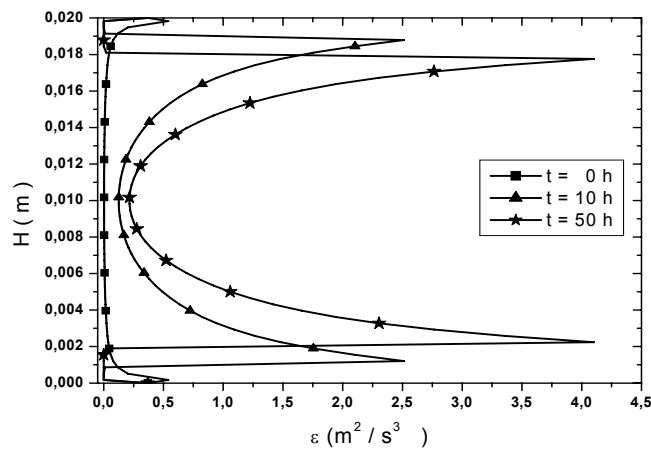
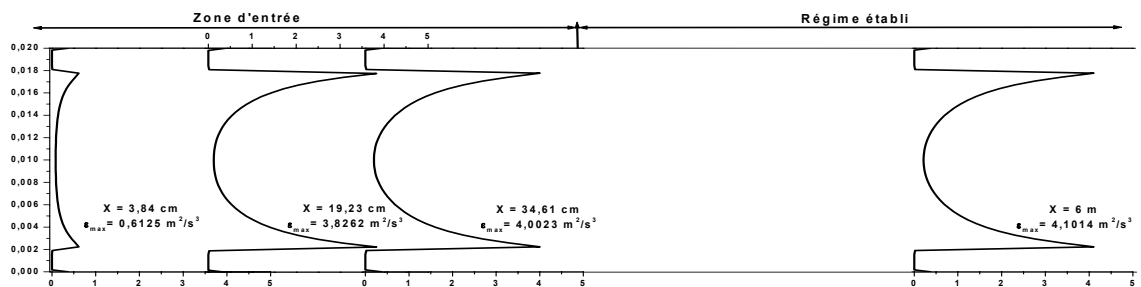
**Temps = 0 h** (correspond à la période d'induction),  $e_d = 0 \text{ mm}$



**Temps = 10 h**,  $e_d = 0,856 \text{ mm}$



**Temps = 50 h**,  $e_d = 1,804 \text{ mm}$



**Figure VI.4:** Variation du profil de la dissipation turbulente au cours de l'accumulation du dépôt sur les parois du canal dans la zone établie



**VI.2.2. Etude thermique de l'écoulement en présence de l'encrassement**

**VI.2.2.1. Profil de température**

La distribution de température des fluides dans un échangeur de chaleur est l'un des paramètres traduisant l'efficacité de l'équipement. La figure VI.5 présente les profils de température à différentes section dans le canal au cours de la déposition.

L'établissement thermique est atteint pour une distance de  $1,33\text{ m}$  de l'entrée correspondant à une température moyenne de  $316,63\text{ K}$ .

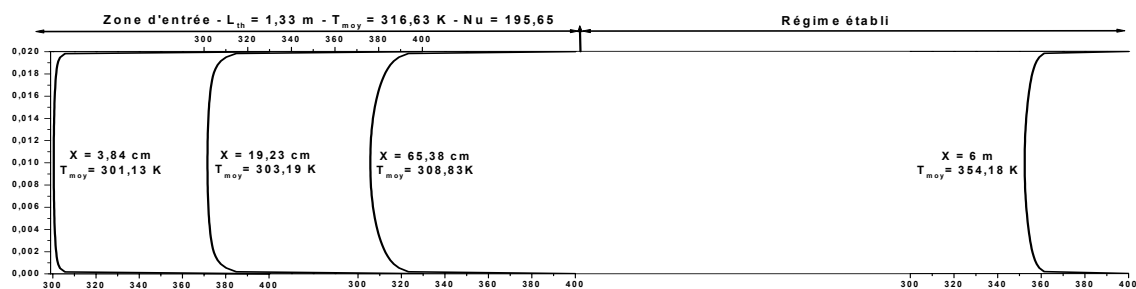
La distance pour laquelle la température atteint la valeur admissible de pasteurisation est de  $4,34\text{ m}$  correspondant à une température moyenne de  $343,40\text{ K}$ .

On remarque avant encrassement l'augmentation progressive de la température dans le canal qui atteint une valeur maximale de  $354,18\text{ K} = 81,18^\circ\text{C}$  dans la section de sortie. La valeur de la température du fluide atteinte dans la section de sortie permet la pasteurisation du lait.

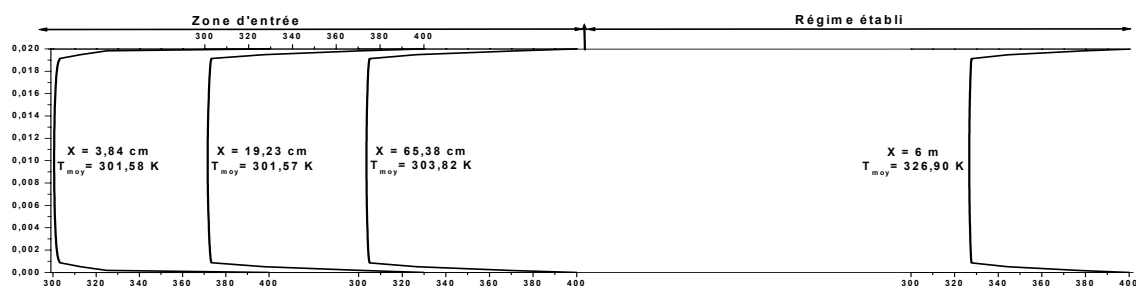
Après 10 heures de fonctionnement, on remarque que la température diminue sur toute la longueur du canal. Cette diminution est causée par la déposition progressive sur les surfaces d'échanges d'un dépôt encrassant moins conducteur. Une couche d'épaisseur de  $0,856\text{ mm}$  est alors déposée.

On remarque que plus l'épaisseur du dépôt augmente, moins le fluide est chauffé et plus l'échange thermique entre la paroi et le fluide est affecté. Cette nette diminution de la température est constatée après 50 heures de fonctionnement. La température de sortie du fluide dans ces conditions atteint la valeur de  $313,80\text{ K}$ . Une chute de  $88,6\%$  de la température est constatée avant formation du dépôt et après 50 heures de déposition. Le dépôt encrassant constitue une couche isolante qui influe considérablement sur le transfert de chaleur. Dans la zone du dépôt, on remarque la forte diminution du gradient de température et le transfert de chaleur par conduction est dominant.

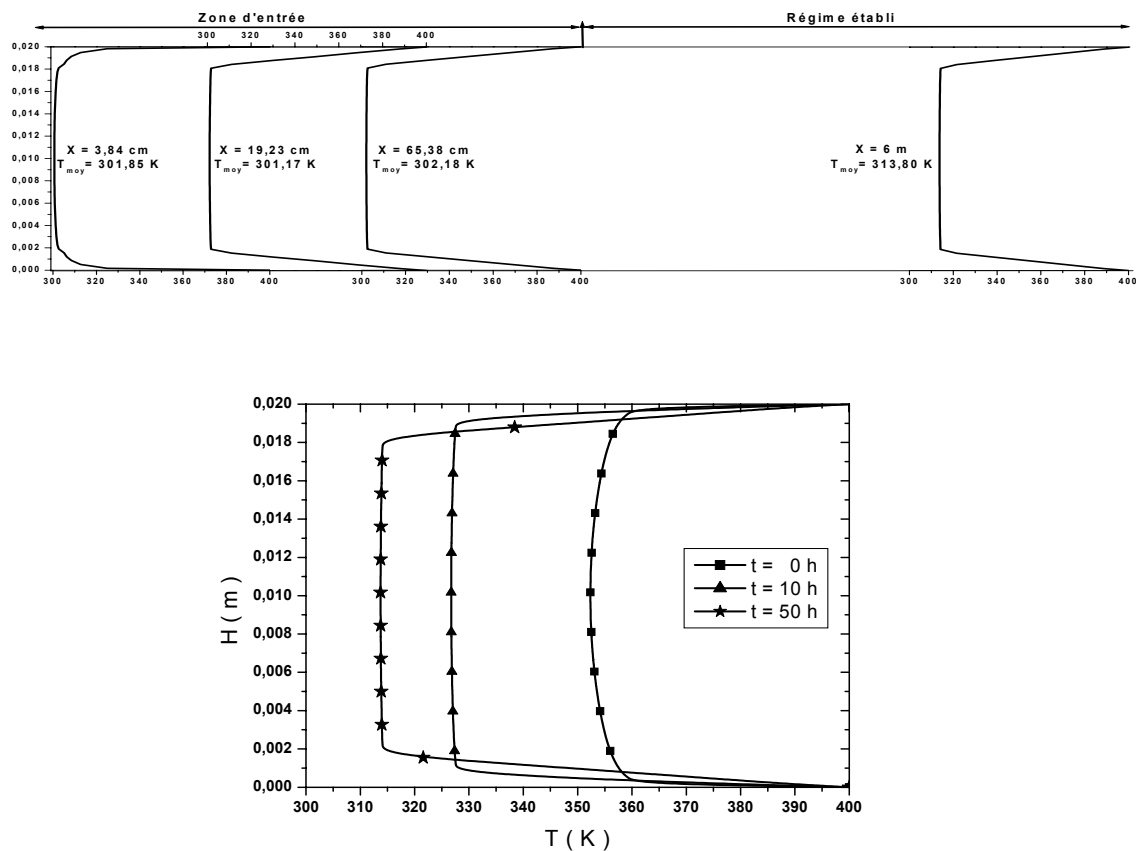
**Temps = 0 h** (correspond à la période d'induction),  $e_d = 0\text{ mm}$



**Temps = 10 h**,  $e_d = 0,856\text{ mm}$



**Temps = 50 h**,  $e_d = 1,804\text{ mm}$



**Figure VI.5: Variation du profil de température au cours de l'accumulation du dépôt sur les parois du canal dans la zone établie**

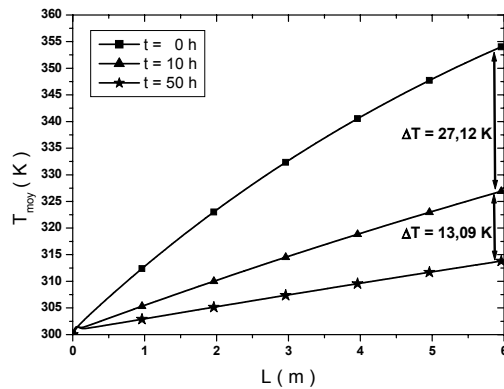
### VI.2.2.2. Variation de la température moyenne

La figure VI.6 représente l'évolution de la température moyenne à différentes sections du canal et à différents instants.

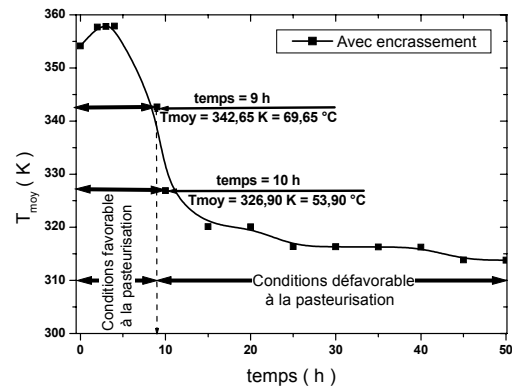
On remarque une chute progressive de la température moyenne au cours du temps sur toute la longueur du canal. Pendant la déposition, la résistance au transfert thermique augmente progressivement et le fluide se chauffe de moins en moins au fur et à mesure que le dépôt s'installe sur les parois du canal.

La figure VI.7 montre l'influence de la couche du dépôt encrassant sur la température moyenne dans la zone d'établissement thermique. On s'aperçoit que la température moyenne augmente durant les premières 4 heures de déposition et atteint  $T_m = 357,80\text{ K}$ . Durant les 4 premières heures, l'épaisseur du dépôt correspondant varie de  $0,2\text{ mm}$  à  $0,4\text{ mm}$ . On remarque que la masse déposée n'affecte pas la température. Au contraire, la température augmente et le transfert de chaleur est meilleur. Cette mince couche du dépôt encrassant constitue alors des conditions favorables au transfert de chaleur (la couche est tellement mince qu'elle devient comme une rugosité de paroi, accélère la turbulence et augmente l'échange thermique). Après la 4<sup>ème</sup> heure de déposition, une chute importante de la température est observée et la pente de la courbe diminue considérablement au cours du temps. L'effet de l'encrassement se traduit par cette nette diminution de la température le long du canal.

En tenant compte des conditions de pasteurisation, la température nécessaire n'est atteinte que durant les 9 premières heures de fonctionnement. Au delà, les conditions sont défavorables et l'échangeur doit être mise en arrêt pour nettoyage.



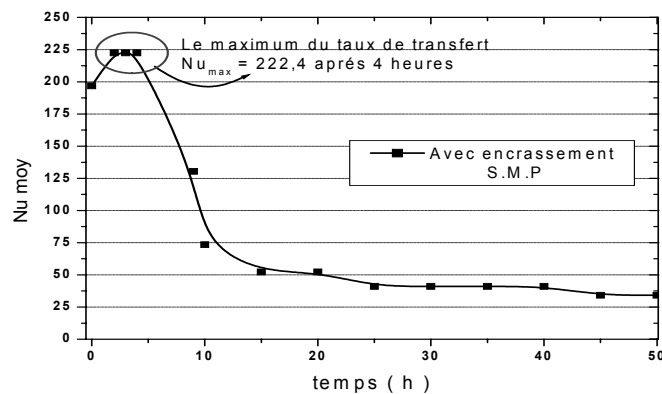
**Figure VI.6: Profil de température moyenne le long du canal à différents instants**



**Figure VI.7: Variation temporelle de la température moyenne en régime établi**

### VI.2.2.3. Variation du nombre de Nusselt

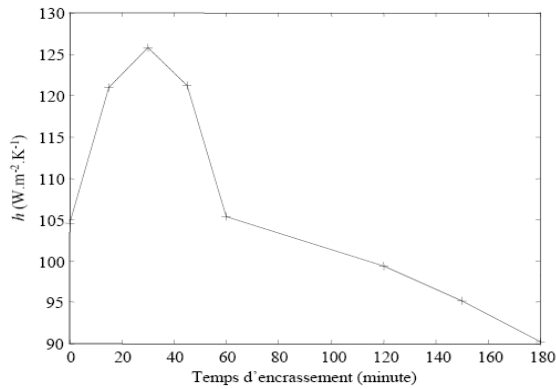
La variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du temps est représentée sur la figure VI.8. On remarque qu'il y a une augmentation de la valeur du nombre de Nusselt moyen dans les 4 premières heures, ce qui est traduit par un meilleur échange thermique malgré le dépôt qui s'est formé sur les parois du canal. C'est l'un des résultats les plus intéressants que l'on peut tirer de cette courbe. Une chute considérable du nombre de Nusselt moyen est observée au delà de cet instant. Ceci est dû à l'augmentation de la masse du dépôt provoquant une résistance thermique et une réduction d'échange beaucoup plus importante.



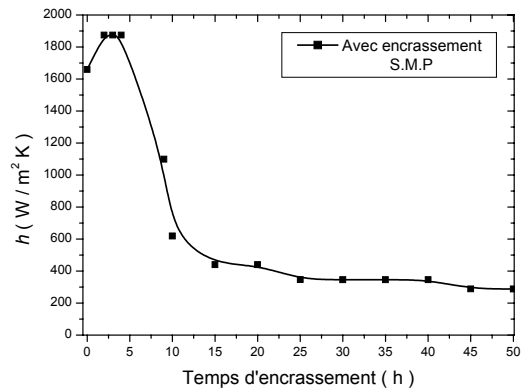
**Figure VI.8: La variation temporelle du nombre de Nusselt moyen en régime établi**

L'augmentation du transfert de chaleur aux premiers instants de déposition est un résultat connu. Chiron et al. [Chiron et al. 1984] ont mesuré expérimentalement la dégradation thermique autour d'un tube chauffé placé dans un écoulement diphasique (air et particules) à la température ambiante et dans une configuration d'écoulement à courants croisés. Les expériences ont été réalisées dans des conditions de laboratoire en écoulement froid où seul le tube était chauffé et porté à une température homogène de 100 °C. La mesure du coefficient d'échange global a été effectuée en régime transitoire à partir de l'évolution de la

température de chacun des secteurs chauffants. Le dispositif utilisé permet la mesure du coefficient d'échange en régime transitoire pour des échangeurs tubulaires à courants croisés. Les résultats obtenus en régime transitoire sont rapportés sur la figure VI.9.



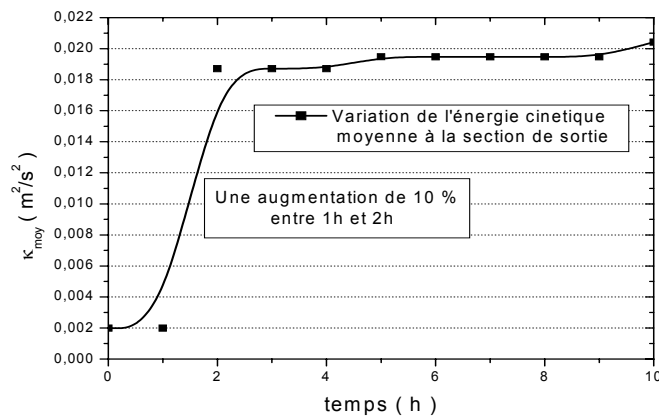
**Figure VI.9: Coefficient d'échange global en fonction du temps de dépôt [Chiron et al. 1984]**



**Figure VI.10: Coefficient d'échange global en fonction du temps de dépôt [Présente étude]**

D'une manière générale, le coefficient d'échange diminue en fonction du temps d'encrassement. L'augmentation des échanges est représentée sur la figure VI.9 durant la première heure de fonctionnement. La figure VI.10 présente l'évolution du coefficient d'échange global en fonction du temps de dépôt. L'une des conclusions les plus intéressantes, et qui concorde qualitativement avec les résultats de Chiron et al., est l'augmentation importante des échanges thermiques durant les premiers temps d'encrassement. Un phénomène qui se répète mais dont les causes sont jusque là peu connues. Il est à noter que la différence dans les ordres de grandeurs des deux courbes est due à la différence des conditions opératoires (conditions initiales, aux limites, la nature du fluide, etc.). On s'intéresse dans cette comparaison à la variation qualitative du coefficient d'échange.

Dans le but de trouver une explication à l'augmentation d'échange durant les premières heures de dépôt, la figure VI.11 présente la variation de l'énergie cinétique moyenne à la section de sortie au cours des 10 premières heures.



**Figure VI.11: Variation de l'énergie cinétique turbulente moyenne à la section de sortie au cours du temps**

D'après la figure VI.11, les premiers instants de déposition provoquent une intensité turbulente très importante avec un taux de croissance de 10%. La mince couche d'encrassement fait augmenter les résistances visqueuses, d'inertie et de frottement, créant une intensité turbulente importante favorisant ainsi un meilleur échange thermique. Après la 4<sup>ème</sup> heure de déposition, le taux d'augmentation de la turbulence baisse considérablement. Une compétition est créée entre la croissance de l'énergie cinétique turbulente et du taux de déposition de l'encrassement. L'encrassement est dominant après la 4<sup>ème</sup> heure et le transfert de chaleur décroît progressivement.

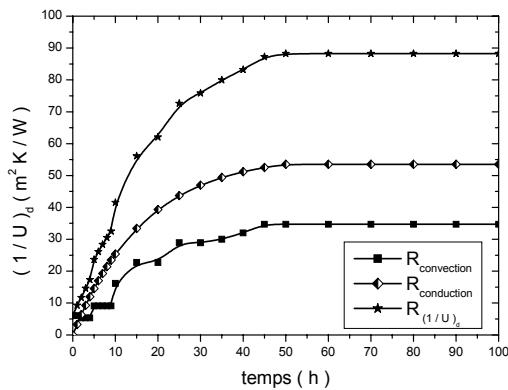
#### VI.2.2.4. Le coefficient d'échange global à l'état encrassé

A l'état propre, le coefficient d'échange global ( $U$ ) est équivalent au coefficient de transfert de chaleur par convection  $h$ , ou au nombre de Nusselt sous forme adimensionnelle.

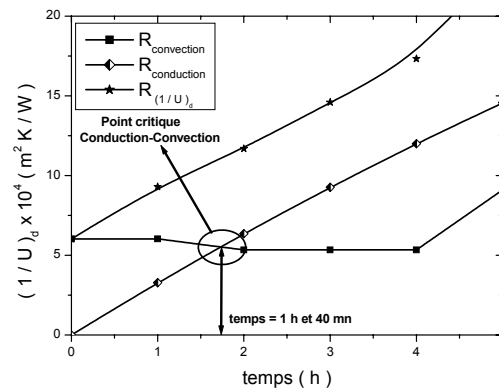
Le coefficient d'échange global à l'état encrassé est:

$$\frac{1}{U_d} = (1/h)_d + (e_d(t)/\lambda_{eff-f-d}) = R_{cv} + R_{cd} \quad (VI.1)$$

L'évolution des différents termes de l'équation (VI.1) sont représentées par les figures VI.12 et VI.13



**Figure VI.12: La variation temporelle du coefficient d'échange global, des résistances de conduction et de convection**



**Figure VI.13: Le point de croisement des transferts par conduction et convection**

Il paraît évident que la déposition d'un composé relativement isolant conduit à une dégradation de la qualité d'échange traduite principalement par une diminution de l'efficacité de l'échangeur et du coefficient d'échange. Ce qui explique la croissance exponentielle de la résistance thermique globale au cours du temps (Figure VI.12).

En revenant à l'expression de  $U$  (Eq VI.1), on note que deux entités déterminent son comportement. La résistance à la conduction ( $R_{cd}$ ), directement proportionnelle à l'épaisseur du dépôt, et la résistance à la convection ( $R_{cv}$ ), inversement proportionnelle au coefficient de transfert  $h$ .

La résistance à la conduction n'est dominante qu'après 1 heure et 40 mn de déposition. Cela est obtenu par le point d'intersection entre les courbes de la résistance à la conduction et à la convection, donnée par la figure VI.13. La déposition progressive au cours du temps d'un milieu de faible conductivité thermique fait augmenter les résistances thermiques et provoque une chute de l'efficacité.

### **VI.3. Encrassement avec du revêtement poreux sur les parois (A.M.P)**

Dans la section précédente, consacrée à l'étude de l'encrassement sans revêtement poreux sur les parois (S.M.P), les performances du système étudié conduisant à orienter l'étude vers l'analyse du cas où l'on insère une couche poreuse sur les parois du canal. Cette technique pourrait réduire la résistance due à l'encrassement et permettrait de réduire la fréquence de maintenance des échangeurs.

L'objectif de notre étude consiste à contribuer à la maîtrise de nouveaux concepts permettant de maintenir le niveau de transfert thermique suffisant pour un temps de fonctionnement beaucoup plus prolongé. Il s'agit d'insérer un milieu fibreux rigide et très conducteur sur les parois du canal. Suivant les propriétés hydrodynamiques du milieu poreux, arriver à capter les particules du dépôt, de réduire la résistance d'encrassement et de prolonger le temps de fonctionnement du pasteurisateur est le but de cette étude.

D'après le chapitre V, plusieurs cas sont à envisager en fonction de la quantité du dépôt pénétrant dans le fibreux. D'après l'équation (V.10), le paramètre définissant les différents cas de notre étude est la fraction de la masse déposée «  $f$  » qui pénètre dans le filtre poreux. Trois cas sont étudiés suivant le paramètre «  $f$  » (Réf : la page 86 du Ch. V).

Le temps final de calcul de 50 heures correspond au temps nécessaire pour colmater la matrice poreuse. La porosité et la perméabilité initiale du milieu poreux sont respectivement  $\phi_0 = 0,95$  et  $K_0 = 3,65 \times 10^{-5} m^2$ .

En premier lieu, les profils dynamique et thermique de l'écoulement sont représentés sur toute la longueur du canal aux temps initial (à 0 heures), à 10 heures et à 50 heures. Ensuite, une étude comparative de cas est menée afin de déterminer la situation la plus avantageuse.

#### **VI.3.1. Analyse dynamique de l'écoulement le long du canal**

##### **VI.3.1.1. Profil de la vitesse axiale**

Les figures VI.14, VI.15 et VI.16 représentent les profils de vitesse le long du canal en présence du milieu poreux sur les parois, à différents instants. La variation des profils de vitesses est affectée au cours du temps par la déposition.

Initialement, l'encrassement n'a pas encore eu lieu. La vitesse dans la partie poreuse diminue par rapport au cas sans milieu poreux (voir figure VI.2 à  $t=0 h$ ) et cela malgré la grande perméabilité initiale de la matrice poreuse. Cette diminution de la vitesse dans le poreux est compensée par une augmentation de la vitesse dans la partie centrale du canal afin de conserver le débit dans la conduite.

La formation d'un dépôt encrassant sur le milieu poreux crée trois zones d'écoulement: deux premières zones d'épaisseur  $e_p = 1,9 mm$  du milieu poreux et une troisième zone d'écoulement totalement fluide entre les deux matrices poreuses d'épaisseur  $e_{fluide} = H - 2 \times e_p = 16,2 mm$ .

## Chapitre VI : Analyse des transferts thermiques en régime turbulent entre deux plaques parallèles avec un revêtement poreux ou fibreux sur les parois

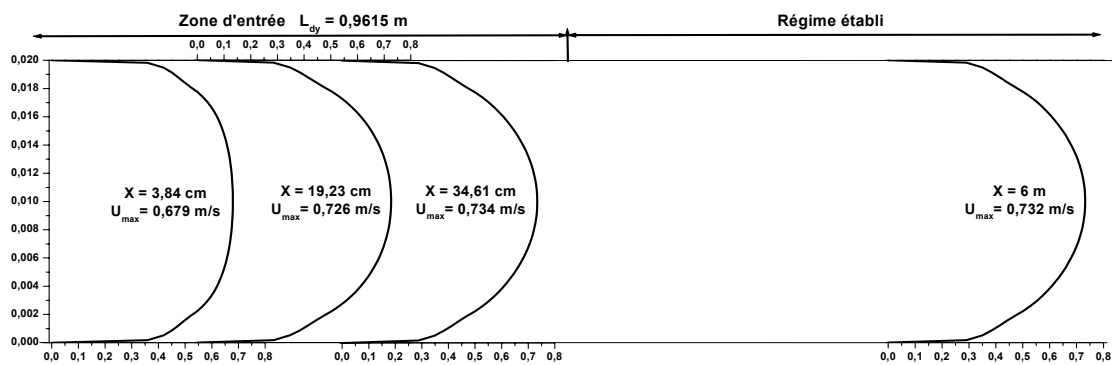
Dans le cas  $f = 0$ , plus le dépôt augmente en épaisseur au cours du temps, plus la vitesse de l'écoulement dans le milieu poreux et dans la partie centrale du canal augmente. Contrairement au cas  $f = 0,5$ , où le milieu poreux capte partiellement les particules du dépôt, le colmatage partiel fait réduire la vitesse dans le milieu poreux au cours du temps. La vitesse du fluide atteint son maximum après 50 heures à une valeur de  $1,1\text{ m/s}$  dans la zone centrale du canal.

Dans le cas où le milieu poreux arrive à capter toutes les particules du dépôt au cours du temps ( $f = 1$ ), la vitesse du fluide dans le milieu poreux diminue au fur et à mesure que le dépôt occupe la place du fluide dans les pores. Après 50 heures, le colmatage total est atteint.

