Une approche inverse pour la reconstruction de données multidimensionnelles hétérogènes

Ferréol Soulez[1,2]

[1]Laboratoire Hubert Curien
Université Jean Monnet
St Etienne

[2]Centre de Recherche Astrophysique de Lyon
Université Claude Bernard Lyon I
Ecole Normale Supérieure de Lyon

11 décembre 2008

Introduction

Qu'est ce qu'un problème inverse ?

Soit un modèle $\boldsymbol{m}$ reliant, aux erreurs $\boldsymbol{e}$ près, les paramètres $\boldsymbol{x}$ et les données $\boldsymbol{y}$:

$$\boxed{\boldsymbol{y} = \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{e}}$$

Problème inverse

Quel sont les meilleurs paramètres $\boldsymbol{x}$ compte tenu des données $\boldsymbol{y}$ et du modèle $\boldsymbol{m}$?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres (*e.g.* $\gtrsim 10^6$) et même plus de paramètres que de mesures : $N_{\boldsymbol{x}} \gtrsim N_{\boldsymbol{y}}$.

Un problème inverse est en général mal-conditionné (solution instable) ou même mal-posé (plusieurs ou aucune solutions).

Qu'est ce qu'un problème inverse ?

Soit un modèle $\boldsymbol{m}$ reliant, aux erreurs $\boldsymbol{e}$ près, les paramètres $\boldsymbol{x}$ et les données $\boldsymbol{y}$:

$$\boxed{\boldsymbol{y} = \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{e}}$$

Problème inverse

Quel sont les meilleurs paramètres $\boldsymbol{x}$ compte tenu des données $\boldsymbol{y}$ et du modèle $\boldsymbol{m}$?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres (*e.g.* $\gtrsim 10^6$) et même plus de paramètres que de mesures : $N_{\boldsymbol{x}} \gtrsim N_{\boldsymbol{y}}$.

Un problème inverse est en général mal-conditionné (solution instable) ou même mal-posé (plusieurs ou aucune solutions).

Qu'est ce qu'un problème inverse ?

Soit un modèle $\boldsymbol{m}$ reliant, aux erreurs $\boldsymbol{e}$ près, les paramètres $\boldsymbol{x}$ et les données $\boldsymbol{y}$:

$$\boxed{\boldsymbol{y} = \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{e}}$$

Problème inverse

Quel sont les meilleurs paramètres $\boldsymbol{x}$ compte tenu des données $\boldsymbol{y}$ et du modèle $\boldsymbol{m}$?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres (*e.g.* $\gtrsim 10^6$) et même plus de paramètres que de mesures : $N_{\boldsymbol{x}} \gtrsim N_{\boldsymbol{y}}$.

Un problème inverse est en général mal-conditionné (solution instable) ou même mal-posé (plusieurs ou aucune solutions).

Qu'est ce qu'un problème inverse ?

Soit un modèle $\boldsymbol{m}$ reliant, aux erreurs $\boldsymbol{e}$ près, les paramètres $\boldsymbol{x}$ et les données $\boldsymbol{y}$:

$$\boxed{\boldsymbol{y} = \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{e}}$$

Problème inverse

Quel sont les meilleurs paramètres $\boldsymbol{x}$ compte tenu des données $\boldsymbol{y}$ et du modèle $\boldsymbol{m}$?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres (*e.g.* $\gtrsim 10^6$) et même plus de paramètres que de mesures : $N_{\boldsymbol{x}} \gtrsim N_{\boldsymbol{y}}$.

Un problème inverse est en général mal-conditionné (solution instable) ou même mal-posé (plusieurs ou aucune solutions).

Qu'est ce qu'un problème inverse ?

Soit un modèle $\boldsymbol{m}$ reliant, aux erreurs $\boldsymbol{e}$ près, les paramètres $\boldsymbol{x}$ et les données $\boldsymbol{y}$:

$$\boxed{\boldsymbol{y} = \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{e}}$$

Problème inverse

Quel sont les meilleurs paramètres $\boldsymbol{x}$ compte tenu des données $\boldsymbol{y}$ et du modèle $\boldsymbol{m}$?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres (*e.g.* $\gtrsim 10^6$) et même plus de paramètres que de mesures : $N_x \gtrsim N_y$.

Un problème inverse est en général mal-conditionné (solution instable) ou même mal-posé (plusieurs ou aucune solutions).

Qu'est ce qu'un problème inverse ?

Soit un modèle $\boldsymbol{m}$ reliant, aux erreurs $\boldsymbol{e}$ près, les paramètres $\boldsymbol{x}$ et les données $\boldsymbol{y}$:

$$\boxed{\boldsymbol{y} = \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{e}}$$

Problème inverse

Quel sont les meilleurs paramètres $\boldsymbol{x}$ compte tenu des données $\boldsymbol{y}$ et du modèle $\boldsymbol{m}$?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres (*e.g.* $\gtrsim 10^6$) et même plus de paramètres que de mesures : $N_x \gtrsim N_y$.

Un problème inverse est en général mal-conditionné (solution instable) ou même mal-posé (plusieurs ou aucune solutions).

Qu'est ce qu'un problème inverse ?

Soit un modèle $\boldsymbol{m}$ reliant, aux erreurs $\boldsymbol{e}$ près, les paramètres $\boldsymbol{x}$ et les données $\boldsymbol{y}$:

$$\boxed{\boldsymbol{y} = \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{e}}$$

Problème inverse

Quel sont les meilleurs paramètres $\boldsymbol{x}$ compte tenu des données $\boldsymbol{y}$ et du modèle $\boldsymbol{m}$?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres (*e.g.* $\gtrsim 10^6$) et même plus de paramètres que de mesures : $N_{\boldsymbol{x}} \gtrsim N_{\boldsymbol{y}}$.

Un problème inverse est en général mal-conditionné (solution instable) ou même mal-posé (plusieurs ou aucune solutions).

Qu'est ce qu'un problème inverse ?

Soit un modèle $\boldsymbol{m}$ reliant, aux erreurs $\boldsymbol{e}$ près, les paramètres $\boldsymbol{x}$ et les données $\boldsymbol{y}$:

$$\boxed{\boldsymbol{y} = \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{e}}$$

Problème inverse

Quel sont les meilleurs paramètres $\boldsymbol{x}$ compte tenu des données $\boldsymbol{y}$ et du modèle $\boldsymbol{m}$?

Il peut y avoir beaucoup de paramètres (*e.g.* $\gtrsim 10^6$) et même plus de paramètres que de mesures : $N_{\boldsymbol{x}} \gtrsim N_{\boldsymbol{y}}$.

Un problème inverse est en général mal-conditionné (solution instable) ou même mal-posé (plusieurs ou aucune solutions).

Holographie numérique

La localisation de micro-particules holographie numérique

- But : localisation en 3D de micro-particules en mouvement.
- L'holographie permet d'enregistrer de l'information 3D en une seule acquisition.
- Le montage de l'holographie en ligne :

Dans le cas dilué, le modèle de formation est approximativement linéaire :

$$y = \sum_z 2\,\mathbf{R}_z \cdot x_z + e\,.$$

La localisation de micro-particules holographie numérique

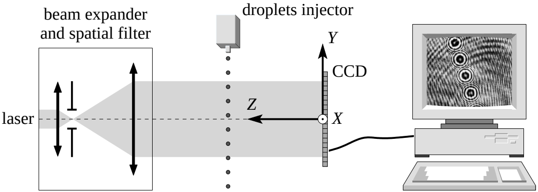
- But : localisation en 3D de micro-particules en mouvement.
- L'holographie permet d'enregistrer de l'information 3D en une seule acquisition.
- Le montage de l'holographie en ligne :

Dans le cas dilué, le modèle de formation est approximativement linéaire :

$$y = \sum_z 2\,\mathbf{R}_z \cdot \boldsymbol{x}_z + \boldsymbol{e}\,.$$

La localisation de micro-particules holographie numérique

- But : localisation en 3D de micro-particules en mouvement.
- L'holographie permet d'enregistrer de l'information 3D en une seule acquisition.
- Le montage de l'holographie en ligne :

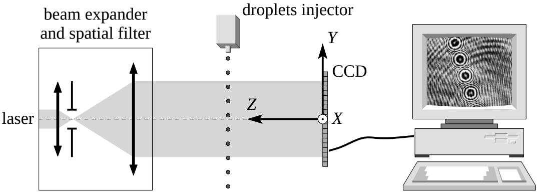


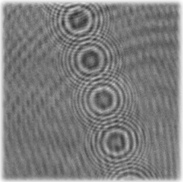
Dans le cas dilué, le modèle de formation est approximativement linéaire :

$$y = \sum_z 2\,\mathbf{R}_z \cdot x_z + e\,.$$

La localisation de micro-particules holographie numérique

- But : localisation en 3D de micro-particules en mouvement.
- L'holographie permet d'enregistrer de l'information 3D en une seule acquisition.
- Le montage de l'holographie en ligne :



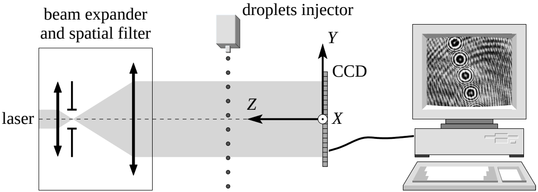


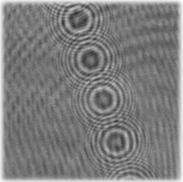
Dans le cas dilué, le modèle de formation est approximativement linéaire :

$$y = \sum_z 2\,\mathbf{R}_z \cdot x_z + e\,.$$

La localisation de micro-particules holographie numérique

- But : localisation en 3D de micro-particules en mouvement.
- L'holographie permet d'enregistrer de l'information 3D en une seule acquisition.
- Le montage de l'holographie en ligne :



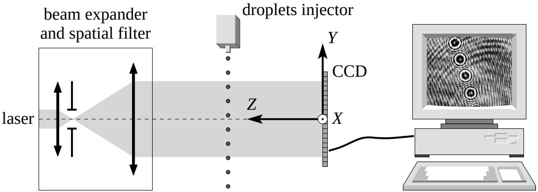


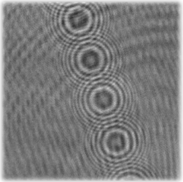
Dans le cas dilué, le modèle de formation est approximativement linéaire :

$$y = \sum_z 2\,\mathbf{R}_z \cdot x_z + e\,.$$

La localisation de micro-particules holographie numérique

- But : localisation en 3D de micro-particules en mouvement.
- L'holographie permet d'enregistrer de l'information 3D en une seule acquisition.
- Le montage de l'holographie en ligne :

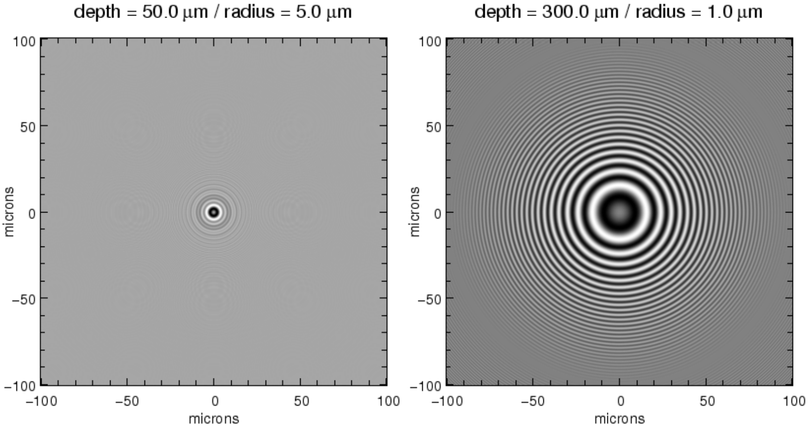




Dans le cas dilué, le modèle de formation est approximativement linéaire :

$$y = \sum_{z} 2\,\mathbf{R}_z \cdot x_z + e\,.$$

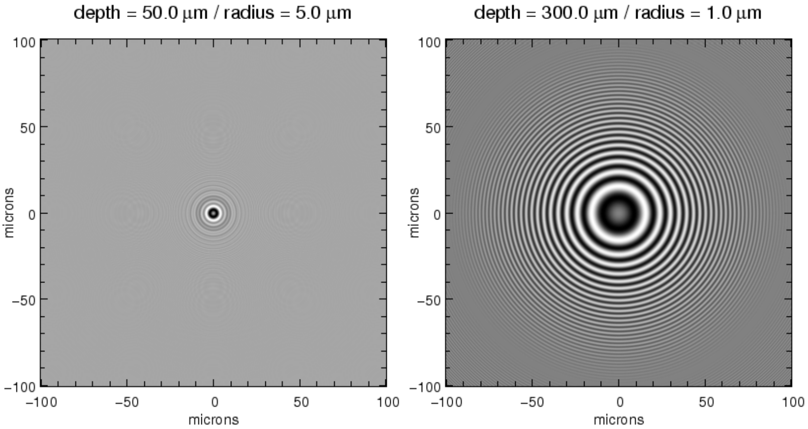
Codage de l'information 3D



Centre de la figure de diffraction → position latérale

Modulation d'amplitude et fréquence → rayon & profondeur

Codage de l'information 3D



Centre de la figure de diffraction → position latérale
Modulation d'amplitude et fréquence → rayon & profondeur

Solution au problème inverse : le maximum de vraisemblance.

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{x}^{\mathrm{ML}} &= \arg\max_{\boldsymbol{x}} \Pr(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x})\,, \\
&= \arg\min_{\boldsymbol{x}} -\log(\Pr(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x}))\,,
\end{aligned}
$$

Dans le cas d'une approximation gaussienne centrée des erreurs :

$$
\boldsymbol{x}^{\mathrm{ML}} = \arg\min_{\boldsymbol{x}} \left\{ [\boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{y}]^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{C}_{\mathrm{e}}^{-1} \cdot [\boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{y}] \right\}
$$

$\mathbf{C}_{\mathrm{e}}^{-1}$: covariance des erreurs.

Solution au sens du maximum de vraisemblance

Solution au problème inverse : le maximum de vraisemblance.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}^{\mathrm{ML}} &= \arg\max_{\boldsymbol{x}} \Pr(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x}) \,, \\ &= \arg\min_{\boldsymbol{x}} -\log(\Pr(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x})) \,, \end{aligned}$$

Dans le cas d'une approximation gaussienne centrée des erreurs :

$$\boldsymbol{x}^{\mathrm{ML}} = \arg\min_{\boldsymbol{x}} \left\{ [\boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{y}]^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{C}_{\mathrm{e}}^{-1} \cdot [\boldsymbol{m}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{y}] \right\}$$

$\mathbf{C}_{\mathrm{e}}^{-1}$: covariance des erreurs.

Maximum de vraisemblance : Holographie numérique

la solution au sens du maximum de vraisemblance

$\boldsymbol{x}^{\mathrm{MV}}$ solution de :

$$4\,(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{2z}) \cdot \boldsymbol{x}^{\mathrm{MV}} = \mathbf{R}_z \cdot \boldsymbol{y}\,.$$

- $(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{2z})$ n'est pas inversible.
- Classiquement l'opérateur de restitution est approché par $\mathbf{H}_z$,
  - Apparition d'images jumelles.

Comment contourner ce problème ?

- Restriction de l'espace des paramètres,
- Nouvel espace défini à partir d'informations *a priori*.

Maximum de vraisemblance : Holographie numérique

la solution au sens du maximum de vraisemblance

$\boldsymbol{x}^{\mathrm{MV}}$ solution de :

$$4\,(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{2z}) \cdot \boldsymbol{x}^{\mathrm{MV}} = \mathbf{R}_z \cdot \boldsymbol{y}\,.$$

- $(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{2z})$ n'est pas inversible.
- Classiquement l'opérateur de restitution est approché par $\mathbf{H}_z$,
  - Apparition d'images jumelles.

Comment contourner ce problème ?

- Restriction de l'espace des paramètres,
- Nouvel espace défini à partir d'informations *a priori*.

