



HAL
open science

Techniques de multiplexage spatial avec voie de retour limitée pour les systèmes multi-antennes multi-utilisateurs

Patricia Layec

► **To cite this version:**

Patricia Layec. Techniques de multiplexage spatial avec voie de retour limitée pour les systèmes multi-antennes multi-utilisateurs. Réseaux et télécommunications [cs.NI]. Université Paris Sud - Paris XI, 2009. Français. NNT: . tel-00468761

HAL Id: tel-00468761

<https://theses.hal.science/tel-00468761>

Submitted on 31 Mar 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE DE DOCTORAT

SPECIALITE : PHYSIQUE

*Ecole Doctorale « Sciences et Technologies de l'Information des
Télécommunications et des Systèmes »*

Patricia Layec

**Techniques de multiplexage spatial avec voie de retour limitée
pour les systèmes multi-antennes multi-utilisateurs**

Soutenue le 07 mai 2009 devant les membres du jury :

Rapporteurs	Luc Vandendorpe, Université catholique de Louvain Jean-François Héliard, IETR-INSA Rennes
Président	Pierre Duhamel, LSS Supélec
Co-encadrants	Antoine O. Berthet, Supélec Raphaël Visoz, Orange labs
Directeur de thèse	Walid Hachem, Telecom ParisTech
Invité	Pablo Piantanida, Supélec

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier les membres de mon jury pour l'intérêt porté à mon travail. Je remercie donc le professeur Pierre Duhamel pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury, les professeurs Luc Vandendorpe et Jean-François Héliard pour avoir accepté d'être les rapporteurs de ma thèse. J'adresse tout ma reconnaissance au Prof. Jean-François Héliard pour m'avoir facilité la recherche d'un sujet de thèse. Je remercie également Walid Hachem pour avoir accepté d'être mon directeur de thèse.

Cette thèse est le fruit de 3 années de travail passées en (grande) partie à Orange Labs et en partie à Supélec. Cet environnement complémentaire entre l'industrie et l'académie s'est révélé être très enrichissant. J'adresse ma gratitude à Orange Labs pour le soutien financier apporté, et tout spécialement pour les nombreux voyages que j'ai pu effectuer pour aller présenter mes articles, et parfois aussi ceux des autres. Un grand merci à mon équipe de France Telecom pour l'ambiance chaleureuse qu'ils ont su développer. Les précieux conseils et les discussions techniques des membres de l'équipe ont également contribué à l'élaboration de cette thèse. Merci à tous mes collègues de bureau successifs pour leur convivialité ; en particulier à Nicolas pour ses conseils avisés, Mireille pour sa générosité et ses sandwiches libanais :-), Paul pour sa bonne humeur et, Michel, Agis et Massinissa pour le melting-pot culturel et les discussions en tout genre lors de la traditionnelle pause café de l'après-midi. Je voudrais également remercier Frédéric pour nos quelques pauses du matin, sources de re-motivation. Merci également à tous les collègues de Supélec pour m'avoir accueillie quelques jours par mois ; plus particulièrement à mes collègues de bureau Mariana et dernièrement Atoosa... qui m'a gentiment transmis une certaine offre d'emploi chez Alcatel-Lucent.

Je tiens à remercier Antoine, Raphaël et Pablo pour s'être impliqués dans mon travail au cours de ces trois années. Toute ma reconnaissance pour m'avoir guidée par vos précieux conseils et pour m'avoir offert votre soutien et votre confiance. Un grand merci à Antoine pour son enthousiasme communicatif, qui m'a motivé lors des moments de doutes, et sa disponibilité pour répondre à mes questions malgré un emploi du temps souvent surchargé. J'ai aussi apprécié la bonne humeur échangée pour discuter, voyager et travailler créant ainsi un environnement de travail agréable. Je tiens à remercier Raphaël pour nos longues discussions scientifiques, parfois autour d'une machine

à café. J'ai beaucoup appris à travers nos dépôts de brevet. J'ai également bien aimé cette initiation au squash malgré les courbatures mémorables des 3 jours suivants...! Je souhaite également remercier Pablo pour sa créativité. J'ai beaucoup aimé nos réunions fréquentes et conviviales. Je te remercie d'avoir accepté d'être membre invité du jury. Encore merci à tous les trois pour votre sympathie, j'ai vraiment eu beaucoup de plaisir à travailler avec vous.

Un grand merci au CS1, sigle fédérateur pour des amis de toujours, pour les très nombreuses soirées, week-ends funky et vacances inoubliables partagés ensemble. Merci donc à Grégoire, Fabien, Stéphane, Nicolas, Solenn, Stéphanie, Fabrice, Olivier, Jeff, Peggy, Morgane, Pascale, Fred, Laurent et Baptiste pour la complicité ou les encouragements que je peux trouver auprès de vous! Une pensée plus particulière aux thésards du CS1, ou devrais-je dire aux docteurs du CS1... ;-), certes, éloignés des communications numériques, mais avec qui il était très tentant de parler recherche! Je tiens aussi à remercier le petit groupe d'ESC-forever qui, bien qu'un peu dispersé en France et dans le monde, reste uni et se donne des nouvelles régulièrement. Enfin, je n'oublie pas de citer Florence et sa tentative pour m'initier à l'oenologie, Violaine pour la découverte de la danse irlandaise et les bons plans parisiens ainsi que Solenn (de Paris, ou plutôt... de Cesson) pour les soirées raclette (et autres), sa bonne humeur et son soutien.

Pour finir un grand merci à ma famille pour leurs encouragements, leur affection, et leur patience. Je remercie infiniment mes parents pour leur disponibilité et pour avoir relu et corrigé le français de cette thèse :-)

Résumé

Ces travaux de recherche adressent le problème de la conception de systèmes de communication capables d'offrir fiabilité et hautes efficacités spectrales avec un lien de retour partiel. De plus hauts débits peuvent être offerts par l'utilisation d'une connaissance à l'émission; cependant seule la fiabilité de cette remontée d'information garantit réellement d'atteindre les débits théoriques promis. Robustesse et performance sont renforcées par des techniques multi-antennes, au travers d'un multiplexage spatial des données, d'une diversité accrue et d'un traitement de l'interférence. Cette thèse s'intéresse ainsi plus particulièrement aux incertitudes impactant le lien de retour; parmi elles, sont étudiés la quantification de l'information ou la modélisation d'une voie de retour bruitée. Plusieurs degrés de précision de l'information disponible à l'émetteur sont considérés, permettant d'ajuster un ou plusieurs paramètres aux conditions radio. Avec ces différents degrés de CSIT imparfait, on a ainsi proposé de nouveaux schémas de communications visant à réduire l'incertitude du CSIT et une caractérisation des limites d'une transmission fiable.

On considère plus précisément les techniques offrant un gain de multiplexage maximum avec adaptation de rendements. Avec une voie de retour partielle, on distingue par exemple dans la littérature le schéma PARC (Per Antenna Rate Control) capable d'atteindre la capacité en boucle ouverte. Cependant les codes pratiques, résultant de schémas de codage et modulation (MCS), sont présents en nombre limité. Une perte d'efficacité spectrale est alors observée. Pour pallier cet écart avec les limites théoriques, deux schémas d'émission-réception sont proposés. Les performances montrent que de tels schémas sont capables de réduire substantiellement le bruit de quantification en atteignant un débit proche des limites théoriques.

La capacité des codes espace-temps, tels que les modulations espace-temps à bits entrelacés (STBICM), à atteindre la capacité en boucle ouverte amène à combiner le concept du contrôle de rendement par antenne au codage espace-temps. Le nouveau schéma obtenu tire ainsi parti des différentes façons de partitionner les antennes d'émission pour modifier la répartition de la capacité-somme et ainsi lutter contre le bruit de quantification induit par les MCS. De façon complémentaire, le caractère non adaptatif du schéma introduit permet une réduction significative du feedback tout en fournissant des performances similaires.

Un autre avantage de l'adaptation de lien réside dans la possibilité de précoder l'émission afin

d'éviter une partie des interférences. Un deuxième schéma propose ainsi de scinder la matrice de covariance du signal transmis en blocs et bénéficie alors d'une réduction de la quantité de CSIT nécessaire. Retenant un codage scalaire indépendant par antenne, le nouveau concept de *waterfilling* partiel permet un processus de détection en deux étapes. Cette segmentation permet une plus faible complexité lors de l'allocation de ressources et lors de la réception par rapport au MMSE-SIC traditionnel.

Dans la première partie de la thèse, les schémas de communications considérés sont à entrées discrètes ; la seconde partie s'intéresse davantage à ceux utilisant des entrées Gaussiennes et en conséquence à la capacité de Shannon, le calcul de l'information mutuelle étant une métrique de référence pour le choix des rendements discrets. L'objectif est alors de concevoir des systèmes permettant de garantir une certaine robustesse. L'analyse conduite par la suite inclut donc les différentes incertitudes du CSI dans la modélisation de la communication afin d'en caractériser les limites théoriques.

Dans un contexte multi-utilisateurs, l'optimisation conjointe émission-réception est importante afin de coordonner les différents signaux émis limitant ainsi l'interférence. La corrélation spatiale liée aux incertitudes du CSI rend le problème d'optimisation non convexe pour lequel différentes solutions sont proposées. Dans un premier cas, un récepteur simple et linéaire est envisagé, définissant ses performances sur la somme des erreurs quadratiques moyennes. Un deuxième cas, où plusieurs précisions du CSI sont étudiées, utilise en réception une annulation successive de l'interférence dont l'objectif est de maximiser la capacité-somme. L'impact des différentes sources d'incertitudes est alors comparé.

Le lien direct est classiquement modélisé par un canal bruité (à bruit additif Gaussien, à évènements...) où la probabilité d'erreur de transmission est par conséquent non nulle. Bien que souvent le canal de retour soit considéré comme sans erreur, il apparaît clairement qu'une modélisation plus réaliste se doit d'inclure les évènements d'erreurs. On introduit dans ces travaux un modèle de feedback non fiable où les effacements du canal sont définis par une probabilité dépendante, entre autres, des réalisations du canal et du schéma de codage choisi. De plus, on fait l'hypothèse d'un feedback multi-niveaux raffinant l'information par phases successives. Le principal avantage est d'utiliser le CSI à l'émission au fur et à mesure de sa réception. L'intérêt du raffinement s'avère d'autant plus grand que la probabilité de succès du lien de retour est faible.

Abstract

This research work addresses the conception of wireless communication systems with a limited feedback link capable of offering reliability and high spectral efficiency. Higher data rates can be achieved with the use of channel knowledge at the transmitter ; however in order to guarantee the theoretical rates that are promised the feedback information needs to be accurate. Robustness and performance are confirmed by multi-antenna techniques through a spatial multiplexing of data streams, an increased diversity order and a treatment of interferences. This thesis particularly focuses on uncertainties impacting the feedback link ; among them are studied the quantization of information or the non-error free feedback channel. At the transmitter, several levels of accuracy are considered allowing to adjust one or several parameters to the channel conditions. For different levels of imperfect CSIT, we have proposed new transceivers aiming at reducing the CSIT uncertainty as well as a characterization of reliable transmission.

Our interest lies in spatial multiplexing systems with rate adaptation. Such systems include the Per Antenna Rate Control (PARC) scheme able to achieve the open-loop capacity, thanks to a low-rate feedback channel. However practical codes at disposal, resulting from Modulation and Coding Schemes (MCS), are in limited number. A loss of spectral efficiency can therefore be observed. To compensate for this gap of performances with theoretical limits, two transceivers schemes are proposed. Simulation results show that these schemes are able to significantly reduce the quantization noise, introduced with practical codes, by reaching a spectral efficiency close to the limits.

The ability of space-time codes, such as Space-Time Bit Interleaved Coded Modulation (ST-BICM), to attain the open-loop capacity leads to combine the concept of rate adaptation with space-time coding. The resulting new transmission scheme can benefit from the different way of partitioning the transmit antennas into groups to modify the sum-capacity distribution. As a consequence, the proposed scheme increases the sum discrete-rate and thus reduces the quantization noise induced by the set of MCS. Alternatively, the proposed non-adaptive mode enables to significantly reduce the number of feedback bits while providing similar performances.

Another advantage to link adaptation lies in the ability to precode the input signals before transmission ; precoding may avoid part of the interferences occurring on the wireless channel. A

second transceiver proposes to divide the covariance matrix into blocks so as to allow a CSIT reduction. Relying on scalar coding (independent per layer) this new concept of partial waterfilling permits a two-stage detection process. This split also offers a lower complexity during the resource allocation and a reduced receiver complexity compared to a traditional MMSE-SIC per layer.

While the first part of the thesis deals with discrete inputs, the second part focuses on Gaussian inputs and consequently on the Shannon capacity; the mutual information being a reference metric to choose the discrete MCS. The objective is therefore to design wireless systems guaranteeing robustness. As a result, the study conducted in the following includes several types of CSI uncertainty when modelling the communication. The aim is to characterize the theoretical limits of communication.

In a multiuser scenario, the joint transceiver optimization is important in order to coordinate the transmit signals so as to limit the interferences. The combination of CSI uncertainty and spatial correlation yields a non-convex optimization problem. Different sub-optimal solutions are thus proposed. Considering a linear MMSE receiver, the first optimization is based on the minimization of the sum-mean square error. Then focusing on non-linear receiver with successive interference cancellation, the second optimization aims at maximizing the sum-capacity, for several levels of CSI accuracy. As a result, the different impact of CSI uncertainties can be compared.

Traditionally the forward link is modelled with a noisy channel (including fading, additive white Gaussian noise, ...) resulting in a non-zero error probability of transmission. Although it is often assumed that the feedback channel is error-free, a more realistic model should clearly include such noise effects. In this thesis we introduce a noisy feedback model where the erasure channel probability depends on the channel realizations and on the coding schemes. Moreover we consider a multi-stage feedback allowing the transmitter to refine its channel knowledge with the reception of additional feedback bits. The refinement of information turns out to be more interesting when the probability of successful decoding of the feedback link is small.

Sommaire

Remerciements	iii
Résumé	v
Abstract	vii
Table des figures	xiii
Liste des tableaux	xv
Nomenclature	xvii
1 Introduction	1
2 Concepts de base	7
2.1 Introduction	7
2.2 Capacité d'un canal MIMO	8
2.2.1 Connaissance parfaite du canal en émission	9
2.2.2 Aucune connaissance du canal en émission	9
2.2.3 Connaissance partielle du canal en émission	9
2.2.4 Canaux multi-utilisateurs	10
2.2.5 Cas des entrées discrètes	10
2.3 Problèmes d'optimisation	11
2.3.1 Théorie de Lagrange	11
2.3.2 Applications	12
2.4 Architecture d'émission-réception	13
2.4.1 Connaissance parfaite du canal en émission	13
2.4.2 Aucune connaissance du canal en émission	14
2.4.3 Connaissance partielle du canal en émission	15
2.5 Conclusions	15
3 Optimisation des rendements pour un codage espace-temps en couche	17
3.1 Introduction	17
3.2 Codes espace-temps en couche avec contrôle des rendements : LSTC-RC	19
3.2.1 Modèle de communication	19

3.2.2	Emetteur-récepteur proposé	19
3.2.3	Optimalité au sens de la théorie de l'information (dérivation en chaîne)	21
3.3	Optimisation conjointe des puissances et rendements	23
3.3.1	Formulation du problème	23
3.3.2	Stratégie 1 : quantification des puissances	24
3.3.3	Stratégie 2 : sélection d'antennes	26
3.4	Charge dans la voie de retour	29
3.5	Analyse en complexité	32
3.6	Résultats numériques	34
3.6.1	Paramètres de simulation	34
3.6.2	Partition optimisée	35
3.6.3	Quantification des puissances	36
3.6.4	Sélection d'antennes	37
3.6.5	Réduction du feedback	39
3.7	Conclusions	41
4	Technique de <i>waterfilling</i> partiel pour un feedback quantifié	43
4.1	Introduction	43
4.2	Modèle de communication	45
4.3	Transmission avec un <i>waterfilling</i> partiel	45
4.3.1	Architecture de transmission	45
4.3.2	Architecture de réception	47
4.3.3	Contraintes d'une voie de retour limitée	49
4.4	Optimisation des rendements et des covariances	49
4.4.1	Cas des rendements non quantifiés	49
4.4.2	Formulation au cas des rendements discrets	51
4.4.3	Mesure relative du feedback	51
4.5	Optimisation conjointe avec une voie de retour limitée	52
4.5.1	Optimisation avec quantification des puissances	52
4.5.2	Optimisation avec sélection de modes	55
4.6	Analyse en complexité	57
4.7	Résultats de simulation	59
4.7.1	Paramètres de simulation	59
4.7.2	Effet des modulations et schémas de codage	60
4.7.3	Ajout d'un précodage quantifié	64
4.7.4	Comparaison avec le schéma LSTC-RC	66
4.8	Conclusions	67
4.A	Relation de complexité pour les différentes architectures étudiées	68

5	Designs robustes multi-utilisateurs	69
5.1	Introduction	69
5.2	Information du canal et incertitudes	71
5.2.1	Modèle du canal	71
5.2.2	Estimation du canal	71
5.2.3	Voie de retour quantifiée	72
5.3	Minimisation de la somme des MSE	73
5.3.1	Métrique avec CSIR imparfait et CSIT quantifié	73
5.3.2	Optimisation conjointe des filtres d'émission et réception	74
5.3.3	Algorithmes proposés	75
5.4	Maximisation de la capacité-somme	76
5.4.1	Relation avec la somme des MSE	76
5.4.2	Design optimal des filtres d'émission	77
5.4.3	Exploitation de l'information probabiliste du canal	79
5.5	Résultats de simulation	80
5.5.1	Hypothèses considérées	80
5.5.2	Etude de la somme des MSE	81
5.5.3	Etude de la capacité-somme	84
5.6	Conclusions	86
5.A	Calcul exact des multiplicateurs de Lagrange	87
5.A.1	Cas des contraintes des puissances individuelles	87
5.A.2	Cas d'une contrainte de puissance globale	87
5.B	Borne atteignable de la capacité-somme	88
5.C	Preuve des vecteurs propres optimaux pour la CDI	89
6	Quantification multi-niveaux de la voie de retour pour des liens bruités	91
6.1	Introduction	91
6.2	Définition du problème et résultats principaux	92
6.2.1	Définition du problème	92
6.2.2	Théorème de codage	93
6.3	Application aux canaux MIMO à évanouissements	94
6.3.1	Modélisation de la voie de retour	95
6.3.2	Estimation du canal en réception	96
6.3.3	Feedback quantifié avec raffinement successif	96
6.4	Détermination de la capacité de coupure	97
6.4.1	Formulation de la capacité de coupure induite par les incertitudes	97
6.4.2	Technique de <i>waterfilling</i> spatial pour un feedback multi-niveaux	99
6.5	Résultats de simulation	100

6.5.1	Hypothèses considérées	100
6.5.2	Influence du lien de retour bruité	100
6.6	Conclusions	105
7	Conclusions et perspectives	107
	Bibliographie	111

Table des figures

2.1	Architecture convertissant le canal MIMO en canaux parallèles.	13
2.2	Architecture d'une STBICM.	14
3.1	Architecture d'émission pour le schéma LSTC-RC	20
3.2	Architecture de réception pour le schéma LSTC-RC	21
3.3	Comparaison des systèmes PARC et LSTC-RC pour un canal de Rayleigh 4×4 non corrélé. Effet du partitionnement et de l'ordre de décodage.	35
3.4	Effet du contrôle de puissance quantifié ($q = \{2, 5\}$) pour un canal de Rayleigh 4×2 non corrélé.	37
3.5	Comparaison des procédures de sélection d'antennes pour un canal de Rayleigh 4×4 corrélé avec $\alpha_{\text{Rx}} = \alpha_{\text{Tx}} = 0.6$	38
3.6	Comparaison des procédures de sélection d'antennes pour un canal de Rayleigh 4×2 corrélé avec $\alpha_{\text{Rx}} = \alpha_{\text{Tx}} = 0.6$	39
3.7	Pourcentage d'antennes sélectionnés pour un canal de Rayleigh 4×2 corrélé avec $\alpha_{\text{Rx}} = \alpha_{\text{Tx}} = 0.6$	40
3.8	Comparaison de PARC et de LSTC-RC en mode non adaptatif, pour un canal de Rayleigh 4×2 non corrélé.	40
4.1	Architecture de l'émetteur réalisant le <i>waterfilling</i> partiel.	46
4.2	Comparaison des bases de décomposition pour l'étude de la capacité-somme (rende- ments théoriques) et de la somme des rendements discrets (MCS). Canal de Rayleigh avec $K = 2$ et $ \Delta_1 = \Delta_2 = 2$	61
4.3	Comparaison des algorithmes avec rendements discrets avec K groupes ($K = \{1, 2\}$). Canal de Rayleigh 4×4 avec $ \Delta_1 = \Delta_2 = 2$ si $K = 2$	62
4.4	Etude du compromis feedback-performance pour la somme de la capacité discrète dans un canal de Rayleigh 4×2	63
4.5	Etude du compromis feedback-performance avec une voie de retour quantifiée pour un canal de Rayleigh 4×2	63

4.6	Effet conjoint du nombre de bits de précodage b et du nombre de groupe K avec un précodage multi-modes, canal de Rayleigh 4×2	64
4.7	Impact de la voie de retour quantifiée avec $q = 3$ sur les performances pour différents designs de récepteurs, canal de Rayleigh 4×2	65
4.8	Comparaison des schémas LSTC-RC et PWF proposés, canal de Rayleigh 4×2	66
5.1	Architecture MIMO multi-utilisateurs avec une réception linéaire.	73
5.2	Effet de la corrélation sur un canal de Rayleigh, avec 1 flux/utilisateur, $K = 2, L = 4, N_R = 4, N_k = 2$ et $\sigma_d^2 = 0.01$	81
5.3	Influence des erreurs de quantification sur le taux d'erreurs binaires, avec 1 flux/utilisateur, $K = 2, L = 4, N_R = 4, N_k = 2$ et $\rho_{Tx} = \rho_{Rx} = 0.5$	82
5.4	Influence des erreurs de quantification sur la somme des MSE, avec 1 flux/utilisateur, $K = 2, L = 4, N_R = 4, N_k = 2$ et $\rho_{Tx} = \rho_{Rx} = 0.5$	82
5.5	Taux d'erreurs binaires pour mesurer les effets des incertitudes du canal, avec 1 flux/utilisateur, $K = 2, B = 20, L = 4, N_R = 4, N_k = 2$ et $\rho_{Tx} = \rho_{Rx} = 0.5$	83
5.6	Capacité-somme moyenne pour mesurer l'effet de la quantification, avec 1 flux/utilisateur, $K = 2, L = 4, N_R = 4, N_k = 2$ et $\rho_{Tx} = \rho_{Rx} = 0.5$	84
5.7	Influence du feedback limité sur la capacité-somme moyenne, avec 2 flux/utilisateur, $K = 2, B = 30, L = 4, N_R = 2, N_k = 2$ et $\rho_{Tx} = \rho_{Rx} = 0.3$	85
5.8	Variation de la variance induite par la quantification, avec 2 flux/utilisateur, $K = 2, B = 30, L = 10, N_R = 2, N_k = 2$ et $\rho_{Tx} = \rho_{Rx} = 0.3$	86
6.1	Principe d'une quantification hiérarchique.	96
6.2	Impact du $\overline{\text{SNR}}_{\text{FB}}$ sur la capacité EIO pour $t = 1$ niveaux de feedback sur un canal de Rayleigh 4×2 , avec $L = 500, L_{\text{tr}} = 4$ et $R_{Q,1} = 1$ bit.	101
6.3	Evaluation de la capacité EIO pour $t = \{1, \dots, 3\}$ niveaux de feedback sur un canal de Rayleigh 4×2 , avec $L = 500, L_{\text{tr}} = 4, \overline{\text{SNR}}_{\text{FB}} = 18$ dB et $R_{Q,1} = \dots = R_{Q,t} = 1$ bit $\forall t$	102
6.4	Evaluation de la capacité EIO sur un canal de Rayleigh 4×2 en fonction de la longueur de la trame, $\overline{\text{SNR}}_{\text{FB}} = 10$ dB et $\gamma = 1\%$	103
6.5	Optimisation de l'allocation des bits sur un canal de Rayleigh 4×2 , avec une QAM, $L = 500, L_{\text{tr}} = 4$, et $\gamma = 1\%$	104
6.6	Probabilité d'erreurs par symbole pour une M -QAM ($M = \{4, 16\}$) sur un canal AWGN.	104

Liste des tableaux

3.1	Comparaison de la charge de feedback (en bits)	31
3.2	Dimension de l'espace de recherche en fonction de N_T et N_R	33
3.3	Jeu de MCS disponible	34
4.1	Résumé de la comparaison en complexité	59
4.2	Jeu de MCS considéré pour les simulations	60

Nomenclature

Liste des abréviations

La signification d'un acronyme est rappelée lors de sa première occurrence. Par ailleurs, puisqu'on utilisera toujours l'abréviation anglaise dans le corps du manuscrit, une traduction française en est fournie.

AMC	Adaptive Modulation and Coding	Modulation et codage adaptatif
AWGN	Additive White Gaussian Noise	Bruit additif blanc Gaussien
BC	Broadcast Channel	Canal de diffusion
BER	Bit Error Rate	Taux d'erreurs binaires
CDI	Channel Distribution Information	Information probabiliste du canal
CQI	Channel Quality Indicator	Indicateur de la qualité du canal
CSI	Channel State Information	Information du canal
CSIR	Channel State Information at Receiver	Information du canal au récepteur
CSIT	Channel State Information at Transmitter	Information du canal à l'émetteur
D-BLAST	Diagonal Bell Laboratories Layered Space-Time	Schéma espace-temps en couche diagonale
DoF	Degree of Freedom	Degré de liberté
DPC	Dirty Paper Coding	Codage avec information adjacente
DSL	Digital Subscriber Line	Ligne d'abonné numérique
FDD	Frequency Division Duplex	Multiplexage avec duplex fréquentiel
HSDPA	High-Speed Downlink Packet Access	Lien descendant à haut débit en mode paquet
i.i.d.	independent and identically distributed	Indépendent et identiquement distribué
ISI	Inter-Symbol Interference	Interférence entre symboles
KKT	Karush-Kuhn-Tucker optimality conditions	Conditions d'optimalité de Karush-Kuhn-Tucker

MAC	Multiple Acces Channel	Canal à accès multiple
MCS	Modulation and Coding Scheme	Modulation et schéma de codage
MF	Match Filter	Filtre adapté
MIMO	Multiple-Input Multiple-Output	Multi-antennes
MMSE	Minimum Mean-Square Error	Erreur quadratique moyenne minimale
MSE	Mean-Square Error	Erreur quadratique moyenne
MU	Multiuser	Multi-utilisateurs
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multi-plexing	Multiplexage par répartition orthogonale des fréquences
PARC	Per Antenna Rate Control	Contrôle des rendements par antenne
PDF	Probability Density Function	Fonction de densité de probabilité
QAM	Quadrature Amplitude Modulation	Modulation d'amplitude en quadrature
QoS	Quality of Service	Qualité de service
QPSK	Quadrature Phase-Shift Keying	Modulation par déplacement de phase
RVQ	Random Vector Quantization	Quantification vectorielle aléatoire
Rx	Receiver	Récepteur
SDMA	Space Division Multiple Access	Accès multiple par répartition spatiale
SIC	Successive Interference Cancellation	Annulation successive de l'interférence
SINR	Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio	Rapport signal à interférence plus bruit
SISO	Single-Input Single-Output	Entrée unique sortie unique
SNR	Signal-to-Noise Ratio	Rapport signal à bruit
STBICM	Space-Time Bit Interleaved Coded Modulation	Modulation espace-temps codée à bits entrelacés
STC	Space-Time Code	Codage espace-temps
SU	Single-User	Mono-utilisateur
SVD	Singular Value Decomposition	Décomposition en valeurs singulières
TCM	Trellis Coded Modulation	Modulation codée en treillis
TDD	Time Division Duplex	Multiplexage avec duplex temporel
Tx	Transmitter	Émetteur
V-BLAST	Vertical Bell Laboratories Layered Space-Time	Codage espace-temps en couche vertical
WiMax	Worldwide Interoperability for Microwave Access	Accès local sans fil haut débit
WLAN	Wireless Local Area Network	Réseau local sans fil

Notations

Dans ce paragraphe sont regroupées les principales notations employées dans le document. Les lettres en gras majuscules ou minuscules indiquent respectivement les matrices ou les vecteurs colonnes. Les lettres calligraphiques sont employées pour désigner des ensembles. Les autres notations sont listées ci-après.

\mathbb{C}, \mathbb{R}	L'ensemble des nombres complexes et réels, respectivement.
$ x $	La valeur absolue d'un scalaire.
$\lceil x \rceil$	La partie entière par excès, c.-à-d. le plus petit entier n tel que $n \geq x$.
$\lfloor x \rfloor$	La partie entière par défaut, c.-à-d. le plus grand entier n tel que $n \leq x$.
$ \mathcal{X} $	La cardinalité d'un ensemble \mathcal{X} , c.-à-d. le nombre d'éléments contenus dans l'ensemble \mathcal{X} .
Δ	Un sous-ensemble (groupe) d'indices
$\pi_{(K)}$	La partition d'un ensemble fini d'entiers en K groupes distincts $\{\Delta_1, \dots, \Delta_K\}$.
σ	Le K -uplet dont le k ième élément $\sigma(k)$ désigne le groupe à décoder à la k ième couche, par exemple l'ordre naturel croissant des indices est $\sigma = (1, \dots, K)$.
\underline{X}	L'ensemble ordonné des K éléments X_1, \dots, X_K .
\underline{X}_t	L'ensemble ordonné des $t < K$ premiers éléments X_1, \dots, X_t .
$\mathbb{E}\{\cdot\}$	L'opérateur de l'espérance mathématique.
$\mathcal{CN}(\mathbf{x}, \mathbf{X})$	La distribution complexe Gaussiennes à symétrie circulaire de moyenne \mathbf{x} et de matrice de covariance \mathbf{X} .
$(\cdot)^*$	L'opérateur complexe conjugué.
$(\cdot)^T$	L'opérateur transposé.
$(\cdot)^\dagger$	L'opérateur complexe de transposé conjugué (Hermitien).
$(\cdot)^{-1}$	L'opérateur inverse.
$\ \mathbf{x}\ $	La norme Euclidienne (ℓ^2) d'un vecteur \mathbf{x} .
\mathbf{X}	Posons \mathbf{X} une matrice.
\mathbf{x}^i	La i ième ligne de la matrice \mathbf{X} .
\mathbf{x}_j	La j ième colonne de la matrice \mathbf{X} .
$x_{i,j}$ or $[\mathbf{X}]_{i,j}$	L'entrée (i, j) de la matrice \mathbf{X} .
\mathbf{I}	La matrice identité.
\mathbf{x}	Posons \mathbf{x} un vecteur.
\mathbf{x}_Δ	Un sous-vecteur de \mathbf{x} contenant $ \Delta $ éléments. Avec Δ le sous-ensemble d'indices $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{ \Delta }$, on obtient $\mathbf{x}_\Delta = [\mathbf{x}_{\delta_1}, \mathbf{x}_{\delta_2}, \dots, \mathbf{x}_{\delta_{ \Delta }}]^T$.
\mathbf{E}_Δ	Soit \mathbf{E}_Δ une matrice telle que $\mathbf{x}_\Delta = \mathbf{E}_\Delta \mathbf{x}$.

\mathbf{X}_Δ	La sous-matrice \mathbf{X}_Δ telle que $\mathbf{X}_\Delta = \mathbf{X}\mathbf{E}_\Delta$.
$\Sigma_{\mathbf{x}}$ ou $\Theta_{\mathbf{x}}$	Les matrices de covariance du vecteur \mathbf{x} .
$\text{tr}(\mathbf{X})$	La trace de la matrice \mathbf{X} , c.-à-d. la somme des éléments diagonaux.
$\det(\mathbf{X})$	Le déterminant de la matrice \mathbf{X} , c.-à-d. le produit des valeurs propres de \mathbf{X} .
$\text{rank}(\mathbf{X})$	Le rang de la matrice \mathbf{X} .
$\text{diag}(\mathbf{X})$	L'opérateur diagonal pour la matrice \mathbf{X} . $\text{diag}\{x_{1,1}, x_{2,2}, \dots, x_{n,n}\}$ est la matrice diagonale dont les entrées sont $x_{1,1}, x_{2,2}, \dots, x_{n,n}$ sur la diagonale.
$\text{vec}(\mathbf{X})$	La version vectorielle de la matrice \mathbf{X} , c.-à-d. l'empilement des colonnes de \mathbf{X} dans un même vecteur.
$\ \mathbf{X}\ _F$	La norme de Frobenius de la matrice \mathbf{X} .
\otimes	Le produit matriciel de Kronecker.
$\exp(\cdot)$	La fonction exponentielle.
$\log_2(\cdot)$	La fonction logarithme en base 2.

Chapitre 1

Introduction

Motivations

Les communications numériques ont suivi un rapide développement durant la dernière décennie, tant en nombre d'abonnés qu'en couverture. Le téléphone mobile est effectivement devenu incontournable dans la vie quotidienne de la plupart des pays développés, et remplace de plus en plus les technologies fixes dans les pays en voie de développement. Un panorama mondial des télécoms [1] recense ainsi un taux de pénétration du mobile de 112% en Europe de l'ouest, entre 66 et 75% en Amérique et en Europe de l'est, et proche de 30% en Chine et en Afrique. L'internet pour sa part a un taux de pénétration de l'ordre de 70% en Amérique, au Japon et en Corée et de l'ordre 50% en Europe de l'ouest. Au regard de ces chiffres, bien que saturé, le marché mobile européen est toujours en croissance grâce aux nouveaux services de données, portés par la migration du GSM vers la 3G.

En considérant plus attentivement les technologies sans fil, réseau cellulaire ou réseau local sans fil (WLAN), l'existence de plusieurs normes est rendue nécessaire pour satisfaire des besoins ou des applications différentes. Les applications voix requièrent un débit faible (de l'ordre de 20 kbit/s) avec un taux d'erreurs binaires autour de 10^{-3} . En revanche pour des applications de données, les débits exigés sont beaucoup plus importants (exprimé en Mbit/s) avec un taux d'erreurs très faible ($\sim 10^{-8}$) [2]. Les notions fondamentales de fiabilité et de haute efficacité spectrale motivent donc les travaux de recherche actuels. Une façon promettante d'utiliser efficacement la ressource spectrale est d'exploiter la dimension spatiale avec les systèmes multi-antennes (MIMO). La technique MIMO

en tirant parti du phénomène d'évanouissement du canal augmente le nombre de degré de liberté du système et permet ainsi un multiplexage spatial des données, une diversité accrue et un traitement de l'interférence.

La théorie de l'information a démontré que la capacité d'un canal sans fil dans un milieu dispersif augmente linéairement avec le nombre minimal d'antennes entre l'émission et la réception [3]. Cette augmentation communément appelée gain de multiplexage permet ainsi d'accroître l'efficacité spectrale sans augmenter la bande passante ou la puissance émise. Par ailleurs, pour profiter de la diversité spatiale, il est nécessaire d'utiliser un codage espace-temps [4, 5], ces techniques étant d'abord apparues dans un contexte point-à-point. En tirant ainsi avantage des signatures spatiales différentes, la qualité de la transmission est augmentée. Cependant, afin de garantir la conception de systèmes robustes haut débit, un aspect essentiel réside dans le traitement des interférences.

Habituellement les techniques multi-utilisateurs, exploitant l'accès multiple par répartition spatiale (SDMA) [6], combattent l'interférence au niveau de la station de base où la complexité est moins critique. L'interférence est alors soit supprimée en réception (liaison montante) grâce à un récepteur à annulation successive de l'interférence (SIC) soit totalement évitée en précodant l'émission (liaison descendante) par un codage avec information adjacente (DPC) [7]. Toutefois, un traitement peut également avoir lieu au niveau du terminal mobile, si ce dernier possède plusieurs antennes. Que ce soit au niveau du terminal mobile ou de la station de base, toute coordination effectuée à l'émission doit employer une information sur l'état du canal (CSI) à l'émetteur.

Deux types de CSI sont distingués. Typiquement, le CSI obtenu en réception (CSIR) est directement établi sur une séquence d'apprentissage. En revanche, l'obtention du CSI à l'émission (CSIT) est plus délicate. Pour un multiplexage avec duplex temporel (TDD), les liaisons montantes et descendantes partagent la même bande de fréquence. Le système utilise alors le CSIR mesuré sur le canal réciproque puisqu'idéalement les réalisations du canal sont les mêmes pour les deux canaux (réciprocité du canal). Pour un système de multiplexage avec duplex fréquentiel (FDD), le CSIT est acquis grâce à une voie de retour.

La connaissance du canal est une ressource chère mais cruciale dans l'étude des communications sans fil. Sans CSIT en effet, les schémas de transmission sont définis de façon plus pessimiste pour assurer une certaine fiabilité. A l'inverse, l'exploitation d'un CSIT parfait permet de fournir des débits plus élevés mais cela relève un peu d'une utopie du fait d'une capacité limitée du lien de retour ou d'une réciprocité imparfaite. En effet, bien que la même bande de fréquence soit utilisée dans le mode TDD, les caractéristiques des chaînes de transmission et de réception ne sont jamais tout à fait identiques. L'hypothèse de réciprocité est également mise à mal lorsque le délai entre la phase de réception (et d'estimation) et de transmission est trop important ; cette contrainte est d'autant plus vraie que les variations temporelles du canal de propagation sont importantes. Les efforts récents des chercheurs pour étudier le cas d'un CSIT partiel permet des applications plus réalistes de l'allocation de ressources tout en regroupant aussi les deux cas extrêmes. En parallèle

les nouveaux standards, tels que LTE ou WiMax, font appel à des schémas avec voie de retour rendant l'étude du lien de retour partiel encore plus intéressante. L'appellation 'partielle' peut être décomposée en deux notions exprimées ci-dessous :

- **la précision** : représente la façon de caractériser la connaissance du canal. Cette terminologie inclut 3 niveaux principaux classés dans l'ordre croissant, qui sont 1) l'indication sur la qualité du canal (CQI), 2) la connaissance statistique (CDI) et 3) la connaissance parfaite (CSI) ;
- **l'incertitude** : représente les défauts du CSIT venant compromettre la précision (peu importe le niveau supposé) de l'information disponible à l'émetteur. Les sources d'erreurs potentielles incluent les erreurs d'estimation du canal, la quantification de l'information à retransmettre à l'émetteur, et la qualité du lien de retour (évanouissements, bruit, délai...).

Ce travail de recherche vise à développer des techniques de transmission pour les réseaux mobiles de futures générations, s'appuyant sur des systèmes de multiplexage spatial avec une voie de retour limitée. Le problème central abordé dans ces travaux porte sur l'incertitude de la connaissance partielle à l'émetteur où plusieurs degrés de précision sont étudiés. Sachant que le design des systèmes multi-antennes dépend beaucoup de la qualité de la connaissance, l'enjeu est alors de proposer d'une façon unifiée l'étude des limites d'une transmission fiable et la proposition de nouveaux schémas pratiques pour combattre cette incertitude. La complexité est aussi largement abordée dans la définition des systèmes proposés. Le paragraphe suivant présente un résumé du travail effectué et décrit les contributions de chaque chapitre.

Résumé de la thèse et contributions

Les contributions majeures de cette thèse peuvent être divisées en quatre chapitres. On verra ainsi que l'adaptation dynamique d'un ou plusieurs degrés de liberté améliore la gestion des interférences en les traitant ou en les évitant.

On rappelle d'abord dans le **Chapitre 2** les éléments de base des systèmes MIMO. La théorie de l'information permet de caractériser les gains en efficacité spectrale attendus pour différents types de canaux et plusieurs qualités de CSI. On décrit ensuite des architectures pratiques de codage permettant d'atteindre les limites théoriques présentées. Enfin, quelques outils mathématiques pour l'allocation des ressources sont présentés.

Après cet état de l'art, le **Chapitre 3** se consacre à l'étude d'une adaptation de lien discrétisée. La constatation d'une perte d'efficacité spectrale lors de la prise en compte des schémas de modulation et codage (MCS) (entrées discrètes) conduit à s'intéresser à la réduction du bruit de quantification. Le rappel des techniques de codage efficaces permettant d'atteindre la capacité de Shannon conduit à proposer un nouveau schéma de communication généralisant le concept

du contrôle des rendements par antenne (*Per Antenna Rate Control* - PARC) au codage spatio-temporel. Le schéma obtenu, appelé codage espace-temps en couche avec contrôle des rendements (*Layered Space-Time Codes with Rate Control* - LSTC-RC), permet de réduire substantiellement le bruit de quantification en atteignant un débit proche des limites théoriques. Les différentes possibilités pour former les groupes d'antennes d'émission (codage espace-temps) permettent d'offrir un nouveau degré de liberté. Différentes stratégies d'optimisation supplémentaires, incluant la quantification des puissances et la sélection d'antennes, peuvent être ajoutées afin d'augmenter l'efficacité spectrale. Lors de la définition de ces algorithmes, un effort est porté sur la réduction de la complexité. Pour finir, une comparaison entre les deux systèmes mentionnés est menée aussi bien en termes de performances que de complexité ou de charge du feedback.

Ce chapitre a fait l'objet des publications suivantes :

- P. Layec, R. Visoz, A.O. Berthet, “Layered Space-Time Codes for Discrete Sum-Rate Maximization,” à paraître dans *IEEE Trans. on Commun.*, Mar. 2009.
- P. Layec, R. Visoz, A.O. Berthet, “Joint Transmit Antenna Selection and Rate Adaptation for Spatial Multiplexing with Limited Feedback,” *IEEE VTCFall'07*, Baltimore, MD, USA, Sept-Oct. 2007.
- P. Layec, R. Visoz, A.O. Berthet, “Achieving High Spectral Efficiency with Adaptive Layered Space-Time Codes with Rate Control,” *IEEE ICC'07*, Glasgow, Scotland, UK, June 2007.

et d'un dépôt de brevet :

- R. Visoz, P. Layec, A.O. Berthet, “Procédé adaptatif d'émission et réception d'un signal dans un système multi-antennaire et dispositifs d'émission et de réception, produits programme d'ordinateur et signaux correspondants”, déposé par France Telecom, Sept. 2006.

Les schémas évoqués ci-dessus traitent seulement l'interférence en réception grâce à une annulation successive de chaque signal décodé. En complément, l'interférence peut être évitée en utilisant un pré-codage spatial à l'émission. La transmission peut ainsi idéalement s'effectuer sur des canaux parallèles où seul impacte un bruit additif Gaussien. Une allocation optimale de la puissance sur les différents canaux parallèles, connue sous le nom de *waterfilling* en anglais, peut être associée au pré-codage. Cette technique de remplissage est l'objet du chapitre suivant.

Sous la contrainte d'un contrôle de rendement discrétisé, la littérature propose plusieurs méthodes pour modifier l'allocation de puissance du *waterfilling*. Cependant, ces solutions nécessitent toujours une connaissance totale du canal en émission. La diminution de la charge de la voie de retour est alors recherchée. En conséquence, le **Chapitre 4** introduit la notion de *waterfilling* partiel où seule une partie de l'interférence est évitée. En fixant l'ordre de décodage, une réception en deux étapes est introduite comprenant une phase de détection inter-groupe avec annulation successive de l'interférence et une phase de détection intra-groupe purement linéaire. Le schéma proposé bénéficie d'une complexité réduite lors de la phase d'allocation de ressources, accentuée par

le nouveau récepteur proposé. Par ailleurs dans la pratique, chaque élément constitutif de l'adaptation de lien doit être quantifié. A la prise en compte des rendements discrets, il faut donc ajouter des niveaux de puissances discrets ainsi qu'un dictionnaire (*codebook*) recensant les matrices de précodage disponibles. Les résultats de simulations montrent qu'une quantification grossière plaide en faveur du schéma proposé en termes d'efficacité spectrale et de feedback. Par contre avec une quantification plus raffinée, il vaut mieux chercher à éviter toute l'interférence dans la région de faible SNR où le *waterfilling* dépasse les performances du système proposé.

Ce chapitre a fait l'objet des publications suivantes :

- P. Layec, R. Visoz, A.O. Berthet, “Low complexity Partial Waterfilling Transmission for Discrete Link Adaptation,” *soumis à IEEE Trans. on Commun.*, Jan. 2009.
- P. Layec, R. Visoz, A.O. Berthet, “Partial Waterfilling with Reduced Feedback for Sum-Discrete Rate Maximization in SU-MIMO Systems,” *IEEE PIMRC'08*, Cannes, France, Sept. 2008.

et d'un dépôt de brevet :

- P. Layec, R. Visoz, A.O. Berthet, “Procédé d'émission et de réception d'un signal dans un système multi-antennaire mettant en oeuvre un précodage spatial, émetteur, récepteur et produits programme d'ordinateur correspondants”, déposé par France Telecom, Sept. 2007.

L'extension des travaux contenus dans les chapitres 3 et 4 aux systèmes multi-utilisateurs est assez immédiate à cause de la forte analogie entre le concept de groupes (cas mono-utilisateur) et d'utilisateurs (cas multi-utilisateurs). Comme l'attribution des MCS est basée sur le calcul de l'information mutuelle, il convient donc de caractériser les limites théoriques de la communication. La prise en compte des erreurs du CSI, liées à l'estimation du canal à la réception et à la quantification des informations à transmettre, permet de définir des solutions adaptées.

Le **Chapitre 5** étudie l'optimisation de l'émission et de la réception pour un canal multi-utilisateurs spatialement corrélé en émission et en réception. Le problème est alors non-convexe et plusieurs critères sont envisagés. En premier lieu, la minimisation de la somme des erreurs quadratiques moyennes, relative à un récepteur linéaire, est considérée. L'algorithme itératif proposé, se basant sur les conditions de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), montre des gains significatifs. Dans un second temps, l'objectif est de maximiser la capacité-somme en intégrant un récepteur à annulation d'interférences. L'algorithme proposé résout ce problème en exploitant la relation entre la somme des erreurs quadratiques moyennes et la capacité-somme. Une approche exploitant les statistiques du deuxième ordre est aussi présentée. Les résultats de simulation montrent qu'une coordination en émission adaptable selon les variations du canal permet une amélioration de l'efficacité spectrale même en présence d'un CSIT bruité.

Ce chapitre a fait l'objet des publications suivantes :

- P. Layec, A.O. Berthet, P. Piantanida, R. Visoz, “Transceiver Designs under Imperfect Channel Estimation and Quantization Errors for Multi-User MIMO Systems,” *soumis à IEEE Trans. on Signal Processing* (correspondance), 2009.
- P. Layec, P. Piantanida, R. Visoz, A.O. Berthet, “Transceiver Design for Sum-MSE optimization in MIMO-MAC with Imperfect Channel Estimation,” *IEEE Asilomar Conference*, Pacific Grove, CA, USA, Oct. 2008.
- P. Layec, P. Piantanida, R. Visoz, A.O. Berthet, “Capacity Bounds of the Fading MIMO MAC with Imperfect CSIR,” *IEEE ITW’08*, Porto, Portugal, May 2008.

Toutes les techniques de transmission évoquées dans les chapitres précédents font usage d’une voie de retour pour informer l’émetteur sur l’état du canal. Que ce soit en considérant une connaissance partielle ou totale, l’existence d’un feedback bas débit nécessite non seulement une quantification des informations (introduisant un bruit de distortion) mais aussi la prise en compte de la nature du canal du feedback (par exemple, canal à évanouissements lents). Ce lien de retour est vraisemblablement de même nature que le lien direct. De plus, l’utilisation d’un code de longueur finie implique une probabilité d’erreurs non nulle.

Le **Chapitre 6** cherche donc à modéliser les événements d’erreurs survenant lors de la phase d’estimation et/ou lors de la transmission d’informations sur l’état du canal à l’émetteur. Alors qu’encore peu de littérature existe sur le sujet, ce chapitre introduit un modèle de feedback bruité raffinant l’information par phases successives. Cette hypothèse permet l’utilisation de la connaissance du canal à l’émission au fur et à mesure de sa réception. L’opération de quantification est donc supposée hiérarchique. Un théorème de codage est établi couvrant le scénario où le récepteur possède une connaissance instantanée du niveau de CSIT utilisé par l’émetteur. Une application est proposée pour un canal MIMO mono-utilisateur à évanouissements. Cette application montre qu’avec une quantification grossière les performances sont déjà bien améliorées avec un seul niveau de feedback. On montre également l’intérêt d’un modèle de feedback avec un raffinement successif, prévalant lorsque les effacements du canal de retour sont importants.

Ce chapitre a fait l’objet des publications suivantes :

- P. Layec, P. Piantanida, A.O. Berthet, R. Visoz, “Capacity of Channels with Successive Refinement of Quantized Information via Noisy Links,” *à soumettre à IEEE Trans. on Wireless Commun.*, 2009.
- P. Layec, P. Piantanida, R. Visoz, A.O. Berthet, “Capacity of Channels with Successive Refinement of Quantized Information via Noisy Links,” *IEEE SPAWC’08*, Recife, Brazil, July 2008.

Chapitre 2

Concepts de base

2.1 Introduction

La communication entre un émetteur et un récepteur subit de multiples perturbations qui sont en grande partie dues au milieu de propagation considéré. La théorie de l'information fournit un outil mathématique important pour caractériser les limites fondamentales d'un système de transmission. Le point clé repose sur l'étude de la capacité puisqu'elle définit le taux maximal d'informations qui peut être transmis sans erreur. Ce taux dépend de la largeur de la bande passante et varie en fonction de la contrainte de puissance du signal transmis. A la vue des gains remarquables acquis par l'utilisation de systèmes à antennes multiples, une première approche théorique vise ainsi à quantifier les limites d'une communication fiable. La capacité au sens de Shannon pour des entrées Gaussiennes est exposée dans la première partie de ce chapitre selon la précision du CSI disponible à l'émetteur. En effet, la forme du CSI influe significativement sur les gains obtenus.