**Temps = 0 h** : (correspond à la période d'induction)

$$e_d = 0\text{ mm}, (\phi)_d = 0,05, (K)_d = 16 \times 10^{-12}\text{ m}^2, (Rc)_d = 0,525, (R_{cp})_d = 1,092$$

$$(\phi)_p = 0,95, (K)_p = 3,65 \times 10^{-5}\text{ m}^2, (Rc)_p = 5,95, (R_{cp})_p = 0,996$$



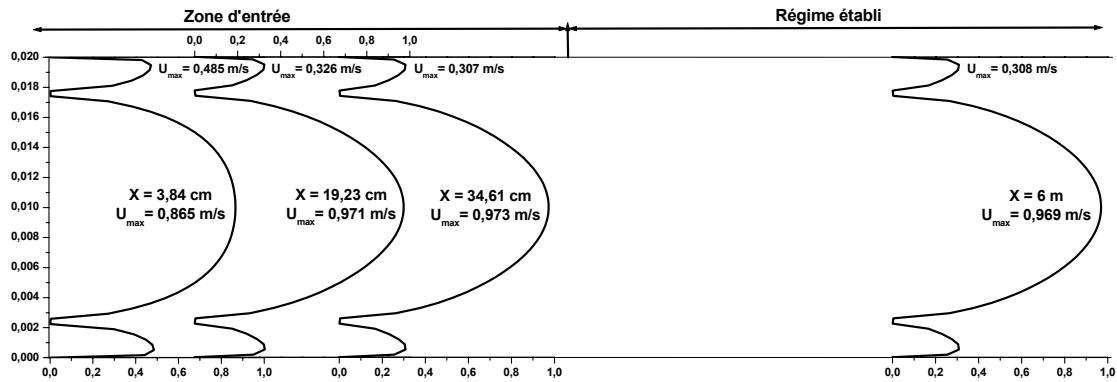
**Figure VI.14: Variation du profil de vitesse le long du canal durant la période d'induction**

## Chapitre VI : Analyse des transferts thermiques en régime turbulent entre deux plaques parallèles avec un revêtement poreux ou fibreux sur les parois

**Temps = 10 h :**

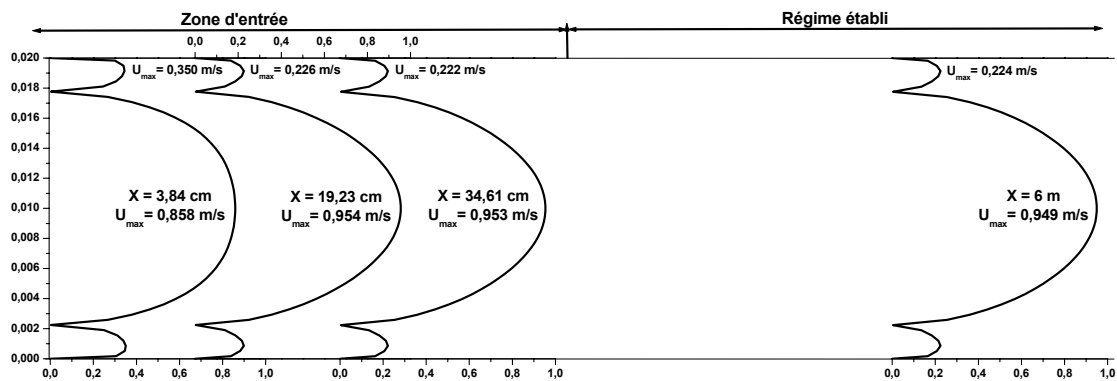
- **Cas 1 :**  $f = 0$  (aucune pénétration dans le poreux)  $e_d = 0,856 \text{ mm}$

$$(\phi)_p = 0,95, \quad (K)_p = 3,65 \times 10^{-5} \text{ m}^2, \quad (Rc)_p = 5,95, \quad (R_{cp})_p = 0,996$$



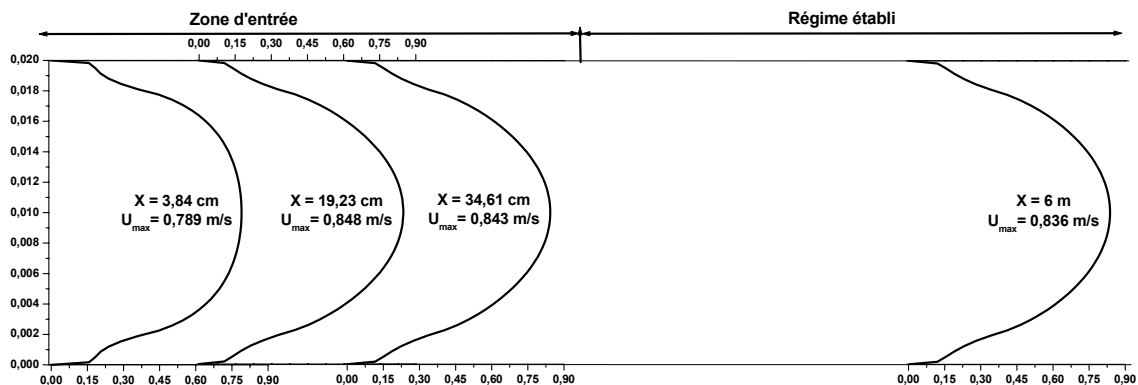
- **Cas 2 :**  $f = 0,5$  (une pénétration partielle dans le poreux)

$$(\phi)_p = 0,72, \quad (K)_p = 5,36 \times 10^{-7} \text{ m}^2, \quad (Rc)_p = 5,83, \quad (R_{cp})_p = 1,017$$



- **Cas 3 :**  $f = 1$  (une pénétration totale dans le poreux)

$$(\phi)_p = 0,50, \quad (K)_p = 5,33 \times 10^{-8} \text{ m}^2, \quad (Rc)_p = 5,72, \quad (R_{cp})_p = 1,039$$



**Figure VI.15: Variation du profil de vitesse le long du canal à  $t=10 \text{ h}$**

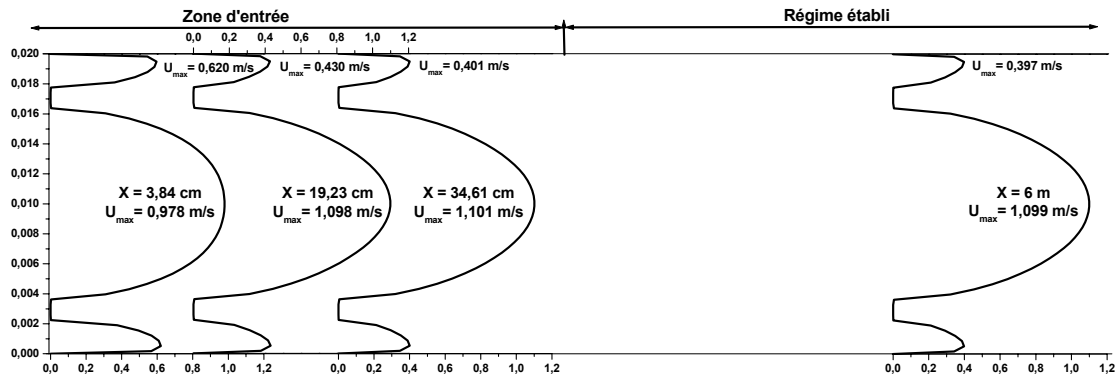


## Chapitre VI : Analyse des transferts thermiques en régime turbulent entre deux plaques parallèles avec un revêtement poreux ou fibreux sur les parois

**Temps = 50 h :**

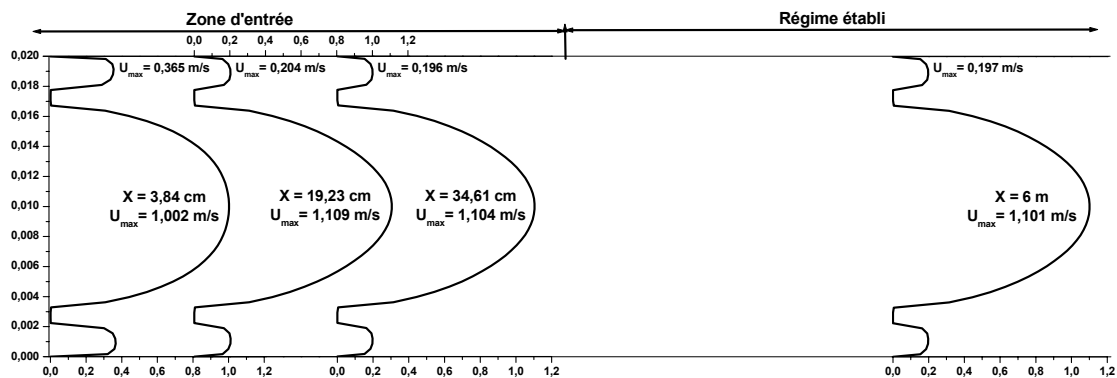
- **Cas 1 :**  $f = 0$  (aucune pénétration dans le poreux)  $e_d = 1,805 \text{ mm}$

$$(\phi)_p = 0,95, \quad (K)_p = 3,65 \times 10^{-5} \text{ m}^2, \quad (Rc)_p = 5,95, \quad (R_{cp})_p = 0,996$$



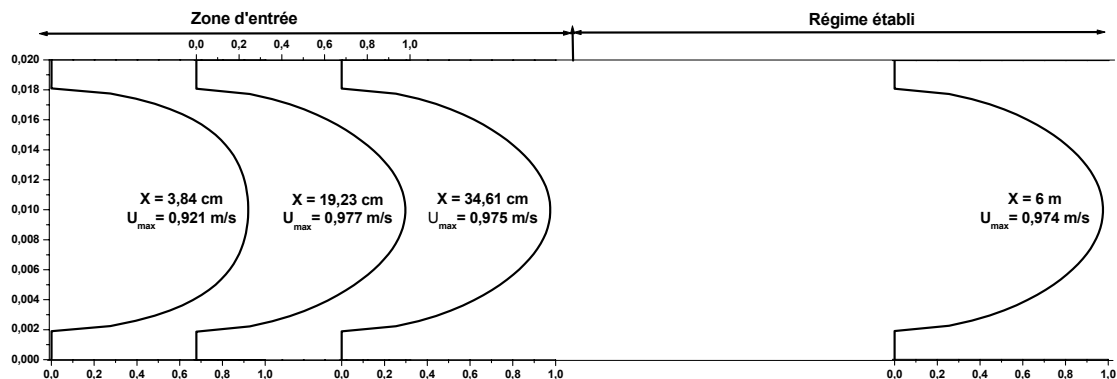
- **Cas 2 :**  $f = 0,5$  (une pénétration partielle dans le poreux)

$$(\phi)_p = 0,47, \quad (K)_p = 4,15 \times 10^{-8} \text{ m}^2, \quad (Rc)_p = 5,71, \quad (R_{cp})_p = 1,042$$



- **Cas 3 :**  $f = 1$  (une pénétration totale dans le poreux)

$$(\phi)_p = 1,39 \times 10^{-4}, \quad (K)_p = 2,89 \times 10^{-19} \text{ m}^2, \quad (Rc)_p = 5,47, \quad (R_{cp})_p = 1,088$$



**Figure VI.16: Variation du profil de vitesse le long du canal à t=50 h**

**VI.3.1.2. Profil de l'énergie cinétique turbulente**

La distribution de l'énergie cinétique turbulente dans différentes sections du canal avec milieu poreux est représentée par les figures VI.17, VI.18 et VI.19 à l'instant initial (0 heures), à 10 heures et à 50 heures.

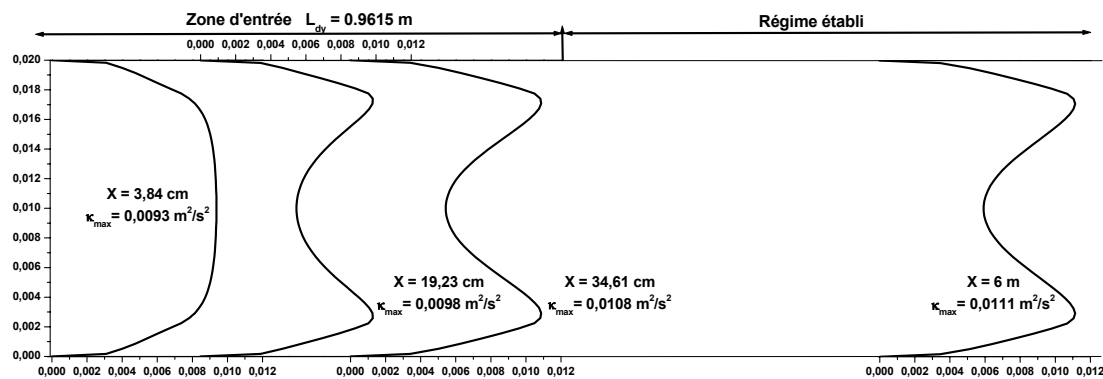
A l'interface fluide-dépôt, l'énergie cinétique turbulente atteint son maximum. L'intensité turbulente sur cette interface est beaucoup plus importante que dans les cas où l'interface est fluide-poreux ou fluide-parois : plus le dépôt s'installe sur le milieu poreux, plus la section de passage du fluide est réduite, entraînant une augmentation de la vitesse dans cette partie et provoquant ainsi une accélération de l'énergie cinétique turbulente à l'interface du dépôt. Dans tous les cas, un pic d'énergie cinétique est remarqué au niveau de l'interface, où son intensité dépend de la vitesse d'écoulement dans la zone considérée et de la nature de l'interface.

Le colmatage total de la matrice poreuse après 50 heures pour le cas  $f = 1$ , réduit considérablement la turbulence dans le milieu poreux et le profil devient quasiment plat.

**Temps = 0 h** : (correspond à la période d'induction)

$$e_d = 0 \text{ mm}, (\phi)_d = 0,05, (K)_d = 16 \times 10^{-12} \text{ m}^2, (Rc)_d = 0,525, (R_{cp})_d = 1,092$$

$$(\phi)_p = 0,95, (K)_p = 3,65 \times 10^{-5} \text{ m}^2, (Rc)_p = 5,95, (R_{cp})_p = 0,996$$



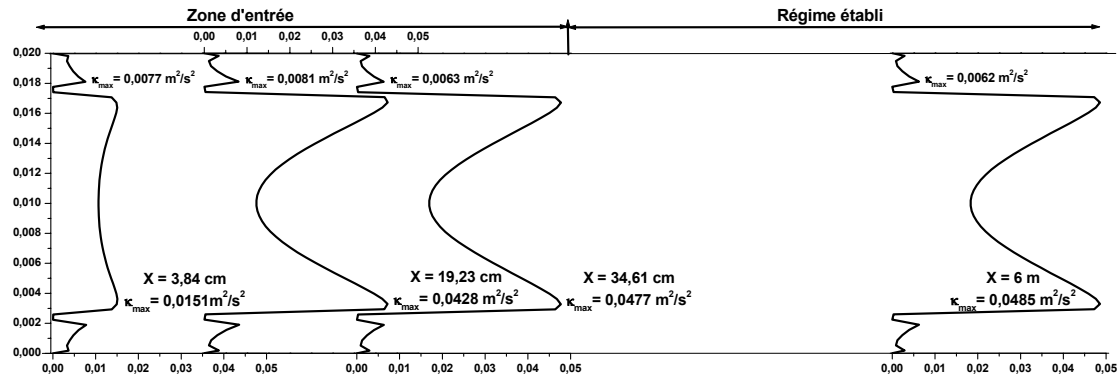
**Figure VI.17: Variation du profil de l'énergie cinétique turbulente le long du canal durant la période d'induction**

## Chapitre VI : Analyse des transferts thermiques en régime turbulent entre deux plaques parallèles avec un revêtement poreux ou fibreux sur les parois

**Temps = 10 h :**

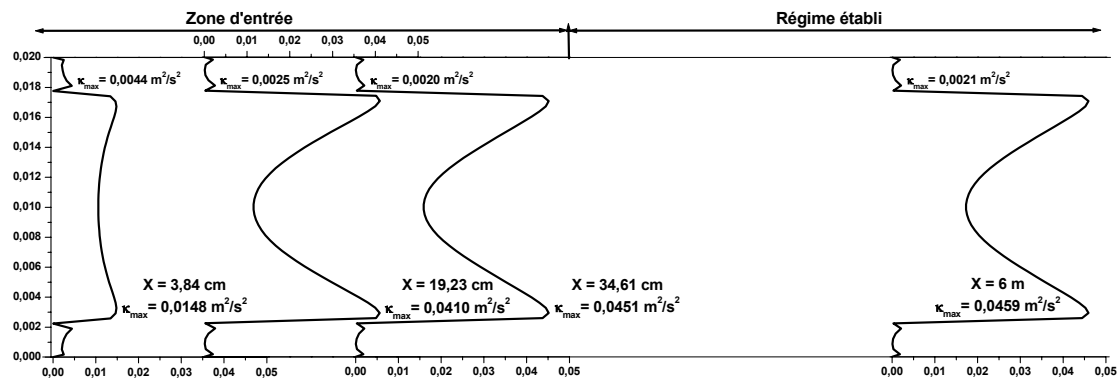
- **Cas 1 :**  $f = 0$  (aucune pénétration dans le poreux)  $e_d = 0,856 \text{ mm}$

$(\phi)_p = 0,95$ ,  $(K)_p = 3,65 \times 10^{-5} \text{ m}^2$ ,  $(Rc)_p = 5,95$ ,  $(R_{cp})_p = 0,996$



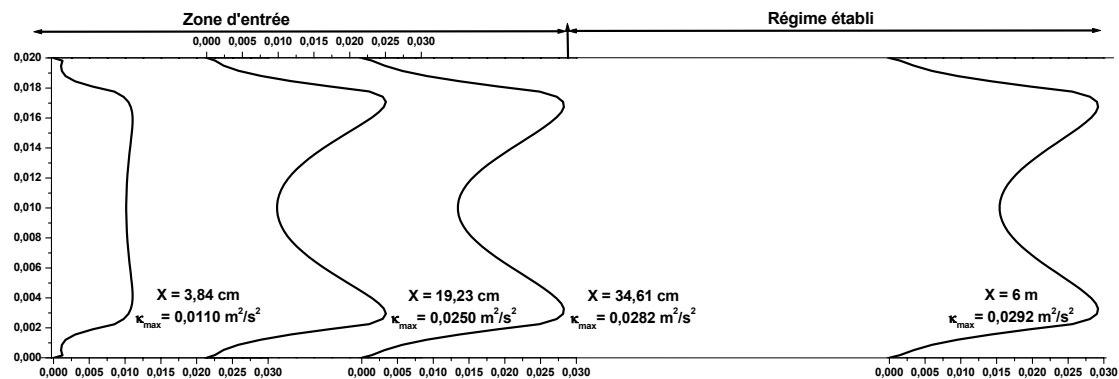
- **Cas 2 :**  $f = 0,5$  (une pénétration partielle dans le poreux)

$(\phi)_p = 0,72$ ,  $(K)_p = 5,36 \times 10^{-7} \text{ m}^2$ ,  $(Rc)_p = 5,83$ ,  $(R_{cp})_p = 1,017$



- **Cas 3 :**  $f = 1$  (une pénétration totale dans le poreux)

$(\phi)_p = 0,50$ ,  $(K)_p = 5,33 \times 10^{-8} \text{ m}^2$ ,  $(Rc)_p = 5,72$ ,  $(R_{cp})_p = 1,039$



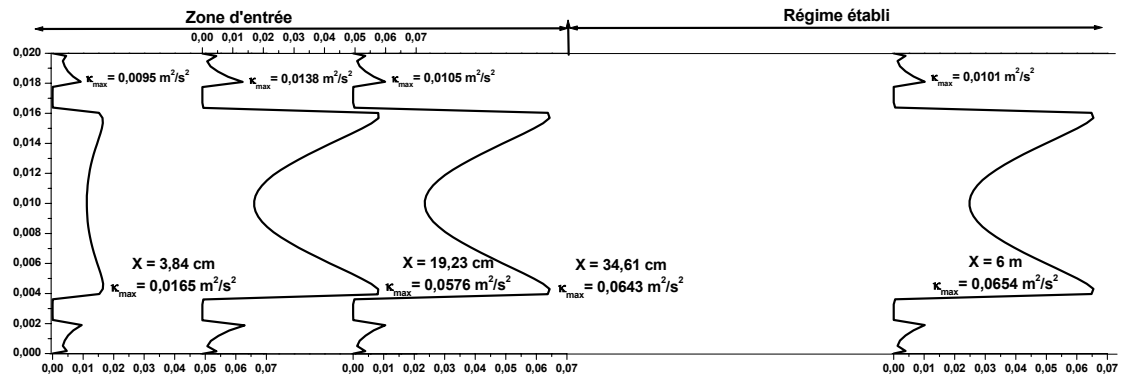
**Figure VI.18:** Variation du profil de l'énergie cinétique turbulente le long du canal à  $t=10 \text{ h}$

## Chapitre VI : Analyse des transferts thermiques en régime turbulent entre deux plaques parallèles avec un revêtement poreux ou fibreux sur les parois

**Temps = 50 h :**

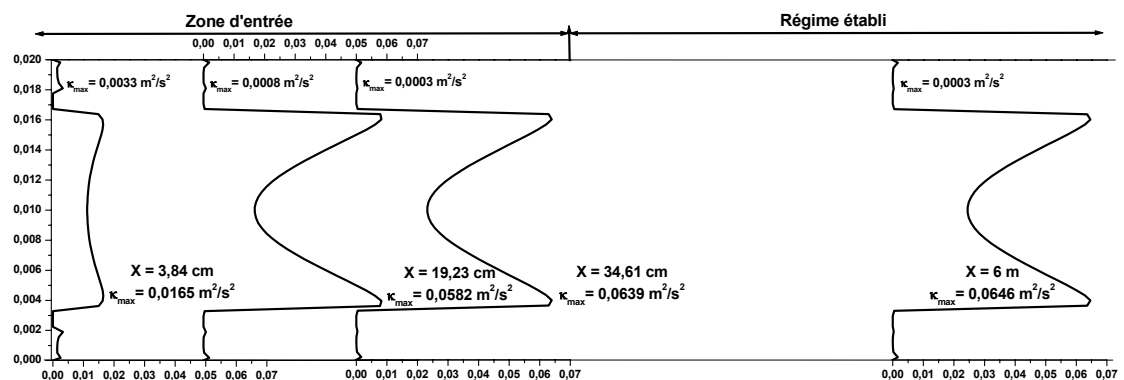
- **Cas 1 :**  $f = 0$  (aucune pénétration dans le poreux)  $e_d = 1,805 \text{ mm}$

$$(\phi)_p = 0,95, \quad (K)_p = 3,65 \times 10^{-5} \text{ m}^2, \quad (Rc)_p = 5,95, \quad (R_{cp})_p = 0,996$$



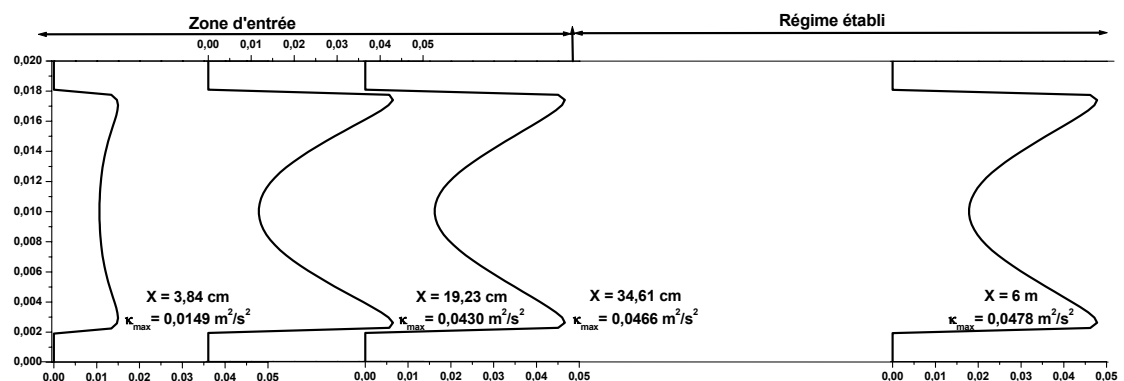
- **Cas 2 :**  $f = 0,5$  (une pénétration partielle dans le poreux)

$$(\phi)_p = 0,47, \quad (K)_p = 4,15 \times 10^{-8} \text{ m}^2, \quad (Rc)_p = 5,71, \quad (R_{cp})_p = 1,041$$



- **Cas 3 :**  $f = 1$  (une pénétration totale dans le poreux)

$$(\phi)_p = 1,39 \times 10^{-4}, \quad (K)_p = 2,89 \times 10^{-19} \text{ m}^2, \quad (Rc)_p = 5,47, \quad (R_{cp})_p = 1,088$$



**Figure VI.19:** Variation du profil de l'énergie cinétique turbulente le long du canal à  $t=50 \text{ h}$

**VI.3.2. Analyse thermique de l'écoulement le long du canal**

**VI.3.2.1. Profil de température**

Les figures VI.20, VI.21 et VI.22 représentent les profils de température le long du canal à différents instants.

La température moyenne à la sortie du canal atteint la valeur de  $T_{moy}=356,80\text{ K}$ , supérieure à celle trouvée dans le cas d'un canal propre et sans milieu poreux ( $354,18\text{ K}$ , voir figure VI.5). Initialement, l'insertion du milieu poreux sur les parois du canal est bénéfique thermiquement.

L'établissement thermique est atteint à une distance de  $0,76\text{ m}$  de l'entrée correspondant à  $1,05 \times Nu(x)_{asymptotique}$  et atteint une température moyenne de  $311,22\text{ K}$ .

La distance à laquelle la température atteint la valeur admissible de pasteurisation est de  $4,04\text{ m}$  correspondant à une température moyenne de  $343,48\text{ K}$ .

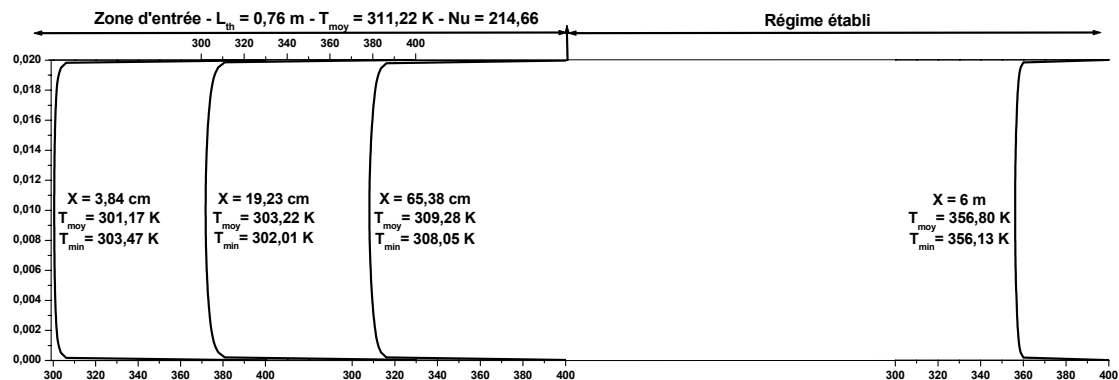
La formation du dépôt sur le filtre poreux, correspondant aux cas ( $f = 0$ ) et ( $f = 0,5$ ), réduit considérablement la diffusion thermique. Une chute importante de la température est alors observée. Une grande quantité de chaleur reste emmagasinée dans la matrice poreuse pour des températures allant de  $375\text{ K}$  à  $400\text{ K}$ . Le dépôt encrassant constitue une couche isolante thermiquement qui réduit le transfert de chaleur.

Le cas avec pénétration totale du dépôt dans le poreux ( $f = 1$ ) permet un mélange des particules du dépôt avec la matrice solide, formant ainsi une conductivité thermique effective beaucoup plus élevée que celle du dépôt seul. Cela réduit considérablement la résistance thermique du dépôt et permet ainsi un meilleur transfert de chaleur au fluide.