Maximum de vraisemblance : Holographie numérique

la solution au sens du maximum de vraisemblance

$\boldsymbol{x}^{\mathrm{MV}}$ solution de :

$$4\,(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{2z}) \cdot \boldsymbol{x}^{\mathrm{MV}} = \mathbf{R}_z \cdot \boldsymbol{y}\,.$$

- $(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{2z})$ n'est pas inversible.
- Classiquement l'opérateur de restitution est approché par $\mathbf{H}_z$,
  - Apparition d'images jumelles.

Comment contourner ce problème ?

- Restriction de l'espace des paramètres,
- Nouvel espace défini à partir d'informations *a priori*.

Maximum de vraisemblance : Holographie numérique

la solution au sens du maximum de vraisemblance

$\boldsymbol{x}^{\mathrm{MV}}$ solution de :

$$4\,(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{2z}) \cdot \boldsymbol{x}^{\mathrm{MV}} = \mathbf{R}_z \cdot \boldsymbol{y}\,.$$

- $(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{2z})$ n'est pas inversible.
- Classiquement l'opérateur de restitution est approché par $\mathbf{H}_z$,
  - Apparition d'images jumelles.

Comment contourner ce problème ?

- Restriction de l'espace des paramètres,
- Nouvel espace défini à partir d'informations *a priori*.

Maximum de vraisemblance : Holographie numérique

la solution au sens du maximum de vraisemblance

$\boldsymbol{x}^{\mathrm{MV}}$ solution de :

$$4\,(\mathbf{I}+\mathbf{R}_{2z})\cdot\boldsymbol{x}^{\mathrm{MV}} = \mathbf{R}_z\cdot\boldsymbol{y}\,.$$

- $(\mathbf{I}+\mathbf{R}_{2z})$ n'est pas inversible.
- Classiquement l'opérateur de restitution est approché par $\mathbf{H}_z$,
  - Apparition d'images jumelles.

Comment contourner ce problème ?

- Restriction de l'espace des paramètres,
- Nouvel espace défini à partir d'informations *a priori*.

Maximum de vraisemblance : Holographie numérique

la solution au sens du maximum de vraisemblance

$\boldsymbol{x}^{\mathrm{MV}}$ solution de :

$$4\,(\mathbf{I}+\mathbf{R}_{2z})\cdot\boldsymbol{x}^{\mathrm{MV}}=\mathbf{R}_z\cdot\boldsymbol{y}\,.$$

- $(\mathbf{I}+\mathbf{R}_{2z})$ n'est pas inversible.
- Classiquement l'opérateur de restitution est approché par $\mathbf{H}_z$,
  - Apparition d'images jumelles.

Comment contourner ce problème ?

- Restriction de l'espace des paramètres,
- Nouvel espace défini à partir d'informations *a priori*.

Maximum de vraisemblance : Holographie numérique

la solution au sens du maximum de vraisemblance

$\boldsymbol{x}^{\mathrm{MV}}$ solution de :

$$4\,(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{2z}) \cdot \boldsymbol{x}^{\mathrm{MV}} = \mathbf{R}_z \cdot \boldsymbol{y}\,.$$

- $(\mathbf{I} + \mathbf{R}_{2z})$ n'est pas inversible.
- Classiquement l'opérateur de restitution est approché par $\mathbf{H}_z$,
  - Apparition d'images jumelles.

Comment contourner ce problème ?

- Restriction de l'espace des paramètres,
- Nouvel espace défini à partir d'informations *a priori*.

Holographie numérique : restriction de l'espace des paramètres

Hypothèses :

1. Particules observées sont *a priori* sphériques ;
2. Modèle analytique de la figure de diffraction d'une particule P_i, dependant de peu de paramètres (coordonnées (x_i, y_i, z_i) et rayon (r_i)) :

$$m_i(x', y') = \frac{r_i}{\rho_i(x', y')} \, \mathrm{J}_1\!\left(\frac{2\pi \, r_i \, \rho_i(x', y')}{\lambda \, z_i}\right) \sin\!\left(\frac{\pi \, \rho_i^2(x', y')}{\lambda \, z_i}\right)$$

où $\rho_i(x', y') = \sqrt{(x' - x_i)^2 + (y' - y_i)^2}$

3. L'hologramme : combinaison linéaire de ces figures de diffraction.

$$\boldsymbol{y} = \sum_{i}^{particules} \boldsymbol{m}_i + \boldsymbol{e} \, .$$

Holographie numérique : restriction de l'espace des paramètres

Hypothèses :

1. Particules observées sont *a priori* sphériques ;
2. Modèle analytique de la figure de diffraction d'une particule P_i, dependant de peu de paramètres (coordonnées (x_i, y_i, z_i) et rayon (r_i)) :

$$m_i(x', y') = \frac{r_i}{\rho_i(x', y')} \, \mathrm{J}_1\!\left(\frac{2\,\pi\, r_i\, \rho_i(x', y')}{\lambda\, z_i}\right) \sin\!\left(\frac{\pi\, \rho_i^2(x', y')}{\lambda\, z_i}\right)$$

où $\rho_i(x', y') = \sqrt{(x' - x_i)^2 + (y' - y_i)^2}$

3. L'hologramme : combinaison linéaire de ces figures de diffraction.

$$y = \sum_i^{particules} m_i + e\,.$$

Holographie numérique : restriction de l'espace des paramètres

Hypothèses :

1. Particules observées sont *a priori* sphériques ;
2. Modèle analytique de la figure de diffraction d'une particule P_i, dependant de peu de paramètres (coordonnées (x_i, y_i, z_i) et rayon (r_i)) :

$$m_i(x',y') = \frac{r_i}{\rho_i(x',y')}\, \mathrm{J}_1\left(\frac{2\,\pi\, r_i\, \rho_i(x',y')}{\lambda\, z_i}\right) \sin\left(\frac{\pi\, \rho_i^2(x',y')}{\lambda\, z_i}\right)$$

où $\rho_i(x',y') = \sqrt{(x'-x_i)^2 + (y'-y_i)^2}$

3. L'hologramme : combinaison linéaire de ces figures de diffraction.

$$y = \sum_i^{particules} m_i + e\,.$$

Holographie numérique : restriction de l'espace des paramètres

Hypothèses :

1. Particules observées sont *a priori* sphériques ;
2. Modèle analytique de la figure de diffraction d'une particule P_i, dependant de peu de paramètres (coordonnées (x_i, y_i, z_i) et rayon (r_i)) :

$$m_i(x', y') = \frac{r_i}{\rho_i(x', y')}\, \mathrm{J}_1\!\left(\frac{2\,\pi\, r_i\, \rho_i(x', y')}{\lambda\, z_i}\right) \sin\left(\frac{\pi\, \rho_i^2(x', y')}{\lambda\, z_i}\right)$$

où $\rho_i(x', y') = \sqrt{(x' - x_i)^2 + (y' - y_i)^2}$

3. L'hologramme : combinaison linéaire de ces figures de diffraction.

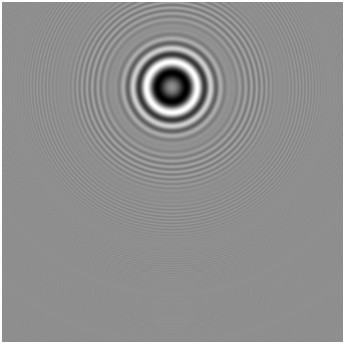
$$\boldsymbol{y} = \sum_{i}^{particules} \boldsymbol{m}_i + \boldsymbol{e}\,.$$

Détection d'une seule particule

- Estimation des paramètres $\boldsymbol{p} = \{x, y, z, r\}$ minimisant le critère :

$$\mathcal{P}(\boldsymbol{p}) = \sum_{k=\text{pixels}} (m_k(\boldsymbol{p}) - y_k)^2$$

- A $\{r, z\}$ fixés, évaluation rapide par FFT de la carte du critère $\mathcal{P}(\boldsymbol{p})$.



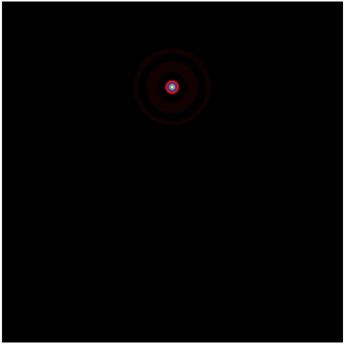
données.

Détection d'une seule particule

- Estimation des paramètres $\boldsymbol{p} = \{x, y, z, r\}$ minimisant le critère :

$$\mathcal{P}(\boldsymbol{p}) = \sum_{k=\text{pixels}} (m_k(\boldsymbol{p}) - y_k)^2$$

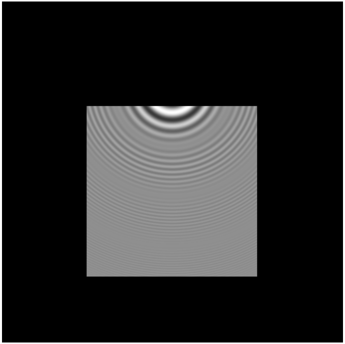
- A $\{r, z\}$ fixés, évaluation rapide par FFT de la carte du critère $\mathcal{P}(\boldsymbol{p})$.



$\mathcal{P}(\boldsymbol{p})$ à $\{r, z\}$ fixés.

Particule hors champs

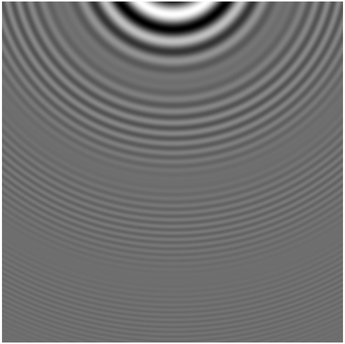
- particule en dehors du champ du capteur,
- Evaluation de $\mathcal{P}$ dans le champ,
- Repliement.



données tronquées

Particule hors champs

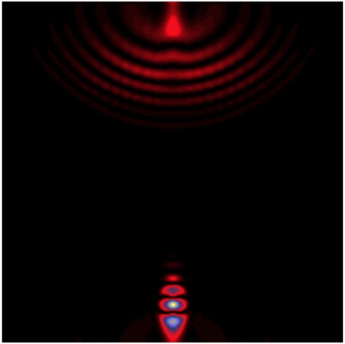
- particule en dehors du champ du capteur,
- Evaluation de $\mathcal{P}$ dans le champ,
- Repliement.



zoom

Particule hors champs

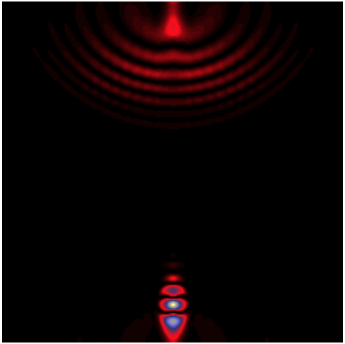
- particule en dehors du champ du capteur,
- Evaluation de $\mathcal{P}$ dans le champ,
- Repliement.



$\mathcal{P}$ (zoom)

Particule hors champs

- particule en dehors du champ du capteur,
- Evaluation de $\mathcal{P}$ dans le champ,
- Repliement.

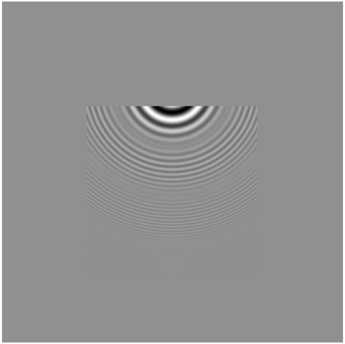


$\mathcal{P}$ (zoom)

Particule hors champs

Padding

Remplacement des valeurs manquantes avant le calcul du critère.

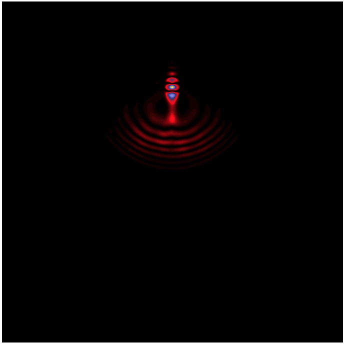


données (padding)

Particule hors champs

Padding

Remplacement des valeurs manquantes avant le calcul du critère.



$\mathcal{P}$ (padding)

Particule hors champs

Carte de poids

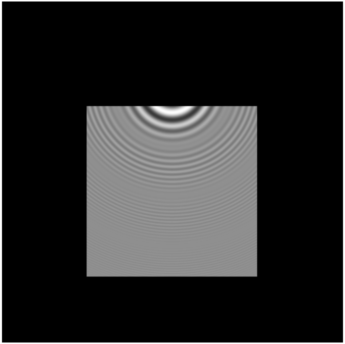
- $\boldsymbol{w} \sim \mathrm{diag}(\mathbf{C}_{\mathrm{e}}^{-1})$:

$$w_k = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_k^2} & k^{\text{ième}} \text{ pixel mesuré,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

- Le critère $\mathcal{P}$ devient :

$$\mathcal{P} = \sum_k^{\text{pixels}} w_k \, (m_k - y_k)^2 \; .$$

- Cas général : données manquantes.



données tronquées

Particule hors champs

Carte de poids

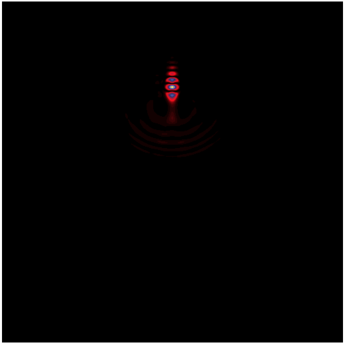
- $\boldsymbol{w} \sim \mathrm{diag}(\mathbf{C}_{\mathrm{e}}^{-1})$:

$$w_k = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_k^2} & k^{\text{ième}} \text{ pixel mesuré,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

- Le critère $\mathcal{P}$ devient :

$$\mathcal{P} = \sum_{k}^{\text{pixels}} w_k \, (m_k - y_k)^2 \ .$$

- Cas général : données manquantes.



