



**HAL**  
open science

# Stabilité des massifs rocheux : une approche mécanique

Jérôme Duriez

► **To cite this version:**

Jérôme Duriez. Stabilité des massifs rocheux : une approche mécanique. Autre. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2009. Français. NNT : . tel-00462072

**HAL Id: tel-00462072**

**<https://theses.hal.science/tel-00462072>**

Submitted on 8 Mar 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.







***“Well, we knocked the bastard off”***

*Fin mai 1953 : dans la bouche d'un apiculteur néo-zélandais,  
de retour de 8848 m d'altitude*



# Remerciements

Avant d'achever ces trois dernières années de travail en mettant sous presse la version définitive de mon manuscrit de thèse, un dernier regard en arrière s'impose afin de remercier les personnes qui m'ont permis d'en arriver là. Il convient ici, mais ce n'est pourtant pas par pure convenance, de commencer par mes directeurs de thèse.

En premier lieu je remercie ainsi sincèrement Félix Darve pour m'avoir encadré pendant ces trois dernières années. Il y a un peu plus longtemps, c'est avec lui que j'avais découvert la géomécanique alors que j'étais encore sur les bancs d'une école. Le plaisir que j'avais à l'écouter est resté intact tout au long de ce doctorat, et j'ai pu de plus vérifier tout au long de ces trois ans l'étendue de ses qualités scientifiques, mais également humaines.

Je remercie ensuite Frédéric-Victor Donzé, co-directeur de cette thèse. Je garderai en mémoire sa sympathie, et les efforts qu'il fournissait pour s'approprier, à partir de ce à quoi il était plus habitué, certaines notions auxquelles il l'était de prime abord moins. Un très grand merci également à tous les deux pour la liberté qu'ils m'ont laissée, aussi bien dans ma recherche scientifique que dans mes choix personnels. J'ai apprécié de sentir mes décisions respectées, tout en n'étant pas laissé de côté mais au contraire encouragé à fournir le meilleur.

Je remercie ensuite tous les membres de mon jury qui ont accepté de consacrer de leur temps pour participer à cette thèse. Tout d'abord Mrs Cambou et Hicher à qui sont revenus les rôles délicats de rapporteurs : je leur suis très reconnaissant d'avoir pu analyser et critiquer mon manuscrit. Merci également à Frédéric Dufour pour ses remarques et cette première présidence de jury, je pense pouvoir dire que ce fut une réussite puisque je devrais recevoir prochainement le diplôme ! Merci à Didier Virely qui fut examinateur, mais également une des personnes du LRPC de Toulouse grâce à qui on peut (finalement !) trouver quelques résultats expérimentaux dans ce manuscrit ! D'ultimes remerciements, « last, but not least », à Bruno Chareyre, membre invité du jury, mais surtout grand connaisseur des éléments discrets en général et de Yade en particulier, qui m'a toujours accueilli dans son bureau (de l'autre côté du couloir) pour répondre à mes questions.

Vient alors, de manière logique, le moment de remercier en général tous les développeurs et utilisateurs de Yade, ce code de calcul sur lequel j'ai passé une bonne partie de ces trois années numériques. Ce fut en même temps éprouvant - parfois - et intellectuellement stimulant. . . Merci à l'ensemble de cette communauté en général, pour leur travail et pour leur aide, et en particulier à certains de ses membres qui sont à la fois les plus actifs et les plus serviables ! Je leur souhaite à tous de recevoir le soutien politique, financier, et humain qui leur permettrait de développer cet outil comme ils l'entendent.

Merci également à l'ensemble des membres du programme STABROCK, dans lequel s'est insérée cette thèse, pour les échanges qui ont eu lieu lors des réunions du projet. Merci en particulier aux membres de Nice pour nous avoir fait visiter la falaise de Valabres, de Nancy pour les données afférentes, et de Toulouse (grâce à l'intermédiaire de Muriel Gasc) pour la réalisation

des essais expérimentaux mentionnés plus haut.

Merci encore à tous les membres du laboratoire avec qui j'ai discuté de mes travaux à un moment ou à un autre, en particulier Marc Boulon qui a bien voulu me faire partager un peu de ses connaissances sur les joints rocheux.

Je peux alors m'écarter du cercle professionnel pour remercier encore plus chaleureusement ma famille pour leur éternel soutien, et le succulent pot qu'ils (nous) m'ont fait le plaisir de préparer pour la soutenance ! En particulier mon père grâce à qui j'ai fait attention à ce que les fautes d'orthographe dans ce manuscrit se comptent (je l'espère) sur les doigts d'une main, et ma maman, sans qui rien de tout cela n'aurait été possible !

Un très grand merci également à tous mes ami(e)s pour tous les bons moments passés ensemble : dans les rues du centre-ville de Grenoble, à côté des pistes des stations de ski, sur les falaises, *etc.* . . . Voire même parfois au laboratoire (ce cher bureau italo-bourguisan sans fenêtres) !

Bonne lecture !

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>i</b>
<b>Table des matières</b>	<b>iii</b>
<b>Table des figures</b>	<b>vii</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xi</b>
<b>Résumé</b>	<b>xiii</b>
<b>Abstract</b>	<b>xv</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Étude bibliographique</b>	<b>7</b>
1.1 Description du comportement des géomatériaux . . . . .	7
1.1.1 Nécessité d'une description incrémentale . . . . .	7
1.1.2 Propriétés de la description incrémentale . . . . .	8
1.2 Rupture et instabilités des géomatériaux . . . . .	9
1.2.1 Définition de la rupture . . . . .	9
1.2.2 Instabilité matérielle . . . . .	9
1.2.3 Premières descriptions théoriques de la rupture . . . . .	10
1.2.4 Le critère du travail du second ordre . . . . .	10
1.3 Les interfaces rocheuses . . . . .	12
1.3.1 Introduction . . . . .	12
1.3.2 Précis de vocabulaire géologique . . . . .	12
1.3.3 Caractéristiques géométriques des joints rocheux . . . . .	13
1.3.4 Comportement mécanique des joints rocheux : essais de laboratoire et comportements mis en évidence . . . . .	13
1.3.5 Critiques sur les protocoles expérimentaux . . . . .	20
1.3.6 Influence d'un éventuel matériau de remplissage . . . . .	22
1.3.7 Lois de comportement proposées pour modéliser les joints rocheux . . . . .	22
1.4 Les éléments discrets . . . . .	25
1.4.1 Le cycle de calcul de la MED . . . . .	26
1.4.2 Application des conditions aux limites . . . . .	26
1.4.3 La forme des particules . . . . .	27
1.4.4 Les lois de contact . . . . .	29
1.4.5 L'amortissement . . . . .	33
1.4.6 Le pas de temps critique . . . . .	33

1.4.7	La pertinence des résultats numériques présentés	36
<b>2</b>	<b>Un modèle numérique de joint rocheux</b>	<b>39</b>
2.1	Le code de calcul Yade	39
2.1.1	La forme des particules dans Yade	40
2.1.2	L'exécution du cycle de calcul	40
2.1.3	La détection des contacts	40
2.1.4	Les lois de contact	41
2.1.5	L'intégration des lois de la dynamique	45
2.2	Le modèle discret de joint rocheux	45
2.2.1	Géométrie du modèle de joint	45
2.2.2	L'échantillon de sphères du modèle discret	47
2.2.3	Description de la réalisation des essais numériques	49
2.3	Simulations d'essais de laboratoire	52
2.3.1	Comportement en compression du modèle numérique	52
2.3.2	Comportement en cisaillement du modèle numérique	53
2.4	De la description de l'influence du cisaillement	58
2.5	Validité "numérique" des résultats présentés	59
2.5.1	Validité de la géométrie du modèle	59
2.5.2	Absence d'artefacts numériques	61
2.6	Comparaisons à l'expérience	70
2.6.1	Des chemins DTC expérimentaux	70
2.6.2	Un chemin DNC expérimental	73
2.7	Caractéristiques plastiques limites du joint numérique	75
2.7.1	L'angle de frottement interne	75
2.7.2	Règle d'écoulement	77
2.8	Influence de la LTM	78
2.8.1	Influence de la LTM sur le comportement mécanique du modèle	78
2.8.2	Influence de la LTM sur l'angle de frottement macroscopique	78
2.9	Conclusion du chapitre	81
<b>3</b>	<b>Une loi de comportement INL pour les joints rocheux : définition et étude de stabilité matérielle</b>	<b>85</b>
3.1	Définition d'une loi de joint rocheux	86
3.1.1	Une relation incrémentalement non-linéaire (INL)	86
3.1.2	Formalisme quadri-linéaire, zones tensorielles et matrices associées	87
3.1.3	Les réponses de la loi à divers essais de laboratoire	88
3.2	Calibration de la loi de joint rocheux	89
3.2.1	Calibration vis à vis du chemin DNC : les modules $N_\gamma$ et $G_\gamma$	89
3.2.2	Calibration vis à vis du chemin DTC : les modules $N_u$ et $G_u$	91
3.3	Validation de la loi	94
3.4	Respect d'un critère de plasticité limite	96
3.4.1	Liens entre directions de sollicitation et directions réponses	96
3.4.2	Lien avec le déterminant de la matrice constitutive	98
3.4.3	Règle d'écoulement	99
3.5	Le critère du travail du second ordre pour une loi de joint rocheux : généralités	99
3.5.1	Instabilités suite à diverses sollicitations	101
3.5.2	Orientation des cônes d'instabilité	103
3.5.3	Lien avec la partie symétrique des matrices constitutives	104
3.6	Le critère du travail du second ordre pour les lois INL2 et Quadri2	105

3.6.1	Domaine de bifurcation de la loi Quadri2	105
3.6.2	Domaine de bifurcation de la loi INL2, directions instables des lois INL2 et Quadri2	107
3.7	Réponses incrémentales unitaires des relations INL2 et Quadri2	111
3.8	Influence de la nature du joint	114
3.8.1	Calibration du second jeu de paramètres	114
3.8.2	Validation du second jeu de paramètres	116
3.8.3	Influence sur le domaine de bifurcation	116
3.9	Conclusion du chapitre	117
<b>4</b>	<b>Application au calcul de massifs rocheux</b>	<b>119</b>
4.1	Présentation du code de calcul UDEC	119
4.1.1	La représentation géométrique du massif	119
4.1.2	La loi de contact par défaut	121
4.1.3	L'intégration du mouvement	121
4.1.4	Calcul du pas de temps	122
4.2	Adaptation de UDEC	122
4.2.1	La loi INL2 dans UDEC	122
4.2.2	Calcul du travail du second ordre lors de la modélisation d'un massif	126
4.3	Précautions d'usage de la loi INL2 avec UDEC	128
4.3.1	Calcul des modules	128
4.3.2	Le pas de temps	128
4.3.3	De l'utilité d'une correction des états de contraintes	129
4.3.4	Le mode de chargement et l'amortissement utilisés	130
4.4	La stabilité des Rochers de Valabres	133
4.4.1	Présentation du site	133
4.4.2	Le modèle numérique de la falaise	136
4.4.3	Chargement réalisé	136
4.4.4	Utilisation de lois élastiques-plastiques : étude paramétrique sur les rigidités	138
4.4.5	Utilisation de la loi INL2 : étude paramétrique sur les pendages	140
4.5	Conclusion du chapitre	147
	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>149</b>
	<b>A Modélisation des Rochers de Valabres : pas de temps utilisés</b>	<b>153</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>155</b>





# Table des figures

1	Test de casque d'escalade, tiré de [65]	1
2	Photos de l'éboulement du 19 Janvier 2009 dans les Gorges de la Bourne (site internet de la société Géolithe : <a href="http://www.geolithe.com">http://www.geolithe.com</a> )	3
3	Définition des grandeurs décrivant le comportement mécanique d'un joint rocheux	4
1.1	Bandes de cisaillement pour deux matériaux différents. Tiré de [47]	11
1.2	Définition de l'azimut et du pendage, d'après [18]	13
1.3	Exemple de représentation stéréographique, issue de [61]	14
1.4	Courbes $\sigma$ (déplacement normal total) pour un joint rocheux, d'après [7]. $\Delta V_t$ correspond à la déformation de l'ensemble joint+matrice. $\Delta V_j$ est le déplacement au niveau du joint uniquement (= $u$ avec nos notations), obtenu à partir de $\Delta V_t$ et connaissant $\Delta V_r$ qui correspond aux déplacements dus uniquement à la déformation de la matrice	15
1.5	Réponses typiques ( $\tau(\gamma)$ en haut, et $u(\gamma)$ en bas) d'un joint rocheux à un cisaillement CNC, d'après (Barton [11])	16
1.6	Réponses idéalisées $\tau(\gamma)$ (à gauche) et $u(\gamma)$ (à droite) à un essai CNC, d'après [86]	16
1.7	Courbe $\tau(\gamma)$ résultant d'un essai CNC d'après le "modèle à raideur constante" (à gauche) ou d'après le "modèle à déplacement constant" (à droite) de Goodman [44]	17
1.8	Courbes $\tau(\gamma)$ pour des joints, altérés ou non, de calcaire et de dolérite. Les valeurs de contrainte normale sont indiquée sur les courbes, de même que celles de raideur tangentielle sécante au pic. D'après Bandis <i>et al.</i> [7]	18
1.9	Réponses qualitatives d'un joint rocheux à un cisaillement CNC, d'après (Stephanson et Jing [95])	19
1.10	Influence de la rotation des épontes sur les courbes $\tau(\gamma)$ et $u(\gamma)$ mesurées : sans rotation à gauche et avec rotation à droite, d'après Mitani <i>et al.</i> [72]	21
1.11	Cycle de calcul de la MED	26
1.12	(a) Échantillon numérique avec des conditions aux limites périodiques verticales (b) Introduction d'une particule $i$ par la gauche dès que la particule $i$ quitte l'échantillon par la droite. Tiré de Jensen <i>et al.</i> [59]	27
1.13	Étude de l'influence de la forme des grains, d'après Szarf et al [96]	29
1.14	Contact entre deux éléments discrets	30
1.15	Cinématique du contact : roulement et glissement, d'après [8] (a) Contact en $t$ (b) Contact en $t+dt$	31
1.16	Modélisation du contact d'après [57]	32
1.17	Système masse ressort	34
1.18	Comportement du système masse ressort : courbes théoriques, et courbes prévues par différentes analyses discrètes	35

1.19	Énergie mécanique du système masse ressort : courbe théorique, et courbes prévues par différentes analyses discrètes . . . . .	36
2.1	Définition géométrique du contact dans Yade . . . . .	42
2.2	La loi de contact Yade dans la direction normale (a) Charge-décharge au niveau d'un contact bille-bille (b) Allure de l'évolution de la force de contact résultante . . . . .	43
2.3	Géométrie du modèle numérique de joint rocheux, avec le système d'axes . . . . .	46
2.4	Granulométrie de l'échantillon de sphères utilisé . . . . .	47
2.5	Simulation des chemins DTC ( $d\gamma = 0$ ) et DNC ( $du = 0$ ) avec Yade . . . . .	50
2.6	Courbe $\sigma(u)$ suite à un chemin DTC réalisé sous $\gamma = 0$ avec le modèle numérique . . . . .	52
2.7	Courbe $\sigma(u)$ suite à différents chemins DTC pour différents états de cisaillement initial, réalisés avec le modèle numérique (charges vers le haut, décharges vers le bas) . . . . .	53
2.8	Courbe $\tau(u)$ suite à différents chemins DTC pour différents états de cisaillement initial, réalisés avec le modèle numérique (charges vers la droite, décharges vers la gauche) . . . . .	54
2.9	Courbe $\tau(\sigma)$ suite à différents chemins DTC pour différents états de cisaillement initial, réalisés avec le modèle numérique (charges vers la droite, décharges vers la gauche) . . . . .	54
2.10	Courbe $\sigma(\gamma)$ suite à différents chemins DNC pour différents $\sigma_0$ , réalisés avec le modèle numérique . . . . .	55
2.11	Courbe $\tau(\gamma)$ suite à différents chemins DNC pour différents $\sigma_0$ , réalisés avec le modèle numérique . . . . .	56
2.12	Courbe $\tau(\sigma)$ suite à différents chemins DNC pour différents $\sigma_0$ , réalisés avec le modèle numérique . . . . .	56
2.13	Courbe $\tau(\gamma)$ suite à différents chemins CNC pour différents $\sigma_0$ , réalisés avec le modèle numérique . . . . .	57
2.14	Courbe $u(\gamma)$ suite à différents chemins CNC pour différents $\sigma_0$ , réalisés avec le modèle numérique . . . . .	57
2.15	$\frac{d\tau}{du}$ fonction de $\gamma$ . . . . .	59
2.16	$\frac{d\tau}{du}$ fonction de $\frac{\tau}{\sigma}$ . . . . .	59
2.17	Influence du choix de la plaque considérée pour le calcul des contraintes : Essais DTC . . . . .	60
2.18	Influence du choix de la plaque considérée pour le calcul des contraintes : Essais CNC . . . . .	61
2.19	Étude des effets numériques de la loi de contact utilisée : exemple de simulation d'une perturbation . . . . .	62
2.20	Effet d'une perturbation sur le cas d'une bille entre deux plaques (a) $F_n$ du contact bille-plaque supérieure (b) Hauteur du centre de la plaque supérieure (c) Courbe $F_n(u_n)$ du contact bille-plaque supérieure . . . . .	62
2.21	Influences de l'amortissement numérique, et de la loi de contact, sur l'énergie cinétique, pour l'exemple considéré . . . . .	63
2.22	Influence de l'amortissement sur la simulation d'un essai CNC . . . . .	64
2.23	Influence de l'amortissement sur la simulation d'un essai DTC . . . . .	65
2.24	Influence de la vitesse de sollicitation sur un essai DTC . . . . .	66
2.25	Influence de la vitesse de sollicitation sur un essai DNC . . . . .	67
2.26	Influence de la vitesse de sollicitation sur un essai CNC . . . . .	68
2.27	Simulation d'un essai DNC, pour différents pas de temps . . . . .	69

2.28	Courbes $\sigma(u)$ pour des chemins DTC expérimentaux et numérique sous différents $\gamma_0$ . . . . .	71
2.29	Courbes $\tau(u)$ pour des chemins DTC expérimentaux sous différents $\gamma_0$ . . . . .	72
2.30	Courbes $\tau(\sigma)$ pour des chemins DTC expérimentaux sous différents $\gamma_0$ . . . . .	72
2.31	Déplacement relatif normal lors de l'essai DNC expérimental (a) Mesure des quatre capteurs (b) Moyenne des quatre capteurs, comparée à des essais CNC . . . . .	74
2.32	Résultats de l'essai DNC expérimental . . . . .	74
2.33	Évolution de $\phi_{mob}$ au cours de différents essais numériques, et selon différentes représentations . . . . .	76
2.34	Évolution des contraintes pour différents essais diagonaux, depuis un état complètement cisailé . . . . .	77
2.35	Influence de la LTM sur le comportement du modèle numérique . . . . .	79
2.36	Évolution de l'angle macroscopique en fonction de la LTM utilisée . . . . .	80
2.37	Évolution de l'angle macroscopique en fonction des clumps utilisés, tirée de (Szarf <i>et al.</i> [96]) . . . . .	81
2.38	Évolution de l'angle macroscopique avec $\beta_r$ . Issue d'un dépouillement des données de Plassiard <i>et al.</i> [80] . . . . .	81
3.1	Calibration de la loi sur le modèle numérique, le long de chemins DNC . . . . .	91
3.2	Calibration de la loi sur le modèle numérique, le long de chemins DTC . . . . .	93
3.3	Validation de la loi vis à vis du modèle numérique le long de chemins CNC . . . . .	94
3.4	Validation de la loi vis à vis du modèle numérique le long de chemins KNC . . . . .	95
3.5	Définition des angles. (a) Plan des déplacements (b) Plan de Mohr . . . . .	97
3.6	Relation directionnelle entre une sollicitation en déplacement, et une réponse en contraintes, sur le critère de plasticité limite . . . . .	98
3.7	Évolution des déterminants des quatre matrices constitutives pour les quatre zones tensorielles, et pour différentes valeurs de $\sigma$ . . . . .	100
3.8	Direction propre associée à la valeur propre 0. Pour les deux zones tensorielles comprenant $du < 0$ , et pour $\sigma = 1; 5; 10$ MPa . . . . .	101
3.9	Conditions nécessaires pour obtenir des instabilités potentielles . . . . .	103
3.10	Cônes instables dans le plan de Mohr : définition de $d\sigma_k^i$ . . . . .	104
3.11	Évolution de $\Delta$ (Existence de directions instables $\Rightarrow \Delta \geq 0$ ) . . . . .	106
3.12	Domaine de bifurcation de la loi Quadri2 . . . . .	106
3.13	Zone tensorielle ( $d\gamma > 0; du < 0$ ) : angle de frottement à mobiliser pour entrer dans le domaine de bifurcation . . . . .	107
3.14	Loi INL2 : domaine de bifurcation . . . . .	108
3.15	Loi INL2 : Représentation circulaire de $d^2w$ (Pour $\sigma = 10$ MPa) . . . . .	109
3.16	Directions instables loi Quadri2 : influence de $\sigma$ . . . . .	110
3.17	Directions instables loi Quadri2 : influence du cisaillement (Pour $\sigma = 10$ MPa) . . . . .	110
3.18	Directions instables lois Quadri2-INL2 (Pour $\sigma = 10$ MPa) . . . . .	111
3.19	Enveloppes réponses INL2 : influence de $\sigma$ . . . . .	112
3.20	Enveloppes réponses de la loi INL2 : influence du cisaillement (Pour $\sigma = 10$ MPa) . . . . .	113
3.21	Comparaison des enveloppes réponses des lois INL2 et Quadri2 (Pour $\sigma = 10$ MPa) . . . . .	113
3.22	Calibration de la loi sur le modèle numérique avec une LTM plus faible . . . . .	115
3.23	Validation de la loi vis à vis du modèle numérique présentant une LTM plus faible . . . . .	116
3.24	Comparaison des domaines de bifurcation des relations Quadri2 et Quadri2 "bis" . . . . .	117
4.1	Contact entre deux blocs dans UDEC, tiré de [55] . . . . .	120

4.2	Construction d'un bloc polygonal	
	(a) Définition d'un rectangle (b) Division du rectangle en deux parties polygona-	
	les (c) Suppression de la partie hachurée . . . . .	121
4.3	Cycle de calcul UDEC, modifié pour tenir compte de la loi INL . . . . .	124
4.4	Exemple 1 : Validité de la philosophie d'implémentation de la loi INL2 . . . . .	125
4.5	Vérification quantitative de l'implémentation de la loi INL2 . . . . .	127
4.6	Exemple 1 : Influences de l'amortissement et du mode de chargement sur la	
	réponse numérique . . . . .	130
4.7	Influence de l'amortissement et du mode de chargement, sur $D^2W$ plus partic-	
	ulièrement : cas de l'exemple 2 . . . . .	132
4.8	Situation géographique des Rochers de Valabres, tiré de [46] . . . . .	134
4.9	Vue sur le versant (collection personnelle) . . . . .	134
4.10	Vue sur la vallée (collection personnelle) . . . . .	135
4.11	Géométrie du modèle UDEC . . . . .	137
4.12	Utilisation d'une loi élastique-plastique : champs de déplacements . . . . .	139
4.13	Utilisation d'une loi élastique-plastique : évolution de $D^2W^N$ . . . . .	139
4.14	États de contrainte des points de contact du modèle, au cours du chargement . . .	142
4.15	Utilisation de la loi INL2 : champs de déplacements après l'application de la gravité	143
4.16	Utilisation de la loi INL2 : champs de déplacements après la suppression de B5	
	(Calc3) . . . . .	144
4.17	Utilisation de la loi INL2 : évolution de $D^2W^N$ . . . . .	145
4.18	Utilisation de la loi INL2 : joints présentant une valeur de $\Delta^2w_c \leq 0$	
	Configuration Calc4, à la fin d'application de la gravité . . . . .	146

# Liste des tableaux

2.1	Paramètres micro-mécaniques du modèle discret : Jeu 1 . . . . .	48
2.2	Vitesses (en m/s) des sollicitations numériques . . . . .	52
2.3	Paramètres micro-mécaniques du modèle discret : Jeu 2 (LTM plus faible) . . . . .	78
3.1	Zones tensorielles de la relation quadri-linéaire, et matrices associées . . . . .	88
3.2	Paramètres de la loi . . . . .	94
3.3	Orientation dans le plan de Mohr, vis à vis de l'axe $d\sigma$ , des cônes instables, si ils existent . . . . .	104
3.4	Paramètres de la loi : Jeu 2 . . . . .	114
4.1	Paramètres de la loi INL2 lors de son utilisation avec UDEC . . . . .	123
4.2	Pendages des failles pour lesquelles aucun doute n'est envisagé . . . . .	136
4.3	Propriétés du calcul "Udec" des Gorges de Valabres . . . . .	138
4.4	Utilisation de la loi INL2 : pendages des failles pour les différents calculs . . . . .	140
4.5	Utilisation de la loi INL2 : pas de temps (approximatifs) utilisés . . . . .	141
4.6	Utilisation de la loi INL2 : valeurs maximales des déplacements obtenus . . . . .	141



# Résumé

La prédiction efficace des éboulements rocheux constitue un des moyens pour se prémunir vis-à-vis du risque naturel représenté par les chutes de blocs. Les joints rocheux jouant un rôle décisif dans le déclenchement de ces éboulements, il faut décrire du mieux possible le comportement mécanique de ceux-ci, et en particulier leur rupture. Une nouvelle loi de comportement de joint rocheux, incrémentalement non linéaire, est ainsi proposée, parallèlement à l'utilisation du critère du "travail du second ordre" pour détecter les conditions impliquant un éboulement.

La définition de la loi se base sur un modèle numérique de joint rocheux, utilisant la méthode aux Éléments Discrets via le code Yade. Une fois le comportement des joints rocheux investigué grâce à ce modèle numérique (en lien avec des résultats expérimentaux), et la loi définie puis validée, cette-dernière est étudiée vis-à-vis de ce critère du travail du second ordre, apparaissant comme étant le seul critère capable de prédire les différents types de rupture observés dans la nature. L'existence de "directions instables" de sollicitation, susceptibles d'entraîner la rupture du joint rocheux avant le critère de Mohr-Coulomb, est ainsi mise en évidence. Ces directions instables dépendent tout particulièrement des couplages entre les directions normale et tangentielle du joint rocheux. Une falaise existante est enfin analysée : les "Gorges de Valabres", situées dans les Alpes-Maritimes, qui constituent d'ailleurs l'objet d'étude du programme de recherche STABROCK. L'analyse est effectuée en utilisant la nouvelle loi de comportement, et le critère du travail du second ordre, dans le cadre d'un modèle numérique discret de la falaise, réalisé sous UDEC. On observe alors que des sollicitations du chargement simulé correspondent pour certains joints à des directions instables.

**Mots clefs :**

Rupture, joints rocheux, éboulements rocheux, éléments discrets, Yade, travail du second ordre, loi de comportement, falaises rocheuses, loi d'interface.





# Abstract

In order to protect societies against rockfalls, one mean consists in predicting those efficiently. Because rock joints play a great role in such phenomena, describing as good as possible their mechanical behaviour, especially their rupture, is therefore required. Thus, a new constitutive relation of rock joint, incrementally non linear, is presented, with the “second order work criterion”, used to detect conditions triggering rockfalls.

The definition of the relation relies on a numerical model of rock joint, based on the Discrete Element Method, via the code Yade. Once the behaviour of rock joint is investigated thanks to this numerical model (with some experimental comparisons), the relation is defined then validated. It is also studied in the second order work criterion framework, which appears as the only one criterion which can take into account all the failure mode that exist in the nature. The existence of “unstable (loading) directions” is shown ; these directions can lead to failure before Mohr-Coulomb criterion. They depend especially on the existing couplings between the normal and tangential directions of the rock joint. An existing cliff is finally studied : the “Gorges de Valabres”, located in south of France. It is simulated with a discrete numerical model with UDEC, which uses the new rock joint constitutive relation and is considered through the second order work criterion. Hence, it is observed that simulated loading corresponds to unstable directions for some rock joints.

**Keywords :**

Rupture, rock joints, rockfalls, discrete elements, Yade, second order work criterion, interface constitutive relation, rock masses.



# Introduction générale



FIG. 1 – Test de casque d’escalade, tiré de [65]

L’escalade est un sport fantastique. . . La photo présentée sur la figure 1 rappelle qu’elle n’est pas toujours sans danger : qu’il s’agisse de falaises de bords de route ou de parois de haute montagne, le risque de chute de pierres est toujours présent même si c’est à des degrés divers. De grands alpinistes comme Jean Couzy<sup>1</sup> (ne) sont (plus) là pour nous le rappeler. . .

Lorsqu’il s’agit comme dans ce cas de chutes de pierre en (haute) montagne on peut considérer qu’il ne s’agit “que” d’un aléa<sup>2</sup> ne concernant qu’une population de pratiquants consentants. Le risque naturel est lui défini par le gouvernement français de la manière suivante [2] :  
« Le risque est le produit d’un aléa qui est un événement naturel susceptible de porter atteinte à des enjeux humains, économiques, environnementaux ou culturels.  
L’aléa se caractérise par l’intensité du phénomène et son occurrence prévisible (probabilité de survenue). Les enjeux sont caractérisés par leur importance (nombre et nature) et leur vulnérabilité (résistance) vis à vis du phénomène. »

<sup>1</sup>Membre de l’expédition française qui atteignit le sommet de l’Annapurna en 1950 (expédition devenue célèbre grâce au livre de Maurice Herzog, *Annapurna, premier 8000*), co-auteur avec René Desmaison d’une des voies les plus difficiles de l’Oisans [25]. Il décéda en 1958 suite à une chute de pierre survenue lors d’une escalade réalisée sans casque, comme bien souvent à l’époque.

<sup>2</sup>Défini comme étant un « Phénomène ayant une certaine probabilité de survenir »

Les éboulements rocheux peuvent donc clairement être considérés comme des risques naturels. C'est le cas par exemple tout au long de la route départementale 531 traversant les gorges de la Bourne dans le Vercors (Isère, France) : un éboulement de 200 tonnes y a ainsi provoqué la mort de deux personnes le 31 Janvier 2004 ; le 2 Novembre 2007 un autre éboulement mobilisant 5 m<sup>3</sup> de roches tue encore deux personnes et en blesse trois autres. Un dernier éboulement est encore survenu récemment : le 19 Janvier 2009, impliquant quelques dizaines de m<sup>3</sup>, mais heureusement sans faire de victimes cette fois (voir la figure 2).

Dans de tels cas les efforts intellectuels des ingénieurs et des chercheurs sont légitimement sollicités afin de réduire le risque pour les sociétés humaines. Différentes approches peuvent être adoptées. Il est possible d'agir directement sur la probabilité de survenue de l'aléa par des méthodes actives, en renforçant les zones instables par des tirants par exemple. On peut également chercher à empêcher que l'aléa porte effectivement « atteinte aux enjeux humains, économiques, environnementaux ou culturels » en utilisant des filets pare-pierres ou des merlons de protection qui empêcheront les blocs éboulés d'atteindre une structure ou des personnes vulnérables.

Le présent travail de thèse peut être considéré comme étant situé en amont de tout ceci : il s'agit ici de caractériser l'aléa lui-même, et d'apporter une contribution à la prédiction de la rupture des joints rocheux. Nous définissons comme étant un joint rocheux toute zone d'un massif, étant visible à une échelle macroscopique, à l'entrée de laquelle les grandeurs physiques caractéristiques (masse volumique, propriétés mécaniques...) évoluent de manière discontinue. Un exemple caractéristique est donc une fissure entre deux blocs.

Il est depuis longtemps établi (Goodman, [43]) que les joints rocheux peuvent avoir une influence prépondérante dans le comportement mécanique et la stabilité d'un massif rocheux. Ainsi, pour un massif très fracturé mais constitué, entre les fractures, de blocs à matrice rocheuse saine, il est légitime de considérer que les déformations du massif tout entier sont uniquement régies par le comportement des fractures car les déformations de la matrice constituant les blocs sont négligeables. La modélisation la plus réaliste possible du comportement mécanique de ces joints rocheux est donc bien un aspect incontournable de la plupart des études de stabilité de massif rocheux : il faut appréhender du mieux possible le comportement mécanique des joints rocheux afin *in fine* de prédire leur rupture ; d'où l'intérêt de ce travail de thèse.

Les joints rocheux seront ici considérés comme plans et pouvant ainsi être étudiés avec deux dimensions uniquement : une dimension normale au plan de contact et une tangentielle. L'état mécanique d'un joint est alors décrit par quatre variables, comme le montre la figure 3.

Sont définies premièrement une contrainte normale et une contrainte tangentielle, notées respectivement  $\sigma$  et  $\tau$  ; ces contraintes correspondent (via une multiplication par la surface du joint) aux efforts transmis par le joint : i.e. aux forces d'interaction entre les blocs étant en contact le long du joint. On introduit également un déplacement normal  $u$  et un déplacement tangentiel  $\gamma$ . Ces valeurs de déplacements sont définies par rapport à des valeurs de référence (correspondant à un certain équilibre par exemple), ils correspondent aux positions relatives des blocs en contact.

La description du comportement mécanique du joint passe donc par l'utilisation d'une loi de comportement  $f$  telle que :

$$\vec{d}\sigma = \begin{pmatrix} d\tau \\ d\sigma \end{pmatrix} = f(\vec{d}\vec{l}) = f\left(\begin{pmatrix} d\gamma \\ du \end{pmatrix}\right) \quad (1)$$

La définition d'une telle loi de comportement est un des points centraux de cette thèse. Pour cela, et afin d'appréhender du mieux possible le comportement mécanique des joints rocheux, un modèle numérique de joint rocheux aura auparavant été établi. Comme cela sera évoqué au chapitre 1, les inconvénients inhérents aux essais de laboratoire sont en effet généralement encore plus nets dans le cas des joints rocheux, qu'il s'agisse des problèmes de mise en place des échantillons, de la dispersion des mesures, ou de la (non-)reproductibilité des essais. Ce travail repose



FIG. 2 – Photos de l'éboulement du 19 Janvier 2009 dans les Gorges de la Bourne (site internet de la société Géolithe : <http://www.geolithe.com>)



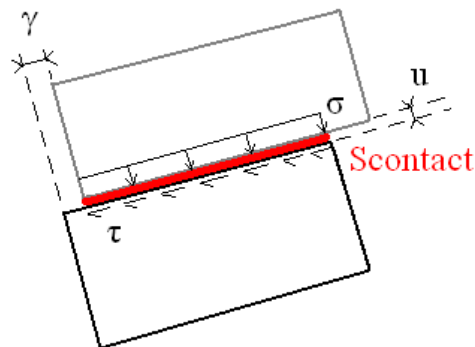


Fig. 3 – Définition des grandeurs décrivant le comportement mécanique d'un joint rocheux

donc en partie sur le pari qui est fait d'obtenir un modèle numérique qui simule fidèlement le comportement des joints rocheux et qui puisse ainsi être utilisé pour bâtir une loi constitutive.

La réalisation de ce modèle numérique utilise la méthode aux éléments discrets (MED) de Cundall et Strack ([29], présentée dans le chapitre 1). La MED se base sur une représentation discrète du milieu étudié. Elle est de plus en plus utilisée pour simuler le comportement de géomatériaux qu'il s'agisse de sols (Calvetti *et al.* [20]), de béton (Hentz, [48]) ou de massifs rocheux (Lemos, [67], Deluzarche et Cambou [37]) en entier. Une fois le modèle numérique réalisé puis la loi de comportement établie, un calcul de la stabilité d'un massif réel peut alors être envisagé. Pour ce calcul d'application la même MED est utilisée, du fait de la considération du massif étudié comme un ensemble de blocs interagissant via les joints qui les séparent.

Le présent manuscrit comporte donc quatre chapitres. Le chapitre 1, consacré à l'étude bibliographique, est articulé en deux parties. La première partie est consacrée à différentes études du comportement mécanique de joints rocheux. Les différents essais de laboratoire sont présentés, de même que les traits de comportement qu'ils mettent en évidence. Afin de garder un certain esprit critique, leurs limitations sont également évoquées. Des lois de comportement de joints rocheux proposées par différents auteurs sont finalement présentées. La seconde partie du premier chapitre présente ensuite la méthode aux éléments discrets : sa philosophie, et les différents aspects de sa mise en œuvre.

Le chapitre 2 présente la réalisation du modèle numérique de joints rocheux. Différents essais sont simulés grâce à lui. Parallèlement, l'influence des différents artefacts numériques est étudiée. Des comparaisons expérimentales montrent que ce modèle reproduit bien, qualitativement et quantitativement, le comportement d'un joint rocheux réel. L'utilisation de ce modèle numérique permet d'étudier bien plus aisément qu'expérimentalement différentes caractéristiques du comportement des joints. L'influence du cisaillement sur le comportement du joint est analysée en particulier. Des définitions d'un critère de plasticité limite et d'une règle d'écoulement sont également proposées.

Le chapitre 3 est alors consacré à la loi de comportement de joint rocheux ici proposée. Construite de manière générale, les valeurs exactes de ses paramètres sont ensuite définies à partir du comportement du modèle numérique. Après une phase de calibration, des essais de validation, toujours vis à vis du modèle numérique, démontrent la robustesse de la loi. Elle est alors étudiée

du point de vue du critère du “travail du second ordre” [35], [75]. Cette étude locale permet d’envisager d’ores et déjà les conditions, et les modalités, d’apparition d’instabilités à l’échelle d’un massif.

Le chapitre 4 permet enfin de montrer l’intérêt pratique de la loi de comportement et de ce critère du travail du second ordre. La loi ayant été implémentée dans le code UDEC, elle est utilisée afin de réaliser le calcul des Rochers de Valabres. Il s’agit d’une falaise des Alpes Maritimes s’étant plusieurs fois déjà révélée instable et située dans un site présentant des « enjeux » certains : une route reliant Nice à des vallées de montagne, dont la station de sports d’hiver Isola 2000, qui seraient autrement enclavées. Sa stabilité est ainsi considérée en utilisant ce critère du second ordre.

Les dernières pages de ce manuscrit sont alors consacrées aux conclusions de ce travail de thèse. Les principaux résultats sont rappelés, et des perspectives sont dessinées.





# Chapitre 1

## Étude bibliographique

La présente étude bibliographique comporte quatre parties. On s'intéresse tout d'abord aux propriétés générales de la description matérielle des géomatériaux, puis à celle de leur rupture. Dans notre cadre d'étude de stabilité des massif fracturés nous avons mentionné en introduction que c'étaient les interfaces rocheuses qui constituaient les géomatériaux auxquels il fallait s'intéresser. Une description de leurs propriétés, en particulier mécaniques, sera ainsi ensuite effectuée. La dernière partie s'intéresse à la Méthode aux Éléments Discrets. C'est cette méthode qui sera utilisée pour les simulations numériques des chapitres 2 et 4. Du fait de la nécessité (et de la difficulté parfois) d'avoir des simulations auxquelles on puisse accorder du crédit, on fera un tour d'horizon général des moyens d'utilisation de cette MED dans le cadre de la géomécanique.

### 1.1 Description du comportement des géomatériaux

La description du comportement mécanique des géomatériaux doit se faire de manière incrémentale. Après avoir expliqué pourquoi, nous présenterons les propriétés, valables pour toutes les lois de comportement, de cette description.

#### 1.1.1 Nécessité d'une description incrémentale

L'état mécanique d'un géomatériau ne peut être décrit directement via une fonction bijective  $f$  permettant d'exprimer : Réponse =  $f$ (Sollicitation). Pour s'en convaincre il suffit de considérer l'exemple du sable sur la plage qui, alors qu'il est soumis à la même absence de charge extérieure, peut être dans des états de déformation complètement différents suivant qu'il s'agisse de la photo d'une carte postale, que des enfants en aient construit des châteaux, ou que quelqu'un y ait laissé l'empreinte de ses pas...

Le principe de déterminisme énonce toutefois l'existence d'une relation bijective entre un chemin de sollicitation donné et un chemin de réponse donné. En prenant donc en compte l'histoire complète des sollicitations on peut dans ce cadre écrire :

$$\sigma(t) = \mathcal{F}_{-\infty < \xi \leq t} [\mathbf{F}(\xi)]$$

$\mathbf{F}$  est la transformation linéaire tangente qui permet de décrire la déformation du matériau et  $\sigma$  le tenseur des contraintes.  $\mathcal{F}$  qui est ainsi définie est appelée "fonctionnelle rhéologique". Cette fonctionnelle est malheureusement, sauf cas particuliers, ni linéaire ni différentiable (voir Darve [31]). Il est alors impossible de l'utiliser en pratique pour réaliser des calculs. C'est pourquoi on utilise en fait un autre principe de déterminisme, incrémental.

### 1.1.2 Propriétés de la description incrémentale

Le principe de déterminisme incrémental énonce lui que :

«Si on applique, à un échantillon donné d'un géomatériau donné, une petite sollicitation pendant un incrément de temps  $dt$ , la petite réponse est déterminée et unique.»

Il existe donc pour chaque matériau une fonction  $\mathcal{G}_{\underline{h}}$ , dépendant des paramètres d'écroutissage notés  $\underline{h}$ , permettant d'exprimer :

$$\mathcal{G}_{\underline{h}}(d\boldsymbol{\varepsilon}, d\boldsymbol{\sigma}, dt) = 0$$

En considérant les géomatériaux, et en particulier les joints rocheux, comme des matériaux non visqueux, l'incrément de temps  $dt$  pendant lequel la sollicitation est appliquée n'intervient en fait pas. En reprenant les notations de l'équation (1), adaptées à l'étude des joints rocheux, on peut donc décrire le comportement de ceux-ci à l'aide des deux relations incrémentales suivantes :

$$\begin{cases} d\tau = f_{\underline{h}}(d\gamma, du) \\ d\sigma = g_{\underline{h}}(d\gamma, du) \end{cases}$$

Ces fonctions  $f$  et  $g$  dépendent de variables d'état et de l'écroutissage  $\underline{h}$ . Du fait du caractère non visqueux du comportement, elles sont par contre indépendantes des taux de variation, i.e. :

$$\forall \lambda > 0 : \begin{cases} \lambda d\tau = f_{\underline{h}}(\lambda d\gamma, \lambda du) \\ \lambda d\sigma = g_{\underline{h}}(\lambda d\gamma, \lambda du) \end{cases}$$

Ainsi,  $\forall \lambda > 0$  :

$$\begin{cases} f_{\underline{h}}(\lambda d\gamma, \lambda du) = \lambda f_{\underline{h}}(d\gamma, du) \\ g_{\underline{h}}(\lambda d\gamma, \lambda du) = \lambda g_{\underline{h}}(d\gamma, du) \end{cases}$$

Ceci définit donc les fonctions  $f$  et  $g$  comme étant des fonctions vectorielles homogènes de degré 1. Elles vérifient ainsi l'identité d'Euler :

$$\begin{cases} f_{\underline{h}}(d\gamma, du) = \frac{\partial f_{\underline{h}}}{\partial(d\gamma)} d\gamma + \frac{\partial f_{\underline{h}}}{\partial(du)} du \\ g_{\underline{h}}(d\gamma, du) = \frac{\partial g_{\underline{h}}}{\partial(d\gamma)} d\gamma + \frac{\partial g_{\underline{h}}}{\partial(du)} du \end{cases}$$

Ce qui équivaut à :

$$\begin{pmatrix} d\tau \\ d\sigma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_{\underline{h}}(d\gamma, du) \\ g_{\underline{h}}(d\gamma, du) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_{\underline{h}}}{\partial(d\gamma)} & \frac{\partial f_{\underline{h}}}{\partial(du)} \\ \frac{\partial g_{\underline{h}}}{\partial(d\gamma)} & \frac{\partial g_{\underline{h}}}{\partial(du)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\gamma \\ du \end{pmatrix} = M_{\underline{h}}(d\gamma, du) \begin{pmatrix} d\gamma \\ du \end{pmatrix}$$

Une matrice élasto-plastique  $M_{\underline{h}}$  peut ainsi être définie. Les dérivées partielles des fonctions homogènes de degré 1  $f$  et  $g$  étant des fonctions homogènes de degré 0, la matrice  $M_{\underline{h}}$  ne dépend en fait que de la direction du vecteur  $\begin{pmatrix} d\gamma \\ du \end{pmatrix}$ , non de sa norme :

$$M_{\underline{h}}(d\gamma, du) = M_{\underline{h}} \left( \frac{d\gamma}{\sqrt{d\gamma^2 + du^2}}, \frac{du}{\sqrt{d\gamma^2 + du^2}} \right)$$

Le comportement matériel des géomatériaux est donc décrit par cette loi de comportement caractérisée par  $M_{\underline{h}}$  qui ne dépend que de la direction<sup>1</sup> de sollicitation. La manière dont  $M_{\underline{h}}$  en

<sup>1</sup>Et de son sens aussi : la définition des fonctions homogènes, ne considérant que les cas  $\lambda > 0$ , ne permet pas de statuer de  $M_{\underline{h}}(-\vec{u})$

dépend fait apparaître le concept de zone tensorielle, utilisé par Darve [31] pour classer les différentes lois de comportement. On définit une zone tensorielle comme étant une zone de l'espace des sollicitations (égal ici à celui des déplacements) à l'intérieur de laquelle la matrice  $M_h$  est constante. Donnons les deux exemples correspondant aux deux cas extrêmes :

- $M_h$  est toujours la même quelque soit la direction de  $\vec{dl}$ . Il existe ainsi toujours la même relation linéaire  $d\vec{\sigma} = M_h \vec{dl}$  : c'est le cas des relations élastiques. Si en plus  $M_h$  ne dépend pas de l'état du matériau, on est dans le cadre de l'élasticité linéaire. Sinon, cela correspond à l'élasticité non-linéaire.
- $M_h$  change de valeur en permanence avec la direction de  $\vec{dl}$ . C'est le cas des relations incrémentalement non linéaires (Darve, [30]). On reviendra en détail sur ce type de relation au chapitre 3.

## 1.2 Rupture et instabilités des géomatériaux

### 1.2.1 Définition de la rupture

L'hiver grenoblois rend parfois les escalades évoquées en introduction de ce manuscrit nettement plus éprouvantes du fait de la baisse des températures. C'est alors l'occasion de gravir, plutôt que du rocher, des cascades de glace : il s'agit de structures - de glace... - issues d'écoulements d'eau divers que le gel a figés. Un risque supplémentaire peut exister : celui de la rupture de la structure. Que faut-il cependant qualifier de rupture ?

Il s'agit en effet ici d'une structure qui n'existe de toute façon pas environ huit mois sur douze, et qui se déforme sans cesse les quatre mois restant. Qu'il s'agisse du fluage de la glace, voire de son gel/dégel, des effets des variations de température ou du passage des grimpeurs et de leurs piolets, l'état mécanique de cette structure n'est pas vraiment constant au cours de son existence. Cependant on peut sans doute définir la **rupture** de celle-ci, i.e. le moment où il valait mieux ne pas la gravir, par **l'apparition non imposée d'un régime dynamique de déformation, avec de fortes valeurs d'accélération et de vitesses**. L'opposition aux autres périodes, pour lesquelles un régime de déformations quasi-statique peut être défini, est alors nette.

Les éboulements rocheux correspondent aux mêmes phénomènes : on parle d'éboulement lorsqu'une certaine masse rocheuse, non négligeable à l'échelle humaine, a vu ses valeurs de taux de déformation, d'accélération, de vitesse... subir une modification de plusieurs ordres de grandeur, pour se rapprocher des valeurs correspondant à la chute libre...

Après coup, on dira : «la cascade de glace/la falaise n'était pas stable». Mais à quoi cela correspond-il exactement ?

### 1.2.2 Instabilité matérielle

La première définition de la stabilité est sans doute énoncée par Lyapunov [70]. Appliquée à la géomécanique on peut la formuler de la manière suivante (Sibille *et al.* [93]) :

« Un état de contrainte-déformation, pour un matériau donné et après une histoire de chargement donnée, est dans un état stable si, pour tout réel positif  $\varepsilon$ , il existe un nombre positif  $\eta(\varepsilon)$  tel que, pour tout chargement borné par  $\eta(\varepsilon)$ , la réponse sera bornée par  $\varepsilon$ . »

L'instabilité équivaut ainsi à l'impossibilité de pouvoir obtenir pour n'importe quel (petit) chargement une petite réponse associée. Elle est qualifiée de géométrique lorsqu'elle dépend de la géométrie du problème (le flambement d'une poutre à partir d'une charge critique par exemple), ou de matérielle si elle ne dépend que de la loi de comportement du matériau. L'instabilité matérielle peut se manifester par divergence (pour ce qui est des valeurs de la réponse) ou par flottement (la réponse suit des oscillations bornées).

Une rupture implique en fait l'existence d'une instabilité. Pour notre cascade de glace au bord de la ruine, il est probable que même le plus délicat des grimpeurs aura du mal à y planter son piolet sans le regretter immédiatement. En géomécanique un exemple d'un état instable est celui d'un sable lâche lors d'un essai triaxial non drainé, au moment du pic de  $q$ . À partir de cet état, dès que l'on cherche à augmenter la valeur des contraintes (i.e. si l'essai est piloté en force), un effondrement de l'échantillon, correspondant bien à l'apparition d'un régime dynamique, est observé expérimentalement (Lindenberg et Koning [68], Sladen *et al.* [94], Darve *et al.* [36]).

### 1.2.3 Premières descriptions théoriques de la rupture

#### Point de vue statique

La rupture a tout d'abord été étudiée en se concentrant uniquement sur les états limites de contraintes admissibles par un matériau, qui sont décrits par son **critère de plasticité limite**, par définition de ce dernier. Il y a en effet possibilité de rupture en un tel point, puisque le matériau ne peut alors plus supporter aucune augmentation de charge tout en restant à l'équilibre. Si celle-ci devait tout de même être imposée, un régime dynamique apparaîtrait donc bien.

Le critère de plasticité limite se traduit, mathématiquement, par :

$$\exists \vec{dl} \neq \vec{0} \text{ tel que } \vec{d}\sigma = M \vec{dl} = \vec{0} \quad (1.1)$$

Or ceci équivaut à :

$$\det(M) = 0 \quad (1.2)$$

Dans le cadre de ces travaux (Tresca, Von-Mises), on décrit donc la rupture d'un matériau par :

$$\text{Rupture} \Leftrightarrow \det(M) = 0 \quad (1.3)$$

#### Point de vue cinématique

Les expériences montrent cependant que des ruptures peuvent toutefois se produire avant ce critère de plasticité limite. Il peut s'agir dans certains cas de ruptures localisées : les phénomènes dynamiques sont localisés à l'intérieur d'une "bande de cisaillement" (cf figure 1.1). Rudnicki et Rice [85] montrent que cela est possible, statiquement et cinématiquement, pour des bandes de cisaillement de normale  $\vec{n}$ , pour lesquelles le "tenseur accoustique"  $\vec{n} M \vec{n}$  voit son déterminant s'annuler. On a donc ici :

$$\text{Rupture} \Leftrightarrow \det(\vec{n} M \vec{n}) = 0 \quad (1.4)$$

Ces deux conditions, les équations (1.3) et (1.4), ne sont en fait malheureusement pas vérifiées simultanément dans le cas des matériaux non associés tels les géomatériaux... Les équivalences avec la rupture proposées ici sont en fait abusives.

Le critère de Rice garde en tous cas l'avantage de pouvoir prédire des ruptures survenant avant le critère de plasticité limite. Mais, par construction, il ne peut s'agir que de ruptures localisées. Or il existe aussi dans la nature des ruptures qui se produisent avant le critère de plasticité limite, mais en présentant un caractère diffus et non localisé : il en est ainsi par exemple du pic de  $q$  évoqué plus haut.

### 1.2.4 Le critère du travail du second ordre

#### Condition globale

Afin de résoudre ce problème, Darve et co-auteurs ([35], [75], [93]) utilisent les travaux de Hill [52] pour donner la condition suffisante de stabilité suivante (écrite ici pour un milieu continu

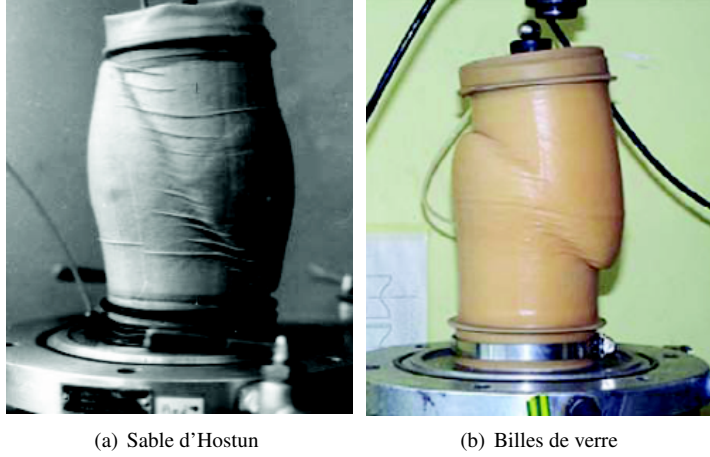


FIG. 1.1 – Bandes de cisaillement pour deux matériaux différents. Tiré de [47]

de volume  $V$ ) :

$$\left( D^2 w = \int_V d\sigma : d\varepsilon \, dV > 0 \quad \forall d\varepsilon \neq \mathbf{0} \right) \Rightarrow \text{Stabilité} \quad (1.5)$$

Les grandeurs  $d\sigma$  et  $d\varepsilon$  sont les incréments des tenseurs de contraintes et de déformations, reliées par la loi de comportement du matériau, entre deux états d'équilibre. Précisons qu'on se place ici dans le cadre des petites déformations et que l'on néglige les changements de géométrie.

### Condition locale

L'équation (1.5) fait ainsi intervenir le travail du second ordre local défini, dans le cas continu par :

$$d^2 w = d\sigma : d\varepsilon$$

On a ainsi implication entre une condition locale de stabilité et celle globale :

$$d^2 w > 0 \text{ en tout point du solide} \Rightarrow D^2 w > 0 \Rightarrow \text{Stabilité}$$

Dans notre cas de joints rocheux, on posera :

$$d^2 w = \vec{d}l \cdot \vec{d}\sigma \quad (1.6)$$

On peut alors faire intervenir la matrice élasto-plastique  $M_h$  vue au paragraphe 1.1. Nous avons vu qu'elle était homogène de degré 0 : elle ne dépend que de la direction  $\vec{u} = \vec{d}l / \|\vec{d}l\|$  de sollicitation. On peut ainsi écrire :

$$d^2 w = \vec{d}l M_h(\vec{u}) \vec{d}l = \|\vec{d}l\|^2 \vec{u} M_h(\vec{u}) \vec{u} \quad (1.7)$$

On voit ainsi que le signe du travail du second ordre ne dépend que de la direction<sup>2</sup>  $\vec{u}$  de la sollicitation, pas de sa norme. Dans les cas linéaires par morceaux  $M_h$  est constante, égale à une matrice  $M$ , à l'intérieur d'une zone tensorielle donnée. Il vient alors :

$$d^2 w = \|\vec{d}l\|^2 \vec{u} M \vec{u} = \|\vec{d}l\|^2 \vec{u} M^S \vec{u} \quad (1.8)$$

<sup>2</sup>Le terme direction incluant ici en fait toujours un sens précis

Le calcul du travail du second ordre fait ainsi apparaître la forme quadratique de  $M$ , et par conséquent sa partie symétrique  $M^S$ .

Dans tous les cas, comme le signe de  $d^2w$  ne dépend toujours que de la direction de sollicitation, on peut définir un ensemble de directions instables : il s'agit de l'ensemble des directions de sollicitation qui rendent  $d^2w$  négatif ou nul. Un domaine de bifurcation est également défini : il s'agit des états de contrainte d'un matériau pour lesquels il existe justement des directions instables. Nous y reviendrons au paragraphe 3.5.1. Darve *et al.* ([36]) montrent qu'une rupture effective est obtenue lorsque les trois conditions suivantes sont remplies :

- l'état du matériau appartient au domaine de bifurcation,
- la direction de sollicitation est une direction instable,
- et un certain mode de contrôle est utilisé. Pour l'exemple évoqué plus haut de l'essai triaxial non drainé sur un sable lâche, une rupture se produit au pic de  $q$  uniquement si le pilotage est effectué en force.

À l'exception des instabilités par flottement il est démontré que toutes les instabilités peuvent être retrouvées par le critère du travail du second ordre (Challamel *et al.* [22]). En particulier, le critère du travail du second ordre est également vérifié (Nicot [74], voir aussi [82]) en même temps que celui de Rice, à l'intérieur des bandes de cisaillement lorsqu'il y a localisation de la déformation.

## 1.3 Les interfaces rocheuses

### 1.3.1 Introduction

On s'intéresse maintenant plus précisément au comportement des interfaces rocheuses. Dès les premiers travaux d'étude de massifs rocheux fracturés (voir Goodman *et al.* [43] par exemple), il est supposé que la présence de ces joints puisse affecter beaucoup plus le comportement global du massif que ne le fait la nature de la roche en présence. Les interfaces rocheuses sont donc l'objet d'un grand intérêt, à différents points de vues : on peut s'intéresser à leur géologie, leurs caractéristiques géométriques, mécaniques, ou encore (de plus en plus de nos jours) leurs propriétés hydro-mécaniques. Après l'introduction d'un certain vocabulaire, puis de notions géologiques de base, on s'intéressera ici tout particulièrement à différentes études ayant trait au comportement mécanique des joints rocheux. Les différents essais mécaniques de laboratoire applicables aux joints rocheux seront ainsi présentés, de même que leurs résultats typiques. Il sera alors temps de présenter différentes lois de comportement proposées dans la littérature afin de reproduire l'observation de la Nature.

### 1.3.2 Précis de vocabulaire géologique

Nous avons précisé dans l'introduction générale de ce manuscrit que nous désignons par joint rocheux "toute zone d'un massif, étant visible à une échelle macroscopique, et à l'entrée de laquelle les grandeurs physiques caractéristiques (masse volumique, propriétés mécaniques...) évoluent de manière discontinue". Cette définition peut concerner différents cas de figures, les géologues (Villemin, [98]) ont donc un vocabulaire précis permettant de distinguer différentes sortes de joint rocheux. Ils désignent ainsi par :

- "fracture", toute discontinuité du massif rocheux
- "diaclases", les fractures n'ayant subi aucun déplacement
- "failles", « des fractures qui ont été, au cours de leur histoire, le lieu d'un déplacement cisailant significatif en rapport à leur taille » (Villemin, [98]). Pouvant être ainsi le siège d'un phénomène d'altération ces "failles" peuvent présenter un matériau de remplissage

issu de l'érosion de la matrice environnante. En présence de fluide, et toujours sous l'effet de la friction, on peut même assister à des recristallisations.

Nous ne serons ici pas toujours aussi rigoureux et parlerons donc de "joints rocheux" au sens général.

### 1.3.3 Caractéristiques géométriques des joints rocheux

Nous avons déjà mentionné que nous idéalisons les joints rocheux par des plans inclinés séparant deux blocs. Si l'on considère alors une horizontale (H) contenue dans un de ces plans, on définit les deux paramètres géométriques suivants (voir la figure 1.2) :

- l'azimut  $\alpha$  qui est l'angle entre le Nord et (H) (cet angle est donc situé dans un plan horizontal)
- le pendage  $\beta$  qui est l'angle entre la ligne de plus grande pente du joint et la projection de (H) dans le plan vertical contenant cette ligne de plus grande pente (l'angle étant mesuré vers la ligne de plus grande pente).

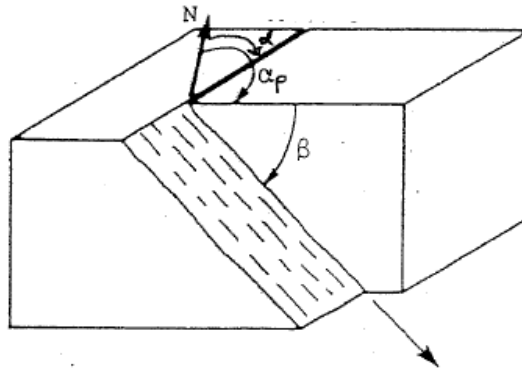


FIG. 1.2 – Définition de l'azimut et du pendage, d'après [18]

Lorsqu'on est en présence de plusieurs failles on peut utiliser ces paramètres pour représenter dans le plan cet ensemble de failles, en faisant une projection stéréographique (voir [18] pour plus de détails). Ceci permet alors par exemple de définir des familles de failles, voire de détecter de potentiels mécanismes d'instabilité, si l'on a par exemple des discontinuités qui se recoupent en dièdre. La figure 1.3 propose un exemple d'une telle représentation.

### 1.3.4 Comportement mécanique des joints rocheux : essais de laboratoire et comportements mis en évidence

Intéressons nous maintenant réellement au comportement mécanique des joints rocheux. Ce paragraphe présente les différents essais mécaniques de laboratoire réalisables sur les joints rocheux. Des résultats typiques de tels essais, tels qu'ils ont été proposés par différents auteurs, seront présentés, de même que quelques relations permettant de décrire l'évolution de quelques grandeurs caractéristiques de ces essais.

Indiquons en préambule le déroulement pratique de tels essais. Ils sont tous réalisés en scellant deux épontes dans deux demi boîtes, puis en faisant bouger les demi boîtes l'une par rapport à l'autre. Le joint séparant les deux épontes peut être naturel : l'échantillon existait fissuré dans la nature, ou non : le joint a été créé artificiellement, suite à un essai brésilien généralement. Ce



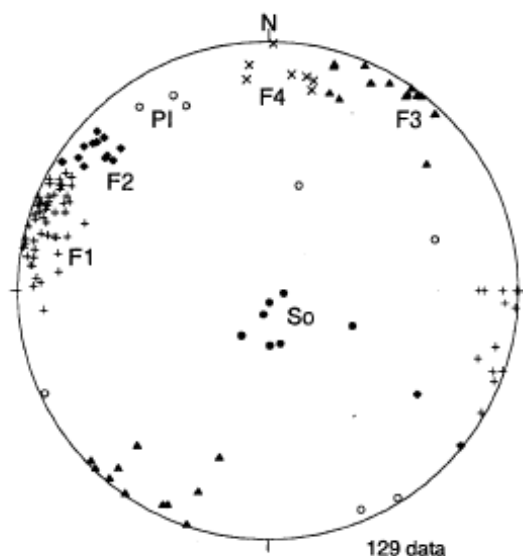


Fig. 1.3 – Exemple de représentation stéréographique, issue de [61]

dernier cas de figure est celui utilisé par exemple par Lechnitz [66] pour réaliser des tests de cisaillements sur des joints de grès.

### Le comportement en compression

Il est caractérisé par des essais de compression qualifiée parfois de simple, ou bien parfois de pseudo oedométrique<sup>3</sup>. Les deux épontes étant en contact l'une sur l'autre le long du joint on impose à l'une des deux un déplacement normal au joint, la seconde boîte étant immobile, et on mesure la force normale correspondante (dont sera déduite la contrainte normale). Il faut noter que le déplacement relatif normal qui est mesuré correspond alors à la déformation de l'ensemble "éponte + joint". Si l'on veut caractériser le joint seul, la connaissance du comportement de la roche saine est généralement nécessaire, et s'obtient en réalisant le même essai sur un échantillon intact. Bandis [7], après une campagne d'essai sur 64 joints naturels différents (d'ardoise, de calaire, de roche limoneuse, de grès ou de dolérite) propose un exemple des courbes que l'on peut obtenir (voir figure 1.4), en envisageant des joints ayant été, ou non, préalablement désenchevêtrés. Le comportement n'est donc ni linéaire, ni élastique, et semble présenter une asymptote dont on dit généralement qu'elle correspond à une ouverture initiale du joint (et donc à une fermeture finale à partir de laquelle on retrouve le comportement de la roche intacte). On constate de plus qu'un désenchevêtrement préalable réduit les raideurs normales.

### Le comportement en cisaillement

Si des essais in situ sont envisageables, le comportement en cisaillement de joints rocheux se caractérise le plus souvent en laboratoire avec différents essais. Lors de tels essais, on fait soit

<sup>3</sup>Les montages expérimentaux de ces essais ont tendance, sans que cela soit un objectif explicite, à annuler les déplacements relatifs tangentiels ; d'où sans doute la co-existence des deux appellations.

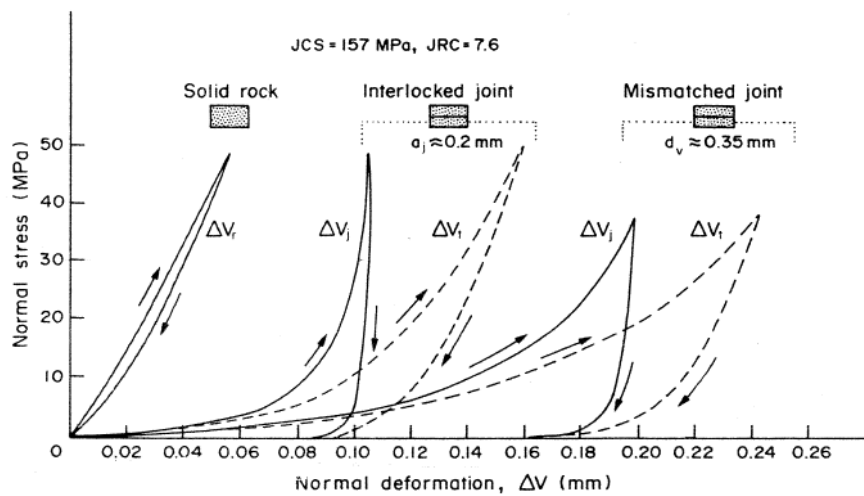


FIG. 1.4 – Courbes  $\sigma$ (déplacement normal total) pour un joint rocheux, d'après [7].  $\Delta V_t$  correspond à la déformation de l'ensemble joint+matrice.  $\Delta V_j$  est le déplacement au niveau du joint uniquement ( $=u$  avec nos notations), obtenu à partir de  $\Delta V_t$  et connaissant  $\Delta V_r$  qui correspond aux déplacements dus uniquement à la déformation de la matrice

bouger une des épontes le long du joint à une vitesse  $V$ , soit les deux épontes bougent simultanément le long du joint, mais dans des sens opposés à une vitesse  $V/2$  (les différences entre les deux procédures sont explicitées au paragraphe 1.3.5). De tels essais sont en fait également contrôlés dans la direction normale au joint, mais ceci peut être fait de différentes manières, donnant ainsi différents essais de cisaillements. Dans tous les cas on relève les courbes  $\sigma(\gamma)$ ,  $\tau(\gamma)$ ,  $\tau(\sigma)$  et  $u(\gamma)$ .

**Les tests de cisaillement à contrainte normale constante (CNC)** Il s'agit sans doute des essais les plus couramment réalisés. Pour de tels tests, la force normale est maintenue constante au cours de l'essai : les deux épontes vont donc pouvoir avoir un déplacement relatif normal, alors que la contrainte normale reste constante. Cet essai est également appelé "standard" car il est décrit par une norme : voir par exemple [3] pour la norme française. Il est ainsi stipulé par exemple que la vitesse de cisaillement doit être constante et inférieure à 1 mm/min, ou encore que l'écart entre la valeur réelle de la force normale et celle souhaitée doit rester inférieur à 5 pour cent. On dit souvent, voir (Leichnitz, [66]) par exemple, que de tels essais sont représentatifs du comportement d'une discontinuité située près de la surface libre du massif rocheux : on peut en effet considérer que la contrainte normale régnant sur une telle discontinuité reste constante, égale au poids des blocs supérieurs. Ce ne serait pas le cas par exemple en profondeur d'un massif : pour un joint en profondeur les déplacements correspondant à de la dilatance sont sans doute en partie empêchés du fait du confinement. On peut s'attendre alors que dans ce cas la contrainte normale ait tendance à évoluer.

Les résultats de différents auteurs pour de tels essais sont maintenant présentés. L'influence de la valeur de la contrainte normale sera généralement décrite.