Pour atteindre ces limites théoriques, l'adaptation de lien est une condition indispensable pour les canaux variant dans le temps ou l'espace. Le principe est d'adapter le rendement, la puissance et le précodage pour ainsi s'ajuster aux conditions radio. La définition optimale de ces paramètres de transmission a souvent recours à l'optimisation convexe. Les communications numériques tirent avantage de cet outil mathématique pour résoudre des problèmes convexes de façon optimale soit sous forme analytique grâce à la théorie de Lagrange, soit numériquement au travers d'algorithmes efficaces. [8] traite de façon exhaustive ce sujet autant par ses exemples que par ses applications.

D'autres applications récentes en communications numériques sont exposées en [9]. Ce chapitre présente dans une deuxième partie les concepts de base de l'optimisation convexe.

Enfin en complément de l'étude de la capacité, une deuxième approche se focalise sur les schémas de codages espace-temps pratiques permettant d'atteindre les limites précédemment évoquées. Classiquement, ces techniques sont divisées selon l'ordre de diversité ou le gain de multiplexage atteignable. Apparues d'abord sans connaissance du canal à l'émission, des extensions ont pu être proposées pour supporter une adaptation de lien. Par ailleurs les systèmes 3G ou de générations ultérieures transmettent sur une large bande de fréquence. Expérimentant alors une sélectivité en fréquence du canal, l'interférence entre symboles (ISI) engendrée dégrade significativement les performances. Un traitement de l'ISI peut être effectué en réception avec les systèmes mono-porteuse. Au contraire, les systèmes multi-porteuses cherchent à l'éviter en divisant le canal en plusieurs sous-canaux parallèles non sélectifs en fréquence. La transmission sur chaque sous-porteuse ne souffre ainsi plus d'interférences entre symboles. Dans la suite, on s'intéresse uniquement au canal non sélectif en fréquence puisque les méthodes décrites dans ce manuscrit peuvent s'appliquer facilement à un traitement par sous-porteuse OFDM. La troisième partie de ce chapitre décrit brièvement les techniques de codage MIMO en s'attardant plus longuement sur les architectures exploitant une connaissance (partielle) du canal à l'émetteur.

2.2 Capacité d'un canal MIMO

Contrairement aux canaux AWGN, plusieurs définitions de la capacité existent pour les canaux à évanouissements. La capacité de Shannon se définit comme le maximum de l'information mutuelle moyennée sur les réalisations du canal. Cette capacité ergodique est atteignable avec des schémas de transmission adaptables autorisant une adaptation de la puissance et des rendements aux réalisations instantanées du canal. Par contre, d'autres définitions garantissent un taux atteignable indépendant de la réalisation du canal (applications avec contrainte de délai). Citons par exemple la capacité de coupure où un débit maximum est fixé pour satisfaire une certaine qualité de service demandée. Dans cette partie, on présente quelques résultats importants de la capacité MIMO ergodique pour différentes hypothèses de CSIT en s'appuyant sur les travaux de [10]. On présente d'abord le cas mono-utilisateur qui sert de base aux scénarios multi-utilisateurs.

Le canal MIMO considéré est non sélectif en fréquence entre N_T antennes d'émission et N_R antennes de réception. Le système peut être modélisé par la relation ci-dessous

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (2.1)$$

où $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N_T}$ est le vecteur du signal transmis, $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{N_R}$ est le vecteur du signal reçu, $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$ est la matrice de canal et $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{N_R}$ est le bruit additif blanc Gaussien (AWGN) de moyenne nulle et de variance σ_n^2 . Le signal transmis doit satisfaire une contrainte de puissance P impliquant alors $\text{tr}(\mathbf{\Theta}_{\mathbf{x}}) = P$ avec $\mathbf{\Theta}_{\mathbf{x}} = \mathbb{E}[\mathbf{x}\mathbf{x}^\dagger] = \text{diag}(P_1, \dots, P_{N_T})$.

2.2.1 Connaissance parfaite du canal en émission

Une transmission sur des canaux variant suffisamment lentement permet l'estimation du canal en réception et l'acquisition du CSIT. Ce type de système est qualifié de système en boucle fermée puisqu'un mécanisme doit apporter la connaissance du canal à l'émetteur, souvent grâce à une voie de retour. La capacité ergodique, égale à l'espérance mathématique de la capacité instantanée, est exprimée par

$$C = \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left[\max_{\Theta_{\mathbf{x}}: \text{tr}(\Theta_{\mathbf{x}}) \leq P} \log_2 |\mathbf{I}_{N_T} + \mathbf{H}\Theta_{\mathbf{x}}\mathbf{H}^\dagger| \right]. \quad (2.2)$$

Pour une réalisation de \mathbf{H} , lorsque le canal est parfaitement connu de l'émetteur et du récepteur, Telatar [3] a montré que le canal MIMO peut être converti en sous-canaux orthogonaux. En effet en utilisant la décomposition en valeurs singulières, un jeu de transformations linéaires en émission et en réception (les vecteurs propres de \mathbf{H}) permet de réécrire le canal MIMO sous une forme diagonale. L'allocation optimale de la puissance sur des canaux parallèles est alors donnée par l'algorithme de *waterfilling* [6]. Cette limite théorique est la meilleure qu'un système puisse atteindre, bien qu'en pratique il soit difficile de satisfaire l'hypothèse de CSIT parfait.

2.2.2 Aucune connaissance du canal en émission

A l'inverse, si la communication se base seulement sur la seule connaissance du CSIR, le système fonctionne en boucle ouverte. Il existe alors uniquement une liaison 'aller' sur laquelle les données sont transmises. Le problème d'optimisation s'écrit de la façon suivante

$$C = \max_{\Theta_{\mathbf{x}}: \text{tr}(\Theta_{\mathbf{x}}) \leq P} \mathbb{E}_{\mathbf{H}} \left[\log_2 |\mathbf{I}_{N_T} + \mathbf{H}\Theta_{\mathbf{x}}\mathbf{H}^\dagger| \right]. \quad (2.3)$$

Si la matrice de canal suit une distribution i.i.d. complexe Gaussienne à symétrie circulaire de moyenne nulle, [11, 3] ont montré en parallèle que l'optimum était atteint pour une distribution de puissance isotropique, soit $\Theta_{\mathbf{x}} = \frac{P}{N_T} \mathbf{I}_{N_T}$. Le codage espace-temps est particulièrement approprié dans les schémas en boucle ouverte grâce à leur fiabilité.

2.2.3 Connaissance partielle du canal en émission

Covariance et mean feedback

Une méthode informant partiellement l'émetteur sur l'état du canal est établie sur une connaissance statistique de la distribution du canal. En effet, puisque la statistique d'ordre 2 ne varie pas aussi rapidement que les coefficients d'évanouissements, elle peut donc être acheminée à l'émetteur avec très peu d'information de contrôle. Le problème d'optimisation se formule similairement à (2.3). La distribution Gaussienne est entièrement déterminée par sa moyenne et sa covariance engendrant deux types de modèles. Le premier, appelé *mean feedback* [12, 13], possède une moyenne non nulle et une covariance souvent supposée blanche alors qu'à l'inverse le deuxième, appelé *covariance feedback* [14, 15], correspond à une distribution de moyenne nulle et de covariance arbitraire.

La corrélation spatiale, dont l'effet est habituellement nuisible, peut dans ce cas être avantageusement exploitée pour améliorer les performances.

2.2.4 Canaux multi-utilisateurs

On s'intéresse ici à deux canaux multi-utilisateurs importants qui sont le MIMO MAC (canal à accès multiple) et le MIMO BC (canal à diffusion). Pour un de ces canaux comportant K utilisateurs, l'expression de la capacité n'est plus caractérisée par un seul nombre, mais par l'ensemble de tous les polyèdres K dimensionnels atteignables [16, 2] définissant la région de capacité. Pour un canal MIMO en liaison montante, la région de capacité est caractérisée par l'enveloppe convexe de chaque région de rendements atteignables. Cependant, pour un canal Gaussien l'opération d'enveloppe convexe n'est pas nécessaire. La région de capacité pour le MIMO BC peut être atteinte avec une stratégie de codage adjacente à l'émetteur conjuguée à des récepteurs à annulation successive d'interférences [17]. Par ailleurs, le rendement maximal d'information transmis dans le système multi-utilisateurs est défini par la capacité-somme, qui correspond à la limite de la région de capacité. Comme précédemment, selon la qualité du CSI la capacité-somme prend différentes valeurs. Dans l'hypothèse d'un CSIT parfait, l'algorithme du *waterfilling* itératif [18] se révèle être un outil numérique efficace pour maximiser la capacité-somme en liaison montante. Cette technique utilise les conditions d'optimalité de Karush-Kuhn-Tucker. Chaque utilisateur effectue un *waterfilling* sur son propre canal en considérant les autres utilisateurs comme du bruit additionnel. Pour le canal MIMO BC, la relation de dualité établit que la capacité-somme d'un canal MIMO MAC dual et MIMO BC sont identiques [19].

2.2.5 Cas des entrées discrètes

Jusqu'ici la capacité de Shannon suppose que les entrées sont Gaussiennes, seulement en pratique cette hypothèse n'est pas respectée puisque la discrétisation des entrées est intrinsèquement liée à la constellation et au rendement de codes choisis. Dans une telle configuration, il existe une limite plus réaliste (et plus restrictive) qui se calcule directement avec la définition de l'information mutuelle. Soit \mathbf{x} un vecteur de symboles appartenant à la constellation χ , l'information mutuelle s'écrit alors

$$I(\mathbf{X}; \mathbf{Y}) = - \sum_{\mathbf{x} \in \chi} \int_{\mathbf{y}} p(\mathbf{x}) p(\mathbf{y}|\mathbf{x}) \log_2 \left(\frac{\sum_{\mathbf{x}' \in \chi} p(\mathbf{x}') p(\mathbf{y}|\mathbf{x}')}{p(\mathbf{y}|\mathbf{x})} \right) d\mathbf{y} \quad (2.4)$$

Cette expression ne possède pas de forme analytique et s'avère difficile à calculer du fait de sa complexité lorsque le nombre d'antennes ou la dimension de la constellation augmente. En conséquence, notre étude sur les entrées discrètes effectue les calculs de l'information mutuelle en considérant le cas des entrées Gaussiennes.

2.3 Problèmes d'optimisation

Quelques rappels d'optimisation sont effectués dans ce paragraphe. Après une définition d'un problème d'optimisation (convexe), on décrit de façon succincte la théorie de Lagrange. Ces notions sont tirées de [20] qui constitue une bonne synthèse de [8].

Définition : Un problème d'optimisation sous contraintes peut s'écrire sous la forme suivante

$$\min_x f_0(x) \quad (2.5)$$

$$\text{avec } f_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad (2.6)$$

$$g_j(x) = 0, \quad j = 1, \dots, p, \quad (2.7)$$

où x est la variable d'optimisation qui minimise f_0 la fonction objective. Les contraintes d'inégalité sont représentées par les fonctions f_1, \dots, f_m alors que les contraintes d'égalité sont notées g_1, \dots, g_p . Le problème est réalisable s'il existe au moins un point satisfaisant toutes les contraintes.

Le problème est convexe si les fonctions f_0, \dots, f_m sont convexes et si les contraintes d'égalité sont affines. Une propriété importante de l'optimisation convexe est que tout point localement optimal est aussi l'optimum global.

2.3.1 Théorie de Lagrange

La théorie de Lagrange permet de remplacer un problème principal de minimisation par un problème dual de maximisation car il est dans certains cas plus aisé à résoudre. Un résultat fondamental établit que toute solution, principale ou duale, doit satisfaire les conditions KKT à l'optimalité. Il convient de noter que le problème ne doit pas être nécessairement convexe.

L'idée essentielle de la théorie de Lagrange est de prendre en compte les contraintes dans la fonction objective. Ainsi, le Lagrangien relatif à (2.5) peut s'écrire tel que

$$\mathcal{L}(x, \underline{\lambda}, \underline{\nu}) = f_0(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i f_i(x) + \sum_{j=1}^p \nu_j g_j(x) \quad (2.8)$$

où $\{\lambda_i\}_{i=1}^m$ et $\{\nu_j\}_{j=1}^p$ sont les multiplicateurs de Lagrange associés à la i ème contrainte d'inégalité et à la j ème contrainte d'égalité. La fonction duale $g_0(\underline{\lambda}, \underline{\nu})$ est alors définie comme le minimum du Lagrangien sur la variable x , soit

$$g_0(\underline{\lambda}, \underline{\nu}) = \inf_x \mathcal{L}(x, \underline{\lambda}, \underline{\nu}) \quad (2.9)$$

qui est une fonction concave même si l'objectif principal n'est pas convexe. La minimisation est effectuée sur tout les x et pas seulement sur les points réalisables. Un point est dit réalisable s'il satisfait toutes les contraintes du problème principal.

Il s'avère que les deux objectifs, principal et dual, satisfont l'inégalité suivante $f_0(x) \geq g_0(\underline{\lambda}, \underline{\nu})$ pour tout x et $(\underline{\lambda}, \underline{\nu})$ réalisables. La fonction duale doit donc être maximisée sur les multiplicateurs

de Lagrange. Ce problème est toujours un problème d'optimisation convexe même si le problème principal ne l'est pas. Ainsi la différence entre la valeur optimale de l'objectif principal et l'optimum de l'objectif dual est appelé écart de dualité (*duality gap*), toujours positif ou nul (dualité faible). Les problèmes convexes satisfont souvent une dualité forte avec un écart de dualité valant zéro. Dans ce cas, résoudre le problème dual est équivalent à résoudre le problème principal.

Chaque solution optimale du problème principal ou dual doit satisfaire les conditions KKT, énoncées ci-dessous

$$\text{stationnarité} \quad \nabla f(x^*) + \sum_{i=1}^m \mu_i \nabla f_i(x^*) + \sum_{j=1}^p \lambda_j \nabla g_j(x^*) = 0, \quad (2.10)$$

$$\text{condition principale} \quad f_i(x^*) \leq 0, \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (2.11)$$

$$g_j(x^*) = 0, \quad \forall j = 1, \dots, p \quad (2.12)$$

$$\text{condition duale} \quad \mu_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, m) \quad (2.13)$$

$$\text{relâchement complémentaire} \quad \mu_i f_i(x^*) = 0 \quad \forall i = 1, \dots, m. \quad (2.14)$$

Pour un problème convexe, les conditions KKT sont nécessaires et suffisantes pour l'optimalité globale.

2.3.2 Applications

waterfilling

On a vu précédemment (cf. §2.2) qu'en présence d'un CSIT parfait, [3] a démontré que le canal MIMO pouvait être converti en $n_{\min} \triangleq \min(N, N_R)$ canaux parallèles. Dans ce cas, la capacité peut être décomposée en une somme de n_{\min} termes définie par $C = \sum_{i=1}^{n_{\min}} \log_2 \left(1 + \frac{\lambda_i P_i}{\sigma_n^2} \right)$ où λ_i est la i ème valeur propre de $\mathbf{H}\mathbf{H}^\dagger$. Le problème d'optimisation convexe vise alors à résoudre

$$\max_{\{P_i\}_{i=1}^{n_{\min}}} \sum_{i=1}^{n_{\min}} \log_2 \left(1 + \frac{\lambda_i P_i}{\sigma_n^2} \right) \quad (2.15)$$

$$\text{avec} \quad \sum_{i=1}^{n_{\min}} P_i \leq P \quad (2.16)$$

où $\mu \geq 0$ est le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte de puissance. Le lagrangien s'exprime par $\mathcal{L}(\mu) = \sum_{i=1}^{n_{\min}} \log_2 \left(1 + \frac{\lambda_i P_i}{\sigma_n^2} \right) - \mu \left(\sum_{i=1}^{n_{\min}} P_i - P \right)$. Les conditions KKT sont suffisantes pour l'optimalité. La dérivée partielle du Lagrangien par rapport à P_i pour tout $i = 1, \dots, n_{\min}$, amène à la relation $P_i = \left(\frac{1}{\mu} - \frac{\sigma_n^2}{\lambda_i} \right)^+$. De plus, si $\mu = 0$, alors $P_i = \infty$ ce qui viole la contrainte de puissance; au final $\mu > 0$ et $\sum_{i=1}^{n_{\min}} P_i = P$.

waterfilling itératif

Un autre exemple d'application des conditions KKT est l'algorithme du *waterfilling* itératif. Trouver les matrices de covariance optimales pour chaque utilisateur permettant d'atteindre la

capacité-somme du canal à accès multiple, s'obtient en résolvant le problème convexe ci-dessous

$$\begin{aligned} \max_{\{\Theta_{\mathbf{x}_k}\}_{k=1}^K} \quad & \log_2 \left| \mathbf{I} + \sum_{k=1}^K \sigma_n^{-2} \mathbf{H}_k \Theta_{\mathbf{x}_k} \mathbf{H}_k^\dagger \right| \\ \text{avec} \quad & \text{tr}(\Theta_{\mathbf{x}_k}) \leq P_k, \quad k = 1, \dots, K. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Sans donner la preuve formelle de cette résolution, qui est explicitement exprimée en [18], la théorie de Lagrange permet de reformuler (2.17) en une séquence de problèmes plus simples définis tels que

$$\begin{aligned} \max_{\Theta_{\mathbf{x}_k}} \quad & \log_2 \left| \Sigma_k + \sigma_n^{-2} \mathbf{H}_k \Theta_{\mathbf{x}_k} \mathbf{H}_k^\dagger \right| \\ \text{avec} \quad & \text{tr}(\Theta_{\mathbf{x}_k}) \leq P_k, \end{aligned} \quad (2.18)$$

où $\Sigma_k = \mathbf{I} + \sum_{j=1, j \neq k}^K \sigma_n^{-2} \mathbf{H}_j \Theta_{\mathbf{x}_j} \mathbf{H}_j^\dagger$. Chaque problème est en fait bien connu comme étant une solution de *waterfilling* classique, dont les vecteurs propres de $\Theta_{\mathbf{x}_k}$ correspondent à ceux de $\mathbf{H}_k^\dagger \Sigma_k^{-1} \mathbf{H}_k$. La mise à jour successive des matrices de covariance de chaque utilisateur permet ainsi d'atteindre, après convergence, l'optimum global.

2.4 Architecture d'émission-réception

Le choix des paramètres d'émission et de réception doit garantir une qualité de service, qui peut prendre la forme d'un taux d'erreurs minimum et d'une contrainte de puissance, telle que l'émetteur transmette ses données avec le plus haut rendement d'information instantanée possible. On s'intéresse plus particulièrement aux architectures exploitant le gain de multiplexage promis par le canal MIMO.

2.4.1 Connaissance parfaite du canal en émission

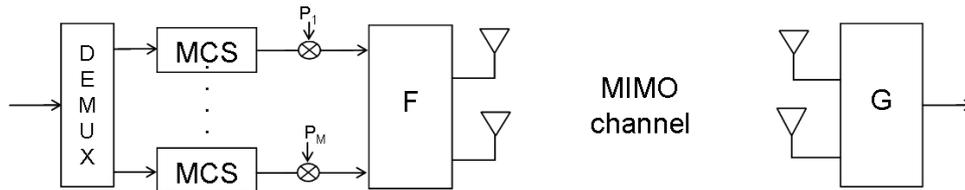


FIG. 2.1 – Architecture convertissant le canal MIMO en canaux parallèles.

Dans un système où les évanouissements sont lents il est possible d'en suivre les variations et d'informer l'émetteur de la réalisation instantanée du canal. Bien que la connaissance acquise à l'émetteur ne permette pas d'exploiter des degrés de liberté supplémentaires, elle permet en revanche un gain de puissance additionnel. Dans cette configuration, la capacité peut être atteinte

simplement par un multiplexage des flux indépendants des données dans un système de coordonnées optimisées. L'architecture d'émission-réception implémente alors la décomposition en valeurs singulières du canal MIMO, notée $\mathbf{H} \triangleq \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^\dagger$, telle que définie par la Fig. 2.1 avec $\mathbf{F} = \mathbf{V}$ et $\mathbf{G} = \mathbf{U}^\dagger$. Les bits d'informations sont envoyés sur des canaux parallèles. La transformation linéaire effectuée en réception convertit le vecteur de symboles reçus dans un système de coordonnées approprié afin de séparer les flux de données, qui sont ensuite décodés séparément. La puissance et les rendements, adaptés dynamiquement, découlent du § 2.2.1. Il convient de noter que seuls des codes Gaussiens alloués sur chaque entrée sont capables d'atteindre la capacité.

2.4.2 Aucune connaissance du canal en émission

Sans connaissance du canal à l'émission, le système de coordonnées est alors indépendant de la réalisation du canal. Il existe plusieurs schémas en boucle ouverte tirant avantage du gain de multiplexage.

En se focalisant sur l'architecture V-BLAST [21], le multiplexage des données est effectué indépendamment sur chaque antenne. L'émetteur est identique à celui de la Fig. 2.1 en fixant cette fois $\mathbf{F} = \mathbf{I}$. Plusieurs récepteurs peuvent être considérés, incluant le décodeur conjoint à maximum de vraisemblance (ML) et le détecteur MMSE à annulation d'interférences successives. Ce dernier, plus simple que le récepteur conjoint ML, permet également d'atteindre la capacité [22]. Les flux déjà décodés sont soustraits au vecteur de symboles reçus et permettent ainsi d'annuler l'interférence qu'ils génèrent. L'architecture V-BLAST atteint la capacité d'un canal à évanouissements rapides. Cependant, pour des canaux à évanouissements lents, dont les performances sont caractérisées par la probabilité de coupure, ce schéma s'éloigne de la capacité de coupure. Différentes améliorations ont toutefois été proposées. Citons par exemple le récepteur SIC ordonné [21] qui décode en premier la couche possédant le SNR le plus fort. Cette architecture reste néanmoins sous-optimale.

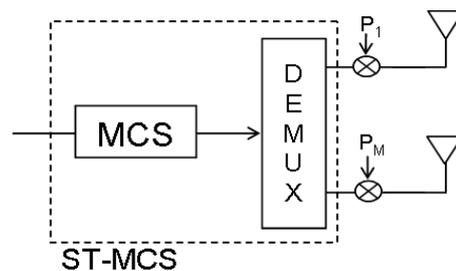


FIG. 2.2 – Architecture d'une STBICM.

Pour atténuer cette perte de performance, une solution propose de lier le codage sur toutes les antennes. Le gain de diversité obtenu permet d'accroître la capacité de coupure. Une première méthode ajoute à l'émetteur V-BLAST un précodage dynamique circulaire donnant ainsi au signal

transmis une structure en couche diagonale. Ce système, appelé D-BLAST [5], se révèle être complexe à décoder. Une deuxième méthode, appelée modulations espace-temps codées à bits entrelacés (STBICM), applique le codage avant l'opération de démultiplexage. Ce schéma populaire dans la littérature s'avère capable d'approcher la capacité de coupure [23] [24] [25], avec optionnellement un précodage linéaire (LP) et un décodage itératif. L'émetteur est décrit sur la Fig. 2.2. On appelle MCS espace-temps (ST-MCS), le rendement global transmis.

2.4.3 Connaissance partielle du canal en émission

L'idée de l'adaptation de lien remonte déjà aux débuts des années 70. Un récapitulatif des techniques existantes peut être trouvé en [26]. Pour atteindre les gains promis par la théorie de l'information, le degré d'adaptation de l'émetteur dépend de la connaissance partielle acquise. Séparément ou conjointement, les rendements, les puissances et/ou le précodage peuvent être alloués dynamiquement. En normalisation, deux schémas implémentant une adaptation de lien dynamique ont été retenus dans la version 7 du HSDPA, à savoir le *Per Antenna Rate Control* (PARC) et le *Double Transmit Adaptive Array* (DTxAA), que l'on décrit par la suite. Leur émetteur possède la même architecture générique que celle présentée dans la Fig. 2.1.

PARC : Si une voie de retour bas débit est autorisée, l'architecture V-BLAST ($\mathbf{F} = \mathbf{I}$) peut être améliorée en variant les rendements de chaque antenne. Avec cette modification, [27] démontre que ce schéma est capable d'atteindre la capacité en boucle ouverte. En jouant également sur le contrôle de puissance, les performances sont encore améliorées.

DTxAA : Cette technique contrairement à la précédente utilise un précodage, mais avec une puissance équirépartie entre les flux de données actifs. L'orthogonalité entre les flux émis est assurée par l'opération de précodage. Pour une configuration avec deux antennes en émission et en réception, deux modes de fonctionnement sont autorisés. Si un seul flux est activé (*beamforming*), il utilise toute la puissance et le précodage se réduit à un vecteur colonne. Au contraire, si les deux flux sont activés, ils se repartissent alors la puissance équitablement. Cette technique de multi-modes est abordée dans le chapitre 4.

2.5 Conclusions

Différents concepts de base ont été décrits dans ce chapitre. En particulier, à travers la notion de capacité, les limites fondamentales d'une communication fiable ont été présentées pour plusieurs degrés de précision du CSIT. Afin d'optimiser la forme de l'onde émise, la théorie de l'optimisation convexe se révèle souvent très utile au vu des nombreuses applications existantes. Enfin, des schémas pratiques ont été présentés parmi lesquels on distingue ceux fonctionnant en boucle ouverte et ceux nécessitant une information du canal à l'émetteur. Les systèmes avec adaptation de lien dyna-

mique bénéficient d'une augmentation des performances mais sont en revanche plus sensibles aux incertitudes du CSI. Ce phénomène est accentué par le lien de retour limité. De plus, l'intégration de contraintes pratiques peut empêcher ces systèmes d'atteindre les limites théoriques calculées. Ce travail de recherche vise à revisiter les schémas cités afin de les rendre plus performants ou plus robustes aux incertitudes du CSI : les chapitres 3 et 4 s'intéressent ainsi plus particulièrement à l'impact d'un jeu fini de MCS sur les performances, le chapitre 5 étudie la distorsion introduite par l'opération de quantification à laquelle le chapitre 6 ajoute l'effet d'un lien de retour bruité.

Un autre avantage de l'adaptation de lien réside dans la complexité du récepteur. En effet, les codes multidimensionnels requièrent un décodage conjoint alors qu'au contraire l'adaptation de lien permet un codage scalaire au décodage moins complexe. Le chapitre 3 propose donc un compromis entre ces deux techniques. Par ailleurs, en se focalisant sur un codage indépendant par antenne, le chapitre 4 tire avantage du précodage pour réduire principalement la complexité de l'allocation de ressources ainsi que celle du récepteur théorique optimal. Le chapitre 5 présente également un bon exemple de faible complexité en imposant un récepteur linéaire.

Chapitre 3

Optimisation des rendements pour un codage espace-temps en couche

3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent des schémas de transmission pratiques, parfois normalisés, ont été présentés. Parmi eux, ceux capables d'atteindre la capacité méritent d'être plus particulièrement analysés. Sans connaissance du canal à l'émission, la stratégie STBICM [23] [24] [25] emploie un codage espace-temps. L'approche concurrente PARC [27], reposant sur un codage indépendant par antenne, exploite une information partielle de type CQI à l'émetteur. De ce fait, le concept PARC tire parti de son analogie avec la théorie des canaux multi-utilisateurs en voie montante. Ainsi pour des entrées Gaussiennes, le récepteur optimum se réduit à une combinaison de filtrage MMSE et d'annulation successive de l'interférence (MMSE-SIC) [22].

Dans la pratique, plusieurs points faibles empêchent PARC d'atteindre la capacité puisque certaines hypothèses ne peuvent pas être respectées. Les transmissions réelles et les exigences des systèmes impliquent un mot de code de longueur finie avec un taux d'erreurs non nul, et non, un codage Gaussien infiniment long ayant une probabilité d'erreurs arbitrairement faible. Le processus de décodage souffre alors d'une propagation d'erreurs. Cet effet préjudiciable peut être évité par le concept de *gap*, tel que défini en [28], en échange d'une perte de capacité. Par ailleurs, des contraintes de complexité et de mémoire imposent des entrées discrètes à l'encodeur. Dans cette dernière hypothèse, [29] cherche à maximiser l'efficacité spectrale moyenne et optimise le jeu

de rendements discrets disponible. Cependant, la discrétisation des entrées découle plutôt de la construction du signal transmis, composé par l'association d'une modulation et d'un codage correcteur d'erreurs, et s'appuie donc sur des modulations et schémas de codage normalisés. Ce jeu de MCS, échantillonnant en N_{MCS} valeurs l'intervalle continu des rendements, implique intrinsèquement un bruit de quantification. Cela se traduit également par une perte de capacité. Ainsi la question soulevée dans ce chapitre est : comment réduire le bruit de quantification induit par les MCS ?

Pour pallier ce problème, l'adaptation de puissance peut être utilisée comme premier degré de liberté et l'optimisation conjointe des rendements et de la puissance conduit à une variété d'algorithmes décrit dans [30, sections VI, VII et VIII]. En particulier, la sélection d'antennes [31] peut être assimilée à une sorte de contrôle de puissance. Elle se révèle particulièrement efficace pour améliorer la somme des rendements discrets sans aucune information de contrôle (feedback) supplémentaire. Cette efficacité se justifie à l'aide du gain en diversité offert [32]. L'ordre de décodage peut être aussi activé comme deuxième degré de liberté, et l'optimisation explore alors toutes les possibilités d'ordonnement [30, section VIII].

On résume maintenant brièvement les contributions de ce chapitre. L'idée essentielle consiste à relâcher la contrainte de codage scalaire (indépendant par antenne) de PARC et à considérer un codage multidimensionnel (espace-temps) en couche. En utilisant des arguments de la théorie de l'information, notamment une conséquence des canaux multi-utilisateurs en voie montante, on démontre qu'une telle généralisation du concept PARC permet toujours d'atteindre la capacité. L'introduction du codage espace-temps en couche implique le regroupement de plusieurs antennes d'émission. Ce faisant, un troisième degré de liberté est introduit, celui du partitionnement des antennes d'émission (c.-à-d. la façon de regrouper des antennes). Les bénéfices apportés en termes de somme des rendements discrets, sont montrés grâce aux algorithmes originaux proposés incorporant ce nouveau degré de liberté. En particulier, l'association du contrôle de puissance et du partitionnement des antennes d'émission vient généraliser [30, section VIII]. Ce travail est ensuite complété par la définition d'algorithmes de faible complexité, obtenus en initialisant l'ordre de décodage, comme inspiré par [33]. Les avantages associés à ce nouveau concept sont aussi décrits dans la suite du document.

Le reste de ce chapitre est organisé de la manière suivante. Le paragraphe § 3.2 décrit en détail l'architecture de l'émetteur-récepteur proposée et démontre son optimalité au sens de la théorie de l'information. L'optimisation conjointe entre les puissances et les rendements est ensuite abordée au sein de § 3.3 où plusieurs algorithmes pratiques sont exposés. Les paragraphes suivants (§ 3.4 et 3.5) sont consacrés au coût engendré par le nouveau degré de liberté en termes de feedback et de complexité. Enfin, l'étude des performances (§ 3.6) confirme l'utilité du partitionnement des antennes d'émission.

3.2 Codes espace-temps en couche avec contrôle des rendements : LSTC-RC

3.2.1 Modèle de communication

Le scénario de communication considéré est un schéma point à point multi-antennes utilisant un multiplexage spatial des données avec contrôle des rendements. En réception, on fait l'hypothèse d'une estimation parfaite du canal, délivrant une information (CSIR) idéale. Du côté de l'émetteur, une connaissance partielle est disponible avec la réception d'un indicateur de la qualité du canal (CQI). Cette information est obtenue au travers d'une voie de retour limitée bas débit et sans erreur. Le canal de transmission, supposé spatialement corrélé avec des évanouissements plats, suit une distribution de Rayleigh. Ce support de communication, invariant pendant L utilisations canal (hypothèse quasi-statique), permet la transmission des données entre les N_T antennes d'émission et les N_R antennes de réception. En complément, il peut être appliqué une stratégie d'émission consistant à sélectionner et activer uniquement les meilleures (selon un critère à spécifier) n_T antennes parmi l'ensemble des N_T antennes. L'ensemble des éléments actifs est désigné par $\mathcal{A} \subseteq [1, N_T]$. Mathématiquement le canal est représenté par une matrice $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$. Ainsi à chaque instant $m \in [1, L]$, le signal reçu est stocké dans le vecteur $\mathbf{y}_m \in \mathbb{C}^{N_R}$ défini par

$$\mathbf{y}_m = \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{x}_m + \mathbf{n}_m, \quad (3.1)$$

où $\mathbf{x}_m \in \mathbb{C}^{n_T}$ est le vecteur de symboles transmis, $\tilde{\mathbf{H}} \in \mathbb{C}^{N_R \times n_T}$ est la restriction du canal de transmission aux antennes actives et $\mathbf{n}_m \in \mathbb{C}^{N_R}$ est le bruit additif Gaussien ayant une distribution complexe indépendante et identiquement distribuée de moyenne nulle et de variance σ_n^2 . La matrice de covariance du signal transmis, notée $\Theta_{\mathbf{x}}$, doit satisfaire la contrainte de puissance $\text{tr}(\Theta_{\mathbf{x}}) \leq P$ où P est la puissance totale disponible à l'émetteur. Par simplicité, la variance du bruit est supposée égale à $\sigma_n^2 = 1$ impliquant une pondération appropriée de la matrice de canal.

3.2.2 Émetteur-récepteur proposé

L'ensemble \mathcal{A} des n_T antennes d'émission est fractionné en K groupes distincts (appelé également blocs en analyse combinatoire) $\Delta_1, \dots, \Delta_K$ qui recensent une collection d'indices (désignant les antennes d'émission) et respectent la contrainte $\sum_{k=1}^K |\Delta_k| = n_T$. Soit $\pi_{(\mathcal{A}|K)}$ une partition. Les grandes étapes de transmission du signal peuvent être maintenant décrites. Le flux d'informations binaires \mathbf{d} est tout d'abord démultiplexé en K sous-flux $\{\mathbf{d}_1, \dots, \mathbf{d}_K\}$. Chacun d'entre eux est encodé par un schéma de modulation et codage espace-temps (ST-MCS). Le mot de code spatio-temporel résultant peut être mis sous une forme matricielle \mathbf{X}_k de dimension $|\Delta_k| \times L$ où L dénote la longueur du mot de code (en utilisation canal). Le signal total à transmettre \mathbf{X} de

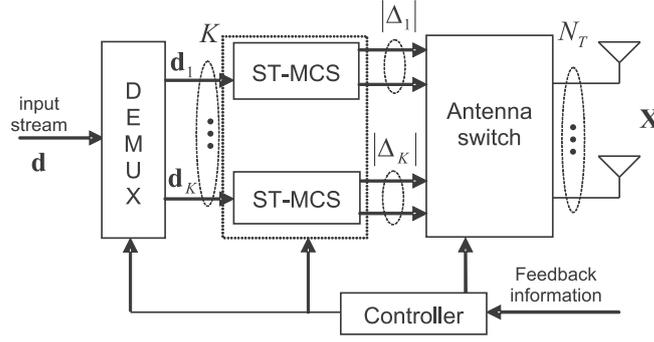


FIG. 3.1 – Architecture d'émission pour le schéma LSTC-RC

dimension $n_T \times L$ peut ainsi être exprimé par

$$\mathbf{X} = \sum_{k=1}^K \mathbf{E}_{\Delta_k} \mathbf{X}_k. \quad (3.2)$$

Cette relation peut être communément assimilée à une opération de séparation en couches (*layering*) et de sélection d'antennes. Les rendements discrets $\{R_k\}_{k=1}^K$, potentiellement différents, appliqués à chaque sous-flux de données utilisent le calcul des informations mutuelles par couche $\{C_k\}_{k=1}^K$ (cf. paragraphe suivant). Ces rendements sont contrôlés par la réception de CQIs (un pour chaque couche). Il convient de noter que le schéma de transmission est par essence **adaptatif**, à savoir que l'ensemble \mathcal{A} des antennes actives, le nombre de groupes K et la partition $\pi_{(\mathcal{A}|K)}$ varient d'un état de canal à un autre (ou de manière équivalente, d'une remontée de feedback à une autre). Un nouveau degré de liberté est disponible grâce à l'adaptation de la partition. Choisie côté récepteur, la partition nécessite l'envoi d'une information supplémentaire à l'émetteur, et impacte les opérations d'encodage et de sélection d'antennes. L'information de contrôle (*overhead*) nécessaire à la mise à jour de la partition dépend du nombre total de partitions possibles, fonction non-triviale du nombre d'antennes émettrices et réceptrices. L'émetteur de cette architecture, appelée codes espace-temps en couche avec contrôle des rendements (ou *Layered Space-Time Codes under Rate Control* (LSTC) en anglais), est décrit au sein de la Fig. 3.1.

Après la transmission simultanée de chaque flux sur l'interface radio, le décodage (potentiellement multidimensionnel) est effectué couche par couche. Les échantillons reçus sont collectés dans une matrice \mathbf{Y} de dimension $N_R \times L$, comme décrit au sein de la Fig. 3.2. Par souci de clarté, l'ordre successif du décodage suit l'ordre croissant des couches. Puisque le traitement est identique pour toutes les utilisations canal, l'indice temporel est omis dans le reste de ce chapitre. La première couche est décodée avec une estimée MMSE $\hat{\mathbf{x}}_{\Delta_1}^{\text{mmse}}$ de \mathbf{x}_{Δ_1} donnée par $\hat{\mathbf{x}}_{\Delta_1}^{\text{mmse}} = \mathbf{F}_1 \mathbf{y}$ où \mathbf{F}_1 représente le filtre de Wiener multidimensionnel (de dimension $|\Delta_1| \times N_R$), dont l'expression exacte

$$\mathbf{F}_1 = [\mathbf{I}_{|\Delta_1|} + \mathbf{B}_1]^{-1} \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_1}} \mathbf{H}_{\Delta_1}^\dagger \Theta_{\mathbf{z}_1}^{-1} \quad (3.3)$$

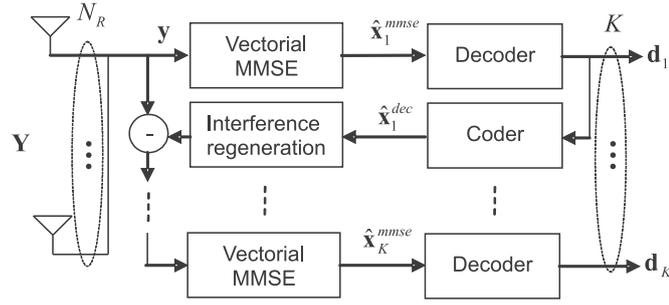


FIG. 3.2 – Architecture de réception pour le schéma LSTC-RC

implique les matrices intermédiaires

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_1 &= \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_1}} \mathbf{H}_{\Delta_1}^\dagger \Theta_{\mathbf{z}_1}^{-1} \mathbf{H}_{\Delta_1} \\ \Theta_{\mathbf{z}_1} &= \sum_{j \geq 2} \mathbf{H}_{\Delta_j} \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_j}} \mathbf{H}_{\Delta_j}^\dagger + \mathbf{I}_{N_R} \end{aligned} \quad (3.4)$$

(pour une matrice $\mathbf{I}_{|\Delta_1|} + \mathbf{B}_1$ inversible). Les bits décodés sont ensuite ré-encodés pour générer $\hat{\mathbf{x}}_{\Delta_1}^{\text{dec}}$. Dans ce chapitre, le décodage de la couche 1 (et des suivantes) est supposé sans erreur, ce qui est légitime vu l'étude en capacité menée dans le paragraphe suivant. La deuxième couche est décodée de façon analogue avec une estimée MMSE $\hat{\mathbf{x}}_{\Delta_2}^{\text{mmse}}$ de \mathbf{x}_{Δ_2} maintenant donnée par $\hat{\mathbf{x}}_{\Delta_2}^{\text{mmse}} = \mathbf{F}_2 \tilde{\mathbf{y}}_2$ avec

$$\tilde{\mathbf{y}}_2 = \mathbf{y} - \mathbf{H}_{\Delta_1} \hat{\mathbf{x}}_{\Delta_1}^{\text{dec}} \quad (3.5)$$

le vecteur d'observation résultant après soustraction de la couche précédente. Le filtre multidimensionnel de Wiener \mathbf{F}_2 , de dimension $|\Delta_2| \times N_R$, a pour expression exacte

$$\mathbf{F}_2 = [\mathbf{I}_{|\Delta_2|} + \mathbf{B}_2]^{-1} \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_2}} \mathbf{H}_{\Delta_2}^\dagger \Theta_{\mathbf{z}_2}^{-1} \quad (3.6)$$

impliquant maintenant les matrices intermédiaires suivantes

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_2 &= \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_2}} \mathbf{H}_{\Delta_2}^\dagger \Theta_{\mathbf{z}_2}^{-1} \mathbf{H}_{\Delta_2} \\ \Theta_{\mathbf{z}_2} &= \sum_{j \geq 3} \mathbf{H}_{\Delta_j} \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_j}} \mathbf{H}_{\Delta_j}^\dagger + \mathbf{I}_{N_R} \end{aligned} \quad (3.7)$$

(pour chaque matrice $\mathbf{I}_{|\Delta_2|} + \mathbf{B}_2$ inversible). La même procédure se répète jusqu'à ce que toutes les couches soient décodées.

3.2.3 Optimalité au sens de la théorie de l'information (dérivation en chaîne)

Dans cette section, on prouve que l'architecture LSTC-RC combinée à un récepteur MMSE-SIC est capable d'atteindre la limite maximale de capacité, si des codes (multidimensionnels) Gaussiens, infiniment longs et avec une probabilité d'erreur suffisamment faible, sont employés sur chaque couche. Cette preuve peut être vue comme une généralisation au cas vectoriel de [22]. En

utilisant des manipulations matricielles et en supposant que les vecteurs d'informations \mathbf{x}_{Δ_k} sont mutuellement indépendants, il est aisé de démontrer que la capacité maximale

$$C \triangleq \log \det \left(\mathbf{I}_{N_R} + \mathbf{H} \Theta_{\mathbf{x}} \mathbf{H}^\dagger \right) \quad (3.8)$$

peut être décomposée en une somme de K termes $\{C_k\}_{k=1}^K$ (une pour chaque couche), chacune d'entre elles étant donnée par

$$C_k = \log \det \left(\mathbf{I}_{|\Delta_k|} + \mathbf{B}_k \right) \quad (3.9)$$

avec, comme précédemment,

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_k &= \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}} \mathbf{H}_{\Delta_k}^\dagger \Theta_{\mathbf{z}_k}^{-1} \mathbf{H}_{\Delta_k} \\ \Theta_{\mathbf{z}_k} &= \sum_{j \geq k+1} \mathbf{H}_{\Delta_j} \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_j}} \mathbf{H}_{\Delta_j}^\dagger + \mathbf{I}_{N_R} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Ce résultat requiert l'inversibilité de $\Theta_{\mathbf{z}_k}$ (ce qui est toujours le cas). Si maintenant on considère la relation d'entrée-sortie composite du canal $\tilde{\mathbf{y}}_k$ avec un bruit additif \mathbf{z}_k coloré

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{H}_{\Delta_k} \mathbf{x}_{\Delta_k} + \underbrace{\sum_{j=k+1}^K \mathbf{H}_{\Delta_j} \mathbf{x}_{\Delta_j}}_{\mathbf{z}_k} + \mathbf{n} \quad (3.11)$$

et que l'on considère de plus que \mathbf{x}_{Δ_k} et \mathbf{z}_k sont indépendants et Gaussiens, on peut alors démontrer que

$$I(\mathbf{x}_{\Delta_k}; \tilde{\mathbf{y}}_k) = \log \det \left(\mathbf{I}_{|\Delta_k|} + \mathbf{B}_k \right) = C_k. \quad (3.12)$$

Le filtre de Wiener \mathbf{F}_k pour la couche k non seulement minimise l'erreur quadratique moyen (MSE) mais fournit aussi une statistique suffisante pour détecter \mathbf{x}_{Δ_k} , c.-à-d. sans perte d'information :

$$I(\mathbf{x}_{\Delta_k}; \tilde{\mathbf{y}}_k) = I(\mathbf{x}_{\Delta_k}; \hat{\mathbf{x}}_{\Delta_k}^{\text{mmse}}). \quad (3.13)$$

Il convient de noter que cette dernière égalité nécessite que la matrice $\mathbf{F}_k \Theta_{\mathbf{z}_k} \mathbf{F}_k^\dagger$ soit inversible. L'inégalité de Sylvester permet d'écrire

$$\text{rank}(\mathbf{F}_k \Theta_{\mathbf{z}_k} \mathbf{F}_k^\dagger) \leq \text{rank}(\Theta_{\mathbf{z}_k}) = N_R. \quad (3.14)$$

Par conséquent, la matrice $\mathbf{F}_k \Theta_{\mathbf{z}_k} \mathbf{F}_k^\dagger$ de dimension $|\Delta_k| \times |\Delta_k|$ est non-inversible seulement si $|\Delta_k| > N_R$. Ainsi, la cardinalité de chaque bloc de la partition ne doit pas excéder le nombre d'antennes en réception. Cette contrainte de design est strictement respectée par la suite. Finalement, en se référant à la dérivation en chaîne de l'information mutuelle, on peut réécrire $I(\mathbf{x}; \mathbf{y})$ sous la forme

$$I(\mathbf{x}; \mathbf{y}) = \sum_{k=1}^K I(\mathbf{x}_{\Delta_k}; \mathbf{y} | \mathbf{x}_{\Delta_1}, \dots, \mathbf{x}_{\Delta_{k-1}}). \quad (3.15)$$

En invoquant l'hypothèse d'un décodage parfait des couches précédentes, c.-à-d.

$$I(\mathbf{x}_{\Delta_k}; \mathbf{y} | \mathbf{x}_{\Delta_1}, \dots, \mathbf{x}_{\Delta_{k-1}}) = I(\mathbf{x}_{\Delta_k}; \tilde{\mathbf{y}}_k) \quad (3.16)$$

et en prenant en compte (3.13), l'égalité finale obtenue est

$$I(\mathbf{x}_{\Delta_k}; \mathbf{y} | \mathbf{x}_{\Delta_1}, \dots, \mathbf{x}_{\Delta_{k-1}}) = I(\mathbf{x}_{\Delta_k}; \hat{\mathbf{x}}_{\Delta_k}^{\text{mmse}}). \quad (3.17)$$

En conclusion, le rendement atteint à la k ième couche avec un récepteur MMSE-SIC est donnée par $I(\mathbf{x}_{\Delta_k}; \mathbf{y} | \mathbf{x}_{\Delta_1}, \dots, \mathbf{x}_{\Delta_{k-1}})$, ce qui conclut la preuve.

3.3 Optimisation conjointe des puissances et rendements

3.3.1 Formulation du problème

Pour une partition $\pi_{(\mathcal{A}|K)}$ considérée, l'ajout d'une adaptation de puissance permet d'atteindre la majeure partie de la capacité MIMO en boucle fermée. L'optimisation de la capacité-somme dans le système LSTC-RC est similaire au problème multi-utilisateurs pour des canaux à accès multiple (MAC) [18] mais avec une contrainte de puissance globale [34]. Dans ce cas, il a été démontré que la matrice de covariance optimale peut être obtenue grâce à l'algorithme itératif du *waterfilling* avec une puissance totale [35, Théorème 1]. La fonction objectif de cet algorithme est

$$C = \max_{\{\Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}}\}_{k=1}^K} \log \det \left(\mathbf{I}_{N_R} + \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_{\Delta_k} \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}} \mathbf{H}_{\Delta_k}^\dagger \right) \quad (3.18)$$

sous la contrainte : $\Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}} \geq \mathbf{0}, \forall k \in [1, K]$ et $\sum_{k=1}^K \text{tr}(\Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}}) \leq P$

où P est la puissance totale disponible à l'émetteur. Si $K = 1$, la solution optimale de (3.18) est simplement donnée par l'algorithme du *waterfilling* [3]. Pour satisfaire l'hypothèse d'une voie de retour limitée, le contrôle de puissance est restreint au cas d'une matrice de **covariance diagonale**. Avec une telle convention, les dérivations analytiques ont été développées en [30] et [36] pour des systèmes PARC, mais sont également valides pour les systèmes LSTC-RC. De ces approximations obtenues à différents SNR [36], des tendances générales peuvent être déduites. A faible SNR la sélection d'une seule antenne s'avère être optimale tandis qu'à fort SNR l'optimum est atteint avec une équidistribution de la puissance. On considère encore qu'au sein d'un même bloc, la puissance de chaque antenne est identique, c.-à-d.,

$$\Theta_{\mathbf{x}} = \sum_{k=1}^K P_k \mathbf{E}_{\Delta_k} \mathbf{E}_{\Delta_k}^\dagger \quad (3.19)$$

sous la contrainte : $\text{tr}(\Theta_{\mathbf{x}}) \leq P$.

