



HAL
open science

Étude de l'organisation des réarrangements d'un milieu granulaire sous sollicitations mécaniques

Sébastien Kiesgen de Richter

► **To cite this version:**

Sébastien Kiesgen de Richter. Étude de l'organisation des réarrangements d'un milieu granulaire sous sollicitations mécaniques. Analyse de données, Statistiques et Probabilités [physics.data-an]. Université Européenne de Bretagne, 2009. Français. NNT: . tel-00462390

HAL Id: tel-00462390

<https://theses.hal.science/tel-00462390>

Submitted on 9 Mar 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE / UNIVERSITÉ DE RENNES 1
sous le sceau de l'Université Européenne de Bretagne

pour le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1

Mention : Physique

Ecole doctorale : Sciences de la matière

présentée par

Sébastien KIESGEN de RICHTER

préparée à l'unité de recherche IPR UMR 6251
Institut de Physique de Rennes
U.F.R Structure et Propriétés de la Matière

Intitulé de la thèse

**Etude de
l'organisation des
réarrangements d'un
milieu granulaire
sous sollicitations
mécaniques**

**Thèse soutenue à Rennes
le 10 Novembre 2009**

devant le jury composé de :

Philippe GONDRET

Professeur Université Paris Sud Orsay /
Rapporteur

Jean Pierre VILOTTE

Professeur Institut de physique du globe de Paris /
Rapporteur

Vincent TOURNAT

Chargé de Recherche CNRS Université du Maine /
Examineur

Eric CLEMENT

Professeur Université Pierre et Marie Curie /
Président du jury

Renaud DELANNAY

Professeur Université de Rennes 1 /
Directeur de thèse

Gérard LE CAËR

Directeur de Recherche CNRS Université de Rennes 1 /
Co-directeur de thèse

Remerciements

Je tiens à remercier toute l'équipe granulaires/ mousses de l'Institut de Physique de Rennes pour la bonne ambiance et les (très) nombreux échanges qui ont facilité mon travail durant ces trois années de thèse. Je souhaite en particulier remercier toutes les personnes qui m'ont aidé à relever ce formidable défi qui est d'entreprendre une thèse. Alain, technicien de l'équipe, pour son implication de tous les instants dans la résolution des problèmes techniques que j'ai pu rencontrer durant mes travaux. Merci à Renaud, directeur de l'équipe, pour son soutien depuis mon arrivée à Rennes avant même que ne commence ma thèse. Je le remercie pour la confiance qu'il m'a apportée et la grande autonomie qu'il m'a laissée dans mon travail tout en étant disponible dès que j'en avais besoin et ce malgré des charges administratives très prenantes. Je suis également très reconnaissant de l'aide que lui et Daniel m'ont apportée à la fin de ces trois années de thèse afin que je puisse finir de rédiger ce manuscrit dans de bonnes conditions. Merci à Daniel, pour le partage de sa grande expérience dans le domaine des milieux granulaires et pour son sens physique hors du commun.

Je tiens à remercier sincèrement Gérard pour tout ce qu'il a pu m'apporter au cours de ces trois années. Il est et restera la personne qui a marqué un tournant dans ma vision de la physique. Sa grande culture, son expérience et son excellence scientifique m'ont apporté énormément au quotidien tout au long de ces trois années. Je le remercie également pour son soutien dans certains moments très difficiles. Il a toujours su trouver les mots pour me remotiver.

Certains moments auraient encore été plus difficiles sans la bonne ambiance qu'il règne dans la salle des thésards. Merci à Jeff, El Hadji, Houda, Julie, Djaoued pour l'ambiance d'entraide qu'ils ont su installer dans cette salle. Tous mes voeux de réussite sont également destinés à Duc, Merline et Imen nouveaux thésards de l'équipe.

Je souhaite également remercier les personnes que j'ai pu rencontrer durant les nombreux échanges scientifiques qui ont eu lieu durant ma thèse. Merci en particulier à V. Zaitsev et V. Tournat pour la riche coopération que nous avons entreprise sur l'étude des précurseurs d'avalanche.

Ces trois années de thèse ont également été ponctuées de superbes rencontres et de nouvelles amitiés. Merci à mes amis moniteurs du CIES (Lionel, Ninie, Virg, Carole, Eric) pour les folles soirées nous permettant de décompresser, à Cyril pour sa bonne humeur de tous les instants mais également à tous les autres thésards de l'institut.

Tous cela n'aurait également pas été possible sans le soutien inconditionnel de mes parents. Je les remercie pour les efforts et les sacrifices qu'ils ont fait pendant tant d'années afin de me donner les moyens de poursuivre de longues études. Enfin, merci à ma compagne Julie qui m'a soutenu, supporté... et réconforté dans les moments difficiles. Elle est le pilier qui a assuré mon équilibre durant ces trois années.

A mon grand père,

”Le vrai point d’honneur n’est pas d’être toujours dans le vrai. Il est d’oser, de proposer des idées neuves, et ensuite de les vérifier.”

Pierre-Gilles de Gennes

Table des matières

I Introduction à l'étude des milieux granulaires et à leur réponse à une sollicitation	7
Chapitre 1 Qu'est ce qu'un milieu granulaire ?	9
Chapitre 2 Enjeux pratiques, théoriques et motivations	12
2.1 Enjeux industriels et environnementaux	12
2.2 Enjeux théoriques	14
2.3 Motivations	15
Chapitre 3 Etat de l'art sur la réponse d'un milieu granulaire soumis à des tapes	17
3.1 Intérêts	17
3.2 Dynamique de compaction et caractérisation de l'état asymptotique	17
3.3 Analogie avec les milieux hors équilibre. Enjeux théoriques.	20
3.3.1 Les systèmes hors équilibre et les systèmes vitreux	20
3.3.2 Propriétés remarquables des systèmes hors équilibre	21
3.3.3 Les milieux granulaires comme milieux hors équilibre	24
3.4 Ouverture	28
Chapitre 4 Etat de l'art sur la réponse d'un milieu granulaire soumis à une inclinaison	29
4.1 Intérêts	29
4.2 Observations expérimentales.	30
4.2.1 Influences des différents paramètres sur l'angle maximum de stabilité	31
4.2.2 Dynamique de réarrangements avant l'avalanche.	35
4.3 Approches théoriques	36
4.3.1 Approche milieu continu : Modèle de type "Granta Gravel"	37
4.3.2 Approche de type éléments discrets.	39
4.3.3 Comportement critique auto-organisé.	41
4.4 Ouverture	44

II Etude expérimentale de la dynamique d'un milieu granulaire sous inclinaison	45
Chapitre 5 Dispositif expérimental	47
5.1 Montage expérimental	48
5.1.1 Présentation du dispositif	48
5.1.2 Caractéristique de la matière granulaire utilisée	49
5.1.3 Savoir-faire expérimental : de la préparation de l'assemblée de grains	51
5.2 Mesures optiques	54
5.2.1 Matériel utilisé	54
5.2.2 Traitement d'images	55
5.3 Mesures acoustiques	57
5.3.1 Matériel	57
5.3.2 Principe	58
Chapitre 6 La route vers l'avalanche : Dynamique des réarrangements	60
6.1 Dynamique des réarrangements de surface	60
6.1.1 Observations	60
6.1.2 Résultats des mesures optiques.	63
A l'échelle du grain	63
A l'échelle du tas	66
6.2 Dynamique dans le volume	81
6.3 Corrélations surface-volume	87
Chapitre 7 Vieillessement et effets mémoire	89
7.1 Influence de la préparation initiale	89
7.2 Vieillessement du système sous perturbations cycliques	91
7.3 Vieillessement dans le volume	97
7.4 Influence du bruit sur l'état critique	99
Chapitre 8 Interprétation et modélisation	107
8.1 Dynamique du système	107
8.2 Modèle de type automate cellulaire	113
8.3 Quelques pistes vers la compréhension du phénomène de précurseurs d'avalanche.	129
III Dynamique d'un milieu granulaire soumis à des tapes	143
Chapitre 9 Simuler la compaction	146

9.1	Les différents types de simulations	146
9.2	La simulation Monte-Carlo utilisée à Rennes	147
9.3	Principe et détail de la simulation	147
Chapitre 10 Etat stationnaire		153
10.1	Evolution de la compacité.	153
10.2	Caractérisation du déplacement des grains.	156
10.2.1	Sélection des mouvements : influence des effets stériques	157
10.2.2	Dépendance avec l'altitude du déplacement des grains	160
10.2.3	Distribution des déplacements	161
10.2.4	Bilan	167
Chapitre 11 Caractérisation de la dynamique dans l'état stationnaire		168
11.1	Relaxation de la dynamique	168
11.2	Fonction de corrélations à 4 points.	173
11.3	Corrélations spatiales	179
11.4	Remarques et conclusions	184
Conclusion générale et perspectives		185
Annexe A		191
Annexe B		195
Annexe C		199
Annexe D		207
Bibliographie		215
Bibliographie		216

Première partie

Introduction à l'étude des milieux granulaires et à leur réponse à une solicitation

Chapitre 1

Qu'est ce qu'un milieu granulaire ?

Un milieu granulaire est une assemblée de grains. Ces grains peuvent être de formes quelconques (figure 1.1) et constitués de matériaux divers (figure 1.2).



FIGURE 1.1 – Exemples de différentes formes de grains. *A gauche, des billes de polyester (forme sphérique). Au centre des graines (forme allongée). A droite, des grains de sable (polyhèdres).*

Le sable, les céréales, les cailloux qui composent le lit des rivières ou bien encore les poussières qui constituent les nuages stellaires sont des exemples variés de ce que l'on appelle un milieu granulaire au sens le plus large du terme. Cette matière divisée est présente partout dans notre quotidien, notamment dans des domaines industriels tels que celui du bâtiment où les matériaux de construction sont constitués de milieux divisés (les matériaux granulaires sont les seconds matériaux les plus utilisés par les industries après l'eau) ou encore dans l'industrie pharmaceutique où il est nécessaire de mélanger des poudres, souvent de tailles différentes, pour fabriquer des médicaments.

Cependant, cette définition du milieu granulaire reste trop large pour le physicien. En effet, les interactions entre les constituants élémentaires du tas ne sont, par exemple, pas les mêmes si l'on étudie du sable fin mouillé ou si l'on étudie un tas de gros cailloux. Dans le premier cas, l'interaction entre les grains est fortement influencée par la présence de l'eau, des ponts capillaires peuvent se créer entre les grains, alors que dans le cas d'un ensemble de cailloux, l'interaction principale est le contact solide. De même dans le cas de

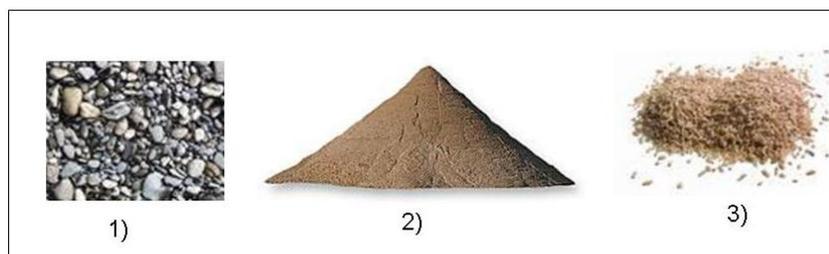


FIGURE 1.2 – Exemples de différents milieux granulaires. *A gauche, des cailloux provenant du fond d'une rivière. Au centre, du sable. A droite, des grains de riz.*

poudres, des charges locales peuvent apparaître à la surface des grains et des interactions électrostatiques et des forces de Van der Waals peuvent alors être présentes. On voit donc bien que le terme "milieu granulaire" renvoie, dans le cas le plus général, à un bon nombre de situations physiques différentes (Figure 1.3).

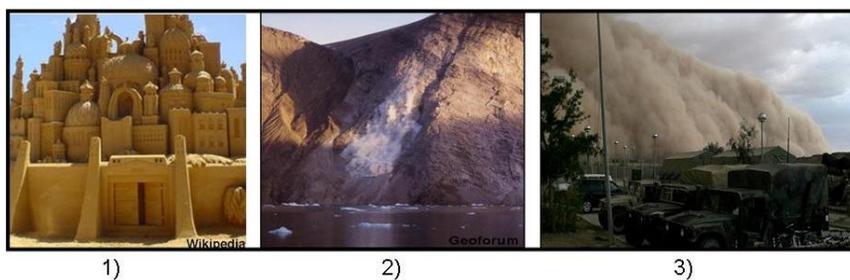


FIGURE 1.3 – Exemples de situations où interviennent les milieux granulaires. *1) château de sable. 2) avalanche de pierres. 3) tempête de sable.*

D'un point de vue physique, nous appellerons milieu granulaire un milieu dont les constituants élémentaires sont plus grands que $100 \mu\text{m}$, on parlera de poudre dans le cas contraire. Pour les petits constituants ($< 100 \mu\text{m}$), l'importance relative d'autres interactions que le contact solide augmente, des effets cohésifs dus aux interactions électrostatiques, aux forces de Van der Waals et capillaires peuvent apparaître. De plus, les propriétés d'une assemblée de grains peuvent fortement varier suivant le milieu dans lequel elle est plongée. Il convient donc, dans toute étude relative à ces milieux, de préciser la nature du fluide interstitiel mais aussi les conditions associées. Par exemple, il a été montré (nous en reparlerons dans la suite) que l'humidité de l'air pouvait avoir une grande influence sur le comportement de ces milieux. Changer l'humidité de l'air peut changer les interactions entre grains, modifier la cohésion et donc changer le comportement global d'une assemblée de grains. Enfin, l'une des choses fondamentales à préciser pour l'étude d'un milieu granulaire est l'action extérieure à laquelle il est soumis et en particulier, l'énergie qui lui est apportée. On comprend bien que le comportement d'un tas de sable à l'équilibre dans le

champ de pesanteur n'est pas le même que celui d'une avalanche de grains le long d'une surface fortement inclinée ou que celui d'un milieu granulaire emporté par le vent. Dans le premier cas, le tas de sable dans le champ de pesanteur peut être vu comme un solide, son interface n'est pas plane comme celle d'un liquide. Il forme un cône avec un angle au sommet d'environ 30° . Dans le cas d'une avalanche de grains le long d'une surface inclinée (éboulis de roches, avalanche de sables, ...) le milieu s'écoule, il a un comportement qui se rapproche de celui d'un liquide. Enfin, dans une tempête de sable, les grains sont emportés par le vent. Ils subissent des collisions puis se déplacent en vol balistique entre deux collisions successives à l'image de ce qui se passe dans un gaz de particules. Ces comportements différents dépendent de l'environnement dans lequel baignent ces milieux mais aussi de la sollicitation qui leur est appliquée. Dans ce travail de thèse, nous avons utilisé des billes de verre sphériques monodisperses dans un environnement à humidité contrôlée. Ce choix se justifie d'une part par le fait que la symétrie sphérique a pour conséquence que seules les trois coordonnées d'espace suffisent à caractériser la position d'une bille¹. D'autre part, un environnement à humidité contrôlée permet de limiter l'influence des interactions électrostatiques et capillaires mentionnées ci-dessus.

1. sauf si la rotation joue un rôle et brise la symétrie sphérique

Chapitre 2

Enjeux pratiques, théoriques et motivations

2.1 Enjeux industriels et environnementaux

Comme souligné ci-dessus, les milieux granulaires sont très largement utilisés dans l'industrie (bâtiment, génie civil, industries chimiques, industries pharmaceutiques, agro-alimentaires, etc... figure 2.1).



1)



2)



3)

FIGURE 2.1 – Exemples de domaines où sont utilisés les milieux granulaires. 1) *Stockage de grains dans des silos (industries agro-alimentaires)*. 2) *Fabrication des médicaments (industries pharmaceutiques)*. 3) *Fabrication d'ouvrages dans le bâtiment (bétonneuse)*.

Ces industries sont en quête constante d'améliorations technologiques relatives à l'utilisation de ces milieux. Elles sont confrontées à trois problèmes majeurs. Le premier d'entre eux est la ségrégation. En effet, il est très difficile de mélanger des grains de tailles différentes. Ceux-ci tendent sous une sollicitation (même très faible) à se séparer spontanément en fonction, par exemple,¹ de leur taille (ce qui explique pourquoi les corn-flakes

1. Il y a d'autres caractéristiques qui conduisent à la ségrégation tels que la différence de coefficient de

sont toujours plus petits au fond du paquet ...). Les grains les plus gros se retrouvent au dessus et les plus petits au dessous. Les mécanismes responsables de ce phénomène ne sont pas tous très bien identifiés (l'un d'entre eux est le passage des petits grains dans les espaces laissés par les gros.) et sont encore mal compris. Ils sont pourtant d'un intérêt considérable pour les industriels qui cherchent à obtenir des mélanges homogènes et stables vis à vis de sollicitations extérieures (transport de céréales, mélanges de poudres dans les médicaments, ...). Le second problème est celui du blocage des écoulements. L'écoulement à travers une trémie d'un milieu granulaire (sable pour le bâtiment, céréales pour les silos à grains, ...) peut se bloquer à tout moment du fait de la formation d'arches. Aucune étude ne permet de dire à l'heure actuelle quelle est la géométrie de la trémie (pour des grains de forme et de taille données) optimale pour éviter ce problème, ou bien quels sont les paramètres qui sont à l'origine de ce blocage (taille critique des grains par rapport à la trémie, débit critique, ...). Ces questions sont pourtant d'un grand intérêt pratique pour ces industries et des solutions sont nécessaires pour optimiser les moyens de production (la seule solution efficace mais somme toute empirique à l'heure actuelle consiste à taper très fort sur la trémie pour débloquer l'écoulement ... ou à installer des vibreurs). Enfin, un dernier problème important réside dans l'optimisation du stockage des grains. L'intérêt des industries est d'en stocker le plus possible dans l'espace le plus petit possible (cela afin de minimiser les coûts de stockage²). L'espace de stockage dépend directement de la compacité (rapport du volume occupé par les grains au volume total occupé par l'empilement) et l'une des branches actives de la physique de la matière granulaire est l'étude de la compaction. Il apparaît qu'un empilement granulaire lâche soumis à des sollicitations extérieures a tendance à se compacter et donc à occuper un volume plus faible. Les mécanismes mis en jeu durant cette phase de compaction sont encore mal compris aussi bien à l'échelle de l'empilement qu'à l'échelle du grain.

Un des domaines où les milieux granulaires sont également présents est la physique de l'environnement. De nombreuses questions sont encore sans réponses. Mais deux grands sujets d'étude existent : le premier est l'étude des processus d'érosion/déposition afin de résoudre les problèmes d'ensablement (ensablement du Mont Saint Michel par exemple) et de migration des dunes (ensablement de villes dans le désert) afin de gérer et de prévenir les risques qui y sont associés. Le second domaine d'activité est celui de la 'prédiction de catastrophes'. En effet la prévention des glissements de terrains, des avalanches, de la stabilité des sols en général nécessite une bonne compréhension des interactions à la fois à l'échelle du grain et à l'échelle du tas. Ces divers exemples montrent bien l'intérêt de l'étude des milieux granulaires mais aussi le grand nombre de questions soulevées par ces milieux qui restent, dans la plupart des cas ouvertes.

frottement par exemple.

2. Par exemple les poudres dans les moteurs de fusée

2.2 Enjeux théoriques

Toutes les questions ci-dessus auraient probablement trouvé une réponse si les matériaux granulaires obéissaient à une relation simple permettant de prédire le comportement du milieu pour une contrainte donnée et cela à toutes les échelles. D'une façon générale, la complexité de ces milieux réside dans le fait, déjà énoncé plus haut, que certaines de leurs propriétés s'assimilent à celles des liquides, et d'autres à celles des solides ou des gaz. Cependant cette assemblée de grains n'est ni un solide, ni un liquide, ni même un gaz au sens usuel de la classification des états de la matière. Le tas est composé de grains et l'interaction entre deux grains est une interaction par contact. Ce contact peut être de courte durée dans le cas de collisions ou persistant avec dans ce cas une composante normale de compression (il n'y a pas de traction sans cohésion), et une composante tangentielle de frottement solide. Pourtant la connaissance de l'interaction entre les grains qui constituent un tas ne permet pas de prédire le comportement de ce tas, à la différence de la matière ordinaire (où la connaissance des interactions fondamentales entre constituants élémentaires permet de prédire les changements de phases par exemple). La description du frottement par la loi de Coulomb introduit un problème sérieux du fait que les forces tangentielles ne sont pas déterminées. En absence de glissement, elles répondent à une simple inégalité.

Une raison de cet échec est l'absence d'agitation thermique. Dans la matière ordinaire l'agitation thermique est le moteur pour explorer les états accessibles au système en accord avec les contraintes qui lui sont appliquées. Dans un milieu granulaire la température ne joue aucun rôle sur les configurations accessibles du tas. Elle ne permet pas de faire passer le tas d'une configuration à une autre. Si l'on regarde la répartition des forces dans un milieu granulaire, on se rend compte que certains grains sont bloqués alors que d'autres sont plus libres de se déplacer, des chaînes de forces peuvent même apparaître. Bouger un grain qui "soutient beaucoup de force" peut entraîner la réorganisation du tas sur de longues distances alors que "bouger un grain qui ne soutient que peu de force" aura des conséquences moindres. C'est pourquoi l'interaction de paires entre deux grains ne suffit pas à décrire les états accessibles à l'ensemble du tas. La présence de ces hétérogénéités, pouvant se manifester à longue distance dans les milieux granulaires, rend difficile, voire empêche le processus d'homogénéisation largement utilisé en physique du solide, qui consiste à décrire par des interactions effectives les interactions à grande échelle, connaissant celles qui prévalent à une échelle plus petite. Ces matériaux présentent une rhéologie complexe, c'est à dire qu'il n'existe pas de relation simple multiéchelles permettant de prédire le comportement du milieu pour n'importe quelle contrainte. Le plus souvent, les lois de comportements utilisées sont semi-empiriques (voire empiriques) et présentent toutes des champs d'application très restreints. Un grand enjeu théorique réside dans l'élaboration d'une mécanique statistique qui leur soit adaptée [4]. Malgré ces difficultés, des études

menées par ailleurs sur les verres ont montré que ces deux milieux présentent de fortes analogies. Dans le cas des milieux granulaires, l'agitation thermique ne joue aucun rôle, il faut appliquer un forçage extérieur pour les voir s'écouler car l'énergie thermique de l'ordre de $k_b.T$ (k_b constante de Boltzmann et T la température) est négligeable devant l'ordre de grandeur des énergies mécaniques mises en jeu, c'est à dire l'énergie potentielle de pesanteur $m.g.z$ (m : masse des grains, g : constante de pesanteur, z : longueur caractéristique associée aux grains (leur rayon)). Cependant à l'image des verres, leur dynamique sous sollicitation est hors équilibre [1, 2, 3]. Afin d'unifier les systèmes vitreux forcés, Liu et Nagel [5] proposent un diagramme de phase (figure 2.2) où la phase "bloquée" correspond aux faibles températures, aux faibles forçages et aux grandes densités (partie colorée). Le reste de l'espace correspond à la phase débloquée (liquide). Les milieux granulaires sont dans le plan "forçage - 1/densité" et les verres sont dans le plan "température - 1/densité". Ce diagramme de phase soulève une question fondamentale : à quelle classe d'universalité (au sens des transitions de phases usuelles) appartient le passage de cet état "bloqué" (en couleur) à l'état liquide ? Existe-t-il un volume de cohérence et un paramètre critique ? Existe-t-il un point critique pour cette transition ? Ces questions sont majeures dans la physique de la matière granulaire.

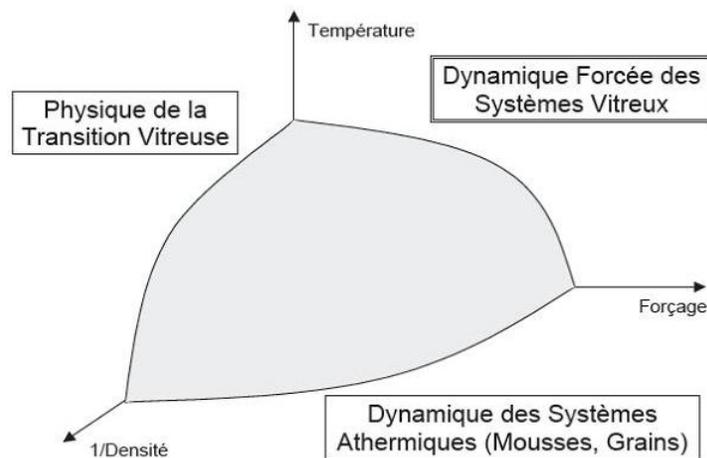


FIGURE 2.2 – Diagramme de phase proposé par Liu et Nagel [5]. La phase bloquée ("jammed") est colorée. Ce diagramme propose une unification entre les verres et les milieux granulaires dans le plan "forçage-température".

2.3 Motivations

L'enjeu de cette thèse est d'étudier la réponse d'un milieu granulaire soumis à différentes sollicitations (forçage), afin d'identifier les paramètres et les facteurs importants qui caractérisent leur réponse. Y-a-t'il un lien entre la réponse d'un milieu granulaire soumis à des

séries de tapes et celle d'un milieu soumis à un cisaillement ? Existe t'il un comportement général dépendant peu du détail de la sollicitation ? Comment la réponse du milieu se rapproche t'elle de la réponse d'autres systèmes physiques également complexes hors équilibre tels que les verres, les matériaux amorphes, ou bien encore les suspensions colloïdales ? Dans le cadre général des systèmes complexes, un milieu granulaire est constitué d'éléments interagissant les uns avec les autres (interaction par contact), et cette interaction est de courte portée. A la limite d'un milieu très dilué, les grains se comportent indépendamment les uns des autres, puis plus la densité augmente plus le réarrangement d'un grain est suivi du mouvement d'un grand nombre d'autres grains. C'est à dire que la longueur de corrélation dans le milieu dépend de la densité. Quel est l'effet de ces corrélations sur la dynamique d'ensemble du milieu ? Dans le cas d'un milieu incliné soumis à la gravité, la longueur de corrélation augmente avec l'angle d'inclinaison, c'est à dire que plus l'angle d'inclinaison est grand, plus le mouvement d'un grain risque d'en entraîner d'autres. Dans le cas d'un milieu soumis à des tapes le même processus est en jeu. Pour qu'un grain bouge, il faut lui libérer de la place, ce qui nécessite un mouvement coopératif des grains se situant dans son voisinage. Mon travail de thèse a consisté à caractériser la dynamique d'une assemblée de grains soumis à des contraintes de deux types (vibrations et inclinaison), et à étudier les corrélations entre les mouvements des grains (échelle locale) et leurs influences sur la dynamique du système (échelle globale). En effet, dans un écoulement dense dans le champ de pesanteur, on observe généralement une combinaison de cisaillement et de vibrations.³ Il est donc d'un grand intérêt de voir ce qui rapproche et ce qui différencie les deux types de sollicitations sur un empilement de grains.

3. par exemple lors de l'écoulement sur un plan incliné à fond rugueux.

Chapitre 3

Etat de l'art sur la réponse d'un milieu granulaire soumis à des tapes

3.1 Intérêts

La réponse d'un milieu granulaire à une sollicitation de type "tapping" est d'un grand intérêt. En effet, cette sollicitation est particulièrement utilisée pour étudier les processus de compaction et de ségrégation. Un milieu divisé soumis à une perturbation extérieure qui se compacte réduit le volume qu'il occupe dans le récipient qui le contient. Durant ce processus, la compacité du milieu, ϕ diminue.

$$\phi = \frac{\text{Volume occupé par les grains}}{\text{Volume total de l'empilement}}$$

La densification d'un empilement granulaire a deux intérêts majeurs. D'une part, la compaction est un processus qui a un intérêt industriel, par exemple pour réduire le volume de stockage des matériaux ou bien assurer la stabilité des sols¹. D'autre part, la dynamique d'évolution d'un milieu granulaire pendant la compaction présente de nombreuses analogies avec l'évolution de systèmes modèles hors équilibre tels que les systèmes vitreux.

3.2 Dynamique de compaction et caractérisation de l'état asymptotique

L'équipe du James Frank Institute de Chicago a été pionnière dans l'étude de la compaction de billes de verre sous l'effet de sollicitations extérieures (Knight et al. [6], Nowak et al. [7]). A Rennes, deux thèses, réalisées l'une par Pierre Philippe [9] et l'autre par

1. La compaction joue également un rôle dans l'étude des glissements de terrain. Elle provoque l'éjection de l'eau présente dans les pores qui se regroupe ensuite dans les zones moins compactes et liquifie le sol.

Philippe Ribière [10], ont porté sur ce sujet. Les résultats obtenus expérimentalement ou numériquement, en accord avec les résultats de l'équipe de Chicago, montrent qu'un ensemble de grains soumis à des tapes se compacte lentement (P.Philippe et al. [8], P.Philippe et al. [11], et P. Richard et al. [12]) jusqu'à atteindre un état stationnaire (figure 3.1).

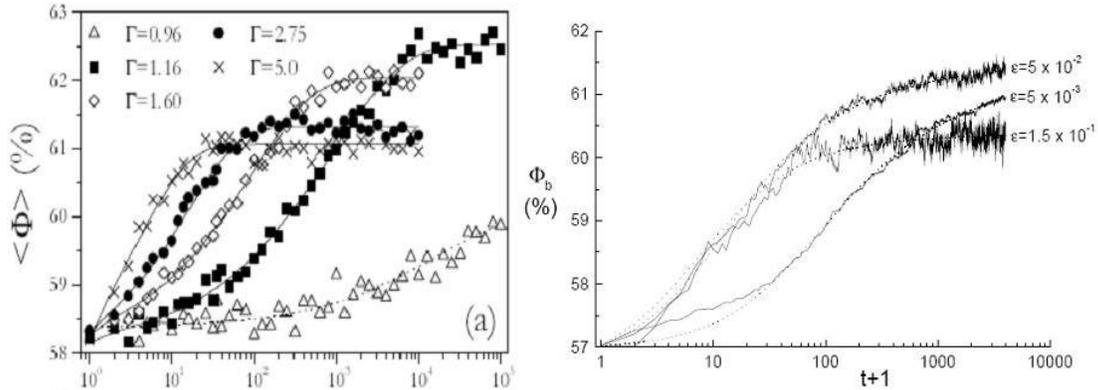


FIGURE 3.1 – Dynamique de compaction expérimentale (gauche) et numérique (droite) d'un ensemble de billes de verre soumises à des tapes d'intensité Γ . P. Philippe et al. [8], P. Philippe et al. [11]. *Chaque courbe présente l'évolution de la compacité moyenne du pack de grains en fonction du nombre de tapes pour une intensité de tape donnée. La compacité atteint un état stationnaire d'autant plus rapidement que l'intensité des tapes est importante. Les résultats numériques sont obtenus par un algorithme de dilatation-redéposition de type "Monte-Carlo" (P. Philippe et al., 2001 [11])*

Comme le montre la figure 3.2 tirée de P. Ribière et al. [13] relative aux paramètres expérimentaux contrôlant l'état stationnaire, cet état est indépendant de l'état initial (figure 3.21)a) et b) et les fluctuations de compacité ne dépendent que très peu de la fréquence des tapes (figure 3.22)a) et b)). Cet état stationnaire est caractérisé par un seul paramètre qui est la compacité, il s'apparente à un véritable état thermodynamique.

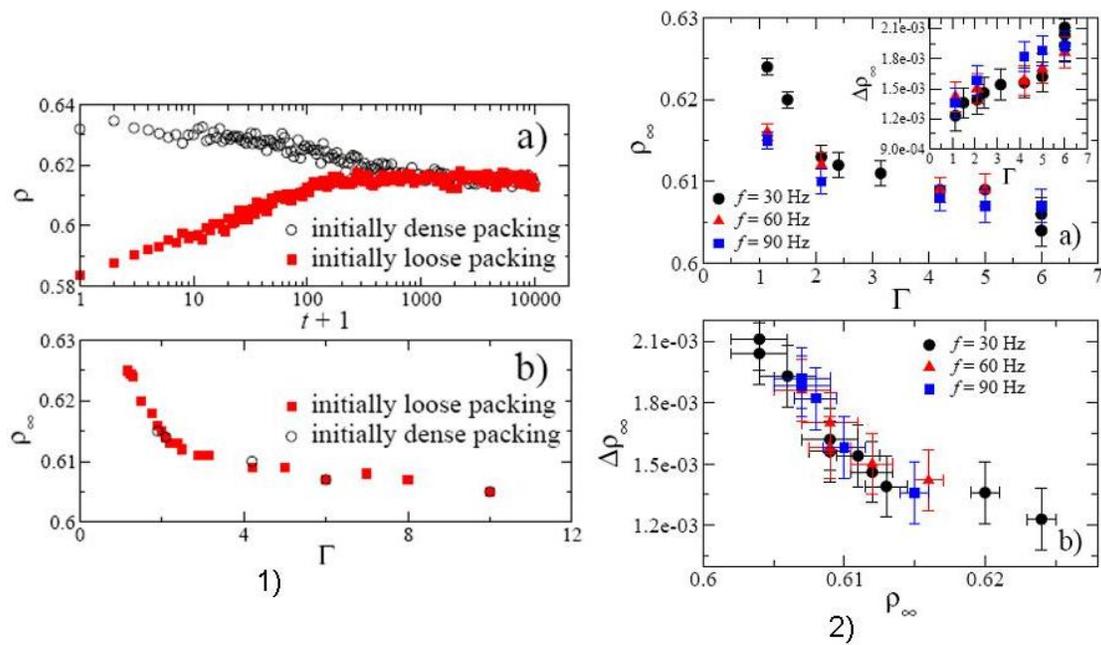


FIGURE 3.2 – 1) a) Evolution de la compacité pour une même intensité de tapes pour deux états initiaux différents (compact et lâche). b) Compacité dans l'état stationnaire en fonction de l'intensité des tapes pour deux états initiaux différents

2) a) Evolution de la compacité dans l'état stationnaire en fonction de l'intensité des tapes pour plusieurs fréquences d'excitation (Insert : fluctuations de compacité dans l'état stationnaire pour plusieurs fréquences d'excitation) b) Fluctuations de compacité dans l'état stationnaire en fonction de la compacité.

3.3 Analogie avec les milieux hors équilibre. Enjeux théoriques.

3.3.1 Les systèmes hors équilibre et les systèmes vitreux

Les verres sont souvent considérés comme des modèles de systèmes hors équilibre. Ils ont suscité de nombreuses études depuis plusieurs dizaines d'années et partagent des propriétés avec les milieux granulaires traités ici. Comme un liquide, un verre est un ensemble désordonné d'atomes ou de molécules mais celles-ci ne bougent pas ou très lentement. Lors de sa préparation, un verre est tout d'abord un liquide à l'équilibre à une température supérieure à sa température de fusion, T_f . Il subit ensuite une trempe qui l'amène à une température inférieure à T_f . Durant ce refroidissement, les atomes ou les molécules (par exemple de silice) n'arrivent pas à se réarranger et à trouver un état d'équilibre thermodynamique. Les réarrangements s'effectuant sur des temps beaucoup plus longs que le temps de refroidissement (la frustration empêche les particules d'évoluer vers la configuration d'énergie minimale par une simple optimisation des structures locales), le verre reste dans un état métastable avec une évolution structurale très lente vers l'état d'équilibre. Cette transformation du liquide à une température supérieure à T_f , en un verre à une température inférieure à T_f , qui ne présente aucun signe de variation d'ordre local (au contraire des transitions de phase usuelles), est appelée transition vitreuse. La température de transition vitreuse est définie comme la température à laquelle la viscosité du système atteint 10^{13} poises alors qu'elle est de l'ordre de 0.01 à 1 poise pour un liquide. Le système peut donc voir sa viscosité augmenter sur plus d'une dizaine d'ordres de grandeur. Lors de cette transition, les temps caractéristiques ainsi que la viscosité divergent rapidement lorsque la température diminue.

La figure 3.3 issue de [14] rapporte l'évolution de la viscosité en fonction de $\frac{T_g}{T}$ pour différents systèmes vitreux. Cette figure montre deux types de comportements : Cette divergence suit une loi d'Arrhénius dans le cas de verres forts (droite sur la figure) : $\tau = \tau_0 \cdot \exp(\frac{B}{T})$ et une loi de type Vogel-Fulcher-Tammann dans le cas de verres faibles : $\tau = \tau_0 \cdot \exp(\frac{B}{T-T_\infty})$ (D'Anna et Gremaud [15]). Bon nombre de matériaux présentent "une transition vitreuse" au sens général du terme, citons par exemple les suspensions colloïdales, les gels, les verres de spin, les polymères amorphes, les verres de Coulomb²...

2. Les suspensions colloïdales et les verres sont des systèmes thermiques et il est aujourd'hui communément accepté que les transitions vitreuses des colloïdes et des verres structuraux sont du même type bien que des paramètres différents contrôlent la transition : la température dans le cas des verres et la densité dans le cas des suspensions colloïdales.

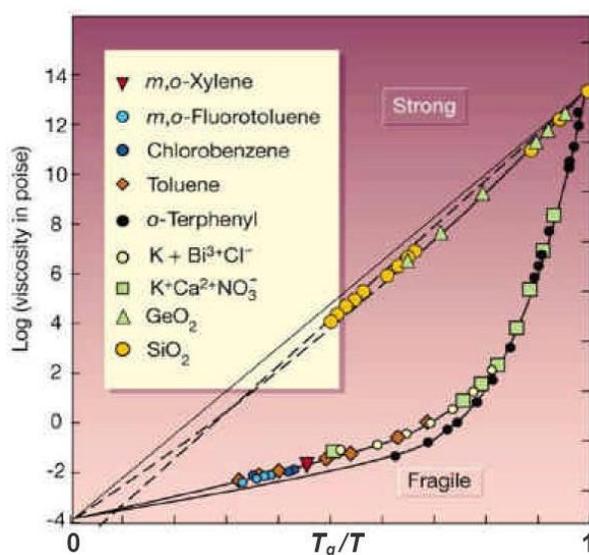


FIGURE 3.3 – Evolution de la viscosité de différents matériaux vitreux en fonction de $\frac{T_g}{T}$. (P. G. Debenedetti and F. H. Stillinger [14].) *Les différents symboles présentent l'évolution de la viscosité en fonction de la température pour différents verres. Le comportement linéaire caractérise les verres "forts" (SiO_2 et GeO_2) tandis que les autres verres sont dits "faibles".*

3.3.2 Propriétés remarquables des systèmes hors équilibre

Les systèmes vitreux évoqués ci-dessus présentent des particularités communes. Le premier comportement qui n'est pas observé dans les systèmes à l'équilibre est l'effet mémoire. Le chemin suivi par le système lors de son évolution dépend de son évolution antérieure.

Une seconde caractéristique, à l'échelle locale cette fois, réside dans une distribution non-gaussienne des déplacements. Cette distribution gaussienne pourtant universelle³ et si fréquemment rencontrée dans les systèmes à l'équilibre est prise en défaut dans ces systèmes vitreux. Par exemple, la figure 3.4 présente la distribution des déplacements des particules dans une suspension colloïdale obtenue par microscopie confocale. Cette distribution présente une queue large rendant compte de l'existence de grands événements.

Ces systèmes n'étant pas à l'équilibre, la notion de température est mal définie ou du moins doit être redéfinie par rapport au cas des systèmes à l'équilibre. Il vaut mieux considérer les fonctions de corrélation. Des particularités fondamentales apparaissent sur la relaxation de ces fonctions. L'une des grandeurs appropriées pour l'étude de la relaxation d'un système vitreux est la partie réelle de la partie "self" du facteur de structure dynamique, aussi appelée fonction de Van Hove.

3. La loi gaussienne est un bassin d'attraction pour les systèmes non corrélés ou pour des corrélations à courte portée (conséquence du théorème de la limite centrale).

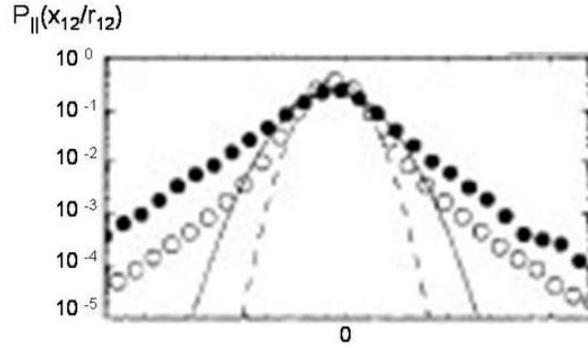


FIGURE 3.4 – Distribution des déplacements dans un colloïde. Weeks and Weits [17].

$$F_s(\vec{k}, t) = \langle f_s(\vec{k}, t) \rangle = \left\langle \frac{1}{N_\alpha} \sum_{j=1}^{N_\alpha} e^{i.\vec{k}.(\vec{r}_j(t) - \vec{r}_j(0))} \right\rangle \quad (3.1)$$

La somme dans l'équation 3.1 porte sur les espèces du liquide considéré et $\vec{r}_j(t)$ correspond à la position de la particule j à l'instant t , $f_s(\vec{k}, t)$ est la valeur instantanée du facteur de structure dynamique et les crochets désignent une moyenne d'ensemble sur les configurations accessibles à une température donnée.

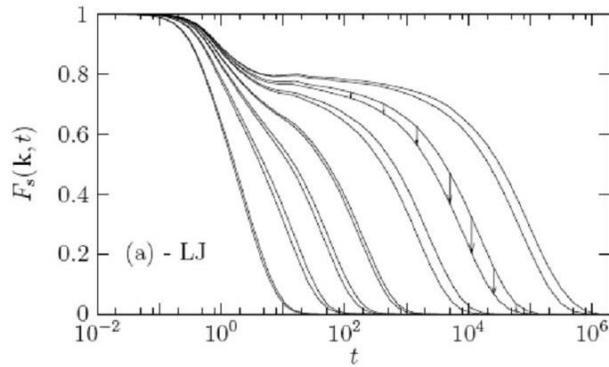


FIGURE 3.5 – Evolution de la partie réelle de la fonction de Van Hove pour un liquide de Lennard-Jones pour différentes températures. La température diminue de gauche à droite : $\frac{T}{T_g} = 2.1, 2.0, 1.05, 1.0, 0.75, 0.72, 0.61, 0.6, 0.51, 0.5, 0.47, 0.46, 0.435, 0.43$. Berthier et al. [16].

Cette fonction est représentée sur la figure 3.5 pour un liquide de Lennard-Jones pour différentes températures. La température diminue de gauche à droite. Il apparaît qu'à haute température ($T > T_g$) la fonction décroît de façon exponentielle comme dans un liquide "classique" alors qu'au delà de la transition vitreuse ($T < T_g$), un épaulement apparaît avec un ralentissement de la dynamique. La première décroissance correspond à la diffusion d'une particule à l'intérieur de la cage formée par ses voisins (relaxation α) tandis que la seconde relaxation correspond à la sortie des particules de cette cage (relaxation β). Le plateau dans ces fonctions de corrélation correspond à un gel progressif de certains degrés de liberté.

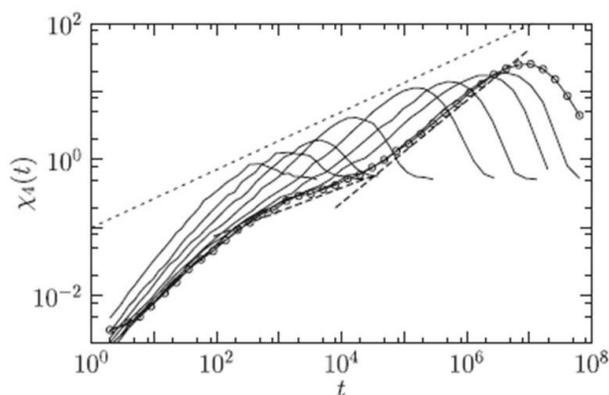


FIGURE 3.6 – Fonction de corrélation à 4 points, $\chi_4(t)$, dans un mélange binaire de type Lennard-Jones. Berthier et al. [18]. La température diminue de gauche à droite. $\frac{T}{T_g} = 2, 1, 0.75, 0.6, 0.5, 0.47, 0.45, 0.435, 0.43$.

L'augmentation des temps de relaxation observée dans ces systèmes est à relier à une augmentation de la corrélation et à l'existence de phénomènes coopératifs. La croissance d'une longueur de corrélation dynamique n'est pas visible sur les fonctions de corrélation statiques, car ce sont des fonctions calculées au même temps. Pour montrer que la dynamique devient de plus en plus corrélée ou coopérative en approchant la transition vitreuse, il est nécessaire d'utiliser des fonctions de corrélations à 4 points qui sont une mesure directe des fluctuations dynamiques.

$$\chi_4(t, \vec{k}) = N_\alpha [\langle \text{Real}(f_s(\vec{k}, t))^2 \rangle - \text{Real}(F_s)^2(\vec{k}, t)] \quad (3.2)$$

La Figure 3.6 présente l'évolution de $\chi_4(t)$ (obtenu en moyennant sur les directions et normes de \vec{k}) dans un mélange binaire de type Lennard-Jones pour différentes températures (la température diminue de gauche à droite). L'existence d'un maximum de la fonction, $\chi_4(t)$, indique une hétérogénéité dans la dynamique du système. L'amplitude de ce maximum augmente lorsque la température diminue, ce qui montre que les longueurs caractéristiques des corrélations spatiales augmentent quand la température s'approche de la

température de transition vitreuse T_g .

Nous verrons dans le paragraphe suivant que les milieux granulaires ont nombre de points communs avec ces systèmes vitreux hors équilibre dans lesquels des effets de frustration et de coopérativité sont également présents.

3.3.3 Les milieux granulaires comme milieux hors équilibre

P.Philippe et al. [8] ont montré que lors du processus de compaction,

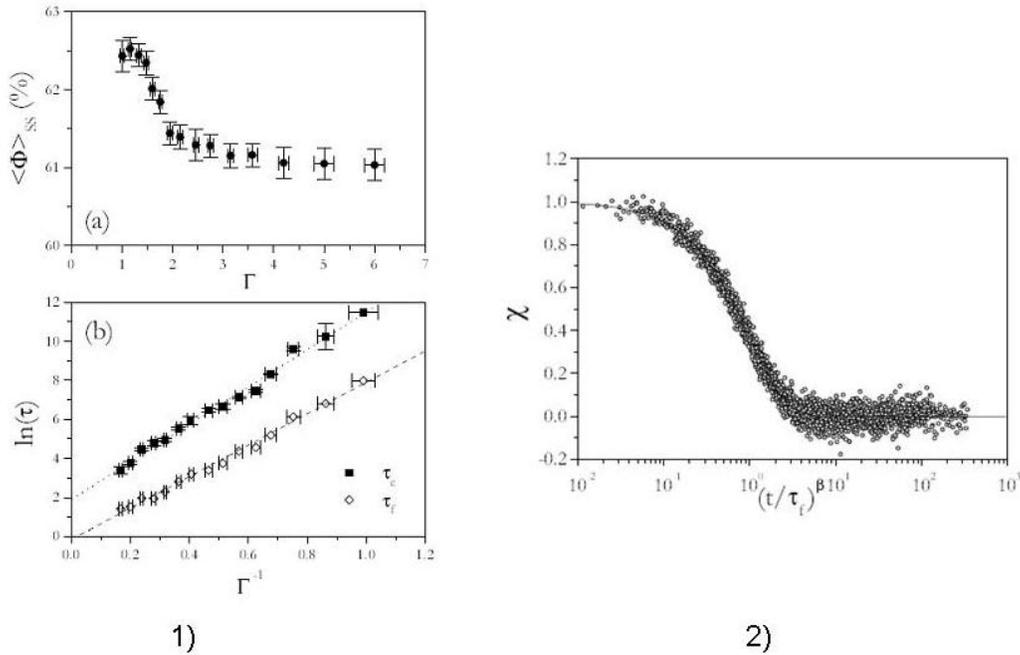


FIGURE 3.7 – 1)a) Compacité dans l'état stationnaire en fonction de l'intensité des tapes, Γ . b) Evolution du temps de relaxation τ_c et du paramètre d'ajustement τ_f en fonction de l'intensité des tapes (les droites correspondent à des lois d'Arrhenius). τ_c est définie par les auteurs comme le temps nécessaire pour qu'un empilement "oublie" sa configuration initiale. C'est le point de convergence des courbes d'évolution de la compacité pour deux empilements de compacités initiales 0.583 et 0.632. 2) Collapse des courbes d'évolution de la compacité normalisée $\chi = \frac{\phi_\infty - \phi(t)}{\phi_\infty - \phi_0}$ en fonction du paramètre $(\frac{t}{\tau_f})^\beta$. La courbe est une exponentielle étirée.

L'ajustement du taux de croissance de la compacité $\chi = \frac{\phi_\infty - \phi(t)}{\phi_\infty - \phi_0}$ suit une loi en exponentielle étirée, $\chi = \exp(-(\frac{t}{\tau_f})^\beta)$, issue de la dynamique des verres (Figure 3.7-2)), et le temps caractéristique associé, τ_f , suit une loi d'Arrhenius caractérisant le comportement des verres forts, $\tau_f = \tau_0 \exp(\frac{B}{\Gamma})$, (Figure 3.7-1)).

Ces résultats vont dans le sens d'une analogie au niveau macroscopique entre la relaxation lente d'un milieu granulaire soumis à des tapes et l'évolution de systèmes vitreux. Le

paramètre de contrôle qui fixe le temps caractéristique de relaxation, τ_f , est l'intensité des tapes appliquées à l'empilement qui est à rapprocher de la température dans le cas de la transition vitreuse.

A. Lefevre et al. [21] ont poussé l'analogie plus loin en suggérant l'existence d'hétérogénéités dynamiques durant la phase de compaction via des arguments analytiques. La figure 3.8 présente l'évolution de χ en fonction du temps τ pour différentes origines des temps t_w durant la phase de compaction. On observe une croissance du maximum de χ avec t_w montrant une augmentation de la longueur caractéristique des corrélations spatiales durant cette phase.

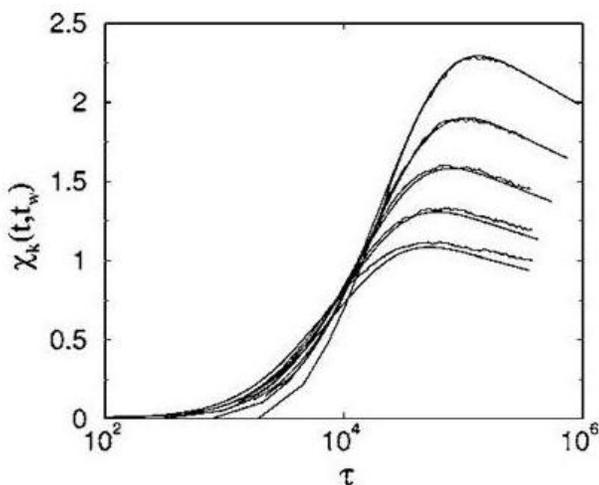


FIGURE 3.8 – $\chi(t, t_w)$ en fonction de $\tau = t - t_w$ for $k = 2\pi$ and $t_w = 6250, 12500, 25000, 50000, 100000$ (de bas en haut).

Durant la phase de compaction le système vieillit et cette évolution est lente. La décroissance non exponentielle extraite des fonctions de corrélation en est la signature et l'existence d'hétérogénéités dynamiques est mise en évidence par celle d'un maximum pour les fonctions de corrélation à 4 points. Le vieillissement est également l'une des caractéristiques des systèmes hors équilibre.

La figure 3.9a) présente l'étude numérique du vieillissement d'un verre de Lennard-Jones pendant une trempe (W. Kob et al. [22]) et la figure 3.9b) présente l'étude expérimentale du vieillissement d'un milieu granulaire saturé en eau soumis à des tapes (A. Kabla et al. [23]). La figure a) présente l'évolution du facteur de structure durant la trempe en fonction du temps τ pour différentes origines des temps t_w et la figure b) celle de la fonction de corrélation de l'intensité diffusée durant le suivi de l'expérience par diffusion multiple de la lumière pendant la phase de compaction.

Dans les deux cas, la relaxation du système présente un vieillissement avec des fonctions de corrélation du second ordre qui suivent des lois en exponentielle étirée. Ces observations

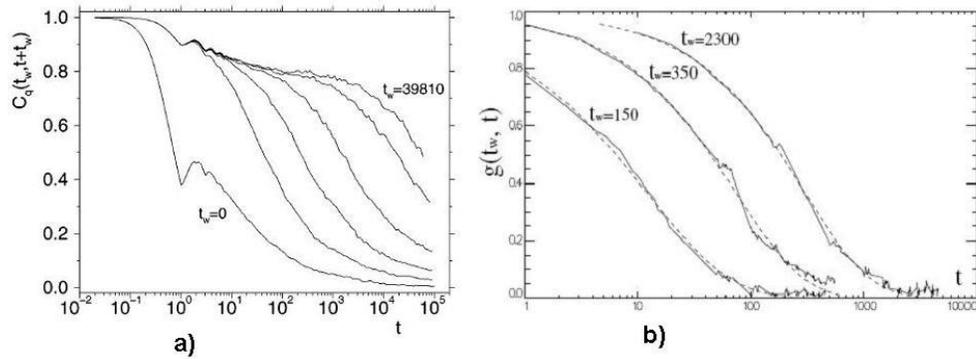


FIGURE 3.9 – a) Evolution du facteur de structure dans un verre de Lennard Jones pendant une trempe (W. Kob et al. [22]). b) Evolution des corrélations de l'intensité diffusée dans une expérience de tapping suivie par diffusion multiple de la lumière (A. Kabla et al. [23])

renforcent l'analogie entre milieux granulaires et systèmes thermiques hors équilibre tels que les verres.

Cependant cette analogie porte-t-elle uniquement sur les propriétés macroscopiques ou porte-t-elle aussi sur les propriétés de diffusion? S'étend-t-elle à l'échelle microscopique?

G. Marty et al. [20] ont mené une étude expérimentale (Figure 3.10a)) des propriétés de diffusion et du comportement microscopique d'un milieu granulaire bidimensionnel soumis à un cisaillement quasi-statique.

Les auteurs ont mis en évidence "un effet cage" dans le mouvement des grains (Figure 3.10b)), qui se manifeste dans l'évolution de l'écart quadratique moyen (Figure 3.10c)) par une transition entre un régime sous-diffusif (grain bloqué dans sa cage) et un régime diffusif (grain qui sort de sa cage). La distribution des déplacements présente en outre un comportement non gaussien (excès des grands événements). La taille typique de ces cages est d'environ 0.3 diamètre de grain.

O. Dauchot et al. [19] ont caractérisé la dynamique pour cette même expérience. La figure 3.11 a) présente l'évolution du facteur de structure pour plusieurs vecteurs d'ondes \vec{k} . $F_s(\|\vec{k}\|, t)$ est parfaitement ajustée par une loi en exponentielle étirée. L'hétérogénéité dynamique peut être l'une des raisons d'une relaxation non exponentielle de la fonction de Van-Hove. Cette hypothèse est vérifiée sur la figure 3.11 b) où $\chi_4(\|\vec{k}\|, t)$ est tracé en fonction de t pour différentes valeurs de $k = \|\vec{k}\|$. Cette fonction a une forme analogue à celle trouvée dans les verres et présente un maximum qui prouve d'une part l'existence d'hétérogénéités dynamiques et d'autre part que cette dynamique est corrélée sur des temps de l'ordre de grandeur du temps de relaxation de $F_s(\vec{k}, t)$. La longueur de corrélation trouvée est de l'ordre de 6 tailles de grain.

Des expériences sur des matériaux granulaires denses au voisinage de la transition de "jamming" ont également été réalisées par G. Caballero et al. [24]. L'une de ces expériences

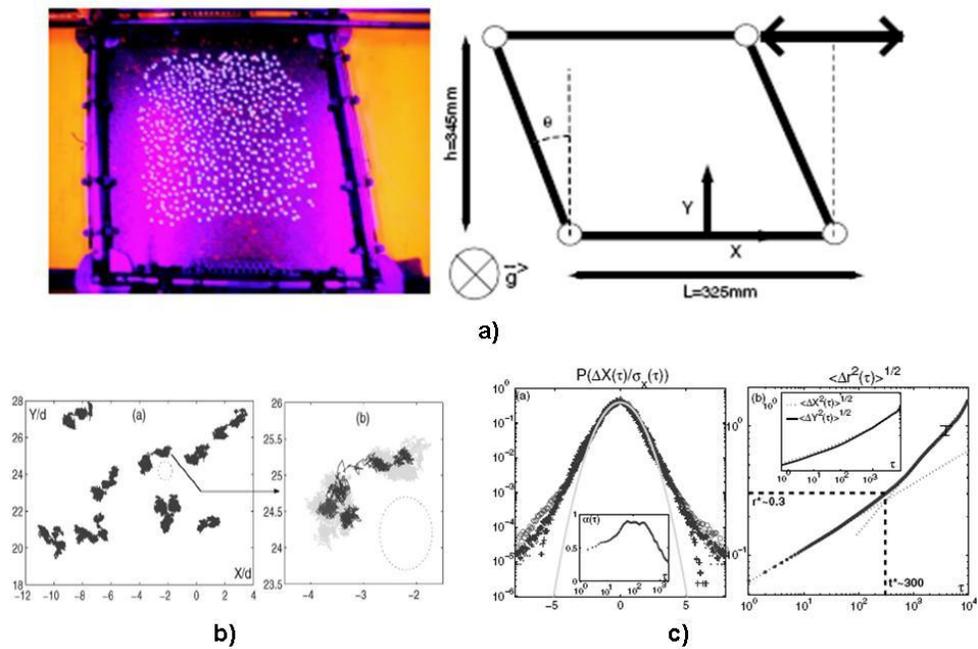


FIGURE 3.10 – Etude de la dynamique d’un milieu granulaire bidimensionnel sous cisaillement par G. Marty et al. [20]. a) schéma du dispositif expérimental. b) Trajectoire des grains pendant la sollicitation. c) Distribution des déplacements et évolution de l’écart quadratique moyen.

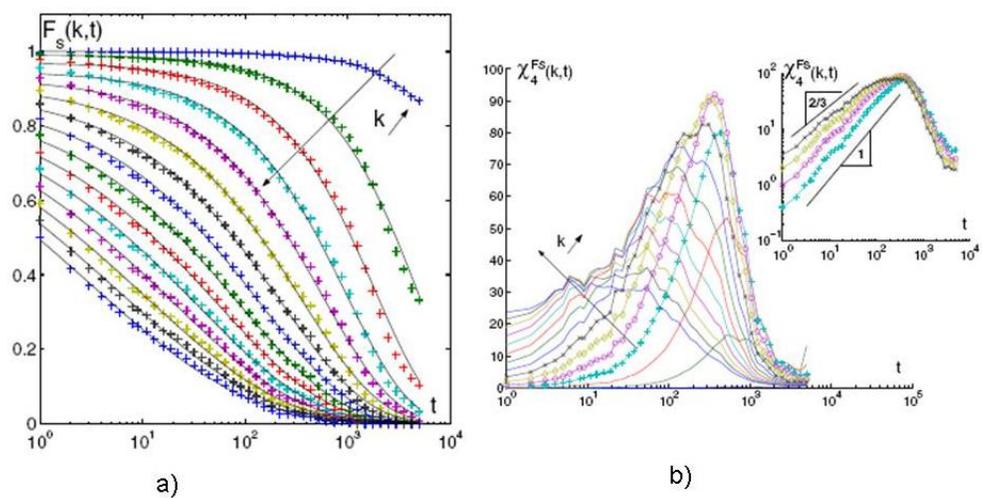


FIGURE 3.11 – (a) $F_s(\|\vec{k}\|, t)$ et (b) $\chi_4(\|\vec{k}\|, t)$ dans un milieu granulaire bidimensionnel sous cisaillement. D’après O. Dauchot et al. [19]

consiste à "thermaliser" un empilement granulaire 3 D par l'injection d'ondes sonores (excitation faible qui présente l'avantage d'éviter les effets de bord et la convection tout en travaillant dans la "phase vitreuse"). Les auteurs étudient la dynamique de compaction et discute, à l'image de ce qui est fait dans les systèmes vitreux thermiques, de la relation entre les propriétés macroscopiques et microscopiques du système. Ils montrent, en particulier, que la constante diffusives effective associées aux fluctuations macroscopique de compacité augmente avec l'intensité des vibrations. Il apparait également que la diffusion de la surface libre est plutôt due à une réorganisation collective macroscopique de l'empilement qu'à des migrations individuelles de grains. La dynamique microscopique est caractérisée par des méthodes de diffusions multiples de la lumière qui permet aux auteurs de remonter au déplacement quadratique moyen des grains dans l'empilement. Ces mesures permettent alors de relier l'évolution du coefficient de diffusion effectif macroscopique au déplacement moyen des grains à l'échelle microscopique. Un model théorique reste cependant encore à trouver pour lier ces deux quantités.

3.4 Ouverture

Nous avons vu que l'état stationnaire de compaction est analogue à un véritable état thermodynamique bien défini. Des études suggèrent l'existence de corrélation spatiales pendant la compaction. Qu'en est-il dans l'état stationnaire?. Puisque celui-ci est bien défini, y a t-il une analogie entre l'intensité des tapes dans un ensemble de grains soumis à des tapes et la température dans un système vitreux? C'est l'une des questions à laquelle j'ai tenté de répondre pendant mon travail de thèse.

Les milieux granulaires soumis à une autre forme de sollicitation partagent-ils des propriétés communes? Existe-t-il un lien entre la transition vitreuse et la transition de jamming d'un empilement de grains inclinés?

Chapitre 4

Etat de l'art sur la réponse d'un milieu granulaire soumis à une inclinaison

4.1 Intérêts

L'étude de la stabilité d'un ensemble de grains soumis à la gravité touche de nombreux domaines. L'un d'eux, déjà cité, est la stabilité des sols (glissement de terrains, compaction des sols, stabilité des constructions sur terrains meubles, etc...). Mais elle en touche bon nombre d'autres tels que la prédiction des catastrophes, la gestion et la prévention des risques d'avalanche, la gestion des infrastructures en terrain vallonné, ou bien encore l'étude de la géomorphologie.



a)



b)

FIGURE 4.1 – a) Avalanche de débris dans un vallon; Piau Engaly, Pyrénées, France. b) Ecoulement (grainflow) de sable au flanc d'une dune. Images tirées de www2.ulg.ac.be/geolsed/processus/processus.htm



FIGURE 4.2 – a) Avalanche sur la planète Mars (source : NASA/JPL-Caltech/Univ. of Arizona). b) Un glissement de terrain catastrophique sur environ 1,5 km dans une vallée tribulaire de la rivière Halfway (Canada) (source : Commission géologique du Canada)

En lien avec le chapitre précédent, la réponse d'un milieu granulaire à une inclinaison peut être vue comme une transition de déblocage (unjamming) faisant passer l'assemblée de grains d'un "état solide" à un "état liquide" où les grains s'écoulent. A l'image des études menées sur les transitions de phase usuelles, il est important d'identifier (s'il existe...) le paramètre d'ordre qui contrôle la transition d'un état solide du tas à un état dit d'écoulement et essayer de la classifier (voir chapitre précédent). Les paragraphes suivants présentent les travaux antérieurs menés par de nombreuses équipes afin d'identifier ces paramètres pertinents.

4.2 Observations expérimentales.

Lors de l'inclinaison d'une assemblée de grains, la composante tangentielle du poids augmente ce qui induit un cisaillement sur l'ensemble du tas. Les dispositifs expérimentaux utilisés pour étudier ce phénomène sont généralement de deux types : les tambours tournants et les plans inclinés.

Dans la suite, nous nous intéresserons d'avantage au déclenchement d'avalanches sur des plans inclinés. Ce choix se justifie par le fait que la succession d'avalanches dans un tambour tournant l'amène dans un état stationnaire hors équilibre (où les avalanches successives dépendent des précédentes). Les plans inclinés sont mieux adaptés à l'étude de la transition de "jamming" d'une assemblée de grains. La plupart des expériences consistent à incliner un milieu granulaire et à observer la dynamique du système avant que le système ne se mette à s'écouler à un angle, appelé angle d'avalanche θ_a . Après l'avalanche, l'angle du tas a diminué et est appelé angle de repos, θ_r .

Bien que nous nous plaçons dans une configuration sur plan incliné, une étude en tam-

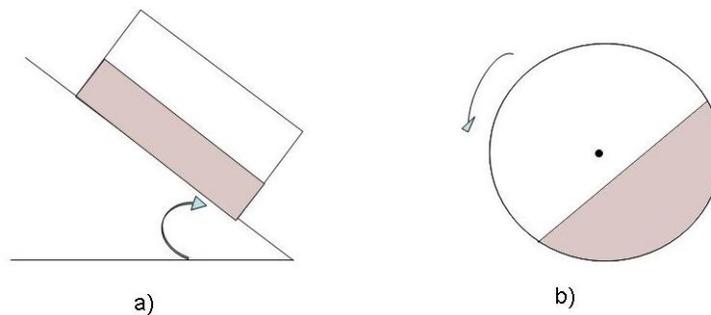


FIGURE 4.3 – a) Dispositif de type plan incliné. b) Dispositif de type tambour tournant. Ces deux géométries sont les plus classiques pour l'étude de la réponse d'un milieu granulaire soumis à la gravité.

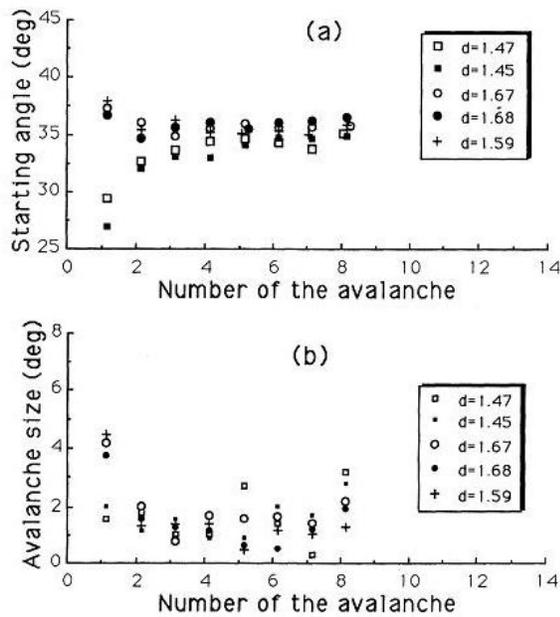
bour tournant menée par R. Fisher et al. [25, 26] présente des résultats importants. Les auteurs observent une transition d'un régime d'avalanches discrètes à un régime d'écoulement continu en faisant varier le paramètre de contrôle qu'est la vitesse de rotation du tambour. Cette transition se fait par intermittence avec l'apparition progressive (dans un intervalle de vitesse angulaire donné) d'évènements associés à l'un des régimes dans l'autre régime. Cette étude souligne l'importance des fluctuations sur la dynamique du système au voisinage de l'angle maximum de stabilité. En particulier, la prise en compte d'une dissipation dépendant des fluctuations permet aux auteurs d'expliquer cette transition. Les résultats de cette étude peuvent être pertinents pour comprendre le rôle des fluctuations, du "bruit" et de la dissipation sur la dynamique d'un tas de grains sous inclinaison avant l'angle d'avalanche.

4.2.1 Influences des différents paramètres sur l'angle maximum de stabilité

Quelques unes des études menées sur la limite de stabilité d'un ensemble de grains revèlent l'importance de plusieurs paramètres, notamment :

- la fraction volumique. [32, 33]
- le nombre de couches de grains. [31, 32]
- l'humidité. [31]
- la rugosité du fond. [34]

Il apparaît que l'angle d'avalanche augmente avec la fraction volumique initiale de l'empilement de grains. Les figures 4.4 1) et 2) montrent que les empilements initialement denses sont plus stables que ceux initialement lâches et donnent lieu à des avalanches plus importantes.



1)

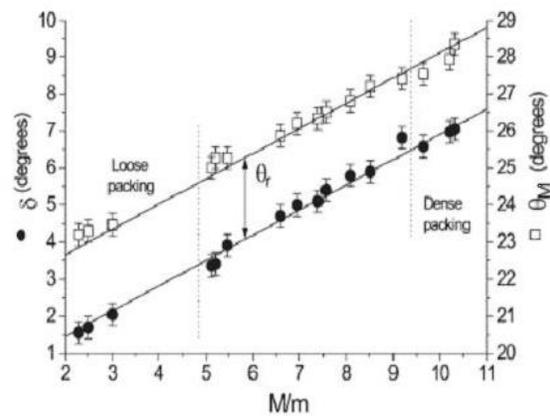


Fig. 2. θ_M and δ as a function of the avalanche mass normalized with the mass of one layer M/m ($m = 230\text{ g}$) in 20 layers systems. The bottom surface is made of glass spheres

2)

FIGURE 4.4 – 1) Influence de la fraction volumique initiale sur a) l'angle maximum de stabilité et sur b) la taille des avalanches en fonction du nombre d'avalanches pour différentes densités initiales du pack. D'après P. Evesque et al. [33]. 2) Angle maximum de stabilité, θ_M , et différence entre l'angle d'avalanche et l'angle de repos, δ , en fonction de la taille des avalanches pour des empilements initialement lâches (loose packing) et denses (dense packing). D'après M. A. Aguirre et al. [32].

Des études sur l'influence du nombre de couches de grains et sur celle de la rugosité du fond [31, 34] montrent que (figure 4.5) pour les petites hauteurs (moins de 10 tailles de bille) la stabilité du système est affectée par la rugosité du fond. Pour des hauteurs plus grandes, l'angle maximum de stabilité ne dépend plus de la hauteur. Pour les petites hauteurs, l'angle d'avalanche diminue lorsque le nombre de couches augmente.

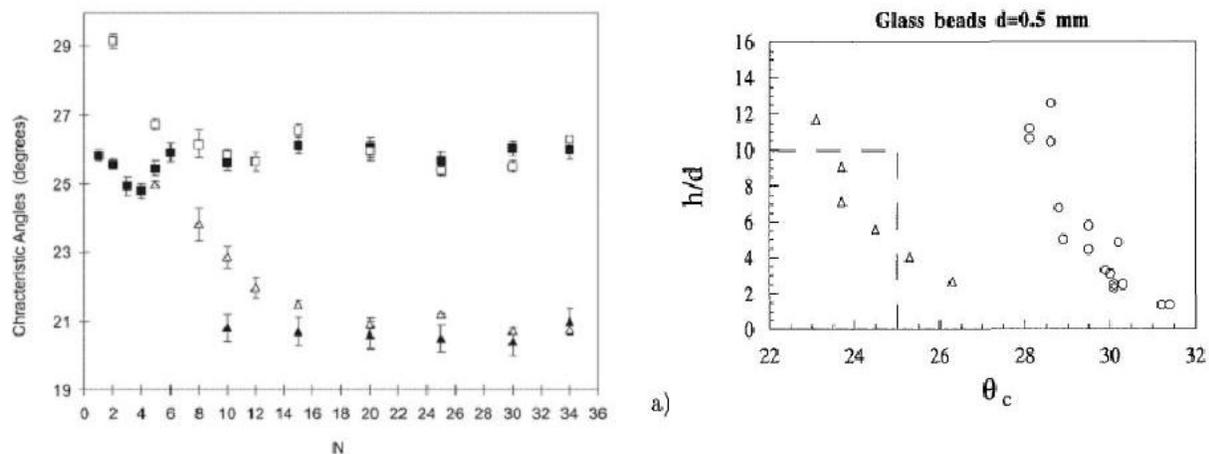


FIGURE 4.5 – 1) Angle d'avalanche (carrés) et angle de repos (triangles) en fonction du nombre de couches du pack. symboles pleins : billes de verre. symboles vides : grains en quartz. D'après M. A. Aguirre et al. [31]. 2) Variation de l'angle maximum de stabilité en fonction du nombre de couches du pack (cercles). D'après O. Pouliquen et al. [34].

Enfin, les milieux granulaires sont influencés par l'humidité. En effet, pour de fortes teneurs en eau, des interactions de type ponts liquides ou électrostatiques peuvent apparaître entre les grains donnant lieu à des effets cohésifs. La figure 4.6 ci-dessous tirée des expériences de M. A. Aguirre et al. [31] montre que l'angle maximum de stabilité dépend de l'humidité. Celui-ci augmente avec l'humidité à cause de ces effets cohésifs.

La transition "solide-liquide" lors d'une avalanche dépend de la compacité, paramètre important dans la description des effets coopératifs. Enfin les effets de confinement (nombre de couches, géométrie, effets des parois) jouent un rôle prépondérant au voisinage de la transition où la longueur de corrélation augmente. Par exemple, des études de S. Courrech Du Pont et al. [35] et de Boltenhagen et al. [36] montrent que la présence de parois latérales augmente la stabilité d'un tas. Des modèles qui prennent en compte la redistribution d'une partie du poids sur les parois par la formation d'arches sont en accord avec ces observations.

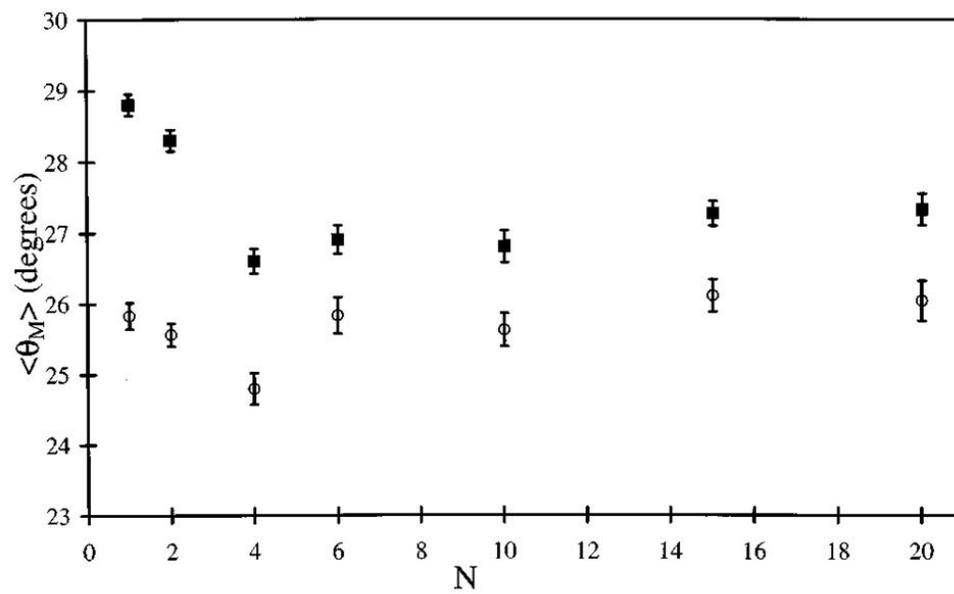


FIGURE 4.6 – Angle d’avalanche en fonction du nombre de couches du pack pour des systèmes de degrés d’humidité différents. 70 pour cent pour les carrés et 50 pour cent pour les cercles. D’après M. A. Aguirre et al. [31].

4.2.2 Dynamique de réarrangements avant l'avalanche.

Bretz et al. [27] ainsi que Nerone et al. [28] ont étudié la dynamique d'un milieu granulaire 3D composé de billes de verre, d'un diamètre de l'ordre du mm, avant l'avalanche. Ces expériences consistent à incliner un bac rempli de billes de verre à des vitesses lentes, de l'ordre du degré par minute (pour être dans un régime quasistatique) et à suivre la dynamique des réarrangements avant l'avalanche.

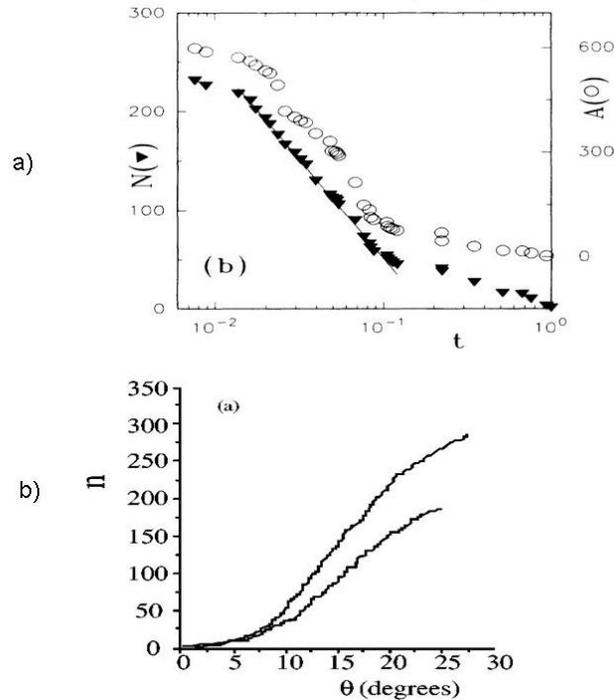


FIGURE 4.7 – a) Nombre d'évènements, N , entre deux avalanches successives en fonction de $t = \frac{T_c - T}{T_c - T_r}$. D'après Bretz et al. [27]. b) Nombre d'évènements, n , avant la première avalanche en fonction de l'angle d'inclinaison. D'après Nerone et al. [28]

Les figures 4.7a) et 4.7b) issues de Bretz et al. [27] et Nerone et al. [28] montrent l'évolution du nombre total de réarrangements (cumulés) à la surface du pack avant une avalanche. Bretz et al. [27] présentent l'évolution de ce nombre en fonction d'une variable réduite $t = \frac{T_c - T}{T_c - T_r}$ où T est le temps, T_c temps auquel l'avalanche se produit et T_r le temps qui marque la fin de l'avalanche précédente. Bretz et al. [27] étudient ainsi la dynamique entre deux avalanches successives contrairement à Nerone et al. [28] qui étudient la dynamique avant la première avalanche. Bretz et al. [27] observent une évolution logarithmique du nombre de réarrangements en fonction du temps alors que Nerone et al. [28] observent une évolution linéaire. La dynamique plus lente du premier cas provient probablement de l'histoire du système, celui ci a subi préalablement une avalanche qui a stabilisé le système (contrairement au cas de Nerone et al.). Nous montrerons dans la suite que l'histoire du

tas ainsi que sa préparation ont une grande influence sur la dynamique d'un pack de grains soumis à la gravité. Dans les deux cas, les auteurs observent tout d'abord un transitoire où les grains dans des positions instables à l'état initial se stabilisent et observent un ralentissement du taux de réarrangements juste avant l'avalanche.

Nerone et al. [28] montrent (figure 4.8) que cette diminution du nombre de réarrangements est accompagnée d'une augmentation de leur taille¹. Ces réarrangements de grande dimension (de l'ordre de grandeur de la taille du pack), non observés par Bretz et al. [27] entre deux avalanches, sont appelés "précurseurs d'avalanche" par leurs auteurs et apparaissent de façon quasi-périodique. Ces auteurs montrent également que la pseudo-période dépend fortement du nombre de couches du pack (lien structure-dynamique) et augmente avec elle jusqu'à une valeur seuil.

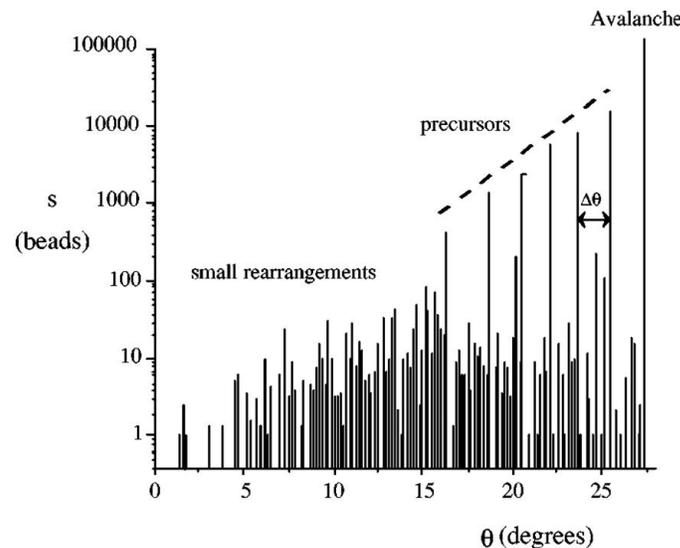


FIGURE 4.8 – Evolution du nombre de grains réarrangés, s , en fonction de l'angle d'inclinaison. D'après Nerone et al. [28].