$\mathcal{P}$ avec matrice de poids W

Particule hors champs

Carte de poids

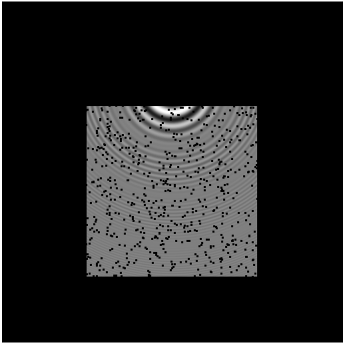
- $\boldsymbol{w} \sim \mathrm{diag}(\mathbf{C}_\mathrm{e}^{-1})$:

$$w_k = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_k^2} & k^{\text{ième}} \text{ pixel mesuré,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

- Le critère $\mathcal{P}$ devient :

$$\mathcal{P} = \sum_k^{\text{pixels}} w_k\,(m_k - y_k)^2 \; .$$

- Cas général : données manquantes.



données

Particule hors champs

Carte de poids

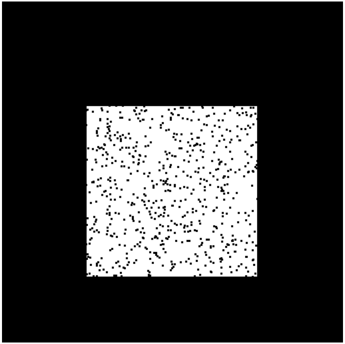
- $\boldsymbol{w} \sim \mathrm{diag}(\mathbf{C}_\mathrm{e}^{-1})$:

$$w_k = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_k^2} & k^{\text{ième}} \text{ pixel mesuré,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

- Le critère $\mathcal{P}$ devient :

$$\mathcal{P} = \sum_k^{\text{pixels}} w_k \, (m_k - y_k)^2 \; .$$

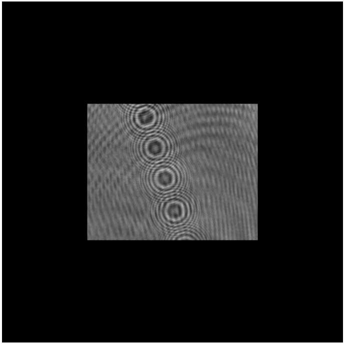
- Cas général : données manquantes.



carte de poids W

Cas des hologrammes de plusieurs particules :

- Calcul du critère $\mathcal{P}$ en supposant une seule particule,
- Critère non-convexe,
- Un problème d'optimisation globale.



données réelles

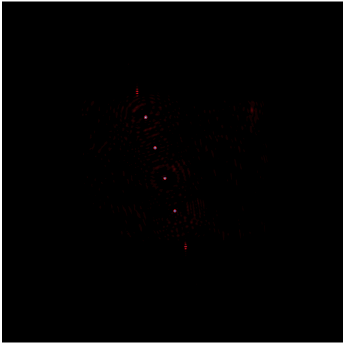
Quels sont les N particules de paramètres $((x^n, y^n, z^n, r^n)$ qui modélisent le mieux les données ?

$$\mathcal{P}' = \sum_{k}^{pixels} w_k \left(\sum_{n}^{particules} m_k^n - y_k \right)^2$$

Cas particules multiples

Cas des hologrammes de plusieurs particules :

- Calcul du critère $\mathcal{P}$ en supposant une seule particule,
- Critère non-convexe,
- Un problème d'optimisation globale.



carte de $\mathcal{P}$

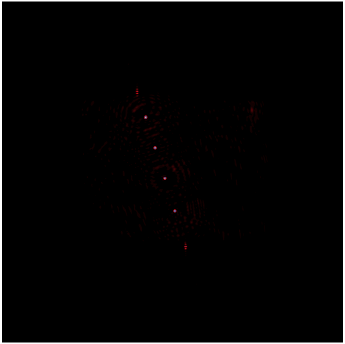
Quels sont les N particules de paramètres $((x^n, y^n, z^n, r^n)$ qui modélisent le mieux les données ?

$$\mathcal{P}' = \sum_{k}^{pixels} w_k \left(\sum_{n}^{particules} m_k^n - y_k \right)^2$$

Cas particules multiples

Cas des hologrammes de plusieurs particules :

- Calcul du critère $\mathcal{P}$ en supposant une seule particule,
- Critère non-convexe,
- Un problème d'optimisation globale.



carte de $\mathcal{P}$

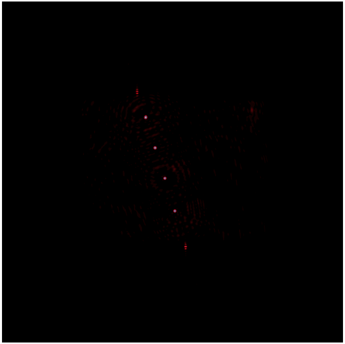
Quels sont les N particules de paramètres $((x^n, y^n, z^n, r^n)$ qui modélisent le mieux les données ?

$$\mathcal{P}' = \sum_{k}^{pixels} w_k \left(\sum_{n}^{particules} m_k^n - y_k \right)^2$$

Cas particules multiples

Cas des hologrammes de plusieurs particules :

- Calcul du critère $\mathcal{P}$ en supposant une seule particule,
- Critère non-convexe,
- Un problème d'optimisation globale.



carte de $\mathcal{P}$

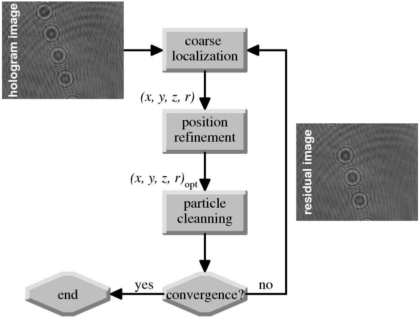
Quels sont les N particules de paramètres $((x^n, y^n, z^n, r^n)$ qui modélisent le mieux les données ?

$$\mathcal{P}' = \sum_{k}^{pixels} w_k \left(\sum_{n}^{particules} m_k^n - \boldsymbol{y}_k \right)^2$$

Un algorithme itératif

Résolution du problème d'optimisation par un algorithme glouton à trois étapes :

1. Détection,
2. Ajustement précis,
3. Soustraction aux résidus de la figure de diffraction de la particule courante,

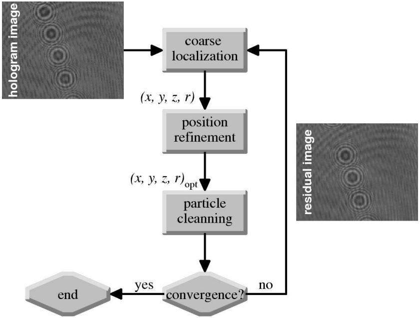


Convergence atteinte en cas de détection de particule aberrante.

Un algorithme itératif

Résolution du problème d'optimisation par un algorithme glouton à trois étapes :

1. Détection,
2. Ajustement précis,
3. Soustraction aux résidus de la figure de diffraction de la particule courante,

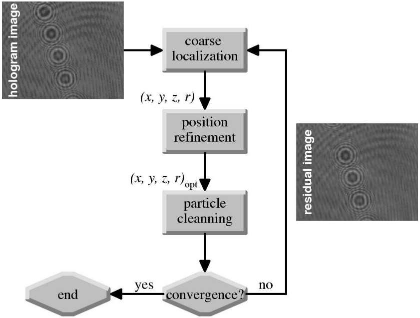


Convergence atteinte en cas de détection de particule aberrante.

Un algorithme itératif

Résolution du problème d'optimisation par un algorithme glouton à trois étapes :

1. Détection,
2. Ajustement précis,
3. Soustraction aux résidus de la figure de diffraction de la particule courante,

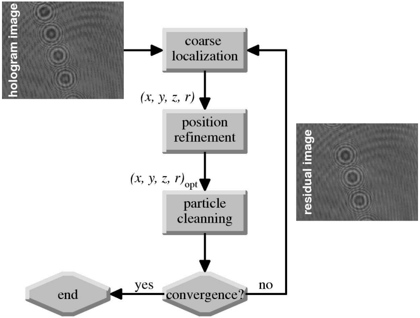


Convergence atteinte en cas de détection de particule aberrante.

Un algorithme itératif

Résolution du problème d'optimisation par un algorithme glouton à trois étapes :

1. Détection,
2. Ajustement précis,
3. Soustraction aux résidus de la figure de diffraction de la particule courante,

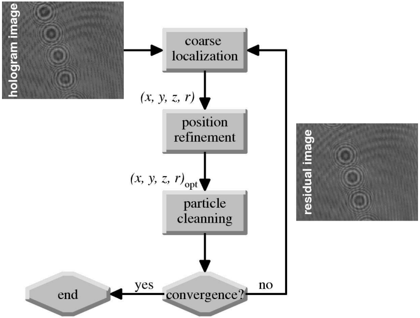


Convergence atteinte en cas de détection de particule aberrante.

Un algorithme itératif

Résolution du problème d'optimisation par un algorithme glouton à trois étapes :

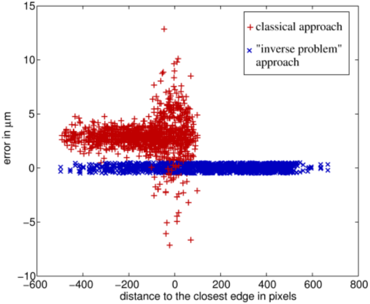
1. Détection,
2. Ajustement précis,
3. Soustraction aux résidus de la figure de diffraction de la particule courante,



Convergence atteinte en cas de détection de particule aberrante.

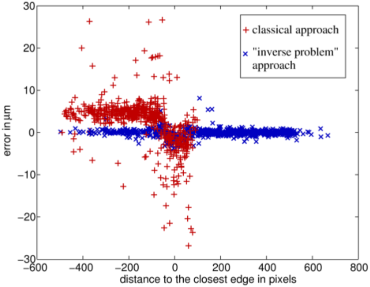
Résultats sur des simulations

Précisions sur les positions latérales.



$\Delta x = \Delta y \approx 0.3$µm ($\approx 1/20^{\text{ième}}$ de pixel).

Précisions sur la profondeur.

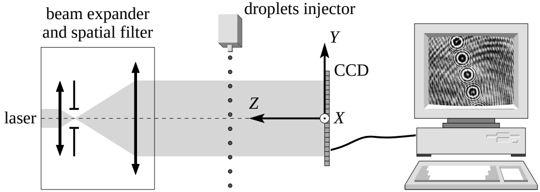


$\Delta z < 1$µm ($< 1/6^{\text{ième}}$ de pixel).

Résultats expérimentaux

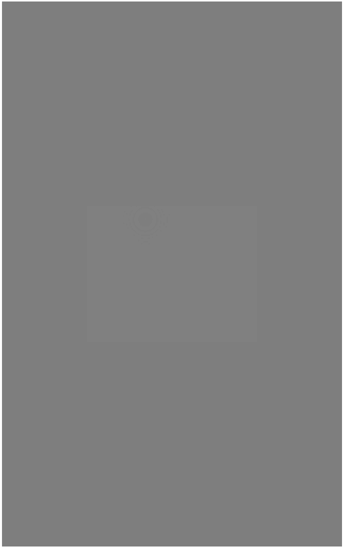
Conditions exprérimentales

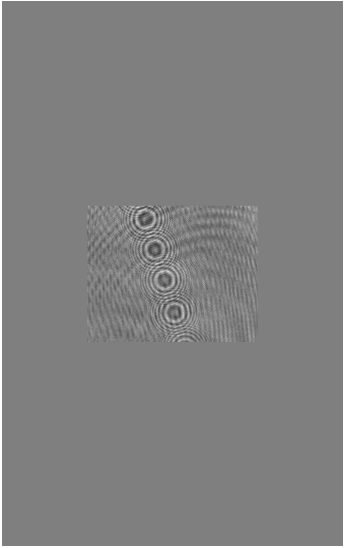
- Impulsion **laser** de $7\,\mathrm{ns}$ à $\lambda = 0.532\,\mu\mathrm{m}$.
- **camera** CCD 12-bit avec 1280×1024 pixels de taille $6.7 \times 6.7\,\mu\mathrm{m}$.
- Gouttelettes générées par un **injecteur** piézo-électrique à 1000 Hz placé à environs $25\,\mathrm{cm}$ de la caméra.



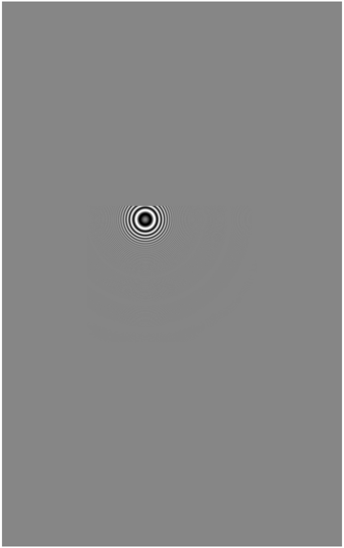
Expérience conduite par C. Fournier et C. Goepfert au Laboratoire de Mécanique des Fluides et Acoustique à Lyon.

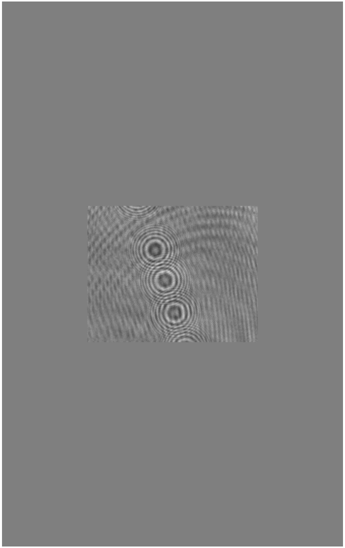
Détection hors-champ (0)



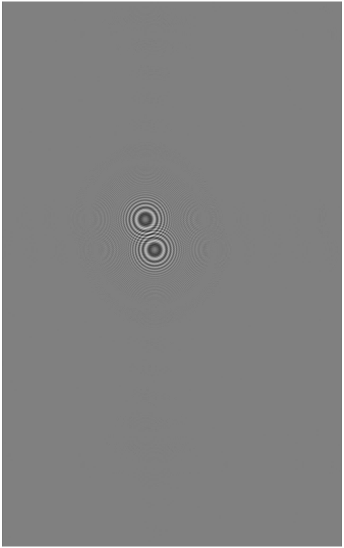


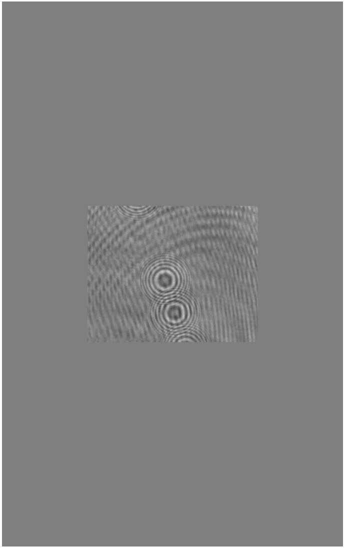
Détection hors-champ (1)



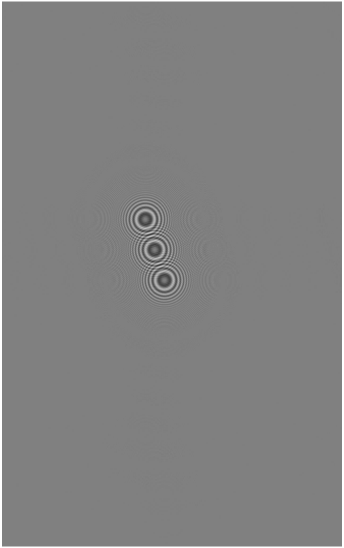


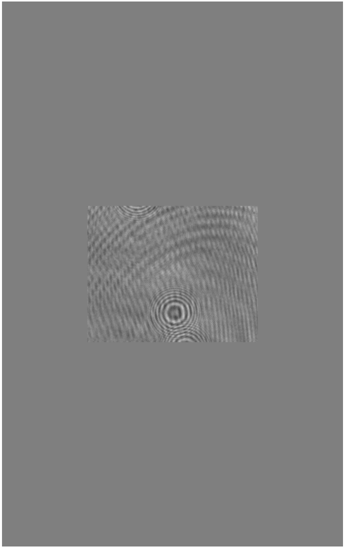
Détection hors-champ (2)



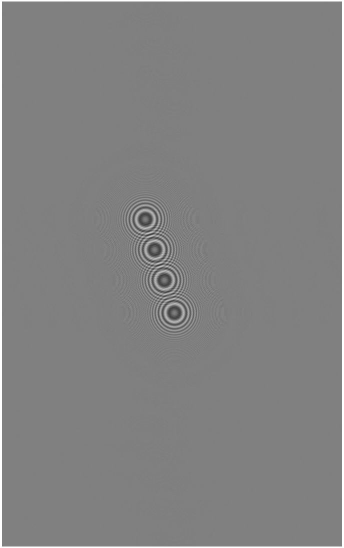


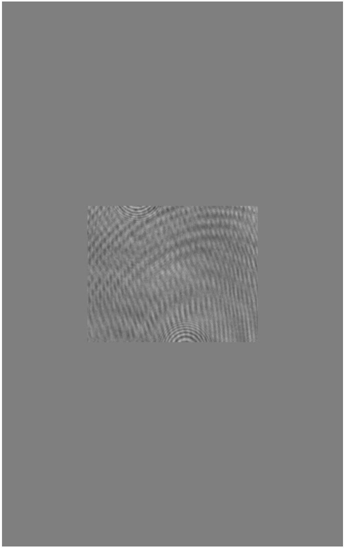
Détection hors-champ (3)



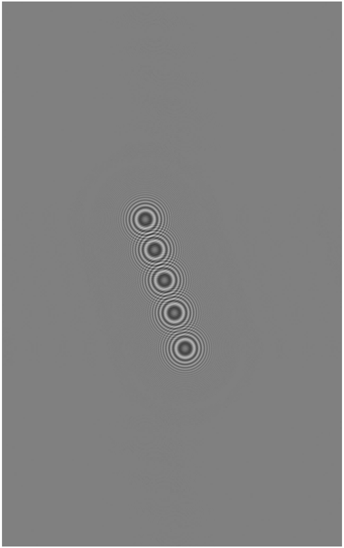


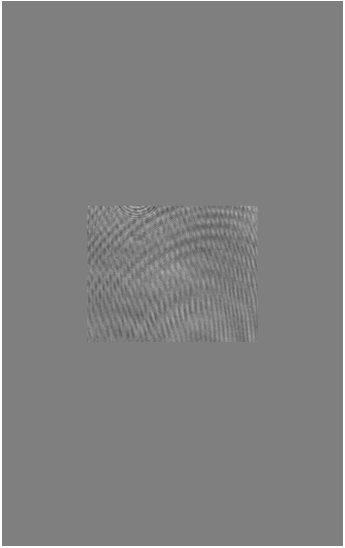
Détection hors-champ (4)