Jusqu'ici l'optimisation des puissances a été menée indépendamment du jeu de rendements discrets disponibles, qui est un élément intrinsèque du contrôle de rendement. La précédente maximisation doit donc être redéfinie de la façon suivante : maximiser la somme discrète de la capacité selon les contraintes (i) d'un jeu de rendements discrets, (ii) de la dérivation en chaîne de l'information mutuelle, et (iii) de la quantification de la puissance transmise. Tous les degrés de liberté présents

doivent être utilisés pour atteindre cet objectif, à savoir, le partitionnement des antennes d'émission, l'ordre de décodage des groupes, et l'adaptation de puissance tenant compte de la quantification des rendements et puissances. La sélection d'antennes est vue comme un cas particulier de la quantification des puissances. Malheureusement, une solution analytique ne semble pas possible et, à la vue des degrés de liberté une recherche exhaustive serait trop intense. Par conséquent, en tirant avantage de la structure en couches, on peut concevoir des algorithmes sous-optimaux effectuant l'optimisation conjointe des degrés de liberté identifiés. Dans cette perspective, les deux prochaines sections traitent du contrôle de puissance avec l'hypothèse d'une voie de retour bas débit : la première utilise des bits de feedback supplémentaires pour informer des niveaux de puissance retenus ; la deuxième adopte la stratégie de sélection d'antennes. La sélection d'antennes consiste à éteindre une ou plusieurs antennes et à répartir la puissance totale uniformément entre toutes les antennes **actives**. Cette dernière stratégie n'augmente pas l'*overhead* ce qui la rend, bien sûr, particulièrement attractive.

3.3.2 Stratégie 1 : quantification des puissances

Dans cette stratégie, la sélection d'antennes n'est pas activée, c.-à-d., $\mathcal{A} = \{1, \dots, N_T\}$. L'optimisation de la somme des rendements discrets conduit à une partition ordonnée optimale (π^*, σ^*) conjointement à l'ensemble \mathcal{P}^* contenant les K puissances optimales quantifiées $\{P_k^*\}_{k=1}^K$. Ces paramètres sont le résultat du problème suivant :

$$\{\mathcal{P}^*, \pi^*, \sigma^*\} = \arg \max_{\{\mathcal{P}, \pi, \sigma\}} R_{\text{sum}}(\mathcal{P}, \pi, \sigma), \quad (3.20)$$

où $R_{\text{sum}}(\mathcal{P}, \pi, \sigma)$ est la somme des rendements discrets définie par

$$R_{\text{sum}}(\mathcal{P}, \pi, \sigma) = \sum_{k=1}^K R_k(\mathcal{P}, \pi, \sigma). \quad (3.21)$$

Chaque groupe (ou couche) Δ_k considère une distribution spécifique (et finie) des rendements discrets \mathcal{D}_{Δ_k} , supposée être en adéquation avec les informations mutuelles de chaque couche. Il convient de noter que cette distribution dépend uniquement de la cardinalité du groupe. Le meilleur rendement discret pour le groupe Δ_k est sélectionné selon la règle suivante

$$R_k(\mathcal{P}, \pi, \sigma) = \arg \min_{R \in \mathcal{D}_{|\Delta_k|}} \left| C_k(\mathcal{P}, \pi, \sigma) - R \right| \quad (3.22)$$

sous la contrainte : $R \leq C_k(\mathcal{P}, \pi, \sigma)$

où $C_k(\mathcal{P}, \pi, \sigma)$ est définie en (3.9). Clairement, la précision de l'algorithme dépend du nombre de niveaux de puissance. Dans la suite, plusieurs algorithmes efficaces sont décrits.

Quantification vectorielle successive des rendements et puissances

Comme vu précédemment, à fort SNR, des performances proches de l'optimum peuvent résulter d'une répartition équitable de la puissance. Sous cet éclairage, une allocation de puissance sous-

optimale, inspirée de [30, section 8], part de l'équidistribution pour augmenter le processus discret de chargement de bits. Pour une partition ordonnée donnée $(\pi_{(\mathcal{A}|K)}, \sigma)$, une version vectorielle de la quantification successive des rendements et puissances (en anglais, SRPQ pour *Successive Rate and Power Quantization*) est proposée. L'Algorithme 1 décrit la procédure à suivre. De cet algorithme, deux stratégies établies sur une recherche exhaustive sont considérées, à savoir, SRPQ1 qui optimise le degré de liberté lié à la partition pour un ordre de décodage fixé $\sigma = (1, \dots, K)$ et SRPQ2 qui optimise conjointement l'ordre de décodage et la partition.

Après le choix du rendement discret $R_{\sigma(k)}$, la quantité minimale de puissance requise $P_{\sigma(k)}$ est calculée. Pour transmettre les données sans erreur $P_{\sigma(k)}$ satisfait l'égalité suivante

$$R_{\sigma(k)} = \log \det \left(\mathbf{I}_{|\Delta_k|} + P_{\sigma(k)} \mathbf{H}_{\Delta_k}^\dagger \mathbf{\Theta}_{\mathbf{z}_k}^{-1} \mathbf{H}_{\Delta_k} \right) \quad (3.23)$$

avec la contrainte $P_{\sigma(k)} \in [0, P]$. Une solution analytique existe tant que $|\Delta_k| \leq 4$ puisque le déterminant peut être développé sous une forme polynomiale en $P_{\sigma(k)}$ donné par

$$1 + \sum_{j=1}^{|\Delta_k|} \sum_{i_1=1}^{|\Delta_k|} \sum_{i_2 > i_1}^{|\Delta_k|} \sum_{i_j > i_{j-1}}^{|\Delta_k|} (P_{\sigma(k)})^j \det \left(\mathbf{H}_{\Delta_k} (i_1, \dots, i_j)^\dagger \mathbf{\Theta}_{\mathbf{z}_k}^{-1} \mathbf{H}_{\Delta_k} (i_1, \dots, i_j) \right) \quad (3.24)$$

avec $\mathbf{H}_{\Delta} (i_1, \dots, i_j) = [\mathbf{h}_{\Delta_{i_1}} \mathbf{h}_{\Delta_{i_2}} \dots \mathbf{h}_{\Delta_{i_j}}]$ la sous-matrice de dimension $N_R \times j$. Pour $|\Delta_k| > 4$, des méthodes numériques s'avèrent utiles. Les puissances sont quantifiées en prenant 2^q valeurs uniformément réparties dans l'intervalle $[0, P]$. L'arrondi supérieur s'impose clairement pour $P_{\sigma(k)}$ afin de toujours respecter la contrainte $R \leq C_k(\mathcal{P}, \pi, \sigma)$.

Algorithm 1 Vectorial SRPQ

$P_{remaining} = P;$

for $k = K$ to 1 **do**

Step 1 Equidistribute the remaining power : $P_{\sigma(k)} = P_{remaining}/k$

Step 2 Compute $C_{\sigma(k)}$ from (3.9), and choose the closest discrete rate

$R_{\sigma(k)}$, see (3.22)

Step 3 Update $P_{\sigma(k)}$ solution of (3.23) and quantize it $\hat{P}_{\sigma(k)}$

Step 4 Check the power budget violation :

if $(P_{remaining} - \hat{P}_{\sigma(k)} < 0)$ **then**

Step 4.1 Take the immediate inferior discrete rate $R_{\sigma(k)}$

Step 4.2 Update $P_{\sigma(k)}$ and quantize it $\hat{P}_{\sigma(k)}$

end if

$P_{remaining} = P_{remaining} - \hat{P}_{\sigma(k)};$

end for

Quantification ordonnée des rendements et puissances

Alors que la version vectorielle de SRPQ2 exploite de façon exhaustive le degré de liberté lié à l'ordre de décodage, on propose une procédure de quantification ordonnée des rendements et puissances (en anglais, ORPQ pour *Ordered Rates and Power Quantization*) qui sélectionne un ordre de décodage σ précis. Ce paramètre est défini pour une partition donnée π lors d'un traitement préliminaire, consistant à trier les groupes du meilleur au pire (en un sens à définir). Afin de bénéficier de cette connaissance acquise, on suggère de modifier la façon d'allouer la puissance, c.-à-d. contrairement à l'algorithme précédent (SRPQ vectoriel) la puissance totale restante est attribuée au meilleur groupe. Ensuite, les rendements et puissances quantifiées sont choisis tour à tour.

Comme mentionné, les groupes sont classés du meilleur i_1 au pire i_K selon leur capacité. En d'autres termes, pour le groupe i_k , la matrice \mathbf{D}_{i_k} en sortie du filtre vectoriel MMSE s'écrit

$$\mathbf{D}_{i_k} = \left[\mathbf{E}_{\Delta_{i_k}}^\dagger \left(\mathbf{I}_{N_T} + \Theta_{\mathbf{x}} \mathbf{H}^\dagger \mathbf{H} \right)^{-1} \mathbf{E}_{\Delta_{i_k}} \right]^{-1} - \mathbf{I}_{|\Delta_{i_k}|}. \quad (3.25)$$

La règle d'ordonnement est ainsi donnée par

$$\det \left(\mathbf{I}_{|\Delta_{i_1}|} + \mathbf{D}_{i_1} \right) \geq \dots \geq \det \left(\mathbf{I}_{|\Delta_{i_K}|} + \mathbf{D}_{i_K} \right). \quad (3.26)$$

Il convient de noter qu'afin d'éviter tout favoritisme, la matrice \mathbf{D}_{i_k} est déterminée avec une **distribution égale de la puissance** entre les antennes d'émission. Cependant, cette définition ne prend pas en compte le processus SIC. Selon cet ordonnancement $\sigma = (i_K, \dots, i_1)$, la meilleure couche est préservée des interférences (engendrées par les autres couches). Par conséquent, la couche i_1 atteint le plus haut rendement discret par rapport aux autres ordonnancements possibles. La puissance requise est alors minimisée permettant aux couches ultérieures de bénéficier d'un large budget de puissance restant. La procédure ORPQ est décrite par l'Algorithme 2.

3.3.3 Stratégie 2 : sélection d'antennes

La sélection d'antennes peut améliorer la capacité-somme en répartissant le budget de puissance **équitablement** entre toutes les **antennes actives** et s'approche ainsi de la capacité en boucle fermée. Dans le cas des canaux corrélés ou disposant de plus d'antennes en émission qu'en réception, un gain en diversité peut être obtenu [37] [38]. Afin de maintenir une voie de retour bas débit, la décision est prise au récepteur et est ensuite envoyée à l'émetteur.

Sélection d'antennes et maximisation de la somme des rendements discrets

La procédure de sélection d'antennes s'achève avec l'ensemble \mathcal{A}^* contenant les n_T antennes actives, le jeu des rendements discrets sélectionnés $\{R_k^*\}_{k=1}^K$, la partition ordonnée optimale (π^*, σ^*)

Algorithm 2 ORPQ

 $P_{remaining} = P;$
Init Find σ according to (3.25) (3.26)**for** $k = K$ to 1 **do****Step 1** Assign to $P_{\sigma(k)}$ the remaining power : $P_{\sigma(k)} = P_{remaining}$ **Step 2** Compute $C_{\sigma(k)}$ from (3.9), and choose the closest but inferior discrete rate $R_{\sigma(k)}$ **Step 3** Update $P_{\sigma(k)}$ solution of (3.23) and quantize it $\hat{P}_{\sigma(k)}$ **Step 4** Check the power budget violation :**if** $(P_{remaining} - \hat{P}_{\sigma(k)} < 0)$ **then****Step 4.1** Take the immediate inferior discrete rate $R_{\sigma(k)}$ **Step 4.2** Update $P_{\sigma(k)}$ and quantize it $\hat{P}_{\sigma(k)}$ **end if** $P_{remaining} = P_{remaining} - \hat{P}_{\sigma(k)};$ **end for**

contenue dans \mathcal{A}^* . Tous ces paramètres sont optimisés simultanément

$$\{\mathcal{A}^*, \pi^*, \sigma^*\} = \arg \max_{\{\mathcal{A}, \pi, \sigma\}} R_{\text{sum}}(\mathcal{A}, \pi, \sigma) \quad (3.27)$$

où $R_{\text{sum}}(\mathcal{A}, \pi, \sigma)$ est la somme des rendements discrets définie par

$$R_{\text{sum}}(\mathcal{A}, \pi, \sigma) = \sum_{k=1}^{K(\mathcal{A}|\pi)} R_k(\mathcal{A}, \pi, \sigma) \quad (3.28)$$

Le meilleur rendement discret pour le groupe Δ_k est sélectionné selon la règle suivante

$$R_k(\mathcal{A}, \pi, \sigma) = \arg \min_{R \in \mathcal{D}_{|\Delta_k|}} \left| C_k(\mathcal{A}, \pi, \sigma) - R \right| \quad (3.29)$$

sous la contrainte : $R \leq C_k(\mathcal{A}, \pi, \sigma)$

où $C_k(\mathcal{A}, \pi, \sigma)$ est définie en (3.9). La recherche exhaustive considère les $\sum_{n=1}^{N_T} \binom{N_T}{n}$ ensembles possibles d'antennes actives \mathcal{A} . Ensuite, chaque partition ordonnée est parcourue et pour chacune d'elles (3.28) est calculé. La complexité augmente rapidement avec le nombre d'antennes d'émission et est principalement déterminée par le nombre de permutations $K!$ de partitions (cf. § 3.5). Afin de gérer à la fois la complexité et les besoins mémoire en vue d'une intégration pratique, l'espace de recherche doit donc être réduit. Dans cette optique, on propose une procédure itérative de sélection d'antennes conjointe décrite plus précisément dans la section suivante.

Approche à complexité réduite

L'algorithme proposé réduit la complexité en deux étapes. Premièrement, en enlevant une antenne à la fois (mode décroissant), la procédure itérative ne balaye plus tous les ensembles

possibles \mathcal{A} . Deuxièmement, l'ordre de décodage est initialisé pour une partition donnée. Une étape préliminaire trie les antennes de la meilleure à la pire. La **règle de sélection** pour une antenne $t \in [1, N_T]$ est basée sur le SINR γ_t en sortie du filtre MMSE

$$\gamma_t = \left[\left(\mathbf{I}_{N_T} + \mathbf{\Theta}_x \mathbf{H}^\dagger \mathbf{H} \right)_{t,t}^{-1} \right]^{-1} - 1 \quad (3.30)$$

Il convient de noter que cette définition ne prend pas en compte le processus SIC. Selon cette règle, les antennes sont triées dans le sens décroissant de leur capacité. Le N_T -uplet initial $S = (t_1, \dots, t_{N_T})$ est donc défini de façon à satisfaire la **relation d'ordonnement** :

$$\gamma_{t_1} \geq \dots \geq \gamma_{t_{N_T}} \quad (3.31)$$

Le processus itératif commence en partant de S . L'ensemble suivant est obtenu en retirant le pire élément. En effet, un gain de sélection d'antennes existe si la puissance est concentrée sur un nombre limité d'antennes (contributives). Une itération (indiquée par l) de l'algorithme, avec $S_l \subseteq S$, implique l'utilisation des degrés de liberté à disposition pour optimiser l'ensemble des antennes actives et la sélection des rendements discrets. Comme mentionné précédemment, la plus grande part de la complexité est imputée à la recherche de l'ordre de décodage optimal. Une économie substantielle est donc réalisée en initialisant le paramètre σ . En relation avec (3.26), l'ordre arrière de décodage est $\sigma_{\text{rev}} = (i_K, \dots, i_1)$ et l'ordre avant est $\sigma_{\text{fwd}} = (i_1, \dots, i_K)$. En raison du processus SIC, il s'avère que l'ordre de décodage avant assure une distribution des capacités par couche plus compacte $\{C_{i_k}^{\text{fwd}}\}_{k=1}^K$. Par conséquent, chaque élément de $\{C_{i_k}^{\text{fwd}}\}_{k=1}^K$ est contenu dans $[C_{i_K}^{\text{rev}}, C_{i_1}^{\text{rev}}]$ et le jeu d'inégalités suivantes peut être écrit

$$\begin{cases} C_{i_1}^{\text{fwd}} \leq C_{i_1}^{\text{rev}} \\ C_{i_K}^{\text{rev}} \leq C_{i_K}^{\text{fwd}} \end{cases} \quad (3.32)$$

Supposons maintenant que la meilleure couche $C_{i_1}^{\text{fwd}}$ soit bornée par la valeur inférieure R^{max} , où R^{max} est le rendement discret disponible le plus élevé. La première inégalité de (3.32) donne $R_{i_1}^* = R^{\text{max}}$ quel que soit l'ordre de décodage supposé. Quand $K = 2$, on peut conclure à partir de la seconde inégalité que la somme des rendements discrets est maximisée avec l'ordre de décodage avant. Quand $K > 2$, trouver l'ordre optimal de décodage devient inextricable. Cependant, les résultats précédents suggèrent que la somme des rendements discrets peut être augmentée en préservant des interférences les groupes les plus faibles (réaliser par l'ordre de décodage avant). A partir de ce constat, une initialisation sous-optimale de σ consiste à trier les groupes selon le SINR de leur meilleure antenne. Plus précisément, notons $\gamma_k(\pi) = \max_{t \in \Delta_k} \gamma_t, \forall k \in [1, K_{(\mathcal{A}|\pi)}]$ où les γ_t sont ceux précédemment utilisés pour la construction de S . Avec un léger abus de notation, on peut définir de manière similaire pour l'algorithme proposé dans cette sous-section l'ordre avant $\sigma_{\text{fwd}} = (i_1, \dots, i_K)$ et arrière $\sigma_{\text{rev}} = (i_K, \dots, i_1)$ de décodage satisfaisant la **relation d'ordonnement** suivante :

$$\gamma_{i_1}(\pi) \geq \dots \geq \gamma_{i_K}(\pi) \quad (3.33)$$

La procédure de sélection d'antennes itérative proposée est détaillée dans l'Algorithme 3.

Algorithm 3 Proposed joint sélection

Init Order S according to (3.31)
 Initialize $S_{l=1}$ to S and $R_{\text{sum}}^{(0)} = 0$
while $l \neq N_T$ **do**
 Step 1 Let us evenly balance the power budget over antennas of S_l
 Step 2 Scan all partitions :
 for all π_j **do**
 Step 2.1 Initialize σ according to (3.33)
 Step 2.2 Calculate the sum discrete-rate $R_{\text{sum}}^{(l)}(S_l, \pi_j, \sigma)$ and stack the set of rates $\{R_k\}_{k=1}^K$
 end for
 Step 3 Find J such that $J = \arg \max_j R_{\text{sum}}^{(l)}(S_l, \pi_j, \sigma)$
 Step 4 Compare maximum values :
 if $R_{\text{sum}}^{(l)}(S_l, \pi_J, \sigma) > R_{\text{sum}}^{(l-1)}(\mathcal{A}^*, \pi^*, \sigma^*)$ **then**
 Step 4.1 Update optimal values : $\mathcal{A}^* = S_l, \pi^* = \pi_J$ and $\sigma^* = \sigma$
 Step 4.2 Take off worst element of the set : $S_l = S_l \setminus \{S_l(\text{last})\}$ and set l to $l + 1$
 else
 Step 4.1 Exit the algorithm
 end if
end while

Il convient de noter que l'algorithme itératif proposé pourrait également considérer un mode croissant où une antenne est ajoutée à la fois à l'ensemble \mathcal{A} . Cependant, les résultats de simulations montrent que l'ensemble final \mathcal{A} contient rarement qu'une seule antenne. Il semble donc préférable, surtout à fort SNR, d'utiliser l'algorithme en mode décroissant.

3.4 Charge dans la voie de retour

Le partitionnement des antennes dans le système LSTC-RC induit une nouvelle structure du feedback. Cette dernière doit maintenant indiquer la partition optimale choisie. Ce nouveau degré de liberté a donc un coût en terme de charge sur la voie de retour dont la caractérisation rigoureuse fait appel à la théorie des partitions [39, Chapitre 13]. Par simplicité, on considère que le nombre de rendements discrets disponibles (N_{mcs}) est constant quelle que soit la cardinalité du groupe (bloc). Le MCS nul, présumé présent, permet d'identifier les antennes d'émission éteintes. La façon de partitionner un ensemble \mathcal{A} de n éléments englobe toutes les partitions d'un sous-ensemble

$\mathcal{A}' \subset \mathcal{A}$. La technique de sélection d'antennes est donc gratuite en terme de charge dans la voie de retour, en considérant chaque antenne inactive comme un groupe de un élément. En revanche, la stratégie de quantification des puissances coûte plus chère en termes de bits de feedback. Dans la suite, on considère une quantification **uniforme** de la puissance sur N_{pwr} niveaux différents. Quelle que soit la cardinalité du groupe, le nombre de niveaux de puissance reste inchangé. Par convention, $N_{\text{pwr}} = 1$ signifie que le contrôle de puissance est inexistant. On dénote par $S_n^{(k, \leq b)}$ le nombre de partitions non-ordonnées de l'ensemble $\{1, \dots, n\}$ en k blocs non-vides de cardinalité maximale b , et $S_n^{(\leq b)} = \sum_{k=1}^n S_n^{(k, \leq b)}$ le nombre de partitions non-ordonnées de l'ensemble $\{1, \dots, n\}$ en blocs non-vides de cardinalité maximale b . $S_n^{(k, \leq n)} = S_n^{(k)}$ correspond au nombre de Stirling de deuxième espèce et $S_n^{(\leq n)} = \sum_{k=1}^n S_n^{(k)}$ est le nombre de Bell. Comme bien connu, une forme explicite existe pour le nombre de Stirling de deuxième espèce [40]

$$S_n^{(k)} \equiv \{n\}_k = \frac{1}{k!} \sum_{l=0}^k \binom{k}{l} (-1)^l (k-l)^n \quad (3.34)$$

Soit $e_b(z) = 1 + z + \dots + \frac{z^b}{b!}$ la Fonction Exponentielle (en anglais, EF pour *Exponential Function*) tronquée. Les $S_n^{(\leq b)}$ peuvent être retrouvés à partir de la Fonction Génératrice Exponentielle (en anglais, EGF pour *Exponential Generating Function*)

$$S^{(\leq b)}(z) = e^{e_b(z)} - 1 \quad (3.35)$$

selon $S_n^{(\leq b)}/n! = [z^n]S^{(\leq b)}(z)$ [40]. En définissant l'ensemble des indices contraints

$$\mathcal{I}_n^{(k, \leq b)} = \left\{ \{i_1, \dots, i_k\} \in [1, b]^k : \sum_{l=1}^k i_l = n \right\}, \quad (3.36)$$

on peut également exprimer $S_n^{(k, \leq b)}$ explicitement

$$S_n^{(k, \leq b)} = \frac{1}{k!} \sum_{\{i_1, \dots, i_k\} \in \mathcal{I}_n^{(k, \leq b)}} \binom{n}{i_1 \dots i_k}. \quad (3.37)$$

Deux structures de feedback ont été envisagées, indiquant l'ensemble optimal des antennes actives \mathcal{A}^* , la partition optimale π^* en K blocs non-vides et les rendements discrets $\{R_k^*\}_{k=1}^K$. Convoyer le numéro de la partition, les K valeurs des rendements discrets et les K valeurs de puissances dans des slots séparés (et consécutifs) constitue la première stratégie. Le nombre moyen de bits requis est exprimé par

$$\overline{N}_{\text{fdbk}}^{(1)} = \mathbb{E}_\pi \{N_{\text{fdbk}, \pi}^{(1)}\} \quad (3.38)$$

où l'espérance est prise sur l'ensemble des partitions possibles et où $N_{\text{fdbk}, \pi}^{(1)}$ dénote le nombre de bits de feedback pour une partition spécifique π . Soit π_i la i ème partition possible. Si l'on considère que toutes les partitions surviennent équiprobablement, on a alors

$$\overline{N}_{\text{fdbk}}^{(1)} = \left\lceil \log_2 S_{N_T}^{(\leq N_R)} \right\rceil + \frac{1}{S_{N_T}^{(\leq N_R)}} \sum_{i=1}^{S_{N_T}^{(\leq N_R)}} \left[K(\pi_i) \log_2 (N_{\text{mcs}} N_{\text{pwr}}) \right] \quad (3.39)$$

ou de manière équivalente

$$\bar{N}_{\text{fdbk}}^{(1)} = \left\lceil \log_2 S_{N_T}^{(\leq N_R)} \right\rceil + \sum_{k=1}^{N_T} \frac{S_{N_T}^{(k, \leq N_R)}}{S_{N_T}^{(\leq N_R)}} \lceil k \log_2 (N_{\text{mcs}} N_{\text{pwr}}) \rceil \quad (3.40)$$

Bien que minimisant la valeur moyenne de la charge dans la voie de retour, cette stratégie introduit un feedback variable ce qui, d'un point de vue pratique, semble peu approprié. De plus, la distribution actuelle des partitions peut différer de la distribution uniforme et n'est pas connue *a priori*. En effet, la quantité de bits du lien de retour serait probablement contraint au pire cas, à savoir

$$N_{\text{fdbk}}^{(1)} = \left\lceil \log_2 S_{N_T}^{(\leq N_R)} \right\rceil + \lceil N_T \log_2 (N_{\text{mcs}} N_{\text{pwr}}) \rceil \quad (3.41)$$

rendant cette stratégie peu intéressante. Un deuxième scénario consiste à associer à chaque partition acceptable toutes les configurations possibles de rendements et de puissances quantifiées, pour ensuite dénombrer ces combinaisons. La voie de retour dans ce cas requiert un nombre constant de bits, exprimé par la relation

$$N_{\text{fdbk}}^{(2)} = \left\lceil \log_2 \sum_{k=1}^{N_T} S_{N_T}^{(k, \leq N_R)} (N_{\text{mcs}} N_{\text{pwr}})^k \right\rceil. \quad (3.42)$$

Clairement, le pire cas $N_{\text{fdbk}}^{(1)}$ dépasse toujours $N_{\text{fdbk}}^{(2)}$. Une façon évidente de réduire la quantité de contrôle est de fixer une partition une fois pour toute (mode non adaptatif). Il va de soi que le nombre de bits économisés dépend de la partition choisie. Il est montré dans le § 3.6.5 que cette option rivalise avec le système conventionnel PARC. Enfin, le nombre de bits nécessaire pour PARC peut être facilement calculé à partir de la définition de $N_{\text{fdbk}}^{(2)}$ comme

$$N_{\text{fdbk}}^{(\text{parc})} = \lceil N_T \log_2 (N_{\text{mcs}} N_{\text{pwr}}) \rceil. \quad (3.43)$$

A titre d'exemple, on évalue le feedback utile pour un système MIMO 4×4 . Les résultats sont listés dans le tableau 3.1 où le mode non adaptatif suppose une partition définie par $|\Delta_1| = |\Delta_2| = 2$. Notons que le degré de liberté 'classique' correspond pour LSTC-RC à l'optimisation de la partition.

TAB. 3.1 – Comparaison de la charge de feedback (en bits)

Degrés de liberté $N_T = 4$ et $N_R = 4$	PARC	LSTC-RC	LSTC-RC (non adaptatif)
classique	14	15	7
puissances quantifiées			
$N_{\text{pwr}} = 32$:	34	34	17
$N_{\text{pwr}} = 4$:	22	22	11
sélection d'antennes	14	15	-

3.5 Analyse en complexité

Ce paragraphe analyse la complexité de l'allocation de ressources, c.-à-d., la complexité dans le calcul des informations mutuelles $\{C_k\}_{k=1}^K$. Dans la suite, on suppose que l'ordre de décodage suit l'ordre croissant des indices des couches. On s'intéresse plus particulièrement au nombre de multiplications complexes en virgule flottante en tant que mesure grossière de la complexité (hypothèse valide pour des matrices de dimension suffisamment grandes). La complexité de quelques opérations matricielles est maintenant rappelée. L'inversion d'une matrice Hermitienne définie positive de taille $n \times n$ comporte $n^3/3$ multiplications complexes (décomposition de Cholesky). Le produit d'une matrice \mathbf{A} complexe de taille $m \times n$ par une matrice \mathbf{B} complexe de taille $n \times p$ implique mnp opérations en virgule flottante. Le calcul d'un déterminant d'une matrice Hermitienne $n \times n$ nécessite $n^3/3$ multiplications (décomposition de Cholesky). Ainsi, chaque calcul de capacité C_k met en jeu : (i) une inversion matricielle de taille $N_R \times N_R$ $\Theta_{\mathbf{z}_k}$ donnée par (3.9) et (ii) plusieurs multiplications matricielles dont la taille dépend de l'indice k . La complexité globale pour calculer les capacités $\{C_k\}_{k=1}^K$ est donc fonction de la partition $\pi_{(\mathcal{A}|K)}$ et de l'ordre de décodage σ exprimée par

$$f_{\{C_k\}_{k=1}^K}(\pi, \sigma) = \sum_{k=1}^K \left(|\Delta_k|^3/3 + 2N_R^2|\Delta_k| + N_R^3/3 + \sum_{j=k+1}^K N_R|\Delta_j|^2 + N_R|\Delta_j| \right). \quad (3.44)$$

Afin de réduire la complexité, une mise à jour récursive peut être implémentée appelant à une inversion matricielle sous-jacente. En effet, en remarquant que

$$\sum_{j \geq k} \mathbf{H}_{\Delta_j} \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_j}} \mathbf{H}_{\Delta_j}^\dagger = \sum_{j \geq k+1} \mathbf{H}_{\Delta_j} \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_j}} \mathbf{H}_{\Delta_j}^\dagger + \mathbf{H}_{\Delta_k} \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}} \mathbf{H}_{\Delta_k}^\dagger, \quad (3.45)$$

l'identité de Woodbury peut être appliquée à $\Theta_{\mathbf{z}_{k-1}}^{-1}$ donnant la formule de mise à jour

$$\begin{aligned} \Theta_{\mathbf{z}_{k-1}}^{-1} &= \Theta_{\mathbf{z}_k}^{-1} - \Theta_{\mathbf{z}_k}^{-1} \mathbf{H}_{\Delta_k} \mathbf{A}_k^{-1} \mathbf{H}_{\Delta_k}^\dagger \Theta_{\mathbf{z}_k}^{-1} \\ \mathbf{A}_k &= \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}}^{-1} + \mathbf{H}_{\Delta_k}^\dagger \Theta_{\mathbf{z}_k}^{-1} \mathbf{H}_{\Delta_k}. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Cette formule récursive est initialisée avec la matrice identité $\Theta_{\mathbf{z}_K} = \mathbf{I}_{N_R}$. Il convient de noter que cette méthode nécessite toujours l'inversion de matrices, mais (dans la plupart des cas) pour une taille réduite $|\Delta_k| \times |\Delta_k|$ puisque la contrainte $|\Delta_k| \leq N_R$ doit être respectée. Par conséquent, obtenir $\Theta_{\mathbf{z}_k}^{-1}$ induit une complexité dominée par l'inversion matricielle résiduelle ou par le produit matriciel. Le nombre d'opérations est alors réduit à $2N_R^2|\Delta_{k+1}| + N_R|\Delta_{k+1}|^2 + |\Delta_{k+1}|^3/3$. La complexité globale pour les $\{C_k\}_{k=1}^K$, toujours fonction de la partition $\pi_{(\mathcal{A}|K)}$ et de l'ordre de décodage σ , est maintenant exprimée par

$$g_{\{C_k\}_{k=1}^K}(\pi, \sigma) = \sum_{k=1}^K \left(|\Delta_k|^3/3 + 2N_R^2|\Delta_k| + 2N_R^2|\Delta_{k+1}| + N_R|\Delta_{k+1}|^2 + |\Delta_{k+1}|^3/3 \right) \quad (3.47)$$

(avec $|\Delta_{K+1}| = 0$). La procédure de recherche exhaustive implique d'ajouter les quantités $g_{\{C_k\}_{k=1}^K}$ pour toutes partitions possibles, gardant à l'esprit que beaucoup d'entre elles comportent le même

nombre de multiplications complexes (ce nombre étant en fait principalement imposé par la distribution des $\{|\Delta_k|\}_{k=1}^K$ pour une valeur de K donnée). L'évaluation de la complexité peut donc être grandement simplifiée si on introduit les quantités intermédiaires suivantes

$$g_{\max}^{(k)} = \max_{(\pi, \sigma): K_{(\pi)} = K} g_{\{C_l\}_{l=1}^k}(\pi, \sigma). \quad (3.48)$$

Si le degré de liberté lié à l'ordre de décodage est considéré, la recherche exhaustive doit prendre en compte toutes les partitions **ordonnées** possibles. Une borne supérieure de la complexité est alors donnée par

$$\sum_{k=1}^{N_T} k! S_{N_T}^{(k, \leq N_R)} g_{\max}^{(k)}. \quad (3.49)$$

Dans le cas contraire, la recherche exhaustive parcourt toutes les partitions **non ordonnées** possibles, et une borne supérieure est donnée par

$$\sum_{k=1}^{N_T} S_{N_T}^{(k, \leq N_R)} g_{\max}^{(k)}. \quad (3.50)$$

Dans le tableau 3.2, quelques résultats numériques sont présentés pour des valeurs typiques de N_T et N_R . Il est clair que la taille de l'espace de recherche augmente exponentiellement avec N_T lorsque l'ordre de décodage est optimisé. Cela est dû au terme $k!$ dans (3.49). Plus particulièrement, le dernier terme de la somme $N_T! S_{N_T}^{(N_T, \leq N_R)} = N_T!$ prédomine souvent dans (3.49), suggérant ainsi d'écarter la partition PARC afin de réduire la complexité. Avec cette supposition, aucune perte en performance n'a été observée lors des simulations. A titre d'exemple, on a évalué la complexité pour un système MIMO 4×4 . Sans ordonnancement optimisé, PARC nécessite 238 opérations pour obtenir les $\{C_k\}_{k=1}^K$ tandis que LSTC-RC doit compter sur 3838 opérations. En revanche, lorsque l'ordre de décodage est activé, ces valeurs passent alors à 5720 et 18778, respectivement. Dans ce cas, 30% de la complexité est à imputer à la partition PARC.

TAB. 3.2 – Dimension de l'espace de recherche en fonction de N_T et N_R

Fonction	N_T	2	4	6	8	10
$S_{N_T}^{(\leq N_R)}$	$N_R \geq N_T$	2	15	203	4140	115975
	$N_R = 4$	2	15	196	3795	99146
	$N_R = 2$	2	10	76	764	9496
$\sum_{k=1}^{N_T} k! S_{N_T}^{(k, \leq N_R)}$	$N_R \geq N_T$	3	75	4683	545835	102247563
	$N_R = 4$	3	75	4670	543130	101519250
	$N_R = 2$	3	66	3690	385560	64751400
$N_T!$		2	24	720	40320	3628800

3.6 Résultats numériques

3.6.1 Paramètres de simulation

Il nous reste maintenant à montrer les performances de LSTC-RC associé aux différents algorithmes présentés. On étudie plus particulièrement son efficacité spectrale pour des canaux de Rayleigh à évanouissements plats. Les simulations sont moyennées sur 1000 tirages aléatoires du canal. On suppose une transmission sur un canal quasi-statique spatialement corrélé s'exprimant par la relation

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}_{N_R}^{1/2} \mathbf{H}_w \mathbf{R}_{N_T}^{1/2} \quad (3.51)$$

où \mathbf{H}_w est la matrice spatialement blanche du canal MIMO dont les entrées sont complexes Gaussiennes à symétrie circulaire de moyenne nulle, c.-à-d. $h_{i,j} \sim \mathcal{CN}(0,1)$. La matrice de corrélation de dimension $N \times N$ suit le modèle de [41]

$$\mathbf{R}_N = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \cdots & \alpha \\ \alpha & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \alpha \\ \alpha & \cdots & \alpha & 1 \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

où $\alpha \in [0,1]$ est le paramètre de corrélation. Cette structure représente un pire cas puisque en pratique la corrélation diminue avec l'éloignement des antennes. Par ailleurs, on fait l'hypothèse d'une distribution équitable de la puissance à l'intérieur d'un même bloc. Concernant l'adaptation des rendements, ils sont choisis parmi un jeu de MCS, listés dans le tableau 3.3, en plus du MCS nul. Ce dernier permet d'éteindre la ou les antennes choisies.

TAB. 3.3 – Jeu de MCS disponible

Modulation	rendement codage canal	rendement global (bits/c.u.)	no. MCS
-	0	0	0
QPSK	1/76	0.026	1
QPSK	1/36	0.055	2
QPSK	1/8	0.25	3
QPSK	1/4	0.5	4
QPSK	1/2	1	5
QPSK	3/4	1.5	6
16QAM	1/2	2	7
16QAM	3/4	3	8
64QAM	3/4	4.5	9

Pour plus de concision, les résultats numériques sont seulement obtenus pour ce jeu de rendements, pris de [42] (cas OFDM) puisque cela paraît représenter une hypothèse valable pour les futurs systèmes mobiles. Cependant, les gains apportés par chacun des degrés de liberté dépendent fortement de ce jeu de MCS. De façon assez naturelle, les codes espace-temps considérés utilisent les modulations codées à bits entrelacés (ST-BICM) puisque le jeu de rendements scalaires [42] est basé sur une BICM. De plus, de nombreuses contributions ont déjà montré que cette technique est capable de beaucoup se rapprocher de la probabilité de coupure dans l'hypothèse d'un récepteur itératif (cf. [43]). Grâce à la voie de retour bas débit parfaite (sans erreur), la transmission n'est jamais en coupure. Par conséquent, les codes STBICM peuvent être considérés comme des codes atteignant la capacité. Dans ce cas, la distribution des rendements $\mathcal{D}_{|\Delta_k|}$ est facilement déduite du tableau 3.3 en multipliant chaque MCS par la cardinalité $|\Delta_k|$. Les résultats présentés pour LSTC-RC sont toujours tracés pour une partition optimisée (mode adaptatif) alors que l'ordre de décodage optimisé n'est considéré que si cela est précisé.

3.6.2 Partition optimisée

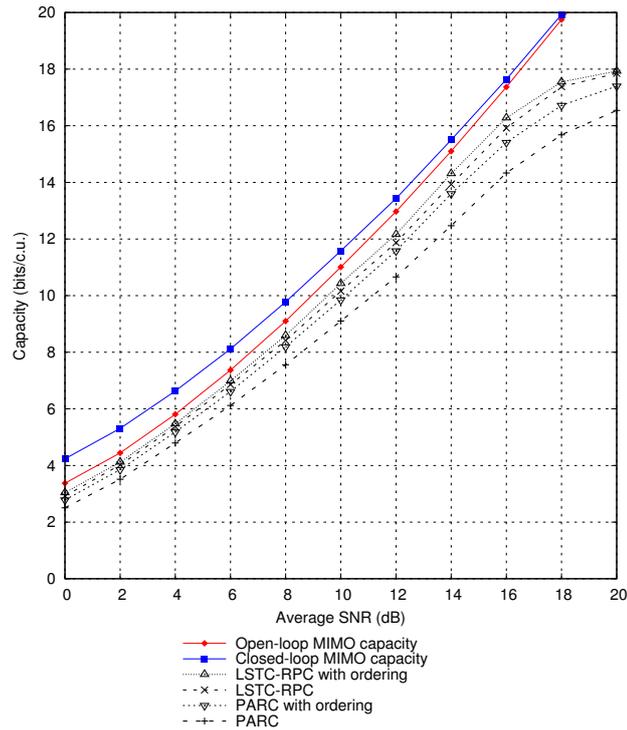


FIG. 3.3 – Comparaison des systèmes PARC et LSTC-RC pour un canal de Rayleigh 4×4 non corrélé. Effet du partitionnement et de l'ordre de décodage.

Dans ce paragraphe, on considère que le canal de transmission n'est pas corrélé et comporte 4

antennes en émission et en réception. La répartition de la puissance est également supposée équitable. A partir de la Fig. 3.3 on peut observer que le schéma LSTC-RC apporte un gain important sur le système PARC, grâce à l'optimisation de la partition. En effet, pour une transmission à 10 bits/utilisation canal (en anglais, bits/c.u.) un gain de 1.4 dB peut être acquis. On remarque que le fossé entre les deux systèmes s'accroît à fort SNR puisque pour 16 bits/c.u. le gain monte à 2.5 dB. Par ailleurs, à cause du rendement maximal disponible (ici, rendement 3/4 et 16QAM) l'efficacité spectrale des deux systèmes va atteindre une valeur limite asymptotique (ici de 18 bits/c.u.) qui dépend clairement du jeu de MCS disponible. Lorsque l'optimisation de l'ordre de décodage est autorisée, des gains supplémentaires sont apportés quelle que soit la valeur du SNR, confirmant les précédents résultats de [30]. Il convient de noter que le degré de liberté lié à l'ordre de décodage est plus efficace dans PARC que LSTC-RC puisque l'espace de recherche est plus vaste dans le premier cas (cf. tableau 3.2). De plus, avec un seul degré de liberté activé, soit l'ordre de décodage (cas PARC ordonné) ou soit le partitionnement des antennes (cas LSTC-RC), des performances proches sont obtenues. Ce commentaire est valable pour plusieurs configurations d'antennes testées, c.-à-d. avec $N_T \leq 6$ et $N_R \leq 6$. Seulement, bien que l'ordre de décodage ne demande pas de bits de feedback supplémentaires, la complexité imputée au récepteur (5720 opérations) plaide plutôt en faveur de LSTC-RC (3838 opérations). Ceci est d'autant plus vrai que LSTC-RC requière 1 seul bit de signalisation supplémentaire. Au total, 15 ou 14 bits sont nécessaires pour les deux systèmes étudiés. Par ailleurs, si LSTC-RC écarte la partition PARC de son espace d'exploration, le nombre de bits requis est de 13 et la complexité se trouve diminuée de 6% tout en gardant des performances identiques. Pour conclure, LSTC-RC ne considérant pas la partition PARC se révèle être meilleur que PARC avec ordre de décodage optimisé en termes de feedback, complexité et performance.

3.6.3 Quantification des puissances

Dans ce paragraphe, on examine l'amélioration des performances due au contrôle de puissance. Deux quantifieurs sont considérés : le premier possédant 32 niveaux de puissances alors que le deuxième n'en possède que 4. Pour ces deux scénarios, PARC et LSTC-RC ont exactement la même quantité d'information de contrôle dans la voie de retour avec 34 et 22 bits. Une borne supérieure peut être tracée en considérant un système PARC ayant un contrôle idéal (non quantifié) des rendements et des puissances, ce qui correspond également à la capacité d'un système multiutilisateurs (voie montante) pour 4 utilisateurs avec une contrainte de puissance globale. Sur la Fig. 3.4, l'algorithme ORPQ se montre particulièrement efficace dans la région de SNR faible à modéré pour le quantifieur à 32 niveaux. L'intérêt d'ORPQ est double puisqu'il fournit des performances comparables par rapport à l'algorithme SRPQ2 tout en évitant la recherche exhaustive sur l'ordre de décodage. Pour illustration, avec ORPQ, 1 dB et 1.75 dB peuvent être gagnés lors d'une transmission à 4 bits/c.u. sur les algorithmes SRPQ1 et LSTC-RC sans contrôle de puissance, respectivement. En revanche, pour le quantifieur à 4 niveaux les différents algorithmes de contrôle

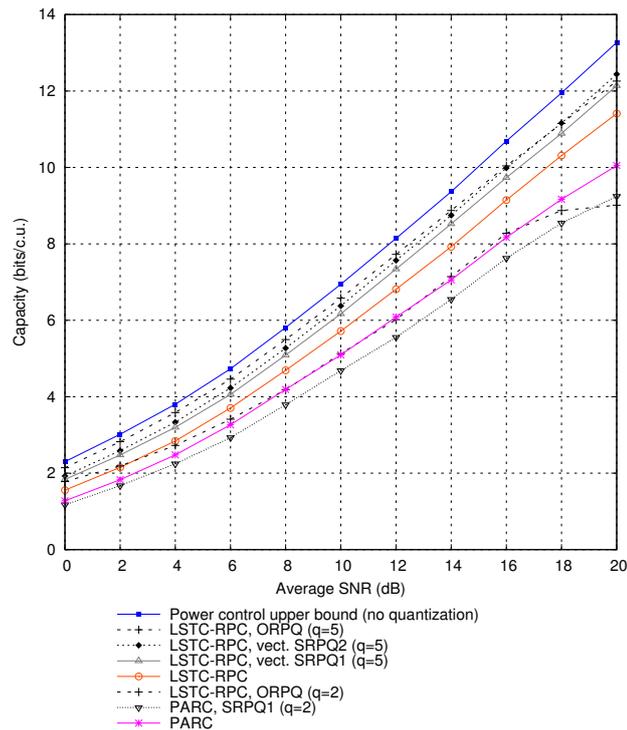


FIG. 3.4 – Effet du contrôle de puissance quantifié ($q = \{2, 5\}$) pour un canal de Rayleigh 4×2 non corrélé.

de puissance exhibent de très médiocres performances. En effet, une quantification grossière implique une forte dégradation de l'efficacité spectrale qui remet en question l'intérêt du contrôle de puissance quantifiée. Par conséquent, pour être intéressant la quantification de la puissance doit impliquer un nombre de bits de feedback suffisant.

3.6.4 Sélection d'antennes

La comparaison entre les algorithmes de sélection d'antennes et de contrôle de puissance quantifié n'est pas menée puisque ces deux stratégies impliquent une charge de la voie de retour très différente. Par conséquent, dans cette section on s'attache à comparer les méthodes proposées de sélection d'antennes (avec σ pré-initialisé) à la recherche exhaustive (sur l'ordre de décodage), la méthode proposée en [33] pour PARC¹, et enfin la méthode disjointe. Cette dernière consiste à choisir les MCS à allouer une fois que les antennes actives et les capacités par couche sont calculées. Une borne supérieure, également tracée, s'avère correspondre à une procédure de sélection d'antennes avec des rendements idéals (non quantifiés). Il convient de noter que la règle d'ordonnement proposée en [33] considère les SINR en sortie d'un MMSE-SIC. Non seulement cette initialisation

¹Dans [33], l'équation (14) a une mauvaise dimension et devrait correspondre aux entrées d'une matrice carrée de dimension $n_T - i + 1$. Nos simulations emploient la formule corrigée.

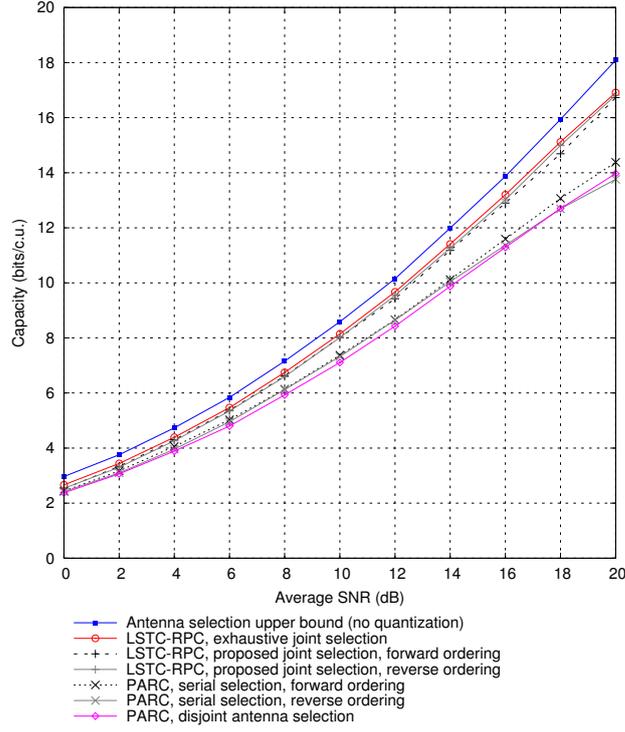


FIG. 3.5 – Comparaison des procédures de sélection d’antennes pour un canal de Rayleigh 4×4 corrélé avec $\alpha_{R_x} = \alpha_{T_x} = 0.6$.

apporte une amélioration des performances, mais elle requiert également une complexité accrue. Sur la Fig. 3.5, le canal considéré est corrélé en émission et en réception avec le même coefficient $\alpha = 0.6$. Comme attendu, l’approche conjointe proposée montre des performances proches de la recherche exhaustive. Ainsi, des performances quasiment optimales sont atteintes en gardant une faible complexité. Considérant un ordre de décodage avant σ_{fwd} , une amélioration de 1 dB et 2.7 dB est observée pour une transmission à 8 bits/c.u. et 14 bits/c.u. par rapport à la méthode de [33], respectivement. Remarquer que σ_{fwd} montre toujours de meilleures performances que σ_{rev} dans PARC. Les mêmes tendances, plus prononcées, sont obtenues pour un canal possédant 4 antennes d’émission et 2 antennes de réception, cf. la Fig. 3.6. Dans cette configuration, LSTC-RC a besoin de 15 bits de feedback comparé à 14 bits pour PARC. La dégradation substantielle de la méthode disjointe observée à fort SNR est due au large bruit de quantification subi, puisque les antennes actives sont choisies sans se soucier du jeu de MCS disponibles. Enfin, il est montré que le pourcentage d’antennes actives est en moyenne plus grand dans le cas de la méthode proposée que dans le cas de la méthode disjointe (cf. Fig. 3.7). Ainsi, en raison d’un rendement discret maximal disponible, promouvoir les couches les plus faibles augmente les performances.

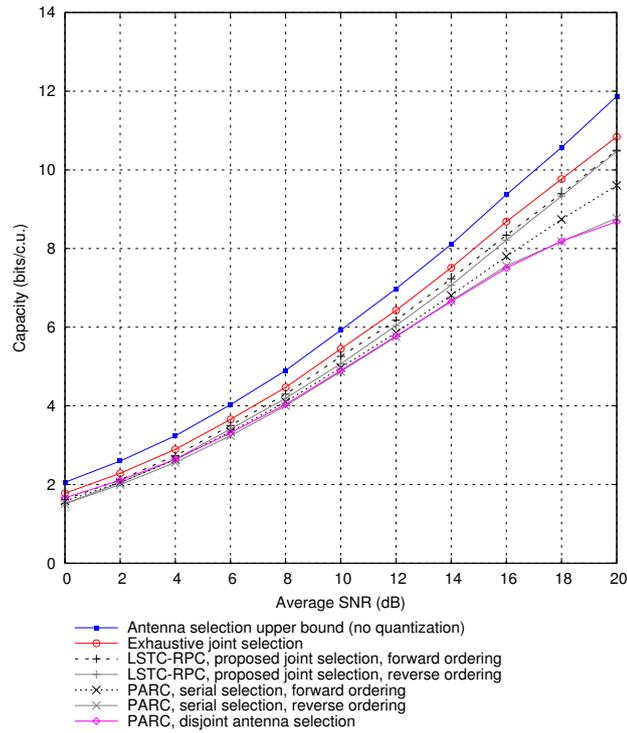


FIG. 3.6 – Comparaison des procédures de sélection d’antennes pour un canal de Rayleigh 4×2 corrélé avec $\alpha_{R_x} = \alpha_{T_x} = 0.6$.