Barton [11] propose une allure typique des courbes  $\tau(\gamma)$  et  $u(\gamma)$  obtenues lors d'un tel essai CNC, sur des matériaux modèles de joints rocheux : voir figure 1.5. D'après cet auteur, pour ce qui est de  $\tau(\gamma)$  on a donc augmentation de  $\tau$  jusqu'à un pic, puis décroissance jusqu'à atteindre

une valeur résiduelle. Pour  $u(\gamma)$ , on a d'abord une première phase de contractance puis le comportement devient dilatant pendant la phase pré-pic. Le taux de dilatance, défini par  $du/d\gamma$  atteint ensuite son maximum au moment du pic, avant de diminuer jusqu'à devenir nul lorsque la valeur résiduelle de  $\tau$  est atteinte. Tous ces résultats sont généralement repris par d'autres auteurs.

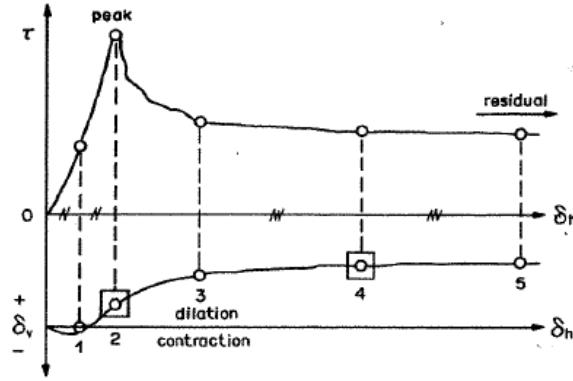


FIG. 1.5 – Réponses typiques ( $\tau(\gamma)$  en haut, et  $u(\gamma)$  en bas) d'un joint rocheux à un cisaillement CNC, d'après (Barton [11])

En effet Leichnetz [66], suite à des tests sur des joints de grès, prévoit lui aussi une évolution de la contrainte de cisaillement présentant un pic puis une valeur résiduelle. Pour ce qui est de l'évolution de  $u$ , il observe toutefois un comportement purement dilatant, sans phase de contractance. Mais il prévoit, lui aussi, le maximum de l'angle de dilatance coïncidant avec le pic de la contrainte tangentielle. Il étudie également l'influence de la contrainte normale et précise que la valeur résiduelle de  $\tau$  est selon lui directement proportionnelle à  $\sigma$ , ce qui correspond à un critère de Coulomb. Pour la valeur au pic, le critère qu'il propose est moins simple : il prédit ainsi une décroissance logarithmique du rapport  $\left(\frac{\tau}{\sigma}\right)_{pic}$  en fonction de  $\sigma$ . Finalement il observe qu'une augmentation de la contrainte normale entraîne une diminution de la dilatance, et propose là encore une dépendance logarithmique pour le décrire.

De leur côté Saeb et Amadei [86] reprennent eux tout d'abord les résultats typiques de Barton [11], et les idéalisent comme le montre la figure 1.6. Pour décrire l'influence de la contrainte

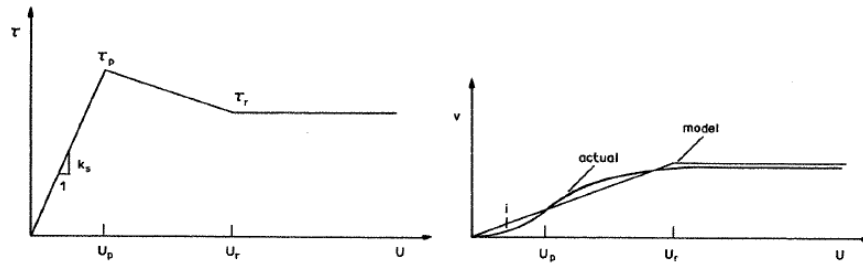


FIG. 1.6 – Réponses idéalisées  $\tau(\gamma)$  (à gauche) et  $u(\gamma)$  (à droite) à un essai CNC, d'après [86]

normale sur la dilatance, ces auteurs mentionnent la relation empirique de Ladanyi et Archambault [63] :

$$\left(\frac{du}{d\gamma}\right)_{pic} = \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_T}\right)^{k_2} \times \tan(i_0)$$

où  $k_2$  est un coefficient pris égal à 4,  $\sigma_T$  une contrainte normale caractéristique (la résistance à la compression de la roche intacte par exemple) et  $i_0$  l'angle de dilatance obtenu pour une contrainte normale nulle. Cette relation prévoit donc une annulation de la dilatance pour  $\sigma > \sigma_T$ . Notons que cette équation qui décrit la direction des déplacements obtenus alors que l'on est au pic de contraintes correspond à une règle d'écoulement.

Pour ce qui est de l'influence de  $\sigma$  sur  $\tau(\gamma)$  Saeb et Amadei présentent les deux modèles de Goodman [44] représentés figure 1.7. Ils utilisent quant à eux le "modèle à déplacement constant", pour lequel il est donc supposé que, quelque soit la contrainte normale, les valeurs maximales et résiduelles de  $\tau$  sont toujours atteintes pour les mêmes valeurs de  $\gamma$ .

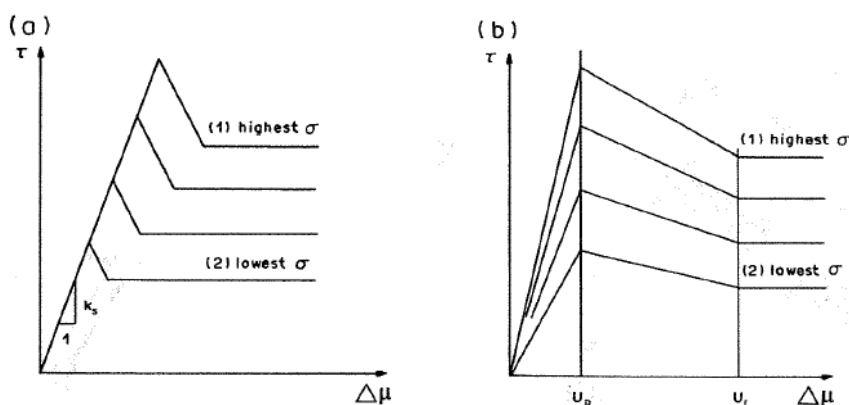


FIG. 1.7 – Courbe  $\tau(\gamma)$  résultant d'un essai CNC d'après le "modèle à raideur constante" (à gauche) ou d'après le "modèle à déplacement constant" (à droite) de Goodman [44]

Les tests de Bandis *et al.* [7] réalisés sur différents roches permettent d'appréhender ce qui se cache derrière ce modèle. Il apparaît en effet dans ces travaux que la rigidité tangentielle du joint, mesurée lors d'un tel essai CNC, augmente avec la contrainte normale, comme le montre la figure 1.8. D'où l'idée d'utiliser un modèle à "déplacement constant", plutôt qu'à "rigidité constante". Notons que la plupart de ces courbes présentent un pic, mais que ce n'est pas le cas de toutes. Et que ce pic, lorsqu'il est présent, est le plus souvent peu marqué.

Mentionnons encore les essais d'Armand [5]. Une campagne d'essais CNC sur des joints de calcite dans des échantillons de granodiorite est présentée. Là encore un pic, plus ou moins important, de la courbe  $\tau(\gamma)$ , avant l'établissement d'un palier, est exhibé. Il est également mentionné, là aussi, une décroissance de la dilatance et une augmentation de la rigidité tangentielle lorsque la contrainte normale  $\sigma$  augmente.

Tout ceci peut être résumé par la figure 1.9 qui représentent donc l'allure "théorique" des courbes  $\tau(\gamma)$  et  $u(\gamma)$  que l'on peut obtenir lors d'un tel essai, comme le proposent Stephansson et Jing [95].

Indiquons enfin que le pic correspond en fait à l'effort nécessaire pour briser les aspérités présentes dans le joint rocheux. Une fois ces aspérités brisées, le comportement résiduel correspond au frottement d'une éponte sur l'autre. La rugosité des épontes et la nature de la matrice rocheuse (sa résistance) vont donc influencer le comportement du joint. Les travaux de Schneider [88] montrent qu'une rugosité plus marquée a tendance à amplifier la dilatance (de même que la valeur de contrainte tangentielle au pic), mais que cette influence de la rugosité diminue pour des natures de roches environnantes "tendres". Dans ce cas en effet les aspérités sont plus facilement érodées lors du cisaillement.

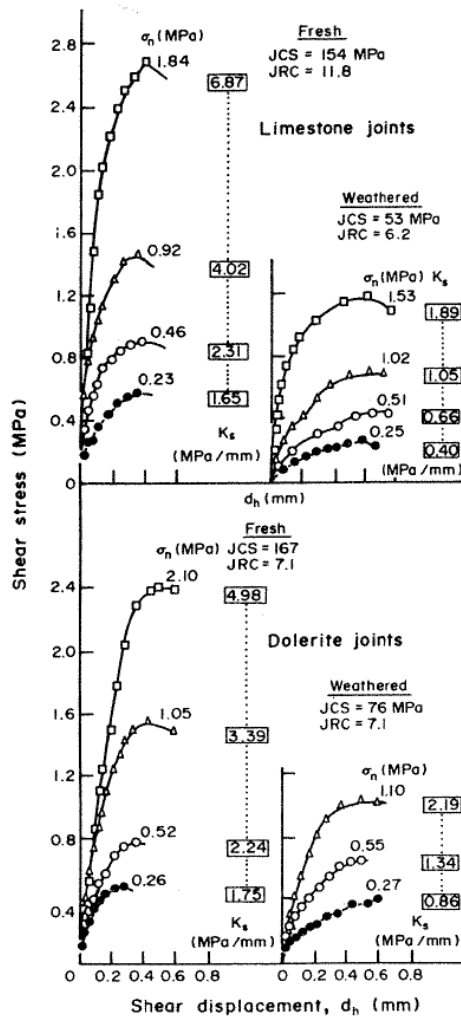


FIG. 1.8 – Courbes  $\tau(\gamma)$  pour des joints, altérés ou non, de calcaire et de dolérite. Les valeurs de contrainte normale sont indiquée sur les courbes, de même que celles de raideur tangentielle sécante au pic. D'après Bandis *et al.* [7]

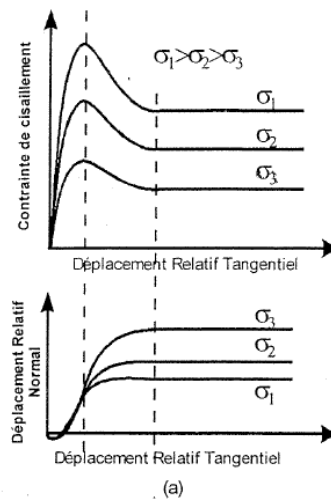


FIG. 1.9 – Réponses qualitatives d'un joint rocheux à un cisaillement CNC, d'après (Stephansson et Jing [95])

Deux paramètres introduits par Barton [11] : le "joint roughness coefficient" (JRC) et le "joint compressive strength" (JCS) permettent de quantifier respectivement la rugosité du joint et la résistance de la matrice.

**Les tests de cisaillement à déplacement normal constant (DNC)** Ces tests sont en réalité avant tout une vue de l'esprit pour laquelle on imagine pouvoir empêcher tout déplacement relatif normal entre épontes. Or on vient de voir que les joints rocheux présentent toujours une tendance à l'évolution du déplacement relatif normal suite à un cisaillement ; il faudrait donc arriver à une rigidité d'appareillage infinie pour suivre rigoureusement un tel chemin. C'est pourquoi de tels essais n'existent pour ainsi dire quasiment pas. Benjelloun [14] a présenté un résultat de ce type mais la capacité de la presse utilisée avait été rapidement atteinte.

**Les tests de cisaillement à rigidité normale imposée (RNI ou KNC)** Lors de tels essais la contrainte normale est contrôlée de telle manière que, tout au long de l'essai, on vérifie la relation :

$$\sigma(t) = \sigma_0 + KnC (h(t) - h_0)$$

La constante  $KnC$  est donc un paramètre de l'essai, et cela revient à imaginer un ressort de rigidité  $KnC$  agissant sur l'éponte mobile dans la direction normale au cisaillement. Le chemin suivi est en fait en quelque sorte intermédiaire entre celui d'un essai CNC, pour lequel on a  $KnC = 0$  et celui d'un essai DNC, obtenu en faisant tendre  $KnC$  vers l'infini.

Indraratna et Haque [53] réalisent de tels essais sur des joints artificiels. Une seule valeur de  $KnC$  est utilisée :  $KnC = 8.5 \text{ kN/mm}$ . Par rapport à des essais CNC, également réalisés par les auteurs sur les mêmes joints, les variations du déplacement normal  $u$  sont alors limitées. Cependant la dilatance de leurs joints se manifeste alors également sur la valeur de la contrainte normale  $\sigma$  qui augmente.

D'autres essais KNC, réalisés sur des joints de calcite dans des granodiorites, et sous une rigidité  $KnC = 70 \text{ MPa/mm}$ , peuvent être retrouvés dans les travaux d'Armand *et al.* [5], [16].

**Les tests de cisaillement à angle de dilatance mobilisé imposé** Mentionnés par Armand dans [5], ces derniers essais sont définis par un contrôle du déplacement relatif normal au cours de l'essai, de telle manière que l'on ait :

$$u(t) = u_0 + \tan(\alpha_c) (\gamma(t) - \gamma_0) \Leftrightarrow \frac{du}{d\gamma} = \tan(\alpha_c) \Leftrightarrow du - \tan(\alpha_c) d\gamma = 0$$

L'angle  $\alpha_c$  est un paramètre de contrôle de l'essai. Une analogie peut être établie avec les essais, sur milieux continus, proportionnels axisymétriques de Darve *et al.* [35], définis par  $d\varepsilon_1 + 2R d\varepsilon_3 = 0$ , où  $R$  est une caractéristique de l'essai.

En conclusion signalons que tous ces essais peuvent évidemment être réalisés en suivant des cycles de chargement (charge-décharge). La simulation du comportement cyclique n'étant pas un des objectifs de cette thèse nous ne nous attarderons pas sur cet aspect et nous nous contenterons de mentionner les travaux de Desai & al [38] par exemple qui présentent des résultats d'expérimentations cycliques et de modélisations sur des interfaces sables-béton.

### 1.3.5 Critiques sur les protocoles expérimentaux

Ces essais ont l'avantage par rapport aux simulations numériques de se dérouler sur des matériaux réels. Ils n'en présentent pas moins quelques défauts qui doivent nous rappeler qu'ils sont également à considérer avec un certain recul.

#### La variabilité des géométries, de la rugosité

C'est une évidence mais il est bon de rappeler que les joints rocheux présents dans la nature ne présentent évidemment pas tous la même géométrie (pour ce qui est des aspérités en particulier). Or nous avons vu que celle-ci affecte particulièrement la dilatance par exemple. Cet état de fait peut fausser la comparaison de différents essais : il est en effet possible d'exhiber des joints dilatant davantage sous 10 MPa que d'autres sous 5 MPa sans qu'il ne faille pour autant remettre en cause l'influence de la contrainte normale sur la dilatance. Nous avons vu qu'il était possible de quantifier la rugosité d'un joint à l'aide du JRC de Barton [11]. Cependant il est évident que la rugosité exacte d'un joint rocheux naturel ne peut être caractérisée avec précision avec un seul nombre. Afin de s'affranchir de cette influence, il est courant d'utiliser des répliques de joints toutes identiques : voir par exemple les tests de cisaillement réalisés par Indraratna et Haque [53] sur des joints artificiels de plâtre, présentant une géométrie régulière en dent de scie.

#### Évolution de la surface de contact

Les deux demi-boîtes de cisaillement bougeant l'une par rapport à l'autre, la surface de contact entre les deux évolue au cours de l'essai. Elle diminue en effet par rapport à la valeur initiale. Or c'est cette valeur initiale (et maximale) qui est considérée tout au long de l'essai pour le calcul de la contrainte ; on sous-estime donc généralement les valeurs de contraintes subies par le joint. On peut limiter ce problème en réalisant le cisaillement avec des épontes de surface différentes : ainsi la surface de contact restera constante égale à la plus petite des deux surfaces d'éponte. Cela pose malheureusement des problèmes de mise en place de l'échantillon et garde l'inconvénient d'altérer de plus en plus l'éponte la plus petite alors que du côté de l'éponte la plus grande on a toujours une portion de la surface en contact intacte.

### La position du plan moyen du joint

Tous les tests cherchent donc à caractériser le comportement du joint rocheux en le cisillant. Or le plan exact de cisaillement est imposé par le montage expérimental, et il n'est pas évident que ce plan coïncide exactement avec le plan moyen du joint (le joint n'ayant de plus pas de raison d'être parfaitement plan). L'influence de cette erreur a été étudiée par Armand [5] en réalisant des essais de cisaillement CNC sur des joints artificiels de mortiers lisses et plans. Il observe par exemple qu'une inclinaison de  $2^\circ$  du plan du joint par rapport au plan de cisaillement peut faire apparaître un comportement en partie dilatant alors qu'en fait le comportement est purement contractant si le joint est bien positionné. Les valeurs du coefficient de frottement estimé à partir de ces essais sont également affectées : un écart de  $4^\circ$  entraîne une erreur sur ce coefficient supérieure à 10 pour cent.

### La rotation des épontes

L'un des plus gros inconvénients des boîtes de cisaillement se présente lorsqu'on l'a une machine avec une demi-boîte mobile et une demi-boîte fixe. L'application de l'effort normal étant centrée sur l'une des deux demi-boîtes, cet effort se retrouve vite décentré par rapport à la surface de contact des deux épontes. S'ensuit alors une rotation d'une éponte par rapport à l'autre qui entraîne un faussement des déplacements normaux et une distribution inhomogène des contraintes sur le joint. Cette erreur, qui est d'autant plus importante que l'on impose d'importants déplacements relatifs tangentiels, peut être corrigée de deux manières. Mitani *et al.* [72] proposent un montage où l'application de l'effort normal se fait via deux vérins décalés. En imposant alors des efforts différents d'un vérin à l'autre on peut empêcher cette rotation relative et améliorer ainsi la qualité des mesures, comme le montre la figure 1.10. On y voit par exemple qu'une rotation des épontes non contrôlée induit une erreur de 30% (par défaut) sur la mesure de  $\tau_{pic}$ .

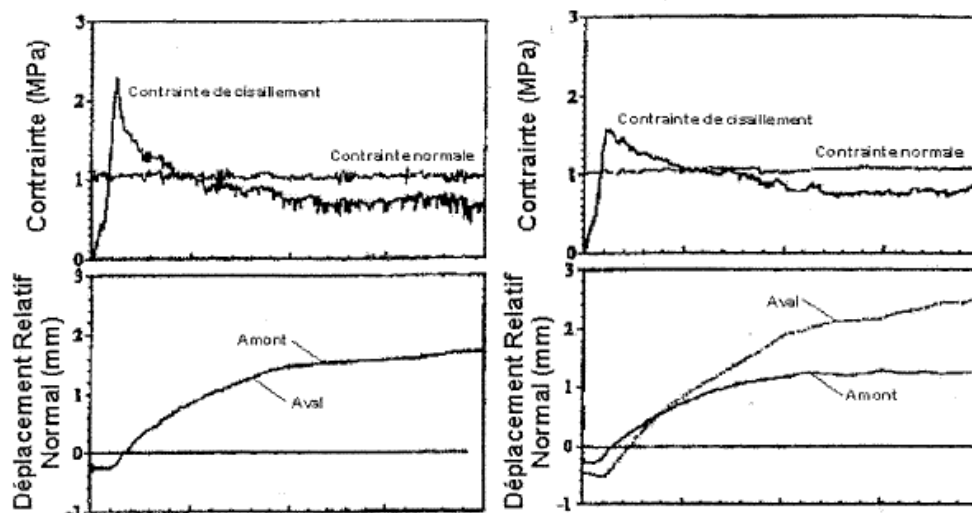


FIG. 1.10 – Influence de la rotation des épontes sur les courbes  $\tau(\gamma)$  et  $u(\gamma)$  mesurées : sans rotation à gauche et avec rotation à droite, d'après Mitani *et al.* [72]

Boulon quant à lui [15] a l'idée de faire bouger en fait les deux épontes de manière symétrique (une à vitesse  $V/2$ , l'autre à vitesse  $-V/2$ ) par rapport à l'axe d'application de la force normale. Ainsi cette force normale restera toujours centrée sur la surface de contact des deux épontes.



### L'effet d'échelle

Il apparaît finalement encore un problème majeur lorsque l'on cherche à utiliser des résultats d'essais expérimentaux pour prédire le comportement réel d'interfaces naturelles : l'effet d'échelle. De nombreux auteurs observent en effet une influence des dimensions de l'échantillon testé en laboratoire sur son comportement mécanique mesuré : angles de frottement par exemple. Ainsi Bandis *et al.* [6] réalisent différents essais à contrainte normale constante sur des échantillons identiques (artificiels) de dimensions allant de 5 à 40 cm. Ils observent une diminution importante de la résistance au cisaillement  $\tau_{pic}$  alors que les dimensions de l'échantillon grandissent : on peut ainsi passer de 60 kPa pour un échantillon de 5 cm à moins de 30 kPa si les dimensions atteignent 40 cm. L'angle de dilatance est également affecté : les joints de plus grandes dimensions se révèlent moins dilatants que ceux qui sont plus petits. Dans ces travaux, et dans d'autres (Ohnishi [77]) la rugosité de l'échantillon apparaît comme ayant un lien avec l'effet d'échelle : ce sont les joints pour lesquels la rugosité est la plus importante et la plus irrégulière qui voient leurs comportements le plus influencés par les dimensions des échantillons testés.

La rugosité du joint introduit en effet une longueur (la hauteur des aspérités par exemple) impliquant l'existence d'un effet d'échelle : pour un échantillon suffisamment grand, la rugosité disparaît et on passe d'un comportement caractéristique d'un joint rugueux à celui d'un joint lisse, avec une diminution des résistances au cisaillement et de la dilatance.

### 1.3.6 Influence d'un éventuel matériau de remplissage

En conclusion de cette revue de quelques travaux expérimentaux, signalons que quelques auteurs se sont plus particulièrement intéressés à l'influence que pouvait avoir un éventuel matériau de remplissage. Nous l'avons vu au paragraphe 1.3.2 : dans le cas de ce que les géologues nomment des « failles » le joint rocheux peut être plus ou moins rempli d'un matériau provenant d'une érosion de la matrice. Et ceci peut avoir une influence sur le comportement mécanique du joint.

D'après Goodman [43] un joint rempli d'argile verrait ses rigidités normales et tangentielles diminuer alors qu'une minéralisation du joint (sous forme de calcite ou de quartz par exemple) peut rendre celui ci aussi (voire plus) résistant que la roche environnante. Dans ce cas la présence du joint pourrait alors même être complètement négligée pour une étude de stabilité. . .

Indraratana et Haque [53] étudient précisément l'effet d'un remplissage de bentonite dans des joints artificiels de plâtre. Ils observent expérimentalement que la résistance au cisaillement est significativement diminuée au fur et à mesure que l'épaisseur du remplissage augmente. La résistance au cisaillement décroît en fait jusqu'à atteindre celle de la bentonite, lorsque l'épaisseur est suffisante (1.6 fois la hauteur de leurs aspérités régulières).

Dans son étude portant sur des échantillons de granodiorites présentant des joints remplis de calcite, Armand [5] retrouve également cette diminution de la résistance au cisaillement avec l'épaisseur du joint de calcite. Il précise de plus que la dilatance est aussi amoindrie par une augmentation de l'épaisseur du remplissage, alors que le comportement en compression ne semble lui pas être affecté par ce remplissage.

### 1.3.7 Lois de comportement proposées pour modéliser les joints rocheux

Nous venons donc de présenter les différents essais réalisables sur des joints rocheux. Il est alors temps de passer en revue quelques lois de comportement proposées par différents auteurs afin de reproduire les comportements mis en évidence lors des essais.

La toute première loi de comportement de joint rocheux se trouve sans doute dans les travaux de Goodman [43]. À partir des premiers essais mécaniques sur des joints rocheux, réalisés à l'Imperial College en 1967 sur des échantillons fracturés de porphyre à quartz, Goodman définit les trois paramètres mécaniques qui sont selon lui à considérer : une rigidité normale  $k_n = \frac{\sigma}{u}$  et une rigidité tangentielle  $k_s = \frac{\tau}{\gamma}$  constantes, et une résistance au cisaillement  $\tau_{max}$  pouvant être décrite selon lui par un critère de Mohr Coulomb :  $\tau = c + \sigma \tan(\phi)$ .

L'utilisation de ces trois paramètres équivaut donc, pour la modélisation, à l'adoption d'une loi élastique linéaire plastique, avec l'utilisation d'une matrice diagonale, pour décrire la phase élastique. Goodman fait toutefois remarquer que c'est l'introduction de termes non-diagonaux qui permettrait de tenir compte de la dilatance dont nous avons vu qu'elle sera invariablement évoquée dans les travaux ultérieurs. De plus cette formulation implique une évolution de la contrainte tangentielle ne dépendant que de  $d\gamma$  et de la rigidité  $k_s$  qui a été mesurée sous une contrainte normale constante. Nous avons cependant vu que d'autres conditions aux limites sont envisageables pour les cisaillements de joints rocheux, et que cela modifiait évidemment les courbes mesurées. La valeur de rigidité tangentielle constante présentée par Goodman (de l'ordre du GPa/m) n'est donc valide que dans le cadre  $\sigma = cste$  où elle a été déterminée.

Les travaux de Bandis *et al.* [7] correspondent à une loi de comportement en partie plus raffinée qui introduit la non-linéarité. Seules deux rigidités, reliant directement les contraintes aux déplacements, sont encore proposées, mais elles sont donc non-constantes. On a une loi élastique diagonale non-linéaire.

Pour ce qui est du comportement normal, il est montré que c'est la relation suivante qui décrit le mieux les résultats expérimentaux exhibés par les auteurs :

$$\frac{u}{\sigma} = a - b \times u$$

Cette expression, qui correspond à des courbes  $\sigma(u)$  hyperboliques, conduit, après identification des paramètres  $a$  et  $b$  à des grandeurs précises, à l'expression de la rigidité normale suivante :

$$K_n = \frac{\partial \sigma}{\partial u} = K_{ni} \left( 1 - \frac{\sigma}{u_{max} K_{ni} + \sigma} \right)^{-2}$$

où  $u_{max}$  est la valeur maximale de déplacement relatif normal, i.e. l'ouverture initiale du joint, et  $K_{ni}$  la raideur "initiale". Ces expressions ont été en fait établies afin de reproduire le comportement de joints enchevêtrés. Dans le cas de joints désenchevêtrés c'est une relation semi logarithmique

$$\log(\sigma) = p + q \times u$$

impliquant une rigidité normale proportionnelle à  $\sigma$  qui apparaît plus adaptée. Quantitativement ce désenchevêtrement d'un joint initialement enchevêtré peut diviser sa raideur normale d'un rapport compris environ entre 2 et 12, suivant la nature de la roche environnant le joint (son JCS) et suivant la rugosité du joint (son JRC). Il est enfin précisé que cette diminution de la raideur s'effectue principalement dans la région pré-pic du comportement du joint : une fois le pic de contrainte tangentiel atteint il semble que le déplacement tangentiel  $\gamma$  n'influence quasiment plus la raideur normale.

Pour ce qui est de l'évolution de  $\tau$  en fonction de  $\gamma$  les auteurs identifient dans la littérature deux formules  $\tau(\gamma)$  qui correspondent à leurs résultats expérimentaux, pour ce qui est des phases pré-pic. Ces deux formules correspondent alors à des rigidités tangentielles dépendant d'une part de  $\sigma$  dans les deux cas, et d'autre part de  $\tau$  dans un cas, ou de  $\gamma$  dans l'autre. Ces dépendances sont introduites pour décrire respectivement l'augmentation de  $k_s$  avec  $\sigma$  et sa diminution au cours du cisaillement. Toutefois là encore ces rigidités, et les paramètres qui interviennent dans

leurs expressions, correspondent à des cisaillements réalisés uniquement sous des contraintes normales constantes.

Les deux travaux précédents ont l'inconvénient de ne pas répondre au formalisme incrémental, dont nous avons vu au paragraphe 1.1 qu'il était nécessaire. Leichnetz [66] propose une loi qui y répond à partir de ses résultats expérimentaux mentionnés au paragraphe 1.3.4. Les quatre termes de la matrice sont non nuls et tous différents deux à deux. De nombreuses hypothèses soutiennent toutefois la construction de ce modèle : par exemple, l'existence de  $\gamma_{pic}$  ou  $\gamma_{res}$  (valeurs de déplacement tangentiel correspondantes respectivement au pic de contrainte et à l'établissement d'un comportement résiduel) qui soient caractéristiques du matériau, i.e. indépendantes de la contrainte normale. Nous avons vu que ces hypothèses sont également présentes dans le modèle "à déplacement constant" présenté figure 1.7, qui pouvait se justifier en partie par l'observation de l'augmentation de  $k_s$  avec  $\sigma$ . Ce sont tout de même des hypothèses fortes. Une autre hypothèse concerne l'allure des courbes  $\tau/\sigma$  et  $du/d\gamma$  : elles sont supposées être polynomiales de degré deux (vis à vis de  $\gamma$ ) avant le pic, puis ayant une dépendance en  $\gamma$  logarithmique ensuite.

Saeb et Amadei [86] proposent eux aussi une loi incrémentale linéaire, bâtie à partir des deux modèles (au choix) de comportement qu'ils présentent : le "modèle à déplacement tangentiel constant" ou le "modèle à raideur constante" (voir paragraphe 1.3.4). Ces relations ont l'avantage de pouvoir être utilisées pour différentes conditions aux limites, mais elles impliquent d'accepter les hypothèses de l'un ou de l'autre modèle sous-jacent.

Les travaux de Leichnetz et de Saeb et Amadei font en fait apparaître des lois incrémentales élastiques, à une seule zone tensorielle. Afin d'avoir un plus grand nombre de zones tensorielles, certaines lois de comportement pour joints rocheux sont définies à partir du formalisme de l'élasto-plasticité. Ainsi Plesha par exemple, [81], propose une loi de comportement basée sur la décomposition suivante :  $\vec{dl} = \vec{dl}^e + \vec{dl}^p$ , où  $\vec{dl}^e$  est la partie élastique du déplacement du joint, et  $\vec{dl}^p$  celle plastique. Pour le calcul de  $\vec{dl}^e$ , une matrice diagonale à coefficients constants est utilisée, tandis qu'un critère de plasticité F et une règle d'écoulement G permettent de calculer  $\vec{dl}^p$ . Il est souligné qu'il est nécessaire de considérer le cas non associé (F différent de G) afin de pouvoir reproduire correctement la dilatance. Dans tous les cas cette dilatance n'apparaît avec ce modèle uniquement lorsque le critère de plasticité est atteint. De tels modèles élasto-plastiques présentent toutefois toujours des inconvénients liés à la difficulté de déterminer expérimentalement les règles d'écoulement par exemple.

Dans le cas des sols les travaux de Darve (Darve et Labanieh [33] et Darve et co-auteurs [32]) ont permis de bâtir des lois de comportement s'affranchissant de tels concepts et étant plus souples pour reproduire la réalité. D'un formalisme incrémental non linéaire, ce type de loi a pour la première fois été appliquée aux joints rocheux par Lambert (voir [64] et Nicot et co-auteurs [76]). Le nombre de zones tensorielles est ici infini, ce qui permet d'espérer reproduire aussi fidèlement que possible les comportements réels, comme cela avait été le cas pour les sols. C'est ainsi cette construction qui sera reprise et développée dans ce travail. Nous la présenterons donc en détail au chapitre 3.

Mentionnons finalement qu'une source d'inspiration peut également être trouvée dans les travaux d'études géotechniques en relation avec les pieux, par exemple les travaux de Boulon et Nova [17]. Vis à vis de l'étude des joints rocheux, ces travaux ont en commun l'étude d'un milieu d'interface caractérisé par les mêmes variables  $u; \gamma; \tau; \sigma$ . Les sollicitations qui sont consid-

érees sont également communes : le plus souvent l'enfoncement d'un pieu est considéré comme correspondant pour le sol environnant à un essai de cisaillement. Les auteurs considèrent alors les mêmes sollicitations de cisaillement : CNC, KNC, voire DNC. Pour la modélisation, certains auteurs (Rouainia [84], Garnica [42]), utilisent aussi le formalisme incrémental non linéaire justement mentionné. La transposition de ces travaux aux joints rocheux n'est cependant pas immédiate, les ordres de grandeur des rigidités étant en général plus faibles.

## 1.4 Les éléments discrets

Les simulations numériques utilisées dans ce travail utilisent toutes la méthode des éléments discrets (MED). Introduite par Cundall et Strack en 1979, [29], cette méthode de calcul est basée sur une représentation ... discrète du milieu étudié : elle considère une collection d'éléments interagissant entre eux sous l'influence des lois de la physique. Ces éléments discrets peuvent en fait aussi bien correspondre à des entités physiques réelles (un grain de sable, un bloc de roche...) que non. La philosophie de la méthode voudrait en effet que l'on utilise autant d'éléments numériques que l'on peut distinguer d'entités réelles. Cela n'est malheureusement pas toujours possible, pour des raisons de coût informatique. On utilise tout de même généralement un grand nombre d'éléments discrets afin d'arriver à l'échelle d'un Volume Élémentaire Représentatif, pour lequel les grandeurs mécaniques continues qui sont définies, telles les contraintes ou les déformations, soient indépendantes du nombre d'éléments considérés. Ainsi, pour des simulations tri-dimensionnelles, Sibille [91] utilise 10000 grains.

Grâce à ce grand nombre d'éléments il est possible de reproduire pratiquement tous les différents comportements et phénomènes qui peuvent être présents dans la nature, tout en ayant introduit au niveau des interactions entre éléments des lois de contacts assez simples. Outre cette simplicité des lois locales, un autre avantage de la méthode est constitué par la possibilité qui est alors offerte d'accéder à des informations ponctuelles à l'intérieur du milieu et/ou à l'échelle du contact entre éléments (considération de chaîne de forces : Radjai [83], etc). Il est également aisé avec cette méthode de reproduire des phénomènes de fracturation ou d'érosion en enlevant de l'assemblage certains éléments. Finalement, aucune difficulté d'application de la méthode n'apparaît lors de simulations présentant des grandes déformations.

L'étude des matériaux granulaires, qui ont clairement une structure discrète, constituent l'application principale de cette méthode : ils sont d'ailleurs clairement mentionnés en tant que tels dans l'article fondateur de la méthode (Cundall et Strack, [29]). Les utilisateurs de la MED s'intéressent donc tout particulièrement aux poudres (Sheng *et al.* [90]) et aux sols (Calvetti *et al.* [20]). Au matériau béton (Hentz *et al.* [48]) également, pour lequel la possibilité de simuler aisément fracturation et érosion qu'offre la MED peut alors être utilisée pour modéliser l'endommagement de structures en béton, soumise à un impact par exemple (Hentz *et al.* [49], Donzé [39]). La MED peut encore être utilisée lorsqu'il s'agit de massifs rocheux fracturés (Lemos [67], Deluzarche et Cambou [37]), ou même en mécanique des fluides (Herrmann [50]).

Il existe différentes branches de méthodes discrètes : la plupart (comme celles utilisées dans ce travail) permettent par exemple aux éléments de s'interpénétrer alors que d'autres, tel le code LMGC de Jean et Moreau [58] l'interdisent. Nous ne considérons ici que les méthodes permettant cette interpénétration, pour plus de détails nous invitons le lecteur curieux à se référer à (Cambou, [21]), (Herrmann et Calvetti [51]) ou (Donzé *et al.* [41]). Dans ce cadre, nous donnons ici plusieurs grandes caractéristiques communes aux méthodes discrètes, après avoir présenté en introduction leur cycle de calcul.

### 1.4.1 Le cycle de calcul de la MED

Considérant un assemblage d'éléments discrets (soumis à un certain chargement), la figure 1.11 présente les différentes étapes d'un pas de calcul de la MED qui permettent de déterminer les positions, vitesses... de chaque élément, ainsi que les forces de contact au cours du temps. Le temps est en fait discrétisé, via la définition d'un pas de temps  $\Delta t$ . Au cours de chaque pas de temps de durée  $\Delta t$  l'accélération est supposée constante et l'actualisation des positions peut se faire selon différents schémas (centré, décentré...)

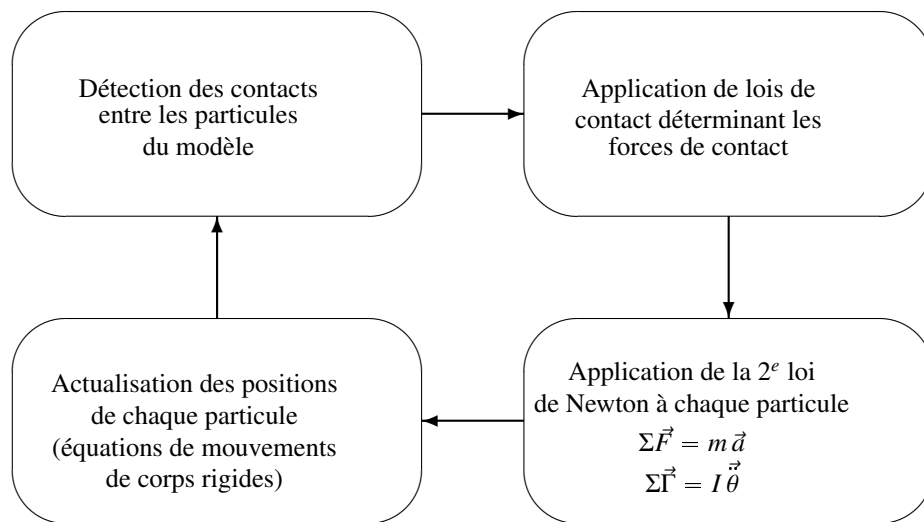


FIG. 1.11 – Cycle de calcul de la MED

### 1.4.2 Application des conditions aux limites

Comme pour n'importe quel problème de physique, l'exécution de ce cycle de calcul fait intervenir la définition d'un chargement appliqué au système considéré, sans lequel l'état du système n'évoluerait pas. Le cas des forces de volume (telle la pesanteur) excepté, ce chargement est habituellement appliqué à l'échantillon au niveau de ses frontières. Différentes manières de le réaliser peuvent être employées.

- Il est très courant, comme c'est le cas expérimentalement pour les sols, de simuler avec la MED un essai triaxial (Calvetti *et al.* [20]). Expérimentalement le chargement est appliqué via les membranes entourant l'échantillon. Numériquement cela est habituellement réalisé à l'aide de parois rigides. Ces parois rigides ont l'avantage d'homogénéiser les déformations à l'intérieur de l'échantillon numérique : les valeurs de contrainte et déformation déduites des frontières de l'échantillon sont alors bien également représentatives de l'intérieur de celui-ci. Cependant l'utilisation de ces parois rigides conduit à une plus grande porosité au bord (Chareyre [23]).
- Quelques travaux (Bardet et Proubet [10], Iwashita *et al.* [56], Iwashita et Oda [57]) présentent l'utilisation de membranes souples. Ces membranes, clairement plus proches de ce qui est réalisé expérimentalement font apparaître plus facilement une localisation de la défor-

mation en bande de cisaillement, comme cela est le cas expérimentalement.

- Finalement on trouve aussi l'utilisation de conditions aux limites périodiques : Cundall [28], Jensen *et al.* [59], Mahboubi *et al.* [71]. Ce type de conditions aux limites est bien adaptée à la simulation de problèmes effectivement périodiques, ou dont les limites spatiales n'ont pas de raison d'intervenir en tant que telles. La figure 1.12 permet d'expliquer cette méthode. On permet aux particules de quitter l'échantillon sur un de ses côtés (de normale  $\vec{x}$  par exemple, comme sur la figure) pour y rentrer immédiatement sur le côté opposé avec la même vitesse et, dans le cas de la figure, la même ordonnée  $y$ . Cette méthode permet d'une part d'annuler tout effet de bord, et d'autre part de réduire le nombre de particules à prendre en compte. Ce nombre impactant directement le temps de calcul, ce type de conditions aux limites permet d'accroître directement l'efficacité de la MED. Cependant elle a un inconvénient : il n'est alors possible de faire apparaître numériquement des bandes de cisaillement que si celles-ci respectent la périodicité du modèle numérique.

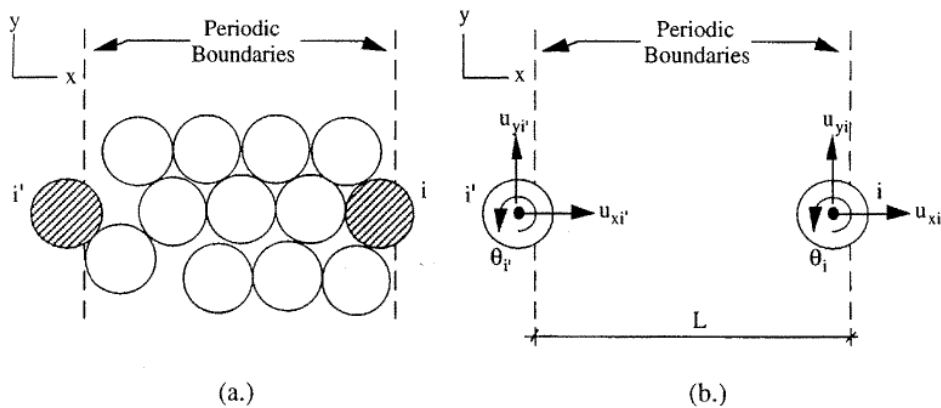


FIG. 1.12 – (a) Échantillon numérique avec des conditions aux limites périodiques verticales (b) Introduction d'une particule  $i'$  par la gauche dès que la particule  $i$  quitte l'échantillon par la droite. Tiré de Jensen *et al.* [59]

### 1.4.3 La forme des particules

Du fait du grand nombre de particules présentes dans les simulations, et par conséquent de l'encore plus grand nombre de possibilités de contact, la détection des contacts effectifs est une étape cruciale (du point de vue du temps de calcul) de la MED. Afin de faciliter cette détection des contacts, les particules utilisées sont le plus souvent sphériques : dans ce cas en effet il suffit de comparer la distance entre les centres de deux particules à la somme de leurs rayons respectifs pour savoir si ces particules sont en contact ou non. Excepté le cas de matériaux modèles comme les rouleaux de Schneebeli ou celui des billes de verre, la forme sphérique utilisée est une approximation grossière qui a une influence sur le comportement mécanique simulé. En effet des éléments sphériques, en contact ponctuel, peuvent rouler librement les uns sur les autres alors que dans la réalité les particules telles que des grains de sable par exemple présentent des surfaces rugueuses. Les contacts ne sont alors pas ponctuels mais surfaciques, ce qui implique une résistance au roulement qui influence le comportement mécanique du contact<sup>4</sup>. Lors des simulations

<sup>4</sup>Cette résistance au roulement est en fait même mise en évidence (analytiquement et expérimentalement) par Bardet et Huang [9] dans le cas de contact entre particules cylindriques.

discrètes avec des éléments sphériques, on obtient alors une résistance au cisaillement, *i.e.* un angle de frottement macroscopique, numérique inférieure à celle que l'on détermine expérimentalement sur des sols.

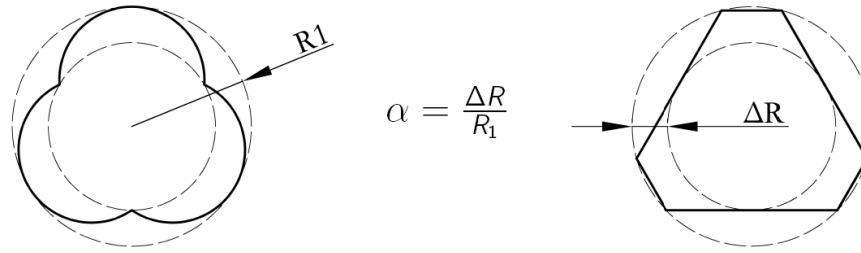
Afin de compenser les effets de la sphéricité des éléments on peut avoir recours à l'utilisation de "clusters" : Jensen *et al.* [59], Chareyre [23], Deluzarche et Cambou [37], Salot [87]. Il s'agit d'un agrégat d'éléments discrets sphériques collés entre eux, et considérés donc comme ne constituant qu'un seul élément unique. Cette méthode permet de conserver l'utilisation d'éléments sphériques et l'avantage que celle-ci représente pour le temps de calcul. Elle est utilisée par Chareyre [23] par exemple, dans le cadre de simulations 2D. Il met en place des éléments constitués de deux rouleaux de diamètres légèrement différents collés entre eux. Jensen [59], quant à lui utilise des clusters constitués de trois éléments sphériques de même rayon, leurs centres formant un triangle équilatéral, et montre bien quantitativement que cela réduit la rotation des éléments discrets. Notons que dans le cas de ces deux auteurs, les liens sont parfaitement rigides et le cluster forme donc un corps rigide qu'on appelle "clump". D'autres auteurs utilisent eux des clusters dans lesquels les liens sont déformables et rompables : c'est le cas de Deluzarche [37] qui peut ainsi représenter avec de tels clusters des blocs d'engrèvements, pour lesquels des ruptures en morceaux sont envisageables.

Finalement certains auteurs vont encore plus loin : Olivera [78] et Ting [97] utilisent des éléments discrets de forme elliptique, tandis que Issa et Nelson [54] vont jusqu'à utiliser des polygones. Mais les temps de calcul augmentent alors drastiquement. De plus, dans le cas des polygones, il peut même devenir difficile de définir des normales au contact.

Les travaux actuels de Szarf *et al.* [96] comparent ces deux méthodes, et montrent qu'elles ne sont en fait pas équivalentes. Différentes simulations sont réalisées avec des échantillons constitués soit de clumps de trois sphères, soit de polygones. Les éléments peuvent donc éventuellement avoir la même enveloppe de grain (même paramètre  $\alpha$ , cf figure 1.13 (a)) mais ils sont donc soit concaves, soit convexes. Les influences de l'enveloppe du grain (le paramètre  $\alpha$  de la figure 1.13(a)), et de sa forme (convexe ou non) peuvent alors être comparées. À partir de simulations 2D d'essais biaxiaux les auteurs vérifient que, dans le cas de clumps, les angles de frottement (au pic  $\varphi_p$  et résiduels  $\varphi_r$ ) obtenus numériquement sont de plus en plus élevés au fur et à mesure que  $\alpha$  augmente et que l'on s'éloigne donc de l'élément sphérique. Quantitativement on peut ainsi augmenter l'angle de frottement résiduel de 17 à 27°, et l'angle de frottement au pic, dans le cas d'échantillons denses, de 25 à 40°. Notons que dans ce cas dense, et dans les plages de valeurs de  $\alpha$  testées (entre 0 et 0.5), il semble qu'on atteigne un palier de  $\varphi_p$  pour les grandes valeurs de  $\alpha$ . Dans le cas des polygones, l'influence de la forme est en fait moins évidente ; les auteurs retiennent eux que les évolutions de  $\varphi_r$  sont similaires dans les deux cas de forme différente, et ne dépendent ainsi que de l'enveloppe alors que des différences en fonction de la forme apparaissent en plus pour ce qui est de  $\varphi_p$ . De manière générale l'utilisation des polygones permet le plus souvent d'obtenir des angles de frottement plus élevés que ceux obtenus avec les clumps. Szarf *et al.* observent finalement une influence de la forme des grains sur la localisation de la déformation obtenue numériquement : il semble que celle-ci soit localisée dans des bandes de cisaillement plus étroites dans le cas de clumps, et qu'elle soit un peu plus diffuse dans le cas des polygones.

En conclusion de ce paragraphe, il faut mentionner que, vis à vis de l'objectif d'augmenter la résistance au cisaillement obtenue numériquement, d'autres solutions existent. La résistance au cisaillement (le pic des contraintes si il existe) augmente également avec la densité de l'échantillon numérique (Chareyre [23], Plassiard [79]) une autre solution est d'utiliser des lois de contact plus élaborées, qui sont présentées au paragraphe 1.4.4.





(a) Définition géométrique du grain

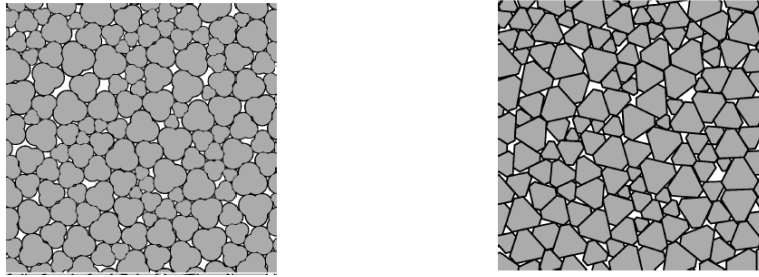
(b) Deux types d'échantillons pour  $\alpha = 0.3$ 

FIG. 1.13 – Étude de l'influence de la forme des grains, d'après Szarf et al[96]

#### 1.4.4 Les lois de contact

Du fait du grand nombre d'éléments mis en oeuvre dans les simulations la MED permet de reproduire des comportements macroscopiques aussi complexes que la réalité, alors que les interactions entre éléments sont en général décrites par des lois très simples.

Considérons le cas de la figure 1.14 (a) sur laquelle sont représentés deux éléments s'interpénétrant d'une certaine longueur  $\delta_c$ . Le plus souvent on utilise alors comme lois de contact celles indiquées à l'équation (1.9) et issues des travaux précurseurs de Cundall et Strack [29]. Différents paramètres choisis par l'utilisateur y apparaissent :  $k_n$  et  $k_s$  qui sont les rigidités normales et tangentielles, et  $\phi$  qui est un angle de frottement local.

$$\begin{aligned} \vec{F}_n &= k_n \times \delta_c \vec{n} \\ \Delta \vec{F}_t &= \min(k_s \times \Delta u_t \vec{t}, \|\vec{F}_n\| \tan(\phi)) \end{aligned} \quad (1.9)$$

Le comportement est donc élastique dans la direction normale : il est le plus souvent également linéaire, avec une rigidité  $k_n$  constante. Cundall [28] et Luding [69] ont montré que cette linéarité, tout en étant évidemment plus commode à mettre en oeuvre, ne présente pas de désavantages dans le cas de problèmes quasi-statiques, elle n'implique d'ailleurs pas de linéarité du comportement macroscopique. Assez souvent aucune résistance en traction n'est envisagée :  $F_n \geq 0$ . Dans le cas de simulations de matériaux cohésifs il est toutefois utile d'en envisager une : c'est ainsi le cas de Deluzarche [37] qui considère des blocs rocheux, ou de Hentz [48] qui modélise le comportement du béton.

Pour la direction tangentielle, la composante correspondante de la force de contact est calculée de manière incrémentale à chaque pas de temps, via la rigidité tangentielle  $k_s$  et l'incrément de déplacement relatif dans la direction tangentielle  $\Delta u_t$ . Cette force tangentielle est limitée par



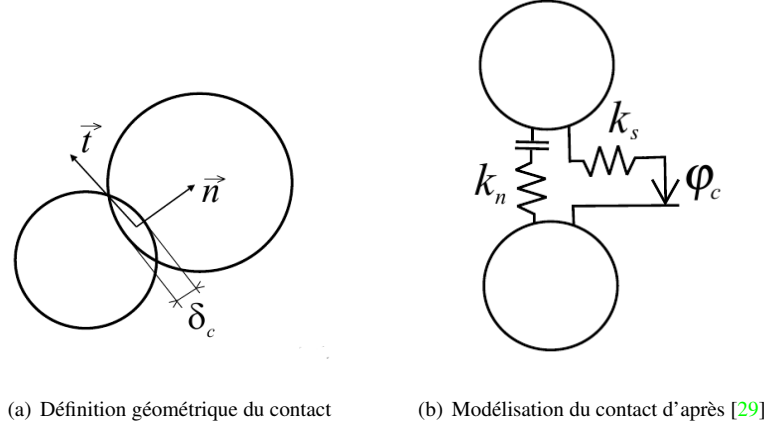


FIG. 1.14 – Contact entre deux éléments discrets

un seuil plastique correspondant à un frottement de Coulomb :  $\|\vec{F}_t\|_{max} = \|\vec{F}_n\| \tan(\phi)$ . Cette modélisation peut se schématiser comme cela est représenté sur la figure 1.14 (b).

Des raffinements sont toutefois évidemment possibles. Lors de leur étude numérique des bandes de cisaillement, réalisée à deux dimensions, Iwashita et Oda [57] modifient en plusieurs points ces lois de contact. Ils utilisent premièrement des amortisseurs visqueux en parallèle des ressorts normaux et tangentiels. Les équations de lois de contact présentées en 1.9 deviennent donc, en notant cette fois  $u_n$  l'interpénétration :

$$\begin{aligned} F_n &= k_n \times u_n + C_n \frac{du_n}{dt} \\ F_t &= k_s \times u_t + C_t \frac{du_t}{dt} \end{aligned} \quad (1.10)$$

L'originalité de ce travail réside également dans la considération du roulement des particules les unes sur les autres. La modélisation de cette résistance par Iwashita et Oda fait appel à la définition d'un angle représentatif du roulement entre particules  $\theta_r$ . Les auteurs considèrent pour cela deux disques 1 et 2 en contact à  $t$ , et à  $t+dt$  (cf figure 1.15).

Le contact se fait au point  $C$ , et suivant la normale  $\vec{n}$ , à  $t$ , puis au point  $C'$  suivant la normale  $\vec{n}'$  à  $t+dt$ . Les points matériels de 1 et 2 qui étaient au point de contact  $C$  à  $t$  se situent respectivement en  $C'_1$  et  $C'_2$  à  $t+dt$ . L'angle formé par les deux vecteurs  $\vec{n}$  et  $\vec{n}'$  est noté  $d\beta$ , tandis que les deux angles représentatifs des éventuelles rotations matérielles de 1 et 2 sont appelés  $d\theta_1$  et  $d\theta_2$ . Ces trois angles permettent de calculer les longueurs d'arcs  $\widehat{C'C'_1}$  et  $\widehat{C'C'_2}$  :

$$\widehat{C'C'_1} = r_1 (d\theta_1 - d\beta) \quad \widehat{C'C'_2} = r_2 (d\theta_2 - d\beta)$$

Les auteurs formulent alors l'hypothèse de l'existence d'une décomposition de ces longueurs d'arcs en une somme comprenant un terme correspondant au roulement  $dU_r$ , et à un terme correspondant au glissement  $dU_s$ . Ils montrent que

$$dU_r = \frac{\widehat{C'C'_1} - \widehat{C'C'_2}}{2}$$

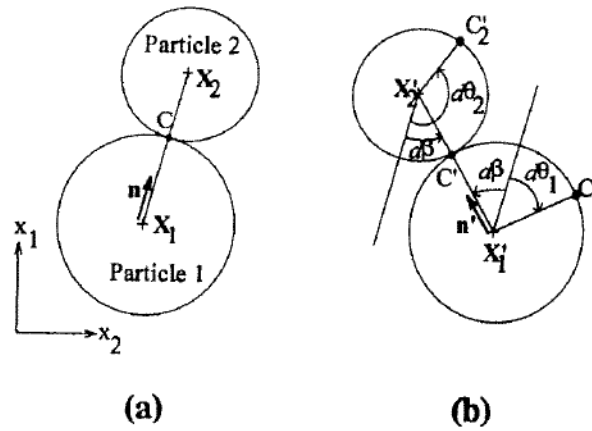


FIG. 1.15 – Cinématique du contact : roulement et glissement, d’après [8]  
 (a) Contact en  $t$  (b) Contact en  $t+dt$

et définissent alors un angle incrémental caractéristique de la rotation relative entre particules :

$$d\theta_r = \frac{dU_r}{r}$$

$r$  est un “rayon commun” égal à la moyenne des deux rayons. Cette expression n’est rigoureusement correcte en fait que si les deux particules sont de même rayon. Les auteurs supposent alors que cette approximation n’a que peu d’influence sur les résultats. Ils n’utilisent eux de toute façon que trois valeurs différentes de rayons, relativement proches : 4, 5 et 6 mm.

Finalement ils associent à l’angle  $\theta_r$ , obtenu en sommant tous les  $d\theta_r$ , le moment résistant  $M$  défini par :

$$M = -k_r \times \theta_r - C_r \frac{d\theta_r}{dt}$$

Ce calcul de moment fait donc apparaître une rigidité de rotation  $k_r$  et un coefficient visqueux associé à la rotation  $C_r$ . Sans données expérimentales à leur disposition, les auteurs formulent alors l’hypothèse suivante :

- pour des déplacements de glissement et de rotation voisins :  $dU_s \approx dU_r$ , le moment associé au glissement (i.e. à la force tangentielle que celui-ci fait apparaître) :  $k_s \times dU_s \times r$  est du même ordre de grandeur que celui provoqué par la rotation relative entre particules :  $k_r \times \frac{dU_r}{r}$ .

Ceci conduit donc à montrer que, dans ce cadre :

$$k_r = k_s \times r^2$$

Le moment résistant  $M$  est lui aussi limité par un seuil plastique. Les auteurs envisagent les deux possibilités d’un seuil de moment, soit proportionnel à la force normale, soit indépendant de celle-ci. Ils retiennent la seconde solution en mentionnant que, d’après leurs calculs, on n’obtenait pas de grandes différences entre ces deux hypothèses. La figure 1.16 résume le modèle de ces deux auteurs.

L’influence d’une telle modélisation est étudiée en considérant des simulations d’essais biaxiaux réalisées soit avec une MED classique (sans aucun contrôle des rotations), soit avec leur loi introduisant un moment résistant, ou soit enfin en empêchant complètement toutes les rotations

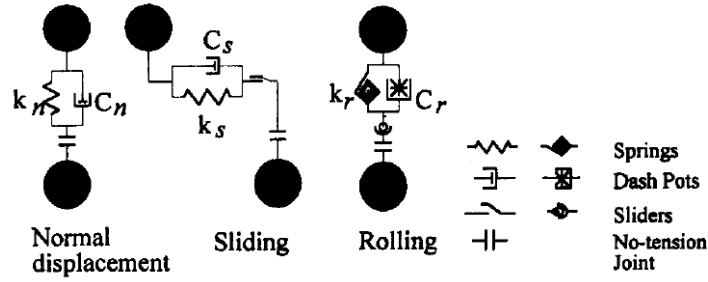


FIG. 1.16 – Modélisation du contact d’après [57]

des particules. Ces différences ont une influence claire sur l’évolution des contraintes : le rapport entre la valeur au pic de la contrainte axiale et la contrainte latérale  $\sigma_{11}/p_0$  évolue alors respectivement de 2 à 6,5 puis à 9 : la résistance au cisaillement est effectivement augmentée. Pour ce qui est de la courbe  $\epsilon_r(\epsilon_{11})$  le comportement semble devenir de moins en moins dilatant au fur et à mesure que les rotations sont contraintes, même si l’évolution est moins claire.

D’autres auteurs utilisent également un blocage complet des rotations, tels par exemple Calvetti *et al.* [20] chez qui les particules ne peuvent être animées que d’un mouvement de translation. Ces auteurs quantifient également l’influence de cette contrainte en présentant différentes simulations d’essais triaxiaux réalisées avec différentes proportions de sphères dont les rotations ont été bloquées ou non. Il apparaît ainsi qu’en passant de 50 % de sphères aux rotations bloquées aux 100 % de l’échantillon complet on multiplie la résistance au cisaillement par plus de deux. Cette influence du blocage des rotations sur la résistance au pic et au palier est également mentionnée par Mahboubi *et al.* [71]. Ces auteurs précisent de plus que la zone de contractance initiale est alors augmentée, en même temps que la dilatance. Cet artefact numérique, s’il permet effectivement de se rapprocher des résultats expérimentaux tout en ayant des angles de frottement locaux modérés, présente toutefois l’inconvénient d’être peu physique. En bloquant les rotations Iwashita et Oda n’avaient ainsi pas pu faire apparaître de bandes de cisaillement dans leurs simulations d’essais biaxiaux (de la même manière qu’avec des rotations complètement libres). Seule l’utilisation de leur loi de contact avec une résistance au roulement le permettait.

Écrite à deux dimensions, cette loi de transfert de moment a été reprise par Plassiard [79], [80] et développée à trois dimensions. Celui-ci retient la même définition du vecteur  $\vec{\theta}_r$  représentatif du roulement relatif entre particules qu’Iwashita et Oda. Pour le calcul du moment il ne retient pas la composante visqueuse, et utilise une formulation élastique-plastique. Le moment maximal dépend de la force normale, du même rayon commun  $r$  introduit précédemment, et d’un coefficient de proportionnalité  $\eta$  choisi par l’utilisateur :

$$\|\vec{M}\| = \min \left( \| -k_r \vec{\theta}_r \|, \|\vec{M}\|_{max} = \eta \times \|\vec{F}_n\| \times r \right)$$

Plassiard pense toutefois que le lien entre raideur tangentielle  $k_s$  et raideur en rotation  $k_r$  effectué, sous certaines hypothèses, par Iwashita et Oda peut apparaître comme simplificateur, le roulement entre grains réels dépendant de propriétés du matériau. Il introduit par conséquent un coefficient  $\beta_r$  utilisé pour le calcul de  $k_r$  et permettant de lever cette dépendance :

$$k_r = \beta_r \times k_s \times r^2$$

Une étude paramétrique sur des simulations d’essais triaxiaux (Plassiard *et al.* [80]) montre que ce coefficient  $\beta_r$  affecte surtout l’évolution des contraintes (et pas celles des variations de volume) : une augmentation de  $\beta_r$  de 0.1 à 3 augmente  $q_{pic}$  et  $q_{res}$  d’environ 40-50 %. Les mêmes

travaux montrent que  $\eta_r$  quant à lui n'influe que sur  $q_{pic}$ , et de manière similaire à  $\beta_r$  : lorsque  $\eta_r$  augmente de 0.1 à 3,  $q_{pic}$  croît de 30 %.

### 1.4.5 L'amortissement

Lors de l'application de la deuxième loi de Newton dans le schéma de la figure 1.11 il est en fait indispensable de rajouter une force d'amortissement. Comme on vient de le voir les simulations discrètes présentent en effet souvent des lois de contact linéaires dans toutes les directions. Par conséquent si l'on imagine imposer une petite<sup>5</sup> sollicitation à notre système, celui-ci, de par sa nature purement élastique, ne va dissiper aucune énergie et on assistera à une oscillation infinie entre deux états extrêmes... Ceci n'est évidemment pas physique : dans la réalité, de l'énergie est toujours dissipée lors de phénomènes irréversibles (frottement, apparition de déformations plastiques, glissement entre grains, érosion...). Un terme d'amortissement est donc le plus souvent ajouté au bilan des forces afin de permettre au calcul de converger vers une solution d'équilibre statique, malgré le caractère dynamique de la méthode. On peut distinguer les amortissements introduits suivant deux catégories : ou "visqueux", ou "non-visqueux" dit aussi "local".

- Les amortissements visqueux reposent sur la prise en compte, lors du bilan des forces, d'une force visqueuse  $\vec{F}^v$  proportionnelle à la vitesse absolue de la particule considérée :

$$\vec{F}^v = -\mu \vec{v}$$

Cet amortissement est utilisé dans les premiers travaux de Cundall et Strack [29]. Il n'est malheureusement pas adapté pour les écoulements en régime permanents pour lesquels la solution d'équilibre correspond justement à des vitesses non nulles. Une variante locale (au niveau des interactions) de cet amortissement correspond au modèle d'Iwashita et Oda [57]. Nous venons en effet de voir que ces auteurs introduisaient des amortisseurs au niveau des contacts entre particules. On peut toutefois se demander si cela n'a aucune influence lorsque la physique du comportement inter granulaire ne correspond pas à cette hypothèse.

- Un autre amortissement, appelé "local" est proposé par Cundall [27]. On ajoute ici aussi au bilan des forces  $F$  une force d'amortissement  $\vec{F}^a$ , de composante respective

$$F_i^a = -\lambda |F_i| \text{signe}(v_i)$$

Dans le cas où le système atteint un régime d'équilibre ( $\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow F_i = 0 \quad \forall i$ ) il n'y a donc plus d'amortissement, même si la vitesse est non nulle. Toutefois cet amortissement, tel qu'il est programmé, ne correspond à rien de réel ; il convient donc toujours de vérifier qu'il n'influe pas sur les résultats.

### 1.4.6 Le pas de temps critique

En tant que schéma explicite, le schéma d'intégration de la MED utilisé pour mettre à jour les vitesses et positions peut éventuellement diverger. Il faut donc utiliser un pas de temps  $\Delta t$  suffisamment petit pour éviter que cela soit le cas. D'un autre côté il est utile de le prendre assez grand afin de réduire le nombre d'itérations nécessaires (et donc le temps de calcul) pour réaliser une simulation donnée. La MED avec ses lois de contact élastiques peut faire penser à un système masse-ressort. Dans un but pédagogique considérons alors un tel système représenté figure 1.17. Une masse  $m$  est reliée à un bâti via un ressort de raideur  $k$  et se déplace le long d'un axe  $\vec{x}$ , avec

<sup>5</sup>On pense ici à toute sollicitation pour laquelle aucun contact ne se met à glisser

un vecteur position  $\vec{X} = X \vec{x}$ , une vitesse  $\vec{V} = V \vec{x}$ , et une accélération  $\vec{a} = a \vec{x}$ . Afin de mettre en évidence l'influence du pas de temps  $\Delta t$  sur la simulation d'un tel système on résout les équations du mouvement correspondantes de manière discrète. À chaque pas de temps indexé  $i$  on applique le schéma décentré avant suivant, afin de déterminer l'état du système au pas de temps  $i + 1$  :

$$\begin{aligned} a^i &= -\frac{k}{m} X^i \\ V^{i+1} &= V^i + a^i \Delta t \\ X^{i+1} &= X^i + V^{i+1} \Delta t \end{aligned}$$

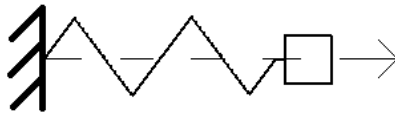


Fig. 1.17 – Système masse ressort

En considérant les conditions initiales suivantes ( $X^0 = 0; V^0 \neq 0$ ) la figure 1.18 montre l'évolution des différentes grandeurs représentatives du système :  $X$ ,  $V$  et  $F$  (à laquelle est proportionnelle  $a$ ). Les valeurs discrètes de  $X$  sont représentées par des points reliés par des segments ; pour  $V$  qui est supposée constante sur chaque pas de temps  $i$  (et égale à la valeur en  $i + 1$ ), une représentation en escalier est adoptée tandis que les valeurs discrètes de  $F$  sont représentées seules. À chaque fois les courbes théoriques connues, de période  $T_c = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$  sont représentées. Différents ensembles  $(X, V, F)$  correspondant à des résolutions discrètes du système à différents pas de temps, fractions du temps caractéristique  $t_c = \sqrt{\frac{m}{k}}$ , sont représentés<sup>6</sup>.

L'influence sur les résultats de la finesse de la discrétisation du temps apparaît clairement. On constate que les solutions discrètes ne sont vraiment fidèles à la réalité uniquement pour  $\Delta t = 0.4 t_c$ . Pour  $\Delta t = t_c$ , les valeurs extrêmes de  $X$ ,  $V$  et  $F$  sont conservées mais il y a un certain déphasage et on perd nettement l'allure curviligne des courbes. Pour  $\Delta t = 1.5 t_c$  la résolution discrète fait apparaître des valeurs extrêmes supérieures à celles de la réalité mais la réponse semble rester bornée, alors que pour  $\Delta t = 2 t_c$  il y a clairement divergence des résultats. La figure 1.19 qui représente l'évolution de l'énergie mécanique du système résume bien ces résultats. L'énergie présente dans le système est de plus en plus importante au fur et à mesure que le pas de temps utilisé augmente. Là encore, ses évolutions semblent toutefois rester bornées jusqu'à  $\Delta t = 1.5 t_c$ , avant de diverger pour  $\Delta t = 2 t_c$ .

Notons tout de même avant de refermer ce paragraphe d'illustration que, dans la résolution discrète présentée ici, aucune force d'amortissement n'a été introduite alors que c'est le cas en général dans les codes de calcul, afin justement de faciliter la convergence.

Ainsi de nombreux codes de calcul utilisent ce temps caractéristique pour calculer le pas de temps qui devrait assurer la stabilité : pour chaque particule de masse  $m$ , différents pas de temps critiques sont calculés, correspondant aux différentes translations et rotations possibles pour la particule. Le pas de temps devant assurer la stabilité du modèle est alors une fraction (différente selon les codes) du plus petit pas de temps critique.