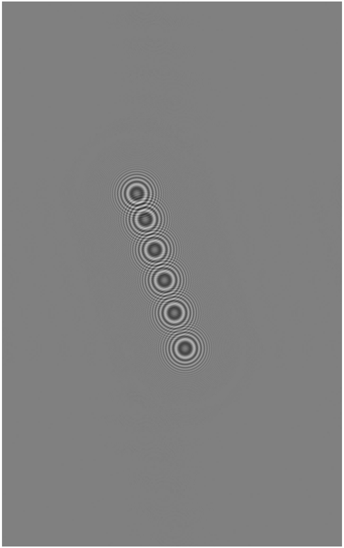


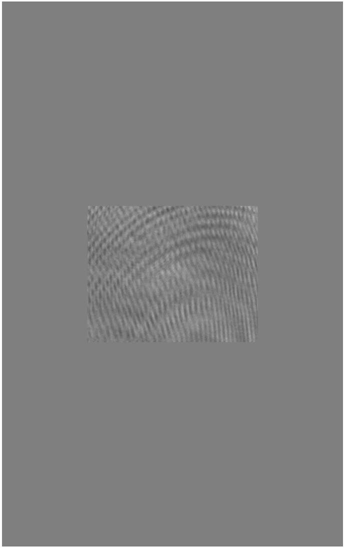
Détection hors-champ (5)



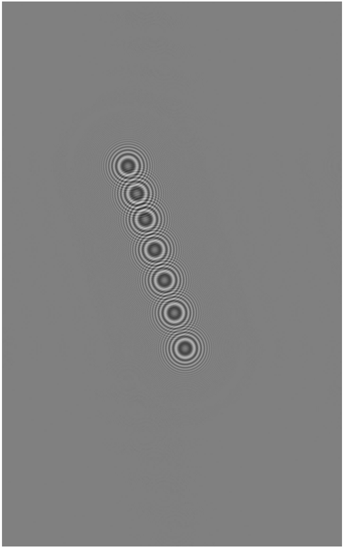


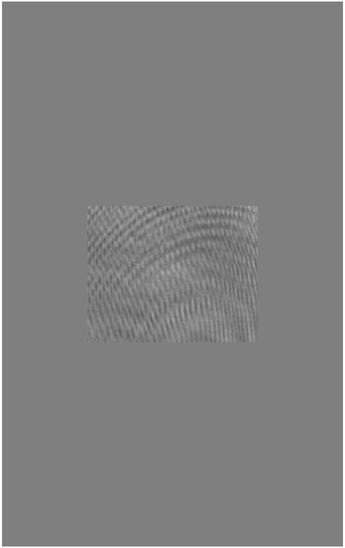
Détection hors-champ (6)



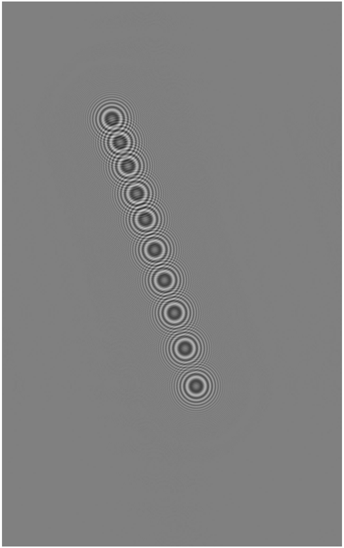


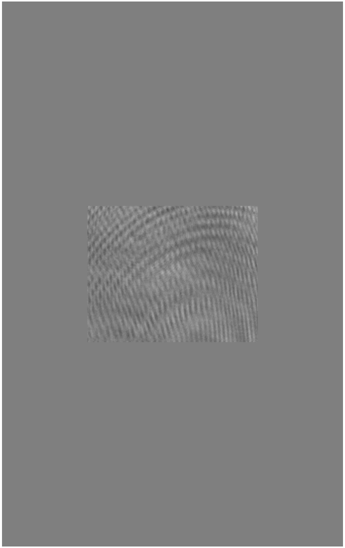
Détection hors-champ(7)



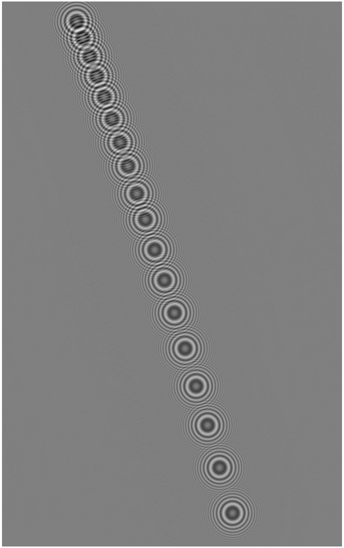


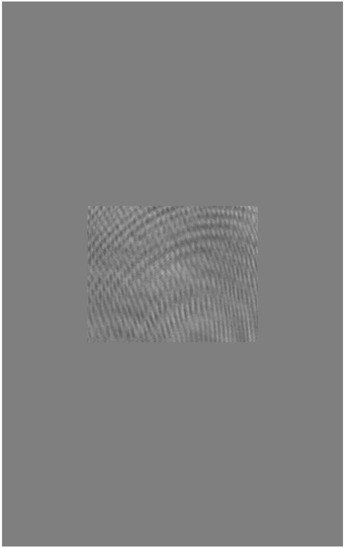
Détection hors-champ(10)



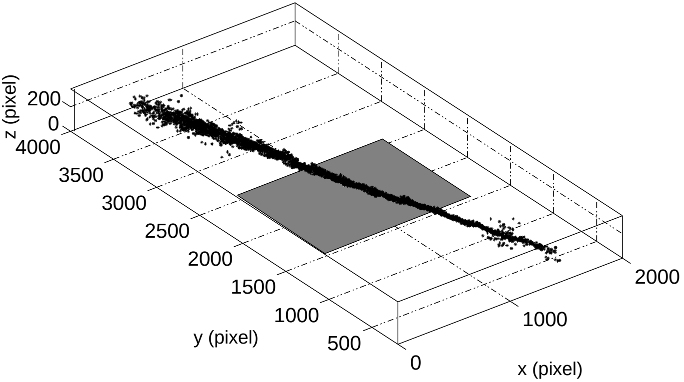


Détection hors-champ(18)





Statistiques sur 200 hologrammes



Représentation 3D du jet de gouttelettes.

Résumé

Algorithme

- résolution itérative du problème d'optimisation global ;
- détection au sens du maximum de vraisemblance ;
- optimisation locale des paramètres (précision sous-pixel) ;

Bénéfices

- gain en précision d'un facteur 5 ;
- détection hors-champ :
  - surface utile 4×4 plus large que le détecteur ;
  - précision équivalente dans et hors-champ.

Résumé

Algorithme

- résolution itérative du problème d'optimisation global ;
- détection au sens du maximum de vraisemblance ;
- optimisation locale des paramètres (précision sous-pixel) ;

Bénéfices

- gain en précision d'un facteur 5 ;
- détection hors-champ :
  - surface utile 4×4 plus large que le détecteur ;
  - précision équivalente dans et hors-champ.

Déconvolution

Le problème de la déconvolution

Une déformation linéaire :

$$\boldsymbol{y} = \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{e} \, .$$

Le problème de la déconvolution

Une déformation linéaire :

$$\boldsymbol{y} = \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{e} \,.$$

Objet

Le problème de la déconvolution

Une déformation linéaire :

$$y = \mathbf{H} \cdot x + e \,.$$

Objet

*

PSF

Le problème de la déconvolution

Une déformation linéaire :

$$\boldsymbol{y} = \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{e} \,.$$

Objet

$*$

PSF

+ Bruit

Le problème de la déconvolution

Une déformation linéaire :

$$\color{red}{\boldsymbol{y}} = \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{e} \,.$$

Objet

$*$

PSF

+ Bruit

Données

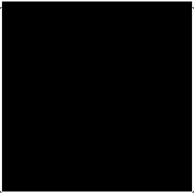
Déconvolution : Maximum de vraisemblance

La solution au sens du maximum de vraisemblance est identique à l'inversion directe :

Déconvolution : Maximum de vraisemblance

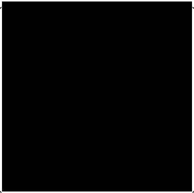
La solution au sens du maximum de vraisemblance est identique à l'inversion directe :

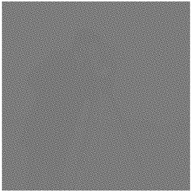
$$x^{\mathrm{ML}} = \mathrm{FFT}^{-1}\left(\frac{\mathrm{FFT}\left(\text{[image 1]} \right)}{\mathrm{FFT}\left(\text{[image 2]} \right)} \right)$$



Déconvolution : Maximum de vraisemblance

La solution au sens du maximum de vraisemblance est identique à l'inversion directe :

$x^{\mathrm{ML}} = \mathrm{FFT}^{-1}$ (FFT () / FFT ()) =



Déconvolution : Restriction de l'espace des paramètres

En imposant des contraintes de positivité

En coupant les fréquences trop élevées (ici $u_c = 40$ frequels).

Déconvolution : Restriction de l'espace des paramètres

En imposant des contraintes de positivité

En coupant les fréquences trop élevées (ici $u_c = 40$ frequels).

Déconvolution : Restriction de l'espace des paramètres

En imposant des contraintes de positivité

En coupant les fréquences trop élevées (ici $u_c = 40$ frequels).

Approche bayesienne : Maximum a posteriori

Solution qui maximise la probabilité du modèle étant donné les mesures :

$$\boldsymbol{x}_{\mathrm{MAP}} = \arg\max_{\boldsymbol{x}} \Pr(\boldsymbol{x} \,|\, \boldsymbol{y})$$

Approche bayesienne : Maximum a posteriori

Solution qui maximise la probabilité du modèle étant donné les mesures :

$$\boldsymbol{x}_{\mathrm{MAP}} = \arg\max_{\boldsymbol{x}} \Pr(\boldsymbol{x} \,|\, \boldsymbol{y})$$

$$\Pr(\boldsymbol{x} \,|\, \boldsymbol{y}) = \frac{\Pr(\boldsymbol{y} \,|\, \boldsymbol{x}) \; \Pr(\boldsymbol{x})}{\Pr(\boldsymbol{y})} \qquad \text{(théorème de Bayes)}$$

Approche bayesienne : Maximum a posteriori

Solution qui maximise la probabilité du modèle étant donné les mesures :

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{x}_{\mathrm{MAP}} &= \arg\max_{\boldsymbol{x}} \Pr(\boldsymbol{x} \,|\, \boldsymbol{y}) \\
\Pr(\boldsymbol{x} \,|\, \boldsymbol{y}) &= \frac{\Pr(\boldsymbol{y} \,|\, \boldsymbol{x})\ \Pr(\boldsymbol{x})}{\Pr(\boldsymbol{y})} \qquad \text{(théorème de Bayes)} \\
-\log \Pr(\boldsymbol{x} \,|\, \boldsymbol{y}) &= -\log \Pr(\boldsymbol{y} \,|\, \boldsymbol{x}) - \log \Pr(\boldsymbol{x}) + \log \Pr(\boldsymbol{y})
\end{aligned}
$$

Approche bayesienne : Maximum a posteriori

Solution qui maximise la probabilité du modèle étant donné les mesures :

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{x}_{\mathrm{MAP}} &= \arg\max_{\boldsymbol{x}} \Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) \\
\Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) &= \frac{\Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x})\ \Pr(\boldsymbol{x})}{\Pr(\boldsymbol{y})} \qquad \text{(théorème de Bayes)} \\
-\log \Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) &= -\log \Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x}) - \log \Pr(\boldsymbol{x}) + \cancel{\log \Pr(\boldsymbol{y})} \\
\boldsymbol{x}_{\mathrm{MAP}} &= \arg\min_{\boldsymbol{x}} \left\{ \underbrace{-\log \Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x})} \ \underbrace{-\log \Pr(\boldsymbol{x})} \right\}
\end{aligned}
$$

Approche bayesienne : Maximum a posteriori

Introduction
Holographie numérique
Déconvolution
MV
Restriction de l'espace des paramètres
Approche Maximum a posteriori
Déconvolution multidimensionnelle
Deconvolution Aveugle
Conclusion

Solution qui maximise la probabilité du modèle étant donné les mesures :

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{x}_{\mathrm{MAP}} &= \arg\max_{\boldsymbol{x}} \Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) \\
\Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) &= \frac{\Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x})\ \Pr(\boldsymbol{x})}{\Pr(\boldsymbol{y})} \qquad \text{(théorème de Bayes)} \\
-\log\Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) &= -\log\Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x}) - \log\Pr(\boldsymbol{x}) + \cancel{\log\Pr(\boldsymbol{y})} \\
\boldsymbol{x}_{\mathrm{MAP}} &= \arg\min_{\boldsymbol{x}} \Big\{ \underbrace{-\log\Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x})}_{f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x})} \ \underbrace{-\log\Pr(\boldsymbol{x})} \Big\}
\end{aligned}
$$

Approche bayesienne : Maximum a posteriori

Solution qui maximise la probabilité du modèle étant donné les mesures :

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{x}_{\mathrm{MAP}} &= \arg\max_{\boldsymbol{x}} \Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) \\
\Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) &= \frac{\Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x})\ \Pr(\boldsymbol{x})}{\Pr(\boldsymbol{y})} \qquad \text{(théorème de Bayes)} \\
-\log \Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) &= -\log \Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x}) - \log \Pr(\boldsymbol{x}) + \cancel{\log \Pr(\boldsymbol{y})} \\
\boldsymbol{x}_{\mathrm{MAP}} &= \arg\min_{\boldsymbol{x}} \Big\{ \underbrace{-\log \Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x})}_{f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x})} \underbrace{-\log \Pr(\boldsymbol{x})}_{f_{\mathrm{prior}}(\boldsymbol{x})} \Big\}
\end{aligned}
$$

Approche bayesienne : Maximum a posteriori

Solution qui maximise la probabilité du modèle étant donné les mesures :

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{x}_{\mathrm{MAP}} &= \arg\max_{\boldsymbol{x}} \Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) \\
\Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) &= \frac{\Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x})\ \Pr(\boldsymbol{x})}{\Pr(\boldsymbol{y})} \qquad \text{(théorème de Bayes)} \\
-\log \Pr(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{y}) &= -\log \Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x}) - \log \Pr(\boldsymbol{x}) + \cancel{\log \Pr(\boldsymbol{y})} \\
\boldsymbol{x}_{\mathrm{MAP}} &= \arg\min_{\boldsymbol{x}} \Big\{ \underbrace{-\log \Pr(\boldsymbol{y}\,|\,\boldsymbol{x})}_{f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x})} \underbrace{-\log \Pr(\boldsymbol{x})}_{f_{\mathrm{prior}}(\boldsymbol{x})} \Big\} \\
&= \arg\min_{\boldsymbol{x}} f_{\mathrm{post}}(\boldsymbol{x})
\end{aligned}
$$

Maximum a posteriori

$f_{\text{post}}(\boldsymbol{x})$ = fonction pénalisante ***a posteriori*** :

$$f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}) = f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x})$$

$f_{\text{data}}(\boldsymbol{x})$ = terme de ***vraisemblance*** (attache aux données) :

modèle linéaire :

$$\begin{aligned} f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}) &= \frac{1}{2}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{m}(V x))^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{C}_{\mathrm{e}}^{-1} \cdot (\boldsymbol{y} - \mathbf{m}(\boldsymbol{x}))\,, \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=Pixels} w_k\,(y_k - m(\boldsymbol{x})_k)^2\,. \end{aligned}$$

$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x})$ = terme de ***régularisation*** (a priori) :

$$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) = \mu \times \Omega(\boldsymbol{x})\,.$$

Maximum a posteriori

$f_{\mathrm{post}}(\boldsymbol{x})$ = fonction pénalisante ***a posteriori*** :

$$f_{\mathrm{post}}(\boldsymbol{x}) = f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x}) + f_{\mathrm{prior}}(\boldsymbol{x})$$

$f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x})$ = terme de ***vraisemblance*** (attache aux données) :

modèle linéaire :

$$\begin{aligned} f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x}) &= \frac{1}{2}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{m}(V x))^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{C}_{\mathrm{e}}^{-1} \cdot (\boldsymbol{y} - \mathbf{m}(\boldsymbol{x})) \, , \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=Pixels} w_k \, (y_k - m(\boldsymbol{x})_k)^2 \; . \end{aligned}$$

$f_{\mathrm{prior}}(\boldsymbol{x})$ = terme de ***régularisation*** (a priori) :

$$f_{\mathrm{prior}}(\boldsymbol{x}) = \mu \times \Omega(\boldsymbol{x}) \, .$$

Maximum a posteriori

$f_{\text{post}}(\boldsymbol{x})$ = fonction pénalisante ***a posteriori*** :

$$f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}) = f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x})$$

$f_{\text{data}}(\boldsymbol{x})$ = terme de ***vraisemblance*** (attache aux données) :

modèle linéaire :

$$\begin{aligned} f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}) &= \frac{1}{2}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{m}(Vx))^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{C}_{\mathrm{e}}^{-1} \cdot (\boldsymbol{y} - \mathbf{m}(\boldsymbol{x}))\,, \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=Pixels} w_k\,(y_k - m(\boldsymbol{x})_k)^2\ . \end{aligned}$$

$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x})$ = terme de ***régularisation*** (a priori) :

$$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) = \mu \times \Omega(\boldsymbol{x})\,.$$

Régularisation spatiale

A priori de lissage, contraintes sur les gradients spatiaux :

$$\Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{r} \sum_{k' \in V_k} \varphi\left(\frac{x_k - x_{k'}}{d(k,k')}\right),$$

- V_k : voisinage spatial du pixel k,
- $d(k,k')$: distance entre les pixels k.