3.6.5 Réduction du feedback

Avec le nouveau degré de liberté introduit, une bonne façon de réduire la charge de la voie de retour est de fixer la partition pour toutes les réalisations du canal. En conséquence, plus le nombre de groupes croît, plus le feedback requis augmente. Par exemple pour une configuration avec $N_T = 4$ antennes d’émission et $N_R = 2$ antennes de réception, 50% du feedback peut être économisé en choisissant de faire 2 groupes de 2 antennes. Les performances associées à cette partition sont tracées sur la Fig. 3.8. La comparaison avec le système PARC montre que sans utilisation des degrés de liberté disponibles, les deux systèmes possèdent les mêmes performances. Cependant, l’activation de l’ordre de décodage optimisé ou du contrôle de puissance est plus favorable au système PARC, avec un écart de performance d’au plus 0.75 dB. Cette faiblesse s’explique par le fait que l’espace de recherche est plus petit ou par l’existence d’une équidistribution de puissance à l’intérieur de chaque groupe. Pour conclure, ce mode non adaptatif de LSTC-RC est capable de rivaliser avec PARC en tirant avantage du degré de liberté proposé pour réduire le feedback.

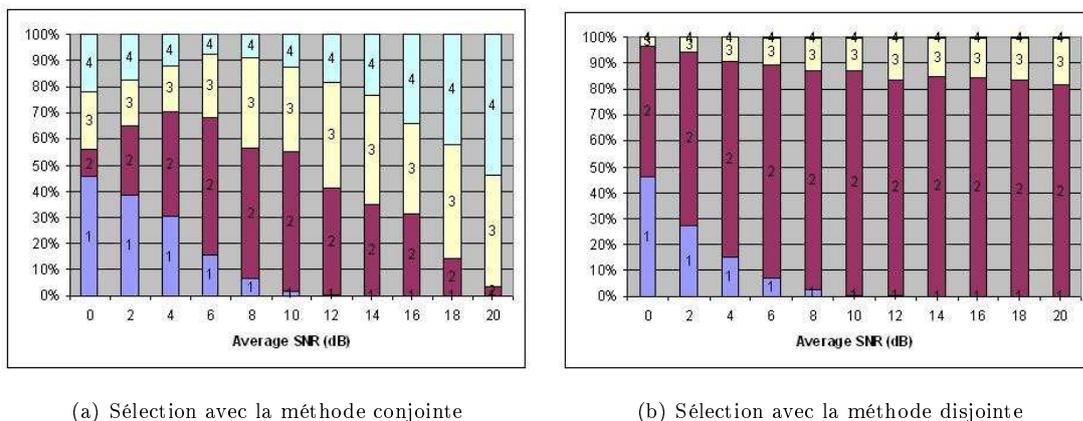


FIG. 3.7 – Pourcentage d’antennes sélectionnés pour un canal de Rayleigh 4×2 corrélé avec $\alpha_{R_x} = \alpha_{T_x} = 0.6$.

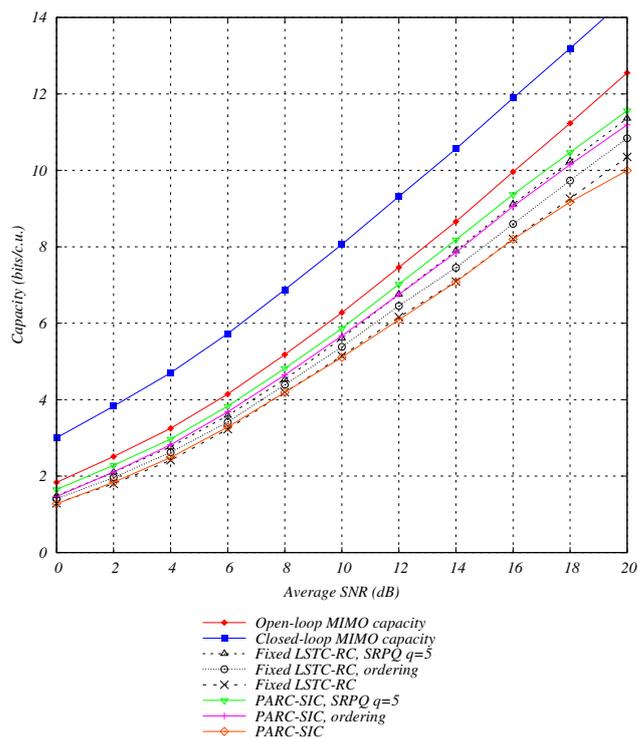


FIG. 3.8 – Comparaison de PARC et de LSTC-RC en mode non adaptatif, pour un canal de Rayleigh 4×2 non corrélé.

3.7 Conclusions

Dans ce chapitre, une nouvelle architecture de communication a été développée combinant codage espace-temps et multiplexage spatial pour des systèmes MIMO exploitant une voie de retour limitée. L'idée essentielle est d'exploiter un degré de liberté supplémentaire, à savoir le partitionnement des antennes d'émission en différents groupes. Ce design se montre théoriquement capable d'atteindre la capacité d'un système MIMO MAC avec une contrainte de puissance globale. L'alliance de ce troisième degré de liberté avec ceux précédemment disponibles, à savoir l'ordre de décodage et contrôle de puissance, est proposée au travers une variété d'algorithmes. Ces procédures présentent un bon compromis entre complexité, charge de la voie de retour, et performance. Enfin, l'utilité du concept introduit et l'efficacité des algorithmes sont confortées par des résultats de simulations probants. En effet LSTC-RC améliore la somme des rendements discrets par rapport à PARC, réduisant davantage le bruit de quantification induit par les MCS, sans pour autant augmenter le feedback. Le mode non adaptatif affiche même des performances voisines de PARC tout en bénéficiant d'un feedback réduit (50%). Pour finir, l'extension de ces travaux à un modèle de canal multitrajets avec évanouissement est immédiat [18, Section 4].

Chapitre 4

Technique de *waterfilling* partiel pour un feedback quantifié

4.1 Introduction

Dans la continuité du travail précédent, ce chapitre se focalise également sur des approches pratiques mettant en jeu un contrôle de rendements discrets. Contrairement à l'approche précédente, on considère maintenant un schéma plus général comprenant une opération de précodage d'évitement de l'interférence. Ce précodage active les modes du canal les plus forts.

Avec une connaissance totale du CSI en émission, la généralisation du *waterfilling* à des entrées discrètes est proposée par l'algorithme du *mercury/waterfilling* [44]. Très récemment, cette allocation optimale de la puissance a été obtenue en s'appuyant sur la relation entre information mutuelle et erreur quadratique moyenne minimum (MMSE) [45]. Une approche alternative modifie l'allocation de puissance obtenue par le *waterfilling* classique pour tenir compte de la discrétisation des rendements. Elle est appelée *QoS-based waterfilling* [46]. Quelle que soit la solution proposée, l'utilisation de telles hypothèses concernant la quantité de CSI requise rend ces solutions très ardues puisque la quantité de feedback est une valeur critique.

En cherchant à réduire le CSI à l'émetteur, il n'est plus possible d'effectuer une transmission sur des canaux parallèles et d'éviter toute interférence spatiale. Plus intéressant : l'optimisation d'un système MIMO point à point ressemble à la coordination multi-utilisateurs en liaison montante mais avec une contrainte de puissance totale. En effet, la formation des groupes d'antennes d'émission

afin de diviser la matrice de précodage en blocs permet de substituer un utilisateur par un groupe. De ce fait, l'évitement de l'interférence se fait partiellement au bénéfice d'une réduction notable du feedback. Avec la contrainte de la disponibilité d'un jeu de rendements discrets, la question revient alors à déterminer le niveau de feedback nécessaire à l'émetteur. Ainsi, au contraire des travaux [34] et [35], on se focalise ici sur la maximisation de la somme des rendements discrets. Toutefois, l'efficacité spectrale est également tributaire d'une voie de retour bas débit au travers de la précision du CSIT reçu.

Cette voie de retour bas débit exige une quantification des informations remontées à l'émetteur. Les nombreux travaux réalisés font apparaître deux approches majeures pour concevoir la stratégie de remontée du feedback [47] : on quantifie d'un côté directement le canal et de l'autre la matrice de covariance du signal transmis [48]. La structure de cette dernière peut apporter une réduction importante de la complexité du problème de quantification. La définition d'un *codebook* optimisé a également été beaucoup étudiée pour permettre une maximisation des performances [49–53]. Néanmoins, une bonne approche résulte de la combinaison du précodage avec une sélection de modes. En effet, l'algorithme, dit de multi-modes, met en oeuvre une répartition de puissances équitable entre tous les modes (*beams*) activés [54]. Cette solution fournit un bon compromis entre feedback et performance dans la région du faible SNR grâce au gain de diversité accordé.

Ce chapitre met en oeuvre les idées mentionnées ci-dessus et propose une technique de transmission utilisant un feedback réduit. L'utilisation du concept de partitionnement des antennes d'émission permet d'introduire un nouveau schéma d'émission-réception émettant sur des sous-canaux parallèles. Bien que sous-optimale à cause de la contrainte sur l'ordre de décodage, la base de décomposition en sous-canaux parallèles montre une réduction significative de la complexité sans compromettre les performances. Ce gain en complexité est d'autant plus marqué qu'en réception le traitement des données est effectué en deux étapes distinctes. L'hypothèse des rendements discrets empêche la formulation d'une solution optimale pour l'allocation de ressources. Par conséquent, des méthodes heuristiques sont considérées et des algorithmes efficaces, initialisés avec le *waterfilling* itératif, sont proposés. En particulier, l'emploi du précodage multi-modes permet un nouvel éclairage du compromis entre feedback et performance tout en garantissant une faible complexité d'implémentation.

Le reste de ce chapitre est organisé comme suit. Le paragraphe § 4.2 détaille la notion de *waterfilling* partiel et présente l'architecture d'émission-réception proposée. L'optimisation conjointe entre les puissances et les rendements est ensuite abordée en § 4.3 où seuls les MCS discrets sont pris en compte. L'ajout de la contrainte d'une voie de retour limitée est décrite en § 4.4 et spécifie la quantification des matrices de covariance soit par un contrôle de puissance discret, soit par une stratégie de précodage multi-modes. La complexité de l'allocation de ressources est étudiée en § 4.5 avant la présentation des résultats de simulation.

4.2 Modèle de communication

Le scénario de communication considéré est un schéma point à point multi-antennes utilisant un multiplexage spatial des données avec contrôle des rendements. En réception, on fait l'hypothèse d'une estimation parfaite du canal, délivrant une information (CSIR) idéale. Côté émetteur, une connaissance partielle est disponible avec la réception d'un indicateur de la qualité du canal. Cette information est acquise grâce à une voie de retour limitée bas débit et sans erreur. Pour la transmission, l'émetteur démultiplexe tout d'abord ses données sur $M \leq N_T$ couches, puis emploie une matrice de précodage \mathbf{V} qui convertit le signal d'entrée \mathbf{s} de taille M en un vecteur N_T -dimensionnel dénoté par $\mathbf{x} = \mathbf{V}\mathbf{s}$. La transmission s'effectue sur un canal à bande étroite multi-antennes de Rayleigh à évanouissements plats comprenant N_T antennes émettrices et N_R antennes réceptrices. La relation d'entrée-sortie du canal s'écrit

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{V}\mathbf{s} + \mathbf{n}, \quad (4.1)$$

où $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^M$ est le vecteur du signal transmis, $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{N_R}$ est le vecteur du signal reçu, $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$ est la matrice de canal et $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{N_R}$ est le bruit additif blanc Gaussien (AWGN) de moyenne nulle. On suppose un environnement dispersif tel que les entrées de \mathbf{H} soient i.i.d. complexes Gaussiennes à symétrie circulaire de moyenne nulle, c.-à-d. $h_{i,j} \sim \mathcal{CN}(0, 1)$. La matrice de covariance du signal \mathbf{x} , noté $\Theta_{\mathbf{x}}$, contient une matrice orthonormale \mathbf{V} et une matrice diagonale d'allocation de puissance $\Sigma = \text{diag}(P_1, \dots, P_M)$ telle que $\Theta_{\mathbf{x}} = \mathbf{V}\Sigma\mathbf{V}^\dagger$. Pour satisfaire le budget de puissance disponible à l'émetteur P , on a la contrainte $\text{tr}(\Theta_{\mathbf{x}}) \leq P$. Enfin, les composantes du bruit affectant le signal reçu sont indépendantes, ainsi la covariance s'écrit $\Theta_{\mathbf{n}} = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_R}$. Par souci de simplicité, la variance du bruit est supposée égale à $\sigma_n^2 = 1$ impliquant une pondération appropriée de la matrice de canal.

4.3 Transmission avec un *waterfilling* partiel

4.3.1 Architecture de transmission

L'architecture de transmission considérée a recours à une adaptation des rendements et puissances par couche en complément d'un précodage par groupe; tous ces paramètres étant dynamiquement adaptés aux variations du canal de transmission. Le principe de l'émetteur est décrit dans la Fig. 4.1. Les N_T antennes d'émission sont fractionnées en K groupes distincts $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_K$ avec la contrainte $\sum_{k=1}^K |\Delta_k| = N_T$, où chaque groupe constitue une collection d'indices. De manière équivalente, avec une permutation unitaire sur les indices des antennes, la matrice de précodage \mathbf{V} peut toujours être mise sous une forme diagonale par bloc, avec K blocs tels que $\mathbf{V} = \text{diag}(\mathbf{V}_1, \dots, \mathbf{V}_K)$. Chaque groupe $k = 1, \dots, K$ répartit ses données sur au plus $M_k \leq |\Delta_k|$ couches, chacune étant encodée indépendamment avec les MCS choisis. Ensuite, avant d'entrer dans la matrice de précodage \mathbf{V}_k de dimension $|\Delta_k| \times M_k$, les couches de données sont multipliées

par une valeur de puissance appropriée. Soit Σ_k , de forme diagonale, la matrice d'allocation de puissance pour le groupe Δ_k . La matrice de puissance totale est alors exprimée par la relation $\Sigma = \text{diag}(\Sigma_1, \dots, \Sigma_K)$.

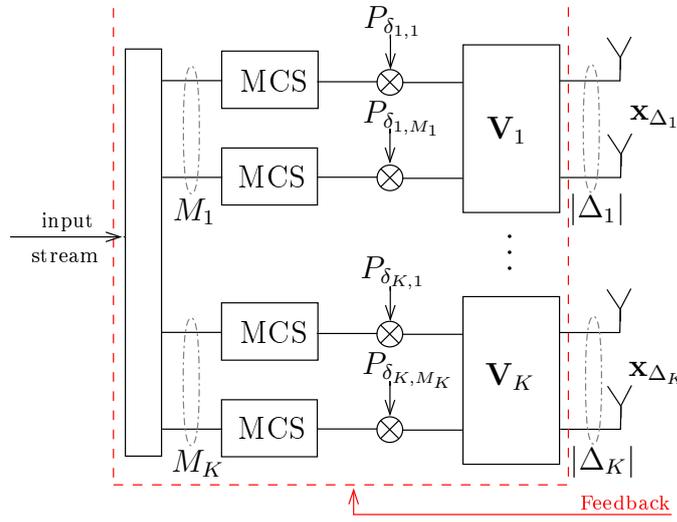


FIG. 4.1 – Architecture de l'émetteur réalisant le *waterfilling* partiel.

La capacité du système MIMO décrit s'obtient par l'expression

$$C_{\text{opt}} = \log_2 \left| \mathbf{I}_{N_R} + \mathbf{H} \Theta_{\mathbf{x}} \mathbf{H}^\dagger \right|, \quad (4.2)$$

où $\Theta_{\mathbf{x}}$ est une matrice diagonale par bloc. Chacun de ses éléments est une matrice de dimension $|\Delta_k| \times |\Delta_k|$ tel que $\Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}} = \mathbf{V}_k \Sigma_k \mathbf{V}_k^\dagger$. Il convient de noter que pour $K = 1$, ce schéma de transmission se réduit à la technique bien connue du *waterfilling*. Autrement, avec une forme diagonale par bloc, l'expression de la capacité peut être formulée grâce à une analogie multi-utilisateurs MAC en identifiant les groupes d'antennes à des utilisateurs, mais avec toutefois une contrainte de puissance totale. La capacité s'exprime alors par

$$C_{\text{opt}} = \max_{\{\Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}}\}_{k=1}^K} \log_2 \left| \mathbf{I}_{N_R} + \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_{\Delta_k} \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}} \mathbf{H}_{\Delta_k}^\dagger \right|, \quad (4.3)$$

avec $\Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}} \geq \mathbf{0}, \forall k,$
 $\sum_{k=1}^K \text{tr}(\Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}}) \leq P.$

La distribution optimale des entrées peut être trouvée par un algorithme itératif de *waterfilling* [35]. La matrice de précodage \mathbf{V}_k (base originelle) du groupe Δ_k résulte ainsi des M_k premiers vecteurs propres de $\mathbf{H}_{\Delta_k}^\dagger (\mathbf{I} + \sum_{i \neq k} \mathbf{H}_{\Delta_i} \Theta_{\mathbf{x}_i} \mathbf{H}_{\Delta_i}^\dagger)^{-1} \mathbf{H}_{\Delta_k}$. D'un point de vue théorie de l'information et dans l'hypothèse de codes capables d'approcher la capacité, l'emploi de codes espace-temps ou scalaires permet d'atteindre la fonction objective donnée par (4.3). Cependant, dans ce chapitre on utilise des codes scalaires pour avoir des canaux parallèles indépendants. En effet, un décodage

plus simple et surtout une plus grande flexibilité dans l'allocation de puissance rendent ce choix très attractif.

4.3.2 Architecture de réception

Remarquant que la forme diagonale par bloc de la matrice de covariance du signal \mathbf{x} permet de détecter le signal reçu groupe par groupe, on propose un récepteur en deux étapes. Une séparation pratique dans le processus de détection conduit à une phase de détection inter-groupe suivie d'une phase de détection intra-groupe **linéaire**. On explicite dans la suite la borne que peut atteindre, sans perte d'information, ce récepteur qui bénéficie d'une complexité réduite. Dans cette perspective, on doit faire l'hypothèse d'un ordre de décodage fixé *a priori*, dégradant peu les performances (cf. 4.7) mais diminuant fondamentalement la complexité. Après des manipulations matricielles, on peut réécrire (4.2) comme une somme de K termes. Ainsi, une borne inférieure peut être définie en incluant cette contrainte dans l'ordre de décodage, et l'inégalité suivante est obtenue

$$C_{\text{opt}} = \max_{\{\Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}}\}_{k=1}^K} \sum_{k=1}^K \log_2 \left| \mathbf{I}_{|\Delta_k|} + \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}} \mathbf{B}_k \right|, \quad (4.4)$$

$$\geq \sum_{k=1}^K \max_{\{\Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}} | \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_{k+1}}} \dots \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_K}}\}} \log_2 \left| \mathbf{I}_{|\Delta_k|} + \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}} \mathbf{B}_k \right|, \quad (4.5)$$

avec les contraintes suivantes

$$\begin{cases} \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}} \geq \mathbf{0}, \forall k \\ \sum_{k=1}^K \text{tr}(\Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}}) \leq P, \\ \sigma = (1, \dots, K) \end{cases} \quad (4.6)$$

et si l'on suppose sans perdre de généralité que l'ordre de décodage suit l'ordre croissant des indices. (4.5) implique les matrices intermédiaires

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_k &= \mathbf{H}_{\Delta_k}^\dagger \Theta_{\mathbf{z}_k}^{-1} \mathbf{H}_{\Delta_k}, \\ \Theta_{\mathbf{z}_k} &= \sum_{j \geq k+1} \mathbf{H}_{\Delta_j} \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_j}} \mathbf{H}_{\Delta_j}^\dagger + \mathbf{I}_{N_R}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Dans la suite, l'ensemble des covariances optimisées obtenues par l'équation (4.5) est dénoté comme la base modifiée. Il est important de mentionner que le récepteur MMSE-SIC par couche (scalaire) est optimal quelle que soit la base choisie. Cependant, la capacité en (4.5) peut aussi être optimalement atteinte par le récepteur en deux étapes dont la description suit. La phase de **détection inter-groupe** est accomplie par un filtrage vectoriel de type MMSE-SIC. Ce traitement a été démontré sans perte d'information dans le chapitre précédent [55]. Ainsi chaque groupe est détecté successivement. Cela conduit après la soustraction liée aux couches déjà décodées (traitement SIC supposé parfait) au signal composite reçu

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{y} - \sum_{j < k} \mathbf{H}_{\Delta_j} \mathbf{x}_{\Delta_j} = \mathbf{H}_{\Delta_k} \mathbf{x}_{\Delta_k} + \mathbf{z}_k, \quad (4.8)$$

où $\tilde{\mathbf{y}}_k$ est le signal reçu avant la détection du groupe Δ_k et \mathbf{z}_k est le bruit additif coloré. Soit \mathbf{F}_k le filtre de Wiener tel que l'estimée MMSE de \mathbf{x}_{Δ_k} est donnée par $\mathbf{F}_k^\dagger \tilde{\mathbf{y}}_k$ et s'écrit

$$\mathbf{F}_k^\dagger = \left[\mathbf{I} + \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}} \mathbf{B}_k \right]^{-1} \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}} \mathbf{H}_{\Delta_k}^\dagger \Theta_{\mathbf{z}_k}^{-1}. \quad (4.9)$$

L'expression du filtre \mathbf{F}_k impose à l'émetteur une contrainte sur le design de la partition choisie, qui doit donc respecter la condition $|\Delta_k| \leq N_R$ afin que la matrice $\Theta_{\mathbf{z}_k}$ soit toujours inversible.

La deuxième phase, la **détection intra-groupe**, est constituée d'un banc de filtres linéaires de type adapté. Les canaux composites du groupe Δ_k s'expriment par la relation $\Theta_{\mathbf{z}_k}^{-1/2} \mathbf{H}_{\Delta_k}$ et se décomposent en valeurs singulières sous la forme $\mathbf{U}_k \mathbf{\Lambda}_k \mathbf{V}_k^\dagger$, où \mathbf{V}_k (base modifiée) est une matrice orthonormale. Il convient ici de noter que le filtre multi-dimensionnel de Wiener se réduit alors à l'expression $\mathbf{F}_k^\dagger = \mathbf{V}_k (\mathbf{I}_{N_R} + \mathbf{\Sigma}_k \mathbf{\Lambda}_k^2)^{-1} \mathbf{\Sigma}_k \mathbf{\Lambda}_k \mathbf{U}_k \Theta_{\mathbf{z}_k}^{-1/2}$. La détection des composantes de \mathbf{x}_{Δ_k} est accomplie en multipliant à gauche le signal composite blanchi reçu $\Theta_{\mathbf{z}_k}^{-1/2} \tilde{\mathbf{y}}_k$ avec la matrice orthonormale \mathbf{U}_k^\dagger de dimension $|\Delta_k| \times N_R$. En effet, on peut définir les relations suivantes

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_{\Delta_k} &= \mathbf{V}_k^\dagger \mathbf{x}_{\Delta_k} \\ \tilde{\mathbf{y}}_k &= \mathbf{U}_k^\dagger \Theta_{\mathbf{z}_k}^{-1/2} \tilde{\mathbf{y}}_k \\ \tilde{\mathbf{z}}_k &= \mathbf{U}_k^\dagger \Theta_{\mathbf{z}_k}^{-1/2} \mathbf{z}_k \end{aligned} \quad (4.10)$$

et ainsi réécrire le canal composite sous la forme

$$\tilde{\mathbf{y}}_k = \mathbf{\Lambda}_k \tilde{\mathbf{x}}_{\Delta_k} + \tilde{\mathbf{z}}_k. \quad (4.11)$$

En remarquant que $\tilde{\mathbf{x}}_{\Delta_k} = \mathbf{s}_{\Delta_k}$, on a ainsi découplé chaque bloc du canal en sous-canaux parallèles [56]. Soit $\delta_{k,i}$ un entier constitué de la paire d'indice (k, i) tel que $\delta_{k,i}$ soit numéroté de 1 à M et corresponde au sous-flux i du groupe Δ_k . Cette notation est gardée dans la suite de ce chapitre. La capacité C donnée en (4.5) peut être reformulée par

$$C = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{M_k} \log_2 (1 + P_{\delta_{k,i}} \lambda_i^2(\mathbf{\Lambda}_k)) = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{M_k} C_{k,i} \quad (4.12)$$

où $C_{k,i} = \log_2 (1 + P_{\delta_{k,i}} \lambda_i^2(\mathbf{\Lambda}_k))$, avec $\lambda_i(\mathbf{\Lambda}_k)$ la i ème valeur propre de $\mathbf{\Lambda}_k$.

Comme mentionné ci-dessus, le récepteur MMSE-SIC scalaire atteint également la capacité avec un choix de base modifiée. En effet, en posant $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H}\mathbf{V}$ la démonstration de son optimalité peut être retrouvée [30]. Par conséquent, en utilisant les notations de ce chapitre, la capacité-somme peut être exprimée comme une somme de M termes définis par

$$\begin{aligned} C &= \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{M_k} \log_2 (1 + \text{SINR}_{\delta_{k,i}}) \\ \text{avec } \left\{ \begin{array}{l} \text{SINR}_{\delta_{k,i}} = P_{\delta_{k,i}} \tilde{\mathbf{h}}_{\delta_{k,i}}^\dagger \Theta_{\mathbf{z}_{\delta_{k,i}}}^{-1} \tilde{\mathbf{h}}_{\delta_{k,i}} \\ \Theta_{\mathbf{z}_{\delta_{k,i}}} = \sum_{j \geq \delta_{k,i}+1} P_j \tilde{\mathbf{h}}_j \tilde{\mathbf{h}}_j^\dagger + \mathbf{I}_{N_R} \end{array} \right. \end{aligned} \quad (4.13)$$

4.3.3 Contraintes d'une voie de retour limitée

Avec la contrainte d'une voie de retour à bande limitée, les matrices de covariance doivent être quantifiées avec l'utilisation d'un dictionnaire (*codebook*). Ainsi, la somme des rendements discrets dépend de la précision de ce *codebook*. En effet, alors que le récepteur MMSE-SIC par couche reste optimal, la détection intra-groupe du récepteur en deux étapes souffre d'interférences inter-flux résiduelles. Le SINR en sortie de chaque filtre adapté diffère maintenant de $P_{\delta_{k,i}} \lambda_i^2(\mathbf{\Lambda}_k)$, cf. (4.12), et sa nouvelle expression est maintenant détaillée. Soit $\hat{\mathbf{V}}_k$ la version quantifiée de \mathbf{V}_k de rang M_k , sélectionnée parmi un *codebook* \mathcal{V}_k (à définir) constitué de N_k matrices de précodage

$$\mathcal{V}_k = \left\{ \hat{\mathbf{V}}_k^{(j)}, 1 \leq j \leq N_k \right\}, \quad (4.14)$$

où chaque élément est une matrice orthonormale vérifiant la relation $\hat{\mathbf{V}}_k^{(j)\dagger} \hat{\mathbf{V}}_k^{(j)} = \mathbf{I}_{M_k}$. Soit $\mathbf{A}_{\Delta_k} = \mathbf{\Lambda}_k \mathbf{V}_k^\dagger \hat{\mathbf{V}}_k$ un canal composite pour le groupe Δ_k . Après la multiplication par \mathbf{U}_k^\dagger , le filtre adapté pour le couple d'indices (k, i) est donné par $\mathbf{g}_{\delta_{k,i}} = \sqrt{P_{\delta_{k,i}}} \mathbf{a}_{\delta_{k,i}}$, donnant le SINR suivant

$$\text{SINR}_{\delta_{k,i}}^{(MF)} = \frac{|\mathbf{g}_{\delta_{k,i}}^\dagger \mathbf{g}_{\delta_{k,i}}|^2}{\sigma_n^2 \mathbf{g}_{\delta_{k,i}}^\dagger \mathbf{g}_{\delta_{k,i}} + \sum_{j \neq i} |\mathbf{g}_{\delta_{k,i}}^\dagger \mathbf{g}_{\delta_{k,j}}|^2} \quad (4.15)$$

Par conséquent, les rendements théoriques de chaque sous-flux sont formulés comme suit

$$\hat{C}_{k,i} = \log_2 (1 + \text{SINR}_{\delta_{k,i}}^{(MF)}), \quad \forall (k, i). \quad (4.16)$$

Un autre type de récepteur peut être également envisagé à travers un filtrage MMSE (linéaire) capable d'annuler l'interférence inter-flux à fort SNR. Au lieu d'un banc de filtres MF, on considère maintenant un banc de filtres MMSE dont l'expression pour le i ème flux du k ème groupe est $\mathbf{g}_{\delta_{k,i}}^\dagger = \sqrt{P_{\delta_{k,i}}} \mathbf{a}_{\delta_{k,i}}^\dagger (\mathbf{I}_{|\Delta_k|} + \sum_{j=1}^{M_k} P_{\delta_{k,j}} \mathbf{a}_{\delta_{k,j}} \mathbf{a}_{\delta_{k,j}}^\dagger)^{-1}$. Le SINR est ensuite exprimé par

$$\text{SINR}_{\delta_{k,i}}^{(MMSE)} = P_{\delta_{k,i}} \mathbf{a}_{\delta_{k,i}}^\dagger (\mathbf{I}_{|\Delta_k|} + \sum_{j \neq i} P_{\delta_{k,j}} \mathbf{a}_{\delta_{k,j}} \mathbf{a}_{\delta_{k,j}}^\dagger)^{-1} \mathbf{a}_{\delta_{k,i}} \quad (4.17)$$

associant un rendement théorique finalement donné par

$$\hat{C}_{k,i} = \log_2 (1 + \text{SINR}_{\delta_{k,i}}^{(MMSE)}). \quad (4.18)$$

Une dernière remarque consiste à noter que si la détection intra-groupe utilise un filtrage MMSE avec annulation successive de l'interférence, le récepteur en deux étapes est alors équivalent au filtrage classique MMSE-SIC scalaire.

4.4 Optimisation des rendements et des covariances

4.4.1 Cas des rendements non quantifiés

Un point important dans la maximisation de (4.3) ou (4.5) est de remarquer que le problème d'optimisation est concave. Dans ce cas, les conditions de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) sont nécessaires et suffisantes pour atteindre l'optimum global [8]. Fixer $K \geq 2$ empêche d'avoir une solution

analytique ; cependant, des solutions numériques via des algorithmes itératifs se sont révélées probantes. On rappelle donc tout d'abord comment résoudre (4.3), puis on propose une approche de *waterfilling* itératif tenant compte d'un ordre de décodage fixé pour optimiser (4.5).

Méthodes existantes

Les algorithmes apparus dans un contexte multi-utilisateurs, notamment dans le cas des canaux de diffusion, peuvent être facilement appliqués pour des scénarios mono-utilisateur [35, annexe C]. Cependant, par rapport au *waterfilling* itératif de [18], la contrainte de puissance globale impose un niveau d'eau commun (*water level*) pour chaque groupe. Les matrices de covariance doivent donc être adaptées simultanément, ne garantissant plus la croissance monotone de la capacité-somme. En effet, la convergence peut être uniquement prouvée dans le cas où $K \leq 2$ et l'algorithme originel de [34] se met parfois à osciller pour des configurations divergentes. Pour pallier ce problème, un algorithme cyclique de coordonnées croissantes (en anglais, *cyclic coordinate ascent*) propose un pas de moyennage invariant égal à $\frac{1}{K}$, dont l'optimalité globale a été démontrée. Par contre sa convergence est lente, et [34] suggère par conséquent d'initialiser l'algorithme cyclique de coordonnées croissantes avec l'algorithme originel. L'algorithme ainsi obtenu est qualifié d'hybride.

Méthode avec ordre de décodage fixé

La solution de l'optimisation proposée en (4.5) est très similaire aux solutions évoquées dans le paragraphe précédent. Toutefois, la décomposition du canal composite ne s'effectue plus dans la même base. Comme élément de preuve, la fonction du Lagrangien peut être écrite

$$\mathcal{L}(\{\Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}}\}, \mu | \sigma) = \sum_{k=1}^K \log_2 \left| \mathbf{I}_{|\Delta_k|} + \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}} \mathbf{B}_k \right| + \mu \left(\sum_{k=1}^K \text{tr}(\Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}}) - P \right) \quad (4.19)$$

où μ est le multiplicateur de Lagrange correspondant à la contrainte de puissance globale. Les conditions KKT sont ensuite obtenues en posant pour chaque groupe $\partial \mathcal{L}_k / \partial \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}}^* = 0$. Cela conduit à la relation suivante

$$\left(\mathbf{I}_{|\Delta_k|} + \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}} \mathbf{H}_{\Delta_k}^\dagger \Theta_{\mathbf{z}_k}^{-1} \mathbf{H}_{\Delta_k} \right)^{-1} \mathbf{H}_{\Delta_k}^\dagger \Theta_{\mathbf{z}_k}^{-1} \mathbf{H}_{\Delta_k} = \mu \mathbf{I}_{|\Delta_k|} \quad k = 1, \dots, K. \quad (4.20)$$

Sans perdre de généralité, on considère que l'ordre de décodage suit l'ordre croissant des indices, c.-à-d. $\sigma = (1, \dots, K)$. On parvient ainsi à la matrice de covariance optimale $\Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}}$ obtenue par un *waterfilling* mono-utilisateur sur la matrice de canal \mathbf{H}_{Δ_k} avec $\Theta_{\mathbf{z}_k} = \mathbf{I} + \sum_{j>k} \mathbf{H}_{\Delta_j} \Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_j}} \mathbf{H}_{\Delta_j}^\dagger$ comme bruit. Si $\Theta_{\mathbf{z}_k}^{-1/2} \mathbf{H}_{\Delta_k}$ se décompose en valeurs singulières $\mathbf{U}_k \mathbf{\Lambda}_k \mathbf{V}_k^\dagger$, on a alors la formulation optimale suivante $\Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}} = \mathbf{V}_k \mathbf{\Sigma}_k \mathbf{V}_k^\dagger$ avec $P_{\delta_{k,i}} = \left(\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\lambda_i^2(\mathbf{\Lambda}_k)} \right)^+$. Il convient de noter qu'en utilisant des arguments similaires à [34, Théorème 3], la convergence de l'algorithme peut être montrée en ayant une contrainte supplémentaire sur l'ordre de décodage.

4.4.2 Formulation au cas des rendements discrets

Le processus d'encodage des bits de données, bien qu'adaptatif, ne peut pas exactement correspondre aux rendements théoriques calculés. En effet, les rendements de codes et surtout les modulations discrètes impliquent une quantification grossière de ces valeurs. Comme ce travail se focalise sur des codes indépendants par antenne (scalaires), la quantification des rendements est menée avec un jeu de MCS, noté \mathcal{T} . Cette sélection de MCS doit être faite en accord avec les règles de design qui pourraient, dans un travail prochain, inclure la qualité de service (à travers par exemple le taux d'erreurs binaires). La prise en compte du jeu de MCS amène à redéfinir la fonction objective de (4.5) en

$$T = \max_{\{\Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}}\}_{k=1}^K} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{M_k} R_{k,i} \quad (4.21)$$

où $R_{k,i}$ est le meilleur MCS atteignable, sélectionné selon la relation

$$R_{k,i} = \arg \min_{R \in \mathcal{T}, R \leq C_{k,i}} \phi(k, i) - R \quad (4.22)$$

avec $\phi(k, i)$ le rendement théorique obtenu pour le groupe Δ_k et le sous-flux i , qui dans le cas de la base modifiée dépend du choix du récepteur. Son expression suit

$$\phi(k, i) = \begin{cases} \log_2(1 + \text{SINR}_{\delta_{k,i}}) & \text{si récepteur MMSE-SIC scalaire} \\ \log_2(1 + \text{SINR}_{\delta_{k,i}}^{(MF)}) & \text{si récepteur deux étapes avec banc de MF} \\ \log_2(1 + \text{SINR}_{\delta_{k,i}}^{(MMSE)}) & \text{si récepteur deux étapes avec banc de MMSE} \end{cases} \quad (4.23)$$

avec les contraintes

$$\Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}} \geq \mathbf{0}, \forall k, \text{ et } \sum_{k=1}^K \text{tr}(\Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}}) \leq P. \quad (4.24)$$

Cette optimisation complexe et non convexe, à cause du jeu discontinu et discret des MCS, ne possède pas de solution analytique. La solution optimale consiste alors en une recherche exhaustive qui est particulièrement prohibitive avec le précodage. De façon alternative, une solution pourrait utiliser un algorithme par séparation et évaluation (en anglais, *Branch and Bound*). Ce dernier combine des recherches exhaustives avec des opérations de séparation. Cependant, dans la suite par souci de simplicité on s'intéresse à des algorithmes dérivés du cas des rendements non quantifiés.

4.4.3 Mesure relative du feedback

L'implémentation d'une technique de *waterfilling* requière une connaissance totale du canal à l'émetteur. L'avantage immédiat de la technique de *waterfilling* partiel est une réduction de la quantité d'information dans la voie de retour. En effet, le choix de la partition impacte la précision du CSIT, c.-à-d. le niveau d'interférences inter-flux résiduelles. Notons $\pi_{(K)}$ une partition des N_T antennes d'émission en K groupes distincts. Afin de mesurer le gain potentiel amené par un *waterfilling* partiel, on définit une mesure relative du feedback. Le nombre de bits nécessaires pour définir complètement une matrice Hermitienne de taille $N \times N$ vaut N^2 (valeurs réelles). Il faut

noter qu'à partir de la matrice de covariance, l'allocation de puissance et le précodage peuvent être facilement retrouvés. Par conséquent, la quantité de feedback s'exprime au travers de la relation

$$F(\pi_{(K)}) = N_T + \underbrace{\sum_{k=1}^K |\Delta_k|^2}_{\text{feedback pour } \mathbf{v}} . \quad (4.25)$$

Comme la solution de *waterfilling* demande un CSIT parfait, on peut définir une valeur normalisée, appelée **mesure relative du feedback**

$$\bar{F}(\pi_{(K)}) = \frac{F(\pi_{(K)})}{F(\pi_{(1)})}, \quad \forall \pi_{(K)} \quad (4.26)$$

4.5 Optimisation conjointe avec une voie de retour limitée

La voie de retour limitée est supposée apporter une connaissance (intrinsèquement partielle) à l'émetteur grâce à la transmission de B bits de feedback. En conséquence, chaque élément constituant le CSI, c.-à-d. les rendements, les puissances et les matrices de précodage, doit être quantifié et donc sélectionné parmi un ensemble discret. Notons N_{MCS} le nombre de MCS disponibles dans le jeu de MCS \mathcal{T} . Par ailleurs, deux stratégies réalisant le contrôle de puissance sont identifiées ; l'une quantifiant directement la puissance allouée, l'autre s'appuyant sur une technique de sélection de modes.

4.5.1 Optimisation avec quantification des puissances

Cette première solution s'appuie sur les algorithmes de type *waterfilling* itératif brièvement rappelés dans la partie précédente.

Approche simpliste d'arrondi

Une solution immédiate pour générer un algorithme avec rendements discrets est d'utiliser l'algorithme développé pour le cas théorique (continu). Une fois la convergence obtenue et l'ensemble des matrices de covariance disponibles $\{\Theta_{\mathbf{x}_{\Delta_k}}\}_{k=1}^K$, on applique une conversion des rendements théoriques aux MCS donnée par (4.22). Afin de respecter le théorème de Shannon cette conversion s'effectue par valeur inférieure. Cependant, la somme des rendements discrets résultante fournit une solution très sous-optimale puisqu'elle ne tient pas compte de la perte d'efficacité spectrale induite par le bruit de quantification $\Delta R_{k,i} = \phi(k,i) - R_{k,i}$ pendant le processus d'optimisation.

Méthode itérative avec puissances quantifiées

La conversion aux MCS ci-dessus implique clairement une mauvaise utilisation de la puissance disponible. Ce commentaire est accentué par l'existence d'un rendement supérieur maximal. Pour

Algorithm 4 Discrete-rate IWF

for $k = K$ to 1 **do****Step 1** Generate effective channel

$$\mathbf{G}_{\Delta_k} = \mathbf{\Theta}_{\mathbf{z}_k}^{-1/2} \mathbf{H}_{\Delta_k}$$

Step 2 Waterfill over \mathbf{G}_{Δ_k} with power P_{Δ_k} . By doing so, we obtain $\mathbf{\Sigma}_k$ and $\mathbf{\Theta}_{\mathbf{x}_{\Delta_k}}$. Then, quantize $\hat{\mathbf{V}}_k$.**Step 3** Allocate the MCS :**for** $i = 1$ to M_k **do**From information rates $\phi(k, i)$ in (4.23), choose the corresponding MCS (4.22). Find the required power to meet this rate and update $P_{\delta_{k,i}}$.**end for**Then, deduce the residual power of group Δ_k as

$$P_{res} = P_{\Delta_k} - \sum_{i=1}^{M_k} P_{\delta_{k,i}} \quad (4.27)$$

Step 4 Recalculate the MCS :Let the eigenvalues of $\mathbf{\Sigma}_k$ be sorted in the decreasing order, i.e., $P_{\delta_{k,\sigma(1)}} \geq \dots \geq P_{\delta_{k,\sigma(M_k)}}$, where σ is the permutation of indices.**for** $i = 1$ to M_k **do**With $P_{\delta_{k,\sigma(i)}} = P_{\delta_{k,\sigma(i)}} + P_{res}$, find the MCS from the new $\phi(k, \sigma(i))$ in (4.23). Calculate the required power, quantize it and update $P_{\delta_{k,\sigma(i)}}$ and P_{res} .

Check the power budget violation :

if $P_{res} < 0$ **then**Take immediate inferior MCS, calculate the required power, quantize it and update $P_{\delta_{k,\sigma(i)}}$ and P_{res} .**end if**Finally, update $\mathbf{\Theta}_{\mathbf{x}_{\Delta_k}} = \hat{\mathbf{V}}_k \mathbf{\Sigma}_k \hat{\mathbf{V}}_k^\dagger$ **end for****Step 5** Allocate the residual power P_{res} in order to increase the power budget of the next treated group.

$$\begin{aligned} P_{\Delta_k} &= P_{\Delta_k} - P_{res} \\ \text{if } k > 1, P_{\Delta_{k-1}} &= P_{\Delta_{k-1}} + P_{res} \\ \text{else } P_{\Delta_K} &= P_{\Delta_K} + P_{res} \end{aligned} \quad (4.28)$$

end for

lutter contre cette faiblesse, on peut imaginer de calculer la puissance efficace requise dès qu'un MCS est choisi. De cette manière la puissance résiduelle peut être utilisée pour améliorer le rendement théorique (et potentiellement le MCS choisi) des couches ultérieures. Quelle que soit la base d'optimisation et le récepteur choisis, le processus augmente de façon monotone la fonction objective. Comme la somme des rendements discrets est clairement bornée par valeur supérieure, l'algorithme converge obligatoirement. De plus, la procédure proposée possède le même ordre de complexité que l'algorithme itératif du *waterfilling*, puisque l'utilisation de la puissance résiduelle s'appuie sur des opérations scalaires.

En conséquence, l'optimisation conjointe des rendements et des puissances est réalisée à l'intérieur d'une itération de l'algorithme [18], mais sous une contrainte de puissance globale. Cette manière de prendre en compte la quantification permet de mettre à jour la matrice de covariance du groupe Δ_k avant de calculer celles des autres groupes. La procédure de l'algorithme suit : (i) la phase d'initialisation fixe le budget de puissance de chaque groupe à $\{P_{\Delta_k}\}_{k=1}^K = P_t/K$ et fixe chaque covariance à la matrice nulle, (ii) la n ième itération de la procédure est décrite précisément dans l'Algorithme 4, dont l'indice est omis pour plus de clarté. Enfin, on itère jusqu'à la convergence. Il convient de mentionner que l'étape 3 permet une minimisation de la puissance consommée pour atteindre chaque rendement discret calculé. Appelons P_{res} la puissance résiduelle, immédiatement utilisée pour augmenter chaque rendement théorique des flux suivants. En tirant parti de cette nouvelle variable, l'algorithme améliore la somme des rendements discrets. Par la suite, si en arrivant à l'étape 5 il reste encore de la puissance résiduelle, on modifie alors la répartition de la puissance par groupe. Cette étape assure donc la contrainte de puissance globale. Par ailleurs, une fois la convergence atteinte, bien que la puissance restante ne soit pas suffisante pour augmenter la somme des rendements discrets, cette puissance peut servir par exemple à améliorer le taux d'erreurs binaires.

Mesure du feedback

On suppose que la version quantifiée $\hat{\mathbf{V}}_k$ de \mathbf{V}_k est sélectionnée parmi le *codebook* \mathcal{V}_k contenant N_k matrices différentes. Le quantifieur de puissance est lui supposé posséder une distribution **uniforme** sur N_{pwr} niveaux différents. Par conséquent, le nombre total de bits de feedback, donné par la relation

$$B = \left\lceil \log_2 \left(N_{MCS}^{N_T} N_{pwr}^M \prod_{k=1}^K N_k \right) \right\rceil, \quad (4.29)$$

dépend clairement de la partition. La quantité d'information requise pour le précodage varie effectivement avec la partition $\pi_{(K)}$ choisie à travers le terme $\prod_{k=1}^K N_k$, représentant les différentes combinaisons possibles des matrices de précodage pour chaque groupe Δ_k .

4.5.2 Optimisation avec sélection de modes

La deuxième stratégie considère la sélection de modes comme un moyen efficace de variation de la puissance. Cette technique permet d'avoir en gain en diversité [57], en variant le nombre de flux activés M_k (par exemple de 1 à Δ_k) aux variations instantanées du canal, tandis que la puissance est équirépartie entre tous les modes actifs. De cette manière, la puissance est concentrée sur les modes expérimentant de bonnes conditions radio.

Méthode multi-modes avec rendements discrets

Adaptant la sélection de modes au cas où les rendements sont également discrétisés, le critère des “meilleurs” modes repose sur la maximisation de la somme des rendements discrets. La **règle de sélection** s'exprime par

$$\{M_k\}_{k=1}^K = \arg \max_{\{m_k \in \mathcal{M}_k\}} T(m_1, \dots, m_K) \quad (4.30)$$

$$\text{avec } T(m_1, \dots, m_K) = \max_{\{\Theta_{\times \Delta_k} \text{ t.q. } \text{rank}(\mathbf{V}_k) = m_k\}} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{M_k} R_{k,i} \quad (4.31)$$

où $R_{k,i}$ est obtenu avec la relation (4.22). \mathcal{M}_k est l'ensemble des modes supportés pour le groupe Δ_k . Par exemple, le précodage bi-modes correspond à $\mathcal{M}_k = \{1, |\Delta_k|\}$. On propose donc une méthode itérative multi-modes qui optimise conjointement rendements et matrices de covariance afin d'exploiter la diversité. L'Algorithme 5 présente en détail le cas des rendements discrets avec $\mathcal{M}_k = \{1, \dots, |\Delta_k|\}$. Comme le budget de puissance de chaque groupe est fixé a priori, la base modifiée n'implique pas d'itération de l'algorithme proposé contrairement à un choix de base originale, réduisant ainsi drastiquement la complexité (cf. § 4.6). On fait l'hypothèse que le budget de puissance par groupe est fixée à $P_{\Delta_k} = \frac{P}{K}$.

Mesure du feedback

La sélection des modes impose l'utilisation de plusieurs *codebooks* pour la quantification d'une matrice de précodage. En jouant sur le nombre de modes m activés, chaque valeur de m induit un nouveau *codebook* contenant N_m matrices de précodage. Au final, on a donc un nombre total de matrices de précodage disponibles N_k exprimé par

$$N_k = \sum_{m \in \mathcal{M}_k} N_m. \quad (4.32)$$

On suppose aussi que les modes éteints sont signalés à l'émetteur en utilisant le MCS nul. De cette manière, l'adaptation des rendements ne dépend que du nombre d'antennes d'émission (et est indépendant de la partition $\pi_{(K)}$). Le nombre de bits de feedback est donc de

$$B^{(\text{multi})} = \left\lceil \log_2 \left(N_{\text{MCS}}^{N_T} \prod_{k=1}^K N_k \right) \right\rceil, \quad (4.33)$$

Algorithm 5 Discrete-rate multimode precoding

Init Set equipowered group as $P_{\Delta_k} = \frac{P}{K}$.**for** $k = K$ to 1 **do****Step 1** Generate effective channel

$$\mathbf{G}_{\Delta_k} = \mathbf{\Theta}_{z_k}^{-1/2} \mathbf{H}_{\Delta_k}$$

Step 2 Decompose \mathbf{G}_{Δ_k} with its singular value decomposition. By doing so, we obtain the ideal (i.e., unquantized) precoder \mathbf{V}_k with $M_k = \min(N_R, |\Delta_k|)$.**Step 3** Modes and MCS selection : Initialize $T_k^{(M_k+1)} = 0$.**for** $m = M_k$ to 1 **do**Set equipowered substreams with $\mathbf{\Sigma}_k = \frac{P_{\Delta_k}}{m} \mathbf{I}_m$. Define the reduced precoder \mathbf{V}'_k which consists of the m first columns of \mathbf{V}_k . Then quantize it into $\hat{\mathbf{V}}'_k$ **for** $i = 1$ to M_k **do**From information rates $\phi(k, i)$ in (4.23), choose the corresponding MCS $R_{k,i}$ (4.22) and compute the k th group sum-discrete rate $T_k^{(m)} = \sum_{i=1}^{M_k} R_{k,i}$.**end for****if** $T_k^{(m)} > T_k^{(m+1)}$ **then**Update optimal values : $M_k = m$, $\hat{\mathbf{V}}_k = \hat{\mathbf{V}}'_k$ and $\mathbf{\Theta}_{\mathbf{x}_{\Delta_k}} = \hat{\mathbf{V}}_k \mathbf{\Sigma}_k \hat{\mathbf{V}}_k^\dagger$.**else**Exit For m .**end if****end for****end for**

On peut également remarquer que la distorsion moyenne d'un *codebook* diminue avec la taille de la matrice à quantifier (c.-à-d., avec la cardinalité du groupe). Ainsi, si on a $|\Delta_1| < |\Delta_2|$ alors la matrice de précodage du groupe Δ_1 sera plus précise que celle du groupe Δ_2 .