En ce qui concerne les distributions de la taille des évènements, Bretz et al. [27] observent une loi de puissance contrairement à Nerone et al. [28] qui observent une coupure pour les grands évènements (Figure 4.9).

Nous discuterons dans un prochain chapitre de l'intérêt et des enjeux de la détermination de ces distributions et de la caractérisation de la dynamique du système avant l'avalanche.

4.3 Approches théoriques

Afin de prédire l'état critique pour lequel l'avalanche a lieu, les approches habituelles sont de trois types : d'abord une approche de type milieu continu en considérant le tas

1. La taille ici correspond au nombre de grains mis en jeu dans l'évènements

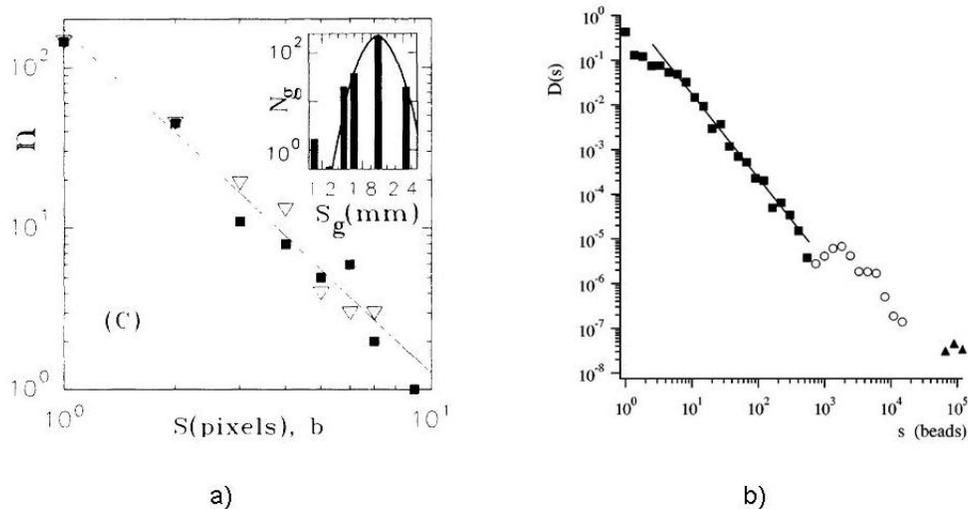


FIGURE 4.9 – a) Distribution de la taille des réarrangements dans l’expérience de Bretz et al. [27]. b) Distribution de la taille des réarrangements dans l’expérience de Nerone et al. [28].

comme un solide et en tentant de prédire l’avalanche en introduisant des critères de rupture (type Mohr-Coulomb), puis des modèles phénoménologiques présentant des comportements critiques auto-organisés, enfin en adoptant des méthodes de type dynamique moléculaire ou dynamique des contacts pour simuler le comportement d’une assemblée de sphères soumises à la gravité.

4.3.1 Approche milieu continu : Modèle de type ”Granta Gravel”

P. Evesque [37] s’est inspiré du modèle de ”Granta Gravel” [38] pour proposer une approche théorique des avalanches de billes avec les hypothèses suivantes :

- Les billes sont considérées comme rigides.
- Existence de pertes par frottement solide.
- Présence de déformations plastiques.
- Effets de dilatance.

L’auteur montre que la taille des avalanches est contrôlée par la différence entre la densité d de l’empilement et une densité critique d_c . Lorsque $d = d_c$, les pertes peuvent être dissipées localement et le processus d’avalanche peut présenter des fluctuations critiques. Pour $d > d_c$, la théorie prédit des avalanches macroscopiques et une transition du premier ordre.

Dans ce modèle, la déformation du milieu granulaire apparaît lorsque la contrainte appliquée au milieu dépasse un seuil plastique et l’énergie perdue est alors dissipée par frottement solide à travers un coefficient de friction indépendant de la compacité du

38 Chapitre 4. Etat de l'art sur la réponse d'un milieu granulaire soumis à une inclinaison matériau.

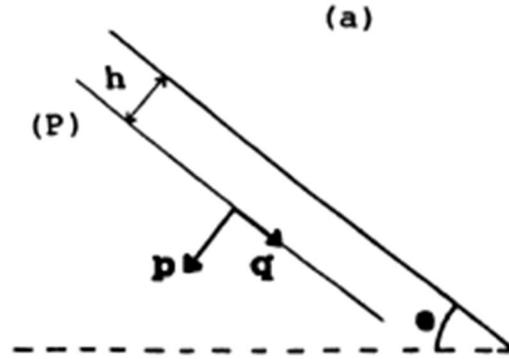


FIGURE 4.10 – Approche de type "Granta Gravel" pour les avalanches. Les forces p et q sont appliquées sur la partie inférieure du pack par la partie supérieure de hauteur h .

Le milieu granulaire est supposé homogène de densité constante et est incliné d'un angle θ par rapport à l'horizontale. Comme indiqué sur la figure 4.10, l'auteur considère un plan (P) parallèle à la surface libre et distant d'une hauteur h de celle-ci. Les forces p et q sont respectivement les forces normales et tangentielles appliquées par la partie supérieure du pack sur la partie inférieure délimitée par le plan (P). Une perturbation du milieu définie par

$$(p, q, \epsilon_v, \epsilon_q) \rightarrow (p + \delta p, q + \delta q, \epsilon_v + \delta \epsilon_v, \epsilon_q + \delta \epsilon_q) \quad (4.1)$$

où $\delta p, \delta q$ sont des perturbations de p et q qui entraînent une déformation plastique du milieu à l'origine d'une variation de volume $\delta \epsilon_v$ perpendiculaire au plan (P) et $\delta \epsilon_q$ parallèle à (P).

Un critère de stabilité issu de la théorie plastique des milieux isotropes :

$$\delta p \cdot \delta \epsilon_v + \delta q \cdot \delta \epsilon_q \leq 0 \quad (4.2)$$

associé à un critère énergétique :

$$p \cdot \delta \epsilon_v + q \cdot \delta \epsilon_q = M \cdot p \cdot |\delta \epsilon_q| \quad (4.3)$$

où M est le coefficient de frottement solide du milieu, permet de prédire l'existence d'un état critique ($p_c, q_c = M \cdot p_c$) pour lequel $\delta \epsilon_v = 0$ (le volume et la densité d restent constants).

Si $M \cdot p > q$ alors $\delta \epsilon_v > 0$: le système se compactifie et la densité d augmente, le milieu arrête de se déformer spontanément si l'angle d'inclinaison cesse d'augmenter.

Si $M \cdot p < q$ alors $\delta \epsilon_v < 0$: le système se dilate et la densité d décroît, la déformation ne peut pas être amortie par la dissipation. Une avalanche se développe.

Le résultat principal de ce modèle est de présenter la densité du pack comme paramètre d'ordre de la transition du tas statique vers le tas en écoulement. Il souligne également l'importance du phénomène de dilatance dans le déclenchement de l'avalanche. Cependant, ce modèle est un modèle 3D de type milieu continu qui ne prend pas en compte la nature discrète du milieu granulaire. Or les réarrangements observés expérimentalement pour les petits angles se font à l'échelle du grain et non à celle du pack. Ce modèle décrit le comportement du milieu au voisinage du point de rupture de l'ensemble du pack et ne peut décrire la dynamique hétérogène des réarrangements avant l'avalanche. Il constitue une description de l'état critique au voisinage du point de rupture.

4.3.2 Approche de type éléments discrets.

Pour avoir une approche à toutes les échelles, il est nécessaire de réaliser des simulations de type éléments discrets. Les approches de type dynamique moléculaire peuvent être utilisées pour décrire ce genre de problèmes (L. Oger et al. [39]). Cependant l'émergence de la dynamique des contacts, plus adaptée aux problèmes quasistatiques, a permis de montrer l'influence du réseau de contacts sur l'évolution globale du pack. Staron et al. [40] ont utilisé la dynamique des contacts [41, 42]. Dans ce cas, les grains sont indéformables et aucun chevauchement n'est possible. L'indétermination mécanique du réseau de forces est résolue par une méthode itérative à chaque pas de temps. Les grains étant indéformables, le mouvement relatif entre deux grains n'est possible que par rotation ou glissement (pas de déplacements liés aux chevauchements des grains) ce qui entraîne des réarrangements plus grands que dans le cas de la dynamique moléculaire.

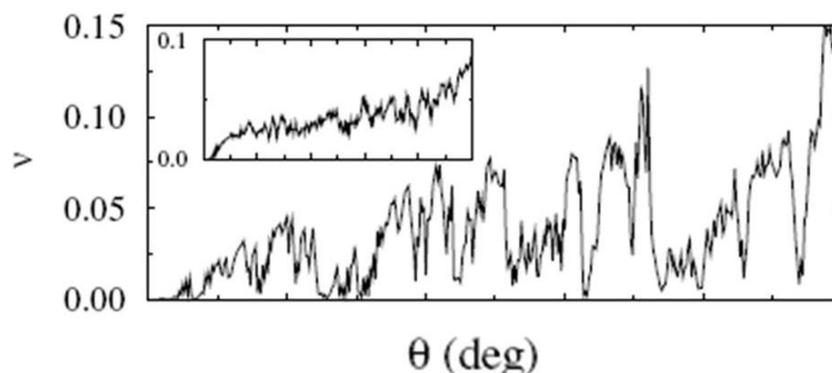


FIGURE 4.11 – Evolution de la densité de contacts critiques en fonction de l'angle d'inclinaison pour une simulation. Insert : Evolution moyennée sur 15 simulations. D'après Staron et al. [40]

Staron et al. [40] montrent que la transition de déblocage dans le cas d'une assemblée de grains en 2D est caractérisée par une dynamique intermittente de réarrangements locaux.

Les auteurs montrent que la transition peut être caractérisée par la densité de contacts critiques². La figure 4.11 montre que le nombre de contacts critiques augmente de façon intermittente avec l'angle d'inclinaison. Durant cette inclinaison, la taille des clusters de contacts critiques (figure 4.12) augmente en loi de puissance.

Les auteurs interprètent leurs résultats par la localisation des contacts critiques au niveau du réseau de contacts faibles. Lorsque la taille des clusters de contacts critiques tend à être de l'ordre de grandeur de la longueur de corrélation du réseau des chaînes fortes (qui constitue le squelette qui maintient l'empilement sous son propre poids) le tas se déstabilise et une avalanche a lieu.

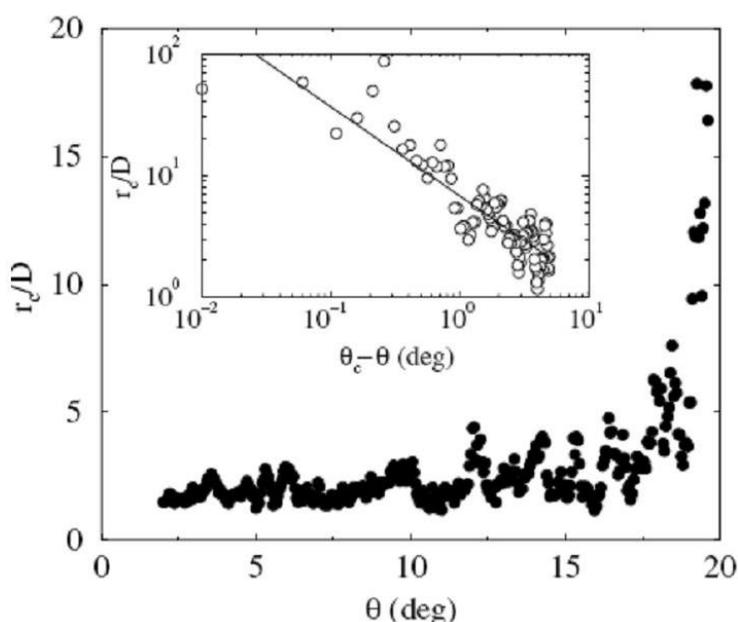


FIGURE 4.12 – Evolution de la taille moyenne des clusters de contacts critiques en fonction de l'angle d'avalanche. Insert : Représentation en Log-Log. D'après Staron et al. [40].

Une étude menée par L. Oger et al. [39] avec une simulation de type dynamique moléculaire 2D a montré le rôle du désordre sur le déclenchement d'une avalanche. Les auteurs montrent qu'une faible augmentation de la variance de la distribution de taille des grains du système peut causer de grosses variations dans le nombre de disques instables. Il apparaît donc que la longueur de corrélation des réarrangements avant l'avalanche dépend fortement du degré de désordre du système. Cette dernière est d'autant plus faible que le désordre est élevé.

Cette observation est à relier aux résultats des études présentées dans le chapitre précédent sur l'hétérogénéité dynamique des systèmes vitreux. En effet, nous avons mentionné la croissance des longueurs de corrélation dynamique avec la densité de grains dans

2. les contacts au seuil de Coulomb sont dits critiques

le cas du tapping. L'ordre dans un empilement dépendant fortement de la compacité (apparition d'ordre local (cristallisation) pour des compacités de l'ordre de 0.70 à 2D et de 0.64 en 3D), il apparaît que l'ordre local dans un empilement conduit à une augmentation de la compacité locale et par suite à une augmentation des longueurs de corrélation dynamique et de coopérativité, donnant lieu à des réarrangements d'autant plus grands.³

4.3.3 Comportement critique auto-organisé.

L'étude de la dynamique des systèmes hors équilibre (transitions de phases dynamiques) et celle des systèmes hétérogènes (verres de spins) ont montré que des systèmes avec un grand nombre d'éléments interagissant mutuellement et échangeant de l'énergie, de la matière ou de l'information avec leur environnement, auto-organisent leur structure interne et leur dynamique en laissant apparaître des propriétés macroscopiques communes.

Ce concept de comportement critique auto-organisé a été introduit par Bak, Tang et Wiesenfeld [43] dans un article de 1987 sur l'exemple du tas de sable. Un tas de sable est formé par ajout de grains de sable un par un sur une surface circulaire (par un algorithme de type automate cellulaire [43]⁴). Dans l'état stationnaire, la surface du tas garde en moyenne un angle constant. L'ajout de chaque grain supplémentaire entraîne des réarrangements à la surface. Les auteurs ont montré que ces réarrangements suivent une distribution en loi de puissance, montrant que le système est dans un état critique où les avalanches s'étendent à travers toutes les échelles spatiales [44]. Ce concept permet de rendre compte de nombreux phénomènes tels que la loi de Gutenberg-Richter pour les tremblements de terre [45], mais aussi l'évolution des marchés financiers, le bruit électrique ou bien encore les feux de forêts. Les expériences menées en laboratoire n'ont cependant pas montré avec clarté, dans des cas généraux, l'existence d'un comportement critique auto-organisé dans les tas de sable. Des expériences ont été réalisées pour bon nombre de conditions expérimentales différentes. Le tableau suivant présente quelques expériences et résultats ainsi obtenus.

La criticalité auto-organisée de la dynamique d'un milieu granulaire donne bon nombre d'observations et de résultats différents. Alors que le concept original introduit par Bak et al. [43] se veut universel, il apparaît que les observations faites dans les milieux granulaires dépendent beaucoup des détails des systèmes.

3. cette influence de l'ordre sur la dynamique des réarrangements est également à rapprocher de la dépendance de l'angle d'avalanche avec la compacité observée par [32] et [33]

4. Nous n'allons pas développer ici les algorithmes classiques d'automates cellulaires utilisés par Bak et al. et largement présentés dans la littérature. Notre but est de comparer les prévisions de ce modèle avec les observations expérimentales issues de la physique des milieux granulaires

SOC or not SOC ?

Article	Système	Variable	Résultats
<i>G. A. Held et al.</i> [46]	Addition de grains . Sable. L=qqq cm	Masse sortant du système Après addition	oui pour petits tas non pour grand tas
<i>Bretz et al.</i> [27]	Plan incliné lentement. billes En acier. 0.22°/min. d= 2mm. H=5cm. L~50cm. l~30cm.	Taille des réarrangements entre 2 avalanches	oui
<i>Rosendahl et al.</i> [48]	Addition de grains. Sable. L/d=50.	Masse sortant du système Après addition	non
<i>Nerone et al.</i> [28]	Plan incliné lentement. Billes de verre 0.3°/min. d= 2.2mm. H~5cm. L~32cm. l~26cm.	Taille des réarrangements Avant l'avalanche	non
<i>Frette et al.</i> [49]	Addition de grains. Grains de riz. (confinement entre deux plaques, l~0.8 δ) L~30 δ , δ : élongation des grains	Taille des réarrangements après chaque addition de grains	Oui pour des grains allongés Non pour des grains sphériques
<i>Costello et al.</i> [50]	Addition de grains . Billes de verres. L~20 cm. d=3mm	Masse sortant du système Après addition	oui

FIGURE 4.13 – Enumération non exhaustive de quelques expériences étudiant le caractère auto-organisé ou non de la dynamique d'un milieu granulaire sous contrainte. d : désigne le diamètre des grains utilisés. L : la longueur du système. l : largeur du système. H : hauteur du système

Les expériences directement comparables avec le modèle de tas de sable de Bak (qui consiste à laisser tomber un par un les grains sur un tas établi) présentent elles mêmes de grandes différences :

Sur la nature du milieu granulaire,

Frette et al. [49] ont montré que les distributions de taille des évènements dépendaient de la forme des grains, cette forme a un grand rôle sur les effets d'inertie lors de la propagation des réarrangements. Costello et al. [50], quant à eux, soulignent l'importance des effets de cohésion pouvant être responsables de l'écart au comportement critique de Bak.

Sur la taille des systèmes

Held et al. [46] ont montré que les petits tas semblaient se comporter de façon critique à l'opposé des grands tas qui présentent une occurrence plus importante de grands évènements intermittents. Des effets de taille finie peuvent donc être responsables des écarts observés.

Sur la géométrie du système

Kinga et al. [51] montrent la possibilité de passer d'un comportement en loi de puissance à des distributions présentant des excès de grands évènements simplement en changeant les conditions aux limites du tas. Lorsque les grains qui s'écoulent sortent complètement du système le comportement est de type intermittent avec un excès de grands évènements alors qu'il est en loi de puissance lorsque les grains qui tombent restent à la base du tas.

Il est intéressant d'analyser les résultats obtenus sur les systèmes inclinés, à la lumière de ceux observés dans le cas du tas de sable. Ceci même si la dynamique de l'assemblée granulaire est différente de celle du modèle de Bak, par le fait que le système n'est pas dans un état stationnaire hors équilibre au voisinage de l'angle d'avalanche, mais aussi par le mode d'excitation.

Bideau et al. [28] trouvent un excès de grand évènements appelés précurseurs d'avalanche donnant lieu à des distributions d'évènements qui s'écartent de la loi de puissance. Les auteurs mentionnent également l'influence du nombre de couches de grains sur la fréquence d'occurrence des précurseurs. Bretz et al. [27] ont réalisé le même type d'expérience mais en analysant la distribution des évènements entre deux avalanches successives mettant en évidence cette fois un comportement en loi de puissance.

À la vue des différents résultats mentionnés dans la littérature, il apparaît que les petits évènements suivent bien des comportements en loi de puissance. Les conclusions sont cependant moins tranchées pour les grands évènements. La statistique de ces grands évènements semble dépendre de la taille du système [27], de la géométrie du système [51], du détail microscopique de l'interaction entre les grains [50]⁵, ce qui tranche avec le caractère universel du comportement critique auto-organisé de bon nombre de systèmes hors équilibre.

5. et par conséquent également de l'humidité, du type de grains utilisé (taille, matériaux)

4.4 Ouverture

Les études menées sur les précurseurs d'avalanche montrent que l'activité d'un pack soumis à la gravité augmente avec l'angle d'inclinaison. La taille des réarrangements de surface augmente avec cet angle laissant apparaître des mouvements de plus en plus corrélés. Cet angle apparaît donc comme un paramètre extérieur contrôlant le passage d'un état "jammed" où le tas est bloqué à un état débloqué où les grains s'écoulent. L'étude des réarrangements lors de l'inclinaison d'un tas est un moyen de caractériser cette transition et est l'objet d'une part significative du présent mémoire. Comment caractériser la dynamique des réarrangements avant l'avalanche ? Quels sont les paramètres physiques pertinents ? Quelle est l'influence des paramètres géométriques du tas (hauteur de grains, nombre de grains en largeur ou en longueur...etc) sur la dynamique ? Ce sujet d'étude est en lien direct avec la vision du tas de grains comme un système modèle hors équilibre.

Deuxième partie

Etude expérimentale de la dynamique d'un milieu granulaire sous inclinaison

Chapitre 5

Dispositif expérimental

Dans ce chapitre, nous décrivons le dispositif expérimental (Figure 5.1) utilisé pour caractériser la dynamique d'un ensemble de grains sous inclinaison. Nous présentons également les outils de mesures utilisés dans la suite.

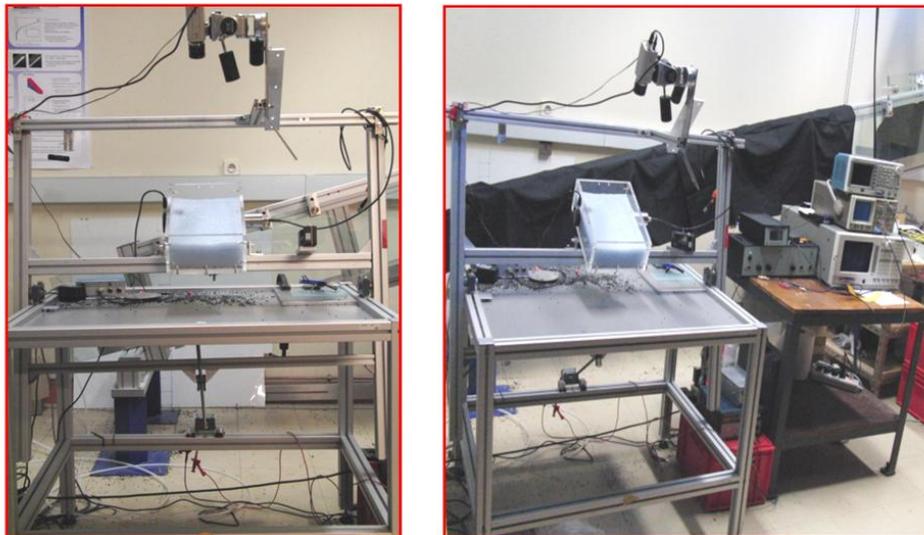


FIGURE 5.1 – Photos présentant le dispositif expérimental utilisé dans l'étude des précurseurs d'avalanche

5.1 Montage expérimental

5.1.1 Présentation du dispositif

Le principe de l'expérience est d'incliner de façon contrôlée un tas de billes contenues dans une boîte rectangulaire. Le dispositif est présenté sur la figure 5.1. Notre cahier des charges pour cette expérience nous a conduit à mettre au point un dispositif original basé sur un système d'entraînement par une vis sans fin. En effet, nous voulons pouvoir contrôler la vitesse de rotation, avoir une vitesse de rotation uniforme et minimiser les vibrations lors de l'entraînement tout en ayant la possibilité de fixer des systèmes de mesures (caméra ou autres) dans le référentiel lié au bac en rotation.

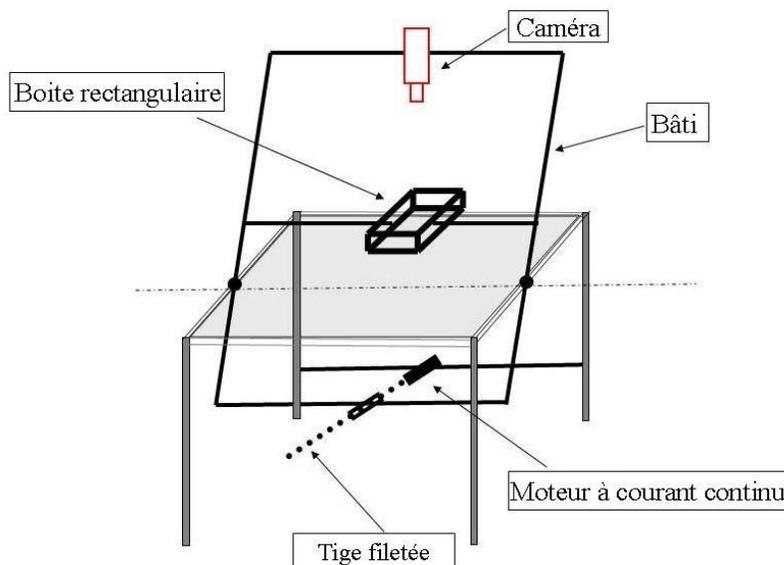


FIGURE 5.2 – Schéma de principe du dispositif expérimental.

Les figures 5.2 et 5.3 présentent les éléments constitutifs du dispositif. Le système est composé d'une table ($1\text{ m} \times 0.8\text{ m} \times 0.76\text{ m}$) sur laquelle est fixé un motoréducteur à courant continu (motoréducteur Crouzet 24 V à 3000 tours par minute muni d'un réducteur de rapport 125). Ce moteur entraîne une tige filetée (d'environ 1 m) qui, par l'intermédiaire d'une noix, entraîne un bâti de hauteur ajustable (réglable de 50 cm à 95 cm en hauteur pour une largeur de 119 cm). Un bac rectangulaire de $30\text{ cm} \times 20\text{ cm}$, qui contient les grains, est fixé sur le bâti. Deux transducteurs peuvent également être insérés dans les faces latérales du bac pour suivre l'activité du pack dans le volume par des mesures acoustiques¹. Une

1. Les techniques de mesures seront présentées dans le chapitre suivant

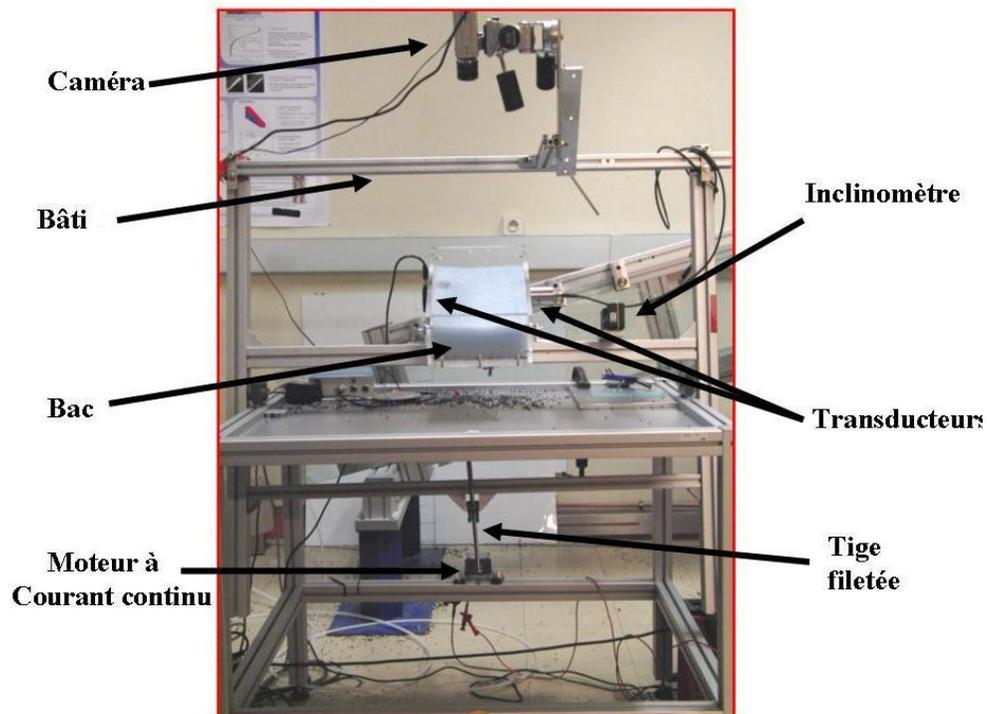


FIGURE 5.3 – Annotation des divers constituants du dispositif expérimental.

caméra ou un appareil photo peuvent également être fixés sur le bâti afin de suivre l'activité du tas en surface. L'angle du bâti avec l'horizontale est contrôlé via un inclinomètre. Le bâti peut être incliné à des vitesses allant d'environ 1 à 10° par minute. Cette vitesse est contrôlée par la tension appliquée au moteur.

De nombreux tests ont été effectués pour calibrer la vitesse de rotation du bâti avec la tension appliquée au moteur. La figure 5.4 présente une courbe de calibration de l'évolution de l'angle d'inclinaison du bâti en fonction du temps afin de déterminer la vitesse de rotation associée à la tension appliquée (sur cet exemple une vitesse de $1.17^\circ/min$ pour une tension de 19 V).

Cette phase de calibration permet de connaître la vitesse de rotation en fonction de la tension appliquée et de vérifier l'homogénéité de la rotation.

5.1.2 Caractéristique de la matière granulaire utilisée

Durant ce travail, nous avons utilisé des billes de verre de diamètre variant de $500\ \mu m$ à quelques mm . Dans la majorité des cas, les billes étaient des billes de $3\ mm$. La figure 5.5 présente des exemples de billes utilisées. Certaines des billes ont été teintées en surface et sont brillantes, ce qui facilite leur localisation lors du traitement d'image. D'autres sont teintées en noir dans la masse, elles sont plus mates mais ont un état de surface de meilleure qualité (Leur prix d'achat est cependant très élevé...).

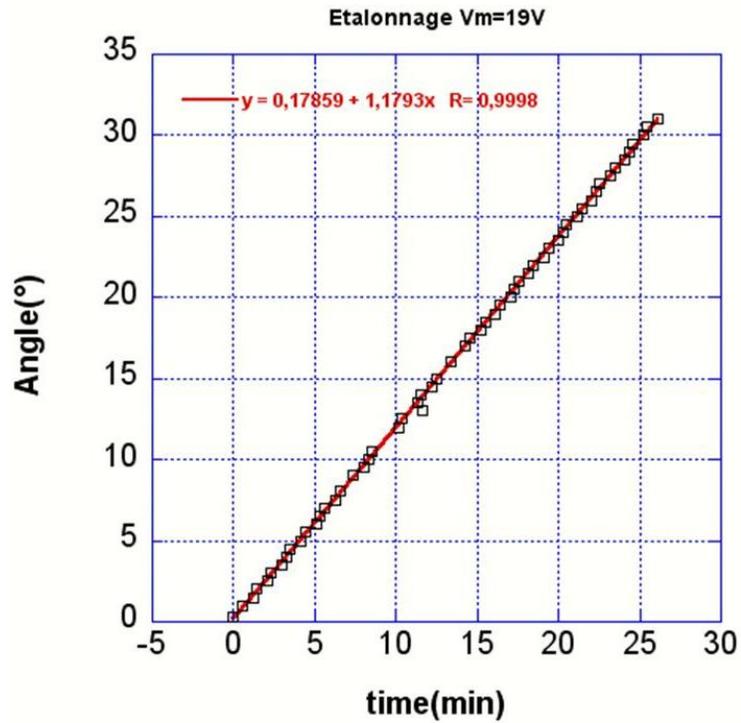


FIGURE 5.4 – Exemple de courbe d'étalonnage de la vitesse de rotation du dispositif. L'angle d'inclinaison a été tracé en fonction du temps et ajusté par une loi linéaire.

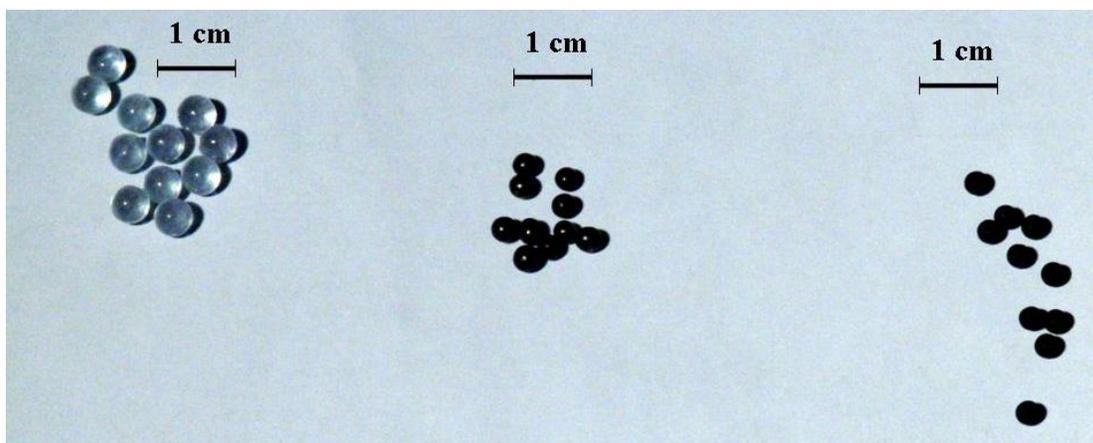


FIGURE 5.5 – Photos de billes utilisées dans nos expériences. A gauche, des billes transparentes de 5 mm en verre. Au centre des billes de verre de 3 mm teintées en noir en surface (le reflet permet de repérer leur centre). A droite, des billes de verre de 3 mm mates teintées dans la masse.

Il est nécessaire de prendre certaines précautions pour assurer une reproductibilité des résultats. En effet, la formation de ponts capillaires et les effets électrostatiques peuvent modifier la cohésion de l'assemblée de billes. Le premier phénomène est du à la condensation entre les grains de la vapeur d'eau présente dans l'air. Les variations du taux d'humidité de la salle peuvent donc modifier le comportement du milieu. De plus, taux d'humidité et température ne sont pas indépendants. D'importantes variations de température peuvent alors modifier la cohésion du tas de billes. Afin de toujours travailler dans les mêmes conditions, toutes nos expériences ont été réalisées dans une salle où l'hygrométrie et la température sont contrôlées via des déshumidificateurs et une climatisation (50 % pour l'humidité et 23° pour la température). Le second problème, lié à l'électricité statique, est réduit en recouvrant régulièrement les parois en plexiglass de la boîte qui contient les grains avec un produit anti-statique vendu dans le commerce pour limiter les dépôts de poussières sur les écrans.

L'influence de ces deux phénomènes est d'autant plus importante que la taille des grains est petite. C'est pour cette raison que la majorité des expériences présentées dans la suite ont été effectuées avec des billes de 3 mm².

5.1.3 Savoir-faire expérimental : de la préparation de l'assemblée de grains

De nombreuses précautions sont à prendre lors de la préparation du tas pour obtenir des résultats reproductibles. Il est nécessaire d'établir une méthode de préparation du tas et de toujours utiliser la même méthode au cours des expériences afin de pouvoir les comparer. Le but est d'obtenir un milieu le plus homogène possible avec une surface horizontale. Mais également de démarrer avec un milieu qui a toujours la même fraction volumique et qui n'a pas d'orientations de contacts préférentielles trop variables d'une expérience à l'autre.

Plusieurs boîtes rectangulaires ont été utilisées durant la thèse pour contenir les grains. La figure 5.6 présente un exemple de boîte utilisée à Rennes. Sa longueur est réglable, elle possède des doubles parois afin d'assurer l'horizontalité du tas de grains lors de la préparation. Lors des expériences, le fond de la boîte utilisée est constitué d'un fond rugueux. Celui-ci est fabriqué grâce à du scotch double face recouvrant une plaque de même dimension que la boîte. Des billes identiques à celles utilisées durant les expériences sont ensuite déposées sur la plaque. Les billes restent alors collées au plan.

2. bon compromis qui permet de travailler avec des tailles de boîte raisonnables pour avoir suffisamment de billes dans le milieu et qui limite les effets capillaires et électrostatiques pouvant être très importants pour des grains de l'ordre de la centaine à quelques centaines de microns

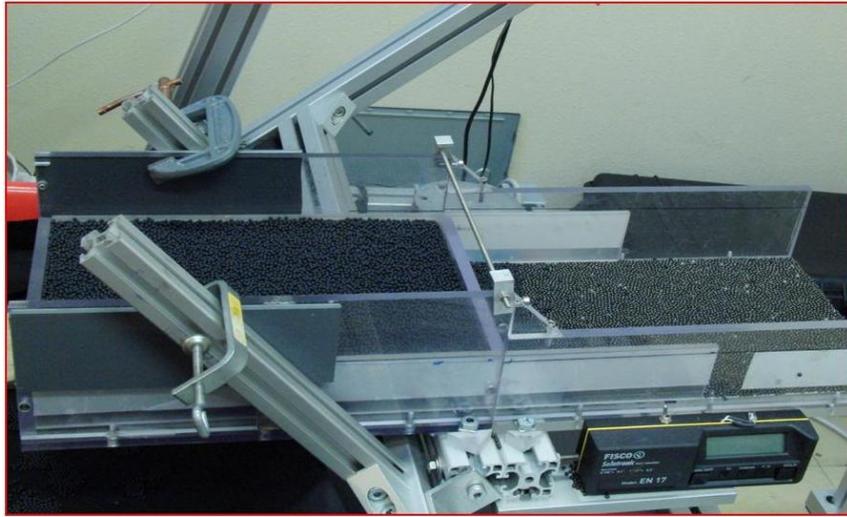


FIGURE 5.6 – Exemple de boîte fabriquée à Rennes pour les expériences de précurseurs d’avalanche. Il est possible de régler la longueur de la boîte par translation de la face arrière. Il faut également noter la présence des doubles parois latérales pour faciliter l’horizontalité du tas lors de la préparation.

La figure 5.7 présente les différentes étapes de la préparation du milieu granulaire. La boîte est tout d’abord placée à l’horizontale grâce au moteur et à l’inclinomètre. Une grille est ensuite placée au fond de la boîte et une autre repose sur les doubles parois latérales de celle-ci. Le milieu granulaire est ensuite versé à travers la première grille qui permet d’assurer l’uniformité du remplissage en tout point de la boîte à l’échelle du pas de la grille. Une fois la boîte remplie, la grille de surface est enlevée, puis la grille de fond est soulevée lentement afin d’uniformiser la distribution des grains dans le volume. Ceci permet de contrôler au maximum la fraction volumique et d’éviter les orientations de contacts imposées par le processus de remplissage.

Cette méthode de préparation nous permet d’obtenir un empilement initial lâche. L’horizontalité du tas est ensuite obtenue en faisant glisser une raclette (reposant sur les doubles parois) sur toute la longueur de la boîte. Toute cette procédure permet de partir d’un empilement horizontal (afin d’assurer la reproductibilité de l’angle d’avalanche) et homogène. Cette étape est de plus très importante car les hétérogénéités locales de la pente du milieu peuvent conduire à des seuils locaux de déclenchement de réarrangements différents. La dynamique vers l’avalanche (la dynamique des réarrangements) est alors contrôlée par les hétérogénéités locales de la pente du tas.

Les conditions aux limites imposées au tas sont primordiales. Il est nécessaire de les maîtriser pour assurer la reproductibilité des résultats. La condition au limite la plus critique lors de l’évolution du tas est celle de la face avant de la boîte (c’est en effet elle qui va soutenir une grande partie du poids du pack durant l’inclinaison). Lors de nombreux

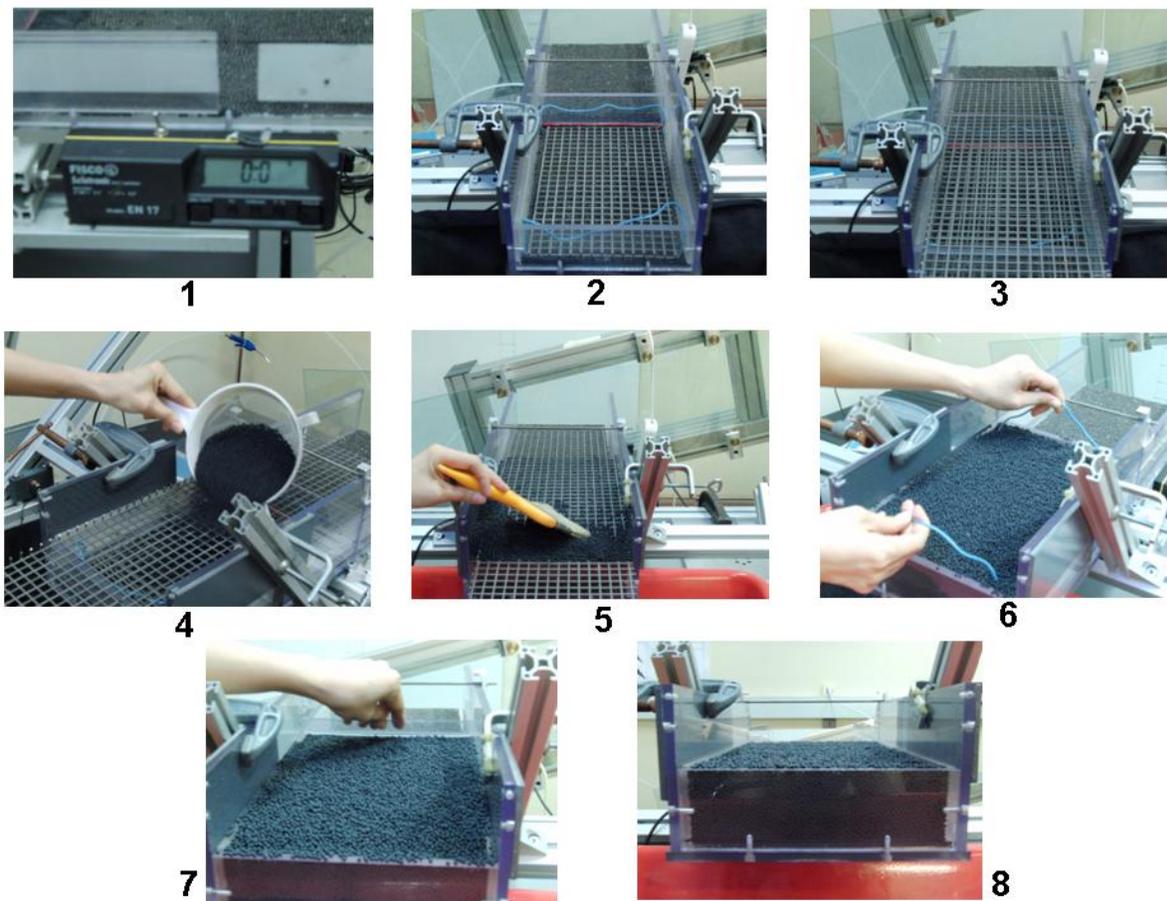


FIGURE 5.7 – Différentes étapes de la préparation du tas. 1) *Horizontalité de la boîte avant le remplissage.* 2) *Positionnement de la grille de fond.* 3) *Positionnement de la grille de surface.* 4) *Remplissage du bac à travers les 2 grilles.* 5) *Ajustement du niveau du tas par passage d'un pinceau sur la grille de surface.* 6) *Homogénéisation du milieu en soulevant la grille du fond.* 7) *Ajustement de l'horizontalité du tas par passage d'une raclette reposant sur les doubles bords.* 8) *Résultat final : tas homogène avec une surface horizontale avec une hauteur contrôlée.*

réarrangements, bon nombre de grains peuvent couler le long du tas et venir en bas de la boîte, et ainsi modifier les contraintes à ce même endroit. Il faut donc que les grains puissent sortir de la boîte. La figure 5.8 présente la photo du tas vue par la face avant. On observe que la boîte est remplie de grains à ras bord, ceci est assuré grâce au passage de la raclette.



FIGURE 5.8 – Photo du pack de grains vue par la face avant de la boîte après préparation. Le milieu est préparé de telle façon que les grains puissent sortir de la boîte

5.2 Mesures optiques

L'activité de surface du tas est suivie par mesure optique. Cette méthode nous permet de repérer la taille, la position et l'angle associés à chaque réarrangement.

5.2.1 Matériel utilisé

Au cours de l'inclinaison, nous filmons la surface du pack de grains au moyen d'une caméra Sanyo 3512. Une carte d'acquisition installée sur un ordinateur permet de contrôler la caméra via le logiciel Matrox Inspector. La vitesse d'acquisition est ajustable et peut aller jusqu'à 25 images par seconde. Cette vitesse est largement suffisante pour l'étude de la dynamique du tas où l'on ne cherche pas à résoudre la dynamique des réarrangements (qui est très rapide et requiert l'utilisation d'une caméra rapide) mais la dynamique constituée de l'ensemble des réarrangements durant toute la procédure d'inclinaison qui peut prendre jusqu'à 1/2 heure à une vitesse d'inclinaison $1^\circ/\text{min}$.³ La caméra est fixée au bâti au moyen d'un support de caméra. La caméra est réglée de façon à pouvoir observer toute la surface du pack. Des lampes peuvent également être ajoutées au bâti pour l'éclairage. L'acquisition

3. Suivre la dynamique globale du tas n'est pas possible avec une caméra rapide, la haute résolution temporelle associée réduit considérablement la résolution spatiale. On ne peut alors pas suivre toute la surface.

est lancée au même moment que le démarrage du moteur. Le film de l'expérience est enregistré sous forme AVI et est ensuite converti en séquences d'images grâce au logiciel libre VirtualDub.

Un traitement d'images est ensuite appliqué afin de déterminer la taille et la position des réarrangements au cours du temps.

5.2.2 Traitement d'images

Le logiciel ImageJ a été utilisé pour réaliser le traitement d'images. Notre but est de caractériser la dynamique des réarrangements au cours de l'inclinaison. Nous voulons remonter à la taille des réarrangements, c'est à dire à la surface de chaque réarrangement comparée à la surface de tout l'empilement, ainsi qu'à leur position. Nous cherchons donc à déterminer la fraction de grains mis en mouvement lors des réarrangements. Ce traitement a été écrit sous forme d'une macro exécutable par le logiciel afin d'automatiser le traitement. La figure suivante présente les différentes étapes du traitement.

1. Calibration pixel-diamètre des grains au moyen d'une mire.
2. Soustraction des images successives afin d'obtenir les éléments qui ont bougé entre les deux images.
3. Le résultat est binarisé en appliquant un seuil(threshold) choisi de façon à éliminer le bruit.⁴
4. Le maximum de chaque tache est ensuite repéré par un algorithme de recherche d'extrémum. Ces maximums correspondent aux centres des grains qui ont bougé.
5. Chaque maximum subit une dilatation égale au rayon réel des grains en pixels obtenu à partir de la calibration.
6. Un algorithme de remplissage (fill holes) permet ensuite de combler les espaces vides entre réarrangements voisins. (permet de corriger l'erreur liée à la variabilité de l'enfoncement des grains dans la couche de surface)
7. Un algorithme de recherche de particules est ensuite appliqué. Il permet d'obtenir le numéro du réarrangement, sa surface en *pixels*², la position du centre de masse des taches représentant la surface réarrangée.

Attention, le résultat obtenu est la surface réarrangée entre deux images. Il n'est en aucun cas possible de remonter au nombre de grains qui ont bougé entre deux images en divisant la surface trouvée par la surface associée à un grain. En effet les zones réarrangées peuvent être constituées de plusieurs grains ayant des déplacements faibles ou bien simplement d'un grain ayant un fort déplacement. Aucune relation univoque triviale n'existe

4. En cas de variations spatiales de la luminosité il est possible de soustraire aux images initiales, l'image d'une feuille blanche éclairée de façon non saturée.

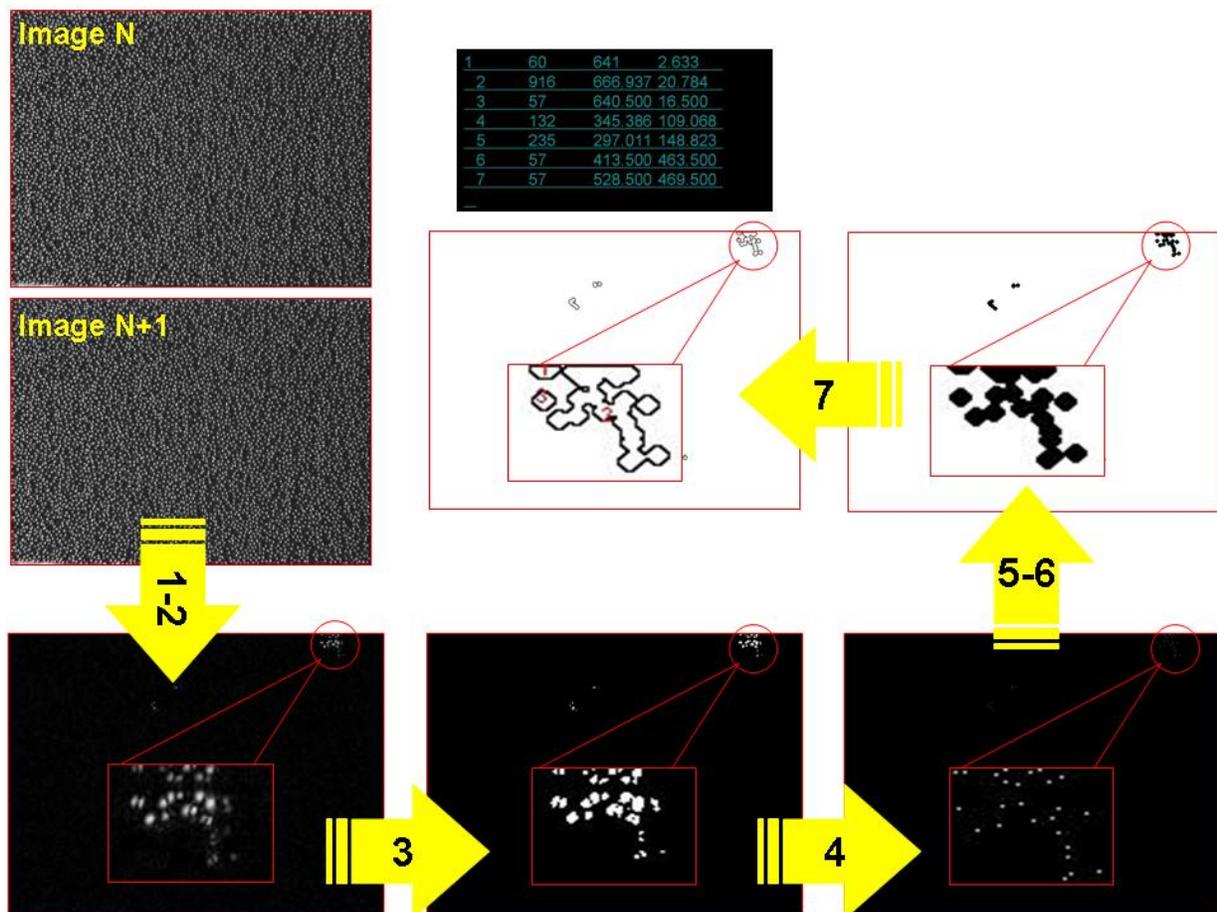


FIGURE 5.9 – Les différentes étapes du traitement d’images mis en place par l’équipe de Rennes. Chaque numéro est relatif à l’étape associée mentionnée dans le texte.

entre la taille du réarrangement et le nombre de grains impliqués dans celui-ci. La division de la surface réarrangée par la surface d'un grain ne donne accès qu'à un "nombre équivalent" de grains réarrangés pour une surface donnée.

La quantité que nous obtenons et utilisée dans la suite sera nommée "surface réarrangée", c'est une quantité qui est une fonction de l'angle d'inclinaison et qui est une mesure de l'activité de surface du pack pour un angle donné. Cette quantité pourra être normalisée dans la suite par la surface totale du pack (égale à la surface réarrangée au moment de l'avalanche), le résultat obtenu est "la fraction de surface réarrangée" à un angle donné.

5.3 Mesures acoustiques

Afin de caractériser l'activité du pack de grains dans le volume, nous avons utilisé en collaboration avec Vladimir Zaitsev de l'académie des sciences de Russie, une mesure de diffusion acoustique non linéaire. Le milieu est traversé par une onde acoustique modulée en amplitude et le principe est de détecter les réarrangements par une mesure des variations de la composante non linéaire de l'onde acoustique diffusée par le milieu.

5.3.1 Matériel

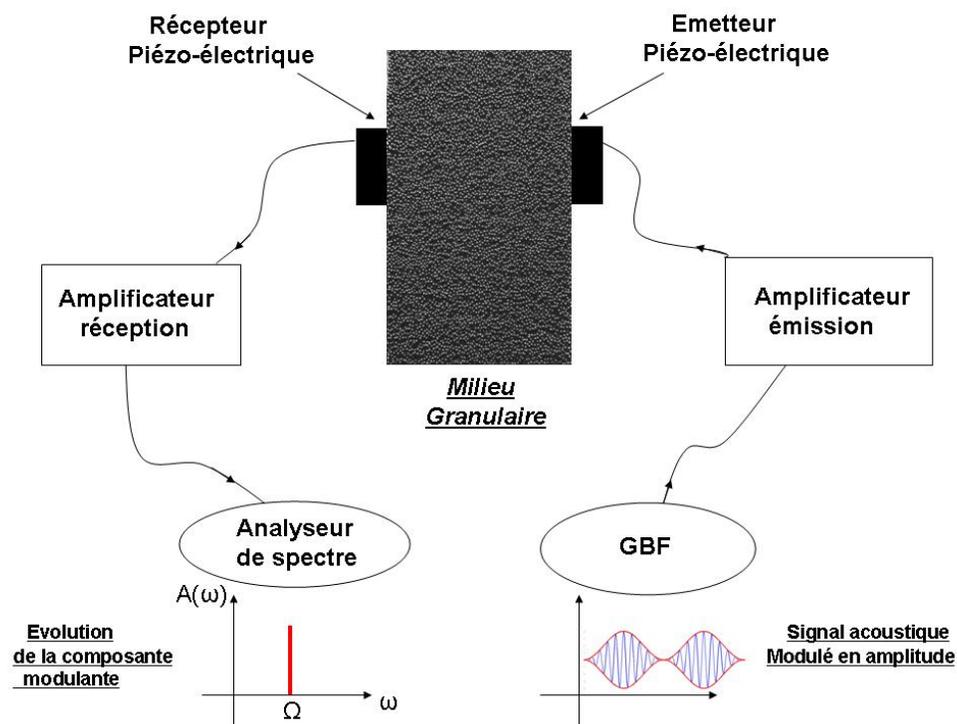


FIGURE 5.10 – Schéma de principe du dispositif expérimental de mesure acoustique.

La schéma 5.10 présente le montage utilisé pour les mesures acoustiques. Un signal modulé en amplitude est produit grâce à un générateur basses fréquences. Le signal utilisé a une fréquence de 9472 Hz avec une modulation à 1024 Hz . Après passage dans un amplificateur de puissance, ce signal est envoyé dans un transducteur piézo-électrique de 40 mm de diamètre pouvant fonctionner en émission ou en réception. L'onde produite traverse le milieu et atteint le transducteur piézoélectrique fonctionnant en récepteur. Le signal reçu est amplifié et un analyseur de spectre permet de suivre l'amplitude des différentes composantes spectrales de ce signal.

5.3.2 Principe

L'étude de la propagation d'une onde sonore dans un milieu granulaire permet de remonter aux réarrangements des grains dans le volume. La propagation linéaire d'une onde sonore dans un milieu granulaire a comme support le réseau de contacts forts. C'est à dire l'ensemble des contacts qui constituent le squelette du milieu et qui supporte son poids. La théorie linéaire ne permet pas de remonter à l'évolution du réseau des contacts faibles. Des outils d'acoustique non linéaire ont été développés pour suivre l'évolution du réseau des contacts faibles avant l'avalanche [52, 53, 54, 55, 56].

Deux grains en contact interagissant par une loi de Hertz vérifient la relation suivante : $F = C\Delta^{3/2}H(\Delta)$ où F est la force normale s'appliquant au niveau du contact, Δ est l'interpénétration entre les grains, C dépend du rayon des grains, R , et du module élastique et H désigne la fonction de Heaviside. Pour un ensemble de sphères identiques subissant une déformation homogène, la déformation macroscopique ϵ et la contrainte macroscopique σ sont données par :

$$\epsilon \approx \frac{\Delta}{R} \quad (5.1)$$

$$\sigma \approx \frac{F}{R^2} \quad (5.2)$$

Ce qui permet d'obtenir une relation de type contrainte déformation sous la forme :

$$\sigma = D.E.\epsilon^{3/2}H(\epsilon) \quad (5.3)$$

où E est le module d'Young du milieu, D est un paramètre qui dépend de la coordinance moyenne de chaque grain et du coefficient de Poisson du matériau.

Cette relation peut être généralisée pour une assemblée de grains de même taille mais chargés de façon inhomogène [55]. Pour simplifier l'étude, on considère deux familles de contacts. Un réseau de contacts forts de déformation statique ϵ_0 et un réseau de contacts faibles de déformation statique $\frac{\Delta}{R} = \mu.\epsilon_0 \ll \epsilon_0$. La relation contrainte-déformation pour

cette assemblée de 2 familles de grains est alors :

$$\sigma_0 + \tilde{\sigma} = A(\epsilon_0 + \tilde{\epsilon})^{\frac{3}{2}}H(\epsilon_0 + \tilde{\epsilon}) + B(\mu\epsilon_0 + \tilde{\epsilon})^{\frac{3}{2}}H(\mu\epsilon_0 + \tilde{\epsilon}) \quad (5.4)$$

où $\tilde{\sigma}$ et $\tilde{\epsilon}$ sont respectivement la contrainte et la déformation dynamique dues à l'excitation acoustique. A et B sont respectivement les proportions de contacts forts et faibles.

Dans le cas d'excitations acoustiques de faible amplitude, $\tilde{\epsilon} \ll \epsilon_0$, la relation précédente peut être développée en série de Taylor :

$$\tilde{\sigma} \approx \frac{3}{2}A.\epsilon_0^{\frac{1}{2}} \left\{ \left(1 + \frac{B}{A}\mu^{\frac{1}{2}}\right)\tilde{\epsilon} + \frac{1}{2\epsilon_0}\left(1 + \frac{B}{A}\mu^{-\frac{1}{2}}\right)\tilde{\epsilon}^2 + \dots \right\} \quad (5.5)$$

Cette équation montre⁵ que le réseau de contacts forts a une contribution principale dans le terme linéaire car $\mu^{\frac{1}{2}} \ll 1$, alors que l'amplitude du terme non linéaire est contrôlée par le réseau de contacts faibles puisque $\mu^{-\frac{1}{2}} \gg 1$. Ainsi, en appliquant un signal acoustique de fréquence, ω , modulé en amplitude à la fréquence $\Omega < \omega$ à l'assemblée de grains (avec $\tilde{\epsilon} \ll \mu.\epsilon_0$).

$$\tilde{\epsilon} = a_0(1 + \cos(\Omega.t))\cos(\omega.t) \quad (5.6)$$

Le signal va subir une démodulation à la traversée du milieu granulaire et il est alors possible de suivre l'évolution de la composante non linéaire associée à la fréquence Ω . Celle-ci est sensible à l'évolution du réseau de contacts faibles.⁶ Il devient donc possible de suivre l'état du réseau de contacts faibles de l'empilement en suivant en temps réel l'évolution de la composante non linéaire du signal acoustique reçu. Cette méthode a notamment été utilisée pour mesurer la proportion de contacts faibles dans une assemblée de grains [54, 55] et également pour suivre l'évolution du réseau de contacts faibles d'un milieu granulaire après un choc modélisant un "événement sismique" [56]. Dans la pratique, le signal reçu subit une transformée de Fourier et l'évolution des amplitudes des composantes Ω et ω est enregistrée au cours du temps. Nous enregistrons également l'évolution de quelques composantes se situant dans le bruit ($\approx 600 \text{ Hz}$) dues aux réarrangements des billes. Cette méthode nous permet de suivre la dynamique des réarrangements dans le volume de l'empilement.

5. si A et B sont du même ordre de grandeur

6. Ce comportement non linéaire dans la réponse acoustique résulte en partie de la non linéarité intrinsèque du contact entre grains modélisé par la loi de Hertz, $\sigma \approx \epsilon^{\frac{3}{2}}$. La variation de déformation $\frac{\partial \epsilon}{\partial \sigma} \approx \sigma^{-\frac{1}{3}}$ diminue de manière non linéaire avec σ et donc avec la charge appliquée aux contacts. Le réseau des contacts faibles est donc plus sensible aux variations de contraintes et est à l'origine de la génération de non-linéarités lors du passage du signal acoustique dans le milieu. Il y a également d'autres contributions au comportement non-linéaire tels que le frottement solide (glissement des contacts) et l'ouverture des contacts. On peut supposer que ces deux contributions sont également liées aux contacts faibles.

Chapitre 6

La route vers l'avalanche : Dynamique des réarrangements

Dans cette partie, nous présentons les résultats expérimentaux obtenus avec le dispositif d'étude des précurseurs d'avalanche décrit dans le chapitre précédent. Les résultats obtenus ci-dessous l'ont été dans des conditions de température et d'humidité contrôlées.

6.1 Dynamique des réarrangements de surface

6.1.1 Observations

Le bac est d'abord rempli de grains suivant le protocole décrit précédemment. Puis le bac est incliné à faible vitesse et la caméra enregistre l'activité à la surface du pack pendant l'inclinaison. Nous observons trois types d'événements au cours de nos expériences.

- a) de petits réarrangements localisés pour des angles d'inclinaison θ compris entre 0° et environ 20° .
- b) de grands événements délocalisés pour des angles d'inclinaison au dessus d'environ 20° .
- c) un écoulement continu de grains qui fait varier la pente du tas de θ_a , angle d'avalanche, à θ_r angle de repos.

Pour les petits angles, des grains initialement dans une position peu stable après la préparation se réorganisent pour trouver une position stable. Suivant l'angle auquel a lieu cet événement, le nombre de grains impliqués dans ce réarrangement peu varier d'un grain à quelques dizaines de grains. Nous nommerons dans la suite ces événements : "petits réarrangements".

Pour des angles θ supérieurs à 20° , des événements de plus grande amplitude apparaissent. Ces événements mettent en jeu tous les grains ou une grande partie des grains qui constituent la surface. Au cours de ces événements un ensemble de grains répartis de

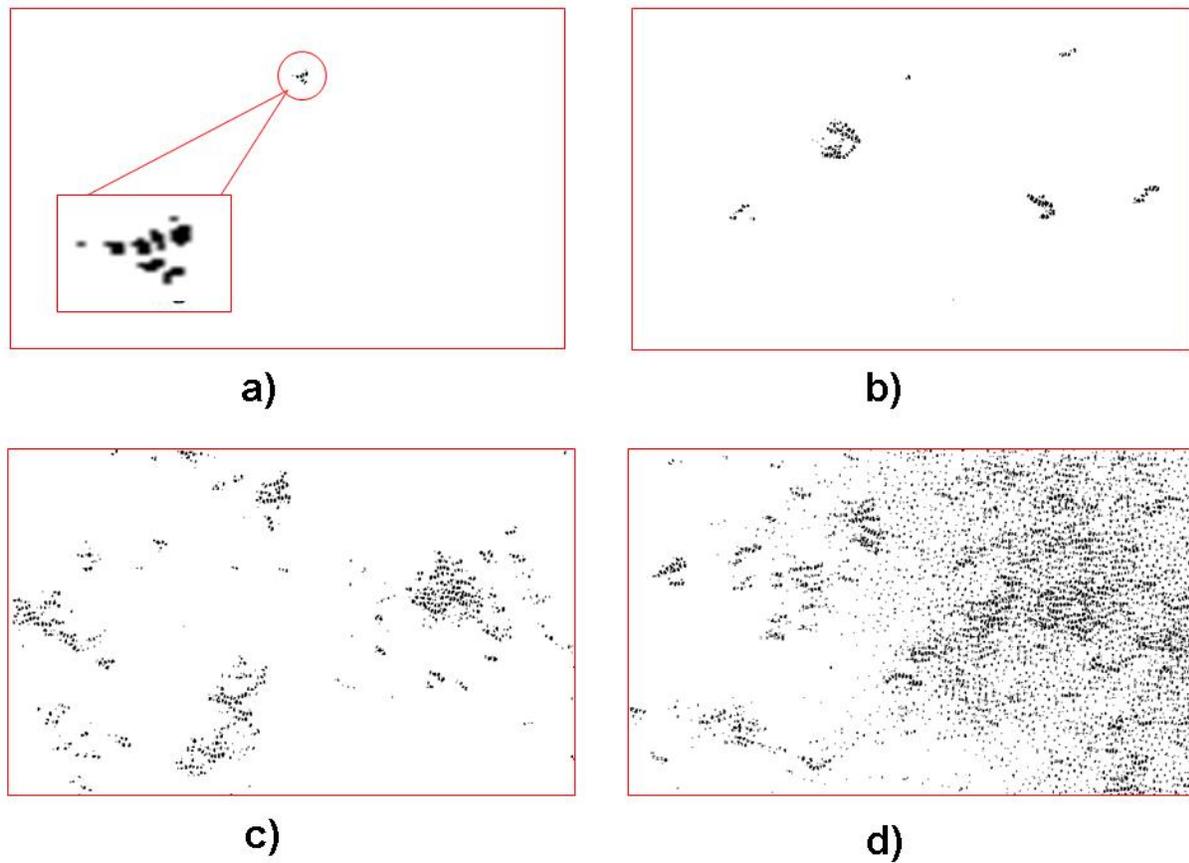


FIGURE 6.1 – Exemples d'évènements observés à la surface d'un pack de billes de verre de 3mm incliné à 0.3° par minute. a) petit réarrangement localisé. b) Ensemble de petits réarrangements localisés mettant en jeu plus de grains (≈ 10 grains). c) Précurseur mettant en jeu une grosse proportion de la surface (≈ 50 pourcents). d) Précurseur mettant en jeu quasiment toute la surface.

façon uniforme¹ sur la surface bougent de façon coordonnée. La taille de ces évènements, que nous appellerons "précurseurs d'avalanche" est d'autant plus importante que l'angle auxquels ils apparaissent est important.

Enfin à un angle compris entre environ 28° et 31° (suivant la nature des billes utilisées), que nous nommerons θ_a dans la suite, nous observons une avalanche de grains mettant en jeu tous les grains qui constituent la surface et qui fait passer la pente du tas de θ_a à l'angle de repos θ_r . Ces grains peuvent sortir de la boîte. Ce paramètre est important car des études citées plus haut soulignent l'importance des conditions aux limites sur la dynamique d'un milieu granulaire au voisinage de sa limite de stabilité, Kinga et al. [51].

La figure 6.1 présente des exemples de chaque type de réarrangement pouvant être observé pendant l'inclinaison d'un tas de billes de verre dans les conditions expérimentales décrites dans le chapitre précédent.

Des mesures effectuées à l'aide d'une caméra rapide, remplaçant la caméra traditionnelle utilisée pour l'étude de la dynamique de surface du tas, nous a permis de caractériser de manière plus fine le mouvement des grains pendant ces évènements.

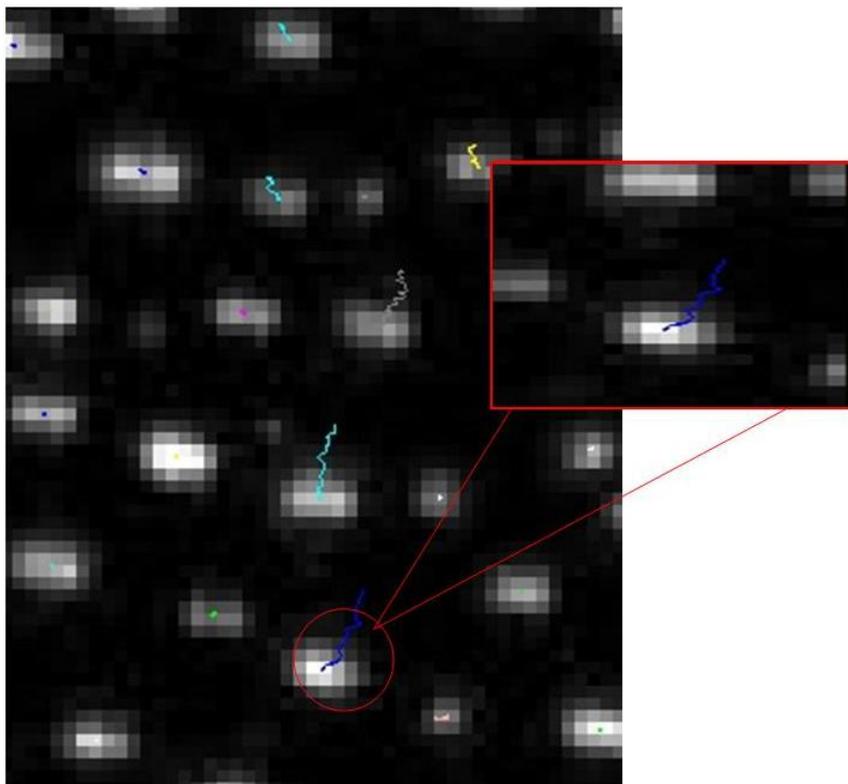


FIGURE 6.2 – Image enregistrée à la caméra rapide. Un algorithme de tracking a permis d'obtenir les trajectoires de grains pendant un réarrangement. On voit sur l'image les trajectoires de grains qui se sont déplacés d'environ un rayon pendant le réarrangement.

1. c'est à dire un ensemble de grains non localisés à un endroit précis de la surface.

L'image 6.2 présente des trajectoires de grains pendant un réarrangement. On observe que ce réarrangement concerne seulement quelques grains et qu'ils se déplacent dans la même direction. Les mouvements des grains pendant ces réarrangements sont très directifs et orientés vers le bas du tas.

6.1.2 Résultats des mesures optiques.

A l'échelle du grain

Afin de caractériser le déplacement des grains pendant les réarrangements et pendant les précurseurs, nous avons utilisé les résultats de mesures issues du tracking. Le but est ici d'identifier, à l'échelle du grain, d'éventuelles différences entre précurseurs et réarrangements. Les événements mis en jeu étant très rapides (de l'ordre de quelques diamètres de grain par seconde), il est nécessaire d'avoir une grande résolution temporelle (entre 50 et 500 images par seconde) pour résoudre ces événements. Les résultats présentés ont été obtenus avec une vitesse d'acquisition de 500 images/s. L'inconvénient d'une haute résolution temporelle est la faible résolution spatiale associée sur notre caméra (512 * 240 pixels à 500 images/s). Les réarrangements étant des événements localisés, il n'est donc pas possible de repérer tous les événements ayant lieu à la surface à un temps donné. Nous pouvons cependant réaliser plusieurs expériences jusqu'à obtenir une statistique suffisante d'événements dans la fenêtre spatiale étudiée.

La première différence entre précurseurs et réarrangements est la taille des événements. En effet, la figure 6.1 montre que les réarrangements ne mettent en jeu que quelques grains (de l'ordre du pourcent du nombre total de grains de la surface) au contraire des précurseurs qui mobilisent une grande partie des grains de la surface (d'une à plusieurs dizaines de pourcents). Les échelles spatiales mises en jeu sont donc nettement séparées. La seconde différence accessible via le suivi de particules est la directivité des événements. La figure 6.3 présente les distributions angulaires de déplacements de grains pendant des réarrangements b) et pendant des précurseurs c).

Ces distributions montrent que les précurseurs sont des événements plus directifs, orientés principalement selon la pente la plus forte du tas de billes contenues dans la boîte ($\langle \cos(\theta) \rangle = 0.94$ et $\sigma = 0.17$). Les réarrangements ont, quant à eux, une distribution angulaire plus large ($\langle \cos(\theta) \rangle = 0.81$ et $\sigma = 0.43$). La différence provient du fait que les précurseurs sont des mouvements coopératifs de grands groupes de grains au contraire des réarrangements qui mettent souvent en jeu des grains qui bougent les uns par rapport aux autres à la surface (voir figure 6.4).

Au cours de ces événements, les déplacements des grains peuvent être divers. La figure 6.5 présente la distribution de la norme des déplacements, δ en tailles de grains, lors de réarrangements et lors de précurseurs.

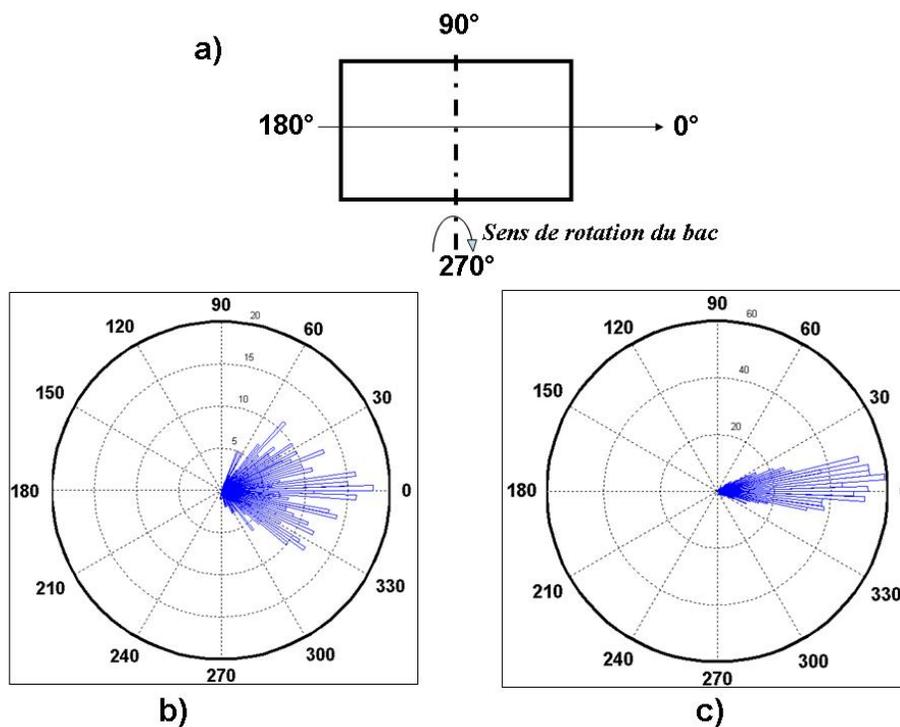


FIGURE 6.3 – a) Vue de dessus du bac contenant les grains avec des axes afin de repérer l'orientation des évènements. b) Distribution angulaire des vecteurs déplacements des grains pendant des réarrangements. c) Distribution angulaire des vecteurs déplacements des grains pendant des précurseurs.

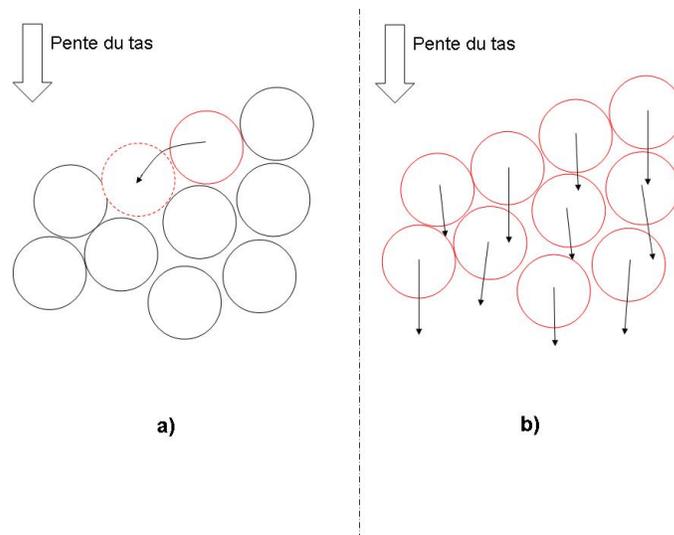


FIGURE 6.4 – a) Mouvement d'un grain lors d'un réarrangement (le grain bouge parmi des grains fixes). b) Mouvement d'un ensemble de grains lors d'un précurseur (les grains bougent dans leur ensemble de façon coopérative)

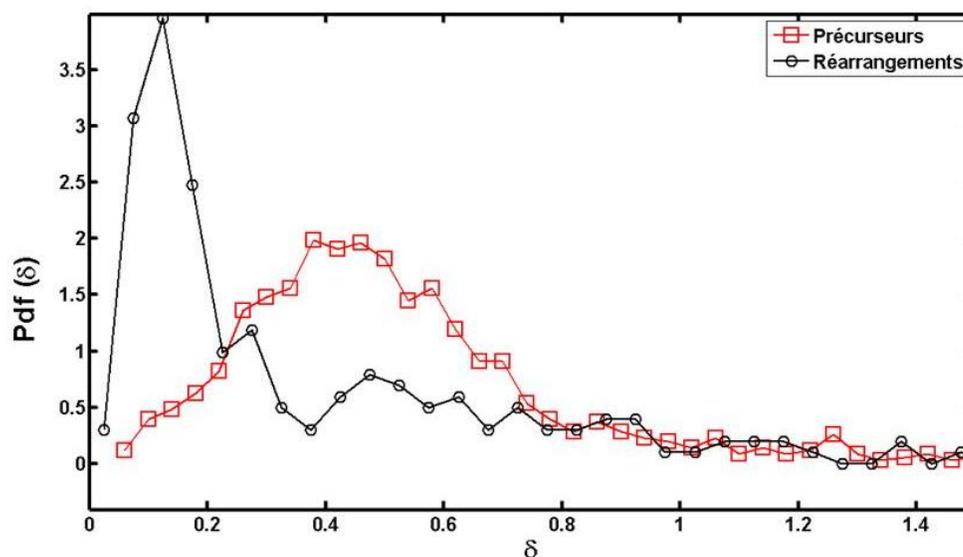


FIGURE 6.5 – Distribution de la norme des déplacements au cours de réarrangements et de précurseurs. δ est en unité D. Résultats obtenus avec les billes teintées en surface.

Les distances des déplacements caractéristiques associés à ces différents évènements sont distinctes. Alors que les réarrangements mettent en jeu de petits déplacements inférieurs au rayon des grains ($\langle \delta \rangle = 0.3$ et $\sigma = 0.44$), les précurseurs sont constitués de grains qui se déplacent sur une longueur caractéristique de l'ordre du rayon ($\langle \delta \rangle = 0.54$ et $\sigma = 0.48$).

Pour décrire de manière plus fine le mouvement des grains pendant ces précurseurs, le tracking permet d'obtenir la position des grains à chaque instant au cours de l'évènement filmé à la caméra rapide. La figure 6.6 présente un ensemble de trajectoires de grains lors d'un précurseur.

Les trajectoires des grains sont fortement corrélées, le déplacement des grains débute et finit quasiment au même instant. Ces déplacements sont de l'ordre du rayon d'un grain. Les oscillations observées sur les trajectoires proviennent des fluctuations d'intensité lumineuse à 50 Hz de l'éclairage utilisé, mais sont négligeables devant le déplacement des grains que l'on mesure (facteur 10). Durant les évènements de type précurseurs les vitesses mises en jeu sont de l'ordre de quelques tailles de grains par seconde², comme le montre la figure 6.7 où la position d'un grain est représentée au cours du temps.

2. La vitesse est du même ordre de grandeur pour les réarrangements mais les fluctuations sont beaucoup plus importantes car certains grains peuvent rouler, ou encore glisser, ce qui rend difficile une estimation quantitative des vitesses mises en jeu avec de faibles statistiques.