φ est une norme :

- norme quadratique,
- Préservation des contours : norme $\ell_2 - \ell_1$

$$\varphi(t\,;\,\eta) = 2\,\eta^2 \left(\frac{|t|}{\eta} - \log\left(1 + \frac{|t|}{\eta}\right)\right),$$

Régularisation spatiale

A priori de lissage, contraintes sur les gradients spatiaux :

$$\Omega_{\mathrm{spatial}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{r} \sum_{k' \in V_k} \varphi\left(\frac{x_k - x_{k'}}{d(k,k')}\right),$$

- V_k : voisinage spatial du pixel k,
- $d(k,k')$: distance entre les pixels k.

φ est une norme :

- norme quadratique,
- Préservation des contours : norme $\ell_2 - \ell_1$

$$\varphi(t\,;\,\eta) = 2\,\eta^2\left(\frac{|t|}{\eta} - \log\left(1 + \frac{|t|}{\eta}\right)\right),$$

Régularisation spatiale

A priori de lissage, contraintes sur les gradients spatiaux :

$$\Omega_{\mathrm{spatial}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{r} \sum_{k' \in V_k} \varphi\left(\frac{x_k - x_{k'}}{d(k,k')}\right),$$

- V_k : voisinage spatial du pixel k,
- $d(k,k')$: distance entre les pixels k.

φ est une norme :

- norme quadratique,
- Préservation des contours : norme $\ell_2 - \ell_1$

$$\varphi(t\,;\,\eta) = 2\,\eta^2\left(\frac{|t|}{\eta} - \log\left(1 + \frac{|t|}{\eta}\right)\right),$$

Régularisation spatiale

A priori de lissage, contraintes sur les gradients spatiaux :

$$\Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{r} \sum_{k' \in V_k} \varphi\left(\frac{x_k - x_{k'}}{d(k,k')}\right),$$

- V_k : voisinage spatial du pixel k,
- $d(k,k')$: distance entre les pixels k.

φ est une norme :

- norme quadratique,
- Préservation des contours : norme $\ell_2 - \ell_1$

$$\varphi(t\,;\,\eta) = 2\,\eta^2 \left(\frac{|t|}{\eta} - \log\left(1 + \frac{|t|}{\eta}\right)\right),$$

Résultats simulation

Données simulées.

Vérité.

Résultats simulation

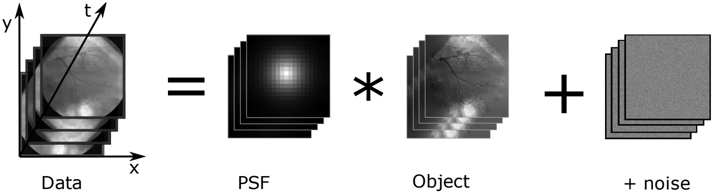
Régularisation quadratique.

Régularisation avec norme $\ell_2 - \ell_1$.

Déconvolution multidimensionnelle

Formation de données multidimensionnelles

Exemple, séquence video (x,z,t) :



Régularisation séparable

Idée :

Régularisation séparable suivant les dimensions de l'objet :

$$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) = f_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x})$$

Une régularisation spatiale

$$f_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{\lambda,t} \alpha_{\lambda,t}\, \Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}_{\lambda,t})$$

Une régularisation spectrale

$$f_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{k,t} \beta_{k,t}\, \Omega_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}_{k,t})$$

Une régularisation temporelle

$$f_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{\lambda,k} \mu_{\lambda,k}\, \Omega_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x}_{\lambda,k})$$

Régularisation séparable

Idée :

Régularisation séparable suivant les dimensions de l'objet :

$$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) = f_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x})$$

Une régularisation spatiale

$$f_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{\lambda,t} \alpha_{\lambda,t}\, \Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}_{\lambda,t})$$

Une régularisation spectrale

$$f_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{k,t} \beta_{k,t}\, \Omega_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}_{k,t})$$

Une régularisation temporelle

$$f_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{\lambda,k} \mu_{\lambda,k}\, \Omega_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x}_{\lambda,k})$$

Régularisation séparable

Idée :

Régularisation séparable suivant les dimensions de l'objet :

$$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) = f_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x})$$

Une régularisation spatiale

$$f_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{\lambda,t} \alpha_{\lambda,t}\, \Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}_{\lambda,t})$$

Une régularisation spectrale

$$f_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{k,t} \beta_{k,t}\, \Omega_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}_{k,t})$$

Une régularisation temporelle

$$f_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{\lambda,k} \mu_{\lambda,k}\, \Omega_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x}_{\lambda,k})$$

Régularisation séparable

Idée :

Régularisation séparable suivant les dimensions de l'objet :

$$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) = f_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x})$$

Une régularisation spatiale

$$f_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{\lambda,t} \alpha_{\lambda,t}\, \Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{x}_{\lambda,t})$$

Une régularisation spectrale

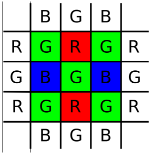
$$f_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{k,t} \beta_{k,t}\, \Omega_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}_{k,t})$$

Une régularisation temporelle

$$f_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{\lambda,k} \mu_{\lambda,k}\, \Omega_{\text{temporel}}(\boldsymbol{x}_{\lambda,k})$$

Mosaïçage

Pour la plupart de capteurs couleurs :
Capteurs monochromes où chaque pixel code une des trois couleurs RVB disposés généralement selon le motif de bayer.



$$y = \mathbf{B} \cdot x \,.$$

Mosaïçage

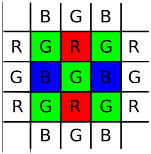
Pour la plupart de capteurs couleurs :
Capteurs monochromes où chaque pixel code une des trois couleurs RVB disposés généralement selon le motif de bayer.

	B	G	B	
R	G	R	G	R
G	B	G	B	G
R	G	R	G	R
	B	G	B	

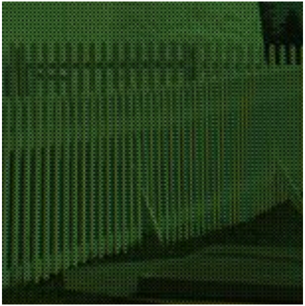
$$y = \mathbf{B} \cdot x \,.$$

Mosaïçage

Pour la plupart de capteurs couleurs :
Capteurs monochromes où chaque pixel code une des trois couleurs RVB disposés généralement selon le motif de bayer.



$$\color{red}{y} = \mathbf{B} \cdot x\,.$$



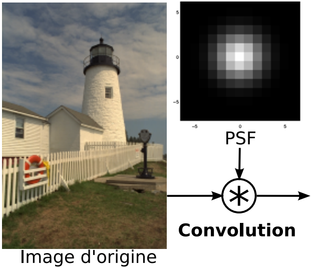
Modèle de formation de l'image

Image d'origine

$$\boldsymbol{y} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{e} \, .$$

- Objet : $\boldsymbol{x}$
- Convolution par la PSF : $\mathbf{H}$
- Projection d'après la matrice de Bayer : $\mathbf{B}$
- Bruit additif : $\boldsymbol{e}$
- Image observée : $\boldsymbol{y}$

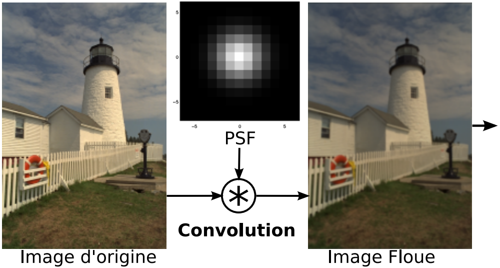
Modèle de formation de l’image



$$y = \mathbf{B} \cdot \color{red}{\mathbf{H}} \cdot x + e\,.$$

- Objet : x
- Convolution par la PSF : $\mathbf{H}$
- Projection d’après la matrice de Bayer : $\mathbf{B}$
- Bruit additif : e
- Image observée : y

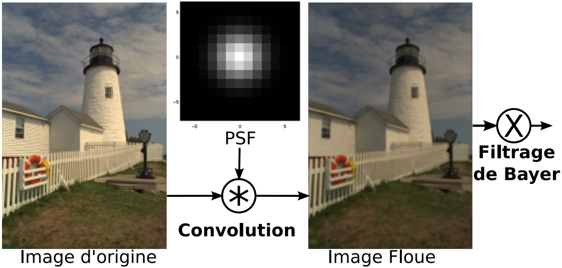
Modèle de formation de l'image



$$\boldsymbol{y} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{e}\,.$$

- Objet : $\boldsymbol{x}$
- Convolution par la PSF : $\mathbf{H}$
- Projection d'après la matrice de Bayer : $\mathbf{B}$
- Bruit additif : $\boldsymbol{e}$
- Image observée : $\boldsymbol{y}$

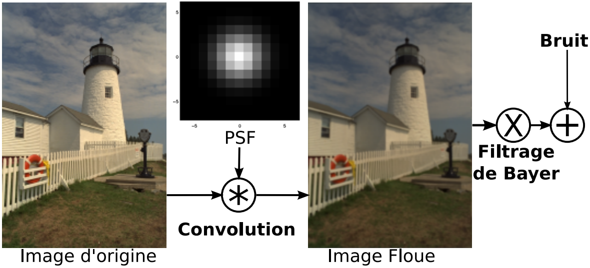
Modèle de formation de l'image



$$y = \color{red}{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{H} \cdot x + e\,.$$

- Objet : x
- Convolution par la PSF : $\mathbf{H}$
- Projection d'après la matrice de Bayer : $\mathbf{B}$
- Bruit additif : e
- Image observée : y

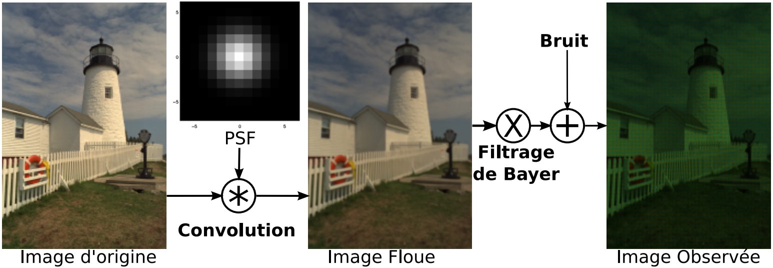
Modèle de formation de l'image



$$y = \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} \cdot x + e \, .$$

- Objet : x
- Convolution par la PSF : $\mathbf{H}$
- Projection d'après la matrice de Bayer : $\mathbf{B}$
- Bruit additif : e
- Image observée : y

Modèle de formation de l'image



$$\boldsymbol{y} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{x} + \boldsymbol{e}\,.$$

- Objet : $\boldsymbol{x}$
- Convolution par la PSF : $\mathbf{H}$
- Projection d'après la matrice de Bayer : $\mathbf{B}$
- Bruit additif : $\boldsymbol{e}$
- Image observée : $\boldsymbol{y}$

Bayer : régularisation spectrale

D'après Gunturk (2002), les hautes fréquences de chaque canal spectral sont très corrélées entre-elles.

Fonction de régularisation :

$$\Omega_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}) = ||\mathbf{P} \cdot (\boldsymbol{x}^R - \boldsymbol{x}^V)||_2^2 + ||\mathbf{P} \cdot (\boldsymbol{x}^R - \boldsymbol{x}^B)||_2^2 + ||\mathbf{P} \cdot (\boldsymbol{x}^B - \boldsymbol{x}^V)||_2^2,$$

avec $\mathbf{P}$: un filtre passe-haut.

Bayer : régularisation spectrale

D'après Gunturk (2002), les hautes fréquences de chaque canal spectral sont très corrélées entre-elles.

Fonction de régularisation :

$$\Omega_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}) = ||\mathbf{P} \cdot (\boldsymbol{x}^R - \boldsymbol{x}^V)||_2^2 + ||\mathbf{P} \cdot (\boldsymbol{x}^R - \boldsymbol{x}^B)||_2^2 + ||\mathbf{P} \cdot (\boldsymbol{x}^B - \boldsymbol{x}^V)||_2^2,$$

avec $\mathbf{P}$: un filtre passe-haut.

Originale

Originale

Floue (PSNR = 29.8dB)

Originale

Floue (PSNR = 29.8dB)

Observations

Originale

Floue (PSNR = 29.8dB)

Observations

Interpolation (-0.5dB)

Originale

Floue (PSNR = 29.8dB)

Observations

Interpolation (-0.5dB)

Interpolation +
Déconvolution (+2.9dB)

Originale

Floue (PSNR = 29.8dB)

Observations

Interpolation (-0.5dB)

Interpolation + Déconvolution (+2.9dB)

Déconvolution Jointe (+5.6dB)

Résultats expérimentaux

Interpolation de l'image défocalisée

Photo manuellement défocalisée

Déconvolution aveugle, psf reconstruite de 8 pixels de diamètre

Résultats expérimentaux

Interpolation de l'image défocalisée

Déconvolution Jointe

Photo manuellement défocalisée

Déconvolution aveugle, psf reconstruite de 8 pixels de diamètre

Résultats expérimentaux

Interpolation de l'image défocalisée

Déconvolution Jointe

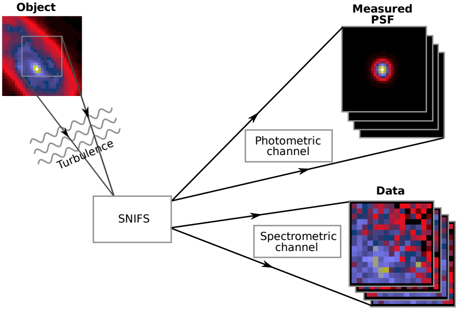
Mise au point et réglages automatiques

Photo manuellement défocalisée

Déconvolution aveugle, psf reconstruite de 8 pixels de diamètre

Supernovæ Factory

Étude des Supernovæ de type Ia pour la cosmologie utilisant SNIFS, un spectrographe intégral de champ.