**Temps = 0 h :** (correspond à la période d'induction)

$$e_d = 0\text{ mm}, (\phi)_d = 0,05, (K)_d = 16 \times 10^{-12}\text{ m}^2, (Rc)_d = 0,525, (R_{cp})_d = 1,092$$

$$(\phi)_p = 0,95, (K)_p = 3,65 \times 10^{-5}\text{ m}^2, (Rc)_p = 5,95, (R_{cp})_p = 0,996$$



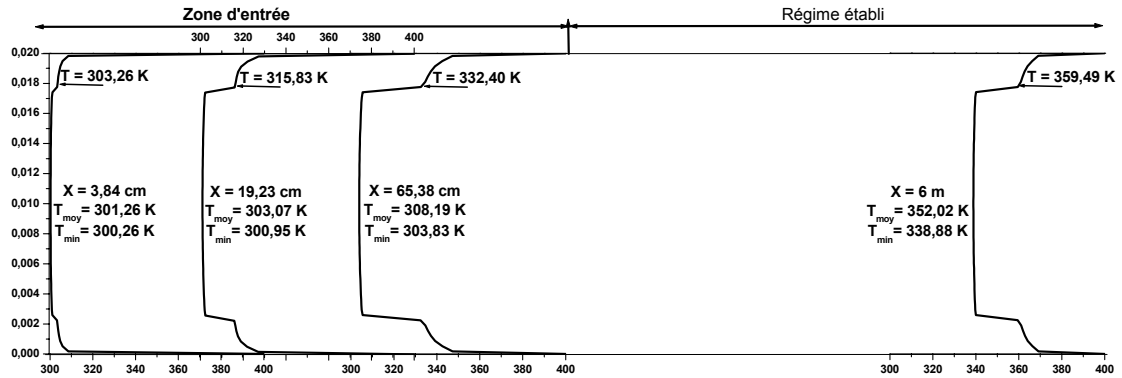
**Figure VI.20: Variation du profil de température le long du canal durant la période d'induction**

## Chapitre VI : Analyse des transferts thermiques en régime turbulent entre deux plaques parallèles avec un revêtement poreux ou fibreux sur les parois

**Temps = 10 h :**

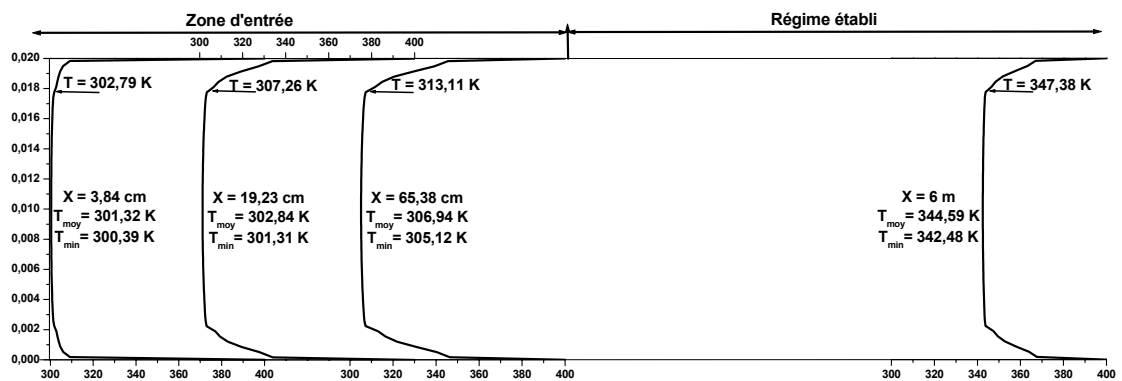
- **Cas 1 :**  $f = 0$  (aucune pénétration dans le poreux)  $e_d = 0,856 \text{ mm}$

$$(\phi)_p = 0,95, \quad (K)_p = 3,65 \times 10^{-5} \text{ m}^2, \quad (Rc)_p = 5,95, \quad (R_{cp})_p = 0,996$$



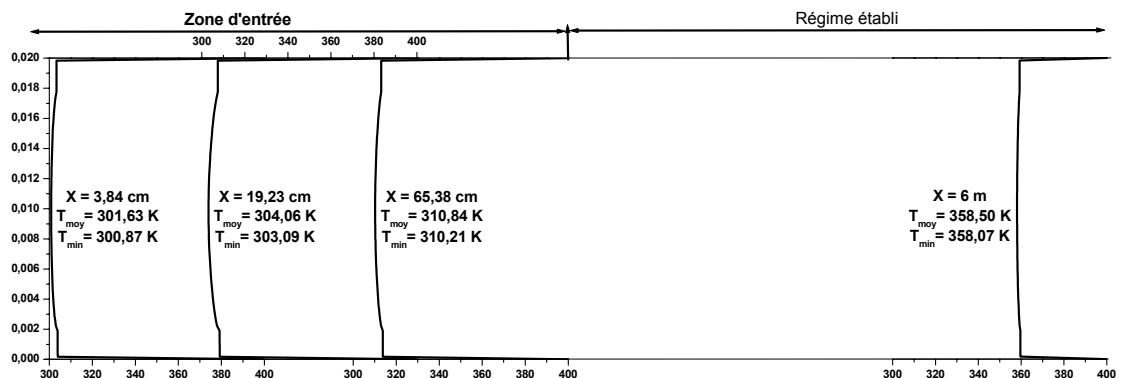
- **Cas 2 :**  $f = 0,5$  (une pénétration partielle dans le poreux)

$$(\phi)_p = 0,72, \quad (K)_p = 5,36 \times 10^{-7} \text{ m}^2, \quad (Rc)_p = 5,83, \quad (R_{cp})_p = 1,017$$



- **Cas 3 :**  $f = 1$  (une pénétration totale dans le poreux)

$$(\phi)_p = 0,50, \quad (K)_p = 5,33 \times 10^{-8} \text{ m}^2, \quad (Rc)_p = 5,72, \quad (R_{cp})_p = 1,039$$



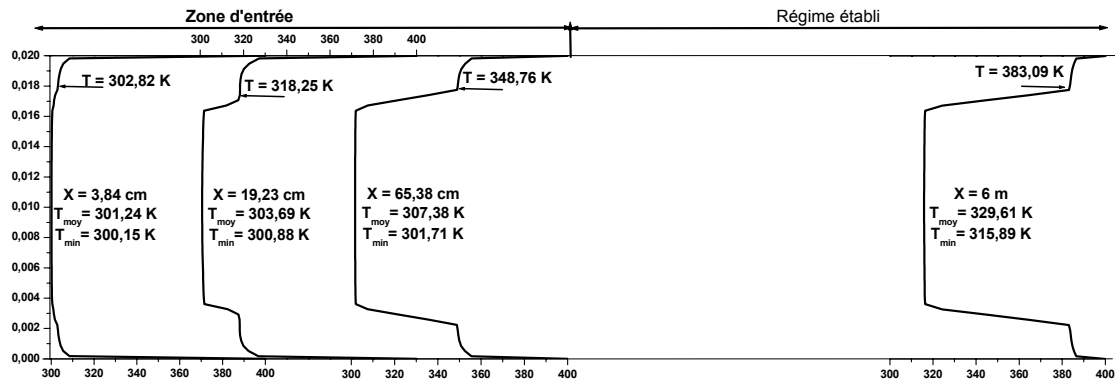
**Figure VI.21: Variation du profil de température le long du canal à t=10 h**

## Chapitre VI : Analyse des transferts thermiques en régime turbulent entre deux plaques parallèles avec un revêtement poreux ou fibreux sur les parois

**Temps = 50 h :**

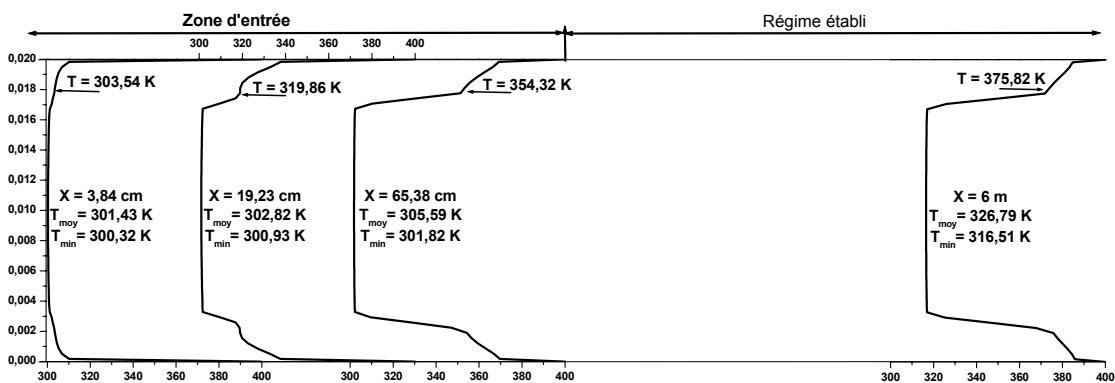
- **Cas 1 :**  $f = 0$  (aucune pénétration dans le poreux)  $e_d = 1,805 \text{ mm}$

$$(\phi)_p = 0,95, \quad (K)_p = 3,65 \times 10^{-5} \text{ m}^2, \quad (Rc)_p = 5,95, \quad (R_{cp})_p = 0,995$$



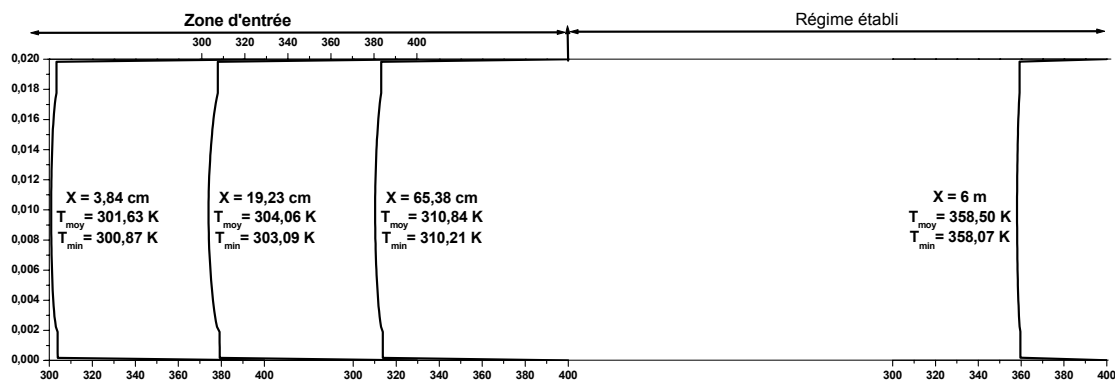
- **Cas 2 :**  $f = 0,5$  (une pénétration partielle dans le poreux)

$$(\phi)_p = 0,47, \quad (K)_p = 4,15 \times 10^{-8} \text{ m}^2, \quad (Rc)_p = 5,71, \quad (R_{cp})_p = 1,042$$



- **Cas 3 :**  $f = 1$  (une pénétration totale dans le poreux)

$$(\phi)_p = 1,39 \times 10^{-4}, \quad (K)_p = 2,89 \times 10^{-19} \text{ m}^2, \quad (Rc)_p = 5,47, \quad (R_{cp})_p = 1,088$$



**Figure VI.22: Variation du profil de température le long du canal à t=50 h**

#### VI.4. Etude comparative des cas sans et avec revêtement poreux sur les parois

Dans cette section, une étude comparative des paramètres dynamiques et thermiques des différents cas étudiés est discutée (S.M.P et A.M.P).

##### VI.4.1 Profil de vitesse dans la zone d'établissement

Les profils de vitesse pour les différents cas étudiés sont présentés par la figure VI.23 à 10 heures et à 50 heures.

Les cas S.M.P et A.M.P ( $f = 1$ ) donnent lieu pratiquement à la même réduction dans la section de passage du fluide à l'état final, après formation du dépôt (cas S.M.P) et après colmatage total (cas A.M.P), ce qui donne lieu à la même vitesse d'écoulement au centre du canal et au même profil de vitesse après 50 heures. Le cas ( $f = 0,5$ ) conduit à une accélération plus importante de la vitesse dans la partie centrale du canal. Le cas ( $f = 0$ ) permet d'avoir une vitesse d'écoulement importante dans la matrice poreuse, qui n'est pas colmatée au cours du temps. Afin de conserver le débit, la vitesse d'écoulement est réduite au centre du canal par rapport au cas ( $f = 0,5$ ), bien que ce cas présente une réduction la plus importante de la section du canal. L'effet de colmatage partielle de la matrice poreuse réduit la vitesse de l'écoulement dans la partie centrale du canal donnée par le cas ( $f = 0,5$ ).

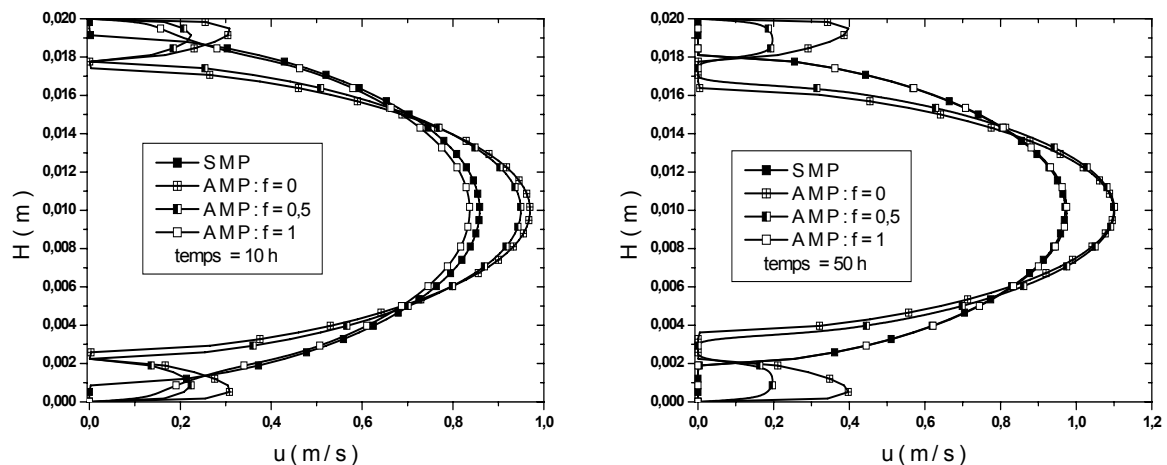


Figure VI.23: Variation du profil de la vitesse à la section de sortie du canal à  $t=10$  h et 50 h

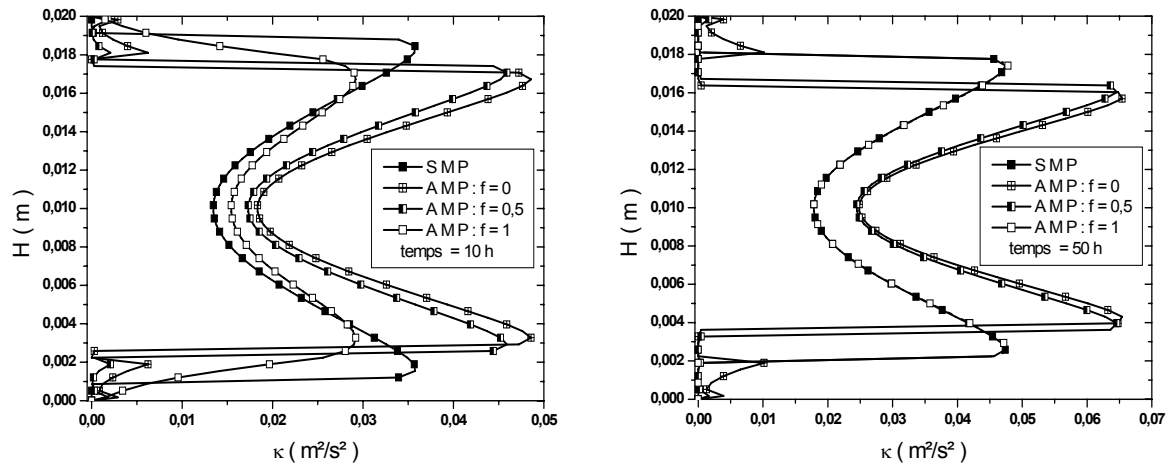
##### VI.4.2. Profil de l'énergie cinétique turbulente dans la zone d'établissement

La figure VI.24 représente la variation des profils de l'énergie cinétique turbulente à la section de sortie du canal pour les cas étudiés avec et sans milieu poreux (A.M.P et S.M.P) après 10 heures et 50 heures de temps de déposition.

On remarque que, dans le milieu poreux, l'intensité de turbulence diminue en fonction du taux de colmatage de la matrice poreuse qui fait diminuer, à son tour, la vitesse de l'écoulement. Sur l'interface fluide-dépôt, l'intensité de turbulence atteint des valeurs maximales. Le milieu poreux fait augmenter les forces visqueuses et d'inertie parce que les résistances supplémentaires (modélisées par les termes de Brinkman et de Forchheimer) provoquent des contraintes de frottement beaucoup plus importantes que dans le cas où la conduite est totalement remplie par le fluide. La réduction maximale de la section de



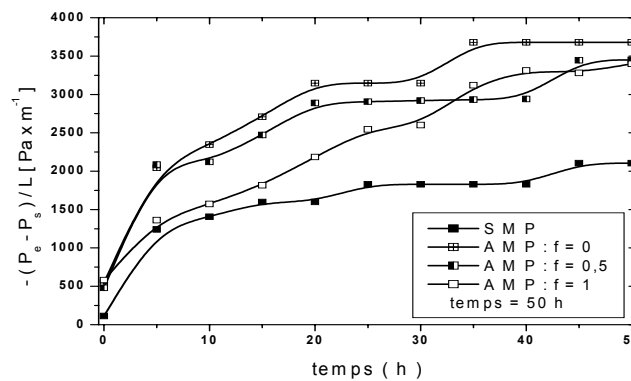
passage du fluide provoquée par l'épaisseur du dépôt dans la conduite fait augmenter aussi le pic de turbulence à cette interface. En absence des résistances due aux frottement, l'énergie cinétique turbulente atteint ces plus basses valeurs dans la partie fluide au centre du canal.



**Figure VI.24: Variation du profil de l'énergie cinétique turbulente à la section de sortie du canal à t=10 h et 50 h**

### VI.4.3 Pertes de Charge

Suivant la cinétique de déposition de l'encrassement et la loi de colmatage, l'évolution de la perte de charge au cours du temps pour les différents cas est représentée sur la figure VI.25.

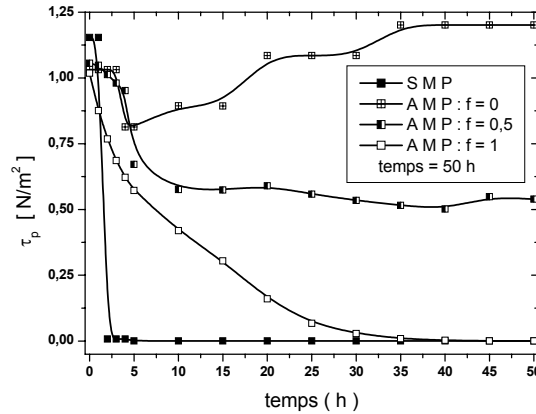


**Figure VI.25: Variation de la perte de charge au cours du temps de déposition**

On remarque que plus la section de passage du fluide dans le canal est réduite, plus la perte de charge est importante. Cela est remarqué en premier lieu pour le cas sans milieu poreux (S.M.P), où que le dépôt s'installe sur les parois du canal. Plus le dépôt augmente au cours du temps et plus la perte de charge est importante. On remarque cela aussi dans les cas avec milieu poreux (A.M.P). Le cas donnant à deux couches superposées l'une sur l'autres (cas  $f = 0$ ), présente la section de passage la plus réduite et la perte de charge la plus importante. Le milieu poreux présente un obstacle supplémentaire à l'écoulement du fluide, donnant des pertes de charge plus importantes.

#### VI.4.4 Contrainte de cisaillement à la paroi

La figure VI.26, illustre les variations temporelles de la contrainte de cisaillement pour les cas sans milieu poreux (S.M.P) et avec milieu poreux (A.M.P).



**Figure VI.26: Variation de la contrainte de cisaillement pariétale au cours du temps de déposition et du colmatage du milieu poreux**

Initialement, la valeur de la contrainte de cisaillement dans le cas d'un canal propre est plus élevée par rapport au cas avec milieu poreux. La matrice poreuse fait réduire la vitesse d'écoulement, réduisant ainsi les contraintes de cisaillement à la paroi.

En présence d'un dépôt ayant une porosité et une perméabilité très faible, les gradients de vitesse sont très faibles au niveau de la paroi. La contrainte de cisaillement qui varie proportionnellement avec les gradients de vitesse décroît considérablement. La contrainte de cisaillement pour le cas d'un canal propre est  $\tau_p = 1,1535 N \times m^{-2}$ . Après 2 heures de déposition, la contrainte de cisaillement chute à  $\tau_p = 0,0076 N \times m^{-2}$ .

Pour les cas avec milieu poreux, le colmatage de la matrice poreuse au cours du temps réduit les gradients de vitesse au niveau des parois et entraîne une chute de la contrainte de cisaillement. C'est le cas  $f=1$  qui atteint après 30 h un taux de colmatage important ( $\phi = 0,11$  à  $t=30$  h). La contrainte de cisaillement devient très faible.

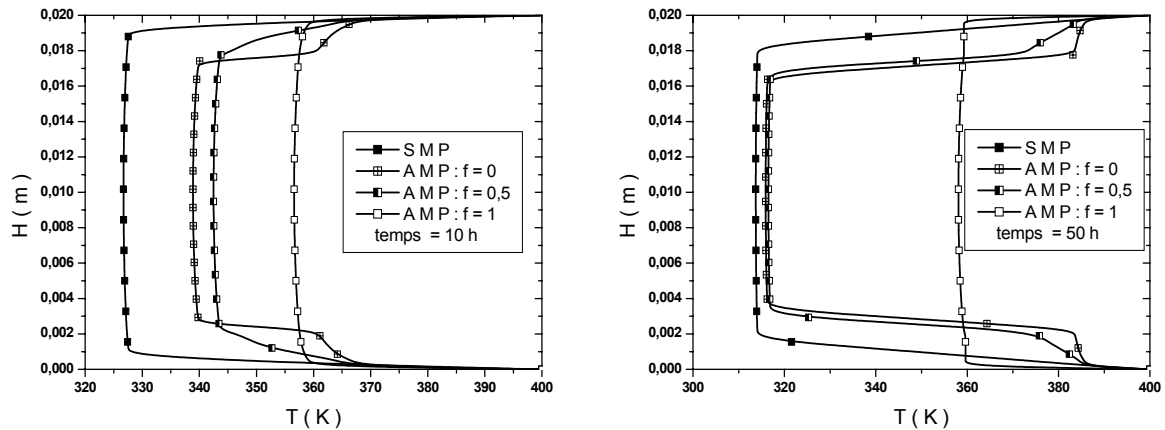
#### VI.4.5. Profil de température dans la zone d'établissement

La figure VI.27 montre la variation du profil de la température dans la section de sortie pour les cas (S.M.P) et (A.M.P) après 10 heures et 50 heures de fonctionnement.

D'après cette figure, l'encrassement fait réduire considérablement la température de sortie de la conduite. La température du fluide dans la partie centrale du canal chute de  $354,18 K$  à  $313,80 K$ , ce qui représente une dégradation importante des échanges fluide-parois (voir la figure VI.5). Elle décroît de 88,6 %.

L'apport du milieu poreux sur l'amélioration du transfert de chaleur reste dans tous les cas bénéfique. L'insertion d'un milieu poreux d'une conductivité thermique assez élevée permet d'augmenter la température du fluide. Le seul cas permettant de conserver la température du fluide à la sortie pour des conditions favorables à la pasteurisation est le cas  $f=1$ . Dans ce cas, la température de sortie atteint  $358 K$ .

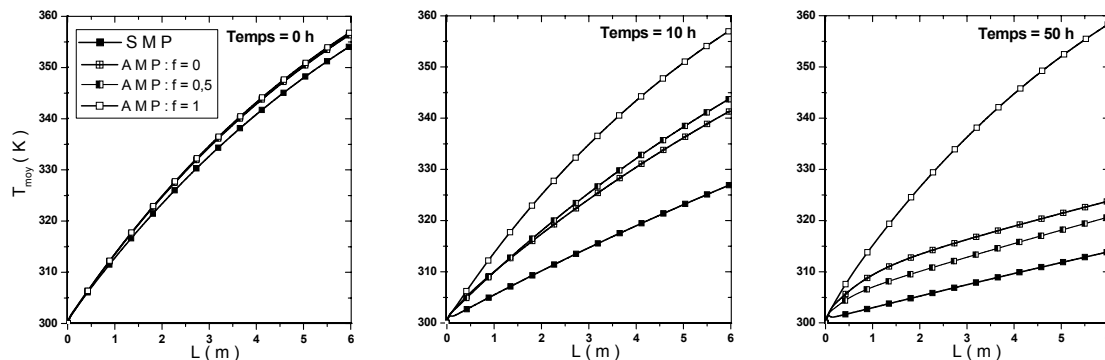
Pour les deux autres cas,  $f = 0$  et  $f = 0,5$ , la température moyenne à la sortie atteint respectivement  $323,7 K$  et  $320,5 K$ . La formation d'une couche de dépôt au dessus de la matrice poreuse d'une épaisseur modérée de 5% à 10% de la hauteur du canal, crée une résistance supplémentaire très importante au transfert de chaleur. On peut conclure que la formation d'un dépôt peu conducteur sur les surfaces d'échanges constitue un cas très défavorable à l'échange thermique. L'apport du milieu poreux, n'est pas bénéfique dans ces deux cas.



**Figure VI.27: Variation du profil de température à la section de sortie au cours du temps**

#### VI.4.6. Evolution de la température moyenne débitante le long du canal

La figure VI.28 montre l'évolution de la température moyenne le long du canal à l'instant initial, à 10 heures et à 50 heures.



**Figure VI.28: Variation de la température moyenne débitante le long du canal**

A  $t = 0$  heures, l'insertion du milieu poreux fait augmenter la température de  $354,18 K$  à  $356,80 K$  par rapport au cas sans milieu poreux. Ceci est dû à la conductivité thermique élevée du milieu poreux. L'apport du milieu poreux pour la situation d'une pénétration totale du dépôt dans la matrice poreuse ( $f = 1$ ) est observé sur la figure VI.28 après 50 heures. La température moyenne du fluide sur toute la longueur du canal n'a pas été affectée au cours du temps de déposition, contrairement aux cas  $f = 0,5$  et  $f = 0$ , où la température moyenne ne cesse de baisser au cours du temps.

#### VI.4.7. Evolution de la température moyenne de sortie au cours du temps

La figure VI.29 montre une comparaison de la température moyenne de sortie entre les différents cas d'études (S.M.P) et (A.M.P).

Pour les cas  $f = 0,5$  et  $f = 0$ , la température de fluide gagne entre  $7\text{ K}$  à  $10\text{ K}$  de plus par rapport au cas de référence (dépôt sur les parois (S.M.P)). Le fluide atteint en moyenne une température de  $323\text{ K}$  à la sortie du canal, inférieure à la température admissible de pasteurisation ( $343\text{ K}$ ). Ces deux situations sont défavorables à la pasteurisation. Le cas  $f = 1$  permet de maintenir la température moyenne du fluide dans des conditions favorables à la pasteurisation. La cinétique de déposition, qui varie suivant une loi exponentielle au cours du temps, conduit à une baisse de température après 25 heures de fonctionnement. La quantité de masse d'encrassement déposée sur les parois du canal atteint son maximum entre 25 et 35 heures, entraînant ainsi une baisse de la température. Après 35 heures, la vitesse de déposition décroît où le dépôt atteint son épaisseur asymptotique. La variation des paramètres temporels tend vers un cas stationnaire. Le temps restant de 35 à 50 heures permet de chauffer plus un système où sa résistance au transfert devienne constante. Ceci entraîne une augmentation de  $1,7\text{ K}$  de la température à  $50\text{ h}$ . Une compétition est créée entre la résistance à l'échange thermique du dépôt et entre le temps de chauffe.

Dans la matrice poreuse, maintenir une conductivité thermique effective élevée a permis de maintenir le transfert de chaleur au fluide. La conductivité thermique effective est légèrement affectée par le dépôt. Le rapport de la conductivité thermique effective passe de  $5,94\text{ W/m/K}$  à l'état initial à une valeur de  $5,46\text{ W/m/K}$  à l'état final.

On constate que la présence d'une matrice poreuse mélangée au dépôt permet d'avoir une conductivité thermique effective du milieu composé assez élevée et de maintenir un meilleur échange thermique plus longtemps.

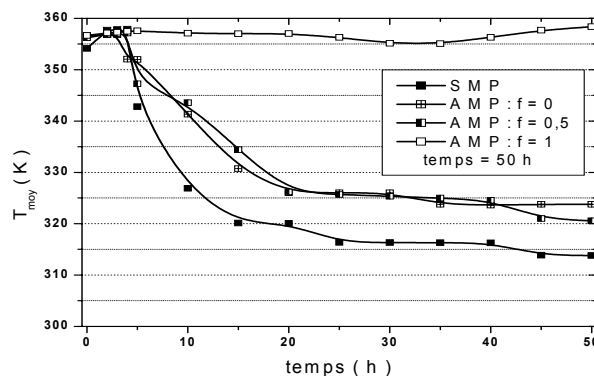


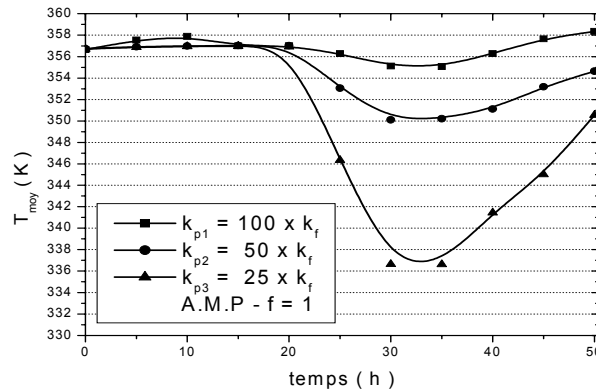
Figure VI.29: Variation de la température moyenne de sortie au cours du temps de déposition

Une étude paramétrique, pour déterminer l'influence de la conductivité thermique du milieu poreux sur la température moyenne de sortie dans le canal, est conduite afin de mieux comprendre la légère augmentation de la température moyenne de sortie observée pour le cas  $f = 1$  de la figure VI.29 entre 35 et 50 heures.

La figure VI.30 illustre la variation de la température moyenne de sortie au cours du temps sur trois valeurs testées des conductivités thermiques. On remarque que plus la conductivité thermique du milieu poreux est faible, plus la température moyenne de sortie est faible et diminue significativement après  $20\text{ h}$ . L'intervalle de temps  $[35\text{ h}, 40\text{ h}]$  présente la phase de ralentissement de la vitesse de déposition, ce qui explique l'augmentation de la température pour les différentes conductivités thermiques testées. L'étude paramétrique de la

conductivité thermique sur la température montre que la température à la sortie du canal est inférieure à celle de l'entrée, sauf pour le cas ( $k_{p1}=100 \times k_f$ ) où la température moyenne croît de 1,7K.

En conclusion, le transfert de chaleur est amélioré par l'insertion d'un milieu poreux dont la conductivité thermique est plus grande que celle du fluide.