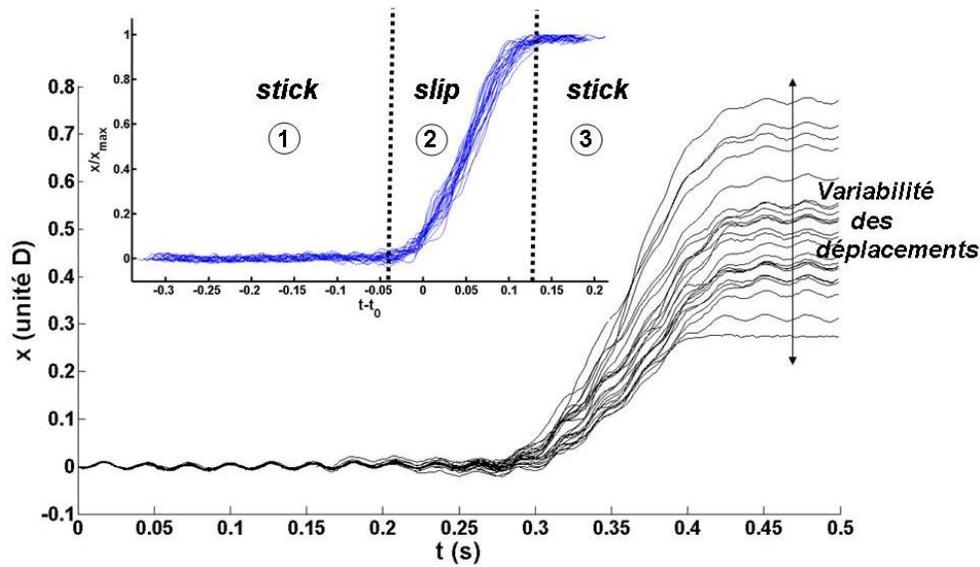


FIGURE 6.6 – Ensemble de trajectoires de grains lors d'un précurseur. x désigne la position du grain le long de la plus grande pente du tas par rapport à sa position initiale. Insert : position des grains, x , normalisée par la position finale des grains x_{max} en fonction du temps centré $t - t_0$, où t_0 désigne le début de la mise en mouvement de chacun des grains.

Le mouvement des grains est caractérisé par une vitesse asymétrique, la phase d'accélération étant plus courte que la phase de décélération. Le mouvement observé est très proche de celui obtenu dans des expériences de type "stick-slip". La figure 6.8 issue de [57, 58] présente par exemple l'évolution de la vitesse d'une plaque frottante tirée à la surface d'un milieu granulaire. La plaque avance par saccades à la surface du milieu avec une dissymétrie entre la phase d'accélération et de décélération.

Le mouvement collectif des grains lors des évènements de type "précurseurs" est donc comparable à un mouvement de type "stick-slip" où les grains glissent sur les couches inférieures qui constituent le milieu. La décroissance linéaire de la phase de freinage suggère une force de friction constante entre les grains en mouvement et les grains fixes des couches inférieures alors que la courbure du début de la phase d'accélération suggère une force de friction dépendante de la vitesse lors de cette phase de mise en mouvement. Ces observations vont dans le sens de l'existence d'hystérésis³ lors du mouvement.

A l'échelle du tas

L'étude de la dynamique d'ensemble des réarrangements à la surface du tas permet d'obtenir des renseignements sur la façon dont le système va se débloquer, plus exactement sur sa dynamique jusqu'à l'avalanche. Lors de l'inclinaison, de plus en plus de grains se

3. La force de friction n'a pas une valeur unique pour une vitesse donnée. Elle diffère lors de la phase d'accélération et de freinage des grains.

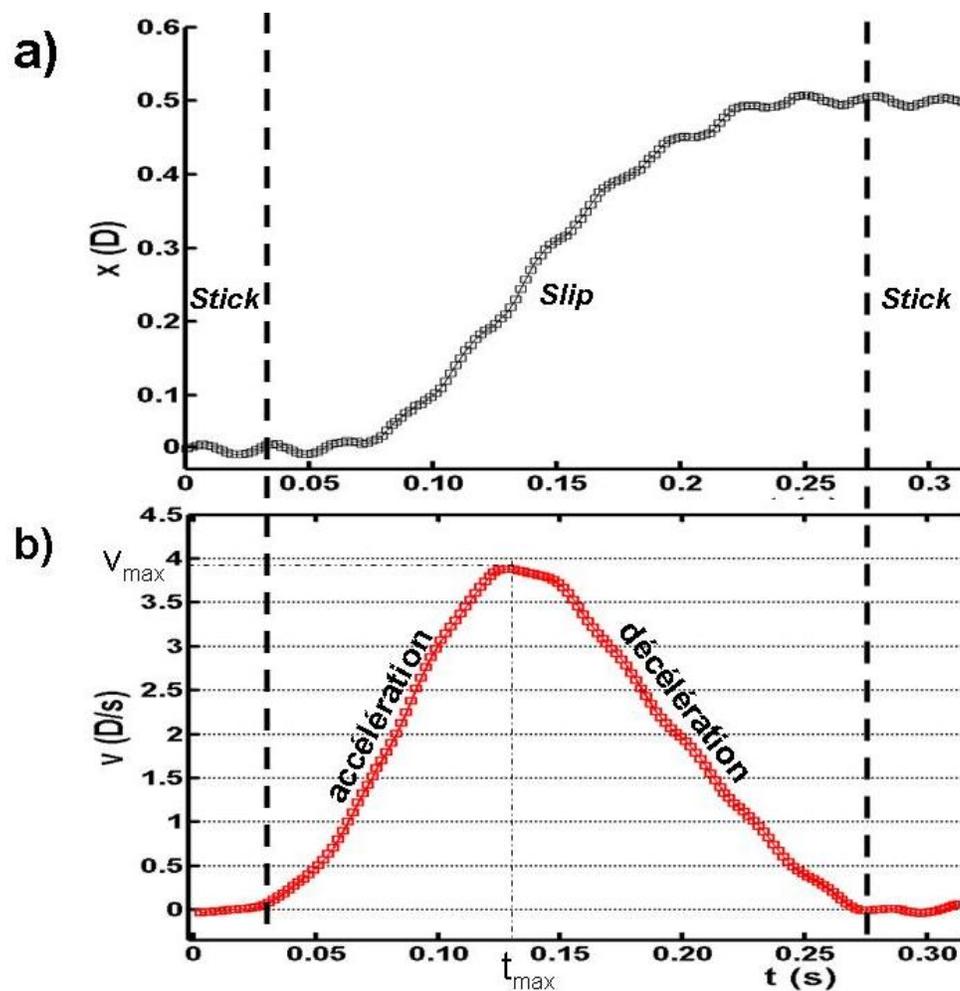


FIGURE 6.7 – Haut : Exemple d'évolution au cours du temps de la position d'un grain tracké à la caméra rapide pendant un précurseur. Bas : évolution de la vitesse de ce même grain au cours du temps.

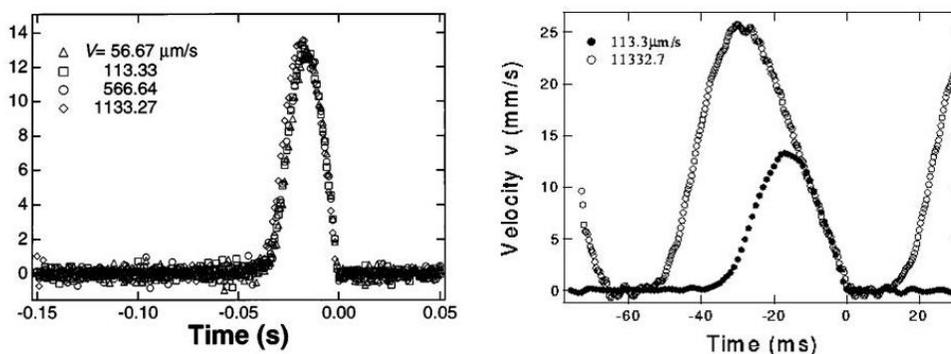


FIGURE 6.8 – Evolution de la vitesse d'une plaque frottante tirée à la surface d'un milieu granulaire. La plaque est reliée à un ressort dont le point d'attache est tiré à vitesse constante. Les différents symboles correspondent à différentes vitesses de translation. Courbes tirées de [57] et [58].

mettent à bouger à la surface. L'information du seuil de déclenchement de l'avalanche est-elle contenue dans la dynamique du tas ? Est-il possible de prédire le seuil d'avalanche en contrôlant la dynamique des réarrangements à la surface ? Ces questions ont motivé notre étude sur la dynamique des réarrangements de surface avant l'avalanche.

Les outils de traitement d'images, nous permettant de remonter à cette dynamique, ont été décrits dans le paragraphe intitulé "dispositif expérimental". Ils nous permettent de remonter à la surface réarrangée à chaque instant, S . Cette quantité est normalisée par la surface totale du pack, S_0 . Au moment de l'avalanche, toute la surface du pack est mobilisée et $\frac{S}{S_0} = 1$. La figure 6.9 présente l'évolution de la proportion de surface réarrangée en fonction de l'angle d'inclinaison du tas de billes par rapport à l'horizontale pour des expériences réalisées avec des billes mates de 3 mm teintées dans la masse.

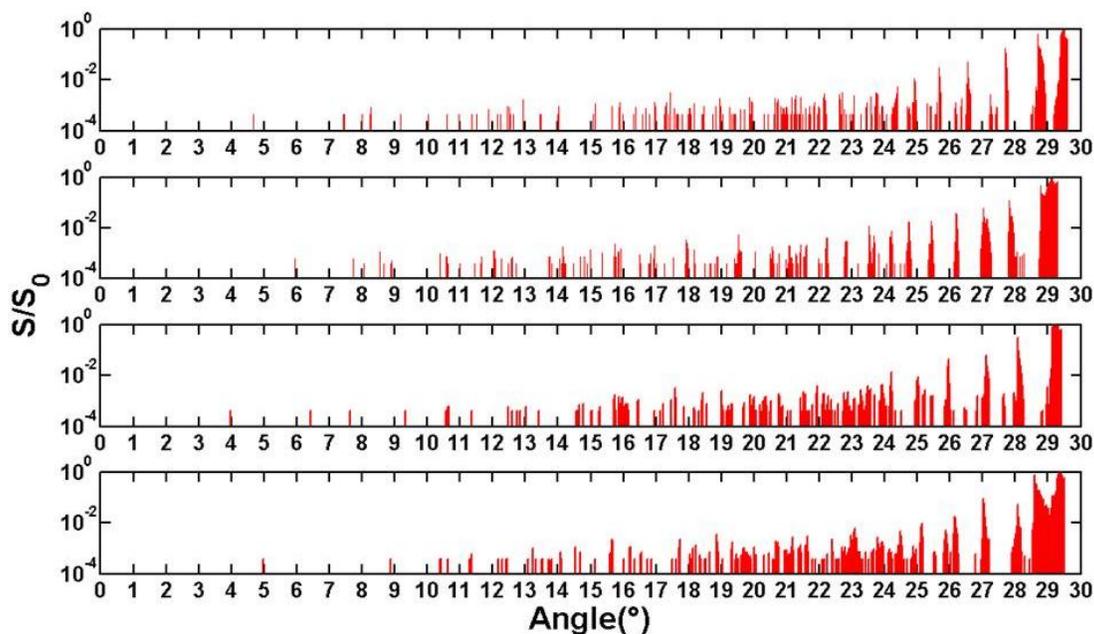


FIGURE 6.9 – Activité de surface du pack pour plusieurs expériences réalisées avec des billes mates de 3 mm. La fraction de surface réarrangée, $\frac{S}{S_0}$, est tracée en fonction de l'angle d'inclinaison du tas. Les expériences ont été réalisées dans les mêmes conditions de température, d'humidité et avec une même méthode de préparation présentée dans la partie méthode.

Les expériences de la figure 6.9 ont été réalisées dans les mêmes conditions expérimentales avec la même méthode de préparation. Cette condition est nécessaire pour obtenir des résultats reproductibles. La dynamique des réarrangements avec les différents régimes observés au cours de l'inclinaison est présentée sur la figure 6.10.

La dynamique à la surface du tas augmente avec l'angle d'inclinaison. Jusqu'à des angles de l'ordre de 20°, des réarrangements localisés apparaissent à la surface du pack. Au delà

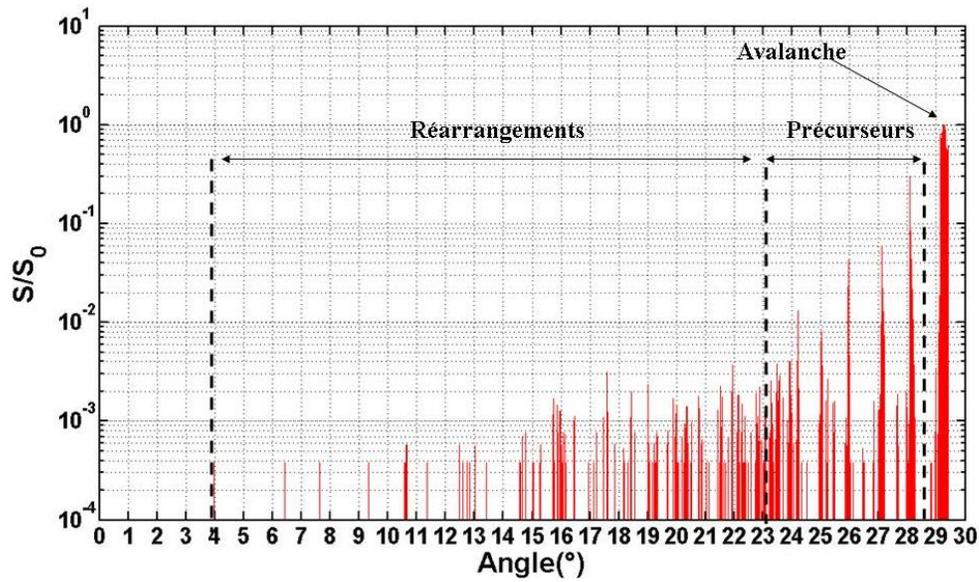


FIGURE 6.10 – Evolution de la fraction de surface réarrangée au cours d’une inclinaison d’un pack de billes de 3 *mm* teintées dans la masse.

de 20°, un changement de régime a lieu. Des évènements de grandes amplitudes (de taille comparable à celle de la surface totale) apparaissent alors de façon quasipériodique (de pseudo-période égale à environ 1.5°). Au moment de l’avalanche, $S/S_0 = 1$, car toute la surface est en mouvement à cet instant où la pente du tas relaxe de l’angle d’avalanche à l’angle de repos. Concernant la borne inférieure du signal, le plus petit mouvement repérable est le mouvement d’au moins 1 grain. L’ordre de grandeur de la surface occupée par un grain à la surface est égal à $\pi \cdot R^2 = 0.2827 \text{ cm}^2$ pour des grains de 3 *mm*. La surface totale du pack est de $S_0 = 30 \text{ cm} * 20 \text{ cm} = 600 \text{ cm}^2$, ce qui conduit à $\frac{S}{S_0} = 4.7e - 4$. Ce résultat correspond à la taille minimale des réarrangements observés sur la figure 6.10.

Les évènements ayant une extension temporelle, il est intéressant de caractériser la dynamique par la somme cumulée des évènements.

$$A = A(\theta) = \sum_{j=0}^{\lfloor \frac{\theta}{d\theta} \rfloor} \frac{S(j \cdot d\theta)}{S_0}. \quad (6.1)$$

où $d\theta$ est la période angulaire liée à l’échantillonnage de $\frac{S(\theta)}{S_0}$. La figure 6.11 présente l’évolution de l’activité à la surface, A , en fonction de l’angle d’inclinaison du tas. La dynamique du système atteint après un transitoire une évolution de type exponentielle avec une transition vers un régime intermittent correspondant à l’apparition des précurseurs où l’évolution se fait par plateau (Insert de la figure 6.11.).

La figure 6.12 montre des images de la surface réarrangée du pack lors des évènements de type précurseurs. L’évolution de S/S_0 montre que l’amplitude des précurseurs croît

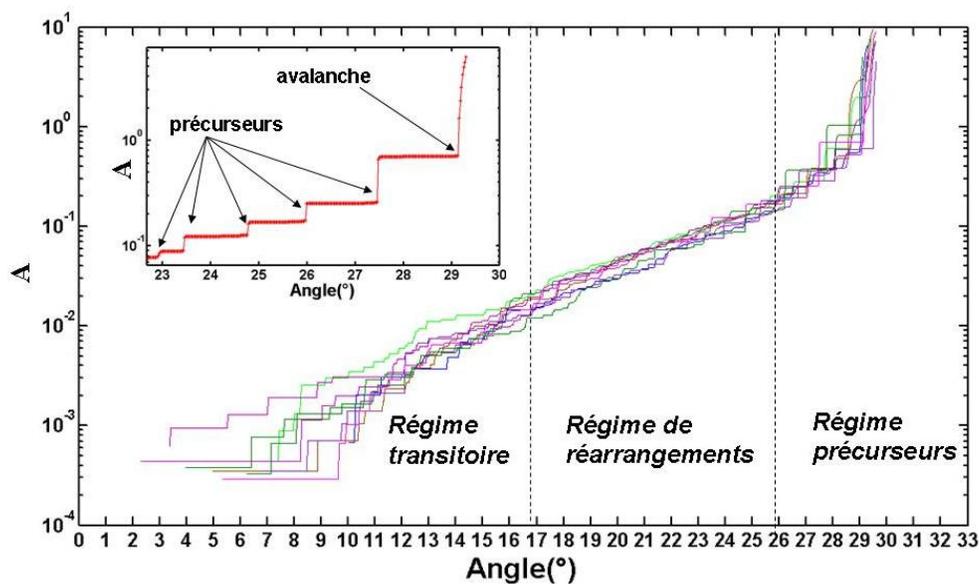


FIGURE 6.11 – Activité du pack, A , en fonction de l'angle d'inclinaison. Résultats issus d'expériences réalisées dans les mêmes conditions expérimentales avec des billes mates de 3 mm teintées dans la masse. Insert : régime intermittent du à l'apparition de précurseurs.

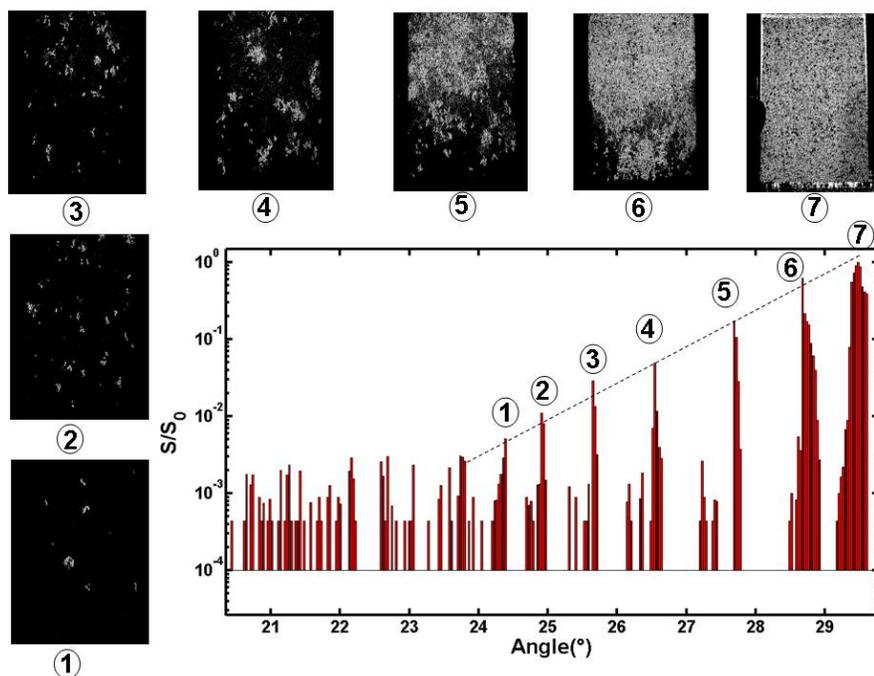


FIGURE 6.12 – Evolution de la fraction de surface réarrangée en fonction de l'angle d'inclinaison dans le régime précurseur. A chaque précurseur est associée une photo obtenue par traitement d'images (Les images sont obtenues en soustrayant les images qui précèdent et qui suivent chaque précurseur. Un seuil pour éliminer le bruit est ensuite appliqué) présentant la surface réarrangée pour l'évènement correspondant.

de façon exponentielle lors de l'inclinaison. L'avalanche se produit dans la continuité. Les images de ces précurseurs montrent que la surface réarrangée (en blanc sur les images) croît avec le numéro du précurseur. Nous observons également que ces précurseurs mettent en mouvement un nombre de grains de l'ordre de la taille de la surface du packing. De plus, ces précurseurs sont amortis aux alentours d'une zone située au bas du pack. Ceci vient de la condition au limite à la base du tas. Les grains en contact avec la barre de blocage (voir dispositif expérimental) sont immobilisés et influent sur le mouvement des grains situés en amont, alors que les grains situés en haut du pack ont une plus grande liberté de mouvement.

Les expériences présentées ci-dessus ont été obtenues avec les billes mates de 3 mm teintées dans la masse. Nous avons également réalisé le même type d'expériences avec des grains de 3 mm teintés en surface. Quelques résultats issus de plusieurs expériences sont présentés sur la figure 6.13.

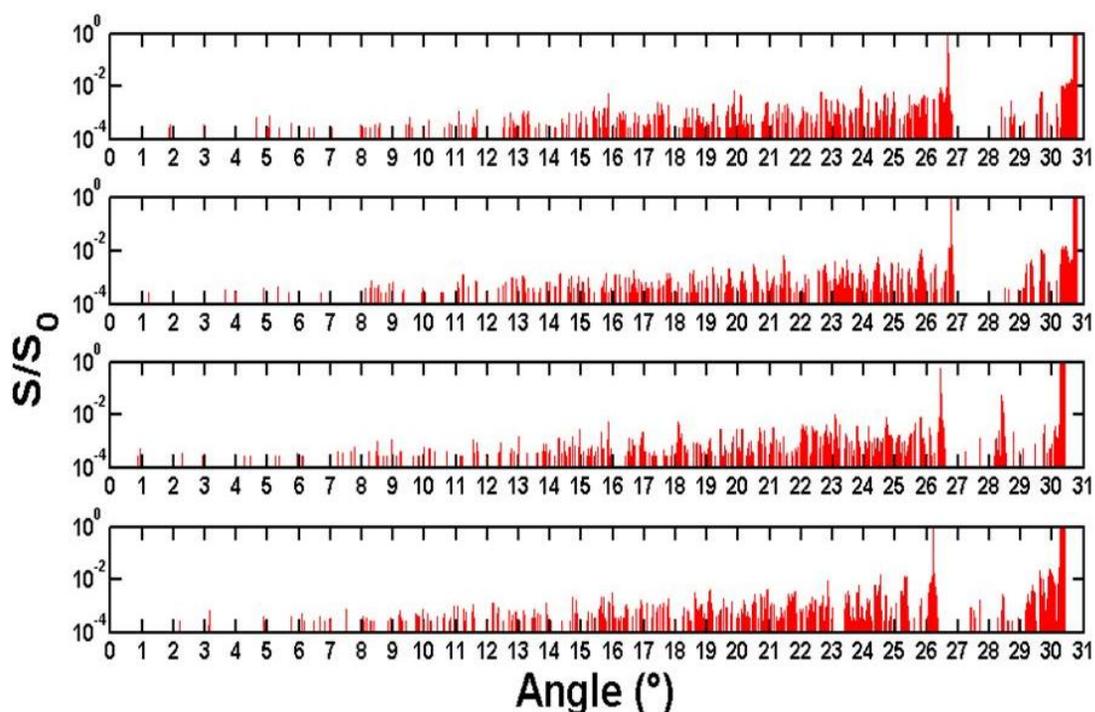


FIGURE 6.13 – Activité de surface du pack pour plusieurs expériences réalisées avec des billes de 3 mm brillantes teintées en surface. La fraction de surface réarrangée, $\frac{S}{S_0}$, est tracée en fonction de l'angle d'inclinaison du tas. Les expériences ont été réalisées dans les mêmes conditions de température, d'humidité et avec une même méthode de préparation (Chapitre n°5).

L'activité de surface de l'empilement pendant l'inclinaison suit une loi exponentielle (voir figure 6.14) proche de celle des billes mates comme le montre la figure 6.15 où est représenté l'activité des empilements pour les billes mates et pour les billes brillantes

moyennée pour chacune sur une vingtaine d'expériences. Cependant l'activité des billes brillantes commence plus tard (décalage d'environ 5°), ce qui explique le décalage entre les deux courbes. Nous pouvons également remarquer que le régime précurseur commence environ au même angle, 25° dans les 2 cas. Cependant, le comportement des 2 types de billes dans cette zone est différent. Les billes mates présentent une succession de précurseurs de taille exponentiellement croissante jusqu'à l'avalanche alors que les billes brillantes présentent un seul précurseur de grosse taille situé à 26.5° .

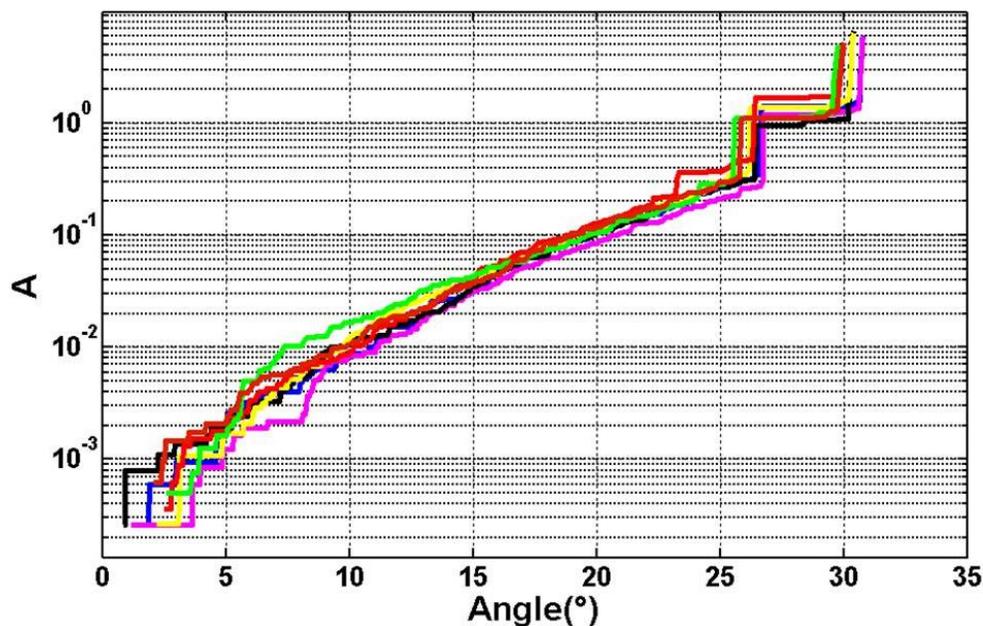


FIGURE 6.14 – Activité du pack, A , en fonction de l'angle d'inclinaison. Résultats issus d'expériences réalisées dans les mêmes conditions expérimentales avec des billes brillantes de 3mm teintées en surface.

La différence de comportement dans la zone critique entre les 2 types de billes s'expliquent par le fait que les précurseurs sont des glissements de grains les uns sur les autres. Leur nombre et leur amplitude dépend donc du coefficient de frottement entre couches successives qui est différent suivant que les billes sont teintées en surface ou pas.⁴

De plus lors du régime précurseur, nous avons déterminé la valeur moyenne de la période d'apparition des précurseurs dans le cas des billes mates. Pour chaque réalisation (voir figure 6.16 en haut), nous avons tout d'abord éliminé la tendance globale (detrending) de la somme cumulée des évènements. Le signal en noir sur la figure 6.16 à gauche présente le résultat obtenu. La courbe en rouge présente la valeur absolue du signal précédent filtré

4. Nous avons évalué les coefficients de frottement pour les billes mates et brillantes par une mesure de l'angle de glissement d'une surface recouverte de billes de chaque type sur une surface de référence. Nous trouvons un coefficient de frottement, $\mu_b = 0.34 \pm 0.009$ pour les billes brillantes et $\mu_m = 0.32 \pm 0.007$ pour les billes mates.

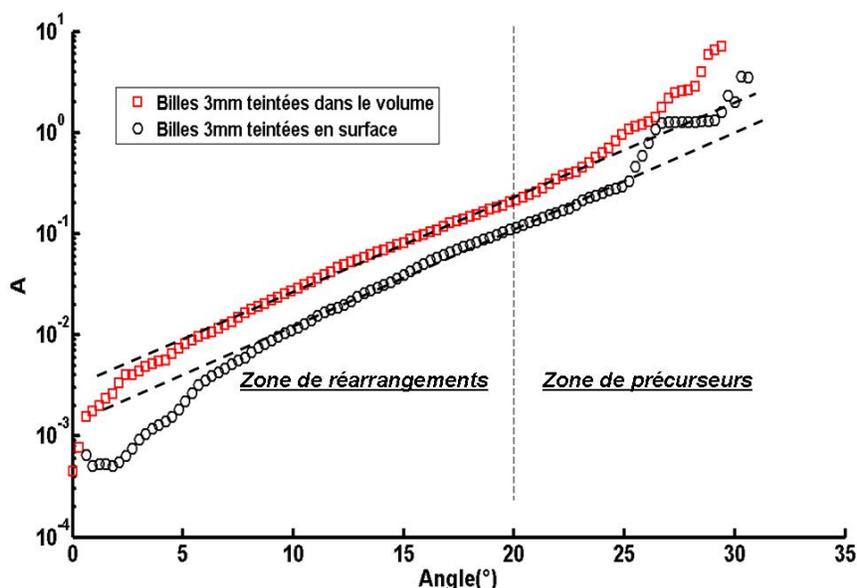


FIGURE 6.15 – Activité des billes mates et brillantes moyennées sur une vingtaine de réalisations.

par une moyenne glissante (signal sans tendances locales). Nous avons ensuite réalisé une transformée de Fourier du signal sans tendance locale. Le résultat est présenté sur la figure 6.16 de droite.

La dynamique des réarrangements à la surface du tas est également caractérisée par la distribution de la taille des évènements qui apparaissent au cours de l'inclinaison.

La figure 6.17 présente la distribution de la taille des évènements obtenue sur une soixantaine de réalisations avec des billes mates pendant toute l'inclinaison (de 0° à l'angle d'avalanche, θ_a).

Cette distribution présente 3 zones distinctes. Pour les évènements de petite taille, mettant en jeu d'une à quelques dizaines de billes, la distribution décroît en loi de puissance, $P(\frac{S}{S_0}) \approx (\frac{S}{S_0})^{-\mu}$ avec $\mu = 0.89$. Pour des évènements dont la taille est supérieure à quelques pourcents de la surface de l'empilement, la distribution dévie de la loi de puissance énoncée précédemment. Un excédent de grands évènements apparaît avec un pic pour des évènements dont la taille est de l'ordre de grandeur de la taille de l'empilement. Cet ordre de grandeur correspond à la taille des précurseurs.

La distribution de la proportion de surface réarrangée pour les billes brillantes est également présentée sur la figure 6.18. La décroissance en loi de puissance est également présente mais se fait sur une plus large gamme de taille. La décroissance est également plus forte avec un exposant $\mu = 1.2$. Seul un pic pour une taille de l'ordre de la taille du pack correspond aux précurseurs. Les méthodes de traitement d'images énoncées dans le chapitre

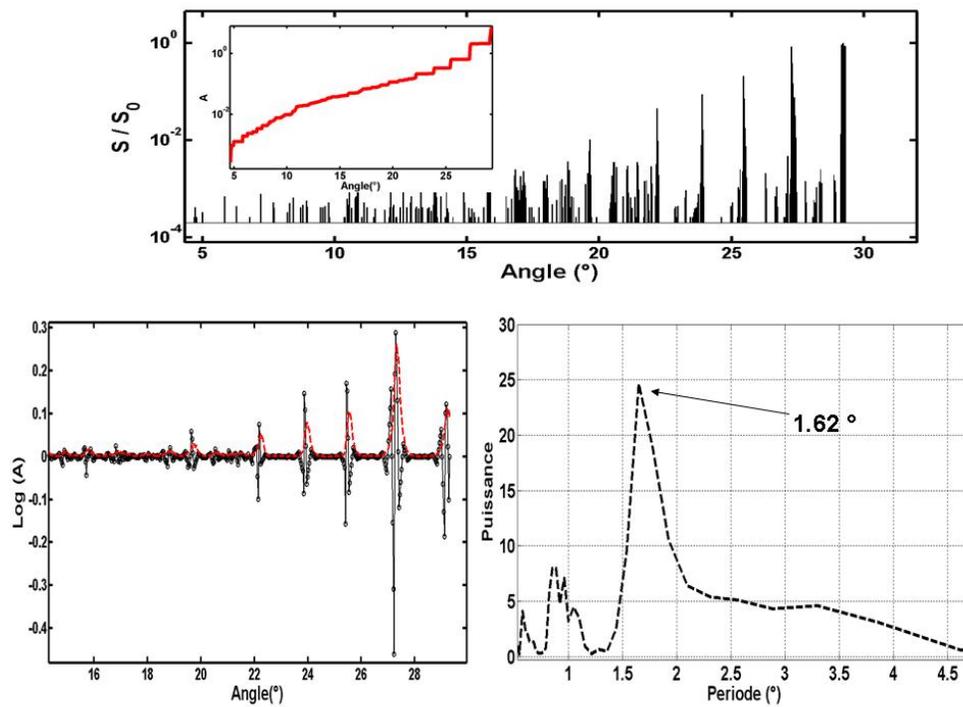


FIGURE 6.16 – Haut : Exemple de signal pour lequel on cherche à déterminer la période des précurseurs. Bas à gauche : Somme cumulée des évènements avec élimination de la tendance globale du signal (Noir) et valeur absolue du signal sans tendance locale filtrée par une moyenne glissante sur 10 points (rouge). Bas à droite : Transformée de Fourier de la somme cumulée sans tendance locale.

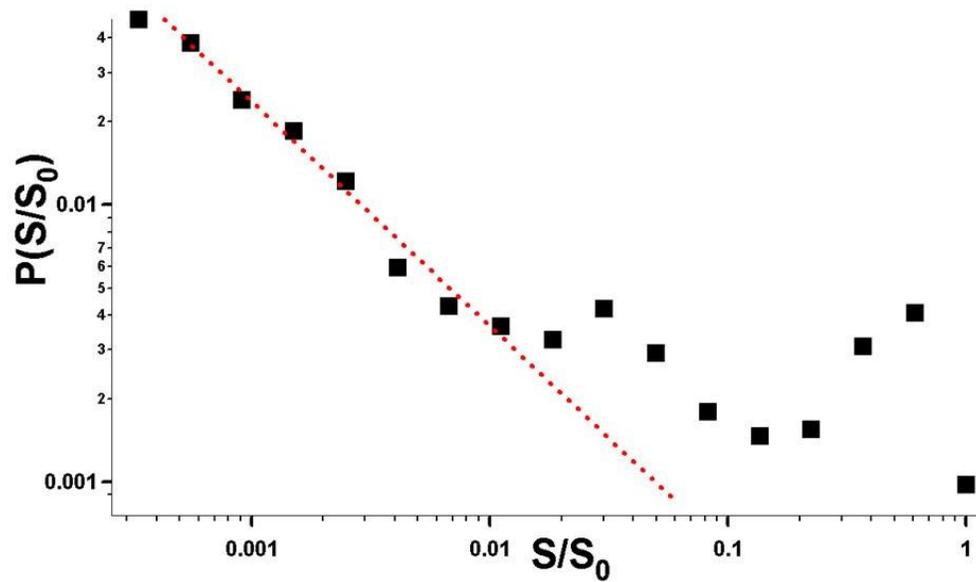


FIGURE 6.17 – Distribution de la taille des évènements au cours de 60 expériences réalisées avec des billes mates. La droite tracée a une pente $-\mu$ avec $\mu = 0.89$ et est obtenue par un ajustement par la méthode des moindres carrés dans la zone de décroissance en loi de puissance.

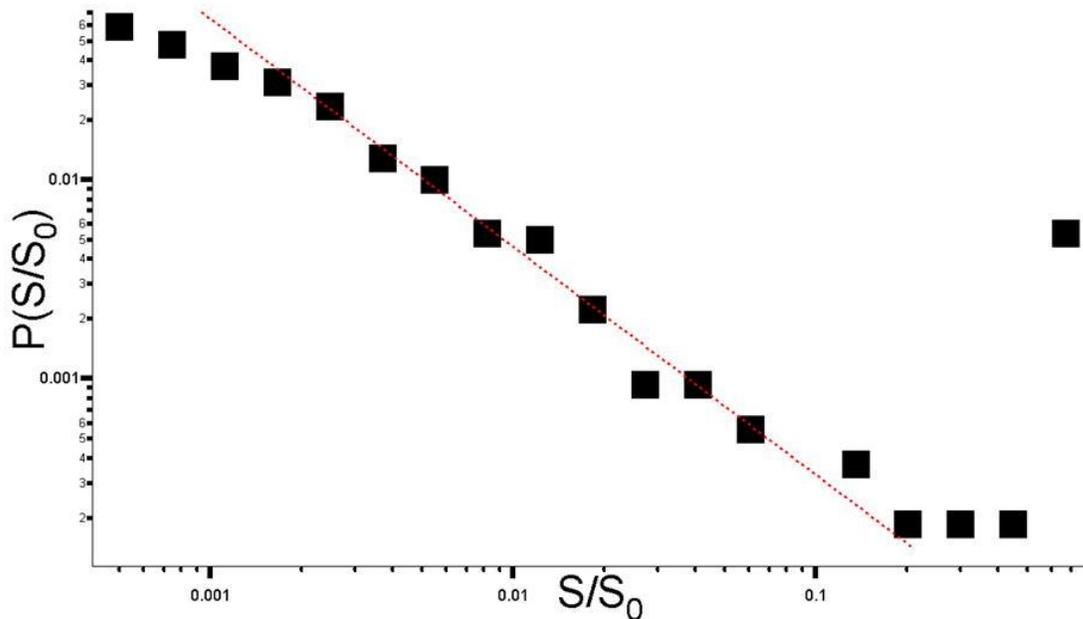


FIGURE 6.18 – Distribution de la taille des évènements au cours d'expériences réalisées avec des billes brillantes. La droite tracée a une pente $-\mu$ avec $\mu = 1.2$ et est un ajustement par la méthode des moindres carrés dans la zone de décroissance en loi de puissance.

5 nous permettent également de remonter à la surface de chaque réarrangement ayant lieu à chaque angle. La figure 6.19 présente la distribution de la surface des évènements normalisée par la surface de l'empilement. Cette distribution est la distribution de la surface des évènements individuels, S_i , normalisée par la surface totale de l'empilement, S_0 .

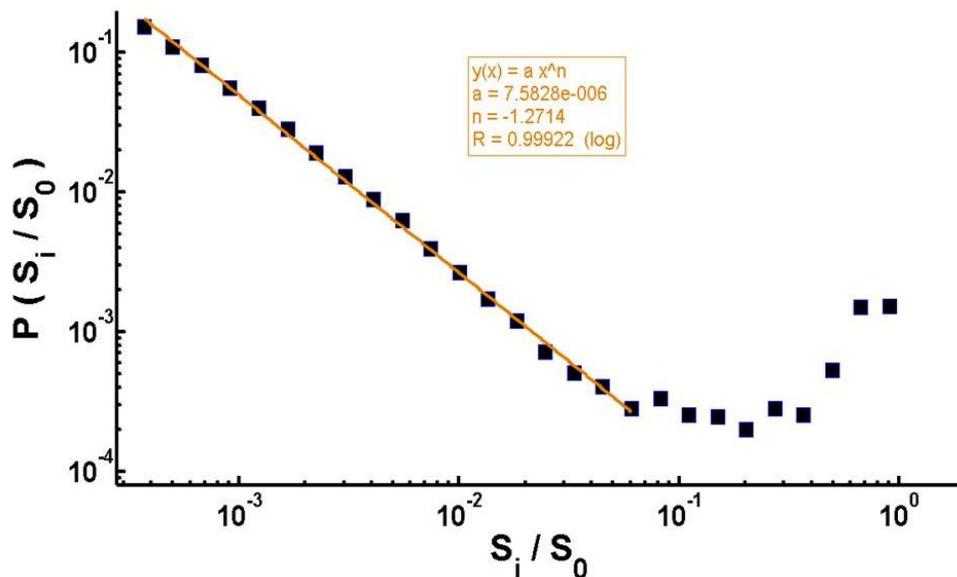


FIGURE 6.19 – Distribution de la taille des clusters de réarrangements, $\frac{S_i}{S_0}$, obtenu sur 60 expériences réalisées avec des billes mates. La droite est un ajustement par la méthode des moindres carrés sur la portion de la courbe qui décroît en loi de puissance.

Nous observons pour les évènements de petite taille un comportement en loi de puissance avec un exposant $\mu = 1.27$ et une déviation qui correspond à l'apparition du régime précurseurs où une grosse proportion des grains de la surface sont mis en mouvement au cours de chaque évènement.

L'évolution du système étant non stationnaire, nous avons tracé sur la figure 6.20 la distribution de la taille des évènements pour des intervalles angulaires disjoints d'une longueur de 3° jusqu'à l'avalanche.

Nous remarquons que pour des angles inférieurs à 18° , la dynamique est la même pour tous les intervalles. Entre 18° et 21° , un changement de régime apparaît. Ce changement de régime correspond à l'apparition des précurseurs. Ce résultat montre qu'un changement de régime a bien lieu aux alentours de 20° avec l'apparition de grands évènements dont la distribution est en dehors de celle des évènements de petites dimensions.

Nous avons également voulu vérifier l'influence de l'échantillonnage sur le comportement observé. Lors d'un précurseur de grande amplitude, le signal enregistré peut donner lieu à des points voisins qui correspondent en réalité au même évènement dont l'extension temporelle est plus grande que la résolution du système d'acquisition. Pour vérifier que ce phénomène avait peu d'influence sur les résultats ci-dessus, nous avons calculé sur les

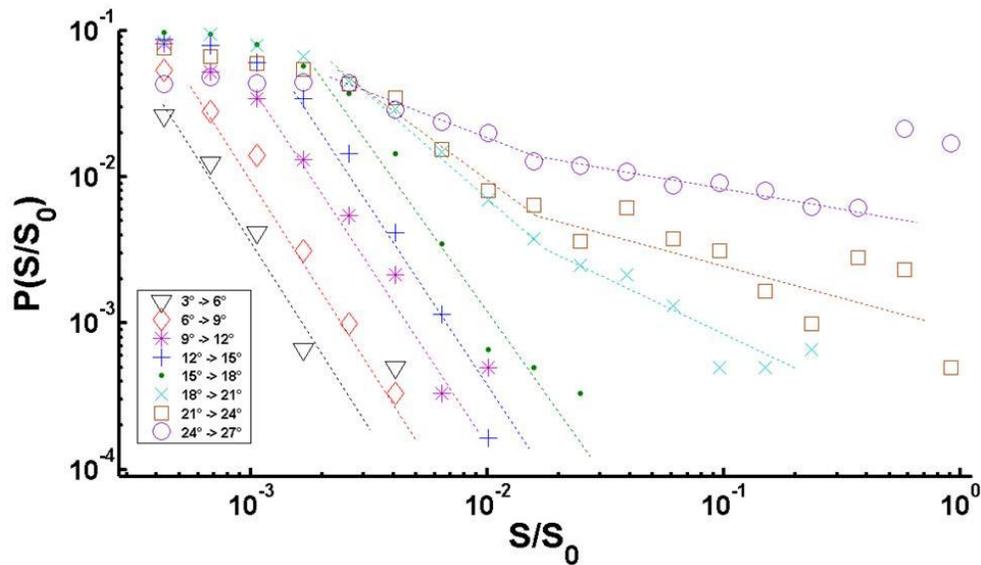


FIGURE 6.20 – Evolution de la distribution de la taille des évènements pour des intervalles angulaires de 3° . Distribution obtenue sur une soixantaine d’expériences réalisées avec des billes mates. Les droites en pointillés montrent la tendance des distributions sur chaque intervalle angulaire.

signaux la somme des évènements voisins pour chaque angle. Le signal obtenu est dans la suite appelé, S_t . Un exemple de résultat est présenté sur la figure 6.21. Le signal et sa version rééchantillonnée sont présentés. En Insert de la figure 6.21 est présenté la distribution de la taille des évènements du signal rééchantillonné obtenu lors d’une soixantaine d’expériences.

Le comportement observé sur la figure 6.21 est très proche de celui obtenu avec le signal hautement résolu. La transition du régime des petits réarrangements à celui des précurseurs est toujours présent et la distribution des évènements (6.21) garde la même forme.

Nous avons également cherché à caractériser la transition du régime des petits réarrangements à celui des précurseurs en étudiant la durée de chaque évènement, $\Delta\theta^5$, l’écart angulaire entre évènements successifs, $\Delta\theta_s$ mais également la densité d’évènements entre θ_0 et $\theta_0 + \theta$.

La figure 6.22a) montre que la durée des évènements tend à augmenter quand leur taille augmente. Ceci est notamment très bien vérifié pour les petits évènements. Pour les grands évènements cette durée est variable mais tend à augmenter, en moyenne, avec la taille des évènements. Cette variabilité est due au fait que des précurseurs peuvent être très rapides et sans répliques alors que d’autres peuvent être suivis de répliques, ce qui augmente la durée de l’évènement au sens où il a été défini ici.

La figure 6.22b) montre qu’en moyenne plus un évènement est important plus le laps de temps qui le sépare de l’évènement suivant augmente. Ceci est à nuancer pour les petits

5. Cette quantité est définie de telle sorte que 2 réarrangements appartenant à deux images successives appartiennent au même évènement.

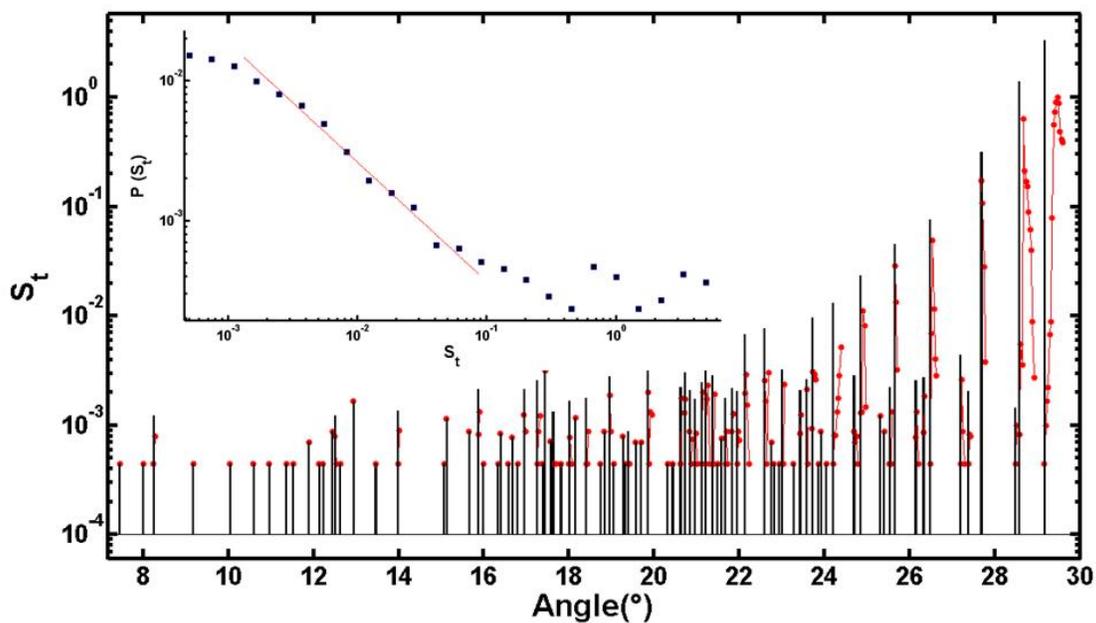


FIGURE 6.21 – Signal présentant l'évolution de la proportion de surface réarrangée en fonction de l'angle d'inclinaison de l'empilement, S/S_0 , (rouge) et le même signal (noir) rééchantillonné, S_t pour prendre en compte l'extension temporelle des évènements. Insert : Distribution de la taille des évènements dans le cas de signaux rééchantillonnés. (le trait est une droite de pente -0.81).

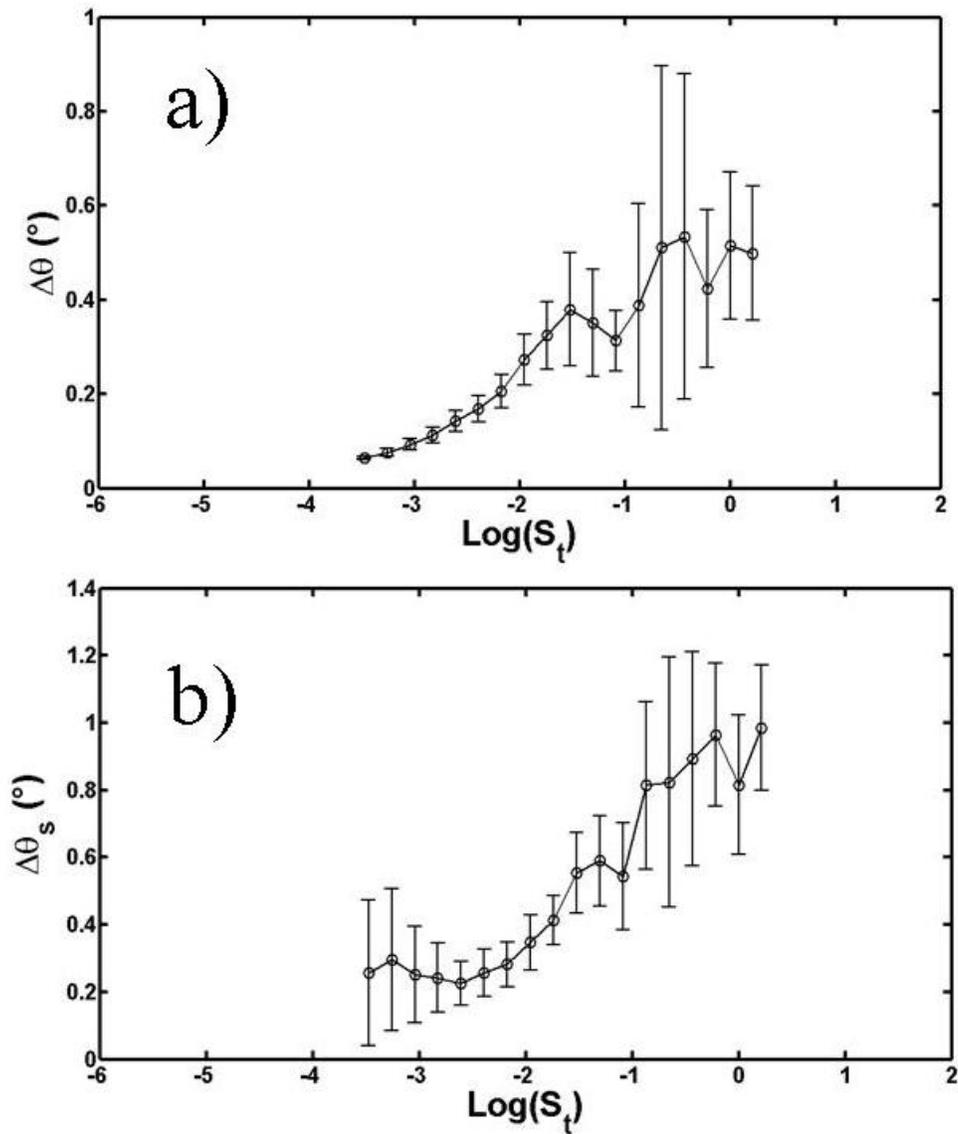


FIGURE 6.22 – a) Durée angulaire moyenne des évènements, $\Delta\theta$, en fonction de leur taille $\text{Log}(S_t)$. (Moyenné sur 60 expériences) b) Ecart angulaire, $\Delta\theta_s$, entre deux évènements successifs en fonction de la taille du premier, $\text{Log}(S_t)$. (Moyenné sur 60 expériences).

évènements , où l'écart est grand. Au début des expériences, pour les petits angles ces évènements sont souvent très espacés. Ceci correspond au régime transitoire décrit plus haut.

L'augmentation de la durée des évènements et de leur espacement ,pour les plus grands d'entre eux au cours de l'inclinaison, est due au fait que ces évènements de grande amplitude mettent un grand nombre de grains en mouvement, Le système se relaxe par à-coups et un temps plus important est nécessaire pour que de nouveaux évènements apparaissent. Ce comportement est à rapprocher de celui des oscillateurs de relaxation qui présentent le même type de caractéristiques.⁶

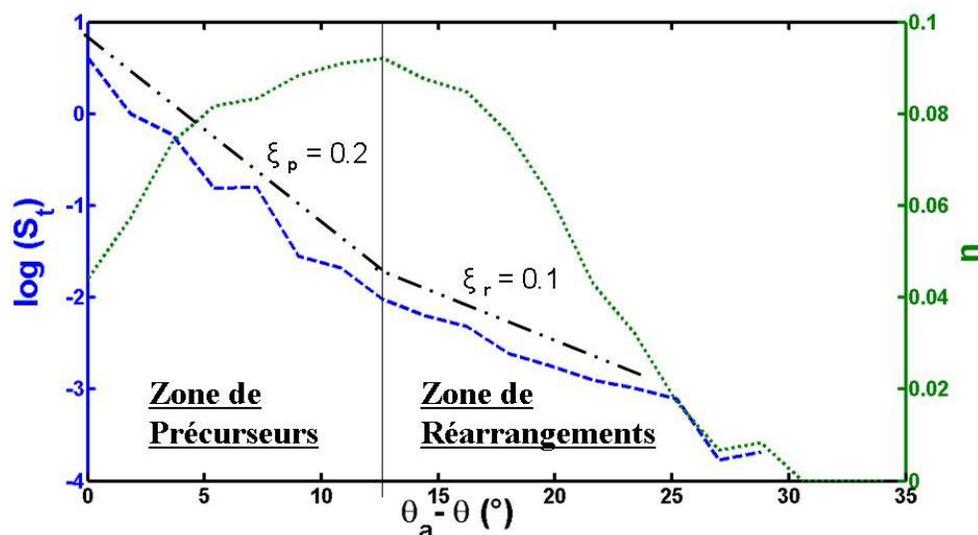


FIGURE 6.23 – Evolution de la taille du plus gros évènement (en bleu) dans une fenêtre angulaire de 1.8° en fonction de la position de la fenêtre $\theta_a - \theta$, où θ_a désigne l'angle d'avalanche et θ désigne l'angle d'inclinaison de l'empilement. Sur le même graphe, évolution de la densité d'évènements, n , (en vert) dans la fenêtre en fonction de $\theta_a - \theta$. Résultat moyenné sur 60 expériences.

La figure 6.23 présente l'évolution de la densité d'évènements, $n = \frac{N_f}{N_T}$, dans une fenêtre glissante de 1.8° où N_f désigne le nombre d'évènements dans la fenêtre et N_T le nombre total d'évènements au cours d'une expérience, en fonction de l'écart à l'angle d'avalanche, $\theta_a - \theta$. Sur le même graphe est représenté l'évolution de la taille du plus grand évènement de la fenêtre glissante en fonction de $\theta_a - \theta$. Ces courbes présentent ,toutes deux, une transition au voisinage de 13° avant l'avalanche. Cette transition correspond au passage du régime des petits réarrangements au régime des précurseurs. Au passage par cette transition, la

6. Les oscillations de relaxation sont des oscillations non-linéaires, obtenues par augmentation continue d'une contrainte, puis par relâchement subite de celle-ci. Lorsque la contrainte devient trop forte, la partie résistante cède brusquement, une partie de l'énergie est évacuée, la contrainte croît à nouveau et le cycle recommence.

taille du plus grand évènement passe d'une évolution exponentielle de pente $\xi = 0.1$ à une évolution exponentielle de pente 0.2 en échelle semi-log. Dans le même temps, la densité d'évènements se met à diminuer alors qu'elle augmentait jusque là au cours de l'inclinaison.

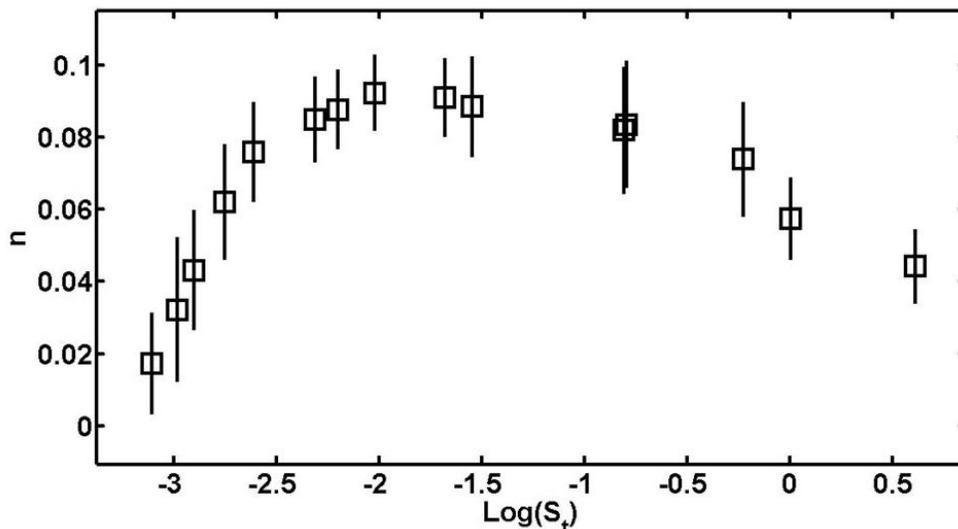


FIGURE 6.24 – Evolution du nombre d'évènements dans la fenêtre glissante en fonction de la taille du plus grand évènement présent dans celle-ci. Résultat moyenné sur 60 expériences.

La figure 6.24 montre de manière plus explicite la relation entre l'évolution de la taille du plus gros évènement et la densité d'évènements dans une fenêtre glissante. Alors que la densité augmente avec la taille du plus gros évènement dans le régime des petits réarrangements, elle se met à diminuer dans le régime précurseur, signe avant-coureur de l'avalanche.

6.2 Dynamique dans le volume

Nous présentons dans ce paragraphe les résultats obtenus en collaboration avec le professeur Vladimir Zaitsev. Les techniques de diffusion acoustique non linéaire ont été présentées dans un chapitre précédent.

La figure 6.25 présente l'évolution des composantes linéaires et non linéaires et d'une composante de bruit du signal reçu lors d'une expérience de diffusion acoustique. La préparation ainsi que les conditions expérimentales sont les mêmes que précédemment. La propagation linéaire se faisant à travers le réseau des contacts forts qui persiste et maintient le milieu jusqu'à l'avalanche, nous trouvons que la composante linéaire varie peu au cours de l'inclinaison. Elle subit seulement une grande variation au moment de l'avalanche, moment où le squelette du tas est détruit.

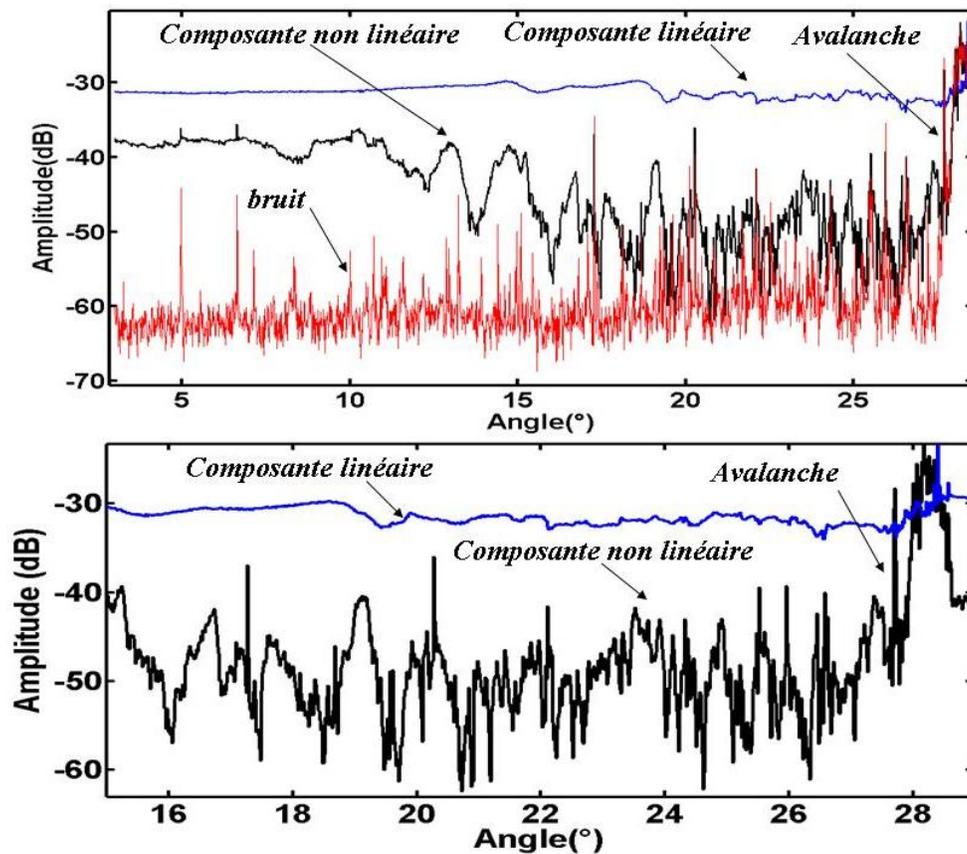


FIGURE 6.25 – Haut : Evolution des composantes linéaires, non linéaires et de bruit du signal reçu lors d'une expérience de diffusion acoustique. La composante associée au bruit est à 2816 Hz. Bas : Zoom sur la portion de signal proche de l'avalanche.

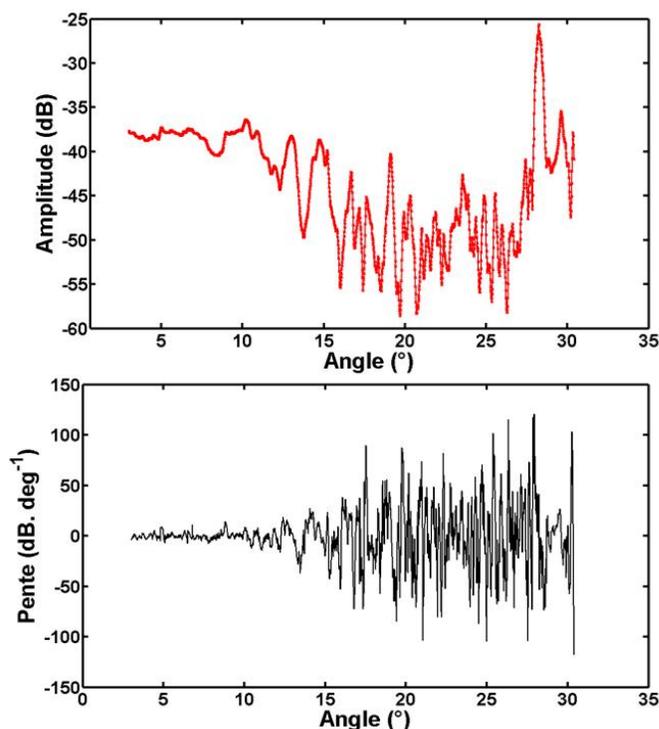


FIGURE 6.26 – Haut : Composante non linéaire du signal lissée. Bas : Représentation des variations de la pente de la composante non linéaire du signal acoustique.

La composante non linéaire est beaucoup plus variable pendant l’inclinaison, particulièrement lorsque l’angle d’inclinaison s’approche de l’angle d’avalanche. En appliquant un filtrage (lissage) et en différenciant le signal (figure 6.26), nous observons que pendant l’inclinaison la composante non linéaire passe d’un régime de faibles variations à un régime où de grosses fluctuations apparaissent jusqu’à l’avalanche. Lors de ce travail en collaboration, l’équipe de Rennes a étudié les propriétés statistiques de ces signaux issus de la dynamique dans le volume.

Il a été notamment montré que, lors de l’inclinaison, les propriétés statistiques des distributions des fluctuations du signal acoustique présentent une transition d’un comportement gaussien à un comportement en loi de puissance (figure 6.27). Cette transition a lieu à des angles d’inclinaison de l’ordre de 20° , angle en accord avec les résultats évoqués dans le chapitre précédent sur l’étude de la dynamique des réarrangements de surface.

Dans cette dernière zone, le signal a une structure quasi-périodique comme le montre la figure 6.28. avec un pic maximum au voisinage de 0.5° . Des composantes au voisinage de 1° sont également présentes en accord avec les périodes mesurées sur les signaux de surface.

Les variations du signal acoustique au voisinage de l’angle d’avalanche sont le reflet d’une réorganisation rapide du réseau de contacts faibles dans le volume du tas. La composante du bruit est sensible aux mouvements des grains en surface comme le montrent

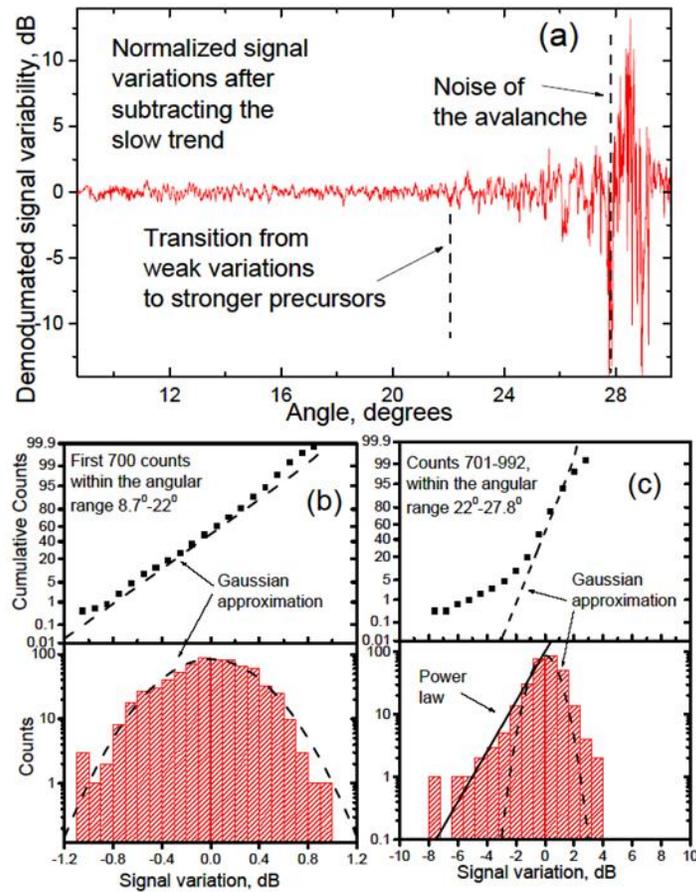


FIGURE 6.27 – a) Fluctuations normalisées du signal acoustique au cours de l'inclinaison. b) Distribution des évènements pour les premiers degrés de l'inclinaison. (de 8.7° à 22°). c) Distribution des évènements pour les derniers degrés de l'inclinaison (de 22° à 27.8°). Courbes issues de [59].

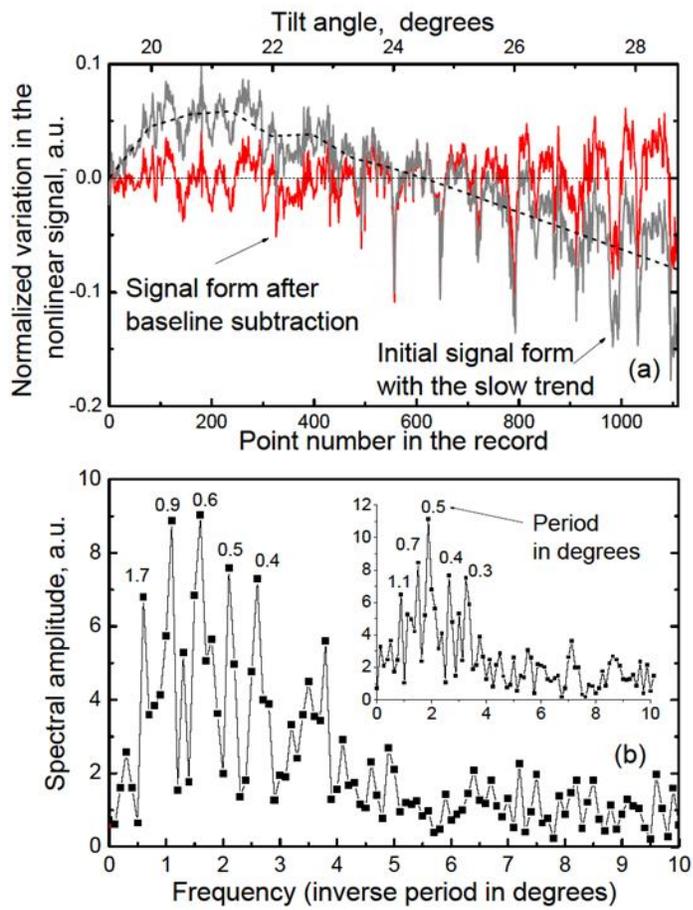


FIGURE 6.28 – a) Fluctuations normalisées du signal acoustique après élimination de la tendance globale du signal. b) FFT du signal obtenue en a). Courbes issues de [59]

les deux petits pics au début du signal de la figure 6.25 qui correspondent à des petits réarrangements de grains en surface au voisinage du détecteur. Plus l'angle d'inclinaison s'approche de l'angle d'avalanche, plus le nombre de grains en mouvement augmente et plus l'amplitude du bruit augmente. Cependant à tous les pics associés au bruit ne correspond pas une variation brutale de la composante non-linéaire, ce qui va dans le sens d'une faible corrélation entre les événements de surface et l'évolution du réseau de contacts faibles sondé ici par la composante non linéaire.

6.3 Corrélations surface-volume

La figure 6.29 présente l'évolution du signal acoustique non linéaire dans le cas où un seul précurseur est visible en surface. Il se manifeste par une variation abrupte du signal démodulé (avec une augmentation de l'amplitude liée à la diminution du chargement des contacts après l'évènement) ce qui montre que l'information contenue dans le signal acoustique ne correspond pas seulement au réarrangement de billes en surface. Elle contient l'information sur l'évolution du réseau de contacts faibles dans le volume. Il apparaît donc que de nombreux "évènements"⁷ ont lieu dans le volume sans répercussions en surface.

Ceci se confirme dans le cas où des précurseurs de tailles différentes se succèdent.

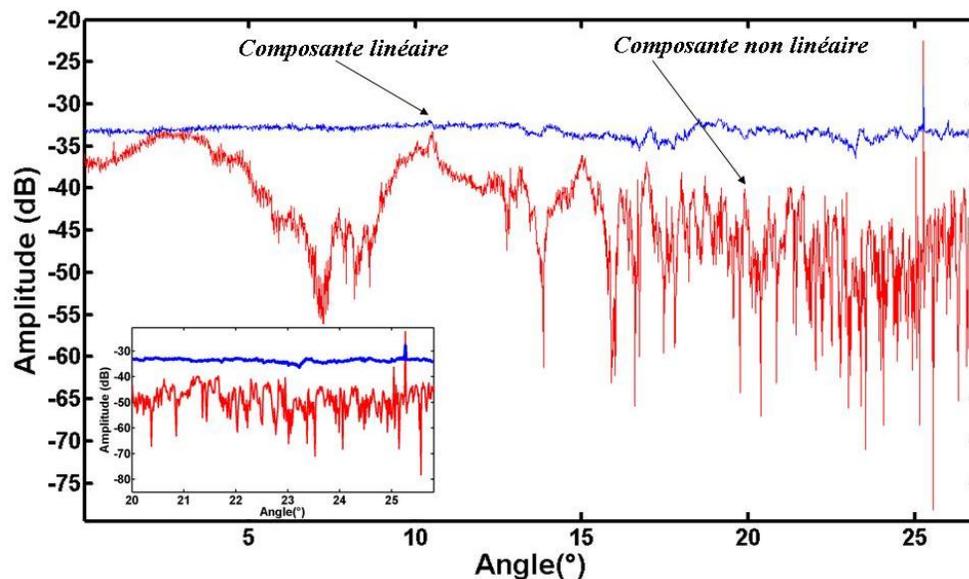


FIGURE 6.29 – Evolution des signaux acoustiques linéaires et démodulés dans le cas de la présence d'un seul grand précurseur en surface. Insert : Zoom sur les derniers degrés. (le gros précurseur apparaît aux alentours de 25° avec des pics simultanés sur les 2 signaux).

Nous présentons sur la figure 6.30, une acquisition simultanée du signal acoustique et du signal démodulé.

Pour un certain nombre d'évènements de grande amplitude à la surface, il apparaît de larges variations sur le signal démodulé. Cependant bon nombre "d'évènements" présents dans le volume n'ont pas de signature dans l'activité de surface de l'empilement. Il semble donc que des variations, dans le volume, du réseau de contacts faibles pendant l'inclinaison ne donnent pas systématiquement lieu à des réarrangements de surface. Ces observations vont dans le sens d'une non équivalence⁸ entre l'évolution en surface et en volume.

7. évènements ici n'implique pas forcément des mouvements de grains, ce peut être une modification du réseau des chaînes de force

8. qui n'implique pas l'indépendance

La composante de bruit du signal acoustique, quant à elle, présente bien des pics en commun avec le signal de surface. (Voir V. Zaitsev et al.[60]). Ce qui confirme le fait que bon nombre de grands événements présents dans le signal associé au bruit correspondent aux événements de surface. Ce bruit est créé en partie par le mouvement des grains à la surface. Pour aller plus loin dans nos analyses, il faudrait utiliser des simulations numériques qui permettraient en particulier d'interpréter l'origine des variations du signal acoustique.

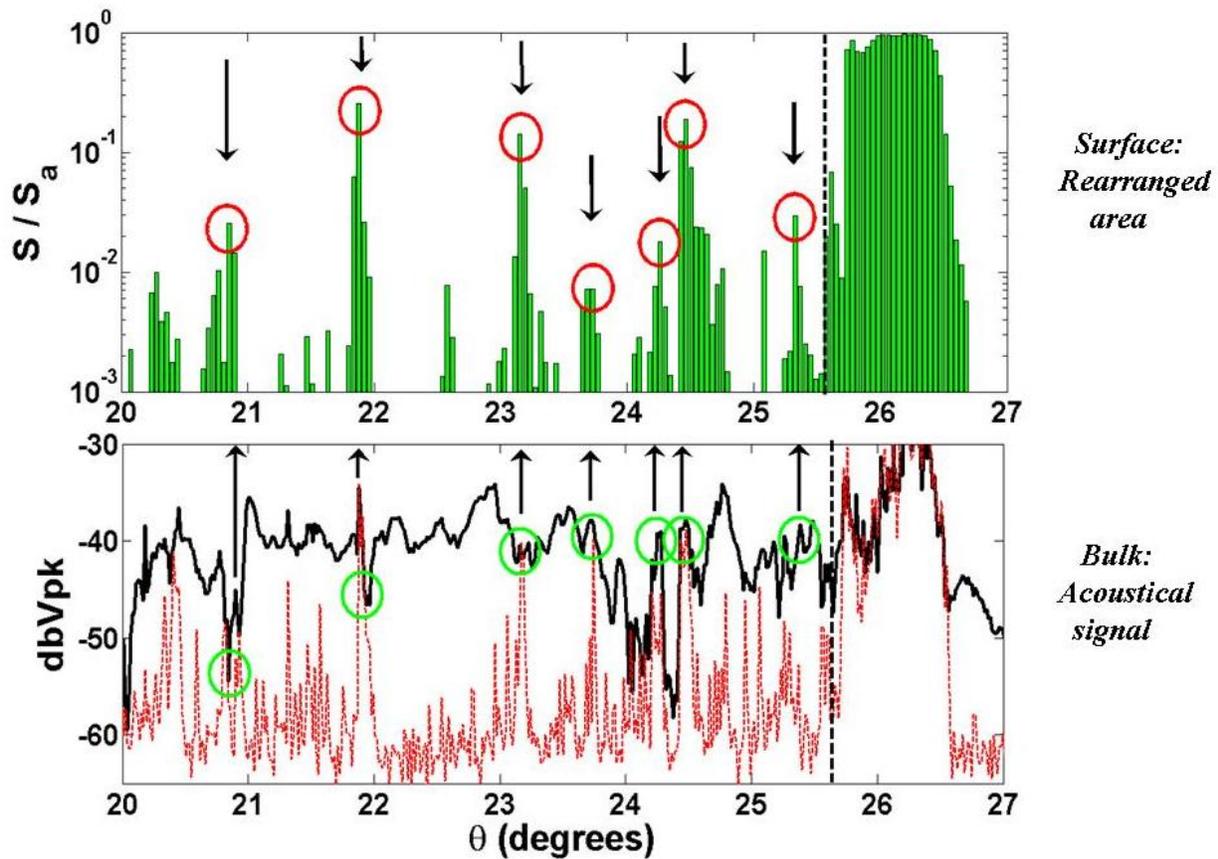


FIGURE 6.30 – Enregistrements simultanés de l'activité d'une assemblée de grains pendant les derniers degrés de l'inclinaison. En Haut : Activité à la surface du pack obtenue par les méthodes optiques. Bas : Activité dans le volume obtenue par des méthodes de diffusion acoustique non linéaire. L'évolution des composantes non linéaires (en noir) et associée au bruit (en rouge) sont représentées.

Chapitre 7

Vieillessement et effets mémoire

Les milieux granulaires sont des systèmes dissipatifs. Nous nous intéressons dans ce chapitre à l'existence d'effets mémoire (souvent présents dans les systèmes modèles hors équilibre) lors de l'inclinaison quasistatique d'une assemblée de grains.

7.1 Influence de la préparation initiale

Un des paramètres important de l'expérience est la préparation du milieu. Nous avons voulu tester si l'évolution du système dépendait ou non de l'état initial de l'empilement. Cet état initial est caractérisé entre autres par sa compacité. Cependant notre dispositif expérimental ne nous permet pas d'avoir une mesure précise de la compacité. Ceci nécessite dans le cas de grands empilements d'utiliser des méthodes de mesure d'absorption de rayonnement γ , qui sont souvent difficiles à mettre en place sur notre dispositif. Pour des petits empilements (des poudres dans des tubes fins par exemple) une autre méthode consiste à mesurer la compacité par une mesure de la position de la surface libre de l'empilement. Nous avons essayé d'évaluer la compacité de l'empilement par une mesure de la masse des grains qui le constituent. La méthode de préparation décrite dans la partie dispositif expérimental permet de connaître avec précision (inférieure à la taille d'un grain) le volume occupé par l'empilement. Une mesure de la masse des grains permet ensuite de remonter à un ordre de grandeur de la compacité du milieu, notée C .

$$C = \frac{m_g}{\rho_v \cdot L \cdot l \cdot h} \quad (7.1)$$

où m_g est la masse de l'empilement, ρ_v la masse volumique du matériau utilisé, L , l et h respectivement la longueur, la largeur et la hauteur de l'empilement.

Nous évaluons à $C = 0.594 \pm 0.01$ la compacité de l'empilement obtenu par la méthode de préparation par passage d'une grille.

Afin de modifier la compacité, nous changeons le protocole de préparation de l'empilement en introduisant les grains par couches successives dans la boîte. Chaque couche est ensuite compactée au moyen d'un poids de masse connue posé sur l'empilement (Voir dessin 7.1). Les couches doivent être les plus fines possibles afin de rendre le processus de compaction efficace et obtenir une compacité la plus homogène possible.