4.6 Analyse en complexité

Une des premières motivations pour l'introduction du nouvel émetteur-récepteur est une implémentation de faible complexité; dans cette partie on s'intéresse donc à l'analyse en complexité du système proposé que l'on compare aux architectures précitées. Traditionnellement l'analyse en complexité quantifie l'efficacité des algorithmes en termes d'opérations en virgule flottante (flop), où les opérations réelles (additions et multiplications) comptent pour 1 flop alors que les multiplications complexes comptent pour 6 flops. Comme la complexité est dominée par les multiplications complexes, les autres opérations sont laissées de côté par souci de simplicité. Ainsi, l'unité choisie dans cette analyse est le nombre de multiplications matricielles complexes en virgule flottante. La complexité de quelques opérations matricielles est maintenant rappelée. Le produit d'une matrice \mathbf{A} complexe de taille $m \times n$ par une matrice \mathbf{B} complexe de taille $n \times p$ implique mnp opérations en virgule flottante. Comme l'inversion ou le calcul du déterminant d'une matrice Hermitienne définie positive de taille $n \times n$ s'appuie sur la décomposition de Cholesky, ces opérations requièrent $n^3/3$ multiplications complexes. La décomposition en valeurs singulières (SVD) d'une matrice complexe $m \times n$ demande approximativement $4m^2n + 22n^3$ opérations [58]. Ainsi, la complexité (pour une itération) de chaque étape des algorithmes d'allocation de ressources présentés peut être détaillée. Il convient de noter que les besoins mémoires ne sont ici pas considérés.

Pour l'Algorithme 4, la première étape génère les canaux composites et met en jeu, selon le choix de la base, une relation matricielle similaire. La formulation de la covariance du bruit coloré $\Theta_{\mathbf{z}_k}$ pour la base modifiée ne considère pas la contribution des k premiers groupes (à cause de la contrainte sur l'ordre de décodage), réduisant le nombre de multiplications requises. Le nombre de multiplications complexes nécessaires est ainsi donné par

$$\begin{cases} \text{base originelle : } \sum_{k=1}^K \left(\frac{2N_R^3}{3} + N_R^2|\Delta_k| + \sum_{j \neq k} (|\Delta_j|^2 N_R + N_R^2|\Delta_j|) \right) \\ \text{base modifiée : } \sum_{k=1}^K \left(\frac{2N_R^3}{3} + N_R^2|\Delta_k| + \sum_{j > k} (|\Delta_j|^2 N_R + N_R^2|\Delta_j|) \right) \end{cases} \quad (4.34)$$

La deuxième étape est dominée par la complexité de la SVD et met donc en oeuvre $\sum_{k=1}^K (4|\Delta_k|^2 N_R + 22N_R^3)$ opérations. Comme mentionné dans [34], il est important de ne pas effectuer le *waterfilling* sur le canal (total) diagonal par bloc mais plutôt sur chaque canal composite \mathbf{G}_{Δ_k} . Ensuite, l'évaluation de la complexité pour les étapes 3 et 4 dépend du design du récepteur puisque la conversion des informations mutuelles aux choix des MCS s'appuie sur le calcul des SINR. Dans le cas d'un récepteur MMSE-SIC scalaire, les M SINR impliquent (i) une inversion matricielle de taille $N_R \times N_R$,

et (ii) des produits matriciels. La complexité est alors exprimée par

$$\text{MMSE-SIC scalaire : } \sum_{k=1}^K \left(N_R |\Delta_k|^2 + \sum_{i=1}^{M_k} \frac{N_R^3}{3} + (M - \delta_{k,i} + 1) N_R^2 \right). \quad (4.35)$$

Par contre, dans le cas du récepteur en deux étapes, les informations mutuelles (4.12) requièrent uniquement des opérations scalaires comme l'on connaît déjà la SVD du canal composite. Cependant, la voie de retour bas débit impose une formulation de l'information mutuelle différente (cf. (4.16) ou (4.18)). En conséquence, les SINR du canal équivalent dénoté par \mathbf{A}_{Δ_k} impliquent respectivement

$$\begin{cases} \text{banc de MF :} & \sum_{k=1}^K \left(|\Delta_k|^2 M_k \right) \\ \text{banc de MMSE :} & \sum_{k=1}^K \left(\frac{4}{3} |\Delta_k|^3 + |\Delta_k|^2 M_k \right) \end{cases} \quad (4.36)$$

multiplications complexes. Mis à part la routine de tri demandant $|\Delta_k| \log_2 |\Delta_k|$ opérations, l'étape 4 requiert les mêmes opérations. Finalement, la complexité d'une itération de l'Algorithme 4 est exprimée par

$$\chi_1 \approx \left(\frac{2}{3}(M + K) + 22K \right) N_R^3 + N_R^2 K N_T + \sum_{k=1}^K \left(6|\Delta_k|^2 N_R + \sum_{j \neq k} |\Delta_j|^2 N_R + 2 \sum_{i=1}^{M_k} (M - \delta_{k,i} + 1) N_R^2 \right) \quad (4.37)$$

pour la configuration comportant la base originelle et le récepteur MMSE-SIC scalaire. Cette fonction sert de référence pour évaluer la complexité des autres configurations de l'émetteur-récepteur, dont la formulation exacte est mentionnée dans l'Annexe 4.A.

Concernant l'Algorithme 5, les étapes 1 et 2 sont identiques à celles de l'Algorithme 4 et possèdent donc la même complexité. Ensuite, en considérant le pire cas, l'étape 3 requière le calcul de M_k sommes des rendements discrets T_k , donné par (4.35). Le nombre total d'opérations est donc de $\sum_{k=1}^K \left(N_R M_k \cdot |\Delta_k|^2 + M_k \cdot \sum_{i=1}^{M_k} \frac{N_R^3}{3} + (M - \delta_{k,i} + 1) N_R^2 \right)$ dans le cas du récepteur MMSE-SIC scalaire. De façon analogue, avec un récepteur en deux étapes où les matrices de covariance sont quantifiées, l'étape 3 nécessite M_k fois la complexité donnée par (4.36). Finalement la complexité totale de l'Algorithme 5 pour un récepteur MMSE-SIC scalaire et la base originelle est exprimée par

$$\chi_2 \approx \left(\frac{2}{3} + 22 \right) K N_R^3 + N_R^2 K N_T + \sum_{k=1}^K \left[(4 + M_k) |\Delta_k|^2 N_R + \sum_{j \neq k} |\Delta_j|^2 N_R + M_k \sum_{i=1}^{M_k} \left((M - \delta_{k,i} + 1) N_R^2 + \frac{1}{3} N_R^3 \right) \right] \quad (4.38)$$

Comme précédemment, l'Annexe 4.A fournit les relations entre la référence χ_2 et les autres configurations de l'émetteur-récepteur.

Le tableau 4.1 donne une évaluation de la complexité pour un exemple choisi, à savoir pour un système possédant $N_T = 4$, $N_R = 2$, $K = 2$ avec une partition $|\Delta_1| = |\Delta_2| = 2$. On remarque notamment qu'avec la présence du jeu de MCS discrets, la convergence des algorithmes devient plus rapide. Par simulation, on a observé qu'après 2 itérations les algorithmes convergent. Il convient

TAB. 4.1 – Résumé de la comparaison en complexité

Exemple : $N_R = 4,$ $ \Delta_1 = \Delta_2 = 2$	Base originelle + MMSE-SIC scalaire	Base modifiée + MMSE-SIC scalaire φ_1	Base modifiée + Rx en 2 étapes (non quantifié $\{\mathbf{V}_k\}$) φ_2	Base modifiée + 2 étapes avec MF φ_3	Base modifiée + 2 étapes avec MMSE φ_4
Algorithme 4	7488 - (2 itérations)	7392 -1.3% (2 itérations)	6282 - 16.1% (2 itérations)	6314 -15.7% (2 itérations)	6356 -15.1% (2 itérations)
Algorithme 5	7488 - (2 itérations)	3696 -50.6% (1 itération)	3141 - 58% (1 itération)	3157 -57.8% (1 itération)	3178 -57.5% (1 itération)

également de noter que l'Algorithme 5 avec la base modifiée ne nécessite plus d'itérations ce qui entraîne un fort gain en complexité. A partir du tableau 4.1, l'exemple proposé confirme que la base modifiée permet 50% de réduction de la complexité pour l'Algorithme 5. De plus, le récepteur en deux étapes ajoute un gain supplémentaire de 15 et 7 points pour l'Algorithme 4 et 5 respectivement.

4.7 Résultats de simulation

4.7.1 Paramètres de simulation

L'étude des performances est réalisée pour des canaux de Rayleigh à évanouissements plats. On s'intéresse plus particulièrement à la somme des rendements discrets impliquant l'utilisation du jeu des modulations et schémas de codage, listés dans le tableau 4.2. Ces MCS, probablement inclus dans les prochains standards, sont tirés de [59]. Cette supposition réaliste semble importante puisqu'elle impacte les résultats afin de tirer des conclusions justes et pertinentes. Les résultats sont tout d'abord présentés dans l'hypothèse de puissances et de matrices de précodage idéales, c.-à-d., sans processus de quantification. Cela permet d'obtenir les performances limites atteignables dans le cas où la voie de retour serait infinie. Il convient de préciser que l'hypothèse des rendements discrets est inhérente à l'emploi de constellations discrètes et de codes correcteurs d'erreurs. Ensuite, les performances liées à une voie de retour limitée sont étudiées. Par souci de simplification, le choix d'une puissance de 2 pour le nombre de MCS, de puissances et de matrices de précodage, permet

TAB. 4.2 – Jeu de MCS considéré pour les simulations

Modulation	Rendement codage canal	Rendement global (bits/c.u.)	no. MCS
–	0	0	0
QPSK	1/8	0.25	1
QPSK	1/4	0.5	2
QPSK	1/2	1	3
QPSK	3/4	1.5	4
16QAM	1/2	2	5
16QAM	3/4	3	6
64QAM	3/4	4.5	7

de pouvoir réécrire séparément la charge du feedback. La relation devient alors

$$B = \left\lceil \log_2 (N_{\text{MCS}}^{N_T}) \right\rceil + b + M.q \quad (4.39)$$

avec $b = \log_2 (\prod_{k=1}^K N_k)$ correspondant au nombre de bits lié au précodage et q au nombre de bits de puissance par flux de données. On fait l'hypothèse que les matrices de précodage quantifiées sont sélectionnées parmi un *codebook* aléatoire contenant des entrées i.i.d. (soit un design RVQ). L'algorithme d'allocation de ressources choisit la matrice quantifiée $\hat{\mathbf{V}}_k$ qui minimise la norme de Frobenius par la relation

$$\hat{\mathbf{V}}_k = \arg \min_{1 \leq j \leq N_k} \|\mathbf{V}_k^\dagger \hat{\mathbf{V}}_k^{(j)} - \mathbf{I}_{M_k}\|_F. \quad (4.40)$$

De plus la technique de précodage multi-modes suppose que le k ième ensemble des modes possibles est donné par $\mathcal{M}_k = \{1, \dots, M_k\}$ avec $M_k = \min(|\Delta_k|, N_R)$ et que chaque *codebook* a la même taille de façon à satisfaire l'égalité suivante $N_k = M_k N_m$. Quant au quantifieur de puissance, utilisant $N_{\text{pwr}} = 2^q$ valeurs scalaires, il est supposé avoir une distribution uniforme dans l'intervalle $[0, \frac{P}{2}]$.

4.7.2 Effet des modulations et schémas de codage

Seule la contribution des rendements discrets est étudiée dans ce paragraphe, et l'on suppose $(b, q) \rightarrow \infty$. Dans cette hypothèse, la Fig. 4.2 montre une comparaison entre une base originelle et optimale pour l'algorithme itératif de *waterfilling* avec une contrainte de puissance globale. La conversion des informations mutuelles aux rendements discrets est effectuée selon la solution simplificatrice d'arrondi (courbes en pointillé). Les performances sont tracées pour une configuration possédant 4 antennes d'émission réparties en 2 groupes avec $|\Delta_1| = |\Delta_2| = 2$. Dans le cas où $N_R = 4$, les courbes en pointillé sont superposées quelle que soit la valeur du SNR. Par ailleurs, lorsque $N_R = 2$ ces courbes sont très proches l'une de l'autre dans la région de faible SNR avec un léger avantage pour la base originelle, alors qu'à partir de 18 dB l'écart entre les deux courbes

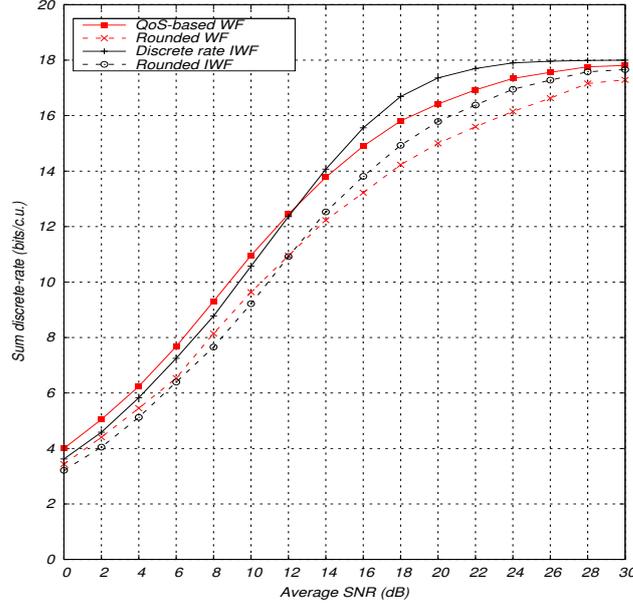


FIG. 4.3 – Comparaison des algorithmes avec rendements discrets avec K groupes ($K = \{1, 2\}$). Canal de Rayleigh 4×4 avec $|\Delta_1| = |\Delta_2| = 2$ si $K = 2$.

canal, on observe que la solution du *QoS-based waterfilling* (c.-à-d., lorsque $K = 1$) atteint à fort SNR un niveau asymptotique plus faible que n'importe quelle autre configuration de *waterfilling* partiel (c.-à-d., $k > 1$). La raison vient du gain de multiplexage donné par $\min(N_T, N_R)$, qui se traduit par un rang de la matrice de canal égal à 2. Par conséquent seuls deux rendements discrets non nuls peuvent être choisis puisqu'aucune transmission n'est possible sur les modes propres nuls. Les performances s'élèvent ainsi à une efficacité spectrale en régime asymptotique valant deux fois le MCS maximal. En définitif, les performances asymptotiques bénéficient clairement du degré de liberté lié au partitionnement des antennes puisqu'il permet d'augmenter le nombre de valeurs propres non nulles (en contrepartie d'interférences inter-groupes résiduelles).

De plus, l'impact de la quantité de feedback dans le cas de configurations symétriques est également visible au sein de la Fig. 4.3. De façon similaire à la figure précédemment citée, on observe un point d'inflexion à 12 dB entre le schéma avec CSIT complet et les schémas comportant un feedback réduit. La supériorité du schéma de transmission proposé est donc clairement observée dans la région de moyen à fort SNR, contredisant l'idée assez intuitive que plus le feedback est important, meilleures sont les performances. En revanche, dans la région de faible SNR, un compromis feedback/performances peut être envisagé puisqu'une perte de capacité est alors notée. Pour une transmission à 4 bits/c.u., 1 dB de perte est mesuré pour une mesure relative du feedback de $\bar{F}_{(\pi(2))} = 0.6$ tandis que le schéma avec $\bar{F}_{(\pi(4))} = 0.4$ souffre d'un écart de 2 dB par rapport au CSIT complet. En conséquence, on note que 90% de la somme des rendements discrets obtenue

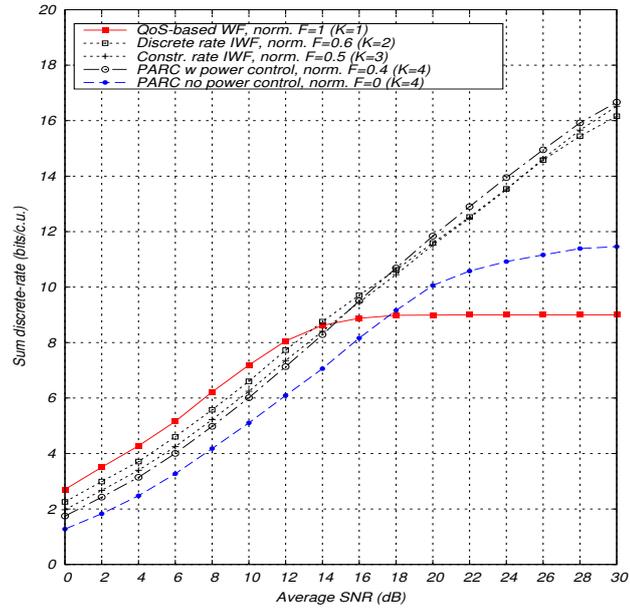


FIG. 4.4 – Etude du compromis feedback-performance pour la somme de la capacité discrète dans un canal de Rayleigh 4×2 .

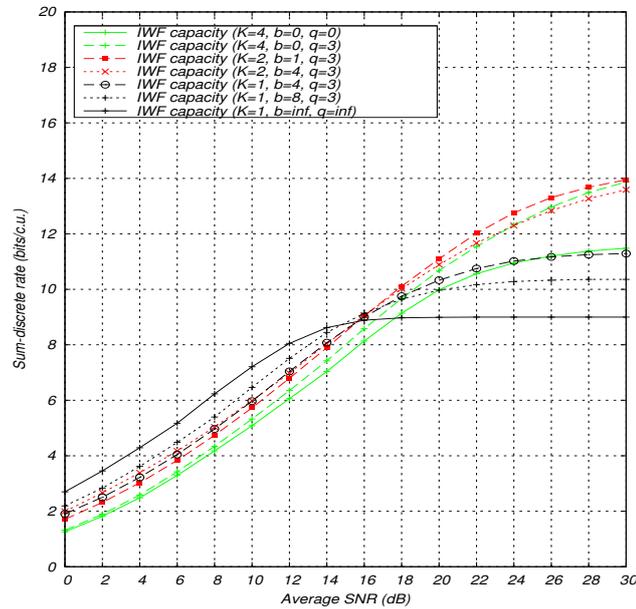


FIG. 4.5 – Etude du compromis feedback-performance avec une voie de retour quantifiée pour un canal de Rayleigh 4×2 .

avec le *QoS-based waterfilling* peut être atteinte avec seulement 60% du feedback. Ce choix de partition semble être un bon compromis permettant une réduction du feedback tout en ayant des performances très peu dégradées.

4.7.3 Ajout d'un précodage quantifié

L'utilisation d'une voie de retour limitée induit nécessairement une quantification de tous les paramètres de l'adaptation de lien. Il est donc important de mesurer dans ces conditions la somme des rendements discrets. Avec 2 antennes de réception, la Fig. 4.5 considère l'utilisation du récepteur MMSE-SIC par couche (scalaire). Ce design de réception est, même en présence de matrices de covariance quantifiées, en effet toujours optimal et ne souffre pas d'interférences inter-groupe résiduelles. Cette figure confirme les résultats précédemment obtenus puisque des tendances similaires sont observées. Cependant avec la quantification, le point d'inflexion pour le schéma sans précodage ($K = 4$) n'est plus présent. En effet, avec 1 bit de précodage supplémentaire, le système ($K = 2, b = 1$) gagne 1 dB quelle que soit la valeur du SNR sur les performances obtenues pour ($K = 4, b = 0$). Pour finir, l'abaissement de la valeur limite asymptotique (de 18 bits/c.u. pour la Fig. 4.4 à 14 pour la Fig. 4.5) est à imputer à la quantification de la puissance, pas suffisamment raffinée alors que son rôle devient prépondérant à fort SNR.

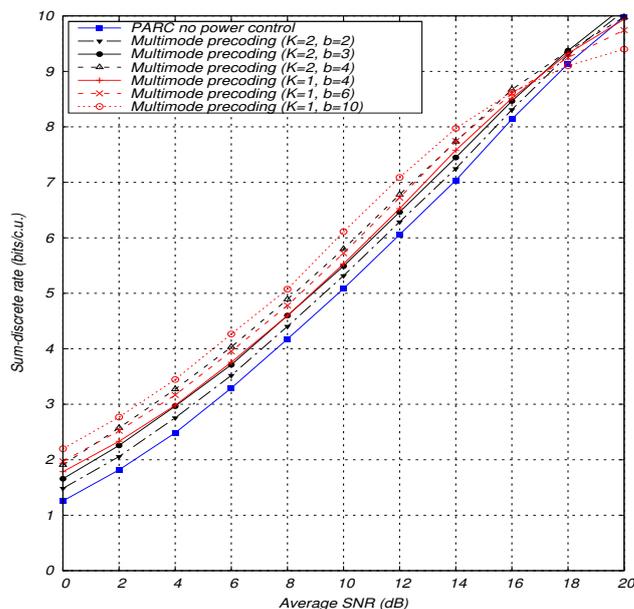


FIG. 4.6 – Effet conjoint du nombre de bits de précodage b et du nombre de groupe K avec un précodage multi-modes, canal de Rayleigh 4×2 .

Une approche alternative au contrôle de puissance quantifié est la sélection de modes grâce à la technique dite multi-modes. Avec cette méthode, utilisant une puissance équidistribuée entre

tous les flux actifs, de bonnes performances sont notées pour la région de faible SNR comme le montre la Fig. 4.6. Par comparaison au cas des covariances non quantifiées (4.4), l'introduction du quantifieur multi-modes permet d'accroître l'importance du schéma proposé de *waterfilling* partiel. En effet, excepté pour le codebook le plus précis (c.-à-d., $K = 1, b = 10$), un *waterfilling* partiel ($K = 2, b = 4$) surpasse les performances d'une partition où $K = 1, b = 6$ avec moins de bits de feedback. Une explication réside dans la précision du codebook, puisque que pour $K = 2$ les performances avec $b = 4$ sont proches du cas idéal (où $b \rightarrow \infty$) alors que pour $K = 1, b = 6$ il reste encore une marge substantielle par rapport au cas des covariances non quantifiées. Un dernier point à noter est que pour les fortes valeurs de SNR le précodage est inutile sans contrôle de puissance quantifié.

Enfin, l'impact du design du récepteur est étudié sur la Fig. 4.7. On compare en fonction de la précision du *codebook* les différents récepteurs pour la détection intra-groupe, avec en référence le cas d'une quantification idéale (lignes continues). Comme attendu, le banc de MF souffre principalement à fort SNR d'interférences inter-groupe résiduelles provoquant une perte d'efficacité spectrale non-négligeable. Cette dégradation pourrait être réduite avec l'utilisation d'un codebook optimisé au lieu du design RVQ choisi dans nos simulations. Pour conclure, le banc de filtres MMSE permet de bons résultats quelle que soit la valeur du SNR tout en garantissant une complexité réduite, ce qui le rend très attractif.

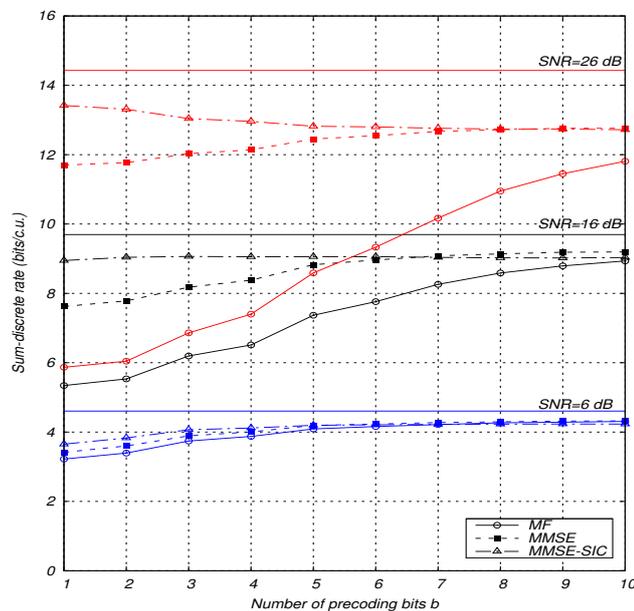


FIG. 4.7 – Impact de la voie de retour quantifiée avec $q = 3$ sur les performances pour différents designs de récepteurs, canal de Rayleigh 4×2 .

4.7.4 Comparaison avec le schéma LSTC-RC

Après avoir introduit deux nouveaux schémas de communication, leurs performances relatives sont étudiées dans la figure 4.8. Pour effectuer cette comparaison, on considère que la seule contribution des rendements discrétisés. Les résultats numériques sont obtenus pour une configuration avec 4 antennes d'émission, réparties en 2 groupes avec $|\Delta_1| = |\Delta_2| = 2$ pour le schéma PWF ($K = 2$). Il convient de noter que sont tracées les performances d'un schéma LSTC-RC avec un choix optimisé de la partition des antennes en émission; la puissance quant à elle est considérée équidistribuée entre les antennes d'émission. Comme attendu pour les faibles valeurs de SNR, le schéma avec précodage du signal (PWF) montre de meilleures performances par rapport au schéma LSTC-RC. Un écart de 2 dB est d'ailleurs observé. Ensuite lorsque le SNR augmente, l'écart entre le PWF ($K = 2$) et LSTC-RC se réduit progressivement jusqu'à un point d'inflexion quand le SNR dépasse les 18 dB. En conclusion, la majeure partie des SNR bénéficie du précodage et du contrôle de puissance pour atteindre de bonnes performances. Cependant, lorsque le contrôle de puissance est quantifié le point d'inflexion apparaît pour des SNR plus faibles. En conséquence, les SNR faibles plaident en faveur d'un récepteur de plus faible complexité (c.-à-d. utilisant un codage scalaire) alors que les SNR plus élevés favorisent un feedback plus réduit (c.-à-d. sans contrôle de puissance).

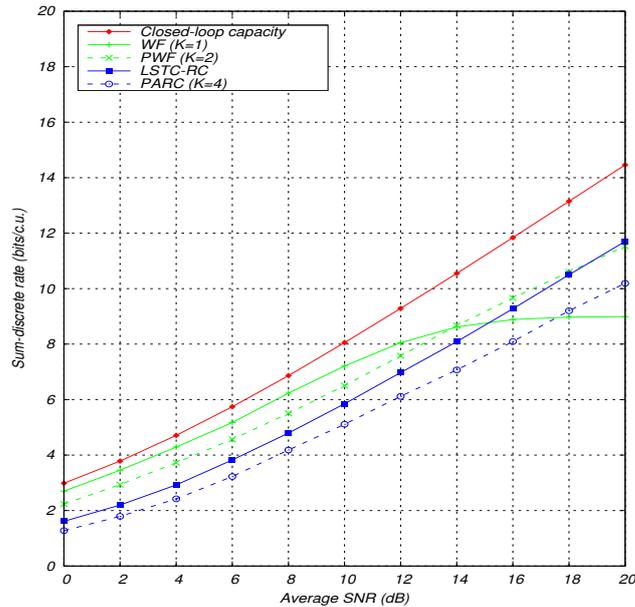


FIG. 4.8 – Comparaison des schémas LSTC-RC et PWF proposés, canal de Rayleigh 4×2 .

4.8 Conclusions

Dans ce chapitre, un nouveau schéma de transmission utilisant un *waterfilling* partiel a été proposé. Cette technique permet de diagonaliser par bloc le canal MIMO pour un feedback réduit et quantifié. En partitionnant les antennes d'émission en groupes, un récepteur proposant un traitement en deux étapes se montre être théoriquement capable d'atteindre la borne inférieure définie. Les performances sont mesurées en termes de somme des rendements discrets, à cause de l'hypothèse du jeu de modulations et de schémas de codage disponibles. Par la suite, la prise en compte d'une voie de retour limitée par la quantification des matrices de covariance permet d'optimiser conjointement les rendements et les covariances en émission et ainsi proposer des algorithmes efficaces soit à travers l'utilisation de la puissance résiduelle, soit grâce à la technique de précodage multi-modes. En plus de l'efficacité, l'analyse de la complexité montre le gain apporté par le design de l'émetteur-récepteur proposé et valide ainsi les choix de l'architecture retenue. Enfin, les résultats numériques permettent d'étudier le compromis feedback/performances. Il s'avère qu'avec une réduction du feedback, il est aisé de trouver des configurations de simulation où de meilleures performances sont obtenues avec le schéma de *waterfilling* partiel proposé. Quant au récepteur en deux étapes, bien que sous-optimal avec la quantification des matrices de covariance, les simulations montrent que la détection intra-groupe réalisée avec un banc de filtres MMSE permet une réduction de la complexité tout en gardant de bonnes performances pour la majeure partie des valeurs de SNR.

4.A Relation de complexité pour les différentes architectures étudiées

Comme on a pu le voir dans ce chapitre, la technique du *waterfilling* partiel et son architecture associée possèdent quelques degrés de liberté dans le choix : (i) de la base de décomposition et (ii) du récepteur utilisé. Cette annexe explicite donc de façon exhaustive les fonctions de complexité relatives aux combinaisons d'architectures choisies, puisque seule la fonction de référence, c.-à-d., considérant une base originelle et un récepteur MMSE-SIC scalaire, avait été décrite dans le paragraphe 4.6. Bien que pour les autres combinaisons leur fonction de complexité est facilement obtenue à partir de la référence, il semble plus clair de toutes les repréciser.

Ainsi, dans le cas de l'Algorithme 4, on obtient la complexité φ_1 d'une architecture comportant une base modifiée et un récepteur MMSE-SIC scalaire de χ_1 . Pour une itération, sa formulation est

$$\varphi_1 = \chi_1 - \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{k-1} |\Delta_j|^2 N_R + N_R^2 |\Delta_j| \quad (4.41)$$

En revanche, pour l'Algorithme 5 φ_1 se déduit de la référence χ_2 (4.38) et s'exprime

$$\varphi_1 = \chi_2 - \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{k-1} |\Delta_j|^2 N_R + N_R^2 |\Delta_j| \quad (4.42)$$

Finalement pour les deux algorithmes proposés, les relations caractérisant un choix de récepteur en deux étapes avec la base modifiée s'écrivent

$$\varphi_2 = \varphi_1 - 2 \sum_{k=1}^K \left(N_R^2 |\Delta_k|^2 + \sum_{i=1}^{M_k} \left[\frac{N_R^3}{3} + (M - \delta_{k,i} + 1) N_R^2 \right] \right) \quad (4.43)$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 + \sum_{k=1}^K |\Delta_k|^2 M_k \quad (4.44)$$

$$\varphi_4 = \varphi_2 + \sum_{k=1}^K \left(\frac{4|\Delta_k|^3}{3} + |\Delta_k|^2 M_k \right) \quad (4.45)$$

où φ_2 considère le cas des covariances idéales $\{\mathbf{V}_k\}$. Dans l'hypothèse d'une voie de retour limitée, φ_3 suppose un banc de filtres adaptés et φ_4 correspond à un banc de filtres MMSE.

Chapitre 5

Designs multi-utilisateurs robustes aux erreurs d'estimation du canal et au bruit de quantification

5.1 Introduction

En pratique, les systèmes haut débit mobiles ont seulement accès à un CSI imparfait. L'incertitude en réception provient d'une estimation du canal établie sur une séquence d'apprentissage. Quant à l'information du canal à l'émetteur, reçue de façon soit analogique soit numérique, les défauts viennent de sa connaissance partielle (CQI, CDI) et incertaine à cause par exemple du bruit induit par la quantification ou d'un lien de retour bruité. Dans tous les cas, l'adaptation aux erreurs du CSI est obligatoire pour le design de solutions robustes. Ce problème est particulièrement important puisque pour des approches pratiques comme celles citées dans les deux chapitres précédents, l'attribution des MCS est établie sur la base du calcul de l'information mutuelle.

Les systèmes multi-utilisateurs considèrent souvent une coordination en émission en effectuant un précodage afin d'éviter l'interférence. Le choix d'un précodage linéaire associé à un récepteur lui aussi linéaire, bien que sous-optimal, donne un bon compromis performance/complexité. Le système est alors conçu sur la base d'un critère de minimisation des erreurs quadratiques moyennes (MSE). L'étude conjointe d'une architecture d'émission-réception a été abordée dans le cas d'un CSI parfait

en [60] [61], et étendue au cas multi-utilisateurs en [62]. De façon intéressante, la recherche des covariances optimales maximisant l'information mutuelle est connue pour être étroitement liée à l'optimisation d'un schéma d'émission-réception linéaire minimisant le MSE [63].

Cependant, les designs fiables doivent prendre en compte la qualité du CSI disponible. D'un côté, la considération du CSIR imparfait amène [64] à étudier le problème de l'allocation optimale de la puissance entre la phase d'apprentissage et la phase de transmission des données. Plus récemment, les auteurs de [65] ont trouvé la forme analytique des filtres d'émission et réception en présence de corrélation spatiale, alors que précédemment ce problème était resté ouvert pour l'information mutuelle [66]. Sa généralisation à des scénarios multi-utilisateurs constitue une motivation supplémentaire, même si dans ce cas aucune solution analytique ne peut être trouvée [67–69]. De nombreux travaux proposent plusieurs critères de design, [70] a unifié ces critères à travers deux classes de fonctions, à savoir les classes Schur-convexe ou Schur-concave. D'un autre côté, seuls quelques travaux ont considéré l'impact du CSIT imparfait. En conjonction avec un CSIR imparfait, [71] a envisagé une connaissance partielle en émission grâce à un feedback statistique, dans lequel l'émetteur connaît la distribution du canal de moyenne non nulle et/ou de covariance non blanche. Au final, une structure similaire au cas de CSI parfait a été montrée mais avec une matrice de covariance de bruit différente. Bien que sous-optimale, cette approche de *covariance* feedback montre de bonnes performances pour un canal corrélé à l'émission [72]. L'extension aux erreurs de quantification de l'estimée du canal a été étudiée en [73] au travers d'une approche maximin, mais pour le cas des canaux parallèles. La prise en compte d'un feedback quantifié pour un système robuste aux incertitudes fait l'objet de ce chapitre.

On s'intéresse donc aux transmissions multi-utilisateurs en liaison montante au travers d'un canal spatialement corrélé. Au contraire des travaux précédents, le processus d'estimation du canal est plus général [74], ce qui amène à considérer un canal composite moyennant la distribution du canal sur toutes les erreurs d'estimation. Par ailleurs, l'incertitude de la connaissance du canal en émission prend en compte les erreurs de quantification dues à la sélection d'un précodeur choisi parmi un *codebook* de dimension finie. Après une description du modèle de communication et de la modélisation des incertitudes du canal en § 5.2, on évalue tout d'abord la minimisation de la somme des MSE. Le design linéaire robuste de l'émetteur-récepteur est obtenu à partir de la formulation du Lagrangien au sein de § 5.3. Une solution numérique est établie sur les conditions KKT. La relation étroite de la somme des MSE avec la capacité-somme conduit à étudier la maximisation de l'information mutuelle en § 5.4. Les contraintes de matrices définies positives empêchent des solutions de type *waterfilling* itératif. On fait donc appel à un algorithme du gradient croissant pour résoudre cette optimisation. Une approche utilisant l'information probabiliste du canal est également abordée. Les résultats de simulation en § 5.5 montrent comment les performances du système tirent avantage d'un précodage adaptatif, et cela même en présence d'une voie de retour limitée.

5.2 Information du canal et incertitudes

5.2.1 Modèle du canal

Le scénario considéré met en jeu une communication entre K utilisateurs équipés de $N_1 \cdots N_K$ antennes vers une station de base possédant N_R antennes, c.-à-d. un scénario multi-utilisateurs en liaison montante. Le canal de transmission est considéré comme spatialement corrélé à évanouissements plats. La connaissance du canal côté émetteur transite au travers d'une voie de retour bas débit sans erreur. Chaque utilisateur démultiplexe ses données sur $M_k \leq N_k$ flux. Le signal reçu $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{N_R \times 1}$ est alors donné par

$$\mathbf{y} = \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_k \mathbf{F}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{n} \quad (5.1)$$

où $\mathbf{x}_k \in \mathbb{C}^{M_k \times 1}$, $\mathbf{F}_k \in \mathbb{C}^{N_k \times M_k}$ et $\mathbf{H}_k \in \mathbb{C}^{N_R \times N_k}$ désignent respectivement le vecteur de données transmis, le filtre linéaire de précodage et la matrice de canal pour l'utilisateur $k = 1, \dots, K$. On pose $\mathbf{s}_k = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_k$. Le vecteur de bruit blanc additif Gaussien $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{N_R \times 1}$ est i.i.d. à symétrie circulaire de moyenne nulle et de covariance $\mathbf{\Sigma}_0 = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_R}$. Chaque utilisateur est soumis à une contrainte de puissance individuelle P_k telle que $\text{tr}(\mathbf{\Theta}_{\mathbf{s}_k}) = \text{tr}(\mathbb{E}[\mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^\dagger]) = \text{tr}(\mathbf{F}_k \mathbb{E}[\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^\dagger] \mathbf{F}_k^\dagger) \leq P_k$ avec $\mathbb{E}[\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^\dagger] = \mathbf{I}_{M_k}$. La puissance totale utilisée pour tous les utilisateurs est notée P . La modélisation de la corrélation spatiale du canal de l'utilisateur k peut être développée sous une forme de Kronecker

$$\mathbf{H}_k = \mathbf{R}_{N_R}^{1/2} \mathbf{H}_{W,k} \mathbf{R}_{N_k}^{1/2} \quad (5.2)$$

où $\mathbf{H}_{W,k}$ est la matrice de canal spatialement blanche. La pdf de \mathbf{H}_k est $\psi_{\mathbf{H}_k} = \mathcal{CN}(0, \mathbf{R}_{N_k} \otimes \mathbf{\Sigma}_{H_k})$, où $\mathbf{\Sigma}_{H_k} = \sigma_{h,k}^2 \mathbf{R}_{N_R}$. Il convient de noter que les éléments diagonaux des matrices de corrélation d'émission et de réception sont égaux à 1.

Côté récepteur, l'architecture MMSE-SIC est optimale puisqu'elle atteint la capacité-somme. Par ailleurs, le design de récepteurs linéaires est également souvent privilégié en vue d'une implémentation pratique de faible complexité. Quel que soit le récepteur retenu, on considère que les coefficients du canal de transmission sont acquis grâce à une séquence d'estimation.

5.2.2 Estimation du canal

Chaque utilisateur envoie une séquence d'apprentissage à la station de base avant de transmettre ses données. De cette manière, le récepteur peut, grâce aux L_k vecteurs de pilotes transmis $\mathbf{X}_{T,k} = (\mathbf{x}_{T,k,1}, \dots, \mathbf{x}_{T,k,L_k})$, construire l'estimée $\hat{\mathbf{H}}_k$ pour les utilisateurs $k = 1, \dots, K$. On fait l'hypothèse que le récepteur peut connaître précisément les statistiques du canal, et en particulier la corrélation en émission. En conséquence, la séquence d'apprentissage choisie $\mathbf{X}'_{T,k}$ annule l'effet de la corrélation en émission, c.-à-d. $\mathbf{X}'_{T,k} = \mathbf{R}_{N_k}^{-1/2} \mathbf{X}_{T,k}$. La puissance moyenne d'un symbole pilote est donnée par $P_{T,k} = \frac{1}{L_k N_k} \text{tr}(\mathbf{X}_{T,k} \mathbf{X}_{T,k}^\dagger)$. Le signal reçu correspondant $\mathbf{Y}_{T,k} = \mathbf{R}_{N_R}^{1/2} \mathbf{H}_{W,k} \mathbf{X}_{T,k} + \mathbf{N}_{T,k}$

permet d'estimer le canal en suivant un critère ML. Pour estimer la matrice $\mathbf{R}_{N_R}^{1/2} \mathbf{H}_{W,k}$, un minimum de $N_R N_k$ échantillons sont nécessaires. Comme un symbole véhicule déjà N_R échantillons, on doit donc satisfaire l'inégalité $L_k \geq N_k$, à condition que $\mathbf{X}_{T,k}$ soit de rang plein. En modélisant l'estimée du canal par

$$\hat{\mathbf{H}}_k = \left(\mathbf{R}_{N_R}^{1/2} \mathbf{H}_{W,k} + \mathbf{E}_{k,w} \right) \mathbf{R}_{N_k}^{1/2} = \tilde{\mathbf{H}}_k \mathbf{R}_{N_k}^{1/2} \quad (5.3)$$

où $\mathbf{E}_{W,k}$ est la matrice des erreurs d'estimation spatialement blanche si on suppose $\mathbf{X}_{T,k}$ orthogonale. La variance (des erreurs) d'estimation vaut $\sigma_{e,k}^2 = \text{SNR}_{T,k}^{-1}$ avec $\text{SNR}_{T,k} = \frac{L_k P_{T,k}}{\sigma_n^2}$. Finalement, on obtient la pdf conditionnelle de $\hat{\mathbf{H}}_k$ sachant \mathbf{H}_k

$$\psi_{\hat{\mathbf{H}}_k | \mathbf{H}_k} = \mathcal{CN}(\mathbf{H}_k, \mathbf{R}_{N_k} \otimes \boldsymbol{\Sigma}_{E_k}) \quad (5.4)$$

où $\boldsymbol{\Sigma}_{E_k} = \sigma_{e,k}^2 \mathbf{I}_{N_R}$. La pdf *a posteriori* se déduit de (5.4) et $\psi_{\mathbf{H}_k}$, et s'exprime par

$$\psi_{\mathbf{H}_k | \hat{\mathbf{H}}_k} = \mathcal{CN}(\boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \hat{\mathbf{H}}_k, \mathbf{R}_{N_k} \otimes \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \boldsymbol{\Sigma}_{E_k}) \quad (5.5)$$

où $\boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} = \boldsymbol{\Sigma}_{H_k} (\boldsymbol{\Sigma}_{H_k} + \boldsymbol{\Sigma}_{E_k})^{-1}$. Ensuite en moyennant les réalisations réelles (mais inconnues), de pdf conditionnelle $W(\mathbf{y} | \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_K, \underline{\mathbf{H}})$, sur toutes les erreurs d'estimation, on obtient (après quelques calculs intermédiaires) le canal composite suivant

$$\begin{aligned} \tilde{W}(\mathbf{y} | \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_K, \hat{\mathbf{H}}) &= \mathcal{CN} \left(\sum_{k=1}^K \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \hat{\mathbf{H}}_k \mathbf{F}_k \mathbf{x}_k, \tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_0 \right) \\ \tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_0 &= \boldsymbol{\Sigma}_0 + \sum_{k=1}^K \text{tr}(\mathbf{R}_{N_k} \mathbf{F}_k \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^\dagger \mathbf{F}_k^\dagger) \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \boldsymbol{\Sigma}_{E_k} \end{aligned} \quad (5.6)$$

Le détail des calculs peut être trouvé dans [75, Annexe B.1]

5.2.3 Voie de retour quantifiée

Avec une voie de retour bas débit, une phase de quantification est obligatoire. Le choix des matrices de précodage se fait parmi un *codebook* prédéfini. Sa taille augmente avec la quantité de bits de feedback permise. La distorsion induite, entre la matrice originale et celle sélectionnée, peut être modélisée par un bruit additif de quantification exprimé par

$$\mathbf{F}_k = \hat{\mathbf{F}}_k + \mathbf{D}_k \quad (5.7)$$

où \mathbf{D}_k est la matrice d'erreurs de quantification, possédant des entrées i.i.d. complexes Gaussiennes à symétrie circulaire de moyenne nulle et de variance $\sigma_{d,k}^2$. Notons B le nombre total de bits de feedback autorisés dans la voie de retour partagé entre les K utilisateurs. La variance $\sigma_{d,k}^2$ est alors une fonction de B et K . De plus, son expression exacte dépend du quantifieur choisi, dont les caractéristiques peuvent être le choix de la dimension (c.-à-d. scalaire, vectorielle...) et la méthode utilisée (par exemple, aléatoire, Lloyd-Max...). Par conséquent, le design robuste de l'émetteur-récepteur doit prendre en compte toutes les sources d'imperfection du CSI. Il convient de noter qu'afin d'éviter un feedback trop important, la station de base calcule les matrices de précodage

et de réception de manière centralisée. En effet, les coefficients de canal de chaque utilisateur doivent être disponibles pour réduire au maximum l'interférence multi-utilisateurs. Les matrices ainsi optimisées sont ensuite diffusées à tous les utilisateurs.

5.3 Minimisation de la somme des MSE

Habituellement l'optimisation du design multi-utilisateurs MAC est conduite sous la contrainte d'une puissance maximale par utilisateur. Le cas d'une contrainte globale de puissance est aussi étudié et conduit à une solution similaire. La fonction de coût de ces optimisations, avec l'hypothèse d'un récepteur linéaire, dépend des erreurs quadratiques moyennes.

5.3.1 Métrique avec CSIR imparfait et CSIT quantifié

Il existe dans la littérature plusieurs métriques telles que l'équilibrage de la somme pondérée des MSE (*balanced weighted user-MSE*) [76] ou la minimisation le MSE du pire flux [71]. La métrique la plus généralement répandue vise à minimiser la somme des MSE. Dans la suite, on utilisera cette dernière métrique. L'utilisation d'un récepteur linéaire $\mathbf{G}_k \in \mathbb{C}^{M_k \times N_R}$ permet d'obtenir le vecteur du signal estimé \mathbf{r}_k , donné par la relation

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{G}_k \mathbf{y}. \quad (5.8)$$

Le schéma de communication est alors décrit dans la Fig. 5.1.

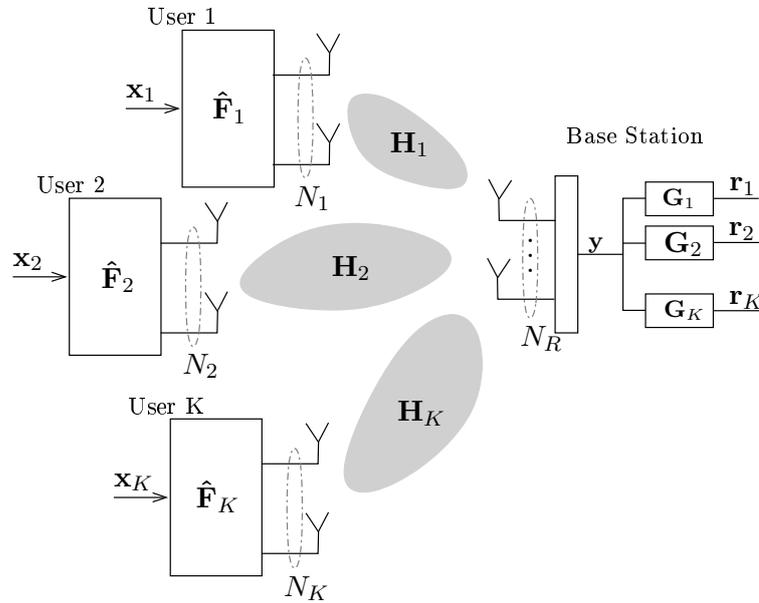


FIG. 5.1 – Architecture MIMO multi-utilisateurs avec une réception linéaire.