<sup>6</sup>Pour le pas de temps  $\Delta t = 2 t_c$ ,  $V$  n'est pas représentée pour des raisons de clarté de la figure : dans ce système d'axes il n'apparaîtrait de la courbe que des traits verticaux.

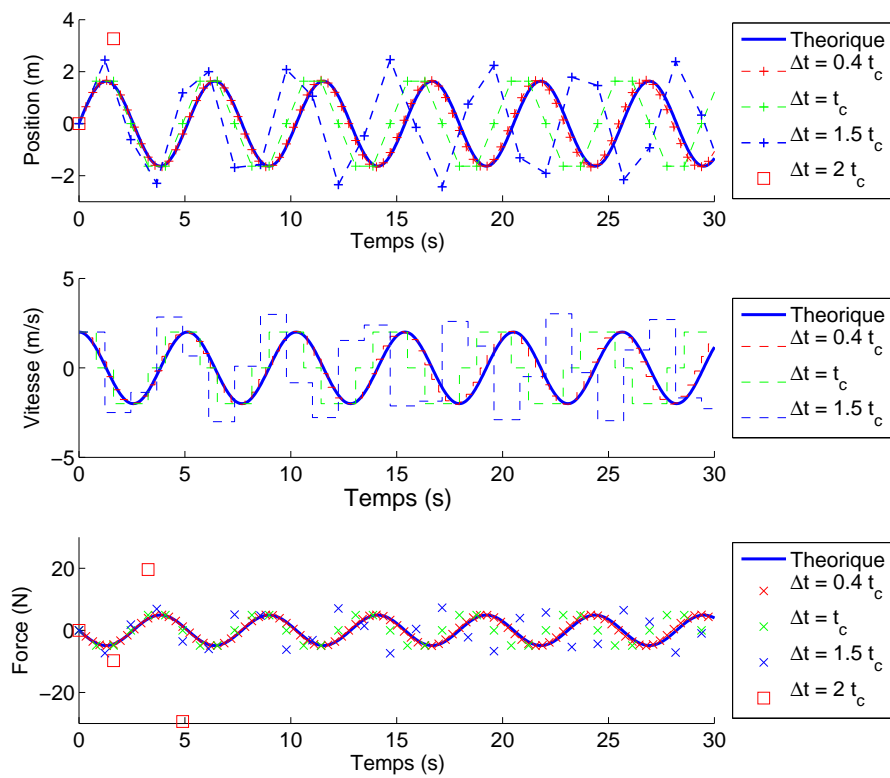


FIG. 1.18 – Comportement du système masse ressort : courbes théoriques, et courbes prévues par différentes analyses discrètes

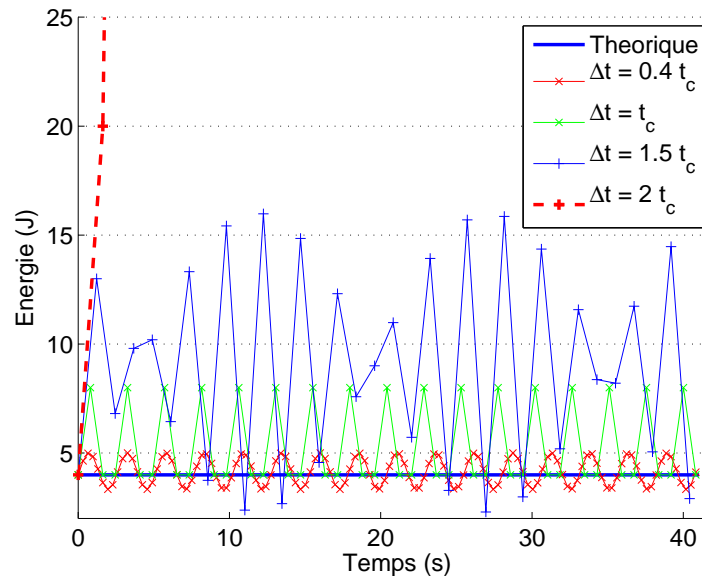


FIG. 1.19 – Énergie mécanique du système masse ressort : courbe théorique, et courbes prévues par différentes analyses discrètes

#### 1.4.7 La pertinence des résultats numériques présentés

Le cycle de calcul de la MED donne toujours une réponse numérique lorsqu'on impose des sollicitations au système étudié. On vient de voir que cette réponse était influencée par le pas de temps  $\Delta t$ . D'autres aspects sont à prendre en compte lorsque l'on désire comparer des lois de comportement décrivant des matériaux réels à ces résultats numériques.

- Comme nous l'avons vu précédemment, il faut vérifier que l'amortissement numérique introduit, et la valeur du pas de temps utilisé, n'ont pas d'influence.
- Les lois de comportement macroscopiques décrivent le lien existant entre les grandeurs caractéristiques de l'état d'un système, lorsque celui-ci est à l'équilibre. Il faut donc que ce soit le cas de l'échantillon numérique, et vérifier, comme c'est le cas expérimentalement, que la sollicitation numérique est quasi-statique.
- Dans le cas de matériaux non visqueux, les vitesses de sollicitation n'influencent pas le comportement du matériau, il faut donc qu'il en soit également ainsi numériquement. Ceci est d'ailleurs relié au point précédent : dans le cas de vitesses de sollicitation trop importantes, le système numérique ne sera pas à l'équilibre (ni proche de l'être) et la réponse sera alors modifiée par des effets d'inertie.

Afin de vérifier la non influence de la vitesse de sollicitation et l'état de (quasi) équilibre de l'échantillon numérique, différents moyens sont utilisés par différents auteurs. Une solution simple est de réaliser les mêmes sollicitations sous différentes vitesses, et de vérifier que les résultats sont identiques, comme le proposent Mahoubi [71] et Chareyre [23] par exemple.

Mahoubi propose également de considérer un rapport entre la moyenne des résultantes des forces s'exerçant sur tous les éléments non équilibrés du modèle, et la moyenne des forces normales d'interaction présentes dans le milieu. Ce rapport étant rigoureusement nul si tous les éléments du modèle sont à l'équilibre, Mahoubi propose de veiller à faire en sorte qu'il soit inférieur à 1%, sans toutefois commenter plus cette valeur.

Un autre indicateur, le taux de déformation réduit, est proposé par Da Cruz *et al.* [26], et est défini en deux dimensions par :

$$I = \dot{\epsilon} \sqrt{\frac{m}{P}}$$

où  $\dot{\epsilon}$  est le taux de déformation,  $m$  la masse du grain, et  $P$  la pression de confinement. La limite d'un chargement quasi statique semble se situer pour  $I = 10^{-2}$ . Szarf [96] et Sibille [91] utilisent aussi cet indicateur. Pour le second des valeurs autour de  $I = 7 \times 10^{-4}$  sont utilisées. L'utilisation de cet indicateur dans un autre cadre que la simulation d'essais bi- ou triaxiaux pose toutefois le problème de la définition de la pression de confinement  $P$ .

Parallèlement Sibille considère aussi l'énergie cinétique présente dans son modèle numérique, et considère être au repos pour  $Ec < 10^{-7}$  J. Les valeurs numériques d'énergie cinétique dépendent toutefois trop du type de simulations (nombre et masse des particules considérées) pour pouvoir généraliser cette valeur seuil.





## Chapitre 2

# Un modèle numérique de joint rocheux

Ce chapitre est consacré à l'établissement d'un modèle numérique de joint rocheux. Pour ce faire c'est la méthode aux Éléments Discrets (MED) qui sera utilisée. L'intérêt du modèle vis à vis de l'établissement de la loi de comportement apparaîtra clairement au chapitre 3. Le chapitre 1 a toutefois montré quels étaient les inconvénients des essais expérimentaux sur les joints rocheux, et quels pouvaient être les avantages de la MED. L'utilisation de cette méthode apparaît naturelle dans le cas de milieux granulaires qui sont des milieux discrets. Or, comme nous l'avons vu également dans le chapitre 1, il peut arriver que les joints rocheux soient justement remplis d'un matériau de remplissage granulaire. De plus, ces joints rocheux peuvent aussi être le siège de grands déplacements, et il a aussi été mentionné que cela ne posait pas de problèmes dans l'application de la MED, contrairement à la méthode des Éléments finis par exemple. On peut donc accorder un intérêt certain à l'établissement d'un tel modèle numérique discret de joint rocheux.

Le modèle est réalisé à l'aide du code de calcul Yade ([1], Kozicki et Donzé [62]<sup>1</sup>), ce chapitre débutera donc par une présentation de ce dernier. Les simulations réalisées, et leurs résultats, seront ensuite présentées en détail. La validité des résultats sera vérifiée, en vérifiant premièrement qu'ils n'ont pas été faussés par un quelconque artefact numérique, puis en les comparant à des résultats expérimentaux. À partir de ce modèle, une réflexion sur la meilleure manière de rendre compte du cisaillement d'un joint rocheux sera présentée, puis quelques analyses supplémentaires sur les états limites en contrainte atteints par le modèle numérique. Une dernière partie sera consacrée à l'étude de l'influence de la loi de transfert de moment qui avait été utilisée dans les simulations à l'échelle du contact entre éléments.

### 2.1 Le code de calcul Yade

Yade est un code de calcul open-source écrit en C++. Développé par une communauté [1] en général liée au laboratoire 3S-R, il se veut permettre de réaliser toute sorte de simulations numériques, utilisant aussi bien la MED que la méthode aux Éléments Finis par exemple. Au moment de la réalisation de ces travaux, seuls deux modules utilisant respectivement la MED et un modèle de poutres étaient réellement effectifs. C'est ce module MED qui a été utilisé pour les

---

<sup>1</sup>Le code décrit par ces auteurs correspond pour son architecture à Yade, mais de nombreux détails sont propres à la version utilisée par les auteurs uniquement

simulations présentées, et c'est lui qui fait l'objet de ce chapitre. Notons que ce module "Éléments Discrets" est basé sur le code SDEC de Donzé et Magnier [40].

La MED ayant été présentée en général dans le chapitre 1, nous ne présentons ici que les aspects propres à Yade. Vu le peu de documentation existant à ce sujet nous nous permettrons d'être quelque peu concrets en présentant -rapidement- des aspects du fonctionnement de Yade que l'on peut considérer comme des détails pratiques. Précisons juste encore qu'une des caractéristiques de Yade (plaisante ou déplaisante, c'est selon...) est d'être en perpétuelle évolution. Nous ne pouvons donc garantir que les informations écrites dans ce manuscrit restent toujours vraies. Elles correspondent au moins aux simulations qui sont présentées dans cette thèse.

### 2.1.1 La forme des particules dans Yade

Les éléments discrets considérés par Yade sont pour la plupart sphériques, pouvant être de rayon quelconque. Chaque sphère possède une masse, une inertie, des propriétés mécaniques et est caractérisée par un numéro d'identité. Les coordonnées de son centre sont enregistrées en permanence, tandis qu'un quaternion<sup>2</sup> permet de définir son orientation. La définition d'une orientation pour chaque sphère sera utile lors de l'exécution de notre loi d'interaction, présentée au paragraphe 2.1.4.

Des éléments "boîte" existent aussi. Ces éléments boîte sont utilisés généralement en tant que conditions aux limites aux échantillons numériques de sphères. Ils sont de formes parallélépipédiques, et les mêmes propriétés géométriques et mécaniques sont enregistrées que celles des sphères. Notons, vis à vis du paragraphe 1.4.2, que ceci correspond donc à l'application des conditions aux limites via des parois rigides ; c'est la seule possibilité dans Yade.

Mentionnons finalement que l'utilisation de tétraèdres était en cours de développement par d'autres utilisateurs pendant les travaux de cette thèse, et que des éléments "facettes", devant remplacer les "boîtes" sont également apparus.

### 2.1.2 L'exécution du cycle de calcul

Le cycle de calcul de la MED que nous avons présenté à la figure 1.11 est réalisé dans Yade grâce à l'exécution successive de différents "Engines" (c'est ainsi qu'il sont nommés) qui réalisent toutes les tâches à effectuer sur l'échantillon : la détection des contacts, le calcul des forces de contact, l'intégration des lois de la dynamique, l'application du chargement, l'enregistrement des grandeurs à surveiller, etc... C'est donc à l'utilisateur de définir les Engines dont il a besoin (ceux qui sont incontournables sont maintenant présents dans Yade), et de veiller à ce qu'ils s'exécutent correctement. L'ordre dans lequel ils s'exécutent a une importance : si on veut connaître la force s'exerçant sur une particule à un moment du cycle de calcul, il faut ainsi que ce soit après que les lois de contact aient été exécutées. Moins trivialement, il est inutile de faire s'exécuter l'Engine permettant d'appliquer la gravité une fois que les lois de mouvement ont été intégrées, et juste avant de passer au pas de temps suivant au début duquel toutes les valeurs de force seront remises à zéro...

### 2.1.3 La détection des contacts

Nous avons mentionné au paragraphe 1.4.3 que la détection des contacts était une étape cruciale, en terme de temps de calcul de la méthode des éléments discrets. Dans le cas d'un assemblage de  $N$  sphères, la première idée que l'on pourrait avoir serait de considérer tous les éléments

<sup>2</sup>L'article de Wikipédia est clair et peut être conseillé à tous ceux qui ne sont pas familiers des quaternions : <http://fr.wikipedia.org/wiki/Quaternion>

et de voir si :

$$d_{ij} = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2} < R_i + R_j \quad (2.1)$$

$\forall$  éléments  $i$  et  $j$

Une méthode plus efficace est en fait programmée dans Yade. Elle est basée sur la définition d’"Axis Aligned Bounding Boxes", abrégées AABB. Il s’agit de cubes, dont les normales aux faces correspondent aux axes du repère de Yade. Un tel cube est défini pour chaque élément sphérique, de telle manière que ce cube contienne entièrement la sphère : le centre du cube est confondu avec le centre de la sphère et les côtés du cube sont égaux au diamètre de la sphère<sup>3</sup>. Yade n’a alors plus qu’à enregistrer les deux vecteurs  $(X_c; Y_c; Z_c)$  et  $(R; R; R)$  pour chaque AABB. Trois listes sont alors construites dans lesquelles sont enregistrées les frontières de chaque AABB dans les trois directions. Ces listes de longueur  $2N$  sont constituées de  $N$  couples, enregistrés les uns après les autres. Le  $i^{\text{e}}$  couple, qui correspond à l’élément d’identité  $i$ , de la liste concernant l’axe  $X$ , est donc :  $(X_c^i - R^i; X_c^i + R^i)$ . Un tri savant de ces trois listes permet alors de déterminer si deux éléments  $i$  et  $j$  ont des AABB qui s’interpénètrent : il faut que, dans toutes les trois directions  $D$  ( $D = X$  ou  $Y$  ou  $Z$ ), les intervalles  $[D_c^i - R^i; D_c^i + R^i]$  et  $[D_c^j - R^j; D_c^j + R^j]$  soient non disjoints. Cette interpénétration des AABB étant une condition nécessaire au contact des sphères, il suffit alors d’appliquer l’équation (2.1) aux bons éléments : seuls ceux dont les AABB sont en contact.

On évite ainsi d’appliquer l’équation (2.1) à un grand nombre de particules du modèle. Cet algorithme se révèle ainsi bien plus rapide que  $N^2$  exécutions de cette équation (2.1).

### 2.1.4 Les lois de contact

Le contact entre deux éléments A et B, de centres respectifs  $C_A$  et  $C_B$ , ayant été établi, nous allons présenter la loi de contact qui est utilisée dans nos simulations pour déterminer les efforts d’interactions. L’application de cette loi de contact nécessite, comme nous allons le voir, la définition de grandeurs caractéristiques du contact : une normale au contact, une valeur d’interpénétration, et deux valeurs respectives de rayon  $R_A$  et  $R_B$  pour les deux éléments A et B. Ces grandeurs sont faciles à définir dans le cas d’un contact sphère-sphère, et des choix doivent être faits dans le cas d’un contact sphère - boîte.

- Dans le cas d’un contact sphère-sphère (figure 2.1 (a)) l’interpénétration est calculée aisément :

$$u_n = R_A + R_B - \|\overrightarrow{C_A C_B}\| = M_A M_B$$

La définition d’une normale au contact est aisée elle aussi, et la question de la définition de rayons pour les deux éléments en contact ne se pose pas ici.

- Dans le cas où une sphère est en contact avec une boîte, que le centre de la sphère soit dans (figure 2.1 (b)) ou hors de la boîte (figure 2.1 (c)), les deux points  $M_A$  et  $M_B$  sont utilisés pour définir l’interpénétration :

$$u_n = M_A M_B$$

, et la normale au contact :

$$\vec{n} = \frac{\overrightarrow{M_A M_B}}{M_A M_B}$$

Pour ce qui est des rayons représentatifs des éléments, on affecte en fait arbitrairement à la boîte B un rayon  $R_B$  :

$$R_B = 2 R_A$$

<sup>3</sup>Dans le cas d’éléments "boîtes" la définition de telles AABB est évidente : il suffit de prendre la boîte elle même.

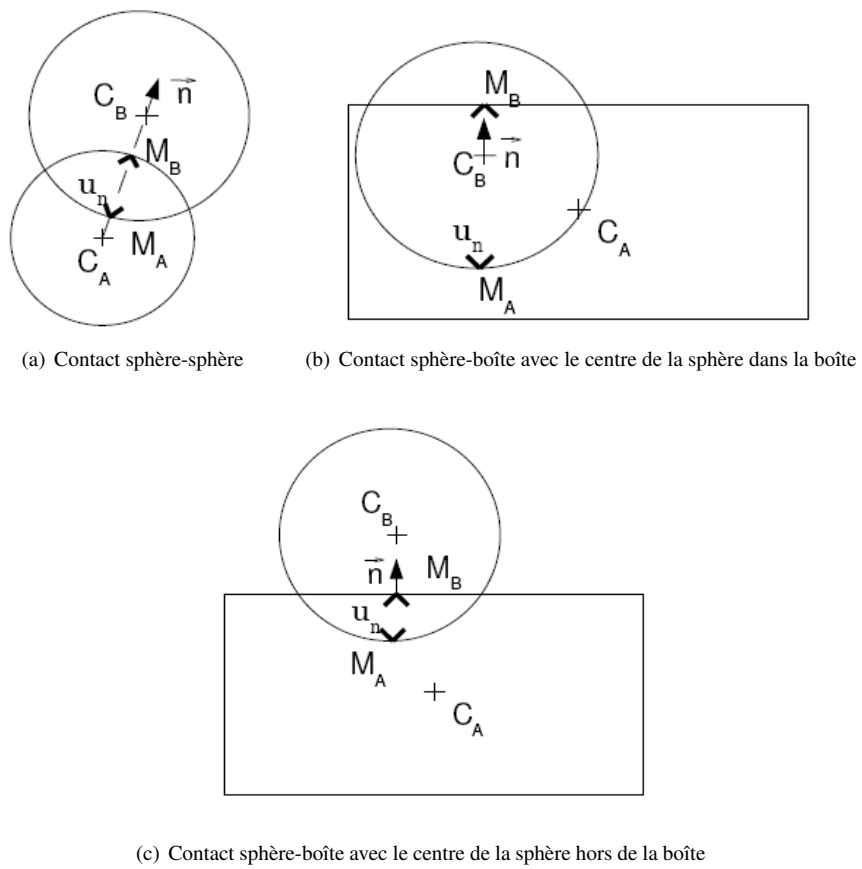


FIG. 2.1 – Définition géométrique du contact dans Yade

Le cas d'un contact boîte-boîte n'est pas prévu par Yade. Vu que ces éléments ne nous servent qu'à appliquer les conditions aux limites à notre échantillon, et que, par conséquent nous contrôlerons toujours leurs mouvements directement, cela n'est pas un problème.

Nous pouvons alors décrire plus précisément comment est calculée la force de contact. On définit une composante normale et une composante tangentielle, qui sont calculées via des rigidités locales,  $k_n$  ou  $k_s$ , qui dépendent entre autres de propriétés mécaniques des deux éléments en contact A et B.

### Calcul de la force normale de contact

Les joints rocheux présentent un comportement généralement inélastique en compression (cf les résultats expérimentaux de Bandis *et al.* par exemple [7]). Notre loi de contact a alors été définie afin de reproduire cette inélasticité au niveau de l'interaction entre éléments discrets elle-même. La force de contact au pas de temps  $i$  est donc calculée de la manière suivante :

$$F_n^i = \begin{cases} k_n u_n^i & \text{si } u_n^i \geq \max_{k,k \in [1;i-1]} (u_n^k) \\ F_n^{i-1} + K \times k_n \times (u_n^i - u_n^{i-1}) & \text{si } u_n^i < \max_{k,k \in [1;i-1]} (u_n^k) \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\text{Avec } k_n = \frac{2 Y_A \times R_A \times Y_B \times R_B}{Y_A \times R_A + Y_B \times R_B}$$

Le paramètre  $Y$  (valant  $Y_A$  pour l'élément A, et  $Y_B$  pour l'élément B) fait partie des paramètres mécaniques choisis par l'utilisateur. De la même dimension qu'une contrainte, il représente (multiplié au rayon) les contributions respectives de chaque élément à la rigidité de l'interaction. Le second paramètre  $K$  (choisi  $> 1$ ) permet de gouverner la différence de raideur entre charge et décharge. La figure 2.2 permet d'illustrer cette définition de la force normale.

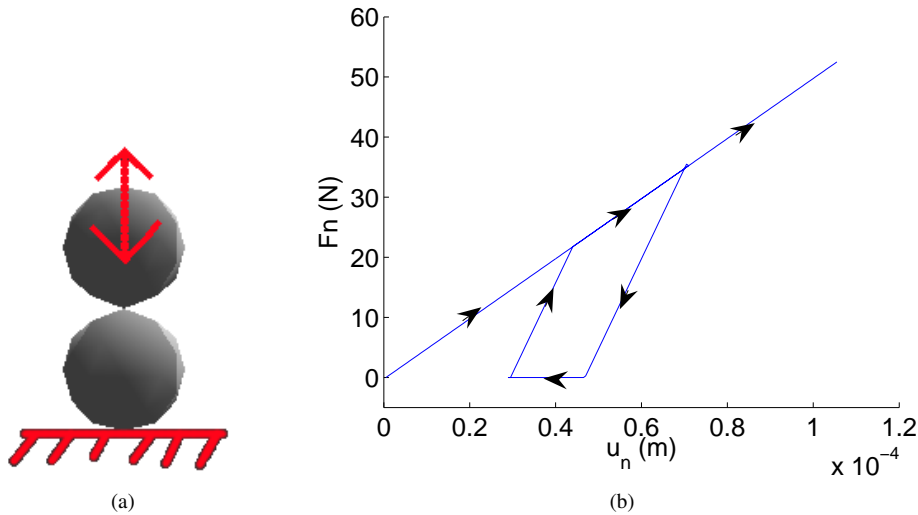


FIG. 2.2 – La loi de contact Yade dans la direction normale

(a) Charge-décharge au niveau d'un contact bille-bille (b) Allure de l'évolution de la force de contact résultante

Cette formulation n'est pas sans influence sur le déroulement pratique des calculs numériques, comme on le verra au paragraphe 2.5.2.

### Calcul de la force tangentielle de contact

Pour le calcul de la force tangentielle, nous utilisons une formulation élastique-plastique classique (voir le précédent paragraphe 1.4.4). Le calcul de cette force élastique-plastique est réalisé de manière incrémentale : on part de  $\vec{F}_t = \vec{0}$  à la création de l'interaction, puis on l'incrmente à chaque pas de temps "i" selon la relation suivante, qui fait apparaître la rigidité tangentielle de l'interaction  $k_s$ , la vitesse relative entre éléments  $v_{rel}(A/B)$  et  $dt$  la valeur du pas de temps utilisé pour le calcul :

$$\vec{F}_t = \vec{F}_t^{i-1} + k_s \times \overline{v_{rel}(A/B)}^i \times dt$$

$$\text{Avec } k_s = \frac{2 Y_A \times P_A \times R_A \times Y_B \times P_B \times R_B}{Y_A \times P_A \times R_A + Y_B \times P_B \times R_B} \quad (2.3)$$

Apparaît dans le calcul de  $k_s$  un autre paramètre  $P$  (valant  $P_A$  pour l'élément A, et  $P_B$  pour l'élément B), sans dimension, choisi par l'utilisateur. Il permet d'exprimer la contribution de chaque élément à la rigidité tangentielle :  $P \times Y \times R$ , en fonction des contributions à la rigidité normale  $Y \times R$ .

L'existence d'un seuil plastique de la force tangentielle est imposée par :

$$(\|\vec{F}_t\| \geq \|\vec{F}_n\| \tan(\phi_{A-B})) \Rightarrow \left( \vec{F}_t = \frac{\vec{F}_t}{\|\vec{F}_t\|} \|\vec{F}_n\| \tan(\phi_{A-B}) \right) \quad (2.4)$$

$\phi_{A-B}$  est l'angle de frottement local du contact entre A et B, il dépend de deux paramètres de A et B  $\phi_A$  et  $\phi_B$ , homogènes à des angles et choisis par l'utilisateur :

$$\phi_{A-B} = \min(\phi_A; \phi_B) \quad (2.5)$$

### Calcul d'un couple au contact

Nous avons vu au paragraphe 1.4.4 la construction d'une loi de transfert de moment tridimensionnelle effectuée par Plassiard [80] à partir des travaux de Iwashita et Oda [57]. Avec quelques différences, cette loi se trouvait déjà programmée dans Yade. Les différences proviennent de la prise en compte dans Yade de changements d'orientation relative correspondant à de la torsion, en plus de la rotation relative correspondant à la flexion qui était uniquement prise en compte dans les travaux de Plassiard. Deux angles  $\theta_{rT}$  et  $\theta_{rF}$  sont alors construits pour rendre compte respectivement de cette torsion et de cette flexion entre particules. Un moment résistant élastique-plastique est alors appliqué, de la même manière que Plassiard :

$$\vec{M}_r = \begin{cases} k_r (\theta_{rT} + \theta_{rF}) & \text{si } \|k_r (\theta_{rT} + \theta_{rF})\| < \|\vec{M}_r\|_{lim} \\ \|\vec{M}_r\|_{lim} \frac{\theta_{rT} + \theta_{rF}}{\|\theta_{rT} + \theta_{rF}\|} & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.6)$$

$$\text{Avec } k_r = \beta_r \left( \frac{R_A + R_B}{2} \right)^2 k_s \text{ et } \|\vec{M}_r\|_{lim} = \eta_r \|\vec{F}_n\| \frac{R_A + R_B}{2}$$

On utilise donc la même raideur vis à vis de la torsion et de la flexion : on pourrait imaginer en considérer deux différentes, cela n'a pas été fait ici afin d'éviter un trop grand nombre de paramètres. L'utilisateur définit les valeurs de  $\beta_r$  et  $\eta_r$  qu'il souhaite utiliser. Notons qu'une seule valeur de chacun de ces deux paramètres est définie pour toutes les interactions de la simulation. L'influence de ce calcul de couple au contact sera étudiée au paragraphe 2.8.

### 2.1.5 L'intégration des lois de la dynamique

Une fois les forces de contact appliquées, la deuxième loi de Newton (pour ce qui est des forces et des moments) peut être appliquée aux éléments du modèle afin d'intégrer les lois du mouvement. Ceci n'est en fait pas réalisé pour tous les éléments : l'utilisateur de Yade a la possibilité d'en désigner un certain nombre dont il contrôle directement le mouvement. Comme nous le verrons dans le paragraphe 2.2.1, notre modèle est constitué d'un ensemble de sphères contenu à l'intérieur d'une "boîte" constituée d'éléments boîtes ; ainsi l'intégration des lois de la dynamique n'est effectuée dans notre cas que pour les sphères. Les vitesses et positions sont successivement déduites via un schéma aux différences finies apparaissant dans l'équation (2.7). On peut montrer que ce schéma correspond à une expression de  $\vec{X}^{(t+dt)}$  au deuxième ordre vis-à-vis du pas de temps  $dt$ .

Lors de ce calcul, la somme des forces extérieures est, pour les raisons vues au paragraphe 1.4.5, pondérée via un coefficient d'amortissement  $D$ . Pour  $0 < D < 1$  on peut faire diminuer  $\|\vec{a}\|$  vers 0, tandis qu'une valeur de  $D$  négative fait au contraire croître  $\|\vec{a}\|$ . Enfin, si  $D$  est choisi supérieur à 1, le signe des composantes  $a_i$  de  $\vec{a}$  peut se trouver modifié en un pas de temps...  $D$  sera donc choisi, classiquement, entre 0 et 1. En plus du coefficient  $D$ , le terme d'amortissement dépend de l'orientation relative entre la somme des efforts, et la vitesse de la particule (estimée en  $t + dt/2$ ). Lorsque le produit scalaire entre ces deux vecteurs est positif, i.e. que la somme des efforts a tendance à accélérer (au sens usuel) le mouvement, on amortit (au sens usuel toujours) celle-ci, alors qu'on l'augmente si elle a tendance à freiner le mouvement.

$$\begin{aligned} \vec{a}^{(t)} &= \frac{\Sigma \vec{F}^{(t)}}{m} \left[ 1 - D \times \text{signe} \left( \Sigma \vec{F}^{(t)} \cdot \left( \vec{v}^{(t)} + \frac{dt}{2} \times \vec{a}^{(t)} \right) \right) \right] \\ \vec{v}^{(t+dt)} &= \vec{v}^{(t)} + dt \times \vec{a}^{(t)} \\ \vec{X}^{(t+dt)} &= \vec{X}^{(t)} + dt \times \vec{v}^{(t)} \end{aligned} \quad (2.7)$$

La fonction  $\text{signe}(\vec{x})$  appliqué à un vecteur  $\vec{x}$  de composantes respectives  $x_k$  renvoie un vecteur de composantes respectives  $\text{signe}(x_k)$ , où  $\text{signe}(x_k) = 1$  si  $x_k$  est strictement positif,  $= -1$  si  $x_k$  est strictement négatif, et 0 si  $x_k$  est nul.

Moments  $\vec{\Gamma}$  et vitesse angulaire  $\vec{\omega}$  sont calculés de la même façon. Une rotation d'axe  $\frac{\vec{\omega}}{\|\vec{\omega}\|}$ , et d'angle  $\|\vec{\omega}\| \times dt$  est alors appliquée à l'élément : le quaternion correspondant est modifié en conséquence.

## 2.2 Le modèle discret de joint rocheux

Le fonctionnement du modèle numérique ayant été détaillé, nous présentons sa géométrie et les différentes simulations que celui-ci nous a permis de réaliser. Rappelons que l'objectif est de reproduire le comportement mécanique d'un joint rocheux, soumis à différentes sollicitations.

### 2.2.1 Géométrie du modèle de joint

Le modèle numérique représente en fait le joint rocheux lui même : c'est à dire l'espace entre deux blocs adjacents. Cet espace est représenté par une boîte parallélépipédique de dimensions initiales (arbitraires)  $L_0 = 0.1$  m,  $h_0 = 0.02$  m et  $l_0 = 0.04$  m (voir figure 2.3), délimitée par huit plaques (huit éléments "boîtes Yade"), et remplie d'un échantillon de billes.

Les plaques inférieure et supérieure de la boîte correspondent aux faces en contact des deux blocs adjacents : la plaque supérieure représente la face inférieure du bloc supérieur, et la plaque inférieure correspond à la face supérieure du bloc inférieur. Dans un cas comme ici d'étude



d'interface, l'utilisation de conditions aux limites périodiques est probablement adaptée (Jensen *et al.* [59]) mais celle-ci n'est pas programmée dans Yade.

Mentionnons également dès maintenant que la gravité n'a pas été introduite dans notre modèle comme le poids de l'échantillon équivaldrait à une contrainte d'environ 0.5 kPa<sup>4</sup> qui est jugée négligeable.

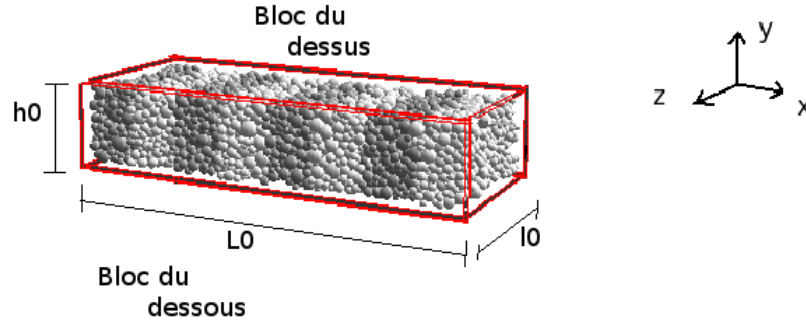


FIG. 2.3 – Géométrie du modèle numérique de joint rocheux, avec le système d'axes

L'état mécanique du joint est défini en considérant la plaque supérieure. On note  $X_C$  et  $Y_C$  les coordonnées de son centre  $C$ , qui ont comme valeurs initiales<sup>5</sup>  $X_C^0$  et  $Y_C^0$ . On peut alors définir les déplacements relatifs entre blocs :  $u$  le déplacement relatif normal et  $\gamma$  le déplacement relatif tangentiel, de la manière suivante :

$$\begin{aligned} u &= -(Y_C - Y_C^0) \\ \gamma &= X_C - X_C^0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

Notons que cette définition obéit à la convention de la mécanique des sols qui impose  $u > 0$  en compression.

Pour ce qui est des contraintes, on relève la force s'exerçant sur cette plaque supérieure, notée  $F_{sup}$ . Les plaques n'étant pas pesantes et les différentes plaques n'interagissant pas entre elles, cette force est celle qu'exerce l'ensemble de billes sur la plaque en question. On divise alors  $F_{sup}$  par la surface de contact billes-plaques  $S$  pour obtenir les contraintes. Il n'y a évidemment aucun problème pour définir la composante normale de la contrainte à la plaque. Pour ce qui est de la contrainte tangentielle, ces simulations étant tri-dimensionnelles, il est en fait vérifié que la composante tangentielle suivant  $z$  est bien négligeable devant celle suivant  $x$ , on ne tient alors compte uniquement que de la composante suivant  $x$ . Ainsi on définit finalement :

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{F_{sup} \cdot \vec{y}}{S} \\ \tau &= -\frac{F_{sup} \cdot \vec{x}}{S} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Un signe moins apparaît finalement dans la définition de la contrainte tangentielle  $\tau$  afin d'obtenir une contrainte tangentielle positive lorsque l'on impose des valeurs de  $\gamma$  positives lors

<sup>4</sup>En supposant que la boîte numérique soit entièrement remplie (avec une porosité nulle) d'un matériau ayant comme masse volumique  $\rho \simeq 2600 \text{ kg/m}^3$

<sup>5</sup>La définition précise de ces valeurs initiales apparaîtra dans quelques lignes

d'un cisaillement. Pour ce qui est de  $\sigma$  la convention de la mécanique de sols est toujours respectée : une valeur positive de  $\sigma$  correspond à une compression du joint.

La boîte est donc de plus remplie d'un échantillon de sphères. Cet assemblage de sphères peut être considéré comme la représentation d'un matériau granulaire de remplissage qui peut donc être parfois présent dans les joints rocheux naturels<sup>6</sup>. Dans le cas de joint rocheux ne présentant pas un tel matériau de remplissage, il demeure sans doute légitime de construire un tel modèle discret, puisque la MED n'a pas forcément besoin que ses éléments correspondent à des entités réelles : lors des simulations d'essais sur des sols (Calvetti *et al.* [20] ou Chareyre [23]) par exemple, on se permet de ne pas considérer autant d'éléments discrets que de grains de sable...

La construction de cet échantillon de sphères est présentée en détail au paragraphe suivant.

### 2.2.2 L'échantillon de sphères du modèle discret

Lors de l'utilisation d'éléments sphériques certains phénomènes particuliers peuvent apparaître lorsque les éléments sont de même rayon. Antonellini et Pollard [4] observent par exemple, sur des simulations d'essais biaxiaux, d'importantes différences quantitatives et qualitatives du comportement mécanique dûes uniquement à l'arrangement initial de l'échantillon. Des phénomènes de cristallisation peuvent également survenir. Comme les joints rocheux ne sont pas des matériaux cristallins, et que leur structure ne fait pas apparaître d'arrangement particulier, ces deux phénomènes sont à éviter ; c'est pourquoi un assemblage de sphères polydisperse est utilisé. Cet assemblage est obtenu en remplissant le volume constitué par la boîte à l'aide de l'algorithme de Jerier [60], ce qui conduit à la distribution des rayons présentée figure 2.4. L'échantillon utilisé est donc constitué de 8590 sphères de rayons compris entre  $R_{min} = 0.58$  mm et  $R_{max} = 3 R_{min} = 1.73$  mm, il occupe alors le volume de la boîte avec une porosité initiale de 0.44.

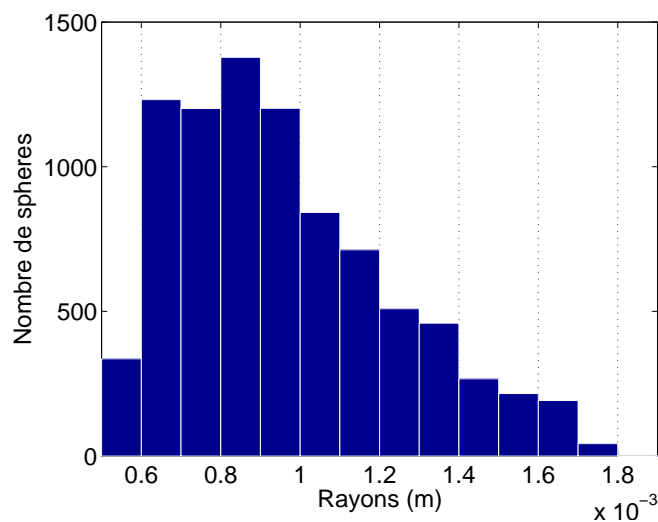


FIG. 2.4 – Granulométrie de l'échantillon de sphères utilisé

Les valeurs des paramètres mécaniques retenus pour les différents éléments du modèle sont présentées dans le tableau 2.1. Ces valeurs ont été obtenues suite à une brève étude paramétrique

<sup>6</sup>Cf le paragraphe 1.3.2

afin de reproduire certains comportements expérimentaux de joints rocheux. Certaines d'entre elles sont liées à la valeur d'angle de frottement macroscopique que le modèle présentera (voir 2.7.1), elles seront discutées au paragraphe 2.8.

Y (Pa)	P	$\phi_{micro}$ (°)	K	$\beta_r$	$\eta_r$
4.0e9	0.04	37	4	0.12	1.0

Tab. 2.1 – Paramètres micro-mécaniques du modèle discret : Jeu 1

Rappelons que parmi ces paramètres certains peuvent être définis avec une valeur propre à chaque élément discret :  $Y$ ,  $P$  et  $\phi$ . Pour  $Y$  et  $P$ , on utilise donc les mêmes valeurs pour toutes les sphères et toutes les boîtes constituant le modèle, ce qui n'est pas tout à fait le cas pour  $\phi$  :

- la valeur indiquée de  $37^\circ$  est celle qui a été affectée à toutes les sphères
- pour les plaques latérales : celles de normale  $\vec{x}$  ou  $\vec{y}$  (voir figure 2.3), on définit en fait  $\phi = 0$ . Ceci revient à ne permettre aucun frottement entre ces boîtes et les sphères de l'échantillon (cf équation (2.5))
- pour les plaques supérieure et inférieure (de normale  $\vec{z}$ ), on utilise la même valeur de  $37^\circ$ . Si aucun frottement n'était également permis à leur niveau la contrainte tangentielle  $\tau$  serait nulle en permanence, ce qui ne correspond pas au comportement d'un joint rocheux. Et une valeur non-nulle différente de celle utilisée pour le contact entre sphères rendrait l'échantillon non homogène.

Les joints rocheux présentant quasiment toujours un caractère dilatant, il nous faut disposer d'un échantillon numérique présentant également ce trait de caractère : i.e. un échantillon dense. L'assemblage de sphères est donc densifié par compression isotrope, réalisée en écrasant l'échantillon avec toutes les parois qui l'entoure. Cette méthode est utilisée par plusieurs auteurs (Antonellini et Pollard [4], Mahboubi *et al.* [71], Iwashita et Oda [57]) et peut permettre, en plus de densifier plus ou moins l'échantillon, d'amener ce dernier dans un certain état de confinement, marquant le début d'un essai tri axial par exemple. Dans notre cas, nous ne recherchons pas à atteindre un quelconque confinement, et nous suivons les étapes suivantes :

- une première phase est donc réalisée en comprimant l'échantillon à l'aide des plaques environnantes, jusqu'à atteindre une valeur de contrainte normale moyenne (sur toutes les plaques)  $\sigma_{moy} \approx 500 \text{ kPa} \approx \frac{Y}{10000}$ . Lors de cette compression  $\phi$  est annulé pour tous les éléments du modèle, ce qui permet d'avoir un arrangement le plus dense possible.
- une fois ce confinement atteint et l'échantillon stabilisé, les valeurs d'angle de frottement local retrouvent alors leurs valeurs "normales", et l'échantillon est déchargé, en éloignant les plaques de celui-ci. Cette décharge s'effectue jusqu'à atteindre une valeur de contrainte normale moyenne nulle ou, pour le moins, négligeable :  $\sigma_{moy} \approx 0$ . Des itérations supplémentaires sont effectuées afin de laisser l'échantillon se stabiliser.

L'échantillon est alors considéré comme étant dans un état vierge :  $\sigma = \tau = 0 \text{ kPa}$ , et  $u = \gamma = 0 \text{ m}$ . C'est ainsi que sont d'ailleurs définies les valeurs initiales  $X_C^0$  et  $Y_C^0$  qui apparaissent dans l'équation (2.8) : on leur affecte les valeurs de  $X_C$  et  $Y_C$  correspondant à cet instant. À ce moment l'échantillon présente alors une porosité  $n \approx 0.39$ . La procédure utilisée a bien permis de le densifier (on avait une valeur initiale de 0.44) mais on reste somme toute dans un état plutôt lâche. Une valeur plus élevée de la contrainte normale moyenne atteinte lors de la phase de compression,  $\sigma_{moy}$  aurait sans doute permis de densifier encore plus l'échantillon.

Notons juste encore que, durant toute cette procédure, c'est une loi de contact parfaitement élastique en compression qui est utilisée ( $K = 1$ ), et qu'aucun transfert de moment n'est en fait appliqué dans les lois de contact :  $\beta_r = 0$ . Comme on peut s'y attendre nous avons observé que de tels transferts de moment réduisaient l'efficacité de la densification : pour des mêmes

confinements des valeurs de porosité moins faibles sont effectivement atteintes si l'on applique des moments résistants entre éléments lors de la compression isotrope. Avant de retrouver la valeur  $\beta_r = 0.12$  du tableau 2.1, il faut toutefois prendre soin d'annuler numériquement tous les vecteurs  $\vec{\theta}_{rT}$  et  $\vec{\theta}_{rF}$  caractéristiques des changements d'orientation étant survenus lors de cette procédure. Si cela ne devait pas être fait, l'enclenchement brutal du transfert de moment (le passage de  $\beta_r = 0$  à  $\beta_r = 0.12$ ) ferait apparaître de manière toute aussi brutale des moments résistants aux interactions, ce qui déstabiliserait grandement l'échantillon.

Différentes sollicitations vont pouvoir alors être imposées.

### 2.2.3 Description de la réalisation des essais numériques

Nous avons vu au paragraphe 1.3.4 les différents essais mécaniques applicables aux joints rocheux. Le modèle numérique présenté ici permet de tous les simuler. Nous présentons dans ce paragraphe comment cela est réalisé concrètement.

Mentionnons d'ores et déjà qu'afin de représenter les mouvements relatifs d'une éponte sur l'autre qui sont imposés expérimentalement, on fera dans tous les cas bouger la plaque supérieure, tandis que la plaque inférieure reste fixe. Certaines plaques latérales (celles de normale  $\vec{x}$ , voir figure 2.3) sont, suivant les cas, parfois également déplacées (selon une rotation suivant  $\vec{z}$ ) afin de garder le contact avec la plaque supérieure, pour que la boîte reste fermée.

#### Les essais de compression à déplacement tangentiel constant (DTC)

Lors de tels essais il s'agit de faire varier le déplacement relatif normal  $u$  tout en maintenant celui tangentiel,  $\gamma$ , constant : on parlera de chemin à déplacement tangentiel constant (DTC), ce qui correspond à une compression oedométrique. La cinématique est indiquée figure 2.5(a). L'utilisateur ayant choisi une valeur de vitesse de compression  $v_{comp}$  constante, on translate à cette vitesse la plaque supérieure suivant  $\vec{y}$  en imposant au cours du temps :

$$\begin{aligned} X_C(t + dt) &= X_C(t) && \Leftrightarrow d\gamma = 0 \\ Y_C(t + dt) &= Y_C(t) - v_{comp} \times dt && \Leftrightarrow du = v_{comp} \times dt \end{aligned}$$

Avec cette définition on a donc une valeur de  $v_{comp}$  positive lorsque l'on réalise une véritable compression. Le choix de la valeur de  $v_{comp}$  est arbitraire, il est intéressant d'utiliser une valeur relativement élevée afin de suivre le chemin de sollicitation désiré en un minimum de pas de temps, mais nous avons vu au paragraphe 1.4.7 les effets indésirables que pouvait avoir une vitesse de sollicitation numérique trop élevée. Nous vérifierons donc au paragraphe 2.5.2 que cette possible influence de la vitesse de sollicitation a bien été évitée.

Comme l'étude bibliographique (Bandis *et al.* [7] par exemple) avait révélé que le comportement en compression des joints rocheux dépendaient de leurs états cisailés ou non, différentes compressions seront réalisées depuis différents états du joint numérique plus ou moins préalablement cisailés (correspondant à différentes valeurs courantes de  $\gamma$ ).

#### Les essais de cisaillement à déplacement normal constant (DNC)

Ici c'est  $\gamma$  qui doit évoluer alors que  $u$  reste constant. Ceci correspond d'ailleurs à un cisaillement à volume constant. La figure 2.5(b) indique de quelle manière sont bougées les plaques. La plaque supérieure est donc translatée suivant  $\vec{x}$  à la vitesse  $v_{cis}$  : on impose au cours du temps

$$\begin{aligned} X_C(t + dt) &= X_C(t) + v_{cis} \times dt && \Leftrightarrow d\gamma = v_{cis} \times dt \\ Y_C(t + dt) &= Y_C(t) && \Leftrightarrow du = 0 \end{aligned}$$

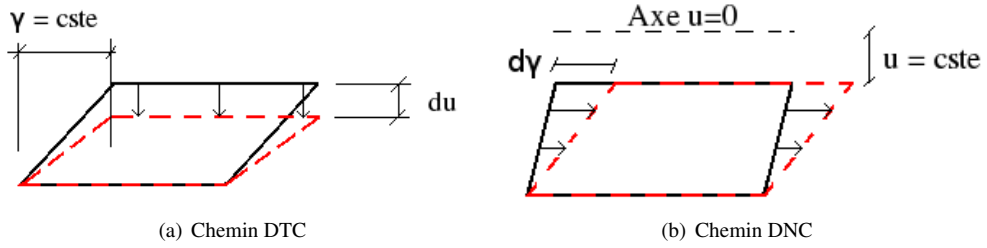


FIG. 2.5 – Simulation des chemins DTC ( $dy = 0$ ) et DNC ( $du = 0$ ) avec Yade

Les remarques énoncées précédemment au sujet de  $v_{comp}$  restent valables pour  $v_{cis}$ .

Le modèle numérique trouve en particulier ici tout son intérêt : comme nous l'avons vu au 1.3.4, la réalisation expérimentale d'un tel essai est en effet très délicate, alors que c'est très aisé numériquement.

Afin d'étudier l'influence que pourrait avoir la compression préalable de l'échantillon sur la réponse au cisaillement, différents cisaillements seront effectués pour différentes valeurs courantes de  $u$ .

#### Les essais de cisaillement à contrainte normale constante (CNC)

Pour un tel cisaillement il faut donc, en plus de faire évoluer  $\gamma$ , permettre un mouvement vertical de la plaque supérieure afin que la contrainte normale agissant sur celle-ci reste constante au cours de l'essai. Il faut donc maintenir constante, égale à une valeur  $F_n^0$ , la composante verticale, notée  $F_n$  de la force subie par cette plaque. La MED permet de le réaliser aisément :

- À chaque cycle de calcul  $i$  on détermine l'écart  $e$  entre la consigne et la valeur actuelle de  $F_n$ , notée  $F_n^i$  :  $e = F_n^i - F_n^0$
- On détermine également la rigidité normale  $k_n^{si}$  du contact entre l'ensemble des billes et la plaque supérieure, en sommant toutes les rigidités des interactions entre une sphère et la plaque supérieure.
- On applique alors à la plaque supérieure un déplacement vertical  $dY = \frac{e}{k_n^{si}}$ , qui va modifier les interpénétrations des contacts sphères - plaque supérieure en les diminuant si  $e > 0$  ou en les augmentant si  $e < 0$ . Ceci modifiera pareillement  $F_n$ , et devrait donc ramener  $F_n$  vers  $F_n^0$ .

Deux hypothèses sous tendent cette procédure qui doit permettre de retrouver  $F_n^{i+1} = F_n^0$  :

- D'une part l'application du déplacement  $dY$  au pas de temps  $i$  peut faire apparaître ou disparaître des contacts au pas de temps  $i + 1$  et donc conduire à avoir  $k_n^{si+1} \neq k_n^{si}$ . Or l'application des lois de contact au pas de temps  $i + 1$  conduit à

$$F_n^{i+1} = F_n^i + k_n^{si+1} \times (-dY) = F_n^i \left( 1 - \frac{k_n^{si+1}}{k_n^{si}} \right) + F_n^0$$

qui peut donc éventuellement être différent de  $F_n^0$ .

- D'autre part il est supposé jusqu'ici que la valeur de déplacement  $dY$  imposé se retrouve directement lors de l'application des lois de contact normales : i.e.  $u_n^{i+1} - u_n^i = -dY$  pour toutes les interactions sphères-plaque. Ceci ne peut être vrai que si toutes les sphères ne bougent absolument pas verticalement entre les pas de temps  $i$  et  $i + 1$ , ce qui n'est jamais le cas dans une simulation numérique.

Ainsi c'est en fait une valeur amortie de déplacement vertical, via un coefficient  $a$ , qui est imposée à la plaque. En résumé les essais numériques CNC sont donc contrôlés à chaque pas de temps par

$$\begin{aligned} X_C(t + dt) &= X_C(t) + v_{cis} \times dt \\ Y_C(t + dt) &= Y_C(t) + \frac{1-a}{k_n^s(t)} (F_n(t) - F_n^0) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Lors de nos simulations nous avons toujours utilisé une valeur d'amortissement  $a=0.25$  avec laquelle nous obtenions des résultats jugés satisfaisants. En particulier les variations de contrainte normale étaient toujours de l'ordre du pourcentage, et ainsi bien en dessous de la limite des 5% de la norme expérimentale [3].

### Les essais à rigidité normale constante (KNC)

Ces essais ressemblent relativement à ceux à contrainte normale constante. Rappelons que, étant données les valeurs de référence  $F_n^0$  et  $Y^0$  correspondant au début de l'essai, on cherche à avoir tout au long de la sollicitation :

$$F_n(t) = F_n^0 + KnC \times S_c \times (Y(t) - Y^0)$$

où  $KnC$  est une rigidité en Pa/m choisie par l'utilisateur, et  $S_c$  la surface de contact entre l'échantillon numérique et la plaque. La démarche est alors la même que précédemment, en cherchant cette fois à vérifier cette équation plutôt que  $F_n(t) = F_n^0$ . On impose alors tout au long de l'essai :

$$\begin{aligned} X_C(t + dt) &= X_C(t) + v_{cis} \times dt \\ Y_C(t + dt) &= Y_C(t) + \frac{1-a}{k_n^s(t)} \left[ F_n(t) - \left( F_n^{ref} + KnC \times S_c (Y(t) - Y^{ref}) \right) \right] \end{aligned} \quad (2.11)$$

On retrouve bien évidemment le cas d'un essai à contrainte normale constante si  $KnC = 0$ .

### Les essais à dilataance imposée

Une dernière possibilité de solliciter l'échantillon est de le faire en imposant une direction  $du/dy$  fixée. Les paramètres d'un tel essai sont au nombre de deux : un angle  $\theta$  choisi entre 0 et 360 ° et une vitesse de sollicitation  $v_{diag}$ . On impose alors au cours de la sollicitation :

$$\begin{cases} X_C(t + dt) = X_C(t) + v_{diag} \times \cos(\theta dl) \times dt \\ Y_C(t + dt) = Y_C(t) + v_{diag} \times \sin(\theta dl) \times dt \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{du}{dy} = \tan(\theta dl) \text{ pour } \theta dl \neq \frac{\pi}{2} [\pi]$$

Les cas  $\theta dl = 0[\pi]$  et  $\theta dl = \frac{\pi}{2}[\pi]$  correspondent respectivement aux chemins DNC et DTC. De manière générale, on voit que l'on peut donc écrire, tant que  $\theta dl \neq \frac{\pi}{2}[\pi]$ ,

$$du + \tan(\theta dl) dy = 0$$

On rappelle qu'on peut établir une analogie avec les essais proportionnels axisymétriques de Darve *et al.* [35], définis par  $d\varepsilon_1 + 2Rd\varepsilon_3 = 0$ , où R est une caractéristique de l'essai.

En conclusion, nous présentons le tableau 2.2 où sont indiquées les valeurs des vitesses de sollicitation qui ont été utilisées.

De manière générale les essais de cisaillement peuvent se faire à vitesse plus élevée que celui de compression : une compression sollicite les interactions sphères-plaque supérieure dans

$v_{comp}$	Cas DNC	$v_{cis}$	Cas CNC	Cas KnC
0.04	0.5	0.07	0.1	

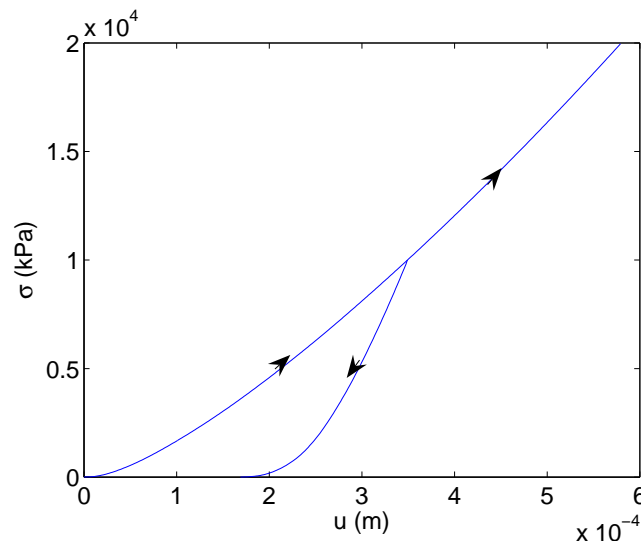
TAB. 2.2 – Vitesses (en m/s) des sollicitations numériques

leur direction normale, alors qu'un cisaillement implique plutôt les rigidités tangentielles de ces mêmes interactions. Les rigidités normales du modèle étant bien plus importantes que celles tangentielles, il convient de le prendre en compte pour le choix de la vitesse de sollicitation. Pour les mêmes considérations on utilise des valeurs différentes de vitesses de cisaillement suivant le type de cisaillement : vis à vis de l'essai DNC, les essais KnC et CNC mobilisent de plus en plus l'échantillon dans la direction verticale, il convient donc de baisser la vitesse de sollicitation.

## 2.3 Simulations d'essais de laboratoire

### 2.3.1 Comportement en compression du modèle numérique

La figure 2.6 présente le résultat d'une première compression œdométrique (chemin DTC) réalisée jusqu'à 20 MPa à partir de l'état initial de l'échantillon ( $\sigma = \tau = 0$  kPa ;  $u = \gamma = 0$  m). L'effet d'une décharge y figure également, cette décharge ayant été réalisée à partir d'une sauvegarde de l'état de l'échantillon numérique à 10 MPa.

FIG. 2.6 – Courbe  $\sigma(u)$  suite à un chemin DTC réalisé sous  $\gamma = 0$  avec le modèle numérique

On observe donc un comportement non linéaire et inélastique, comme cela avait été mis en avant par la littérature : Bandis *et al.* [7], Saeb et Amadei [86], Armand [5]. Lors de cette compression la contrainte tangentielle  $\tau$  est restée inférieure à 100 kPa, ce qui est jugé négligeable, c'est pourquoi ses variations ne sont ici pas représentées.

D'autres chemins DTC sont réalisés depuis d'autres états que l'état initial. Les figures 2.7, 2.8 et 2.9 montrent l'évolution des contraintes lors de chemins DTC réalisés, en charge et en

décharge, depuis des états initiaux plus ou moins cisailés. Ces états initiaux sont atteints après un chemin DTC depuis l'état initial jusqu'à 10 MPa, puis un cisaillement à contrainte normale constante égale à 10 MPa jusqu'à une certaine valeur de  $\gamma$ . Nous invitons le lecteur à se référer à la figure 2.13, où figure la courbe  $\tau(\gamma)$  pour cet essai CNC, afin de se faire une idée sur l'importance ou non de la valeur de  $\gamma$  atteinte.

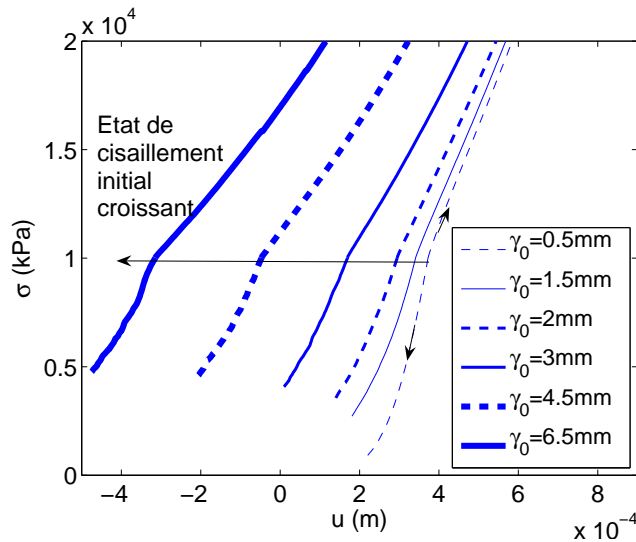


FIG. 2.7 – Courbe  $\sigma(u)$  suite à différents chemins DTC pour différents états de cisaillement initial, réalisés avec le modèle numérique (charges vers le haut, décharges vers le bas)

Ces résultats montrent donc que :

- Une compression, réalisée en charge ou en décharge, affecte parfois la valeur de  $\tau$ .
- L'influence de la compression sur  $\tau$  est plus importante dans le cas de la décharge que dans le cas de la charge.
- De manière générale les pentes des courbes  $\tau(u)$  pour ces essais augmentent avec l'état de cisaillement courant du joint.
- Pour une valeur de  $\gamma$  constante la pente de la courbe  $\tau(u)$  peut ne pas être constante : voir le cas de la courbe correspondant à la décharge sous  $\gamma_0 = 0.5$  mm par exemple.
- Pour la décharge depuis l'état le plus cisailé, le chemin de réponse  $\tau(\sigma)$  est linéaire en direction de l'origine. Nous montrerons que cela correspond en fait à une descente d'un critère du type Mohr Coulomb.

### 2.3.2 Comportement en cisaillement du modèle numérique

Nous venons de présenter les réponses du joint numérique à des sollicitations de compression. Pour ce qui est du comportement du joint en cisaillement, nous présentons des résultats d'essais numériques à déplacement normal constant (DNC) puis de cisaillement CNC et KNC.

#### Réponses du joint à un cisaillement DNC

Différents cisaillement DNC sont réalisés depuis différents états ( $\gamma = 0$  m ;  $u_0 = cste \neq 0$  m ;  $\sigma = \sigma_0 \neq 0$  ;  $\tau_0 \simeq 0$  Pa). Lors de ces cisaillements des sauvegardes de l'état du joint numérique sont parfois effectuées, sauvegardes qui sont ensuite utilisées pour réaliser à partir de



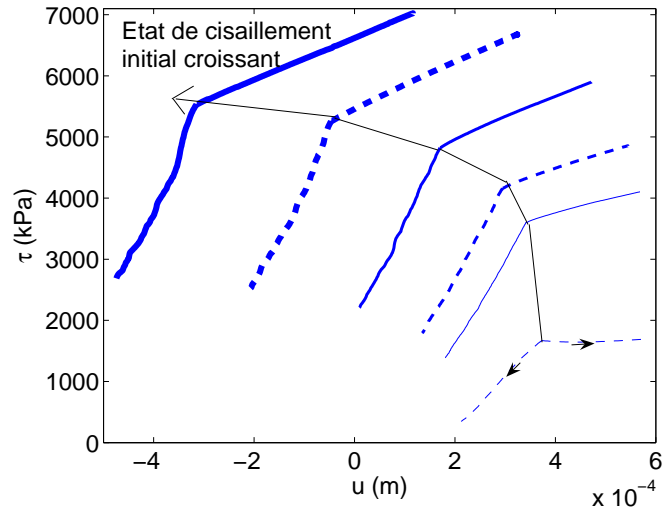


FIG. 2.8 – Courbe  $\tau(u)$  suite à différents chemins DTC pour différents états de cisaillement initial, réalisés avec le modèle numérique (charges vers la droite, décharges vers la gauche)

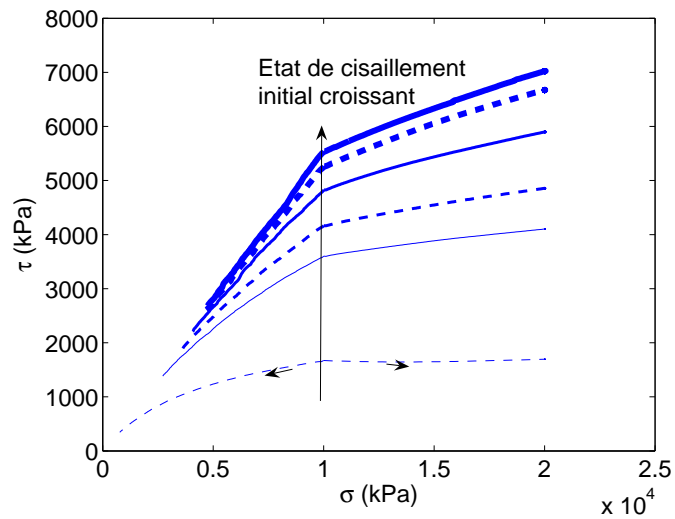


FIG. 2.9 – Courbe  $\tau(\sigma)$  suite à différents chemins DTC pour différents états de cisaillement initial, réalisés avec le modèle numérique (charges vers la droite, décharges vers la gauche)

ces états des décharges, i.e. des cisaillement dans le sens contraire. L'évolution des contraintes est représentée sur les figures 2.10, 2.11 et 2.12<sup>7</sup>.

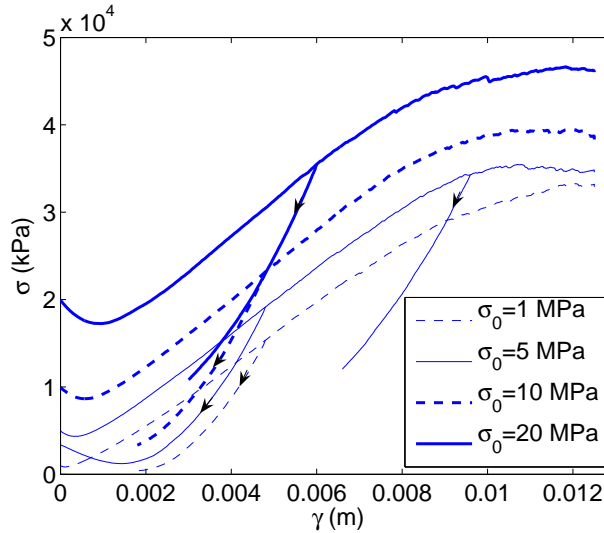


FIG. 2.10 – Courbe  $\sigma(\gamma)$  suite à différents chemins DNC pour différents  $\sigma_0$ , réalisés avec le modèle numérique

La figure 2.10 montre une évolution nette de  $\sigma$  lors d'un tel cisaillement. On observe d'abord un comportement contractant avec une diminution de la contrainte normale, puis cette contrainte normale augmente, ce qui révèle que notre modèle numérique est donc bien dilatatant comme le sont les joints rocheux (Barton [11], Leichnetz [66], Armand [5]). La considération de la figure 2.12 où sont représentés les chemins de ces essais dans le plan de Mohr montre que le passage d'un comportement contractant à un comportement dilatatant est gouverné par un angle de frottement caractéristique  $\varphi_c$  :

$$\text{Dilatance du joint numérique} \Leftrightarrow \frac{\tau}{\sigma} \geq \tan(\varphi_c)$$

Pour ce qui est de la valeur numérique, on a visiblement  $\varphi_c \simeq 12^\circ \pm 0.5^\circ$ . La dilatance s'interrompt finalement lorsque  $\sigma$  rejoint une valeur palier. Un autre palier est atteint en même temps sur la courbe  $\tau(\gamma)$ , ce qui correspond donc à l'existence d'un point asymptote dans le plan de Mohr. Ce point asymptote n'est pas unique pour tous ces cisaillements, comme on peut le voir sur la figure 2.12. Cette même figure montre que les courbes  $\tau(\sigma)$  des différents cisaillements semblent similaires avant d'atteindre leur point asymptote respectif, nous y reviendrons dans le paragraphe 2.7.1.

### Réponses du joint à un cisaillement CNC

Comme nous l'avons déjà dit les données expérimentales manquent pour le chemin de cisaillement DNC, ce qui n'est pas le cas pour les cisaillements CNC : réalisés à contrainte normale constante. Afin de pouvoir comparer, au moins qualitativement, les résultats numériques à des résultats expérimentaux différents essais numériques de cisaillement à contrainte normale constante, sous différentes contraintes normales, ont été réalisés. Les figures 2.13 et 2.14 en montrent les résultats.