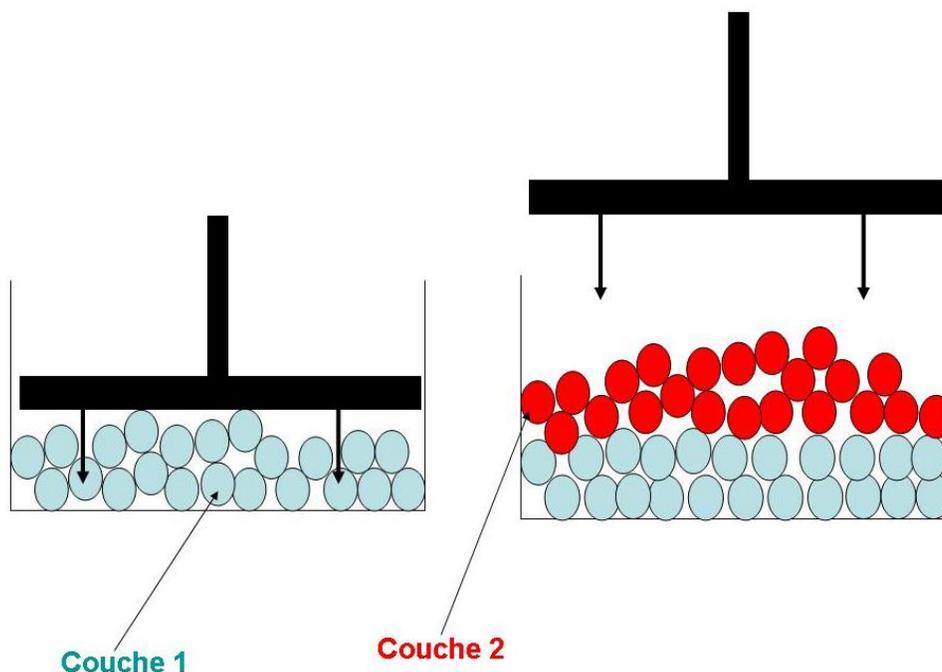


FIGURE 7.1 – Dessin montrant la manière dont est préparé l'empilement compacté. Une masse est posée sur les couches successives.

L'empilement obtenu est plus compact et sa compacité est alors de l'ordre de $C = 0.638 \pm 0.011$

La figure 7.2 présente le résultat de l'activité de surface pour les deux préparations.

Nous observons que l'activité de surface pour les empilements compacts est plus faible que pour les empilements lâches. Pour les empilements compacts, le début de la mise en mouvement des grains est retardée par le fait que la surface est plus lisse et moins de grains sont en positions instables à la fin de la préparation. Bien que l'activité soit plus faible, nous observons que la dynamique est la même, avec un transitoire suivi d'une évolution exponentielle jusqu'à la transition vers le régime des précurseurs. L'angle d'avalanche est également décalé dans le temps. Il est plus grand dans le cas des empilements compacts de 0.4° en moyenne. A la vue de ces résultats, il semble que la dynamique du système soit la même dans une large gamme de compacité (ici entre 0.59 et 0.64), avec la présence d'un régime de précurseurs à la suite d'un régime de réarrangements. La différence vient du nombre total de réarrangements qui est plus faible dans le cas des empilements compacts.

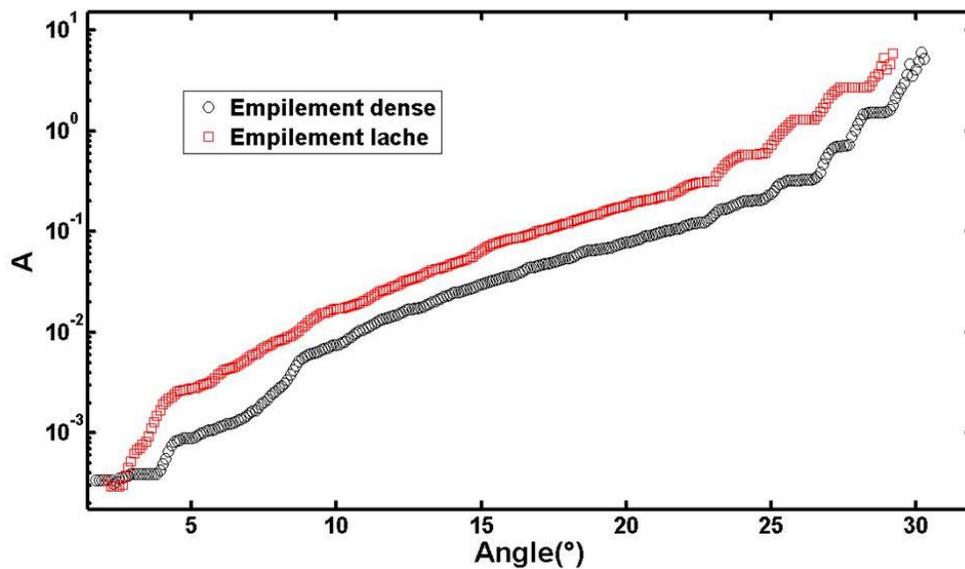


FIGURE 7.2 – Activité de surface des empilements lâches et compacts. Chaque courbe est une moyenne sur 5 réalisations.

7.2 Vieillesse du système sous perturbations cycliques

Les milieux granulaires inclinés étant des systèmes hors-équilibre, nous nous sommes intéressés à l'une des propriétés de ces systèmes : les effets mémoire. Nous avons voulu savoir si l'empilement "gardait en mémoire" l'angle jusqu'auquel il a été incliné et la façon dont il répond à un ensemble d'inclinaisons successives. Pour cela, l'empilement est incliné plusieurs fois jusqu'à un angle donné, θ_m par variation périodique de l'angle θ entre 0 et θ_m , et l'activité de surface est mesurée au cours de chaque inclinaison¹. La figure 7.3 présente le résultat obtenu avec les billes brillantes pour des inclinaisons successives jusqu'à 20°.

La figure 7.3 montre tout d'abord que l'activité diminue lors des passages successifs. Ceci montre que l'empilement vieillit durant les inclinaisons successives. Cette évolution est très rapide car dès le second passage, l'activité démarre plus tard et est environ dix fois inférieure à celle obtenue lors du premier passage. Nous remarquons également que l'activité atteint une limite très faible après 3 inclinaisons. Elle correspond à l'activité minimale à la surface de l'empilement que l'on peut obtenir entre 0° et θ_m avec notre dispositif².

Nous remarquons également que lors du dernier passage, l'activité de l'empilement reprend à θ_m . L'empilement a donc gardé dans sa structure l'information qui concerne l'angle θ_m jusqu'auquel les cycles ont été effectués. Nous remarquons également que le

1. Nous faisons des allers-retours entre 0 et θ_m et enregistrons l'activité au cours de chaque aller

2. Cette activité minimale dépend du niveau de bruit du dispositif expérimental car elle concerne un très faible nombre de grains

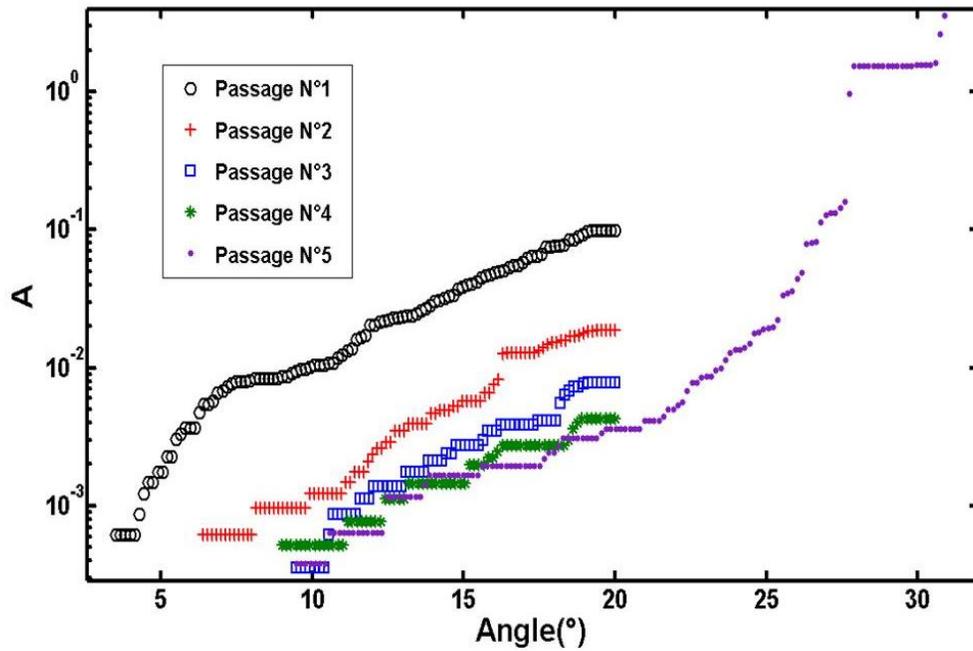


FIGURE 7.3 – Evolution de l'activité de surface de l'empilement au cours d'inclinaisons successives. Les 4 premiers passages se font entre 0° et $\theta_m = 20^\circ$. Le dernier passage se fait de 0° jusqu'à l'angle d'avalanche. Expériences réalisées avec les billes brillantes.

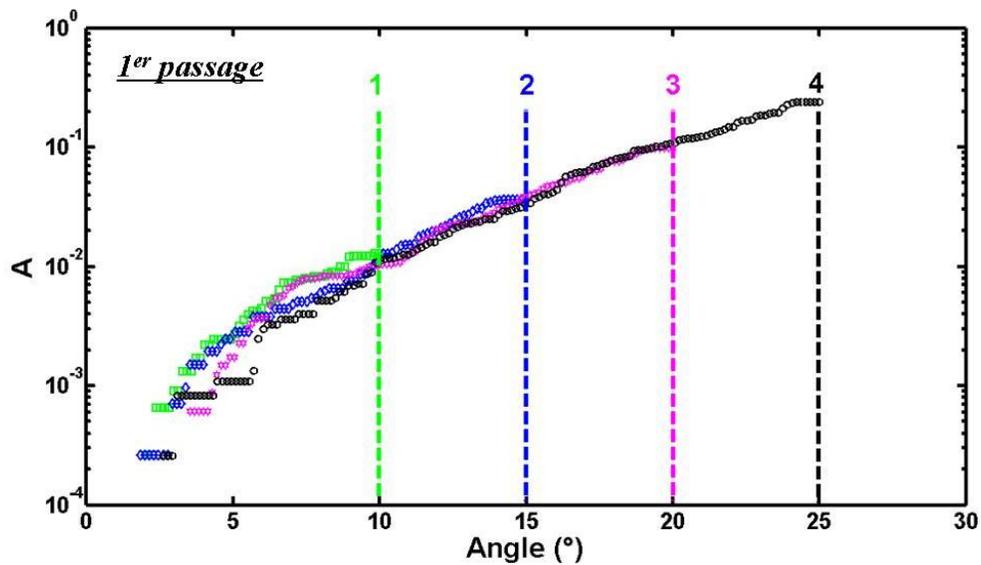


FIGURE 7.4 – Activité à la surface de l'empilement pour différentes valeurs de θ_m lors du premier passage. Les chiffres 1, 2, 3, 4 se réfèrent aux différentes valeurs de $\theta_m = 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ$.

gros précurseur est toujours présent lors du dernier passage. Celui-ci disparaît lorsque θ_m est supérieur à l'angle auquel il apparaît, c'est à dire aux alentours de 27° . Dans ce cas, le précurseur a lieu pendant la première phase de vieillissement et n'apparaît plus par la suite.

Les figures 7.4, 7.5 et 7.6 présentent l'activité de surface de l'empilement pour $\theta_m = 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ$ et 25° pour le premier passage, pour l'état limite après 4 passages et lors du dernier passage.

Lors du premier passage, les courbes réalisées pendant des expériences différentes pour différentes valeurs de θ_m se superposent. Ceci montre que la dynamique lors du premier passage est reproductible et que l'activité a une valeur définie pour tout angle lors du premier passage. Cette activité dépend bien entendu du protocole utilisé lors de la préparation de l'empilement.

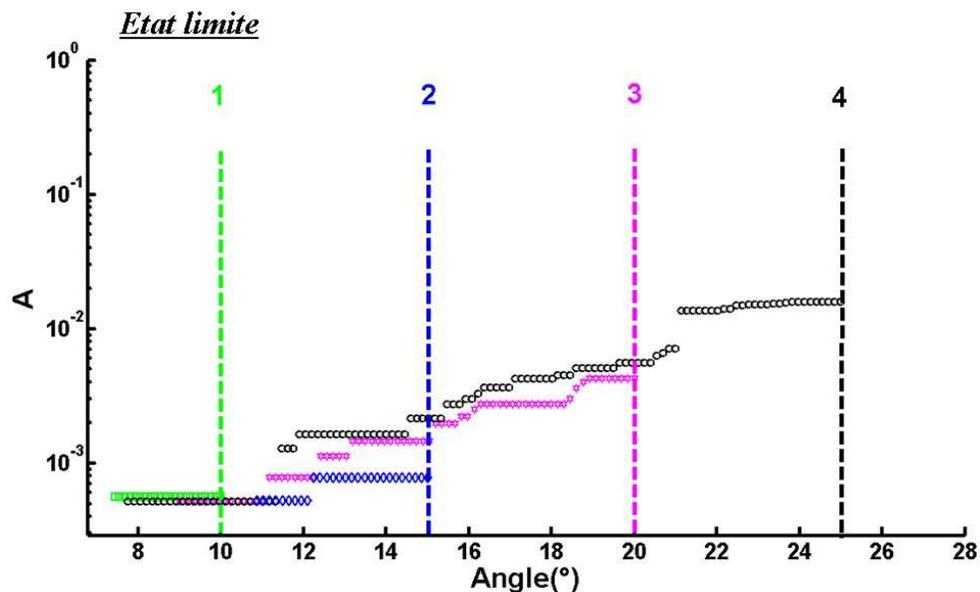


FIGURE 7.5 – Activité à la surface de l'empilement pour différentes valeurs de θ_m après 4 inclinaisons successives. Les chiffres 1, 2, 3, 4 font respectivement référence aux différentes valeurs de $\theta_m=10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ$.

Après plusieurs inclinaisons, l'activité de l'empilement a diminué pour toutes les valeurs de θ_m . De plus, l'activité résiduelle est d'autant plus grande que θ_m est grand.

Enfin, lors du 5ème passage, on incline l'empilement de 0° jusqu'à l'angle d'avalanche. Alors que les courbes se superposaient lors du 1er passage, le chemin suivi par l'empilement jusqu'à l'angle d'avalanche dépend maintenant de θ_m . Nous observons également que l'activité de l'empilement se réactive exactement à la valeur de θ_m associée à chaque courbe. (Voir figure 7.6 et 7.7)

En ce qui concerne le "temps caractéristique" associé à cette relaxation, la figure 7.8

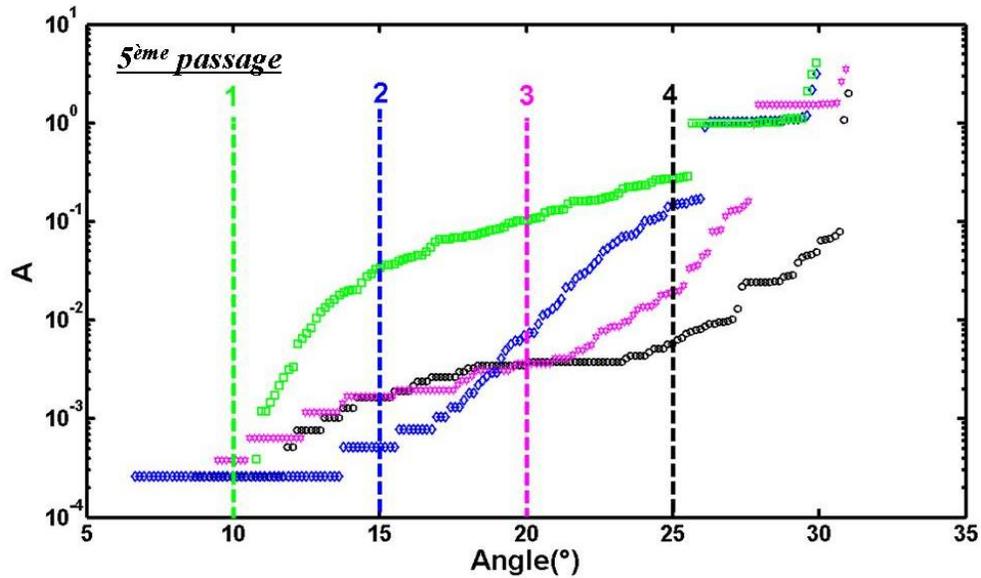


FIGURE 7.6 – Activité à la surface de l’empilement pour différentes valeurs de θ_m lors du dernier passage jusqu’à l’avalanche. Les chiffres 1, 2, 3, 4 font respectivement référence aux différentes valeurs de $\theta_m=10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ$.

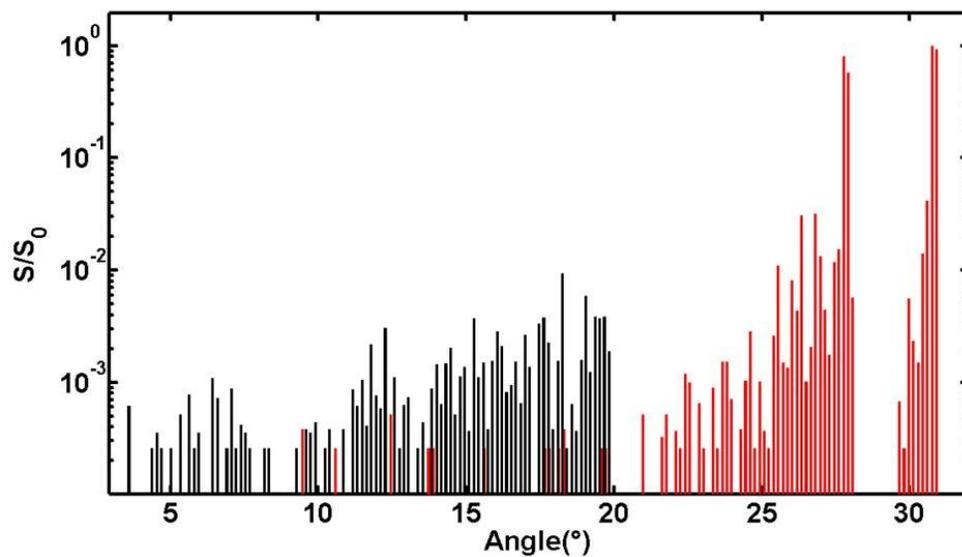


FIGURE 7.7 – Proportion de surface réarrangée de l’empilement pour $\theta_m = 20^\circ$ lors du 4^{ème} et du 5^{ème}. On observe la réactivation de l’empilement dès que l’angle d’inclinaison dépasse θ_m .

montre que le système atteint son activité résiduelle lors de la 3^{ème} inclinaison.

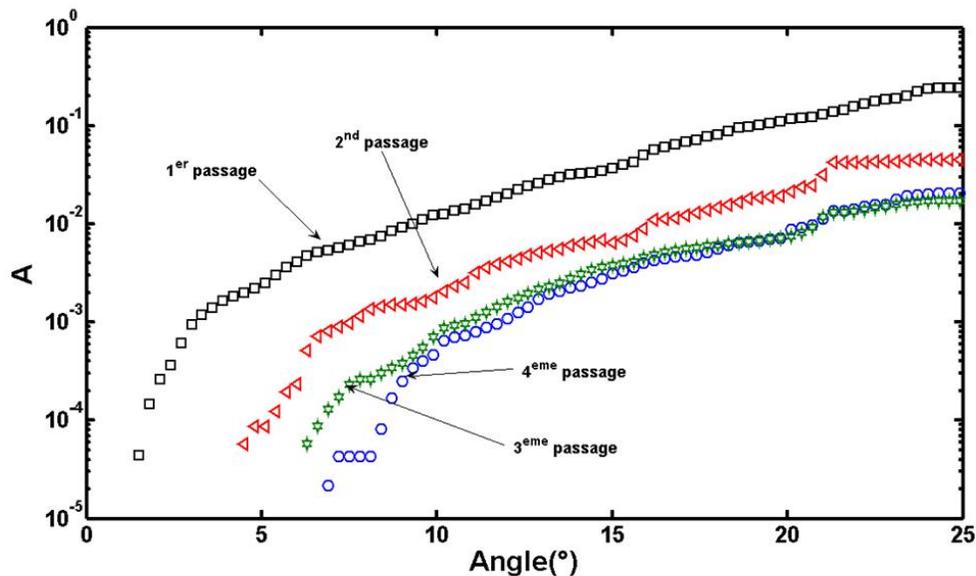


FIGURE 7.8 – Activité moyenne au cours des quatre premiers passages lors d’inclinaisons successives de l’empilement.

Ces résultats montrent que l’activité du système dépend de l’histoire qu’il a suivi. Ceci va dans le sens d’une évolution irréversible³ de l’activité de l’empilement avec la présence de vieillissement.

Nous avons également voulu savoir si cette propriété de relaxation de l’empilement sous inclinaison cyclique est vérifiée avec les billes mates teintées dans la masse. En effet, nous avons vu que le comportement du système dans le régime précurseur dépendait du type de billes utilisées. Le vieillissement dépend-t-il lui aussi du détail microscopique des billes utilisées? La figure 7.9 présente l’évolution de l’activité de l’empilement pour une série d’inclinaisons jusqu’à $\theta_m = 25^\circ$.

Le comportement du système est très proche de celui obtenu avec les billes teintées en surface. Le système atteint une activité limite à partir du 3^{ème} cycle et la réactivation a lieu dès que l’angle d’inclinaison dépasse θ_m . En ce qui concerne les précurseurs, comme montré précédemment, ils apparaissent à un angle d’environ 20° . Les système vieillis jusqu’à des θ_m inférieurs à 20 degrés présentent également des précurseurs. Cependant pour des θ_m plus grands, les précurseurs sont absents entre 0° et θ_m et réapparaissent dès que l’angle

3. Aux échelles de temps mises en jeu ici. Si on laisse relaxer longtemps l’empilement c’est différent. Voir Annexe C

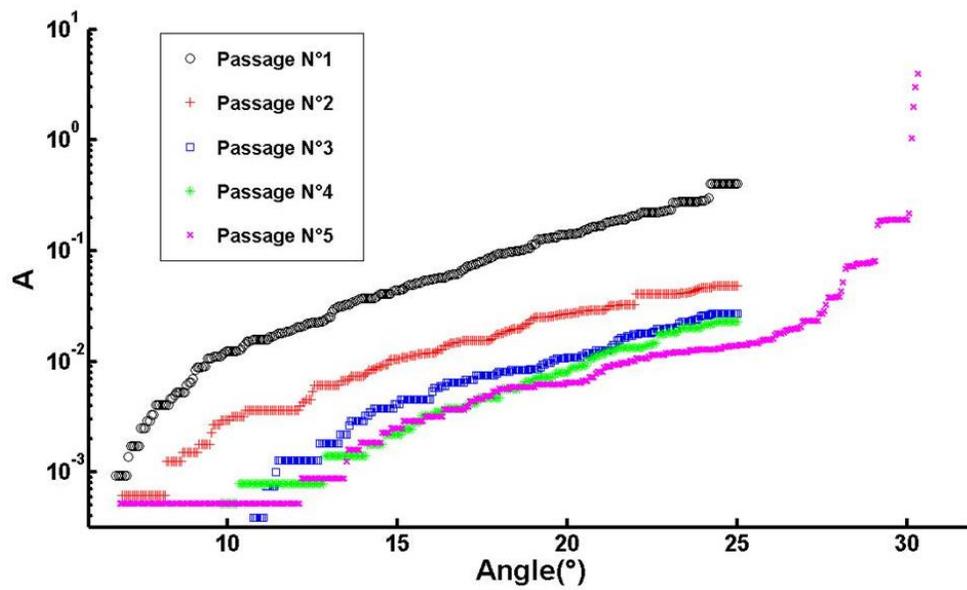


FIGURE 7.9 – Activité de surface des billes mates au cours d’une succession d’inclinaisons jusqu’à $\theta_m = 25^\circ$. La dernière étape correspond à l’inclinaison jusqu’à l’angle d’avalanche.

d’inclinaison dépasse θ_m . (Voir figure 7.10)

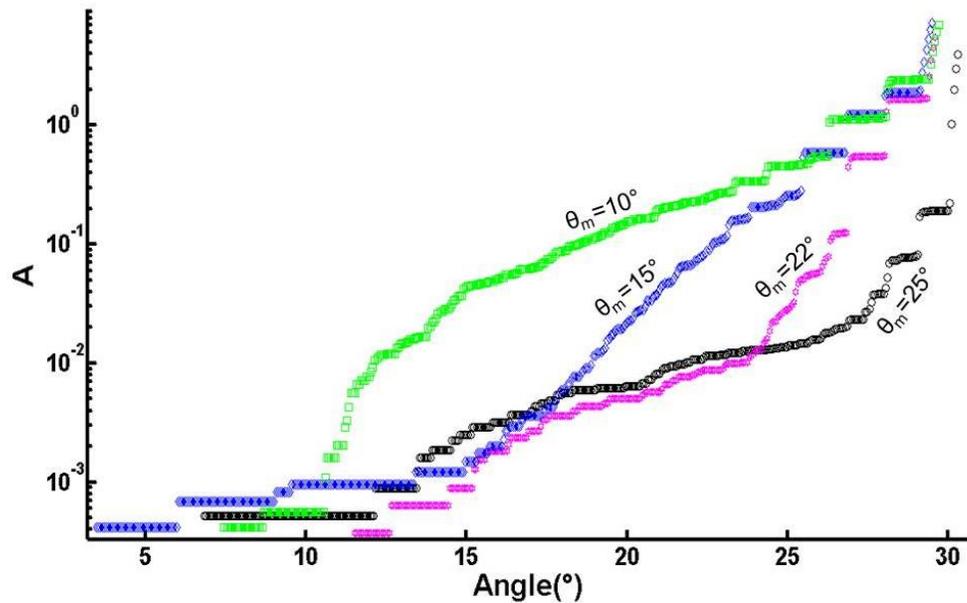


FIGURE 7.10 – Reprise d’activité dans le cas des billes mates. Les précurseurs réapparaissent dès que l’angle d’inclinaison dépasse θ_m .

7.3 Vieillessement dans le volume

En collaboration avec V. Zaitsev, nous avons également testé si il existait un vieillissement dans le volume de l'empilement. Pour cela, nous avons utilisé les techniques de diffusion acoustique non linéaire présentées dans le chapitre 5. La figure 7.11 présente l'activité à l'intérieur de l'empilement lors d'inclinaisons successives entre 16° et 26° .

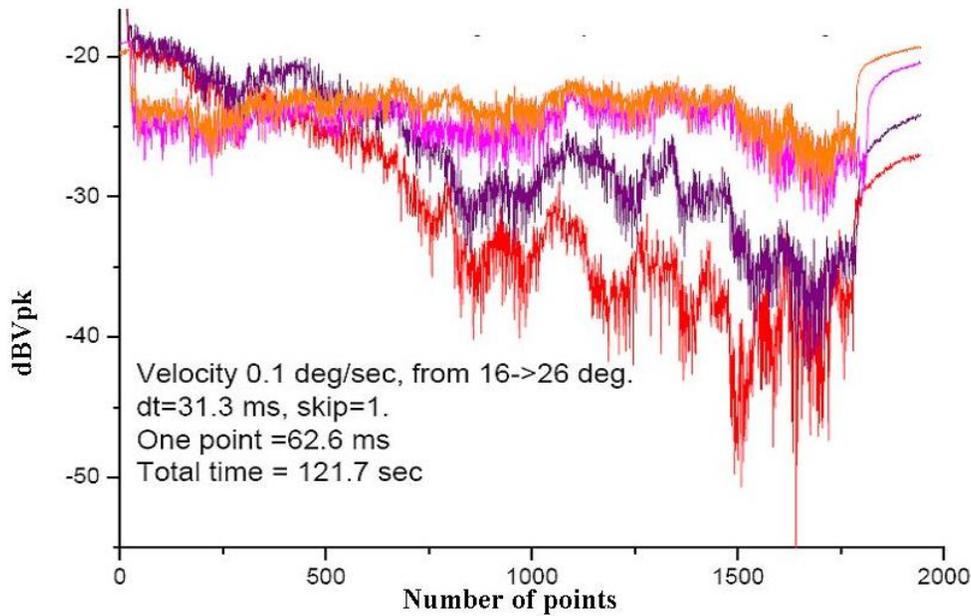


FIGURE 7.11 – Evolution de la composante non linéaire du signal acoustique dans le volume de l'empilement lors d'inclinaisons successives entre 16° et 26° . Mesures obtenues en collaboration avec V. Zaitsev.

A l'image de l'activité de surface, l'activité dans le volume de l'empilement, mesurée par l'amplitude de la composante non linéaire du signal acoustique reçu après la traversée, diminue avec le nombre d'inclinaisons. Cette activité atteint, comme dans le cas du signal optique, un niveau limite après la troisième inclinaison. Ce résultat montre qu'il y a également un vieillissement dans le volume de l'empilement. L'activité liée à la réorganisation du réseau de contacts faibles de l'empilement diminue avec le nombre d'inclinaisons. Ceci montre l'émergence d'un "temps" caractéristique dans le milieu qui est plus grand que le temps associé à un réarrangement. Ce "temps" correspond au nombre de passages nécessaires pour amener le pack dans son état d'équilibre dans un intervalle angulaire donné. L'évolution de l'activité de surface et dans le volume montre qu'un empilement de grains sous gravité a une dynamique lente correspondant à la relaxation de la structure. Cette activité nécessite plus d'une inclinaison pour atteindre sa valeur d'équilibre. Ce comportement est à rapprocher de celui des systèmes thermiques hors équilibre mentionnés dans le chapitre 3.

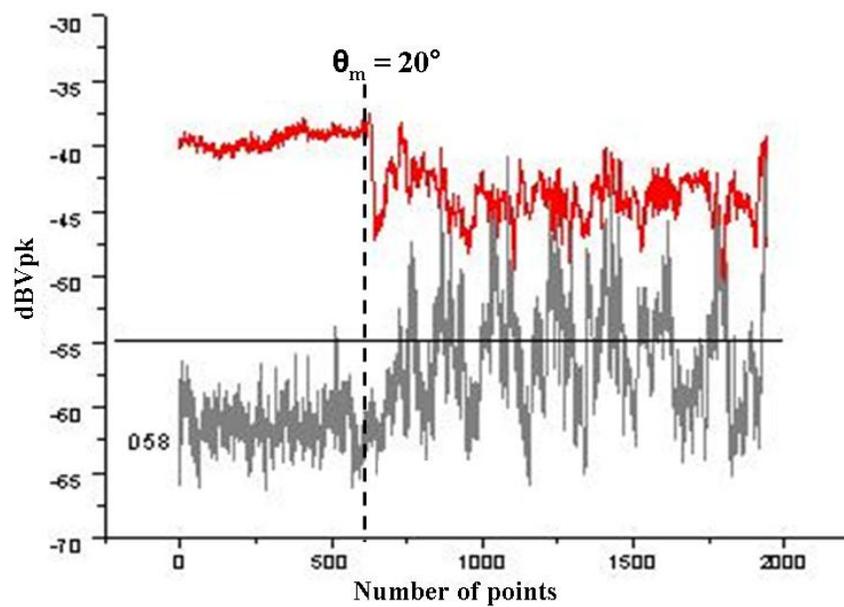


FIGURE 7.12 – Composantes non linéaire (en rouge) et associée au bruit (en gris) lors de la reprise d'activité après un vieillissement jusqu'à $\theta_m = 20^\circ$

Comme dans le cas de la reprise d'activité de surface après un vieillissement étudié précédemment, l'activité de la composante non linéaire du signal acoustique reprend dès que l'angle d'inclinaison dépasse θ_m . Nous remarquons également une reprise de l'activité associée au bruit. Cette reprise correspond à celle des réarrangements de surface qui créent un bruit qui se retrouve dans le signal acoustique. Nos résultats sur le vieillissement dans le volume et sur les effets mémoire donnent lieu à un article soumis[60] qui donne quelques informations complémentaires sur les effets mémoires (annexe C).

7.4 Influence du bruit sur l'état critique

Nous avons voulu connaître l'influence et le rôle joué par le bruit mécanique(vibrations, etc...) sur les événements que nous observons. Notre objectif est de savoir si ces phénomènes observés, en particulier la relaxation du système par une série de précurseurs, sont liés au bruit mécanique du système utilisé. Pour cela, nous avons étudié de manière qualitative le changement de comportement du milieu lorsque le bac qui contient les grains est soumis à des vibrations. Notre but n'est pas de réaliser un test de vibration des structures souvent utilisé en génie des procédés mais d'identifier les paramètres pertinents qui contrôlent le phénomène physique que nous observons. Nous avons sollicité la boîte qui contient les grains par des vibrations mécaniques créées par un pot vibrant. Ce pot vibrant est attaché au bâti sur lequel est fixée la boîte rectangulaire. Le pot vibrant est alimenté par des impulsions dont l'intensité et la fréquence peuvent être choisies. Afin de connaître l'intensité des vibrations appliquées à la boîte, un accéléromètre est placé sur celle-ci. La figure 7.13 présente un exemple d'enregistrement des signaux appliqués et reçus.

Nous observons que la réponse de l'accéléromètre est déphasée par rapport à l'excitation et s'amortit sur un temps de l'ordre d'une demi-période du signal exciteur. Ce type de signal a été utilisé pour appliquer de fortes accélérations au milieu granulaire. Pour des excitations du milieu de plus faible amplitude, nous avons utilisé une amplitude du vibreur plus faible et une fréquence plus élevée.

La figure 7.14 présente des exemples de signaux obtenus avec des excitations à 50 Hz pour des amplitudes d'excitation de l'ordre de la centaine de mV.

Dans ce cas, la réponse du système est beaucoup plus homogène car le temps de relaxation devient plus grand que le temps entre deux impulsions consécutives.

La figure 7.15 montre que l'augmentation de l'intensité du bruit appliqué au système tend à faire disparaître progressivement les grands événements de type précurseurs. Le système ne se relaxe plus de façon intermittente lors de l'approche de l'état critique par une succession de grands événements mais d'une façon beaucoup plus continue. La dynamique du système devient ensuite peu sensible à une augmentation du bruit (figure 7.16.). Il apparaît que le niveau de bruit du dispositif a un rôle très important sur l'observation

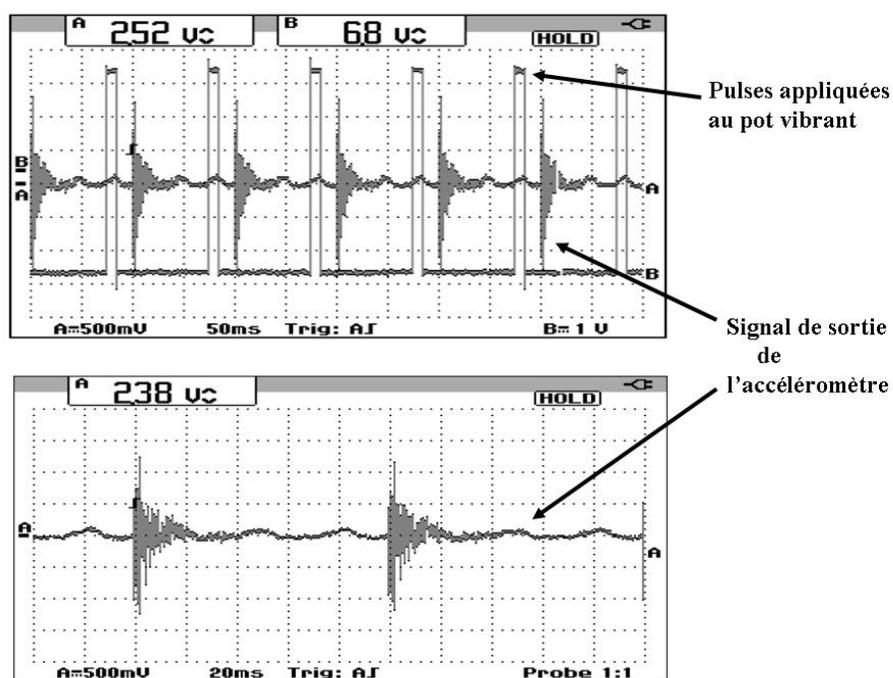


FIGURE 7.13 – Exemple de signal appliqué au pot vibrant (impulsions à 10 Hz). La durée des impulsions représente 10 pourcent du temps entre deux impulsions. Sur le même graphe est porté le signal reçu par l'accéléromètre fixé sur la boîte qui contient les grains. (les tensions affichées correspondent aux tensions crête à crête).

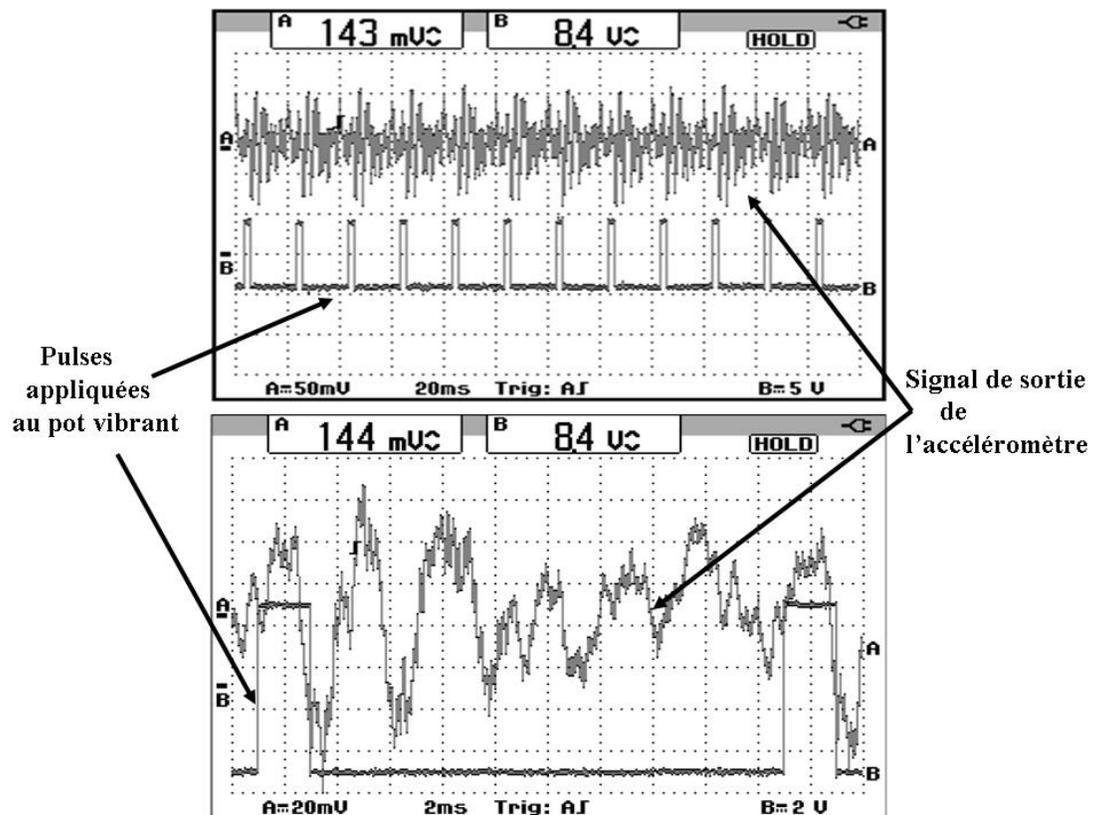


FIGURE 7.14 – Exemple de signal appliqué au pot vibrant (impulsions à 50 Hz). La durée des impulsions représente 10 pourcents du temps entre deux impulsions. Sur le même graphe est porté le signal reçu par l'accéléromètre fixé sur la boîte qui contient les grains. (les tensions affichées correspondent aux tensions crête à crête).

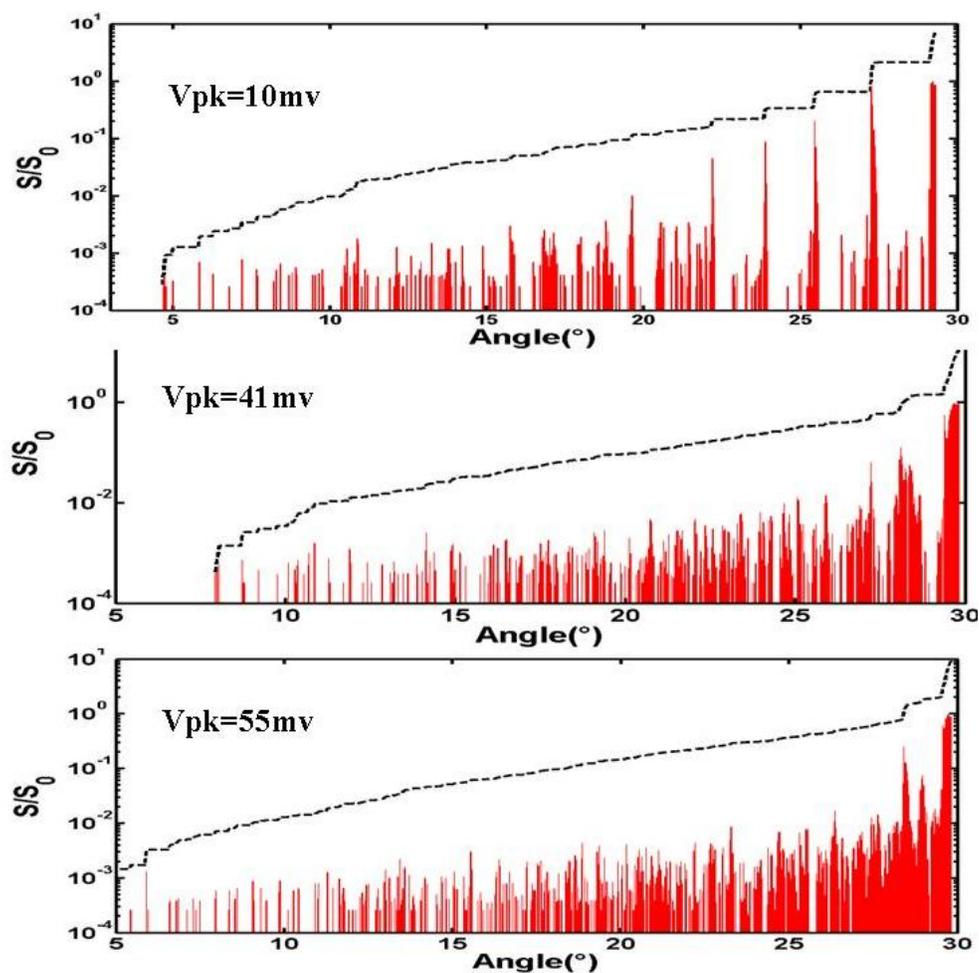


FIGURE 7.15 – Dynamique des billes mates soumise à un bruit créé par un vibreur à la fréquence de 50 Hz pour différentes amplitudes d’excitation. La courbe en pointillés représente l’activité, A de l’empilement. Les tensions crêtes à crêtes données en sortie d’accéléromètre lors des impulsions vont de 10 mV à 55 mV . L’étalonnage de l’accéléromètre est de 100 mV/ms^{-2}

des évènements ayant lieu avant l'avalanche : un faible niveau de bruit tend à détruire rapidement la synchronisation des relaxations successives de type précurseurs dans la zone critique.

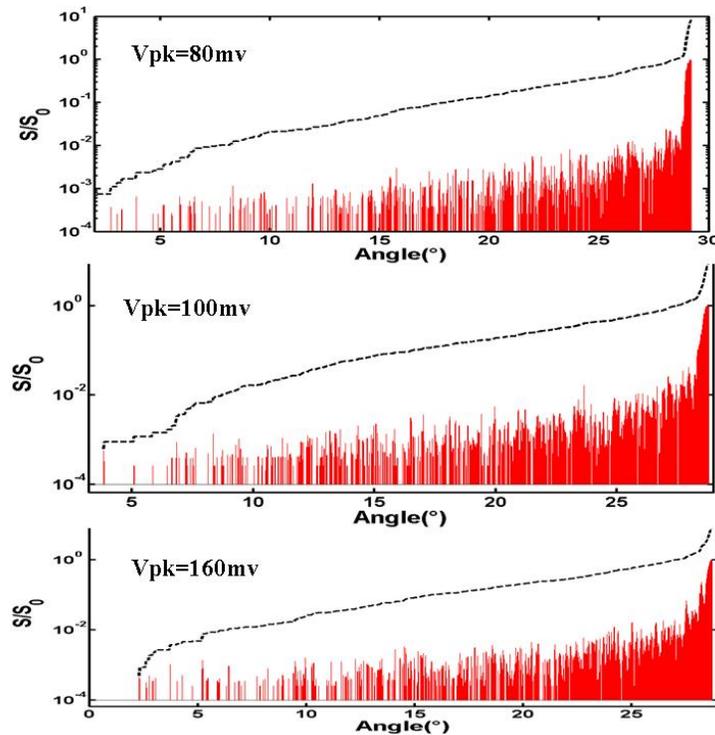


FIGURE 7.16 – Dynamique des billes mates soumises à un bruit créé par un vibreur à la fréquence de 50 Hz pour différentes amplitudes d'excitation. La courbe en pointillés représente l'activité, A de l'empilement. Les tensions crête à crête données en sortie d'accéléromètre lors des impulsions vont de 80 mV à 160 mV . L'étalonnage de l'accéléromètre est de 100 mV/ms^{-2}

Le système passe alors d'un régime intermittent à un régime continu dans lequel l'augmentation du bruit modifie peu la dynamique du système. Ceci se vérifie sur la figure 7.17 où l'évolution de la surface réarrangée est représentée dans le cas d'un niveau de bruit très important obtenu à une fréquence de 10 Hz . Le comportement observé diffère alors peu de celui de la figure 7.16 malgré une activité globalement plus importante.

Nous avons vérifié la sensibilité de la relaxation du système au bruit pour le second type de billes (billes brillantes teintées en surface).

La figure 7.18 montre la dynamique du système pour de faibles amplitudes de bruit. Le gros précurseur, caractéristique des billes utilisées, est toujours présent. A partir d'un certain niveau de bruit (de l'ordre de la centaine de mV), il disparaît et la dynamique devient continue (Voir figure 7.19). Le comportement observé est en accord avec celui déjà mentionné sur les billes mates.

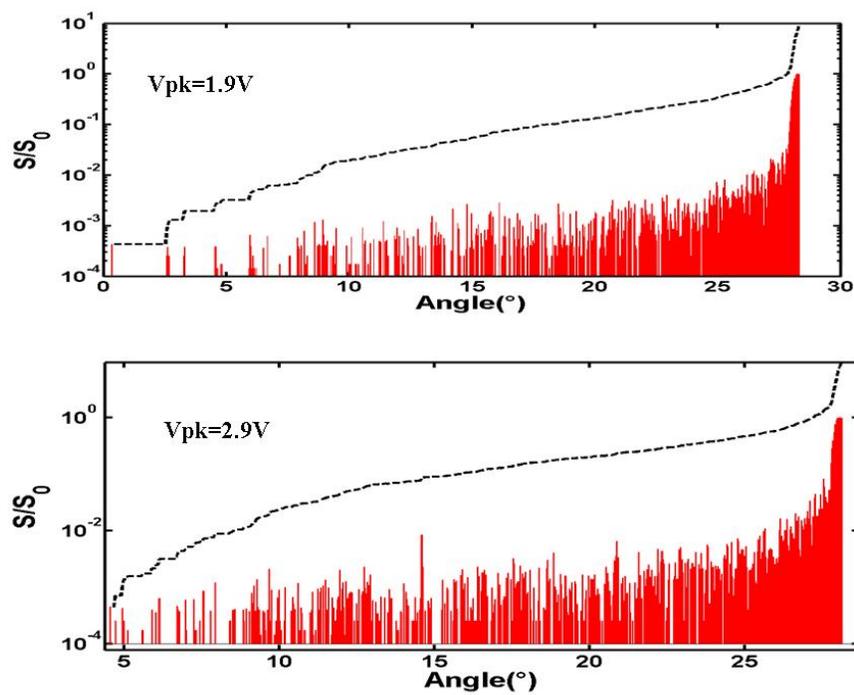


FIGURE 7.17 – Dynamique des billes mates soumises à un bruit créé par un vibreur à la fréquence de 10 Hz pour différentes amplitudes d'excitation. La courbe en pointillés représente l'activité, A de l'empilement. Les tensions crête à crête données en sortie d'accéléromètre lors des impulsions sont de 1.9 V à 2.9 V . L'étalonnage de l'accéléromètre est de 100 mV/ms^{-2}

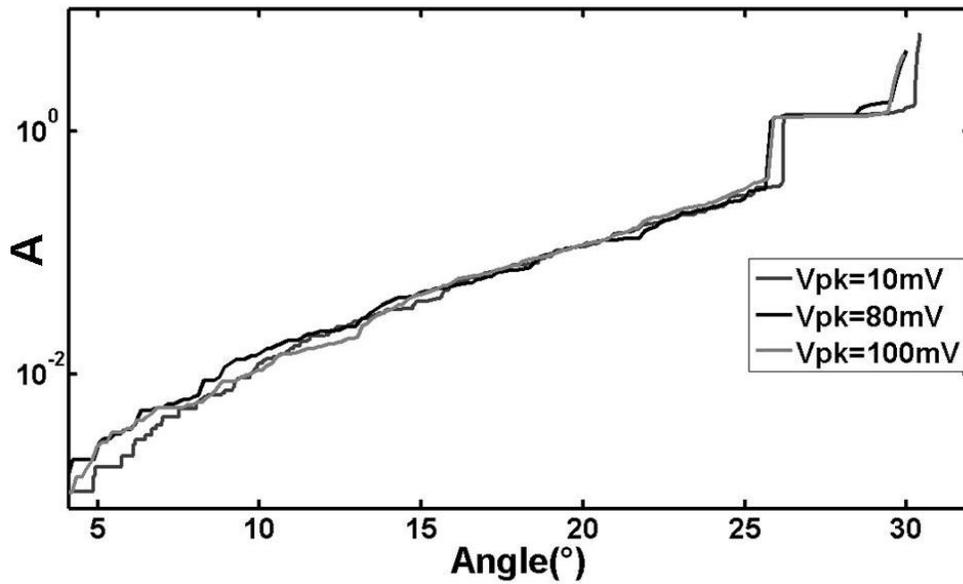


FIGURE 7.18 – Dynamique des billes brillantes teintées en surface soumises à un bruit créé par un vibreur à la fréquence de 50 Hz pour différentes amplitudes d'excitation. La courbe en pointillés représente l'activité, A de l'empilement. Les tensions crête à crête données en sortie d'accéléromètre lors des impulsions vont de 10 mV à 100 mV . L'étalonnage de l'accéléromètre est de 100 mV/ms^{-2}

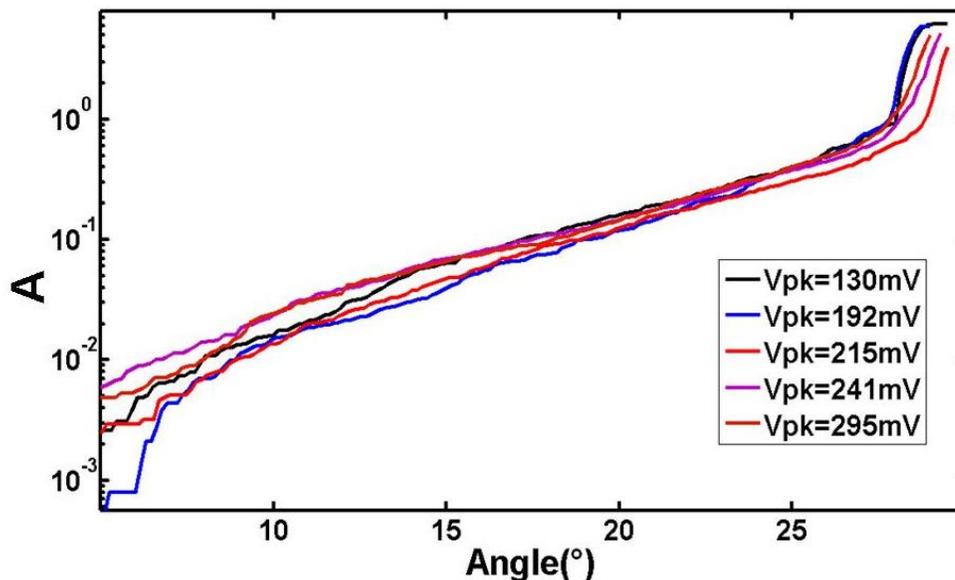


FIGURE 7.19 – Dynamique des billes brillantes teintées en surface soumises à un bruit créé par un vibreur à la fréquence de 50 Hz pour différentes amplitudes d'excitation. La courbe en pointillés représente l'activité, A de l'empilement. Les tensions crête à crête données en sortie d'accéléromètre lors de impulsions vont de 130 mV à 295 mV . L'étalonnage de l'accéléromètre est de 100 mV/ms^{-2}

Nous avons mis en évidence dans ce chapitre certaines caractéristiques de relaxation d'un milieu granulaire sous inclinaison. Nous avons vu que la relaxation du milieu se fait sur un temps plus long que celui d'une simple inclinaison. Le système présente un vieillissement à la fois sur la dynamique des réarrangements de surface mais aussi sur l'évolution du réseau de contacts faibles dans le volume. Dans les deux cas, le système atteint un état d'activité stationnaire dans un intervalle angulaire donné qu'après environ trois inclinaisons. Nous avons également montré qu'après le vieillissement de l'empilement dans un intervalle angulaire $[0/\theta_m]$, l'activité reprend lors de l'inclinaison suivante dès que l'angle dépasse la valeur θ_m . Le système garde donc en mémoire la phase de vieillissement précédente. Cette information est en partie contenue dans l'orientation des contacts qui ont été modifiés durant la phase de vieillissement. Nous avons de plus souligné l'influence du vieillissement sur les précurseurs. En effet, lorsque des précurseurs ont eu lieu dans l'une des phases de vieillissement, ils ne réapparaissent plus lors des passages suivants. Enfin, il apparaît que ces précurseurs sont sensibles au niveau de bruit mécanique du système. Ces derniers disparaissent à partir d'un certain niveau de bruit faisant place à une dynamique identique à celle des petits réarrangements.

Chapitre 8

Interprétation et modélisation

8.1 Dynamique du système

Nous cherchons ici à caractériser la dynamique d'évolution de la surface réarrangée au cours du temps. Les figures 8.1 et 8.2 présentent la fonction $G(\theta_w, \theta)$ qui caractérise le vieillissement du système au cours du processus d'inclinaison. θ_w est une origine des angles à partir duquel on suit l'évolution du système.

$$G(\theta_w, \theta) = \int_{\theta_w}^{\theta} \frac{S(\theta)}{S_0} d\theta \quad (8.1)$$

La fonction $G(\theta_w, \theta)$ caractérise la dynamique du processus instationnaire que constitue l'expérience d'inclinaison. On note, en particulier, l'accélération de la dynamique au cours des derniers degrés de l'inclinaison dans le régime précurseur et l'augmentation de la taille moyenne des évènements.

Nous caractérisons, dans la suite, l'évolution de l'activité de l'empilement par une loi de la forme :

$$A(\theta) = \frac{K e^{\beta \cdot \theta_0}}{\beta} (e^{\beta(\theta - \theta_0)} - 1) \quad (8.2)$$

β est un paramètre qui décrit le taux de réarrangements, θ_0 est l'angle où apparaît le premier réarrangement.

Cette relation est à rapprocher de celle proposée par Nerone et al[28]. Ces auteurs supposent que la taille des réarrangements croît de façon exponentielle par continuité de l'évolution de l'amplitude des précurseurs. En effet, ils observent que la taille des précurseurs croît de façon exponentielle. Ils en déduisent que l'activité dans la zone précurseur croît de façon exponentielle. Observant expérimentalement que l'activité évolue de la même façon dans la zone de réarrangements, ils prolongent la loi trouvée par continuité pour tout angle θ . Ils introduisent également une coupure correspondant à l'angle où apparaît le pre-

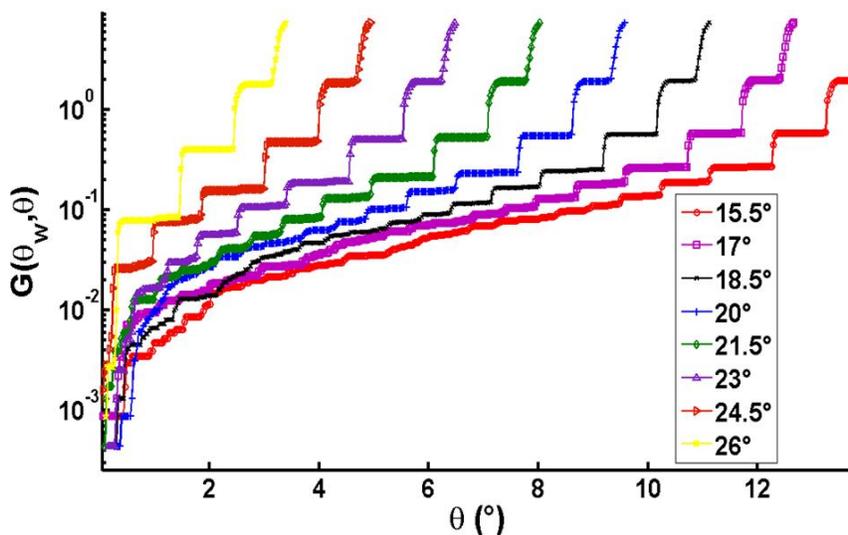


FIGURE 8.1 – Fonctions $G(\theta_w, \theta)$ pour différentes valeurs de θ_w montrant l'évolution du système lors d'une seule expérience réalisée avec les billes mates. La légende donne les différentes valeurs de θ_w utilisées.

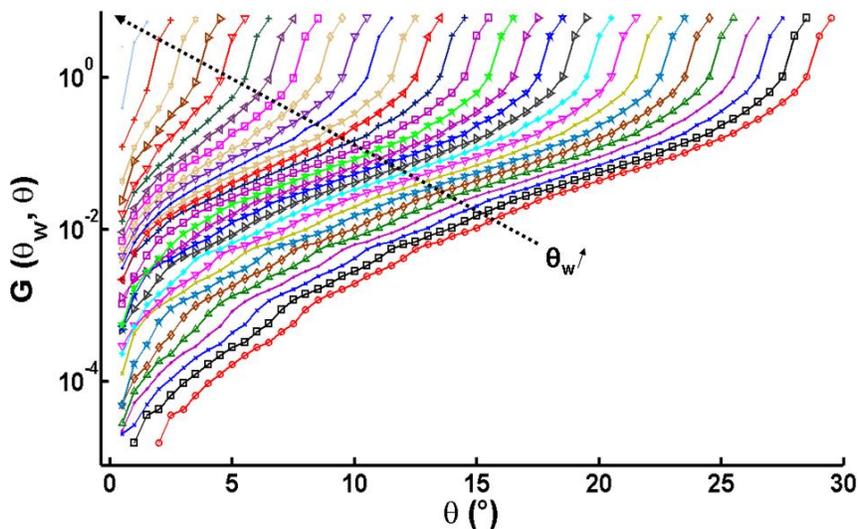


FIGURE 8.2 – Fonction $G(\theta_w, \theta)$ montrant l'évolution du système à l'aide de la moyenne des expériences réalisées avec les billes mates. θ_w varie de 1° d'une courbe à l'autre dans le sens donné par la flèche.

mier réarrangement. Un ajustement d'une courbe expérimentale par la loi 8.2 est présenté sur la figure 8.3.

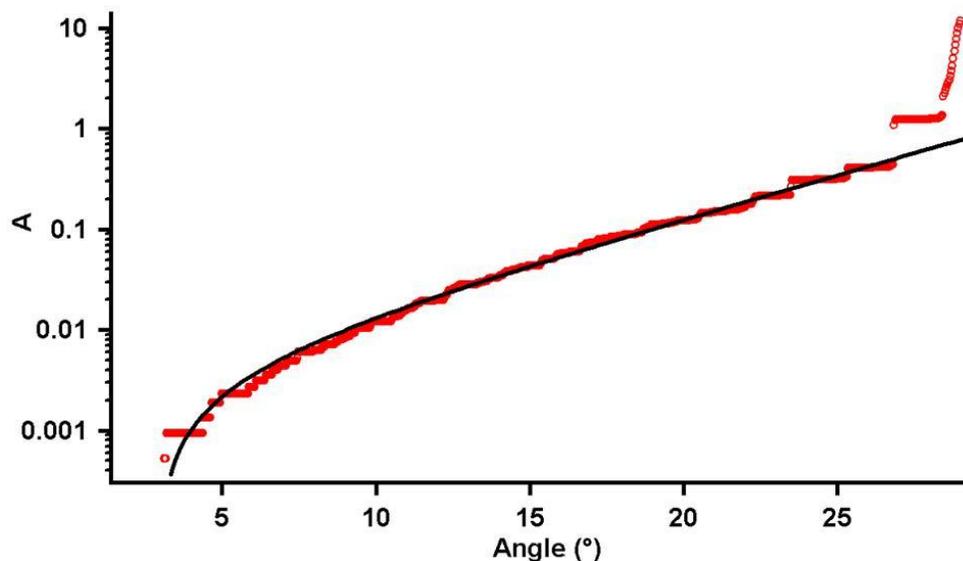


FIGURE 8.3 – Ajustement par la méthode des moindres carrés de l'activité cumulée obtenue lors d'une expérience par la loi d'évolution exponentielle 8.2. La régression donne $\beta = 0.20$ et $\theta_0 = 2.89$.

Nous avons également ajusté la courbe donnant l'activité moyenne des billes mates par la même loi (Voir figure 8.4). Les écarts à la courbe calculée pour les petits angles s'expliquent en partie par le fait que la courbe est une moyenne pour des expériences présentant des θ_0 qui peuvent varier d'une expérience à l'autre.

Le bon accord entre la loi d'évolution proposée et le comportement du système se vérifie également sur les fonctions $G(\theta_w, \theta)$. La figure 8.5 montre que la dynamique du système, caractérisée par la fonction $G(\theta_w, \theta)$, suit la loi donnée par 8.2. Les écarts se font sentir au voisinage de l'état critique.

Dans la suite, nous justifions que la dynamique obtenue expérimentalement peut être approchée par la relation 8.2 en utilisant quelques arguments simples inspirés du modèle des pièges introduit par Jean-Philippe Bouchaud afin de reproduire les comportements complexes observés dans les systèmes hors équilibre. Dans le modèle des pièges, des particules indépendantes, piégées dans des puits de potentiel, se réorganisent sous l'effet d'une perturbation extérieure. L'effet de cette perturbation est pris en compte par le biais d'une température fictive qui contrôle le taux de transition d'un piège à un autre. Ce modèle fut introduit pour décrire le comportement d'une particule dans un verre, piégée dans une cage créée par ses voisins et pouvant en sortir sous l'effet de l'agitation thermique. Ce comportement est à rapprocher de celui d'un grain dans un milieu granulaire bloqué par ses voisins et pouvant se "débloquer" sous l'effet d'une perturbation extérieure. Nous

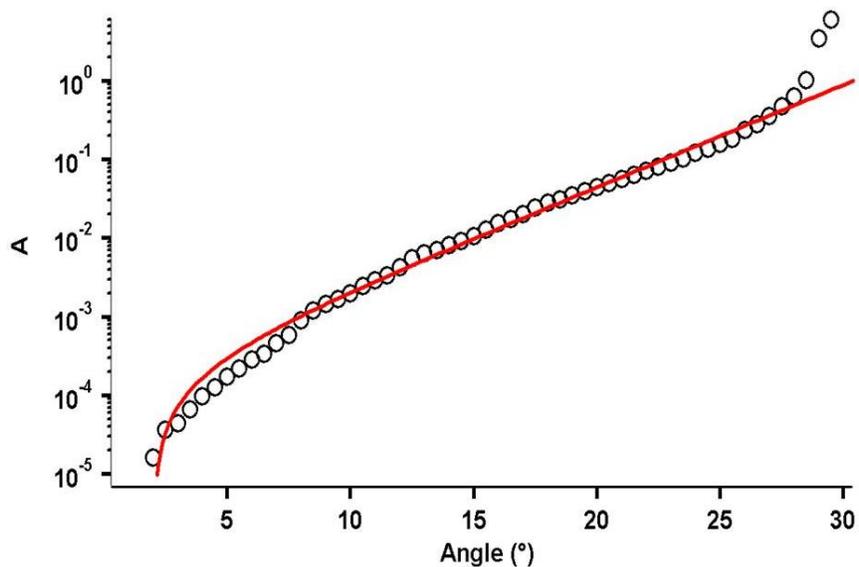


FIGURE 8.4 – Ajustement par la méthode des moindres carrés de l’activité cumulée moyenne de l’ensemble des expériences par la loi d’évolution exponentielle 8.2. La régression donne $\beta = 0.25$ et $\theta_0 = 3.1$.

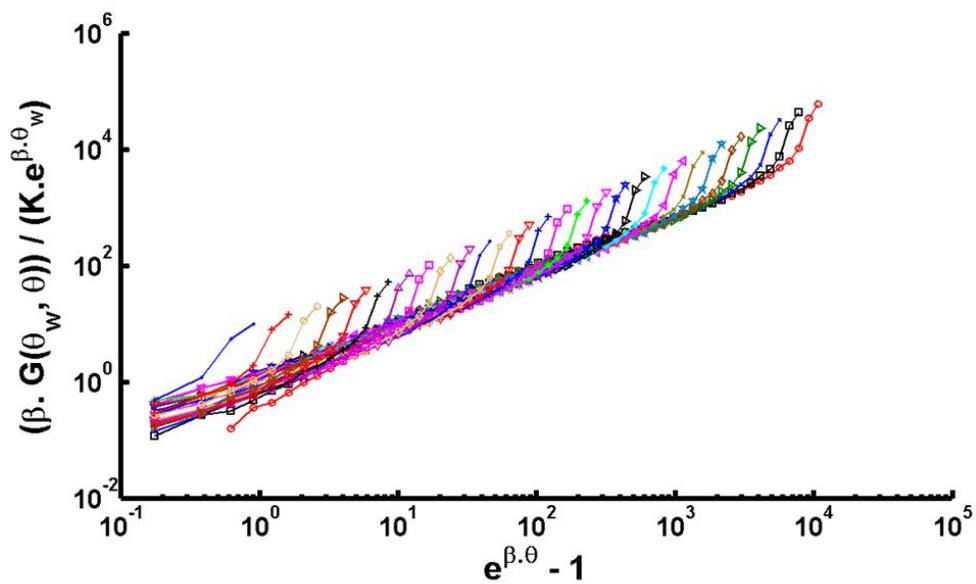


FIGURE 8.5 – Superposition des courbes de la figure 8.2 par la loi d’évolution issue de 8.2

chercherons dans la suite à justifier l'évolution exponentielle observée dans notre système.

Modèle à 1 particule Le cas le plus simple est celui où les particules sont supposées indépendantes. Si nous supposons d'abord que la profondeur des puits est statistiquement identique pour toutes les particules, on se ramène alors à un modèle à 1 particule dans un puits avec une certaine profondeur moyenne modélisant le blocage, dont l'origine provient du coefficient de frottement et de la géométrie locale du voisinage de la bille.

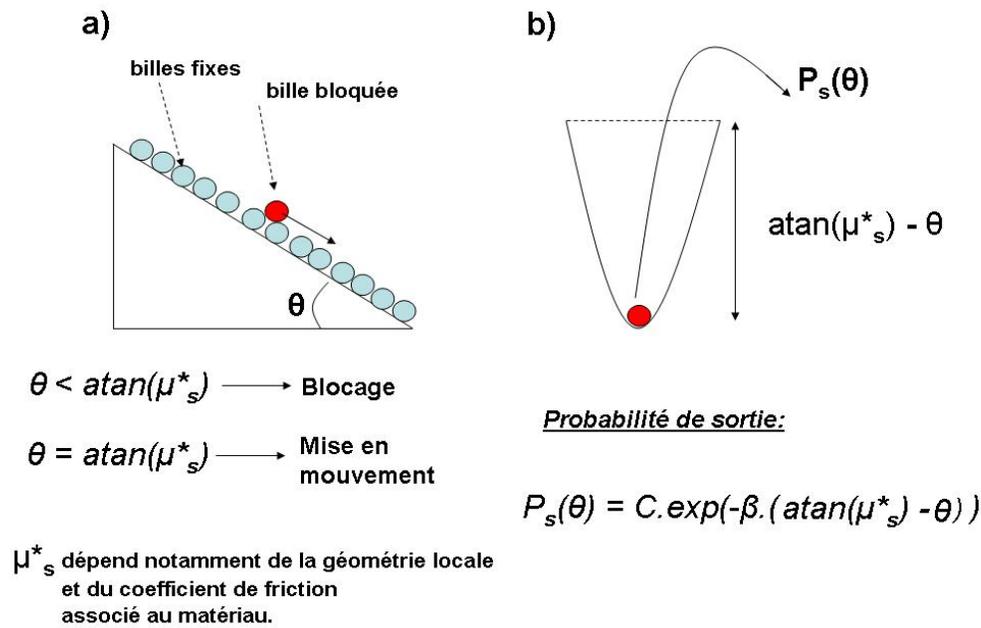


FIGURE 8.6 – Analogie entre l'inclinaison d'une assemblée de grains(a) et un modèle de piège à 1 particule.

L'inclinaison est modélisée par une diminution progressive de la profondeur du puits. Cette profondeur est initialement prise égale à μ_s^* qui correspond à un seuil de déclenchement effectif qui contient la dépendance avec le coefficient de frottement du matériau et la géométrie locale de la bille. La probabilité de sortie de la particule augmente donc lors de l'inclinaison avec la diminution de la profondeur du puits. Cette probabilité peut être définie par :

$$P_s(\theta) = C \cdot e^{(-\beta(atan(\mu_s^*)-\theta))} \quad (8.3)$$

où β est l'inverse d'une température effective.

Les particules étant indépendantes, la fraction de surface réarrangée $\frac{S(\theta)}{S_0}$, proportion-

nelle à la fraction de billes ayant bougé, est égale à :

$$\frac{S(\theta)}{S_0} = C.e^{(-\beta(\text{atan}(\mu_s^*)-\theta))} \quad (8.4)$$

L'activité s'en déduit par intégration en introduisant l'angle θ_0 pour lequel le premier réarrangement peut avoir lieu :

$$A(\theta) = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{S(u)}{S_0} du = \frac{C.e^{-\beta.\text{atan}(\mu_s^*)}.e^{\beta.\theta_0}}{\beta} (e^{\beta(\theta-\theta_0)} - 1) \quad (8.5)$$

où $K = C.e^{-\beta.\text{atan}(\mu_s^*)}$. On retrouve alors la forme proposée en 8.2

Modèle à plusieurs particules indépendantes Le modèle précédent peut être amélioré en introduisant une distribution initiale qui rend compte de l'existence de plusieurs particules avec des profondeurs de puits différents. Le plus simple est de prendre une distribution initiale des profondeurs de puits de forme gaussienne¹.

$$\rho(\mu_s^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} e^{-\frac{(\mu_s^* - \langle \mu_s^* \rangle)^2}{2\sigma_s^2}} \quad (8.6)$$

Pour un puits de profondeur initiale μ_s^* , la probabilité de transition est alors comme dans le cas précédent : $P_s(\theta, \mu_s^*) = C.e^{(-\beta(\text{atan}(\mu_s^*)-\theta))}$. La fraction de billes réarrangée s'écrit alors :

$$\frac{S(\theta)}{S_0} = \int_0^{\infty} P_s(\theta, \mu_s^*) \rho(\mu_s^*) d\mu_s^* \quad (8.7)$$

$\rho(\mu_s^*)$ ne dépendant pas de θ , la fraction de bille réarrangée s'écrit :

$$\frac{S(\theta)}{S_0} = \Xi(\langle \mu_s^* \rangle, \beta, \sigma_s).e^{\beta\theta} \quad (8.8)$$

avec

$$\Xi(\langle \mu_s^* \rangle, \beta, \sigma_s) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{C}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} e^{\left\{-\beta.\text{atan}(\mu_s^*) - \frac{(\mu_s^* - \langle \mu_s^* \rangle)^2}{2\sigma_s^2}\right\}} d\mu_s^* \quad (8.9)$$

D'après l'équation 8.7, l'évolution de $A(\theta)$ dans ce cas est également une évolution de type exponentielle dont le taux de croissance est commandé par le paramètre β . Les caractéristiques de la distribution de μ_s^* interviennent seulement dans l'amplitude. Le modèle présenté ci-dessus est général et s'applique au cas étudié ici, dans la limite des petits réarrangements, sous l'hypothèse principale que la probabilité de sortie des puits suive une loi exponentielle de la forme donnée par 8.2. Les particules sont considérées comme indépendantes. Un modèle plus réaliste doit tenir compte des corrélations qui existent entre les particules. C'est pourquoi nous avons entrepris une simulation de type automate cellulaire avec des corrélations entre sites pour caractériser l'évolution du système.

1. Ce n'est pas une condition nécessaire, on pourrait tout aussi bien prendre des distributions avec des queues larges par exemple.

8.2 Modèle de type automate cellulaire

Algorithme

La simulation du processus d'inclinaison par un modèle de type automate cellulaire(AC) est réalisée sur un réseau carré (figure 8.7). Une variable $p_{ij}(t)$ qui dépend du temps est assignée à chaque site du réseau. Dans notre code, il est possible de choisir entre conditions aux limites périodiques et conditions aux limites dures (ou bien même conditions aux limites ouvertes dans certaines directions). L'algorithme utilisé est décrit sur la figure 8.8. A l'origine des temps, la variable $p_{ij}(t)$, baptisée dans la suite "pente locale", est tirée suivant une loi gaussienne de moyenne μ et de variance σ^2 . Cette variable représente la pente locale existant en chaque point de la surface de l'empilement granulaire dans la boîte. Dans toute la simulation, la stabilité de chaque site est contrôlée par un seuil global φ_c pris identique en tout point du réseau. Ce seuil est à rapprocher du critère empirique de rupture de Mohr-Coulomb qui établit qu'un milieu poreux se rompt lorsque le cisaillement qui lui est appliqué dépasse une valeur seuil : $\tau_s = c + (\sigma_N - u)\tan(\phi)$ où σ_N est la contrainte normale, u la pression du fluide environnant, ϕ l'angle de friction interne et c la composante de cohésion du milieu. Pour un milieu faiblement cohésif, dans un environnement sec où seule la composante frictionnelle intervient, nous avons $\tau_s = (\sigma_N)\tan(\phi)$. L'inclinaison est modélisée par l'augmentation de tous les $p_{ij}(t)$ de $d\theta$ à chaque pas de temps. Cette évolution est faite à très faible vitesse ($d\theta \approx 10^{-4}$) afin d'être à la limite quasi-statique. Après cette augmentation, les sites instables, tels que $p_{ij}(t) > \varphi_c$, sont recherchés. L'incrément $d\theta$ est la seule échelle temporelle de la simulation, la relaxation se fait de façon instantanée à θ fixé. Il est important de remarquer que cette séparation des échelles temporelles est intrinsèque à la simulation et est en accord avec l'expérience où le temps caractéristique associé aux réarrangements est très petit devant le temps caractéristique lié à l'inclinaison du tas. Les sites sont ensuite relaxés selon les règles suivantes :

$$p_{i_c, j_c}(t) = p_{i_c, j_c}(t) - \alpha \cdot \varphi_c \quad (8.10)$$

$$p_{i_{c\mp 1}, j_c}(t) = p_{i_{c\mp 1}, j_c}(t) + d \cdot \frac{\alpha \varphi_c}{c_0} \quad (8.11)$$

$$p_{i_c, j_{c\mp 1}}(t) = p_{i_c, j_{c\mp 1}}(t) + d \cdot \frac{\alpha \varphi_c}{c_0} \quad (8.12)$$

où α est le coefficient de relaxation locale pris constant dans toute la simulation. $\alpha \cdot \varphi_c$ représente la variation des pentes locales qui ont atteintes le seuil φ_c . α est compris entre 0 (pas de relaxation des sites) et 1 (relaxation totale : la pente est remise à 0). d est un facteur de dissipation² qui est une mesure de la non conservation de la somme des $p_{i,j}$ sur le réseau durant toute l'inclinaison. Il peut également varier entre 0 (la fraction de pente

2. il modélise la dissipation lors des chocs et des frottements lors des réarrangements qui ont lieu dans les expériences.

réarrangée est totalement dissipée) et 1 (aucune dissipation). c_0 est la coordonnée au point (i_c, j_c) visité, constante dans le cas de conditions aux limites périodiques et égale à 4^3 .

Un compteur évalue le nombre de sites réarrangés à chaque pas de temps, $N_r(t)$. La fraction de sites réarrangés $\frac{N_r(t)}{N}$ est à rapprocher à la quantité $\frac{S(t)}{S_0}$ définie dans le cas de nos expériences comme la fraction de surface réarrangée à chaque instant. Contrairement au modèle de pièges de type champ moyen présenté précédemment, le modèle de type AC présente des corrélations entre les sites. Ces corrélations sont intrinsèques et dues aux règles de redistribution entre plus proches voisins. Il est possible également d'étudier l'influence de la distribution initiale des p_{ij} en introduisant des corrélations ou en changeant le type de distribution utilisée. Cette distribution initiale est à comparer à l'influence de la préparation initiale de l'empilement dans le cas expérimental. Un autre point à souligner est la nature déterministe de cette simulation où aucun hasard n'est introduit aussi bien dans le mode d'excitation que dans la relaxation du système⁴. Le système s'auto-organise face aux contraintes qui lui sont appliquées. A la différence des AC classiquement utilisés et maniés pour décrire l'évolution d'un système dans un état stationnaire, nous cherchons ici à modéliser la dynamique non-stationnaire de l'inclinaison d'un tas dans la limite quasistatique.

(8.13)

3. Dans le cas de conditions aux limites dures sur un réseau carré, c_0 vaut 4 au centre, 3 au bord et 2 au coin.

4. Le seul hasard réside dans la configuration initiale du réseau

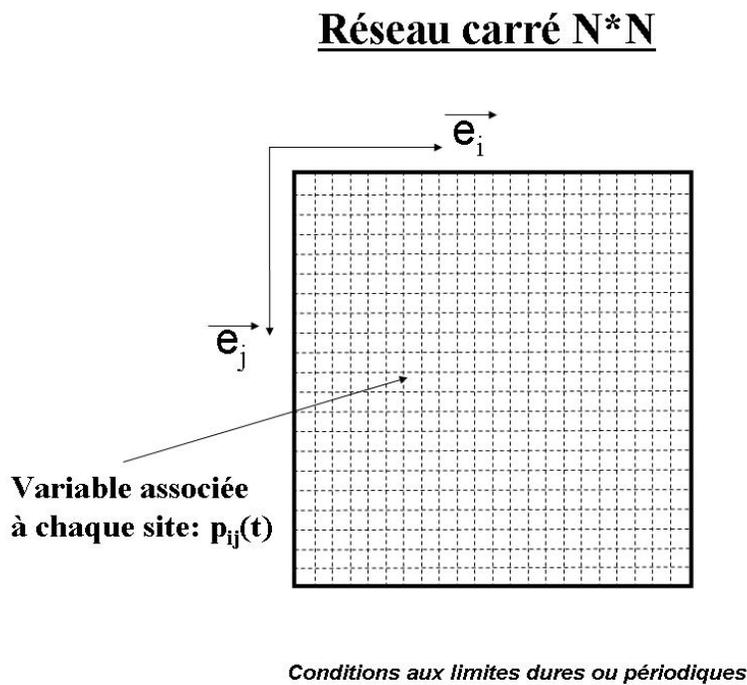


FIGURE 8.7 – Le réseau utilisé dans la simulation de type AC est un réseau carré où une variable p_{ij} est assignée à chaque site.