La conception d'un design robuste aux incertitudes du canal à la fois en réception et en émission est une fonction du MSE. La matrice d'erreurs de l'utilisateur k se calcule de la manière suivante $MSE_k = \mathbb{E}[(\mathbf{r}_k - \mathbf{x}_k)(\mathbf{r}_k - \mathbf{x}_k)^\dagger]$. En particulierisant cette définition pour la prise en compte des erreurs d'estimation du canal en réception (canal composite décrit en (5.6)) et de celles liées à la quantification du CSIT (5.7), on obtient la formulation

$$MSE_k = \mathbf{G}_k \left[\sum_{i=1}^K \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} \hat{\mathbf{H}}_i \hat{\mathbf{F}}_i \hat{\mathbf{F}}_i^\dagger \hat{\mathbf{H}}_i^\dagger \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} + \sum_{i=1}^K \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} \hat{\mathbf{H}}_i \sigma_{d,i}^2 \hat{\mathbf{H}}_i^\dagger \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} + \sum_{i=1}^K \text{tr}(\mathbf{R}_{N_i}) \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} \boldsymbol{\Sigma}_{E_i} \sigma_{d,i}^2 \right. \\ \left. + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_R} + \sum_{i=1}^K \text{tr}(\mathbf{R}_{N_i} \hat{\mathbf{F}}_i \hat{\mathbf{F}}_i^\dagger) \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} \boldsymbol{\Sigma}_{E_i} \right] \mathbf{G}_k^\dagger + \mathbf{I}_{M_k} - \mathbf{G}_k \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \hat{\mathbf{H}}_k \hat{\mathbf{F}}_k - (\mathbf{G}_k \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \hat{\mathbf{H}}_k \hat{\mathbf{F}}_k)^\dagger \quad (5.9)$$

5.3.2 Optimisation conjointe des filtres d'émission et réception

Cas des contraintes des puissances individuelles

La première fonction objective considère qu'une puissance maximale P_k est disponible pour l'utilisateur k . Ainsi, la minimisation de la somme des MSE peut être formulée par

$$\min_{\{\mathbf{G}_k, \hat{\mathbf{F}}_k\}} \sum_{k=1}^K \text{tr}(MSE_k) \quad (5.10)$$

$$\text{avec } \text{tr}(\hat{\mathbf{F}}_k \hat{\mathbf{F}}_k^\dagger) \leq P_k, \quad k = 1, \dots, K \quad (5.11)$$

Bien que ce problème ne comporte pas de solution analytique un algorithme efficace, établi sur la base des conditions KKT, peut être obtenu. La fonction du Lagrangien $\mathcal{L}(\{\hat{\mathbf{F}}_k\}, \{\mathbf{G}_k\}, \{\mu_k\})$ associée au problème (5.11) s'écrit

$$\mathcal{L} = \sum_{k=1}^K \text{tr}(MSE_k) + \sum_{k=1}^K \mu_k (\text{tr}(\hat{\mathbf{F}}_k \hat{\mathbf{F}}_k^\dagger) - P_k) \quad (5.12)$$

où $\{\mu_k \geq 0\}_{k=1}^K$ sont les multiplicateurs de Lagrange associés aux contraintes de puissances P_k . Le design optimal de l'émetteur-récepteur doit satisfaire les conditions KKT. Ces conditions découlent des dérivées partielles de (5.12), satisfaisant explicitement les égalités suivantes $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{G}_k^*} = 0$ et $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \hat{\mathbf{F}}_k^*} = 0$, cf [77, Théorème 2]. Les matrices sont alors données par

$$\mathbf{G}_k = \hat{\mathbf{F}}_k^\dagger \hat{\mathbf{H}}_k^\dagger \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \left[\sum_{i=1}^K \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} \hat{\mathbf{H}}_i \hat{\mathbf{F}}_i \hat{\mathbf{F}}_i^\dagger \hat{\mathbf{H}}_i^\dagger \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} + \sum_{i=1}^K \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} \hat{\mathbf{H}}_i \sigma_{d,i}^2 \hat{\mathbf{H}}_i^\dagger \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_R} \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^K \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} \boldsymbol{\Sigma}_{E_i} \text{tr}(\mathbf{R}_{N_i} \hat{\mathbf{F}}_i \hat{\mathbf{F}}_i^\dagger) + \sum_{i=1}^K \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} \boldsymbol{\Sigma}_{E_i} \sigma_{d,i}^2 \text{tr}(\mathbf{R}_{N_i}) \right]^{-1} \quad (5.13)$$

$$\hat{\mathbf{F}}_k = \left[\sum_{i=1}^K \hat{\mathbf{H}}_i^\dagger \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \mathbf{G}_i^\dagger \mathbf{G}_i \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \hat{\mathbf{H}}_i + \mu_k \mathbf{I}_{N_k} + \sum_{i=1}^K \text{tr}(\mathbf{G}_i \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \boldsymbol{\Sigma}_{E_k} \mathbf{G}_i^\dagger) \mathbf{R}_{N_k} \right]^{-1} \hat{\mathbf{H}}_k^\dagger \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \mathbf{G}_k^\dagger \quad (5.14)$$

Chaque multiplicateur de Lagrange est calculé de manière à satisfaire la contrainte de puissance de l'utilisateur considéré. Ainsi, chaque solution non négative pour $\mu_k, \forall k$ doit résoudre l'égalité $\mu_k [\text{tr}(\hat{\mathbf{F}}_k \hat{\mathbf{F}}_k^\dagger) - P_k] = 0$. Une solution analytique existe en appliquant des arguments similaires à ceux employés en [62]. Les détails sont fournis en § 5.A.1.

Cas d'une contrainte de puissance globale

En relâchant la contrainte des puissances individuelles pour une contrainte globale, un degré de liberté supplémentaire peut être exploité. Ainsi, en plus des matrices optimisées ($\{\hat{\mathbf{F}}_k\}$ et $\{\mathbf{G}_k\}$), l'ensemble des puissances utilisateurs $\{P_k = \text{tr}(\hat{\mathbf{F}}_k \hat{\mathbf{F}}_k^\dagger)\}$ doit être également calculé. Ces paramètres sont solutions de (5.10) sous la contrainte $\sum_{k=1}^K \text{tr}(\hat{\mathbf{F}}_k \hat{\mathbf{F}}_k^\dagger) \leq P$. La fonction de Lagrange $\mathcal{L}_2(\{\hat{\mathbf{F}}_k\}, \{\mathbf{G}_k\}, \{P_k\}, \mu)$ est définie par

$$\mathcal{L}_2(\{\hat{\mathbf{F}}_k\}, \{\mathbf{G}_k\}, \{P_k\}, \mu) = \sum_{k=1}^K \text{tr}(MSE_k) + \mu \left(\sum_{k=1}^K \text{tr}(\hat{\mathbf{F}}_k \hat{\mathbf{F}}_k^\dagger) - P \right), \quad (5.15)$$

où μ est le multiplicateur de Lagrange non négatif associé à la contrainte globale de puissance. On obtient des conditions KKT similaires à (5.13) et (5.14) alors que maintenant on a un unique multiplicateur μ . Ainsi, la condition KKT relative à $\hat{\mathbf{F}}_k$ devient

$$\hat{\mathbf{F}}_k = \left[\sum_{i=1}^K \hat{\mathbf{H}}_k^\dagger \Sigma_{\Delta_k} \mathbf{G}_i^\dagger \mathbf{G}_i \Sigma_{\Delta_k} \hat{\mathbf{H}}_k + \mu \mathbf{I}_{N_k} + \sum_{i=1}^K \text{tr}(\mathbf{G}_i \Sigma_{\Delta_k} \Sigma_{E_k} \mathbf{G}_i^\dagger) \mathbf{R}_{N_k} \right]^{-1} \hat{\mathbf{H}}_k^\dagger \Sigma_{\Delta_k} \mathbf{G}_k^\dagger \quad (5.16)$$

La mise à jour de μ diffère de celle du paragraphe précédent. On calcule $\mu \geq 0$ pour que la contrainte de puissance globale satisfasse l'égalité $\mu \left(\sum_{k=1}^K \text{tr}(\hat{\mathbf{F}}_k \hat{\mathbf{F}}_k^\dagger) - P \right) = 0$. Une solution analytique est obtenue, inspirée de [65], dont la dérivation est menée en § 5.A.2. Soit

$$\mu = \frac{1}{P} \text{tr} \left[\left(\sum_{k=1}^K \mathbf{G}_k \mathbf{G}_k^\dagger \right) \left(\sigma_n^2 \mathbf{I} + \sum_{i=1}^K \sigma_{d,i}^2 \Sigma_{\Delta_i} \hat{\mathbf{H}}_i \hat{\mathbf{H}}_i^\dagger \Sigma_{\Delta_i} + \sum_{i=1}^K \sigma_{d,i}^2 \text{tr}(\mathbf{R}_{N_i}) \Sigma_{\Delta_i} \Sigma_{E_i} \right) \right]. \quad (5.17)$$

5.3.3 Algorithmes proposés

Dans le cas des scénarios multi-utilisateurs, la matrice du bruit résultant (coloré) est une fonction des matrices de covariance des autres utilisateurs. Il n'est par conséquent pas possible de trouver une solution analytique diagonalisant simultanément les conditions KKT de \mathbf{G}_k et de $\hat{\mathbf{F}}_k$. La méthode itérative consistant à alterner entre les matrices de réception et d'émission permet d'obtenir une solution proche de l'optimal. On décrit dans l'Algorithme 6 de façon unifiée les deux contraintes de puissances étudiées.

L'algorithme proposé converge assurément. En effet, le processus itératif entre matrices de réception et d'émission pour tous les utilisateurs est une fonction monotone décroissante (pour la somme des MSE). Par ailleurs, la fonction objective est clairement bornée par valeur inférieure (0), ce qui implique la convergence de l'algorithme. Cependant, l'optimum global n'est pas nécessairement atteint puisque la fonction minimisée n'est pas conjointement convexe en $\{\hat{\mathbf{F}}_k, \mathbf{G}_k\}_{k=1}^K$. Il convient de noter que si $K = 1$, une unique solution existe en utilisant les travaux effectués en [78, chapitre 4] à notre modèle de communication. De plus, cette unique solution possède une forme analytique.

Algorithm 6 Unified proposed algorithm - minimum sum-MSE

Initialize $\{\hat{\mathbf{F}}_k\}_{k=1}^K$ to a diagonal matrix, where its (m, n) -th entry is equal to 0 if $m \neq n$ or equal to $\sqrt{\frac{P_k}{M_k}}$ elsewhere;

while Convergence is not reached **do**

Step 1 : **for** $k = 1, \dots, K$ **do** Compute \mathbf{G}_k using (5.13), which corresponds to the LMMSE receiver ;

Step 2 : Satisfy the power constraint :

if solving (5.12), update $\{\mu_k\}_{k=1}^K$ with (5.38),

if solving (5.15), update μ with (5.17) ;

Step 3 : **for** $k = 1, \dots, K$ **do** Compute $\hat{\mathbf{F}}_k$ using :

if solving (5.12), compute $\hat{\mathbf{F}}_k$ from (5.14)

if solving (5.15), compute $\hat{\mathbf{F}}_k$ from (5.16).

end while

5.4 Maximisation de la capacité-somme

5.4.1 Relation avec la somme des MSE

Si on s'intéresse maintenant à la capacité-somme, traditionnellement le but recherché est de maximiser l'information mutuelle sur les matrices de covariance des utilisateurs. Lorsque les entrées sont corrélées au bruit du canal, l'expression de l'information mutuelle n'est pas connue. En supposant tout de même l'utilisation d'entrées Gaussiennes afin d'avoir une forme analytique, seule une borne atteignable (inférieure) peut être obtenue. En utilisant les méthodes de [79], on obtient

$$I_{low}(\underline{\mathbf{x}}; \mathbf{y} | \hat{\mathbf{H}}) = \log_2 \det \left(\mathbf{I} + \sum_{k=1}^K \mathbf{T}^{-1} \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \hat{\mathbf{H}}_k \boldsymbol{\Theta}_{\mathbf{s}_k} \hat{\mathbf{H}}_k^\dagger \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \right), \quad (5.18)$$

avec

$$\mathbf{T} = \sum_{i=1}^K \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} \hat{\mathbf{H}}_i \sigma_{d,i}^2 \hat{\mathbf{H}}_i^\dagger \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_R} + \sum_{i=1}^K \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} \boldsymbol{\Sigma}_{E_i} \text{tr}(\mathbf{R}_{N_i} \boldsymbol{\Theta}_{\mathbf{s}_i}) + \sum_{i=1}^K \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} \boldsymbol{\Sigma}_{E_i} \sigma_{d,i}^2 \text{tr}(\mathbf{R}_{N_i}). \quad (5.19)$$

La démonstration complète est conduite au § 5.B où ici $\mathcal{S} = \{1, \dots, K\}$. Notons qu'en raison de la corrélation en émission, le problème n'est pas convexe. Pour revenir à une forme plus classique où l'utilisation d'algorithmes du type *waterfilling* itératif [18] [34] peuvent être utiles, on pose $\boldsymbol{\Theta}'_{\mathbf{s}_k} = \mathbf{R}_{N_k}^{1/2} \boldsymbol{\Theta}_{\mathbf{s}_k} \mathbf{R}_{N_k}^{1/2}$. La maximisation s'écrit donc maintenant

$$\max_{\{\boldsymbol{\Theta}'_{\mathbf{s}_k}\}_{k=1}^K} \log_2 \det \left(\mathbf{I} + \sum_{k=1}^K \mathbf{T}^{-1} \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \mathbf{R}_{N_R}^{1/2} \mathbf{H}_{W,k} \boldsymbol{\Theta}'_{\mathbf{s}_k} \mathbf{H}_{W,k}^\dagger \mathbf{R}_{N_R}^{1/2} \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \right) \quad (5.20)$$

$$\text{avec } \boldsymbol{\Theta}_{\mathbf{s}_k} \geq 0, \quad k = 1, \dots, K, \quad (5.21)$$

$$\mathbf{R}_{N_k}^{1/2} \boldsymbol{\Theta}_{\mathbf{s}_k} \mathbf{R}_{N_k}^{1/2} \geq 0, \quad k = 1, \dots, K, \quad (5.22)$$

La double contrainte sur les matrices définies positives rend cette optimisation délicate. On s'intéresse alors à une solution alternative utilisant le lien entre la maximisation de l'information mutuelle et la minimisation de la somme des MSE [60] [63]. Plus récemment, une relation formelle a été déduite de ces deux critères d'optimisation [45]. Cette relation est valable pour divers types de signaux (par exemple, scalaire, vectoriel...). Ainsi, l'optimisation conjointe de (5.10) peut être séparée en deux optimisations successives [8] amenant à la formulation suivante de la somme des MSE

$$\sum_{k=1}^K \text{tr}(MSE_k) = \sum_{k=1}^K \text{tr}(\mathbf{I}_{M_k}) - \text{tr}(\mathbf{I}_{N_R}) + \text{tr} \left[\mathbf{I} + \sum_{k=1}^K \mathbf{T}^{-1} \Sigma_{\Delta_k} \hat{\mathbf{H}}_k \hat{\mathbf{F}}_k \hat{\mathbf{F}}_k^\dagger \hat{\mathbf{H}}_k^\dagger \Sigma_{\Delta_k} \right]^{-1}. \quad (5.23)$$

La relation sous-jacente avec la maximisation de la capacité-somme est clairement visible.

Remarque 1 : Sous cette forme, on remarque que si le nombre de flux autorisés est supérieur au nombre d'antennes de réception, c.-à-d. $\sum_{k=1}^K M_k \geq N_R$, avec $N_R \leq \sum_{k=1}^K N_k$, alors chaque flux supplémentaire à N_R augmente la somme des MSE de 1.

Remarque 2 : En revanche, une telle contrainte de rang n'existe pas pour la maximisation de l'information mutuelle.

En conséquence, l'approche retenue pour l'optimisation de l'information mutuelle est basée sur les matrices de précodage $\{\hat{\mathbf{F}}_k\}$. Dans l'équation (5.18), on remplace alors $\Theta_{\mathbf{s}_k}$ par $\hat{\mathbf{F}}_k \hat{\mathbf{F}}_k^\dagger$. L'avantage immédiat de cette formulation est la suppression de la contrainte des matrices définies positives. Il convient de noter qu'en considérant la capacité-somme, le récepteur n'est plus linéaire puisqu'il implémente une annulation successive de l'interférence.

5.4.2 Design optimal des filtres d'émission

Dans le cas des contraintes de puissance individuelles, l'optimisation de l'information mutuelle s'écrit

$$\max_{\{\hat{\mathbf{F}}_k\}} \log_2 \det \left(\mathbf{I} + \mathbf{T}^{-1} \mathbf{A} \right) \quad (5.24)$$

$$\text{avec } \text{tr}(\hat{\mathbf{F}}_k \hat{\mathbf{F}}_k^\dagger) \leq P_k, \quad (5.25)$$

où $\mathbf{A} = \sum_{k=1}^K \Sigma_{\Delta_k} \hat{\mathbf{H}}_k \hat{\mathbf{F}}_k \hat{\mathbf{F}}_k^\dagger \hat{\mathbf{H}}_k^\dagger \Sigma_{\Delta_k}$. Les seules contraintes sont celles liées à la puissance. Pour résoudre ce problème non convexe, on fait appel à un algorithme du gradient croissant (*scaled projected ascent gradient*) qui peut être vu comme une extension du *steepest ascent* aux optimisations sous contraintes. Cet algorithme permet d'accroître la capacité-somme à chaque itération. La mise à jour des matrices de précodage se fait selon leur gradient. Ainsi, la première étape de l'algorithme consiste à calculer le gradient (complexe) de la fonction objective (5.24) par rapport aux précodeurs $\hat{\mathbf{F}}_k$. Afin de dériver le gradient, au préalable quelques relations utiles sont rappelées [80]. On a en premier lieu l'égalité différentielle suivante $\partial(\ln(\det(\mathbf{X}))) = \text{tr}(\mathbf{X}^{-1} \partial \mathbf{X})$; ensuite on donne la forme de la dérivée matricielle d'une forme quadratique, définie par $\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*} \text{tr}(\mathbf{A} \mathbf{X} \mathbf{X}^\dagger \mathbf{C}) = \mathbf{C} \mathbf{A} \mathbf{X}$. En

Algorithm 7 Proposed algorithm - maximum sum-capacity

Initialize $\{\hat{\mathbf{F}}_k\}_{k=1}^K$ to a diagonal matrix, where its (m, n) -th entry is equal to 0 if $m \neq n$ or equal to $\sqrt{\frac{P_k}{M_k}}$ elsewhere;
Choose step size s . Compute C and set $C_{old} = C$.

while Convergence is not reached **do**

Step 1 : Compute gradients using (5.26) : $\nabla C = (\delta\hat{\mathbf{F}}_1, \dots, \delta\hat{\mathbf{F}}_K)$

Step 2 : Normalize gradient, for $k = 1, \dots, K$, set $\delta\bar{\mathbf{F}}_k = \sqrt{\frac{P_k}{\|\delta\hat{\mathbf{F}}_k\|_F^2}} \delta\hat{\mathbf{F}}_k$.

while $C_{old} > C$ **do**

Step 3.a : Project gradient : for $k = 1, \dots, K$, $\hat{\mathbf{F}}'_k = \hat{\mathbf{F}}_k + s\delta\bar{\mathbf{F}}_k$.

Step 3.b : Normalize precoders : for $k = 1, \dots, K$, $\hat{\mathbf{F}}'_k = \sqrt{\frac{P_k}{\|\hat{\mathbf{F}}'_k\|_F^2}} \hat{\mathbf{F}}'_k$.

Step 3.c : Compute sum-capacity C with the set of precoders $\{\hat{\mathbf{F}}'_k\}$.

if $C_{old} > C$ **then**

 Reduce step size s .

end while

end while

utilisant ces égalités, il peut être démontré que le gradient $\frac{\partial I_{low}}{\partial \hat{\mathbf{F}}_k^*}$ est proportionnel à

$$\frac{\partial I_{low}}{\partial \hat{\mathbf{F}}_k^*} = \left[\hat{\mathbf{H}}_k^\dagger \Sigma_{\Delta_k} (\mathbf{T} + \mathbf{A})^{-1} \Sigma_{\Delta_k} \hat{\mathbf{H}}_k + \text{tr}(\Sigma_{\Delta_k} \Sigma_{E_k} [(\mathbf{T} + \mathbf{A})^{-1} - \mathbf{T}^{-1}]) \mathbf{R}_{N_k} \right] \hat{\mathbf{F}}_k \quad (5.26)$$

La mise à jour du gradient se fait simultanément afin d'utiliser le pré-calcul de \mathbf{T} . Il est également important de normaliser le gradient (étape 2) afin d'avoir une vitesse de convergence indépendante de la contrainte de puissance. La troisième étape permet de choisir le pas s d'une manière adaptative. Il est réduit en effet dès que la fonction objective décroît. Par ce biais, l'algorithme ne rentre pas en oscillation lorsque le nombre d'itérations augmente et parvient à atteindre un point stationnaire. Du fait de la non convexité du problème, il n'est pas garanti d'atteindre l'optimum global. Seul un maximum local près de l'initialisation est assuré. Une méthode exhaustive sur toutes les combinaisons des matrices $\hat{\mathbf{F}}_k$ diagonales de rang variant entre 1 et N_k doit permettre d'atteindre l'optimum global. Une fois le gradient projeté, les matrices de précodage peuvent être mises à jour avant d'être normalisées de manière à satisfaire les contraintes de puissances individuelles. La procédure d'optimisation est décrite dans l'Algorithme 7.

Par ailleurs, il convient de noter que l'initialisation par une matrice dont le rang serait déficient ne permettra pas d'atteindre le maximum, si la solution optimale est de rang plein. En revanche, si la matrice de précodage initiale est de rang plein, alors l'algorithme va réduire son rang en augmentant le nombre de conditionnement à chaque étape, si la solution optimale est de rang déficient.

5.4.3 Exploitation de l'information probabiliste du canal

En tirant parti de la corrélation du canal en émission, une stratégie de feedback limitée peut être implémentée. Chaque utilisateur a en effet connaissance de sa propre matrice de corrélation spatiale (également supposée connue du récepteur), permettant un calcul décentralisé au niveau de l'utilisateur k des vecteurs propres de la matrice $\hat{\mathbf{F}}_k$. Ces vecteurs propres sont calculés ponctuellement, sur les statistiques d'ordre 2. En complément, l'allocation de puissance reste effectuée de façon centralisée à la station de base puisqu'elle seule connaît les informations de tous les utilisateurs. En conséquence seules les puissances sont envoyées aux émetteurs limitant ainsi l'information de contrôle transitant sur la voie de retour. Deux scénarios sont possibles pour la fréquence de mise à jour des puissances : (i) statistique correspondant au cas du *covariance feedback*, (ii) instantanée en suivant les variations du canal. Quel que soit le scénario envisagé, l'opération de quantification est ici effectuée uniquement sur l'allocation de puissance ; par conséquent, la matrice d'erreurs de quantification \mathbf{D}_k définie en (5.7) est de forme **diagonale**. La distorsion induite par la voie de retour quantifiée s'écrit maintenant $\mathbf{F}_k = \mathbf{V}_k(\mathbf{\Lambda}_k + \mathbf{D}_k)$ où chaque entrée est i.i.d. réelle Gaussienne à symétrie circulaire de moyenne nulle et de variance $\sigma_{d,k}^2$.

Scénario 1 : allocation statistique de la puissance

Dans un système multi-utilisateurs MIMO MAC où chaque terminal mobile possède une information de type *covariance feedback*, la maximisation de la capacité-somme a été étudiée en [81] sans incertitude sur le CSI et sans corrélation spatiale au récepteur. On montre cependant d'une façon similaire que chaque utilisateur doit transmettre selon la direction de ses vecteurs propres de sa matrice de corrélation. L'impact de la corrélation en réception et des incertitudes du CSI influence seulement l'allocation de puissance. Le problème d'optimisation est le suivant

$$\max_{\{\hat{\mathbf{F}}_k\}_{k=1}^K} \mathbb{E}_{\hat{\mathbf{H}}} \left[\log_2 \det (\mathbf{I} + \mathbf{T}^{-1} \mathbf{A}) \right], \quad (5.27)$$

$$\text{avec } \text{tr}(\hat{\mathbf{F}}_k \hat{\mathbf{F}}_k^\dagger) \leq P_k. \quad (5.28)$$

Notons pour le k ième utilisateur $\mathbf{R}_{N_k} \triangleq \mathbf{V}_k \mathbf{\Upsilon}_k^2 \mathbf{V}_k^\dagger$ la décomposition en valeurs propres de \mathbf{R}_{N_k} . La matrice de précodage optimale s'écrit alors sous la forme $\hat{\mathbf{F}}_k = \mathbf{V}_k \mathbf{\Lambda}_k$ où $\mathbf{\Lambda}_k$ est l'allocation de puissance quantifiée. La démonstration est fournie dans l'Annexe 5.C. L'allocation de puissance statistique est donc donnée par

$$\max_{\{\mathbf{\Lambda}_k\}_{k=1}^K} \mathbb{E}_{\hat{\mathbf{H}}} \left[\log_2 \det \left(\mathbf{I} + \mathbf{T}^{-1} \sum_{k=1}^K \mathbf{\Sigma}_{\Delta_k} \tilde{\mathbf{H}}_k \mathbf{\Upsilon}_k \mathbf{\Lambda}_k^2 \mathbf{\Upsilon}_k \tilde{\mathbf{H}}_k^\dagger \mathbf{\Sigma}_{\Delta_k} \right) \right], \quad (5.29)$$

$$\text{avec } \text{tr}(\mathbf{\Lambda}_k^2) \leq P_k. \quad (5.30)$$

Il n'existe pas de forme analytique pour résoudre l'allocation de puissance, en conséquence on réalise numériquement cette optimisation.

Scénario 2 : allocation instantanée de la puissance

La voie de retour bas débit autorise l'adaptation du précodage de chaque utilisateur aux variations instantanées du canal. Pour satisfaire l'hypothèse d'un CSIT partiel, les vecteurs propres obtenus lors du scénario précédent sont conservés. De cette manière seules les puissances sont à optimiser. La fonction objective s'écrit alors

$$\mathbb{E}_{\hat{\mathbf{H}}}\left[\max_{\{\mathbf{\Lambda}_k\}_{k=1}^K} \log_2 \det \left(\mathbf{I} + \mathbf{T}^{-1} \sum_{k=1}^K \mathbf{\Sigma}_{\Delta_k} \tilde{\mathbf{H}}_k \mathbf{\Upsilon}_k \mathbf{\Lambda}_k^2 \mathbf{\Upsilon}_k \tilde{\mathbf{H}}_k^\dagger \mathbf{\Sigma}_{\Delta_k} \right)\right], \quad (5.31)$$

$$\text{avec } \text{tr}(\hat{\mathbf{F}}_k \hat{\mathbf{F}}_k^\dagger) \leq P_k, \quad (5.32)$$

$$\hat{\mathbf{F}}_k = \mathbf{V}_k \mathbf{\Lambda}_k. \quad (5.33)$$

où \mathbf{V}_k correspond aux vecteurs propres de \mathbf{R}_{N_k} . De la même manière que précédemment, l'allocation de puissance optimale n'a pas de solution analytique. On a donc recours à une optimisation numérique.

5.5 Résultats de simulation

5.5.1 Hypothèses considérées

Afin d'évaluer l'impact d'un CSI imparfait sur les performances, on présente quelques résultats de simulation. L'hypothèse d'un nombre de bits de feedback égal pour tous les utilisateurs est considérée. De plus, comme l'apport essentiel de ce chapitre réside dans l'étude de l'impact des erreurs de quantification et non le design optimisé d'un quantifieur, on considère une quantification scalaire. En s'appuyant sur la théorie de la distorsion des rendements [16], la variance induite par le bruit de quantification de l'utilisateur k est formulée par

$$\sigma_{d,k}^2 = 2^{-\frac{B}{KN_k M_k}} \quad (5.34)$$

L'entrée (i, j) de la matrice de corrélation spatiale est modélisée par $[\mathbf{R}]_{i,j} = \rho^{|i-j|}$, où $\rho \in [0, 1]$ est le coefficient de corrélation avec l'indice R (resp. k) indiquant la corrélation de réception (resp. de l'utilisateur k). On suppose que chaque utilisateur possède les mêmes contraintes de puissances $P_k = P/K$ et les mêmes paramètres. Par conséquent on pose $\sigma_{h,k}^2 = 1$, $\sigma_{d,k}^2 = \sigma_d^2$, $N_k = N_T$, $L_k = L$, $\rho_k = \rho_T$. La puissance moyenne des symboles pilotes est fixée égale à la puissance admise par utilisateur, c.-à-d. $P_{T,k} = P_k$. Les courbes de taux d'erreurs binaires sont obtenues en utilisant une 4-QAM non codée sur chaque flux transmis, quel que soit l'utilisateur. Les résultats sont tracés pour un système de 2 utilisateurs équipés de $N_k = 2$ antennes, et d'une station de base possédant $N_R = 4$ antennes.

La Fig. 5.2 montre l'impact de la corrélation spatiale du canal. Pour le design optimisé donné par (5.10), on compare en termes de BER différentes valeurs de corrélation. Assez naturellement, une

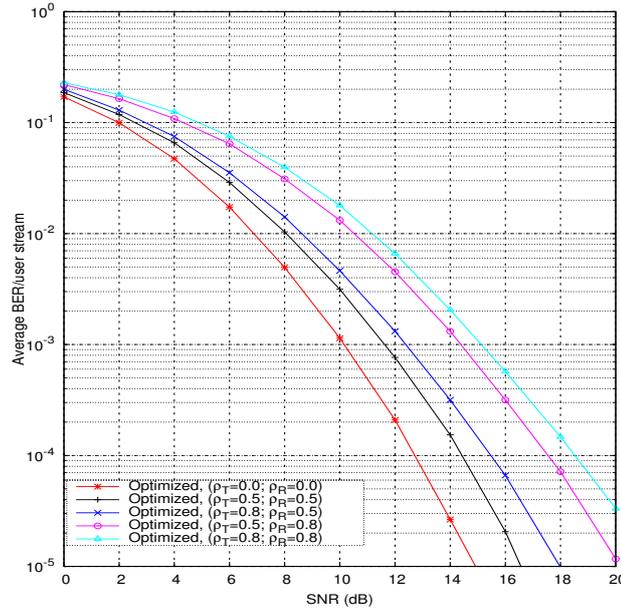


FIG. 5.2 – Effet de la corrélation sur un canal de Rayleigh, avec 1 flux/utilisateur, $K = 2, L = 4, N_R = 4, N_k = 2$ et $\sigma_d^2 = 0.01$.

forte corrélation donne les plus mauvaises performances. On note que la corrélation de réception a un impact sur les performances plus négatif que celle d'émission. En effet, lorsque $\rho_T = \{0.5; 0.8\}$, l'augmentation de ρ_R de 0.5 à 0.8 implique un écart de 3 dB pour atteindre le même BER cible de 10^{-3} . Ce comportement est expliqué par un nombre plus faible d'antennes pour chaque utilisateur.

5.5.2 Etude de la somme des MSE

Impact de CSIT quantifié

L'influence du CSIT quantifié est illustré par la Fig. 5.3. Comme espéré, la diminution du nombre de bits de feedback peut dégrader de façon critique la probabilité d'erreurs. Avec une forte valeur de la distorsion (c.-à-d. $B = 10$), un palier d'erreurs est observé. Il convient de noter que l'emploi d'un quantifieur vectoriel ou matriciel permettrait d'avoir une distorsion plus faible pour un nombre de bits de feedback donné. De plus, on compare le système multi-utilisateurs optimisé avec un design non adapté aux incertitudes du canal. Par non adapté, on sous-entend que les précodeurs et récepteurs sont optimisés en considérant les ensembles $\{\hat{\mathbf{H}}_k\}_{k=1}^K$ et $\{\hat{\mathbf{F}}_k\}_{k=1}^K$ comme les vraies valeurs. Lorsque le SNR est supérieur à 10 dB, le design non adapté conduit à une perte non négligeable des performances par rapport au système optimisé. Par exemple, $B = 20$ donne 1.2 dB d'écart pour une valeur cible de BER égale à 10^{-3} . La Fig. 5.4 est similaire à la Fig. 5.3 avec, cette fois-ci, la somme des MSE moyennée sur différentes réalisations du canal. Des tendances similaires sont observées. Cependant, avec cette métrique, l'écart entre le design optimisé

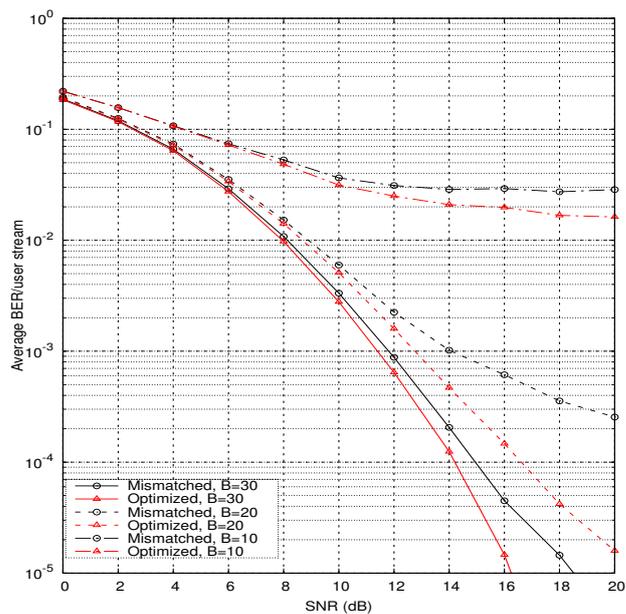


FIG. 5.3 – Influence des erreurs de quantification sur le taux d'erreurs binaires, avec 1 flux/utilisateur, $K = 2$, $L = 4$, $N_R = 4$, $N_k = 2$ et $\rho_{Tx} = \rho_{Rx} = 0.5$.

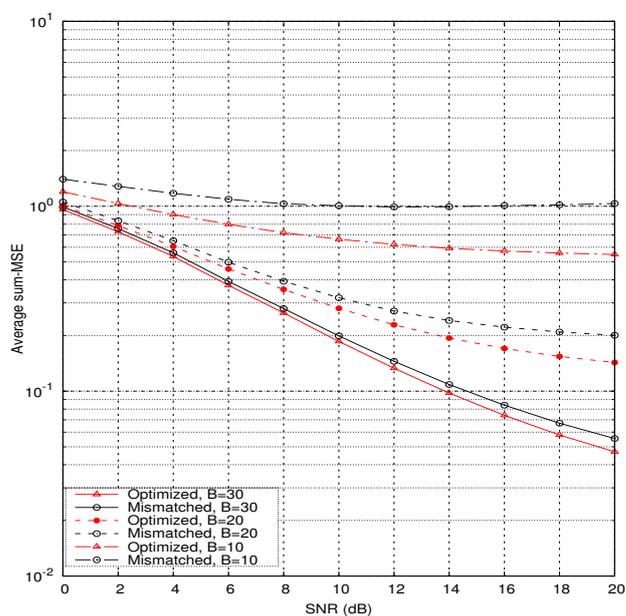


FIG. 5.4 – Influence des erreurs de quantification sur la somme des MSE, avec 1 flux/utilisateur, $K = 2$, $L = 4$, $N_R = 4$, $N_k = 2$ et $\rho_{Tx} = \rho_{Rx} = 0.5$.

et non adapté est quasiment constant pour tous les SNR. Notons que l'erreur entre les deux designs augmente avec la distorsion ; ce qui n'était pas nécessairement le cas sur la courbe représentant le taux d'erreurs binaires. En conclusion, les erreurs de quantification ont un impact majeur soit lorsque le SNR dépasse 10 dB, soit quand la variance induite par la distorsion est trop grande (ici, quand $B = 10$).

Influence des incertitudes du canal

La Fig. 5.5 compare un schéma d'émetteurs-récepteurs optimisé pour différentes hypothèses de CSI. Cette comparaison révèle qu'à faible SNR l'impact du CSIT quantifié est faible, alors qu'en revanche, celui de l'estimation de canal bruitée contribue significativement à l'altération des données. Un CSIR parfait est par conséquent plus important afin de garantir de bonnes performances sur tout l'intervalle de SNR. L'écart entre une séquence d'apprentissage de longueur infinie et courte pour un CSIT imparfait est de 2 dB pour un taux d'erreurs binaires cible de 10^{-3} . De plus, on trace également le cas d'un système non précodé (c.-à-d., dont les matrices de précodage sont laissées égales à l'identité) sujet seulement au CSIR imparfait. En effet, la quantification n'intervient pas puisque ce précodage ne peut pas être adapté en fonction des variations du canal. Ce système montre les moins bonnes performances suggérant que même en présence d'erreurs de quantification, il est utile d'avoir un système utilisant un précodage adaptatif.

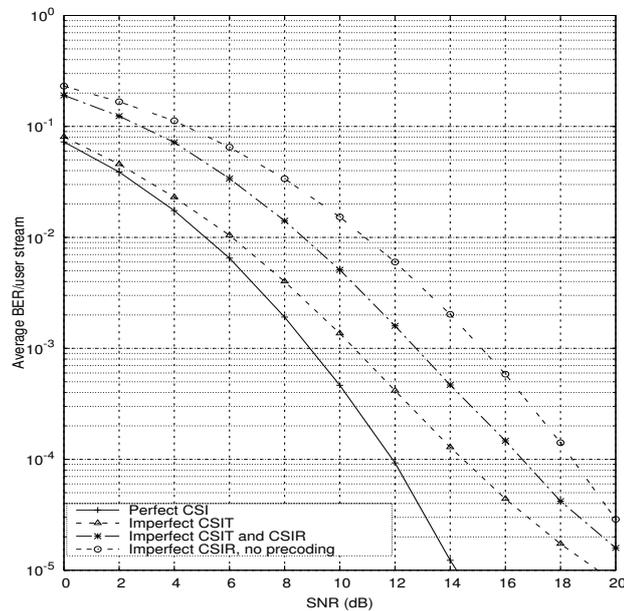


FIG. 5.5 – Taux d'erreurs binaires pour mesurer les effets des incertitudes du canal, avec 1 flux/utilisateur, $K = 2$, $B = 20$, $L = 4$, $N_R = 4$, $N_k = 2$ et $\rho_{Tx} = \rho_{Rx} = 0.5$.

5.5.3 Etude de la capacité-somme

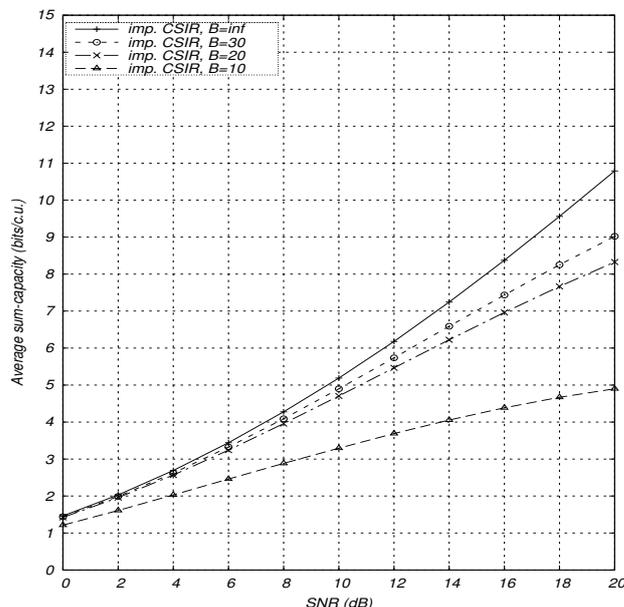


FIG. 5.6 – Capacité-somme moyenne pour mesurer l'effet de la quantification, avec 1 flux/utilisateur, $K = 2$, $L = 4$, $N_R = 4$, $N_k = 2$ et $\rho_{Tx} = \rho_{Rx} = 0.5$.

La fig. 5.6 compare la capacité-somme moyenne en fonction du SNR pour différentes valeurs du nombre de bits de feedback B autorisés. Le canal considéré suppose deux utilisateurs équipés de deux antennes d'émission et un récepteur possédant 4 antennes de réception. Le cas d'une quantification idéale des précodeurs ($B = \infty$) est aussi tracé en référence. On peut observer qu'un faible débit de la voie de retour détériore substantiellement les performances. Par contre, lorsque ce débit atteint une valeur raisonnable, les performances sont alors très proches d'une quantification idéale (c.-à-d. avec $B = \infty$) dans la région de faible SNR. L'augmentation du SNR conduit toutefois à une perte de performance. Pour une transmission à 7 bits/c.u. l'écart entre $B = 20$ et $B = 30$ s'élève à 1 dB.

En prenant $B = 30$, correspondant à une variance faible, on mesure sur la Fig. 5.7 l'impact du CSIR imparfait. La longueur de la séquence d'apprentissage est de 4 symboles induisant une perte de performance importante quelle que soit la valeur du SNR. Deux stratégies de feedback sont tracées. La première fait l'hypothèse d'un CSIT imparfait ; l'écart induit par le CSIR erroné vaut 2.3 dB. La deuxième repose sur la CDIT avec une allocation de puissance instantanée. Dans ce cas, l'écart est légèrement plus faible et vaut environ 2 dB. On remarque également que l'approche CDIT avec allocation de puissance instantanée affiche des performances proches du cas CSIT imparfait. Cela est d'autant plus vrai que l'estimée du canal est grossière. En effet, sans erreur d'estimation, les deux stratégies montrent une différence de 1.2 dB pour un taux de 7 bits/c.u. alors que si le

CSIR se dégrade, l'écart se réduit alors à 0.3 dB.

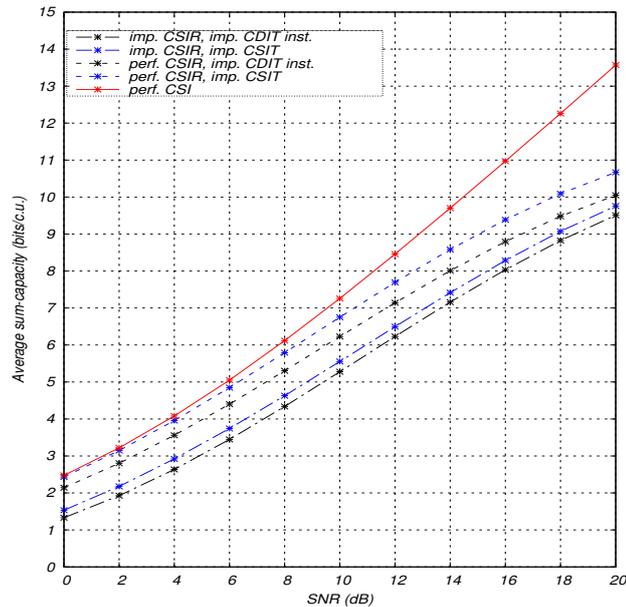


FIG. 5.7 – Influence du feedback limité sur la capacité-somme moyenne, avec 2 flux/utilisateur, $K = 2$, $B = 30$, $L = 4$, $N_R = 2$, $N_k = 2$ et $\rho_{Tx} = \rho_{Rx} = 0.3$.

La Fig. 5.8 compare les performances en fonction du nombre de bits de feedback autorisés. Les deux scénarios exploitant la CDIT avec une allocation de puissance statistique ou instantanée sont tracés, en plus du cas avec CSIT imparfait. De façon attendue, plus l'adaptation est liée à la réalisation du canal (c.-à-d. plus le feedback est grand), meilleures sont les performances. Par ailleurs, le raffinement de la quantification permet de tendre vers les limites asymptotiques (sans incertitude sur le CSIT/CDIT). Quelle que soit la stratégie supposée, on remarque que pour un SNR faible l'effet de la quantification est modéré alors qu'en revanche, pour un SNR plus élevé la précision du quantifieur est essentielle. En passant de 30 à 60 bits, la capacité-somme moyenne augmente en effet de 3.5 bits/c.u. pour les trois stratégies. De façon équivalente, l'augmentation de la complexité du quantifieur est une autre méthode pour réduire la variance liée à la distorsion. En conclusion, l'effort à consentir sur le design du quantifieur ou sur le débit de la voie de retour repose en partie sur la valeur du SNR expérimenté par les utilisateurs.

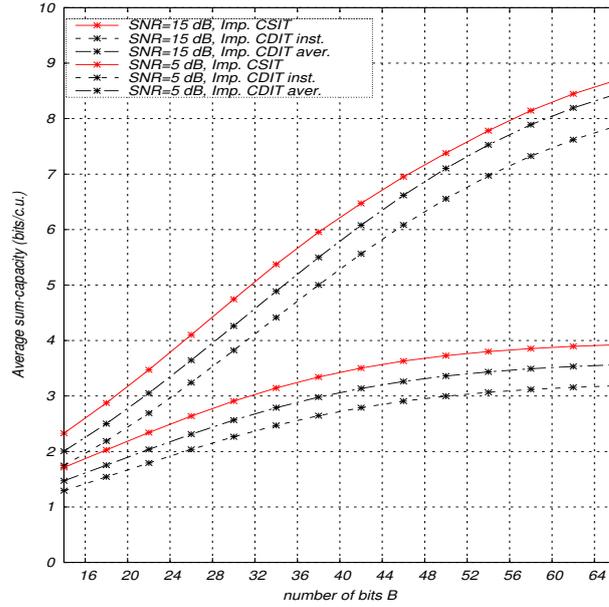


FIG. 5.8 – Variation de la variance induite par la quantification, avec 2 flux/utilisateur, $K = 2$, $B = 30$, $L = 10$, $N_R = 2$, $N_k = 2$ et $\rho_{Tx} = \rho_{Rx} = 0.3$.

5.6 Conclusions

Dans ce chapitre, des schémas d'émission-réception robustes aux incertitudes du canal présentes en réception (estimation du canal imparfaite) et en émission (erreurs de quantification) ont été proposés. L'étude réalisée pour des scénarios multi-utilisateurs considérant des canaux spatialement corrélés fait appel à des fonctions objectives non convexes. Bien qu'aucune solution exacte n'existe, l'optimisation des matrices de précodage et de réception peut être réalisée grâce à des algorithmes numériques. Plusieurs critères sont envisagés : (i) minimiser la somme des MSE dont l'avantage principal est un récepteur de faible complexité, et (ii) maximiser la capacité-somme. L'optimisation liée au premier critère repose sur une mise à jour alternative entre les récepteurs et les précodeurs, satisfaisant les conditions KKT. En revanche, le deuxième critère fait appel à un algorithme du gradient. En relâchant la contrainte des matrices définies positives, l'approche considérée consiste ainsi à chercher les précodeurs (et non les covariances). Une solution sous-optimale, exploitant la corrélation en émission, tire avantage d'une allocation de ressources partiellement décentralisée. Les résultats de simulation montrent la sensibilité du design non adapté aux incertitudes. Par ailleurs, on note que les erreurs d'estimation détériorent les performances quelle que soit la valeur du SNR. Au contraire, l'effet du CSIT quantifié est plus prononcé pour les fortes valeurs de SNR. Ainsi, des gains significatifs peuvent être obtenus avec un précodage adaptatif si la variance due au bruit de quantification reste acceptable.

5.A Calcul exact des multiplieurs de Lagrange

5.A.1 Cas des contraintes des puissances individuelles

L'optimisation des précodeurs résultant de la formulation donnée en (5.14), pour chaque utilisateur $k = 1, \dots, K$, peut être réécrite de façon simplifiée, en posant

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_k &= \sum_{i=1}^K \hat{\mathbf{H}}_k^\dagger \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \mathbf{G}_i^\dagger \mathbf{G}_i \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \hat{\mathbf{H}}_k + \sum_{i=1}^K \text{tr}(\mathbf{G}_i \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \boldsymbol{\Sigma}_{E_k} \mathbf{G}_i^\dagger) \mathbf{R}_{N_k} \\ \mathbf{D}_k &= \hat{\mathbf{H}}_k^\dagger \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \mathbf{G}_k^\dagger \end{aligned} \quad (5.35)$$

conduisant ainsi à la nouvelle expression

$$\hat{\mathbf{F}}_k = (\mu_k \mathbf{I} + \mathbf{C}_k)^{-1} \mathbf{D}_k. \quad (5.36)$$

Etant donné que μ_k doit satisfaire les contraintes de puissance, on obtient alors la relation $\text{tr}(\hat{\mathbf{F}}_k \hat{\mathbf{F}}_k^\dagger) = P_k$.

Les matrices intermédiaires \mathbf{C}_k et \mathbf{D}_k ne s'expriment qu'en fonction de valeurs connues ; en conséquence \mathbf{C}_k peut être décomposée en valeurs propres par l'égalité $\mathbf{C}_k = \mathbf{U}_k \boldsymbol{\Sigma}_k \mathbf{U}_k^\dagger$. Cela conduit à l'expression suivante de la contrainte de puissance

$$\text{tr} \left[(\mu_k \mathbf{I} + \boldsymbol{\Sigma}_k)^{-2} \mathbf{U}_k^\dagger \mathbf{D}_k \mathbf{D}_k^\dagger \mathbf{U}_k \right] = P_k. \quad (5.37)$$

Si on pose $\mathbf{J}_k = \mathbf{U}_k^\dagger \mathbf{D}_k \mathbf{D}_k^\dagger \mathbf{U}_k$, l'équation précédente peut être reformulée en

$$\sum_{i=1}^{N_T} \frac{j_{i,i}}{(\mu_k + \sigma_{i,i})^2} = P_k \quad (5.38)$$

où $j_{i,i}$ et $\sigma_{i,i}$ sont les i ème coefficients diagonaux de \mathbf{J}_k et $\boldsymbol{\Sigma}_k$ respectivement. Le terme à gauche de l'équation (5.38) est une fonction de μ_k monotone décroissante. Ainsi, il existe une seule valeur réelle non nulle de μ_k satisfaisant (5.38), sinon, $\mu_k = 0$.