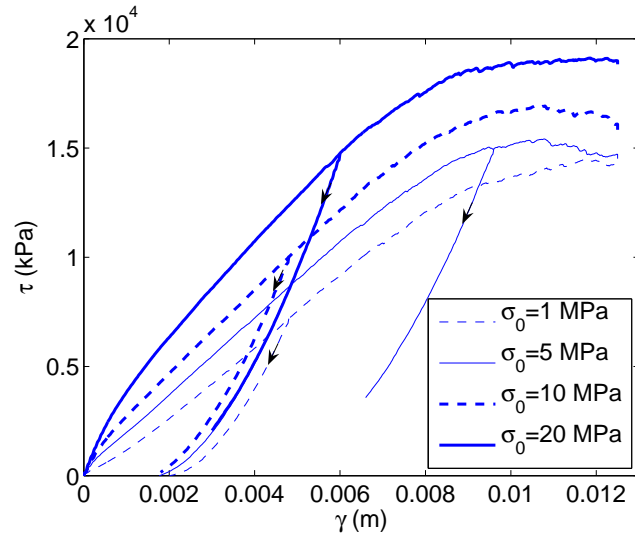


FIG. 2.11 – Courbe  $\tau(\gamma)$  suite à différents chemins DNC pour différents  $\sigma_0$ , réalisés avec le modèle numérique

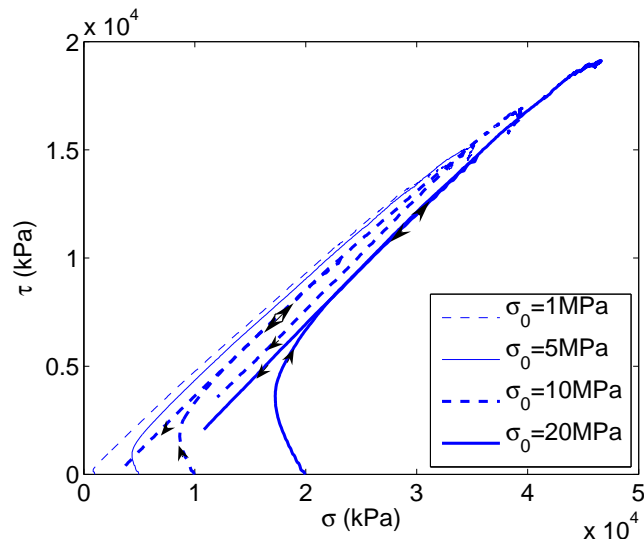


FIG. 2.12 – Courbe  $\tau(\sigma)$  suite à différents chemins DNC pour différents  $\sigma_0$ , réalisés avec le modèle numérique

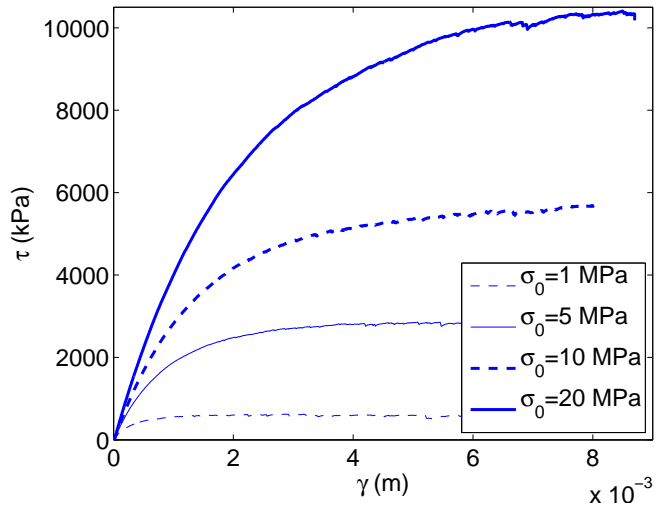


FIG. 2.13 – Courbe  $\tau(\gamma)$  suite à différents chemins CNC pour différents  $\sigma_0$ , réalisés avec le modèle numérique

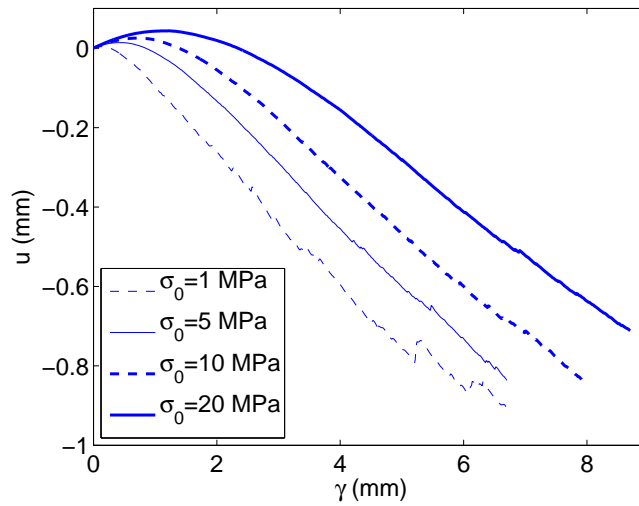


FIG. 2.14 – Courbe  $u(\gamma)$  suite à différents chemins CNC pour différents  $\sigma_0$ , réalisés avec le modèle numérique

Vis à vis des résultats de la littérature présentés au paragraphe 1.3.4, le modèle numérique présente donc bien une valeur maximale de  $\tau$  croissante avec  $\sigma$ , mais sans pic sur la courbe  $\tau(\gamma)$ . L'absence de pic s'explique par la densité de l'échantillon : lors de ces essais les valeurs de porosité sont comprises entre 0.37 et 0.42 (suivant la valeur de la contrainte normale, et le moment de l'essai), qui sont des valeurs assez élevées et rendent ainsi le comportement du modèle proche de celui d'un sable lâche pour lequel on n'a pas de pic de contraintes. On le retrouve dans les travaux de Plassiard [79] qui présente une étude de l'influence de la porosité, dans le cas de simulations 3D comme ici. Des essais triaxiaux y sont simulés pour des densités comprises entre 0.3 et 0.4. Les valeurs de 0.4 et 0.375 sont ainsi par exemple testées : on peut considérer qu'il n'apparaît dans ces résultats aucun pic de contrainte pour  $n=0.4$  et qu'il est très faible pour  $n=0.375$ .

On constate également que la raideur tangentielle (la pente de la courbe  $\tau(\gamma)$ ) augmente avec  $\sigma$ , comme cela avait été souligné par Bandis et co-auteurs [7] ou Armand [5]. Dans notre cas on ne peut toutefois clairement pas considérer que les valeurs de  $\gamma$  correspondant à la valeur maximale de  $\tau$  soient indépendantes de la contrainte normale, comme le suppose le modèle à "déplacement constant" (Goodamn [44], Saeb et Amadei [86]).

Pour ce qui est de la courbe  $u(\gamma)$ , on retrouve ce que l'on avait déduit de la courbe  $\sigma(\gamma)$  suite à un chemin DNC (figure 2.10), c'est à dire la succession d'un comportement contractant puis dilatant du joint. Malgré l'absence de pic en contrainte on a donc bien un échantillon en partie dilatant. Ici aussi le changement est gouverné par un rapport  $\tau/\sigma \simeq \tan(12.5^\circ \pm 0.5^\circ)$ , on retrouve donc bien presque exactement la même valeur d'angle caractéristique que celle déduite des essais DNC. Deuxièmement, on peut vérifier que le modèle numérique présente la même dépendance de la dilatace vis à vis de la contrainte normale que ce qui est énoncé dans la littérature : la dilatace est de moins en moins marquée au fur et à mesure que  $\sigma$  augmente (Leichnitz [66], Ladanyi et Archambault [63], Armand [5]). Enfin, notons par contre que, sur l'intervalle de valeurs de  $\gamma$  testées ici, notre modèle ne présente pas d'arrêt de la dilatace, même lorsque  $\tau$  a atteint son maximum.

## 2.4 À propos de la description de l'influence du cisaillement préalable

Nous avons vu que notre modèle numérique mettait en évidence, comme cela est noté dans la littérature, une influence du cisaillement préalable sur le comportement en compression du joint. Les essais DTC correspondants ont été référencés en les désignant par la valeur de déplacement relatif tangentiel  $\gamma$  courant. En référence aux "modèles à déplacement constant" préalablement mentionnés et qui considère par exemple la valeur de  $\gamma$  au pic de  $\tau$  comme une constante matérielle du joint, il paraît en effet naturel de rendre compte du cisaillement courant du joint via la valeur du déplacement  $\gamma$ , c'est ainsi le cas par exemple de la loi de comportement présentée par Leichnitz [66]. Comme nous l'avons vu, Bandis *et al.* [7] utilisent eux à la fois des lois formulées en déplacement ou en contrainte, sans qu'il n'apparaisse à vrai dire de différences significatives entre les deux dans leur cas. Dans le cas des critères décrivant la rupture d'un matériau, il est très courant d'utiliser des critères portant sur les valeurs de contraintes, type Mohr-Coulomb. Il est donc légitime de se demander qui, des valeurs de déplacement ou de contrainte tangentiel(le) décrivent le mieux l'état cisailé ou non d'un joint rocheux.

Afin de répondre à cette question, différentes sollicitations ont été imposées au modèle numérique. Ces sollicitations ont toutes présenté une décharge DTC finale, lors de laquelle a été mesurée la pente de la courbe  $\tau(u)$ , dont nous avons vu qu'elle devait dépendre du cisaillement courant du

<sup>7</sup> Afin de conserver la clarté de la figure, toutes les décharges ne sont pas représentées sur cette figure

joint. Cependant l'état à partir duquel ces décharges DTC ont été réalisées a été atteint de deux manières différentes :

- Dans certains cas, ces décharges DTC ont été réalisées depuis différentes valeurs de  $\gamma$  atteintes lors d'un cisaillement CNC. Les valeurs de  $d\tau/du$  mesurées alors lors de la décharge DTC constituent un “jeu 1”.
- Dans d'autres cas, c'est un cisaillement DNC qui a été imposé à l'échantillon, puis une charge DTC, avant que la décharge DTC ne soit réalisée. On a alors le “jeu 2” de mesures  $d\tau/du$ .

D'un jeu à l'autre, l'échantillon présentait alors, pour des mêmes valeurs de  $\gamma$ , des rapports  $\tau/\sigma$  différents. Afin de voir si cela a une influence ou pas, les deux jeux de pentes  $d\tau/du$  mesurées sont représentés en fonction de  $\gamma$  sur la figure 2.15, et en fonction de  $\tau/\sigma$  sur la figure 2.16.

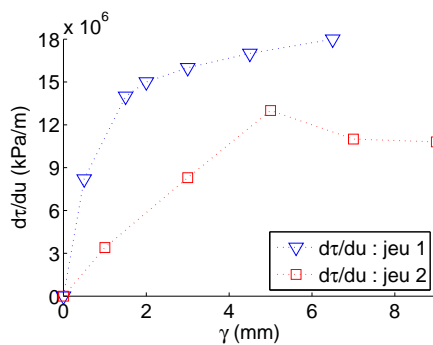


FIG. 2.15 –  $\frac{d\tau}{du}$  fonction de  $\gamma$

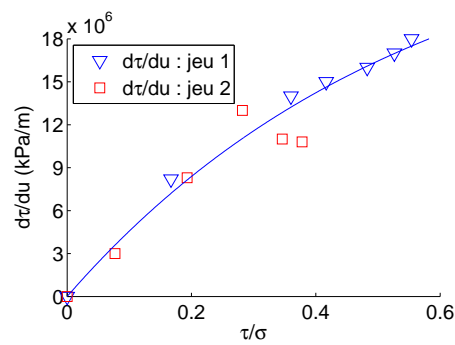


FIG. 2.16 –  $\frac{d\tau}{du}$  fonction de  $\frac{\tau}{\sigma}$

La représentation en fonction de  $\gamma$  de la figure 2.15 laisse donc apparaître une certaine dispersion des résultats, alors qu'une représentation en fonction de  $\tau/\sigma$  (la figure 2.16) semble permettre de définir une relation sensiblement unique reliant les pentes au cisaillement. C'est donc bien la variable  $\tau/\sigma$  qui semble être pertinente pour décrire le cisaillement d'un joint rocheux, plutôt que la valeur de  $\gamma$ .

Vis à vis de la littérature, cette remarque explique les observations réalisées par Bandis *et al.* [7], mentionnées au paragraphe 1.3.7. Pour ces auteurs, la décroissance, au cours de leur désenchevêtrement, des raideurs normales des joints testés semblait s'interrompre lorsque le pic de  $\tau$  était atteint : au-delà les valeurs de  $\gamma$  atteintes ne semblaient plus modifier ces raideurs normales. La description via le rapport  $\tau/\sigma$  qui est ici proposée permet donc de l'expliquer, sans avoir à distinguer différentes phases du comportement.

## 2.5 Validité “numérique” des résultats présentés

La pertinence des résultats qui viennent d'être présentés va maintenant être vérifiée. On commence ici par vérifier si les résultats numériques n'ont pas été faussés par des aspects purement numériques. En introduction de ces paragraphes, nous revenons brièvement sur la géométrie du modèle.

### 2.5.1 Validité de la géométrie du modèle

Nous avons fait le choix de représenter un joint rocheux par un modèle discret constitué d'un parallélépipède rempli d'éléments sphériques. Les comparaisons expérimentales qualitatives et

quantitatives, déjà effectuées ou à venir, indiquent que cette modélisation semble bien permettre de simuler le comportement d'un joint réel. Afin de justifier encore plus la construction qui a été effectuée, nous nous intéressons ici au choix qui avait été fait de caractériser l'état mécanique du modèle par les valeurs de force agissant sur la plaque supérieure (cf l'équation (2.9)). Il aurait été tout aussi possible de considérer la plaque inférieure, via la force qu'elle subit  $F_{inf}^{\vec{r}}$ , sans que cela ne doive affecter les résultats. De plus, dans le cas d'un joint rocheux réel, par le principe d'action réaction, on doit avoir une stricte égalité (en norme) de la force s'exerçant sur la face inférieure du bloc supérieur (i.e. notre plaque supérieure), avec celle agissant sur la face supérieure du bloc inférieur (i.e. notre plaque inférieure).

Dans le cas de notre modèle, du fait de la présence des plaques environnantes, il n'est pas acquis que cela soit le cas. En supposant premièrement que notre échantillon numérique puisse être considéré comme étant à l'équilibre, on peut en effet écrire, pour l'échantillon :

$$\Sigma F_{ext}^{\vec{r}} = \vec{0} \Leftrightarrow F_{sup}^{\vec{r}} \cdot \vec{y} = -F_{inf}^{\vec{r}} \cdot \vec{y} - \Sigma F_{lat}^{\vec{r}} \cdot \vec{y} \text{ et } -F_{sup}^{\vec{r}} \cdot \vec{x} = F_{inf}^{\vec{r}} \cdot \vec{y} + \Sigma F_{lat}^{\vec{r}} \cdot \vec{x}$$

La différence entre les valeurs de contrainte déduites de la considération de la plaque supérieure ou de celle inférieure dépend donc des forces subies par les plaques latérales  $\Sigma F_{lat}^{\vec{r}}$ . Tant que  $\gamma = 0$  par exemple on est sûr de ne pas avoir de différence pour la valeur de  $\sigma$  mesurée car, alors,  $\Sigma F_{lat}^{\vec{r}} \cdot \vec{y} = \vec{0}$ , puisque ces plaques, toutes tangentes à  $\vec{y}$  sont non frottantes. Les figures 2.17 et 2.18 permettent d'évaluer de manière plus générale les différences que l'on peut obtenir, dans les exemples des cas DTC et CNC (il s'agit des essais qui avaient été présentés aux paragraphes 2.3.1 et 2.3.2).

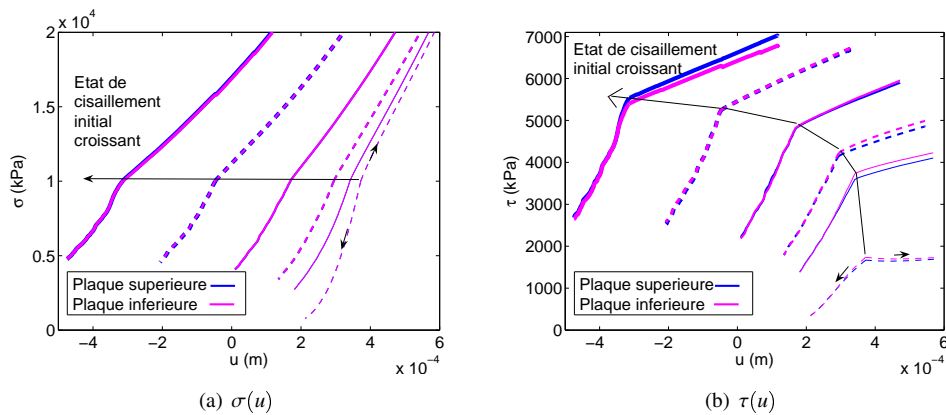


FIG. 2.17 – Influence du choix de la plaque considérée pour le calcul des contraintes : Essais DTC

Pour les essais DTC, les différences sur  $\sigma$  sont non significatives à l'échelle de la figure (figure 2.17(a)), quelque soit la valeur de  $\gamma$  ici testée. Elles apparaissent pour  $\tau$  (figure 2.17(b)) mais sont clairement négligeables. Il en est aussi de même pour  $\tau$  lors d'essais CNC. Lors de ces essais CNC, on remarque de plus que, grâce aux mouvements verticaux de la plaque supérieure, la contrainte normale agissant sur la plaque inférieure varie quasiment tout aussi peu que celle agissant sur la plaque supérieure.

Ainsi les résultats numériques sont bien indépendants de la définition des contraintes qui avait été posée (équation (2.9)). L'équivalence du comportement au niveau des plaques supérieure et inférieure suggère de plus que nos échantillons sont effectivement quasi à l'équilibre lors des sollicitations, comme on le vérifiera encore au paragraphe 2.5.2.

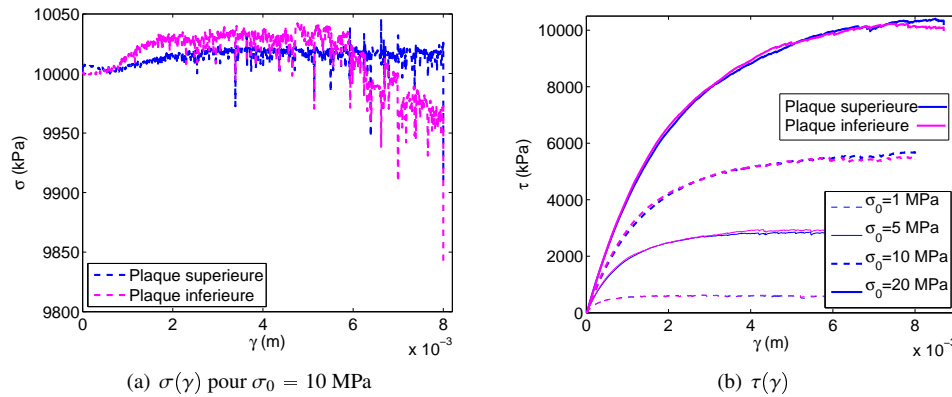


FIG. 2.18 – Influence du choix de la plaque considérée pour le calcul des contraintes : Essais CNC

### 2.5.2 Absence d’artefacts numériques

Nous avons vu au paragraphe 1.4.7, quelles étaient les vérifications à effectuer afin de s’assurer que les résultats numériques correspondent à une réalité physique. Nous allons ainsi ici vérifier que les résultats de nos simulations ne sont pas affectés par l’amortissement numérique, la vitesse de sollicitation ou la valeur du pas de temps utilisé. Auparavant, nous présenterons, en guise d’introduction, quelques réflexions sur la loi de contact elle-même.

#### Les effets numériques de la loi de contact

En introduction, nous revenons donc sur la définition de la loi de contact normale que nous utilisons (présentée au paragraphe 2.1.4). Celle-ci n’est en effet pas anodine vis à vis de ces aspects numériques, du fait de la différence des rigidités en charge et en décharge conduisant à l’inélasticité du comportement. Après avoir mentionné quelques aspects pratiques plus ou moins évidents, nous illustrerons les effets de cette inélasticité en considérant un exemple simple, considéré dans deux configurations différentes.

Pour ce qui est des détails pratiques, lors de la simulations d’essais CNC ou KNC, il faut faire attention à prendre en compte cette possibilité d’augmentation de la rigidité normale lorsqu’on calcule la rigidité de l’échantillon  $k_n^s$  (équations (2.10) ou (2.11)). Les mouvements verticaux ascendants de la plaque supérieure ayant tendance à faire baisser les valeurs d’interpénétration entre les éléments du système, il faut dans ce cas considérer  $K \times k_n$  (on rappelle que  $K = 4$  : voir tableau 2.1), au contraire de  $k_n$  lorsqu’on impose un mouvement vertical descendant. Par rapport à des simulations utilisant indifféremment la même rigidité  $k_n$ , le pas de temps doit également être diminué.

De plus, l’inélasticité du comportement peut évidemment faire apparaître des déformations ...plastiques, comme l’illustre l’exemple suivant. On considère la boîte utilisée dans le modèle du joint rocheux, mais ne contenant qu’une seule bille non pesante située au milieu de la hauteur de la boîte et de rayon  $R = 0.011 > \frac{h_0}{2}$  (voir figure 2.19). La bille est ainsi en contact, avec une interpénétration non nulle, avec les deux plaques supérieures et inférieures (et seulement avec ces plaques-ci), et est ainsi en équilibre sous les effets opposés des deux forces de contact non nulles. Une certaine vitesse initiale verticale ascendante,  $v_0$ , représentative d’une perturbation plus ou



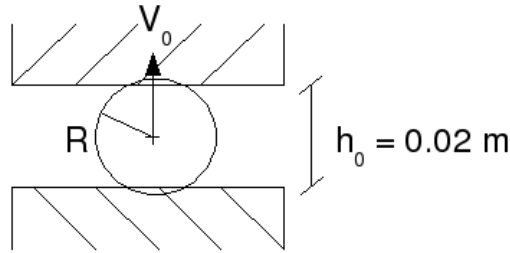


FIG. 2.19 – Étude des effets numériques de la loi de contact utilisée : exemple de simulation d’une perturbation

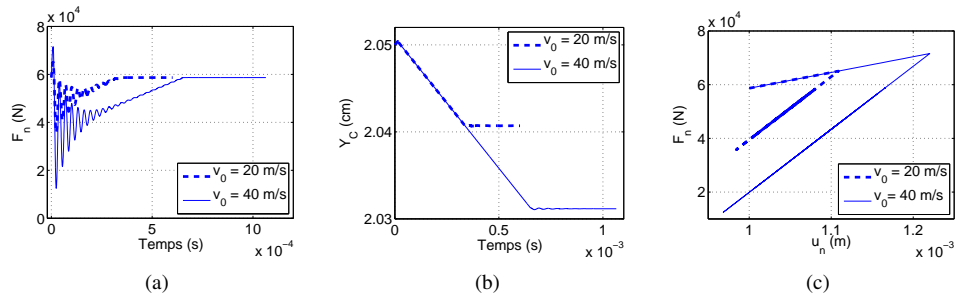


FIG. 2.20 – Effet d’une perturbation sur le cas d’une bille entre deux plaques (a)  $F_n$  du contact bille-plaque supérieure (b) Hauteur du centre de la plaque supérieure (c) Courbe  $F_n(u_n)$  du contact bille-plaque supérieure

moins importante, est appliquée à la bille, alors qu’on va chercher à maintenir la force de contact entre la bille et la plaque supérieure constante (à l’aide de l’algorithme de simulations d’essais CNC, équation (2.10)).

Les figures 2.20 (a), (b) et (c) représentent l’évolution du système. La figure 2.20(a) où est représentée l’évolution de la force de contact entre la bille et la plaque supérieure permet de vérifier que l’on retourne bien à la valeur de consigne (la valeur initiale), et que ceci est d’autant plus long que la perturbation initiale est importante. Les différences entre les positions d’équilibre de la plaque supérieure se constatent sur la figure 2.20(b), et s’expliquent grâce à la figure 2.20(c) : dans le cas d’une perturbation plus importante, la valeur maximale d’interpénétration atteinte est plus importante (il faut que le travail résistant de la force de contact ait annulé l’énergie cinétique initiale :  $\frac{1}{2}m \times v_0^2 = \frac{1}{2}k \times u_{nmax}^2$ ). Comme le point d’équilibre appartient ici à la droite de pente  $K \times k_n$  et qui passe par  $F_{nmax}; u_{nmax}$ , il présente nécessairement une valeur d’interpénétration d’autant plus grande que  $v_0$  est grande.

Il ne faut pas s’étonner d’obtenir des déplacements irréversibles lorsque l’on utilise des lois de contact non élastiques. Cependant, l’apparition de phénomènes plastiques dans un milieu discret n’est pas un phénomène anodin lorsqu’on cherche à analyser son comportement mécanique. Il faut donc faire attention à ce que les irréversibilités, et leurs amplitudes, qui peuvent ici apparaître soient bien le fruit de ce comportement mécanique, et non pas celui d’une agitation numérique, comme nous avons vu que cela pouvait être le cas.

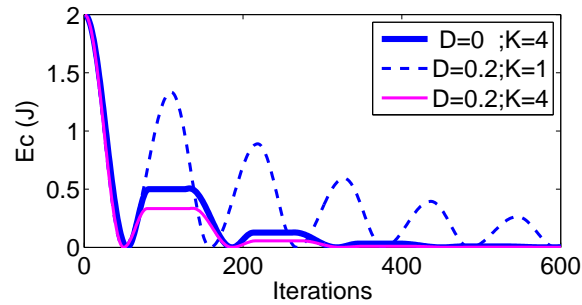


FIG. 2.21 – Influences de l’amortissement numérique, et de la loi de contact, sur l’énergie cinétique, pour l’exemple considéré

Tout ceci correspond en fait à la réalisation d’un cycle en force. Inversement si on réalise un cycle en déplacement (i.e. un cycle sur  $u_n$  plutôt que sur  $F_n$ ), on a un hystérésis dans la courbe  $F_n(u_n)$ , (voir figure 2.2) et donc une dissipation d’énergie. Dans ce cas de cycle sur les déplacements, la dissipation ici introduite semble avoir des effets plus importants que l’amortissement numérique introduit dans l’équation (2.7).

Afin de l’illustrer, on reconsidère l’exemple de la figure 2.19, mais avec  $R=0.1m$ . Ainsi cette fois la bille n’est initialement en contact avec aucune plaque (ou du moins, est-ce avec une interpénétration nulle). Elle possède ici une énergie cinétique initiale de 2 J. On laisse alors juste évoluer le système, sans chercher à maintenir aucune force constante, et toujours sans l’action de la gravité. Cet exemple permet de faire en sorte que la bille subisse quasiment en permanence une force de contact depuis l’une ou l’autre plaque, et ainsi d’avoir une influence continue à la fois de l’amortissement numérique, et de l’amortissement de la loi de contact (plutôt que l’étude de rebonds, sous l’effet de la gravité, d’une bille sur une plaque, pour lequel les effets de la loi de contact ne s’exerceraient uniquement qu’à chaque choc, alors que l’amortissement numérique agirait tout le temps). La figure 2.5.2, où est représentée l’évolution de l’énergie cinétique de la bille, permet de comparer les effets de ces deux différents amortissements. L’énergie est donc bien plus rapidement dissipée avec la loi de contact seule ( $D=0 ; K=4$ ) plutôt qu’avec l’amortissement numérique seul ( $D=0.2 ; K=1$ ). Dans ce cas, les résultats correspondant aux paramètres choisis pour nos simulations de joints rocheux, ( $D=0.2 ; K=4$ ), sont donc proches du cas non amorti numériquement ( $D=0 ; K=4$ ).

### Influence de l’amortissement numérique

Nous nous intéressons ici à l’amortissement numérique seul. Afin de vérifier qu’il n’influe pas sur les résultats, nous considérons l’exemple d’une simulation d’un essai CNC, sous  $\sigma = 10$  MPa, réalisé avec différentes valeurs de  $D$ . Les figures 2.22 (a) à (d) en présentent les résultats.

L’effet de l’amortissement est donc clairement visible sur la figure 2.22 (d) qui représente l’évolution de l’énergie cinétique de l’échantillon (tenant compte des vitesses de translation et de rotation des billes). On retrouve bien que plus l’amortissement est important, et plus l’énergie cinétique présente est faible.

Les effets de l’amortissement sur l’évolution des contraintes et des déplacements (figures 2.22 (a), (b), (c)) existent aussi mais sont toutefois limités. Un amortissement croissant semble faire augmenter la contrainte tangentielle  $\tau$  (figure 2.22 (b)), et la dilatance (figure 2.22 (c)). Quantitativement on obtient ainsi une valeur maximale de  $\tau$ ,  $\tau_{max} \approx 5428$  kPa dans le cas  $D=0.1$  au lieu de  $\tau_{max} \approx 5711$  kPa dans le cas  $D=0.8$ . Dans la plage de valeurs de  $D$  testées, l’amortissement

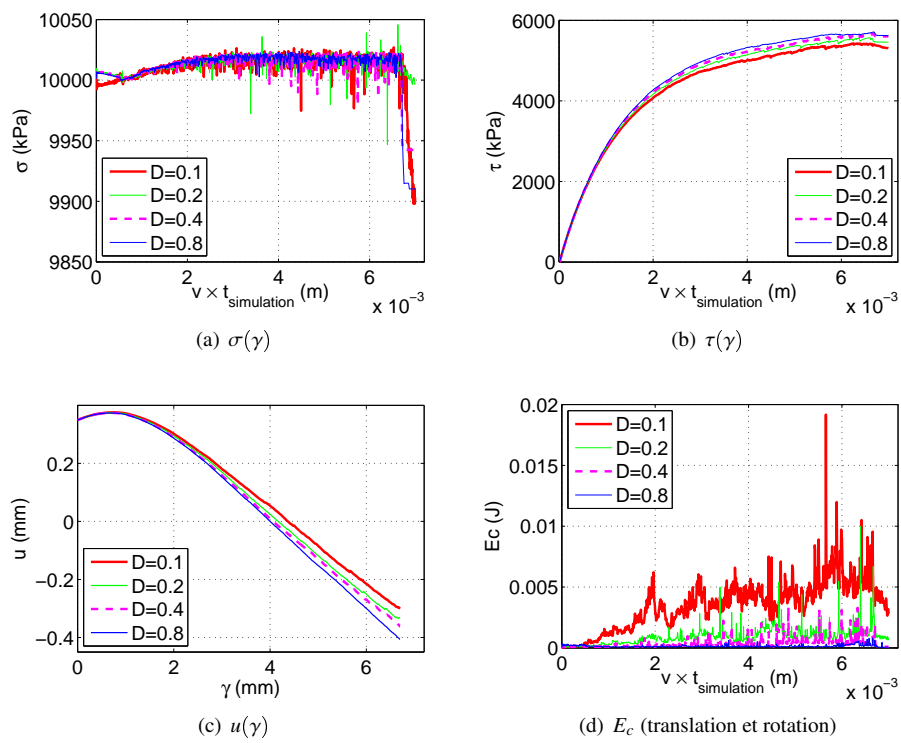


FIG. 2.22 – Influence de l'amortissement sur la simulation d'un essai CNC

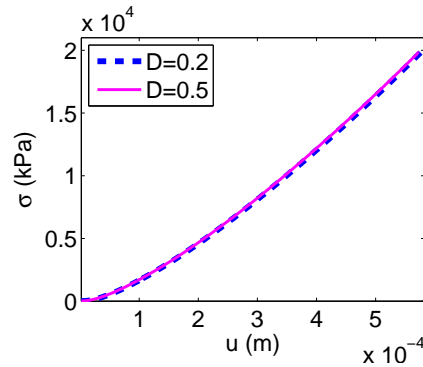


Fig. 2.23 – Influence de l’amortissement sur la simulation d’un essai DTC

ne semble donc fausser (vis à vis du cas idéal le moins amorti) cette valeur  $\tau_{max}$  que d’environ 5%. Notre valeur  $D=0.2$  que nous avons utilisée ne modifie donc quasiment pas les résultats.

Ces conclusions semblent également être valables dans le cas de simulations d’autres essais. La figure 2.23 permet de comparer les courbes  $\sigma(u)$  d’un essai DTC (depuis  $\sigma = \tau = 0$  kPa) pour deux valeurs d’amortissement. Les différences sont ici encore plus négligeables.

### Vérification de la quasi staticité des sollicitations numériques

Nous avons mentionné au paragraphe 1.4.7 qu’il fallait que l’échantillon numérique soit tout au long de la sollicitation dans un état d’équilibre (ou au moins proche d’un tel état), et que dans notre cadre des matériaux non visqueux, la vitesse de sollicitation numérique n’influence pas les résultats. Afin que les résultats numériques puissent refléter un comportement mécanique de matériau réel, i.e. qu’ils puissent correspondre à l’écriture d’une loi de comportement telle que celles présentées au paragraphe 1.3.7<sup>8</sup>. Pour le vérifier, nous avons utilisé plusieurs approches.

Premièrement, suite à la proposition de Mahboubi *et al.* [71], une grandeur nommée “Unbalanced Force” (abrégée  $U_f$ ) était enregistrée au cours des simulations. Sa définition permet de comparer la moyenne des sommes des forces agissant sur chaque sphère  $S$  à la moyenne des forces de contact  $\vec{F}_c$ , cette dernière moyenne ne prenant pas en compte les interactions présentant une force de contact nulle :

$$U_f = \frac{\text{Moyenne}[\text{Sphères } S] (\sum \vec{F}_{ext}(S))}{\text{Moyenne}[\text{Contacts présentant une } F_c \text{ non nulle}] (\|\vec{F}_c\|)} \quad (2.12)$$

$U_f$  est généralement compris entre 0 et 1 (des valeurs plus grandes que 1 sont toutefois possibles dans le cas d’échantillons “flottants” pour lesquels on a très peu d’interactions entre éléments). Pour un échantillon dont toutes les sphères sont rigoureusement à l’équilibre on a exactement  $U_f = 0$ . Cela n’est jamais le cas numériquement mais  $U_f$  sera d’autant plus proche de 0, et l’échantillon sera alors d’autant plus jugé à l’équilibre, que les sommes des forces extérieures sont petites. La comparaison avec la moyenne des forces de contact permet en fait de quantifier précisément ce terme de “petit”. Mahboubi conseille ainsi dans [71] une valeur maximale pour  $U_f$  de 1%.

Deuxièmement, comme le proposait Chareyre [23], différentes simulations, réalisées à différentes vitesses de sollicitation étaient réalisées puis comparées afin de vérifier que la dite-vitesse n’avait pas d’influence.

<sup>8</sup>Rappelons qu’une telle écriture sera présentée au chapitre 3

Et troisièmement, nous avons également souvent réalisé dans nos simulations un arrêt de la sollicitation afin de voir si les grandeurs mécaniques arrêtent bien d'évoluer à ce moment comme cela doit être le cas pour un échantillon à l'équilibre. Par exemple, lors de la simulation d'un cisaillement de 10 mm, nous réalisons encore quelques milliers de cycles une fois les 10 mm atteints afin de voir si les contraintes évoluent ou non. Pour les représentations graphiques, nous utiliserons ainsi dans ce paragraphe souvent une variable  $v \times t_{simulation}$  qui est égale au déplacement ( $u$  ou  $\gamma$ ) effectué tant que la sollicitation a lieu, et qui permet de rendre les courbes plus lisibles lorsque cette dernière s'arrête.

La figure 2.24 étudie le cas d'une simulation d'un essai DTC (depuis l'état vierge jusque 20 MPa) avec ces différentes analyses. Il apparaît premièrement que la valeur de vitesse de com-

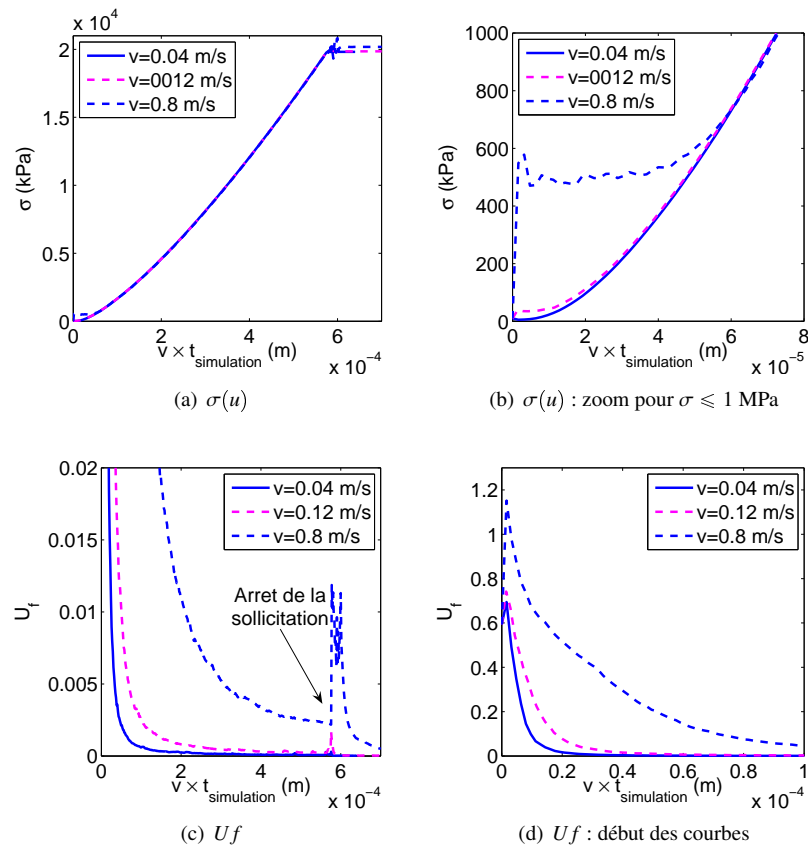


FIG. 2.24 – Influence de la vitesse de sollicitation sur un essai DTC

pression utilisée est suffisamment petite : on peut la multiplier par trois sans qu'il n'apparaisse aucune différence, excepté une légère au début, sur la courbe  $\sigma(u)$  (cf figures (a) et (b)). Dans le cas d'une vitesse bien plus grande (multipliée par 20), les différences sont invisibles pour la majeure partie de l'essai. Elles sont toutefois claires au début et à la fin de la simulation. En plus de présenter alors une allure de la courbe, éventuellement chaotique, différente de celle obtenue à vitesse de sollicitation plus réduite, on obtient, avec ces vitesses trop élevées des valeurs de contraintes amplifiées. Cette augmentation des contraintes avec la vitesse de sollicitation se retrouve dans les simulations 2D de Chareyre [23] et 3D de Plassiard [79].

Les perturbations visibles sur l'évolution des contraintes se retrouvent évidemment sur l'évolution d' $U_f$ . Cependant les perturbations de fin d'essai sont associées à des valeurs d' $U_f$  autour d'1%, alors qu'en début d'essai on avait apparemment retrouvé un comportement indépendant de la vitesse pour des valeurs d' $U_f$  encore autour de 15-20%. La considération du nombre moyens de contacts,  $z^9$  non représenté, permet peut être de l'expliquer. Au départ de l'essai l'échantillon est dans un état “gazeux” avec moins d'une interaction en moyenne par élément. Ce nombre  $z$  augmente rapidement au cours de l'essai mais est encore compris autour de 2.5, ce qui est faible, dans la phase de début d'essai considérée. À la fin de l'essai il atteint une valeur plus importante, autour de 4.5, ce qui modifie peut être le sens à donner aux valeurs d' $U_f$ .

La figure 2.25 permet de considérer les simulations d'essais DNC. Là encore la valeur utilisée pour les simulations (0.5 m/s) est validée puisqu'il n'apparaît aucune différence sur les courbes  $\tau(\gamma)$  et  $\sigma(\gamma)$  (figures (a) et (d)) avec une vitesse deux fois plus grande. Celles-ci apparaissent à partir de  $v=2$  m/s, en particulier pour  $\tau$  dont le début de l'évolution est modifié et qui chute plus à la fin de la sollicitation (survenant à  $v \times t = \gamma_{max} = 12.5$  mm). Pour  $\sigma$  on peut aussi observer (difficilement à cette échelle) une légère augmentation de la contractance pour  $v=2$  m/s. Là encore, les évolutions des contraintes sont le moins dépendantes de la vitesse pour les plus faibles valeurs d' $U_f$  : autour de 5 ‰ pour  $v=0.5$  m/s, considéré comme le cas idéal. Alors que les fluctuations de  $\tau$  du début d'essai à  $v=2$  m/s sont associées à des valeurs d' $U_f$  cinq fois plus importantes : autour de 2.5 ‰.

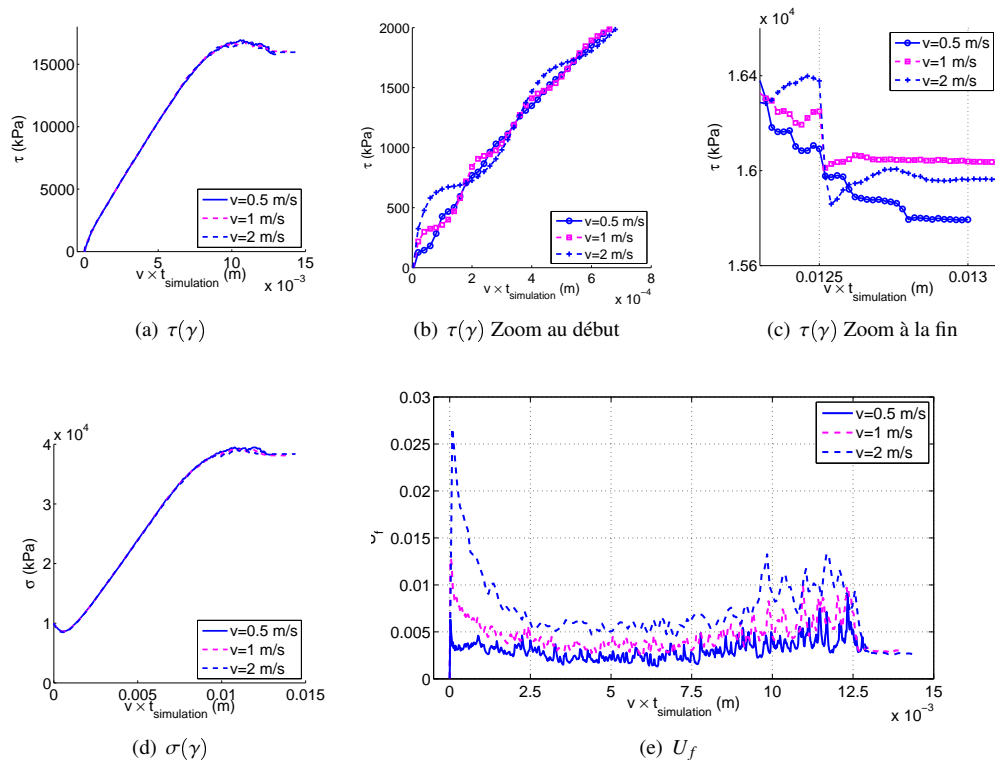


FIG. 2.25 – Influence de la vitesse de sollicitation sur un essai DNC

<sup>9</sup>Nombre de contacts sphère-sphère divisé par le nombre de sphères

Une dernière figure, la figure 2.26 s'intéresse au cas des sollicitations CNC. Les évolutions en cours d'essai des contraintes  $\tau$  et  $\sigma$ , du déplacement  $u$  et de la grandeur  $U_f$  sont représentées pour la simulation du même essai CNC, sous  $\sigma = 10$  MPa, mais à différentes vitesses. Là encore le choix de notre valeur de vitesse est validé : on peut la multiplier par 7 sans qu'il n'apparaisse de différence sur les courbes. Ces dernières sont par contre modifiées pour  $v = 2$  m/s : en particulier pour  $\tau$  dont le début de la courbe  $\tau(\gamma)$  est perturbé, et qui présente une chute d'environ 5 % de sa valeur à l'arrêt de la sollicitation. Alors que, parallèlement la méthode employée pour maintenir  $\sigma$  constante est de moins en moins efficace : on a des variations de  $\sigma$  de l'ordre de 8% si la vitesse est trop grande, alors qu'elles sont négligeables autrement. Les quelques effets observés de la vitesse sur la réponse correspondent ici encore à des valeurs d' $U_f$  autour de 2-2.5% alors qu'ils sont visiblement bien négligeables pour  $U_f \approx 5\%$ .

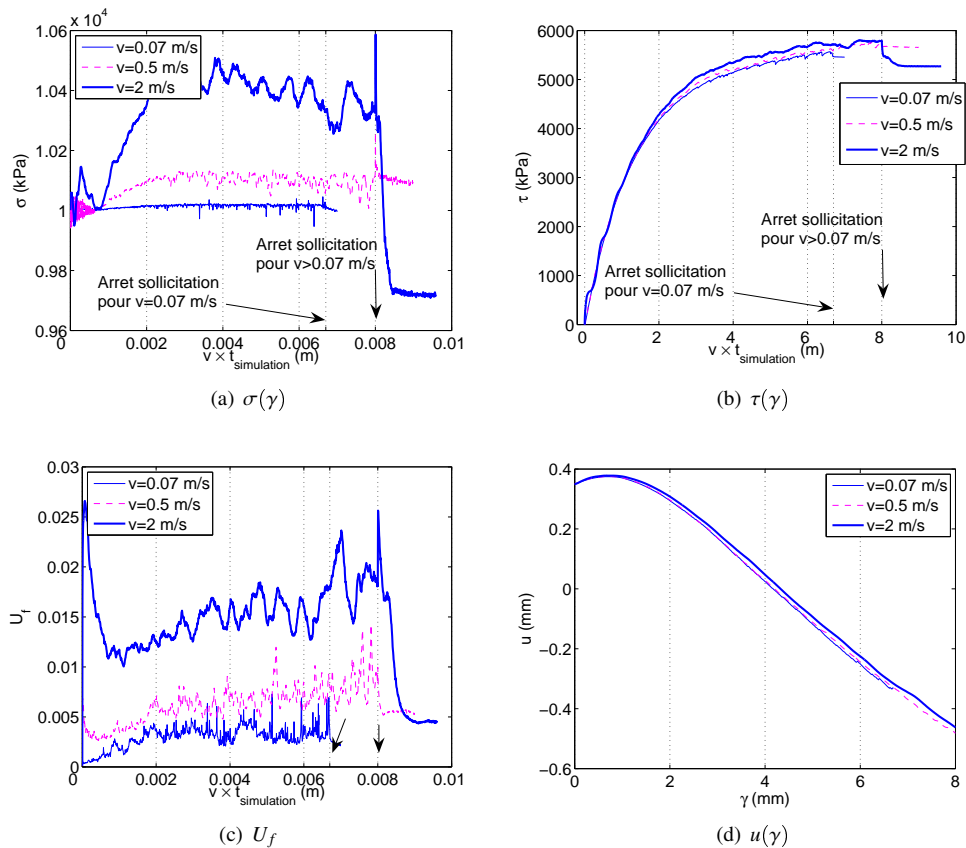


FIG. 2.26 – Influence de la vitesse de sollicitation sur un essai CNC

### Influence de la valeur du pas de temps utilisée

Tous les calculs ont été réalisés avec une valeur de pas de temps constante, égale à  $dt = 4 \times 10^{-7}$  s. La figure 2.27 permet de vérifier la pertinence de cette valeur, en considérant l'exemple d'une simulation d'un essai DNC : le même essai DNC, depuis  $\sigma_0 = 10$  MPa est simulé avec différentes valeurs de pas de temps. Lors d'un essai on fait également varier la vitesse de sollicitation en même temps que le pas de temps.

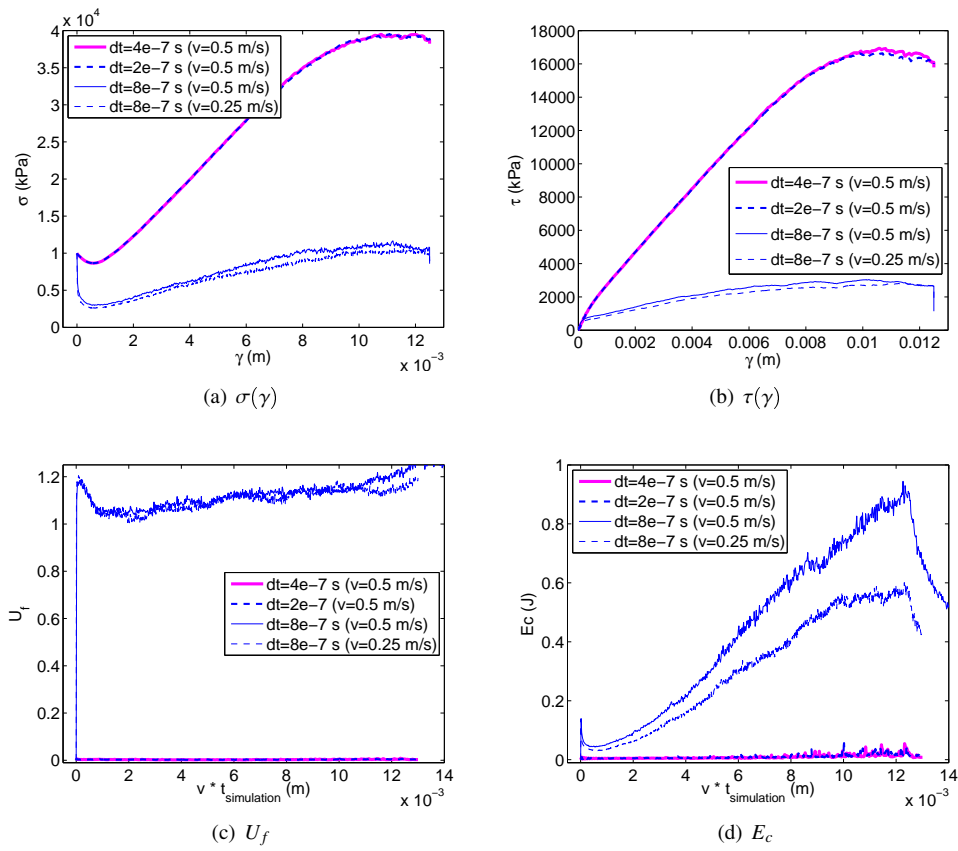


FIG. 2.27 – Simulation d’un essai DNC, pour différents pas de temps



On peut ainsi vérifier que  $dt = 4 \times 10^{-7} s$  est une valeur suffisamment petite de pas de temps puisque, en réalisant la même simulation avec un pas de temps deux fois plus petit :  $dt = 2 \times 10^{-7} s$ , il n'apparaît quasiment aucune différence sur les courbes  $\sigma(\gamma)$  (Figure 2.27(a)) et  $\tau(\gamma)$  (Figure 2.27(b)). Alors qu'un pas de temps deux fois plus grand,  $dt = 8 \times 10^{-7} s$ , modifie drastiquement ces mêmes courbes, avec en particulier une chute brutale et importante de  $\sigma$  au début du cisaillement, des oscillations parasites de  $\sigma$  plus importantes, des valeurs de  $\tau$  et  $\sigma$  beaucoup plus faibles, et une variation de  $\tau$  à l'arrêt de la sollicitation pouvant aller jusqu'à 50% de la valeur courante (cette variation aurait visiblement pu être encore plus importante si l'on avait poursuivi la simulation). Notons que le pas de temps  $dt$  et la vitesse de sollicitation  $v$  ont des influences bien disjointes puisque l'on observe qu'une diminution de moitié de la vitesse de sollicitation ne compense en aucun cas la multiplication par deux du pas de temps.

Tous ces écarts sur les évolutions des contraintes se retrouvent sur les figures 2.27(c), et 2.27(d) où sont représentées respectivement "l'unbalanced force"  $U_f$  et l'énergie cinétique  $E_c$ . On obtient ainsi des valeurs de  $U_f$  mêmes supérieures à 1 dans le cas  $dt = 8 \times 10^{-7} s$ , ce qui est caractéristique d'un échantillon avec des forces normales d'interaction très faibles (ceci est d'ailleurs à mettre en lien avec l'effondrement des contraintes normales), et une augmentation continue - jusqu'à l'arrêt de la sollicitation - de  $E_c$  vers des valeurs proches du Joule. Alors que dans les cas  $dt \leq 4 \times 10^{-7} s$ ,  $U_f$  vaut environ 0.005, et les valeurs d' $E_c$  sont comprises autour de 1 et  $2 \times 10^{-2} J$ .

Afin d'expliquer plus finement les différences de résultats, et l'instabilité apparente de l'échantillon dans le cas  $dt = 8 \times 10^{-7} s$ , nous rappelons qu'une valeur croissante du pas de temps, au delà d'une valeur critique, amplifie les oscillations toujours présentes dans les simulations de la MED qui se déroulent avec des lois "plus ou moins" élastiques. On retrouve d'ailleurs bien ces oscillations sur la courbe  $\sigma(\gamma)$  (Figure 2.27(a)). Ces oscillations conduisent à un état d'instabilité permanente (fortes valeurs d' $E_c$  et d' $U_f$ ) qui, lié à l'utilisation de notre loi de contact<sup>10</sup>, a entraîné la chute des valeurs de  $\sigma$  au début de la simulation, entraînant ensuite la faiblesse des valeurs de  $\tau$ .

## 2.6 Comparaisons à l'expérience

Les résultats du modèle numérique sont maintenant comparés à des résultats expérimentaux inédits. Des comparaisons avec la littérature nous ont déjà permis de montrer que notre modèle numérique reproduit bien qualitativement le comportement d'un joint rocheux. Les données expérimentales inédites qui seront présentées montreront que c'est également le cas quantitativement. Les expériences ont été menées dans le cadre du programme STABROCK (avec le soutien du PGCU) par le Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées (LRPC) de Toulouse grâce à l'intermédiaire de Muriel Gasc. Les échantillons sont constitués de gneiss et proviennent du site des Rochers de Valabres, situés dans les Alpes Maritimes. C'est d'ailleurs ce site qui fera l'objet du calcul d'application du chapitre 4.

Différents essais expérimentaux ont été réalisés : trois chemins DTC (compressions œdométriques) et un chemin DNC, et trois cisaillements CNC.

### 2.6.1 Des chemins DTC expérimentaux

Différentes compressions DTC ont été réalisées : elles comprennent toutes une charge jusqu'à 10 MPa, suivie d'une décharge, et ont été imposées sous des valeurs courantes de  $\gamma$  égales à 0 -

<sup>10</sup>Nous avons vu au paragraphe 2.5.2 qu'une perturbation, depuis un état caractérisé par une certaine contrainte normale  $\sigma_0$ , pouvait nécessiter de modifier la hauteur de la plaque supérieure afin de retrouver cette  $\sigma_0$ . Or, dans cet exemple d'essai DNC, la hauteur de la plaque n'est évidemment pas modifiée

0.13 - 0.74 et 10 mm. Toutes ces compressions ont été réalisées sur le même échantillon : après chaque cycle de charge-décharge sous une certaine valeur de  $\gamma$  l'échantillon est cisailé sous une contrainte normale constante de 0.5 MPa jusqu'à la valeur de  $\gamma$  suivante. Précisons que l'échantillon considéré présente un pic sur la courbe  $\tau(\gamma)$  d'un essai CNC, et que les trois premières valeurs de  $\gamma_0$  sont inférieures ou égales à  $\gamma_{pic}$ , alors que la dernière valeur de  $\gamma_0$  correspond au comportement post-pic.

Une fois la valeur  $\gamma = \gamma_0$  désirée atteinte, trois cycles de charge-décharge jusqu'à environ 5 MPa sont imposés afin de s'assurer que l'échantillon soit correctement en place. Les effets de ces cycles "de mise en place" ne sont pas représentés sur les figures. De plus, du fait des variations de  $u$  pendant le cisaillement à contrainte normale constante, les différents essais DTC ne commencent pas à la même valeur de  $u$ . Un décalage des données a ainsi été appliqué pour chaque essai afin que les différentes courbes fonction de  $u$  commencent toutes à 0 en abscisse.

Les figures 2.28, 2.29, 2.30 montrent les résultats des chemins DTC expérimentaux. Sur la courbe 2.28, qui représente l'évolution de  $\sigma$  en fonction de  $u$ , une courbe numérique correspondant à un essai numérique DTC sous  $\gamma_0 = 0$  mm figure également.

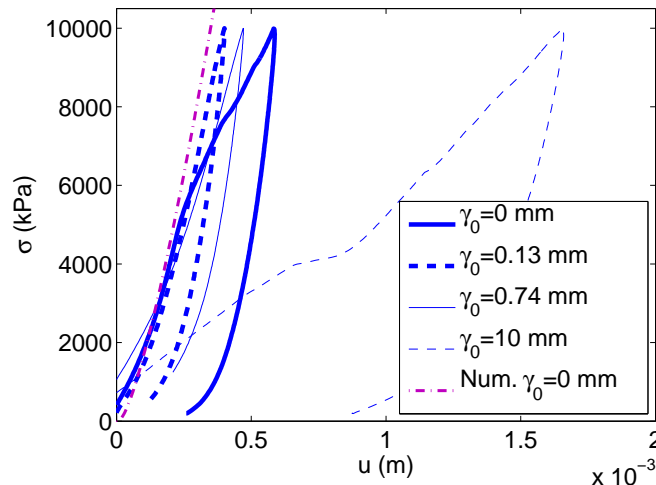
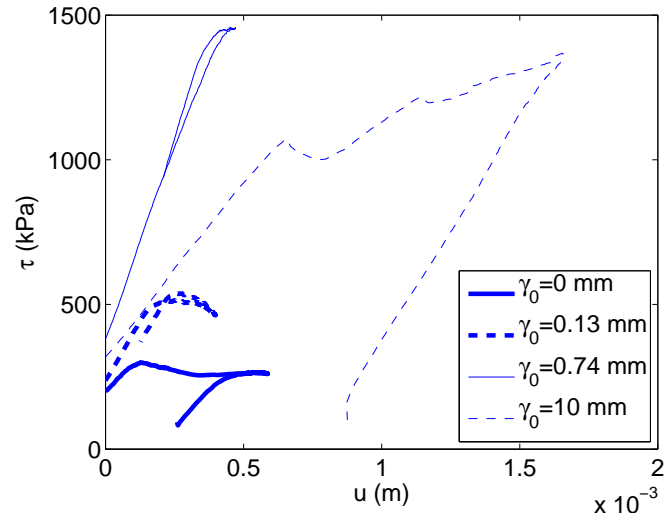
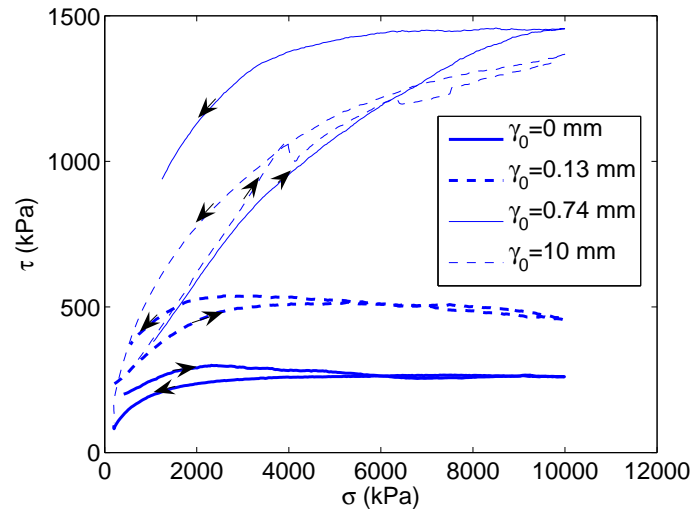


FIG. 2.28 – Courbes  $\sigma(u)$  pour des chemins DTC expérimentaux et numérique sous différents  $\gamma_0$

Pour ce qui est de l'évolution de  $\sigma$  lors de ces essais (cf figure 2.28), notons tout d'abord qu'expérimentalement on a une raideur normale sous  $\gamma_0 = 0$  mm qui semble égale à celle sous  $\gamma_0 = 0.13$  mm jusqu'à  $\sigma \simeq 5$  MPa, mais que, passée cette valeur de  $\sigma$ , la raideur sous  $\gamma_0 = 0$  mm est plus faible que celle sous  $\gamma_0 = 0.13$  mm. Ceci ne correspond pas à une décroissance de la raideur normale avec le cisaillement prédite classiquement (Bandis *et al.* [7]). Nous pouvons penser que ceci est un artefact dû aux cycles de charge-décharge jusqu'à 5 MPa (non représentés) réalisés avant chaque essai DTC représenté sur cette figure, et au fait que le même échantillon soit utilisé pour tous les essais DTC. En effet, lors de l'essai sous  $\gamma_0 = 0$  mm, l'échantillon n'avait ainsi connu dans son histoire antérieure qu'une contrainte normale maximale de 5 MPa due aux cycles de "mise en place" alors que pour l'essai sous  $\gamma_0 = 0.13$  mm il a déjà subi jusqu'à 10 MPa du fait de l'essai sous  $\gamma_0 = 0$  mm. Ceci a alors peut être pu provoquer un certain réarrangement du joint conduisant à une augmentation de la raideur normale, augmentation qui pourrait masquer la diminution due au cisaillement entre  $\gamma = 0$  et  $\gamma = 0.13$  mm.

Ceci mis à part on peut observer que la raideur en compression de notre essai numérique réalisé sous  $\gamma_0 = 0$  mm est très proche de celle obtenue expérimentalement pour les faibles ci-

FIG. 2.29 – Courbes  $\tau(u)$  pour des chemins DTC expérimentaux sous différents  $\gamma_0$ FIG. 2.30 – Courbes  $\tau(\sigma)$  pour des chemins DTC expérimentaux sous différents  $\gamma_0$

saillements ( $\gamma_0 = 0$  et 0.13 mm), et que, *en général*, l'échantillon expérimental voit bien sa raideur normale diminuer avec le cisaillement.

Pour ce qui concerne l'évolution de  $\tau$  (figure 2.29), les courbes sont plus difficiles à commenter. Nous retenons les différents points suivants :

- Les variations de  $\tau$  lors de la compression sont effectivement (comme pour le modèle numérique) de plus en plus importantes alors que le joint est dans un état de plus en plus cisailé.
- Les résultats expérimentaux semblent bien confirmer qu'il faille considérer le rapport  $\tau/\sigma$  plutôt que  $\gamma$  pour rendre compte de ce cisaillement du joint (voir paragraphe 2.4) : ceci permet en effet d'expliquer pourquoi l'essai sous  $\gamma_0 = 10$  mm présente une pente de  $\tau(u)$  plus faible que l'essai sous  $\gamma_0 = 0.74$  mm : le premier présente alors un rapport  $\tau/\sigma$  plus faible (voir figure 2.30), même si la valeur de  $\gamma_0$  est plus importante (ceci à cause de la présence du pic sur  $\tau(\gamma)$  en CNC).  
Ceci se retrouve également sur le premier essai à  $\gamma_0 = 0$  mm. Si l'influence de la compression sur  $\tau$  paraît négligeable en charge ( $du > 0$ ) il ne semble pas en être de même en décharge ( $du < 0$ ). La valeur nulle de  $\gamma_0$  pourrait alors remettre en cause les résultats du modèle numérique qui prédisent une non influence d'une compression sur  $\tau$  dans un état non cisailé. Cependant cet essai sous  $\gamma_0 = 0$  mm présente un rapport  $\tau/\sigma$  non nul (figure 2.30), et est donc effectivement à considérer dans un état cisailé.
- Cependant, on observe parfois expérimentalement, une diminution brutale de la pente de  $\tau(u)$  ( $\gamma_0 = 10$  mm) voire un palier ( $\gamma_0 = 0.13$  mm). Ceci n'avait jamais été observé numériquement.
- Enfin, si l'on excepte les parties des courbes expérimentales correspondant à ce palier, ces dernières font apparaître un comportement similaire en charge et en décharge, avec des pentes de  $\tau(u)$  similaires pour  $du > 0$  et  $du < 0$ . Le modèle numérique prévoyait quant à lui, une influence de  $du$  sur  $\tau$  plus importante lorsque  $du < 0$ .

### 2.6.2 Un chemin DNC expérimental

Un essai DNC a également été réalisé expérimentalement, depuis une contrainte initiale  $\sigma_0 \approx 2$  MPa. Nous avons souligné dans l'étude bibliographique du paragraphe 1.3.4 la difficulté de réaliser de tels essais. Nous commencerons donc par vérifier si, oui ou non, cet essai expérimental peut être considéré comme s'étant réellement déroulé à déplacement normal constant, puis nous présenterons les résultats proprement dits.

#### Vérification du caractère DNC de l'essai présenté

Lors de tous les essais, les déplacements normaux de la demi boîte mobile sont mesurés par quatre capteurs verticaux positionnés à chaque coin de la boîte. Les figures 2.31(a) et (b) représentent alors l'évolution des mesures des quatre capteurs séparément (figure 2.31(a)), puis de leur moyenne (figure 2.31(b)). Afin d'apprécier les valeurs mesurées, les mesures moyennes correspondant aux essais CNC sont également représentées sur la figure 2.31(b).

On observe donc que lors de l'essai la boîte n'est effectivement pas rigoureusement immobile verticalement. Elle subit de plus une certaine rotation : les mesures des quatre capteurs sont différentes. Cependant le déplacement relatif normal "moyen" semble atteindre un palier, dont la valeur est apparemment non négligeable mais limitée vis à vis des mesures correspondants à des conditions CNC.

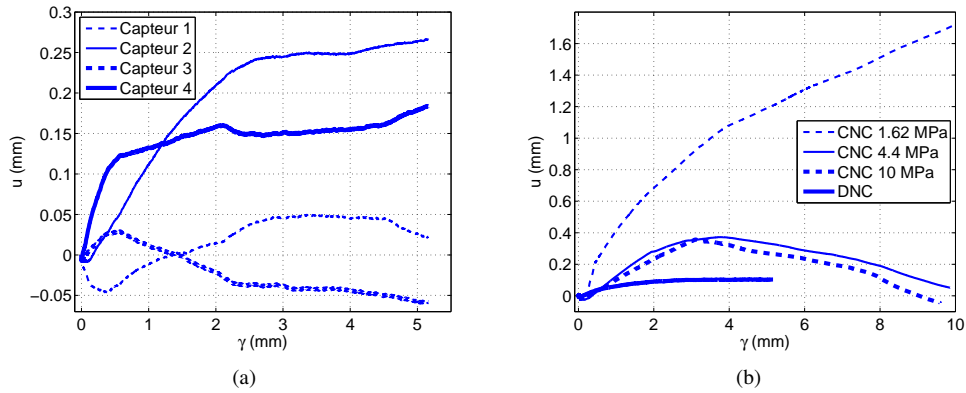


FIG. 2.31 – Déplacement relatif normal lors de l'essai DNC expérimental  
 (a) Mesure des quatre capteurs (b) Moyenne des quatre capteurs, comparée à des essais CNC

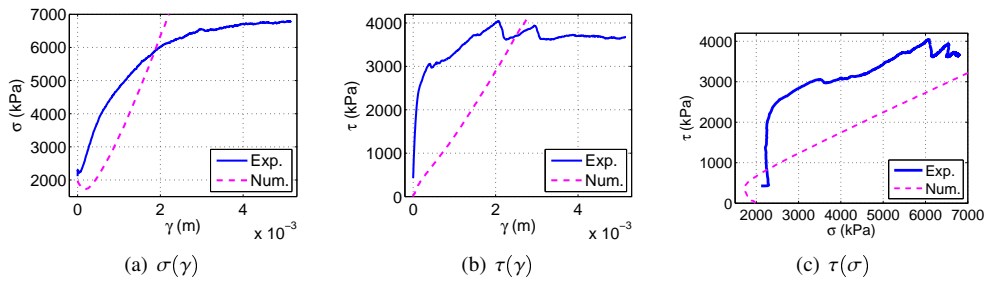


FIG. 2.32 – Résultats de l'essai DNC expérimental

### Courbes expérimentales de l'essai DNC

Les résultats expérimentaux de cet essai apparaissent sur les figures 2.32 (a), (b) et (c). De manière générale, notons, par rapport aux résultats numériques, que ce sont des valeurs de contraintes plus faibles qui sont atteintes expérimentalement ; de nombreux points communs apparaissent cependant.

Pour ce qui est de la contrainte normale  $\sigma$  (figure 2.32 (a)), l'allure est donc très semblable aux courbes obtenus numériquement (figure 2.10). On n'observe cependant quasiment pas de contractance expérimentalement alors que c'était toujours le cas numériquement. Quantitativement on mesure une pente  $\frac{d\sigma}{d\gamma}$ , dans la phase de dilatance, valant entre  $2$  et  $4 \times 10^6$  kPa/m, alors que l'on avait numériquement pour cette même pente environ  $3.4 \times 10^6$  kPa/m.

Pour ce qui est de  $\tau$  (figure 2.32 (b)), on atteint le palier beaucoup plus tôt (pour des valeurs de  $\gamma$  plus faibles) que numériquement. Un zoom sur le début de la courbe permet toutefois de calculer des valeurs de pente initiale  $\frac{d\tau}{d\gamma}$  autour de  $2 \times 10^6$  kPa/m, à nouveau proche des valeurs numériques qui étaient comprises entre  $1.2$  et  $3.8 \times 10^6$  kPa/m (voir la figure 2.11).

Finalement, le chemin suivi dans le plan de Mohr expérimentalement est qualitativement semblable à celui emprunté numériquement (voir figure 2.12) : avec une première partie fortement pentue, suivie d'une seconde partie où la courbe  $\tau(\sigma)$  suit plus ou moins une certaine direction jusqu'à atteindre un point asymptote. Quantitativement, des différences subsistent, liées aux dif-

férences entre les fins de courbes  $\tau(\gamma)$ . On a ainsi, avant d'atteindre le point asymptote une pente  $d\tau/d\sigma \approx 0.33 \approx \tan(18^\circ)$  alors qu'on était plus proche numériquement des  $25^\circ$ .

Les résultats numériques présentés dans le paragraphe 2.3 semblent donc pouvoir être considérés avec une confiance certaine : le paragraphe 2.5 avait montré qu'ils n'étaient visiblement pas affectés par quelque artefact numérique que ce soit, et on vient de voir ici qu'ils reproduisent, qualitativement et quantitativement, le comportement d'un joint rocheux.

## 2.7 Caractéristiques plastiques limites du joint numérique

Afin de continuer à examiner en détails les résultats fournis par le modèle numérique de joint, nous déterminons ici deux propriétés mécaniques générales : l'angle de frottement macroscopique obtenu, et la règle d'écoulement du joint numérique.