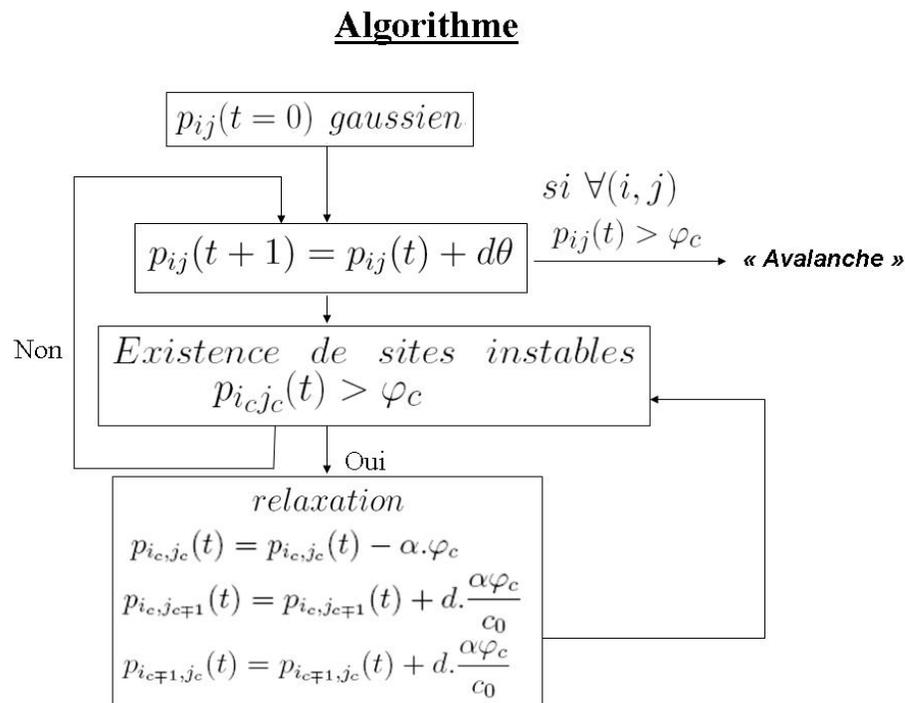


FIGURE 8.8 – Présentation de l'algorithme de notre simulation de type AC.

Résultats

La figure 8.9 présente un exemple de résultat obtenu par simulation. Le nombre de sites réarrangés augmente au cours de l'inclinaison jusqu'à ce que l'ensemble des sites du réseau soient instables. Afin de tester la pertinence du modèle vis à vis des résultats expérimentaux, nous présentons sur la figure 8.10 un ajustement de l'activité obtenue avec la simulation par la loi théorique 8.2. Le modèle présente une évolution en très bon accord avec la loi d'évolution exponentielle proposée. La valeur $\beta = 0.259$ que nous avons trouvée pour l'ensemble des paramètres donnés sur la figure 8.10 est en accord avec celle obtenue expérimentalement pour l'évolution moyenne des billes mates. Il faut également souligner le fort écart à la loi à l'approche de l'angle d'avalanche. Ce comportement est également observé expérimentalement (figure 8.4). Cet écart apparaît au moment où la taille des réarrangements commence à être de l'ordre de grandeur de la taille du réseau.

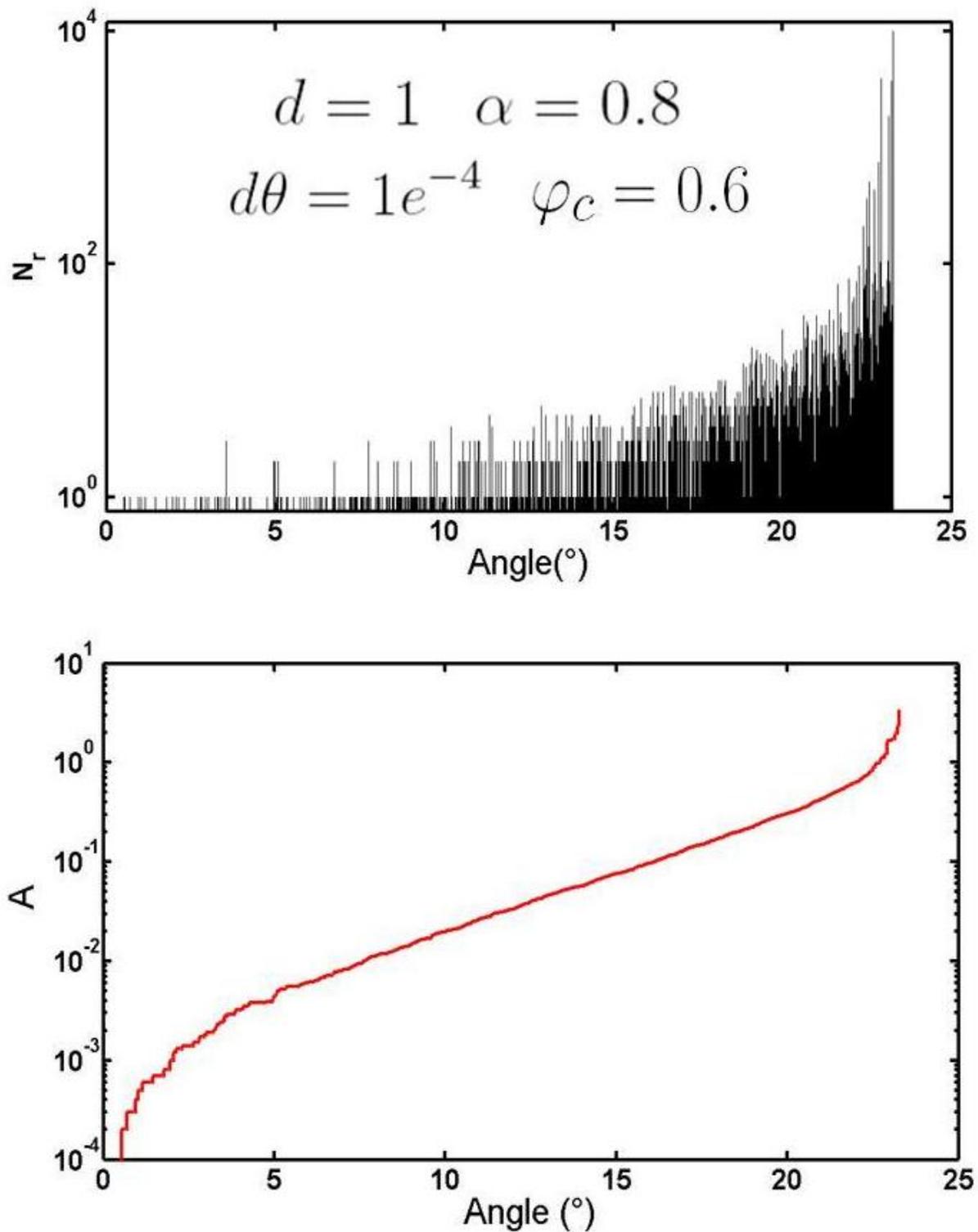


FIGURE 8.9 – Haut : Evolution du nombre de sites réarrangés sur un réseau de 10000 sites en fonction de l'angle d'inclinaison, obtenue avec la simulation de type AC. Bas : Evolution de l'activité $A(\theta)$ en fonction de l'angle d'inclinaison dans la simulation de type AC.

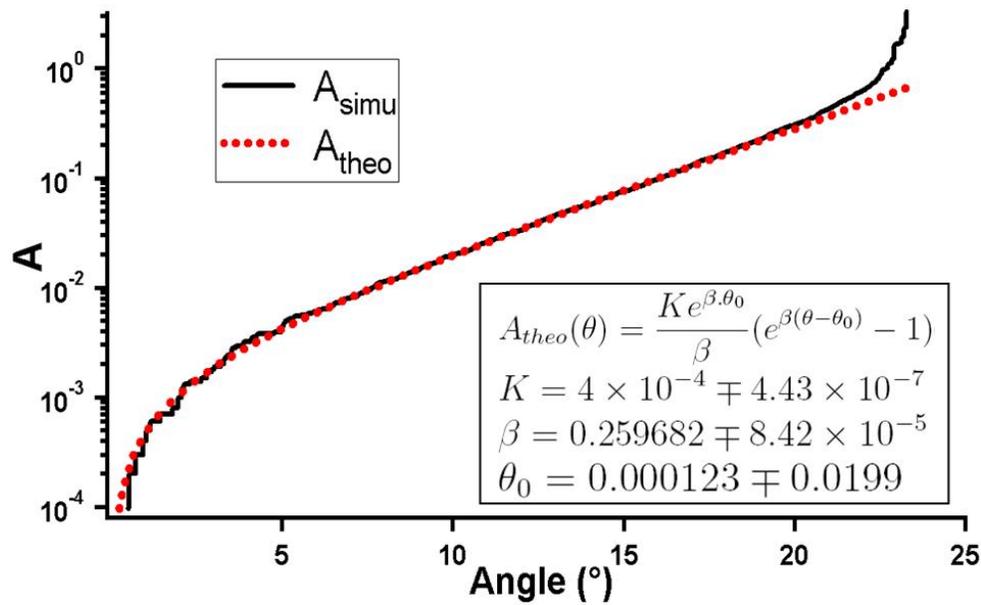


FIGURE 8.10 – Ajustement par la loi 8.2 de l’activité obtenue par la simulation de type AC

Dans la suite, nous analysons l’influence des différents paramètres de la simulation sur les résultats que nous avons obtenus. L’intérêt est d’identifier les paramètres pertinents qui contrôlent la dynamique du système mais également son comportement au voisinage du point critique. Nous avons choisi les valeurs de référence suivantes pour étudier l’influence de la variation de l’un d’entre eux en maintenant les autres constants :

- $N = 100$
- $\alpha = 0.8$
- $\varphi_c = 0.6^5$
- $d = 1$
- $\mu = 0$
- $\sigma = 0.2$
- $\theta = 10^{-4}$

Nous avons tout d’abord examiné l’influence de la taille du réseau.

La figure 8.11 présente l’activité simulée pour différentes tailles de réseau. L’activité est à chaque fois normalisée par le nombre de sites du réseau associé. Elle dépend peu de la taille du réseau. Les écarts entre les courbes correspondant aux différentes valeurs de N s’observent aux petits angles pour les petits réseaux inférieurs à 10.000 sites. Dans la

5. cette valeur correspond à un angle, θ_c tel que $\tan(\theta_c) = \varphi_c$ d’environ 31°

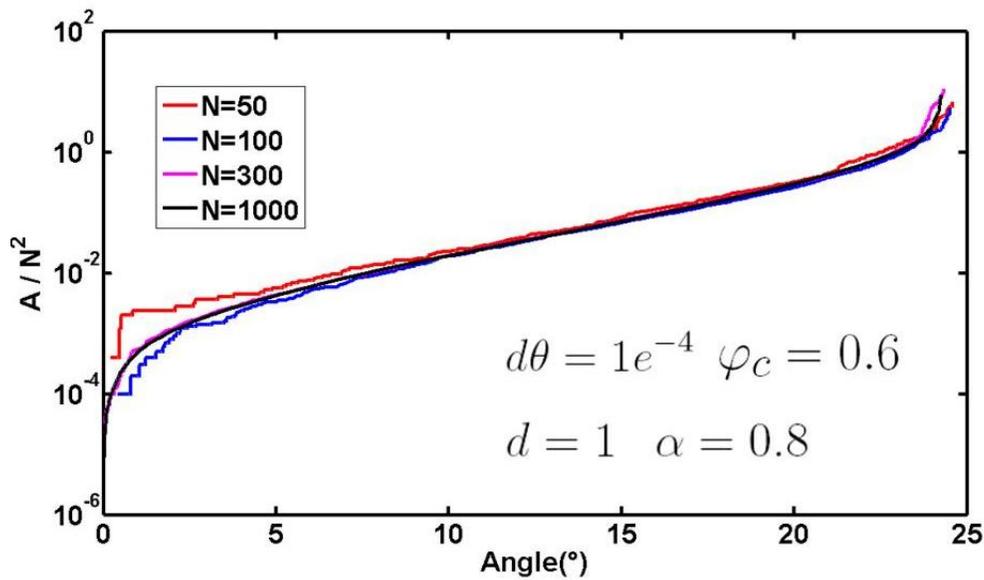


FIGURE 8.11 – Activité issue de la simulation AC normalisée par le nombre de sites du réseau pour plusieurs tailles de réseau. Tous les autres paramètres sont fixés à leurs valeurs de référence.

suite, nous avons donc fixé la taille de réseau à $N = 100$. Nous avons ensuite caractérisé le paramètre α qui contrôle le taux de relaxation en chaque site du réseau lorsque le seuil critique de déclenchement est atteint.

La figure 8.12 nous montre qu’une augmentation de α tend à diminuer l’angle critique. L’insert de la figure 8.12 montre que la dynamique change avec α , le paramètre β qui est le taux de croissance tend à augmenter lorsqu’ α augmente. Les excédents apparaissant sur chaque site sont plus rapidement redistribués sur l’ensemble des sites du réseau pour des valeurs importantes de α . Cependant, les paramètres α et φ_c ne sont pas indépendants. Il est possible que la valeur du seuil contrôle également le taux de croissance.

La figure 8.13 montre que le paramètre de croissance β ne dépend que très peu de la valeur du seuil, φ_c . C’est donc le paramètre de redistribution, α , qui semble contrôler le taux de croissance des réarrangements pour une forme de la distribution initiale des sites donnée (ici les pentes sont initialement tirés suivant une gaussienne de valeur moyenne nulle et d’écart type $\sigma = 0.2$). Par la suite, nous avons évalué l’influence de la distribution initiale sur la dynamique du système, en particulier celle de l’écart type σ puisqu’un changement de la valeur moyenne ne produit qu’une translation des courbes.

Alors que pour les très petites valeurs de σ , de l’ordre de 0.02, tous les sites deviennent critiques au même moment, le nombre de sites réarrangés augmente avec σ . Le taux de croissance dépend également de σ . Plus σ diminue, plus la croissance est rapide, c’est à dire que le taux de réarrangements augmente.

Il est également intéressant de voir la façon dont évolue la distribution des pentes lo-

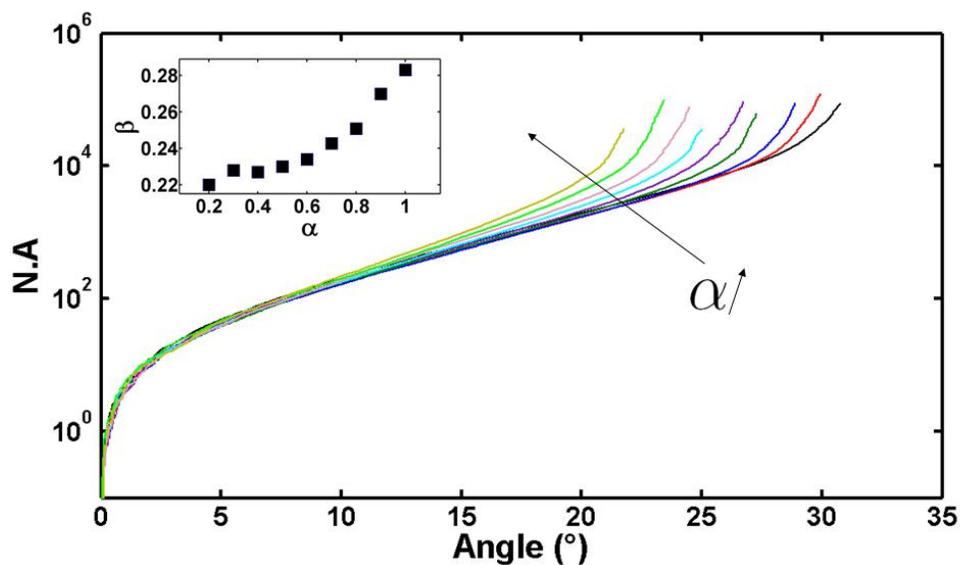


FIGURE 8.12 – Activité du réseau multipliée par le nombre de sites en fonction de l'angle d'inclinaison pour plusieurs valeurs du paramètre α . Chaque courbe est une moyenne sur 100 simulations. Insert : Evolution du paramètre β obtenu par ajustement de chaque courbe par la loi 8.2. Tous les autres paramètres sont fixés à leurs valeurs de référence.

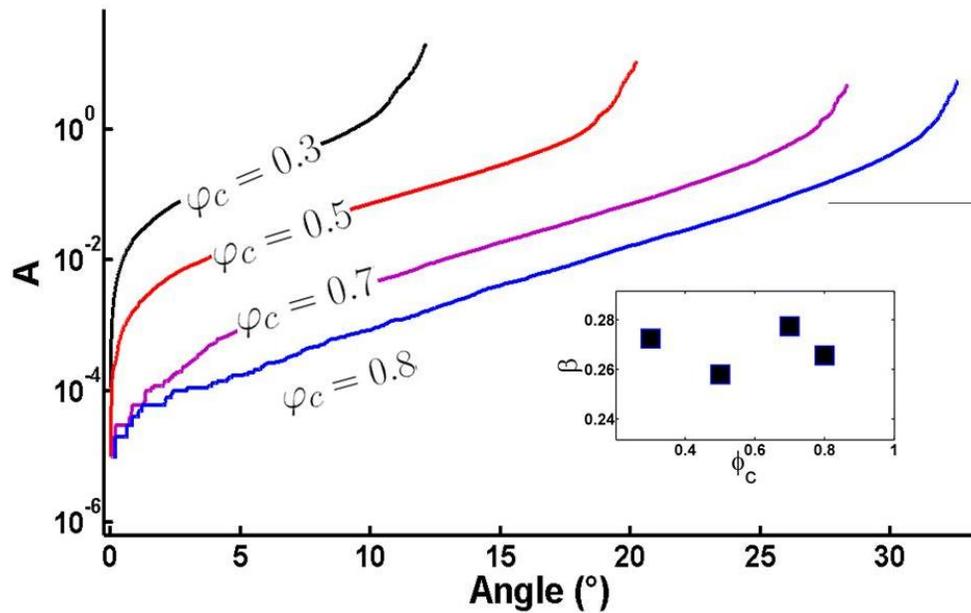


FIGURE 8.13 – Activité du réseau multipliée par le nombre de sites en fonction de l'angle d'inclinaison pour plusieurs valeurs du paramètre φ_c . Chaque courbe est une moyenne sur 100 simulations. Insert : Evolution du paramètre β obtenu par ajustement de chaque courbe par la loi 8.2. Tous les autres paramètres sont fixés à leurs valeurs de référence.

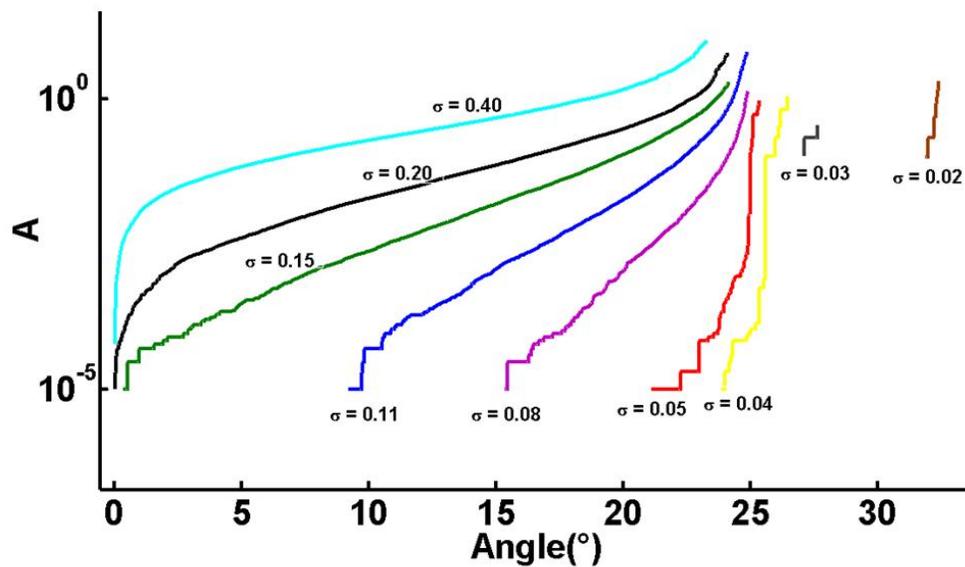


FIGURE 8.14 – Influence de l'écart-type de la distribution initiale sur la dynamique du système. Tous les autres paramètres sont fixés à leur valeur de référence.

cales au cours de l'inclinaison. La valeur moyenne de la distribution augmente linéairement

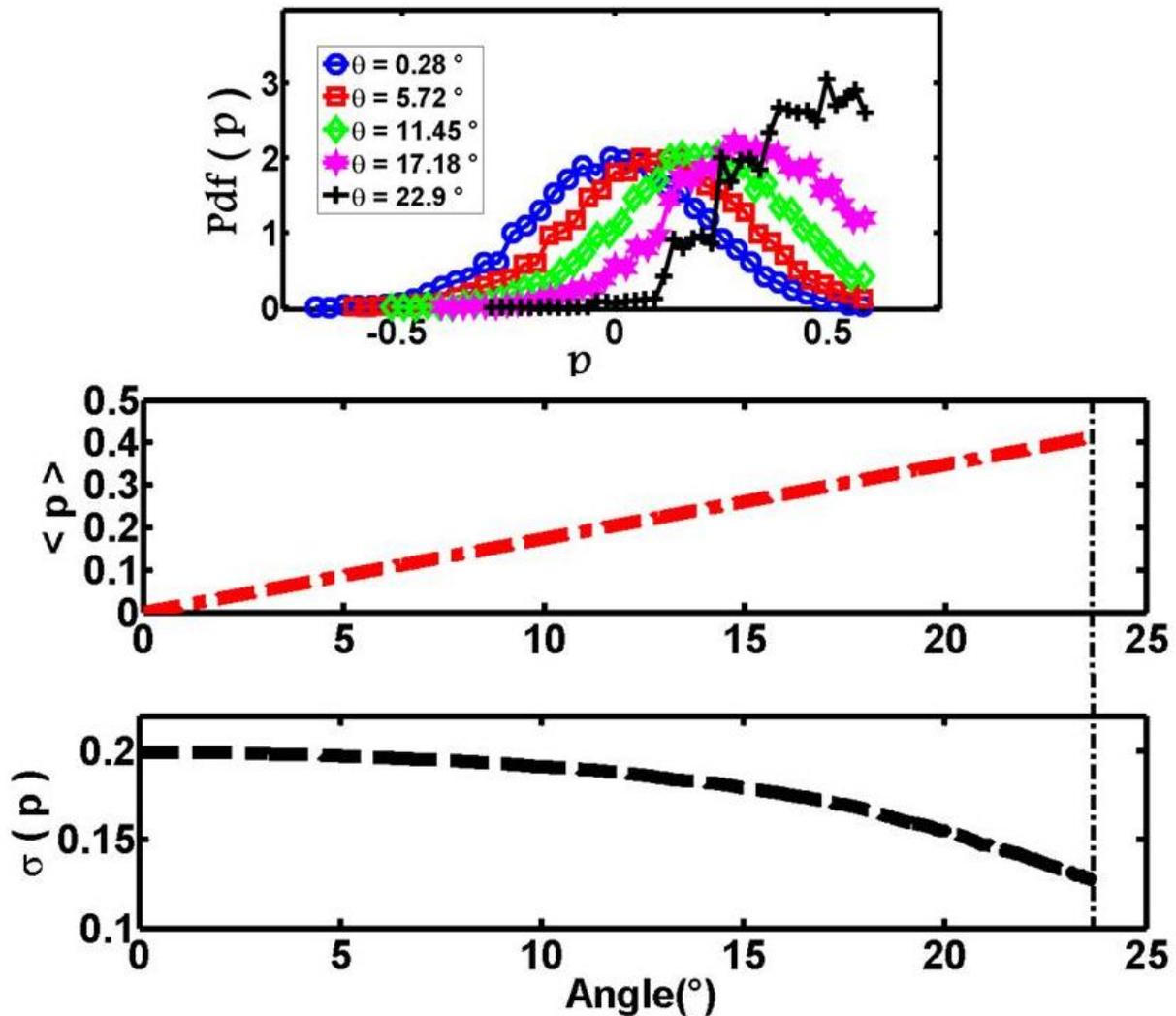


FIGURE 8.15 – Evolution de la distribution des pentes locales au cours de l'inclinaison. La distribution est initialement gaussienne de valeur nulle et d'écart type σ . Les figures du dessous montre l'évolution de la valeur moyenne et de l'écart-type au cours de l'inclinaison

au cours du temps. Dès que le seuil est atteint, la distribution est tronquée par la redistribution et son écart-type diminue. Cette diminution s'accompagne d'une augmentation du taux de réarrangement et donc de l'accélération de la dynamique observée au voisinage du seuil. Ceci mérite d'être rapproché des observations expérimentales qui montrent une accélération de la dynamique quelques degrés avant l'avalanche. Ceci correspondrait alors à une diminution de la variance des seuils locaux de déclenchement quelques degrés avant l'angle critique d'avalanche.

Enfin, nous avons voulu savoir si les corrélations initiales entre sites voisins changeaient profondément la dynamique. Nous avons toujours tiré les pentes locales suivant une loi

gaussienne mais cette-fois ci les sites ne sont plus tirés indépendemment les uns des autres. Nous introduisons un coefficient de corrélation, ρ , entre sites consécutifs. Si $\rho > 0$, deux sites consécutifs ont plutôt tendance à avoir la même pente alors que si $\rho < 0$, les pentes ont tendance à être opposées et si $\rho = 0$ les sites sont indépendants.

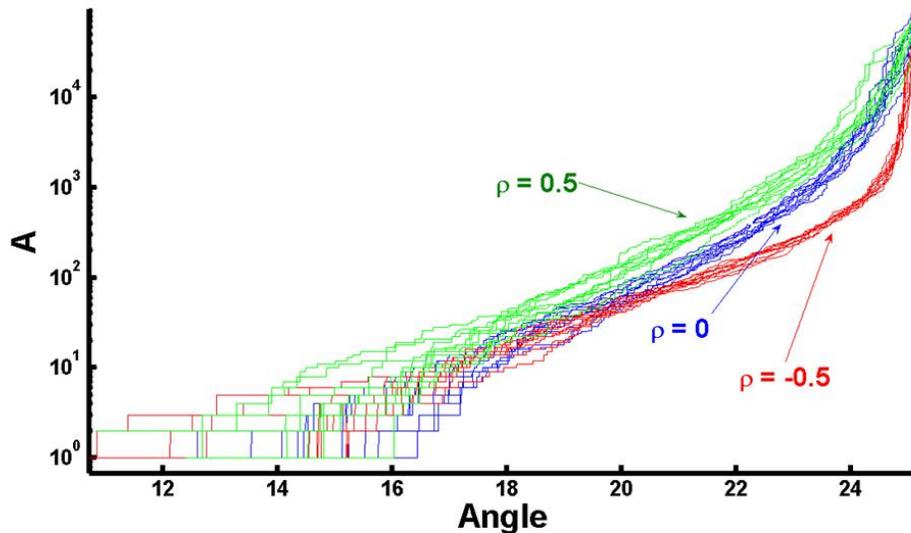


FIGURE 8.16 – Influence du coefficient de corrélation entre sites voisins pour $\mu = 0$ et $\sigma = 0.09$.

L'activité est d'autant plus grande que les sites sont corrélés. Elle est minimum lorsqu'ils sont anti-corrélés. Ceci s'explique par le fait que les sites voisins d'un site instable constituent alors des réservoirs. Au contraire, lorsqu'ils sont corrélés positivement, un site instable peut plus facilement rendre ses voisins instables.

La dynamique, et en particulier le taux de réarrangements, n'est pas uniquement contrôlé par les "règles du jeu du modèle", nous avons également voulu tester le rôle de la vitesse d'inclinaison, $d\theta$, sur la distribution du nombre de réarrangements.

Le nombre de sites mis en jeu augmente bien avec la vitesse de rotation. Dans la limite des petites vitesses de rotation, la distribution décroît en loi de puissance avec une pente de $3/2$. Cet exposant, qui est proche de celui trouvé expérimentalement, montre le caractère universel de ce type de comportement loin du seuil critique.

Classe d'universalité du modèle

Nous voulons ici renforcer le lien non trivial entre le modèle de type automate cellulaire présenté dans ce chapitre et la problématique générale de ce travail de thèse qui porte sur

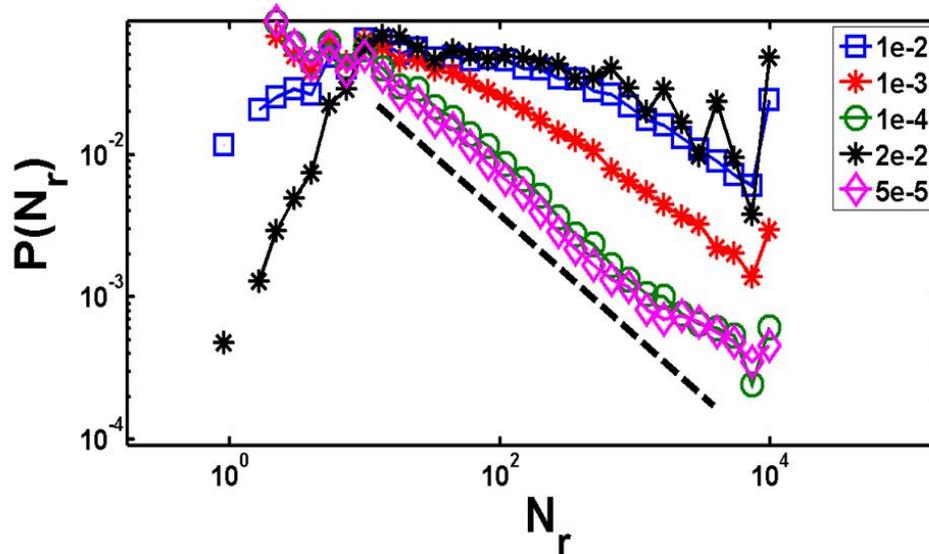


FIGURE 8.17 – Distribution du nombre de sites mis en jeu lors des réarrangements pour plusieurs vitesses de rotation $d\theta$. Chaque distribution est issue d'une centaine de réalisations.

l'étude et la caractérisation de la dynamique d'un milieu granulaire sous contrainte. En particulier, nous avons ici caractérisé la dynamique juste avant l'avalanche, ce qui revient à étudier les propriétés de la transition de "jamming". Le modèle développé ci-dessus présente de fortes analogies avec les problèmes d'optimisation et de satisfaction de contraintes. L'un des plus célèbres est le problème K-SAT [61, 62]. L'objet du présent travail n'est pas de donner une description détaillée de la théorie associée à ce problème, très bien documentée par ailleurs⁶, mais de montrer le lien qui existe entre cette classe de problèmes, le comportement des systèmes vitreux et plus particulièrement le comportement de l'automate utilisé ici. Le problème de satisfaisabilité de formules logiques, dit problème SAT, porte sur la satisfaction simultanée de M contraintes (ou clauses) par une configuration de N variables booléennes $x_i (i = 1, \dots, N)$. Ce problème est un archétype de problème NP-complet pour lequel il n'existe pas d'algorithme universel permettant d'obtenir la solution en un temps qui croît au plus comme une puissance du nombre de variables. Dans sa version aléatoire, chaque contrainte consiste à prendre le 'OR' de K variables choisies aléatoirement parmi les N possibles (problème K-SAT). Un indice i étant choisi, la variable correspondante est prise soit comme x_i , soit comme son complémentaire $\text{non-}x_i$. Le processus est répété jusqu'au tirage de M clauses indépendantes. Le problème est de trouver une configuration des

6. Nous renvoyons plus particulièrement aux articles de R. Monasson [64] et de M. Mézard [65]

x_i qui vérifie simultanément l'ensemble des clauses. Si c'est le cas, il est dit satisfaisable. Pour $K \geq 3$, le problème K-SAT est NP-complet. Le paramètre de contrôle du problème est la densité de clauses $\alpha = M/N$. Des études numériques ont suggéré l'existence d'une transition de phase. Pour $\alpha < \alpha_s \approx 4.27$, il existe presque sûrement une solution. Pour $\alpha > \alpha_s$, la probabilité de trouver une solution tend vers zéro lorsque N augmente. Les échantillons "critiques" engendrés avec une densité de contraintes $\alpha = \alpha_s$ sont les plus difficiles à étudier. Comme l'écrit Marc Mézard [65], il y a dans le problème K-SAT non pas une mais deux transitions de phase. Lorsque la densité de contraintes α augmente, le système passe pour un premier seuil $\alpha_d \approx 3.9$ d'une phase SAT-simple à une phase SAT-complexe. Dans la phase simple, les solutions forment un ensemble connexe alors que dans la phase complexe l'ensemble des solutions se fragmentent en un très grand nombre de composantes connexes éloignées les unes des autres. Cette fragmentation s'accompagne d'une prolifération d'états métastables. Cette phase intermédiaire est vitreuse [65]. Bien que l'espace des solutions présente une structure complexe, ce modèle peut être intéressant pour étudier la dynamique des systèmes vitreux puisque chaque variable peut représenter un spin à deux états $\sigma_i = +/ - 1$ et chacune des M contraintes s'applique à K spins⁷. Une contrainte est dite satisfaite si au moins l'un des K -spins auxquelles elle s'applique prend la valeur qui lui est imposée par la contrainte. Pour chaque contrainte, les K variables auxquelles elle s'applique sont choisies au hasard parmi les N variables du système, et les valeurs imposées aux K variables, pour que la contrainte soit satisfaite, sont prises équiprobables. La solution au problème correspond à l'ensemble des configurations de spins, parmi les 2^N configurations possibles qui satisfont les M contraintes en même temps. La résolution du problème nécessite d'introduire un algorithme de recherche de solutions. De nombreux algorithmes sont présentés dans les références déjà citées [61, 62, 63]. Ici, nous présentons les résultats récents obtenus par Zhou [66], avec un algorithme de recherche, de type marche aléatoire dans l'espace des configurations, qui procède de façon séquentielle. Les clauses sont prises et satisfaites les unes après les autres par un ensemble de N spins d'Ising ($\sigma_i = \pm 1$). La densité de contraintes au moment de chercher à satisfaire la $m^{\text{ième}}$ clause est $\alpha = m/N$. La $m^{\text{ième}}$ contrainte est satisfaite au temps $\tau(m)$ par la configuration $\sigma(\tau(m))$, si $\sigma(\tau(m))$ vérifie également la $(m+1)^{\text{ième}}$ clause alors $\tau(m+1) = \tau(m)$ et $\sigma(\tau(m+1)) = \sigma(\tau(m))$. Sinon, en partant de la configuration $\sigma(\tau(m))$ une marche aléatoire non-biaisée constituée de renversements de spins est effectuée jusqu'à ce que la $(m+1)^{\text{ième}}$ clause soit satisfaite et alors $\tau(m+1) = \tau(m) + W_{m+1}$ où $W_{m+1} \cdot N$ est le nombre de renversement de spins nécessaire pour atteindre $\sigma(\tau(m+1))$ en partant de $\sigma(\tau(m))$. Le temps $\tau(\alpha)$ mis par l'algorithme pour satisfaire les $\alpha \cdot N$ premières clauses est tracé sur la figure 8.18 en fonction de α

Les courbes de la figure 8.18 donnent l'évolution du logarithme du temps de recherche

7. pas forcément identiques pour tout M .

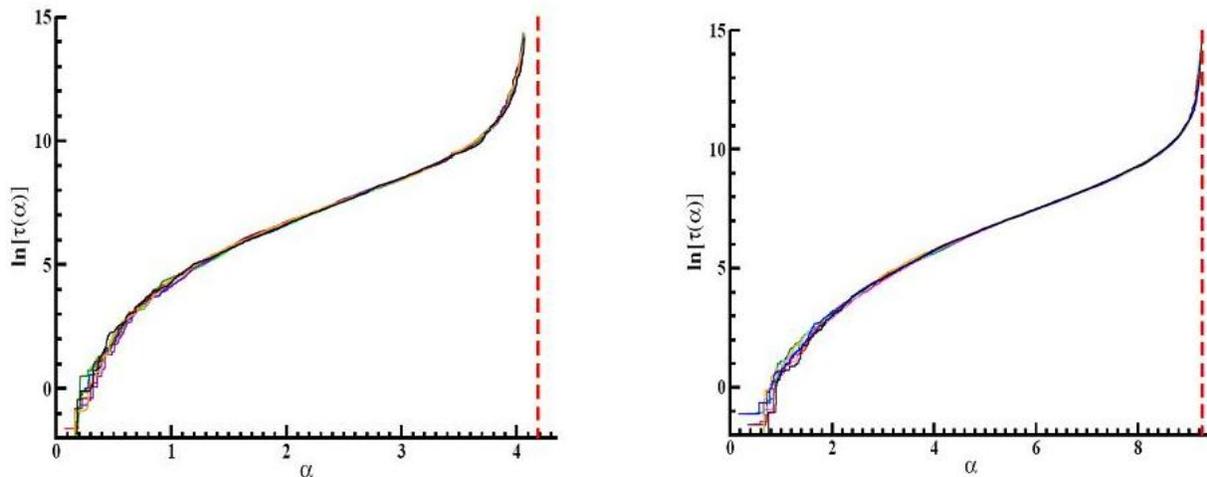


FIGURE 8.18 – Courbes présentant le logarithme du temps de recherche $\tau(\alpha)$ pour satisfaire $\alpha.N$ clauses en fonction de α dans le K-SAT problème. A gauche $K = 3$ et à droite $K = 4$. Les traits en pointillés correspondent au moment où l’algorithme de recherche ne trouve pas de solution. Courbes issues de [66].

en fonction de la densité de contraintes α . Elles sont très proches de celles que nous avons obtenues numériquement et expérimentalement sur l’évolution de la somme cumulée du nombre de réarrangements en fonction de l’angle d’inclinaison. Plusieurs arguments permettent de justifier cette analogie bien que les variables considérées dans K-sat soient booléennes alors qu’elles sont continues dans le cas de notre simulation. Premièrement, α dans le cas du problème K-sat est une densité de contraintes appliquées aux N variables, c’est à dire qu’en augmentant α on augmente le nombre de variables sous contraintes. C’est précisément ce qui se passe dans la simulation de type automate cellulaire lorsque l’on augmente l’angle d’inclinaison θ . Comme le nombre de sites instables, dont la pente a dépassé le seuil, augmente avec θ , ces sites sous contraintes lors de la phase de relaxation⁸ sont d’autant plus important que θ augmente.

En ce qui concerne l’axe des ordonnées, le temps de recherche de la solution à α fixé dans le problème K-sat est l’analogie du temps pour relaxer le système, c’est à dire du nombre d’opérations pour obtenir une configuration stable à θ donné dans l’automate. En effet, dans le problème K-sat ce temps de recherche est défini tel que : $\tau(m+1) = \tau(m) + W_{m+1}$ avec $W_{m+1}.N = N_{op}(m+1)$ où $N_{op}(m+1)$ est le nombre d’opérations (de renversements de spins) pour atteindre la configuration stable $\sigma(\tau(m+1))$ en partant de $\sigma(\tau(m))$. C’est à dire que $\tau(m+1) = \tau(m) + \frac{N_{op}(m+1)}{N}$

8. La contrainte appliquée ici assure que la valeur de la pente en chaque site est inférieure au seuil.

La quantité $\tau(m)$ est donc une somme cumulée de la forme :

$$\tau(m) = \sum_{j=0}^m \frac{N_{op}(m)}{N} \quad (8.14)$$

Cette quantité est à rapprocher de la quantité A définie dans la section précédente sur le modèle d'automate cellulaire par la somme cumulée de la fraction de sites réarrangés à un angle θ donné :

$$A(\theta) = \sum_{j=0}^{\theta} \frac{N_r(\theta)}{N} \quad (8.15)$$

où $N_r(\theta)$ est le nombre de sites réarrangés durant la relaxation à l'angle θ . Les sites au dessus du seuil étant réarrangés durant la phase de relaxation, $N_r(\theta)$ est l'équivalent du nombre d'opérations $N_{op}(m)$ définie ci dessus dans le cas du problème K-SAT. Ainsi, il existe une analogie⁹ entre le problème K-SAT et le modèle d'automate cellulaire que nous avons développé et présenté dans ce chapitre. Il est donc intéressant de discuter des propriétés des systèmes vitreux et particulièrement de la transition de "jamming" dans le contexte de ce type de problème. Les auteurs de [66] interprètent le point de divergence de $\tau(\alpha)$ comme un point où une transition de jamming a lieu¹⁰. L'augmentation du temps de recherche au voisinage de ce point est du à un effet de blocage entropique[66] où l'algorithme reste bloqué dans des sous-espaces de l'espace des solutions. Pour atteindre une configuration qui satisfait à toutes les contraintes, l'algorithme de recherche doit traverser des clusters de solutions qui l'emprisonnent pendant un temps caractéristique qui dépend de la taille et de la connectivité des amas. Ce comportement est proche de la rapide augmentation de la viscosité des verres à basse température. En effet, les effets de blocage entropique conduisent souvent à l'émergence de plusieurs échelles de temps caractéristiques, ce qui est typique des systèmes vitreux. C'est également ce qui rend ce type de problème intéressant dans l'étude des milieux granulaires. Quelques études récentes adoptant ce type d'approche en étudiant la transition de jamming dans le cadre des problèmes à satisfaction de contraintes [66, 67, 68] ont été publiées récemment. Elles devraient être encore plus nombreuses dans le futur.

Limites

Le modèle de type automate cellulaire que nous présentons est un modèle phénoménologique permettant d'étudier le comportement d'un réseau sous une contrainte extérieure (l'incli-

9. Cela reste une analogie et non une équivalence car les variables sont corrélées par les règles du jeu dans l'automate alors qu'elles ne le sont pas directement ou qu'elles le sont par le biais des contraintes à satisfaire dans le problème K-SAT.

10. Une théorie de champ moyen des frustrations à longue portée [67] pour le problème K-SAT permet de prédire l'existence d'un point de transition de jamming [66]. Ceci souligne l'intérêt de cette analogie avec le problème de la transition de jamming dans les milieux granulaires

raison) avec un seuil de déclenchement. Le choix du critère de déclenchement est arbitraire. En aucun cas, ce modèle ne peut faire la différence entre une avalanche et un glissement total de la surface de type précurseurs. Cependant, il est possible de le modifier légèrement pour montrer que des événements de grande dimension peuvent apparaître de façon périodique. Pour cela, nous considérons que le seuil φ_c correspond au déclenchement d'un précurseur. Nous introduisons alors un facteur de dissipation qui rend compte de la stabilisation due à ce grand évènement. L'avalanche apparaît quand la différence entre la pente moyenne (moyenne des p_{ij}) et l'angle d'inclinaison dépasse un second seuil, R_s . Le résultat obtenu est présenté sur la figure 8.19.

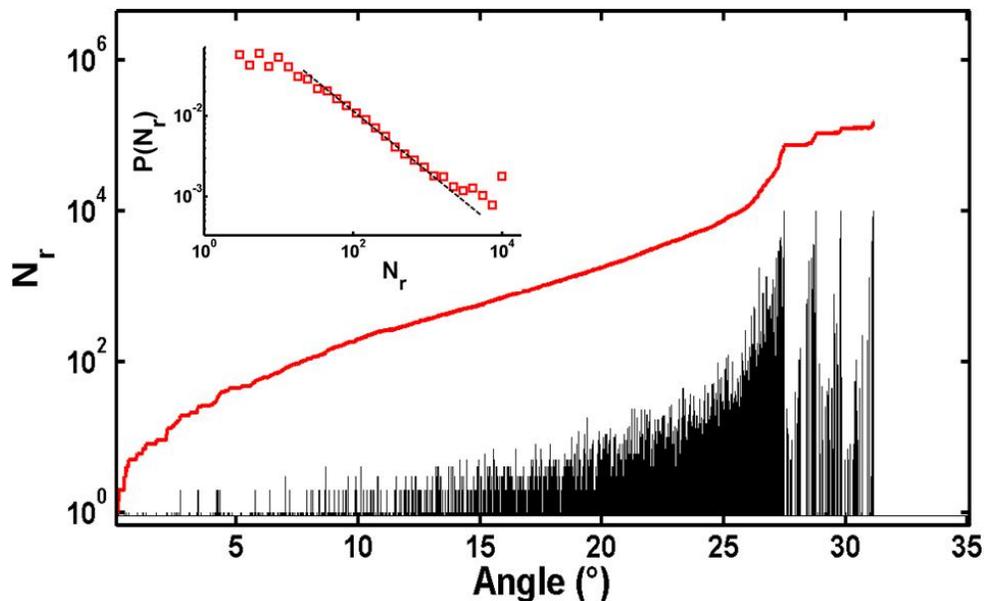


FIGURE 8.19 – Evolution de l'activité de l'empilement en fonction de l'angle d'inclinaison dans le cas d'une succession de grands évènements. Insert : Distribution du nombre de réarrangements observés à chaque pas de temps.

Nous observons une succession de grands évènements. L'activité, après chaque grand évènement, diminue à cause du facteur de dissipation. Enfin le nombre de ces grands évènements est fixé par la différence entre la pente moyenne des sites et l'angle d'inclinaison.

8.3 Quelques pistes vers la compréhension du phénomène de précurseurs d'avalanche.

Dans cette partie, nous apportons quelques éléments de réponse au problème de l'origine et de la manifestation du phénomène de précurseurs d'avalanche. Les petits réarrangements sont très bien décrits par la simulation de type automate cellulaire présentée plus haut. Cependant le phénomène de précurseurs fait intervenir un autre mécanisme physique qui met en jeu toute la surface de l'empilement. Durant ces événements, Nerone et al. [28] observent qu'un ensemble de grains distribués de façon uniforme à la surface se mettent à bouger de façon synchronisée. Dans ce travail, nous avons montré que ces événements, dit précurseurs, correspondent à des glissements successifs de la surface de l'empilement. Nos premières observations réalisées avec des billes brillantes (Paragraphe 6.1.2) , qui ne mettent en jeu qu'un seul grand précurseur, montrent que ce phénomène mobilise tous les grains à la surface de l'empilement. Le mouvement de l'ensemble des grains se fait de façon coopérative et ne correspond pas à "une réaction en chaîne" où des réarrangements initialement localisés se propagent de proche en proche sur toute la surface de l'empilement. En effet, même si l'inertie peut amplifier une déstabilisation locale initiale, elle n'explique pas pourquoi un grand nombre de grains deviennent instables au même moment et cela de façon quasi-périodique.

Nos résultats vont également dans le sens de ceux de L. Staron et al. [70] obtenus par simulation numérique de type dynamique des contacts en 2D. Ces auteurs observent également des événements de type précurseurs lorsque l'angle d'inclinaison s'approche de l'angle limite de stabilité. Ils les interprètent comme une mobilisation intermittente des forces de friction entre les grains. Ils montrent en particulier qu'il existe une accumulation de glissements au niveau des contacts inter-grains qui croît au cours de l'inclinaison et qui s'accélère juste avant l'angle critique. Ce résultat concorde avec nos observations d'une forte augmentation de la fraction de surface réarrangée au voisinage de l'angle d'avalanche montrant que la dynamique des précurseurs n'est pas dans la continuité de celle des petits réarrangements. Ils observent que l'apparition de ces précurseurs coïncide avec des modifications de l'état de la micro-structure de l'empilement. Ces résultats laissent penser qu'il existe des corrélations à longue portée engendrées par la croissance d'amas de contacts critiques au cours de l'inclinaison menant à une métastabilité de l'empilement quelques degrés avant l'angle d'avalanche.

Hétérogénéités du système et champs de déplacement lors des précurseurs

Pour essayer de comprendre l'origine de ces mouvements collectifs, nous avons caractérisé de façon plus fine le champ de déplacement des grains sur la totalité de la surface de l'empilement. A partir des films des expériences, il est possible de repérer les moments où apparaissent les précurseurs grâce aux pics qui apparaissent sur le graphe de la surface

totale réarrangée en fonction de l'angle d'inclinaison (Figure 6.10). Il nous est ensuite possible de remonter à la position des grains à la surface avant et après un précurseur. Les déplacements étant pour la majorité¹¹ des grains inférieurs à leur rayon. Il est alors facile de remonter au déplacement de la majorité des grains avant et après chaque précurseur. Cependant, cette méthode n'est pas applicable aux billes transparentes qui sont difficilement repérables. Une seconde façon de caractériser les déplacements des grains lors des précurseurs est de placer des traceurs à la surface de l'empilement (par exemple en plaçant des billes noires à la surface d'un empilement de billes transparentes) et de suivre leurs positions au cours du temps.

La figure 8.20 en haut montre le déplacement, δ , exprimé en unité de D au cours de 4 précurseurs consécutifs. Le déplacement des grains n'est pas constant dans la longueur de la boîte. Les grains situés en haut de la boîte se déplacent plus que ceux qui se trouvent en bas car la boîte est fermée en bas. Le plus étonnant est que cet effet de confinement se fait ressentir sur des longueurs aussi importantes que $L \approx 30 \text{ cm} \approx 100 D$. La dynamique des précurseurs est donc fortement influencée par la géométrie et par le confinement. En revanche, nous n'avons pas observé d'effets significatifs du confinement latéral (de l'ordre de $50 D$) sur le déplacement des grains. Ces observations nous ont conduit à caractériser l'influence de la longueur de la boîte sur le déclenchement de l'avalanche et en particulier l'influence de cette longueur sur l'angle d'avalanche, θ_a . Nos résultats sont présentés dans l'annexe A. La figure 8.20 du bas montre que l'amplitude des déplacements lors des précurseurs croît de façon exponentielle avec l'angle d'inclinaison indépendamment de la position le long de la boîte. Nous avons vérifié cette conclusion en moyennant sur une vingtaine d'expériences avec les billes mates teintées en volume (figure 8.21.).

Les précurseurs n'apparaissant pas exactement au même angle d'une expérience à l'autre, les angles indiqués sont des valeurs moyennes des angles d'apparition au cours des différentes expériences. Nous observons un comportement très proche de celui obtenu avec les billes transparentes avec un effet de la longueur de la boîte qui se fait ressentir jusqu'à environ 15 cm du bas de la boîte. Ce comportement est visible sur la carte des déplacements présentée sur la figure 8.22.

Nous avons également représenté sur la figure 8.23a) le champ de déplacement qui montre que presque tous les grains de la surface bougent dans la même direction au même moment. De plus, la déformation n'est pas homogène (figure 8.23b) et c)). En effet certaines zones de la surface sont plus fortement déformées au cours du précurseur. Les grains situés dans ces zones peuvent ensuite rouler le long de la surface de l'empilement.

11. Pendant les précurseurs, des grains peuvent être déstabilisés et rouler le long de l'empilement. Le déplacement de ces grains n'est pas pris en compte dans l'étude suivante. Ces mouvements correspondent à des répliques dues au précurseur et ce déplacement n'est pas caractéristique des déplacements de l'ensemble des grains pendant cet événement.

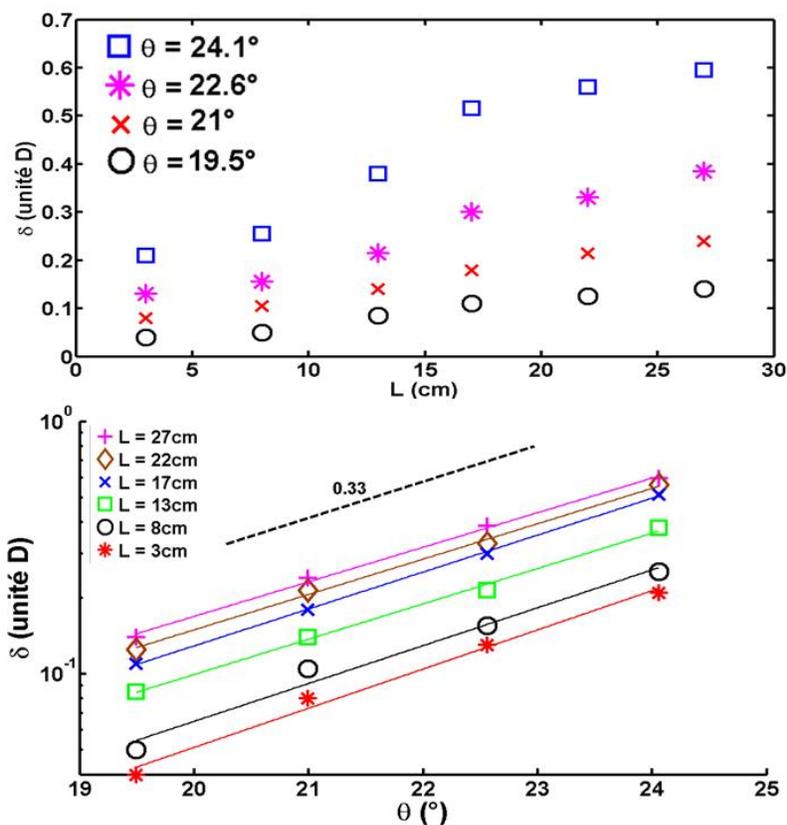


FIGURE 8.20 – Haut : Déplacement, δ , exprimé en diamètre de grain, au cours de 4 précurseurs successifs en fonction de la position des grains le long de la boîte (l'origine est prise en bas de la boîte). Bas : Déplacement, δ , pour différentes positions dans la boîte en fonction de l'angle auquel apparaît chaque précurseur. Les points expérimentaux ont été ajustés par la méthode des moindres carrés avec une loi exponentielle de la forme $\delta(\theta) = a.e^{b\theta}$, La pente représentée est la valeur moyenne des pentes de chaque ajustement. Expérience réalisée avec des billes transparentes de $2mm$ et des traceurs disposés à la surface de l'empilement.

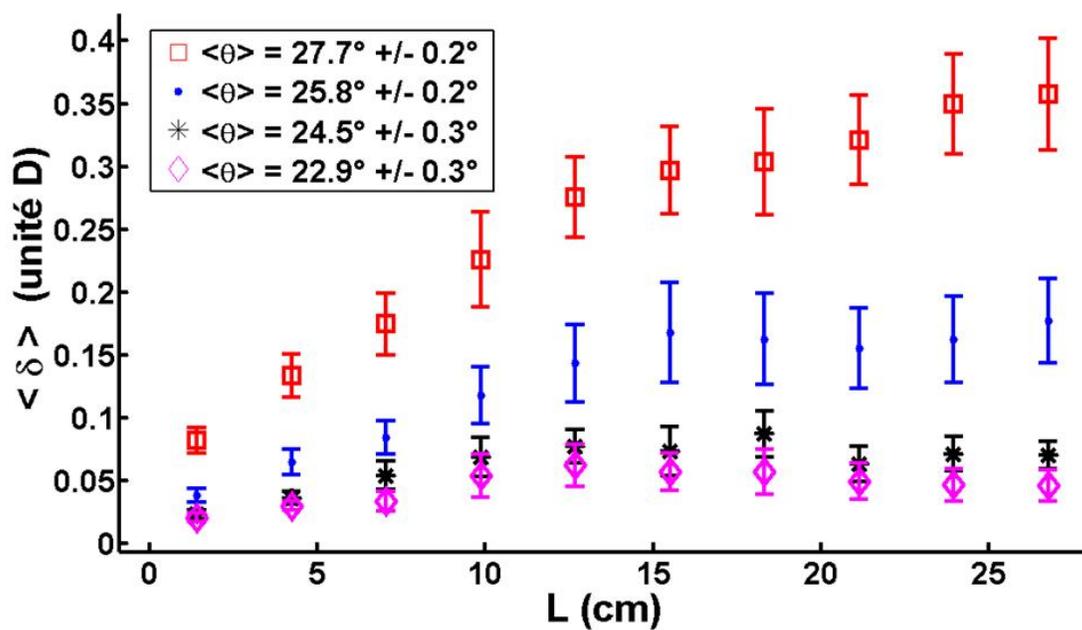


FIGURE 8.21 – Déplacement moyen, $\langle \delta \rangle$ exprimé en diamètre de grain, au cours de 4 précurseurs successifs en fonction de la position des grains le long de la boîte. Résultats moyennés sur une vingtaine d'expériences.

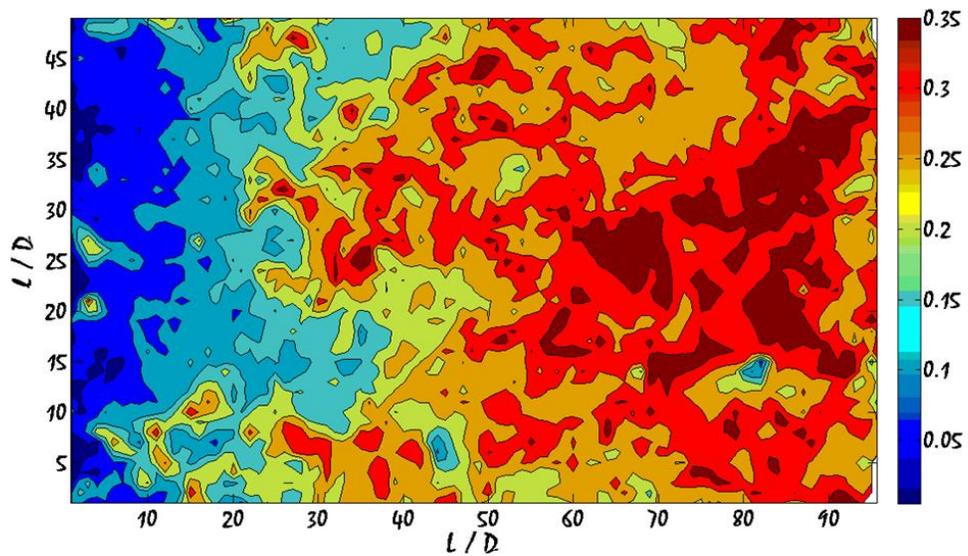


FIGURE 8.22 – Déplacements lors d'un précurseur. Les chiffres indiqués dans la barre des couleurs correspondent aux déplacements, δ , des grains en unité D . La largeur et la longueur sont également exprimés en unité D .

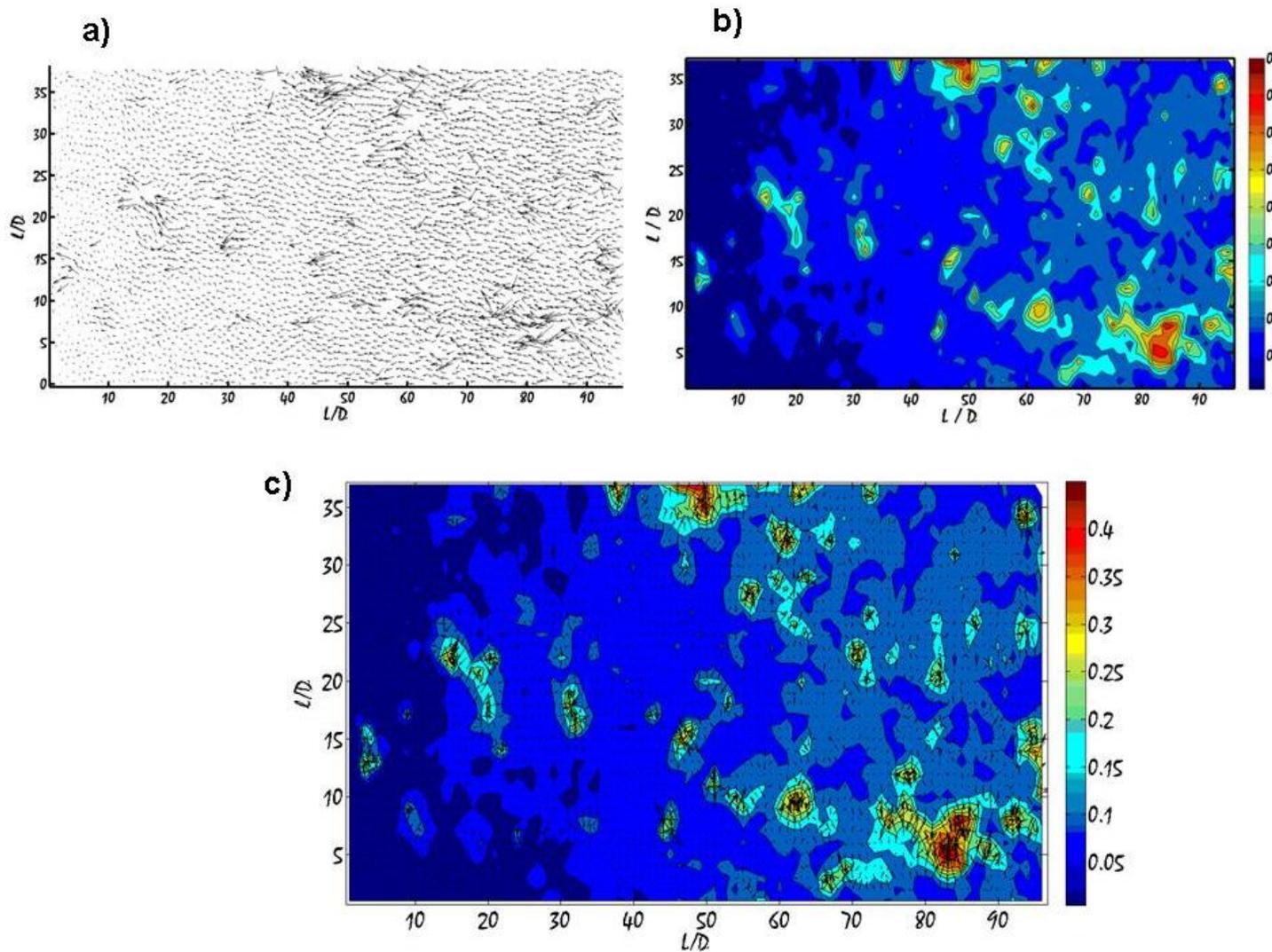


FIGURE 8.23 – a) Champ de déplacement lors d'un précurseur de faible amplitude. b) Carte de la norme des déplacements lors du même précurseur. c) Carte de la norme des déplacements avec le champ de déformation (gradient du champ de déplacement représenté par des flèches).

Comme dans le cas des billes transparentes, la figure 8.24 montre que le déplacement des grains augmente avec l'angle d'inclinaison. Cette augmentation semble être exponentielle. Ces résultats montrent que les précurseurs correspondent bien à un mouvement d'ensemble de la surface de l'empilement. Ces événements apparaissent de façon quasi-périodique et les déplacements tendent à augmenter exponentiellement au cours de l'inclinaison. Les déplacements mis en jeu sont de l'ordre du rayon des grains. Le champ de déplacement est très faible pour les premiers précurseurs qui apparaissent aux alentours de 20° . L'information accessible par la soustraction d'image consécutives, pour les premiers glissements de très faible amplitude, sont en réalité les répliques dues à ce mouvement d'ensemble de la surface. Ces répliques apparaissent uniformément distribuées sur la surface et correspondent à ce qui est observé par Nerone et al[28].

Au cours de nos travaux, des mesures de petites déformations par diffusion multiple de la lumière ont été entreprises par J. Crassous et M. Erpeding mais n'ont pas conduit à des résultats exploitables de part la difficulté de stabiliser le système optique tout au long de l'inclinaison. Ces mesures seraient pourtant d'un grand intérêt pour pouvoir caractériser les très petits déplacements au cours des tous premiers précurseurs et vérifier ainsi la croissance exponentielle des déplacements sur une gamme de valeurs plus large .

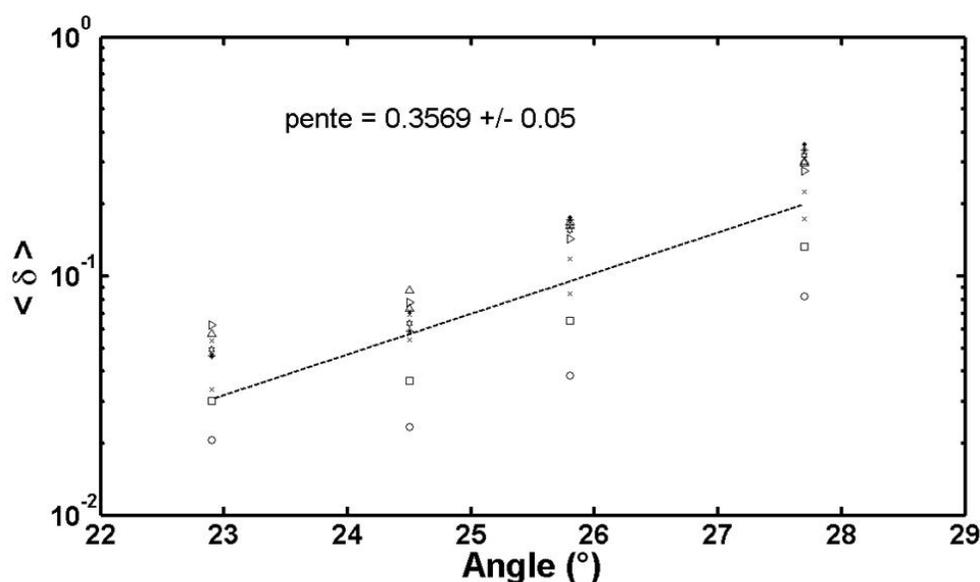


FIGURE 8.24 – Déplacement, δ , pour différentes positions dans la boîte en fonction de l'angle auquel apparaît chaque précurseur. Les points expérimentaux ont été ajustés par la méthode des moindres carrés avec une loi exponentielle de la forme $\delta(\theta) = a.e^{b\theta}$, La pente représentée est la valeur moyenne des pentes de chaque ajustement.

Existence de répliques

Les résultats précédents montrent que les précurseurs sont en réalité des glissements de l'ensemble des grains qui constituent la surface. Après chaque précurseur, des grains se réorganisent du fait de la perturbation qu'ils provoquent (Figure 8.25). Ces répliques correspondent à des grains déstabilisés par le précurseur qui percutent d'autres grains et les entraînent. Les déplacements mis en jeu lors des répliques peuvent être importants (grains qui dévalent la pente par exemple). De plus, ces répliques sont uniformément distribuées sur la surface. Il semble donc que ce que Nerone et al.[28] appellent précurseurs et qu'ils caractérisent comme un mouvement synchronisé d'un grand nombre de grains répartis uniformément sur la surface correspondent à ces répliques. Ceci peut s'expliquer par le type de billes utilisés par les auteurs (billes transparentes) qui rendent difficile la visualisation et l'étude du glissement de faible amplitude ($< R$ lors des précurseurs). De plus, Nerone et al.[28] notent dans leur conclusion que l'ensemble des grains se sont déplacés d'environ un diamètre juste avant l'avalanche. Ceci correspond, en réalité, à la somme des glissements ayant eu lieu pendant tout le régime précurseur.

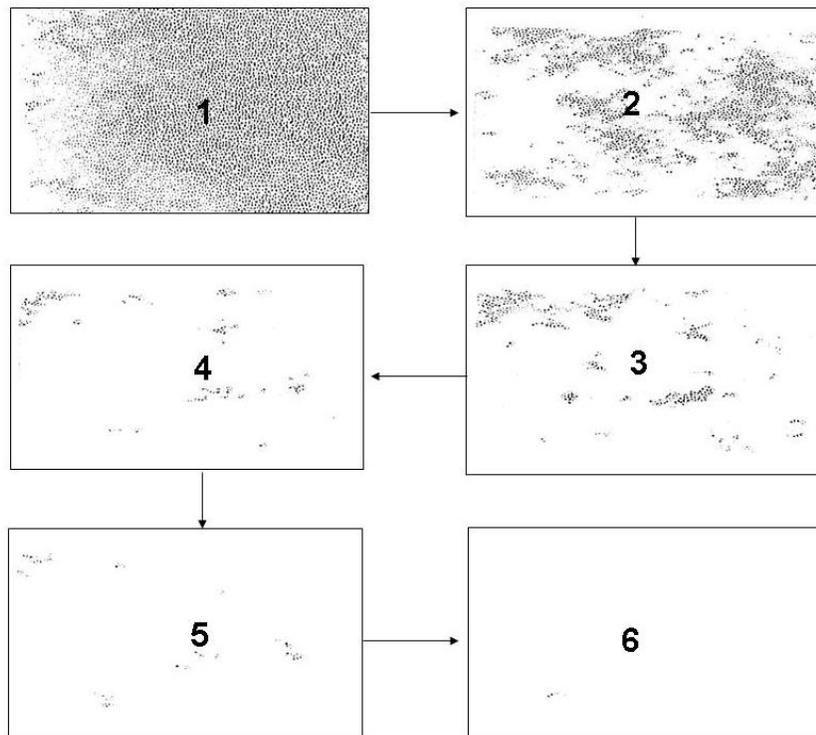


FIGURE 8.25 – Réorganisations à la surface de l'empilement suite à un précurseur. Des répliques apparaissent immédiatement après la perturbation due au glissement.

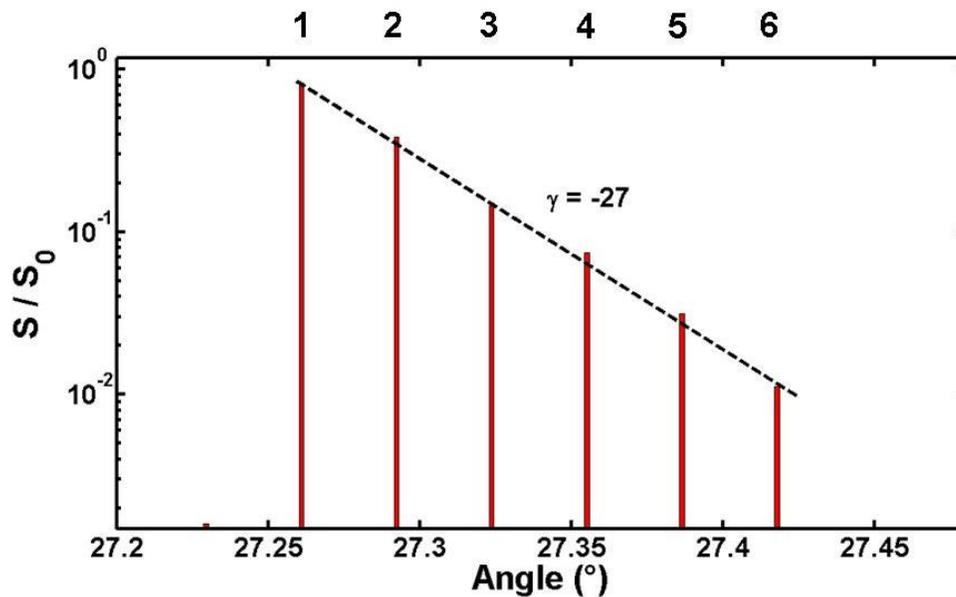


FIGURE 8.26 – Evolution de la fraction de surface réarrangée immédiatement après le précurseur. Chaque numéro se réfère à l’une des images de la figure 8.25.

Vers une dynamique de type stick-slip ?

Le comportement observé se rapproche des observations publiées sur le stick-slip dans les milieux granulaires [57, 58, 71]. La majorité des expériences mises en oeuvre consiste à tirer à vitesse constante une plaque posée sur un empilement. Le système atteint alors un état stationnaire constitué de mouvements intermittents de la plaque de type stick-slip. Dans nôtre situation, la configuration est plus compliquée car le phénomène observé n’est pas stationnaire. En effet, chaque précurseur donne lieu à une nouvelle configuration de l’empilement dont va dépendre le précurseur suivant. De plus, comme nous l’avons souligné plus haut, La réponse du système n’est pas homogène, un gradient longitudinal de déplacement est présent. Cependant, nous pouvons faire l’hypothèse qu’il existe une longueur pour laquelle l’effet du confinement longitudinal ne se fait plus ressentir. Cette hypothèse se justifie par les champs de déplacements présentés plus haut (Figure 8.21.) Nous avons identifié que les précurseurs correspondent à un glissement de la partie superficielle de l’empilement. La détermination des distances associées aux glissements est un sujet de recherche très actif en physique des tremblements de terre [72] par exemple mais également dans les milieux granulaires ([71]). Le modèle le plus simple serait de modéliser une portion de cette surface comme un patin qui glisse sur les couches inférieures, lié au reste du milieu par un ressort. (Figure 8.27). Le patin représente ici une portion de l’empilement et plus précisément une portion de la surface qui glisse lors des précurseurs. Le ressort K modélise l’interaction de cette portion avec le reste de la partie aval de l’empilement. Un ressort modélise la compression du milieu granulaire dans le sens de la pente au cours

des glissements successifs de l'ensemble de la surface¹².

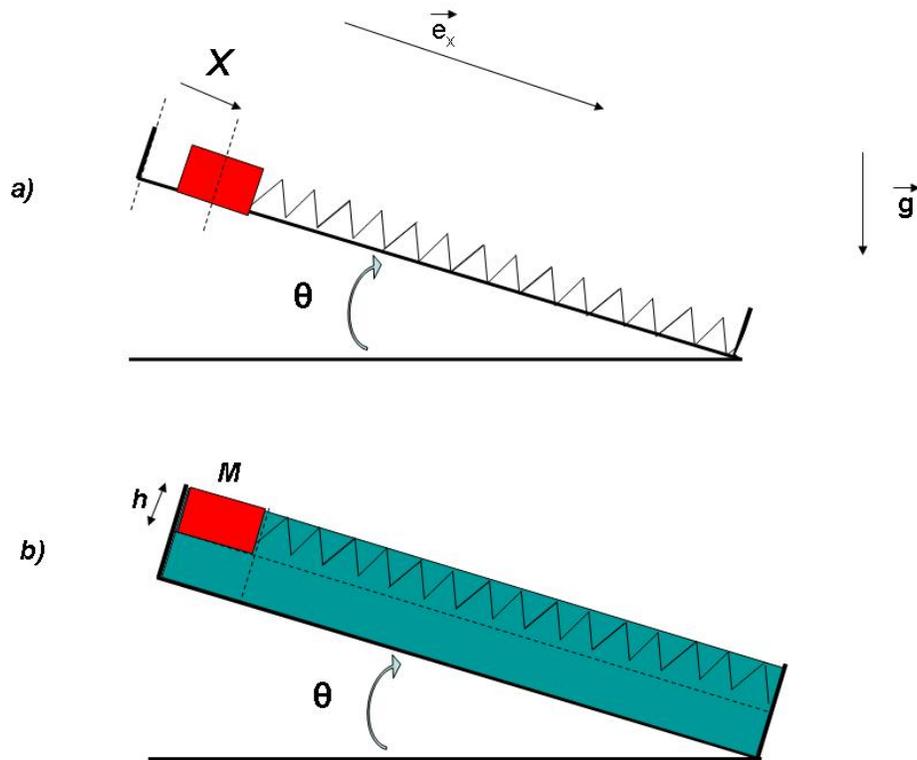


FIGURE 8.27 – Modélisation d'une portion de la surface qui glisse sur les couches inférieures durant un précurseur. a) Une portion de la surface qui glisse loin du bord de la boîte est isolée. L'interaction avec le reste du milieu est modélisée par un ressort compressif. b) Le système est alors équivalent à un patin sur un plan incliné lié à la boîte par un ressort.

Nous pouvons alors déterminer les forces qui s'appliquent sur une portion de cette surface mobile. Le patin, de masse $M = \int_0^h \rho \cdot z \cdot l_x \cdot l_y dz = \rho \cdot h \cdot l_x \cdot l_y$ où l_x et l_y sont les dimensions latérales du patin et h la hauteur de la couche glissante, subit alors les forces suivantes dans la direction \vec{e}_x :

- Son poids : $M \cdot g \cdot \sin(\theta) \vec{e}_x$
- Le frottement sur les couches inférieures : $-\mu_s \cdot M \cdot g \cdot \cos(\theta) \vec{e}_x$ en statique et $-\mu_d \cdot M \cdot g \cdot \cos(\theta) \vec{e}_x$ lors du mouvement.
- La force exercée par le ressort en compression : $-k \cdot X \cdot \vec{e}_x$ où k est la raideur du ressort et X le déplacement du patin par rapport à sa position d'équilibre.

La non-linéarité introduite ci dessus, due au changement du coefficient de frottement

12. Le déplacement des grains ne peut se faire sans dilatation, cette dilatation se fait ici perpendiculairement à la surface de l'empilement et nous la supposons faible devant les déplacements longitudinaux mis en jeu.

au passage de la phase statique à la phase dynamique, conduit à une dynamique classique de type stick-slip.

Le patin se met à bouger à un angle θ_d tel que :

$$-k.X + M.g.\sin(\theta_d) = \mu_s.M.g.\cos(\theta_d) \quad (8.16)$$

En considérant que la vitesse de rotation du plan est faible devant la vitesse de glissement (régime quasi-statique avec découplage des échelles temporelles). Le mouvement de la masse est alors décrit par l'équation suivante :

$$M.\ddot{X} = -k.X + M.g.(\sin(\theta_d) - \mu_d.\cos(\theta_d)) \quad (8.17)$$

Avec les conditions initiales suivantes : $X(t = 0) = X_i$ et $\dot{X}(t = 0) = 0$. la solution s'écrit :

$$X = \frac{M.g}{k}(\sin(\theta_d) - \mu_d.\cos(\theta_d)) + (\cos(\sqrt{\frac{k}{M}}.t))(X_i - \frac{M.g}{k}(\sin(\theta_d) - \mu_d.\cos(\theta_d))) \quad (8.18)$$

avec θ_d qui vérifie l'équation suivante :

$$-k.X_i = M.g.(\mu_s.\cos(\theta_d) - \sin(\theta_d)) \quad (8.19)$$

La masse s'arrête dès que $\dot{X} = 0$, c'est à dire au bout d'un temps : $T_s = \pi.\sqrt{\frac{m}{k}}$. Le déplacement de la masse par rapport à sa position initiale X_i est alors de :

$$\Delta X = \frac{2.M.g}{k}.\sin(\theta_d) - \mu_d.\cos(\theta_d) - X_i = \frac{2.M.g}{k}.\cos(\theta_d).\mu_s - \mu_d \quad (8.20)$$

En généralisant le raisonnement précédent, les glissements successifs de la masse sont alors déterminés par le système suivant : l'indice i se rapportant au numéro du glissement.

$$X_{i+1} = X_i + \frac{2.M.g}{k}.\cos(\theta_{i+1}).(\mu_s - \mu_d) \quad (8.21)$$

$$-k.X_i = M.g.(\mu_s.\cos(\theta_{i+1}) - \sin(\theta_{i+1})) = M.g.(\mu_s.\cos(\theta_{i+1}) - \sqrt{1 - \cos^2(\theta_{i+1})}) \quad (8.22)$$

$$X_0 = 0 \quad (8.23)$$

Les équations précédentes montrent que c'est le terme $\mu_s - \mu_d$, c'est à dire le détail microscopique de l'interaction des couches les unes sur les autres, qui contrôle l'amplitude des oscillations de stick-slip. Ceci permet de justifier la différence significative observée expérimentalement entre le comportement des billes mates teintées dans le volume et les billes teintées en surface qui ont un coefficient de friction statique plus élevé. Cependant,

bien que le système ci-dessus prévoio des glissements qui sont périodiques à l'image de ce qui est observé expérimentalement, la linéarité du ressort conduit à des déplacements qui sont constants lors des glissements successifs alors qu'ils semblent croître de façon exponentielle dans l'expérience. Il serait donc nécessaire d'introduire une rhéologie particulière pour rendre compte de ce phénomène [73]. En particulier, il faudrait tenir compte du couplage avec la direction perpendiculaire à l'empilement. En effet, dans le cas où le nombre de couches mises en jeu augmenterait avec l'angle d'inclinaison¹³, la masse mise en glissement n'est plus constante au cours de l'inclinaison. Il serait donc nécessaire d'évaluer le nombre de couches de grains mises en mouvement au cours des précurseurs. Ainsi une dépendance de M avec θ et donc avec X_i peut donner, d'après l'équation 8.21, une amplitude variable au cours des différents glissements. De plus, le paramètre k peut dépendre de la géométrie de l'empilement et en particulier de la compacité. Dans ce cas k est également une fonction de X_i , ce qui peut modifier l'amplitude des déplacements lors des différents glissements.

13. Des expériences qualitatives nous ont permis d'évaluer à environ 3 où 4 le nombre de couches de grains mises en jeu lors du dernier précurseur avant l'avalanche.