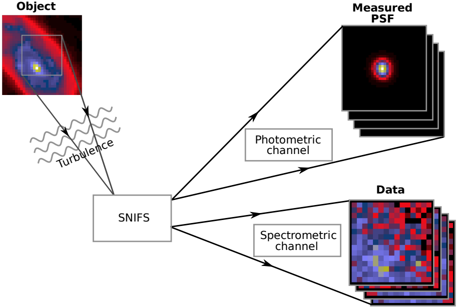
- PSF (32×32) estimées d'après les poses photométriques,
- Données (15×15),
- 798 λ de 3200Å à 5096Å,
- Bas flux : bruit de Poisson.

$\Longrightarrow$ Reconstruction d'un objet au minimum de taille ($32 \times 32 \times 798$) (3 inconnues pour 1 donnée).

Collaboration : S. Bongard (LBNL, LPNHE), E. Pécontal (CRAL).

Supernovæ Factory

Étude des Supernovæ de type Ia pour la cosmologie utilisant SNIFS, un spectrographe intégral de champ.



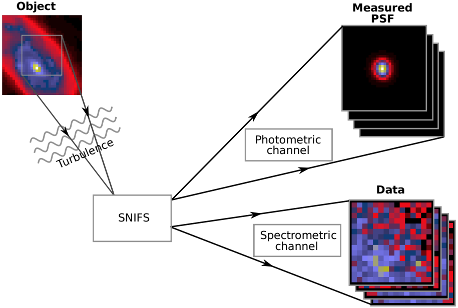
- PSF (32×32) estimées d'après les poses photométriques,
- Données (15×15),
- 798 λ de 3200Å à 5096Å,
- Bas flux : bruit de Poisson.

$\Longrightarrow$ Reconstruction d'un objet au minimum de taille $(32 \times 32 \times 798)$ $(3$ inconnues pour 1 donnée$)$.

Collaboration : S. Bongard (LBNL, LPNHE), E. Pécontal (CRAL).

Supernovæ Factory

Étude des Supernovæ de type Ia pour la cosmologie utilisant SNIFS, un spectrographe intégral de champ.



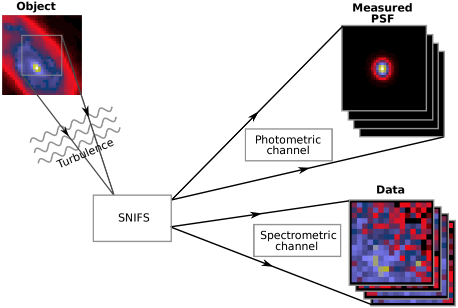
- PSF (32×32) estimées d'après les poses photométriques,
- Données (15×15),
- $798\ \lambda$ de 3200Å à 5096Å,
- Bas flux : bruit de Poisson.

$\Longrightarrow$ Reconstruction d'un objet au minimum de taille $(32 \times 32 \times 798)$ (3 inconnues pour 1 donnée).

Collaboration : S. Bongard (LBNL, LPNHE), E. Pécontal (CRAL).

Supernovæ Factory

Étude des Supernovæ de type Ia pour la cosmologie utilisant SNIFS, un spectrographe intégral de champ.



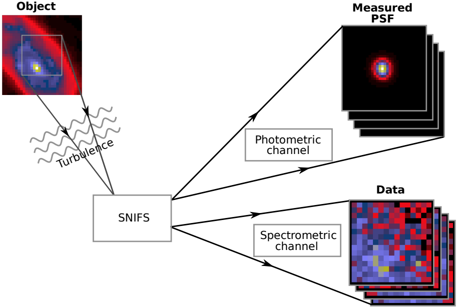
- PSF (32×32) estimées d'après les poses photométriques,
- Données (15×15),
- $798\ \lambda$ de 3200Å à 5096Å,
- Bas flux : bruit de Poisson.

$\Longrightarrow$ Reconstruction d'un objet au minimum de taille $(32 \times 32 \times 798)$ (3 inconnues pour 1 donnée).

Collaboration : S. Bongard (LBNL, LPNHE), E. Pécontal (CRAL).

Supernovæ Factory

Étude des Supernovæ de type Ia pour la cosmologie utilisant SNIFS, un spectrographe intégral de champ.



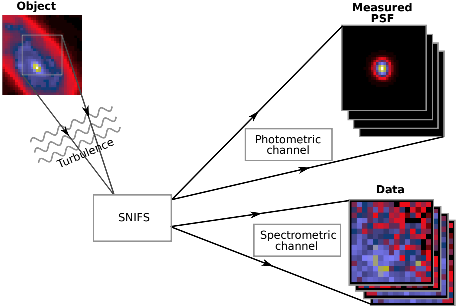
- PSF (32×32) estimées d'après les poses photométriques,
- Données (15×15),
- $798\ \lambda$ de 3200Å à 5096Å,
- Bas flux : bruit de Poisson.

$\Longrightarrow$ Reconstruction d'un objet au minimum de taille $(32 \times 32 \times 798)$ (3 inconnues pour 1 donnée).

Collaboration : S. Bongard (LBNL, LPNHE), E. Pécontal (CRAL).

Supernovæ Factory

Étude des Supernovæ de type Ia pour la cosmologie utilisant SNIFS, un spectrographe intégral de champ.



- PSF (32×32) estimées d'après les poses photométriques,
- Données (15×15),
- 798 λ de 3200Å à 5096Å,
- Bas flux : bruit de Poisson.

$\Longrightarrow$ Reconstruction d'un objet au minimum de taille $(32 \times 32 \times 798)$ (3 inconnues pour 1 donnée).

Collaboration : S. Bongard (LBNL, LPNHE), E. Pécontal (CRAL).

Supernovæ Factory : terme de vraisemblance

Dépend de la nature du bruit,

Bruit de Poisson ≈ Bruit gaussien non-stationnaire

$$\sigma^2_{k,\lambda} = \gamma(\mathbf{H}\cdot\boldsymbol{x})_{k,\lambda} + \sigma^2_{\mathrm{CCD}} \approx \gamma \max(y_{k,\lambda}, 0) + \sigma^2_{\mathrm{CCD}}$$

γ : facteur de quantification
σ^2_{CCD} : variance de bruits additifs gaussiens (*e.g.* bruit de lecture).

$$f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{k}^{Pixels} \sum_{\lambda} \underbrace{w_{k,\lambda}}_{\text{poids}} \Big[\underbrace{(\mathbf{H}\cdot\boldsymbol{x})_{k,\lambda}}_{\text{modèle}} - \underbrace{y_{k,\lambda}}_{\text{donnée}} \Big]^2$$

$$w_{k,\lambda} = \operatorname{diag} \mathbf{C}_{\mathrm{e}}^{-1} = \begin{cases} \dfrac{1}{\sigma^2_{k,\lambda}} & \text{si le pixel } \{k,\lambda\} \text{ est mesuré,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Supernovæ Factory : terme de vraisemblance

Dépend de la nature du bruit,

Bruit de Poisson ≈ Bruit gaussien non-stationnaire

$$\sigma^2_{k,\lambda} = \gamma(\mathbf{H}\cdot\boldsymbol{x})_{k,\lambda} + \sigma^2_{\mathrm{CCD}} \approx \gamma \max(y_{k,\lambda}, 0) + \sigma^2_{\mathrm{CCD}}$$

γ : facteur de quantification
σ^2_{CCD} : variance de bruits additifs gaussiens (*e.g.* bruit de lecture).

$$f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x}) = \sum_k^{\textit{Pixels}} \sum_\lambda \underbrace{w_{k,\lambda}}_{\text{poids}} \Big[\underbrace{(\mathbf{H}\cdot\boldsymbol{x})_{k,\lambda}}_{\text{modèle}} - \underbrace{y_{k,\lambda}}_{\text{donnée}} \Big]^2$$

$$w_{k,\lambda} = \operatorname{diag} \mathbf{C}_{\mathrm{e}}^{-1} = \begin{cases} \dfrac{1}{\sigma^2_{k,\lambda}} & \text{si le pixel } \{k,\lambda\} \text{ est mesuré,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Supernovæ Factory : terme de vraisemblance

Dépend de la nature du bruit,

Bruit de Poisson ≈ **Bruit gaussien non-stationnaire**

$$\sigma^2_{k,\lambda} = \gamma(\mathbf{H}\cdot\boldsymbol{x})_{k,\lambda} + \sigma^2_{\mathrm{CCD}} \approx \gamma \max(y_{k,\lambda}, 0) + \sigma^2_{\mathrm{CCD}}$$

γ : facteur de quantification
σ^2_{CCD} : variance de bruits additifs gaussiens (*e.g.* bruit de lecture).

$$f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{k}^{Pixels} \sum_{\lambda} \underbrace{w_{k,\lambda}}_{\text{poids}} \Big[\underbrace{(\mathbf{H}\cdot\boldsymbol{x})_{k,\lambda}}_{\text{modèle}} - \underbrace{y_{k,\lambda}}_{\text{donnée}} \Big]^2$$

$$w_{k,\lambda} = \operatorname{diag} \mathbf{C}_{\mathrm{e}}^{-1} = \begin{cases} \dfrac{1}{\sigma^2_{k,\lambda}} & \text{si le pixel } \{k,\lambda\} \text{ est mesuré,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Supernovæ Factory : terme de vraisemblance

Dépend de la nature du bruit,

Bruit de Poisson ≈ **Bruit gaussien non-stationnaire**

$$\sigma^2_{k,\lambda} = \gamma(\mathbf{H}\cdot\boldsymbol{x})_{k,\lambda} + \sigma^2_{\mathrm{CCD}} \approx \gamma \max(y_{k,\lambda}, 0) + \sigma^2_{\mathrm{CCD}}$$

γ : facteur de quantification
σ^2_{CCD} : variance de bruits additifs gaussiens (*e.g.* bruit de lecture).

$$f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{k}^{Pixels} \sum_{\lambda} \underbrace{w_{k,\lambda}}_{\text{poids}} \Big[\underbrace{(\mathbf{H}\cdot\boldsymbol{x})_{k,\lambda}}_{\text{modèle}} - \underbrace{y_{k,\lambda}}_{\text{donnée}} \Big]^2$$

$$w_{k,\lambda} = \operatorname{diag} \mathbf{C}_{\mathrm{e}}^{-1} = \begin{cases} \dfrac{1}{\sigma^2_{k,\lambda}} & \text{si le pixel } \{k,\lambda\} \text{ est mesuré,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Supernovæ Factory : terme de vraisemblance

Dépend de la nature du bruit,

Bruit de Poisson ≈ Bruit gaussien non-stationnaire

$$\sigma^2_{k,\lambda} = \gamma(\mathbf{H}\cdot\boldsymbol{x})_{k,\lambda} + \sigma^2_{\text{CCD}} \approx \gamma \max(y_{k,\lambda}, 0) + \sigma^2_{\text{CCD}}$$

γ : facteur de quantification
σ^2_{CCD} : variance de bruits additifs gaussiens (*e.g.* bruit de lecture).

$$f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}) = \sum_{k}^{Pixels} \sum_{\lambda} \underbrace{w_{k,\lambda}}_{\text{poids}} \Big[\underbrace{(\mathbf{H}\cdot\boldsymbol{x})_{k,\lambda}}_{\text{modèle}} - \underbrace{y_{k,\lambda}}_{\text{donnée}} \Big]^2$$

$$w_{k,\lambda} = \operatorname{diag} \mathbf{C}_{\text{e}}^{-1} = \begin{cases} \dfrac{1}{\sigma^2_{k,\lambda}} & \text{si le pixel } \{k,\lambda\} \text{ est mesuré,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Supernovæ Factory : terme de vraisemblance

Dépend de la nature du bruit,

Bruit de Poisson ≈ Bruit gaussien non-stationnaire

$$\sigma^2_{k,\lambda} = \gamma(\mathbf{H}\cdot\boldsymbol{x})_{k,\lambda} + \sigma^2_{\mathrm{CCD}} \approx \gamma \max(y_{k,\lambda}, 0) + \sigma^2_{\mathrm{CCD}}$$

γ : facteur de quantification
σ^2_{CCD} : variance de bruits additifs gaussiens (*e.g.* bruit de lecture).

$$f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x}) = \sum_k^{Pixels} \sum_\lambda \underbrace{w_{k,\lambda}}_{\text{poids}} \Big[\underbrace{(\mathbf{H}\cdot\boldsymbol{x})_{k,\lambda}}_{\text{modèle}} - \underbrace{y_{k,\lambda}}_{\text{donnée}} \Big]^2$$

$$w_{k,\lambda} = \operatorname{diag} \mathbf{C}_{\mathrm{e}}^{-1} = \begin{cases} \dfrac{1}{\sigma^2_{k,\lambda}} & \text{si le pixel } \{k,\lambda\} \text{ est mesuré,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Supernovæ Factory : terme de vraisemblance

Dépend de la nature du bruit,

Bruit de Poisson ≈ **Bruit gaussien non-stationnaire**

$$\sigma^2_{k,\lambda} = \gamma(\mathbf{H}\cdot\boldsymbol{x})_{k,\lambda} + \sigma^2_{\mathrm{CCD}} \approx \gamma \max(y_{k,\lambda}, 0) + \sigma^2_{\mathrm{CCD}}$$

γ : facteur de quantification
σ^2_{CCD} : variance de bruits additifs gaussiens (*e.g.* bruit de lecture).

$$f_{\mathrm{data}}(\boldsymbol{x}) = \sum_k^{Pixels} \sum_\lambda \underbrace{w_{k,\lambda}}_{\text{poids}} \Big[\underbrace{(\mathbf{H}\cdot\boldsymbol{x})_{k,\lambda}}_{\text{modèle}} - \underbrace{y_{k,\lambda}}_{\text{donnée}} \Big]^2$$

$$w_{k,\lambda} = \operatorname{diag} \mathbf{C}_{\mathrm{e}}^{-1} = \begin{cases} \dfrac{1}{\sigma^2_{k,\lambda}} & \text{si le pixel } \{k,\lambda\} \text{ est mesuré,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Supernovæ Factory : régularisation spectrale

Dynamique très différente d'une longueur d'onde à l'autre :

Deux difficultés :

- Etablir une régularisation efficace,
- Régler les hyper-paramètres.

Constat

Les structures spatiales de chaques image x_λ sont proches,
$\approx$ les spectres de chaque pixel x_k sont proches à une constante multiplicative près.

Régularisation spectrale

Le rapport entre le spectre de chaque pixel x_k et le spectre moyen des données (SED) est $\approx$ constant :

$$\Omega_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}_k) = \left(\frac{x_{r,\lambda+\Delta\lambda}}{\text{SED}_{\lambda+\Delta\lambda}} - \frac{x_{r,\lambda}}{\text{SED}_\lambda} \right)^2 ,$$

Supernovæ Factory : régularisation spectrale

Dynamique très différente d'une longueur d'onde à l'autre :

Deux difficultés :

- Etablir une régularisation efficace,
- Régler les hyper-paramètres.

Constat

Les structures spatiales de chaques image x_λ sont proches,
$\approx$ les spectres de chaque pixel x_k sont proches à une constante multiplicative près.

Régularisation spectrale

Le rapport entre le spectre de chaque pixel x_k et le spectre moyen des données (SED) est $\approx$ constant :

$$\Omega_{\text{spectral}}(x_k) = \left(\frac{x_{r,\lambda+\Delta\lambda}}{\mathrm{SED}_{\lambda+\Delta\lambda}} - \frac{x_{r,\lambda}}{\mathrm{SED}_{\lambda}} \right)^2 ,$$

Supernovæ Factory : régularisation spectrale

Dynamique très différente d'une longueur d'onde à l'autre :

Deux difficultés :

- Etablir une régularisation efficace,
- Régler les hyper-paramètres.

Constat

Les structures spatiales de chaques image $\boldsymbol{x}_\lambda$ sont proches, $\approx$ les spectres de chaque pixel $\boldsymbol{x}_k$ sont proches à une constante multiplicative près.

Régularisation spectrale

Le rapport entre le spectre de chaque pixel $\boldsymbol{x}_k$ et le spectre moyen des données (SED) est $\approx$ constant :

$$\Omega_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}_k) = \left(\frac{x_{r,\lambda+\Delta\lambda}}{\mathsf{SED}_{\lambda+\Delta\lambda}} - \frac{x_{r,\lambda}}{\mathsf{SED}_{\lambda}}\right)^2 ,$$

Supernovæ Factory : régularisation spectrale

Dynamique très différente d'une longueur d'onde à l'autre :

Deux difficultés :

- Etablir une régularisation efficace,
- Régler les hyper-paramètres.