### 2.7.1 L'angle de frottement interne

Nous nous intéressons dans ce paragraphe à la surface, dans le plan de Mohr, constituée par les états  $(\tau, \sigma)$  admissibles par le modèle numérique : son critère de rupture, ou critère de plasticité limite. Nous supposons que ce critère peut s'écrire sous la forme  $\tau = \sigma \tan(\varphi)$  et cherchons à déterminer la valeur numérique de  $\varphi$ . Pour ce faire, nous considérons l'évolution de l'angle de frottement mobilisé :

$$\phi_{mob}(t) = \frac{\tau(t)}{\sigma(t)} \quad (2.13)$$

lors de plusieurs essais numériques : quatre essais DNC (ceux du paragraphe 2.3.2), trois essais CNC (cf paragraphe 2.3.2), et un essai DTC (paragraphe 2.3.1) depuis un état du joint complètement cisailé. Le maximum absolu de  $\phi_{mob}$  doit alors être égal à  $\varphi$ .

Différentes représentations de l'évolution de  $\phi_{mob}(t)$  apparaissent sur la figure 2.33 : en fonction de  $\tau$  (figure 2.33 (a)) ou de  $\sigma$  (figure 2.33 (b)). Les valeurs maximales (pour chaque essai) sont enfin représentées, en fonction de la valeur de  $\sigma$  correspondante, sur la figure (figure 2.33 (c)). Les différents essais CNC, ou DNC, sont désignés par leurs valeurs initiales de contrainte normale  $\sigma_0$ .

Différentes remarques sont à formuler.

- Le maximum de  $\phi_{mob}$  dépend donc du type d'essai : ainsi les essais DNC atteignent des valeurs de  $\phi_{mob}$  plus réduites que les essais CNC par exemple. Nous en déduisons que les essais DNC ne remontent en fait pas tout à fait le critère de plasticité limite mais une trajectoire plus ou moins rectiligne (cf les paliers de  $\phi_{mob}$  atteints par ces essais DNC) située légèrement sous le critère.
- Pour un même type d'essai, le maximum de  $\phi_{mob}$  dépend de la valeur de la contrainte normale  $\sigma$  (cf figure 2.33 (c)). Chareyre [23], par exemple, l'avait également observé lors de ses simulations discrètes.
- La décharge œdométrique, depuis l'état complètement cisailé, semble descendre le critère de Mohr Coulomb :  $\phi_{mob}$  est constant, égal à la valeur maximale qu'il peut avoir pour la valeur de contrainte normale courante.

$\varphi$  est donc à déterminer à partir des essais CNC (ou DTC). Si l'on néglige sa variation en fonction de la contrainte normale  $\sigma$  (une baisse de  $32^\circ$  à  $28^\circ$  lorsque  $\sigma$  passe de 1 à 20 MPa), on peut retenir une valeur moyenne de  $29 - 30^\circ$ .

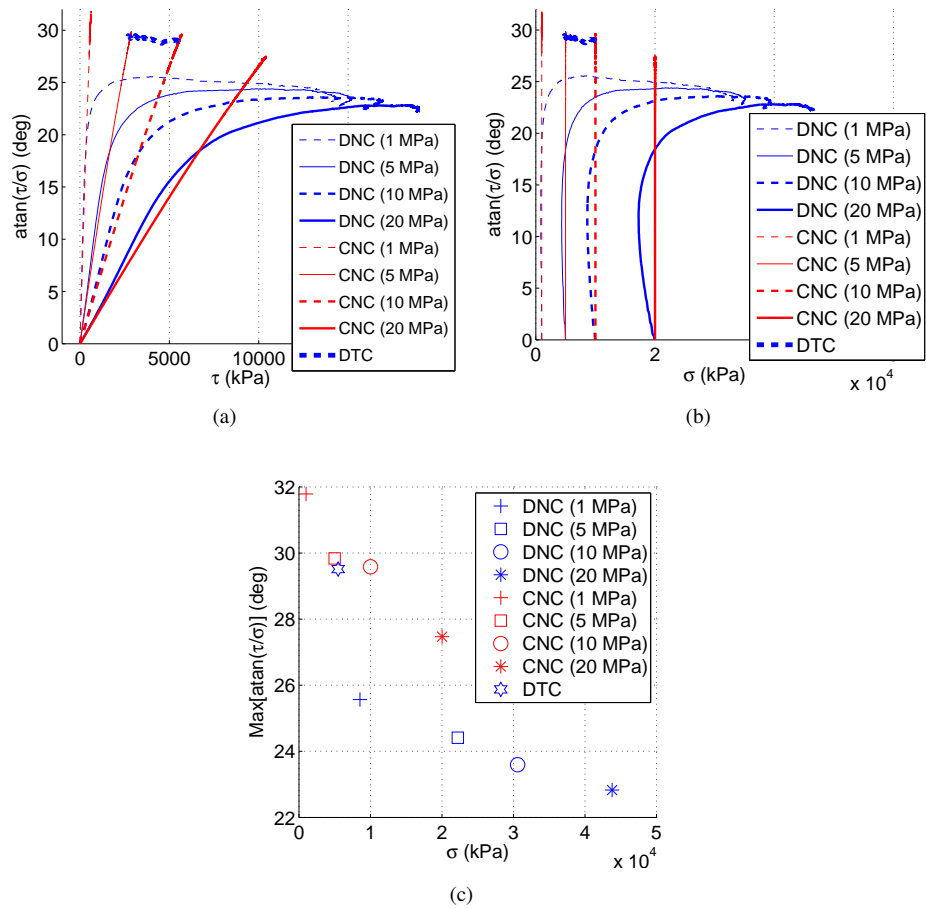


FIG. 2.33 – Évolution de  $\phi_{mob}$  au cours de différents essais numériques, et selon différentes représentations

### 2.7.2 Règle d'écoulement

Un critère de plasticité limite ayant été proposé pour le modèle numérique, nous nous intéressons ici à la règle d'écoulement correspondante. Le concept de règle d'écoulement correspond en général, dans le cadre de l'élasto-plasticité, à la direction des déformations plastiques qui surviennent alors que la limite d'élasticité du matériau a été atteinte. Nous n'identifions toutefois ici ni direction élastique, ni direction plastique, et par conséquent aucune limite d'élasticité pour notre modèle numérique. Cependant, et c'est une définition voisine, nous considérons que l'on peut définir une direction précise des déplacements qui peuvent survenir alors que l'état  $(\tau; \sigma)$  du matériau reste constant, situé sur le critère de plasticité limite. Et c'est cette direction que l'on nommera règle d'écoulement.

Pour ce faire, différents essais numériques à dilataance imposée sont réalisés depuis un état complètement cisailé (une sauvegarde à la fin d'un essai CNC, sous  $\sigma = 10$  MPa, alors que le palier de  $\tau$  a été atteint). Ayant été présentés au paragraphe 2.2.3, ces essais sont donc contrôlés en imposant au cours de l'essai, à vitesse de sollicitation constante,  $du = -d\gamma \tan(\theta dl)$ . La vitesse de sollicitation  $v_{diag}$  est choisie en fonction de l'angle  $\theta dl$  et des vitesses  $v_{comp}$  et  $v_{cisDNC}$  qui avaient été retenues pour les essais DNC et DTC : si  $\theta dl = 0[\pi]$ , on réalise en fait un essai DNC, on peut prendre  $v_{diag} = v_{cisDNC}$ . Il faut ensuite la baisser alors que  $\theta dl$  augmente vers  $\pi/2[\pi]$ , et qu'on se rapproche de l'essai DTC. Des valeurs de  $\theta dl$  comprises entre  $[-15^\circ; 20^\circ]$  sont testées, les évolutions correspondantes des contraintes sont représentées sur la figure 2.34. Il apparaît donc, en fonction de l'angle  $\theta dl$ , des essais dont l'état de contraintes sem-

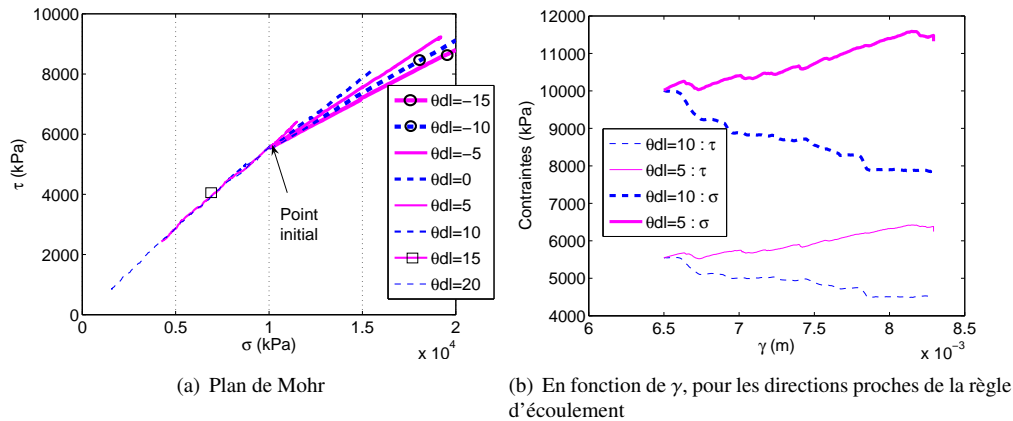


FIG. 2.34 – Évolution des contraintes pour différents essais diagonaux, depuis un état complètement cisailé

ble descendre le critère de plasticité limite  $\tau = \sigma \tan(\varphi)$  : pour  $\theta dl \in 10^\circ; 15^\circ; 20^\circ$ , alors que pour  $\theta dl \in -20^\circ; -15^\circ; -10^\circ; -5^\circ; 0^\circ; 5^\circ$ , l'état de contraintes le remonte voire le quitte. On peut donc imaginer que pour  $5^\circ < \theta dl < 10^\circ$ , il existe bien une direction de déplacement pour laquelle les contraintes n'évoluent pas. Nous proposons donc comme règle d'écoulement pour notre modèle numérique une direction  $du/d\gamma$  définie par

$$5^\circ < \arctan\left(-\frac{du}{d\gamma}\right) < 10^\circ \quad (2.14)$$

Ceci correspond donc à une légère dilataance.



## 2.8 Influence de la LTM

Une des particularités de ce travail réside dans l’objet d’étude des simulations discrètes qui ont été réalisées. On s’est attaché ici à retrouver le comportement d’un joint rocheux alors que les travaux des auteurs utilisant la MED en géomécanique concernent plutôt généralement des sols (Sibille *et al.* [92], Calvetti *et al.* [20]). Ces deux matériaux se différencient en particulier par leur valeur d’angle de frottement, en général plus faible dans les cas des sols (autour de 30° - pour les valeurs de pic) que des joints rocheux (autour de 35°). Ce sont les difficultés rencontrées par les utilisateurs de la MED, déjà dans le cas des sols, à retrouver les valeurs d’angle de frottement macroscopique (voir le paragraphe 1.4.3) qui ont motivé le choix d’utiliser dans le modèle discret une loi de transfert de moment, parallèlement à une valeur d’angle de frottement local élevé ( $\phi_{micro} = 37^\circ$ , voir tableau 2.1). Ainsi une valeur macroscopique  $\varphi = 29^\circ$  a pu être atteinte (cf paragraphe 2.7.1). Nous présentons dans ce paragraphe une étude de sensibilité de cette valeur vis à vis des paramètres de la LTM, et de la valeur de  $\phi_{micro}$ . Juste auparavant, des comparaisons plus générales sur l’influence de la LTM auront été présentées.

### 2.8.1 Influence de la LTM sur le comportement mécanique du modèle

Afin d’étudier tout d’abord qualitativement l’influence de la LTM sur le comportement du modèle numérique, un second échantillon numérique est obtenu à partir de l’état initial de celui utilisé jusqu’ici, et en modifiant significativement (division par 20) les valeurs des paramètres locaux  $\beta_r$  et  $\eta_r$ . Le jeu des paramètres de ce second modèle, différent de celui présenté au tableau 2.1 uniquement pour ces deux grandeurs, est alors résumé au tableau 2.3. La figure 2.35 permet de comparer alors le comportement du modèle de joint avec ces deux jeux de paramètres, pour différentes sollicitations.

Y (Pa)	P	$\phi_{micro}$ (°)	K	$\beta_r$	$\eta_r$
4.0e9	0.04	37	4	0.006	0.05

Tab. 2.3 – Paramètres micro-mécaniques du modèle discret : Jeu 2 (LTM plus faible)

On remarque ainsi que :

- Le comportement en compression du joint, du moins dans un état non cisailé, n’est que peu affecté par la LTM : voir figure 2.35(a).
- Il y a une influence sur la dilataance : celle-ci est plus marquée dans le cas d’une LTM “forte” : voir les figures 2.35(b) et (c).
- Le comportement initial dans la direction tangentielle ne paraît pas être affecté par la LTM : il semble que les courbes de la figure 2.35(d) aient la même tangente initiale. Les pente de ces courbes diminuent toutefois plus rapidement au cours de l’essai dans le cas d’une LTM “faible”.

L’influence de la LTM sur l’angle de frottement macroscopique n’apparaît pas directement sur ces courbes. Elle est étudiée en détail, à l’aide d’autres simulations, au paragraphe suivant.

### 2.8.2 Influence de la LTM sur l’angle de frottement macroscopique

Afin de quantifier plus précisément l’influence de la LTM, en lien avec la valeur de  $\phi_{micro}$ , sur l’angle macroscopique obtenu, différentes simulations d’essais CNC, sous  $\sigma = 5$  MPa sont réalisées, pour différentes valeurs de  $\phi_{micro}$  et de  $\beta_r$ . En lien avec les conclusions du paragraphe

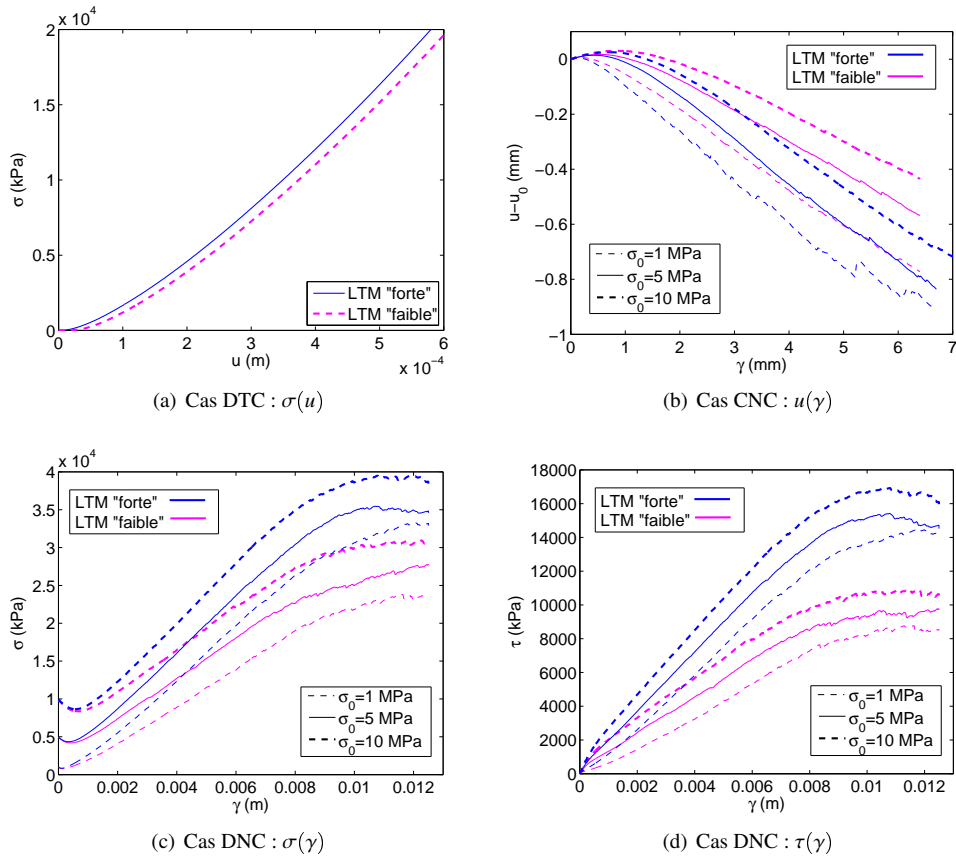


FIG. 2.35 – Influence de la LTM sur le comportement du modèle numérique

2.7.1, l'angle de frottement macroscopique est déduit du rapport  $\tau_{max}/\sigma_0$ . La figure 2.36 montre son évolution, en fonction de  $\beta_r$ , pour les différentes valeurs de  $\phi_{micro}$  testées. Notons que dans tout ceci, les valeurs de  $\eta_r$  n'ont pas été modifiées : seule la raideur intervenant dans le calcul du moment,  $\beta_r$ , est modifiée, pas la valeur seuil, liée à  $\eta_r$ . On peut penser que dans notre cas cela n'a pas d'importance : même dans le cas des valeurs les plus élevées de  $\beta_r$  seule une faible portion des interactions ont atteint leur seuil de moment : 12% dans le cas ( $\beta_r = 5; \phi_{micro} = 37^\circ$ ), 7% dans le cas ( $\beta_r = 2; \phi_{micro} = 30^\circ$ ) par exemple.

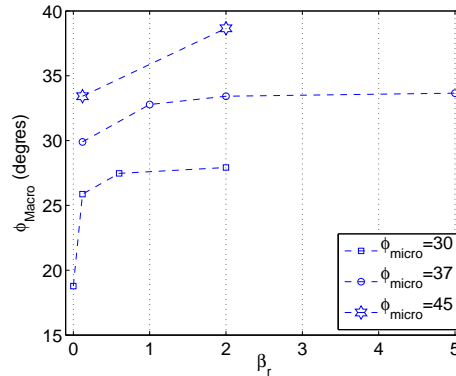


FIG. 2.36 – Évolution de l'angle macroscopique en fonction de la LTM utilisée

Comme prévu, l'utilisation d'une LTM permet donc d'augmenter significativement l'angle de frottement macroscopique. L'influence semble être importante dès que l'on introduit cette LTM, même avec des valeurs faibles de raideur en rotation (faibles  $\beta_r$ ). Puis on semble atteindre un palier : une valeur maximale d'angle macroscopique  $\varphi$  qu'il semble difficile de dépasser même en continuant d'augmenter  $\beta_r$ . Notons que les simulations qui ont été ici réalisées ont révélé une augmentation de la dilataance des échantillons avec la valeur d'angle de frottement local, comme cela avait déjà été observé par de nombreux auteurs (Bathrust et Rothenburg, [12], Mahboubi *et al.* [71], Morgan [73], Calvetti *et al.* [20] ou encore Plassiard *et al.* [80] par exemple).

Comme on l'avait mentionné au paragraphe 1.4.3 une autre possibilité pour augmenter l'angle de frottement macroscopique est d'utiliser des "clumps" : des éléments non-sphériques constitués d'assemblages rigides d'éléments sphériques. La figure 2.37, issue des travaux de Szarf *et al.* [96], représente justement l'évolution de l'angle macroscopique, en fonction de la "non-sphéricité" obtenue des éléments clumps, quantifiée par le paramètre  $\alpha$  qui avait été définie à la figure 1.13. L'angle macroscopique qui est ici représenté est obtenu à partir du pic de contraintes lors de simulations 2D d'essais biaxiaux, sur des échantillons denses.

Vis à vis de l'utilisation d'une LTM, celle de clumps semble permettre d'augmenter un peu plus facilement la valeur d'angle de frottement macroscopique : les gains sont ici de l'ordre de  $15^\circ$ , alors qu'ils étaient autour de  $10^\circ$  avec la LTM. Il faut cependant remarquer que l'on semble obtenir la même allure que sur la figure 2.36 avec en particulier un palier sur la valeur de  $\phi$  lorsqu'on augmente de plus en plus  $\alpha$ , de la même manière que l'on en obtenait un en utilisant une LTM de plus en plus forte.

En conclusion de ces deux paragraphes, mentionnons qu'une étude de même genre peut être trouvée dans les travaux récents de Plassiard *et al.* [80]. Dans ceux-ci des simulations discrètes 3D d'essais tri-axiaux sont réalisées avec une loi de contact entre éléments quasiment identique à celle utilisée ici. Les auteurs réalisent une étude paramétrique, en particulier en testant quatre

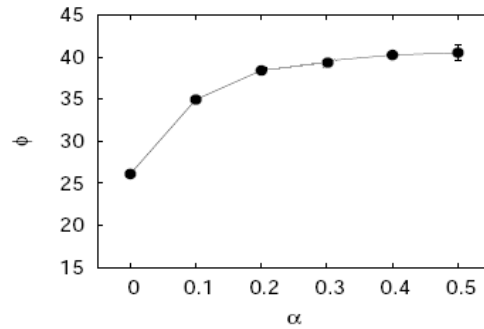


FIG. 2.37 – Évolution de l'angle macroscopique en fonction des clumps utilisés, tirée de (Szarf *et al.* [96])

valeurs de  $\beta_r$  : 0.1 - 0.3 - 1 et 3.0. L'augmentation avec  $\beta_r$  de  $\varphi_{macro}$ , déduit du pic des contraintes, est également observée : un dépouillement supplémentaire de leurs résultats montre que, également pour ces travaux l'influence de  $\beta_r$  sur  $\varphi_{macro}$  est de moins en moins importante lorsque  $\beta_r$  augmente. On peut le vérifier sur la figure 2.38. Notons que les valeurs d'angle de frottement atteintes sont dans ces travaux bien plus élevées : elles ont été obtenues avec un angle de frottement local de  $17^\circ$ , plus faible que les nôtres mais avec une plus grande densité  $n \approx 0.35$ . Les auteurs retiennent également une faible influence sur l'angle dilatance au pic ( $= d\varepsilon_v/d\varepsilon_1$  pour  $q = q_{pic}$ ), elle est toutefois difficile à vérifier d'après leurs résultats alors que cette influence semble apparaître clairement ici.

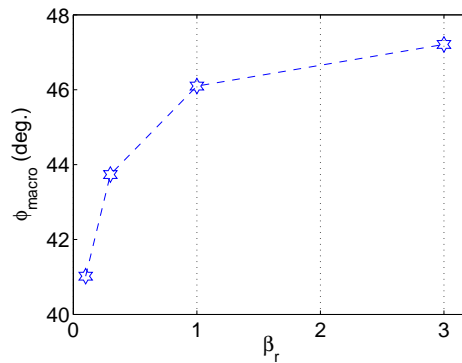


FIG. 2.38 – Évolution de l'angle macroscopique avec  $\beta_r$ . Issue d'un dépouillement des données de Plassiard *et al.* [80]

## 2.9 Conclusion du chapitre

Le modèle numérique de joint rocheux, réalisé avec Yade, s'est donc montré qualitativement et quantitativement fidèle aux comportements de joints rocheux que l'on peut trouver dans la nature. Ce modèle permet de simuler tous les essais de laboratoire applicables aux joints rocheux, encore plus facilement que dans la réalité. Les essais CNC sont ainsi simulés avec des variations de  $\sigma$ , vis à vis de la valeur de consigne  $\sigma_0$ , plus faibles qu'expérimentalement (inférieures au %);

de plus des essais DNC, quasiment impossibles à réaliser en laboratoire de manière rigoureuse, sont simulés sans aucune difficulté.

Le comportement mécanique du modèle est semblable à celui d'un sable lâche : aucun pic de contrainte n'est apparu lors des divers essais de cisaillement. De la dilatance est tout de même observée. Ceci est en accord avec les simulations d'autres auteurs (Plassiard [79]), réalisées avec des valeurs de porosité voisines ( $n \approx 0.4$  en 3D). Les résultats des simulations ont permis, alors que cela était peu discuté dans la littérature, de préciser l'influence que peut avoir une compression œdométrique du joint sur la contrainte tangentielle qui y règne : lorsque le joint est dans un état cisailé, une vraie compression ( $du > 0$ ) augmente  $\tau$  tandis qu'une décharge ( $du < 0$ ) la diminue. Il a été aussi précisé que la variable la plus pertinente pour rendre compte du cisaillement du joint était le rapport  $\tau/\sigma$ , plutôt que la valeur de déplacement relatif tangentiel  $\gamma$  par exemple. Ces observations ont également été vérifiées après coup par une campagne expérimentale originale réalisée par des partenaires du LRPC de Toulouse. Notons enfin qu'on observe numériquement une augmentation des variations de  $|d\tau|$  avec  $|du|$  plus importante lorsque  $du$  est négatif plutôt que positif.

Diverses investigations supplémentaires ont été menées sur le modèle. Un critère de rupture a ainsi été proposé, de type Mohr-Coulomb avec une cohésion nulle, et un angle de frottement macroscopique  $\varphi \approx 29^\circ$ . Comme dans d'autres travaux numériques (Chareyre [23], Plassiard [79]), et comme c'est le cas pour les matériaux granulaires réels, une (légère) diminution de  $\varphi$  avec  $\sigma$  a été observée.

Nous avons également proposé une règle d'écoulement de l'échantillon numérique, qui a été déterminée d'une manière originale - sans recherche directionnelles élastiques et élasto-plastiques comme dans (Sibille, [91]). Cette règle d'écoulement correspond à une légère dilatance :  $-du/dy = \tan(\alpha)$  avec  $\alpha \in [5^\circ, 10^\circ]$ .

Enfin, puisqu'une loi de transfert de moment a été utilisée dans le modèle, l'influence de celle-ci a été étudiée. Des comparaisons ont pu être établies avec d'autres travaux utilisant le même type de loi, ou bien des clusters de sphères. Comme on l'espérait, la LTM a permis d'augmenter la valeur d'angle de frottement macroscopique, et de la même manière que cela apparaît dans d'autres travaux utilisant le même type de loi (Plassiard *et al.* [80]). Nos travaux précisent de plus que cette LTM rend les échantillons plus dilatants. Ce qui fait établir un parallèle avec l'angle de frottement local, dont les effets croissants sur l'angle de frottement macroscopique et sur la dilatance ont aussi été vérifiés.

Il est tentant d'établir un parallèle entre l'utilisation d'une LTM et celle de clusters de sphères, qui sont deux moyens d'augmenter l'angle de frottement macroscopique obtenu numériquement. L'influence d'une non-sphéricité des éléments discrets sur celui-ci semble être comparable qualitativement à celle de l'utilisation d'une LTM de plus en plus importante (voir les comparaisons avec les travaux de Szarf [96]). Quantitativement l'utilisation de clusters semble être toutefois plus efficace (pour augmenter  $\varphi$ ) que celle d'une LTM. Le parallèle semble aussi pouvoir être dressé au niveau du comportement volumique : nos simulations ont montré une augmentation de la dilatance avec la LTM, alors que celles de Jensen *et al.* [59], dans le même cadre d'essais de cisaillement, révèlent la même chose lorsque l'on utilise des clusters plutôt que des éléments sphériques.

Dans tout ceci une grande attention a été accordée aux aspects numériques, en particulier afin de s'assurer de la quasi-staticité des sollicitations numériques. Il a été illustré que des vitesses excessives pouvaient modifier l'allure des courbes en les rendant plus chaotiques et/ou augmenter les valeurs de contraintes. Pour être sûr d'avoir réussi à éviter ces artefacts, nous conseillons alors

de réaliser différentes simulations à différentes vitesses afin de vérifier que les résultats ne sont pas modifiés. De plus, la poursuite des simulations, après l'arrêt de la sollicitation, semble être le meilleur moyen de vérifier que l'échantillon soit bien à l'équilibre. Cette méthode nécessite malheureusement d'attendre la fin du déroulement complet d'une simulation, ainsi que d'autres à différentes vitesses de sollicitation, pour être assuré de la validité des résultats. Dans les cas où cela ne pourrait pas être mis en pratique (pour des questions de temps de calcul), un contrôle continu de la variable  $U_f$ , à maintenir sous un seuil de quelques %, semble satisfaisant. La valeur seuil à ne pas dépasser semble en fait dépendre du nombre d'interactions présentes dans le milieu numérique. Dans les cas les plus courants (un nombre moyen de contacts par sphère autour de 4), une valeur autour de 5 % donne des résultats satisfaisants, alors qu'à partir de 2.5 % les résultats peuvent être modifiés. Dans un milieu avec (très) peu de contacts, ces valeurs seuils à ne pas dépasser peuvent être plus élevées.



## Chapitre 3

# Une loi de comportement INL pour les joints rocheux : définition et étude de stabilité matérielle

Le chapitre précédent s'est intéressé au niveau local au comportement mécanique d'un joint rocheux. Dans le cas de l'étude d'un massif fracturé, présentant un ensemble de blocs interagissant entre eux via les joints rocheux qui les séparent, ce comportement mécanique a à être formalisé afin de pouvoir réaliser le calcul du massif. Différentes lois de comportement de joints rocheux avaient été présentées, avec leurs avantages et leurs inconvénients, au paragraphe 1.3.7. Nous avons mentionné les travaux de Lambert [64] qui avait appliqué aux joints rocheux le formalisme incrémental non linéaire développé par Darve ([33], [32]) dans le cadre de l'étude des sols. Ce formalisme s'était ainsi révélé efficace pour prédire le comportement des sols, puis des joints rocheux, grâce à son écriture incrémentale et l'infinité de zones tensorielles qu'il présente. Ainsi il sera ici utilisé pour établir une loi de comportement de joint rocheux.

La construction de ce type de loi sera donc premièrement présentée, on aboutira ainsi en fait à deux relations voisines : l'une incrémentale non linéaire et l'autre linéaire par morceaux.

Afin de s'affranchir des limitations des essais expérimentaux évoquées au paragraphe 1.3.5 les lois de comportement seront calibrées sur les résultats du modèle numérique présentés au chapitre précédent (et qui avaient été alors justifiés). D'autres résultats numériques permettront ensuite de démontrer les capacités prédictives des relations.

L'existence d'un critère de plasticité limite et d'une règle d'écoulement pour ces lois de comportement sera ensuite étudiée.

Les relations constitutives établies seront alors analysées du point de vue du critère du travail du second ordre présenté au paragraphe 1.2.4 : des résultats généraux et particuliers sur le domaine de bifurcation et les directions instables seront présentés.

On complètera l'analyse des lois de comportement à l'aide des enveloppes réponses de Gudehus [45].

Et finalement, on effectuera une courte étude de sensibilité de la relation constitutive en fonction de la nature du joint rocheux qui est considéré.



### 3.1 Définition d'une loi de joint rocheux

Ce sont en fait ici deux lois de comportement légèrement différentes qui sont présentées. Une correspond bien au formalisme incrémental non linéaire, tandis que l'autre sera qualifiée de quadri-linéaire. Comme on le verra, les réponses qu'elles prédisent sont, par construction, identiques sur certains chemins de sollicitation particuliers, et très voisines sur les autres. L'existence de la relation quadri-linéaire a l'avantage de permettre de réaliser aisément des calculs analytiques, dont les conclusions sont bien souvent aussi applicables à la relation INL, grâce à leur similitude.

#### 3.1.1 Une relation incrémentalement non-linéaire (INL)

Nous avons montré au paragraphe 1.1.2 l'existence d'une matrice  $M_{\tilde{h}}$ , ne dépendant que de la direction  $\vec{u}$  de  $\vec{d}\tilde{l}$ , qui permet de décrire le comportement mécanique des joints rocheux :  $\vec{d}\vec{\sigma} = M_{\tilde{h}}(\vec{u}) \vec{d}\tilde{l}$ . On va ici développer l'expression de cette matrice afin de faire apparaître une relation incrémentalement non-linéaire entre  $\vec{d}\vec{\sigma}$  et  $\vec{d}\tilde{l}$ .

Si l'on considère le développement en série de Taylor de  $M_{\tilde{h}}$ , on peut écrire :

$$M_{\tilde{h}} = M_{\tilde{h}}^1 + \frac{1}{\sqrt{d\gamma^2 + du^2}} M_{\tilde{h}}^2 \begin{pmatrix} d\gamma \\ du \end{pmatrix} + \dots$$

où  $M_{\tilde{h}}^1$  est un tenseur d'ordre 2 et  $M_{\tilde{h}}^2$  un tenseur d'ordre 3.

Le comportement non visqueux des joints rocheux peut donc être décrit par :

$$\begin{pmatrix} d\tau \\ d\sigma \end{pmatrix} = M_{\tilde{h}}^1 \begin{pmatrix} d\gamma \\ du \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{d\gamma^2 + du^2}} M_{\tilde{h}}^2 \begin{pmatrix} d\gamma \\ du \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\gamma \\ du \end{pmatrix} + \dots$$

En supposant alors que les termes "croisés"  $du \times d\gamma$  peuvent être négligés, on obtient l'expression générale des lois de comportement de joints rocheux, incrémentalement non linéaires du second ordre :

$$\begin{pmatrix} d\tau \\ d\sigma \end{pmatrix} = M_{\tilde{h}}^1 \begin{pmatrix} d\gamma \\ du \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{d\gamma^2 + du^2}} N_{\tilde{h}}^2 \begin{pmatrix} d\gamma^2 \\ du^2 \end{pmatrix} + \dots \quad (3.1)$$

Les deux matrices  $M_{\tilde{h}}^1$  et  $N_{\tilde{h}}^2$  sont définies à partir de deux chemins dits "de calibration" :

- le premier d'entre eux est contrôlé par la condition ( $du = 0; d\gamma$  constant). Il s'agit donc d'un chemin à déplacement normal constant, abrégé comme précédemment DNC.
- le second chemin de calibration est lui défini par ( $du$  constant;  $d\gamma = 0$ ) : on retrouve donc le chemin à déplacement tangentiel constant (DTC, correspondant à une compression oedométrique) des paragraphes précédents.

À partir des courbes  $\sigma(\gamma)$  et  $\tau(\gamma)$  d'un chemin DNC, et des courbes  $\sigma(u)$  et  $\tau(u)$  d'un chemin DTC, on définit alors huit "modules" pouvant dépendre de variables d'état et de paramètres d'écroutissage :

$$\begin{aligned} G_{\gamma}^+ &= \frac{\partial \tau}{\partial \gamma_{u,d\gamma > 0}} & G_{\gamma}^- &= \frac{\partial \tau}{\partial \gamma_{u,d\gamma < 0}} \\ N_{\gamma}^+ &= \frac{\partial \sigma}{\partial \gamma_{u,d\gamma > 0}} & N_{\gamma}^- &= \frac{\partial \sigma}{\partial \gamma_{u,d\gamma < 0}} \\ G_u^+ &= \frac{\partial \tau}{\partial u_{\gamma,du > 0}} & G_u^- &= \frac{\partial \tau}{\partial u_{\gamma,du < 0}} \\ N_u^+ &= \frac{\partial \sigma}{\partial u_{\gamma,du > 0}} & N_u^- &= \frac{\partial \sigma}{\partial u_{\gamma,du < 0}} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Remarquons que le signe de  $du$  est clairement défini du fait du choix de la convention  $u > 0$  en compression. Ainsi on a également  $du > 0$  qui équivaut à une compression. Pour  $\tau$  et  $\gamma$ , dont les signes n'ont pas de sens physique clair, à l'opposé de  $u$  et  $\sigma$ , nous adoptons la convention suivante : les tout premiers incréments  $d\tau$  et  $d\gamma$  de l'histoire du joint sont considérés comme étant positifs. Tous les incréments ultérieurs de la même orientation sont également considérés positifs, alors que ceux de sens contraire sont considérés négatifs.

Ces modules permettent alors de définir les deux matrices  $P^+$  et  $P^-$  :

$$P^+ = \begin{pmatrix} G_\gamma^+ & G_u^+ \\ N_\gamma^+ & N_u^+ \end{pmatrix} \quad P^- = \begin{pmatrix} G_\gamma^- & G_u^- \\ N_\gamma^- & N_u^- \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

À partir d'une identification sur les chemins de calibration entre la relation (3.1) et les définitions des huit modules et de ces deux matrices  $P^+$  et  $P^-$ , on peut déterminer les deux matrices  $M_h^1$  and  $N_h^2$  :

$$\begin{cases} M_h^1 &= \frac{1}{2}(P^+ + P^-) \\ N_h^2 &= \frac{1}{2}(P^+ - P^-) \end{cases}$$

La loi de comportement de l'équation (3.1) s'écrit alors finalement :

$$\begin{pmatrix} d\tau \\ d\sigma \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(P^+ + P^-) \begin{pmatrix} d\gamma \\ du \end{pmatrix} + \frac{1}{2\sqrt{du^2 + d\gamma^2}}(P^+ - P^-) \begin{pmatrix} d\gamma^2 \\ du^2 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

Cette écriture revient en fait à interpoler, en fonction de la nature de la sollicitation, la réponse du matériau à partir des réponses obtenues le long des chemins de calibration. Dans le cas de cette relation incrémentale non linéaire, que l'on désignera maintenant par INL2, c'est une interpolation du second degré qui est utilisée.

### 3.1.2 Formalisme quadri-linéaire, zones tensorielles et matrices associées

Si l'on utilise au contraire une interpolation linéaire par morceaux, on obtient une loi de comportement quadri linéaire :

$$\begin{pmatrix} d\tau \\ d\sigma \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(P^+ + P^-) \begin{pmatrix} d\gamma \\ du \end{pmatrix} + \frac{1}{2}(P^+ - P^-) \begin{pmatrix} |d\gamma| \\ |du| \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Cette relation, nommée à partir d'ici Quadri2, fait apparaître quatre zones tensorielles, i.e. quatre partitions de l'espace  $(du, d\gamma)$  à l'intérieur desquelles il existe une même matrice  $M$  telle que l'on ait une relation linéaire du type

$$\begin{pmatrix} d\tau \\ d\sigma \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} d\gamma \\ du \end{pmatrix}$$

Ces zones tensorielles correspondent aux quatre quadrants de l'espace  $(du, d\gamma)$  :

$$(du > 0, d\gamma > 0) \quad (du < 0, d\gamma > 0) \quad (du < 0, d\gamma < 0) \quad (du > 0, d\gamma < 0)$$

Le tableau 3.1 indique les expressions de la matrice, suivants les signes de  $du$  et  $d\gamma$ .

Pour les quatre demi-droites frontières (correspondant aux chemins de calibration) définies par :

$$(du > 0, d\gamma = 0) \quad (du < 0, d\gamma = 0) \quad (du = 0, d\gamma < 0) \quad (du = 0, d\gamma > 0)$$

la réponse du matériau est la même que l'on considère une zone tensorielle adjacente ou l'autre (condition dite "de continuité", Darve [31]). Le cas  $du = d\gamma = 0$  implique lui, finalement, de manière triviale  $d\tau = d\sigma = 0$ .

$M$	$d\gamma < 0$	$d\gamma > 0$
$du > 0$	$\begin{pmatrix} G_\gamma^- & G_u^+ \\ N_\gamma^- & N_u^+ \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} G_\gamma^+ & G_u^+ \\ N_\gamma^+ & N_u^+ \end{pmatrix}$
$du < 0$	$\begin{pmatrix} G_\gamma^- & G_u^- \\ N_\gamma^- & N_u^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} G_\gamma^+ & G_u^- \\ N_\gamma^+ & N_u^- \end{pmatrix}$

TAB. 3.1 – Zones tensorielles de la relation quadri-linéaire, et matrices associées

### 3.1.3 Les réponses de la loi à divers essais de laboratoire

Rappelons tout d'abord que l'on a donc par définition, à la fois pour la loi INL2, et pour la loi Quadri2 :

- $d\tau = G_\gamma^+ \text{ ou } -d\gamma$  et  $d\sigma = N_\gamma^+ \text{ ou } -d\gamma$  suivant que  $d\gamma >$  ou  $< 0$ , le long d'une sollicitation DNC. Dans ce cas le chemin suivi dans le plan de Mohr est gouverné par le rapport :

$$\frac{d\tau}{d\sigma} = \frac{G_\gamma^+}{N_\gamma^+} \text{ si } d\gamma > 0 \quad \text{ou} \quad \frac{d\tau}{d\sigma} = \frac{G_\gamma^-}{N_\gamma^-} \text{ si } d\gamma < 0 \quad (3.6)$$

- $d\tau = G_u^+ \text{ ou } -du$  et  $d\sigma = N_u^+ \text{ ou } -du$  suivant que  $du >$  ou  $< 0$ , le long d'une sollicitation DTC. Les réponses dans le plan de Mohr vérifient ici :

$$\frac{d\tau}{d\sigma} = \frac{G_u^+}{N_u^+} \text{ si } du > 0 \quad \text{ou} \quad \frac{d\tau}{d\sigma} = \frac{G_u^-}{N_u^-} \text{ si } du < 0 \quad (3.7)$$

Pour toute autre sollicitation il faut en général recourir à un programme numérique. Des calculs analytiques sont toutefois souvent possibles avec la relation Quadri2.

#### Le programme numérique

Les réponses à d'autres sollicitations seront évaluées, en particulier pour la loi INL2, par un programme informatique (écrit en Fortran). Dans le cas de sollicitations en déplacement : ( $du = \text{cste}_1; d\gamma = \text{cste}_2$ ), le programme est assez trivial : il suffit de calculer, incrément de sollicitation après l'autre, la valeur des modules correspondant à l'état courant, et la réponse  $\vec{d}\sigma$  associée.

Les réponses à des chemins mixtes, comme un chemin CNC tel que ( $du = \text{cste}; d\sigma = 0$ ), ou des chemins entièrement pilotés en contrainte sont toutefois également prévisibles à l'aide d'un algorithme de convergence directionnelle :

- En supposant une certaine valeur pour les composantes inconnues de  $\vec{d}\mathbf{l}$  on peut arriver à une relation linéaire  $\vec{d}\sigma = A\vec{d}\mathbf{l}$ , où la matrice A dépend donc de la direction de  $\vec{d}\mathbf{l}$  supposée.
- Un nouveau vecteur  $\vec{d}\mathbf{l}$  peut alors être calculé, par inversion de la matrice dans le cas de sollicitations en contraintes, ou par résolution d'un système dans le cas de sollicitations mixtes. Ce  $\vec{d}\mathbf{l}$  calculé est alors à comparer avec celui qui avait été, en partie ou complètement, supposé.
- L'algorithme est alors éventuellement répété tant que l'on estime que les vecteurs  $\vec{d}\mathbf{l}$  supposés et obtenus sont trop différents.

Dans le cas de sollicitations mixtes, la convergence sur  $\vec{d}\sigma$ , qui est également recherchée, est alors assurée puisque la relation associe un et un seul  $\vec{d}\sigma$  à un  $\vec{d}\mathbf{l}$  donné, dans la mesure où l'état en contrainte n'annule pas le déterminant de la matrice reliant sollicitation et réponse.

### Quelques réponses analytiques de la relation Quadri2

**Cisaillement CNC** L'écriture de la relation Quadri2, en tenant compte de ( $d\gamma > 0$ ;  $d\sigma = 0$ ) nous permet de considérer analytiquement les réponses à un essai CNC (courbes  $\tau(\gamma)$  et  $u(\gamma)$ ). Cette relation prédit :

$$\left. \frac{du}{d\gamma} \right|_{CNC} = -\frac{N_\gamma^+}{N_u} \quad \left. \frac{d\tau}{d\gamma} \right|_{CNC} = G_\gamma^+ - N_\gamma^+ \frac{G_u}{N_u} \quad (3.8)$$

Les modules qui sont fonction du signe de  $du$ ,  $N_u$  et  $G_u$ , sont à préciser à l'aide de l'algorithme de convergence directionnelle (dans une version quasi immédiate) présenté plus haut, en fonction de la compatibilité entre le signe de  $du$  et celui des expressions  $\frac{N_\gamma^+}{N_u^+}$  et  $\frac{N_\gamma^+}{N_u^-}$ .

**Cisaillement KNC** Cette sollicitation impose d'avoir en permanence, au niveau du joint,  $d\sigma = -KnC \times du$ , où  $KnC$  est la rigidité imposée, caractéristique de l'essai. En considérant de plus  $d\gamma > 0$ , on peut alors écrire que :

$$\left. \frac{du}{d\gamma} \right|_{KnC} = \frac{N_\gamma^+}{-KnC - N_u} \quad \left. \frac{d\tau}{d\gamma} \right|_{KnC} = G_\gamma^+ - N_\gamma^+ \frac{G_u}{N_u + KnC}$$

$$\left. \frac{d\sigma}{d\gamma} \right|_{KnC} = KnC \frac{N_\gamma^+}{N_u + KnC} \quad (3.9)$$

On retrouve bien les cas CNC ou DNC lorsque l'on fait tendre  $KnC$  respectivement vers 0 ou  $\infty$ .

## 3.2 Calibration de la loi de joint rocheux

La calibration identique des deux lois, INL2 et Quadri2, doit permettre de déterminer complètement les huit modules présentés équation (3.2). Elle se fait à partir de réponses connues d'un joint rocheux aux deux sollicitations DNC et DTC. Nous avons mentionné plusieurs fois la difficulté de réaliser expérimentalement un essai DNC, alors que dans le paragraphe 2.3.2 des résultats de simulations numériques de tels essais avaient été présentés. Nous allons donc utiliser entièrement ces résultats du modèle numérique, aussi bien pour les essais DNC que pour ceux DTC, pour calibrer notre loi.

### 3.2.1 Calibration vis à vis du chemin DNC : les modules $N_\gamma$ et $G_\gamma$

Les figures 2.10, 2.11 et 2.12 du paragraphe 2.3.2 sont représentatives du comportement du modèle numérique le long de chemins DNC. Rappelons brièvement qu'elles indiquaient une évolution contractance-dilatance du comportement du joint numérique pour ce qui est de la courbe  $\sigma(\gamma)$ , et par conséquent des modules  $N_\gamma$ . Pour les modules  $G_\gamma$ , ce sont les courbes  $\tau(\gamma)$  de la figure 2.11 qui sont à considérer. On y devinait un écrouissage progressif du matériau avec une pente  $d\tau/d\gamma$  diminuant progressivement au cours du cisaillement. Les définitions suivantes des

modules  $N_\gamma$  et  $G_\gamma$  correspondent à ces observations :

$$\begin{aligned}
 N_\gamma^+ &= \begin{cases} N_\gamma^0 < 0 & \text{si } \tau/\sigma < \tan(\varphi_c) \\ N_{\gamma \text{ dil}}^+ & \text{sinon} \end{cases} \\
 G_\gamma^+ &= G_\gamma^0 - \left( G_\gamma^0 - G_\gamma^f \right) \frac{1 - e^{-\frac{\tau/\sigma}{\tan(\varphi)}}}{1 - e^{-1}} \text{ avec } G_\gamma^f = N_{\gamma \text{ dil}}^+ \times \tan(\varphi) \\
 N_\gamma^- &= \begin{cases} N_\gamma^0 & \text{si } \tau/\sigma < \tan(\varphi_c) \\ \frac{G_\gamma^0}{\tan(\varphi)} & \text{sinon} \end{cases} \\
 G_\gamma^- &= G_\gamma^0
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

On introduit ici quatre paramètres : premièrement  $N_\gamma^0$  et  $N_{\gamma \text{ dil}}^+$  qui sont caractéristiques des caractères respectivement contractant et dilatant du joint.

Un troisième paramètre est  $G_\gamma^0$  qui correspond à une valeur initiale de raideur tangentielle (le long d'un chemin DNC). D'après les résultats du paragraphe 2.4 l'évolution ultérieure de cette raideur tangentielle au cours du cisaillement est définie en fonction du rapport  $\tau/\sigma$ , comparé à la tangente d'un angle  $\varphi$ .

Cet angle  $\varphi$  est un quatrième paramètre intervenant sur les valeurs de modules. Comme sa notation le laisse supposer, il est en fait de plus assimilable à un angle de frottement macroscopique. Nous le montrerons au paragraphe 3.4.

Notons que pour ce qui est de la valeur finale,  $G_\gamma^f$ , de la raideur tangentielle, une dépendance vis à vis de  $N_{\gamma \text{ dil}}^+$  est introduite. L'intérêt d'une telle dépendance apparaîtra au paragraphe 3.4. Le choix a été fait de formuler  $G_\gamma^f = N_{\gamma \text{ dil}}^+ \times \tan(\varphi)$ , mais vis à vis de ce paragraphe on aurait pu aussi poser l'inverse. Les simulations numériques discrètes (voir le paragraphe 2.8.2) montrent cependant une augmentation conjointe de la dilatance et de l'angle de frottement macroscopique, correspondant ici à  $\varphi$ , lorsque l'angle de frottement local augmente ; ceci ne correspondrait pas à une expression  $N_{\gamma \text{ dil}}^+ = G_\gamma^f / \tan(\varphi)$ .

La figure 3.1 montre la comparaison entre les réponses du modèle numérique et celles de la relation<sup>1</sup> ainsi définie. Les valeurs numériques des paramètres qui ont été utilisées seront résumées dans le tableau 3.2. Quelques différences subsistent entre le comportement du modèle discret, et les réponses de la loi :

- La loi de comportement ne prédit l'existence d'aucun point asymptote  $(\tau; \sigma)$  pour un chemin DNC, contrairement au modèle numérique. Comme on le verra au paragraphe 3.4, l'écriture de la loi est en effet telle que, le long d'un tel chemin, une fois le critère de plasticité limite atteint on peut le remonter indéfiniment, en charge, ou en décharge. Alors que, d'une part le modèle numérique ne semble pas atteindre exactement le critère de plasticité limite le long de ce chemin, comme nous l'avons vu au paragraphe 2.7.1, et surtout d'autre part les contraintes  $\sigma$  et  $\tau$  obtenues numériquement atteignent simultanément une valeur seuil. Les différentes valeurs seuils obtenues numériquement n'ont toutefois pas semblé correspondre à quoi que ce soit de significatif, c'est pourquoi nous n'avons pas cherché à les retrouver avec la loi de comportement.
- Pour la plupart des essais numériques, le comportement est légèrement plus dilatant que ce que ne prévoit la loi, alors que parallèlement les réponses de la loi surestiment légèrement les contraintes tangentielles lorsque le joint devient très cisailé. La dépendance entre la

<sup>1</sup>INL2 ou Quadri2 : il n'y a aucune différence entre elles sur les chemins de calibration

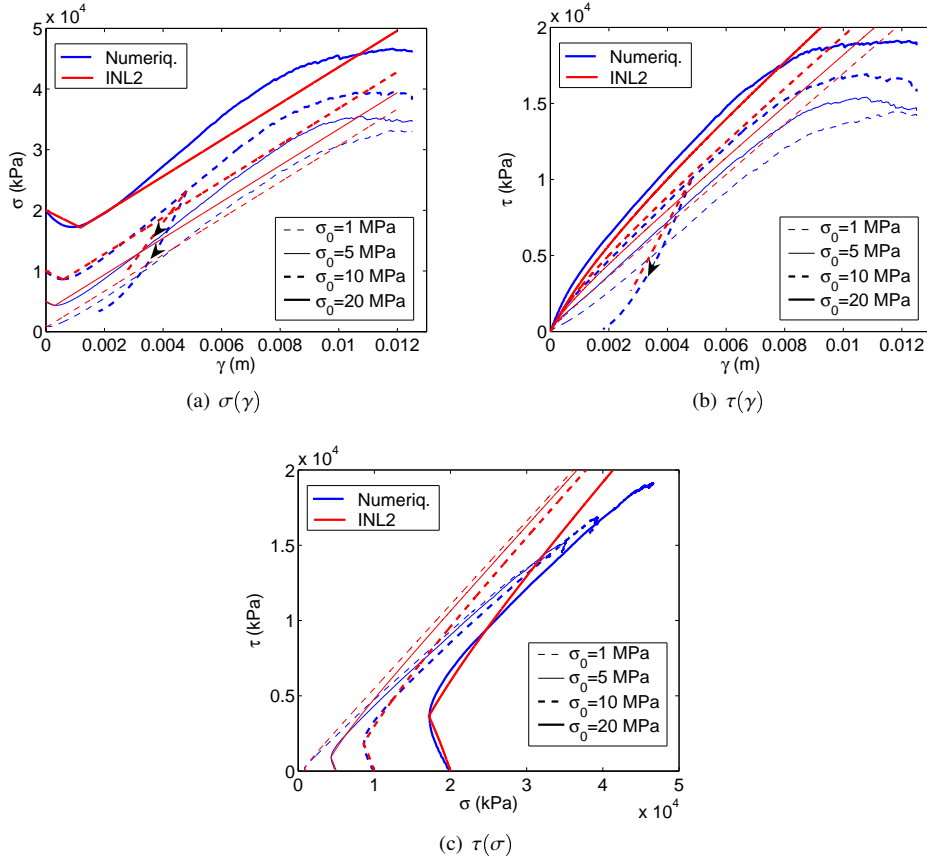


FIG. 3.1 – Calibration de la loi sur le modèle numérique, le long de chemins DNC

valeur finale du module  $G_\gamma^+$  et la valeur “dilatante” du module  $N_\gamma^+$  l’explique : dans ce cadre, il n’est pas possible d’augmenter le caractère dilatant (les pentes des courbes  $\sigma(\gamma)$ ), tout en diminuant les raideurs tangentes des courbes  $\tau(\gamma)$ . Ce choix permet toutefois de restreindre le nombre de paramètres, tout en vérifiant la physique des lois de comportement, comme on le verra au paragraphe 3.4, sans visiblement trop nous éloigner du comportement du modèle numérique.

Ces remarques ayant été formulées, nous considérons que notre loi est donc bien calibrée vis à vis de ces chemins DNC.

### 3.2.2 Calibration vis à vis du chemin DTC : les modules $N_u$ et $G_u$

Le comportement du modèle numérique le long du second chemin de calibration, le chemin DTC, avait été présenté au paragraphe 2.3.2 (figures 2.7, 2.8 et 2.9). Il avait été ainsi mis en avant :

- une courbe  $\sigma(u)$  non linéaire en charge et en décharge, avec des pentes  $d\sigma/du$  (correspondantes aux modules  $N_u$ ) croissantes en fonction de  $\sigma$
- une décroissance de cette raideur normale  $d\sigma/du$  au cours du cisaillement
- une augmentation au cours du cisaillement des pentes  $d\tau/du$  (correspondantes aux modules  $G_u$ ) entre une valeur initiale quasi-nulle et une valeur maximale atteinte sur le critère de

plasticité limite

- des pentes  $d\tau/du$  plus fortes lorsque  $du < 0$  par rapport à  $du > 0$

L'équation (3.11) présente les définitions de modules issues de ces observations.

$$\begin{aligned}
 N_u^+ &= N \left( \frac{\tau}{\sigma} \right) \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{\frac{1}{3}} & \text{avec } N \left( \frac{\tau}{\sigma} \right) &= \frac{20 N_u^0 - N_u^f}{19} - \frac{N_u^0 - N_u^f}{19} 20^{\frac{\tau/\sigma}{\tan(\varphi)}} \\
 N_u^- &= N_d \times N_u^+ \\
 G_u^+ &= \frac{G_u^P}{\tan(\varphi)} \frac{\tau}{\sigma} \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{\frac{1}{3}} \\
 G_u^- &= \frac{G_u^M}{\tan(\varphi)} \frac{\tau}{\sigma} \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{\frac{1}{3}} & \text{avec } G_u^M &= N_d \times N_u^f \times \tan(\varphi)
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

Les précisions suivantes sont à apporter :

- On continue évidemment d'utiliser la variable  $\tau/\sigma$  pour décrire l'état du joint en cisaillement.
- La décroissance de  $N_u$  en fonction de  $\tau/\sigma$  est donc décrite via une relation exponentielle. Ceci correspond à une décroissance de la raideur normale de plus en plus importante lorsque  $\tau/\sigma$  augmente et se rapproche de  $\tau = \sigma \tan(\varphi)$ . C'est ce qui avait été observé sur les résultats numériques.
- La définition de  $N_u^+$  fait apparaître deux paramètres  $N_u^0$  et  $N_u^f$  qui sont les valeurs de la raideur normale, sous  $\sigma = \sigma_0$ , respectivement dans un état complètement non cisailé ( $\tau = 0$  Pa) ou complètement cisailé ( $\tau = \sigma \tan(\varphi)$ ). L'ensemble  $(N_u^0; N_u^f; \sigma_0)$  est à considérer comme ne constituant que deux paramètres indépendants.
- La raideur normale en décharge est proportionnelle à la raideur normale en charge, via un troisième paramètre  $N_d$ .
- Sous une même contrainte  $\sigma$ , les modules  $G_u$  sont définis comme augmentant linéairement, en fonction de  $\tau/\sigma$ , depuis 0 jusqu'à une certaine valeur maximale. Un paramètre  $G_u^P$ , correspondant à la valeur maximale de  $G_u^+$ , pour  $\tau = \sigma \tan(\varphi)$  sous  $\sigma = \sigma_0$ , est introduit dans la définition de ce module. Pour  $G_u^-$  une dépendance est adoptée vis à vis des valeurs finales que  $N_u^-$  présente sur le critère de plasticité limite :  $G_u^M = N_d \times N_u^f \times \tan(\varphi)$ . Cette dépendance permet par exemple de retrouver

$$\left. \frac{d\tau}{d\sigma} \right|_{\substack{\text{DTC}, du < 0 \\ \tau = \sigma \tan(\varphi)}} = \frac{G_u^-|_{MC}}{N_u^-|_{MC}} = \tan(\varphi)$$

comme cela avait été observé numériquement (pour tout module  $M$ , on note  $M|_{MC}$  sa valeur alors que  $\tau = \sigma \tan(\varphi)$ ).

- En plus de la croissance des modules  $G_u$  vis à vis du rapport  $\tau/\sigma$ , pour ceux-ci la même dépendance vis à vis de  $\sigma$  que celle des modules  $N_u$  est adoptée. Ainsi l'équation précédente reste valable quelque soit la valeur de contrainte normale.

La figure 3.2 montre la comparaison entre les réponses du modèle numérique aux chemins DTC, et les réponses de la loi. Celle-ci semble ainsi bien calibrée vis à vis de ces chemins DTC.

Notre loi de comportement ainsi construite présente 9 paramètres indépendants, on peut éventuellement considérer qu'il y en a un dixième à travers le nombre 20 dont la fonction exponentielle  $20^x$  est utilisée pour décrire la diminution de la raideur normale avec le cisaillement. Les valeurs numériques utilisées figurent au tableau 3.2.

**Calcul du module  $N_u^+$  en pratique** Avant de considérer les réponses de la loi le long d'autres chemins de sollicitation, nous apportons une précision pratique sur le calcul du module  $N_u^+$  dans

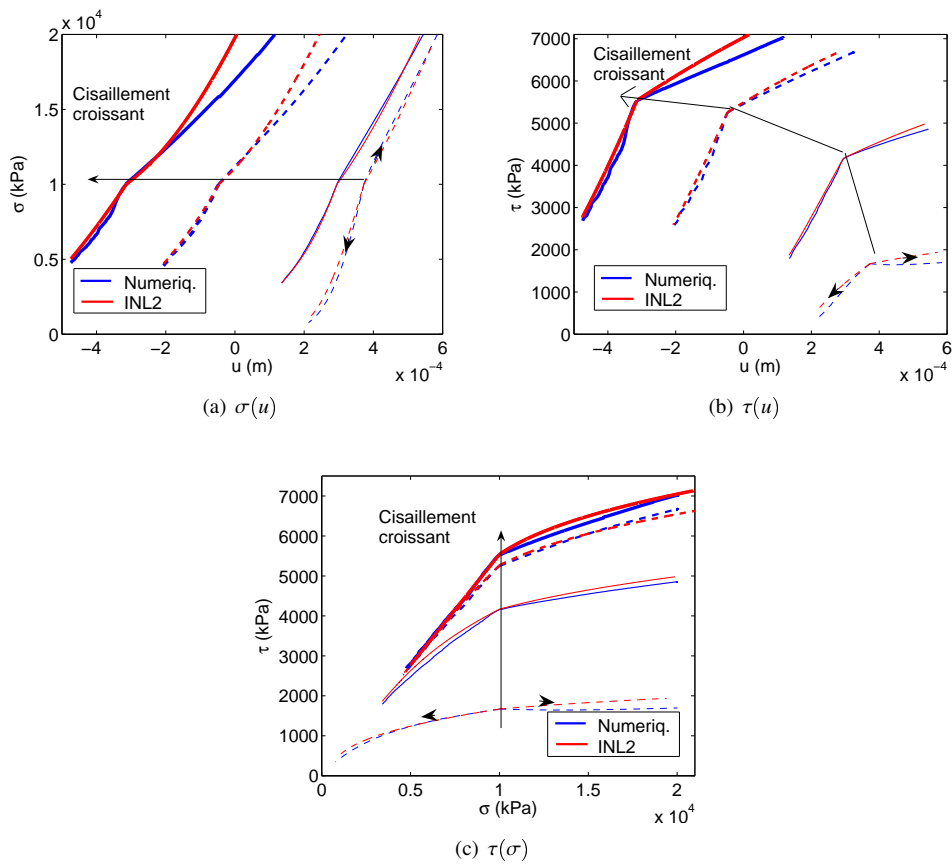


FIG. 3.2 – Calibration de la loi sur le modèle numérique, le long de chemins DTC



(GPa/m)						(MPa)		(°)	
$N_\gamma^0$	$N_\gamma^+$	$G_\gamma^0$	$N_u^0$	$N_u^f$	$G_u^P$	$N_d$	$\sigma_0$	$\varphi$	$\varphi_c$
-2.4	3.0	3.6	20	8.0	2.4	2	1.0	29	12

TAB. 3.2 – Paramètres de la loi

le programme Fortran utilisé pour exécuter les relations INL2 ou Quadri2. Du fait de la nature discrète, au premier ordre, de ce programme (lors d'un essai DTC on calcule la réponse, incrément fini  $du$  par incrément fini  $du$ ), et de la valeur normalement nulle de  $Nu^+$  en  $\sigma = 0$ , il faut en fait affecter une valeur initiale non nulle à ce même module pour éviter d'avoir  $\sigma = 0$  lors de tout l'essai : car sinon,  $\sigma = 0 \Rightarrow Nu^+ = 0 \Rightarrow d\sigma = Nu^+ du = 0 \dots$  Le choix de cette valeur initiale ne modifie pas les résultats, surtout si  $du$  est suffisamment petit.

### 3.3 Validation de la loi

Les capacités de prédiction de la loi sont maintenant vérifiées en considérant d'autres chemins de sollicitation que ceux de calibration, DNC et DTC, et en comparant les réponses de la loi et celles du modèle numérique. Les réponses prédites à la fois par la relation INL2 et la relation Quadri2 seront présentées.

Nous considérons premièrement des essais à contrainte normale constante, réalisés sous différentes valeurs de contrainte normale. La figure 3.3 permet de comparer les comportements du modèle numérique et ceux des deux relations INL2 ou Quadri2. Les prédictions des deux lois de comportement sont donc effectivement proches de celles du modèle numérique, tout particulièrement pour  $\tau(\gamma)$ . Entre les deux relations, INL2 ou Quadri2, il n'y a quasiment pas de différences pour ce qui est de la courbe  $\tau(\gamma)$  (figure 3.3 (a)) alors qu'elles apparaissent sur la courbe  $u(\gamma)$  (figure 3.3 (b)) : le comportement correspondant à la relation Quadri2 semble être moins dilatant que celui de la relation INL2. Notons finalement que ces deux relations prédisent toutes les deux, naturellement, une limitation de l'état de contrainte autour de  $\tau = \sigma \tan(\varphi)$ . Nous y reviendrons au paragraphe 3.4.

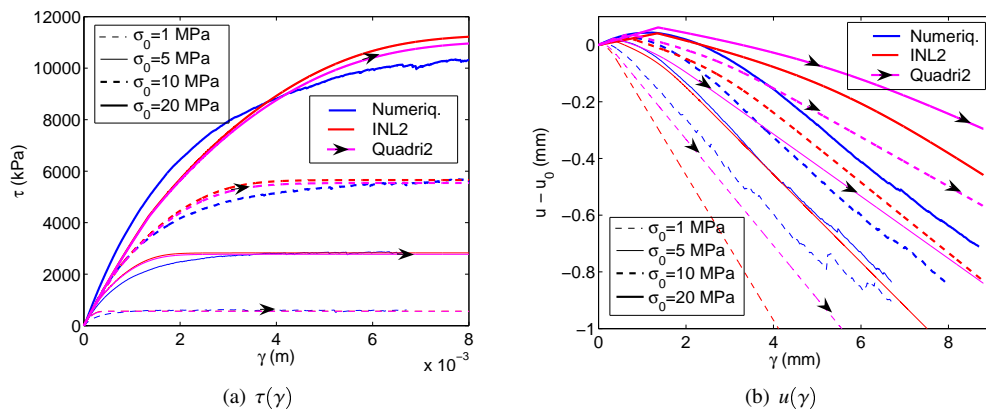


FIG. 3.3 – Validation de la loi vis à vis du modèle numérique le long de chemins CNC

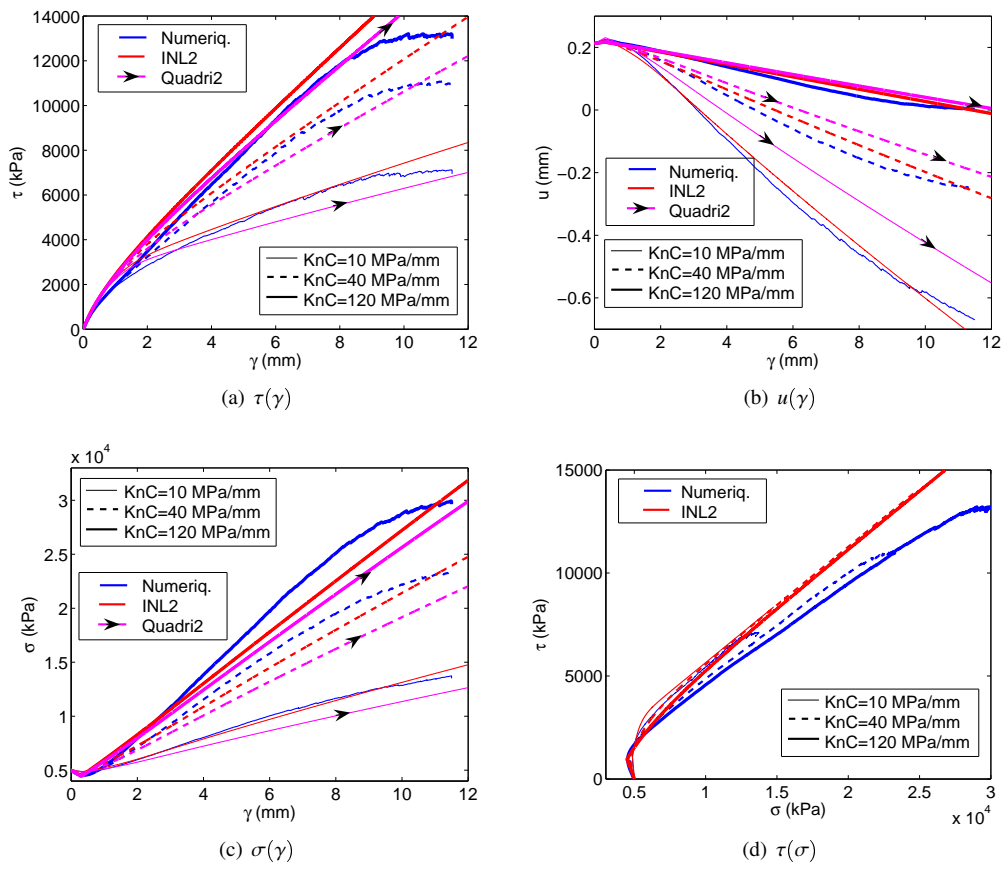


FIG. 3.4 – Validation de la loi vis à vis du modèle numérique le long de chemins KNC

Une deuxième comparaison de validation est effectuée sur des essais à rigidité normale constante (KNC). Trois tels essais sont considérés, depuis la même contrainte initiale  $\sigma = 5$  MPa, mais sous trois valeurs de rigidité imposée, KnC, différentes. La figure 3.4 permet alors de comparer les réponses des relations INL2 et Quadri2<sup>2</sup> à celles du modèle numérique. Les résultats sont ici encore très voisins, seule une faible différence apparaît dans le plan de Mohr (figure 3.4(d)) : comme c'était le cas pour les chemins DNC le modèle numérique suit à la fin de l'essai une courbe légèrement différente du critère de Mohr Coulomb, jusqu'à vraisemblablement atteindre un point asymptote en contraintes ; alors que les réponses prédites par les relations INL2 et Quadri2 remontent ce même critère, sans qu'on ait besoin d'utiliser pour cela une quelconque correction modifiant directement les valeurs de contraintes. Notons enfin qu'on retrouve encore un comportement INL2 plus dilatant que celui Quadri2 : cf les courbes  $u(\gamma)$  et  $\sigma(\gamma)$  (figures 3.4(b) et (c)) ; et que, vis à vis du modèle numérique, les prédictions de la relation INL2 semblent meilleures.