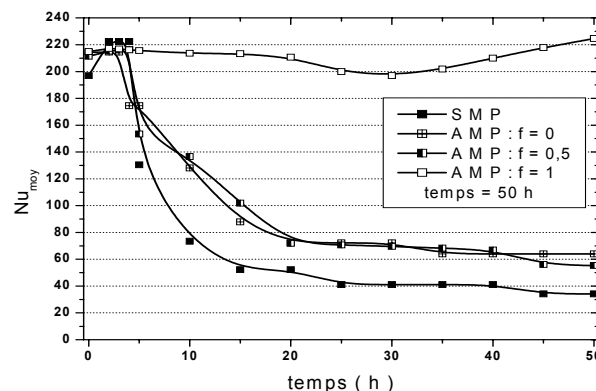
**Figure VI.30: Variation de la température moyenne de sortie en fonction de la conductivité thermique du milieu poreux au cours du temps de déposition**

#### VI.4.8. Evolution du nombre de Nusselt moyen au cours du temps

Le nombre de Nusselt est calculé par la relation :

$$Nu(x) = D_h \left. \frac{(-\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0})}{(T_p - T_{moy})} \right|_x \quad (VI.2)$$

La figure VI.31 présente la variation du nombre de Nusselt moyen sur la longueur du canal au cours du temps pour les cas sans et avec milieu poreux dans la section de sortie du canal. Pour le cas sans milieu poreux, la formation du dépôt provoque une chute importante du transfert de chaleur au cours du temps. Le nombre de Nusselt moyen passe par un maximum  $Nu_{moy}=222$  durant les 4 premières heures de déposition puis décroît vers une valeur de 34 après 50 heures. Pour le cas  $f=1$ , le nombre de Nusselt moyen prend une valeur de  $Nu_{moy}=214,9$  initialement et qui atteint une valeur de  $Nu_{moy}=224,6$  à 50 heures.



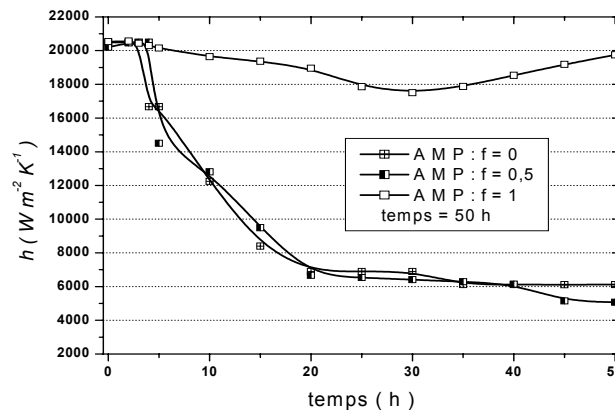
**Figure VI.31: Variation du nombre de Nusselt moyen au cours du temps de déposition**

**VI.4.9. Variation du coefficient de convection au cours du temps**

Le coefficient d'échange par convection  $h(x)$  est calculé par :

$$h(x) = \frac{Nu_{Dh}(x) \times \lambda(t)_{eff}}{D_h} \tag{VI.3}$$

La variation du coefficient de convection dépend de la variation axiale du nombre de Nusselt local et de la variation temporelle de la conductivité thermique effective. La figure VI.32 donne la variation de l'échange thermique par convection. Pour le cas  $f = 1$ , la valeur initiale du coefficient de transfert par convection est  $h = 20533 \text{ W/m}^2/\text{K}$ . Il chute après 50 heures à une valeur  $h = 19748 \text{ W/m}^2/\text{K}$ . Le transfert de chaleur par convection est donc diminué au cours du temps.



**Figure VI.32: Variation du coefficient de convection au cours du temps de déposition**

**VI.4.10. Evolution de la résistance globale au cours du temps**

Le coefficient d'échange global  $U_d$  est donné par les équations suivantes :

**Cas 1 :  $f = 0$  :**

$$\frac{1}{U_d} = \left(\frac{1}{h}\right)_{Cv} + \left(\frac{e_p}{\lambda_{eff-f-p}} + \frac{e(t)}{\lambda_{eff-f-d}}\right)_{Cd} \tag{VI.4}$$

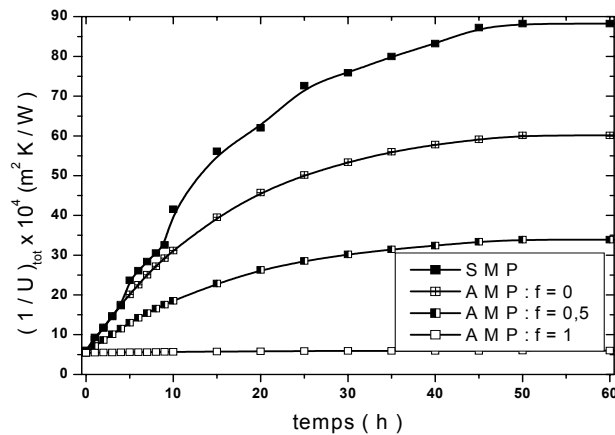
**Cas 2 :  $f = 0,5$  :**

$$\frac{1}{U_d} = \left(\frac{1}{h}\right)_{Cv} + \left(\frac{e_p}{\lambda_{eff-f-p-d}} + \frac{e(t)}{\lambda_{eff-f-d}}\right)_{Cd} \tag{VI.5}$$

**Cas 3 :  $f = 1$  :**

$$\frac{1}{U_d} = \left(\frac{1}{h}\right)_{Cv} + \left(\frac{e_p}{\lambda_{eff-f-p-d}}\right)_{Cd} \tag{VI.6}$$

La figure VI.33 représente l'évolution de la résistance globale d'encrassement ( $R_d = 1/U_d$ ), ainsi que la résistance de conduction et de convection au cours de temps de déposition

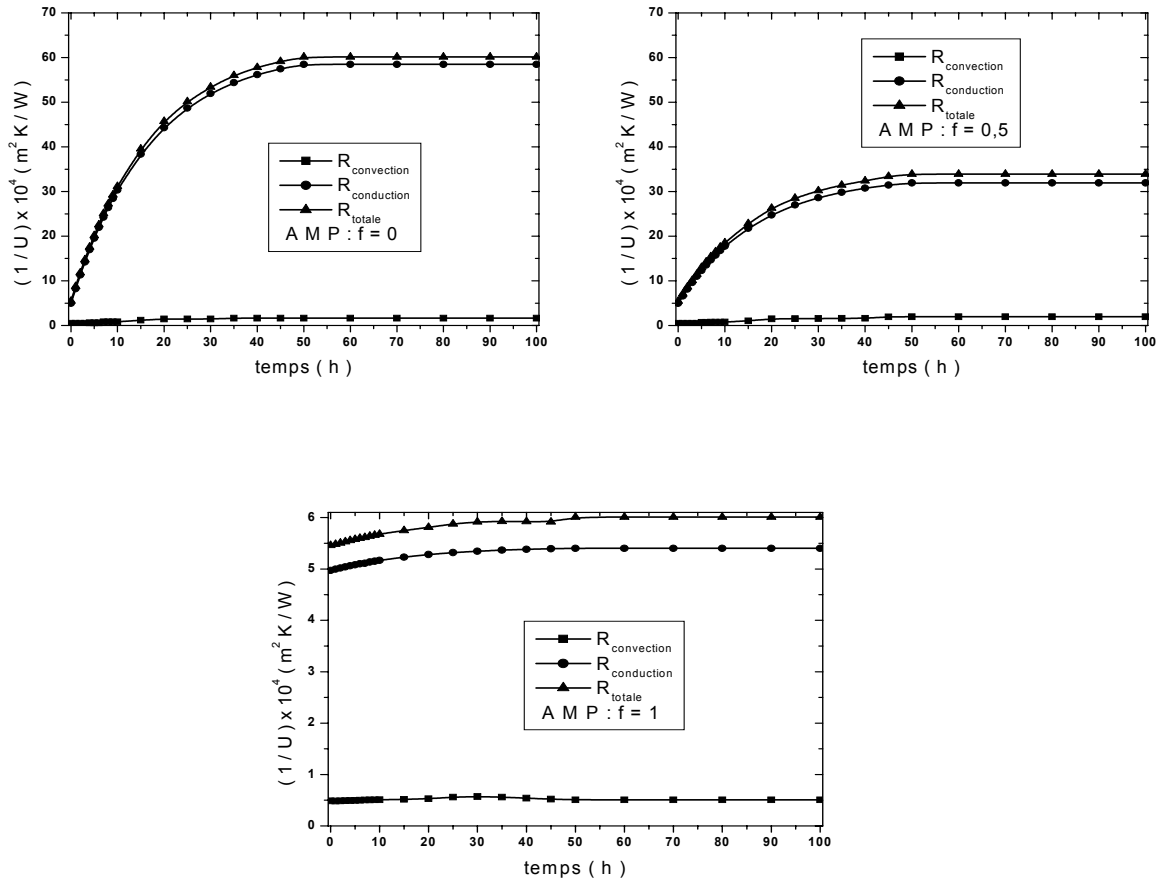


**Figure VI.33: Evolution de la résistance d'encrassement globale au cours du temps**

En revenant à l'expression donnant la résistance thermique, on note que deux entités déterminent son comportement. La résistance à la conduction ( $R_{cd}$ ), directement proportionnelle à l'épaisseur du dépôt, et la résistance à la convection ( $R_{cv}$ ), inversement proportionnelle au coefficient de convection ( $h$ ), qui est favorisée par les grandes vitesses d'écoulement. En observant les changements du profil de vitesse au cours du temps, on peut voir que la vitesse dans la zone fluide augmente, pour favoriser la convection. Cependant, les zones de gradients thermiques importants sont balayées par des vitesses de plus en plus faibles, car le dépôt occupe de plus en plus d'espace sur les plaques. En parallèle, la déposition progressive fait croître la résistance à la conduction.

En présence de milieu poreux, la situation est différente. Tant qu'il n'y a pas une couche poreuse qui se forme seule sur le milieu poreux et qu'il n'est pas isolé du fluide en écoulement, la résistance thermique est très faible. Autrement dit, tant que le dépôt pénètre totalement dans le milieu poreux, la résistance thermique reste faible. Dans tous les cas où un dépôt se forme, la résistance d'encrassement devient plus importante. L'effet d'isolation du dépôt encrassant à faible conductivité thermique permet de réduire l'échange de la chaleur au cours du temps. C'est ce qui est montré sur la figure VI.33. Ainsi, nous pouvons conclure que la déposition crée une compétition entre la conduction et la convection.

La figure VI.34 représente l'évolution des résistances de conduction et de convection pour les différents cas étudiés avec milieu poreux. On remarque que, dans tous les cas, la résistance de convection est très faible devant la résistance de conduction. Elle est donc à l'origine de la dégradation du transfert thermique causé par des substances solides déposées sur les parois de la conduite



**Figure VI.34 : Evolution de la résistance de convection et de conduction au cours du temps de déposition**

### VI.5. Conclusion

Dans un premier temps, nous avons étudié et quantifié les effets de l'encrassement sur les échanges thermiques dans un canal. Des analyses dynamique et thermique ont été réalisées pour un écoulement en présence d'un dépôt de faible perméabilité et conductivité thermique sur les parois du canal. Les résultats suivants ont été constatés :

1. Durant les premières heures de déposition, une fine couche du dépôt fait augmenter l'échange thermique. Les résultats concordent qualitativement avec les travaux de Chiron et al. [Chiron et al. 1984].
2. Après 50 heures de fonctionnement, le dépôt atteint son épaisseur asymptotique. La vitesse du fluide augmente de 70% dans la partie centrale du canal par rapport au cas initial. En outre, la vitesse augmente dans la partie centrale du canal en fonction du taux de déposition. Dans la partie du dépôt, on remarque la forte diminution du gradient de température et du nombre de Nusselt. Le transfert de chaleur par conduction est dominant.
3. Le dépôt encrassant provoque des effets de frottement et une résistance supplémentaire plus importante due aux termes de Brinkman et Forchheimer, permettant d'augmenter le taux de turbulence à son interface. La réduction de la section du passage du fluide fait augmenter l'énergie cinétique sur toute la longueur



du canal. La faible perméabilité du dépôt fait diminuer considérablement la vitesse de l'écoulement et la turbulence est ainsi réduite dans la couche du dépôt.

4. L'analyse de la résistance d'échange global à l'état encrassé montre un couplage de la conduction et de la convection. Un point d'échange optimal est alors obtenu au point d'intersection des deux courbes caractérisant les deux phénomènes de transfert. Vu la chute de température enregistrée, la pasteurisation est effectuée uniquement durant les (9) premières heures de fonctionnement. Au delà, la conduite doit être nettoyée.

Pour augmenter la faible conductivité thermique du dépôt encrassant, un revêtement poreux (A.M.P) d'une grande conductivité thermique est inséré sur les parois du canal. Suivant le taux de pénétration de la masse d'encrassement déposée sur la paroi, une étude paramétrique a été menée dans le cadre de ce travail. Les conclusions sont :

1. La vitesse du fluide dans le milieu poreux diminue en fonction du taux de colmatage.
2. Pour le cas où le filtre poreux ne se colmate pas au cours du temps ( $f = 0$ ), un rétrécissement dans la section du canal est causé par la formation d'un dépôt qui atteint l'épaisseur asymptotique occupant 19 % de la hauteur totale du canal. L'énergie cinétique turbulente se développe plus à l'interface fluide-dépôt qu'à l'interface fluide-paroi. On remarque l'augmentation du profil de l'énergie cinétique au cours du temps dans la partie centrale du canal causé par l'augmentation de la vitesse de l'écoulement. Dans le cas où le filtre poreux présente un colmatage partiel ( $f = 0,5$ ), la vitesse de l'écoulement diminue au cours du temps et le profil de l'énergie cinétique turbulente décroît aussi.
3. L'existence d'un dépôt de surface réduit la diffusion thermique. Une chute importante de la température est aussi observée. Une grande quantité de chaleur reste emmagasinée dans la matrice poreuse. Le dépôt encrassant constitue une couche isolante de la chaleur. Le cas avec pénétration totale du dépôt dans le milieu poreux ( $f = 1$ ) permet un mélange des particules du dépôt avec les fibres du poreux, donnant ainsi une conductivité thermique effective beaucoup plus élevée que celle du dépôt et permet ainsi un meilleur transfert de chaleur.
4. Les résultats obtenus démontrent que l'insertion du milieu poreux entraîne des pertes de charges supplémentaires. La contrainte de cisaillement à la paroi augmente aussi en présence d'un milieu poreux de grande perméabilité.
5. Enfin, il a été constaté que l'existence d'un milieu poreux permet, selon ses caractéristiques thermiques et géométriques, d'améliorer le transfert de chaleur. Le cas où  $f = 1$ , permettant une pénétration totale du dépôt encrassant, conduit à de meilleurs échanges thermiques lors du processus de déposition. La conductivité thermique effective du milieu composé est beaucoup plus élevée que la conductivité thermique du dépôt, constituant ainsi un milieu conducteur favorable au transfert de chaleur.

Les résultats obtenus permettent de recommander l'utilisation de revêtement fibreux, à grande conductivité thermique et à fort pouvoir de pénétration, lors de la pasteurisation du lait. Cette recommandation pourrait être étendue à d'autres applications dans les secteurs de l'industrie agro-alimentaires et des hydrocarbures.

## Conclusion générale et perspectives

Cette étude apporte une contribution à la compréhension, d'un point de vue thermo-énergétique, de l'effet de l'encrassement dans les échangeurs de chaleur en régime turbulent. Au delà de la modélisation mathématique du phénomène pour les échangeurs à plaques, une attention particulière a été portée sur le cas de la stérilisation du lait, qui est un fluide fortement encrassant et qui pose d'importants défis vis-à-vis de l'efficacité énergétique dans l'industrie agro-alimentaire.

La revue bibliographique présentée met en évidence la résistance non négligeable que génère l'encrassement vis-à-vis de l'utilisation rationnelle de l'énergie. L'impact économique que cela représente est considérable. Il s'avère qu'il est important d'acquérir une connaissance précise de la dégradation des performances dans les échangeurs en vue de l'optimisation de leur rendement. Cela doit passer par des notions sur le dimensionnement, l'évaluation de l'efficacité énergétique et l'importance économique des échangeurs. De nombreuses études ont été réalisées dans le but d'apporter des réponses sur le phénomène d'encrassement et les paramètres influents.

Dans le cas du lait, les principales composantes retrouvées dans les dépôts formés sont les protéines et les minéraux. La température joue un rôle prépondérant sur la quantité et la composition des dépôts recueillis. Les dépôts formés à des températures inférieures à 105 - 110 °C sont à forte proportion protéiques. La dénaturation des protéines au voisinage de la paroi peut être envisagée comme facteur prépondérant de la cinétique d'encrassement. L'encrassement débute pour une température variant entre 70 et 80°C et atteint un maximum de formation pour des températures de 83 à 89°C, ce qui rend l'analyse du phénomène plus délicate.

Cette étude est cadrée, d'une part par les besoins et contraintes industriels auxquelles il faut répondre et, d'autre part, par la base de connaissances existantes à partir de la synthèse bibliographique. Notre contribution constitue une méthode innovante de lutte contre l'encrassement par insertion de matériaux fibreux collés sur les parois de l'échangeur. Afin de réduire les méfaits de l'encrassement, la solution présentée consiste à insérer sur les surfaces d'échanges une matrice poreuse de grande conductivité thermique afin d'augmenter la faible conductivité thermique du dépôt et permettre ainsi d'avoir une conductivité thermique effective élevée de la couche constituée de fibres métalliques et du dépôt, et cela sans affecter les propriétés chimiques et organoleptiques du fluide utilisé.

Le modèle physique consiste en un écoulement à débit constant entre deux plaques planes parallèles à température imposée. Un modèle mathématique en régime instationnaire est établi à l'échelle macroscopique pour un écoulement turbulent entre deux plaques planes en présence d'un milieu poreux. Le modèle de fermeture  $\kappa - \varepsilon$  est choisi et les équations de conservation, pour les conditions spécifiques au modèle physique, sont développées. La procédure numérique adoptée est basée sur la méthode des volumes finis. Les équations sont résolues en variables primitives et l'algorithme « SIMPLE » est employé pour le traitement du couplage vitesse-pressure.

## Conclusion générale et perspectives

---

---

Un code de calcul, en programmation Fortran, développé spécifiquement pour cette étude représente l'organe d'exécution de la thèse. Des tests de validation ont été conduits pour différents cas. Les résultats obtenus pour le cas d'un écoulement en régime laminaire avec et sans milieu poreux et, par la suite, en régime turbulent, après comparaison avec les résultats existants dans la littérature, montrent la fiabilité du code et sa capacité de capturer les aspects dynamiques et thermiques du phénomène étudié.

En présence d'un milieu fibreux attaché aux parois, l'évolution de l'encrassement au cours du temps entraîne un colmatage du milieu fibreux et, par conséquent, une variation des propriétés de ce milieu. Une modélisation est effectuée afin de décrire la variation temporelle des paramètres géométriques et thermo-physiques du milieu poreux en présence de l'encrassement. La variation de la masse totale déposée au cours du temps suit une loi exponentielle et atteint l'asymptote quand les masses déposée et ré-entraînée s'égalisent. Il s'agit du modèle de Kern et Seaton qui est bien adapté pour le phénomène que nous étudions. Le temps nécessaire pour atteindre l'épaisseur asymptotique du dépôt ainsi que celui du colmatage de la matrice poreuse sont calculés. La modélisation des paramètres temporels du milieu poreux montre que la formation d'un dépôt de faible conductivité thermique sur les surfaces d'échange, fait diminuer considérablement la température du fluide le long de l'échangeur. La perte d'efficacité énergétique atteint les 88% en fin du procédé de pasteurisation du lait.

L'épaisseur optimale de la couche poreuse est établie avec l'objectif d'un meilleur transfert de chaleur au fluide. En effet, il a été démontré qu'il existe une épaisseur critique des couches poreuses, proche de  $e_c = 20\%$ , pour laquelle le nombre de Nusselt, basé sur la conductivité effective, est maximum. Cela confirme l'existence d'un maximum en régime turbulent, et même en laminaire, qui n'existe que si la conductivité effective du milieu poreux est très supérieure à celle du fluide.

Les résultats dynamiques et thermiques présentées après insertion du milieu poreux, prennent en compte la variation de la porosité et de la perméabilité de la matrice poreuse au cours du temps, de la conductivité thermique effective et du pouvoir calorifique effectif de la couche formée. Suivant le taux de pénétration de la masse d'encrassement déposée sur la paroi, une étude paramétrique est proposée dans ce travail.

Les situations où les particules se déposent sur la surface du filtre poreux constituent des cas défavorables. Une chute importante de la température est observée. Une grande quantité de chaleur reste emmagasinée au niveau de la matrice poreuse. Le dépôt encrassant constitue une couche isolante qui réduit considérablement le transfert de chaleur fluide/parois.

Le cas avec pénétration totale du dépôt dans le poreux permet un mélange des particules du dépôt avec les fibres du poreux, formant ainsi une conductivité thermique effective beaucoup plus élevée à celle du dépôt. Cela réduira considérablement la résistance thermique du dépôt et permettra ainsi un meilleur transfert de chaleur à travers cette couche.

La vitesse du fluide dans le milieu poreux diminue en fonction du taux de colmatage. Dans la matrice poreuse et après colmatage total, le profil de la vitesse devient plat et la vitesse est quasiment nulle. Le double effet du milieu poreux, d'améliorer la conductivité thermique effective du milieu (dépôt et fibres du milieu poreux) et de maintenir le dépôt pas directement collé aux parois, fait que l'usure des équipements se fait de manière plus lente tout en gardant un niveau de performance plus élevé comparé au cas classique.

## Conclusion générale et perspectives

---

---

L'apport donné par l'introduction d'une matrice poreuse à haute conductivité thermique sur les surfaces d'échanges se résume comme suit :

- une dégradation plus lente des performances de l'échangeur au cours du temps (température, efficacité et coefficient d'échange plus élevés),
- une résistance d'encrassement plus faible,
- hydrodynamique améliorée pour le cas d'une pénétration totale.

L'amélioration de l'échange thermique est d'autant plus importante que la conductivité du milieu poreux est élevée.

Désormais, les résultats que nous proposons vont permettre de raffiner les questionnements et de cerner les horizons et les voies à explorer. D'ailleurs, il s'avère intéressant de mener une étude paramétrique des conditions hydrodynamiques et des paramètres thermiques du milieu poreux. Aussi, la prise en compte de la contribution volumique des phases constituant le milieu poreux semble important pour optimiser avec précision la conductivité thermique effective du milieu poreux. L'influence d'autres paramètres s'avère aussi intéressante comme :

- la composition du produit traité, incluant la cinétique chimique,
- la variation des conditions d'écoulement,
- la variation des conditions thermiques locales,
- l'influence des rapports des conductivités thermiques en utilisant des matériaux différents,
- la nature et l'état de surface du matériau solide sur l'encrassement et en particulier la rugosité de la surface en étudiant plusieurs géométries de surface,
- le type de déposition de l'encrassement sur la surface d'échange,
- le placement des filtres poreux sur les surfaces d'échanges et leurs géométries.

D'autre part, il serait judicieux de passer à une analyse adimensionnelle permettant de généraliser l'étude à plusieurs types de fluide en écoulement, ainsi que la modélisation tridimensionnelle de l'échangeur.

Enfin, un travail expérimental reste, malgré les coûts, le meilleur moyen pour mettre la lumière sur les phénomènes complexes que les modèles d'ingénieurs pourraient négliger. Des tests approfondis, s'appuyant sur des moyens de mesure appropriés, pourraient permettre d'apporter plus de précisions à ce travail et de mettre en défi l'outil de simulation au service des observations expérimentales.

Mis à part les aspects techniques, une mise à jour régulière de l'analyse économique est nécessaire afin de justifier les coûts, liés à la recherche et développement dans ce domaine, et de prioriser les besoins.

*Page vide*

# **Annexe A**

## **Modélisation de la turbulence**

---

---

## A. 1 Modélisation statistique de la turbulence

### A.1.1 Introduction

On trouve la turbulence dans la majorité des phénomènes naturels ou industriels, alors que les cas des écoulements laminaires sont rencontrés dans des situations exceptionnelles. Le caractère diffusif de la turbulence peut être utile même disponible dans des situations industrielles réelles, alors qu'on a tendance à la considérer comme un phénomène parasite à éviter. La turbulence est un phénomène complètement déterministe, mais l'ignorance des causes plutôt que l'absence de cause entraîne l'indétermination de ses évolutions. En effet, il est impossible de connaître en détail les conditions aux limites d'un écoulement turbulent à grande échelle. Il s'agit ici de la propriété de l'imprédictibilité de l'écoulement turbulent.

L'expérience a montré malgré la complexité des détails des écoulements turbulents, néanmoins l'approche statistique de toutes les méthodes de modélisation qui en découlent, permettent une description approfondie des propriétés statistiques à l'aide de moyennes et de corrélations.

La simulation de la turbulence fondée sur les équations de Navier-Stokes est difficile à résoudre du fait de la présence d'un grand éventail d'échelles de mouvement dans l'écoulement, correspondant à des tourbillons de tailles très différentes. Une simulation doit être capable de résoudre simultanément les plus petites échelles du mouvement et les plus grandes échelles. Ce rapport d'échelle peut être important, nécessitant un maillage très fin impliquant des temps d'intégrations parfois hors de portée des supercalculateurs existant à ce jour.

Dans cette partie, il est nécessaire de mettre un bref rappel théorique, sur les écoulements dans des conduites à section rectangulaire en régime turbulent. L'accent est de mettre en évidence les difficultés que présentent les écoulements turbulents, puis abordé les différentes méthodes de modélisation qui permettent d'approximer la solution de ce type de problèmes, tout en énumérant les avantages et les limitations de chacun d'eux.

### A.1.2. Ecoulement turbulent

Les écoulements turbulents sont gouvernés par les équations de Navier-Stokes, comme pour le régime laminaire. Sauf qu'un écoulement turbulent se manifeste par des fluctuations de petites échelles dans le temps; qui dans l'état actuel des choses n'ont pas de solution mathématique connue. Comme en général on s'intéresse plutôt aux valeurs moyennes de la vitesse, pression ...etc., l'une des méthodes servant à éviter de résoudre directement les fluctuations turbulentes de petites échelles, en calcul numérique, est la méthode RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes equations)

Les fluctuations de petites échelles dans le temps conduisent à l'adoption de méthodes particulières pour la résolution numérique des problèmes en mécanique des fluides. La première des approches de modélisation est la méthode RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes equations) ou la moyenne de Reynolds des équations de Navier-Stokes, où les différentes variables d'état instantanées peuvent être décomposées en une composante moyenne et une composante fluctuante. Les équations moyennées résultantes comportent de nouveaux termes qui traduisent la production des fluctuations des vitesses et constituent le transfert d'un mouvement convectif dû aux fluctuations de la vitesse. Ces nouveaux termes sont appelés les contraintes de Reynolds  $(-\rho \overline{u_i u_j})$ . Celles-ci posent un problème de fermeture des équations gouvernantes, dont la solution actuelle passe par des "modèles de turbulence" souvent semi-empiriques.

Les propriétés d'un champ turbulent sont obtenues à partir de plusieurs paramètres d'échelles fonction de : la viscosité moléculaire du fluide, les gradients de vitesse moyenne, les dimensions globales du dispositif qui crée la turbulence...etc. toutes ces raisons font que la turbulence est un phénomène à plusieurs échelles.

Un écoulement turbulent est caractérisé par :

- son irrégularité à la fois en temps et en espace : la simulation est, de ce fait, très délicate. Il est très sensible aux perturbations, même faibles, celles-ci ayant tendance à s'amplifier du fait de la faible viscosité. D'où la difficulté d'une prédiction détaillée (dans les prévisions météorologiques à moyen et long terme, les instabilités peuvent provenir des perturbations dues aux erreurs sur les mesures). L'analyse de tels écoulements se fait de manière statistique (calcul de quantités moyennes) ; la présence de structures de tailles très différentes qui interagissent entre elles : plus le nombre de Reynolds est grand, plus la différence de taille entre les plus grandes et les plus petites structures présentes dans l'écoulement est grande ;
- son caractère dissipatif : la présence de nombreuses échelles, qui interagissent entre elles, augmentent le taux de dissipation d'énergie;
- son caractère diffusif : la turbulence augmente le taux de mélange et de diffusion d'espèces chimiques et de la température.

On distingue deux types de turbulence : la turbulence faible et la turbulence forte. Cette distinction est fondée sur le nombre de degrés de liberté de l'écoulement, considéré comme un système dynamique. Le nombre de degrés de liberté d'un système traduit la complexité que peut prendre l'évolution d'un tel système : plus ce nombre est grand, plus l'évolution sera complexe.

La turbulence faible correspond à un écoulement ayant un faible nombre de degrés de liberté, mais dont l'évolution est chaotique en temps. Ainsi, l'écoulement sera régulier en espace, mais irrégulier en temps. Le développement d'un régime temporel chaotique a pu être analysé dans certains cas (flux de Couette, convection de Rayleigh-Bénard, modèle de Lorenz). L'écoulement d'abord stationnaire, devient périodique, bi-périodique, puis de régime de plus en plus complexe ;

La turbulence forte correspond à des systèmes à très grand nombre de degrés de liberté. Cela se traduit par la présence d'un très grand nombre d'échelles de tailles différentes. On est en présence d'écoulements chaotiques en temps et en espace. Ce type d'écoulement chaotique est difficile à analyser et à simuler.