5.A.2 Cas d'une contrainte de puissance globale

Les conditions KKT résultantes de la fonction de Lagrange \mathcal{L}_2 en (5.15) peuvent être exprimées de façons différentes par

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \hat{\mathbf{H}}_k \hat{\mathbf{F}}_k &= \left[\sum_{i=1}^K \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} \hat{\mathbf{H}}_i \hat{\mathbf{F}}_i \hat{\mathbf{F}}_i^\dagger \hat{\mathbf{H}}_i^\dagger \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} + \sum_{i=1}^K \sigma_{d,i}^2 \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} \hat{\mathbf{H}}_i \hat{\mathbf{H}}_i^\dagger \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_R} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i=1}^K \text{tr}(\mathbf{R}_{N_i} \hat{\mathbf{F}}_i \hat{\mathbf{F}}_i^\dagger) \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} \boldsymbol{\Sigma}_{E_i} + \sum_{i=1}^K \sigma_{d,i}^2 \text{tr}(\mathbf{R}_{N_i}) \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} \boldsymbol{\Sigma}_{E_i} \right] \mathbf{G}_k^\dagger \end{aligned} \quad (5.39)$$

$$\hat{\mathbf{H}}_k^\dagger \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \mathbf{G}_k^\dagger = \left[\sum_{i=1}^K \hat{\mathbf{H}}_i^\dagger \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \mathbf{G}_i^\dagger \mathbf{G}_i \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \hat{\mathbf{H}}_k + \mu \mathbf{I}_{N_k} + \sum_{i=1}^K \text{tr}(\mathbf{G}_i \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \boldsymbol{\Sigma}_{E_k} \mathbf{G}_i^\dagger) \mathbf{R}_{N_k} \right] \hat{\mathbf{F}}_k. \quad (5.40)$$

Ainsi, en pré-multipliant (5.39) par \mathbf{G}_k et (5.40) par $\hat{\mathbf{F}}_k^\dagger$, on obtient

$$\mathbf{G}_k \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \hat{\mathbf{H}}_k \hat{\mathbf{F}}_k = \mathbf{G}_k \left[\sum_{i=1}^K \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} \hat{\mathbf{H}}_i \hat{\mathbf{F}}_i \hat{\mathbf{F}}_i^\dagger \hat{\mathbf{H}}_i^\dagger \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} + \sum_{i=1}^K \sigma_{d,i}^2 \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} \hat{\mathbf{H}}_i \hat{\mathbf{H}}_i^\dagger \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_R} \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^K \text{tr}(\mathbf{R}_{N_i} \hat{\mathbf{F}}_i \hat{\mathbf{F}}_i^\dagger) \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} \boldsymbol{\Sigma}_{E_i} + \sum_{i=1}^K \sigma_{d,i}^2 \text{tr}(\mathbf{R}_{N_i}) \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} \boldsymbol{\Sigma}_{E_i} \right] \mathbf{G}_k^\dagger \quad (5.41)$$

$$\hat{\mathbf{F}}_k^\dagger \hat{\mathbf{H}}_k^\dagger \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \mathbf{G}_k^\dagger = \hat{\mathbf{F}}_k^\dagger \left[\sum_{i=1}^K \hat{\mathbf{H}}_i^\dagger \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} \mathbf{G}_i^\dagger \mathbf{G}_i \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \hat{\mathbf{H}}_k + \mu \mathbf{I}_{N_k} + \sum_{i=1}^K \text{tr}(\mathbf{G}_i \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \boldsymbol{\Sigma}_{E_k} \mathbf{G}_i^\dagger) \mathbf{R}_{N_k} \right] \hat{\mathbf{F}}_k. \quad (5.42)$$

puis on applique l'opérateur Hermitien à (5.42). Ensuite en sommant sur $k = 1 \dots K$ puis en prenant la trace des équations ci-dessus, on peut égaliser les deux équations menant au résultat attendu, soit

$$\mu = \frac{1}{P} \text{tr} \left[\left(\sum_{k=1}^K \mathbf{G}_k \mathbf{G}_k^\dagger \right) \left(\sigma_n^2 \mathbf{I} + \sum_{i=1}^K \sigma_{d,i}^2 \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} \hat{\mathbf{H}}_i \hat{\mathbf{H}}_i^\dagger \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} + \sum_{i=1}^K \sigma_{d,i}^2 \text{tr}(\mathbf{R}_{N_i}) \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_i} \boldsymbol{\Sigma}_{E_i} \right) \right] \quad (5.43)$$

5.B Borne atteignable de la capacité-somme

Avant de commencer, on fait un bref rappel sur l'espérance mathématique d'une forme quadratique [80], définie telle que $\mathbb{E}_{\mathbf{x}}[\mathbf{x}^\dagger \mathbf{A} \mathbf{x}] = \text{tr}(\boldsymbol{\Sigma} \mathbf{A}) + \mathbf{m}^\dagger \mathbf{A} \mathbf{m}$ si $\mathbf{x} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{m}, \boldsymbol{\Sigma})$. Cette relation est utilisée dans cette annexe pour le calcul de (5.49).

Dans cette annexe, on redémontre la borne atteignable de la capacité. En effet, le signal reçu \mathbf{y} étant linéairement dépendant des entrées du canal, l'information mutuelle ne possède pas de solution analytique. La démonstration est conduite pour un quelconque ensemble $S \subseteq \{1, \dots, K\}$. De cette manière, la région de capacité pour un système MAC est aisément déduit.

L'information mutuelle $I(\mathbf{y}; \mathbf{x}_S | \mathbf{x}_{\bar{S}}, \hat{\mathbf{H}})$ se décompose comme suit

$$I(\mathbf{y}; \mathbf{x}_S | \mathbf{x}_{\bar{S}}, \hat{\mathbf{H}}) = H(\mathbf{x}_S | \mathbf{x}_{\bar{S}}, \hat{\mathbf{H}}) - H(\mathbf{x}_{\bar{S}} | \mathbf{y}, \mathbf{x}_{\bar{S}}, \hat{\mathbf{H}}), \quad (5.44)$$

avec \mathbf{x}_S et $\mathbf{x}_{\bar{S}}$ les ensembles constitués de $\{\mathbf{x}_i\}_{i \in S}$ et $\{\mathbf{x}_j\}_{j \in \bar{S}}$, respectivement. Les entrées du canal étant considérées comme indépendantes, le conditionnement de l'entropie $H(\mathbf{x}_S | \mathbf{x}_{\bar{S}}, \hat{\mathbf{H}})$ peut être omis. Comme les entrées sont supposées Gaussiennes, l'entropie de \mathbf{x}_S est donnée par $H(\mathbf{x}_S) = \sum_{i \in S} \log_2 |\pi e^{\boldsymbol{\Theta}_{\mathbf{x}_i}}|$. Utilisant la relation en chaîne de l'entropie, le deuxième terme du second membre de (5.44) se décompose en une somme d'entropies

$$H(\mathbf{x}_{\bar{S}} | \mathbf{y}, \mathbf{x}_{\bar{S}}, \hat{\mathbf{H}}) = \sum_{i=1}^{|\bar{S}|} H(\mathbf{x}_{S[i]} | \mathbf{y}, \mathbf{x}_{\bar{S}}, \mathbf{x}_{S[i-1]}, \dots, \mathbf{x}_{S[1]}, \hat{\mathbf{H}}), \quad (5.45)$$

en supposant l'ordre croissant de décodage (sans perdre de généralité). Par simplicité on pose $\bar{S}_i = \bar{S} \cup \{S[i-1]\} \cup \dots \cup \{S[1]\}$ avec $S[i]$ le i ème élément de S . En ajoutant une constante dans chaque terme différentiel précédent, l'entropie reste inchangée. En réduisant le conditionnement, on obtient alors une borne supérieure

$$H(\mathbf{x}_S | \mathbf{y}, \mathbf{x}_{\bar{S}}, \hat{\mathbf{H}}) \leq \sum_{i \in S} H(\mathbf{x}_i - \mathbf{F}_i \tilde{\mathbf{y}}_{S_i} | \mathbf{x}_{\bar{S}_i}, \hat{\mathbf{H}}), \quad (5.46)$$

avec $\tilde{\mathbf{y}}_{S_i}$, le signal reçu après soustraction des entrées connues,

$$\tilde{\mathbf{y}}_{S_i} = \mathbf{y} - \sum_{j \in \bar{S}_i} \Sigma_{\Delta_j} \hat{\mathbf{H}}_j \mathbf{x}_j. \quad (5.47)$$

Sachant que l'entropie d'une variable aléatoire est maximisée pour une distribution Gaussienne, (5.46) est donc bornée supérieurement et exprimée en fonction des matrices de covariance $\mathbb{E}[(\mathbf{x}_i - \mathbf{F}_i \tilde{\mathbf{y}}_{S_i})(\mathbf{x}_i - \mathbf{F}_i \tilde{\mathbf{y}}_{S_i})^\dagger]$. Soit \mathbf{F}_i tel que l'estimée MMSE de \mathbf{x}_i est donnée par $\mathbf{F}_i \tilde{\mathbf{y}}_{S_i}$,

$$\mathbf{F}_i = \Theta_{\mathbf{x}_i} \hat{\mathbf{H}}_i^\dagger \Sigma_{\Delta_i} \left(\sum_{j \in \bar{S}_i} \Sigma_{\Delta_j} \hat{\mathbf{H}}_j \Theta_{\mathbf{x}_j} \hat{\mathbf{H}}_j^\dagger \Sigma_{\Delta_j} + \Sigma_{S_i} \right)^{-1}. \quad (5.48)$$

avec Σ_{S_i} la matrice de covariance du bruit additif Gaussien résultant de l'incertitude d'estimation de chaque utilisateur en plus du bruit blanc. Ainsi, son expression s'écrit

$$\begin{aligned} \Sigma_{S_i} &= \Sigma_0 + \sum_{k \in S_i} \text{tr}(\mathbf{R}_{N_k} \hat{\mathbf{F}}_k \hat{\mathbf{F}}_k^\dagger) \Sigma_{\Delta_k} \Sigma_{E_k} + \sum_{j \in \bar{S}_i} \text{tr}(\mathbf{R}_{N_j} \hat{\mathbf{F}}_j \mathbf{x}_j \mathbf{x}_j^\dagger \hat{\mathbf{F}}_j^\dagger) \Sigma_{\Delta_j} \Sigma_{E_j} \\ &+ \sum_{k \in S_i} \sigma_{d,k}^2 \Sigma_{\Delta_k} \hat{\mathbf{H}}_k \hat{\mathbf{H}}_k^\dagger \Sigma_{\Delta_k} + \sum_{j \in \bar{S}_i} \sigma_{d,j}^2 \text{tr}(\mathbf{x}_j \mathbf{x}_j^\dagger) \Sigma_{\Delta_j} \hat{\mathbf{H}}_j \hat{\mathbf{H}}_j^\dagger \Sigma_{\Delta_j} \\ &+ \sum_{k \in S_i} \sigma_{d,k}^2 \text{tr}(\mathbf{R}_{N_k}) \Sigma_{\Delta_k} \Sigma_{E_k} + \sum_{j \in \bar{S}_i} \sigma_{d,j}^2 \text{tr}(\mathbf{R}_{N_j}) \text{tr}(\mathbf{x}_j \mathbf{x}_j^\dagger) \Sigma_{\Delta_j} \Sigma_{E_j} \end{aligned} \quad (5.49)$$

Finalement en combinant les expressions de (5.44) à (5.48), on obtient une borne atteignable de l'information mutuelle conjointe $I(\mathbf{y}; \mathbf{x}_S | \mathbf{x}_{\bar{S}}, \hat{\mathbf{H}})$ des utilisateurs contenus dans S après l'observation de ceux contenus dans \bar{S} . La borne inférieure calculée s'exprime par

$$I(\mathbf{y}; \mathbf{x}_S | \mathbf{x}_{\bar{S}}, \hat{\mathbf{H}}) \geq \sum_{i \in S} \log_2 \left| \mathbf{I} + \hat{\mathbf{H}}_i^\dagger \Sigma_{\Delta_i} \left(\mathbf{I} + \sum_{j \in S_i, j \neq i} \Sigma_{S_i}^{-1} \Sigma_{\Delta_j} \hat{\mathbf{H}}_j \Theta_{\mathbf{x}_j} \hat{\mathbf{H}}_j^\dagger \Sigma_{\Delta_j} \right)^{-1} \Sigma_{S_i}^{-1} \Sigma_{\Delta_i} \hat{\mathbf{H}}_i \Theta_{\mathbf{x}_i} \right| \quad (5.50)$$

Notons $I_{low}(\mathbf{y}; \mathbf{x}_S | \mathbf{x}_{\bar{S}}, \hat{\mathbf{H}})$ la borne atteignable de la capacité exprimée par (5.50).

5.C Preuve des vecteurs propres optimaux pour la CDI

Si chaque utilisateur connaît la statistique du deuxième ordre de son canal de propagation, alors la matrice de précodage optimale s'écrit alors sous la forme $\hat{\mathbf{F}}_k = \mathbf{V}_k \mathbf{\Lambda}_k$ où \mathbf{V}_k correspond aux vecteurs propres de \mathbf{R}_{N_k} et $\mathbf{\Lambda}_k$ est l'allocation de puissance quantifiée.

Pour preuve, on remplace \mathbf{R}_{N_k} dans (5.24) par sa décomposition SVD amenant à l'équation

$$\max_{\{\hat{\mathbf{F}}_k\}_{k=1}^K} \mathbb{E}_{\hat{\mathbf{H}}} \left[\log_2 \det \left(\mathbf{I} + \mathbf{T}^{-1} \sum_{k=1}^K \Sigma_{\Delta_k} (\mathbf{R}_{N_R}^{1/2} \mathbf{H}_{W,k} + \mathbf{E}_{k,w}) \Upsilon_k \mathbf{V}_k^\dagger \hat{\mathbf{F}}_k \hat{\mathbf{F}}_k^\dagger \mathbf{V}_k \Upsilon_k (\mathbf{R}_{N_R}^{1/2} \mathbf{H}_{W,k} + \mathbf{E}_{k,w})^\dagger \Sigma_{\Delta_k} \right) \right] \quad (5.51)$$

puisque les matrices aléatoires $\mathbf{H}_{W,k} \mathbf{V}_k$ et $\mathbf{H}_{W,k}$ ont la même distribution [3]. Si la matrice $\Upsilon_k \mathbf{V}_k^\dagger \hat{\mathbf{F}}_k \hat{\mathbf{F}}_k^\dagger \mathbf{V}_k \Upsilon_k$ admet une décomposition SVD de la forme $\mathbf{U}_k \mathbf{\Xi}_k \mathbf{U}_k^\dagger$, alors le problème d'opti-

misation se réécrit tel que

$$\max_{\{\hat{\mathbf{F}}_k\}_{k=1}^K} \mathbb{E}_{\hat{\mathbf{H}}} \left[\log_2 \det \left(\mathbf{I} + \mathbf{T}^{-1} \sum_{k=1}^K \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} (\mathbf{R}_{N_R}^{1/2} \mathbf{H}_{W,k} + \mathbf{E}_{k,w}) \mathbf{U}_k \boldsymbol{\Xi}_k \mathbf{U}_k^\dagger (\mathbf{R}_{N_R}^{1/2} \mathbf{H}_{W,k} + \mathbf{E}_{k,w})^\dagger \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \right) \right] \quad (5.52)$$

$$= \max_{\{\hat{\mathbf{F}}_k\}_{k=1}^K} \mathbb{E}_{\hat{\mathbf{H}}} \left[\log_2 \det \left(\mathbf{I} + \mathbf{T}^{-1} \sum_{k=1}^K \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} (\mathbf{R}_{N_R}^{1/2} \mathbf{H}_{W,k} + \mathbf{E}_{k,w}) \boldsymbol{\Xi}_k (\mathbf{R}_{N_R}^{1/2} \mathbf{H}_{W,k} + \mathbf{E}_{k,w})^\dagger \boldsymbol{\Sigma}_{\Delta_k} \right) \right] \quad (5.53)$$

où la relation d'égalité utilise le fait que les matrices aléatoires $\mathbf{H}_{W,k} \mathbf{U}_k$ et $\mathbf{H}_{W,k}$ ont la même distribution. La contrainte de puissance devient $\text{tr}(\hat{\mathbf{F}}_k \hat{\mathbf{F}}_k^\dagger) = \text{tr}(\mathbf{U}_k^\dagger \boldsymbol{\Upsilon}_k^{-2} \mathbf{U}_k \boldsymbol{\Xi}_k)$. D'après [82], l'inégalité suivante est satisfaite

$$\text{tr}(\boldsymbol{\Upsilon}_k^{-2} \boldsymbol{\Xi}_k) \leq \text{tr}(\mathbf{U}_k^\dagger \boldsymbol{\Upsilon}_k^{-2} \mathbf{U}_k \boldsymbol{\Xi}_k) \leq P_k.$$

Cela signifie que choisir $\mathbf{U}_k = \mathbf{I}$ permet de toujours satisfaire la contrainte de puissance. On arrive ainsi au résultat voulu où

$$\hat{\mathbf{F}}_k = \mathbf{V}_k \boldsymbol{\Upsilon}_k^{-1} \boldsymbol{\Xi}_k^{1/2} \quad (5.54)$$

$$\triangleq \mathbf{V}_k \boldsymbol{\Lambda}_k \quad (5.55)$$

Chapitre 6

Quantification multi-niveaux de la voie de retour pour des liens bruités

6.1 Introduction

Les chapitres précédents supposaient une voie de retour partielle sans erreur. La voie de retour est vraisemblablement sujette aux mêmes caractéristiques (citons par exemple, le bruit additif, les évanouissements, le retard...) que la voie directe de transmission des données ; l'extension d'un modèle de feedback bruité et non fiable s'avère donc judicieux. En effet, le design d'encodeurs optimisés sera d'autant plus robuste que le schéma de transmission prendra en compte des paramètres réalistes.

Plusieurs stratégies (numériques) de feedback quantifié ont été proposées pour des systèmes MIMO mono-utilisateur [47, 53, 48] en faisant l'hypothèse d'une contrainte de bande passante limitée. Cela signifie qu'un nombre fini de bits peut être retourné à l'émetteur pour transmettre une connaissance partielle du canal. Une approche fréquente utilise une quantification vectorielle, et le CSI quantifié à envoyer est choisi parmi un *codebook* prédéfini. Dans le cas d'une communication point à point, [83] étudie la définition d'un *codebook* optimisé. Cependant, cette opération est une tâche difficile puisque l'invariance des fonctions à compresser doit être utilisée afin de réduire la distorsion et le nombre de paramètres à quantifier [50].

Au contraire de nombreux travaux sur le feedback incertain, la littérature s'intéresse peu aux canaux de retour réalistes avec des erreurs de transmission. Dans cette perspective cependant, [84]

considère des canaux à effacements de paquets à la fois sur les liens directs et de retour. Ce faisant, il a été montré que les performances avec un feedback sans erreur pouvaient être atteintes même en se servant d'un lien de retour non fiable. Toutefois, ce travail focalise seulement sa fiabilité sur l'envoi d'accusé de réception d'un décodage sans erreur à la réception. L'adaptation aux conditions instantanées du canal est étudiée en [85, 86]. Pour ce dernier, le lien de retour est modélisé par un canal binaire symétrique où la probabilité d'erreurs dépend à la fois de la réalisation du canal direct et de la puissance émise dans le lien de retour. Le but des auteurs est de maximiser le taux de transmission moyen pour une transmission directe mono-antenne à évanouissements lents. Cette optimisation passe par la définition d'un quantifieur scalaire optimal incorporant les erreurs de feedback. Une telle approche ne s'étend pas facilement au cas des canaux MIMO car dans ce cas les besoins en feedback augmentent rapidement. Ce chapitre se propose de répondre alors à la question suivante : comment modéliser l'incertitude de la voie de retour afin de permettre la définition d'un système efficace partageant des ressources limitées ?

On dérive tout d'abord une définition mono-lettre de l'expression de la capacité d'un canal général sans mémoire avec un raffinement successif du CSI en présence d'un feedback erroné multi-niveaux. La notion de feedback multi-niveaux a été abordée en [87–89] dans un contexte différent. Dans ce chapitre, le concept de multi-niveaux permet à l'encodeur (du lien direct) d'avoir une connaissance partielle du CSI raffinée par la réception de bits supplémentaires de feedback. On s'intéresse ensuite à un canal MIMO mono-utilisateur et on évalue le taux de coupure maximal atteint avec un CSI imparfait ; on calcule donc la capacité de coupure induite par les erreurs d'estimation (cf. [90]). Le lien de retour fait l'hypothèse d'une transmission SISO sur un canal à évanouissements plats. L'information de retour est transmise à l'aide de schémas de modulation et codage simples. On étudie également l'allocation optimale de la puissance et des bits.

Le reste de ce chapitre est organisé de la manière suivante. Le § 6.2 formalise le problème et expose le théorème de codage. L'application à un canal MIMO est décrite au sein du § 6.3. Le scénario envisagé considère une connaissance en réception du niveau de feedback utilisé. En § 6.4 la forme du signal transmis est définie afin de déterminer la formulation de la capacité de coupure. Les simulations numériques fournissent le taux de coupure atteignable dans les hypothèses et le modèle d'incertitudes proposés.

6.2 Définition du problème et résultats principaux

6.2.1 Définition du problème

Le problème de communication étudié considère une transmission sur un canal, où l'encodeur peut se servir de l'information reçue, par exemple un CSIT partiel, pour augmenter le débit de la transmission. Un message $m \in \mathcal{M}_n = \{1, \dots, M_n\}$ avec $M_n = \lfloor 2^{(nR)} \rfloor$ est envoyé sur le canal sans mémoire, c.-à-d. défini par une probabilité de transition notée $\{W_\theta^{(n)}(y|x)\}_{n=1}^\infty$ où R est le

rendement de l'information envoyée sur le canal de transmission. On suppose que les états du canal $\theta \in \Theta$, connus ni du récepteur ni de l'émetteur, sont constants; ils sont aussi supposés i.i.d. et obéissant à une distribution de probabilité notée ψ_θ . Le récepteur connaît uniquement une estimée du canal $\hat{\theta}$ et les caractéristiques de l'estimateur sur ses performances en termes de pdf conditionnelle $\psi_{\theta|\hat{\theta}}$ (obtenue grâce à la distribution *a priori* ψ_θ). Le récepteur quantifie cette estimée en utilisant T -niveaux de quantification hiérarchique, c.-à-d. les différentes qualités de l'information quantifiée sont successivement raffinées durant la transmission d'un seul mot de code. L'information multi-niveaux est envoyée à l'émetteur sous la forme de T -couches; chacune d'entre elles comporte n_{FB} ($\ll n$) utilisations canal d'un lien de feedback non fiable. En effet, la voie de retour joue le rôle d'un canal à effacements où la probabilité de transmission correcte de $\tilde{\theta}_t$ est λ_t . Le cas où aucune couche de feedback n'est transmise avec succès a la probabilité $\lambda_0 = 1 - \sum_{t=1}^T \lambda_t$. Les couches ultérieures raffinent successivement le CSI avec le risque d'une plus grande vulnérabilité aux erreurs. L'encodeur possède ainsi un nombre fini d'états du CSIT $\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_T$. On définit $\tilde{\theta}_t = (\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_t)$ comme le t ième vecteur de CSI quantifié disponible à l'encodeur lors de l'étape $t \in \{1, \dots, T\}$.

Un code en bloc (\mathcal{M}_n, n) de longueur n pour le canal considéré est défini par :

- (i) une fonction de division de rendements, convertissant le message $m \in \mathcal{M}_n$ en une séquence de messages $\{m_t \in \mathcal{M}_{n,t}\}_{t=0}^T$,
- (ii) les fonctions d'encodage (qui utilisent le t ième vecteur de CSI quantifié) :

$$\begin{cases} \varphi_0 : \mathcal{M}_{n,0} \mapsto \mathcal{X}^{\lfloor n \lambda_0 \rfloor} & \text{si } t = 0, \\ \varphi_t : \mathcal{M}_{n,0} \times \dots \times \mathcal{M}_{n,t} \times \Theta^t \mapsto \mathcal{X}^{\lfloor n \lambda_t \rfloor} & \text{si } t > 0, \end{cases} \quad (6.1)$$

- (iii) la fonction de décodage $\phi : \mathcal{Y}^n \times \Theta \mapsto \mathcal{M}_n$ (qui utilise $\hat{\theta}$). Chaque mot de code est sujet à une contrainte de coût (contrainte de puissance généralisée) $\sum_{m=1}^{M_n} \sum_{t=0}^T \{\Phi(\varphi_t(m, \tilde{\theta}_t))\} \leq nP_{\text{data}}$ où $\Phi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \Phi(x_i)$ et $\Phi : \mathcal{X} \mapsto \mathbb{R}_+$.

Le rendement R est atteignable si pour n'importe quel $\epsilon > 0$ et n suffisamment grand, il existe un code en bloc (\mathcal{M}_n, n) pour un encodeur possédant une information partielle $(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_T)$ et un décodeur ayant une estimée de canal $\hat{\theta}$. La capacité de coupure induite par les incertitudes (*EIO capacity*) [90] pour le scénario considéré est donc définie comme le suprémum de tous les rendements atteignables pour $(1 - \gamma)\%$ des estimées du canal (c.-à-d. tous les rendements pour lesquels la probabilité d'erreurs peut être considérée comme arbitrairement faible). Dans la suite de ce chapitre, le scénario de communication considère que le niveau courant de CSIT disponible à l'émetteur est connu du récepteur grâce à l'envoi d'un accusé de réception.

6.2.2 Théorème de codage

Le théorème de codage évaluant la capacité EIO en présence d'un raffinement successif du feedback est maintenant exposé. Ce résultat principal est dérivé de [91] dans lequel chaque niveau

d'information du feedback est un cas particulier de l'information auxiliaire.

Théorème 1. *Etant donnée une probabilité de coupure $\gamma \in [0, 1]$, si le récepteur connaît le niveau de feedback utilisé par l'encodeur, la capacité EIO [90] d'un canal $W_\theta(y|x)$ avec un CSI imparfait en réception et un raffinement successif du CSI à l'émetteur est donnée par*

$$C_{EIO}^{(info)}(P_{data}, W_\theta, \underline{\lambda}, \tilde{\underline{\theta}}, \gamma) = \sum_{t=0}^T \lambda_t \sup_{P \in P_{UX|\tilde{\underline{\theta}}}} \sup_{\Lambda \subset \Theta: \Pr_{\theta|\tilde{\theta}}^{(t)}(\Lambda|\tilde{\theta}_t) \geq 1-\gamma} \inf_{\theta \in \Lambda} I(U_t; Y_{\theta,t}), \quad (6.2)$$

où la distribution conjointe des entrées $\mathcal{Q}^{(info)}(P_{data}) = \{P_{UX|\tilde{\underline{\theta}}}^{(t)}(u, x|\tilde{\underline{\theta}}) = P_{X|U\tilde{\underline{\theta}}}^{(t)}(x|u_t, \tilde{\underline{\theta}}_t)P_U(u_t) : \sum_{t=0}^T \lambda_t \mathbb{E}_{X_t}\{\Phi(x)\} \leq P_{data}, t = 0, \dots, T\}$, $\Pr_{\theta|\tilde{\theta}}^{(0)} = \psi_\theta$ et

$$P_{X|U\tilde{\underline{\theta}}}^{(t)}(x|u_t, \tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_t) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = f_t(u_t, \tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_t) \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

avec $\underline{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_T)$ les probabilités de transmission sans erreur des niveaux de feedback et $\{f_t\}_{t=0}^T$ les fonctions de précodage.

La preuve de ce théorème est obtenue en combinant les travaux de [91] et de [90].

Remarques :

- (i) l'information mutuelle $I(U_t; Y_{\theta,t})$ est calculée en utilisant $P_{X|U\tilde{\underline{\theta}}}^{(t)}(x|u_t, \tilde{\underline{\theta}})$,
- (ii) u_t la variable aléatoire auxiliaire au t ème niveau permet à l'émetteur d'implémenter une stratégie de précodage établie sur le niveau courant de feedback disponible $(\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_t)$, connu au récepteur,
- (ii) $T + 1$ codebooks sont nécessaires pour encoder le message à transmettre.

Dans la suite, on étudie le cas d'un canal MIMO à évanouissements plats par bloc mono-utilisateur. L'accent est mis sur la détermination de la distribution optimale conjointe des entrées et des fonctions de précodage.

6.3 Application aux canaux MIMO à évanouissements

L'expression de la capacité donnée par (6.2) est évaluée dans le cas d'un canal MIMO avec CSI imparfait en réception et raffinement successif du CSI à l'émetteur. La transmission s'effectue sur un canal à bande limitée de Rayleigh à évanouissements plats par bloc avec N_T antennes émettrices et N_R antennes réceptrices. Le temps de cohérence du canal dure L utilisations canal. Le signal reçu, noté $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{N_R}$, permet d'écrire le canal sous la forme

$$W_{\mathbf{H}}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = \mathcal{CN}(\mathbf{H}\mathbf{x}, \Sigma_{\mathbf{n}}), \quad (6.3)$$

où $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N_T}$ est le vecteur du signal transmis et la matrice de canal $\theta = \mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$ est supposée constante durant la transmission de chaque mot de code. Les entrées de \mathbf{H} sont i.i.d. complexes

Gaussiennes à symétrie circulaire de moyenne nulle et de covariance $\Sigma_{\mathbf{H}} = \sigma_H^2 \mathbf{I}_{N_R}$. Le bruit additif est complexe Gaussien i.i.d. à symétrie circulaire de moyenne nulle et de covariance $\Sigma_{\mathbf{n}} = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_R}$.

6.3.1 Modélisation de la voie de retour

Jusqu'à la fin de ce chapitre on considère que les transmissions sur le lien de retour s'effectuent à travers un canal SISO de Rayleigh à évanouissements plats. De plus, on fait l'hypothèse d'une transmission de feedback de faible complexité. Le CSIT est envoyé selon des schémas simples de modulations codées ou non codées, et le raffinement successif utilise des transmissions indépendantes. Ce modèle de communication est justifié par des opérations d'encodage/décodage simples, tandis qu'un canal multi-antennes avec un codage espace-temps occasionnerait une complexité plus importante. A la sortie de ce canal de retour, l'encodeur reçoit le t ème vecteur d'information quantifié $\tilde{\theta}_t = \tilde{\mathbf{H}}_t$. La qualité de la quantification dépend du rendement de la transmission $R_{\text{FB},t}$ (en bits par utilisation canal), qui est une fonction de la constellation choisie, du taux de codage, du taux de quantification $R_{Q,t}$ et du nombre de valeurs à quantifier N_{values} . Le rendement de la voie de retour est donné par

$$R_{\text{FB},t} = \frac{N_{\text{values}} R_{Q,t}}{n_{\text{FB}}}. \quad (6.4)$$

La méthode de quantification utilisée (scalaire, vectorielle ou matricielle) fait varier N_{values} . Ainsi, en considérant une quantification scalaire de chaque entrée de la matrice (partie réelle et imaginaire), $N_{\text{values}} = 2N_R N_T$. En revanche, une quantification matricielle impose $N_{\text{values}} = 1$. Ce schéma de codage de la voie de retour implique un nombre total de bits égal à $n_{\text{FB}} \sum_{t=1}^T R_{\text{FB},t}$, ce qui représente un lien bas débit garantissant une faible complexité. On pourra négliger le délai de transmission puisque l'on suppose $n_{\text{FB}} \ll n$. En fait dans la suite, notre mesure d'intérêt est $R_{Q,t}$ associé à la mesure de la distorsion.

L'envoi de l'information quantifiée sur le canal de feedback bruité induit des erreurs à chaque niveau $t \in [1, T]$, qui sont fonction du coefficient d'évanouissement h_{FB} , du $\text{SNR}_{\text{FB},t}$ et d'autres dépendant du schéma de codage utilisé. En particulier, pour une modulation codée en treillis, la probabilité d'erreur est donnée par la distance libre $d_{\text{free},t}$ et le nombre de voisins les plus proches $N_{\text{free},t}$. Soit $\bar{P}_{e,t} = \mathbb{E}_{h_{\text{FB}}} \{P_{e,t}(d_{\text{free},t}, N_{\text{free},t}, \text{SNR}_{\text{FB},t})\}$ la probabilité d'erreurs par symbole en décodant le t ème niveau d'information, la probabilité de succès d'avoir $\tilde{\theta}_t = (\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_t)$ est alors donnée, $\forall t > 1$, par

$$\lambda_t(\bar{P}_{e,t}) = \lambda_{t-1}(\bar{P}_{e,t-1}) \left(1 - \bar{P}_{e,t}\right)^{n_{\text{FB}}} \quad (6.5)$$

avec $\lambda_1(\bar{P}_{e,t=1}) = (1 - \bar{P}_{e,1})^{n_{\text{FB}}}$ et sous la contrainte $\sum_{t=0}^T \text{SNR}_{\text{FB},t} = \overline{\text{SNR}}_{\text{FB}}$. Il convient de noter que l'expression de la capacité de coupure en (6.2) dépend uniquement de la fiabilité de la voie de retour, par l'intermédiaire de l'ensemble $\{\lambda_t\}_{t=1}^T$ des probabilités de transmission (du feedback) sans erreur et de λ_0 où aucun CSI n'est disponible à l'émetteur.

6.3.2 Estimation du canal en réception

Une estimée du canal $\hat{\theta} = \hat{\mathbf{H}}$ est obtenue au niveau du récepteur pendant la phase d'apprentissage. En effet avant de transmettre les données, l'émetteur envoie au récepteur une séquence de L_{tr} vecteurs pilotes $\mathbf{X}_T = (\mathbf{x}_{T,1}, \dots, \mathbf{x}_{T,L_{\text{tr}}})$ de symboles connus, où L_{tr} est supposé beaucoup plus petit que le temps de cohérence du canal. L'énergie moyenne de cette séquence est donnée par $P_{\text{tr}} = \frac{1}{L_{\text{tr}}N_T} \text{tr}(\mathbf{X}_T \mathbf{X}_T^\dagger)$. Le signal reçu correspondant s'écrit $\mathbf{Y}_T = \mathbf{H}\mathbf{X}_T + \mathbf{N}_T$ et permet une détection ML. Comme pour estimer \mathbf{H} il faut au moins $N_R N_T$ échantillons, et que chaque symbole en apporte N_R , on a la relation $L_{\text{tr}} \geq N_T$ si la matrice \mathbf{X}_T est de rang plein.

Cela conduit à $\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{H} + \mathbf{E}$, où \mathbf{E} est la matrice d'erreurs d'estimation spatialement blanche (pour \mathbf{X}_T orthogonal). Sa variance est $\sigma_E^2 = \text{SNR}_T^{-1}$ avec $\text{SNR}_T = \frac{L_{\text{tr}} P_{\text{tr}}}{\sigma_n^2}$. Par conséquent, la pdf conditionnelle de $\hat{\mathbf{H}}$ sachant \mathbf{H} est égale à $\psi_{\hat{\mathbf{H}}|\mathbf{H}} = \mathcal{CN}(\mathbf{H}, \mathbf{I}_{N_T} \otimes \Sigma_{\mathbf{E}})$ avec $\Sigma_{\mathbf{E}} = \sigma_E^2 \mathbf{I}_{N_R}$. Ainsi, la pdf *a posteriori* $\psi_{\mathbf{H}|\hat{\mathbf{H}}}$ peut être dérivée (après quelques calculs intermédiaires) de $\psi_{\hat{\mathbf{H}}|\mathbf{H}}$ et $\psi_{\mathbf{H}}$, et s'exprime par

$$\psi_{\mathbf{H}|\hat{\mathbf{H}}} = \mathcal{CN}(\Sigma_{\Delta} \hat{\mathbf{H}}, \mathbf{I}_{N_T} \otimes \Sigma_{\Delta} \Sigma_{\mathbf{E}}), \quad (6.6)$$

où $\Sigma_{\Delta} = \Sigma_{\mathbf{H}} (\Sigma_{\mathbf{H}} + \Sigma_{\mathbf{E}})^{-1} = \delta \mathbf{I}_{N_R}$ et $\delta = \frac{\sigma_{\mathbf{H}}^2}{\sigma_{\mathbf{H}}^2 + \sigma_{\mathbf{E}}^2}$.

Ensuite en moyennant les réalisations réelles (mais inconnues), de pdf conditionnelle $W_{\mathbf{H}}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = \mathcal{CN}(\mathbf{H}\mathbf{x}, \Sigma_{\mathbf{n}})$ sur toutes les erreurs d'estimation, le canal composite est obtenu

$$\widehat{W}_{\hat{\mathbf{H}}}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = \mathcal{CN}(\delta \hat{\mathbf{H}}\mathbf{x}, \delta \Sigma_{\mathbf{E}} \|\mathbf{x}\|^2 + \Sigma_{\mathbf{n}}) \quad (6.7)$$

6.3.3 Feedback quantifié avec raffinement successif

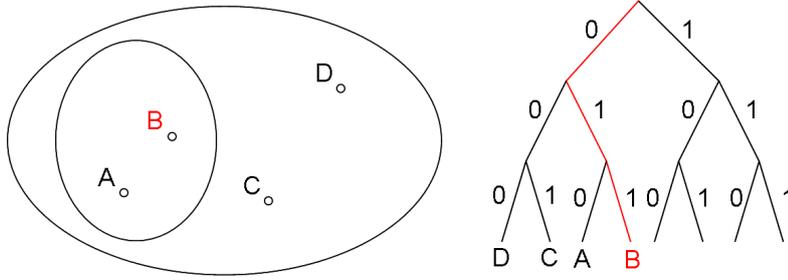


FIG. 6.1 – Principe d'une quantification hiérarchique.

On présente maintenant le modèle de raffinement successif de l'information utilisé pour la quantification en t -niveaux de l'estimée du canal. Ce modèle utilise une quantification hiérarchique dont le principe est rappelé sur la Fig. 6.1. On fait l'hypothèse d'avoir comme mesure de distorsion, l'erreur quadratique moyenne, une des plus populaires à cause de sa simplicité. Ainsi, la théorie de la distorsion des rendements fournit un modèle probabiliste de quantification avec raffinement de l'information [92]. Les relations suivantes, caractérisant la précision du CSI au t ème niveau, font

apparaître clairement le processus de Markov

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{H}}_t = \tilde{\mathbf{H}}_{t-1} + \mathcal{Q}_t[\tilde{\mathbf{E}}_{t-1}], \\ \tilde{\mathbf{E}}_{t-1} = \hat{\mathbf{H}} - \tilde{\mathbf{H}}_{t-1}, \end{cases} \quad (6.8)$$

où $\tilde{\mathbf{E}}_{t-1}$ est la matrice d'erreurs de quantification de variance $\sigma_{Q_{t-1}}^2 > \sigma_{Q_t}^2$. La version quantifiée $\tilde{\mathbf{H}}_{t-1}$ de l'estimée du canal est encodée avec $R_{Q,1} + \dots + R_{Q,t-1}$ bits par valeur à quantifier, tel que

$$\sigma_{Q_{t-1}}^2 = 2^{-\frac{N_{\text{values}}(R_{Q,1} + \dots + R_{Q,t-1})}{N_R N_T}}. \quad (6.9)$$

Quant au quantifieur $\mathcal{Q}_t[\cdot]$ utilisé au niveau t , il a une dimension de $2^{\lfloor R_{Q,t} \rfloor}$. Selon les relations précédentes, la pdf conditionnelle de $\hat{\mathbf{H}}$ sachant $(\tilde{\mathbf{H}}_1, \dots, \tilde{\mathbf{H}}_t)$ peut être approximativement définie par

$$\psi_{\hat{\mathbf{H}}|\tilde{\mathbf{H}}_1 \dots \tilde{\mathbf{H}}_t} \approx \mathcal{CN}(\tilde{\mathbf{H}}_t, \mathbf{I}_{N_T} \otimes \sigma_{Q_t}^2 \mathbf{I}_{N_R}), \quad (6.10)$$

où $\sigma_{Q_t}^2$ est la variance de l'erreur de quantification exprimée pour chaque entrée **complexe** de la matrice associée. Cette variance dépend de la méthode choisie et du nombre de bits de quantification. Il convient de noter que la mesure de distorsion liée au MSE n'est pas obligatoirement la métrique optimale pour un design optimisé d'un quantifieur, qui maximiserait la capacité EIO. Cependant, elle permet d'avoir un problème facile à exprimer pour lequel la quantification optimale existe. Par ailleurs, la pdf Gaussienne de (6.10) implique une borne inférieure sur la capacité EIO. En utilisant les expressions (6.6) et (6.10), on peut calculer la pdf *a posteriori* de $\theta = \mathbf{H}$ (inconnu), nécessaire pour calculer la capacité EIO

$$\psi_{\mathbf{H}|\tilde{\mathbf{H}}_1 \dots \tilde{\mathbf{H}}_t} = \mathcal{CN}(\Sigma_{\Delta} \tilde{\mathbf{H}}_t, \mathbf{I}_{N_T} \otimes \Sigma_{\Delta} (\Sigma_{\mathbf{E}} + \sigma_{Q_t}^2 \Sigma_{\Delta})). \quad (6.11)$$

6.4 Détermination de la capacité de coupure

Cette partie présente les lignes directrices permettant de calculer la distribution optimisée conjointe des entrées du canal et sa capacité EIO correspondante, pour le scénario de communication envisagé. Le calcul de la capacité de coupure repose sur deux phases majeures : (i) pour un encodeur déterminé, mais dépendant d'un ensemble de paramètres à optimiser, on évalue la capacité EIO, et (ii) la valeur maximale de la capacité est atteinte en appliquant un waterfilling spatial utilisant la connaissance spécifique disponible à l'encodeur.

6.4.1 Formulation de la capacité de coupure induite par les incertitudes

La caractérisation de (6.2) dépend de l'ensemble $\mathcal{Q}^{(\text{info})}$. Il est donc nécessaire de définir les distributions de probabilité mises en jeu, pour une information de feedback multi-niveaux $\tilde{\mathbf{H}} =$

$(\tilde{\mathbf{H}}_1, \dots, \tilde{\mathbf{H}}_T)$. On choisit tout d'abord la distribution conditionnelle de \mathbf{x} telle que

$$P_{X|U\tilde{\mathbf{H}}_t}^{(t)}(\mathbf{x}|\mathbf{u}_t, \tilde{\mathbf{H}}_1, \dots, \tilde{\mathbf{H}}_t) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathbf{x} = \mathbf{u}_t \mathbf{A}_t \\ 0 & \text{autrement} \end{cases} \quad (6.12)$$

où $\mathbf{A}_t \in \mathbb{C}^{N_T \times N_T}$ est une fonction du niveau courant de feedback à l'émetteur $\tilde{\mathbf{H}}_t$, avec $\mathbf{A}_0 = \mathbf{I}_{N_T}$. Le signal transmis ne doit pas excéder la puissance P_{data} de façon à avoir

$$\text{tr} \left(\sum_{i=0}^T \lambda_i \mathbb{E}_{\mathbf{x}|t=i} \{ \mathbf{x} \mathbf{x}^\dagger \} \right) \leq P_{\text{data}}. \quad (6.13)$$

Les fonctions définissant (6.12) sont des fonctions de précodage qui dirigent le signal transmis dans des directions privilégiées. On définit ensuite la distribution conjointe des variables aléatoires auxiliaires

$$P_{\mathbf{U}_1 \dots \mathbf{U}_T} = \prod_{t=1}^T \mathcal{CN}(0, \frac{P_{\text{data}}}{N_T} \beta_t \mathbf{I}_{N_T}), \quad (6.14)$$

avec $\beta_t \in [0, \lambda_t^{-1}]$. L'ensemble des puissances $\{\beta_t\}_{t=0}^T$ correspond à la puissance autorisée pour chaque niveau de l'encodeur φ_t . La contrainte de puissance se réécrit alors sous la forme

$$\Phi(\{\beta_t, \mathbf{A}_t\}_{t=0}^T) = \sum_{t=0}^T \lambda_t \frac{P_{\text{data}} \beta_t}{N_T} \text{tr}(\mathbf{A}_t \mathbf{A}_t^\dagger) \leq P_{\text{data}}. \quad (6.15)$$

Le feedback multi-niveaux conduisant à la formulation (6.2) est exprimé comme une somme de $t = 0, \dots, T$ informations mutuelles, que l'on peut développer sous la forme

$$I(\mathbf{U}_t; \mathbf{Y}_{\mathbf{H},t}) = \log_2 \left| \mathbf{I}_{N_r} + \frac{P_{\text{data}}}{N_T} \beta_t \mathbf{H} \mathbf{A}_t \mathbf{A}_t^\dagger \mathbf{H}^\dagger \Sigma_n^{-1} \right|. \quad (6.16)$$

Cependant, dans le cas d'un canal MIMO, le supremum sur un ensemble optimisé de matrices \mathbf{H} ne peut être explicitement formulé. Par conséquent, le taux de coupure se calcule avec des méthodes numériques. On procède d'abord par la détermination de la probabilité de coupure conditionnelle associée $P_{\text{out}}^{(t)}$ pour un rendement donné $R^t \geq 0$, puis ensuite par le calcul de la capacité EIO. Ainsi à partir de l'expression (6.16), on définit les événements erreurs, pour chaque niveau t , par

$$\Lambda_{\text{out}}^{(t)}(P_{\text{data}}, \tilde{\mathbf{H}}, R^t) = \left\{ \mathbf{H} : \frac{L - L_{\text{tr}}}{L} I(\mathbf{U}_t; \mathbf{Y}_{\mathbf{H},t}) < R^t \right\}.$$

avec \mathbf{H} généré grâce à la pdf *a posteriori* (6.11) où $\Lambda_{\text{out}}^{(0)}$ est déterminé en utilisant $\psi_{\mathbf{H}}$. Le coefficient $\frac{L - L_{\text{tr}}}{L}$ représente la fraction de temps consacrée effectivement à la transmission des données. La probabilité de coupure est ensuite donnée par

$$P_{\text{out}}^{(t)}(P_{\text{data}}, \tilde{\mathbf{H}}, R^t) = \min_{\{\beta_t, \mathbf{A}_t\}_{t=0}^T : \Phi(\{\beta_t, \mathbf{A}_t\}_{t=0}^T) \leq P_{\text{data}}} \Pr \left(\Lambda_{\text{out}}^{(t)}(P_{\text{data}}, \tilde{\mathbf{H}}, R^t) | \tilde{\mathbf{H}} \right). \quad (6.17)$$

Enfin, la maximisation des rendements de coupure conduit à la capacité EIO voulue

$$C_{\text{EIO}}^{(\text{info})}(P_{\text{data}}, W_{\mathbf{H}}, \lambda, \tilde{\mathbf{H}}, \gamma) = \sum_{t=0}^T \lambda_t \sup \{ R^t : P_{\text{out}}^{(t)}(P_{\text{data}}, \tilde{\mathbf{H}}, R^t) \leq \gamma \}. \quad (6.18)$$

La capacité EIO peut maintenant être numériquement calculée; l'allocation de puissance optimale $\{\beta_t\}_{t=0}^T$ et les matrices de précodage $\{\mathbf{A}_t\}_{t=0}^T$ restent cependant à caractériser.

6.4.2 Technique de *waterfilling* spatial pour un feedback multi-niveaux

L'optimisation des matrices de précodage $\{\mathbf{A}_t\}_{t=0}^T$ est conduite pour n'importe quel ensemble fixé de $\{\beta_t\}_{t=0}^T$ qui satisfait (6.15). De façon à obtenir les précodeurs optimisés, les effets du feedback quantifié et bruité doivent être pris en compte à l'encodeur afin d'être atténués. Pour cela, on définit un canal composite $\widetilde{W}_{\widetilde{\mathbf{H}}_t}(\mathbf{y}|\mathbf{x})$ (davantage bruité), tel qu'il contient les erreurs de quantification au t ème niveau. Ce canal composite est obtenu en moyennant le vrai canal $W_{\mathbf{H}}(\mathbf{y}|\mathbf{x})$ sur la pdf (6.11) d'une réalisation \mathbf{H} non connue sachant la séquence des estimées du canal $\widetilde{\mathbf{H}}_t$ à l'encodeur. Ainsi, on a

$$\widetilde{W}_{\widetilde{\mathbf{H}}_t}(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = \mathcal{CN}(\delta\widetilde{\mathbf{H}}_t\mathbf{x}, \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}} + \delta(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{E}} + \delta\sigma_{Q_t}^2)\|\mathbf{x}\|^2). \quad (6.19)$$

La borne atteignable de l'information mutuelle avec le canal composite (6.19) est démontrée par des arguments similaires au § 5.B et s'exprime par

$$I(\mathbf{U}_t; \mathbf{Y}_{\widetilde{\mathbf{H}}_t}) = \log_2 \left| \mathbf{I}_{N_R} + \frac{P_{\text{data}}}{N_T} \beta_t \delta^2 \widetilde{\boldsymbol{\Sigma}}_t^{-1} \widetilde{\mathbf{H}}_t \mathbf{A}_t \mathbf{A}_t^\dagger \widetilde{\mathbf{H}}_t^\dagger \right|, \quad (6.20)$$

où $\widetilde{\boldsymbol{\Sigma}}_t = \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{n}} + \delta(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{E}} + \delta\sigma_{Q_t}^2)\text{tr}(\boldsymbol{\Theta}_{\mathbf{x}})$. Les principales différences avec le vrai canal (6.16) se trouvent dans la matrice de covariance du bruit $\widetilde{\boldsymbol{\Sigma}}_t$ et dans l'estimée bruitée disponible à l'émission $\widetilde{\mathbf{H}}_t$. Avec cette expression de l'information mutuelle, \mathbf{A}_t^* optimisé est obtenu en résolvant l'équation suivante

$$\mathbf{A}_t^* = \arg \left\{ \max_{\{\mathbf{A}_t\}_{t=0}^T: \text{tr}(\mathbf{A}_t \mathbf{A}_t^\dagger) = N_T} I(\mathbf{U}_t; \mathbf{Y}_{\widetilde{\mathbf{H}}_t}) \right\}. \quad (6.21)$$

Sans perdre de généralité, on peut fixer $\text{tr}(\mathbf{A}_t \mathbf{A}_t^\dagger) = N_T$ puisque la puissance allouée à chaque niveau est contrôlée par β_t . Par souci de simplicité, on peut introduire la notation intermédiaire $\widetilde{\mathbf{H}}_{\text{eq},t} = \sqrt{\frac{P_{\text{data}}}{N_T} \beta_t \delta^2} \widetilde{\boldsymbol{\Sigma}}_t^{-1/2} \widetilde{\mathbf{H}}_t$ qui, combinée à (6.20), montre clairement que la solution recherchée consiste en un algorithme de *waterfilling*.