### 3.4 Respect d'un critère de plasticité limite

En tant que lois de comportement réalistes, les deux relations INL2 et Quadri2 ne doivent permettre de parcourir qu'un ensemble borné d'états en contrainte  $(\tau; \sigma)$ . Nous avons présenté jusqu'ici des réponses de ces deux relations à diverses sollicitations (DNC, DTC, CNC et KNC) qui semblent effectivement ne pas sortir d'un domaine délimité à peu près<sup>3</sup> par le critère  $\tau = \sigma \tan(\varphi)$ , où  $\varphi$  est l'un des paramètres apparaissant dans les définitions de modules, aux équations (3.10) et (3.11).

En nous plaçant dans le cas quadri-linéaire (qui facilite grandement les calculs), nous présentons dans ce paragraphe de nombreux résultats qui montrent que ce critère de type Mohr Coulomb correspond bien à un critère de plasticité limite, quelque soit la sollicitation. Après l'avoir montré en étudiant les relations existant entre directions de sollicitations et directions réponses, les différentes conséquences de l'arrivée sur le critère de plasticité limite seront illustrés.

#### 3.4.1 Liens entre directions de sollicitation et directions réponses

Afin de montrer que les états  $(\tau; \sigma)$  admissibles par le joint sont bien délimités par  $\tau = \sigma \tan(\varphi)$ , nous considérons tout d'abord le cas d'une sollicitation DNC ( $du = 0$ ), lors de laquelle l'état du matériau, caractérisé par le point P  $(\tau; \sigma)$  dans le plan de Mohr approche de ce critère  $\tau = \sigma \tan(\varphi)$ . La courbe que suit P a toujours comme tangente

$$\left. \frac{d\tau}{d\sigma} \right|_{DNC} = \frac{G_{\gamma}^{+}}{N_{\gamma}^{+}} \text{ si } d\gamma > 0 \quad \text{ou} \quad \frac{G_{\gamma}^{-}}{N_{\gamma}^{-}} \text{ si } d\gamma < 0$$

Pour  $d\gamma < 0$ , on a en permanence :

$$\frac{G_{\gamma}^{-}}{N_{\gamma}^{-}} = \tan(\varphi)$$

Pour  $d\gamma > 0$ , on obtient en fait cette même pente lorsque P s'approche du critère de Mohr-Coulomb, puisque :

$$\lim_{\tau/\sigma \rightarrow \tan(\varphi)} \left. \frac{d\tau}{d\sigma} \right|_{DNC; d\gamma > 0} = \tan(\varphi)$$

<sup>2</sup>Pour ne pas surcharger inutilement la figure 3.4(d), les réponses de la loi Quadri2 ne sont pas représentées dans le plan de Mohr : les courbes INL2 et Quadri2 sont trop proches les unes des autres.

<sup>3</sup>Dans le cas INL2 pour les essais CNC par exemple, on atteint, pour  $\sigma$  variant de 1 à 20 MPa, des valeurs de  $\tau$  correspondant à un angle de frottement compris entre 29.4 et 29.5°, au lieu de 29°...

Ainsi la courbe suivie par P est soit en permanence parallèle au critère (si  $d\gamma < 0$ ), soit elle le devient lorsqu'elle s'en rapproche (pour  $d\gamma > 0$ ). Dans ce cas DNC, P est donc bien contenu à l'intérieur de  $\tau = \sigma \tan(\varphi)$ .

Pour une sollicitation DTC ( $d\gamma = 0$ ), la courbe suivie par P est contrôlée par :

$$\left. \frac{d\tau}{d\sigma} \right|_{DTC} = \frac{G_u^+}{N_u^+} \text{ si } du > 0 \quad \text{ou} \quad \frac{G_u^-}{N_u^-} \text{ si } du < 0$$

Si  $du < 0$ , nous avons déjà mentionné que :

$$\frac{G_u^-}{N_u^-} \Big|_{MC} = \tan(\varphi)$$

Et, si  $du > 0$  on a, avec les valeurs numériques du tableau 3.2 :

$$\frac{G_u^+}{N_u^+} \Big|_{MC} = \frac{G_u^P}{N_u^f} = 0.3 < \tan(\varphi) \approx 0.55$$

De même que précédemment, on montre ainsi que l'on a toujours  $\tau \leq \sigma \tan(\varphi)$  lors d'essais DTC. Notons que l'on a de plus montré que, parmi les quatre sollicitations de calibration (DNC avec  $d\gamma > 0$  ou  $d\gamma < 0$ , et DTC avec  $du > / < 0$ ), seul le cas DTC avec  $du > 0$  permet de quitter le critère de plasticité limite lorsqu'il a été atteint : une compression œdométrique réalisée sur un échantillon proche de la rupture l'en éloigne.

Pour une sollicitation quelconque, ( $du > / < 0; d\gamma > / < 0$ ), on utilise les matrices constitutives vues précédemment afin de calculer  $\vec{d}\sigma$  en fonction de  $\vec{d}l$ . Les directions de ces deux vecteurs sont ensuite définies par les angles  $\theta_{dl}$  et  $\theta_{sig}$ , eux mêmes définis figure 3.5. Partant d'un état situé sur le critère de Mohr Coulomb, la réponse du matériau va violer ce même critère s'il existe une sollicitation en déplacement, caractérisée par  $\theta_{dl}$ , pour laquelle on obtienne  $\theta_{sig} \in [\varphi; 180 + \varphi]$  (en degrés). Une relation linéaire existant ici entre  $\vec{d}\sigma$  et  $\vec{d}l$ , il existe une fonction  $f$  reliant  $\theta_{sig}$  à  $\theta_{dl}$ .

La figure 3.6 représente l'évolution de cette fonction  $f$ , pour trois valeurs de contrainte normale, avec les expressions des modules présentées plus haut<sup>4</sup>. On peut ainsi vérifier que le critère de Mohr Coulomb n'est effectivement jamais violé, quelque soit la direction de sollicitation. Cette figure 3.6 permet également de vérifier qu'il y a continuité de la direction réponse en contrainte lorsque l'on passe d'une zone tensorielle à l'autre (i.e. tous les  $90^\circ$  pour  $\theta_{dl}$ ).

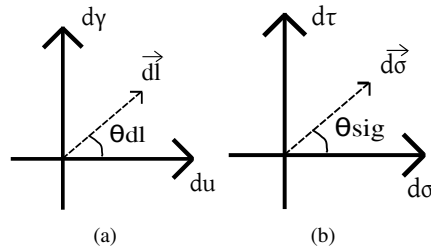


FIG. 3.5 – Définition des angles. (a) Plan des déplacements (b) Plan de Mohr

<sup>4</sup>On a donc ici  $\varphi = 29^\circ$ , valeur que l'on a fait figurer sur la figure

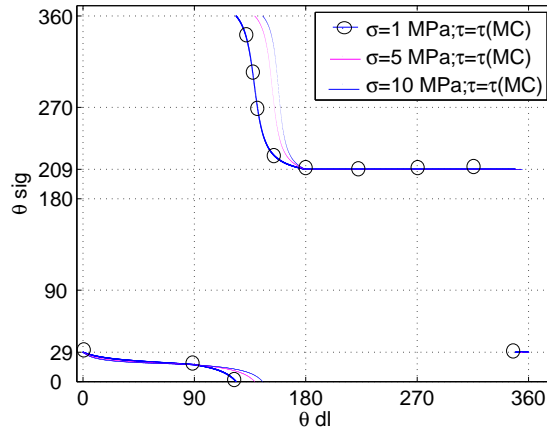


FIG. 3.6 – Relation directionnelle entre une sollicitation en déplacement, et une réponse en contraintes, sur le critère de plasticité limite

### 3.4.2 Lien avec le déterminant de la matrice constitutive

Le caractère non bijectif de la fonction  $f$  est provoqué par l'annulation, sur le critère de Mohr Coulomb, du déterminant de la matrice constitutive,  $M$ . Dans le cas des sollicitations quelconques, en se plaçant dans une zone tensorielle donnée et en omettant les signes indexant les modules, rappelons que  $M$  est définie par :

$$\begin{pmatrix} d\tau \\ d\sigma \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} dy \\ du \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_y & G_u \\ N_y & N_u \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dy \\ du \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

On a donc de manière générale :

$$\det(M) = G_y N_u - G_u N_y \quad (3.13)$$

Ce déterminant peut en fait s'exprimer en fonction de grandeurs caractéristiques d'essais, et on peut ainsi donner à son annulation deux sens physiques :

1. Celle-ci a un lien avec l'existence d'un palier de la contrainte tangentielle  $\tau$  lors d'un essai CNC : le module  $N_u$  étant non nul (sauf pour  $\sigma = 0$ ), on peut écrire :

$$\det(M) = 0 \Leftrightarrow G_y - N_y \frac{G_u}{N_u} = 0 \Leftrightarrow \left. \frac{d\tau}{dy} \right|_{CNC} = 0 \quad (3.14)$$

d'après l'équation (3.8). Dans un essai CNC on atteint donc bien le critère de plasticité limite lorsque  $\tau$  atteint sa valeur maximale. Nous pouvons par là même faire remarquer que les comportements post-pic (de  $\tau$ ) observés par certains auteurs lors de tels essais ne peuvent être décrits par la loi Quadri2, puisqu'un radoucissement  $\frac{d\tau}{dy} < 0$  équivaut ici (puisque  $N_u^{+/-}$  est évidemment positif) à un déterminant de la matrice constitutive devenu négatif après s'être annulé.

2. On peut aussi faire apparaître des conditions portant sur les chemins de calibration, DNC et DTC :

$$\begin{aligned} \det(M) = 0 &\Leftrightarrow N_u N_y \left( \frac{G_y}{N_y} - \frac{G_u}{N_u} \right) = 0 \\ &\Leftrightarrow N_u N_y \left( \left. \frac{d\tau}{d\sigma} \right|_{DNC} - \left. \frac{d\tau}{d\sigma} \right|_{DTC} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.15)$$

Puisque c'est le cas des modules, les déterminants des différentes matrices associées aux 4 zones tensorielles ne dépendent que de l'état en contrainte du joint. La figure 3.7 présente ainsi leurs évolutions, pour différentes valeurs de  $\sigma$ . Via les modules  $G_u$  et  $N_u$  l'influence de  $\sigma$  existe (la comparaison est plus aisée sur la figure 3.7 (b)), mais les allures sont toutes semblables : décroissantes, avec une discontinuité en  $\tau = \sigma \tan(\varphi_c)$  dûe au changement discontinu des valeurs de  $N_\gamma^+$  et  $N_\gamma^-$  en ce point.

On peut ainsi vérifier que deux des quatre matrices, celles correspondant aux zones tensorielles du demi-espace  $du < 0$  voient donc leur déterminant s'annuler exactement sur le critère de Mohr Coulomb. Cette annulation du déterminant est indépendante des valeurs des paramètres du tableau 3.2, elle ne dépend que de la définition des modules (les équations (3.10) et (3.11)). Pour les deux zones tensorielles  $du < 0$ , dans le cadre de cette définition, les directions dans le plan de Mohr des deux chemins de calibration, DNC ou DTC, une fois sur le critère de plasticité limite sont en effet toujours confondues avec celle du critère ; le déterminant est donc forcément nul, d'après l'équation (3.15).

Le modèle de comportement permet ainsi de retrouver une condition limite de plasticité qui se confond avec le critère de Mohr-Coulomb.

### 3.4.3 Règle d'écoulement

Puisque le déterminant des matrices s'annule, il existe des<sup>5</sup> directions de sollicitations en déplacement pour lesquelles la réponse en contrainte associée est nulle :

$$\det(M) = 0 \Leftrightarrow \exists \vec{dl} \neq \vec{0} \text{ tel que } \vec{d\sigma} = M \vec{dl} = \vec{0} \quad (3.16)$$

Cette direction en déplacement, associée à un état de contraintes restant sur le critère de plasticité limite, correspond à la règle d'écoulement du joint. Plus pragmatiquement, il s'agit de la direction<sup>6</sup> propre de la valeur propre 0, qui est alors admise par la matrice  $M$  puisque son déterminant est nul. Celle-ci est représentée sur la figure 3.8, en envisageant les deux seules matrices correspondant aux zones tensorielles telles que  $du < 0$ , et différentes valeurs de  $\sigma$ .

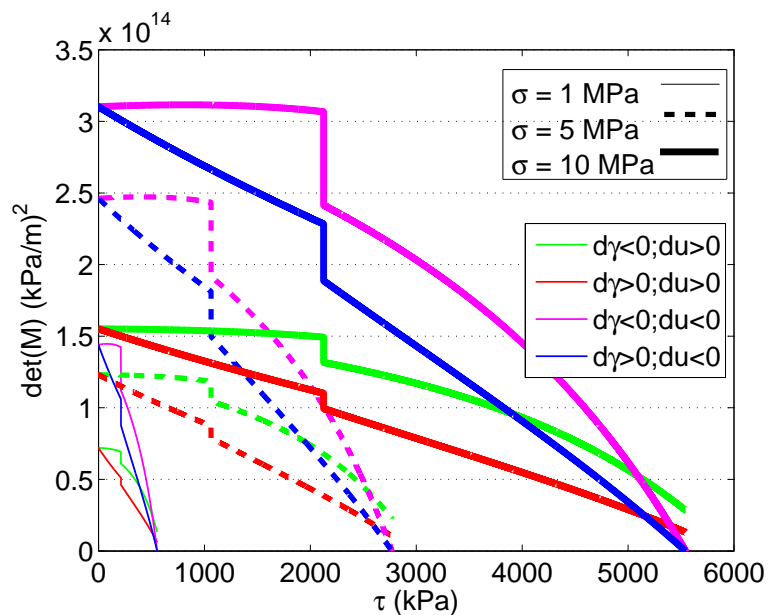
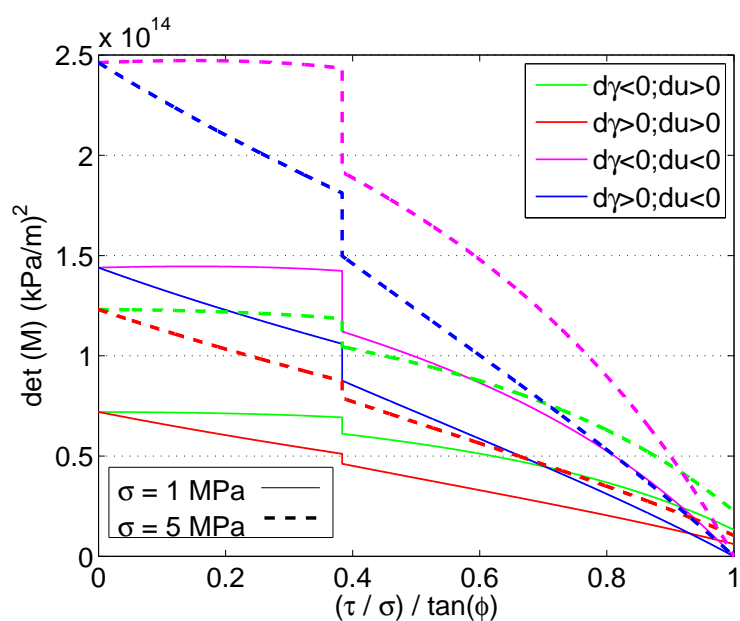
Seules celles représentées figure 3.8(b) sont admissibles. Celles de la figure 3.8(a) ne sont pas contenues dans la bonne zone tensorielle, ( $d\gamma < 0; du < 0$ ) à l'intérieur de laquelle la matrice associée est définie. La règle d'écoulement du matériau appartient donc à ( $d\gamma > 0; du < 0$ ) et il est à remarquer que l'on trouve ainsi une règle d'écoulement caractérisée par un angle  $\theta dl$  compris entre -5 et -10° (suivant la valeur de la contrainte normale). C'est exactement l'intervalle que l'on avait imaginé à partir des simulations numériques Yade présentées au paragraphe 2.7.2.

## 3.5 Le critère du travail du second ordre pour une loi de joint rocheux : généralités

La loi, dans sa version INL2, qui a été ici établie sera utilisée au chapitre 4 afin de calculer la stabilité d'un massif rocheux réel. Nous utiliserons alors le critère du travail du second ordre comme critère de stabilité. Avant de passer à l'échelle d'un ensemble de blocs interagissant selon cette loi INL2, nous étudions ici la forme locale de ce critère (cf le paragraphe 1.2.4), qui ne dépend que de la loi de comportement. Comme on l'a vu, ce critère local permet de définir pour chaque loi de comportement un domaine de bifurcation et des directions instables. Nous présentons ici quelques résultats à ce sujet, dans un cadre d'abord général.

<sup>5</sup>Une seule ici, dans ce cas d'une matrice  $M$  ( $2 \times 2$ ) non nulle

<sup>6</sup>Si  $\vec{v}$  est un vecteur propre associé à une valeur propre  $\lambda$  quelconque,  $-\vec{v}$  l'est aussi :  $M(-\vec{v}) = -M\vec{v} = -\lambda\vec{v} = \lambda(-\vec{v})$

(a) Représentation en fonction de  $\tau$  pour  $\sigma = 1; 5; 10$  MPa(b) Représentation en fonction de  $(\tau/\sigma)/\tan(\phi)$  pour  $\sigma = 1; 5$  MPaFIG. 3.7 – Évolution des déterminants des quatre matrices constitutives pour les quatre zones tensorielles, et pour différentes valeurs de  $\sigma$

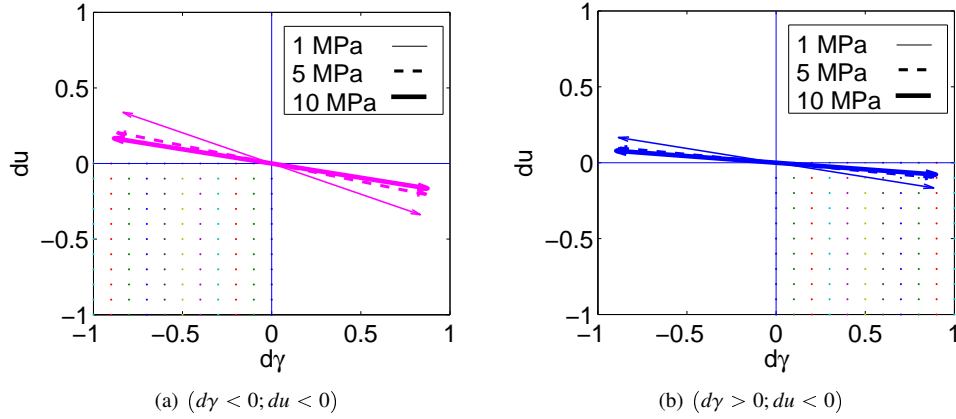


FIG. 3.8 – Direction propre associée à la valeur propre 0.  
Pour les deux zones tensorielles contenant  $du < 0$ , et pour  $\sigma = 1; 5; 10$  MPa

### 3.5.1 Instabilités suite à diverses sollicitations

Le critère du travail du second ordre est investigué dans ce paragraphe pour les diverses directions de sollicitations possibles. On se place dans le cadre de la loi Quadri2 mais sans tenir compte des définitions des modules présentés aux équations (3.10) et (3.11). Les résultats présentés sont donc valables pour toute loi de comportement définie par l'équation (3.5), impliquant celle (3.12).

#### Pour un chemin de sollicitation de calibration

Considérons tout d'abord les deux chemins de calibration. Pour le chemin DNC ( $du = 0; dy > / < 0$ ), on a ainsi

$$d^2w = d\tau \times dy = G_y^{+/-} dy^2$$

On a donc  $d^2w > 0$  si et seulement si le comportement du matériau ne présente pas de pic de  $\tau$  sur ce chemin, c'est à dire de radoucissement. C'est d'ailleurs le cas de notre relation.

Pour le chemin DTC ( $dy = 0; du > / < 0$ ) :

$$d^2w = d\sigma \times du = N_u^{+/-} du^2$$

Même dans un cas très général on a du mal à envisager des raideurs en compression négatives, le travail du second ordre est donc sans doute toujours strictement positif le long d'un tel chemin. C'est bien évidemment le cas pour nous :  $N_u^{+/-} > 0$  (= 0 uniquement si  $\sigma = 0$ ).

Notons que puisque les comportements des relations INL2 et Quadri2 sont confondus pour ces sollicitations, ces résultats restent valables pour la loi INL2.

#### Pour un chemin de sollicitation quelconque

Considérons alors une autre sollicitation, quelconque, définie par ( $du > / < 0; dy > / < 0$ ). En se restreignant au cas Quadri2, on peut utiliser la relation linéaire présentée équation (3.12). On développe alors l'expression vue à l'équation (1.7) :

$$d^2w = \vec{dl} \cdot d\vec{\sigma} = {}^i\vec{dl} M \vec{dl}$$



et on obtient :

$$d^2w = d\gamma^2 \left( N_u \left( \frac{du}{d\gamma} \right)^2 + (G_u + N_\gamma) \frac{du}{d\gamma} + G_\gamma \right)$$

Le signe de  $d^2w$  est donc exactement le même que celui du polynôme  $P$ , de degré 2, défini par :

$$P(X) = N_u X^2 + (G_u + N_\gamma) X + G_\gamma \quad (3.17)$$

Le travail du second ordre  $d^2w$  est donc négatif ou nul lorsque  $P$  l'est. Comme on peut très certainement poser  $N_u^{+/-} > 0$ , il faut que les deux conditions suivantes soient remplies :

- Le polynôme  $P$  admet des racines : son discriminant,  $\Delta$ , est positif. Ce dernier ne dépend, via les modules, que de l'état en contrainte du matériau. L'ensemble des états  $(\tau; \sigma)$  rendant  $\Delta \geq 0$  correspond ainsi au **domaine de bifurcation** du joint. Il est défini par :

$$\Delta = (G_u + N_\gamma)^2 - 4 N_u G_\gamma \geq 0 \quad (3.18)$$

- La “direction”  $du/d\gamma$  considérée fait partie des directions rendant  $P$ , i.e.  $d^2w$ , négatif ou nul. L'ensemble de ces directions définit l'**ensemble des directions instables**. Cet ensemble,  $S$ , est ici un intervalle délimité par les deux racines de  $P$  : il s'agit donc graphiquement de cônes de directions instables dans les plans  $(u, \gamma)$ , et  $(\tau, \sigma)$ .  $S$  est défini exactement par :

$$S = \left[ \frac{-(G_u + N_\gamma) - \sqrt{\Delta}}{2 N_u}; \frac{-(G_u + N_\gamma) + \sqrt{\Delta}}{2 N_u} \right] \quad (3.19)$$

Il faut tout de même vérifier que cet ensemble présente bien une intersection non-nulle avec la zone tensorielle qui est alors considérée. Si ce n'est pas le cas, c'est que l'on n'est en fait pas dans le domaine de bifurcation, même si  $\Delta \geq 0$ .

**Zones tensorielles ( $d\gamma > 0; du > 0$ ) et ( $d\gamma < 0; du < 0$ )** Ces deux zones tensorielles vérifient donc  $du/d\gamma > 0$ . La plus grande pente des directions  $du/d\gamma$  instables, nommée  $Di_2$ , doit donc être strictement positive. Elle a le même signe que  $Di'_2$  :

$$Di'_2 = -(G_u + N_\gamma) + \sqrt{\Delta}$$

En supposant que  $N_u G_\gamma \geq 0$ , i.e. que  $G_\gamma$  soit aussi positif, on a toujours  $\Delta \leq (G_u + N_\gamma)^2$ , d'où  $\sqrt{\Delta} \leq |G_u + N_\gamma|$ , donc :

$$Di'_2 \leq |G_u + N_\gamma| - (G_u + N_\gamma)$$

Ainsi si  $G_u + N_\gamma \geq 0$ , alors  $Di_2 \leq 0$  et aucune direction des zones tensorielles considérées ne peut être instable.

Il est donc ici nécessaire que l'on ait, en plus de  $\Delta \geq 0$  :  $G_u + N_\gamma < 0$ .

**Zones tensorielles ( $d\gamma > 0; du < 0$ ) et ( $d\gamma < 0; du > 0$ )** Dans ces zones tensorielles, on a  $du/d\gamma < 0$ .

Par conséquent, si  $G_u + N_\gamma \leq 0$ , on a alors  $\sqrt{\Delta} < |G_u + N_\gamma| = -G_u - N_\gamma$  et donc :

$$-G_u - N_\gamma - \sqrt{\Delta} > 0$$

On montre ainsi que la plus petite, et par conséquent toutes les éventuelles directions instables  $du/d\gamma$  sont positives et ainsi non acceptables. Il faut donc ici que  $G_u + N_\gamma > 0$ . On discutera un peu plus loin ce type de conditions.

La figure 3.9 résume ces conditions, établies dans un cas général : la seule hypothèse est celle d'un signe positif des modules  $N_u$  et  $G_\gamma$ , ce qui paraît inévitable physiquement.

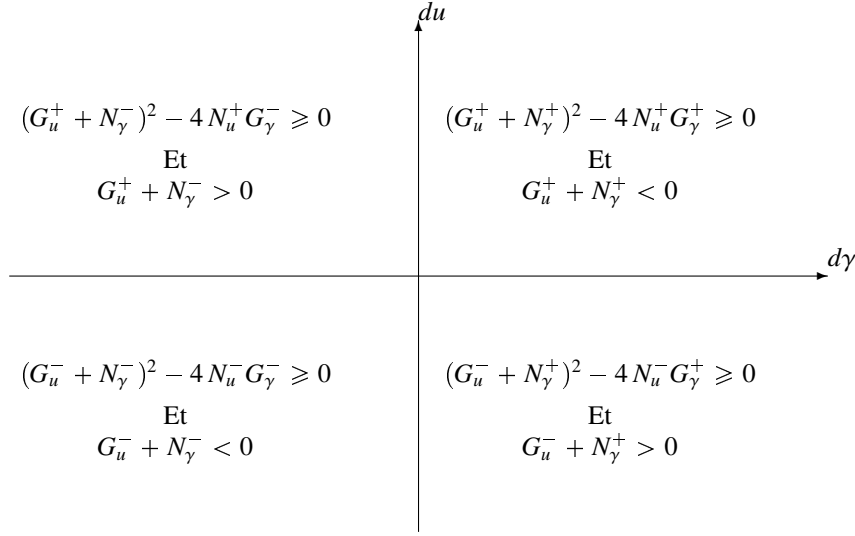


FIG. 3.9 – Conditions nécessaires pour obtenir des instabilités potentielles

### 3.5.2 Orientation des cônes d'instabilité

Les cônes de direction instables exhibés par différents auteurs ont souvent une orientation similaire : vers l'origine des contraintes. C'est ainsi le cas par exemple dans les travaux de Sibille *et al.* [93] ou dans ceux de Darve *et al.* [35], même si dans ces derniers une deuxième famille, orientée différemment, apparaît pour des contraintes élevées. Dans le cas de lois de joint rocheux, étudiées dans le plan de Mohr, on peut en fait légèrement préciser à l'avance quelle sera l'orientation, en particulier si les directions instables correspondent à un allègement de la charge régnant sur le joint ( $d\sigma < 0$ ) ou non.

Si elles existent (i.e. si  $\Delta \geq 0$ ) les deux limites  $k$  des cônes instables dans le plan de Mohr ont comme coordonnées en abscisse  $d\sigma_k^i$  (voir la figure 3.10) :

$$\begin{aligned} d\sigma_k^i &= N_\gamma d\gamma + N_u du = d\gamma \left( N_\gamma + N_u \frac{-(G_u + N_\gamma) + f(k) \sqrt{\Delta}}{2N_u} \right) \\ &= \frac{d\gamma}{2} (N_\gamma - G_u + f(k) \sqrt{\Delta}) = \frac{d\gamma}{2} G_k \end{aligned}$$

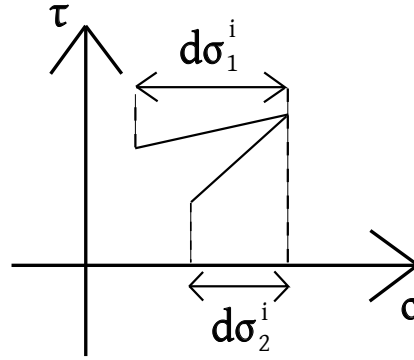
Avec  $f(k) = 1$  pour une branche, et  $-1$  pour l'autre. On cherche alors à expliciter le signe de  $G_k$ . Il dépend de celui de  $N_\gamma - G_u$ .

Si  $N_\gamma - G_u > 0$ , pour la branche du cône  $k$  telle que  $f(k) = 1$ , on a trivialement  $G_k > 0$ . Reste à considérer le cas  $f(k) = -1$  :

$$\begin{aligned} G_k \geq 0 &\Leftrightarrow N_\gamma - G_u \geq \sqrt{\Delta} > 0 \\ &\Leftrightarrow (N_\gamma - G_u)^2 \geq \Delta \\ &\Leftrightarrow (N_\gamma - G_u)^2 \geq (N_\gamma + G_u)^2 - 4N_u G_\gamma \\ &\Leftrightarrow N_u G_\gamma - N_\gamma G_u \geq 0 \Leftrightarrow \det(M) \geq 0 \end{aligned}$$

Le déterminant de la matrice constitutive apparaît ainsi. Il est, physiquement, positif. Dans ce cas  $G_k$  est toujours aussi positif, et les deux  $d\sigma_k^i$  sont du même signe que  $d\gamma$ .

Considérons alors le cas  $N_\gamma - G_u < 0$ . Pour  $k$  tel que  $f(k) = -1$ , on a de nouveau facilement  $G_k < 0$ . Pour l'autre branche, telle que  $f(k) = 1$ , on montre que c'est aussi le cas, en utilisant de

FIG. 3.10 – Cônes instables dans le plan de Mohr : définition de  $d\sigma_k^i$ 

même la positivité de  $\det(M)$  :

$$\begin{aligned}
 \det(M) \geq 0 &\Leftrightarrow N_u G_\gamma - N_\gamma G_u \geq 0 \\
 &\Leftrightarrow \frac{1}{4} (4 N_u G_\gamma + (G_u - N_\gamma)^2 - (G_u + N_\gamma)^2) \geq 0 \\
 &\Leftrightarrow -\Delta + (G_u - N_\gamma)^2 \geq 0 \\
 &\Leftrightarrow \sqrt{\Delta} \leq G_u - N_\gamma : \text{les deux termes, } \Delta \text{ et } G_u - N_\gamma, \text{ sont } \geq 0 \\
 &\Leftrightarrow G_k \leq 0
 \end{aligned}$$

Le tableau 3.3 résume ces conditions. Il est donc valable dès que les modules  $N_u$  et le déterminant de la matrice constitutive sont positifs. Il permet de préciser, dans ce cadre général, quels peuvent être les mécanismes d'instabilité, à condition qu'ils existent. Ceux-ci dépendent donc de la direction de sollicitation en cisaillement (signe de  $d\gamma$ ) et de la comparaison des phénomènes couplés du joint : la dilatance ( $N_\gamma$ ) vs l'influence sur  $\tau$  d'une compression ( $G_u$ ). Par exemple, si l'on a un joint très dilatant, i.e. si  $N_\gamma$  est fort et qu'on a  $N_\gamma > G_u$ , les mécanismes d'instabilité correspondent soit à une charge en cisaillement associée à une augmentation de  $\sigma$ , pouvant être provoquée par une diminution de la pression d'un fluide présent dans le joint ; soit à une inversion du cisaillement conjuguée à une baisse de  $\sigma$ .

	$d\gamma < 0$	$d\gamma > 0$
$G_u > N_\gamma$	Cône instable entièrement dans le demi-espace $d\sigma > 0$	Cône instable entièrement dans le demi-espace $d\sigma < 0$
$G_u < N_\gamma$	Cône instable entièrement dans le demi-espace $d\sigma < 0$	Cône instable entièrement dans le demi-espace $d\sigma > 0$

ТАВ. 3.3 – Orientation dans le plan de Mohr, vis à vis de l'axe  $d\sigma$ , des cônes instables, si ils existent

Notons que la comparaison des termes de couplage  $N_\gamma$  et  $G_u$  apparaissait déjà dans les conditions à remplir pour obtenir effectivement une instabilité (figure 3.9), on considèrerait toutefois alors le signe de  $N_\gamma + G_u$  alors qu'il s'agit ici de celui de  $N_\gamma - G_u$ .

### 3.5.3 Lien avec la partie symétrique des matrices constitutives

Le lien existant entre la partie symétrique,  $M^S$ , de la matrice constitutive et le travail du second ordre a été mentionné au paragraphe 1.2.4. Darve et Laouafa [34] montrent ainsi par

exemple qu'une matrice  $M^S$  définie positive, et par conséquent au déterminant strictement positif, implique la non-existence de directions instables. Nous l'illustrons ici dans le cas d'une loi de type Quadri2, en nous plaçant dans une zone tensorielle ( $du > / < 0$ ;  $d\gamma > / < 0$ ) donnée.

La partie symétrique de la matrice constitutive, qui existe alors, est définie par :

$$M^S = \begin{pmatrix} G_\gamma & \frac{G_u + N_\gamma}{2} \\ \frac{G_u + N_\gamma}{2} & N_u \end{pmatrix}$$

Son déterminant vaut donc :

$$\det(M^S) = G_\gamma N_u - \left( \frac{G_u + N_\gamma}{2} \right)^2$$

Ainsi :

$$\det(M^S) = -\frac{(G_u + N_\gamma)^2 - 4 G_\gamma N_u}{4} = -\frac{\Delta}{4} \quad (3.20)$$

On vérifie donc bien que  $\det(M^S) > 0$  est contradictoire avec  $\Delta \geq 0$ , nécessaire pour avoir des directions instables. On retrouve ainsi que la frontière du domaine de bifurcation est donnée par  $\det(M^S) = 0$ , ce qui est un résultat général.

Lorsque le comportement du joint est associé :  $M = M^S$ , la positivité de  $\det(M^S)$  est assurée par celle de  $\det(M)$ . On retrouve donc ici aussi que dans un cas associé les directions instables n'apparaissent que sur le critère de plasticité limite où  $\det(M) = \det(M^S)$  s'annule.

## 3.6 Le critère du travail du second ordre pour les lois INL2 et Quadri2

Les résultats généraux ayant été présentés, nous les appliquons aux deux lois de comportement Quadri2, puis INL2, définies par les expressions des modules (3.10) et (3.11) et les valeurs des paramètres du tableau 3.2.

### 3.6.1 Domaine de bifurcation de la loi Quadri2

La figure 3.11 représente l'évolution, en fonction de  $\tau$  et pour une valeur de  $\sigma$  donnée, du discriminant  $\Delta$  défini à l'équation (3.18). Toutes les zones tensorielles sont considérées.

Dans un état non cisailé ( $\tau = 0$  Pa), les discriminants sont donc initialement tous négatifs. Ils croissent ensuite au cours du cisaillement du joint, et on peut alors obtenir des valeurs positives de  $\Delta$ , ce qui correspond à l'entrée dans le domaine de bifurcation (sous réserve que les directions instables qui apparaissent alors soient dans la bonne zone tensorielle). La valeur de  $\sigma$  influe sur les évolutions de  $\Delta$ , comme on peut le voir plus facilement sur la figure 3.11(b). Pour toutes les valeurs de  $\sigma$  testées, excepté celles très faibles<sup>7</sup>, on obtient l'annulation de  $\Delta$  la plus précoce pour la zone tensorielle ( $d\gamma > 0$ ;  $du < 0$ ), correspondant à une charge en cisaillement associée à une dilatance.

La figure 3.12 considère alors uniquement cette zone tensorielle. Y sont représentés les points du plan de Mohr (qui a été maillé avec une précision de quelques kPa) pour lesquels le discriminant  $\Delta$  associé à cette zone tensorielle est positif ou nul. On vérifiera au paragraphe 3.6.2 que les directions instables associées sont bien acceptables car situées dans cette zone tensorielle-ci : on a

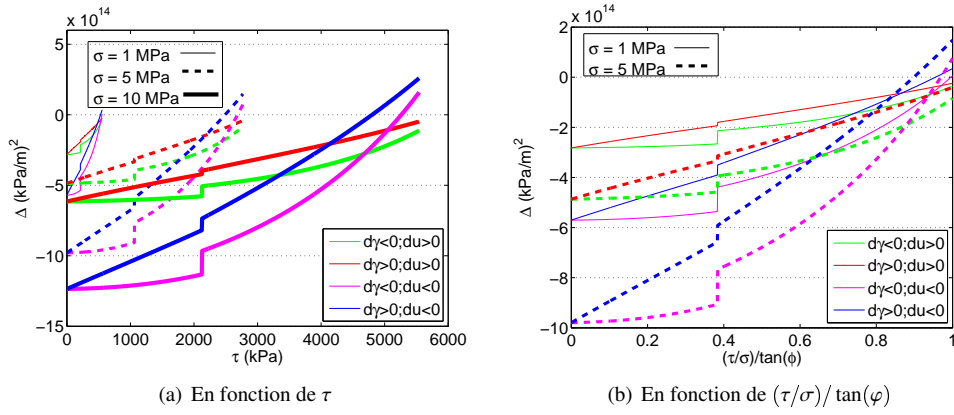


FIG. 3.11 – Évolution de  $\Delta$  (Existence de directions instables  $\Rightarrow \Delta \geq 0$ )

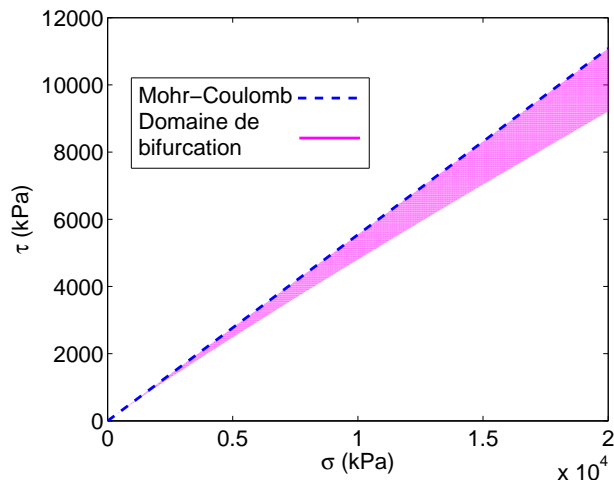


FIG. 3.12 – Domaine de bifurcation de la loi Quadri2

### 3.6. LE CRITÈRE DU TRAVAIL DU SECOND ORDRE POUR LES LOIS INL2 ET QUADRI2107

donc le domaine de bifurcation de la loi Quadri2. Il dépend ainsi de la contrainte normale. Afin de s'en rendre compte plus facilement, on peut considérer la figure 3.13 où est représenté, en fonction de  $\sigma$ , l'angle de frottement mobilisé correspondant aux points situés à la limite du domaine de bifurcation. Pour les faibles contraintes, le domaine de bifurcation est réduit au critère de plasticité limite : le critère du travail du second ordre est confondu avec celui de Mohr-Coulomb. Les deux critères se différencient lorsque  $\sigma$  augmente : pour  $\sigma = 20$  MPa par exemple, on entre dans le domaine de bifurcation pour  $\tau$  égal environ à 0.8 fois  $\tau_{max}$  prédit par Mohr-Coulomb.

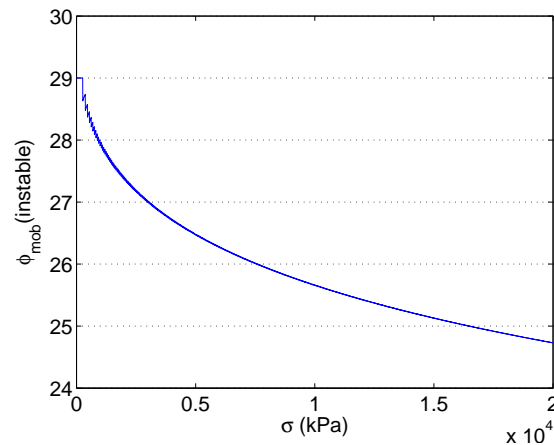


FIG. 3.13 – Zone tensorielle ( $dy > 0; du < 0$ ) : angle de frottement à mobiliser pour entrer dans le domaine de bifurcation

#### 3.6.2 Domaine de bifurcation de la loi INL2, directions instables des lois INL2 et Quadri2

Les calculs analytiques ne sont pas possibles, ou du moins nettement plus fastidieux, avec la loi INL2. Afin d'exhiber son domaine de bifurcation, on utilise une méthode de recherche directionnelle, incluse dans le programme mentionné au paragraphe 3.1.3. Cette méthode est tout d'abord présentée, puis c'est au tour des résultats qu'elle permet d'obtenir.

##### La recherche directionnelle de directions instables

Le caractère directionnel de  $d^2w$ , mentionné au paragraphe 1.2.4 est à la base de cette méthode de recherche de directions instables. Contrairement à la démarche du paragraphe 3.5.1, celle-ci peut être utilisée pour n'importe quelle loi de comportement  $\vec{d}\sigma = f(\vec{d}l)$ , même si cette dernière est non-linéaire.

Il s'agit d'appliquer un incrément de sollicitation  $\vec{d}l$  de norme quelconque donnée et d'angle  $\theta dl$  (voir figure 3.5) balayant tout l'intervalle  $[0^\circ; 360^\circ]$ . On calcule alors la réponse  $\vec{d}\sigma$  associée, puis la valeur du travail du second ordre  $d^2w$ . Celui-ci peut ensuite être représenté en fonction de la direction de sollicitation  $\vec{d}l$  via une représentation polaire ou circulaire (Darve et Laouafa, [34]). La représentation circulaire permet d'éviter des représentations polaires maladroites lorsque  $d^2w$  est justement négatif. Elle correspond à la représentation polaire de la fonc-

<sup>7</sup> $\sigma < 130$  kPa

tion  $f$  définie par  $f(\theta dl) = d^2w(\theta dl) + C$ , où  $C$  est une constante choisie telle que  $\forall \theta dl, f(\theta dl) > 0$ .

On réalise ainsi une recherche directionnelle en déplacement. Des recherches directionnelles en contraintes sont également possibles de la même manière, en imposant une sollicitation  $d\vec{\sigma}$  de direction  $\theta sig$  (voir figure 3.5) variable. La réponse  $d\vec{l}$  associée est calculée, en Quadri2 ou en INL2, en utilisant l'algorithme de convergence directionnelle présenté au paragraphe 3.1.3.

### Domaine de bifurcation de la loi INL2

Cette méthode est ainsi utilisée pour déterminer le domaine de bifurcation de la loi INL2. Des essais CNC (choisis uniquement car ils permettent de parcourir plus efficacement le plan de Mohr) sont simulés avec cette loi, et régulièrement au cours de l'essai une recherche directionnelle est effectuée ( $\theta dl$  balayant  $[0^\circ; 360^\circ]$  tous les  $0.5^\circ$ ). Les premiers états  $(\tau; \sigma)$  faisant apparaître des directions instables sont ainsi détectés avec une précision dépendant de la fréquence des recherches directionnelles au cours de l'essai CNC.

La figure 3.14 représente la frontière du domaine de bifurcation INL2 ainsi obtenue. L'erreur est de ici de 20 kPa au maximum. Ce domaine de bifurcation est comparé à celui de la loi Quadri2 (cf figure 3.12), et au critère de plasticité limite. Le domaine de bifurcation INL2 a la même allure

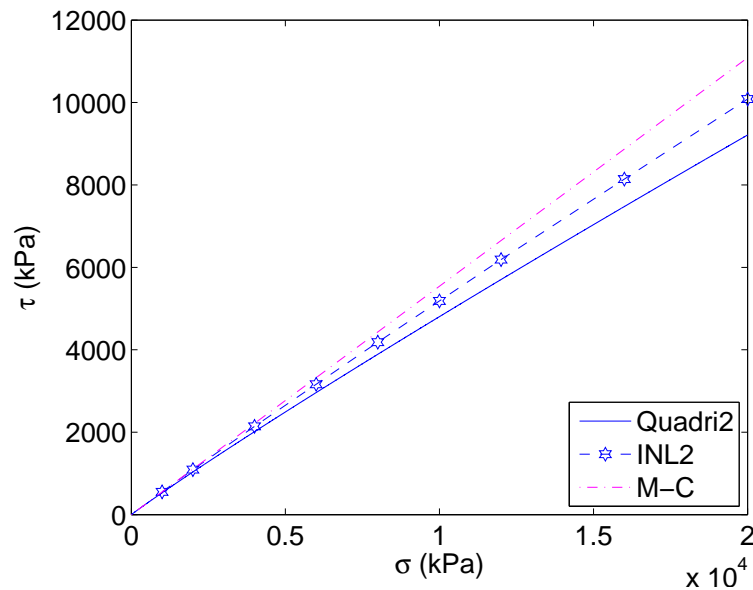


FIG. 3.14 – Loi INL2 : domaine de bifurcation

que celui de la loi Quadri2 mais il est moins étendu : il concerne des états du joint encore plus cisailés. Ceci est retrouvé par d'autres utilisateurs de ce type de lois incrémentales non-linéaires ou quadri-linéaires, comme Prunier [82].

### Représentation circulaire du travail du second ordre

Différentes recherches directionnelles, en déplacement avec la loi INL2, sont réalisées pour la même valeur de  $\sigma$  (10 MPa), mais pour des états de plus en plus cisailés : des valeurs de  $\tau/\sigma$

### 3.6. LE CRITÈRE DU TRAVAIL DU SECOND ORDRE POUR LES LOIS INL2 ET QUADRI2109

croissantes. Les représentations polaires de  $d^2w$  correspondant à ces différentes recherches directionnelles apparaissent sur la figure 3.15. Comme sur la figure 3.14, on retrouve les premières directions instables, i.e. l'entrée dans le domaine de bifurcation de la loi INL2, pour un angle de frottement mobilisé  $\phi_{mob} > 27^\circ$ . Les directions instables obtenues sont étudiées en détail au paragraphe suivant.

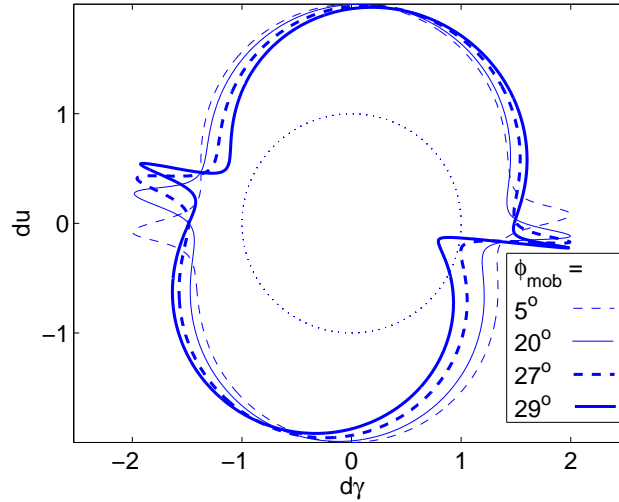


FIG. 3.15 – Loi INL2 : Représentation circulaire de  $d^2w$  (Pour  $\sigma = 10$  MPa)

#### Directions instables

Les figures 3.16 et 3.17 permettent de visualiser les cônes de direction instables obtenus avec la loi Quadri2. Rappelons qu'il s'agit bien en fait de "demi-directions instables" puisque la matrice constitutive, et par conséquent  $d^2w$ , dépend du sens du vecteur sollicitation.

Toutes les directions instables appartiennent à la zone tensorielle ( $d\gamma > 0; du < 0$ ). Les cônes en contrainte associés vérifient tous ( $d\sigma < 0; d\tau < 0$ ). Par rapport aux conclusions du tableau 3.3, on peut en effet vérifier que l'on est ici dans le cas  $N_\gamma = N_\gamma^+ < G_u = G_u^-$  (et  $d\gamma > 0$ ), il est donc normal d'avoir  $d\sigma < 0$  pour les directions en contrainte instables.

Il existe en fait aussi des directions instables appartenant à la zone ( $d\gamma < 0; du > 0$ ) pour les faibles contraintes ( $\sigma < 130$  kPa). Les cônes en contrainte associés appartiennent aussi au demi-quadrant ( $d\sigma < 0; d\tau < 0$ ) : dans ce cas-ci  $N_\gamma = N_\gamma^- > G_u = G_u^+$ , et il est normal de retrouver  $d\sigma < 0$  car  $d\gamma < 0$ . Ces cônes n'apparaissent donc cependant que pour des valeurs de  $\sigma$  inférieures à 130 kPa et pour des angles de frottement mobilisés quasiment égaux à celui de Mohr-Coulomb : environ  $28.8^\circ$  au lieu de  $29^\circ$  pour  $\sigma=100$  kPa par exemple. Par conséquent nous négligerons cette deuxième famille de cônes.

Notons enfin que l'on avait vu, cf la figure 3.11, que le discriminant du polynôme associé à  $d^2w$  pour la zone tensorielle ( $d\gamma < 0; du < 0$ ) pouvait aussi parfois être positif mais les directions instables associées n'appartiennent en fait pas à cette zone tensorielle-ci et elles ne sont par conséquent pas acceptables.



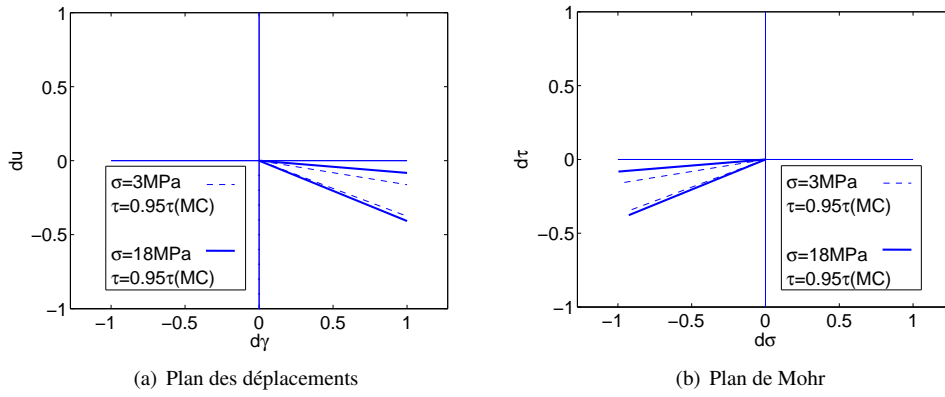


FIG. 3.16 – Directions instables loi Quadri2 : influence de  $\sigma$

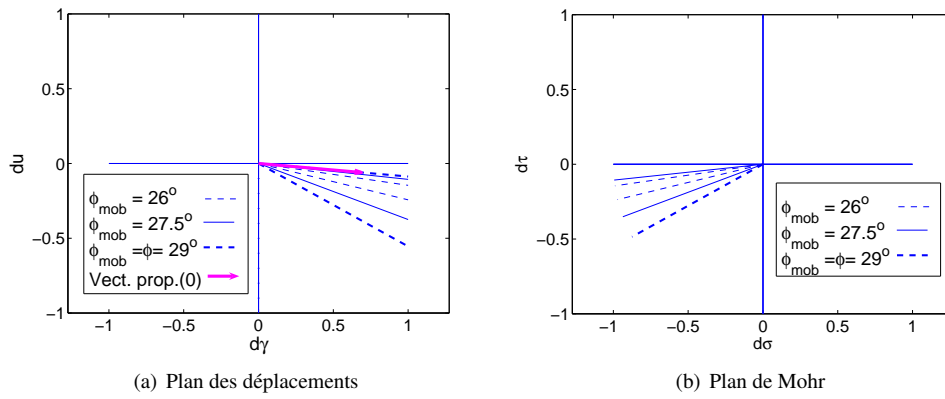


FIG. 3.17 – Directions instables loi Quadri2 : influence du cisaillement (Pour  $\sigma = 10$  MPa)

### 3.7. RÉPONSES INCRÉMENTALES UNITAIRES DES RELATIONS INL2 ET QUADRI2111

On voit alors sur les figures 3.16 et 3.17 que l'ouverture des cônes augmente à la fois avec  $\sigma$  (figure 3.16) et le cisaillement (le rapport  $\tau/\sigma$  : voir figure 3.17).

Lorsque l'on est sur le critère de plasticité limite on vérifie bien que l'une des deux branches du cône (en déplacement) correspond exactement au vecteur propre de la valeur propre 0 alors admise. Il est en effet normal de retrouver  $d^2w = \vec{d}\sigma \cdot \vec{d}l = 0$  pour cette direction  $\vec{d}l$ , puisque dans ce cas  $\vec{d}\sigma = M \vec{d}l = \vec{0}$ . La direction conjuguée dans le plan de Mohr se résume donc à un point. La direction conjuguée de l'autre branche du cône (en déplacement) correspond elle exactement à une descente du critère de Mohr Coulomb.

En conclusion, la figure 3.18 représente des exemples de cônes de la loi INL2, comparés à ceux de la loi Quadri2 que l'on vient de voir. Toutes les remarques formulées précédemment restent valables, les cônes sont uniquement moins ouverts avec la relation INL2 plutôt qu'avec celle Quadri2.

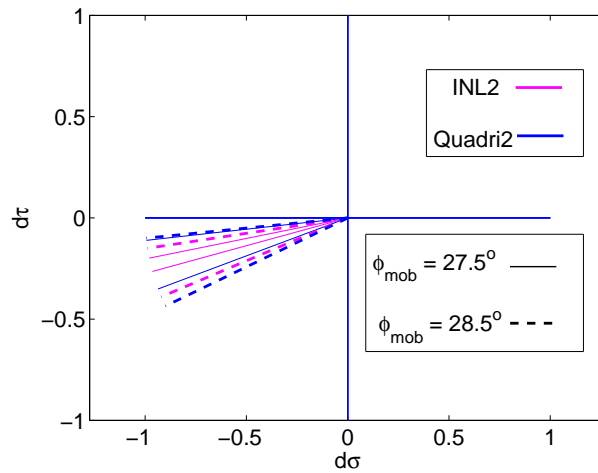


FIG. 3.18 – Directions instables lois Quadri2-INL2 (Pour  $\sigma = 10$  MPa)

## 3.7 Réponses incrémentales unitaires des relations INL2 et Quadri2

L'étude qui vient d'être faite des relations INL2 et Quadri2, vis à vis du critère du travail du second ordre, a fait appel au concept de recherche directionnelle. Ce concept avait été initialement défini par Gudehus [45] pour comparer différentes relations constitutives à l'aide "d'enveloppes réponses". Ces enveloppes réponses permettent d'étudier le caractère directionnel de la matrice élasto-plastique  $M_h$  de manière plus générale. Plutôt que de représenter uniquement l'évolution de  $d^2w$  en fonction de la direction de la sollicitation  $\vec{d}l$  on effectue une représentation polaire de  $\vec{d}\sigma = M \vec{d}l$ . L'effet de la direction de  $\vec{d}l$  sur la norme  $\|\vec{d}\sigma\|$  peut alors aussi être étudié, alors que le critère du travail du second ordre (le signe de celui-ci) ne faisait intervenir que l'angle entre les vecteurs  $\vec{d}l$  et  $\vec{d}\sigma$ .

On présente ainsi ici quelques enveloppes réponses des relations INL2 et Quadri2, suite à des recherches directionnelles effectuées à la fois en contrainte et en déformation. On s'intéresse

à l'influence qu'a la contrainte normale  $\sigma$  sur les enveloppes réponses, et surtout à celle du cisaillement du joint.

### Influence de la contrainte normale

Afin d'étudier l'éventuelle influence de la contrainte normale  $\sigma$  sur les enveloppes réponses on réalise différentes recherches directionnelles, en déplacement avec la relation INL2, pour deux valeurs différentes de  $\sigma$ , mais avec la même valeur du rapport  $\tau/\sigma$  (deux valeurs différentes de ce rapport sont en fait considérées). La figure 3.19 représente les enveloppes réponses obtenues.

Les enveloppes réponses sont donc plus étendues lorsque  $\sigma$  augmente : les modules  $N_u$  et  $G_u$  augmentant avec  $\sigma$  il est normal d'obtenir, suite à une même variation de  $||\vec{d}\sigma||$ , des variations de contraintes de  $||d\vec{\sigma}||$  plus importantes. Ceci mis à part, l'allure générale des enveloppes réponses ne paraît pas vraiment être modifiée. Une influence de  $\sigma$  plus profonde qu'une simple homothétie existe puisque l'on a vu qu'une contrainte normale croissante accroissait l'étendue du domaine de bifurcation ; ceci ne se répercute cependant apparemment pas de manière visible sur les enveloppes réponses.

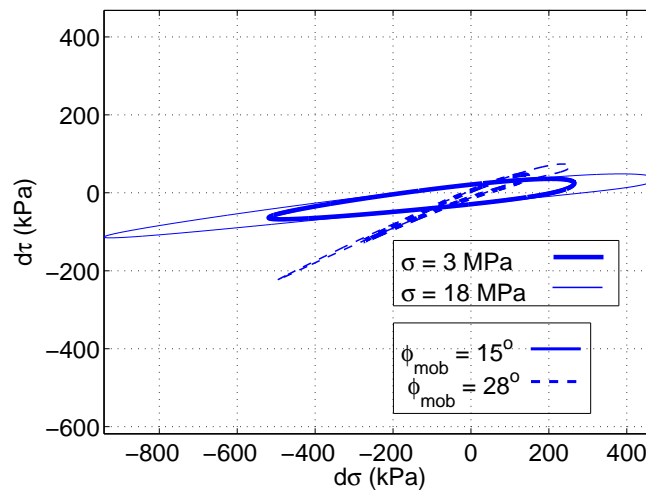
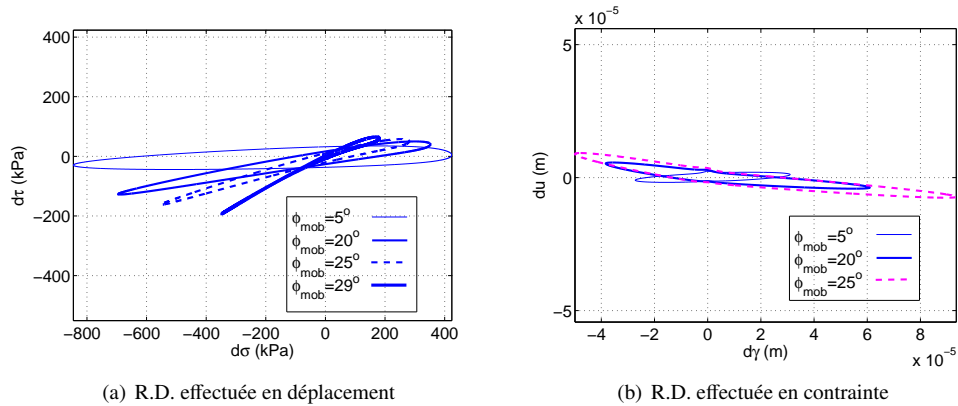


FIG. 3.19 – Enveloppes réponses INL2 : influence de  $\sigma$

### Influence du cisaillement

La figure 3.20 présente alors les enveloppes réponses de la relation INL2, pour différents états du joint sous  $\sigma = 10$  MPa, mais de plus en plus cisailés. Dans ce cas-ci où  $\sigma$  est constant, les valeurs de contrainte atteintes (la surface des enveloppes réponses) ne sont aucunement significatives : la réalisation des recherches directionnelles<sup>8</sup> fait que différentes enveloppes réponses, correspondant à différentes normes de la sollicitation, seront rigoureusement homothétiques puisque la matrice élasto-plastique ne dépend que de la direction de la sollicitation incrémentale.

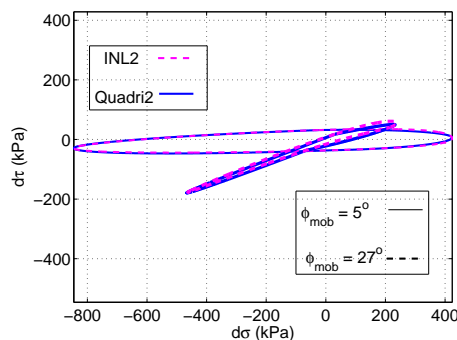
<sup>8</sup>Pour chaque direction de sollicitation, un seul incrément de chargement est appliqué à partir de l'état  $(\tau; \sigma)$  courant, toujours identique.

FIG. 3.20 – Envelopes réponses de la loi INL2 : influence du cisaillement (Pour  $\sigma = 10$  MPa)

De manière générale, les enveloppes réponses, en déplacement ou en contrainte, sont proches de l'axe  $d\gamma$  (soit  $du = 0$ ) ou de celui  $d\sigma$  (soit  $d\tau = 0$ ), du fait de la prédominance des raideurs en compression vis-à-vis de celles tangentielles.

Dans un état initial non cisailé les enveloppes réponses (en contrainte ou en déplacement) ont donc une allure elliptique. Lorsque l'état du joint rocheux est de plus en plus cisailé les enveloppes réponses se déforment. Celle en contrainte (cf figure 3.20(a)) va jusqu'à prendre l'allure d'une "tête d'épingle" à l'arrivée sur le critère de plasticité limite, avec une grande partie parallèle au critère en question. Les recherches directionnelles en contrainte ne sont à ce moment plus possibles, du fait de l'annulation du déterminant de la matrice constitutive (pour plusieurs directions que l'on cherche à imposer en contrainte, il n'existe alors pas de directions en déplacement associées : voir la figure 3.6). On peut cependant constater auparavant que l'enveloppe réponse en déplacement se déforme de plus en plus dans le sens de la règle d'écoulement :  $du/d\gamma \approx -\tan(5 - 10^\circ)$ .

Notons en conclusion que les différences d'enveloppe réponse entre les relations INL2 et Quadri2 sont minimales, comme on peut le voir sur la figure 3.21.

FIG. 3.21 – Comparaison des enveloppes réponses des lois INL2 et Quadri2 (Pour  $\sigma = 10$  MPa)

### 3.8 Influence de la nature du joint

Les valeurs des paramètres des relations INL2 et Quadri2 présentées au tableau 3.2 dépendent nécessairement de la nature du joint rocheux considéré. Celles qui sont ici présentées correspondent à notre modèle numérique de joint rocheux, et à ses caractéristiques qui lui sont propres (voir le tableau 2.1).

Nous avons fait varier certaines d’entre elles, utilisées dans le calcul des moments résistants (voir le tableau 2.3). On va donc utiliser ici les simulations présentées au paragraphe 2.8 afin d’y calibrer un nouveau jeu de paramètres de notre loi constitutive. On espère ainsi avoir un (bref) aperçu de la variabilité que peuvent présenter nos paramètres en fonction du type de joint rocheux. On s’intéressera ensuite à la variation du domaine de bifurcation.

Précisons auparavant que l’on ne prétend pas balayer l’ensemble des cas de figure de joints rocheux, et de la nature de leur matériau de remplissage, uniquement en faisant varier les moments résistants à l’intérieur du modèle numérique. Au vu des travaux de Cho *et al.* [24], on risquerait d’être découragé rapidement. L’utilisation d’une LTM est censée permettre de se rapprocher, avec des éléments discrets sphériques, du comportement mécanique de matériaux granulaires réels non-sphériques, or ces auteurs présentent justement une étude - expérimentale - de l’influence de la forme des grains sur le comportement mécanique de sables (pour la plupart). Ils considèrent comme nous des essais œdométriques (nos chemins DTC) et mettent alors en évidence une augmentation de la compressibilité œdométrique, i.e. une diminution de nos modules  $N_u$ , lorsque les grains sont de plus en plus irréguliers. Nos simulations avec différents paramètres de la LTM utilisée n’avaient pas montré d’influence notable de cette dernière sur ces modules...

Cependant nos résultats (cf le paragraphe 2.8) mettent en avant, en plus de l’augmentation de l’angle de frottement macroscopique, une influence sur la dilatance, comme d’autres modèles utilisant des éléments non-sphériques (Jensen *et al.* [59], Chareyre [23]). On peut donc espérer ici étudier au minimum l’influence de ces deux caractéristiques mécaniques de caractères de joint.

#### 3.8.1 Calibration du second jeu de paramètres

Le tableau 3.4 indique les valeurs des paramètres de la relation INL2 (ou Quadri2) calibrée sur le comportement du modèle numérique présentant une LTM plus faible (cf le tableau 2.3 pour les caractéristiques précises de ce second modèle discret). Comme on pouvait le supposer au vu des remarques précédentes, les changements les plus importants concernent le paramètre  $N_{\gamma}^+$ , caractéristique de l’aspect dilatant, et l’angle  $\varphi$  dont on a vu qu’il correspondait à l’angle de frottement macroscopique : on a ici respectivement 2.2 GPa/m et 22° au lieu de 3 GPa/m et 29°. Le paramètre  $G_u^P$ , liée à la valeur maximale qu’atteint  $G_u^+$  sur le critère de plasticité limite, et la valeur de l’angle de frottement caractéristique sont également modifiées : 2.1 GPa/m au lieu de 2.4 et 11° au lieu de 12. Les valeurs des autres paramètres restent inchangés. La figure 3.22 permet de vérifier que la calibration est ainsi correctement effectuée.

(GPa/m)						$N_d$	(MPa)		(°)	
$N_{\gamma}^0$	$N_{\gamma}^+$	$G_{\gamma}^0$	$N_u^0$	$N_u^f$	$G_u^P$		$\sigma_0$	$\varphi$	$\varphi_c$	
-2.4	2.2	3.6	20	8.0	2.1	2	1.0	22	11	

Tab. 3.4 – Paramètres de la loi : Jeu 2

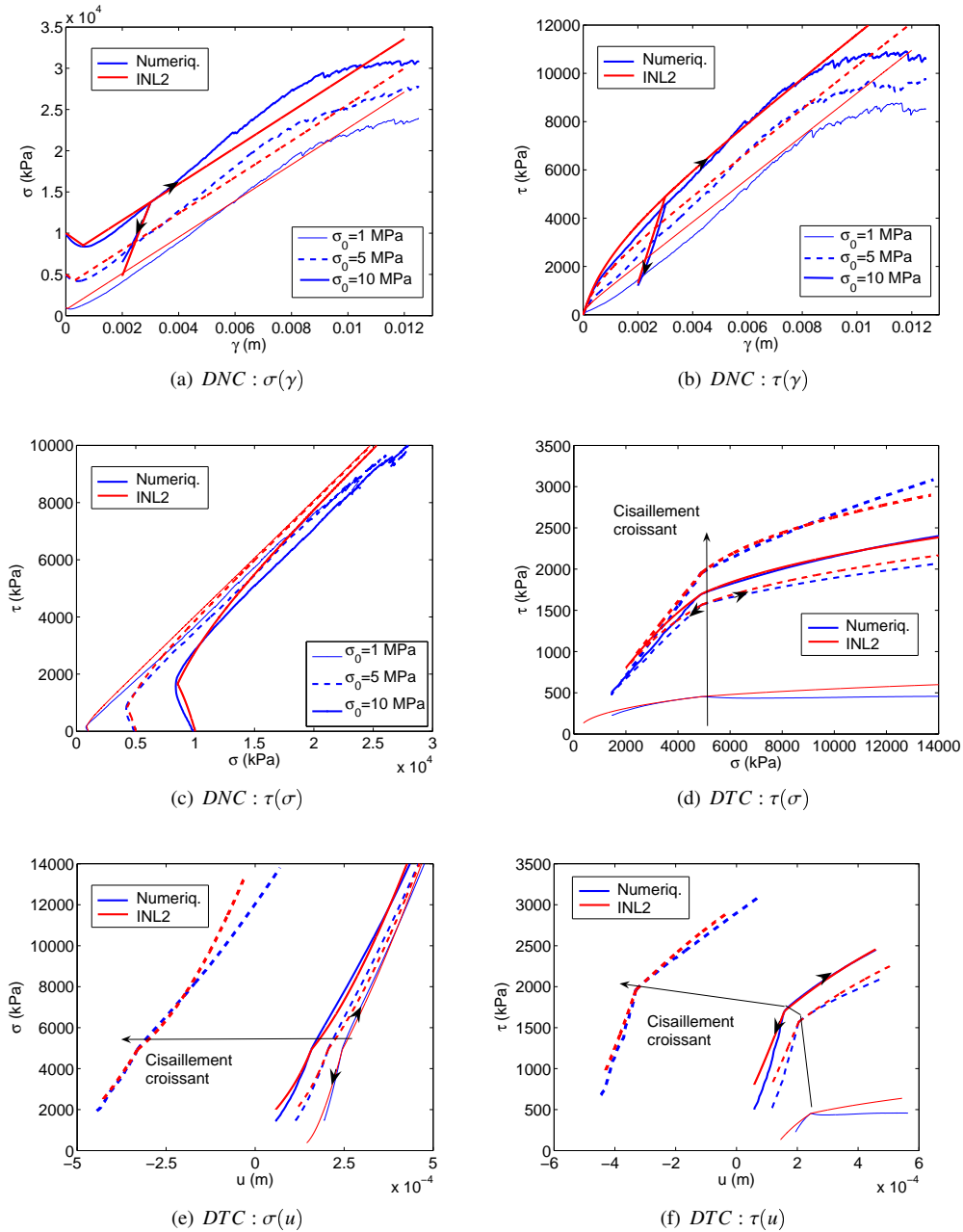


FIG. 3.22 – Calibration de la loi sur le modèle numérique avec une LTM plus faible

### 3.8.2 Validation du second jeu de paramètres

Afin de vérifier que la relation INL2 conserve, avec ces nouvelles valeurs de paramètres, ses capacités prédictives, vis-à-vis du second modèle discret, on considère des simulations d'essais CNC sous différentes valeurs de contrainte normale. Ces essais sont simulés avec le modèle discret d'une part et avec la relation INL2 d'autre part. La figure 3.23 permet de comparer les résultats. La correspondance entre les résultats peut éventuellement être discutée pour  $\sigma = 1$  MPa, mais elle est bonne pour 5 et 10 MPa : cette relation INL2 avec ce second jeu de paramètres est validée.