### A.1.2 1 Propriétés

#### ▪ Phénomènes instationnaires et non linéaires :

Les écoulements turbulents sont fortement instationnaires avec des variations très irrégulières. Les équations de Navier-Stokes qui régissent les écoulements de fluide contiennent des termes non linéaires :

- Ce caractère fortement non linéaire est associé à la coexistence dans l'écoulement de mouvements à des échelles très différentes
- L'énergie de l'écoulement est transférée entre ces différentes échelles
- Cette répartition d'énergie s'effectue depuis les "grosses structures" (grandes longueurs d'ondes) jusqu'aux plus petites
- l'énergie des grosses structures est fournie par l'écoulement moyen
- La taille des grosses structures est limitée par la géométrie de l'écoulement (taille d'un tuyau, dimension d'un obstacle ....)
- La limite des plus petites structures est liée aux effets dissipatifs (échelle de Kolmogorov)



- **Phénomènes dissipatifs :**

C'est la viscosité du fluide qui est à l'origine de la dissipation de l'énergie cinétique produite aux grandes échelles. On a transformation de l'énergie cinétique en énergie interne (élévation de température).

- **Phénomènes tridimensionnels et rotationnels :**

Même si l'écoulement moyen est bidimensionnel, les fluctuations induites par la turbulence sont nécessairement tridimensionnelles et le champ de vitesse est rotationnel

- **Phénomènes diffusifs :**

Les écoulements turbulents ont la propriété de favoriser le mélange par diffusion de la quantité de mouvement, de chaleur et de masse. Cette propriété est particulièrement intéressante pour de nombreux process industriels (combustion, génie chimique, dispersion atmosphérique .....

- **Phénomènes imprédictibles :**

Bien que les équations de Navier-Stokes soient déterministes, il est impossible de pouvoir prédire le comportement d'une solution quel que soit le temps. Ceci demanderait une précision infinie sur les conditions initiales. Un exemple de ce comportement imprédictible est donné par les prévisions météorologiques. Par ailleurs, on ne sait pas montrer mathématiquement, l'unicité des solutions des équations de Navier-Stokes munies de conditions initiales quel que soit le temps.

### A.1.2.2 Outils pour la modélisation

Il apparaît nécessaire de définir les outils mathématiques qui vont permettre à partir des équations instantanées du mouvement d'obtenir des équations moyennées [Hinze 1975].

#### A.1.2.2.1 Moyenne d'ensemble

On va réaliser  $N$  expériences indépendantes portant sur le même écoulement. A chaque expérience, on va enregistrer la valeur de la quantité qui nous intéresse à la même position et au même temps soit  $f^{(i)}(\vec{x}, t)$ . La moyenne d'ensemble de la quantité  $f$  en  $(\vec{x}, t)$  sera donnée par :

$$\overline{f(\vec{x}, t)} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f^{(i)}(\vec{x}, t) \quad (\text{A.1})$$

Cette moyenne est aussi appelée moyenne de Reynolds. Cet opérateur de moyenne vérifie les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned} \overline{f + g} &= \overline{f} + \overline{g} \\ \overline{\alpha f} &= \alpha \overline{f} \quad \text{avec} \quad \alpha = \text{const} \\ \overline{\overline{f}} &= \overline{f} \\ \overline{fg} &= \overline{f} \overline{g} \\ \overline{\frac{\partial f}{\partial x_i}} &= \frac{\partial \overline{f}}{\partial x_i} \\ \overline{\frac{\partial f}{\partial t}} &= \frac{\partial \overline{f}}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

A partir de cet opérateur de moyenne, on définit la décomposition de Reynolds d'une quantité quelconque de l'écoulement  $f(\vec{x}, t)$  en deux parties distinctes

$$f = \overline{f} + f' \quad (A.3)$$

$\overline{f}$  moyenne d'ensemble  
 $f'$  partie fluctuante

De part la définition de l'opérateur de moyenne on a  $\overline{f'} = 0$

#### A.1.2.2.2 Equations moyennées

Les équations de base utilisées sont celles de Navier-Stokes qu'on peut trouver développées par exemple dans Hinze [Hinze 1975-a].

Dans cette étude, nous considérons un fluide newtonien, incompressible, isotherme et instationnaire. Les équations de Navier stokes s'écrivent alors comme suit :

- **Equation de continuité**

$$\frac{\partial U_i}{\partial X_i} = 0 \quad (A.4)$$

- **Equations de la quantité de mouvement**

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial X_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial X_j \partial X_j} \quad (A.5)$$

Ici les  $U_i$  sont les composantes de la vitesse,  $P$  la pression,  $\rho$  la densité constante et  $\nu$  la viscosité cinématique.

Pour obtenir les équations du mouvement moyen, il est indispensable d'utiliser la moyenne de Reynolds.

On notera :

$$U_i(X_j, t) = \overline{U}_i(X_j, t) + u_i(X_j, t) \quad (A.6)$$

$$P(X_j, t) = \overline{P}(X_j, t) + p(X_j, t) \quad (A.7)$$

Avec  $U_i$  est la vitesse instantané,  $\overline{U}_i$  est la vitesse mu mouvement moyen et  $u_i$  est la fluctuation.

En introduisant la décomposition de Reynolds dans l'équation de continuité et en prenant la moyenne d'ensemble on obtient pour le champ moyen :

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial X_i} = 0 \quad (A.8)$$

Par soustraction de cette équation à l'équation de continuité du mouvement instantané, on obtient pour les fluctuations de vitesse :

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial X_i} = 0 \quad (A.9)$$

On remarque donc que les quantités moyennes et fluctuantes vérifient toutes les deux l'équation de continuité.

Les trois composantes de la vitesse moyenne sont données par :

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial t} + \overline{U}_j \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial X_j} + \overline{u_j \frac{\partial u_i}{\partial X_j}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial X_i} + \nu \frac{\partial^2 \overline{U}_i}{\partial X_j \partial X_j} \quad (A.10)$$

La condition d'incompressibilité sur les fluctuations implique que  $\overline{u_j \frac{\partial u_i}{\partial X_j}} = \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial X_j}$ . On

définit alors le tenseur de Reynolds par :

$$R_{ij} = -\rho \overline{u_i u_j} \quad (\text{A.11})$$

Finalement les équations moyennées s'écrivent :

$$\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial t} + \overline{U}_j \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial X_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial X_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial X_j} (\overline{\tau}_{ij} + R_{ij}) \quad (\text{A.12})$$

$$\text{Avec } \overline{\tau}_{ij} = \mu \left( \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial X_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial X_i} \right) \quad (\text{A.13})$$

On voit donc que sous cette forme les équations du champ moyen de vitesse sont différentes des équations instantanées puisqu'apparaît dans ces équations un nouveau terme lié à l'effet du champ fluctuant. On peut assimiler l'effet du mouvement fluctuant à une loi de comportement non newtonienne :

Le tenseur de Reynolds est un tenseur symétrique

$$R_{ij} = -\rho \begin{bmatrix} \overline{uu} & \overline{uv} & \overline{uw} \\ \overline{uv} & \overline{vv} & \overline{vw} \\ \overline{uw} & \overline{vw} & \overline{ww} \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

Ce tenseur introduit donc 6 inconnues supplémentaires. On a donc un problème de fermeture. Le rôle des modèles de turbulence sera donc de fournir des lois phénoménologiques (algébriques ou différentielles) pour fermer le problème

### A.1.2.3 Le problème de fermeture

Comme on vient de voir, la décomposition de Reynolds a permis d'écrire un certain nombre d'équations pour les inconnues du problème. Cependant, on introduit à chaque étape des inconnues supplémentaires. Il s'agit alors de fermer le problème en introduisant des modèles pour les inconnues supplémentaires.

#### A.1.2.3.1 Classification des modèles de turbulence

On distingue généralement deux grandes classes de modèles :

- Les modèles du premier ordre (modèles à viscosité turbulente) basés sur l'hypothèse de Boussinesq (que l'on détaillera plus tard) qui consiste à modéliser directement les tensions de Reynolds à l'aide d'une viscosité turbulente.
- Les modèles du second ordre : Les tensions de Reynolds sont calculées directement, la modélisation portant sur les moments d'ordre supérieur

Pour les modèles de turbulence du premier ordre, on introduit la classification suivante selon le nombre d'équations d'évolutions supplémentaires du modèle :

- modèle à 0 équation de transport (longueur de mélange)
- modèle à 1 équation de transport (le modèle de Spalart-Allmaras)
- modèle à 2 équations ( $\kappa - \varepsilon$ ,  $\kappa - \omega$ , ...)
- modèle à 5 équations (Le modèle RSM)

Il est bien évident que la qualité des résultats de simulation d'écoulement turbulent est très liée au modèle utilisé. Le choix du modèle sera subordonné au type d'information que l'on veut obtenir à partir de la simulation. D'un point de vue industriel, les modèles du premier ordre à deux équations permettent généralement d'obtenir des résultats satisfaisant moyennant certaines adaptations du modèle suivant le cas considéré

### A.1.2.3.2 Hypothèse de Boussinesq [Boussinesq 1877, 1897]

Après qu'il fût établi expérimentalement que les contraintes turbulentes augmentaient avec l'augmentation du taux de déformation moyen des éléments du fluide, Boussinesq proposa une relation entre les contraintes de Reynolds et les taux de déformation, qui a été étendue par la suite:

$$\tau_{ij} = -\overline{\rho u_i u_j} = \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \kappa \delta_{ij} \quad (\text{A.15})$$

$\kappa$  étant l'énergie cinétique associée à la turbulence.

$\delta_{ij} = 1$  si  $i = j$  et  $\delta_{ij} = 0$  si  $i \neq j$  (Delta de Kronecker)

Où le coefficient scalaire  $\mu_t$  est appelé viscosité dynamique de turbulence. Le terme  $\frac{2}{3} \rho \kappa$  est analogue à une pression dynamique par agitation

Notons que dans l'hypothèse de Boussinesq, il est supposé que  $\mu_t$  est un scalaire isotrope, ce qui n'est pas tout à fait vrai. Bien que ce concept présente de graves lacunes, il reste largement utilisé.

### A.1.2.4 Les modèles de fermeture du premier ordre

#### A.1.2.4.1 Modèles algébriques ou à 0 équations de type longueur de mélange

Ce premier modèle a été développé par Prandtl [Prandtl 1925] dans les années 20, pour des écoulements 2D plans stationnaires de type couche limite.

On définit une longueur  $l_m$  dite de mélange qui sera l'équivalent du libre parcours moyen (distance parcourue par une molécule avant sa prochaine interaction avec une autre molécule)

Dans ce cas, le schéma de fermeture pour les contraintes de Reynolds s'écrit :

$$-\overline{\rho u_i u_j} = \rho l_m^2 \left| \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right| \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \quad (\text{A.16})$$

Ce qui revient à avoir la forme suivante pour la viscosité turbulente :

$$\mu_t = \rho l_m^2 \left| \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \right| \quad (\text{A.17})$$

Il reste maintenant à donner une valeur à  $l_m$ . En fait, cette longueur de mélange a été déterminée de manière empirique sur certains écoulements types cisailés :

- Jet plan :  $l_m = 0.09 \delta_{0.5}$  (A.18)

- Jet rond :  $l_m = 0.075 \delta_{0.5}$  (A.19)

Dans ces deux cas  $\delta_{0.5}$  désigne l'épaisseur de vitesse moitié, c'est à dire la distance à l'axe où  $\bar{U}(x, \delta) = 0.5 \bar{U}(x, 0)$ .

$$\bullet \text{ Écoulement de conduite : } \frac{l_m}{R} = 0.14 - 0.08 \left(1 - \frac{y}{R}\right)^2 - 0.06 \left(1 - \frac{y}{R}\right)^4 \quad (\text{A.20})$$

où  $R$  est le rayon de la conduite et  $y$  la distance à la paroi

▪ Écoulement de couche limite :

$$- \text{ Région de paroi [Van Driest 1956] : } l_m = 0.46.y \left(1 - e^{-\frac{y^+}{26}}\right) \quad (\text{A.21})$$

$y$  est la distance à la paroi, et  $y^+ = \frac{y}{\nu} \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}}$  est sa valeur rapportée par  $y$  au frottement pariétal  $\tau_p$

$$- \text{ Région logarithmique : } l_m = 0.46.y \quad (\text{A.22})$$

$$- \text{ Région externe [Michel et al. 1969]: } \frac{l_m}{\delta} = 0.085. \tanh\left(\frac{0.46.y}{0.085.\delta}\right) \quad (\text{A.23})$$

$\delta$  est l'épaisseur de couche limite conventionnelle, cette formule d'applique pour  $\frac{y}{\delta} > 0.15$ .

#### A.1.2.4.2 Modèle à une équation de transport [Spalart et Allmaras 1992]

Il résout, en plus des équations de Navier-Stokes moyennées, une équation de transport d'une quantité turbulente en vue de calculer  $\mu_t$ . Ce scalaire est une viscosité cinématique turbulente modifiée ( $\bar{\nu}$ ), pour prendre en compte les effets de parois.

Dans ce modèle, la viscosité dynamique turbulente est calculée à partir de la relation suivante:

$$\mu_t = \rho \bar{\nu} f_\nu \quad (\text{A.24})$$

$f_\nu$  est une fonction d'atténuation de  $\bar{\nu}$  (Damping function) Ce modèle a été conçu initialement pour des applications aérospatiales impliquant des écoulements limités par des parois. Il a été montré que ce modèle donnait de médiocres résultats pour les couches limites sujettes à des gradients de pression adverses. Cependant, il est en train de gagner en popularité pour les applications dans les turbomachines.

#### A.1.2.4.3 Modèles à deux équations de transport

##### A.1.2.4.3.1. Modèle $\kappa - \varepsilon$ Standard [Launder et Spalding 1972]

Ce modèle met l'accent sur les mécanismes affectant l'énergie cinétique turbulente en se basant sur la modélisation de deux équations de transport. La première est celle de l'énergie cinétique turbulente ( $\kappa$ ) et la deuxième est son taux de dissipation visqueuse ( $\varepsilon$ ). Ainsi, la viscosité dynamique turbulente  $\mu_t$  est calculée par:

$$\mu_t = \rho.C_\mu \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \quad (C_\mu = 0.09) \quad (\text{A.25})$$

La robustesse du modèle, ainsi que son économie en temps de résolution et une précision raisonnable pour une large gamme d'écoulements turbulents expliquent sa popularité pour les écoulements industriels et les simulations de transfert de chaleur. Néanmoins, ce modèle présente quelques faiblesses en présence de couches limites courbées, les écoulements tournants et tourbillonnaires (Swirling), ainsi que les écoulements entièrement développés dans des conduites non circulaires.

**A.1.2.4.3.2. Modèle  $\kappa - \varepsilon$  RNG [Yakhot et Orszag 1986]**

Le modèle  $\kappa - \varepsilon$  RNG a été dérivé en utilisant une technique statistique appelée "ReNormalization Group" [Choudhury 1993]. Il inclue les améliorations suivantes:

- Dispose d'un terme additionnel dans l'équation de  $\varepsilon$ , qui améliore la précision pour les écoulements avec des contraintes rapides (changements de directions soudains).
- Inclue l'effet du tourbillonnement sur la turbulence afin d'accroître la précision pour les écoulements tourbillonnaires.
- Utilise un dispositif pour prendre en compte les effets des bas nombres de Reynolds, contrairement au modèle standard qui est un modèle basé sur des nombres de Reynolds élevés.

Avec ce modèle, la viscosité turbulente est calculée à l'aide de l'une des équations suivantes:

- nombres de Reynolds faibles:

$$\left\{ \begin{array}{l} d \left( \frac{\rho^2 \kappa}{\sqrt{\varepsilon} \mu} \right) = 1.72 \frac{J}{\sqrt{J^3 - 1 + C_\mu}} \\ \text{avec } J = \frac{\mu_{eff}}{\mu} \text{ et } \mu_{eff} = \mu + \mu_t \end{array} \right. \quad (A.26)$$

- nombres de Reynolds élevés:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_t = \rho C_\mu \frac{\kappa^2}{\varepsilon} \\ \text{avec } C_\mu = 0.085 \end{array} \right. \quad (A.27)$$

$\mu_{eff}$  est la viscosité effective.

**A.1.2.4.3.3 Modèle  $\kappa - \varepsilon$  Realizable [Shih et al. 1995]**

Le dernier modèle de la famille  $\kappa - \varepsilon$  diffère du modèle standard principalement par deux choses importantes:

- une nouvelle formulation pour la viscosité turbulente;
- une nouvelle équation pour le taux de dissipation  $\varepsilon$ .

Le terme "Realizable" ou réalisable signifie que le modèle satisfait certaines contraintes mathématiques sur les contraintes de Reynolds, logiques avec la physique des écoulements turbulents. Ainsi, ce modèle prédit avec plus de précision le taux de propagation des jets. Il procure aussi des performances supérieures dans les écoulements impliquant la rotation, les couches limites sous de forts gradients de pression adverses, la séparation et les recirculations.

Là aussi, la viscosité turbulente est calculée à partir de l'équation (A.25), sauf que  $C_\mu$  n'est plus constant. Il est fonction de la déformation moyenne, des taux de rotation, de la vitesse angulaire de la rotation du système et des champs de la turbulence ( $\kappa$  et  $\varepsilon$ ).

Ces deux derniers modèles de turbulence, ( $\kappa - \varepsilon$  RNG et  $\kappa - \varepsilon$  Realizable), donnent de meilleurs résultats comparés au modèle Standard, vu leurs perfectionnements cités plus haut. Alors que les écoulements impliquant une forte anisotropie des contraintes turbulentes restent le point faible de la famille  $\kappa - \varepsilon$  toute entière.

#### A.1.2.4.3.4 Modèle $\kappa - \omega$ Standard [Wilcox 1998]

C'est un modèle empirique similaire au modèle  $\kappa - \varepsilon$  avec deux équations de transport, une équation adaptée de  $\kappa$  et une équation du taux de dissipation spécifique  $\omega$  qui s'apparente au rapport de  $\varepsilon$  par  $\kappa$ .

Après plusieurs années de perfectionnement, ce modèle offre à présent un avantage pour la prédiction des écoulements cisailés libres. Il prend aussi en compte les effets des faibles nombres de Reynolds, de la compressibilité, des jets de différentes configurations (plan, radial, ...etc.).

Pour ces raisons, il convient particulièrement aux écoulements internes.

La viscosité turbulente est calculée en combinant  $\kappa$  et  $\omega$  comme suit :

$$\mu_t = \alpha^* \frac{\rho \kappa}{\omega} \quad (\text{A.28})$$

$\alpha^*$  est un coefficient qui apporte une correction à la viscosité turbulente à bas nombres de Reynolds en "l'atténuant" en quelque sorte.

#### A.1.2.4.3.5 Modèle $\kappa - \omega$ SST [Menter 1994]

Le modèle  $\kappa - \omega$  SST (Shear Stress Transport) ou transport des contraintes de cisaillement turbulentes, est dérivé du modèle Standard. Ce modèle combine la robustesse et la précision de la formulation du modèle  $\kappa - \omega$  dans la région proche de la paroi avec le modèle  $\kappa - \varepsilon$  et toutes ses qualités citées plus haut pour les écoulements libres loin de la paroi. Ce modèle inclue les améliorations suivantes:

- Une fonction de combinaison est multipliée à la fois au modèle Standard et au modèle  $\kappa - \omega$ . Cette fonction commutera entre les valeurs "zéro" ou "un" suivant que l'on soit dans la région proche de la paroi, pour activer le modèle  $\kappa - \omega$  Standard ou dans la région loin de la paroi, pour activer le modèle  $\kappa - \varepsilon$ .
- La définition de la viscosité turbulente est modifiée pour prendre en compte le transport des contraintes de cisaillement turbulentes, dont voici une forme simplifiée:

$$\mu_t = \frac{\rho \kappa}{\omega} \frac{1}{\max \left[ \frac{1}{\alpha^*}, f(\Omega, \kappa, \omega, y) \right]} \quad (\text{A.29})$$

- $f(\Omega, \kappa, \omega, y)$  est une fonction dépendant du taux de rotation de  $\Omega$ , de  $\kappa$ , de  $\omega$  et de la distance normale à la paroi ( $y$ ).

Les améliorations apportées à ce modèle le rendent plus fiable pour une classe d'écoulements plus étendue, (écoulements à gradients de pression adverses, surfaces portantes –aviation-, ondes de choc transsoniques ...etc.), par rapport aux modèles  $\kappa - \omega$  Standard et la famille des modèles  $\kappa - \varepsilon$ .

#### A.1.2.4.3.6 Modèle RSM [Gibson 1978], [Launder 1989], [Launder et al. 1975]

En abandonnant l'hypothèse d'une viscosité turbulente isotrope, le modèle de turbulence des contraintes de Reynolds (RSM: Reynolds Stress Model) ferme les équations RANS en résolvant ensemble les équations de transport des contraintes de Reynolds avec une équation pour le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente. Cette procédure introduit cinq équations de transport additionnelles pour les problèmes bidimensionnels (une pour chaque composante du tenseur de Reynolds, qui est symétrique, soit 6 équations de plus, et une équation de transport pour l'énergie cinétique de turbulence de moins), ainsi que 7 équations pour le cas 3D. La viscosité turbulente est calculée comme pour le modèle  $\kappa - \varepsilon$  Standard.

Ce modèle prend en compte les effets des courbures des lignes de courant, les tourbillonnements, la rotation et les changements rapides du taux de déformation, mais d'une manière plus rigoureuse que tous les autres modèles.

Le modèle de turbulence des contraintes de Reynolds est le meilleur choix pour la simulation des écoulements complexes quand les caractéristiques qui nous intéressent résultent de l'anisotropie dans les contraintes turbulentes, comme par exemple les écoulements dans les cyclones, les écoulements fortement tourbillonnaires dans les chambres à combustion, ...etc. Le revers de cette supériorité potentielle est le très grand surcoût en calcul. Les quelques limitations connues à ce jour pour ce modèle concernent les jets axisymétriques et les écoulements non confinés à recirculation.

### A.1.3 Forme du profil de vitesse moyenne – Couche limites

Nous savons que la viscosité d'un fluide joue seulement un rôle très près de la paroi et ce d'autant plus que le nombre de Reynolds est grand, donc dans une couche très mince, c'est la couche limite. En dehors de celle-ci, le fluide peut être pris comme un fluide parfait, donc sans viscosité, il obéit aux équations d'Euler. Dans un écoulement interne, la couche limite visqueuse s'accroît, de part et d'autre des parois, pour se rejoindre après une certaine distance parcourue qui est la longueur d'établissement. La valeur généralement admise de cette distance est environs de 50 fois le diamètre de la conduite en régime laminaire [White 2001]. A partir de ce point, l'écoulement sera totalement visqueux et entièrement développé, Figure (A.1). Donc, il est important que le maillage près de la paroi soit bien traité. En effet, un maillage grossier près de la paroi ne pourra pas capturer le développement de la couche limite et peut conduire à une sous estimation de la longueur d'établissement de l'écoulement.

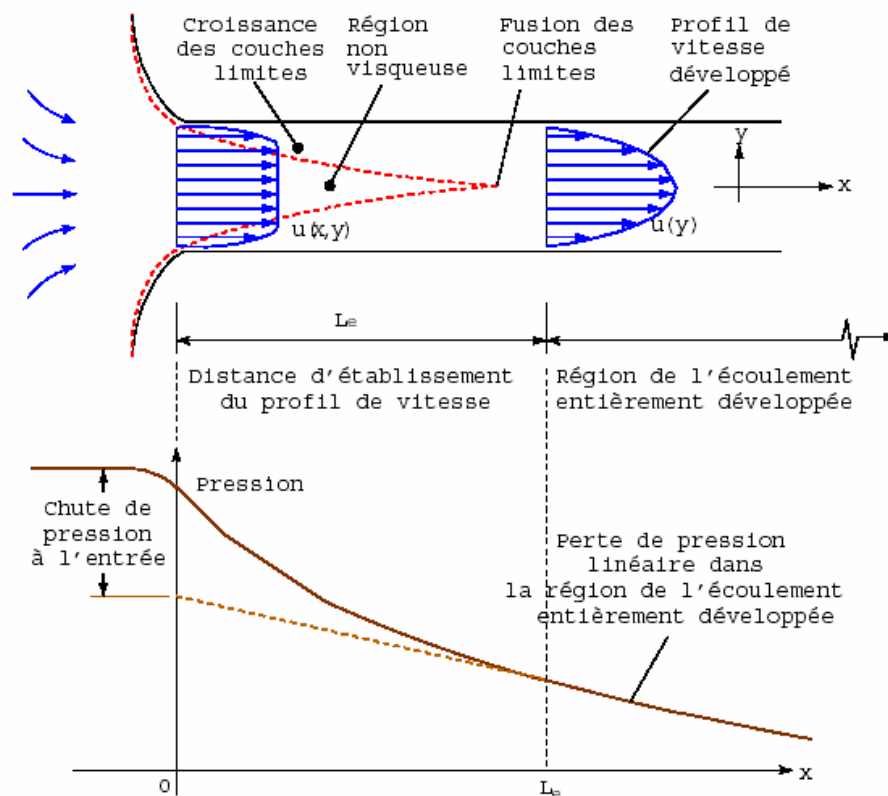


Figure A.1. Développement du profil de vitesse et chute de pression le long d'un canal.



Pour l'analyse de l'écoulement proche de la paroi, on construit un nombre de Reynolds,  $Re_y$ , basé sur la distance  $y$  à la paroi. Rappelons que ce nombre sans dimensions traduit le rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité. Ainsi, pour une grande valeur de  $y$  (loin de la paroi) les forces d'inertie sont prédominantes, alors qu'en s'approchant de la paroi et avant d'atteindre une valeur nulle  $Re_y$  sera égal à l'unité et ce pour une certaine valeur de  $y$ . C'est dans cette région que les forces visqueuses équilibrent les forces d'inerties. La région qui reste en dessous est le siège de fortes contraintes visqueuses, où les forces d'inerties sont pratiquement sans effet (Figure A.2).

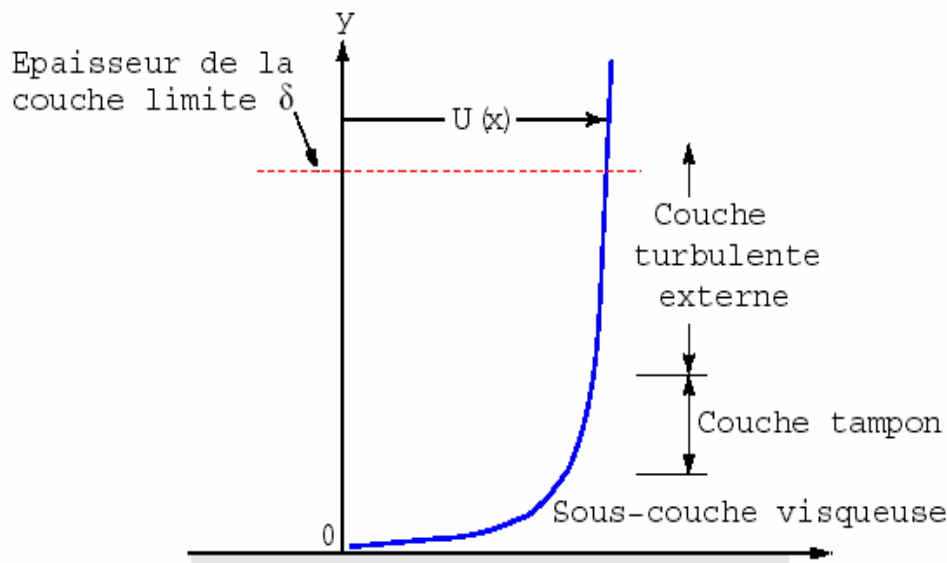


Figure A.2. Profil de la vitesse près de la paroi.

Par un bon raisonnement physique et en utilisant l'analyse dimensionnelle, il fut établi les relations qui vont suivre qui s'accordent avec une grande précision aux résultats expérimentaux d'une large variété d'expériences sur les écoulements turbulents.

### A.1.3.1 Couche interne [Schlichting et Gersten 2000]

#### A.1.3.1.1 Sous couche visqueuse

Dans cette région, où les cisaillements visqueux dominent, l'échelle appropriée pour la réduction de la vitesse est basée sur la vitesse de frottement  $u_\tau$  :

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}} \quad (\text{A.30})$$

Avec  $\tau_p$  : contrainte de cisaillement pariétale.

$$\tau_p = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (\text{A.31})$$

Ce terme n'est pas une vitesse d'écoulement et sa désignation comme "vitesse de frottement" n'est due qu'à sa dimension [m/s]. S'en déduit alors par analyse dimensionnelle "La loi de paroi":

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} = f\left(\frac{y u_\tau}{\nu}\right) = f(y^+) \quad (\text{A.32})$$

Cette relation est applicable jusqu'à une distance adimensionnée de la paroi  $y^+ = 30$ . Nous verrons plus tard l'importance des deux groupes adimensionnels  $u^+$  et  $y^+$  dans le découpage de la couche limite.