Conclusion et discussion dans le cadre de la transition de "jamming". Les expériences présentées consistent à faire passer un empilement granulaire d'un état bloqué ("jammed") à un état d'écoulement ("unjammed") sous gravité. Nous avons tout d'abord pu confirmer les résultats obtenus par Nerone et al.[28] sur le même type d'expériences. Le nombre de réarrangements augmente bien de façon exponentielle jusqu'à l'avalanche et des grands évènements de type "précurseurs" apparaissent quelques degrés avant l'angle d'avalanche.

– **Caractérisation de la transition**

De plus, nous avons mis en évidence et caractérisé la transition du régime des petits réarrangements au régime précurseur en montrant l'existence d'un changement de régime dans la dynamique du système avec une accélération de la dynamique. La transition est caractérisée par l'apparition de grands évènements de l'ordre de la taille de l'empilement qui apparaissent de façon quasi-périodique et dont la statistique diffère de celle des réarrangements. Nous avons également montré qu'il est possible de suivre l'évolution de la statistique de la taille des évènements et celle de leur densité pour identifier de façon précise l'angle auquel apparaît cette transition de régime. Des mesures acoustiques réalisées en collaboration avec V.Zaitsev ont montré que cette transition existe également dans le volume de l'empilement. Nous avons aussi étudié l'influence de certains paramètres extérieurs sur la dynamique des réarrangements. Nous avons montré que l'histoire du système a un grand rôle sur l'activité de l'empilement. En particulier la réponse du système à des inclinaisons cycliques montre que l'information sur l'état du système est majoritairement contenue dans l'orientation des contacts. Ceci est à la fois vérifié en surface et dans le volume de l'empilement.

– **Description des précurseurs**

Nous avons de plus mis en évidence l'importance du détail microscopique et en particulier du coefficient de frottement sur l'apparition des précurseurs et avons montré que leur apparition était sensible au niveau de bruit du système.

Enfin, nous avons précisé les observations de Nerone et al.[28] sur la nature de ces précurseurs. En effet, ces auteurs caractérisent les précurseurs comme la mise en mouvement synchronisée d'un ensemble de grains répartis de façon uniforme sur la surface de l'empilement, nous avons montré que ces précurseurs correspondent ici à des glissements de l'ensemble de la surface avec un déplacement des grains non uniforme dans la longueur de l'empilement à cause des conditions aux limites. Ces glissements successifs peuvent donner lieu à des répliques apparaissant partout à la surface qui expliquent les observations de Nerone.

– **Lien avec le "Jamming"**

Nous avons également montré que la dynamique du système jusqu'au régime précurseur pouvait être modélisé sur réseau 2D par un schéma à seuil de type automate cellulaire.

Enfin, la périodicité des glissements successifs dans le régime précurseur vont dans le sens d'une dynamique de type stick-slip non-stationnaire. Expérimentalement, les déplacements caractéristiques lors de ces événements sont de l'ordre de grandeur de la taille du grain et croissent avec l'angle d'inclinaison. Cette dernière observation ne peut être expliquée avec un modèle classique "masse-ressort" utilisée pour modéliser le stick-slip et montre l'intérêt de trouver une rhéologie pertinente pour caractériser la dynamique d'un milieu granulaire au voisinage du point de "jamming".[73].

Du point de vue des sciences de l'environnement, le sujet étudié est à rapprocher des nombreuses études sur la stabilité des sols ou celles des tremblements de terre. Le résultat principal concerne l'existence de ce point de transition pour caractériser l'approche du seuil de déclenchement. Nos précurseurs sont l'analogie de glissements de terrains pouvant avoir lieu dans le milieu naturel ou bien de glissements de plaques les unes sur les autres dans le cas des tremblements de terre. Nous avons montré que le confinement longitudinal avait un rôle prépondérant sur la dynamique des précurseurs mais aussi sur l'angle d'avalanche dans un empilement 3D malgré des distances qui sont de l'ordre de plusieurs centaines de tailles de grains. Il apparaît donc que la longueur des pentes, ainsi que les conditions aux limites au bas de celles-ci peuvent jouer un rôle prépondérant sur leur stabilité dans le milieu naturel. Cependant, le milieu naturel présente une plus grande complexité, avec la présence d'un éventuel fluide interstitiel dans le milieu, ou bien l'existence d'excitations extérieures, telles que de l'activité volcanique ou sismique, qui influent sur la stabilité. Ce bruit "extérieur" peut, comme nous l'avons montré précédemment, jouer fortement sur la dynamique du système. Et il est pratiquement présent dans toutes les situations expérimentales, industrielles ou même naturelles mettant en jeu des milieux granulaires. D'un point de vue physique, il est donc justifié d'introduire l'influence du bruit, c'est à dire des vibrations dans la dynamique des milieux granulaires, et en particulier dans l'étude du "jamming". Dans la partie suivante, nous étudions numériquement la dynamique d'un ensemble de grains soumis à des taps modélisant des vibrations appliquées au système. Notre objectif étant de caractériser la dynamique du système pour ce type de sollicitation.

Troisième partie

Dynamique d'un milieu granulaire soumis à des tapes

Dans cette partie, nous présentons des résultats obtenus sur la dynamique d'un milieu granulaire soumis à des tapes. Bon nombre des résultats présentés ici ont été publiés dans l'article joint en annexe D et certains points rapidement présentés dans l'article seront détaillés dans cette partie. Les travaux expérimentaux entrepris sur la dynamique d'un milieu granulaire soumis à des tapes permettent, dans la majorité des cas, de ne remonter qu'aux variables macroscopiques qui caractérisent l'empilement et en particulier à sa compacité.

Il est en effet encore difficile aujourd'hui¹⁴ de suivre la trajectoire de l'ensemble des grains de l'empilement sur des temps longs avec une résolution suffisante. Le recours à des simulations numériques se justifie alors pour caractériser la dynamique d'évolution du système à l'échelle locale au sein de l'empilement.

14. Il est cependant possible de suivre des grains au sein de l'empilement par des méthodes en fluide iso-indice mais rien ne prouve que la présence d'un fluide interstitiel ne modifie pas la dynamique d'évolution du système. De plus, ces méthodes sont difficiles à mettre en oeuvre sur des temps longs car il faut assurer la stabilité du mélange iso-indice qui a tendance à s'évaporer. On peut aussi, dans une certaine mesure, essayer de la faire en tomographie aux rayons X mais cela nécessite des équipements plus lourds.

Chapitre 9

Simuler la compaction

9.1 Les différents types de simulations

Deux approches sont possibles pour simuler le comportement des milieux granulaires.

- La première consiste à tenter d'identifier les paramètres physiques qui contrôlent le phénomène que l'on veut mettre en évidence. Ensuite, l'objectif est de mettre au point un modèle minimaliste ne gardant que les ingrédients véritablement nécessaires pour expliquer tel ou tel phénomène. Cette approche est très puissante lorsque l'on a affaire à des systèmes présentant une forme d'universalité. En effet, bon nombre de mécanismes physiques obéissent à des lois qui ont un bassin d'attraction bien connu¹. Dans ce cas, il est possible de simuler des systèmes complexes en ne gardant que les ingrédients de base associés au phénomène² et en oubliant les nombreux détails microscopiques qui peuvent être présents dans une situation expérimentale donnée.

Les modèles d'automates cellulaires, tels que celui utilisé dans la partie précédente, sont une classe type de telles simulations. La simulation de type Monte-Carlo utilisée dans la suite s'inscrit dans ce type de modèle puisque seule la contrainte stérique est prise en compte dans l'interaction entre les grains.

- Une autre approche consiste à vouloir simuler le plus fidèlement possible les lois physiques associées à tel ou tel phénomène. Ces simulations sont d'un grand intérêt quand le détail des interactions joue un grand rôle à toutes les échelles. Elles permettent de déterminer avec précision quelles sont les caractéristiques des grains ou les conditions expérimentales qui influent sur le phénomène étudié. Ces méthodes sont par exemple la dynamique moléculaire ou bien encore la dynamique des contacts. Nous renvoyons les lecteurs aux nombreux ouvrages sur le sujet et en particulier à celui de G. C. Barker spécialisé sur les milieux

1. Par exemple, bien des marches aléatoires appartiennent au bassin d'attraction de la loi de Gauss.

2. Dans le cas d'une marche, c'est la sommation de variables indépendantes (ou tout au moins exemptes de corrélations à longue portée) identiquement distribuées avec une distribution, $P(l)$ de la longueur des pas, qui converge au moins en $\frac{1}{l^2}$.

granulaires [74]. En revanche, ces méthodes sont souvent très coûteuses en temps de calcul et rendent difficile une approche statistique des phénomènes observés.

9.2 La simulation Monte-Carlo utilisée à Rennes

Nous présentons ici la simulation Monte Carlo utilisée à Rennes pour étudier la dynamique d'un ensemble de grains soumis à des vibrations mécaniques. L'utilisation d'une simulation avec un schéma Monte-Carlo présente un avantage par rapport aux simulations de type Tetris [75] ou même de type parking [76]. En effet, la dynamique individuelle des grains dans ce type de modèle est très éloignée du mouvement réel de ces derniers. L'idée étant là de rendre compte de la dynamique globale³ du système lors des sollicitations.

La simulation présentée ici fait partie de nombreux travaux développés à Rennes ces dix dernières années. Initialement mise au point par Pierre Philippe [9] et reprise par Philippe Ribière [10] lors de sa thèse, le principe de ce code est celui de Barker et Metha [77]. Il consiste à faire subir à un empilement initial de sphères dures un ensemble de sollicitations (des tapes) durant lesquelles les grains se réorganisent sous l'effet de la gravité et des contraintes stériques.

Ce code présente deux atouts majeurs. D'une part, il tend à s'approcher des conditions expérimentales puisque les objets étudiés sont des sphères dures et que les lois qui régissent l'évolution du système tiennent compte des ingrédients essentiels dans la dynamique de la compaction que sont la gravité, moteur des réorganisations, et l'absence d'interpénétration des grains.

D'autre part, il permet de simuler dans des temps raisonnables un très grand nombre de sollicitations⁴. Une partie de mon travail de thèse a consisté à utiliser ce code pour étudier la dynamique individuelle des grains ainsi que les corrélations pouvant apparaître lors des sollicitations modélisant des vibrations mécaniques appliquées à un empilement granulaire. Ce code a subi quelques améliorations depuis sa version originelle. Nous présentons donc dans le détail les caractéristiques de celui-ci dans le paragraphe suivant.

9.3 Principe et détail de la simulation

La simulation utilisée modélise l'évolution de 4096 sphères dures de rayon R contenues dans un cube de $32R$ de côté. Un exemple d'empilement est représenté sur la figure 9.1.

Dans la suite, les positions seront exprimées en unité D dans le système d'axes (XYZ) représenté sur la figure 9.1. Des conditions aux limites périodiques sont utilisées dans les

3. on suppose que la dynamique de compaction dépend peu du détail microscopique de l'interaction entre les constituants.

4. Environ une semaine pour 10.000 tapes. Ce temps dépend des paramètres de simulation choisis

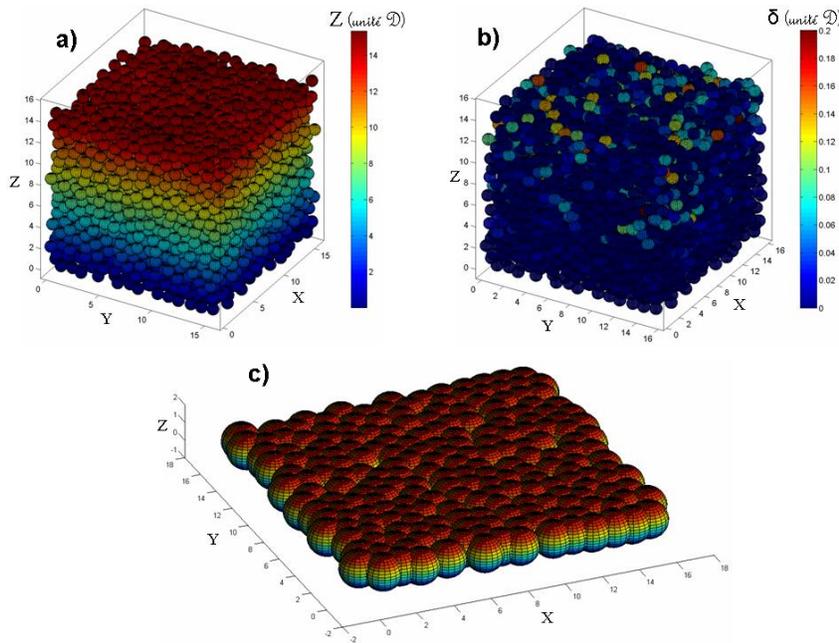


FIGURE 9.1 – a) Image de l’empilement avec échelle de couleur indiquant la hauteur, z des grains. b) Image de l’empilement avec échelle de couleur proportionnelle au déplacement, δ , des grains entre deux taps. c) Exemple de fond rugueux utilisé dans la simulation.

directions X et Y . Le fond de l’empilement est constitué de billes fixes situées en $Z = 1/2$. Ce fond représente un fond rugueux et est obtenu par une méthode de pluviation⁵. Le reste de l’empilement initial est préparé avec la même méthode.

Le but est de garder un fond désordonné afin d’éviter une cristallisation de l’ensemble de l’empilement qui a été mise en évidence par P. Ribière [10] durant sa thèse. Le fond restant fixe pendant toute la simulation, divers fonds rugueux et empilements initiaux qui correspondent à différentes configurations de grains, sont disponibles. Cependant, aucune différence significative n’a été observée entre des simulations réalisées avec divers empilements initiaux.

La dynamique du système lors d’une tape est décomposée en deux étapes :

1. La dilatation

Au cours de chaque tape, l’empilement est tout d’abord dilaté verticalement. Pour toute particule i de position initiale (X_i, Y_i, Z_i) avant la tape, sa position après dilatation devient $(X_i, Y_i, Z_i = \frac{1}{2} + (Z_i - \frac{1}{2})(1 + \epsilon))$. Les grains qui constituent le fond, situés en $Z = \frac{1}{2}$, ne bougent donc pas. Le reste de l’empilement a subi une homothétie de paramètre de dilatation ϵ .

Ce paramètre ϵ est une mesure de l’intensité des sollicitations appliquées à l’empile-

5. Les billes sont lâchées une par une de la surface et descendent jusqu’au fond par une série de petits mouvements où elles restent collées.

ment. Des mesures expérimentales, réalisées par P. Ribière[10], à l'aide d'une caméra rapide sur un empilement réel lors d'une sollicitation ont montré que ce type de dilatation est très proche de la réalité expérimentale.

2. La redéposition

Une fois l'empilement dilaté, les billes sont redéposées avant de subir une nouvelle tape. Afin d'observer des réarrangements collectifs, la redéposition doit se faire de façon non séquentielle. L'algorithme de redéposition est présenté sur la figure 9.2.

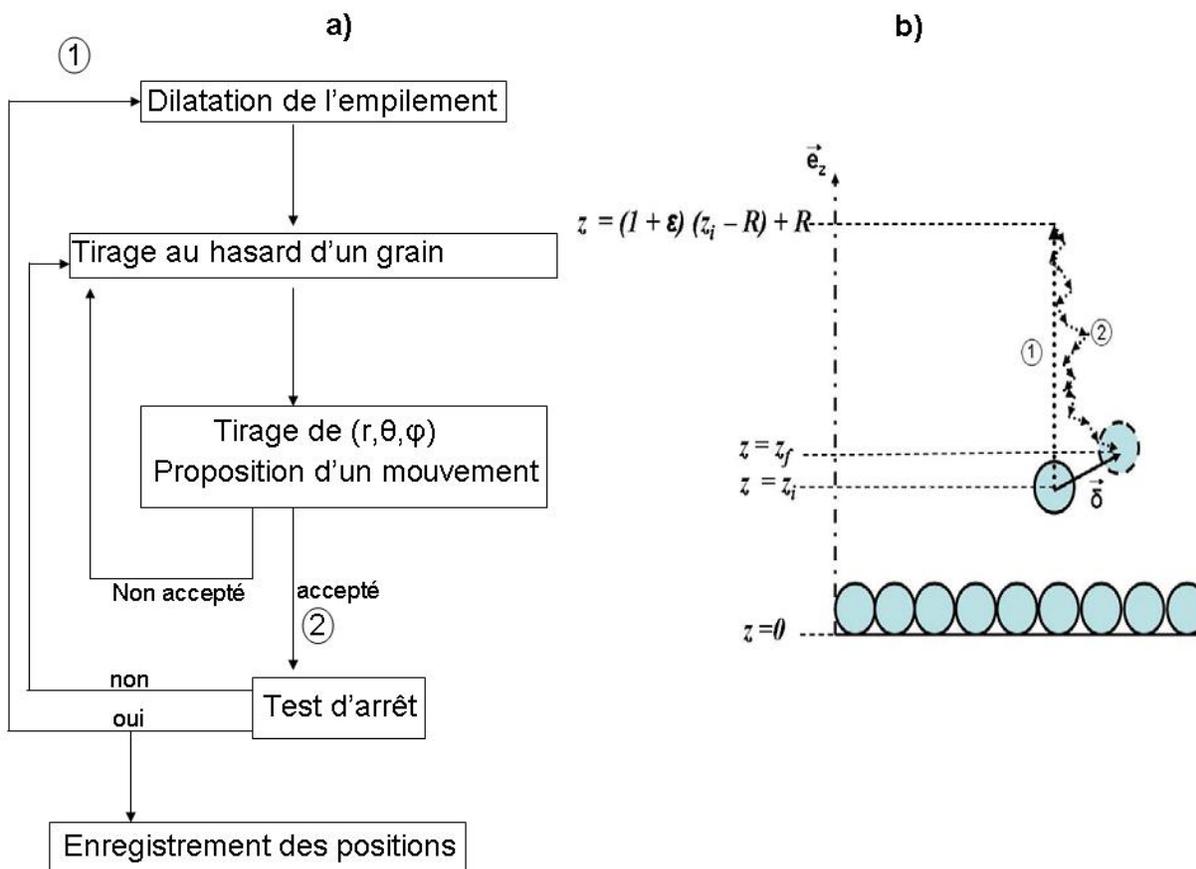


FIGURE 9.2 – a) Présentation des différentes étapes de l'algorithme. b) Schéma de la phase de dilatation et de redéposition.

L'une des billes est choisie au hasard et un mouvement, caractérisé en coordonnées sphériques par ses coordonnées (r, θ, ϕ) , lui est proposé. Si ce mouvement n'entraîne pas d'interpénétration avec un autre objet, il est accepté avec la probabilité 1 sinon il est refusé. Une nouvelle bille est ensuite tirée au hasard et un nouveau mouvement est proposé. Ce processus de relaxation se poursuit tant que le critère de convergence de l'algorithme n'est pas atteint.

Mouvements proposés aux grains

- la norme des déplacements proposés, r , est tirée suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0; 0.1]$. Le plus grand mouvement élémentaire lors de la redéposition est donc de 0.1 diamètre de grains.
- θ est tiré suivant une loi gaussienne de valeur moyenne nulle, c'est à dire centrée dans la direction de la gravité, et de variance $\frac{\pi}{4}$. Cette distribution est tronquée entre $[0; \frac{\pi}{2}]$ ⁶ pour empêcher le mouvement de grains dans le sens contraire à la gravité. Les particules du fond, quant à elles, ne sont pas réorganisées. Elles restent fixes durant toute la simulation.
- L'invariance des propriétés physiques par rotation autour de l'axe ascendant conduit à prendre un angle azimutal, ϕ , uniforme entre $[0; 2\pi]$. Pierre Philippe[9] a discuté l'effet de ces différents paramètres sur les résultats obtenus. En particulier, le choix de la variance de la distribution de θ est un compromis entre la compacité maximale pouvant être obtenue pour un ϵ donné et le temps de calcul nécessaire pour l'atteindre. En effet, plus la variance est faible, plus le nombre de mouvements latéraux est faible et plus les mouvements acceptés sont efficaces pour compacter. A l'inverse, pour des variances importantes, le nombre de déplacements latéraux augmente. Le nombre de déplacements acceptés augmente mais ils sont moins efficaces pour la compaction.

Le test d'arrêt de la sollicitation

La simulation est telle que les billes ne sont jamais en contact. Tout mouvement qui conduirait à une interpénétration est refusé. Par conséquent, il existe toujours des valeurs de déplacements qui peuvent être acceptées. Il est donc nécessaire d'introduire un critère d'arrêt lors de la phase de redéposition. Le critère retenu porte sur la variation de l'altitude moyenne de l'empilement, Z_{moy} . La redéposition s'arrête des que la variation relative d'altitude, $\frac{\Delta Z_{moy}}{Z_{moy}}$, de l'empilement devient inférieure à 10^{-6} . Le nombre de mouvements acceptés par bille est de l'ordre de 50 avant que le test de sortie ne soit satisfait.

Au cours de ma thèse, j'ai apporté quelques modifications au code présenté ci-dessus. Tout d'abord, lors de la phase de redéposition les billes étaient initialement tirées au hasard avant qu'un petit mouvement leur soit proposé. Cependant, le volume libre créé autour des grains après la phase de dilatation n'est pas le même selon l'altitude du grain dans l'empilement. Puisque la norme proposée lors d'un mouvement est indépendante de cette altitude, il apparaît donc que la probabilité qu'un mouvement soit accepté est plus grande en haut de l'empilement. Nous avons donc introduit une dépendance avec l'altitude dans le tirage des grains à redéposer. En effet, plus un grain est haut plus il doit être tiré souvent car sa probabilité d'acceptation d'un mouvement de norme donnée est plus grande. Pour

6. Comme elle est tronquée, sa variance n'est plus $\frac{\pi}{4} \approx 0.785398$ mais 0.535424.

prendre en compte ce biais, le milieu est divisé en couche d'épaisseur $1D$. le nombre de particules est ensuite évalué dans chaque couche. Une couche l^7 est tout d'abord choisie suivant une loi gaussienne tronquée entre zéro et la hauteur de l'empilement.

$$P(l) = A.exp(-(\frac{l}{l_0})^2) \quad (9.1)$$

où A est une constante de normalisation et l_0 est pris égal à $8D$. Le choix de l_0 n'est pas critique sur la dynamique observée. Ceci n'est pas étonnant puisque l'équilibre global de l'empilement est fixé par le test de convergence sur les fluctuations de la hauteur moyenne de l'empilement. Une fois la couche tirée, les grains qui appartiennent à cette couche sont répertoriés. L'un de ces grains est ensuite tiré au hasard et un mouvement lui est proposé selon les loi énoncées dans le paragraphe précédent. Que le mouvement soit accepté ou non, une nouvelle couche est ensuite tirée suivant la loi 9.1, un grain est tiré au hasard et un mouvement lui est proposé. Cet algorithme continue jusqu'à ce que le critère de convergence mentionné dans le paragraphe précédent soit vérifié. Cette modification a été introduite afin de rendre le système plus homogène. En effet, que ce soit P. Philippe [9] ou bien ensuite P. Ribière [10], tous deux ont rapporté un caractère hétérogène des profils de compacité obtenus par simulation. Cependant, les études de ces deux auteurs ont montré que le comportement du système au cours du processus de tapping est très proche du comportement obtenu expérimentalement. En tout état de cause, malgré le changement introduit dans le processus de redéposition, l'évolution de la compacité globale observée en simulation avec la nouvelle version du code reste très similaire, comme nous le montrerons dans la suite, à celle obtenue par P.Philippe et P.Rivière avec l'ancienne version du code.

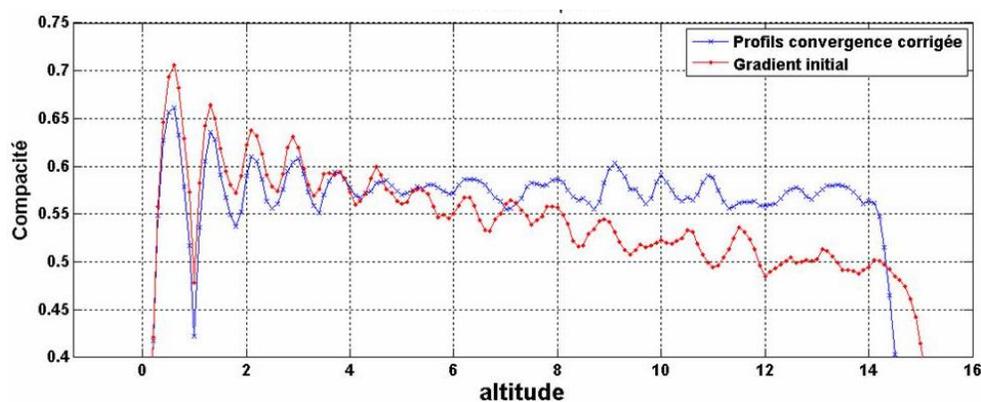


FIGURE 9.3 – Profils de compacité(en rouge) pouvant être obtenus avec le code initial et profil corrigé par la modification des règles de tirage. $\epsilon = 0.05$

7. L'origine des couches est prise à la surface de l'empilement

Remarques sur la simulation

Ce type de simulation est à la fois peu coûteux en temps de calcul⁸ et intéressant de part ses ingrédients. En effet, seules des contraintes stériques dictent le mouvement des grains lors de la redéposition. Cet ingrédient est essentiel pour deux raisons. D'une part, les bons résultats obtenus par des méthodes de type Tetris ou de parking pour reproduire la dynamique de compaction montrent que le détail de l'interaction entre les constituants élémentaires ne semble pas primordial pour reproduire le comportement observé expérimentalement. D'autre part, le point commun à ces modèles est la présence de contraintes géométriques. Notre code garde certes cet ingrédient essentiel tout en rendant pertinente l'étude de la dynamique à l'échelle des constituants élémentaires puisque ceux-ci sont des sphères. Les paramètres géométriques sont donc ceux relatifs aux empilements de sphères dures, ce qui rend la structure de l'empilement comparable à celui d'empilements réels malgré l'absence de contacts entre les grains.

Cette simulation rend donc possible l'étude des effets coopératifs qui peuvent avoir lieu lors de la réorganisation des grains dans des empilements denses sous sollicitations. Ceci est d'autant plus vrai que ce type d'étude nécessite des statistiques élevées souvent difficiles à obtenir avec des méthodes de type DEM ou de dynamique des contacts. Elle s'inscrit donc parfaitement dans le cadre de la problématique énoncé dans l'état de l'art (chapitre 3) sur l'intérêt de caractériser la dynamique de relaxation d'un milieu granulaire sous sollicitations.

8. Comparé aux temps de calcul des méthodes de type DEM ou bien de dynamique des contacts par exemple

Chapitre 10

Etat stationnaire

10.1 Evolution de la compacité.

Les études successivement menées par P. Philippe [9] et par P. Ribière [10] au cours de leurs thèses ont conduit à caractériser la dynamique de compaction. Nous en rappelons ici quelques résultats essentiels. La dynamique de compaction n'est pas à proprement dit le sujet abordé dans ce manuscrit et nous renvoyons les lecteurs aux travaux antérieurs pour plus de détails.

Il a notamment été montré que la compacité du système présente une évolution lente jusqu'à atteindre un état stationnaire.

La figure 10.1 présente l'évolution de la compacité, pour différentes valeurs de ϵ , en fonction du nombre de sollicitations appliquées à l'empilement au cours de notre simulation. La compacité est calculée en évaluant le volume occupé par l'empilement. Ce volume est égal à $l * L * h$ où $l=L = 16$ est la dimension latérale fixe de l'empilement et h la hauteur moyenne de la surface libre de l'empilement qui dépend de la compacité. Pour l'évaluer, nous détectons les grains qui se trouvent à la surface de l'empilement et nous calculons leur altitude moyenne. Le nombre de grains étant fixe, $N = 4096$, la compacité est donnée par $\phi = \frac{N \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3}{16 \cdot 16 \cdot h}$ avec $R = \frac{1}{2}$.

Nous obtenons également un état stationnaire au cours du processus de densification de l'empilement comme le montre la figure 10.1. En effet, la compacité augmente et atteint un état stationnaire après environ 10000 sollicitations. Nous observons également sur l'insert de la figure 10.1 que la compacité finale dépend du paramètre de dilatation ϵ . En particulier, la compacité est d'autant plus élevée que le paramètre ϵ est faible.

En plus de la compacité globale de l'empilement, nous avons accès au "volume local" occupé par les grains. Ce volume est défini par le volume des cellules de Voronoi associées à chaque grain dans l'état stationnaire. La figure 10.2 présente la distribution des volumes élémentaires des cellules de Voronoi de l'empilement dans l'état stationnaire. La statistique

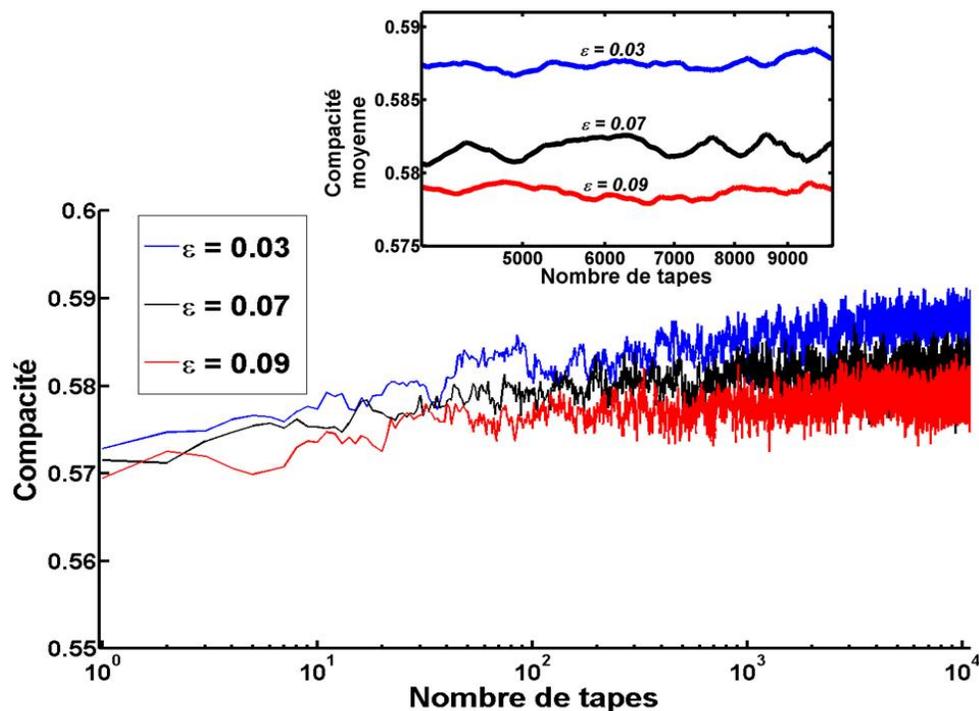


FIGURE 10.1 – Evolution de la compacité pour trois valeurs du paramètre ϵ . L'insert présente la compacité moyenne entre la 4000^{ème} et la 10.000^{ème} sollicitation.

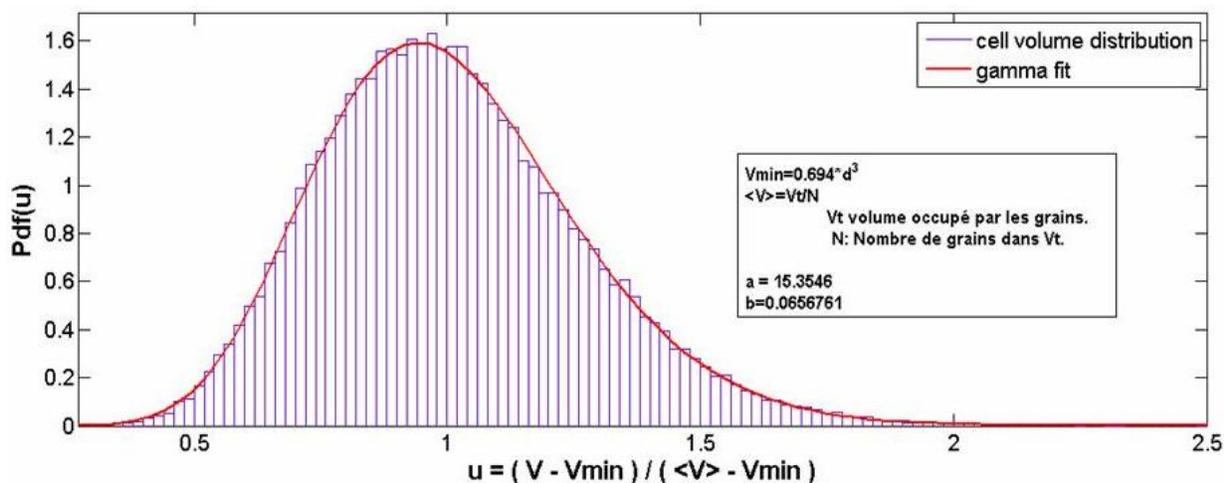


FIGURE 10.2 – Distribution des volumes des cellules de Voronoi de l'empilement dans l'état stationnaire. La normalisation utilisée pour le volume est celle proposée par T. Aste[78]. La distribution est ajustée par la loi 10.1.

est effectuée sur un ensemble de 1200 empilements. La normalisation du volume utilisée est celle proposée par T. Aste et al.[78]. $V_{min} \approx 0.694.D^3$ désigne le volume de la plus petite cellule de Voronoi qui peut être construite dans un empilement de sphères monodisperses et $\langle V \rangle$ désigne le volume moyen occupé par chaque grain. La distribution de $u = \frac{V-V_{min}}{\langle V \rangle - V_{min}}$ est ajustée par une loi gamma de la forme :

$$f(u) = \frac{u^{a-1}e^{-\frac{u}{b}}}{b^a \Gamma(a)} \quad (10.1)$$

L'ajustement fournit les valeurs $a = 15.3$ et $b = 0.06$. Le bon ajustement et la valeur de a vont dans le sens des conclusions de T. Aste et al. [78] sur l'existence d'une distribution universelle des volumes élémentaires dans des empilements monodisperses de sphères. [78] L'analyse des distributions de volume permet par des méthodes de recouvrement d'histogrammes d'extraire la compacité définie par Edwards et al. [79] de l'empilement et d'obtenir une "entropie granulaire". [80]

L'état stationnaire obtenu est parfaitement défini dans le sens où il ne dépend pas de l'état initial mais seulement de l'intensité de la sollicitation, ϵ . [10] En revanche, le chemin suivi par le système pour atteindre cet état stationnaire dépend de l'état initial et plus précisément de la compacité initiale de l'empilement.

Toutes les études qui suivent porteront sur la caractérisation de la dynamique aussi bien à l'échelle globale qu'à l'échelle locale dans cet état stationnaire. En plus d'être bien défini, il présente l'avantage de pouvoir faire une hypothèse d'ergodicité. Nous supposons que dans cet état stationnaire, les moyennes d'ensembles sont équivalentes aux moyennes temporelles. Cette hypothèse facilite l'évaluation des fonctions de corrélations étudiées dans la suite en remplaçant les moyennes d'ensembles par des moyennes temporelles.

Une information sur la structure de l'empilement est également donnée par le profil de compacité. Ces profils sont déterminés en réalisant des coupes de l'empilement pour différentes hauteurs. Pour chaque coupe, nous évaluons la surface interceptée par des grains. Pour un grain, i , situé à une distance $\alpha_i < R$ du plan de coupe, la surface interceptée, I_{α_i} , vaut : $I_{\alpha_i} = \pi \cdot \sqrt{R^2 - \alpha_i^2}$. les grains tels que $\alpha_i > R$ n'interceptent pas le plan et donc $I_{\alpha_i} = 0$.

La compacité $2D$ dans cette coupe est donc $\phi_{2D} = \frac{\sum_i I_{\alpha_i}}{L.l}$

Nous présentons sur la figure 10.3 l'évolution de la compacité dans la hauteur de l'empilement. Nous observons des oscillations en bas de l'empilement qui correspondent à une organisation des grains en pseudo-couches. Il faut noter que la position de ces pics est indépendante de la valeur de ϵ . Ceci montre que c'est la couche du fond dont la compacité est fixée qui est responsable de ces observations. La présence d'un fond fixe ou la compacité est fixée tend à influencer sur les premières couches en les organisant. Plus haut dans l'empilement, les oscillations disparaissent et la compacité devient plus homogène.

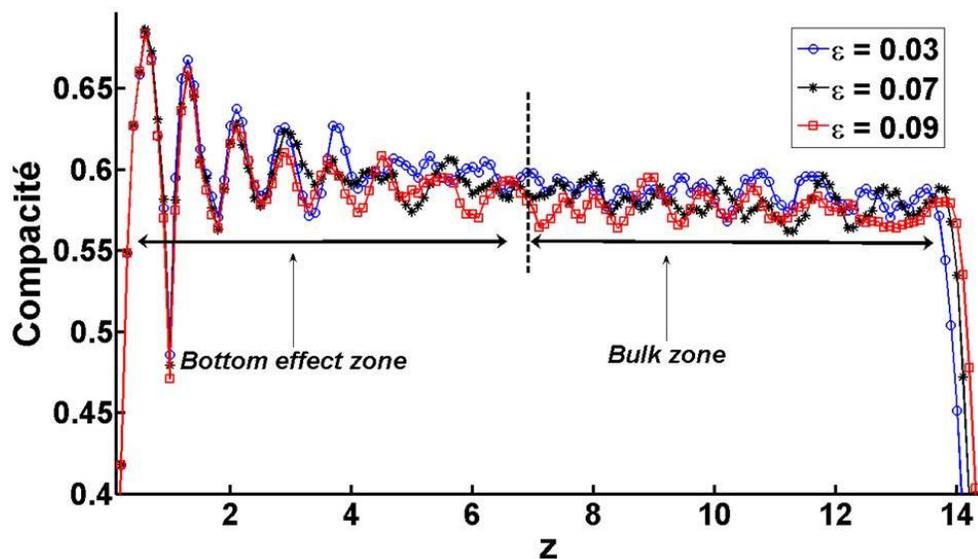


FIGURE 10.3 – Profils de compacité obtenus dans l'état stationnaire pour trois valeurs de ϵ .

10.2 Caractérisation du déplacement des grains.

Nous avons caractérisé le déplacement des grains dans l'état stationnaire. De part la transformation homothétique de l'empilement lors de la phase de dilatation, nous nous attendons à avoir une dépendance en z des déplacements des grains entre deux tapes. Entre deux tapes, nous pouvons écrire les expressions des déplacements d'un grain d'altitude initiale z_0 dans le système d'axes présenté sur la figure 10.4 :

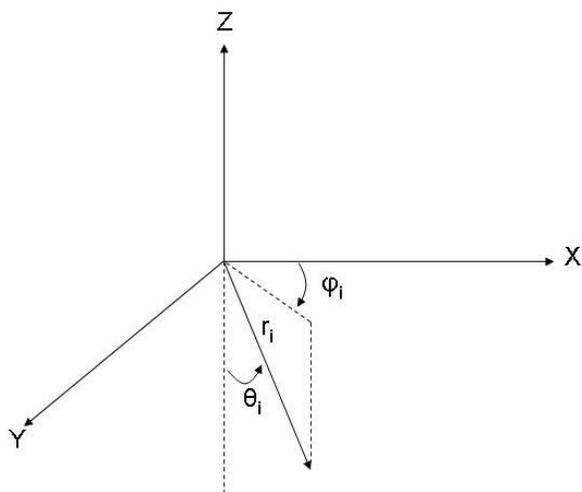


FIGURE 10.4 – Caractérisation du mouvement élémentaire d'une bille au cours de la phase de redéposition.

$$\delta_x = \sum_{i=1}^N r_i \cdot \sin(\theta_i) \cdot \cos(\varphi_i) \quad (10.2)$$

$$\delta_y = \sum_{i=1}^N r_i \cdot \sin(\theta_i) \cdot \sin(\varphi_i) \quad (10.3)$$

$$\delta_z = \epsilon \cdot z_0 - \sum_{i=1}^N r_i \cdot \cos(\theta_i) \quad (10.4)$$

Le déplacement, $\vec{\delta}$, d'un grain entre deux sollicitations est la somme des N déplacements élémentaires de paramètres (r_i, θ_i, ϕ_i) qu'il a effectué durant la phase de redéposition après la phase de dilatation. Les relations précédentes donnent les expressions des projections de ce déplacement dans le système d'axe présenté figure 10.4. Il est important de noter que la distribution à posteriori des paramètres $(r_i, \theta_i, \varphi_i)$ qui caractérisent les déplacements élémentaires effectués par chaque grain pendant la phase de redéposition n'a aucune raison d'être identique aux distributions à priori des paramètres (r, θ, φ) qui caractérisent les déplacements élémentaires proposés pendant cette même phase. La différence entre ces distributions est une signature de la selectivité des déplacements due aux effets stériques.

10.2.1 Sélection des mouvements : influence des effets stériques

Pour caractériser l'influence des effets stériques, nous avons étudié les mouvements acceptés par les grains au cours de la phase de redéposition. En partant d'un empilement initial quelconque, nous avons réalisé une unique sollicitation. Nous avons enregistré pour chaque grain les caractéristiques des mouvements acceptés lors de la redéposition. Afin d'obtenir une statistique suffisante, nous avons réalisé cette sollicitation plusieurs fois en changeant la graine du générateur aléatoire mais en partant du même état initial. La figure 10.5 présente les distributions des paramètres $(r_i, \cos(\theta_i), \varphi_i)$ pour un grain quelconque. La forme des distributions ne dépend pas du grain choisi, seul le paramètre d'échelle change à cause d'une dépendance en Z des déplacements. Ce point sera discuté plus en détail dans le paragraphe suivant.

La figure 10.5b) montre que la distribution de φ_i est uniforme sur $[0, 2\pi]$, c'est à dire identique à celle des angles proposés. Le système conserve donc son invariance par rotation autour de l'axe Z . Pour θ_i , la distribution des mouvements proposés est comme déjà dit précédemment une gaussienne de variance $\frac{\pi}{4}$ de la forme $P(\theta) = \theta_a \cdot e^{-\frac{\theta^2}{\theta_0^2}}$ tronquée entre 0 et $\pi/2$. La distribution de $\kappa = \cos(\theta)$ qui en résulte est de la forme :

$$Q(\kappa) = P(\theta) \frac{d\theta}{d \cos(\theta)} = \theta_a \cdot \frac{e^{-\frac{\arccos^2(\kappa)}{\theta_0^2}}}{\sqrt{1 - \kappa^2}} \quad (10.5)$$

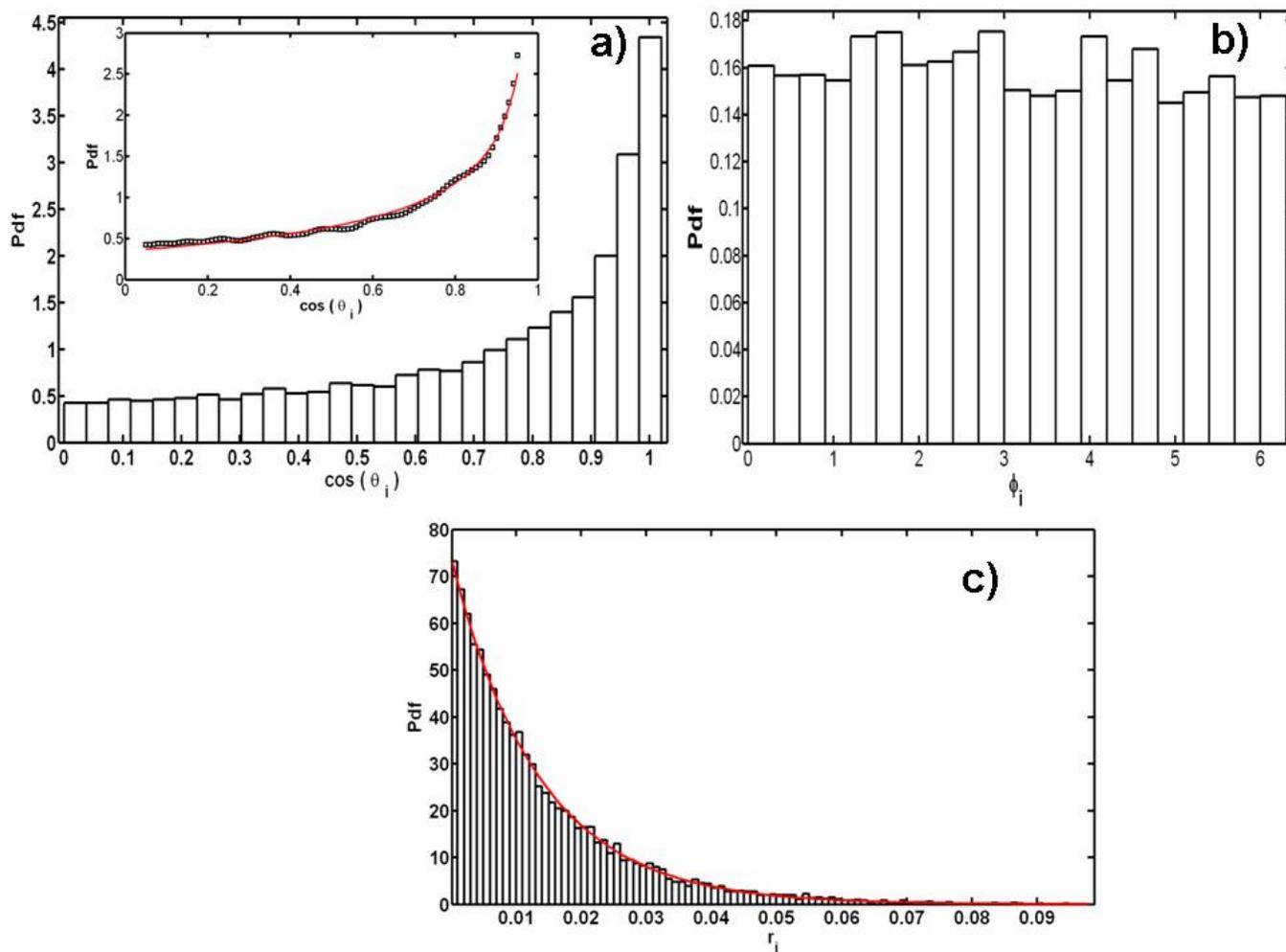


FIGURE 10.5 – a) Distribution de $\cos(\theta_i)$ accepté par un grain lors de la redéposition. Insert : ajustement de la distribution par la loi 10.5. b) Distribution de ϕ_i accepté par un grain lors de la redéposition. c) Distribution de la norme des mouvements élémentaires acceptés, r_i par un grain lors de la redéposition. Ajustement par une loi exponentielle.

L'insert de la figure 10.5a) présente un ajustement par la méthode des moindres carrés de la distribution des $\cos(\theta_i)$ acceptés par la loi 10.5. Les paramètres obtenus sont : $\theta_a = 0.84$ et $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$. Ces résultats montrent que la distribution des $\cos(\theta_i)$ acceptés est très proche de celle proposée dans les règles de redéposition. Aucune autre direction privilégiée à part celle liée à la gravité n'apparaît. Bien qu'il n'y ait pas de sélection angulaire, la norme des déplacements est fortement influencée par les effets stériques comme le montre la figure 10.5c). En effet, bien que la norme des déplacements proposée soit uniforme sur l'intervalle $[0, 0.1]$, la norme des déplacements acceptés ne l'est pas. La distribution obtenue sur la figure 10.5c) est ajustée par une loi exponentielle de forme $e^{-\frac{r_i}{r_0}}$ avec $r_0 = 0.0136$. Les effets stériques durant la phase de redéposition donnent lieu à une sélection de la norme des déplacements élémentaires dont la distribution est exponentielle. Plus une bille se rapproche de celle immédiatement en dessous d'elle plus les déplacements acceptés sont une faible fraction du segment $[0 - 0.1]$ correspondant aux normes proposées.

Un autre paramètre important qui détermine la façon dont les grains vont se redéposer est le nombre, N , de déplacements effectués par un grain lors de la phase de redéposition. La figure 10.6 présente cette distribution. Cette dernière est ajustée par une loi Gamma de forme :

$$f(N) = \frac{N^{a-1} e^{-\frac{N}{b}}}{b^a \cdot \Gamma(a)} \quad (10.6)$$

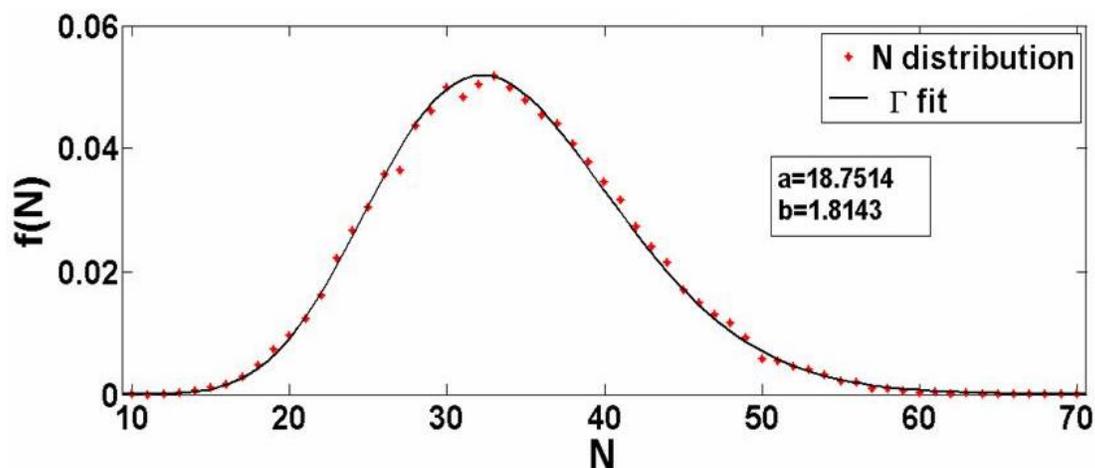


FIGURE 10.6 – Distribution du nombre de mouvements acceptés par un grain au cours de la phase de redéposition. La distribution est ajustée par la loi 10.6.

Ce nombre de redépositions est à relier au volume libre du grain après la dilatation. Il dépend bien évidemment du paramètre ϵ mais également, à ϵ fixé, des lois choisies pour la sélection des mouvements élémentaires durant la phase de redéposition. La loi gamma est assez générale et se retrouve dans la distribution des cellules de Voronoi des empilements

granulaires ([78] et figure 10.2).

10.2.2 Dépendance avec l'altitude du déplacement des grains

Lors de la redéposition, la dilatation fait que les grains situés le plus haut dans l'empilement "visitent" plus d'espace selon X et Y . L'amplitude des déplacements doit donc dépendre de la hauteur dans l'empilement. Pour vérifier ceci, nous avons enregistré les déplacements $\vec{\delta}$ entre deux tapes dans l'état stationnaire pendant environ 40.000 sollicitations. Pour chaque sollicitation, les grains ont été classés par couches suivant leur hauteur, H est égale à la partie entière de leur altitude, z .

La figure 10.7 présente la distribution de la longueur, $\delta = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2 + \delta_z^2}$, des déplacements pour chaque couche H . L'insert de la figure 10.7 montre qu'à la fois la valeur moyenne et la variance de ces distributions augmentent de façon linéaire avec l'altitude H . En effet, lors de la dilatation, un grain à une altitude z se retrouve translaté d'une quantité $\epsilon.z$. Par conséquent, l'espace libre dépend de z , le grain effectue ensuite une marche au hasard avec les règles mentionnées plus haut. La probabilité qu'il se retrouve "loin" de son point de départ dépend de z et augmente donc avec z .

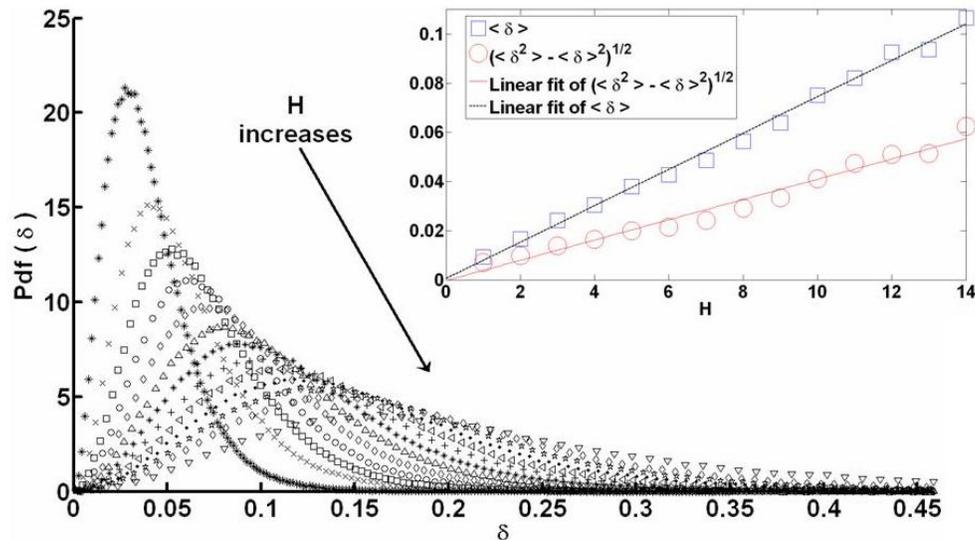


FIGURE 10.7 – Longueur, δ , des déplacements entre deux sollicitations dans l'état stationnaire en fonction de la hauteur, H , de la couche dans l'empilement. Insert : Evolution de la moyenne et de la variance de la distribution des déplacements en fonction de la hauteur dans l'empilement.

Nous avons tenté d'ajuster les distributions présentées sur la figure 10.7 par une loi du χ à 3 degrés de liberté mais l'ajustement n'est pas convaincant avec de gros écarts dans les queues de distributions. Cette loi pourtant classique dans le cas de marches aléatoires

pour lesquelles les 3 composantes δ_x , δ_y , δ_z des déplacements sont gaussiennes¹ ne sont pas vérifiées ici. Le paragraphe suivant traite des propriétés des déplacements et montrent l'existence d'un bassin d'attraction non gaussien pour les marches aléatoires des grains dans cette simulation.

10.2.3 Distribution des déplacements

Nous avons montré dans le paragraphe précédent que la longueur du déplacement des grains dépendait de la hauteur. Il semble donc que les caractéristiques des trajectoires des grains dépendent également de la hauteur. Ainsi, nous avons représenté sur la figure 10.8 des exemples de trajectoires de grains pour différentes hauteurs dans l'empilement. Les trajectoires sont d'autant plus diffuses que le grain se trouve haut dans l'empilement. Au fond de l'empilement, la figure 10.8a) montre que le grain est très confiné. Il reste bloqué par les cages formées par ses voisins et s'en échappe durant quelques sollicitations avant d'être rebloqué à nouveau. La taille de ces "cages" est de 0.1 diamètre de grain. Il ne faut pas voir cet effet comme celui d'un grain effectuant des sauts d'une cage formée par ses voisins à une autre. Par les déplacements mis en jeu, ils correspondent plutôt à des déformations des cages. Cet effet de cage disparaît peu à peu lorsque l'on monte dans l'empilement. Il est encore légèrement présent au milieu de l'empilement comme le montre la figure 10.8b) et est totalement absent pour les grains situés à la surface. Les trajectoires de grains situés près de la surface sont beaucoup plus diffuses et sont isotropes.

La distribution des déplacements suivant la direction X , δ_x , est représentée sur la figure 10.9. Les distributions pour différentes hauteurs, H , ont été centrées et réduites. La variable représentée est donc $u = \frac{\delta_x - \langle \delta_x \rangle}{\sigma_x}$ où $\langle \delta_x \rangle$ désigne la valeur moyenne de δ_x qui est nulle et σ_x son écart type. Pour comparaison, une gaussienne standard est représentée. Nous pouvons observer un excédent de grands événements, $|u| > 3$, par rapport au cas gaussien. Cette particularité est l'une des caractéristiques des milieux hors équilibre (chapitre 3). Nous proposons d'ajuster ces distributions par une loi de type Student 10.7 qui donne plus d'importance aux événements dans les queues de distributions :

$$P(\delta_x) = \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\sigma_x \cdot \sqrt{\nu \cdot \pi}} \left(\frac{\nu + \left(\frac{\delta_x - \langle \delta_x \rangle}{\sigma_x} \right)^2}{\nu} \right)^{-\frac{\nu+1}{2}} \quad (10.7)$$

L'ajustement donne ν , dit "nombre de degrés de liberté" égal à 6.2. La loi de Student converge vers une loi gaussienne lorsque $\nu \rightarrow +\infty$.

Il est intéressant de souligner l'importance et l'universalité des lois de type Student dans bon nombre de situations physiques où des hétérogénéités ou bien des corrélations à longues portées sont présentes. Des théories issues des travaux de Tsallis [81] sur les q-gaussiennes,

1. Des gaussiennes indépendantes et centrées.

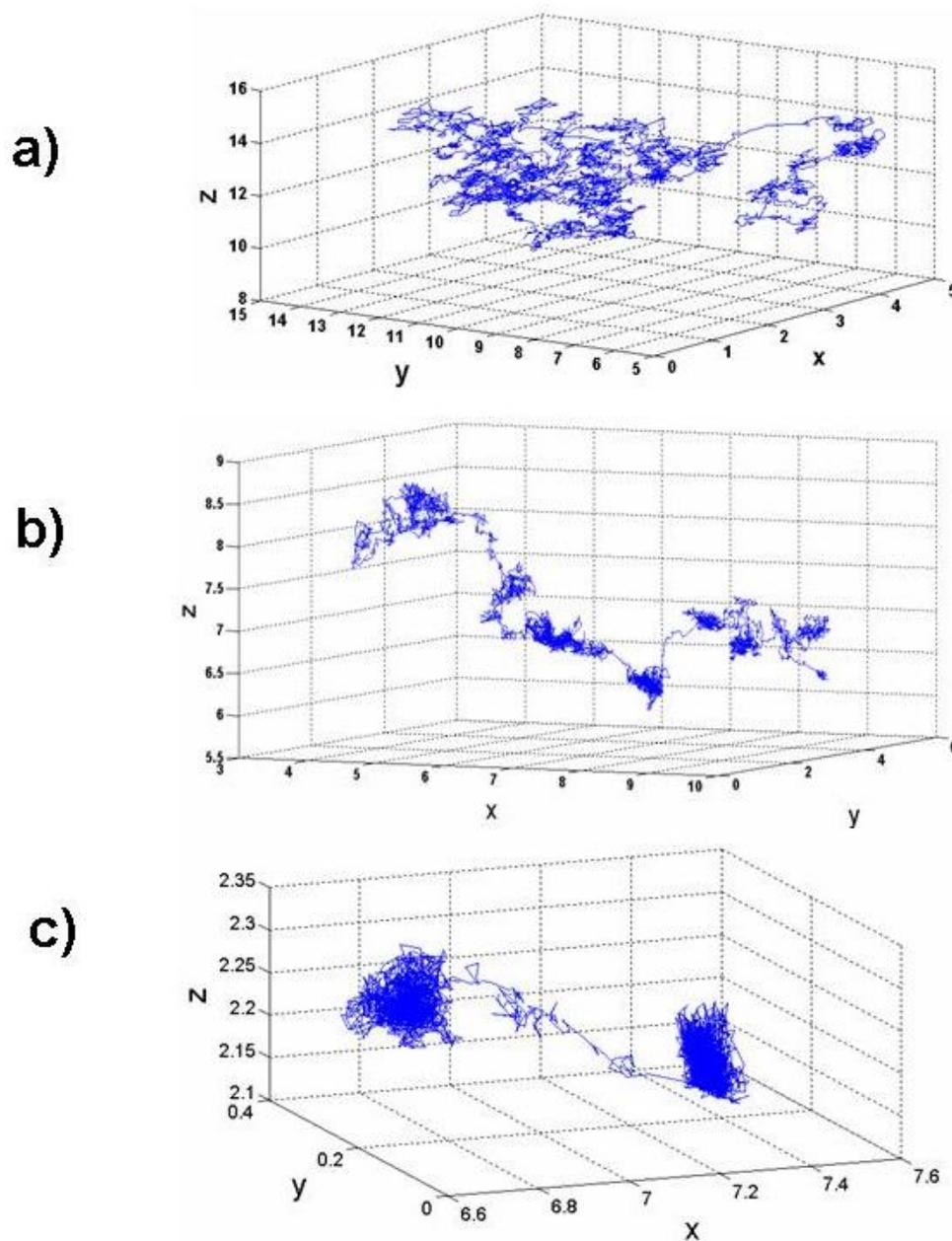


FIGURE 10.8 – Exemples de trajectoires de grains se situant à différentes hauteurs dans l’empilement. a) A la surface, $z \approx 13$. b) Au milieu de l’empilement $z \approx 7$. c) Au fond de l’empilement $z \approx 2$. Les trajectoires représentées correspondent à une même durée de simulation.

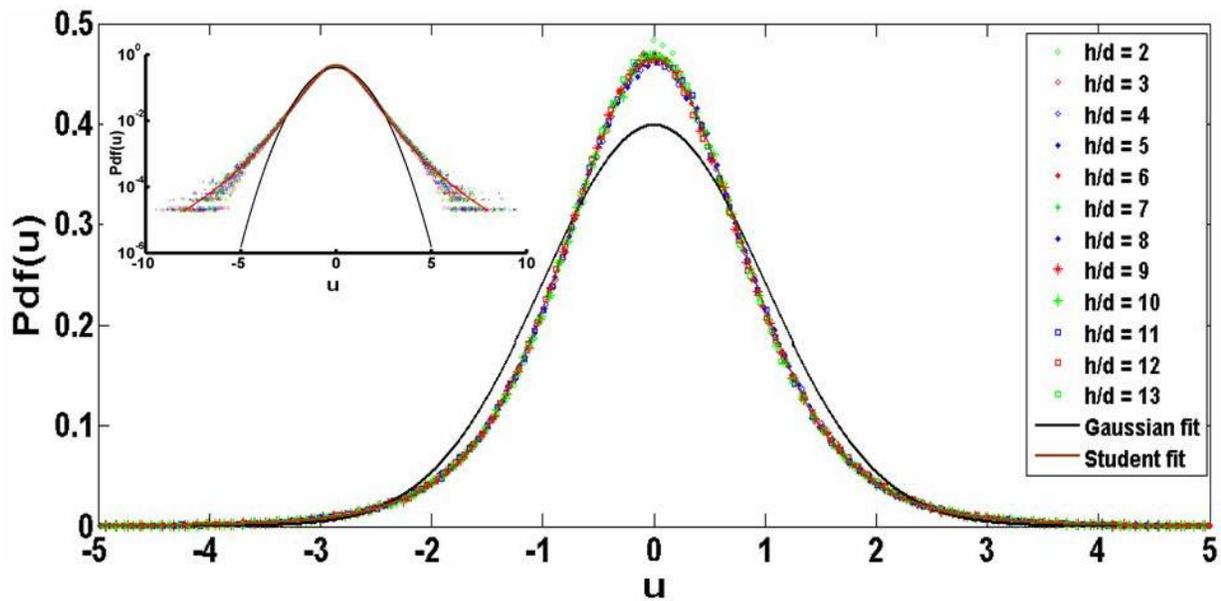


FIGURE 10.9 – Distribution centrée et réduite de la composante des déplacements suivant X pour différentes hauteurs H . Insert : Représentation Semi Log. Une gaussienne standard $N(m = 0, \sigma = 1)$ est également représentée. Les distributions "expérimentales" ont été ajustées par une loi de type Student (10.7).

dont la loi de Student est un cas particulier, tentent d'identifier précisément le bassin d'attraction de ce type de loi. La littérature récente a tendance à attribuer l'observation de ce type de statistique à la présence de corrélations à longues portées [83] et même à une théorie thermodynamique non-extensive proposée par Tsallis [81, 82] pour décrire les systèmes éloignés de l'équilibre.

Les auteurs cités ci-dessus montrent en particulier que les q -gaussiennes seraient un attracteur pour certains systèmes corrélés². Elles correspondent aux distributions qui maximisent l'entropie au sens de Tsallis sous certaines contraintes. Cette théorie est une extension de la mécanique statistique classique (Gibbs-Boltzmann) qui pourrait expliquer l'apparition de distribution larges de type Student. D'autres travaux [84] précisent que ces distributions peuvent apparaître dans des systèmes sans corrélations à longue portée décrits par une thermodynamique statistique classique. Il suffit pour cela qu'un paramètre intensif qui décrit le système présente une hétérogénéité. La loi de Student provient alors de la convolution d'une distribution normale qui décrit les propriétés du système dans le cas homogène avec une loi large de type gamma³. Les lois de Student obtenues sont alors des mélanges de gaussiennes avec des distributions larges de facteurs d'échelle.

L'importance des hétérogénéités macroscopiques est également mise en évidence dans

2. Des contestations ont cependant été apportées par Hilhorst

3. ou une convolution avec une loi de puissance

les théories dites "superstatistiques" [85] destinées à décrire par exemple des écoulements hydrodynamiques ou atmosphériques turbulents [86] ou même la croissance de forme dans les écoulements de Rayleigh-Bénard, voire l'évolution des marchés financiers lors des échanges internationaux [87].

A la lumière des travaux mentionnés plus haut, les hétérogénéités présentes dans notre système ainsi que d'éventuelles corrélations peuvent être responsables de l'apparition d'une distribution de Student des déplacements.

Nous venons de caractériser la distribution de l'ensemble des déplacements, mais il est également intéressant de caractériser la distribution des extremas. Au cours de la simulation, il est possible de classer pour chaque couche H les déplacements par ordre décroissant et de regarder la distribution du plus grand déplacement, du second plus grand déplacement et ainsi de suite jusqu'au i -ème plus grand déplacement. Le but est de savoir si les déplacements appartiennent tous à la même classe ou bien si il existe des valeurs particulières des déplacements qui ont une distribution différente de celles des autres. Le résultat pour les quatre plus grands déplacements pour $H = 3$ et $H = 7$ est présenté sur la figure 10.10.

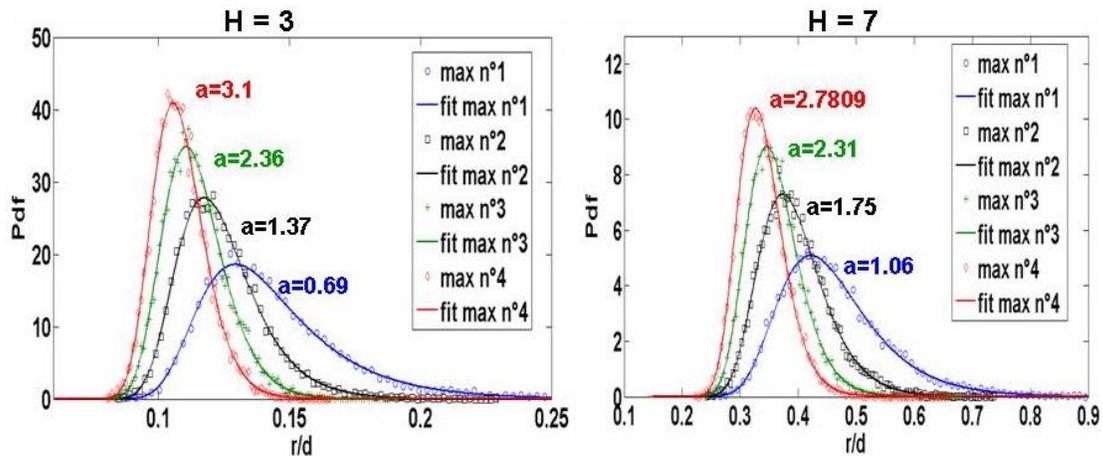


FIGURE 10.10 – Distribution des i -èmes plus grands déplacements dans une couche au cours d'une simulation. Les graphes de droite et gauche correspondent respectivement à $H = 3$ et $H = 7$. Les distributions ont été ajustées par la loi 10.8.

La distribution de ces extremas suit une loi du type Gumbel généralisée :

$$g_{a,\theta,s}(x) = \frac{a^a |\theta|}{\Gamma(a)} \exp(a \{ \theta(x - s) - \exp(\theta(x - s)) \}) \quad (10.8)$$

La théorie sur les valeurs extrêmes de Gumbel [88] prédit que $a = i$ pour le i -ème maximum. Bien que d'apparence complexe, cette loi n'a en réalité qu'un seul vrai paramètre ajustable a . Les paramètres s , et θ sont respectivement la moyenne et un facteur d'échelle.

Théoriquement, le plus grand évènement $i = 1$ vérifie la loi de Gumbel avec $a = 1$, le 2nd maximum suit la loi de Gumbel généralisé avec $a = 2$, le 3^{ème} avec $a = 3$ et ainsi de suite. C'est à dire que la distribution du i -ème maximum doit vérifier une loi de Gumbel généralisée avec $a = i$. Les résultats obtenus (figures 10.8) montrent que les valeurs de a que nous trouvons sont pour la plupart inférieure à la valeur prévue par la théorie. Cette différence peut provenir du fait que cette théorie s'applique particulièrement aux distributions dites exponentielles⁴ alors que les distributions initiales des déplacements sur lesquelles nous traitons de la distribution des maxima présentent des écarts à la loi de Gauss dans les queues de distributions. Néanmoins, nos résultats sur les extrémas nous montrent que tous les déplacements appartiennent à la même classe dans le sens où ils sont tous ajustables par la même loi. Ceci est également vrai pour différentes couches comme le montre la figure 10.10.

Les résultats précédents montrent que le processus de redéposition ne suit pas le théorème de la limite centrale. C'est un processus de diffusion anormale qui converge vers une loi de type Student présentant un excédent de grands évènements. La statistique des grands évènements converge en loi vers une distribution de type Gumbel généralisé et il semble également que tous les évènements appartiennent à la même classe. Il n'existe pas de classe particulière de grands évènements de type "saut" dont les propriétés statistiques différencieraient des autres évènements. Toutes ces observations sont faites dans l'état stationnaire et vont dans le sens des observations de P. Ribière [10] qui affirme ne pas avoir observé de "sauts" dans l'état stationnaire alors qu'ils sont observés durant la phase de compaction. Ces résultats semblent montrer que dans l'état stationnaire, les déplacements dans une cage (figure 10.8) obéissent à la même statistique que les déplacements correspondant à la sortie de la cage.

Les résultats précédents concernent les déplacements suivant X , l'invariance par rotation autour de Z entraîne que tous nos résultats sont transposables dans la direction Y . Ce n'est cependant pas le cas dans la direction Z . La figure 10.11 permet de comparer les distributions des déplacements suivant X et Z .

Cette figure montre que la distribution des déplacements suivant Z est différente de celles suivant X et Y . Nous observons une asymétrie dans la distribution suivant Z avec une longue queue vers les Z négatifs. Ceci montre que les grands mouvements ont lieu vers le bas de l'empilement, c'est à dire dans le sens de la gravité. Malgré cette asymétrie, la valeur moyenne de la distribution est nulle⁵, ce qui est en accord avec le fait que nous soyons dans un état stationnaire.

4. au sens général ce terme inclus les distributions qui décroissent exponentiellement tel que la distribution normale ou la distribution exponentielle.

5. La queue est compensée par un épaulement pour les Z positifs

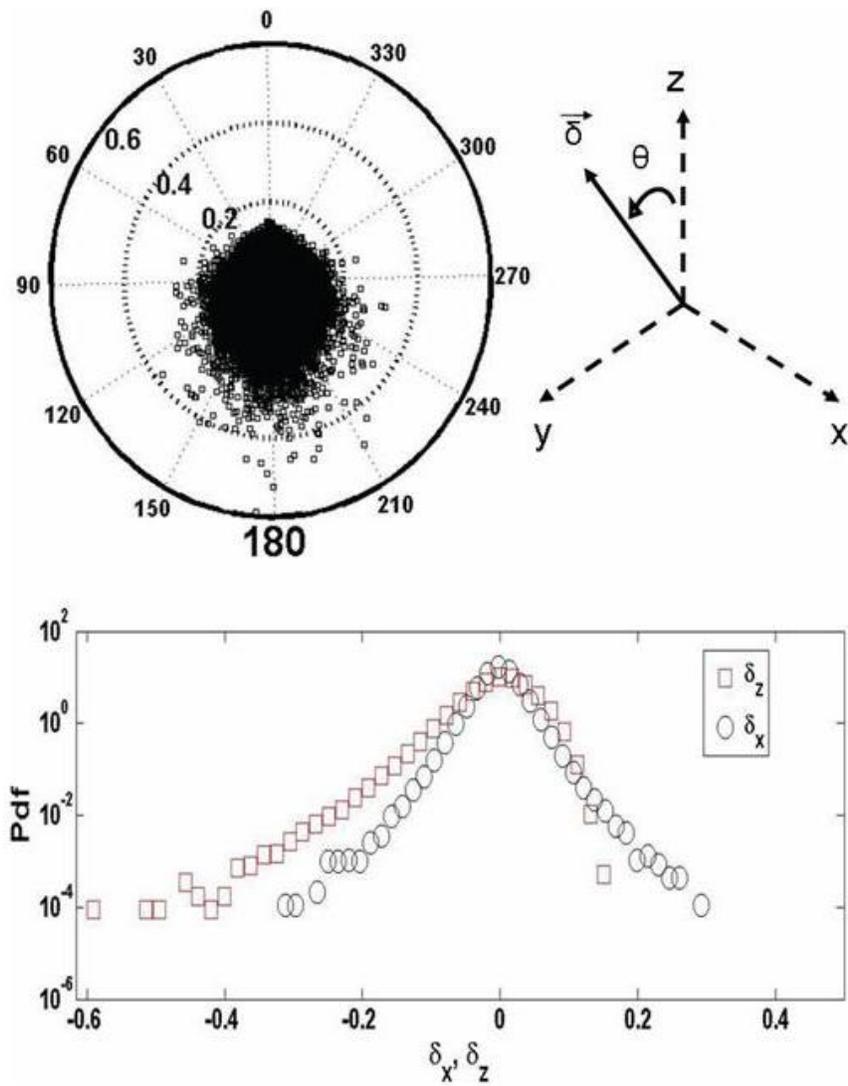


FIGURE 10.11 – Haut : Distribution de l'angle, θ , que fait le déplacement avec la direction Z . Bas : Distribution de δ_x et δ_z pour $H = 5$. $\epsilon=0.03$.

10.2.4 Bilan

Certaines conclusions peuvent déjà être tirées sur les caractéristiques du système dans l'état stationnaire. La sollicitation proposée aux grains entraîne une hétérogénéité des déplacements dans la hauteur de l'empilement, en accord avec les observations de Mehta et al [89] sur le même type de simulation. Cette observation demande à être confirmée expérimentalement par des expériences permettant d'observer le mouvement des grains sur des temps longs à l'intérieur d'un empilement granulaire⁶. Nous avons de plus caractérisé le déplacements des grains en montrant que la dynamique de redéposition n'est pas brownienne mais présente une distribution de type Student dont l'origine pourrait provenir à la fois de l'hétérogénéité du système ou de la présence de corrélations à longue portée entre les déplacements. Nous avons également caractérisé la distribution des extremas en montrant que les déplacements semblent appartenir à une même classe. Dans le chapitre suivant, nous étudions l'existence d'éventuelles corrélations entre le mouvement des grains et nous caractérisons la relaxation de la dynamique dans l'état stationnaire.

6. Des mesures en fluide-isoindice devraient permettre ce genre d'étude

Chapitre 11

Caractérisation de la dynamique dans l'état stationnaire

Dans cette partie, notre but est de caractériser la dynamique du système tout en tenant compte de l'hétérogénéité spatiale mise en évidence dans le chapitre précédent. A l'échelle globale, nous cherchons à caractériser la relaxation de la dynamique et à mettre en évidence d'éventuelles hétérogénéités et, à l'échelle locale, d'éventuelles corrélations entre le mouvement des grains.

11.1 Relaxation de la dynamique

Dans ce paragraphe, nous caractérisons la dynamique du système. L'idée est de comparer la relaxation du système avec le cas général où la diffusion est normale. La quantité que nous introduisons pour cette caractérisation est $G(r, t)$. Elle représente la probabilité pour qu'une particule se déplace d'un vecteur \vec{r} entre $t = 0$ et le temps t , c'est à dire le rapport entre le nombre de particules qui se sont déplacées de \vec{r} pendant dt et le nombre total de particules étudiées (équation 11.1).

$$G(\vec{r}, t) = \frac{\text{Nombre de particules s'étant déplacées de } \vec{r} \text{ pendant } dt}{\text{Nombre total de particules}} \quad (11.1)$$

Pour un ensemble de particules $i \in \{1, N\}$ présentes en $r_i(\vec{0})$ à l'instant initial $t = 0$ et qui se retrouvent en $r_i(\vec{t})$ à l'instant t , $G(\vec{r}, t)$ prend la forme suivante (équation 11.2) :

$$G(\vec{r}, t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(\vec{r} - (\vec{r}_i(t) - \vec{r}_i(0))) \quad (11.2)$$

La fonction δ désigne ici la fonction de Dirac. Pour obtenir une statistique correcte, il

est nécessaire de moyenner sur l'ensemble des réalisations (equation 11.3) :

$$G(\vec{r}, t) = \overline{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(\vec{r} - (\vec{r}_i(t) - \vec{r}_i(0)))} \quad (11.3)$$

Dans toute la suite, \overline{X} désigne une moyenne sur les réalisations de la variable aléatoire X .

Sous les hypothèses suivantes :

1. *Les hétérogénéités spatiales doivent varier lentement (c'est à dire que le volume élémentaire doit intégrer les inhomogénéités).*
2. *Les temps sur lesquels la dynamique est étudiée doivent être longs devant les temps microscopiques (c'est à dire qu'un équilibre local doit être atteint).*

La quantité $F_s(\vec{k}, t)$, appelée fonction de Van-Hove, définie comme la transformée de Fourier de $G(\vec{r}, t)$ s'écrit :

$$F_s(\vec{k}, t) = \overline{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \int_0^{+\infty} e^{j\vec{k} \cdot \vec{r}} \delta(\vec{r} - (\vec{r}_i(t) - \vec{r}_i(0))) \cdot d\vec{r}} = \overline{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{j\vec{k} \cdot (\vec{r}_i(t) - \vec{r}_i(0))}} \quad (11.4)$$

Introduisons la fonction de corrélation à 2 points $C_i(t)$ définie par :

$$C_i(t) = \overline{A_i^*(t) A_i(0)} \quad (11.5)$$

où l'on a posé $A_i(t) = e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}_i}$.

La fonction $F_s(\vec{k}, t)$ prend alors la forme d'une moyenne des fonctions de corrélations temporelles à 2 points, $C_i(t)$, de l'ensemble des particules :

$$F_s(\vec{k}, t) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{j=N} C_i(t) \quad (11.6)$$

De plus les variations de F_s avec k nous renseignent sur les propriétés de diffusion. En effet, dans le cas d'une diffusion isotrope $G(\vec{r}, t) = G(|\vec{r}|, t) = G(r, t)$, ce qui conduit à

$$F_s(k, t) = F_s(|\vec{k}|, t) = \overline{\int_{r=0}^{\infty} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} r^2 \sin(\theta) G(r, t) e^{j.k.r \cdot \cos(\theta)} dr \cdot d\theta \cdot d\phi} \quad (11.7)$$

On obtient alors :

$$\left. \frac{\partial^2 F_s}{\partial k^2} \right|_{k=0} = \overline{-\frac{4}{3} \pi \int_{r=0}^{+\infty} G(r, t) r^4 dr} \quad (11.8)$$

elles sont à relier à l'écart quadratique moyen, $\overline{r^2(t)}$, en prenant l'origine de l'espace et du temps à zéro :

$$\overline{r^2(t)} = \overline{\int_0^\infty r^2(t)G(r,t)4\pi.r^2dr} = -3.\frac{\partial^2 F_s}{\partial k^2}\Big|_{k=0}. \quad (11.9)$$

Cas du mouvement brownien

Dans le cas d'un processus de diffusion de type brownien, la quantité $G(\vec{r}, t)$ vérifie l'équation de diffusion :

$$\frac{\partial G(\vec{r}, t)}{\partial t} = D.\nabla^2 G(\vec{r}, t) \text{ avec } G(\vec{r}, 0) = \delta(\vec{r}) \quad (11.10)$$

où D désigne le coefficient de diffusion relié aux caractéristiques microscopiques du système étudié. La quantité $F_s(\vec{k}, t)$ vérifie $\frac{\partial F_s(\vec{k}, t)}{\partial t} = -D.k^2.F_s(\vec{k}, t)$ et prend donc la forme d'une exponentielle décroissante :

$$F_s(\vec{k}, t) = \exp(-k^2.D.t) \quad (11.11)$$

et on retrouve à partir de 11.9, la relation classique reliant l'écart quadratique au coefficient de diffusion dans le cas brownien, $\overline{r^2(t)} = 6.D.t$.