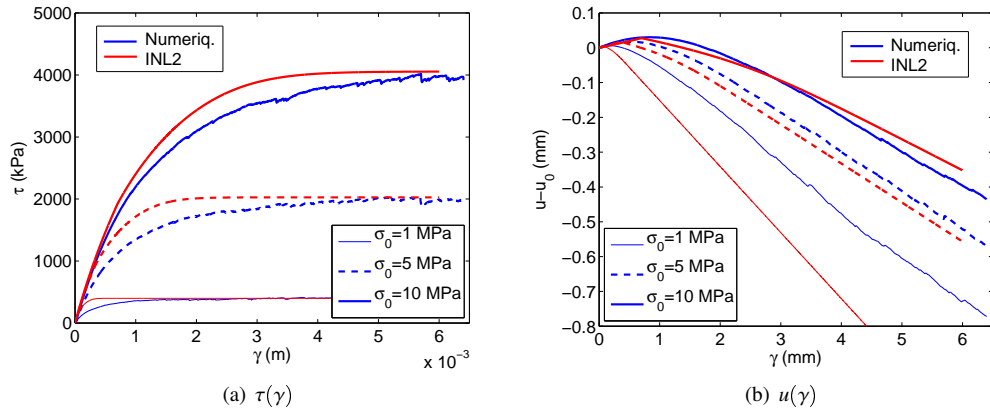


FIG. 3.23 – Validation de la loi vis à vis du modèle numérique présentant une LTM plus faible

### 3.8.3 Influence sur le domaine de bifurcation

On détermine alors, de la même manière que précédemment, la frontière du domaine de bifurcation de cette relation Quadri2 “bis” correspondant aux paramètres du tableau 3.4 : elle est de la même forme que celles présentées jusqu’ici. Les deux relations Quadri2 et Quadri2 “bis” n’ont pas le même angle de frottement macroscopique, il n’est donc pas très aisé de comparer directement les domaines dans le plan de Mohr (la figure 3.24(a)). On les comparera plutôt sur la figure 3.24(b) où l’on représente l’angle de frottement à mobiliser pour atteindre la frontière du domaine de bifurcation de chaque relation, normalisé par l’angle de frottement macroscopique correspondant. On peut ainsi mieux visualiser la proportion relative du domaine de bifurcation à l’intérieur de l’espace des états de contrainte admissibles. Le domaine de bifurcation est donc plus réduit, de manière absolue et relative, pour la relation Quadri2 “bis”.

On rappelle que l’on ne cherche pas à établir de parallèle trop poussé entre les caractéristiques de la LTM dans le modèle discret, et le type de joint et/ou de son matériau de remplissage auxquels le modèle correspond le plus. On a cependant mentionné que l’utilisation d’une LTM “forte” correspond à un comportement plus dilatant, et que cette augmentation de la dilataance se retrouve aussi, au moins numériquement, lorsque les particules sont irrégulières (voir Jensen *et al.* [59], ou Chareyre [23]). L’influence du caractère dilatant sur le domaine de bifurcation est donc ici quantitativement illustrée : une baisse de la dilataance (de 25 %) entraîne une réduction significative (de 50 %) du domaine de bifurcation.

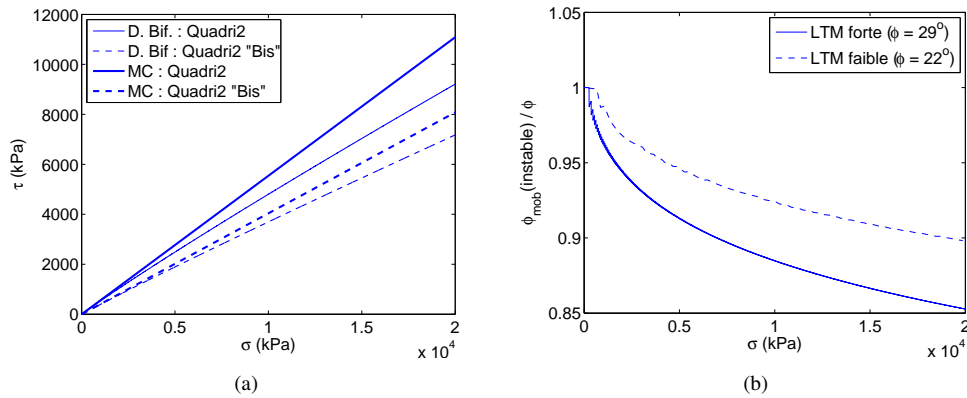


FIG. 3.24 – Comparaison des domaines de bifurcation des relations Quadri2 et Quadri2 “bis”

### 3.9 Conclusion du chapitre

Ce chapitre aura permis d'établir une loi de comportement adaptée aux joints rocheux, nommée INL2. En lien avec son formalisme incrémental non linéaire, elle présente une écriture incrémentale faisant intervenir une infinité de zones tensorielles, au contraire d'autres lois de la bibliographie. Elle établit de plus un couplage complet entre les directions normale et tangentielle des joints rocheux en permettant de décrire non seulement la dilatance, mais également l'influence d'une compression sur la contrainte tangentielle.

Les modules intervenant dans la relation ont été calibrés sur le comportement du joint numérique présenté au chapitre 2. Des définitions générales des modules ont été proposées. Ces définitions permettent de décrire des traits de comportements propres aux joints rocheux, telle l'influence de la contrainte normale sur la dilatance par exemple. Elles permettent également de retrouver plusieurs propriétés générales des lois de comportement comme l'existence d'un critère de plasticité limite, en lien avec l'annulation du déterminant de la matrice constitutive (dans le cas linéaire par morceaux).

L'influence du cisaillement sur le comportement du joint, que révèlent le modèle numérique et la bibliographie, est décrite du mieux possible grâce à l'utilisation du rapport  $\tau/\sigma$ . Les performances prédictives de la relation construite, vis à vis toujours du modèle numérique, ont pu alors être vérifiées le long de diverses sollicitations. On a également pu montrer que le modèle numérique et la loi de comportement présentaient la même règle d'écoulement.

La relation INL2 a ensuite été étudiée vis à vis du critère du travail du second ordre. À l'aide de la relation voisine Quadri2 on a établi analytiquement plusieurs résultats généraux sur les conditions d'obtention, et la nature, des cônes de directions instables. On peut les résumer ainsi, en se permettant un abus de notation certain :

$$\begin{aligned} & \text{Possibilité d'instabilité} \\ \Rightarrow & (\text{Termes croisés : dilatance...}) > (\text{Rigidités normale et tangentielle}) \end{aligned} \quad (3.21)$$

Cette condition n'est pas immédiate à satisfaire, les joints rocheux présentant en particulier une rigidité normale élevée. C'est un cisaillement croissant du joint, faisant baisser les rigidités normales et tangentielles alors que les termes de couplage augmentent, qui permet l'apparition d'un domaine de bifurcation, situé peu avant le critère de Mohr Coulomb.



Pour les valeurs de paramètres de la relation ici utilisées, les mécanismes d'instabilité correspondants sont caractérisés, en déplacement, par une charge en cisaillement conjuguée à de la dilatance, tout ceci étant alors associé à une baisse des contraintes normales et tangentielles.

Un aperçu de la variabilité des paramètres de la relation en fonction du type du joint a été présenté en utilisant les différentes simulations numériques qui avaient été réalisées avec une LTM plus ou moins importante. Ceci permet au moins de rendre compte d'un caractère plus ou moins dilatatant du joint rocheux. On peut ainsi vérifier à nouveau l'importance du caractère dilatatant sur le domaine de bifurcation : une baisse de 25% de la valeur de  $N_{\gamma}^{+}$ , caractéristique à lui tout seul du caractère dilatatant, semble réduire la part relative<sup>9</sup> du domaine de bifurcation de moitié.

---

<sup>9</sup>À l'intérieur du domaine des états de contrainte admissibles

## Chapitre 4

# Application au calcul de massifs rocheux

Ce dernier chapitre est consacré à la mise en application des outils préalablement développés : la loi de joint rocheux, et le critère du travail du second ordre, à des études de stabilité de massifs rocheux réels, afin de prédire d'éventuels éboulements. Nous rappelons que nous considérons ici des éboulements survenant dans des massifs présentant un ensemble de blocs constitués d'une matrice rocheuse saine, les blocs étant séparés par des joints rocheux aux propriétés mécaniques médiocres : la comparaison directe de ces deux milieux permettant de définir ce qui est sous entendu par "médiocre" et "sain". Dans de tels cas de figure, on peut raisonnablement supposer que ce sont les joints rocheux seuls qui vont gouverner le comportement global du massif, et être responsable des possibles éboulements. C'est, selon nous, un cas courant, et c'est celui que nous considérons.

Les massifs rocheux qui sont envisagés ici présentent donc clairement une nature discrète : un assemblage de blocs séparés de joints. Les calculs numériques qui seront donc réalisés feront à nouveau appel à la Méthode aux Éléments Discrets. On utilisera cette fois un outil commercial : UDEC, de la société Itasca. Le présent chapitre débute donc par une présentation de ce code de calcul. Celui-ci a été adapté afin de pouvoir utiliser la loi de joint rocheux qui avait été présentée au chapitre précédent : les modifications apportées seront donc ensuite détaillées. On pourra alors présenter le calcul d'un massif réel. On s'intéressera aux rochers de Valabres, situés dans les Alpes Maritimes : c'est un site qui a déjà été le lieu de plusieurs éboulements.

### 4.1 Présentation du code de calcul UDEC

UDEC est un code commercial de calcul 2D, développé par la société Itasca. Il utilise la méthode aux éléments discrets dans ce cadre bi-dimensionnel. Il permet de définir aisément des éléments polygonaux interagissant via des fissures qui les séparent. Par conséquent il est naturellement adapté à l'étude de massif rocheux fracturés.

Le cycle de calcul est celui qui avait été présenté au paragraphe 1.4.1, figure 1.11. Nous présentons ici quelques aspects plus particuliers, propres à ce code-ci.

#### 4.1.1 La représentation géométrique du massif

Afin de représenter un massif rocheux constitué de blocs séparés par des fractures, UDEC propose comme éléments de base des éléments discrets rectangulaires, séparés par des fissures

rectilignes. La figure 4.1 représente l'interaction entre deux éléments rectangulaires rigides. Les déplacements relatifs entre blocs sont définis au niveau des points de contact impliquant au moins un coin d'un des deux rectangles : les points A et B de la figure. Les coins des rectangles sont en fait arrondis afin de pouvoir toujours définir aisément une normale au contact, même dans un cas de contact coin-coin. Afin de rendre compte du caractère linéique<sup>1</sup> du contact, la moitié de la longueur de contact est affectée à chaque contact ainsi défini.

L'utilisation d'"éléments blocs" rigides est adaptée à notre étude de massifs rocheux présentant un ensemble de blocs constitués d'une matrice pouvant être considérée comme saine, mais séparés de joints aux propriétés mécaniques altérées. Dans de tels cas les déplacements dûs aux déformations des blocs sont bien négligeables, comparativement à ceux apparaissant au niveau des joints rocheux.

Dans les cas où cette hypothèse n'est plus valide, il est possible de définir dans UDEC les blocs comme étant déformables et non plus rigides. Les éléments blocs sont alors maillés d'éléments finis, et peuvent se déformer, suivant une loi élastique (de Hooke) par exemple. Les sommets des éléments finis (qui peuvent être triangulaires ou parallélépipédiques) qui appartiennent à un bloc et sont en contact avec un autre, sont alors utilisés pour définir de nouveaux points de contact particuliers, s'ajoutant aux points A et B définis précédemment.

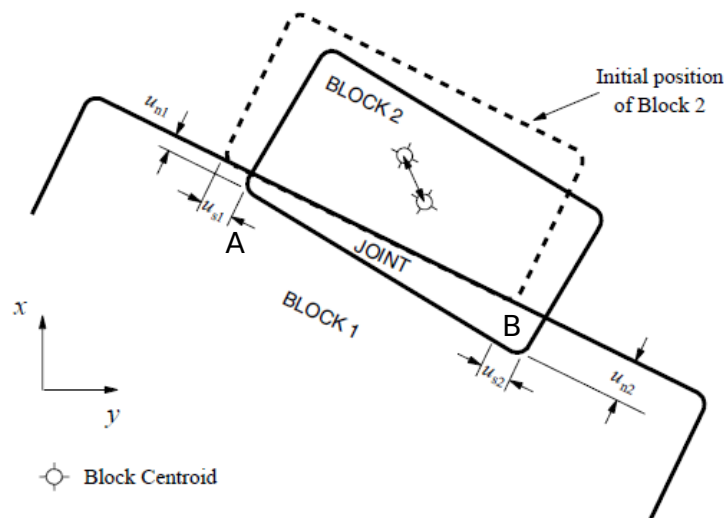


FIG. 4.1 – Contact entre deux blocs dans UDEC, tiré de [55]

On a ici un cas assez simple de deux rectangles en contact plan, mais des géométries plus complexes sont aussi possibles. En juxtaposant plusieurs segments de fissures linéaires, on peut définir des fissures correspondant à des lignes brisées. Les blocs peuvent également être rendus polygonaux en supprimant des régions délimitées par les fissures linéaires par morceaux ainsi définies, comme le montre la figure 4.2.

<sup>1</sup>Équivalent ici à surfacique, du fait du caractère bi-dimensionnel

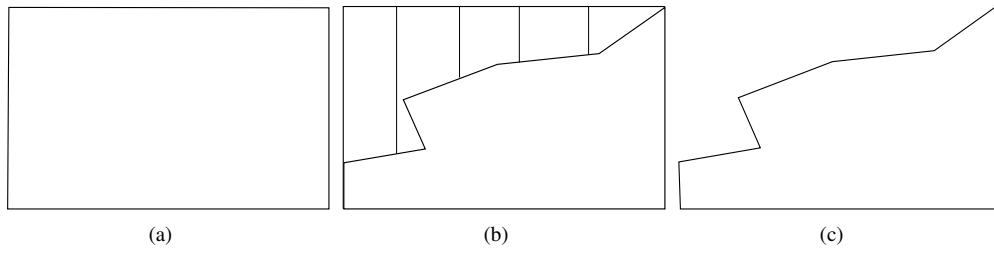


FIG. 4.2 – Construction d'un bloc polygonal

(a) Définition d'un rectangle (b) Division du rectangle en deux parties polygonales (c) Suppression de la partie hachurée

#### 4.1.2 La loi de contact par défaut

À partir des déplacements relatifs entre blocs définis plus haut, des efforts de contact entre blocs sont calculés et transmis aux points particuliers de contacts. UDEC propose par défaut d'utiliser une loi incrémentale élasto-plastique diagonale, faisant intervenir des rigidités  $k_{sU}$  et  $k_{nU}$  choisies par l'utilisateur :

$$\begin{cases} d\tau &= k_{sU} \times d\gamma \\ d\sigma &= k_{nU} \times du \end{cases} \quad (4.1)$$

La contrainte tangentielle  $\tau$  est de plus classiquement limitée par un seuil plastique :  $\tau \leq \tau_{max} = \sigma \tan(\varphi)$ , où  $\varphi$  est l'angle de frottement choisi par l'utilisateur. On passe des contraintes aux forces agissantes sur les blocs à l'aide de la longueur<sup>2</sup> de contact qui est définie pour chaque point de contact particulier.

Les limitations de ce type de loi avaient été énoncées au paragraphe 1.3.7. Par conséquent il apparaît judicieux d'utiliser la loi INL2 qui a été définie au chapitre 3 afin de rendre compte du mieux possible du comportement des fissures qui séparent les blocs, comportement dont va dépendre celui du massif dans sa globalité. L'utilisation de la loi INL2 dans UDEC est présentée au détail au paragraphe 4.2.1.

#### 4.1.3 L'intégration du mouvement

Une fois que toutes les forces de contact  $\vec{F}_c$  s'exerçant sur un bloc ont été calculées d'une manière ou d'une autre, le mouvement du bloc en question peut être calculé en intégrant les équations du mouvement. Dans les cas sans gravité, le schéma utilisé est le suivant [55] :

$$\begin{aligned} \vec{v}^{i+1} &= \vec{v}^i + \left[ \Sigma \vec{F}_c - D |\Sigma \vec{F}_c| \operatorname{sgn}(\vec{v}^i) \right] \frac{dt}{m} \\ \vec{X}^{i+1} &= \vec{X}^i + dt \times \vec{v}^{i+1} \end{aligned} \quad (4.2)$$

On note ici, pour tout vecteur  $\vec{x}$  de composante  $x_k$ ,  $|\vec{x}|$  le vecteur ayant comme composante respective  $|x_k|$ , et  $\operatorname{sgn}(\vec{x})$  celui ayant comme composante respective  $\operatorname{sgn}(x_k)$  ; la fonction UDEC  $\operatorname{sgn}(x)$  renvoyant  $-1$  si  $x < 0$ ,  $1$  si  $x \geq 0$ . Un amortissement local (voir le paragraphe 1.4.5) est donc utilisé, à l'aide du coefficient  $D$  choisi par l'utilisateur.

Dans un cas avec gravité, le manuel de UDEC n'est pas très explicite. À partir de simulations de chute libre, nous avons déduit que la gravité était également amortie, sauf lorsque la vitesse

<sup>2</sup>La nature 2D du calcul permet d'écrire  $\vec{F}_c = \vec{\sigma} L_c$

est nulle (par exemple en tout début de simulation). On peut le résumer ainsi :

$$\begin{aligned}\vec{v}^{i+1} &= \vec{v}^i + \left[ \Sigma \vec{F}_c + m \vec{g} - D |\Sigma \vec{F}_c + m \vec{g}| \text{signe}(\vec{v}^i) \right] \frac{dt}{m} \\ \vec{X}^{i+1} &= \vec{X}^i + dt \times \vec{v}^{i+1}\end{aligned}\quad (4.3)$$

Avec une nouvelle fonction *signe* valant  $-1$  sur  $\mathbb{R}^{-*}$ ,  $0$  en  $0$  (c'est la seule différence avec *sgn*) et  $1$  sur  $\mathbb{R}^{+*}$

Cette équation (4.3) permet d'appliquer les translations de blocs causées par l'application de forces. Les forces de contact ne s'appliquant pas au centre de chaque bloc, elles peuvent faire apparaître également des moments, et par conséquent une vitesse de rotation. Des équations similaires sont utilisées pour calculer la vitesse de rotation, et déplacer les sommets du bloc en conséquence.

#### 4.1.4 Calcul du pas de temps

UDEC propose par défaut une valeur de pas de temps permettant d'assurer la stabilité du calcul. Elle est calculée de la manière suivante :

$$\Delta t = 2 F \sqrt{\frac{M_{min}}{k_{max}}}\quad (4.4)$$

$M_{min}$  est la plus petite masse de bloc du modèle, et  $k_{max}$  la plus grande valeur de rigidité de contact, en N/m : il s'agit donc de  $k_{n/sU} \times L_c$ . Le coefficient  $F$ , valant par défaut 0.1, peut être modifié par l'utilisateur.

## 4.2 Adaptation de UDEC

Le fonctionnement usuel de UDEC ayant été présenté, nous décrivons ici les modifications qui ont été apportées. Comme on l'a déjà mentionné, l'objectif est de pouvoir utiliser, pour décrire le comportement des fissures de UDEC, la loi INL2, plutôt que celle proposée par défaut. Nous présentons aussi dans ce paragraphe les méthodes de calcul du travail du second ordre, à l'échelle d'un massif, même si il s'agit là en fait d'opérations de post-traitement plutôt que de modifications du fonctionnement de UDEC.

### 4.2.1 La loi INL2 dans UDEC

#### Présentation de la démarche

Dans la version de UDEC utilisée, plutôt que l'équation (4.1), c'est l'équation (3.4) du paragraphe 3.1.1 qui gouverne les interactions entre les blocs numériques. On la rappelle ici pour mémoire :

$$\begin{pmatrix} d\tau \\ d\sigma \end{pmatrix} = \frac{1}{2} (P^+ + P^-) \begin{pmatrix} d\gamma \\ du \end{pmatrix} + \frac{1}{2\sqrt{du^2 + d\gamma^2}} (P^+ - P^-) \begin{pmatrix} d\gamma^2 \\ du^2 \end{pmatrix}\quad (4.5)$$

La figure 4.3 présente comment cette équation a été intégrée dans le fonctionnement par défaut de UDEC. Une partie de l'implémentation avait été réalisée avec l'aide de la société Itasca lors de travaux antérieurs (Lambert [64]). Elle a été complétée lors de ces travaux. Afin d'introduire la démarche, précisons dès maintenant que :

- La nature non open-source de UDEC ne permet pas de modifier directement le cycle de calcul de UDEC, et tout particulièrement la phase de calcul des forces de contact. On utilise donc une routine FISH (c'est le langage de programmation pouvant être utilisé avec les codes Itasca) qui s'exécute, en plus du fonctionnement normal de UDEC, à chaque pas de temps ; c'est donc cette routine FISH qui doit permettre d'utiliser correctement la loi INL2 dans UDEC.
- Cette procédure FISH calcule, pas de temps après pas de temps, les déplacements relatifs entre blocs qui se sont produits, et les efforts de contact qui en résultent via l'équation (4.5), désignée dans la figure 4.3 par  $f_{INL}$ . Les efforts de contacts ainsi calculés sont ensuite appliqués aux blocs correspondants.
- La description de cette procédure ne correspond qu'à la troisième bulle de la figure 4.3 : «Exécution de la procédure correspondant à la loi INL». Le reste de la figure décrit une partie du fonctionnement habituel de UDEC.

### Validité de la démarche

Lors de l'utilisation de la loi INL2, des forces de contact correspondant à la loi de contact par défaut de UDEC sont donc toujours calculées. L'organisation présentée figure 4.3 devrait cependant permettre d'avoir un comportement du modèle ne dépendant que des valeurs de forces de contact correspondant à l'équation INL2 : dans l'actualisation des positions seules les forces de contact "INL2" interviennent dans les équations du mouvement.

Cependant, les sauvegardes par UDEC, des différentes grandeurs que l'utilisateur désire surveiller, sont réalisées à la fin du cycle de calcul, après l'exécution des lois de contact par défaut "UDEC", qui modifient les forces de contact. On a donc des valeurs enregistrées de forces, et de contraintes, ne correspondant pas à une évolution du système régie uniquement par des lois de contact INL2. L'exemple suivant permet d'illustrer tout ceci.

### Illustration : Exemple 1

On considère le cas simple d'un bloc posé sur un autre, représenté figure 4.4(a). Le bloc inférieur est immobile, le bloc supérieur libre de ses mouvements, sous l'action de son poids ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ). À partir d'une situation initiale sans contact effectif (avec une valeur d'interpénétration nulle), on laisse le système évoluer sous l'action de la gravité jusqu'à l'équilibre. Différentes simulations sont réalisées, avec différentes valeurs de rigidités "UDEC"  $k_{nU}$  mais les mêmes paramètres de la loi INL2 (voir le tableau 4.1) et la même valeur de pas de temps :  $\Delta t \approx 1.1 \times 10^{-4} \text{ s}$  et d'amortissement  $D = 0.8$ . Les résultats doivent donc être identiques dans tous les cas de figure.

(GPa/m)							(MPa)	(°)	
$N_\gamma^0$	$N_\gamma^+$	$G_\gamma^0$	$N_u^0$	$N_u^f$	$G_u^P$	$N_d$	$\sigma_0$	$\varphi$	$\varphi_c$
-2.4	3.0	3.6	20	8.0	2.4	2	1.0	29	12

TAB. 4.1 – Paramètres de la loi INL2 lors de son utilisation avec UDEC

C'est le cas : on vérifie bien que la dynamique du système est exclusivement gouvernée par la loi INL2 : quelque soit la valeur des paramètres des lois de contact UDEC, la vitesse du bloc supérieur est rigoureusement identique (figure 4.4(b)), et on obtient exactement le même état ( $\sigma; u$ ) d'équilibre (figure 4.4(c)). Les valeurs de contrainte qui sont enregistrées, lors de l'évolution du système vers son état final, restent elles dépendantes des rigidités UDEC (figure 4.4(c)). Ceci est donc inévitable.

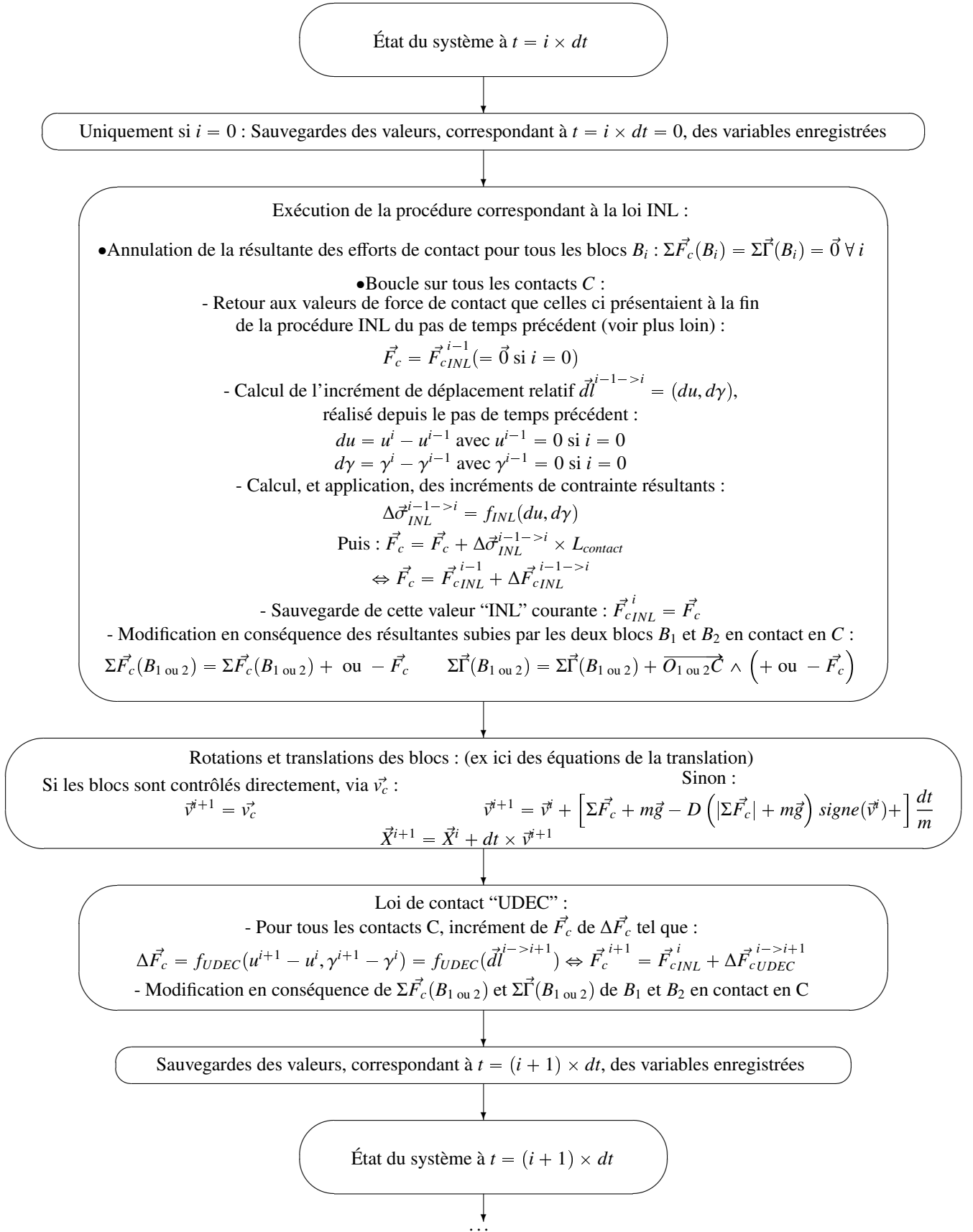
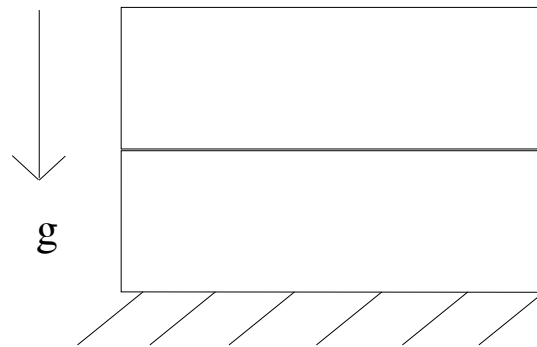
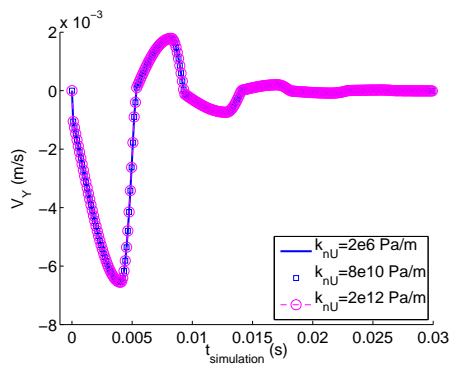


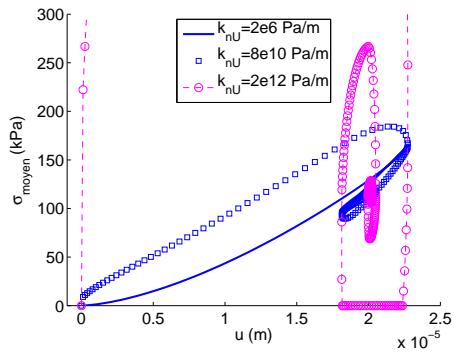
Fig. 4.3 – Cycle de calcul UDEC, modifié pour tenir compte de la loi INL



(a) Exemple considéré



(b) Vitesse verticale du bloc supérieur



(c)  $\sigma(u)$  au niveau du joint

FIG. 4.4 – Exemple 1 : Validité de la philosophie d'implémentation de la loi INL2



Afin de pouvoir tout de même utiliser ces valeurs enregistrées par UDEC pour caractériser le comportement du modèle, toutes les simulations qui seront présentées à partir de maintenant sont réalisées avec des valeurs de rigidités UDEC complètement négligeables vis à vis de celles correspondant à la loi INL2 :  $k_{nU} = 2 \text{ Pa/m}$  et  $k_{sU} = 1 \text{ Pa/m}$ . Du fait de la définition incrémentale des lois de contact UDEC, lors de l'enregistrement par exemple de la contrainte normale au pas de temps  $i$ , on enregistre la valeur :

$$\sigma^i = \sigma_{INL}^i + k_{nU} (u^i - u^{i-1})$$

Pour des valeurs de rigidités UDEC extrêmement faibles, la différence entre les valeurs enregistrées et ce qui est prédit par la loi INL2 est donc négligeable.

### Vérification quantitative

Finalement, afin de vérifier quantitativement l'implémentation, on simule la même sollicitation avec la loi INL2, et avec UDEC. La sollicitation est représentée sur la figure 4.5(a). Il s'agit d'une succession de chemins DNC et DTC, en charge et en décharge, réalisés depuis des états de cisaillement divers. Avec UDEC, cette sollicitation est simulée en considérant les deux blocs de l'exemple 1, mais sans la gravité. Alors que le bloc inférieur est toujours fixe, le mouvement du bloc supérieur est contrôlé afin de solliciter le joint comme on le désire.

L'évolution des contraintes résultantes, telle qu'elles sont prédites par UDEC et par le module Fortran utilisé pour exécuter la loi INL2 (qui avait été mentionné au paragraphe 3.1.3), apparaît sur les figures 4.5(b), (c) et (d). Comme on le voit, la correspondance entre les deux est parfaite.

Cette vérification correspond en fait au cas de figure où l'algorithme d'intégration du mouvement de la MED n'est pas réellement exécuté, puisque l'on contrôle directement les mouvements de tous les blocs (voir la figure 4.3). De cette manière on vérifie en fait seulement que les efforts de contact sont calculés correctement, *i.e.* comme le veut la loi INL2, en fonction des déplacements. Le paragraphe 4.3 permettra de considérer des cas plus "dynamiques" où les efforts vont influencer en retour les déplacements.

## 4.2.2 Calcul du travail du second ordre lors de la modélisation d'un massif

Afin d'étudier la stabilité d'un massif rocheux avec le critère du travail du second ordre, on peut, comme dans le cas de milieux continus, utiliser une grandeur locale décrivant des phénomènes survenant au niveau d'une fissure elle-même, ou bien une grandeur globale visant à caractériser le comportement du massif dans son ensemble. Nous posons ici les définitions qui ont été utilisées. Elles sont utilisables lors d'un calcul UDEC décrivant une succession d'états d'équilibre de l'histoire d'un massif rocheux. Les variations des différentes variables d'état entre deux états d'équilibre successifs sont notées  $\Delta \dots$  : par exemple  $\Delta\sigma$ ,  $\Delta\tau$ ,  $\Delta u$ ,  $\Delta\gamma$ . Ces quatre grandeurs sont définies au niveau de chaque contact.

### Le travail du second ordre local

Entre deux états d'équilibre, on définit naturellement en chaque point de contact du modèle la grandeur locale :

$$\Delta^2 w_c = \Delta \vec{\sigma} \cdot \Delta \vec{l} = \Delta\sigma \Delta u + \Delta\tau \Delta\gamma \quad (4.6)$$

Ici il n'est pas garanti que les deux vecteurs  $\Delta \vec{\sigma}$  et  $\Delta \vec{l}$  soient reliés exactement par la loi de comportement. Ce sont en effet les incréments survenus lors d'une itération de la MED (entre deux pas de temps successifs) qui sont reliés par la loi de comportement. Et on a là en fait des incréments entre deux états d'équilibre d'un modèle numérique, le passage d'un état au suivant

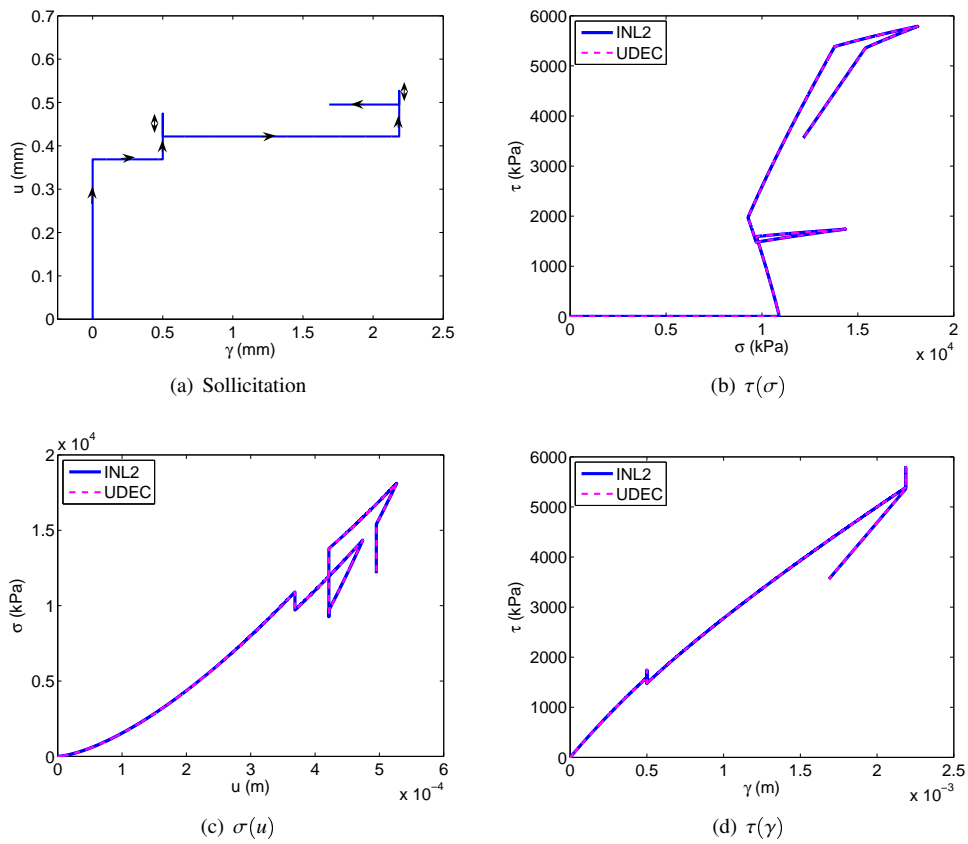


FIG. 4.5 – Vérification quantitative de l'implémentation de la loi INL2

ayant nécessité un certain nombre de pas de temps... Le nombre  $\Delta^2 w_c$  est de plus d'autant plus grand que le chargement entre les deux états a été conséquent.

Afin d'espérer obtenir un nombre indépendant du chargement, on peut utiliser la grandeur normalisée suivante :

$$\Delta^2 w_c^N = \frac{\Delta \vec{\sigma} \cdot \Delta \vec{l}}{\|\Delta \vec{\sigma}\| \times \|\Delta \vec{l}\|} = \frac{\Delta \sigma \Delta u + \Delta \tau \Delta \gamma}{\sqrt{d\sigma^2 + d\tau^2} \times \sqrt{du^2 + d\gamma^2}} \quad (4.7)$$

Cette définition est problématique si  $\|\Delta \vec{\sigma}\|$  et/ou  $\|\Delta \vec{l}\|$  est nul, et nécessite d'être modifiée dans un tel cas.

- Si  $\|\Delta \vec{\sigma}\| = 0$ , et  $\|\Delta \vec{l}\| = 0$  : on est dans le cas d'un point de contact ne subissant en fait aucune sollicitation, on pose alors  $\Delta^2 w_c^N = 1$ .
- Si  $\|\Delta \vec{\sigma}\| = 0$ , et  $\|\Delta \vec{l}\| \neq 0$  : ce cas de figure est possible sur le critère de plasticité limite, le critère du travail du second ordre est alors physiquement vérifié, on pose donc  $\Delta^2 w_c^N = 0$ .
- Si  $\|\Delta \vec{\sigma}\| \neq 0$ , et  $\|\Delta \vec{l}\| = 0$  : ce cas de figure est possible pour des matériaux incompressibles. On peut l'imaginer pour des géomatériaux à la fin d'une compression œdométrique. Dans ces cas, on imagine être exactement à l'opposé de la rupture, on pose donc  $\Delta^2 w_c^N = 1$ .

### Le travail du second ordre global

Dans le cas d'un milieu continu occupant un volume  $V$ , un travail du second ordre global est défini en intégrant le travail du second ordre local sur le volume  $V$ . Dans le cas d'un joint rocheux, il apparaît légitime de faire la somme sur l'ensemble des points de contacts (i.e. des fissures), comme le propose Lambert [64].

$$D^2 W = \frac{1}{L_{tot}} \sum_c (\Delta^2 w_c \times L_c) \quad (4.8)$$

On peut à nouveau définir une expression normalisée :

$$D^2 W^N = \frac{1}{L_{tot}} \sum_c (\Delta^2 w_c^N \times L_c) \quad (4.9)$$

## 4.3 Précautions d'usage de la loi INL2 avec UDEC

### 4.3.1 Calcul des modules

Comme cela avait déjà été fait dans le programme Fortran utilisé pour exécuter la loi INL2, la définition, dépendant de  $\sigma$ , des modules  $N_u$  est particulière lorsque  $\sigma$  est trop petite. Ainsi dans UDEC, si au niveau d'un contact  $\sigma < 0.1$  Pa, on prend en compte finalement une valeur  $\sigma = 1$  kPa. Comme dans le programme Fortran, cette modification permet d'éviter le cercle vicieux  $\sigma = 0 \Rightarrow N_u^+ = 0 \Rightarrow d\sigma = N_u^+ du = 0 \dots$ , elle ne peut concerner que les tous premiers pas de temps, et n'altère pas les calculs.

### 4.3.2 Le pas de temps

Lors de l'utilisation de la loi INL2 avec UDEC, la valeur de pas de temps proposée par défaut n'est plus adaptée puisqu'elle est calculée à partir des rigidités UDEC, et que ce sont des rigidités issues de la loi INL2 (i.e. des modules  $N_u, G_\gamma \dots$ ) qui sont utilisées. La valeur de  $\Delta t$  qui est proposée est en particulier beaucoup trop grande puisque les rigidités UDEC qui sont définies sont extrêmement faibles (voir le paragraphe 4.2.1). L'utilisateur doit donc veiller à la diminuer.

### 4.3.3 De l'utilité d'une correction des états de contraintes

Nous avons vu au chapitre 3 que les lois Quadri2 et INL2 semblaient ne décrire que des états de contraintes situés “naturellement” à l'intérieur de la surface limite  $|\tau| = \sigma \tan(\varphi)$ . Cependant, comme rien n'avait été vraiment démontré, il est légitime de se demander si cette condition imposée par la physique ne risque pas d'être violée lors des simulations réalisées avec UDEC et la loi INL2. Par précaution nous avons donc cherché à corriger “manuellement” les états de contrainte si d'aventure on obtenait à un moment de la simulation  $\tau \geq \sigma \tan(\varphi)$ . Différentes corrections ont été testées, afin de ramener sur la surface limite un état de contrainte  $\sigma^i = (\sigma^i; \tau^i)$  qui serait situé à l'extérieur de cette dernière. Y apparaît la fonction  $\text{sgn}(x)$ , le signe d'un réel  $x$ , qui avait été précisément définie au paragraphe 4.1.3.

- L'état de contraintes peut être ramené sur le critère de Mohr Coulomb à  $\tau$  constante :

$$|\tau^i| \geq \sigma^i \tan(\varphi) \Rightarrow \begin{cases} \tau^{i+1} = \tau^i \\ \sigma^{i+1} = |\tau^{i+1}| / \tan(\varphi) \end{cases}$$

- Cette modification peut également être effectuée à  $\sigma$  constante :

$$|\tau^i| \geq \sigma^i \tan(\varphi) \Rightarrow \begin{cases} \tau^{i+1} = \text{sgn}(\tau^i) \times \sigma^i \tan(\varphi) \\ \sigma^{i+1} = \sigma^i \end{cases}$$

- La correction peut également être réalisée à l'aide d'une projection orthogonale (dans les deux cas précédents, il s'agissait en fait de projections horizontales ou verticales).

$$|\tau^i| \geq \sigma^i \tan(\varphi) \Rightarrow \begin{cases} \sigma^{i+1} = \frac{\sigma^i + |\tau^i| \tan(\varphi)}{1 + \tan^2(\varphi)} \\ \tau^{i+1} = \text{sgn}(\tau^i) \times \sigma^i \tan(\varphi) \end{cases}$$

- On peut enfin envisager de corriger l'état de contraintes en utilisant pour cela l'intersection entre la droite  $(\sigma^{i-1}, \sigma^i)$ , et celle(s) d'équation  $|\tau| = \sigma \tan(\varphi)$  :

$$|\tau^i| \geq \sigma^i \tan(\varphi) \Rightarrow \begin{cases} \sigma^{i+1} = \frac{-b}{a - \text{sgn}(\tau^i) \tan(\varphi)} \\ \tau^{i+1} = a \times \sigma^{i+1} + b \end{cases}$$

Où  $a$  et  $b$  sont les paramètres de la droite  $(\sigma^{i-1}, \sigma^i)$  :

$$a = \frac{\tau^i - \tau^{i-1}}{\sigma^i - \sigma^{i-1}} \quad b = \tau^i - a \times \sigma^i$$

Mais en fait, aucune des quatre corrections proposées ici ne permet d'obtenir de résultats satisfaisants... Il se trouve que, lors des itérations de la MED, on puisse obtenir  $|\tau| \geq \sigma \tan(\varphi)$  en plusieurs points de contact, après un nombre réduit d'itérations alors que le système n'est pas encore à l'équilibre. Les efforts de contact sont alors encore faibles vis à vis des poids des blocs et les différentes corrections qui sont introduites peuvent alors modifier de manière non-physique l'évolution ultérieure. Par exemple les projections orthogonales ou verticales peuvent provoquer l'annulation des contraintes  $\tau$  et  $\sigma$  (du fait d'une descente “numérique” du critère de Mohr-Coulomb), alors que les interpénétrations (les déplacements normaux  $u$ ) continuent d'augmenter ; l'utilisation de la dernière correction empêche quant à elle parfois toute évolution ultérieure des contraintes : celles-ci ne s'annulent pas mais n'évoluent alors plus du tout. Dans tous ces cas-ci, les forces de contact (aussi bien normales que tangentielles) sont bien trop faibles

vis à vis des poids des blocs, et les blocs peuvent alors chuter (en chute libre ou presque) les uns à travers les autres...

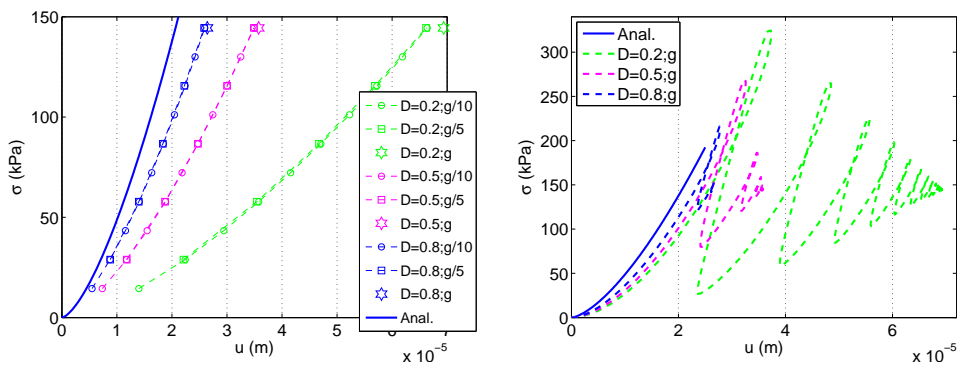
Finalement, les résultats sont bien plus “physiques” lorsque l’on ne cherche pas du tout à corriger les états de contrainte. On peut en fait très bien atteindre des états d’équilibre, présentant un nombre réduit de points de contact ayant atteint le critère de Mohr Coulomb, après un cycle d’itérations lors desquelles ces contacts-ci ont été à certains moments beaucoup plus nombreux. Nous vérifierons au fur et à mesure que, malgré cette absence de correction, les résultats ne sont pas aberrants pour autant. Précisons qu’une correction sur le signe de  $\sigma$  est par contre toujours utilisée : aucune résistance en traction des joints rocheux n’est ici envisagée, par conséquent, si en un point de contact  $\sigma$  est négative, on remplace cette valeur par  $\sigma = 0$ .

#### 4.3.4 Le mode de chargement et l’amortissement utilisés

On avait déjà mentionné au paragraphe 2.5.2 que l’utilisation d’une loi de contact inélastique dans la MED, si elle peut permettre d’améliorer le modèle, nécessite de prendre un recul supplémentaire vis à vis des résultats numériques. Avec l’utilisation dans UDEC de la loi INL2, qui est tout sauf élastique, on se retrouve dans le même cas de figure. L’association de cette in-élasticité et de la nature dynamique de l’algorithme de la MED, qui fait apparaître le plus souvent quelques oscillations, rend en effet les déplacements qui sont effectués jusqu’à l’état d’équilibre dépendant de paramètres purement numériques : tels l’amortissement, l’incrément de chargement... Nous illustrons cette influence à travers deux exemples.

##### Retour sur l’exemple 1

On reconsidère d’abord le cas de l’exemple 1, représenté sur la figure 4.4. On simule donc l’application du poids du bloc supérieur sur celui inférieur. Le calcul est réalisé de différentes manières en faisant varier cette fois l’amortissement : le coefficient  $D$  de l’équation (4.3), et la manière d’appliquer la gravité : soit une application de  $g = 10 \text{ m/s}^2$  en une étape, soit par tranches de  $g/10 = 1 \text{ m/s}^2$  (10 étapes), ou  $g/5 = 2 \text{ m/s}^2$  (5 étapes). Le même pas de temps est toujours utilisé ( $\Delta t \approx 2.4 \times 10^{-4} \text{ s}$ ).



(a) États d’équilibre seuls

(b) Ensemble des états du système, au cours de son évolution vers l’état d’équilibre

FIG. 4.6 – Exemple 1 : Influences de l’amortissement et du mode de chargement sur la réponse numérique

La figure 4.6(a) représente les couples  $(\sigma; u)$ <sup>3</sup> correspondant aux différents états d'équilibre atteints après chaque étape du chargement. L'influence de l'amortissement  $\gamma$  apparaît nettement : la décroissance de  $D$  augmente significativement les valeurs de  $u$ . Celle du mode de chargement existe aussi, mais elle est ici bien plus faible : les différences sont en particulier négligeables entre les deux calculs présentant 5 ou 10 étapes de chargement. Afin de déterminer quelle valeur de  $D$  permet d'obtenir les meilleurs résultats, on fait apparaître la courbe analytique correspondant à la loi INL2. Celle-ci est facile à déterminer car cette simulation correspond, comme on peut s'y attendre, à un chemin DTC : les déplacements tangentiels qui surviennent sont complètement négligeables (de l'ordre de  $10^{-21}$  m au lieu de  $10^{-5}$  m pour la direction normale...). C'est donc en fait l'utilisation d'une forte valeur d'amortissement ( $D = 0.8$ ) qui permet de s'en rapprocher le plus.

Pour le comprendre, l'ensemble des points  $(\sigma; u)$ , parcourus par le modèle lors de son évolution vers l'état d'équilibre, sont représentés sur la figure 4.6(b), pour les différents calcul UDEC s'étant déroulés en une seule étape de chargement. Les écarts entre les courbes sont donc principalement causés par les oscillations du modèle, autour de la position d'équilibre. Celles-ci, du fait de l'inélasticité de la loi de contact, font croître les valeurs de déplacement. Notons qu'on a également une (légère) influence de l'amortissement en tant que tel (indépendamment des oscillations), comme on peut le voir sur la première phase montante des courbes.

Afin d'éviter l'influence des oscillations, Lambert ([64]) utilisait une valeur seuil pour détecter les changements de sens de sollicitation. Avec une telle méthode, à partir du moment où l'on détecte un tel changement de signe : par exemple  $du$  devenant négatif après avoir été positif, on continue à utiliser les mêmes modules ( $N_u^+$ ,  $G_u^+$ ) tant que la valeur de déplacement effectuée dans la direction  $du < 0$  n'a pas atteint une certaine valeur limite  $Disp_{tol}$ . Les modules ( $N_u^-$ ,  $G_u^-$ ) n'étant utilisés qu'une fois  $Disp_{tol}$  atteint. La valeur de  $Disp_{tol}$  doit toutefois être suffisamment petite pour que les changements "physiques" de sens de sollicitation ne soient pas trop souvent considérés comme des oscillations numériques et traités comme tels. Inversement une valeur de  $Disp_{tol}$  trop petite ne peut plus filtrer efficacement les effets des oscillations numériques. Ainsi, du fait du caractère arbitraire de la valeur de  $Disp_{tol}$ , et des questions qu'on peut se poser sur son influence, nous avons préféré ne pas utiliser cette méthode.

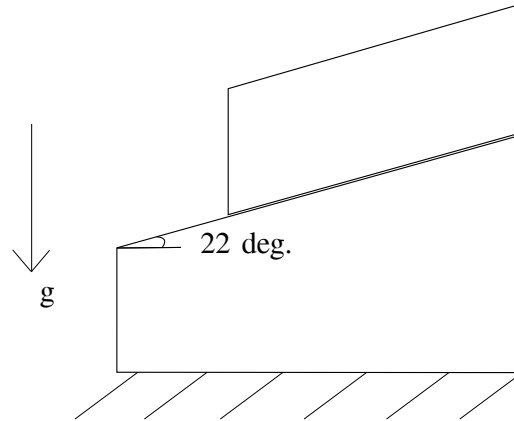
### Influence sur le travail du second ordre : Exemple 2

Afin d'appréhender les conséquences sur l'évolution du travail du second ordre tel qu'il est ici calculé, on considère un deuxième exemple, plus "instable" dont la géométrie est indiquée sur la figure 4.7(a). On simule à nouveau l'application du poids du bloc supérieur, le bloc inférieur étant immobile. La simulation est à nouveau réalisée de différentes manières : en faisant varier  $D$  ( $D \in [0.2; 0.4; 0.8]$ ), et le nombre d'étapes d'application de la gravité : 1, 5 ou 10. Le même pas de temps est toujours utilisé ( $\Delta t \approx 8 \times 10^{-6}$  s).

On retrouve comme précédemment des écarts sur les états d'équilibre successifs  $(\sigma; u)$  (voir la figure 4.7(b)), et  $(\tau; \gamma)$  (figure 4.7(c)). Pour les plus faibles valeurs d'amortissement ( $D \leq 0.4$ ) l'influence du mode de chargement apparaît plus nettement que pour l'exemple 1 précédent. C'est cependant l'amortissement qui modifie de manière beaucoup plus importante les valeurs de déplacement obtenues.

Le travail du second ordre global (sur deux points de contact) est représenté figure 4.7(d). Cette figure permet surtout d'illustrer la nécessité d'utiliser le travail du second ordre normalisé : les grandeurs ne sont ici même pas d'ordre de grandeurs semblables, et donc difficilement comparables. Les valeurs de  $D^2W$  correspondant à des chargement en une étape sont d'ailleurs

<sup>3</sup>Il s'agit de valeurs moyennes, la moyenne étant faite sur les deux contacts existant entre les blocs



(a) Exemple considéré

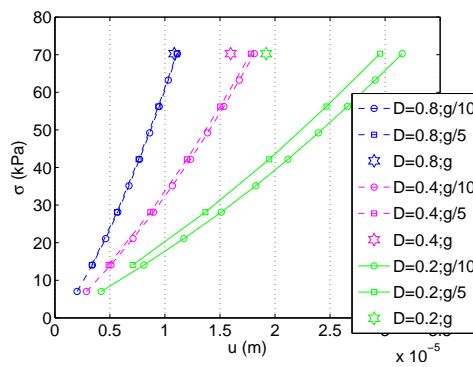
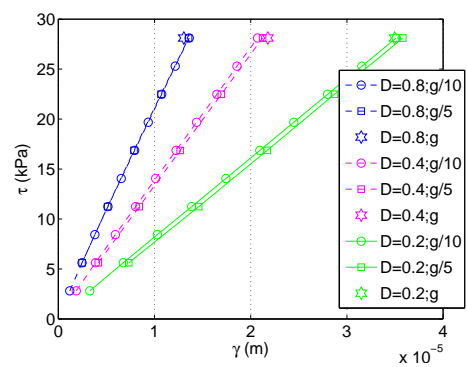
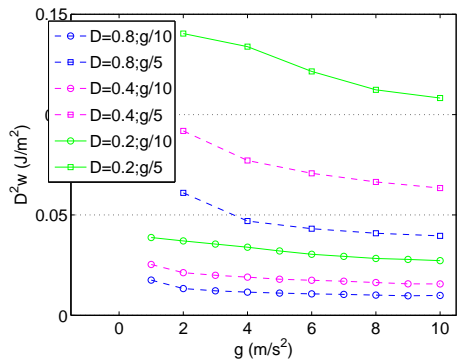
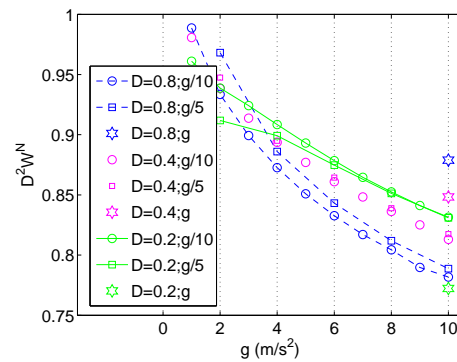
(b)  $\sigma(u)$ (c)  $\tau(\gamma)$ (d)  $D^2W$ (e)  $D^2W^N$ 

FIG. 4.7 – Influence de l'amortissement et du mode de chargement, sur  $D^2W$  plus particulièrement : cas de l'exemple 2

de l'ordre de l'unité, et n'ont même pas été représentés sur la figure afin d'éviter de la rendre illisible.

La normalisation de  $D^2W$  (voir la figure 4.7(e)) permet d'obtenir des valeurs semblables dans tous les cas de figure. On observe toujours une diminution, dans  $\mathbb{R}^+$ , de  $D^2W^N$  avec la valeur de  $g$ . La diminution peut s'expliquer par l'influence qu'a  $\sigma$  sur le domaine de bifurcation de la loi INL2 (voir le paragraphe 3.6.2) : on avait vu que ce dernier concernait des états du joint de moins en moins cisailés lorsque  $\sigma$  croissait. On peut en fait vérifier que l'on a ici un rapport  $\tau/\sigma$  constant dans tous les cas de figure, correspondant au pendage. Au fur et à mesure que  $\sigma$  croît, la frontière du domaine de bifurcation se rapproche donc de ce rapport  $\tau/\sigma$  : le travail du second ordre diminue.

Ceci étant dit, même si les différences se sont estompées, il faut constater que  $D^2W^N$  continue de dépendre de l'amortissement et, dans une moindre mesure, du mode de chargement.

Afin de rester le plus proche possible de la loi INL2, les calculs suivants seront donc réalisés avec un amortissement correspondant à  $D = 0.8$ . Pour ce qui est du mode de chargement, les deux exemples précédents tendent à montrer que les résultats (valeurs de déplacements, et  $D^2W^N$ ) peuvent être modifiés par une application en une seule étape, mais que les différences s'estompent ensuite (en comparant 5 ou 10 étapes de chargement). Un nombre plus élevé d'étapes garde toutefois l'avantage supplémentaire de décrire plus finement l'évolution du système, et de se rapprocher de ce qu'impose la théorie : un chargement par petites variations (car la définition du travail du second ordre fait apparaître des grandeurs infinitésimales,  $d\vec{\sigma}$  et  $d\vec{l}$ ).

## 4.4 La stabilité des Rochers de Valabres

### 4.4.1 Présentation du site

Le site des Rochers (ou Gorges) de Valabres est situé dans le département des Alpes-Maritimes, à 60 kms au nord de Nice dans la vallée de la Tinée (voir la figure 4.8). À cet endroit, la vallée est relativement étroite et il y circule une route départementale, seule voie d'accès à plusieurs localités situées en amont, dont la station de ski d'Isola 2000. On y trouve également une usine EDF. Ce site a déjà été le théâtre de plusieurs éboulements : en octobre 1997, un éboulement détruit une prise d'eau de l'usine EDF ; en mai 2000, un éboulement de 2000 m<sup>3</sup> coupe la route et isole les villages amont pendant plusieurs semaines. Plus récemment, un éboulement est encore survenu en octobre 2004. Les points de départ de ces deux derniers éboulements apparaissent sur la figure 4.9 où l'on trouve une photographie du versant. On devine en bas de cette photographie l'ancienne route qui passait juste à l'aplomb de la falaise, et qui est désaffectée depuis plusieurs années maintenant, la nouvelle route passant plus bas dans le creux de la vallée.

Du fait du risque que constitue cette falaise, elle a été tout particulièrement étudiée dans le cadre du programme STABROCK, financé par le ministère de l'Équipement, qui s'achève en même temps que ces travaux de thèse. La présence d'une bâche bleue apparaissant sur la figure 4.9, à la limite de l'ombre et de la lumière, s'explique d'ailleurs par les expériences in-situ en cours. Une photo prise à proximité de cette bâche bleue (figure 4.10) permet de visualiser la vallée, avec le pont qui enjambe la Tinée à cet endroit (au centre de l'image) et qui avait d'ailleurs été endommagé en mai 2000. On remarque également une conduite forcée menant à l'usine EDF (à gauche de l'image), et certains des aménagements réalisés pour sécuriser le site (filets de protection à droite de l'image).



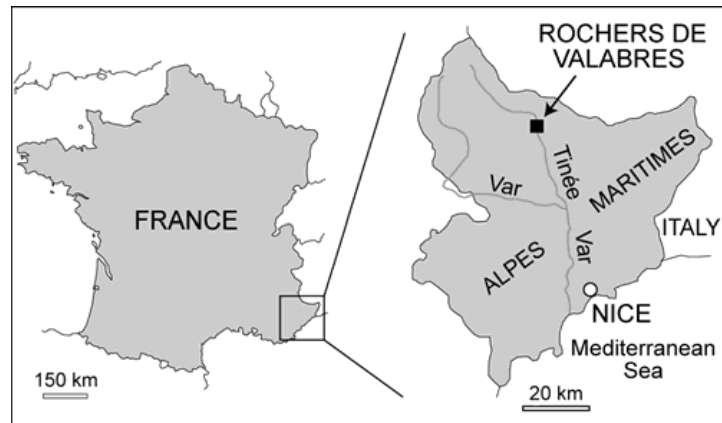


FIG. 4.8 – Situation géographique des Rochers de Valabres, tiré de [46]

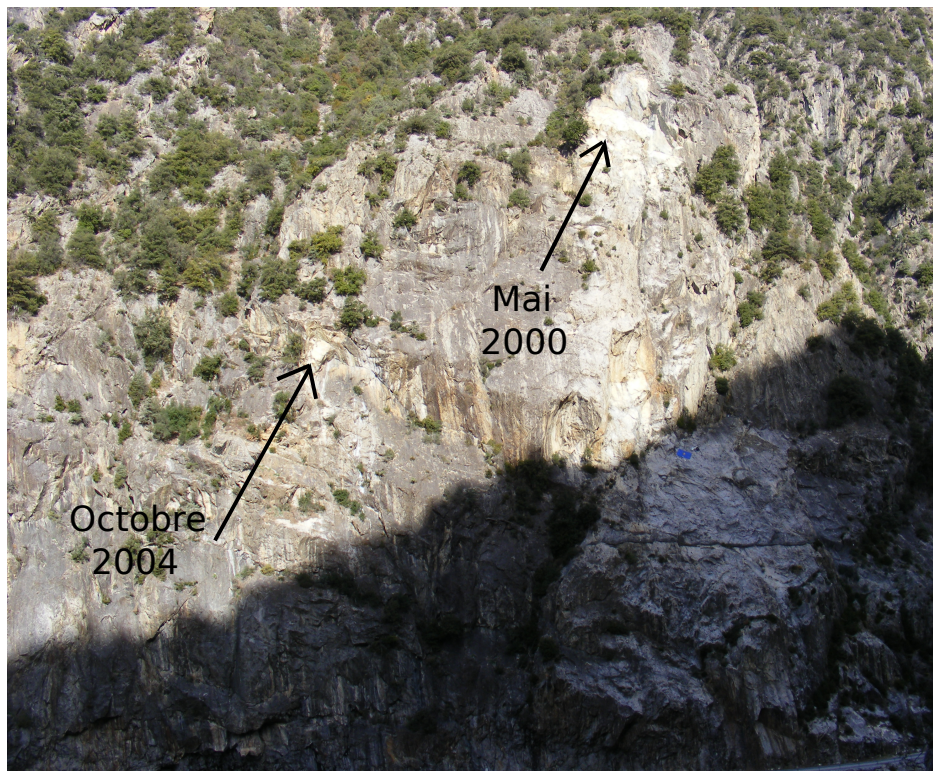


FIG. 4.9 – Vue sur le versant (collection personnelle)



FIG. 4.10 – Vue sur la vallée (collection personnelle)

#### 4.4.2 Le modèle numérique de la falaise

Dans le cadre des échanges à l'intérieur du programme STABROCK il a été unanimement reconnu que le comportement global des Rochers de Valabres pouvait être considéré comme n'étant gouverné que par la distribution spatiale et les propriétés mécaniques des fissures, du fait d'une présence d'une matrice rocheuse aux propriétés mécaniques suffisamment bonnes. Une modélisation discrète avec des blocs rigides est donc parfaitement envisageable.

Pour ce qui est de la géométrie, la vallée de la Tinée présente un coude au niveau des Rochers de Valabres. Le massif rocheux peut par conséquent être considéré comme approximativement cylindrique, et le problème comme étant ainsi axisymétrique. Il est donc légitime de considérer pouvoir réaliser une étude bi-dimensionnelle. Précisons que nous ne cherchons de toute façon ici pas à répondre de manière précise sur l'imminence ou non d'un éboulement dans les Gorges de Valabres.

L'utilisation d'un modèle de blocs rigides réalisé sous UDEC (en deux dimensions) est donc adaptée au problème. Nous présentons sur la figure 4.11 le modèle utilisé. L'axe vertical du modèle correspond à l'altitude des points du site. Le fond de la vallée où coule la Tinée est situé à environ 660 m d'altitude : tout en bas du modèle ; on atteint le niveau de l'ancienne route peu avant 700 m d'altitude ; et la "grande dalle" (la zone où est déroulée la bâche bleue) débute à partir de 715 m d'altitude environ. Les points de la surface du modèle correspondent au relevé topographique effectué par les partenaires du programme STABROCK (Clément [19]). Les blocs et les failles sont désignés par des noms commençant par la lettre *B* pour les blocs ou par *F* pour les failles. Les noms des blocs apparaissent directement à l'intérieur de leur surface lorsque c'est possible, ou sinon ils sont désignés par des flèches en traits pleins. Pour les failles, on les désigne toujours par des flèches, en pointillés.

Les failles F1 et F3 correspondent à des failles relevées sur le site, et les débouchés en surface des failles Fc et Fd sont également observables sur la falaise réelle. Les simulations qui vont être réalisées seront l'occasion de réaliser une étude paramétrique des pendages des fissures Fa, Fb, Fc et Fd. Pour ce qui est des autres fissures, leurs pendages sont indiqués dans le tableau 4.2.

Faille	F1	F3	Fe
Pendage (°)	77	87	90

TAB. 4.2 – Pendages des failles pour lesquelles aucun doute n'est envisagé

#### 4.4.3 Chargement réalisé

On va chercher à reproduire l'histoire géologique du massif en simulant une application progressive de la gravité. Ainsi le calcul est réalisé en dix étapes : chaque étape est constituée par l'augmentation, d' $1 \text{ m/s}^2$ , de la valeur de la gravité  $g$ , depuis 0 à  $10 \text{ m/s}^2$ . Une onzième étape de chargement, visant à déstabiliser le massif, sera souvent<sup>4</sup> considérée : il s'agit de la suppression du bloc B5. Numériquement cela est fait en retirant purement et simplement ce bloc du modèle. Physiquement, cela peut correspondre à un éboulement de la partie du massif correspondante. Un tel éboulement ne nous paraît pas comme faisant partie des scénarii les plus probables ; cependant nous imaginons que, s'il devait tout de même avoir lieu, cela risquerait probablement de déstabiliser les blocs amont. Cette suppression du bloc B3 permet par conséquent de considérer les conséquences éventuelles.