A travers une couche très mince proche de la paroi ( $0 \leq y^+ \leq 5$ ), la contrainte de cisaillement  $\tau$  est à peu près égale à la contrainte pariétale  $\tau_p$ , donc à partir des équations (A.30) et (A.32) nous aurons:

$$u^+ = y^+ \quad (\text{A.33})$$

A cause de cette relation linéaire entre la vitesse de l'écoulement et la distance à la paroi, cette couche est parfois appelée "Sous-couche linéaire".

Les expériences montrent que cette loi linéaire est valable tant que  $y^+ \leq 5$

#### A.1.3.1.2 Couche tampon

C'est la couche intermédiaire où se mélangent la couche entièrement turbulente et la sous-couche visqueuse. Dans cette région, les contraintes visqueuses ont le même ordre de grandeur que les contraintes turbulentes. Cette zone correspond à :  $5 \leq y^+ \leq 30$

#### A.1.3.1.3 Couche de la loi Log

Dans cette zone, la vitesse de l'écoulement suit une loi logarithmique, d'où le nom de "couche logarithmique":

$$u^+ = \frac{1}{k} \ln y^+ + B \quad (\text{A.34})$$

où  $k = 0.41$  (constante de Von-Kármán) et  $B = 5.5$  sont des constantes universelles déterminées expérimentalement, pour tous les écoulements turbulents limités par des parois lisses. En présence de parois rugueuses la valeur de  $B$  diminue jusqu'à 5. La loi logarithmique est valable pour:  $30 \leq y^+ \leq 500$

En ce qui concerne la vitesse axiale pour les écoulements turbulents dans les conduites à section rectangulaire, l'équation (A.34) donnera:

$$u_{\max} = u_{\tau} \left[ \frac{1}{k} \ln \left( \frac{h u_{\tau}}{2\nu} \right) + B \right] \quad (\text{A.35})$$

La vitesse moyenne de l'écoulement sera:

$$u_{\text{moy}} = u_{\tau} \left[ \frac{1}{k} \ln \left( \frac{h u_{\tau}}{2\nu} \right) + B - \frac{1}{k} \right] \quad (\text{A.36})$$

### A.1.3.2. Couche externe

En s'éloignant de la paroi l'écoulement devient moins sensible à la viscosité moléculaire du fluide et ne dépendra plus directement de celle-ci. En fait il fut établi que la déviation de la vitesse de l'écoulement est fonction de la distance à la paroi et de l'épaisseur de la couche limite turbulente:

$$\frac{u_{\max} - u(y)}{u_{\tau}} = \frac{1}{k} \left( \frac{y}{\delta} \right) + A \quad (\text{A.37})$$

$A$  est une constante

$\delta$  étant l'épaisseur de la couche limite.

Cette dernière équation est appelée "loi déficitaire" ou encore "loi de sillage". Elle est valable à partir de  $y^+ = 500$ .

La Figure A.3 montre la subdivision de la région proche de la paroi.

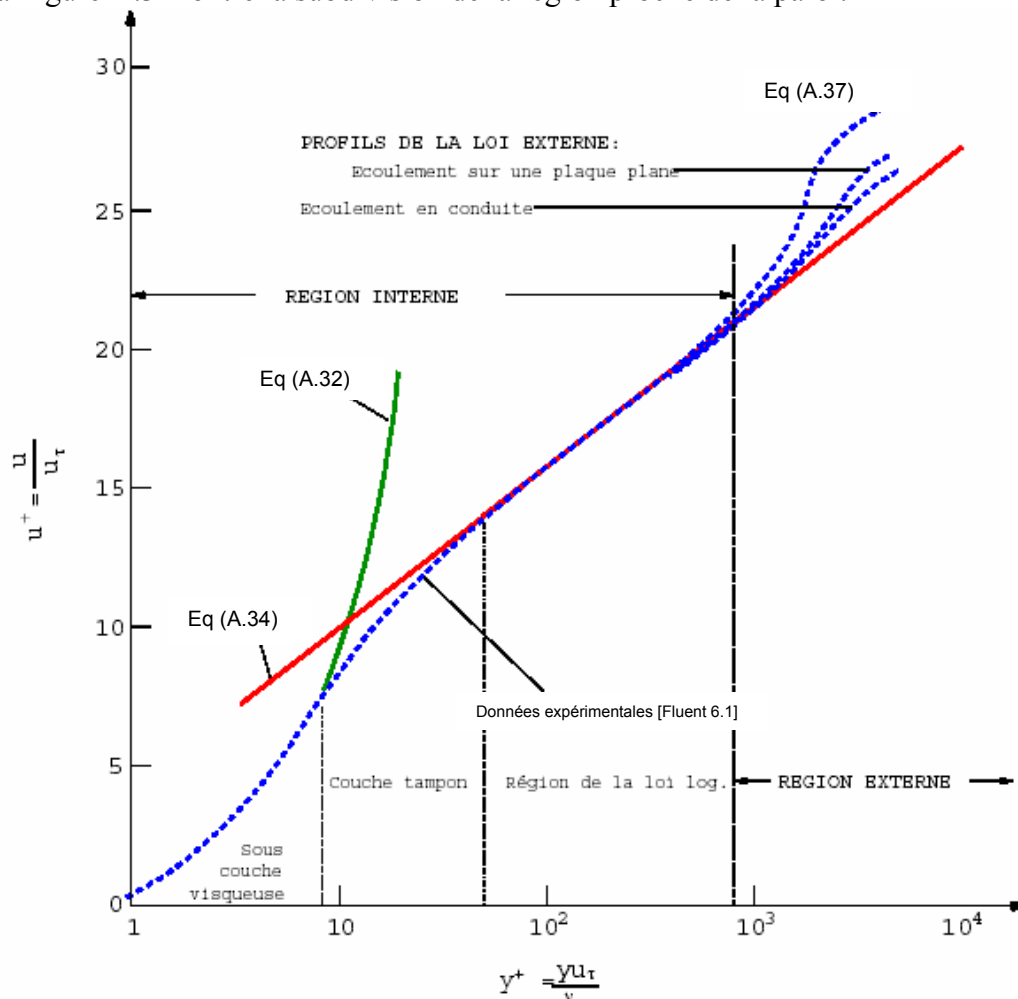


Figure A.3. Vérification expérimentale de la subdivision de la région proche de la paroi

# **Annexe B**

## **Prise de moyenne**

## B.1 Prise de Moyenne et définitions de base :

### B.1.1 Définitions

On considère un volume élémentaire représentatif (VER) composé d'un solide saturé par un fluide. Soit  $\psi_f$  une quantité scalaire, vectorielle ou tensorielle associée à la phase fluide.  $\psi_f$  est la valeur de  $\psi$  dans la phase fluide et prend la valeur 0 dans la phase solide. On

$$\text{définit la moyenne de phase } \psi_f \text{ par : } \langle \psi_f \rangle \equiv \frac{1}{V} \int_V \psi_f dV \quad (\text{B.1})$$

Ou « V » est le volume élémentaire représentatif dans le milieu poreux qui est la somme du volume du solide et du fluide.  $\psi_f$  étant nulle dans la phase solide, on peut écrire alors :

$$\langle \psi_f \rangle \equiv \frac{1}{V} \int_{V_f} \psi_f dV \quad (\text{B.2})$$

La vitesse Darcienne représente un exemple de cette moyenne de phase.

$$\text{La moyenne intrinsèque de phase est définie par : } \langle \psi_f \rangle^f \equiv \frac{1}{V_f} \int_{V_f} \psi_f dV \quad (\text{B.3})$$

La vitesse du pore est un exemple de la moyenne intrinsèque de la phase fluide.

$$\text{La relation de porosité relative de la phase fluide est donnée par : } \phi = V_f/V \quad (\text{B.4})$$

$$\text{La comparaison des équations (B.1) et (B.3) montre que : } \langle \psi_f \rangle = \phi \langle \psi_f \rangle^f \quad (\text{B.5})$$

### B.1.2 Théorie de Gray

La contribution de Gray au développement de la théorie des écoulements en milieu poreux a consisté à écrire une fonction en un point donné comme la somme de la moyenne intrinsèque de phase et d'une dérivation de la valeur moyenne. En utilisant la représentation de Gray, on peut écrire les fonctions ponctuelles  $\psi_f$  et  $\gamma_f$  telle que :

$$\psi_f = \langle \psi_f \rangle^f + \psi_f' \quad (\text{B.6})$$

$$\gamma_f = \langle \gamma_f \rangle^f + \gamma_f'$$

$$\text{Avec } \langle \psi_f' \rangle^f = \langle \gamma_f' \rangle^f = 0 \quad (\text{B.7})$$

La moyenne intrinsèque de phase du produit entre  $\psi_f$  et  $\gamma_f$  est donnée par :

$$\langle \psi_f \gamma_f \rangle^f = \langle \psi_f \rangle^f \langle \gamma_f \rangle^f + \langle \psi_f' \gamma_f' \rangle^f \quad (\text{B.8})$$

Le terme  $\langle \psi_f' \gamma_f' \rangle^f$  exprime la dispersion de la moyenne phasique du produit.

On peut écrire la moyenne de phase du produit sous l'une des formes suivantes :

$$\langle \psi_f \gamma_f \rangle = \phi \langle \psi_f \rangle^f \langle \gamma_f \rangle^f + \langle \psi_f' \gamma_f' \rangle \quad (\text{B.9})$$

$$\langle \psi_f \gamma_f \rangle = \langle \psi_f \rangle \langle \gamma_f \rangle^f + \langle \psi_f' \gamma_f' \rangle \quad (\text{B.10})$$

$$\langle \psi_f \gamma_f \rangle = \frac{1}{\phi} \langle \psi_f \rangle \langle \gamma_f \rangle + \langle \psi_f' \gamma_f' \rangle \quad (\text{B.11})$$

### B.1.3 Théorèmes de base

Les théorèmes suivants seront nécessaires pour établir la forme moyenne générale d'une équation de transport.

#### B.1.3.1 Théorème de la moyenne (*Slattery 1967*)

- **Quantité scalaire**

$$\langle \nabla \psi_f \rangle = \nabla \langle \psi_f \rangle + \frac{1}{V} \int_{S_{fs}} \psi_f n_f dS \quad (\text{B.12})$$

Où  $S_{fs}$  représente les interfaces entre la phase fluide et solide et  $n_f$  le vecteur unité de la normale sortante de la phase fluide à la phase solide

- **Quantité vectorielle**

$$\langle \nabla \cdot U_f \rangle = \nabla \cdot \langle U_f \rangle + \frac{1}{V} \int_{S_{fs}} U_f n_f dS \quad (\text{B.13})$$

#### B.1.3.2 Théorème modifié de la moyenne (*Gray 1975*)

$$\langle \nabla \psi_f \rangle = \phi \nabla \langle \psi_f \rangle^f + \frac{1}{V} \int_{S_{fs}} \psi_f' n_f dS \quad (\text{B.14})$$

#### B.1.3.3 Théorème de transport (*Whitaker 1973*)

$$\left\langle \frac{\partial \psi_f}{\partial t} \right\rangle = \frac{\partial}{\partial t} \langle \psi_f \rangle - \frac{1}{V} \int_{S_{fs}} V_f n_f dS \quad (\text{B.15})$$

Où «  $V_f$  » est le vecteur vitesse de l'interface de la phase fluide avec la phase solide

Pour une seule phase fluide qui s'écoule sur la matrice solide et avec des conditions de non glissement et pour une matrice solide rédige, on obtient :

$$\left\langle \frac{\partial \psi_f}{\partial t} \right\rangle = \frac{\partial}{\partial t} \langle \psi_f \rangle \quad (\text{B.16})$$

### B.1.4 L'équation générale de transport pour les quantités en moyenne

La forme générale de l'équation de transport pour la quantité scalaire,  $\psi_f$ , dans la phase

$$\text{fluide est : } \frac{\partial \psi_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\psi_f U_f) = \nabla \cdot Q_f + S_f \quad (\text{B.17})$$

Où  $U_f$  est la vitesse à l'échelle microscopique,  $Q_f$  est une fonction vectorielle ou tensorielle fonction de  $\psi_f$  et  $S_f$  un scalaire.

En utilisant l'équation (B.14) de la moyenne de phase, l'équation (B.17) donne :

$$\left\langle \frac{\partial \psi_f}{\partial t} \right\rangle + \langle \nabla \cdot (\psi_f U_f) \rangle = \langle \nabla \cdot Q_f \rangle + \langle S_f \rangle \quad (\text{B.18})$$

En utilisant le théorème de la moyenne de Slattery, le terme de convection à pour

$$\text{expression : } \langle \nabla \cdot (\psi_f U_f) \rangle = \nabla \cdot \langle \psi_f U_f \rangle + \frac{1}{V} \int_{S_{fs}} \psi_f U_f \cdot n_f dS \quad (\text{B.19})$$

Sachant qu'à l'interface de la surface fluide-solide, la vitesse  $U_f$  s'annule. D'où la partie de l'intégrale disparaît dans l'équation (B.19). En utilisant le théorème de la moyenne pour le terme de diffusion ( $\nabla \cdot \mathcal{Q}_f$ ) et le théorème de transport pour le terme transitoire, l'équation (B.18) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \psi_f \rangle + \nabla \cdot \langle \psi_f U_f \rangle = \nabla \cdot \langle \mathcal{Q}_f \rangle + \langle S_f \rangle + \frac{1}{V} \int_{S_{fs}} \mathcal{Q}_f \cdot n_f dS \quad (\text{B.20})$$

En utilisant l'équation (B.11) pour le terme de convection, la moyenne du produit peut être écrite en termes de la quantité de moyenne de phase comme suit :

$$\langle \psi_f U_f \rangle = \frac{1}{\phi} \langle \psi_f \rangle \langle U_f \rangle + \langle \psi_f' U_f' \rangle \quad (\text{B.21})$$

Finalement, l'équation de transport de moyenne de phase sur le volume totale s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \psi_f \rangle + \frac{1}{\phi} \nabla \cdot (\langle \psi_f \rangle \langle U_f \rangle) + \nabla \cdot \langle \psi_f' U_f' \rangle = \nabla \cdot \langle \mathcal{Q}_f \rangle + \langle S_f \rangle + \frac{1}{V} \int_{S_{fs}} \mathcal{Q}_f \cdot n_f dS \quad (\text{B.22})$$

En terme de moyenne sur le volume de la phase fluide, l'équation (B.22) s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \psi_f \rangle^f + \nabla \cdot (\langle \psi_f \rangle^f \langle U_f \rangle^f) + \nabla \cdot \langle \psi_f' U_f' \rangle^f = \nabla \cdot \langle \mathcal{Q}_f \rangle^f + \langle S_f \rangle^f + \frac{1}{V_f} \int_{S_{fs}} \mathcal{Q}_f \cdot n_f dS \quad (\text{B.23})$$

Cette forme générale est utilisée à établir les équations de conservation macroscopique.

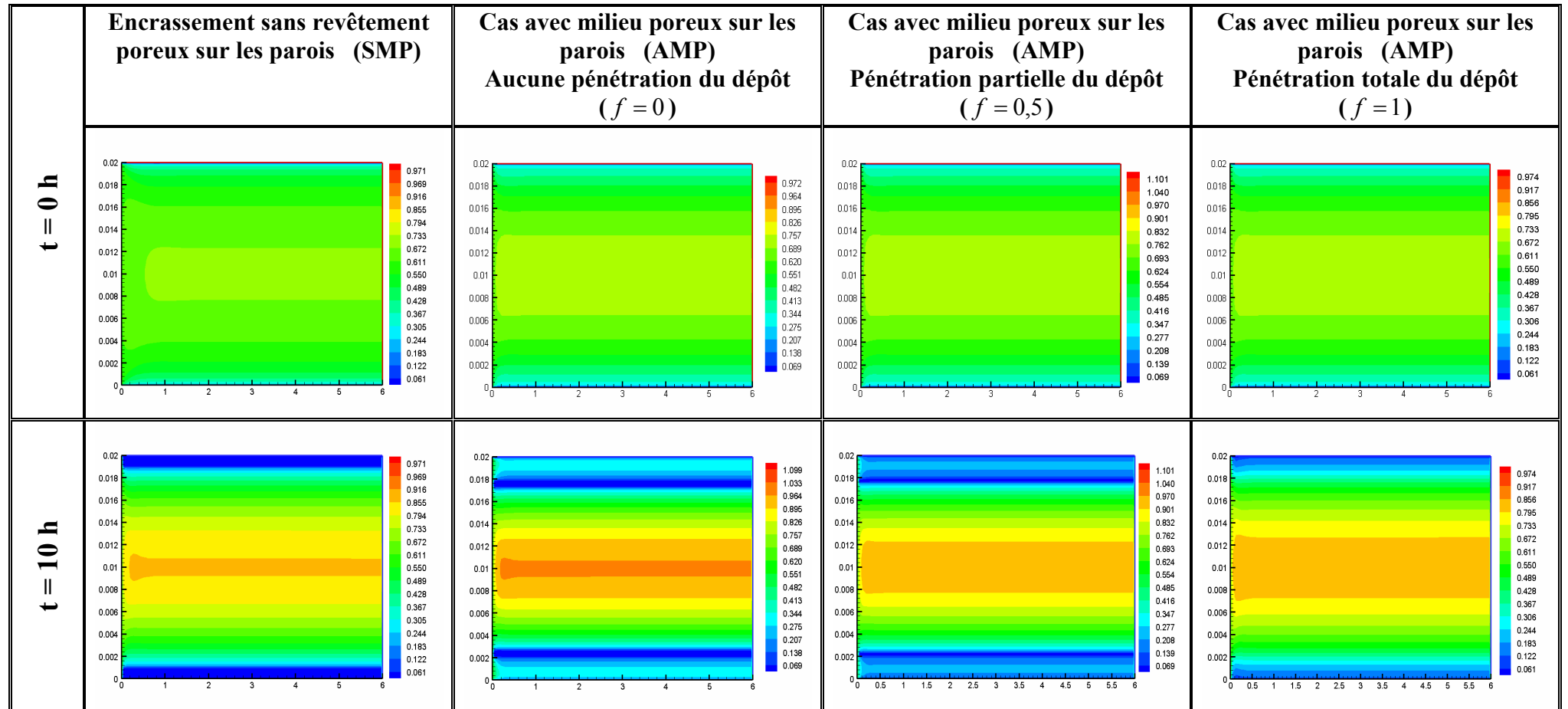
## **Annexe C**

# **Présentation des champs de vitesse, de température, d'énergie cinétique turbulente et de la dissipation turbulente des cas d'encrassement sans et avec milieu poreux**

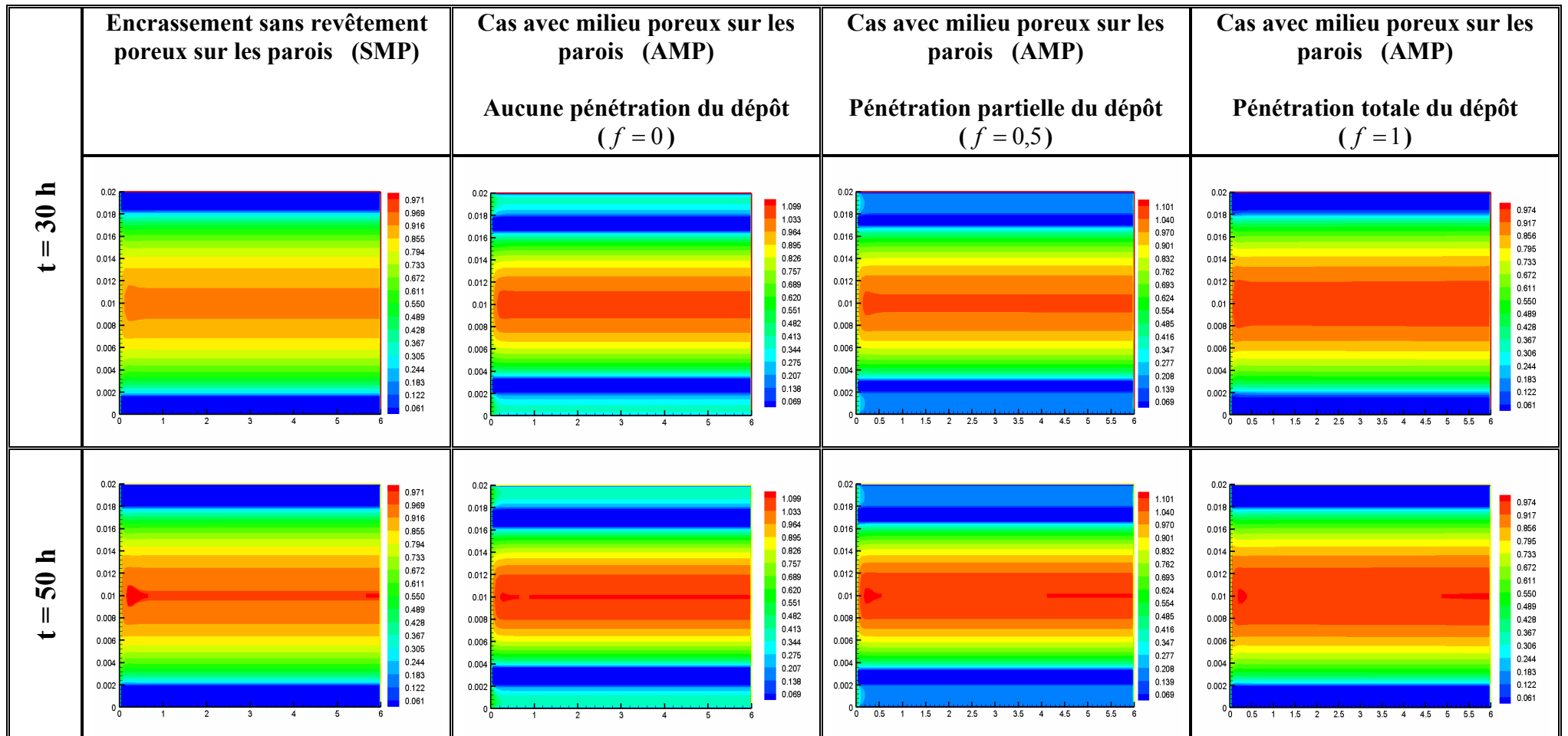


**Annexe C: Présentation des champs de vitesse, de température, d'énergie cinétique turbulente et de la dissipation turbulente des cas d'encrassement sans et avec milieu poreux**

**C.1 Champs de vitesse**



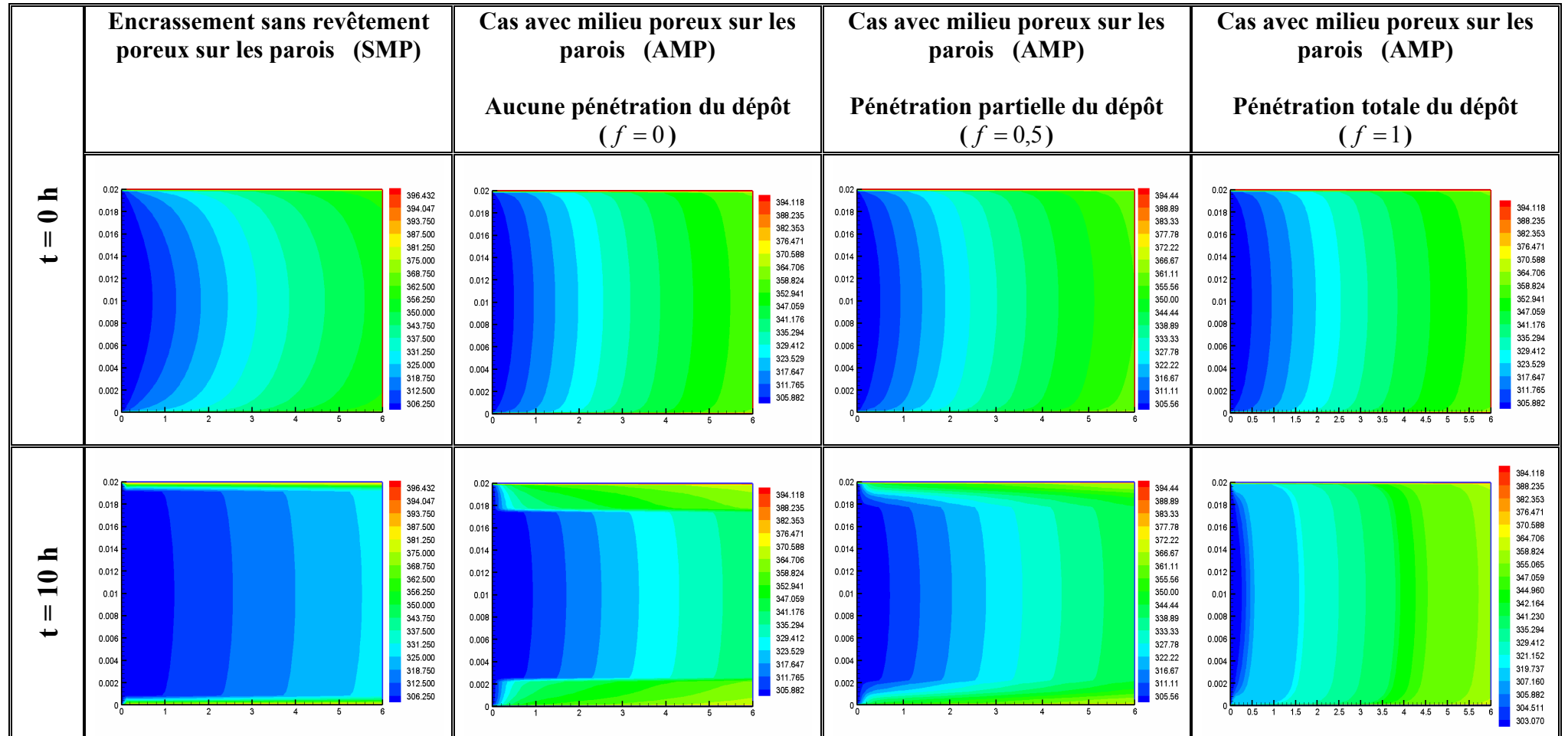
**Annexe C: Présentation des champs de vitesse, de température, d'énergie cinétique turbulente et de la dissipation turbulente des cas d'encrassement sans et avec milieu poreux**



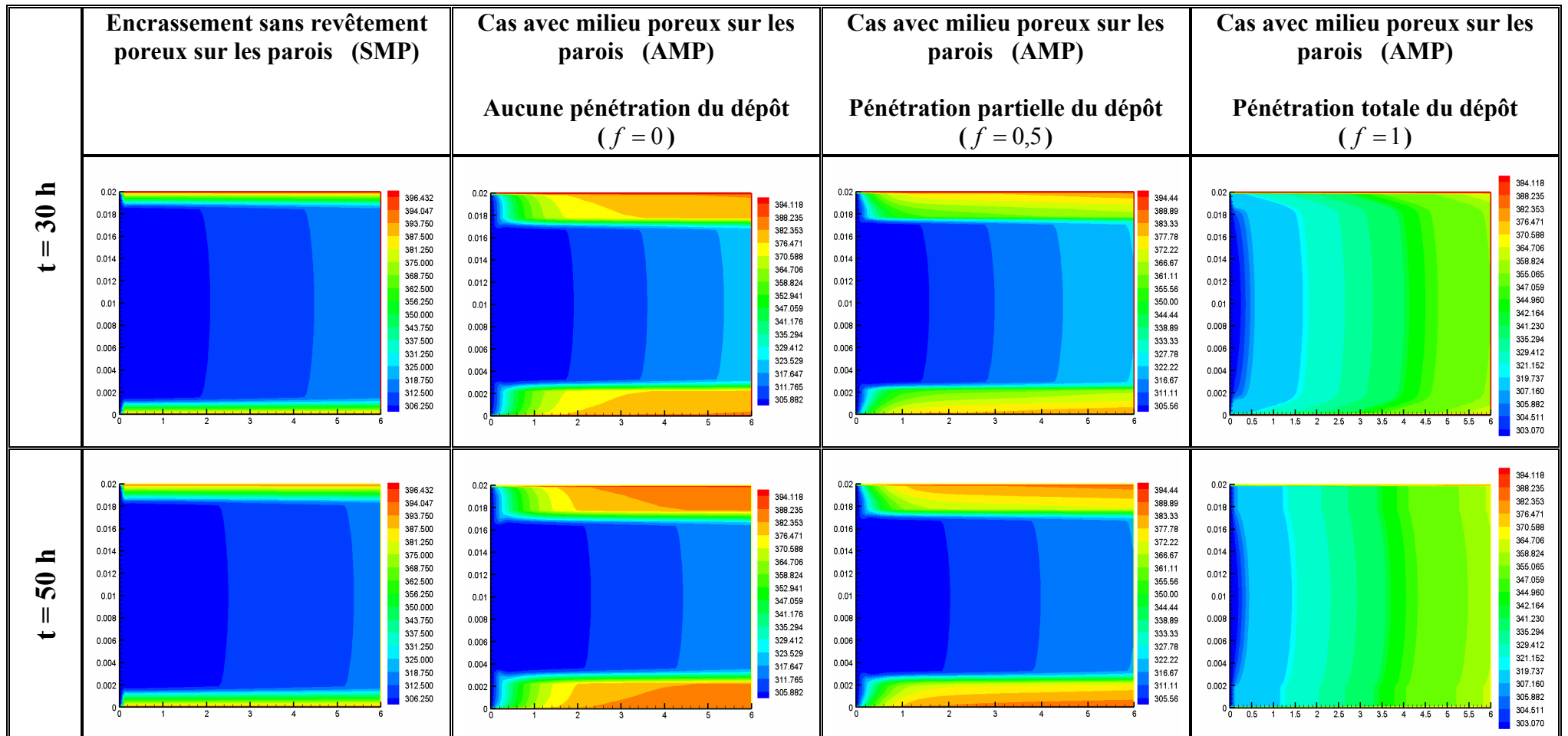
**Figure C.1 : Comparaison des champs de vitesse à différents instant de déposition**