Dans tous les calculs précédents, des simplifications apparaissent si l'on est dans un état stationnaire (les moyennes d'ensemble peuvent être remplacées par des moyennes temporelles).

Calcul appliqué dans le cadre de la simulation de tapping

Les hypothèses évoquées dans le paragraphe précédent nous imposent de faire une homogénéisation. En effet, nous avons montré dans la section précédente que la dynamique du système dépendait de la hauteur H , dans l'empilement. Nous avons donc calculé la fonction $F_s(\vec{k}, t)$ pour chaque couche de l'empilement. Nous étudions donc les propriétés de diffusion pour un ensemble de particules qui appartiennent initialement à la même couche, H . Nous appellerons dans la suite $\vec{d}_i(t, \tau)$ le déplacement du grain i entre t et $t + \tau$, et $N(t)$ le nombre de grains dans la couche H à l'instant t . $F_s(\vec{k}, t)$ s'exprime pour la couche H sous la forme :

$$F_s(\vec{k}, \tau) = \langle f_s(\vec{k}, t, \tau) \rangle_t = \left\langle \frac{1}{N(t)} \sum_{i=1}^{N(t)} e^{j\vec{k}.\vec{d}_i(t, \tau)} \right\rangle_t \quad (11.12)$$

où $f_s(\vec{k}, t, \tau)$ désigne la valeur instantanée de la fonction de Van-Hove. $\langle \rangle_t$ désigne ici une moyenne sur l'origine des temps, t . Nous avons donc remplacé les moyennes d'ensemble par des moyennes temporelles, cette hypothèse d'ergodicité se justifie de part le fait que nous nous trouvons dans un état stationnaire bien défini. L'intégration sur une sphère unité pour éliminer les dépendances angulaires (hypothèse d'isotropie) donne l'expression 11.13 que nous avons utilisée pour calculer $F_s(\left| \vec{k} \right|, \tau)$.

$$F_s(\left| \vec{k} \right|, \tau) = \left\langle \frac{1}{4.\pi.N(t)} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \sum_{i=1}^{N(t)} e^{j\vec{k}.\vec{d}_i(t, \tau)} \sin(\theta) d\theta d\phi \right\rangle_t \quad (11.13)$$

Le vecteur \vec{k} est une mesure des déplacements à sonder. Sa norme peut se mettre sous la forme $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{L_c}$ où L_c est une longueur caractéristique qui détermine l'ordre de grandeur des déplacements à étudier. Nous choisissons de prendre cette longueur égale au diamètre des grains, D , seule longueur microscopique caractéristique du système. Ainsi, dans la suite nous prendrons $|\vec{k}| = 2\pi$ (Nous rappelons que les distances sont exprimées en unités de D dans toute la simulation). La figure 11.1 présente les résultats obtenus pour la partie réelle de $F_s(|\vec{k}|, \tau)$ lors d'une simulation de paramètre $\epsilon = 0.03$. Nous remarquons tout d'abord que la relaxation du système dépend de la couche considérée et donc de la hauteur dans l'empilement. En particulier, la relaxation de la dynamique est d'autant plus lente que la couche considérée est profonde dans l'empilement, c'est à dire que H est faible. Les courbes ont été ajustées par une loi en exponentielle étirée, $\exp(-(\frac{\tau}{b})^c)$, souvent utilisée pour caractériser la relaxation des verres ou des suspensions colloïdales.

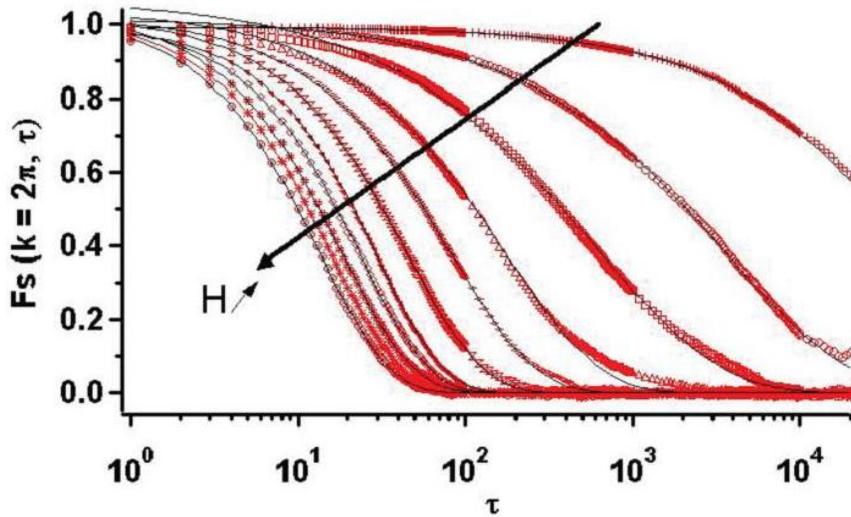


FIGURE 11.1 – $F_s(|\vec{k}|, \tau)$ en fonction de τ pour différentes hauteurs $H = 1, \dots, 11$ dans l'empilement. Les courbes ont été ajustées par une loi de type exponentielle étirée $\exp(-(\frac{\tau}{b})^c)$. $\epsilon=0.03$.

Contrairement à ce qui est observé dans les verres ou les colloïdes, la décroissance de la fonction F_s ne présente pas de plateau. Ce plateau est en général la signature d'une transition de régime présentant des échelles de temps caractéristique bien séparées (ce peut être, dans le cas d'un verre, la signature du passage d'une relaxation de type α à une relaxation de type β). Ici, nous observons un ralentissement de la dynamique sans qu'un cut-off n'apparaisse dans les échelles temporelles car la relaxation observée est la superposition de plusieurs échelles de temps caractéristiques. L'inhomogénéité intrinsèque du système est à l'origine d'une superposition des temps caractéristiques lorsqu'un grain poursuit une marche dans un environnement où le temps caractéristique de la dynamique est une fonction de la position du marcheur. La relaxation que nous observons est caractérisée par

les deux paramètres d'ajustement b et c . Le premier, b , est le temps caractéristique de la relaxation alors que le second, c , décrit l'étirement de la fonction $F_s(\left| \vec{k} \right|, \tau)$. L'évolution de ces deux paramètres en fonction de la couche H considérée est présentée sur la figure 11.2.

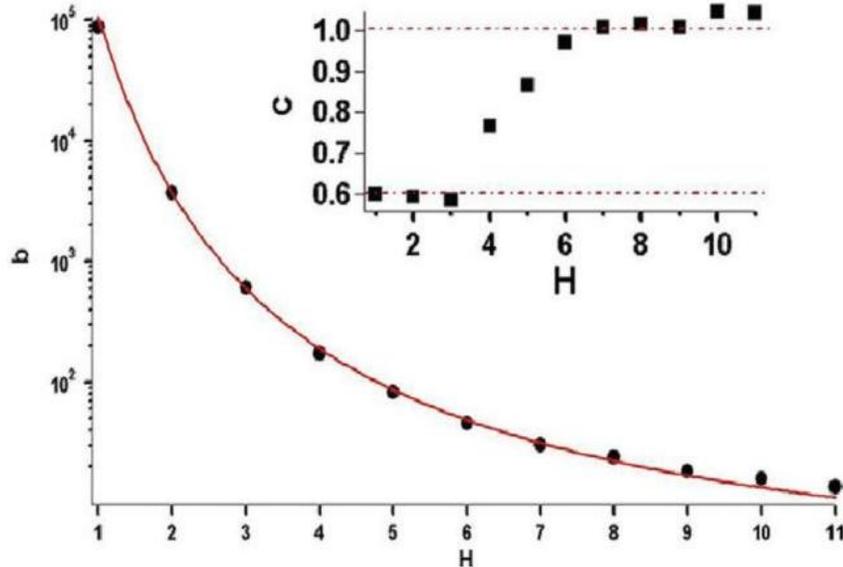


FIGURE 11.2 – Evolution du temps b , caractéristique de la relaxation, en fonction de la hauteur dans l'empilement H ajusté par une fonction de type "Vogel-Fulcher". L'insert présente l'évolution du paramètre de forme c en fonction de H . $\epsilon = 0.03$.

La décroissance du temps caractéristique, b , est ajustée par une loi de type *Vogel – Fulcher* de forme $A.exp(-\frac{C}{H-B})$. La figure 11.2 montre que le temps caractéristique de la dynamique diverge lorsque l'on s'approche du fond de l'empilement. A $H = 1$, le temps de relaxation dépasse même les durées de simulation accessibles (\approx qqs 10^4 sollicitations). Il faut également noter l'évolution particulière du paramètre c . En effet, celui-ci passe d'une valeur d'environ 0.6 au fond de l'empilement à une valeur de l'ordre de 1 en haut. Cette transition est rapide(elle se produit entre $H = 3$ et $H = 6$ et se fait à une profondeur de l'ordre de 5 tailles de grain. Cette longueur caractéristique est une mesure de la taille de la zone d'influence du fond. La dynamique du système est radicalement différente suivant les valeurs de H . Pour $H > 5$ nous retrouvons une valeur de c proche de 1, ce qui va dans le sens d'une dynamique proche d'un comportement diffusif caractérisé par $F_s(\left| \vec{k} \right|, \tau) = exp(-k^2.D.t)$ alors que pour $H < 5$, l'exposant $c < 1$ traduit un ralentissement de la dynamique et un comportement plutôt sous-diffusif. Cette transition correspond à une transition d'une zone proche du fond où le mouvement des grains est fortement contraint par la présence du fond et de leur voisins à un état beaucoup plus diffus proche de la surface. Ce résultat est à la fois en accord avec les trajectoires observées sur la figure 10.8 et avec les profils de compacité présentés sur la figure 10.3. Ils suggèrent que la dynamique d'empilements granulaires soumis à des tapes a un comportement inhomogène

en fonction de la hauteur considérée dans l'empilement. Ils prédisent également l'existence d'une zone localisée au voisinage du fond qui présente un ralentissement de la dynamique. Cette transition est à rapprocher de la transition de "jamming" évoquée dans le chapitre 3. L'évolution de c nous permet de donner une plage de compacité sur laquelle la transition a lieu. La figure 11.2 montre que la transition a lieu pour une hauteur H_c telle que $3 < H_c < 6$. Les profils de compacité nous permettent d'obtenir la compacité, ϕ_c , correspondante : $0.601 < \phi_c < 0.612$. Dans la suite, nous discutons de la présence d'éventuelles corrélations dans la zone proche du fond de l'empilement et des hétérogénéités dynamiques.

11.2 Fonction de corrélations à 4 points.

La fonction $F_s(\vec{k}, \tau)$ (eq 11.6) considérée précédemment est une fonction de corrélation à deux points. Elle ne renseigne en rien sur l'hétérogénéité de la dynamique. Physiquement, il est nécessaire d'introduire une grandeur qui caractérise ces hétérogénéités. Pour calculer $F_s(\vec{k}, \tau)$ pour un τ donné, nous réalisons des moyennes temporelles qui sont en réalité, dans l'hypothèse d'ergodicité, des moyennes sur des ensembles de trajectoires. Nous avons associé à chacune de ces trajectoire relative à un grain i une quantité dynamique qui est $f_{si}(\vec{k}, t, \tau) = e^{j\vec{k}\cdot d_i(\vec{t}, \tau)}$. $F_s(\vec{k}, \tau)$ est donc la moyenne de cette quantité sur l'ensemble, M , des trajectoires de durée τ dont l'origine appartient à H à l'instant t .¹ Une façon de mesurer l'hétérogénéité de la dynamique est de calculer pour différents τ la variance de la quantité dynamique $f_{si}(\vec{k}, t, \tau)$ sur l'ensemble M .

En effet, la figure 11.3 montre de façon schématique et intuitive, sur l'exemple d'une particule unique restant bloquée pendant un temps τ_h dans une cage avant de s'en échapper en un temps τ_t (avec $\tau_t \ll \tau_h$), pourquoi la variance augmente avec l'hétérogénéité dynamique. Lorsque $\tau \ll \tau_h$ les trajectoires correspondent, pour la majorité², à des portions de trajectoires dans les cages. L'ensemble M est alors plutôt homogène et la quantité dynamique $f_{si}(\vec{k}, t, \tau)$ a une variance faible. De même, lorsque $\tau \gg \tau_h$ les trajectoires correspondent à un certain nombre de "blocages-déblocages" successifs conduisant à un ensemble M assez homogène et a une variance faible pour $f_{si}(\vec{k}, t, \tau)$. Par contre, lorsque $\tau \approx \tau_h$, les portions de trajectoires ont une longueur qui est de l'ordre de grandeur de celle des cages. Des trajectoires très différentes constituent alors l'ensemble M . La variance de $f_{si}(\vec{k}, t, \tau)$ est alors maximale car ces trajectoires peuvent correspondre à des déplacements très hétérogènes suivant qu'elles correspondent à une portion de trajectoire dans une cage ou au passage d'une cage à une autre.

1. Cet ensemble correspond à toute les portions de trajectoire de durée τ pour tous les grains présents dans une couche H donnée à l'instant t et cela pour tout t .

2. Il y a également des trajectoires qui correspondent à la sortie de la cage mais elles sont peu nombreuses car $\tau_t \ll \tau_h$

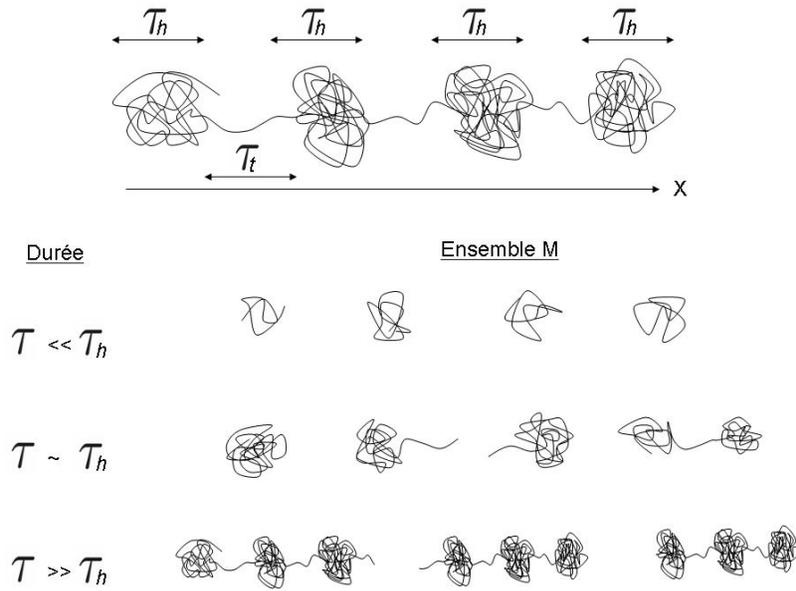


FIGURE 11.3 – Schéma simplifié montrant pour différentes valeurs de τ des exemples de trajectoires composant l'ensemble M dans le cas très simple d'une particule qui reste bloquée dans une cage pendant une durée τ_h et s'en échappe en un temps τ_t .

Nous utilisons donc cette remarque pour définir une quantité, $\chi_4(\vec{k}, \tau)$, appelé susceptibilité dynamique, qui est proportionnelle à la variance des $f_{si}(\vec{k}, t, \tau)$ pour évaluer les hétérogénéités dans notre système. Cette quantité est une fonction de corrélation à 4 points car elle est une mesure des corrélations entre trajectoires chacune définies par 2 points en espace et 2 points en temps.

Pour une hauteur H donnée nous introduisons la quantité $\delta F_s(\vec{k}, t, \tau)$ qui mesure les fluctuations des $f_{si}(\vec{k}, t, \tau)$ autour de la valeur moyenne $F_s(\vec{k}, \tau)$ tel que :

$$\delta F_s(\vec{k}, t, \tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_{si}(\vec{k}, t, \tau) - F_s(\vec{k}, \tau) = f_s(\vec{k}, t, \tau) - F_s(\vec{k}, \tau) \quad (11.14)$$

χ_4 est alors défini sous la forme suivante :

$$\chi_4(|\vec{k}|, \tau) = \langle N \cdot \delta F_s(|\vec{k}|, t, \tau) \cdot \delta F_s(|\vec{k}|, t, \tau) \rangle_t \quad (11.15)$$

où N désigne le nombre de grains présent dans la couche, H , à l'instant t et $\delta F_s(|\vec{k}|, t, \tau) = f_s(|\vec{k}|, t, \tau) - F_s(|\vec{k}|, \tau)$ on obtient alors :

$$\chi_4(|\vec{k}|, \tau) = \langle N \cdot (f_s(|\vec{k}|, t, \tau) - F_s(|\vec{k}|, \tau))^2 \rangle_t \quad (11.16)$$

qui est une mesure de la variance sur un ensemble de réalisations³ de la quantité $f_s(\vec{k}, t, \tau)$ à un temps τ donné.

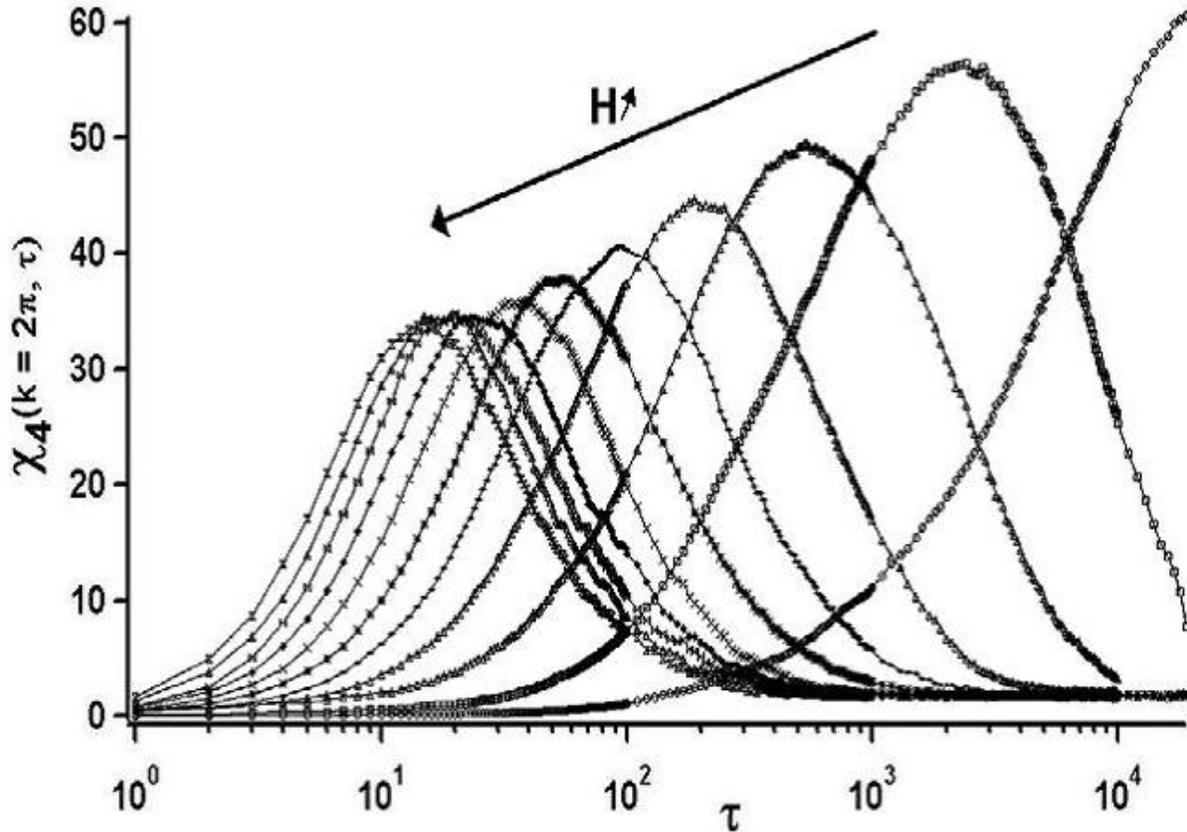


FIGURE 11.4 – $\chi_4(\vec{k}, \tau)$ en fonction de τ pour H variant de 1 à 11. H diminue de gauche à droite. Simulation réalisée à $\epsilon = 0.03$.

La fonction $\chi_4(\vec{k}, \tau)$ est présentée pour $k = 2\pi$ sur la figure 11.4 pour différentes hauteurs, H , dans l'empilement. Nous remarquons que $\chi_4(\vec{k}, \tau)$ présente un maximum, $\chi_{4max}(\tau^*)$ d'autant plus élevé que H est faible. L'existence de ce maximum est une signature de l'hétérogénéité de la dynamique. Il est important de remarquer que la position et l'amplitude du maximum varient très rapidement pour les 6–7 premières couches de l'empilement. Plus haut dans l'empilement, $\chi_4(\vec{k}, \tau)$ devient indépendant de H . Ce résultat va dans le sens d'une localisation des hétérogénéités dynamiques au voisinage du fond de l'empilement comme le suggèrent les trajectoires représentées sur la figure 10.8 ou encore la forme des profils de compacité de la figure 10.3. Pour une valeur de $H = 2$, correspondant aux grains localisés au voisinage du fond, nous trouvons $\tau^* \approx 3 \cdot 10^3$, cette valeur est en accord avec le temps caractéristique b extrait de l'ajustement de $F_s(\vec{k}, \tau)$ par une exponentielle étirée. En effet, la figure 11.2 montre que $b \approx 2.5 \cdot 10^3$ pour $H = 2$. La va-

3. Ensemble de trajectoires de durée τ pour différentes origines des temps t

leur du maximum de χ_4 associé au temps τ^* est telle que $\chi_{4max}(\tau^* \approx 3.10^3) \approx 60$. Nous pouvons lier la valeur de ce maximum à un volume de corrélation associé à une longueur de corrélation qui est une mesure de l'influence d'un grain sur ses voisins⁴. Nous pouvons qualitativement montrer que $\chi_{4max}(\tau^*)$ est une mesure de la coopérativité dans le système. En posant $f_{rsi} = \cos(\vec{k} \cdot \vec{d}_i(t, \tau))$, $\chi_4(\vec{k}, \tau)$ s'exprime par définition par :

$$\chi_4(\vec{k}, \tau) = N \cdot \text{var} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_{rsi} \right) = N \cdot \left\langle \left(\frac{1}{N} \sum_i (f_{rsi} - \langle f_{rsi} \rangle_t) \right)^2 \right\rangle_t \quad (11.17)$$

En developpant cette équation, on obtient :

$$\chi_4(\vec{k}, \tau) = N^{-1} \cdot \left\{ \left\langle \sum_i (f_{rsi} - \langle f_{rsi} \rangle)^2 \right\rangle + \left\langle \sum_{(i,j) \text{ et } i \neq j} (f_{rsi} - \langle f_{rsi} \rangle) \cdot (f_{rsj} - \langle f_{rsj} \rangle) \right\rangle \right\} \quad (11.18)$$

où $\sum_{(i,j) \text{ et } i \neq j}$ est une somme sur les paires (i, j) avec $i \neq j$. Soit $\sigma^2(f_{rsi}) = \langle (f_{rsi} - \langle f_{rsi} \rangle)^2 \rangle$ la variance de f_{rsi} et

$$\rho_{ij} = \frac{\langle (f_{rsi} - \langle f_{rsi} \rangle) \cdot (f_{rsj} - \langle f_{rsj} \rangle) \rangle}{\sigma(f_{rsi}) \cdot \sigma(f_{rsj})} \quad (11.19)$$

le coefficient de corrélation entre f_{rsi} et f_{rsj} . Les grains qui appartiennent à une couche sont tous statistiquement identiques et ont les mêmes propriétés dynamiques, on fait donc l'hypothèse que $\sigma(f_{rsi}) = \sigma(f_{rsj})$ L'équation 11.18 s'écrit alors :

$$\chi_4(\vec{k}, \tau) = N^{-1} \cdot \left\{ \sum_{i=1}^N \sigma^2(f_{rsi}) + \sum_{(i,j) \text{ et } i \neq j} \rho_{ij} \sigma^2(f_{rsi}) \right\} \quad (11.20)$$

or sous l'hypothèse que les temps sur lesquels la dynamique est étudiée sont longs devant les temps microscopiques, $\sigma^2(f_{rsi})$ peut être approximé par :

$$\sigma^2(f_{rsi}) = \langle \left\{ \cos(\vec{k} \cdot \vec{d}_i(t, \tau)) \right\}^2 \rangle = \frac{1}{2} \quad (11.21)$$

On obtient alors :

$$\chi_4(\vec{k}, \tau) = \frac{1}{2} \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{N} \cdot \sum_{(i,j) \text{ et } i \neq j} \rho_{ij} \right\} \quad (11.22)$$

Dans l'équation 11.22, la somme a $N \cdot (N - 1)$ termes. Si nous appelons $\bar{\rho}_{ij}$ la moyenne des coefficients de corrélations sur les $\frac{N(N-1)}{2}$ paires des N grains, on obtient :

4. Cette longueur est une mesure de la coopérativité. Plus exactement, c'est une évaluation du nombre de grains présents dans chaque ensemble dynamique. Ce nombre est égal à 1 si tous les grains sont considérés comme indépendants et à N si les grains sont tous équivalents.

$$\chi_4(\vec{k}, \tau) = \frac{1}{2} \{1 + (N - 1) \cdot \bar{\rho}_{ij}\} \quad (11.23)$$

On voit donc ici que χ_4 est bien une mesure des corrélations des grandeurs dynamiques f_{rsi} associées à chaque grain. Si pour tout couple (i, j) , $\bar{\rho}_{ij} = 1$, on obtient d'après l'équation 11.23, $\chi_4 = \frac{N}{2}$. Les N variables dynamiques, que sont des déplacements d_{ij} , associées à chaque grain sont alors complètement corrélées et on peut définir la longueur de corrélation du système, ξ , tel que :

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \xi^3 = N \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \text{ avec } R = \frac{1}{2} \quad (11.24)$$

et donc on obtient une expression de ξ en fonction de χ_4 sous la forme :

$$\xi = \left(\frac{\chi_4}{4}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (11.25)$$

Cette relation est généralisable pour toute valeur de ρ_{ij} . La littérature lie usuellement la longueur de corrélation dynamique à la susceptibilité dynamique par la relation suivante :

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \xi^3 = \chi_4 \quad (11.26)$$

Cette dernière relation correspond à l'équation 11.25 en approchant π par 3. Nous venons de montrer ci-dessus que χ_4 est bien homogène à un volume de corrélation sur l'ensemble des variables dynamiques associées à chaque grain du système considéré et qu'une longueur de corrélation dynamique peut être directement extraite de sa valeur numérique.

A partir de ce résultat et de celui de la figure 11.4, il est possible d'évaluer la valeur d'une éventuelle longueur de corrélation dynamique présente dans le système. Par exemple, au voisinage du fond pour $H = 2$, le maximum de χ_4 est obtenu pour $\tau^* \approx 3.10^3$ et $\chi_4(\tau^* \approx 3.10^3) \approx 60$. Ce qui correspond à une longueur de corrélation $\xi \approx 2.5$ Pour une couche donnée, $N \approx 256$ et donc la valeur $\chi_4(\tau^* \approx 3.10^3) \approx 60$ donne $\bar{\rho}_{ij} \approx 0.46$ (eq.11. 22). Cet ordre de grandeur va dans le sens de l'existence de corrélations entre les mouvements des grains. Ces corrélations sont d'autant plus fortes que la valeur du maximum de χ_4 est grande, c'est à dire que l'on s'enfonce dans l'empilement. Il est important de discuter de la valeur de ce maximum en fonction de la valeur du paramètre ϵ . En effet dans le cas des verres, le maximum de χ_4 croit avec l'inverse de la température et est maximum à la transition vitreuse. La relation entre ces milieux hors équilibre et les milieux granulaires suggère que le maximum de χ_4 doit croître à une altitude H donnée, comme l'inverse de ϵ qui est un paramètre extérieur qui fixe l'excitation. La figure 11.5 montre l'évolution de χ_4 pour une couche donnée en fonction de τ pour différentes valeurs de ϵ . On voit que la position du maximum, c'est à dire le temps caractéristique associé à la dynamique, croît lorsque ϵ diminue. De plus, la valeur du maximum augmente quand ϵ diminue. Ce résultat va dans le

sens d'une croissance de la longueur de corrélation dynamique lorsque l'excitation appliquée au système diminue. Malheureusement, le temps de relaxation devient très grand pour les faibles valeurs de ϵ , ce qui nous empêche d'atteindre les valeurs de τ^* pour des ϵ plus faibles et ce en des temps de simulation raisonnables. En effet, pour les faibles valeurs de ϵ , le temps nécessaire pour atteindre l'état stationnaire augmente puis, une fois l'état stationnaire atteint (de l'ordre de $5 \cdot 10^3$ sollicitations à $\epsilon = 0.03$), il faut réaliser des simulations sur des durées d'au moins quelques τ^* (de l'ordre de 10^4 au fond de l'empilement) pour avoir une statistique significative.

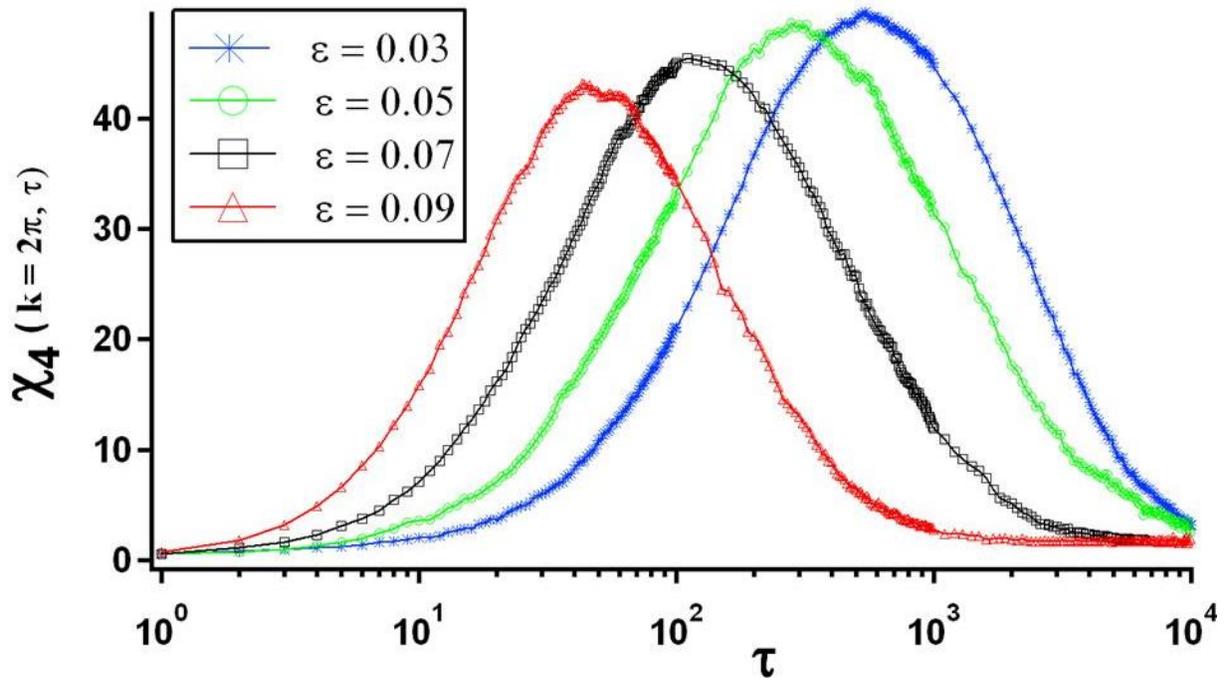


FIGURE 11.5 – Influence du paramètre ϵ sur le maximum du χ_4 pour une couche située à $H = 3$.

Cependant, la diminution du maximum de χ_4 en fonction de τ avec l'inverse de ϵ va dans le sens des résultats obtenus de manière analytique par Berthier et al. [21]. Ces résultats établissent une connexion entre la dynamique d'un ensemble de sphères soumises à des tapes et la dynamique des verres. Le paramètre d'ordre pour ces derniers est la température. Nos résultats tendent à montrer que ce paramètre est l'équivalent de ϵ qui caractérise l'intensité des sollicitations appliquées au milieu granulaire. De plus, nos résultats sont en accord avec ceux d'Arenzon et al. [90]. Ces auteurs étudient analytiquement et numériquement la relaxation lente d'un milieu granulaire dense excité par des vibrations de faibles intensités en utilisant un modèle de diffusion non-linéaire. Ils soulignent l'existence d'une dépendance spatiale des paramètres qui caractérisent la dynamique et qui conduit à une hétérogénéité dans la hauteur. Les auteurs montrent également une augmentation de la valeur du maximum de χ_4 lorsque que l'on s'enfonce dans l'empilement.

11.3 Corrélations spatiales

L'existence d'un maximum de χ_4 qui croît lorsque l'on descend dans les couches profonde de l'empilement suggère l'existence de corrélations dans le mouvement des grains d'autant plus importantes que l'on est profond dans l'empilement. Pour vérifier ceci, nous avons cherché à évaluer les corrélations entre les vecteurs déplacements de deux grains i et j entre les temps t et $t + \tau$ en fonction de la distance, r_{ij} qui les sépare. A l'image des travaux réalisés par Weeks et al. [91] et Doliwa et al. [92], nous définissons dans l'état stationnaire et pour chaque couche H , un corrélateur $C(r, \tau)$ entre le déplacements des grains :

$$C(r, \tau) = \left\langle \frac{\langle \vec{Z}_i \cdot \vec{Z}_j \rangle_{r_{ij}=r}}{\langle \vec{Z}_i^2 \rangle_i} \right\rangle_t \quad (11.27)$$

$\vec{Z}_i = d_i(\vec{t}, \tau)$ correspond au déplacement du grain i entre le temps t et le temps $t + \tau$. $\langle \cdot \rangle_{r_{ij}=r}$ désigne une moyenne sur les paires de grains ij distants de r . $\langle \cdot \rangle_i$ désigne une moyenne sur tous les grains i appartenant à la couche considérée à l'instant t . et $\langle \cdot \rangle_t$ est une moyenne sur l'origine des temps t .

Cette fonction prend en compte les corrélations entre les directions des déplacements. La normalisation est telle que des mouvements parfaitement corrélés correspondent à $\vec{Z}_i = \vec{Z}_j$ pour tout (i, j) et donc $C(r, \tau) = 1$. Des mouvements parfaitement anticorrélés correspondent à $\vec{Z}_i = -\vec{Z}_j$ pour tout (i, j) et donc $C(r, \tau) = -1$. Enfin des mouvements non corrélés donnent $C(r, \tau) = 0$. Pour étudier l'existence de corrélation spatiales, il faut suivre la dépendance en r de la fonction $C(r, \tau)$ à τ fixé. Nous avons montré dans le paragraphe précédent que les hétérogénéités étaient localisées au voisinage du fond sur environ cinq couches. Nous choisissons donc un temps caractéristique τ de l'ordre de grandeur de celui du temps de relaxation de la dynamique pour $H = 5$, à savoir $\tau \approx 100$ comme le montre la figure 11.2.

La figure 11.6 présente la fonction de corrélation C ainsi définie pour différentes hauteurs H dans l'empilement. Nous observons, pour les premières couches, la présence d'oscillations marquées. Ces oscillations coïncident avec la fonction de corrélation de paires de l'empilement. Par exemple les paires de particules, dont la distance de séparation est $r = 1$ (qui sont des paires de plus proches voisins), sont celles qui présentent les corrélations les plus fortes. Nous observons jusqu'à trois oscillations qui coïncident à des corrélations pour des distances de l'ordre de $3D$. Les corrélations étant positives, ces résultats vont dans le sens d'un mouvement en amas des grains au voisinage du fond. Ces amas dont la taille caractéristique est de l'ordre de $3D$ correspondent à des ensembles de grains se déplaçant dans la même direction de façon coopérative. Pour des couches plus hautes, ces oscillations

disparaissent et l'amplitude du premier maximum de corrélation à $r = 1$ diminue. Ceci montre la diminution des effets coopératifs plus haut dans l'empilement. Le même type de résultat est obtenu par Weeks et al.[91] dans le cas de suspensions colloïdales à la limite de la transition vitreuse.

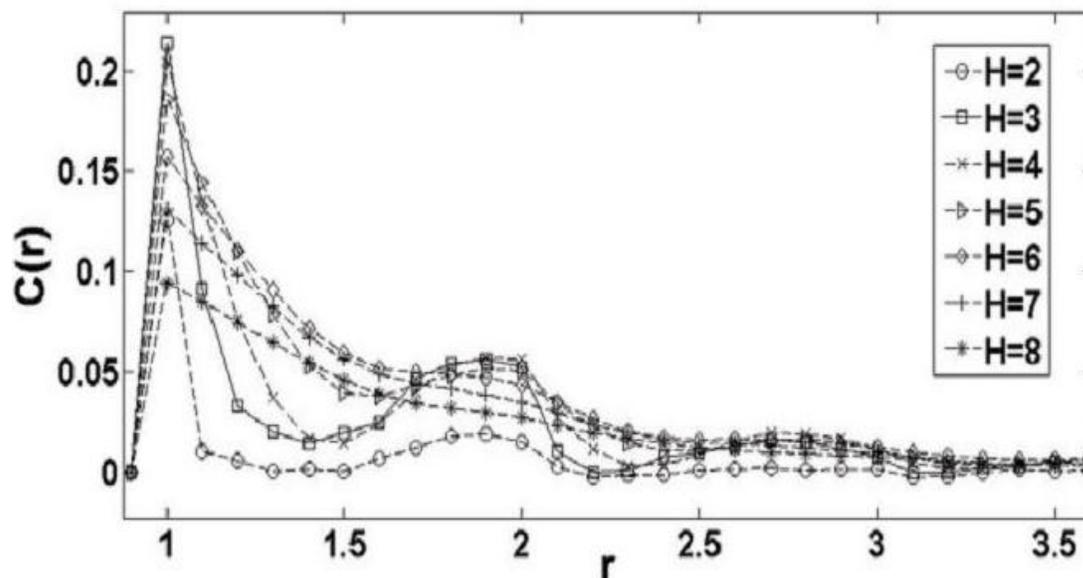


FIGURE 11.6 – Fonction de corrélation spatiale $C(r, \tau = 100)$ pour différentes hauteurs, H , dans l'empilement en fonction de r . $\epsilon = 0.03$.

La figure 11.7 montre quelques fonctions de corrélations spatiales du même type que celles calculées ici dans le cas de suspensions colloïdales proches de la transition vitreuse [91]. Ces résultats permettent à Weeks et al. de montrer l'existence de corrélations à longue portée (de l'ordre de 3 à 4 diamètres de particules) et d'effets coopératifs au voisinage de la transition vitreuse dans des suspensions colloïdales.

Les résultats de la figure 11.6 sont en accord avec ceux que nous avons obtenu sur la relaxation de la dynamique (paragraphe 11.2). En particulier, ils montrent l'existence d'une zone au voisinage du fond d'épaisseur de l'ordre de 5 – 6 tailles de grains où la relaxation est lente et où des corrélations apparaissent entre les mouvements des grains. Ces corrélations correspondent à des mouvements coopératifs des grains lors de la phase de redéposition après une sollicitation. L'existence de ces corrélations va dans le sens de l'existence d'un maximum pour χ_4 comme nous l'avons mise en évidence sur la figure 11.4. Ces corrélations entre les mouvements des grains sont accompagnées de réorganisations de la structure de l'empilement. En particulier, l'évolution du voisinage des grains est aussi une façon de voir comment le système se réorganise durant les sollicitations. La figure 11.8 présente l'évolution de la fonction, $C(\tau)$ pour les premières couches au voisinage du fond, définie comme :

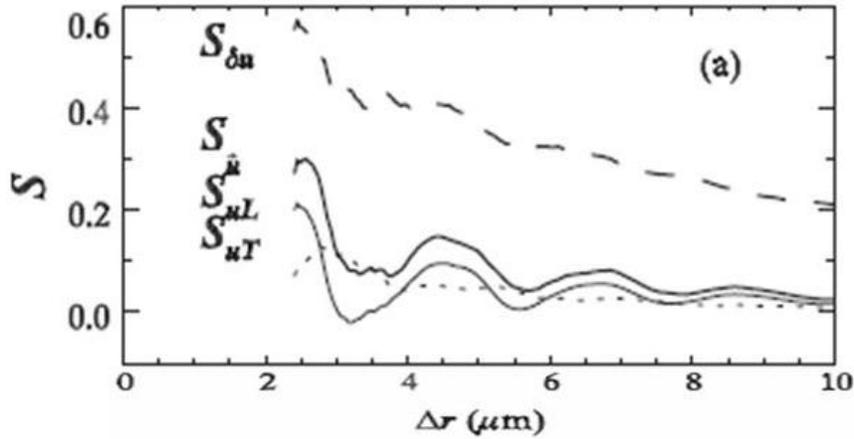


FIGURE 11.7 – Fonction de corrélation spatiale obtenue par Weeks et al.[91] dans le cas de suspensions colloïdales. $S_{\delta,u}$ désignent les corrélations sur les fluctuations de vitesse. $S_{\vec{u}}$, S_{uL} , S_{uT} respectivement les corrélations spatiales des déplacements \vec{u} et de ses deux composantes radiale et tangentielle.

$$C(\tau) = \frac{\text{Nombre de grains avec le même voisinage entre } t \text{ et } t + \tau}{\text{Nombre total de grains}} \quad (11.28)$$

Le critère de voisinage utilisé ici est strict. Un grain a changé de voisinage lorsqu'au moins un changement a lieu dans la liste de ses voisins. La lente relaxation au voisinage du fond mise en évidence par l'évolution de la fonction $F_s(k, \tau)$ est ici confirmée par l'évolution du taux de changement du voisinage des grains. La décroissance de la fonction $C(\tau)$ est d'autant plus rapide que l'on monte dans l'empilement. Ceci confirme le fait que le système est "bloqué" au voisinage du fond sur les premières couches avec des changements de voisinage sur des temps très longs alors que ces changements sont beaucoup plus rapides plus haut dans l'empilement. Les temps caractéristiques associés à cette décorrélation du voisinage s'étend sur plusieurs ordres de grandeur allant de plusieurs dizaines de milliers de sollicitations pour la 1^{ère} ou la 2nd couche à quelques dizaines de sollicitations pour la 5^{ème} ou la 6^{ème} couche.

Ce gel au voisinage du fond entraîne un lien entre la dynamique de l'empilement et la structure de ce dernier (lien structure-propriétés). La figure 11.9 présente le volume moyen avant sollicitation des cellules de Voronoï des grains s'étant déplacé d'une longueur $\langle \delta \rangle$ durant la sollicitation. Il existe, pour les faibles déplacements, une corrélation entre le déplacement moyen des grains durant une sollicitation et le volume de la cellule de Voronoï avant celle-ci. Cette corrélation semble disparaître pour les plus grands déplacements où la structure initiale du voisinage du grain semble être oubliée durant la redéposition. Ces grands déplacements correspondent aux grains situés au voisinage de la surface qui présentent un environnement particulier et des contraintes stériques plus faibles.

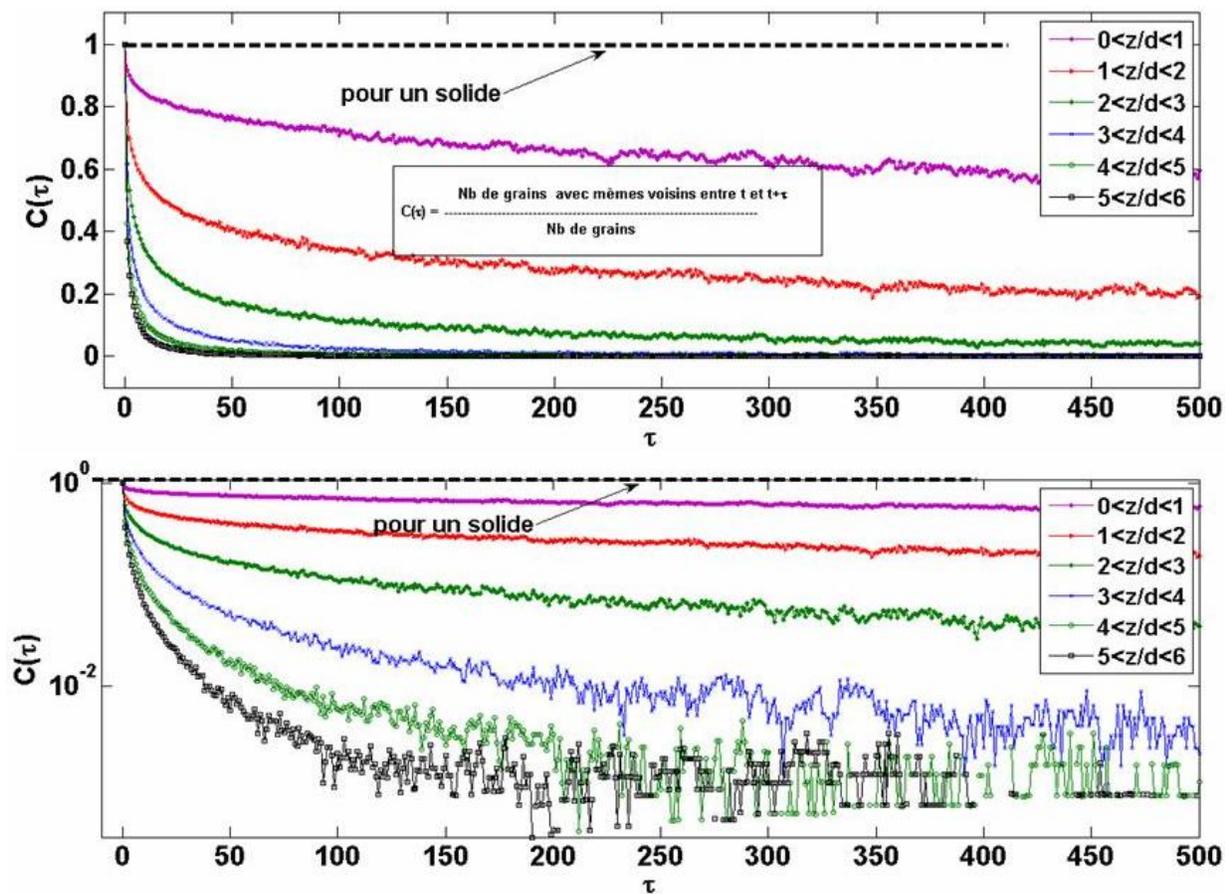


FIGURE 11.8 – Evolution du voisinage des grains pour différentes couches en échelle linéaire et semi-log. La fonction $C(\tau)$ définie par 11.28 est une mesure du taux de changement de voisinage sur une durée τ .

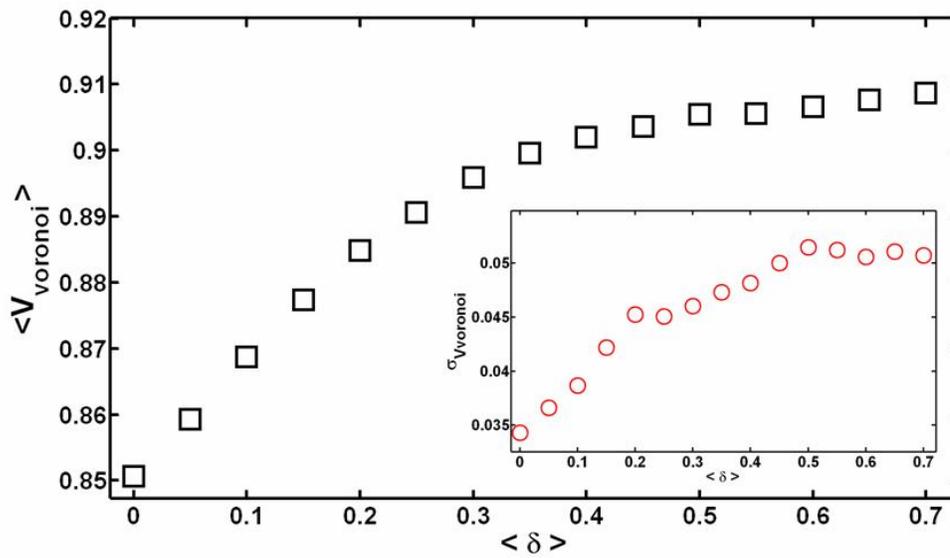


FIGURE 11.9 – Volume moyen des cellules de Voronoï pour différentes gammes de déplacement $\langle \delta \rangle$. Insert : Ecart-type des volumes pour différentes gammes de déplacement.

11.4 Remarques et conclusions

A partir des simulations présentées dans cette partie, nous avons mis en évidence un ralentissement de la dynamique, également présente dans bon nombre de système vitreux. Nos simulations ont la particularité de présenter une inhomogénéité de la réponse du système face aux sollicitations appliquées. Ce dernier aspect est très peu mentionné et étudié dans la littérature. Cette simulation montre que la réponse d'un milieu granulaire à des sollicitations de type "tapes" en présence de la gravité est non-triviale. Cette étude tire tout son intérêt du fait que bon nombre de situations physiques réelles mettant en jeu les milieux granulaires sous gravité peuvent présenter des inhomogénéités à grande échelle. C'est par exemple le cas des écoulements inclinés sur fond meuble [94] où la dynamique des grains dépend de la profondeur à laquelle il se trouvent. En général, une couche dite "liquide" s'écoule sur une zone quasistatique("jammed zone") où les grains ne coulent pas. Le système est inhomogène avec une décroissance linéaire de la vitesse dans la phase "liquide" et "exponentielle" dans la phase solide. Il semble qu'une approche "par couches" à la manière de ce qui a été fait dans ce chapitre permette à la fois de caractériser la relaxation de la dynamique pour chaque couche mais également de repérer la présence d'éventuelles corrélations. Mais plus encore, elle permettrait de caractériser la transition de la "phase solide" à la "phase liquide" en liant les propriétés dynamiques(champs de vitesse, longueur de corrélation dynamique et corrélations spatiales des déplacements) aux propriétés structurales(compacité, volumes de Voronoï, épaisseur de la phase roulante) du milieu en fonction de la profondeur dans l'écoulement.

Nous avons mis en évidence ici un ralentissement de la dynamique au voisinage du fond de l'empilement. La relaxation de la fonction de Van Hove ne présente pas de plateau bien marqué, ce qui va dans le sens de l'existence de plusieurs temps caractéristiques de relaxation faiblement séparés dus à l'inhomogénéité globale du système. Cette relaxation est accompagnée de l'existence d'un maximum pour la fonction χ_4 qui est une mesure de la susceptibilité de la réponse dynamique du système aux sollicitations. Elle ouvre l'hypothèse de l'existence de corrélations au niveau du fond, là où le maximum du χ_4 est le plus marqué. Nous avons vérifié cette hypothèse en montrant, en effet, qu'il existe au voisinage du fond sur une épaisseur de l'ordre de 5 – 6 tailles de grain une zone où les déplacements des grains sont fortement corrélés spatialement sur des temps de l'ordre de grandeur du temps de relaxation de la dynamique. Les réarrangements des grains après chaque sollicitation se font de façon coopérative, à l'image de ce qui se passe dans la relaxation de bon nombre de systèmes vitreux.

Conclusion générale et perspectives

Objectifs initiaux

Durant cette thèse, nous avons étudié divers aspects de la réponse d'un milieu granulaire soumis à des sollicitations extérieures. Ce sujet est d'un grand intérêt car les milieux granulaires à l'état naturel sont souvent soumis à de multiples sollicitations. La réponse à des vibrations et l'étude de la stabilité des pentes ont ainsi une place particulière dans l'étude de ces milieux. Mon travail s'est inscrit dans le prolongement de nombreux travaux traitant de l'analogie entre les milieux granulaires et les systèmes modèles hors équilibre tels que les verres ou bien les suspensions colloïdales. Les objectifs de cette thèse ont été de caractériser la dynamique de réarrangement des grains d'un empilement granulaire soumis aux deux types de sollicitations citées plus haut. L'un des objectifs a été de déterminer dans quelle mesure l'évolution des systèmes étudiés est analogue à celle d'autres systèmes hors équilibre. De plus, l'idée a toujours été d'analyser et d'interpréter nos résultats dans le cadre des travaux et des théories sur la transition de "jamming", aspect fondamental de la dynamique des milieux granulaires. En effet, que ce soit l'étude de la dynamique avant l'avalanche dans le cas d'un tas incliné ou bien la dynamique locale des grains dans le cas d'un tas soumis à des vibrations, ces deux aspects sont en lien direct avec la transition de "blocage-déblocage".

Outils développés

Cette étude a conduit à la conception et à l'élaboration d'un nouveau dispositif expérimental au sein du laboratoire ainsi qu'à celles des systèmes de mesures associés. Ce dispositif a permis d'étudier la dynamique des grains à la surface mais également dans le volume d'un empilement granulaire soumis à des inclinaisons quasi-statiques. La difficulté de suivre la dynamique des réarrangements à l'échelle du grain dans le cas d'empilements soumis à des vibrations, nous a conduit à utiliser des outils numériques pour modéliser le comportement d'un empilement soumis à des tapes discrètes.

Résultats sur la dynamique d'un tas de grains lors d'une inclinaison

Notre travail mené sur l'étude d'un tas de billes de verre incliné nous a permis d'identifier deux régimes dans la dynamique des réarrangements avant l'avalanche. Un premier régime de petits réarrangements indépendants les uns des autres et un régime de précurseurs apparaissant au voisinage de l'angle d'avalanche mettant en jeu de grands

évènements. Ces observations confirment les résultats obtenus sur le même type de système par Nérone et al[28] pourtant très peu étudié depuis dans la littérature, mais qui présentent un intérêt des plus fondamentaux pour la compréhension du déclenchement des avalanches. Nous avons précisé les résultats de ces derniers auteurs et apporté de nouvelles informations sur la dynamique du système.

En particulier, nous avons montré que les précurseurs que Nerone et al[28] interprètent comme le mouvements d'un grand nombre de grains disposés de façon uniforme à la surface de l'empilement correspondent en réalité à un glissement de l'ensemble de la surface de l'empilement qui dépend fortement du détail microscopique de l'interaction entre les grains. Le fait que ces évènements apparaissent de façon quasi-périodique rapproche ce type de comportement de celui d'un comportement de type stick-slip si souvent observé dans la matière en grains. Ce régime précurseur correspond en réalité à un régime de glissements intermittents de l'ensemble des grains de la surface de l'empilement. Nous avons également caractérisé ces évènements de grandes dimensions et montré qu'ils étaient fortement influencés par les effets de taille finie avec un rôle majeur joué par la condition limite à la base de l'empilement.

Ces grands évènements sont très sensibles aux bruits extérieurs. Ils disparaissent progressivement avec l'augmentation du niveau de bruit du dispositif laissant place à une dynamique continue. Ainsi, le niveau de bruit extérieur peut avoir un rôle important au voisinage du seuil et modifier le régime associé à la dynamique du système. Les précurseurs peuvent être vus comme des "sauts de cage" simultanés de l'ensemble des grains de la surface ayant des déplacements anormalement importants quand on les compare à ceux qui se produisent loin du seuil. Cette image renforce l'analogie avec les systèmes modèles hors équilibre.

De plus, toujours dans le cadre des caractéristiques des systèmes hors équilibre, nous avons mis en évidence et caractérisé la relaxation de la dynamique à la surface du système lors d'inclinaisons successives. Nos résultats ont été précisés grâce à une collaboration avec V. Zaitsev. Nous avons en particulier montré que le système présentait un vieillissement à la fois en surface et dans le volume sur des temps longs comparés au temps caractéristique des réarrangements. Le comportement du système se caractérise également par une reprise soudaine d'activité lorsque l'angle d'inclinaison dépasse l'intervalle angulaire pour lequel l'empilement a vieilli. Cette observation montre l'importance de l'orientation relative des contacts du réseau faible vis-à-vis de l'orientation de la contrainte liée à la gravité. Nous avons complété notre étude par l'analyse du comportement d'un modèle phénoménologique de type automate cellulaire. Ce modèle reproduit le comportement du système durant l'inclinaison dans le régime des petits réarrangements en dépit d'ingrédients très simples. De plus, la divergence de l'activité de l'empilement au voisinage du seuil présente de fortes analogies avec une classe de modèles dit à "satisfaction de contraintes". En particulier, ces

modèles semblent d'un grand intérêt pour étudier "la transition de jamming", puisque les réarrangements d'un empilement sont les réponses du système pour satisfaire les contraintes imposées par la gravité. La transition de "jamming" apparaît alors comme un point particulier où le système n'arrive plus à satisfaire les contraintes imposées par l'extérieur.

Résultats sur la dynamique d'un tas de grains sous vibrations

Nous nous sommes intéressés de plus à la réponse d'un empilement granulaire à des vibrations. Cette partie du travail s'inscrit dans la continuité des travaux réalisés par P. Philippe et P. Ribièrè durant leur thèse au sein du laboratoire. Leur travaux ont contribué à caractériser la dynamique de compaction d'une assemblée granulaire soumise à des "tapes". Ils ont notamment souligné le caractère lent de cette dynamique rapprochant le comportement de ces milieux de celui des systèmes vitreux. Un résultat important, mais déjà montré par l'équipe de Chicago, est que le système atteint un état stationnaire pour une intensité donnée de la sollicitation. Cet état stationnaire est bien défini dans le sens où il est indépendant de l'histoire du système.

Nous nous sommes fondés sur la robustesse⁵ de cet état pour caractériser la dynamique de l'assemblée de grains à l'aide d'une simulation numérique solidement établie au laboratoire depuis de nombreuses années. Notre étude nous a conduit à souligner l'existence d'inhomogénéités spatiales du système inhérentes au mode de sollicitation, aspect totalement ignoré dans les études précédentes mais qu'il est indispensable de prendre en compte pour caractériser la dynamique du système tant à l'échelle du grain qu'à l'échelle de l'empilement. Pour tenir compte des inhomogénéités, nous avons choisi une approche consistant à analyser la dynamique du système en séparant l'empilement en plusieurs couches.

Nous avons mis en évidence l'existence d'une large gamme de temps caractéristiques associés à la relaxation du système. Nous avons montré l'existence d'une zone vitreuse au voisinage du fond s'étendant sur 5 à 6 tailles de grains et présentant une relaxation très lente. Plus haut dans l'empilement, la relaxation devient plus rapide et plus homogène. Des arguments basés sur le calcul de fonctions de corrélation à 4 points, χ_4 , et sur l'évaluation des corrélations spatiales lors du déplacement des grains vont dans le sens de l'existence d'hétérogénéités dynamiques et de fortes corrélations dans cette zone. La croissance, pour une couche donnée, du maximum du χ_4 en fonction de l'inverse de l'intensité de la sollicitation renforce l'analogie avec le comportement obtenu dans les systèmes vitreux où ce maximum augmente avec l'inverse de la température. Ce résultat va dans le sens des arguments analytiques de A. Lefevre et al[93] sur l'analogie entre les verres, les suspensions colloïdales et la matière granulaire sous compaction.

Nos résultats soulignent également le comportement non-trivial de la dynamique d'un milieu granulaire sous gravité. En plus d'avoir une tendance à s'organiser en couches, la

5. dans le sens qu'il est indépendant de l'histoire et entièrement déterminé par l'intensité de la sollicitation

statistique des déplacements des grains dans l'état stationnaire présente un comportement non-gaussien, Le système semble appartenir au bassin d'attraction d'une loi de type "Student". Ce type de loi peut apparaître dans des systèmes à variables corrélées et/ou inhomogènes.

Nos travaux ouvrent de nombreuses perspectives dans la caractérisation du comportement de milieux granulaires sous sollicitations.

Perspectives

En ce qui concerne la dynamique sous inclinaison, il serait par exemple intéressant de travailler en fluide isoindice pour caractériser le mouvement des grains dans l'empilement au moment des précurseurs et d'évaluer de façon précise les épaisseurs mises en jeu. Allié à des approches théoriques portant sur la dynamique de stick-slip non-stationnaire et en particulier sur l'étude de la transition vers le régime continu, ces études devraient permettre de caractériser plus finement ces évènements.

Des expériences préliminaires ont également été réalisées au laboratoire pour étudier la réponse d'un empilement incliné à une perturbation localisée⁶. Ce type d'étude permet de suivre la propagation de la perturbation en fonction de l'angle d'inclinaison. Le principe de l'expérience et les premiers résultats sont présentés dans l'annexe B.

Enfin dans le cadre générale de la transition de "jamming", nos résultats ont montré que l'approche des empilements granulaire avec des modèles à satisfaction de contraintes semble pertinente. L'empilement est alors vu comme un réseau formé par les contacts entre grains les reliant entre eux et devant satisfaire aux contraintes imposées par la gravité. Ce type d'étude peut être d'une grande importance pour essayer de comprendre le phénomène de déclenchement des avalanches sur plan incliné. il serait également intéressant de pouvoir caractériser l'inhomogénéité spatiale de l'empilement (charge des contacts, orientation) et la répartition des contraintes pour comprendre la localisation des déformations macroscopiques et ainsi la raison de l'émergence du régime précurseur. Ce type d'approche doit être rendu possible par des méthodes de simulation numérique de type dynamique moléculaire ou dynamique des contacts.

Notre étude numérique de la dynamique dans l'état stationnaire d'un empilement sous vibrations ouvre également des perspectives.

Notre approche numérique peut par exemple être appliquée à la caractérisation de l'interface entre la zone statique et la zone fluide dans les écoulements de type SSH [94] dans le régime établi. Elle permettrait d'étudier la nature intermittente de la matière granulaire dans la phase statique en mettant en évidence des corrélations spatiales et en

6. L'idée sous-jacente est de quantifier la réponse du système à une fluctuation localisée et d'intensité donnée. C'est à dire de caractériser la divergence de la réponse en fonction des deux paramètres que sont l'intensité de la perturbation et l'angle d'inclinaison de l'empilement.

caractérisant l'évolution de l'hétérogénéité de la dynamique pour extraire la dépendance de la longueur de corrélation dynamique avec la profondeur dans la phase statique et plus précisément avec la friction. Ceci permettrait de lier les propriétés macroscopiques de l'écoulement (épaisseur de la phase roulante) à la structure et aux propriétés dynamique de la phase statique. Il serait également intéressant de réaliser des simulations numériques d'empilements granulaires soumis à la fois à des vibrations et à un cisaillement. Existe-t-il un paramètre qui s'écrit comme une fonction de l'intensité des deux sollicitations qui puisse entièrement déterminer la structure et la dynamique de l'empilement ?. Quel est le diagramme de phase associé ? Ces problèmes très ouverts intéressent à la fois les physiciens, les géologues et les industries verrières.

Annexe A :

Influence de la longueur de la boîte, L , sur l'angle d'avalanche θ_a .

Nous présentons dans cette annexe nos observations sur la dépendance de l'angle d'avalanche avec la longueur de l'empilement. Il est en effet important de mentionner que la longueur de la boîte utilisée peut avoir un grand rôle sur le seuil de déclenchement de l'avalanche.

Bien que l'effet du confinement latéral ait été étudié en 3D à la fois sur le déclenchement des avalanches [35, 36] et sur les écoulements [94], l'effet du confinement longitudinal n'a pas fait l'objet d'études systématiques pour des empilements 3D. La figure A.1 présente l'influence de la longueur de l'empilement sur l'angle d'avalanche θ_a . Cette étude a été réalisée avec les grains de 3mm utilisés lors des expériences sur les précurseurs d'avalanche. Une collaboration avec Houda Mint.Baba, thésarde de l'équipe qui travaille sur la migration des dunes, nous a permis de collecter le même type de données pour des grains de 500 μ m.

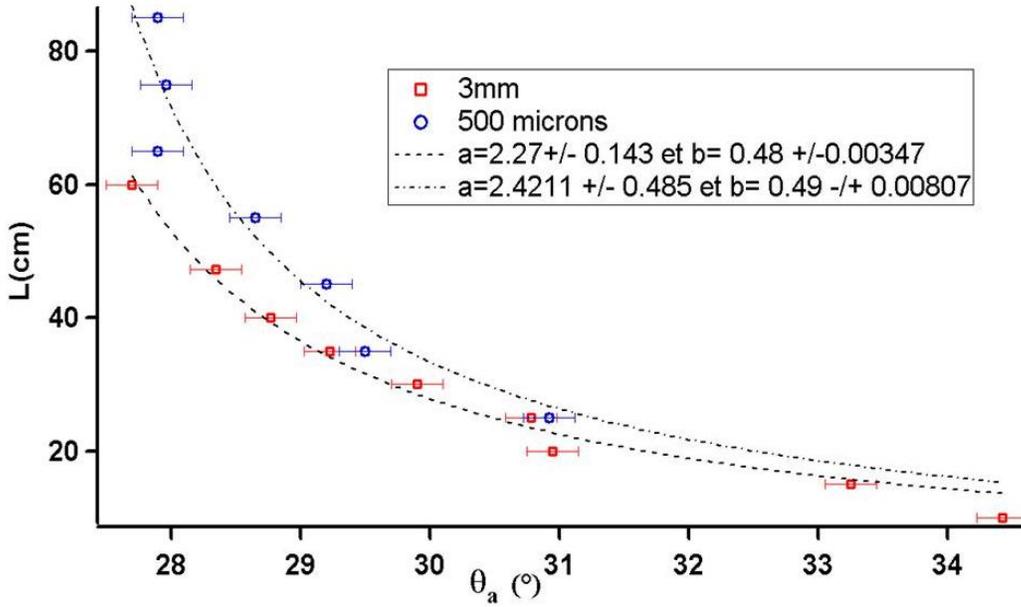


FIGURE A.1 – Courbes montrant l'influence de la longueur de la boîte sur l'angle d'avalanche θ_a . Les 2 courbes correspondent à des tailles de billes différentes. Les données ont été ajustées par la méthode des moindres carrés avec la loi A.3.

Nous proposons ensuite un modèle très simplifié pour tenter de rendre compte de l'influence de la longueur de la boîte sur l'angle d'avalanche.

Les hypothèses sont les suivantes :

- La rupture du milieu lors de l'avalanche est localisée au voisinage de la surface et se produit à proximité de la base aval de l'empilement (zone foncée sur le schéma).
- Il existe une force seuil F_s au dessus de laquelle le bloc (zone foncée sur le schéma) craque. Cette force critique est supposée indépendante de l'angle d'inclinaison θ .

Les forces appliquées sur le bloc en X_r suivant \vec{e}_x sont telles que :

$M.g.\sin(\theta) - \mu_s.M.g.\cos(\theta) - R = 0$ où R est la réaction du support sur le bloc. Au moment de la rupture :

$$M.g.\sin(\theta) - \mu_s.M.g.\cos(\theta) - F_s = 0 \quad (\text{A.1})$$

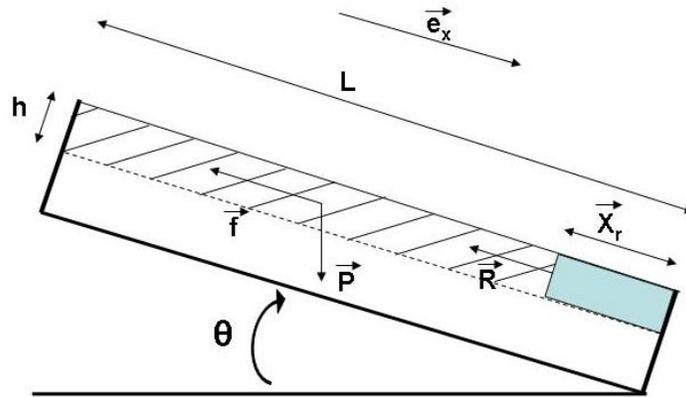


FIGURE A.2 – Schéma de principe de l'empilement et des forces exercées sur une portion du milieu située en bas de l'empilement.

avec $M = \rho.(L - X_r).h \approx \rho.L.h$

On en tire :

$$L = \frac{F_s}{\rho.g.h.(sin(\theta_a) - \mu_s.cos(\theta_a))} \quad (A.2)$$

qui donne la dépendance de l'angle d'avalanche avec la longueur de la boîte.

Les données expérimentales de la figure A.1 ont été ajustées par une loi de la forme :

$$L = \frac{a}{sin(\theta_a) - b.cos(\theta_a)} \quad (A.3)$$

Un bon accord est trouvé avec les données expérimentales que ce soit pour les billes de 3 mm ou de 500 μm. Il est à noter que nous trouvons la même valeur de b dans les deux cas.

Ce modèle bien que très simplifié montre qu'un simple critère de Coulomb ne suffit pas à rendre compte de la dépendance de l'angle d'avalanche avec la longueur de l'empilement. Nous avons introduit ici un critère de rupture plus strict qui suppose l'existence d'un seuil de déclenchement indépendant de l'angle d'inclinaison. Ce seuil contient l'information sur la géométrie locale du milieu (modifiant la friction effective) ainsi que sur la présence d'éventuelles forces de cohésion.

Annexe B :

Réponse de l'empilement à une perturbation localisée.

Nous présentons dans cette annexe des résultats d'expériences préliminaires obtenus sur la réponse d'un empilement granulaire à une perturbation localisée. Le but est de suivre l'évolution de la surface réarrangée suite à la perturbation pour différents angles d'inclinaison de l'empilement.

L'expérience mise en place consiste à perturber un empilement granulaire incliné d'un angle θ à l'aide d'un aimant de type $Nd_2Fe_{14}B$ (recouvert de nickel pour éviter l'oxydation). Ces aimants ont l'avantage d'être des aimants permanents de petites dimensions (cube de 1 cm de côté) et très puissants (champ rémanent de l'ordre de 1.3 T). Le milieu est préparé de la façon suivante :

- Pour chaque expérience, le tas est préparé en introduisant des couches successives comme expliqué dans le paragraphe 7.1.
- Lors de la phase de préparation, un aimant est introduit dans l'empilement à une profondeur h par rapport à la surface.
- Le bac est ensuite incliné à un angle θ .
- Une photo de l'empilement est prise avant la perturbation.
- Un aimant est ensuite amené (grâce à un bras pivotant) à une hauteur L de la surface de l'empilement (voir figure B.1), cet aimant attire le premier aimant placé dans l'empilement et provoque la perturbation.
- Une seconde photo de l'empilement est prise après la perturbation.

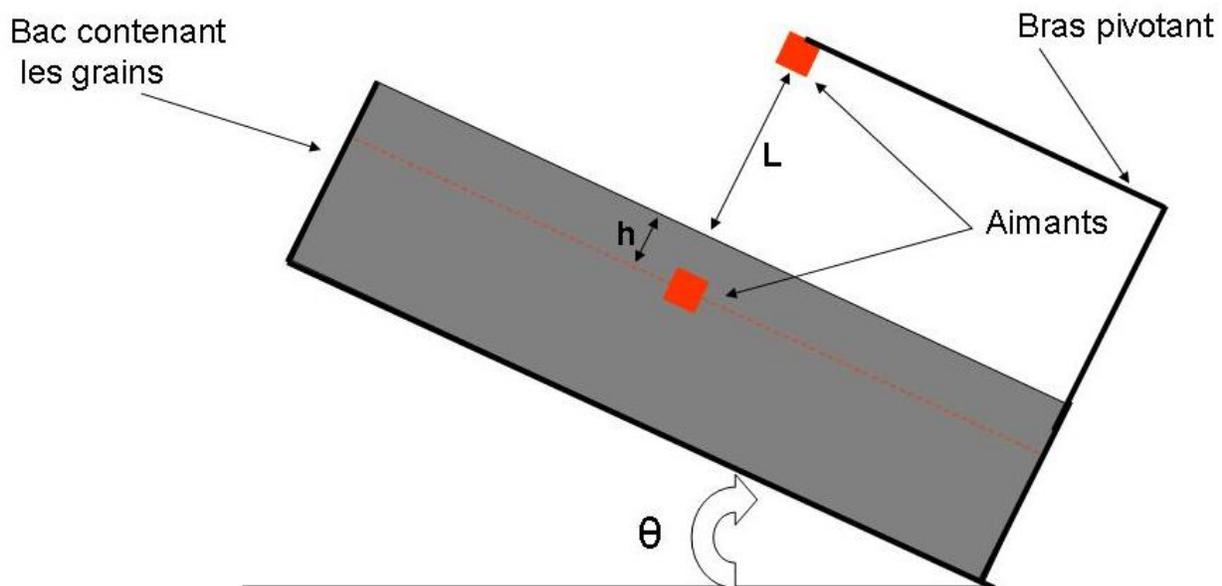


FIGURE B.1 – Schéma de l'expérience pour étudier la réponse d'un empilement granulaire à une sollicitation en fonction de l'angle d'inclinaison du bac.

Pour chaque angle θ , le tas est re préparé suivant la procédure ci-dessus. La différence entre les deux images, prises avant et après la perturbation, permet ensuite de remonter (voir chapitre 5) à la fraction de surface réarrangée à cause de la perturbation. Le résultat est présenté sur la figure B.2.

Dans la partie 1 qui correspond à des angles inférieurs à environ 23.5° , la surface réarrangée est quasiment constante. Elle correspond à la fraction de surface initialement

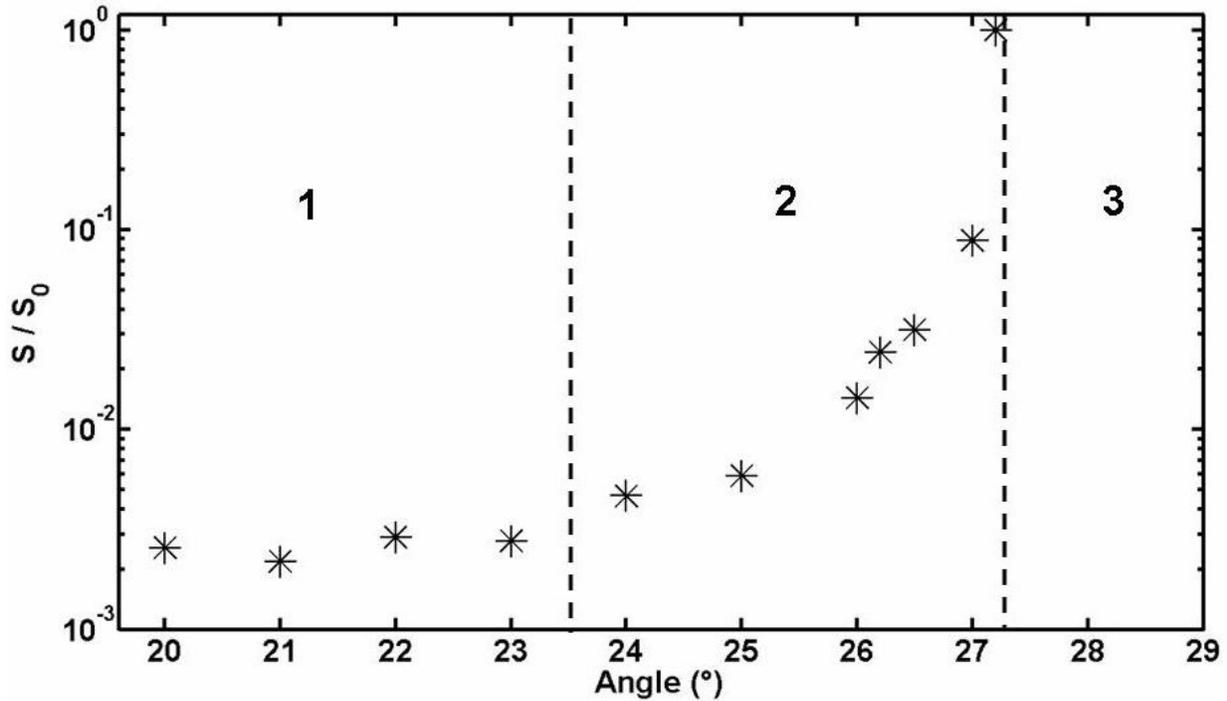


FIGURE B.2 – Exemple d’évolution de la fraction de surface réarrangée, $\frac{S}{S_0}$, en fonction de l’angle d’inclinaison de l’empilement θ . Expériences réalisées avec $h = 1 \text{ cm}$ et $L = 3 \text{ cm}$

occupée par l’aimant. Dans la partie 2 entre environ 23° et 27° , la perturbation croît rapidement avec l’angle d’inclinaison θ . La perturbation affecte de nombreux grains à la surface de l’empilement. Au dessus de 27° , dans la partie 3, la perturbation mène systématiquement au déclenchement d’une avalanche (l’angle d’avalanche en absence de perturbation est de 29.5°).

Ce type d’expérience présente l’avantage que la perturbation appliquée ne dépend que peu de l’angle d’inclinaison θ . Ce qui n’est pas le cas des expériences où l’on étudie la réponse de l’empilement en laissant tomber une bille d’une hauteur donnée. L’angle d’impact et par conséquent l’énergie injectée dépendent alors de θ . Dans le futur, le dispositif pourrait être amélioré en installant par exemple un électroaimant accroché à un capteur de force à la place du second aimant afin de contrôler de façon plus précise les forces appliquées.

Annexe C :

Etude expérimentale des propriétés de vieillissement et d'effets mémoires du sous-réseau des contacts faibles dans un empilement granulaire.

Dans cette annexe, nous présentons un article soumis à Europhysics Letters. Les résultats sur le vieillissement du réseau des contacts faibles dans le volume d'un empilement sous inclinaison γ sont détaillés. L'existence d'effets mémoire γ est également discuté.

Weak-contact force avalanches, aging and memory of weak-contact subnetwork in tilted granular packings

V. YU. ZAITSEV¹, S. KIESGEN DE RICHTER², P. RICHARD², R. DELANNAY², V. TOURNAT³

¹ *Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, Uljanova St. 46, 603950, Nizhny Novgorod, Russia*

² *Institut de Physique de Rennes, Université Rennes-1 - 263 av. General Leclerc, 35042, Rennes, France, EU*

³ *LAUM, CNRS, Université du Maine - av. Olivier Messiaen, 72085, Le Mans Cedex 9, France, EU*

PACS 83.80.Fg – Granular solids
 PACS 43.25.+y – Nonlinear acoustics.
 PACS 45.70.Ht – Avalanches

Abstract. - In contrast to conventional experimental techniques, which are predominantly destined for probing stronger contacts in granular materials, the emerging nonlinear-acoustic technique allows one to selectively probe rearrangements of the weak-contact network including the stage of the pre-avalanche loss of stability of granular packings. This technique made is possible to clearly observe aging of the weak-contact network towards indifferent equilibrium state as a result of repeated forth-and-back tilting of the packing with moderate excursions of several degrees. For larger tilt angles, new portions of weak contacts are involved in the rearrangements, which can also be aged after several tilt cycles. Surprisingly, for stronger periodical excursions (up to the near-critical angle), instead of further aging the weak-contact subnetwork behaves much like a kind of "visco-frictional liquid": its current equilibrium state follows the new direction of gravity. For the first tilt of a fresh-prepared packing, such internal rearrangements exhibit well visible correlation with on-surface grain rearrangements. The latter, however, rapidly cease during next tilts, whereas the weak-contact network exhibits unceasing "mirror-type" rearrangements during forth-and-back tilting. This fluid-like behavior of the weak-contact network does not imply actual significant displacements of grains: the aged network keeps "memory" on its previous configuration and exhibits spontaneous restoration when the packing remains at rest for tens of minutes.