<sup>4</sup>Pour de sombres raisons de mémoire informatique, le nombre total d'itérations de la MED réalisées avec UDEC est limité. Ainsi, lors de l'utilisation de la loi INL2, on a souvent dû se contenter de ne pouvoir réaliser que les dix premières étapes de chargement.

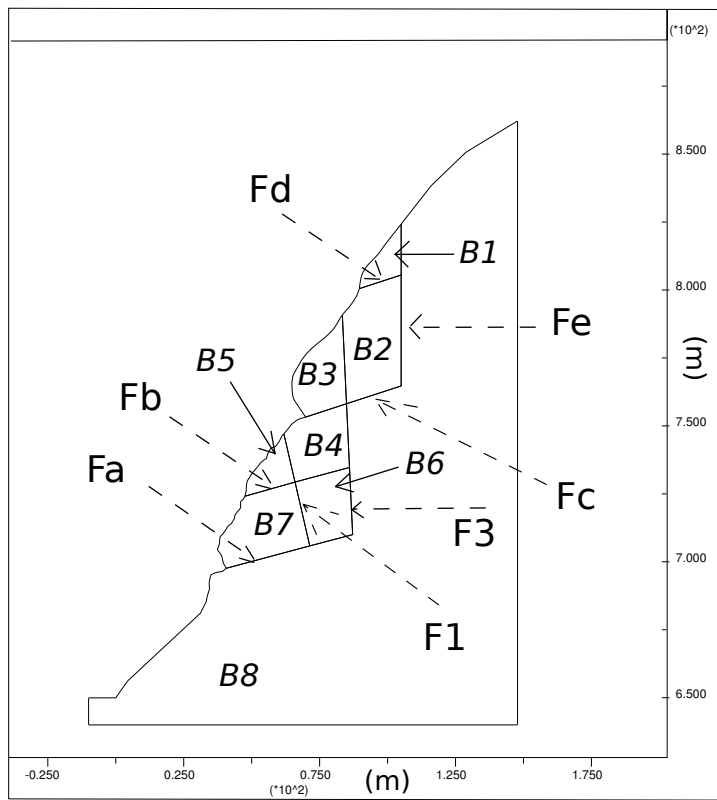


FIG. 4.11 – Géométrie du modèle UDEC



Lors de chaque étape, les itérations de la MED sont exécutées jusqu'à ce qu'un équilibre soit atteint. Afin de juger si un équilibre est atteint ou non, UDEC propose, un peu comme cela était fait avec Yade, de suivre l'évolution d'une grandeur  $Unb_F$  : les sommes des forces extérieures étant connues pour tous les blocs du modèle,  $Unb_F$  est défini comme étant le maximum (parmi les différents blocs) de ces sommes des forces extérieures. Elle est donc proportionnelle à l'accélération d'un des blocs du modèle. Numériquement,  $Unb_F$  n'atteindra jamais rigoureusement 0 (ce qui serait le cas d'un modèle parfaitement à l'équilibre), mais on considèrera l'équilibre atteint lorsque  $Unb_F$  aura suffisamment décréu (une division par  $10^5$  au moins) par rapport à sa valeur initiale (celle du début du chargement).

Le contrôle de la vitesse moyenne de tous les blocs du modèle est également effectué et peut être utilisé comme indicateur. Il est en outre plus précis qu' $Unb_F$  : des valeurs de vitesse constantes, mais pouvant être aussi grandes que l'on veut, sont équivalentes avec une annulation de  $Unb_F$ . Ce cas de figure est toutefois difficile à imaginer pour des massifs rocheux.

#### 4.4.4 Utilisation de lois élastiques-plastiques : étude paramétrique sur les rigidités

En introduction nous présentons ici un premier calcul réalisé avec les lois de contact usuelles de UDEC (l'équation (4.1)), et non la loi INL2. On envisagera trois jeux de rigidités différents. Un premier jeu,  $k_U$ , correspond autant que possible aux rigidités de la loi INL2 : pour  $k_{nU}$ , qui joue le même rôle que  $N_u$ , on prend la valeur de  $N_u^+$  en ( $\sigma = 1 \text{ MPa}$ ;  $\tau = 0 \text{ Pa}$ ), et pour  $k_{sU}$ , équivalent à  $G_\gamma$ , on utilise la valeur initiale de ce dernier,  $G_\gamma^0$  :  $k_U = \{k_{nU}; k_{sU}\} = \{2 \times 10^{10} \text{ Pa/m}; 3.6 \times 10^9 \text{ Pa/m}\}$ . Deux autres jeux de rigidités,  $k_U/10$  et  $k_U/100$  seront aussi utilisés.

Pendages des failles (°)		Pas de temps (ms)		
Fa = Fb	Fc = Fd	$k_U$	$k_U/10$	$k_U/100$
4	8	0.7	2.3	7.4

TAB. 4.3 – Propriétés du calcul "Udec" des Gorges de Valabres

L'ensemble du massif reste dans tous les cas à l'équilibre lors de toutes les étapes de chargement. Les champs de déplacements obtenus (pour les trois jeux  $k_U$ ) sont quasiment homothétiques : la figure 4.12 représente leur allure commune, à la fin de l'application de la gravité sur la figure 4.12(a), et après la suppression de B5 sur la figure 4.12(b). Pour cette dernière, seuls les déplacements causés uniquement par la suppression de B5 sont représentés.

Après l'application de la gravité, le champ de déplacement est donc assez régulier, et dirigé vers l'aval. C'est le bloc B3 qui a été le plus mis en mouvement. Ce bloc correspond d'ailleurs à peu près à la zone de départ de l'éboulement de Mai 2000. Les valeurs maximales de déplacement obtenues lors des différents calculs sont quasi-proportionnelles et valent respectivement  $3.17 \times 10^{-4} \text{ m}$  pour  $k_U$ ,  $3.16 \times 10^{-3} \text{ m}$  pour  $k_U/10$ , et  $3.17 \times 10^{-2} \text{ m}$  pour  $k_U/100$ .

Une fois le bloc B5 supprimé, de nouveaux déplacements apparaissent. Ils sont non négligeables vis-à-vis de ceux survenus lors de l'application de la gravité : par exemple  $1.28 \times 10^{-2} \text{ m}$  pour  $k_U/100$ , à comparer à  $3.17 \times 10^{-2} \text{ m}$ . Ce sont les blocs B4 et B3 qui ont été le plus mis en mouvement, dans une cinématique de basculement vers la vallée apparemment.

On profite de ce premier exemple pour illustrer la définition du travail du second ordre global normalisé. Son évolution au cours des 11 phases du chargement apparaît sur la figure 4.13.

Premièrement, on obtient dans tous les cas des valeurs de  $D^2W^N$  positives, correspondant bien à l'équilibre du massif ; on pouvait s'y attendre puisqu'au niveau de chaque contact, tant que le

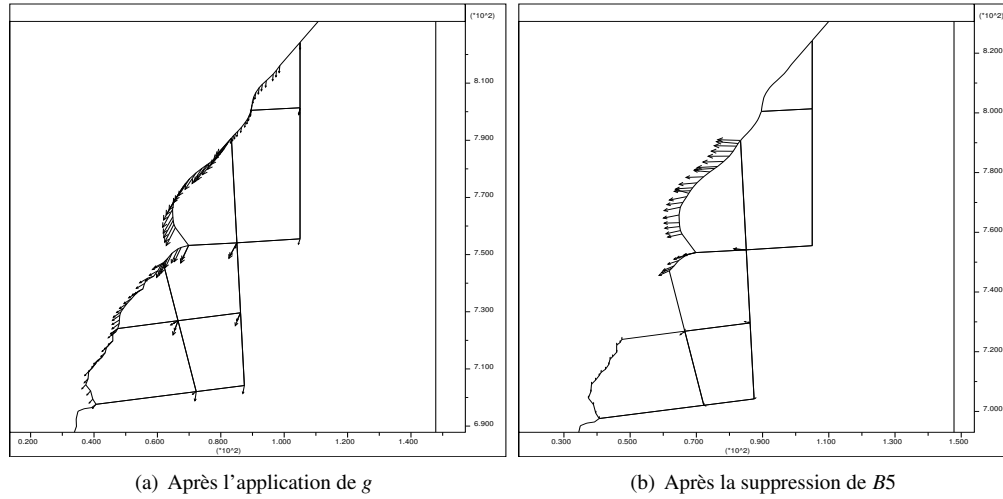


FIG. 4.12 – Utilisation d’une loi élastique-plastique : champs de déplacements

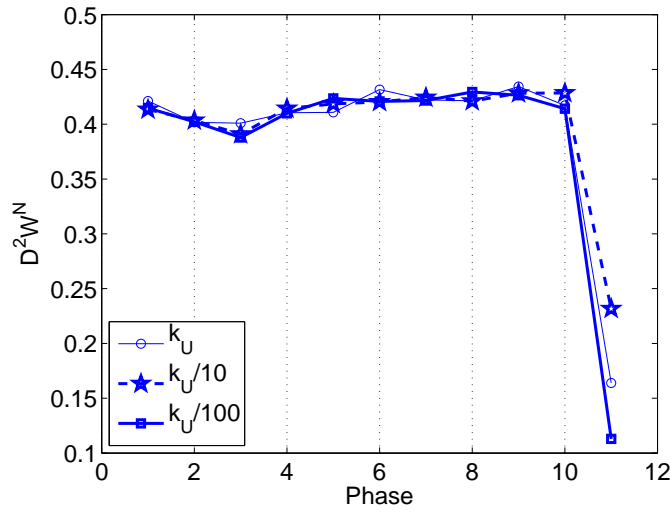


FIG. 4.13 – Utilisation d’une loi élastique-plastique : évolution de  $D^2W^N$

seuil plastique n'est pas atteint, on a affaire à des lois élastiques et on a donc entre deux pas de temps successifs :  $d^2w_c = \vec{d}\sigma \cdot \vec{d}l = k_{nU} \times du^2 + k_{sU} \times d\gamma^2 > 0$ . Cette expression, correspondant à une itération de la MED, reste, dans ce cas-ci d'utilisation de lois de contact simples, aussi vraie pour  $\Delta^2w_c$  qui est lui obtenu à partir des grandeurs définies par intégration sur les itérations successives. On a en effet, par exemple pour  $\Delta\sigma \times \Delta u$  (la démarche est identique pour  $\Delta\tau \times \Delta\gamma$ ) :

$$\begin{aligned} \Delta\sigma \times \Delta u &= (\sum d\sigma) \times (\sum du) = k_n \times (\sum du) \times (\sum du) \quad k_n \text{ étant ici constante} \\ &= k_n \Delta u^2 \end{aligned}$$

Deuxièmement les évolutions de  $D^2W^N$  sont en fait indépendantes de  $g$  et  $k_U$ . On peut comparer ceci aux travaux de Belytschko *et al.* [13] qui avaient réalisé des études de stabilité de massifs (cavernes) fracturés en tout point comparables à celles qui sont ici présentées (utilisation de la MED, avec les mêmes lois de contact entre blocs). Ils avaient ainsi montré que la stabilité ne dépendait pas des rigidités  $k_{nU}$  et  $k_{sU}$ . Ce résultat est donc ici illustré via le critère du travail du second ordre : les évolutions de  $D^2W^N$ , qui doivent nous renseigner sur le caractère (in)stable du massif, ne dépendent effectivement pas de  $k_U$ . On peut de plus raisonnablement supposer que le problème ne dépend ici pas de  $g$ , ce que l'on retrouve aussi sur  $D^2W^N$ .

Finalement, après cette première phase de non-évolution de  $D^2W^N$  sous l'action de la gravité, toutes les courbes présentent une décroissance nette consécutive à la suppression de  $B5$ . Sans devenir négatif,  $D^2W^N$  se rapproche de zéro : le critère du travail du second ordre global semble bien détecter que le massif a été déstabilisé.

#### 4.4.5 Utilisation de la loi INL2 : étude paramétrique sur les pendages

On utilise maintenant la loi INL2 pour réaliser le calcul des rochers de Valabres. Les valeurs des paramètres de la loi sont celles qui avaient été indiquées au tableau 4.1. Dans ce cadre nous réalisons ici une étude paramétrique sur les pendages des failles Fa, Fb, Fc et Fd. Nous considérons quatre configurations prenant en compte des failles de plus en plus inclinées, présentées en détail au tableau 4.4. Pour les raisons de mémoire évoquées plus haut, la suppression du bloc

Calcul	Pendages des failles			
	(°)			
	Fa	Fb	Fc	Fd
Calc1	0		0	
Calc2	4		8	
Calc3	8		12	
Calc4	15		18	

TAB. 4.4 – Utilisation de la loi INL2 : pendages des failles pour les différents calculs

$B5$  ne sera considérée que pour la configuration "Calc2". C'est cette configuration qui avait été étudiée avec des lois élastique-plastiques au paragraphe précédent. Dans tous les cas, notons que le pas de temps doit être diminué lors des dix premières phases d'augmentation de  $g$ , afin de prendre en compte l'augmentation avec  $\sigma$  (et donc  $g$ ) des modules  $N_u$  qui correspondent à des rigidités normales. Les valeurs précises des pas de temps utilisés (très légèrement différents suivant les calculs) figurent à l'annexe A, le tableau 4.5 permet de se faire une idée en indiquant des valeurs moyennes. Les temps de calcul restant raisonnables avec de telles valeurs, celles-ci n'ont pas été réellement optimisées.

Phase	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\Delta t$ ( $\mu s$ )	99.0	45	20	14	7	6.0	4	2	2	2	2

TAB. 4.5 – Utilisation de la loi INL2 : pas de temps (approximatifs) utilisés

### Vérification des états de contrainte

Nous avons justifié au paragraphe 4.3 pourquoi nous n’avions pas imposé de corrections “manuelles” des états de contraintes, alors que cela nous aurait permis d’assurer que les états de contrainte restent à l’intérieur du critère de plasticité limite pour tous les joints du modèle. On vérifie alors ici que les dits-états obtenus au cours des simulations sont pour autant acceptables. La figure 4.14 représente l’évolution au cours des étapes de chargement des états ( $\tau; \sigma$ ) des différents points de contact du modèle numérique. Les deux configurations Calc2 et Calc4 sont considérées.

On représente par des triangles les états ( $\tau; \sigma$ ) correspondant à des contacts dont au moins un état ( $\tau; \sigma$ ) (parmi ceux correspondant aux différentes étapes du chargement) ne respecte pas le critère de Mohr Coulomb. Les autres sont représentés par des cercles. On vérifie ainsi que très peu d’états de contraintes violent le critère, un seul contact dans le cas de Calc4 (voir la figure 4.14(b)) le fait de manière significative mais son évolution reste d’ailleurs à peu près parallèle au critère de Mohr-Coulomb. De manière générale, les contacts pour qui cela arrive sont le plus souvent proches de l’origine des contraintes, on peut par conséquent penser qu’ils n’ont été que peu sollicités et qu’ils n’ont ainsi que peu d’influence sur le comportement du modèle.

### Champs de déplacements obtenus

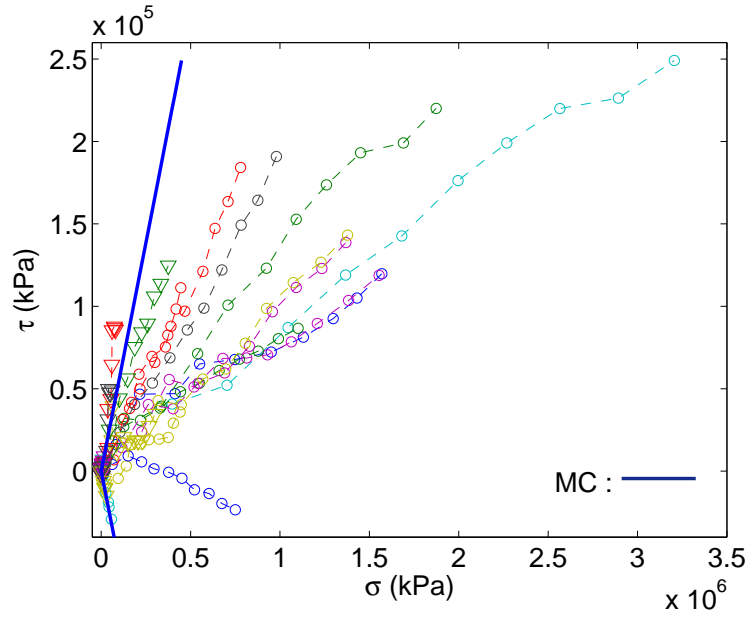
Les champs de déplacements obtenus, dans tous les cas de figure, à la fin de l’application de la gravité sont représentés à la figure 4.15. De manière générale, on observe que l’augmentation du pendage des fissures provoque ici des déplacements du bloc *B5* de plus en plus importants, comparativement à ceux des autres blocs. Les valeurs maximales de déplacement obtenus dans les différents cas sont résumées au tableau 4.6, ils sont de plus en plus importants lorsque les pendages augmentent. On ne peut malheureusement être complètement certain que ces résultats n’ont pas été influencés par les artefacts vus au paragraphe 4.3. On indique en effet dans le même tableau 4.6 le nombre d’itérations de la MED qui ont été nécessaires pour arriver à l’état final d’équilibre sous  $g = 10 m/s^2$ . Il se trouve que ce nombre est croissant avec les valeurs de pendage. Il convient alors de se demander, tout en étant dans l’incapacité d’y répondre, si les valeurs de déplacement normaux (influant sur la cinématique globale) n’ont pas été “artificiellement” augmentées du fait du plus grand nombre d’oscillations.

Configuration	Pendage moyen (°) (des failles Fa, Fb, Fc et Fd)	$u_{max}$ (m)	Nombre d’it.
Calc1	0	$5 \times 10^{-4}$	572930
Calc2	6	$1.4 \times 10^{-3}$	597750
Calc3	10	$3.1 \times 10^{-3}$	686420
Calc4	17.5	$1.0 \times 10^{-2}$	701940

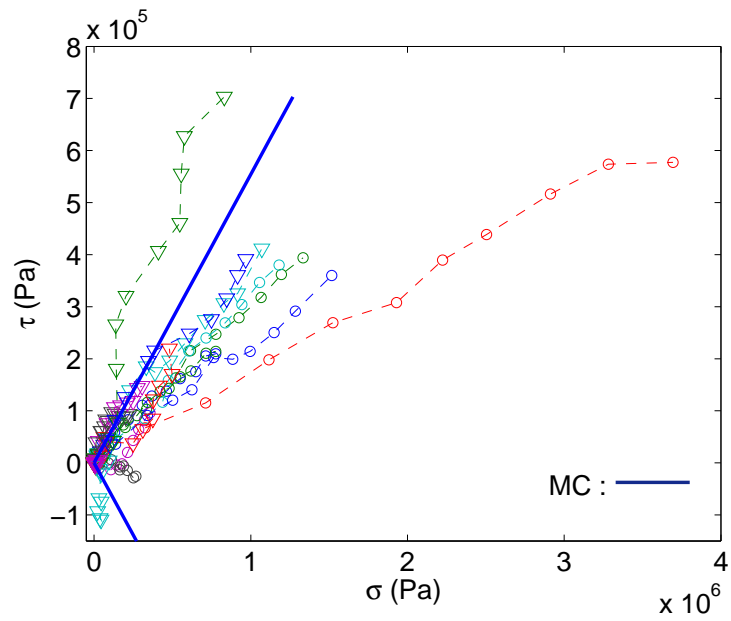
TAB. 4.6 – Utilisation de la loi INL2 : valeurs maximales des déplacements obtenus

La suppression du bloc *B5* n’a donc pu être simulée que pour la configuration Calc2, le champ de déplacement (correspondant uniquement à cette dernière phase de chargement) est représenté à la figure 4.16. Cette suppression de *B5* a fait apparaître ici des déplacements maximaux de





(a) Calc2 (pendage moyen 6°)



(b) Calc4 (pendage moyen 17.5°)

FIG. 4.14 – États de contrainte des points de contact du modèle, au cours du chargement

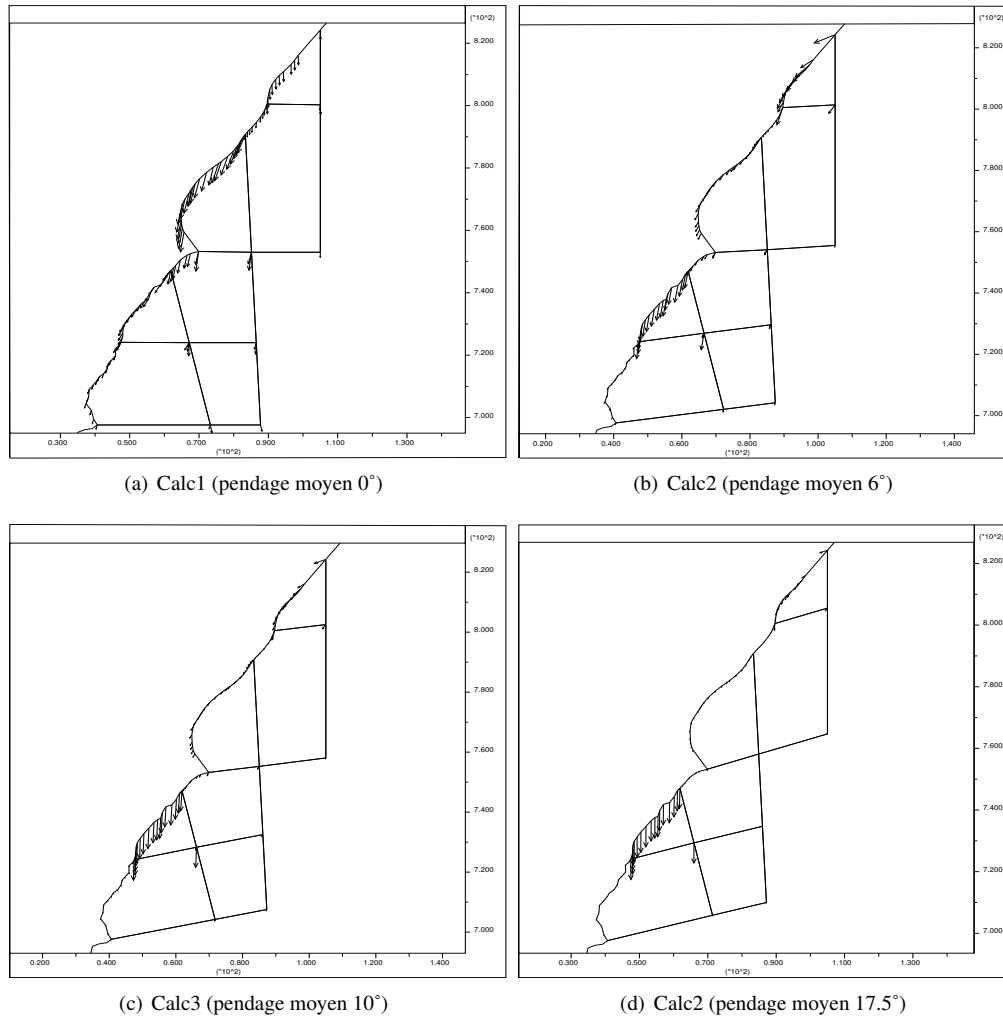


FIG. 4.15 – Utilisation de la loi INL2 : champs de déplacements après l'application de la gravité

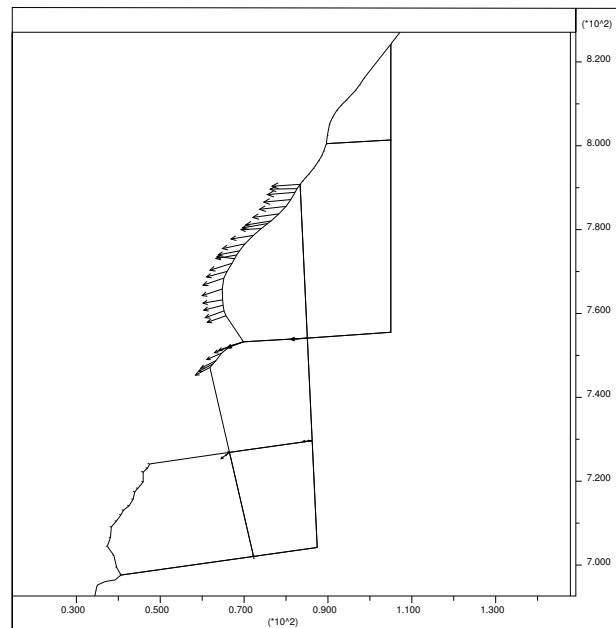


FIG. 4.16 – Utilisation de la loi INL2 : champs de déplacements après la suppression de  $B5$  (Calc3)

$1.3 \times 10^{-4} m$  à comparer aux  $1.4 \times 10^{-3} m$  dus à l'application de la gravité. La proportion des déplacements causés par la suppression de  $B5$ , par rapport à ceux survenus suite à l'application de  $g$ , est donc moindre dans le cas de l'utilisation de la loi INL2, comparativement à l'utilisation de lois élastique-plastiques. Sur ce point la loi INL2 est sans doute plus proche de la réalité. Il est acquis que les rigidités normales de joint rocheux dépendent de la contrainte normale. Or dans le calcul élastique-plastique, on prend une valeur de rigidité ( $k_{nU}$ ) constante lors de l'application de  $g$ , valeur correspondant à la valeur de  $N_u^+$  en  $\sigma = 1 MPa$ . Cette valeur  $\sigma = 1 MPa$  correspond très approximativement à une valeur moyenne - sur le massif - de  $\sigma$  pour des étapes de chargement relativement avancées : voir la figure 4.14(a). En résumé, dans le cas élastique-plastique, les déplacements provoqués par l'application de  $g$  ont très certainement été sous-estimés.

### Critère du travail du second ordre global

L'évolution du massif au cours du chargement est maintenant étudiée au travers du critère du travail du second ordre global, basé sur la définition de l'indicateur  $D^2W^N$  (l'équation (4.9)). La figure 4.17 représente l'évolution de  $D^2W^N$  au cours du chargement pour les quatre configurations.

Le critère du travail du second ordre global nous indique que des valeurs positives de  $D^2W^N$  correspondent à (impliquent) la stabilité. Dans notre cas, la stabilité du massif a bien été atteinte pour chaque étape du chargement : les valeurs de  $D^2W^N$  sont toutes positives. On peut distinguer une décroissance nette de  $D^2W^N$  pour les cas Calc2 et Calc4 autour de  $g = 2 m/s^2$ , puis les évolutions suivantes ne nous paraissent pas significatives, avant à nouveau une décroissance des courbes lors de la dernière étape de chargement ( $g = 10 m/s^2$ ) pour Calc1, Calc3 et Calc4.

Pour la géométrie Calc2, pour laquelle la suppression du bloc  $B5$  a été simulée, une baisse correspondante de  $D^2W^N$ , comme lors de l'utilisation de lois élastique-plastiques, est bien obtenue.

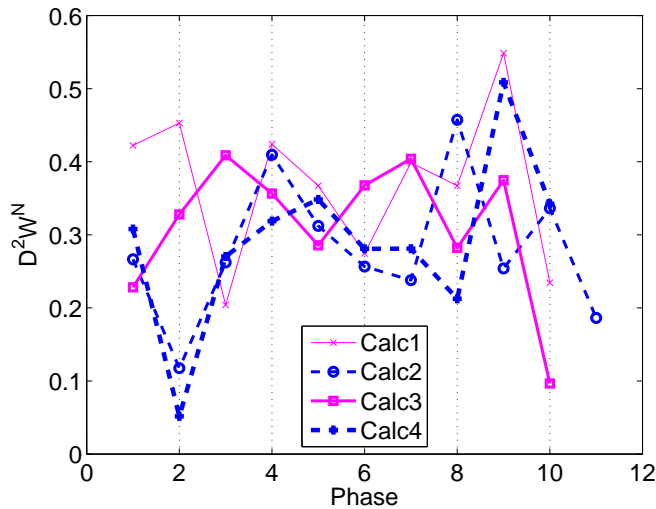


FIG. 4.17 – Utilisation de la loi INL2 : évolution de  $D^2W^N$

Le critère du travail du second ordre global semble là aussi avoir détecté une déstabilisation du massif.

Cependant, le critère du travail du second ordre global, en réalisant une moyenne sur tout le massif, pourrait être trompeur. Qu'advierait-il si une partie seulement du massif s'effondrait, mais que le reste évoluait en contrepartie dans une configuration plus stable ?

#### Critère du travail du second ordre local

Le critère du travail du second ordre local permet sans doute de lever cette limitation en s'intéressant aux contacts aux niveaux desquels la grandeur  $\Delta^2w_c$  est négative ou nulle. La figure 4.18 représente les joints pour lesquels c'est le cas à la fin de l'application de la gravité, dans la configuration Calc4. On visualise ainsi les joints rocheux dont les états de contrainte appartiennent au domaine de bifurcation, et pour lesquels la direction de sollicitation correspondant au passage de  $g = 9 m/s^2$  à  $g = 10 m/s^2$  fait partie des directions instables.

Il s'agit de joints pour lesquels le pendage est (quasi-)vertical. Comme on peut s'y attendre, les valeurs de contrainte normale qui y règnent sont relativement faibles, mais cependant non-nulles. On a ainsi une valeur de  $\sigma$  valant en moyenne 11 kPa entre les blocs B2 et B8. De plus il est à remarquer, que certains (par exemple le joint entre B2 et B8) de ces joints n'ont pas encore atteint le critère de Mohr-Coulomb.

Le travail du second ordre local étant ici négatif ou nul, il faut normalement de plus qu'un mode de contrôle du chargement approprié soit utilisé pour déclencher la rupture. On peut imaginer que cette condition sera ici souvent vérifiée, du fait du chargement gravitaire, pour lequel les poids jouent un rôle moteur : on peut faire un lien avec un pilotage "en force". Afin que la rupture du joint rocheux produise un éboulement, on imagine de plus qu'il faudrait que les joints concernés se recoupent en délimitant un ensemble de blocs dégageables. Ce point peut également être étudié en calculant un travail global n'intégrant qu'une zone restreinte (des fissures) du massif : les joints entourant la zone dont on souhaite étudier la stabilité.

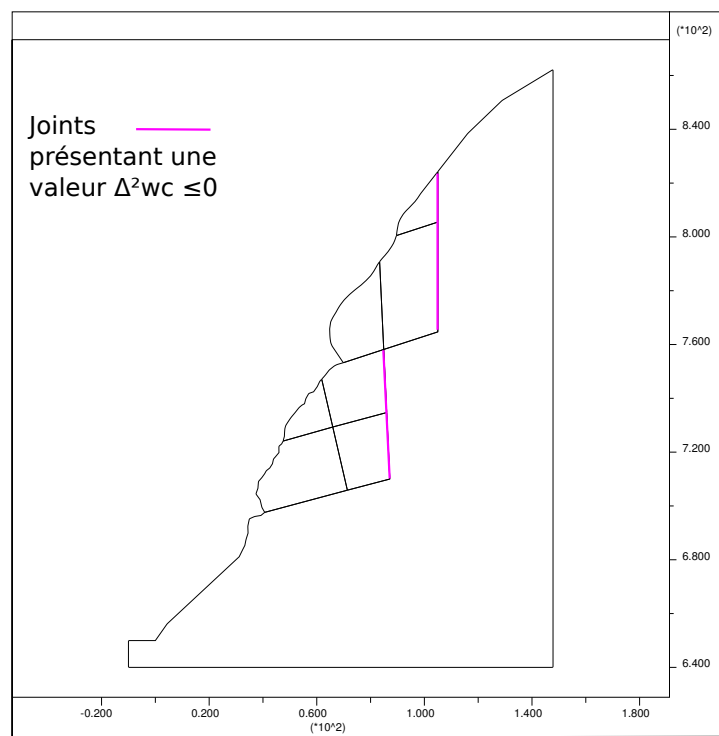


FIG. 4.18 – Utilisation de la loi INL2 : joints présentant une valeur de  $\Delta^2 w_c \leq 0$   
Configuration Calc4, à la fin d'application de la gravité

## 4.5 Conclusion du chapitre

Ce chapitre aura été l'occasion de réaliser le calcul d'une falaise réelle. Nous avons pour cela utilisé une nouvelle fois la méthode aux éléments discrets, avec le logiciel UDEC. Dans le cadre que nous nous sommes fixés (l'étude de massifs présentant un ensemble de blocs délimités par des joints aux propriétés mécaniques dégradées), la MED semble naturellement adaptée. Afin de reproduire le comportement des joints de la manière la plus réaliste possible, la loi INL2 a été utilisée pour décrire avec UDEC les interactions entre blocs.

L'utilisation de cette loi complètement non-élastique, en association avec le caractère dynamique de l'algorithme de la MED, fait toutefois apparaître inévitablement des questionnements sur l'indépendance des résultats vis-à-vis de considérations purement numériques, comme nous l'avons illustré. Selon nous, l'usage d'un amortissement numérique fort, permettant de diminuer les oscillations parasites, doit pouvoir atténuer les effets indésirables. Un mode de chargement continu (plutôt que par des étapes discrètes), à vitesse suffisamment petite, permettrait également de solliciter en permanence l'échantillon de manière quasi-statique, et d'éviter ainsi les oscillations gênantes du système, celles qui sont dûes uniquement à la recherche de l'état d'équilibre.

L'étude des Rochers de Valabres a alors été effectuée. Afin de reproduire l'histoire géologique du massif, une augmentation progressive de la gravité a été simulée, suivie parfois d'une suppression d'un bloc du modèle, afin de déstabiliser le massif. Les calculs ont tout d'abord été menés en utilisant en fait une loi de joint élastique-plastique. Les comparaisons avec la loi INL2 qui ont suivi laissent penser que les déplacements (résultants de l'application de la gravité) qui sont calculés dans ce cadre sont sans doute sous-estimés. Toujours dans le même cadre, le critère du travail du second ordre global s'est révélé capable de reproduire des résultats de la littérature (la non-influence des rigidités sur la stabilité, pour ces lois de contact simples). Il a semblé de plus pouvoir détecter les phases de déstabilisation du massif.

L'intérêt du critère local est ensuite apparu avec la loi INL2. Nous avons ainsi pu exhiber ici des joints rocheux vérifiant le critère du travail du second ordre local, le long du chargement imposé, alors que le critère de Mohr-Coulomb n'était pas vérifié. Aucune rupture n'a cependant été observée : nous pensons qu'il est en effet de plus nécessaire que de tels joints délimitent un ensemble de blocs cinématiquement dégageables, ce qui n'a pas été le cas ici. Notons qu'un calcul du travail global, mais ne prenant en compte qu'un tel ensemble de joints, permettrait également de prendre cet aspect en considération.



# Conclusions et perspectives

La gravité ne fait pas tomber à terre que les pommes... Lorsque les sociétés humaines s'installent dans des zones montagneuses (ou accidentées géologiquement, au minimum) elles sont sujettes au risque d'éboulements rocheux. On peut très certainement considérer que le plus souvent ces éboulements surviennent dans des massifs rocheux fracturés, et que ce sont des blocs de roche à peu près saine qui s'écroulent du fait de la rupture des joints rocheux qui les reliaient aux blocs environnants. Afin d'être efficaces, les études de tels éboulements doivent s'appuyer sur deux éléments.

Il faut premièrement décrire, le plus fidèlement possible, le comportement mécanique des joints rocheux, ce jusqu'à leur rupture. Rappelons une dernière fois que l'on qualifie de rupture l'apparition d'un régime dynamique (non imposé) de déformations, avec de fortes valeurs de vitesse et d'accélération.

Deuxièmement, la rupture des joints doit justement pouvoir être prédite efficacement. La géomécanique, parcequ'elle considère des matériaux non associés, fait apparaître différentes ruptures possibles. On observe, en laboratoire et dans la nature, aussi bien des ruptures survenant sur des états limites de contrainte, que des ruptures survenant avant ces états limites. Les modes de rupture sont également divers : ils peuvent être diffus (effondrement d'échantillons expérimentaux, liquéfactions) ou aussi localisés (bande de cisaillement).

L'étude bibliographique s'est donc intéressée à ces deux aspects. Pour ce qui est de la prédiction de la rupture, le travail du second ordre se révèle comme étant le seul indicateur capable de rendre compte de tous ces différents modes (Challamel *et al.* [22]).

Pour ce qui est des lois de comportement de joint rocheux, il est apparu que la plupart de celles que l'on peut trouver dans la littérature présentent un formalisme assez pauvre (en terme de nombre de zones tensorielles), comparativement à certaines lois qui existent déjà pour les sols : les lois incrémentalement non-linéaires (INL) de Darve. À la suite de travaux antérieurs (Lambert [64]), nous avons donc appliqué ces deux notions : le critère du travail du second ordre, et les lois de comportement INL, aux joints rocheux ; dans le but de prédire du mieux possible les risques d'éboulements.

L'étude bibliographique avait de plus mis en avant les limitations des essais expérimentaux vis-à-vis de la caractérisation du comportement mécanique des joints rocheux. Nous avons donc cherché à palier cela en réalisant un modèle numérique de joint rocheux. Ayant été établi à l'aide de la méthode aux éléments discrets, ce modèle nous a permis de simuler aisément tous les types de sollicitation envisageables pour les joints rocheux. Les couplages existant entre les deux directions normale et tangentielle des joints rocheux ont été particulièrement étudiés : ainsi nous avons montré que des variations de déplacement normal  $du$  avaient une influence certaine sur la contrainte tangentielle  $\tau$ .

L'intensité de cette influence dépend en fait du cisaillement du joint rocheux. Afin de caractériser le cisaillement en question, les simulations numériques ont montré qu'il était préférable



d'utiliser le rapport des contraintes  $\tau/\sigma$ , plutôt que la valeur de déplacement tangentiel  $\gamma$  par exemple. Ces considérations viennent préciser ce que l'on peut trouver dans la bibliographie.

Les propriétés "plastiques" du joint numérique, angle de frottement et règle d'écoulement, ont également été déterminées.

La réalisation de ces simulations a également été l'occasion de se pencher sur différents aspects numériques, comme l'utilisation d'indicateurs afin de juger du caractère quasi-statique d'une simulation : par exemple le nombre  $U_f$  égal au rapport entre d'une part la moyenne (sur les éléments) des normes des sommes des forces extérieures et d'autre part la moyenne (sur les contacts) des normes des forces de contact. Les valeurs seuils de ce nombre ont été discutées (quelques %o selon nous). Une réflexion sur l'utilisation d'une loi de contact permettant un transfert de moment a également été menée. De telles lois permettent de rapprocher les résultats numériques (angle de frottement macroscopique) des valeurs observées dans la réalité. Cependant, il ne faut pas oublier que d'autres moyens existent, comme l'utilisation de clumps. On peut de plus penser que ces derniers correspondent plus à des matériaux réels : observés de près, les grains de sable ressemblent plus à des formes géométriques anguleuses qu'à des sphères qui se transmettent des couples résistants.

Les résultats numériques nous ont ensuite permis de bâtir une loi de comportement de joint rocheux, nommée INL2. La définition qui en a été donnée est très générale, et a conduit à un formalisme incrémentalement non-linéaire. Une seconde loi, au formalisme quadri-linéaire, a également été présentée : la loi Quadri2. L'intérêt de cette seconde loi réside dans son formalisme qui permet des calculs analytiques simples. Les résultats fournis par les deux relations étant très voisins, les résultats analytiques établis pour la loi Quadri2 n'ont pas été démentis pour la loi INL2.

Vis-à-vis du critère du travail du second ordre, l'étude de ces relations, qui sont applicables à n'importe quel joint, a montré que les instabilités dans ces matériaux étaient gouvernées par les termes caractéristiques du couplage existant entre les directions normale et tangentielle. Il faut que ces derniers soient au moins aussi importants que les rigidités normales et tangentielles pour que des instabilités existent : dans les cas extrêmes de lois de comportement diagonales, il a été redémontré qu'aucune instabilité ne peut survenir avant le critère de Mohr-Coulomb. Lorsque les conditions pour obtenir des instabilités sont réunies, les mécanismes de ces dernières dépendent une fois encore de ces termes de couplage.

Après avoir établi ces résultats généraux, des définitions précises des lois INL2 et Quadri2, en fonction de paramètres et de variables d'état, ont été posées. Ces définitions, basées sur les observations numériques et expérimentales, permettent de reproduire la physique du comportement des joints rocheux : influence du cisaillement, de la contrainte normale, respect d'un critère de plasticité limite, dilatance...

Les capacités prédictives des relations proposées ont été vérifiées, par comparaison au modèle numérique, une fois les valeurs de leurs paramètres calibrées sur le-dit modèle.

Pour les valeurs de paramètres retenues, le domaine de bifurcation des lois INL2 et Quadri2 concernait ici des états correspondant à un cisaillement assez important, peu avant le critère de Mohr-Coulomb : l'entrée dans le domaine de bifurcation se faisait pour des angles de frottement mobilisés autour de  $26^\circ$  (suivant la valeur de  $\sigma$ ) au lieu de  $29^\circ$  pour Mohr-Coulomb. Les mécanismes d'instabilité correspondent ici à de la dilatance ( $du < 0$ ) associée à une charge en cisaillement ( $d\gamma > 0$ ). Dans le plan des contraintes, cela correspond à une baisse des contraintes normale et tangentielle, ce qui est cohérent avec les résultats trouvés pour des lois élasto-plastiques en volume et pour des lois micro-mécaniques : voir par exemple Sibille *et al.* [93].

L'influence quantitative du caractère dilatant des joints rocheux sur le domaine de bifurcation a pu enfin être illustrée : ainsi une baisse de 25% de la valeur d'un des modules de la loi de comportement (caractéristique de la dilatance) entraînait ici une diminution de moitié de la surface

du domaine de bifurcation.

Il ne restait alors plus qu'à étudier le cas d'une falaise réelle. Nous nous sommes penchés sur les Rochers de Valabres, site des Alpes-Maritimes dont l'instabilité s'est déjà plusieurs fois manifestée. Des simulations ont été réalisées avec UDEC, un second code aux éléments discrets, dans lequel la loi INL2 a fini d'être implémentée.

Malheureusement il faut bien noter que l'utilisation dans le cadre de la MED de lois de contact complexes<sup>5</sup>, telle la loi INL2, pose de réelles difficultés d'interprétation des résultats, comme cela avait déjà été abordé lors des simulations de joint rocheux. La capacité de la MED à reproduire les phénomènes naturels repose en fait en général sur l'utilisation d'un grand nombre d'éléments et de lois d'interactions simples. Dans le cadre des éboulements rocheux seul un nombre réduit d'éléments sont de fait à considérer. Il est alors évidemment inenvisageable d'espérer reproduire la complexité de la Nature avec des lois d'interaction simples. Malheureusement, l'utilisation d'autres lois d'interaction fait apparaître de nouveaux problèmes, du fait du caractère dynamique de l'algorithme de la MED, face auxquels l'utilisateur se doit d'être vigilant. Selon nous un amortissement numérique important peut permettre par exemple d'atténuer les difficultés d'utilisation de la loi INL2.

Les Rochers de Valabres ont été ainsi étudiés dans ce cadre. L'utilisation du critère du travail du second ordre global a semblé permettre de détecter des étapes de chargement déstabilisant le massif.

L'intérêt d'un critère local est également apparu. Premièrement, on peut imaginer que le critère global trouve ses limitations dans les cas où des éboulements surviennent en ne concernant qu'une partie (limitée mais significative) de la falaise. Deuxièmement, l'interprétation de ce critère local est plus aisée : des valeurs négatives de  $d^2w$  peuvent être obtenues lorsqu'en un point de contact l'état de contraintes appartient au domaine de bifurcation, et que la direction de sollicitation imposée par le chargement est une direction instable. De tels cas de figure se sont produits lors de nos simulations. Afin d'aller jusqu'à la rupture, sans doute faut-il obéir à certains modes de contrôle (dont le sens pour les joints rocheux est à préciser ?), et que les joints concernés délimitent un ensemble de blocs cinématiquement dégageables.

## Perspectives

Le comportement du modèle numérique pourrait être encore légèrement plus étudié, en simulant avec lui des recherches directionnelles. De telles simulations avaient été réalisées lors de ces travaux de thèse, mais elles n'avaient pas révélé une évolution significative des résultats au cours du cisaillement, alors que ce devrait être le cas puisque l'on s'éloigne alors de plus en plus d'un comportement élastique. La raison est probablement à chercher au niveau de la taille de l'incrément qui était imposé : il faut à la fois que celui-ci soit assez grand pour mobiliser de manière "plastique" (et non pas seulement "élastique") l'échantillon numérique ; mais parallèlement il faut qu'il soit suffisamment petit pour que le trajet de réponse soit rectiligne et que la notion de "direction réponse" ait un sens (voir les questionnements de Sibille à ce sujet [91]).

Deuxièmement, comme le propose Prunier [82], des investigations théoriques supplémentaires sur le travail du second ordre seraient très certainement bienvenues. Nous nous sommes restreints ici à une définition de  $D^2W$  posée dans un cadre de petites déformations. Le bien-fondé de cette hypothèse, tout particulièrement dans ce cadre d'étude de joints rocheux, peut être sujet à caution, il pourrait alors être nécessaire de considérer le cas des grandes transformations. Les liens existant entre les grandeurs habituelles ( $d^2w$  ou  $D^2W$ ) sur lesquelles de nombreux résultats

<sup>5</sup>*i.e.* non-élastiques

théoriques existent maintenant, et celles que l'on peut définir pour l'étude d'un chargement réel ( $\Delta^2 w, D^2 W^N$ ) sont également peut être à préciser.

On pourra enfin s'attacher à réaliser d'autres modélisations de massifs rocheux réels prenant en compte des lois INL de joints rocheux et le critère du travail du second ordre comme critère de stabilité. Ce serait l'occasion de développer des études de stabilité sur des volumes restreints du massif, en calculant un travail du second ordre global sur un ensemble choisi de joints, comme nous l'avons mentionné auparavant. Ceci dans le but de déterminer des instabilités concernant des zones spécifiques du massif. Une étude paramétrique sur les propriétés mécaniques correspondant à la loi INL2, dans le cadre d'un calcul de cas réel, pourrait alors également être menée.

On trouvera dans tous les cas la motivation de pousser ces travaux sur les joints rocheux directement dans la nature de l'objet d'étude. Les joints rocheux présentent en effet une réelle diversité, pour ce qui est de leurs propriétés mécaniques en particulier. On peut ainsi trouver dans les travaux de Belytschko *et al.* [13] des valeurs de rapports entre rigidité normale et tangentielle pour un large choix de joints rocheux. Les valeurs peuvent être presque inférieures à 1 (pour des joints remplis de sable), et aller jusqu'à 300. . . Du fait de cette variété des propriétés mécaniques, nul doute alors qu'il existe bien dans la Nature des exemples de joint rocheux pour lesquels les domaines de bifurcation ne seraient pas aussi proches du critère de plasticité limite, et le cône des directions instables beaucoup plus étendu.

## Annexe A

# Modélisation des Rochers de Valabres : pas de temps utilisés

Tableaux regroupant les valeurs de pas de temps utilisés pour les calculs des Gorges de Valabres avec UDEC et en utilisant la loi INL2 (paragraphe 4.4.5). On rappelle que le chargement est composé de dix phases d'augmentation progressive de la gravité (par tranches de  $1 m/s^2$ , de 0 à  $10 m/s^2$ ). La suppression d'un bloc du massif constitue une onzième phase, dans le cas de Calc2 uniquement.

– Calcul Calc1

Phase	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\Delta t (\mu s)$	97.8	44.1	22.1	14.7	7.4	5.9	3.7	1.8	1.5	1.1

– Calcul Calc2

Phase	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\Delta t (\mu s)$	99.0	44.7	17.8	14.9	7.4	6.0	3.7	1.9	1.5	1.1	2.52

– Calcul Calc3

Phase	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\Delta t (\mu s)$	98.8	44.6	17.8	11.5	7.4	6.0	3.7	1.9	2.6	2.6

– Calcul Calc4

Phase	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\Delta t (\mu s)$	99.0	44.7	22.3	14.9	7.4	6.0	3.7	1.9	1.5	1.1

*“Youpi, youpi ! L’école est finie...”*

*Sheila, [89] (approx.)*

# Bibliographie

- [1] Cf <https://yade-dem.org/>.
- [2] Mai 2009. Site internet du Ministère de l'Écologie, de l'Énergie, du Développement durable et de l'Aménagement du territoire : <http://www.ecologie.gouv.fr/-Connaitre-.html>.
- [3] AFNOR. *Cisaillement direct selon une discontinuité de roche*, Mars 2003. XP P94-424.
- [4] M. A. ANTONELLINI et D. P. POLLARD : Distinct element modeling of deformation bands in sandstone. *Journal of Structural Geology*, 17(8):1165–1182, 1995.
- [5] G. ARMAND : *Contribution à la caractérisation en laboratoire et à la modélisation constitutive du comportement mécanique des joints rocheux*. Thèse de doctorat, UJF, Grenoble, 2000.
- [6] S. C. BANDIS, A. C. LUMSDEN et N. R. BARTON : Experimental study of scale effects on the shear behavior of rock joints. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 18(2):1–21, 1981.
- [7] S. C. BANDIS, A. C. LUMSDEN et N. R. BARTON : Fundamentals of rock joint deformation. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 20(6):249–268, 1983.
- [8] J. P. BARDET : Observations on the effects of particle rotations on the failure of idealized granular materials. *Mechanics of materials*, 18:159–182, 1994.
- [9] J. P. BARDET et Q. HUANG : Rotational stiffness of cylindrical particle contacts. In C. THORNTON, éditeur : *Proc., Second Int. Conf. on Micromechanics of Granular Media*, pages 39–43. Balkema, 1993.
- [10] J. P. BARDET et J. PROUBET : A numerical investigation of the structure of persistent shear bands in granular media. *Geotechnique*, 41, 1991.
- [11] N. BARTON : The shear strength of rock and rock joints. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 13:255–279, 1976.
- [12] R. J. BATHRUST et L. ROTHENBURG : Observations on stress-force-fabric relationships in idealized granular materials. *J. Mechanics of materials*, 9:65–80, 1990.
- [13] T. BELYTSCHKO, M. PLESHA et C. H. DOWDING : A computer method for stability analysis of caverns in jointed rock. *International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 8:473–492, 1984.
- [14] Z. H. BENJELLOUN : *Contribution à l'étude expérimentale et numérique du comportement mécanique et hydraulique des joints rocheux*. Thèse de doctorat, UJF, Grenoble, 1991.
- [15] M. BOULON : A 3d direct shear device for testing the mechanical behaviour and the hydraulic conductivity of rock joints. In ROSSMANITH, éditeur : *Proc. of the MJFR-2 Conf.*, pages 407–413. Balkema, 1995.
- [16] M. BOULON, G. ARMAND, N. HOTEIT et P. DIVOUX : Experimental investigations and modelling of shearing of calcite healed discontinuities of granodiorite under typical stresses. *Engineering Geology*, 64:117–133, 2002.

- [17] M. BOULON et R. NOVA : Modelling of soil-structure interface behaviour a comparison between elastoplastic and rate type laws. *Computers and Geotechnics*, 9:21–46, 2000.
- [18] Céline BOURGEOIS : Cours de mécanique des roches et ouvrages souterrains. Rapport technique, ENSHMG, 2005.
- [19] LAEGO Nancy C. CLEMENT : Communication privée.
- [20] F. CALVETTI, G. VIGGIANI et C. TAMAGNINI : A numerical investigation of the incremental behavior of granular soils. *Rivista Italiana di Geotecnica*, 3:11–29, 2003.
- [21] B. CAMBOU et M. JEAN : *Micromécanique des milieux granulaires*. Hermes Science, 2001.
- [22] N. CHALLAMEL, F. NICOT, J. LERBET et F. DARVE : On the stability of non-conservative elastic systems under mixed perturbations. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 13(3):347–367, 2009.
- [23] B. CHAREYRE : *Modélisation du comportement d'ouvrages composites sol-géosynthétique par ED - Application aux ancrages en tranchées en tête de talus*. Thèse de doctorat, UJF, Grenoble, 2003.
- [24] Gye-Chun CHO, Jake DODDS et J. Carlos SANTAMARINA : Particle shape effects on packing density, stiffness, and strength : Natural and crushed sands. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 132(5):591–602, 2006.
- [25] J. COUZY et R. DESMAISON : 99. olan face no. In G. RÉBUFFAT, éditeur : *Les 100 plus belles courses et randonnées du massif des Écrins*. Denoël.
- [26] F. Da CRUZ, S. EMAM, M. PROCHNOW, J. N. ROUX et F. CHEVOIR : Rheophysics of dense granular materials : discrete simulation of plane shear flows. *Physical Review Letters*, 72(1), 2005.
- [27] P. A. CUNDALL : Distinct element models of rock and soil structure. In E. T. BROWN, éditeur : *Analytical and Computational Methods in Engineering Rock Mechanics*, pages 129–163. George Allen and Unwin, 1987.
- [28] P.A. CUNDALL : *Computer simulations of dense sphere assemblies*, pages 113–123. Elsevier Science, 1988.
- [29] P.A. CUNDALL et O.D.L. STRACK : A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 29:47–65, 1979.
- [30] F. DARVE : *Une formulation incrémentale des lois rhéologiques, application aux sols*. Thèse de doctorat, Université Scientifique et Médicale de Grenoble, 1978.
- [31] F. DARVE : Cours de rhéologie des matériaux naturels. Rapport technique, ENSHMG, 2005.
- [32] F. DARVE, E. FLAVIGNY et M. MÉGHACHOU : Yield surfaces and principle of superposition revisited by incrementally non-linear constitutive relations. *Int. Journal Plasticity*, 11(8): 927–948, 1995.
- [33] F. DARVE et S. LABANIEH : Incremental constitutive law for sands and clays. simulations of monotonic and cyclic tests. *International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 6:243–275, 1982.
- [34] F. DARVE et F. LAOUAFA : Instabilities in granular materials and application to landslides. *Mech. Cohes. Fric. Mater.*, 5:627–652, 2000.
- [35] F. DARVE, G. SERVANT, F. LAOUAFA et H.D.V. KHOA : Failure in geomaterials : continuous and discrete analyses. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 193:3057–3085, 2004.
- [36] F. DARVE, L. SIBILLE, A. DAOUADJI et F. NICOT : Bifurcations in granular media : macro- and micro-mechanics approaches. *C. R. Mécanique*, 335:496–515, 2007.

- [37] R. DELUZARCHE et B. CAMBOU : Discrete numerical modelling of rockfill dams. *International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 1:1–22, 2005.
- [38] C. S. DESAI, E. C. DRUMM et M. M. ZAMAN : Cyclic testing and modeling of interfaces. *Journal of Geotechnical Engineering*, 111(6), 1985.
- [39] F. V. DONZÉ : Impacts on cohesive frictional geomaterials. *European Journal of Environmental and Civil Engineering (Revue européenne de génie civil)*, 12(7-8):967–985, 2008.
- [40] F. V. DONZÉ et S. A. MAGNIER : Formulation of a three-dimensional numerical model of brittle behaviour. *Gheophys. J. Int.*, 122:790–802, 1995.
- [41] F. V. DONZÉ, V. RICHEFEU et S.-A. MAGNIER : Advances in discrete element method applied to soil, rock and concrete mechanics. *Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 44, 2009.
- [42] GARNICA : *Simulation numérique du frottement entre solides par équations intégrales aux frontières et modèle d'interface non linéaire. Application aux pieux*. Thèse de doctorat, UJF, Grenoble, 1993.
- [43] GOODMAN, TAYLOR et BREKKE : A model for the mechanics of jointed rock. *Journal of the soil mechanics and Foundation division ASCE*, 14:637–659, 1968.
- [44] R. E. GOODMAN : *Methods of geological engineering in discontinuous rocks*, 1976. West, St Paul, MN.
- [45] G. GUDEHUS : A comparison of some constitutive laws for soils under radially symmetric loading and unloading. *In Proc. 3rd Numer. Meth. in Geomechanics*, 1979.
- [46] Y. GUNZBURGER, V. MERRIEN-SOUKATCHOFF et Y. GUGLIELMI : Influence of daily surface temperature fluctuations on rock slope stability : Case study of the rochers de valabres slope (france). *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 42(3):331–349, 2005.
- [47] K. HAMADI : *Modélisation des bifurcations et des instabilités dans les géomatériaux*. Thèse de doctorat, École Centrale Paris, 2006. Présentation de soutenance.
- [48] S. HENTZ, L. DAUDEVILLE et F.-V. DONZÉ : Identification and validation of a discrete element model for concrete. *J. Eng. Mech.*, 130(6):709–719, 2004.
- [49] S. HENTZ, F.-V. DONZÉ et L. DAUDEVILLE : Discrete element modelling of concrete submitted to dynamic loading at high strain rates. *Computers & Structures*, 82:2509–2524, 2004.
- [50] H. J. HERRMANN : Particles in fluids. *European Journal of Environmental and Civil Engineering (Revue européenne de génie civil)*, 12(7-8):901–913, 2008.
- [51] H. J. HERRMANN et F. CALVETTI, éditeurs. *Discrete Modelling of Geomaterials*. Lavoisier, 2008. Vol 12, no 7-8/2008 d'European Journal of Environmental and Civil Engineering.
- [52] R. HILL : A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids. *J. of the Mech. and Phys. of Solids*, 6:239–249, 1958.
- [53] B. INDRARATNA et A. HAQUE : Experimental study of shear behavior of rock joints under constant normal stiffness conditions. *Int. J. Rock Mech. & Min. Sci.*, 34(3-4), 1997.
- [54] J. ISSA et R. B. NELSON : Numerical analysis of micromechanical behaviour of granular material. *Engng. Comput.*, 9:211–223, 1992.
- [55] Itasca. *UDEC Version 4.0 : Manuel d'utilisation*.
- [56] K. IWASHITA, K. MATSUURA et M. ODA : Distinct element method with the effect of moment transfer at the contact points. *Journal of Geotechnical Engineering*, 529(III-33):145–154, 1995.



- [57] K. IWASHITA et M. ODA : Rolling resistance at contacts in simulation of shear band development by dem. *Journal of Engineering Mechanics*, 124(3), Mars 1998.
- [58] M. JEAN et J.-J. MOREAU : Unilaterality and granular friction in the dynamics of rigid body collections. In A. CURNIER, éditeur : *Proc. of the Contact Mechanics Int. Symp.*, pages 31–48, 1992.
- [59] R. P. JENSEN, P. J. BOSSCHER, M. E. PLESHA et T. B. EDIL : Dem simulation of granular media-structure interface : effects of surface roughness and particle shape. *International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 23:531–547, 1999.
- [60] J.-F. JERIER, D. IMBAULT, F.-V. DONZÉ et P. DOREMUS : A geometric algorithm based on tetrahedral meshes to generate a dense ploydisperse sphere packing. *Granular Matter*, 11, 2009. on-line, see <http://www.springerlink.com/content/w0x307g110421035>.
- [61] KOHLER *et al.* : Projet de viaducs a16 à proximité de l'estavelle du creugenat et de la rivière souterraine l'ajoulote : Caractérisation hydrogéologique et impacts. *Bull. Géol. appl.*, 6(2): 119–128, 2001.
- [62] J. KOZICKI et F.-V. DONZÉ : Applying an open-source software for numerical simulations using finite element or discrete modelling methods. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197(49-50):4429–4443, 2008.
- [63] B. LADANYI et G. ARCHAMBAULT : Simulation of shear behavior of a jointed rock mass. In *Proc. 11th Symp. on Rock Mech.*, pages 105–125, 1970.
- [64] C. LAMBERT : *Modélisations multiéchelles des instabilités rocheuses*. Thèse de doctorat, Grenoble INP, 2005.
- [65] R. LASSIA et C. BARD : *Dynamique, cours et exercices corrigés*. Ellipses, 2002.
- [66] W. LEICHNITZ : Mechanical properties of rock joints. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 22(5):313–321, 1985.
- [67] J. V. LEMOS : Block modelling of rock masses. *European Journal of Environmental and Civil Engineering (Revue européenne de génie civil)*, 12(7-8):915–949, 2008.
- [68] J. LINDENBERG et H.L. KONING : Critical density of sand. *Géotechnique*, 31:231–245, 1981.
- [69] S. LUDING : Micro-macro transition for anisotropic, frictional granular packings. *International Journal of Solids and Structures*, 41:5821–5836, 2004.
- [70] AM LYAPUNOV : Problème général de la stabilité des mouvements. *Annales de la faculté des sciences de Toulouse*, 9:203–274, 1907.
- [71] A. MAHBOUBI, A. GHAOUTI et B. CAMBOU : La simulation numérique discrète du comportement des matériaux granulaires. *Revue Française de Géotechnique*, (76):45–61, 1996.
- [72] Y. MITANI, T. ESAKI, S. DU et Y. JIANG : Development of a new advanced shear flow coupling test apparatus. In Vouile & BEREST, éditeur : *9e Int. Congress on Rock Mechanics*, pages 769–772. Balkema, 1999.
- [73] Julia K. MORGAN : Numerical simulations of granular shear zones using the distinct element method 2. effects of particle size distribution and interparticle friction on mechanical behavior. *Journal of Geophysical Research*, 104(B2):2721–2732, 1999.
- [74] F. NICOT, 2008 : Communication privée.
- [75] F. NICOT, F. DARVE et H.D.V. KHOA : Bifurcation and second-order work in geomaterials. *International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 31:1007–1032, 2007.
- [76] F. NICOT, C. LAMBERT et F. DARVE : A new constitutive relation for rock joints calibrated by means of a discrete element method. In Di BENEDETTO, DOANH et SAUZÉAT, éditeurs : *Deformation Characteristics of Geomaterials*, pages 1257–1262. Balkema, 2003.

- [77] Y. OHNISHI et R. YOSHINAKA : Laboratory investigation of scale effect in mechanical behaviour of rock joint. In ROSSMANITH, éditeur : *Proc. of the MJFR-2 Conf.* Balkema, 1995.
- [78] R. OLIVERA : *Numerical simulations of undrained granular media.* Thèse de doctorat, University of Waterloo, Waterloo, 2004.
- [79] J. P. PLASSIARD : *Modélisation par la méthode des éléments discrets d'impacts de blocs rocheux sur structures de protection type merlons.* Thèse de doctorat, UJF, Grenoble, 2007.
- [80] J.-P. PLASSIARD, N. BELHEINE et F.-V. DONZÉ : A spherical discrete element model : calibration procedure and incremental response. *Granular Matter*, 11, 2009. on-line, see <http://www.springerlink.com/content/16688jw766197204>.
- [81] Michael E. PLESHA : Constitutive models for rock discontinuities with dilatancy and surface degradation. *International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 11:345–362, 1987.
- [82] F. PRUNIER : *Modélisation des instabilités en géomécanique, application aux glissements de terrains.* Thèse de doctorat, Grenoble INP, 2008.
- [83] F. RADJAI, D. E. WOLF, M. JEAN et J.-J. MOREAU : Bimodal character of stress transmission in granular packings. *Physical Review Letters*, 80(1):61–64, 1998.
- [84] ROUAINIA : *Modélisation de l'interaction sol-structure par EF de haute précision et loi d'interface INL. Application aux pieux.* Thèse de doctorat, UJF, Grenoble, 1992.
- [85] J.W. RUDNICKI et J. R. RICE : Conditions for the localisation of deformation in pressure sensitive dilatant materials. *J. Mech. Phys. Solids*, 23:371–394, 1975.
- [86] S. SAEB et B. AMADEI : Modelling rock joints under shear and normal loading. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 29(3):267–278, 1992.
- [87] C. SALOT, P. GOTTELAND et P. VILLARD : Influence of relative density on granular materials behavior : Dem simulations of triaxial tests. *Granular Matter*, 11(4):221–236, 2009.
- [88] H. J. SCHNEIDER : The friction and deformation behaviour of rock joints. *Rock Mechanics*, 8:169–184, 1976.
- [89] SHEILA : L'école est finie. In *Le Sifflet des Copains - L'Ecole Est Finie.*
- [90] Y. SHENG, C.J. LAWRENCE, B.J. BRISCOE et C. THORNTON : Numerical studies of uniaxial powder compaction process by 3d dem. *Engineering*, 21(2-3-4):304–317, 2004.
- [91] L. SIBILLE : *Modélisations discrètes de la rupture dans les milieux granulaires.* Thèse de doctorat, Grenoble INP, 2006.
- [92] L. SIBILLE, F.-V. DONZÉ, F. NICOT, B. CHAREYRE et F. DARVE : From bifurcation to failure in a granular material : a dem analysis. *Acta Geotechnica*, 3(1):15–24, 2008.
- [93] L. SIBILLE, F. NICOT, F.-V. DONZÉ et F. DARVE : Material instability in granular assemblies from fundamentally different models. *International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 31:457–481, 2007.
- [94] J. A. SLADEN, R.D. D'HOLLANDER et J. KRAHN : The liquefaction of sands, a collapse surface approach. *Can. Geotech. J.*, 31:1008–1014, 1994.
- [95] O. STEPHANSSON et L. JING : Testing and modeling of rock joints. In ROSSMANITH, éditeur : *Proc. of the MJFR-2 Conf.* Balkema, 1995.
- [96] K. SZARF, G. COMBE et P. VILLARD : Influence of the grains shape on the mechanical behavior of granular materials. In *Powders and Grains 2009*, 2009.
- [97] J. M. TING, M. KHWAJ, L. R. MEACHUM et J. D. ROWELL : An ellipse-based discrete element model for granular materials. *International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 17:603–623, 1993.

- [98] T. VILLEMIN : Maître de Conférences HDR à l'Université de Savoie Correspondance électronique, Octobre 2007.

## Stabilité des massifs rocheux : une approche mécanique

### Résumé

La prédiction efficace des éboulements rocheux constitue un des moyens pour se prémunir vis-à-vis du risque naturel représenté par les chutes de blocs. Les joints rocheux jouant un rôle décisif dans le déclenchement de ces éboulements, il faut décrire du mieux possible le comportement mécanique de ceux-ci, et en particulier leur rupture. Une nouvelle loi de comportement de joint rocheux, incrémentalement non linéaire, est ainsi proposée, parallèlement à l'utilisation du critère du "travail du second ordre" pour détecter les conditions impliquant un éboulement.

La définition de la loi se base sur un modèle numérique de joint rocheux, utilisant la méthode aux Éléments Discrets via le code Yade. Une fois le comportement des joints rocheux investigué grâce à ce modèle numérique (en lien avec des résultats expérimentaux), et la loi définie puis validée, cette-dernière est étudiée vis-à-vis de ce critère du travail du second ordre. L'existence de "directions instables" de sollicitation, susceptibles d'entraîner la rupture du joint rocheux avant le critère de Mohr-Coulomb, est ainsi mise en évidence. Ces directions instables dépendent tout particulièrement des couplages entre les directions normale et tangentielle du joint rocheux. Une falaise existante est enfin analysée : les "Gorges de Valabres", situées dans les Alpes-Maritimes. L'analyse est effectuée en utilisant la nouvelle loi de comportement, et le critère du travail du second ordre, dans le cadre d'un modèle numérique discret de la falaise. On observe alors que des sollicitations du chargement simulé correspondent pour certains joints à des directions instables.

### Mots clefs :

Rupture, joints rocheux, éboulements rocheux, éléments discrets, Yade, travail du second ordre, loi de comportement, falaises rocheuses, loi d'interface.

## Rock masses stability : a mechanical approach

### Abstract

In order to protect societies against rockfalls, one mean consists in predicting those efficiently. Because rock joints play a great role in such phenomena, describing as good as possible their mechanical behaviour, especially their rupture, is therefore required. Thus, a new constitutive relation of rock joint, incrementally non linear, is presented, with the "second order work criterion", used to detect conditions triggering rockfalls.

The definition of the relation relies on a numerical model of rock joint, based on the Discrete Element Method, via the code Yade. Once the behaviour of rock joint is investigated thanks to this numerical model (with some experimental comparisons), the relation is defined then validated. It is also studied in the second order work criterion framework. The existence of "unstable (loading) directions" is shown ; these directions can lead to failure before Mohr-Coulomb criterion. They depend especially on the existing couplings between the normal and tangential directions of the rock joint. An existing cliff is finally studied : the "Gorges de Valabres", located in south of France. It is simulated with a discrete numerical model, which uses the new rock joint constitutive relation and is considered through the second order work criterion. Hence, it is observed that simulated loading corresponds to unstable directions for some rock joints.

### Keywords :

Rupture, rock joints, rockfalls, discrete elements, Yade, second order work criterion, interface constitutive relation, rock masses.