**Annexe C: Présentation des champs de vitesse, de température, d'énergie cinétique turbulente et de la dissipation turbulente des cas d'encrassement sans et avec milieu poreux**

**C.2 Champs de température**



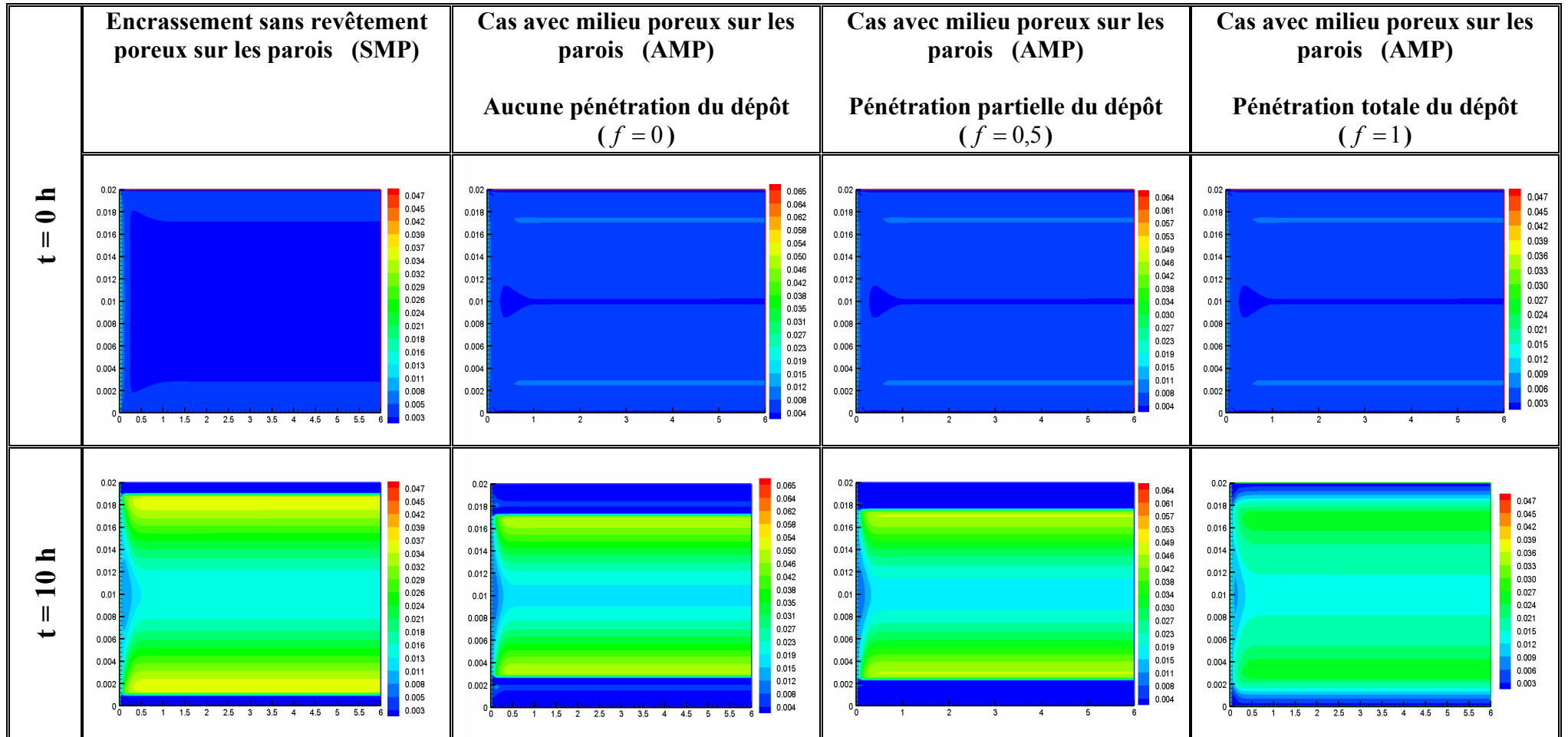
**Annexe C : Présentation des champs de vitesse, de température, d'énergie cinétique turbulente et de la dissipation turbulente des cas d'encrassement sans et avec milieu poreux**



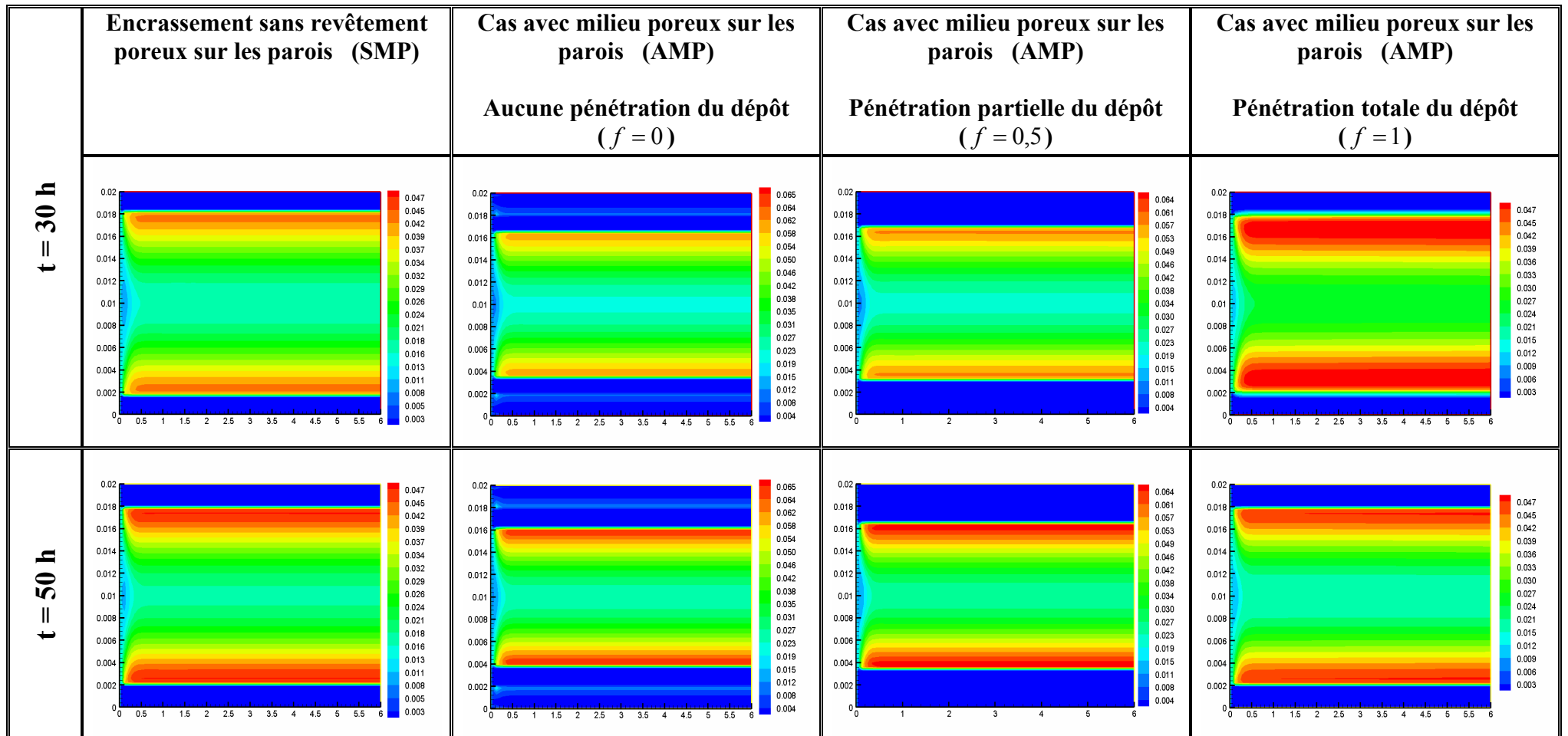
**Figure C.2 : Comparaison des champs de température à différents instant de déposition**

**Annexe C: Présentation des champs de vitesse, de température, d'énergie cinétique turbulente et de la dissipation turbulente des cas d'encrassement sans et avec milieu poreux**

**C.3 Champs d'énergie cinétique turbulente**



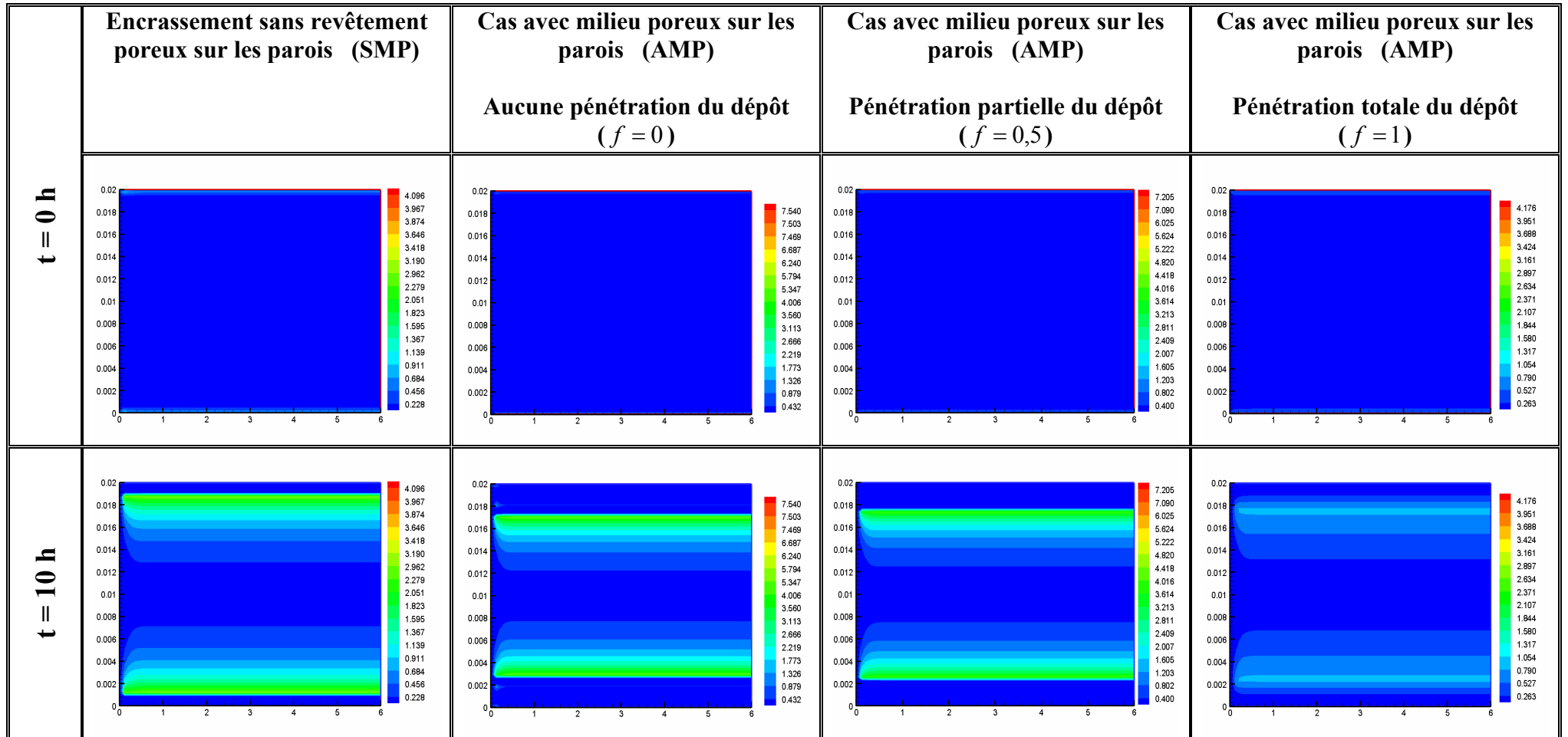
**Annexe C: Présentation des champs de vitesse, de température, d'énergie cinétique turbulente et de la dissipation turbulente des cas d'encrassement sans et avec milieu poreux**



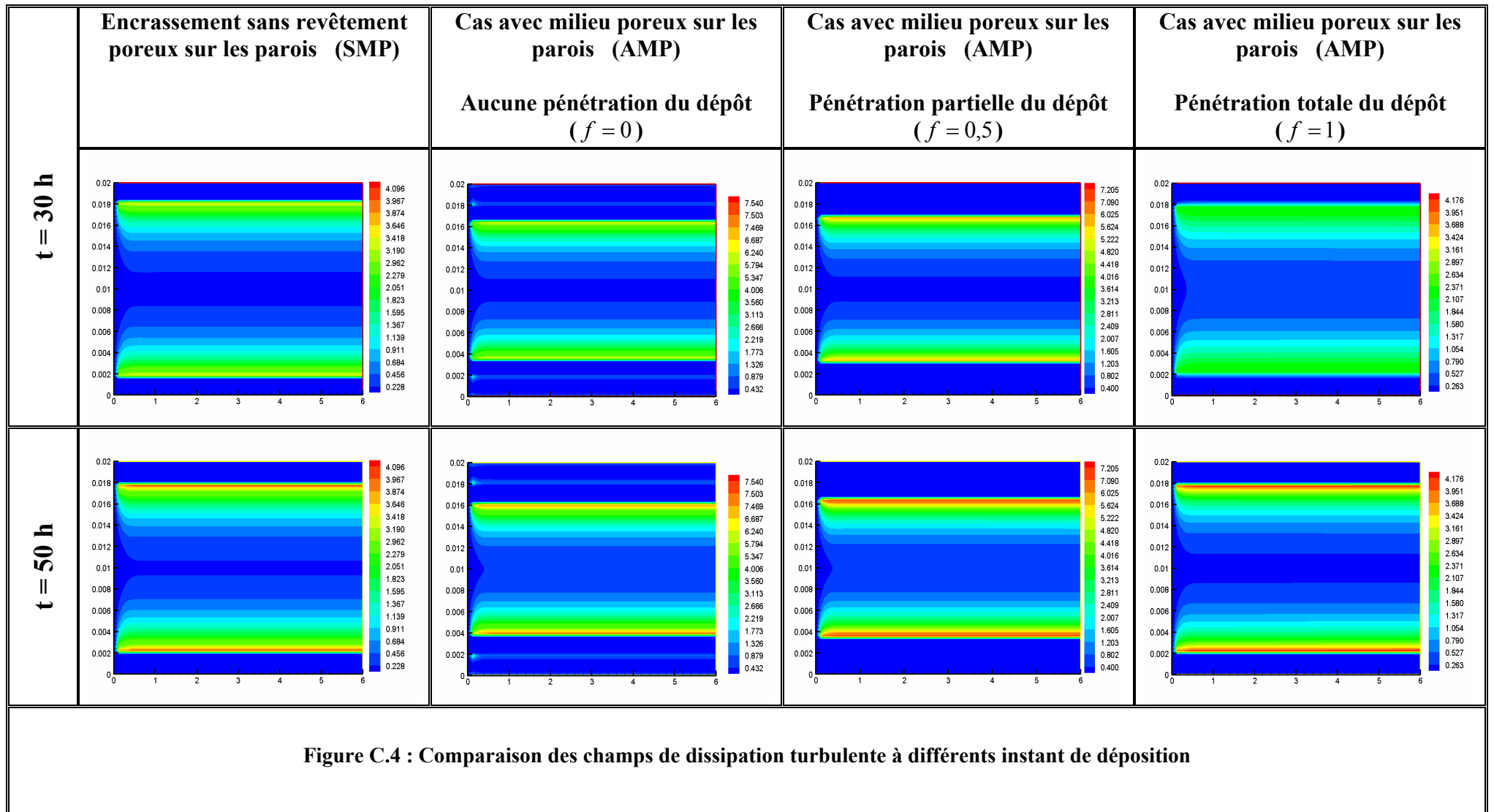
**Figure C.3 : Comparaison des champs d'énergie cinétique turbulente à différents instant de déposition**

**Annexe C: Présentation des champs de vitesse, de température, d'énergie cinétique turbulente et de la dissipation turbulente des cas d'encrassement sans et avec milieu poreux**

**C.4 Champs de dissipation turbulente**



**Annexe C: Présentation des champs de vitesse, de température, d'énergie cinétique turbulente et de la dissipation turbulente des cas d'encrassement sans et avec milieu poreux**





**Annexe C: Présentation des champs de vitesse, de température, d'énergie cinétique turbulente et de la dissipation turbulente des cas d'encrassement sans et avec milieu poreux**

---

---

*Page vide*

## Références Bibliographiques :

**[Allouache et Chikh 2008]**

Allouache N., Chikh S., Numerical modeling of turbulent flow in an annular heat exchanger partly filled with a porous substrate, *J. Porous Media*, vol. 7 (2008) pp. 617-632

**[Anthole et Lage 1997]**

B.V. Antohe, J.L. Lage, A general two-equation macroscopic turbulence model for incompressible flow in porous media, *Int. J. Heat Mass Transfer* 40 (1997) 3013-3024

**[Ansari et al. 2003]**

Ansari, I.A., Sharma, M., & Datta, A.K. (2003). Milk fouling simulation in a double tube heat exchanger. *Int. COMM. Heat Mass Transfer*, Vol. 30, No. 5, pp. 707-716

**[Baier 1981]**

BAIER (R. E.) (1981). - Modification of surfaces to reduce fouling and or improved cleaning. Fundamentals and applications of surface phenomena associated with fouling and cleaning in food processing. *Proceedings Tyliisand*, 168-169.

**[Beal 1970]**

Beal, S. K., Deposition of particles in turbulent flow on channel or pipe walls, *Nuclear Science and Engineering*, 1970.

**[Beavers et Joseph 1967]**

G. S. Beavers and D. D. Joseph, Boundary Condition at a Naturally Permeable Wall, *J. Fluid Mech.*, Vol. 30, pp. 197-207, 1967.

**[Bertsch (1982)]**

A. J. BERTSCH, La chaleur massique du lait entier et écrémé de 50°C à 140°C, *Le lait* 1982, 62, 265-275.

**[Bixby 1974]**

BIXBY (D. G.) (1974). - Fouling of heat exchange surfaces by skim milk. *Dissertation abstract international*, 35, 1287-1288.

**[Bohnet et al. 2003]**

Fahmi Brahim, Wolfgang Augustin, Matthias Bohnet, Numerical simulation of the fouling process, *International Journal of Thermal Sciences* 42 (2003) 323-334

**[Bott 1992]**

Bott, T.R., Heat exchanger fouling. The Challenge. *Fouling Mechanisms: Theoretical and Practical Aspects*, Eurotherm Seminar 23, Grenoble, p 3-10, 1992.

**[Bott 1995]**

Bott, T.R., *Fouling of Heat Exchangers*, Editions Elsevier, Amsterdam-Lausanne-New-York-Oxford- Shannon-Tokyo, 1995

**[Bouris et Bergeles 1996]**

Bouris, D., Bergeles, G., Particle-Surface Interactions in Heat Exchanger Fouling, *J. Fluids Engineering*, 118, p 574-581, 1996.

**[Bouris et al. 2000]**

Bouris D., Papadakis G., Bergles G., "Numerical Evaluation of Alternative Tube Configurations for Particle Deposition Rate Reduction in Heat Exchanger Tube Bundles", 2000

## Références Bibliographiques

---

---

**[Boussinesq 1877]**

J. BOUSSINESQ. Essai sur la théorie des eaux courantes. Mémoire des Savants étrangers. Ac. Sc. Paris, XXVIII, 1877

**[Boussinesq 1897]**

J. BOUSSINESQ. Théorie de l'écoulement tourbillonnant et tumultueux des liquides dans des lits rectilignes à grand section. Gauthier-Villars, Paris, Tome I-II, 1897

**[Brinkman 1947]**

H. C. Brinkman, A Calculation of the Viscous Force Exerted by a Flowing Fluid on a Dense Swarm of Particles, Applied Sciences Research, A.1, pp. 27-34, 1947

**[Brinkman 1947-b]**

Brinkman HC. On the permeability of media consisting of closely packed porous particles, Appl Sci Res A1: 81-86, 1947

**[Burton 1961]**

BURTON (H.) (1961). - A laboratory method for the investigation of milk deposits on heat exchange surfaces. J. Dairy Res., 28, 255-263

**[Burton 1965]**

BURTON (H.) (1965). - A method for studying the factors in milk which influence the deposition of milk solids on a heated surface. J. Dairy Res., 32, 65-78

**[Burton 1968]**

BURTON(H.) (1968). - Deposits from whole milk in heat treatment plant: a review and discussion. J. Dairy Res., 35, 317-330

**[Carman et Kozeny 1937]**

P. C. Carman and J. Kozeny, The Determination of the Specific Surface Area of Powder, Int. J. So. Them. Ind., Vol. 57, pp. 225-234, 1937.

**[Chandesris et Jamet]**

M. Chandesris et D. Jamet (2009). – Derivation of jump conditions for the turbulence  $\kappa$ - $\varepsilon$  model at a fluid/porous interface. International journal of Heat and Fluid Flow. (Article sous presse)

**[Chen et al. 1988]**

P. Cheng, C. T. Hsu et A. Chowdhury, Forced convection in the entrance region of a packed channel with asymmetric heating, journal of Heat Transfert, vol. 110, p 946-954, 1988

**[Chiron et al. 1984]**

Chiron, A., Patureau, J. P., Potiron, A., Dispositif de caractérisation du pouvoir colmatant des fumées chargées de particules, Note BERTIN, n° 52-84-09, 1984

**[Cho et Liu 1998]**

Cho Y.I, Liu R, "Control Of Fouling in a Spirally-Ribbed Water Chilled Tube With Electronic Anti-Fouling Technology", 1998

**[Choudhury 1993]**

Choudhury D,. "Introduction to the Renormalization Group Method and Turbulence Modeling", Fluent Inc. Technical Memorandum TM-107, (1993). 31

**[COOPER 1974]**

COOPER A., 1974. Recover more heat with plate heat exchangers. Chem. Eng. May, 2R0-2R5.

**[Corrieu et Lalande 1978]**

CORRIEU(G.) et LALANDE(M.) (1978). - Pasteurisation du lait sur un échangeur de chaleur à plaques « Vicarb », Rapport de fin d'étude de pré-développement, I.N.:R.A., Ministère de l'Industrie.

## Références Bibliographiques

---

---

**[Daly et Harlow 1970]**

B.J. DALY & F.H. HARLOW. Transport equations in turbulence. Phys. of Fluids, Vol.13 (n 11): pages 2634-2649, 1970

**[Darcy 1856]**

H. Darcy, Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon, Paris, Victor Dalmont, 1856

**[David Butterworth 2002]**

Butterworth, D. (2002). Design of shell-and-tube heat exchangers when the fouling depends on local temperature and velocity. Applied Thermal Engineering, 22, 789-801

**[Davidson 1995]**

L. DAVIDSON. Prediction of the flow around an airfoil using a Reynolds stress model. Jl. Fluids Eng. ASME, Vol. 117: pages 50-57, 1995

**[Davies et al. 1997]**

Davies, T. j., Henstridge, S. C., Gillham, C. R., & Wilson, D. I. (1997). Investigation of whey protein deposit properties using heat flux sensors. Transactions of the Institution of Chemical Engineers, Part C, 75, 106-110

**[Delaplace et al. 1994]**

Delplace, F., Leuliet, J. C., Tissier, J. P. (1994). Fouling experiments of a plate heat exchangers by whey proteins solutions. Transactions of the Institution of Chemical Engineerd, Part C,72, 163-169

**[Delaplace et Leuliet 1995]**

Delplace, F., Leuliet, J. C. (1995). Modelling fouling of a plate heat exchanger with different flow arrangement by when protein solutions. Transaction of the Institution of Chemical Engineers, Part C, 73, 112-119

**[Delaplace, Leuliet et Bott 1995]**

Delplace, F., Leuliet, J. C., & Bott, T. R. (1995). Influence of plates geometry on fouling of plate heat exchangers by when proteins. In Fouling Mitigation of Industrial Heat Exchangers. California: Shell Beach

**[De Lemos 2001]**

Marcos H.J. Pedras, Marcelo J.S. de Lemos, Macroscopic turbulence modeling for incompressible flow through undeformable porous media., International Journal of Heat and Mass Transfer 44 (2001) 1081-1093.

**[De Jong et al. 1992]**

De Jong, P. De, Bouman, S., & Van Der Linden, H. J. (1992). Fouling of heat transfert equipment in relation to the denaturation of b-lactoglobulin. Journal of the society of Dairy Technology, 45, 3-8

**[De Jong 1996]**

De Jong, P. (1996). Modelling and optimization of thermal processes in the dairy industry. Report V341, Ede, The Netherlands, NIZO, p. 165

**[De Jong 1997]**

P. de Jong, Impact and control of fouling in milk processing, Trends in Food Science and Technology 8 (1997), pp. 401-405

**[Demuren et Sarkar 1987]**

A.O. DEMUREN & S. SARKAR. Study of second-moment closure models in computations of turbulent shear flows, pages 53-62. dans "engineering Turbulence Modelling and experiments 2" Ed. W. Rodi et F. Martelli. Elsevier Science Pub., 1987.

**[Dittus-Boelter 1930]**

P.W. Dittus and L.M.K. Boelter, Heat transfer in automobile radiators of the tubular type, Univ. California Pub. Eng., Vol. 2, No. 13, Oct. 17, 1930, pp. 443-461; reprinted in Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol. 12, 1985, pp. 3-22.

## Références Bibliographiques

---

---

**[Donaldson 1971]**

C. Du P. DONALDSON. A progress report on an attempt to construct an invariant model of turbulent shear flows. AGARD Conf, Proc. On Turbulent Shear Flows, London, C.P.93, 1971.

**[Duffau et al. 1991]**

Duffau, C., Grillot, J. M., Navarro, J. M., Vidil, R., L'encrassement dans les échangeurs : description, prévention, remèdes, GRETh Technique et Documentation, Diffusion Lavoisier, 1991.

**[Ebert-Panchal 1995]**

W. Ebert, C.B. Panchal, Analysis of Exxon crud-oil, slip-stream coking data, Engineering Foundation Conference on Fouling Mitigation of Heat Exchangers, California, 18-23 June 1995

**[Ebert-Panchal 1997]**

Ebert W.A., Panchal C.B., "Analysis of Exxon Crude Slipstream Coking Data", in Panchal et al. Eds., Fouling Mitigation of Industrial Heat-Exchange Equipment, Begell House, pp. 451-460., 1997

**[Epstein 1978]**

Epstein, N., Fouling in heat exchangers, Heat Transfer 1978 : 6th International Heat Transfer Conference, 6, p 235-253, 1978.

**[Epstein 1981]**

N. EPSTEIN (1981) « Fouling in Heat Exchangers ». Fouling of heat transfert Equipment – J.G. KNUDSEN - EFC SOMERSCALES Hemisphere Wash. DC 1981, p.31.

**[Epstein 1983]**

Epstein, N., Thinking about heat transfer fouling : a 5x5 matrix, Heat Transfer Engineering, 4 (1), p 43- 56, 1983.

**[Epstein 1987]**

Epstein, N. (1987) Fouling in heat exchangers. In Heat Transfer 1987, Vol. 6, pp. 235-254. Hemisphere, New York

**[Epstein 1988]**

Epstein N., "General Thermal fouling Models", In Fouling Science and Technology, Melo et al Ed., pp. 15-30, Kluwer Academic Publishers, 1988

**[Finkbeiner et al. 1993]**

Finkbeiner, F., Gonard, T. & Filiol, B., Echangeurs thermiques: Enjeux, marchés, technologie et politique d'innovation., Editions européennes Thermique et Industrie (EETI), France, 1993

**[Forchheimer 1901]**

F. Forchheimer, Wasservevegung Durch Bienen, Z. Ver. Deutch Ing, Vol. 45, pp. 1782-1788,1901

**[Forster et Bohnet 1999]**

Forster, M., & Bohnet, M. (1999). Influence of the interfacial free energy crystal/heat transfert surface on the induction period during fouling. Int. J. Therm. Sci. 38, 944-954

**[Fryer et Slater 1985]**

P.J. Fryer, and N. K. H. Slater, Chemical Engineering Journal 31. 97 (1985)

**[Fryer et al. 1993]**

Belmar-Beiny, M. T., Gotham, S. M., Paterson, W. R., & Fryer, P. J. (1993). The effect of Reynolds number and fluid temperature in whey protein fouling. Journal of the Society of Dairy Technology, 19, 119-139

## Références Bibliographiques

---

---

**[Fryer et al. 1996]**

Fryer, P. J., Robins, P. T., Green, C., Schreier, P. J. R., Pritchard, A. M., Hasting, A. p. m., Royston, D. G., & Ritchardson, J. F. (1996). A statistical model for fouling of plate heat exchanger by whey protein solution at UHT conditions. Transactions of the Institution of Chemical Engineers, Part C, 74, 189-199.