Introduction. – Studies of complex and essentially independent dynamics of strong- and weak-contact subnetworks in granular materials is attracting much attention [1]. Recently, the application of emerging nonlinear-acoustic technique [2] made it possible to clearly detect transitional rearrangements of the weak-contact subnetwork in the bulk of granular packing by observing signal components arisen due to the own nonlinearity of the material. The key point is that this nonlinearity is strongly dominated by the weak-contact contribution [3–6]. The revealed nonlinear-acoustic precursors of avalanche approaching agree qualitatively well with the simulated intermittent character of the grain-contact rearrangements in the bulk of tilted packings [8, 9] and the observations of surface displacements of grains [7]. An open question remains whether the contact rearrangements in the bulk are directly related to the surface displacements of grains and what is the extent of dependence or independence of

the weak-contact network configuration and the state of stronger contacts. In this letter, we present evidence for the fact that modifications of the weak-contact network and surface rearrangements during the tilting can exhibit both pronounced correlation for fresh-prepared granular packings and then become independent for packings repeatedly tilted forth-and-back. Furthermore, clear indications of quite independent evolution of the weak- and strong-contact networks are revealed. In particular, weak-contact network "aging" (similar to the aging of the on-surface activity) during multiple tilts is observed, but only for small tilt-angle excursions. For larger ranges of the tilt angle, remarkable unceasing weak-contact rearrangements are observed, which exhibit pronounced "mirror" symmetry between the stages of the granular-pile lifting up to almost critical angle of the avalanche triggering and the subsequent descending to zero angle.

Experimental setup. – The experimental setup represented a combination of setups similar to those used in [7] for visual observation of avalanche precursors on the surface of the slowly tilted granular pile and nonlinear-acoustic monitoring of the avalanche approaching [2]. The size of the container was $30 \times 20 \times 11$ cm, typical thickness of the packing was 6.8 cm. We used two types of glass beads with the same diameter 3 ± 0.1 mm similar to those used in experiments [2, 7] as well as smaller beads 2 ± 0.1 mm like in studies [4–6]. Angular velocity of the container tilting typically was in the range 0.15..0.2 deg/s, also similar to experiments [2, 7]. Like in [2] we used the 100% amplitude-modulated primary sounding wave and observed the demodulated signal arisen in the pile bulk due to own nonlinearity of the granular material. After processing the series of surface images and the acoustical spectra, we superposed the obtained angular dependences of the intensity of the on-surface displacements of grains and the complementary variations in the nonlinearity-induced signal coming from the material bulk.

The elucidations of the fact that the stronger-loaded and weak contacts play essentially different roles for acoustic-wave propagation in the conventional linear sense and in producing nonlinear distortions of the sounding signals can be found in [3–5]. For the further discussion, it is essential to emphasize that it is the weak-contact network, which produces strongly dominating contribution to the resultant demodulated-signal level. Therefore variations in this signal are selectively determined by the variations in the weak-contact network, whereas the fundamental harmonic of the primary sounding signal is determined by the linear elastic modulus of the medium, which in turn is dominated by the skeleton formed by average-loaded (strong) contacts. Since this skeleton persists and supports the pile till the macroscopic-avalanche triggering, normally the variations in the fundamental-component are significantly smaller than those of the nonlinearity-produced demodulated component. The received signal was FFT-transformed which allowed us to compare the variability of different spectral components. Additionally to the demodulated and primary components of the sounding wave, in the waterfall series of the observed acoustic spectra, we monitored the noise variations in a selected frequency band (typically, in the 2..3 kHz range and 128 Hz bandwidth) which was aside of both the spectral components of the sounding signals and the rotating-engine noise. This acoustic noise could be produced by both the surface movements of grains and structural rearrangements in the bulk. Complementary visual observations were made by a camera focused on the surface and rotated together with the container. The consequent digitized images were compared to reveal the difference due to displacements of grains to new more stable positions. The comparison gave the number of displaced pixels which was approximately proportional to the number of actually displaced grains.

Observation results: complementary variations of the acoustic signal from the material bulk and on-surface rearrangements of the grains. – To study the relation of the on-surface rearrangements to contact rearrangements in the bulk, simultaneous visual observations and acoustical measurements were performed for both the ascending and descending phases. Two types of packing were used: fresh-prepared ones and packings subjected to several cycles of tilting. For the latter, each time the tilting was stopped at about 26° , just before the critical angle of $\sim 27^\circ$.. 28° . The visual observations confirmed the intuitive expectation that the most intensive activity on the surface occurred for fresh-prepared packings, on the surface of which, even after mechanical smoothing, remained a significant number of metastable easily perturbed grains. Both the nonlinear-acoustic signal variations and on-surface activity were qualitatively consistent with earlier reported visual data [7], nonlinear-acoustic observations [2] and numerical simulations [8,9] according to which the intensity of the precursors increases closer to the avalanche. Those precursors demonstrate quasi-periodical character and become less frequent than the initial small-amplitude rearrangements. An example of the dependence of the intensity of the on-surface activity plotted against the tilt angle of the pile is shown in Fig. 1 together with the simultaneously registered demodulated-signal level and acoustic noise. The figure shows only the range of larger angles (20° .. 27° deg), where the intensity of the on-surface displacements was appreciable. Comparison between the curves indicates that a significant portion of the peaks of the on-surface activity exhibit clear correlation with the rapid variations in the nonlinear-acoustic signal level (directly related to the weak-contact rearrangements in the material bulk). The arrows in Fig.1 show easily noticeable correspondence of the variations in the acoustic signals and on-surface displacements. It is seen from Fig.1 that, evidently, the noise produced by the on-surface displacements does essentially determine the registered noise bursts in the tilted pile, whereas the relation of the surface events to the variations in the demodulated signal (i.e., weak-contact rearrangements in the bulk) is less evident.

To quantify the correspondence between the latter signals we estimated the correlation function between the peaks in the on-surface displacements and the peaks of the absolute value of the demodulated-signal derivative with respect to the angle. Certainly, one should not expect very high correlation for signals of so different origins, so that one should use relative values, i.e., the comparison between the correlation functions for simultaneously measured signal pairs and those obtained in different experiments can be used. For the demodulated signal, the slow trend was subtracted (like it was made in [2]), the small-scale fluctuations were filtered out and then the smoothed curve was numerically differentiated, and its absolute value was taken. Since the sampling rates were slightly different, the two curves were resampled to the

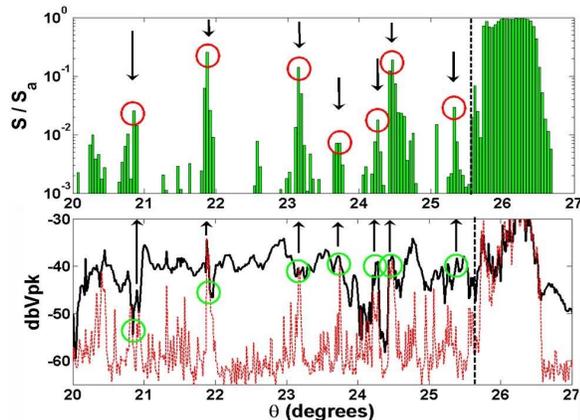


Fig. 1: Example of simultaneously recorded intensity of on-surface displacements (upper panel) and (lower panel) the demodulated acoustic signal variations (solid line) and the acoustic noise around 2816 Hz (dashed line) in the inclined pile for the angular range 20..27 degrees. The intensity S/S_a of the on-surface displacements is normalized to the value occurred for the resultant avalanche. The arrows show correspondence of some peaks in the on-surface activity, the demodulated-signal variations due to weak-contact rearrangements, and noise bursts.

higher sampling-rate value (typical record lengths were ~ 1700 – 2000 points). Examples of the resultant correlation functions are shown in Fig. 2 for the same visual record and the simultaneously recorded acoustic signal and a similar signal obtained in another similar experimental run. Although the correlation maximum for the simultaneous records is not that high (typically ~ 0.25 – 0.3), for similar independent records, the maximum typically is twice lower, so that the difference is statistically meaningful and thus fairly convincing.

Aging of the weak-contact rearrangements in the bulk. – For the on-surface rearrangements, it is physically clear that the on-surface grain displacements (which involved gradually increasing amounts of grains closer to the critical angle) formed a more stable, smoothed surface profile. Therefore, when the pile was periodically tilted between zero and nearly critical angle, the on-surface rearrangements exhibited pronounced aging: their intensity orders of magnitude reduced compared to the first cycle. By analogy, one could expect a similar behavior for the internal rearrangements of the most unstable weak-contact subnetwork in the material bulk. The observations have shown that such expectations are valid only to a certain extent. An example of several consequent records of the variability of weak-contact subnetwork observed via the the nonlinearity-produced signal is shown in Fig. 3 obtained for the last 9 degrees before the critical angle, i.e. in the range for which the most intensive variations of the nonlinear-acoustic signal are typical [2]. The figure clearly shows that with each cycle, the intensity of the

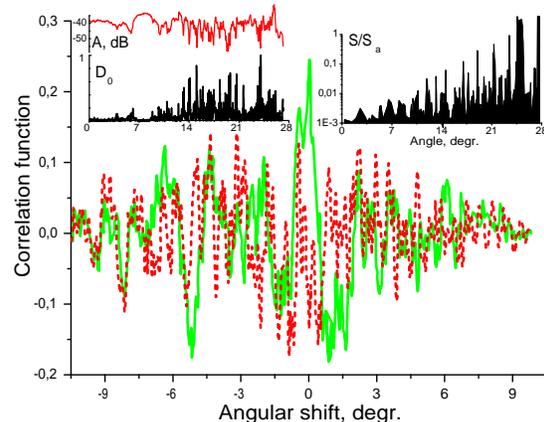


Fig. 2: Correlation functions found for simultaneously recorded demodulated acoustic signal and visible on-surface displacements (solid line) and for similar independent records (dashed line). The insets show the correlated functions. On the left, the upper curve shows the intensity A of the initial demodulated signal and the lower one is for the normalized absolute value of its derivative D_0 . The right inset shows normalized value S/S_a of on-surface displacements. Two latter curves were shifted vertically to ensure zero area under the curves before calculating the correlation.

variations significantly decreases (although the positions of maxima and minima on the curve remain quite stable). It is seen that four consequent tilts were sufficient for the weak-contact network to reach a new apparently indifferently stable aged configuration, for which no appreciable further variations were noticeable in the studied angular range up to nearly critical angle of 26° .

One can pose the question whether the transition to the new more stable state could be caused by the acoustic field itself rather than by the variation in the gravity-field orientation? In order to clarify this, we performed several consecutive tilts of a fresh-prepared packing with a several-degree excursion up to a fixed threshold angle below the critical one. The consequence of the steps is schematically shown in Fig. 4. After several tilts (for example, in the range of 14° – 20°) the variations in the acoustic signal strongly reduced like in the aging example in Fig. 3. Then the packing was tilted to a larger angle (in the discussed case, the next range was 18° – 24°). If the aging of the weak-contact network were dominated by the influence of the acoustic perturbation, the increase in the tilt angle above 20° would not result in a strong difference in the nonlinear-acoustic response of the material. However, actually a dramatic change in the material response was observed just upon passing the previous maximal angle of 20° . It is seen in Fig. 5 that the intensity of the nonlinear signal variations (directly determined by the intensity of the weak contact rearrangements) abruptly increases for angles greater than 20° . This pronounced effect of the packing orientation clearly indicates the dominant

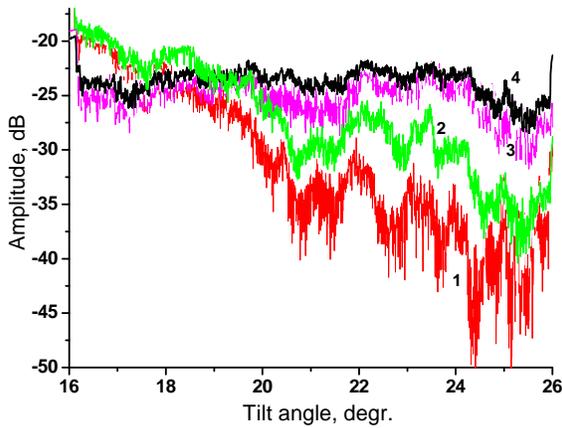


Fig. 3: Example of the weak-contact network aging during several consecutive tiltings of the pile.

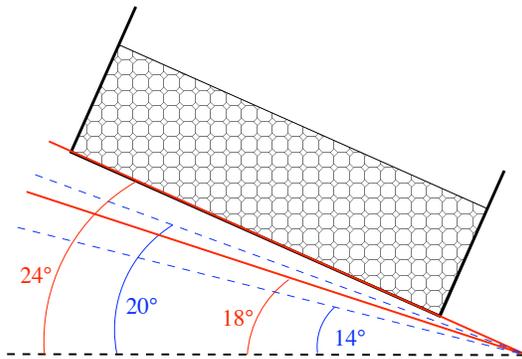


Fig. 4: Schematically shown overlapped angular ranges of tilt angles in the experiments on aging/reactivation of weak-contact rearrangements.

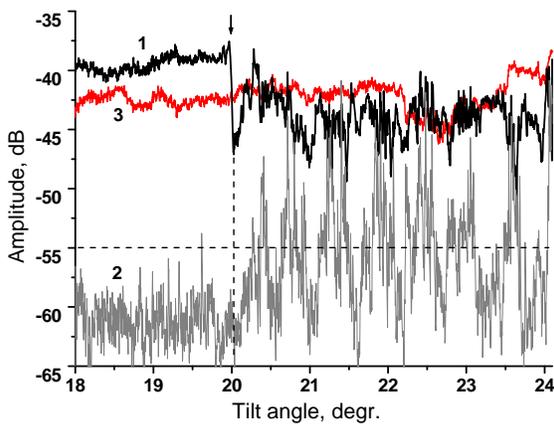


Fig. 5: Example of reactivation of the weak-contact network rearrangements upon surpassing the previous threshold angle 20° of the packing tilting (curve 1). The level of the noise (curve 2) also clearly demonstrates the onset of reactivated rearrangements. The next up-tilting again demonstrate the next aging stage (curve 3).

role of the gravity-field direction in the weak-contact rearrangements. A strong increase in the noise intensity after surpassing the previous maximal tilt angle is also remarkable (see Fig. 5). The same behavior was observed in other overlapped ranges of the tilt angle. Similar effects of aging in a limited angular range and the reactivation of rearrangements for larger angles have been observed for the on-surface grain displacements for fresh-prepared packings, which will be discussed in more detail elsewhere.

Formation of a new weak-contact subnetwork and “mirror-type” internal avalanches of weak-contact network near zero angle.

– Despite the above mentioned similarity with the on-surface rearrangements, the weak-contact rearrangements in the material bulk also exhibit principal differences. Namely, the on-surface rearrangements strongly cease during the consequent tilting of the pile forth and back. For the rearrangements of the weak contacts in the bulk, especially in the entire range from zero to the critical angle, the situation can be surprisingly different. For example, Fig.6 shows the superimposed records of the nonlinear-acoustic component variations during titling the packing from zero to a nearly critical angle of 26° and returning back to zero. If the angle is counted from the initial position of the packing (i.e., from 26° for the return to 0°), striking similarity of the two curves is visible. It is seen that for the descending phase, a pronounced activity of the weak-contact rearrangements is observed for the angles close to the apparently stable horizontal position of the packing. This fact can be understood if we take into account that during approaching the nearly critical angle, the dry-friction at the weakest contacts gradually becomes mobilized, so that such contacts exhibit jumps into new positions that are more stable for the current orientation of the pile in the gravity field. Therefore, for the reorganized weak-contact network, the stable configuration corresponds to the angles close to the critical one. In contrast, when approaching the zero angle during the descending half-cycle, the gravity force pushes such contacts out of their stable configuration formed near the critical angle. Therefore, closer to the zero angle, such contacts become mobilized, loose their stability and exhibit rearrangements back to more stable positions corresponding to near-horizontal orientation of the pile. The weak-contact network thus behaves essentially independently of the network of average-loaded contacts, which remains stable and supports the visible structure of the pile. In contrast, the weak-contact network loses its stability each half-cycle and exhibits a kind of internal avalanches of comparable intensity near both the critical angle and the zero one. Thus for sufficiently large excursions of the tilt angles, the weak-contact network resembles a liquid-like substance impregnating the strong-contact skeleton. This “liquid” tends to occupy a new equilibrium position corresponding to the current angle of the gravity field. We verified that for different types of grains (for which diameter varied from 1.8 to 3.1

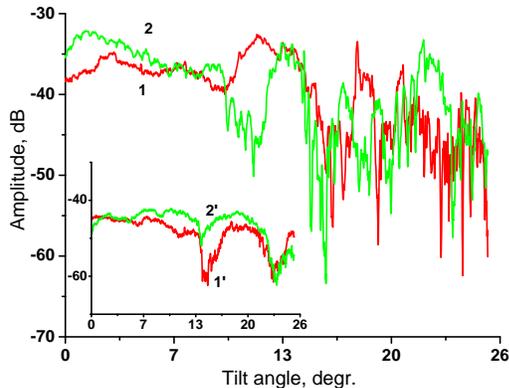


Fig. 6: Examples of the antisymmetrical "mirror-type" evolution of the weak-contact network. Curve 1 in the main panel is for the first tilting from zero to near-critical angle for a freshly-prepared packing and curve 2 for the return. Inset, the second up-and down cycle of tilting in another similar experiment.

mm and correspondingly the inertia effect should differ over ~ 3.5 times). Such mirror-type rearrangements in the material bulk can be more or less perfectly symmetrical, but are fairly reproducible and did not exhibit any trend to cease even after 10 – 15 tilting cycles in contrast to the on-surface activity. It can be noted, however, that during the very first tilts of fresh-prepared packings, the variations in the nonlinear-acoustic component normally exhibit finer structure of the variations-precursors (as in the main panel in Fig. 6). For subsequent mirror-type rearrangements of the weak-contact network, larger-scale structure as in the inset in Fig. 6 is more typical (resembling the envelope of initial, more fine-structured precursors).

Memory effects. – Examples of "memory" of granular systems about the previous state and/or regimes of modification (e.g., compaction regimes [10, 11]) are known in literature. It is also interesting to note that despite the essential aging of the weak-contact network towards an indifferently equilibrium state (which is clearly visible for cyclic tilting with moderate amplitudes as demonstrated in Figs. 3 and 5), the weak-contact network also keeps some memory about its initial configuration and even tends to spontaneously restore it if the packing remains at rest for sufficiently long time. This statement is illustrated by the plots shown in Fig. 7. The left panel corresponds to the range of tilt angles of $18^\circ..24^\circ$, and the right panel is for the subsequent range of $20^\circ..26^\circ$. The figure shows the superposition of the curves marked 1 and obtained for the first upward tilting in the respective angular range. In particular, curve 1 in the left plot in Fig. 7 is the same as curve 1 in Fig. 5. Similarly, in the right plot, curve 1 also demonstrates pronounced activity, especially in the range $24^\circ..26^\circ$, for which the packing was tilted upward for the first time. Significantly smoother curves 2 in the both halves of Fig. 7 correspond to essentially aged

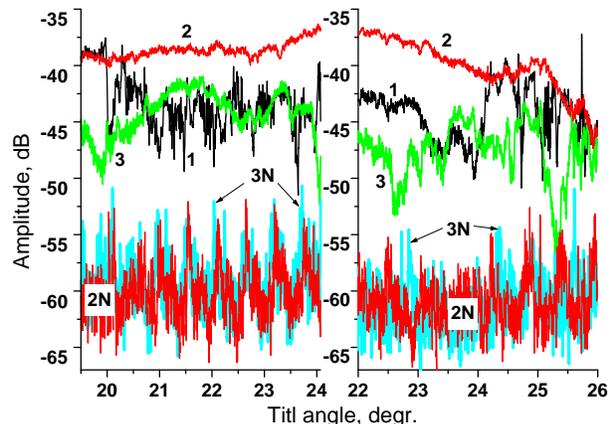


Fig. 7: Examples of "memory" of the weak-contact network for two subsequent angular ranges of tilting. In both panels, curves 1 are for the first surpassing of the previous threshold angle. Pronouncedly aged curves 2 were recorded after 3 and 2 subsequent up-and-down tiltings between 18° and 24° and 20° – 26° . Curves 3 were obtained after 20 min. (left panel) and 45 min. (right panel) of rest at the minimal angle before the next tilting. The noise curves 2N and 3N correspond to the curves 2 and 3, respectively.

structure of the weak-contact network obtained after three and two up-and-down cycles for the left and right panels, respectively. Before obtaining curves marked 3, the packing remained at complete rest (including switching off the acoustic excitation) during 20 min. for the left panel and 45 min. for the right panel in Fig. 7. Surprisingly, instead of stronger (or at least similar) smoothness compared with previous cycles, the curves marked 3 clearly exhibit significantly reactivated rearrangements.

It is clearly seen in the Fig. 7 that during the rest periods, the weak-contact network in the packing essentially restored its state closer to the state before the first up-tilting in each of the discussed angular ranges. The possibility of such restoration can be understood since the weak-contact rearrangements do not imply macroscopic displacements of the grains, such that almost all contacts remain in the positions very close to initial ones till the onset of the macroscopic avalanche. This ensures the possibility for a part of the weak contacts to return from the aged (and evidently metastable) configuration to the equilibrium positions corresponding to smaller tilt angles. It is important to underscore that during the rest periods, the acoustic signal was switched off, so that the restoration of the aged configuration was caused by the intrinsic dynamics of the packing under the influence of gravity and thermal fluctuations. The latter factors evidently were sufficient to overcome energy barriers corresponding to the nanometer-scale distances between the ruptured and slightly separated interfaces at the weak contacts. In this sense the stability of the packing skeleton below the critical angle of the macroscopic avalanche ensures that the

weak-contact network keeps some "memory" on its configuration corresponding to a particular tilt angle. Even after significant disturbance this configuration can spontaneously be restored to a considerable extent if the packing is returned to this angle and a sufficient rest period is allowed.

In contrast to smoothed aged curves 2, both curves 3 demonstrate much stronger variability comparable with that for curves 1 (especially this is clear for the right panel corresponding to a longer rest period of 45 min.) In addition to the comparable intensity of the variations, for each pair of the curves 1 and 3, fragments with similar shapes are easily seen. Certainly the entire curve shapes do not literally coincide, but the similarity between some fragments in the same sense as in Fig. 3 is visible, and also the angular positions of abrupt variations fairly well coincide for the respective pairs of curves 1 and 3. It is also interesting to compare the level of the own acoustic noise of the granular material for the aged and then restored configurations. The own material noise within 128 Hz bandwidth around 2816 Hz was (like for Fig. 5) is shown in Fig. 7 by curves marked 2N and 3N which correspond to curves 2 and 3, respectively. It is seen in the both panels that the noise becomes 3 – 6 dB more intensive after the rest period compared to the aged state.

Conclusions. – The performed complementary visual and nonlinear-acoustic observations confirmed that on-surface rearrangements of beads for tilted granular piles and modifications of the weak-contact network (monitored using the nonlinear-acoustic approach) can exhibit noticeable correlations, especially for fresh-prepared granular piles. Further more detailed complementary statistical studies of the on-surface displacements, weak-contact network modifications and own acoustic noise in granular piles are foreseen. It is clear, however, that for repeatedly forth-and-back inclined piles, the revealed correlations almost disappear. We also obtained convincing experimental demonstrations of quite an independent evolution of the weak-contact network compared to the on-surface displacements of grains and the configuration of the strong-contact network in the material bulk. For moderate (within 6° - 8°) excursions of the forth-and-back tilting, the configuration of the weak contacts demonstrated pronounced aging and trend to a new quasi-indifferent equilibrium state. For periodical inclinations made in overlapped ranges of the tilt angles, the aged configuration demonstrated reactivation of the rearrangement activity upon surpassing the previous maximal tilt angle. This fact is intuitively expected and resembles the similar situation for the on-surface displacements of the grains. More surprising is the fact that for larger excursions (especially for inclinations in the entire range from zero to near-critical angles), instead of aging the weak-contact network demonstrates a very peculiar liquid-like behavior (although the configuration of the "liquid-like" weak-contact network in the gravity field may remain almost unchanged in nar-

row angular ranges of several degrees). Closer to the critical angle, the rearranging weak contacts cause peculiar variations in the nonlinearity-produced component of the acoustic signal and form an essentially changed stable configuration. During the descending half-cycle the rearranged weak-contact network loses its stability closer to zero angle, such that a remarkable "mirror" symmetry of the weak-contact evolution is observed for the granular-pile tilting forth and back. These rearrangements do not exhibit any trend to ceasing for multiple forth-and-back cycles (in contrast to the on-surface displacements).

Finally, it is found that even apparently aged configurations of the weak contacts can demonstrate a kind of long-time memory, such that the relaxation during tens of minutes can essentially restore the previous configuration of the aged weak-contact network. These results evidently have a deep relation to earlier reported manifestations of "memory" properties of other types found for granular materials [10–12]. In a wide sense, the presented experimental results support and complement the conclusion based on numerical simulations [1] that granular materials can be viewed as a composition of essentially independent sub-networks of strong and weak contacts with radically different properties.

* * *

The study was supported in parts by ANR grants Nos ANR-05-BLAN-0273, NT-05-3-41489, and RFBR-PICS grant No 09-02-91071-CNRS. V.Z. acknowledges the Universities of Maine and Rennes-1 for obtaining invited-professor grants.

REFERENCES

- [1] DEBOEUF S., DAUCHOT O., STARON L., MANGENEY A. and VILOTTE J.-P., *Phys. Rev. E*, **72** (2005) 051305.
- [2] ZAITSEV V., RICHARD P., DELANNAY R., TOURNAT V. and GUSEV V., *Europhys. Lett.*, **83** (2008) 60043.
- [3] ZAITSEV V. YU., *Acoust. Phys.*, **41** (1995) 385.
- [4] TOURNAT, V., ZAITSEV, V. GUSEV, V. NAZAROV, V. BEQUIN P. and CASTAGNEDE B., *Phys. Rev. Lett.*, **92** (2004) 085502.
- [5] TOURNAT V., GUSEV V., ZAITSEV V. and CASTAGNEDE B., *Europhys. Lett.*, **66** (2004) 798.
- [6] ZAITSEV V., NAZAROV V., TOURNAT V., GUSEV V. and CASTAGNEDE B., *Europhys. Lett.*, **70** (2005) 607.
- [7] NERONE N., AGUIRRE M.A., CALVO A., BIDEAU D. and IPPOLITO I., *Phys. Rev. E*, **67** (2003) 011302.
- [8] STARON L., VILOTTE J.-P. and RADJAI F., *Phys. Rev. Lett.*, **89** (2002) 204302.
- [9] STARON L., RADJAI F. and VILOTTE J.-P., *J. Stat. Mech.*, **89** (2006) 07014.
- [10] JOSSEERAND C., TKACHENKO A., MUETH D.M. and JAEGER H.M., *Phys. Rev. Lett.*, **85** (2000) 3632.
- [11] RICHARD P., NICODEMI M., DELANNAY R., RIBIÈRE P. and BIDEAU D., *Nature Materials*, **4** (2005) 121.
- [12] KOVACS A. J., *Adv. Polym. Sci.*, **3** (1963) 394.

Annexe D :

Etude Numérique de la dynamique d'un milieu granulaire soumis à des taps : Hétérogénéités de la dynamique.

Dans cette annexe, nous présentons un article publié dans *Europhysics Letters*. Les résultats numériques présentés dans le corps de la thèse et obtenus avec la simulation Monte-Carlo y sont repris. En particulier, il souligne la place des résultats obtenus par rapport à l'état de l'art sur le sujet.

Heterogeneous dynamics of a granular pack under vertical tapping

S. KIESGEN DE RICHTER^(a), G. LE CAËR and R. DELANNAY

*Institut de Physique de Rennes - UMR UR1-CNRS 6251, Université de Rennes 1, Bât. 11A, Campus de Beaulieu
263 av. Général Leclerc, 35042, Rennes Cedex, France, EU*

received 1 December 2008; accepted in final form 11 February 2009

published online 18 March 2009

PACS 83.80.Fg – Granular solids

PACS 05.40.-a – Fluctuation phenomena, random processes, noise, and Brownian motion

PACS 45.70.Cc – Static sandpiles; granular compaction

Abstract – The dynamics of a tri-dimensional dense granular packing under gravity and vertical tapping is numerically investigated in a stationary state. A slowing-down of the dynamics is observed close to the bottom of the packing with a correlation length of $5-6d$. In this perturbed zone, the self-intermediate scattering function, decaying slower than exponentially, suggests the existence of a heterogeneous dynamics. A characteristic time scale of the dynamics depending on the distance from the bottom of the packing is extracted. Our numerical results open the way to a systematic study of the influence of external driving force and of boundary conditions on the heterogeneity of the dynamics of granular packings under gravity.

Copyright © EPLA, 2009

Introduction. – The dynamical behavior of granular media close to jamming displays a dramatic slowing-down of the dynamics as well as other glassy features [1–6]. In contrast to colloidal suspensions and molecular glass formers, they are athermal systems and thermal fluctuations cannot be the driving force for exploring phase space configurations. Many experiments or numerical simulations that studied the response to an external driving [1,2,5,7–11], show that granular media are strongly dynamically correlated close to the jamming transition but the very nature of that correlation is still unclear. In most cases the response of the system is homogenous and isotropic and the parameter which describes the jamming transition is a global parameter, namely the density or the temperature. Previous works suggested the existence of dynamical heterogeneities in granular compaction via analytical arguments [12] or via numerical simulations [13,14].

In the present paper, we study a system whose response is spatially inhomogeneous and which exhibits several characteristic time scales. The inhomogeneity of the dynamics is localised as seen in many experiments where “fluid-like zones” can coexist with “jammed zones” [15–17] depending on the external driving force and boundary conditions. In this work, we use a model, described in

the second section, which was built to study compaction under tapping [18,19]. In experiments and in computer simulations, the driven packing reaches a stationary state that only depends on the tap amplitude [18,20–22]. In the following, we first describe the modelling of the tapping process and we characterize global properties of the packing in the stationary state. Then, we highlight an inhomogeneity of the response by a local approach of the dynamics. Finally, we report on the presence of correlated motions localized at the bottom of the packing and we discuss our results.

Model. – The numerical model of compaction we use was extensively compared with experiments [18,23]. It reproduces many of the macroscopic properties of compaction as well as some of the microscopic ones [18,21]. The system is a topless box containing 4096 identical spheres of radius R . In the following, the unit of length is chosen to be the grain diameter d . The whole pack is initially prepared by a pluviation process [18]. Grains fall one after another from a height large as compared to that of the final pack. Their horizontal coordinates are chosen at random. Each grain falls down until it touches the bottom of the box or already deposited grains. The grains which constitute the bottom of the pack are fixed during the whole simulation. We use periodic boundary conditions at the sides. This model is purely geometric, in fact neither friction nor contacts are introduced between

^(a)E-mail: sebastien.kiesgen@univ-rennes1.fr

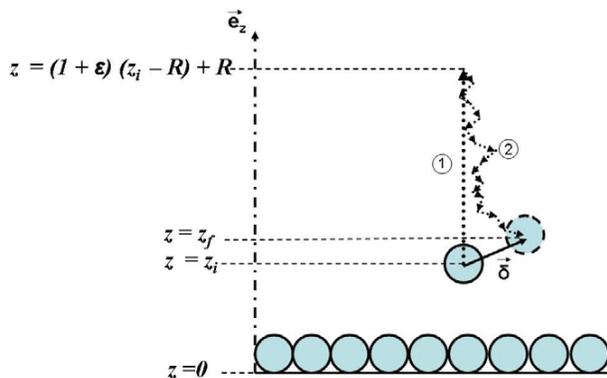


Fig. 1: Dynamics of a grain during a tap. 1) Dilation phase of the parameter ϵ (here $R = 1/2$). 2) Redeposition phase. The displacement after the tap is $\vec{\delta}$. z_i and z_f are, respectively, the position of the grain before and after the tap. Grains at $z = 0$ are initially randomly glued via a pluviation process.

spheres or with the bottom. Thus, the dynamics of the system is just driven by steric constraints. The dynamics of a particle is presented in fig. 1. A tap is modelled as a dilation of the packing followed by a redeposition of the particles. During dilation, the height z (expressed in units of grain diameter d) of particles becomes $(1 + \epsilon)(z - 1/2) + 1/2$, where ϵ is the strenght of the tap. As the redeposition procedure must be nonsequential, a Monte Carlo algorithm is used to decompose the motion of each sphere in a great number of small displacements. Here, the redeposition process is biased to increase the number of times a particle with a high probability to move (on the top of the packing) is selected as compared to a particle with a low probability to move (located at the bottom of the packing). The system is divided into layers with a thickness of one sphere diameter, d . A layer, l , is first chosen according to a Gaussian distribution truncated between zero and the height of the packing (eq. (1)). The origin of l is the top of the packing:

$$P(l) = A \exp(-(l/l_0)^2), \quad (1)$$

A is a constant of normalisation and we choose l_0 of the order of $8d$. This choice is not critical since it has no influence on the global equilibrium of the packing which is determined by a convergence test on its average height, $\langle h \rangle$. Then, a particle is randomly chosen in the selected layer and a small displacement is proposed whose angle with the downward vertical direction is distributed according to a truncated Gaussian of zero mean, to represent the effect of gravity [18]. If it creates no interpenetration with another sphere or with the bottom, the move is accepted. Otherwise it is rejected. The redeposition is stopped when the relative variation of $\langle h \rangle$ becomes smaller than 10^{-6} . So, the displacement of a grain during a tap, $\vec{\delta}$, is the result of this expansion-redeposition procedure (fig. 1). In the following, the unit of time is chosen to be a tap.

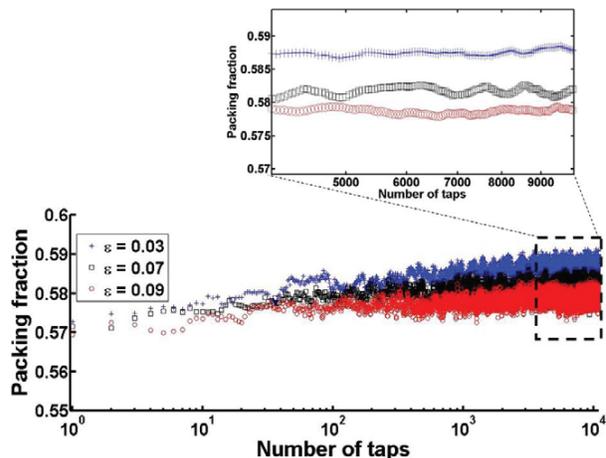


Fig. 2: Evolution of the packing fraction for three values of ϵ . The system reaches a stationary state whose packing fraction depends on ϵ . Inset: moving average of the packing fraction showing the stationary state.

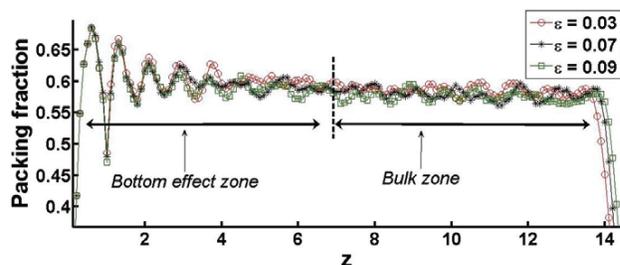


Fig. 3: Profiles of packing fraction for three values of ϵ as a function of the height in the pack expressed in units of grain diameter. Oscillations show the zone perturbed by the bottom layer.

Properties of the packing in the stationary state. – In this section, we describe some characteristics of the system during tapping. An important parameter is the evolution of the packing fraction, which measures the proportion of the total volume of the packing occupied by grains. In our simulation, a densification of the packing occurs (fig. 2) and a stationary state is reached, in agreement with the results of [18,20–22], which depends on ϵ . Statistical properties of the packing are solely analyzed in the stationary state, a state which can be characterized precisely by performing time averages. Indeed, Ribiere *et al.* [21,22] showed that this state is well defined and depends neither on the initial packing fraction nor on the structure of the packing. Furthermore, the stationary packing fraction is controlled by a single parameter, the amplitude of the tap ϵ .

Figure 3 shows packing fraction profiles for three different values of ϵ . Oscillations at the bottom of the packing show its influence on about 5 grain diameters. In fact, peaks indicate a local organization of grains into layers starting from the bottom and they are similar to

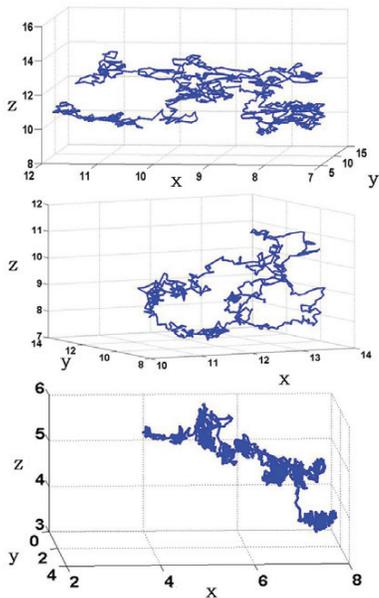


Fig. 4: Typical trajectories, from bottom to top: bottom of the packing ($z \approx 4$), middle of the packing ($z \approx 8$), top of the packing ($z \approx 13$), $\epsilon = 0.03$.

those found in previous experimental observations [24] and in computer simulations [25]. The position and the amplitude of the peaks are seen to be independent of the value of ϵ as a consequence of the fixed value of the packing fraction at the bottom. Figure 3 shows not only that the packing fraction depends on the distance from the bottom, as reported in [14], but also that it reaches a constant value in the bulk zone as it does in the aforementioned experimental works. As noticed by Arenzon *et al.* in [26], gravity leads to a highly nontrivial spatial dependence of observables enhanced by boundary conditions. Indeed, this inhomogeneity originates from the fact that the local excitation depends on the height and from the influence of the bottom (the packing fraction is fixed at $z = \frac{1}{2}$ by grains glued on the bottom).

In the next section, we study the particle dynamics in this “perturbed zone” as compared to the particle dynamics far from the bottom of the packing.

Inhomogeneity of the response. – In this section, we describe the nature of grain motions and point out an inhomogeneity of the grain displacement depending on the height in the packing.

Figure 4 shows three typical trajectories. Close to the bottom, grains are confined most of the time and escape rarely through brief events. Higher in the packing, trajectories are more and more diffuse and homogeneous. To study these motions, we divide the packing in successive layers of one grain diameter width. H is the height of the layer in term of number of grains. For a grain at height z the corresponding layer is $H = \lfloor z \rfloor$ (the integer part of z).

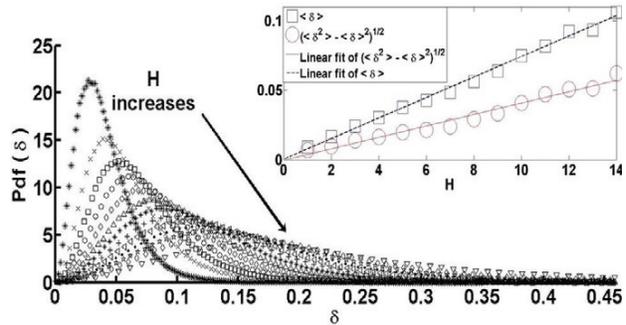


Fig. 5: Displacement distribution function for different heights, where H increases, between 1 and 14, from left to right as indicated by the arrow. Inset: plot of the mean and of the standard deviation of each distribution as a function of H ($\epsilon = 0.03$).

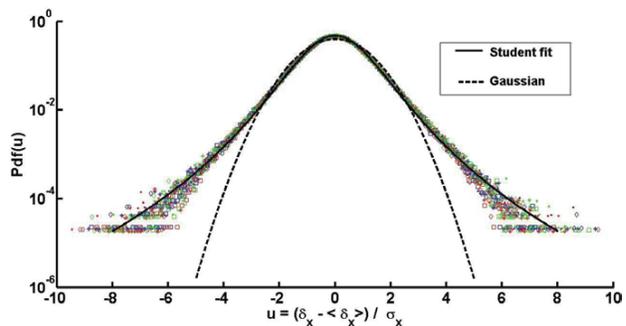


Fig. 6: Pdf of $u = \frac{\delta_x - \langle \delta_x \rangle}{\sigma_x}$ for values of H ranging from 1 to 14. The dotted line is a standard Gaussian and the solid line is a Student fit, $\nu = 6.2$ ($\epsilon = 0.03$).

We plot, in fig. 5, the probability density function (Pdf) of displacements for each layer in the stationary state.

As a consequence of tapping, the mean displacement increases steadily with H as does the standard deviation. In fact at the start of each tap, each grain is translated by a vector whose length depends on its initial height, so that its displacement during the redeposition increases when the distance from the bottom increases. Moreover, the analysis of the projection of displacements on the x -axis, δ_x (fig. 6) shows that its Pdf presents fat tails as compared to a Gaussian and is least-squares fit by a Student-type distribution (eq. (2)) with a so-called number of degrees of freedom $\nu = 6.2$, σ_x and $\langle \delta_x \rangle$ are, respectively, the standard deviation (scaling parameter) and the mean value of the distribution of δ_x .

$$P(\delta_x) = \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\sigma_x \cdot \sqrt{\nu\pi} \cdot \Gamma(\frac{\nu}{2})} \left(\frac{\delta_x - \langle \delta_x \rangle}{\sigma_x} \right)^{-\frac{\nu+1}{2}} \quad (2)$$

This family of distributions is commonly found in inhomogeneous systems [27] and in correlated ones [28]. Moreover the non-Gaussian behaviour of displacements with fat

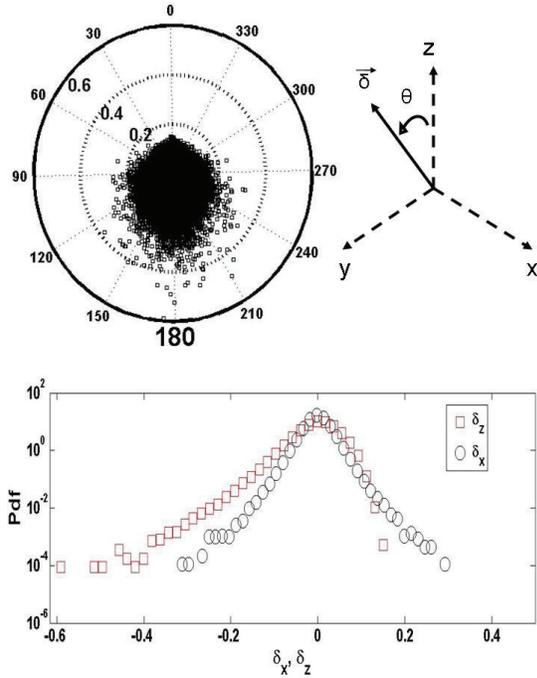


Fig. 7: Bottom: Pdf of δ_x and δ_z for $H=5$. Top: polar plot of the displacement vector \vec{d} ($\epsilon=0.03$).

tails appears in many glassy systems like colloids [4,29,30] or 2D granular media [9] and points out the effect of steric constraints.

The distributions of the projection of displacements on the x and y axes are statistically identical as required by the invariance by rotation in the x - y plane for a given H . By contrast the distribution of the projection of displacements on the z -axis, δ_z , is asymmetrical (fig. 7). This difference is due to the external force which expands the packing only along the z -axis. As a consequence, we observe on a polar plot (top of fig. 7) that \vec{d} displays a preferential direction for large displacements along the $-z$ direction ($\theta=180^\circ$) due to gravity. In spite of this asymmetry in δ_z 's distribution tails, the mean value, $\langle \delta_z \rangle$, is equal to zero as the system is a stationary state.

In the following section, we go one step further evidencing dynamical and spatial correlations.

Heterogeneity of the dynamics and spatial correlations. – We first focus on a two-point function, the self-intermediate scattering function, whose relaxation gives information about the dynamics of the system [12], then we characterize spatial correlations. The self-intermediate scattering function measures the dynamics of single particles. It is defined by relations (3) and (4). In the following, we compute that function for each layer of the packing:

$$F_s(\vec{k}, \tau) = \langle f_s(\vec{k}, t, \tau) \rangle_t = \sum_i \left\langle \frac{1}{N} e^{-j\vec{k} \cdot \vec{d}_i(t, \tau)} \right\rangle_t, \quad (3)$$

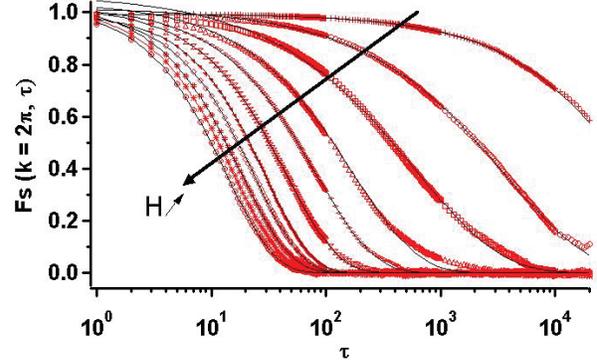


Fig. 8: $F_s(|\vec{k}|=2\pi, \tau)$ as a function of τ for $H=1, \dots, 11$ from top to bottom (indicated by the arrow and the increasing H). The solid lines are fits with the form: $\exp(-(t/b)^\epsilon)$. $\epsilon=0.03$.

where $\vec{d}_i(t, \tau)$ is the displacement of grain i between t and $t+\tau$ and where the sum is over the N particles present in the layer at the initial time, t . We choose $|\vec{k}|=2\pi$ which corresponds to the nearest-neighbour distance and $F_s(|\vec{k}|=2\pi, \tau)$ is evaluated by an angular integration over the surface of a unit sphere:

$$F_s(|\vec{k}|, \tau) = \left\langle \frac{1}{4N\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} \sum_i e^{-j\vec{k} \cdot \vec{d}_i(t, \tau)} \sin(\theta) d\theta d\phi \right\rangle_t \quad (4)$$

The real part of $F_s(|\vec{k}|=2\pi, \tau)$ is plotted in fig. 8 as a function of τ for different layers ranging from $H=1$ to 11. The decrease of $F_s(|\vec{k}|=2\pi, \tau)$ with τ can be well fit by a stretched exponential, $\exp(-(t/b)^\epsilon)$, showing that the relaxation might be slower than exponential in each layer. The origin of this relaxation could be due to a broad spatial distribution of time scales. As Dauchot *et al.* [7], we do not observe a plateau in the decrease of $F_s(|\vec{k}|=2\pi, \tau)$ in contrast to what is often reported for colloids and glasses. That difference comes from a less pronounced separation of time scales for each layer of the system. In fig. 8, the time scale of the dynamics is seen to be shorter and shorter when going up in the packing, with a very slow dynamics for the five first bottom layers.

A typical time scale, b , can be extracted for each layer. Figure 9 shows the evolution of this characteristic time scale as a function of the height in the packing and suggests that this quantity diverges when approaching the bottom of the packing.

It emphasizes the influence of the rough bottom on the dynamics. The bottom influences a volume whose thickness is about $5d$. The parameter b can be well fit by a ‘‘Vogel-Fulcher’’ type law over the entire range. The reason for the reduction of mobility at the bottom of the packing is clear: particles are surrounded by ‘‘cages’’ of next neighbours which hinder their motion. Because of the heterogeneous sollicitation, this steric effect decreases with the altitude in the packing as shown by fig. 9. This is also related to the evolution of the stretching parameter

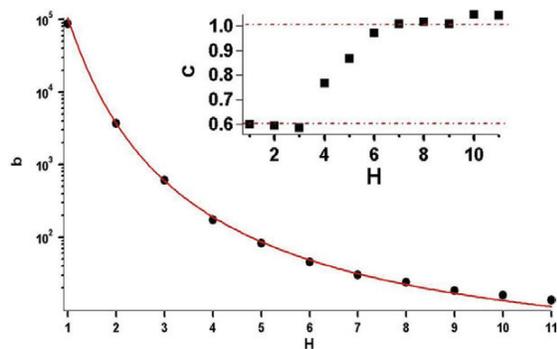


Fig. 9: Evolution of the characteristic time scale b as a function of the height H . The solid line is a fit of the form: $A \exp(-\frac{C}{H-B})$. Inset: evolution of the stretched exponent as a function of the height H ($\epsilon = 0.03$).

c (inset of fig. 9) which is of the order of 1 for large H . In fact, as expected, the bottom influence decreases as H increases so that, for large H , the grains perform a diffusive motion with $F_s(|\vec{k}| = 2\pi, \tau) \approx \exp(-D \cdot k^2 \cdot \tau)$ where D is a diffusion coefficient. For small H , the value of c , of the order of 0.6, is related to a short-time subdiffusive dynamics for grains close to the bottom and this effect decreases when H increases. A clear transition appears in the evolution of c . This transition might be used to measure the length over which the bottom influences the dynamics: H is found to be of the order of 5–6 grain diameters, a value which coincides with the trend seen in fig. 3.

To extract a dynamical correlation length, we calculate a four-point correlation function, more precisely a dynamical nonlinear susceptibility $\chi_4(|\vec{k}|, \tau)$ for each layer. It is defined as

$$\chi_4(|\vec{k}|, \tau) = \left\langle N (f_s(|\vec{k}|, t, \tau) - F_s(|\vec{k}|, \tau))^2 \right\rangle_t, \quad (5)$$

where $f_s(|\vec{k}|, t, \tau)$ denotes the observable after an angular integration over the unit sphere surface and N denotes the number of grains present in the layer at time t .

Figure 10 shows the evolution of $\chi_4(|\vec{k}|, \tau)$, which is of the order of one at large time and exhibits a peak that evidences a heterogeneous dynamics [7]. An estimation of a dynamical correlation length is obtained from the position of the maximum. For example, at $H = 2$, the value of the peak maximum is about $\chi_4(|\vec{k}| = 2\pi, \tau^*) \approx 60$ with $\tau^* = 3 \cdot 10^3$ (τ^* agrees with the value of $b \approx 2.5 \cdot 10^3$ found from fig. 9 for $H = 2$). The correlated volume defined as $\frac{4}{3}\pi\delta^3$ leads thus to $\delta \approx 2.5$. This characteristic length is a measure of the reach of the influence of a single grain on its neighbours. The maximum of χ_4 increases in glass-forming systems when the temperature decreases ([12] and references therein). A similar increase is expected to occur when ϵ decreases from the connection between compacting granular media and glassy systems, as suggested by Lefevre *et al.* [12]. Indeed, the inset of fig. 10 confirms that trend. Figures 8 and 10 suggest that

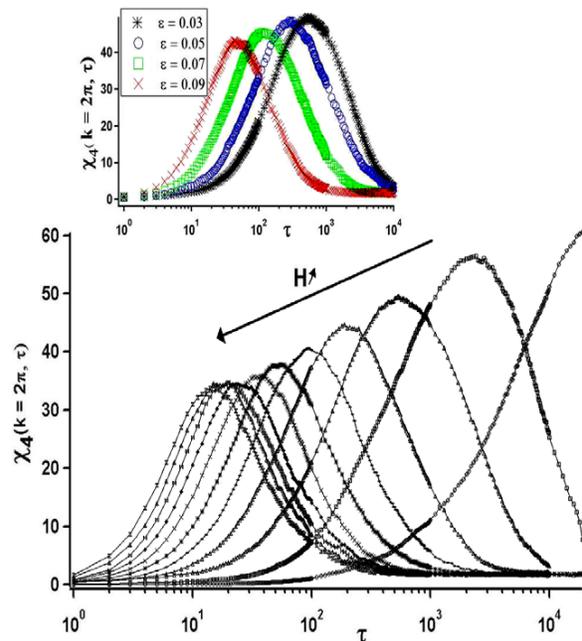


Fig. 10: $\chi_4(|\vec{k}|, \tau)$ as a function of τ for different values of $H = 1, \dots, 11$ from right to left as indicated by the arrow ($\epsilon = 0.03$). Inset: plot of $\chi_4(|\vec{k}|, \tau)$ at $H = 3$ for different values of ϵ .

the packing possesses a nontrivial dynamics close to the bottom with large spatial correlations. To characterize it further, we define a dynamical variable $\vec{Z}_i = \vec{d}_i(t, \tau)$ for each particle i . Following the idea of homogenisation, the medium is divided into layers, as above, and a spatial correlator is calculated for each layer [30]:

$$C(\tau, r) = \left\langle \frac{\langle \vec{Z}_i \cdot \vec{Z}_j \rangle_{r_{ij}=r}}{\langle \vec{Z}_i^2 \rangle_i} \right\rangle_t, \quad (6)$$

where r_{ij} is the distance between the centers of grains i and j . Here τ is the time scale used to define the displacements $\vec{d}_i(t, \tau)$. To study the r -dependence of $C(\tau, r)$, we choose for convenience to fix $\tau = 100$ which is the characteristic time scale of the dynamics for a layer at $H = 5$ (fig. 9), a height which is approximately the reach of the bottom influence.

This function oscillates with particularly strong oscillations in the vicinity of the bottom (fig. 11). These oscillations coincide with those of the pair correlation function and the amplitude of the first maximum increases when H decreases. In a region close to the bottom, of thickness $5d$, the directions of the displacements of particles are correlated, with a correlation length of about $3d$. Close to the bottom, motions of grains are thus correlated with the geometrical structure of the packing. In summary, oscillations in density profiles (fig. 3) show a local organisation which influences the motion of grains over a distance of 3 grain diameters (fig. 11).

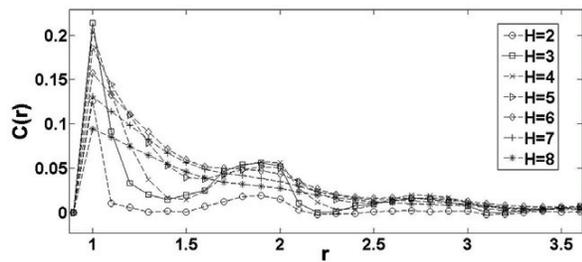


Fig. 11: Spatial correlation function with $\tau = 100$ for different values of H as a function of the distance r , the first nearest neighbour is at $r = 1$, $\epsilon = 0.03$.

Conclusions. – First, the dynamics of a group of grains subject to repeated taps is found to be nontrivial in these numerical simulations. The response of the system is heterogeneous, and is related to the structure of the packing. So, the usual approaches of statistical physics as applied to homogeneous and stationary systems cannot incorporate these heterogeneities. This type of response is usual in granular matter subject to gravity. This is, for instance, the case in an experiment of granular flow on a heap [15] which consists of a “granular liquid phase” flowing on a static one driven by gravity. The dynamics of grains is a function of the height in the heap. This system is clearly heterogeneous and correlations should appear in the intermediate zone between the static phase and the flowing one.

Second, correlations appear on a large scale ($\approx 5d$) close to the bottom showing the importance of boundary conditions on the dynamics. In fact, the latter fix the packing fraction at $z = \frac{1}{2}$ and influence the structure and the dynamics over about 5 layers with the presence of dynamical heterogeneities. Close to the bottom, grain motions are correlated over $3d$ as a result of a spatial cooperativity in the system.

Such simulations which mimic the influence of the gravity can be an efficient tool to evidence the link between inhomogeneities and collective phenomena. The latter is still poorly understood, but is essential for understanding correlations between local packing structures and individual grain motions. Finally, in the investigated model no interaction between the particles is assumed beyond the hard-core exclusion but in real systems the energy injected by tapping is dissipated through inelastic collisions between the particles. It would be interesting to investigate the influence of dissipation on the relaxation of the dynamics and on correlations.

We wish to thank D. BIDEAU, D. MORINEAU, T. ROUXEL for helpful discussions and P. RICHARD and S. MCNAMARA for their help.

REFERENCES

- [1] FIERRO A., NICODEMI M., TARZIA M., DE CANDIA A. and CONIGLIO A., *Phys. Rev. E*, **71** (2005) 061305.
- [2] DOLIWA B. and HEUER A., *Phys. Rev. E*, **61** (2000) 6898.
- [3] SARANGAPANI P. S. and ZHU Y., *Phys. Rev. E*, **77** (2008) 010501.
- [4] WEEKS E. R. and WEITZ D. A., *Chem. Phys.*, **284** (2002) 361.
- [5] OLSSON P. and TEITEL S., *Phys. Rev. Lett.*, **99** (2007) 178001.
- [6] D’ANNA G. and GREMAUD G., *Nature*, **413** (2001) 407.
- [7] DAUCHOT O., MARTY G. and BIROLI R., *Phys. Rev. Lett.*, **95** (2005) 265701.
- [8] MIYAMA M. J. and SASA S. I., *J. Phys.: Condens. Matter*, **20** (2008) 035104.
- [9] MARTY G. and DAUCHOT O., *Phys. Rev. Lett.*, **94** (2005) 015701.
- [10] CABALLERO G., KOLB E., LINDNER A., LANUZA J. and CLEMENT E., *J. Phys.: Condens. Matter*, **17** (2005) S2503.
- [11] D’ANNA G., MAYOR P., BARRAT A., LORETO V., NORI F. and GREMAUD G., *Nature*, **424** (2003) 909.
- [12] LEFEVRE A., BERTHIER L. and STINCHCOMBE R., *Phys. Rev. E*, **72** (2005) 010301(R).
- [13] PICA CIAMARRA M., NICODEMI M. and CONIGLIO A., *Phys. Rev. E*, **75** (2007) 021303.
- [14] MEHTA A., BARKER G. C. and LUCK J. M., *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.*, **105** (2008) 8244.
- [15] TABERLET N., RICHARD P., VALANCE A., LOSERT W., PASINI J. M., JENKINS J. T. and DELANNAY R., *Phys. Rev. Lett.*, **91** (2003) 264301.
- [16] MIDI G. D. R., *Eur. Phys. J. E*, **14** (2004) 341.
- [17] EVESQUE P. and RAJCHENBACK J., *C. R. Acad. Sci. Paris*, **307** (1988) 223.
- [18] PHILIPPE P. and BIDEAU D., *Phys. Rev. E*, **63** (2001) 051304.
- [19] BARKER G. C. and MEHTA A., *Phys. Rev. A*, **45** (1992) 3435.
- [20] RICHARD P., NICODEMI M., DELANNAY R., RIBIERE P. and BIDEAU D., *Nat. Mater.*, **4** (2005) 121.
- [21] RIBIERE P., RICHARD P., DELANNAY R., BIDEAU D., TOIYA M. and LOSERT W., *Phys. Rev. Lett.*, **95** (2005) 268001.
- [22] RIBIERE P., RICHARD P., PHILIPPE P., BIDEAU D. and DELANNAY R., *Eur. Phys. J. E*, **22** (2007) 249.
- [23] RIBIERE P., PHILIPPE P., RICHARD P., DELANNAY R. and BIDEAU D., *J. Phys.: Condens. Matter*, **17** (2005) 52743.
- [24] BENENATI R. F. and BROSILOW C. B., *AIChE J.*, **8** (1962) 359.
- [25] SELLITO M. and ARENZON J. J., *Phys. Rev. E*, **62** (2000) 7793.
- [26] ARENZON J. J., LEVIN Y. and SELLITO M., *Physica A*, **325** (2003) 371.
- [27] GHEORGHU S. and COPPENS M. O., *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.*, **45** (2004) 101.
- [28] MOYANO L. G., TSALLIS C. and GELL-MANN M., *Europhys. Lett.*, **73** (2006) 813.
- [29] WEEKS E. R. and WEITZ D. A., *Phys. Rev. Lett.*, **89** (2002) 095704.
- [30] WEEKS R., CROCKER J. C. and WEITZ D. A., *J. Phys.: Condens. Matter*, **19** (2007) 205131.

Bibliographie

Bibliographie

- [1] H. M. Jaeger and S. R. Nagel, *Physics of the granular state*, Science, **255**, 1523, (1992).
- [2] H. M. Jaeger, S. R. Nagel and R. P. Behringer, *Granular solids, liquids and gases*, Rev. Mod. Phys, **68**, 1259, (1996).
- [3] P. G. de Gennes, *Granular matter : A tentative view*, Rev. Mod. Phys, **71**, S374, (1999).
- [4] A. Mehta, *Granular Matter : An interdisciplinary approach*, Springer, (1994).
- [5] A. J. Liu and S. R. Nagel, *Jamming is not just cool anymore*, Nature, **396**, 21, (1998).
- [6] J. B. Knight, C. G. Fandrich, C. N. Lau, H.M. Jaeger and S. R. Nagel, *Density relaxation in a vibrated granular material*, Phys. Rev. E, **51**, 3957-3963, (1995).
- [7] E. R. Nowak, J. B. Knight, E. Ben-Naim, H. M. Jaeger and S. R. Nagel, *Density fluctuations in vibrated granular materials*, Phys. Rev. E, **57**, 1971-1982, (1998).
- [8] P. Philippe, D.Bideau, *Compaction dynamics of a granular medium under vertical tapping*, Europhys. Lett, **60**(5), 677-683, (2002).
- [9] Pierre Philippe, *Etude théorique et expérimentale de la densification des milieux granulaires*, thèse de doctorat, Université de Rennes 1. (2003)
- [10] Philippe Ribière, *Etude de la compaction des milieux granulaires : de l'échelle locale à l'échelle globale*, thèse de doctorat, Université de Rennes 1, (2005).
- [11] P. Philippe and D.Bideau, *Numerical model for granular compaction under vertical tapping*, Phys. Rev. E, **63**, 051304, (2001).
- [12] P. Richard, M. Nicodemi, R. Delannay, P. Ribiere and D.Bideau, *Slow relaxation and compaction of granular systems*, Nature Materials, **4**, 121, (2005).
- [13] P. Ribière, P. Richard, P.Philippe, D. Bideau, and R. Delannay, *On the existence of stationary states during granular compaction*, Eur. Phys. J. E., **22**, 249, (2007).
- [14] P. G. Debenedetti and F. H. Stillinger, *Supercooled liquids and the glass transition*, Nature, **410**, 259-267, (2001).
- [15] G. D'Anna and G. Gremaud, *Vogel-Fulcher-Tammann type diffusive slowdown in weakly perturbed granular media*, Phys. Rev. Lett, **87**, 4302, (2001).
- [16] L. Berthier, G. Biroli, J. P. Bouchaud, W. Kob, K. Miyazaki, D. R. Reichman, *Spontaneous and induced dynamic fluctuations in glass formers. I. General results and dependence on ensemble and dynamics.*, J. Chem. Phys, **126**(18), 184503, (2007).
- [17] E. R. Weeks, D.A. Weitz, *Subdiffusion and the cage effect studied near the colloidal glass transition*, Chemical physics, **284**, 361, (2002).
- [18] L. Berthier and W. Kob, *The Monte Carlo dynamics of a binary Lennard-Jones glass-forming mixture*, J. Phys : Condens. Matter, **19**, 205130, (2007).
- [19] O. Dauchot, G. Marty, G. Biroli, *Dynamical heterogeneity close to the jamming transition in a sheared granular material*, Phys. Rev. Lett, **95**, 265701, (2005).
- [20] G. Marty, O. Dauchot, *Subdiffusion and cage effect in a sheared granular material.*, Phys. Rev. Lett, **94**, 015701, (2005).

- [21] Alexandre Lefèvre, Ludovic Berthier, and Robin Stinchcombe, *Spatially heterogeneous dynamics in a model for granular compaction*, Phys. Rev. E, **72**, 010301(R), (2005).
- [22] W. Kob, J-L Barrat, *Aging effects in a Lennard-Jones glass*, Phys. Rev. Lett, **78**, 4581, (1997).
- [23] A. Kabla, G. Debregeas, *Contact dynamics in gently vibrated granular pile*, Phys. Rev. Lett, **92**, 035501, (2004).
- [24] G. Caballero, E. Kolb, A. Lindner, J. Lanuza and E. Clément, *Experimental investigation of granular dynamics close to the jamming transition*, J. Phys. : Condens. Matter, **17**, S2503, (2005).
- [25] R. Fisher, P. Gondret, B. Perrin and M. Rabaud, *Dynamics of dry granular avalanches*, Phys. Rev. E, **78**, 021302, (2008).
- [26] R. Fisher, P. Gondret and M. Rabaud, *Transition by intermittency in granular matter : from discontinuous avalanches to continuous flow*, Phys. Rev. Lett, **103**, 128002, (2009).
- [27] M. Bretz, J. B. Cunningham, P. L. Kurczynski, and F. Nori, *Imaging of avalanches in granular materials*, Phys. Rev. Lett, **69**, 16, (1992).
- [28] N. Nerone, M. A. Aguirre, A. Calvo, D. Bideau, and I. Ippolito, *Instabilities in slowly driven granular packing*, Phys. Rev. E, **67**, 011302, (2003).
- [29] T. Scheller, C. Huss, G. Lumay, N. Vandewalle, and S. Dorbolo, *Precursors to avalanches in a granular monolayer*, Phys. Rev. E, **74**, 031311, (2006).
- [30] S. Dorbolo, *Stability limit of a granular monolayer*, Eur. Phys. J. E, **17**, 77-81, (2005).
- [31] M. A. Aguirre, N. Nerone, A. Calvo, I. Ippolito and D. Bideau, *Influence of the number of layers on the equilibrium of a granular packing* Phys. Rev. E, **62**, 1, (2000).
- [32] M. A. Aguirre, N. Nerone, I. Ippolito, A. Calvo, and D. Bideau, *Granular packing : Influence of different parameters on its stability* Granular matter, **3**, 75-77, (2001).
- [33] P. Evesque, D. Fargeix, P. Habib, M. P. Luong and P. Porion, *Pile density is a control parameter of sand avalanches*, Phys. Rev. E, **47**, 2326-2332, (1993).
- [34] O. Pouliquen and N. Renault, *Onset of Granular flows on an inclined rough surface : Dilatancy effects*, J. Phys. II, **6**, 923, (1996).
- [35] S. Courrech du Pont, P. Gondret, B. Perrin and M. Rabaud, *Wall effects on granular heap stability*, Europhys. Lett., **61**, 492, (2003).
- [36] P. Boltenhagen, *Boundary effects on the maximal angle of stability of a granular packing*, Eur. Phys. J. B, **12**, 75, (1999).
- [37] P. Evesque, *Granta Gravel model of sandpile avalanches : towards critical fluctuations* J. Phys. France, **51**, 2515, (1990).
- [38] A. N. Schofield and C. P. Wroth, *Critical State of Soil Mechanics* MacGraw Hill, London, (1968).
- [39] L. Oger, I. Ippolito, A.M. Vidales, *How disorder can diminish avalanche risks : effects of size distribution*, Granular Matter, **9**, 267. (2007).
- [40] L. Staron, J.P. Vilotte, and F. Radjai, *Preavalanche instabilities in a granular pile* Phys. Rev. Lett, **89**, 20, (2002).
- [41] M. Jean, J.J. Moreau, *Unilaterality and dry friction in the dynamics of rigid body collections* Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, p31-48, (1992)
- [42] J.J. Moreau, *Some numerical methods in multibody dynamics-application to granular materials* Eur. J. Mech. A, **13**, 93-114, (1994).
- [43] P. Bak, C. Tang, and K. Wiesenfeld, *Self-organized criticality : An explanation of 1/f noise* Phys. Rev. A, **38**, 364-374, (1987).

- [44] P. Bak, *How Nature Works : the Science of self-organized Criticality* Copernicus, New-york. (1996).
- [45] Gutenberg B. and Richter C. F., *Magnitude and energy of earthquakes* Ann. Geophys., **9**, (1956).
- [46] G. A. Held, D. H. Solina, D. T. Keane, W. J. Haag, P. M. Horn, and G. Grinstein, *Experimental study of Critical Mass fluctuations in an evolving sand pile*, Phys. Rev. Lett, **65**, 1120, (1990).
- [47] J. Rosendahl, M. Vekic, and J. Kelley, *Persistent self-organization of sandpiles* Phys. Rev. E, **47**, 1401, (1993).
- [48] J. Rosendahl, M. Vekic, and J. E. Rutledge, *Predictability of Large Avalanches on a Sandpile*, Phys. Rev. Lett, **73**, 537, (1994).
- [49] V. Frette, K. Christensen, A. Malthé-Sorensen, J. Feder, T. Jossang, and P. Meakin, *Avalanche dynamics in a pile of rice*, Nature, **379**, 49, (1996).
- [50] Rachel M. Costello, K. L. Cruz, Christie Egnatuk, D. T. Jacobs,* Matthew C. Krivos, Tim Sir Louis, Rebecca J. Urban, and Hanna Wagner, *Self-organized criticality in a bead pile*, Phys. Rev. E, **67**, 041304, (2003).
- [51] Kinga A. Lőrincz and Rinke J. Wijngaarden, *Edge effect on the power law distribution of granular avalanches*, Phys. Rev. E, **76**, 040301, (2007).
- [52] Belyaeva I.Yu., Zaitsev V.Yu. and Timanin E.M., *Experimental study of nonlinear elastic properties of grainy media with nonideal packing*, Acoust. Phys. ,**40**, 789-793, (1994).
- [53] Zaitsev V. Yu., *Nonideally Packed Granular Media : Numerical Modeling of Elastic Nonlinear Properties.* , Acoust. Phys. , **41**, 385-391, (1995).
- [54] Tournat, V., Zaitsev, V., Gusev, V., Nazarov, V., Bequin, P ; and Castagnède, B., *Probing granular media by acoustic parametric emitting antenna : clapping contacts, nonlinear dilatancy and polarization anisotropy.*, Phys. Rev. Lett, **92**, 085502, (2004).
- [55] Tournat V., Gusev V., Zaitsev V. and Castagnède B., *Acoustic second harmonic generation with mode conversion in granular media : nonlinear transformation of the emitting antenna*, Europhys. Lett, **66**, 798-804, (2004).
- [56] Zaitsev V., Nazarov V., Tournat V., Gusev V. and Castagnède B., *Luxemburg-Gorky effect in a granular medium : Probing perturbations of the material state via cross-modulation of elastic waves*, Europhys. Lett, **70**, 607-613, (2005).
- [57] S. Nasuno, A. Kudrolli, and J. P. Gollub., *Friction in Granular Layers : Hysteresis and Precursors* Phys. Rev. Lett, **79**, 5, (1997).
- [58] S. Nasuno, A. Kudrolli, A. Bak, and J. P. Gollub, *Time-resolved studies of stick-slip friction in sheared granular layers*, Phys. Rev. E, **58**, 2161, (1998).
- [59] V. Zaitsev, P. Richard, R. Delannay, V. Tournat, V. E. Gusev, *Pre-avalanche structural rearrangements in the bulk of granular medium : Experimental evidence.*, Euro. Phys. Lett, **83**, 64003, (2008).
- [60] V. Yu. Zaitsev, S. Kiesgen de Richter, P. Richard, R. Delannay, V. Tournat, *Weak-contact force avalanches, aging and memory of weak-contact subnetwork in titled granular packings*, **Soumis à Europhys. Lett**(2009)
- [61] M. Garey and D.S. Johnson, *Computers and Intractability : A guide to the theory and NP-completeness*, **Freeman**, San-Francisco,(1979)
- [62] S. Kirkpatrick and B. Selman, *Critical behavior in the satisfiability of random boolean expressions*, Science, **264**, 1297, (1994).
- [63] F. Krzakala, A. Montanari, F. Ricci-Tersenghi, G. Semerjian and L. Zdeborova, *Gibbs states and the set of solutions of random constraint satisfaction problems*, Proc. Natl. Acad. Sci. **104**, 10318, (2007).

- [64] R. Monasson (<http://www.phys.ens.fr/~monasson/>) *Threshold phenomena and complexity : a statistical physics analysis of the random satisfiability problem*, Cours marseille, Janvier 2002.
- [65] M. Mézard, *Information et physique : à la croisée des chemins*, CNRS : Images de la physique 2008, **p108-115**
- [66] H. Zhou, *Glassy behavior and jamming of a random walk process for sequentially satisfying a constraint satisfaction formula*, Arxiv :0907.0295v1, (2009).
- [67] H. Zhou, *Long-Range Frustration in a Spin-Glass Model of the Vertex-Cover Problem*, Phys. Rev. Lett, **94**, 217203, (2005).
- [68] R. Mari, F. Krzakala, J. Kurchan, *Jamming versus glass transitions*, Phys. Rev. E, **103**, 025701, (2009).
- [69] F. Krzakala and J. Kurchan, *Landscape analysis of constraints satisfaction problems*, Phys. Rev. E, **76**, 021122, (2007).
- [70] Lydie Staron, Farhang Radjai and Jean-Pierre Vilotte, *Granular micro-structure and avalanche precursors*, J. Stat. Mech, **89**, 07014, (2006).
- [71] E. Aharonov, *Stick-slip motion in simulated granular layers*, J. Geophys. Res, **109**, 09306, 2004.
- [72] M. Ohnaka, *A constitutive scaling law and a unified comprehension for frictional slip failure, shear fracture of intact rock, and earthquake rupture*, J. Geophys. Res, **108**, 2080, (2003).
- [73] P. Mills, P. G. Rognon, and F. Chevoir, *Rheology and structure of granular materials near the jamming transition*, Europhys. Lett, **81**, 64005, (2008).
- [74] G. C. Barker, Computer simulations of granular materials. In Mehta.A editor. Granular matter : An interdisciplinary approach, **35-83**. Springer-Verlag.(1994).
- [75] E. Caglioti, V. Loreto, H. J. Hermann and M. Nicodemi, *A tetris-like model for the compaction of dry granular media*, Phys. Rev. Lett, **79**, 1575,(1997)
- [76] J. Talbot, G. Tarjus and P. Viot, *Adsorption-desorption model and its application to vibrated granular materials*, Phys. Rev. E, **61**, 5429, (2000).
- [77] A. Metha and G. C.Barker, *Vibrated powders : a microscopic approach.*, Phys. Rev. Lett, **67**, 394,(1991).
- [78] T. Aste, T. Di Matteo, M. Saadatfar, T. J. Senden, Matthias Schroter and Harry L. Swinney, *An invariant distribution in static granular media*, Europhys. Lett, **79**, 24003, (2007).
- [79] S. F. Edwards and R. B. S Oakeshott, *Theory of powders*, Physica A, **157**, 1080, (1989).
- [80] S. McNamara, P. Richard, S. Kiesgen de Richter, G. Le Caër and R. Delannay, *Measurement of granular entropy*, Phys. Rev. E, **80**, 031301, (2009).
- [81] C. Tsallis, *Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics*, J. Stat. Phys, **52**, 479,(1988)
- [82] C. Tsallis, A.M.C Souza, *Constructing a statistical mechanics for Beck-Cohen superstatistics*, Phys. Rev. E, **67**, 026106, (2003).
- [83] J-P Bouchaud, A. Georges and P. Le Doussal, *Diffusion anormale dans les milieux désordonnés : piégeage, corrélations et théorème de la limite centrale*, J. Phys, **48**, 1855, (1987).
- [84] S. Gheorghiu and M-O Coppens, *Heterogeneity explains features of anomalous thermodynamics and statistics*, PNAS, **45**, 15852, (2004).
- [85] C. Beck, *Superstatistics*, PhysicaA, **322A**, 267, (2003).
- [86] C. Beck, E. G. D. Cohen and S. Rizzo, *Atmospheric turbulence and superstatistics*, Europhys. News, **November**, (2005).

- [87] C. Tsallis, M. Gell-Mann and Y. Sato, *Asymptotically scale-invariant occupancy of phase space makes the entropy S_q extensive*, Proc. Natl. Acad. Sc. USA **102**, 15377, (2005).
- [88] E. J. Gumbel, *Les valeurs extrêmes des distributions statistiques*, Annales de l'IHP, **tome 5, n°2**, (1935).
- [89] A. Mehta, G. C. Barker, and J. M. Luck, *Heterogeneities in granular dynamics*, PNAS, **24**, 8244, (2008).
- [90] Arenzon J J., Levin Y. and Sellitto M., *Slow dynamics under gravity : a nonlinear diffusion model* , Physica A, **325**, 371, (2003).
- [91] E.R. Weeks, J. C. Crocker and D. A. Weitz, *Short and long range motion observed in colloidal glasses and liquids*, J. Phys. :Condens. Matter, **19**, 205131, (2007).
- [92] B. Doliwa and A. Heuer, *Cooperativity and spatial correlations near the glass transition : Computer simulation results for hard spheres and disks*, Phys. Rev. E, **61**, 6898, (2000).
- [93] Lefevre A., Berthier L. and Stinchcombe R., *Spatially heterogeneous dynamics in a model for granular compaction*, Phys. Rev. E, **72**, 010301(R), (2005).
- [94] Taberlet N., Richard P., Valance A., Losert W., Pasini J. M., Jenkins J. T. and Delannay R., *Superstable Granular Heap in a Thin Channel*, Phys. Rev. Lett., **91**, 264301, (2003).

Résumé

La réponse à des vibrations et l'étude de la stabilité des pentes ont une place particulière dans l'étude des milieux granulaires. Ces études peuvent d'une part nous renseigner sur le comportement des milieux granulaires présents dans le milieu naturel et souvent soumis à ces deux types de sollicitations (avalanches de grains, éboulements de roches, dynamique des dunes, tremblements de terre, ...). D'autre part, elles permettent d'appréhender ces milieux comme des systèmes modèles hors équilibre et d'analyser les résultats à la lumière de ceux obtenus sur la dynamique des systèmes vitreux.

Nous avons tout d'abord étudié expérimentalement par des méthodes optiques et acoustiques la réponse d'un milieu granulaire lentement incliné. La dynamique présente deux régimes : un régime de petits réarrangements indépendants et localisés est suivi d'un régime intermittent caractérisé par de grands événements de type "précurseurs" au voisinage de l'angle d'avalanche. Ce régime dit de "précurseurs" correspond à un mouvement collectif de l'ensemble des grains situés à la surface de l'empilement. Nous mettons en évidence l'importance du détail microscopique de l'interaction entre les grains et de la condition à la limite à la base de l'empilement sur la dynamique du système dans ce régime. La dynamique globale du système a été étudiée et comparée à un modèle simple de type automate cellulaire.

Dans un second temps, nous avons étudié numériquement la réponse d'un milieu granulaire soumis à des vibrations. Le comportement du système présente des caractéristiques qui sont communes à tous les systèmes hors équilibre (distributions non-gaussiennes des déplacements, ralentissement et hétérogénéités de la dynamique,...). L'influence de la condition à la limite au fond de l'empilement sur la structuration de celui-ci et sur le ralentissement de la dynamique a également été discuté. Nous avons, en particulier, mis en évidence une zone d'épaisseur environ égale à 5 diamètres de grains où des hétérogénéités dynamiques et de fortes corrélations entre les mouvements des grains apparaissent.

Abstract

The response to vibrations and the study of slope stability are a main topic in the study of granular media. On the one hand, these studies give information on the behavior of granular media submitted to these kind of sollicitations in nature (rockfalls, dune dynamics, earthquakes, ...) On the other hand, these studies allow a better understanding of granular matter in the framework of out of equilibrium systems like glassy systems.

In a first part, we study experimentally the response of a granular medium to increasing inclination with acoustical and optical methods. The dynamics has two regimes : a regime with independent and localized small rearrangements and an intermittent regime with large events("precursors") for inclination angles close to the angle of avalanche. The intermittent regime is constituted of collective motions of all grains at the surface of the packing. We point out the major role played by the microscopic details of the interaction between grains and by the boundary condition at the base of the packing during the inclination. The global dynamics of the system is characterized and compared with those obtained with a simple cellular automaton model.

In a second part, we make a numerical study of the response of a vibrated granular medium. The system presents analogies with out of equilibrium systems (non-gaussian distributions of displacements, slowing down and heterogeneities of the dynamics,...). We also discuss the influence of the rough bottom on the structure of the packing and on the dynamics. In particular, we observe that the bottom influences a volume whose thickness is about five grain diameters where heterogeneities and correlations appear.