Constat

Les structures spatiales de chaques image $\boldsymbol{x}_\lambda$ sont proches, $\approx$ les spectres de chaque pixel $\boldsymbol{x}_k$ sont proches à une constante multiplicative près.

Régularisation spectrale

Le rapport entre le spectre de chaque pixel $\boldsymbol{x}_k$ et le spectre moyen des données (SED) est $\approx$ constant :

$$\Omega_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}_k) = \left(\frac{x_{r,\lambda+\Delta\lambda}}{\mathrm{SED}_{\lambda+\Delta\lambda}} - \frac{x_{r,\lambda}}{\mathrm{SED}_{\lambda}} \right)^2 ,$$

Supernovæ Factory : régularisation spectrale

Dynamique très différente d'une longueur d'onde à l'autre :

Deux difficultés :

- Etablir une régularisation efficace,
- Régler les hyper-paramètres.

Constat

Les structures spatiales de chaques image $\boldsymbol{x}_\lambda$ sont proches, $\approx$ les spectres de chaque pixel $\boldsymbol{x}_k$ sont proches à une constante multiplicative près.

Régularisation spectrale

Le rapport entre le spectre de chaque pixel $\boldsymbol{x}_k$ et le spectre moyen des données (SED) est $\approx$ constant :

$$\Omega_{\text{spectral}}(\boldsymbol{x}_k) = \left(\frac{x_{r,\lambda+\Delta\lambda}}{\text{SED}_{\lambda+\Delta\lambda}} - \frac{x_{r,\lambda}}{\text{SED}_\lambda} \right)^2 ,$$

Supernovæ Factory : régularisation spectrale

Dynamique très différente d'une longueur d'onde à l'autre :

Deux difficultés :

- Etablir une régularisation efficace,
- Régler les hyper-paramètres.

Constat

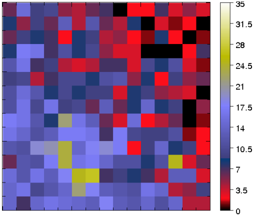
Les structures spatiales de chaques image $\boldsymbol{x}_\lambda$ sont proches, $\approx$ les spectres de chaque pixel $\boldsymbol{x}_k$ sont proches à une constante multiplicative près.

Réglage des hyper-paramètres

- Hyper-paramètres spatiaux α_λ normalisés par le flux moyen dans l'image $\boldsymbol{x}_\lambda$.
- Tous les spectres $\boldsymbol{x}_k$ suivent le même *a priori* : hyper-paramètres sur les spectres β_k constant.

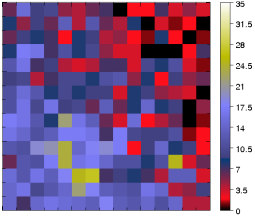
Simulations Supernovæ Factory

Simulations Supernovæ Factory

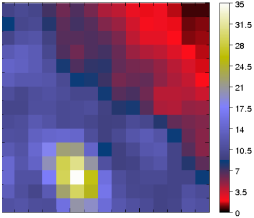


Données (3975Å)

Simulations Supernovæ Factory

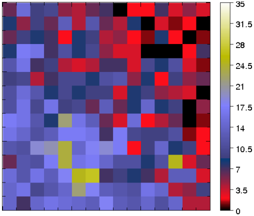


Données (3975Å)

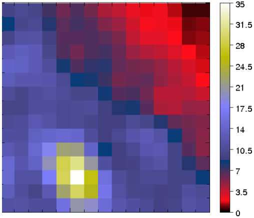


reconstruction

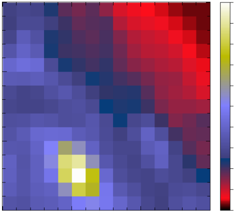
Simulations Supernovæ Factory



Données (3975Å)

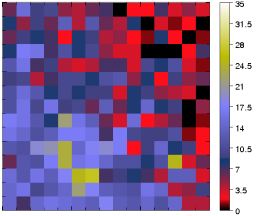


reconstruction

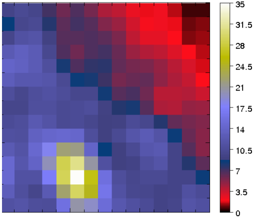


vérité

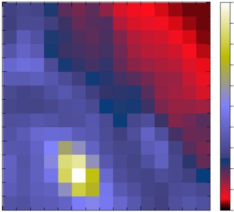
Simulations Supernovæ Factory



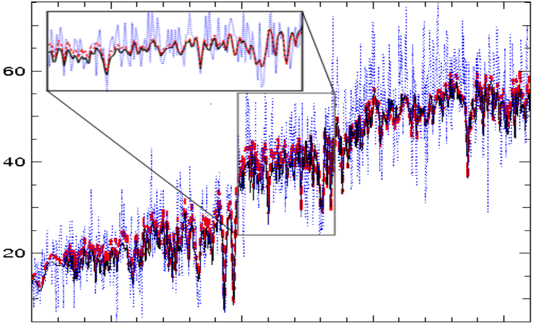
Données (3975Å)



reconstruction

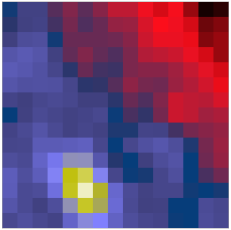


vérité

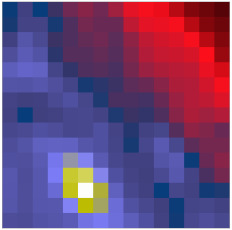


- bleu : Données
- rouge : Reconstruction
- noir : Vérité

Extrapolation du champ.



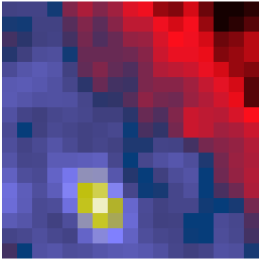
Reconstruction (3975Å)

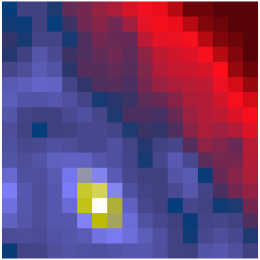


Vérité

Simulations réalisées par E. Pécontal (CRAL).

Extrapolation du champ.



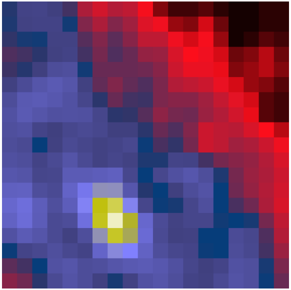


Reconstruction (3975Å)

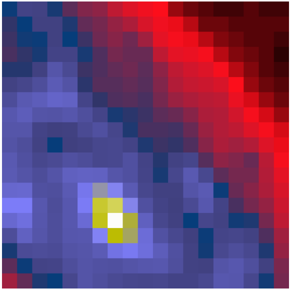
Vérité

Simulations réalisées par E. Pécontal (CRAL).

Extrapolation du champ.



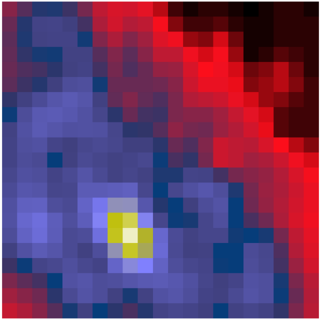
Reconstruction (3975Å)



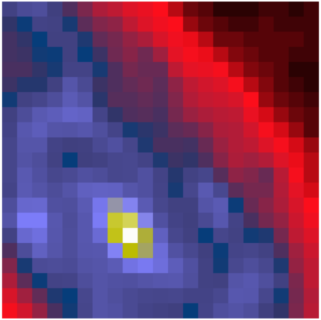
Vérité

Simulations réalisées par E. Pécontal (CRAL).

Extrapolation du champ.



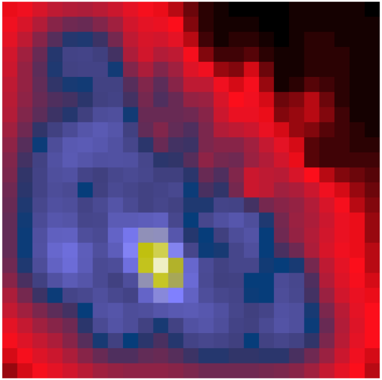
Reconstruction (3975Å)



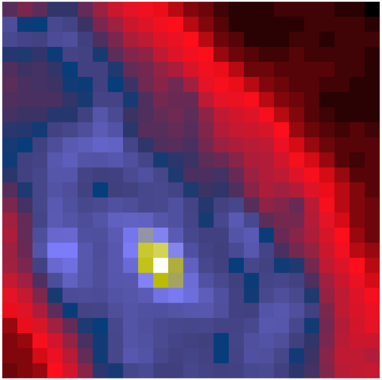
Vérité

Simulations réalisées par E. Pécontal (CRAL).

Extrapolation du champ.



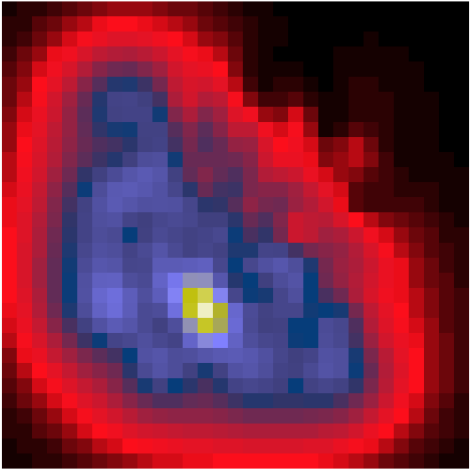
Reconstruction (3975Å)

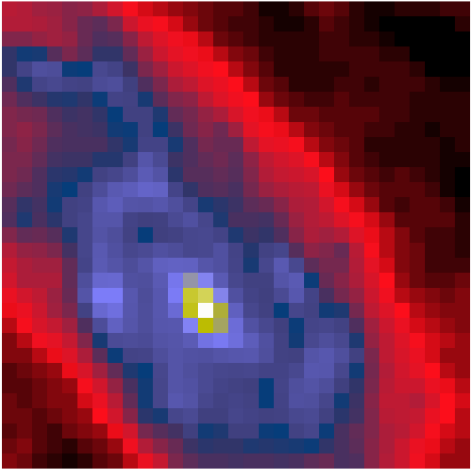


Vérité

Simulations réalisées par E. Pécontal (CRAL).

Extrapolation du champ.





Reconstruction (3975Å)

Vérité

Simulations réalisées par E. Pécontal (CRAL).

Deconvolution Aveugle

Déconvolution Aveugle

PSF $\boldsymbol{h}$ et objet $\boldsymbol{x}$ inconnus

Estimer $\boldsymbol{h}$ et $\boldsymbol{x}$ d'après les données $\boldsymbol{y}$:
Déconvolution aveugle.

Critère à minimiser

$$f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) = f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}\,; \boldsymbol{y}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h}) \,.$$

Régularisation sur la PSF

Régularisation séparable :

$$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h}) = f_{\text{spatial}}(\boldsymbol{h}) + f_{\text{spectral}}(\boldsymbol{h}) + f_{\text{temporel}}(\boldsymbol{h})$$

Déconvolution Aveugle

PSF $\boldsymbol{h}$ et objet $\boldsymbol{x}$ inconnus

Estimer $\boldsymbol{h}$ et $\boldsymbol{x}$ d'après les données $\boldsymbol{y}$:
Déconvolution aveugle.

Critère à minimiser

$$f_{\text{post}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{h}) = f_{\text{data}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{h}\,;\boldsymbol{y}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h})\,.$$

Régularisation sur la PSF

Régularisation séparable :

$$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h}) = f_{\text{spatial}}(\boldsymbol{h}) + f_{\text{spectral}}(\boldsymbol{h}) + f_{\text{temporel}}(\boldsymbol{h})$$

Déconvolution Aveugle

PSF $\boldsymbol{h}$ et objet $\boldsymbol{x}$ inconnus

Estimer $\boldsymbol{h}$ et $\boldsymbol{x}$ d'après les données $\boldsymbol{y}$:
Déconvolution aveugle.

Critère à minimiser

$$f_{\text{post}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{h}) = f_{\text{data}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{h}\,;\boldsymbol{y}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h})\,.$$

Régularisation sur la PSF

Régularisation séparable :

$$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h}) = f_{\text{spatial}}(\boldsymbol{h}) + f_{\text{spectral}}(\boldsymbol{h}) + f_{\text{temporel}}(\boldsymbol{h})$$

Déconvolution Aveugle

PSF $\boldsymbol{h}$ et objet $\boldsymbol{x}$ inconnus

Estimer $\boldsymbol{h}$ et $\boldsymbol{x}$ d'après les données $\boldsymbol{y}$:
Déconvolution aveugle.

Critère à minimiser

$$f_{\text{post}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{h}) = f_{\text{data}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{h}\,;\boldsymbol{y}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h})\,.$$

Régularisation sur la PSF

Régularisation séparable :

$$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h}) = f_{\text{spatial}}(\boldsymbol{h}) + f_{\text{spectral}}(\boldsymbol{h}) + f_{\text{temporel}}(\boldsymbol{h})$$

Déconvolution Aveugle

PSF $\boldsymbol{h}$ et objet $\boldsymbol{x}$ inconnus

Estimer $\boldsymbol{h}$ et $\boldsymbol{x}$ d'après les données $\boldsymbol{y}$:
Déconvolution aveugle.

Critère à minimiser

$$f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) = f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}\,; \boldsymbol{y}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h}) \,.$$

Régularisation sur la PSF

Régularisation séparable :

$$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h}) = f_{\text{spatial}}(\boldsymbol{h}) + f_{\text{spectral}}(\boldsymbol{h}) + f_{\text{temporel}}(\boldsymbol{h})$$

Déconvolution Aveugle

PSF $\boldsymbol{h}$ et objet $\boldsymbol{x}$ inconnus

Estimer $\boldsymbol{h}$ et $\boldsymbol{x}$ d'après les données $\boldsymbol{y}$:
Déconvolution aveugle.

Critère à minimiser

$$f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}) = f_{\text{data}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h}\,; \boldsymbol{y}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{x}) + f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h})\,.$$

Régularisation sur la PSF

Régularisation séparable :

$$f_{\text{prior}}(\boldsymbol{h}) = f_{\text{spatial}}(\boldsymbol{h}) + f_{\text{spectral}}(\boldsymbol{h}) + f_{\text{temporel}}(\boldsymbol{h})$$

Régularisation de la PSF

Régularisation spatiale

1. Identique à la régularisation spatiale,
2. Si l'on dispose d'une forme *a priori* $\boldsymbol{p}(\theta)$:

$$\Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{h}_{\lambda,t}) = (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta))^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{W} \cdot (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta)),$$

où $\mathbf{W}$ est une matrice de poids.

Régularisation temporelle et spectrale

PSF variant continuement (temporellement ou spectralement) :

$$\textit{e.g.}\quad \Omega_{\text{temporel}}(\boldsymbol{h}) = \|2\boldsymbol{h}_t - \boldsymbol{h}_{t-1} - \boldsymbol{h}_{t+1}\|_2^2 \,.$$

Contraintes strictes sur la PSF

- Contrainte de normalisation,
- Contraintes de positivité.

Régularisation de la PSF

Régularisation spatiale

1. Identique à la régularisation spatiale,
2. Si l'on dispose d'une forme *a priori* $p(\theta)$:

$$\Omega_{\text{spatial}}(h_{\lambda,t}) = (h_{\lambda,t} - p(\theta))^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{W} \cdot (h_{\lambda,t} - p(\theta)),$$

où $\mathbf{W}$ est une matrice de poids.

Régularisation temporelle et spectrale

PSF variant continuement (temporellement ou spectralement) :

$$\textit{e.g.} \quad \Omega_{\text{temporel}}(h) = \|2h_t - h_{t-1} - h_{t+1}\|_2^2 \,.$$

Contraintes strictes sur la PSF

- Contrainte de normalisation,
- Contraintes de positivité.