**[Getachew, Minkowycz et Lage 2000]**

D. Getachew, W.J. Minkowycz, J.L. Lage, A Modified of the  $\kappa$ - $\epsilon$  model for turbulent flows of an incompressible fluid in porous media., Int. J. Heat Mass Transfer 43, pp 2909-2915, 2000.

**[Georgiadis, Rotstein, et Macchietto 1998].**

Georgiadis, M. C., Rotstein, G. E., & Macchietto, S. (1998). Modelling and simulation of complex plant heat exchanger arrangements under milk fouling. Computers and Chemical Engineering, 22, 331-338.

**[Georgiadis et al. 1998]**

Michael C. Georgiadis, Guillermo E. Rotstein, and Sandro Macchietto, Modeling and Simulation of Shell and Tube Heat Exchangers under Milk Fouling, Centre for Process Systems Engineering, Imperial College of Science, Technology and Medicine, London SW7 2BY. U.K. Bioengineering, Food, and Natural Products, AIChE Journal, April 1998 Vol. 44, No. 4

**[Georgiadis et al. 1998 a]**

Georgiadis, M. C., Rotstein, G. E., & Macchietto, S. (1998a). Modeling and simulation of shell and tube heat exchangers under milk fouling. AIChE Journal, 44, 959-971

**[Georgiadis et al. 1998 b]**

Georgiadis, M. C., Rotstein, G. E., & Macchietto, S. (1998b). Optimal design and operation of heat exchangers under milk fouling. AIChE Journal, 44, 2099-2111

**[Gibson 1978]**

Gibson M. M., and Launder B. E., "Ground Effects on Pressure Fluctuations in the Atmospheric Boundary Layer", J. Fluid Mech., 86, (1978), pp. 491-511. 34

**[Glen et Howarth 1988]**

Glen, N. F., Howarth, J. H., Modelling refuse incineration fouling, 2nd United Kingdom Conference on Heat Transfer, Institute of Mechanical Engineering, 1, p 401-420, 1988.

**[Glen et al. 1992]**

Glen, N. F., Flynn, S. F., Grillot, J. M., Mercier, P., Measurement and modelling of fouling on finned tubes. Fouling mechanisms : Theoretical and Practical aspects, Eurotherm Seminar 23, Grenoble, p 181- 188, 1992.

**[Gnielinski 1976]**

V.Gnielinski, New equations for heat and mass transfer in turbulent pipe and channel flow, Int. Chem. Eng, Vol. 16, 1976, pp. 359-368 (Livre de Adrian Bejan, Convection Heat Transfer, 2<sup>nd</sup> Edition 1995-p : 353)

**[Grijnspeerdt et al. 2003]**

Grijnspeerdt, K., Hazarika, B., & Vucinic, D. (2003). Application of computational fluid dynamics to model the hydrodynamics of plate heat exchangers for milk processing. Journal of Food Engineering 57. 237-242

**[Grijnspeerdt et al. 2004]**

Grijnspeerdt, K., Mortier, L., De Block, J., & Van Renterghm, R. (2004). Applications of modelling to optimise ultra high temperature milk heat exchangers with respect to fouling. Food Control 15. pp.117-130

## Références Bibliographiques

---

---

**[Grillot 1989]**

Grillot, J. M., Etude du dépôt de particules en phase gazeuse dans des canaux d'échangeurs thermiques à plaques, Thèse de l'Institut Polytechnique de Grenoble, 1989.

**[Grillot et Icart 1997]**

Grillot, J.M., Icart, G., Fouling of a cylindrical probe and a finned tube bundle in a diesel exhaust environment, *Experimental Thermal and Fluid Science*, 14, p 442-454, 1997.

**[Goyhenetche 1991]**

Goyhenetche, M., Diagnostic technique et économique de l'encrassement des équipements de transfert thermique dans l'industrie française, Michel Goyhenetche Consultants, France, 1991.

**[Hadim 1994]**

Hadim A. Forced convection in a porous channel with localized heat sources. *ASME J Heat Transfer* 116: 465-472, 1994

**[Hanjalic et Launder 1972]**

Hanjalic, K. and Launder, B.E. A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 1972, Vol 52 (Part 4): Pages, 609-638

**[Hanjalic et Launder 1976]**

K.HANJALIC & B.E. LAUNDER. Contribution toward a Reynolds stress closure for low Reynolds number turbulence. *J Fluid Mech.*, Vol. 74(Part 4): pages 593-610, 1976

**[Hegg et Larsson 1981]**

HEGG(P. O.) and LARSSON(K.) (1981). - Ellipsometry studies of adsorbed lipids and milk proteins on metal surfaces. Fundamentals and applications of surface phenomena associated with fouling and cleaning in food processing. *Proceedings Tyliisand*, 250-255.

**[Hesselgreaves 2002]**

J.E. Hesselgreaves. (2002). An approach to fouling allowances in the design of compact heat exchangers. *Applied Thermal Engineering*, 22, 755-762

**[HIDDINK et al. 1986]**

HIDDINK J., LALANDE M., MAAS A.J.R., STREUPER A., 1986. Heat treatment of whipping cream. 1. Fouling of the pasteurization equipment. *Milchwissenschaft*, 41 (9). 542-546

**[Hinze 1975-a]**

Hinze J.O., *Turbulence*, Mac Graw Hill Book Company Inc., (1975)

**[Hinze 1975]**

Hinze J.O., SNNENBERG R.E. et BUILTJES P.J.H., "Memory effect in a turbulent boundary layer flow due to a relatively strong axial variation of the mean velocity gradient". *Appli. Sci. Res.*, Vol. 29, Jan., 1974, p. 1-13.

**[Hopkins et Epstein 1974]**

Hopkins R.M., Epstein N., "Fouling of stainless steel tubes by a flowing suspension of ferric oxide in water", *Proc. 5<sup>th</sup> Intern. Heat Transf. Conf.*, vol. 5, pp. 180-184, Tokyo, 1974

**[Huang et Vafai 1994]**

P. C. Huang et K. Vafai, Analysis of flow and heat transfert over an external boundary with a porous substrate, vol. 116, p 768-771, 1994.

**[Ivarsson et al. 1981]**

IVARSSON (B.), JONSSON(V.) and LUNDSTROM(I.) (1981). Ellipsometrical and electrochemical studies of adsorption at solid-liquid interfaces. Fundamentals and applications of surface phenomena associated with fouling and cleaning in food processing. *Proceedings Tylosand*, 269-278.

## Références Bibliographiques

---

---

**[Jayatilleke 1969]**

C. L. V. Jayatilleke. The influence of Prandtl number and surface roughness on the resistance of the laminar sublayer to momentum and heat transfer. Prog. Heat Mass Transfer, 1:193, 1969.

**[Kaviany 1991]**

Kaviany M., (1991), Principles of Heat Transfer in Porous Media, Mechanical Engineering Series, Springer-Verlag, New York.

**[Kaviany 1992]**

M. Kaviany, Principe of heat transfert in porous media, Mechanical Engineering Service, Springer, Valag, 1992

**[Kaviany 1995]**

M. Kaviani, Principles of Heat Transfer in Porous Media, Mechanical Engineering Series, Springer Verlag, 2nd Edition, 1995.

**[Kern et Seaton 1959]**

Kern, D.Q., Seaton, R.E., A theoretical analysis of thermal surface fouling., Britanic Chemical Sciences 4, Volume 5, p 258-262, 1959.

**[Kern et Seaton 1959-a]**

Kern, D.Q. et Seaton, R.E. Surface fouling: How to calculate limits, Chem. Eng. Prog., Vol. 55, N. 6, 1959.

**[Khellaf et al. 1995]**

K. Khellaf et G. Lauriat, Transfert de Chaleur dans des Espaces Annulaires Cylindriques Verticaux Mis en Rotation : Etude Numérique, Revue Générale de Thermique, Tome XXXIV, N°398, pp. 104-116, 1995

**[Kim et Russell 1985]**

S. Kim and W. B. Russell, Modelling of Porous Media by Renormalization of the Stoke Equation, J. Fluid Mechanics, Vol. 154, pp. 269-286, 1985.

**[Knudsen 1984]**

J.G. KNUDSEN, "Fouling of heat exchangers: Are we solving the problem?" C.E.P., Feb. 1984, p. 63-69.

**[Kolmogorov 1968]**

Kolmogorov, A. N. Equations of turbulent motion of an incompressible fluid. Izv. Akad. Nauk. SSR Seria FIZICHESKA, 1942, VI(1-2), 56-58 (English translation, Mechanical Engineering Dept, Imperial College, London, England, Rept. ON/6(1968))

**[Lalande et al. 1981]**

LALANDE(M.), CORRIEU(G.), DAUFIN(G.) et GALLOT-LAVALLÉE (T.) (1981). - Etude des cinétiques d'encrassement et de nettoyage d'un pasteurisateur de lait à plaques. C.R. fin d'études D.G.R.S.T., 79.7.0375.

**[Lalande et al. 1985]**

Lalande, M., Tissier, J. P., & Corrieu, G. (1985). Fouling of heat transfert surfaces related to b-lactoglobulin denaturation during heat processing of milk. Biotechnology Process, I (2), 131-139

**[LALANDE et al. 1979]**

LALANDE M., CORRIEU G., TISSIER J.P., FERRET R. 1979. Etude du comportement d'un échangeur à plaques VICARB utilisé pour la pasteurisation du lait. Lait. 59, 13-33.

**[LALANDE et al. 1979-a]**

LALANDE M., CORRIEU G. 1979. Procédé de roll/rôle de l'encrassement et de décrassage d'un matériel. Appareil de mesure du degré d'encrassement d'un matériel. Brevet français n° 1979/09.969.



## Références Bibliographiques

---

---

**[LALANDE et al. 1984]**

LALANDE M. TISSIER J.P. CORRIEU G. 1984. Fouling of a plate heat exchanger used in ultra temperature sterilization of milk. J. Dairy Res. 51, 123-142.

**[Laque et Copson 1963]**

Laque, F. L., Copson, H. R., Corrosion resistance of metals and alloys. Reinhold Publishing Corporation, 1963.

**[Lauder et Spalding 1972]**

Lauder B. E., and Spalding D. B., "Lectures in Mathematical Models of Turbulence", Academic Press, London, England, (1972). 30

**[Lauder et Spalding 1974]**

Lauder, B. E., and Spalding, D. B., The Numerical Computation of Turbulent Flow, Comput. Meth. Appl. Mech. Eng., vol. 3, pp. 269-289, 1974.

**[Lauder et al. 1975]**

Lauder B. E., Reece G. J., and Rodi W., "Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure", J. Fluid Mech. , Vol. 68, N°3, (1975), pp. 537-566. 34

**[Lauder 1989]**

Lauder B. E., "Second-Moment Closure: Present... and Future?", Inter. J. Heat Fluid Flow, Vol. 10, N°4, (1989), pp. 282-300. 34

**[Lauriat et Vafai 1991]**

Lauriat G, Vafai K. Forced convection and heat transfer through a porous medium exposed to a flat plate or a channel. In: Kacac S, Kilikis B, Kulacki F A, Arinc F, eds. Convective Heat and Mass Transfer in Porous Media. Dordrecht: Kluwer Academic, 1991, pp. 289-327

**[Libby 1996]**

P. A. Libby, Introduction to turbulence, Taylor & Francis, Washington, DC, 1996.

**[Lien et Leschziner 1987]**

F.S. LIEN & M.A. LESCHZINER. Second-moment modelling of recirculating flow with a non-orthogonal collocated finite-volume algorithm, page205-222. dans "Turbulent Shear Flow 8- Selected papers", Ed. F. Durst et al.. Springer Verlag, Berlin, 1987.

**[Ling et Lund 1978]**

LING (A. C.) and LUND (D. B.) (1978). - Apparatus for studying fouling of heated surfaces by biological fluids. J. Food Sci., 43 (2), 390-393, 403.

**[Lund et Bixby 1975]**

LUND (D. B.) and BIXBY(D.) (1975). - Fouling of heat exchange surfaces by milk. Proc. Biochem., 10 (9), 52-55.

**[Lundgren 1972]**

T. S. Lundgren, Slow Flow Through Stationary Random Beds and Suspensions of Sphere, J. Fluid Mech., Vol. 51, pp. 273-299, 1972.

**[Lund et Sundhu 1981-a]**

Lund, D., Sandhu, C., Chemical reaction fouling due to foodstuffs, Editions Summerscales, Hemisphere Washington DC, p 437, 1981.

**[Lund et Sandu 1981]**

LUND (D. B.) and SANDU(C.) (1981). - State-of-the-art of fouling: heat transfert surfaces. Fundamentals and applications of surface phenomena associated with fouling and cleaning in food prooessing. Proceedings Tylösand, 27-56.

**[Luo et al. 2003]**

Luo, L., Tondeur, D., Gruss, A., Intensification des transferts et conception des échangeurs multiéchelles, Congrès Français de Thermique, SFT 2003, Grenoble, p 39-46, 2003.

## Références Bibliographiques

---

---

**[Lyster 1965]**

LYSTER(R. L. L) (1965). - The composition of milk deposits in an D.H.T. plant. J. Dairy Res., 32 (1), 203-208.

**[MAAS et al. 1985]**

MAAS R., LALANDE M. HIDDINK J., 1985. Fouling of a plate heat exchanger by whipping cream. In: Fouling and cleaning in Food Processing, Ed. LUND D. PIETT E. and SANDU C. University of Madison. Wisconsin, USA, 217-225.

**[Macchietto et Georgiadis 2000]**

M.C. Georgiadis and S. Macchietto, Dynamic modelling and simulation of plate heat exchangers under milk fouling, Chemical Engineering Science **55** (2000), pp. 1605–1619.

**[Mansoori 2001]**

Mansoori G.A., Physico-Chemical Basis of Arterial Blockage, Fouling Prediction and Prevention, 2001.

**[Marner et Webb 1982]**

Marner, J., Webb, R., L., Workshop on an assessment of gas-side fouling in fossing fuel exhaust environment, DOE/ID: 12138, 1982.

**[Marriott 1971]**

J. Marriott, Where and how to use plate heat exchangers, Chem. Eng. 78 (8) (1971) 127-134

**[Master et al. 2001]**

Master B.Y., Chumangad K.S., Pushpanathan V., “Fouling Mitigation Using Helix-Changer Heat Exchangers”, 2001

**[Mc Cabe et Robinson 1924]**

Mc Cabe, W. L. and Robinson, C.S. (1924) Evaporator scale formation. Ind. Eng. Chem., Vol. 16, 478-479

**[Mellor et Herring 1973]**

G. L. Mellor & H. J. Herring. A survey of mean turbulent field closure models. AIAA Jl., Vol.11: pages 590-599, 1973.

**[Menter 1994]**

Menter F. R. "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications", AIAA Journal, Vol. 32, N°8, August (1994), pp. 1598-1605. 33

**[Meyer et al. 1981]**

MEYER (A. E.), BAIER (R. E.) and KING (R. W.) (1981). - Mitigation of biofouling using coatings. Calspan report n° 6792-M-4.

**[Michel et al. 1969]**

R. MICHEL C. QUEMARD & R. DURAND. Application d'un schéma de longueur de mélange à l'étude des couches limites turbulentes d'équilibre. O.N.E.R.A., Note Technique (n°154), 1969.

**[Miller 1967]**

Miller, J.A., Mechanisms of gas turbine regenerator fouling, n°67-LGT-26, ASME, New York, 1967.

**[Neale et Nader 1974]**

G. H. Neale and W. C. Nader, Prediction of Transport Process within Porous Media : Creeping Flow Relative to a Fixed Swarm of Spherical Particles, AIChE J., Vol. 20, pp. 530-538, 1974.

## Références Bibliographiques

---

---

**[Nema et Datta 2005]**

P.K. Nema and A.K. Datta, A computer based solution to check the drop in milk outlet temperature in a helical triple tube heat exchanger, *J. Food Eng.* 71 (2005) (2), pp. 133–142

**[Nema et Datta 2006]**

P.K. Nema and A.K. Datta, Improved milk fouling simulation in a helical triple tube heat exchanger. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 49, Issues 19-20, Sept 2006, P 3360-3370.

**[Nield 1991]**

Nield, D. A. 1991 Estimation of the stagnant thermal conductivity of saturated porous media. *Int. j. Heat Mass Transfer* 34, 1575-1576. [2.2.1]

**[Nishio et al. 1974]**

Nishio, G., Kitani, S., and Tadahashi, K.(1974) Thermophoretic deposition of aerosol particles in a heat-exchanger pipe. *Ind. Eng. Chem. Proc. Design Dev.*, Vol. 13, 408-415

**[Ochoa Tapia et Whitaker 1995]**

J. A. Ochoa-Tapia and S. Whitaker, Momentum Transfer at the Boundary Between a Porous Medium and a Homogeneous Fluid-1-Theoretical Development, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 38, N°14, pp. 2635-2646, 1995.

**[Parneix 1995]**

Parneix, S. Simulations des écoulements turbulents et des transferts thermiques en vue de l'optimisation du refroidissement des pales de turbines. Thèse de Doctorat: Université de Bordeaux 1, 1995. 118p.

**[Patankar 1980]**

S. V. Patankar. Numerical heat transfer and fluid flow. Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences. Hemisphere Publ. Corp., McGraw-Hill, 1980

**[Petermeier et al. 2001]**

Petermeier, H., Benning, R., Delgado, A., Kulozik, U., Hinrichs, J., Becker, T.(2001). Hybrid model of the fouling process in tubular heat exchangers for the dairy industry. *Journal of Food Engineering*. 55, 9-17

**[Petukhov 1970]**

Petukhov, B. S., in T. F. Irvine and J. P. Hartnett, Eds., *Advances in Heat Transfer*, Vol. 6, Academic Press, New York, 1970.

**[Pinson et al. 2007]**

F. Pinson, O. Gregoire, M. Quintard, M. Prat, O. Simonin, Modeling of turbulent heat transfer and thermal dispersion for flows in flat plate heat exchangers. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50 (2007) 1500–1515

**[Prandtl 1925]**

L. PRANDTL. Über die ausgebildete Turbulenz. *ZAMM*, Vol.5 (n°2): pages 136-139, 1925

**[Prandtl 1945]**

Prandtl, L. Ube rein neues formelsystem für die ausgebildete turbulenz. *Nachrichten Akademie der Wissenschaften. Göttingen, Math-Phys. Klasse*, 1945, pp. 6-19

**[Pritchard 1988]**

Pritchard, A.M., The economics of fouling, *Fouling Science and Technology*, Editions L.F. Melo et al, p 31-43, 1988.

## Références Bibliographiques

---

---

**[Retiel et al. 1995]**

N. Retiel and D. Lemonnier, Double-Diffusive Convection between Vertical Coaxial Cylinders with Opposing and Cooperating Horizontal Temperature and Concentration Gradients, 1st ITEC, Vol. II, Casablanca, Maroc, pp. 233-236, 1993

**[RENÉ 1985]**

RENÉ F., 1985. Contribution à l'étude de l'encrassement et du nettoyage d'un échangeur de chaleur à plaques. DEA, ENSIA, Massy.

**[Rosmaninho et al. 2007]**

R. Rosmaninho , G. Rizzo , H. Muller-Steinhagen , L.F. Melo , Deposition from a milk mineral solution on novel heat transfer surfaces under turbulent flow conditions, Journal of Food Engineering 85 (2008) 29–41.

**[Ritter et Suitor 1977].**

Ritter R.B., Suitor J.W., “Fouling Research of Copper and Its Alloys, at Battele OTEC Biofouling and Corrosion Symposium”, Seattle, Washington, 1977

**[Rodier 1971]**

Rodier, J., L'analyse chimique et physicochimique de l'eau, Editions Dunod, 1971.

**[Rodliffe et Means 1979]**

Rodliffe R.S., Means F.A., “Factors Governing Particulate Corrosion Product Adhesion to Surfaces in Water Reactor Cooling Circuits”, CEGB Report RD/BN4525, Berkeley Nuclear Laboratories, UK, 1979

**[Rohsenow et Hartnett 1973]**

W. Rohsenow and J. P. Hartnett, 1973, Handbook of Heat Transfer. Mc. Graw Hill, New York [4.5]

**[ROIGNANT et al. 1986]**

ROIGNANT M., DAUFIN G., MICHEL F., KERIERVE F.L., BRULÉ G., 1986. Traitement thermique du rétentat (xz) d'ultrafiltration de lait dans un échangeur à plaques: aspects thermiques, hydrodynamiques et encrassement par comparaison au lait et au lactosérum. Lait, 66 (3), 207-232.

**[Rota et Bottazzi 1978]**

ROTA(A.) and BOTTAZZI(V.) (1978). - Progress in the technique of milk pasteurization. 20th Int. Dairy Congress, 678.

**[Sadouk et al. 2008]**

SADOUK H.C, LAURIAT G, CHIKH S., Simulation numérique d'un écoulement turbulent dans une conduite plane partiellement ou totalement remplie par un milieu poreux. Congrès Français de Thermique 2008, tome 1 - convection, pp.271-276

**[Sahoo 2001]**

Sahoo, P. K. (2001). Computer aided development and performance evaluation of a helical triple tube UHT milk sterilizer. PhD Thesis, IIT, Kharagpur, India.

**[Sandu et Lund 1982]**

Sandu, C., & Lund, D. (1982). Fouling of heat transfert equipment by food fluids : computational models. A.I.Ch.E Symposium Series, 78, 12-30

**[Sandu 1989]**

Sandu, C. (1989). Physicomathematical model for milk fouling in a plate heat exchanger Ph.D. thesis. University of Wisconsin-Madison

**[Schiestel 1993]**

Schiestel, R. Modélisation et simulation des écoulements turbulents. Paris : Hermès, 1993. 442p.

## Références Bibliographiques

---

---

**[Schiestel 1998]**

SCHIESTEL R., Les écoulements turbulents, 2eme Edition, Editions Hermes Paris, (1998)

**[Schlichting et Gersten 2000]**

H. Schlichting and K. Gersten. Boundary layer theory. Springer, 8th revised and enlarged edition, 2000.

**[Shah et London 1978]**

Shah, R. K., and A. L. London: Laminar Flow: Forced Convection in Ducts, Academic, N.Y, 1978.

**[Sheikh et al. 2000]**

Sheikh, A. K., Zubair, S. M., Younas, M., Budair, M. O., A risk based heat exchanger analysis subject to fouling: Economics of heat exchangers cleaning, Energy 25, Elsevier<sup>Ed</sup>, p 445-461, 2000.

**[Shih et al. 1995]**

Shih T.H., Liou W. W., Shabbir A., Yang Z., and Zhu J., "A New Eddy-Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows - Model Development and Validation", Computers Fluids , Vol. 24, N°3, (1995), pp. 227-238. 32

**[Shir 1973]**

C.C. SHIR. A preliminary numerical study of atmospheric turbulent flows in the idealized planetary boundary layer. J Atmos. Sci., Vol.30: pages 1327-1339, 1973.

**[Sider et Tale 1936]**

Sider, E. N. And G. E. Tale, Ind. Eng. Chem, 28, 1429, 1936

**[Silva et de Lemos, 2003]**

Silva R.A., de Lemos M.J.S., Turbulent flow in a channel occupied by a porous layer considering the stress jump at the interface, *Int. J Heat Mass Transfer*, 46 (2003), pp.5113-5121

**[Spalart et Allmaras 1992]**

Spalart P, and Allmaras S., "A one-equation turbulence model for aerodynamic flows", Technical Report AIAA-92-0439, American Institute of Aeronautics and Astronautics, (1992). 30.

**[Tech 1993]**

Bontemps, A., Garrigue, A., Goubier, C., Huetz, J., Marvillet, C., Mercier, P., Vidil, R., Techniques de l'ingénieur, Traité Mécanique et Chaleur, B2340 à B2344, France, 1993

**[TEMA 1988]**

Standards of the Tubular Exchanger Manufacturers Associations, (1988) 7<sup>th</sup> ed., TEMA, Tarrytown, New York.

**[Thomas et Grigull 1974]**

Thomas, D., Grigull, U., Experimental investigation of the deposition of suspended magnetite from the fluid flow in steam generating boiler tubes, *Brennst-Warme Kraft*, p 109-115, 1974.

**[Thom 1975]**

THOM, R (1975). Ueber die Bildung von Milchansatz in Plattenerhitzern. *Milchwiss.* 30 (2), 84-90.

**[TISSIER et al. 1984]**

TISSIER J.P., LALANDE M., CORRIEU G, 1984. A study of milk deposit on heat exchange surface during UHT treatment. *Eng. Food.* 1 (6). 49-58.

**[Toyoda et al. 1994]**

Toyoda, I., Schreier, P. J. R., & Fryer, P. (1994). A computational model for reaction fouling from whey protein solutions. In *fouling and cleaning in food processing*, Jesus, College, Cambridge, March 23-25, 1994 (pp. 191-196).

## Références Bibliographiques

---

---

**[Toyoda et Fryer's 1997]**

I. Toyoda and P.J. Fryer, A computational model for reaction and mass transfer in fouling from whey protein solutions., Fouling mitigation of industrial heat exchange equipment, Begell House, New York (1997).

**[Vafai 1984]**

Vafai, K. Convection flow and heat transfer in variable porosity media. Journal Fluid Mech 147: 233-259, 1984

**[Vafai et Tien 1985]**

Vafai K, Tien CL. Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous media. Int J Heat Mass Transfer 24: 195-203, 1985

**[Vafai et Kim 1989]**

Vafai K, Kim SJ. Forced convection in a channel filled with a porous medium: an exact solution. ASME J Heat Transfer 111: 642-647, 1989

**[Van Driest 1956]**

E.R. VAN DRIEST. On the turbulent flow near a wall. Jl. Of the Aeronaut. Sci., 23: pages 1007-1011, 1956.

**[Van Nostrand 1981]**

W.L. VAN NOSTRAND (1981), "Economic penalties associated with the fouling of Refinery heat transfer Equipment" Fouling of heat transfert equipment - J.G. KNUDSEN - EFC SOMERSCALES Hemisphere Publishing Corporation.

**[VINCONNEAU et CREVEL 1976]**

VINCONNEAU M. CREVEL M. 1976. Les échangeurs à plaques et à spirales dans l'industrie sucrière. Ind. Alim. Agric., 825-833.

**[Visser et al. 1997]**

H. Visser, T.J.M. Jeurnink, J.E. Shraml, P. Fryer and F. Delplace, Fouling of heat treatment equipment, Bulletin of the IDF **328** (1997), pp. 7-31.

**[Vortmeyer et Schuster 1983]**

Vortmeyer D, Schuster J. Evaluation of steady flow profiles in rectangular and circular packed beds by a variational method. Chem Eng Sci 38(10): 1691-1699, 1983

**[Ward 1964]**

Ward JC. Turbulent flow in porous media. J Hydraulic Div ASCE 90: HY5, 1964

**[Watkinson et Epstein 1969]**

Watkinson A.P. et Epstein N. "Gas oil fouling in a sensible heat exchanger". Chem. Eng. Prog. Symp. Series, Vol. 65, N 92, 1969, p. 84.

**[Watkinson et Epstein 1970]**

Watkinson, A. P., Epstein, N., Particulate fouling of sensible heat exchangers, 4th International Heat Transfer Conference, 1, p 1-12, 1970.

**[White 2001]**

White M, "Fluid Mechanics" Fourth Edition, Mc Graw-Hill, (2001) 28, 35, 72

**[Wilcox 1994]**

D. C. Wilcox, Turbulence Modeling for CFD, DCW Industries, Inc, La Canada, CA, 1994

**[Wilcox 1998]**

Wilcox D. C., "Turbulence Modeling for CFD", DCW Industries, Inc., La Canada, California, (1998). 32

## Références Bibliographiques

---

**[Yakhot et Orszag 1986]**

Yakhot V., Orszag S. A. "Renormalization Group Analysis of Turbulence: I. Basic Theory." *Journal of Scientific Computing*, Vol. 1, N°1, (1986), pp. 1-51. 31.

## **Publications**

---

---

### **Publications**

#### **Deux conférences internationales :**

- SADOUK H.C, LAURIAT G, CHIKH S., Simulation numérique d'un écoulement turbulent dans une conduite plane partiellement ou totalement remplie par un milieu poreux. Congrès Français de Thermique, Juin 2008, tome 1 - convection, pp.271-276
- SADOUK H.C, LAURIAT G, CHIKH S., Modélisation numérique de la cinétique de déposition de particules sur les parois isothermes d'une conduite plane en régime turbulent. Congrès Français de Thermique, Mai 2009, tome 1 – transferts en milieux poreux, pp.383-388.

#### **Un article en cours de rédaction**

- SADOUK H.C, LAURIAT G, CHIKH S., Fouling in a parallel plate channel with the walls covered by a thin porous layer under turbulent flow conditions. Journal of Heat and Mass Transfer