Une fois les matrices de précodages déterminées, le but est de trouver l'ensemble optimisé des puissances $\{\beta_t^*\}_{t=0}^T$ pour chaque niveau de feedback. A cet effet, ces paramètres sont choisis de façon à maximiser la capacité EIO, pour chaque séquence $\widetilde{\mathbf{H}}$ de CSI à l'émetteur. Néanmoins, comme aucune forme analytique n'est possible, on suggère une optimisation numérique visant à résoudre

$$\{\beta_t^*\}_{t=0}^T = \arg \left\{ \max_{\{\beta_t\}_{t=0}^T: \Phi(\{\beta_t, \mathbf{A}_t\}_{t=0}^T) \leq P_{\text{data}}} C_{\text{EIO}}(P_{\text{data}}, W_{\mathbf{H}}, \boldsymbol{\lambda}, \widetilde{\mathbf{H}}, \gamma) \right\}, \quad (6.22)$$

avec les matrices de précodage fournies par (6.21).

Enfin, la modulation (codée) choisie pour la voie de retour permet souvent d'allouer les bits de plusieurs façons différentes. On pourrait par exemple utiliser tous les bits pour un seul niveau de feedback ou au contraire envoyer bit par bit l'information du canal à l'émetteur. Si l'on suppose qu'un rendement maximal R_{max} existe, chaque rendement d'encodage $R_{Q,t}$ est alors sélectionné dans un alphabet discret défini par $\{1, 2, 3, \dots, R_{\text{max}}\}$. Soit ς une façon d'allouer les bits sur le

feedback multi-niveaux, alors l'optimisation de ς fixe les $\{R_{Q,t}\}_{t=1}^T$ et implicitement le nombre de niveaux T . L'optimisation est la suivante

$$\{R_{Q,t}^*\}_{t=0}^T = \arg \max_{\varsigma} \mathbb{E}_{\tilde{\mathbf{H}}} \left\{ C_{\text{EIO}}(\Gamma, W_{\mathbf{H}}, \Delta, \tilde{\mathbf{H}}, \gamma) \right\}. \quad (6.23)$$

Il convient de noter que l'augmentation des rendements de quantification permet de baisser la distorsion du CSIT mais occasionne en contrepartie une augmentation de la probabilité d'erreur du lien de retour.

En vue d'une implémentation pratique, l'utilisation de tables de qualité préétablies permettrait de supplanter une majeure partie des calculs et ainsi de réduire la complexité.

6.5 Résultats de simulation

6.5.1 Hypothèses considérées

L'étude des performances du modèle proposé de feedback multi-niveaux bruité porte sur l'évaluation de la capacité EIO moyenne. L'émetteur envoie ses données à travers $N_T = 4$ antennes tandis que le récepteur dispose de $N_R = 2$ antennes. L'énergie moyenne par symbole pilote P_{tr} est supposée égale à la contrainte de puissance P_{dat} . On rappelle que la transmission sur la voie de retour s'effectue sur un canal SISO. Les transmissions des données et du feedback sont supposées avoir lieu en mode duplex intégral (*full duplex*).

Plus précisément, le lien de retour est un canal de Rayleigh à évanouissements lents. Sans perdre de généralité, on suppose que ce canal h_{FB} est parfaitement estimé par une phase d'apprentissage. En effet, si le canal est mal estimé, alors l'augmentation de la puissance émise permettrait de retrouver l'ensemble des probabilités de succès fixées avec h_{FB} parfaitement connu. La modulation choisie, sauf mention spécifique, est une modulation codée en treillis (TCM) 8PSK à 4 états, dont l'efficacité spectrale vaut $R_{\text{FB},t} = 2$ et avec $d_{\text{free},t} = 2$ et $N_{\text{free},t} = 1$. Les TCM sont bien adaptées aux codes de courte longueur qui induisent un délai faible. Avec ces paramètres, l'expression de la probabilité d'erreurs par symbole $P_{e,t}(d_{\text{free},t}, N_{\text{free},t}, h_{\text{FB}}, \text{SNR}_{\text{FB},t})$ peut être trouvée dans [93]. Peu importe le nombre de niveaux considérés, la contrainte de puissance du lien de retour impose $\sum_{t=0}^T \text{SNR}_{\text{FB},t} = \overline{\text{SNR}}_{\text{FB}}$. Par ailleurs, on fait l'hypothèse d'une quantification scalaire générée par l'algorithme du Lloyd-Max. Dans ces conditions on suppose que la transmission dure $n_{\text{FB}} = N_T N_R$ utilisations canal.

6.5.2 Influence du lien de retour bruité

Les incertitudes décrites précédemment sont évaluées séparément sur la Fig. 6.2 pour un système à $T = 1$ niveau de feedback en fonction du SNR de la voie aller. Le temps de cohérence du canal est fixé à $L = 500$. Pour référence, on trace le cas d'un lien de retour sans erreur avec

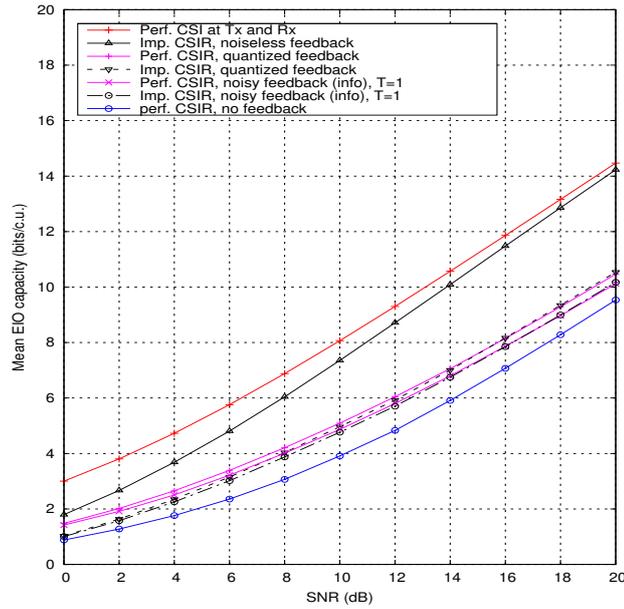


FIG. 6.2 – Impact du $\overline{\text{SNR}}_{\text{FB}}$ sur la capacité EIO pour $t = 1$ niveaux de feedback sur un canal de Rayleigh 4×2 , avec $L = 500$, $L_{\text{tr}} = 4$ et $R_{Q,1} = 1$ bit.

quantification ('quantized') et sans quantification ('noiseless'). La longueur de la séquence d'apprentissage est donnée par $L_{\text{tr}} = \{4, \infty\}$ pilotes. On remarque ainsi qu'une mauvaise estimation du canal diminue la capacité EIO. Pour atteindre 2 bits/c.u., 1 dB de plus est nécessaire avec un CSIR imparfait. En revanche pour des SNR plus forts, l'impact du CSIR disparaît puisque la variance de l'estimation diminue avec cette valeur. L'effet de la quantification est en revanche important à tout SNR. En effet, en comparant les courbes 'quantized feedback' et 'noiseless feedback' un écart de 4 dB peut être observé pour transmettre à 6 bits/c.u. L'ajout d'un niveau de feedback supplémentaire permettrait de réduire cet écart. Enfin, on peut mesurer l'impact du lien de retour bruité. Clairement, faire tendre la valeur du $\overline{\text{SNR}}_{\text{FB}}$ vers l'infini ferait converger les performances du scénario bruité vers le cas d'un feedback quantifié. L'incertitude la plus limitante est ici due à la quantification. En utilisant une quantification vectorielle, l'influence du $\overline{\text{SNR}}_{\text{FB}}$ deviendrait plus importante.

La Fig. 6.3 montre l'impact des erreurs du feedback avec $T = \{1, 2, 3\}$ niveaux de CSIT en fonction du SNR. Par ailleurs pour fixer les idées, en posant $\overline{\text{SNR}}_{\text{FB}} = 18$ dB on obtient une probabilité $\lambda_0 = 2 \cdot 10^{-2}$. Pour une transmission à 4 bits/c.u., l'utilisation d'un premier niveau de feedback quantifié bruité permet de diminuer le SNR de 2 dB par rapport à une transmission sans CSIT (c.-à-d. $\lambda_0 = 1$). Avec un raffinement supplémentaire de l'information, on note une légère augmentation des gains avec le SNR. En effet, pour un transmission à 2 bits/c.u. l'écart entre 1 et 2 niveaux de feedback vaut 1 dB. En revanche pour un SNR plus élevé, cet écart atteint 2 dB. De plus,

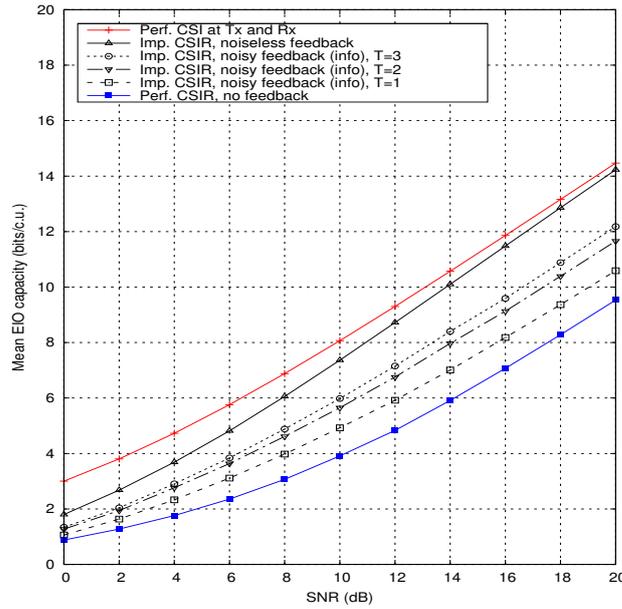


FIG. 6.3 – Evaluation de la capacité EIO pour $t = \{1, \dots, 3\}$ niveaux de feedback sur un canal de Rayleigh 4×2 , avec $L = 500$, $L_{tr} = 4$, $\overline{\text{SNR}}_{\text{FB}} = 18$ dB et $R_{Q,1} = \dots = R_{Q,t} = 1$ bit $\forall t$.

l’ajout d’un troisième niveau amène un gain supplémentaire de 0.7 dB à fort SNR. La puissance du lien de retour étant équidistribuée entre les T -niveaux, la probabilité d’erreur par symbole $P_{e,t}$, pour un niveau t donné, augmente donc lorsque le nombre de niveaux T augmente. Par conséquent, les performances en présence d’une voie de retour bruitée vont être asymptotiquement limitées (en T).

Longueur de la trame

L’impact de la longueur de la trame L pour plusieurs tailles de séquence d’apprentissage $L_{tr} = \{4, 10\}$ et niveaux de feedback $t = \{1, 2, 3\}$ est étudié dans la Fig. 6.4. Les courbes en bleu correspondent à un SNR de 15 dB alors que celles en noir sont obtenues pour un SNR de 10 dB. Cette comparaison permet de pouvoir évaluer la longueur minimale de la trame. A la vue des courbes présentées, on remarque que le paramètre le plus important est la taille de la séquence d’apprentissage. Si sa valeur est très faible ($L_{tr} = 4$), alors une trame de 50 symboles suffit pour être proche des performances optimales. En revanche, si on augmente de quelques symboles L_{tr} , il faut alors une longueur de trame beaucoup plus importante ($L > 150$ symboles) pour s’approcher des performances limites.

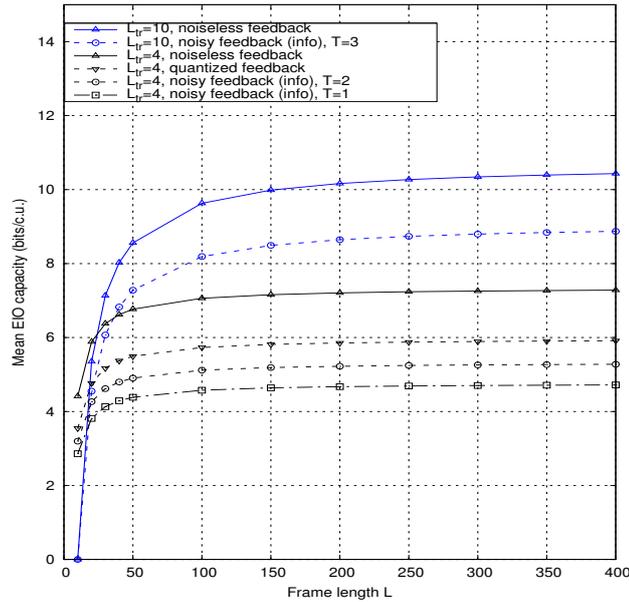


FIG. 6.4 – Evaluation de la capacité EIO sur un canal de Rayleigh 4×2 en fonction de la longueur de la trame, $\overline{\text{SNR}}_{\text{FB}} = 10$ dB et $\gamma = 1\%$.

Intérêt du raffinement

Le comportement d'une stratégie raffinant le feedback successivement est maintenant confronté au cas d'un CSI envoyé en une seule fois. Pour effectuer cette comparaison on considère l'utilisation d'une modulation 4QAM si $T = 2$ ($R_{Q_1} = R_{Q_2} = 1$), ou une 16QAM si $T = 1$ ($R_{Q_1} = 2$). On fixe également $L = 500$ et $L_{tr} = 4$. La Fig. 6.5 montre que selon la valeur du $\overline{\text{SNR}}_{\text{FB}}$ la stratégie optimale n'est pas nécessairement la même. En effet, pour une valeur élevée du $\overline{\text{SNR}}_{\text{FB}} = 20$ dB, il s'avère plus judicieux d'envoyer toute l'information simultanément. Toutefois l'écart de performance est faible, autour de 0.3 dB. Ce constat s'explique par le fait que si $T = 2$ la puissance est divisée entre les deux transmissions de feedback et augmente alors la probabilité d'erreurs. Au contraire, si le $\overline{\text{SNR}}_{\text{FB}} = 10$ dB il est cette fois-ci plus intéressant d'utiliser un raffinement successif du CSIT. Le gain obtenu avoisine alors les 0.6 dB. Dans cette configuration la probabilité d'erreurs est élevée dès le premier niveau. Bien que l'ajout d'une deuxième transmission de feedback diminue toujours la probabilité d'erreurs, cet impact est plus modéré. Pour s'en convaincre on a tracé les performances des deux modulations utilisées sur un canal AWGN. On peut voir ainsi que la réduction de la puissance détériore de façon plus ou moins notable la probabilité d'erreurs. En conséquence en fixant $\overline{\text{SNR}}_{\text{FB}} = 10$ dB, le pourcentage total du temps où l'encodeur peut utiliser un CSIT partiel est alors plus important si $T = 2$ que lorsque $T = 1$. Il convient de noter que notre définition du $\overline{\text{SNR}}_{\text{FB}}$ inclut les évanouissements du lien de retour et n'est donc pas directement transposable au SNR sur un canal AWGN de la Fig. 6.6.

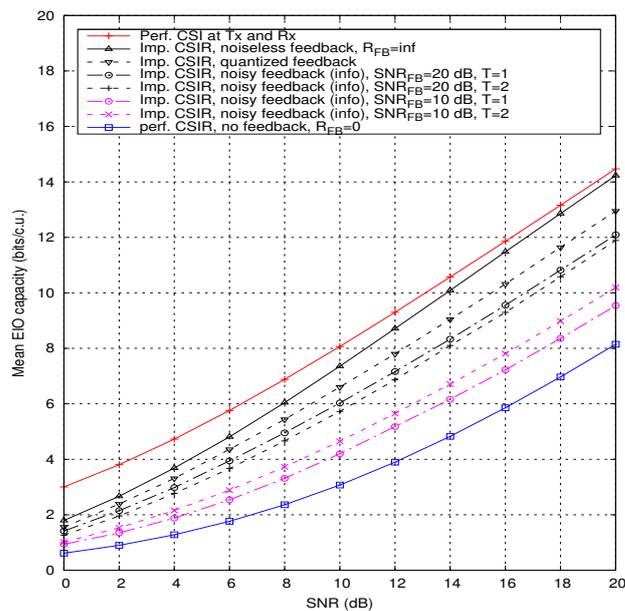


FIG. 6.5 – Optimisation de l’allocation des bits sur un canal de Rayleigh 4×2 , avec une QAM, $L = 500$, $L_{tr} = 4$, et $\gamma = 1\%$.

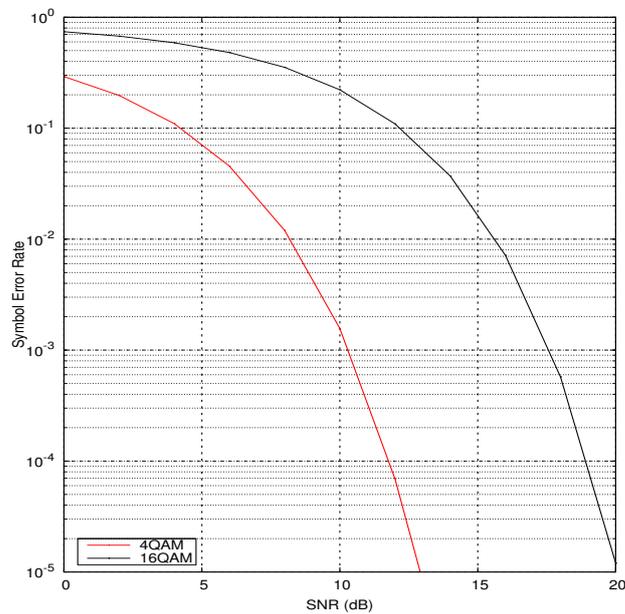


FIG. 6.6 – Probabilité d’erreurs par symbole pour une M -QAM ($M = \{4, 16\}$) sur un canal AWGN.

6.6 Conclusions

Dans ce chapitre, un modèle de voie de retour bruitée est introduit, utilisant un raffinement successif de l'information quantifiée, pour des canaux généraux non ergodiques (stationnaires) sans mémoire. Au niveau de l'émetteur, un CSI partiel est obtenu à cause des erreurs de quantification et d'estimation ainsi qu'aux effacements du canal de retour. A travers la notion de capacité de coupure induite par les incertitudes (EIO), les limites de la communication sont caractérisées. On étudie la stratégie de communication suivante où le récepteur connaît le niveau courant de feedback utilisé par l'encodeur.

Plus spécifiquement, on évalue les performances pour un canal MIMO de Rayleigh avec un lien de retour à évanouissements mono-antenne. La capacité est déterminée par l'optimisation de la distribution conjointe des entrées du canal réalisée en deux étapes : par un *waterfilling* spatial par niveau donnant les matrices de précodage, puis par une allocation de puissance globale maximisant la capacité EIO. Les résultats de simulation montrent que, avec un niveau de feedback quantifié, la capacité EIO peut être significativement améliorée avec 1 bit de feedback (par entrée à quantifier). Cette quantification grossière empêche toutefois de se rapprocher d'un CSIT parfait à fort SNR. Par ailleurs, bien qu'un schéma simple de codage soit considéré sur le lien de retour, un raffinement supplémentaire du CSIT profite d'une diminution des erreurs de quantification pour augmenter la capacité EIO. L'augmentation du nombre de niveaux au delà d'un certain seuil ne permet cependant plus d'accroître l'efficacité spectrale puisque la puissance totale utilisée reste constante et divisée entre tous les niveaux. Enfin, une comparaison avec un feedback non raffiné a permis de valider l'intérêt d'un feedback multi-niveaux, notamment lorsque la puissance autorisée sur la voie de retour ne permet pas une probabilité de succès du feedback suffisamment élevée.

L'extension de ce travail à une optimisation de la puissance entre la phase d'apprentissage et la phase de transmission des données [94, 95] est envisagée. Un deuxième scénario de communication où le récepteur ne connaît pas le niveau courant de feedback utilisé à l'encodeur serait également intéressant.

Chapitre 7

Conclusions et perspectives

Avec des systèmes multi-antennes, le multiplexage spatial des données est une technique de transmission permettant d'atteindre de hautes efficacités spectrales. Afin d'améliorer les performances, ces techniques peuvent également utiliser une adaptation de lien ajustant ainsi certains paramètres aux conditions radio. Le but de cette thèse était d'étudier l'impact d'un lien de retour partiel et incertain sur les performances de ces systèmes, tout en s'intéressant également à la complexité engendrée. Les techniques adaptatives, exploitant une coordination entre les flux de données et/ou les utilisateurs, dépendent de la qualité du CSIT obtenu. Dans cette thèse pour définir le CSIT imparfait, on s'est attaché à distinguer plusieurs degrés de connaissance partielle (CQI, CDI et CSI) et différentes causes d'incertitudes, à savoir celles dues aux erreurs d'estimations du canal, à l'effet de la quantification, au bruit additif et aux évanouissements de la voie de retour. Avec ces différents degrés de CSIT imparfait, on a ainsi proposé (i) des nouveaux schémas de communication visant à réduire l'incertitude du CSIT et (ii) une caractérisation des limites de la communication.

Après un bref récapitulatif des concepts fondamentaux pour l'allocation des ressources radio, le premier problème traité est celui lié au bruit de quantification induit par les MCS. Une première idée combine le codage espace-temps à l'approche PARC utilisant un contrôle des rendements par antenne, tirant ainsi parti des différentes façons de partitionner les antennes d'émission. Ce nouveau degré de liberté ainsi introduit repose sur des opérations adaptables selon les variations du canal, caractérisées par un groupement d'antennes d'émission et par une disposition en couche. Le système résultant de ce degré de liberté est appelé codage espace-temps en couche avec contrôle des

rendements : LSTC-RC. La caractéristique principale de LSTC-RC est de modifier la répartition de la capacité-somme (restée constante) permettant ainsi de lutter contre le bruit de quantification induit par les MCS en augmentant la somme des rendements discrets. Différentes stratégies d'optimisation supplémentaires, incluant la quantification des puissances et la sélection d'antennes, peuvent être ajoutées afin d'augmenter l'efficacité spectrale. En garantissant un feedback réduit, la stratégie de sélection d'antennes offre un bon compromis entre feedback et performances. Le concept présenté, mais cette fois avec une partition fixée (non adaptable), est également adéquat pour concurrencer le système PARC et tire alors avantage d'une réduction importante de la quantité de feedback.

Une approche plus générale, construite sur une technique de *waterfilling* activant uniquement les modes les plus forts, a aussi été étudiée. Les travaux précédents étaient principalement fondés sur un critère de maximisation de l'efficacité spectrale ou ne prenaient pas en compte ni la complexité ni la quantité limitée de feedback requise. Une deuxième contribution consiste ainsi à scinder la matrice de covariance du signal transmis en blocs afin de réduire la quantité de CSIT nécessaire. La notion de *waterfilling* partiel est alors introduite et seule l'interférence intra-groupe est complètement évitée lors de la transmission. Cette stratégie d'émission permet un récepteur de plus faible complexité comparé à un MMSE-SIC traditionnel ; le processus de détection est ainsi découpé en deux étapes comprenant une phase de détection inter-groupe avec annulation successive de l'interférence et une phase de détection intra-groupe purement linéaire. Le problème d'un CSIT quantifié à base de *codebooks* est aussi abordé avec des algorithmes de contrôle de puissance et de sélection multi-modes. Pour la sélection multi-modes, la complexité engendrée est beaucoup plus faible puisque la procédure présentée converge dès la première itération. Les résultats de simulations montrent qu'une quantification grossière plaide en faveur du schéma proposé en termes d'efficacité spectrale et de feedback. Avec une quantification plus raffinée, la supériorité du *waterfilling* est regagnée mais seulement à faible SNR.

Pour des canaux spatialement corrélés, les incertitudes du canal rendent le problème d'optimisation de l'information mutuelle non convexe. Ainsi les algorithmes proposés, résultants des méthodes d'optimisation numérique, montrent comment résoudre ce problème d'une manière sûre et efficace selon plusieurs critères. Une approche décentralisée, utilisant la statistique du second ordre, permet de calculer les vecteurs propres optimisés au niveau de chaque utilisateur ; l'allocation de puissance est elle calculée à la station de base avant d'être transmise aux utilisateurs. Les différents impacts des incertitudes sont alors étudiés. Ainsi, il a été montré que la coordination adaptable en émission permet, même en présence du bruit de quantification induit par la compression des précodeurs, d'avoir des gains significatifs. De plus, les résultats indiquent que les erreurs d'estimation du canal détériorent les performances à tout niveau de SNR alors que celle liées à la quantification ont un impact négatif plutôt à fort SNR.

L'imperfection du CSIT n'est pas seulement due aux erreurs acquises en réception, par l'estima-

tion de canal et la quantification, mais elle trouve aussi une partie de son incertitude dans une voie de retour à effacements. On a ainsi proposé un modèle de feedback bruité raffinant l'information de l'émetteur par phases successives. En conséquence, cette information utilise une quantification hiérarchique de l'estimée du canal. Pour cela, un théorème de codage a été établi quand le récepteur connaît le niveau de feedback courant utilisé par l'émetteur. L'illustration de ce théorème dans un cas MIMO mono-utilisateur a permis d'optimiser le signal d'entrée par la puissance allouée et par le précodage. Cette modélisation montre que même avec une quantification grossière, les performances sont déjà bien améliorées avec un seul niveau de feedback. Le nombre de niveaux utiles, c.-à-d. apportant un gain en capacité, dépend de la probabilité de succès de chaque niveau de feedback. L'hypothèse alors faite d'une puissance constante sur le lien de retour, partagée entre tous les niveaux de feedback, implique que seul un nombre limité de niveaux contribue à augmenter la capacité.

Ces travaux de recherche décrivent plusieurs problèmes liés au CSIT imparfait pour lesquels des améliorations et des questions restent encore ouvertes. Quelques axes et idées de recherche complémentaire sont listés ci-dessous.

Sélection des MCS

Les schémas de communication introduits dans les chapitres 3 et 4 proposent chacun un nouveau degré de liberté pour réduire le bruit de quantification induit par les MCS. L'étude en capacité menée dans le cadre de ce travail suppose un décodage parfait sans erreur. Dans la pratique, les erreurs sont inévitables et, à cause du récepteur SIC, se propagent aux autres couches décodées. Pour cette raison, il serait intéressant pour la sélection des MCS de coupler informations mutuelles et taux d'erreurs binaires. Sachant que des tables de qualité ou des approximations analytiques du BER peuvent être obtenues, comme décrit par exemple en [96], il resterait ainsi à déterminer une nouvelle fonction de coût garantissant une qualité de service cible pour d'optimisation de la somme des rendements discrets.

Les résultats présentés supposaient par ailleurs un jeu de MCS fixé. Il pourrait être utile d'étudier le problème dual pour réduire le bruit de quantification. En supposant par exemple une partition et un ordre de décodage fixé, l'objectif serait d'optimiser le jeu de MCS (en nombre et en valeurs) associant de façon adaptative les modulations et les rendements de codes à disposition. Cela nécessiterait très probablement une modification de l'information de contrôle du feedback où par exemple modulations et rendements de codage pourraient être indiqués séparément.

Enfin, il serait intéressant d'étendre cette étude et les concepts proposés au canal à interférence pour lequel les algorithmes de *bit loading* sont plus usuellement étudiés, notamment au sein des systèmes DSL.

Designs robustes

La définition d'un schéma de communication robuste aux incertitudes du canal pourrait inclure une contrainte sur la probabilité des événements d'erreurs garantissant une certaine qualité de service, en s'inspirant de [97]. Cela refléterait sans doute de plus près des applications pratiques. De plus, dans les résultats présentés, le feedback est supposé équitablement réparti entre tous les utilisateurs. L'extension du modèle de communication à un niveau système, incluant les affaiblissements de propagation (*pathloss*) et les zones d'ombre (*shadowing*), devrait promouvoir une asymétrie du feedback entre un groupe d'utilisateurs faibles et un autre groupe d'utilisateurs plus forts. Il reste à déterminer la méthodologie définissant la façon de répartir les bits de feedback, qui serait de préférence non adaptable aux variations du canal (cf. arguments mentionnés au § 3.4).

Feedback bruité

Le modèle de feedback bruité introduit ne considère pas le délai d'acquisition du CSIT multi-niveaux. Dans la pratique ce délai est inévitable et il devrait être pris en considération dans le futur, diminuant ainsi la probabilité de succès des niveaux de feedback. Avec ce modèle plus complet, il semble aussi nécessaire d'améliorer la méthode de quantification appliquée afin de réduire le bruit de distorsion moyen sur l'estimée (matricielle) du canal; ce perfectionnement passe soit par un *codebook* optimisé au modèle proposé, soit par un quantifieur de plus grande dimension (matriciel). L'étude des canaux à accès multiple partageant un lien de retour à diffusion devrait ainsi permettre d'estimer les bénéfices réels d'un système multi-utilisateurs avec une voie de retour limitée. Par ailleurs, bien que toutes les techniques présentées fassent l'hypothèse d'une voie de retour numérique, il pourrait être intéressant d'étendre le modèle de feedback bruité à un lien de retour analogique ou hybride et de comparer ces différentes techniques. Le modèle hybride utilise le lien analogique comme une information auxiliaire afin d'améliorer la qualité de l'information numérique [98].

Bibliographie

- [1] Orange, *Connect : le magazine de tous les salariés du groupe*, no. 6, Sept. 2008.
- [2] A. Goldsmith, *Wireless Communication*, Cambridge University Press, Sept. 2005.
- [3] I.E. Telatar, "Capacity of Multi-antenna Gaussian Channels," *European Trans. Telecommun.*, vol. 10, pp. 585–595, Nov. 1999.
- [4] S.M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications," *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, vol. 16, no. 8, pp. 1451–1458, 1998.
- [5] G.J. Foschini, "Layered Space-Time Architecture for Wireless Communication in a Fading Environment when Using Multi-Element Antennas," *Bell Syst. Tech. Journal*, vol. 1, pp. 41–59, Oct. 1996.
- [6] D. Tse and P. Viswanath, *Fundamentals of Wireless Communication*, Cambridge University Press, Sept. 2004.
- [7] M. Costa, "Writing on dirty paper," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 29, no. 3, pp. 439–441, 1983.
- [8] S.P. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*, Cambridge University Press, Cambridge, 2004.
- [9] Z.Q. Luo, "Applications of Convex Optimization in Signal Processing and Digital Communication," *Math. Program., Ser. B*, vol. 97, no. 1-2, pp. 177–207, July 2003.
- [10] A. Goldsmith, S.A. Jafar, N. Jindal, and S. Vishwanath, "Capacity Limits of MIMO Channels," *IEEE Jour. Sel. Areas Commun. (JSAC)*, vol. 21, pp. 684–702, 2003.
- [11] G.J. Foschini and M.J. Gans, "On Limits of Wireless Communication in Fading Environment when Using Multiple Antennas," *Wireless Personal Commun.*, vol. 6, no. 3, pp. 311–335, Mar. 1998.
- [12] E. Visotsky and U. Madhow, "Space-time transmit precoding with imperfect feedback," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 47, pp. 2632–2639, Sept. 2001.

- [13] A.L. Moustakas and S.H. Simon, "Optimizing Multiple-Input Single-Output (MISO) Communication Systems with General Gaussian Channels : Nontrivial Covariance and Nonzero Mean," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 49, no. 10, pp. 2770–2780, Oct. 2003.
- [14] E.A. Jorswieck and H. Boche, "Channel Capacity and Capacity-range of Beamforming in MIMO Wireless Systems under Correlated Fading with Covariance Feedback," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 3, no. 5, pp. 1543–1553, Sept. 2004.
- [15] S.A. Jafar and A.J. Goldsmith, "Transmit optimization and optimality of beamforming for multiple antenna systems with imperfect feedback," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 3, pp. 1165–1175, July 2004.
- [16] T.M. Cover and J.A. Thomas, *Elements of Information Theory*, Wiley Series in Telecommunication, 1991.
- [17] H. Weingarten and Y. Steinberg and S. Shamai, "The Capacity Region of the Gaussian MIMO Broadcast Channel," in *Proc. IEEE Int. Symp. Info. Theory (ISIT)*, 2004.
- [18] W. Yu, W. Rhee, S. Boyd, and J.M. Cioffi, "Iterative Waterfilling for Gaussian Vector Multiple Access Channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 50, no. 1, pp. 145–152, 2004.
- [19] S. Vishwanath, N. Jindal, and A. Goldsmith, "Duality, achievable rates and sum-rate capacity of Gaussian MIMO broadcast channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 49, no. 10, pp. 2658–2668, Oct. 2003.
- [20] A.B. Gershman and N.D. Sidiropoulos, *Space-Time Processing for Wireless Communications*, John Wiley & Sons, Inc, 2005.
- [21] P.W. Wolniansky, G.J. Foschini, G.D. Golden, and R.A. Valenzuela, "V-BLAST : An Architecture for Realizing Very High Data Rates Over the Rich-Scattering Wireless Channel," in *URSI Int. Symp. on Sig., Syst., and Elect.(ISSSE)*, Sept. 1998, pp. 295–300.
- [22] K.M. Varanasi and T. Guess, "Optimum Decision Feedback Multiuser Equalization with Successive Decoding Achieves the Total Capacity of the Gaussian Multiple Access Channel," in *Proc. Asilomar Conf. on Sign., Syst. and Computers*, Nov. 1997, vol. 2, pp. 1405–1409.
- [23] A. Stefanov and T.M. Duman, "Turbo-Coded Modulation for Systems with Transmit and Receive Antenna Diversity," in *Proc. IEEE Glob. Telecommun. Conf. (Globecom)*, Rio de Janeiro, Brazil, Dec. 1999, pp. 2336–2340.
- [24] E. Biglieri, G. Caire, and G. Taricco, "Recent Results on Coding for Multiple-Antenna Transmission Systems," in *Proc. IEEE Int. Symp. on Spread Spect. Tech. and Applications (ISSSTA)*, Parsippany, USA, Sept. 2000, pp. 117–121.

- [25] A.M. Tonello, "Space-Time Bit-Interleaved Coded Modulation with an Iterative Decoding Strategy," in *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf. Fall (VTC)*, Boston, USA, Sept. 2000, pp. 473–478.
- [26] L. Hanzo and M.S. Yee and C.-H. Wong, *Adaptive Wireless Transceivers*, John Wiley & Sons, Inc, 1st edition, 2002.
- [27] S.T. Chung and A. Lozano and H.C. Huang, "Approaching Eigenmode BLAST Channel Capacity using V-BLAST with Rate and Power Feedback," in *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf. Fall (VTC)*, Atlantic City, NJ, USA, Oct. 2001.
- [28] G.D. Forney Jr. and M.V. Eyuboglu, "Combined Equalization and Coding Using Precoding," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 29, no. 12, pp. 25–34, Dec. 1991.
- [29] S. de la Kethulle de Ryhove and G.E. Øien, "Maximising the average spectral efficiency of dual-branch mimo systems with discrete rate adaptation," in *Proc. IEEE Workshop on Sign. Proc. Adv. in Wireless Commun. (SPAWC)*, Jul. 2006, pp. 1–5.
- [30] S.T. Chung, A. Lozano, H.C. Huang, A. Sutivong, and J.M. Cioffi, "Approaching the MIMO Capacity with a Low-Rate Feedback Channel in V-BLAST," *EURASIP Journal Applied Signal Process.*, vol. 5, pp. 762–771, 2004.
- [31] R.W. Heath Jr, S. Sandhu, and A. Paulraj, "Antenna Selection for Spatial Multiplexing with Linear Receivers," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 5, no. 4, pp. 142–144, Apr. 2001.
- [32] Ericsson, "Selective Per Antenna Rate Control (S-PARC)," in *3GPP document, TSG RAN WG1, R1-040307*, Feb. 2004.
- [33] C. Mun, "Transmit Antenna Selection for Spatial Multiplexing with Ordered Successive Interference Cancellation," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 5, no. 3, pp. 423–429, Mar. 2006.
- [34] N. Jindal, W. Rhee, S. Vishwanath, S.A. Jafar, and A. Goldsmith, "Sum Power Iterative Water-Filling for Multi-Antenna Gaussian Broadcast Channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51, no. 4, pp. 1570–1580, 2005.
- [35] S.J. Kim, H. Kim, and K.B. Lee, "Unified Optimal Power Allocation Strategy for MIMO Candidates in 3GPP HSDPA," *ETRI Journal*, vol. 27, no. 6, pp. 768–776, 2005.
- [36] K.J. Hwang and K.B. Lee, "Transmit Power Allocation with Small Feedback Overhead for a Multiple Antenna System," in *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf. Fall (VTC)*, Sept. 2002, vol. 4, pp. 2158–2162.
- [37] D. Gore, R.W. Heath Jr, and A. Paulraj, "Transmit Selection in Spatial Multiplexing Systems," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 6, no. 11, pp. 491–493, Nov. 2002.

- [38] R. Narasimhan, "Spatial Multiplexing with Transmit Antenna and Constellation Selection for Correlated MIMO Fading Channels," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 51, no. 11, pp. 2829–2838, Nov. 2003.
- [39] G.E. Andrews, *The Theory of Partitions*, Cambridge Mathematical Library, 1984.
- [40] P. Flajolet and R. Sedgewick, *Analytic Combinatorics*, Web edition, 9th printing, 2007.
- [41] M. Sellathurai and S. Haykin, "Turbo-Blast : Performance Evaluation in Correlated Rayleigh-Fading Environment," *IEEE Jour. Sel. Areas Commun. (JSAC)*, vol. 21, no. 3, pp. 340–349, Apr. 2003.
- [42] T. Abe, T. Asai, and H. Suda, "A Practical Throughput Comparison of MIMO-CDMA and MIMO-OFDM," in *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf. Fall (VTC)*, Sept. 2004, vol. 2, pp. 1431–1438.
- [43] R. Visoz, A.O. Berthet, and S. Chtourou, "A new Class of Iterative Equalizers for Space-Time BICM over MIMO Block Fading ISI AWGN Channel," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 53, no. 12, pp. 2076–2091, Dec. 2005.
- [44] A. Lozano, A.M. Tolino, and S. Verdú, "Optimum power allocation for parallel gaussian channels with arbitrary input distributions," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 7, pp. 3033–3033, Jul. 2006.
- [45] D. Guo, S. Shamai (Shitz), and S. Verdú, "Mutual Information and Minimum Mean-Square Error in Gaussian Channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51, no. 4, pp. 1261–1283, Apr. 2005.
- [46] X. Zhang and B. Ottersten, "Power allocation and bit loading for spatial multiplexing in mimo systems," in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech and Sig. Proc. (ICASSP)*, Apr. 2003, vol. 5, pp. 53–56.
- [47] D.J. Love and R.W. Heath Jr. and W. Santipach and M.L. Honig, "What is the value of limited feedback for MIMO channels?," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 42, no. 10, pp. 54–59, Oct. 2003.
- [48] W. Santipach and M.L. Honig, "Asymptotic performance of mimo wireless channels with limited feedback," in *Proc. IEEE Military Commun. Conf. (MILCOM)*, Oct. 2003, vol. 1, pp. 141–146.
- [49] J.C. Roh and B.D. Rao, "Channel feedback quantization methods for miso and mimo systems," in *Proc. IEEE Int. Symp. on Pers., Indoor and Mobile Radio Commun. (PIMRC)*, Sept. 2004, vol. 2, pp. 805–809.

- [50] A. Narula, M. J. Lopez, M. D. Trott, and G. W. Wornell, "Efficient use of side information in multiple-antenna data transmission over fading channels," *IEEE Jour. Sel. Areas Commun. (JSAC)*, vol. 16, no. 8, pp. 1423–1436, Oct. 1998.
- [51] K. Mukkavilli, A. Sabharwal, E. Erkip, and B. Aazhang, "On beamforming with finite rate feedback in multiple-antenna systems," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 49, no. 10, pp. 2562–2579, Oct. 2003.
- [52] V.K.N. Lau, Y. Liu, and T.A. Chen, "On the design of mimo block-fading channels with feedback-link capacity constraint," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 52, no. 1, pp. 62–70, Jan. 2004.
- [53] S. Zhou, Z. Wang, and G.B. Giannakis, "Quantifying the power loss when transmit beamforming relies on finite rate feedback," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 4, no. 4, pp. 62–70, Jul. 2005.
- [54] D.J. Love and R.W. Heath Jr., "Limited feedback unitary precoding for spatial multiplexing systems," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 51, no. 8, pp. 2967–2976, 2005.
- [55] P. Layec, R. Visoz, and A.O. Berthet, "Sum Discrete-Rate Maximization with Rate and Power Control in Layered Space-Time Coding," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 57, no. 3, pp. 789–800, Mar. 2009.
- [56] P. Layec, R. Visoz, and A.O. Berthet, "Partial Waterfilling with Reduced Feedback for Sum Discrete-Rate Maximization in SU-MIMO Systems," in *Proc. IEEE Int. Symp. on Pers., Indoor and Mobile Radio Commun. (PIMRC)*, Cannes, France, Sept. 2008.
- [57] D. J. Love and R. W. Heath Jr., "Multimode precoding for mimo wireless systems," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 53, no. 10, pp. 3674–3687, Oct. 2005.
- [58] G.H. Golub and C.F. Van Loan, *Matrix Computations*, Johns Hopkins University Press, 3rd edition, 1996.
- [59] WiMAX Forum website, "Mobile WiMAX - Part I : A Technical Overview and Performance Evaluation," Aug. 2006.
- [60] H. Sampath, P. Stoica, and A. Paulraj, "Generalized linear precoder and decoder design for mimo channels using the weighted mmse criterion," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 12, pp. 2198–2206, Dec. 2001.
- [61] D.P. Palomar, J.M. Cioffi, and M.A. Lagunas, "Joint tx-rx beamforming design for multicarrier mimo channels : A unified framework for convex optimization," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 51, no. 9, pp. 2381–2401, Dec. 2003.

- [62] S. Serbetli and A. Yener, "Transceiver optimization for multiuser mimo systems," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 52, no. 1, Jan. 2004.
- [63] A. Scaglione, P. Stoica, S. Barbarossa, G. B. Giannakis, and H. Sampath, "Optimal designs for space-time linear precoders and equalizers," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 50, no. 5, pp. 1051–1064, May. 2002.
- [64] S. Serbetli and A. Yener, "MMSE Transmitter Design for Correlated MIMO Systems with Imperfect Channel Estimates : Power Allocation Trade-offs," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 5, no. 8, pp. 2295–2304, Aug. 2006.
- [65] M. Ding and S.D. Blostein, "MIMO LMMSE Transceiver Design with Imperfect CSI at Both Ends," in *Proc. IEEE Int. Conf. on Commun. (ICC)*, Jun. 2007.
- [66] T. Yoo, E. Yoon, and A. Goldsmith, "MIMO Capacity with Channel Uncertainty : Does Feedback Help?," in *Proc. IEEE Glob. Telecommun. Conf. (Globecom)*, Dec. 2004, vol. 1, pp. 96–100.
- [67] C.C. Gaudes and E. Masgrau, "Bounds on Capacity over Gaussian MIMO Multiaccess Channels with Channel State Information Mismatch," in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech and Sig. Proc. (ICASSP)*, May. 2006, pp. 93–96.
- [68] L. Musavian, M.R. Nakhai, M. Dohler, and A.H. Aghvami, "Effect of Channel Uncertainty on the Mutual Information of MIMO Fading Channels," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, to be published.
- [69] M. Ding and S.D. Blostein, "Joint optimization for multiuser MIMO uplink systems with imperfect CSI," in *Proc. IEEE Biennial Symp. Commun.*, Jun. 2008, pp. 191 – 195.
- [70] X. Zhang, D.P. Palomar, and B. Ottersten, "Robust Design of Linear MIMO Transceivers under Channel Uncertainty," in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech and Sig. Proc. (ICASSP)*, May. 2006, vol. 4.
- [71] X. Zhang, D.P. Palomar, and B. Ottersten, "Statistically Robust Design of Linear MIMO Transceivers," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 56, no. 8, pp. 3678–3689, Aug. 2008.
- [72] F.F. Digham, N.B. Mehta, A.F. Molisch, and J. Zhang, "Joint pilot and data loading technique for MIMO systems operating with covariance feedback," in *Proc. Int. Con. on 3G Mobile Comm. tech.*, Oct. 2004, pp. 24 – 28.
- [73] A. Pascual-Iserte, D.P. Palomar, A.I. Perez-Neira, and M.A. Lagunas, "A robust maximin approach for MIMO communications with imperfect channel state information based on convex optimization," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 54, no. 1, pp. 346 – 360, Jan. 2006.

- [74] P. Piantanida and P. Duhamel, “Dirty-paper Coding without Channel Information at the Transmitter and Imperfect Estimation at the Receiver,” in *Proc. IEEE Int. Conf. on Commun. (ICC)*, Jun. 2007.
- [75] P. Piantanida, *Multi-user Information Theory : State Information and Imperfect Channel Knowledge*, Ph.D. Thesis, University of Paris-Sud XI, May 2007.
- [76] S. Shi, M. Schubert, and H. Boche, “Downlink MMSE Transceiver Optimization for Multiuser MIMO Systems : MMSE Balancing,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 56, pp. 3702–3712, Aug. 2008.
- [77] A. Hjørungnes, D. Gesbert, and D.P. Palomar, “Unified theory of complex-valued matrix differentiation,” in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech and Sig. Proc. (ICASSP)*, Dec. 2007, vol. 3, pp. 345–348.
- [78] M. Ding, *Multiple-input Multiple-output Wireless Systems Designs with Imperfect Channel State Knowledge*, Ph.D. Thesis, Queen’s University, July 2008.
- [79] M. Medard, “The Effect upon Channel Capacity in Wireless Communications of Perfect and Imperfect Knowledge of the Channel,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 46, pp. 933–946, May. 2000.
- [80] K.B. Petersen and M.S. Pedersen, *The Matrix Cookbook*, Technical University of Denmark, Oct. 2005.
- [81] A. Soysal and S. Ulukus, “Transmit directions and optimality of beamforming in MIMO-MAC with partial CSI at the transmitters,” in *Proc. Conf. Information Sciences and Systems (CISS)*, Mar. 2005.
- [82] A.W. Marshall and I. Olkin, *Inequalities : Theory of Majorization and Its Applications*, Academic Press, 1979.
- [83] J.C. Roh and B.D. Rao, “MIMO Spatial Multiplexing with Limited Feedback,” in *Proc. IEEE Int. Conf. on Commun. (ICC)*, May. 2005, vol. 2, pp. 777–782.
- [84] A. Sahai, “Balancing forward and feedback error correction for erasure channels with unreliable feedback,” *submitted to IEEE Trans. Inf. Theory*, 2007.
- [85] Giuseppe Caire, Nihar Jindal, Mari Kobayashi, and Niranjay Ravindran, “Multiuser MIMO Downlink Made Practical : Achievable Rates with Simple Channel State Estimation and Feedback Schemes,” *submitted to IEEE Trans. Inf. Theory*, 2007.
- [86] S. Ekbatani, F. Etemadi, and H. Jafarkhani, “Transmission Over Slowly Fading Channels Using Unreliable Quantized Feedback,” in *Data Compression Conf.*, Mar. 2007, pp. 353–362.

- [87] A. Steiner and S. Shamai (Shitz), "Achievable Rates with Imperfect Transmitter Side Information Using a Broadcast Transmission Strategy," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 7, pp. 1043–1051, Mar. 2008.
- [88] R. Zakhour and D. Gesbert, "A two-stage approach to feedback design in MU-MIMO channels with limited channel state information," in *Proc. IEEE Int. Symp. on Pers., Indoor and Mobile Radio Commun. (PIMRC)*, 2007.
- [89] F. Boccardi, H. Huang, and A. Alexiou, "Hierarchical Quantization and its Application to Multiuser Eigenmode Transmissions for MIMO Broadcast Channels with Limited Feedback," in *Proc. IEEE Int. Symp. on Pers., Indoor and Mobile Radio Commun. (PIMRC)*, 2007.
- [90] P. Piantanida, G. Matz, and P. Duhamel, "Outage Behavior of Discrete Memoryless Channels under Channel Estimation Errors," in *Proc. IEEE Int. Symp. on Info. Theory and its Applications (ISITA)*, Oct. 2006.
- [91] C.E. Shannon, "Channels with Side Information at the Transmitter," *IBM J. Res. Devel.*, vol. 2, pp. 289–293, 1958.
- [92] W.H.R. Equitz and T.M. Cover, "Successive Refinement of Information," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 37, pp. 269–275, 1991.
- [93] J.G. Proakis, *Digital Communications*, Mc Graw-Hill International editions, 3rd edition, 1995.
- [94] B. Hassibi and B.M. Hochwald, "How much training is needed in multiple-antenna wireless links," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 49, pp. 951–963, 2003.
- [95] M. Kobayashi, G. Caire, and N. Jindal, "How much training and feedback are needed in MIMO broadcast channels?," in *Proc. IEEE Int. Symp. Info. Theory (ISIT)*, Jul. 2008.
- [96] Y.-J. Chang, F.-T. Chien, and C.-C. Jay Kuo, "Cross-layer QoS Analysis of Opportunistic OFDM-TDMA and OFDMA Networks," *IEEE Jour. Sel. Areas Commun. (JSAC)*, 2007.
- [97] Y. Rong, S.A. Vorobyov, and A.B. Gershman, "Robust Linear Receivers for Multiaccess Space-Time Block-Coded MIMO Systems : A Probabilistically Constrained Approach," *IEEE Jour. Sel. Areas Commun. (JSAC)*, vol. 24, pp. 1560–1570, Aug. 2006.
- [98] S. Shamai (Shitz), S. Verdu, and R. Zamir, "Systematic lossy source/channel coding," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 44, pp. 564–579, Mar. 1998.