Régularisation de la PSF

Régularisation spatiale

1. Identique à la régularisation spatiale,
2. Si l'on dispose d'une forme *a priori* $\boldsymbol{p}(\theta)$:

$$\Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{h}_{\lambda,t}) = (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta))^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{W} \cdot (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta)),$$

où $\mathbf{W}$ est une matrice de poids.

Régularisation temporelle et spectrale

PSF variant continuement (temporellement ou spectralement) :

$$\textit{e.g.} \quad \Omega_{\text{temporel}}(\boldsymbol{h}) = \|2\boldsymbol{h}_t - \boldsymbol{h}_{t-1} - \boldsymbol{h}_{t+1}\|_2^2 .$$

Contraintes strictes sur la PSF

- Contrainte de normalisation,
- Contraintes de positivité.

Régularisation de la PSF

Régularisation spatiale

1. Identique à la régularisation spatiale,
2. Si l'on dispose d'une forme *a priori* $\boldsymbol{p}(\theta)$:

$$\Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{h}_{\lambda,t}) = (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta))^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{W} \cdot (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta)),$$

où $\mathbf{W}$ est une matrice de poids.

Régularisation temporelle et spectrale

PSF variant continuement (temporellement ou spectralement) :

$$\textit{e.g.}\quad \Omega_{\text{temporel}}(\boldsymbol{h}) = \|2\boldsymbol{h}_t - \boldsymbol{h}_{t-1} - \boldsymbol{h}_{t+1}\|_2^2\,.$$

Contraintes strictes sur la PSF

- Contrainte de normalisation,
- Contraintes de positivité.

Régularisation de la PSF

Régularisation spatiale

1. Identique à la régularisation spatiale,
2. Si l'on dispose d'une forme *a priori* $\boldsymbol{p}(\theta)$:

$$\Omega_{\text{spatial}}(\boldsymbol{h}_{\lambda,t}) = (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta))^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{W} \cdot (\boldsymbol{h}_{\lambda,t} - \boldsymbol{p}(\theta)),$$

où $\mathbf{W}$ est une matrice de poids.

Régularisation temporelle et spectrale

PSF variant continuement (temporellement ou spectralement) :

$$\textit{e.g.}\quad \Omega_{\text{temporel}}(\boldsymbol{h}) = \|2\boldsymbol{h}_t - \boldsymbol{h}_{t-1} - \boldsymbol{h}_{t+1}\|_2^2\,.$$

Contraintes strictes sur la PSF

- Contrainte de normalisation,
- Contraintes de positivité.

Minimisation alternée

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{h})$:

1. Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
2. estimation de l'objet optimal $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\boldsymbol{h}^{(k)}$,
3. estimation de la PSF optimale $\boldsymbol{h}^{(k+1)}$ étant donné $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$,
4. répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- **PSF** Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
- **Objet** $\boldsymbol{x}^{(0)}$ doit permettre un bonne estimation de la PSF $\boldsymbol{h}^{(1)}$.

Minimisation alternée

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h})$:

1. Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
2. estimation de l'objet optimal $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\boldsymbol{h}^{(k)}$,
3. estimation de la PSF optimale $\boldsymbol{h}^{(k+1)}$ étant donné $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$,
4. répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- **PSF** Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
- **Objet** $\boldsymbol{x}^{(0)}$ doit permettre un bonne estimation de la PSF $\boldsymbol{h}^{(1)}$.

Minimisation alternée

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h})$:

1. Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
2. estimation de l'objet optimal $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\boldsymbol{h}^{(k)}$,
3. estimation de la PSF optimale $\boldsymbol{h}^{(k+1)}$ étant donné $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$,
4. répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- **PSF** Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
- **Objet** $\boldsymbol{x}^{(0)}$ doit permettre un bonne estimation de la PSF $\boldsymbol{h}^{(1)}$.

Minimisation alternée

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h})$:

1. Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
2. estimation de l'objet optimal $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\boldsymbol{h}^{(k)}$,
3. estimation de la PSF optimale $\boldsymbol{h}^{(k+1)}$ étant donné $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$,
4. répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- **PSF** Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
- **Objet** $\boldsymbol{x}^{(0)}$ doit permettre un bonne estimation de la PSF $\boldsymbol{h}^{(1)}$.

Minimisation alternée

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h})$:

1. Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
2. estimation de l'objet optimal $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\boldsymbol{h}^{(k)}$,
3. estimation de la PSF optimale $\boldsymbol{h}^{(k+1)}$ étant donné $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$,
4. répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- **PSF** Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
- **Objet** $\boldsymbol{x}^{(0)}$ doit permettre un bonne estimation de la PSF $\boldsymbol{h}^{(1)}$.

Minimisation alternée

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h})$:

1. Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
2. estimation de l'objet optimal $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\boldsymbol{h}^{(k)}$,
3. estimation de la PSF optimale $\boldsymbol{h}^{(k+1)}$ étant donné $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$,
4. répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- **PSF** Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
- **Objet** $x^{(0)}$ doit permettre un bonne estimation de la PSF $\boldsymbol{h}^{(1)}$.

Minimisation alternée

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h})$:

1. Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
2. estimation de l'objet optimal $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\boldsymbol{h}^{(k)}$,
3. estimation de la PSF optimale $\boldsymbol{h}^{(k+1)}$ étant donné $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$,
4. répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- **PSF** Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
- **Objet** $\boldsymbol{x}^{(0)}$ doit permettre un bonne estimation de la PSF $\boldsymbol{h}^{(1)}$.

Minimisation alternée

Minimisation alternée du critère $f_{\text{post}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{h})$:

1. Initialisation de la PSF avec son *a priori* $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
2. estimation de l'objet optimal $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$ étant donné la PSF $\boldsymbol{h}^{(k)}$,
3. estimation de la PSF optimale $\boldsymbol{h}^{(k+1)}$ étant donné $\boldsymbol{x}^{(k+1)}$,
4. répéter les étapes 2 et 3 jusqu'à convergence.

Le solution dépend du point de départ :

- **PSF** Si l'on dispose d'une PSF *a priori* : $\boldsymbol{h}^{(0)} = \boldsymbol{p}$,
- **Objet** $\boldsymbol{x}^{(0)}$ doit permettre un bonne estimation de la PSF $\boldsymbol{h}^{(1)}$.

Estimation d'un objet initial

Exemple sur deux types de flou.

Flou disque.

Flou gaussien.

Estimation d'un objet initial

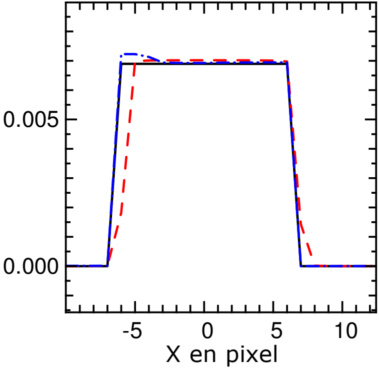
Idée : "Calibrer" la PSF sur les bords francs.

Segmenter les données pour mettre en évidence les bords francs.

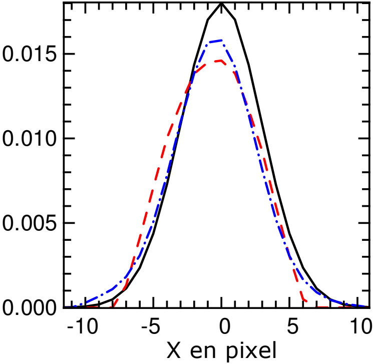
Objet initial proposé ($\boldsymbol{x}^{(0)}$).

Estimation d'un objet initial

Résultats sur deux types de flou.



Coupe de la PSF (disque).

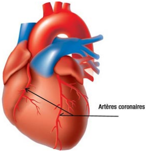


Coupe de la PSF (gaussienne).

– – Première itération ($\boldsymbol{h}^{(1)}$), -·- Convergence ($\boldsymbol{h}^{(\mathrm{fin})}$), — Verité.

Séquence vidéo coronarographique

Examen radiologique des artère coronaires :



(Observation effectuée par A. Gressard and R. Dauphin à l'hôpital de la Croix-Rousse)

Réglage des hyper-paramètres

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

⟶ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

⟶ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariant.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contraint temporel sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Hyper-paramètres spatial et temporel pour la PSF,
Hyper-paramètre spatial pour l'objet.

Réglage des hyper-paramètres

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

⟶ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

⟶ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariant.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contraint temporel sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Hyper-paramètres spatial et temporel pour la PSF,
Hyper-paramètre spatial pour l'objet.

Réglage des hyper-paramètres

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

$\longrightarrow$ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

$\longrightarrow$ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariant.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contraint temporel sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Hyper-paramètres spatial et temporel pour la PSF,
Hyper-paramètre spatial pour l'objet.

Réglage des hyper-paramètres

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

⟶ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

⟶ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariant.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contraint temporel sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Hyper-paramètres spatial et temporel pour la PSF,
Hyper-paramètre spatial pour l'objet.

Réglage des hyper-paramètres

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

⟶ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

⟶ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariant.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contraint temporel sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Hyper-paramètres spatial et temporel pour la PSF,
Hyper-paramètre spatial pour l'objet.

Réglage des hyper-paramètres

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

⟶ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

⟶ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariant.

Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contraint temporel sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Hyper-paramètres spatial et temporel pour la PSF,
Hyper-paramètre spatial pour l'objet.

Réglage des hyper-paramètres

Quelques constats à propos des données présentées :

La statistique du bruit et la dynamique sont constants :

⟶ Les hyper-paramètres spatiaux sur la PSF et l'objet sont constants.

La statistique du bruit et la dynamique sont invariants spatialement :

⟶ Les hyper-paramètres temporels sur la PSF et l'objet sont spatialement invariant.

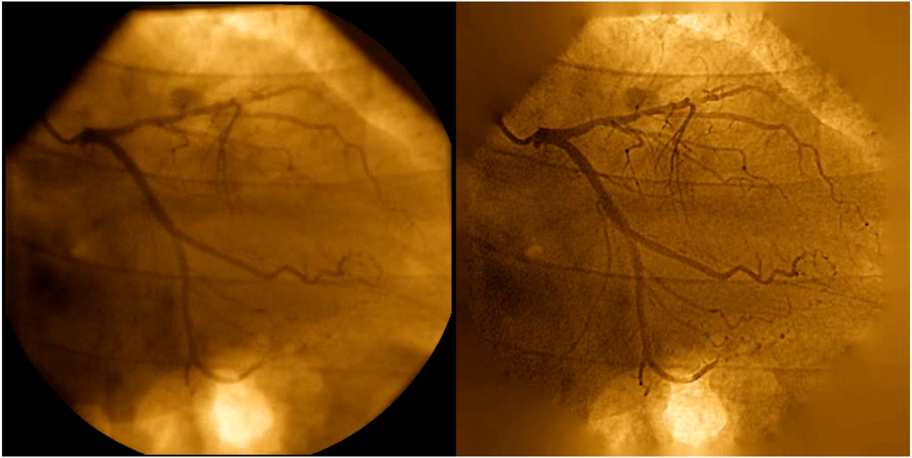
Le mouvement de l'objet est très rapide :

Pas de contraint temporel sur l'objet.

Seul trois hyper-paramètres doivent être estimés :

Hyper-paramètres spatial et temporel pour la PSF,
Hyper-paramètre spatial pour l'objet.

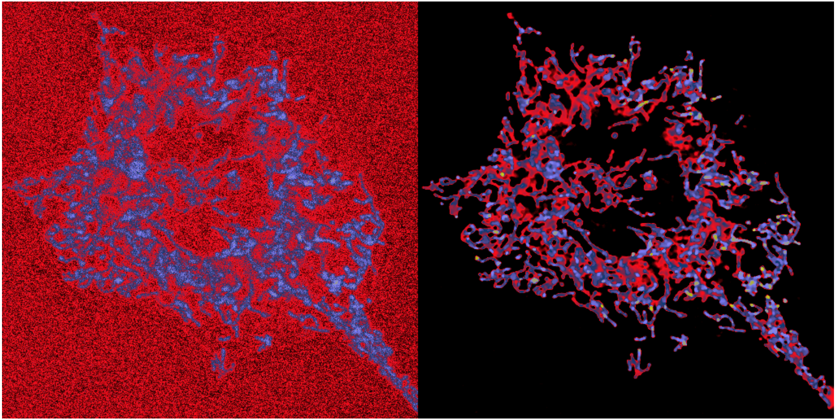
Déconvolution aveugle de séquences coronarographiques.



(Observation effectuée par A. Gressard and R. Dauphin à l'hôpital de la Croix-Rousse)

Microscopie Confocale

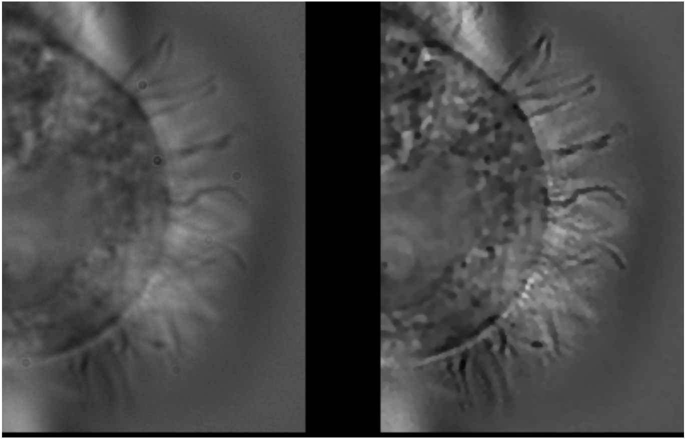
Observation de mitochondries d'une cellule cardiaque Non-Beating HL-1 en microscopie confocale à fluorescence.



(Expérience effectuée par S. Pelloux et Y. Tourneur)

Microscopie conventionnelle

Observation d'une cellule cilliée épithéliale au microscope conventionnel.



(Expérience effectuée par B. Chhin et Y. Tourneur)

Conclusion

Conclusion & Perspectives

Résumé

- Succès de l'approche inverse en déconvolution aveugle comme en holographie,
- Extrapolation et/ou interpolation effective de l'objet.

Conclusion : intérêt de l'approche inverse

- Adaptation à de nombreux types d'applications,
- Prise en compte de l'ensemble du système d'observation,
- Utilise la totalité des données disponibles.

Perspectives

- Accélération de la résolution numérique (préconditionnement, parallélisation. . .),
- Automatisation des réglages des hyper-paramètres,
- Prise en compte de modèle plus complexes.

Conclusion & Perspectives

Résumé

- Succès de l'approche inverse en déconvolution aveugle comme en holographie,
- Extrapolation et/ou interpolation effective de l'objet.

Conclusion : intérêt de l'approche inverse

- Adaptation à de nombreux types d'applications,
- Prise en compte de l'ensemble du système d'observation,
- Utilise la totalité des données disponibles.

Perspectives

- Accélération de la résolution numérique (préconditionnement, parallélisation. . .),
- Automatisation des réglages des hyper-paramètres,
- Prise en compte de modèle plus complexes.

Conclusion & Perspectives

Résumé

- Succès de l'approche inverse en déconvolution aveugle comme en holographie,
- Extrapolation et/ou interpolation effective de l'objet.

Conclusion : intérêt de l'approche inverse

- Adaptation à de nombreux types d'applications,
- Prise en compte de l'ensemble du système d'observation,
- Utilise la totalité des données disponibles.

Perspectives

- Accélération de la résolution numérique (préconditionnement, parallélisation. . .),
- Automatisation des réglages des hyper-paramètres,
- Prise en compte de modèle plus complexes.

MERCI

Merci à Jean-Marie, Eric, Catherine, Loïc, Corinne, Renaud, Françoise, Michel, Isabelle, Clémentine, Xavier, Sébastien, Emmanuel, Yves, Alain, Raphaël,Julien, Jérôme, Rolf, Thierry, Nathalie, Cécile, Hervé, Jacques, Alain, Florent, Viktor, Lionel, Moctar, Christophe,aux membres de ce jury, évidement à mes parents et beau-parents, aux amis rencontrés en conférence, aux personnes que j'ai inévitablement oubliées mais qui se reconnaîtront, à vous tous d'être venu ...

Et surtout à Raphaëlle et Martin.